

**Modellierung der Textur- und Anisotropieentwicklung
beim Walzen – Kopplung der Finite Elemente Methode
mit mikrostrukturbasierten Modellen**

Zur Erlangung des akademischen Grades
eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Maschinenbau
der Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Phys. Tom Walde
aus Saarburg

Tag der mündlichen Prüfung: 21. Dezember 2004
Hauptreferent: Prof. Dr. H. Riedel
Korreferent: Prof. Dr. P. Gumbsch

Inhalt

	Inhalt	1
1	Einleitung	3
2	Zusammenhang zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften	5
2.1	Mechanische Eigenschaften	5
2.2	Texturen	8
2.2.1	Grundlagen der Texturbeschreibung	9
2.2.2	Mechanismen der Texturentstehung	14
2.3	Texturbedingte Anisotropie der mechanischen Eigenschaften	17
2.3.1	Elastische Eigenschaften	17
2.3.2	Plastische Eigenschaften	17
3	Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung	21
3.1	Einkristallplastizität	21
3.1.1	Kristallographische Gleitung	21
3.1.2	Zwillingsbildung	25
3.2	Verformungstexturmodelle	28
3.2.1	Taylor-FC Modell	31
3.2.2	VPSC-Modell	34
3.2.3	Modell zur Berücksichtigung der Zwillingsbildung in Polykristallen	47
3.2.4	Einkristallplastizitäts-FEM	48
3.3	Rekristallisationstexturmodelle	50
3.3.1	Globale Modelle	51
3.3.2	Orts- und zeitaufgelöste Modelle	52
3.3.3	Globales Modelle für hcp-Metalle	54
3.4	Verfestigungsgesetze auf Kristallebene	57
3.4.1	Halbempirischer Voce-Ansatz	57
3.4.2	Versetzungsdichtebasiertes Mehr-Parameter-Modell	58
3.5	Berechnung mechanischer Eigenschaften aus der Textur	63
3.5.1	Elastische und thermische Eigenschaften	63
3.5.2	Plastische Eigenschaften	65
4	Kopplung von Textursimulation und Finite Elemente Methode	67
4.1	Simulation von Texturen im Postprocessing	68
4.2	Kopplung des Taylor-FC Modells mit dem FE-Code ABAQUS/Explicit®	69
4.3	Kopplung des VPSC-Modells mit dem FE-Code ABAQUS/Explicit®	72
5	Simulationsergebnisse	74
5.1	Idealisierte Walzverformung	74
5.2	Kaltwalzen der Aluminiumlegierung 5754	75
5.2.1	Idealisierte Walzverformung	79
5.2.2	Simulation im Postprocessing einer FE-Rechnung	91
5.2.3	Vollgekoppelte Textur-Finite-Elemente-Rechnung	99

5.2.4	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse	104
5.3	Simulation des Kaltwalzens eines IF-Stahls	107
5.3.1	Idealisierte Walzverformung	110
5.3.2	Simulation im Postprocessing einer FE-Simulation	121
5.3.3	Vollgekoppelte Textur-FE-Rechnung	126
5.3.4	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse	130
5.4	Kaltwalzen der Magnesiumlegierung AZ31	133
5.4.1	Idealisierte Walzverformung	136
5.4.2	Simulation im Postprocessing einer FE-Walzsimulation	138
5.4.3	Vollgekoppelte Textur-FE-Rechnung	143
5.4.4	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse	145
5.5	Warmwalzen der Legierung AZ31	146
5.5.1	Idealisierte Walzverformung	151
5.5.2	Vollgekoppelte Textur-FE-Simulation	156
5.5.3	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse	159
6	Ermittlung mechanischer Kennwerte aus der Textur	160
6.1	E-Modul von IF-Stahl	160
6.2	Fließort und Verfestigungskurve für IF-Stahl	162
6.3	Fließort und Verfestigungskurve für die Magnesiumlegierung AZ31	166
6.4	R-Wert für IF-Stahl	171
7	Vergleich von Modellrechnungen mit experimentellen Ergebnissen	173
7.1	Texturmessungen	173
7.2	Mechanische Prüfung	177
8	Abschließende Diskussion	181
9	Zusammenfassung und Ausblick	187
	Literaturverzeichnis	191
	Liste der Abkürzungen und Symbole	198
	Danksagung	207
	Veröffentlichungen aus dieser Dissertation	209
	Lebenslauf	211

1 Einleitung

In den Materialwissenschaften werden heute in zunehmendem Maße Simulationen eingesetzt. Ziel ist es, über die komplette Prozeßkette von der Herstellung des Werkstoffs, seiner Weiterverarbeitung über ein Halbzeug bis hin zum fertigen Bauteil die Eigenschaften modellhaft beschreiben und vorhersagen zu können. Hintergrund dieser Anstrengungen sind immer kürzere Produktzyklen und steigende Qualitätsanforderungen, sowie die Einsparung kostenintensiver Versuche bei der Einführung neuer Fertigungsprozesse oder bei der Änderung von Prozeßparametern.

In vielen Bereichen der Materialwissenschaften existieren bereits Modelle, die speziell auf bestimmte Materialeigenschaften und Prozeßstufen der Werkstoffherstellung oder –verarbeitung ausgerichtet sind. Je nach Zielgröße oder Prozeß kann es sich hierbei um rein phänomenologische oder aber auch physikalisch basierte Modelle handeln. Viele dieser Modelle haben bereits Einzug in die industrielle Anwendung gehalten und sind zu einem wichtigen Entwicklungswerkzeug geworden.

Die Eigenschaften eines Bauteils werden durch den Werkstoff und dessen Verarbeitungsweise bestimmt. Ein Merkmal des Werkstoffs ist seine chemische Zusammensetzung. Entscheidend für seine Eigenschaften im Bauteil ist jedoch seine Mikrostruktur. Bei gleicher chemischer Zusammensetzung kann diese im Bauteil je nach Prozeßführung zu stark unterschiedlichen Eigenschaften führen und im Betrieb zwischen Versagen oder sicherem Verhalten entscheiden. Erweitert man die bisher in Simulationen verwendeten phänomenologischen Modellansätze um Beschreibungen auf der Mikrostrukturebene, so ermöglicht dies eine Prozeßkettensimulation, bei der die Mikrostrukturparameter von einer Herstellungsstufe an die nächste weitergegeben werden. Diese Vorgehensweise ermöglicht eine Vorhersage der Bauteileigenschaften in Abhängigkeit der jeweiligen Prozeßparameter in der Fertigungskette, wodurch die Simulation zu einem wichtigen Werkzeug für die Verkürzung der Prozeßkette bei gleichzeitiger Steigerung der Bauteilqualität wird.

Die für die elastische und plastische Anisotropie eines Werkstoffs ursächlichen Mikrostrukturparameter sind seine Kristallstruktur (fcc, bcc, hcp) und die Orientierungsverteilung der einzelnen Körner im Polykristall, die kristallographische Textur. Die zur Beschreibung der plastischen Anisotropie gebräuchlichen phänomenologischen Modelle [Hill 1948,

Barlat 1989] können nicht die Entwicklung der Anisotropie während der Herstellung beschreiben. Da es sich hierbei jedoch um eine wichtige makroskopische Werkstoffeigenschaft handelt, ist es sinnvoll die Simulation um geeignete Modelle der Texturentwicklung zu ergänzen. Zwar sind die Mechanismen der Texturentstehung je nach Prozeß (Gießen, Warmwalzen, Kaltwalzen, Glühen) teilweise unterschiedlich, jedoch hängt die Texturentstehung während eines Prozesses (außer beim Gießen) stets davon ab, welche Textur sich während der vorangegangenen Prozeßschritte entwickelt hat. Die Textur ist deshalb der Gefügeparameter, der zur Beschreibung der Anisotropie in der Prozeßkettensimulation zwischen den einzelnen Prozeßstufen übertragen werden muß.

Ziel dieser Arbeit ist es, geeignete Modelle zur Simulation der Texturentwicklung beim Walzen zu entwickeln, in den FE-Code ABAQUS / Explicit® zu implementieren und für die Simulation der Texturentwicklung beim Walzen anzuwenden. Anschließend sollen aus der Textur und den die Verfestigung des Materials beschreibenden Parametern die mechanischen Eigenschaften nach dem Walzen berechnet werden.

Die Arbeit ist hierbei folgendermaßen aufgebaut: Nach dieser Einleitung wird in Kapitel 2 der Zusammenhang zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften eines Werkstoffs aufgezeigt. Anschließend werden in Kapitel 3 Modelle für die Simulation der Texturentwicklung und der Einkristallverfestigung vorgestellt und in Kapitel 4 die Möglichkeiten der Kopplung dieser Modelle mit der Methode der Finiten Elemente beschrieben. Danach werden in Kapitel 5 die Ergebnisse der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Textursimulationen vorgestellt. In Kapitel 6 werden aus einigen dieser berechneten Texturen, die resultierenden mechanischen Eigenschaften des gewalzten Halbzeugs berechnet. Neben der Fließfläche und Spannungs-Dehnungskurven werden außerdem der E-Modul und als Anisotropiemaß der R-Wert berechnet. Anschließend werden in Kapitel 7 einige der Simulationsergebnisse mit experimentellen Daten verglichen. Zum Abschluß wird in Kapitel 8 eine Zusammenfassung dieser Arbeit und ein Ausblick auf zukünftige Arbeiten gegeben.

2 Zusammenhang zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften

In diesem Kapitel werden die Zusammenhänge zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften eines Werkstoffs aufgezeigt. Nachdem einiges Grundlegende zu den mechanischen Eigenschaften von Metallen gesagt worden ist, wird auf die Grundlagen der Texturbeschreibung und –entstehung eingegangen. Anschließend wird der Zusammenhang zwischen Textur und mechanischer Anisotropie genauer betrachtet.

2.1 Mechanische Eigenschaften

Wird auf ein Werkstück eine Belastung aufgebracht, so wird es sich entweder rein elastisch oder bei hinreichend hoher Beanspruchung auch plastisch verformen. Im Fall einer rein elastischen Verformung nimmt das Material nach Wegnahme der Belastung wieder die ursprüngliche Form an. Bei einem Umformprozeß soll jedoch die Form des Werkstücks dauerhaft geändert werden, was eine Verformung im plastischen Bereich erfordert. Ob bei einer bestimmten Belastung, d.h., bei einem bestimmten Spannungszustand plastische Verformung eintritt, ist von den mechanischen Eigenschaften des Werkstoffs abhängig.

Traditionell werden die mechanischen Eigenschaften eines Werkstoffs in einem einachsigen Zug- oder Druckversuch in Form einer Spannungs-Dehnungskurve ermittelt. Ein solcher Versuch liefert den E-Modul, die Fließspannung und die Verfestigung des Werkstoffs für eine einachsige Belastung entlang der entsprechenden Raumrichtung.

Gemäß dem Hookeschen Gesetz kann für eine mehrachsige Beanspruchung das elastische Verhalten durch eine lineare Beziehung zwischen dem Spannungs- und dem Dehnungstensor beschrieben werden, wozu im allgemeinen 21 voneinander unabhängige Materialkoeffizienten notwendig sind. Für elastisch isotropes Materialverhalten können jedoch alle diese Koeffizienten auf den E-Modul und die Poisson-Konstante zurückgeführt werden.

2 Zusammenhang zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften

Die Beschreibung des plastischen Materialverhaltens erfordert eine komplexere mathematische Beschreibung. Für einen mehrachsigen Spannungszustand wird der Beginn plastischer Verformung durch ein Fließkriterium beschrieben, welches alle sechs Komponenten des Spannungstensors berücksichtigt. Dies geschieht durch die Definition einer Vergleichsspannung σ_V als Funktion des allgemeinen Spannungstensors. Plastische Verformung tritt nun genau dann auf, wenn die Vergleichsspannung σ_V den Wert erreicht, den man in einem einachsigen Zugversuch bei gleichem Materialzustand als Fließspannung messen würde. Bei dieser Vorgehensweise kann man das Fließkriterium als Fläche in einem sechsdimensionalen Spannungsraum interpretieren. Punkte auf dieser Fläche beschreiben Belastungszustände, bei denen plastische Verformung auftritt. Die gebräuchlichste Formulierung der Vergleichsspannung für isotropes Materialverhalten ist die Hypothese nach von Mises. Stellt man die von Mises Vergleichsspannung als 2-D Schnitte im Hauptspannungsraum dar, so ergeben sich elliptische Fließortkurven.

Eine Definition der Vergleichsspannung für anisotropes Materialverhalten hat beispielsweise Hill 1948 vorgeschlagen [Hill 1948]. Ein Vorteil dieser Formulierung ist, daß sie den experimentell relativ einfach zu bestimmende R-Wert als Anisotropiefaktor enthält.

Der Verlauf der Spannungs-Dehnungskurve und die Gestaltsänderung der Fließfläche werden entscheidend von der Mikrostrukturentwicklung, d.h., von den im Materialinneren ablaufenden Verformungsmechanismen bestimmt. Im Folgenden sollen nur die wichtigsten Effekte kurz umrissen werden. Für eine ausführliche Darstellung sei auf die einschlägige Literatur verwiesen [Gottstein 1998].

Der wichtigste Mechanismus der plastischen Verformung ist die kristallographische Gleitung durch Versetzungsbewegung. Bringt man eine Spannung auf eine Probe auf und erreicht hierbei die auf eine kristallographische Ebene wirkende Schubspannung einen kritischen Wert, so gleiten die durch die kristallographische Ebene getrennten Bereiche durch das Durchwandern von Versetzungen gegeneinander ab.

Ein anderer mit den kristallographischen Eigenschaften des Materials verbundener Verformungsmechanismus ist die mechanische Zwillingsbildung. Hierbei handelt es sich um eine Scherverformung, bei der ein Kristallbereich in eine zur Ausgangslage spiegelsymmetrische Lage überführt wird.

Die kristallographische Gleitung und die mechanische Zwillingsbildung sind die zwei Mechanismen zur Gestaltsänderung, die für diese Arbeit entscheidend sind, weshalb auf sie in einem späteren Abschnitt noch genauer eingegangen wird. Der Vollständigkeit wegen

sei noch erwähnt, daß bei hohen Temperaturen, die in dieser Arbeit keine Rolle spielen, Diffusionsvorgänge eine weitere Möglichkeit der Gestaltsänderung darstellen, bei der die Kristallstruktur erhalten bleibt (Hochtemperaturkriechen).

Verschiedene Mechanismen beeinflussen die Festigkeit eines Werkstoffs, was eine Modifikation der Materialeigenschaften innerhalb bestimmter Grenzen ermöglicht. Kornfeinung, Mischkristall-, Dispersions- und Ausscheidungshärtung stellen Mechanismen dar, die die Bewegung von Versetzungen behindern und hierdurch festigkeitssteigernd wirken. Die Verfestigung der Werkstoffs während der Verformung kann durch die Wechselwirkung der Versetzungen untereinander und mit den festigkeitssteigernden Mechanismen erklärt werden [Gottstein 1998].

Während der Warmumformung können jedoch auch Mechanismen auftreten, die eine Entfestigung des Materials bewirken. Beispielhaft hierfür seien die dynamische Erholung und Rekristallisation erwähnt, die auch für diese Arbeit von Bedeutung sind.

Ein weiterer Gefügeparameter, der einen wichtigen Einfluß auf die mechanischen Eigenschaften eines Werkstoffs hat, ist die kristallographische Textur. Sie ist die wichtigste Ursache für die Anisotropie der mechanischen Eigenschaften eines Werkstoffs. Mit dem Begriff der kristallographischen Textur, den Mechanismen ihrer Entstehung und ihre Auswirkungen auf die Materialeigenschaften beschäftigen sich die nun folgenden Abschnitte.

2.2 Texturen

Die meisten metallischen Halbzeuge sind Polykristalle, d.h., sie bestehen aus einer großen Zahl einzelner Kristallite (Körner), von denen jeder einzelne eine dreidimensionale, periodische Gitterstruktur besitzt. Die Lage der Achsen eines Kristallits relativ zu den Achsen eines äußeren Probenkoordinatensystems wird als die Orientierung des Korns bezeichnet. Die Gesamtheit aller Kornorientierungen eines Polykristalls bezeichnet man als kristallographische Textur, die durch die Orientierungsverteilungsfunktion (OVF) quantitativ beschrieben werden kann.

Eine regellose (graue) Textur liegt dann vor, wenn alle Orientierungen gleichmäßig in der Orientierungsverteilung vorliegen. Besitzen einzelne Orientierungen einen hohen Volumenanteil, so spricht man von einer scharfen oder ausgeprägten Textur.

In nahezu allen Prozeßschritten bei der Herstellung metallischer Halbzeuge bilden sich charakteristische Texturen. Beim Stranggießen wachsen während der Erstarrung manche Orientierungen schneller als andere. Beim anschließenden Walzen ändern sich diese Kornorientierungen aufgrund von kristallographischer Gleitung und Zwillingsbildung auf vorgegebenen Gleit- und Zwillingsystemen. Während einer anschließenden Glühung wachsen im verformten Gefüge entstandene Rekristallisationskeime mit bevorzugter Orientierung schneller als andere und zehren so das verformte Gefüge auf.

Jeder dieser Prozeßschritte bewirkt typische Änderungen der OVF, wobei die Änderungen jedoch von den vorangegangenen Prozeßschritten beeinflußt werden.

Die Eigenschaften eines kristallinen Festkörpers sind von der betrachteten Richtung im Kristall abhängig und damit anisotrop. Bei einem Polykristall mit einer regellosen Textur mitteln sich die anisotropen Eigenschaften der einzelnen Körner, und der Polykristall besitzt makroskopisch isotrope Materialeigenschaften. Im Fall einer ausgeprägten Textur erscheinen die anisotropen Kristalleigenschaften auch im makroskopischen Materialverhalten, was in der technischen Anwendung sowohl zu gewünschten (z.B. geringere Ummagnetisierungsverluste bei Elektroblechen) als auch zu unerwünschten (z.B. Zipfelbildung beim Tiefziehen von Aluminiumblechen) Effekten führen kann. Bei der Blechherstellung muß deshalb darauf geachtet werden, solche Texturen zu erreichen, die für die weitere Verarbeitung oder die Gebrauchseigenschaften vorteilhaft sind.

Im Folgenden wird zunächst auf die Darstellung von Orientierungen und Orientierungsverteilungen eingegangen. Anschließend werden die Mechanismen der Texturentwicklung erläutert.

2.2.1 Grundlagen der Texturbeschreibung

Die Einzelorientierung

Als Orientierung eines Korns bezeichnet man die geometrische Beziehung zwischen dem Kristall- und einem Referenzkoordinatensystem.

So wählt man z.B. im Fall einer kubischen Kristallsymmetrie üblicherweise die Einheitsvektoren \vec{k}_i entlang der $\langle 001 \rangle$ -Kristallrichtungen des Kristalls als Basisvektoren des Kristallkoordinatensystems. Das Probenkoordinatensystem wird durch die Einheitsvektoren \vec{x}_i aufgespannt, wobei für den Fall einer Walzsymmetrie üblicherweise \vec{x}_1 die Walzrichtung (WR) \vec{x}_2 die Querrichtung (QR) und \vec{x}_3 die Blechnormalenrichtung (BN) bezeichnet.

Es ist nun möglich, die Orientierung eines Kristalliten im Walzkoordinatensystem durch die Angabe der Miller-Indizes $(hkl)[uvw]$ zu beschreiben. Das Miller-Indize Tripel (hkl) stellt die ganzzahligen, reziproken Achsenabschnitte der Walzebene im Kristallkoordinatensystem dar. Sie beschreiben also die kristallographische Richtung, die senkrecht zur Walzebene ist, d.h. die Blechnormale \vec{x}_3 . Das Tripel $[uvw]$ beschreibt die kristallographische Richtung der Walzrichtung \vec{x}_1 . Die kristallographische Richtung $[qrs]$ der Querrichtung \vec{x}_2 ergibt sich aus dem Vektorprodukt der anderen beiden Richtungen: $[qrs] = (hkl) \times [uvw]$

Nach einer Normierung bilden die drei Richtungen $[uvw]$, $[qrs]$ und (hkl) die Spalten der Orientierungsmatrix [Bunge 1982]:

$$\mathbf{g} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{u}{N_1} & \frac{q}{N_2} & \frac{h}{N_3} \\ \frac{v}{N_1} & \frac{r}{N_2} & \frac{k}{N_3} \\ \frac{w}{N_1} & \frac{s}{N_2} & \frac{l}{N_3} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 2.2.1}$$

mit den Normierungsfaktoren:

$$N_1 = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad \text{Gl. 2.2.2}$$

$$N_2 = \sqrt{q^2 + r^2 + s^2} \quad \text{Gl. 2.2.3}$$

2 Zusammenhang zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften

$$N_3 = \sqrt{h^2 + k^2 + l^2} \quad \text{Gl. 2.2.4}$$

Die Orientierungsmatrix g überführt das Probenkoordinatensystem \vec{x}_i in das Kristallkoordinatensystem \vec{k}_i . Es gilt also: $\vec{k}_i = g\vec{x}_i$ und $\vec{x}_i = g^{-1}\vec{k}_i$

g kann auch als Drehmatrix interpretiert werden und g^{-1} stellt die inverse Orientierungsmatrix bzw. die inverse Drehmatrix da. Da die Spalten von g zueinander orthogonal und normiert sind, gilt: $g_{ij}^{-1} = g_{ji}$.

Zur Beschreibung der Kristallorientierung reichen drei Größen aus. Etabliert sind hierfür z.B. die sogenannten Eulerwinkel ϕ_1, Φ, ϕ_2 . Sie beschreiben eine Abfolge von drei nacheinander durchzuführenden Rotationen, die das Probenkoordinatensystem ins Kristallkoordinatensystem überführen: ϕ_1 entspricht der Drehung um die Blechnormale ND (\vec{x}_3), Φ der Drehung um die neu entstandene Walzrichtung RD' (\vec{x}'_1) und ϕ_2 der Drehung um die dann neu entstandene Blechnormale ND'' (\vec{x}''_3). Die Orientierungsmatrix g ergibt sich aus den drei Eulerwinkeln gemäß:

$$g(\phi_1, \Phi, \phi_2) = \begin{pmatrix} \cos \phi_1 \cos \phi_2 - \sin \phi_1 \sin \phi_2 \cos \Phi & \sin \phi_1 \cos \phi_2 + \cos \phi_1 \sin \phi_2 \cos \Phi & \sin \phi_2 \sin \Phi \\ -\cos \phi_1 \sin \phi_2 - \sin \phi_1 \cos \phi_2 \cos \Phi & -\sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \cos \Phi & \cos \phi_2 \sin \Phi \\ \sin \phi_1 \sin \Phi & -\cos \phi_1 \sin \Phi & \cos \Phi \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 2.2.5}$$

Die Orientierungsverteilungsfunktion (OVF)

Der vorherige Abschnitt beschäftigte sich mit der Darstellung einzelner Orientierungen. Zur quantitativen Beschreibung einer kristallographischen Textur ist jedoch die Betrachtung einer Vielzahl von Einzelorientierungen notwendig. Dies erfolgt über die Orientierungsverteilungsfunktion (OVF) $f(g)$. Sie gibt an, welcher Volumenbruchteil dV/V einer Probe eine Orientierung besitzt, die im Bereich g bis $g + dg$ liegt:

$$f(g) = \frac{dV/V}{dg} \quad \text{Gl. 2.2.6}$$

Durch die Normierung der Form

$$\int_g \frac{f(g)}{8\pi^2} dg = 1 \quad \text{Gl. 2.2.7}$$

wird gewährleistet, daß für Vorzugsorientierungen $f(g) > 1$ gilt, während für eine Orientierung, die genauso häufig vorkommt wie in einer grauen Textur, $f(g) = 1$ gilt. Die Schärfe einer Textur wird durch den höchsten auftretenden Funktionswert $f_{\max}(g)$ beschrieben.

Für die vollständige Darstellung einer Textur wird oftmals, so auch in dieser Arbeit, die Orientierungsverteilungsfunktion im Eulerraum nach Bunge verwendet [Bunge 1969]. Der Eulerraum ist ein dreidimensionaler Raum, der durch die drei im vorherigen Abschnitt eingeführten Eulerwinkel ϕ_1, Φ, ϕ_2 aufgespannt wird. Für die Wertebereiche der drei Winkel gilt: $\phi_1 \in [0, 2\pi)$, $\Phi \in [0, \pi)$, $\phi_2 \in [0, 2\pi)$. Für spezielle Proben- und Kristallsymmetrien reicht es jedoch zur vollständigen Darstellung der OVF aus, nur einen Teil des Eulerraums zu verwenden, der als reduzierter Eulerraum bezeichnet wird.

Eine zweidimensionale Darstellung einer Textur im Eulerraum, erfolgt mit Hilfe von Schnitten durch den Eulerraum (beispielsweise für $\phi_2 = \text{const}$). Bild 2.2.1 zeigt ein Beispiel einer solchen Darstellung.

Neben der vollständigen Darstellung einer Textur durch die OVF sind noch weitere Darstellungsformen wie Polfiguren, inverse Polfiguren sowie Faser- und Skelettlinien gebräuchlich, die deshalb im Folgenden kurz beschrieben werden.

Polfigurdarstellung

Gemessene oder durch stereographische Projektion aus OVFs zurückgerechnete Polfiguren sind zur qualitativen Darstellung einer Orientierungsverteilung geeignet. In der Polfigur werden Bereiche gleicher Poldichte durch Isointensitätslinien verbunden. Der Nachteil der Polfigurdarstellung liegt darin, daß im Allgemeinen nur einzelne Richtungen im Kristall und nicht die kompletten Orientierungen der Kristalle dargestellt werden können.

Darstellung durch inverse Polfiguren

Bei einer Polfigur wird die Lage der Kristallachsen in Bezug zum Probenkoordinatensystem dargestellt. Im Gegensatz dazu wird bei der inversen Polfigur die Lage des Probenkoordinatensystems in Bezug zu einem festen Kristallkoordinatensystem angegeben. Bei einer rotationssymmetrischen Probengeometrie kann die Darstellung der inversen Polfigur auf das Standarddreieck reduziert werden.

Darstellung durch Faser- und Skelettlinien

In vielen Fällen bilden sich im Eulerraum Belegungsschläuche entlang bestimmter Linien (Fasern). Diese können dargestellt werden, indem $f(g)$ gegen einen der drei Eulerwinkel aufgetragen wird, während die anderen beiden Winkel konstant bleiben (Faserdiagramm-

2 Zusammenhang zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften

me). Bei den Skelettlinien wird der Faserverlauf nicht entlang fest vorgegebener Linien im Eulerraum dargestellt. Zur Darstellung einer Skelettlinie werden deshalb zwei Diagramme benötigt. Eins um den Intensitätsverlauf zu beschreiben und ein anderes um den genauen Verlauf der Faser im Eulerraum darzustellen.

Im Folgenden werden wichtige Fasern in fcc- und bcc-Metallen zusammen mit den enthaltenen Ideallagen aufgeführt. Hierbei wird die Position dieser Ideallagen auf 5° genau angegeben. Diese Genauigkeit wird bei den in dieser Arbeit später vorgestellten Simulationsrechnungen nicht erreicht werden, da hierfür eine größere Anzahl von Einzelorientierungen betrachtet werden müsste, was einen erheblich höheren Rechenaufwand zur Folge hätte.

Ein Beispiel für eine Faserdarstellung der OVF ist in Bild 2.2.1 gezeigt.

Wichtige Faser in fcc-Metallen die auch in dieser Arbeit zur Texturdarstellung verwendet werden, sind die α -Faser und die τ -Faser. Die α -Faser verläuft im $\phi_2=0^\circ$ -Schnitt entlang $\Phi=45^\circ$ im Bereich $0^\circ < \phi_1 < 90^\circ$. Sie enthält alle Orientierungen mit $\langle 110 \rangle$ -Richtung parallel zur Blechnormalenrichtung. Die α -Faser beinhaltet folgende wichtige Lagen:

Goss-Lage:	$\{1\ 1\ 0\} \langle 0\ 0\ 1 \rangle$	$(0^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$
Messing-Lage:	$\{1\ 1\ 0\} \langle 1\ 1\ 2 \rangle$	$(35^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$
P-Lage:	$\{1\ 1\ 0\} \langle 1\ 1\ 1 \rangle$	$(55^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$
Inverse Goss-Lage:	$\{1\ 1\ 0\} \langle 0\ 1\ 1 \rangle$	$(90^\circ, 45^\circ, 0^\circ)$

Die τ -Faser verläuft im $\phi_2=45^\circ$ -Schnitt entlang $\phi_1=90^\circ$ im Bereich $0^\circ < \Phi < 90^\circ$. Sie enthält alle Orientierungen, deren $\langle 110 \rangle$ -Achse parallel zur Querrichtung liegt. Hierzu gehören die Lagen:

45° -BN-gedrehte Würfellage:	$\{0\ 0\ 1\} \langle 1\ 1\ 0 \rangle$	$(90^\circ, 0^\circ, 45^\circ)$
Taylor-Lage (oder D-Lage):	$\{11\ 11\ 8\} \langle 4\ 4\ 11 \rangle$	$(90^\circ, 27^\circ, 45^\circ)$
Kupfer-Lage (Cu-Lage):	$\{1\ 1\ 2\} \langle 1\ 1\ 1 \rangle$	$(90^\circ, 35^\circ, 45^\circ)$
Y-Lage:	$\{1\ 1\ 1\} \langle 1\ 1\ 2 \rangle$	$(90^\circ, 55^\circ, 45^\circ)$
Zwilling der Cu-Lage:	$\{2\ 2\ 5\} \langle 5\ 1\ 1 \rangle$	$(90^\circ, 75^\circ, 45^\circ)$
Goss-Lage:	$\{1\ 1\ 0\} \langle 0\ 0\ 1 \rangle$	$(90^\circ, 90^\circ, 45^\circ)$

Zur Darstellung der Textur in bcc-Metallen werden in dieser Arbeit unter anderem die α -Faser und die γ -Faser verwendet. Bei bcc-Metallen verläuft die α -Faser im $\phi_1=0^\circ$ -Schnitt entlang $\phi_2=45^\circ$ im Bereich $0^\circ < \Phi < 54,7^\circ$. Sie enthält die Orientierungen mit einer $\langle 110 \rangle$ -Achse parallel zur Walzrichtung:

45°-BN-gedrehte Würfellage:	$\{0\ 0\ 1\} \langle 1\ 1\ 0 \rangle$	$(0^\circ, 0^\circ, 45^\circ)$
	$\{1\ 1\ 5\} \langle 1\ 1\ 0 \rangle$	$(0^\circ, 16^\circ, 45^\circ)$
A- oder inverse Ms-Lage:	$\{1\ 1\ 2\} \langle 1\ 1\ 0 \rangle$	$(0^\circ, 35^\circ, 45^\circ)$
Übergangslage:	$\{1\ 1\ 1\} \langle 1\ 1\ 0 \rangle$	$(0^\circ, 55^\circ, 45^\circ)$

Die bis $\Phi=90^\circ$ verlängerte α -Faser enthält bei $\Phi=90^\circ$ die inverse Goss Lage $\{110\} \langle 110 \rangle$.

Die eigentliche α -Faser endet jedoch in der Übergangslage, die gleichzeitig der Beginn der γ -Faser ist, welche alle Orientierungen $\{111\} \langle uvw \rangle$ enthält. Wegen der dreizähligen Rotationsymmetrie um $\langle 111 \rangle$ kommen alle Orientierungen auf dieser Faser dreimal vor, weshalb man sich bei der Darstellung auf den Bereich $60^\circ < \phi_1 < 90^\circ$ bei $\Phi=54,7^\circ$ und $\phi_2=45^\circ$ beschränken kann.

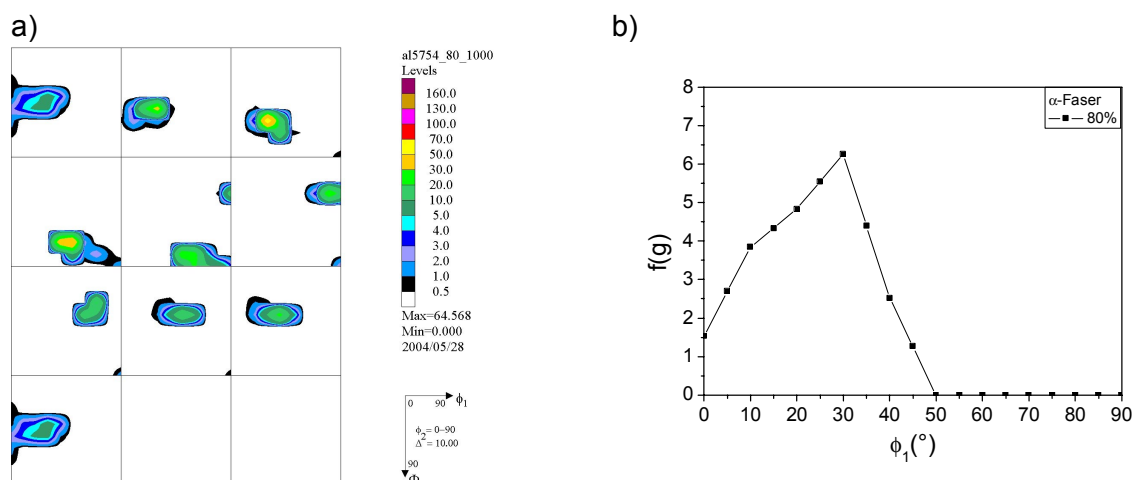


Bild 2.2.1: Beispiele für die Darstellung von Texturen: a) Eulerraumdarstellung nach Bunge einer für eine Aluminiumlegierung simulierten OVF, b) zugehörige α -Faser.

2.2.2 Mechanismen der Texturentstehung

Die zwei wesentlichen Mechanismen der Texturentstehung sind die Verformung und die Rekristallisation des Polykristalls. Im Folgenden werden diese beiden Mechanismen genauer betrachtet.

Abgesehen von Gestaltsänderungen durch Diffusionsvorgänge besitzt ein Einkristall zwei Möglichkeiten sich ohne Änderung der Kristallstruktur plastisch zu verformen. Der wichtigste Mechanismus ist die kristallographische Gleitung, daneben kommt vor allem bei Kristallen niedriger Symmetrie die Zwillingsbildung als wichtiger Mechanismus hinzu.

Die kristallographische Gleitung und die Zwillingsbildung sind somit die zwei wesentlichen Mechanismen, die der Entstehung der Verformungstextur zugrunde liegen. Beide werden im Folgenden erläutert.

Unter *kristallographischer Gleitung* versteht man die Bewegung von Versetzungen auf einer kristallographischen Ebene, was zu einer relativen Verschiebung der durch diese Ebene getrennten Volumenanteile des Kristalls führt. Die dieser Verschiebung entsprechende gemittelte, makroskopische Scherung $\delta\gamma$ kann mit dem Betrag b des Burgervektors der Versetzung, dem von der Versetzung durchlaufenen Flächeninkrement δA und dem Volumen des Einkristalls V geschrieben werden als [Kocks 1998a]:

$$\delta\gamma = b \frac{\delta A}{V}. \quad \text{Gl. 2.2.8}$$

Die kristallographische Gleitung wird üblicherweise durch Gleitsysteme, die je aus einer Gleitebene $\{hkl\}$ und einer Gleitrichtung $\langle uvw \rangle$ bestehen, charakterisiert. Im Fall einer makroskopischen plastischen Verformung von Ein- und Polykristallen wirken im allgemeinen viele Gleitsysteme zusammen. Die kristallographische Gleitung auf einem einzelnen Gleitsystem bewirkt eine einfache Scherverformung, bei der der Verschiebungsgradiententensor die folgende Form besitzt und in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil zerlegt werden kann:

$$d\gamma^{(s)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = d\gamma^{(s)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} + d\gamma^{(s)} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 2.2.9}$$

Der antisymmetrische Anteil bewirkt eine Rotation, was den Grund für die Entstehung von Texturen durch plastische Verformung darstellt. Dies ist in Bild 2.2.2 am Beispiel einer Zugverformung eines symmetrischen Bikristalls illustriert. Die Versetzungsgleitungen auf

den eingezeichneten Gleitsystemen führen zu identischen Deformationen der beiden Kristalle, wobei jedoch die Rotationen in zueinander entgegengesetzten Richtungen stattfinden.

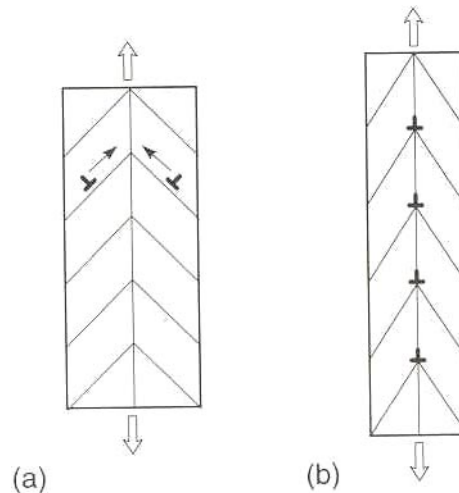


Bild 2.2.2: Zur Erklärung der Texturentwicklung durch Verformung. Aus [Kocks 1998a].

Bei der *mechanischen Zwillingsbildung* handelt es sich um eine Scherverformung, bei der ein Kristallbereich in eine zur Ausgangslage der sogenannten Matrix spiegelsymmetrische Form transformiert wird. Die zu Zwilling und Matrix gehörende Spiegelebene wird als Zwillingslebene oder auch kohärente Zwillingsgrenze bezeichnet. Inkohärente Zwillingsgrenzen sind alle anderen Grenzflächen zwischen Zwilling und Matrix. Die mechanische Zwillingsbildung wird durch die Zwillingslebene $\{hkl\}$ und die Verschiebungsrichtung $\langle uvw \rangle$ beschrieben. Die Verschiebungsrichtung ist parallel zur Schnittgeraden von Zwillings- und Verschiebungsebene, die zueinander orthogonal sind. In der Verschiebungsebene können die Versetzungsbewegungen und die hiermit verbundene Scherung verfolgt werden. Im Gegensatz zur kristallographischen Gleitung ist der Betrag der Scherung γ_i bei der Zwillingsbildung fest vorgegeben, so daß die Formänderung der gesamten Probe nur vom Volumenanteil $\delta V/V$ des Zwillings abhängt. Die makroskopische Scherung $\delta\gamma$ der Probe beträgt somit [Kocks 1998a]:

$$\delta\gamma = \gamma_i \frac{\delta V}{V}. \quad \text{Gl. 2.2.10}$$

Im Gegensatz zur kristallographischen Gleitung hinterläßt die Zwillingsbildung neue Grenzflächen, die die Bewegung von Versetzungen behindern können und dadurch in der Regel zu einer Verfestigung der Probe führen.

2 Zusammenhang zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften

Auf die genaue mathematische Beschreibung eines Zwillings wird in Abschnitt 3.1.2 eingegangen.

Im Vergleich zu den Verformungstexturen sind die Mechanismen der *Rekristallisationstexturentstehung* noch weit weniger gut verstanden. So können aus einer ausgeprägten Umformtextur vollkommen unterschiedliche Rekristallisationstexturen entstehen, wobei die Entstehung der Rekristallisationstextur von einer Vielzahl von Parametern beeinflusst wird. Es herrscht inzwischen jedoch weitgehend Einigkeit darüber, daß die Rekristallisationstexturentwicklung durch orientiertes Wachstum aus einem begrenzten Keimspektrum bestimmt wird. Im Folgenden werden diese Ansätze kurz erläutert.

Die *Theorie der orientierten Keimbildung* beruht auf der Annahme, daß bestimmte Orientierungen schneller Keime bilden als andere und hierdurch die Rekristallisationstextur dominieren, wobei der Keim die Orientierung des Ausgangskorns besitzt. Diese Theorie wurde bereits 1931 von Burgers vorgeschlagen [Burgers 1931] und später vor allem von britischen Forschern um Dillamore vertreten [Dillamore 1978]. Ausgehend von einer regellosen Textur führten Dillamore und Kato Verformungstextursimulationen für Aluminium durch [Dillamore 1974]. Hierbei zeigte sich, daß sich die Orientierungen in der Umgebung entlang bestimmter Skelettlinien ansammeln und sich dann entlang dieser Skelettlinien zu einer stabilen Endorientierung weiterbewegen. Diese Orientierungsschläuche verglichen sie mit bekannten Rekristallisationstexturkomponenten, wobei sich zeigte, daß ein großer Anteil der Rekristallisationstexturkomponenten in den Orientierungsschläuchen lag. Inzwischen gilt es als sicher, daß die Ausbildung von Würfelbändern während des Umformens von großer Wichtigkeit für die Entstehung einer ausgeprägten Würfelftextur während einer anschließenden Rekristallisation ist [Ridha 1982].

Die *Theorie des orientierten Keimwachstums* basiert auf der von Beck 1953 gemachten Beobachtung, daß in Aluminium Körner mit einer $40^\circ\langle 111 \rangle$ -Orientierungsbeziehung zur Verformungstextur bei der Rekristallisation schneller als alle anderen wachsen [Beck 1954]. Die aus dieser Beobachtung gewonnene Theorie besagt, daß sich die Rekristallisationstexturen durch das bevorzugte Wachstum von Keimen mit spezieller Orientierungsbeziehung zur verformten Matrix entwickeln. Lücke et al. fanden in zahlreichen Experimenten heraus, daß in Aluminium immer Körner mit einer $40^\circ\langle 111 \rangle$ -Orientierungsbeziehung zur verformten Matrix durch Wachstumsauslese aus einer regellosen Keimtextur hervorgehen [Ibe 1970]. Die Würfelflage hat eine $40^\circ\langle 111 \rangle$ -Beziehung zur S-Lage ($\{123\}\langle 634 \rangle$), die in Aluminium eine wichtige Verformungstexturkomponente ist. Mikrostrukturuntersuchungen haben ergeben, daß Körner mit Würfelorientierung tat-

sächlich schneller wachsen und überdurchschnittliche Größen erreichen, was bedeutet, daß das Auftreten der Würfellage in der Rekristallisationstextur von Aluminium auch mit der Theorie des orientierten Keimwachstums erklärt werden kann.

2.3 Texturbedingte Anisotropie der mechanischen Eigenschaften

Die kristallographische Textur des Polykristalls führt im allgemeinen zu einer Anisotropie der Materialeigenschaften. Hiervon sind u.a. die elektromagnetischen (Magnetisierbarkeit), die thermischen (z.B. thermische Ausdehnung), vor allem aber die mechanischen Eigenschaften (E-Modul, Fließspannung) betroffen. In den folgenden zwei Abschnitten wird die texturbedingte Anisotropie dieser Eigenschaften beschrieben.

2.3.1 Elastische Eigenschaften

Die Anisotropie der elastischen Materialeigenschaften äußert sich z.B. darin, daß an Proben, die aus einem texturierten Werkstoff unterschiedlich entnommen wurden, unterschiedliche E-Moduli gemessen werden können. Im allgemeinen sind die Eigenschaften eines solchen Werkstoffs tensoriell:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \text{Gl. 2.3.1}$$

σ_{ij} sind hier die Komponenten des Spannungstensors, C_{ijkl} die des Polykristall-Elastizitätstensors und ε_{kl} die des Dehnungstensors.

Der Elastizitätstensor des Polykristalls hängt bei einem texturierten Werkstoff im wesentlichen von den elastischen Eigenschaften der korrespondierenden Einkristalle sowie von seiner Textur ab. C_{ijkl} ist somit eine Funktion der OVF $f(g)$ und des Einkristallelastizitätstensors C^e . Wie aus diesen zwei Größen der makroskopische Tensor C_{ijkl} berechnet werden kann, wird in Abschnitt 3.5.1 erläutert.

2.3.2 Plastische Eigenschaften

Die Anisotropie der plastischen Eigenschaften eines Werkstoffs zeigt sich in zwei unterschiedlichen Phänomenen. So weisen Proben unterschiedliche Fließspannungen auf, wenn sie mit verschiedenen Orientierungen aus einem Werkstoff entnommen worden

2 Zusammenhang zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften

sind. Das zweite und für die Praxis oftmals relevantere Phänomen wird bei Umformprozessen beobachtet, bei denen das Werkstück keinem vollständigen Formzwang unterworfen ist. Lässt man die Formänderung teilweise frei, so können anisotrope plastische Materialeigenschaften in anisotropen Formänderungen resultieren. Das klassische Beispiel hierfür ist die Zipfelbildung beim Tiefziehen, wie sie in Bild 2.3.1 dargestellt ist.



Bild 2.3.1: Beispiel für die Zipfelbildung beim Tiefziehen. Aus [Mecking 1998].

Das plastisch anisotrope Verhalten eines Werkstoffs unter verschiedenen Belastungszuständen wird durch die Fließfläche beschrieben und ist experimentell nur bedingt bestimmbar. Die Fließfläche ist der „geometrische Ort“ aller möglichen Spannungskombinationen, bei denen plastisches Fließen einsetzt. Mit einachsigen Zug- oder Druckversuchen erhält man Punkte der Fließfläche in Zug- und Druckrichtung. Torsionsexperimente liefern die Schnittpunkte mit den Achsen, die den Schubspannungskomponenten entsprechen. Mit großem Aufwand ist es auch möglich, aus mehrachsigen Experimenten (z.B. biaxialer Zug oder Druck, kombinierte Zug-/Druckverformung, Torsion mit überlagertem Zug oder Druck) Punkte der Fließfläche in zweidimensionalen Schnitten zu erhalten. Eine vollständige Abdeckung des Spannungsraums ist jedoch nicht möglich.

Ein in der Praxis sehr gebräuchlicher Kennwert für die plastische Anisotropie eines Blechs ist der R-Wert (auch senkrechte Anisotropie oder Lankford Parameter), der durch Zugversuche an Flachzugproben bestimmt wird. Wird an den Zugproben der Umformgrad in der Blechebene senkrecht zur Zugrichtung φ_b und in Dickenrichtung φ_d bestimmt, so kann hieraus der R-Wert durch

$$R_\alpha = \frac{\varphi_b}{\varphi_d} \qquad \text{Gl. 2.3.2}$$

berechnet werden. In der Regel wird der R-Wert für mehrere unterschiedlich zur Walzrichtung orientierte Flachzugproben bestimmt, wobei α den Winkel zwischen Zugachse und Walzrichtung angibt. Für den Fall isotropen Materialverhaltens gilt $R(\alpha) = 1$.

Eine gute Tiefziehqualität zeichnet sich durch einen hohen mittleren R-Wert und eine geringe Schwankung des R-Wertes unter der Variation von α aus. Der mittlere R-Wert ist durch

$$\bar{R} = \frac{R_{0^\circ} + 2R_{45^\circ} + R_{90^\circ}}{4} \quad \text{Gl. 2.3.3}$$

gegeben. Ein Maß für die Variation des R-Wertes ist die ebene Anisotropie ΔR die definiert ist als

$$\Delta R = \frac{R_{0^\circ} - 2R_{45^\circ} + R_{90^\circ}}{4} \quad \text{Gl. 2.3.4}$$

Diese Definitionen haben den Vorteil, daß zur Ermittlung des mittleren R-Wertes und der ebenen Anisotropie nur drei Zugversuche notwendig sind. Gleichzeitig haben diese Definitionen jedoch den Nachteil, daß die $R(\alpha)$ -Verläufe nicht immer für $\alpha = 0^\circ, 45^\circ$ und 90° Extrema aufweisen.

Vergleiche von Näpfchenziehversuchen und R-Wert-Bestimmungen zeigen, daß meist Zipfel- und R-Wert-Profile qualitativ übereinstimmen. Beiden Versuchen liegen jedoch unterschiedliche Spannungszustände zugrunde, wodurch eine direkte Vergleichbarkeit der Ergebnisse beider Versuche nicht gegeben ist [Hirsch 1978, Hosford 1964].

Bei Näpfchenziehversuchen an Aluminiumblechen mit Kaltwalztextur erhält man Zipfel unter 45° zur Walzrichtung. Bei Blechen, die eine Rekristallisationstextur aufweisen, erfolgt die Zipfelbildung hingegen in Walz- und Querrichtung. Bei teilrekristallisierten Blechen erhält man eine achtzählige Zipfeligkeit als Resultat der Überlagerung der Walz- und der Rekristallisationstexturkomponenten.

Diese Beispiele zeigen, daß die kristallographische Textur offensichtlich stark mit den plastischen Anisotropieerscheinungen korreliert ist. In meist viel geringerem Maße können jedoch auch andere Faktoren wie beispielsweise die Kornform, die Form von Materialeinschlüssen oder -bei porösen Werkstoffen- die Porenform und -orientierung die Anisotropie beeinflussen.

Die Anisotropie der Einkristalleigenschaften ist in der Struktur der Metalle begründet. Ihre Kenntnis bildet die Grundlage der Einkristallplastizität, die zusammen mit dem Verständ-

2 Zusammenhang zwischen Verformung, Textur und den mechanischen Eigenschaften

nis der Wechselwirkung der Kristallite im Polykristall wiederum die Grundlage für die Verformungstextur- und Anisotropiemodellierung bildet. Die plastische Anisotropie eines Werkstoffs ist also eine Funktion der OVF und der plastischen Eigenschaften der ihn konstituierenden Einkristalle.

3 Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung

Im vorherigen Kapitel wurde der Zusammenhang zwischen den mechanischen Eigenschaften metallischer Werkstoffe und deren Textur aufgezeigt. Dieses Kapitel handelt nun davon, wie die Textur- und Anisotropieentwicklung während der Verformung des Werkstoffes modelliert werden kann.

Bevor auf die Verformung der Polykristalle und damit auf die Simulation von Verformungstexturen näher eingegangen wird, wird zunächst die Plastizität von Einkristallen betrachtet. Nach den Verformungstexturmodellen werden Modelle zur Rekristallisationstexturentwicklung erläutert. Danach werden Methoden zur Berechnung der mechanischen Eigenschaften aus der Textur vorgestellt.

3.1 Einkristallplastizität

Im Folgenden werden die zwei wichtigsten Mechanismen bei der Deformation von Einkristallen nämlich die kristallographische Gleitung und die Zwillingsbildung genauer erläutert.

3.1.1 Kristallographische Gleitung

Bei Zugversuchen an unterschiedlich orientierten Einkristallen beobachtet man, daß zur plastischen Verformung der Probe unterschiedliche äußere Spannungen benötigt werden. Für jedes Gleitsystem der Probe läßt sich mit der Gleichung

$$\tau = \cos \kappa \cos \lambda \sigma = m \sigma \quad \text{Gl. 3.1.1}$$

die in der Gleitebene in Gleitrichtung wirkende Schubspannung τ berechnen, wobei σ die angelegte Zugspannung und κ und λ die in Bild 3.1.1 eingezeichneten Winkel sind. Erreicht τ einen kritischen Wert, so setzt auf dem entsprechendem Gleitsystem kristallographische Gleitung ein, die zu einer bleibenden (plastischen) Verformung des Einkristalls führt.

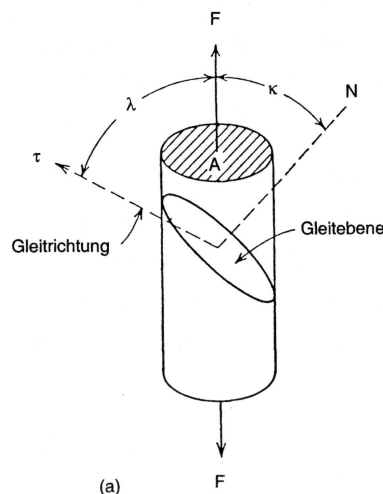


Bild 3.1.1: Zur Definition des Schmid-Faktors. Aus [Beckers 2000].

Für einen beliebigen Spannungszustand σ_{ij} berechnet sich die an einem Gleitsystem s anliegende Schubspannung τ^s durch die Gleichung:

$$\tau^s = \frac{1}{2} (\hat{b}_i^s \hat{n}_j^s + \hat{b}_j^s \hat{n}_i^s) \sigma_{ij} = m_{ij}^s \sigma_{ij} \quad \begin{array}{l} \text{(Summenkonvention,} \\ \text{keine Summation über } s \text{)} \end{array} \quad \text{Gl. 3.1.2}$$

Hierbei ist \hat{b}_i^s der normierte Gleitrichtungsvektor, \hat{n}_i^s der normierte Gleitebenennormalenvektor und m_{ij}^s der sogenannte Schmidtensor des Gleitsystems s . Wie bereits erwähnt, setzt kristallographische Gleitung und damit die plastische Verformung des Einkristalls dann ein, wenn auf einem Gleitsystem die Schubspannung τ^s einen kritischen Wert τ_c^s erreicht:

$$m_{ij}^s \sigma_{ij} = \tau_c^s \quad \text{(Gleiten auf einem Gleitsystem } s \text{)} \quad \text{Gl. 3.1.3}$$

Man bezeichnet τ_c^s als die kritische Schubspannung (engl.: critical resolved shear stress, CRSS) des Gleitsystems s . Gl. 3.1.3 wird als „verallgemeinertes Schmid-Gesetz“ bezeichnet. Es sollte erwähnt werden, daß die in diesem Kapitel dargestellte Betrachtungsweise und insbesondere das Schmid'sche Schubspannungsgesetz davon ausgehen, daß das Materialverhalten ratenunabhängig ist.

Im allgemeinen findet die plastische Verformung eines Kristalls auf mehreren seiner Gleitsysteme gleichzeitig statt. Es gilt deshalb:

$$m_{ij}^s \sigma_{ij} \leq \tau_c^s \quad \text{(Für alle Gleitsysteme } s \text{ des Kristalls)} \quad \text{Gl. 3.1.4}$$

Das „ \leq “ bedeutet, daß auf allen inaktiven Gleitsystemen die aufgelöste Schubspannung τ^s kleiner ist als die kritische Schubspannung τ_c^s .

Geometrisch läßt sich das (verallgemeinerte) Schmid'sche Schubspannungsgesetz in einem fünfdimensionalen Raum darstellen, in welchem Spannungs- und Dehnungskomponenten überlagert aufgetragen werden. Teil a in Bild 3.1.2 zeigt das durch die Aktivierung des Gleitsystems s verursachte Dehnungsinkrement $d\varepsilon^s$ an. Die Richtung von $d\varepsilon^s$ ist also durch die Gleitrichtung gegeben. Die durchgezogene Linie stellt eine zur Gleitrichtung senkrechte Ebene dar. Ihr Abstand zum Ursprung ist proportional der entsprechenden kritischen Schubspannung τ_c^s . Alle Spannungszustände, die in dieser Darstellung auf dieser Ebene enden, führen zu einer Aktivierung des Gleitsystems. In Bild 3.1.2 b sind drei Gleitsysteme (a, b, c) einer Gleitebene (koplanare Gleitsysteme) sowie die jeweils in Gleitrichtung wirkende Schubspannungskomponente (σ_{ax} , σ_{bx} , σ_{cx}) dargestellt. Jedes dieser drei Gleitsysteme kann in zwei Richtungen aktiviert werden, daher enthält die dargestellte Ebene ein Sechseck, das von den zur jeweiligen Gleitrichtung senkrechten Ebenen eingehüllt wird. Gegenüberliegende Seiten im Sechseck gehören jeweils zum gleichen Gleitsystem, wobei eine Seite jeweils eine Richtung der Aktivierung repräsentiert. Mit einem Spannungszustand in einer Ecke des Sechsecks lassen sich durch die gleichzeitige Aktivierung der zwei angrenzenden Gleitsysteme alle Dehnungszustände realisieren, die durch eine Linearkombination der entsprechenden Gleitrichtungen dargestellt werden können. Eine dreidimensionale Darstellung, die zusätzlich zu den in Bild 3.1.2 b dargestellten Schubspannungskomponenten auch die Hauptspannungskomponenten senkrecht zu den Gleitebenen enthält, ist in Teil c von Bild 3.1.2 dargestellt.

3 Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung

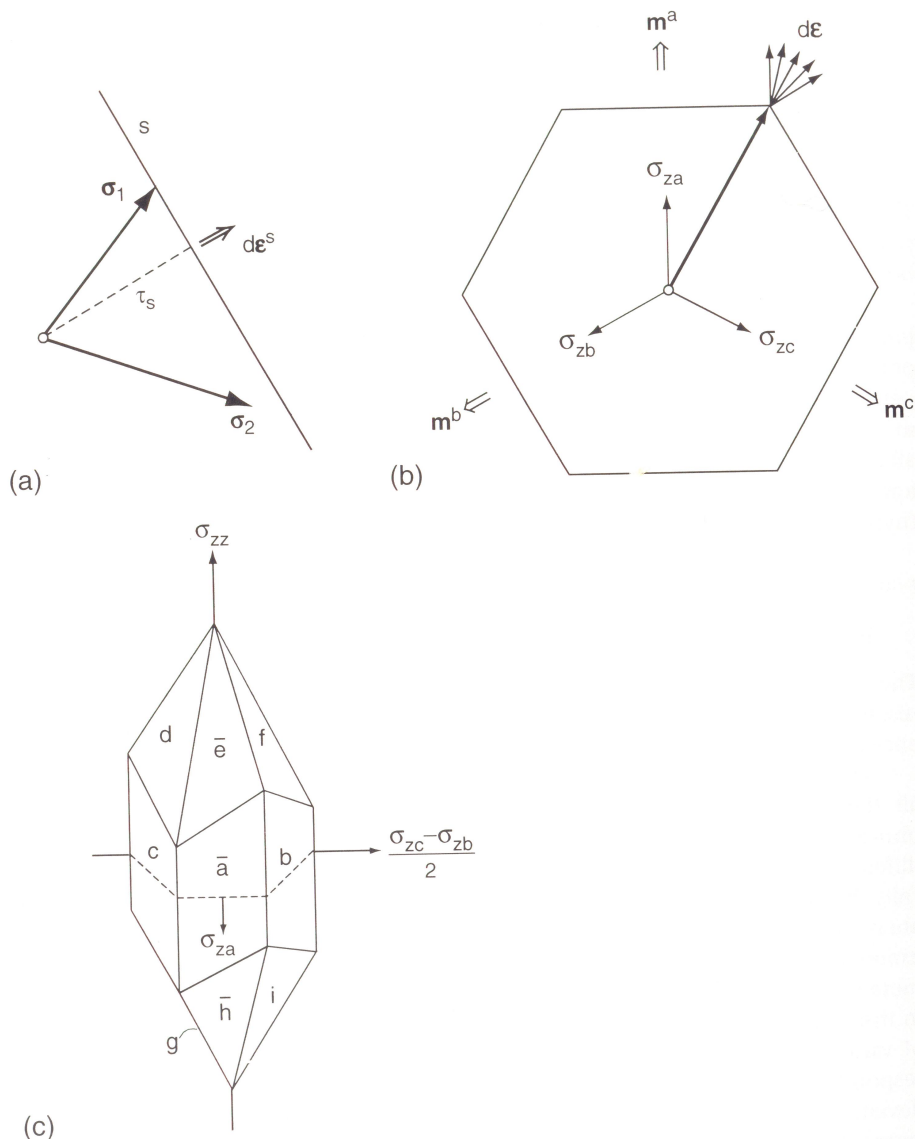


Bild 3.1.2: a) Sämtliche Spannungszustände deren Spannungsvektoren auf der Ebene s enden, führen zu einer Aktivierung des Gleitsystems. So führt der Spannungszustand σ_2 im Gegensatz zu σ_1 nicht zu einer Aktivierung des Gleitsystems. b) 2D-Darstellung der drei koplanaren Gleitsysteme a, b, c . Ein Spannungszustand dessen Spannungsvektor in einer auf einer Ecke des Sechsecks endet, führt zu einer Aktivierung der beiden zugehörigen Gleitsysteme (im eingezeichneten Fall werden die Systeme a und c aktiviert). c) 3D-Darstellung von b . Aus [Kocks 1998a].

Aus den Fließortdarstellungen des Einkristalls erkennt man die Anisotropie der plastischen Verformbarkeit eines einzelnen Kristallits. Ein Polykristall besteht aus einer großen Anzahl solcher einzelner Kristallite und nur, wenn diese verschiedenste regellos verteilte Orientierungen aufweisen, sind die Eigenschaften des Polykristalls quasiisotrop. Besitzt

der Polykristall jedoch eine nicht-regellose Textur, so sind auch seine Materialeigenschaften als Folge der Textur und der Einkristalleigenschaften anisotrop.

Die in diesem Abschnitt behandelte Einkristallplastizität bildet zusammen mit geeigneten Annahmen über die Wechselwirkung der einzelnen Kristallite im Polykristall die Grundlage für die Simulation von Verformungstexturen, was Gegenstand des folgenden Kapitels ist.

3.1.2 Zwillingsbildung

Zwillingsbildung stellt neben der kristallographischen Gleitung den zweiten wichtigen Mechanismus für die plastische Verformung von Metallen dar. Insbesondere bei hcp-Metallen wie Magnesium oder Zirkonium ist die Zwillingsbildung für das mechanische Verhalten und die Texturentstehung von entscheidender Bedeutung. Die Modellierung der Texturentwicklung muß deshalb oftmals auch die Zwillingsbildung quantitativ berücksichtigen, wobei sich folgende Unterschiede zur kristallographischen Gleitung zeigen:

- Die Bildung eines Zwillings bewirkt eine finite Orientierungsänderung des Zwillingsvolumens und keine inkrementelle wie die kristallographische Gleitung.
- Die Zwillingsbildung erfolgt nur in eine Richtung und ist irreversibel, im Gegensatz zur Gleitung, bei der die Verformung auf einem Gleitsystem in zwei Richtungen ablaufen kann.

Quantitative Beschreibung eines Zwillings

Bild 3.1.3 zeigt einen Schnitt durch einen einfachen Kristall (offene Symbole). Die Schnittebene stellt gleichzeitig auch die sogenannte Verschiebungsebene dar. Der Normaleneinheitsvektor der Verschiebungsebene wird im Folgenden mit S^{VE} bezeichnet. Oberhalb der gestrichelt dargestellten Ebene K_1 stellen die geschlossenen Symbole einen Zwillings dar. Man bezeichnet die Ebene K_1 als (kohärente) Zwillingsgrenze und ihr Normaleneinheitsvektor wird im Folgenden mit K_1 bezeichnet. Die Schnittgerade der Ebenen K_1 und S^{VE} liefert die Verschiebungsrichtung deren Richtungsvektor mit η_1 bezeichnet wird. Der in Bild 3.1.3 dargestellte Zwillings kann auf verschiedene Weise aus dem ursprünglichen Kristall der sogenannten Matrix abgeleitet werden: (a) durch eine Spiegelung an der Ebene K_1 oder (b) durch eine 180° Rotation um die Normale der Ebene K_1 .

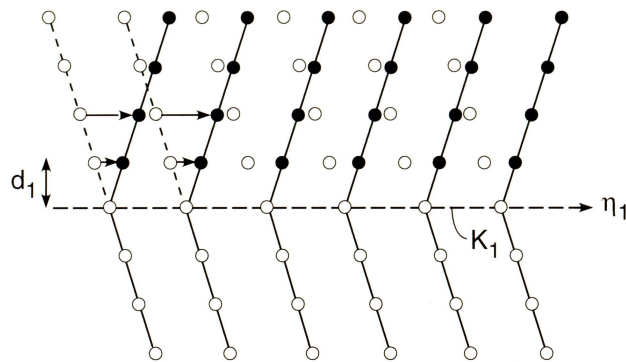


Bild 3.1.3: Beispiel für einen einfachen Fall der Zwillingbildung. Die Papierebene bildet die »Scherebene« (S^{VE}), K_1 ist die kohärente Zwillingsgrenze und η_1 ist die Verschiebungsrichtung. Aus [Kocks 1998b].

Im allgemeinen (d.h. für eine beliebige Kristallstruktur) definieren entweder (a) oder (b) eine Beziehung zwischen Matrix und Zwilling, wobei im Fall von (a) von einem Typ 1 und im Fall von (b) von einem Typ 2 Zwilling gesprochen wird. Die Fälle (a) und (b) können nur dann wie in Bild 3.1.3 gleichzeitig erfüllt sein, wenn die Ebene S^{VE} eine Spiegelebene darstellt.

Die Vektoren η_1 , S^{VE} und K_1 definieren das Zwillingssystem, dessen Orientierung im Koordinatensystem der Matrix geschrieben werden kann als:

$$\mathbf{R}^{tw} = \begin{pmatrix} \eta_1 \\ S^{VE} \\ K_1 \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 3.1.5}$$

Die Orientierungsänderung durch Zwillingbildung kann mit Hilfe einer Transformationsmatrix beschrieben werden. Im Zwillingssystem lauten diese für einen Zwilling vom Typ 1 bzw. 2:

$$\mathbf{t}^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 3.1.6}$$

$$\mathbf{t}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 3.1.7}$$

Im Probenkoordinatensystem kann die Orientierung eines Zwillings \mathbf{g}^{tw} aus der Matrixorientierung \mathbf{g} berechnet werden durch:

$$\mathbf{g}^{\text{tw}} = \mathbf{R}^{\text{tw}^{-1}} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{R}^{\text{tw}} \cdot \mathbf{g} \quad \text{Gl. 3.1.8}$$

In dieser Arbeit spielen ausschließlich Zwillinge eine Rolle, die gleichzeitig vom Typ 1 und 2 sind. Damit die neue Orientierungsmatrix ein Rechtssystem bildet, wird jedoch ausschließlich die Transformationsmatrix für Typ 2 Zwillinge verwendet.

Physikalisch bewirkt die Zwillingsbildung eine Scherverformung γ_t , die im Gegensatz zur kristallographischen Gleitung fest vorgegeben ist. Ist u_1 die Verschiebung in Richtung von $\boldsymbol{\eta}_1$ und d_1 der Abstand von der kohärenten Zwillingsgrenze, so ergibt sich die Scherung aus [Kocks 1998b]:

$$\gamma_t = \frac{u_1}{d_1} \quad \text{Gl. 3.1.9}$$

Die Gesamtformänderung des Kristalls wird jedoch nicht allein durch γ_t bestimmt, sondern ist auch vom Volumen des Zwillings abhängig. Würde die ganze Probe verzwillingen, so wäre die Scherverformung des ganzen Kristalls γ_t . Verzwillingt ein kleinerer Volumenanteil, so ist die Scherung entsprechend geringer.

Zur Beschreibung eines Zwillingsystems reicht die Angabe der Verschiebungsrichtung $\boldsymbol{\eta}_1$ sowie des Vektors der Ebene \mathbf{K}_1 . Die charakteristische Scherung des Zwillings kann hieraus berechnet werden [Barrett 1980].

3.2 Verformungstexturmodelle

Die Theorie der Verformungstexturentwicklung und die hierdurch entstehenden Anisotropieerscheinungen sind bereits seit den 20er Jahren des 20. Jahrhunderts Gegenstand wissenschaftlicher Forschungstätigkeit. Im einfachen Modell von Sachs [Sachs 1928] wird angenommen, daß in jedem Korn eines Polykristalls das Gleitsystem mit der höchsten aufgelösten Schubspannung aktiviert wird und die Spannungsverteilung im Polykristall homogen ist. Für den Fall einer unsymmetrischen Orientierung eines Kristallits erreicht so zunächst auch nur ein Gleitsystem die kritische Schubspannung. Nur, wenn die Beanspruchungsrichtung mit einem Symmetrieelement der Elementarzelle zusammenfällt, wird mehr als ein Gleitsystem aktiviert. Im Sachs-Modell befinden sich die einzelnen Kristallite im mechanischen Gleichgewicht, dafür ist jedoch die Dehnungskompatibilität zwischen den einzelnen Körnern im Polykristall verletzt. In seiner ursprünglichen Form eignet sich dieses Modell gut für die Einkristallverformung und nur sehr bedingt zur Anwendung auf die Verformung von Polykristallen. Modifizierte Sachs-Modelle wurden jedoch auch als Polykristallmodelle erfolgreich eingesetzt [Leffers 1968].

Während beim Sachs-Modell der Spannungszustand für die Bestimmung der aktiven Gleitsysteme maßgeblich ist, geht die Gruppe der Taylor-Modelle von der Vorgabe der Formänderung aus. Das ursprünglich von Taylor entwickelte Modell [Taylor 1938] besagt, daß ein Zusammenhalt der Kristallite im Polykristall dann möglich ist, wenn alle Körner die gleiche Verformung wie der Polykristall erhalten. Diese Form der Dehnungskompatibilität wird als Taylor Full Constraints oder Taylor FC Modell bezeichnet. Um jede beliebige Formänderung zu erreichen, sind fünf voneinander unabhängige Gleitsysteme notwendig. Die Anzahl fünf resultiert daraus, daß der Dehnungstensor bei inkompressibler Verformung fünf unabhängige Komponenten hat [von Mises 1928]. Das Taylor FC Modell erfüllt die Forderung nach Dehnungskompatibilität und verletzt dabei allerdings das mechanische Gleichgewicht, da der Spannungsverlauf an den Korngrenzen Unstetigkeiten aufweist.

Das Sachs und das Taylor FC Modell stellen zwei Extrema dar, die jeweils nur eine der beiden Bedingungen des mechanischen Gleichgewichts (Sachs) und der Dehnungskompatibilität (Taylor FC) erfüllen.

Das Taylor FC Modell wird heute in einer Vielzahl von Varianten verwendet, von denen die wichtigsten im Folgenden vorgestellt werden sollen:

- Bei hohen Umformgraden (z.B. bei Walzverformung) ist es sinnvoll, die strikten Randbedingungen des Taylor FC Modells zu lockern und Scherdehnungsdifferenzen zwischen den großen Kontaktflächen der einzelnen Körner zuzulassen. Diese Modellvarianten werden als Taylor Relaxed Constraints (Taylor RC) [Kocks 1982] bezeichnet und eignen sich insbesondere dann, wenn beim betrachteten Umformprozeß besonders flache Körner entstehen.
- Bei den neuesten Weiterentwicklungen des Taylor-Modells werden Kristallaggregate aus zwei (LAMEL-Modell von van Houtte [van Houtte 2002]) bzw. acht Körnern (grain interaction Modell (GIA) von Wagner [Wagner 1994]) betrachtet. Hierbei unterliegt das Aggregat selbst FC Bedingungen, während bestimmte Dehnungsinkompatibilitäten zwischen den einzelnen Körnern des Aggregats relaxiert werden. Diese neueren Taylor-Modelle liefern wesentlich genauere Texturvorhersagen als das Taylor FC und RC Modell [van Houtte 2002].

Das Taylor-Modell und seine neueren Weiterentwicklungen wurden sehr erfolgreich für die Texturvorhersage bei Metallen mit kubischer Kristallstruktur insbesondere für Walzprozesse eingesetzt [Raabe 1995, Aretz 2000].

Allerdings weisen auch die Weiterentwicklungen des Taylor-Modells eine Reihe von signifikanten Schwächen auf. So nimmt die Taylorhypothese für jedes Korn bzw. jedes Aggregat von Körnern die gleiche Verformung an. Dies ist insbesondere bei mehrphasigen Werkstoffen, bei denen die einzelnen Phasen deutlich unterschiedliche Festigkeitseigenschaften aufweisen, sowie bei Werkstoffen niedriger Kristallsymmetrie (z.B. hcp, triklin) wie z.B. Magnesium, Titan, Zirkonium, Zink und Zinn, bei denen nur wenige primäre Gleitsysteme vorliegen, nicht zulässig. Eine weitere Schwäche ist der Umstand, daß die meisten Weiterentwicklungen des Taylor-Modells für Walzverformung optimiert sind. Für andere Umformprozesse wie beispielsweise ECAE (equal channel angular extrusion) sind diese Modelle deshalb schlechter geeignet [Beyerlein 2003].

Eine andere Gruppe von Modellen sind die sogenannten selbst-konsistenten Modelle. Bei dieser Gruppe wird jedes für eine Orientierung repräsentative Korn als ellipsoider Einschluß in einer Matrix mit effektiven mechanischen Eigenschaften betrachtet. Die Matrix repräsentiert die gemittelten mechanischen Eigenschaften der übrigen Körner, wobei sich Matrix und Einschluß im mechanischen Gleichgewicht befinden. Die Dehnungskompatibilität wird dadurch gewährleistet, daß eine vom makroskopischen Formänderungszustand abweichende Verformung eines Kornes durch eine Akkomodationsverformung der Matrix ausgeglichen wird. Die selbstkonsistenten Modelle gehen zurück auf die Arbeiten von

Eshelby [Eshelby 1957], Kröner [Kröner 1961] und Hutchinson [Hutchinson 1976] und wurden für die Verformungstextursimulation bei kubischen Metallen erstmals 1987 von Molinari und Mitarbeitern verwendet [Molinari 1987]. Die Eignung der selbstkonsistenten Modelle für die Texturvorsage bei hcp-Metalle wurde 1993 von Lebensohn und Tomé am Beispiel einer Zirkonium-Legierung demonstriert [Lebensohn 1993].

Wird nur ein Korn als Einschuß in der Matrix betrachtet, so bezeichnet man dies als »one-site self-consistent« Modell. Betrachtet man einen Einschuß, der aus zwei bzw. n Körnern besteht, so spricht man von einem two-site bzw. n -site Modell. Gegenüber dem one-site Ansatz besitzen diese Modelle den Vorteil, daß sie eine genauere Betrachtung der Korn-Korn Wechselwirkungen gestatten. Sie sind dadurch bei der Textursimulation mehrphasiger Werkstoffe, bei denen sich stets ein Korn einer Phase in Nachbarschaft zu einem Korn der anderen Phase befindet, genauer als die one-site Modelle [Lebensohn 1997]. Auch bei der Textursimulation von einphasigen Werkstoffen können diese Modelle in manchen Fällen bessere Ergebnisse liefern als die one-site Modelle [Tomé 2002].

Eine weitere Möglichkeit Dehnungskompatibilität und mechanisches Gleichgewicht in der Polykristallplastizität gleichzeitig zu erreichen, besteht darin, die Einkristallplastizität als konstitutives Gesetz in eine Finite Elemente Formulierung einzubauen (Einkristallplastizitäts-FEM). In diesem Zusammenhang seien die Arbeiten von Dawson als richtungswesend erwähnt [Dawson 1992, Dawson 1994, Sarma 1996]. Neuere Arbeiten in dieser Richtung stellt die Texturkomponenten-Einkristallplastizitäts-FEM von Zhao et al. dar, bei der nicht mehr die gesamte OVF, sondern nur noch einzelne Komponenten in der FE-Rechnung betrachtet werden [Zhao 2001, Roters 2003, Zhao 2004].

Für die Simulation der Texturentwicklung in einphasigen Aluminiumlegierungen liefern Weiterentwicklungen des Taylor-Modells wie z.B. das GIA- [Wagner 1994] und das LA-MEL-Modell [van Houtte 2002] die bislang besten Resultate. Für die Simulation des Walzens erlaubt eine Kombination dieser Modelle mit statistischen Ansätzen für die Abweichung der Verformung vom ebenen Dehnungszustand eine sehr gute Texturvorsage für die Walzgutmitte, die sogar eine Prozeßkettensimulation mit mehreren Walzstichen und Wärmebehandlungen ermöglicht.

Einen Schwerpunkt dieser Arbeit bildet die Simulation der Texturentwicklung in Magnesium, weswegen sich die Modellentwicklung in erster Linie auf selbstkonsistente Ansätze konzentriert. Diese sind für die Texturentwicklung in hcp-Metallen wesentlich besser geeignet als die Taylor-Modelle, da hcp-Metalle in der Regel nur über eine begrenzte Anzahl primärer Gleitsysteme verfügen und für die Erfüllung der Taylor-Bedingung im allgemei-

nen fünf voneinander unabhängige Gleitsysteme erforderlich sind. Um die Eignung des verwendeten selbstkonsistenten Textur-Modells für Metalle kubischer Kristallsymmetrie besser einordnen zu können, werden in dieser Arbeit neben dem one-site selbstkonsistenten Textur-Modell auch das Taylor-FC Modell und die Einkristallplastizitäts-FEM verwendet, weshalb diese drei Modelle im Folgenden detaillierter behandelt werden sollen. Grundsätzlich geht es immer darum, die aktiven Gleitsysteme und deren Abscherraten für jedes Korn zu ermitteln. Kennt man diese, kann man die Orientierungsänderung der Körner und damit die Texturentwicklung berechnen.

3.2.1 Taylor-FC Modell

Das in dieser Arbeit verwendete Taylor-Modell geht von einem verallgemeinerten Tayloransatz aus. D.h. die von Taylor vorgeschlagene Verwendung des äußeren Dehnungstensors wird durch die Vorgabe eines Dehnungsgeschwindigkeitenzustandes ersetzt [z.B. Bunge 1970, Kocks 1970, van Houtte 1975]. Im Folgenden wird nun erläutert wie man diesen Ansatz für die Simulation von Verformungstexturen verwendet.

Geht man vom Verschiebungsgeschwindigkeitsgradiententensor des Polykristalls $\dot{\mathbf{E}}^P$ im Probenkoordinatensystem aus, so kann dieser mit Hilfe der Orientierungsmatrix \mathbf{g} und ihrer Transponierten \mathbf{g}^T in das Koordinatensystem eines Kornes überführt werden:

$$\dot{\mathbf{E}}^c = \mathbf{g} \cdot \dot{\mathbf{E}}^P \cdot \mathbf{g}^T \quad \text{Gl. 3.2.1}$$

Man kann $\dot{\mathbf{E}}^c$ additiv in einen symmetrischen Anteil $\dot{\mathbf{E}}_S^c$ und einen antisymmetrischen Anteil $\dot{\mathbf{E}}_A^c$ zerlegen:

$$\dot{\mathbf{E}}^c = \dot{\mathbf{E}}_A^c + \dot{\mathbf{E}}_S^c \quad \text{Gl. 3.2.2}$$

mit

$$\dot{\mathbf{E}}_S^c = \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{E}}^c + \dot{\mathbf{E}}^{cT}) \quad \text{Gl. 3.2.3}$$

und

$$\dot{\mathbf{E}}_A^c = \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{E}}^c - \dot{\mathbf{E}}^{cT}) \quad \text{Gl. 3.2.4}$$

Der symmetrische Anteil $\dot{\mathbf{E}}_S^c$ kann als Dehnungsgeschwindigkeitstensor und der antisymmetrische Anteil $\dot{\mathbf{E}}_A^c$ als Tensor der Starrkörperrotationsgeschwindigkeit interpretiert werden.

3 Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung

Die Taylorhypothese besagt, daß in einem Polykristall jedes Korn die gleiche Formänderung $\dot{\epsilon}^c$ wie der Polykristall erfährt:

$$\dot{\epsilon}^c = \dot{E}_s^c \quad \text{Gl. 3.2.5}$$

Die Verformung eines Kristalliten wird durch Versetzungsgleitung auf dessen Gleitsystemen realisiert. Man erhält unter Verwendung von Gl. 3.2.5 und Annahme von Volumenkonstanz ($\dot{\epsilon}_{33}^c = -(\dot{\epsilon}_{11}^c + \dot{\epsilon}_{22}^c)$) das folgende Gleichungssystem:

$$\dot{\epsilon}_{11}^c = \sum_s m_{11}^s \dot{\gamma}^s \quad \text{Gl. 3.2.6}$$

$$\dot{\epsilon}_{22}^c = \sum_s m_{22}^s \dot{\gamma}^s \quad \text{Gl. 3.2.7}$$

$$\dot{\epsilon}_{12}^c = \sum_s m_{12}^s \dot{\gamma}^s \quad \text{Gl. 3.2.8}$$

$$\dot{\epsilon}_{13}^c = \sum_s m_{13}^s \dot{\gamma}^s \quad \text{Gl. 3.2.9}$$

$$\dot{\epsilon}_{23}^c = \sum_s m_{23}^s \dot{\gamma}^s \quad \text{Gl. 3.2.10}$$

mit

$$m_{ij}^s = \frac{1}{2} (\hat{b}_i^s \hat{n}_j^s + \hat{b}_j^s \hat{n}_i^s) \quad \text{Gl. 3.2.11}$$

Hierbei ist m_{ij}^s der Schmidtensor des Gleitsystems s , der aus dessen Gleitrichtungsnormalenvektor \hat{b}^s und aus dessen Gleitebenennormalenvektor \hat{n}^s bestimmt wird. $\dot{\gamma}^s$ ist die Abscher- bzw. Gleitrate auf dem Gleitsystem s .

Das aus Gl. 3.2.6 - Gl. 3.2.10 bestehende Gleichungssystem ist im allgemeinen nicht eindeutig nach den Ableitungen $\dot{\gamma}^s$ auflösbar. So gibt es beispielsweise bei einer fcc-Kristallstruktur mit ihren üblicherweise betrachteten zwölf Gleitsystemen vom Typ $\{111\}\langle 110 \rangle$ 384 Linearkombinationen fünf unabhängiger Gleitsysteme [Bishop 1951], die alle eine beliebige Formänderung realisieren können. Taylor schlug deshalb vor, die Gleitsystemkombination auszuwählen, die zu einer möglichst geringen dissipierten Umformenergie innerhalb des Kristalliten führt. Man erhält hierdurch eine Nebenbedingung, unter der das Gleichungssystem zu lösen ist:

$$P = \sum_s |\dot{\gamma}^s| \tau_c^s = \text{Minimum} \quad \text{Gl. 3.2.12}$$

τ_c^s ist hierbei die kritische Schubspannung des Gleitsystems s .

Das Gleichungssystem Gl. 3.2.6 - Gl. 3.2.10 stellt zusammen mit der Nebenbedingung Gl. 3.2.12 ein typisches Problem der linearen Optimierung dar und kann unter Verwendung einiger formaler Modifikationen mit Hilfe des Simplex-Algorithmus gelöst werden [van Houtte 1975].

Sehr oft erhält man jedoch auch unter der Nebenbedingung Gl. 3.2.12 keine eindeutige Lösung. In diesem Fall werden in dieser Arbeit alle mit dem Simplex-Algorithmus erhaltenen Lösungen zu einer endgültigen superponiert. Eine Übersicht über andere Möglichkeiten, das Problem der Mehrdeutigkeit zu lösen, findet sich in [Beckers 2000].

Aus den mit diesem Absatz bestimmten Gleitraten läßt sich schließlich die Orientierungsänderung des Korns ermitteln. Hierzu bestimmt man zunächst die Orientierungsänderungsmatrix $\dot{\Omega}$:

$$\dot{\Omega} = \dot{\mathbf{E}}_A^c - \mathbf{H} \quad \text{Gl. 3.2.13}$$

mit

$$H_{ij} = \sum_s \frac{1}{2} (\hat{b}_i^s \hat{n}_j^s - \hat{b}_j^s \hat{n}_i^s) \dot{\gamma}^s \quad \text{Gl. 3.2.14}$$

Da $\dot{\Omega}$ ein antisymmetrischer Tensor ist ($\dot{\Omega}_{ij} = -\dot{\Omega}_{ji}$), läßt sich die Orientierungsänderung auch als Vektor \dot{r}^* darstellen:

$$\dot{r}^* = \begin{pmatrix} \dot{r}_1^* \\ \dot{r}_2^* \\ \dot{r}_3^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dot{\Omega}_{23} \\ \dot{\Omega}_{13} \\ -\dot{\Omega}_{12} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 3.2.15}$$

Der Normierungsfaktor δ mit

$$\delta = \sqrt{(\dot{r}_1^*)^2 + (\dot{r}_2^*)^2 + (\dot{r}_3^*)^2} \quad \text{Gl. 3.2.16}$$

kann hierbei als Drehwinkel um die Drehachse

$$\hat{r} = \begin{pmatrix} \dot{r}_1^* \\ \dot{r}_2^* \\ \dot{r}_3^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dot{\Omega}_{23} / \delta \\ \dot{\Omega}_{13} / \delta \\ -\dot{\Omega}_{12} / \delta \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 3.2.17}$$

interpretiert werden.

Die neue Orientierung \mathbf{g}' lässt sich schließlich durch Multiplikation der Drehmatrix \mathbf{D} mit der alten Orientierung \mathbf{g} nach

$$\mathbf{g}' = \mathbf{D}\mathbf{g} \quad \text{Gl. 3.2.18}$$

berechnen, wobei sich \mathbf{D} aus

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} (1 - \dot{r}_1^2) \cos \delta + \dot{r}_1^2 & \dot{r}_1 \dot{r}_2 (1 - \cos \delta) + \dot{r}_3 \sin \delta & \dot{r}_1 \dot{r}_3 (1 - \cos \delta) - \dot{r}_2 \sin \delta \\ \dot{r}_1 \dot{r}_2 (1 - \cos \delta) - \dot{r}_3 \sin \delta & (1 - \dot{r}_2^2) \cos \delta + \dot{r}_2^2 & \dot{r}_2 \dot{r}_3 (1 - \cos \delta) + \dot{r}_1 \sin \delta \\ \dot{r}_1 \dot{r}_3 (1 - \cos \delta) + \dot{r}_2 \sin \delta & \dot{r}_2 \dot{r}_3 (1 - \cos \delta) - \dot{r}_1 \sin \delta & (1 - \dot{r}_3^2) \cos \delta + \dot{r}_3^2 \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 3.2.19}$$

ergibt.

3.2.2 VPSC-Modell

In dieser Arbeit wird ein von Lebensohn und Tomé entwickeltes viskoplastisches selbst-konsistentes Texturmodell (VPSC-Modell) verwendet [Lebensohn 1993]. Seine Implementierung in den FE-Code ABAQUS/Explicit[®] ist ein wesentlicher Bestandteil dieser Arbeit. Um die Methode der Implementierung zu verstehen, ist eine genaue Kenntnis des Modells notwendig, weshalb dieses im Folgenden detailliert dargestellt wird.

Für den Zusammenhang zwischen den Spannungen und Dehnraten in einem Korn des Polykristalls wird der folgende Zusammenhang angenommen:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S m_{ij}^s \left(\frac{m_{kl}^s \sigma'_{kl}}{\tau_c^s} \right)^n \quad \text{Gl. 3.2.20}$$

Hierbei ist $\dot{\epsilon}_{ij}$ der deviatorische Dehnraten-Tensor, $\dot{\gamma}_0$ eine Referenzgleitrate, m_{ij}^s ist der Schmid-Tensor, τ_c^s ist die kritische Schubspannung, σ'_{ij} sind die deviatorischen Spannungen, s ist der Index des jeweiligen Gleitsystems, S ist die Anzahl der Gleitsysteme und der Exponent n beschreibt die Ratenabhängigkeit. Nach Hutchinson [Hutchinson 1976] kann man Gl. 3.2.20 in einer pseudo-linearen Form schreiben:

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}(\boldsymbol{\sigma}') &= \left\{ \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S \frac{m_{ij}^s m_{kl}^s}{\tau_c^s} \left(\frac{m_{mp}^s \sigma'_{mp}}{\tau_c^s} \right)^{n-1} \right\} \sigma'_{kl} \\ &= M_{ijkl}^{c(\text{sec})}(\boldsymbol{\sigma}') \sigma'_{kl} \end{aligned} \quad \text{Gl. 3.2.21}$$

$M_{ijkl}^{c(sec)}$ bezeichnet man als viskoplastischen Nachgiebigkeits-Tensor («secant visco-plastic compliance») des jeweiligen Kristalllits. Man kann Gl. 3.2.21 in einer Taylorreihe um den Entwicklungspunkt $\bar{\sigma}$ entwickeln und erhält hieraus die Definition des Tangenten-Tensors

$M_{ijkl}^{c(tg)}$:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}_{ij}(\sigma') &= \left. \frac{\partial \dot{\varepsilon}_{ij}}{\partial \sigma'_{kl}} \right|_{\sigma'=\bar{\sigma}} (\sigma' - \bar{\sigma})_{kl} + \dot{\varepsilon}_{ij}^0(\bar{\sigma}) \\ &= n M_{ijkl}^{c(sec)}(\bar{\sigma})(\sigma' - \bar{\sigma})_{kl} + M_{ijkl}^{c(sec)}(\bar{\sigma})\bar{\sigma}_{kl} \\ &= M_{ijkl}^{c(tg)}(\bar{\sigma})\sigma'_{kl} + \tilde{\varepsilon}_{ij}^0(\bar{\sigma})\end{aligned}\quad \text{Gl. 3.2.22}$$

Die Definitionen für den Tangenten-Modul des Kristalliten $\mathbf{M}^{c(tg)}$ und für $\tilde{\varepsilon}^0(\bar{\sigma})$ lauten somit:

$$\mathbf{M}^{c(tg)}(\bar{\sigma}) = \left. \frac{\partial \dot{\varepsilon}}{\partial \sigma'} \right|_{\sigma'=\bar{\sigma}} = n \mathbf{M}^{c(sec)}(\bar{\sigma}) \quad \text{Gl. 3.2.23}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}^0(\bar{\sigma}) &= (1-n)\mathbf{M}^{c(sec)}(\bar{\sigma}) : \bar{\sigma} \\ &= (1-n)\dot{\varepsilon}(\bar{\sigma})\end{aligned}\quad \text{Gl. 3.2.24}$$

Analog zu Gl. 3.2.21 und Gl. 3.2.22 schreibt man für die makroskopischen Spannungen Σ' und Dehnraten \dot{E} die folgenden Beziehungen mit dem makroskopischen Sekanten- $\mathbf{M}^{(sec)}$ und Tangenten-Tensor $\mathbf{M}^{(tg)}$:

$$\dot{E}_{ij} = M_{ijkl}^{(sec)}(\Sigma')\Sigma'_{kl} \quad \text{Gl. 3.2.25}$$

$$\dot{E}_{ij} = M_{ijkl}^{(tg)}(\bar{\Sigma}')\Sigma'_{kl} + \dot{E}_{ij}^0(\bar{\Sigma}') \quad \text{Gl. 3.2.26}$$

mit

$$M_{ijkl}^{(tg)}(\bar{\Sigma}') = \left. \frac{\partial \dot{E}_{ij}}{\partial \Sigma'_{kl}} \right|_{\Sigma'=\bar{\Sigma}'} \quad \text{Gl. 3.2.27}$$

$\bar{\Sigma}'$ entspricht bei der Entwicklung dem Entwicklungspunkt $\bar{\sigma}$ in Gl. 3.2.22.

Hutchinson [Hutchinson 1976] hat gezeigt, daß für den makroskopischen Sekanten- und Tangentenmodul die gleiche Beziehung gilt wie für die entsprechenden Größen eines Kristalliten:

$$\mathbf{M}^{(tg)} = n \mathbf{M}^{(sec)} \quad \text{Gl. 3.2.28}$$

Man beachte, daß für $n \neq 1$ der Sekanten- und Tangentenmodul (makroskopisch wie mikroskopisch) Funktionen des Spannungszustandes sind. Dies verdeutlicht, daß diese Größen keine intrinsischen Materialeigenschaften darstellen, sondern Eigenschaften repräsentieren, die vom Spannungszustand abhängig sind.

Die Gleichung Gl. 3.2.26 beschreibt das Verhalten eines homogenen Mediums, das an seinem Rand Γ_V mit einer Spannung Σ' belastet wird. Betrachtet man nun einen inhomogenen Einschuß Ω (z.B: ein Kristallit) in diesem Medium, dessen Verhalten durch Gleichung Gl. 3.2.22 beschrieben wird, so wird die Anwesenheit der Inhomogenität zu einer Störung des ansonsten homogenen Spannungsfelds führen. Es wird also ein lokales Spannungsfeld $\sigma'(\bar{x})$ erzeugt, welches eine Funktion des Ortes \bar{x} ist. Für eine Linearisierung des Problems ist es nun notwendig anzunehmen, daß in der Umgebung der Inhomogenität das Verhalten des Mediums linear ist und mit der gleichen viskoplastischen Steifigkeit $\mathbf{M}^{(tg)}$ und der gleichen Referenzdehnrate $\dot{\mathbf{E}}^0$ beschrieben werden kann wie das makroskopische Materialverhalten. Die lokalen Spannungen $\sigma'(\bar{x})$ sind dann gegeben durch die Gleichungen Gl. 3.2.22 und Gl. 3.2.26:

$$\sigma'(\bar{x}) = [\mathbf{M}^{(tg)}]^{-1} : [\dot{\mathbf{E}}(\bar{x}) - \tilde{\dot{\mathbf{E}}}^0] \quad \text{in } \Omega \quad \text{Gl. 3.2.29}$$

$$\sigma'(\bar{x}) = [\mathbf{M}^{(tg)}]^{-1} : [\dot{\mathbf{E}}(\bar{x}) - \dot{\mathbf{E}}^0] \quad \text{in } V - \Omega \quad \text{Gl. 3.2.30}$$

Für die Randflächen Γ_V des Mediums gilt:

$$\sigma' = [\mathbf{M}^{(tg)}]^{-1} : [\dot{\mathbf{E}} - \dot{\mathbf{E}}^0] \quad \text{in } \Gamma_V \quad \text{Gl. 3.2.31}$$

Weiter müssen alle Spannung $\sigma(\bar{x})$ sich im mechanischen Gleichgewicht befinden:

$$\sigma'_{ij,j} = 0 \quad \text{Gl. 3.2.32}$$

Das durch Gl. 3.2.29 – Gl. 3.2.32 beschriebene Problem ist identisch mit dem für einen inhomogenen elastischen Einschuß, wie es von Eshelby behandelt wurde [Eshelby 1957], wobei der Tensor der viskoplastischen Steifigkeit die elastischen Konstanten und die Dehnraten die Dehnungen ersetzen. Als Folge sind die Lösungen identisch: Innerhalb des Bereichs Ω sind Spannungen und Dehnraten homogen und ihre Abweichungen von den makroskopischen Größen werden durch die Gleichung

$$\tilde{\dot{\mathbf{E}}} = -\mathbf{A}^c : \mathbf{M}^{(tg)} : \tilde{\sigma}' \quad \text{Gl. 3.2.33}$$

mit

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\mathbf{E}}, \quad \text{Gl. 3.2.34}$$

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}' = \boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\Sigma}' \quad \text{Gl. 3.2.35}$$

und dem „accommodation tensor“

$$\mathbf{A}^c = (\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} : \mathbf{S} \quad \text{Gl. 3.2.36}$$

beschrieben. \mathbf{S} ist der viskoplastische Eshelby-Tensor auf dessen Berechnung später eingegangen wird und \mathbf{I} der Einheitstensor. Der Tensor \mathbf{A}^c bestimmt das Ausmaß, wie sich Abweichungen der Spannungen auf die der Dehnraten übertragen. Er ist von zentraler Bedeutung für das Aufstellen und Lösen einer Selbstkonsistenzbedingung.

Für das weitere Vorgehen ist es nützlich einen „Wechselwirkungstensor“ $\tilde{\mathbf{M}}^c$ zu definieren:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}}^c &= \mathbf{A}^c : \mathbf{M}^{(\text{tg})} \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} : \mathbf{S} : \mathbf{M}^{(\text{tg})} \\ &= n(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} : \mathbf{S} : \mathbf{M}^{(\text{sec})} \end{aligned} \quad \text{Gl. 3.2.37}$$

mit Hilfe von $\tilde{\mathbf{M}}^c$ läßt sich Gleichung Gl. 3.2.33 schreiben als:

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = -\tilde{\mathbf{M}}^c : \boldsymbol{\sigma}' \quad \text{Gl. 3.2.38}$$

Da Gl. 3.2.33 und Gl. 3.2.38 das Verhalten des (homogenen) Mediums bei Abweichungen der Spannungen um den Durchschnittswert beschreiben, ist es wichtig zu beachten, daß hierfür eine Tangenten- und keine Sekantennäherung verwendet wird. Hierauf und auf andere Möglichkeiten diese Wechselwirkung zu approximieren, wird am Ende dieses Abschnitts noch näher eingegangen.

Kombiniert man nun die Gl. 3.2.21 und Gl. 3.2.25 mit der Gl. 3.2.38, so erhält man eine Beziehung zwischen den makroskopischen Spannungen und den Spannungen im Einschluß:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{B}^c : \boldsymbol{\Sigma}' \quad \text{Gl. 3.2.39}$$

mit

$$\mathbf{B}^c = \left(\mathbf{M}^{c(\text{sec})} + \tilde{\mathbf{M}}^c \right)^{-1} \left(\mathbf{M}^{(\text{sec})} + \tilde{\mathbf{M}}^c \right) \quad \text{Gl. 3.2.40}$$

Anschaulich kann \mathbf{B}^c als ein Tensor interpretiert werden, der die lokale Verteilung der makroskopischen Spannungen beschreibt. Seine Abweichung vom Einheitstensor ist ein Maß für die Heterogenität zwischen homogenem Medium und Korn.

Um nun das mechanische Verhalten eines Polykristalls zu ermitteln wird im Folgenden jedes einzelne Korn als inhomogener Einschluss in einer Matrix (homogeneous embedded medium – HEM) betrachtet, die die gemittelten Eigenschaften der übrigen Körner des Polykristalls beschreibt. Neu gegenüber dem bisher behandelten Problem ist hierbei, daß der makroskopische Sekantenmodul $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ des HEM unbekannt ist und aus den Eigenschaften der einzelnen Körner des Polykristalls bestimmt werden muß. Jedoch liefert die Bedingung, daß die über alle Körner gewichtet gemittelten Spannungen und Dehnraten mit den makroskopischen Größen übereinstimmen müssen, einen Ausdruck, aus dem der makroskopische Sekantenmodul selbstkonsistent durch Iteration ermittelt werden kann. Unter Verwendung von Gleichung (Gl. 3.2.39) erhält die Sekantenformulierung (Gl. 3.2.21) die Form:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{M}^{c(\text{sec})} : \mathbf{B}^c : \boldsymbol{\Sigma}' \quad \text{Gl. 3.2.41}$$

Die Bedingung $\langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle = \dot{\mathbf{E}}$, wobei $\langle \rangle$ für das gewichtete Mittel über alle Körner steht, führt zusammen mit Gl. 3.2.25 und Gl. 3.2.41 zu:

$$\langle \mathbf{M}^{c(\text{sec})} : \mathbf{B}^c \rangle : \boldsymbol{\Sigma}' = \mathbf{M}^{(\text{sec})} : \boldsymbol{\Sigma}' \quad \text{Gl. 3.2.42}$$

Gl. 3.2.42 ist erfüllt, wenn

$$\mathbf{M}^{(\text{sec})} = \langle \mathbf{M}^{c(\text{sec})} : \mathbf{B}^c \rangle \quad \text{Gl. 3.2.43}$$

Gl. 3.2.43 stellt die Bedingung für Selbstkonsistenz dar. Es sei bereits an dieser Stelle angemerkt, daß Gl. 3.2.43 nur gültig ist, wenn man für alle Körner den gleichen Tensor $\tilde{\mathbf{M}}^c$ annimmt, was voraussetzt, daß für alle Körner das gleiche Ellipsoid als Einschluss in der Matrix betrachtet wird. Ist $\tilde{\mathbf{M}}^c$ für jedes Korn verschieden, weil man z.B. die Kornform eines jeden Kornes separat berücksichtigt, so sind die Bedingungen $\langle \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \rangle = \dot{\mathbf{E}}$ und $\langle \boldsymbol{\sigma}' \rangle = \boldsymbol{\Sigma}'$ nicht mehr äquivalent und man muß eine allgemeinere Selbstkonsistenzbedingung aufstellen, um beide Bedingungen gleichzeitig zu erfüllen [Lebensohn 1996, Tomé 1999].

Da \mathbf{B}^c eine Funktion von $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ ist, stellt Gl. 3.2.43 eine implizite Gleichung für $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ dar, aus der $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ iterativ gewonnen werden muß.

Lösen von Gl. 3.2.43:

Die Lösung von Gl. 3.2.43 muß durch zwei verschachtelte Iterationen gewonnen werden. Hierzu geht man wie folgt vor:

Am Anfang eines Verformungsschritts:

- Für die Dehnrates jedes einzelnen Kornes wird eine Taylor FC Annahme gemacht.
- Aus den Dehnrates werden die Spannungen σ' in jedem Korn mit Hilfe von Gleichung Gl. 3.2.20, sowie die Steifigkeiten $\mathbf{M}^{c(\text{sec})}$ und $\mathbf{M}^{c(\text{tg})}$ mit den Gleichungen Gl. 3.2.21 bzw. Gl. 3.2.23 berechnet.
- Der Startwert für $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ wird durch eine Voigt Mittelung über die Steifigkeiten der einzelnen Körner ermittelt:

$$(\mathbf{M}^{(\text{sec})})^{-1} = \langle (\mathbf{M}^{c(\text{sec})})^{-1} \rangle \quad \text{Gl. 3.2.44}$$

- Mit diesen Werten geht man nun direkt in die innere Iterationsschleife.

Äußere Schleife (erster Teil):

- Es werden mit Hilfe der durch Lösen von Gl. 3.2.46 neu gewonnenen σ' neue Werte für die Steifigkeiten $\mathbf{M}^{c(\text{sec})}$ und $\mathbf{M}^{c(\text{tg})}$ (Gl. 3.2.21 bzw. Gl. 3.2.23) berechnet. Mit diesen und den im vorherigen Iterationsschritt gewonnenen Werten für $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ geht man in die innere Iterationsschleife.

Innere Schleife:

- Der Eshelby-Tensor \mathbf{S} wird als Funktion der Ellipsoidachsen und der Steifigkeit $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ berechnet.
- Mit Hilfe von \mathbf{S} bestimmt man $\tilde{\mathbf{M}}^c$ und \mathbf{B}^c unter Benutzung von Gl. 3.2.37 und Gl. 3.2.40.
- Unter Berücksichtigung der neuen Größen berechnet man mit Gl. 3.2.43 einen neuen Tensor $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$. Stimmt dieser mit dem alten Tensor (innerhalb gewisser Grenzen – typischerweise 1%) überein, so beendet man die innere Schleife. Ist dies nicht der Fall, so beginnt man mit dem neu gewonnenen Wert für $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ eine weitere Iteration in der inneren Schleife.

Ende der inneren Schleife

Äußere Schleife (zweiter Teil):

Man erhält aus der inneren Schleife einen Steifigkeitstensor $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ der konsistent mit den Steifigkeiten der einzelnen Körner $\mathbf{M}^{c(\text{sec})}$ ist. Die Tensoren $\mathbf{M}^{c(\text{sec})}$ hängen wiederum vom Spannungszustand im jeweiligen Korn ab. Nun muß man sicherstellen, daß mit den Spannungszuständen der einzelnen Körner Gl. 3.2.38 erfüllt ist.

- Um dies zu prüfen, rechnet man zunächst die makroskopische Spannung aus:

$$\boldsymbol{\Sigma}' = (\mathbf{M}^{(\text{sec})})^{-1} \dot{\mathbf{E}} \quad \text{Gl. 3.2.45}$$

- Gl. 3.2.38 liefert unter Verwendung von Gl. 3.2.34, Gl. 3.2.35 und Gl. 3.2.20 ein nichtlineares Gleichungssystem, aus dem die Spannungen der einzelnen Körner beispielsweise mit einem Newton-Raphson Algorithmus ermittelt werden können:

$$\gamma_0 \sum_{s=1}^S m_{ij}^s \left(\frac{m_{kl}^s \sigma'_{kl}}{\tau_c^s} \right)^n - \dot{E}_{ij} = -\tilde{M}_{ijkl} (\sigma'_{kl} - \Sigma'_{kl}) \quad \text{Gl. 3.2.46}$$

- Um die Verformung in jedem einzelnen Korn zu ermitteln, benutzt man die aus Gl. 3.2.46 neu ermittelten Spannungen σ' und Gl. 3.2.20.
- Das selbstkonsistente Problem ist gelöst, wenn die folgenden zwei Abbruchbedingungen simultan erfüllt sind:

$$\left| \langle \boldsymbol{\sigma}'^{(n)} \rangle - \boldsymbol{\Sigma}' \right| \leq \text{Fehler} \quad \text{Gl. 3.2.47}$$

$$\left| \langle \boldsymbol{\sigma}'^{(n)} - \boldsymbol{\sigma}'^{(n-1)} \rangle \right| \leq \text{Fehler} \quad \text{Gl. 3.2.48}$$

(n) bezieht sich hierbei auf den Iterationsschritt.

- Ist $\tilde{\mathbf{M}}^c$ für jedes Korn verschieden, so muß eine dritte Abbruchbedingung erfüllt sein:

$$\left| \langle \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{(n)} \rangle - \dot{\mathbf{E}} \right| \leq \text{Fehler} \quad \text{Gl. 3.2.49}$$

- Bei Nichterfüllen der Konvergenzkriterien geht man wieder zum Anfang der äußeren Iterationsschleife.

Ende der äußeren Schleife

- Sind alle erforderlichen Konvergenzbedingungen simultan erfüllt, so können mit Hilfe der Gleichung

$$\dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{m_{ij}^s \sigma'_{ij}}{\tau_c^s} \right)^n \quad \text{Gl. 3.2.50}$$

aus den Spannungen für jedes Korn die zugehörigen Gleitraten bestimmt werden.

Aus diesen kann die Orientierungsänderung berechnet und die Kornorientierung korrigiert werden. Die Orientierungsänderung eines Kornes setzt sich dabei im allgemeinen aus drei Anteilen zusammen:

- Dem antisymmetrischen Anteil des Verschiebungsgeschwindigkeitengradiententensors (makroskopische Starrkörperrotation): $\dot{\omega}$
- Dem Anteil der Drehung des Ellipsoids im HEM (mikroskopische Starrkörperrotation): $\mathbf{\Pi} : \mathbf{S}^{-1} : \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$, wobei $\mathbf{\Pi}$ der Eshelby-Rotationstensor ist.
- Einem Anteil durch die kristallographische Gleitung auf den Gleitsystemen (antisymmetrischen Anteil des plastischen Verschiebungsgeschwindigkeitengradiententensors des Kornes):

$$- \sum_s \frac{1}{2} (\hat{b}_i^s \hat{n}_j^s - \hat{b}_j^s \hat{n}_i^s) \dot{\gamma}^s$$

Es ergibt sich somit die Orientierungsänderungsmatrix $\dot{\boldsymbol{\Omega}}$:

$$\dot{\Omega}_{ij} = \dot{\omega}_{ij} + \Pi_{ijkl} S_{klmn}^{-1} \tilde{\varepsilon}_{mn} - \sum_s \frac{1}{2} (\hat{b}_i^s \hat{n}_j^s - \hat{b}_j^s \hat{n}_i^s) \dot{\gamma}^s \quad \text{Gl. 3.2.51}$$

Der Eshelby-Tensor \mathbf{S} und der Eshelby-Rotationstensor $\mathbf{\Pi}$ ergeben sich dabei aus:

$$S_{ijmn} = \frac{1}{4} (\Lambda_{ikjl} + \Lambda_{iljk} + \Lambda_{jkil} + \Lambda_{jlik}) [M^{(tg)}]_{klmn}^{-1} \quad \text{Gl. 3.2.52}$$

$$\Pi_{ijmn} = \frac{1}{2} (\Lambda_{ikjl} + \Lambda_{iljk} - \Lambda_{jkil} - \Lambda_{jlik}) [M^{(tg)}]_{klmn}^{-1} \quad \text{Gl. 3.2.53}$$

wobei Λ als

$$\Lambda_{ikjl} = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} \lambda_{ikjl} d\phi \quad \text{Gl. 3.2.54}$$

mit

3 Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung

$$\lambda_{ijkl} = K_{ij}^{-1} \xi_k \xi_l, \quad \text{Gl. 3.2.55}$$

$$K_{ip}(\bar{\xi}) = [M^{(tg)}]_{ijpl}^{-1} \xi_j \xi_l \quad \text{Gl. 3.2.56}$$

und

$$\xi_1 = \frac{\sin \theta \cos \phi}{a_1}; \quad \xi_2 = \frac{\sin \theta \sin \phi}{a_2}; \quad \xi_3 = \frac{\cos \theta}{a_3} \quad \text{Gl. 3.2.57}$$

definiert ist und a_1, a_2, a_3 die Hauptachsen des Ellipsoids sind.

Art der Approximation der Wechselwirkung zwischen Spannungen und Dehnungen:

Wie bereits erläutert wird die Stärke der Wechselwirkung zwischen Korn und HEM durch den Tensor $\tilde{\mathbf{M}}^c$ bestimmt. Für den Fall einer Tangenten-Näherung ist dieser durch die Gl. 3.2.37 bestimmt:

$$\tilde{\mathbf{M}}^c = n(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} : \mathbf{S} : \mathbf{M}^{(\text{sec})} \quad \text{Gl. 3.2.58}$$

Durch die Änderung von n ist es möglich, die Art der Wechselwirkung zu bestimmen. Weshalb man Gl. 3.2.37 allgemeiner schreiben kann als:

$$\tilde{\mathbf{M}}^c = n^{\text{eff}} (\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} : \mathbf{S} : \mathbf{M}^{(\text{sec})} \quad \text{Gl. 3.2.59}$$

Für $n^{\text{eff}} = 1$ geht Gl. 3.2.59 beispielsweise in die Sekantennäherung über, die Steifigkeit von $\tilde{\mathbf{M}}^c$ ist geringer als im Fall der Tangentennäherung. Betrachtet man den Grenzfall $n^{\text{eff}} = 0$, so gilt $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = 0$, was heißt, daß die Dehnraten der einzelnen Körner nicht mehr fluktuieren und sich genau wie die makroskopische Dehnung verhalten, was der Taylor FC Annahme entspricht. Betrachtet man den anderen Extremfall $n^{\text{eff}} \rightarrow \infty$ so muß für die Spannungsfluktuationen gelten $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}' \rightarrow 0$, damit die Dehnraten endlich bleiben. Dieser Grenzfall entspricht damit dem Sachs-Modell. Für die Form der Wechselwirkung in Abhängigkeit von n^{eff} gilt also:

$$n^{\text{eff}} = \begin{cases} 0 & \text{Taylor} \\ 1 & \text{Sekant} \\ n & \text{Tangent} \\ "\infty" & \text{Sachs} \end{cases} \quad \text{Gl. 3.2.60}$$

Zur Verdeutlichung, welchen Einfluß n^{eff} auf den Zusammenhang zwischen Spannungen und Dehnungen hat, ist dieser in Bild 3.2.1 für verschiedene Näherungen graphisch dargestellt.

In dieser Arbeit wird, falls nicht anders erwähnt, mit $n=20$ und $n^{eff}=10$ gearbeitet, was einen Kompromiß zwischen Sekanten- und Tangentenformulierung darstellt.

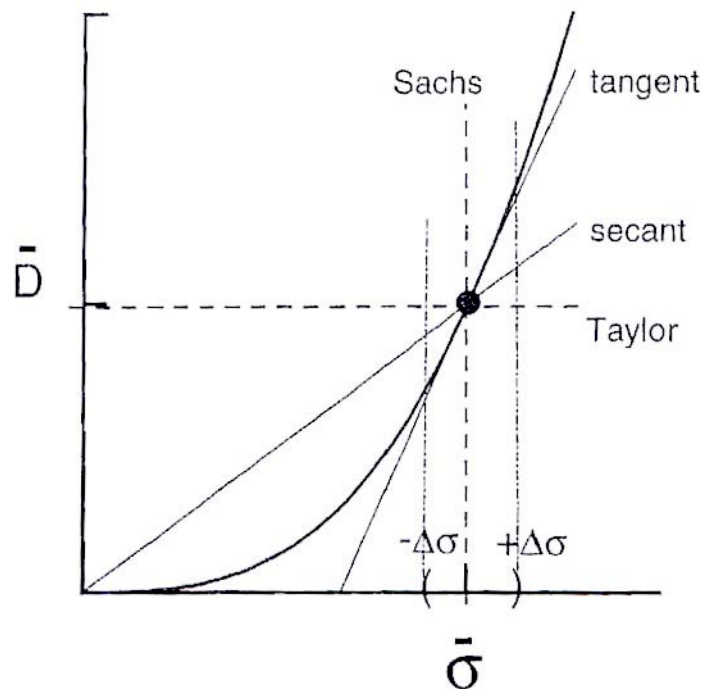


Bild 3.2.1: Zur Erläuterung des Zusammenhangs zwischen Spannungen und Dehnungen in Abhängigkeit der verwendeten Approximation. Aus [Tomé 1999].

Selbstkonsistenzbedingung für individuelle Kornformen:

Wie bereits erwähnt, sind die Bedingungen $\langle \dot{\varepsilon} \rangle = \dot{\mathbf{E}}$ und $\langle \sigma' \rangle = \Sigma'$ nur äquivalent, wenn man für alle Körner den gleichen Tensor $\tilde{\mathbf{M}}^c$ annimmt. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, weil beispielsweise die Kornform für jedes einzelne Korn individuell berücksichtigt wird, so ist die Selbstkonsistenzbedingung Gl. 3.2.43 nicht mehr zulässig. Sie muß ersetzt werden durch eine Bedingung der Form [Lebensohn 1996]:

$$\mathbf{M}^{(\text{sec})} = \langle \mathbf{M}^{c(\text{sec})} : \mathbf{B}^c \rangle : \langle \mathbf{B}^c \rangle^{-1} \quad \text{Gl. 3.2.61}$$

In dieser Arbeit wird, falls nicht anders erwähnt, mit einer für alle Körner identischen Kornform gerechnet.

Berechnung der neuen Kornform:

Im VPSC-Modell wird die Kornform durch einen Ellipsoiden angenähert, dessen Entwicklung in Abhängigkeit von der Verformung kontinuumsmechanisch beschrieben werden

kann. Das Ellipsoid ist charakterisiert durch seine Hauptachsen a_i und seine Orientierung \mathbf{g}^E . Transformiert man nun die Dehnrates des Ellipsoids bzw. des Kornes $\dot{\epsilon}$ in das lokale Koordinatensystem des Ellipsoids, dann gilt für die Änderung der Hauptachsen [Kocks 1998a]:

$$\dot{a}_i = \dot{\epsilon}_{ii}^L a_i \quad \text{Gl. 3.2.62}$$

wobei $\dot{\epsilon}_{ii}^L$ für die Dehnrates im lokalen Koordinatensystem steht. Die Rate der Orientierungsänderung des Ellipsoids lässt sich mit

$$\dot{\mathbf{g}}^E = \mathbf{W}^E \bullet \mathbf{g}^E \quad \text{Gl. 3.2.63}$$

berechnen [Kocks 1998a]. \mathbf{W}^E bestimmt sich dabei aus dem antisymmetrischen Anteil des Verschiebungsgeschwindigkeitengradiententensors \mathbf{W} , den Dehnrates und den Längen der Hauptachsen [Kocks 1998a]:

$$W_{ij}^E = W_{ij} - \frac{a_i^2 + a_j^2}{a_i^2 - a_j^2} \dot{\epsilon}_{ij} \quad \text{Gl. 3.2.64}$$

Berücksichtigung von Korn-Korn Wechselwirkungen:

Korn-Korn Wechselwirkungen können im selbstkonsistenten Texturmodell auf verschiedene Weise berücksichtigt werden [Lebensohn 2001]. In dieser Arbeit findet nur eine einfache heuristische Vorstellung Anwendung, die jedoch den Vorteil kurzer Rechenzeiten bietet.

Wie bereits erwähnt, setzt sich die Orientierungsänderung eines Kornes aus drei Anteilen zusammen und lässt sich als Summe dieser drei Anteile darstellen als:

$$\dot{\Omega}_{ij} = \dot{\omega}_{ij} + \Pi_{ijkl} S_{klmn}^{-1} \tilde{\epsilon}_{mn} - \sum_s \frac{1}{2} (\hat{b}_i^s \hat{n}_j^s - \hat{b}_j^s \hat{n}_i^s) \dot{\gamma}^s \quad \text{Gl. 3.2.65}$$

Für die folgende Betrachtung schreiben wir für die lokale Fluktuation des antisymmetrischen Anteils des Verschiebungsgeschwindigkeitengradiententensors:

$$\dot{\omega}_{ij}^{lokal} = \Pi_{ijkl} S_{klmn}^{-1} \tilde{\epsilon}_{mn} \quad \text{Gl. 3.2.66}$$

und für den plastischen Anteil der Orientierungsänderung des Kornes:

$$\dot{\omega}_{ij}^p = \sum_s \frac{1}{2} (\hat{b}_i^s \hat{n}_j^s - \hat{b}_j^s \hat{n}_i^s) \dot{\gamma}^s . \quad \text{Gl. 3.2.67}$$

Am Beispiel einer idealisierten und in Bild 3.2.2 dargestellten Scherverformung wird erläutert, wie die drei Rotationsanteile miteinander korreliert sind:

Die Teile (a) und (f) in Bild 3.2.2 zeigen den Zustand am Beginn bzw. Ende des Verformungsinkrements. In Teil (b) ist der ellipsoide Einschluß (der das Korn repräsentiert) von seiner direkten Umgebung getrennt worden. Das Stadium, nachdem Einschluß und Matrix mit $(\dot{\omega}_{ij} + \dot{\omega}_{ij}^{lokal}) \Delta t$ gedreht worden sind, ist in Teil (c) dargestellt. Hiernach werden das Korn und seine Umgebung um $\dot{\epsilon}_{ij} \Delta t$ verformt, was in Teil (d) zu sehen ist. Da die Verformung des Kornes durch kristallographische Gleitung erfolgt, erfahren die Hauptachsen des Ellipsoids eine Orientierungsänderung $\dot{\omega}_{ij}^p \Delta t$. Damit das Ellipsoid seine Umgebung nicht verläßt, muß er mit einer Rotation $-\dot{\omega}_{ij}^p \Delta t$ in diese zurückgedreht werden (Teil e). Hiermit ergibt sich die gesamte Gitterrotation gemäß Gl. 3.2.65. Betrachtet man nun zwei unterschiedlich orientierte Körner „1“ und „2“, so gilt im allgemeinen:

$$(\dot{\omega}_{ij} + \dot{\omega}_{ij}^{lokal}) \Delta t \neq (\dot{\omega}_{ij} + \dot{\omega}_{ij}^{lokal}) \Delta t \quad \text{Gl. 3.2.68}$$

Nimmt man an, daß die beiden Körner 1 und 2 miteinander benachbart sind, so würde man intuitiv erwarten, daß die Rotationen der beiden Ellipsoide miteinander korreliert sind. Zur Berücksichtigung der Wechselwirkung zweier Körner miteinander führt man deshalb einen Term $\Delta \dot{\omega}_{ij}^{korr}$ ein, der die Rotationstensoren ${}^1 \dot{\omega}_{ij}^{WW}$, ${}^2 \dot{\omega}_{ij}^{WW}$ der lokalen Starrkörperrotation der beiden Ellipsoide koppelt:

$${}^1 \dot{\omega}_{ij}^{WW} = {}^1 \dot{\omega}_{ij} + {}^1 \dot{\omega}_{ij}^{lokal} + \Delta \dot{\omega}_{ij}^{korr} \quad \text{Gl. 3.2.69}$$

$${}^2 \dot{\omega}_{ij}^{WW} = {}^2 \dot{\omega}_{ij} + {}^2 \dot{\omega}_{ij}^{lokal} - \Delta \dot{\omega}_{ij}^{korr} . \quad \text{Gl. 3.2.70}$$

Die Orientierungsänderung der Kristallgitter ergibt sich dann aus:

$${}^1 \dot{\Omega}_{ij} = {}^1 \dot{\omega}_{ij}^{WW} - {}^1 \dot{\omega}_{ij}^p \quad \text{Gl. 3.2.71}$$

$${}^2 \dot{\Omega}_{ij} = {}^2 \dot{\omega}_{ij}^{WW} - {}^2 \dot{\omega}_{ij}^p . \quad \text{Gl. 3.2.72}$$

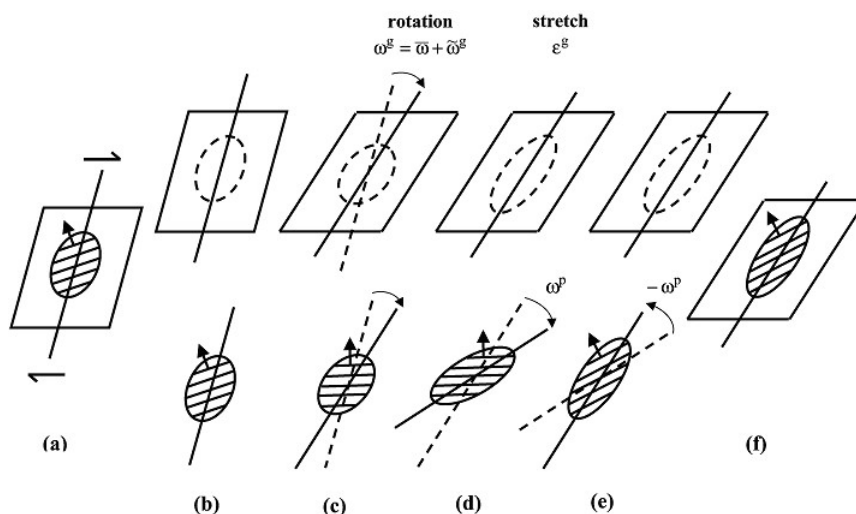


Bild 3.2.2: Idealisierte Darstellung der Dehnung und Rotation eines Korns während eines Verformungsinkrements. Die Verschiebung des Korns und seiner Umgebung werden einzeln beschrieben: (a) und (b) Ausgangszustand, (c) Starrkörperrotation des Korns und seiner Umgebung ohne Verformung, (d) die Verformung des Korns und seiner Umgebung führt zu einer Mißorientierung zwischen Korn und Umgebung, wie eine Gegenrotation des Korns beseitigt die Mißorientierung und führt zum Endzustand (f). Aus [Tomé 2002].

Der Wechselwirkungsterm $\Delta\dot{\omega}_{ij}^{korr}$ kann unterschiedlich gestaltet werden. Eine relativ allgemeine Form, die die Wechselwirkung durch lokale Fluktuationen der Starrkörperrotationen $\dot{\omega}_{ij} + \dot{\omega}_{ij}^{lokal}$ als auch der plastischen Rotationen $\dot{\omega}_{ij}^p$ berücksichtigt, ist beispielsweise:

$$\Delta\dot{\omega}_{ij}^{korr} = \alpha_{ij}^{lokal} \frac{2\dot{\omega}_{ij}^{lokal} V^2 - \dot{\omega}_{ij}^{lokal} V^1}{V^1 + V^2} - \alpha_{ij}^p \frac{2\dot{\omega}_{ij}^p V^2 - \dot{\omega}_{ij}^{pl} V^1}{V^1 + V^2}, \quad \text{Gl. 3.2.73}$$

wobei es sich bei V^1 und V^2 um die Volumenanteile der jeweiligen Körner handelt.

In dieser Arbeit wird in allen Fällen $\alpha_{ij}^{lokal} = 1$ und $\alpha_{ij}^p = 0$ gewählt. D.h. nur die Wechselwirkung der lokalen Fluktuationen der Starrkörperrotationen wird zur Berücksichtigung der Korn-Korn-Wechselwirkung verwendet. Die Auswahl der Körner, zwischen denen eine Wechselwirkung stattfindet, erfolgt zufällig und in jedem Verformungsinkrement neu.

Eine weitere Möglichkeit die Bedingungen Dehnungskompatibilität und mechanisches Gleichgewicht gleichzeitig zu erfüllen, stellt die Implementierung eines konstitutiven Einkristallplastizitätsgesetzes in einen Finite-Elemente Code dar. Diese auch Einkristallplastizitäts-FEM genannte Methode wird in einem der folgenden Abschnitte vorgestellt.

3.2.3 Modell zur Berücksichtigung der Zwillingsbildung in Polykristallen

In dieser Arbeit wird das „Predominat Twin Reorientation“ Modell zur Beschreibung der Zwillingsbildung im Polykristall verwendet [Tomé 1991], welches im Folgenden beschrieben wird.

Wie bereits erwähnt, ist bei der Zwillingsbildung die Verformung auf einen bestimmten Volumenanteil

$$\Delta g^{n,t_i} = \frac{\Delta \gamma^{n,t_i}}{\gamma_{t_i}} \quad \text{Gl. 3.2.74}$$

des Korns beschränkt. Hierbei ist $\Delta \gamma^{n,t_i}$ die Scherverformung, die das Zwillingsystem t_i im Korn n zur Verformung beiträgt und γ_{t_i} ist die charakteristische Scherung des Zwillings. Dieser Volumenanteil des Korns entspricht einem Anteil

$$\Delta f^{n,t_i} = f^n \Delta g^{n,t_i} \quad \text{Gl. 3.2.75}$$

am Volumen des Polykristalls, wobei f^n der Volumenanteil der gesamten Orientierung n am Polykristall ist.

Im „Predominat Twin Reorientation“ Modell kann nun die Verformung jedes Korns durch Gleitung und Zwillingsbildung gleichermaßen erfolgen und der Anteil $\Delta g^{n,t_i}$ des Zwillingsystems t_i am Korn n wird während des Umformprozesses aufsummiert.

$$g^{n,t_i} = \sum_{\text{Umform-}} \Delta g^{n,t_i} \quad \text{Gl. 3.2.76}$$

schritte

Addiert man über alle Zwillingsysteme und alle Körner, so erhält man den Anteil F_R der Zwillinge am Gesamtkristall:

$$F_R = \sum_n f^n \sum_{t_i} g^{n,t_i} \quad \text{Gl. 3.2.77}$$

Außerdem wird für alle Körner, die bereits vollständig durch Zwillingsbildung umorientiert sind, die Summe

$$F_E = \sum_m f^m \quad \text{Gl. 3.2.78}$$

gebildet, wobei nur über die bereits umorientierten Körner summiert wird.

In jedem Recheninkrement wird für jedes Korn n der Volumenanteil des Zwillings $g^{n,i}$ mit einem Schwellenwert F_T verglichen. Dieser Schwellenwert ergibt sich aus der empirischen Gleichung:

$$F_T = 0,25 + 0,25 \frac{F_E}{F_R}. \quad \text{Gl. 3.2.79}$$

Ist $g^{n,i}$ größer als F_T , so wird das Korn in die Orientierung des Zwillings mit Hilfe von Gl. 3.1.8 überführt.

Der PTR-Ansatz führt dazu, daß sich überwiegend die Körner umorientieren, die die höchste Umformaktivität zeigen. Ein weiteres Merkmal dieses Ansatzes ist, daß, falls F_R schneller wächst als F_E , der Schwellenwert F_T steigt und so die Umorientierung der Körner durch Zwillingsbildung verlangsamt wird.

3.2.4 Einkristallplastizitäts-FEM

Bei der Einkristallplastizitäts-FEM wird in jedem Gaußpunkt der FE-Rechnung die Information eines Kristalliten (Orientierung, Gleitsysteme, kritische Schubspannungen etc.) hinterlegt. Durch die Einbindung der auf der Kristallebene angesiedelten Verformungsmechanismen als konstitutive Gesetze der FEM, bietet diese Methode die Möglichkeit, unter gleichzeitiger Erfüllung der Kompatibilitätsbedingung und des mechanischen Gleichgewichts Kristallverformung und Gitterrotation zu berechnen. Die Einkristallplastizitäts-FEM erlaubt es, die Korn-Korn-Wechselwirkung zu beschreiben, sowie bestimmte experimentell beobachtete Orientierungsbeziehungen in die Rechnung einfließen zu lassen. Sie ist somit geeignet, im Gefüge auftretende Orientierungsgradienten zu berechnen. Hierbei gibt es zwei Möglichkeiten. Bei der einen wird ein Kristallit durch viele Finite-Elemente ersetzt, bei der anderen repräsentiert ein Finites Element genau einen Kristall. Auf beide Methoden wird im Folgenden kurz eingegangen.

Wird ein Kristallit durch eine Vielzahl Finiter Elemente repräsentiert, so ist es möglich die Wechselwirkung der einzelnen Kristallite mit ihrer Umgebung zu berücksichtigen. Es lassen sich bei hinreichend hohen Vernetzungsgraden auch Verformungsinhomogenitäten wie Scherbandbildung und Kornaufspaltung innerhalb einzelner Körner abbilden [Becker

1991]. Die hierfür notwendigen hohen Vernetzungsgrade erlauben jedoch nur die Betrachtung relativ kleiner Volumina und einer begrenzten Anzahl von Kristalliten.

Repräsentiert ein Finites Element genau einen Kristallit, so sind größere Vernetzungsgrade möglich und es kann eine Vielzahl von Orientierungen betrachtet werden. Den einzelnen Elementen bzw. Körnern sind unterschiedliche Verformungszustände erlaubt. Durch die Verknüpfung der einzelnen Elemente ist trotz der auftretenden Verformungsinhomogenitäten die Gesamtkompatibilität bei gleichzeitiger Erfüllung des mechanischen Gleichgewichts gewährleistet. Diese Methode wird auch in dieser Arbeit zur Durchführung von Vergleichsrechnungen verwendet.

Eine neuere Entwicklung im Bereich der Einkristallplastizitäts-FEM ist die sogenannte Texturkomponenten-Einkristallplastizitäts-FEM [Zhao 2001, Roters 2003, Zhao 2004]. Die Grundidee hierbei besteht darin, daß eine OVF in ihre Haupttexturkomponenten zerlegt wird. In jedem Gaußpunkt des FE-Netzes wird jede Haupttexturkomponente hinterlegt und für jede einzelne Komponente das konstitutive Materialgesetz unter der Taylorannahme für die Verformung gelöst. Zur Ermittlung des makroskopischen Materialverhaltens werden in jedem Integrationspunkt die Eigenschaften der einzelnen Texturkomponenten entsprechend ihrer Gewichtung gemittelt. Die Zipfelbildung beim Tiefziehen konnte mit dieser Methode erfolgreich simuliert werden.

3.3 Rekristallisationstexturmodelle

In diesem Abschnitt wird auf die Modellierung von Rekristallisationstexturen eingegangen. Nachdem etwas Allgemeines zur Rekristallisation gesagt wurde, wird zur Vollständigkeit auf die verschiedenen gebräuchlichen Modelle zur Simulation von Rekristallisationstexturen eingegangen. Anschließend wird das in dieser Arbeit verwendete Modell zur Simulation von Rekristallisationstexturen bei Magnesium vorgestellt.

Phänomenologisch versteht man unter dem Begriff der Rekristallisation die Gefügebildung bei der Wärmebehandlung umgeformter Metalle, wobei man zwischen der während des Umformprozesses stattfindenden dynamischen und der statischen Rekristallisation unterscheidet, welche während einer sich an die Verformung anschließenden Wärmebehandlung stattfindet. Die physikalische Ursache der Rekristallisation liegt darin, daß die in einem stark verformten Gefüge vorliegenden Körner hohe Versetzungs- und damit auch hohe Energiedichten aufweisen. Die Neubildung und das Wachstum versetzungsarmer Körner bewirkt eine Verringerung der Gesamtenergie und läuft dann ab, wenn einerseits die Bedingung für die Keimbildung erfüllt ist und andererseits eine ausreichende Mobilität der Korngrenzen zwischen den verformten und den neu gebildeten Körnern vorliegt. Phänomenologisch läßt sich die Kinetik der statischen Rekristallisation durch die Avrami-Johnson-Mehl-Kolmogorov-Gleichung beschreiben [Gottstein 1998]:

$$X = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{t}{t_R}\right)^q\right\}. \quad \text{Gl. 3.3.1}$$

Hierbei ist X der rekristallisierte Volumenbruchteil zur Zeit t und t_R und q sind Modellparameter.

Die traditionelle Unterscheidung zwischen statischer und dynamischer Rekristallisation bezieht sich auf die Prozeßführung und nicht auf die zu Grunde liegenden physikalischen Mechanismen. In dieser Arbeit wird deshalb bei der Modellentwicklung nicht zwischen diesen beiden Arten der Rekristallisation unterschieden.

Zur Vollständigkeit sei außerdem noch der mit dem Begriff der Erholung bezeichnet Vorgang erwähnt, bei welchem hohe Versetzungsdichten durch kontinuierliche Prozesse wie Versetzungsannihilation abgebaut werden, ohne daß das verformte Gefüge aufgezehrt wird.

Im Vergleich zu den Modellen zur Verformungstextur sind die Modelle zur Rekristallisationstextur weniger weit entwickelt und müssen meist für jede Legierung neu \square ompromi

werden. Der Grund hierfür ist, daß bei der Rekristallisation sehr viel mehr Mechanismen zur Texturentstehung beitragen können als bei der Umformung [Humphreys 1995]. So sind z.B. die Mechanismen der Keimbildung, die Mißorientierungen der Körner, die Korngrenzenmobilität und die treibenden Kräfte von entscheidender Bedeutung für die Entwicklung der Rekristallisationstextur.

Bei Kupfer beobachtet man beispielsweise, daß die Rekristallisationstexturen keine Komponenten mit der Ausgangstextur gemeinsam haben [Schmidt 1979, Gottstein 2000]. In anderen Fällen bleiben Komponenten der Verformungstextur weitgehend erhalten [Barrett 1980]. Aufgrund dieser Komplexität sind in den vergangenen Jahren eine Vielzahl von Simulationsansätzen entwickelt worden, von denen die wichtigsten im Folgenden kurz vorgestellt werden.

3.3.1 Globale Modelle

Bei dieser Klasse von Ansätzen wird die Mikrostruktur homogenisiert und die Rechnungen erfolgen für durchschnittliche Keime in einer typischen Umgebung. Dies stellt für spätere Wachstumsphasen einen guten Kompromiß zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand dar. Jedoch sind globale Ansätze nicht geeignet, um lokale Aussagen über die Entwicklung der Mikrostruktur zu machen. Die zwei wichtigsten Varianten dieses Typs werden nun vorgestellt.

Texturtransformationsmodelle

Diese Gruppe von Modellen basiert auf der Idee, die Rekristallisationstexturen aus den Verformungstexturen zu transformieren. So versuchte Pospiech [Pospiech 1978], die Rekristallisationstextur von Aluminium durch eine $40^\circ\langle 111 \rangle$ -Transformation der Verformungstextur zu bestimmen, was teilweise erfolgreich war. Jedoch tauchten bei der Simulation auch Texturkomponenten auf, die experimentell nicht beobachtet werden konnten. Dieser Mangel wurde durch eine Variantenselektion behoben, bei der die verschiedenen Varianten mit Wahrscheinlichkeiten verknüpft wurden, welche an die Messungen angepasst wurden. Ein ähnliches Modell wurde auch von Jonas und Mitarbeitern entwickelt [Jonas 1994], wobei auch sie ihr Modell mit einer Variantenselektion versehen mußten, welche bei Jonas und Mitarbeitern auf der Grundlage einer Kristallplastizitätsrechnung nach der Taylor-Bishop-Hill Theorie getroffen wurde.

Kompromißwachstum

Dieses erstmals von Lücke vorgeschlagene Konzept [Lücke 1972] basiert auf der Idee, dass ein Rekristallisationskeim in mehrere unterschiedlich orientierte Körner hinein wächst und hierbei die Keime, die zu vielen sie umgebenden Körnern günstig orientiert sind, eine höhere Wachstumsrate besitzen als solche, bei denen die Korngrenzen nur eine geringe Beweglichkeit haben. Hierdurch werden sich die Rekristallisationstexturkomponenten beim Wachstum durchsetzen, welche dem günstigsten Kompromiß der verschiedenen Wachstumsraten entsprechen.

Köhler und Bunge [Bunge 1992, Köhler 1995] verfeinerten diesen Ansatz, indem sie die durchschnittlichen Wachstumsraten aus den lokalen Wachstumsraten der verschiedenen Verformungstexturkomponenten berechneten.

3.3.2 Orts- und zeitaufgelöste Modelle

Im Gegensatz zu den globalen Ansätzen eignen sich diese Modelle, um in einem sehr frühen Stadium die Rekristallisation in einer inhomogenen Umgebung zu simulieren und die Texturentwicklung lokal zu betrachten. Die wichtigsten Modelle dieses Typs werden im Folgenden beschrieben.

Avrami Maschine

Die ersten Simulationen dieser Art wurden von Mahin und Mitarbeitern durchgeführt [Mahin 1976]. Dabei werden Keime zufällig im Raum verteilt und für jeden Punkt wird bestimmt, welcher Keim diesen zuerst erreicht. Die Wachstumsgeschwindigkeiten werden hierzu vorgegeben. Marthinsen und Mitarbeiter erweiterten diesen Ansatz durch verschiedene Keimklassen mit unterschiedlichen Wachstumsgeschwindigkeiten und konnten mit dieser sogenannten Avrami Maschine die experimentell bestimmten logarithmischen Normalverteilungen für die Korngröße nachbilden [Marthinsen 1989].

Juul Jensen und Mitarbeiter [Juul Jensen 1992] erweiterten den Ansatz von Mahin durch die Berücksichtigung von Texturkomponenten mit unterschiedlichen Wachstumsraten, was eine Bestimmung der Volumenanteile der verschiedenen Rekristallisationstexturkomponenten erlaubt und eine orts aufgelöste Simulation ermöglicht.

Trotz aller Erweiterungen, die an dieser Art von Modellen vorgenommen wurden (z.B. Teilchen zweiter Phase, kontinuierliche Keimbildung), bleibt der Nachteil, daß die Wachs-

tumsraten vorgeben werden müssen, wodurch lokale treibende Kräfte und von den Mißorientierungen abhängige Mobilitäten unberücksichtigt bleiben.

Netzwerkmodelle (Vertexmodelle)

Bei diesen Modellen werden nur die Grenzflächen der Körner betrachtet und als Netzwerk von Knoten zwischen diesen dargestellt. Zur Bestimmung der Mobilitäten und treibenden Kräfte für die Knoten wird u.a. die Orientierungsinformation genutzt. Auf diese Weise ist es möglich, die Orientierungsverteilung in der Simulation mitzuberechnen.

Monte-Carlo-Modelle

Bei der Monte-Carlo-Methode, wie sie beispielsweise von Srolovitz und Mitarbeitern [Srolovitz 1986] angewandt wurde, wird das Material mit einem Punktgitter überzogen. Jedem Punkt werden Eigenschaften und damit ein Energiezustand zugeordnet. Der Zustand des Systems wird geändert, indem sequentiell an zufällig ausgewählten Punkten eine Zustandsänderung vorgenommen wird. Nimmt die Energie des Systems dadurch ab, wird die Änderung akzeptiert; sonst wird die Änderung mit einer durch den Boltzmann-Faktor gegebenen Wahrscheinlichkeit akzeptiert. Für die Simulation der Rekristallisation müssen einzelne Punkte als Keime ausgewählt werden. Berücksichtigt das Modell mißorientierungsabhängige Korngrenzen- und Volumenenergien, so ermöglicht es die Simulation von Rekristallisationstexturen. Allerdings ist die Voraussagefähigkeit solcher Modelle begrenzt und ein Teil der Ergebnisse erscheint unplausibel und steht im Widerspruch zu Experimenten.

Zelluläre Automaten

Bei der Rekristallisationstextursimulation mit zellulären Automaten wird die Mikrostruktur in einzelne Zellen mit bestimmten Eigenschaften (Energie, Orientierung) aufgeteilt. Einigen dieser Zellen werden die Eigenschaften von Rekristallisationskeimen (niedrige Energie, Keimtextur) zugewiesen. Bei der Simulation der Rekristallisation ist eine Zustandsänderung einer Zelle nur dann zulässig, wenn eine rekristallisierte Zelle neben einer verformten Zelle mit hoher Versetzungsdichte liegt. In diesem Fall wird die verformte Zelle mit den Eigenschaften der rekristallisierten Zelle versehen. Ein Problem hierbei ist, daß die Wachstumsrate nicht von den lokalen Bedingungen wie beispielsweise der Mißorientierung abhängt. Will man diese berücksichtigen, um beispielsweise inhomogene Systeme zu simulieren, so muß die Übergangsregel um lokale Einflüsse erweitert werden, was die Rechenzeit jedoch deutlich erhöht. Beispiele für solche Ansätze, bei denen die Wachstumsraten lokal verschieden sind, sind der probabilistische zelluläre Automat von Raabe

[Raabe 1999] oder das Modell von Marx und Mitarbeitern [Marx 1999]. Auch bei den zellulären Automaten und ihren Weiterentwicklungen handelt es sich wie bei der Avrami-Maschine, den Vertex-Modellen und den Monte-Carlo-Methoden um reine Wachstumsmodelle, bei denen die Keimbildung von außen vorgegeben werden muß.

3.3.3 Globales Modelle für hcp-Metalle

In Kapitel 5.5 dieser Arbeit wird versucht, die Texturentwicklung beim Warmwalzen von Magnesium unter Berücksichtigung der dynamischen Rekristallisation zu simulieren. Hierzu ist es notwendig, das Verformungstexturmodell mit einem geeigneten Modell zur Beschreibung der Rekristallisationstextur zu koppeln.

Die Modellierung der Rekristallisationstexturen bei hcp-Metallen vereinfacht sich durch die gegenüber kubischen Metallen geringere Kristallsymmetrie und die Tatsache, daß bei der Rekristallisation in der Regel Komponenten der Verformungstextur erhalten bleiben [Humphreys 1995]. So haben Perez-Prado und Ruano [Pérez-Prado 2002] an extrudierten Platten aus der Magnesiumlegierung AZ31 beobachtet, dass die basale (0002)-Komponente der Verformungstextur während der Rekristallisation zwar schwächer und die prismatische (1120)-Komponente stärker wird, dass aber beide Komponenten weiterhin vorhanden sind. Von dieser Beobachtung kann man bei der Formulierung von Modellen für die Rekristallisationstextur Gebrauch machen, wie bei den Modellen von Wenk et al. für verschiedene geologische Materialien [Wenk 1997] und Lebensohn et al. für Kalkspat [Lebensohn 1998].

In dieser Arbeit wird ein Ansatz für die Rekristallisationstexturentwicklung von Magnesium verwendet, der von zwei stark vereinfachten Annahmen ausgeht [Walde 2004]:

- Durch die Rekristallisation entstehen keine neuen Texturkomponenten, lediglich die Gewichtung der einzelnen durch Verformung entstehenden Komponenten ändert sich.
- Als Kriterium für die Bildung eines Keims mit einer bestimmten Orientierung wird ausschließlich die in dieser Orientierung gespeicherte Verformungsenergie verwendet. Übersteigt diese einen kritischen Wert, so bildet sich ein Keim.

Von diesen Annahmen ausgehend wurde ein Modell entwickelt, welches auf dem VPSC-Verformungstexturmodell aufbaut und im Folgenden genauer beschrieben wird.

Unter der Annahme, daß der verformungsbedingte Anteil der Verfestigung proportional zur Quadratwurzel der Versetzungsdichte ρ ist und die Energiedichte proportional zur Versetzungsdichte, läßt sich die Energiedichte E_n der Orientierung n berechnen als:

$$E_n = A \sum_s (\tau_n^s - \tau_0^s)^2. \quad \text{Gl. 3.3.2}$$

τ_n^s ist hierbei die kritische Schubspannung des Gleitsystems s der Orientierung n , τ_0^s ist die kritische Schubspannung des Gleitsystems im unverformten Zustand und A ist eine Proportionalitätskonstante, die in dieser Arbeit auf den Wert 1,0/MPa gesetzt wird.

Das Kriterium dafür, daß die Orientierung n einen Keim bildet, lautet:

$$E_n \geq E_{krit}. \quad \text{Gl. 3.3.3}$$

Die einfachste Modellannahme geht nun davon aus, daß, wenn die Bedingung Gl. 3.3.3 erfüllt ist, die kritischen Schubspannungen und alle übrigen Variablen im Verfestigungsgesetz für die Orientierung n auf die Werte für ein nicht verformtes Korn zurückgesetzt werden. Mit dieser Vereinfachung kann bei der Berechnung von Spannungs-Dehnungskurven oftmals nicht das experimentell beobachtete Entfestigungsverhalten beschrieben werden. Deshalb werden die Variablen des Verfestigungsgesetzes mit Hilfe von zwei zusätzlichen Parametern B und C auf die folgende Weise modifiziert:

$$\tau_n^s = B \tau_0^s \quad \text{Gl. 3.3.4}$$

$$\Gamma_{new} = C \Gamma_{old} \quad \text{Gl. 3.3.5}$$

Hierbei ist Γ die Dehnung, wie sie im Voce-Gesetz verwendet wird, welches im sich anschließenden Abschnitt dargestellt ist.

Die Wachstumsrate der Orientierungen wird im Anschluß an die Nukleation berechnet als:

$$\dot{w}_n = D(E_{av} - E_n)w_n^{2/3} \quad \text{Gl. 3.3.6}$$

w_n ist hierbei der Volumenanteil der Orientierung n am gesamten Polykristall und \dot{w}_n ist die zeitliche Ableitung dieses Anteils. D ist eine Konstante und E_{av} ist der Mittelwert der Energiedichten aller Orientierungen, d.h. die mittlere Energiedichte des Polykristalls:

$$E_{av} = \sum_n E_n w_n. \quad \text{Gl. 3.3.7}$$

3 Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung

Die Kopplung dieses Rekristallisationstexturmodells mit dem VPSC-Modell erfolgt durch die Übergabe der Verfestigungsvariablen und der Volumenanteile der einzelnen Orientierungen. Nach jedem Verformungsincrement übergibt das VPSC-Modell diese an das RX-Modell und erhält von diesem die neuen Werte zurück. Zur Berechnung der neuen Volumenanteile wird in dieser Arbeit ein Runge-Kutta-Verfahren mit fester Schrittweite verwendet, da einfachere Verfahren (Euler, Heun) zu kleine Schrittweiten erfordern würden.

3.4 Verfestigungsgesetze auf Kristallebene

Um das Verformungsverhalten und damit auch die Texturentwicklung während der Verformung richtig beschreiben zu können, ist ein Modell erforderlich, das die Verfestigung der einzelnen Körner des Polykristalls beschreibt. Hierzu bieten sich unterschiedliche Ansätze an, von denen in dieser Arbeit zwei verwendet werden. Zum einen ein halbempirischer Voce-Ansatz und zum anderen ein vernetzungsdichtebasiertes Mehr-Parameter Modell. Ersteres bietet die Vorteile kurzer Rechenzeiten und die Möglichkeit es für nahezu alle Metalle anpassen zu können. Das Mehr-Parameter Modell erlaubt es, mikrostrukturell bedingte Effekte wie den Bauschinger- und den Cross-Effekt beschreiben zu können. Allerdings sind die erforderlichen Rechenzeiten deutlich länger und in seiner ursprünglichen Form ist das Modell für IF-Stähle entwickelt worden. Beide Ansätze zur Beschreibung der Verfestigung werden im Folgenden vorgestellt.

3.4.1 Halbempirischer Voce-Ansatz

Bei dem in dieser Arbeit verwendeten modifizierten Voce-Ansatz [Tomé 1984] ergibt sich die Änderung der kritischen Schubspannung $\Delta\tau^s$ des Gleitsystems s in einem Zeitschritt aus:

$$\Delta\tau^s = \frac{d\hat{\tau}^s}{d\Gamma} \sum_{s'} h^{ss'} \Delta\gamma^{s'} \quad \text{Gl. 3.4.1}$$

$\Delta\gamma^{s'}$ ist hierbei die Scherung auf dem Gleitsystem s' im entsprechenden Zeitschritt. Die empirischen Koeffizienten $h^{ss'}$ beschreiben hierbei den Effekt der Selbstverfestigung bzw. der latenten Verfestigung. Die Größe $\hat{\tau}^s$ ist als Funktion der akkumulierten Scherung des Kristalls Γ gemäß der Gleichung:

$$\hat{\tau}^s = \tau_0^s + (\tau_1^s + \theta_1^s) \left(1 - e^{-\frac{\theta_0^s \Gamma}{\tau_1^s}} \right) \quad \text{Gl. 3.4.2}$$

definiert, wobei es sich bei τ_0^s , τ_1^s , θ_0^s und θ_1^s um Parameter handelt, die empirisch bestimmt werden müssen.

3.4.2 Versetzungsdichtebasiertes Mehr-Parameter-Modell

Außer dem im vorherigen Abschnitt vorgestellten Voce- Ansatz wird in dieser Arbeit ein statistisches Drei-Parameter Modell verwendet. Dieses ist ursprünglich von B. Peeters et al. [Peeters 2002] zur Beschreibung der Verfestigung in IF-Stählen entwickelt worden. Im Gegensatz zu dem im vorherigen Abschnitt vorgestellten Voce-Ansatz erlaubt dieses Modell auch die Beschreibung des Bauschinger- und des Cross-Effekts. Im Folgenden wird das Modell kurz aber vollständig dargestellt.

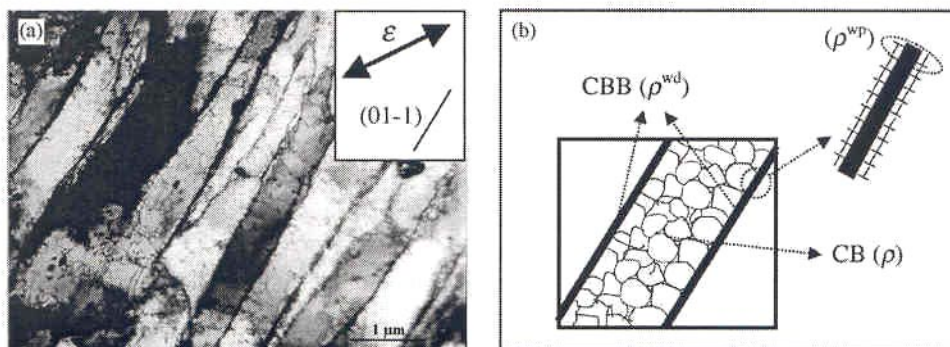


Bild 3.4.1: Zur Erläuterung der Begriffe Versetzungszellen und Versetzungszellblöcke. a) TEM-Aufnahme eines einzelnen Kornes einer Zugprobe. Die Zugrichtung und die Orientierung der Zellblockgrenzen sind eingezeichnet. b) Schematische Darstellung der Mikrostruktur: Zellblockgrenzen (cell block boundaries CBB) parallel zu den $\{110\}$ -Ebenen der aktivsten Gleitsysteme; regellose Zellgrenzen (cell boundaries CB). Aus [Peeters 2002].

Das Modell setzt eine bereits existierende Mikrostruktur aus Zellen und Zellblöcken voraus, wie sie in Bild 3.4.1 dargestellt ist. Die Zellblöcke besitzen ebene, aus Versetzungen gebildete Grenzen, während die Versetzungszellen ein regelloses »Versetzungsmosaik« zwischen den Zellblockengrenzen bilden. Diese Versetzungsstruktur wird im Modell idealisiert durch drei Gruppen von Versetzungen beschrieben: (a) Versetzungen in Zellblockgrenzen, (b) in regellos verteilten Zellgrenzen und (c) Versetzungen im Zellinneren. Hieraus ergeben sich drei interne Variablen zur Beschreibung der Mikrostruktur:

- Die Versetzungsdichte ρ beschreibt die Versetzungsdichte im Zellinneren und in den Zellwänden.
- Die Dichte der immobilen Versetzungen in den Zellblockwänden wird durch den Parameter ρ^{wd} beschrieben.

- Der Parameter ρ^{wp} beschreibt die Dichte der beweglichen Versetzungen in den Zellblockwänden. Es wird angenommen, daß diese Versetzungen eine Polarität besitzen, d.h. der Parameter ρ^{wp} kann auch negative Werte annehmen.

Die für jeden dieser drei Parameter existierenden Entwicklungsgleichungen werden im Folgenden vorgestellt:

Das Modell konstruiert während der Verformung zwei Arten von Zellblockgrenzen nach experimentell validierten Kriterien [Fernandes 1983, Nesterova 2001, Peeters 2001]. Die erste Familie von Zellblockgrenzen entsteht parallel zur $\{110\}$ -Ebene des aktivsten Gleitsystems. Die zweite Familie entsteht in gleicher Weise parallel zur $\{110\}$ -Ebene des Gleitsystems mit der zweithöchsten Aktivität. Mit \mathbf{u}_1^w und \mathbf{u}_2^w werden im Folgenden die Normaleinheitsvektoren dieser beiden Ebenen bezeichnet. In Anlehnung an eine Formulierung von Holt [Holt 1970] wird die Entwicklung der Zellblockgrenzen durch die Entwicklungsgleichung

$$\frac{\dot{\rho}_i^{wd}}{\rho_{sat}^{wd}} = \frac{1}{b} \left(I^{wd} \sqrt{\frac{\rho_i^{wd}}{\rho_{sat}^{wd}}} - R^{wd} \frac{\rho_i^{wd}}{\rho_{sat}^{wd}} \right) \dot{\Gamma}_i \quad (i=1,2) \quad \text{Gl. 3.4.3}$$

beschrieben. Hierbei ist b die Amplitude des Burgersvektors, $\dot{\Gamma}_1$ und $\dot{\Gamma}_2$ sind die Summen der Gleitraten auf den Ebenen des aktivsten bzw. zweitaktivsten Gleitsystems und ρ_{sat}^{wd} der Sättigungswert der Versetzungsdichte ρ^{wd} . Der Koeffizient I^{wd} beschreibt die Wahrscheinlichkeit, daß eine Versetzung in der Zellblockwand gespeichert wird und der Koeffizient der Erholung R^{wd} skaliert mit dem kritischen Abstand für Annihilation.

Für jede sich aufbauende Zellblockgrenze wird der Fluß Φ_i der Versetzungen berechnet, die Gleitsystemen zuzuordnen sind, die nicht parallel zur Grenze i sind:

$$\Phi_i = \sum_{s=1}^n \frac{\dot{\gamma}_s}{b} \mathbf{u}_s^b \cdot \mathbf{u}_i^w \quad \text{Gl. 3.4.4}$$

n steht hierbei für die Zahl der Gleitsysteme, $\dot{\gamma}_s$ ist die Gleitrate auf dem Gleitsystem s und \mathbf{u}_s^b der Gleitrichtungseinheitsvektor des Gleitsystems s . Die Entwicklung der Dichte der beweglichen Versetzungen in den Zellblockwänden ρ^{wp} wird durch die Gleichung

$$\frac{\dot{\rho}_i^{wp}}{\rho_{sat}^{wp}} = \left(\text{sign}(\Phi_i) I^{wp} \sqrt{\frac{\rho_i^{wd} + |\rho_i^{wp}|}{\rho_{sat}^{wp}}} - R^{wp} \frac{\rho_i^{wp}}{\rho_{sat}^{wp}} \right) |\Phi_i|. \quad \text{Gl. 3.4.5}$$

3 Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung

beschrieben. Hierbei beschreibt I^{wp} die Speicherung von Versetzungen in der Zellwand und R^{wp} die Erholung. ρ_{sat}^{wp} ist der Betrag des Sättigungswerts der Dichte der beweglichen Versetzungen in den Zellblockwänden.

Die Entwicklung der Versetzungsdichte ρ in den Zellwänden und im Zellinneren wird durch eine Gleichung in Anlehnung an das Modell von Kocks und Mecking [Kocks 1976] beschrieben:

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho_{sat}} = \frac{1}{b} \left(I \sqrt{\frac{\rho}{\rho_{sat}}} - R \frac{\rho}{\rho_{sat}} \right) \sum_{s=1}^n |\dot{\gamma}_s|, \quad \text{Gl. 3.4.6}$$

hierbei beschreiben I und R die Speicherung und Erholung der Versetzungen und ρ_{sat} die Sättigungsdichte.

Eine Änderung des Verformungspfades oder eine Rotation des Kristalls kann zu einer Aktivierung anderer Gleitsysteme führen. Dies führt zu einem Aufbau neuer Versetzungszellblockwände und zu einer Auflösung der bestehenden Versetzungszellstrukturen. Diese Auflösung wird mit Hilfe der Gleichungen:

$$\frac{\dot{\rho}_i^{wd}}{\rho_{sat}^{wd}} = - \frac{R_{ncg}}{b} \frac{\rho_i^{wd}}{\rho_{sat}^{wd}} \dot{\Gamma}_{new}, \quad \text{Gl. 3.4.7}$$

$$\frac{\dot{\rho}_i^{wp}}{\rho_{sat}^{wp}} = - \frac{R_{ncg}}{b} \frac{\rho_i^{wp}}{\rho_{sat}^{wp}} \dot{\Gamma}_{new}, \quad \text{Gl. 3.4.8}$$

beschrieben. Hierbei sind $\dot{\Gamma}_{new}$ die Summen der Gleitraten auf den Ebenen der beiden neuen aktivsten Gleitsysteme und R_{ncg} der Annihilationskoeffizient für die latenten, d.h., nicht mehr augenblicklich generierten Zellblockwände.

Ändert sich die Richtung der Gleitung auf bereits aktiven Gleitsystemen, wie dies beispielsweise bei einer Umkehr der Belastungsrichtung der Fall ist, so lösen sich die bestehenden Zellblockwände nicht auf, sondern die an diesen Wänden aufgestauten beweglichen Versetzungen entfernen sich von den Zellblockwänden und werden annihiliert von Versetzungen entgegengesetzten Vorzeichens, wie sie beispielsweise in den Zellwänden vorhanden sind. Dies hat zur Konsequenz, daß die Entwicklungsgleichung für die Versetzungsdichte ρ um einen Annihilationsterm erweitert werden muß und aus Gl. 3.4.6 wird:

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho_{sat}} = \frac{1}{b} \left(\left(I \sqrt{\frac{\rho}{\rho_{sat}}} - R \frac{\rho}{\rho_{sat}} \right) \sum_{s=1}^n |\dot{\gamma}_s| - \psi R_2 \frac{\rho}{\rho_{sat}} \frac{\rho_{bausch}}{2\rho_{sat}^{wp}} \sum_{s=1}^n |\dot{\gamma}_s| \right) \quad \text{Gl. 3.4.9}$$

Die Werte für ψ und ρ_{bausch} bestimmen sich wie folgt:

Für den Fall, daß kein Fluß sein Vorzeichen ändert, gilt $\psi = 0$. Ändert nur der Fluß einer Zellblockfamilie i das Vorzeichen, so gilt $\psi = 1$ und $\rho_{bausch} = |\rho_i^{wp}|$. Werden die Flüsse der beiden sich gerade aufbauenden Zellblockwände umgekehrt, so ist $\psi = 1$ und $\rho_{bausch} = |\rho_1^{wp}| + |\rho_2^{wp}|$. R_2 ist ein Koeffizient, der den Einfluß der Wechselwirkung zwischen den regellosen Versetzungen in den Zellwänden bzw. im Zellinneren und den beweglichen Versetzungen in den Zellblockwänden auf die Annihilation beschreibt.

Ändert sich die Richtung der Gleitung auf den bereits aktiven Gleitsystemen, so werden außerdem die beweglichen Versetzungen in den Zellblockwänden annihiliert. Die Veränderung der korrespondierenden Versetzungsdichte ρ^{wp} wird dann beschrieben durch:

$$\frac{\dot{\rho}_i^{wp}}{\rho_{sat}^{wp}} = -R_{rev} \frac{\rho_i^{wp}}{\rho_{sat}^{wp}} |\Phi_i| \quad \text{Gl. 3.4.10}$$

wobei R_{rev} ein Koeffizient zur Beschreibung der Versetzungsannihilation ist.

Sind die Versetzungsdichten bekannt, so können die kritischen Schubspannungen der Gleitsysteme berechnet werden. Die kritische Schubspannung τ_s^c des Gleitsystems s ergibt sich dann aus:

$$\tau_s^c = \tau^0 + (1-f)\tau^{CB} + f \sum_{i=1}^6 \tau_{is}^{CBB} \quad \text{Gl. 3.4.11}$$

mit

$$\tau^{CB} = \alpha G b \sqrt{\rho} \quad \text{Gl. 3.4.12}$$

$$\tau_{is}^{CBB} = \alpha G b \left(\left(\sqrt{|\rho_i^{wp}|} \mathbf{u}_s^b \cdot \mathbf{u}_i^w \text{sign}(\rho_i^{wp}) \right) + \sqrt{|\rho_i^{wd}|} \left| \mathbf{u}_s^b \cdot \mathbf{u}_i^w \right| \right) \quad \text{Gl. 3.4.13}$$

Hierbei beinhaltet τ^0 alle Einflüsse der Mikrostruktur auf die Verfestigung, die nicht durch die inneren Variablen beschrieben werden, dies können beispielsweise Ausscheidungseffekte sein. Die Konstante α repräsentiert den Wechselwirkungsparameter der Versetzun-

3 Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung

gen, G ist der Schubmodul des Materials und f ist der Volumenanteil der Zellblockwände.

3.5 Berechnung mechanischer Eigenschaften aus der Textur

Aufgrund der kristallographischen Textur besitzen Polykristalle in der Regel anisotrope elastische und plastische Eigenschaften. Isotrope Eigenschaften liegen nur dann vor, wenn entweder eine regellose Textur vorliegt oder aber die entsprechenden Eigenschaften der Einkristalle isotrop sind.

In den nun folgenden Abschnitten wird auf die Berechnung der anisotropen Eigenschaften des Polykristalls aus der Textur eingegangen.

3.5.1 Elastische und thermische Eigenschaften

In einem Einkristall gilt das Hooke'sche Gesetz, welches besagt, daß zwischen Spannungen σ und Dehnungen ε eine lineare Beziehung gilt:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^c \varepsilon_{kl}, \quad \text{Gl. 3.5.1}$$

wobei C^c der Elastizitätstensor des Einkristalls ist. Mit $S^c = C^{c-1}$ läßt sich Gl. 3.5.1 schreiben als:

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl}^c \sigma_{kl} \quad \text{Gl. 3.5.2}$$

und S^c wird als Nachgiebigkeitstensor des Einkristalls bezeichnet wird.

Betrachtet man nun einen Polykristall, so gilt auch hier eine lineare Beziehung zwischen dem Spannungstensor Σ und dem Dehnungstensor \mathbf{E} . Hill hat gezeigt [Hill 1967], daß die über das Volumen gemittelten lokalen Spannungen und Dehnungen mit den entsprechenden makroskopischen Größen übereinstimmen:

$$\mathbf{E} = \langle \varepsilon(\mathbf{x}) \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_V \varepsilon(\mathbf{x}) dV \quad \text{Gl. 3.5.3}$$

$$\Sigma = \langle \sigma(\mathbf{x}) \rangle \equiv \frac{1}{V} \int_V \sigma(\mathbf{x}) dV \quad \text{Gl. 3.5.4}$$

Zur Berechnung des makroskopischen Elastizitätsmoduls \mathbf{C} aus der Textur gibt es verschiedene Mittelungsverfahren. Die Voigt-Mittelung nimmt ausschließlich Dehnungskompatibilität an, d.h., es gilt $\varepsilon = \mathbf{E}$ und man erhält eine obere Näherung für \mathbf{C} :

3 Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung

$$\mathbf{C}^V = \langle \mathbf{C}^c \rangle \quad \text{Gl. 3.5.5}$$

Des weiteren liefert die Annahme der Dehnungskompatibilität eine Näherung für den Tensor der thermischen Ausdehnung $\boldsymbol{\alpha}$:

$$\boldsymbol{\alpha}^V = \mathbf{C}^V : \langle \mathbf{C}^c : \boldsymbol{\alpha}^c \rangle \quad \text{Gl. 3.5.6}$$

Die Mittelung nach Reuss hingegen, setzt keine Dehnungskompatibilität sondern Spannungshomogenität voraus, d.h. es gilt $\boldsymbol{\sigma} = \Sigma$. Sie liefert eine untere Schranke für den Elastizitätstensor:

$$\mathbf{C}^R = \langle \mathbf{C}^{c^{-1}} \rangle^{-1} \quad \text{Gl. 3.5.7}$$

Außerdem erhält man unter der Annahme der Spannungshomogenität für den Tensor der thermischen Ausdehnung den Ausdruck:

$$\boldsymbol{\alpha}^R = \langle \boldsymbol{\alpha}^c \rangle \quad \text{Gl. 3.5.8}$$

Im Gegensatz zur Voigt-Näherung, sind in der Reuss-Näherung die thermischen Eigenschaften unabhängig von den elastischen Eigenschaften des Einkristalls.

Da die Voigt- und die Reuss-Näherung für die meisten Polykristalle Ergebnisse liefern, die nicht sehr stark voneinander abweichen, schlug Hill [Hill 1952] vor, das arithmetische Mittel der Werte von Reuss- und Voigt-Mittelung als Näherung für die tatsächlichen Werte zu verwenden:

$$\mathbf{C}^H = \frac{1}{2} \left[\langle \mathbf{C}^c \rangle + \langle \mathbf{C}^{c^{-1}} \rangle^{-1} \right] \quad \text{Gl. 3.5.9}$$

$$\mathbf{S}^H = \frac{1}{2} \left[\langle \mathbf{S}^c \rangle + \langle \mathbf{S}^{c^{-1}} \rangle^{-1} \right] \quad \text{Gl. 3.5.10}$$

Formal betrachtet, erfüllt diese Mittelung weder die Bedingungen (Gl. 3.5.3) und (Gl. 3.5.4), noch die Voraussetzung, daß der Steifigkeitstensor gleich dem inversen Elastizitätstensor ist.

Der nun kurz vorgestellte selbstkonsistente Ansatz erfüllt diese beiden Bedingungen und erfordert außerdem keine homogene Verteilung von Spannungen und Dehnungen. Eine selbstkonsistente Ableitung liefert für den makroskopischen Elastizitätstensor und den Tensor der thermischen Ausdehnung die beiden Gleichung [Tomé 1998]:

$$\mathbf{C} = \left\langle \left(\mathbf{C}^c + \mathbf{C} : \mathbf{R} \right)^{-1} : \left(\mathbf{C} + \mathbf{C} : \mathbf{R} \right) : \mathbf{C} \right\rangle \quad \text{Gl. 3.5.11}$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \left\langle \left(\mathbf{C}^c + \mathbf{C} : \mathbf{R} \right)^{-1} : \mathbf{C} \right\rangle^{-1} : \left\langle \left(\mathbf{C}^c + \mathbf{C} : \mathbf{R} \right)^{-1} : \mathbf{C}^c : \boldsymbol{\alpha}^c \right\rangle \quad \text{Gl. 3.5.12}$$

mit dem Wechselwirkungstensor \mathbf{R} , der eine Funktion des elastischen Eshelbytensors $\mathbf{E}_{Eshelby}$ ist:

$$\mathbf{R} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{E}_{Eshelby} \right) : \mathbf{E}_{Eshelby}^{-1} \quad \text{Gl. 3.5.13}$$

\mathbf{I} stellt hierbei den Einheitstensor dar. Der elastische Eshelby-Tensor berechnet sich analog zum viskoplastischen Eshelby-Tensor (Gl. 3.2.52 – Gl. 3.2.57) mit dem einzigen Unterschied, daß statt des Tangentennachgiebigkeitstensors $\mathbf{M}^{(tg)}$ der elastische Nachgiebigkeitstensor $\mathbf{S} = \mathbf{C}^{-1}$ verwendet wird. Der mit Hilfe von Gl. 3.5.11 iterativ berechnete Wert für den Elastizitätstensor weicht meist jedoch nur minimal von der Hill-Mittelung Gl. 3.5.9 ab, weshalb die in dieser Arbeit aus der Textur berechneten elastischen Größen ausschließlich mit Hilfe von Gl. 3.5.9 ermittelt werden.

3.5.2 Plastische Eigenschaften

Neben den elastischen Materialeigenschaften können auch plastische Eigenschaften aus der Textur berechnet werden. In dieser Arbeit werden zum einen Fließflächen, zum anderen R-Werte berechnet. Die hierzu jeweils angewendeten Methoden werden im Folgenden vorgestellt.

Fließflächenberechnung

Die Grundidee bei der Fließflächenberechnung mit Hilfe des VPSC-Modells besteht darin, auf den Polykristall verschiedene Dehnungszustände aufzubringen und die zugehörige Spannung zu berechnen. An die so ermittelten einzelnen Punkte der Fließfläche können dann beispielsweise phänomenologische Anisotropiebeschreibungen wie z.B. [Hill 1948, Barlat 1989] angefügt werden.

Berechnung von R-Werten

Bei der Berechnung von R-Werten mit dem VPSC-Modell besteht die Idee darin, die Dehnungen in Quer- und Blechnormalenrichtung zu relaxieren und eine einachsige Zugverformung auf die Probe aufzubringen, wobei zunächst die Orientierung der Kristallite um den gewünschten Winkel α um die Blechnormale gedreht wird. Aus den anschließend

3 Modelle für die Texturentwicklung und Einkristallverfestigung

berechneten Formänderungen der beiden relaxierten Komponenten des Dehnungstensors läßt sich dann der Wert für R_α nach Gl. 2.3.2 berechnen.

4 Kopplung von Textursimulation und Finite Elemente Methode

Die Entwicklung der Textur hängt entscheidend vom Verformungspfad ab. So ist es beispielsweise möglich, daß zwei gewalzte Bleche trotz identischer Ausgangs- und Endformen dennoch deutliche Unterschiede in ihren Texturen aufweisen können. Dies ist vor allem dann der Fall, wenn die Bleche auf Prozeßrouten mit unterschiedlichen Verformungsgeschichten hergestellt wurden.

Dies verdeutlicht, daß eine Textursimulation die Verformungsgeschichte möglichst genau berücksichtigen sollte. Zur Ermittlung und modellhaften Beschreibung des Verformungspfad sind eine Reihe von Ansätzen entwickelt worden, wobei grundsätzlich drei Gruppen unterschieden werden können: (a) die empirisch-analytischen Verfahren wie beispielsweise die Ähnlichkeitstheorie und die visioplastische Methode [Kopp 1998], (b) die analytischen Verfahren zu denen z.B. die Gleitlinientheorie [Kopp 1998] zählt und (c) die numerischen Verfahren. Zur Gruppe der numerischen Verfahren gehört u.a. die Methode der Finiten Elemente (FE), die eine der universellsten Methoden zur Simulation von Umformprozessen darstellt. Die Ergebnisse einer FE-Simulation sind jedoch abhängig von den Materialgesetzen, die in den Integrationspunkten des FE-Netzes hinterlegt sind, also davon, wie gut das elastische und plastische Materialverhalten beschrieben wird. Dieses aber wird wiederum signifikant von der verformungspfadabhängigen Texturentwicklung beeinflusst.

Aus diesen Gründen nämlich (a) der Abhängigkeit der Texturentwicklung vom Verformungspfad und (b) der Texturabhängigkeit der Materialeigenschaften bildet eine gekoppelte Textur-FE-Simulation eine der besten Möglichkeiten, die Texturentwicklung während eines realen Umformprozesses zu beschreiben.

Die in dieser Arbeit verwendeten Ansätze, ein Texturmodell mit der Methode der Finiten Elemente zu koppeln, werden in diesem Abschnitt erläutert. Alle FE-Rechnungen dieser Arbeit werden mit dem kommerziellen FE-Code ABAQUS / Explicit[®] durchgeführt. Dieser erlaubt die Implementierung benutzerdefinierten Materialverhaltens in Form einer sogenannten »user supplied material subroutine« (VUMAT). Über eine Schnittstelle übergibt ABAQUS die Dehnungsinkremente zusammen mit anderen Größen (z.B. Deformationsgradiententensor, alte Spannungen) in jedem Integrationspunkt an die VUMAT. In dieser werden hieraus die neuen Spannungen im Integrationspunkt berechnet und an

ABAQUS zurückgegeben. In jedem Gaußpunkt wird die OVF durch einen Satz von Einzelorientierungen dargestellt, von denen jede einzelne durch die drei Eulerwinkel sowie ihren relativen Volumenanteil in der VUMAT als innere Variablen gespeichert werden muß. Zusätzlich müssen für jede Einzelorientierung die Variablen des Verfestigungsgesetzes (z.B. akkumulierte Scherung und kritische Schubspannungen der Gleitsysteme) in der VUMAT hinterlegt werden. Zerlegt man die OVF in 1000 Einzelorientierungen, so ergibt dies bei zwölf Gleitsystemen im allgemeinen bereits 17000 innere Variable in der VUMAT.

4.1 Simulation von Texturen im Postprocessing

Die Simulation von Texturen im Postprocessing einer FE-Analyse ist keine gekoppelte Textur-FE-Simulation im eigentlichen Sinne, da der Einfluß der Texturentwicklung auf die Fließspannung nicht berücksichtigt wird. Vielmehr wird der Umformprozeß (z.B. Walzen) mit einem einfachen Materialgesetz (z.B. von Mises) simuliert und der Verformungspfad für die einzelnen Elemente während der Simulation ausgegeben. Es wird also nur der Einfluß der Verformungsgeschichte auf die Texturentwicklung berücksichtigt, nicht aber der Einfluß der Textur auf die mechanischen Eigenschaften. Da nur der Verformungspfad aus der FE-Rechnung gewonnen wird, können im Anschluß hieran verschiedenste Modelle verwendet werden. In dieser Arbeit erfolgt die Ermittlung des Verformungspfades mit Hilfe einer VUMAT in ABAQUS / Explicit[®], diese bestimmt das Fließkriterium nach von Mises und addiert alle Komponenten des Dehnungstensors auf. Ist eine Vergleichsdehnung von 0,1% erreicht, so wird der so gewonnene Dehnungstensor zusammen mit dem Zeitinkrement in eine Datei geschrieben und die Ermittlung des Dehnungstensors beginnt von neuem. Um die Starrkörperrotation der Elemente in der Textursimulation korrigieren zu können, werden außerdem der Deformationsgradienten- und der Verschiebungstensor mit ausgegeben.

Ein Vorteil dieses Ansatzes besteht in den für die FE-Simulation wesentlich kürzeren Rechenzeiten gegenüber einer vollgekoppelten Rechnung.

4.2 Kopplung des Taylor-FC Modells mit dem FE-Code ABAQUS/Explicit®

Zur Kopplung des Taylor-FC Modells wird in dieser Arbeit eine von Beckers [Beckers 2000] vorgeschlagene Methode verwendet. Bei dieser erfolgt die Kopplung über einen sogenannten mittleren Taylorfaktor. Die Methode wird in diesem Abschnitt vorgestellt.

Der Taylorfaktor eines einzelnen Kornes ist in seiner skalaren Form definiert als

$$M = \frac{d\Gamma}{d\varepsilon_{vM}}, \quad \text{Gl. 4.2.1}$$

wobei $d\Gamma$ definiert ist als

$$d\Gamma = \sum_s d\gamma^s. \quad \text{Gl. 4.2.2}$$

Hierbei ist $d\gamma^s$ das Scherinkrement auf dem Gleitsystem s und $d\varepsilon_{vM}$ ist das Vergleichsdehnungsinkrement nach von Mises. Als mittlerer Taylorfaktor wird der über alle Körner entsprechend ihres Volumens gemittelte Taylorfaktor bezeichnet:

$$\bar{M} = \sum_n M_n w_n \quad \text{Gl. 4.2.3}$$

w_n ist dabei der Volumenanteil der Orientierung n mit dem Taylorfaktor M_n .

In einer konventionellen FE-Simulation wird die dissipierte Leistung P^{Ko} gemäß

$$P^{Ko} = \sigma_{ij} d\dot{\varepsilon}_{ij} = k_f d\dot{\varepsilon}_{vM} \quad \text{Gl. 4.2.4}$$

bestimmt. k_f steht hierbei für die Fließspannung nach von Mises.

In der Taylor-Theorie ergibt sich die bei der Umformung eines Polykristalls dissipierte Leistung \bar{P}^{Kr} unter der Annahme $\tau_c^s = \tau_c$ nach:

$$\bar{P}^{Kr} = \sum_n \sum_s \tau_c^s d\gamma_n^s w_n = \tau_c \bar{M} d\dot{\varepsilon}_{vM} = k_f d\dot{\varepsilon}_{vM} \quad \text{Gl. 4.2.5}$$

Aus Gl. 4.2.4 und Gl. 4.2.5 folgt:

$$k_f = \tau_c \bar{M} \quad \text{Gl. 4.2.6}$$

Welchen Einfluß der Beanspruchungsmodus auf den mittleren Taylorfaktor und damit auf die einzubringende Umformenergie hat, ist in Bild 4.2.1 für drei verschiedene Beanspruchungsarten am Beispiel eines bcc-Metalls (48 Gleitsysteme und $\tau_c^s = \tau_c$ ist für alle Gleitsysteme identisch) dargestellt. Für eine vollgekoppelte Textur-FE-Rechnung mit dem Taylor-Modell wird nun eine experimentell bestimmte Fließspannung in jedem Integrationspunkt über einen »effektiven Taylorfaktor« $\bar{M}^{FE} / \bar{M}^{Zug}$ korrigiert:

$$k_f^{FE}(\epsilon_{vM}) = \frac{\bar{M}^{FE}}{\bar{M}^{Zug}(\epsilon_{vM})} k_f^{Zug}(\epsilon_{vM}) \quad \text{Gl. 4.2.7}$$

Hierbei wird \bar{M}^{FE} durch den aktuellen Beanspruchungsmodus und die Textur im Finiten Element bestimmt. \bar{M}^{Zug} berücksichtigt über eine Berechnung mit idealisierter Formänderungsbeschreibung (siehe Bild 4.2.1) die Texturentwicklung während des Zugversuchs, bei welchem das Verfestigungsverhalten des Werkstoffs ermittelt wurde. Durch Gl. 4.2.7 werden im Vergleich zur Zugprobe unterschiedliche Texturen, Texturentwicklungen und Formänderungen der Elemente der FE-Rechnung berücksichtigt und korrigiert.

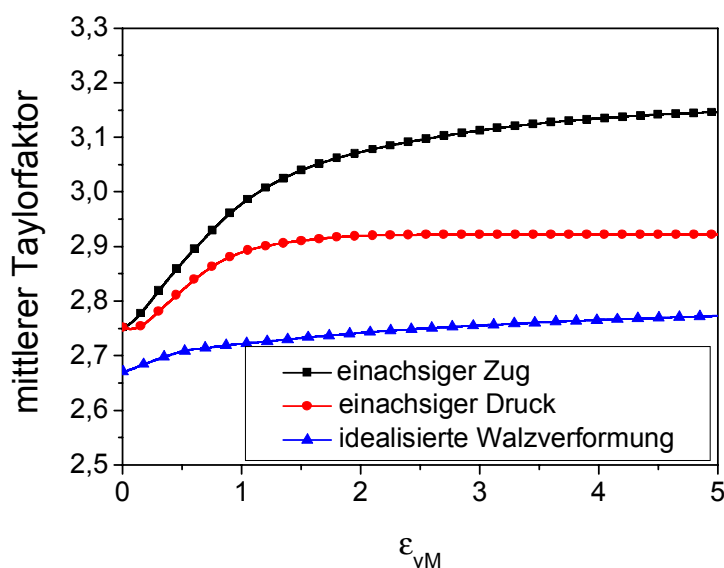


Bild 4.2.1: Mittlerer Taylorfaktor \bar{M} als Funktion der plastischen Vergleichsdehnung ϵ_{vM} für eine regellose Ausgangstextur und unterschiedliche Beanspruchungsmodi. Es wurde für eine bcc-Kristallstruktur mit 48 Gleitsystem gerechnet, wobei angenommen wurde, daß die kritischen Schubspannungen aller Gleitsysteme identisch sind.

Die mit Hilfe von Gl. 4.2.7 ermittelte Fließspannung $k_f^{FE}(\varepsilon_{vM})$ wird in der FE-Rechnung als Vergleichsspannung verwendet und mit dem von Mises Fließkriterium ausgewertet.

Eine der Schwächen dieser Art von Implementierung besteht darin, daß die skalare Definition des mittleren Taylorfaktors fordert, daß die kritischen Schubspannungen aller Gleitsysteme identisch sind ($\tau_c^s = \tau_c$). Diese Bedingung ist jedoch bei den meisten Metallen nicht erfüllt. Dieser Nachteil entfällt, bei der im folgenden Abschnitt dargestellten Implementierung des VPSC-Modells.

4.3 Kopplung des VPSC-Modells mit dem FE-Code ABAQUS/Explicit®

Wie im vorherigen Abschnitt erwähnt, übergibt ABAQUS den Tensor der Dehnungsinkremente $\Delta \mathbf{E}$ und die Spannungstensoren Σ in jedem Integrationspunkt an die VUMAT. In dieser werden die neuen Spannungstensoren berechnet und an den FE-Code zurückgegeben. Während im vorherigen Abschnitt unter Verwendung des Taylor-Modells ein Fließkriterium ermittelt wurde, das wie das Vergleichsspannungskriterium nach Mises ausgewertet werden kann, handelt es sich beim VPSC-Modell um ein viskoplastisches Materialmodell, bei dem die Implementierung auf eine andere Weise erfolgen muß. Die in dieser Arbeit angewendete Implementierungsmethode [Walde 2003] wird im Folgenden vorgestellt. Die Aufgabe bei der Implementierung besteht grundsätzlich darin, den Tensor der plastischen Dehnungsinkremente $\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}}$ und den neuen Spannungsdeviator $\Sigma'_{t+\Delta t}$ aus den deviatorischen Dehnungsincrementen $\Delta \mathbf{E}'$ und den alten Spannungen Σ'_t zu berechnen. Gl. 3.2.45 und das Hooke'sche Gesetz liefern zwei tensorielle Gleichungen, die die zwei Unbekannten $\Sigma'_{t+\Delta t}$ und $\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}}$ enthalten:

$$\Sigma'_{t+\Delta t} = \left(\mathbf{M}^{(\text{sec})} \right)^{-1} \frac{\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}}}{\Delta t} \quad \text{Gl. 4.3.1}$$

$$\Sigma'_{t+\Delta t} = \Sigma'_t + \mathbf{C}(\Delta \mathbf{E}' - \Delta \mathbf{E}^{\text{pl}}) \quad \text{Gl. 4.3.2}$$

t steht hierbei für die Zeit zu Beginn des Inkrements, Δt ist die Dauer des Zeitinkrements und \mathbf{C} ist der Elastizitätstensor. Gl. 4.3.1 und Gl. 4.3.2 bilden ein Gleichungssystem, das nach $\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}}$ aufgelöst werden kann:

$$\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}} = \left(\left(\mathbf{M}^{(\text{sec})} \right)^{-1} + \Delta t \mathbf{C} \right)^{-1} (\Sigma'_t + \mathbf{C} \Delta \mathbf{E}') \Delta t. \quad \text{Gl. 4.3.3}$$

Aus $\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}}$ und Δt könnte mit Hilfe von Gl. 4.3.1 der neue Spannungsdeviator berechnet werden, wenn der aktuelle Wert für $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ bekannt wäre. $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ ist jedoch selbst eine Funktion von des Spannungsderivators $\Sigma'_{t+\Delta t}$. Deshalb wird folgendermaßen zur Ermittlung von $\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}} / \Delta t$ vorgegangen: Zu Beginn eines Zeitschritts in der VUMAT wird mit dem alten Wert für $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ aus dem vorherigen Zeitschritt und Gl. 4.3.3 ein erster Wert für $\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}} / \Delta t$ ermittelt. Mit diesem beginnt man die Lösung der Selbstkonsistenzbedingung Gl.

3.2.43 des VPSC-Modells. Jedesmal, wenn nun die Innere Iterationsschleife beendet wird, wird mit dem neugewonnenen Wert $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ und Gl. 4.3.3 ein neues $\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}} / \Delta t$ bestimmt. Mit diesem wird in der äußeren Iterationsschleife weitergerechnet. Auf diese Weise wird $\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}} / \Delta t$ während der Lösung der Rechnung selbstkonsistent mitberechnet. Nachdem auf diese Weise eine Lösung für das selbstkonsistente Problem gefunden ist, kann der neue Spannungsdeviator $\Sigma'_{t+\Delta t}$ mit Hilfe von Gl. 4.3.1 aus den aktuellen Werten für $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ und $\Delta \mathbf{E}^{\text{pl}} / \Delta t$ berechnet werden. Der an ABAQUS zurückzugebende neue Spannungstensor ergibt sich dann aus:

$$\Sigma_{t+\Delta t} = \Sigma'_{t+\Delta t} + \mathbf{P}, \quad \text{Gl. 4.3.4}$$

wobei \mathbf{P} der Tensor der hydrostatischen Spannung ist, der sich aus

$$P_{ij} = \frac{1}{3} (\text{tr}(\Sigma_t) + 3K \text{tr}(\Delta \mathbf{E})) \delta_{ij} \quad \text{Gl. 4.3.5}$$

ergibt. $\text{tr}(\mathbf{A})$ steht hierbei für die Spur des Tensors \mathbf{A} , K ist der Kompressionsmodul und $\Delta \mathbf{E}$ ist der Tensor des Dehnungsinkrements, der von ABAQUS an die VUMAT übergeben wird.

Da die Berechnungen mit Hilfe des VPSC-Modells sehr rechenintensiv sind, werden in dieser Arbeit die plastischen Dehnungsinkremente mit dem $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ eines früheren Zeitschritts nach Gl. 4.3.3 berechnet und aufaddiert. Die neuen Spannungen werden hierbei mit dem „alten“ $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ mit Hilfe von Gl. 4.3.2 ermittelt. Erst, wenn die plastische Vergleichsdehnung einen Wert von 0,1% erreicht hat, wird das VPSC-Modell aufgerufen und in der oben beschriebenen Weise ein neuer Wert für $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ bestimmt. Eine Ausnahme stellt der Fall dar, daß eine Komponente des Spannungs- oder Dehnungstensors ihr Vorzeichen ändert. In diesem Fall muß direkt das VPSC-Modell aufgerufen und ein neuer Wert für $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ berechnet werden, da sich in diesem Fall $\mathbf{M}^{(\text{sec})}$ als eine Funktion des Spannungstensors stark ändern kann.

5 Simulationsergebnisse

In diesem Kapitel werden die in den vorherigen Kapiteln vorgestellten Methoden zur Modellierung von Texturen für die Simulation von Walztexturen angewendet.

Hierzu wird zunächst der Begriff der idealisierten Walzverformung eingeführt. Danach wird die Simulation des Kaltwalzens der Aluminiumlegierung 5754, eines IF-Stahls und der Magnesiumlegierung AZ31 betrachtet. Der letzte Abschnitt dieses Kapitels beschäftigt sich mit der Simulation des Warmwalzens von AZ31.

Die Eulerraumdarstellung der Textur erfolgt mit dem kommerziellen Softwarepaket Labotex[®].

5.1 Idealisierte Walzverformung

Unter einer idealisierten Walzverformung versteht man eine Formänderung, bei welcher das Walzgut keine Breitenänderung erfährt und die Scherkomponenten des Dehnungstensors null sind. Ist x_1 die Walzrichtung, x_2 die Querrichtung und x_3 die Dickenrichtung des Walzguts, dann läßt sich der Gesamtverschiebungsgradiententensor für das Flachwalzen folgendermaßen schreiben:

$$E^P = \begin{pmatrix} -\ln \frac{d_3^{nach}}{d_3^{vor}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ln \frac{d_3^{nach}}{d_3^{vor}} \end{pmatrix} \quad \text{Gl. 5.1.1}$$

Hierbei sind d_3^{vor} und d_3^{nach} die Walzgutdicken vor und nach dem Walzen.

Bei einer Zerlegung in hinreichend kleine Umforminkremente läßt sich breitungsfreies Walzen mit k Umformschritten bei einer Dehnungsschrittweite $\Delta\varepsilon$ beschreiben mit

$$E^P = k \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Delta\varepsilon. \quad \text{Gl. 5.1.2}$$

Der reale Prozeß des Walzens ist jedoch komplizierter und die beschriebene idealisierte Formänderung beschreibt allenfalls in der Walzgutmitte den Verformungszustand hinreichend genau.

5.2 Kaltwalzen der Aluminiumlegierung 5754

In diesem Abschnitt wird die Texturentwicklung während des Kaltwalzens der Aluminiumlegierung 5754 mit unterschiedlichen Ansätzen simuliert. Zunächst wird die Texturentwicklung unter der Vorgabe einer idealisierten Walzverformung untersucht. Hierbei kommen das Taylor-FC Modell, das VPSC-Modell mit und ohne Korn-Korn Wechselwirkung, sowie die Einkristallplastizitäts-FEM zum Einsatz.

Anschließend wird die Texturentwicklung im Postprocessing einer FE-Walzsimulation mit Hilfe des Taylor-FC und des VPSC-Modells berechnet.

Um den Einfluß der sich mit der Textur entwickelnden Anisotropie auf die Texturentwicklung zu untersuchen, wird außerdem eine vollgekoppelte Textur-FE-Simulation mit dem Taylor-FC und dem VPSC-Modell durchgeführt.

Abschließend werden die Ergebnisse der verschiedenen Simulationsmethoden miteinander verglichen und einer Bewertung unterzogen.

Als Ausgangstextur dient, falls nicht anders erwähnt, bei allen Rechnungen ein Datensatz von 1000 regellosen Einzelorientierungen. Die Verformung der Körner erfolgt ausschließlich über Gleitung auf den zwölf Gleitsystemen des Typs $\{111\}\langle 110 \rangle$.

Die Verfestigung des Materials wird in allen Rechnungen mit dem in Abschnitt 3.4.1 vorgestellten Voce-Ansatz beschrieben, wobei die hierzu notwendigen Materialparameter der Literatur entnommen wurden [Tomé 2002] und in Tabelle 5.2.1 wiedergegeben sind.

Legierung	τ_0 [MPa]	τ_1 [MPa]	θ_0 [MPa]	θ_1 [MPa]
5754	53	97	617	18

Tabelle 5.2.1: Verfestigungsparameter der Aluminiumlegierung 5754 aus [Tomé 2002].

Das Verfestigungsverhalten ist in Aluminium jedoch nicht der einzige Einflußfaktor auf die Texturentwicklung. So ist es für die Texturentwicklung beispielsweise ganz entscheidend, welche Scherverformungen die einzelnen Körner ausführen können, was u.a. von den Korn-Korn Wechselwirkungen und damit von den Nachbarschaftsbeziehungen in der jeweiligen Legierung abhängt. Bei all diesen Größen handelt es sich um Einflußfaktoren, die in den in dieser Arbeit verwendeten Modellen nicht oder nur unzureichend berücksichtigt sind.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden keine Versuche an Aluminium durchgeführt. Da keine geeigneten Literaturdaten für die Legierung 5754 zur Verfügung stehen und da der jewei-

lige Legierungseinfluß auf die Texturentwicklung nur unzureichend in den Modellen berücksichtigt werden kann, werden die Simulationsergebnisse dieses Abschnitts mit experimentell ermittelten Texturen von Reinaluminium aus der Arbeit von Mao [Mao 1988] und Texturen der Aluminiumlegierung AlMg4,5Mn0,4 aus der Arbeit von Beckers [Beckers 2000] verglichen, die bis auf einen etwas höheren Magnesiumanteil eine ähnliche chemische Zusammensetzung wie die Legierung 5754 hat.

Bild 5.2.1 zeigt die an Reinaluminium experimentell ermittelte OVF als ϕ_2 -Schnitte im Abstand von 5° für verschiedene Walzgrade, wobei während des Walzens darauf geachtet wurde, eine nahezu homogene Walzverformung zu erreichen. Die Ausgangstextur des Walzguts war nahezu regellos. In Bild 5.2.2 sind die resultierenden τ -Fasern für einen Walzgrad von 70% dargestellt. Das linke Diagramm zeigt die τ -Faser für eine homogene Walzverformung ($l_d/d=3,12$, l_d : gedrückte Länge, d : Walzgutdicke) für verschiedene Positionen über die Walzgutdicke. Das rechte Diagramm zeigt eine analoge Darstellung für eine sehr inhomogene Walzverformung ($l_d/d=0,87$). Man erkennt, daß sich bei einer homogenen Walzverformung kein Gradient über die Blechdicke ausbildet, während bei der inhomogenen Verformung die Belegung der Kupferlage abnimmt und sich deren Maximum nach ($\Phi=0^\circ$) hin verbreitert.

Bild 5.2.3 zeigt die α - und β -Faser für verschiedene Walzgrade der Legierung AlMg4,5Mn0,4, wobei die Ausgangstextur des Walzguts eine deutliche Belegung der Würfellage und der walzrichtungsgedrehten Würfellage aufwies. Während des Walzens wurde auf eine möglichst homogene Walzverformung geachtet. Bei der β -Faser handelt es sich im eigentlichen Sinne nicht um eine Faser, sondern um eine Skelettlinie, d.h. es sind zwei Diagramme für ihre Darstellung notwendig. Am Anfang der β -Faser befindet sich die Kupfer- und an ihrem Ende die Messing-Lage. Man erkennt, wie sich die Belegung der Kupfer- und der Messing-Lage mit steigender Walzverformung erhöht, wobei die Belegung der Messing-Lage höher ist als die der Kupfer-Lage.

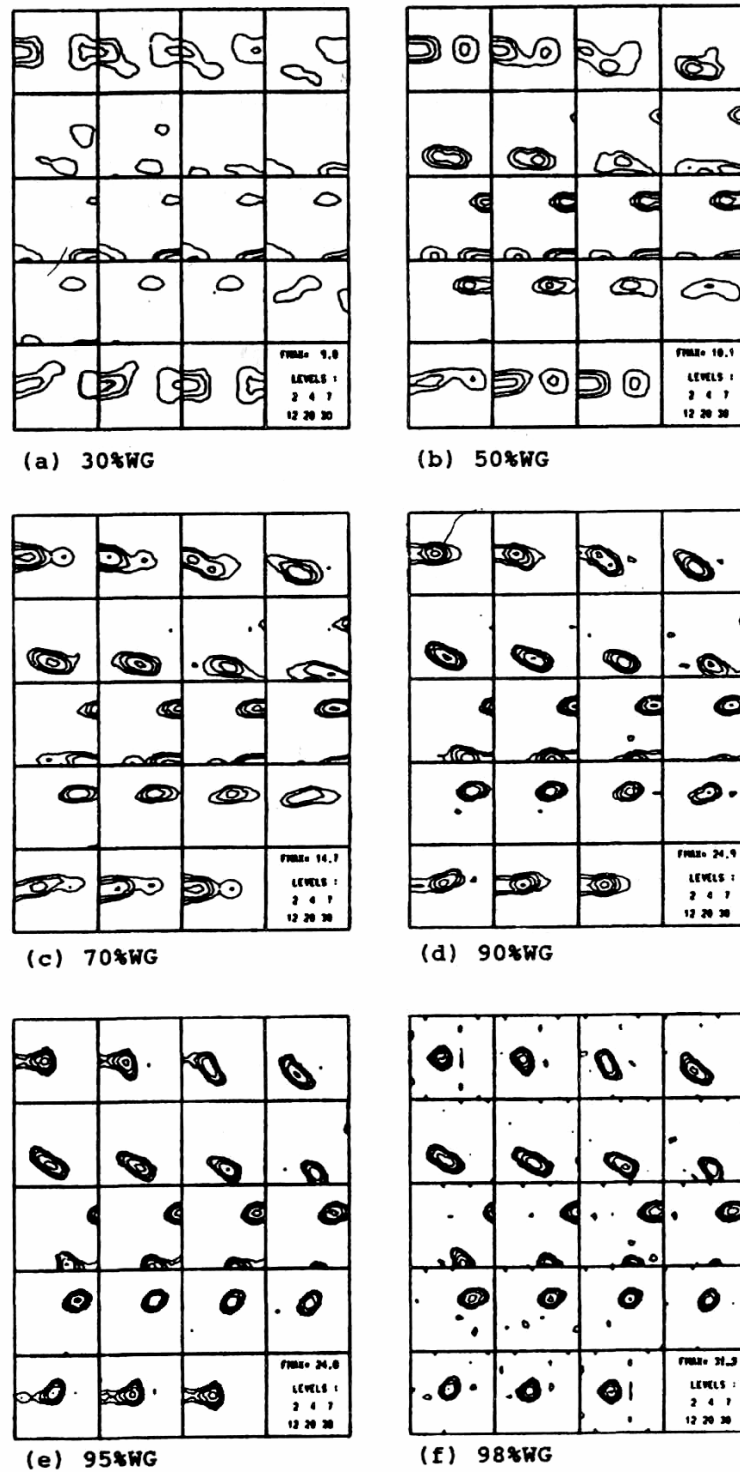


Bild 5.2.1: Bei verschiedenen Walzgrade aus einer nahezu regellosen Ausgangstextur entstehende Walztexturen in reinem polykristallinem Aluminium. Aus [Mao 1988].

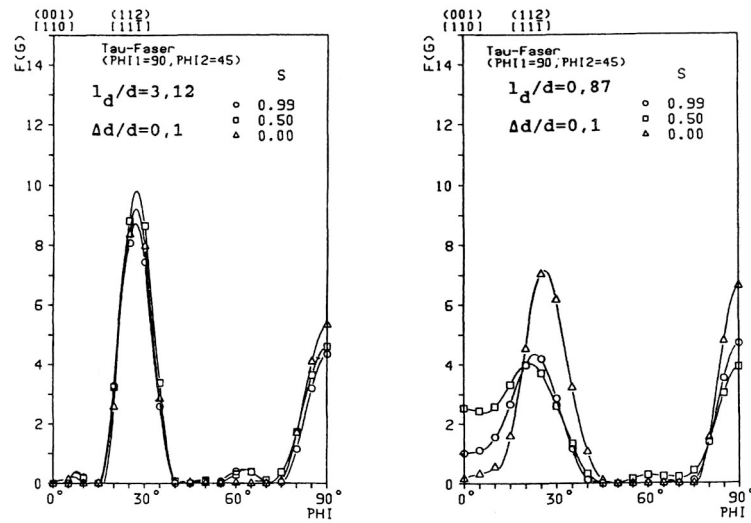


Bild 5.2.2: τ -Fasern von Reinaluminium nach einer Walzverformung von 70% für verschiedene Positionen über die Walzgutdicke ($s=1$ Walzgutoberfläche, $s=0$ Walzgutmitte) und unterschiedliche Walzbedingungen. Links: homogene Walzverformung ($l_d/d=3,12$); rechts: inhomogene Walzverformung ($l_d/d=0,87$). Aus [Mao 1988].

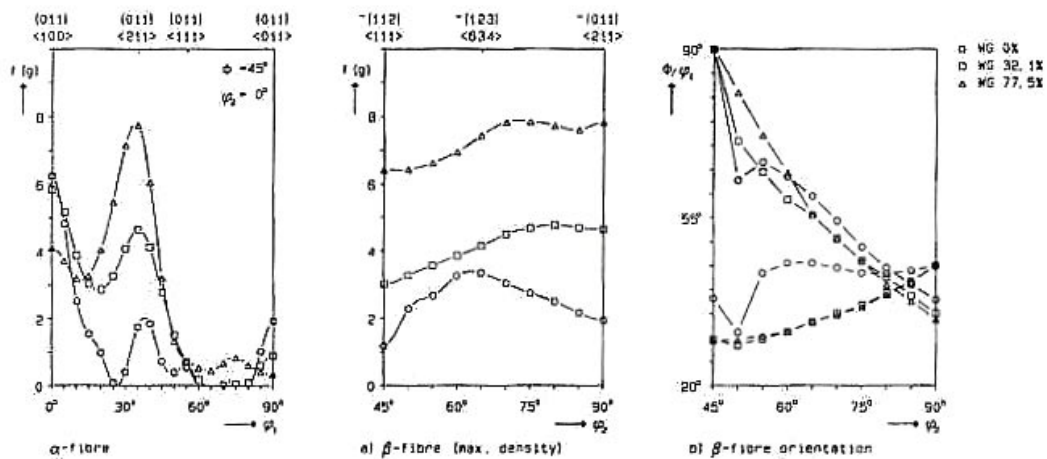


Bild 5.2.3: Texturentwicklung der Legierung AlMg_{4,5}Mn_{0,4} während des Kaltwalzens. Gemessen wurden die Texturen integrierend über die gesamte Walzgutdicke. Darstellung als α - und β -Faser. Aus [Beckers 2000].

5.2.1 Idealisierte Walzverformung

Taylor-FC Modell

Mit dem Taylor-FC Modell wird die Walztextur für verschiedene Walzgrade zwischen 5% und 95% unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung berechnet. Die Dehnung in Walzrichtung beträgt bei jedem Umforminkrement 10^{-3} . Bild 5.2.4 und Bild 5.2.5 zeigen die Ergebnisse der Simulationen als OVF in der Eulerraumdarstellung nach Bunge in Form von ϕ_2 -Schnitten im Abstand von 10° . Wie sich die α - und τ -Faser während der Stichabnahme entwickeln, ist in Bild 5.2.6 dargestellt.

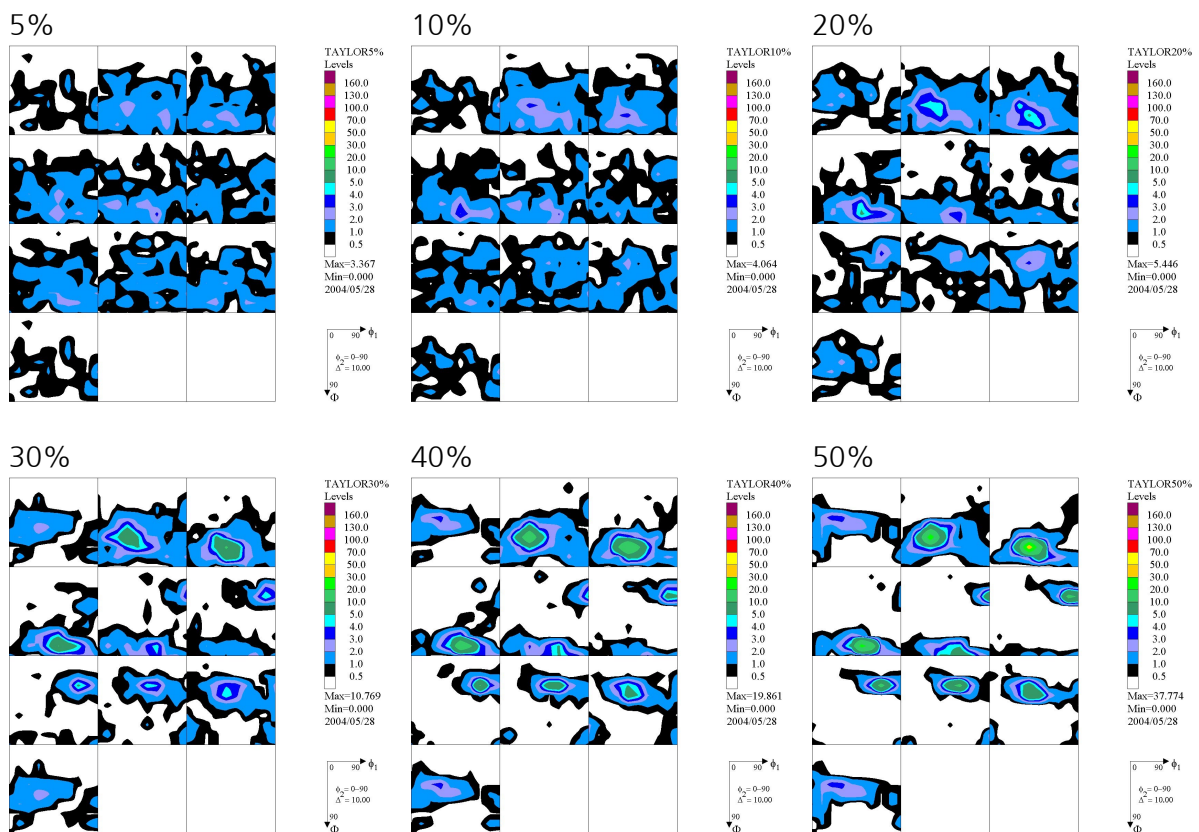


Bild 5.2.4: Mit dem Taylor-FC Modell gerechnete Walztexturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 für verschiedene Walzgrade zwischen 5% und 50%.

5 Simulationsergebnisse

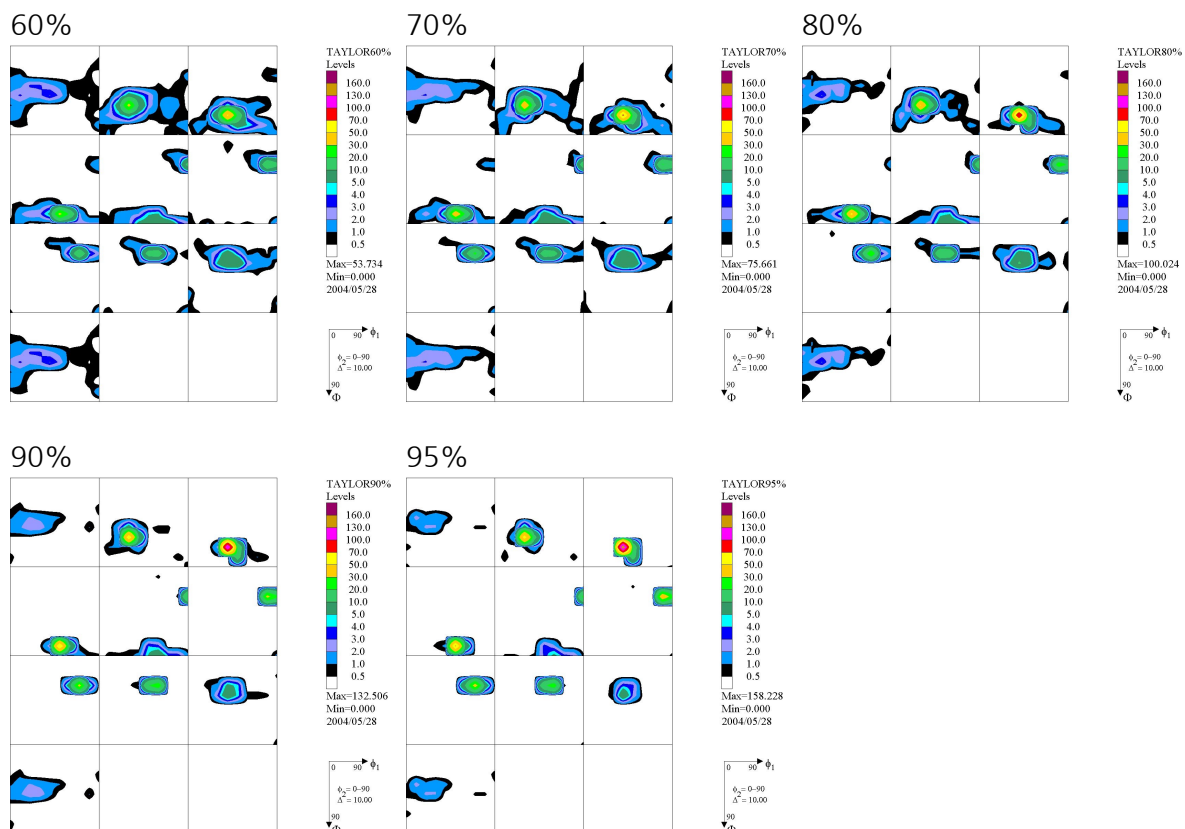
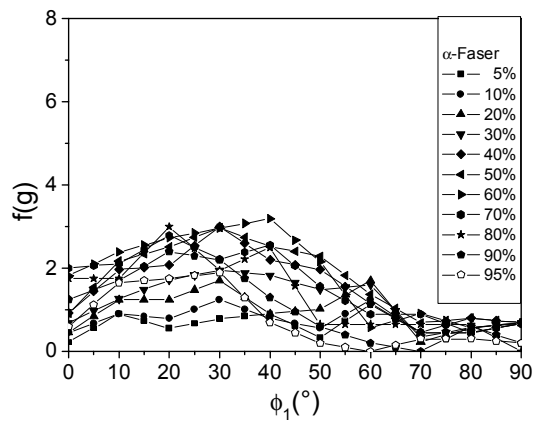


Bild 5.2.5: Mit dem Taylor-FC Modell gerechnete Walztexturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 für verschiedene Walzgrade zwischen 60% und 95%.

Die Schärfe der in Bild 5.2.4 und Bild 5.2.5 dargestellten Texturen nimmt mit steigendem Umformgrad kontinuierlich zu, bis die OVF bei einem Walzgrad von 95% einen Maximalwert von fast 160 erreicht. Die Darstellung der α -Fasern zeigt, daß das Taylor-FC Modell nur sehr geringe Werte für die Messing-Lage liefert, während die Darstellung der τ -Fasern eine starke Ausprägung im Bereich der Kupfer-Lage aufweist.

a)



b)

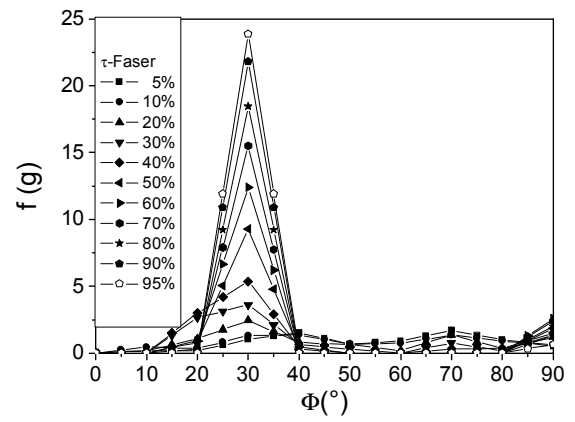


Bild 5.2.6: Faser-Darstellung der Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 bei Verwendung des Taylor-FC Modells. a) α -Faser und b) τ -Faser.

VPSC-Modell ohne Korn-Korn-Wechselwirkung

Mit dem VPSC-Modell ohne Korn-Korn-Wechselwirkung wird die Entwicklung der Walztextur für Walzgrade zwischen 5% und 95% unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung untersucht. Die Dehnung in Walzrichtung beträgt bei jedem Umforminkrement 10^{-3} bei einer Dehnrage von 10 s^{-1} . Die Ergebnisse der Rechnungen sind in Bild 5.2.7 und Bild 5.2.8 als OVF dargestellt. Bild 5.2.9 zeigt, wie sich die α - und die τ -Faser während der Stichabnahme entwickeln.

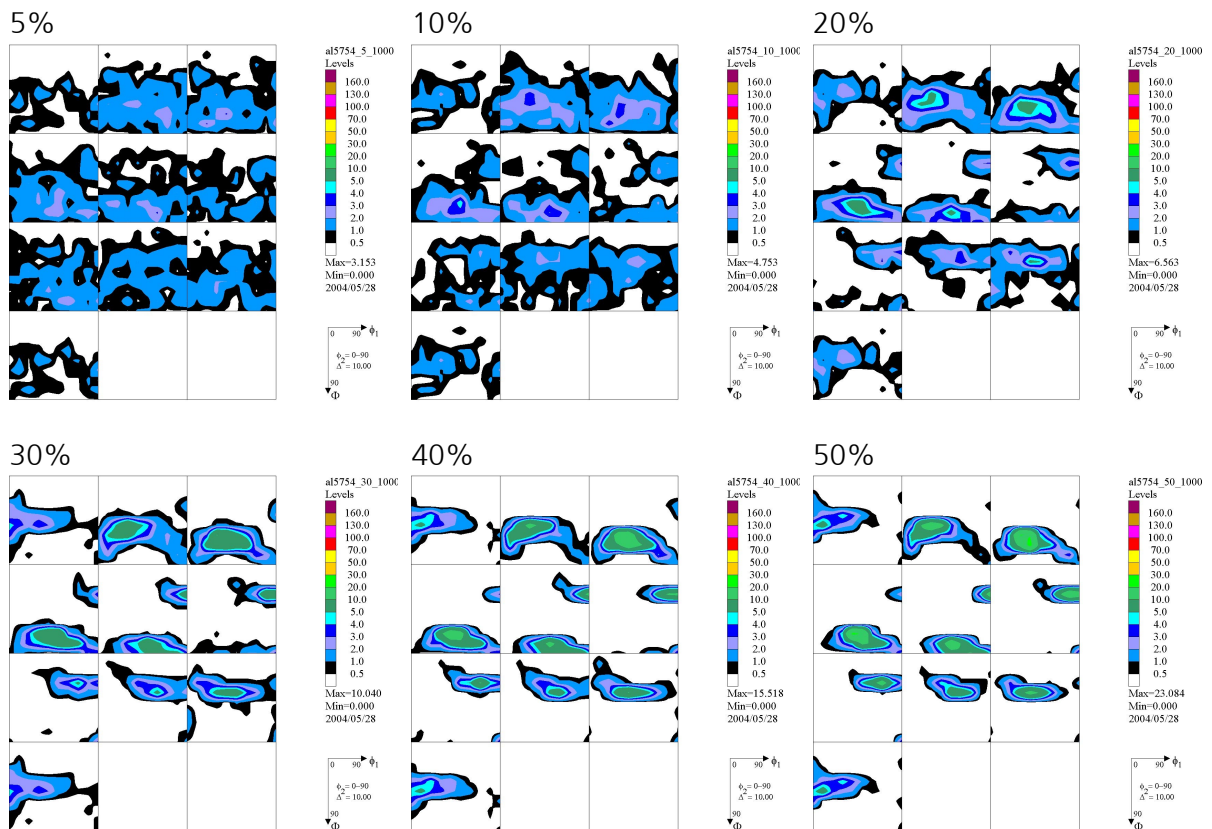


Bild 5.2.7: Mit dem VPSC-Modell unter der Annahme idealisierter Walzverformung gerechnete Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 für unterschiedliche Walzgrade zwischen 5% und 50%. Es wurde ohne Korn-Korn-Wechselwirkung gerechnet.

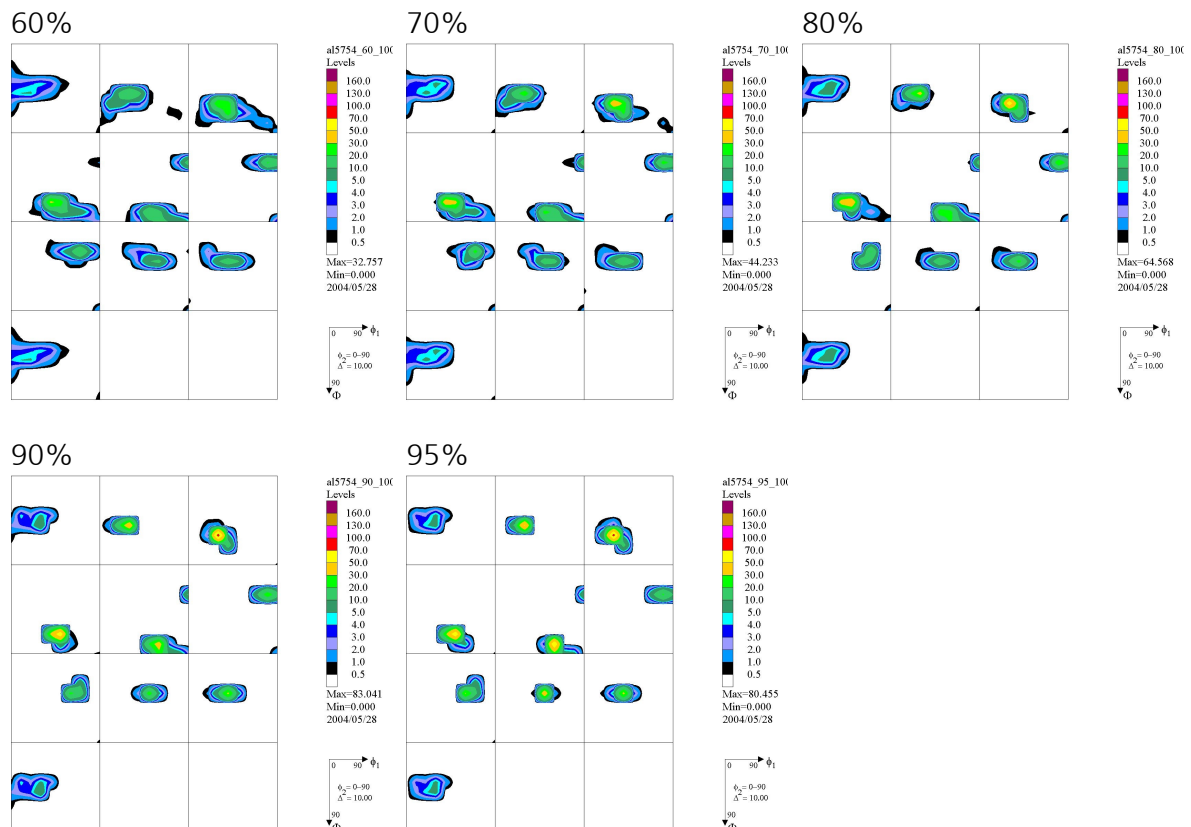
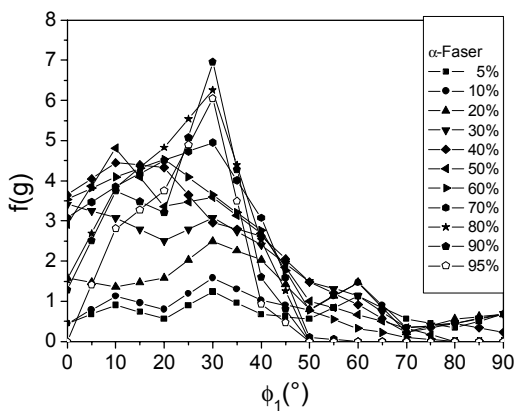


Bild 5.2.8: Mit dem VPSC-Modell unter der Annahme idealisierter Walzverformung gerechnete Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 für unterschiedliche Walzgrade zwischen 60% und 95%. Es wurde ohne Korn-Korn-Wechselwirkung gerechnet.

Man erkennt, daß sich die Textur im VPSC-Modell zunächst etwas schneller entwickelt als im Taylor-FC Modell. Erst ab einem Walzgrad von 40% liefert das VPSC-Modell niedrigere Maximalwerte der OVF als das Taylor-FC Modell und die Texturentwicklung verläuft langsamer als im Taylor-FC Modell. Bei einem Walzgrad von 95% ist dann der Maximalwert der mit dem VPSC-Modell ermittelten OVF nur noch ungefähr halb so hoch wie der entsprechende Wert der mit dem Taylor-FC Modell ermittelt wird. Die Faserdarstellungen verdeutlichen, daß das VPSC-Modell eine stärkere Belegung der Messing-Lage und eine schwächere der Kupfer-Lage voraussagt als das Taylor-Modell.

a)



b)

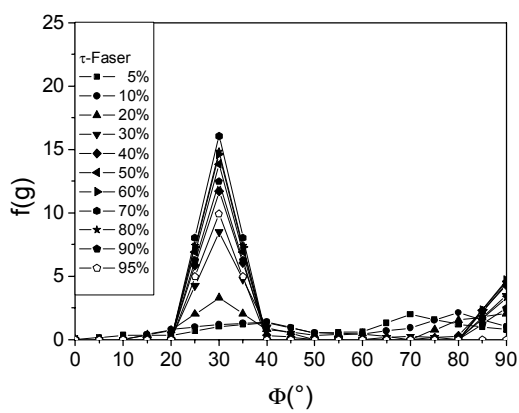


Bild 5.2.9: Faser-Darstellung der Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 bei Verwendung des VPSC-Modells ohne Korn-Korn Wechselwirkung. a) α -Faser und b) τ -Faser.

VPSC-Modell mit Korn-Korn-Wechselwirkung

Mit dem VPSC-Modell mit Korn-Korn-Wechselwirkung wird die Walztexturentwicklung für Walzgrade zwischen 5% und 95% unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung berechnet, wobei jedem Korn ein Nachbar zugeordnet wird. Die Dehnung in Walzrichtung beträgt hierbei bei jedem Umforminkrement 10^{-3} bei einer Dehnrage von 10 s^{-1} . Bild 5.2.10 und Bild 5.2.11 zeigen die Simulationsergebnisse als OVF. Die Entwicklung der α - und τ -Fasern ist in Bild 5.2.12 dargestellt.

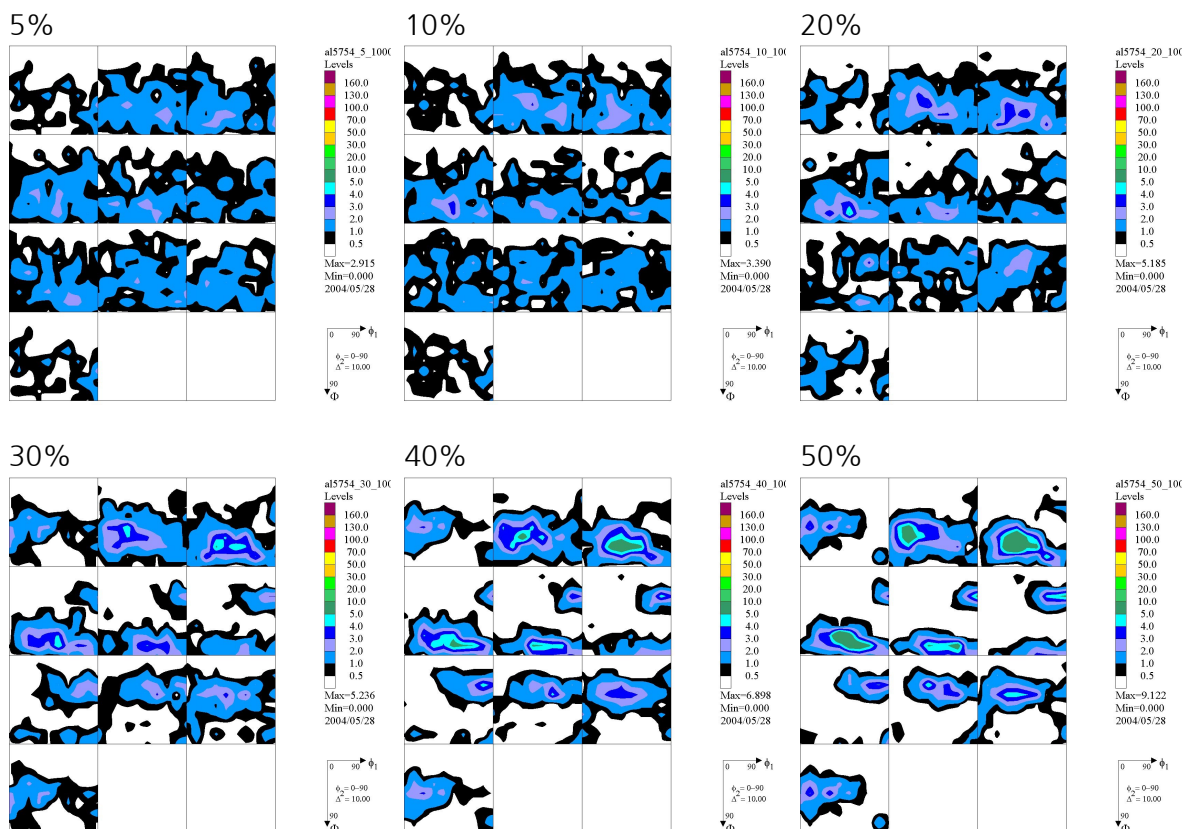


Bild 5.2.10: Mit dem VPSC-Modell unter der Annahme idealisierter Walzverformung gerechnete Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 für unterschiedliche Walzgrade zwischen 5% und 50%. Es wurde mit einem Nachbarn pro Korn gerechnet.

5 Simulationsergebnisse

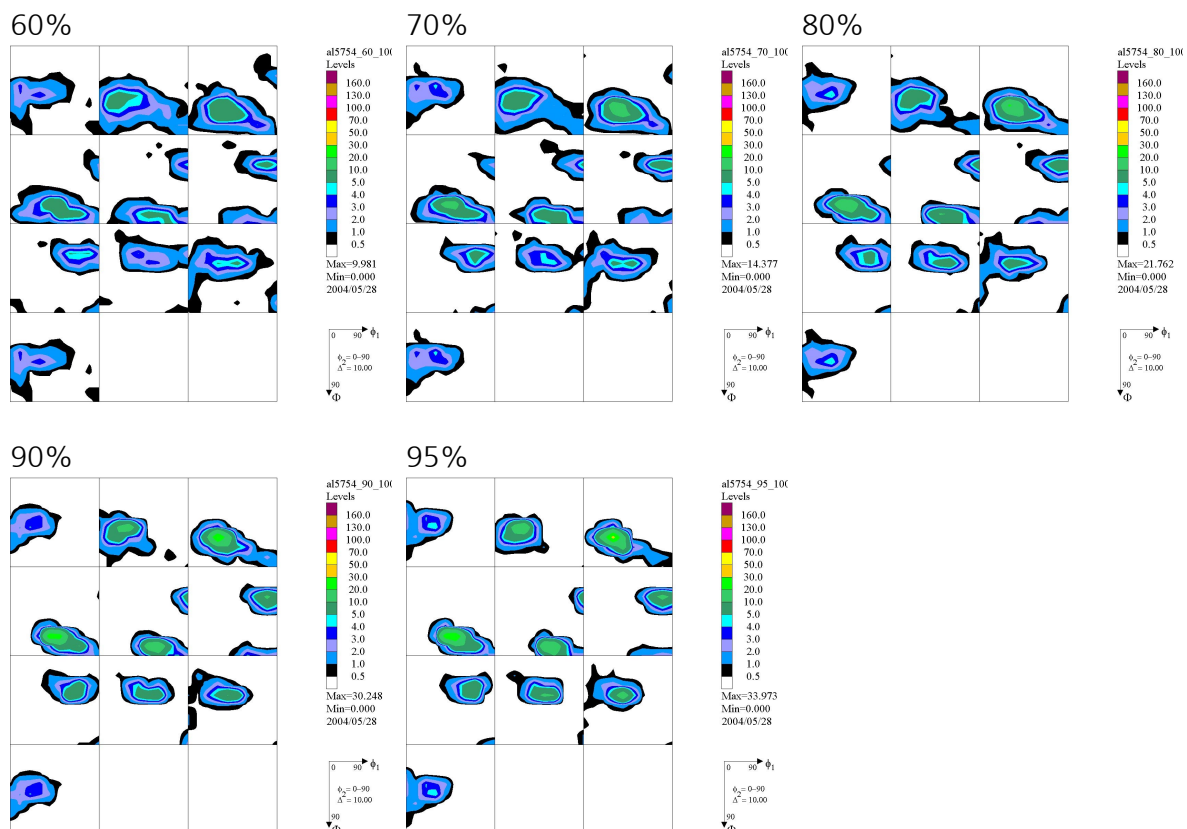


Bild 5.2.11: Mit dem VPSC-Modell unter der Annahme idealisierter Walzverformung gerechnete Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 für unterschiedliche Walzgrade zwischen 50% und 95%. Es wurde mit einem Nachbarn pro Korn gerechnet.

Wie in Bild 5.2.10 und Bild 5.2.11 zu erkennen ist, wird durch die Einführung der Korn-Korn Wechselwirkung die Texturentwicklung im VPSC-Modell verlangsamt. Allerdings ändert sich hierdurch das Verhältnis zwischen der Belegung der Kupfer- und der Messinglage nicht wesentlich, was durch die Faserdarstellungen in Bild 5.2.12 verdeutlicht wird.

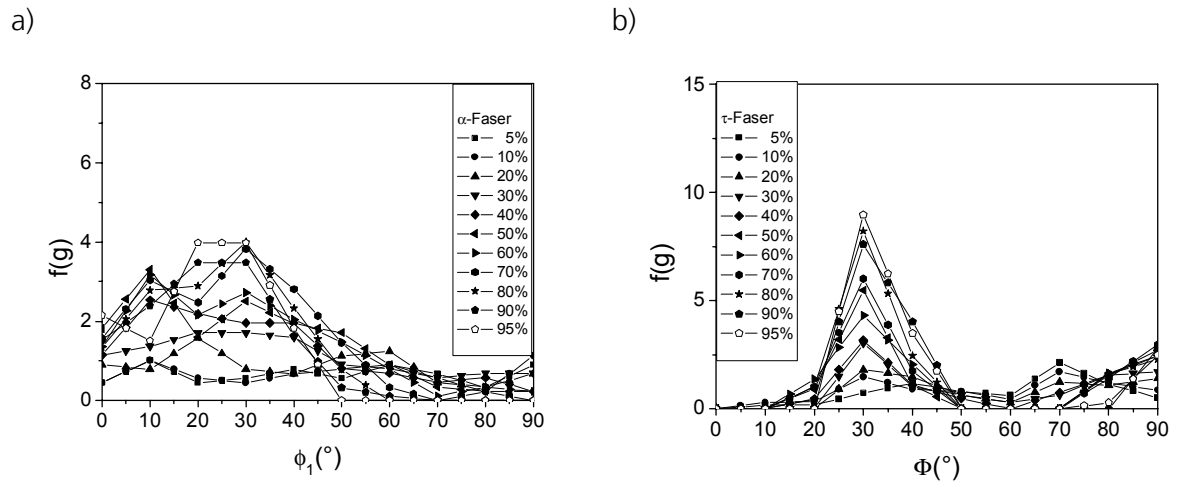


Bild 5.2.12: Faser-Darstellung der Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 bei Verwendung des VPSC-Modells mit Korn-Korn Wechselwirkung (ein Nachbar pro Korn).
a) α -Faser und b) τ -Faser.

Einkristallplastizitäts-FEM

Mit der Methode der Einkristallplastizitäts-FEM wird die Walztexturentwicklung für verschiedene Walzgrade zwischen 5% und 95% unter der Annahme einer idealen Walzverformung berechnet. Hierzu wird auf ein Aggregat von 1000 Elementen mit je einer individuellen Orientierung ein ebener Dehnungszustand aufgebracht. Zur Beschreibung des Materialverhaltens wird eine vorhandene Einkristall-Materialroutine von Huang und Rice verwendet, die für ABAQUS / Explicit[®] umgeschrieben und mit dem Voce-Verfestigungsgesetz ergänzt wurde. Die Einkristallplastizitäts-FEM berücksichtigt im Gegensatz zum Taylor-FC und VPSC-Modell auch die elastischen Eigenschaften des Einkristalls. Die aus diesem Grund benötigten elastischen Einkristallkonstanten wurden der Literatur entnommen [Hearmon 1961] und sind in Tabelle 5.2.2 wiedergegeben. Für das Elementaggregat werden symmetrische Randbedingungen während der Verformung angenommen. Das verwendete FE-Netz ist im ursprünglichen Zustand und nach einer idealisierten Walzverformung mit einem Walzgrad von 60% in Bild 5.2.13 dargestellt. Die Ergebnisse der Rechnungen sind in Bild 5.2.14 und Bild 5.2.15 als OVF dargestellt und die Entwicklung der α - und die τ -Fasern zeigt Bild 5.2.16.

C_{11} [GPa]	C_{12} [GPa]	C_{44} [GPa]
95	49	28

Tabelle 5.2.2: Elastische Einkristallkonstanten von Aluminium aus [Hearmon 1961].

Aus Bild 5.2.14 und Bild 5.2.15 ist zu erkennen, daß bei Verwendung der Einkristallplastizitäts-FEM die OVF-Maxima zwischen den entsprechenden Werten des VPSC-Modells mit und ohne Korn-Korn Wechselwirkung liegen. Ein Vergleich der Faserdarstellungen zeigt, daß das Verhältnis der Belegung von Kupfer- und Messinglage ungefähr gleich ist.

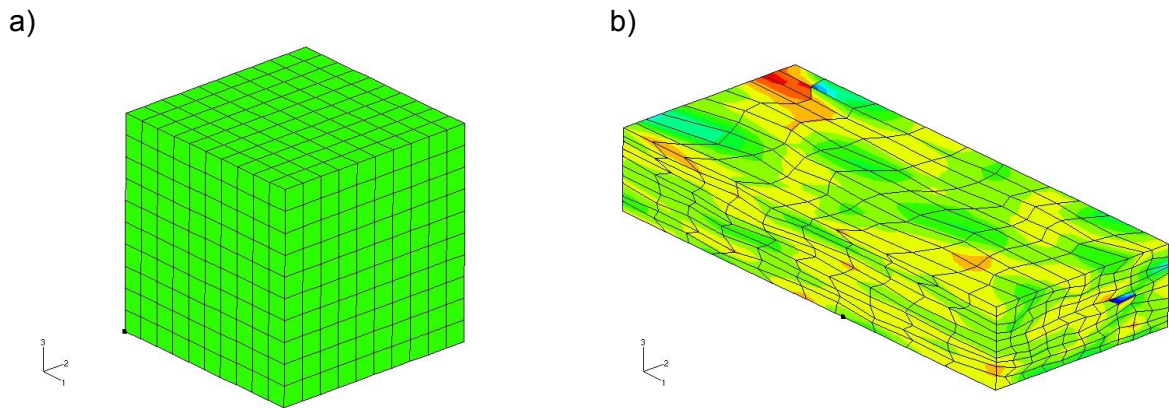


Bild 5.2.13: Zur Durchführung der Einkristallplastizitäts-FEM verwendetes FE-Netz. a) ursprünglicher Zustand und b) Zustand nach einer idealisierten Walzverformung mit 60% Walzgrad.

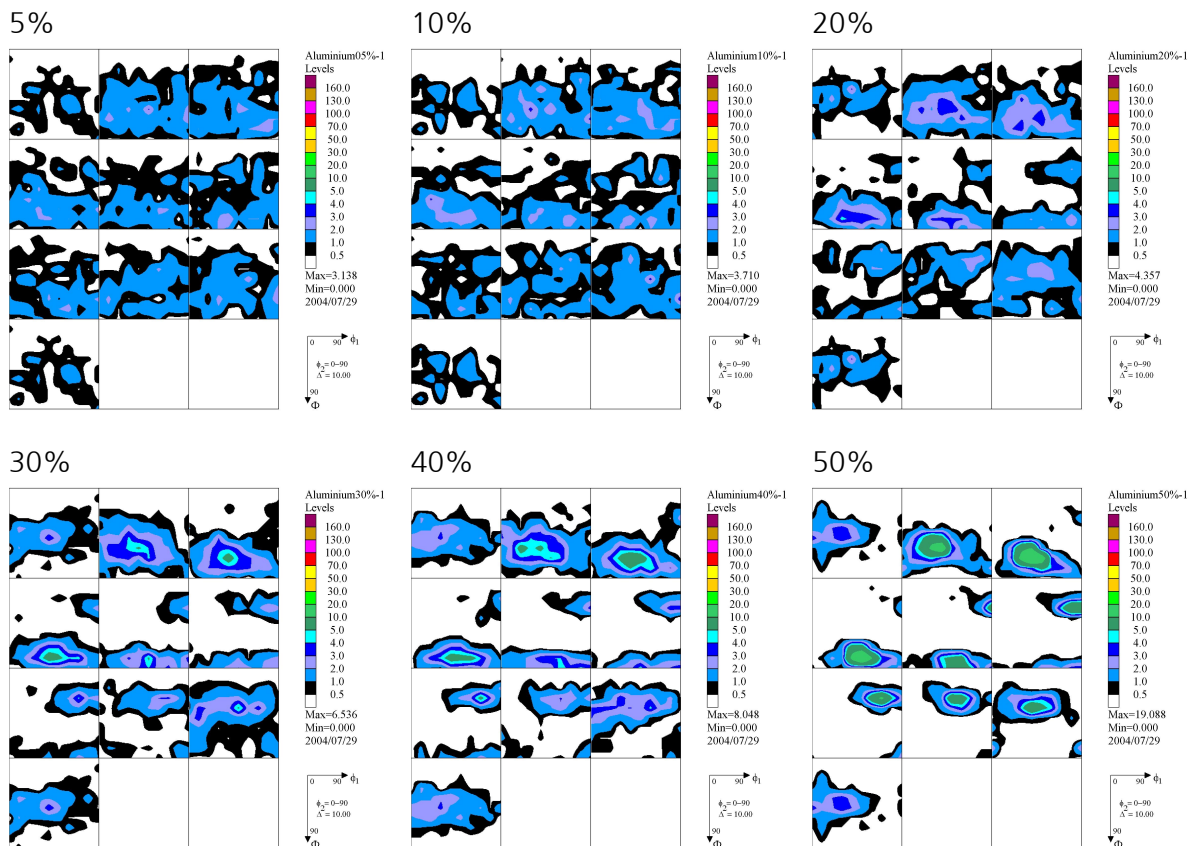


Bild 5.2.14: Mit der Methode der Einkristallplastizitäts-FEM unter der Annahme idealisierter Walzverformung gerechnete Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 für unterschiedliche Walzgrade zwischen 5% und 50%.

5 Simulationsergebnisse

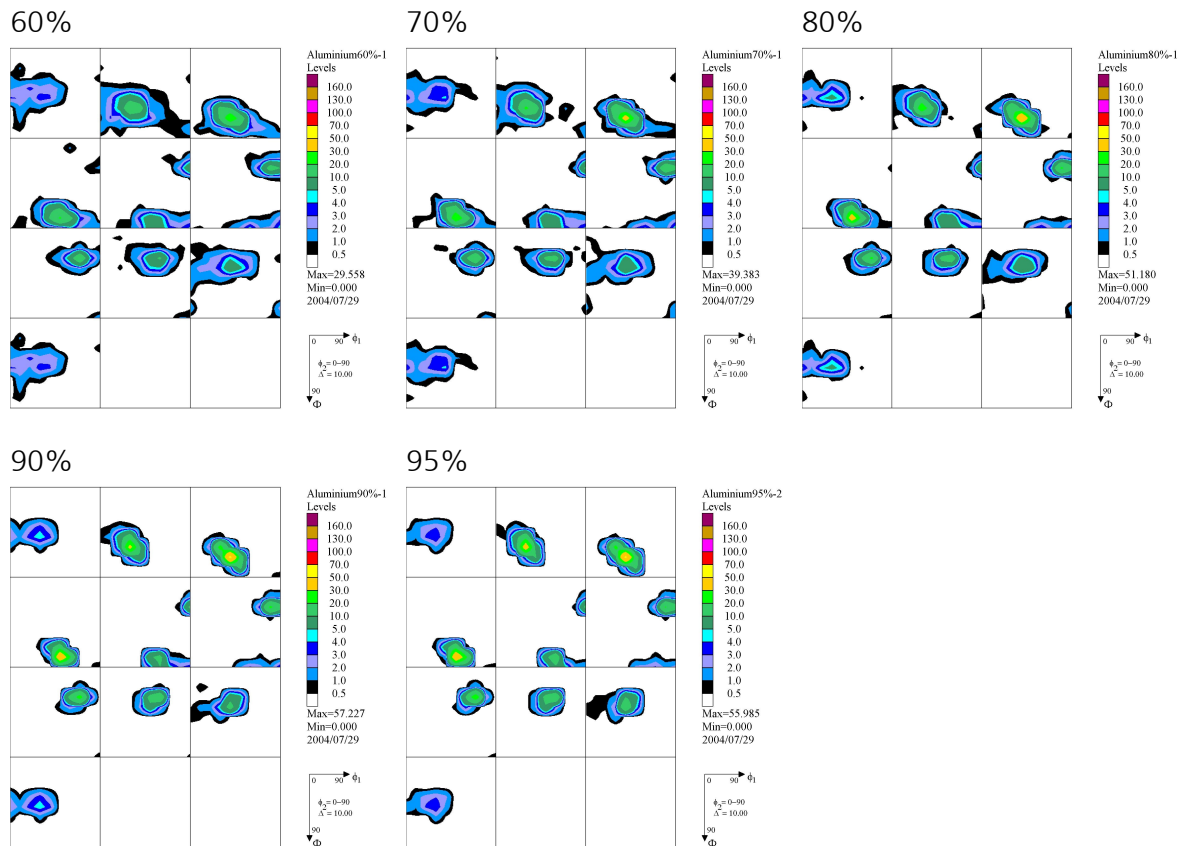


Bild 5.2.15: Mit der Methode der Einkristallplastizitäts-FEM unter der Annahme idealisierter Walzverformung gerechnete Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 für unterschiedliche Walzgrade zwischen 50% und 95%.

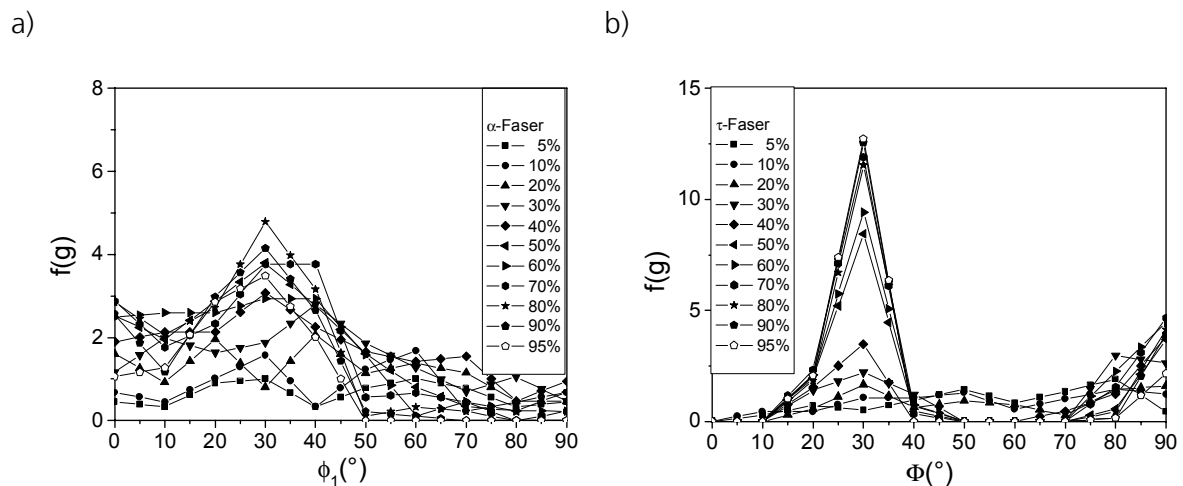


Bild 5.2.16: Faser-Darstellung der Texturentwicklung der Aluminiumlegierung 5754 bei Verwendung der Methode der Einkristallplastizitäts-FEM. a) α -Faser und b) τ -Faser.

5.2.2 Simulation im Postprocessing einer FE-Rechnung

In diesem Abschnitt werden einige der im vorherigen Abschnitt verwendeten Modelle im Postprocessing einer FE-Rechnung angewendet. D.h. der Walzvorgang wird mit einem einfachen Plastizitätsgesetz (von Mises) berechnet und der Verformungspfad, der anschließend zur Berechnung der Textur mit dem jeweiligen Modell verwendet wird, wird für die entsprechenden Elemente ausgegeben.

Da einerseits keine experimentellen Fließkurven für den Werkstoff AA5754 vorliegen und damit andererseits eine gute Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen der in Abschnitt 5.2.4 durchgeführten vollgekoppelten Textur-FE Simulationen gegeben ist, werden mit Hilfe des auch im vorherigen Abschnitt verwendeten Parametersatzes (siehe Tabelle 5.2.1) aus der Literatur [Tomé 2002] und dem VPSC-Modell die in Bild 5.2.17 dargestellten Fließkurven unter Verwendung einer aus 1000 zufällig orientierten Einzelorientierungen bestehenden Ausgangstextur berechnet. Die unterschiedlichen Fließkurven für Zug- oder Druckbelastung sind ein Resultat der sich unterschiedlich entwickelnden Textur. In der FE-Simulation wird die Verfestigungskurve für Zugbelastung verwendet, wobei die elastischen Eigenschaften des Polykristalls als isotrop mit einem E-Modul von $E = 71,0$ GPa und einer Querkontraktionszahl $\nu = 0,34$ [Demröder 1994] angenommen werden. Für den Coulomb-Reibkoeffizienten wird ein Wert von $\mu = 0,2$ angenommen.

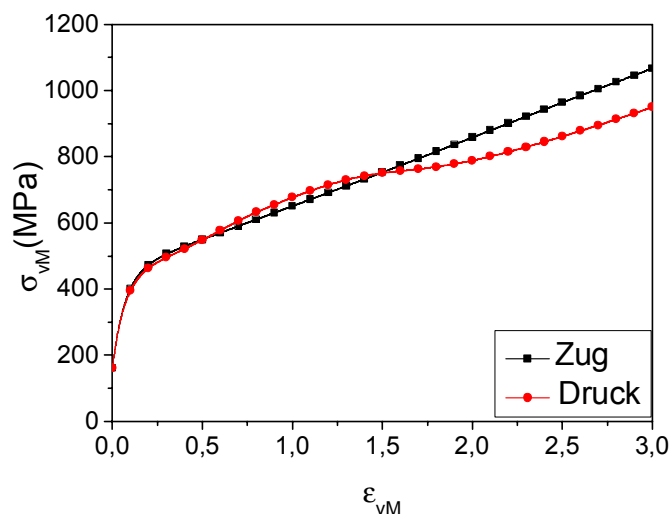


Bild 5.2.17: Mit Hilfe des VPSC-Modells und Literaturdaten berechnete Verfestigungskurven für die Legierung AA5754. Der Unterschied zwischen der Zug- und der Druckkurve ist das Resultat der sich unterschiedlich entwickelnden Texturen.

Bild 5.2.18 zeigt das FE-Netz für eine Stichabnahme von 40% und einem Verhältnis zwischen Walzendurchmesser und der Ausgangsdicke des Walzgutes von 7,88. Hieraus ergibt sich ein Verhältnis von gedrückter Länge zur Einlaufdicke des Walzgutes von ungefähr 1,27. Das Verhältnis zwischen Walzgutbreite und -dicke beträgt 10,0 und aus Symmetriegründen wird nur ein Viertel des Walzgutes simuliert. Die Walze wird bei den Rechnungen als starr angenommen und das Walzgut mit dem Elementtyp C3D8R vernetzt. Ein Ausschnitt aus der Mitte des FE-Netzes nach dem Walzen ist in Bild 5.2.19 dargestellt. In diesem ist eine relativ starke Krümmung in der Walzgutmitte zu erkennen, welche durch das FE-Netz des Walzgutes bedingt ist. Bei einem feineren Vernetzungsgrad, auf den in dieser Arbeit aus Gründen der Rechenzeit verzichtet wird, wäre die Krümmung in der Walzgutmitte deutlich geringer.

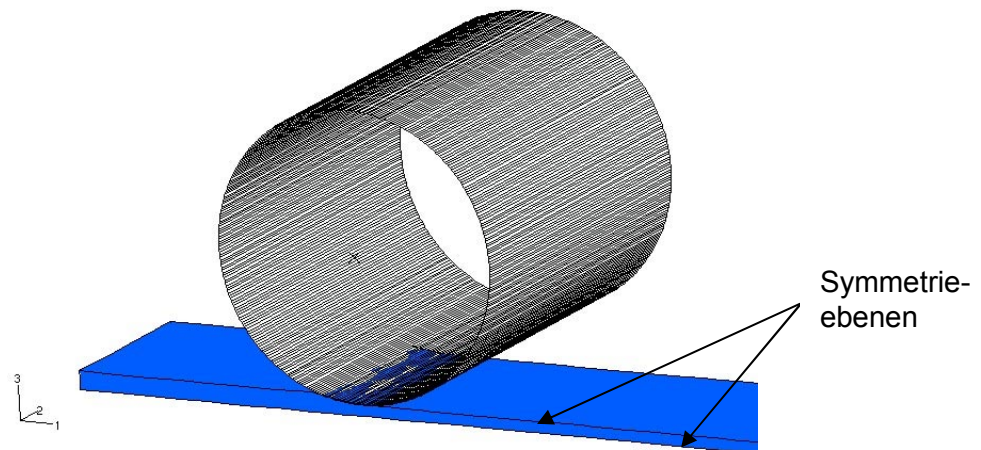


Bild 5.2.18: Geometrie der durchgeführten FE-Walzsimulationen.

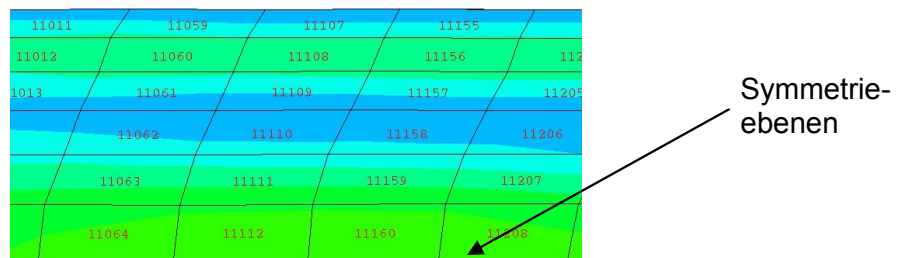


Bild 5.2.19: Ausschnitt des FE-Netzes nach dem Walzen.

Für einen Satz von Elementen über die Blechdicke wird die Texturentwicklung berechnet. Die Nummern dieser Elemente sind zusammen mit den zugehörigen Schichtparametern in Tabelle 5.2.3 aufgeführt. Der Schichtparameter s ist dabei definiert als das Verhältnis zwischen dem Abstand des Integrationspunkts zur Walzgutmitte und der halben Blechdicke.

Elementnummer	Schichtparameter s
11107	0,9427
11108	0,8177
11109	0,6719
11110	0,5052
11111	0,3177
11112	0,1094

Tabelle 5.2.3: Nummern und Schichtparameter der Elemente für die die Texturentwicklung berechnet wird.

Im Folgenden wird der für die in Tabelle 5.2.3 aufgeführten Elemente mit Hilfe der FE-Simulation bestimmte Verformungspfad verwendet, um die Texturentwicklung in diesen Elementen mit dem Taylor-FC und dem VPSC-Modell (ohne Korn-Korn Wechselwirkung) zu berechnen.

Taylor-FC Modell

Das Taylor-FC Modell wird verwendet, um die Walztextur für die in Tabelle 5.2.3 angegebenen Elemente mit Hilfe des Verformungspfads aus der FE-Simulation zu berechnen. Der Vergleichsumformgrad beträgt bei jedem Umforminkrement 10^{-3} . Die Ergebnisse der Rechnungen sind in Bild 5.2.20 als OVF dargestellt. Bild 5.2.21 zeigt die zugehörigen α - und τ -Fasern.

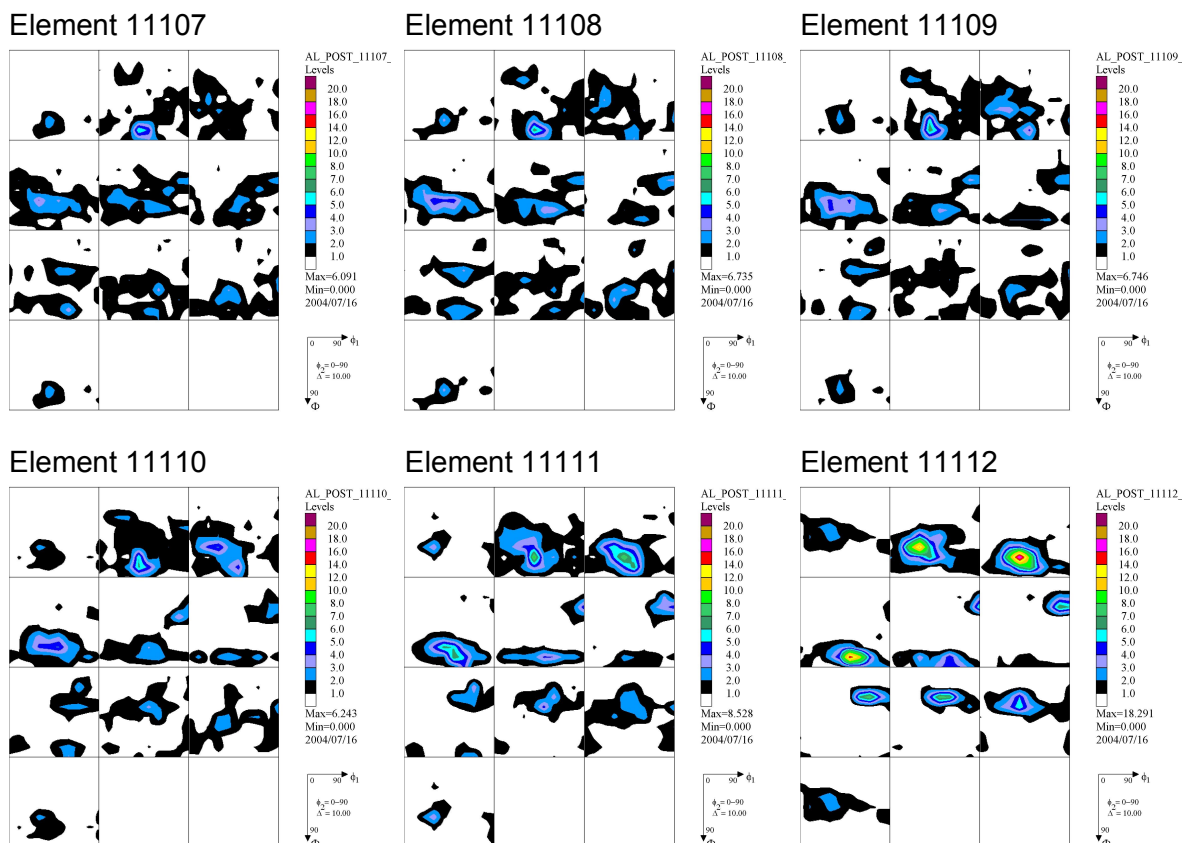


Bild 5.2.20: Mit dem Taylor-FC Modell berechnete Texturen der Aluminiumlegierung 5754 im Postprocessing einer FE-Rechnung für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

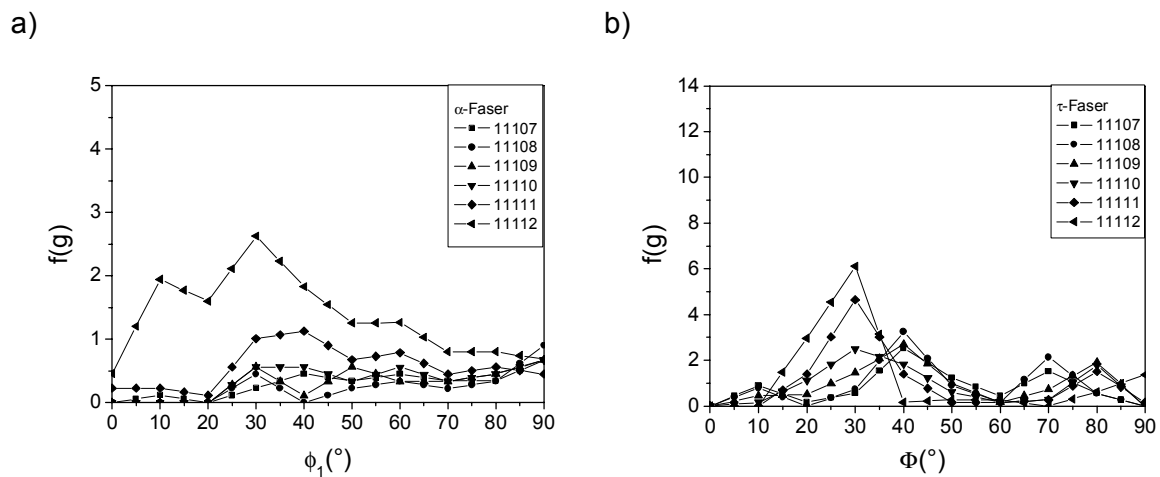


Bild 5.2.21: Faser-Darstellung der mit dem Taylor-FC Modell im Postprocessing berechneten Texturen des Werkstoffs AA5754 für verschiedene Elemente über die Blechdicke. a) α -Fasern und b) τ -Fasern.

Die OVF-Darstellungen und die α - und τ -Fasern zeigen einen deutlichen Texturgradienten über die Blechdicke. Dies betrifft sowohl die Lage als auch die Höhe der Maxima der OVF. Nur für die beiden Elemente, die der Blechmitte am nächsten sind, kann deutlich die Bildung einer Messing- und einer Kupferlage beobachtet werden. Interessant ist hierbei, daß für das der Blechmitte nächste Element die Messinglage im Verhältnis zur Kupferlage stärker belegt ist, als in der Rechnung für eine idealisierte Walzverformung.

VPSC-Modell ohne Korn-Korn-Wechselwirkung

Mit dem VPSC-Modell wird für die in Tabelle 5.2.3 angegebenen Elemente die Textur mit Hilfe des Verformungspfad aus der FE-Simulation berechnet. Der Vergleichsumformgrad beträgt bei jedem Umforminkrement 10^{-3} und die zugehörige Dehnrates wird mit Hilfe des ebenfalls aus der FE-Simulation gewonnenen Zeitinkrements berechnet, wobei 10 s^{-1} eine typische Größenordnung darstellt. Die Ergebnisse der Rechnungen sind in Bild 5.2.22 als OVF in der Eulerraumdarstellung nach Bunge in Form von ϕ_2 -Schnitten im Abstand von 10° wiedergegeben und Bild 5.2.23 zeigt die zugehörigen α - und τ -Fasern.

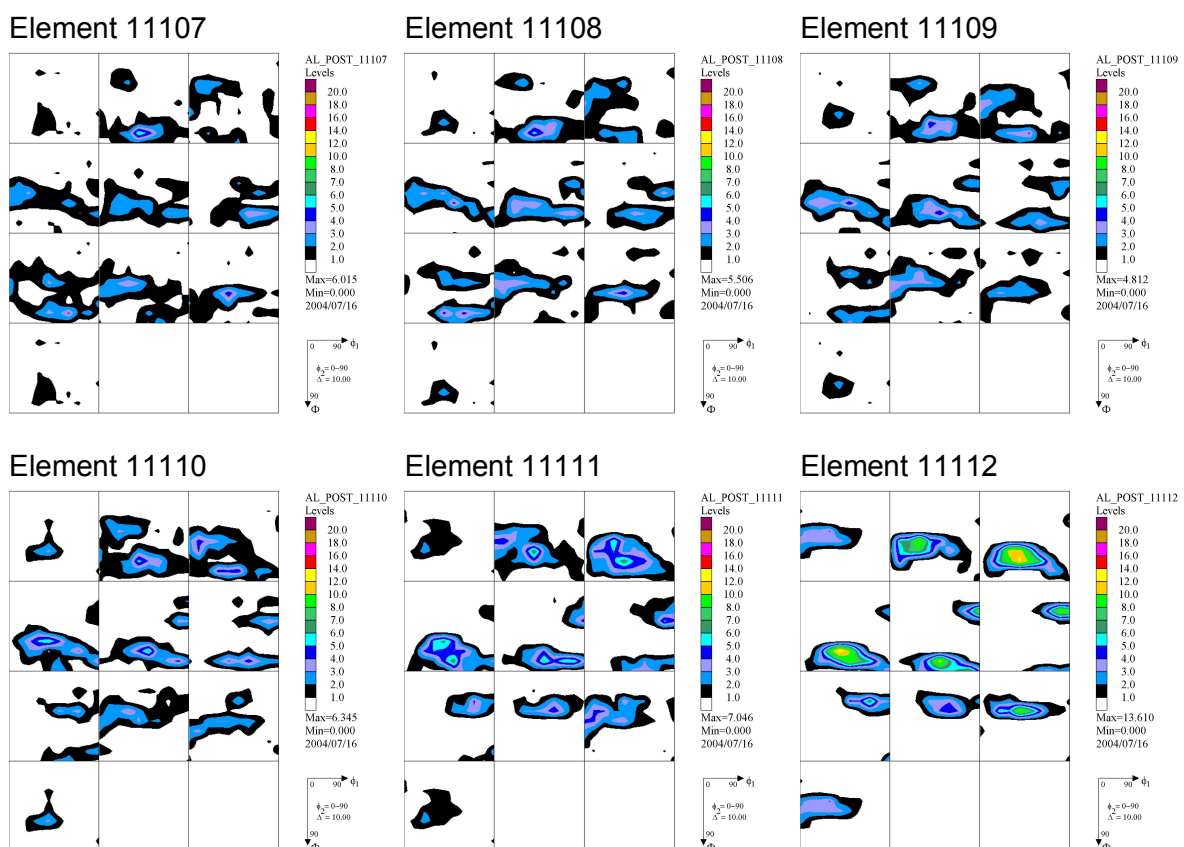


Bild 5.2.22: Mit dem VPSC-Modell berechnete Texturen der Aluminiumlegierung 5754 im Postprocessing einer FE-Rechnung für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

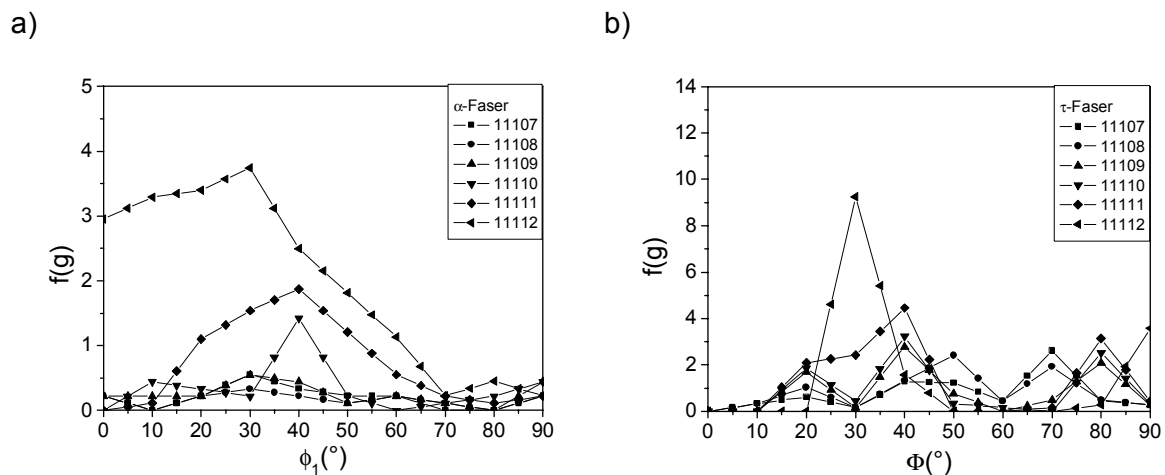


Bild 5.2.23: Faser-Darstellung der mit dem VPSC-Modell ohne Korn-Korn Wechselwirkung im Postprocessing berechneten Texturen des Werkstoffs AA5754 für verschiedene Elemente über die Blechdicke. a) α -Fasern und b) τ -Fasern.

Auch hier sieht man wie bei der Anwendung der Taylor-FC Modells in den Darstellungen der OVF und der α - und τ -Fasern einen deutlichen Texturgradienten über die Blechdicke. Die Textur des Elements in der Blechmitte zeigt eine hohe Ähnlichkeit mit der Textur, die man unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung erhält. Bis auf die zwei Elemente, die der Blechmitte am nächsten sind, weist kein Element eine deutliche Belegung der Kupfer-Lage auf.

Nachdem in diesem Abschnitt der Einfluß der Verformungspfad und damit der Effekt durch die Abweichung von einem ebenen Dehnungszustand auf die Texturentwicklung betrachtet wurde, wird im folgenden Abschnitt neben dem Einfluß des Verformungspfad auf die Texturentwicklung auch der Einfluß der Textur auf den Verformungspfad selbst mitberücksichtigt. Es werden also vollgekoppelte Textur-FE Simulationen durchgeführt.

5.2.3 Vollgekoppelte Textur-Finite-Elemente-Rechnung

In die diesem Abschnitt werden die Ergebnisse vollgekoppelter Textur-FE-Rechnungen vorgestellt. Zum Einsatz kommen hierbei sowohl das Taylor-FC als auch das VPSC-Modell. Das FE-Modell ist hierbei identisch mit dem Modell, welches im vorherigen Abschnitt verwendet wird, was eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse der verschiedenen Kopplungsansätze zwischen Texturmodell und FE-Programm gewährleistet.

Taylor-FC Modell

Mit der in Kap. 4.2 vorgestellten Methode zur Kopplung des Taylor-FC Modells an eine FE-Rechnung wird ein Walzstich mit einer Stichabnahme von 40% simuliert. Diese Kopplungsmethode benötigt eine Fließkurve mit der zugehörigen Entwicklung des mittleren Taylorfaktors. Da für den hier behandelten Werkstoff keine Fließkurve vorliegt, wird die mit dem VPSC-Modell im vorherigen Abschnitt berechnete Kurve benutzt. Die Entwicklung des Taylorfaktors wird mit dem Taylor-FC Modell unter der Annahme einer idealisierten Druck- bzw. Zugverformung berechnet. Als Ausgangstextur wird hierbei wie später auch in der FE-Rechnung ein Satz von 1000 regellos verteilten Einzelorientierungen verwendet. Die Fließkurven sind zusammen mit der zugehörigen Entwicklung des Taylorfaktors in Bild 5.2.24 dargestellt.

Die Ergebnisse bei einer Verwendung der Kurven für Zugverformung sind in Bild 5.2.26 als OVF dargestellt und Bild 5.2.25 zeigt die zugehörigen α - und τ -Fasern.

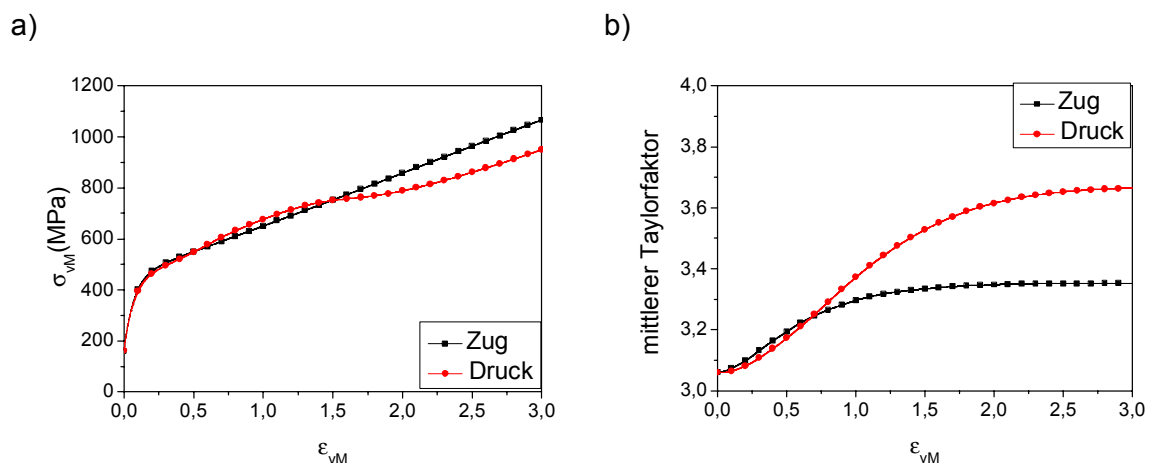


Bild 5.2.24: a) Mit dem VPSC-Modell berechnete Fließkurven der Aluminiumlegierung 5754 für einen Zug- bzw. Druckversuch. b) Mit dem Taylor-FC Modell berechnete Entwicklung des mittleren Taylorfaktors für Zug- bzw. Druckverformung.

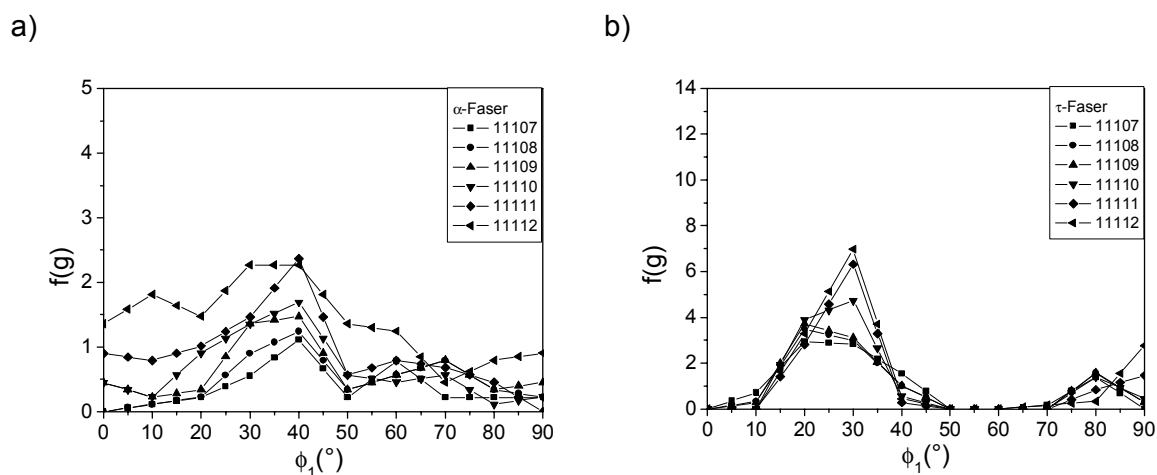


Bild 5.2.25: Faser-Darstellung der mit einer vollgekoppelten FE-Taylor-FC Modell Simulation berechneten Texturen des Werkstoffs AA5754 für verschiedene Elemente über die Blechdicke. a) α -Fasern und b) τ -Fasern.

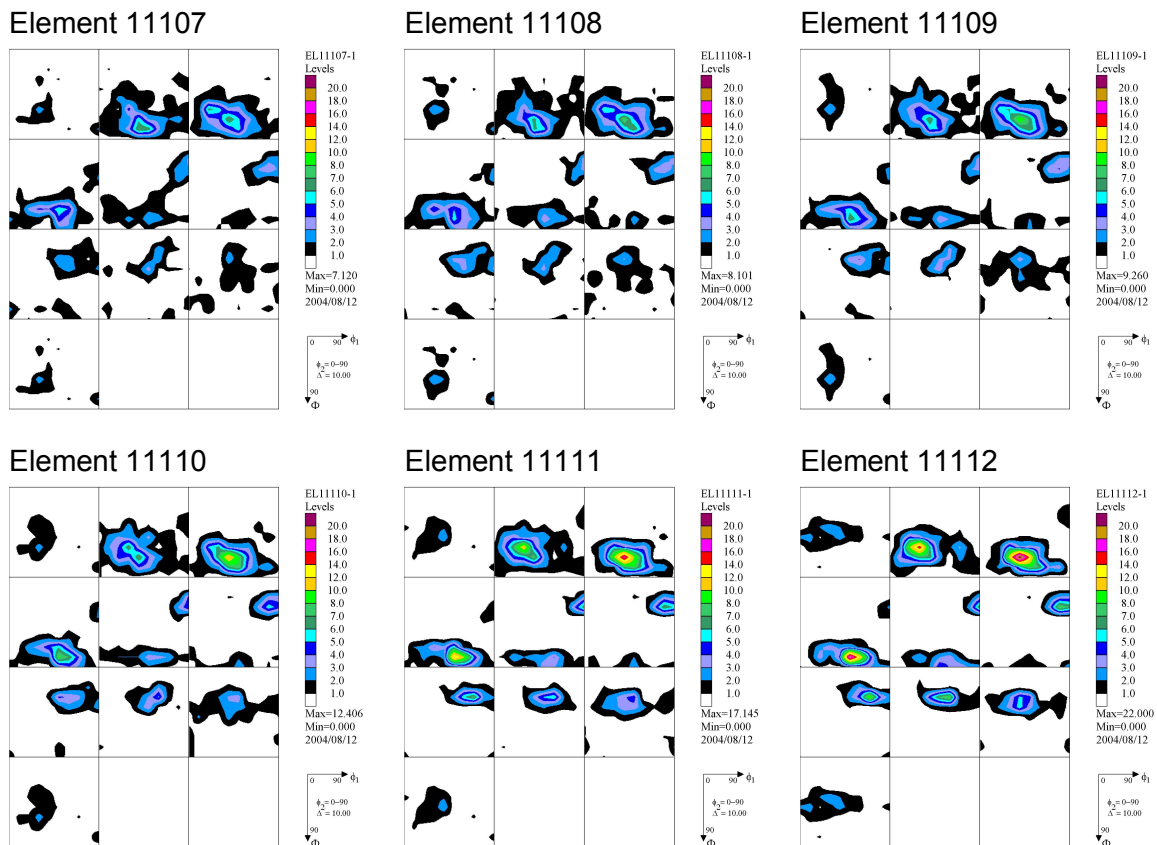


Bild 5.2.26: Mit einer vollgekoppelten FE-Taylor-FC Texturmodell Simulation berechnete Texturen der Aluminiumlegierung 5754 für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

Auch in dieser vollgekoppelten Taylor-FC FE-Simulation ist ein deutlicher Texturgradient über die Blechdicke zu erkennen. Jedoch gibt es zu den Ergebnissen der Taylor-FC Rechnungen im Postprocessing bemerkenswerte Unterschiede. So liegt in allen Elementen eine deutliche Belegung der Kupferlage vor, deren Stärke zur Blechoberfläche hin abnimmt. Auch im Bereich der Messinglage weist die OVF bei der vollgekoppelten Rechnung höher Werte auf als bei der Rechnung im Postprocessing. Außerdem sind bei einigen Elementen die Maximalwerte der OVF bei der vollgekoppelten Rechnung signifikant höher als bei den entsprechenden Elementen der Rechnung im Postprocessing.

VPSC-Modell ohne Korn-Korn-Wechselwirkung

Mit der in Kapitel 4.3 vorgestellten Methode zur Kopplung des VPSC-Modells an einen expliziten FE-Code wird eine vollgekoppelte Textur FE-Simulation eines Walzstichs mit einer Stichabnahme von 40% durchgeführt. Für die in Tabelle 5.2.3 aufgeführten Elemente zeigt Bild 5.2.27 die jeweilige OVF. Bild 5.2.28 zeigt die zugehörigen α - und τ -Fasern.

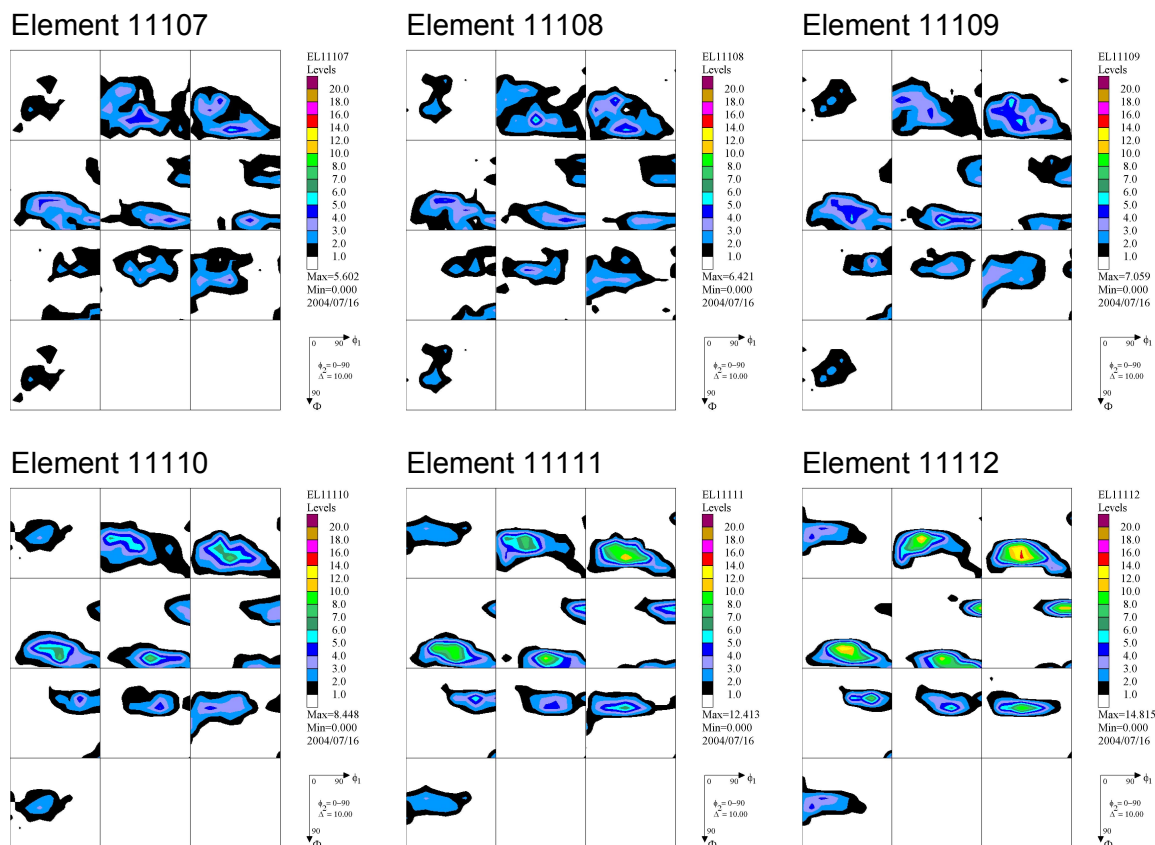


Bild 5.2.27: Mit einer vollgekoppelten FE-VPSC-Modell Simulation berechnete Texturen der Aluminiumlegierung 5754 für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

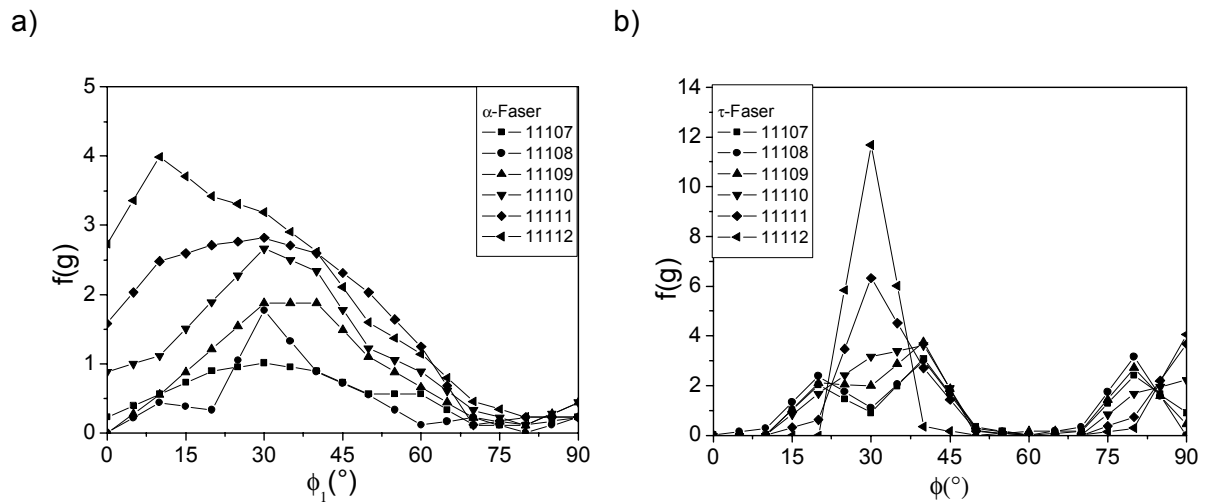


Bild 5.2.28: Faser-Darstellung der mit einer vollgekoppelten FE-VPSC-Modell Simulation berechneten Texturen des Werkstoffs AA5754 für verschiedene Elemente über die Blechdicke. a) α -Fasern und b) τ -Fasern.

Auch bei dieser Rechnung ergibt sich ein deutlicher Texturgradient über die Blechdicke, der sich jedoch wiederum von dem Ergebnis der entsprechenden Rechnung im Postprocessing unterscheidet. So weisen die Texturen aller Elemente eine stärkere Belegung sowohl der Kupfer- als auch der Messinglage auf. Zudem liegen die OVF Maxima teilweise erheblich über den Werten der Simulation im Postprocessing.

5.2.4 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

In diesem Abschnitt ist die Texturentwicklung beim Kaltwalzen der Aluminiumlegierung 5754 simuliert worden. Die Simulation unter der Annahme einer idealen Walzverformung ermöglicht im Hinblick auf die verwendeten Modelle die folgenden Schlüsse:

- Das Taylor-FC Modell sagt eine sehr schnelle Entwicklung der Textur voraus, was zu hohen Maximalwerten der OVF führt. Außerdem ergibt das Taylor-FC Modell nur eine schwache Belegung der Messing- im Verhältnis zur Kupferlage.
- Bei Verwendung des VPSC-Modells erfolgt die Entwicklung der Textur bei niedrigen Walzgraden zunächst schneller bei hohen Walzgraden schließlich langsamer als beim Taylor-FC Modell. Zudem ist die Belegung der Messing- im Verhältnis zur Kupferlage deutlich stärker als beim Taylor-FC Modell.
- Durch die Einführung von Korn-Korn Wechselwirkungen läßt sich die Entwicklung der Textur im VPSC-Modell weiter verlangsamen. Das Verhältnis der Belegung von Kupfer- und Messinglage ändert sich im Vergleich zum VPSC-Modell ohne Korn-Korn Wechselwirkung nur wenig.
- Verwendet man die Methode der Einkristallplastizitäts-FEM, so liegt die Geschwindigkeit der Texturentwicklung zwischen denen des VPSC-Modells mit und ohne Korn-Korn Wechselwirkung. Das Verhältnis der Belegung von Messing- und Kupferlage ist mit dem bei Verwendung des VPSC-Modells vergleichbar.

Vergleicht man die drei angewendeten Methoden zur Simulation von Walztexturen, so sind die folgenden Schlüsse möglich:

- Die Annahme einer idealisierten Walzverformung ist eine Vereinfachung, die am besten auf die Umformbedingungen in der Walzgutmitte zutrifft.
- Die Simulationen der Texturentwicklung im Postprocessing und die vollgekoppelten Textur-FE Simulationen liefern einen deutlichen Texturgradienten über die Blechdicke. Die Ergebnisse der Rechnungen im Postprocessing unterscheiden sich erheblich von denen der vollgekoppelten Rechnungen. Dies gilt sowohl bei der Verwendung des Taylor-FC als auch bei der des VPSC-Modells.

Vergleicht man die Simulationsergebnisse dieses Abschnitts mit den experimentell ermittelten Texturen an Reinaluminium, so ist zu erkennen, daß alle verwendeten Modelle eine Belegung der OVF in den Bereichen der wichtigen Walztexturlagen der fcc-Metalle liefern. Alle Modelle sagen außerdem die Lage des Maximum der τ -Faser bei $\Phi=30^\circ$ voraus, wie

es auch in den Experimenten an Reinaluminium zu beobachten ist. Das experimentell beobachtete lokale Maximum der τ -Faser bei $\Phi=90^\circ$ sagen alle Modelle voraus. Betrachtet man für einen Walzgrad von 70% das Verhältnis die Absolutwerte der τ -Faser bei $\Phi=30^\circ$ und $\Phi=90^\circ$, so liefert hierfür die Einkristallplastizitäts-FEM die besten Ergebnisse. So beträgt der experimentelle Wert bei $\Phi=30^\circ$ ca. 10,0 und bei $\Phi=90^\circ$ ungefähr 5,0. Die entsprechenden Werte der Einkristallplastizitäts-FEM betragen ca. 12,0 und 5,0 (Taylor-FC Modell 15,0 und 3,0, VPSC-Modell ohne Korn-Korn-Wechselwirkung 17,0 und 4,0, VPSC-Modell mit Korn-Korn-Wechselwirkung 7,0 und 3,0). Betrachtet man die Belegung der Messing-Lage im Verhältnis zur Kupfer-Lage, so erkennt man, daß die Belegung der Messing-Lage in allen Modellen zu niedrig bzw. die der Kupfer-Lage zu hoch vorhergesagt wird. So beträgt das Verhältnis zwischen der Belegung der Kupfer- zu der der Messing-Lage bei einem Walzgrad von 70% in der Einkristallplastizitäts-FEM ungefähr 3,0, beim VPSC-Modell mit Korn-Korn Wechselwirkung 2,0, beim VPSC-Modell ohne Korn-Korn-Wechselwirkung ca. 3,5 und beim Taylor-FC Modell ungefähr 5,0. Bei diesem Walzgrad beträgt das experimentell ermittelte Verhältnis für Reinaluminium ungefähr 1,0.

Vergleicht man die experimentellen Ergebnisse für die Legierung AlMg4,5Mn0,4 mit den Ergebnissen der Simulation, so zeigt sich auch für diese Legierung, daß die Belegung der Messinglage von allen Modellen zu niedrig vorhergesagt wird. Nach einer Dickenreduzierung von 77,5% weist die Messing-Lage einen OVF-Wert von ca. 8,0 und die Kupfer-Lage von etwas über 6,0 auf. Hieraus ergibt sich ein Verhältnis der Belegung der Kupfer- zu der der Messing-Lage von ungefähr 0,75. Dieses Verhältnis beträgt bei einem Walzgrad von 80% beim Taylor-FC Modell ca. 8,0, beim VPSC-Modell und der Einkristallplastizitäts-FEM ungefähr 2,5.

Auch wenn keines der verwendeten Modelle das Verhältnis der Belegung von Kupfer- zu Messing-Lage richtig vorhersagen kann, so liefern dennoch das VPSC-Modell und die Einkristallplastizitäts-FEM deutlich bessere Ergebnisse als das Taylor-FC Modell. Der Grund hierfür liegt darin, daß für eine ungefähr gleiche Belegung der Kupfer- und der Messinglage eine Scherverformung der Körner in Querrichtung notwendig ist [Hirsch 1988], was beim VPSC-Modell und der Einkristallplastizitäts-FEM im Gegensatz zum Taylor-FC Modell in einem gewissen Umfang möglich ist. Allerdings ist auch bei diesen Modellen eine Beeinflussung des Maßes der Scherung in Querrichtung nur in einem sehr begrenzten Umfang möglich, weshalb sich die bei unterschiedlichen Aluminiumlegierungen auftretenden Unterschiede in der Texturentwicklung mit den in dieser Arbeit angewendeten Modellen nicht zufriedenstellend wiedergeben lassen. Dies wäre jedoch mit

dem GIA-Modell [Wagner 1994] möglich, da bei diesem die Scherung eines Kornes in Querrichtung durch Korrekturfaktoren in einem hohen Maße beeinflussbar ist. Dieses Modell ist jedoch nicht Gegenstand dieser Arbeit, weswegen hierzu auch keine Simulationsergebnisse vorgestellt werden.

Vergleicht man die Ergebnisse der vollgekoppelten Textur-FE-Simulation mit den experimentellen Ergebnissen in Bild 5.2.2, so erkennt man, daß sowohl die Rechnungen mit dem Taylor-FC Modell als auch die mit dem VPSC-Modell eine Verringerung der Belegung der Kupfer-Lage mit steigendem Abstand von der Walzgutmitte vorhersagen, was auch in den Experimenten zu beobachten ist. Allerdings erscheint dieser Effekt beim VPSC-Modell stärker ausgeprägt zu sein als beim Taylor-FC Modell.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß unter der Annahme eines ebenen Dehnungszustands die Einkristallplastizitäts-FEM die besten Ergebnisse liefert, jedoch keiner der verwendeten Modellansätze die Texturentwicklung in Aluminium gut vorhersagen kann, da die verschiedenen Einflußgrößen, die entscheidend dafür sind, welche Scherverformungen die einzelnen Körner während der Walzverformung ausführen können, nicht hinreichend in den Modellen berücksichtigt sind. Was die Entwicklung von Texturgradienten über die Walzgutdicke betrifft, so können die vollgekoppelten Textur-FE-Rechnungen trotz der Mängel der verwendeten Modelle zumindest einige der experimentell beobachteten Merkmale wiedergeben.

5.3 Simulation des Kaltwalzens eines IF-Stahls

In diesem Abschnitt wird die Texturentwicklung während des Kaltwalzens eines IF-Stahls (0,0006% Kohlenstoff, 0,16% Mangan, 0,038% Titan, 0,024% Aluminium, 0,0015% Silizium, 0,005% Phosphor und 0,004% Schwefel) untersucht. Hierbei wird zunächst die Textur unter der Vorgabe einer idealisierten Walzverformung simuliert, wozu das Taylor-FC Modell, das VPSC-Modell mit und ohne Korn-Korn Wechselwirkung, sowie die Einkristallplastizitäts-FEM verwendet wird.

Anschließend wird die Texturentwicklung im Postprocessing einer FE-Walzsimulation mit Hilfe des Taylor-FC und des VPSC-Modells berechnet. Um den Einfluß der sich mit der Textur entwickelnden Anisotropie auf die Texturentwicklung zu untersuchen, werden außerdem vollgekoppelten Textur-FE-Simulationen mit dem VPSC-Modell durchgeführt. Da bei einem bcc-Metall die für die Ableitung des mittleren Taylorfaktors notwendige Bedingung, daß alle Gleitsysteme die gleiche kritische Schubspannung aufweisen, nicht erfüllt ist, wird von einer vollgekoppelten Textur-FE Simulation mit dem Taylor-Modell abgesehen.

Abschließend werden die Ergebnisse der verschiedenen Simulationsmethoden miteinander verglichen und einer Bewertung unterzogen.

Die Verfestigung des Materials wird mit dem in Abschnitt 3.4.2 vorgestellten versetzungsdichtebasierten Verfestigungsmodell beschrieben. Die Parameter hierzu werden der Literatur entnommen [Peeters 2002] und sind in Tabelle 5.3.1 wiedergegeben. Für bestimmte Rechnungen werden diese Parameter variiert, um den Einfluß des Bauschingereffekts auf die Texturentwicklung untersuchen zu können. Hierauf wird an den entsprechenden Stellen im Text hingewiesen. Als Ausgangstextur dient, falls nicht anders erwähnt, bei allen Rechnungen ein Datensatz von 1000 regellosen Einzelorientierungen. Die Verformung der Körner erfolgt über Gleitung auf insgesamt 48 Gleitsystemen. Nämlich zwölf Gleitsystemen des Typs $\{110\}\langle 111 \rangle$, zwölf des Typs $\{112\}\langle 111 \rangle$ und 24 Gleitsystemen des Typs $\{123\}\langle 111 \rangle$.

Im Rahmen dieser Arbeit werden keine Kaltwalztexturen an einem IF-Stahl bestimmt. Um dennoch eine Aussage über die Simulationsergebnisse im Vergleich zu experimentellen Ergebnissen machen zu können, werden experimentelle Daten aus der Literatur hinzugezogen, welche in Bild 5.3.1 in Form der α - und γ -Fasern für verschiedene Walzgrade und Schichtparameter dargestellt sind. Diese Ergebnisse wurden von Raabe [Raabe 1992] an einem IF-Stahl mit einer ähnlichen chemischen Zusammensetzung wie der des hier simu-

5 Simulationsergebnisse

lierten IF-Stahls gewonnen. Für $s=0$ (Walzgutmitte) erkennt man das Maximum der α -Faser im Bereich zwischen $\Phi=35^\circ$ und $\Phi=45^\circ$. Dieses Maximum verschiebt sich für $s=1$ hin zu $\Phi=50^\circ$. In der Walzgutmitte ist die γ -Faser bei Walzgraden von 70% und 80% gleichmäßig belegt. Erst ab einem Walzgrad von 85% beginnt diese γ -Faser nach $\phi_1=90^\circ$ hin abzufallen. Auch an der Walzgutoberfläche ($s=1$) ist bei einem Walzgrad von 70% die γ -Faser gleichmäßig belegt. Bei den Walzgraden 80% und 85% hingegen steigt sie nach $\phi_1=90^\circ$ hin an. Bei einem Walzgrade von 90% verläuft sie wieder analog zur γ -Faser in der Walzgutmitte und fällt nach $\phi_1=90^\circ$ hin ab. Ähnliche experimentelle Ergebnisse an Stählen mit einer ähnlichen chemischen Zusammensetzung werden auch von Sudo et al. [Sudo 1981] beschrieben, wobei sich diese Untersuchungen auf die Walzgutmitte konzentrieren.

I (m)	I^{wd} (m)	I^{wp} (m)	R (m)	R^{wd} (m)	R^{wp} (m)
$8,5 \times 10^{-10}$	$2,6 \times 10^{-8}$	$2,1 \times 10^{-9}$	$8,5 \times 10^{-10}$	$2,6 \times 10^{-8}$	$3,8 \times 10^{-9}$
R_{neg} (m)	R_{rev} (m)	R_2 (m)	ρ_{sat}^{wd} (1/m ²)	ρ_{sat}^{wp} (1/m ²)	ρ_{sat} (1/m ²)
$2,3 \times 10^{-9}$	$1,0 \times 10^{-8}$	$1,0 \times 10^{-8}$	$1,3 \times 10^{15}$	$5,8 \times 10^{14}$	$6,7 \times 10^{14}$
b (m)	G (MPa)	α	f	τ^0 (MPa)	
$2,48 \times 10^{-10}$	$8,16 \times 10^4$	0,2	0,2	42,0	

Tabelle 5.3.1: Verwendete Parameter des versetzungsdichtebasierten Verfestigungsgesetzes. Aus [Peeters 2002].

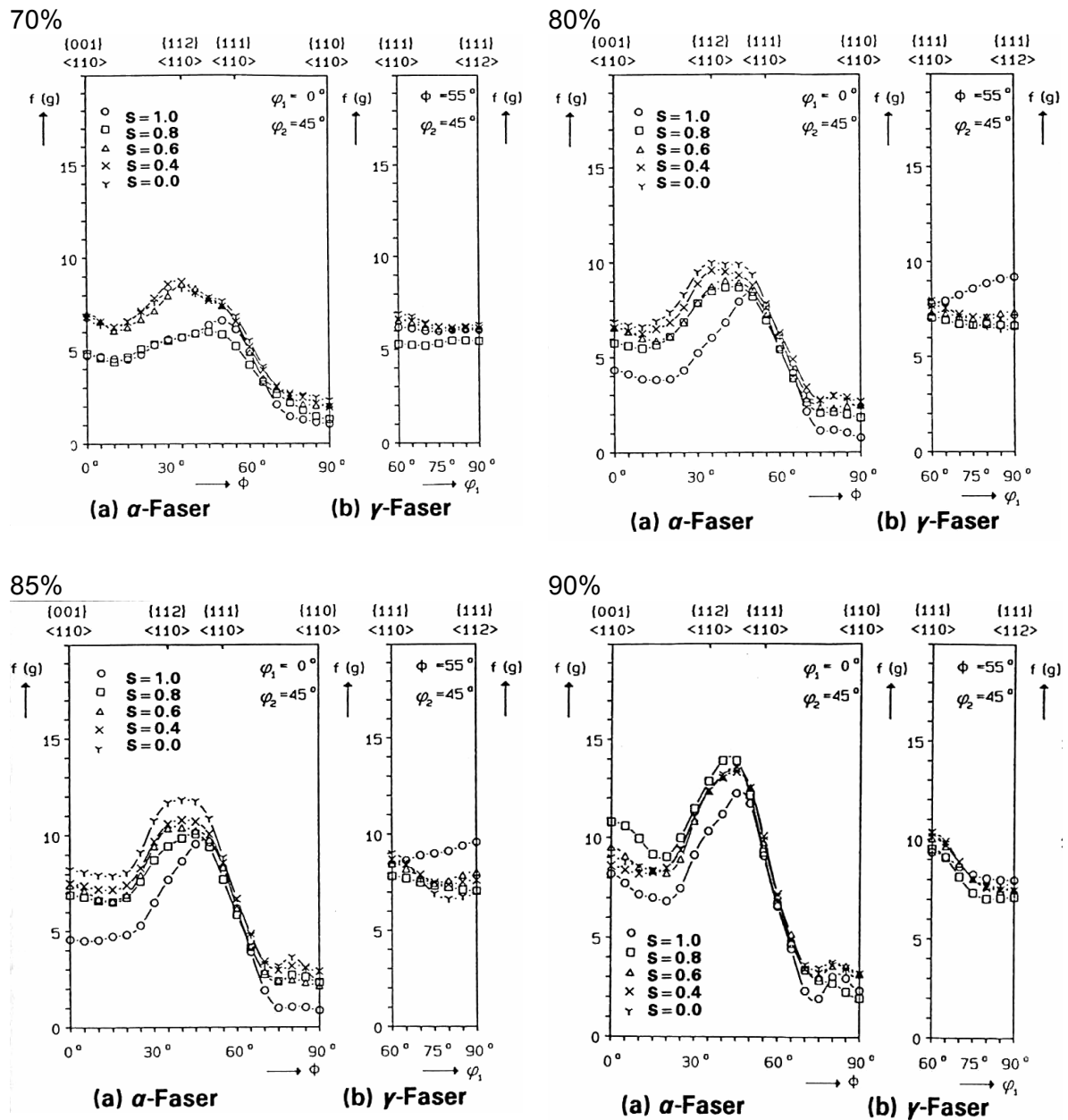


Bild 5.3.1: Für verschiedene Walzgrade und Schichtparameter ($s=0$ Blechmitte, $s=1$ Blechoberfläche) experimentell bestimmte α - und γ -Fasern eines kaltgewalzten IF-Stahls. Aus [Raabe 1992].

5.3.1 Idealisierte Walzverformung

Taylor-FC Modell

Mit dem Taylor-FC Modell wird die Walztextur für verschiedene Walzgrade zwischen 5% und 95% unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung berechnet. Die Dehnung in Walzrichtung beträgt bei jedem Umforminkrement 10^{-3} . Bild 5.3.2 und Bild 5.3.3 zeigen die resultierenden Texturen als OVF in der Eulerraumdarstellung nach Bunge in Form von ϕ_2 -Schnitten im Abstand von 10° . Die entsprechenden α - und die γ -Fasern sind in Bild 5.3.4 dargestellt.

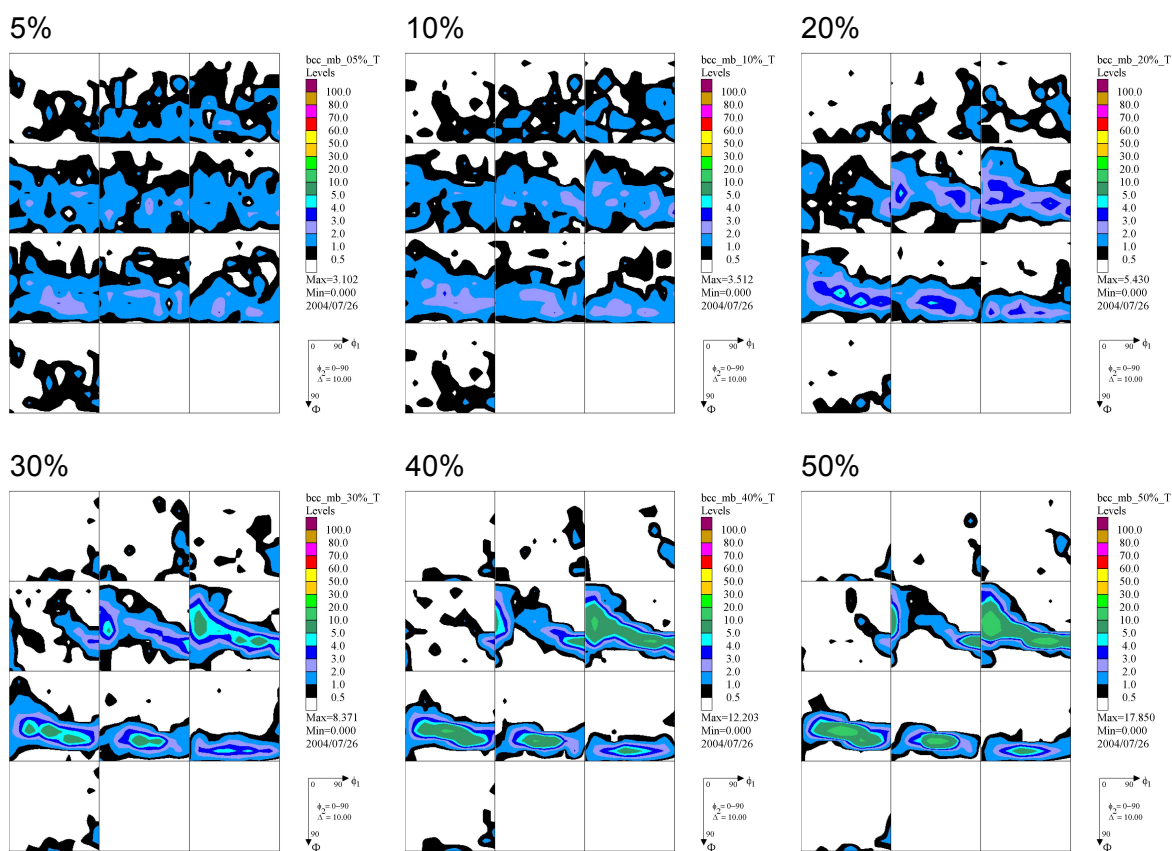


Bild 5.3.2: Mit dem Taylor-FC Modell unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung gerechnete Texturentwicklung eines IF-Stahls für verschiedene Walzgrade zwischen 5% und 50%.

Man erkennt eine kontinuierliche Entwicklung der Textur, wobei die OVF bei einem Walzgrad von 95% einen Maximalwert von ungefähr 80 erreicht. In den Darstellungen der α - und die γ -Fasern ist zu erkennen, daß das Taylor FC Modell eine starke Belegung der inversen Messinglage und nur eine schwache Belegung der Übergangslage voraussagt.

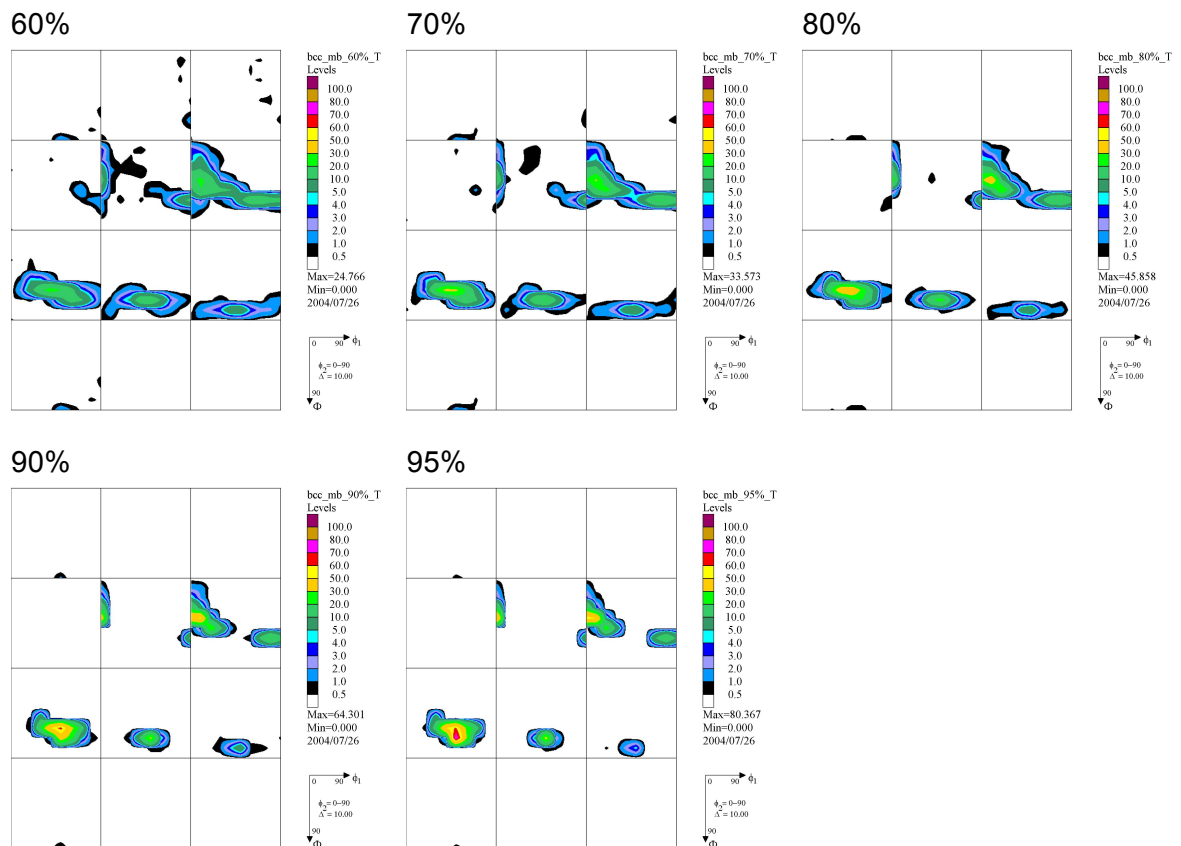


Bild 5.3.3: Mit dem Taylor-FC Modell unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung gerechnete Texturentwicklung eines IF-Stahls für verschiedene Walzgrade zwischen 60% und 95%.

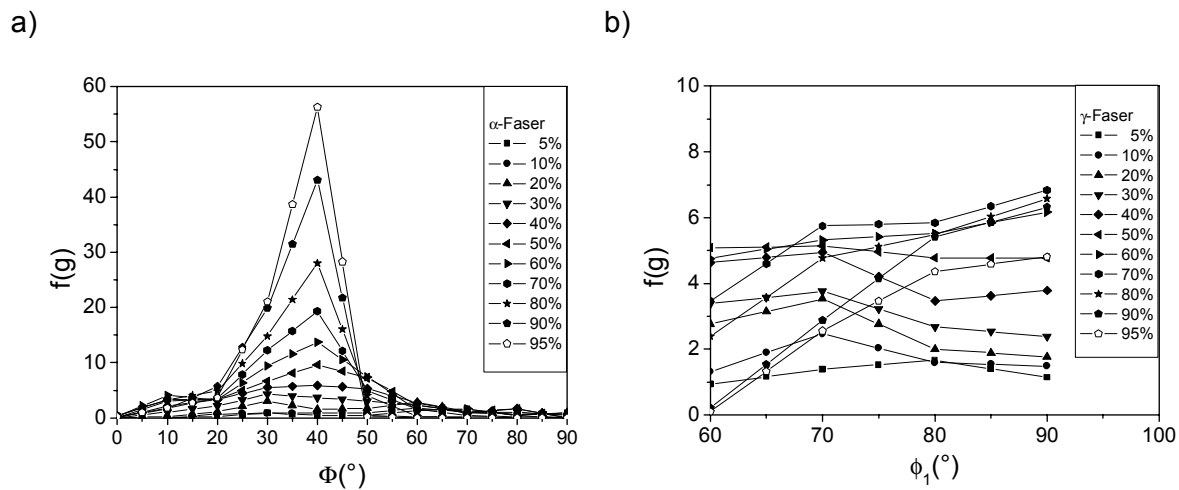


Bild 5.3.4: Faser-Darstellung der Texturentwicklung eines IF-Stahls bei Verwendung des Taylor-FC Modells. a) α -Faser und b) γ -Faser.

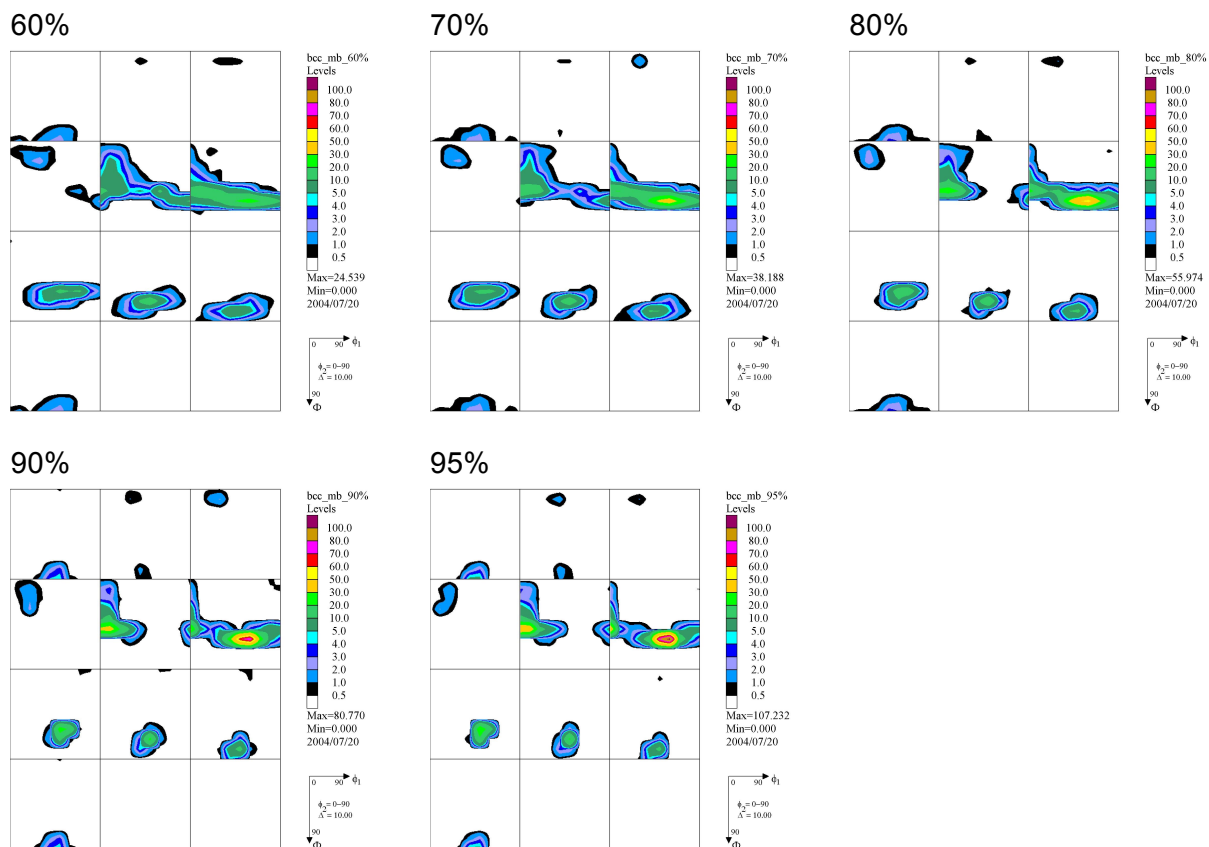


Bild 5.3.6: Mit dem VPSC-Modell unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung gerechnete Texturentwicklung eines IF-Stahls für verschiedene Walzgrade zwischen 60% und 95%.

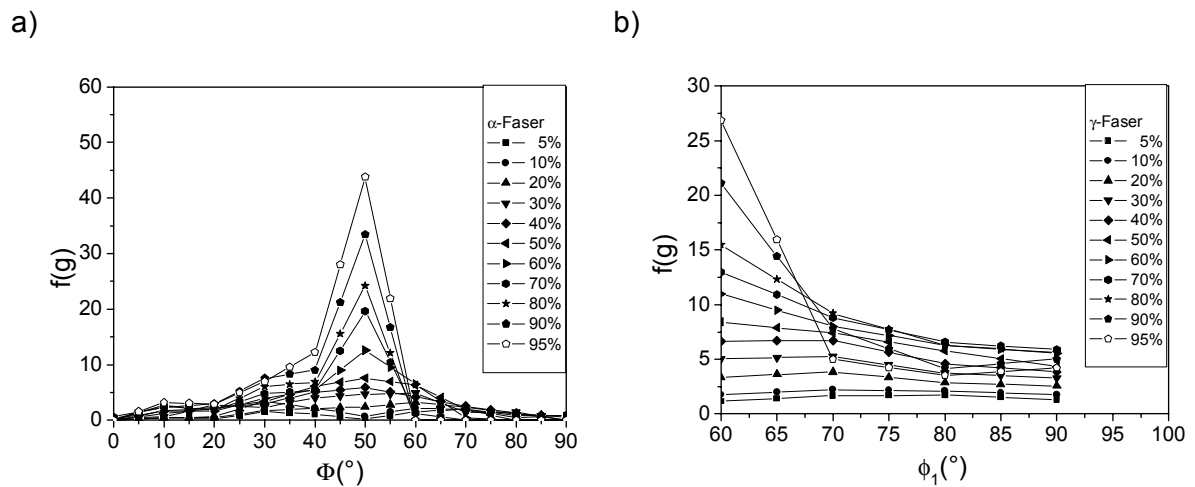


Bild 5.3.7: Faser-Darstellung der Texturentwicklung eines IF-Stahls bei Verwendung des VPSC-Modells ohne Korn-Korn Wechselwirkung. a) α -Faser und b) γ -Faser.

Mit dem VPSC-Modell erhält man bei 95% Walzgrad einen Maximalwert der OVF von 107, der damit höher liegt als bei Verwendung des Taylor-FC Modells. In der Darstellung der α - und die γ -Fasern erkennt man, daß die Belegung der Übergangslage größer ist, als die der inversen Messinglage, was einen weiteren Unterschied zum Taylor-Modell darstellt.

VPSC-Modell mit Korn-Korn-Wechselwirkung

Mit dem VPSC-Modell mit Korn-Korn-Wechselwirkung wird die Walztextur für Walzgrade zwischen 5% und 95% unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung berechnet, wobei in jedem Recheninkrement jedem Korn ein neuer Nachbar zugeordnet wird. Die Dehnung in Walzrichtung beträgt bei jedem Umforminkrement 10^{-3} bei einer Dehnrade von 10 s^{-1} . Die Ergebnisse der Rechnungen sind in Bild 5.3.8 und Bild 5.3.9 als OVF dargestellt. Bild 5.3.10 zeigt die zugehörigen α - und die γ -Fasern.

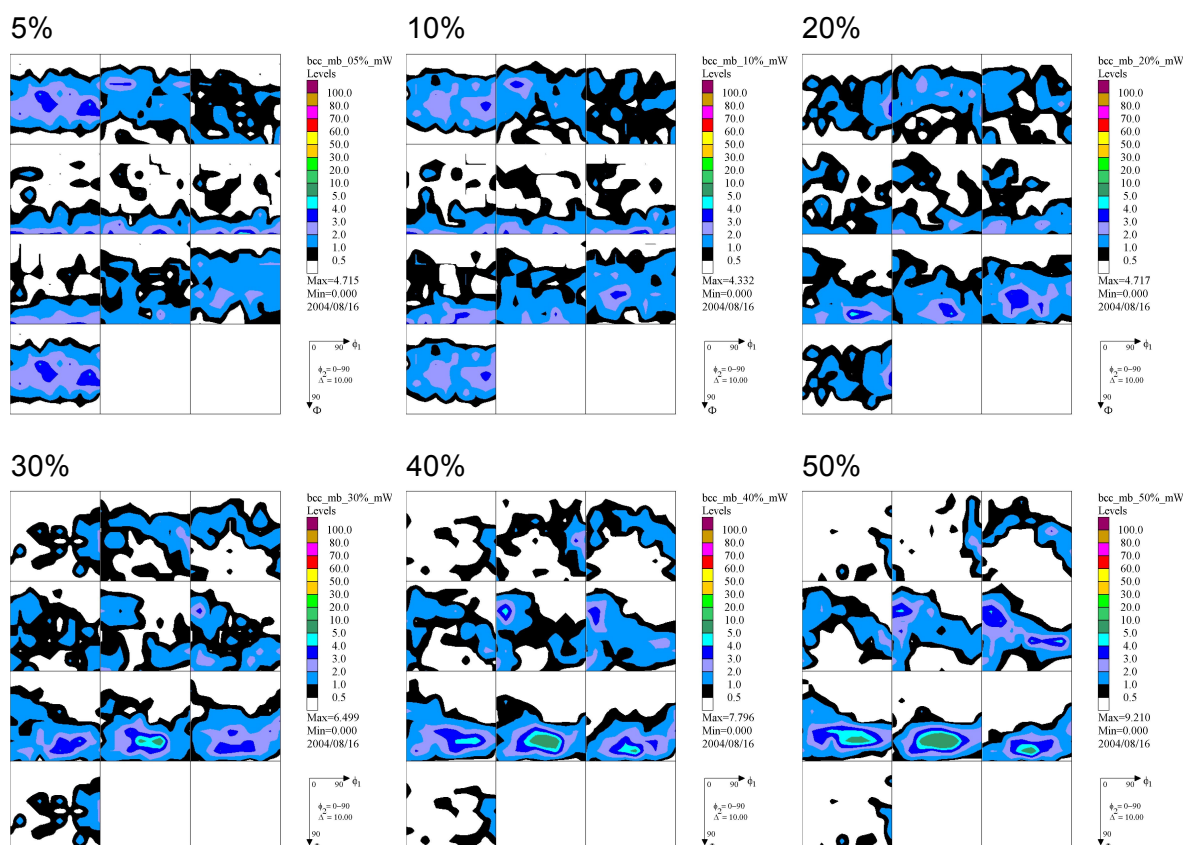


Bild 5.3.8: Mit dem VPSC-Modell gerechnete Texturentwicklung eines IF-Stahls für verschiedene Walzgrade zwischen 5% und 50%. Es wurde mit einem Nachbar pro Korn gerechnet.

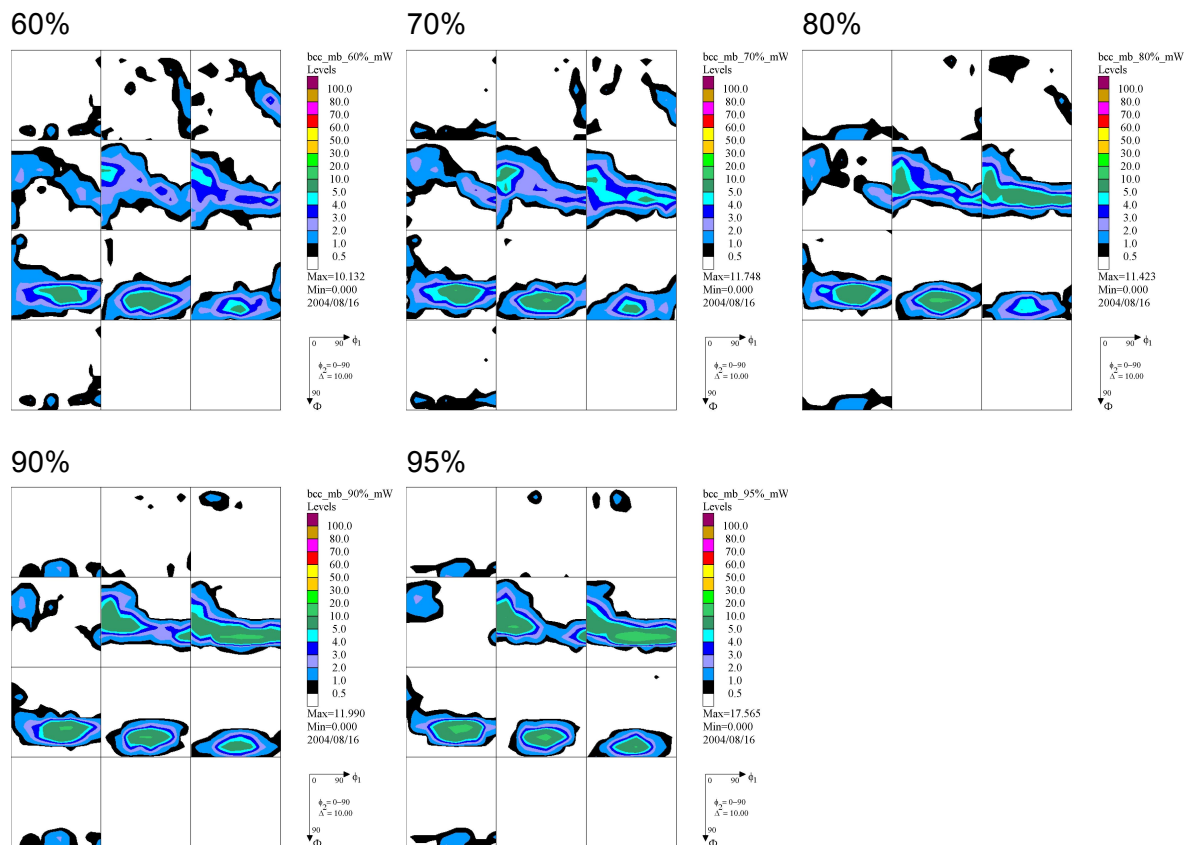


Bild 5.3.9: Mit dem VPSC-Modell gerechnete Texturentwicklung eines IF-Stahls verschiedene Walzgrade zwischen 60% und 95%. Es wurde mit einem Nachbar pro Korn gerechnet.

Die Verwendung der Korn-Korn Wechselwirkung im VPSC-Modell verlangsamt die Texturentwicklung signifikant. So beträgt der Maximalwert der OVF nach einem Walzgrad von 95% lediglich 17,6, was eine Größenordnung ist, die im Taylor- und im VPSC-Modell ohne Korn-Korn Wechselwirkung schon bei einem Walzgrad von 50% erreicht wird. In den Darstellungen der α - und die γ -Fasern erkennt man eine etwa gleichstarke Belegung der inversen Messing- und der Übergangslage.

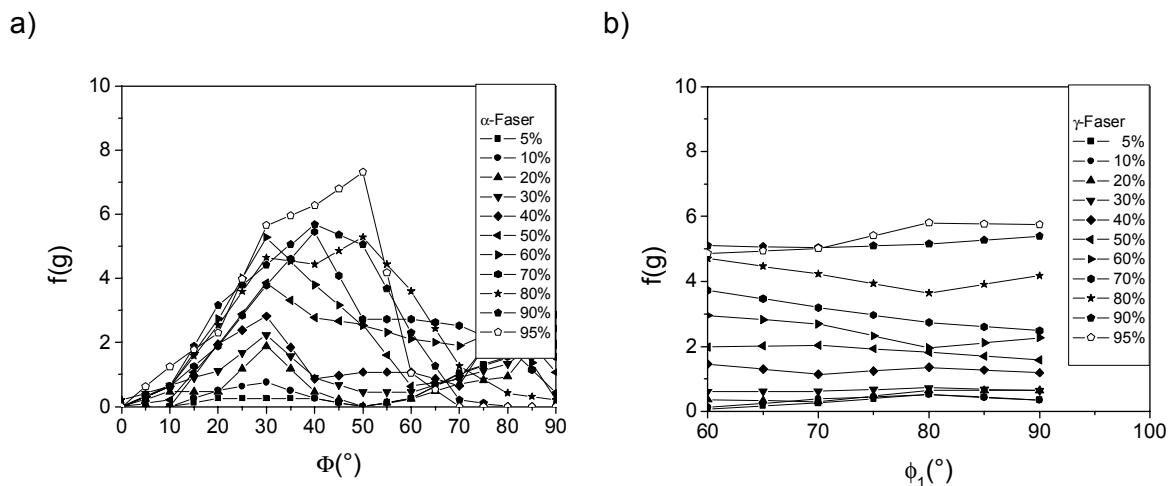


Bild 5.3.10: Faser-Darstellung der Texturentwicklung eines IF-Stahls bei Verwendung des VPSC-Modells mit Korn-Korn Wechselwirkung (ein Nachbar pro Korn). a) α -Faser und b) γ -Faser.

Einkristallplastizitäts-FEM

Mit der Methode der Einkristallplastizitäts-FEM wird die Walztextur für verschiedene Walzgrade zwischen 5% und 95% unter der Annahme einer idealen Walzverformung berechnet. Hierzu wird auf ein Aggregat von 1000 Elementen mit je einer individuellen Orientierung ein ebener Dehnungszustand aufgebracht. Zur Beschreibung des Materialverhaltens wird eine vorhandene Einkristall-Materialroutine von Huang und Rice für ABAQUS / Explicit[®] umgeschrieben und mit dem Voce-Verfestigungsgesetz ergänzt. Die für die Einkristallplastizitäts-FEM benötigten elastischen Einkristallkonstanten sind der Literatur entnommen [Oliver 2004] und sind in Tabelle 5.3.2 aufgeführt. Während der Verformung werden für das Elementaggregat symmetrische Randbedingungen angenommen. Die Ergebnisse der Rechnungen sind in Bild 5.3.11 und Bild 5.3.12 als OVF dargestellt. Bild 5.3.13 zeigt die Entwicklung der α - und γ -Faser.

C_{11} [GPa]	C_{12} [GPa]	C_{44} [GPa]
237	141	116

Tabelle 5.3.2: Elastische Einkristallkonstanten eines ferritischen Stahls [Oliver 2004].

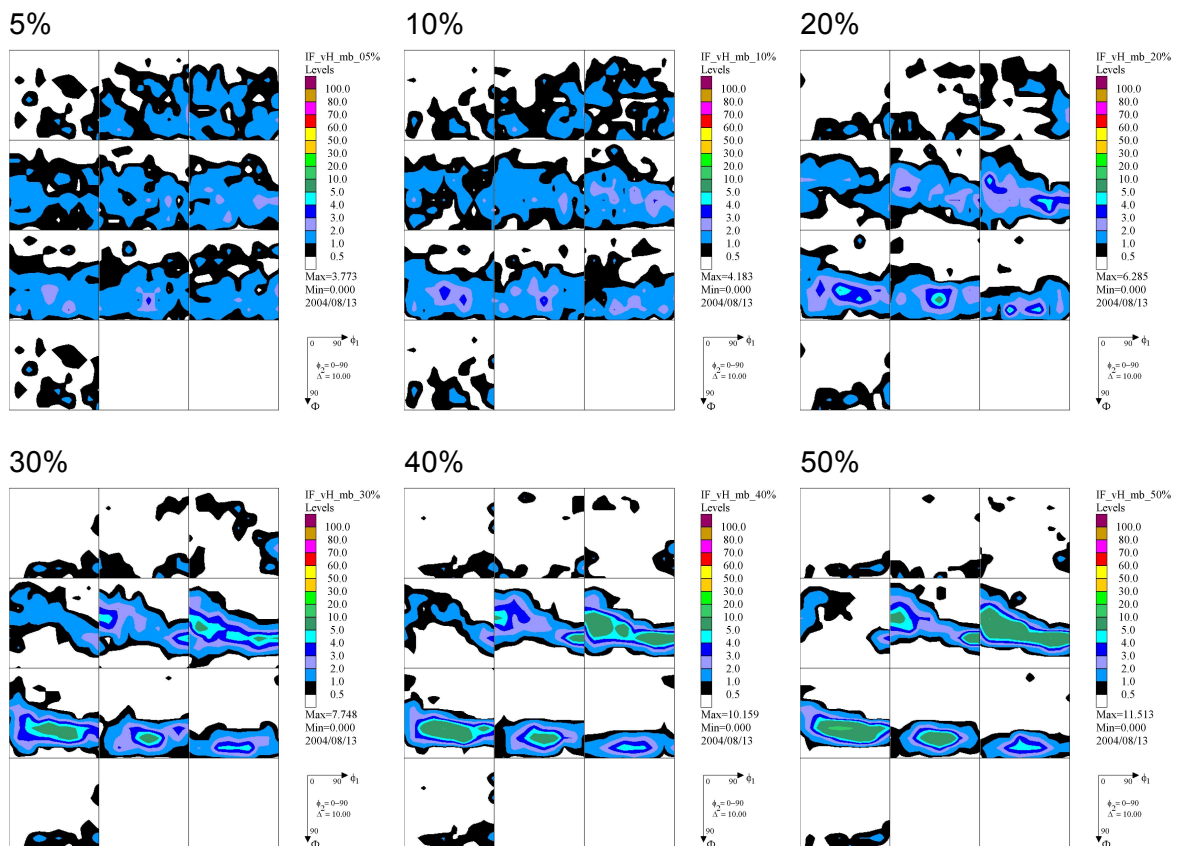


Bild 5.3.11: Mit der Methode der Einkristallplastizitäts-FEM berechnete Walztexturentwicklung eines IF-Stahls für verschiedene Walzgrade zwischen 5% und 50%.

Die Textur entwickelt sich kontinuierlich mit zunehmender Walzverformung, wobei die OVF nach einem Walzgrad von 95% einen Maximalwert von ungefähr 37 aufweist. In den Darstellungen der α - und γ -Fasern erkennt man eine Belegung sowohl der inversen Messing- als auch der Übergangslage, wobei letztere sich erst ab einem Walzgrad von 90% deutlich zu entwickeln beginnt.

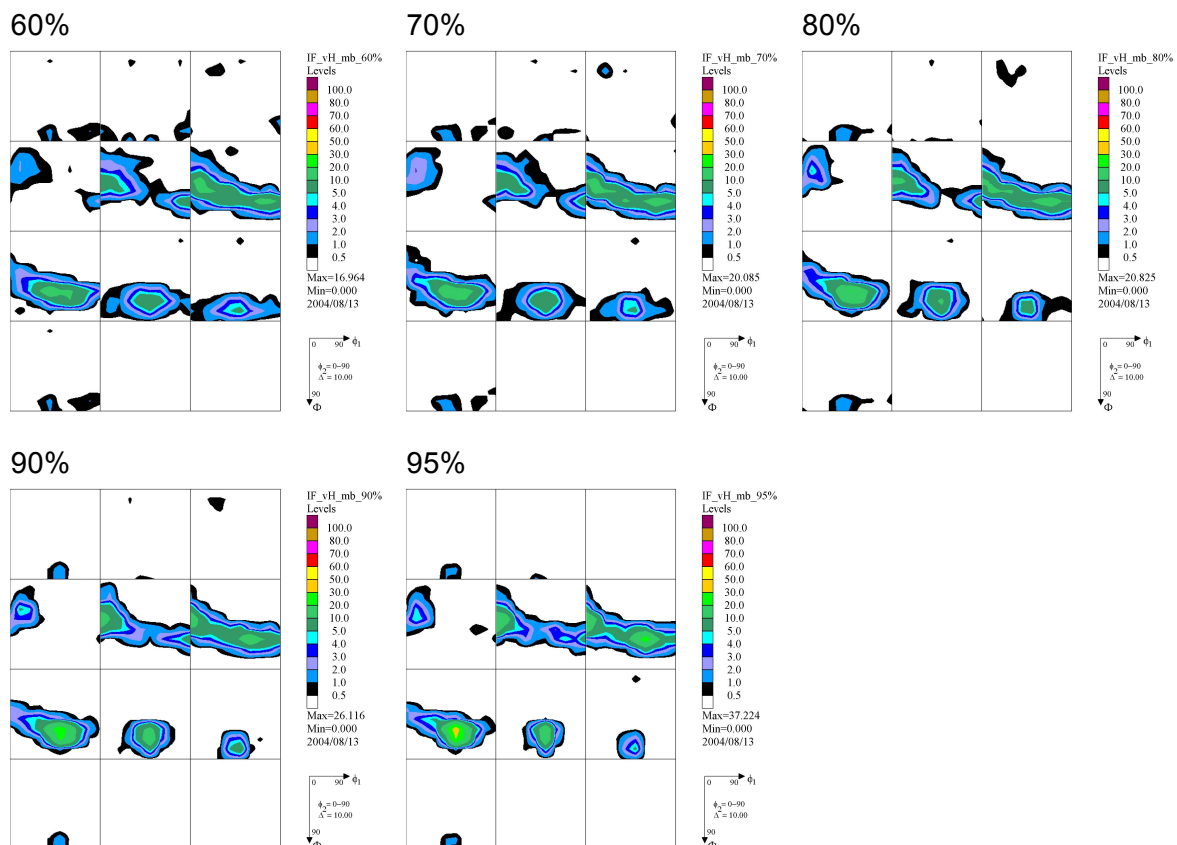


Bild 5.3.12: Mit der Methode der Einkristallplastizitäts-FEM berechnete Walztexturentwicklung eines IF-Stahls für verschiedene Walzgrade zwischen 50% und 95%.

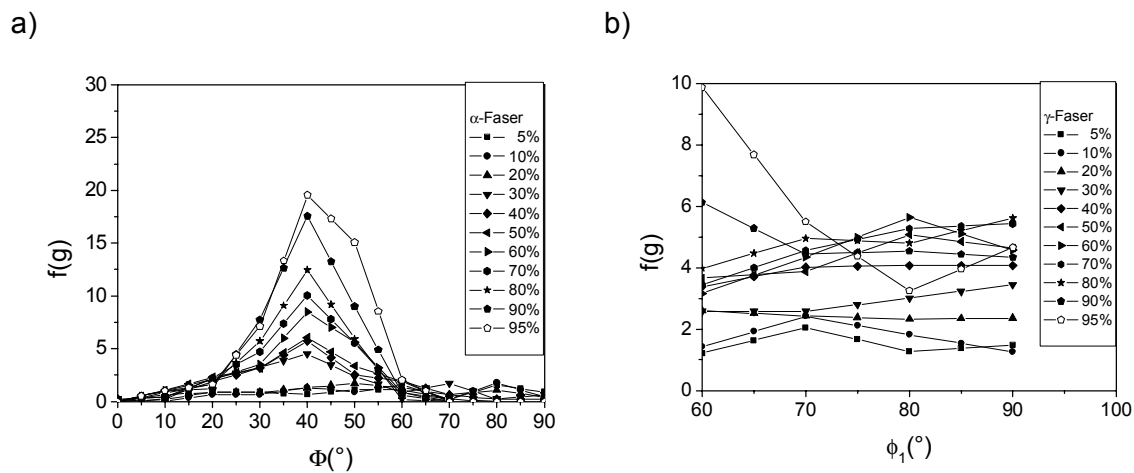


Bild 5.3.13: Faser-Darstellung der Texturentwicklung eines IF-Stahls bei Verwendung der Kristallplastizitäts FEM. a) α -Faser und b) γ -Faser.

5.3.2 Simulation im Postprocessing einer FE-Simulation

In diesem Abschnitt werden das Taylor-FC und das VPSC-Modell im Postprocessing einer FE-Rechnung angewendet. Um eine möglichst gute Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen der im folgenden Abschnitt vorgestellten vollgekoppelten Textur-FE Rechnungen zu erhalten, wird zur Ermittlung der in den FE-Rechnungen verwendeten Fließkurven in gleicher Weise wie in Abschnitt 5.2.2 verfahren. Da keine experimentellen Fließkurven für den Werkstoff vorliegen, werden mit Hilfe des Parametersatzes aus der Literatur [Peeters 2002] und dem VPSC-Modell die in Bild 5.3.14 Teil a dargestellten Fließkurven unter Verwendung einer aus 1000 zufällig orientierten Einzelorientierungen bestehenden Ausgangstextur berechnet. Die unterschiedlichen Fließkurven für Zug- oder Druckbelastung sind ein Resultat der sich unterschiedlich entwickelnden Textur und der damit verbundenen unterschiedlichen Aktivität der einzelnen Gleitsysteme. Der Beitrag der einzelnen Gleitsystemfamilien zur Verformung ist in Bild 5.3.14 Teil b für eine Zug- und in Teil c für eine Druckverformung dargestellt. In der FE-Simulation wird die Verfestigungskurve für Zugbelastung verwendet, wobei die elastischen Eigenschaften des Polykristalls als isotrop mit einem E-Modul von $E = 208,0$ GPa und einer Querkontraktionszahl $\mu = 0,28$ [Demtröder 1994] angenommen werden.

Das in diesem Abschnitt benutzte FE-Modell ist mit dem in Abschnitt 5.2.2 verwendeten identisch.

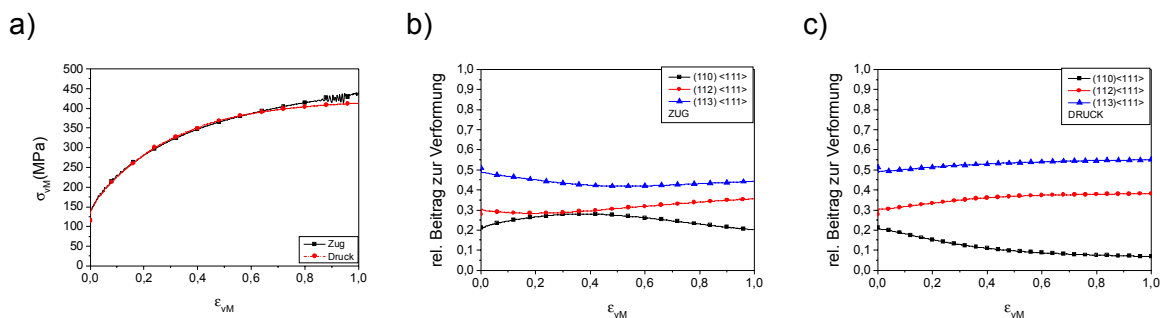


Bild 5.3.14: a) Mit Hilfe des VPSC-Modells berechnete wahre Spannungs-Dehnungskurve für die einen IF-Stahl unter Verwendung der in Tabelle 5.3.1 aufgeführten Parameter. Der Unterschied zwischen Zug und Druckverformung ist durch die Ausbildung unterschiedlicher Texturen und damit verbunden unterschiedlicher Aktivität der einzelnen Verformungsmoden während der Umformung zu erklären. Die Aktivität der einzelnen Verformungsmoden während des Umformprozesses ist in Teil b für Zug- und in Teil c für Druckbelastung dargestellt.

Taylor-FC Modell

Mit dem Taylor-FC Modell wird die Walztextur für die in Tabelle 5.2.3 angegebenen Elemente berechnet. Der Vergleichsumformgrad beträgt hierbei bei jedem Umforminkrement 10^{-3} . Bild 5.3.15 zeigt die OVFs der in Tabelle 5.2.3 angegebenen Elemente. Außerdem sind die α -Faser und die γ -Faser in Bild 5.3.16 dargestellt.

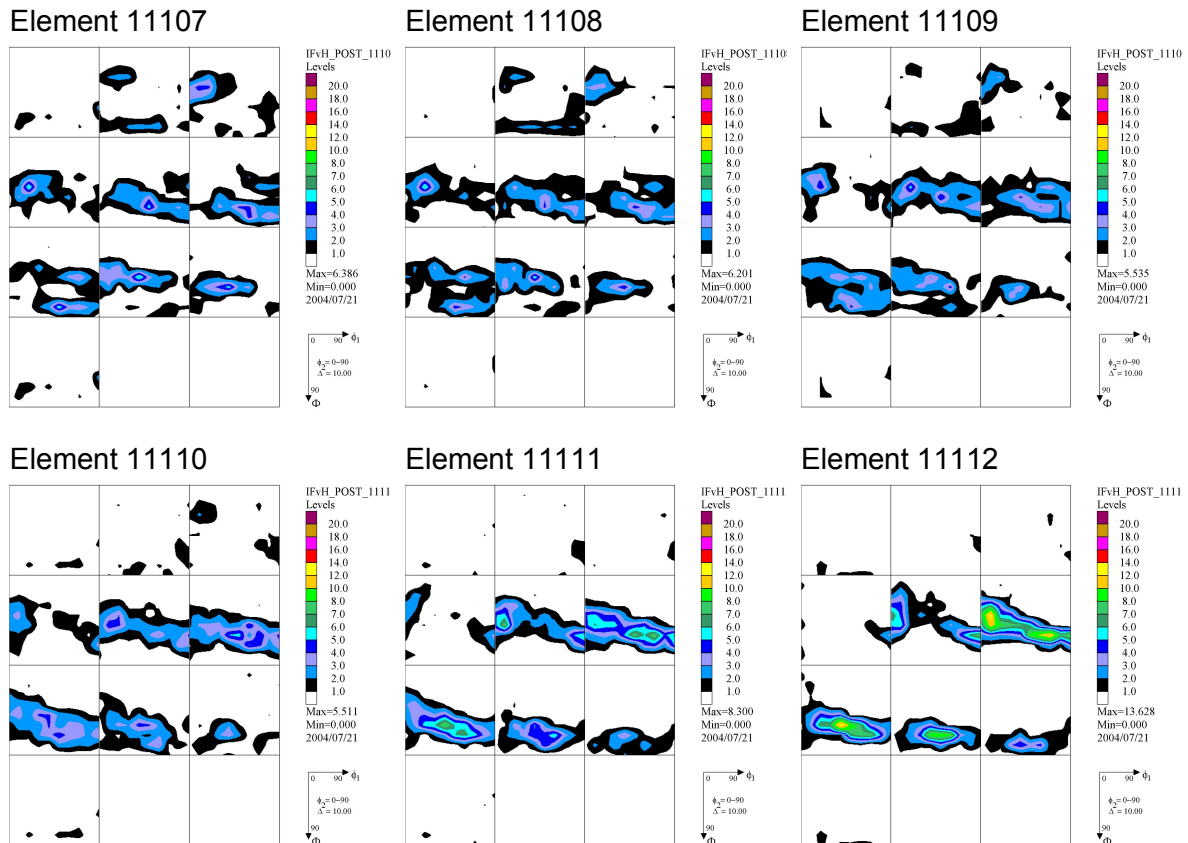


Bild 5.3.15: Mit dem Taylor-FC Modell berechnete Texturen eines IF-Stahls im Postprocessing einer FE-Rechnung für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

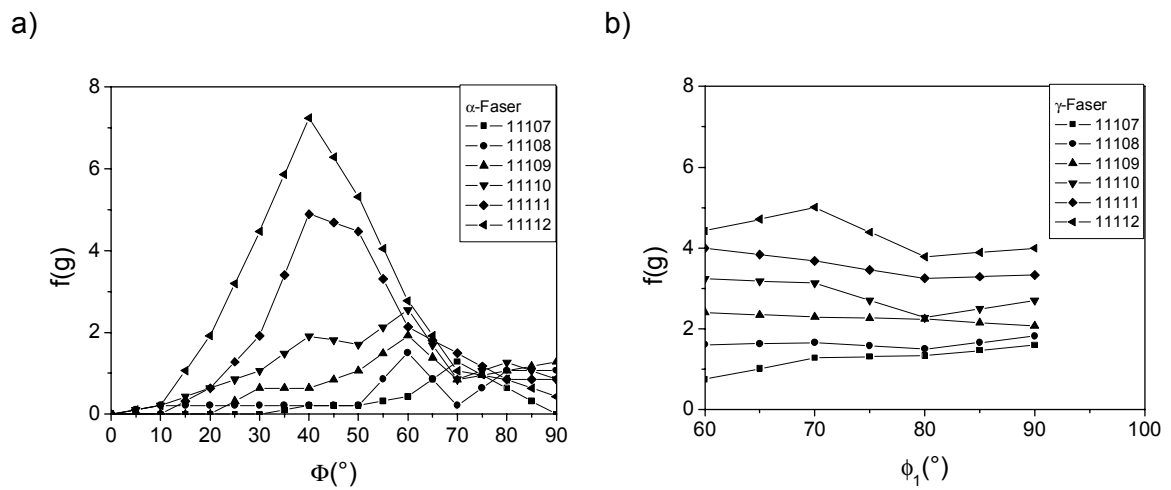


Bild 5.3.16: Faser-Darstellung der mit dem Taylor-FC Modell im Postprocessing berechneten Texturen eines IF-Stahls für verschiedene Elemente über die Blechdicke. a) α -Faser und b) γ -Faser.

VPSC-Modell ohne Korn-Korn-Wechselwirkung

Mit dem VPSC-Modell wird die Walztextur für verschiedene Elemente über die Blechdicke berechnet. Der Vergleichsumformgrad beträgt bei jedem Umforminkrement 10^{-3} . Bild 5.3.17 zeigt die resultierenden OVFs. Außerdem sind die α -Faser und die γ -Faser in Bild 5.3.18 dargestellt.

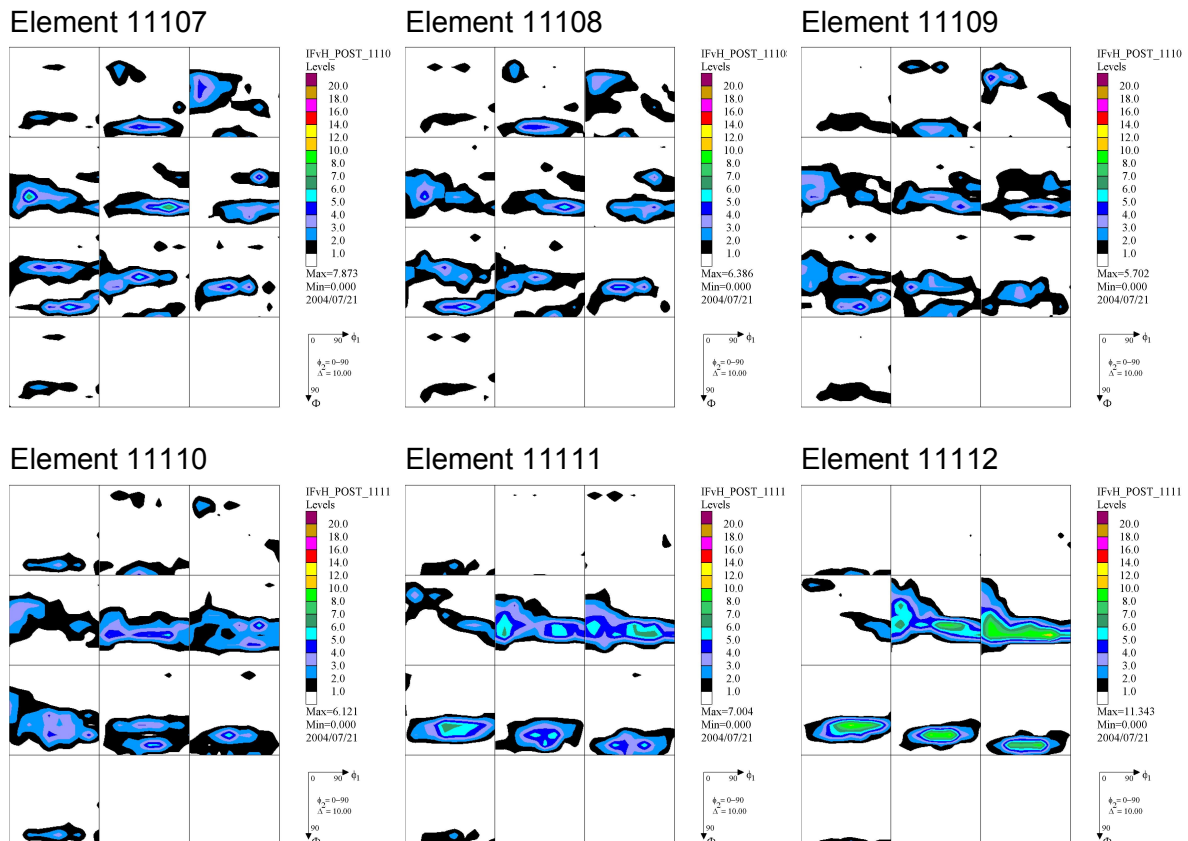


Bild 5.3.17: Mit dem VPSC-Modell berechnete Texturen eines IF-Stahls im Postprocessing einer FE-Rechnung für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

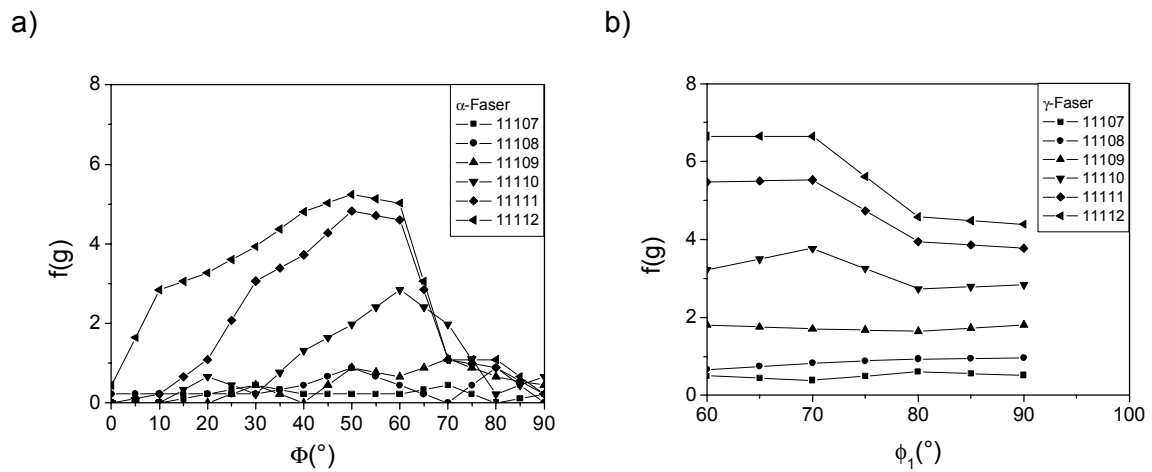


Bild 5.3.18: Faser-Darstellung der mit dem VPSC-Modell im Postprocessing berechneten Texturen eines IF-Stahls für verschiedene Elemente über die Blechdicke. a) α -Faser und b) γ -Faser.

Sowohl bei der Verwendung des Taylor-FC als auch bei der des VPSC-Modells liegt nur bei den blechmittennahen Elementen eine deutliche Belegung der inversen Messing- und der Übergangslage vor. Bei diesen überwiegt bei Verwendung des Taylor-Modells die inverse Messinglage, während bei der Verwendung des VPSC-Modells die Übergangslage stärker ausgeprägt ist.

5.3.3 Vollgekoppelte Textur-FE-Rechnung

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse vollgekoppelter Textur-FE Walzsimulationen vorgestellt. Als Texturmodell dient bei allen Rechnungen das VPSC-Modell, welches mit der in Abschnitt 4.3 vorgestellten Methode mit dem FE-Code gekoppelt ist. Da das Verfestigungsverhalten des IF-Stahls mit dem in Abschnitt 3.4.2 beschriebenen versetzungsbaasierten Verfestigungsmodell beschrieben wird, besteht die Möglichkeit, den Einfluß des Bauschingereffekts auf die Texturentwicklung zu untersuchen. Deshalb werden vier ansonsten identische Rechnungen mit verschiedenen Werten des Parameters R_2 durchgeführt, der im Verfestigungsmodell die Größe des Bauschingereffekts bestimmt. Um die Auswirkung des Parameters R_2 auf den Bauschingereffekt zu illustrieren, sind die in Bild 5.3.19 dargestellten zyklischen Spannungs-Dehnungskurven aus einer grauen Ausgangstextur für einachsige Zug-Druckbelastung mit den gleichen Werten für R_2 berechnet worden, wie sie in diesem Abschnitt auch zur Simulation des Walzens verwendet werden. Man erkennt, daß der Parameter R_2 praktisch keinen Einfluß auf die Verfestigung des Werkstoffs während einer einachsigen Zugbelastung hat, aber bei einer Lastumkehr für die Stärke des Bauschingereffekts maßgeblich ist.

Bild 5.3.20 zeigt für die in Tabelle 5.2.3 angegebenen Elemente die resultierenden OVFs für eine Simulation mit $R_2 = 0$, d.h. ohne Bauschingereffekt. Die zugehörigen α - und γ -Fasern finden sich in Bild 5.3.21. Analog hierzu sind die Ergebnisse für $R_2 = 10^{-6}$ (starker Bauschingereffekt) in Bild 5.3.22 und Bild 5.3.23 dargestellt.

Vergleicht man die Ergebnisse der vollgekoppelten Rechnungen untereinander, so fällt auf, daß diese sich nur minimal unterscheiden. Dies gilt auch für die oberflächennahen Elemente, die einen relativ hohen Anteil an Wechselplastizität unter Scherung im Walzspalt erfahren. Der Bauschingereffekt spielt also für die Texturentwicklung beim Walzen keine wesentliche Rolle, weshalb auf eine Darstellung der Ergebnisse der ebenfalls im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Rechnungen für $R_2=10^{-8}$ und $R_2=5*10^{-7}$ verzichtet wird.

Vergleicht man die mit einer vollgekoppelten Textur-FE-Simulation berechneten Texturen mit denen, die mit dem VPSC-Modell im Postprocessing berechnet wurden (Bild 5.3.17 bzw. Bild 5.3.18), so erkennt man deutliche Unterschiede. Beispielsweise sind die OVF-Maxima für die Elemente 11111 und 11112 höher bei der vollgekoppelten Rechnung als bei der Rechnung im Postprocessing. Für die oberflächennahen Elemente ist die Höhe

der OVF-Maxima zwar ungefähr vergleichbar, jedoch ist die Belegung der OVF entlang der α - und γ -Faser stärker.

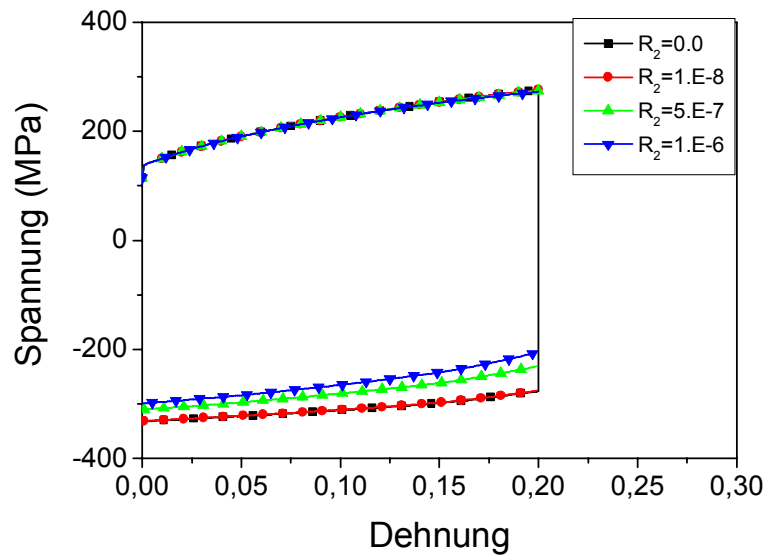


Bild 5.3.19: Mit Hilfe des VPSC-Modells aus einer grauen Ausgangstextur berechnete Spannungs-Dehnungskurven für einachsige Zug-Druckbelastung bei verschiedenen Werten des Parameters R_2 .

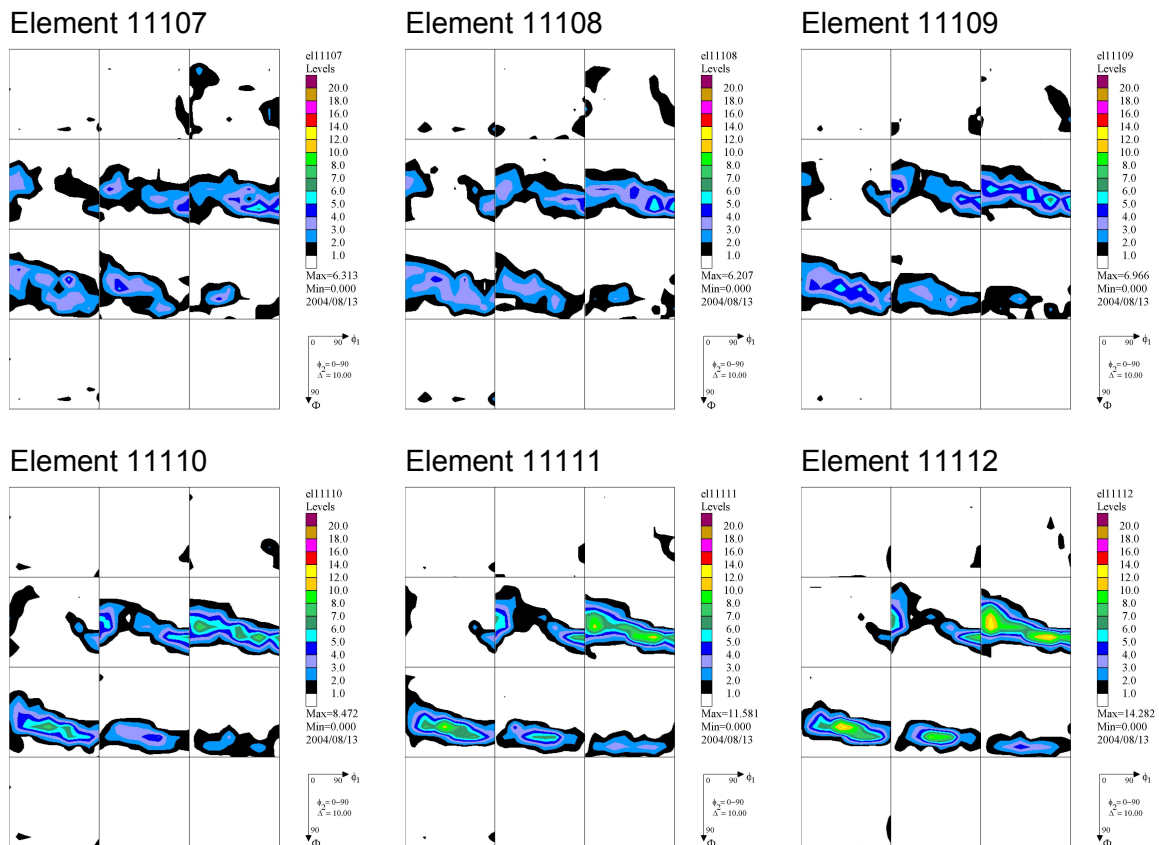


Bild 5.3.20: Mit einer vollgekoppelten FE-VPSC-Modell Simulation für $R_2 = 0$ (kein Bauschingereffekt) berechnete Texturen eines IF-Stahls für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

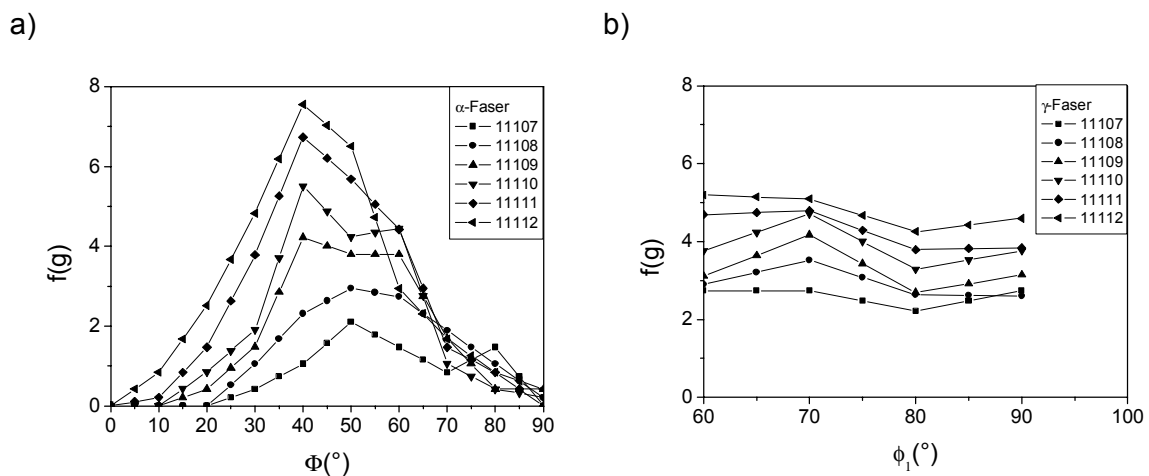


Bild 5.3.21: Faser-Darstellung der mit einer vollgekoppelten FE-VPSC-Modell Simulation für $R_2 = 0$ (kein Bauschingereffekt) berechneten Texturen eines IF-Stahls für verschiedene Elemente über die Blechdicke. a) α -Fasern und b) γ -Fasern.

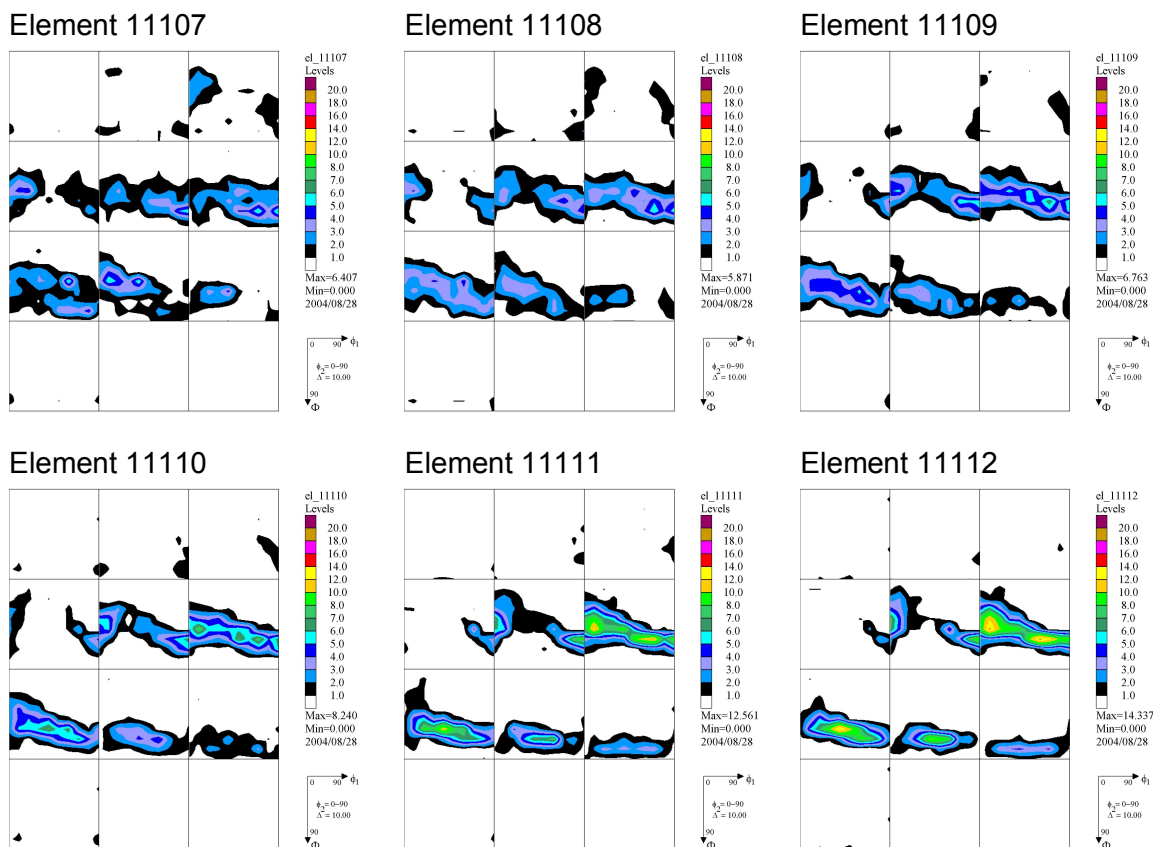


Bild 5.3.22: Mit einer vollgekoppelten FE-VPSC-Modell Simulation für $R_2 = 10^{-6}$ (großer Bauschinger Effekt) berechnete Texturen eines IF-Stahls für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

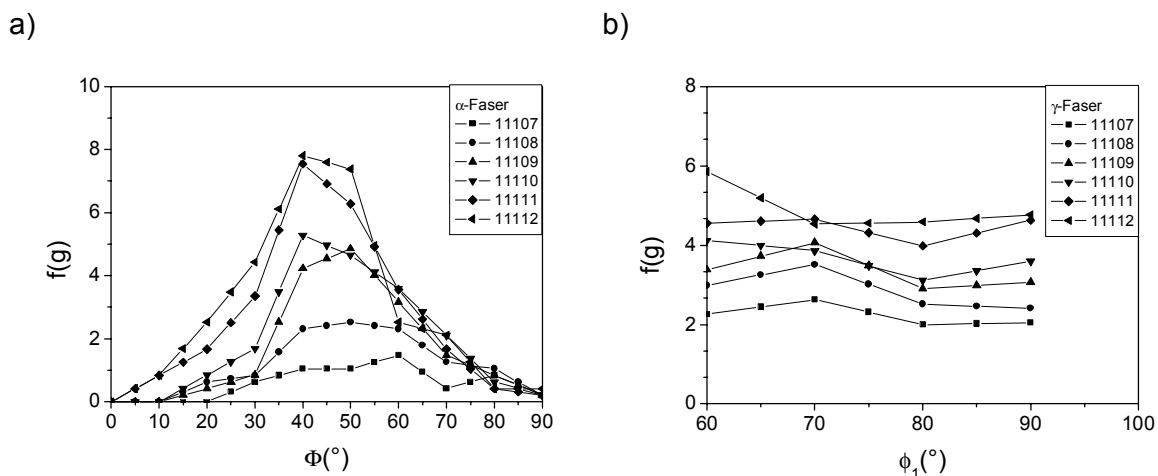


Bild 5.3.23: Faser-Darstellung der mit einer vollgekoppelten FE-VPSC-Modell Simulation für $R_2 = 10^{-6}$ (großer Bauschinger Effekt) berechneten Texturen eines IF-Stahls für verschiedene Elemente über die Blechdicke. a) α -Fasern und b) γ -Fasern.

5.3.4 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

In diesem Abschnitt ist die Texturentwicklung beim Kaltwalzen eines IF-Stahls simuliert worden. Die Simulation unter der Annahme einer idealen Walzverformung ermöglicht im Hinblick auf die verwendeten Modelle die folgenden Schlüsse:

- Das Taylor-FC Modell sagt eine stärkere Belegung der inversen Messing- als der Übergangslage voraus.
- Bei Verwendung des VPSC-Modells erfolgt die Entwicklung der Textur etwas schneller als beim Taylor-FC Modell. Im Gegensatz zu diesem sagt es eine starke Belegung der Übergangs- und nicht der inversen Messinglage voraus.
- Die Einführung von Korn-Korn Wechselwirkungen im VPSC-Modell führt zu einer starken Verzögerung der Texturentwicklung im Vergleich zum Taylor und dem VPSC-Modell ohne Korn-Korn Wechselwirkung.
- Die Methode der Einkristallplastizitäts-FEM liefert bei geringen Walzgraden eine deutliche Belegung der inversen Messinglage, die sich bei höheren Walzverformungen zur Übergangslage hin verbreitert.

Vergleicht man die drei angewendeten Methoden zur Simulation von Walztexturen, so sind die folgenden Schlüsse möglich:

- Die Annahme einer idealisierten Walzverformung ist eine Vereinfachung, die am besten auf die Umformbedingungen in der Walzgutmitte zutrifft.
- Die Simulationen der Texturentwicklung im Postprocessing und die vollgekoppelten Textur-FE Simulationen liefern einen deutlichen Texturgradienten über die Blechdicke. Die Ergebnisse der Rechnungen im Postprocessing unterscheiden sich erheblich von denen der vollgekoppelten Rechnungen.

Die vollgekoppelten Textur-FE Simulationen haben gezeigt, daß der Bauschingereffekt keinen signifikanten Einfluß auf die Texturentwicklung beim Kaltwalzen besitzt.

Vergleicht man die Ergebnisse dieses Abschnitts mit denen von Raabe experimentell ermittelten Texturen, so ist zu erkennen, daß das Taylor-FC Modell und die Einkristallplastizitäts-FEM die Lage des Maximums der α -Faser ($\Phi=40^\circ$) richtig voraussagen. Das VPSC-Modell hingegen sagt das Maximum der α -Faser um 10° zur Übergangslage hin verschoben voraus ($\Phi=50^\circ$). Vergleicht man die Höhe des Maximums der α -Faser mit den experimentell ermittelten Werten, so zeigt sich, daß die Einkristallplastizitäts-FEM hierfür die

besten Ergebnisse liefert. So beträgt beispielsweise der Wert des Maximums bei einem Walzgrad von 70% im Experiment ca. 9,0 und in der Simulation ungefähr 10,0. Die Belegung der γ -Faser wird in der Einkristallplastizitäts-FEM etwas zu niedrig vorhergesagt (Bei einem Walzgrad von 70% liegt der experimentelle Wert zwischen 6,0 und 7,0, der der Simulation zwischen 4,0 und 5,0.), wobei die Simulation auch den im Experiment beobachteten Abfall der γ -Faser ab einem Walzgrad von 90% vorhersagt. Diesen Abfall der γ -Faser zeigt von den übrigen verwendeten Modellen sonst nur noch das VPSC-Modell voraus. Ein leichter Abfall wird hier jedoch schon bei relativ niedrigen Walzgraden (30%) vorhergesagt, da das VPSC-Modell das Maximum der α -Faser zu dicht an der Übergangslage vorhersagt.

Betrachtet man die Ergebnisse der vollgekoppelten Textur-FE-Simulationen, so erkennt man, daß diese Rechnungen die Lage des Maximums der α -Faser in der Walzgutmitte wie experimentell beobachtet bei $\Phi=40^\circ$ vorhersagen. In den Experimenten kann außerdem beobachtet werden, daß sich das Maximum der α -Faser an der Oberfläche des Walzguts nach $\Phi=50^\circ$ hin verschiebt. Dieser Effekt ist auch in den Simulationen zu beobachten. Diese Übereinstimmung zwischen der Simulation und dem Experiment überrascht etwas, da in den vollgekoppelten Simulationen das VPSC-Modell verwendet wird, welches sowohl in den Rechnungen im Postprocessing, als auch unter der Annahme eines ebenen Dehnungszustands eine falsche Lage des Maximums der α -Faser vorhersagt.

Alle in diesem Abschnitt verwendeten Modelle sagen im Vergleich zu den experimentellen Beobachtungen eine zu schwache Belegung der 45° -BN-gedrehte-Würfellage voraus.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß unter der Annahme eines ebenen Dehnungszustands die Einkristallplastizitäts-FEM die besten Ergebnisse liefert. Die Ergebnisse der Simulationen liegen deutlich näher an den experimentellen Beobachtungen, als dies für Aluminium der Fall ist. Eine Ursache hierfür könnte sein, daß in den Simulationen für den IF-Stahl drei Gleitsystemfamilien mit jeweils unterschiedlichem Verfestigungsverhalten berücksichtigt sind. Dieses Verfestigungsverhalten ist durch die Verwendung des versetzungsdichtenbasierten Ansatzes deutlich genauer modelliert, als es mit einem Voce-Ansatz möglich wäre. In der Einkristallplastizitäts-FEM können die Wechselwirkungen der einzelnen Körner miteinander und dadurch die Festigkeitseigenschaften der jeweiligen Gleitsystem gut berücksichtigt werden, was eine Erklärung dafür sein könnte, daß diese Methode in diesem Abschnitt die besten Ergebnisse liefert.

Die vollgekoppelten Textur-FE-Simulationen scheinen den Einfluß der Lage im Walzgut auf die Texturentwicklung zumindest qualitativ beschreiben zu können. Um dies zu prüfen und quantitative Aussagen über die Qualität der vollgekoppelten Textur-FE-Simulationen machen zu können, wäre eine Reihe von Versuchen notwendig, bei denen man die Walzparameter systematisch verändern und mit den entsprechenden Simulationsergebnissen vergleichen müßte.

5.4 Kaltwalzen der Magnesiumlegierung AZ31

Im Folgenden wird die Texturentwicklung während des Kaltwalzens der Magnesiumlegierung AZ31 untersucht. Zunächst wird unter der Annahme einer idealen Walzverformung die Texturentwicklung mit dem VPSC-Modell simuliert. Hiernach wird das VPSC-Modell im Postprocessing einer FE-Walzsimulation angewendet. Um den Einfluß der sich mit der Textur entwickelnden Anisotropie auf die Texturentwicklung selbst zu untersuchen, wird anschließend eine vollgekoppelten Textur-FE Simulation durchgeführt. Aufgrund der hcp-Kristallstruktur des Werkstoffs ist eine Verwendung des Taylor-FC Modells nicht sinnvoll. Außerdem wird auf eine Anwendung der Einkristallplastizitäts-FEM verzichtet, da dies den Einbau der Zwillingsbildung in die Einkristall-UMAT erfordern würde, was einen erheblichen Aufwand darstellen würde.

Die Verformung erfolgt in allen Rechnungen durch kristallographische Gleitung auf den basalen Ebenen und den Pyramidalebene zweiter Ordnung sowie durch Zwillingsbildung auf dem System $\{01\bar{1}2\} <01\bar{1}\bar{1}>$. Die Verfestigung des Materials wird bei allen Rechnungen mit dem in Abschnitt 3.4.1 eingeführten Voce-Ansatz beschrieben. Die notwendigen Materialdaten hierfür sind der Literatur entnommen [Agnew 2001] und in Tabelle 5.4.1 wiedergegeben. Die Elemente der Verfestigungsmatrix $h^{ss'}$ werden alle auf den Wert eins gesetzt. Außer wenn es sich bei s' um eine Zwillingsmode handelt; dann erhält $h^{ss'}$ den Wert 1,4.

Als Ausgangstextur dient bei allen Rechnungen –falls nicht anders erwähnt– ein Datensatz von 1000 regellosen Einzelorientierungen.

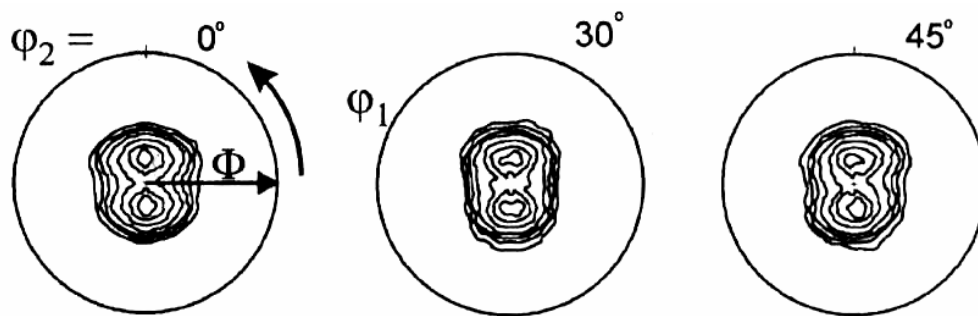
Da im Rahmen dieser Arbeit keine Kaltwalztexturen von AZ31 experimentell bestimmt wurden, werden zum Vergleich der in diesem Abschnitt abgeleiteten Simulationsergebnisse experimentelle Daten aus der Literatur verwendet. Styczynski et al. haben Proben der Magnesiumlegierung AZ31 bis zu einer Dickenabnahme von 40% kaltgewalzt und anschließend die Textur in der Mitte des Walzguts bestimmt [Styczynski 2004]. Als Probenmaterial wurde hierbei einerseits ein warmgewalztes kommerzielles AZ31-Blech mit einer starken basalen Ausgangstextur und andererseits eine druckgegossene Probe mit einer nahezu regellosen Ausgangstextur verwendet. Die Kaltwalztexturen sind nach einer Dickenabnahme von 40% in Bild 5.4.1 für die basale Ausgangstextur und in Bild 5.4.2 für die regellose Ausgangstextur dargestellt. Im Fall der basalen Ausgangstextur ist zu erkennen, dass sich die Maxima der OVF im Bereich $\phi_1=90^\circ$, $\Phi=15^\circ$ und $0^\circ < \phi_2 < 60^\circ$ bilden und für Werte von $\Phi > 40^\circ$ praktisch keine Belegung der OVF mehr vorhanden ist. Die Pro-

5 Simulationsergebnisse

be mit der regellosen Ausgangstextur zeigt ebenfalls keine signifikante Belegung der OVF für $\Phi > 40^\circ$. Allerdings handelte es sich bei dieser Probe um ein Material mit einer Ausgangskorngröße von ungefähr 350 μm , wodurch bei den röntgenographischen Texturmessungen nur eine schlechte Meßstatistik erreicht werden konnte.

Verfestigungsparameter	τ_0 [MPa]	τ_1 [MPa]	θ_0 [MPa]	θ_1 [MPa]
Verformungsmode				
Basal	30	30	300	0
Pyramidal zweiter Ordnung	90	80	800	0
$\{01\bar{1}2\} <01\bar{1}\bar{1}>$ -Zwilling	15	0	30	30

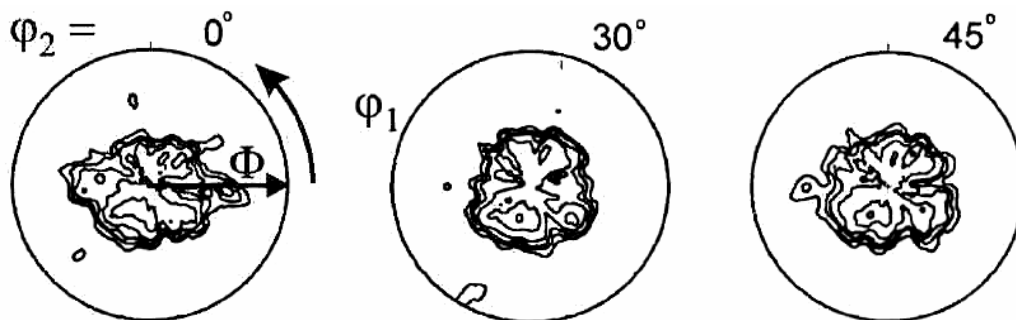
Tabelle 5.4.1: In den Simulationen des Kaltwalzens der Legierung AZ31 verwendete Parameter des Voce-Gesetzes. Aus [Agnew 2001].



Levels: 1.0 1.5 2.0 3.0 5.0 7.0 9.0 11.0

maximum: 11.04

Bild 5.4.1: OVF eines kaltgewalzten AZ31 Blechs nach einer Dickenreduzierung von 40%. Die drei Winkel des Eulerraums sind in einem Polarkoordinatensystem dargestellt. Als Walzgut diente ein kommerzielles AZ31 Blech mit einer ausgeprägten Basalttextur. [Aus Styczynski 2004].



Levels: 1.0 1.5 2.0 3.0 5.0 7.0

maximum: 8.06

Bild 5.4.2: OVF eines kaltgewalzten AZ31 Blechs nach einer Dickenreduzierung von 40%. Die drei Winkel des Eulerraums sind in einem Polarkoordinatensystem dargestellt. Eine druckgegossene Probe mit nahezu regelloser Ausgangstextur diente als Walzgut. [Aus Styczynski 2004].

5.4.1 Idealisierte Walzverformung

VPSC-Modell ohne Korn-Korn-Wechselwirkung

Mit Hilfe des VPSC-Modells ohne Korn-Korn-Wechselwirkung wird die Endtextur für unterschiedliche Walzgrade zwischen 5% und 80% berechnet. Die Dehnung in Walzrichtung beträgt bei jedem Umforminkrement 10^{-3} bei einer Dehnrage von 10 s^{-1} . Für die Simulation der Zwillingsbildung werden zwei Varianten des PTR-Modells untersucht. In einer Variante kann sich jede Orientierung nur einmal durch Zwillingsbildung umorientieren, während es in der anderen Variante hierfür keine Beschränkung gibt. Die Ergebnisse für die erste Variante sind in Bild 5.4.3, die der zweiten in Bild 5.4.4 als OVF in der Eulerraumdarstellung nach Bunge in Form von ϕ_2 -Schnitte im Abstand von 10° dargestellt.

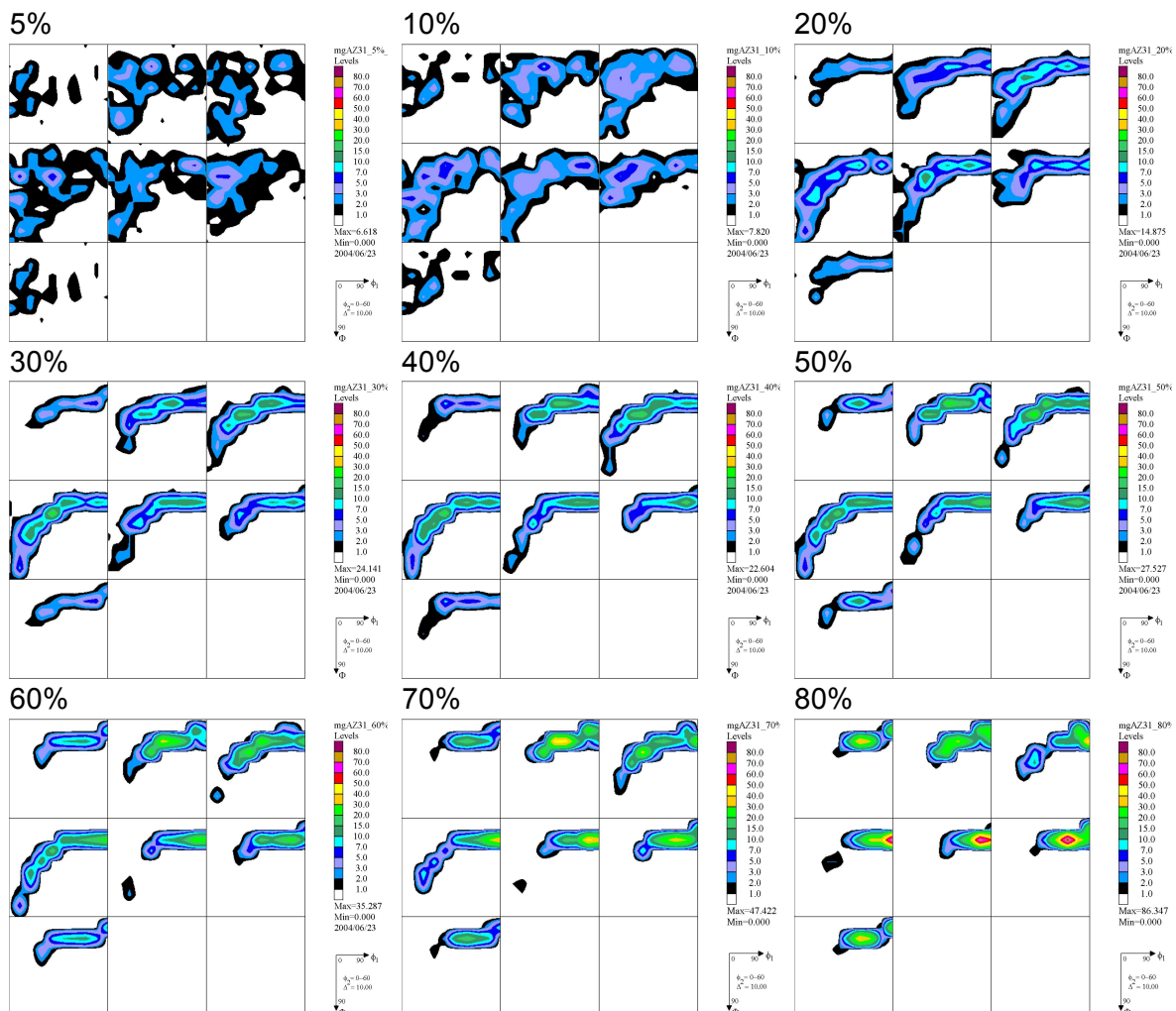


Bild 5.4.3: Mit dem VPSC-Modell unter der Annahme idealer Walzverformung gerechnete Texturentwicklung der Magnesiumlegierung AZ31 für Walzgrade zwischen 5% und 80%. Jedes Korn konnte nur einmal durch Zwillingsbildung seine Orientierung ändern.

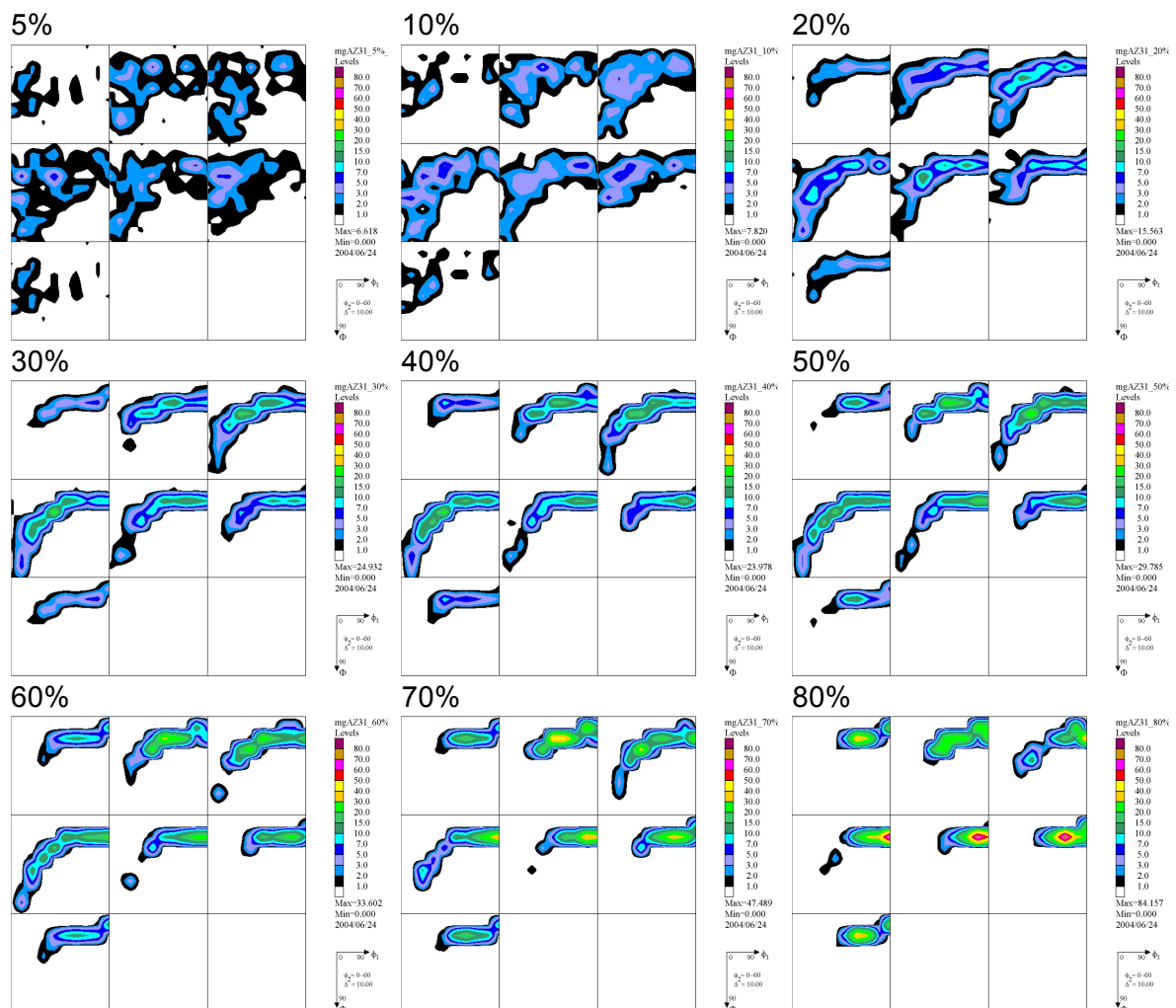


Bild 5.4.4: Mit dem VPSC-Modell unter der Annahme idealer Walzverformung gerechnete Texturentwicklung der Magnesiumlegierung AZ31 für Walzgrade zwischen 5% und 80%. Jedes Korn konnte mehrmals durch Zwillingsbildung seine Orientierung ändern.

Man sieht, daß sich die Textur sehr rasch entwickelt und die OVF bei einem Walzgrad von 80% ein Maximum von ungefähr 85 im Bereich $\phi_1=80^\circ$, $\Phi=20^\circ$, $\phi_2=50^\circ$ erreicht.

Weiter ist zu erkennen, daß der Unterschied zwischen den Texturen in Bild 5.4.3 und Bild 5.4.4 minimal ist. Aus diesem Grund werden im Folgenden alle Texturen für Magnesium nur in der Variante gerechnet, bei der jede Orientierung beliebig oft ihre Orientierung durch Zwillingsbildung ändern kann. Um zu verdeutlichen, welchen geringen Einfluß die jeweilige Variante des PTR Modells auf die Texturentwicklung hat, zeigt Bild 5.4.5 für die in Bild 5.4.3 und Bild 5.4.4 dargestellten Texturen den Verlauf der OVF entlang einer Faser ($0^\circ < \phi_1 < 90^\circ$, $\Phi=20^\circ$, $\phi_2=40^\circ$).

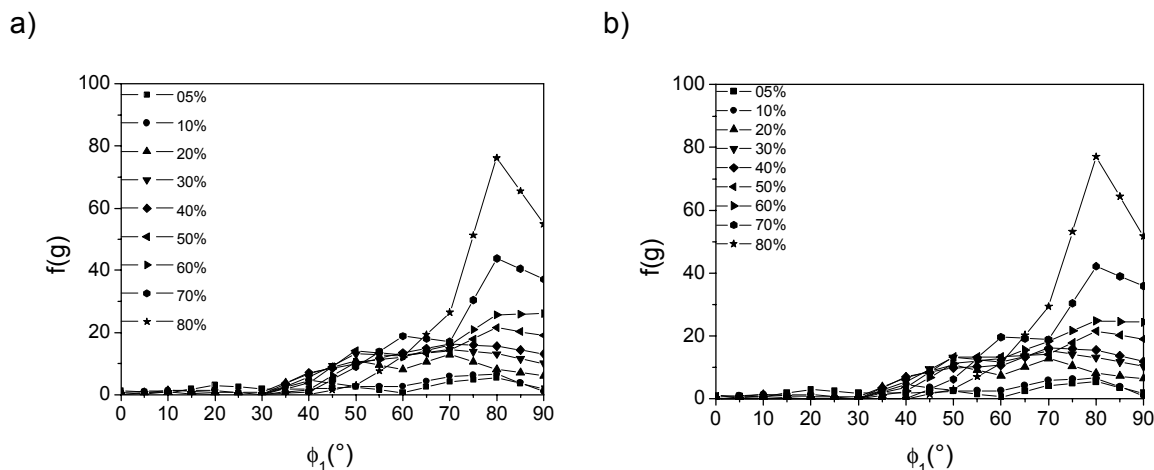


Bild 5.4.5: Darstellung der mit dem VPSC-Modell für verschiedene Walzgrade berechneten Textur entlang der Faser $0^\circ < \phi_1 < 90^\circ$, $\Phi = 20^\circ$, $\phi_2 = 40^\circ$ für zwei Varianten des PTR Modells: Umorientierung durch Zwillingsbildung ist a) nur einmal und b) beliebig oft möglich.

5.4.2 Simulation im Postprocessing einer FE-Walzsimulation

Mit Hilfe eines Parametersatzes aus der Literatur und dem VPSC-Modell werden für die Magnesiumlegierung AZ31 die in Bild 5.4.6 dargestellten Fließkurven aus 1000 zufällig orientierten Einzelorientierungen berechnet. Die unterschiedlichen Fließkurven für Zug- oder Druckbelastung sind ein Resultat der sich unterschiedlich entwickelnden Textur, wobei die Unterschiede zwischen Zug- und Druckkurve sehr viel größer sind als bei Aluminium (Bild 5.2.17). Die Ursache für dieses Materialverhalten liegt wie bei Aluminium und IF-Stahl in der sich unterschiedlich entwickelnden Textur während des jeweiligen Verformungsprozesses. Hinzu kommt, daß bei AZ31 die kritischen Schubspannungen der einzelnen Verformungsmoden große Unterschiede aufweisen und im Laufe der Verformung je nach Beanspruchungsmodus unterschiedliche Beiträge zur Verformung liefern. Dieser Sachverhalt ist in den Teilen b und c von Bild 5.4.6 dargestellt. In beiden Fällen tragen anfangs nur Gleitung auf den Basalebene sowie Zwillingsbildung zur Verformung bei. Durch Zwillingsbildung wird jedoch nur zu Beginn der Verformung ein großer Anteil an Verformung realisiert, da die Scherung auf einem Zwillingssystem nur in einer Richtung ablaufen kann und sich mit fortschreitender Verformung immer mehr Körner so umorientiert haben, daß die Zwillingsbildung keinen Beitrag zur Verformung mehr leisten kann. Unter Zugbeanspruchung nimmt dann aber der Anteil der Gleitung auf den Pyramidalebene rascher zu als bei Druckbeanspruchung.

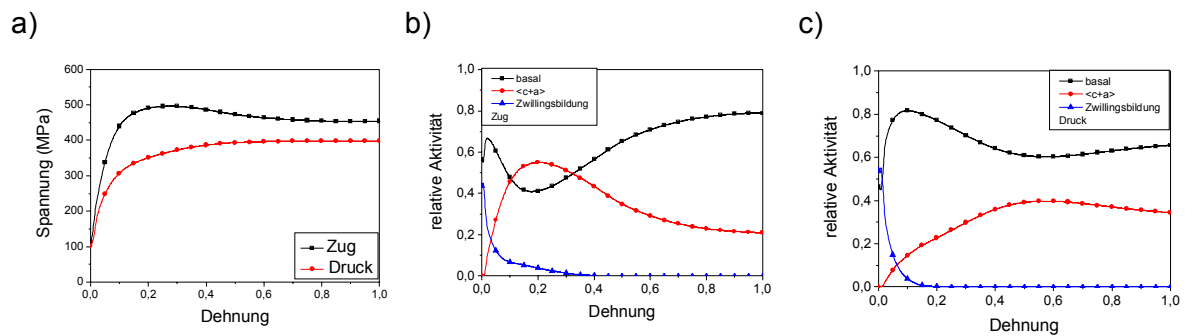


Bild 5.4.6: Mit Hilfe des VPSC-Modells berechnete Spannungs-Dehnungskurve für die Magnesiumlegierung AZ31 (Teil a). Der Unterschied zwischen Zug und Druckverformung ist durch die Ausbildung unterschiedlicher Texturen und damit verbunden unterschiedlicher Aktivität der einzelnen Verformungsmoden während der Umformung zu erklären. Die Aktivität der einzelnen Verformungsmoden während des Umformprozesses ist in Teil b für Zug- und in Teil c für Druckbelastung dargestellt. Im Verlauf der Verformung orientieren sich immer mehr Körner so um, daß die Zwillingsbildung keinen Beitrag zur Verformung mehr leisten kann, weshalb ihr Beitrag zur Verformung des Polykristalls mit steigender Verformung abnimmt.

Mit den in Bild 5.4.6 dargestellten Spannungs-Dehnungskurven wird jeweils eine FE-Walzsimulation mit dem Mises Fließkriterium durchgeführt. Das FE-Modell selbst ist hierbei identischen dem in Abschnitt 5.2.2 vorgestellten.

Anschließend wird mit dem VPSC-Modell die Texturentwicklung für die in Tabelle 5.2.3 aufgeführten Elemente berechnet, wobei der Vergleichsumformgrad in jedem Umforminkrement 10^{-3} beträgt. Die Ergebnisse für die FE-Rechnung mit der Spannungs-Dehnungskurve für Druck sind in Bild 5.4.7, die entsprechenden Ergebnisse der Rechnung mit der Zugkurve in Bild 5.4.8 als OVF dargestellt. Bild 5.4.9 zeigt diese Texturen entlang der Faser $0^\circ < \phi_1 < 90^\circ, \Phi = 20^\circ, \phi_2 = 40^\circ$.

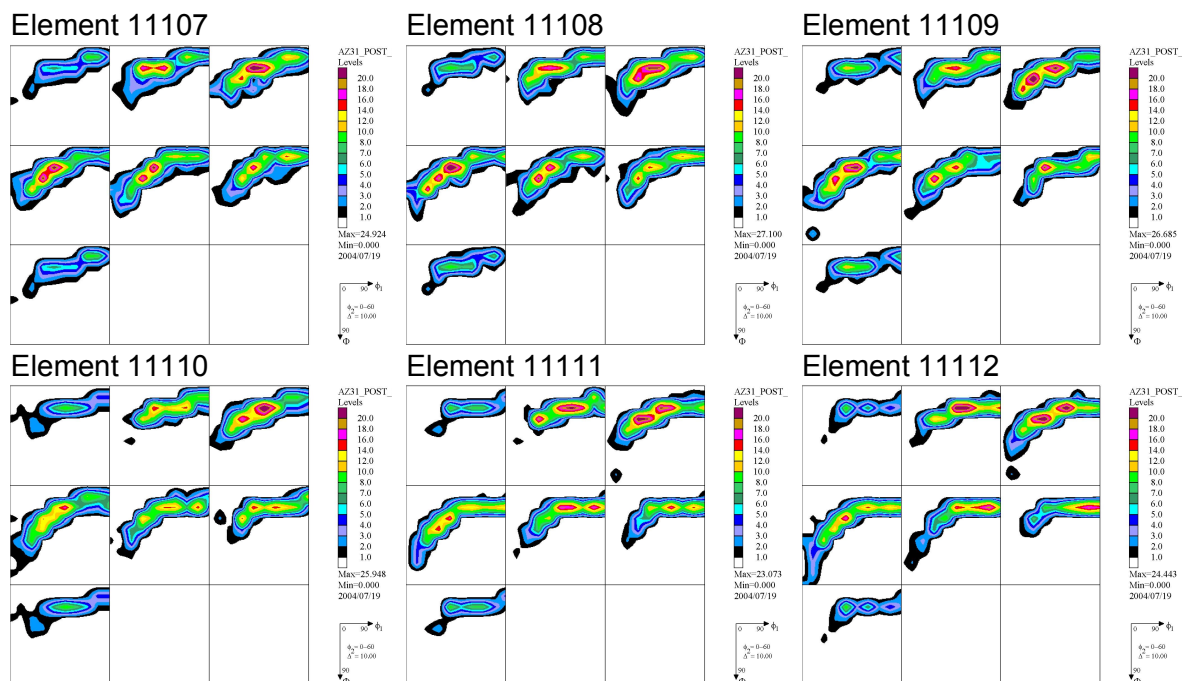


Bild 5.4.7: Mit dem VPSC-Modell berechnete Texturen der Magnesiumlegierung AZ31 für verschiedene Elemente über die Blechdicke. Die Berechnung erfolgt im Postprocessing einer FE-Walzs simulation, bei der die Verfestigung des Materials mit der in Bild 5.4.6 dargestellten Spannungs-Dehnungskurve für Druckbelastung beschrieben wird.

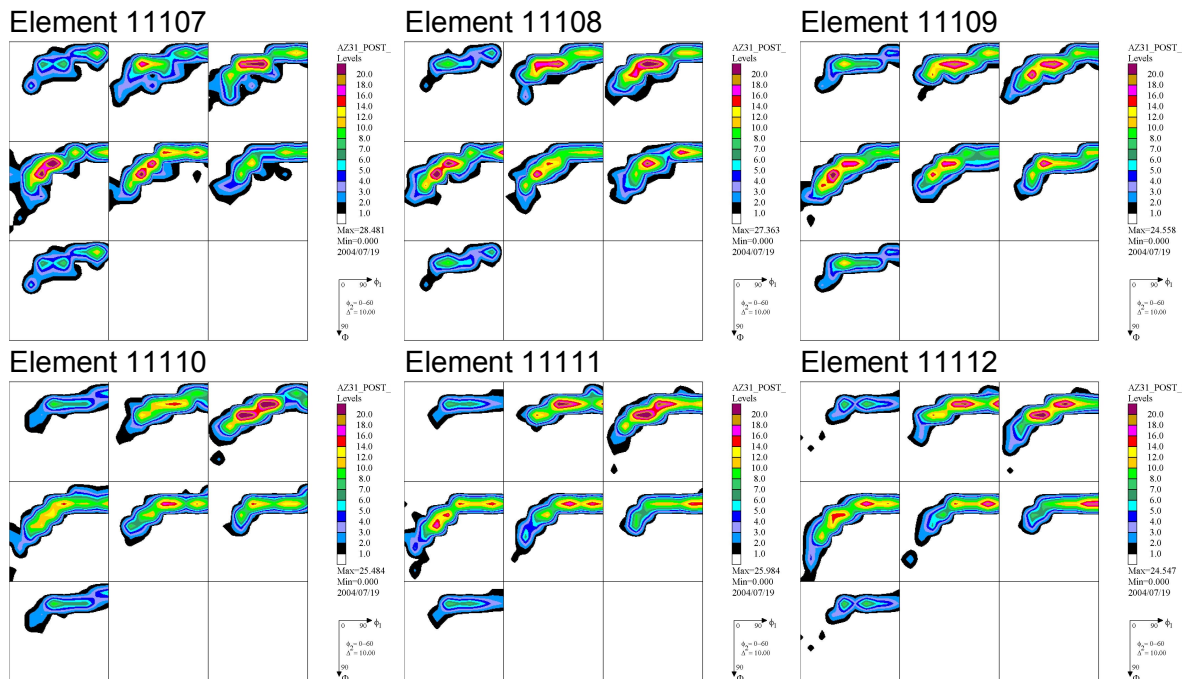


Bild 5.4.8: Mit dem VPSC-Modell berechnete Texturen der Magnesiumlegierung AZ31 für verschiedene Elemente über die Blechdicke. Die Berechnung erfolgt im Postprocessing einer FE-Walzsimulation, bei der die Verfestigung des Materials mit der in Bild 5.4.6 dargestellten Spannungs-Dehnungskurve für Zugbelastung beschrieben wird.

Beide Rechnungen zeigen einen Texturgradienten über die Blechdicke, wobei in allen Elementen die OVF in denselben Bereichen eine Belegung aufweist und sich nur die Intensitäten innerhalb dieser Bereiche unterscheiden. Die Maximalwerte der OVF sind in beiden Rechnungen für alle Elemente ungefähr gleich.

Vergleicht man die Ergebnisse der beiden Rechnungen miteinander, so sind nur kleine Unterschiede zu erkennen. Dieses Ergebnis überrascht etwas, da sich die verwendeten Verfestigungskurven deutlich unterscheiden.

Man könnte hieraus schließen, daß demnach auch die sich mit der Textur ändernden plastischen Eigenschaften nur einen geringen Einfluß auf die Texturentwicklung besitzen. Um dies zu prüfen, wird im folgenden Abschnitt eine vollgekoppelte Textur-FE Walzsimulation durchgeführt, deren Ergebnisse mit denen aus diesem Abschnitt verglichen werden.

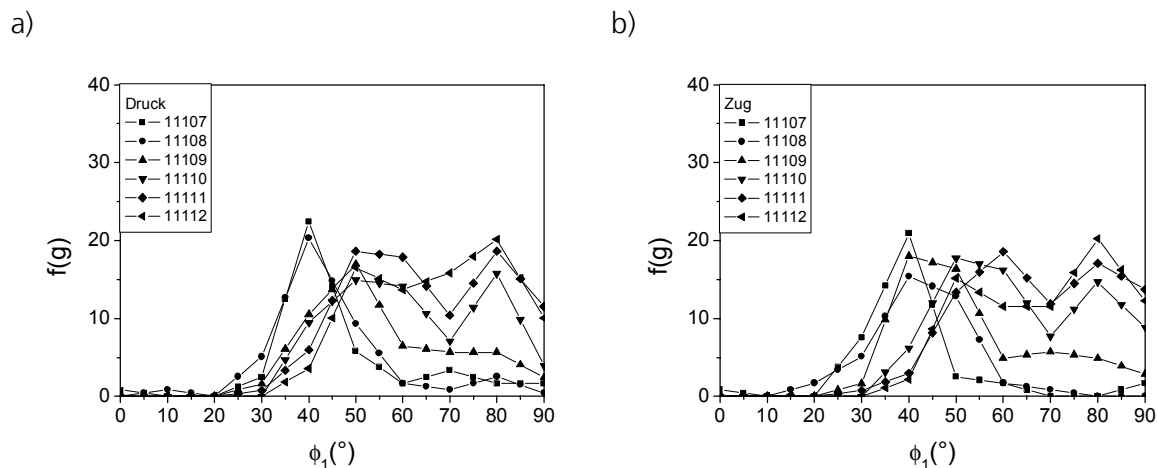


Bild 5.4.9: Darstellung der mit dem VPSC-Modell im Postprocessing berechneten Textur entlang der Faser $0^\circ < \phi_1 < 90^\circ$, $\Phi = 20^\circ$, $\phi_2 = 40^\circ$ für verschiedene Elemente über die Blechdicke. In der FE-Rechnung wurde in a) die Fließkurve für Druck und in b) die Fließkurve für Zug verwendet.

5.4.3 Vollgekoppelte Textur-FE-Rechnung

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse einer vollgekoppelten Textur-FE-Walzsimulation vorgestellt, bei der das VPSC-Modell verwendet wird. Das FE-Modell und die Stichabnahme sind identisch mit dem in Abschnitt 5.2.2 verwendeten Modell, was eine gute Vergleichbarkeit zwischen der Textursimulation im Postprocessing und der in diesem Abschnitt verwendeten Methode ermöglicht. Die Kopplung des VPSC-Modells mit dem FE-Code erfolgt mit der in Abschnitt 4.3 beschriebenen Methode. Die Ergebnisse sind in Bild 5.4.10 als OVF dargestellt. Bild 5.4.11 zeigt diese Texturen entlang der Faser $0^\circ < \phi_1 < 90^\circ$, $\Phi = 20^\circ$, $\phi_2 = 40^\circ$.

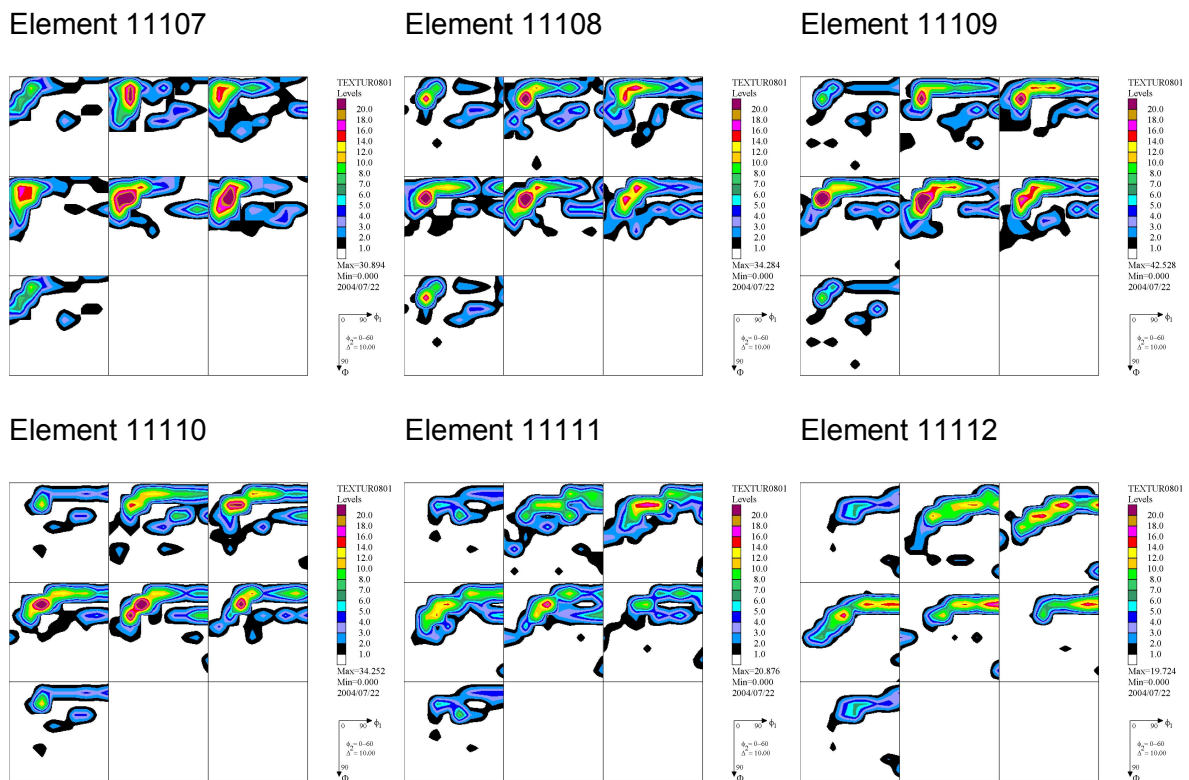


Bild 5.4.10: Mit einer vollgekoppelten FE-VPSC-Modell Simulation berechnete Texturen der Magnesiumlegierung AZ31 für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

Die Texturen zeigen bei dieser vollgekoppelten Rechnung einen deutlicheren Gradienten über die Blechdicke als die zuvor vorgestellten OVF, die im Postprocessing berechnet sind. So liegen die Maxima der OVF der oberflächennahen Elemente in einem Bereich des Eulerraums, wo die OVF des Elements in der Walzgutmitte nahezu keine Belegung

5 Simulationsergebnisse

aufweist. Außerdem unterscheiden sich die Maximalwerte der OVFs der einzelnen Elemente teilweise bis zu einem Faktor zwei.

Vergleicht man diese Ergebnisse mit denen der Rechnungen im Postprocessing, so ergeben sich signifikante Unterschiede. Dies betrifft sowohl die der OVF-Maxima als auch deren Lage. So beträgt beispielsweise bei Element 11109 die maximale Intensität der OVF bei der vollgekoppelten Simulation ca. 42, während sie bei den Rechnung im Postprocessing nur ungefähr 24 beträgt.

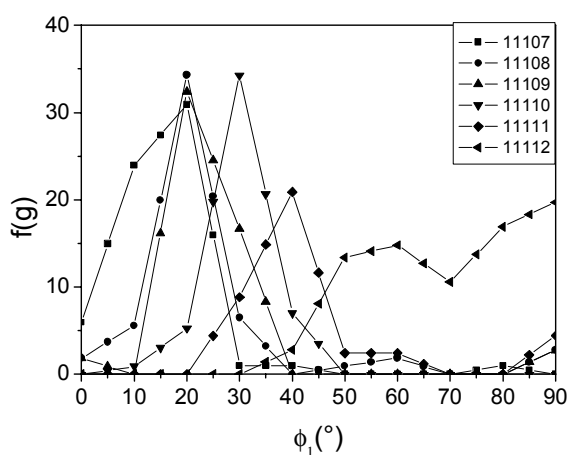


Bild 5.4.11: Darstellung der mit einer vollgekoppelten VPSC-FE Walzsimulation berechneten Textur entlang der Faser $0^\circ < \phi_1 < 90^\circ$, $\Phi = 20^\circ$, $\phi_2 = 40^\circ$ für verschiedene Elemente über die Blechdicke.

5.4.4 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

In diesem Abschnitt ist die Texturentwicklung beim Kaltwalzen der Magnesiumlegierung AZ31 simuliert worden. Die Simulation unter der Annahme einer idealen Walzverformung liefert folgende Ergebnisse:

- Die Textur entwickelt sich sehr rasch, schon bei einem Walzgrad von 5% erreicht die OVF einen Maximalwert von über sechs.
- Ob im PTR Modell eine Orientierungsänderung durch Zwillingsbildung nur einmal oder beliebig oft erfolgen kann, spielt für die Simulation der Texturentwicklung beim Walzen nur eine untergeordnete Rolle.

Vergleicht man die drei angewendeten Methoden zur Simulation von Walztexturen, so sind die folgenden Schlüsse möglich:

- Die Annahme einer idealisierten Walzverformung ist eine Vereinfachung, die am besten auf die Umformbedingungen in der Walzgutmitte zutrifft.
- Die Simulationen der Texturentwicklung im Postprocessing und die vollgekoppelten Textur-FE Simulationen liefern beide einen Texturgradienten über die Blechdicke. Die Ergebnisse der Rechnungen im Postprocessing unterscheiden sich erheblich von denen der vollgekoppelten Rechnungen.

Vergleicht man die Ergebnisse mit den experimentellen Untersuchungen [Styczynski 2004], so erkennt man, daß auch in der Simulation die OVF die meiste Belegung in den Bereichen für $\Phi < 40^\circ$ hat. Für einen Walzgrad von 40%, wie er im Experiment realisiert wurde, weist die simulierte OVF allerdings auch signifikante Belegungen im Bereich $\Phi > 40^\circ$ auf. Das Maximum der OVF ist in der Simulation ungefähr doppelt so hoch wie der experimentell bestimmte Wert. Obwohl in der Simulation von einer regellosen Ausgangstextur ausgegangen wird, zeigt sich auch hier, daß sich die Orientierungen im Polykristall im Bereich von $\Phi = 20^\circ$ anhäufen, was insbesondere bei höheren Walzgraden gut zu beobachten ist.

Neben den unterschiedlichen Ausgangstexturen könnte eine weitere mögliche Ursache für die Abweichungen zwischen Simulation und Experiment darin bestehen, daß die drei aus der Literatur entnommenen Verformungsmechanismen nicht alle sind, die bei einer so massiven Kaltverformung, wie sie im Experiment ohne Zwischenglühung realisiert wurde, zur Verformung beitragen. Eine andere Ursache könnten die ebenfalls aus der Literatur entnommenen Werte für die Verfestigung dieser Verformungsmoden sein.

5.5 Warmwalzen der Legierung AZ31

Die meisten Magnesiumbleche werden durch Warmwalzen hergestellt und somit in einem Temperaturbereich, in dem dynamische Rekristallisation stattfindet.

Dies bedeutet, daß für die Simulation des Warmwalzens das VPSC-Modell um ein Rekristallisationstexturmodell erweitert werden muß. In diesem Abschnitt wird das VPSC-Modell um den in Abschnitt 3.3.3 dargestellten Ansatz zur Beschreibung der dynamischen Rekristallisation ergänzt. Die Beschreibung der Verfestigung erfolgt mit dem in Abschnitt 3.4.1 beschriebenen Voce-Ansatz. Falls nicht anders erwähnt, wird die Ausgangstextur bei allen Rechnungen durch 1000 zufällig orientierte Einzelorientierungen repräsentiert.

Zur Bestimmung der Modellparameter wurden am Institut für Metallformung der TU-Bergakademie Freiberg Warmstauchversuche bei unterschiedlichen Temperaturen und einer Dehnrates von 10 s^{-1} durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in Form von Spannungs-Dehnungskurven in Bild 5.5.1 a wiedergegeben. Deutlich ist zu erkennen, daß das Material ab einer bestimmten kritischen Dehnung zu entfestigen beginnt.

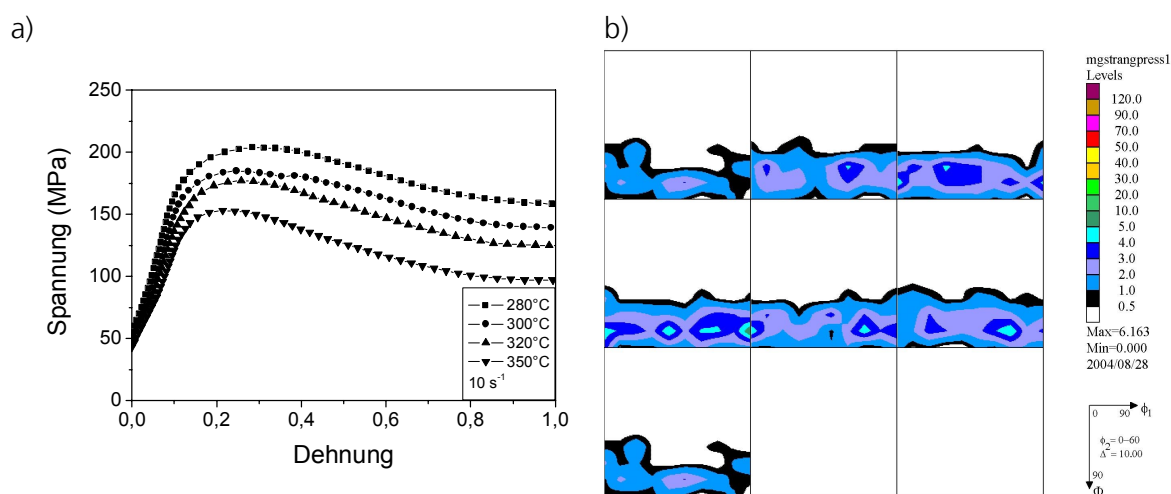


Bild 5.5.1: a) Bei verschiedenen Temperaturen und einer Dehnrates von 10 s^{-1} gemessene Stauchfließkurven der Magnesiumlegierung AZ31. b) Für die Berechnung der Fließkurven angenommene Ausgangstextur der stranggepreßten Stauchproben.

Die Simulation des Warmwalzens wird für eine Temperatur von 280°C durchgeführt. Die hierzu benötigten Parameter des Voce-Verfestigungsgesetzes und des Rekristallisations-texturmodells werden durch die Anpassung berechneter Stauchkurven an die entsprechende experimentell bestimmte Stauchkurve ermittelt. Hierbei werden zwei verschiedene Kombinationen von Verformungsmechanismen getestet. Die erste Kombination besteht aus Gleitung auf den Basalebene und den Pyramidalebene zweiter Ordnung sowie Zwillingsbildung auf dem System $\{01\bar{1}2\} <01\bar{1}\bar{1}>$. In der zweiten Kombination wird zusätzlich Gleitung auf den prismatischen Systemen zugelassen. Da für die Ausgangstextur der Stauchproben keine experimentellen Daten vorliegen, wird eine für den Verformungszustand (stranggepreßt) typische Ausgangstextur angenommen, die in Bild 5.5.1 als OVF dargestellt ist. Diese wird in den Modellrechnungen des Stauchversuchs durch 1000 Einzelorientierungen repräsentiert.

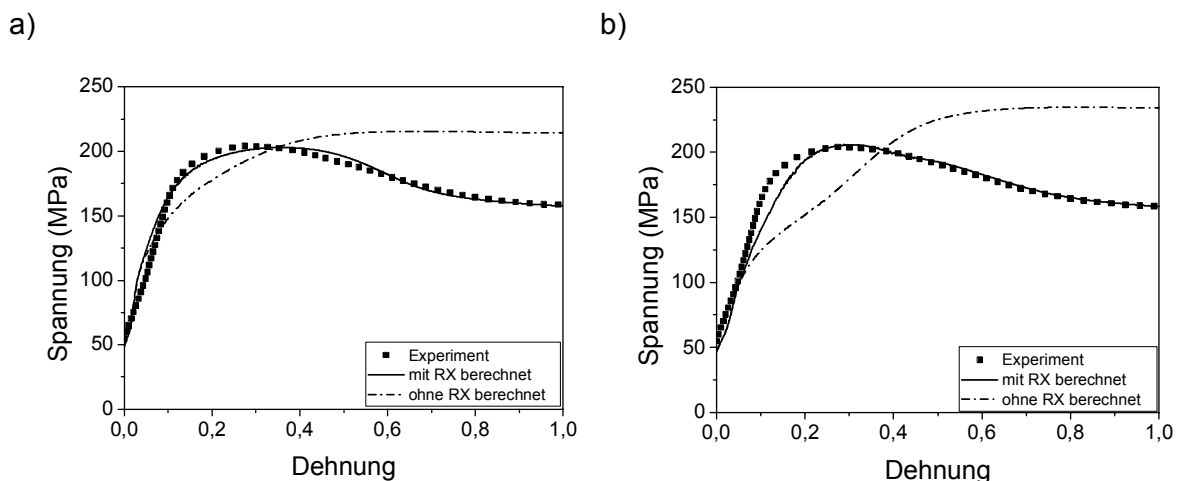


Bild 5.5.2: a) Ohne Berücksichtigung prismatischer Gleitung berechnete Fließkurven mit und ohne Rekristallisation zusammen mit der bei 280°C gemessenen Stauchkurve. b) Mit Berücksichtigung prismatischer Gleitung berechnete Fließkurven mit und ohne Rekristallisation zusammen mit der bei 280°C gemessenen Stauchkurve.

Die Stauchkurven, die mit dem für die Warmwalzsimulation verwendeten Parametersatz berechnet sind, sind zusammen mit der bei 280°C experimentell ermittelten Stauchkurve in Bild 5.5.2 dargestellt. Die Teile a und b zeigen die berechnete Stauchkurve ohne bzw. unter Berücksichtigung prismatischer Gleitung. Zusätzlich enthalten beide Teils auch jeweils die Kurve, die man erhält, wenn man den Stauchversuch ohne Rekristallisation simuliert. Die berechneten Stauchkurven zeigen eine gute Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten. Ein Vergleich mit den ohne Rekristallisation berechneten Stauchkur-

5 Simulationsergebnisse

ven bestätigt die Annahme, daß die Entfestigung des Materials überwiegend durch die dynamische Rekristallisation verursacht wird und Umorientierungseffekte hierfür von untergeordneter Bedeutung sind. Die entsprechenden Parameter des Verfestigungs- und Rekristallisationstexturmodells sind in Tabelle 5.5.1 (keine prismatische Gleitung) bzw. in Tabelle 5.5.2 (prismatische Gleitung) aufgeführt.

Voce Parameter	τ_0 [MPa]	τ_1 [MPa]	θ_0 [MPa]	θ_1 [MPa]
Verformungsmode				
Basal	9.	10	150	0
<c+a>	45.	40	250	0
Zwilling	14.	0	16.5	16.5

RX Parameter	E_{krit} [MPa ⁻¹]	B	C	D [MPa ⁻¹ s ⁻¹]
	2.2e4	1.3	2.5e-3	0.09

Tabelle 5.5.1: Materialparameter zur Beschreibung der in Bild 5.5.2 dargestellten Stauchkurve ohne prismatische Gleitung.

Voce Parameter	τ_0 [MPa]	τ_1 [MPa]	θ_0 [MPa]	θ_1 [MPa]
Verformungsmode				
Basal	13	10	150	0
Prismatisch	17	15	150	0
<c+a>	45	50	330	0
Zwilling	18.	0	11	11

RX Parameter	E_{krit} [MPa ⁻¹]	B	C	D [MPa ⁻¹ s ⁻¹]
	2.35e4	1.3	2.1e-3	0.09

Tabelle 5.5.2: Materialparameter zur Beschreibung der in Bild 5.5.2 dargestellten Stauchkurve mit prismatischer Gleitung.

Zusätzlich zu den Parametersätzen für 280°C wird außerdem noch jeweils ein Parametersatz für die drei anderen in Bild 5.5.1 angegebenen Temperaturen unter Berücksichtigung prismatischer Gleitung bestimmt. Alle Anpassungen der in diesem Abschnitt verwendeten Modellparameter werden durch die Methode von »Versuch und Irrtum erzielt, da eine automatische, numerische Anpassung wegen des iterativen Verfahrens zur Lösung der Selbstkonsistenzbedingung des VPSC-Modells eine aufwendige Software erfordern würde.

Bild 5.5.3 zeigt alle gemessenen Stauchkurven zusammen mit den berechneten. Das Modell kann das Ver- und Entfestigungsverhalten des Materials über den gesamten Temperaturbereich gut beschreiben. Die Modellparameter für die Temperaturen 300°C, 320°C und 350°C sind in Tabelle 5.5.3 aufgelistet. Für den gesamten Temperaturbereich werden

die Elemente der Verfestigungsmatrix $h^{ss'}$ alle auf den Wert eins gesetzt, außer wenn es sich bei s' um eine Zwillingsmode handelt, dann erhält $h^{ss'}$ den Wert 1,8.

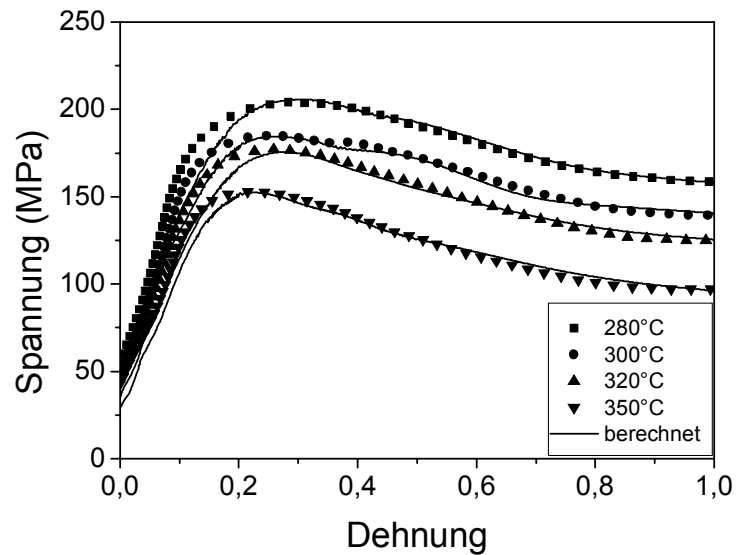


Bild 5.5.3: Gemessene (Symbole) und berechnete (Linien) Stauchfließkurven der Legierung AZ31 bei unterschiedlichen Temperaturen.

Im folgenden Abschnitt werden die für 280°C bestimmten Parameter zur Simulation des Warmwalzens unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung verwendet.

T=300°C				
Voce Parameter	τ_0 [MPa]	τ_1 [MPa]	θ_0 [MPa]	θ_1 [MPa]
Verformungsmode				
Basal	12	9	150	0
Prismatisch	16	14	150	0
<c+a>	41	46	330	0
Zwilling	17.	0	11	11
RX-Parameter	E_{krit} [MPa ⁻¹]	B	C	D [MPa ⁻¹ s ⁻¹]
	2.0e4	2.8e-3	1.225	0.075
T=320°C				
Voce Parameter	τ_0 [MPa]	τ_1 [MPa]	θ_0 [MPa]	θ_1 [MPa]
Verformungsmode				
Basal	8.5	9	140	0
Prismatisch	13	14	140	0
<c+a>	35	45	280	0
Zwilling	15.	0	10	10
RX-Parameter	E_{krit} [MPa ⁻¹]	B	C	D [MPa ⁻¹ s ⁻¹]
	1.95e4	3.1e-3	1.225	0.075
T=350°C				
Voce Parameter	τ_0 [MPa]	τ_1 [MPa]	θ_0 [MPa]	θ_1 [MPa]
Verformungsmode				
Basal	7	5	100	0
Prismatisch	12	10	110	0
<c+a>	30	40	250	0
Zwilling	10.	0	11	11
RX-Parameter	E_{krit} [MPa ⁻¹]	B	C	D [MPa ⁻¹ s ⁻¹]
	1.75e4	3.8e-3	1.1	0.09

Tabelle 5.5.3: Materialparameter zur Beschreibung der in Bild 5.5.3 dargestellten Stauchkurven bei 300°C, 320°C und 350°C.

5.5.1 Idealisierte Walzverformung

Zur Prüfung, welchen Einfluß die Berücksichtigung prismatischer Gleitung auf die Textur-entwicklung hat, wird unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung unter Berücksichtigung der Rekristallisation die resultierende Warmwalztextur für Walzgrade zwischen 5% und 80% ohne und mit Berücksichtigung der prismatischen Gleitung berechnet. Hierbei werden jeweils die in Tabelle 5.5.1 und in Tabelle 5.5.2 aufgeführten Materialparameter verwendet. Die Umformung findet bei einer Dehnrage von 10 s^{-1} statt und die Dehnung in Walzrichtung beträgt bei jedem Recheninkrement 10^{-3} .

Bild 5.5.4 zeigt die Ergebnisse der Rechnungen ohne prismatische Gleitsysteme als OVF in Form von ϕ_2 -Schnitten im Abstand von 10° in der Eulerraumdarstellung nach Bunge. In Bild 5.5.5 sind analog die Texturen dargestellt, die man mit Berücksichtigung der prismatischen Gleitung erhält.

Vergleicht man die Ergebnisse der Rechnungen ohne und mit Berücksichtigung der prismatischen Gleitung, so ist auffällig, daß im letzteren Fall sich die Orientierungen im Euler-raum sehr schnell in einem Bereich zwischen $\Phi=0^\circ$ und $\Phi=20^\circ$ anordnen, während im anderen Fall die OVF auch eine starke Belegung im Bereich von $\Phi=80^\circ$ aufweist.

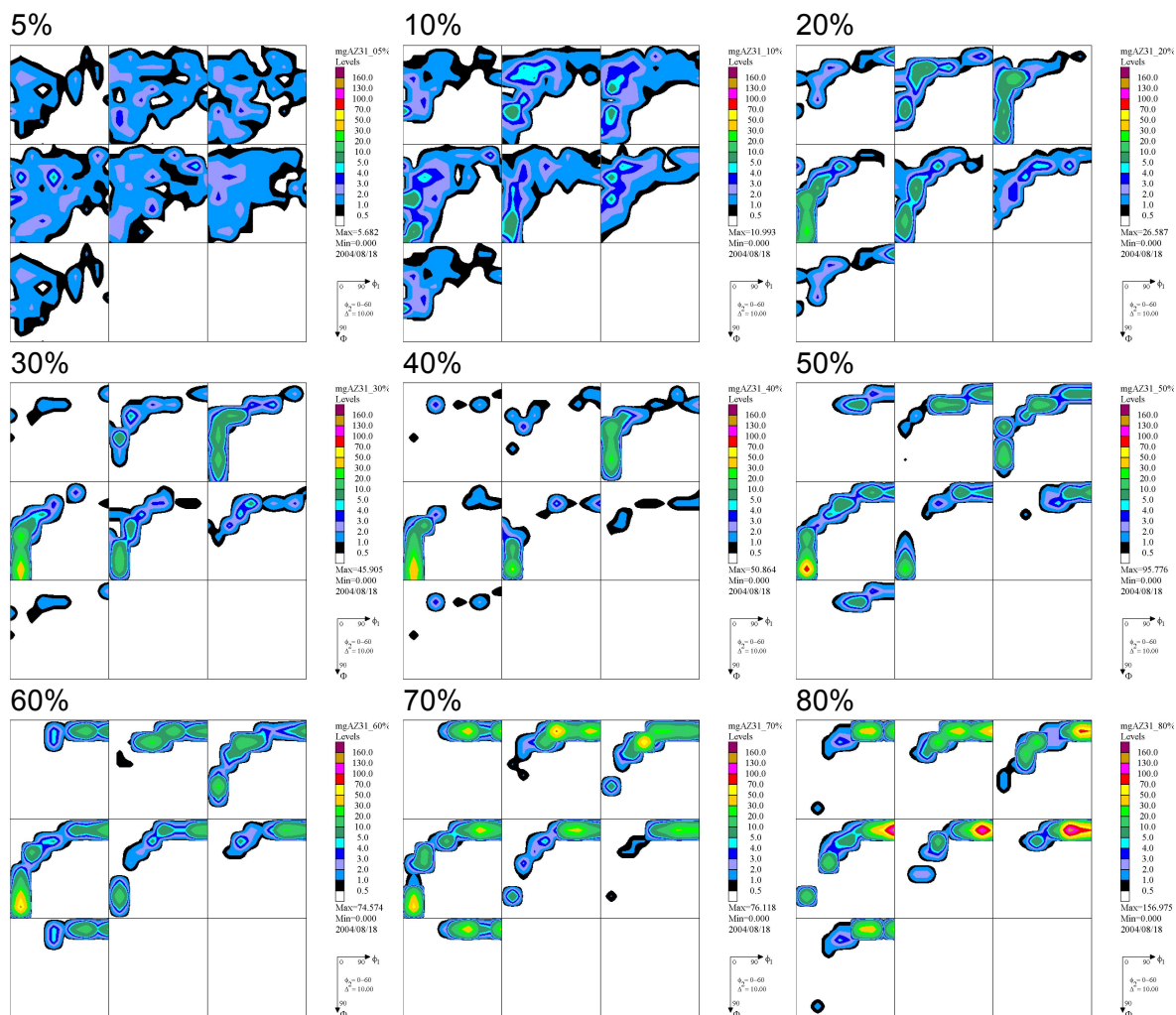


Bild 5.5.4: Mit dem VPSC-Modell gerechnete Texturentwicklung der Magnesiumlegierung AZ31 für Walzgrade zwischen 5% und 80% unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung und ohne Berücksichtigung der prismatischen Gleitung.

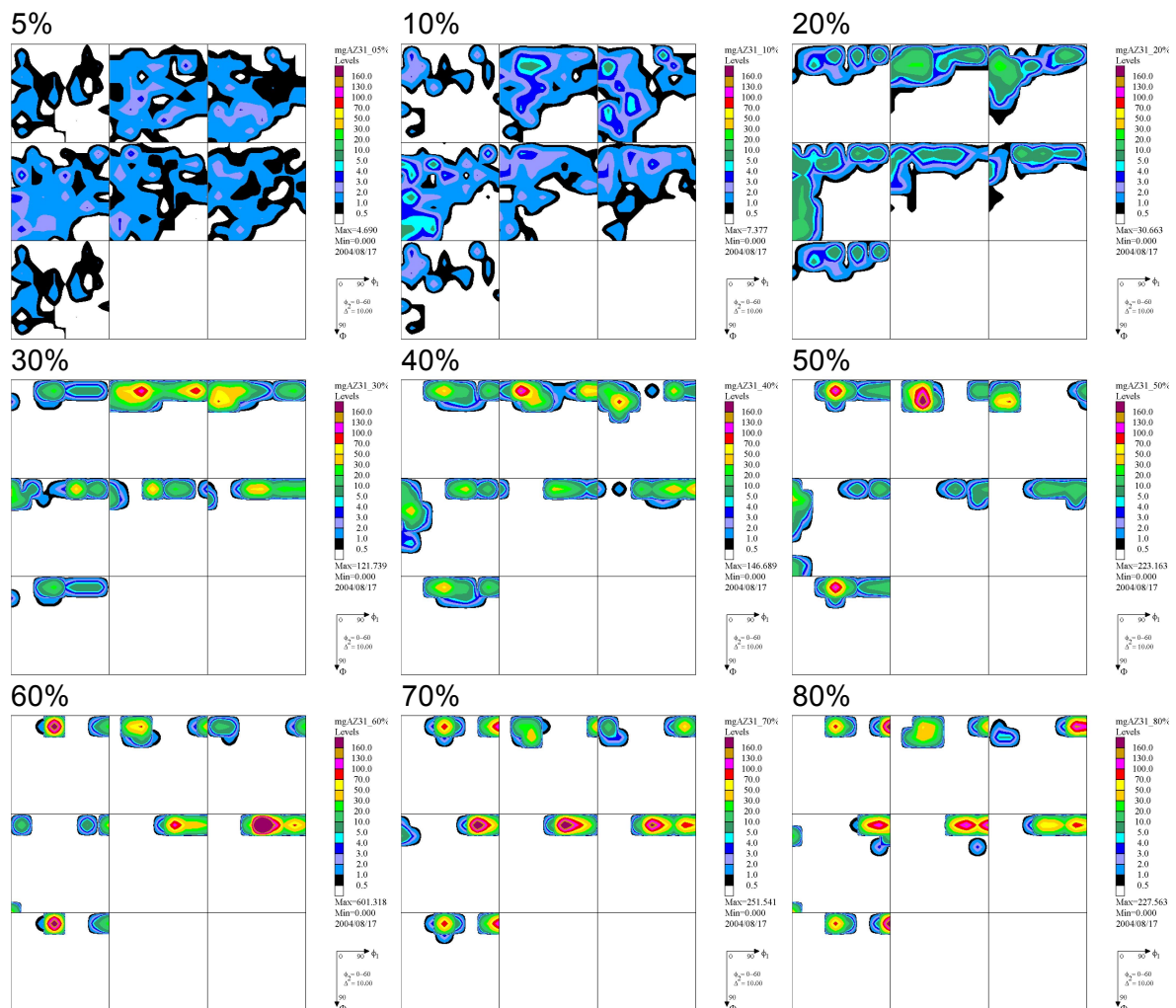


Bild 5.5.5: Mit dem VPSC-Modell gerechnete Texturentwicklung der Magnesiumlegierung AZ31 für Walzgrade zwischen 5% und 80% unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung und mit Berücksichtigung der prismatischen Gleitung.

Betrachtet man die aus der OVF berechneten und – für einige ausgewählte Walzgrade – in Bild 5.5.6 dargestellten (0002)-Polfiguren, so erkennt man, daß die ohne prismatische Gleitung berechneten Texturen einen hohen Anteil nicht basaler Texturkomponenten aufweisen, während die mit prismatischer Gleitung berechneten Texturen überwiegend basal sind. Auch bei einer anschließenden Simulation einer statischen Rekristallisation, bei der im Texturmodell keine Verformung und Nukleation mehr stattfindet, bildet sich bei den Simulationen ohne prismatische Gleitsysteme keine Basaltextrur aus. Bei den Simulationen mit prismatischer Gleitung bleibt die Basaltextrur hingegen erhalten und verstärkt sich.

5 Simulationsergebnisse

Die Änderung der (0002)-Polfigur während der Simulation einer Wärmebehandlung ist in Bild 5.5.6 am Beispiel eines Walzgrads von 50% dargestellt.

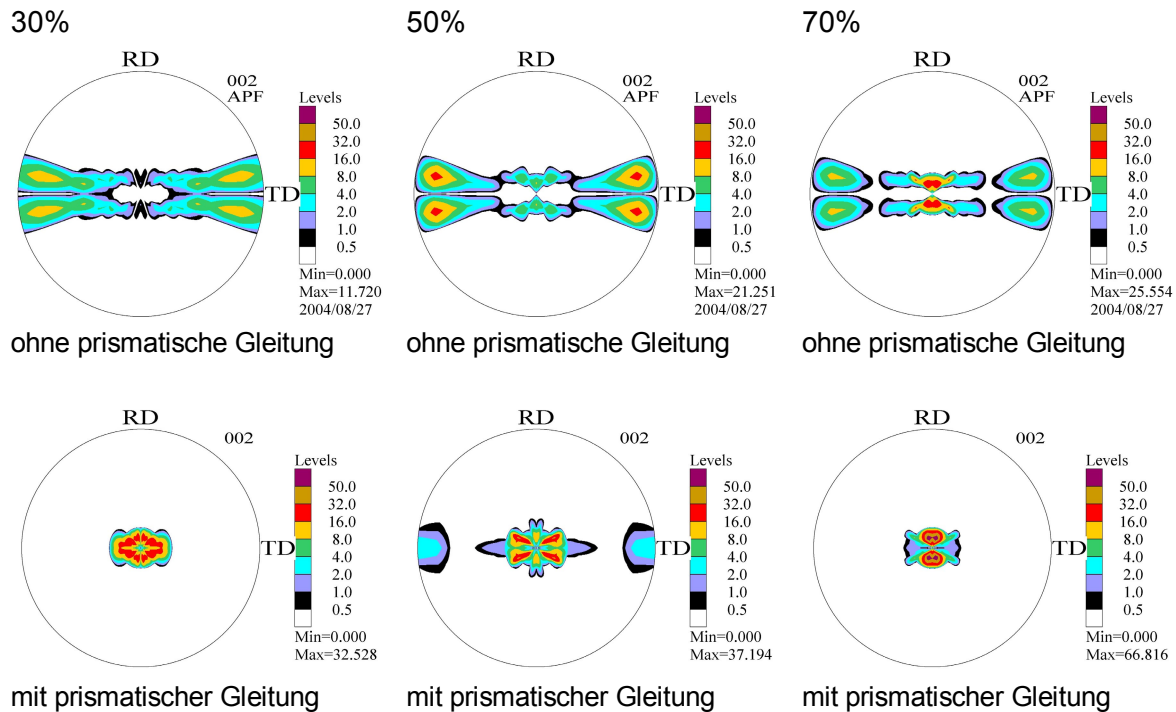


Bild 5.5.6: Für einige ausgewählte Walzgrade aus den in Bild 5.5.4 und Bild 5.5.5 dargestellten OVFs berechnete (0002)-Polfiguren. Es ist deutlich zu erkennen, daß die Verwendung prismatischer Gleitsysteme zur Entstehung der Basalttextur notwendig ist.

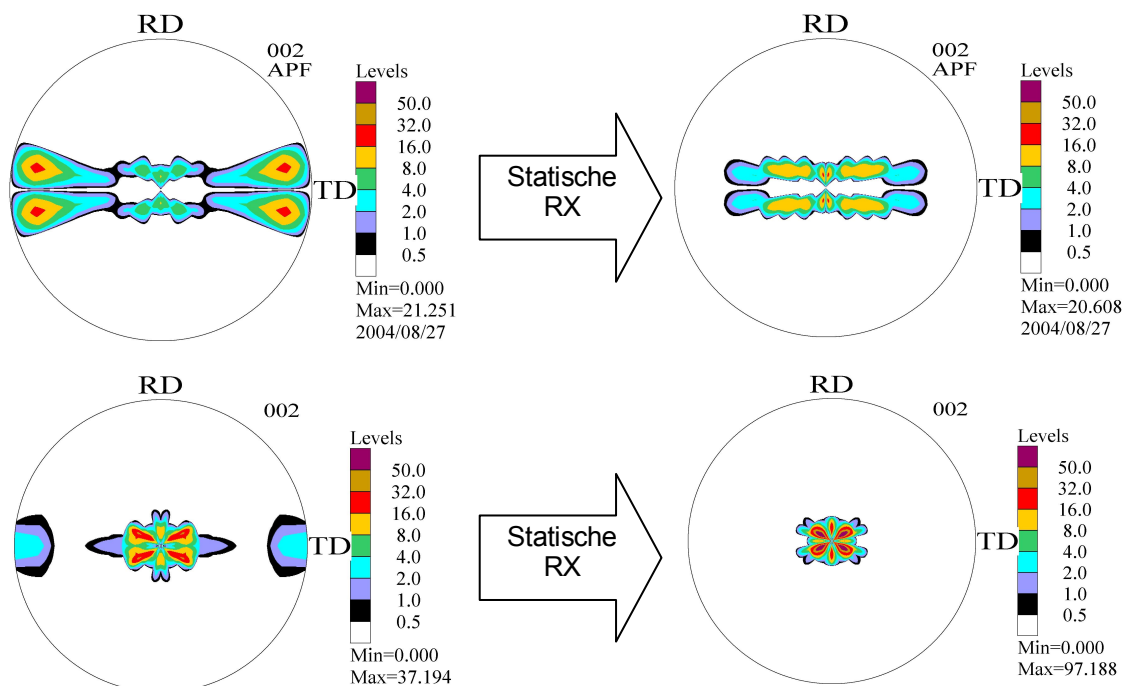


Bild 5.5.7: (0002)-Polfigur vor (links) und nach (rechts) einer statischen Rekristallisation. Als Ausgangszustand diente eine 50% idealisierte Walzverformung ohne (oben) und mit (unten) Berücksichtigung prismatischer Gleitsysteme. Es ist deutlich zu erkennen, daß sich ohne prismatische Gleitsysteme auch mit einer Rekristallisationsglühung keine basale Textur erreichen läßt.

Ein Vergleich mit Texturen bzw. Polfiguren, die an warmgewalzten AZ31-Blechen gemessen wurden, wie es z.B. auch in Kapitel 7 dieser Arbeit geschieht, zeigt, daß diese eine ausgeprägte Basaltextur aufweisen.

Aus diesem Grund, wird die im folgenden Abschnitt durchgeführte vollgekoppelte Textur-FE Simulation ausschließlich mit Berücksichtigung prismatischer Gleitung durchgeführt.

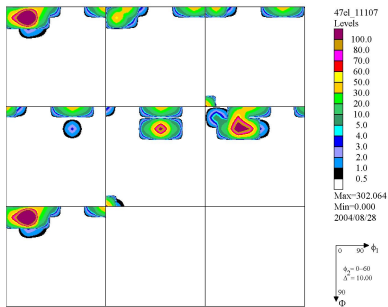
5.5.2 Vollgekoppelte Textur-FE-Simulation

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse einer vollgekoppelten Textur-FE-Walzsimulation vorgestellt, bei der das VPSC-Modell mit der in Abschnitt 4.3 beschriebenen Methode mit dem FE-Code gekoppelt ist. Betrachtet wird diesmal eine Stichabnahme von 60%. Ansonsten ist das FE-Modell identisch mit dem in Abschnitt 5.2.3 vorgestellten. Da es sich bei der Rekristallisation um einen Vorgang handelt, der auch nach Beendigung der Deformation eine gewisse Zeit weiterläuft, wird die OVF zu zwei verschiedenen Zeiten betrachtet.

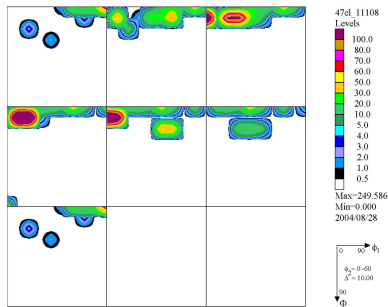
Bild 5.4.10 zeigt die jeweilige OVF für die in Tabelle 5.2.3 angegebenen Elemente kurz nach dem Austritt aus dem Walzspalt, Bild 5.5.9 zeigt die entsprechenden OVFs zu einem späteren Zeitpunkt.

Man erkennt, daß alle Elemente über die Blechdicke bereits beim Austritt aus dem Walzspalt eine Basaltextur aufweisen. Der basale Charakter der Textur ändert sich auch nach dem Austritt aus dem Walzspalt nicht mehr. Zwar könnte man von einem Texturgradienten über die Blechdicke sprechen, da die Maxima der OVFs der einzelnen Elemente an verschiedenen Stellen im Eulerraum liegen, jedoch ist hierbei zu bedenken, das die Ausgangstextur nur von 1000 Einzelorientierungen repräsentiert wurde. Während des Warmwalzens können diese 1000 Einzelorientierungen nicht nur wie beim Kaltwalzen ihre Orientierung ändern, sondern auch Ihren Anteil am Gesamtvolumen ändern. Deshalb bleiben nach dem Warmwalzen nur noch ca. 250 Einzelorientierungen übrig, die einen signifikanten Anteil am Gesamtvolumen repräsentieren. Wegen dieser relativ geringen Anzahl von Einzelorientierungen und der hiermit verbundenen schlechten Statistik ist eine quantitative Auswertung der OVFs nicht sinnvoll.

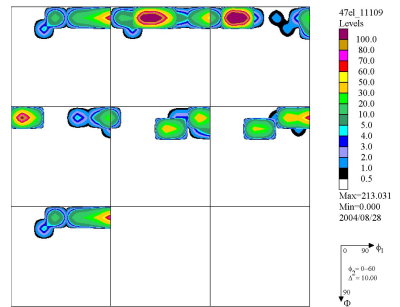
Element 11107



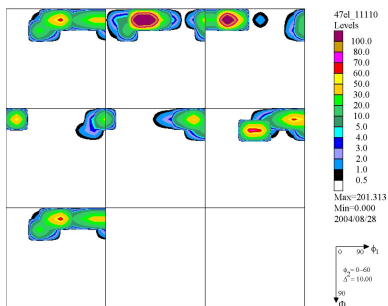
Element 11108



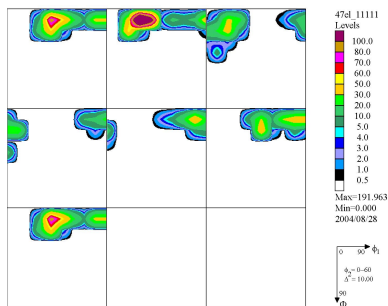
Element 11109



Element 11110



Element 11111



Element 11112

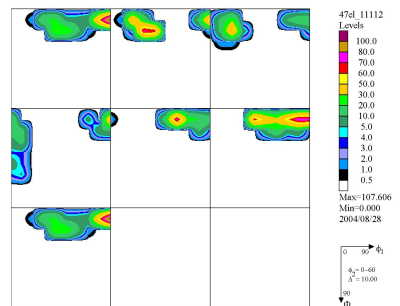
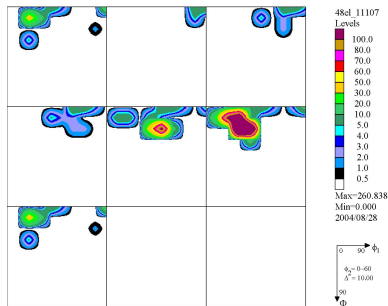


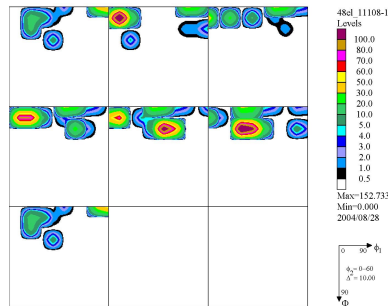
Bild 5.5.8: Textur für die angegebenen Elemente nach 60% Walzverformung mit einem Reibkoeffizienten $\mu=0,2$ unmittelbar nach Austritt aus dem Walzspalt. Es wurde mit dem VPSC-Model ohne Korn-Korn Wechselwirkung gerechnet.

5 Simulationsergebnisse

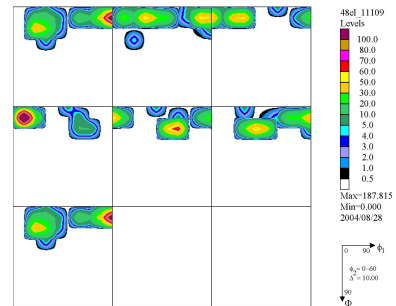
Element 11107



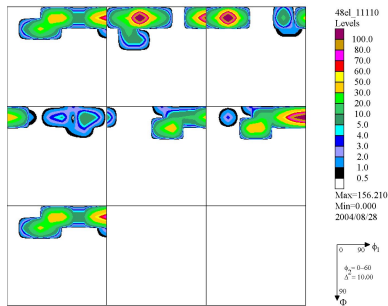
Element 11108



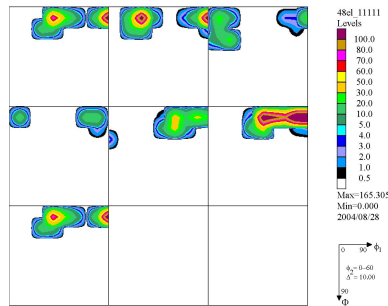
Element 11109



Element 11110



Element 11111



Element 11112

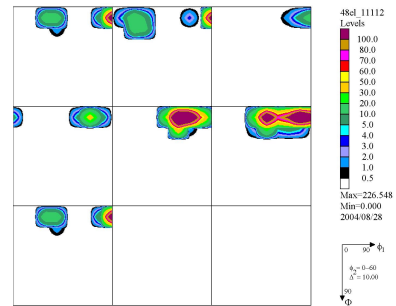


Bild 5.5.9: Textur für die angegebenen Elemente nach 60% Walzverformung mit einem Reibkoeffizienten $\mu=0,2$ und ca. $0,1$ s nach Austritt aus dem Walzspalt. Es wurde mit dem VPSC-Model ohne Korn-Korn Wechselwirkung gerechnet.

5.5.3 Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

In diesem Abschnitt ist die Texturentwicklung beim Warmwalzen der Magnesiumlegierung AZ31 simuliert worden. Die experimentell ermittelten Warmstauchkurven lassen sich in einem Temperaturbereich zwischen 280°C und 350°C mit dem VPSC-Modell und dem in Abschnitt 3.3.3 vorgeschlagenen Rekristallisationstexturmodell beschreiben. Die Simulation einer idealisierten Walzverformung zeigt, daß prismatische Gleitung berücksichtigt werden muß, um die typische Basaltextur warmgewalzter AZ31 Bleche zu erhalten. Ohne Berücksichtigung prismatischer Gleitung läßt sich auch durch die Simulation einer sich an das Walzen anschließenden Rekristallisationsglühung keine Basaltextur erzeugen.

Die vollgekoppelte Textur-FE Simulation liefert eine Basaltextur für alle Elemente über die Blechdicke. Eine quantitative Aussage über einen Texturgradienten ist in diesem Fall nicht möglich, da hierzu die Ausgangstextur von deutlich mehr Einzelorientierungen repräsentiert werden müßte, als dies mit vertretbarem Aufwand möglich ist. Dennoch bestätigt die Simulation die auch in dieser Arbeit gemachte experimentelle Beobachtung, daß in homogen gewalzten Magnesiumblechen praktisch kein Texturgradient über die Blechdicke beobachtet werden kann (siehe Kapitel 7.1).

Das Phänomen der sogenannten »rotation recrystallization« [Ion 1982, Humphreys 1995] kann von dem in dieser Arbeit entwickelten Rekristallisationstexturmodell noch nicht erfaßt werden. Hierbei handelt es sich um die Bildung von Rekristallisationskeimen im Bereich von Scherbändern. Da dieser Mechanismus eine Abschwächung der Basaltextur bewirken kann [del Valle 2003] und daher von großem technologischen Interesse ist, sollte eine Erweiterung des Modells auch diesen Effekt beinhalten. Die gekoppelten Textur-FE-Simulationen mit diesem erweiterten Modell könnten dann als Werkzeug für die Bestimmung geeigneter Prozeßparameter dienen, um bei großen Stichabnahmen eine möglichst schwache Basaltextur zu erhalten.

6 Ermittlung mechanischer Kennwerte aus der Textur

In Abschnitt 2.3 dieser Arbeit wurde der Zusammenhang zwischen kristallographischer Textur und der mechanischer Anisotropie aufgezeigt. In Kapitel 3 wurden Modelle zur Simulation der Texturentwicklung dargestellt, welche in Kapitel 5 angewendet wurden. Dieser Abschnitt beschäftigt sich nun damit, die in Kapitel 5 berechneten Texturen zur Ermittlung mechanischer Eigenschaften zu verwenden.

6.1 E-Modul von IF-Stahl

In Kapitel 3.5 ist gezeigt, wie der Elastizitätstensor eines Polykristalls (z.B. eines gewalzten Blechs) aus dessen Textur und den zugehörigen Einkristallkonstanten berechnet werden kann. Eine experimentell leichter zugängliche und in der Praxis häufiger gebrauchte Größe ist jedoch der in der Blechebene als Funktion des Winkels α zur Walzrichtung gemessene E-Modul $E(\alpha)$. Der E-Modul wird in einem einachsigen Zugversuch aus dem Verhältnis der gemessenen Spannung und Dehnung entlang der Probenachse bestimmt, womit gilt:

$$E(\alpha) = \frac{\sigma_{11}^\alpha}{\varepsilon_{11}^\alpha} = \frac{1}{S_{1111}^\alpha}, \quad \text{Gl. 6.1.1}$$

mit

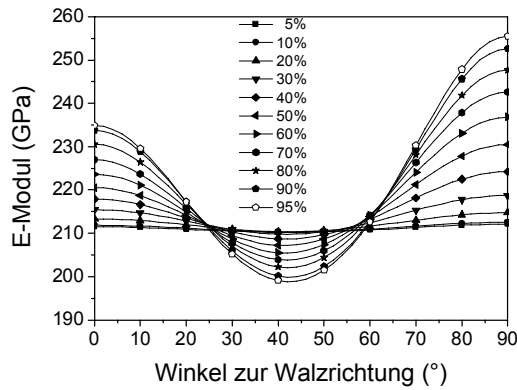
$$S_{1111}^\alpha = R_{1i}^\alpha R_{1j}^\alpha R_{1k}^\alpha R_{1l}^\alpha S_{ijkl}. \quad \text{Gl. 6.1.2}$$

Hierbei sind S_{ijkl} die Komponenten des Nachgiebigkeitstensor im Koordinatensystem des Blechs und R^α ist die Rotationsmatrix um die Blechnormale. Die x_1 -Achse ist hier die Walzrichtung, die x_2 -Achse die Querrichtung und die x_3 -Achse die Blechnormale.

Mit Hilfe der Gl. 6.1.1 und den in Tabelle 5.3.2 wiedergegebenen Einkristallkonstanten, wird der E-Modul $E(\alpha)$ als Mittelwert der beiden Hill-Mittelungen (Gl. 3.5.9 und Gl. 3.5.10) aus den in Bild 5.3.5 und Bild 5.3.6 dargestellten Texturen berechnet. Die Ergebnisse sind in Bild 6.1.1 a dargestellt. Man erkennt, wie die elastische Anisotropie als Folge der Texturentwicklung mit dem Walzgrad zunimmt. Zum Vergleich ist in Teil b von Bild 6.1.1 die Richtungsabhängigkeit des E-Moduls wiedergegeben, die man für Einkristalle mit einer

bestimmten Orientierung erhalten würde. Für eine graue Textur erhält man mit der angewandten Hill-Mittelung einen E-Modul von 208,6 GPa (Reuss-Mittelung: $E=193,9$ GPa, Voigt-Mittelung: $E=226,8$ GPa).

a)



b)

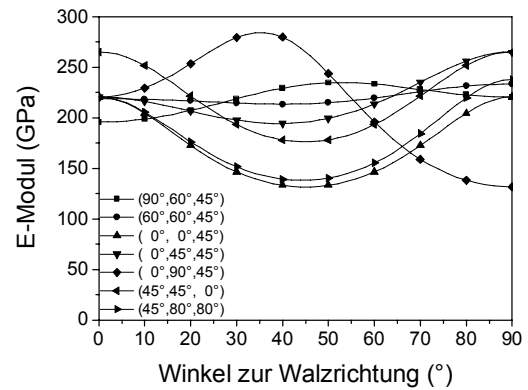


Bild 6.1.1: a) Abhängigkeit des E-Moduls in der Blechebene vom Winkel zur Walzrichtung für verschiedene Walzgrade. b) Abhängigkeit des E-Moduls in der Blechebene vom Winkel zur Walzrichtung für Einkristalle unterschiedlicher Orientierung (angegeben durch Tripel von Eulerwinkeln).

6.2 Fließort und Verfestigungskurve für IF-Stahl

Aus den in Bild 5.3.5 und Bild 5.3.6 abgebildeten Texturen wird zusammen mit den entsprechenden Versetzungsdichten und Verfestigungsparametern (siehe Tabelle 5.3.1) die Fließfläche in der Blechebene bei einer Dehnrates von 10 s^{-1} berechnet. Die Ergebnisse sind in Bild 6.2.1 a dargestellt.

Um den Einfluß des Bauschingereffekts und den der kristallographischen Textur auf die Fließfläche zu vergleichen, sind in Bild 6.2.1 b die Fließflächen für unterschiedliche Werte des Parameters R_2 aufgetragen, die man nach einer idealisierten Walzverformung von 40% erhält. Alle anderen Parameter des Verfestigungsgesetzes sind mit denen in Tabelle 5.3.1 aufgeführten identisch. Es ist zu erkennen, daß für kleine Werte von R_2 die Abweichung der aus der Textur berechneten Fließfläche von der Fließfläche nach von Mises nur gering sind und die von Mises Hypothese eine gute Näherung darstellt. Mit zunehmendem Bauschingereffekt beginnt sich die Fließfläche dann stark zu verändern. Besonders deutlich ist der Einfluß des Bauschingereffekts bei biaxialer Belastung und bei einachsigen Druck in der Walzrichtung, wo Teile der Fließfläche konkav werden, was Konsequenzen für die Stabilität der Verformung bei nachfolgenden Formgebungsschritten haben wird.

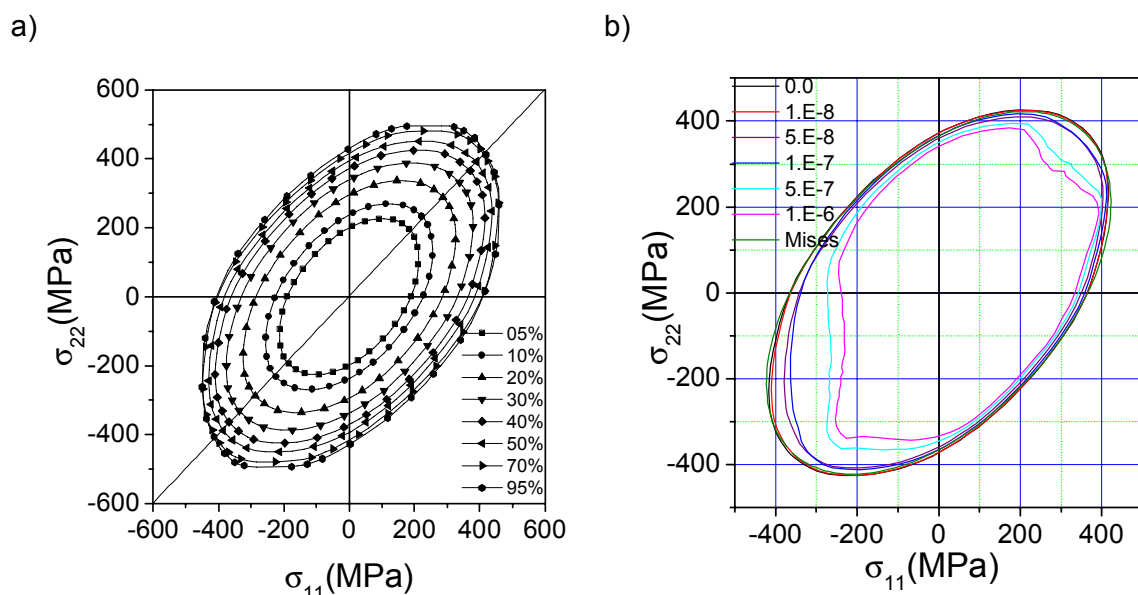


Bild 6.2.1: a) Aus der Textur berechnete Fließflächen eines IF-Stahls für verschiedene Walzgrade. b) Fließflächen für verschiedene Werte des Parameters R_2 nach einer idealisierten Walzverformung von 40%.

Um zu untersuchen, wie sich die Fließfläche während eines Zugversuchs in Walz- bzw. Querrichtung entwickelt, wird auf die Probe nach einer idealisierten Walzverformung von 40% eine Dehnung von 0,5 in Walz- bzw. Querrichtung aufgebracht und die Fließfläche für verschiedene Stadien während der Verformung berechnet. Hierbei werden wiederum die in Tabelle 5.3.1 aufgeführten Materialparameter verwendet. Die Verfestigungskurven sind für einachsigen Zug entlang der Walz- bzw. Querrichtung in Bild 6.2.2 a dargestellt. In Teil b ist die Entwicklung der Fließfläche während der Zugverformung in Walzrichtung dargestellt. In Bild 6.2.3 a sind die entsprechenden Ergebnisse für die Querrichtung wiedergegeben. Um einen besseren Vergleich zu ermöglichen, sind in Bild 6.2.3 b die Fließflächen nach einer Dehnung von 0,5 in Walz- bzw. Querrichtung zusammen dargestellt. Die Unterschiede sind recht gering, jedoch zeigt sich auch hier, daß die größten Unterschiede bei einer biaxialen Belastung vorliegen.

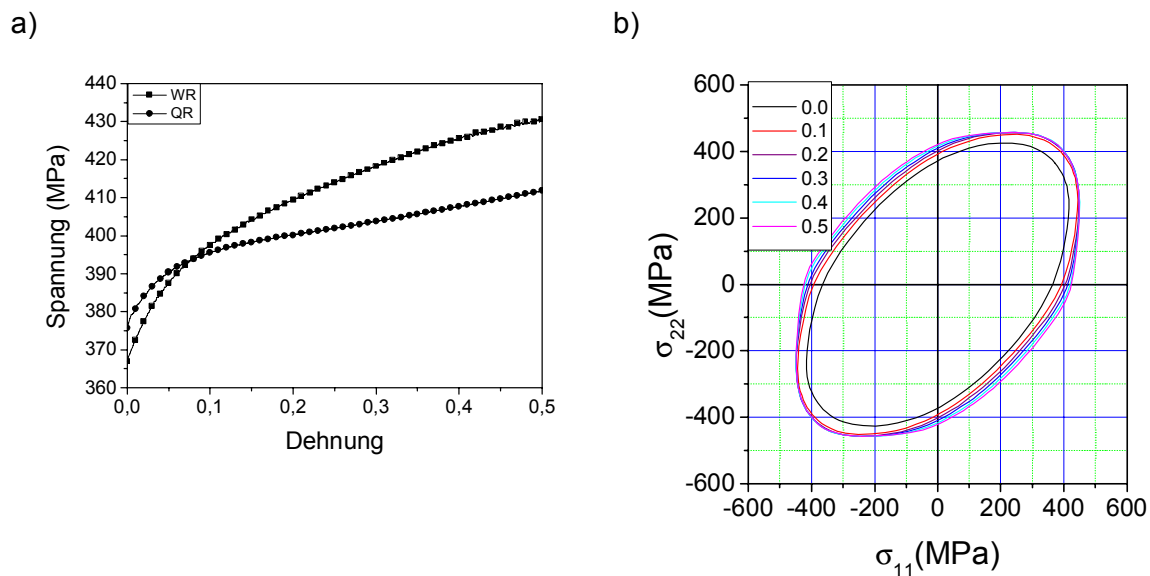


Bild 6.2.2: a) Mit dem VPSC-Modell berechnete Spannungs-Dehnungskurven eines IF-Stahls in Walz- (WR) und Querrichtung (QR) nach einer Walzverformung von 40%. b) Fließflächen für verschiedene Zugdehnungen in Walzrichtung.

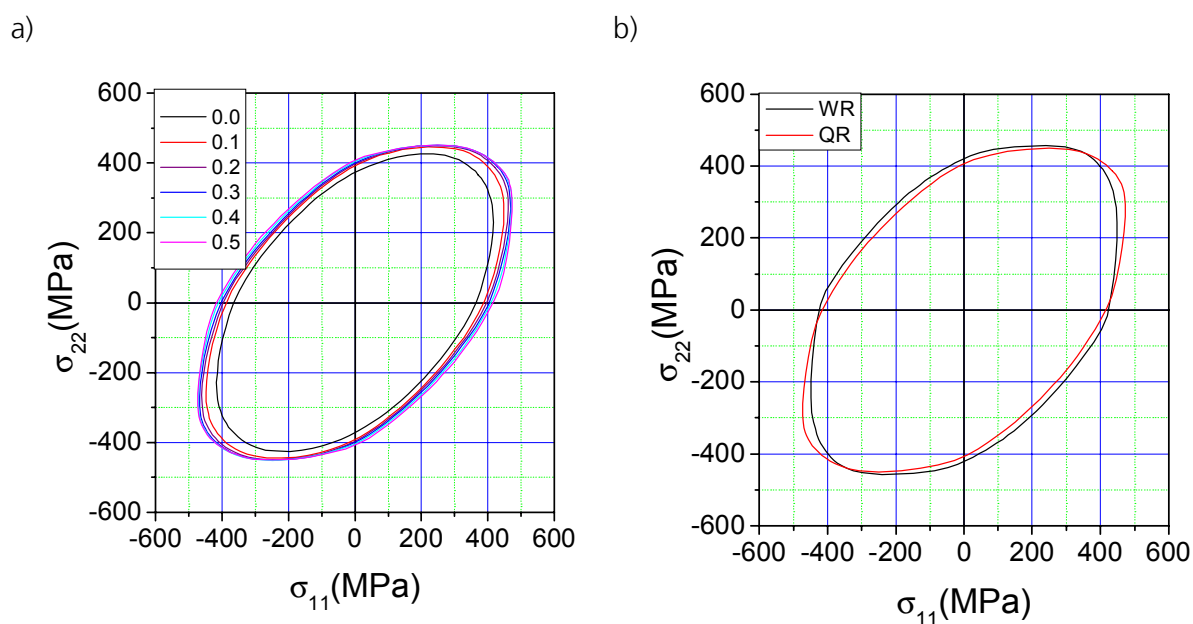


Bild 6.2.3: a) Fließflächen für verschiedene Zugdehnungen in Querrichtung. b) Fließflächen nach einer Zugdehnung von 0,5 in Walz- bzw. Querrichtung.

Eine gebräuchliche Methode, die Stärke des Bauschingereffekts bei einem Material zu bestimmen, ist der Zug-Druck-Versuch. Hierbei wird das Material zunächst einachsrig (z.B. in Zug) belastet und beim Erreichen einer bestimmten Dehnung die Belastungsrichtung umgekehrt.

Um den Einfluß der Textur zu untersuchen, werden die Spannungs-Dehnungskurven im Zug-Druckversuch eines Blechs nach einer 40% Walzverformung für zwei verschiedene Werte von R_2 ($R_2 = 10^{-8}$ und $R_2 = 5 \cdot 10^{-7}$) berechnet. Die Ergebnisse sind in Bild 6.2.4 a dargestellt. Für $R_2 = 5 \cdot 10^{-7}$ werden die Fließflächen an ausgewählten in Bild 6.2.4 a gekennzeichneten Punkten berechnet. Bei der Betrachtung dieser in Bild 6.2.4 b dargestellten Ergebnisse erkennt man, wie die durch den Bauschingereffekt bedingte Asymmetrie der Fließfläche (Punkt B) zunächst weitgehend verschwindet (Punkt C) und sich danach im Laufe der Druckbelastung in veränderter Form wieder entwickelt (Punkte D-F).

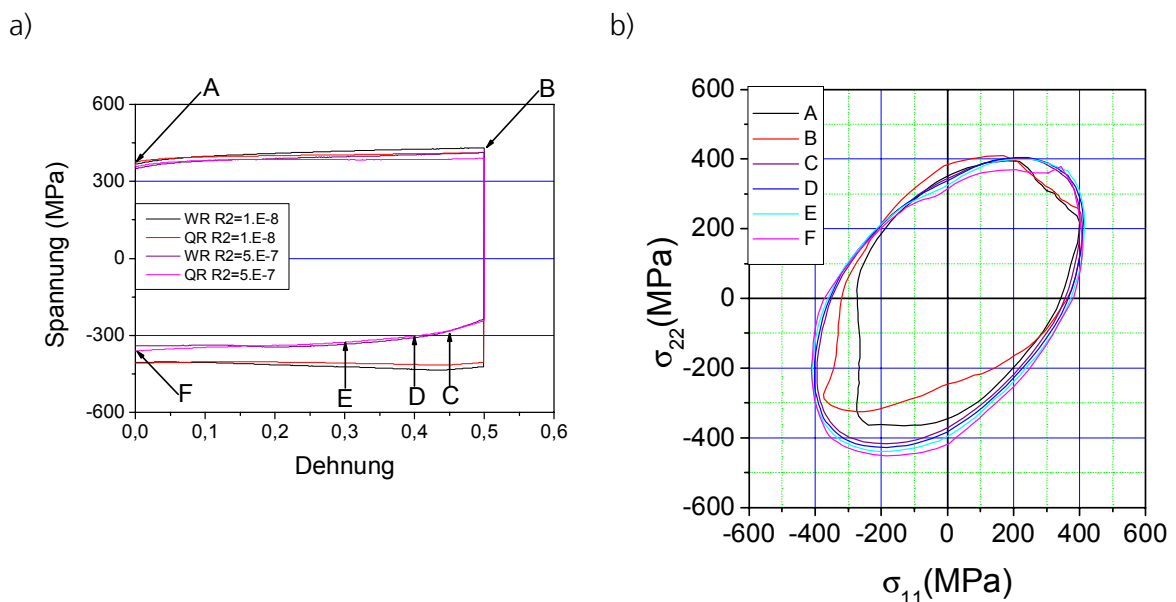


Bild 6.2.4: a) Zyklische Spannungs-Dehnungskurven in Walz- und Querrichtung für verschiedene Werte des Parameters R_2 . b) Fließfläche an den in Teil a eingezeichneten Stellen in QR mit $R_2 = 5 \cdot 10^{-7}$.

6.3 Fließort und Verfestigungskurve für die Magnesiumlegierung AZ31

Am Beispiel des IF-Stahls wurde der Einfluß des Bauschingereffekts auf die Fließfläche untersucht, der hierbei die einzige Ursache für die Fließflächenasymmetrie darstellt. Ein weiterer Effekt, der zu einer Asymmetrie der Fließfläche führen kann, ist die mechanische Zwillingsbildung, deren Einfluß nun am Beispiel der Magnesiumlegierung AZ31 untersucht wird. Als Ausgangspunkt dient die in Bild 5.5.5 dargestellte Warmwalztextur für eine idealisierte Walzverformung von 40%. Bei allen Rechnungen werden die in Tabelle 5.4.1 aufgeführten Materialparameter verwendet. Zunächst wird die zu dieser Textur gehörige Fließfläche für eine Dehnrates von 10 s^{-1} berechnet, wobei von einem erholtten, d.h nicht verfestigten, Zustand ausgegangen wird. Man erkennt an der in Bild 6.3.1 abgebildeten Fließfläche eine starke Zug-Druck-Asymmetrie sowohl für eine Beanspruchung in Walzrichtung als auch in Querrichtung.

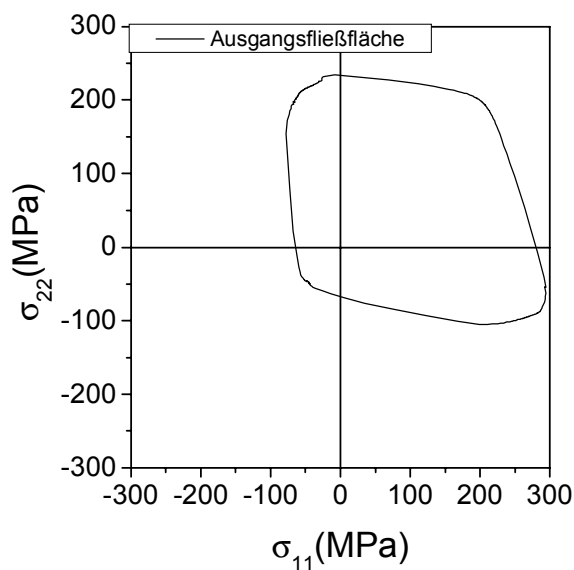


Bild 6.3.1: Aus der in Bild 5.5.5 für 40% Walzverformung dargestellten Textur berechnete Fließfläche der Legierung AZ31. Bemerkenswert ist die starke Asymmetrie der Fließfläche.

Daß diese Asymmetrie durch die mechanische Zwillingsbildung verursacht wird, wird durch Bild 6.3.2 für die Walzrichtung und durch Bild 6.3.3 für die Querrichtung verdeut-

licht. In den Teilen a dieser Bilder sind die Spannungs-Dehnungskurven für eine einachsige Zug- bzw. Druckverformung von 0,1 dargestellt. Für die beiden Druckkurven ist ein Verlauf zu erkennen, der sich von den entsprechenden Zugkurven deutlich unterscheidet. So ist bei der Druckbelastung die anfängliche Fließspannung nicht nur deutlich niedriger als bei der Zugkurve, auch das Verfestigungsverhalten zeigt signifikante Unterschiede und ist bei Druckbelastung ungewöhnlich. Nachdem das Material sich zunächst nur wenig verfestigt hat, steigt die Fließkurve stark an und flacht anschließend wieder ab. Betrachtet man die in Bild 6.3.2 b und Bild 6.3.3 b dargestellten Beiträge der einzelnen Verformungsmoden (basal, pyramidal $\langle c+a \rangle$, Zwillingsbildung) zur Umformung, so erkennt man, daß die Zwillingsbildung bei Zugbelastung kaum zur Verformung beiträgt, während sie zu Beginn der Druckbelastung den dominierenden Verformungsmechanismus darstellt und zugleich ursächlich für das Verfestigungsverhalten des Materials ist. Der Grund hierfür ist, daß für den Fall der Druckbelastung die meisten Körner im Polykristall günstig für eine Verformung durch Zwillingsbildung orientiert sind. Da die Zwillingsgrenzen Barrieren für die Bewegung von Versetzungen darstellen, bewirkt die Zwillingsbildung eine stärkere Verfestigung des Materials als die kristallographische Gleitung, was in der Simulation durch höhere Werte für die Elemente der Verfestigungsmatrix berücksichtigt wird. Im Gegensatz zur Druckbelastung sind bei einer Beanspruchung unter Zug die meisten Körner so orientiert, daß sie sich nicht durch Zwillingsbildung sondern ausschließlich durch kristallographische Gleitung verformen können. Wenn unter Druckbeanspruchung durch Umorientierung der Anteil der Zwillingsbildung an der Verformung abnimmt, steigt die Fließkurve steil an, um mit einer weiteren Verringerung des Verformungsbeitrags der Zwillingsbildung wieder abzuflachen.

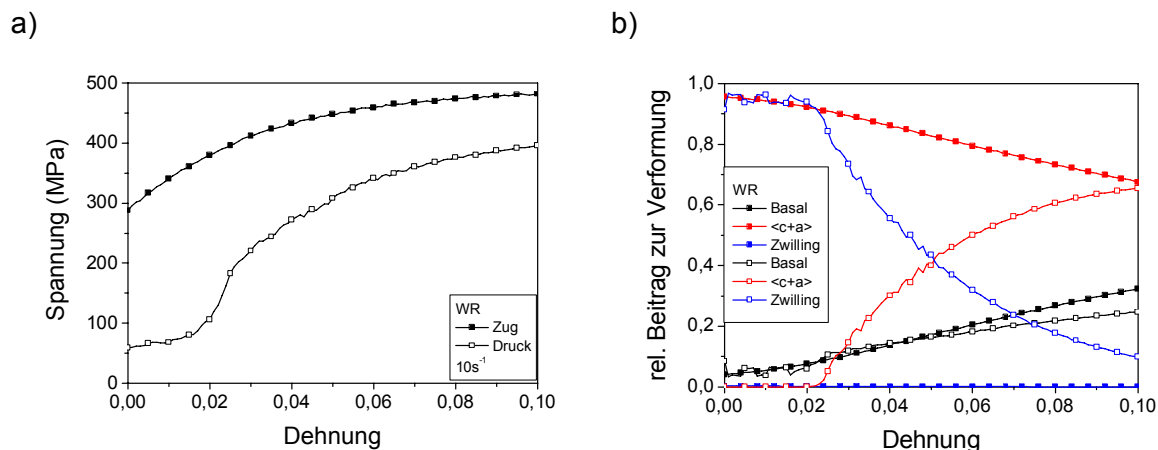


Bild 6.3.2: a) Aus der Textur berechnete Spannungs-Dehnungskurven für Zug- und Druckverformung in Walzrichtung. b) Beitrag der einzelnen Verformungsmoden zur Verformung während der in Teil a dargestellten Zug- (geschlossene Symbole) bzw. Druckverformung (offene Symbole).

Um den Einfluß der Zwillingsbildung auf die Entwicklung der Fließfläche zu untersuchen, wird diese nach einer Dehnung von 0,1 unter Zug- bzw. Druckbelastung in Walz- und Querrichtung berechnet. Die Ergebnisse sind in Bild 6.3.4 für die Verformungen in Walzrichtung und in Bild 6.3.5 für die in Querrichtung wiedergegeben. Bemerkenswert ist, daß sich durch die Verformungen unter Zug im Wesentlichen nur die Größe der Fließfläche verändert hat, während deren Form weitgehend erhalten bleibt. Im Gegensatz hierzu führt eine Druckverformung in der Blechebene auch zu einer signifikanten Formänderung der Fließfläche, wobei die Verformungen in Walz- oder Querrichtung in deutlich unterschiedlichen Fließflächen resultieren. Die Ursache für die starke Formänderung der Fließfläche ist wiederum die schnelle Orientierungsänderung der Kristallite durch Zwillingsbildung.

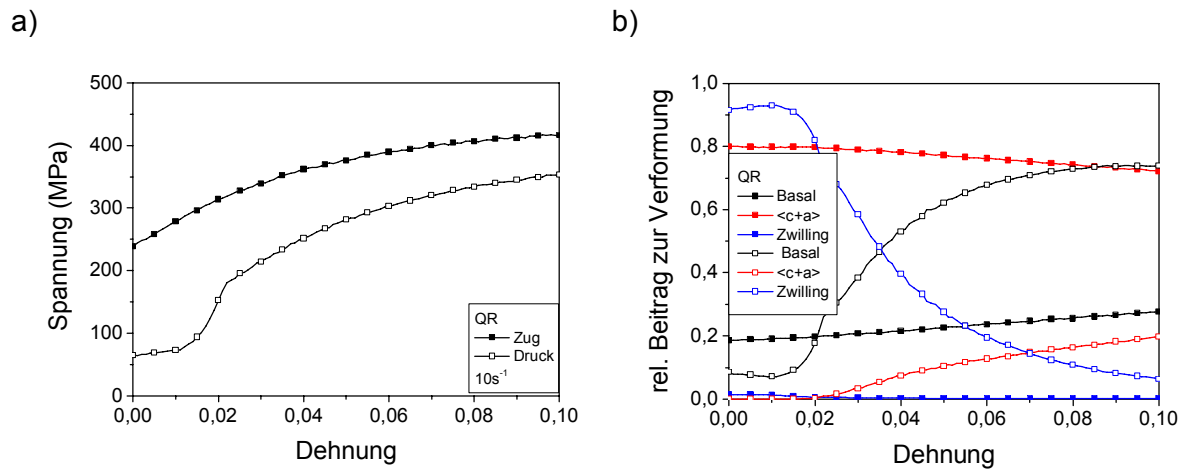


Bild 6.3.3: a) Aus der Textur berechnete Spannungs-Dehnungskurven für Zug- und Druckverformung in Querrichtung. b) Beitrag der einzelnen Verformungsmoden zur Verformung während der in Teil a dargestellten Zug- (geschlossene Symbole) bzw. Druckverformung (offene Symbole).

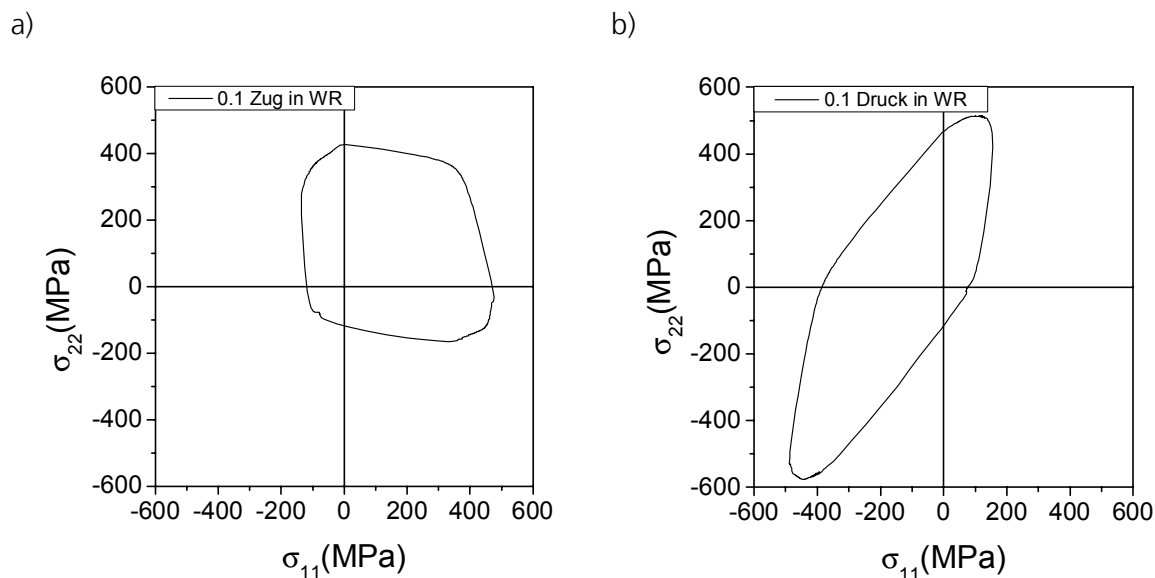


Bild 6.3.4: Entwicklung der in Bild 6.3.1 dargestellten Fließfläche in Abhängigkeit der Verformung. a) nach einer Dehnung unter Zug von 0,1, b) nach einer Dehnung unter Druck von 0,1 in Walzrichtung.

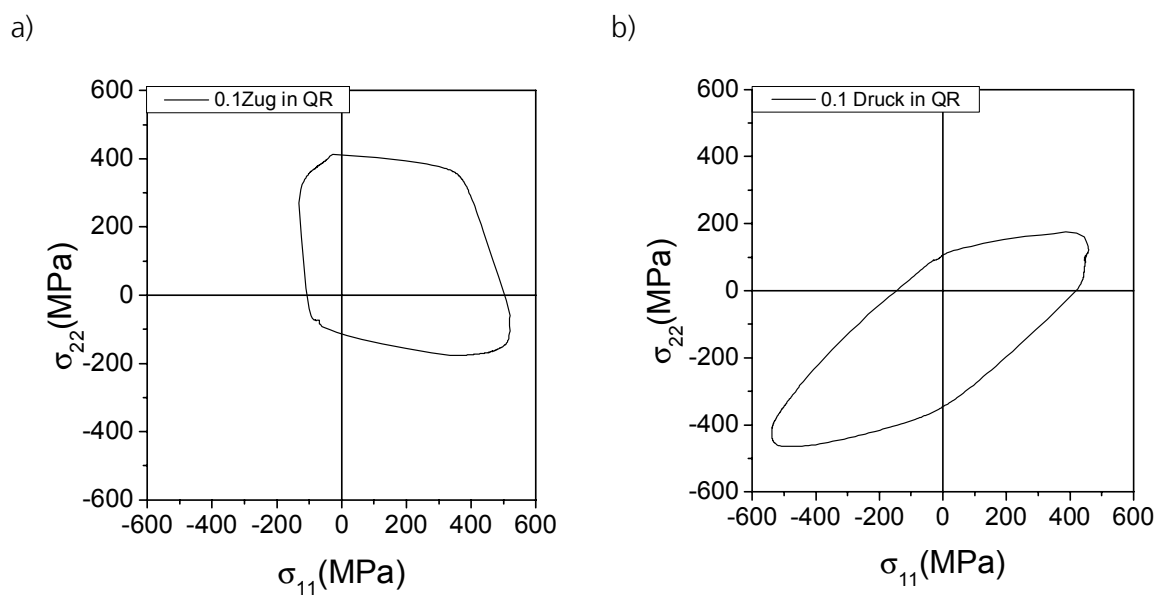


Bild 6.3.5: Entwicklung der in Bild 6.3.1 dargestellten Fließfläche in Abhängigkeit der Verformung. a) nach einer Dehnung unter Zug von 0,1, b) nach einer Dehnung unter Druck von 0,1 in Querrichtung.

6.4 R-Wert für IF-Stahl

Der vorherige Abschnitt beschäftigt sich mit der Berechnung von Fließflächen aus der Textur und damit wie sich die Fließfläche während der Verformung entwickelt. Die experimentelle Ermittlung von zweidimensionalen Schnitten durch die Fließfläche, wie sie im vorherigen Abschnitt dargestellt sind, ist bereits extrem schwierig, da hierzu Versuche unter biaxialer Belastung notwendig sind. Eine vollständige experimentelle Bestimmung der Fließfläche kann für die meisten Materialien als praktisch unmöglich bezeichnet werden, da hierfür eine Vielzahl von Spannungszuständen unterschiedlichster Axialität notwendig wären. Im Vergleich hierzu ist die experimentelle Bestimmung des in Abschnitt 2.3 eingeführten R-Wertes einfach. Aus diesem Grund wird in diesem Abschnitt der R-Wert des IF-Stahls in Abhängigkeit vom Winkel zur Walzrichtung für die in Bild 5.3.5 und Bild 5.3.6 dargestellten Texturen mit dem VPSC-Modell berechnet. Hierzu wird unter der Annahme eines einachsigen Spannungszustands eine Dehnung in Zugrichtung aufgebracht und die Dehnung in Breiten- und Dickenrichtung der Probe berechnet. Hieraus kann anschließend mit Gl. 2.3.2 der R-Wert berechnet werden. Die Ergebnisse der R-Wert Berechnungen sind in Bild 6.4.1 wiedergegeben. Man sieht, wie der R-Wert Verlauf sich mit dem Walzgrad entwickelt, wobei das Maximum für alle Walzgrade bei einem Winkel von ungefähr 45° zur Walzrichtung zu finden ist und der Verlauf keine weiteren lokalen Maxima zwischen 0° und 90° aufweist. Dies bedeutet, daß die in Abschnitt 2.3 eingeführten Begriffe des mittleren R-Werts und der ebenen Anisotropie für diesen Stahl ausreichend sind, da die Extremstellen des R-Wert Verlaufs bei 0° , 45° und 90° liegen.

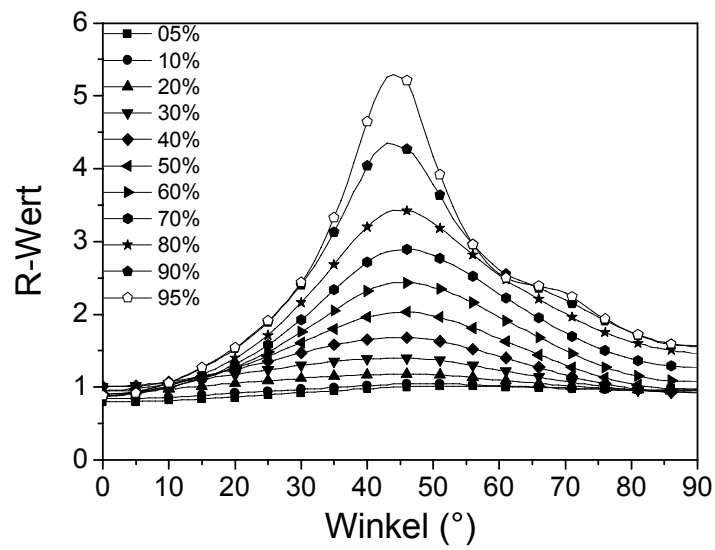


Bild 6.4.1: Aus der Textur berechnete Abhängigkeit des R-Werts eines IF-Stahls vom Winkel zur Walzrichtung für verschiedene Walzgrade.

7 Vergleich von Modellrechnungen mit experimentellen Ergebnissen

In diesem Kapitel sollen einige der in dieser Arbeit vorgestellten Simulationsergebnisse mit experimentellen Daten für die Magnesiumlegierung AZ31 verglichen werden. Der Vergleich betrifft zunächst die Texturen und dann die Ergebnisse mechanischer Werkstoffprüfungen.

7.1 Texturmessungen

Untersucht wurde ein 2,7 mm dickes, warmgewalztes AZ31 Blech der Firma EKO-Stahl. Im Leistungsbereich Randschichttechnologien des Fraunhofer-Instituts für Werkstoffmechanik wurde die Textur in der Blechmitte und in einer Tiefe von 0,7 mm gemessen, wobei die jeweilige Stelle im Blech durch Elektropolieren freigelegt wurde. Mit der Strahlung einer Chrom-Anode wurden sieben Polfiguren ($\{100\}$, $\{002\}$, $\{101\}$, $\{102\}$, $\{110\}$, $\{103\}$ und $\{112\}$) gemessen. Aus diesen wurde mit dem Programm LaboTex[®] unter der Annahme einer orthorhombischen Probensymmetrie die OVF im Eulerraum nach Bunge berechnet. Die Ergebnisse sind in Bild 7.1.1 Teil a für die Blechmitte und in Teil b für 0,7 mm Tiefe in Form von ϕ_2 -Schnitten im Abstand von 10° dargestellt. Um eine bessere Vergleichbarkeit mit den simulierten Texturen zu ermöglichen, werden außerdem inverse Polfiguren ($\{100\}$, $\{010\}$ und $\{001\}$) aus der OVF mit Hilfe von LaboTex[®] berechnet, die in Bild 7.1.2 für die Blechmitte und in Bild 7.1.3 für eine Tiefe von 0,7 mm wiedergegeben sind.

Es sind keine signifikanten Unterschiede zwischen der Textur in der Blechmitte und der in 0,7 mm Tiefe zu erkennen, was sich mit den Ergebnissen der vollgekoppelten Textur-FE-Simulation (Abschnitt 5.5.2) deckt.

Ein wesentlicher Unterschied besteht darin, daß die Maxima der gemessenen OVF deutlich niedriger liegen als bei den in Abschnitt 5.5 vorgestellten Ergebnissen. Bereits dort wird vermutet, daß dies an einer durch zu wenige Einzelorientierungen repräsentierten Ausgangstextur liegt. Hierdurch ist ein quantitativer Vergleich zwischen der simulierten und der gemessenen OVF nicht möglich. Um einen qualitativen Vergleich zu erleichtern, werden für einige der in Abschnitt 5.5 simulierten Texturen ebenfalls die inversen Polfiguren berechnet. Dies geschieht bei den in Bild 5.5.5 dargestellten OVF für die Walzgrade 50%, 60% und 80%, deren zugehörige inversen Polfiguren in Bild 7.1.4 dargestellt sind.

7 Vergleich von Modellrechnungen mit experimentellen Ergebnissen

Man erkennt eine gute qualitative Übereinstimmung der inversen Polfiguren, auch was die geringen nicht basalen Texturanteile betrifft, die im Zentrum der inversen (010)-Polfigur zu erkennen sind. Bei den aus der Simulation gewonnenen inversen Polfiguren ist bemerkenswert, daß die maximale Intensität der Polfiguren ab einem Walzgrad von 60% nicht mehr kontinuierlich zunimmt, sondern fluktuiert.

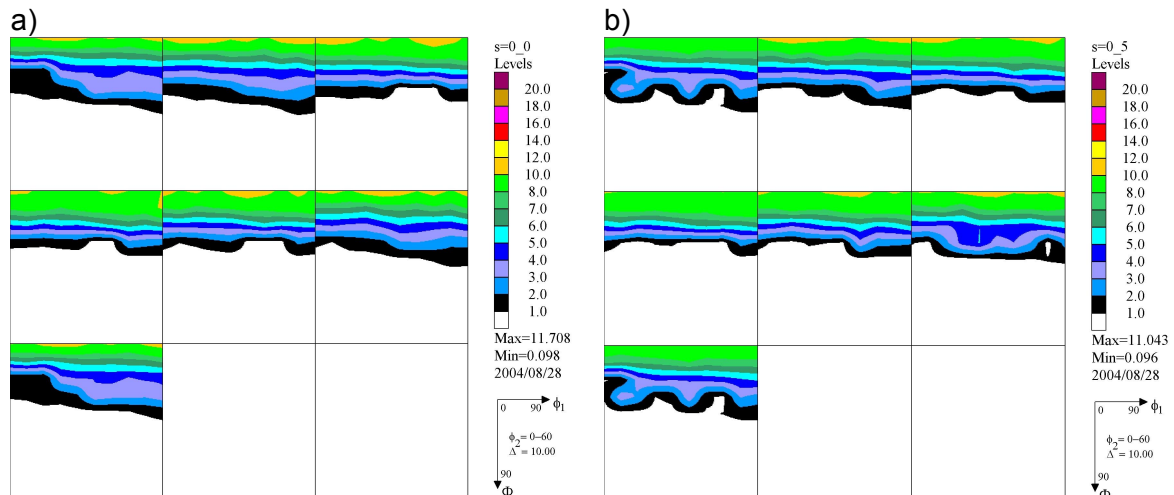


Bild 7.1.1: An einem kommerziellen AZ31 Blech gemessene Texturen als OVF an unterschiedlichen Stellen über die Blechdicke. a) Für den Schichtparameter $s=0.0$ und b) für den Schichtparameter $s=0.5$.

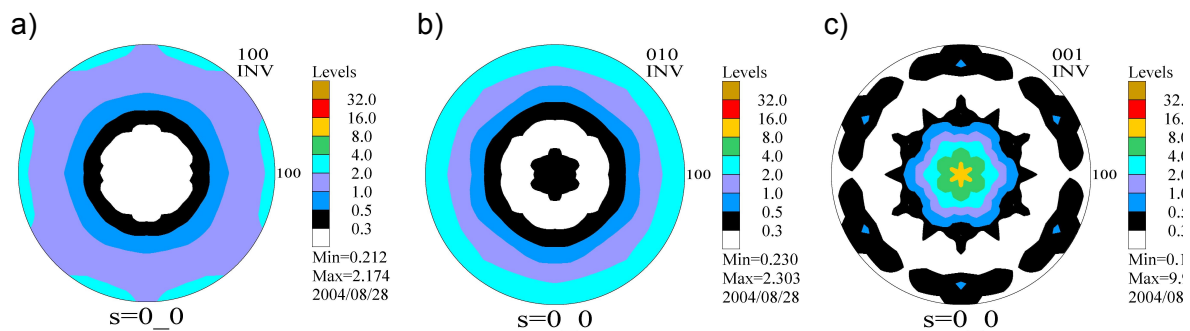


Bild 7.1.2: Aus der an einem AZ31-Blech gemessenen Textur in der Blechmitte berechnete inverse Polfiguren. a) (100), b) (010) und c) (001).

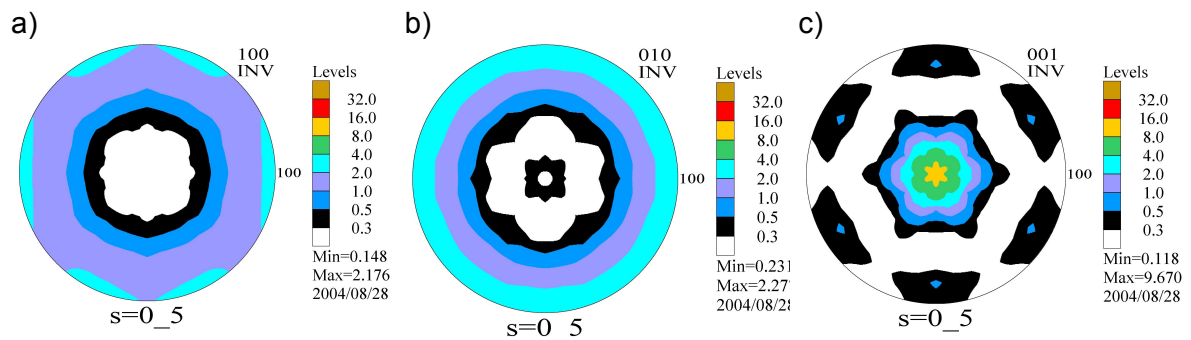


Bild 7.1.3: Aus der an einem AZ31-Blech für einen Schichtparameter von $s=0,5$ gemessenen Textur berechnete inverse Polfiguren. a) (100), b) (010) und c) (001).

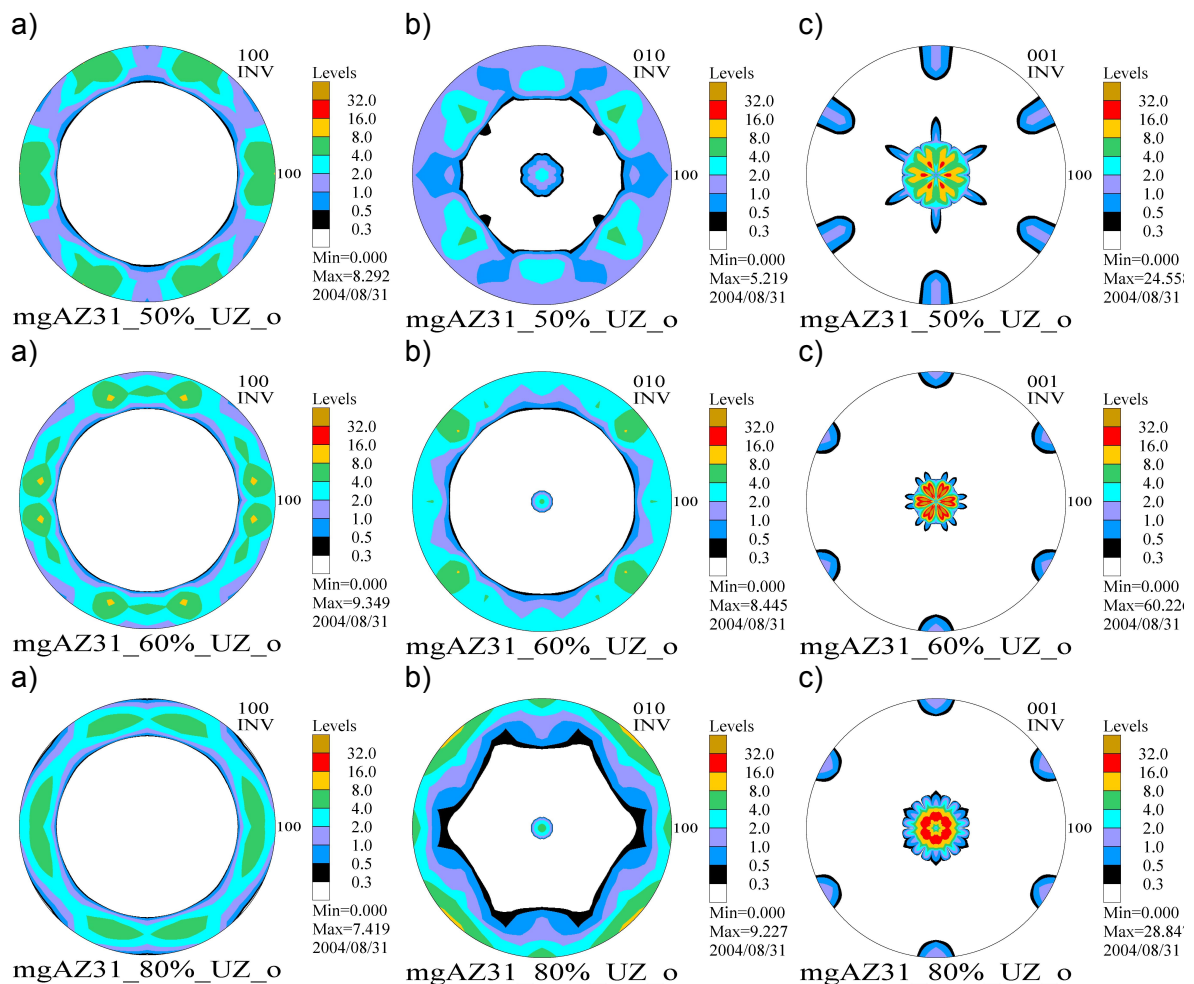


Bild 7.1.4: Aus den in Bild 5.5.5 dargestellten OVFs (prismatische Gleitung und Rekristallisation sind berücksichtigt) berechnete inverse Polfiguren für einen Walzgrad von 50% (erste Zeile), 60% (zweite Zeile) und 80% (dritte Zeile). a) (100), b) (010) und c) (001).

7 Vergleich von Modellrechnungen mit experimentellen Ergebnissen

Trotz der Einfachheit des verwendeten Rekristallisationstexturmodells, der geringen Datenbasis zur Bestimmung der Modellparameter, sowie der Tatsache das über die Herstellungsparameter des AZ31-Blechs keine genauen Kenntnisse vorlagen, konnte zumindest eine qualitative Übereinstimmung zwischen den gemessenen und simulierten Warmwalztexturen erreicht werden. Dies läßt den Schluß zu, daß die in dieser Arbeit gemachten Annahmen zur Simulation der Rekristallisation und der bei der Warmumformung beteiligten Verformungsmechanismen von AZ31 weitgehend richtig sind.

Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse mechanischer Tests an jenem Blech vorgestellt, dessen Textur in diesem Abschnitt mit simulierten Warmwalztexturen verglichen wurde.

7.2 Mechanische Prüfung

Aus dem AZ31-Blech der Firma Eko-Stahl wurden Flachzugproben parallel und senkrecht zur Walzrichtung mit Hilfe einer Funkenerosionsanlage hergestellt. An diesen wurden im Leistungsbereich Technische Keramik des Fraunhofer-Instituts für Werkstoffmechanik Spannungs-Dehnungskurven unter Zug und Druckbelastung gemessen. Die Ergebnisse sind in Bild 7.2.1 a für die Walzrichtung und Bild 7.2.1 b für die Querrichtung dargestellt. Mit der in Bild 5.5.5 dargestellten Ausgangstextur für einen Walzgrad von 80% und Materialdaten aus der Literatur [Agnew 2001] wird in einem ersten Schritt versucht, diese Spannungsdehnungskurven mit dem VPSC-Modell zu simulieren. Da die mechanischen Tests unter quasistatischer Belastung durchgeführt wurden, wird bei der Berechnung der Spannungs-Dehnungskurven ein Dehnrate von $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ angenommen. Bild 7.2.2 zeigt die so berechneten Spannungs-Dehnungskurven zusammen mit den experimentell ermittelten. Man erkennt eine akzeptable Übereinstimmung für die Belastung unter Zug aber eine inakzeptable unter Druckbelastung. Der Umstand, daß bei Druckbelastung im Gegensatz zur Zugbelastung die Zwillingsbildung einen großen Beitrag zur Verformung leistet, läßt den Schluß zu, daß die in der Literatur angegebenen Verfestigungsparameter für die Zwillingsmode in diesem Fall nicht geeignet sind.

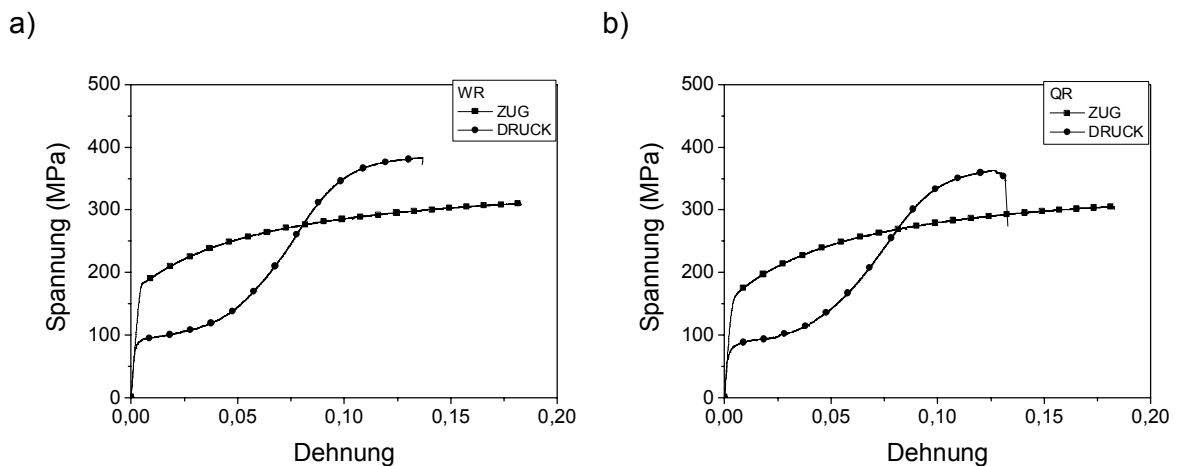


Bild 7.2.1: Experimentell ermittelte Spannungs-Dehnungskurven eines AZ31 Blechs. a) Walzrichtung und b) Querrichtung.

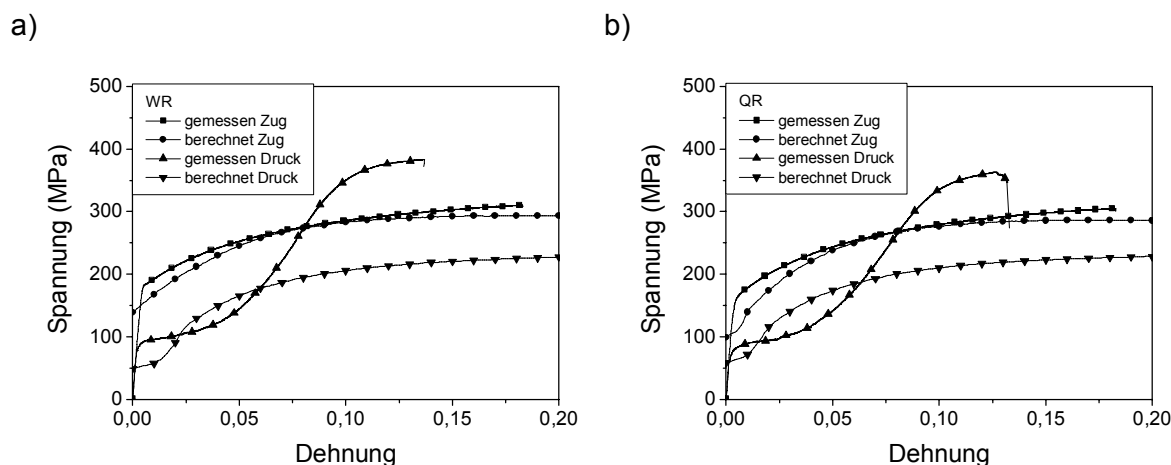


Bild 7.2.2: Gemessene und aus einer durch Simulation ermittelten Ausgangstextur mit Hilfe von Literaturparametern berechnete Spannungs-Dehnungskurven. a) Walzrichtung und b) Querrichtung.

Aus diesem Grund wird ein neuer Satz von Verfestigungsparametern an die gemessenen Kurven durch schrittweises Variieren angepaßt, wobei die Anpassung für die Walzrichtung vorgenommen wird und für die Zwillingsbildung und die Pyramidalgleitung nur der Wert für die anfängliche kritische Schubspannung τ_0 geändert wird. Als Ausgangstextur dient wiederum die für einen Walzgrad von 80% in Bild 5.5.5 dargestellte OVF. Tabelle 7.2.1 enthält den neuen Parametersatz, außer den Parametern des Verfestigungsgesetzes muß zusätzlich die Verfestigungsmatrix geändert werden. Dies erfolgt in der Weise, daß, falls es sich bei s' um eine Zwillingsmode handelt, $h^{ss'}$ auf den Wert 4,0 gesetzt wird. Die Gleichung, mit deren Hilfe der Schwellenwert F_T für die Umorientierung der Kristallite im PTR Modell berechnet wird, wird abgewandelt in die Form:

$$F_T = 0,95 + 0,95 \frac{F_E}{F_R} . \quad \text{Gl. 7.2.1}$$

Die mit dem neuen Parametersatz berechneten Verfestigungskurven sind in Bild 7.2.3 dargestellt. Durch die neue Anpassung der Modellparameter wird eine sehr gute Übereinstimmung für die berechneten Kurven in Walzrichtung erreicht. Die Übereinstimmung in Querrichtung ist qualitativ ebenfalls gut, quantitativ allerdings deutlich schlechter als in Walzrichtung. Eine Ursache hierfür könnte sein, daß die berechnete Textur nicht genau

genug mit der gemessenen übereinstimmt. Eine andere Ursache könnte im neu bestimmten Satz von Verfestigungsparametern und in dem neuen Wert für $h^{ss'}$ liegen.

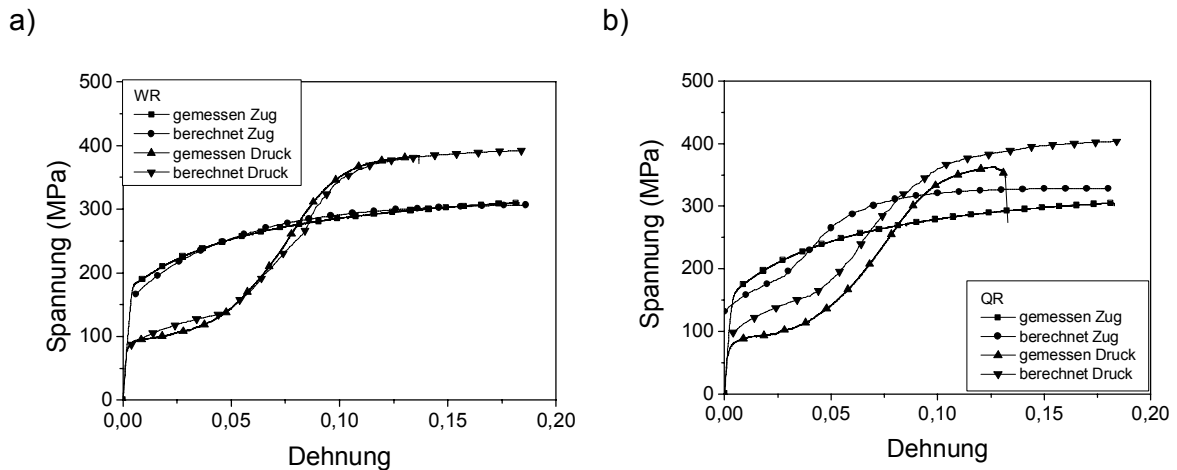


Bild 7.2.3: Gemessene und aus einer durch Simulation bestimmten Ausgangstextur berechnete Spannungs-Dehnungskurven. a) Walzrichtung und b) Querrichtung.

Verfestigungsparameter	τ_0 [MPa]	τ_1 [MPa]	θ_0 [MPa]	θ_1 [MPa]
Verformungsmodus				
Basal	35	25	300	0
Pyramidal zweiter Ordnung	100	80	800	0
{01 $\bar{1}$ 2} < 01 $\bar{1}$ $\bar{1}$ > -Zwilling	40	0	30	30

Tabelle 7.2.1: Für die Berechnung von Spannungs-Dehnungskurven aus der durch Simulation ermittelten Ausgangstextur verwendeter Parametersatz.

Deshalb wird die gemessene, in Bild 7.1.1 dargestellte OVF als Ausgangstextur zur Bestimmung eines neuen Parametersatzes verwendet, welcher in Tabelle 7.2.2 wiedergegeben ist. Wieder erfolgt die Anpassung der Modellparameter durch ein schrittweises Variieren und einen anschließenden Vergleich der berechneten mit der gemessenen Kurve. Die Elemente der Verfestigungsmatrix $h^{ss'}$ werden auf den Wert 2,8 gesetzt, falls es sich bei s' um eine Zwillingmode handelt. Außerdem erhält die Formel für den Schwellenwert F_T im PTR Modell die Form:

7 Vergleich von Modellrechnungen mit experimentellen Ergebnissen

$$F_T = 0,55 + 2,25 \frac{F_E}{F_R}. \quad \text{Gl. 7.2.2}$$

Die aus der gemessenen Textur berechneten Spannungs-Dehnungskurven sind zusammen mit den experimentell ermittelten Kurven in Bild 7.2.4 dargestellt. Es besteht eine sehr gute Übereinstimmung für die Kurve von Zug- und Druckbelastung sowohl für die Walz- als auch für die Querrichtung. In diesem Fall können die in dieser Arbeit verwendeten Modelle die Effekte, die für die Entwicklung der Anisotropie entscheidend sind richtig beschreiben. Des weiteren zeigt dies, daß die zu ungenaue Ausgangstextur eine der Ursachen für die in Bild 7.2.3 zu beobachtenden Abweichungen ist.

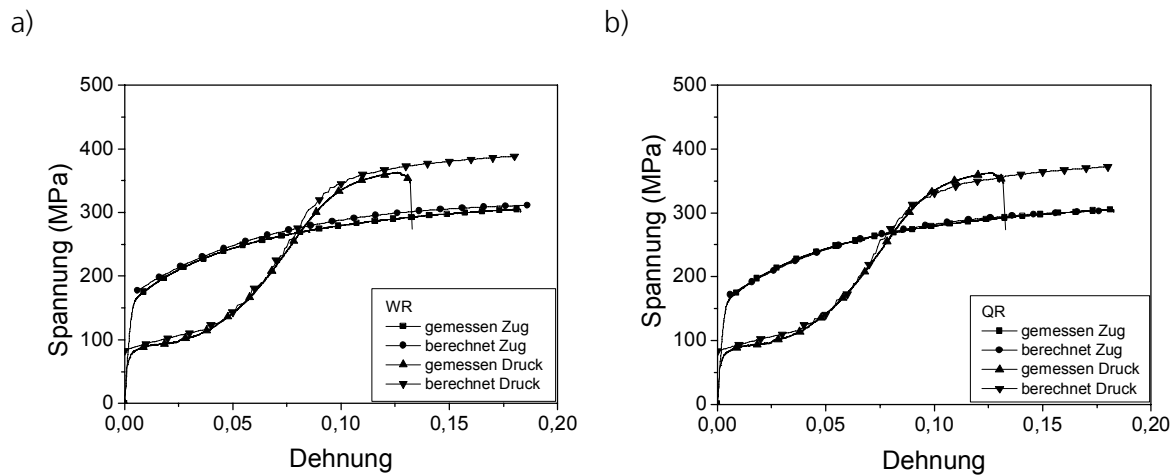


Bild 7.2.4: Gemessene und aus der experimentell bestimmten Ausgangstextur berechnete Spannungs-Dehnungskurven. a) Walzrichtung und b) Querrichtung.

Verfestigungsparameter	τ_0 [MPa]	τ_1 [MPa]	θ_0 [MPa]	θ_1 [MPa]
Verformungsmode				
Basal	40	40	250	0
Pyramidal zweiter Ordnung	100	100	500	0
$\{01\bar{1}2\} <01\bar{1}\bar{1}>$ -Zwilling	40	0	30	30

Tabelle 7.2.2: Für die Berechnung von Spannungs-Dehnungskurven aus der gemessenen Ausgangstextur verwendeter Parametersatz.

8 Abschließende Diskussion

Die vorliegende Arbeit verwendet Modelle zur Beschreibung der Verformungs- und der Rekristallisationstexturentwicklung, sowie verschiedene Ansätze zur Beschreibung des Verfestigungsverhaltens der den Werkstoff konstituierenden Einkristalle. Im Folgenden sollen die mit diesen Modellen erzielten Simulationsergebnisse zusammengefaßt und bewertet werden, sowie Ansätze für die Weiterentwicklung der in dieser Arbeit vorgestellten Modelle und Methoden aufgezeigt werden.

Ein Vergleich der Ergebnisse der Verformungstextursimulationen für Aluminium mit experimentellen Arbeiten [Mao 1988, Beckers 2000] zeigt, daß jeder der drei hierfür verwendeten Modellansätze (Taylor-FC, VPSC, Einkristallplastizitäts-FEM) eine zu starke Belegung der Kupfer- und eine zu schwache Belegung der Messing-Lage vorhersagt. Die Einkristallplastizitäts-FEM und das VPSC-Modell liefern jedoch deutlich bessere Ergebnisse für das Verhältnis der Belegung dieser beiden Ideallagen als das Taylor-FC Modell. In allen Modellen erfolgt die Entwicklung der Textur im Vergleich zum Experiment zu rasch, wobei die Einkristallplastizitäts-FEM der experimentell beobachteten Texturentwicklung am nächsten kommt. Vergleicht man das VPSC-Modell mit dem Taylor-FC Modell, so stellt man fest, daß die Texturentwicklung im VPSC-Modell bei niedrigen Walzgraden schneller, bei hohen Walzgraden hingegen langsamer verläuft als im Taylor-FC Modell. Im VPSC-Modell kann der Mangel einer zu raschen Texturentwicklung durch die Berücksichtigung von Korn-Korn Wechselwirkungen teilweise beseitigt werden, wobei allerdings die Belegung der Kupfer- im Verhältnis zur Messing-Lage immer noch zu hoch ist. Das Verhältnis der Belegung von Kupfer- zu Messing-Lage kann je nach Aluminiumlegierung stark variieren [Engler 1991]. Hirsch und Lücke haben gezeigt, daß das Verhältnis der Belegung der einzelnen Ideallagen bei fcc-Metallen entscheidend davon bestimmt wird, welche Scherverformungen die einzelnen Körner durchführen können [Hirsch 1988]. Hierdurch läßt sich auch erklären, warum das VPSC-Modell und die Einkristallplastizität-FEM eine deutlich stärkere Belegung der Messing-Lage vorhersagen als das Taylor-FC Modell. Für ein Verhältnis der Belegung von Kupfer- zu Messing-Lage, wie es experimentell bei Aluminium beobachtet wird, ist eine Scherverformung der Körner in die Querrichtung notwendig. Diese ist jedoch beim Taylor-FC Modell unter der Annahme eines ebenen Dehnungszustands nicht möglich, während diese Scherverformung bei der Einkristallplastizitäts-FEM und dem VPSC-Modell in einem begrenzten Umfang realisiert werden kann. Allerdings kann

auch bei diesen beiden Modellen die Stärke der Scherverformung der einzelnen Körner nur in einem geringen Umfang beeinflusst werden.

Die gleichen Modelle, die in dieser Arbeit zur Simulation der Verformungstexturentwicklung bei Aluminium verwendet werden, werden auch für die Simulation eines IF-Stahls benutzt. Allerdings wird hierbei die Verfestigung des Materials nicht durch einen Voce-Ansatz beschrieben, sondern durch ein versetzungsdichtenbasiertes Modell. Vergleicht man die Ergebnisse dieser Verformungstextursimulationen mit experimentellen Untersuchungen [Sudo 1981, Raabe 1999], so ist zu erkennen, daß die Einkristallplastizitäts-FEM die besten Ergebnisse liefert. Dies gilt sowohl für die Lage der Maxima der betrachteten Fasern als auch für die Absolutwerte der OVF. Das Taylor-FC Modell sagt ebenfalls, wie im Experiment beobachtet, das Maximum der τ -Faser im Bereich der inversen Messing-Lage voraus, während bei Verwendung des VPSC-Modells dieses Maximum im Bereich der Übergangslage zu finden ist. In diesen beiden Modellen erfolgt die Texturentwicklung im Vergleich zum Experiment zu schnell. Alle verwendeten Modelle sagen eine zu schwache Belegung der 45° -BN-gedrehten-Würfellage voraus.

Für die Simulation der Texturentwicklung während des Kaltwalzens der Magnesiumlegierung AZ31 wird ausschließlich das VPSC-Modell benutzt, da durch die starke plastische Anisotropie der Magnesiumeinkristalle die Verwendung der Taylor-Hypothese nicht zulässig ist. Ein Vergleich der berechneten OVFs mit experimentellen Ergebnissen [Styczynski 2004] zeigt jedoch, daß nur eine teilweise Übereinstimmung mit dem Experiment erreicht wird. So liefert die Simulation bei niedrigeren Walzgraden noch eine Belegung der OVF in Bereichen ($\Phi > 40^\circ$), in denen im Experiment keine Belegung mehr zu erkennen ist. Eine mögliche Ursache für diese Abweichung könnte sein, daß für eine Dickenreduzierung von 40% ohne Zwischenglühung, wie sie im Experiment realisiert wurde, zum Ende der Umformung sehr große Walzkräfte notwendig sind. Hierdurch könnten Gleitsysteme aktiviert werden, die nicht in der Simulation berücksichtigt sind.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Methode zur Kopplung des VPSC-Modells mit einem expliziten FE-Code ermöglicht es, neben dem Einfluß des Verformungspfad auf die Texturentwicklung auch die Auswirkungen der texturbedingten plastischen Anisotropie auf die Verformung in den FE-Rechnungen zu berücksichtigen. Da für diese Art der Implementierung des VPSC-Modells kein mittlerer Taylorfaktor erforderlich ist, kann sie für Werkstoffe beliebiger Kristallstruktur angewandt werden, was gegenüber den bisherigen, für das Taylor-Modell verwendeten, Kopplungsansätzen einen großen Fortschritt darstellt.

Die vollgekoppelten Textur-FE-Simulationen können einige der experimentell beobachteten Merkmale der Texturentwicklung in Abhängigkeit von der Lage im Walzgut zumindest qualitativ wiedergeben. Bei Aluminium ist dies die Reduzierung der Belegung der Kupfer-Lage mit zunehmendem Abstand von der Walzgutmitte. Bei den Simulationen für den IF-Stahl kann die Richtung der Verschiebung des Maximums der α -Faser in Abhängigkeit des Schichtparameters richtig vorhergesagt werden.

Das in dieser Arbeit entwickelte Rekristallisationstexturmodell beruht auf einem Feldansatz und kann daher die Rekristallisationstexturentwicklung nur global vorhersagen. Das Modell ist speziell für die Rekristallisationstexturentwicklung in der Magnesiumlegierung AZ31 entwickelt worden. Es sollte jedoch für alle Werkstoffe niedriger Kristallsymmetrie anwendbar sein, bei denen die Rekristallisationstextur ausschließlich Komponenten enthält, die auch schon in der Verformungstextur vorliegen. Das bei Magnesium unter bestimmten Bedingungen auftretende Phänomen der »rotation recrystallization« [Ion 1982, Humphreys 1995] kann das in dieser Arbeit vorgestellte Rekristallisationstexturmodell nicht erfassen. Dennoch kann das experimentell bei unterschiedlichen Temperaturen ermittelte Entfestigungsverhalten richtig beschrieben werden und auch das Auftreten einer ausgeprägten Basaltextrur, wie sie für warmgewalzte AZ31 Bleche typisch ist, kann durch das Modell erklärt werden. Im Gegensatz zu bisher vorgestellten, ähnlichen Rekristallisationstexturmodellen [Wenk 1997, Lebensohn 1998] hat der in dieser Arbeit vorgestellte Ansatz den Vorteil, daß die Parameter für die Keimbildung nicht mehr von der Anzahl der Zeitschritte abhängen. Dies ermöglicht es, den hier vorgestellten Ansatz in explizite FE-Codes mit adaptiver Schrittweitensteuerung zu implementieren, was einen großen Fortschritt im Vergleich zu den anderen Ansätzen darstellt. Da durch die »rotation recrystallization« die beim Warmwalzen von Magnesium auftretende Basaltextrur verringert werden kann [del Valle 2003], ist sie von großer Bedeutung für die Optimierung des Warmwalzens in Bezug auf die Halbzeugeigenschaften und die erreichbaren Stichabnahmen. Aus diesem Grund müssen Weiterentwicklung des in dieser Arbeit verwendeten Rekristallisationstexturmodells diesen Effekt erfassen und möglichst quantitativ beschreiben können, um die numerische Simulation für die Prozeßoptimierung des Warmwalzens verwenden zu können.

In dieser Arbeit wird zur Beschreibung der Verfestigung der Einkristalle neben einem modifizierten Voce-Gesetz auch ein versetzungsdichtenbasierter Ansatz verwendet. Im Gegensatz zu anderen Modellen dieses Typs [Kocks 1976, Mughrabi 1983, Mughrabi 1987, Roters 1999, Roters 2000, Baik 2003], ist das hier verwendete Modell in der Lage, den Bauschinger- und den Crosseffekt zu beschreiben. Das Modell wurde für einen ferriti-

schen IF-Stahl [Peeters 2002] entwickelt, also für eine bcc-Kristallstruktur. Für die Modellentwicklung war eine genaue Kenntnis der Wechselwirkung zwischen den Gleitsystemaktivitäten und der Bildung von Versetzungszellstrukturen erforderlich. Diese Zusammenhänge konnten mit TEM-Untersuchungen hinreichend gut aufgeklärt werden. Die Grundstruktur des Modells wurde auch auf fcc-Metalle übertragen und an Kupfer erprobt [Mahesh 2004]. Hierbei zeigte sich allerdings, daß der Zusammenhang zwischen Gleitsystemaktivität und Versetzungszellstruktur für Kupfer nicht eindeutig aufzuklären war, weshalb einige Vereinfachungen getroffen werden mußten und sich die Genauigkeit des Modells verringerte. Zudem wurde beobachtet, daß das Modell zur Beschreibung des Verfestigungsverhaltens nicht für alle Bereiche der Fließkurve gleich gut geeignet ist. Um das Potential dieses Modellansatzes richtig beurteilen zu können, werden deshalb weitere Untersuchungen an anderen Materialien notwendig sein. Ein Nachteil des Modells ist die große Anzahl von Materialparametern (zwölf), die an experimentell ermittelte Spannungs-Dehnungs-Kurven angefügt werden müssen, was eine hinreichende Anzahl von Versuchen erfordert und ohne automatisierte Fitprogramme zudem sehr zeitaufwendig ist. Im Gegensatz hierzu erfordert der Voce-Ansatz nur vier Materialparameter und für die Bestimmung der Materialparameter reichen oftmals einfache Zugversuche aus. Dennoch bietet die in dieser Arbeit vorgestellte Kombination eines versetzungsdichtebasierten Verfestigungsmodells mit dem VPSC-Modell eine erste Möglichkeit, die Einflüsse der Wechselwirkung von kristallographischer Textur und Versetzungsstruktur auf die plastische Anisotropie zu untersuchen.

Durch die Möglichkeit gemischter Randbedingungen ermöglicht es das VPSC-Modell, Spannungs-Dehnungs-Kurven für unterschiedliche Belastungszustände, R-Werte und Fließflächen effizient zu berechnen. Dies ist ein wichtiger Vorteil gegenüber den Taylor-Modellen, wo dies nur mit größerem Aufwand und mit Hilfe des mittleren Taylorfaktors möglich ist [Bunge 1969]. In dieser Arbeit werden die Fließkurven eines Blechs der Magnesiumlegierung AZ31 mit dem VPSC-Modell für Druck- und Zugbelastung in Walz- und Querrichtung berechnet, wobei eine gute Übereinstimmung zwischen den berechneten und gemessenen Fließkurven erreicht wird. Auch die Zug-Druck-Asymmetrie der Spannungs-Dehnungs-Kurven in der Blechebene wird von den Modellrechnungen richtig wiedergegeben, was die Eignung des VPSC-Modells zur Berechnung der plastischen Materialeigenschaften eindrucksvoll illustriert.

Wie bereits oben erwähnt hängt das Verhältnis der Belegung der einzelnen Ideallagen bei fcc-Metallen entscheidend von den Scherverformungen ab, die die einzelnen Körner ausführen können, wobei ähnliches auch für die Gruppe der bcc-Metalle gilt [Hölscher 1994].

Da sich beim GIA-Modell [Wagner 1994] die Scherverformungen der Körner durch Korrekturterme über einen weiten Bereich steuern lassen, sollte für Metalle mit einer kubischen Kristallsymmetrie dieses Modell deutlich besser geeignet sein als beispielsweise das VPSC-Modell, bei dem dies nur in einem sehr begrenzten Umfang möglich ist. Da das GIA-Modell jedoch auch auf der Taylorannahme beruht, kann es nicht die Wechselwirkung berücksichtigen, die jene Körner aufeinander ausüben, die sich nicht in direkter Nachbarschaft zueinander befinden. Für die Simulation des Walzens kann dieser Mangel durch einen statistischen Ansatz von Engler teilweise behoben werden [Engler 2003]. Hierzu müssen jedoch Einkristallplastizitäts-FEM Rechnungen durchgeführt werden, bei denen das Gesamtaggregate einem ebenen Dehnungszustand unterliegt. Aus diesen Rechnungen wird anschließend die Abweichung der Verformung der einzelnen Körner vom ebenen Dehnungszustand bestimmt. Hieraus läßt sich eine Verteilungsfunktion für die einzelnen Komponenten des Dehnungstensors ableiten, die dann an Stelle des ebenen Dehnungszustandes in der Simulation mit dem GIA-Modell verwendet wird, wodurch sich die Genauigkeit des GIA-Modells erhöhen läßt.

Das GIA-Modell ist jedoch ebenso wie das LAMEL-Modell für die Verformungstextursimulation bei Metallen niedriger Kristallsymmetrie wie Magnesium oder Zink (beide hcp) deutlich schlechter geeignet als das VPSC-Modell, da durch die starke plastische Anisotropie dieser Metalle die auch diesen Modellen letztlich zu Grunde liegende Taylor-Hypothese nicht angewendet werden kann. Gleiches gilt für mehrphasige Werkstoffe, bei denen sich die Festigkeitseigenschaften der konstituierenden Phasen deutlich voneinander unterscheiden. Auch hier ist es nicht mehr möglich von der Taylor-Annahme auszugehen, da sich die Phasen geringer Festigkeit deutlich stärker verformen als die Phasen mit hoher Festigkeit. Im VPSC-Modell ist es hingegen möglich, daß sich eine Phase niedriger Festigkeit wesentlich stärker verformt als eine Phase hoher Festigkeit. Aus diesem Grund ist das VPSC-Modell bei mehrphasigen Werkstoffen und Werkstoffen niedriger Kristallsymmetrie dem GIA- und dem LAMEL-Modell überlegen. Zudem ist das VPSC-Modell ohne weitere Annahmen in explizite FE-codes implementierbar und erlaubt es damit, die texturbedingte plastische Anisotropie und deren Entwicklung in FE-Rechnungen zu berücksichtigen. Eine Kombination von VPSC- und GIA-Modell sollte es ermöglichen, die Vorteile beider Modelle miteinander zu kombinieren, indem man für die acht-Korn-Aggregate des GIA-Modells nicht mehr die Formänderung des Polykristalls vorgibt, sondern diese Aggregate als Einschlüsse in der Matrix des VPSC-Modells betrachtet. Hiermit könnte nicht nur die Texturentwicklung bei einphasigen Werkstoffen beliebiger Kristallsymmetrie genauer berechnet werden, sondern außerdem sollte dieses Modell auch bessere Ergebnis-

se bei der Simulation der Texturentwicklung mehrphasiger Werkstoffe liefern als das VPSC- oder das GIA-Modell. Ein wichtiges Anwendungsgebiet für dieses Modell könnte beispielsweise die Gruppe der mehrphasigen Stähle (z.B. Duplex- und Dualphasenstähle) sein, deren Bedeutung im industriellen Einsatz kontinuierlich zunimmt.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel einer integrierten Werkstoffmodellierung ist die durchgehende Simulation der Materialeigenschaften von der Halbzeugherstellung bis hin zum fertigen Bauteil. In den einzelnen Prozeßstufen wird dabei nicht nur die Form des Werkstücks geändert, sondern auch seine mechanischen Eigenschaften können durch Änderung der Mikrostruktur maßgeblich beeinflußt werden.

Zu Beginn dieser Arbeit wurde gezeigt, wie sich der Gefügeparameter der kristallographischen Textur auf die mechanischen Eigenschaften des gefertigten Halbzeugs auswirkt. Im Anschluß hieran wurden verschiedene Ansätze zur Modellierung der Textur vorgestellt, wobei der Schwerpunkt auf den Modellen zur Simulation der Verformungstextur lag und sich die Modellierung von Rekristallisationstexturen auf die Magnesiumlegierung AZ31 beschränkte.

Hiernach wurden die in dieser Arbeit verwendeten Möglichkeiten zur Kopplung von Texturmodellen mit der Methode der Finiten Elemente vorgestellt. Die Kopplung des Taylor-FC Modells mit einem FE-Code erfordert einige Annahmen, die in der Regel von Werkstoffen mit kubisch flächenzentrierter Kristallstruktur erfüllt werden. Universell hingegen ist der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Ansatz zur Implementierung des VPSC-Modells in den kommerziellen FE-Code ABAQUS / Explicit[®]. Dieser Ansatz eignet sich für Werkstoffe beliebiger Kristallstruktur, die sogar aus verschiedenen Phasen aufgebaut sein können.

Im sich anschließenden Kapitel wurden die verschiedenen Verformungstexturmodelle für die Simulation des Kaltwalzens an Werkstoffen unterschiedlicher Kristallsymmetrie (fcc, bcc, hcp) angewendet, sowie die unterschiedlichen Kopplungsansätze zwischen der Finite-Elemente Methode und den Texturmodellen verglichen. Bei der Aluminiumlegierung 5754 liefert das VPSC-Modell ungefähr das gleiche Verhältnis zwischen der Belegung der Kupfer- und Messinglage wie die Methode der Einkristallplastizitäts-FEM, während das Taylor-Modell eine sehr starke Belegung der Kupferlage voraussagt. In den Simulationen des Walzens eines IF-Stahls wurde die Verfestigung des Materials durch ein versetzungsdichtebasiertes Modell beschrieben, welches eine Berücksichtigung des Bauschingereffekts in der Simulation ermöglicht. Mehrere vollgekoppelte Textur-FE Rechnungen haben gezeigt, daß der Bauschingereffekt auch für die oberflächennahen Elemente, die im Walzspalt einen relativ hohen Anteil an Wechsellplastizität erfahren, nur einen geringen

Einfluß auf die Entwicklung der Textur hat. Diese vollgekoppelten Textur-FE Walzsimulationen mit Berücksichtigung des Bauschingereffekts gehören zu den ersten dieser Art überhaupt.

Bei der Simulation der Texturentwicklung beim Kaltwalzen der Magnesiumlegierung AZ31 muß neben der kristallographischen Gleitung auch die Zwillingsbildung als Verformungsmechanismus berücksichtigt werden. Die Simulationen zeigen bei diesem hcp-Metall eine schnelle Entwicklung der Textur. Für alle untersuchten Materialien zeigen die Textur-FE Rechnungen beim Kaltwalzen eine starke Abhängigkeit der Texturentwicklung von der Lage im Walzgut. Zudem gibt es große Unterschiede zwischen den Ergebnissen einer Textursimulation im Postprocessing und denen einer vollgekoppelten Textur-FE Simulation, was die Notwendigkeit solcher vollgekoppelten Simulationen unterstreicht. Abschließend wurde das Warmwalzen der Magnesiumlegierung AZ31 simuliert. Die hierzu benötigten Parameter des Rekristallisationstexturmodells wurden durch die Anpassung berechneter Kurven an experimentell ermittelte Stauchkurven bestimmt. Das im Rahmen dieser Arbeit weiterentwickelte Rekristallisationstexturmodell ist in der Lage den Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Kurve in einem Temperaturbereich von 280°C bis 350°C mit guter Genauigkeit vorauszusagen. Die Warmwalzsimulationen unter der Annahme einer idealisierten Walzverformung haben ergeben, daß für die Entstehung der für warmgewalzte AZ31-Bleche typischen Basaltextur Gleitung auf den prismatischen Systemen stattfinden muß. Die vollgekoppelte Textur-FE Simulation eines Warmwalzstichs ergab, daß die Textur für alle Elemente über die Blechdicke überwiegend basal ist, unabhängig von der jeweiligen Position des Elements im Blech.

Aus einigen der in Kapitel 5 berechneten Texturen wurden zusammen mit den Verfestigungsparametern die mechanischen Eigenschaften des gewalzten Halbzeugs berechnet. Der Schwerpunkt lag hierbei auf dem IF-Stahl und auf der Magnesiumlegierung AZ31. Für den IF-Stahl wurde zunächst die Entwicklung des Elastizitätsmoduls in der Blechebene als Funktion der Winkels zur Walzrichtung berechnet. Es zeigte sich eine deutliche Richtungsabhängigkeit des E-Moduls, die mit steigendem Walzgrad als Folge der sich entwickelnden Textur zunimmt. Im sich anschließenden Abschnitt wurden aus der Textur Fließflächen und Spannungsdehnungskurven für den IF-Stahl und die Legierung AZ31 berechnet. Diese beiden Materialien wurden ausgewählt, da sie in der Simulation je einen Mechanismus aufweisen, der zu einer Asymmetrie der plastischen Fließfläche führen kann. Beim IF-Stahl ist dies der Bauschingereffekt, der durch das versetzungsdichtenbasierte Verfestigungsmodell beschrieben wird. Bei AZ31 führt die mechanische Zwillingsbildung zu einer Asymmetrie der Fließfläche. Die durchgeführten Simulationen des IF-Stahls zei-

gen, daß ein bei einachsiger Lastumkehr nur relativ schwacher Bauschingereffekt bei zweiachsiger Beanspruchung eine deutlich größere Abweichung von der isotrop verfestigten Fließfläche zur Folge hat. Bei AZ31 Blechen mit basaler Ausgangstextur zeigt sich sowohl in Walz- als auch in Querrichtung eine starke Zug-Druck Asymmetrie der Fließfläche, die dadurch bedingt ist, daß bei Druck ein Großteil der Verformung durch mechanische Zwillingsbildung realisiert wird, während dies bei Zugbelastung nicht möglich ist. Die Zwillingsbildung führt außerdem zu einer sehr raschen Formänderung der Fließfläche, was in Abschnitt 6.2 ebenfalls gezeigt wurde. Zum Abschluß des Kapitels wurde der R-Wert des IF-Stahls für unterschiedliche Walzgrade berechnet. Es zeigte sich eine kontinuierliche Entwicklung der R-Werte mit dem Walzgrad. Die experimentell leicht zugänglichen Größen mittlerer R-Wert und ebene Anisotropie sind recht gut zur Beschreibung dieses Stahls geeignet, da der R-Wert für 0° , 45° und 90° zur Walzrichtung Extremstellen aufweist.

Abschließend wurden die AZ31-Simulationsergebnisse mit experimentell gemessenen Texturen und Spannungs-Dehnungskurven verglichen. Es ergab sich eine gute qualitative Übereinstimmung der Ergebnisse. Die quantitativen Abweichungen sind bei der Textursimulation durch die zu geringe Zahl berücksichtigter Einzelorientierungen und beim Verlauf der Spannungs-Dehnungskurven durch die Verwendung von Materialparametern aus der Literatur bedingt. Insbesondere der Verfestigungseinfluß durch die Zwillingsbildung wird durch die Literaturparameter nicht ausreichend wiedergegeben. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit ein neuer Satz von Materialparametern bestimmt. Mit diesem konnte der Verlauf der Spannungs-Dehnungskurven mit sehr guter Genauigkeit berechnet werden, was die Brauchbarkeit der in dieser Arbeit verwendeten und weiterentwickelten Modelle demonstriert.

In dieser Arbeit wurde die Kopplung der kontinuumsmechanischen Ebene der FE-Simulation mit einem Texturmodell, welches wiederum mit einem versetzungsdichte-basierten Verfestigungsmodell verbunden ist, realisiert. Mit diesem Ansatz wurde eine Walzsimulation über drei verschiedene Längenskalen verwirklicht. Die Orientierungsverteilung und die zugehörigen Versetzungsdichten entwickeln sich mit der Verformungsgeschichte des Werkstücks und sind zwei geeignete Parameter, um die Form und die Größe der Fließfläche eines Werkstoffs zu bestimmen. Sie sind deshalb geeignet, um in einer Prozeßkettensimulation von einer Prozeßstufe an die nächste übergeben zu werden, um den Einfluß der vorangegangenen Bearbeitungsschritte zu berücksichtigen und die resultierenden Bauteileigenschaften in Abhängigkeit der einzelnen Prozeßparameter vorhersagen zu können. Diese Arbeit ist deshalb ein wichtiger Schritt hin zu einer integralen Werkstoffmo-

dellierung über die gesamte Prozeßkette, da die hierin entwickelten und angewendeten Methoden und Konzepte nicht nur für die Simulation des Walzens sondern auch für die Simulation anderer Stufen der Prozeßkette wie beispielsweise das Tiefziehen geeignet sind.

Ein Hindernis stellt hierbei jedoch noch der hohe Rechenaufwand dar, den die in dieser Arbeit verwendeten Simulationsmethoden benötigen. Dieses Problem wird jedoch durch effizientere Rechenalgorithmen in den Texturmodellen [Matthies 2004], massive Anwendung von Parallelisierungsmethoden in der FE-Rechnung [Mathur 1995] und durch weiter steigende Rechnerleistungen gelöst werden.

Literaturverzeichnis

- Agnew 2001 Agnew S. R., Yoo M. H., Tomé C. N., Application of Texture Simulation to Understanding Mechanical Behavior of Mg and Solid Solution Alloys Containing Li or Y, *Acta Mater.* 49 (2001) 4277-4289.
- Aretz 2000 Aretz H., Luce R., Wolske M., Goerdeler M., Marx V., Pomana G., Gottstein G., Integration of physically based models into FEM and application in simulation of metal forming processes, *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 8 (2000) 881-891.
- Baik 2003 Baik S.C., Estrin Y., Kim H. S., Hellming R. J., Dislocation Density-based Modelling of Deformation Behavior of Aluminium under Equal Channel Angular Pressing, *Materials Science and Engineering A351* (2003) 86-97.
- Barlat 1989 Barlat F., Lian J., Plastic behaviour and stretchability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions, *Int. J. Plasticity* 5 (1989) 51-66.
- Barrett 1980 Barrett C.S., Massalski T., *Structure of Metals*, 3rd ed., Pergamon Press, Oxford, 1980.
- Beck 1954 Beck P. A., Annealing of Cold Worked Metals, *Adv. Phys.* 3 (1954) 245-324.
- Becker 1991 Becker R., Analysis of Texture Evolution in Channel Die Compression – 1. Effects of Grain Interaction, *Acta Metall. Mater.* 39 (1991) 1211-1230.
- Beckers 2000 Beckers B., Kopplung von Finite Elemente Methode mit Verformungstexturvorhersage – Modellentwicklung und Anwendungen, Dissertation Institut für Metallkunde und Metallphysik, RWTH Aachen, Deutschland, 2000.
- Beyerlein 2003 Beyerlein I.J., Lebensohn R.A., Tomé C. N., Modeling Texture and Microstructural Evolution in the Equal Channel Angular Extrusion Process, *Materials Science and Engineering A345* (2003), 122-138.
- Bishop 1951 Bishop J. F.W., Hill R., A Theoretical Derivation of the Plastic Properties of a Polycrystalline Face-Centered Metal, *Phil. Mag.* 42 (1951) 1298-1307.
- Bunge 1969 Bunge H. J., *Mathematische Methoden der Texturanalyse*, Akademie Verlag, Berlin, 1969.
- Bunge 1970 Bunge H. J., Some Applications of Taylor Theory of Polycrystal Plasticity, *Kristall und Technik* 5 (1970) 145-175.
- Bunge 1982 Bunge H. J., General Outline and Series Expansion Method, In: *Quantitative Texture Analysis*, Deutsche Gesellschaft für Materialkunde, Oberursel, 1982.

- Bunge 1992 Bunge H.J., Köhler U., Model Calculations of Primary recrystallization, *Scripta Met.* 27 (1992) 1539-1543.
- Burgers 1931 Burgers W. G., Louwense P.C., Über den Zusammenhang zwischen Deformationsvorgang und Rekristallisationstextur bei Aluminium, *Z. Physik* 61 (1931) 605-678.
- Dawson 1992 Dawson P. R., Beaudoin A. J., Mathur K. K., Simulating Deformation-Induced Texture in Metal Forming, In: *Numerical Methods of Industrial Forming Processes, NUMIFORM '92*, Rotterdam Balkema, 1992, pp. 25-33.
- Dawson 1994 Dawson P. R., Beaudoin A. J., Mathur K. K., Finite Element Modeling Simulations of Polycrystals, *Computational Material Modeling*, A. K. Noor and A. Needleman, eds. (Amer. Soc. Mech. Eng. AD) 42 (1994) 37-52.
- del Valle 2003 del Valle J. A., Pérez-Prado M. T., Ruano O. A., Texture Evolution During Large-strain Hot Rolling of the Mg AZ61 Alloy, *Materials Science and Engineering A355* (2003) 68-78.
- Demtröder 1994 Demtröder W., *Experimentalphysik 1*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1994.
- Dillamore 1974 Dillamore I. L., Katoh H., The Mechanisms of Recrystallization in Cubic Metals with Particular Reference to Their Orientation-Dependence, *Metal Science* 8 (1974) 73-83.
- Dillamore 1978 Dillamore I. L., Microstructural Inhomogeneities Resulting from High Strain Deformation, *Proc. Of ICOTOM 5*, Vol. 1, 1978, pp. 67-79.
- Engler 1991 Engler O., Lücke K., Influence of the precipitation state on the cold rolling texture in 8090 Al-Li material, *Materials Science and Engineering A148* (1991) 15-23.
- Engler 2003 Engler O., Through-process Modelling of the Impact of Intermediate Annealing in Texture Evolution in Aluminium Alloy AA 5182, *Modelling and Simul. Mater. Sci. Eng.* 11 (2003) 863-882.
- Eshelby 1957 Eshelby J., The Determination of the Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion and Related Problems, *Proc. R. Soc. Lond. A241* (1957) 376-396.
- Fernandes 1983 Fernandes J. V., Schmitt J. H., Dislocation Microstructures in Steel During Deep Drawing, *Philos. Mag. A* 48 (1983) 841-870.
- Gottstein 1998 Gottstein G.: *Physikalische Grundlagen der Materialkunde*, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, 1998.
- Gottstein 2000 Gottstein G., Sebald R., in »Thermomechanical Processing of Steel«, J.J. Jonas Symposium, S. Yue, E. Essadiqi (eds.), Canadian Inst. of Mining, Metallurgy and Petroleum, Canada (2000), 21.
- Hearmon 1961 Hearmon R. F. S., *An Introduction to Applied Anisotropic Elasticity*, Oxford University Press, London, 1961.
- Hill 1948 Hill R., A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals. *Proc. R. Soc. Lond. A193* (1948) 281-297.
- Hill 1952 Hill R., The Elastic Behavior of a Crystalline Aggregate, *Proc. Phys. Soc. A65* (1952) 349-354.

- Hill 1967 Hill R., The Essential Structure of Constitutive Laws for Metal Composites and Polycrystals, *J. Mech. Phys. Solids* 15 (1967) 79-95.
- Hirsch 1978 Hirsch J., Über den Zusammenhang zwischen Textur und Anisotropiekenngrößen von Kupfer- und Messingblechen, Diplomarbeit Institut für Metallkunde und Metallphysik, RWTH Aachen, 1978
- Hirsch 1988 Hirsch J., Lücke K., Mechanism of Deformation and Development of Rolling Textures in Polycrystalline F.C.C. Metals – II. Simulation and Interpretation of Experiments on the Basis of Taylor-Type Theories, *Acta metall.* 36 (1988) 2883-2904.
- Hölscher 1994 Hölscher M., Raabe D., Lücke K., Relationship between Rolling Textures and Shear Textures in f.c.c. and b.c.c. Metals, *Acta metall. mater.* 42 (1994) 879-886.
- Holt 1970 Holt D. L., Dislocation Cell Formation in Metals, *J. Appl. Phys.* 41 (1970) 3197-3201.
- Hosford 1964 Hosford W.F., Backofen W. A., Fundamentals of Deformation Processing, 9th Sagamore Conf. AMRA (1964), Syracuse Univ. Press pp. 259.
- Humphreys 1995 Humphreys F.J., Hatherly M., in »Recrystallization and related annealing phenomena«, Elsevier, Oxford, 1995.
- Hutchinson 1976 Hutchinson J. W., Bounds and self-consistent estimates für creep of polycrystalline materials, *Proc. R. Soc. Lond.* A348 (1976) 101-127.
- Ibe 1970 Ibe G., Dietz W., Fraker A. C., Lücke K., Vorzugsorientierungen bei der Rekristallisation gedehnter Einkristalle aus Reinst-Aluminium, *Z. Metallkunde* 61 (1970) 498-507.
- Ion 1982 Ion S.E., Humphreys F.J., White S.H., Dynamic Recrystallisation and the Development of Microstructure During the High Temperature Deformation of Magnesium, *Acta metall.* 30 (1982) 1909-1919.
- Jonas 1994 Jonas J.J., Tóth L.S., Urabe T., Modelling the Effects of Static and Dynamic Recrystallization on Texture Development, *Mat. Sci. For.* 157-162 (1994) 1713.
- Juul Jensen 1992 Juul Jensen D., Modelling of Microstructure Development During Recrystallization, *Scripta Met.* 27 (1992) 1551-1556.
- Kocks 1970 Kocks U. F., The Relation Between Polycrystal Deformation and Single-Crystal Deformation, *Metallurgical Transactions* 1 (1970) 1121-1143.
- Kocks 1976 Kocks U. F., Laws for Work-Hardening and Low-Temperature Creep. In: *Journal of Engineering Materials and Technology (ASME H)* 98 (1976) 76-85.
- Kocks 1982 Kocks U. F., Chandra H., Slip Geometry in Partially Constrained Deformation, *Acta metall.* 30 (1982) 695-709.
- Kocks 1998a Kocks U. F., Kinematics and Kinetics of Plasticity, in: *Texture and Anisotropy*, eds.: Kocks U. F., Tomé C. N., Wenk H.-R., Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

- Kocks 1998b Kocks U. F., Representation of Orientations and Textures, in: Texture and Anisotropy, eds.: Kocks U. F., Tomé C. N., Wenk H.-R., Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- Köhler 1995 Köhler U., Bunge H.J., Model Calculations of the Recrystallization Texture Formation in α -Iron, Textures and Microstructures 23 (1995) 87-114.
- Kopp 1998 Kopp R., Wiegels H., Einführung in die Umformtechnik, Verlag der Augustinus Buchhandlung, Aachen, 1998.
- Kröner 1961 Kröner E., Zur plastischen Verformung des Vielkristalls, Acta metall. 9 (1961) 155-161.
- Lebensohn 1993 Lebensohn R. A., Tomé C. N., A self-consistent anisotropic approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals: Application to zirconium alloys, Acta metall. mater. 41 (1993) 2611-2624.
- Lebensohn 1996 Lebensohn R., Solas D., Canova G., Brechet Y., Modelling Damage of Al-Zn-Mg Alloys, Acta mater. 44 (1996) 315-325.
- Lebensohn 1997 Lebensohn R. A., Canova G. R., A self-consistent approach for modelling texture development of two-phase polycrystals: Application to titanium alloys, Acta mater. 45 (1997) 3687-3694.
- Lebensohn 1998 Lebensohn R.A., Wenk H.-R., Tomé C.N., Modelling deformation and recrystallization textures in calcite, Acta mater. 46 (1998) 2683-2693.
- Lebensohn 2001 Lebensohn R. A., N-Site Modeling of a 3D Viscoplastic Polycrystal using Fast Fourier Transform, Acta Mater. 49 (2001) 2723-2737.
- Leffers 1968 Leffers T., Deformation rate dependence of rolling texture in brass containing 5% zinc, Scripta Met. 2 (1968) 447-452.
- Lücke 1972 Lücke K., Rixen R., Rosenbaum F.W., On the Theory of Grain Boundary Motion, in »The Nature and Behaviour of Grain Boundaries«, H. Hu (ed.), Plenum Press, 1972, pp. 245-283.
- Mahesh 2004 Mahesh S., Tomé C. N., McCabe R. J., Kaschner G. C., Beyerlein I. J., Misra A., Application of a Sub-Structure Based Hardening Model to Copper under Loading Path Changes, Metallurgical and Materials Transaction, erscheint demnächst
- Mahin 1976 Mahin K.W., Hanson K., Morris J.W. jr., The Computer Simulation of Homogeneous Nucleation and Growth Processes, in »Proc. of Int. Conf. Comp. Sim Mat. Appl. Bur. Stan.«, R.J. Arsenault, J.R. Beeler jr., J.A. Simmons (eds.), Gaitersburg Nucl. Met. 20 (1976) 39-50.
- Mao 1988 Mao W., Texturentwicklung in reinem polykristallinem Aluminium, Dissertation Institut für Metallkunde und Metallphysik, RWTH Aachen, Deutschland 2000.
- Marthinsen 1989 Marthinsen K., Lohne O., Nes E., The Development of Recrystallization Microstructures Studied Experimentally and by Computer Simulation, Acta metall. 37 (1989) 135-145.
- Marx 1999 Marx V., Reher F.R., Gottstein G., Simulation of primary recrystallization using a modified three-dimensional cellular automaton, Acta mater. 47 (1999) 1219-1230.

- Mathur 1995 Mathur K. K., Parallel algorithms for large scale simulations in materials processing, In: Simulation of Materials Processing: Theory Methods and Applications, Shen and Dawson, eds., pp. 109-114.
- Matthies 2004 Matthies S., On the Calculation of the Eshelby Tensor and the Beauty of our Nature, Solid State Phenomena, erscheint demnächst.
- Mecking 1998 Mecking H., Motivation, in: Texture and Anisotropy, eds.: Kocks U. F., Tomé C. N., Wenk H.-R., Cambridge University Press, Cambridge, 1998.
- Molinari 1987 Molinari A., Canova G. R., Ahzi S., A self consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity, Acta metall. 12 (1987) 2983-2994.
- Mughrabi 1983 Mughrabi H., Dislocation Wall and Cell Structures and Long-range Internal Stresses in Deformed Metal Crystals, Acta Met. 31 (1983) 1367-1379.
- Mughrabi 1987 Mughrabi H., A Two-parameter Description of Heterogeneous Dislocation Distributions in Deformed Metal Crystals, Materials Science and Engineering 85 (1987) 15-31.
- Nesterova 2001 Nesterova E. V., Bacroix B., Teodosiu C., Microstructures and Texture Evolution under Strain-Path Changes in Low-Carbon IF Steel, Metallurgical and Materials Transactions 32A (2001) 2527-2538.
- Oliver 2004 Oliver E. C., Daymond M. R., Withers P. J., Interphase and intergranular stress generation in carbon steels, Acta Materialia 52 (2004) 1937-1951.
- Peeters 2001 Peeters B., Bacroix B., Teodosiu C., van Houtte P., Aernoudt E., Work-Hardening/Softening Behaviour of B.C.C. Polycrystals During Changing Strain Paths: II. TEM Observations of Dislocation Sheets in an IF-Steel During Two-Stage Strain Paths and Their Representation in Terms of Dislocation Densities, Acta Mater. 49 (2001) 1621-1632.
- Peeters 2002 Peeters B., Kalidindi S. R., Teodosiu C., van Houtte P., Aernoudt E., A Theoretical Investigation of the Influence of Dislocation Sheets on Evolution of Yield Surfaces in Single-Phase B.C.C. Polycrystals, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 50 (2002) 783-807.
- Pérez-Prado 2002 Pérez-Prado M.T., Ruano O.A., Texture evolution during annealing of magnesium AZ31 alloy, Scripta materialia 46 (2002) 149-155.
- Pospiech 1978 Pospiech J., Calculation of the Recrystallization Texture out of the Deformation Texture, Proc. of ICOTOM 5, (1978) 97-119.
- Raabe 1992 Raabe D., Texturen kubisch-raumzentrierter Übergangsmetalle, Dissertation Institut für Metallkunde und Metallphysik, RWTH Aachen, Deutschland, 1992.
- Raabe 1995 Raabe D., Simulation of rolling textures of b.c.c. metals considering grain interactions and crystallographic slip on {110}, {112} and {123} planes, Materials science and engineering A197 (1995) 31-37.
- Raabe 1999 Raabe D., Introduction of a Scalable Three-dimensional Cellular Automaton with a Probabilistic Switching Rule for the Discrete Mesoscale Simulation of Recrystallization Phenomena, Phil. Mag. 79 (1999) 2339-2358.

- Ridha 1982 Ridha A. A., Hutchinson W. B., Recrystallization Mechanisms and the Origin of Cube Texture in Copper, *Acta Met.* 30 (1982), 1929-1939.
- Roters 1999 Roters F., Realisierung eines Mehrebenenkonzeptes in der Plastizitätsmodellierung, Dissertation Institut für Metallkunde und Metallphysik, RWTH Aachen, Deutschland, 1999.
- Roters 2000 Roters F., Raabe D., Gottstein G., Work Hardening in Heterogeneous Alloys – a Microstructural Approach Based on Three Internal State Variables, *Acta mater.* 48 (2000) 4181-4189.
- Roters 2003 Roters F., Application of the Texture Component Crystal Plasticity FEM to Forming Simulation, International Conference on Processing & Manufacturing of Advanced Materials, THERMEC 2003, T. Chandra, J. M. Torralba, T. Sakai (eds.), *Mater. Sci. Forum*, Vol. 426-432, Trans. Tech. Publications, Zürich (2003) 3679-3684.
- Sachs 1928 Sachs G., Zur Ableitung einer Fließbedingung, *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure* 72 (1928) 734-736.
- Sarma 1996 Sarma G. B., Dawson P. R., Effects of Interaction among Crystals on the Inhomogenous Deformations of Polycrystals, *Acta Mater.* 44 (1996) 1937-1953.
- Schmidt 1979 Schmidt U., Lücke K., Recrystallization Textures of Silver, Copper and α -Brass with Different Zinc-Contents as a Function of the Rolling Temperature, *Texture of Crystalline Solids* 3 (1979) 85-112.
- Srolovitz 1986 Srolovitz D.J., Grest G.S., Anderson M.P., Computer Simulation of Recrystallization – I. Homogeneous Nucleation and Growth, *Acta metall.* 34 (1986) 1833-1845.
- Styczynski 2004 Styczynski A., Hartig Ch., Bohlen J., Letzig D., Cold Rolling Textures in AZ31 wrought magnesium alloy, *Scripta Mat.* 50 (2004) 943-947.
- Sudo 1981 Sudo M., Hashimoto S., Tsukatani I., Recrystallization Texture of Cold Rolled High Strength silicon containing steel sheets, In: Sixth Int. Conf. on Textures of Materials, The Iron and Steel Institute of Japan, Tokyo, 1981, pp.1076-1085.
- Taylor 1938 Taylor G. I., Plastic strains in metals, *J. Inst. Met.* 62 (1938) 307-324.
- Tomé 1984 Tomé C.N., Canova G.R., Kocks U.F., Christodoulou N., Jonas J.J., The relation between macroscopic and microscopic strain hardening in FCC polycrystals, *Acta metall.* 32 (1984) 1637-1653.
- Tomé 1991 Tomé C. N., Lebensohn R. A., Kocks U. F., A Model for Texture Development Dominated by Deformation Twinning: Application to Zirconium Alloys, *Acta metall. mater.* 39 (1991) 2667-2680.
- Tomé 1998 Tomé C. N., Tensor Properties of Textured Polycrystals, in: *Texture and Anisotropy*, eds.: Kocks U. F., Tomé C. N., Wenk H.-R., Cambridge University Press, Cambridge 1998.
- Tomé 1999 Tomé C. N., Self-Consistent Polycrystal Models: A Directional Compliance Criterion to Describe Grain Interactions, *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 7 (1999) 723-738.

- Tomé 2001 Tomé C. N., Mauldin P. J., Lebensohn R. A., Kaschner G. C.: Mechanical response of zirconium – I. Derivation of a polycrystal constitutive law and finite element analysis, *Acta mater.* 49 (2001) 3085-3096.
- Tomé 2002 Tomé C. N., Lebensohn R. A., Necker C. T., Mechanical Anisotropy and Grain Interaction in Recrystallized Aluminium, *Metallurgical and Materials Transaction* 33A (2002) 2635-2648.
- van Houtte 1975 Van Houtte P., Aernoudt E., Solution of the generalized Taylor Theory of Plastic Flow, *Z. Metallkunde* 66 (1975) 202-209.
- van Houtte 2002 van Houtte P., Delannay L., Kalidindi S. R., Comparison of two grain interaction models for polycrystal plasticity and deformation texture prediction, *International Journal of Plasticity* 18 (2002) 359-377.
- von Mises 1928 von Mises R., *Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen*, *ZAMM* 8 (1928) 161-185.
- Wagner 1994 Wagner P., Zusammenhänge zwischen Mikro- und Makroskopischen Verformungsinhomogenitäten und der Textur, Dissertation Institut für Metallkunde und Metallphysik, RWTH Aachen, Deutschland, 1994.
- Walde 2003 Walde T., Riedel H., Interactive Texture- and Finite-Element Simulation for Modelling of Complex Deformation Processes for hcp-metals, *International Conference on Processing & Manufacturing of Advanced Materials, THERMEC 2003*, T. Chandra, J. M. Torralba, T. Sakai (eds.), *Mater. Sci. Forum*, Vol. 426-432, Trans. Tech. Publications, Zürich (2003) 3679-3684.
- Walde 2004 Walde T., Riedel H., Modeling Texture Evolution During Rolling of Magnesium Alloy AZ31, *Solid State Phenomena*, erscheint demnächst.
- Wenk 1997 Wenk H.-R., Canova G., Brechet Y., Flandin L., A deformation-based model for recrystallization of anisotropic materials, *Acta mater.* 45 (1997) 3283-3296.
- Zhao 2001 Zhao Z., Roters F., Mao W., Raabe D., Introduction of a Texture Component Crystal Plasticity Finite Element Method for Anisotropy Simulations, *Advanced Engineering Materials* 3 (2001) 984-990.
- Zhao 2004 Zhao Z., Mao W., Roters F., Raabe D., A texture optimization study for minimum earing in aluminium by use of a texture component crystal plasticity finite element method, *Acta Mater.* 52 (2004) 1003-1012.

Liste der Abkürzungen und Symbole

Abkürzungen und Symbole mit lateinischem Anfangsbuchstaben

A	Parameter im Rekristallisationstexturmodell
\mathbf{A}^c, A_{ijkl}^c	Accommodation-Tensor
a_1, a_2, a_3	Hauptachsen des Ellipsoids
Al	Aluminium
B	Parameter im Rekristallisationstexturmodell
\mathbf{B}^c	Tensor zur Beschreibung der lokalen Verteilung der makroskopischen Spannung
b	Amplitude des Burgersvektors
$\hat{\mathbf{b}}^s, \hat{b}_i^s$	normierter Gleitrichtungsvektor des Gleitsystems s
C	Parameter im Rekristallisationstexturmodell
\mathbf{C}, C_{ijkl}	Elastizitätstensor des Polykristalls
\mathbf{C}^c, C_{ijkl}^c	Elastizitätstensor des Einkristalls
C_{11}, C_{12}, C_{44}	elastische Einkristallkonstanten
\mathbf{C}^H	Elastizitätstensor des Polykristalls aus der Hill-Mittelung
\mathbf{C}^R	Elastizitätstensor des Polykristalls aus der Reuss-Mittelung
\mathbf{C}^V	Elastizitätstensor des Polykristalls aus der Voigt-Mittelung
D	Parameter im Rekristallisationstexturmodell
\mathbf{D}	Drehmatrix
d	Walzgutdicke
d_1	Abstand von der kohärenten Zwillingsgrenze
$d\varepsilon^s$	Dehnungsinkrement des Gleitsystems s
$d\varepsilon_{vM}$	Inkrement der plastischen Dehnung nach von Mises
d_3^{nach}	Dicke des Walzguts nach dem Walzen
d_3^{vor}	Dicke des Walzguts vor dem Walzen
$d\mathbf{g}$	Element des Eulerraums
dV	Volumenelement
E	E-Modul

$E(\alpha)$	E-Modul in der Blechebene unter dem Winkel α zur Walzrichtung
\mathbf{E}	Dehnungstensor
$\dot{\mathbf{E}}, \dot{E}_{ij}$	makroskopischer, deviatorischer Dehnratentensor
$\dot{\mathbf{E}}^0, \dot{E}_{ij}^0$	konstantes Glied der makroskopischen Tangentennäherung
E_{av}	Durchschnittliche Energiedichte des Polykristalls
$\mathbf{E}_{Eshelby}$	elastischer Eshelby-Tensor
E_n	Energiedichte der Orientierung n
E_{krit}	Schwellenwert der Energiedichte für die Nukleation
$\dot{\mathbf{E}}^c, \dot{E}_{ij}^c$	Verschiebungsgeschwindigkeitsgradiententensor im Probenkoordinatensystem
$\dot{\mathbf{E}}_A^c$	antisymmetrischer Anteil von $\dot{\mathbf{E}}^c$
$\dot{\mathbf{E}}_S^c$	symmetrischer Anteil von $\dot{\mathbf{E}}^c$
\mathbf{E}^P	plastischer Dehnungstensor des Walzguts
$\dot{\mathbf{E}}^P, \dot{E}_{ij}^P$	Verschiebungsgeschwindigkeitsgradiententensor im Probenkoordinatensystem
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
F_E	Volumenanteil der Körner die bereits durch Zwillingsbildung ihre Orientierung geändert haben.
F_R	Anteil der Zwillinge am Gesamtkristall
F_T	Schwellenwert für die Umorientierung durch Zwillingsbildung
f	Volumenanteil der Zellblockwände
f^n	Volumenanteil der Orientierung n am Polykristall
\mathbf{g}	Orientierungsmatrix
\mathbf{g}^E	Orientierungsmatrix des Ellipsoids
$\mathbf{g}^{n,i}$	Summe der $\Delta \mathbf{g}^{n,i}$ über alle Umformschritte
\mathbf{g}^{tw}	Orientierung eines Zwillings im Probenkoordinatensystem
\mathbf{H}, H_{ij}	antisymmetrischer Schmid-Tensor
$h^{ss'}$	Element der Verfestigungsmatrix
(hkl)[uvw]	Miller Indizes einer speziellen Orientierung
{hkl}<uvw>	Miller Indizes einer allgemeinen Orientierung
\mathbf{I}	Einheitstensor

Liste der Abkürzungen und Symbole

I	Koeffizient zur Beschreibung der Speicherung von Versetzungen in den Zellwänden und im Zellinnern
I^{wd}	Koeffizient zur Beschreibung der Speicherung von immobilen Versetzungen in den Zellblockwänden
I^{wp}	Koeffizient zur Beschreibung der Speicherung von beweglichen Versetzungen in den Zellblockwänden
IF	„interstitial free“
\mathbf{K}_1	Normaleneinheitsvektor der Ebene der kohärenten Zwillingsgrenze
K	Kompressionsmodul
K_{ip}	Matrix zur Berechnung des Eshelby-Tensors
k	Zahl der Umformschritte
k_f	Fließspannung nach von Mises
k_f^{FE}	Fließspannung nach von Mises in der FE-Rechnung
k_f^{Zug}	In einem einachsigen Zugversuch gemessene Fließspannung
l_d	gedrückte Länge
M	Taylorfaktor
$\mathbf{M}^{c(sec)}, M_{ijkl}^{c(sec)}$	viskoplastischer Nachgiebigkeitstensor eines Kristalliten in der Sekantennäherung
$\mathbf{M}^{c(tg)}, M_{ijkl}^{c(tg)}$	viskoplastischer Nachgiebigkeitstensor eines Kristalliten in der Tangentennäherung
$\mathbf{M}^{(sec)}, M_{ijkl}^{sec}$	makroskopischer Nachgiebigkeitstensor in der Sekantennäherung
$\mathbf{M}^{(tg)}, M_{ijkl}^{tg}$	makroskopischer Nachgiebigkeitstensor in der Tangentennäherung
$\tilde{\mathbf{M}}^c, \tilde{M}_{ijkl}^c$	Wechselwirkungstensor
\bar{M}	mittlerer Taylorfaktor
\bar{M}^{FE}	mittlerer Taylorfaktor in der FE-Rechnung
\bar{M}^{Zug}	mittlerer Taylorfaktor bei einem einachsigen Zugversuch
M_n	Taylorfaktor der Orientierung n
Mg	Magnesium
MgAZ31	Magnesiumlegierung mit 3% Aluminium und 1% Mangan (Gewichtsprozent)
Mn	Mangan
m	Schmid-Faktor
m_{ij}^s	Schmidtensor des Gleitsystems s
n	Exponent zur Beschreibung der Ratenabhängigkeit

n^{eff}	Parameter zur Beeinflussung der Wechselwirkung zwischen den Abweichungen der Spannungen und den Abweichungen der Dehnraten im VPSC-Modell
$\hat{\mathbf{n}}^s, \hat{n}_i^s$	normierter Gleitebenennormalenvektor des Gleitsystems s
P	dissipierte Umformenergie
P^{Ko}	Dissipierte Leistung in einer konventionellen FE-Rechnung
q	Parameter der Avrami-Johnson-Mehl-Kolmogorov-Gleichung
R	Erholungskoeffizient für die Versetzungsdichte ρ
\mathbf{R}	elastischer Wechselwirkungstensor
\mathbf{R}^{tw}	Matrix des Zwillingskoordinatensystems
$R_\alpha, R(\alpha)$	R-Wert für einen Winkel α zwischen Zugachse und Walzrichtung
\bar{R}	mittlerer R-Wert
ΔR	ebene Anisotropie
$\mathbf{R}^\alpha, R_{ij}^\alpha$	Rotationsmatrix für eine Rotation um den Winkel α um die Blechnormale
R_2	Parameter zur Beschreibung der Größe des Bauschinger-Effekts
R_{nsg}	Annihilationskoeffizient für die nicht mehr augenblicklich generierten Zellblockwände
R^{wd}	Koeffizient zur Beschreibung der Erholung der immobilen Versetzungen in den Zellblockwänden
R^{wp}	Koeffizient zur Beschreibung der Erholung der beweglichen Versetzungen in den Zellblockwänden
R_{rev}	Koeffizient zur Beschreibung der Versetzungsannihilation
$\hat{\mathbf{r}}^*$	Vektor der Orientierungsänderung
$\hat{\mathbf{r}}$	Drehachse
\mathbf{S}^{VE}	Normaleneinheitsvektor der Verschiebungsebene
\mathbf{S}, S_{ijkl}	plastischer Eshelby-Tensor
\mathbf{S}^H	Nachgiebigkeitstensor des Polykristalls aus der Hill-Mittelung
\mathbf{S}^c, S_{ijkl}^c	Nachgiebigkeitstensor des Einkristalls
S_{1111}^α	Komponente des Nachgiebigkeitstensors bei einachsigen Zug in der Blechebene unter einem Winkel α zur Walzrichtung mit der x_1 -Achse des Koordinatensystems parallel zur Zugachse
s	Schichtparameter
t	Zeit
\mathbf{t}^1	Transformationsmatrix eines Zwillings vom Typ 1
\mathbf{t}^2	Transformationsmatrix eines Zwillings vom Typ 2

Liste der Abkürzungen und Symbole

t_R	Parameter der Avrami-Johnson-Mehl-Kolmogorov-Gleichung
$tr(\mathbf{A})$	Spur des Tensors \mathbf{A}
u_1	Betrag der Verschiebung in Richtung von $\boldsymbol{\eta}_1$
\mathbf{u}_s^b	Gleitrichtungseinheitsvektor des Gleitsystems s
$\mathbf{u}_1^w, \mathbf{u}_2^w$	Normaleneinheitsvektor der Gleitebenen der beiden aktivsten Gleitsysteme
V	Volumen
V^1, V^2	Volumenanteil des Korns „1“ bzw. „2“
\mathbf{W}	Antisymmetrischer Anteil des Verschiebungsgeschwindigkeitengradiententensors des Ellipsoids im Koordinatensystem des Ellipsoids
\mathbf{W}^E	Orientierungsänderungsmatrix des Ellipsoids
w_n	Volumenanteil der Orientierung n im RX-Modell
X	rekristallisierter Volumenanteil
\bar{x}	Ortsvektor

Abkürzungen und Symbole mit griechischem Anfangsbuchstaben

$\alpha_{ij}^{lokal}, \alpha_{ij}^P$	Parameter
α	Wechselwirkungsparameter der Versetzungen
\mathbf{a}	Tensor der thermischen Ausdehnung
\mathbf{a}^c	Tensor der thermischen Ausdehnung der Einkristalls
\mathbf{a}^R	Tensor der thermischen Ausdehnung nach der Reuss-Mittelung
\mathbf{a}^V	Tensor der thermischen Ausdehnung nach der Voigt-Mittelung
Γ	akkumulierte Scherung
Γ_{new}	neuer Wert für die akkumulierte Scherung des Korns im Rekristallisations-texturmodell
Γ_{old}	alter Wert für die akkumulierte Scherung des Korns im Rekristallisations-texturmodell
$\dot{\Gamma}_{new}$	Summe der Gleitraten auf den Ebenen der beiden neuen aktivsten Gleit-systeme
$\dot{\Gamma}_1, \dot{\Gamma}_2$	Gleitraten auf den Ebenen des aktivsten bzw. zweitaktivsten Gleitsystems
γ_t	charakteristische Scherung eines Zwillings
γ_{t_i}	charakteristische Scherung der Zwillings-systems t_i
$\dot{\gamma}_0$	Referenzgleitrate
$\dot{\gamma}^s$	Gleitrate auf dem Gleitsystem s
$\Delta \mathbf{E}^{pl}$	Inkrement der plastischen Dehnung
$\Delta \mathbf{E}'$	Spannungsdeviator zur Zeit t
$\Delta \tau^s$	Änderung der kritischen Schubspannung des Gleitsystems s
$\Delta g^{n,t_i}$	Volumenanteil der Orientierung n dessen Verformung auf dem Zwillings-system t_i realisiert wird
$\Delta \gamma^{n,t_i}$	Scherverformung die das Zwillings-system t_i zur Verformung beiträgt
$\Delta f^{n,t_i}$	Anteil des Volumenanteils der Orientierung n dessen Verformung auf dem Zwillings-system t_i realisiert wird am Gesamtvolumen des Polykristalls
Δt	Zeitinkrement
$\Delta \dot{\omega}_{ij}^{korr}$	Korrekturterm für die Starrkörperrotation zweier benachbarter Körner
δ_{ij}	Kronecker-Symbol
δ	Normierungsfaktor
δA	Flächenstück

Liste der Abkürzungen und Symbole

$\delta\gamma$	Teilscherung
$\varepsilon, \varepsilon_{ij}$	Dehnungstensor
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	Dehnrates eines Einschlusses im VPSC-Modell
$\dot{\varepsilon}_{ij}^c$	Dehnratesensor des Ellipsoids im Koordinatensystem des Ellipsoids
ε_{11}^α	Komponente der Dehnungstensors bei einachsigem Zug in der Blechebene unter einem Winkel α zur Walzrichtung mit der x_1 -Achse des Koordinatensystems parallel zur Zugachse
$\tilde{\varepsilon}$	Differenz zwischen der Dehnrates des Kornes und der makroskopischen Dehnrates
$\dot{\varepsilon}_{ij}^0(\bar{\sigma})$	Konstantes Glied bei der Taylorreihenentwicklung (Sekantennäherung)
$\tilde{\varepsilon}^0(\bar{\sigma})$	Konstantes Glied der Tangentennäherung
$\dot{\varepsilon}^c, \dot{\varepsilon}_{ij}^c$	Dehnratesensor des Kornes
$\eta_{\mathbf{l}}$	Vektor der Verschiebungsrichtung
θ_0^s	Parameter des modifizierten Voce-Ansatzes
θ_1^s	Parameter des modifizierten Voce-Ansatzes
θ	Winkel
κ	Winkel zwischen der Gleitebenennormalen und der Zugrichtung
Λ, Λ_{ijkl}	Tensor zur Berechnung des Eshelby-Tensors
λ, λ_{ijkl}	Tensor zur Berechnung des Eshelby-Tensors
λ	Winkel zwischen Gleitrichtung und Zugachse
μ	Coulomb-Reibkoeffizient
ν	Querkontraktionszahl
ξ, ξ_i	Vektor zur Berechnung des Eshelby-Tensors
Π, Π_{ijkl}	Eshelby-Rotationstensor
φ_b	Dehnung in der Blechebene senkrecht zur Zugrichtung
φ_d	Dehnung in Dickenrichtung
ρ_{bausch}	Größe zur Beschreibung des Bauschinger-Effekts
ρ_i^{wp}	Dichte der beweglichen Versetzungen in der Zellblockwand parallel zur Gleitebene des i -aktivsten Gleitsystems
ρ_{sat}^{wp}	Sättigungswert der Dichte ρ_i^{wp}
ρ_{sat}	Sättigungswert der Versetzungsdichte ρ

ρ_{sat}^{wd}	Sättigungswert der Dichte ρ^{wd}
ρ_i^{wd}	Dichte der immobilen Versetzungen in der Zellblockwand parallel zur Gleitebene des i-aktivsten Gleitsystems
ρ	Versetzungsdichte im Zellinnern und in den Zellwänden
ρ^{wd}	Dichte der immobilen Versetzungen in den Zellblockwänden
ρ^{wp}	Dichte der beweglichen Versetzungen in den Zellblockwänden
Σ	Cauchy-Spannungstensor
$\Sigma'_{t+\Delta t}$	makroskopischer Spannungsdeviator zur Zeit $t + \Delta t$
Σ', Σ'_{ij}	makroskopischer Spannungsdeviator
$\bar{\Sigma}', \bar{\Sigma}'_{ij}$	Entwicklungspunkt für die Taylorreihenentwicklung von $\dot{\mathbf{E}}(\Sigma')$
σ, σ_{ij}	Cauchy-Spannungstensor
$\sigma_{az}, \sigma_{az}, \sigma_{az}$	Schubspannungskomponenten der Gleitsysteme a, b, c
σ_{11}^α	Komponente der Spannungstensors bei einachsigem Zug in der Blechebene unter einem Winkel α zur Walzrichtung mit der x_1 -Achse des Koordinatensystems parallel zur Zugachse
$\tilde{\sigma}'$	Differenz zwischen den Spannungen des Kornes und den makroskopischen Spannungen
σ', σ'_{ij}	deviatorischer Spannungstensor eines Kristalliten
$\bar{\sigma}, \bar{\sigma}_{ij}$	Entwicklungspunkt für die Taylorreihenentwicklung von $\dot{\epsilon}_{ij}(\bar{\sigma})$
τ	Schubspannung
τ^s	auf dem Gleitsystem s aufgelöste Schubspannung
τ_c^s	kritische Schubspannung des Gleitsystems s
τ_0^s	Parameter des modifizierten Voce-Ansatzes
τ_1^s	Parameter des modifizierten Voce-Ansatzes
τ^0	Modellparameter der alle Einflüsse der Mikrostruktur auf die Verfestigung beinhaltet, die nicht durch die inneren Variablen beschrieben werden.
τ^{CB}	Beitrag der Versetzungsdichte ρ zur kritischen Schubspannung
τ_{is}^{CBB}	Beitrag der Versetzungsdichten ρ_i^{wp} und ρ_i^{wd} zur kritischen Schubspannung
$\hat{\tau}^s$	Größe im modifizierten Voce-Ansatz
τ_n^s	Referenzspannung des Gleitsystems s der Orientierung n
Φ_i	Fluß der Versetzungen die Gleitsystemen zuzuordnen sind, die nicht parallel zur Zellblockwand i sind

Liste der Abkürzungen und Symbole

ϕ	Winkel
ϕ_1, Φ, ϕ_2	Eulerwinkel nach Bunge
Ψ	Größe zur Beschreibung des Bauschinger-Effekts
${}^1\dot{\Omega}, {}^2\dot{\Omega}$	Orientierungsänderung der beiden benachbarten Körner „1“ bzw. „2“
$\dot{\Omega}, \dot{\Omega}_{ij}$	Orientierungsänderungsmatrix
${}^1\dot{\omega}_{ij}^{WW}, {}^2\dot{\omega}_{ij}^{WW}$	lokale Starrkörperrotationen der beiden benachbarten Körner „1“ bzw. „2“
${}^1\dot{\omega}^P, {}^2\dot{\omega}^P$	plastischer Anteil der Orientierungsänderung der Körner „1“ bzw. „2“
${}^1\dot{\omega}_{ij}^{lokal}, {}^2\dot{\omega}_{ij}^{lokal}$	lokale Fluktuationen des antisymmetrischen Anteils des Verschiebungsgeschwindigkeitengradiententensors des Korns „1“ bzw. „2“
$\dot{\omega}_{ij}^{lokal}$	lokale Fluktuation des antisymmetrischen Anteils des Verschiebungsgeschwindigkeitengradiententensors
$\dot{\omega}_{ij}^P$	plastischer Anteil des Orientierungsänderung des Korns
$\dot{\omega}$	antisymmetrischer Anteil des Verschiebungsgeschwindigkeitengradiententensors

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Fraunhofer-Instituts für Werkstoffmechanik in Freiburg.

Ganz besonderer Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Hermann Riedel für seine hervorragende Betreuung. Durch seine Diskussionsbereitschaft, Geduld und Interesse an dieser Arbeit hat er entscheidend zu ihrem Gelingen beigetragen. Nicht zu vergessen sind die interessanten Einblicke in die anderen Teilgebiete der Werkstoffwissenschaften, zu denen er mir verholfen hat.

Dem Leiter des Instituts Herrn Prof. Dr. Peter Gumbsch danke ich für die Übernahme des Korreferats und die Möglichkeit, diese Arbeit an seinem Institut anfertigen zu können.

Den Herren Prof. Dr. Dierk Raabe und Dr. Franz Roters vom Max-Planck-Institut für Eisenforschung in Düsseldorf gilt mein Dank für die zahlreichen nützlichen Diskussionen und umfangreichen Hilfestellungen insbesondere zu Beginn dieser Arbeit.

Herrn Dr. Carlos N. Tomé vom Los Alamos National Laboratory danke ich für zahlreiche Hilfestellungen in Zusammenhang mit dem selbstkonsistenten Texturmodell und die Bereitstellung des VPSC-Codes sowie für die interessanten Diskussionen und Einblicke.

Den Herren Erhard Haas und Eduard Reisacher möchte ich für die Durchführung der mechanischen Versuche sowie für die Texturmessungen danken.

Ein Dankeschön geht auch an Frau Helgard Nisalke für ihre Hilfe bei organisatorischen Dingen und die hervorragende Vorbereitung meiner Dienstreisen.

Was hätte ich ohne die Hilfe der Kollegen aus der EDV - Franz Doll und Jan Hülsberg - gemacht? Vielen Dank für Eure Hilfe!

Den – teilweise ehemaligen - Kollegen des Geschäftsfelds 4 danke ich für die angenehme Arbeitsatmosphäre. Insbesondere seien Herr Dr. Olivier Coube, Herr Dr. Torsten Kraft, Herr Dipl.-Ing. Andriy Krasowsky, Herr Dr. Markus Reiterer und Frau Dr. Sabine Schlögl genannt.

Ein besonderes Dankeschön geht an meine Eltern und natürlich an Christine. Durch ihre kontinuierliche Unterstützung haben sie entscheidend zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen.

Veröffentlichungen aus dieser Dissertation

Walde T., Riedel H., Interactive Texture- and Finite-Element Simulation for Modelling of Complex Deformation Processes for hcp-metals, International Conference on Processing & Manufacturing of Advanced Materials, THERMEC 2003, Chandra T., Torralba J. M., Sakai T. (eds.), Mater. Sci. Forum, Vol. 426-432, Trans. Tech. Publications, Zürich, 2003, pp.3679-3684.

Krasowsky A., Walde T., Schmitt W., Andriex F., Riedel H., Springback Simulation in Sheet Metal Forming using Material Formulation Based in Combined Isotropic-kinematic Hardening with elasto-plastic Anisotropy, in Proceedings IDDRG, Stahleisen GmbH Düsseldorf, 2004, pp. 104-113.

Walde T., Riedel H., Modeling Texture Evolution During Rolling of Magnesium Alloy AZ31, Solid State Phenomena, erscheint demnächst.

Walde T., Riedel H., Interactive Texture- and Finite-Element Simulation Including the Bauschinger Effect, eingereicht für Proceedings ICOTOM 14 (2005)

Lebenslauf

Zur Person:

Name: Tom Walde
Geburtsdatum: 24.03.1975
Geburtsort: Saarburg
Familienstand: ledig
Staatsangehörigkeit: deutsch

Schulausbildung:

1982-1986 Grundschule St. Laurentius Saarburg
1986-1994 Gymnasium Saarburg

Ersatzdienst:

1994-2001 Bundesanstalt Technisches Hilfswerk (THW)

Studium:

1994-2001 Studium der Physik an der Universität Kaiserslautern
Mai 1997 Vordiplom
August 2001 Diplom
SS 1998 Studienaufenthalt an der Karl-Franzens-Universität, Graz (A)
WS 2000-SS 2001 Diplomarbeit an der Universität Twente, Enschede (NL)

Berufliche Tätigkeit:

Seit Januar 2002 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fraunhofer-Institut für
Werkstoffmechanik in Freiburg