

HARNAU, M; SCHWEIZERHOF, K.

Kontaktformulierung für lineare und quadratische 'Solid-Shell' Elemente

Mit 'Solid-Shell' Elementen können auch direkt Deformationen in Dickenrichtung abgebildet werden [4], was insbesondere für Metallumformprobleme mit kleinen Radien wichtig ist. Zur Beschreibung des Kontaktes der Werkstücke zu den Werkzeugen, die als analytisch zu definierende starre Flächen betrachtet werden können, werden entsprechend der Ansatzordnung der 'Solid-Shell' Elemente vier- bzw. neun-Knoten Kontaktelemente entwickelt. Die verwendete Penaltyformulierung wird durch Integration der Kontaktkraftverteilung über die Elementfläche [5] ausgewertet. Die Überprüfung der Kontaktbedingung erfolgt somit an den Gausspunkten, wie dies wohl auch in [7] vorgeschlagen wird. Probleme bei ausschließlicher Knotenbetrachtung, wie die erforderliche unterschiedliche Gewichtung der Kontaktknoten bei 'Solid-Shell' Elementen mit Ansätzen höherer Ordnung, werden umgangen.

1. 'Solid-Shell' Konzept und Kontaktformulierung

Solid-Shell Elemente besitzen als eine Sonderform von Volumenelementen auch Knoten an der Schalenober- und -unterseite mit jeweils drei Verschiebungsfreiheitsgraden. Dabei wird grundsätzlich zwischen 8-Knoten Elementen, die auf bilinearen Lagrange Ansatzfunktionen für die Geometrie- und Verschiebungsapproximation in der Schalenenebene basieren, und den 18-Knoten Elementen mit den entsprechenden biquadratischen Ansatzfunktionen unterschieden (Abb. 1). In Dickenrichtung wird für beide Elementarten ein linearer Ansatz verwendet, der allerdings

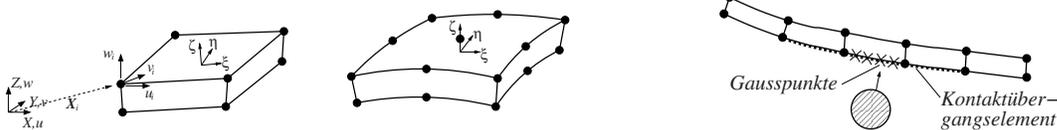


Abbildung 1: 'Solid-Shell' Konzept und Kontaktübergangselemente an Strukturoberfläche

aufgrund der Unverträglichkeit der Dickenverzerrung mit den Verzerrungen in der Schalenenebene für Biegeprobleme mit einer Querkontraktion $\nu \neq 0$ zur sogenannten Dickenversteifung führt. Zur Vermeidung dieser Versteifung wird z.B. in [3] vorgeschlagen, die Normalverzerrung in Dickenrichtung $\varepsilon_{\zeta\zeta}$ mit Hilfe der EAS-Methode [6] um einen in ζ linear veränderlichen Anteil zu erweitern. Diese Erweiterung wird für alle hier verwendeten 'Solid-Shell' Elemente eingesetzt, die entsprechend als ...3DEAS-Elemente bezeichnet werden. Zur Vermeidung von Querschub- und Membranversteifung werden für das bilineare Element die Querschubverzerrungen mit Hilfe der ANS-Methode [1] modifiziert (ANS3DEAS-Element). Außerdem werden optional zusätzlich die Membranverzerrungen durch einen EAS-Ansatz erweitert (EAS3DEAS-Element). Für die biquadratischen Elemente werden für die Querschub- und Membranverzerrungen angenommene Verzerrungsverläufe [2] verwendet (MI9K3DEAS-Element). Eine ausführliche und umfassende Beschreibung des 'Solid-Shell' Konzepts und der verschiedenen Versteifungseffekte mit den entsprechenden Verfahren zur Vermeidung solcher Versteifungen, insbesondere auch im Hinblick auf große Deformationen, ist z.B. in [4] enthalten.

Verwendet wird hier eine Kontaktformulierung nach der sogenannten Penaltymethode, d.h für Bereiche in Kontakt wird das Potential um einen Penaltyterm erweitert ('Active Set'-Strategie):

$$\Pi_c = \frac{1}{2} \varepsilon_p \int_{A_c} \tilde{g}_n \tilde{g}_n dA_c, \quad (1)$$

mit der Kontaktoberfläche A_c und der Penetrationsfunktion \tilde{g}_n , die im Fall des Kontaktes der Eindringung entspricht und ansonsten den Wert Null annimmt. Der Penaltyfaktor ε_p sollte dabei ausreichend groß gewählt werden, um eine möglichst geringe Eindringung zu erreichen; ein zu großer Wert kann allerdings zu numerischen Problemen führen. Im Gegensatz zu der sonst üblichen Kontaktüberprüfung an den Knoten des FE-Netzes, erfolgt in diesem Beitrag eine Kontaktprüfung auf Elementebene an Kontaktübergangselementen, die an der Oberfläche der Struktur angebracht werden (Abb. 1). Dabei erfolgt eine Integration des Kontaktdruckes über die Elementfläche und die Kontaktbedingung wird entsprechend an den Gausspunkten des Kontaktübergangselements überprüft. Nach Variation und Linearisierung des Potentials ergeben sich dann die Elementsteifigkeitsmatrix und der Elementresidualvektor als

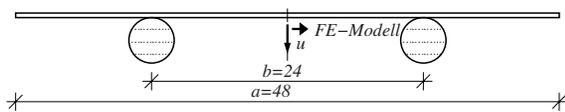
$$\mathbf{K}_e = \varepsilon_p \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (g_{n,d_e}^e g_{n,d_e}^e + g_{n,d_e}^e d_e g_n^e) |\mathbf{X}_{,\xi} \times \mathbf{X}_{,\eta}|, \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_e = -\varepsilon_p \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 g_{n,d_e}^e g_n^e |\mathbf{X}_{,\xi} \times \mathbf{X}_{,\eta}| d\xi d\eta. \quad (3)$$

Dabei entspricht der Vektor \mathbf{X} der Geometrieapproximation für die Kontaktoberfläche, für die abhängig von den verwendeten 'Solid-Shell' Elementen bilineare bzw. biquadratische Ansatzfunktionen verwendet werden. Der Vektor \mathbf{d}_e ist der Vektor der unbekanntenen Knotenverschiebungen. Als Kontaktflächen werden hier ausschließlich starre, mit analytischen Funktionen zu beschreibende Oberflächen verwendet. Außerdem wird keine Reibung berücksichtigt, d.h. es wird nur Normalkontakt betrachtet. Die Anzahl der erforderlichen Gausspunkte für die Integration von Glg. (2) und (3) ist abhängig von der Ansatzordnung für die Elementgeometrie und der Geometrie der Kontaktfläche. Unabhängig davon kann eine 'Verfeinerung' der Kontakterfassung durch die Wahl vieler Gausspunkte erforderlich werden, wenn beispielsweise der Kontaktkörper sehr klein im Vergleich zur Elementgröße ist.

2. Numerische Beispiele

Es wird hier die Simulation des Freibiegevorgangs eines Blechstreifens, der auf zylindrischen Kontaktkörpern aufliegt vorgestellt. Es wird ein elasto-plastisches Materialgesetz verwendet; als Belastung erfolgt die Vorgabe einer



$$\begin{aligned} \kappa &= 175 \cdot 10^9 \\ \mu &= 8077 \cdot 10^7 \\ y_0 &= 16 \cdot 10^7 \\ \varepsilon_p &= 1.0 \cdot 10^8 \end{aligned}$$

Abbildung 2: Freibiegen eines Blechstreifens

Verschiebung bis $u = 15$, anschließend wird entlastet. Bei Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften genügt die Diskretisierung des halben Systems, wobei Diskretisierungen mit 24 bzw. 96 bilinearen und 12 bzw. 48 biquadratischen Elementen verwendet werden. Die Last-Verformungs-Diagramme sind in Abb. 3 zu sehen. Auffallend sind die großen Sprünge in der Last-Verformungs-Kurve, insbesondere für den Knotenkontakt bei grober Diskretisierung. Zu erklären sind die Sprünge beim groben Netz durch einen Belastungssprung beim Wechsel des maßgebenden Kontaktknoten. Wesentlich kleinere Sprünge sind bei der Verwendung der Gausspunkte zur Kontaktüberprüfung zu erkennen. Eine

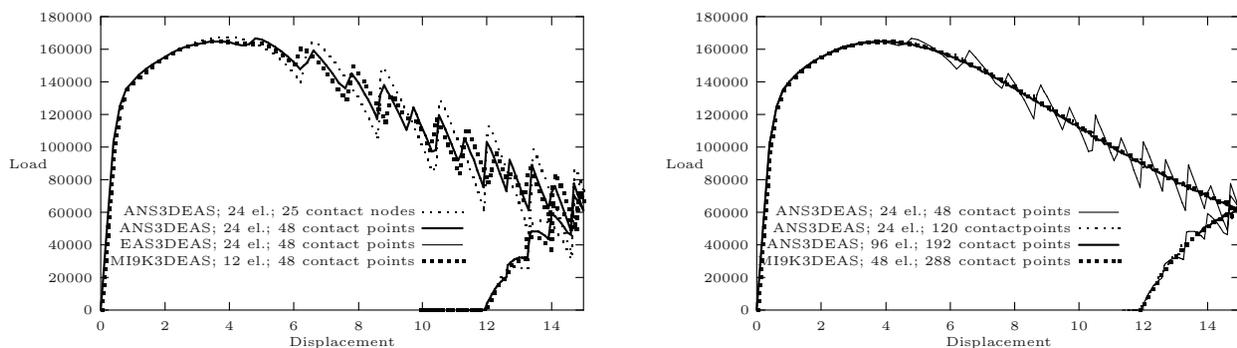


Abbildung 3: Freibiegen eines Blechstreifens; Last-Verschiebungs-Diagramme; Variation der Kontaktpunkte
beinahe glatte Kurve erhält man bei Verwendung eines feineren Netzes, oder durch 'Verfeinerung' des Kontaktes z.B. mit fünf Gausspunkten pro Kontaktübergangselement bei der groben Diskretisierung.

3. Literatur

- BATHE, K.J.; DVORKIN, E.: A continuum mechanics based four-node shell element for general nonlinear analysis. Engng. Comput. **1** (1984), 77–88.
- BUCALEM, E.N.; BATHE, K.J.: Higher-order MITC general shell elements. Int. J. Numer. Methods Engng. **36** (1993), 3729–3754.
- BÜCHTER, N.; RAMM, E.; ROEHL, D.: Three-dimensional extension of non-linear shell formulation based on the enhanced assumed strain concept. Int. J. Numer. Methods Engng. **37** (1994), 2551–2568.
- HAUPTMANN, R.; DOLL, S.; HARNAU, M.; SCHWEIZERHOF, K.: 'Solid-Shell' elements with linear and quadratic shape functions at large deformations with nearly incompressible materials. Comp. Struct. **79** (2001), 1671–1685.
- LAURSEN, T.A.: Computational contact and impact mechanics. Springer (2001).
- SIMO, J.C.; ARMERO, F.: Geometrically non-linear enhanced strain mixed methods and the method of incompatible modes. Int. J. Numer. Methods Engng. **33** (1992), 1413–1449.
- ZHU, Y.: ANSYS nonlinear contact analysis technology. Course Notes Contact, ANSYS Inc. Corporated (2001).