

# Optimierung von Verbundträgern aus Brettschichtholz mit Verstärkungen aus Faserverbundkunststoffen

von

Hans Joachim Blaß, Markus Romani und Martin Schmid

Diese Arbeiten wurden gefördert durch die  
Deutsche Gesellschaft für Holzforschung e.V. mit Mitteln der  
Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen  
„Otto von Guericke“ e.V. (AiF), Köln

Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine  
Abteilung Ingenieurholzbau  
Universität Fridericiana Karlsruhe (TH)  
Univ.-Prof. Dr.-Ing. H.J. Blaß

2003

## Vorwort

Die Verstärkung von Tragwerken durch faserverstärkte Kunststoffe ist ein häufig angewandtes Verfahren bei der Sanierung von Stahlbetontragwerken. Mehrere allgemeine baurechtliche Zulassungen ermöglichen die Anwendung dieses Verfahrens.

Dieses Verstärkungsverfahren auf den Holzbau zu übertragen lag nahe, da Untersuchungen der Vergangenheit zeigten, dass eine Steigerung der Tragfähigkeit von biegebeanspruchten Brettschichtholzträgern durch einen Verbund mit Baustoffen hoher Festigkeit möglich ist. Dieses Forschungsvorhaben führt die Untersuchungen von Blaß und Romani (2000) weiter.

Das Forschungsvorhaben entstand im Auftrag der Deutschen Gesellschaft für Holzforschung (DGfH) mit finanzieller Unterstützung durch die Arbeitsgemeinschaft industrieller Forschungsvereinigungen (AiF).

Die Vorbereitung und Durchführung der Versuche wurde von Herrn Dipl.-Ing. Markus Romani betreut. Die Auswertung der Versuche, die Herleitung der mechanischen Modelle und die Erstellung des Berichtes erfolgte durch Herrn Dr.-Ing. Martin Schmid.

Für die Vorbereitung der Prüfkörper waren die Herren A. Klein, M. Huber und J. Lafferthorn verantwortlich. Bei der Auswertung und Vorbereitung der Versuche und den theoretischen Untersuchungen haben die Studenten cand. ing. P. Römer, cand. ing. T. Hufbauer und cand. ing. J. Bogdon tatkräftig mitgewirkt. Cand. ing. I. Müller hat als wissenschaftliche Hilfskraft insbesondere bei der Erstellung der Zeichnungen und der Auswertung der Langzeitversuche geholfen.

Allen Beteiligten ist für die Mitarbeit zu danken

H.J. Blaß



## Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
2 Untersuchte Materialien	3
2.1 Faser-Verbund-Kunststoff-Lamellen (FVK-Lamellen)	3
2.2 Klebstoffe	4
2.3 Vollholz und Brettschichtholz	4
3 Verbundverhalten bei Schubbeanspruchung	5
3.1 Versuchsaufbau	5
3.2 Auswertung der Versuche	10
3.3 Regelungen im Stahlbetonbau	25
3.4 Vorschlag für die Bemessung	31
4 Kurzzeitversuche mit Biegeträgern	43
5 Stochastische Untersuchungen	56
5.1 Statistische Eingangsgrößen	56
5.2 Stochastisches Modell der geprüften Brettschichtholzträger	62
5.3 Ergebnisse der stochastischen Untersuchungen	77
6 Langzeitversuche	88
7 Zusammenfassung	94
8 Literatur	95

### Anhänge

A Anhang zu Abschnitt 2	Anhang 1
B Anhang zu Abschnitt 3	Anhang 5
C Anhang zu Abschnitt 4	Anhang 50



## 1 Einleitung

Dieses Forschungsvorhaben führt die Untersuchungen von Blaß und Romani (2000) weiter. Es sollten insbesondere die Möglichkeit der Anordnung der Verstärkung mit faserverstärkten Kunststoffen (FVK) in einem Teilbereich des Brettschichtholzträgers, die Erhöhung der Biegesteifigkeit durch eine in der Druckzone angeordnete Verstärkung und das Langzeitverhalten untersucht werden.

Bild 1.1 zeigt einen Biegebruch eines Brettschichtholzträgers und das Abscheren einer FVK-Lamelle.

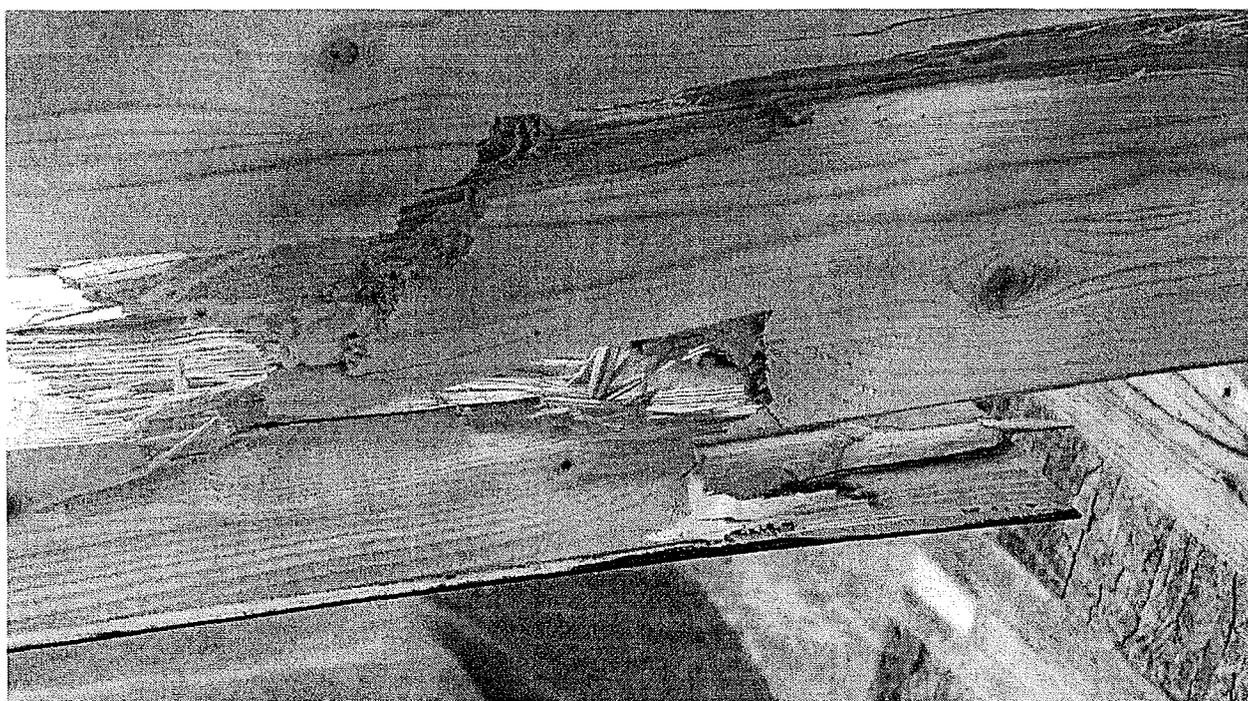


Bild 1.1: Abgelöste FVK-Lamelle in der Nähe eines Biegebruchs

Bei Verstärkungen, die nur im höher beanspruchten Biegezugbereich angeordnet werden, ist ähnlich zur Problematik der Endverankerung im Stahlbetonbau das Verhalten dieses Bereichs bei einer Beanspruchung auf Abscheren zu untersuchen.

Um das Abscherverhalten zu untersuchen, wurden im Rahmen dieses Forschungsvorhabens Zugscherversuche mit drei Arten von FVK-Lamellen und zwei Kleberarten durchgeführt.

Die Ergebnisse des ersten Vorhabens zeigten, dass die Biegesteifigkeit der verstärkten Träger durch die Anordnung der Verstärkung im Zugbereich weitaus weniger erhöht wird als die Tragfähigkeit (Blaß und Romani (2001)). Um die Biegesteifigkeit zu erhöhen, wurde die Anordnung einer Verstärkung im Biegedruckbereich untersucht.

Die geprüften Biegeträger wurden zur Überprüfung eines stochastischen Modells verwendet. Mit diesem Modell wurde der Einfluss verschiedener Verstärkungsarten auf die zu erwartende Tragfähigkeit und Steifigkeit in Abhängigkeit von der Geometrie und den Baustoffeigenschaften untersucht.

Das zeitabhängige Verhalten verstärkter Biegeträger wird mit Hilfe von Biegeträgern unter Dauerlast untersucht. Die zeitabhängigen Verformungen der ersten Monate sind in diesem Forschungsbericht enthalten. Nach Ablauf eines Prüfungszeitraumes von drei Jahren werden die dann vorliegenden Messdaten veröffentlicht.

## 2 Untersuchte Materialien

### 2.1 Faser-Verbund-Kunststoff-Lamellen (FVK-Lamellen)

Bei den Versuchen wurden drei verschiedene FVK-Lamellen verwendet. Bei den Lamellentypen 1 und 2 handelt es sich um karbonfaserverstärkte Kunststofflamellen (CFK). Lamellentyp 3 kennzeichnet eine aramidfaserverstärkte Kunststofflamelle (AFK). Die Namen der Hersteller und die Herstellerangaben zu den wichtigsten Eigenschaften der einzelnen Lamellen sind in Tabelle 2.1.1 angegeben.

Tabelle 2.1.1: Herstellerangaben zu den verwendeten FVK – Lamellen

Bezeichnung	Produktbezeichnung	Hersteller	Typ	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
1	B&B Carboplus	Bilfinger & Berger	CFK	≥ 2.800	≥ 160.000
2	Hybrid ispo Concretin S&P CFK – Lamelle 200/2000	ispo GmbH	CFK	ca. 2.200 bis 2.500	205.000
3	-	Akzo Nobel	AFK	995	74.000

Nach dem in Blaß und Romani (2000) beschriebenen Prüfverfahren wurde die Zugfestigkeit und der Elastizitätsmodul der verwendeten FVK-Lamellen von 5 Prüfkörpern je Lamellentyp ermittelt. Die Ergebnisse sind in der Tabelle A.1 des Anhanges enthalten.

## 2.2 Klebstoffe

Es wurden drei verschiedene Klebstoffe verwendet. Tabelle 2.2.1 enthält die Produktbezeichnung, den Namen des Herstellers und den Klebgrundstoff. Die Klebstoffe a und c werden bei der Verstärkung von Stahlbetontragwerken mit FVK-Lamellen eingesetzt.

Tabelle 2.2.1: Namen und Hersteller der verwendeten Klebstoffe

Bezeichnung	Produktbezeichnung	Hersteller	Grundstoff, Anzahl der Komponenten
a	Ispo Concretin SK 41	ispo GmbH	Epoxidharz-Klebstoff, zwei Komponenten
b	Collano Purbond HB 110	Ebnöther AG	Polyurethan-Klebstoff, eine Komponente
c	Cascomin 1240	Akzo Nobel	Epoxidharz-Klebstoff, zwei Komponenten

## 2.3 Vollholz und Brettschichtholz

Die Prüfkörper für die Zugscherversuche nach Abschnitt 3 wurden aus Vollholz der Sortierklasse S10 hergestellt. Einige Eigenschaften der verwendeten Hölzer sind in der Tabelle A.2 des Anhangs enthalten.

Die Prüfkörper für die Biegeversuche wurden aus maschinell sortierten Brettlamellen der Sortierklasse MS10 hergestellt. Vor der Verklebung wurden die Eigenschaften der Lamellen genau erfasst. Auf diese erfassten Eigenschaften wird in Abschnitt 4 näher eingegangen. Von einigen der für die Brettschichtholzträger verwendeten Lamellen wurden Stücke abgeschnitten, jeweils zwei dieser Teilstücke mit einer Keilzinkenverbindung beim Hersteller der Träger verbunden und diese Keilzinkenverbindungen in der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine an der Universität Karlsruhe nach DIN 1052-1 (1988) / A1, Abschnitt B.1.3 geprüft. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen an den Keilzinkenverbindungen sind in Tabelle A.3 des Anhangs enthalten.

### 3 Verbundverhalten bei Schubbeanspruchung

#### 3.1 Versuchsaufbau

Insgesamt wurden 100 Zugscherversuche durchgeführt. Es wurden die FVK-Lamellentypen 1, 2 und 3 nach Tabelle 2.1.1 und die Klebertypen a und b nach Tabelle 2.2.1 verwendet. Vier Verkleblängen  $l_v$  nach Bild 3.1.1 wurden untersucht. Tabelle 3.1.1 gibt einen Überblick über den Versuchsumfang.

Tabelle 3.1.1: Versuchsumfang zur Bestimmung der Verbundfestigkeit

FVK-Lamellentyp	Klebertyp	Verkleblänge $l_v$ [mm]	Anzahl Prüfkörper je Serie	Anzahl Prüfkörper je Lamellentyp
1 (CFK)	b (Polyurethan)	50, 150, 300, 500	5	20
2 (CFK)	a (Epoxidharz) b (Polyurethan)	50, 150, 300, 500	5	40
3 (AFK)	a (Epoxidharz) b (Polyurethan)	50, 150, 300, 500	5	40

Die im Weiteren verwendeten Prüfkörperbezeichnungen beinhalten Angaben über die FVK-Lamelle, den Klebertyp und die Verkleblänge nach folgendem Schema:

z1b3\_3

- Durchlaufende Nummerierung der Versuche mit gleichen Bedingungen
- Verkleblänge (1 = 50 mm; 2 = 150 mm; 3 = 300 mm; 4 = 500 mm)
- Verwendeter Kleber (siehe Tabelle 2.2.1)
- Verwendete Lamelle (siehe Tabelle 2.1.1)
- Zug – Scherversuch

Der Versuchsaufbau erfolgte nach dem in Luggin (2000) beschriebenen Verfahren (Bild 3.1.1).

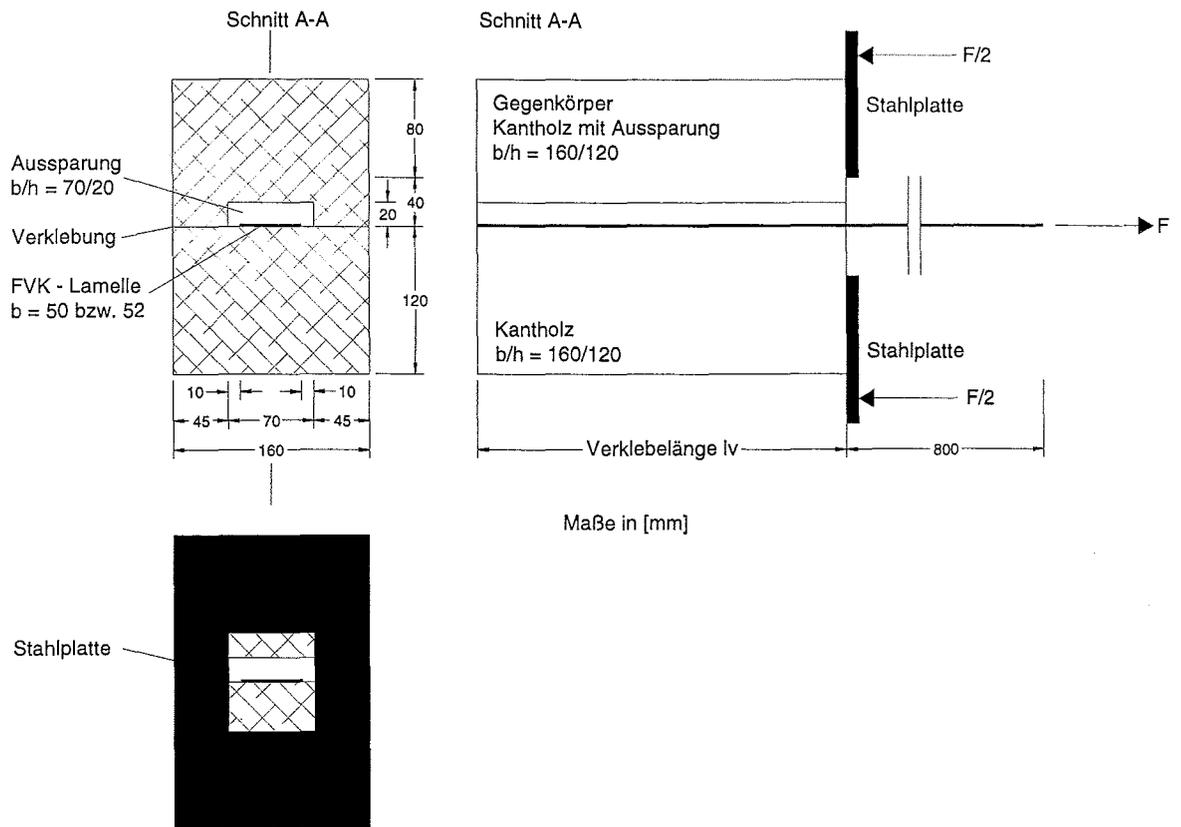


Bild 3.1.1: Versuchsaufbau der Zugscherversuche

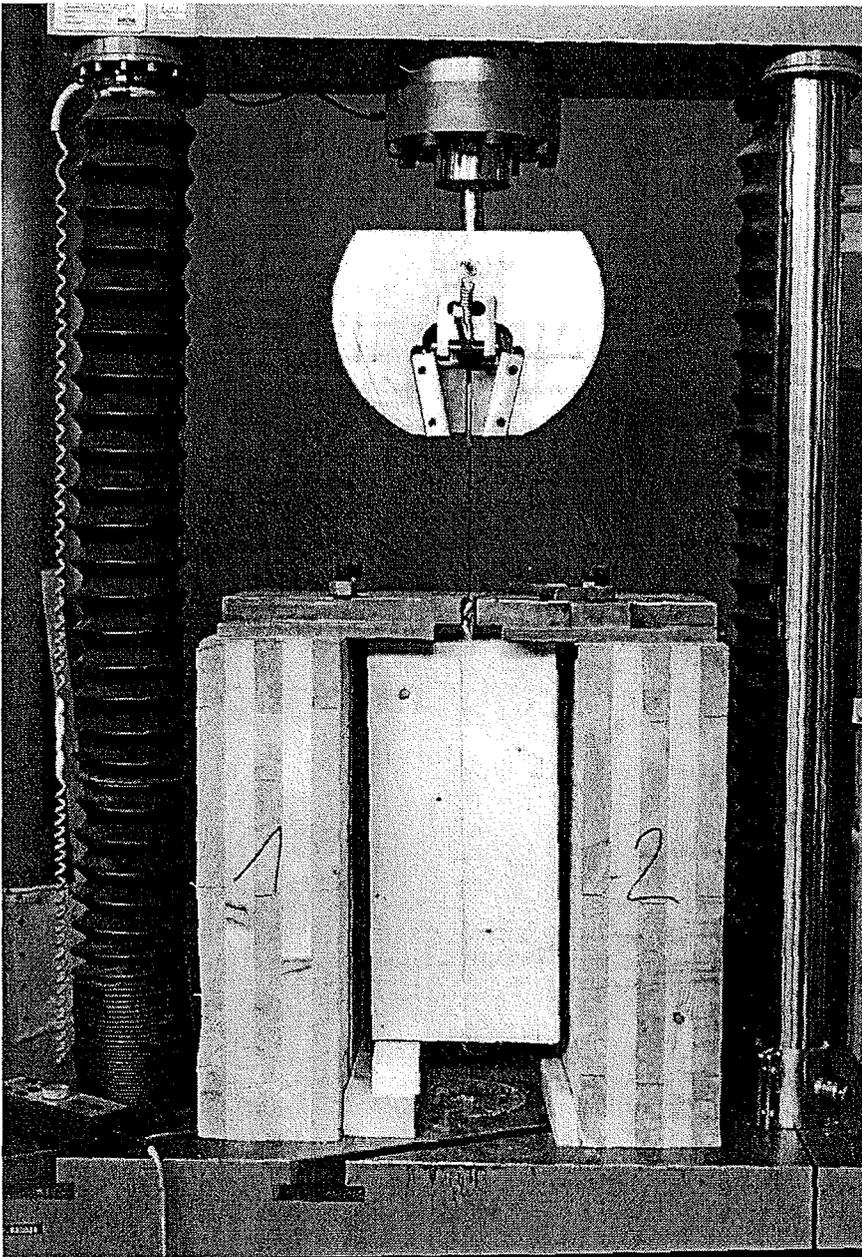
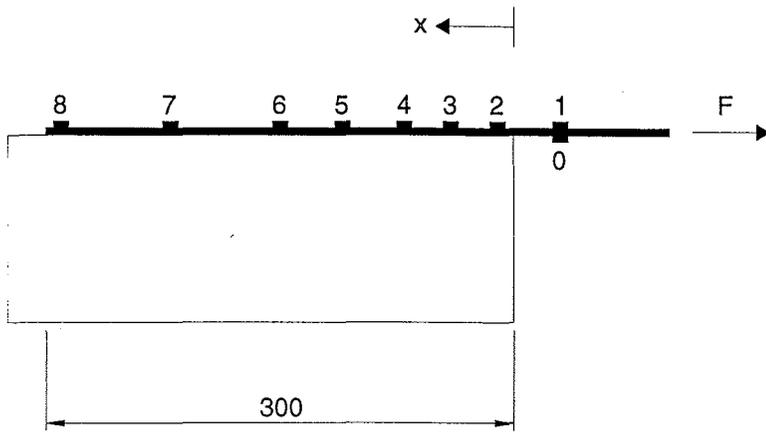


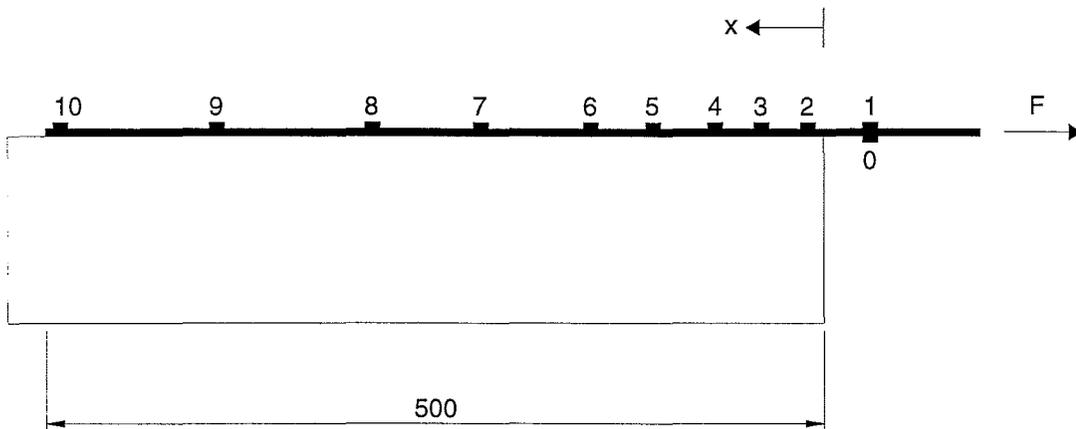
Bild 3.1.2: Prüfkörper während des Versuchs

Nach den Versuchen wurden von den Prüfkörpern mit Verkleblängen  $l_v = 300$  mm oder  $l_v = 500$  mm Holzproben mit einem Querschnitt von 20 mm x 20 mm und einer Länge von 300 mm bzw. 500 mm aus der Nähe der Verklebung entnommen, um den dynamischen Elastizitätsmodul parallel zur Faser bestimmen zu können.

Bei 21 Prüfkörpern mit Verkleblängen  $l_v = 300$  mm oder  $l_v = 500$  mm wurden Dehnmessstreifen auf die FVK-Lamellen aufgeklebt, um den Normalspannungsverlauf in der Lamelle und daraus den Verlauf der Schubspannungen erfassen zu können. Die Anordnung der Dehnmessstreifen ist Bild 3.1.3 zu entnehmen.



DMS	0	1	2	3	4	5	6	7	8
x [mm]	-30	-30	10	40	70	110	150	220	290



DMS	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x [mm]	-30	-30	10	40	70	110	150	220	290	390	490

Bild 3.1.3: Anordnung der Dehnmessstreifen

Tabelle 3.1.2 gibt einen Überblick über den Versuchsumfang der Prüfkörper mit Dehnmessstreifen.

Tabelle 3.1.2: Versuchsumfang der Prüfkörper mit Dehnmessstreifen

FVK-Lamellentyp	Klebertyp	Verkleblänge $l_v$ [mm]	Anzahl Prüfkörper je Serie	Anzahl Prüfkörper je Lamellentyp
1 (CFK)	b (Polyurethan)	300, 500	3	6
2 (CFK)	a (Epoxidharz)	500	3	3
	b (Polyurethan)	300, 500	3	6
3 (AFK)	b (Polyurethan)	300, 500	3	6

### 3.2 Auswertung der Versuche

Von allen Prüfkörpern wurde das Last-Verschiebungsverhalten der Lasteinleitung aufgezeichnet. Dabei zeigte sich meist ein sprödes Verhalten, d.h. Last-Verschiebungskurven mit nahezu linearem Verhalten bis zum Bruch wie in Bild 3.2.1 gezeigt.

Z2b3\_3

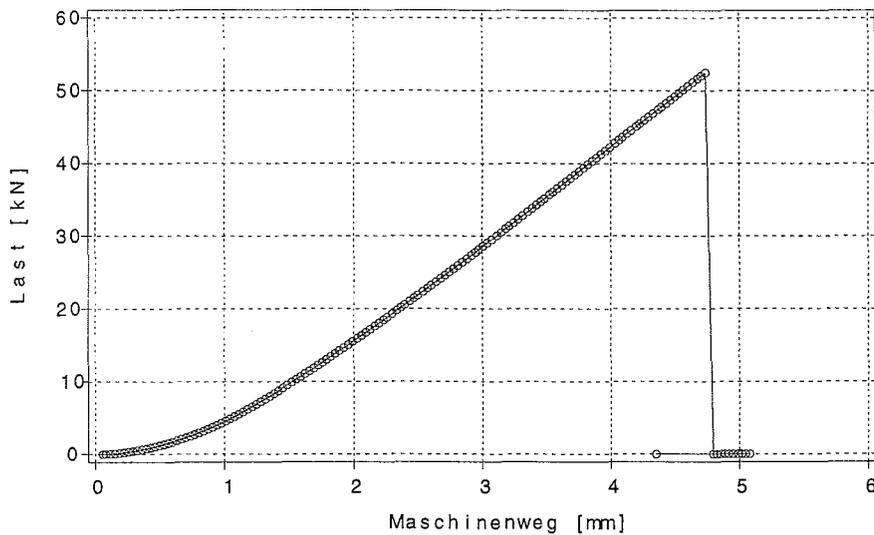


Bild 3.2.1: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b3\_3

Größere Verformungen vor dem Bruch waren nur in wenigen Fällen zu beobachten (Bild 3.2.2).

Z3a4\_1

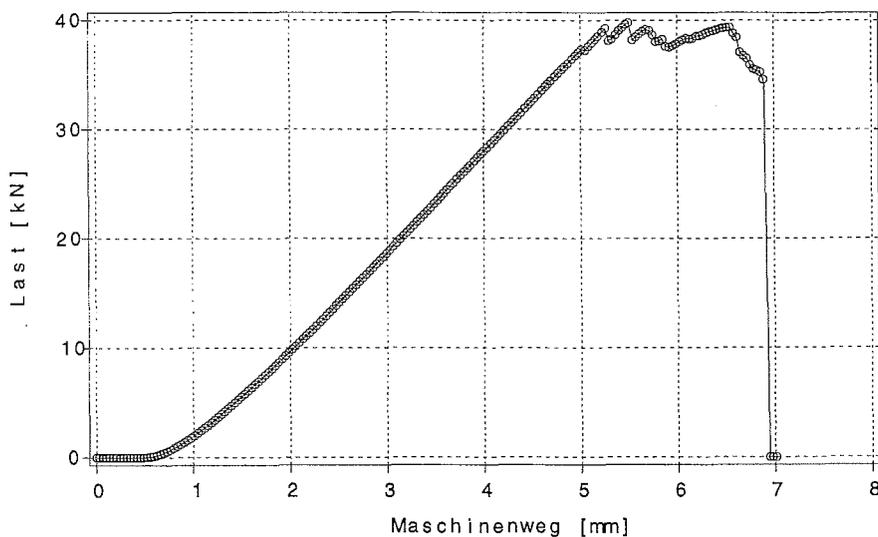


Bild 3.2.2: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a4\_1

Die Last-Verschiebungskurven aller Versuche sind in Anhang B, Bild B1 bis Bild B98 enthalten.

Die Bruchfläche der Prüfkörper verlief entweder ganz oder zu einem großen Teil im Holz (Bild 3.2.3).

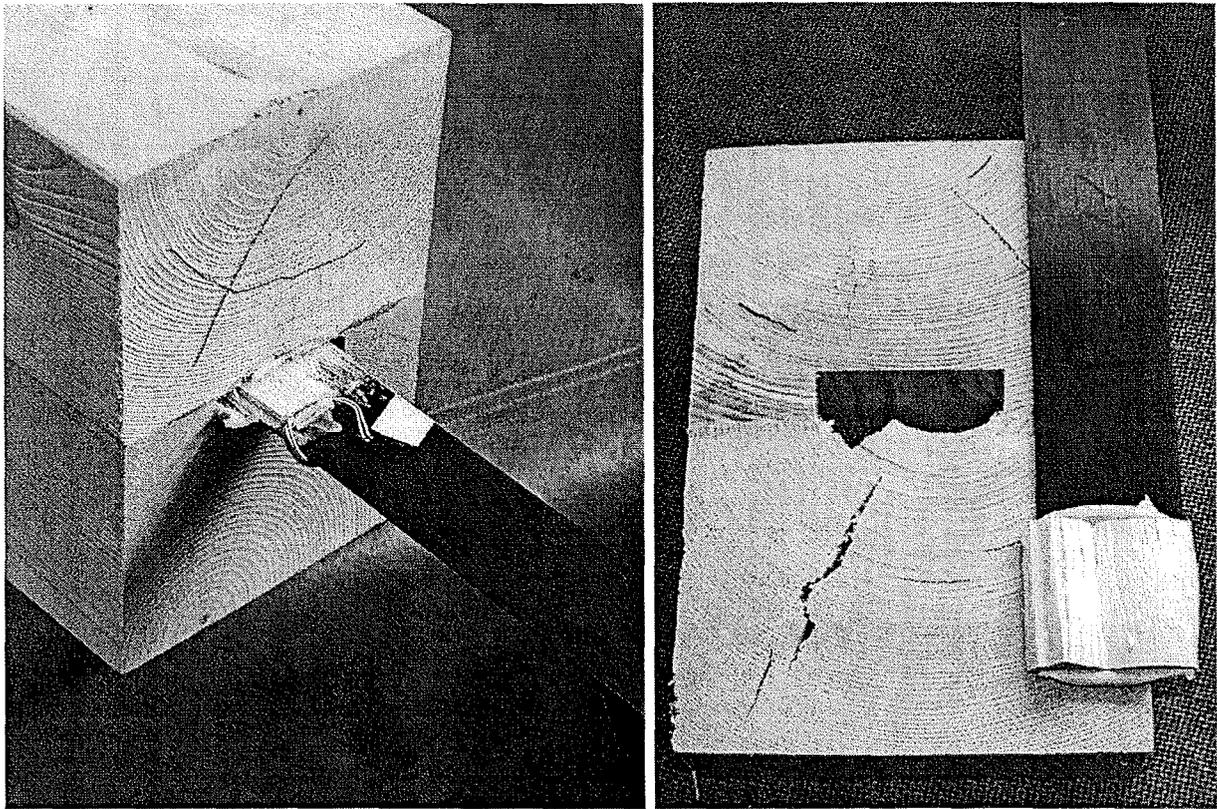


Bild 3.2.3: Zwei Prüfkörper nach dem Versagen

Die Tabellen B1 bis B3 des Anhanges B enthalten die gemessenen Höchstlasten, die Verkleblänge  $l_v$ , die Lamellenbreite  $b$  und die mit der Gleichung

$$f_v = \frac{F_{\max}}{l_v \cdot b} \quad (3.2.1)$$

ermittelte Verbundfestigkeit  $f_v$ .

Die mit Gleichung (3.2.1) ermittelte Verbundfestigkeit ist aufgrund ungleichförmiger Verteilung der Schubspannungen von der Verkleblänge  $l_v$  abhängig. Die Bilder 3.2.4 bis 3.2.8 zeigen die nach (3.2.1) ermittelten Verbundfestigkeiten über der Verkleblänge  $f_v$ .

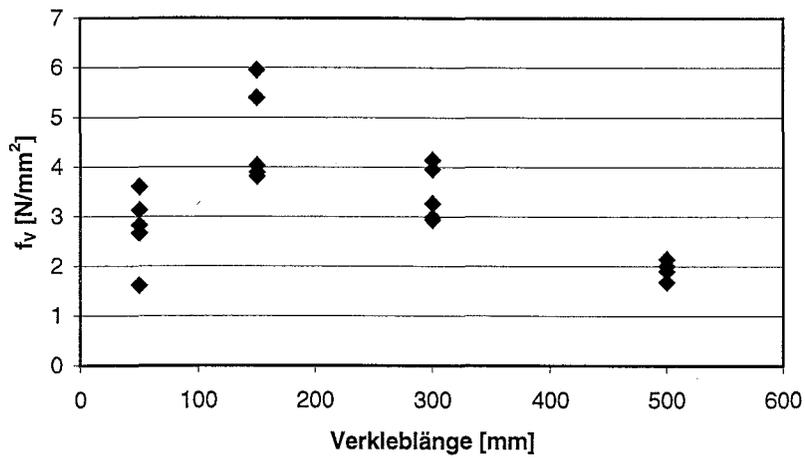


Bild 3.2.4: Verbundfestigkeiten nach (3.2.1); Lamellentyp 1, Kleber b

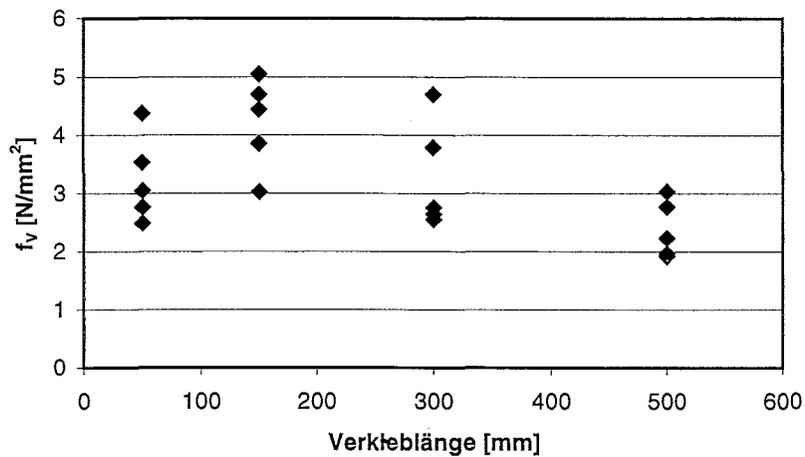


Bild 3.2.5: Verbundfestigkeiten nach (3.2.1); Lamellentyp 2, Kleber a

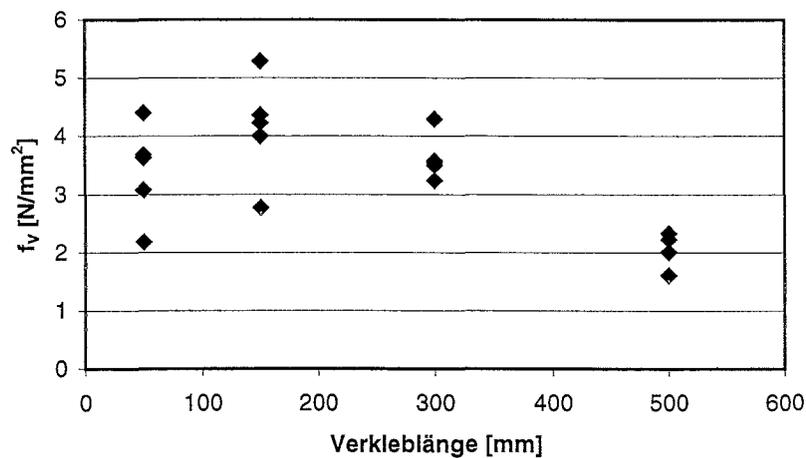


Bild 3.2.6: Verbundfestigkeiten nach (3.2.1); Lamellentyp 2, Kleber b

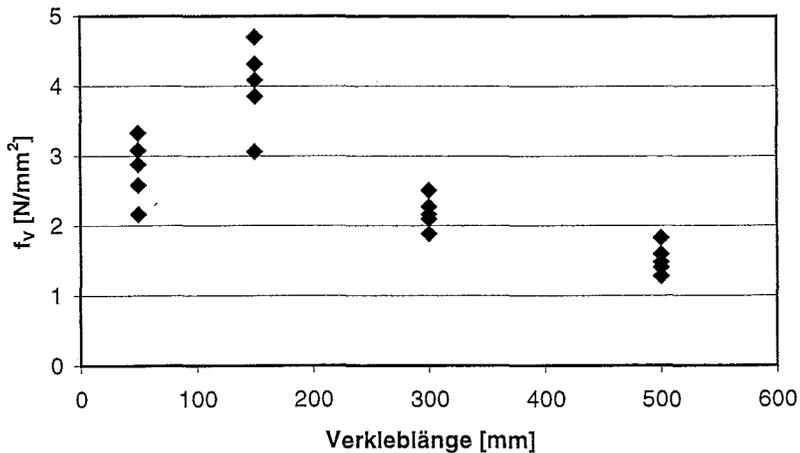


Bild 3.2.7: Verbundfestigkeiten nach (3.2.1); Lamellentyp 3, Kleber a

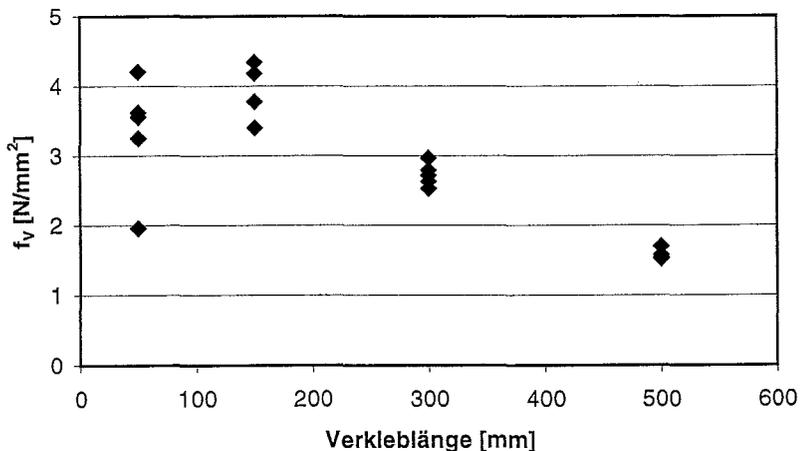


Bild 3.2.8: Verbundfestigkeiten nach (3.2.1); Lamellentyp 3, Kleber b

Der Verlauf der Schubspannungen entlang der Verklebfläche und damit die Eintragung der Last in den Holzkörper kann aus den Versuchen mit Dehnmessstreifen nach Tabelle 3.1.2 und Bild 3.1.3 ermittelt werden. Um das Gleichgewicht an einem differentiellen Element zu erfüllen, muss

$$\tau(x) \cdot b_L \cdot dx = A_L \cdot d\sigma_L(x) \quad (3.2.2)$$

gelten (Bild 3.4.10). Mit  $b_L$ , der Lamellenbreite, die der Verklebfläche entspricht, und  $A_L$ , dem Lamellenquerschnitt, ist (3.2.2) leicht nachvollziehbar, da die Änderung der Normalspannungen  $d\sigma_L$  in der FVK-Lamelle in dem Abschnitt  $dx$  der Schubspannung entsprechen muss.

Mit den endlichen Abmessungen der Prüfkörper kann die Abnahme der Normalspannung in der FVK-Lamelle berechnet werden zu

$$\Delta\sigma_L = (\varepsilon_L(x_{i+1}) - \varepsilon_L(x_i)) \cdot E_L \quad (3.2.3),$$

mit den gemessenen Dehnungen  $\varepsilon_L$  und dem Elastizitätsmodul der FVK-Lamelle. Mit (3.2.2) folgt die über  $\Delta x$  als gleichförmig verteilt angenommene Schubspannung

$$\tau = A_L / b_L \cdot \Delta\sigma_L / \Delta x \quad (3.2.4).$$

Bild 3.2.9 zeigt typische Verläufe der Schubspannungen bei der Höchstlast des Versuchs und bei Lastniveaus von 1/3 und 2/3 dieser Höchstlast.

z1b3\_3a

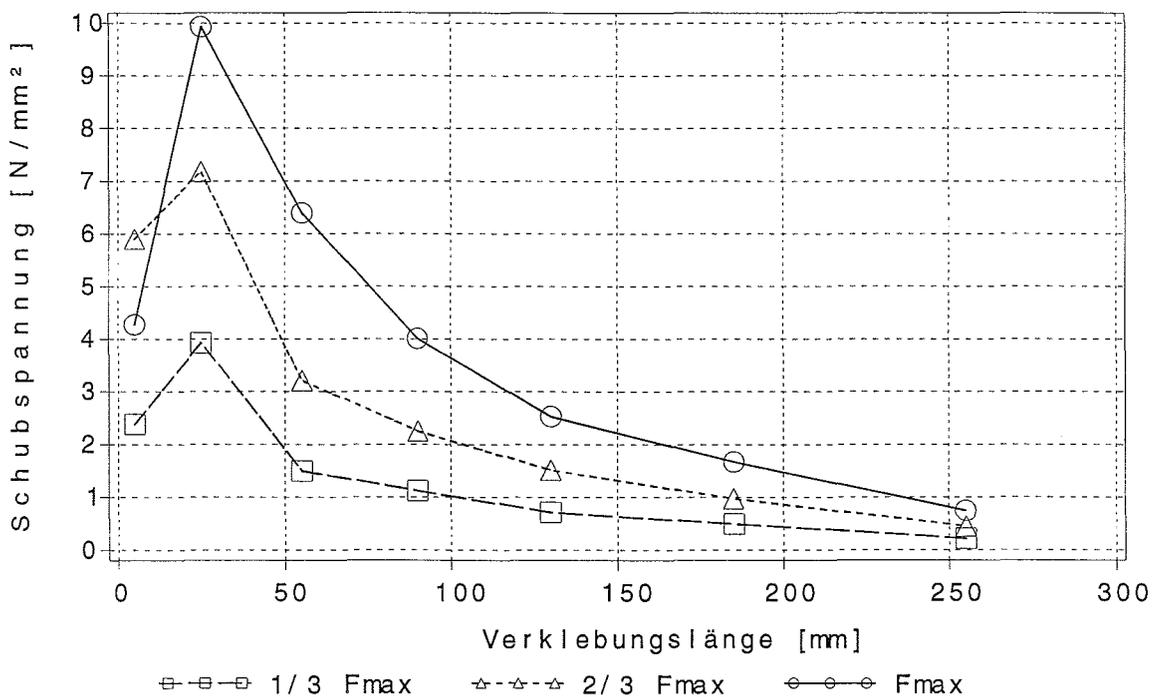


Bild 3.2.9: Verläufe der Schubspannungen des Prüfkörpers z1b3\_3

Die auffällige Abnahme der Schubspannungen im Bereich der Lasteinleitung wird in den Abschnitten 3.3 und 3.4 erläutert. Bei einem Teil der Versuche war diese Abnahme nicht zu beobachten (Bild 3.2.10).

z2b3\_3

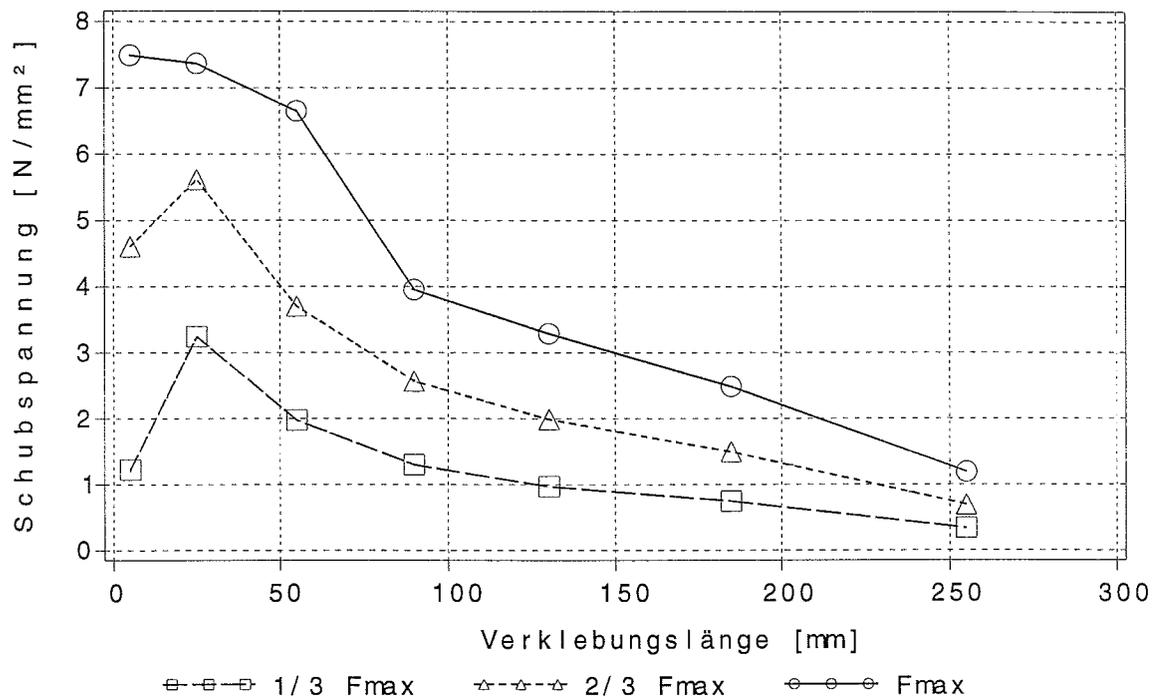


Bild 3.2.10: Verläufe der Schubspannungen des Prüfkörpers z2b3\_3

Die Bilder B.99 bis B.119 des Anhanges B zeigen die entsprechenden Bilder aller Prüfkörper mit Dehnmessstreifen.

Mit den in Bild 3.1.3 mit 0 und 1 nummerierten Dehnmessstreifen, DMS 0 und DMS 1, vor der Verklebung ( $x = -30$  mm) kann eine Überprüfung auf eine mögliche exzentrische Lasteinleitung erfolgen. Bild 3.2.11 zeigt ein typisches Diagramm für das Verhältnis der Dehnungen

$$\varepsilon_{\text{DMS0}} / \varepsilon_{\text{DMS1}} \quad (3.2.5)$$

dieser Dehnmessstreifen. Im Bereich höherer Dehnungen und damit höherer Lasten kann demnach von einer gleichförmigen Zugspannungsverteilung in der FVK-Lamelle ausgegangen werden. Ein Abheben der Lamelle durch eine exzentrische Belastung ist daher nicht anzunehmen.

Z1b3\_3a

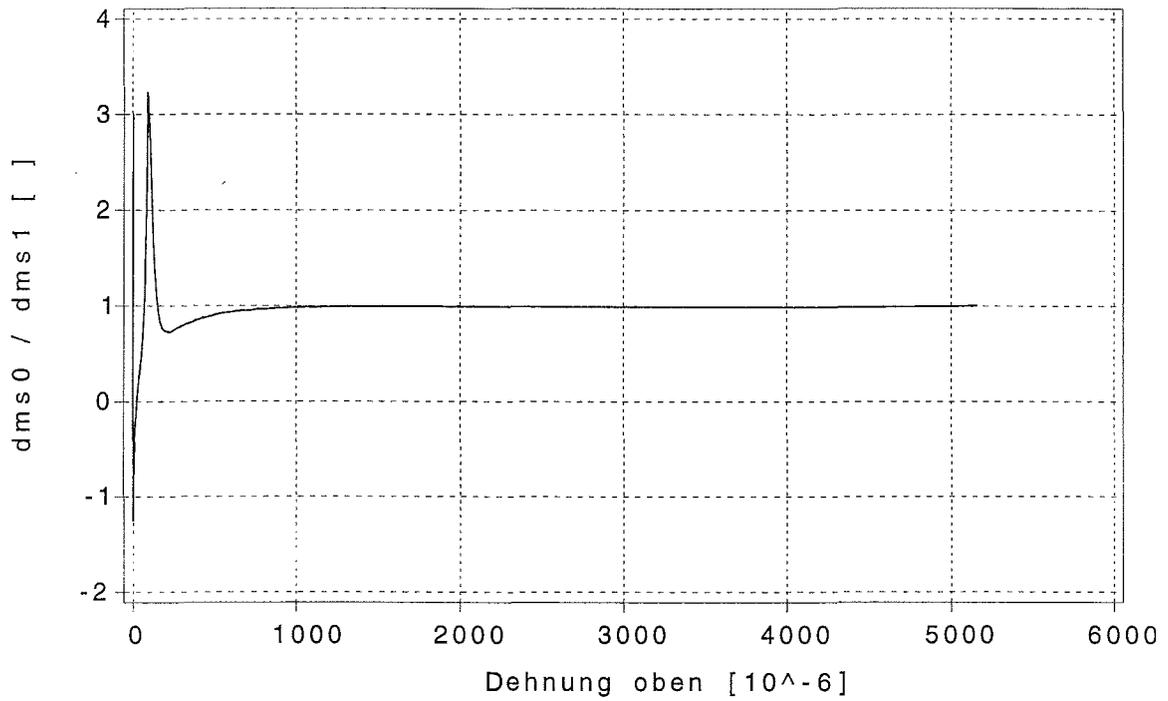


Bild 3.2.11: Verhältnis der Dehnungen an den Stellen 0 und 1 des Prüfkörpers z1b3\_3a

Die weitere Auswertung dieser Versuche erfolgte in Anlehnung an Luggin (2000).

Unter der Annahme eines geradlinigen Verlaufes der Dehnungen zwischen zwei Messstreifen gilt für  $\varepsilon$  zwischen  $\xi_i$  und  $\xi_{i+1}$ :

$$\varepsilon(\xi) = \frac{\varepsilon(\xi_{i+1}) - \varepsilon(\xi_i)}{\Delta\xi} \cdot \xi + \varepsilon(\xi_i) \quad (3.2.6)$$

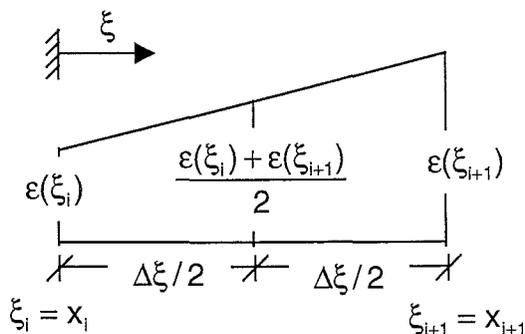


Bild 3.2.12: Angenommener Verlauf der Dehnungen zwischen zwei Dehnmessstreifen

Bild 3.2.13 zeigt die in Anlehnung an Luggin verwendete Methode zur Bestimmung der Relativverschiebung  $s$  zwischen FVK-Lamelle und Holz mit Hilfe der gemessenen Dehnungen.

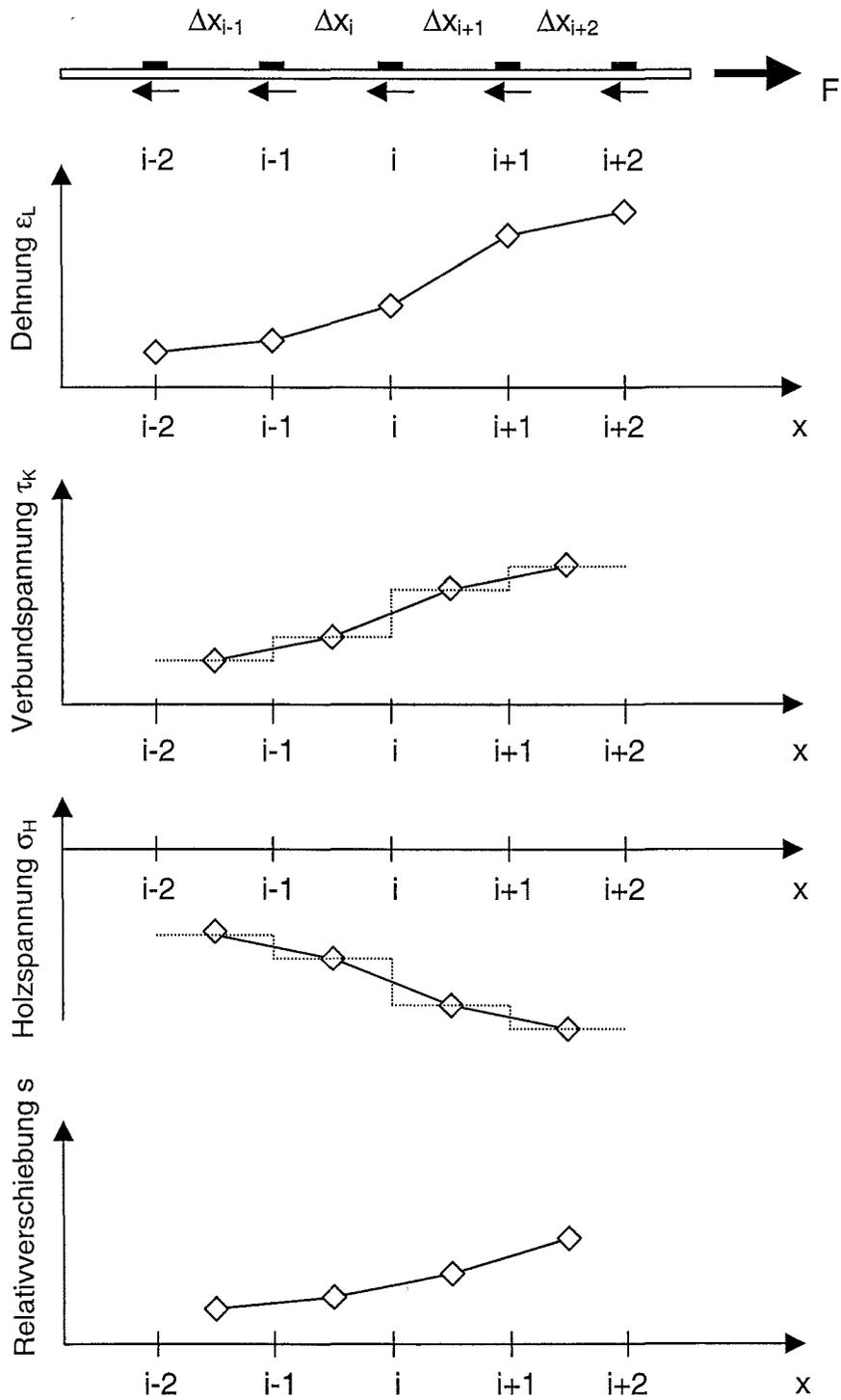


Bild 3.2.13: Systematik zur Berechnung der Spannungen und Verschiebungen aus den gemessenen Dehnungen

Es gilt:

$$\varepsilon = \frac{du}{d\xi} \quad (3.2.7)$$

Durch Integration kann die Verschiebung  $u(\xi)$  eines beliebigen Punktes zwischen  $\xi = \xi_i$  und  $\xi = \xi_{i+1}$  bestimmt werden:

$$u(\xi) = \int_0^{\xi} \varepsilon(\xi) \cdot d\xi = \int_0^{\xi} \left( \frac{\varepsilon(\xi_{i+1}) - \varepsilon(\xi_i)}{\Delta\xi} \xi + \varepsilon(\xi_i) \right) \cdot d\xi \quad (3.2.8)$$

$$u(\xi) = \left[ \frac{\varepsilon(\xi_{i+1}) - \varepsilon(\xi_i)}{\Delta\xi} \frac{\xi^2}{2} + \varepsilon(\xi_i) \cdot \xi \right]_0^{\xi} = \frac{\varepsilon(\xi_{i+1}) - \varepsilon(\xi_i)}{\Delta\xi} \frac{\xi^2}{2} + \varepsilon(\xi_i) \cdot \xi \quad (3.2.9)$$

Im Weiteren wird die Verschiebung des Mittelpunktes zwischen zwei Dehnmessstreifen verwendet

$$u\left(\frac{\Delta\xi}{2}\right) = \left( \frac{3}{8} \cdot \varepsilon(\xi_i) + \frac{1}{8} \cdot \varepsilon(\xi_{i+1}) \right) \cdot \Delta\xi \quad (3.2.10)$$

und die Verschiebungen des Punktes  $\xi = \Delta\xi$ :

$$u(\Delta\xi) = \frac{\varepsilon(\xi_{i+1}) + \varepsilon(\xi_i)}{2} \cdot \Delta\xi \quad (3.2.11).$$

Zu diesen Verschiebungen nach (3.2.10) und (3.2.11) wird die Verschiebung  $u(x_i)$  aus den vorhergehenden Abschnitten addiert.

Die Relativverschiebung  $s(x)$  zwischen FVK-Lamelle und Holz kann nun ausgehend vom unbelasteten Ende am Dehnmessstreifen DMS 8 bzw. DMS 10 (Bild 3.1.3), bei dem eine Relativverschiebung  $s(x) = 0$  angenommen wird, mit (3.2.10) berechnet werden zu

$$s(x_i + \Delta x_{i+1} / 2) = u(x_i) + u\left(\frac{\Delta x_{i+1}}{2}\right) \quad (3.2.12)$$

bzw.

$$s(x_{i+1}) = u(x_i) + u(\Delta x_{i+1}) \quad (3.2.13)$$

Bei der Berechnung der Relativverschiebungen nach (3.2.12) bzw. (3.2.13) wurden die Dehnungen des Holzes nicht berücksichtigt. Bei Berücksichtigung der Dehnungen des Holzes ergibt sich mit der Annahme einer gleichförmigen Druckspannung im Holzquerschnitt nach Hufbauer (2003) ein vernachlässigbar geringer Unterschied.

Wird nach Volkersen (1938) ein elastischer Zusammenhang zwischen den Verbundspannungen  $\tau$  und den Relativverschiebungen  $s$  nach

$$\tau = k \cdot s \quad (3.2.14)$$

angenommen, kann die Verbundsteifigkeit  $k$  aus den Versuchsergebnissen berechnet werden. Für die Prüfkörper mit acht Dehnmessstreifen nach Bild 3.1.3 (Verkleblänge  $l_v = 300$  mm) wurde (3.2.14) an fünf Stellen ausgewertet. Für die Prüfkörper mit einer Verkleblänge  $l_v = 500$  mm und zehn Dehnmessstreifen, erfolgte die Auswertung an sieben Stellen. Bild 3.2.14 zeigt einen typischen Verlauf der Verbundsteifigkeit für einen Prüfkörper.

z1b4\_3

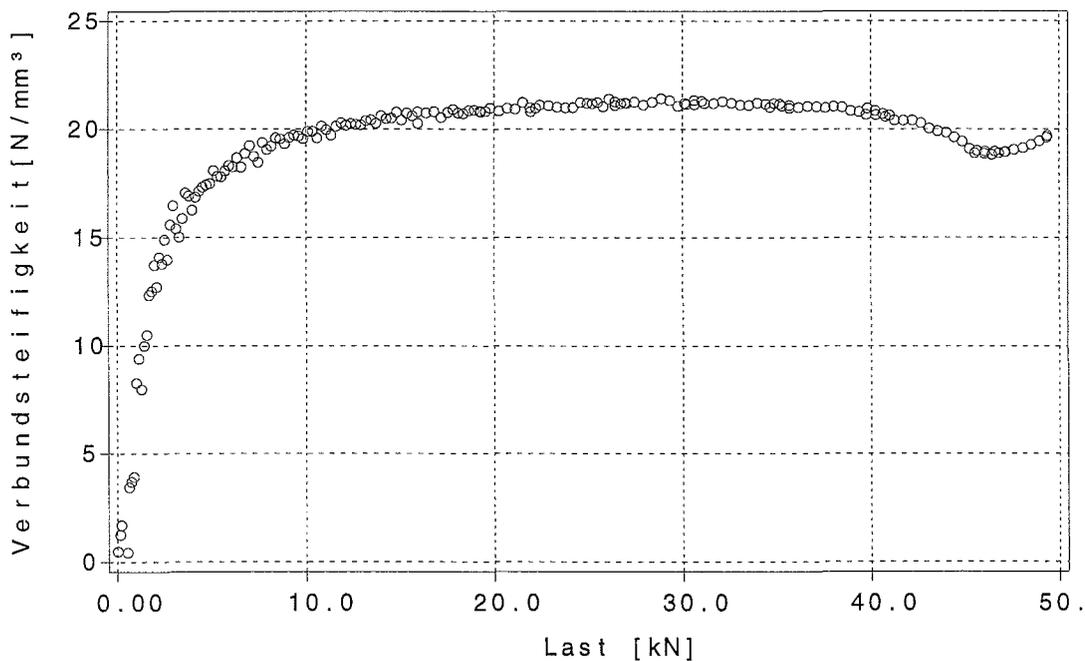


Bild 3.2.14: Verlauf der Verbundsteifigkeit  $k$  an der Stelle  $x = 90$  mm für den Prüfkörper z1b4\_3 über der Belastung

Die Ergebnisse der Auswertung für den Bereich zwischen den Dehnmessstreifen 0 und 1 und dem Dehnmessstreifen 2 nach Bild 3.1.3 wurden aufgrund der unregelmäßigen Spannungsverteilung, wie sie beispielsweise in den Bildern 3.2.9 und 3.2.10 gezeigt ist, nicht berücksichtigt. Die Messwerte des letzten Paares der Dehnmessstreifen wurden ebenfalls nicht berücksichtigt, da die geringen Dehnungen bei der gegebenen Messgenauigkeit nicht verwendet werden konnten. Aus diesem Grunde wurde auch bei den verwendeten Dehnmessstreifenpaaren der Bereich, der für die Auswertung nach (3.2.14) verwendet wurde, auf einen Lastbereich  $10 \text{ kN} < F < 35 \text{ kN}$  beschränkt. Die untere Grenze liegt in der Messgenauigkeit der Dehnmessstreifen begründet, da die Dehnmessstreifen in größerer Entfernung von der Lasteinleitung erst bei höheren Lasten zuverlässige Messwerte erfassen. Die obere Grenze soll gewährleisten, dass auch bei Dehnmessstreifen nahe der Lasteinleitung ein elastisches Materialverhalten vorliegt. Zudem erreichte der Prüfkörper z3b3\_5 nur eine Höchstlast von 35 kN.

Die Bilder 3.2.15 und 3.2.16 zeigen die nach (3.2.14) berechneten Verbundsteifigkeiten der Prüfkörper z1b4\_3 und z1b4\_4. Die Mittelwerte der berücksichtigten Messdaten sind jeweils mit Linien verbunden.

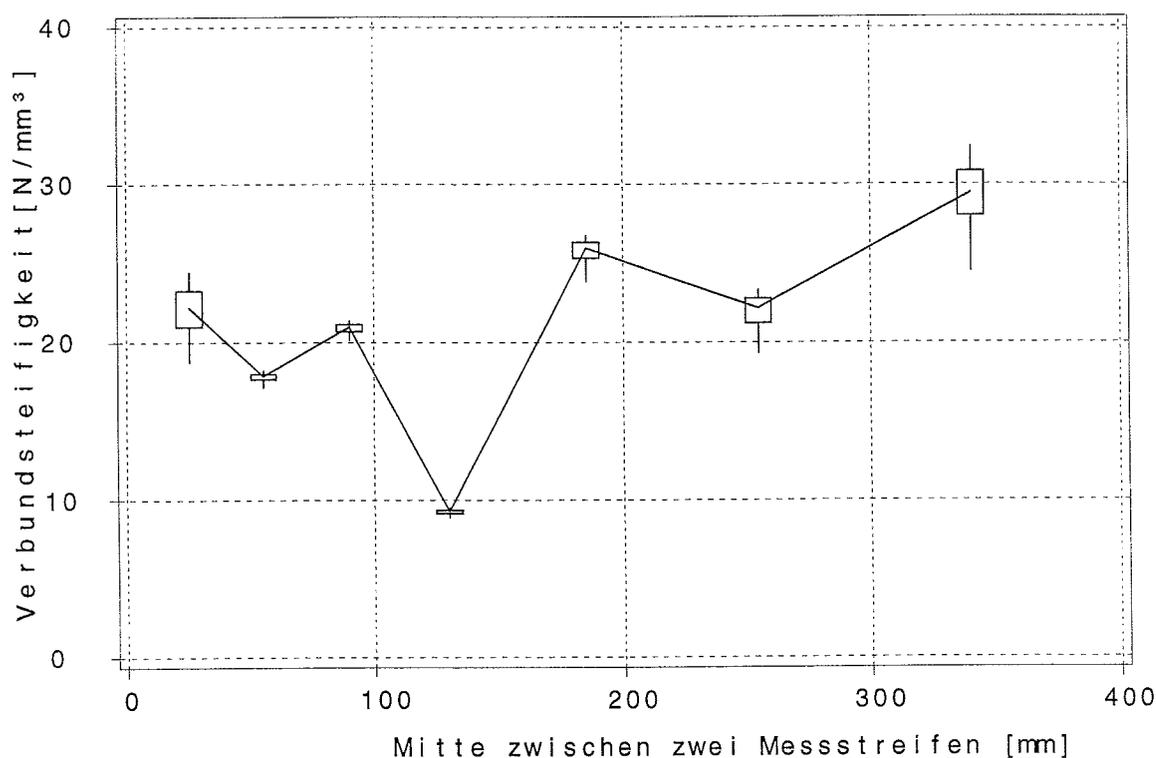


Bild 3.2.15: Verbundsteifigkeiten nach (3.2.14) des Prüfkörpers z1b4\_3

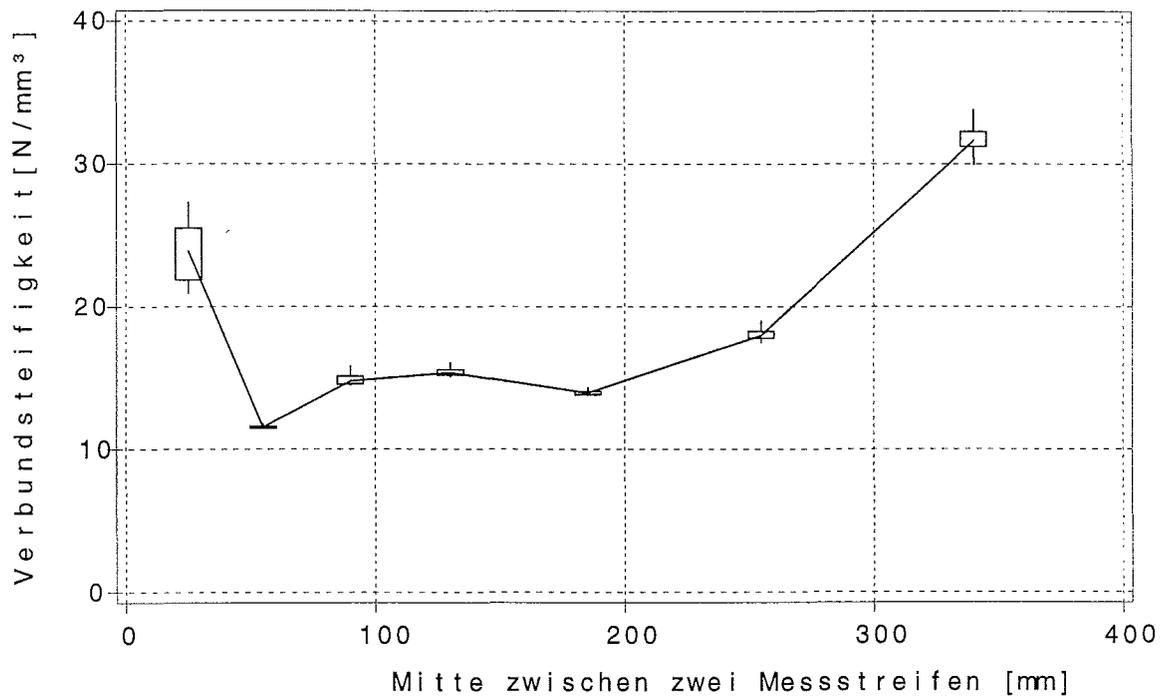


Bild 3.2.16: Verbundsteifigkeiten nach (3.2.14) des Prüfkörpers z1b4\_4

Tabelle 3.2.1 enthält die Mittelwerte der nach Gleichung (3.2.14) ermittelten Verbundsteifigkeiten.

Tabelle 3.2.1: Mittelwerte der Verbundsteifigkeiten  $k$  [N/mm<sup>3</sup>] nach (3.2.14)

Prüfkörper	$(x_i+x_{i+1})/2$ [mm]						
	25	55	90	130	185	255	340
z1b3_3a	41,99	24,82	28,91	33,63	62,18		
z1b3_4a	36,69	24,07	28,79	34,45	54,17		
z1b3_5	24,32	38,64	32,96	38,95	63,11		
z2b3_3	36,42	31,94	33,23	44,73	93,71		
z2b3_4	30,22	25,68	33,42	45,07	84,12		
z2b3_5	19,70	25,81	33,85	118,41	-54,70		
z3b3_3f	konnte aufgrund fehlerhafter Messdatenerfassung nicht ausgewertet werden						
z3b3_4c	21,53	26,86	28,06	35,41	51,93		
z3b3_5	31,44	24,94	25,01	31,53	47,76		
z1b4_3	22,10	17,80	20,85	9,25	25,83	22,00	29,22
z1b4_4	24,34	11,58	14,96	15,50	14,03	18,23	31,70
z1b4_5a	27,40	14,51	16,48	13,29	14,94	17,68	30,08
z2a4_3a	28,48	26,83	23,08	23,85	23,25	26,70	40,90
z2a4_4	37,14	22,59	26,93	20,01	22,22	26,83	47,21
z2a4_5	32,83	26,39	24,48	27,22	23,14	24,19	37,50
z2b4_3e	20,89	28,11	31,49	23,85	17,44	23,83	40,04
z2b4_4a	24,22	19,25	15,00	18,92	15,84	20,77	43,56
z2b4_5a	23,68	30,50	14,41	18,27	16,40	24,18	37,64
z3b4_3	21,67	23,61	21,06	19,07	15,88	13,53	18,39
z3b4_4	17,74	25,40	14,33	16,90	16,64	18,12	20,39
z3b4_5	28,61	19,68	14,12	14,47	15,54	10,19	16,33

Tabelle 3.2.2: 5%- und 95%-Quantilen und Medianwerte der Verbundsteifigkeiten  $k$  [N/mm<sup>3</sup>]

Klebertyp	5%-Quantile	Median	95%-Quantile
a (n = 63)	14,3	23,1	40,0
b (n = 60)	13,3	28,9	63,1
a und b (n = 123)	14,3	24,3	51,9

### 3.3 Regelungen im Stahlbetonbau

Das Problem der Verbundbeanspruchung ist ein zentrales Problem bei der Bewehrung mit Bewehrungsstahl oder mit aufgeklebten Verstärkungen im Stahlbetonbau. Die Ansätze des Stahlbetonbaus für diese Gebiete sollen hier kurz dargestellt werden. Dabei richtet sich das Augenmerk im Rahmen dieses Berichtes auf die Schubspannungen im Bereich von Endverankerungen. Im Stahlbetonbau treten Schubspannungen auch im Bereich hoher Biegebeanspruchung auf, da zwischen den Biegezugrissen im Zustand II die Zugkraft der Bewehrung teilweise wieder in den Beton eingeleitet wird (Bild 3.3.1 und Bild 3.3.2).

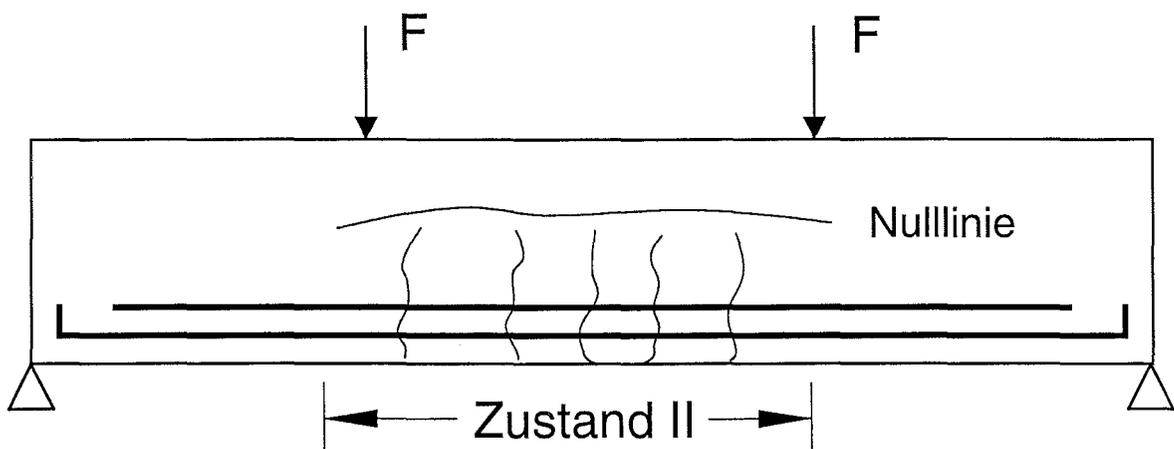


Bild 3.3.1: Biegezugrisse an einem Stahlbetonbalken im hochbeanspruchten Bereich

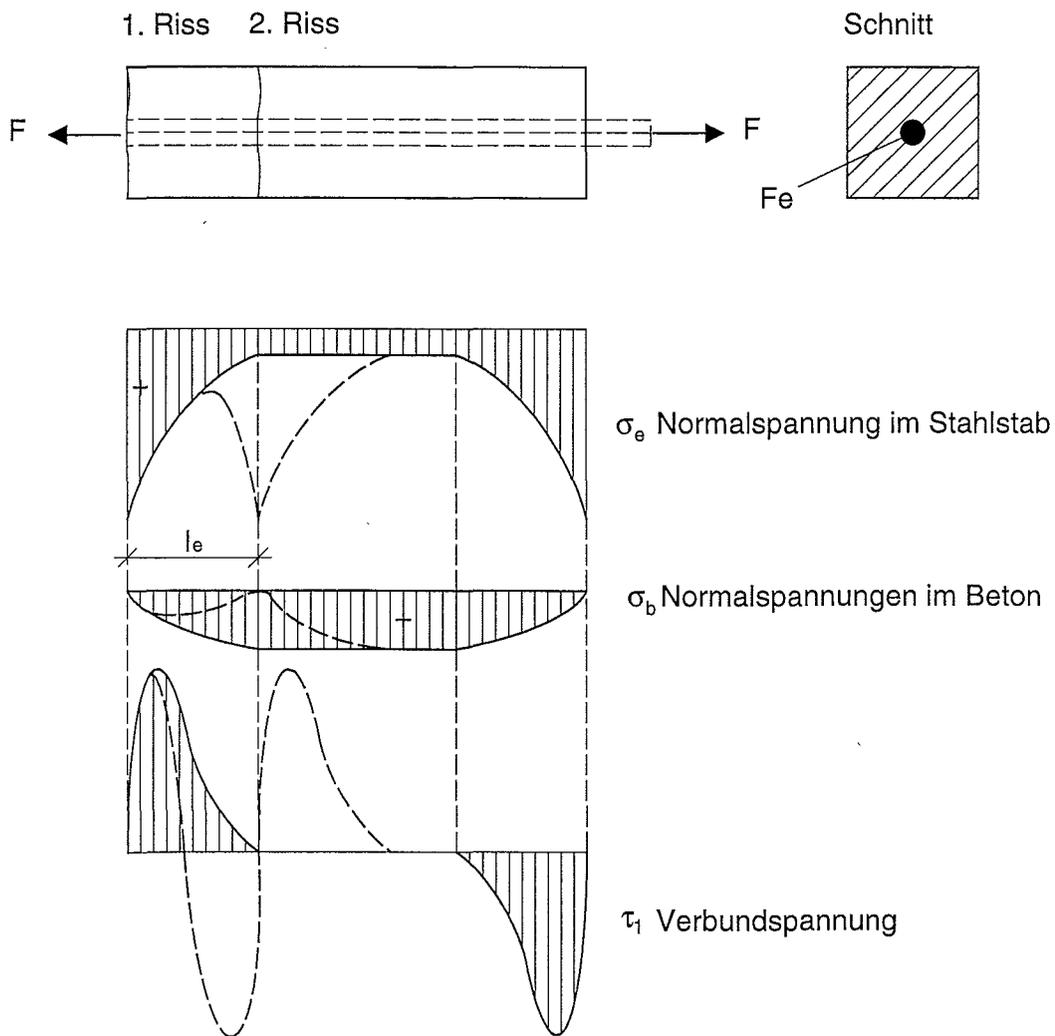


Bild 3.3.2: Verlauf der Spannungen zwischen zwei Biegezugrissen  
(nach Leonhardt (1973))

Ein Bereich entsprechend dem Zustand II eines Stahlbetonträgers konnte bei den durchgeführten Versuchen mit Biegeträgern aus Brettschichtholz beider Forschungsvorhaben nicht beobachtet werden, siehe hierzu auch die in Abschnitt 4 dargestellten Ergebnisse der Versuche mit verstärkten Biegeträgern.

Den Schubspannungen infolge einer Endverankerung sind die Schubspannungen infolge veränderlicher Biegemomente und damit veränderlicher Zugbeanspruchung der Verstärkung zu überlagern.

Nach Leonhardt und Mönning (1977) ist die Schubspannung entlang des Einleitungsreiches ungleichförmig verteilt, wie in Bild 3.3.3 dargestellt.

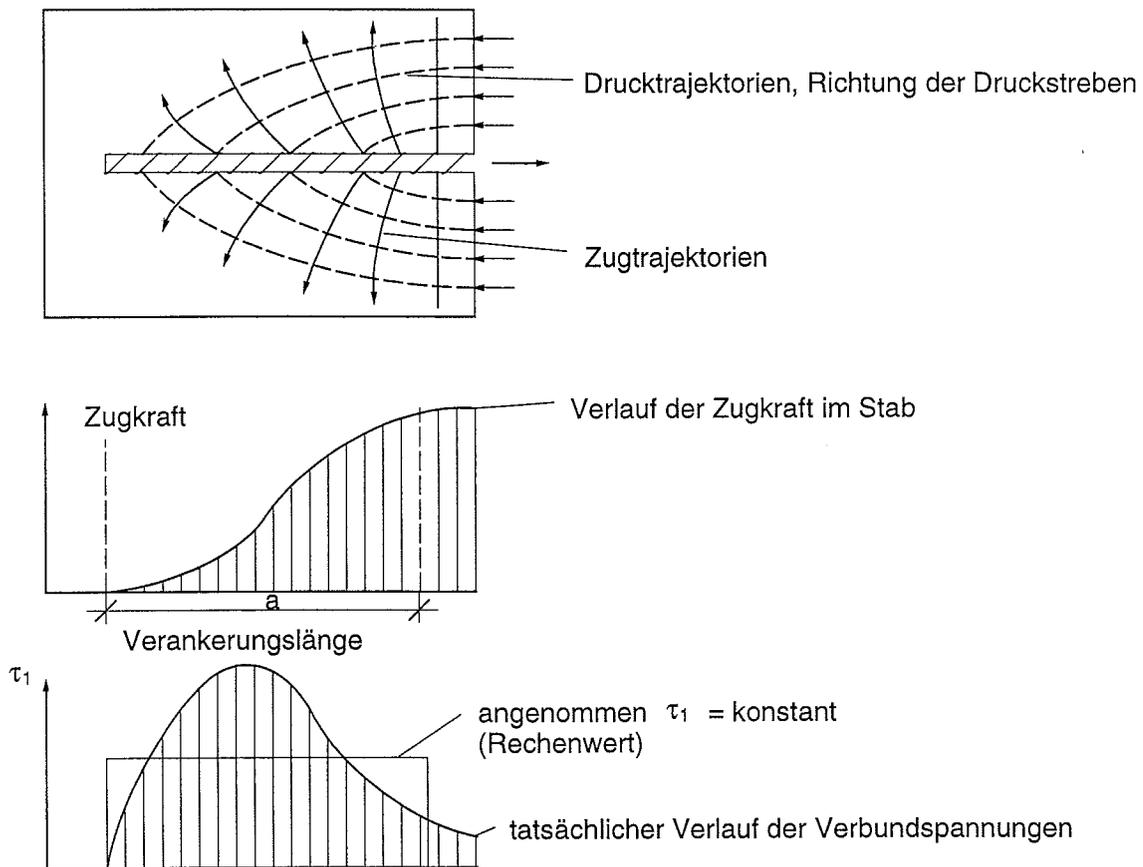


Bild 3.3.3: Verlauf der Spannung im Einleitungsbereich eines Bewehrungsstabes nach Leonhardt und Mönning (1977)

Die in Bild 3.3.3 dargestellten Spannungsverläufe sind nur mit Hilfe einer sehr aufwendigen Elastizitätstheorie mechanisch abzubilden (Allmann (1976)).

In den Bemessungsnormen des Stahlbetonbaus (DIN 1045 oder EC2 Teil 1.1) wird eine konstante Verbundspannung zugrunde gelegt. Bei der Ermittlung der Verbundfestigkeit kommt daher der Geometrie des Prüfkörpers eine große Bedeutung zu.

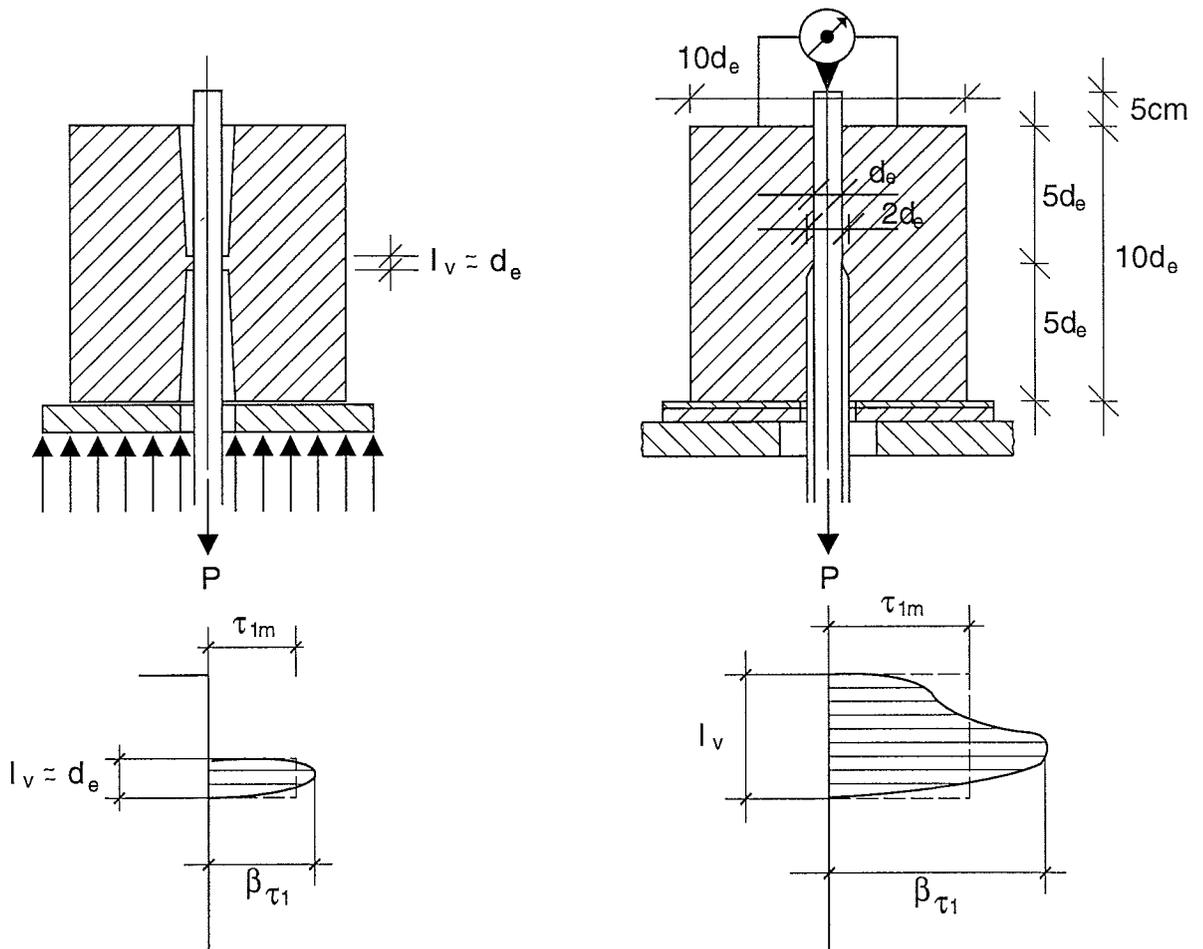


Bild 3.3.4: Prüfkörper für Ausziehversuche und Verlauf der Schubspannungen nach Leonhardt und Mönning (1973)

Nach Leonhardt und Mönning (1973) sind Sicherheitsbeiwerte von  $v \approx 3$  bei der Bestimmung der zulässigen Verbundspannungen der DIN 1045 (1972) mit Hilfe der mittleren Festigkeiten  $\tau_{1m}$  der Versuche vorhanden und Sicherheitsbeiwerte von  $v \approx 5$  bis  $6$  bei einem Vergleich der zulässigen Werte mit den Größtwerten der Schubfestigkeit  $\beta_{\tau_1}$ .

Bei den entwickelten Modellen zur Abbildung des Verbundverhaltens bei auf Stahlbetonbauteilen aufgeklebten Verstärkungen wurde der nichtlineare Spannungsverlauf berücksichtigt (Rostásy et al. (1996)). Bild 3.3.5 zeigt den typischen Schubspannungsverlauf eines Scherkörpers mit aufgeklebter Lasche nach Rostásy et al. (1996).

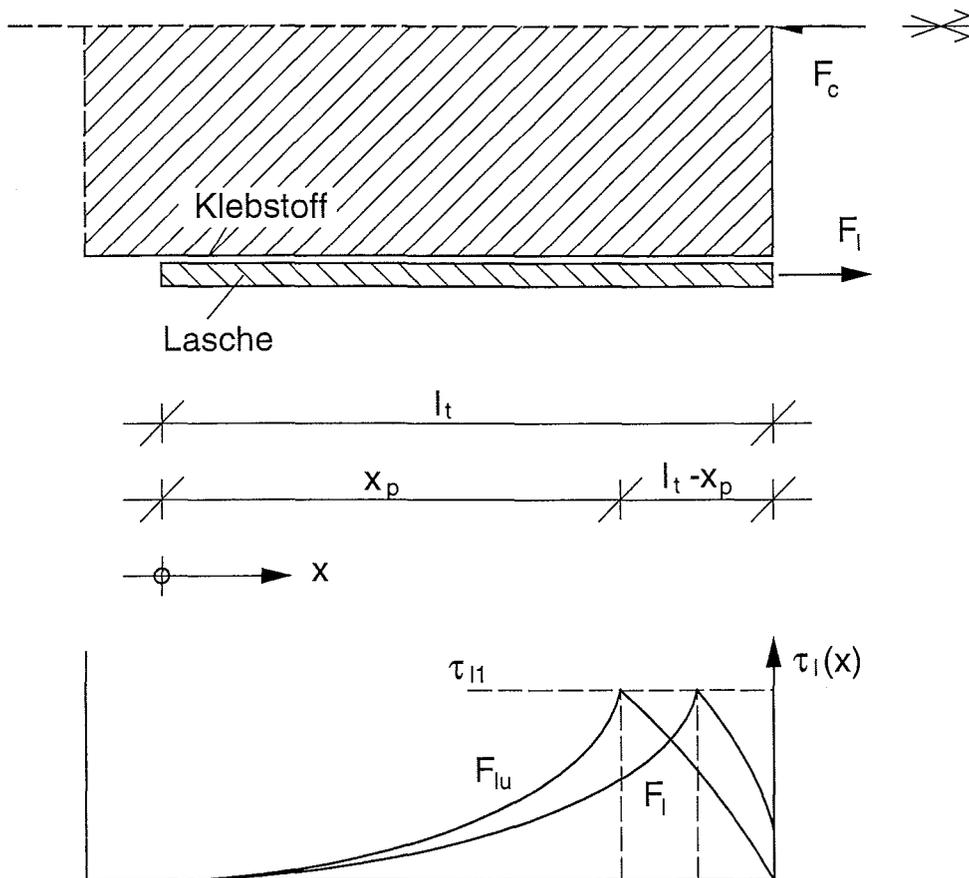


Bild 3.3.5: Typischer Schubspannungsverlauf eines Scherkörpers nach Rostásy et al. (1996)

Entscheidende Bedeutung kommt dabei dem gewählten Verbundansatz zu. Dieser Ansatz beschreibt den Zusammenhang zwischen den Verbundspannungen  $\tau(x)$  und den Relativverschiebungen  $s(x)$  zwischen Beton und aufgeklebter Lasche.

Das Bruchverhalten wird von Holzenkämpfer (1997) folgendermaßen beschrieben:

„Die Kraft-Verschiebungslinien steigen steil an, bis kaum noch Laststeigerung möglich ist und gehen dann in ein horizontales Plateau über. Die Zunahme der Verschiebung ohne Kraftsteigerung geht einher mit einem vom belasteten Laschenende fortschreitenden parallel zur Klebfläche wenige Millimeter über der Klebschicht verlaufenden Verbundriß im Beton, der auch mit bloßem Auge deutlich sichtbar ist.“

Bild 3.3.6 zeigt Dehnungen an der aufgeklebten Lasche und die Relativverschiebung zwischen Lasche und Betonkörper im Bereich der Lasteinleitung der von Holzenkämpfer (1997) durchgeführten Abscherversuche mit auf Beton aufgeklebten Laschen (Bild entnommen aus Holzenkämpfer (1997), mit Genehmigung des DAfStb).

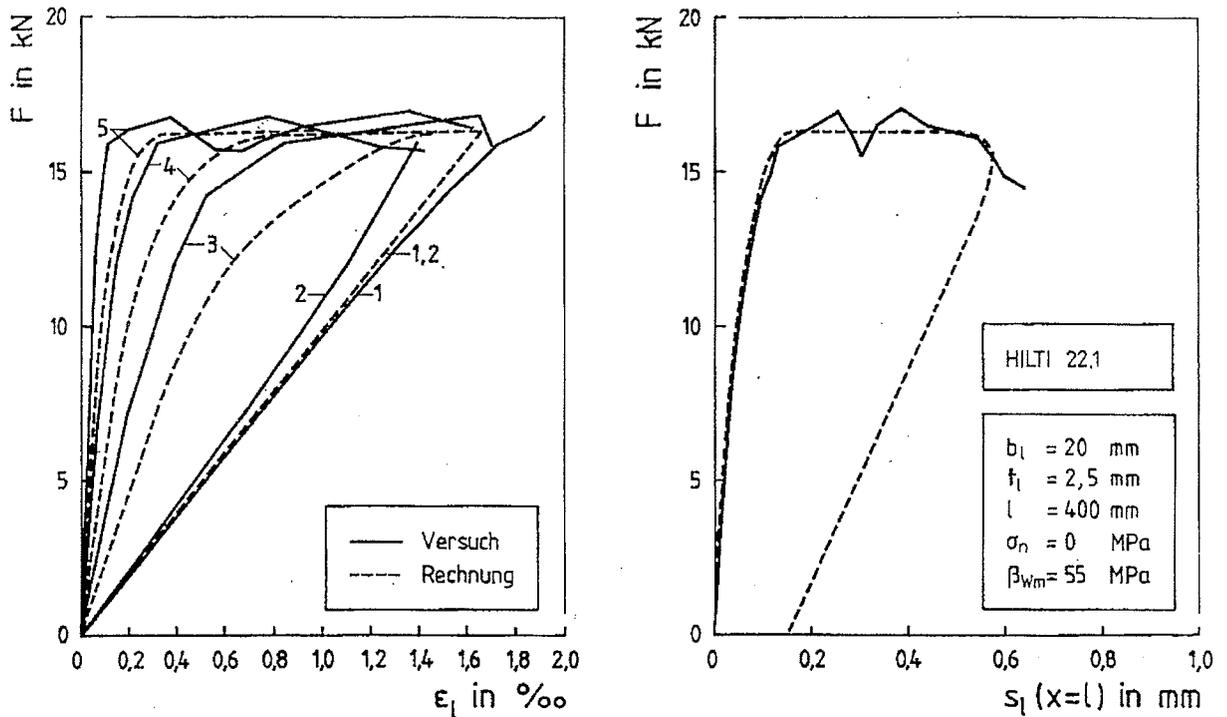


Bild 3.3.6: Last-Verschiebungskurven eines Versuchs von Holzenkämpfer (1997)

Um dieses Risswachstum modellieren zu können, verwendet Holzenkämpfer die Ansätze der Bruchmechanik und einen bilinearen Verbundansatz. Die Fläche unter der Kurve des Bild 3.3.7 entspricht der kritischen Bruchenergie  $G$ , die für ein Risswachstum erforderlich ist. Da der Riss im Betonquerschnitt wächst, ist diese Bruchenergie u.a. von der Oberflächenzugfestigkeit des Betons abhängig.

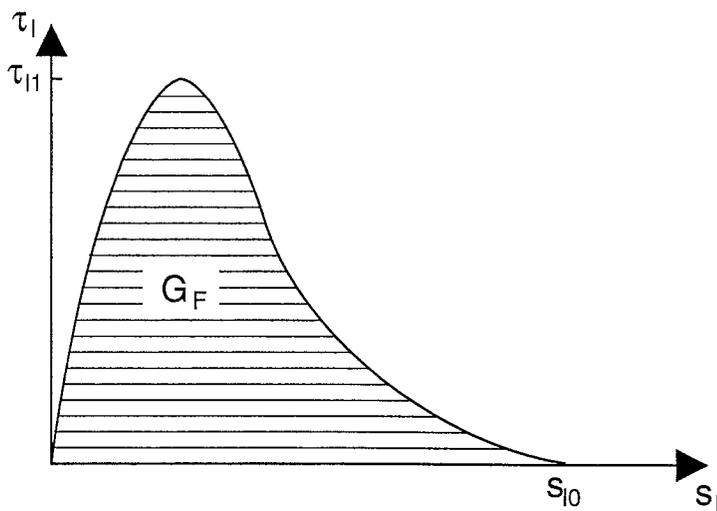


Bild 3.3.7: Verbundansatz von Holzenkämpfer (1997)

### 3.4 Vorschlag für die Bemessung

Das von Holzenkämpfer (1997) beschriebene stabile Risswachstum war bei den Scherversuchen nicht zu beobachten. Die meisten Prüfkörper zeigten ein sprödes Verhalten wie beispielsweise in Bild 3.2.1 dargestellt, siehe dazu auch die Bilder B.1 bis B.98 des Anhangs. Prüfkörper, die ihre Tragfähigkeit bei Beginn eines Risswachstums nicht sofort vollständig einbüßten, wie beispielsweise im Last-Verschiebungsdiagramm in Bild 3.2.2 dargestellt, erreichten keine höhere Traglast als zu Beginn des Risswachstums. Für die Tragfähigkeit scheint daher die Rissinitiierung maßgebend zu sein, der dann in den meisten Fällen ein instabiles, sehr schnelles Risswachstum folgt. Daher ist die Anwendung des bruchmechanischen Ansatzes, wie er von Holzenkämpfer (1997) bei der Untersuchung von verstärkten Stahlbetontragwerken zugrundegelegt wurde, nicht auf den Holzbau zu übertragen.

Die Belastung, die zu einer Rissinitiierung führt, soll mit einem einfachen Spannungsnachweis ermittelt werden. Hierzu wird die Theorie von Volkersen (1938) angewendet. Als erste Vereinfachung wird demnach die Abnahme der Schubspannungen zum Lashenende hin nicht berücksichtigt. Diese Vereinfachung führt zu größeren Werten der Schubspannung und liegt damit auf der sicheren Seite.

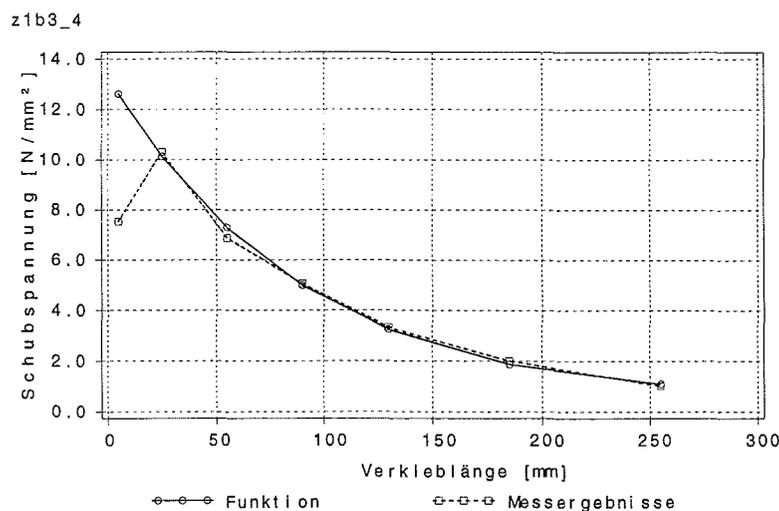


Bild 3.4.1: Angepasste Funktion nach Volkersen und gemessene Schubspannungen

In Anlehnung an Volkersen wird eine linear-elastische Beziehung nach (3.2.14) angenommen. Wie bei Holzenkämpfer (1997) wird im weiteren die Biegeverformung nicht

berücksichtigt. Daher treten keine Spannungen normal zur Klebfläche auf. Modelle, die die Biegeverformungen berücksichtigen, wie beispielsweise dasjenige nach Allman (1977), sind aufgrund der komplizierten Gleichungen für die Anwendung in der Ingenieurpraxis ungeeignet. Unter Vernachlässigung der Biegebeanspruchung gilt

$$\varepsilon_L = \frac{du_L}{dx}, \quad \sigma_L = E_L \cdot \frac{du_L}{dx} \quad (3.4.1),$$

$$\varepsilon_H = \frac{du_H}{dx}, \quad \sigma_H = E_H \cdot \frac{du_H}{dx} \quad (3.4.2).$$

Die in den Werkstoffen wirkenden Normalkräfte ergeben sich zu

$$N_L = E_L \cdot A_L \cdot \frac{du_L}{dx} \quad (3.4.3),$$

$$N_H = E_H \cdot A_H \cdot \frac{du_H}{dx} \quad (3.4.4).$$

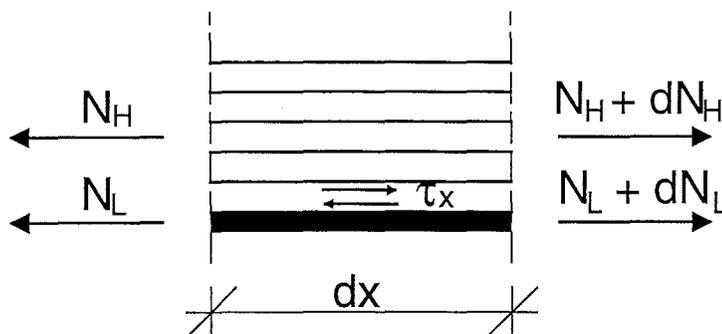


Bild 3.4.2: Gleichgewichtsbetrachtung am differentiellen Element

Mit den Bezeichnungen nach Bild 3.4.2 folgt aus den Gleichgewichtsbedingungen

$$dN_H + dN_L = 0 \quad (3.4.5)$$

und

$$\tau \cdot b \cdot dx = -dN_H \quad (3.4.6)$$

und schließlich

$$\tau \cdot b = -\frac{dN_H}{dx} \quad (3.4.7).$$

Die Relativverschiebung  $s$  zwischen der Verstärkungslamelle und dem Brettschicht-holzträger ist

$$s = u_L - u_H \quad (3.4.8)$$

und mit (3.4.1) und (3.4.2)

$$s'(x) = \frac{du_L}{dx} - \frac{du_H}{dx} = \frac{\sigma_L}{E_L} - \frac{\sigma_H}{E_H} \quad (3.4.9)$$

und

$$s'(x) = \frac{N_L}{E_L \cdot A_L} - \frac{N_H}{E_H \cdot A_H} \quad (3.4.10).$$

Die zweite Ableitung von (3.4.8) ist

$$s''(x) = \frac{1}{E_L \cdot A_L} \frac{dN_L}{dx} - \frac{1}{E_H \cdot A_H} \frac{dN_H}{dx} \quad (3.4.11).$$

Mit (3.4.5) folgt

$$s''(x) = - \left( \frac{1}{E_L \cdot A_L} + \frac{1}{E_H \cdot A_H} \right) \frac{dN_H}{dx} \quad (3.4.12)$$

und schließlich mit (3.4.7)

$$s''(x) = \left( \frac{1}{E_L \cdot A_L} + \frac{1}{E_H \cdot A_H} \right) \cdot \tau \cdot b \quad (3.4.13).$$

Unter der Annahme einer linear elastischen Beziehung zwischen der Schubspannung  $\tau$  und der Relativverschiebung  $s$  nach

$$\tau = k \cdot s \quad (3.2.14)$$

folgt die homogene Differentialgleichung 2. Ordnung

$$s''(x) = \left( \frac{1}{E_L \cdot A_L} + \frac{1}{E_H \cdot A_H} \right) \cdot k \cdot b \cdot s(x) \quad (3.4.14).$$

Mit

$$\omega^2 = \left( \frac{1}{E_L \cdot A_L} + \frac{1}{E_H \cdot A_H} \right) \cdot k \cdot b \quad [1/\text{mm}^2] \quad (3.4.15)$$

folgt

$$s''(x) - \omega^2 \cdot s(x) = 0 \quad (3.4.16).$$

Die Lösung von (3.4.16) lautet

$$s(x) = C_1 \cdot \sinh(\omega \cdot x) + C_2 \cdot \cosh(\omega \cdot x) \quad (3.4.17).$$

Die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  können aus den Randbedingungen unter Verwendung der ersten Ableitung von (3.4.17)

$$s'(x) = C_1 \cdot \omega \cdot \cosh(\omega \cdot x) + C_2 \cdot \omega \cdot \sinh(\omega \cdot x) \quad (3.4.18)$$

bestimmt werden.

Für die Zugscherversuche nach Bild 3.1.1 ergeben sich die Randbedingungen

$$N_L(x=0) = N_L \quad (3.4.19),$$

$$N_H(x=0) = -N_L \quad (3.4.20),$$

$$N_L(x=-l) = 0 \quad (3.4.21)$$

und

$$N_H(x=-l) = 0 \quad (3.4.22)$$

und schließlich

$$s'(-l) = 0 \quad (3.4.23)$$

und

$$s'(0) = \frac{N_L}{E_L \cdot A_L} - \frac{-N_L}{E_H \cdot A_H} \quad (3.4.24).$$

Es folgt nach Lösung des Gleichungssystems, das sich aus der Berücksichtigung der Randbedingungen ergibt,

$$s(x) = \frac{N_L}{\omega} \cdot \left( \frac{1}{E_L \cdot A_L} + \frac{1}{E_H \cdot A_H} \right) \cdot (\cosh(\omega \cdot x) \cdot \coth(\omega \cdot l) + \sinh(\omega \cdot x)) \quad (3.4.25).$$

Es ist zu beachten, dass  $x$ , aufgrund des Versuchsaufbaus und der Annahme der Lasteinleitung bei  $x = 0$ , entlang der Verklebung in negativer Richtung verläuft.

Aufgrund der getroffenen Annahme, dass für die Tragfähigkeit das Erreichen der Schubfestigkeit bei  $x = 0$  bestimmend ist, ist die Relativverschiebung im Bereich der Lasteinleitung von Interesse

$$s(0) = N_L \cdot \left( \frac{1}{A_L \cdot E_L} + \frac{1}{A_H \cdot E_H} \right) \cdot \coth(\omega \cdot l) \quad (3.4.26).$$

Schließlich folgt für die Schubspannung im Bereich der Lasteinleitung

$$\tau(0) = k \cdot s(0) \quad (3.4.27).$$

Die Bilder 3.4.3 bis 3.4.7 zeigen die Bruchlast der Scherversuche über der Verkleblänge.

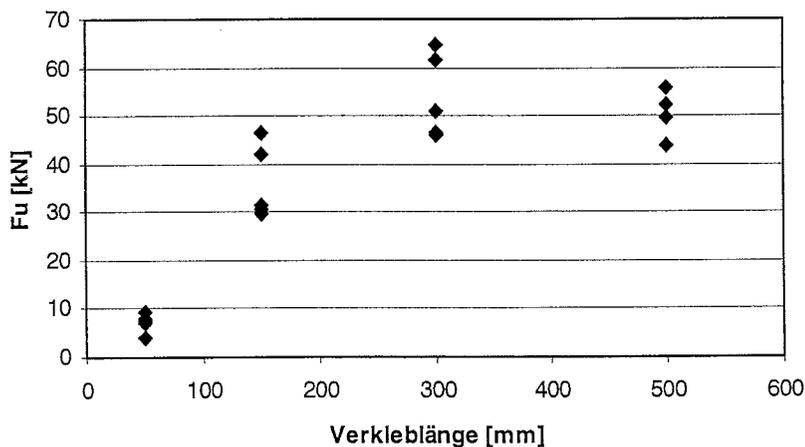


Bild 3.4.3: Bruchlast über der Verkleblänge; Lamellentyp 1, Kleber b

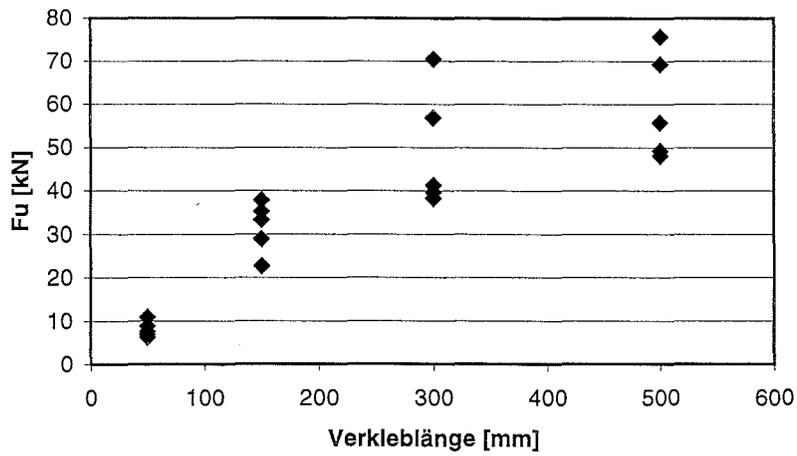


Bild 3.4.4: Bruchlast über der Verkleblänge; Lamellentyp 2, Kleber a

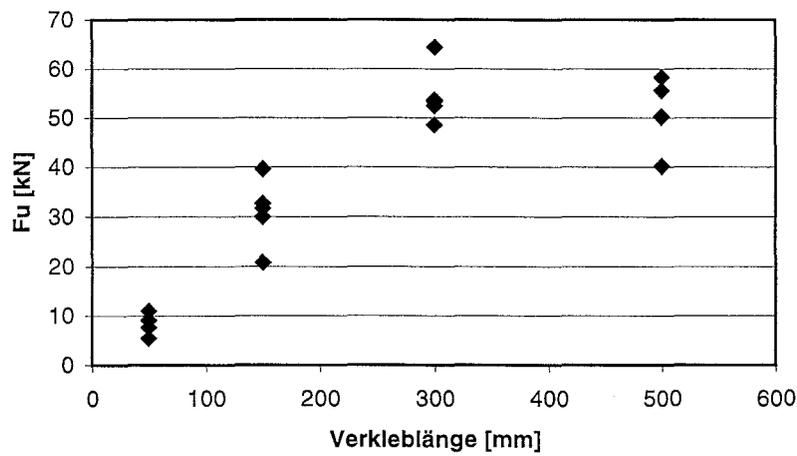


Bild 3.4.5: Bruchlast über der Verkleblänge; Lamellentyp 2, Kleber b

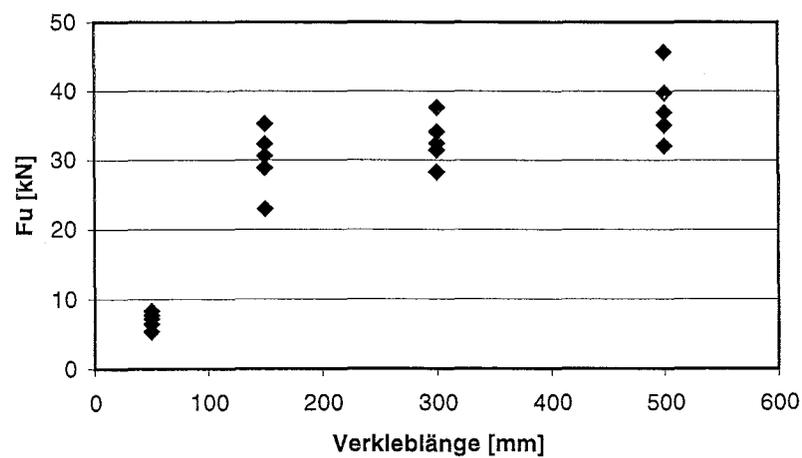


Bild 3.4.6: Bruchlast über der Verkleblänge; Lamellentyp 3, Kleber a

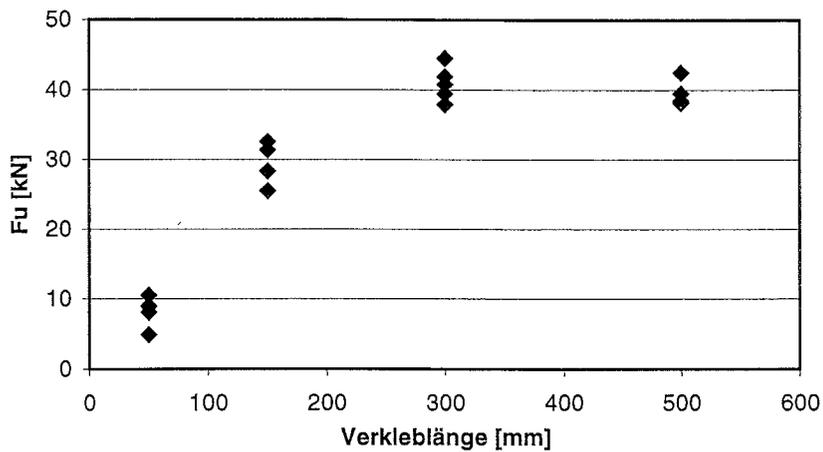


Bild 3.4.7: Bruchlast über der Verkleblänge; Lamellentyp 3, Kleber b

Offensichtlich wird bei längeren Verkleblängen als  $l = 300$  mm keine höhere Tragfähigkeit erreicht. Ist die angenommene Hypothese gültig, dass das Erreichen der Schubfestigkeit im Bereich der Lasteinleitung den Bruch einleitet, wirken daher längere Verkleblängen als 300 mm nicht mehr laststeigernd. Die Schubspannung  $\tau(0)$  nach (3.4.27) unter Berücksichtigung von (3.4.26) kann bei Verkleblängen größer als 300 mm hinreichend genau unter der Annahme einer Verkleblänge von 300 mm berechnet werden. Der Term  $\coth(\omega \cdot l)$  ändert bei größeren Verkleblängen seinen Betrag nur noch geringfügig. Bild 3.4.8 zeigt die Verläufe der Funktion  $\coth(\omega \cdot l)$  für die drei untersuchten Lamellentypen in Abhängigkeit von der Verkleblänge. Die Verbundsteifigkeit  $k$  wurde nach Tabelle 3.2.2 zu  $k = 24,3$  N/mm<sup>3</sup> angenommen.

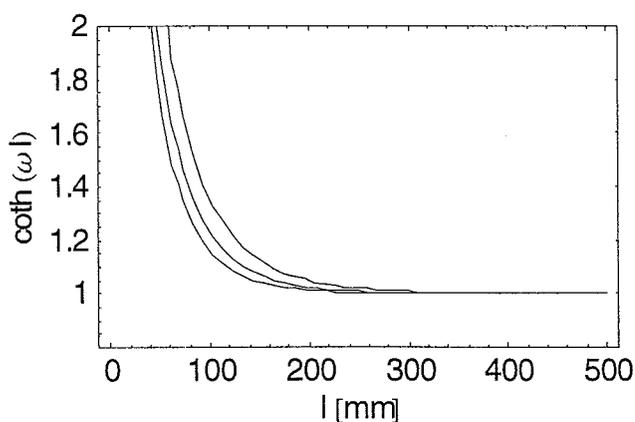


Bild 3.4.8: Verlauf der Funktion  $\coth(\omega \cdot l)$

Nach Bild 3.4.8 ist bereits ab einer Verkleblänge von  $l_v \approx 200$  mm kein Einfluss der Verkleblänge mehr zu erwarten.

Für die Randbedingungen des Verankerungsbereiches bei Biegeträgern gelten andere Annahmen als für diejenigen bei den Scherversuchen nach (3.4.19) bis (3.4.22).

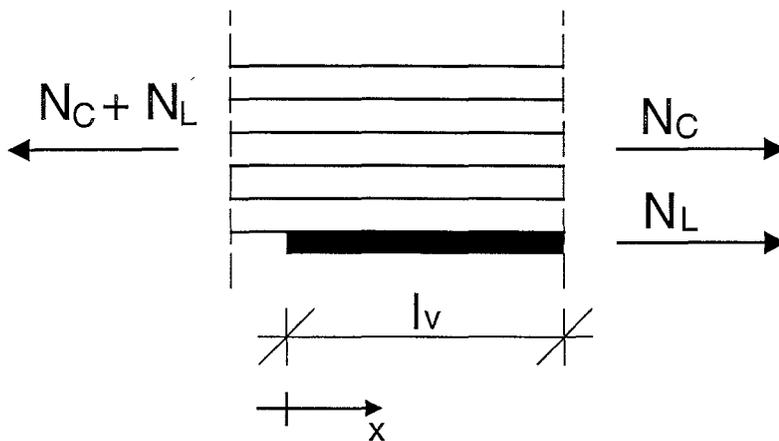


Bild 3.4.9: Zu den Randbedingungen im Bereich der Endverankerung

Folgende Annahmen für die Randbedingungen werden getroffen

$$N_L(x=0) = 0 \quad (3.4.28),$$

$$N_H(x=0) = N_L + N_C \quad (3.4.29),$$

die Normalkräfte werden im kurzen Verankerungsbereich als konstant angesehen.

In Bereichen des verstärkten Trägers mit  $x > l_v$  nach Bild 3.4.9 bleiben die Relativverschiebungen zwischen Verstärkungslamelle und Holzträger unberücksichtigt, damit folgt

$$s'(l_v) = 0 \quad (3.4.30).$$

Mit den Randbedingungen folgt

$$s(x) = \frac{N_C + N_L}{A_H \cdot E_H \cdot \omega} \cdot (\cosh(\omega \cdot x) \cdot \coth(\omega \cdot l_v) - \sinh(\omega \cdot x)) \quad (3.4.31)$$

und schließlich für die Relativverschiebung an der Stelle am Ende der FVK-Lamelle  $s(0)$

$$s(0) = \frac{N_C + N_L}{A_H \cdot E_H \cdot \omega} \cdot \coth(\omega \cdot l_v) \quad (3.4.32).$$

Da die resultierende Normalkraft im Holzquerschnitt negativ ist, bleibt diese im Weiteren unberücksichtigt. Die maximale Schubspannung am Ende der Verstärkungslasche ergibt sich demnach zu

$$\tau(0) = \frac{N_L}{A_H \cdot E_H \cdot \omega} \cdot \coth(\omega \cdot l_V) \cdot k \quad (3.4.33).$$

Wird bei Gleichung (3.4.25) berücksichtigt, dass die Verkleblänge über den Bereich  $x = 0$  mm bis  $x = -l_V$  verläuft und

$$\sinh(-x) = -\sinh(x) \quad (3.4.34)$$

gilt, wird deutlich, dass die Funktionen (3.4.25) und (3.4.31) sich nur durch den Wert der Konstanten unterscheiden, der variable Term aber identisch ist. Da somit der Schubspannungsverlauf bei Erreichen der Schubfestigkeit in beiden Konstruktionen identisch ist, kann auch von der selben Länge  $l_V = 200$  mm ausgegangen werden, ab der die Relativverschiebung konstant ist und die Bedingung (3.4.30) gilt.

Der Verankerungsbereich von FVK-Lamellen bei Biegeträgern kann demnach folgendermaßen bemessen werden:

- 1) Die Zug- oder Druckkraft an der Stelle 200 mm vor dem Ende der Verankerung wird als Integral der Biegenormalspannungen über die Fläche der FVK-Lamelle berechnet (Bild 3.4.10)

$$N_L = \int_z^{z^R} \sigma \cdot b \cdot dz \quad (3.4.35).$$

Da vor Erreichen der Tragfähigkeit ein Abschälen einer unter der FVK-Lamelle angebrachten Holzlamelle möglich ist, bleibt diese unberücksichtigt.

- 2) Die Schubspannungen am Ende der FVK-Lamelle ( $\xi$ ) wird mit Gleichung (3.4.33) berechnet zu:

$$\tau_V = \frac{N_L}{A_H \cdot E_H \cdot \omega} \cdot \coth(\omega \cdot 200 \text{ mm}) \cdot k \quad (3.4.36)$$

mit

$$\omega^2 = \left( \frac{1}{E_L \cdot A_L} + \frac{1}{E_H \cdot A_H} \right) \cdot k \cdot b \quad [1/\text{mm}^2] \quad (3.4.37),$$

$k = 51,9 \text{ N/mm}^3$  nach Tabelle 3.2.2 auf der sicheren Seite liegend als 95 %-Quantile. Die Querschnittsfläche einer Randlamelle aus Holz bleibt wegen eines eventuellen Abschälens wiederum unberücksichtigt.

- 3) Zu der Schubspannung  $\tau_V$  infolge der Verankerung der Zugkraft wird die Schubspannung infolge der Querkraft  $Q(x = \xi)$  addiert

$$\tau_Q = \frac{Q \cdot S_L \cdot E_L}{E I_{\text{ges}} \cdot b} \quad (3.4.38)$$

- 4) Der Schubspannungsnachweis

$$f_{V,d} \leq \tau_{V,d} + \tau_{Q,d} \quad (3.4.39)$$

ist zu führen.

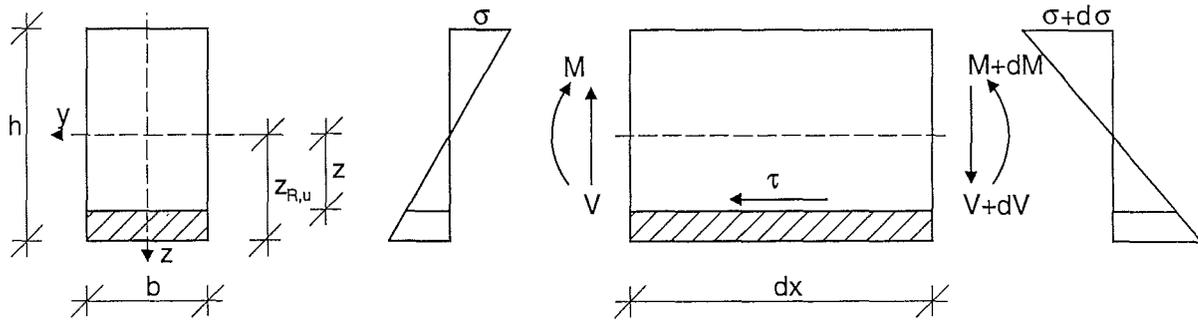


Bild 3.4.10: Zur Berechnung von  $N_L$  und  $\tau_Q$

Als Beispiel werden die Schubspannungsnachweise der drei Biegeträger der Serie KT\_10, siehe Abschnitt 4, geführt. Die FVK-Lamelle endete in einer Entfernung von  $x = \xi = 800$  mm von den Auflagern. Bild 3.4.11 zeigt den Verankerungsbereich des Prüfkörpers KT\_10.3 bei dem ein Abschälen der unteren Holzlamelle zu beobachten war. Ein Versagen des Verankerungsbereiches vor Erreichen der Tragfähigkeit konnte bei dieser Serie nicht festgestellt werden.

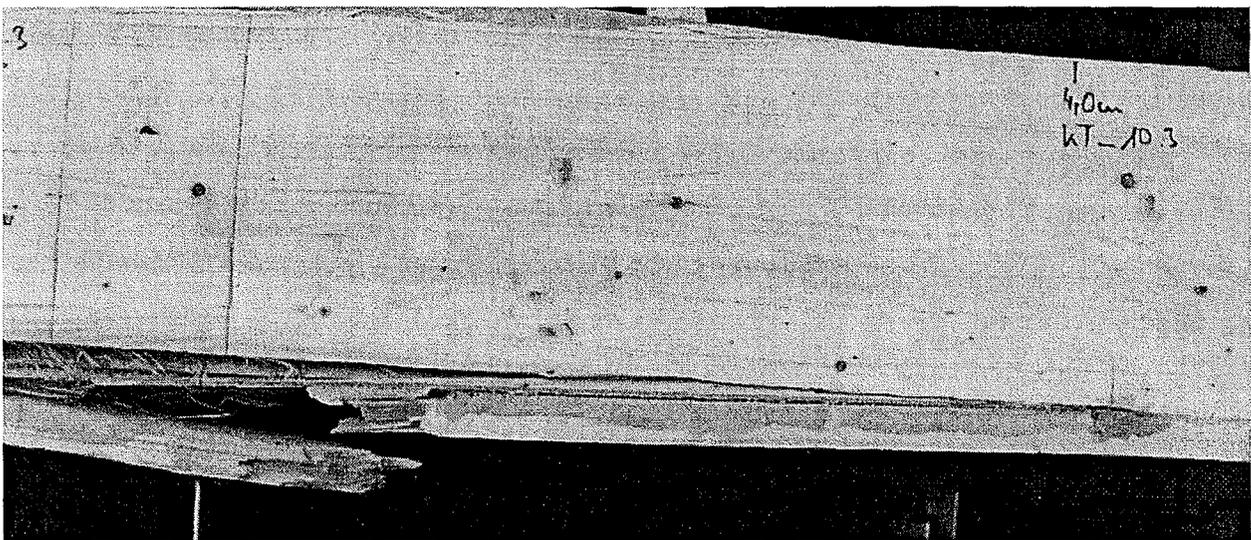


Bild 3.4.11: Verankerungsbereich des Biegeträgers KT\_10.3

Tabelle 3.4.1: Schubspannungen an der Endverankerung der Prüfkörper der Reihe KT\_10

	$M_u(\xi+200\text{mm})$ [kNm]	$Q_u(\xi)$ [kN]	$\tau_v$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_Q$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\tau_v + \tau_Q$ [N/mm <sup>2</sup> ]
KT_10.1	36,6	45,8	0,68	0,32	1,00
KT_10.2	40,4	50,5	0,68	0,35	1,03
KT_10.3	37,1	46,4	0,63	0,32	0,95

## 4 Kurzzeitversuche mit Biegeträgern

In Anlehnung an DIN EN 408 wurden 34 Versuche mit Biegeträgern aus Brettschichtholz zur Bestimmung der Kurzzeitfestigkeit durchgeführt. Bild 4.1 zeigt den Versuchsaufbau.

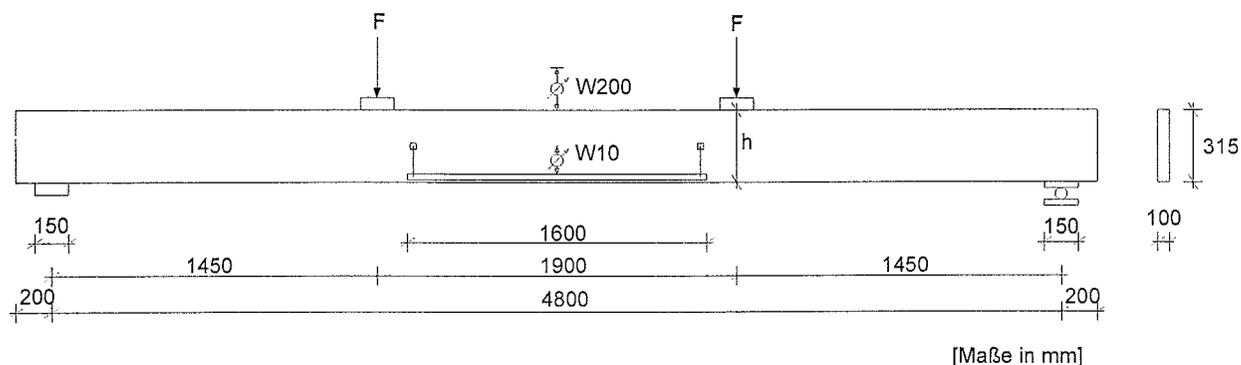


Bild 4.1: Versuchsaufbau zur Bestimmung der Kurzzeitfestigkeit

Die Bretter für die Brettschichtholzträger wurden von dem Brettschichtholzhersteller maschinell sortiert. Die verwendeten Bretter erfüllten die Kriterien der Sortierklasse MS10 nach DIN 4074 (1989). Vor dem Zusammenkleben der Brettschichtholzträger wurde von den Lamellen der dynamische Elastizitätsmodul, die Rohdichte  $\rho_u$ , die Holzfeuchte  $u$  und der maximale KAR-Wert bestimmt. Der KAR-Wert, die Knot Area Ratio, wird ähnlich zur Ästigkeit A nach DIN 4074 Teil 1 an einem 15 cm langen Abschnitt des Brettes ermittelt. Der KAR-Wert entspricht den in diesem 15 cm langen Abschnitt ermittelten Astflächen, bezogen auf den Brettquerschnitt.

Die Träger wurden derart hergestellt, dass ein Großteil der Keilzinkenverbindungen, im folgenden mit KZV abgekürzt, im mittleren, während des Versuchs hoch beanspruchten Bereich angeordnet waren. Bild 4.2 zeigt die Lage der KZV der zwei Prüfkörper 1 und 2 der Reihe 11. Die Kurzbezeichnung dieser Prüfkörper lautete KT\_11\_1 und KT\_11\_2.

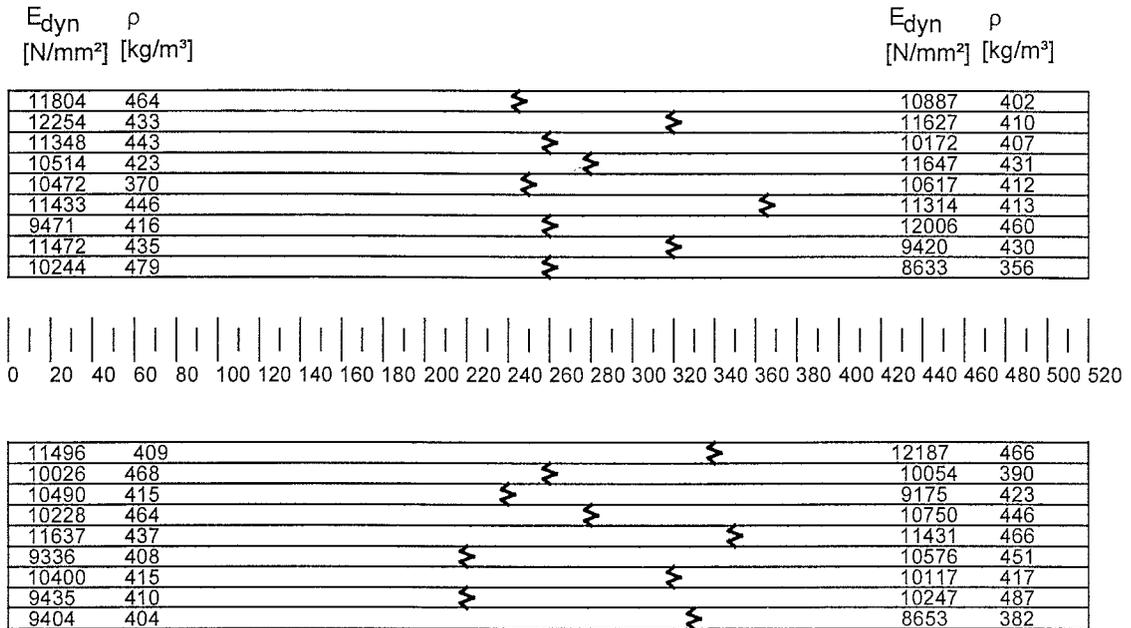


Bild 4.2: Lage der KZV bei den unverstärkten Biegeträgern KT\_11\_1 und KT\_11\_2

Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über die durchgeführten Versuche und enthält die Mittelwerte der Tragfähigkeit und der Biegesteifigkeit.

Die Biegesteifigkeit wurde ermittelt, indem an die Lastverschiebungskurven derjenigen Wegaufnehmer, die die Verformung im querkraftfreien Bereich maßen, W10 nach Bild 4.1, im Lastbereich zwischen 10 % und 40 % der Höchstlast eine Regressionsgerade angepasst wurde. Mit der Steigung dieser Regressionsgeraden  $K$  und den Abmessungen des Versuchsaufbaus kann die Biegesteifigkeit in diesem Bereich berechnet werden zu:

$$EI = \frac{1450 \cdot 1600^2}{8} \cdot K \quad [\text{Nmm}^2] \quad (4.1).$$

Tabelle 4.1: Querschnitte und Mittelwerte der Tragfähigkeit und der Biegesteifigkeit

Reihe KT_1	
	<p>1 CFK-Lamelle: <math>b = 100 \text{ mm}</math>, <math>t = 1,4 \text{ mm}</math></p> <p><math>E_{\text{Verstärkung}} = 162\,000 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>f_{u, \text{Verstärkung}} = 3000 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>n = 5</math></p> <p><math>(E \cdot I)_{\text{mean}} = 3,11 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2</math></p> <p><math>F_{\text{max,mean}} = 50,3 \text{ kN}</math></p> <p>Klebstoff b (Polyurethan) nach Tabelle 2.2.1</p>
Reihe KT_2	
	<p>3 CFK-Lamellen: <math>b = 20 \text{ mm}</math>, <math>t = 2,0 \text{ mm}</math></p> <p><math>E_{\text{Verstärkung}} = 160\,000 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>f_{u, \text{Verstärkung}} = 3000 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>n = 5</math></p> <p><math>(E_m \cdot I)_{\text{mean}} = 3,15 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2</math></p> <p><math>F_{\text{max,mean}} = 56,7 \text{ kN}</math></p> <p>Klebstoff c (Epoxidharz) nach Tabelle 2.2.1</p>

Tabelle 4.1 (Fortsetzung): Querschnitte und Mittelwerte der Tragfähigkeit und der Biegesteifigkeit

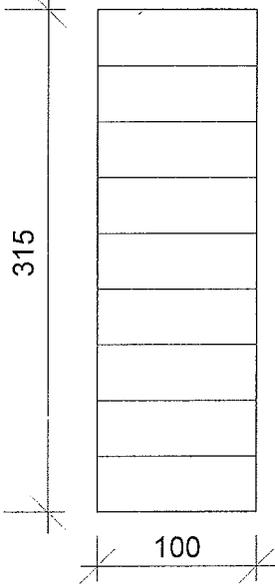
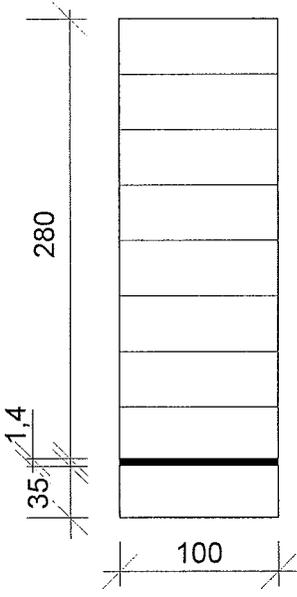
Reihe KT_3	
	<p>unverstärkt</p> <p><math>n = 3</math></p> <p><math>(E_m \cdot I)_{\text{mean}} = 2,80 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2</math></p> <p><math>F_{\text{max,mean}} = 34,4 \text{ kN}</math></p>
Reihe KT_4	
	<p>1 CFK-Lamelle: <math>b = 100 \text{ mm}</math>, <math>t = 1,4 \text{ mm}</math></p> <p><math>E_{\text{Verstärkung}} = 203\,000 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>f_{u, \text{Verstärkung}} = 2550 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>n = 3</math></p> <p><math>(E_m \cdot I)_{\text{mean}} = 3,46 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2</math></p> <p><math>F_{\text{max,mean}} = 48,2 \text{ kN}</math></p> <p>Klebstoff b (Polyurethan) nach Tabelle 2.2.1</p>

Tabelle 4.1 (Fortsetzung): Querschnitte und Mittelwerte der Tragfähigkeit und der Biegesteifigkeit

Reihe KT_5	
	<p>2 CFK-Lamellen: <math>b = 100 \text{ mm}</math>, <math>t = 1,4 \text{ mm}</math></p> <p><math>E_{\text{Verstärkung}} = 203\,000 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>f_{u, \text{Verstärkung}} = 2550 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>n = 5</math></p> <p><math>(E_m \cdot I)_{\text{mean}} = 3,59 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2</math></p> <p><math>F_{\text{max,mean}} = 59,9 \text{ kN}</math></p> <p>Klebstoff b (Polyurethan) nach Tabelle 2.2.1</p>
Reihe KT_7	
	<p>Jeweils 1 CFK-Lamelle oben und unten: <math>b = 100 \text{ mm}</math>, <math>t = 1,4 \text{ mm}</math></p> <p><math>E_{\text{Verstärkung}} = 203\,000 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>f_{u, \text{Verstärkung}} = 2550 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>n = 5</math></p> <p><math>(E_m \cdot I)_{\text{mean}} = 3,77 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2</math></p> <p><math>F_{\text{max,mean}} = 57,5 \text{ kN}</math></p> <p>Klebstoff b (Polyurethan) nach Tabelle 2.2.1</p>

Tabelle 4.1 (Fortsetzung): Querschnitte und Mittelwerte der Tragfähigkeit und der Biegesteifigkeit

Reihe KT_10	
	<p>1 aramidfaserverstärkte Kunststofflamelle im mittleren Trägerbereich angeordnet (<math>l = 3200 \text{ mm}</math>): <math>b = 100 \text{ mm}</math>, <math>t = 1,8 \text{ mm}</math></p> <p><math>E_{\text{Verstärkung}} = 75\,000 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>f_{u, \text{Verstärkung}} = 1330 \text{ N/mm}^2</math></p> <p><math>n = 3</math></p> <p><math>(E_m \cdot I)_{\text{mean}} = 3,15 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2</math></p> <p><math>F_{\text{max,mean}} = 34,8 \text{ kN}</math></p> <p>Klebstoff b (Polyurethan) nach Tabelle 2.2.1</p>
Reihe KT_11	
	<p>unverstärkt</p> <p><math>n = 5</math></p> <p><math>(E_m \cdot I)_{\text{mean}} = 2,81 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2</math></p> <p><math>F_{\text{max,mean}} = 34,4 \text{ kN}</math></p>

Die Last-Verschiebungskurven der Gesamtdurchbiegung in der Biegeträgermitte aller Versuche sind in Anhang C Bild C.1 bis C.34 dargestellt. Die unverstärkten Prüfkörper der Reihen 3 und 11 zeigten ein sprödes Verhalten, die Prüfkörper der Reihe 5 wiesen ein ausgeprägtes nichtlineares Verhalten bei höheren Lasten auf. Das Last-Verformungsverhalten der anderen Serien ist uneinheitlich. Bild 4.3 zeigt die Last-Verformungskurve des Prüfkörpers KT\_4\_2, die ein sprödes Verhalten kennzeichnet, Bild 4.4 zeigt die Last-Verformungskurve des Prüfkörpers KT\_4\_3, die eher ein duktileres Verhalten kennzeichnet.

Die Last-Verformungskurven derjenigen Prüfkörper, die ein ausgeprägtes nichtlineares Verhalten im Bereich höherer Lasten aufwiesen, zeigen häufig einen plötzlichen Abfall der Last, wie in Bild 4.4 gekennzeichnet, nach dem die Last nochmals gesteigert werden kann. Dieser Lastabfall beruht häufig auf dem Bruch der untersten Holzlamelle. Das weitere nichtlineare Verhalten ist teilweise auf das Abschälen dieser Lamelle und teilweise auf das Überschreiten der Elastizitätsgrenze des Holzes im Druckbereich zurückzuführen.

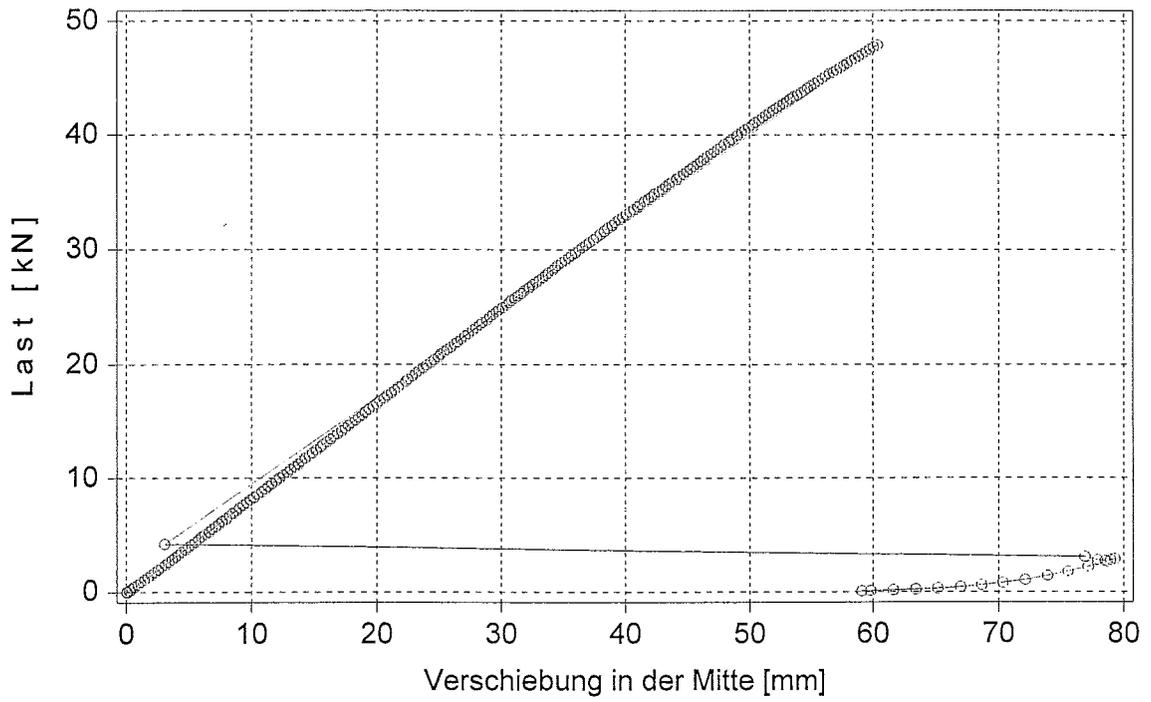


Bild 4.3: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_4\_2

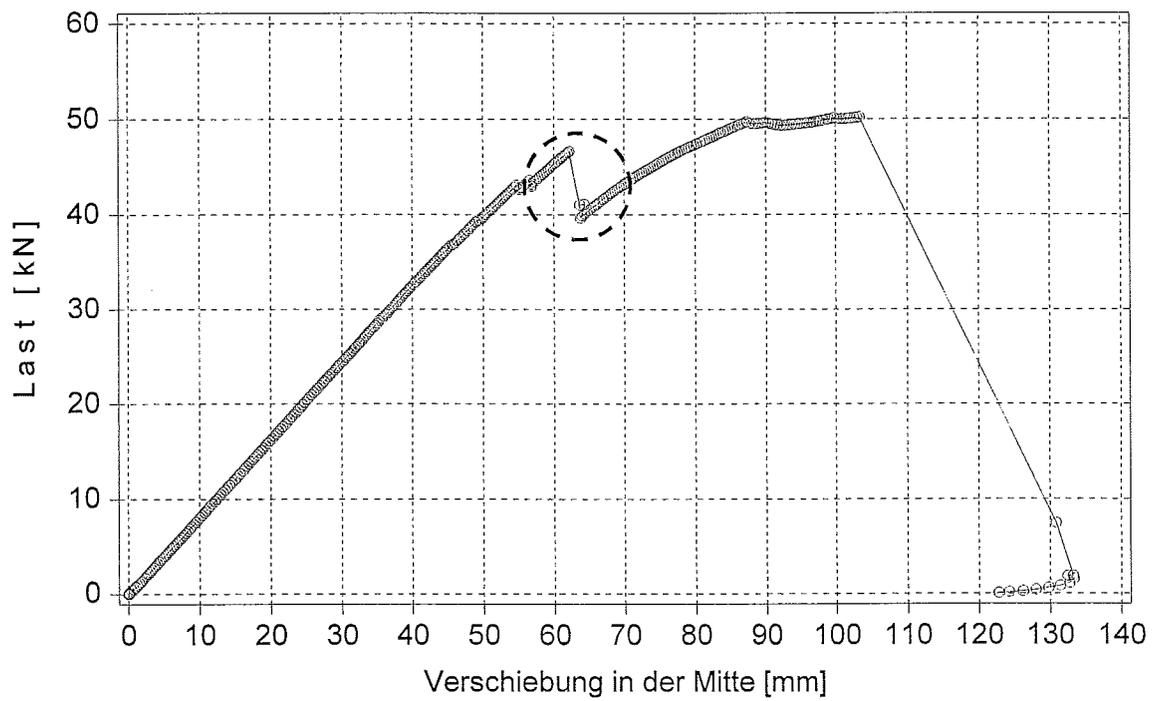


Bild 4.4: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_4\_3

Bild 4.5 zeigt die Mittelwerte der Tragfähigkeiten aller Reihen. Die unverstärkten Prüfkörper der Reihen 3 und 11 wurden zusammengefasst. Bild 4.6 zeigt entsprechend die Mittelwerte der Biegesteifigkeiten.

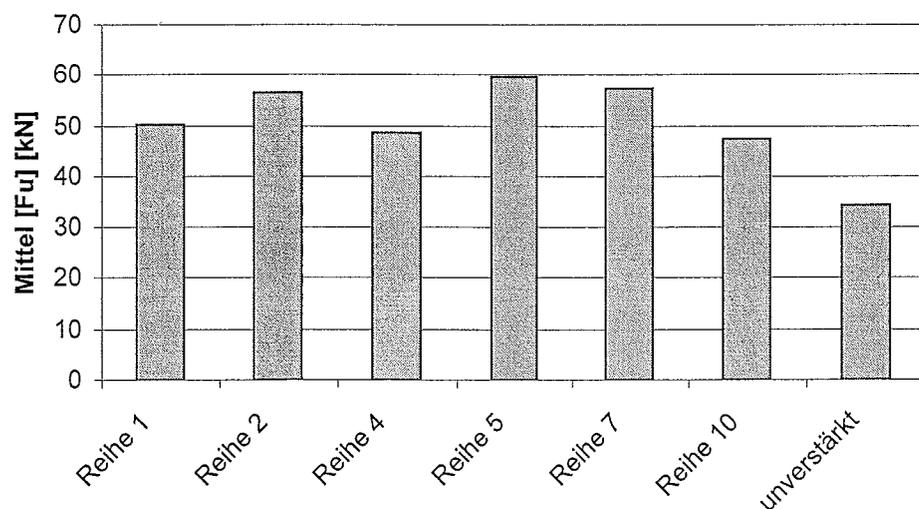


Bild 4.5: Mittelwerte der Tragfähigkeiten

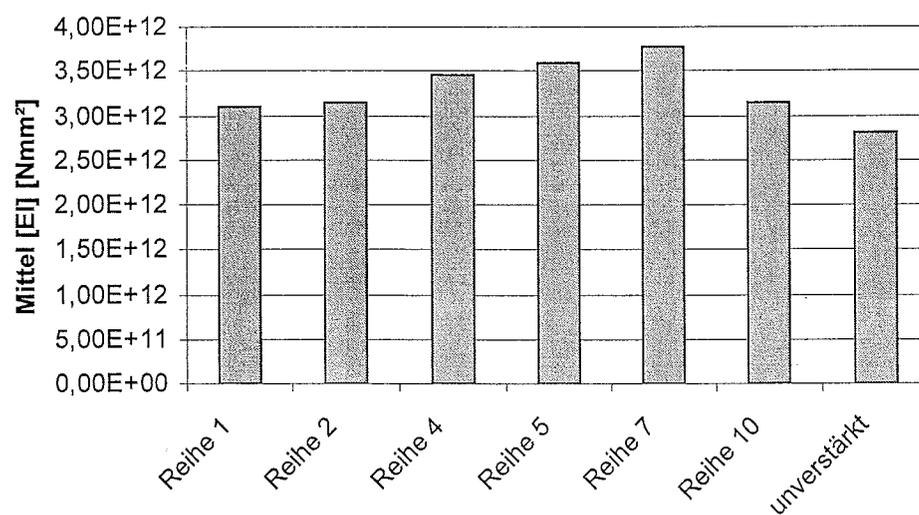


Bild 4.6: Mittelwerte der Biegesteifigkeiten

Tabelle C.1 des Anhanges C enthält die Bruchlasten und Biegesteifigkeiten aller Prüfkörper.

Die Bilder 4.7 bis 4.13 zeigen Bruchbilder. Die Größe der zerstörten Bereiche kann durch das plötzliche Versagen einer hochbeanspruchten Lamelle im Zugbereich erklärt werden. Versagt eine Holzlamelle bei einer hohen Beanspruchung wird aufgrund des spröden Verhaltens die innere Formänderungsarbeit in sehr kurzer Zeit freigesetzt und führt zu großen Bruchflächen. Im Gegensatz zum Risswachstum unter quasistatischen Bedingungen ist nicht das Gleichgewicht der Arbeiten sondern der Leistungen zu untersuchen.

Der Unterschied zum Stahlbetonverbund liegt in dem Übergang vom ungerissenen zum gerissenen Zustand, der beim Stahlbetonbau gutmütiger erfolgt. Durch die vorgeschriebene Mindestbewehrung wird vermieden, dass die aufnehmbaren Biegezugkräfte des Betons größer sind als die aufnehmbaren Zugkräfte der Bewehrung. Dadurch wird ein Biegezugbruch verhindert (Leonhardt und Mönning (1973)).

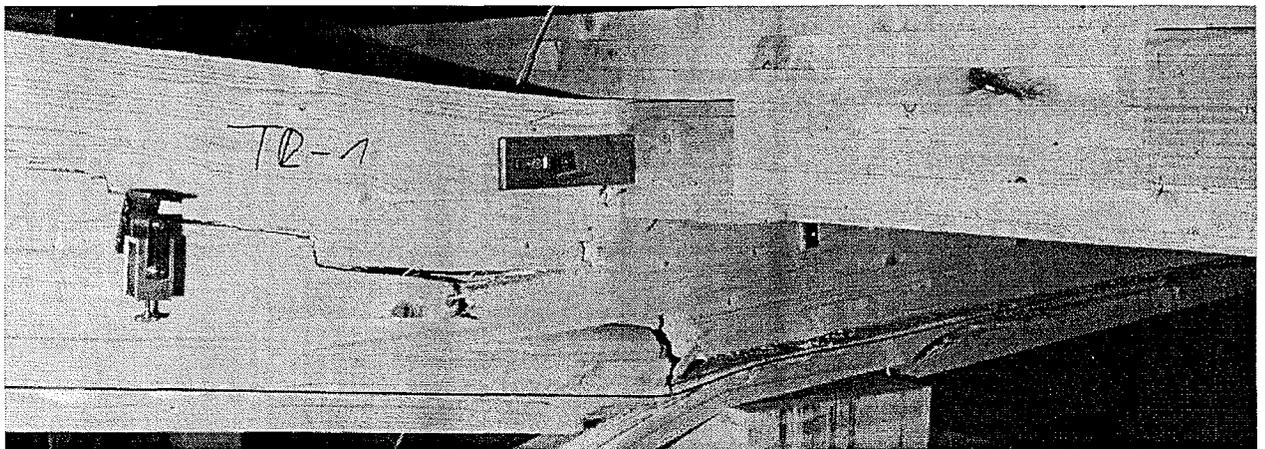


Bild 4.7: Zerstorter Bereich des Prüfkörpers KT\_1\_1

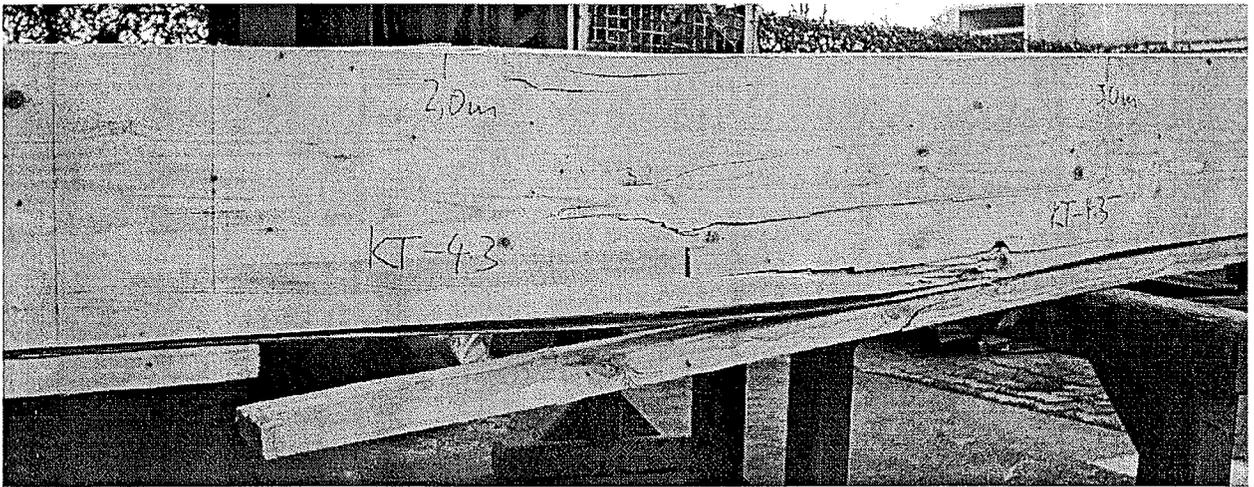


Bild 4.8: Zerstörter Bereich des Prüfkörpers KT\_4\_3

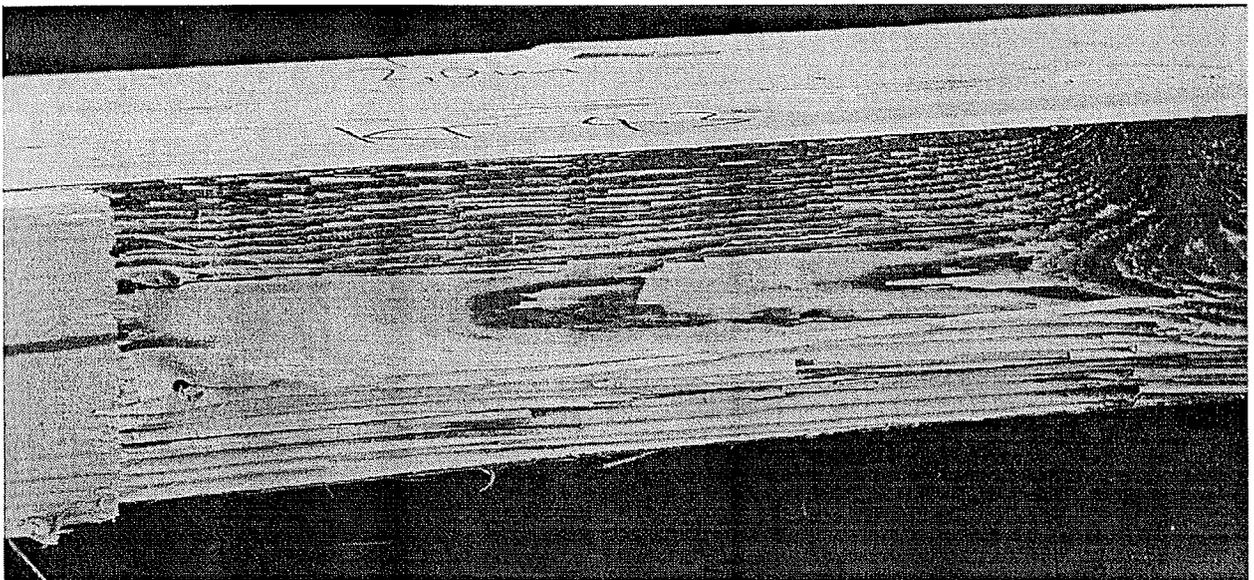


Bild 4.9: Bereich, in dem sich die untere Holzlamelle abgeschält hat (KT\_4\_3)

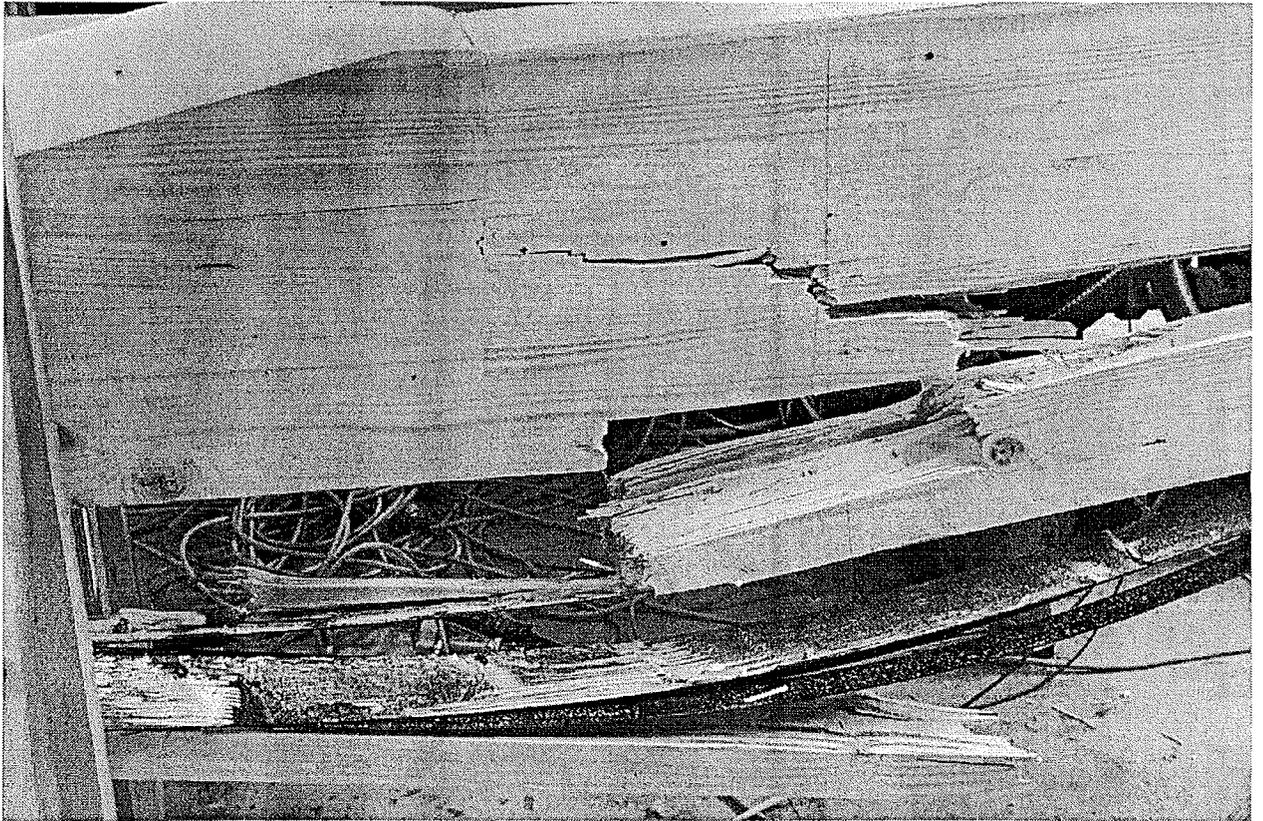


Bild 4.10:      Zerstörter Bereich des Prüfkörpers KT\_5\_3,  
                      Bruch im Bereich einer KZV

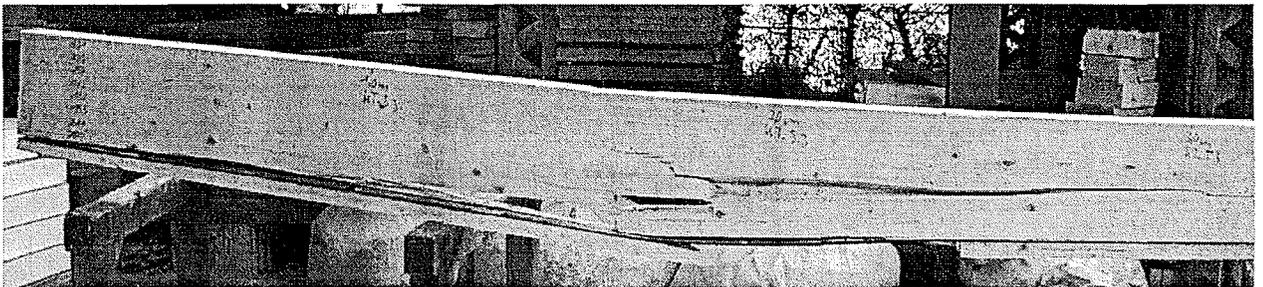


Bild 4.11:      Zerstörter Bereich des Prüfkörpers KT\_5\_3

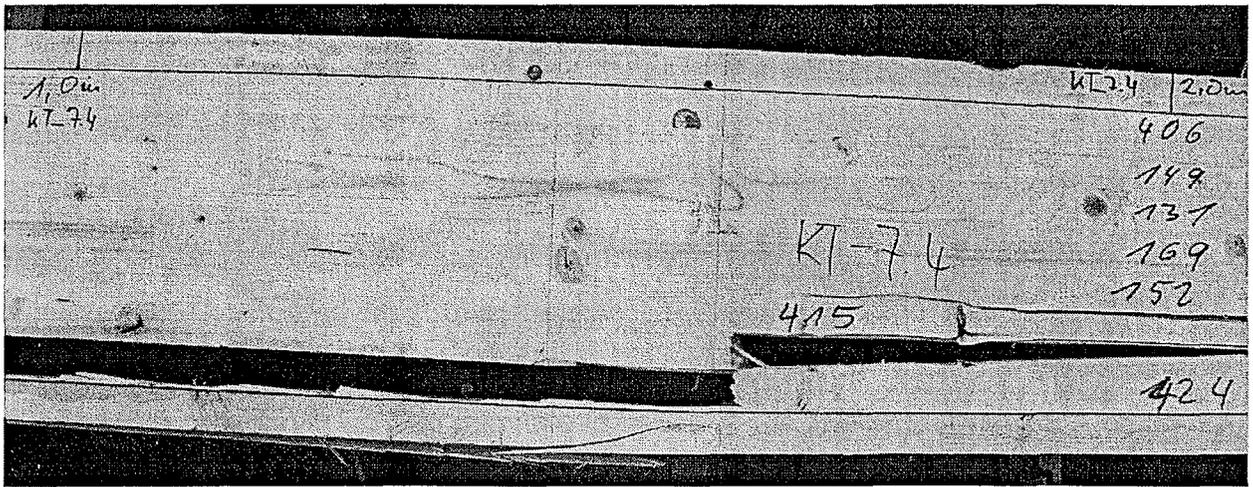


Bild 4.12: Zerstörter Bereich des Prüfkörpers KT\_7\_4,  
Bruch im Bereich einer KZV

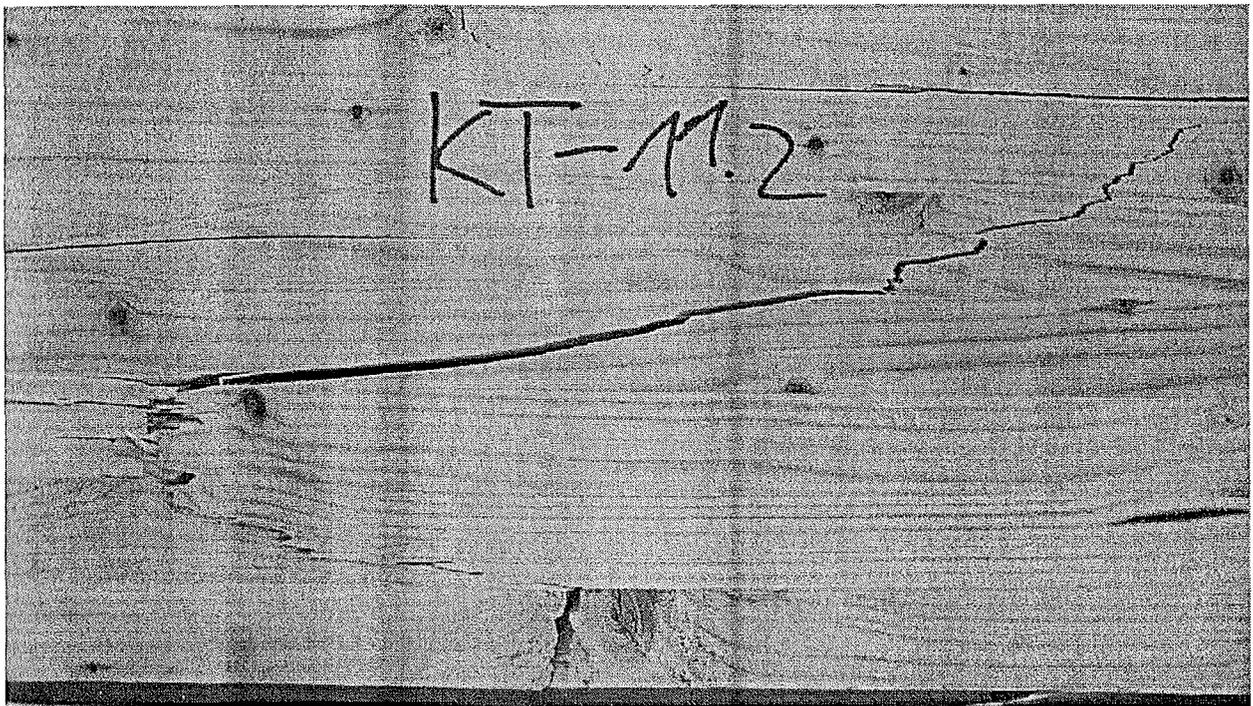


Bild 4.13: Zerstörter Bereich des Prüfkörpers KT\_11\_2  
Bruch im Bereich eines Astes

## 5 Stochastische Untersuchungen

### 5.1 Statistische Eingangsgrößen

Da die in Abschnitt 4 dargestellten Versuche mit Biegeträgern aufwändig sind, wurde ein stochastisches Modell entwickelt, mit dessen Hilfe nicht geprüfte Trägeraufbauten untersucht werden können. Die Güte eines stochastischen Modells wird durch die vereinfachte Abbildung der Realität im Modell beeinflusst und durch die Beschreibung der zu erwartenden Materialeigenschaften mit den Mitteln der Statistik.

Festigkeit und Steifigkeit der Bretter, die einen maßgebenden Einfluss auf die mit Hilfe des stochastischen Modells ermittelten Tragfähigkeiten der Brettschichtholzträger haben, sind streuende Parameter. Entlang der Längsrichtung eines Brettes ist allerdings eine Autokorrelation vorhanden. Die Modellierung und Sortierung der Bretter erfolgte nach der bei Blaß (1987), Görlacher (1990) und Colling (1990) beschriebenen Methode, dem Karlsruher Rechenmodell.

Hierfür wurden zunächst, unter Verwendung der statistischen Verteilungen nach Görlacher (1990) und Colling (1990), über 3800 Bretter modelliert. Anschließend erfolgte eine Sortierung der Bretter nach den von Görlacher (1990) angegebenen Regeln:

$$\text{MS17:} \quad E > 14500 \text{ N/mm}^2 \text{ und KAR-Wert} < 0,33 \quad (5.1.1)$$

$$\text{MS13:} \quad E > 12500 \text{ N/mm}^2 \quad (5.1.2)$$

$$\text{MS10:} \quad E > 9000 \text{ N/mm}^2 \quad (5.1.3).$$

Bretter der Sortierklassen MS17 und MS13 sind in dem Datensatz der Sortierklasse MS10 somit nicht enthalten. Eine weitere Aussortierung erfolgte in Anlehnung an Blaß (1987) mit folgenden Grenzen:

$$2000 \text{ N/mm}^2 \leq E_{c,0} \leq 24000 \text{ N/mm}^2 \quad (5.1.4)$$

$$15 \text{ N/mm}^2 \leq f_{c,0} \leq 65 \text{ N/mm}^2 \quad (5.1.5)$$

$$2000 \text{ N/mm}^2 \leq E_{t,0} \leq 24000 \text{ N/mm}^2 \quad (5.1.6)$$

$$0 \text{ N/mm}^2 \leq f_{t,0} \leq 100 \text{ N/mm}^2 \quad (5.1.7).$$

Dabei beziehen sich die Eigenschaften auf jeweils 15 cm lange Abschnitte der Bretter, in Bild 5.1.1 auf der Abszisse mit Zelle 1 bis 30 gekennzeichnet. In diesem Bild sind die KAR-Werte, die Druck- und Zugfestigkeiten und die Druck- und Zugelastizitätsmoduln eines modellierten Brettes der Sortierklasse MS10 dargestellt. Für die Darrohichte wird angenommen, dass sie unveränderlich über die Brettlänge ist.

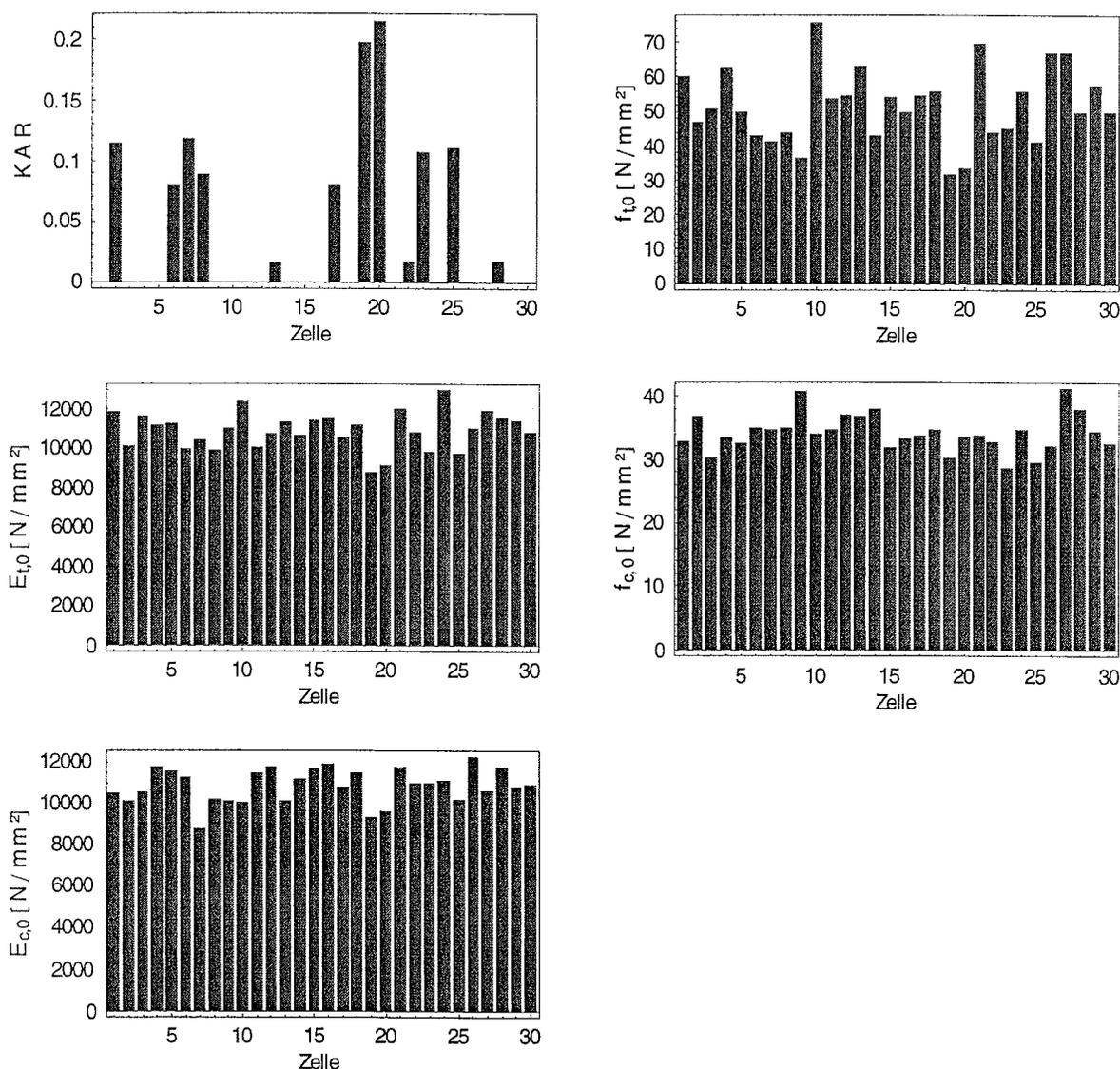


Bild 5.1.1: Brett der Sortierklasse MS10

Bild 5.1.2 zeigt die Verteilung der Kleinstwerte der Zugfestigkeiten, Bild 5.1.3 zeigt die Verteilung der Größtwerte der KAR-Werte und Bild 5.1.4 die Verteilung der Darrohichten derjenigen Bretter, die nach den Sortierkriterien für die Sortierklasse MS10 sortiert wurden. Entsprechend zeigen die Bilder 5.1.5 bis 5.1.6 diese Kennwerte der Bretter

die nach den Kriterien für die Sortierklasse MS17 sortiert wurden. In Bild 5.1.6 ist deutlich die Grenze für den maximalen KAR-Wert von 0,33 für die Sortierklasse MS17 zu erkennen.

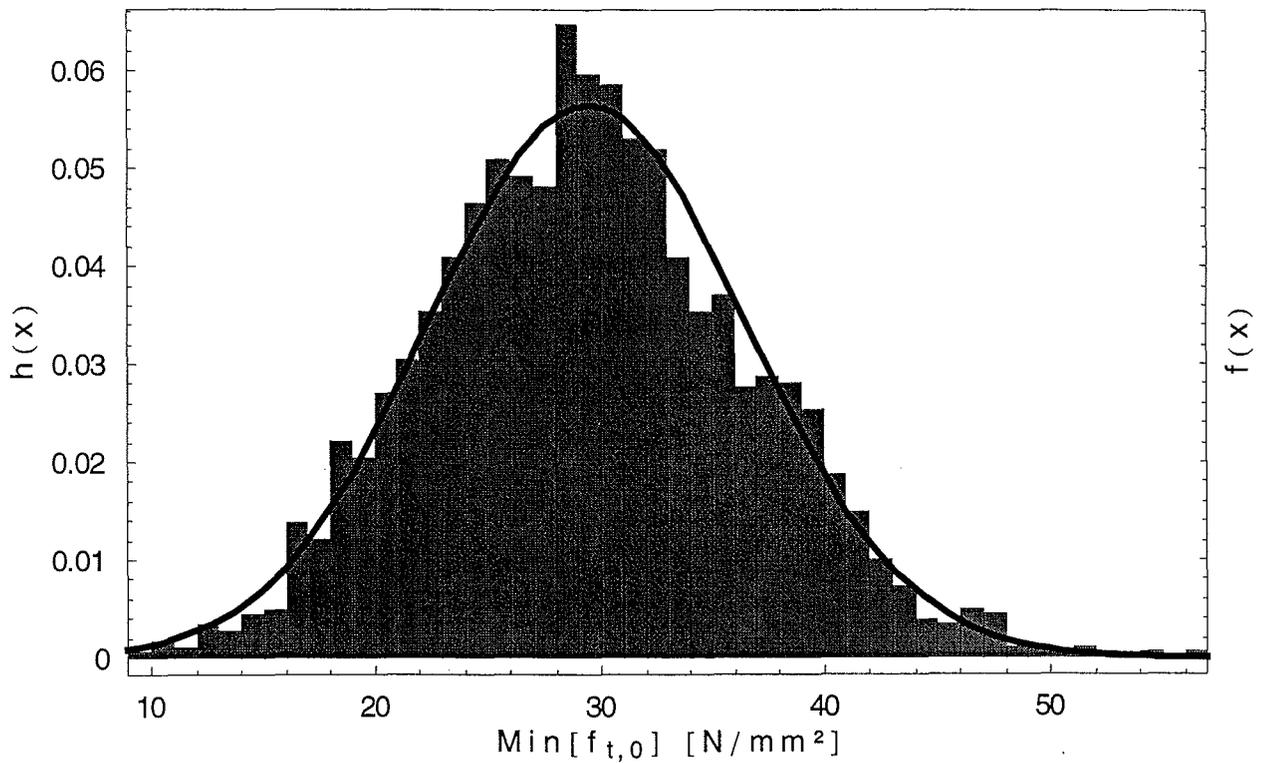


Bild 5.1.2: Histogramm und angepasste Normalverteilung der Kleinstwerte der Zugfestigkeiten der Bretter der Brettklasse MS10 ( $n = 1809$ )

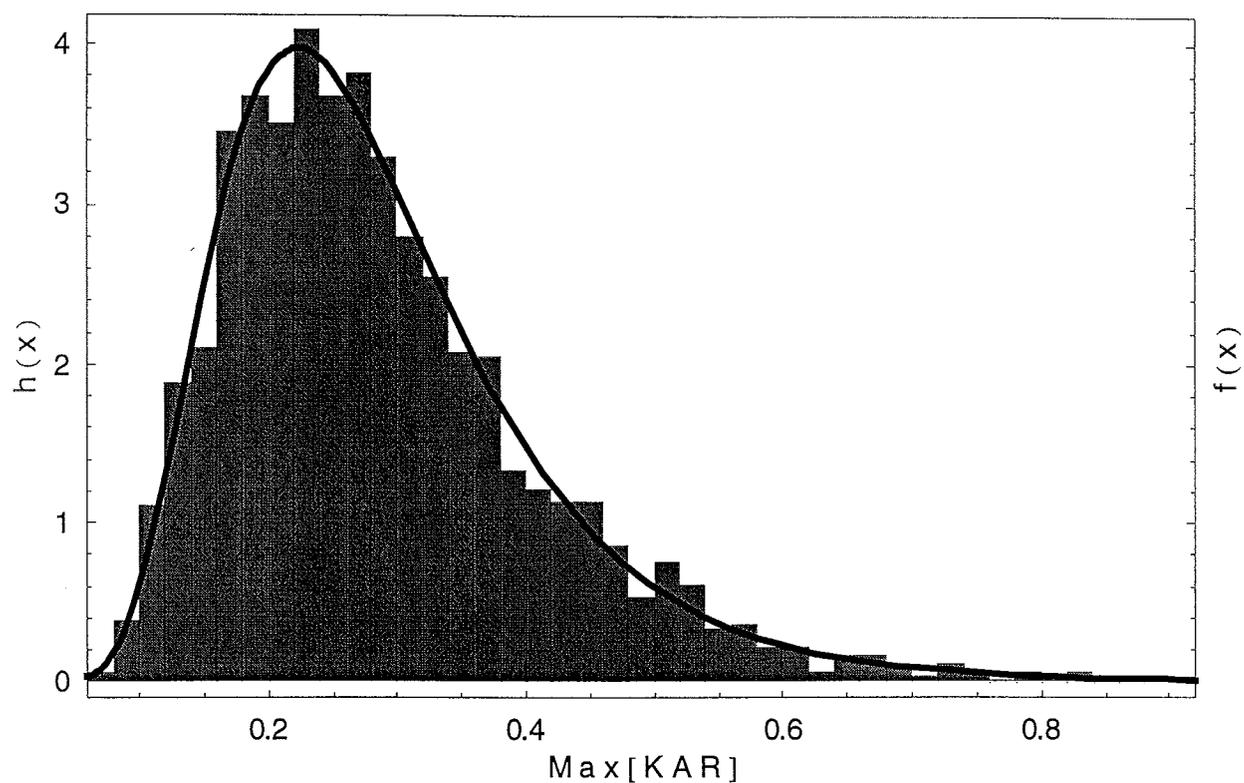


Bild 5.1.3: Maximale KAR-Werte der Bretter der Sortierklasse MS10

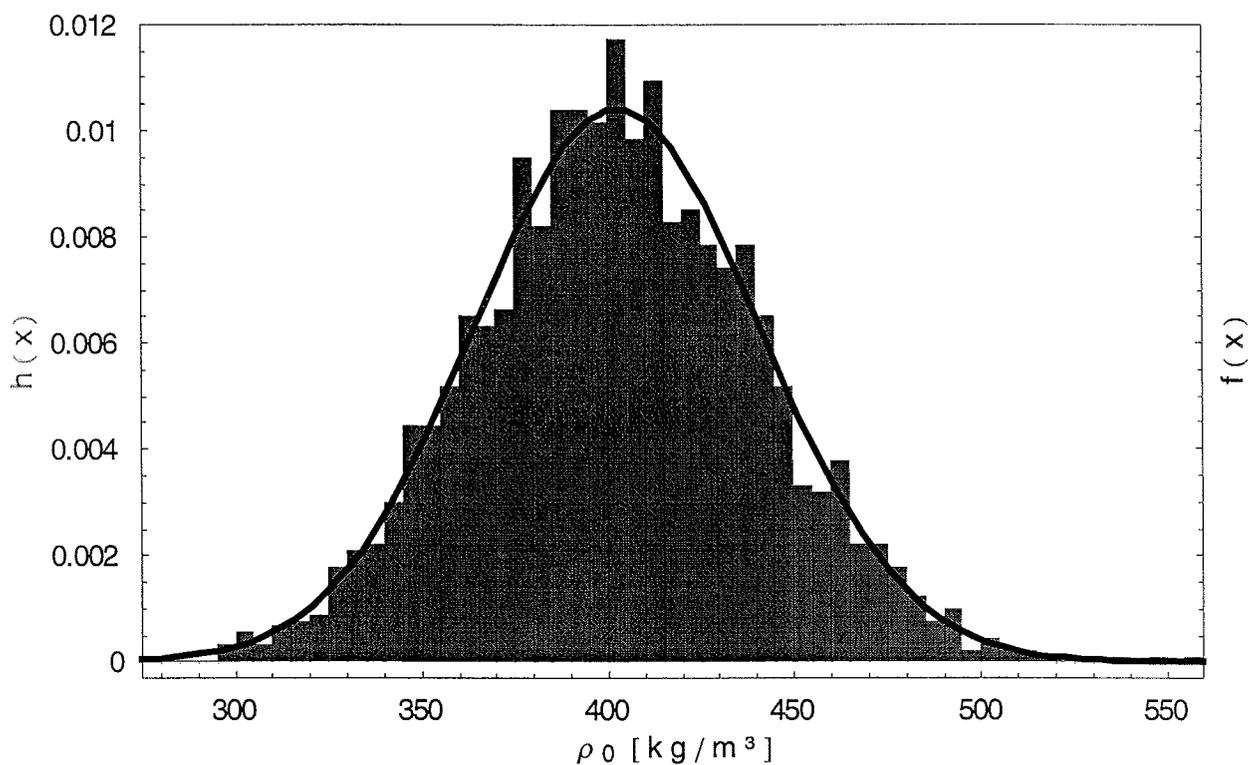


Bild 5.1.4: Verteilung der Darrohdichte der Bretter der Sortierklasse MS10

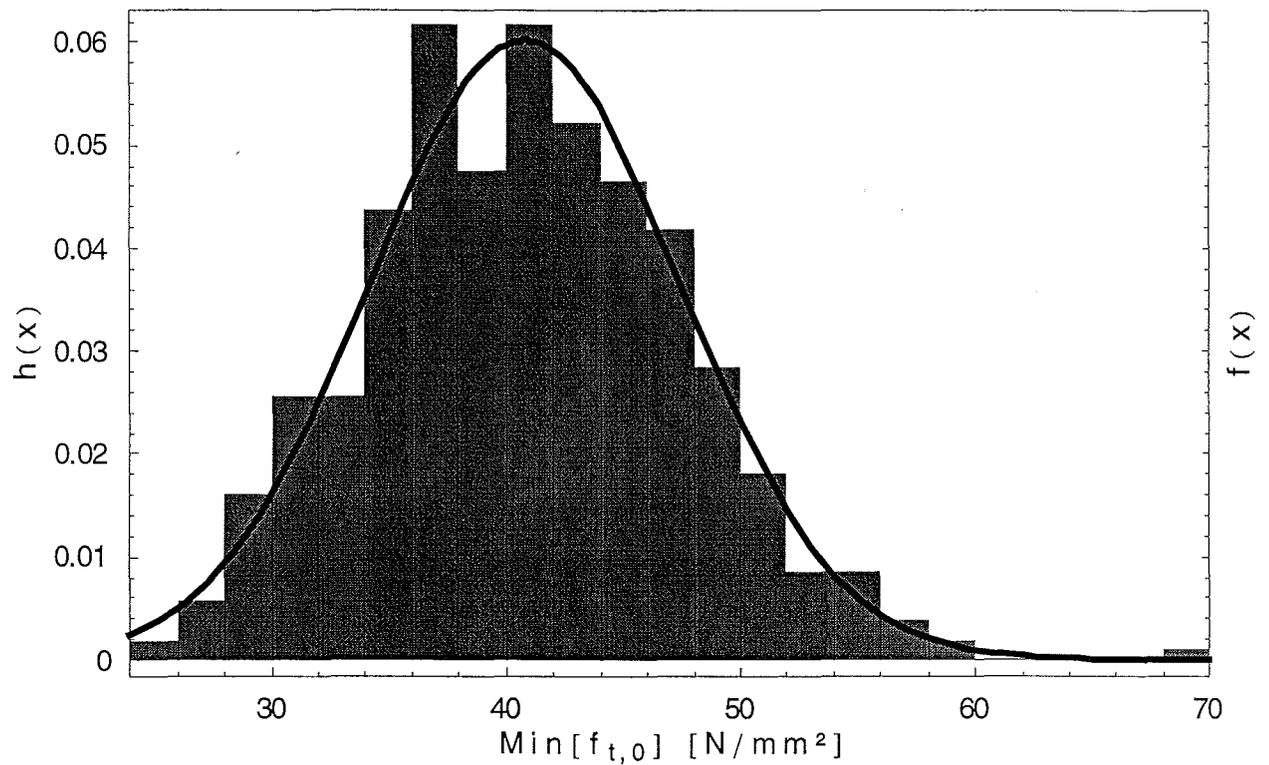


Bild 5.1.5: Histogramm und Normalverteilung der Kleinstwerte der Zugfestigkeiten der Bretter der Brettklasse MS17 ( $n = 527$ )

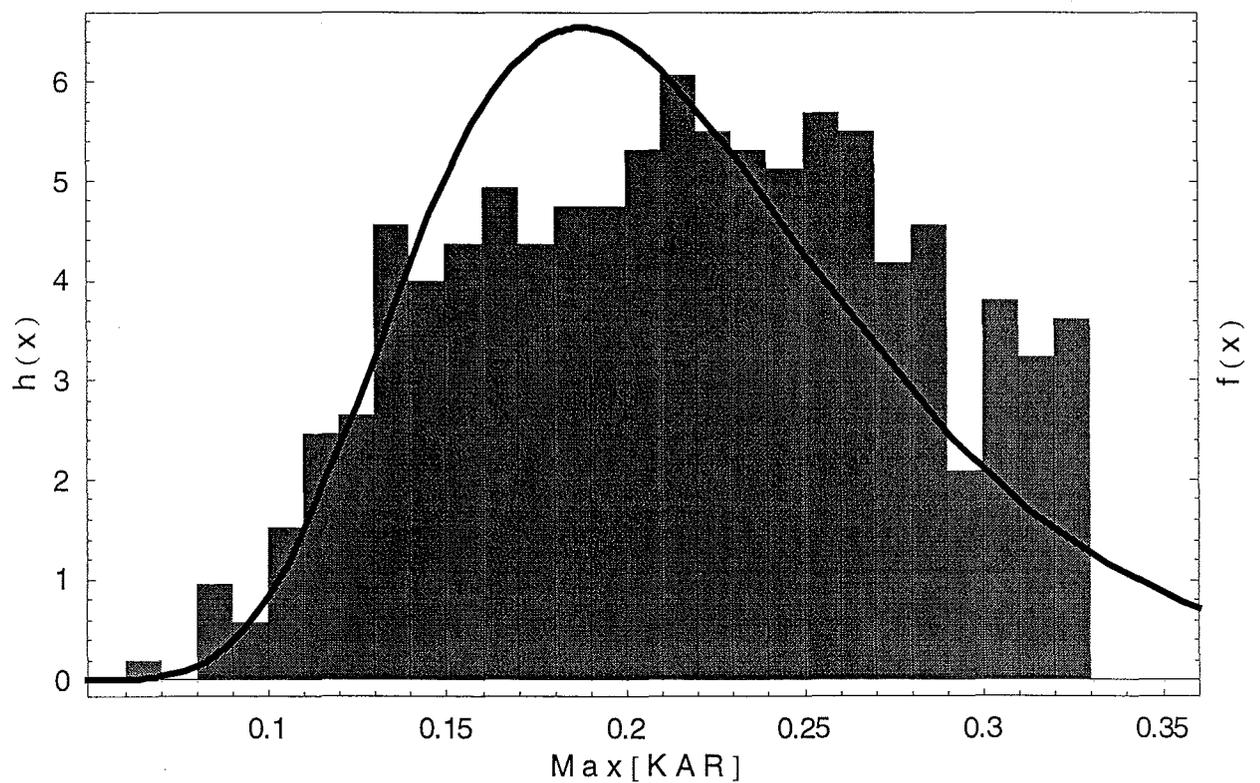


Bild 5.1.6: Maximale KAR-Werte der Bretter der Sortierklasse MS17

Bild 5.1.7 und Bild 5.1.8 verdeutlichen die bei der Modellierung der Bretter berücksichtigte Autokorrelation über die Brettlänge. Die Darrohdichte der beiden Bretter betrug  $381 \text{ kg/m}^3$  bzw.  $384 \text{ kg/m}^3$ , die höchsten KAR-Werte waren mit 0,202 und 0,206 ebenfalls sehr ähnlich. Obwohl das mit den großen Punkten gekennzeichnete Brett im zweiten Brettabschnitt höhere KAR-Werte aufweist, sind die Elastizitätsmoduln dieses Brettes in diesem Abschnitt dennoch höher.

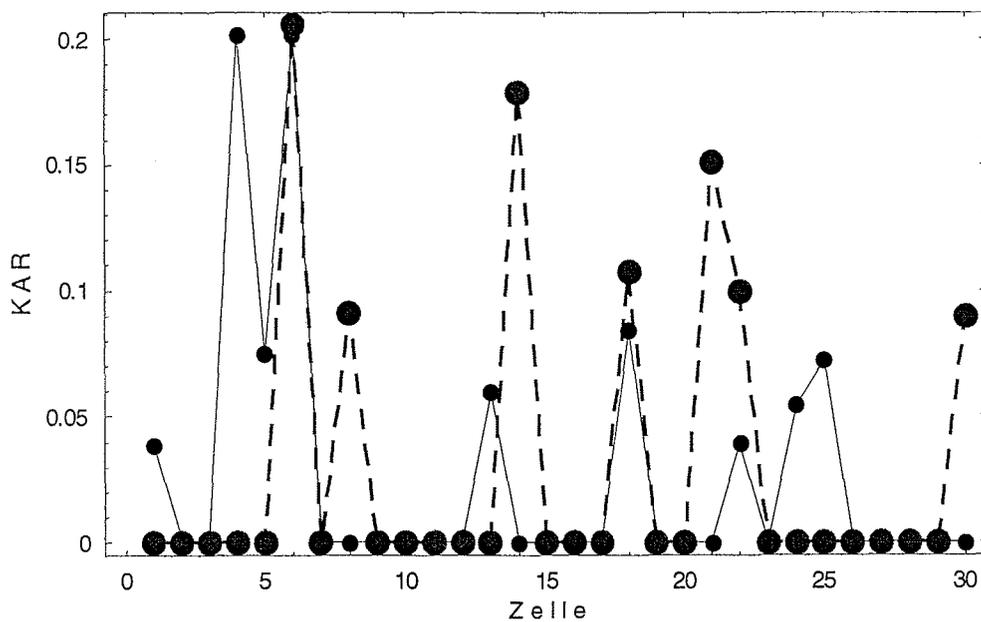


Bild 5.1.7: Verteilung der KAR-Werte

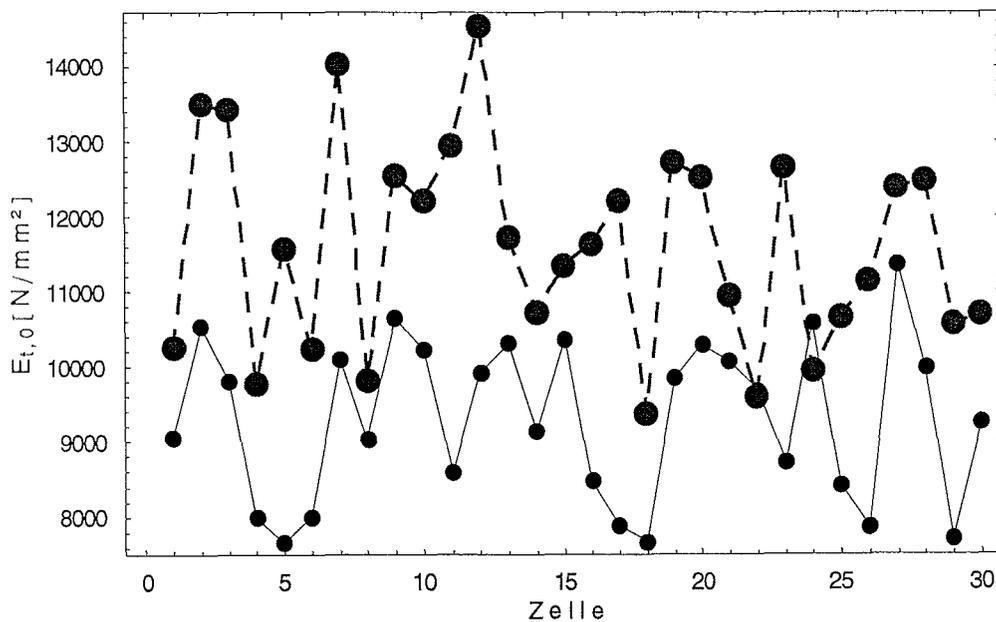


Bild 5.1.8: Autokorrelation des Elastizitätsmoduls

## 5.2 Stochastisches Modell der geprüften Brettschichtholzträger

Das stochastische Modell der Brettschichtholzträger verwendet die in einem ersten Schritt erzeugten und in Dateien gespeicherten Kennwerte von Brettern verschiedener Sortierklassen.

Bei der Modellierung eines Brettschichtholzträgers werden aus den Dateien mit Hilfe einer gleichverteilten Zufallszahl Datensätze einzelner Bretter entnommen. Bei stochastischen Modellen kommt der Generierung von Zufallszahlen große Bedeutung zu (Henze, Kadelka (2000)). Im Rahmen der hier dargestellten Untersuchungen wurde der Pseudozufallszahlengenerator von MATHEMATICA 4 (2002) verwendet.

Die modellierten Bretter hatten eine Länge von 450 cm. Für das erste Brett jeder Lamelle wurde mit einer gleichverteilten Zufallszahl zwischen 0 und 1 nur der dieser Zahl entsprechende Bruchteil des Datensatzes des Brettes verwendet (Blaß (1987)). Je nach Länge des modellierten Trägers sind folglich Keilzinkenverbindungen (KZV) in den Holzlamellen des Brettschichtholzträgers erforderlich. Die mechanischen Eigenschaften der Bereiche einer KZV wurden nach Colling (1990) ermittelt.

In Bild 5.2.1 ist die Lage der KZV in einem Längenabschnitt von  $15 \cdot 15 \text{ cm} = 225 \text{ cm}$  eines Brettschichtholzträgers dargestellt. Die Zeilen der Matrix entsprechen den Lamellen, die Spalten jeweils einem Abschnitt von 15 cm Länge. Eine 1 kennzeichnet eine KZV. Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind in den folgenden Matrizen nur die ersten 10 bzw. 15 Spalten der für den 480 cm langen Biegeträger des Bildes 4.1 vorhandenen 32 Spalten dargestellt.

$$\left( \begin{array}{cccccccccccccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{CFK} & \text{CFK} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Bild 5.2.1: Lage der KZV

Den Elementen weiterer Matrizen sind Elastizitätsmoduln (Bild 5.2.2) und Zug- oder Druckfestigkeiten (Bild 5.2.3) zugeordnet.

$$\begin{pmatrix} 8843 & 8567 & 7998 & 8252 & 10081 & 7015 & 10496 & 9163 & 11140 & 10131 \\ 11168 & 11096 & 10313 & 11399 & 11119 & 9600 & 12738 & 13476 & 9005 & 11271 \\ 10865 & 11172 & 11795 & 11063 & 11069 & 11569 & 10713 & 11186 & 10983 & 11974 \\ 10801 & 13310 & 13115 & 11679 & 10726 & 9514 & 10304 & 10552 & 11406 & 11710 \\ 14061 & 11106 & 12109 & 12391 & 11003 & 10690 & 11827 & 11650 & 15911 & 16250 \\ 9432 & 8514 & 10001 & 9130 & 8421 & 10909 & 9492 & 10259 & 10180 & 11282 \\ 12708 & 10980 & 11472 & 11403 & 10251 & 12693 & 11519 & 12273 & 9333 & 11090 \\ 8142 & 10526 & 9853 & 11358 & 9097 & 7200 & 9800 & 8550 & 8370 & 12139 \\ 203000 & 203000 & 203000 & 203000 & 203000 & 203000 & 203000 & 203000 & 203000 & 203000 \\ 10111 & 11140 & 8488 & 8774 & 8617 & 9588 & 10727 & 8455 & 8638 & 12269 \end{pmatrix}$$

Bild 5.2.2: Elastizitätsmoduln

$$\begin{pmatrix} -41.7 & -34.5 & -34.6 & -40.9 & -42.1 & -24.9 & -37.3 & -36.6 & -37.1 & -40.7 \\ -40.4 & -38.0 & -38.8 & -46.8 & -47.0 & -42.1 & -47.2 & -46.4 & -35.7 & -43.5 \\ -35.8 & -40.7 & -43.0 & -45.5 & -37.4 & -49.0 & -40.9 & -36.2 & -39.6 & -38.0 \\ -34.0 & -49.0 & -46.4 & -38.6 & -33.5 & -32.7 & -44.8 & -36.9 & -45.0 & -34.6 \\ -41.2 & -34.6 & -44.1 & -42.1 & -30.0 & -41.1 & -37.0 & -39.4 & -51.3 & -40.0 \\ 68.1 & 45.8 & 53.0 & 39.0 & 46.7 & 63.2 & 61.0 & 59.3 & 54.4 & 71.5 \\ 50.4 & 38.7 & 40.6 & 36.0 & 28.2 & 33.9 & 35.7 & 32.5 & 22.8 & 36.8 \\ 32.1 & 40.0 & 39.6 & 40.1 & 32.3 & 22.9 & 33.3 & 27.6 & 24.4 & 65.3 \\ 2550 & 2550 & 2550 & 2550 & 2550 & 2550 & 2550 & 2550 & 2550 & 2550 \\ 31.7 & 34.6 & 24.8 & 29.7 & 30.3 & 31.2 & 34.6 & 30.0 & 30.1 & 44.3 \end{pmatrix}$$

Bild 5.2.3: Festigkeiten

Für die weiteren Berechnungen wird den Zeilen mit den Kennwerten der Elastizitätsmoduln und Festigkeiten ein Abstand  $\zeta$  der Schwerpunkte der Lamellen vom unteren Rand und eine Querschnittsfläche zugeordnet, die aus der Dicke der Lamellen und der Breite folgt (Bild 5.2.4).

$$[\zeta] = \begin{pmatrix} 298.9 \\ 263.9 \\ 228.9 \\ 193.9 \\ 158.9 \\ 123.9 \\ 88.9 \\ 53.9 \\ 35.7 \\ 17.5 \end{pmatrix}, \quad [A] = \begin{pmatrix} 3500 \\ 3500 \\ 3500 \\ 3500 \\ 3500 \\ 3500 \\ 3500 \\ 3500 \\ 140. \\ 3500 \end{pmatrix}$$

Bild 5.2.4: Lage der Schwerpunkte in  $\zeta$ -Richtung, Querschnittsflächen A

Nachdem die geometrischen und mechanischen Eigenschaften in Matrizenform gebracht sind, kann die Biegesteifigkeit und Tragfähigkeit des modellierten Trägers berechnet werden. Dabei wird für den Druckbereich eine linear-elastische – idealplastische Spannungs-Dehnungsbeziehung angenommen (Bild 5.2.5).

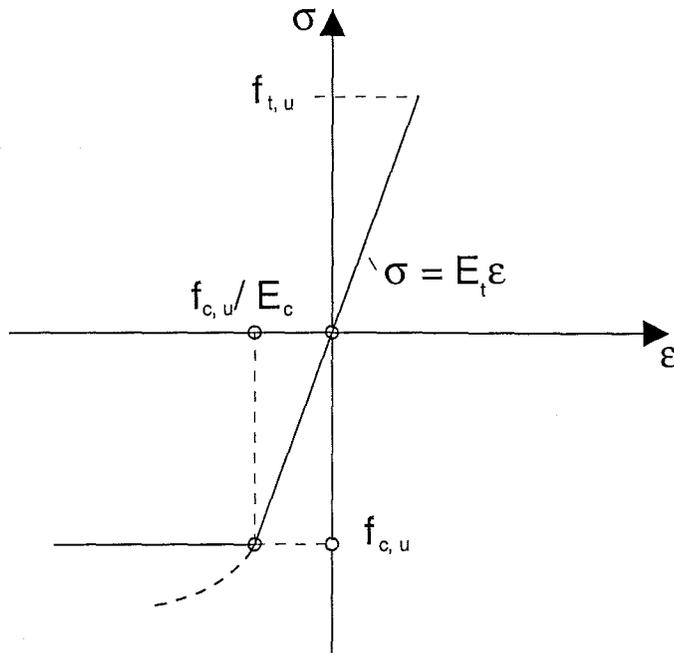


Bild 5.2.5: Angenommenes Spannungs-Dehnungsverhalten

Durch das nichtlineare Verhalten im Druckbereich wird die Berechnung des aufnehmbaren Biegemomentes aufwändiger. Für jede Spalte der Matrizen, d.h. für vertikale Schnitte im Abstand von 15 cm, wird das aufnehmbare Biegemoment  $M_u$ , durch Lösen des Gleichungssystems, das aus den Randbedingungen folgt, bestimmt. Die Randbedingungen sind die Forderung des Gleichgewichts der resultierenden Kräfte der Flächen mit Druck- oder Zugspannungen

$$\int_A \sigma_x dA = 0 \quad (5.2.1)$$

und das Erreichen der Zugfestigkeit in einer der unteren Lamellen. Es ergeben sich aufnehmbare Biegemomente, die maßgebend von der Zugfestigkeit der äußeren Lamellen bestimmt werden. Dabei kann bei Brettschichtholzträgern, die aus 18 Holzlamellen aufgebaut sind, durchaus die Zugfestigkeit der vierten oder fünften Lamelle über dem äußeren Biegezugrand maßgebend sein.

Bild 5.2.6 zeigt die aufnehmbaren Biegemomente für den Biegeträger, dessen Eigenschaften der ersten 150 cm (die ersten 10 Spalten) in den Bildern 5.2.1 bis 5.2.4 dargestellt sind. Offensichtlich weist das Brett der untersten Lamelle im Biegezugbereich bis zur KZV in der Spalte 10 geringere Festigkeiten auf als das anschließende Brett dieser Lamelle.

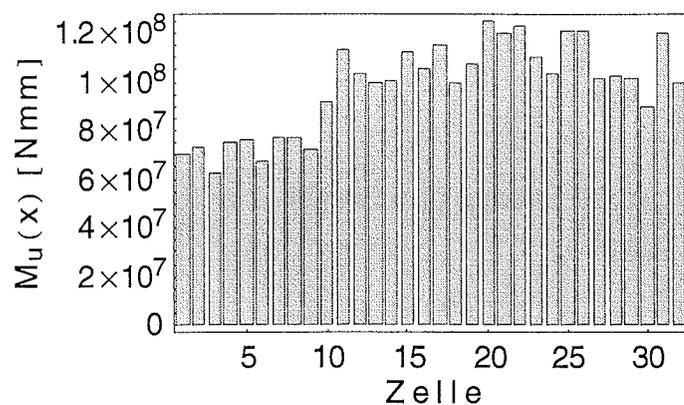


Bild 5.2.6: Aufnehmbare Biegemomente

Unter Berücksichtigung des Momentenverlaufs, der aus dem Versuchsaufbau nach Bild 4.1 folgt, kann aus den Bruchmomenten eine aufnehmbare Einzellast  $F_u$  berechnet werden (Bild 5.2.7). Die kleinste dieser Lasten ist maßgebend.

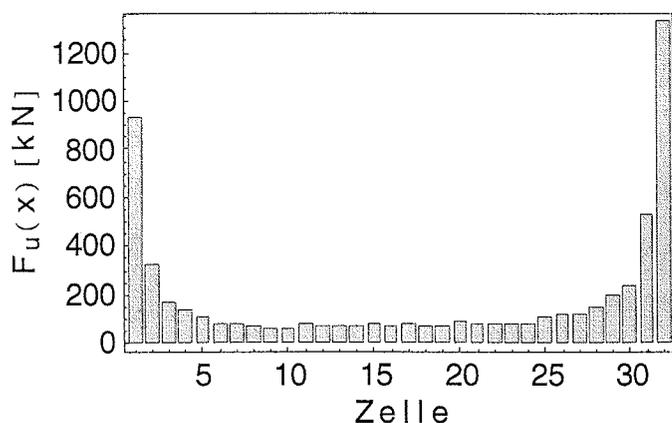


Bild 5.2.7: Aufnehmbare Traglasten  $F_u$  nach Bild 4.1

In den vertikalen Schnitten können nun die Spannungen berechnet werden. Im maßgebenden Schnitt des Beispiels ergeben sich die Spannungsverteilungen nach den Bildern 5.2.8 und 5.2.9.

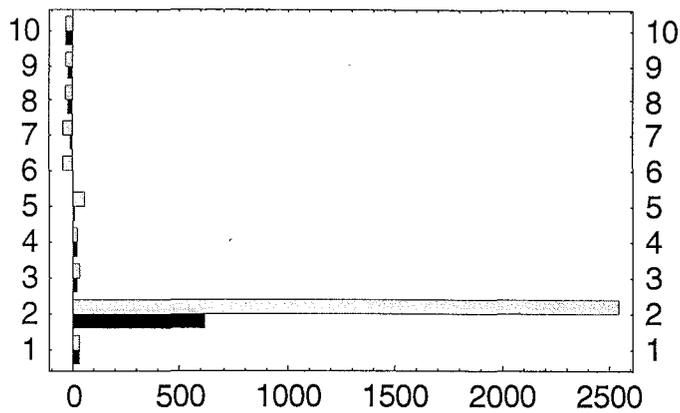


Bild 5.2.8: Normalspannungen (schwarze Balken) und Festigkeiten (graue Balken) mit Werten der FVK-Lamelle

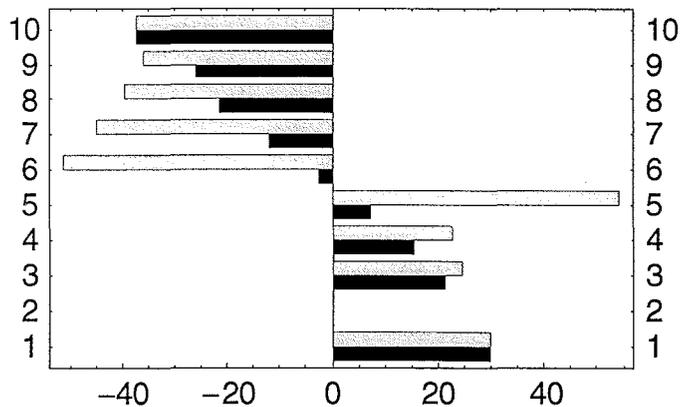


Bild 5.2.9: Normalspannungen und Festigkeiten ohne Werte der FVK-Lamelle

Demnach wird also in diesem Beispiel die Zugfestigkeit der FVK-Lamelle bei weitem nicht ausgenutzt. Die Lösungsmethode beinhaltet eine Fehlermöglichkeit. Es ist möglich, dass im inneren Bereich eine Lamelle Zugspannungen erfährt, für die der Elastizitätsmodul bei Druckbeanspruchung angenommen wurde oder umgekehrt. Der Einfluss dieses Fehlers auf das aufnehmbare Biegemoment ist jedoch vernachlässigbar gering.

Für den modellierten Träger wird noch ein zweites Gleichungssystem gelöst. Unter der Annahme, dass es eine Stelle im Zugbereich sehr geringer Steifigkeit gibt, ist unter Umständen eine Rissbildung möglich. Es ergibt sich an diesem Schnitt ein System ähnlich demjenigen eines Stahlbetonträgers im Zustand II.

Um eine daraus folgende mögliche Steigerung der Tragfähigkeit abzuschätzen, wird das Gleichungssystem unter Verwendung einer zweiten Matrix der Elastizitätsmoduln gelöst.

Vereinfachend wird eine lineare Dehnungsverteilung angenommen. Die Dehnungen in den Schwerpunkten der Holzlamellen können Bild 5.2.10 entnommen werden. Da bei einigen Biegeversuchen ein Abschälen der Holzlamelle unter der FVK-Lamelle beobachtet wurde, bleibt bei einem Aufbau des Querschnittes mit einer Holzlamelle unter einer horizontal angeordneten FVK-Lamelle diese unberücksichtigt.

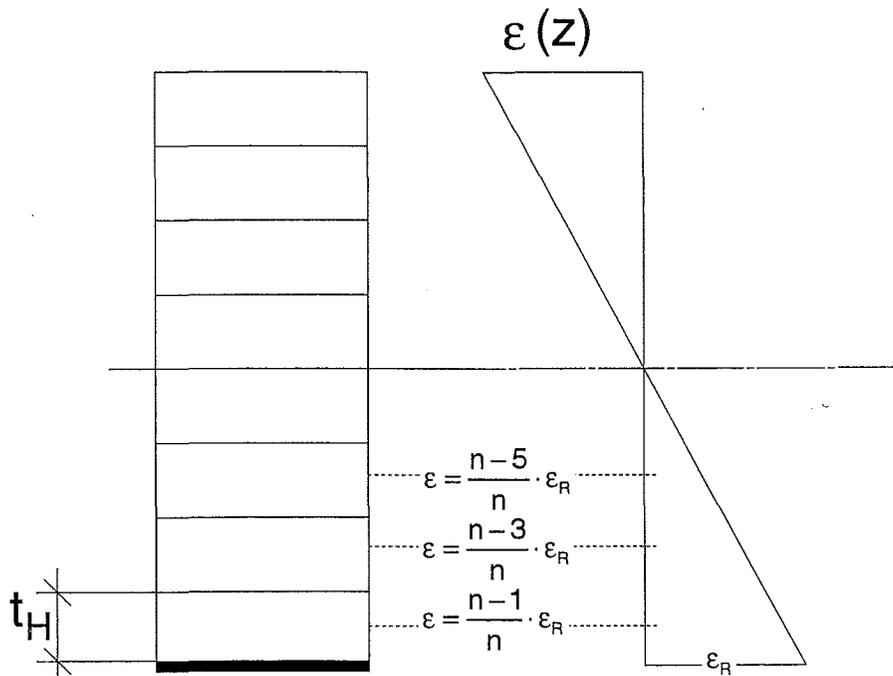


Bild 5.2.10: Dehnung der Schwerpunkte der Holzlamellen

Die Verhältnisse der Spannungen in den Schwerpunkten der untersten ( $n$ ) und zweituntersten ( $n-1$ ) Lamelle ergeben sich damit zu

$$\frac{\sigma_{n-1}}{\sigma_n} = \frac{(n-3) \cdot E_{n-1}}{(n-1) \cdot E_n} \quad (5.2.2).$$

Ist die Ungleichung

$$f_{t,n-1} < f_{t,n} \frac{(n-3) \cdot E_{n-1}}{(n-1) \cdot E_n} \quad (5.2.3)$$

erfüllt, wird

$$E_{n-1} = 0 \quad (5.2.4)$$

gesetzt, ist (5.2.3) nicht erfüllt wird

$$E_n = 0 \quad (5.2.5)$$

angenommen, mit den Zugfestigkeiten  $f_t$  und den Elastizitätsmoduln  $E_n$ . Es folgt schließlich eine Matrix für die Elastizitätsmoduln wie in Bild 5.2.11 dargestellt.

8843	8567	7998	8252	10081	7015	10496	9163	11140	10131
11168	11096	10313	11399	11119	9600	12738	13476	9005	11271
10865	11172	11795	11063	11069	11569	10713	11186	10983	11974
10801	13310	13115	11679	10726	9514	10304	10552	11406	11710
14061	11106	12109	12391	11003	10690	11827	11650	15911	16250
9432	8514	10001	9130	8421	10909	9492	10259	10180	11282
12708	10980	11472	11403	10251	12693	11519	12273	9333	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	12139
203000	203000	203000	203000	203000	203000	203000	203000	203000	203000

Bild 5.2.11: Matrix der Elastizitätsmoduln mit Nullstellen

Mit dieser Matrix folgen die in den Bildern 5.2.12 und 5.2.13 dargestellten Spannungsverteilungen im für die Tragfähigkeit maßgebenden Schnitt. In dem dargestellten Beispiel ist bei beiden Lösungen derselbe Schnitt maßgebend. Es können jedoch durchaus unterschiedliche Schnitte maßgebend werden. Als Tragfähigkeit des Brettschichtholzträgers wird der Maximalwert der beiden Lösungen verwendet.

In dem dargestellten Beispiel ist dies die zuerst gezeigte Lösung mit der Matrix der Elastizitätszahlen nach Bild 5.2.2.

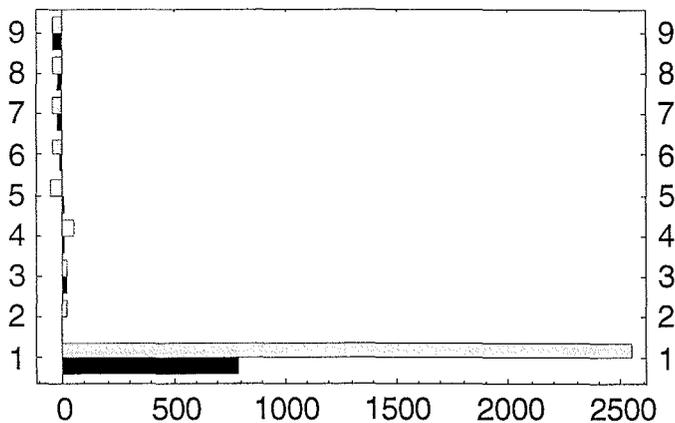


Bild 5.2.12: Normalspannungen und Festigkeiten im zweiten Modell mit Werten der FVK-Lamelle

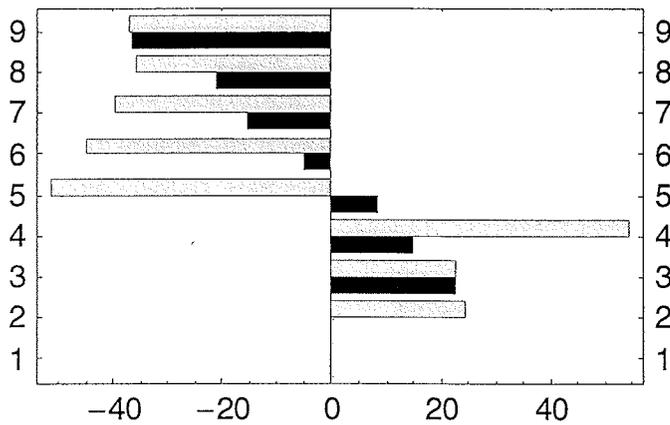


Bild 5.2.13: Normalspannungen und Festigkeiten im zweiten Modell ohne Werte der FVK-Lamelle

Bild 5.2.14 zeigt die Matrix der Elastizitätsmoduln für einen Träger mit 17 Holzlamellen oberhalb der FVK-Lamelle.

9408	8861	11057	10271	10705	10464	11056	9485	10959	11158
13146	12571	11054	10580	10688	11636	11758	12610	10559	13447
9324	10959	9791	9971	8642	9929	9765	10933	12852	10938
12591	11568	9118	10791	13305	11365	11815	12602	11581	11789
15512	10756	10758	9309	11006	10663	12765	10184	9882	10226
8900	11211	11109	11369	11240	11856	10056	9844	9778	8676
8919	9339	10396	10218	10233	9917	8762	12022	9603	8362
12333	13484	12265	10450	8635	10082	10475	11101	8097	9420
11708	11747	12099	11387	10114	12331	12676	12424	12351	11941
8888	13487	9989	13807	13092	6712	13830	12993	10344	13681
12506	12461	12088	10552	8198	10692	9290	7897	12036	10879
8698	9418	12592	13086	14016	13336	12879	12540	11932	9980
14326	8835	12142	12172	7954	13173	12722	8495	12304	14462
10065	0	8698	11161	11784	11173	0	0	10888	10036
8828	10909	10692	9025	7051	9538	9667	9768	11579	11176
0	0	0	0	0	0	0	11957	0	0
9691	11445	11429	11197	13375	12528	12975	0	11599	10631
203000	203000	203000	203000	203000	203000	203000	203000	203000	203000

Bild 5.2.14: Matrix der Elastizitätsmoduln für einen Brettschichtholzträger mit 17 Holzlamellen oberhalb der FVK-Lamelle

Schließlich kann unter der Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens noch die Biegesteifigkeit berechnet werden. Mit den Schwerpunkten der Lamellen  $\zeta_i(x)$ , den Flächen der Lamellen  $A_i$  und den Elastizitätsmoduln  $E_i(x)$  folgt nach Schelling (1982):

$$\zeta_s(x) = \frac{\sum_{i=1}^n E_i(x) \cdot \zeta_i(x) \cdot A_i}{\sum_{i=1}^n E_i(x) \cdot A_i} \quad (5.2.6)$$

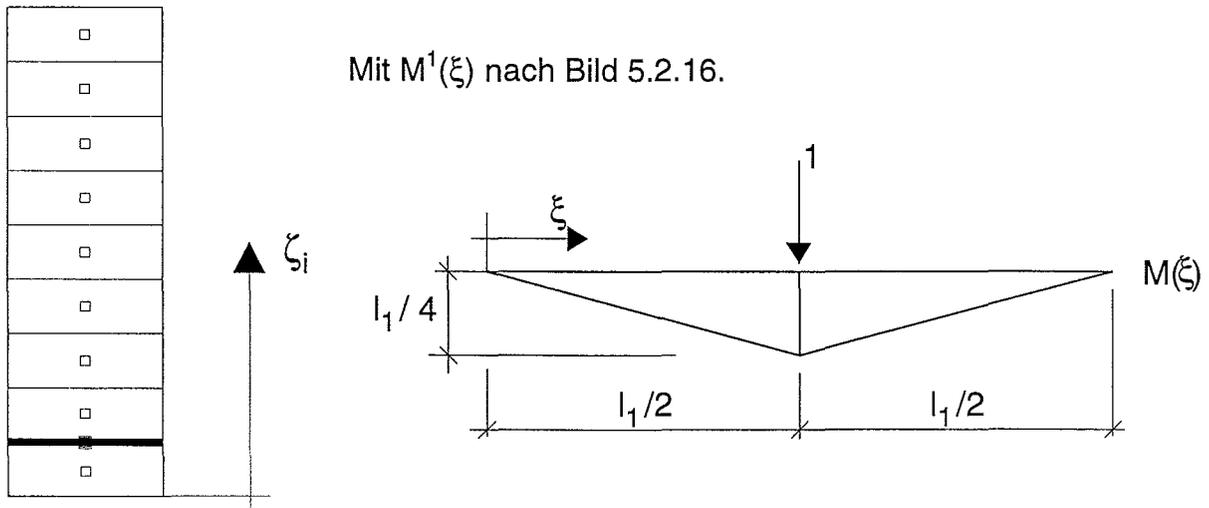
Bild 5.2.15: Lage der neutralen Faser  $\zeta_i$

Gleichung (5.2.6) wird wiederum für alle vertikalen Schnitte entsprechend den Spalten der Matrizen gelöst. Es folgen Biegesteifigkeiten

$$EI(x) = \sum_{i=1}^n E_i(x) \cdot b_i \cdot t_i^3 / 12 + \sum_{i=1}^n E_i(x) \cdot b_i \cdot t_i \cdot (\zeta_i(x) - \zeta_s(x))^2 \quad (5.2.7)$$

Unter Berücksichtigung des Versuchsaufbaus nach DIN EN 408 kann die Biegesteifigkeit des mittleren, querkraftfreien Bereiches  $l_1$  berechnet werden zu

$$EI_m = 2 \cdot l_1^2 / 16 \cdot 1 / \left[ \sum \frac{M^1(\xi) \cdot 150 \text{ mm}}{EI(x)} \right] \quad (5.2.8).$$



Mit  $M^1(\xi)$  nach Bild 5.2.16.

Bild 5.2.16: Verlauf von  $M^1(\xi)$

Die stochastischen Modelle werden mit Hilfe der durchgeführten Biegeversuche überprüft. Bild 5.2.17 zeigt die Biegesteifigkeiten der geprüften Träger in Anlehnung an DIN EN 408 über den Mittelwerten von jeweils 200 modellierten Biegeträgern.

Für diese Berechnungen wurden zunächst Bretter mit Eigenschaften ähnlich denjenigen der Prüfkörper modelliert. Bei diesen modellierten Brettern stimmte die Lage und Größe des größten KAR –Wertes und die Darrohdichte mit den realen Brettern überein. Der Elastizitätsmodul der Bretter durfte um 10 % von den gemessenen Elastizitätsmoduln der Bretter abweichen. Der Elastizitätsmodul der Bretter wurde nach Görlacher (1990) mit Hilfe des ermittelten dynamischen Elastizitätsmodul  $E_{dyn}$  berechnet zu

$$E = 1,056 \cdot E_{dyn} - 1320 \text{ N/mm}^2 \quad (5.2.9).$$

Der Korrelationskoeffizient zwischen den Ergebnissen der Prüfkörper und den Mittelwerten ist mit  $r = 0,94$  sehr gut. Die Gültigkeit der Gleichungen (5.2.6) und (5.2.7) kann somit als bestätigt angesehen werden. Die Abweichung der Regressionsgeraden von der Winkelhalbierenden dürfte auf einem systematischen Fehler bei der Messdatenerfassung oder bei der Ermittlung von (5.2.9) beruhen.

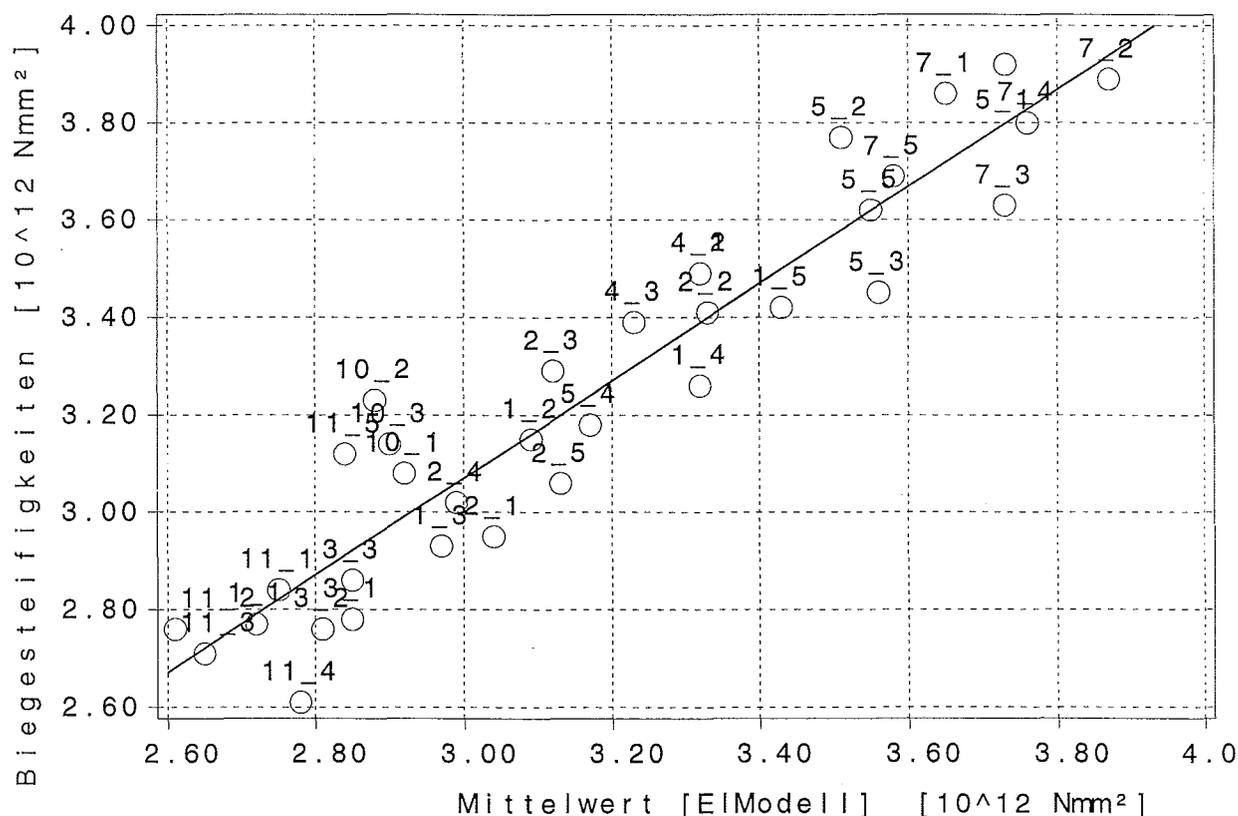


Bild 5.2.17: Biegesteifigkeiten der Prüfkörper über den Mittelwerten der Modellrechnungen

Die Überprüfung der stochastischen Modelle für die Tragfähigkeit erfolgte anhand der Mittelwerte der Tragfähigkeiten der Versuchsserien und der Mittelwerte der Tragfähigkeiten von 200 modellierten Trägern, unter Verwendung von Brettern der Sortierklasse MS10. Bild 5.2.18 zeigt diese Mittelwerte  $F_u$  und  $F_{u, \text{Modell}}$ . Die unverstärkten Prüfkörper der Serien 3 und 11 wurden zusammengefasst.

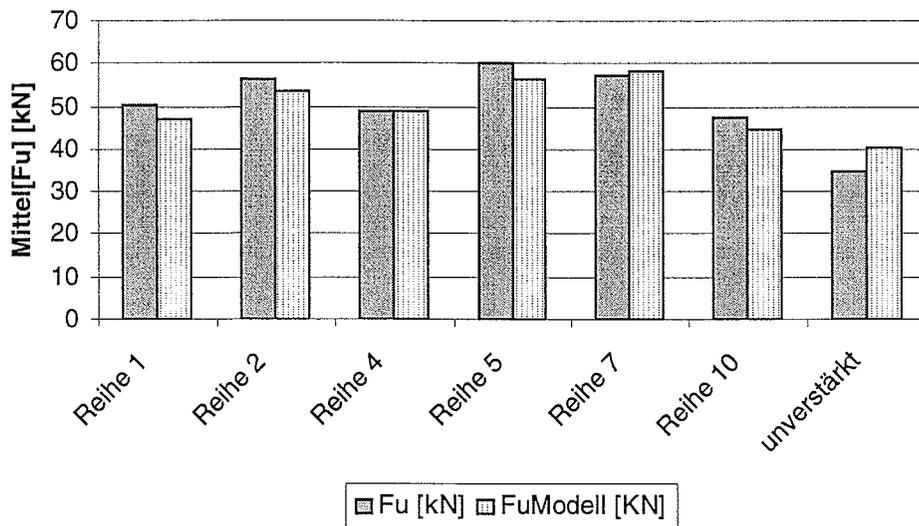


Bild 5.2.18: Vergleich der Mittelwerte der Serien und der Modelle

Bild 5.2.19 zeigt die Verhältnisse der in Bild 5.2.18 dargestellten Mittelwerte.

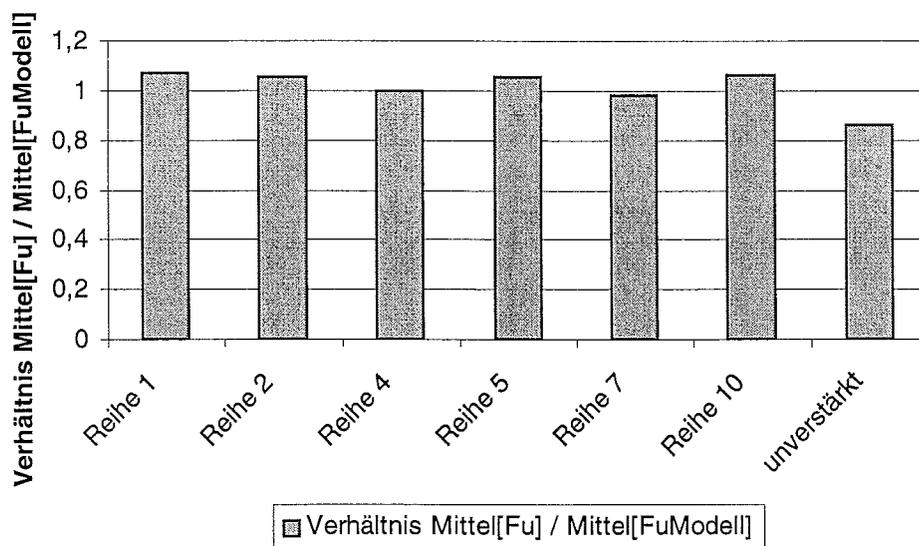


Bild 5.2.19: Verhältnisse der Mittelwerte

Tabelle 5.2.1 enthält die in den Bildern 5.2.18 und 5.2.19 dargestellten Ergebnisse.

Tabelle 5.2.1: Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Modellergebnissen

	Versuche		Mittel [ $F_{u, \text{Modell}}$ ] [kN]	$\frac{\text{Mittel } [F_u]}{\text{Mittel } [F_{u, \text{Modell}}]}$
	Mittel [ $F_u$ ] [kN]	Anzahl n		
Reihe 1	50,3	5	46,8	1,07
Reihe 2	56,6	5	53,5	1,06
Reihe 4	48,8	3	48,8	1,00
Reihe 5	59,9	5	56,6	1,06
Reihe 7	57,5	5	58,3	0,99
Reihe 10	47,5	3	44,6	1,07
unverstärkt	34,6	8	40,2	0,86

Offensichtlich bilden die stochastischen Modelle die Realität sehr gut ab. Ein signifikanter Unterschied besteht allerdings bei den unverstärkten Trägern. Hier liegt der Mittelwert der Tragfähigkeiten der modellierten Träger deutlich über demjenigen der Prüfkörper. Dies ist auf die ungünstige Holzauswahl und den Aufbau dieser Prüfkörper zurückzuführen.

Wie in Bild 4.2 gezeigt, lagen bei den unverstärkten Prüfkörpern KT\_11\_1, KT\_11\_2 und KT\_11\_3 die KZV in einem sehr engen Bereich im hoch beanspruchten Abschnitt des Prüfkörpers. Eine Reduzierung der Tragfähigkeit durch diese Anordnung wird durch die Versuchsergebnisse bestätigt (Tabelle C.1).

Eine weitere Reduzierung der Tragfähigkeit der unverstärkten Träger war durch die hohen KAR-Werte, die in den äußeren, biegezugbeanspruchten Lamellen dieser Träger vorhanden waren, zu erwarten. Der Mittelwert der größten KAR-Werte im Bereich der maximalen Biegemomentenbeanspruchung der zwei äußeren, biegezugbeanspruchten Lamellen betrug bei den verstärkten Trägern 0,27 (Median[KAR] = 0,31) bei den unverstärkten dagegen 0,42 (Median[KAR] = 0,43). Die maximalen KAR-Werte der modellierten und für die Berechnungen verwendeten Bretter der Sortierklasse MS10 betragen

im Mittel 0,29 (Median[KAR] = 0,27), so dass von einer besseren Abbildung der Bretter der verstärkten Träger in den stochastischen Modellen auszugehen ist.

Die 5%-Quantile der Biegefestigkeit von 500 Modellrechnungen für die unverstärkten Träger mit 9 Holzlamellen der Sortierklasse MS10 mit einer Dicke von jeweils 35 mm betrug

$$f_{m,0.05} = 25,6 \text{ N/mm}^2 \quad (5.2.10).$$

Der charakteristische Wert nach der DIN 1052 (2003) für GL24h ist

$$f_{m,k} \cdot k_h = \text{Min}\left[\left(\frac{600}{9 \cdot 35}\right)^{0,14}; 1,1\right] \cdot 24 \text{ N/mm}^2 = 26,3 \text{ N/mm}^2 \quad (5.2.11).$$

Die gute Übereinstimmung von (5.2.10) und (5.2.11) spricht für die korrekte Abbildung unverstärkter Träger durch das stochastische Modell.

Bei den stochastischen Untersuchungen wurden meist 200 Modelle berechnet. Die Bilder 5.2.20 und 5.2.21 zeigen die fortlaufenden Mittelwerte der Tragfähigkeiten über der Anzahl der berechneten Modelle. Die Annahme einer Stabilisierung der Ergebnisse bei 200 Berechnungen scheint gerechtfertigt zu sein.

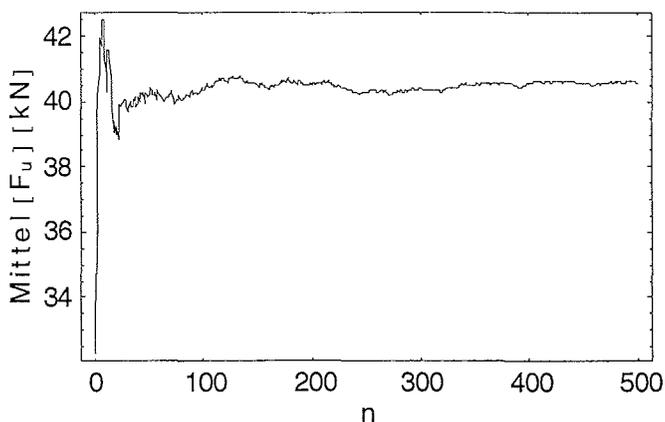


Bild 5.2.20: Zur Stabilisierung des Mittelwerts der Tragfähigkeiten, unverstärkte Träger GL24h

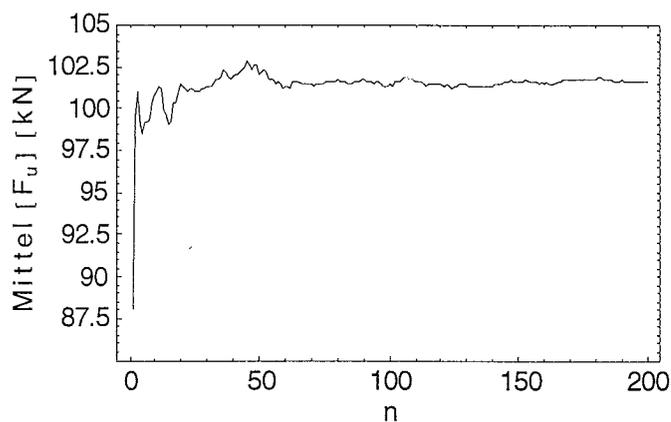


Bild 5.2.21: Zur Stabilisierung des Mittelwerts der Tragfähigkeiten, verstärkte Träger entsprechend Reihe KT\_4, Bretter der Sortierklasse MS17

Die Bilder 5.2.22 und 5.2.23 zeigen die Stabilisierung der 5%-Quantilwerte über der fortlaufenden Anzahl der Modellrechnungen. Die Annahme eines stabilen Wertes ab 200 Modellrechnungen scheint wiederum gerechtfertigt zu sein.

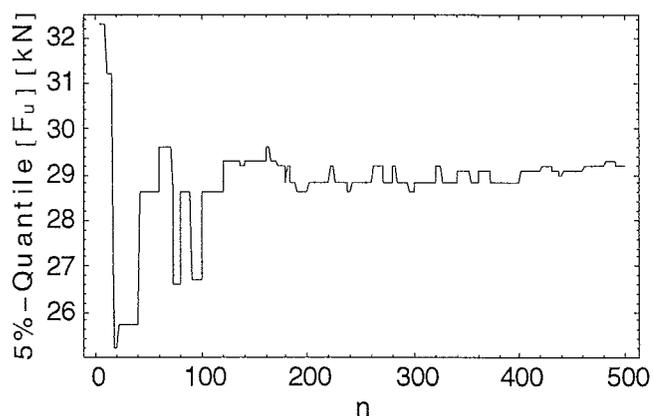


Bild 5.2.22: Zur Stabilisierung der 5%-Quantile der Tragfähigkeiten, unverstärkte Träger GL24h

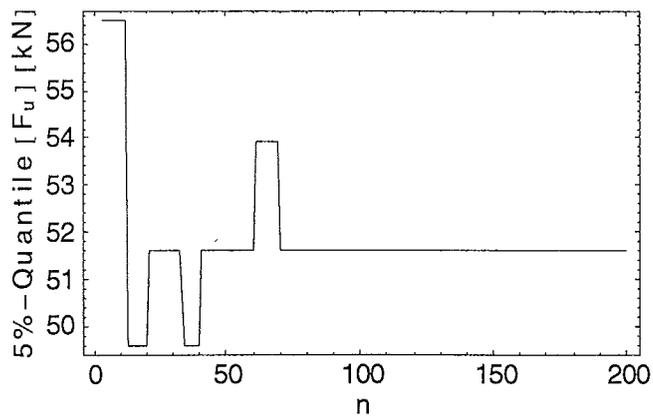


Bild 5.2.23: Zur Stabilisierung der 5%-Quantile der Tragfähigkeiten, verstärkte Träger entsprechend Reihe KT\_4, Bretter der Sortierklasse MS17

### 5.3 Ergebnisse der stochastischen Untersuchungen

Um ein einfaches Bemessungsverfahren zu ermöglichen, werden im folgenden Faktoren angegeben, mit denen die Biegefestigkeit und –steifigkeit abhängig vom Verstärkungsgrad  $\alpha$

$$\alpha = \frac{E_{\text{FVK}} \cdot A_{\text{FVK}} \cdot z_{\text{FVK}}^2}{E_{\text{BSH}} \cdot I_{\text{BSH}}} \quad (5.3.1)$$

berechnet werden kann. In (5.3.1) bedeuten

$E_{\text{FVK}}$ : Elastizitätsmodul der faserverstärkten Kunststofflamelle

$A_{\text{FVK}}$ : Querschnittsfläche der faserverstärkten Kunststofflamelle

$z_{\text{FVK}}$ : Abstand des Schwerpunktes der faserverstärkten Kunststofflamelle zur Mittellinie des Biegeträgers, dies ist nicht der Abstand zur neutralen Faser nach (5.2.6)

$E_{\text{BSH}}$ : Elastizitätsmodul für Brettschichtholz nach den Bemessungsnormen

$I_{\text{BSH}}$ : Flächenträgheitsmoment,  $I_{\text{BSH}} = b \cdot h^3 / 12$ .

Bei der Ermittlung der Faktoren wurden die Mittelwerte und die 5%-Quantilen der Modellrechnungen verwendet.

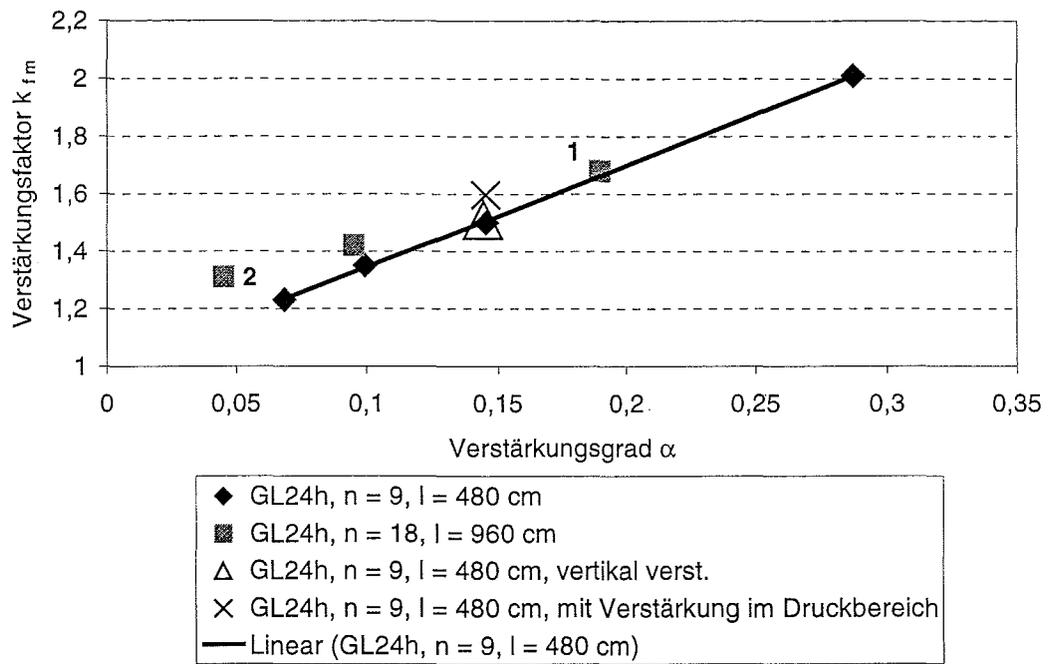
In den Bildern 5.3.3 und 5.3.4 ist der Faktor für die Traglaststeigerung über den Verstärkungsgraden aufgetragen. Dazu wurde zunächst aus den 5%-Quantilen der Bruchmomente der Biegeträger eine Randspannung ohne Berücksichtigung des Trägeraufbaus nach

$$f_m^* = \frac{M_{u,0.05}}{b \cdot h^2 / 6} \quad (5.3.2)$$

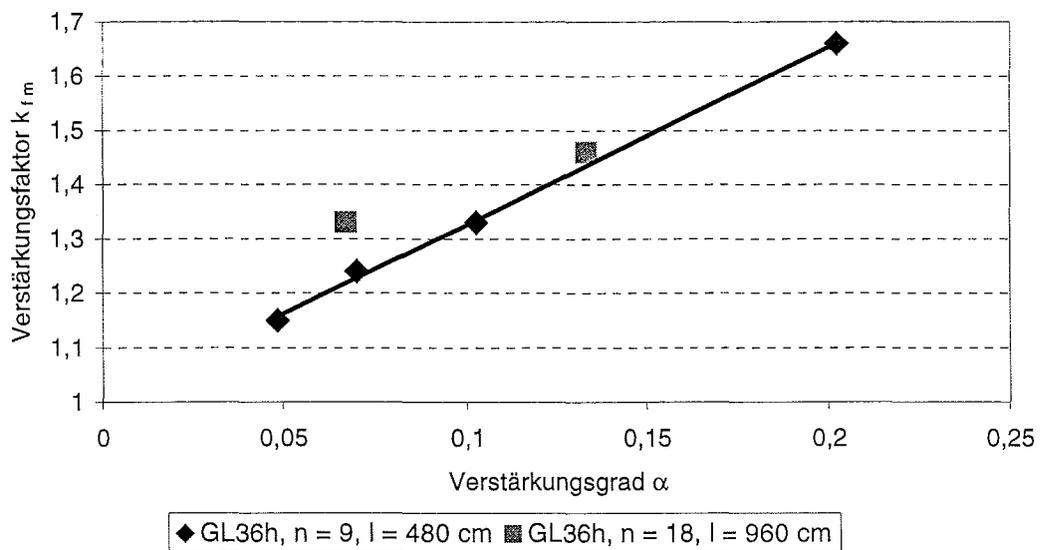
ermittelt.

Der Faktor  $k_{\text{fm}}$  ergibt sich aus dem Verhältnis der Festigkeiten nach (5.3.2) für Träger mit und ohne Verstärkung.

GL24h

Bild 5.3.1: Verstärkungsfaktor  $k_{fm}$  über  $\alpha$  für GL24h

GL36h

Bild 5.3.2: Verstärkungsfaktor  $k_{fm}$  über  $\alpha$  für GL36h

Für jede Serie der verstärkten Träger wurden 200 Berechnungen durchgeführt, für die unverstärkten Träger 500 Berechnungen. Die Belastung erfolgte nach Bild 4.1 in Anlehnung an DIN EN 408 als Vierpunktbiegeversuch. Die querkräftfreien Bereiche, das ist der mittlere Bereich mit konstantem Biegemoment, waren bei den Trägern mit einer Länge von 960 cm doppelt so lang wie bei denjenigen mit einer Länge von 460 cm.

Die Lamellenhöhe betrug  $t_H = 35$  mm, die Lamellenbreite 100 mm. Die Lamellenbreite kann in (5.3.1) gekürzt werden

$$\alpha = \frac{E_{FVK} \cdot b_{FVK} \cdot h_{FVK} \cdot z_{FVK}^2}{E_{BSH} \cdot b_{BSH} \cdot h_{BSH}^3 / 12} = \frac{E_{FVK} \cdot h_{FVK} \cdot z_{FVK}^2}{E_{BSH} \cdot h_{BSH}^3 / 12} \quad (5.3.3).$$

Da die Lamellenbreite bei der Modellierung der Bretter nach Görlacher (1990) und Colling (1990) keinen Einfluss hat, wird angenommen, dass sie auch ohne Einfluss auf den Verstärkungsfaktor  $k_{fm}$  ist.

Die Höhe der Brettlamellen bleibt bei der Modellierung der Bretter ebenfalls unberücksichtigt. Allerdings wird die Anzahl der Brettlamellen im biegezugbeanspruchten Bereich bei Brettschichtholzträgern, die aus Brettlamellen geringer Höhe aufgebaut sind, größer. Die Wahl dünnerer Bretter hat somit zwei gegenläufige Auswirkungen. Der höheren Homogenisierung stehen die im Biegezugbereich häufiger vorhandenen Schwachstellen im Bereich von KZV gegenüber.

Die 5%-Quantilen der Biegefestigkeit nach (5.3.2) betragen für unverstärkte BSH-Träger mit einer Länge von 960 cm, die aus Brettlamellen der Sortierklasse MS10 aufgebaut waren

$$f_{m,0.05} = 24,2 \text{ N/mm}^2, \text{ bei Trägern mit 9 Lamellen einer Höhe von } t_H = 42 \text{ mm} \quad (5.3.4)$$

und

$$f_{m,0.05} = 23,6 \text{ N/mm}^2, \text{ bei Trägern mit 18 Lamellen einer Höhe von } t_H = 21 \text{ mm} \quad (5.3.5).$$

Die Bilder 5.3.3 und 5.3.4 zeigen die Stabilisierung der Biegefestigkeit als 5%-Quantilwert über der Anzahl der Berechnungen. Der Unterschied der Biegefestigkeiten nach (5.3.4) und (5.3.5) scheint unter Berücksichtigung des in Bild 5.3.4 dargestellten Verlaufes nicht signifikant zu sein. Der Einfluss der Lamellendicke kann bei dem verwendeten stochastischen Modell unberücksichtigt bleiben.

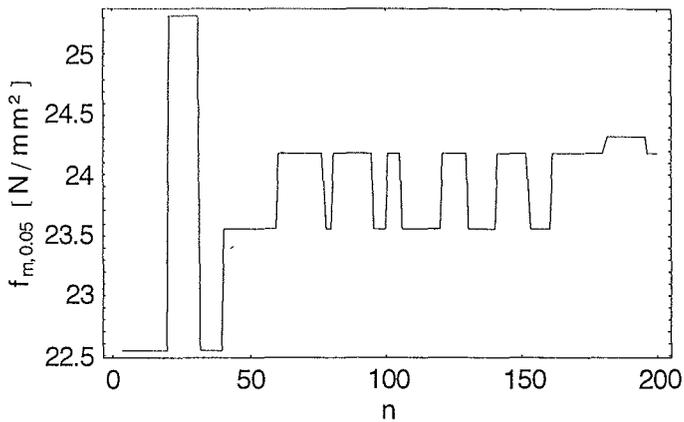


Bild 5.3.3: Zur Stabilisierung der 5%-Quantile der Biegefestigkeiten  $f_{m, 0.05}$   
 $n = 9, t_H = 42 \text{ mm}$

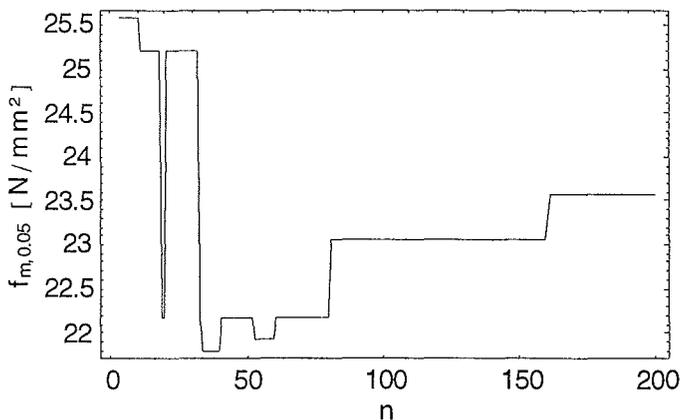


Bild 5.3.4: Zur Stabilisierung der 5%-Quantile der Biegefestigkeiten  $f_{m, 0.05}$   
 $n = 18, t_H = 21 \text{ mm}$

Bei der Bemessung von verstärkten Trägern kann der charakteristische Wert der Biegefestigkeit von unverstärkten Brettschichtholzträgern nach den Bemessungsnormen mit dem Wert  $k_{fm}$  multipliziert werden und der Nachweis mit diesem erhöhten, fiktiven Wert der charakteristischen Biegefestigkeiten geführt werden:

$$f_{m,k}^* = k_{fm} \cdot f_{m,k,DIN} \quad (5.3.6).$$

Nach den Bildern 5.3.1 und 5.3.2 kann für die Ermittlung von  $k_{fm}$  für  $\alpha < 0,204$  für GL24h und für  $\alpha < 0,153$  für GL36h auf der sicheren Seite liegend die Regressionsgerade der Träger mit der geringeren Höhe von  $9 \times 35 \text{ mm} = 315 \text{ mm}$  verwendet werden

$$\text{GL24h:} \quad k_{fm} = 3,55 \alpha + 0,99 \quad (5.3.7),$$

$$\text{GL36h: } k_{fm} = 3,27 \alpha + 1,00 \quad (5.3.8).$$

Für höhere Verstärkungsgrade  $\alpha$  liegen die Werte der Regressionsgeraden der höheren Träger mit  $n = 18$  Lamellen unter denjenigen nach (5.3.7) bzw. (5.3.8). Die Gleichungen (5.3.7) und (5.3.8) führen für höhere Verstärkungsgrade somit zu nichtkonservativen Werte von  $k_{fm}$ .

Verstärkungsgrade  $\alpha > 0,153$  sind bei sehr hohen Trägern kaum zu erreichen. Für einen Träger von 2 m Querschnittshöhe, einem mittleren Elastizitätsmodul des Holzes von  $14700 \text{ N/mm}^2$  und einem Elastizitätsmodul der FVK-Lamelle von  $203000 \text{ N/mm}^2$ , wäre mit  $z_{FVK} = 1000 \text{ mm}$  nach (5.3.1) eine Dicke der Verstärkungslage von 7,4 mm erforderlich. Bei einer Lamellendicke von 1,4 mm entspricht dies 5,3 FVK-Lamellen.

Für BSH-Träger, deren Brettlamellen den Kriterien der restlichen Sortierklassen genügen kann auf der sicheren Seite liegend Gleichung (5.3.8) verwendet werden.

Nach den in den Bildern 5.3.1 und 5.3.2 dargestellten Ergebnissen für die verstärkten Träger mit einer Länge von 960 cm und 18 Brettlamellen mit  $t_H = 35 \text{ mm}$  scheint ein vom Verstärkungsgrad  $\alpha$  abhängiger Volumeneffekt vorzuliegen. Während die 5%-Quantile der Biegefestigkeit des höher verstärkten Modells „1“ nach Bild 5.3.1 einen Verstärkungsfaktor in der Höhe der kleineren Modellträger aufweist, zeigt der Modellträger „2“ höhere Festigkeiten als kleinere Träger mit gleichem Verstärkungsgrad. Bei einem vom Verstärkungsgrad unabhängigen Volumeneffekt sollten diese Verhältnisse gleich sein.

Um diesen Volumeneffekt zu untersuchen, wurden geometrisch ähnliche Modelle verschiedener Länge und Höhe berechnet. Die Träger mit einer Lamellenanzahl von  $n = 18$  dieser Modelle hatten zwei Randlamellen aus Holz unterhalb der Verstärkungslamelle, während die Modelle, die zu den in den Bildern 5.3.1 und 5.3.2 dargestellten Ergebnissen führten, nur eine Randlamelle aus Holz hatten.

Die in Tabelle 5.3.1 enthaltenen Höhenfaktoren  $S_h$  und Längenfaktoren  $S_L$  wurden nach Rouger (1995) berechnet zu

$$\frac{f_{m,0.05,V2}}{f_{m,0.05,V1}} = \left( \frac{L_1}{L_2} \right)^{S_L} \cdot \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^{S_h} \quad (5.3.9),$$

bei geometrisch ähnlichen Trägern mit einem konstanten Verhältnis der Längen und Höhen ergibt sich der Größenfaktor  $S_R$  nach Rouger (1995) zu

$$\frac{f_{m,0,05,V2}}{f_{m,0,05,V1}} = \left(\frac{h_1}{h_2}\right)^{S_R} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{S_R} \quad (5.3.10).$$

Tabelle 5.3.1: Größenfaktoren

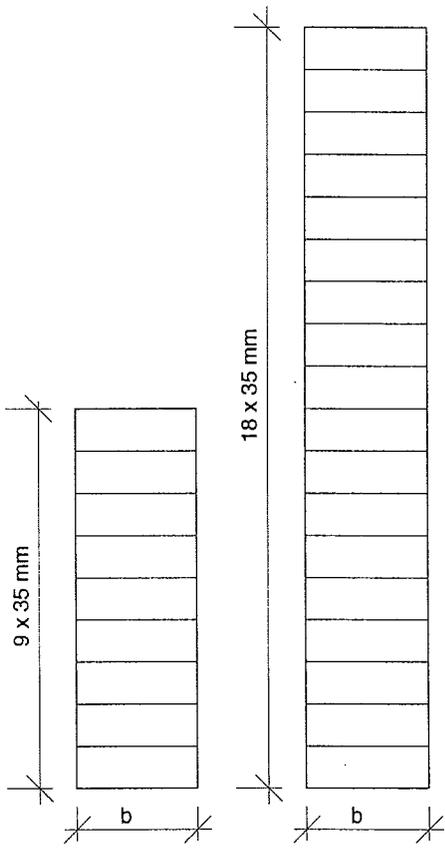
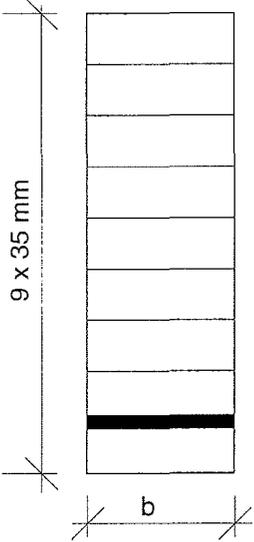
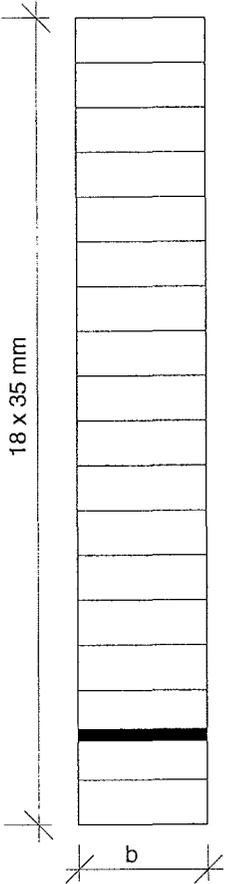
Querschnitt	modellierte Abmessungen	Faktoren nach (5.3.9) und (5.3.10)
unverstärkt		
	<p style="text-align: center;"><math>n = 9</math></p> <p style="text-align: center;"><math>L_1 = 480 \text{ cm}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>L_2 = 960 \text{ cm}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>n = 18</math></p> <p style="text-align: center;"><math>L_1 = 480 \text{ cm}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>L_2 = 960 \text{ cm}</math></p>	<p style="text-align: center;"><math>S_L = 0,10</math></p> <p style="text-align: center;"><math>S_H = 0,12</math></p> <p style="text-align: center;"><math>S_R = 0,21</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\approx 0,10 + 0,12</math></p>

Tabelle 5.3.1 (Fortsetzung): Größenfaktoren

Querschnitt	modellierte Abmessungen	Faktoren nach (5.3.9) und (5.3.10)
<b>verstärkt</b>		
	$n = 9$ $L_1 = 480 \text{ cm}$ $L_2 = 960 \text{ cm}$ $t_{\text{FVK}} = 1,4 \text{ mm}, E_{\text{FVK}} = 203000 \text{ N/mm}^2$ $t_{\text{FVK}} = 2,8 \text{ mm}, E_{\text{FVK}} = 203000 \text{ N/mm}^2$ $t_{\text{FVK}} = 1,8 \text{ mm}, E_{\text{FVK}} = 75000 \text{ N/mm}^2$	$E_{\text{FVK}} = 203000 \text{ N/mm}^2$ $t_{\text{FVK}} = 2,8 \text{ mm}$ $S_L = 0,11$ $t_{\text{FVK}} = 1,4 \text{ mm und}$ $t_{\text{FVK}} = 2,8 \text{ mm}$ $S_H = 0,09$
	$n = 18$ $L_1 = 480 \text{ cm}$ $t_{\text{FVK}} = 2,8 \text{ mm}, E_{\text{FVK}} = 203000 \text{ N/mm}^2$ $t_{\text{FVK}} = 3,6 \text{ mm}, E_{\text{FVK}} = 75000 \text{ N/mm}^2$	$S_R = 0,11 + 0,09 = 0,2$ $E_{\text{FVK}} = 75000 \text{ N/mm}^2$ $t_{\text{FVK}} = 1,8 \text{ mm}$ $S_L = 0,085$ $t_{\text{FVK}} = 1,8 \text{ mm und}$ $t_{\text{FVK}} = 3,6 \text{ mm}$ $S_H = 0,026$ $S_R = 0,085 + 0,026$ $= 0,111$

Nach den in Tabelle 5.3.1 dargestellten Ergebnissen weisen schwach verstärkte Träger einen geringeren Größeneffekt auf als stark verstärkte oder unverstärkte Träger. Hierdurch wird der höhere Wert des Verstärkungsfaktors  $k_{fm}$  des schwach bewehrten Trägers „2“ in Bild 5.3.1 erklärt.

Die Bilder 5.3.5 bis 5.3.8 zeigen Verstärkungsfaktoren zur Ermittlung eines wirksamen Elastizitätsmoduls für den Verbundquerschnitt in Abhängigkeit vom Verstärkungsgrad  $\alpha$

$$E_{\text{BSH, eff, 0,05}} = k_{E, 0,05} \cdot E_{0,0,05} \quad (5.3.11)$$

bzw.

$$E_{\text{BSH, eff, mean}} = k_{E, \text{mean}} \cdot E_{0, \text{mean}} \quad (5.3.12).$$

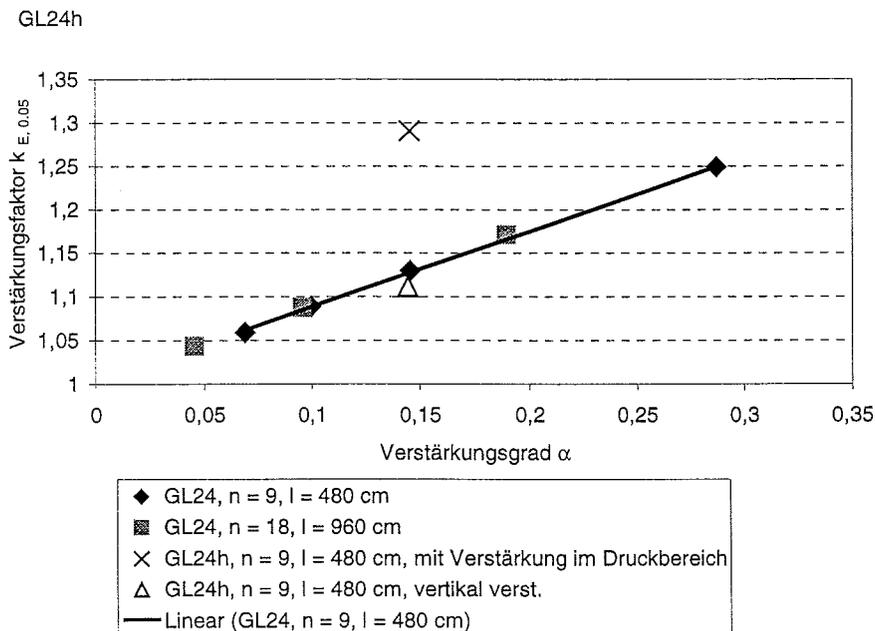
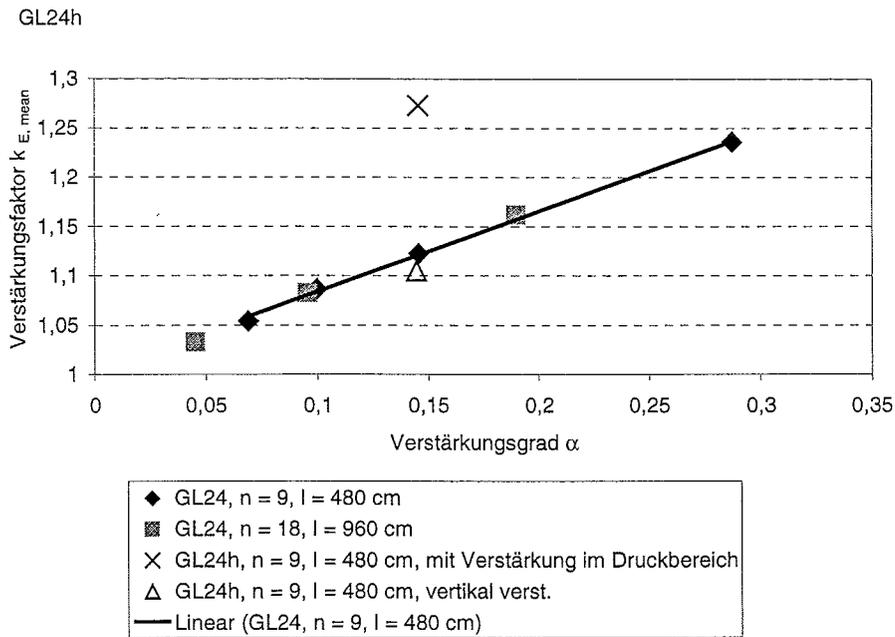
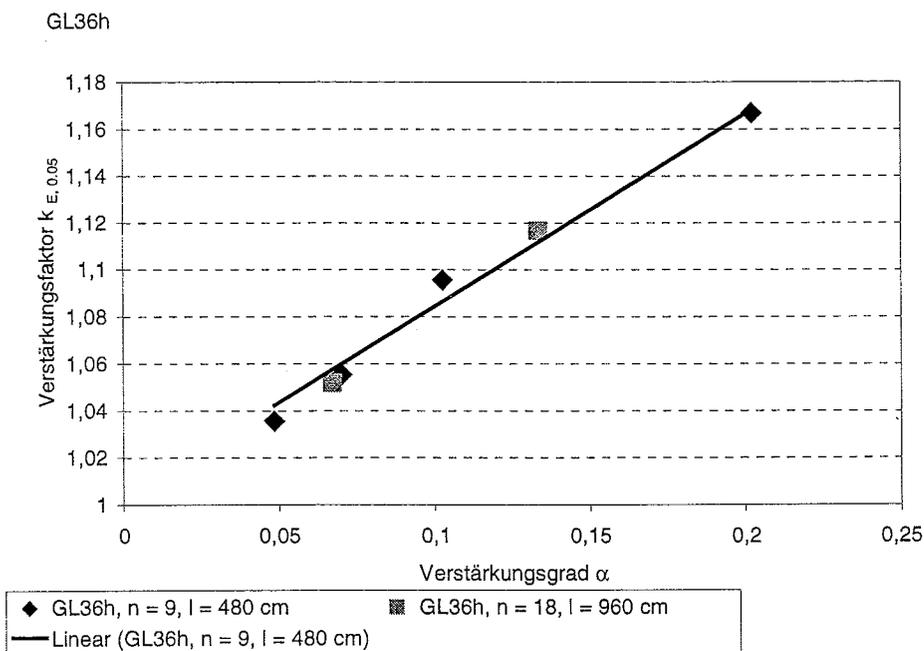


Bild 5.3.5:  $k_{E, 0,05}$  über dem Verstärkungsgrad  $\alpha$  für GL24h

Bild 5.3.6:  $k_{E, \text{mean}}$  über dem Verstärkungsgrad  $\alpha$  für GL24hBild 5.3.7:  $k_{E, 0.05}$  über dem Verstärkungsgrad  $\alpha$  für GL36h

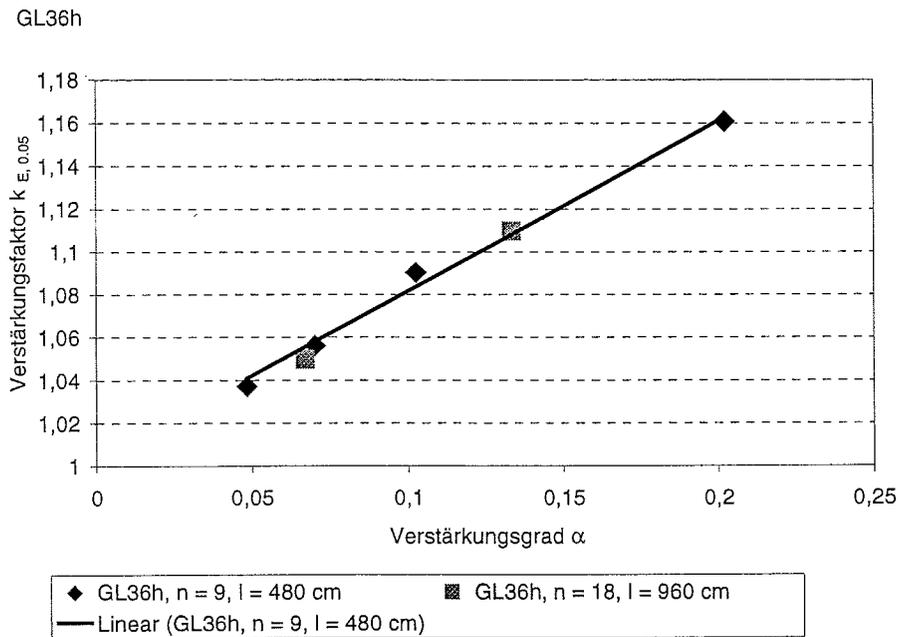


Bild 5.3.8:  $k_{E, \text{mean}}$  über dem Verstärkungsgrad  $\alpha$  für GL36h

Dass die Regressionsgerade von der Winkelhalbierenden abweicht, liegt an der Berechnung von  $\alpha$  nach (5.3.1). Würde in (5.3.1) anstatt dem Abstand der FVK-Lamelle zur Mittellinie  $z_{\text{FVK}}$  der Abstand  $\zeta_s$  zur neutralen Faser nach (5.2.6) verwendet werden, würde nach der Elastizitätstheorie

$$E_{\text{BSH, eff}} = (1 + \alpha_\zeta) \cdot E_{\text{BSH}} \quad (5.3.13)$$

folgen.

Die Gleichungen der Regressionsgerade lauten

$$\text{GL24h:} \quad k_{E,0.05} = 0,86 \alpha + 1,00 \quad (5.3.14),$$

$$\text{GL24h:} \quad k_{E,\text{mean}} = 0,82 \alpha + 1,00 \quad (5.3.15),$$

$$\text{GL36h:} \quad k_{E,0.05} = 0,85 \alpha + 1,00 \quad (5.3.16),$$

$$\text{GL36h:} \quad k_{E,\text{mean}} = 0,80 \alpha + 1,00 \quad (5.3.17).$$

Diese Gleichungen erlauben eine schnelle Berechnung des wirksamen Elastizitätsmoduls nach (5.3.11) und (5.3.12). Insbesondere bei vorhandener Verstärkung im Biegedruckbereich unterschätzen die Gleichungen (5.3.14) bis (5.3.17) die vorhandene Biegesteifigkeit deutlich. Die Berechnung der Biegesteifigkeit nach (5.2.6) und (5.2.7) ist in diesen Fällen vorzuziehen.

Bei einem Vergleich der Gleichungen (5.3.7) und (5.3.8), die den Verstärkungsfaktor für die wirksamen Biegefestigkeiten in Abhängigkeit vom Verstärkungsgrad  $\alpha$  angeben, mit den Gleichungen (5.3.14) bis (5.3.17), die den Verstärkungsfaktor für den effektiven Elastizitätsmodul enthalten, zeigt sich, dass die Verstärkung von BSH-Trägern mit FVK-Lamellen zu einer deutlichen Tragfähigkeitssteigerung führt, aber nur zu einer geringen Zunahme der Biegesteifigkeit.

## 6 Langzeitversuche

Ziel der Untersuchungen zum Langzeitverhalten war, das Kriechverhalten von mit FVK-Lamellen verstärkten Biegeträgern zu beschreiben. Im Rahmen dieses Forschungsvorhabens sollte nicht die Dauerstandfestigkeit ermittelt werden, die nach Hoffmeyer (1995) bei Biegebeanspruchung an unverstärktem Bauholz etwa 60 % der Kurzzeitfestigkeit beträgt.

Nach Andriamitantoa (1995) ist von einem linearen Verhältnis zwischen der Beanspruchung und der Kriechverformung auszugehen, solange die Beanspruchungen kleiner als 35 % der Kurzzeitfestigkeiten sind. Die Bemessungsnormen EC5 Teil1-1 (1995) und DIN 1052 (2003) gehen bei den Gebrauchstauglichkeitsnachweisen von dieser Linearität aus. Bei der Ermittlung der Endverformungen können daher die Verformungen infolge ständiger und veränderlicher Lasten addiert werden.

Bei den Langzeitversuchen wurden daher Belastungen gewählt, die kleiner als 35 % der zu erwartenden Kurzzeitfestigkeiten waren. Verwendet wurden Brettschichtholzträger, deren Bretter die Kriterien der Sortierklasse MS10 erfüllten. Für die Verklebung zwischen den FVK-Lamellen und dem Brettschichtholz wurde ein zweikomponentiger Epoxidharz-Klebstoff (Kleber a nach Tabelle 2.2.1) verwendet. Für diese Wahl sprach, dass zwischen dem Verhalten dieses Klebers und demjenigen des Polyurethan-Klebstoffs keine signifikanten Unterschiede bei den Abscherversuchen, wie sie in Abschnitt 2 dargestellt wurden, zu beobachten waren, der Epoxidharz-Klebstoff jedoch bei Sanierungen bevorzugt eingesetzt wird, da er ohne Anpressdruck verarbeitet werden kann. Für die FVK-Lamelle wurde der Lamellentyp 1 nach Tabelle 2.1.1 verwendet.

Bild 6.1 zeigt die Querschnitte der Prüfkörper, Bild 6.2 die Ansicht des Versuchsaufbaus. Die Last  $F$  nach Bild 6.2 betrug

$$F = 7,00 \text{ kN} \quad (6.1).$$



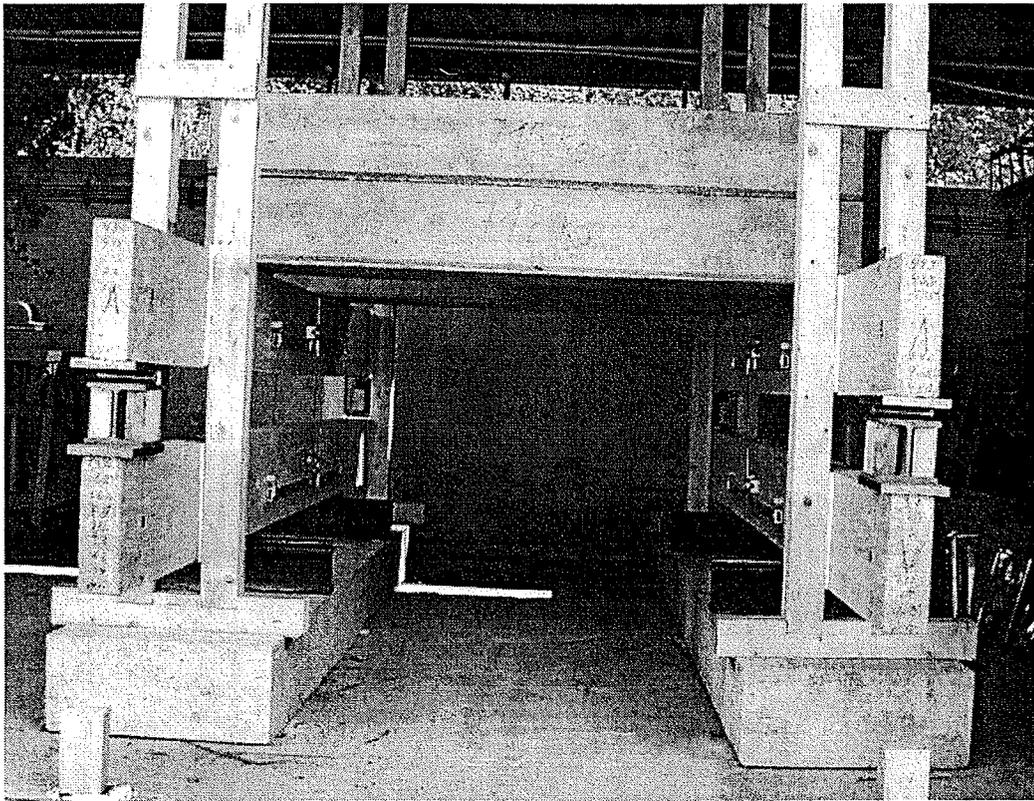


Bild 6.3: Ansicht des Versuchsaufbaus

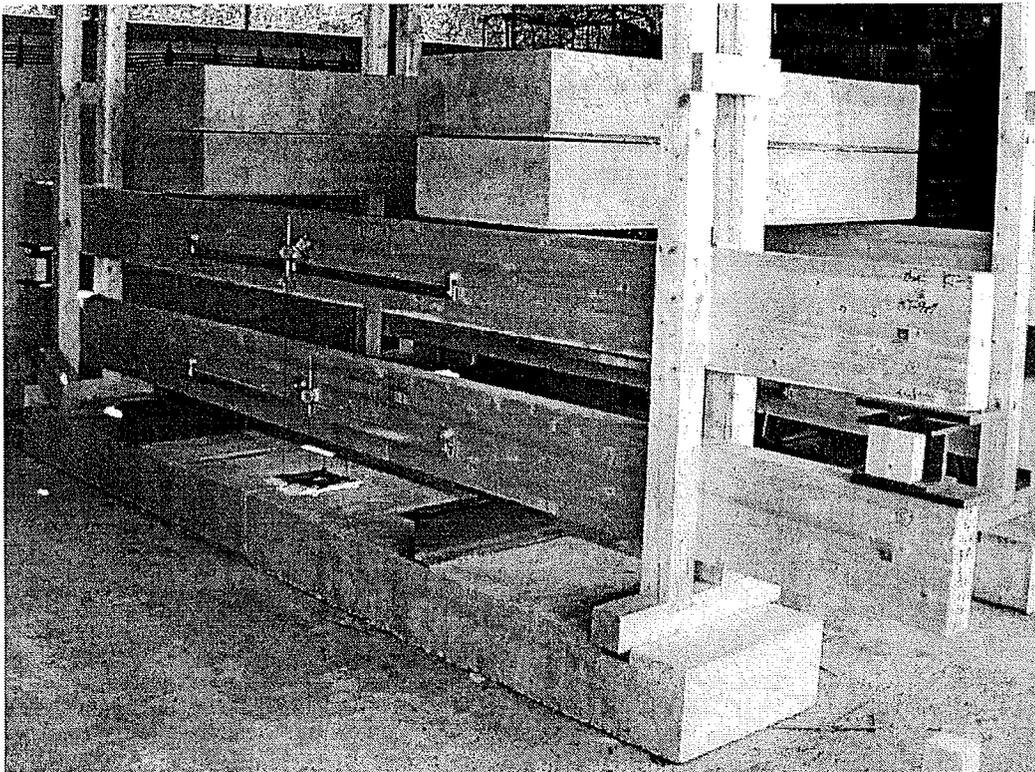


Bild 6.4: Seitenansicht des Versuchsaufbaus

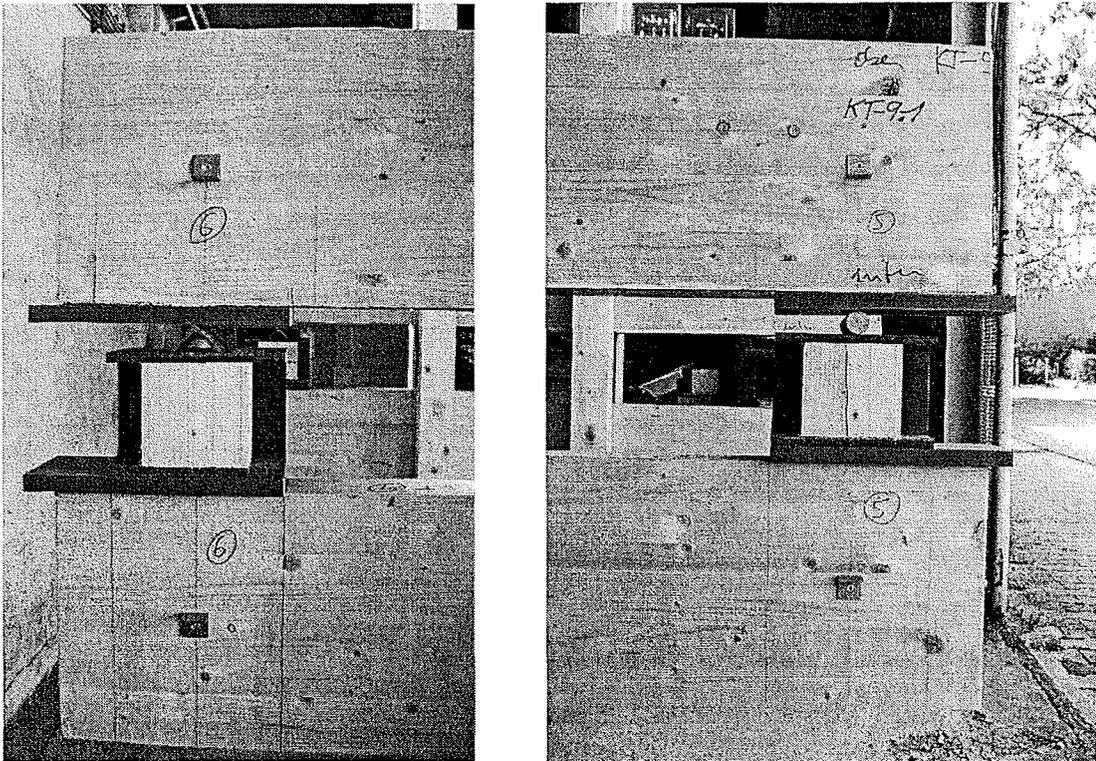


Bild 6.5: Ein- und zweiwertiges Auflager

Die Belastung erfolgte am 21.05.2003. Die Holzfeuchte eines zuvor unter gleichen Bedingungen gelagerten Holzes betrug zu diesem Zeitpunkt  $u = 10,3\%$ . Mit Hilfe von Messuhren werden die Verformungen des querkraftfreien Bereichs nach DIN EN 408, die Gesamtdurchbiegung in der Mitte der Biegeträger, die Auflagerverschiebungen und die Verformungen infolge des Querdrucks an den Auflagern gemessen. Diese Messungen finden jeweils auf beiden Seiten eines Trägers statt.

In den folgenden Bildern 6.6 bis 6.9 sind die Mittelwerte der Verformungen des querkraftfreien Bereichs, Messlänge  $l_1 = 1600\text{ mm}$  in Anlehnung an DIN EN 408 (Bild 4.1), bis zum 15.08.2003 dargestellt.

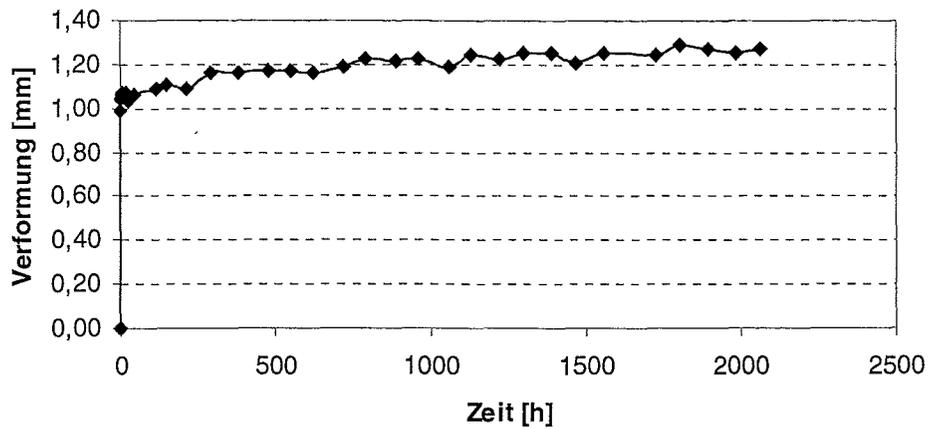
**LT\_1**

Bild 6.6: Mittelwert der Verformungen im querkraftfreien Bereich des Trägers LT\_1

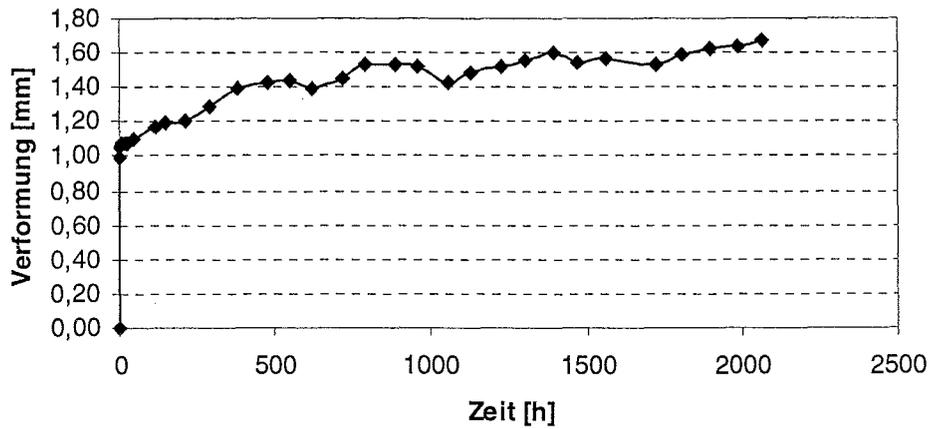
**LT\_2**

Bild 6.7: Mittelwert der Verformungen im querkraftfreien Bereich des Trägers LT\_2

## LT\_3

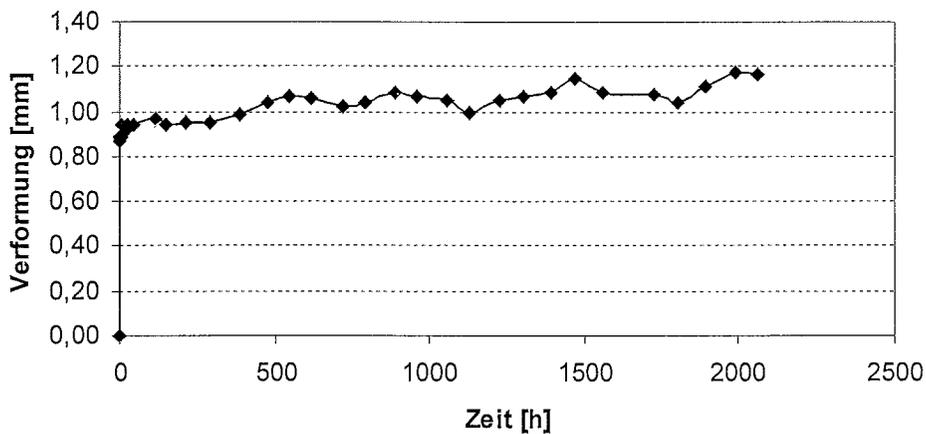


Bild 6.8: Mittelwert der Verformungen im querkraftfreien Bereich des Trägers LT\_3

## LT\_4

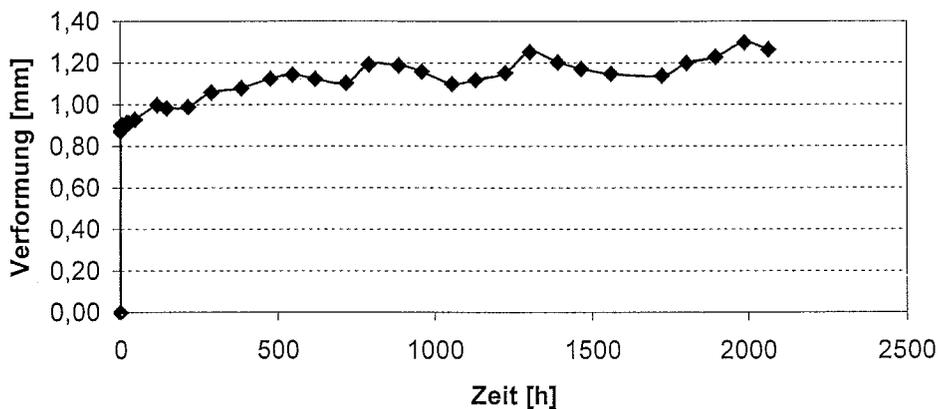


Bild 6.9: Mittelwert der Verformungen im querkraftfreien Bereich des Trägers LT\_4

Aufgrund des außergewöhnlich heißen Sommers kann von sehr geringen Holzfeuchten ausgegangen werden. Bei einer Zunahme der Holzfeuchte im Verlauf des nächsten Halbjahres ist mit einer stärkeren Zunahme der Verformungen zu rechnen. In einem Abschlussbericht nach einer dreijährigen Versuchsdurchführung werden alle gemessenen Verformungen und Klimadaten enthalten sein.

## 7 Zusammenfassung

Dieses Forschungsvorhaben führt die Untersuchungen von Blaß und Romani (2000) weiter. Ein besonderer Augenmerk lag auf den Problemen der Endverankerung von FVK-Lamellen und auf stochastischen Untersuchungen.

Das Tragverhalten von auf Holz aufgeklebten FVK-Lamellen bei einer Scherbeanspruchung wurde durch umfangreiche Versuchsserien untersucht. Mit Hilfe von Dehnmessstreifen wurde der Schubspannungsverlauf ermittelt. Es zeigte sich, dass diese Spannungsverläufe gut durch Volkensens Theorie beschrieben werden können. Eine Übertragung dieser Ergebnisse auf FVK-Lamellen bei Biegeträgern ist mit Hilfe vereinfachender Annahmen möglich. So konnte ein praxisgerechtes Bemessungsverfahren für diese Problematik hergeleitet werden.

Mit Hilfe stochastischer Untersuchungen konnten die 5%-Quantilwerte der Tragfähigkeiten verstärkter und unverstärkter Biegeträger berechnet werden. Zuverlässige Angaben zu diesen 5%-Quantilwerten hätten aufgrund des begrenzten Versuchsumfanges empirisch nicht bestimmt werden können. Mit Hilfe der Ergebnisse der stochastischen Modellrechnungen konnten einfache, praxisgerechte Bemessungsgleichungen für verstärkte Brettschichtholzträger hergeleitet werden. Die Ergebnisse zeigen in Übereinstimmung mit Blaß und Romani (2001), dass die Tragfähigkeit nennenswert gesteigert werden kann, wogegen die Biegesteifigkeit nur in deutlich geringerem Maß durch Verstärkungen erhöht wird.

Das Langzeitverhalten verstärkter Biegeträger unter einer konstanten, ständigen Einwirkung wird in noch laufenden Versuchen ermittelt. Die zeitliche Zunahme der Verformungen während der ersten Wochen ist in Abschnitt 6 gezeigt. Nach einer dreijährigen Versuchszeit werden die Ergebnisse dieser Versuche abschließend veröffentlicht.

## 8 Literatur

Allman, D.J. (1977). A Theory for Elastic Stresses in Adhesive Bonded Lap Joints. The quarterly journal of mechanics and applied mathematics, Vol. 30, 1977, Pt. 4, S. 415 – 436.

Andriamitantsoa, L.D. (1995). Kriechen. In: Step 1, Bemessung und Baustoffe. Hrsg.: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Düsseldorf.

Blaß, H.J. (1987). Tragfähigkeit von Druckstäben aus Brettschichtholz unter Berücksichtigung streuender Einflußgrößen. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, Universität Karlsruhe.

Blaß, H.J.; Romani, M. (2000). Trag- und Verformungsverhalten von Verbundträgern aus Brettschichtholz und faserverstärkten Kunststoffen. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, Universität Karlsruhe.

Blaß, H.J.; Romani, M. (2001). Tragfähigkeitsuntersuchungen an Verbundträgern aus BS-Holz und Faserverbundkunststoff-Lamellen. Holz als Roh- und Werkstoff 59, S. 364 - 373

Colling, F. (1990). Tragfähigkeit von Biegeträgern aus Brettschichtholz in Abhängigkeit von den festigkeitsrelevanten Einflußgrößen. Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau, Universität Karlsruhe.

DIN 1052 (2003). Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau. DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin.

EC5 Teil 1-1 (1995). Eurocode 5, Nationales Anwendungsdokument. Fachverlag Holz der Arbeitsgemeinschaft Holz, Düsseldorf.

Görlacher, R. (1990). Klassifizierung von Brettschichtholzlamellen durch Messung von Longitudinalschwingungen. Dissertation an der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen, Universität Karlsruhe.

Gross, D. (1996). Bruchmechanik. Springer-Verlag.

Henze, N. und Kadelka, D. (2000). Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik. Skript zur Vorlesung. Universität Karlsruhe (TH).

Hoffmeyer, P. (1995) Holz als Baustoff. In: Step 1, Bemessung und Baustoffe. Hrsg.: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Düsseldorf.

Holzenkämpfer, P. (1997). Ingenieurmodelle des Verbundes geklebter Bewehrung für Betonbauteile. Heft 473 des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, DafStb Berlin.

Hufbauer, T. (2003). Untersuchung des Bruchverhaltens von geklebten Verbindungen zwischen faserverstärkten Kunststoffen und Holz. Vertiefearbeit am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen der Universität Karlsruhe.

Leonhardt, F. und Mönning, E. (1973). Vorlesungen über Massivbau, erster Teil, Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Springer-Verlag.

Leonhardt, F. und Mönning, E. (1977). Vorlesungen über Massivbau, dritter Teil, Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau. Springer-Verlag.

Luggin, W. (2000). Die Applikation vorgespannter CFK-Lamellen auf Brettschichtholzträger. Dissertation. Institut für konstruktiven Ingenieurbau, Universität für Bodenkultur, Wien.

MATHEMATICA 4 (2002). Wolfram Research, Inc.. Champaign, USA.

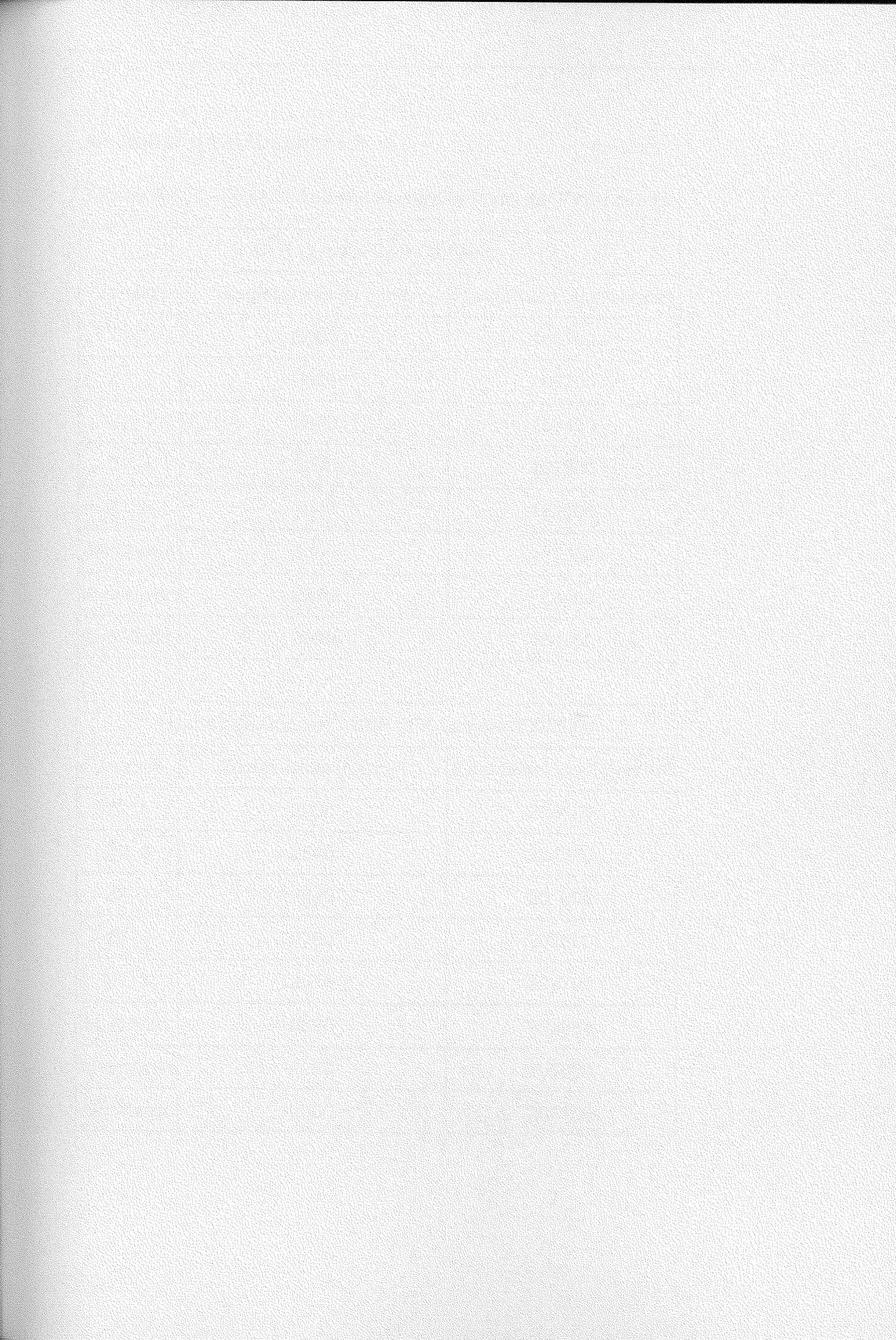
Rostásy, F.S.; Holzenkämpfer, P. und Hankers, Ch. (1996). Geklebte Bewehrung für die Verstärkung von Betonbauteilen. Betonkalender 1996, Teil 2. Ernst & Sohn Verlag, Berlin.

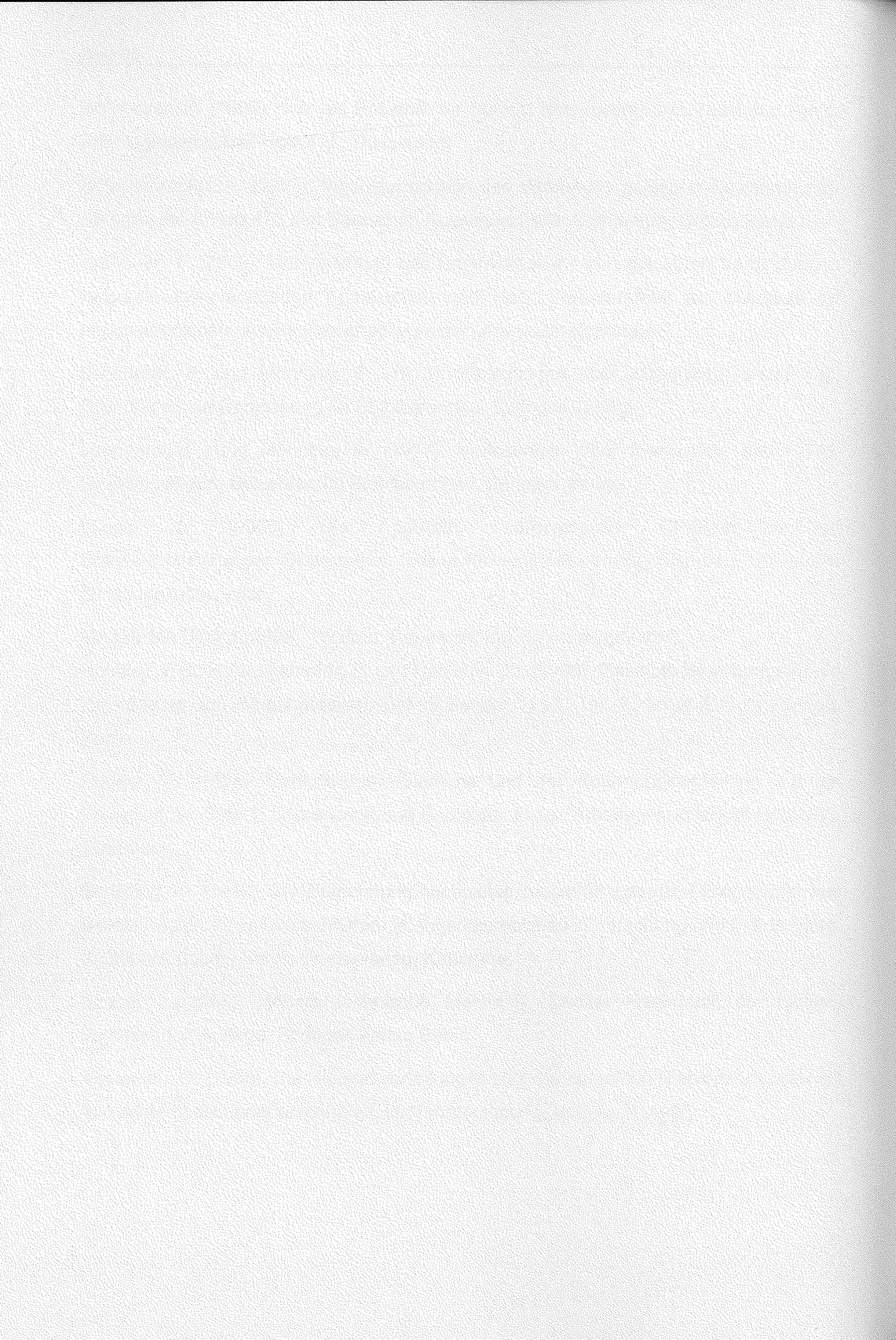
Rouger, F. (1995). Einfluß des Volumens und der Spannungsverteilung auf die Festigkeit. In: Step 1, Bemessung und Baustoffe. Hrsg.: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Düsseldorf.

Schelling, W. (1982). Zur Berechnung nachgiebig zusammengesetzter Biegeträger aus beliebig vielen Einzelquerschnitten. In: Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis. Hrsg. J. Ehlbeck und G. Steck. Bruderverlag, Karlsruhe.

Szabó, I. (1985). Höhere technische Mechanik. Zweiter Nachdruck der fünften, verbesserten Auflage. Springer-Verlag Berlin.

Volkersen, O. (1938). Die Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten. Luftfahrtforschung, Vol. 35, S. 4-47.





## A Anhang zu Abschnitt 2

Tabelle A.1: Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul der FVK-Lamellen

CFK Lamelle B&B Carboplus		
Versuch	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
Z1_1	3060	160700
Z1_2	2920	163700
Z1_3	2870	158400
Z1_4	3090	162900
Z1_5	3040	162100
Mittelwert	3000	161560
Kleinstwert	2870	158400
Größtwert	3090	163700
Hybrid ispo Concretin S&P CFK-Lamelle 200/2000		
Versuch	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
Z2_1	2230	206100
Z2_2	2540	204600
Z2_3	2640	201000
Z2_4	2750	202500
Z2_5	2610	202700
Mittelwert	2550	203380
Kleinstwert	2230	201000
Größtwert	2750	206100

Tabelle A.1 (Fortsetzung): Zugfestigkeit und Elastizitätsmodul der FVK-Lamellen

AFK Lamelle (Akzo Nobel Faser AG)		
Versuch	Zugfestigkeit [N/mm <sup>2</sup> ]	Elastizitätsmodul [N/mm <sup>2</sup> ]
Z3_1	1340	72500
Z3_2	1290	75300
Z3_3	1310	73100
Z3_4	1400	78000
Z3_5	1310	76300
Mittelwert	1330	75040
Kleinstwert	1290	72500
GrößtWert	1400	78000

Tabelle A.2: Eigenschaften der für die Zugscherversuche verwendeten Hölzer

Proben Nr.	Holz Nr	mittl. Jahringbreite DIN 52181			bei Versuchsbeginn				Rohdichte $\rho = \frac{G_1}{a \cdot b \cdot h}$	Höchstlast $F_{max}$	Druckfestigk. $\sigma_{DII} = \frac{F_{max}}{a \cdot b}$	nach Trocknung $G_2$	Feuchtigkeits- gehalt u
		$\Sigma l_i$	$\Sigma z_i$	$\frac{\Sigma l_i}{\Sigma z_i}$	Abmessungen			Gewicht $G_1$					
		[mm]		[mm]	a	b	h						
Z2a1-1a	42	52	23	2,3	40,0	40,0	80,0	59,6	0,466	84,3	52,7	54,3	9,8%
Z2a1-2	34	40	11	3,6	40,0	40,0	80,0	52,1	0,407	66,4	41,5	47,3	10,1%
Z2a1-3	35	38	16	2,4	40,0	40,0	80,0	62,5	0,488	81,5	50,9	56,6	10,3%
Z2a1-4	41	41	19	2,2	40,0	40,0	71,8	52,0	0,453	90,3	56,4	47,5	9,5%
Z2a1-5	5	49	33	1,5	40,0	40,0	80,0	62,8	0,491	95,2	59,5	57,3	9,7%
Z2a2-1	30	47	8	5,9	40,0	40,0	80,0	50,9	0,398	61,3	38,3	46,1	10,4%
Z2a2-2	32	43	17	2,5	40,0	40,0	80,0	53,8	0,420	72,2	45,1	48,9	10,1%
Z2a2-3	31	39	20	2,0	40,0	40,0	80,0	52,2	0,408	72,4	45,3	47,6	9,6%
Z2a2-4	35	46	28	1,6	40,0	40,0	80,0	71,2	0,556	100,0	62,5	64,7	10,0%
Z2a2-5	29	48	16	3,0	40,0	40,0	80,0	50,1	0,391	67,6	42,3	45,5	10,0%
Z2a3-1	1.	40	22	1,8	40,0	40,0	80,0	55,2	0,431	78,0	48,8	50,2	10,0%
Z2a3-2	3.	39	10	3,9	40,0	40,0	80,0	53,5	0,418	55,0	34,4	47,7	12,2%
Z2a3-3	7.	46	14	3,3	40,0	40,0	80,0	52,8	0,413	69,8	43,6	47,9	10,3%
Z2a3-4	2.	41	18	2,3	40,0	40,0	80,0	54,0	0,422	74,4	46,5	49,1	10,0%
Z2a3-5	4.	55	34	1,6	40,0	40,0	80,0	68,0	0,531	99,4	62,1	61,8	10,1%
Z2a4-1	14	42	19	2,2	40,0	40,0	80,0	62,3	0,486	93,0	58,1	56,5	10,2%
Z2a4-2	2	44	9	4,9	40,0	40,0	80,0	48,8	0,381	56,5	35,3	44,3	10,3%
Z2a4-3	24	52	37	1,4	40,0	40,0	80,0	70,9	0,554	100,0	62,5	64,5	10,0%
Z2a4-4	23	53	35	1,5	40,0	40,0	80,0	69,1	0,540	99,3	62,1	62,9	9,8%
Z2a4-5	20	40	22	1,8	40,0	40,0	80,0	63,3	0,494	84,0	52,5	57,3	10,4%
Z3a1-1a	5	49	33	1,5	40,0	40,0	80,0	62,8	0,491	95,2	59,5	57,3	9,7%
Z3a1-2	34	50	10	5,0	40,0	40,0	80,0	49,3	0,385	63,4	39,6	44,8	9,9%
Z3a1-3	44	40	28	1,4	40,0	40,0	80,0	63,1	0,493	79,0	49,4	57,3	10,0%
Z3a1-4	43	41	24	1,7	40,0	40,0	80,0	53,6	0,419	70,6	44,1	48,6	10,2%
Z3a1-5	39	49	26	1,9	40,0	40,0	80,0	59,4	0,464	79,4	49,6	54,1	9,6%
Z3a2-1	29	43	33	1,3	40,0	40,0	80,0	63,4	0,495	87,4	54,6	57,6	10,0%
Z3a2-2	28	46	17	2,7	40,0	40,0	80,0	52,0	0,406	69,0	43,1	47,2	10,2%
Z3a2-3	27	41	21	2,0	40,0	40,0	80,0	54,1	0,423	73,4	45,9	49,3	9,6%
Z3a2-4	34	50	10	5,0	40,0	40,0	80,0	49,3	0,385	63,4	39,6	44,8	9,9%
Z3a2-5	36	42	25	1,7	40,0	40,0	80,0	69,2	0,541	86,7	54,2	63,7	8,6%
Z3a3-1	9.	40	20	2,0	40,0	40,0	80,0	60,3	0,471	80,7	50,4	54,5	10,6%
Z3a3-2	10.	45	25	1,8	40,0	40,0	80,0	52,6	0,411	68,0	42,5	47,8	10,0%
Z3a3-3	6.	40	27	1,5	40,0	40,0	80,0	58,0	0,453	74,6	46,6	52,6	10,4%
Z3a3-4	5.	50	25	2,0	40,0	40,0	80,0	58,5	0,457	78,2	48,9	53,2	9,9%
Z3a3-5	8.	44	21	2,1	40,0	40,0	80,0	56,7	0,443	52,0	32,5	51,5	10,2%
Z3a4-1	4	50	14	3,6	40,0	40,0	80,0	48,8	0,381	66,4	41,5	44,4	9,9%
Z3a4-2	8	41	13	3,2	40,0	40,0	80,0	53,3	0,416	72,2	45,1	48,3	10,2%
Z3a4-3	19	42	14	3,0	40,0	40,0	80,0	49,8	0,389	64,9	40,6	45,3	10,1%
Z3a4-4	1	38	21	1,8	40,0	40,0	80,0	60,7	0,474	79,3	49,6	55,3	9,8%
Z3a4-5	3	52	30	1,7	40,0	40,0	80,0	63,9	0,499	77,2	48,3	58,0	10,1%
Z1b1-1a	31	39	20	2,0	40,0	40,0	80,0	52,2	0,408	72,4	45,3	47,6	9,6%
Z1b1-2	41	41	19	2,2	40,0	40,0	71,8	52,0	0,453	90,3	56,4	47,5	9,5%
Z1b1-3	42	52	23	2,3	40,0	40,0	80,0	59,6	0,466	84,3	52,7	54,3	9,8%
Z1b1-4	43	41	24	1,7	40,0	40,0	80,0	53,6	0,419	70,6	44,1	48,6	10,2%
Z1b1-5	44	40	28	1,4	40,0	40,0	80,0	63,1	0,493	79,0	49,4	57,3	10,0%
Z1b2-1	38	46	21	2,2	40,0	40,0	80,0	64,5	0,504	93,8	58,6	58,7	9,9%
Z1b2-2	40	38	20	1,9	40,0	40,0	80,0	54,8	0,428	74,6	46,6	49,9	9,8%
Z1b2-3	37	40	26	1,5	40,0	40,0	80,0	62,6	0,489	76,4	47,8	57,0	9,9%
Z1b2-4	37	40	26	1,5	40,0	40,0	80,0	62,6	0,489	76,4	47,8	57,0	9,9%
Z1b2-5	36	41	11	3,7	40,0	40,0	80,0	57,5	0,449	63,2	39,5	52,3	9,8%
Z1b3-1	16.	44	32	1,4	40,0	40,0	80,0	55,3	0,432	70,2	43,9	50,1	10,3%
Z1b3-2	25.	39	11	3,5	40,0	40,0	80,0	50,3	0,393	63,2	39,5	45,8	9,7%

Tabelle A.3: Ergebnisse der Prüfung der Keilzinkenfestigkeit

Dicke	40	[mm]		Datum:	12.08.02				
Breite	115	[mm]		Sortierung	MS10	(ohne Aussortierung)			
Länge	680	[mm]		charakt.	30	[N/mm <sup>2</sup> ]			
Lasteinleitung	200	[mm]		Festigkeit nach DIN 68140-1					
Probenlänge	40	[mm]							
Proben NR	Dicke d	Breite b	Masse li	Masse re	Bruchlast	p_li	p_re	p_min	f
(NR. Breithälften)									
	[mm]	[mm]	[g]	[g]	[kN]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[kg/m <sup>3</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
9./5	40,0	114	59,3	62,9	11,1	484	344	344	36,4
24/24.	40,0	114	58,7	58,7	11,4	322	321	321	37,6
G1/G2	40,0	114	62,5	63,3	14,2	343	347	343	46,7
85/62	40,0	114	64,2	61,5	9,7	352	337	337	31,8
F2/F1	40,0	114	57,0	76,6	12,7	312	420	312	41,8
5./75	40,0	114	65,5	61,1	10,0	359	335	335	33,0
26/491	40,0	114	63,1	68,3	12,3	346	374	346	40,4
E1/E2	40,0	114	62,9	77,2	13,8	345	423	345	45,2
73/188	40,0	114	66,2	65,5	11,9	363	359	359	39,0
481/490	40,0	114	70,6	62,6	11,3	387	343	343	37,0
54/12	40,0	114	65,3	67,7	11,8	358	371	358	38,7
D1/D2	40,0	114	75,2	64,5	13,7	412	353	353	45,0
182/83	40,0	114	75,9	45,3	11,9	416	370	370	38,9
C1/C2	40,0	114	63,5	65,9	15,1	348	361	348	49,6
88/66	40,0	114	65,4	75,0	12,1	359	411	359	39,9
A2/A1	40,0	114	66,3	76,6	12,6	363	420	363	41,4
B2/B1	40,0	114	70,5	73,8	14,4	386	404	386	47,2
Minimalwert	40,0	114,0	57,0	45,3	9,7	312,4	321,5	312,4	31,8
Mittelwert	40,0	114,1	65,4	66,3	12,3	368	370	348	40,6
Var_koeff.	0,0%	0,1%	8,0%	12,3%	12,2%	11,0%	9,0%	5,0%	12,2%

## B Anhang zu Abschnitt 3

Tabelle B.1: Höchstlasten und Verbundfestigkeiten der Prüfkörper mit dem Lamellentyp 1 (CFK)

Versuchsreihe	$F_{\max}$	Verkleblänge	Lamellenbreite	$f_v$	Mittelwert $\bar{f}_v$ Standardabweichung $s_f$
	[kN]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	[N/mm <sup>2</sup> ]
z1b1_1a	8,16	50	52	3,138	
z1b1_2	9,36	50	52	3,601	
z1b1_3	4,19	50	52	1,612	
z1b1_4	6,95	50	52	2,673	$\bar{f}_v = 2,77$
z1b1_5	7,37	50	52	2,836	$s_f = 0,738$
z1b2_1	29,76	150	52	3,815	
z1b2_2	30,38	150	52	3,894	
z1b2_3	31,46	150	52	4,033	
z1b2_4	42,12	150	52	5,400	$\bar{f}_v = 4,62$
z1b2_5	46,42	150	52	5,951	$s_f = 0,987$
z1b3_1	46,66	300	52	2,991	
z1b3_2	45,94	300	52	2,945	
z1b3_3	51,02	300	52	3,270	
z1b3_4	61,75	300	52	3,958	$\bar{f}_v = 3,46$
z1b3_5	64,61	300	52	4,141	$s_f = 0,555$
z1b4_1	52,44	500	52	2,017	
z1b4_2	55,92	500	52	2,151	
z1b4_3	49,66	500	52	1,910	
z1b4_4	43,98	500	52	1,692	$\bar{f}_v = 1,96$
z1b4_5	52,29	500	52	2,011	$s_f = 0,171$

Tabelle B.2: Höchstlasten und Verbundfestigkeiten der Prüfkörper mit dem Lamellentyp 2 (CFK)

Versuchsreihe	$F_{\max}$	Verkleblänge	Lamellenbreite	$f_v$	Mittelwert $\bar{f}_v$ Standardabweichung $s_f$
	[kN]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	
z2a1_1	6,22	50	50	2,488	
z2a1_2	10,93	50	50	4,373	
z2a1_3	6,92	50	50	2,767	
z2a1_4	8,83	50	50	3,532	$\bar{f}_v = 3,24$
z2a1_5	7,62	50	50	3,048	$s_f = 0,741$
z2a2_1	37,84	150	50	5,045	
z2a2_2	28,93	150	50	3,857	
z2a2_3	22,67	150	50	3,023	
z2a2_4	35,26	150	50	4,701	$\bar{f}_v = 4,21$
z2a2_5	33,31	150	50	4,441	$s_f = 0,795$
z2a3_1	41,30	300	50	2,753	
z2a3_2	70,50	300	50	4,700	
z2a3_3	38,30	300	50	2,553	
z2a3_4	39,64	300	50	2,643	$\bar{f}_v = 3,29$
z2a3_5	56,86	300	50	3,791	$s_f = 0,934$
z2a4_1	49,23	500	50	1,969	
z2a4_2	69,31	500	50	2,772	
z2a4_3	75,71	500	50	3,028	
z2a4_4	48,08	500	50	1,923	$\bar{f}_v = 2,38$
z2a4_5	55,79	500	50	2,232	$s_f = 0,493$

Tabelle B.2 (Fortsetzung): Höchstlasten und Verbundfestigkeiten der Prüfkörper mit dem Lamellentyp 2 (CFK)

Versuchsreihe	$F_{\max}$	Verkleblänge	Lamellenbreite	$f_v$	Mittelwert $\bar{f}_v$ Standardabweichung $s_f$
	[kN]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	
z2b1_1a	7,70	50	50	3,081	
z2b1_2	9,07	50	50	3,630	
z2b1_3	5,45	50	50	2,181	
z2b1_4	9,20	50	50	3,680	$\bar{f}_v = 3,39$
z2b1_5	10,99	50	50	4,396	$s_f = 0,823$
z2b2_1	20,79	150	50	2,772	
z2b2_2a	39,62	150	50	5,283	
z2b2_3	31,68	150	50	4,224	
z2b2_4	29,98	150	50	3,998	$\bar{f}_v = 4,13$
z2b2_5	32,69	150	50	4,359	$s_f = 0,902$
z2b3_1	53,64	300	50	3,576	
z2b3_2	53,32	300	50	3,555	
z2b3_3	52,48	300	50	3,499	
z2b3_4	48,59	300	50	3,239	$\bar{f}_v = 3,63$
z2b3_5	64,37	300	50	4,292	$s_f = 0,393$
z2b4_1	50,33	500	50	2,013	
z2b4_2	58,30	500	50	2,332	
z2b4_3e	55,65	500	50	2,226	
z2b4_4	50,21	500	50	2,008	$\bar{f}_v = 2,04$
z2b4_5	40,19	500	50	1,607	$s_f = 0,278$

Tabelle B.3: Höchstlasten und Verbundfestigkeiten der Prüfkörper mit dem Lamellentyp 3 (AFK)

Versuchsreihe	$F_{\max}$	Verkleblänge	Lamellenbreite	$f_v$	Mittelwert $\bar{f}_v$ Standardabweichung $s_f$
	[kN]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	
z3a1_1	7,20	50	50	2,880	
z3a1_2	6,45	50	50	2,579	
z3a1_3	7,70	50	50	3,080	
z3a1_4	5,41	50	50	2,164	$\bar{f}_v = 2,81$
z3a1_5	8,32	50	50	3,329	$s_f = 0,452$
z3a2_1	30,64	150	50	4,085	
z3a2_2	28,93	150	50	3,857	
z3a2_3	22,97	150	50	3,062	
z3a2_4	35,27	150	50	4,703	$\bar{f}_v = 4,00$
z3a2_5	32,36	150	50	4,315	$s_f = 0,613$
z3a3_1	32,46	300	50	2,164	
z3a3_2	31,47	300	50	2,098	
z3a3_3	37,63	300	50	2,508	
z3a3_4	34,10	300	50	2,274	$\bar{f}_v = 2,19$
z3a3_5	28,30	300	50	1,887	$s_f = 0,229$
z3a4_1	39,79	500	50	1,592	
z3a4_2	32,07	500	50	1,283	
z3a4_3	45,70	500	50	1,828	
z3a4_4	36,92	500	50	1,477	$\bar{f}_v = 1,52$
z3a4_5	35,08	500	50	1,403	$s_f = 0,207$

Tabelle B.3 (Fortsetzung): Höchstlasten und Verbundfestigkeiten der Prüfkörper mit dem Lamellentyp 3 (AFK)

Versuchsreihe	$F_{\max}$	Verkleblänge	Lamellenbreite	$f_V$	Mittelwert $\bar{f}_V$ Standardabweichung $s_f$
	[kN]	[mm]	[mm]	[N/mm <sup>2</sup> ]	
z3b1_	10,52	50	50	4,208	
z3b1_1a	4,90	50	50	1,961	
z3b1_2	9,06	50	50	3,624	
z3b1_3	8,90	50	50	3,560	$\bar{f}_V = 3,32$
z3b1_4	8,13	50	50	3,251	$s_f = 0,835$
z3b2_1	31,37	150	50	4,183	
z3b2_3	25,52	150	50	3,402	
z3b2_4	32,57	150	50	4,343	$\bar{f}_V = 3,93$
z3b2_5	28,34	150	50	3,779	$s_f = 0,423$
z3b3_1	40,78	300	50	2,719	
z3b3_2	41,88	300	50	2,792	
z3b3_3e	44,46	300	50	2,964	
z3b3_4	37,93	300	50	2,528	$\bar{f}_V = 2,73$
z3b3_5	39,45	300	50	2,630	$s_f = 0,165$
z3b4_1	38,22	500	50	1,529	
z3b4_2	38,45	500	50	1,538	
z3b4_3	39,47	500	50	1,579	
z3b4_4	42,45	500	50	1,698	$\bar{f}_V = 1,57$
z3b4_5	38,16	500	50	1,526	$s_f = 0,073$

Z1b1\_1a

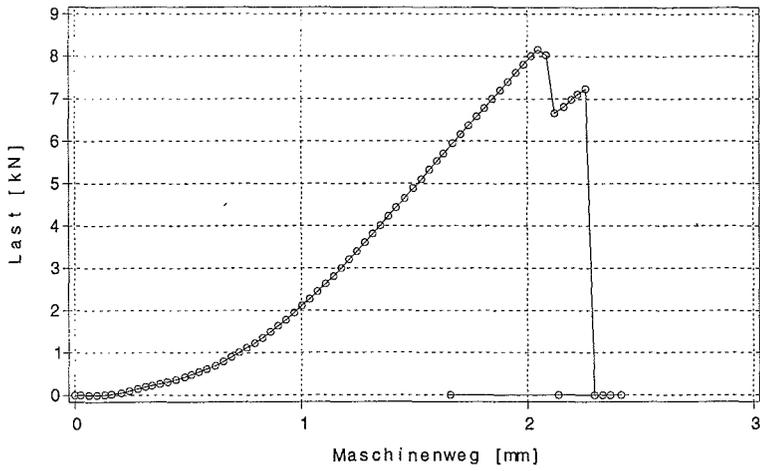


Bild B.1: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b1\_1a

Z1b1\_2

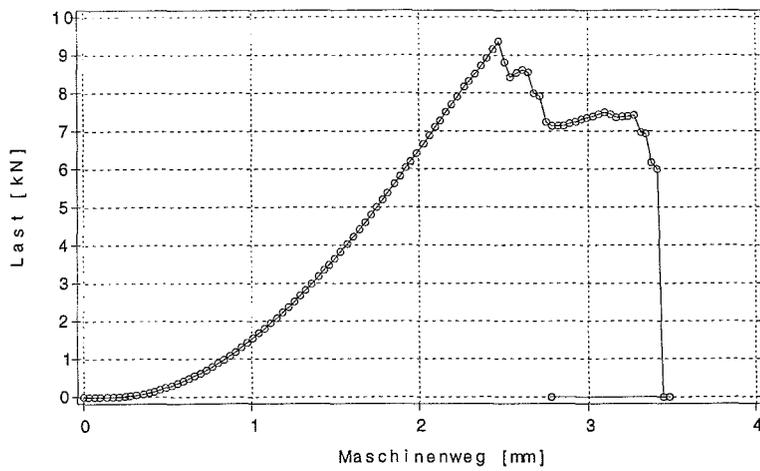


Bild B.2: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b1\_2

Z1b1\_3

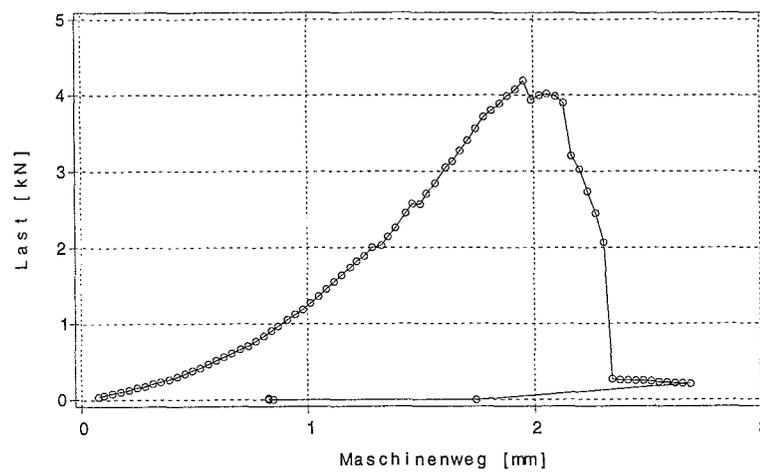


Bild B.3: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b1\_3

Z1b1\_4

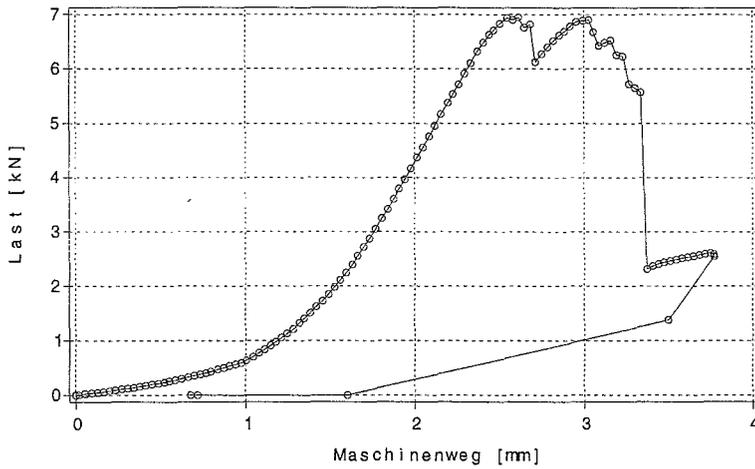


Bild B.4: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b1\_4

Z1b1\_5

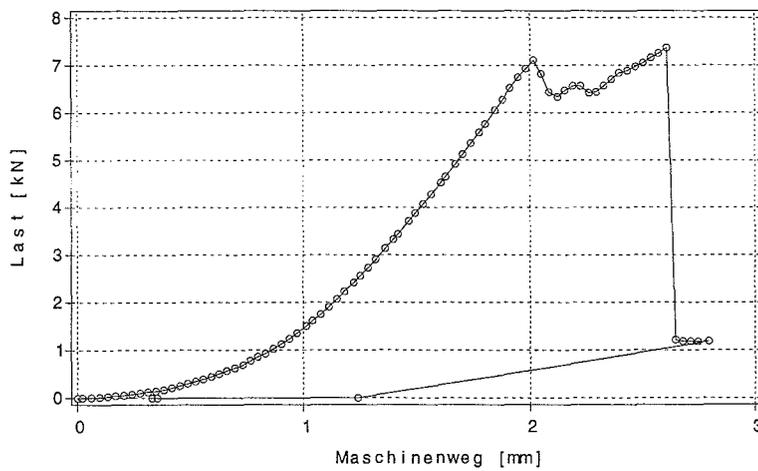


Bild B.5: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b1\_5

Z1b2\_1

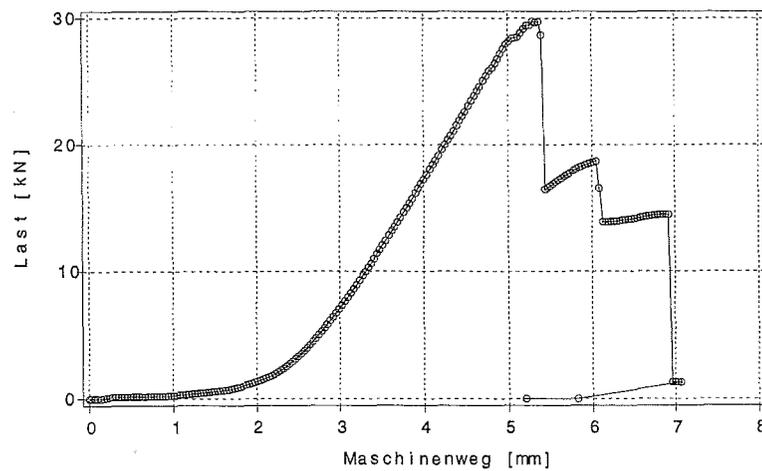


Bild B.6: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b2\_1

Z1b2\_2

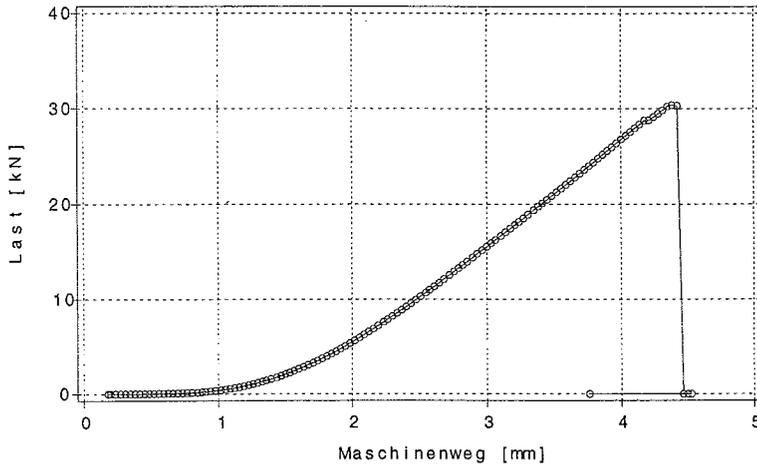


Bild B.7: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b2\_2

Z1b2\_3

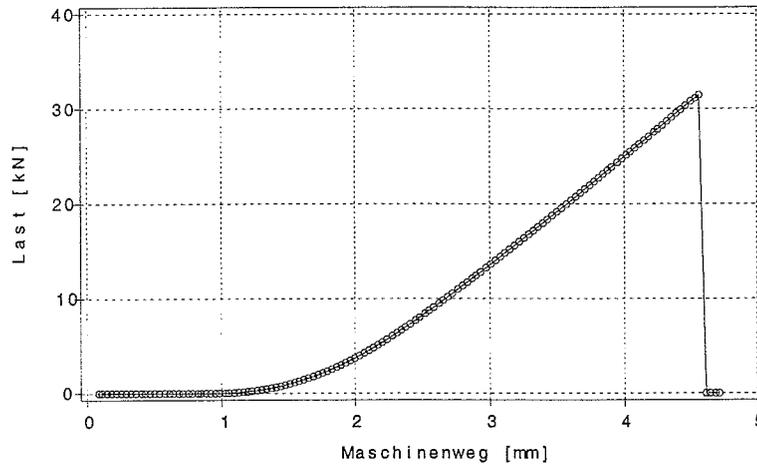


Bild B.8: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b2\_3

Z1b2\_4

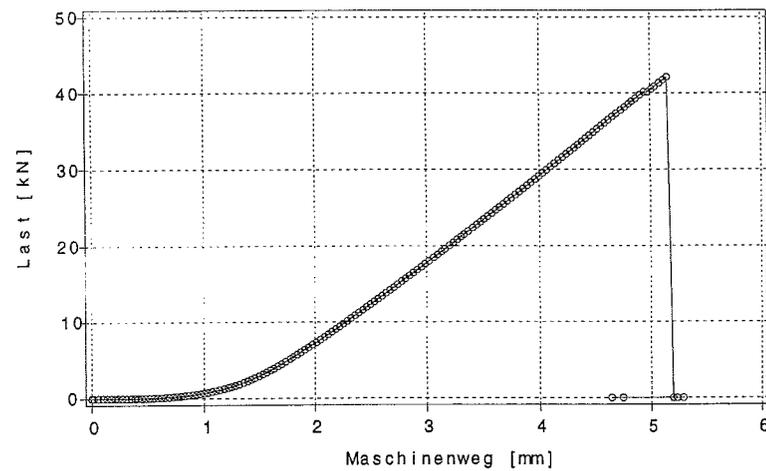


Bild B.9: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b2\_4

Z1b2\_5

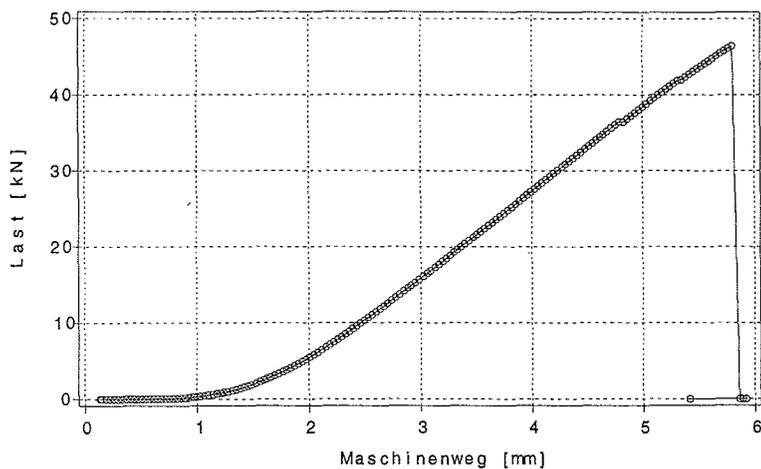


Bild B.10: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b2\_5

Z1b3\_1

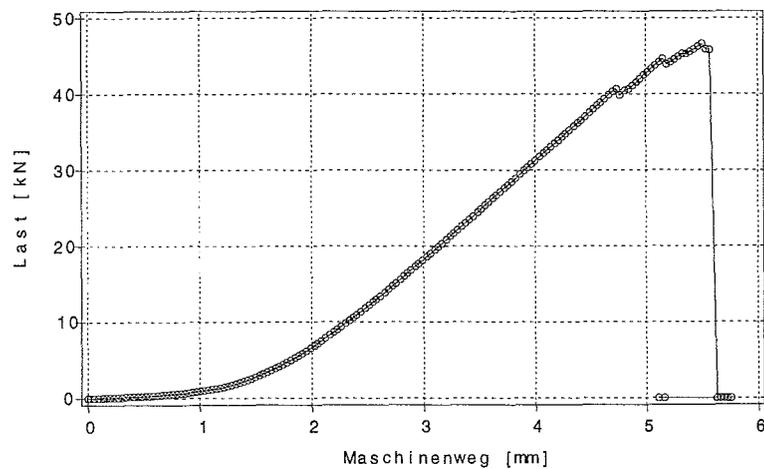


Bild B.11: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b3\_1

Z1b3\_2

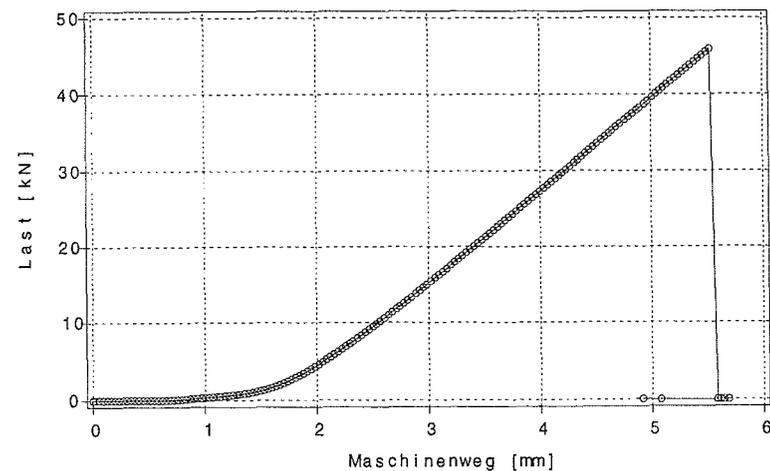


Bild B.12: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b3\_2

Z1b3\_3

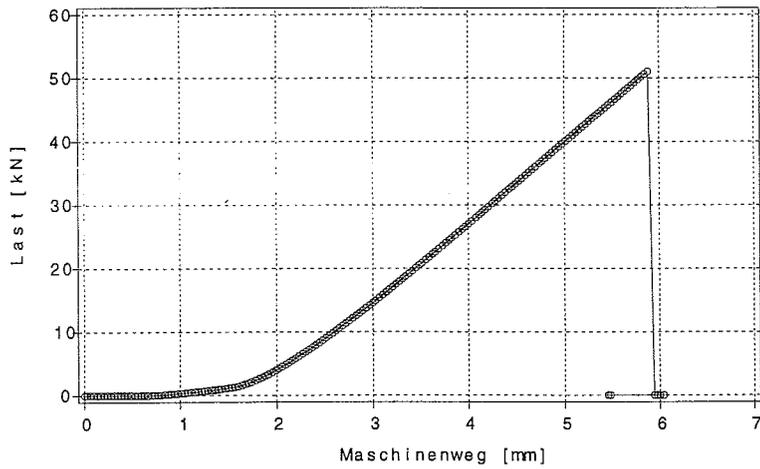


Bild B.13: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b3\_3

Z1b3\_4

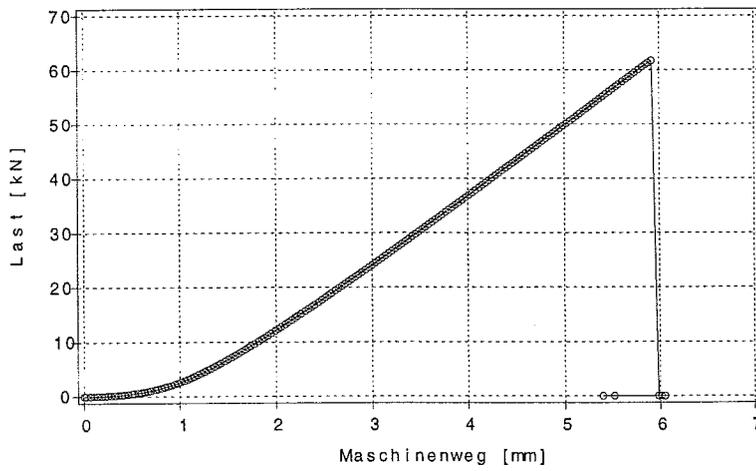


Bild B.14: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b3\_4

Z1b3\_5

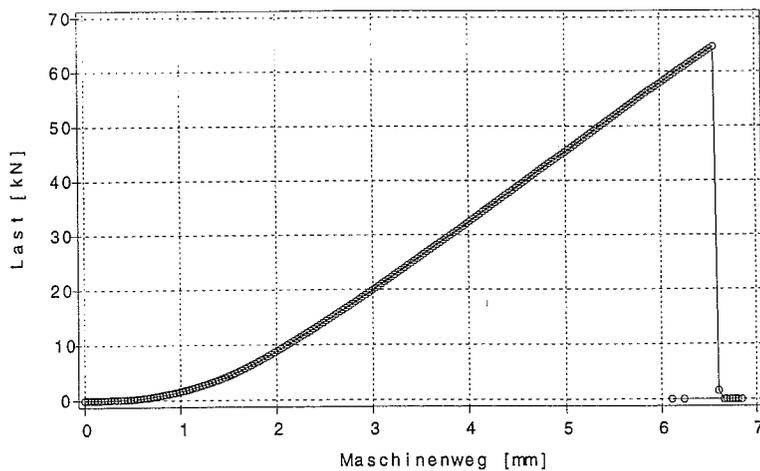


Bild B.15: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b3\_5

Z1b4\_1

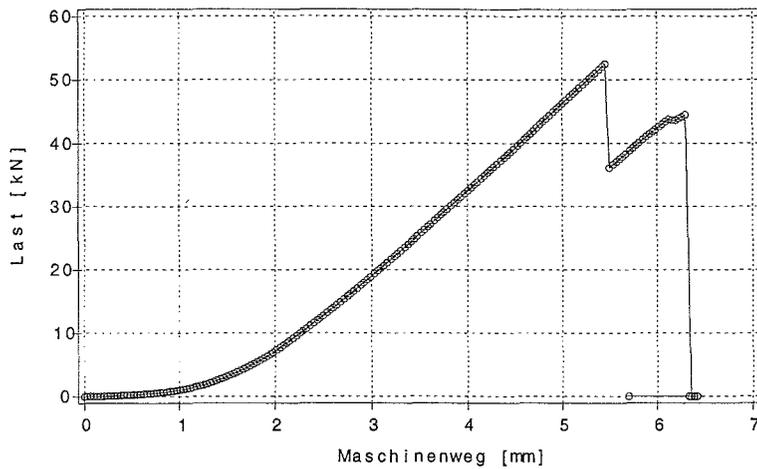


Bild B.16: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b4\_1

Z1b4\_2

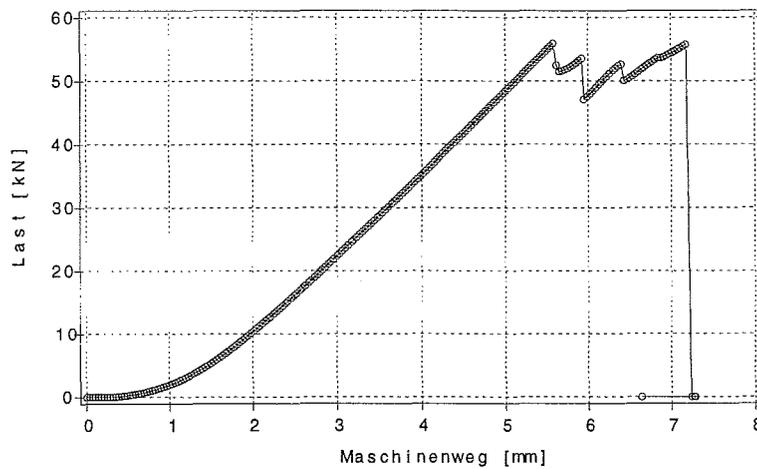


Bild B.17: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b4\_2

Z1b4\_3

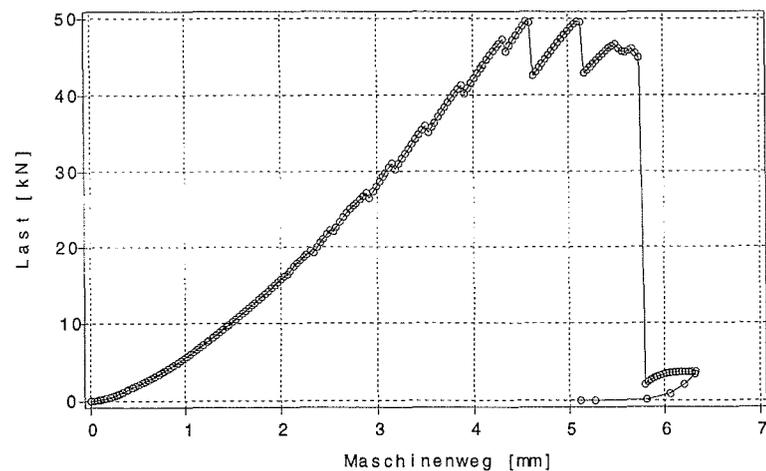


Bild B.18: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b4\_3

Z1b3\_3

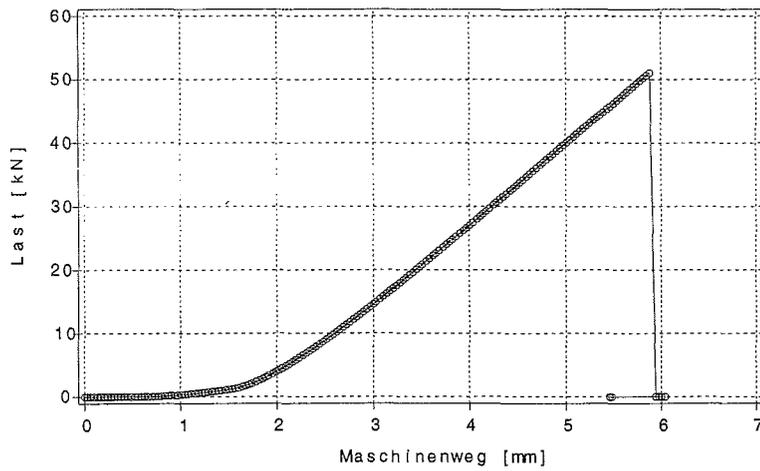


Bild B.13: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b3\_3

Z1b3\_4

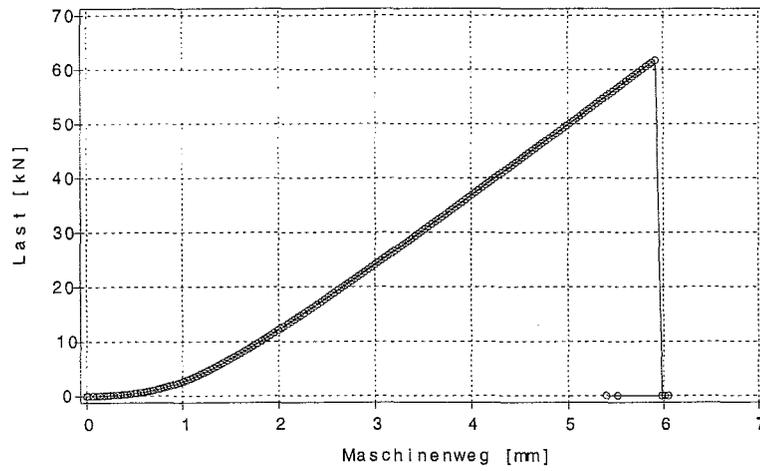


Bild B.14: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b3\_4

Z1b3\_5

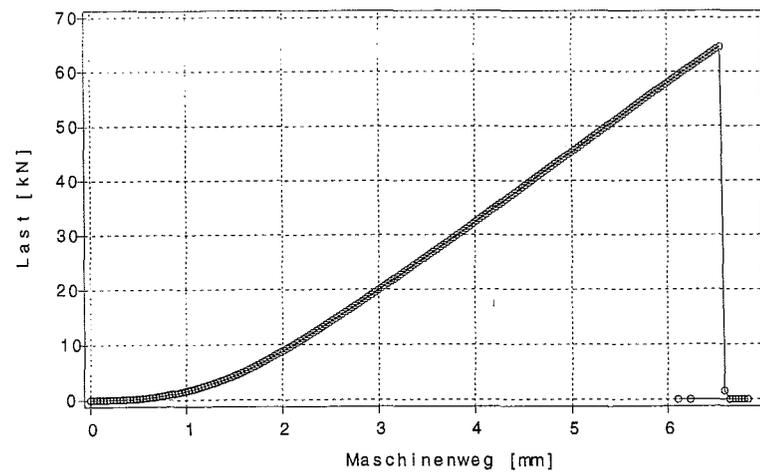


Bild B.15: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b3\_5

Z1b4\_1

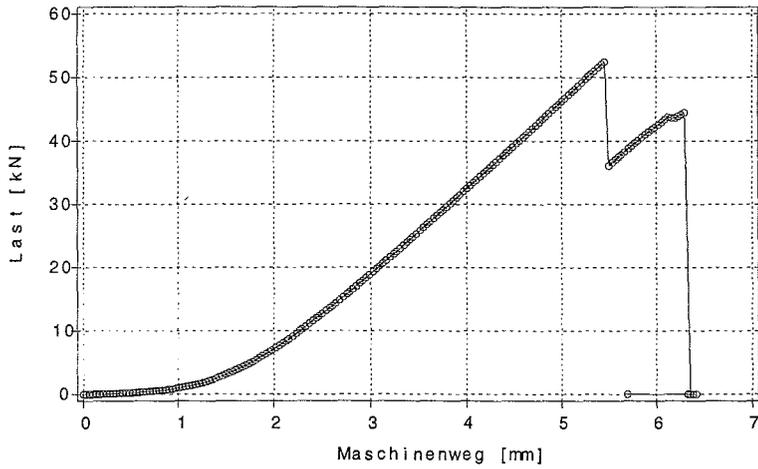


Bild B.16: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b4\_1

Z1b4\_2

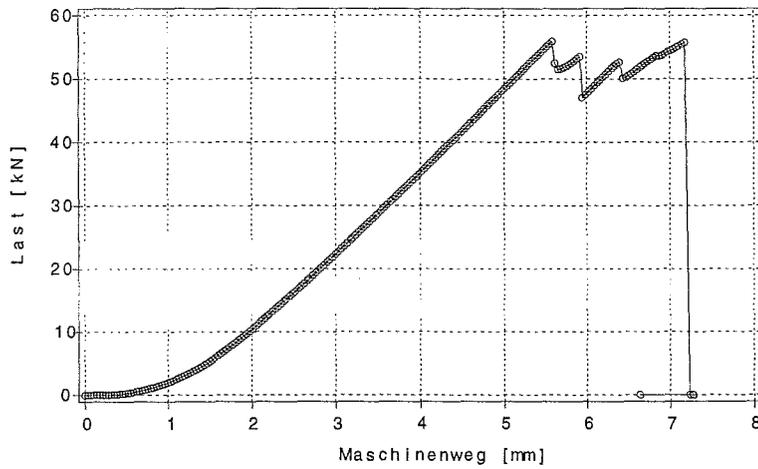


Bild B.17: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b4\_2

Z1b4\_3

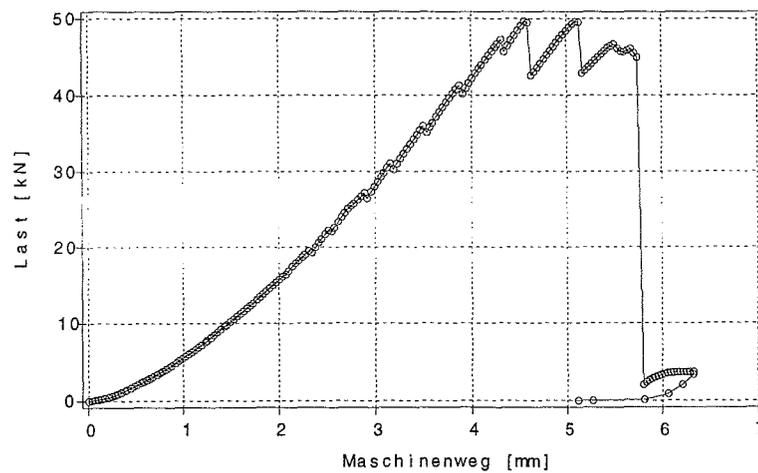


Bild B.18: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b4\_3

Z1b4\_4

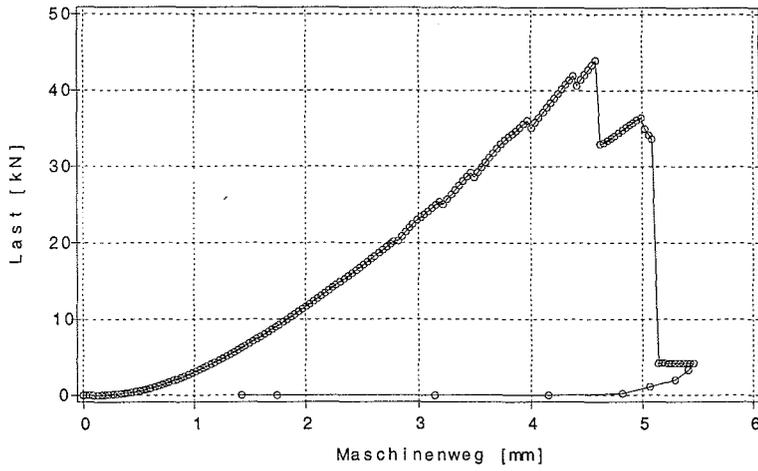


Bild B.19: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b4\_4

Z1b4\_5

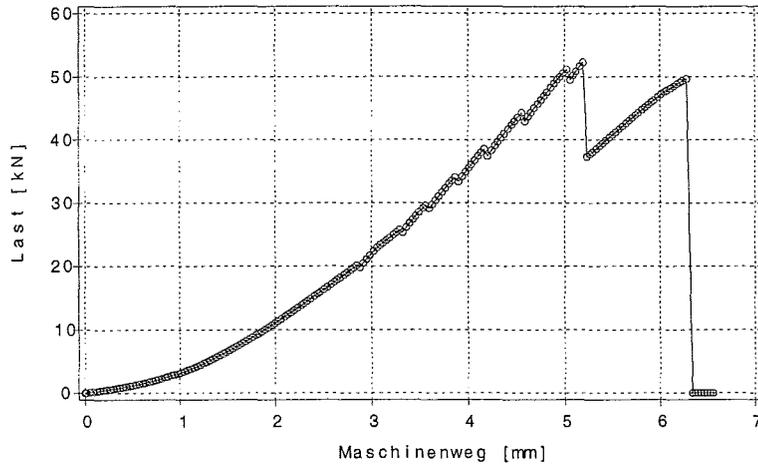


Bild B.20: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z1b4\_5

Z2a1\_1

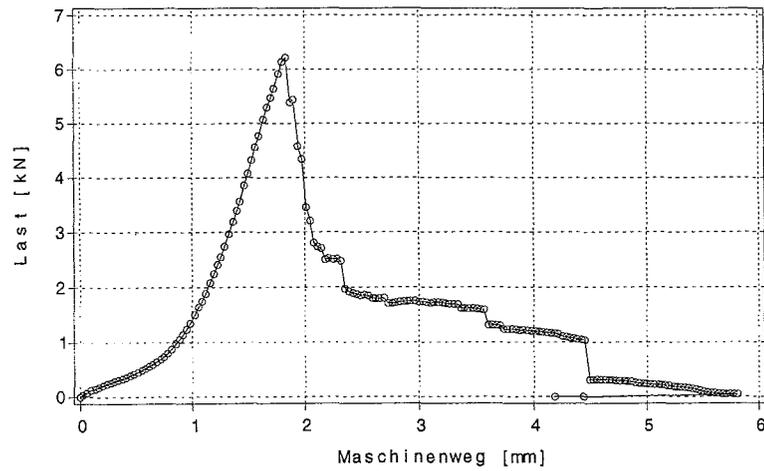


Bild B.21: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a1\_1

Z2a1\_2

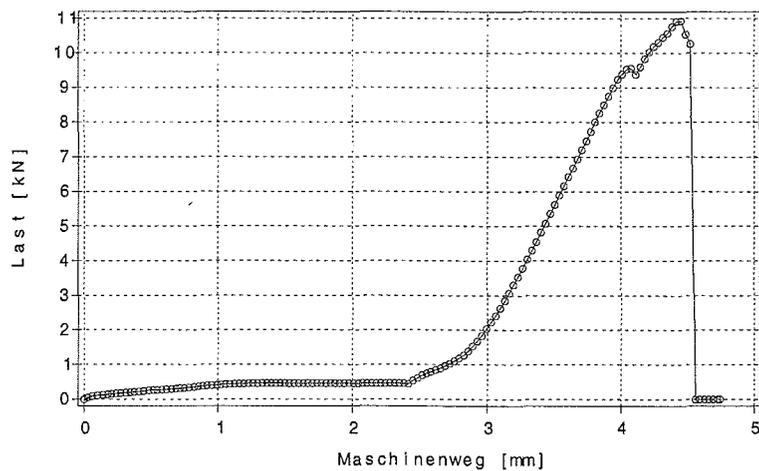


Bild B.22: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a1\_2

Z2a1\_3

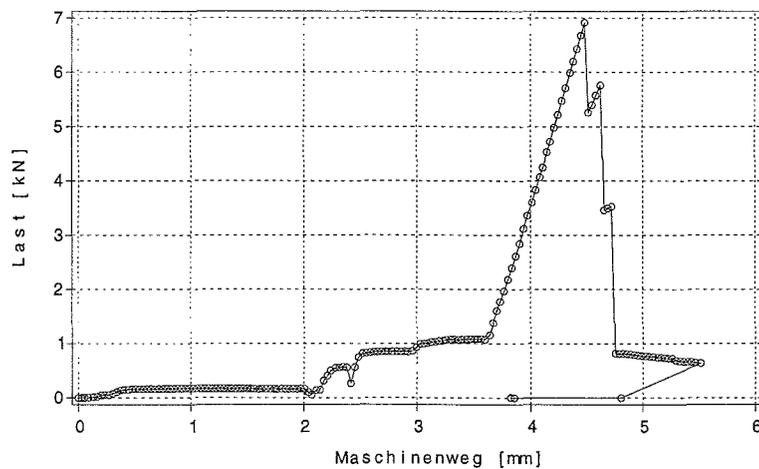


Bild B.23: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a1\_3

Z2a1\_4

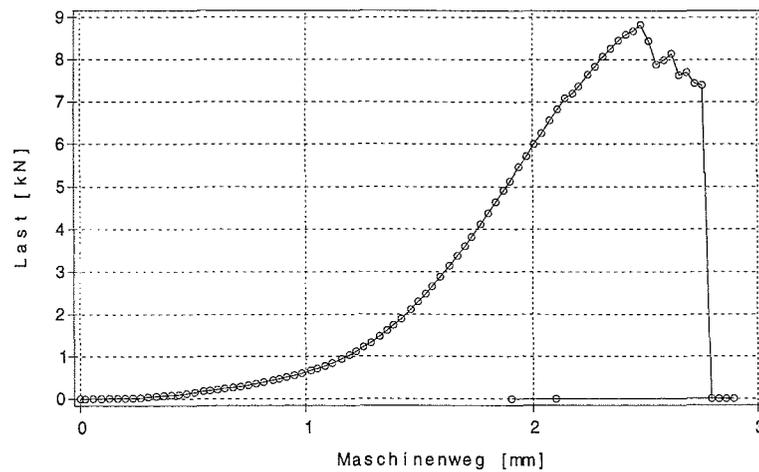


Bild B.24: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a1\_4

Z2a1\_5

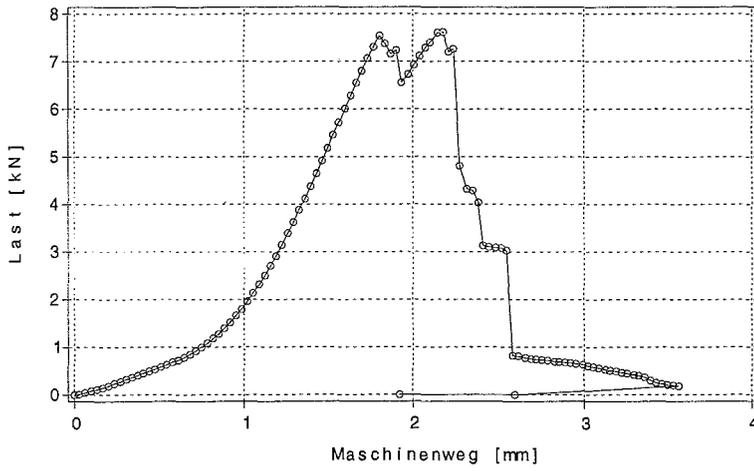


Bild B.25: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a1\_5

Z2a2\_1

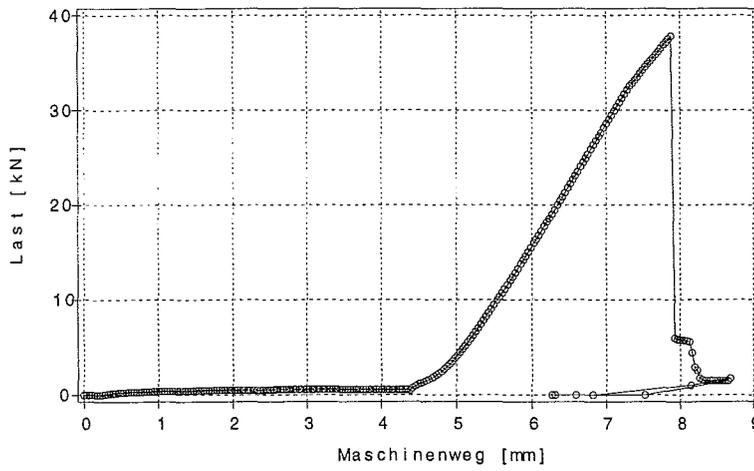


Bild B.26: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a2\_1

Z2a2\_2

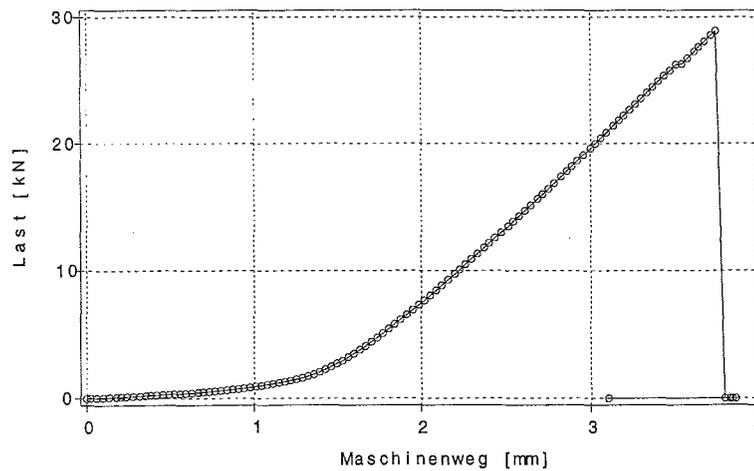


Bild B.27: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a2\_2

Z2a2\_3

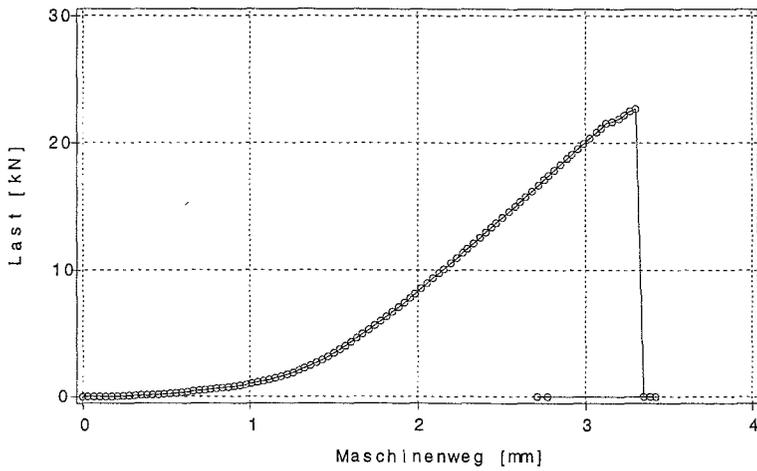


Bild B.28: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a2\_3

Z2a2\_4

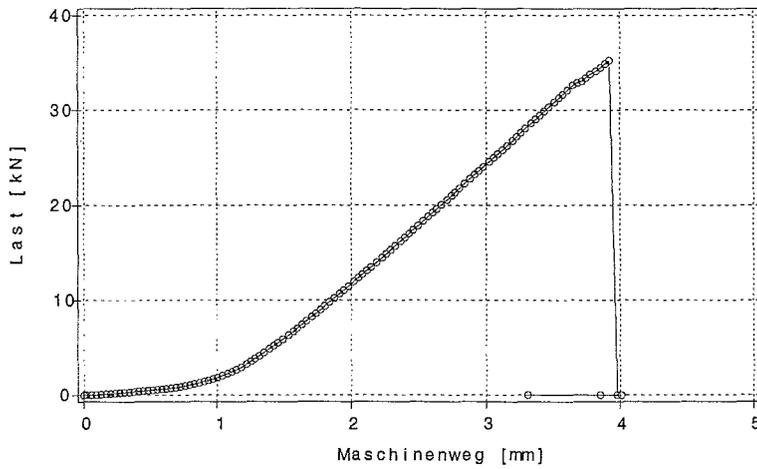


Bild B.29: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a2\_4

Z2a2\_5

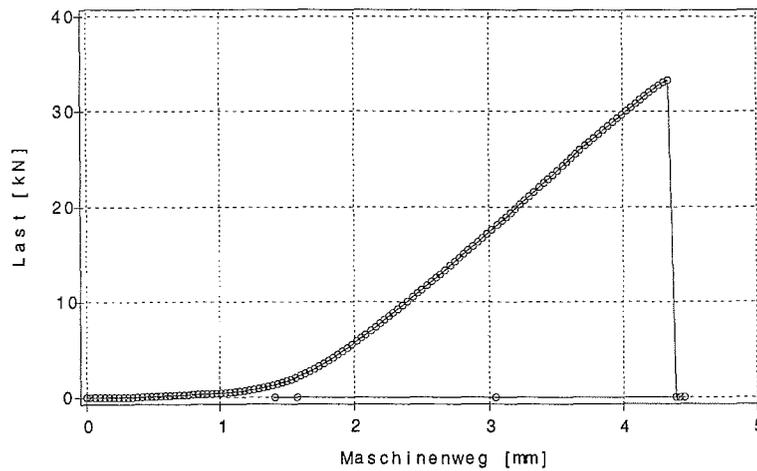


Bild B.30: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a2\_5

Z2a3\_1

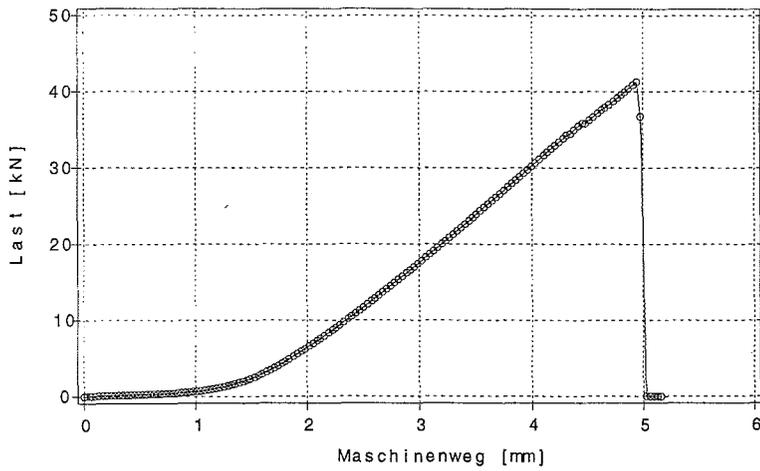


Bild B.31: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a3\_1

Z2a3\_2

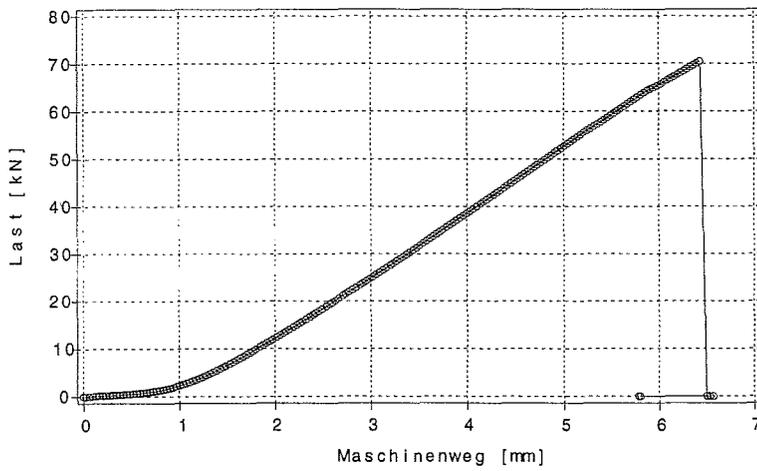


Bild B.32: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a3\_2

Z2a3\_3

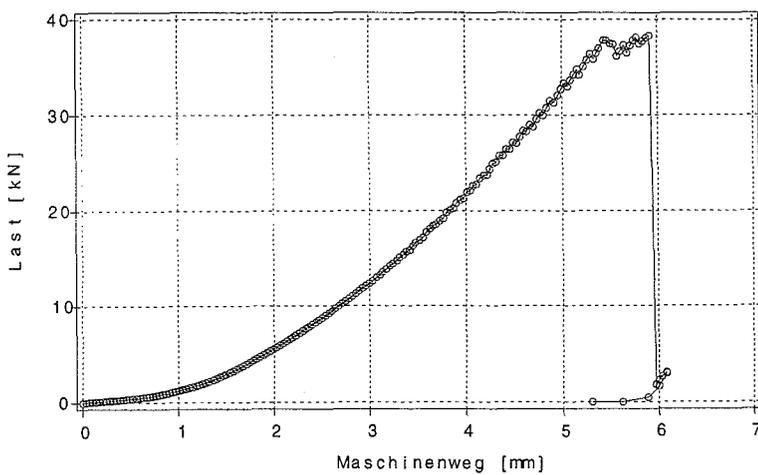


Bild B.33: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a3\_3

Z2a3\_4

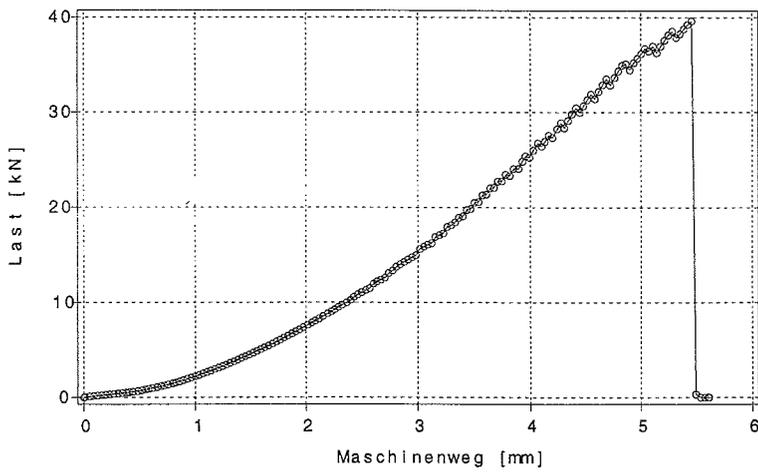


Bild B.34: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a3\_4

Z2a3\_5

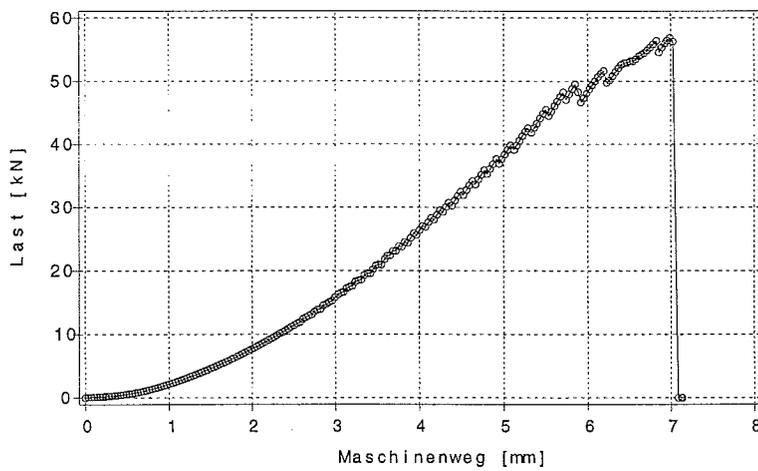


Bild B.35: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a3\_5

Z2a4\_1

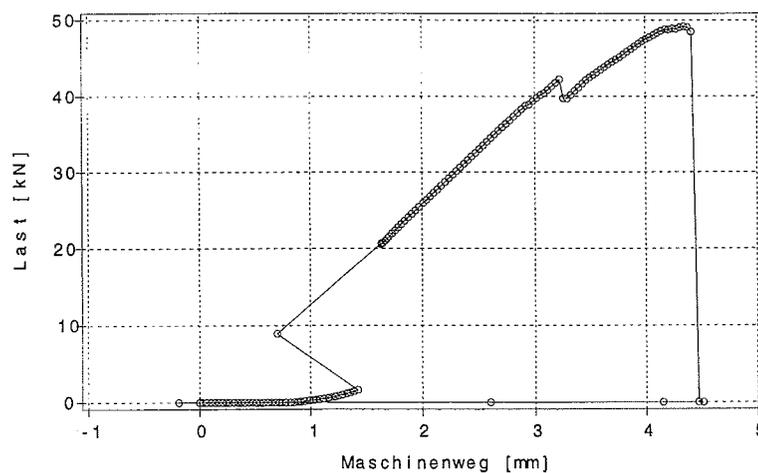


Bild B.36: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a4\_1

Z2a4\_2

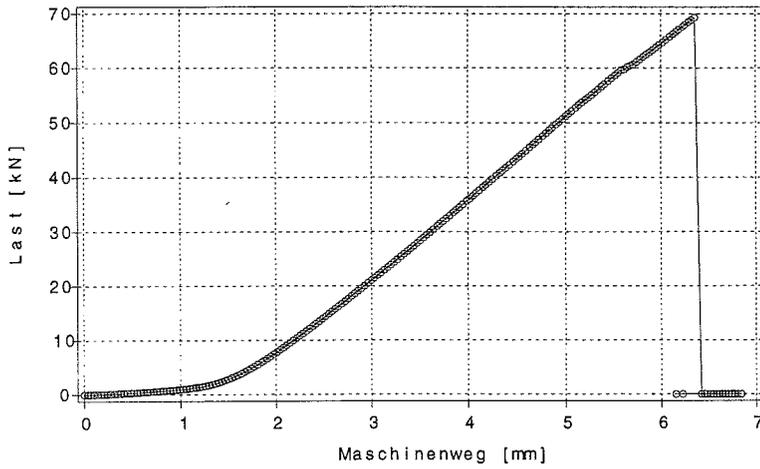


Bild B.37: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a4\_2

Z2a4\_3

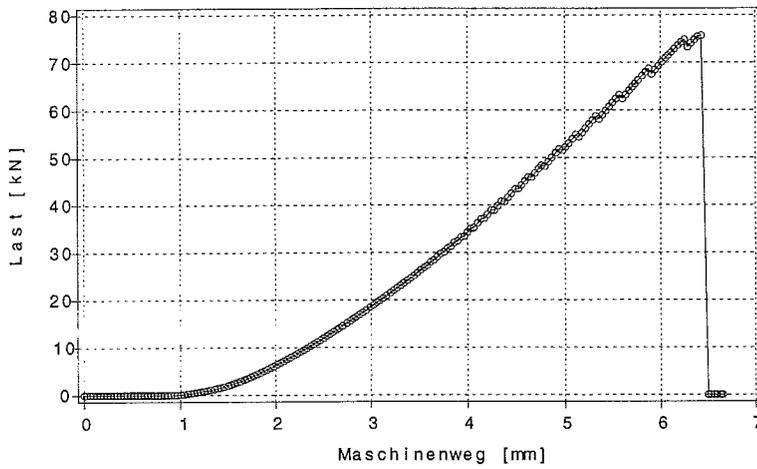


Bild B.38: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a4\_3

Z2a4\_4

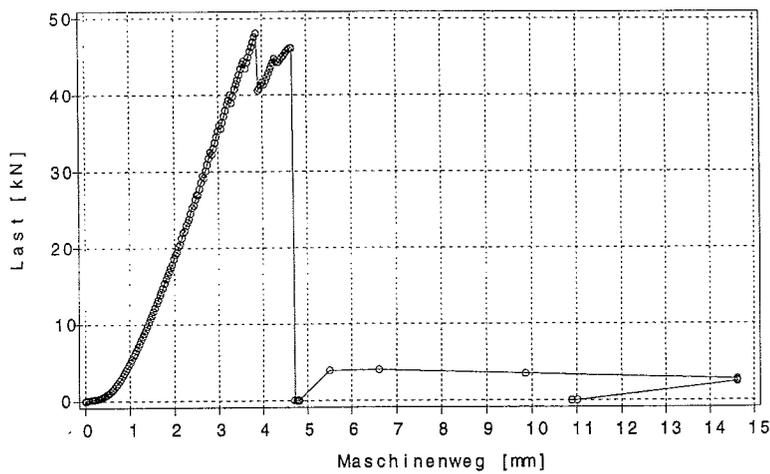


Bild B.39: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a4\_4

Z2a4\_5

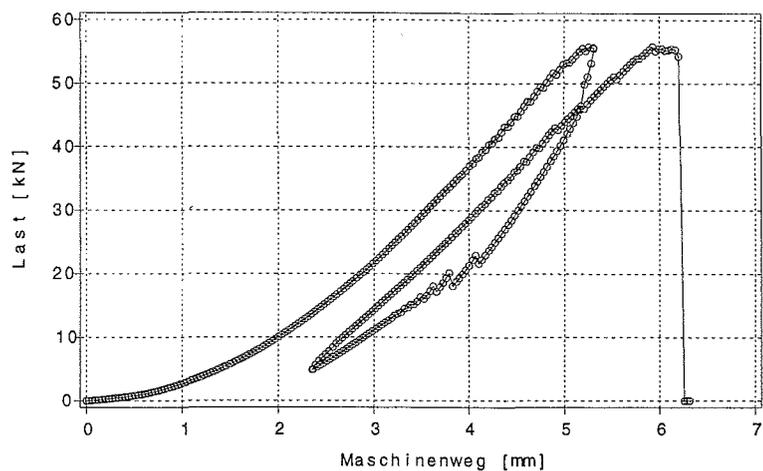


Bild B.40: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2a4\_5

Z2b1\_1a

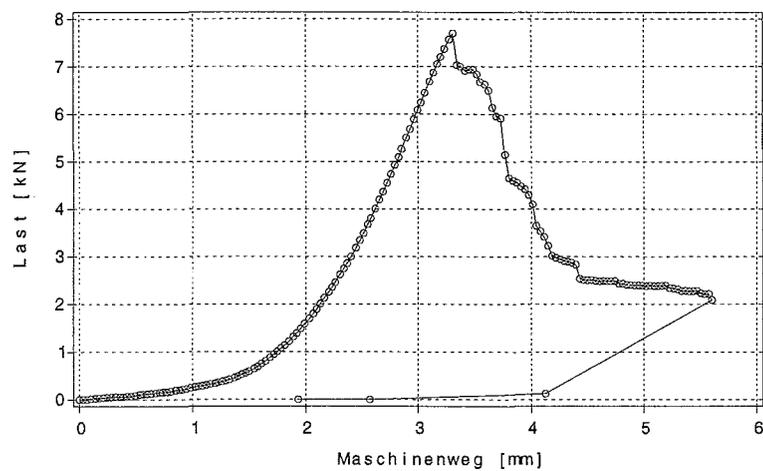


Bild B.41: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b1\_1a

Z2b1\_2

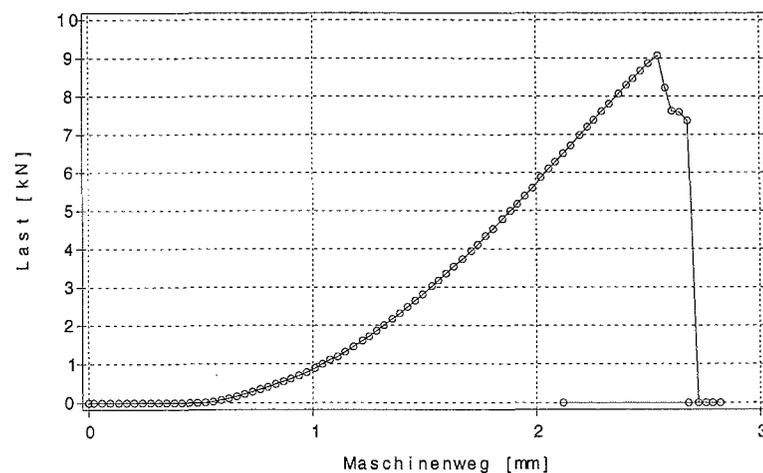


Bild B.42: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b1\_2

Z2b1\_3

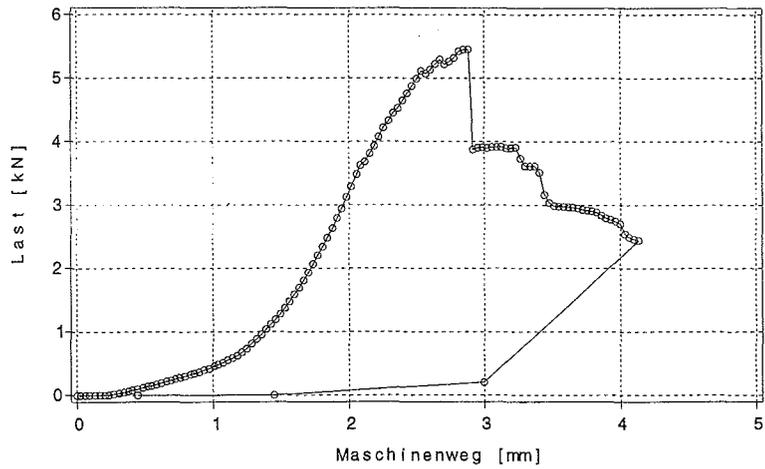


Bild B.43: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b1\_3

Z2b1\_4

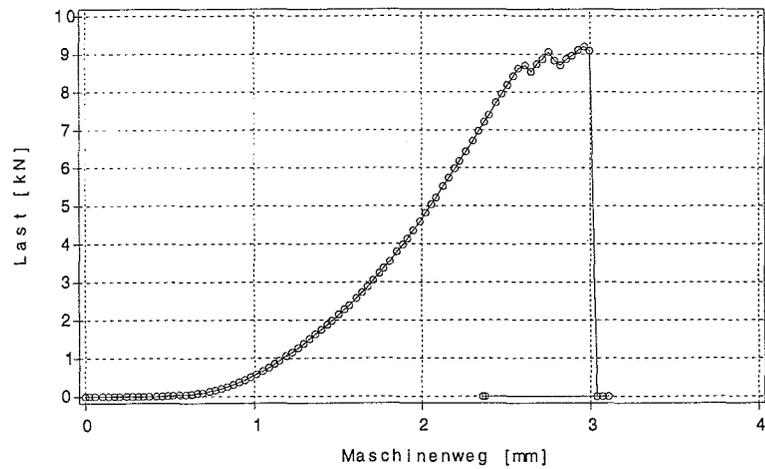


Bild B.44: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b1\_4

Z2b1\_5

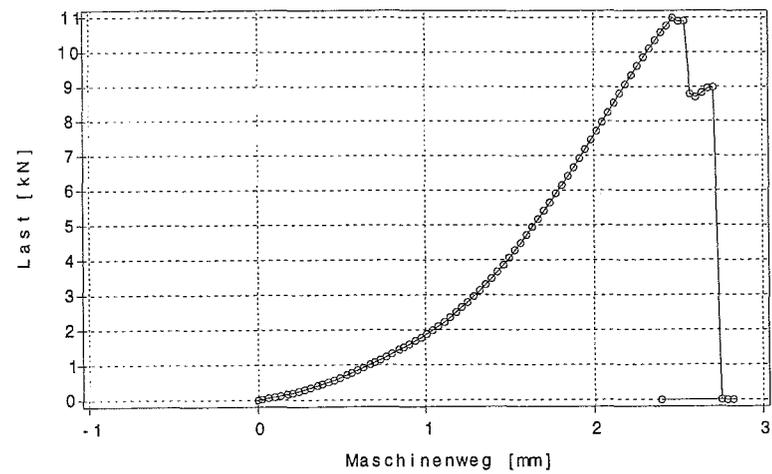


Bild B.45: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b1\_5

Z2b2\_1

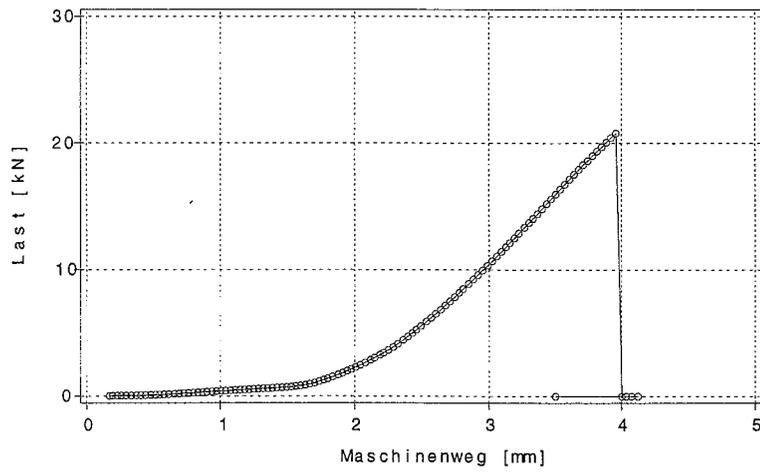


Bild B.46: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b2\_1

Z2b2\_2a

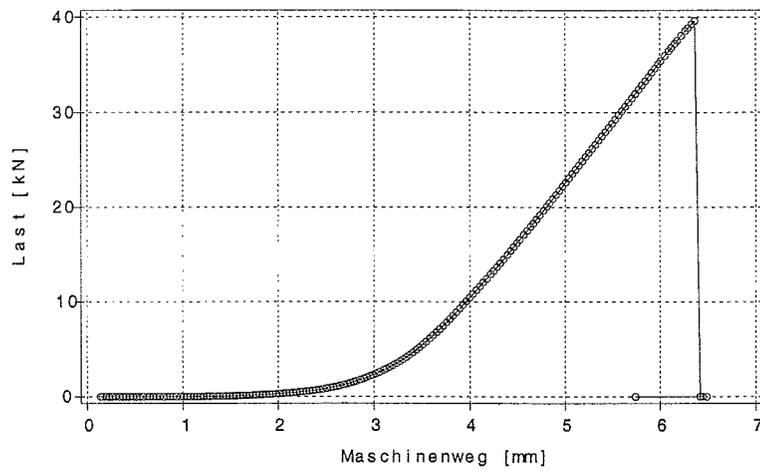


Bild B.47: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b2\_2a

Z2b2\_3

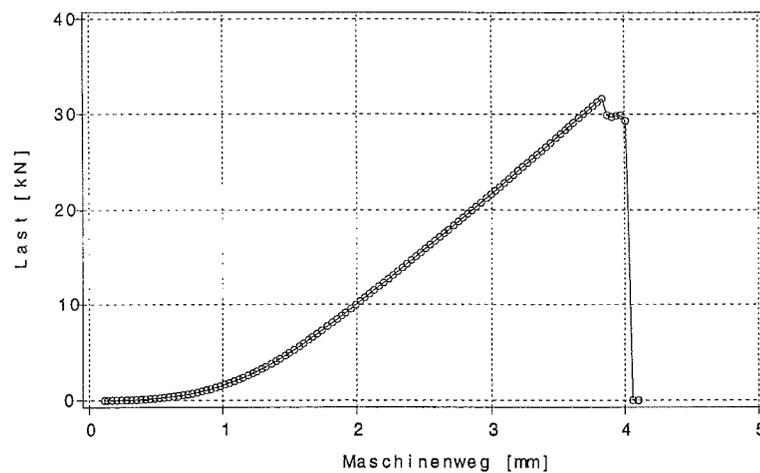


Bild B.48: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b2\_3

Z2b2\_4

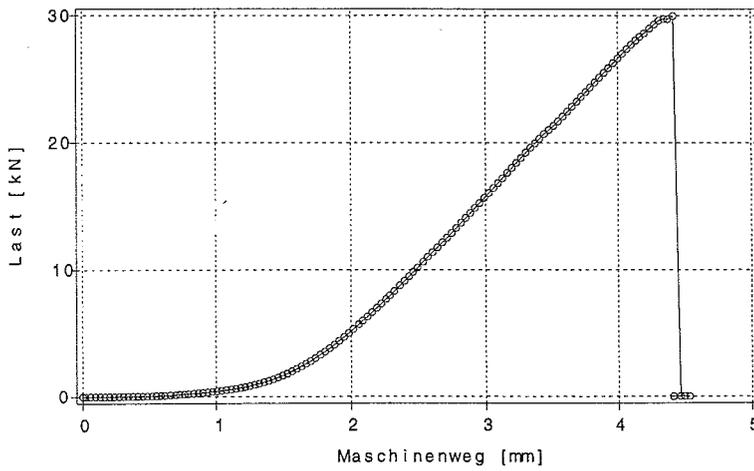


Bild B.49: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b2\_4

Z2b2\_5

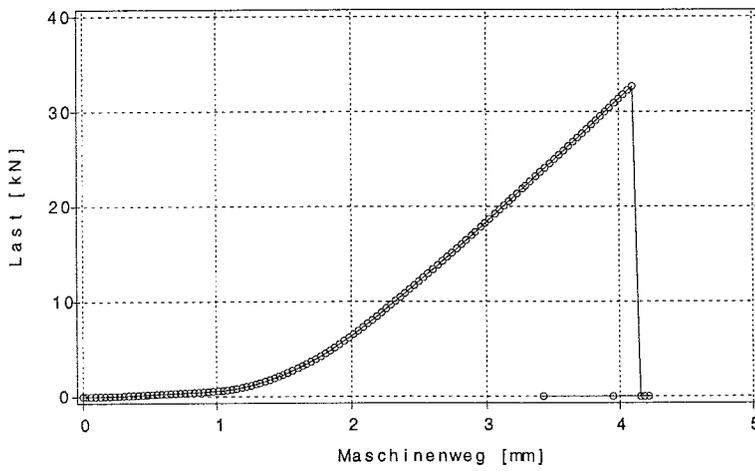


Bild B.50: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b2\_5

Z2b3\_1

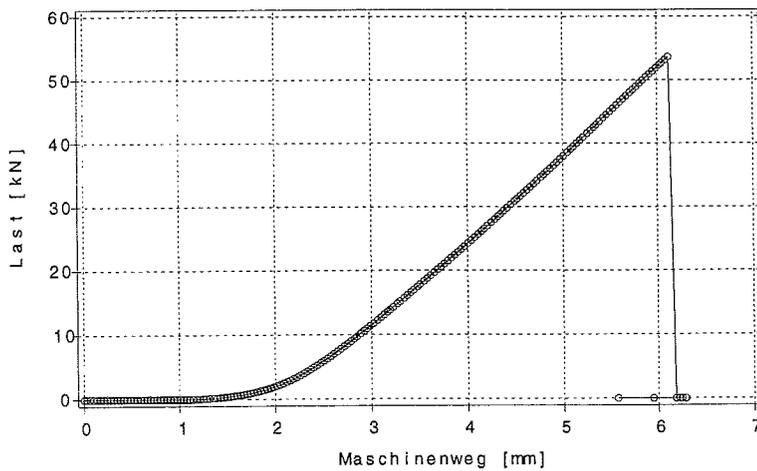


Bild B.51: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b3\_1

Z2b3\_2

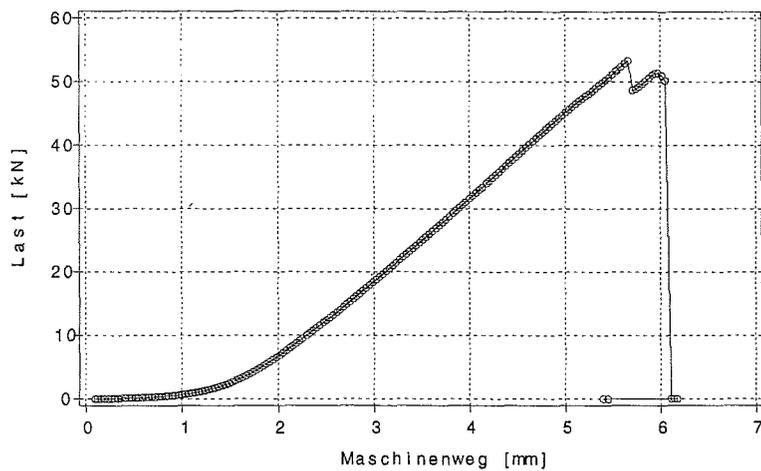


Bild B.52: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b3\_2

Z2b3\_3

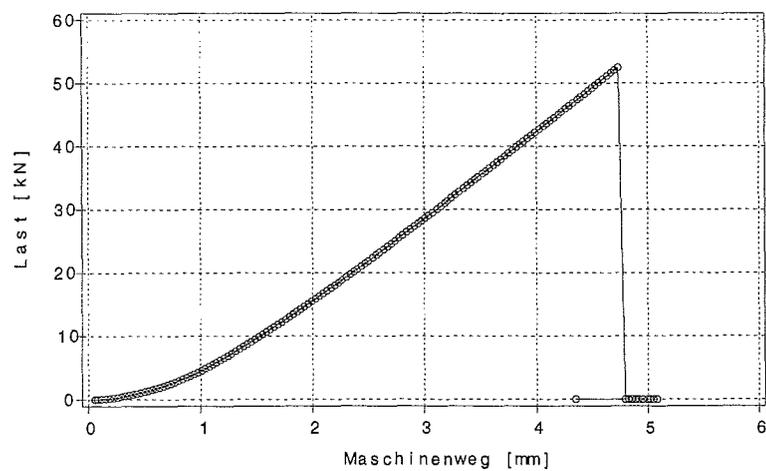


Bild B.53: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b3\_3

Z2b3\_4

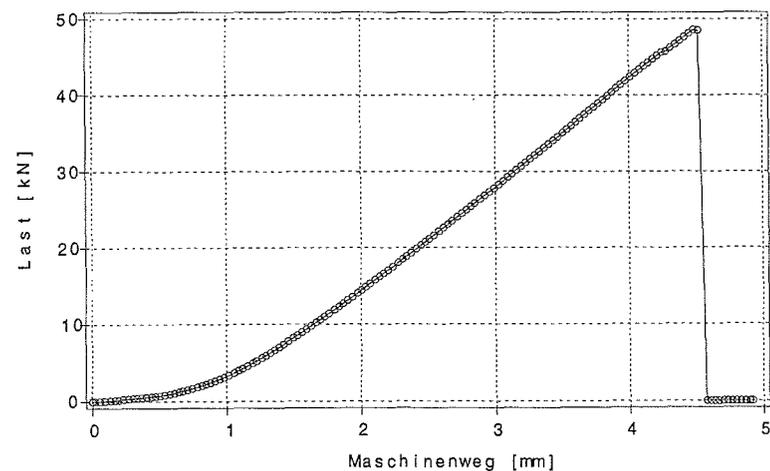


Bild B.54: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b3\_4

Z2b3\_5

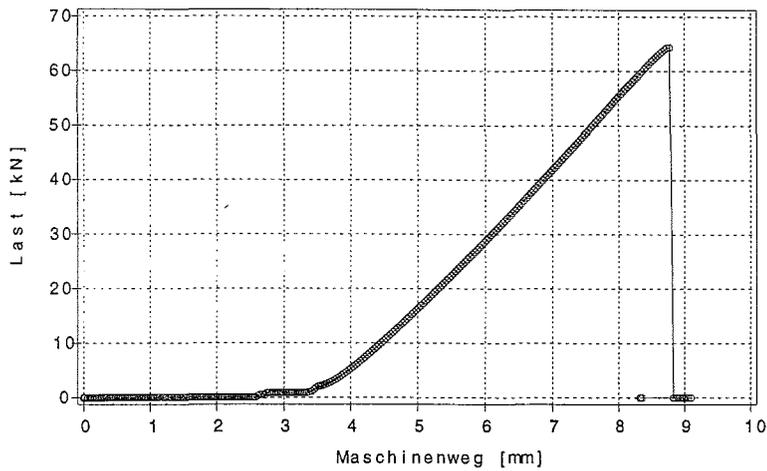


Bild B.55: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b3\_5

Z2b4\_1

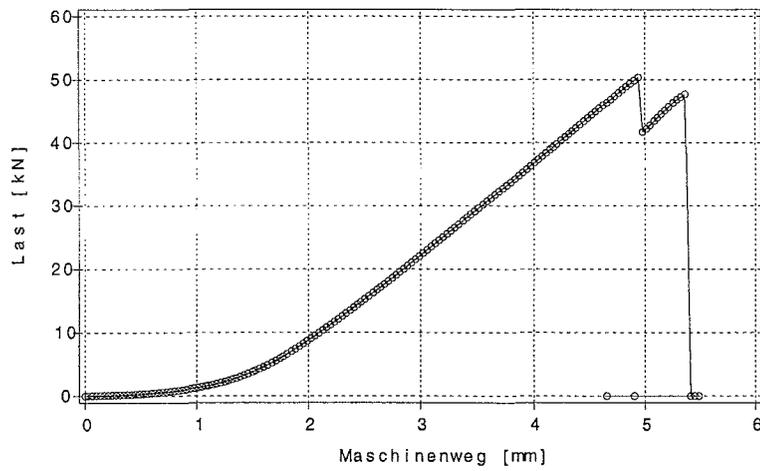


Bild B.56: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b4\_1

Z2b4\_2

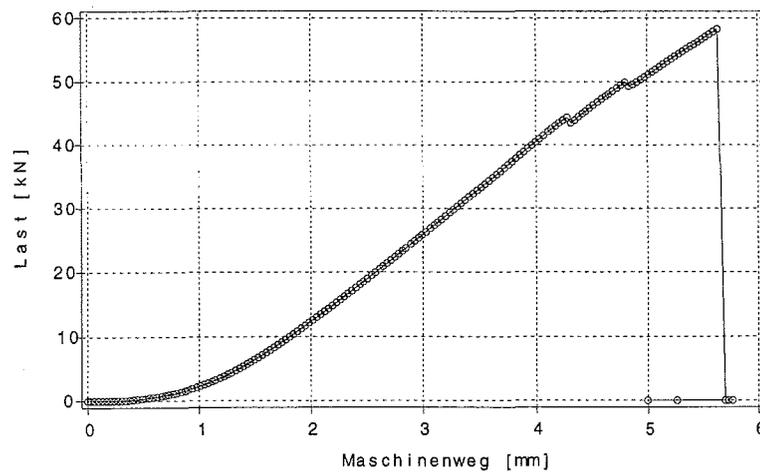


Bild B.57: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b4\_2

Z2b4\_3e

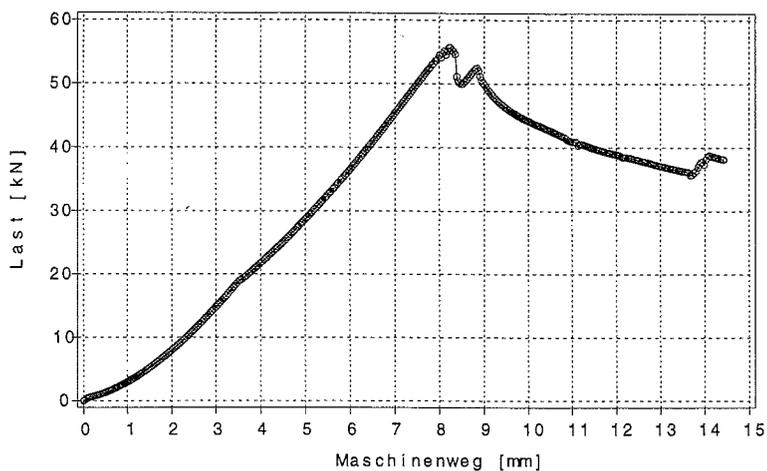


Bild B.58: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b4\_3e

Z2b4\_4

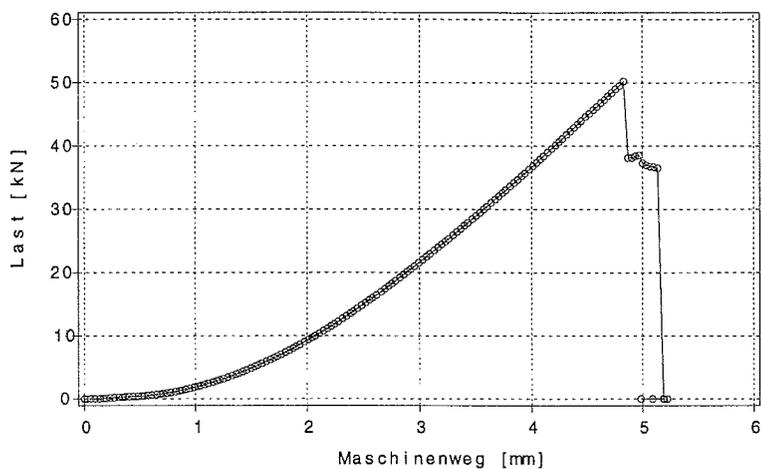


Bild B.59: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b4\_4

Z2b4\_5

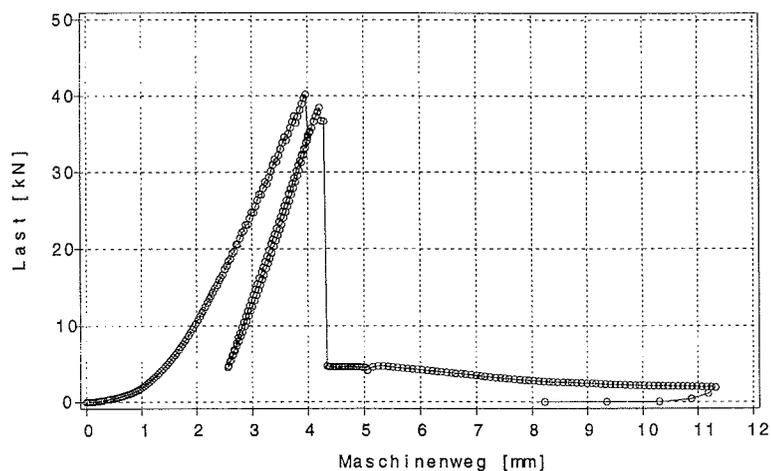


Bild B.60: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z2b4\_5

Z3a1\_1

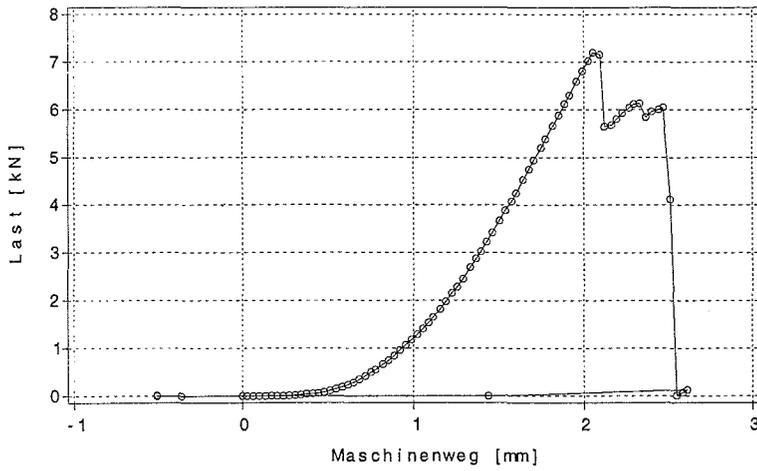


Bild B.61: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a1\_1

Z3a1\_2

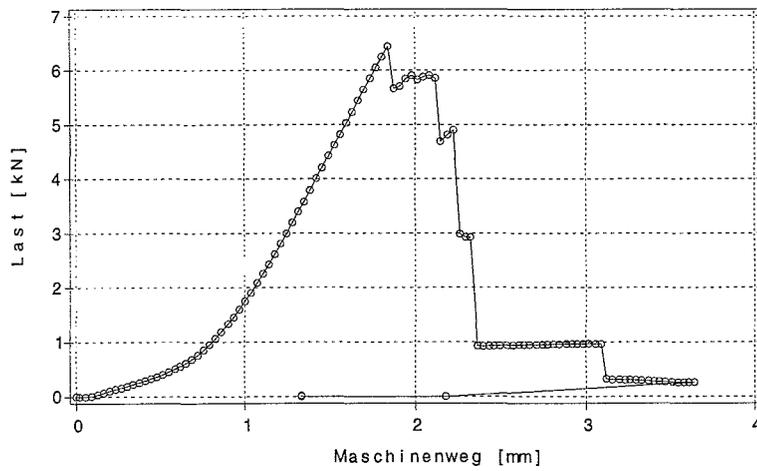


Bild B.62: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a1\_2

Z3a1\_3

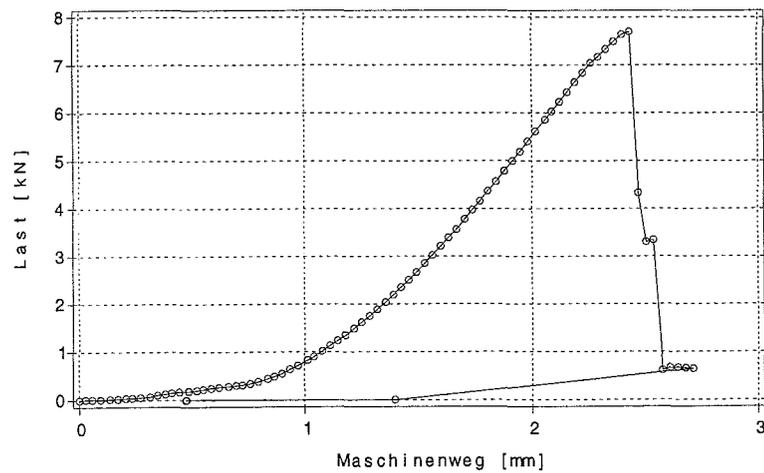


Bild B.63: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a1\_3

Z3a1\_4

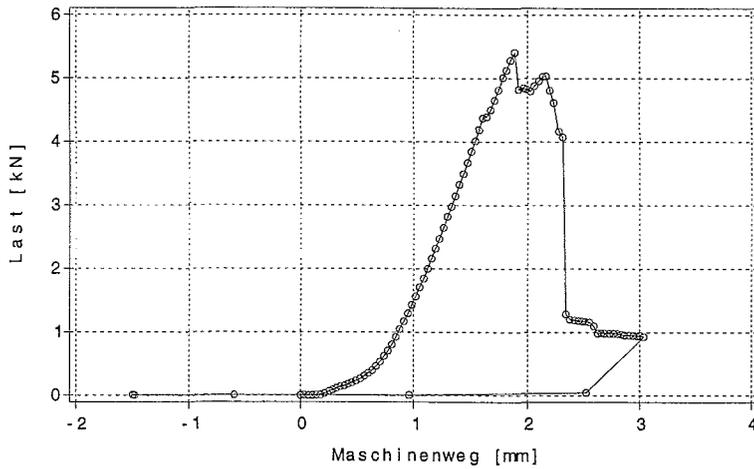


Bild B.64: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a1\_4

Z3a1\_5

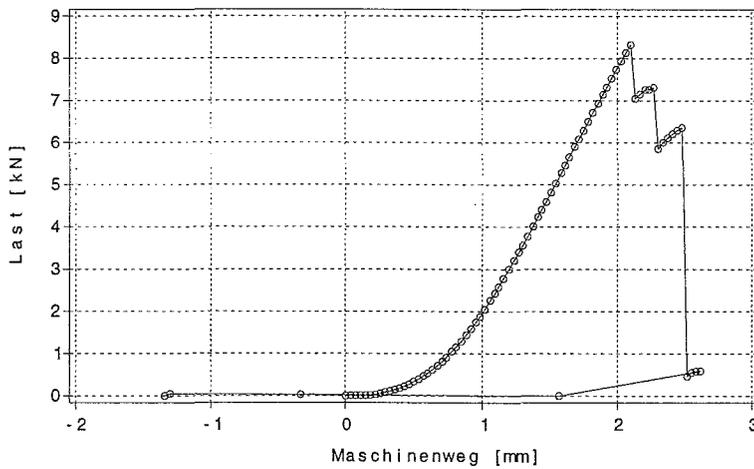


Bild B.65: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a1\_5

Z3a2\_1

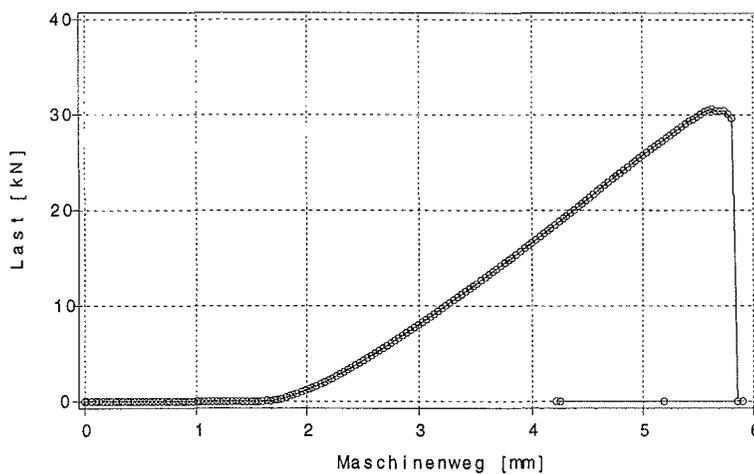


Bild B.66: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a2\_1

Z3a2\_2

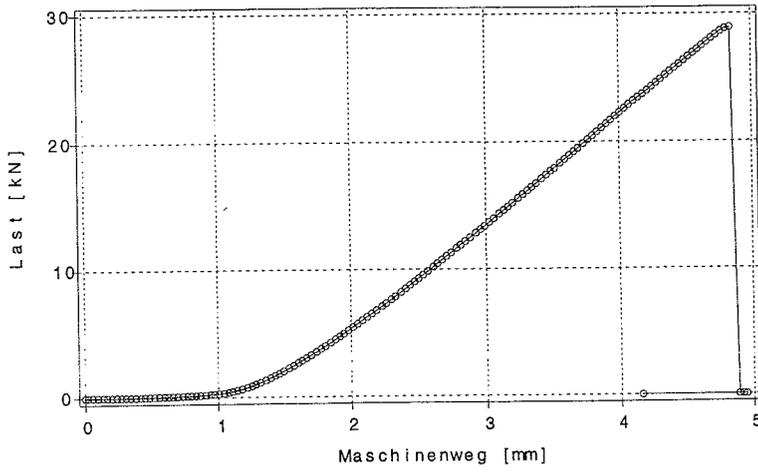


Bild B.67: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a2\_2

Z3a2\_3

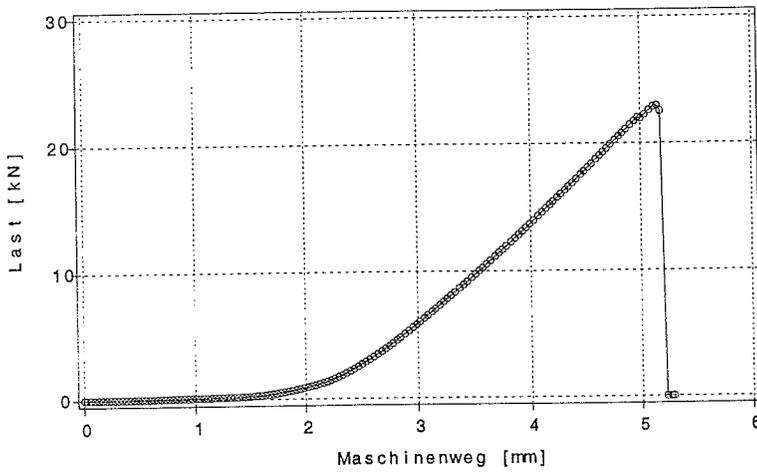


Bild B.68: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a2\_3

Z3a2\_4

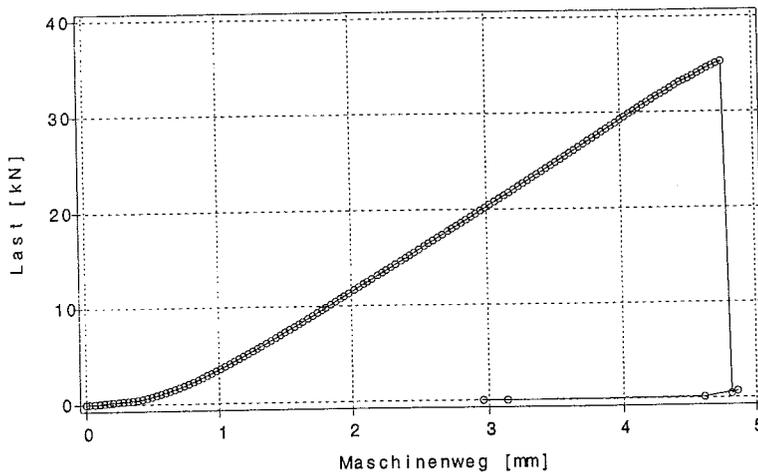


Bild B.69: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a2\_4

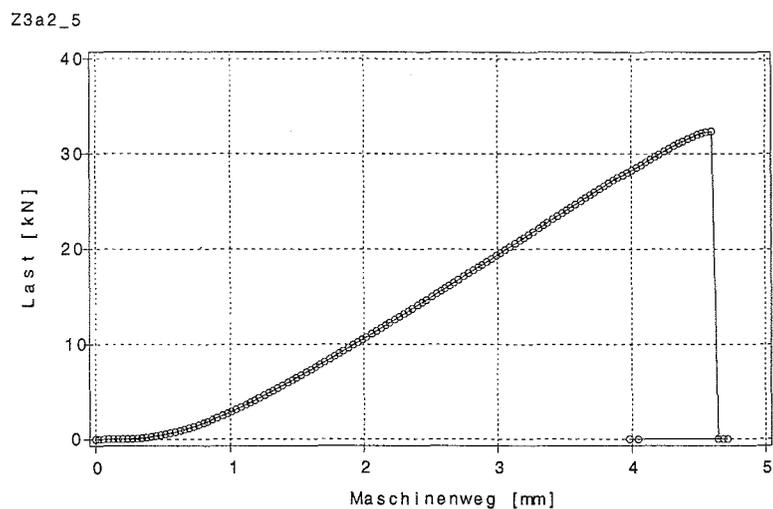


Bild B.70: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a2\_5

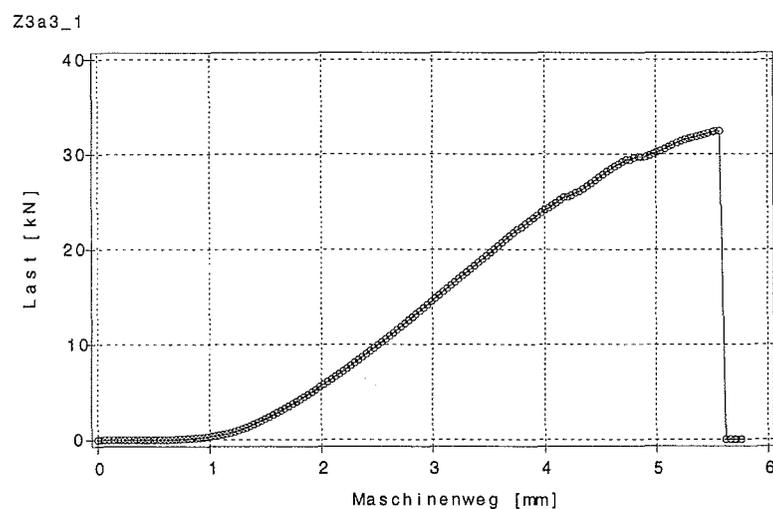


Bild B.71: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a3\_1

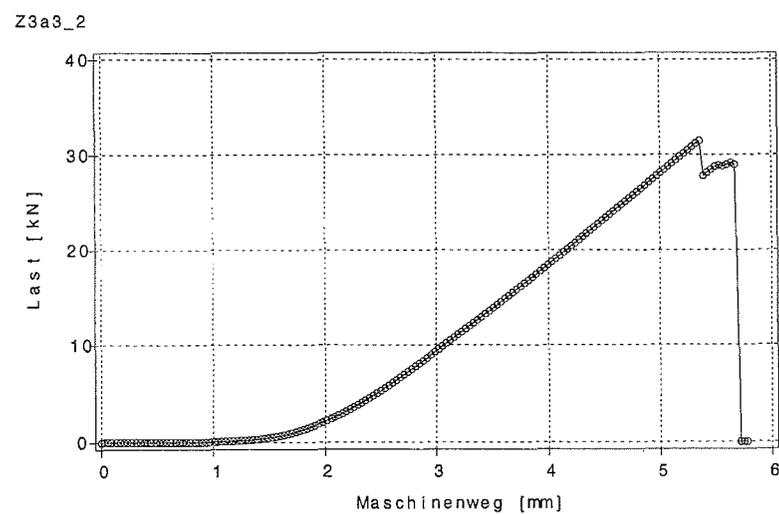


Bild B.72: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a3\_2

Z3a3\_3

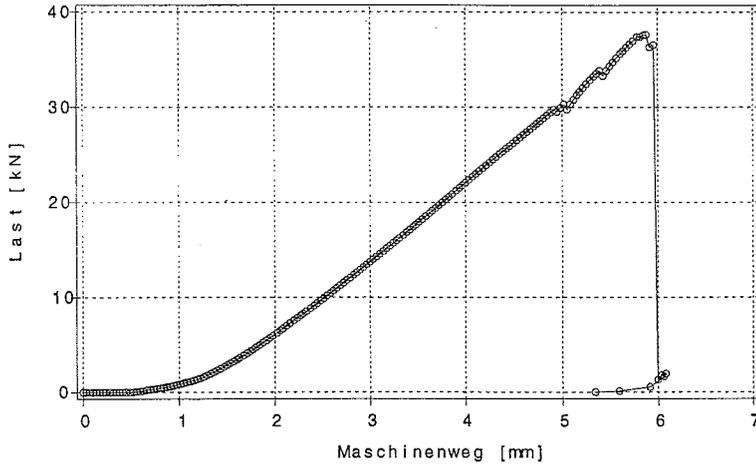


Bild B.73: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a3\_3

Z3a3\_4

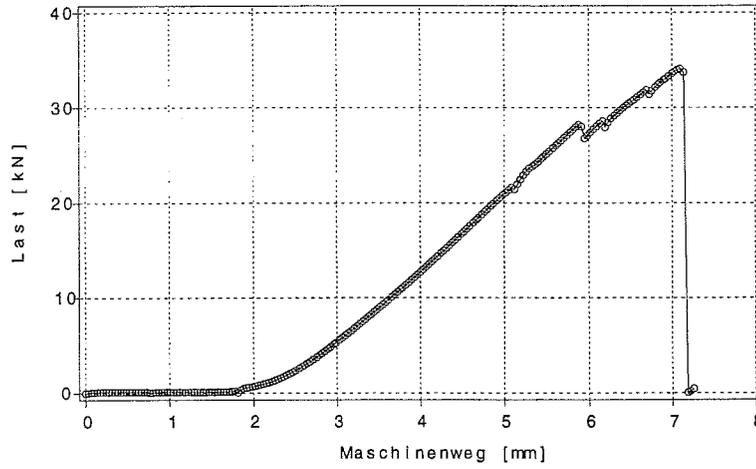


Bild B.74: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a3\_4

Z3a3\_5

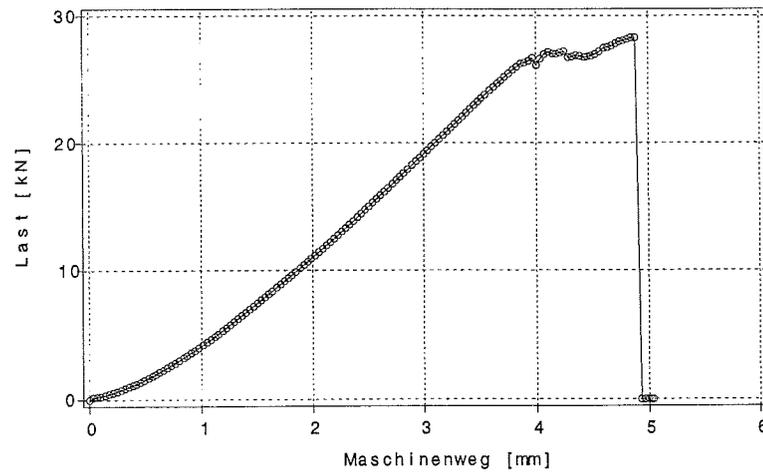


Bild B.75: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a3\_5

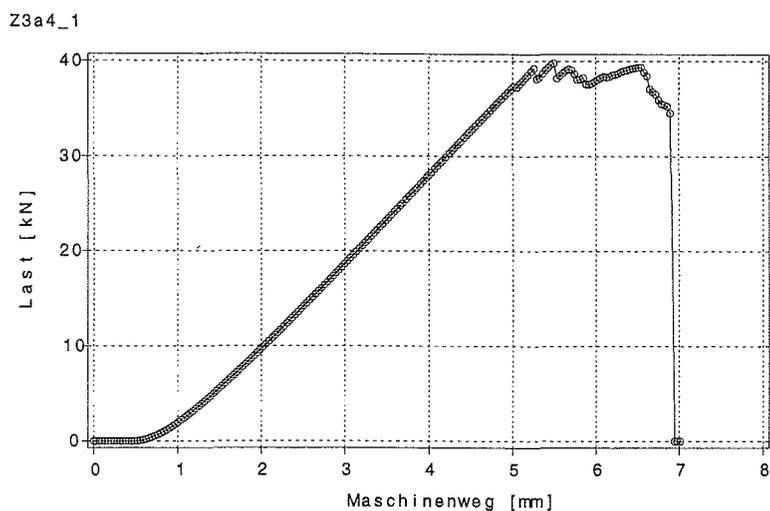


Bild B.76: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a4\_1

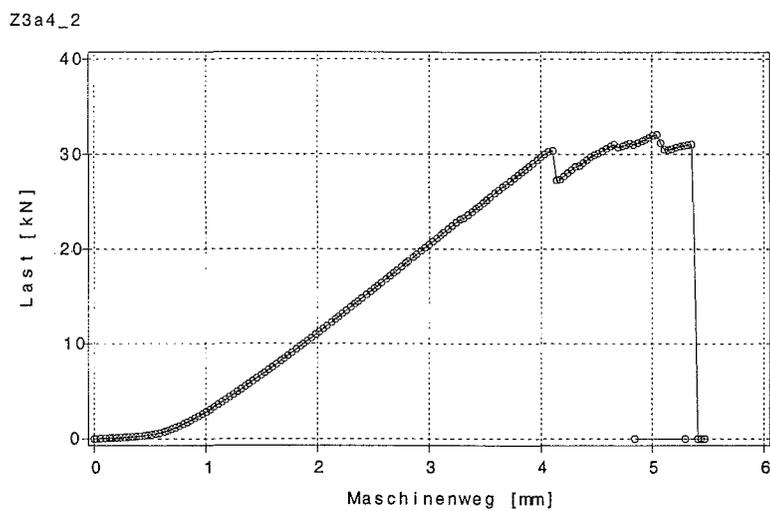


Bild B.77: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a4\_2

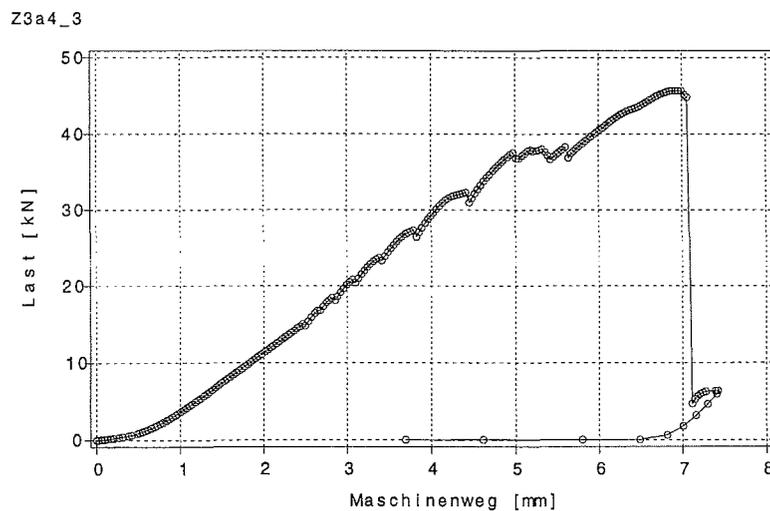


Bild B.78: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a4\_3

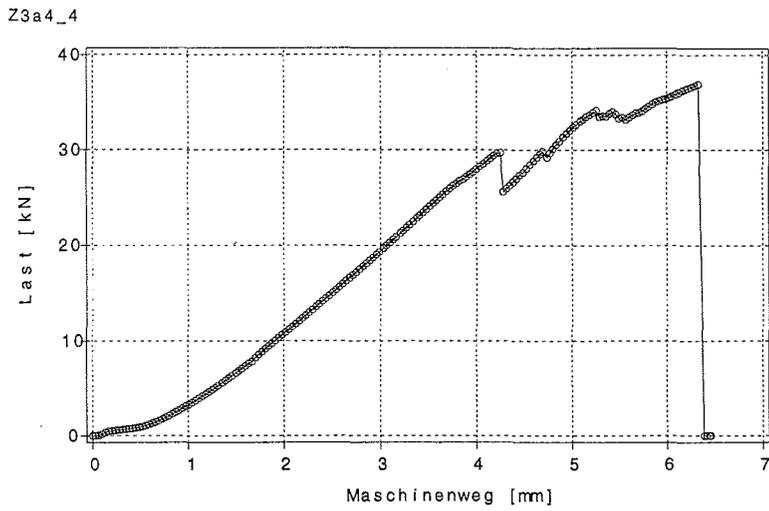


Bild B.79: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a4\_4

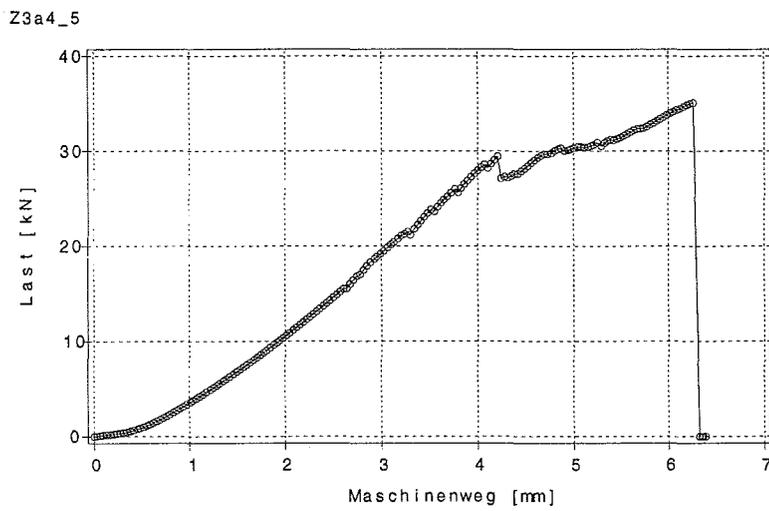


Bild B.80: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3a4\_5

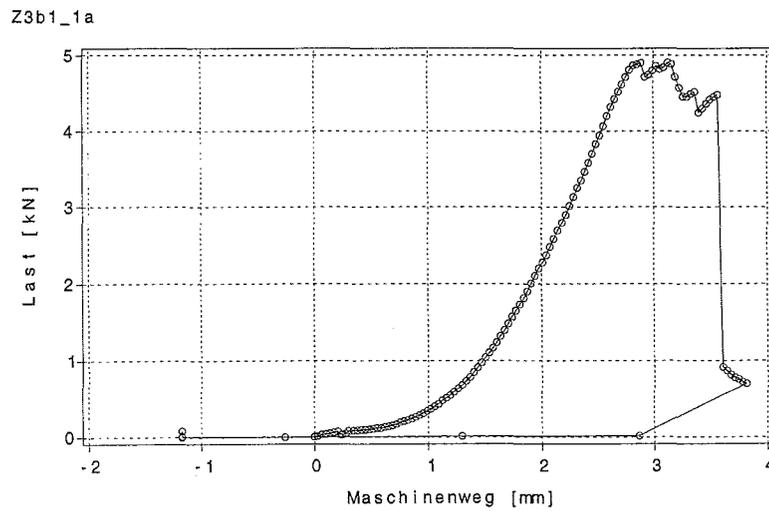


Bild B.81: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b1\_1a

Z3b1\_2

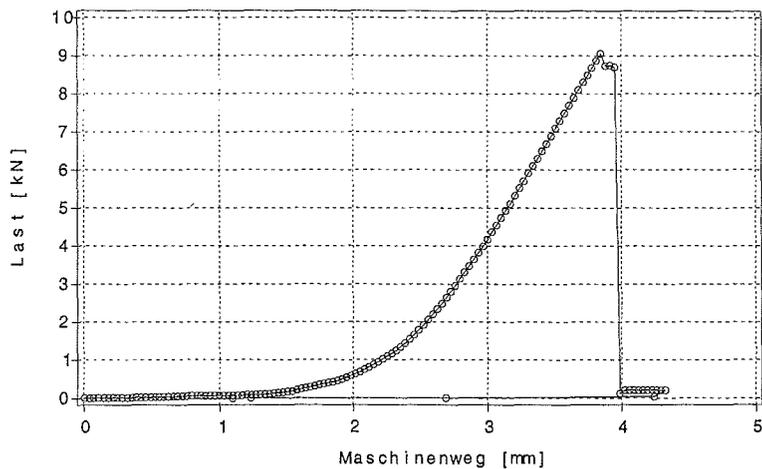


Bild B.82: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b1\_2

Z3b1\_3

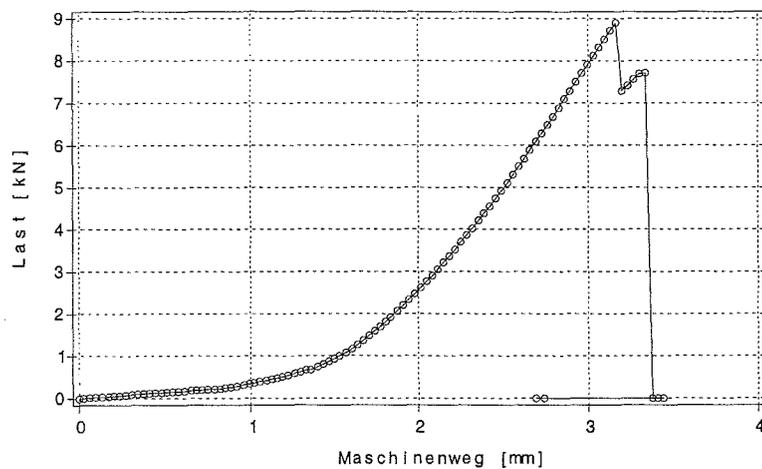


Bild B.83: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b1\_3

Z3b1\_4

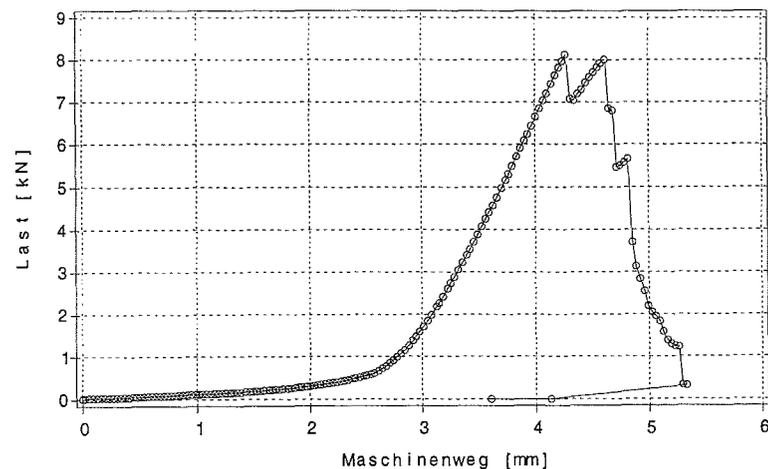


Bild B.84: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b1\_4

Z3b2\_1

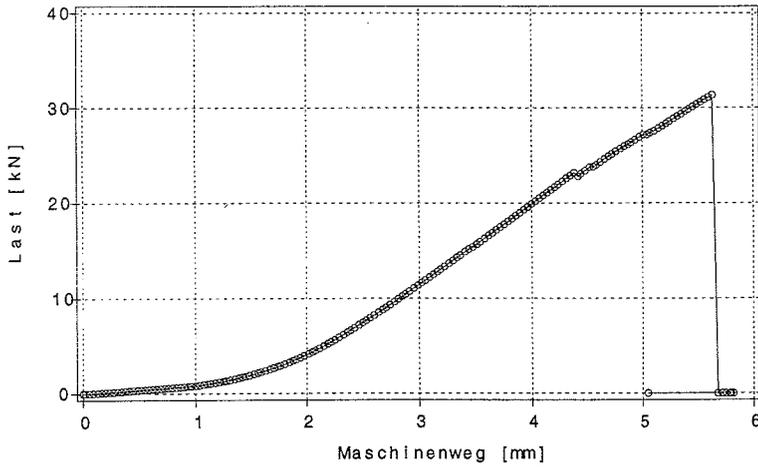


Bild B.85: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b2\_1

Z3b2\_3

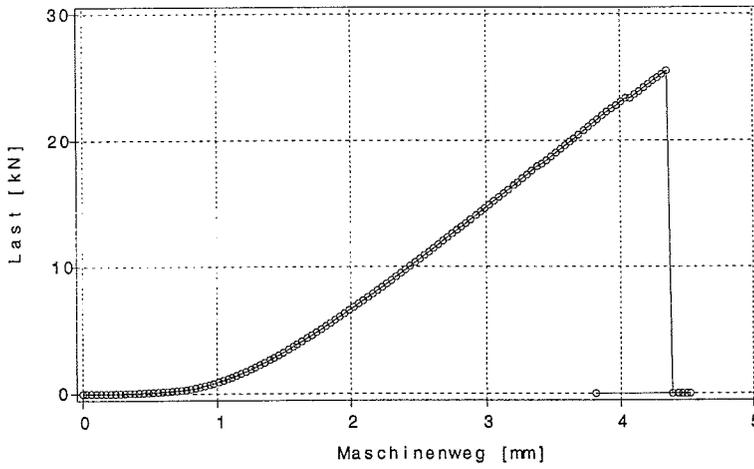


Bild B.86: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b2\_3

Z3b2\_4

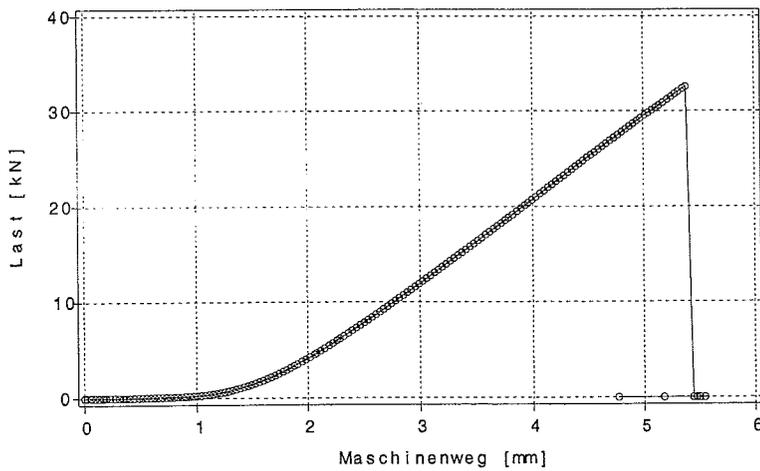


Bild B.87: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b2\_4

Z3b2\_5

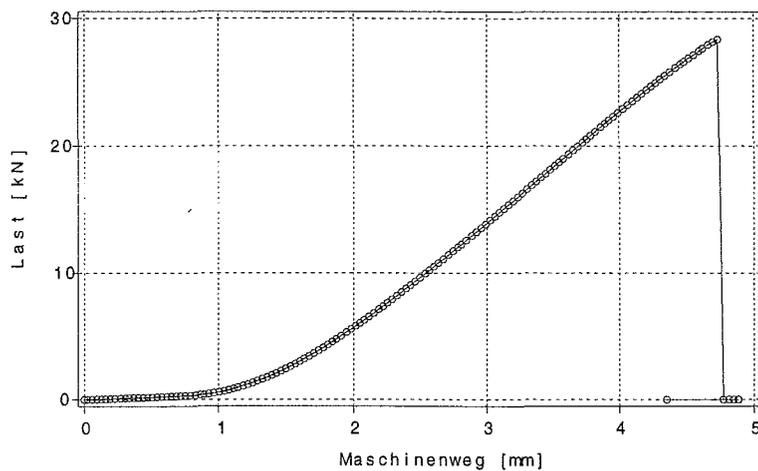


Bild B.88: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b2\_5

Z3b3\_1

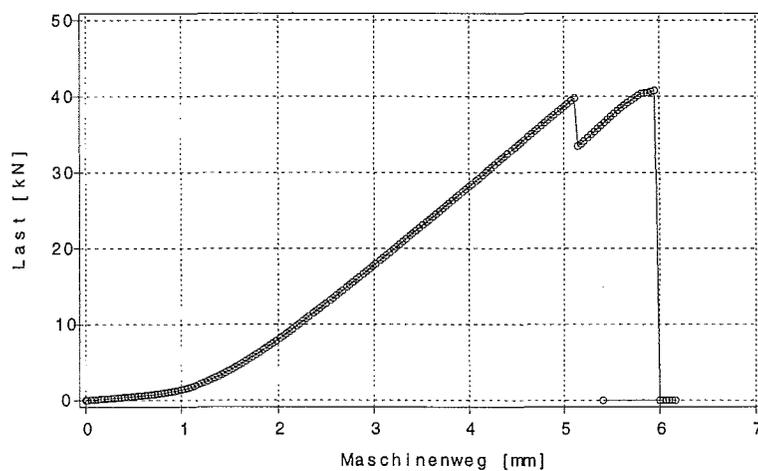


Bild B.89: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b3\_1

Z3b3\_2

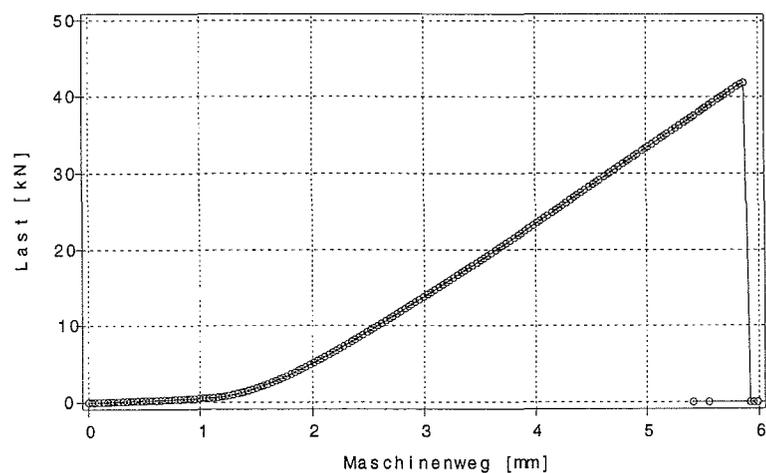


Bild B.90: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b3\_2

Z3b3\_3e

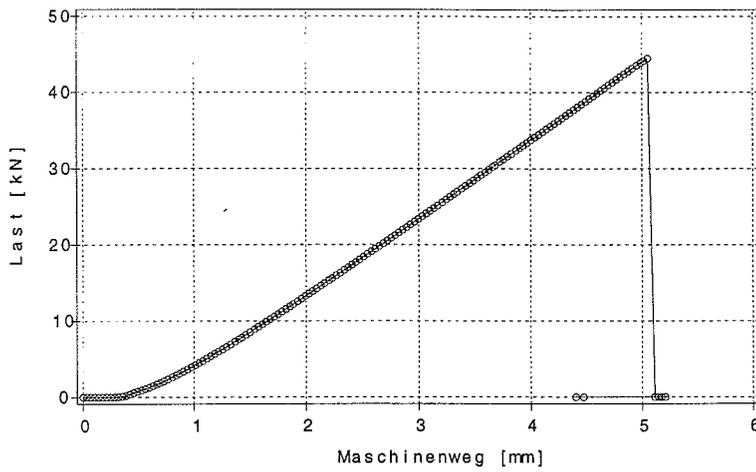


Bild B.91: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b3\_3e

Z3b3\_4

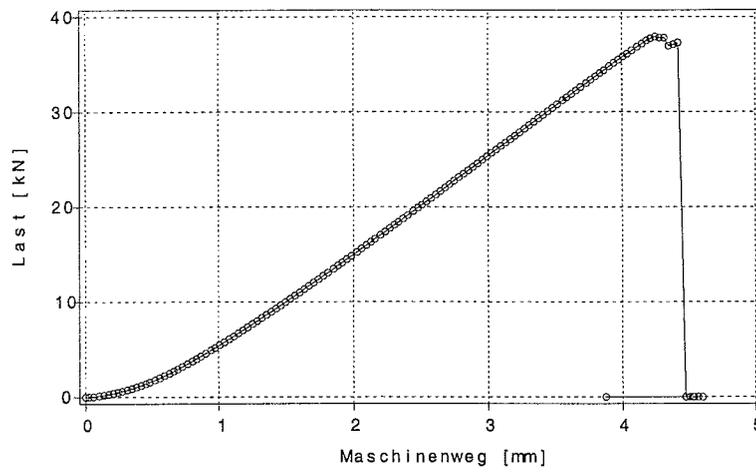


Bild B.92: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b3\_4

Z3b3\_5

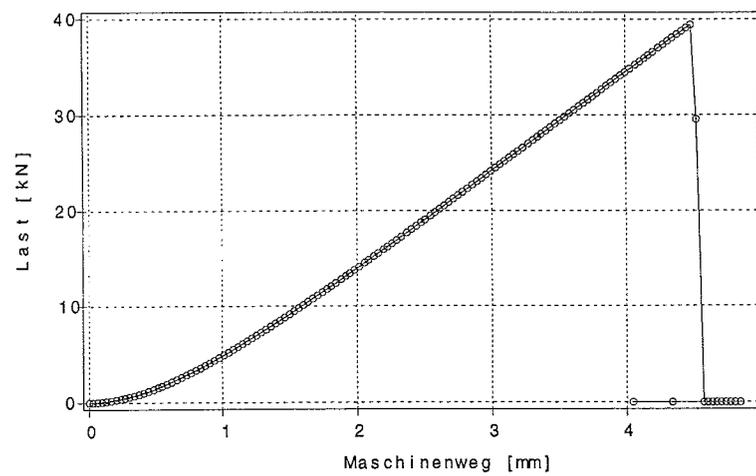


Bild B.93: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b3\_5

Z3b4\_1

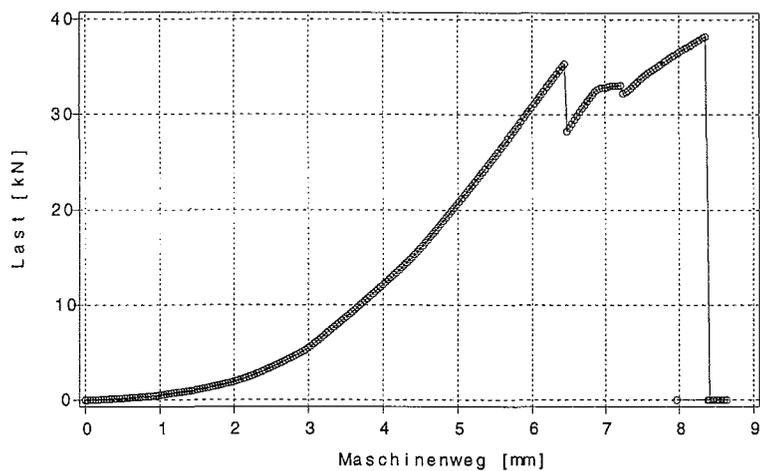


Bild B.94: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b4\_1

Z3b4\_2

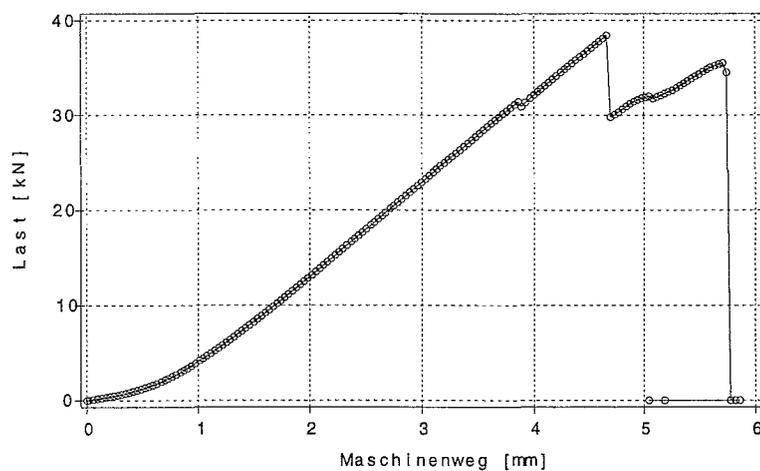


Bild B.95: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b4\_2

Z3b4\_3

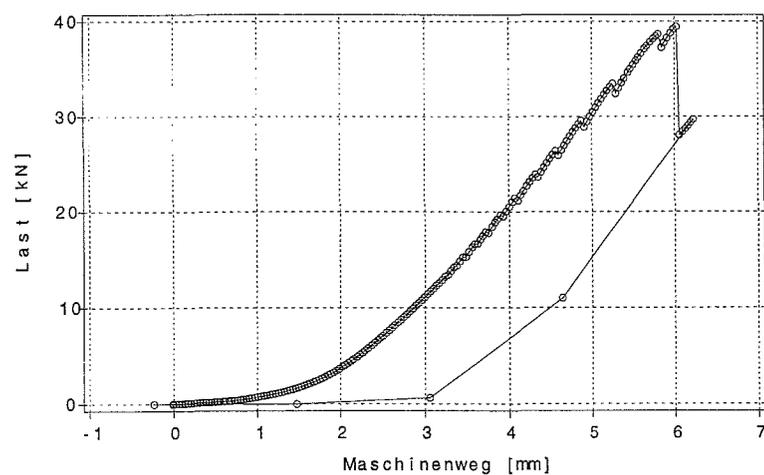


Bild B.96: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b4\_3

Z3b4\_4

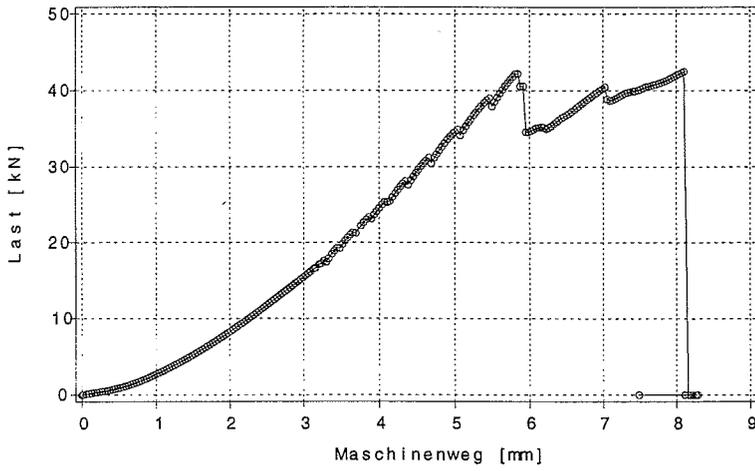


Bild B.97: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b4\_4

Z3b4\_5

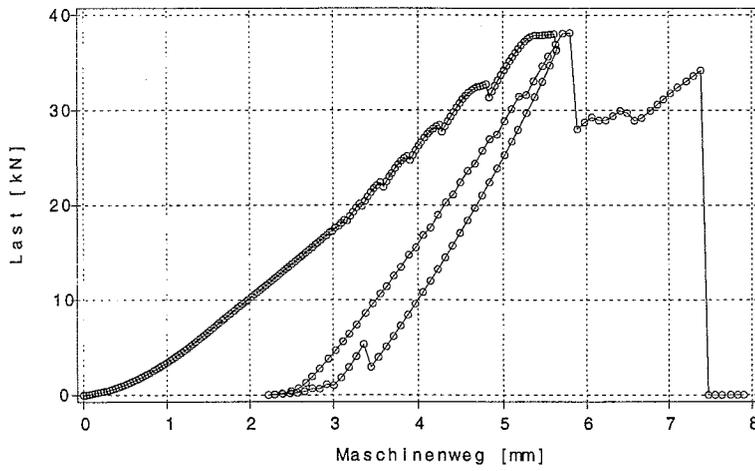


Bild B.98: Last-Verschiebungsverhalten des Prüfkörpers z3b4\_5

z1b3\_3a

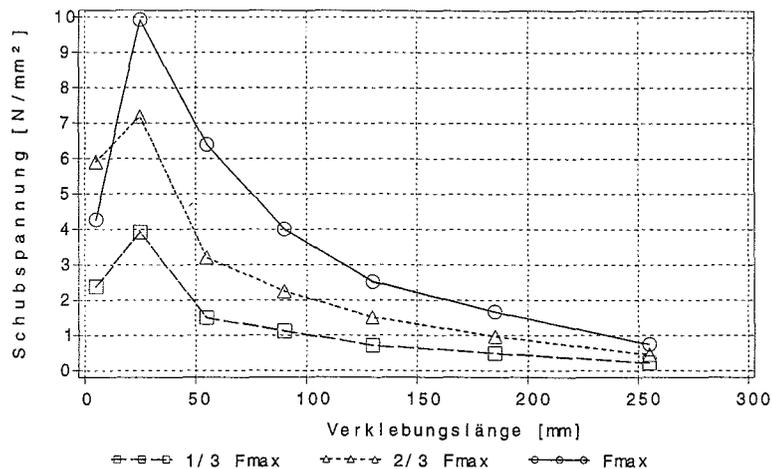


Bild B.99: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z1b3\_3a bei drei Laststufen

z1b3\_4a

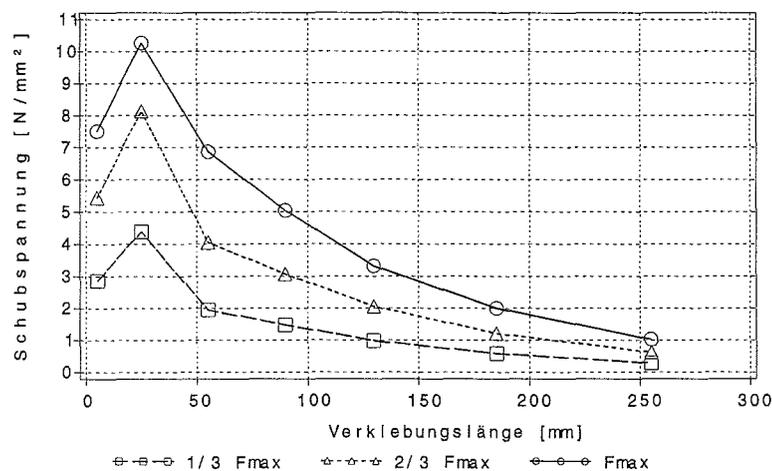


Bild B.100: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z1b3\_4a bei drei Laststufen

z1b3\_5

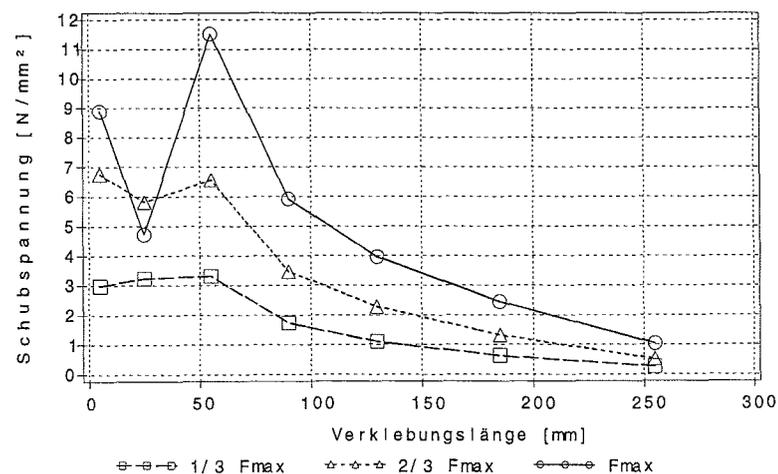


Bild B.101: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z1b3\_5 bei drei Laststufen

z1b4\_3

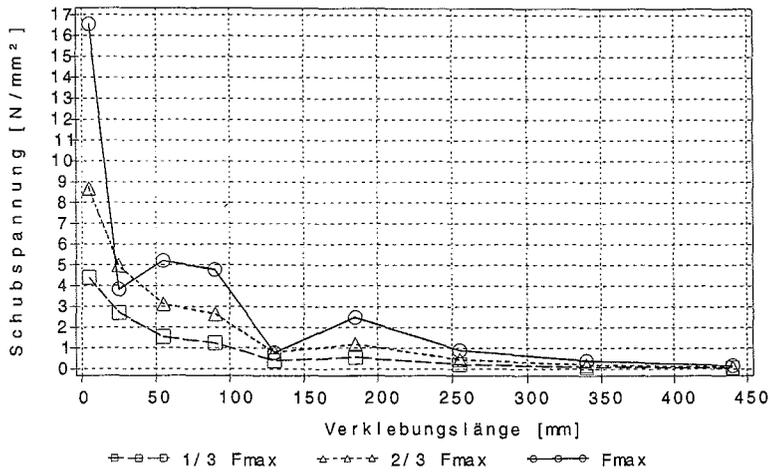


Bild B.102: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z1b4\_3 bei drei Laststufen

z1b4\_4

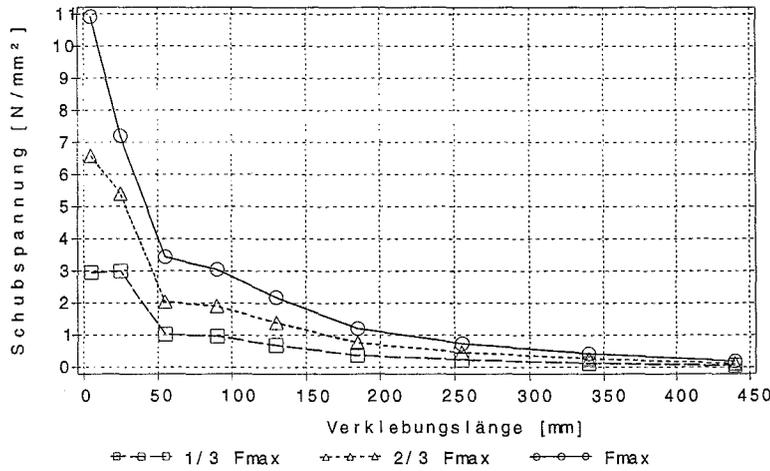


Bild B.103: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z1b4\_4 bei drei Laststufen

z1b4\_5a

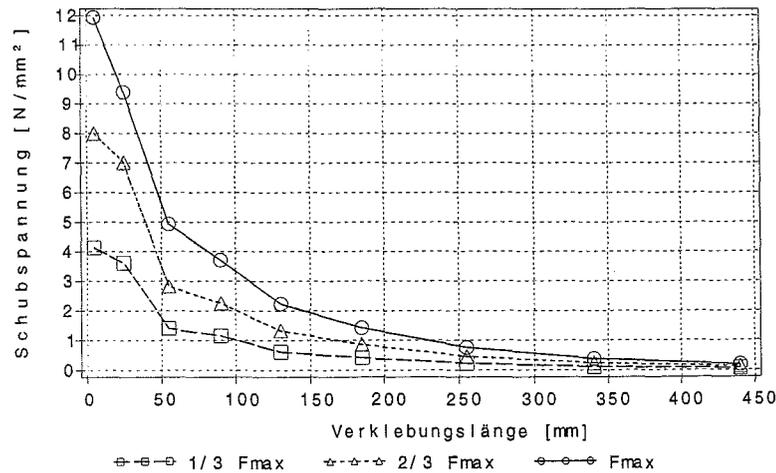


Bild B.104: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z1b4\_5a bei drei Laststufen

z2a4\_3a

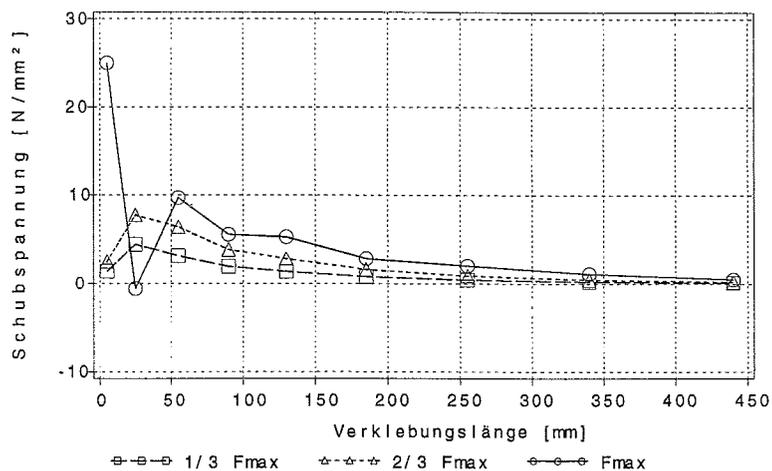


Bild B.105: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z2a4\_3a bei drei Laststufen

z2a4\_4

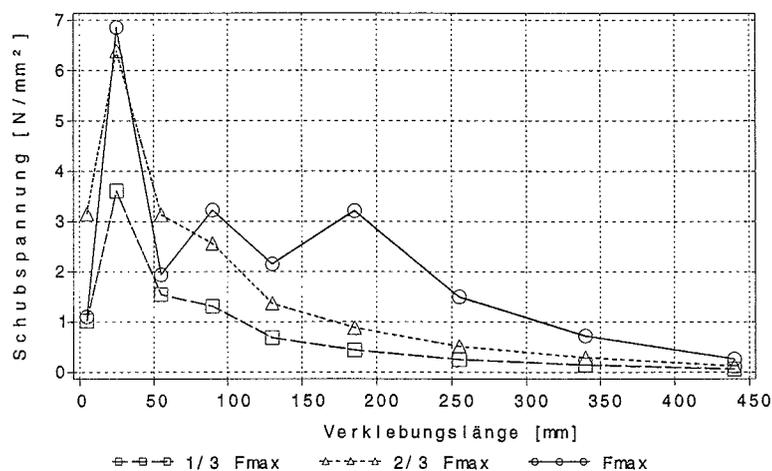


Bild B.106: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z2a4\_4 bei drei Laststufen

z2a4\_5

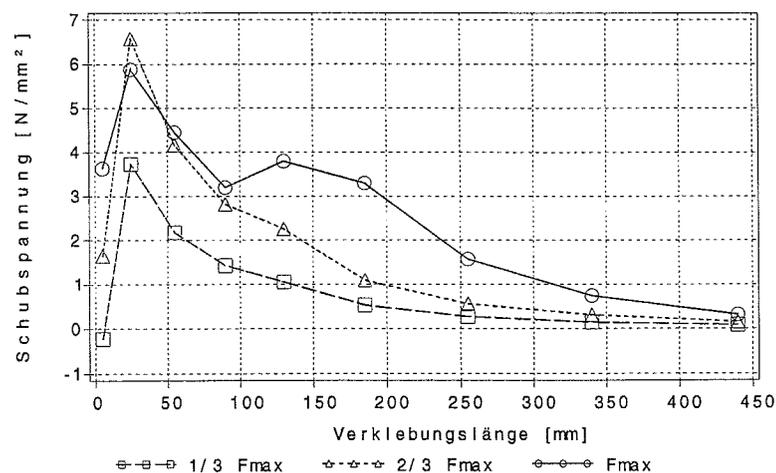


Bild B.107: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z2a4\_5 bei drei Laststufen

z2b3\_3

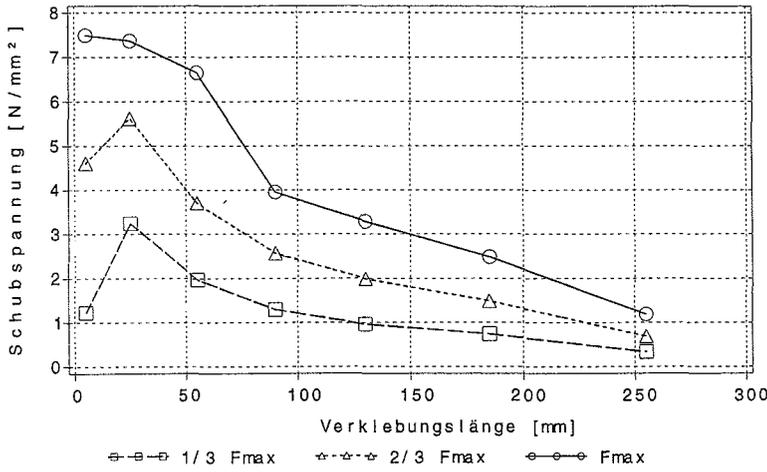


Bild B.108: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z2b3\_3 bei drei Laststufen

z2b3\_4

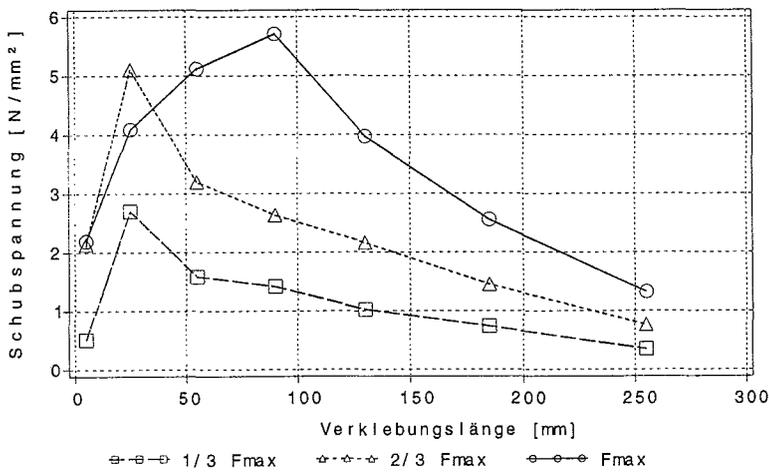


Bild B.109: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z2b3\_4 bei drei Laststufen

z2b3\_5

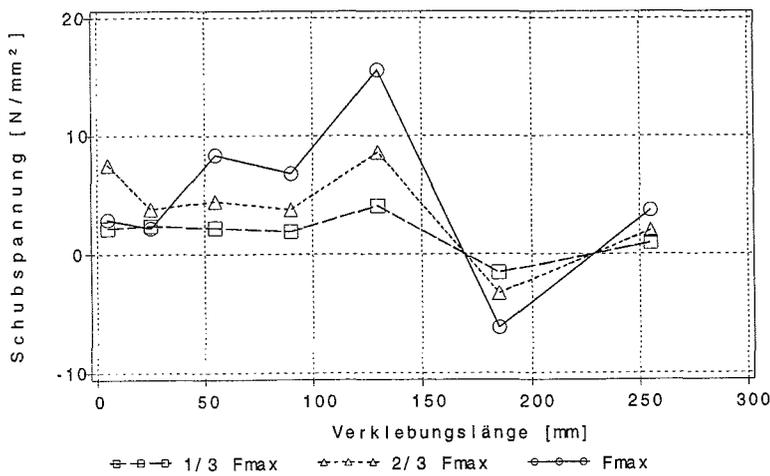


Bild B.110: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z2b3\_5 bei drei Laststufen

z2b4\_3e

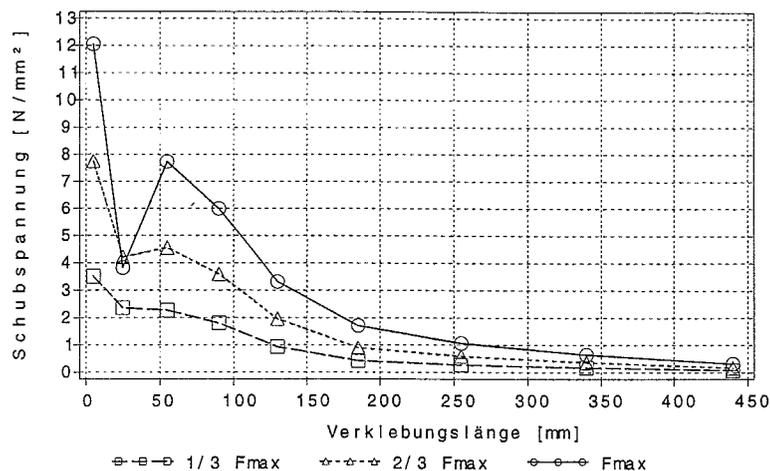


Bild B.111: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z2b4\_3e bei drei Laststufen

z2b4\_4a

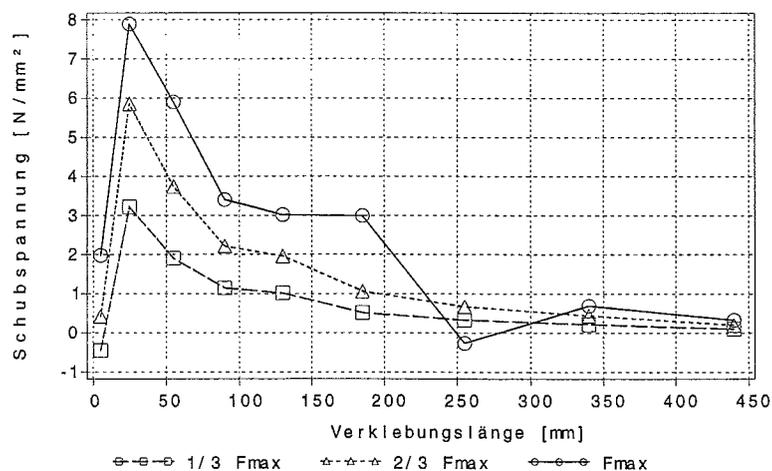


Bild B.112: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z2b4\_4a bei drei Laststufen

z2b4\_5a

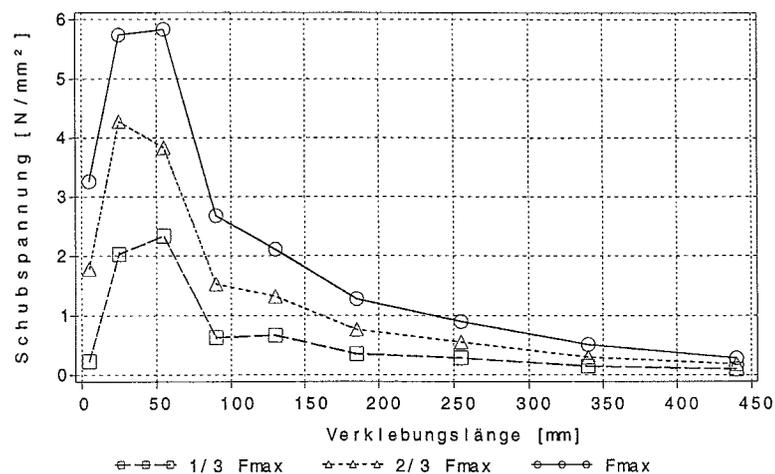


Bild B.113: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z2b4\_5a bei drei Laststufen

z3b3\_3f

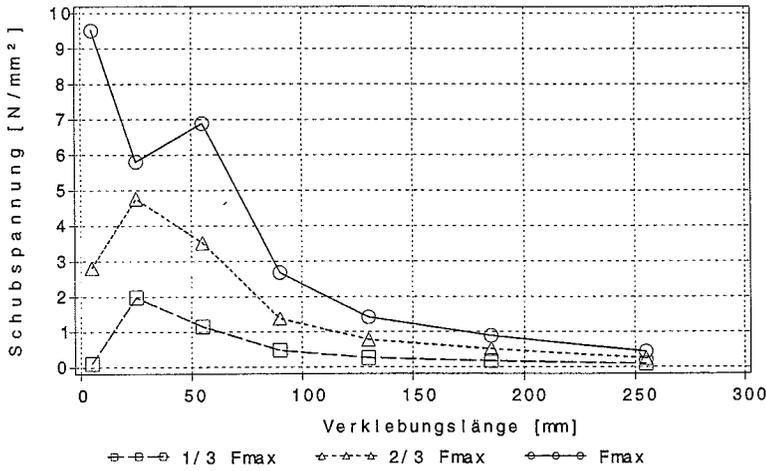


Bild B.114: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z3b3\_3f bei drei Laststufen

z3b3\_4c

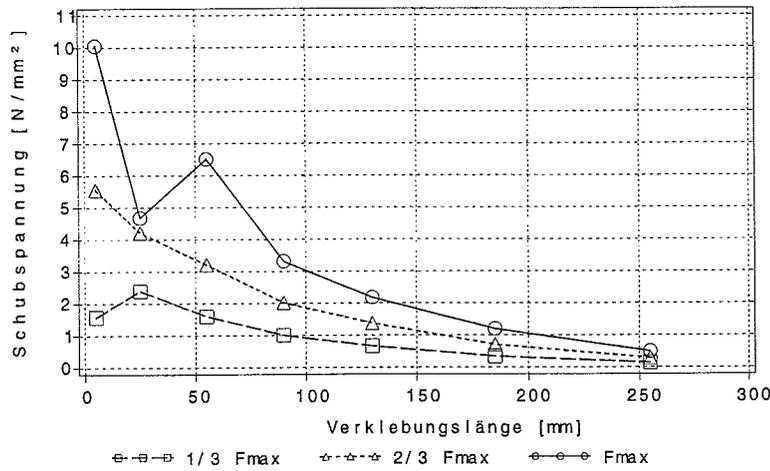


Bild B.115: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z3b3\_4c bei drei Laststufen

z3b3\_5

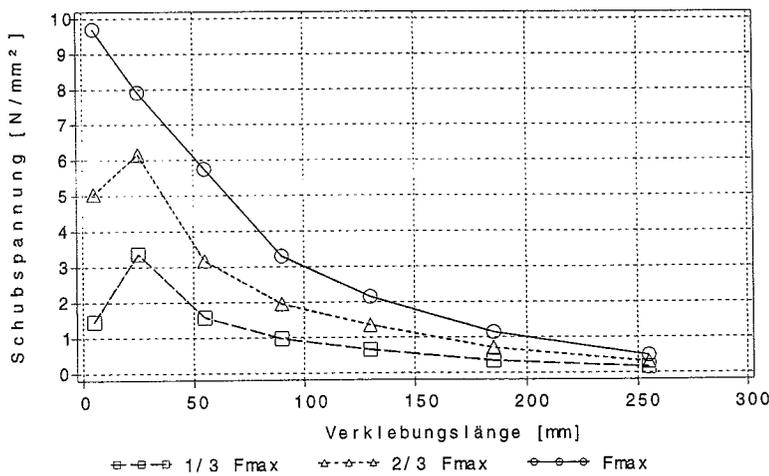


Bild B.116: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z3b3\_5 bei drei Laststufen

z3b4\_3

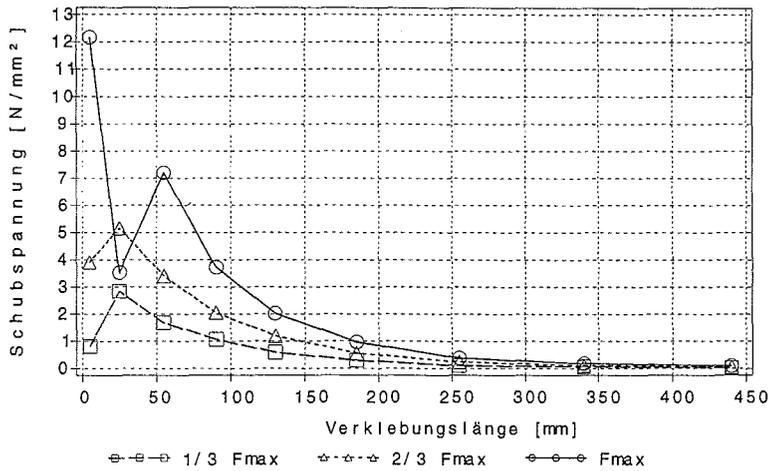


Bild B.117: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z3b4\_3 bei drei Laststufen

z3b4\_4

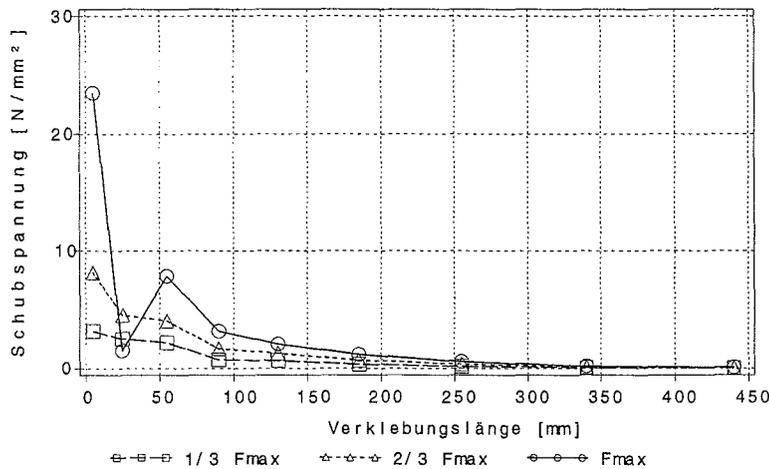


Bild B.118: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z3b4\_4 bei drei Laststufen

z3b4\_5

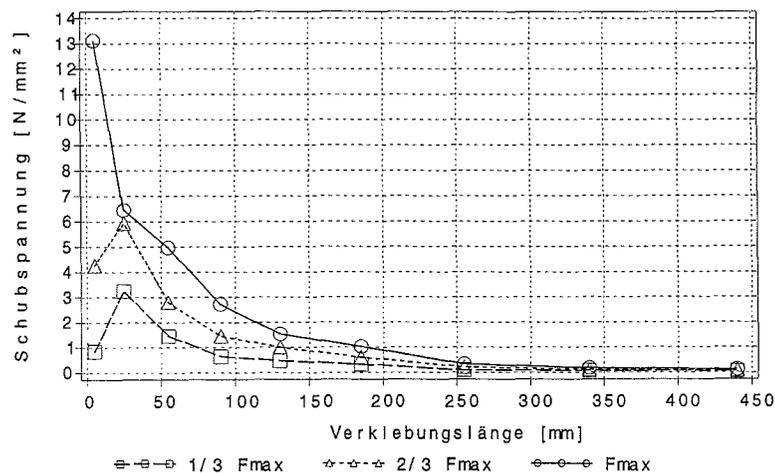


Bild B.119: Schubspannungsverläufe des Prüfkörpers z3b4\_5 bei drei Laststufen

### C Anhang zu Abschnitt 4

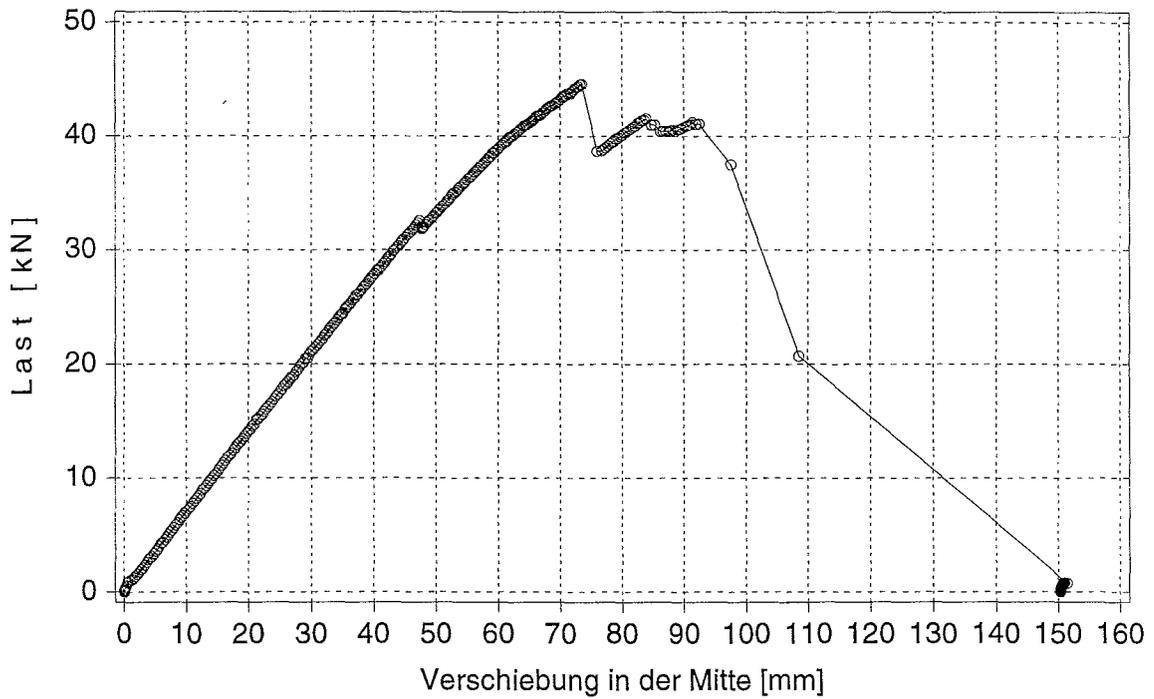


Bild C.1: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_1\_1 (T1)

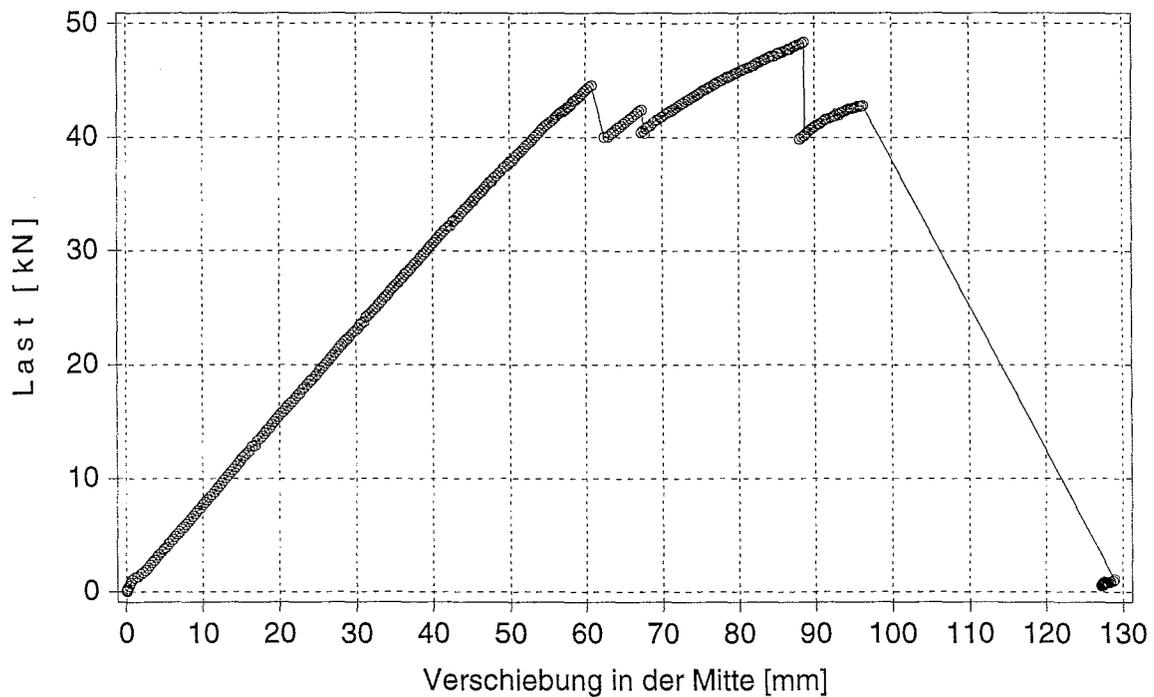


Bild C.2: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_1\_2 (T2)

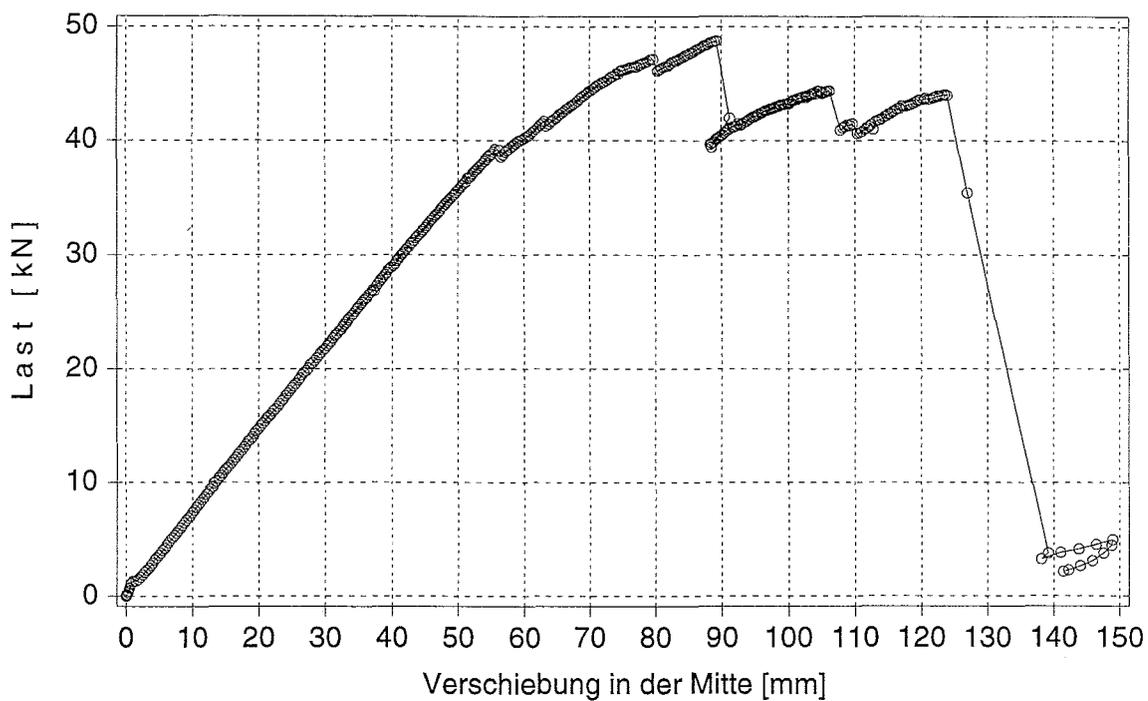


Bild C.3: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_1\_3 (T3)

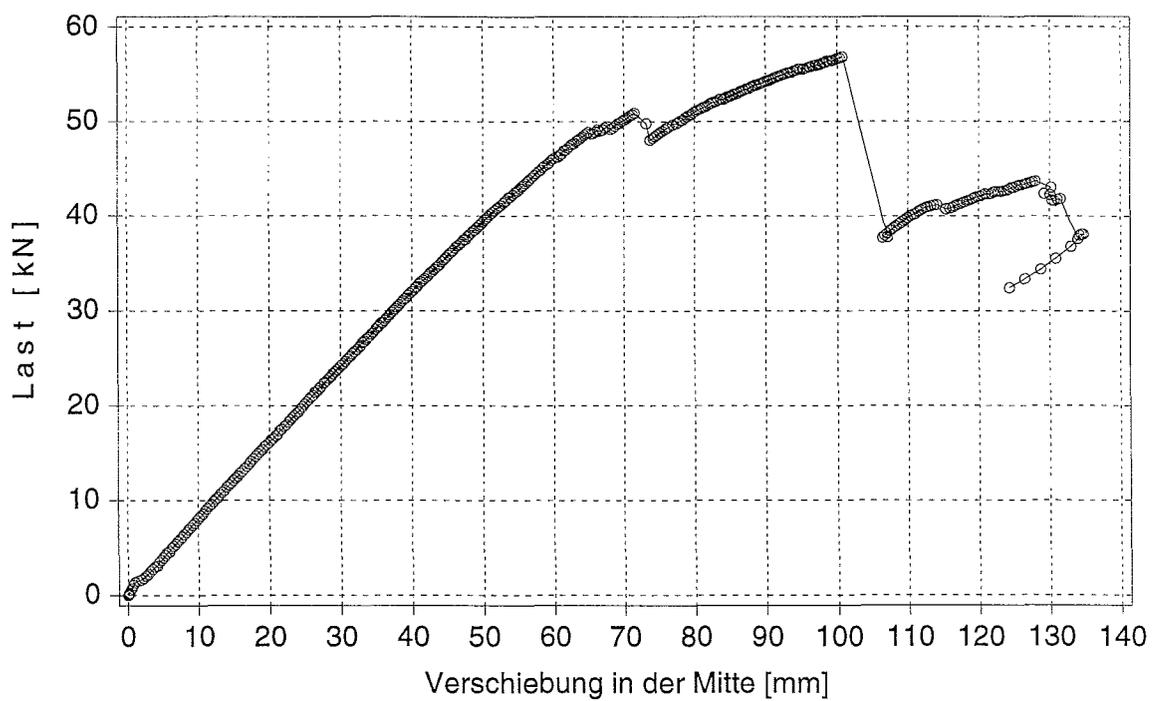


Bild C.4: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_1\_4 (T4)

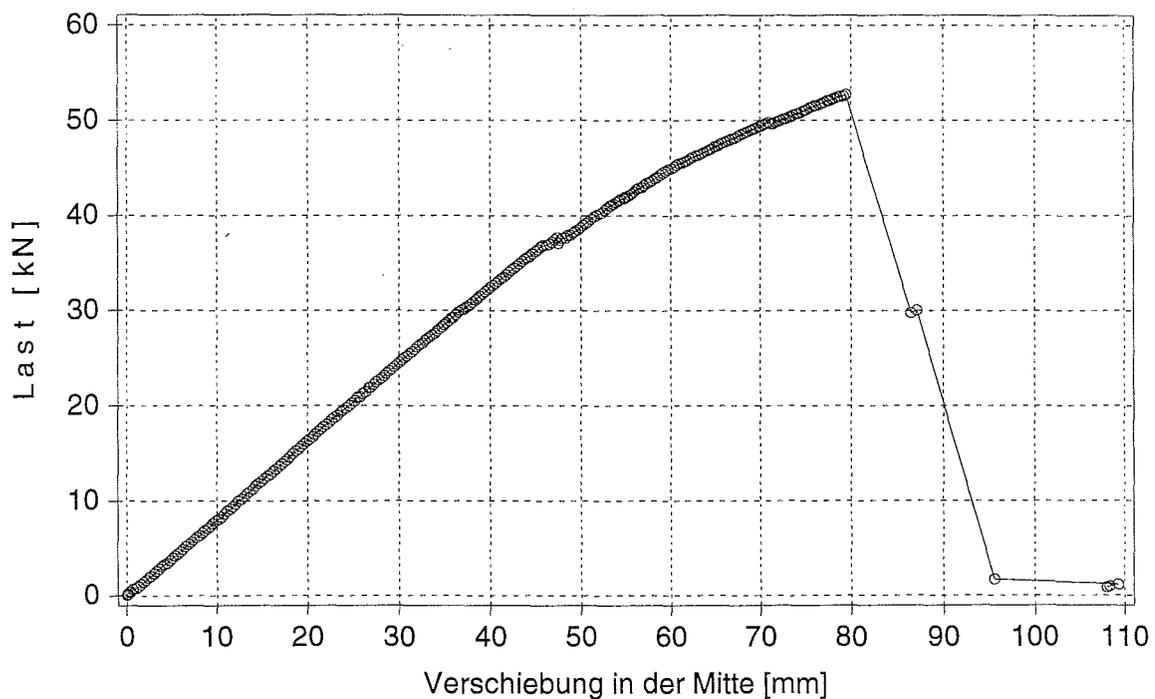


Bild C.5: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_1\_5 (T5)

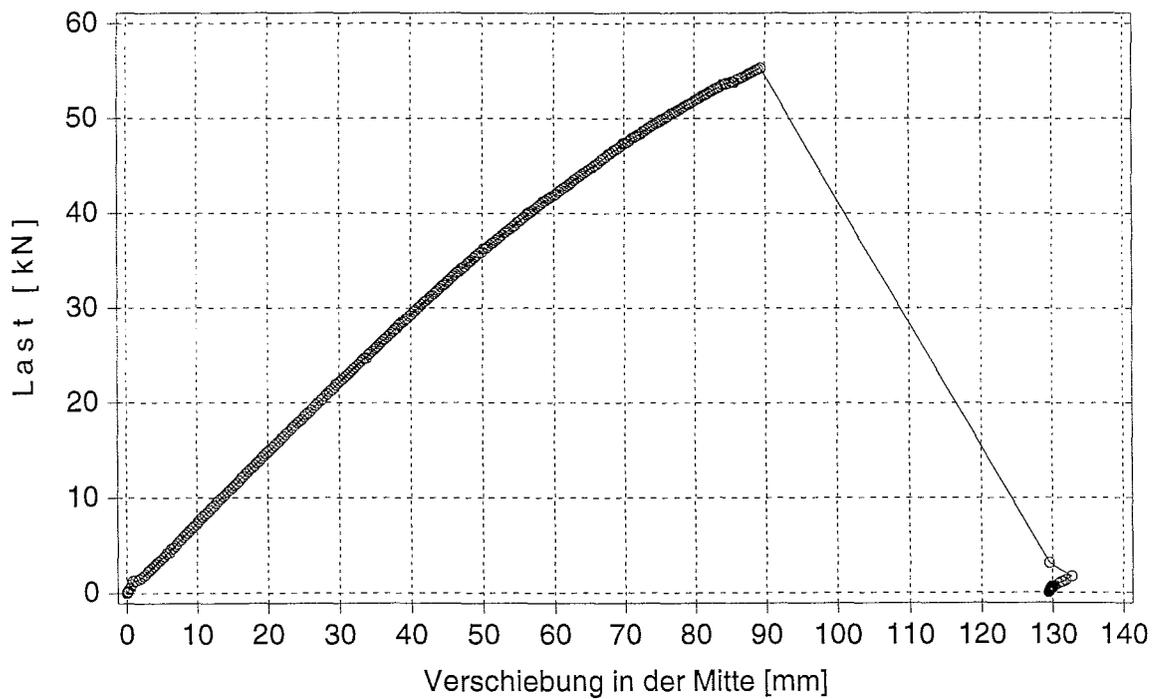


Bild C.6: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_2\_1 (T6)

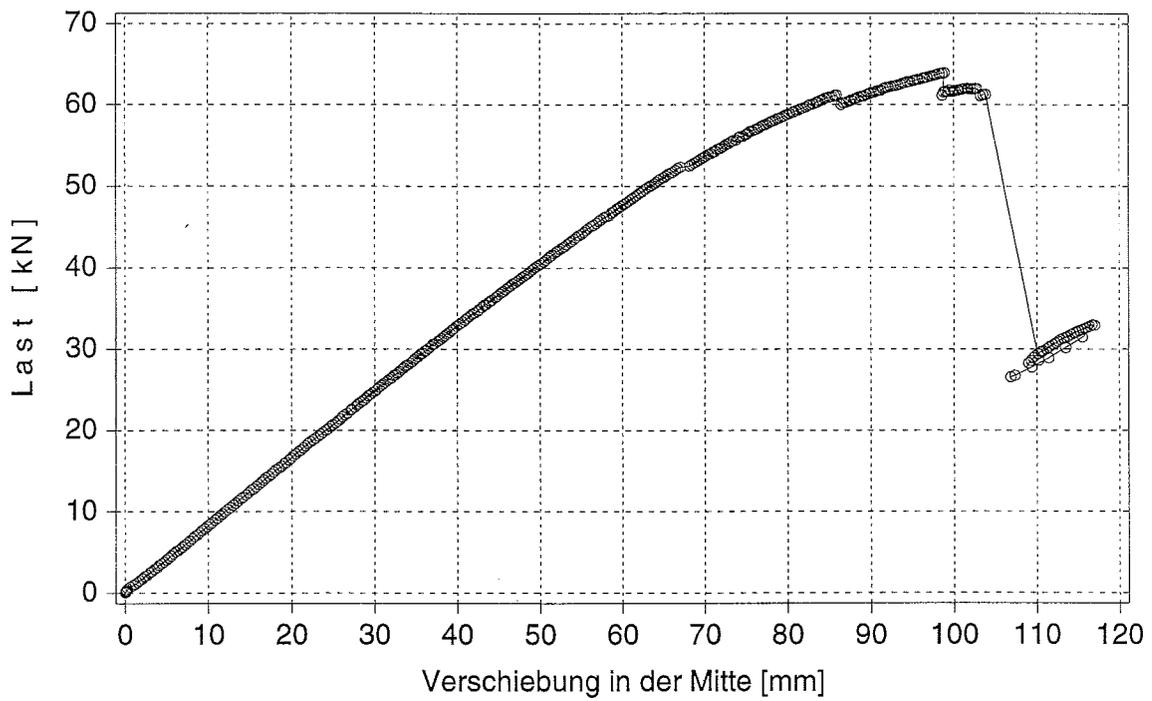


Bild C.7: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_2\_2 (T7)

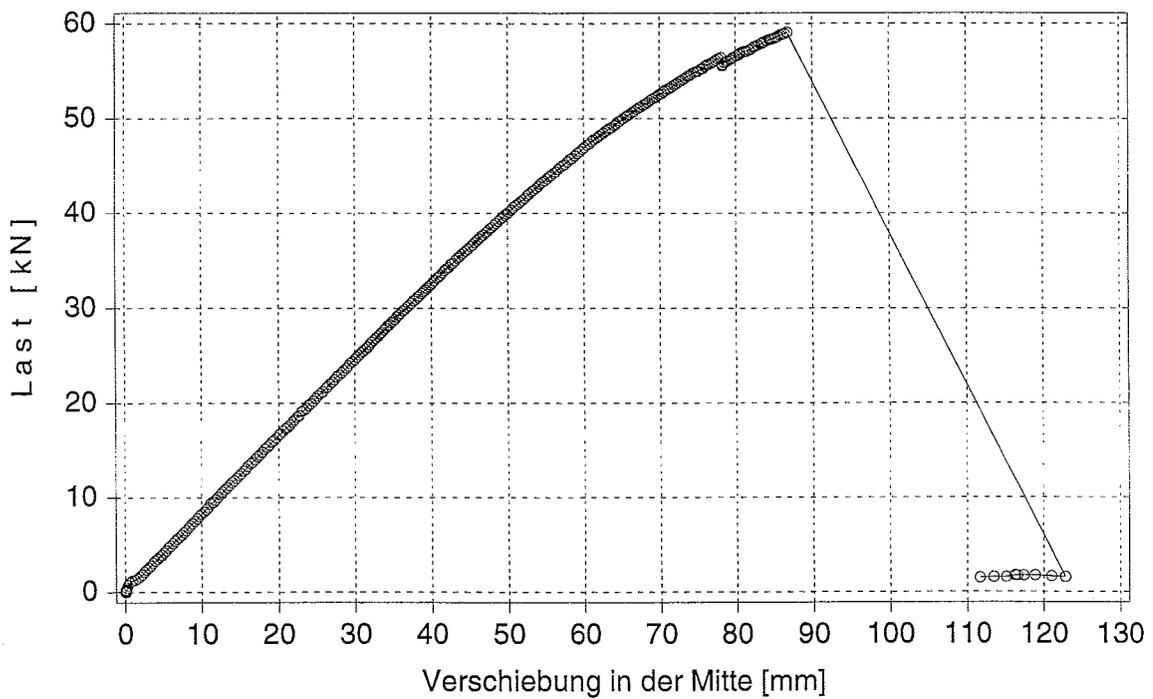


Bild C.8: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_2\_3 (T8)

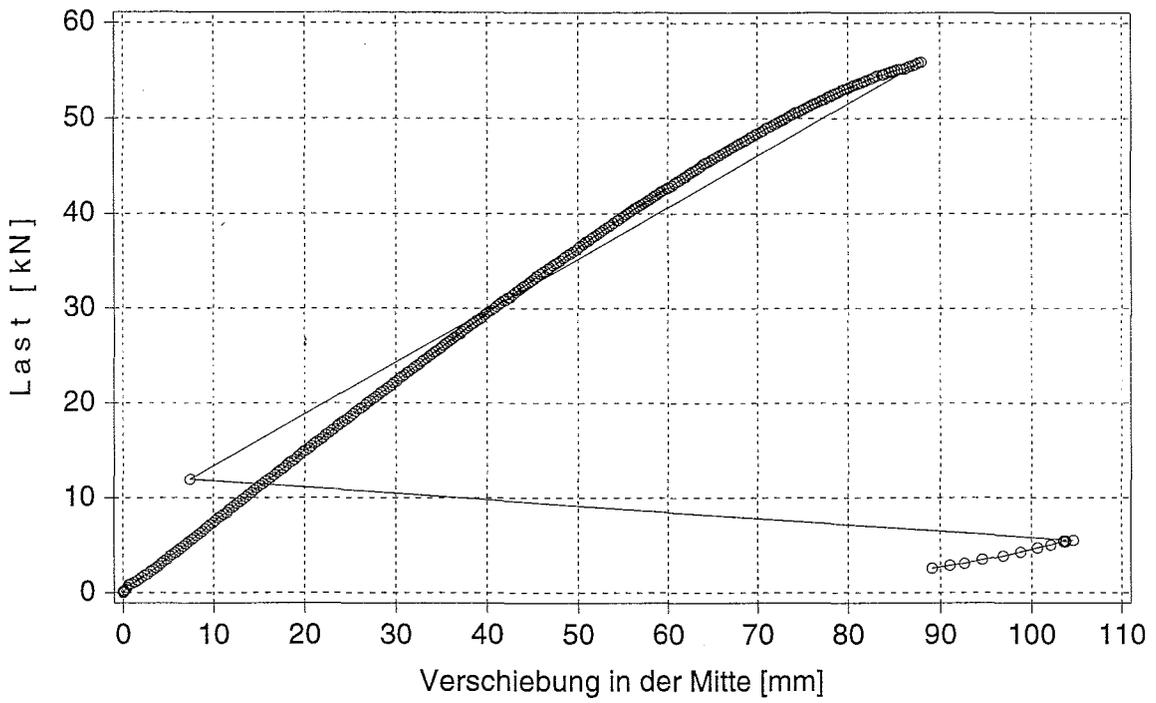


Bild C.9: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_2\_4 (T9)

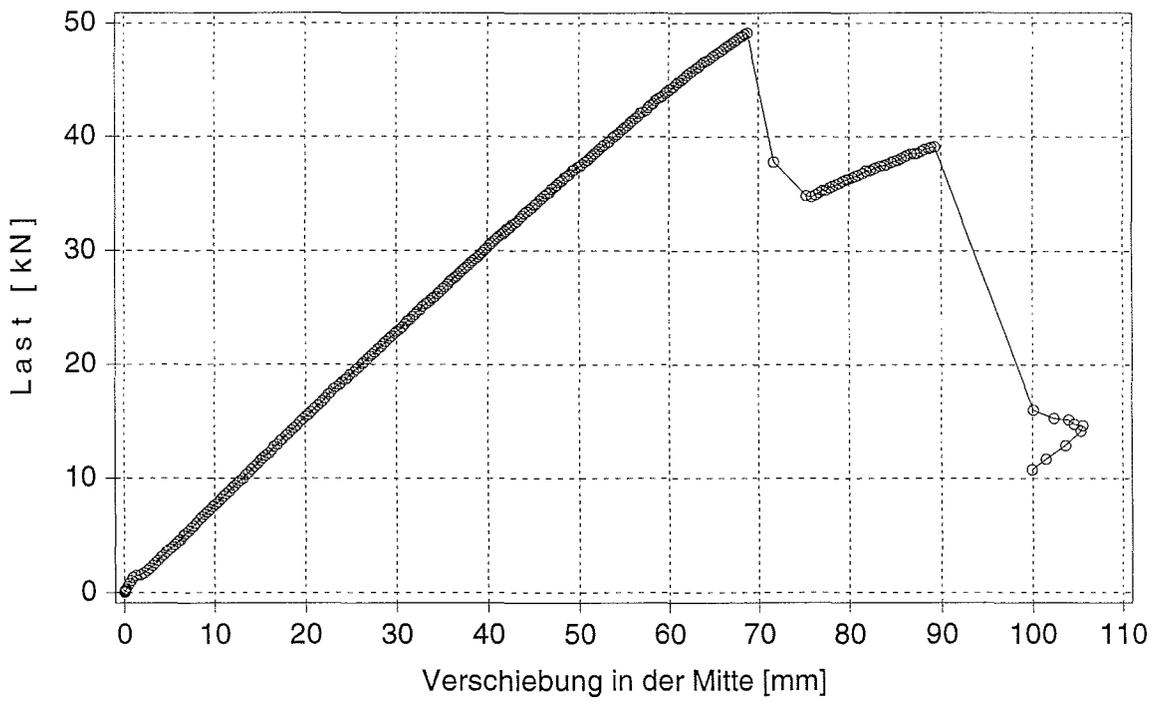


Bild C.10: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_2\_5 (T10)

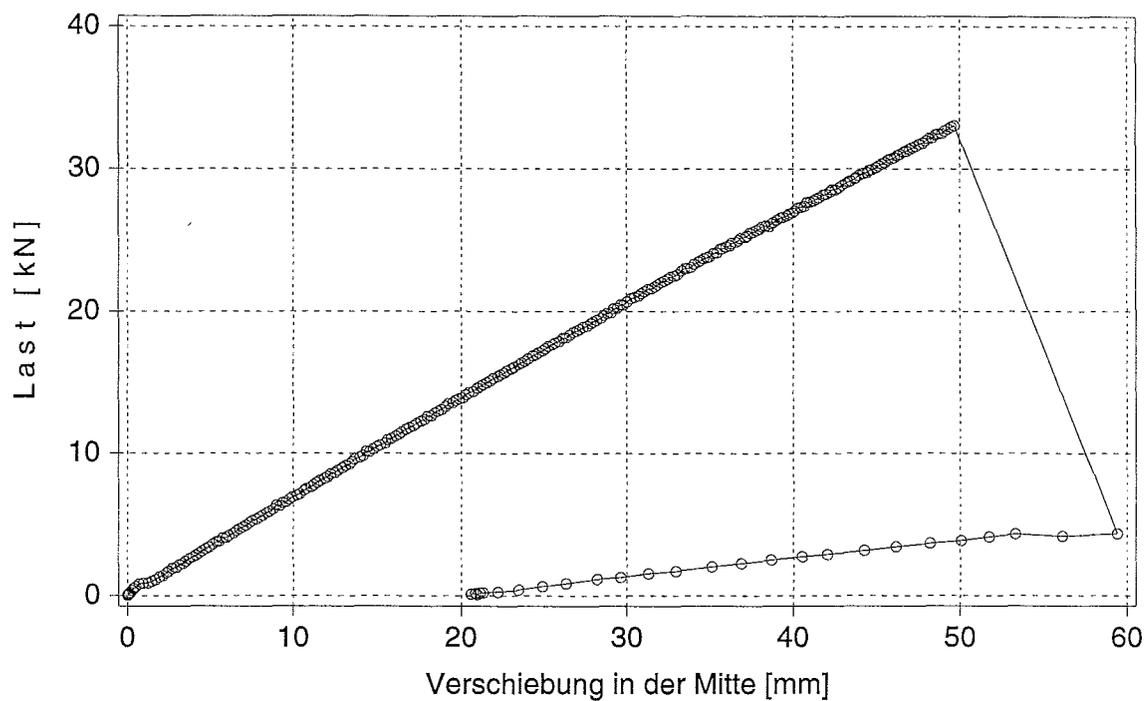


Bild C.11: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_3\_1 (T11)

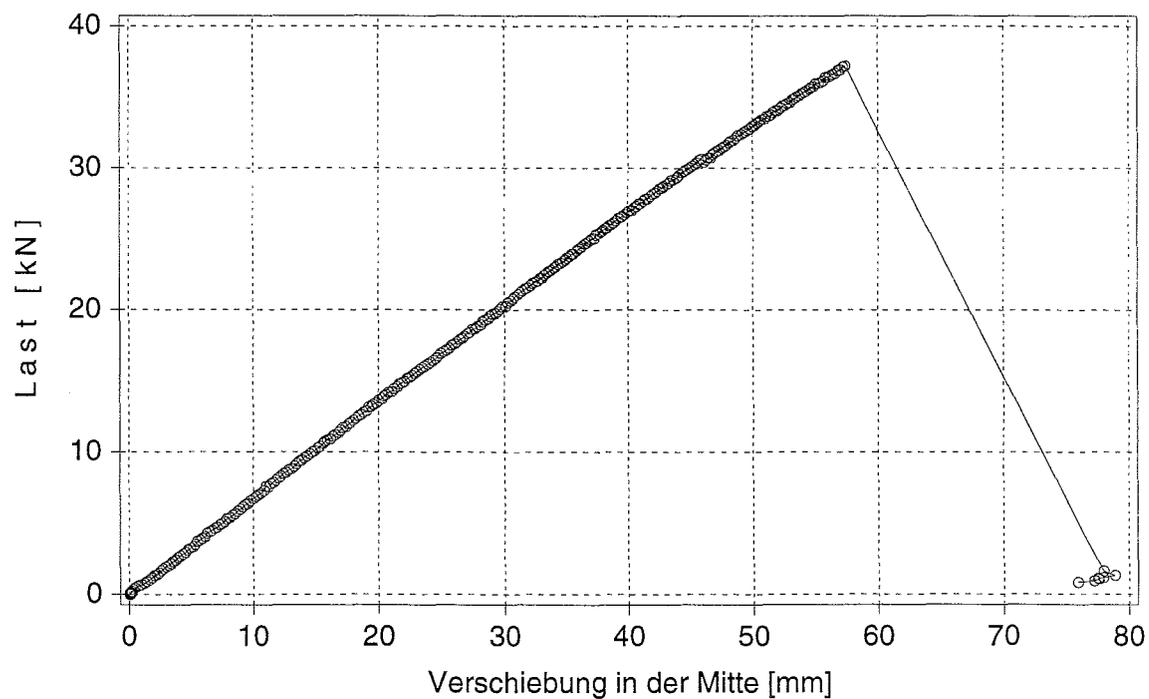


Bild C.12: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_3\_2 (T12)

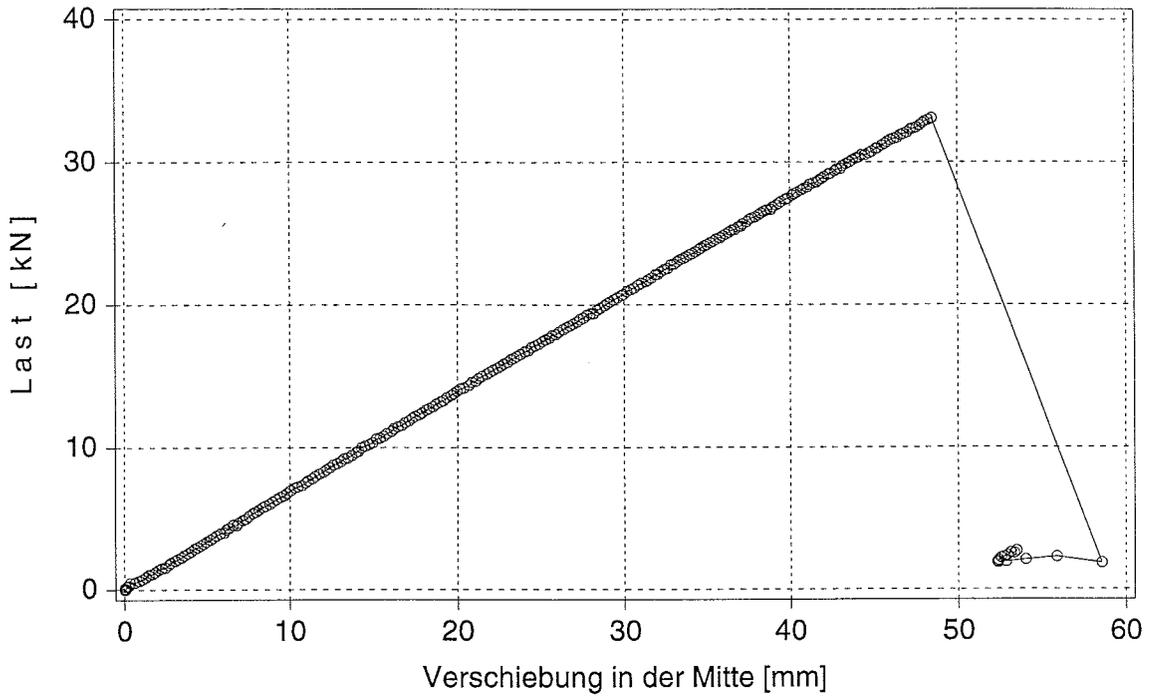


Bild C.13: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_3\_3 (T13)

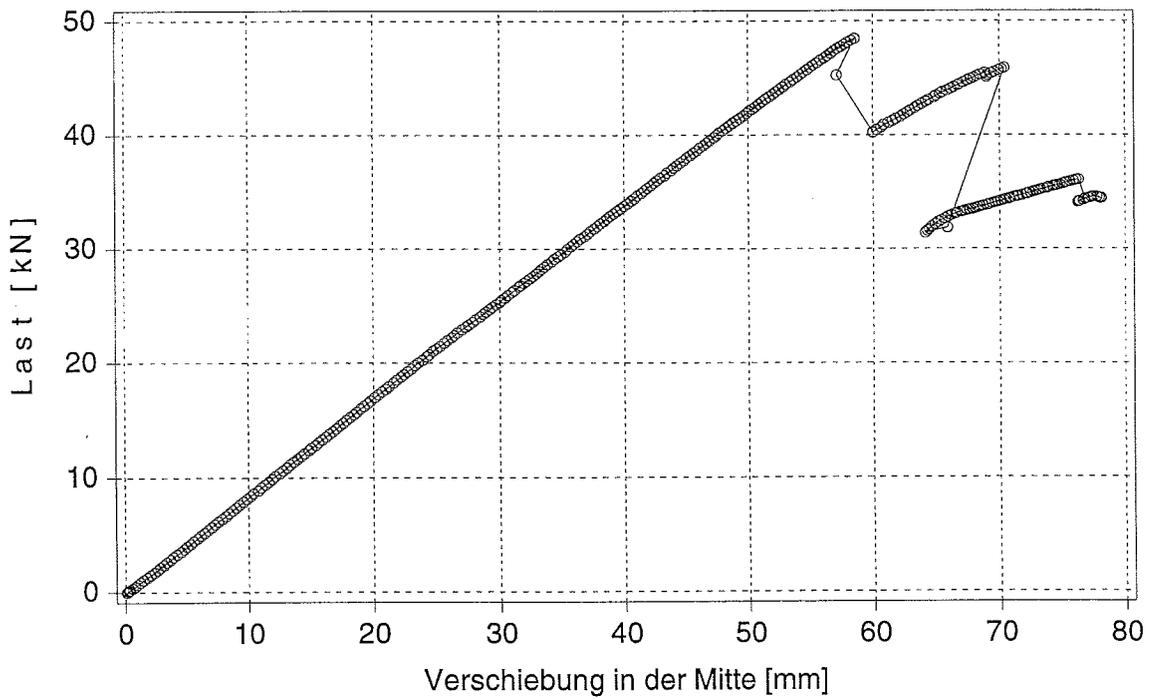


Bild C.14: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_4\_1

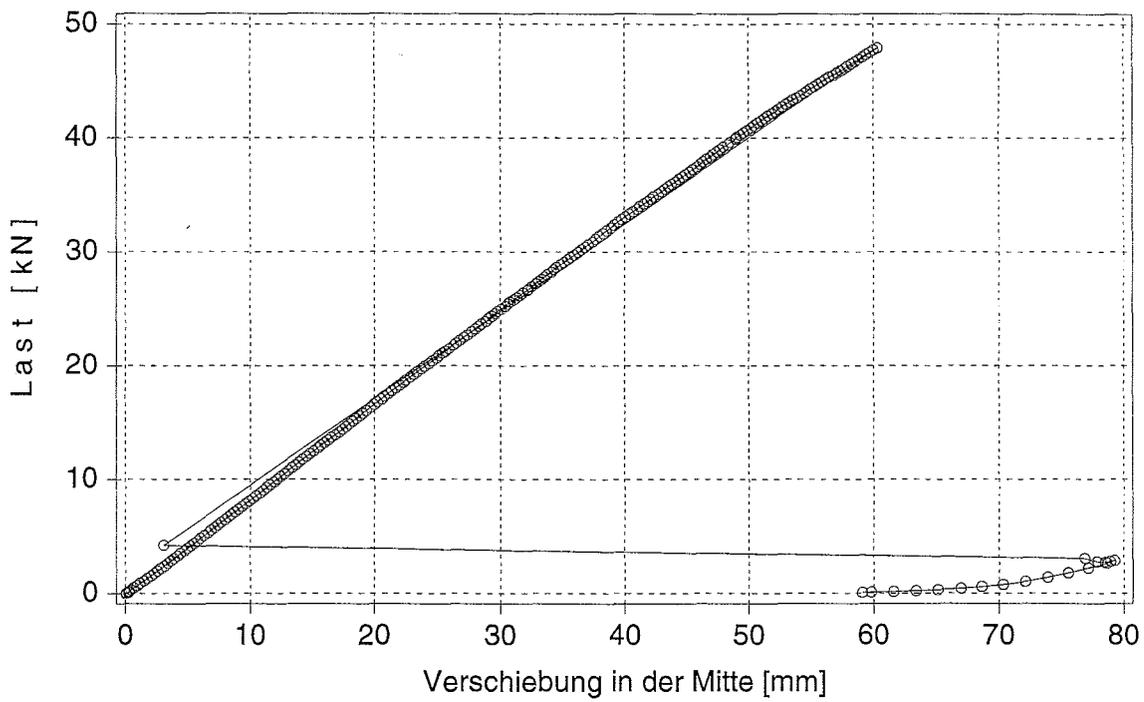


Bild C.15: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_4\_2

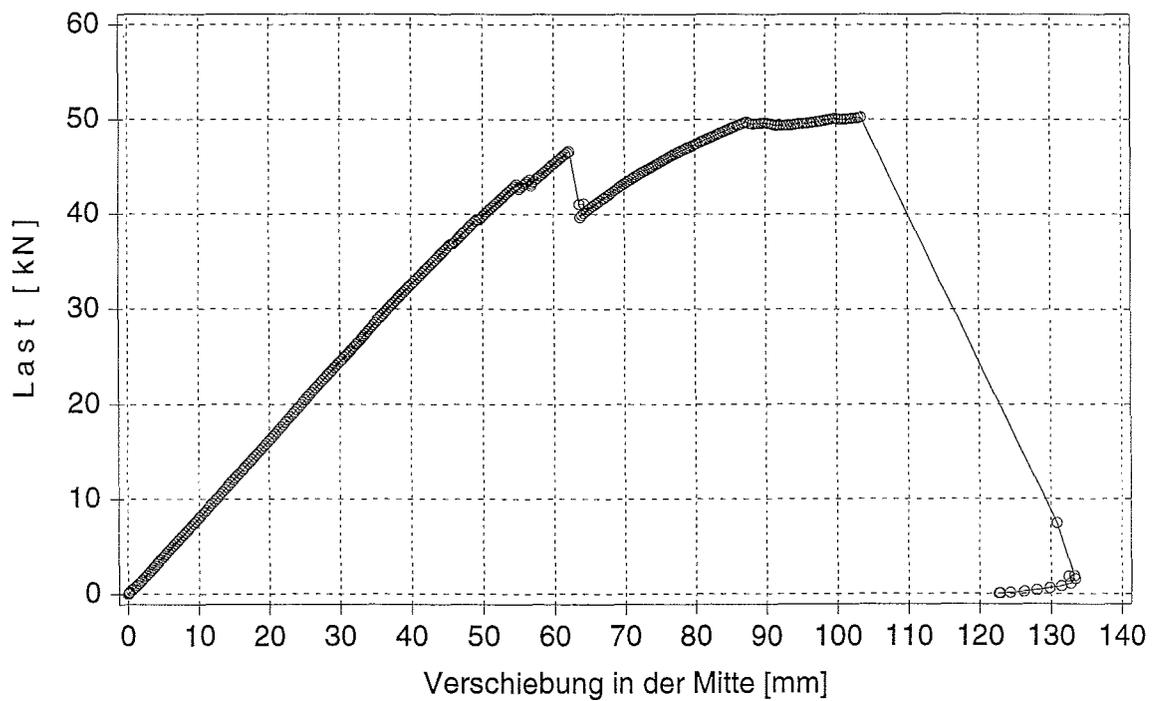


Bild C.16: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_4\_3

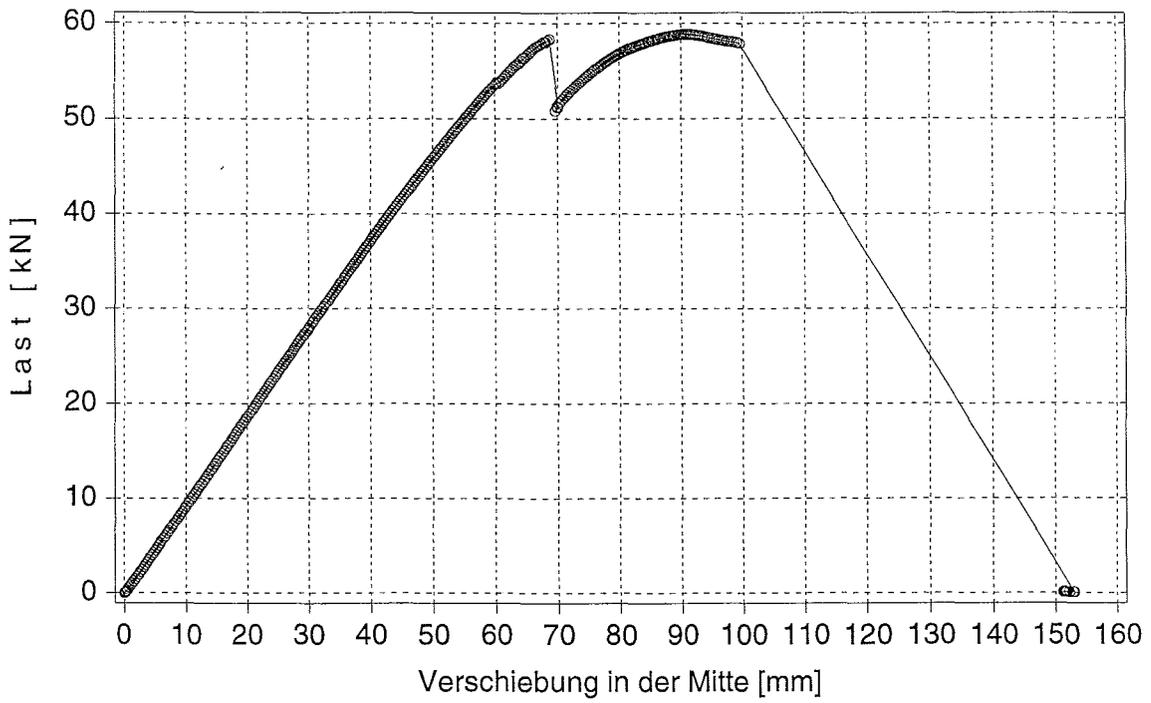


Bild C.17: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_5\_1

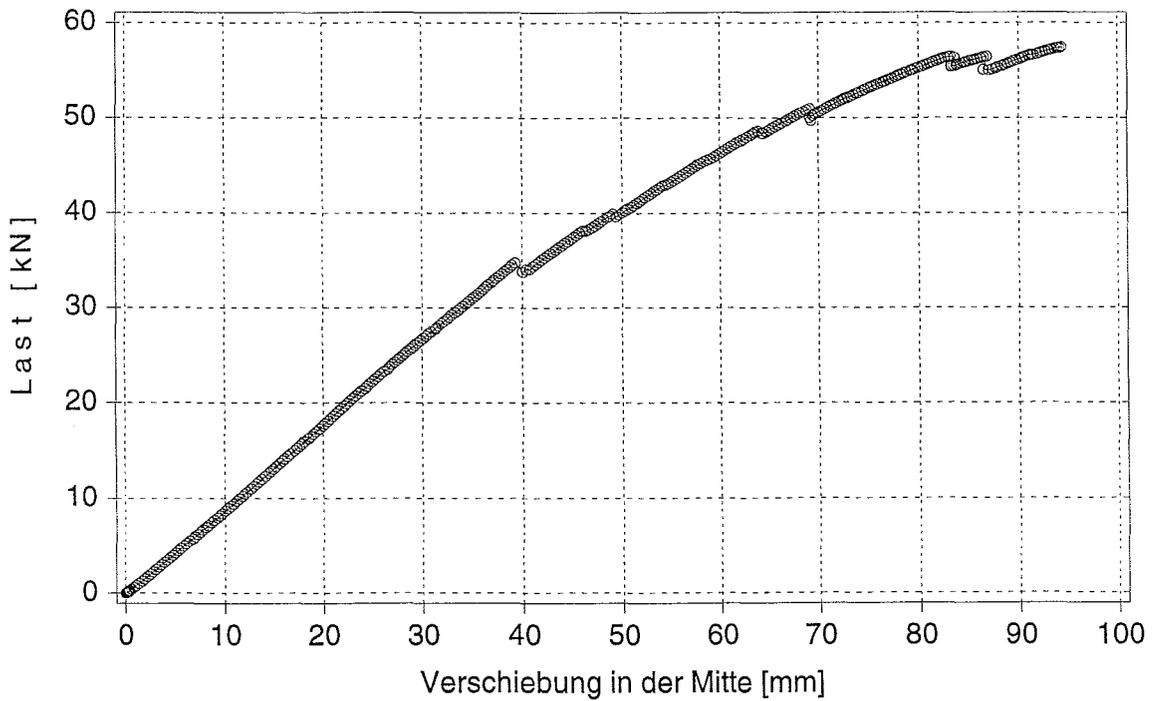


Bild C.18: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_5\_2

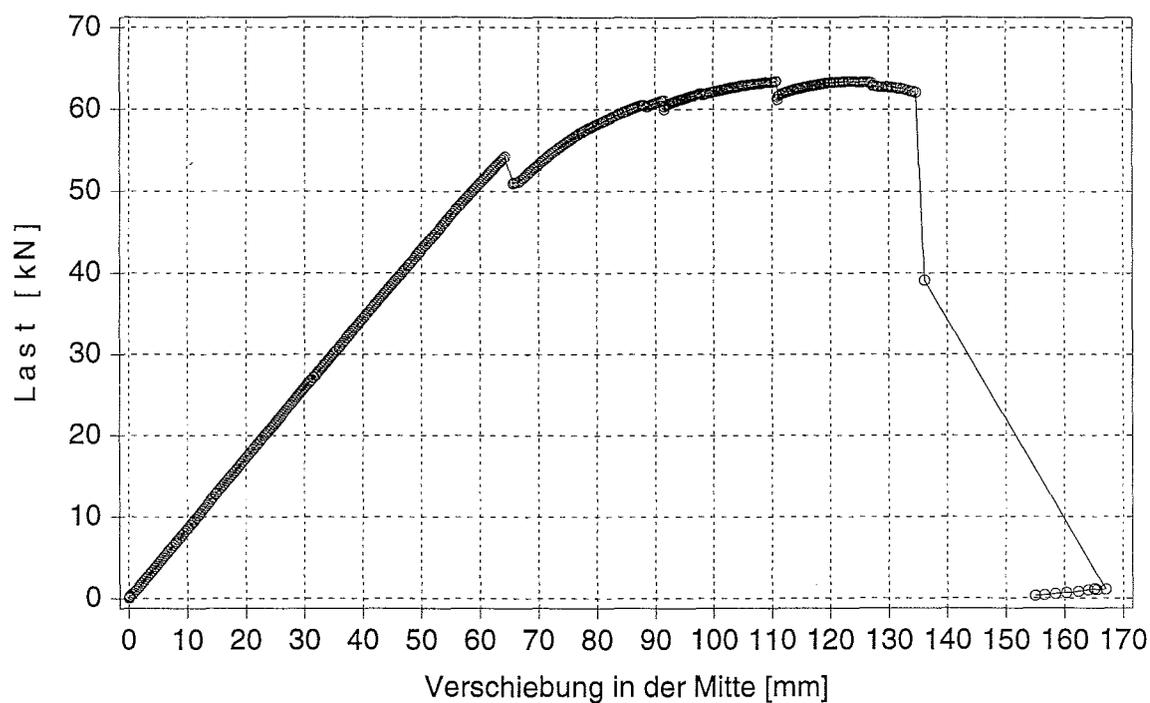


Bild C.19: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_5\_3

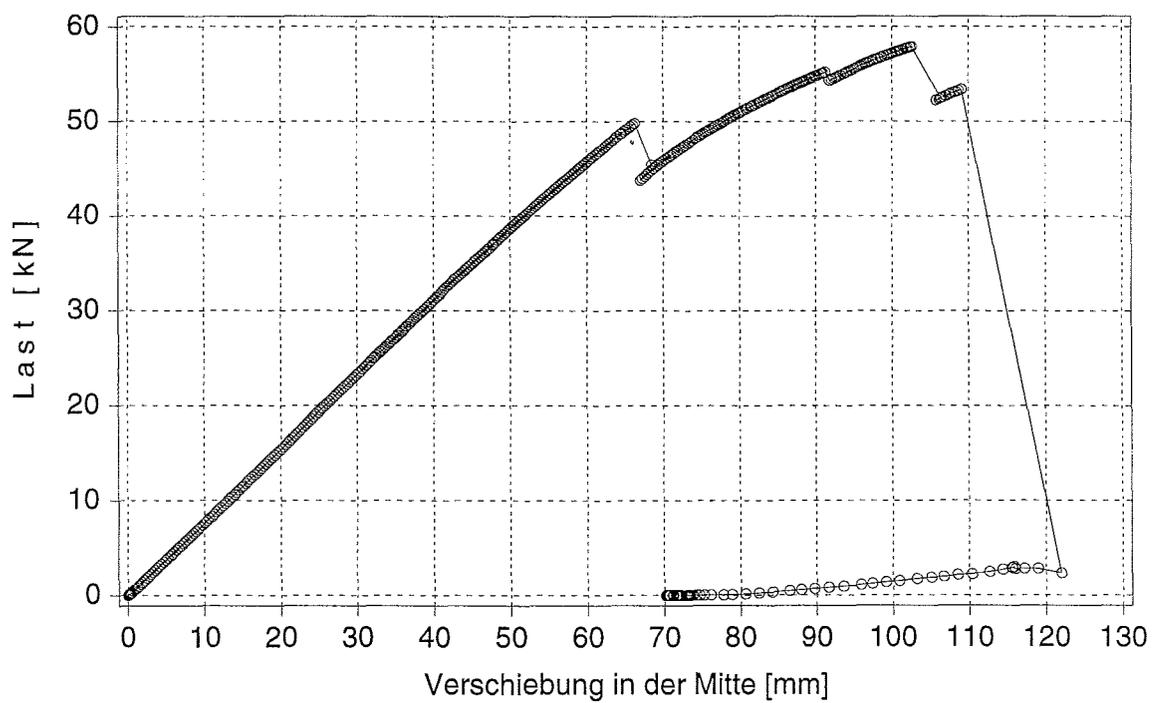


Bild C.20: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_5\_4

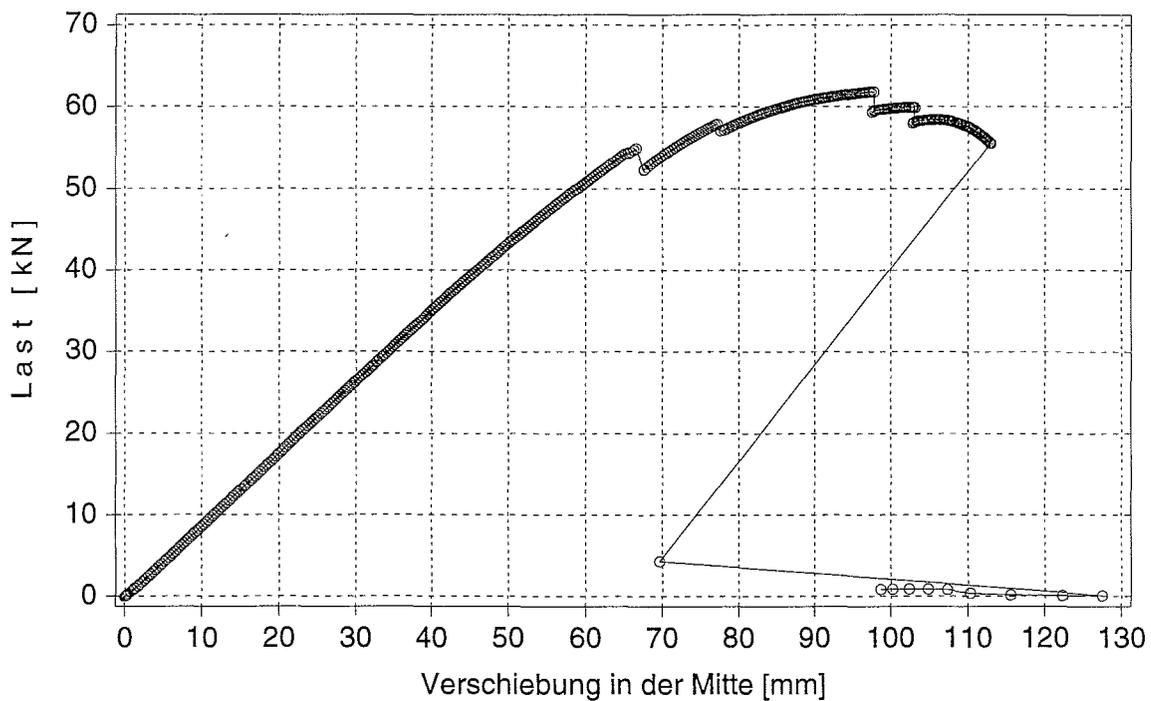


Bild C.21: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_5\_5

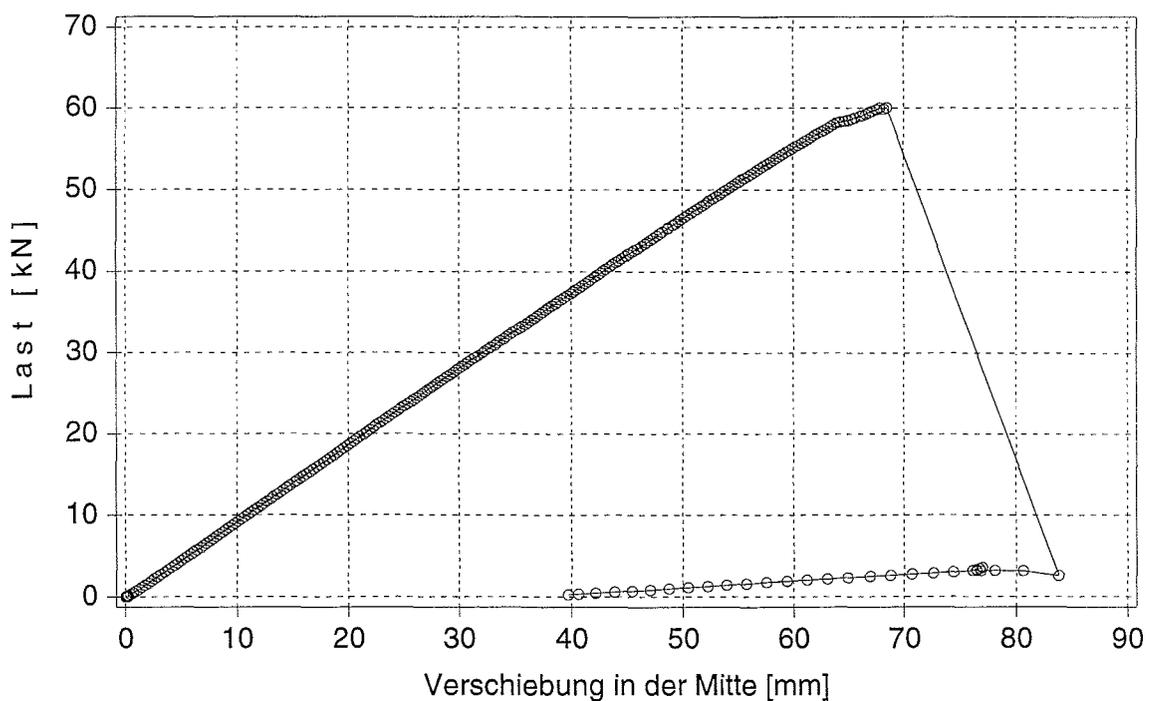


Bild C.22: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_7\_1

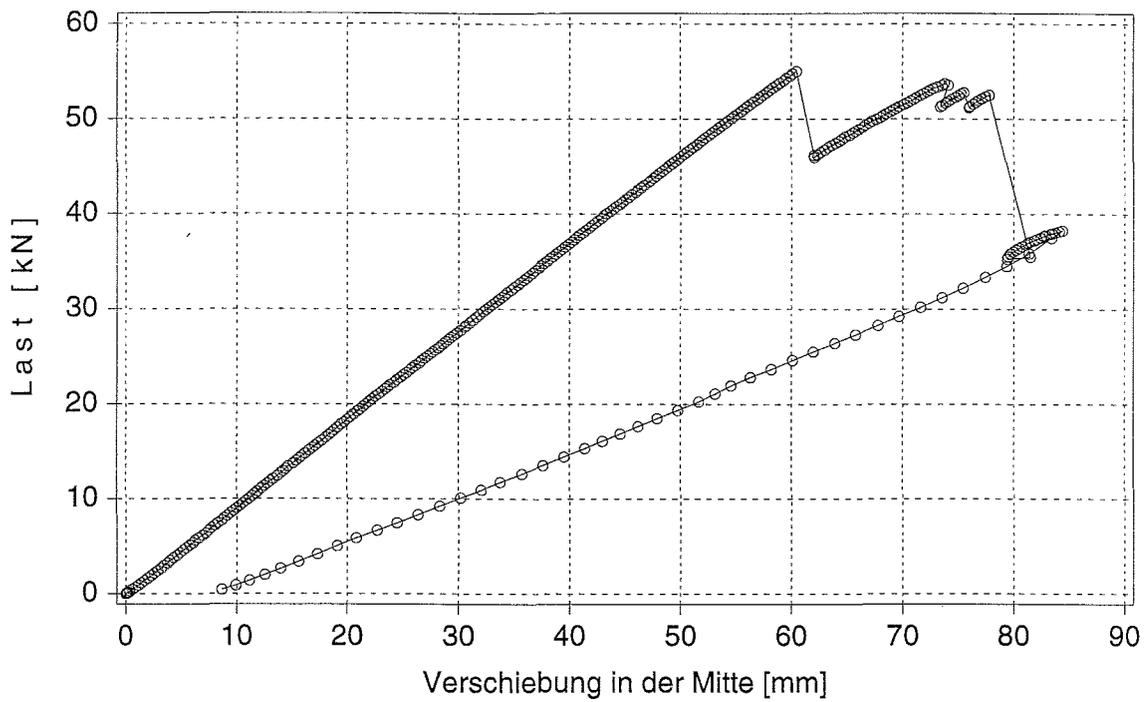


Bild C.23: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_7\_2

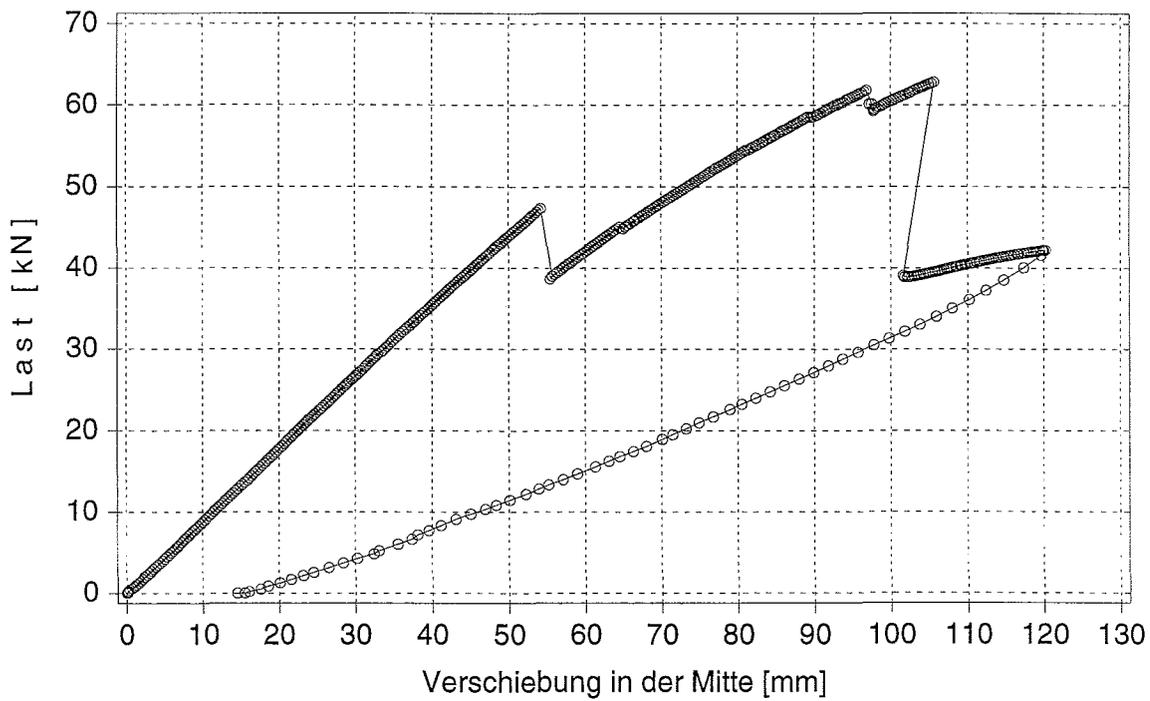


Bild C.24: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_7\_3

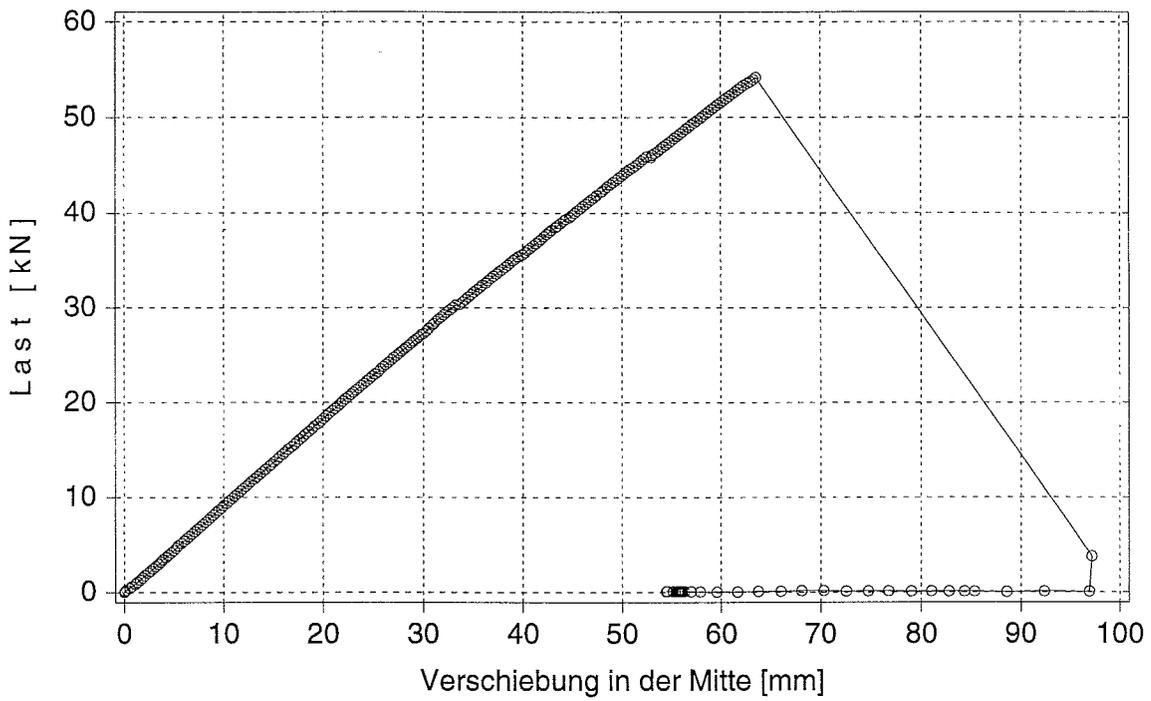


Bild C.25: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_7\_4

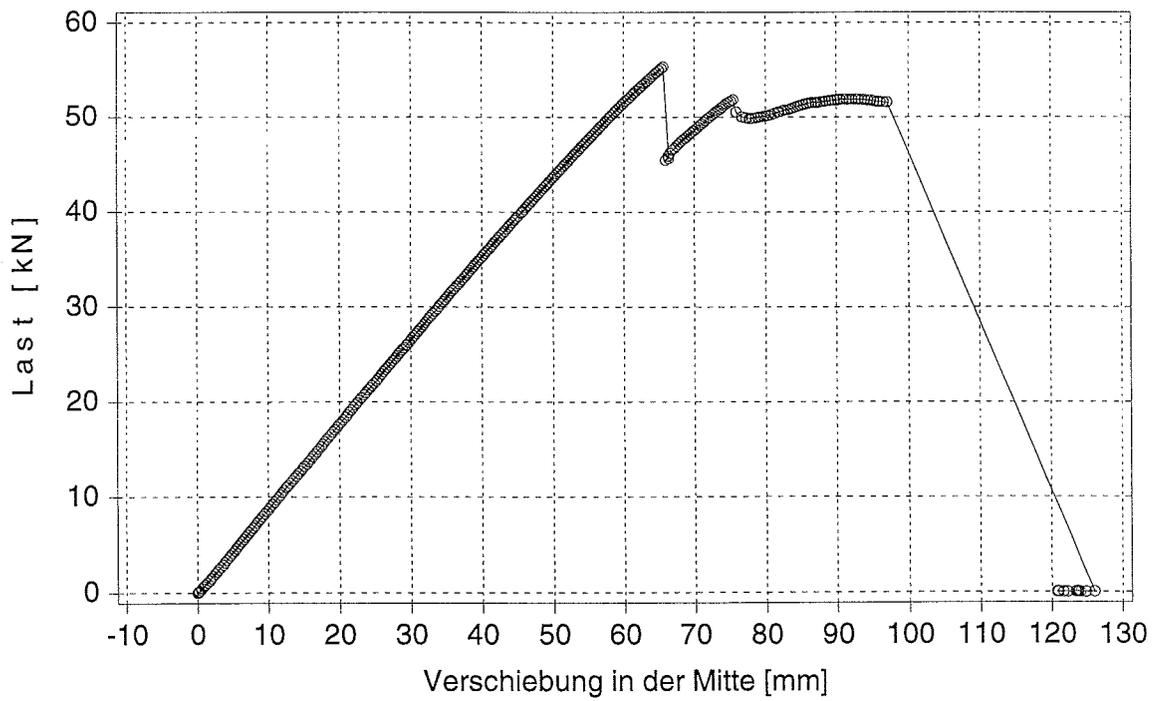


Bild C.26: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_7\_5

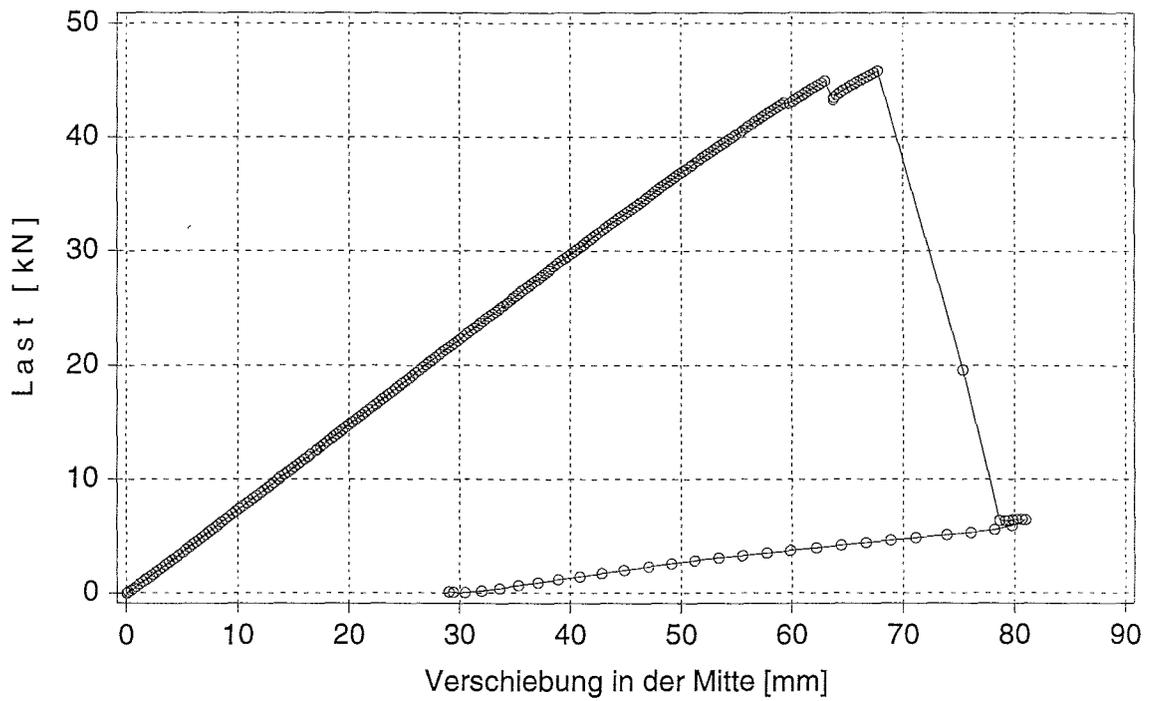


Bild C.27: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_10\_1

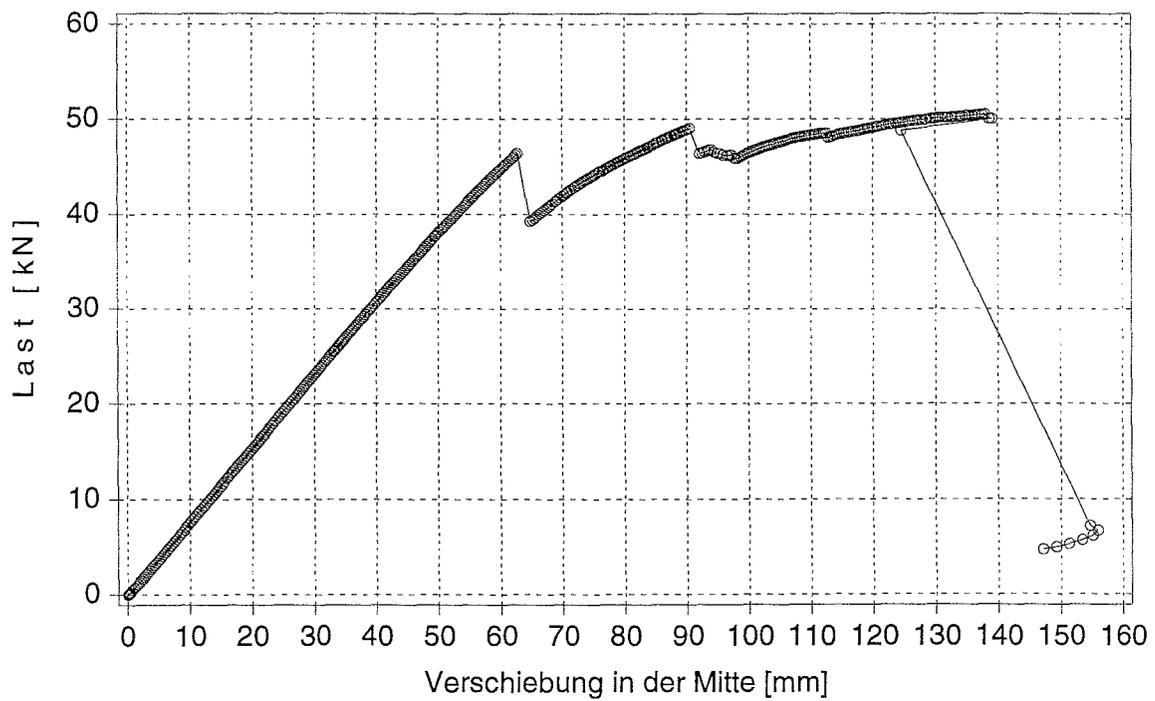


Bild C.28: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_10\_2

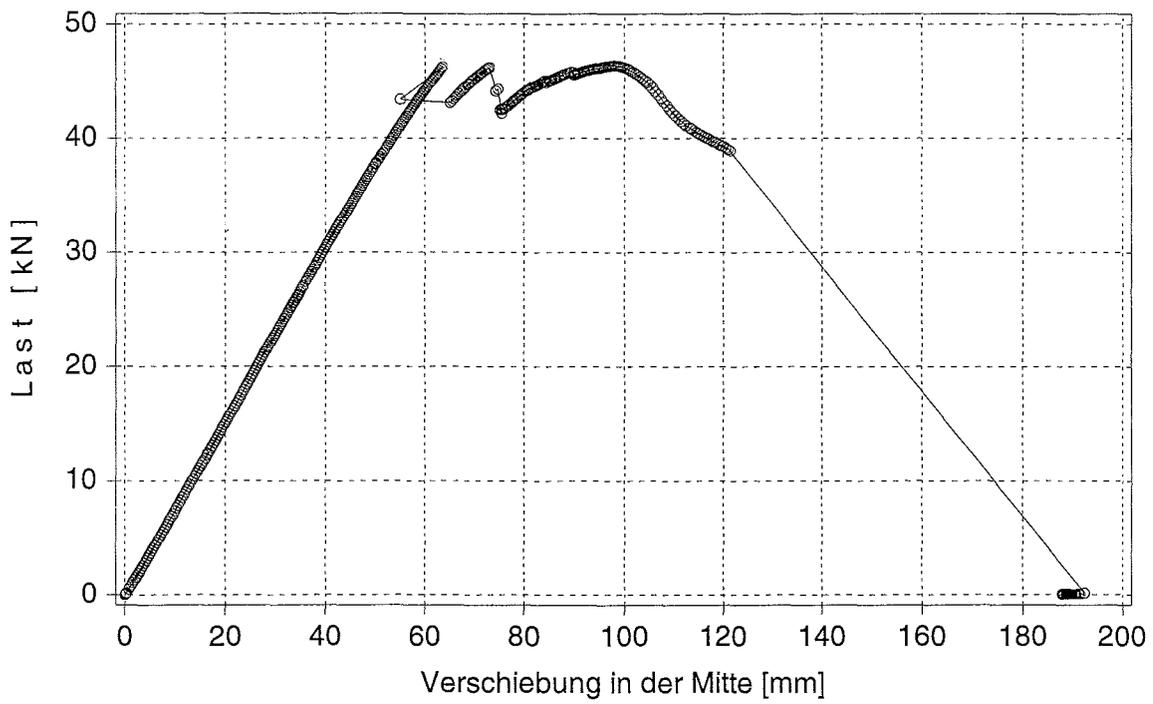


Bild C.29: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_10\_3

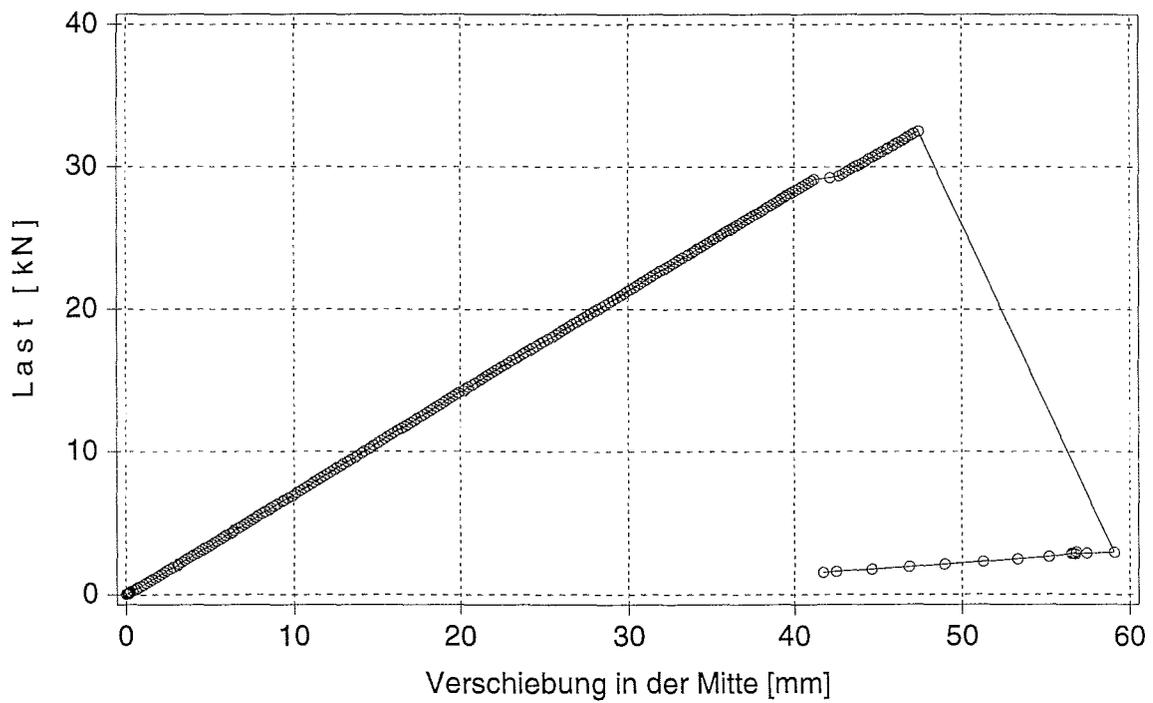


Bild C.30: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_11\_1

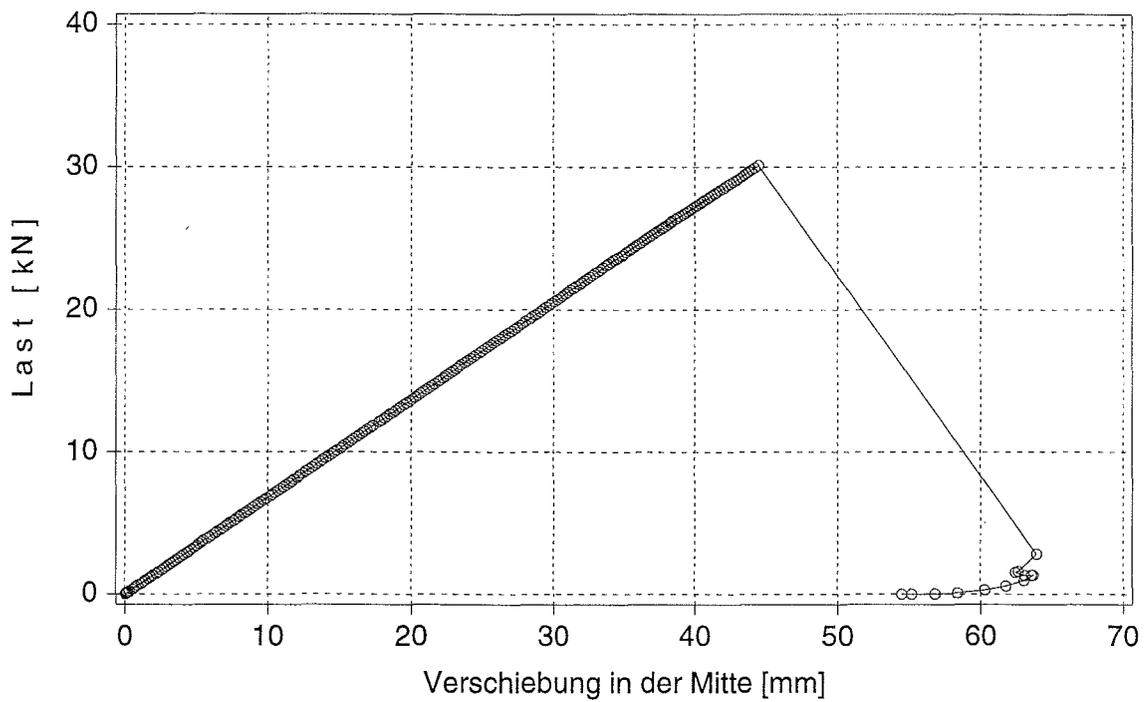


Bild C.31: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_11\_2

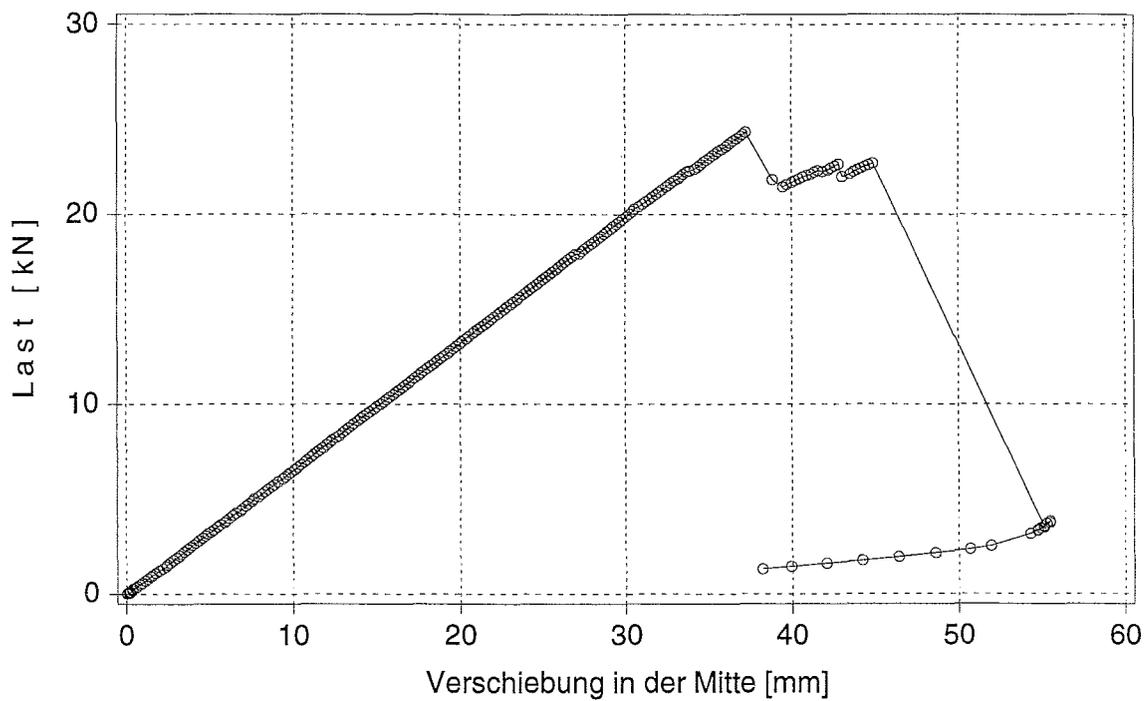


Bild C.32: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_11\_3

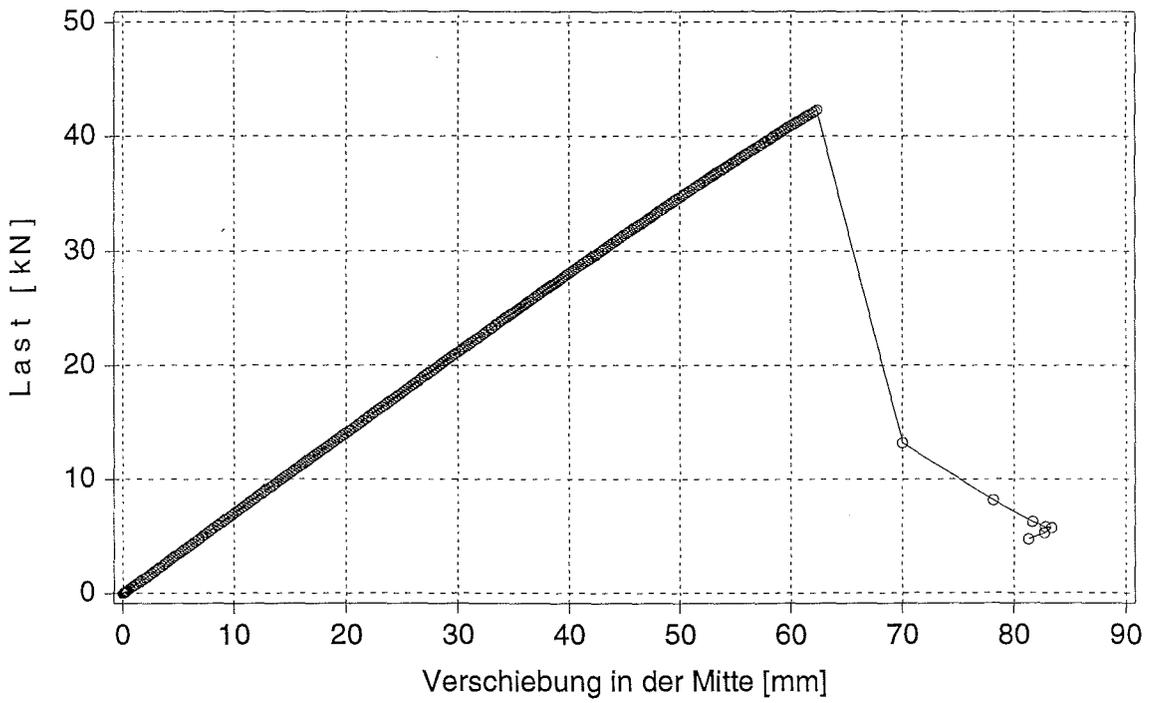


Bild C.33: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_11\_4

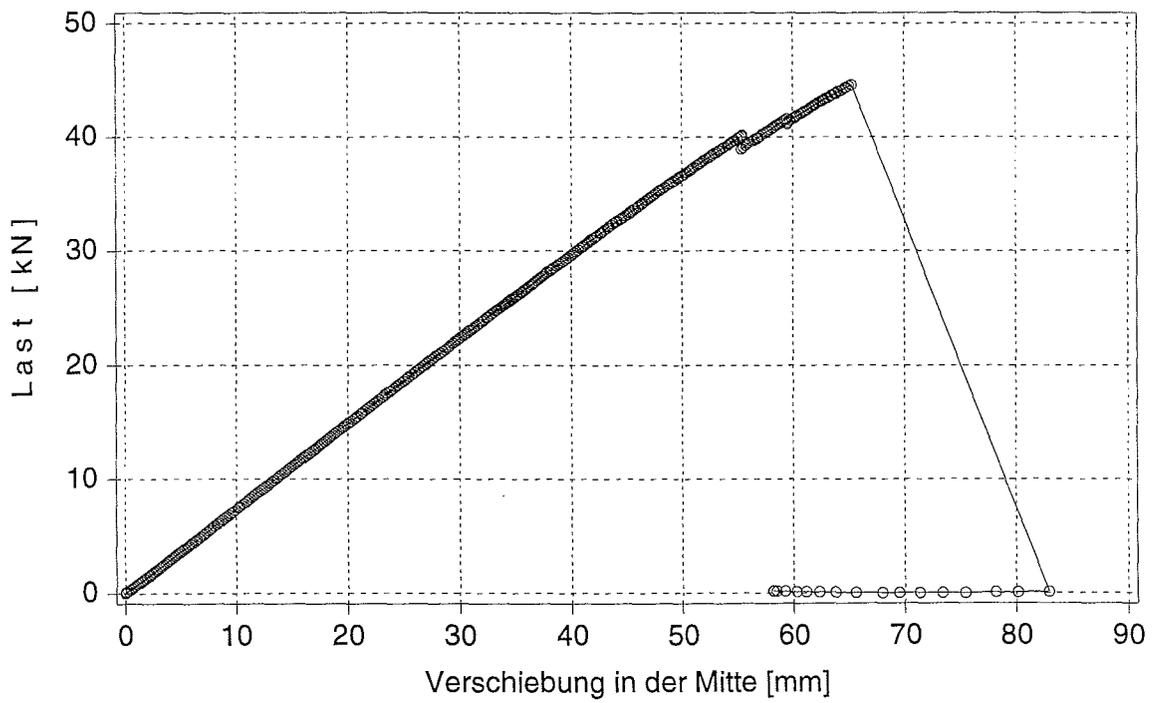


Bild C.34: Last-Verschiebungsdiagramm des Prüfkörpers KT\_11\_5

Tabelle C.1: Bruchlasten  $F_u$  und Biegesteifigkeiten  $EI$  der Versuche mit Biegeträgern

Serie	Versuch	$F_u$ [kN]	$EI$ [Nmm <sup>2</sup> ]
Reihe_1	KT1_1	44,6	$2,77 \cdot 10^{12}$
Reihe_1	KT1_2	48,4	$3,15 \cdot 10^{12}$
Reihe_1	KT1_3	48,8	$2,93 \cdot 10^{12}$
Reihe_1	KT1_4	56,8	$3,26 \cdot 10^{12}$
Reihe_1	KT1_5	52,7	$3,42 \cdot 10^{12}$
Reihe_2	KT2_1	55,3	$2,95 \cdot 10^{12}$
Reihe_2	KT2_2	63,9	$3,41 \cdot 10^{12}$
Reihe_2	KT2_3	59,0	$3,29 \cdot 10^{12}$
Reihe_2	KT2_4	55,9	$3,02 \cdot 10^{12}$
Reihe_2	KT2_5	49,1	$3,06 \cdot 10^{12}$
unverstärkt	KT3_1	33,0	$2,78 \cdot 10^{12}$
unverstärkt	KT3_2	37,2	$2,76 \cdot 10^{12}$
unverstärkt	KT3_3	33,1	$2,86 \cdot 10^{12}$
Reihe_4	KT4_1	48,4	$3,49 \cdot 10^{12}$
Reihe_4	KT4_2	47,9	$3,49 \cdot 10^{12}$
Reihe_4	KT4_3	50,2	$3,39 \cdot 10^{12}$
Reihe_5	KT5_1	58,8	$3,92 \cdot 10^{12}$
Reihe_5	KT5_2	57,4	$3,77 \cdot 10^{12}$
Reihe_5	KT5_3	63,4	$3,45 \cdot 10^{12}$
Reihe_5	KT5_4	57,9	$3,18 \cdot 10^{12}$
Reihe_5	KT5_5	61,8	$3,62 \cdot 10^{12}$
Reihe_7	KT7_1	60,1	$3,86 \cdot 10^{12}$
Reihe_7	KT7_2	55,0	$3,89 \cdot 10^{12}$
Reihe_7	KT7_3	62,8	$3,63 \cdot 10^{12}$
Reihe_7	KT7_4	54,2	$3,8 \cdot 10^{12}$
Reihe_7	KT7_5	55,3	$3,69 \cdot 10^{12}$

Tabelle C.1 (Fortsetzung): Bruchlasten  $F_u$  und Biegesteifigkeiten  $EI$  der Versuche mit Biegeträgern

Serie	Versuch	$F_u$ [kN]	$EI$ [Nmm <sup>2</sup> ]
Reihe_10	KT10_1	45,8	$3,08 \cdot 10^{12}$
Reihe_10	KT10_2	50,5	$3,23 \cdot 10^{12}$
Reihe_10	KT10_3	46,3	$3,14 \cdot 10^{12}$
unverstärkt	KT11_1	32,5	$2,84 \cdot 10^{12}$
unverstärkt	KT11_2	30,1	$2,76 \cdot 10^{12}$
unverstärkt	KT11_3	24,3	$2,71 \cdot 10^{12}$
unverstärkt	KT11_4	42,3	$2,61 \cdot 10^{12}$
unverstärkt	KT11_5	44,6	$3,12 \cdot 10^{12}$

