Forschungsberichte



Dieter Emmrich

Entwicklung einer FEM-basierten Methode zur Gestaltung von Sicken für biegebeanspruchte Leitstützstrukturen im Konstruktionsprozess

Development of a FEM-based method for the design of bead patterns for channel and support structures under bending load in the design process

Band 13 Herausgeber: o. Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. A. Albers

Copyright:Institut für Produktentwicklung
Universität Karlsruhe (TH), 2005Alle Rechte vorbehaltenDruck:Schnelldruck Ernst Grässer, Karlsruhe
Tel.: (0721) 61 50 50ISSN1615-8113

Entwicklung einer FEM-basierten Methode zur Gestaltung von Sicken für biegebeanspruchte Leitstützstrukturen im Konstruktionsprozess

Zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften von der Fakultät für Maschinenbau der Universität Karlsruhe

genehmigte Dissertation von

Dipl.-Ing. Dieter Michael Emmrich aus Backnang

Tag der mündlichen Prüfung:	9. Dezember 2004
Hauptreferent:	o. Prof. DrIng. Dr. h.c. A. Albers
Korreferent:	Prof. DrIng. KU. Bletzinger

Vorwort des Herausgebers

Wissen ist einer der entscheidenden Faktoren in den Volkswirtschaften unserer Zeit. Der Unternehmenserfolg wird in der Zukunft mehr denn je davon abhängen, wie schnell ein Unternehmen neues Wissen aufnehmen, zugänglich machen und verwerten kann. Die Aufgabe eines Universitätsinstitutes ist es, hier einen wesentlichen Beitrag zu leisten. In den Forschungsarbeiten wird ständig Wissen generiert. Dieses kann aber nur wirksam und für die Gemeinschaft nutzbar werden, wenn es in geeigneter Form kommuniziert wird. Diese Schriftenreihe dient als eine Plattform zum Transfer und macht damit das Wissenspotenzial aus aktuellen Forschungsarbeiten am Institut für Produktentwicklung Karlsruhe (ehemals: Institut für Maschinenkonstruktionslehre und Kraftfahrzeugbau) verfügbar.

Die Forschungsfelder des Institutes sind die methodische Entwicklung und das Entwicklungsmanagement, die rechnergestützte Optimierung von hochbelasteten Strukturen und Systemen, die Antriebstechnik mit einem Schwerpunkt auf den Gebieten Antriebsstrangengineering und Tribologie von Lager- und Funktionsreibsystemen sowie die Mechatronik. Die Forschungsberichte werden aus allen diesen Gebieten Beiträge zur wissenschaftlichen Fortentwicklung des Wissens und der zugehörigen Anwendung - sowohl den auf diesen Gebieten tätigen Forschern als auch ganz besonders der anwendenden Industrie zur Verfügung stellen. Ziel ist es, qualifizierte Beiträge zum Produktentwicklungsprozess zu leisten.

Albert Albers

Vorwort zu Band 13

Ein wesentlicher Trend im modernen Fahrzeugbau und auch im Maschinenbau führt hin zum Leichtbau. Ziel des Leichtbaus ist es, durch optimierte Leitstützstrukturen -Träger, Platten, Verbindungen, Körper - die Leistungsgewichtsrelationen von Fahrzeugen und Maschinen nachhaltig zu verbessern. Damit wird es möglich, erhebliche Potentiale bezüglich der Energieeinsparung und Verbesserung des Wirkungsgrades zu erreichen.

Eine Möglichkeit um leichte Strukturen mit hoher Steifigkeit zu erzeugen ist es, insbesondere bei ebenen Strukturen, diese durch eine gezielte Einbringung von Sicken zu versteifen. Bis heute ist es üblich, die Form der Versickung im Wesentlichen intuitiv durch den Konstrukteur bestimmen zu lassen. Als Hilfe stehen hierzu Mustersammlungen von standardisierten Sickenstrukturen zur Verfügung, die es dem Konstrukteur erlauben, Anregungen für die individuelle Gestaltung seines Bauteiles daraus zu gewinnen. Im Rahmen einer notwendigen, weiteren Verbesserung des Produktentstehungsprozesses und unter Berücksichtigung der neuen Möglichkeiten, die sich durch die Nutzung von Hochleistungsrechnern und Anwendung von numerischen Methoden der Mechanik im Konstruktionsprozesse ergeben, muss ein neuer Weg zur Unterstützung der Arbeit des Konstrukteurs bei der Definition von versickten Strukturen gegangen werden. Dieser Aufgabe stellt sich Herr Dr.-Ing. Dieter Emmrich im Rahmen seiner Dissertation.

Herr Emmrich hat sich in seiner Dissertation zum Ziel gesetzt, durch eine strukturierte Untersuchung des Themas "Versickung von Flächenartigen Leitstützstrukturen" und Überführung dieser Untersuchungen in eine methodisch aufbereitete Handlungsanweisung für den Konstrukteur, diesen in seiner Tätigkeit im Konstruktionsprozess zu unterstützen. Dazu werden dem Konstrukteur zunächst die mechanischen Wirkungen von Sicken klar vor Augen geführt und dann notwendige Qualitätskriterien für die Sickenorientierung und Sickenanordnung zur Maximierung der Biegesteifigkeit von Schalenstrukturen definiert. Letztlich werden dann durch Anwendung von numerischen Berechnungsverfahren - FEM-Berechnung - die Sickenorientierung und Hinweise für eine teilautomatisierte Sickengestaltung auf der

Basis von Konstruktionsregeln in einem Algorithmus formuliert und als Werkzeug zur Verfügung gestellt.

Die Arbeit von Herrn Dr.-Ing. Dieter Emmrich liefert einen neuen und wichtigen Beitrag zum Thema versickte Strukturen, der ein großes Anwendungspotential in der Entwicklung neuer Leichtbaustrukturen hat.

Albert Albers

Kurzfassung

Die Anforderungen an die Konstruktion bezüglich Leichtbau werden immer größer. Der Einsatz von Schalenstrukturen bietet dabei durch die hohen erreichbaren Steifigkeiten bei geringem Gewicht großes Potenzial. Treten jedoch flache oder schwach gekrümmte Bereiche in der Konstruktion auf, so erweist sich die geringe Biegesteifigkeit als Achillesferse der Schalenstrukturen. Ein bewährtes und oft kostengünstig umsetzbares Konstruktionselement gegen diese Schwäche ist die Einbringung von rinnenartigen Einprägungen, so genannte Sicken, in die Struktur. Dadurch kann hoch effizient das Flächenträgheitsmoment und damit die Biegesteifigkeit erhöht werden. So einfach dieses Grundprinzip ist, so schwer ist es schon für relativ einfache Geometrien und Belastungen, die ideale Sickenanordnung intuitiv zu bestimmen.

Die vorliegende Arbeit gibt zunächst einen Überblick über bisher eingesetzte Verfahren und Regeln zur Entwicklung Sickenkonstruktionen. von Aus Grundlagenuntersuchungen und mechanischen Beobachtungen werden anschließend Optimalitätskriterien und Konstruktionsregeln für Sickenanordnungen entwickelt und zu einer geschlossenen Konstruktionsmethode zur Entwicklung von versickten Schalenstrukturen zusammen gestellt. Dabei wurde auf die einfache Umsetzbarkeit in der Praxis besonderen Wert gelegt. Der Konstrukteur wird mit den mechanischen Auswirkungen von Sicken vertraut gemacht und befähigt, mit und ohne Hilfsmittel mit der FEM-Analyse von Schalenstrukturen effiziente Sickenanordnungen zu konstruieren. Die Methode wird an einem Beispiel demonstriert und an Modellen aus Literatur und Praxis validiert.

Abstract

The demands on the design of mechanical components are constantly increasing. Shell structures, which have high stiffness with respect to their weight, offer a large potential for this challenge. However, shallow areas of shell structures have a Achilles' heel: they have a very low bending stiffness. A proven and often cheap and easy remedy for this weakness are channels embossed into the structure, so called bead patterns. These beads incease the bending moment of interia of shell structures very efficiently. Even though, this is a very easy and well known principle, the determination of an ideal orientation of the bead pattern is even for relatively simple geometries and loading conditions not possible soley by intuition.

This work gives an overview over the methods and rules available for bead design so far. From fundamental investigations and mechanical observations, optimality criteria and design rules for bead patterns have been derived. With these results, a method for the design of shell structures with bead patterns is developed and demonstrated on examples from both, theory and practice. Focus of the method is the easy application in practice. The applying engineer gets to know the principles of bead patterns and how to use the FE-Method to design efficient patterns, with and without additional tools.

Danksagung

Zunächst möchte ich mich bei Herrn o. Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Albert Albers als Doktorvater und Leiter des Institutes, an dem diese Arbeit entstanden ist, bedanken. Er ermöglichte das wissenschaftliche Arbeiten in einem industrienahen Umfeld, was die Arbeit deutlich geprägt hat. Trotz zahlreicher Verpflichtungen nahm er sich stets Zeit für Gespräche und Diskussionen.

Meinem Koreferenten Prof. Dr.-Ing. Kai-Uwe Bletzinger danke ich für sein Interesse an dieser Arbeit, die fruchtbaren Diskussionen, und die hilfreichen Hinweise bei der Aufarbeitung der theoretischen Grundlagen sowie der sorgfältigen Durchsicht der Arbeit.

Dem gesamten IPEK-Team danke ich für das angenehme Arbeitsklima und den Zusammenhalt. Ich habe mich hier sehr wohl gefühlt. Hierbei möchte ich das Sekretariat und die EDV besonders herausstellen.

Ich danke meiner Arbeitsgruppe CAE/Optimierung für die tolle Zusammenarbeit und die Unterstützung, vor allem in der Endphase der Arbeit. Meinen Bürokollegen Dr. Bernd Ilzhöfer und Helge Weiler danke ich für die vielen fruchtbaren Diskussionen beim Erstellen dieser Arbeit.

Den Mitarbeitern der Firma FE-Design, allen voran Peter Allinger und Boris Lauber, danke ich für die Unterstützung bei allen Fragen der Software- und Algorithmenentwicklung.

Meiner Mutter möchte ich danken, dass Sie mir während des gesamten Studiums finanziell wie menschlich zur Seite stand und mir damit auch diese Arbeit ermöglicht hat.

Last but not least möchte ich mich bei meiner Frau Petra bedanken. Sie hat mit mir alle Phasen der Arbeit durchlebt, mich immer motiviert, den Rücken frei gehalten und für diese Arbeit auf vieles verzichtet.

Inhalt

1	Einleitu	ing	1
2	Stand of	der Forschung	3
	2.1 Gr	undbegriffe	3
	2.1.1	Wirkflächen und Leitstützstrukturen	3
	2.1.2	Definition von Sicken	3
	2.1.3	Anwendungsgebiete	4
	2.1.4	Sickenquerschnitt	4
	2.1.5	Definition der Sickengeometrie	5
	2.2 Th	eoretische Grundlagen	6
	2.2.1	Definition von Schalen und Platten	6
	2.2.2	Plattentheorie	6
	2.2.3	Berechnung von Schalenmodellen	12
	2.2.4	Mathematische Formulierung einer Optimierungsaufgabe	13
	2.3 Sid	ckengestaltung und Dimensionierung	22
	2.3.1	Experimentelle und manuelle Methoden	22
	2.3.2	Sickenoptimierung	32
3	Ziele de	er Arbeit	45
4	Analys	e des Spannungszustandes einer Schale	47
	4.1 Sc	hnittgrößen eines Schalenelementes	47
	4.2 An	alyse der Biegebeanspruchung	49
	4.3 An	alyse der Membranbeanspruchung	52
	4.4 Sp	annungszerlegung	53
	4.5 Da	rstellung von ebenen Spannungszuständen im Polardiagramm	53
5	Optima	litätskriterien für die Versteifungswirkung von Sicken	56
	5.1 An	genommene Vereinfachungen	56
	5.1.1	Linearelastische Materialeigenschaften	56
	5.1.2	Geometrische Linearität	57
	5.1.3	Schalendicke	57

	5.1	.4	Kopf- und Fußradien, Flankenwinkel	58
	5.2	Unt	ersuchung der Versteifungswirkung von Sicken	59
	5.2	.1	Bestimmung des Flächenträgheitsmoments einer Kastensicke	60
	5.2	.2	Die Sickenhöhe	62
	5.2	.3	Die Sickenausrichtung	63
	5.2	.4	Der Versickungsgrad	68
	5.2	.5	Das Sickendesigngebiet	70
	5.2	.6	Die "theoretisch optimale Sicke"	74
	5.2	.7	Verifikation der optimalen Sickenrichtung und Potenzialabschätzung	75
6	Da	rstellu	ung der Gesamtmethodik für die Sickenentwicklung	77
7	Vo	runtei	rsuchungen zur Sickenoptimierung	80
	7.1	Spa	nnungsanalyse, Bestimmung des Designgebietes	80
	7.2	Pote	enzialabschätzung	81
8	Be	stimm	nung und Verifikation der optimalen Sickenorientierung	83
	8.1	Bes	timmung der Sickenorientierung durch Biegetrajektorien	85
	8.2	Veri	ifikation der Sickenorientierung	88
	8.3	Faz	it	91
9	Me	thodi	sche Sickenkonstruktion	92
	9.1	Met	hodische, manuelle Sickenkonstruktion	92
	9.1	.1	Visualisierung der Biegebeanspruchung	92
	9.1	.2	Formulierung der Konstruktionsregeln	94
	9.1	.3	Konstruktive Umsetzung	96
	9.2	Met	hodischer, computergestützter Sickenentwurf	98
	9.2	.1	Ziele des computergestützten Sickenentwurf	98
	9.2	.2	Umsetzung der Konstruktionsregeln in einen Algorithmus	98
1	0 \	/erifik	ation und Beurteilung der Sickenentwürfe	108
	10.1	Ana	lyse der manuell erzeugten Sickenkonstruktion	108
	10.2	Auto	omatisch erzeugter Sickenentwurf	113
	10.3	Aus	konstruktion des Sickenentwurfs	114
	10.4	Zus	ammenfassung der Ergebnisse	116

11 Anw	endung und Verifizierung der Methode	118
11.1 Mo	odellwahl und Darstellung	118
11.2 FE	M-Modellierung	119
11.2.1	Elementformulierung	119
11.2.2	Werkstoffdaten	120
11.3 Be	stimmung von Sickenanordnungen für klassische Platten	120
11.3.1	Versickung einer quadratischen Platte	120
11.3.2	Versickung einer rechteckigen Platte	135
11.4 Op	timierung einer Ölwanne	140
11.4.1	Modellvorstellung	141
11.4.2	Voruntersuchung	142
11.4.3	Bestimmung und Verifikation der Sickenorientierung	144
11.4.4	Automatische Umsetzung	147
11.4.5	Nachkonstruktion im CAD	149
11.4.6	Auswertung	151
12 Zusa	mmenfassung und Fazit	153
13 Aust	lick	155
13.1 Be	stimmung der optimalen Sickenorientierung	155
13.2 Ur	nsetzung von Sickenorientierungen in eine Sickenkonstruktion	155
14 Litera	aturverzeichnis	157
15 Anha	ing	162
15.1 FE	M-Modelle	162
15.1.1	Klassische Plattenmodelle	162
15.1.2	Demonstrationsmodelle	165
Lebenslauf		169

Nomenklatur

Е		Dehnung
Ψ	Nm/mm ³	Formänderungsenergie
Т		Rotationsmatrix
θ		Rotationswinkel
V		Querkontraktionszahl
arphi		Versickungsgrad
a	mm	Obergurtbreite
А	mm ²	Fläche
b	mm	Profilbreite
c	N/mm	Bodensteifigkeit
С	N/mm ²	Materialmatrix
E	N/mm ²	Elastizitätsmodul
F	Ν	Kraft
f	mm	Durchbiegung
h	mm	Sickenhöhe
Ι	mm ⁴	Flächenträgheitsmoment
1	mm	Länge
m	kg	Masse
М	Nm	Moment
m	Ν	bezogenes Moment
n	N/m	Bezogene Normalkraft
$\mathbf{P}_{\mathbf{k}}$		Knickwiderstand
q	N/m	Bezogene Querkraft
S	mm	Schalendicke
S	mm²/N	komplementäre Materialmatrix
u	mm	Untergurtbreite
W	mm ³	Widerstandsmoment
σ	N/mm ²	Spannung

BMIR	Bending moment of inertia ratio
BSA	Biegespannungsanteil
FEM	Finiten Elemente Methode
HBS	Hauptbiegespannung
HMS	Hauptmembranspannung
HS	Hauptspannung
LSS	Leitstützstruktur
MSA	Membranspannungsanteil
WF	Wirkfläche

1 Einleitung

In der Konstruktion von Hochleistungs- oder Leichtbauprodukten spielen dünnwandige Strukturen, wie z.B. Blechstrukturen, eine große Rolle. Unter dünnwandigen Strukturen sind hierbei Strukturen zu verstehen, deren Breite und Länge um ein Vielfaches größer sind als die Dicke. Sie lassen sich durch moderne Umformfertigungsstraßen schnell und günstig in großer Serie herstellen und weisen ein sehr gutes Verhältnis von Steifigkeit zu Masseneinsatz auf. Die einzige Ausnahme stellt hierbei die Biegesteifigkeit einer dünnwandigen Struktur dar. Ohne konstruktive Maßnahmen weisen flache dünnwandige Strukturen hier eine sehr geringe Steifigkeit auf, was unter Biegebelastung entsprechend in einer hohen Verformung resultiert. Wird die Struktur durch Schwingungen angeregt, kommt es zu störenden Vibrationen, Klappern oder niederfrequenter Geräuschbildung.

Ein häufig eingesetztes konstruktives Mittel zur Erhöhung der Biegesteifigkeit ist die Einbringung von Sicken in die Leitstützstruktur.

Sicken sind rinnenartige Vertiefungen oder Erhöhungen in ebenen oder gewölbten Blechflächen, wobei die Tiefe gegenüber der Länge klein ist.



Abbildung 1.1: Benzinkanister mit Sicke

In obiger Abbildung ist eine typische Anwendung einer Sicke zu sehen: die dünnwandigen Strukturen von Benzinkanistern sind häufig durch Sicken versteift, damit sich der Kanister bei Innendruck, z.B. durch Erwärmung, nicht zu stark ausdehnt oder durch Außeneinwirkung nicht verbogen werden kann.

Mechanisch führen Sicken zu einer Erhöhung des Flächenträgheitsmomentes im Querschnitt der Schalenstruktur. Somit wirken Sicken hauptsächlich für Biegebeanspruchungen versteifend auf die Leitstützstruktur. Sicken haben den Vorteil, dass zur Versteifung keine zusätzlichen konstruktiven Elemente benötigt werden und sie oft keine oder nur wenige zusätzliche Fertigungsschritte benötigen.

Je nach Komplexität der Beanspruchung der Schale ist es für den Konstrukteur nicht einfach, ein gutes oder gar "ideales" Sickenmuster zu entwerfen. Oft geht er beim Entwurf intuitiv vor. Dabei besteht jedoch das Risiko, dass das gewählte Sickenmuster, ohne die globale Steifigkeit wesentlich zu erhöhen, zu einer höheren Beanspruchung führt. Konstruktionskataloge helfen hier nur bei Standardbelastungen und einfachen Bauteilen weiter.

Eine Methode zur Bestimmung von Form und Lage von mechanisch effizienten Sicken ist hier wünschenswert. Nur so kann man dem erhöhten Druck des Marktes, sowie den Fortschritten in der Umformtechnik und der gesteigerten Umformbarkeit moderner Werkstoffe gerecht werden.

Durch die Komplexität der Belastungen und den einhergehenden Belastungszuständen in den Leitstützstrukturen moderner technischer Systeme ist der Einsatz der numerischen Simulation für den Eigenschafts- und Festigkeitsnachweis aus dem heutigen Produktentwicklungsprozess nicht mehr wegzudenken. In vielen Bereichen der Konstruktion und Entwicklung ist man heute jedoch schon einen Schritt weiter und nutzt die Simulation zur Optimierung der Form und Gestalt von Leitstützstrukturen auf Komponenten- und Systemebene. Das Institut für Produktentwicklung, an dem diese Arbeit entstanden ist, befasst sich hierbei mit der Entwicklung und Einbindung von Optimierungsmethoden in den Entwicklungsprozess technischer Produkte¹.

Die vorliegende Arbeit macht mit der Entwicklung einer Methode für die Sickenentwicklung Erkenntnisse aus der Mechanik und der Strukturoptimierung auch für den Anwender in der Praxis nachvollziehbar und nutzbar.

¹ Siehe z.B. Müller et al 1999, Sauter et al 2000, Häußler et al 2001, Emmrich et al 2002, Vieker et al 2003, Albers / Nowicki 2003

2 Stand der Forschung

2.1 Grundbegriffe

2.1.1 Wirkflächen und Leitstützstrukturen

In dieser Arbeit wird die Funktion und Wirkungsweise von Sicken auf mechanisch beanspruchte Strukturen basierend auf dem Elementmodell "Wirkflächenpaare & Leitstützstrukturen", wie es am Institut für Produktentwicklung Karlsruhe entwickelt und eingesetzt wird, beschrieben.²

Definition von Wirkflächen (WF)

"Wirkflächen sind feste Oberflächen von Körpern oder generalisierte Grenzflächen von Flüssigkeiten, Gasen oder Feldern, die dauernd oder zeitweise im Kontakt zu einer weiteren Wirkfläche stehen und am Energie-, Stoff- und Informationsaustausch des technischen Systems beteiligt sind."³

Die Interaktion des Wirkflächenpaares bzw. der Wirkflächenpaare dienen dabei der Erzeugung der technischen Funktion des Systems.

Definition von Leitstützstrukturen(LSS)

"Leitstützstrukturen sind Volumina von Körpern, Flüssigkeiten, Gasen oder felddurchsetzte Räume, die genau zwei Wirkflächenpaare verbinden und dauernd oder zeitweise eine Leitung von Energie, Stoff oder Information zwischen den Wirkflächen eines Körpers, einer Flüssigkeit, eines Gases oder eines Feldes ermöglichen."³

Somit setzen Leitstützstrukturen die Existenz von Wirkflächenpaaren voraus.

2.1.2 Definition von Sicken

Sicken sind senkrecht zur Oberfläche einer schalenförmigen Leitstützstruktur eingebrachte Vertiefungen oder Erhöhungen. In den meisten Fällen weisen Sicken

² Vgl. Albers / Matthiesen 2000, Albers et al. 2003, Matthiesen 2002.

³ Matthiesen 2002.

eine rinnenartige Ausprägung auf, d.h. die Tiefe, die ca. das 10 bis 20fache der Schalendicke aufweist, ist im Verhältnis zur Länge klein.⁴

2.1.3 Anwendungsgebiete

Das Hauptanwendungsgebiet von Sicken in der Technik ist der Einsatz als Versteifungselement. Grundsätzlich können Sicken jedoch auch andere Funktionen haben:

- zum Verzieren,
- zum Fügen,
- als Anschlag,
- zur Oberflächenvergrößerung,

um nur ein paar zu nennen. Hier ist das Ziel, die Eigenschaften der Oberfläche gezielt zu verändern. Man spricht in diesem Fall von der Oberfläche als Wirkfläche. Beim Einsatz zur Ver- oder Entsteifung steht die Funktion der Schalenstruktur als Leitstützstruktur im Vordergrund. Beim Einsatz als Versteifungselement spricht man auch von *Versteifungssicken*.

Es tritt häufig auf, dass bei der Gestaltung von Schalenstrukturen auf deren Funktion als Wirkfläche sowie als Leitstützstruktur Rücksicht genommen werden muss. So hat z.B. bei einer Ölwanne einerseits die Oberfläche als Wirkfläche die Aufgabe, Öl zu sammeln und einen Austritt zu verhindern. Andererseits hat sie als Leitstützstruktur, je nach konstruktiver Ausführung, die Aufgabe das Kurbelgehäuse zu versteifen und bei Frequenzanregung Schallemissionen zu verhindern.

In dieser Arbeit wird ausschließlich auf die Gestaltung von Sicken zur Versteifung der Leitstützstruktur eingegangen.

2.1.4 Sickenquerschnitt

Schneidet man eine Sicke quer zur Länge, kann man den so genannten Sickenquerschnitt oder das Sickenprofil betrachten. Die am häufigsten angewendeten Sickenquerschnitte sind die Halbrundsicke sowie die Trapezsicke. Dies liegt vor allem daran, dass sich diese Querschnitte durch ihre Schrägen für Fertigungsprozesse wie Gießen und Tiefziehen besonders eignen.

⁴ Vgl. Widmann 1984



Abbildung 2.1: Die gebräuchlichsten Sickenquerschnitte zur Versteifung von Leitstützstrukturen

2.1.5 Definition der Sickengeometrie

Der Querschnitt einer Trapezsicke, die hier hauptsächlich behandelt wird, lässt sich wie in Abbildung 2.2 gezeigt beschreiben. Dabei wird der Fußradius bei der Herstellung durch einen Tiefziehprozess üblicherweise als Ziehkantenradius bezeichnet.



Abbildung 2.2: Definition der Geometrie einer Trapezsicke

Die Profilbreite b ist hierbei die Breite der zu untersuchenden Leitstützstruktur (z.B. eines Blechstreifens).

Der Versickungsgrad ϕ einer versickten Fläche setzt den Flächeninhalt der angehobenen Bereiche zum Flächeninhalt der flachen Bereiche, also Obergurt zu Untergurt, ins Verhältnis:

$$\varphi = \frac{A_{(auf Sickenhöhe)}}{A_{Blech} - A_{(auf Sickenhöhe)}} = \frac{A_{Obergurt}}{A_{Blech} - A_{Obergurt}} = \frac{A_{Obergurt}}{A_{Untergurt}} = \frac{a}{u}$$
Gl. 2.1

2.2 Theoretische Grundlagen

2.2.1 Definition von Schalen und Platten

Schalen- und Plattenstrukturen sind flächenhafte Leitstützstrukturen, bei denen eine Dimension, die so genannte Schalen- oder Plattendicke, im Verhältnis zu den beiden anderen deutlich kleiner ist. Schalen sind darüber hinaus, im Gegensatz zu Platten, ein- oder zweifach gekrümmt.



Abbildung 2.3: Beispiel für Schale und Platte

In der Plattentheorie werden nur Belastungen senkrecht zur Plattenebene betrachtet, während die Schalen beliebig belastet werden können.

2.2.2 Plattentheorie

Bei der Analyse des Spannungs- und Verformungszustandes von Platten kann man sich typische Eigenschaften dieser Strukturen zunutze machen, um den rechnerischen Aufwand zu reduzieren. Typische Theorien hierfür sind die Kirchhoffsche und die Reissner-Mindlinsche Plattentheorie.



Abbildung 2.4: Dünne Platte mit Koordinatensystem

Die wesentlichen Vereinfachungen und Annahmen dieser Plattentheorien sind:

- linear elastisches Materialverhalten (gilt nur für kleine Verformungen),
- konstante Plattendicke s,
- dünne Platte

→ die Spannungen normal zur Schalenmittelfläche sind vernachlässigbar (→ $\sigma_z=0$, $\epsilon_z=0$),

→ die Normalen zur Mittelfläche sind vor der Verformung gerade, nach der Verformung auch gerade, stehen jedoch nicht notwendigerweise senkrecht zur Mittelfläche.

→ für Kirchhoff zusätzlich: Die Normalen zur Mittelfläche stehen auch nach der Verformung noch senkrecht auf der Mittelfläche.

Spannungen und Dehnungen

Aus diesen Annahmen ergeben sich für beide Theorien die folgenden kinematischen Größen für die dünne Platte:



Abbildung 2.5: Beschreibung der Verformung einer Platte nach Kirchhoff/Reissner-Mindlin

- Die Verschiebungen u, v, w in x-, y- und z-Richtung.
- Die Verdrehungen θ_x sowie θ_y für die entsprechenden Verdrehungen um die yund die x-Achse.

Die unter den genannten Annahmen auftretenden Dehnungen in der Platte können in Biegeanteile und Schubanteile zerlegt werden:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = z \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{cases} \theta_{x} \\ \theta_{y} \end{cases}$$
Gl. 2.2
$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{cases} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{cases} = \begin{cases} \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_{x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \theta_{y} \end{cases}$$
Gl. 2.3

Aus den beiden Theorien ergeben sich unterschiedliche Beschreibungen für die Verdrehwinkel in der Platte:



Kirchhoffsche Plattentheorie

Reissner-Mindlinsche Plattentheorie

Abbildung 2.6: Vergleich der Plattentheorien

$$\theta_x(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial x}$$
 und $\theta_y(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial y}$ für Kirchhoff GI. 2.4

$$\theta_x(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial x} + \gamma_{xz}$$
 und $\theta_y(x, y) = -\frac{\partial w}{\partial y} + \gamma_{yz}$ für Reissner-Mindlin GI. 2.5

Die Reissner-Mindlinsche Plattentheorie berücksichtigt somit im Gegensatz zur Kirchhoffschen Plattentheorie die Schubverformung in Richtung der Plattendicke.

Mit der Krümmung κ einer Platte wird die Änderung der Verdrehung in der Platte beschrieben:

$$\kappa_x = \frac{\partial \theta_x(x, y)}{\partial x} \stackrel{Kirchhoff}{=} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$
Gl. 2.6

$$\kappa_{y} = \frac{\partial \theta_{y}(x, y)}{\partial y} \stackrel{Kirchhoff}{=} \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}}$$
Gl. 2.7

$$\kappa_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \theta_x(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y(x, y)}{\partial x} \right)^{Kirchhoff} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$
Gl. 2.8

Mittels der getroffenen Annahmen lassen sich die Verschiebungen für beide Theorien nun wie folgt aus der Verformung berechnen:

$$u(x, y, z) = z\theta_x(x, y)$$
Gl. 2.9

$$v(x, y, z) = z\theta_y(x, y)$$
Gl. 2.10

$$w(x, y, z) = w(x, y)$$
 GI. 2.11

Aus der Annahme $\sigma_z=0$ kann man die Spannungen an in einem beliebigen Punkt (x,y,z) bei linear elastischen Materialverhalten über den ebenen Spannungszustand wie folgt berechnen:

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{x} \\ \tau_{xy} \end{cases} = \mathbf{C}^{0} \begin{cases} u_{,x} \\ v_{,y} \\ u_{,y} + v_{,x} \end{cases} = \mathbf{C}^{0} \begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases}$$
 Gl. 2.12

mit

$$\mathbf{C}^{0} = \frac{E}{1 - v^{2}} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - v)/2 \end{bmatrix}$$
 Gl. 2.13

sowie

$$\begin{cases} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{cases} = \mathbf{C}^{1} \begin{cases} u_{,z} + w_{,x} \\ v_{,z} + w_{,y} \end{cases} = \mathbf{C}^{1} \begin{cases} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{cases}$$
Gl. 2.14

mit

$$\mathbf{C}^{1} = \frac{E}{2(1-\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
 Gl. 2.15

Trotz der Vereinfachungen der Plattentheorien lassen sich mit dieser Theorie σ_x , σ_y , τ_{xy} , τ_{yz} und τ_{xz} in guter Genauigkeit berechnen. Sie finden daher, zumeist in noch verbesserter Form, auch Einsatz in Schalen- und Plattenelementen heutiger FEM-Programme.⁵

⁵ Vgl. Hinton / Owen 1990, Hake / Meskouris 2001, Krätzig / Basar 1997.

	Dicke Platte	Dünne Platte
$\frac{s}{l_x}, \frac{s}{l_y}$	$\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{50}$
Theorie	Reissner-Mindlin	Kirchhoff

Ihr Einsatzgebiet hängt dabei vom Dicken-Längen-Verhältnis der Platten ab:

Tabelle 2.1: Einsatzgebiete von Reissner-Mindlinscher und Kirchhoffscher Plattentheorie.⁶

Die Gründe für diese unterschiedlichen Einsatzgebiete liegen darin, dass für dicke Platten die Vernachlässigung der Schubverzerrung nach Kirchhoff zu immer größeren Abweichungen führt, während Reissner-Mindlins Theorie bei FEM-Diskretisierungen dünner Platten durch das so genannte "Shear-Locking" zu einer unphysikalischen Versteifung führen kann. Es gibt für diesen Effekt verschiedene Gegenmaßnahmen, wie z.B. die reduzierte Integration oder spezielle Elementformulierungen.⁷

Schnittgrößen

Die Schnittgrößen einer Platte, d.h. die Kräfte und Momente, lassen sich durch die Integration der Spannungen über die Plattenhöhe bestimmen. Hierbei wird angenommen, dass der Plattenquerschnitt während der Verformung eben bleibt.



Abbildung 2.7: Schnittgrößen und Spannungen

⁶ Bletzinger 2003.

⁷ Bischoff et al. 2004.

Für die Membrankräfte ergibt sich:

$$n_x = \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_x(z) \cdot dz \qquad \qquad \text{GI. 2.16}$$

$$n_{xy} = \int_{-s/2}^{s/2} \tau_{xy}(z) \cdot dz$$
 GI. 2.18

(aus $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ folgt $n_{xy} = n_{yx}$)

Die Normalkräfte n_x , n_y sowie die Schubkraft n_{xy} sind bei Platten immer Null. Sie treten jedoch bei Schalemodellen auf.

In Matrixschreibweise, durch einsetzen von Gl. 2.12, ergibt sich:

$$\mathbf{n} = \int_{-s/2}^{s/2} \mathbf{C}^0 \cdot dz \cdot \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_x \\ \boldsymbol{\varepsilon}_y \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{cases} = \mathbf{D}_m \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$$
Gl. 2.19

 \mathbf{D}_m wird als der Membrananteil der Materialmatrix bezeichnet und ist in diesem Fall:

$$\mathbf{D}_{m} = s \ \mathbf{C}^{0} = \frac{sE}{1 - v^{2}} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - v)/2 \end{bmatrix}$$
Gl. 2.20

Für die resultierenden Momente ergibt sich entsprechend:

$$m_x = \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_x(z) \cdot z \cdot dz \qquad \qquad \text{GI. 2.21}$$

$$m_{xy} = \int_{-s/2}^{s/2} \tau_{xy}(z) \cdot z \cdot dz$$
 GI. 2.23

(aus $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ folgt $m_{xy} = m_{yx}$)

In Matrixschreibweise, durch einsetzen von Gl. 2.12, ergibt sich hier:

$$\mathbf{m} = \int_{-s/2}^{s/2} \mathbf{C}^0 \cdot \begin{cases} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{cases} \cdot z \cdot dz$$
 Gl. 2.24

Mit Gl. 2.2, Gl. 2.6, Gl. 2.7 und Gl. 2.8 kann diese Gleichung zu

$$\mathbf{m} = \int_{-s/2}^{s/2} \mathbf{C}^{0} \cdot z^{2} \cdot dz \left\{ \begin{matrix} \kappa_{x} \\ \kappa_{y} \\ \kappa_{xy} \end{matrix} \right\} = \mathbf{D}_{b} \cdot \mathbf{\kappa}$$
Gl. 2.25

umgeformt werden. \mathbf{D}_{b} ist der Biegeanteil der Materialmatrix und ist in diesem Fall:

$$\mathbf{D}_{b} = \frac{s^{3}}{12} \mathbf{C}^{0} = \frac{s^{3} E}{12(1-v^{2})} \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-v)/2 \end{bmatrix}$$
GI. 2.26

Die Scherkräfte können aus den Schubspannungen in Plattenebene bestimmt werden:

$$q_x = \int_{-s/2}^{s/2} \tau_{xz}(z) \cdot dz$$
 Gl. 2.27

$$q_{y} = \int_{-s/2}^{s/2} \tau_{yz}(z) \cdot dz$$
 GI. 2.28

Die Überführung zur Matrixschreibweise unter Berücksichtigung von Gl. 2.14 führt zu:

$$\mathbf{q} = \int_{-s/2}^{s/2} \mathbf{C}^{1} \cdot dz \begin{cases} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{cases} = \mathbf{D}_{s} \cdot \boldsymbol{\gamma}$$
Gl. 2.29

D_s ist schließlich der Schubsteifigkeitsanteil der Materialmatrix:

$$\mathbf{D}_{s} = s \ \mathbf{C}^{1} = \frac{s \ E}{2(1-\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
Gl. 2.30

2.2.3 Berechnung von Schalenmodellen

Ein Ansatz zur Berechnung von Schalenmodellen ist die Annahme, dass das Verhalten einer stetig gekrümmten Schale näherungsweise durch das Verhalten einer aus kleinen ebenen Elementen zusammengesetzten Fläche wiedergegeben werden kann.⁸ Ein Problem diese Ansatzes ist dabei die Entstehung von Biegespannungen in rein membranbeanspruchten Strukturen durch die unstetigen Übergänge an den Elementkanten. Ein konkretes Beispiel hierfür ist ein Zylinder unter Innendruck. Ein Weg, diesen Effekt zu reduzieren, ist die Einführung von so genannten "Shell Normals"⁹. Dies sind Knotennormalenvektoren, die durch Mittelung der angrenzenden Elementnormalenvektoren bestimmt werden. Dadurch wird der Fehler durch die unstetigen Übergänge deutlich reduziert. Ein weiteres Problem dieses Ansatzes ist die Unabhängigkeit von Biegung und Membranverformung. Ein Schalen- oder Plattenelement hat keinen 3. rotatorischen Freiheitsgrad θ_z , die Knoten des Modells hingegen schon. Die Drehsteifigkeit um θ_z des Knotens ergibt sich daher aus der Biege- und Verdrehsteifigkeit der angrenzenden Elemente. So kann es passieren, dass bei ebenen Flächen keine Steifigkeit mit der Drehung um die Normale assoziiert ist. Nahezu ebene Flächen können zu schlecht konditionierten Steifigkeitsmatrizen und damit zu Problemen bei der Lösung führen. Eine Möglichkeit, dies zu umgehen, ist es, diese Rotation mit einer fiktiven Steifigkeit zu beaufschlagen. Alternativ kann man u.a. auch die Elementformulierung um diesen sechsten Freiheitsgrad erweitern.¹⁰

Ein weiterer Ansatz zur Berechnung von Schalenmodellen ist die Formulierung von speziellen Schalenelementen, oft mit zusätzlichen Zwischenknoten unterschiedlicher Freiheitsgrade. Auch eine Erweiterung der Reissner-Mindlin-Theorie auf so genannte degenerierte 3D-Elemente zur Modellierung von Schalenstrukturen ist möglich.¹¹

Ein tiefer gehender Überblick zum Stand der Forschung zur Berechnung dünnwandiger Strukturen ist in der *Encyclopedia of Computational Mechanics* zu finden.¹²

2.2.4 Mathematische Formulierung einer Optimierungsaufgabe

Zum Verständnis der Fachsprache der Optimierung wird eine kurze Einführung in die Formulierung und die Fachtermini einer Optimierungsaufgabe gegeben. Da in diesem Fachgebiet englischsprachige Begriffe üblich sind, werden diese in Klammern angegeben.

⁸ Zienkiewicz 1975.

⁹ MSC.Nastran 2004.

¹⁰ Z.B. Ibrahimbegovic 1990.

¹¹ NAFEMS 1987.

¹² Bischoff et al. 2004.

2.2.4.1 Die Grundgleichungen

Die Optimierung befasst sich mit der systematischen Minimierung oder Maximierung einer Zielfunktion:

wobei

$$\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$
 GI. 2.32

die Variablen, bzw. die Design Variablen, wie sie in der Strukturoptimierung oft genannt werden, sind.

Dabei sind meistens zusätzliche Nebenbedingungen zu erfüllen. Diese werden wie folgt unterschieden:

$$g_j(\vec{x}) \le 0$$
 $j = 1, ..., n_g$ GI. 2.33

stellen die Ungleichheitsnebenbedingungen (inequality constraints) dar und

$$h_k(\vec{x}) = 0$$
 $k = 1, ..., n_h$ GI. 2.34

stellen die Gleichheitsnebenbedingungen (equality constraints) dar.

Zusätzlich sind oft die Design Variablen durch Schranken beschränkt (side constraints):

$$x_i^L \le x_i \le x_i^U$$
 $i = 1, ..., n$ Gl. 2.35

Wenn \vec{x} alle erforderlichen Nebenbedingungen erfüllt, spricht man von einer zulässigen Lösung (feasable design).¹³

2.2.4.2 Konvexe und nichtkonvexe Optimierungsaufgaben

Bei der Optimierung einer Funktion ist deren Konvexität eine wichtige Eigenschaft. Sie sagt aus, ob ein Problem nur eine Lösung hat, oder ob mehrere Lösungen existieren können. Sie ist somit bei der Wahl eines Lösungsweges für eine Optimierungsaufgabe von Bedeutung. In der Regel sind Aufgaben der Strukturoptimierung nicht konvex.

Bei einer Funktion y(x) spricht man von konvex innerhalb des Bereiches [a,b], wenn gilt:

$$F(\mu x_1 + (1 - \mu)x_2) \le \mu F(x_1) + (1 - \mu) \cdot F(x_2)$$
, μ beliebig GI. 2.36

¹³ Baier et al. 1994, Vanderplaats 1999.
Grafisch lässt sich diese Bedingung gut veranschaulichen:



Abbildung 2.8: konvexe und nichtkonvexe Funktion $F(x)^{14}$

Somit kann man für eine konvexe Funktion im gegebenen Intervall zwei beliebige Punkte miteinander durch eine Gerade verbinden, ohne dass die Funktion geschnitten wird.

Für eine konvexe Optimierungsaufgabe ist jedoch nicht nur die Konvexität der Funktion ausschlaggebend, sondern auch die Konvexität des zulässigen Bereiches der Variablen. Der zulässige Bereich ist der Wertebereich, in dem \vec{x} alle Nebenbedingungen erfüllt.

Dies soll wiederum grafisch erläutert werden. Betrachtet wird dieses Mal eine Funktion $F(\vec{x})$ mit $\vec{x} = \{x_1, x_2\}$. Ein konvexer zulässiger Bereich ist dann gegeben, wenn sich zwei beliebige zulässige Wertepaare $\{x_1, x_2\}$ über eine Gerade verbinden lassen, ohne den zulässigen Bereich zu verlassen (vgl. Abbildung 2.9).

¹⁴ Baier et al. 1994.



Abbildung 2.9: konvexe und nichtkonvexe Wertebereiche für Design Variablen¹⁵

Konvexität einer Funktion lässt sich durch die Hesse-Matrix nachweisen. Sie muss dann für alle Punkte positiv definit sein. Entsprechend müsste dieser Nachweis für alle Funktionen (Zielfunktionen und Nebenbedingungen) für alle Punkte nachgewiesen werden. Dies ist in der Praxis selten möglich, sodass zunächst von einem nichtkonvexen Problem ausgegangen werden muss.

Viele mathematische Optimierungsverfahren setzen auf die konvexen Eigenschaften der Optimierungsaufgabe auf. Nur hier lässt sich nachweisen, dass das globale Optimum gefunden wird. Bei Anwendung auf nichtkonvexe Fragestellung ist die Anwendbarkeit des Algorithmus zu überprüfen und, wie später noch erläutert wird, entsprechend zu verfahren.

2.2.4.3 Lokale und globale Optima

Während der Optimierung hat man sein Ziel dann erreicht, wenn es im gesamten zulässigen Bereich keine Variablenkombination gibt, welche die Zielfunktion weiter verringert bzw. erhöht. Man spricht in diesem Fall von einem globalen Optimum.

¹⁵ Baier et al. 1994.



Abbildung 2.10: Beispiele für lokale Lösungen¹⁶

Im Falle von nichtkonvexen Optimierungsaufgaben gibt es neben dem globalen Optimum noch ein oder mehrere lokale Optima.

Viele Optimierungsalgorithmen haben nun bei Anwendung auf nichtkonvexe Fragestellungen das Problem, dass sie bei der Suche nach dem globalen Optimum in einem lokalen Optimum hängen bleiben. Ein typisches Zeichen für die Existenz von lokalen Optima ist das erreichen von unterschiedlichen Lösungen für unterschiedlich initialisierten Variablen.

Bei nichtkonvexen Aufgaben gibt es kaum Sicherheit, das globale Optimum gefunden zu haben. Es gibt jedoch Verfahren, die weniger empfindlich sind, in lokalen Optima hängen zu bleiben, oder sich in bestimmten Grenzen wieder aus einem lokalen Optimum befreien können. Hier wären zum Beispiel genetische Algorithmen und der "Simulated Annealing" Algorithmus zu nennen. Der Nachteil dieser Verfahren ist der große Rechenaufwand zur Bestimmung des Optimums, der mit der Anzahl an Designvariablen stark überproportional ansteigt.

¹⁶ Baier et al. 1994.

2.2.4.4 Optimierungsalgorithmen



Unter einem Algorithmus, je nach Anwendung auch Prozedur, Verfahren oder

Mathematische Programmierung

Methode genannt, versteht man einen Satz an Regeln oder Anweisungen, um von einer gegebenen Ausgangssituation zu einem bestimmten Ziel zu kommen.

Die meisten Optimierungsalgorithmen folgen dabei der in Abbildung 2.11 dargestellten Vorgehensweise.

Die Hauptunterschiede liegen darin, wie $\Delta \vec{x}^{(k)}$ bestimmt wird.

Es gibt viele verschiedene Ansätze, Optimierungsverfahren zu gliedern.¹⁷ Hier sollen nur die zwei Hauptgruppen, die Mathematische Programmierung und die Optimalitätskriterienverfahren kurz beschrieben werden.

Methoden der Mathematischen Programmierung (MP) sind rein mathematische Verfahren, die nicht auf bestimmte Problemklassen, wie z.B. Strukturoptimierungsprobleme, begrenzt sind.

Je nach Verfahren, werden nicht direkt die Zielfunktion und die Nebenbedingungen gelöst, sondern sie werden zunächst um den Ausgangspunkt, z.B. durch Taylor-Reihen, approximiert. Werden die Nebenbedingungen direkt berücksichtigt, so spricht man von Approximationsmethoden. Werden die Nebenbedingungen in einen Strafterm umgewandelt, welcher zur Zielfunktion addiert wird, spricht man von Straffunktionsmethoden. Arbeitet der Algorithmus ohne Approximation, so spricht man von einer direkten Methode.

Es folgt die Bestimmung der partiellen Ableitungen der Zielfunktion, und, wenn vorhanden, der Nebenbedingungen bezüglich der Designvariablen. Man bezeichnet diesen Prozess auch Sensitivitätsanalyse. Hat vorher eine Approximation stattgefunden, so können die Sensitivitäten eventuell analytisch bestimmt werden. Ansonsten ist eine Approximation der Sensitivitäten z.B. durch die Finite Differenzen

Abbildung 2.11: Grundkonzept eines Optimierungsalgorithmus

¹⁷ Siehe z.B. Baier et al. 1994 oder OTC 1994.

Methode möglich. Je nach Algorithmus wird nur die 1. Ableitung benötigt (1st Order Methods) oder auch die 2. Ableitung (2nd Order Methods). Es gibt auch Methoden, die keine Ableitungen benötigen (Zero Order Methods). Diesen vermeintlichen Vorteil bezahlt man jedoch häufig durch eine hohe Anzahl nötiger Iterationen und Funktionsauswertungen.

Optimalitätskriterienverfahren

Für spezielle Optimierungsaufgaben sind Kriterien bekannt, die der optimale Entwurf - tatsächlich oder auch nur vermutet - erfüllen muss.

Beispiele für Optimalitätskriterien (Optimality Criteria, OC) sind:

• Die Kuhn-Tucker Bedingung:

Sie ist ein allgemein gültiges mathematisches Optimalitätskriterium und beschreibt bei konvexen Problemen das globale Optimum.

 Das Prinzip vom voll Beanspruchten Tragwerk ("Fully Stressed Design"):

Ein empirisches intuitives Optimalitätskriterium, beruhend auf der Annahme, dass ein Tragwerk dann das geringste Gewicht aufweist,

wenn der Werkstoff überall die gleiche Spannung aufweist.

Dieses Optimalitätskriterium gilt nur für die Gewichtsoptimierung unter Spannungsrestriktion.

Zur Entwicklung eines OC-Algorithmusses zur Optimierung sind prinzipiell zwei Dinge notwendig:

- Formulierung eines Optimalitätskriteriums
- Aufstellung einer Redesign-Formel mit der die Designvariablen iterativ im Sinne des Optimalitätskriteriums verbessert wird.

Diese Vorgehensweise kann, wie z.B. in Abbildung 2.12, als Regelkreis dargestellt werden.



Abbildung 2.12: OC-Algorithmus als Regelkreis

Es ergeben sich somit deutliche Unterschiede zwischen den Methoden der Mathematischen Programmierung und Optimalitätskriterienverfahren:

- Bei der MP wird der Designraum, zumeist auf Gradienteninformationen basierend auf der aktuellen "Position", durchlaufen.
- Optimalitätskriterien laufen global in Richtung des Optimums, unabhängig von der lokalen Situation, je nach Verfahren mit und ohne Gradientenbestimmung.

Im Bereich ihrer Anwendbarkeit sind OC-Verfahren oft sehr effizient durch schnelle Konvergenz. Je nach Formulierung kann ein OC-Verfahren weniger anfällig für lokale Minima sein als MP-Verfahren. Dafür sind sie weniger flexibel, da sie oft genau für bestimmte Kombination von Zielfunktion und Nebenbedingung zugeschnitten sind. Obwohl OC nicht immer mathematisch nachweisbar sind, oder sogar bereits widerlegt sind, wie z.B. das "Fully Stressed Design"¹⁸, so lassen sich häufig für die Anwendung im Ingenieur-Bereich durchaus zufrieden stellende Lösungen erzeugen.

2.2.4.5 Strukturoptimierung

In der Strukturoptimierung geht es darum, mechanisch oder thermisch belastete Bauteile in ihrer Gestalt zu optimieren oder zu verbessern. Die Designvariablen verändern dabei die Gestalt oder den Aufbau der Leitstützstruktur oder auch der Wirkflächen. Je nach Art der Designvariablen werden dabei unterschiedliche Disziplinen der Strukturoptimierung unterschieden.

Man spricht von:

- Topologieoptimierung, wenn es um die Massenverteilung in einem gegebenen Bauraum geht, die Designvariablen sind hier die Dichteund entsprechend die E-Modul-Verteilung im Raum.
- Formoptimierung, wenn es um die Optimierung durch
 Formveränderung einer gegebenen Bauteiltopologie geht.
- Bemessungsoptimierung (Sizing), wenn die Designvariablen z.B.
 Querschnittsabmessungen oder Dicken repräsentieren.
- Materialoptimierung, wenn es um die Optimierung der eingesetzten Materialstruktur geht. Die Designvariablen repräsentieren hier z.B. Faserausrichtungen oder Schichtungsdicken.

¹⁸ Schmit 1960



Die folgende Abbildung gibt einen Überblick über diese übliche Einteilung.



Folgende Zielfunktionen und Restriktionen sind in der Strukturoptimierung üblich:

- Gewicht (Minimierung, Soll)
- Steifigkeit (Maximierung, Soll)
- Eigenfrequenzen (Maximierung, EF-freie Frequenzbänder)
- Lebensdauer (Maximierung, Soll)
- Temperatur (Maximum, Soll)
- Verformung (Minimierung, Soll)
- ...

Während diese Anforderungen sowohl als Restriktion als auch als Zielfunktion angewendet werden können, gibt es noch eine Vielzahl reiner Restriktionen, wie z.B.:

- Entformbarkeit (z.B. für das Gesenkschmieden, Gießen)
- minimal/maximal zulässige Wandstärke
- Herstellbarkeit durch Umformprozess (z.B. Tiefziehen)
- Gießbarkeit
- Rundheit
- Symmetrie
- Schwerpunktlage

Während sich einige dieser Restriktionen einfach mathematisch umsetzen lassen (z.B. Rundheit, Symmetrie), ist es bei anderen relativ schwer. Hier behilft man sich, in dem man z.B. Gießbarkeit in einem ersten Schritt in Entformbarkeit und minimal zulässige Wandstärke übersetzt. In den allermeisten Fällen ist es jedoch nicht möglich, alle Anforderungen in einer Strukturoptimierung zu berücksichtigen. Dies führt dazu, dass nach der Optimierung noch eine entsprechende Interpretation und

¹⁹ Ramm et al. 1998.

Nachbearbeitung des Ergebnisses unvermeidbar ist. Damit entfernt man sich unweigerlich wieder von dem zuvor bestimmten Optimum. Hierin liegt auch der Grund, warum es in der Ingenieurwissenschaft normalerweise nicht um die letzten Prozente zum globalen Optimum geht, sondern auch schon "sehr gute" Ergebnisse akzeptabel sind.

2.3 Sickengestaltung und Dimensionierung

2.3.1 Experimentelle und manuelle Methoden

Die praktische Gestaltung von Blechbauteilen im Hinblick auf Steifigkeit und Eigenschwingungsverhalten war seit den fünfziger Jahren bis in die 90iger Objekt zahlreicher stark versuchsorientierter Forschungsarbeiten. Basierend auf Versuchen mit einfachen Geometrien (z.B. Rechteckblechen, Ronden, Tonnen) wurde dabei häufig versucht, allgemein gültige Konstruktionsrichtlinien oder Musterlösungen für Leitstützstrukturen zu erarbeiten.

Hauptaufgabe dieser Konstruktionsrichtlinien war zunächst nicht die gezielte Optimierung der mechanischen Eigenschaften, sondern vielmehr die Sicherstellung einer guten und kostengünstigen Herstellbarkeit von Sicken. So stellt Oehler fest: "… Der Konstrukteur von solchen Ziehteilen muss sich freilich dabei immer klar machen, dass jede Versteifungssicke sowohl ziehtechnisch eine Erschwerung, als auch werkzeugmäßig eine Verteuerung bedeutet. …".²⁰ Oehlers erste Empfehlungen aus dem Jahre 1951 für die Gestaltung von Versteifungssicken lauten:

OE1²¹: Sicken nur dort anbringen, wo sie wirklich notwendig sind.

- OE2: Geradlinige und kreisrunde Sicken aus Kostengründen bevorzugen.
- OE3: Bei quadratischen Böden oder rechteckigen Teilen eines nicht allzu unterschiedlichen Seitenverhältnisses empfiehlt sich die Anbringung einer runden Sicke.
- OE4: Bei Sickenmustern widerstandsschwache, geradlinige (so genannte trägheitsaxialbevorzugte oder trägheitsbevorzugte) Achsen vermeiden.

²⁰ Oehler 1951.

²¹ Alle hier zitierten Konstruktionsregeln werden mit einer Abkürzung für den Urheber und einer Nummer versehen, damit Parallelen zur entwickelten Methode direkt aufgezeigt werden können.



ungünstig

günstig

Abbildung 2.14: Beispiele für Sickenmuster mit trägheitsaxialbevorzugten Achsen²²

OE5: Sicken gut abrunden, um Lebensdauer zu erhöhen.²⁰

Durch Versuche ermittelte 1955 Kienzle u. a. folgende Gestaltungsregeln zur Versteifung ebener Böden und Wände:

- KI1: Die Trägheitsmomente von Kasten- und Halbrundsicken wachsen bei gleichem Werkstoffaufwand und gleicher Sickenbreite mit zunehmender Profilhöhe stark an.
- KI2: Bei gegebenem Querschnitt und gegebener Sickenbreite ist das Widerstandsmoment am größten, wenn die Summen der oberen und unteren Gurtbreiten gleich groß sind.
- KI3: Biegeversuche ergaben, dass die Durchbiegungen um 10% größer sind, als die (analytischen) Berechnungen mit dem wahren Querschnitten ergeben. (Entsprechend sollte man mit Korrekturfaktoren arbeiten.)²³

Im Jahre 1968 verfeinerten Oehler und Garbers²⁴ die Aussagen zur Sickengestaltung bezogen auf einen Blechstreifen (vgl. Abbildung 2.15):

OE6: Die theoretisch beste Werkstoffausnutzung ergibt sich, wenn der Werkstoff symmetrisch zur neutralen Faser angeordnet ist. (Dies entspricht einem Versickungsgrad von φ=1 und ist somit eine Verallgemeinerung von KI2.) Mit zunehmender Profilhöhe sollte die offene Gurtseite breiter ausgeführt werden.

²² Oehler / Draeger 1971.

²³ Kienzle 1955.

²⁴ Oehler / Garbers 1968.

- OE7: Bei einem auf Biegung beanspruchten Sickenstreifen wird die Steifigkeit umso mehr erhöht, je größer die Sickenhöhe und je kleiner die Blechdicke s im Verhältnis zur Profilbreite ist. Empfehlung: h/b<0,5 und s/b>0,01.(Vgl. KI1)
- OE8: Die Abweichungen von der theoretischen Durchbiegung nehmen mit kleiner werdender Biegebalkenlänge I im Verhältnis zur Profilbreite b zu. Empfehlung: I/b>10.



Abbildung 2.15: Sickenabmessungen für Konstruktionsregeln nach Oehler

Besonderes Augenmerk verdient eine Untersuchung der Knicksteifigkeit in dieser Veröffentlichung. Eine Kreisscheibe mit einer Sicke wurde zwischen Backen geklemmt und auf Druck bis zum Knicken belastet.



Abbildung 2.16: Knickversuch einer Kreisscheibe nach Oehler²⁵

Dabei wurde eine deutliche Abhängigkeit des gemessenen Knickwiderstandes Pk in Abhängigkeit des Winkels a der Sicke zur Lasteinleitung festgestellt.

²⁵ Oehler / Garbers 1968.



Abbildung 2.17: Knickwiderstand P_k in Abhängigkeit vom Sickenwinkel α zur Kraftrichtung²⁵

Es ist in Abbildung 2.17 zu erkennen, dass bei einer zur Last ausgerichteten Sicke der Knickwiderstand deutlich erhöht wird, bei ungünstiger Positionierung aber auch herabgesetzt werden kann:

OE9: Die Knickstabilität wird durch eine Anordnung der Sicke in Belastungsrichtung erhöht, durch eine Anordnung quer zur Belastungsrichtung herabgesetzt.

Eine direkte Empfehlung, wie dies in die Sickenkonstruktion einzubringen ist, wurde nicht formuliert.

Darüber hinaus wurde in dieser Arbeit anhand von zahlreichen Versuchen ausgearbeitet, in welchem Rahmen eine einzeln eingeprägte Sicke mathematisch mit der elementaren Balkentheorie beschrieben werden kann.

Die Autoren zeigen den Konstrukteuren in einer Art Bilderkatalog Sickenmuster für die einfachen Geometrien Kreis, Quadrat und Rechteck, die jedoch oft nicht den eigenen Konstruktionsregeln entsprechen (wie z.B. der Regel OE6).

In einem Merkblatt zum Versteifen von Stahlblechteilen werden von Oehler und Draeger²⁶ drei wichtige Grundregeln zum Anordnen von Sicken hervorgehoben. Sie bestehen aus OE4 sowie:

OE10: Es sollen keine unversteiften Randbereiche entstehen.

²⁶ Oehler / Draeger 1971.

OE11: Bei eingeprägten Sicken müssen Knotenpunkte sich kreuzender Sicken vermieden werden.

Ein Jahr später kommen von Oehler und Weber²⁷ noch weitere empirisch ermittelte Gestaltungshinweise hinzu:

- OE12: Eingeprägte Sicken oder Versteifungsmuster unter einer Tiefe der doppelten Blechdicke bringen praktisch keine bemerkenswerte Versteifung. Empfehlung: $h > 2 \cdot s$.
- OE13: Eine Versteifungssicke braucht weder geradlinig zu verlaufen, noch über die Länge gleich breit oder gleich hoch zu sein. Querschnittsveränderungen sollten allmählich verlaufen.
- OE14: Im Allgemeinen wird die Steifigkeit erhöht, wenn Sickenversteifungen über vorhandene Kanten hinweg laufen.

Der "Sickenkatalog" aus Oehler / Garbers 1968 wurde dabei stark erweitert:



Abbildung 2.18: Sickenbilder nach Oehler / Weber 1972 (Auszug), Steifigkeit von links nach rechts zunehmend.

Alle Konstruktionsregeln nach Oehler wurden entweder anhand der Balkentheorie ermittelt und im Versuch verifiziert, oder basieren rein auf den gemachten

²⁷ Oehler / Weber 1972

Erfahrungen aus Fertigung und Versuch. Eine genaue rechnerische Betrachtung von Sickenmustern war bis dato mangels entsprechender numerischer Werkzeuge nicht möglich. Diese dargestellten Gestaltungsbeispiele haben bis heute nahezu unverändert Eingang in Konstruktionsbücher und Kataloge gefunden²⁸. Bei den Versuchen lagen die Bleche üblicherweise frei auf einem Rahmen auf (siehe auch Abbildung 2.19). Untersuchungen, welchen Einfluss die Randbedingungen auf die Sickengestaltung haben, sind nicht dokumentiert.

Widmann²⁹ hat umfangreiche Untersuchungen zur Herstellung und Versteifungswirkung von Halbrundsicken durchgeführt. Dabei kamen sowohl Versuche, wie auch analytische und numerische Berechnungsverfahren zum Einsatz. Er hat dabei für Halbrundsicken u. a. folgende Beobachtungen gemacht:

- WI1: Die Sickenhöhe hat einen alles überragenden Einfluss auf die Versteifungswirkung.
- WI2: Die Wanddickenreduktion durch die Umformung führt zu einer geringen Abnahme des Flächenträgheitsmomentes, da dies hauptsächlich in der Nähe des Querschnittschwerpunktes stattfindet.
- WI3: Die Verfestigung durch den Umformvorgang erhöht zwar die Streckgrenze, beeinflusst aber nicht das Flächenträgheitsmoment oder den E-Modul des Werkstoffes und damit das Steifigkeitsverhalten.
- WI4: Die rechnerischen Ergebnisse f
 ür das Fl
 ächentr
 ägheitsmoment lagen grunds
 ätzlich
 über den experimentellen. (Gr
 ö
 ßenordnung 10-15%)
- WI5: Berechnungen mit einer idealen Querschnittsgeometrie mit konstanter Blechdicke weichen nur unerheblich von Berechnungen mit den realen Blechdicken ab.

Für die fertigungstechnisch maximal erreichbaren Sickentiefen wurden werkstoff- und stempelradiusabhängige Schaubilder erstellt. Es wurde gezeigt, dass die Sickentiefe nicht von der Anordnung der Sicken, sondern hauptsächlich von der Stempelgestaltung abhängt. Die Formeln zur Bestimmung der erreichbaren Sickentiefe für Einzelsicken behalten bis auf 6-10% Abweichung ihre Gültigkeit auch für Sickenanordnungen. (D.h. für alle Sickenanordnungen in Abbildung 2.20 wurden praktisch die gleichen maximalen Sickenhöhen erreicht.)

²⁸ Siehe z.B. Klein 1989, Lange 1990, Bode 1996, Hintzen et al. 2002.

²⁹ Widmann 1984.

• WI6: Die erreichbare Sickenhöhe ist wird relativ gering von der Sickenanordnung beeinflusst und deutlich von der Stempelgestaltung.

Zum letzten Punkt wurden Untersuchungen verschiedener Sickenanordnungen in einem quadratischen Blech durchgeführt.



Untersuchte Sickenanordnungen

Prüfungsaufbau

Abbildung 2.19: Untersuchung von Sickenanordnungen³⁰

Mittels dieser Untersuchungen wurden die so genannten Bodensteifigkeiten der Sickenanordnungen sowie des unversickten Bleches nach Gl. 2.37 bestimmt.

$$c = \frac{\Delta F}{\Delta f}$$
 mit F=Kraft, f=mittige Durchbiegung GI. 2.37

³⁰ Widmann 1984.

Die Ergebnisse für unterschiedliche Sickenanordnungen und Sickenhöhen sind in der folgenden Abbildung dargestellt:



Abbildung 2.20: Bodensteifigkeitserhöhung verschiedener Sickenanordnungen³⁰

Neben des Einflusses der Sickenhöhe ist auch deutlich der starke Einfluss der Art der Sickenanordnung auf die Versteifungswirkung zu sehen:

 WI7: "Die Anordnung von Versteifungssicken in einem Blechteil wird weniger von den fertigungstechnischen Möglichkeiten als von den Erfordernissen an das Versteifungsverhalten eines Bauteils bestimmt."

In der Arbeit von Maiwald³¹ wird betont, dass universell anwendbare Sicken, wie z.B. die Konstruktionskataloge nach Oehler, immer eine mechanische Kompromisslösung darstellen. Durch eine lastfallspezifische Auslegung können die mechanischen Eigenschaften deutlich verbessert werden. Somit wird hier nach Widmann ein weiterer Schritt von der stark fertigungsbezogenen Gestaltung zur Gestaltung belastungsspezifischen unternommen, bzw. nach dem besten Kompromiss für beides gesucht. Hierzu wurden für parallele Mehrfachsicken aus

³¹ Maiwald 1992

Berechnung und Versuch so genannte Bewertungsfunktionen entwickelt, mit denen aus den Sickenparametern Steifigkeitsvorhersagen gemacht werden können. Eine Übertragung auf beliebig angeordnete Sicken hat bisher nicht stattgefunden und scheint aufgrund der Komplexität der Einflüsse auch nur schwer möglich zu sein.

Herrmann³² nutzt die numerische Simulation für "systematisches Anordnen der Aussteifungen im Blech". Dazu versickt er z.B. ein ebenes Blech mit einer Kreuzsicke, bringt eine Torsionsbelastung auf und führt eine statische Spannungsanalyse mittels FEM durch. In den Bereichen hoher Spannung, wie in diesem Fall in den Ecken, korrigiert er manuell das Sickenbild. Als Nachrechnungen zeigen, dass die Eigenfrequenzen noch nicht im gewünschten Bereich liegen, bringt er weitere Verprägungen ein, bis alle gewünschten Eigenschaften erreicht sind. Die zugrunde liegende Konstruktionsmethode beinhaltet keine konkreten Gestaltungsregeln sondern könnte auch als "Trial and Error"-Methode bezeichnet werden. Jedoch zeigt die Arbeit eindrucksvoll, dass mittels FEM vormals aufwendig durch Versuche zu ermittelnde Steifigkeiten und Eigenfrequenzen nun relativ einfach und schnell numerisch bestimmt werden können. Somit können schnell Design- und Parameterstudien für die Sickenkonstruktion durchgeführt werden, die zumindest im linear elastischen Bereich eine sehr gute Übereinstimmung zum Versuch aufweisen. (Vgl. Abbildung 2.21)



Abbildung 2.21: Experimentell und mittels FEM ermittelte Steifigkeitskennlinie für den Lastfall Normallast.³²

Teile der Ergebnisse dieser Arbeiten wurden von der Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V. (FAT) in der FAT Schriftenreihe mit dem Titel "Festigkeits- und Steifigkeitsverhalten von dünnen Blechen mit Sicken" veröffentlicht.³³

In einem weiteren Projekt der FAT wurde von Herrmann et al. eine Studie zur rechnerischen Bestimmung der Lebensdauer von Blechen mit Sicken durchgeführt.³⁴ Der vorgeschlagene Lösungsweg basiert auf dem Örtlichen Konzept, da hiermit eine Lebensdauerabschätzung ohne Prototypen möglich ist. Hierzu wird eine linear elastische FEM-Berechnung mit anschließender Neuber-Abschätzung durchgeführt und die Beanspruchung in Zug- und Biegekomponenten aufgeteilt. Die effektive Beanspruchung kann dann aus Zugbeanspruchung und der mit der Stützziffer gewichteten Biegebeanspruchung bestimmt werden. Anschließend wird eine lineare Schadensakkumulation nach Palmgren-Miner durchgeführt. Für die durchgeführten Versuche wurden Lebensdauerberechnungen auch nach dem Nennspannungskonzept durchgeführt. Beide Ansätze sagen die Lebensdauer im Mittel gut voraus, weisen allerdings eine relativ große Streuung auf. Folgende Gründe wurden hierfür erarbeitet:

- Beanspruchbarkeit und Werkstoffgesetz: da die Ermittlung der Dehnungswöhlerkurven von Blechen schwierig ist.
- Inhomogene Festigkeitsverteilung:
 Durch lokale Verfestigung müsste durch entsprechende lokal gültige
 Dehnungswöhlerkurven berücksichtigt werden.
- Anrissdefinition:

unklare Definition der versagenskritischen Risslänge bei Blechen

Geringen Einfluss auf die Lebensdauer haben den Untersuchungen nach die Eigenspannungen, Mittelspannungen und Oberflächenrauhigkeiten für niedrigfeste Stähle. Durch eine Kopplung mit einer Umformsimulation sehen die Autoren die Möglichkeit, den Tiefziehprozess in Hinblick auf die Bauteillebensdauer zu berücksichtigen. Welche Konsequenzen sich daraus für Bauteilgestaltung ergeben war nicht Gegenstand der Untersuchung.

³³ Schriever 1994.

³⁴ Herrmann et al. 1995.

2.3.2 Sickenoptimierung

Unter Sickenoptimierung wird hier die gezielte Suche nach einem Optimum für das mechanische Verhalten versickter Leitstützstrukturen verstanden.

Eine hierbei häufig betrachtete Problemstellung ist die Maximierung der Steifigkeit der Struktur, was der Minimierung der Formänderungsenergie entspricht:

$$\min\left(\psi = \frac{1}{2}\int_{\Omega}\sigma\varepsilon d\Omega = \frac{1}{2}\int_{\Omega}\varepsilon^{T}\mathbf{C}\varepsilon d\Omega\right)$$
GI. 2.38

Durch Integration über die Schalendicke erhält man unter Berücksichtigung von Gl. 2.4, Gl. 2.19, Gl. 2.24 sowie Gl. 2.29 folgendes Flächenintegral der Formänderungsenergie:

$$\psi = \frac{1}{2} \int_{\Delta} \left[\underbrace{\varepsilon^{T} \mathbf{D}_{m} \varepsilon}_{\substack{\text{Membran-}\\\text{anteil}}} + \underbrace{\kappa^{T} \mathbf{D}_{b} \kappa}_{\substack{\text{Biege-}\\\text{anteil}}} \right] d\Delta$$
GI. 2.39

Da Sicken, wie gezeigt, in erster Linie nur die Biegesteifigkeit beeinflussen, kann direkt nur der zweite Term des Integranden beeinflusst werden. Daraus folgt eine Reduktion der durch Biegung erzeugten Formänderungsenergie und eine Umwandlung in "Membranenergie".

2.3.2.1 Direkte Verfahren

Unter direkten Verfahren werden hier Methoden vorgestellt, welche direkt durch geometrische Veränderungen an einem Schalenmodell versuchen die ideale Sickengestaltung zu bestimmen.

Klein stellt 1995 einen Algorithmus vor, der die Sickenanordnung automatisch vornehmen soll.³⁵ Er hat dazu Optimalitätskriterien entwickelt, die besagen, dass Rippen und Sicken idealerweise entlang der Trajektorien der 1. Hauptspannung ausgerichtet sein müssen. Der Benutzer gibt hierfür Startpunkte vor und der Algorithmus läuft dann an der Bauteiloberfläche entlang, der Trajektorie folgend. Das FEM-Modell wird dann mit einem Temperaturfeld entlang dieser Linie beaufschlagt, um die Rippen oder Sicken durch die lokale Netzverformung durch die Wärmeausdehnung zu formen. Unberücksichtigt bleibt hierbei unter anderem, dass Sicken nur für eine Biegebeanspruchung versteifend wirken, sowie der notwendige Mindestabstand von Sicken, um das Flächenträgheitsmoment zu erhöhen. Auch ist

³⁵ Klein 1995.

es schwer möglich, eine realistische Sickengeometrie mit dem vorgeschlagenen Ansatz über Wärmedehnung zu erzeugen.

Die am Forschungszentrum Karlsruhe entwickelte CAO-Methode (Computer-Aided-Optimization) für parameterfreie Form- und Topologieoptimierung wurde von Teschner und Matteck 1997 um die so genannte Höckerblechoptimierung erweitert.³⁶ Bei diesem FEM-basierten Ansatz wird jeder Knoten des FEM-Modells im Designgebiet, bzw. dessen Verschiebungsbetrag in Normalenrichtung, als Design-Variable angesehen. Dies ist, trotz der dadurch entstehenden großen Anzahl an Design-Variablen, möglich, da es sich um ein empirisches "gradientenfreies" OC-Verfahren handelt. Die Redesign-Regel besagt, dass Spannungen in Schalenknoten werden können, indem dadurch abgebaut der Knoten entlang seiner Normalenrichtung verschoben wird. So wird für jeden Knoten im Designraum ein Verschiebungsfaktor in Abhängigkeit von seiner Belastung bestimmt. (Vgl. Abbildung 2.22.)



Abbildung 2.22: Algorithmus zur Höckerblechoptimierung³⁷

Die Autoren schränken die positive Wirkung der eingebrachten Höcker auf bestimmte Belastungsarten und Geometrien ein. Dies wird deutlich, wenn man sich vor Augen führt, dass der Algorithmus auch rein auf Zug/Druck belastete Bereiche mit Höckern

³⁶ Teschner / Mattheck 1997.

³⁷ Mattheck 1997.

versehen würde, weil er nicht zwischen Membran- und Biegebeanspruchung unterscheiden kann. Auch großflächig homogen belastete Bereiche werden durch den vorgeschlagenen Algorithmus nicht versteift. Sie werden komplett angehoben, wodurch das Flächenträgheitsmoment nicht erhöht werden kann. Die Ergebnisse dieser Methode sind keine versickten Bleche sondern "gewellte" Höckerbleche. Die Geometrie, wie z.B. die Breite der "Wellen", hängt rein von der Belastung ab.



Aufgabenstellung

optimiertes Höckerblech



Dieses Verfahren ist als kommerzielle Software von der Firma Sachs-Engineering erhältlich.³⁸

Die Firma Altair veröffentlichte 1999 ebenfalls einen kommerziellen Sickenoptimierer bzw. Topographieoptimierer als Teil des Programms Optistruct 3.5. Optistruct funktioniert dabei im Prinzip wie ein mathematischer Optimierer, der die Geometrie eines FEM-Modells über Form-Basis-Vektoren verändert. Form-Basis-Vektoren sind Verschiebungsfelder, die durch Designvariablen skaliert die Knotenkoordinaten und damit die Geometrie des FEM-Modells verändern. Die Form-Basis-Vektoren werden dabei entsprechend den gegebenen Parametern, wie z.B. Sickenbreite und Flankenwinkel, vollautomatisch von der Software erzeugt. Wie dies genau geschieht, ist nicht veröffentlicht, aber ein ähnlicher Ansatz zur Generierung der Form-Basis-Vektoren wurde von Leiva veröffentlicht.³⁹

³⁸ www. sachs-engineering.de

³⁹ Leiva 2003.



Abbildung 2.24: Form Basis Vektoren mit Optistruct⁴⁰

In Abbildung 2.24 sind ein Teil der erzeugten Formvektoren dargestellt. Es wird für jeden dargestellten Kegelstumpf eine Design-Variable eingeführt, die ihn in der Höhe skaliert auf das Ausgangsnetz superponiert. Somit können die Sicken durch die Superposition der Formfunktionen repräsentiert werden. Die Aufgabe des Optimierers ist die Bestimmung der entsprechenden Design-Variablen.



Abbildung 2.25: Darstellung einer Sickenanordnung durch überlagerte Form Basis Vektoren⁴⁰

In Optistruct wird dies durch einen gradientenbasierten mathematischen Optimierer durchgeführt. Der Vorteil dieses Verfahren ist die Möglichkeit, unterschiedlichste Zielfunktionen, wie z.B. Eigenfrequenzen, Knicken oder Verschiebungen definieren zu können. Nachteil dieses Ansatzes ist, dass der Funktionsraum stark nichtkonvex ist. Somit gibt es eine große Zahl lokaler Minima, und der gradientenbasierte Algorithmus läuft Gefahr, in einem solchen "hängen" zu bleiben da er globale und lokale Minima nicht unterscheiden kann. Die Probleme, welche durch lokale Optima verursacht werden, sind bei symmetrischen Fragestellungen deutlich zu sehen. Hier

⁴⁰ Altair 2002.

erhält man ohne erzwungene Geometrie oft suboptimale, unsymmetrische Lösungen. Sie lassen sich oft durch zusätzliche Symmetriebedingungen verbessern. Hinzu kommen die oft undeutlich ausgeprägten Sickenstrukturen und Sicken auf Zwischenhöhen, die die nötige Interpretation durch den Anwender erschweren.



Optistruct Ergebnisse mit verschiedenen Symmetriefiltern

Mögliche Interpretationen

Abbildung 2.26: unterschiedliche Lösungen für symmetrische Fragestellung mit Optistruct und deren Interpretationsmöglichkeiten⁴¹

Nach der Interpretation und Nachkonstruktion ist darüber hinaus oft ein starker Abfall der Zielfunktion zu beobachten.⁴² Trotz all dieser Schwierigkeiten sind mittels gradientenbasierter Topographieoptimierung entwickelte Sickenanordnungen klassischen Sickenbilder oftmals deutlich überlegen. Dies kommt zum einen durch den deutlich höheren Versickungsgrad z.B. im Vergleich zu den "klassischen" Sickenanordnungen. Zum anderen ist dies auf die Spezialisierung auf die reale Belastung zurück zu führen, während Sickenkataloge durch ihren Anspruch auf Universalität nur Kompromisslösungen sein können.

In einem weiteren Projekt der FAT war das Ziel, die mittlerweile auf 40 Jahre alten Vorlagen beruhenden Sickengestaltungsvorschläge, wie sie schon in Abbildung 2.18 gezeigt wurden, durch neue zu ersetzen und in einem "Sickenatlas" zu dokumentieren.⁴¹ Fokus waren dabei, wie schon bei Oehler, rechteckige ebene Bleche mit unterschiedlichen Seitenverhältnissen. Von der ursprünglichen Idee, einen eigenen Optimierer zu entwickeln, wurde zugunsten des Einsatzes von Altair

⁴¹ Schwarz 2002.

⁴² Schwarz 2003.

Optistruct Abstand genommen. Optimiert wurden Bleche mit den Kantenverhältnissen 1:1, 1:1,5 sowie 1:2,5 in translatorischer Einspannung unter zentrischer Normallast. Die Ergebnisse wurden interpretiert, entsprechend konstruiert und die Herstellbarkeit mit einer One-Step-Umformsimulation überprüft. Die Eigenschaften der damit erhaltenen Sickenmuster bezüglich Normallaststeifigkeit, Schubsteifigkeit und der 1. Eigenfrequenz bei Variation von Sickenhöhe und Blechdicke wurden berechnet und sowohl tabellarisch als auch grafisch dokumentiert. Damit soll der Konstrukteur in der Lage sein, bei ähnlichen Seitenverhältnissen und Belastungen einfach das Sickenmuster mit den benötigten Eigenschaften zu wählen. Die Normalsteifigkeiten der neuen Sickenmuster lagen dabei oft um den Faktor 2-3 über denen der konventionellen Sickenmuster, sie streuten jedoch z. T. auch stark. Die Aussage, wie gut sich die angenommenen Randbedingungen sowie die erarbeiteten Sickenmuster allerdings für den universellen Einsatz eignen, bleibt der Sickenatlas schuldig. Die Übertragbarkeit erscheint fragwürdig, da eine starke Abhängigkeit der Sickenmuster von den Randbedingungen festgestellt wurde.

Der Autor des Sickenatlasses, Schwarz, hat seine Arbeiten mit Optistruct für seine Dissertation fortgesetzt.⁴² Er hat dabei festgestellt, dass aus den Ergebnissen von Optistruct keine generellen Tendenzen für optimale Sickenmuster gefunden werden der können. Typisch waren bei Variation Randbedingungen die sehr unterschiedlichen, aber in ihren mechanischen Eigenschaften nahezu gleichwertigen Lösungen. Klarer Schwachpunkt ist der große Verlust der optimierten Eigenschaften durch die konstruktive Umsetzung. Durch manuelle Nachbearbeitung anhand der Biegelinien konnten die Ergebnisse wieder etwas verbessert werden. Um die Ergebnisse von Optistruct weiter zu verbessern, wurden die Parameter Blechdicke, Sickenbreite, Flankenwinkel und Sickenhöhe mit einem Evolutionsalgorithmus, einem Response-Surface-Verfahren und dem SQP-Algorithmus optimiert. Hierdurch konnte z.B. die Bodensteifigkeit nochmals vor der Interpretation um bis zu 90% erhöht werden. Für kombinierte Anforderungen wurden jedoch keine so deutlichen Verbesserungen erreicht. Für eine schnellere und bessere Umsetzung der Topographieergebnisse wurde eine Software entwickelt, die dies auf Schablonenbasis automatisch durchführt. Allerdings ist dieser Ansatz auf rechteckige Bleche beschränkt.

Die kombinierte Parameteroptimierung kann nur insofern als sinnvoll erachtet werden, dass man mit bestimmten Eingangsparametern bessere lokale Optima finden kann, da man an anderen "zufällig" vorbeikommt. Mechanisch ist es nicht nachvollziehbar, wieso bei niedrigerem Flankenwinkel oder breiteren Mindestsickenbreiten bessere Lösungen möglich sein sollten. Interessant wäre es statt dessen gewesen, für dieses nicht konvexe Optimierungsproblem die Startwerte der Designvariablen zu variieren, um zu sehen, welche Optima dann erreicht werden. So wäre es eventuell möglich gewesen, mit vorgegeben Gestaltparametern bessere Lösungen zu finden.

2.3.2.2 Sickenoptimierung durch Topologieoptimerung

Bevor es direkte Ansätze zur Sickenoptimierung gab, wurde oft versucht, Form und Lage von Sicken über die Topologieoptimierung zu bestimmen. Ursprünglich war die Idee, mit der Topologieoptimierung die optimale Lage von Versteifungsstrukturen oder Rippen zu bestimmen.⁴³ Hierzu werden ein oder mehrere Schichten Elemente auf eine Schalenstruktur modelliert und als Design-Elemente für die Topologieoptimierung genutzt.



Abbildung 2.27: Modellaufbau für Versteifungsoptimierung mittels Topologieoptimierung

Als Ergebnis erhält man dann nach der Optimierung durch eine zweite oder mehrere Elementschichten verstärkte Bereiche. Bei der Umsetzung dieses Ergebnisses müssen diese Bereiche entsprechend konstruktiv versteift werden. Soll diese Versteifung durch Sicken geschehen, muss zunächst die Frage gestellt werden, ob überwiegend Biegebeanspruchung vorliegt. Einfache zusätzliche Volumen- und Schalenelementschichten wirken auch für Membranspannungen versteifend, Sicken hingegen nicht und wären in diesem Falle auch keine sinnvolle Umsetzung. Eine Umsetzung des Ergebnisses mit der Regel: "verstärkte Bereiche \rightarrow Blech angehoben, unverstärkte Bereiche \rightarrow Blech flach", wie z.B. bei Schwarz 2003 und Harzheim et al. 1999 ist für eine optimale Sickenanordnung nicht sinnvoll. Durch einfaches Anheben eventuell großflächiger Bereiche wird das lokale Flächenträgheitsmoment nicht erhöht und der großen Bedeutung der Sickenorientierung nicht Rechnung getragen.

⁴³ Vgl. Chung / Lee 1997, Hassani / Hinton 1999, Lee / Hinton 2000.

Yang, Chen und Lee⁴⁴ nutzen ein modifiziertes Topologieoptimierungsverfahren, um Vorzugsrichtungen für Sicken zu ermitteln, indem sie Schalen mit Balkenelementen verstärken und mittels Topologieoptimierung die Anzahl der Balken auf ein vorgegebenes Maximalvolumen reduzieren.



Elemente mit Balken verstärkt

Topologieergebnis der Optimierung eines Biegebalkens, links eingespannt.

Abbildung 2.28: Optimierung der Sickenorientierung mittels Balkenelementen.⁴⁴

Nachteil des Ansatzes ist, dass die Balkenelemente im Gegensatz zu Sicken auch auf Zug- und Druckbeanspruchung versteifend wirken. Des weiteren entfernt die Topologieoptimierung in hochbelasteten Bereichen überhaupt keine Balken und ermöglicht daher keine Aussage zur Sickenorientierung. Die errechneten Sickenorientierung hängen stark von der Balkenausrichtung ab, Zwischenwinkel sind können nicht entstehen. Ebenso wenig möglich Aussagen zur Sickenausgestaltung.

2.3.2.3 Sickenoptimierung durch orthotrope Materialgesetze

Optimierung der Orientierung orthotroper Materialien

Wie später noch genauer beschrieben wird, führt die Einbringung von Sicken in Schalenstrukturen makroskopisch betrachtet zu einem anisotropen, bzw. zu einem orthotropen Materialverhalten. Bei der Suche nach der idealen Orientierung von Sicken sind daher Arbeiten zur Optimierung der Orientierung orthotroper Materialien für die Sickenoptimierung von Interesse.

⁴⁴ Yang et al. 1996

In diesem Fall ist C aus Gl. 2.39 eine orthotrope gedrehte Materialmatrix. Sie berechnet sich aus der ungedrehten orthotropen Materialmatrix:

$$\mathbf{C}_{orth.}^{0} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{12} & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} \end{bmatrix}$$
Gl. 2.40

multipliziert mit der Rotationsmatrix

$$\mathbf{T}(\theta) = \begin{vmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta \\ -2\cos \theta \sin \theta & 2\cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{vmatrix}$$
Gl. 2.41

mit θ als Orientierungswinkel folgendermaßen:

$$\mathbf{C} = \mathbf{T}^{T}(\theta) \mathbf{C}_{orth.}^{0} \mathbf{T}(\theta)$$
Gl. 2.42

Auf Pedersens Arbeit basiert die so genannte Dehnungsbasierte Methode (strain based method).⁴⁵ Sie legt zugrunde, dass sich der Dehnungszustand im Element durch die Drehung der orthotropen Werkstoffeigenschaften nicht verändert. Ist das Ziel die Maximierung der Steifigkeit bei vorgegebener Belastung, so ergibt sich für die Ableitung der Dehnungsenergie im FE-Element folgende Optimalitätsbedingung:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta_e} = \frac{\partial}{\partial \theta_e} \left(\mathbf{\varepsilon}_e^T \mathbf{C} \mathbf{\varepsilon}_e \right) = \mathbf{\varepsilon}_e^T \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \theta_e} \mathbf{\varepsilon}_e = 0$$
 GI. 2.43

Liegt ein schubschwaches Material vor, so kann gezeigt werden, dass die Energie ein Minimum erreicht, wenn die steifere Materialachse in die Hauptdehnungsrichtung gedreht wird. Allerdings ist der Dehnungszustand relativ stark an die Materialorientierung θ_e gekoppelt, was zu Konvergenzproblemen bei der Iterativen Lösung der Aufgabe führt.

Suzuki und Kikuchi stellten 1991 die Spannungsbasierte Methode (principal stress direction method) vor.⁴⁶ Parallel zur Dehnungsbasierten Methode liegt hier die Annahme zugrunde, dass sich der Spannungszustand im Element durch die Drehung des anisotropen Werkstoffes nicht ändert.

⁴⁵ Pedersen 1989

⁴⁶ Suzuki / Kikuchi 1991

Somit kann für jedes Element einzeln die Orientierung über folgende Gleichung bestimmt werden:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \theta_e} = \frac{\partial}{\partial \theta_e} \left(\mathbf{\sigma}_e^T \mathbf{S} \mathbf{\sigma}_e \right) = \mathbf{\sigma}_e^T \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \theta_e} \mathbf{\sigma}_e$$
GI. 2.44

mit:

$S = C^{-1}$ = komplementäre Materialmatrix

Hier wiederum kann gezeigt werden, dass das Minimum in Richtung der betragsmäßig größeren Hauptspannung liegt. Diese Methode ist sehr effektiv, vor allem da die Spannungskomponenten nicht so stark von dem Drehwinkel θ_e abhängen wie die Dehnungskomponenten.

Díaz und Bendsøe erweitern diesen Ansatz um die Behandlung mehrerer Lastfälle, in dem die einzelnen Hauptspannungen gewichtet verrechnet werden.⁴⁷ Cheng et al. schließlich übertragen und verallgemeinern 1994 die Vorgehensweise auf eine tensorielle Betrachtungsweise.⁴⁸

Luo und Gea übertragen die Verfahren zur Bestimmung der optimalen Ausrichtung von orthotropen Materialen auf die Bestimmung der optimalen Sickenorientierung.⁴⁹ Betrachtet man den makroskopischen Einfluss, den die Einbringung einer Sicke in ein Schalenmodell hat, so zeigt sich, dass vor allem die Biegesteifigkeit in Richtung der Sicke durch das erhöhte Flächenträgheitsmoment stark erhöht wird. Senkrecht zu Sicke tritt dieser Effekt (bei einer offenen Sicke) nicht auf. Die Membransteifigkeit hingegen wird durch die Sicke vergleichsweise wenig beeinflusst. Diese idealisierten Annahmen bilden die Grundlage für eine Abbildung der Eigenschaften von Sicken durch eine spezielle orthotrope Schalenmodellierung. Hierbei wird die Membransteifigkeit des Elementes isotrop angenommen, während für die Biegesteifigkeit nach folgendem Schema orthotrope Materialeigenschaften zugrunde gelegt werden:

In Sickenrichtung wird eine "Biegedicke" nach folgender Formel bestimmt:

 S_b

$$= \left(\frac{12I_b}{l}\right)^{1/3}$$

GI. 2.45

⁴⁷ Díaz / Bendsøe 1992.

⁴⁸ Cheng et al. 1994.

⁴⁹ Luo / Gea 1998a.

wobei *I_b* das Flächenträgheitsmoment der Fläche quer zur Sicke ist und *l* die Länge des Schalenelementes. Diese Materialdicke wird dann entsprechend in den Biegeanteil der Materialmatrix (vgl. Gl. 2.26) der Elementformulierung eingeführt:

$$D_{b} = \begin{bmatrix} \frac{Es^{3}}{12(1-v^{2})} & \frac{vEs^{3}}{12(1-v^{2})} & 0\\ \frac{vEs^{3}}{12(1-v^{2})} & \frac{Es^{3}}{12(1-v^{2})} & 0\\ 0 & 0 & \frac{Es^{3}}{24(1-v)} \end{bmatrix} \stackrel{\text{sicke}}{\Rightarrow} \begin{bmatrix} \frac{Es_{b}^{3}}{12(1-v^{2})} & \frac{vEs^{3}}{12(1-v^{2})} & 0\\ \frac{vEs^{3}}{12(1-v^{2})} & \frac{Es^{3}}{12(1-v^{2})} & 0\\ 0 & 0 & \frac{Es^{3}}{24(1-v)} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Gl. 2.46}}$$

Die neue Materialmatrix hat somit in Element-x-Richtung die Biegesteifigkeit äquivalent zu einer Sicke mit dem Flächenträgheitsmoment I_b , während in y-Richtung die Biegesteifigkeit unbeeinflusst ist. Dieses orthotrope Verhalten lässt sich über eine entsprechend orthotrope Materialdefinition auf das Elementverhalten übertragen. Aus Gl. 2.13 wird dann entsprechend:

$$\mathbf{C}^{0} = \frac{E}{1 - v^{2}} \begin{bmatrix} \frac{s_{b}^{3}}{s^{3}} & v & 0\\ v & 1 & 0\\ 0 & 0 & (1 - v)/2 \end{bmatrix}$$
Gl. 2.47

Die Drehung, d.h. die Orientierung der Sicke wird wieder durch die Drehung dieser Matrix nach Gl. 2.42 realisiert. Für den Membrananteil, unbeeinflusst von der Sicke, wird weiterhin das isotrope C^0 verwendet.

Die Orientierungen der einzelnen Schalenelemente sind dann die Designvariablen, die so bestimmt werden, dass die Steifigkeit maximiert bzw. die Dehnungsenergie minimiert wird. Hierfür kombinieren Luo und Gea die spannungsbasierte und die dehnungsbasierte Methode, indem sie über einen Energiefaktor gewichtet addiert werden. Durch die gemachten Annahmen ist wiederum ein iterativer Prozess zur Bestimmung des Optimums notwendig.

Ein Beispiel einer Platte, die nur an den Ecken fest eingespannt ist und mit einer Normalkraft im Zentrum beaufschlagt wurde, ist in Abbildung 2.29 dargestellt. (Modelldaten siehe Kapitel 0)



Orthotrope Startausrichtung

Optimierte Ausrichtung



Offen bleibt hierbei neben der Frage nach der optimalen Sickengeometrie, die nicht triviale Umsetzung der Sickenrichtungen in reale Sicken mit Kreuzungen usw.. Zusätzlich benötigt die Lösung die Möglichkeit, Elementeigenschaften bezüglich Biege- und Membransteifigkeit unterschiedlich und orthotrop festzulegen, was nicht bei jedem erhältlichen FEM-Programm gegeben ist. Durch den Einsatz eines eigenen Optimierers ist die Methode in der Praxis nur schwer anwendbar. Klarer Vorteil der Methode ist die Möglichkeit, iterativ Sickenorientierungen einfach auf Elementbasis ändern und hierfür auf Vorarbeiten der Richtungsoptimierung orthotroper Materialien zurückgreifen zu können. Lokale Effekte wie Flankenwinkel, Fußradien usw. sowie numerische Effekte, z.B. durch verzerrte Elemente, beeinflussen die Orientierungsbestimmung nicht.

In einer weiteren Veröffentlichung im selben Jahr befassen sich die beiden Autoren mit der Suche nach dem optimalen Design von Schalenversteifungen.⁵⁰ Hierzu erweitern sie das oben gezeigte Verfahren um eine Vorstufe: In einem ersten Schritt wird über eine Topologieoptimierung bestimmt, wo Versteifungen einzubringen sind. Somit ist das Ergebnis das Designgebiet für die nachfolgende Optimierung der Versteifungsrichtungen. Hierzu kommt wieder die bereits vorgestellte orthotrope Modellierung der Biegeeigenschaften zum Einsatz. Auch hier liegt die Annahme zu Grunde, dass durch das Versteifungselement die Membran- und

⁵⁰ Luo / Gea 1998b

Schubeigenschaften nur unwesentlich beeinflusst, die Biegeeigenschaften jedoch stark. Die weitere Vorgehensweise entspricht der bereits beschriebenen.

Abbildung 2.30: Schalenversteifung⁵⁰

In diesem Fall erscheint es fraglich, ob eine Versteifung wie von Luo angenommen (vgl. Abbildung 2.30), wirklich einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Membran- und Schubeigenschaften hat. Für eine Sickenoptimierung jedoch ist es nur für überwiegend biegebelastete Komponenten plausibel, über eine

Topologieoptimierung mit isotropen Standardelementen den Designbereich zu bestimmen.

3 Ziele der Arbeit

Bei der Versickung von biegebeanspruchten dünnwandigen Leitstützstrukturen hat der Konstrukteur in der Praxis bisher im Prinzip vier Möglichkeiten vorzugehen:

- Konstruktion nach Erfahrung und mechanischem Vorstellungsvermögen.
- Konstruktion nach Sickenkatalogen.
- Konstruktion mittels auf Formvektoren basierenden Optimierungsergebnissen.
- Konstruktion auf Basis von Optimierungsergebnissen aus der nichtparametrischen Optimierung der Sickenhöhe.

Die erste Methode ist, wie es die hier vorgestellten und andere Untersuchungen zeigen, in den mechanischen Eigenschaften oftmals den neuen Sickenkonstruktion weit unterlegen. Schon bei einfachen 2D-Strukturen reicht die Vorstellung von einem Balkenmodell für die Ausrichtung von Sicken nicht mehr aus.

Die Konstruktionskataloge - vom FAT-Sickenatlas abgesehen - beruhen auf Untersuchungen aus den 50iger und 60iger Jahren. Diese Sickenbilder wurden auf Basis von Versuchen mit rechteckigen Blechen entworfen. Die Möglichkeiten, die FEM als Hilfsmittel zur Konstruktion und der schnellen Verifikation zu nutzen, gab es zu dieser Zeit noch nicht. Sie entsprechen nicht den heutigen fertigungstechnischen Möglichkeiten und sind lastfallspezifischen Sickenanordnungen deutlich unterlegen.

Die dritte Methode hat bereits zur Entwicklung mechanisch deutlich besserer Sickenbilder geführt. Jedoch hat auch dieses Vorgehen einige Nachteile für die Konstruktion:

- Durch das gradientenbasierte Vorgehen besteht durch die extrem nichtkonvexe Problemstellung die Gefahr, in relativ schlechten lokalen Optima hängen zu bleiben.
- die Ergebnisse des Sickenoptimierers sind bei weitem nicht diskret oder eindeutig, sondern erfordern eine konstruktive Interpretation. Dabei ist der größte Nachteil, dass der Konstrukteur "blind" interpretieren muss. Die Interpretation erfolgt rein auf einer Sickenhöhenausgabe, ohne die mechanischen Zustände in der Schale für den Anwender nachvollziehbar zu visualisieren. Hinzu kommt, dass die starken Netzverzerrungen durch die Form-Basis-Vektoren zu versteifenden numerischen Effekten führen können.

Die Folge ist eine relativ große Verschlechterung der zuvor optimierten mechanischen Eigenschaften nach der konstruktiven Umsetzung.

Die letzte Methode mittels parameterfreier Optimierung ist, wie auch die Autoren einräumen, nur für bestimmte Belastungsarten und Geometrien einsetzbar.

Ziel dieser Arbeit ist es zum einen, dem Konstrukteur die mechanische Wirkung von Sicken vor Augen zu führen. Dazu werden aus den bisherigen wissenschaftlichen Arbeiten und den hier dargestellten mechanischen Untersuchungen "greifbare" Optimalitätskriterien für die Sickenorientierung und Sickenanordnung zur Maximierung der Biegesteifigkeit von Schalenstrukturen formuliert. Anschließend wird gezeigt, wie mittels speziell aufbereiteten Ergebnissen der FEM-Berechnung von Schalenstrukturen diese Sickenorientierungen näherungsweise bestimmt und methodisch konstruktiv in eine Sickenanordnung umgesetzt werden können. Als Hilfsmittel für die Umsetzung optimierter Sickenanordnungen werden hierzu entsprechende Konstruktionsregeln formuliert.

Dieser Weg eröffnet neue Möglichkeiten in der Sickenkonstruktion. Statt einfach nur auf mechanische Eigenschaften hin zu optimieren, ermöglicht dies einen "interaktiven" und reproduzierbaren Konstruktionsprozess. Während der Konstruktion werden die mechanischen Anforderungen sichtbar, und trotzdem kann der Konstrukteur nicht direkt mathematisch formulierbare Anforderungen einbringen. Hier wären z.B. Ästhetik oder fluid- bzw. aerodynamische Einflüsse einer Leitstützstruktur auf Gase oder Flüssigkeiten als Wirkfläche denkbar.

Letztendlich wird die Bestimmung der Sickenorientierung und der Entwurf der Sickenanordnung durch die Umsetzung der Konstruktionsregeln in einen Algorithmus automatisiert. Dieser Algorithmus soll die Interpretation der FEM-Ergebnisse vereinfachen, reproduzierbar machen sowie den manuellen Konstruktionsaufwand reduzieren.

4 Analyse des Spannungszustandes einer Schale

4.1 Schnittgrößen eines Schalenelementes

Stellt man eine Kräfte- und Momentenbilanz an einem Schalenelement auf, so ergibt sich folgendes Bild:



Abbildung 4.1: Schnittgrößen des Schalenelementes

Diese werden üblicherweise nicht absolut angegeben, sondern auf die Längeneinheit bezogen, was durch Kleinbuchstaben kenntlich gemacht wird.

Dabei sind:

- F_x, F_y bzw. n_x, n_y: Normalkräfte
- F_{xy}, F_{yx} bzw. n_{xy}, n_{yx}: Schubkräfte
- F_{xz}, F_{yz} bzw. q_{xz}, q_{yz}: Querkräfte
- M_x, M_y bzw. m_x, m_y: Biegemomente
- M_{xy}, M_{yx} bzw. m_{xy}, m_{yx}: Drill- oder Torsionsmomente

Aus den in Kapitel 2.2 gemachten Annahmen kann man analytisch oder mittels FEM die Spannungen in Schalenelementen berechnen. An den Schalenoberflächen erhält man einen zweidimensionalen Spannungszustand, während man im Inneren der Schale einen dreidimensionalen Zustand erhält, wobei $\sigma_z=0$ ist (vgl. Abbildung 4.2).



Abbildung 4.2: Spannungszustände im Plattenelement

Integriert man nun die Spannungszustände entsprechend Gl. 2.19, Gl. 2.24 und Gl. 2.29 für ein solches Schalenelement um die Schnittkräfte zu bestimmen, und legt dabei die Approximation von Love für dünne Schalen zu Grunde, dass der Spannungsverlauf in der Schale linear ist, so reichen für die Integration die Spannungszustände an den Oberflächen:



Abbildung 4.3: Elementspannungen berechnet durch FEM-Software

4.2 Analyse der Biegebeanspruchung

Unter diesen Annahmen lassen sich nun die Biegemomente direkt aus diesen Elementspannungen bestimmen:



Abbildung 4.4: Berechnung der Biegemomente

Mit den Gleichungen Gl. 2.21, Gl. 2.22 und Gl. 2.23:

$$m_x = \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_x(z) \cdot z \cdot dz \qquad \qquad \text{GI. 4.1}$$

$$m_{y} = \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_{y}(z) \cdot z \cdot dz$$
 GI. 4.2

$$m_{xy} = \int_{-s/2}^{s/2} \tau_{xy}(z) \cdot z \cdot dz$$
 GI. 4.3

(aus
$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$
 folgt $m_{xy} = m_{yx}$)

sowie

$$\sigma_x(z) = \sigma_x^{Z1} + \frac{\sigma_x^{Z2} - \sigma_x^{Z1}}{s} \cdot \left(z + \frac{s}{2}\right)$$

GI. 4.4
$$\sigma_y(z) = \dots$$

ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} m_{x} \\ m_{y} \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{12} s^{2} \begin{bmatrix} \sigma_{x}^{Z2} - \sigma_{x}^{Z1} \\ \sigma_{y}^{Z2} - \sigma_{y}^{Z1} \\ \tau_{xy}^{Z2} - \tau_{xy}^{Z1} \end{bmatrix}$$
GI. 4.5

Für den Sonderfall: $\sigma_x^{Z2} = -\sigma_x^{Z1}$ (neutrale Faser bei z=0) ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = -\frac{1}{6} s^2 \begin{bmatrix} \sigma_x^{Z1} \\ \sigma_y^{Z1} \\ \tau_{xy}^{Z1} \end{bmatrix}.$$
 GI. 4.6

Für die Sickengestaltung ist es von Interesse, den Biegespannungsanteil zu berechnen. Dies erreicht man, in dem man Gl. 4.6 durch das Widerstandmoment w_x teilt:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^{biege} \\ \sigma_y^{biege} \\ \tau_{xy}^{biege} \end{bmatrix} = \frac{1}{w_x} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \frac{s}{2I_x} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{bmatrix} = \frac{6}{s^2} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_y \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^{biege} \\ \sigma_y^{biege} \\ \tau_{xy}^{biege} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sigma_x^{Z2} - \sigma_x^{Z1} \\ \sigma_y^{Z2} - \sigma_y^{Z1} \\ \tau_{xy}^{Z2} - \tau_{xy}^{Z1} \end{bmatrix}$$
GI. 4.7
GI. 4.8

Definition:

Der 2D-Spannungszustand, der sich aus der Differenz der Spannungszustände an der Ober- und Unterseite der Schale ergibt, wird von nun an als **Biegespannungs**anteil (BSA) bezeichnet.

Die Momente, wie auch der entsprechende BSA, lassen sich auch in einem Mohrschen Spannungskreis darstellen:



Abbildung 4.5: Momente eines Plattenelementes im Mohrschen Spannungskreis

Aus dieser Betrachtung lassen sich nun wesentliche Information für die Sickenkonstruktion gewinnen:

Die Hauptmomente m₁ und m₂:

Dies sind die Werte der Biegemomente m_x und m_y bei dem Betrachtungswinkel φ , bei dem die Drillmomente $m_{xy}=m_{xy}=0$ sind. Das Verhältnis vom m_1 zu m_2 ist ein Maß für
die "Einachsigkeit" der Biegung: Je deutlicher die Betragsunterschiede sind, umso stärker ist die lokale Biegung in eine bestimmte Richtung ausgerichtet. Der betragsmäßige größere Wert der Hauptbiegespannung ist ein Maß für die maximale lokale Biegebeanspruchung.

Folgendes wird hiermit festgelegt:

Wie es auch bei der Betrachtung von Hauptdehnungen bzw. -spannungen von orthotropen Materialien üblich ist⁵¹, sei die 1. Hauptbiegespannung (1. HBS) die betragsmäßig größere:

$$|1. HBS| > |2. HBS|$$
 GI. 4.9

Der Winkel φ :

Dieser Winkel gibt die Richtung der 1. Hauptbiegespannung an. Das 1. Hauptmoment steht im 90°-Winkel zu diesem Vektor. Die 2. Hauptbiegespannung steht dann entsprechend um 90° verdreht zur 1. Hauptbiegespannung.



Abbildung 4.6: Winkelbeziehungen zwischen Hauptbiegespannungen und Hauptmomenten.

Für die hier gemachten Betrachtungen der Biegebeanspruchung der Schale ist das Vorzeichen der Hauptbiegespannungen ohne Bedeutung.

⁵¹ Vgl. z.B. Bendsøe / Sigmund 2003

4.3 Analyse der Membranbeanspruchung

Die Membrankräfte ergeben sich aus der Integration der Normal- und Schubkräfte über den Querschnitt (vgl. Gl. 2.16 - Gl. 2.18).

$$n_x = \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_x(z) \cdot dz \qquad \qquad \text{GI. 4.10}$$

$$n_y = \int_{-s/2}^{s/2} \sigma_y(z) \cdot dz \qquad \qquad \text{GI. 4.11}$$

$$n_{xy} = \int_{-s/2}^{s/2} \tau_{xy}(z) \cdot dz$$
 Gl. 4.12

(aus $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ folgt $n_{xy} = n_{yx}$)

mit Gleichung Gl. 4.4 ergibt sich:

$$\begin{bmatrix} n_{x} \\ n_{y} \\ n_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} s \begin{bmatrix} \sigma_{x}^{Z1} + \sigma_{x}^{Z2} \\ \sigma_{y}^{Z1} + \sigma_{y}^{Z2} \\ \tau_{xy}^{Z1} + \tau_{xy}^{Z2} \end{bmatrix}$$
GI. 4.13

Zur Bestimmung der maximalen Membranspannungen muss GI. 4.13 wegen des konstanten Spannungsverlaufes nur durch *s* geteilt werden:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^{membran} \\ \sigma_y^{membran} \\ \tau_{xy}^{membran} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sigma_x^{Z1} + \sigma_x^{Z2} \\ \sigma_y^{Z1} + \sigma_y^{Z2} \\ \tau_{xy}^{Z1} + \tau_{xy}^{Z2} \end{bmatrix}$$
GI. 4.14

Definition:

Der 2D-Spannungszustand, der sich aus dem Mittelwert der Spannungszustände an der Ober- und Unterseite der Schale ergibt, wird von nun an als **Membranspan-***nungsanteil* (MSA) bezeichnet.

4.4 Spannungszerlegung

Mit der definierten Biegespannung und der Membranspannung lässt sich nun die Spannungsverteilung in der Schale entsprechend zerlegen.



Abbildung 4.7: Spannungszerlegung in der Schale in Membran- und Biegespannungsanteile

Die Zerlegung der Beanspruchung in eine Zug- und eine Biegebeanspruchung für Bleche ist ein z.B. für die Lebensdauerberechnung von Blechen übliches Verfahren.⁵² Sie entspricht auf Spannungsebene der Zerlegung der Formänderungsenergie in Biege- und Membrananteile nach Gl. 2.39.

4.5 Darstellung von ebenen Spannungszuständen im Polardiagramm

Zur Visualisierung der Ausrichtung ebener Hauptspannungen eignet sich ein Polardiagramm sehr gut. Hierzu wird die Normalschnittspannung über den Betrachtungswinkel nach GI. 4.15 berechnet und aufgetragen.⁵³

$$\sigma(\varphi) = \sigma_x \cos^2 \varphi + \sigma_y \sin^2 \varphi - 2\tau_{xy} \sin \varphi \cos \varphi \qquad \text{GI. 4.15}$$

Ein Beispiel für diese Darstellung ist in Abbildung 4.8 gegeben.

⁵² Herrmann et al. 1995.

⁵³ Vgl. Issler / Ruoß 1997.



Abbildung 4.8: Darstellung eines 2D Spannungstensors im Polardiagramm

Vorteil der Polardiagramme ist, dass Verhältnis und Ausrichtung der 1. und 2. Hauptspannung des Spannungszustandes klar zu sehen ist. Während die Schaubilder von Spannungszuständen mit stark unterschiedlichen Hauptspannungen diese typische "Erdnuss-Form" annehmen, weisen Schaubilder bei nahezu gleich großen Hauptspannungen eine Kreisform im Polardiagramm auf.

Für die entsprechende Darstellung der Schubspannung kann der folgende Zusammenhang genutzt werden:

$$\tau(\varphi) = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\varphi + \tau_{xy} \cos 2\varphi \qquad \qquad \text{Gl. 4.16}$$

Mithilfe der Polardiagramme können nun noch einmal die Zusammenhänge zwischen den Spannungszuständen der Ober- und Unterseite der Schale sowie des Biegeund des Membranspannungsanteils gezeigt werden.



Abbildung 4.9: Darstellung der Spannungszerlegung im Polardiagramm

Folgende Aussagen können mithilfe der obigen Abbildung gemacht werden:

- die Hauptspannungen an der Ober- und Unterseite sind praktisch gleich groß und gleich gerichtet, woraus eine relativ große und gerichtete Membranspannungsverteilung resultiert.
- die Differenz zwischen Ober- und Unterseite ist gering und von praktisch konstantem Betrag. Hieraus resultiert eine kleine und konstante (kreisförmige) Biegespannungsverteilung.

→ Es dominiert eine Zugbeanspruchung bei 0° bei vergleichsweise geringer Biegung ohne Ausrichtung.

5 Optimalitätskriterien für die Versteifungswirkung von Sicken

5.1 Angenommene Vereinfachungen

Für die Untersuchungen dieser Arbeit werden die folgenden Annahmen zugrunde gelegt:

5.1.1 Linearelastische Materialeigenschaften

Sowohl für die unversickten wie auch die versickten Modelle wird ein linear elastisches Materialverhalten angenommen. Dies ist in der Realität oftmals nur in engen Grenzen erfüllt. Für das unversickte Ausgangsmodell hängt es neben der Belastungshöhe zunächst wesentlich von dem eingesetzten Material und dessen vorhergegangener Bearbeitung ab, ob ein annähernd linear elastisches Verhalten angenommen werden kann. Je nach Herstellprozess zum Einbringen der Sicken kann sich das Materialverhalten entsprechend weiter verändern. Durch die Kaltverformung eines Tiefziehprozesses kann es typischerweise zu einer Materialverfestigung und daraus resultierend zu anisotropem Materialverhalten oder Eigenspannungen kommen.

Diese Effekte wurden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Die Arbeit ist in der Sickenentwurfsphase angesiedelt, in der eine genaue physikalische Abbildung zunächst nicht im Vordergrund steht, sondern die Entwicklung eines Konzeptes für ein gutes Sickenbild. Nichtlineare Berechnungen erfordern einen deutlich höheren Rechenaufwand, dessen Nutzen in dieser frühen Phase in keinem Verhältnis zum Aufwand steht. Darüber hinaus wurde, wie im Stand der Forschung dargestellt, von Widmann⁵⁴ und Herrmann⁵⁵ experimentell nachgewiesen, dass für geringe Belastungen die linear elastische Rechnung genaue Ergebnisse, was das Steifigkeitsverhalten angeht, liefert. Die Kaltverformung beeinflusst in erster Linie das Festigkeitsverhalten des Materials (vgl. Kapitel 2.3.1, WI3). Quantitative

⁵⁴ Widmann 1984

⁵⁵ Herrmann et al 1995

Festigkeitsaussagen können jedoch nur bei einer exakten Geometriemodellierung gemacht werden, was hier nicht im Fokus stand.

5.1.2 Geometrische Linearität

Die Annahme der geometrischen Linearität, die die Rechenzeiten deutlich verkürzt, ist nur für kleine Verformungen zulässig. Bei größer werdenden Verformungen ist dann mit einer zunehmenden Rechenungenauigkeit zu rechnen. Da die unversickten Strukturen oft um Größenordnungen weicher sind als die versickten kommt es vor allem bei diesen zu relativ großen Verformungen und zu entsprechenden Ungenauigkeiten.

Als Ausgangspunkt für die Optimierung wurde dies in Kauf genommen. Da Verformungen durch die Versickung sehr stark reduziert werden, kommen die nichtlinearen Effekte der Ausgangsgeometrie entsprechend in der versickten Struktur nicht mehr in dieser Größenordnung vor.

Für eine realistische Abschätzung des Steifigkeitszugewinns für eine bestimmte Belastung im Vergleich zum Ausgangsmodell sollte vor allem bei größeren Verformungen eine geometrisch nichtlineare Vergleichsrechnung durchgeführt werden. Da infolge der Durchbiegung von Schalenstrukturen Biegespannungen in die vorteilhafteren Membranspannungen umgewandelt werden können, kann sich das Tragverhalten stark ändern.



Abbildung 5.1: Umwandlung von Biege- in Membranspannungen durch geometrische Nichtlinearität

5.1.3 Schalendicke

Während des Umformprozesses eines Bleches, als eines der häufigsten Herstellverfahren von Sicken, kommt es durch den unterschiedlichen Materialfluss zu lokaler Verdünnung der Blechdicke. Dieses Phänomen tritt vor allem in stark versickten Bereichen auf (Mehrfachsicken). Ziel ist es von Seiten der Fertigung, diese Abnahme der Blechdicke so gering wie möglich zu halten, da es sonst zum Reißen des Bleches während des Prozesses kommen kann. Die Abnahme der lokalen Blechdicke durch die Umformung lässt sich nur durch eine entsprechende Umformsimulation berechnen oder experimentell bestimmen. Auf diesen Aufwand soll in erster Näherung verzichtet werden. Experimentelle und rechnerische Untersuchungen haben ergeben, dass lokale Abnahmen der Materialdicke die globale Versteifungswirkung von Sicken nur relativ gering beeinflussen: nach Widmann steht der Aufwand der Übertragung der Blechdicken in keinem Verhältnis zur Erhöhung der Genauigkeit (vgl. Kapitel 2.3.1, WI2 & WI5). Auch die Proberechnungen von Schwarz haben ergeben, dass die Berücksichtigung der lokalen Blechdicken an einem Beispiel zu einer Steifigkeitsänderung von nur 3% geführt haben.

Aus diesem Grunde erscheint für die vorliegende Arbeit ohne weitere Untersuchungen die Annahme einer konstanten Schalendicke als zulässig.

5.1.4 Kopf- und Fußradien, Flankenwinkel

Nach einer Untersuchung von Herrmann ist der Einfluss dieser Parameter auf die Steifigkeit sehr gering. Vielmehr beeinflussen sie die lokal auftretenden Spannungen in hohem Maße. Somit sind Steifigkeitsbewertungen auch ohne genaue Modellierung dieser geometrischen Details möglich, genauere Spannungsbewertungen hingegen nicht.⁵⁶

Steifigkeitsbestimmende Parameter	Festigkeitsbeeinflussende Parameter
Länge der Sicke	Flankenwinkel
Breite der Sicke	Kopf- und Fußradius
 Tiefe (=Höhe) der Sicke 	 Form des Auslaufs und Auslaufwinkel

Tabelle 5.1: Einfluss der Sickengestaltparameter⁵⁶

Da es in erster Linie um Sickenentwürfe zur Steifigkeitserhöhung geht, und nur in zweiter Linie um Festigkeiten, wird auf eine exakte Abbildung von Flankengeometrien in der Arbeit verzichtet. Genauere Aussagen über Festigkeiten sind nur bei genauer Definition der Bauteilgeometrie nach der Konstruktion möglich.

⁵⁶ Herrmann 1997

5.2 Untersuchung der Versteifungswirkung von Sicken

Für die grundlegenden Untersuchungen der Versteifungswirkung von Sicken wird zunächst ein einachsiger Spannungszustand zugrunde gelegt. Des weiteren wird von einem konstanten Sickenquerschnitt über die Tiefe ausgegangen.



Abbildung 5.2: Biegebalken mit "Sicke"

In diesem Fall lässt sich die Stabtheorie auf den Sickenquerschnitt anwenden. Somit lassen sich die Spannungen im Zug- und Biegebereich mit folgenden Gleichungen bestimmen:

$$\sigma_{zug\max}(z) = \frac{M_b \cdot e_1}{I_x} \text{ mit } M_b = F \cdot z$$
 Gl. 5.1

Wobei M_b das eingeleitete Biegemoment, e_1 und e_2 die Abstände zum Flächenschwerpunkt und I_x das Flächenträgheitsmoment repräsentieren.

Vergleicht man die Spannungsverteilung einer unversickten Leitstützstruktur mit der einer versickten, so lässt sich dies folgendermaßen darstellen:



Abbildung 5.3: Spannungsverteilung innerhalb von unversickten und versickten Biegebalken

Führt man nun eine Spannungszerlegung im Ober- und Untergurt nach Kapitel 4.4 in Biege- und Membranspannungsanteile durch, kommt man zu folgendem Ergebnis:

Durch die Einbringung von Sicken werden Biegespannungsanteile in Membranspannungsanteile umgewandelt.



Abbildung 5.4: Spannungszerlegung in Ober- und Untergurt

Dies führt bei Biegebeanspruchung zu einer deutlich effizienteren und homogeneren Materialbelastung und senkt damit die maximal auftretenden Spannungen deutlich ab.

Für die Durchbiegung f an einer bestimmten Stelle gilt folgender Zusammenhang:

$$f(z) = K \frac{Fl^3}{EI_x}$$
Gl. 5.3

wobei K von der Belastungsverteilung, den Lagerbedingungen und von der Stelle, an der die Durchbiegung ermittelt werden soll, abhängt.

Somit ist, wie bei den Spannungen im Bauteil auch, für die Gesamtsteifigkeit das Flächenträgheitsmoment I_x des Querschnittes von zentraler Bedeutung.

Daher wird der Einfluss der Sickengestaltparameter auf das Flächenträgheitsmoment in den kommenden Kapiteln näher untersucht.

5.2.1 Bestimmung des Flächenträgheitsmoments einer Kastensicke

Die Kastensicke weist von allen Sickenquerschnitten aus Abbildung 2.1 bei vergleichbaren Abmessungen das höchste Flächenträgheitsmoment auf. Eine für die Übersichtlichkeit der Berechnung vereinfachte Darstellung dieses Falles findet sich in Abbildung 5.5.



Abbildung 5.5: Vereinfachte Zerlegung einer Kastensicke zur Berechnung des Flächenträgheitsmoments

Das Flächenträgheitsmoment I_x der Kastensicke lässt sich gemäß der Skizze wie folgt berechnen:

$$I_x = I_{x1} + I_{Steiner1} + I_{x2} + I_{Steiner2} + I_{x3} + I_{Steiner3}$$
 GI. 5.4

$$I_{x} = \frac{(b-a)s^{3}}{12} + e_{1}^{2}(b-a)s + 2\left(\frac{s(h-s)^{3}}{12} + e_{2}^{2}(s(h-s))\right) + \frac{as^{3}}{12} + e_{3}^{2}(as)$$
Gl. 5.5

Mit:

Blechdicke S = Sickenbreite (=Obergurtbreite) а = Untergurtbreite и = y-Abstand des Einzelschwerpunktes zum Gesamtschwerpunkt Sy, ges *e*₁,... = Breite der Sicke, d.h. Untergurt+Obergurt. b = Sickenhöhe h =

Die Höhe der y-Schwerlinie wird bestimmt mit:

$$S_{y,ges} = \frac{-s^2 + \frac{1}{2}sb + (h^2 + ha)}{-2s + b + 2h}$$
Gl. 5.6

Daraus ergeben sich für den relevanten Wertebereich ($s \ll a, s \ll h$) annähernd lineare Abhängigkeiten für den Gesamtschwerpunkt von s, h, b und a:

$$S_{y,ges} \approx f(s,h,a,b)$$
 GI. 5.7

Die Abstände der Einzelschwerpunkte ergeben sich aus:

$$e_1 = \left| \frac{s}{2} - S_{y,ges} \right|$$
Gl. 5.8

$$e_2 = \left| \frac{s+h}{2} - S_{y,ges} \right|$$
GI. 5.9

$$e_3 = \left| h + \frac{s}{2} - S_{y,ges} \right|$$
 GI. 5.10

5.2.2 Die Sickenhöhe

Wie in Gl. 5.5 zu sehen ist, hängt das Flächenträgheitsmoment in der 3. Potenz von der Sickenhöhe ab.

Daraus ergibt sich die in Abbildung 5.6 zu sehende Funktion. Sie steht im Einklang mit den Regeln KI1, OE7 und WI1 aus Kapitel 2.3.1. Es ist deutlich zu erkennen, dass der Zuwachs der Steinerschen Anteile den größten Anteil an der Versteifungswirkung hat. Um die maximale Versteifungswirkung zu erreichen, ist somit immer die maximal mögliche Sickenhöhe anzustreben.

Die erreichbare Sickenhöhe hängt dabei von unterschiedlichen Faktoren ab:

- Dem Sickenquerschnitt und allen damit verbundenen Radien und Längen wie z.B. Sickenbreite und Ziehkantenradius
- Werkstoff



Abbildung 5.6: Flächenträgheitsmoment über Sickenhöhe bei s=0,1, a=0,5, b=1.

(Nach WI6 hängt sie überraschenderweise nur gering von der Sickenanordnung ab.) Entsprechend komplex ist die letztendliche Bestimmung der maximalen Sickenhöhe. Wenn nicht genügend Erfahrungen aus ähnlichen Konfigurationen verfügbar sind, lassen sich für bestimmte konfigurationen mit Tabellenwerken Abschätzungen vornehmen. Ansonsten müssen entsprechende Tiefziehversuche oder Tiefziehsimulationen durchgeführt werden.⁵⁷

Aus konstruktiver Sicht ist die Sickenhöhe kein Optimierungsparameter, sondern wird durch die Randbedingen begrenzt und sollte aus mechanischer Sicht so groß wie möglich angenommen werden.

5.2.3 Die Sickenausrichtung

Obwohl aus fertigungstechnischer Sicht relativ große Freiheit bei der Gestaltung von Sickenanordnungen herrscht (vgl. Regeln OE13, WI7), können Sicken für eine Versteifungswirkung auf Biegebeanspruchung nicht beliebig geformt und angeordnet werden. Eine ungünstige Anordnung kann zu einer nur geringen Verbesserung oder gar zu einer Verschlechterung der Steifigkeit führen (vgl. z.B. OE4, OE9). Eine der Hauptaufgaben bei der Konstruktion von versickten Leitstützstrukturen ist daher die

⁵⁷ Vgl. Dannemann / Widmann 1984 und Widmann 1984

Bestimmung der idealen Sickenausrichtung und eine entsprechende Anordnung der Sicken.

Für die Bestimmung der idealen Sickenausrichtung, bzw. der Sickenanordnung in der Schale ist eine einfache Betrachtung über die Balkentheorie nicht mehr möglich. Da eine analytische oder experimentelle Untersuchung hierfür sehr aufwendig ist, soll der Zusammenhang zwischen der Sickenausrichtung und der Erhöhung der Biegesteifigkeit an einem FEM-Modell gezeigt werden. Das Modell repräsentiert eine runde Scheibe mit einer mittig angeordneten geschlossenen Sicke:



Abbildung 5.7: Runde Stahlscheibe mit geschlossener Sicke in der Mitte.

Dieses Modell wird nun unter verschiedenen Winkeln auf Biegung belastet. Die Vorgehensweise hierfür ist in Abbildung 5.8 illustriert. Unter einem Winkel α wurde ein Kreisbogen von 30°, d.h. 25 FEM-Knoten, mit jeweils 1 Newton belastet. Genau gegenüber wurde ein entsprechender Kreisbogen in allen sechs Freiheitsgraden fixiert. Die hierbei auftretende Verschiebung an der Lasteinleitung wurde für α von 0° bis 90° in 7,5° Schritten mittels der FEM berechnet und in Relation zur entsprechenden Verschiebung der unversickten Kreisscheibe aufgetragen. Somit entspricht dieser Versuch prinzipiell den von Oehler für den Einfluss von Sicken auf den Knickwiderstand durchgeführten Versuchen (Regel OE9⁵⁸).

⁶⁴

⁵⁸ Oehler / Weber 1972

Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.9 über die Lasteinleitungswinkel aufgetragen. Es ist deutlich zu sehen. dass der Einfluss der Sickenausrichtung zur Belastungsrichtung sehr groß ist. Im idealen Fall, d.h. wenn die Sicke genau senkrecht zum Biegemomentenvektor, bzw. in Richtung der Hauptbiegespannung, steht, wird die Verschiebung auf rund 30% im Vergleich zum unversickten Blech reduziert. Kleinere Abweichungen in der Ausrichtung bis ca. 15° sind dabei zunächst noch durchaus akzeptabel, da die Biegesteifigkeit zunächst nur langsam abnimmt. Im weiteren Verlauf jedoch fällt die Biegesteifigkeit immer mehr ab, so dass bei 45° die Verschiebung bereits 80% des unversickten Bleches angenommen hat. Im schlechtesten Fall, wenn der Biegemomentenvektor parallel zur Sicke steht, liegt die maximale Verschiebung bei ca. 90%. Bei einer offenen Sicke wären in diesem Fall, dieser Richtung keinerlei Steinersche Anteile da in mehr das Flächenträgheitsmoment erhöhen würden, sogar mit 100%, bei geometrisch nichtlinearer Rechnung auch mehr⁵⁹, zu rechnen. Daher kann die Einbringung einer Sicke auch näherungsweise als orthotropes Materialverhalten betrachtet werden.



Abbildung 5.8: FEM-Randbedingungen zur Untersuchung des Einflusses der Sickenausrichtung

Hieraus wird deutlich, wie wichtig die Ausrichtung einer Sicke für deren Versteifungswirkung auf eine Schalenstruktur ist. Eine Betrachtung der Biegezustände in der

⁵⁹ Vgl. Schwarz 200X



Struktur ist für die Konstruktion hochwertiger Sickenanordnungen daher unumgänglich.

Abbildung 5.9: Relative maximale Verschiebung der Stahlscheibe über Kraftangriffswinkel α

Die maximale Versteifungswirkung hat die Sicke, wenn sie genau parallel zur 1. Hauptbiegespannung liegt.

→ Daraus folgt das erste Optimalitätskriterium für eine Sickenanordnung:

Für eine maximale Versteifungswirkung einer Sicke muss sie parallel zur 1. Hauptbiegespannung ausgerichtet sein.

Dies entspricht den in Kapitel 2.3.2.3 dargestellten Untersuchungen der Optimierung von schubschwachen orthotropen Materialien. Das entsprechende Optimalitätskriterium der spannungsbasierten Methode besagt, dass die Materialen der größeren Hauptspannung nach ausgerichtet werden müssen. In diesen Untersuchungen wurde das Optimalitätskriterium genutzt, um orthotrope Materialien entsprechend iterativ zu drehen, um ein Optimum zu finden. Grundlage war der Ansatz, dass sich das Spannungsfeld durch die Verdrehung der Orthotropie nicht, bzw. nur wenig ändert.

Hier nun soll folgende Hypothese anwendet werden:

Hypothese für die Bestimmung der optimalen Sickenausrichtung:

Wenn sich durch die Einbringung der optimal orientierten Sicken die Biegerichtungen aus dem unversickten Modell nicht (oder nur wenig) ändern, so kann man aus den Biegerichtungen der isotropen Rechnung direkt die optimalen Sickenrichtungen bestimmen.

Sollte sich diese Hypothese in guter Näherung in der Praxis bestätigen, so hätte dies gegenüber den bisherigen Vorgehensweisen einige Vorteile:

- Die Sickenorientierung ist direkt vorhersagbar, ohne iterativen Prozess, ohne zusätzlichen Optimierer.
- Sie erfordert einen sehr geringen Rechenaufwand.
- Sie ist prinzipiell mit jedem Standard FEM-Solver durchführbar.
- Dies ermöglicht ein einfaches und verständliches Vorgehen.

Für diese Methode ist die Bestimmung der Richtung der 1. Hauptbiegespannung, d.h. der Hauptbiegerichtung, notwendig. Dies kann mit der Finite-Elemente-Methode auch für komplexe Geometrien mit geringem Rechenaufwand aus den Elementspannungen an Schalenober- und -unterseite gemäß Gl. 4.8 erfolgen.

Sollte die Hypothese gültig sein, so sollten sich die Ergebnisse von Luo⁶⁰, der mit seinem Ansatz ebenfalls die ideale Sickenorientierung bestimmt, direkt reproduzieren lassen. Aus diesem Grunde wurden seine Beispiele nachmodelliert und die Richtungen der 1. HBS der isotropen Rechnung in Abbildung 5.10 im Vergleich dargestellt.



Luos optimierte Sickenorientierung für zentrische Normalkraft



1. Hauptbiegespannung für zentrische Normalkraft

⁶⁰ Luo / Gea 1998a









Abbildung 5.10: Gegenüberstellung der Ergebnisse von Luo⁶⁰ und der berechneten 1. Hauptbiegespannung

Der Vergleich zeigt eine nahezu 100%ige Übereinstimmung der auf unterschiedlichen Wegen bestimmten idealen Sickenorientierungen. Für diese Fälle ist die Hypothese der direkten Methode erfüllt, bzw. gleichwertig den Ergebnissen der energiebasierten Methode.

Da die Darstellung der Biegerichtungen meistens zu Linienzügen führt, werden im weiteren Verlauf der Arbeit die Biegerichtungen auch als *Biegetrajektorien* bezeichnet.

5.2.4 Der Versickungsgrad

Für die Schnittbetrachtung einer Kastensicke ist auch der Versickungsgrad und somit das Verhältnis von Obergurtbreite zu Untergurtbreite (vgl. auch Kapitel 2.1.5, Gl. 2.1) von Bedeutung:

$$\varphi = \frac{A_{Obergurt}}{A_{Untergurt}} = \frac{a}{u} = \frac{a}{b-a}$$
 GI. 5.11

Da die Schwerpunktsabstände e_1 , e_2 und e_3 der Einzelflächen linear von der Sickenbreite a abhängen, ergibt sich für die Steinerschen Anteile I_{Steiner1} und I_{Steiner3} aus GI. 5.4 eine Abhängigkeit von a^3 , d.h.

$$I_x = f(a^3,...)$$
 Gl. 5.12

Im relevanten Bereich von $b \in [0..1]$ hat I_x ein Maximum bei ϕ =1, wie in Abbildung 5.11 zu sehen ist.



Abbildung 5.11: Abhängigkeit des Flächenträgheitsmomentes vom Versickungsgrad.

Daraus lässt sich ableiten, dass der optimale Versickungsgrad einer einachsig biegebeanspruchten Schalenstruktur mit Kastensicken bei φ =1 liegen muss. Für einen in der Praxis üblichen Flankenwinkel α <90° gilt das entsprechend: Ein Maximum der Biegesteifigkeit wird immer dann erreicht, wenn die y-Schwerelinie des Gesamtquerschnitts genau auf halber Sickenhöhe liegt. Dies ist immer dann der Fall, wenn der Flächeninhalt der Untergurte der Fläche der Obergurte entspricht.

→ Hieraus kann man das zweite Optimalitätskriterium für eine Sickenanordnung aufstellen:

Für eine maximal biegesteife Sickenanordnung muss ein Versickungsgrad von φ =1 erreicht werden.

Obwohl Oehler und Kienzle diese Beobachtung durch Versuche bestätigen können (KI2, OE6), hat Oehler diese Regel für seine Gestaltungsvorschläge nicht umgesetzt. So merkt Schwarz im FAT Sickenatlas an, dass mittels CAE-Methoden bestimmte Sickenbilder einen deutlich höheren Versickungsgrad aufweisen wie die "klassischen" Sickenbilder.⁶¹ Diese haben einen deutlich geringeren Versickungsgrad als 1 und damit verbunden eine geringere Effizienz.

⁶¹ Vgl. Schwarz 2002, S. 43.

Setzt man den Versickungsgrad von 1, d.h. a=½b in Gl. 5.5 ein, erhält man folgende Gleichung:

$$I_{x,Sickenprofil} = \underbrace{\frac{1}{12}s^{3} \cdot b}_{\substack{\text{Ix von Ober-und}\\\text{Untergurt}}} + \underbrace{\frac{1}{4}sh^{2} \cdot b}_{\substack{\text{Steinersche Anteile}\\\text{von Ober-und Untergurt}}} + \underbrace{\frac{1}{6}(h-s)^{3} \cdot s}_{\substack{\text{Ix der}\\\text{Sickenflanken}}}$$
GI. 5.13

5.2.5 Das Sickendesigngebiet

Wie bereits dargestellt, beruht der Effekt von Sicken auf der Erhöhung des Flächenträgheitsmomentes und wirkt damit, wenn man die Zunahme der Querschnittsfläche vernachlässigt, nur auf die Biegeanteile in der Schale versteifend.

In Bereichen, in denen hauptsächlich Membranspannungen vorliegen, führt die Einbringung von Sicken nur zu einer entsprechend geringen Versteifungswirkung. Im Falle einer senkrecht auf eine Sicke wirkenden Zugbelastung kann sie durch einen "Zieharmonika-Effekt" die Herabsetzung der Steifigkeit verursachen.



Abbildung 5.12: "Zieharmonika-Effekt" einer Sicke unter Querzug

Somit gibt es neben dem vorhandenen Bauraum zwei Haupteinflussfaktoren für das Sickendesigngebiet:

- aus Kostengründen sollten die umzuformenden Bereiche klein gehalten werden (vgl. OE1).
- der "Ziehharmonika-Effekt" durch eine entsprechend gerichtete Zugbeanspruchung sollte vermieden werden.

Vor diesem Hintergrund lassen sich durch die Berechnung der Membran- und Biegeanteile und deren getrennte Betrachtung weitere Informationen zur Sickenkonstruktion gewinnen. p=-100 p=-100 p=-100 p=-100

Ein Beispiel soll dies verdeutlichen:

Abbildung 5.13: Modell Haube mit kombinierter Belastung

Das FEM-Modell "Haube" wird dazu einer mehrfachen Belastung gleichzeitig unterworfen. Zum einen wird an der unteren Kante, wie beim Standardmodell, gezogen, um eine Zugbelastung im senkrechten Bereich und eine Biegebelastung im waagrechten Bereich zu erzeugen. Überlagert wird eine starke Zugbelastung an der linken und rechten Kante des Modells. Betrachtet man nun die maximalen Hauptspannungsbeträge der Haube (Abbildung 5.14 links) entsteht der Eindruck, die Haube sei über die ganze Fläche homogen belastet.



Max(Hauptspannung) Max(Hauptmembransp.) Max(Hauptbiegesp.)

Abbildung 5.14: Aufteilung der Gesamtbelastung in Membran und Biegeanteil

Teilt man jedoch nun die Hauptspannungen in Hauptmembranspannungen und Hauptbiegespannungen auf, so erhält man ein differenzierteres Bild von der Belastung: Nur im waagrechten Anteil der Haube liegt eine Biegebeanspruchung vor, während der senkrechte Anteil nahezu rein unter Zug steht. Hieraus lässt sich direkt ableiten, dass eine Versickung der Struktur zur Maximierung der Biegesteifigkeit vor allem im waagrechten Bereich effizient ist.



Hauptmembranspannungsvektoren

Hauptbiegespannungsvektoren

Abbildung 5.15: Hauptspannungsvektoren für die kombiniert belastete Haube

Somit ist die Beziehung zwischen Biegespannungsanteilen und Membranspannungsanteilen von entscheidender Bedeutung für die Bestimmung des Versickungsortes.

Mögliche (und kombinierbare) Ortskriterien für die Entscheidung über das Designgebiet sind neben fertigungstechnischen Aspekten:

- Die Höhe der vorhandenen Biegespannung: Aus den Festigkeitswerten ableitbares Kriterium, ab wann eine Sicke nicht mehr sinnvoll ist.
- Verhältnis von 1. HBS zur 1. HMS: Bereiche, die unwesentlich durch Biegung belastet werden bzw. wo der Zug dominiert, werden nicht versickt.
- Der Membranspannungsanteil, der quer zur Sicke wirkt: dies ist der Anteil der Membranspannung, der sich negativ auf die Versteifungswirkung der Sicke auswirkt. (Siehe Abbildung 5.16.) Wird ein Grenzwert überschritten, wird nicht mehr versickt.
- Ein Versickungsflächenlimit: Der Konstrukteur will sich selbst an ein sinnvolles Flächenlimit herantasten oder nicht überschreiten, z.B. aus fertigungstechnischen Gründen.



Abbildung 5.16: Quer zur Sicke wirkender Membranspannungsanteil

Da sich beliebig kleine Sickenbreiten nicht technisch sinnvoll realisieren lassen, besteht zusätzlich die Notwendigkeit, bei unterschiedlichen Sickenausrichtungen benachbarter Bereiche im Sickendesigngebiet Prioritäten bei der Sickenkonstruktion einzuräumen.

→ Zur Bestimmung und Priorisierung des Sickendesigngebietes wird das dritte Optimalitätskriterium genutzt:

Die Effizienz der Versteifungswirkung von Sicken steigt mit der Höhe der lokalen Biegebelastung innerhalb der Leitstützstruktur. Die Grenzen des sinnvollen Designgebietes hängen von unterschiedlichen, noch genauer zu untersuchenden, Kriterien ab.

Der Einfluss der Membrankräfte darf jedoch nicht überbewertet werden. Wie in dem gezeigten Beispiel in Abbildung 5.13 zu sehen ist, mussten die Zugkräfte an der linken und rechten Kante um den Faktor 100 höher sein als die Kräfte an der unteren Kante, um eine betragsmäßig vergleichbare Membranspannung der Haube im Vergleich zur Biegespannung zu erzeugen. In der Praxis sollte man sich versichernd, dass ein überwiegend biegebeanspruchtes Bauteil vorliegt, und somit eine Versickung sinnvoll ist.

5.2.6 Die "theoretisch optimale Sicke"

Dem Ansatz von Luo zufolge lässt sich der Effekt einer Sicke auf die Erhöhung der Biegesteifigkeit beschränken.⁶² Membran- und Schubsteifigkeit bleiben in erster Näherung von der Sicke unbeeinflusst. Nimmt man nun an, dass die Biegungen ausschließlich in eine Richtung ausgeprägt sind und die Sicken bereits ideal orientiert sind, so kann man diese Situation durch ein Material annähern, das die Schub- und Membransteifigkeit des Ausgangsbleches hat, aber die Biegesteifigkeit des versickten Bleches. Der Unterschied zu Luos Ansatz ist hier, dass man bei einachsiger Biegung die Biegesteifigkeit isotrop annehmen kann. Dies ermöglicht es, mittels der einer FEM-Analyse eine schnelle Abschätzung des theoretischen Optimums zu bekommen. Dies setzt jedoch voraus, dass die Elementformulierung es erlaubt, die Biege- und Membransteifigkeit getrennt zu definieren. In MSC.Nastran kann man hierfür das Flächenträgheitsverhältnis ("Bending moment of inertia ratio", BMIR) in den Elementeigenschaften erhöhen. Hierzu wird parallel zu Luos Ansatz in Gl. 2.11 folgender Ansatz gemacht:

$$BMIR = \frac{\widetilde{I}_{x,Sickenprofil}}{\widetilde{I}_{x,flach}}$$
Gl. 5.14

Die Tilde bedeutet die Normierung der Flächenträgheitsmomente auf Einheitslänge (Einheit: mm⁴/mm). $\tilde{I}_{x.Sickenprofil}$ lässt sich mittels Gl. 5.13 bestimmen:

$$\widetilde{I}_{x,Sickenprofil} = \frac{I_{x,Sickenprofil}}{b} = \frac{1}{12} \frac{s^3}{12} + \frac{1}{4} \frac{sh^2}{sh^2} + \frac{1}{6b} \frac{(h-s)^3 \cdot s}{\frac{I_x \text{ von Ober-und}}{Sickenflanken}}$$
GI. 5.15

In der Praxis werden dabei die Steinerschen Anteile von Ober- und Untergurt dominieren (vgl. Abbildung 5.6).

 $\tilde{I}_{x, flach}$ wird dem flachen Ausgangszustand entsprechend wie folgt bestimmt:

$$\tilde{I}_{x,flach} = \frac{I_{x,flach}}{b} = \frac{1}{12}s^3$$
 GI. 5.16

Da in der Realität nur in Ausnahmefällen die Biegung rein einachsig sein wird, sind die Abschätzungen, die mit diesem Ansatz gemacht werden, immer zu optimistisch, d.h. in der Praxis nicht erreichbar.

⁶² Luo / Gea 1998a

Mechanisch gesehen simuliert man hier eine Doppelschale mit der Sickenhöhe als Abstand und halber Schalendicke als Einzeldicke plus dem Effekt der Erhöhung der Querschnittsfläche durch die Sickenflanken.



Abbildung 5.17: Annäherung einer idealen Sicke durch eine Doppelschale

Dieses theoretische Optimum kann mit einem Sickenmuster nicht erreicht werden, da reale Sicken nicht die Biegesteifigkeit in alle Richtungen erhöhen. Luos Ansatz mit orthotropen Elementen ist hier deutlich realistischer, setzt aber die Kenntnis über die ideale Ausrichtung voraus. Ein Vergleich der Versteifungswirkung für das Modell aus Abbildung 5.10 mit zentrischer Normalkraft ergibt für Luos Ansatz einen Versteifungsfaktor mit Nastran von 5,2. Für den isotropen idealen Ansatz ergibt sich ein Versteifungsfaktor von 8,0. Der Unterschied von Faktor 1,52 erscheint eine realistische Überschätzung zu sein.

Diese Methode ist somit für eine Abschätzung des Verbesserungspotenzials durch Sicken geeignet. Sollte sich nur eine geringe Verbesserung ergeben, so ist es fraglich, ob Sicken das richtige konstruktive Mittel zur Erhöhung der Steifigkeit sind.

5.2.7 Verifikation der optimalen Sickenrichtung und Potenzialabschätzung

Hat man die optimale Sickenrichtung bestimmt, so kann man diese als Winkel θ in GI. 2.42 nutzen um die Versteifungseffekte der Sickenrichtung mit der orthotropen Materialmodellierung nach Luo zu untersuchen, ohne zunächst reale Sicken einzubringen.

Zum einen lassen sich aus dem Ergebnis dieser orthotropen FEM-Analyse wieder die Biegetrajektorien bestimmen. Ist die Richtung wirklich optimal, muss das erste Optimalitätskriterium erfüllt sein, d.h. die Biegetrajektorien müssen entlang der Sickenrichtung ausgerichtet sein.

Andererseits kann man dem Ergebnis entnehmen, welche Versteifungswirkung maximal durch eine konstruktive Umsetzung zu erreichen ist. Bei der Umsetzung wird man es nicht schaffen, die Sicken immer ideal an die vorgegebenen Richtungen anzupassen, wie das mit einer orthotropen Materialmodellierung möglich ist. Liegt

man jedoch zu weit von der optimalen Versteifungswirkung weg, können evtl. konstruktive Korrekturen, z.B. an Kreuzungsstellen, vorgenommen werden.

Die Spannungen, die sich aus diesen Vorgehensweisen ergeben, sind nicht direkt nutzbar, da die Sickengeometrie nicht abgebildet wird, nur ihre Steifigkeit.

6 Darstellung der Gesamtmethodik für die Sickenentwicklung

Aus den Untersuchungen zu den mechanischen Eigenschaften von versickten Leitstützstrukturen lassen sich nun folgende Rückschlüsse ziehen:

Auch wenn nach Herrmann⁶³ die Länge, die Breite und die Höhe der Sicke als steifigkeitsbestimmende Parameter identifiziert wurden, so sind diese nicht die Designvariablen einer Steifigkeitsoptimierung. Die Untersuchungen zeigen den eindeutigen Zusammenhang zwischen diesen Parametern im technisch relevanten Wertebereich und der Steifigkeit:

Die Sickenhöhe sollte aus mechanischer Sicht hinsichtlich der Biegung so hoch wie fertigungstechnisch und konstruktiv möglich gewählt werden.

Die Breite einer Sicke, bzw. die Profilbreite, die idealerweise zu 50% aus Obergurt und zu 50% aus Untergurt besteht, sollte so schmal wie möglich gewählt werden. Zum einen erhöht sich dadurch der Flächenträgheitsanteil der Sickenflanken nach Gl. 5.15, zum anderen ermöglicht dies eine bessere Anpassung der Sicken an die lokalen Biegerichtungen.

Die Länge einer Sicke hängt davon ab, wie groß der Designraum bzw. die biegebelasteten Bereiche sind.

So sind all diese Parameter den Nebenbedingungen zuzuordnen.

Einen wichtigen steifigkeitsbestimmenden Parameter für dreidimensionale Sickenanordnungen hat Hermann in seiner Liste nicht aufgeführt: die Sickenorientierung. Sie kann im Designgebiet frei gewählt werden und hat durch den orthotropen Charakter von Sicken einen sehr starken Einfluss auf die Versteifungswirkung. Sie ist damit die Designvariable der Optimierung mit dem Ziel, die Steifigkeit der Struktur zu maximieren.

Ein notwendiges, aber nicht hinreichendes Optimalitätskriterium für das Optimum ist, dass im endgültigen Sickenentwurf die Biegetrajektorien parallel zu den Sicken laufen. Dieses Optimalitätskriterium ist von zentraler Bedeutung und dient zur Verifikation der Optimierung.

⁶³ Herrmann 1997.

Für den Konstrukteur endet der Sickenentwurf nicht mit der Bestimmung der Sickenorientierung. Das Optimierungsergebnis stellt einen Idealfall dar: Viele kleine "Elementarsicken" ohne geometrische Einschränkungen, ohne Berücksichtigung eines Fertigungsprozesses. Eine konstruktive Interpretation der Sickenrichtungen sollte schnell, zuverlässig und reproduzierbar zu einer praxisgerechten und umsetzbaren Ausgestaltung der Sickenanordnung führen, und dabei die erzielten mechanischen Eigenschaften so weit wie möglich erhalten.

Daher wird folgende Vorgehensweise für den Entwicklungsprozess der Sickenanordnung vorgeschlagen:



Abbildung 6.1: Gesamtmethodik zur Entwicklung der idealen Sickenanordnung

In den folgenden Kapiteln werden die einzelnen Schritte und die Durchführungsmöglichkeiten an folgendem Beispiel erläutert und demonstriert.

Das Beispiel entspricht der schon bisher betrachteten Haube mit veränderten Randbedingungen. Die Einspannung an der oberen Kante wurde im mittleren Bereich gelöst, und es wird nur noch an der unteren Kante mittig gezogen (vgl. Abbildung 6.2).



Abbildung 6.2: Belastung des Modells "Haube" unter Biegung

7 Voruntersuchungen zur Sickenoptimierung

7.1 Spannungsanalyse, Bestimmung des Designgebietes

Ob eine Struktur für eine Versickung geeignet ist, hängt wesentlich davon ab, was man mit der Versickung erreichen will. Steht man vor einem Festigkeitsproblem, so ist eine Betrachtung der 1. Hauptbiegespannung sinnvoll. Dies beantwortet die Frage, ob im versagenskritischen Bereich die Biegespannung eine entscheidende Rolle spielt. Dieser Spannungsanteil kann dann mit einer entsprechenden Versickung in diesem Bereich in deutlich niedrigere Membranspannungen umgewandelt werden.





max. 1. Hauptbiegespannung

Abbildung 7.1: Untersuchung des Biegeanteils in festigkeitskritischen Bereichen

Im vorliegenden Fall ist in Abbildung 7.1 zu sehen, dass es im Bereich der Einspannung, durchaus zu Festigkeitsproblemen kommen kann. Ein Vergleich mit der 1. Hauptbiegespannung (Abbildung rechts) zeigt, dass dies ursächlich an den Biegespannungen liegt. Eine Versickung in diesen hoch belasteten Bereichen wird das Spannungsniveau stark senken.

Für den Umkehrschluss, welche Bereiche aus mechanischen Gründen besser nicht versickt werden sollten, ist die folgende Darstellung sehr nützlich:



Abbildung 7.2: 1. Hauptbiegespannung/1. Hauptmembranspannung (gekappt bei 2)

Sie zeigt sehr deutlich, in welchen Bereichen die Membranbelastung die Biegebelastung überwiegt. In diesen Bereichen, hier hell dargestellt, ist eine Versickung nicht oder wenig sinnvoll.

Auch für die anderen, in Kapitel 5.2.5 dargestellten Kriterien für das Sickendesigngebiet, lassen sich hilfreiche Spannungsplots erzeugen.

7.2 Potenzialabschätzung

Liegt ein Steifigkeitsproblem vor, ist es sinnvoll, den Effekt der "optimalen" Sicke zur Potenzialabschätzung zu berechnen. Für das vorliegende Problem wurden die folgenden Konstruktionsdaten der Sicken, angepasst an den Maßstab der Haube, angenommen und der sich daraus ergebende Versteifungsfaktor für die Biegesteifigkeit bestimmt:

Blechdicke	=	0,5	mm
Sickenhöhe	=	1	mm
Profilbreite	=	4	mm

daraus ergibt sich für die Flächenträgheitsmomente:

$\widetilde{I}_{x,flach}$	=	0,01042	mm ³
$\widetilde{I}_{x,Gurte}$	=	0,01042	mm ³
$\widetilde{I}_{x,Steiner}$	=	0,125	mm ³
${\widetilde{I}}_{x,Flanken}$	=	0,00260	mm ³
$\widetilde{I}_{x,Sickenprofil}$	=	0.13802	mm ³
$BMIR = \frac{\widetilde{I}_{x,Sickenprofil}}{\widetilde{I}_{x,flach}}$	=	13,25	

Mit diesem Faktor wurde eine isotrope FEM-Analyse durchgeführt. In diesem Falle wurden alle Elemente des Modells entsprechend versteift. Im senkrechten, praktisch ausschließlich zugbelasteten Bereich, hat die reine Erhöhung der Biegesteifigkeit keine Auswirkung auf das Ergebnis.

Durch diese Erhöhung ist die maximale Verschiebung im Original-Modell von 0,442mm auf 0,039mm, also um den Faktor 11,3 zurück gegangen.

Dies zeigt deutlich, dass die auftretende Biegebelastung dominierend die Verschiebung des Modells verursacht. Sofern konstruktiv möglich, sind Sicken in diesem Fall ein geeignetes Mittel zur Erhöhung der Steifigkeit.

8 Bestimmung und Verifikation der optimalen Sickenorientierung

In diesem Schritt soll nun die Sickenorientierung bestimmt werden, die zu einer Maximierung der Steifigkeit führt. Dies ist eine nichtkonvexe Optimierungsaufgabe und, wie bei Luo⁶⁴ gesehen, eng mit dem Problem der Suche nach der optimalen Ausrichtung orthotroper Werkstoffeigenschaften verwandt.

Es gibt verschiedene Möglichkeiten die optimale Orientierung zu bestimmen, wobei hier ausschließlich diejenigen betrachtet werden sollen, die auf der Ausgangsgeometrie aufsetzen, z.B. durch das schon beschriebene orthotrope Materialverhalten. Dieser Ansatz wird aus folgenden Gründen favorisiert:

- Nur bei flachen, oder relativ schwach gekrümmten Modellen lassen sich die Normalkräfte und Biegemomente mechanisch getrennt betrachten. Sobald Sicken in das Modell eingebracht werden, kommt es durch die einhergehenden starken Krümmungen zu starken gegenseitigen Wechselwirkungen. So kann es passieren, dass durch eingebrachte Sicken neue lokale Biegeanteile entstehen, die durch neue, quer verlaufende Sicken wieder kompensiert werden sollen. Die eventuell günstigere Drehung der Ausgangssicke könnte durch diese lokalen Effekte verdrängt werden.
- Einmal "geometrisch versickte" Bereiche lassen sich nur sehr schwer korrigieren, ohne weitreichend die Sickengeometrie wieder neu zu erzeugen. Beim orthotropen Ansatz lässt sich die Sickenorientierung hingegen sehr einfach und kontinuierlich verändern und somit auf die Rückwirkung der Sicken auf die Biegetrajektorien reagieren.
- Wurde eine Sickenrichtung bestimmt, lässt sich mit relativ geringem Aufwand durch die orthotrope Berechnung die Versteifungswirkung und die Rückwirkung der Sicken auf die Biegetrajektorien abschätzen (Verifikation und Potenzialabschätzung).

⁶⁴ Luo / Gea 1998a.

Natürlich bringt eine Abstraktion wie die Abbildung einer 3D-Sickengeometrie durch ein orthotropes Material auch Nachteile mit sich:

- Die Reduktion der Schubsteifigkeit, z.B. bei Schubbelastung von versickten Platten, durch die Sicken wird vernachlässigt.
- Überschätzung der erreichbaren Steifigkeiten durch beliebig modellierbare, nicht konstruktiv umsetzbare Sickenverläufe.
- Abhängigkeit von der Fähigkeit des FEM-Solvers, "biegeorthotrope" Schalen abbilden zu können.
- Es können keine Spannungs- oder Festigkeitsaussagen gemacht werden. Hierzu ist eine Ausgestaltung der Sicke notwendig.

Zur Bestimmung der optimalen Sickenorientierung werden nun drei Wege vorgeschlagen:

- Bestimmung mit einem speziellen Algorithmus f
 ür orthotrope Werkstoffe, z.B. nach Luo^{64,65}.
- Bestimmung durch die Berechnung der Biegetrajektorien aus den Elementspannungen einer isotropen FEM-Analyse mit realen Membran- und Biegeeigenschaften.
- Bestimmung durch die Berechnung der Biegetrajektorien aus den Elementspannungen einer isotropen FEM-Analyse mit optimalen isotropen Biegeeigenschaften.

Der erste Weg wurde nicht genauer untersucht. Wie bei den Voruntersuchungen in Kapitel 5.2.3 gezeigt wurde, ist es möglich durch die Berechnung der Biegetrajektorien von isotropen Modellen auf vergleichbare Sickenorientierungen zu kommen, so dass eine Umsetzung eines speziellen Algorithmus zurückgestellt wurde. Für Fälle jedoch, in denen die "einfache" Biegetrajektorien-Methode versagt (siehe später), wäre eine Vergleichsrechnung mit einem speziellen Algorithmus von Interesse.

Das zweite Verfahren ist neu und mit Standard Methoden und Werkzeugen umsetzbar. Seine Möglichkeiten und Grenzen sollen hier dargestellt werden.

Das dritte Verfahren ist eine Weiterentwicklung des zweiten Verfahrens, welches in bestimmten Anwendungsfällen deutliche Vorteile bringt. Es setzt aber die Möglichkeit voraus, wie beschrieben die Biegesteifigkeit in der Elementformulierung zu erhöhen. Die Vorgehensweise wird in einem Beispiel am Ende der Arbeit demonstriert.

⁶⁵ Luo / Gea 1998b.

Die weiteren Schritte der Methode sind davon unabhängig, wie die Sickenorientierung bestimmt wurde.

8.1 Bestimmung der Sickenorientierung durch Biegetrajektorien

Wenn man

- die Rückwirkung von Sicken auf die Biegetrajektorien vernachlässigen und
- von einem einachsig dominierten Biegezustand ausgehen kann,

dann kann man aus den Biegetrajektorien, wie sie in Kapitel 5.2.3 dargestellt sind, direkt die optimale Sickenorientierung ablesen. Der im selben Kapitel dargestellte Vergleich mit den Lösungen von Luo scheint dies zu bestätigen.

Dieses Verfahren hat deutliche Vorteile:

- Es ist einfach, schnell und direkt anzuwenden, kein iterativer Prozess.
- Es ist FEM-Solver unabhängig.
- Die Berechnung der Richtung benötigt wenig Aufwand.
- Man erhält überwiegend deutliche Orientierungsaussagen mit wenigen Bereichen, in denen benachbarte Elemente widersprüchliche Richtungen aufweisen.

Die Nachteile sind hierbei:

- Zur Visualisierung ist evtl. Software oder eine Postprozessor-Anpassung notwendig.
- Die Rückwirkung einer Versickung wird komplett vernachlässigt was zu suboptimalen Ergebnissen führen kann.

Während der erste Punkt mit heutigen FEM-Softwarepaketen, z.B. durch Skripte, relativ einfach zu lösen ist, wirkt der zweite Punkt schon gravierender. Für Modelle jedoch, bei denen sich durch die Einbringung von Sicken zu keiner starken Änderung der Deformationsfigur führt, ist die Rückwirkung auf die Biegetrajektorien gering. Die Methode führt hier zu einer guten bis sehr guten Abschätzung der optimalen Sickenorientierung.

Für die Haube ergibt sich nach dieser Methode nun folgendes Bild für die Biegetrajektorien und somit auch für die optimale Sickenorientierung:



Abbildung 8.1: Sickenorientierung nach den Biegetrajektorien der Haube

Im waagrechten Bereich, welcher praktisch einen Biegebalken darstellt, stehen die Biegetrajektorien erwartungsgemäß senkrecht zum Biegemomentenvektor und sind daher mechanisch schlüssig.

Im senkrechten Bereich der Leitstützstruktur ist ein Kippen der Biegetrajektorien festzustellen. Hier ist, wie später noch gezeigt wird, die Bedingung des einachsig dominierten Biegezustandes verletzt.
Zur Demonstration der Rückwirkung von Sicken wird für die ersten Schritte ein weiteres Modell eingeführt. Dieses Modell, Twistplate genannt, repräsentiert eine rechteckige Platte, die an einer Ecke in z-Richtung mit einer Kraft von 1N belastet wird. Die Platte ist entsprechend der Abbildung 8.2 an 3 Ecken fixiert.



Abbildung 8.2: Modell Twistplate

die Bestimmung der Biegetrajektorien führt zu folgenden Ergebnis:



Abbildung 8.3: Biegetrajektorien der Twistplate

Das Ergebnis entspricht zunächst wieder den Erwartungen. Sicken entlang dieser Biegetrajektorien würden dem Umbiegen der rechten unteren Ecke entgegenwirken.

8.2 Verifikation der Sickenorientierung

Besteht die Möglichkeit, mit dem eingesetzten FEM-Solver biegeorthotrope Schalenelemente zu modellieren, bietet es sich an, nun die bestimmten Sickenorientierungen zu verifizieren. Hierzu werden die Haube und die Twistplate mit den biegeorthotropen Schalenelementen, welche entlang den 1. Hauptbiegespannungen ausgerichtet sind, neu berechnet. Dies ermöglicht dann über das Optimalitätskriterium für die Sickenausrichtung die Verifikation der selbigen, sowie eine Abschätzung über die Wirkung der entsprechenden Sickenanordnung.



Anisotropes Modell

Abbildung 8.4: Biegetrajektorien des orthotropen Modells der Haube

Die Biegetrajektorien des orthotropen Modells sind in Abbildung 8.4 dargestellt. Im Vergleich zu den Biegetrajektorien in Abbildung 8.1, welche auch die

Sickenausrichtung anzeigen, ist klar zu sehen, dass das Optimalitätskriterium über weite Bereiche sehr gut erfüllt ist. Nur in den praktisch nicht biegebelasteten senkrechten Bereichen kommt es zu Differenzen. Da diese auf Grund ihrer geringen Biegebelastung nicht versickt werden sollen, kann diese Abweichung vernachlässigt werden. Die maximale Verschiebung der Haube liegt nun bei 0,041mm also noch relativ nah am theoretischen Optimum (0,039mm) und wie erwartet darüber.

Anders sieht die Situation bei der Verifikation der Twistplate aus.



Abbildung 8.5: Vergleich der Biegetrajektorien des isotropen (oben) und des anisotropen (unten) Modells der Twistplate

Hier ist es in biegebelasteten Bereichen zu einem Kippen der Biegevektoren gekommen. Sickenorientierung und Biegetrajektorien stimmen nicht mehr überein. Die eingebrachten Sicken haben in diesem Bereich nicht ihre volle Wirkung und es ist daher kein Optimum gefunden worden.

Mechanisch gesehen ist dies folgendermaßen zu erklären: Betrachtet man das Verhältnis von 2. HBS/1. HBS, so ist zu sehen, dass es für einen Großteil der Platte nahe -1 ist, d.h. 1. HBS≈-1*2. HBS (siehe Abbildung 8.6). Hier liegt eine Verdrillung der Elemente vor.



Abbildung 8.6: 2. HBS/ 1. HBS des isotropen Ausgangsmodells der Twistplate



Abbildung 8.7: Polardarstellung des Spannungszustandes in Element 357

Die Darstellung solcher Biegezustände im Polardiagramm ist in Abbildung 8.7 zu sehen. Es handelt sich hier nicht um einen isotropen Biegezustand, bei dem die Biegung in alle Richtungen praktisch gleich groß ist, sondern um einen Biegezustand mit zwei ausgeprägten Biegerichtungen nahezu gleichen Betrags und unterschiedlichen Vorzeichens.

Die einzubringenden Sicken versteifen jedoch nur in eine Richtung. Die Folge ist ein Durchbiegen senkrecht zur Sicke, was in entsprechend gerichteten Biegevektoren zu sehen ist. Es hat eine deutliche Änderung der Deformationsfigur durch die Sicken statt gefunden. Die Annahme, dass die optimale Sicke entlang der Biegetrajektorie des unversickten Bleches ausgerichtet werden kann, gilt somit in diesem Falle nicht. Die Vorraussetzung eines einachsig dominierten Biegezustandes war nicht erfüllt.

Trotzdem führt die gewählte Sickenorientierung zu einer Versteifung, wie in Tabelle 8.1 zu sehen ist.

	Original	th. Optimum	orthotropes Modell
max. Verschiebung	1,68*10 ⁻¹	6,53*10 ⁻⁴	3,12*10 ⁻²

Tobollo 0 1.	Varaahiahungan	doo Modollo	Twistplata
	verschiebunden		IWISIDIALE

Die maximale Verschiebung des orthotropen Modells liegt allerdings um Größenordnungen über der des theoretischen Optimums.

8.3 Fazit

Die Hypothese, dass die optimale Sickenorientierung parallel zur 1. Hauptbiegespannung liegt, hat sich in der orthotropen Verifikation für die Haube in guter Näherung bestätigt. Auch was die Steifigkeit angeht, liegt das orthotrope Modell nahe am theoretischen Optimum.

Liegen großflächig Bereiche vor, in denen die Beträge der 1. HBS nur unwesentlich über der 2. HBS liegt, wie es beim gezeigten Twistplate-Modell der Fall war, so ist die Hauptbiegerichtung nicht eindeutig und es kann zu einem Kippen der Biegetrajektorien in biegebelasteten Bereichen bei der Verifikation kommen. Das orthotrope Modell schneidet dann auch entsprechend um zwei Größenordnungen schlechter ab als das theoretische Optimum. Hier ist davon auszugehen, dass noch bessere Lösungen existieren.

Diese Einschränkung erscheint größer als sie ist, da großflächig gleich biegebelastete Bereiche in der Praxis relativ selten vorkommen.

9 Methodische Sickenkonstruktion

9.1 Methodische, manuelle Sickenkonstruktion

Basierend auf den drei in Kapitel 4 entwickelten Optimalitätskriterien sollen in diesem Kapitel Konstruktionsregeln für versickte Leitstützstrukturen entwickelt werden. Diese Regeln sind somit Handlungsanweisungen, mit denen eindeutig und reproduzierbar von einem gegebenen Ausgangzustand eine optimale Versickung erzeugt werden kann. Ausgangsbasis für die Regeln sind hierbei zuvor berechnete optimale Sicken-ausrichtungen.

Durch konsequente Anwendung dieser Regeln erreicht man bereits auf manuellem Weg für komplexe Beanspruchungen hocheffiziente Sickenbilder.

Die Regeln werden anhand des Beispiels der Haube im folgenden abgeleitet.

9.1.1 Visualisierung der Biegebeanspruchung

Zu diesem Zeitpunkt sind nun die Sickenorientierungen bekannt und sollen zur Konstruktion herangezogen werden. Jedoch sind nicht nur die Sickenorientierungen für die Umsetzung in eine Sickenkonstruktion wichtig, sondern auch die Höhe der Biegebeanspruchung, das Verhältnis von 2. HBS zu 1. HBS sowie das Verhältnis Biegespannung zu Membranspannung. Abbildung 9.1 zeigt für die Haube die Ergebnisse der isotropen Analyse.





Abbildung 9.1d: 2. HBS / 1. HBS

Abbildung 9.1: Darstellung der Beanspruchung der Haube unter Biegung.

Zunächst zeigt ein Blick auf Abbildung 9.1a, wie mechanisch zu erwarten, dass die Biegebeanspruchung zur Einspannung hin steigt. In Abbildung 9.1b ist zu sehen, wie der obere Bereich der Haube deutlich von der Biegebelastung dominiert wird. Entsprechend dem dritten Optimalitätskriterium steigt die Effizienz von Sicken mit steigender Biegebeanspruchung. Umso wichtiger ist es daher, diese Bereiche zu versicken. Dies hilft Prioritäten abzuschätzen, wenn benachbarte Elemente unterschiedliche Sickenrichtungen angeben, oder wenn nicht die gesamte Struktur versickt werden soll.

9.1.2 Formulierung der Konstruktionsregeln

1. Konstruktionsregel:

Hoch biegebeanspruchte Bereiche bei der Versickung priorisieren.

Besonders wichtig für die Gestaltung des Sickenbildes ist die Darstellung in Abbildung 9.1c. Sie zeigt die Richtung der 1. HBS und damit die angestrebte Sickenrichtung an.

→ Daher folgt analog zum ersten Optimalitätskriterium die

2. Konstruktionsregel:

Für eine maximal biegesteife Sickenkonstruktion Sicken parallel zur betragsmäßig größeren Hauptbiegespannung ausrichten.

Ursprünglich wurde das Optimalitätskriterium an einem praktisch einachsigen Biegezustand ermittelt. Abbildung 9.1d, welche den Quotienten aus 2.HBS und 1. HBS darstellt, zeigt, dass die 1. HBS in weiten Bereichen deutlich größer als die 2. HBS ist. Eine starke Änderung der Deformationsfigur durch Verformung quer zur Sicke ist aus diesem Grunde nicht zu erwarten.

Probleme treten bei der Interpretation der Richtung vor allem dann auf, wenn die 2. HBS annähernd gleich groß wie die 1. HBS ist. Hier ist die Vorraussetzung des einachsig dominierten Biegezustandes verletzt. In diesem Falle geht durch die approximierte Lösung und die damit verbundene Rechenungenauigkeit die Richtungsinformation verloren bzw. es gibt keine eindeutige Vorzugsrichtung. Berücksichtigt man bei der manuellen Sickenkonstruktion auch benachbarte Elemente und deren Richtungsinformationen, führt dies zu keinen Schwierigkeiten bei der konstruktiven Interpretation. Alternativ können solche Bereiche zunächst unversickt bleiben und nach einer ersten Umsetzung von Sicken erneut analysiert werden.

Die zwei bisherigen Regeln sollen anhand der folgenden Polardiagramme noch mal verdeutlicht werden. Für das linke Element in Abbildung 9.2 ist die Biegung sehr stark in ihrer Richtung ausgeprägt und deutlich größer als die Membranspannung. Dies ist ein idealer Zustand zum Einbringen einer Versickung. Rechts hingegen ist die Darstellung des Biegespannungszustandes fast rund. Eine Richtungsinformation ist schwer abzulesen. Hinzu kommt, dass die Zugbelastung stark überwiegt. Dies sind ungünstige Voraussetzungen für die Sickenkonstruktion.



Abbildung 9.2: Polardiagramme zweier Elemente der Haube

Während der konstruktiven Umsetzung ist es, wie gezeigt, wichtig, einen Versickungsgrad von 1 einzuhalten. Dies sollte nicht nur global eingehalten werden, sondern vor allem bei starken Veränderungen der Biegerichtungen auch "regional". Dies ist oft nicht einfach umzusetzen, da aus Fertigungsgründen Sicken oft eine konstante Breite haben sollen oder eine Grenzbreite nicht unterschreiten sollen. Dies wird besonders deutlich, wenn die Vektoren aus verschiedenen Richtungen zusammen laufen, wie z.B. in den Markierungen in Abbildung 9.3 dargestellt.



Abbildung 9.3: Unterschiedliche Biegerichtungen benachbarter Elemente und Umsetzungsmöglichkeiten (schematisch)

Hier müssen bei der Versickung über die Biegebeanspruchung Prioritäten gesetzt werden und Sicken entsprechend unterbrochen oder gekreuzt werden.

3. Konstruktionsregel:

Der regionale Versickungsgrad in Biegerichtung sollte 1 betragen.

Damit beeinflusst diese Konstruktionsregel in Abhängigkeit von der Krümmung der Biegetrajektorien indirekt die Sickenbreite.

Das Sickendesigngebiet sollte dabei sinnvoll nach den in Kapitel 5.2.5 (Seite 70) diskutierten Kriterien gewählt werden.

9.1.3 Konstruktive Umsetzung

Es besteht zum einen die Möglichkeit, die aufbereiteten Informationen aus der Berechnung direkt für eine konstruktive Umsetzung im CAD-System zu nutzen. Dies ermöglicht über eine erneute FEM-Modellerstellung und -Analyse direkte Steifigkeitsund Festigkeitsaussagen. Nachteil dieser Methode ist der relativ große Aufwand bis zur rechnerischen Modellverifikation. Ändert man hingegen direkt das FEM-Modell, so kann man zwar die exakte Sickengeometrie nur schwer wieder geben, dafür hat man zu jedem Zeitpunkt ein FEM-Modell, mit dem man die Wirkung der Sicken überprüfen, und einfach eventuell nötige geometrische Korrekturen oder Verbesserungen durchführen kann. Letztendlich ermöglicht eine FEM-Modell basierte Vorgehensweise eine leichtere Umsetzung in einen Computeralgorithmus. Zur Entwicklung der Methode wurde daher der letztere Weg gewählt.

Zur Umsetzung der Informationen der Spannungsanalyse in ein Sickenbild werden die Biegetrajektorien im Preprozessor dar stellt, und dann entsprechend der beschriebenen Konstruktionsregeln Knoten normal zur Ursprungsfläche, auf die angestrebte Sickenhöhe, in diesem Fall 1mm, angehoben. Um einerseits eine realistische Sickengeometrie mit entsprechenden Flankenwinkel zu erhalten, und andererseits den Berechnungsfehler durch zu spitze Winkel zwischen den FEM-Elementen zu reduzieren, wurde das Netz im Bereich der Versickung anschließend geglättet.

Versucht man die vorgegebene Sickenbreite von ca. 3mm nicht zu unterschreiten, dann kommt man, je nach Interpretation, auf ein Sickenbild wie in Abbildung 9.4 dargestellt. Für dieses einfache Modell, das im waagrechten Bereich mit einem Biegebalken vergleichbar ist, entspricht das Ergebnis den Erwartungen.



Abbildung 9.4: Manuelle Umsetzung der Biegetrajektorien in ein Sickenbild

9.2 Methodischer, computergestützter Sickenentwurf

9.2.1 Ziele des computergestützten Sickenentwurf

Auch wenn es prinzipiell möglich ist, Blechstrukturen mittels den entwickelten Konstruktionsregeln auch manuell hochwertig zu versicken, so wird dieses Verfahren bei komplexen Geometrien und Belastungen schnell aufwändig und zeitintensiv.

Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel ein Algorithmus vorgestellt, der basierend auf den vorgestellten Konstruktionsregeln eine entsprechende Sickenanordnung automatisch entwirft. Die ästhetische und fertigungstechnische Qualität einer manuell erzeugten Sicke kann durch einen automatischen Algorithmus nur schwer erreicht werden. Auch wenn die globale Sickengestalt als Ergebnis des Algorithmus meistens eindeutig ist, sind häufig noch kleine Korrekturen notwendig, daher wird bei diesem Schritt der Begriff "Entwurf" dem Begriff "Konstruktion" vorgezogen. Jedoch eröffnet sich durch Vorgabe verschiedener Parameter, wie z.B. Sickenbreite und -höhe, mit diesem Hilfsmittel die Möglichkeit, schnell Designstudien durchzuführen und Einflüsse zu evaluieren. Nicht zuletzt helfen die automatisch erzeugten Sickenbilder auch dem unerfahrenen Konstrukteur bei der Interpretation und der konstruktiven Umsetzung komplexer Biegebeanspruchungen in versickte Leitstützstrukturen.

9.2.2 Umsetzung der Konstruktionsregeln in einen Algorithmus

9.2.2.1 Anforderungen an den Algorithmus

Die Vorgehensweise bei der Entwicklung des computergestützten Algorithmusses war es, den manuellen Konstruktionsprozess so nah wie möglich abzubilden. Das Sickenbild soll sich frei bilden können, ohne vorherige Einschränkung von Form und Lage der Sickenrinnen. Als Mindestanforderung zur Sicherstellung der Herstellbarkeit muss eine Entformbarkeit der Sicke gewährleistet sein. Grundgrößen, wie Sickenbreite und Sickenhöhe, sowie das zulässige Designgebiet sollen vorgegeben werden. Das Sickenbild soll möglichst durchgängig gestaltet sein, ohne große Sprünge der Sickenbreite. Besonders der letzte Punkt stellt für einen Algorithmus eine hohe Anforderung dar. Soll er für beliebige Geometrien einsetzbar sein, ohne zu komplex und rechenintensiv zu werden, kann er nur die lokale bzw. "regionale" Umgebung bei der Sickengestaltung berücksichtigen. Er verfügt im Gegensatz zum Konstrukteur nicht über dessen Fähigkeiten, den gesamten Designraum bei der lokalen Einbringung von Sicken zu berücksichtigen. Trotzdem soll sich die lokal eingebrachte Sicke in ein globales Erscheinungsbild einfügen. Hierzu ist, wie später zu sehen sein wird, eine genaue Steuerung des Ablaufes der Sickengenerierung nötig.

9.2.2.2 Eingesetzte Entwicklungsumgebung

Der gesamte hier vorgestellte Algorithmus wurde in der Programmiersprache Perl umgesetzt. Dies hat verschiedene Gründe.

Zum einen ist Perl auf die Verarbeitung von ASCII-basierten Dateien spezialisiert. Die meisten FEM-Programme unterstützen sowohl das Einlesen der FEM-Modelle, wie auch die Ausgabe ihrer Ergebnisse im ASCII-Format. Da diese Dateien üblicherweise gut strukturiert und auch im Klartext lesbar sind, ist es relativ leicht, die notwendigen Schnittstellen zu schreiben und zu warten. Nachteil dieses Verfahrens ist der große Platzbedarf von ASCII-Dateien, vor allem bei der FEM Ergebnis-Ausgabe sowie der relativ langsame Zugriff.

Perl ist eine Sprache, die zur Laufzeit kompiliert wird. Dies macht die Entwicklung sehr komfortabel, da ohne manuelle Kompilierung und Linken eine schnelle Ausführung möglich ist.

Hinzu kommt, dass Perl plattformunabhängig und frei verfügbar ist und somit auch in Zukunft der Einsatz und die Weiterentwicklung einfach und lizenzkostenfrei möglich bleibt.

Natürlich ist der Algorithmus nicht an Perl gebunden und könnte in einer anderen Programmiersprache genauso umgesetzt werden. Daher wird er allgemein und von Programmiersprachen unabhängig beschrieben.

9.2.2.3 Vorgaben für den Algorithmus

Der Algorithmus erwartet vom Anwender Parameter, welche die geometrische Umsetzung des Sickenbildes bestimmen:

- das zulässige Designgebiet für die Erstellung der Sicken,
- die Sickenbreite b,
- und die Sickenhöhe h.

Diese Parameter werden in einer Parameterdatei, zusammen mit dem FEM-Modell an den Algorithmus übergeben.

Hinweise zu den Parameter- und Modellgrößen:

Elementkantenlänge:

Da die Geometrieerzeugung auf dem vorhandenen FEM-Modell beruht, muss das Netz fein genug sein, um die angestrebte Sickengeometrie angemessen abzubilden. So sollte die Elementkantenlänge max. die Hälfte der angestrebten Sickenhöhe betragen. Damit wird eine Mindestelementqualität im FEM-Modell und eine realistische Abbildung der Sickenflanken sicher gestellt.

Sickenhöhe:

Vor dem Hintergrund, dass die Versteifungswirkung von Sicken in der dritten Potenz von der Sickenhöhe abhängig ist (vgl. Gl. 5.5), sollte die Sickenhöhe so hoch wie möglich gewählt werden.

Sickenbreite:

Sie sollte im Hinblick auf die Versteifungswirkung so schmal wie konstruktiv und fertigungstechnisch sinnvoll gewählt werden. Dies ermöglicht es, vor allem bei gekrümmten Biegetrajektorien, mit den Sicken den Biegeverlauf relativ genau nachzubilden.

9.2.2.4 Bestimmung modellabhängiger Daten

Zur Durchführung der Sickengenerierung sind neben den Sickenparametern und dem FEM-Modell weitere Daten notwendig, die, sofern sie aus einem vorhergehenden Lauf noch nicht vorliegen, zunächst bestimmt werden müssen. Diese Daten könnten auch zur Laufzeit bestimmt werden, da sie jedoch immer wieder benötigt werden, ist es sinnvoll, sie vorher zu berechnen und vorzuhalten.

Knotennormalenvektoren

Für die Erzeugung der Sicken wird die Verschiebung der Knoten im Designgebiet entlang ihres Normalenvektors als Designvariable angenommen. Zur Bestimmung der Normalenvektoren wird zunächst für jedes beteiligte Element, in dem Designknoten vorkommen, über das Kreuzprodukt der Normalenvektor berechnet. Anschließend werden die Elementnormalenvektoren am Knoten gemittelt. Dies setzt voraus, dass die Schalennormalenvektoren einheitlich ausgerichtet sind.



Abbildung 9.5: Knotennormalenvektoren des FEM-Modells "Haube"

Knotenabstände

Für die spätere Sickenerzeugung und Netzglättung ist es wichtig, ausgehend von einem Knoten im Designraum, auf alle Knoten im Umfeld der doppelten Sickenbreite und deren genauen Abstand schnellen Zugriff zu haben. Aus diesem Grunde wird schon im Vorfeld eine Datenstruktur für die angestrebte Sickenbreite aufgebaut, die für alle Knoten die Nachbarknoten im Umkreis 2*b und deren Abstände zwischenspeichert.

Knoten-Element Beziehungen

Auch die im FEM-Modell enthaltenen Informationen, welche Knoten zu welchen Elementen gehören, aber auch die umgekehrte Verknüpfung, welche Elemente zu welchen Knoten gehören, sind Informationen, die während des Prozesses ständig benötigt werden. Aus diesem Grunde werden diese Daten in entsprechenden Feldern vorgehalten, damit sie nicht wiederholt über die FEM-Daten neu bestimmt werden müssen.

9.2.2.5 Bestimmung notwendiger Daten aus der FEM-Rechnung

Wie beim manuellen Konstruktionsprozess basiert die Sickenerzeugung auf der Auswertung der Beanspruchungen des FEM-Modells. Daher muss vor der Erzeugung das FEM-Modell berechnet werden. Der Algorithmus liest im Anschluss an die Analyse die auftretenden Spannungen aus. Da über die Erzeugung von Sicken auf Knotenbasis entschieden wird, ist es notwendig, die Beanspruchungsgrößen für die Knoten zu ermitteln. Der eingesetzte Solver MSC.Nastran bietet jedoch die Ausgabe von knotenbasierten Schalenbeanspruchungen im globalen Koordinatensystem nicht an. Aus diesem Grunde läuft die Bestimmung der Knotenspannungen wie folgt ab:

- Einlesen der 2D-Elementspannungen an Schalenober- und -unterseite im Elementkoordinatensystem. Berechnung der Biege- und Membranspannungsanteile.
- Transformation der Spannungen in das globale Koordinatensystem.
- Bestimmung der Knotenspannungskomponenten durch Mittelung der anhängenden Elementspannungskomponenten.
- Berechnung der Hauptbiege- und Hauptmembranspannungen und der zugehörigen Richtungen durch Eigenwertanalyse der Spannungszustände.

Nun liegen die notwendigen knotenbezogenen Information vor, so dass mit der Erzeugung des Sickenbildes begonnen werden kann.

9.2.2.6 Erzeugung des Sickenbildes

Das Sickenbild wird durch eine Filterroutine erzeugt, welche rein digital für jeden Knoten im Designgebiet entscheidet, ob er angehoben und somit Teil des Obergurtes wird oder nicht. Der Filterprozess wurde empirisch entwickelt mit dem Ziel, ein möglichst zusammenhängendes Sickenbild zu erzeugen, das im Ergebnis den aufgestellten Optimalitätskriterien möglichst nahe kommt.

Zu Beginn werden alle Knoten des Designraumes zunächst nach der Höhe ihres Biegebetrages sortiert und mit dem Status "Obergurt" initialisiert.

Nun beginnt der Filter mit dem Knoten, an dem die höchste Biegebelastung auftritt. Zunächst wird eine Hilfsebene in diesem Knoten durch den Normalenvektor in diesem Knoten definiert. Dadurch erhält man die Tangentialebene zur lokalen Krümmung.



Abbildung 9.6: Projektion der Nachbarknoten auf die Hilfsebene



Abbildung 9.7: Kreisfilter zur Sickenerzeugung

Auf diese Ebene werden alle zu betrachtenden Nachbarknoten projiziert, um bei den späteren Winkelbetrachtungen den Einfluss des Krümmungswinkels der Schale zu eliminieren.



Als nächstes werden über einen Kreisfilter mit der angestrebten Sickenbreite als Radius alle Nachbarknoten gesucht. Hierzu kann auf die Datenstrukturen aus Kapitel 9.2.2.4 zurückgegriffen werden. Für diese Knoten wird der Winkel zwischen Abstandsvektor und 1. HBS des Knotens im Zentrum bestimmt. Es wird ein Band mit der Sickenbreite definiert, welches parallel zur 1. HBS des Zentrums liegt. Über Winkel und Abstand lässt sich nun berechnen, welche der Nachbarknoten außerhalb dieses Bandes und somit im "Strafgebiet" liegen. Diese Knoten werden nun mit den Status "Untergurt" versehen, sind also nicht mehr angehoben. Alle gesenkten Knoten dürfen nicht mehr Ausgangspunkt einer Filterung sein. Für alle im Band liegenden Knoten werden diejenigen im "Freeze"-Gebiet ermittelt (vgl. Abbildung 9.7). Der "Freeze"-Status bedeutet, dass lhr Status "eingefroren" wird. Sie werden somit auf Sickenhöhe gehalten und können nicht mehr gedrückt werden. Alle übrigen Knoten werden nicht verändert.

Eine Sonderbehandlung widerfährt Zentrumsknoten, bei denen die 2. HBS 98% oder mehr der 1. HBS erreicht: Hier wird nur das "Freeze"-Gebiet abgearbeitet, aber es werden keine Knoten bestraft, da hierfür die Richtungsinformation nicht eindeutig ist.

Abbildung 9.8: Flussdiagramm des Filterprozesses

Dieser Vorgang wird nach absteigender 1. HBS für alle Knoten durchgeführt, bis ein Spannungslimit oder ein Versickungsflächenlimit

erreicht wird, oder keine Knoten im Designgebiet mehr unbearbeitet sind.

In Abbildung 9.9 sind für die bisher betrachtete Haube zwei Zwischenstadien dieses Filterprozesses dargestellt. Sie zeigen deutlich, dass der Filter sich von hoher zu niedriger Biegebeanspruchung vorarbeitet.

Somit erhält man die eingangs erwähnte rein digitale Ausgabe der Filterung mit der Information, ob die Knoten des Designgebietes zum Ober- oder Untergurt gehören.

Nun kann in einer weiteren Schleife kontrolliert werden, ob ein Teil der Sicken aus anderen Kriterien heraus (siehe Kapitel 5.2.5, Seite 70) wieder zurückgenommen werden sollen. Damit keine einzelnen Elemente oder Sickenfragmente stehen bleiben und scharfe Richtungswechsel verrundet werden, wird noch ein "Unschärfefilter" angewendet und das Filterfeld anschließend wieder diskretisiert.

Für die Knoten mit dem Status "Obergurt" wird der jeweilige Schalennormalenvektor mit der angestrebten Sickenhöhe multipliziert und zu den Knotenkoordinaten addiert. Auf diesem Wege wird die Geometrie des Obergurtes erzeugt.

Anschließend wird die Sickengestalt noch verschiedenen Anpassungen unterzogen. Zunächst wird durch eine lokale Mittelung der Sickenhöhe eine Glättung durchgeführt, was zur Bildung eines (netzabhängigen) Flankenwinkels führt. Nun untersucht eine Routine die maximale Sickenhöhendifferenz im Element und begrenzt sie auf die halbe Sickenhöhe. Damit wird erreicht, dass immer mindestens zwei Elementkanten über die Sickenhöhe vorhanden sind.



Abbildung 9.9: Visualisierung des Filterprozesses für die Haube

Für die bisher betrachtete Haube unter Biegung (vgl. Abbildung 6.2) ergibt sich bei Anwendung es beschriebenen Vorgehens für eine komplette Versickung folgendes Sickenbild:



1.HBV der Haube unter Biegung Automatische komplette Versickung



Die Umsetzung der Biegetrajektorien in eine Sickenanordnung ist klar zu erkennen. In Teilbereichen wäre auch eine andere Interpretation möglich gewesen. Hier muss aus der Spannungs- und Verformungsanalyse heraus entschieden werden, ob es noch lokaler Korrekturen bedarf. Das Sickenmuster ist symmetrisch, wie es auf Grund der Fragestellung auch zu erwarten war. Hinterschnitte, die eine Fertigung erschweren würden, sind nicht entstanden. Begrenzt man den zu versickenden Bereich erhält man, je nach eingesetztem Kriterium, z.B. die in Abbildung 9.11 dargestellte Lösung.



Abbildung 9.11: Computergestützt generierter Sickenentwurf, Ortskriterium: Minimum 50% der mittleren Biegebeanspruchung

10 Verifikation und Beurteilung der Sickenentwürfe

Durch die Umsetzung der Biegetrajektorien in einen Sickenentwurf steht nun ein dreidimensionales Modell der Sickengeometrie zur Verfügung. Dies eröffnet die Möglichkeit zu überprüfen, ob die ausgestaltete Sickenkonstruktion den mechanischen Erwartungen und Anforderungen entspricht. Darüber hinaus kann, je nach Modellqualität, auch mit der Spannungsbeurteilung und der Feingestaltung begonnen werden. Je nach Notwendigkeit können noch erforderliche Korrekturen und Verbesserungen durchgeführt werden.

10.1 Analyse der manuell erzeugten Sickenkonstruktion

Betrachtet man zunächst die maximale 1. Hauptspannung in der Schale, so ist für das untersuchte Beispiel ein Rückgang durch die Sicken um 73,5% festzustellen.



Abbildung 10.1: Maximale 1. Hauptspannung

Durch die eingeführte Zerlegung in Biege- und Membranspannungsanteile kann man sich ein Bild von der Spannungsumverteilung machen:



Abbildung 10.3: 1. HMS in der Haube

Für die unversickte Haube ist der Großteil der Gesamtbelastung auf die Biegespannungen zurückzuführen. Durch die Einführung der Sicken ändert sich dies:

Während die Biegespannung von 349 auf 54 N/mm² gesunken ist, ist die Membranspannung von 7,4 auf 72 N/mm² angestiegen. Im Bereich der Einspannung dominiert jetzt sogar der Membranspannungsanteil.

Da nun ein großer Teil der Biegespannungen in Membranspannungen umgewandelt wurden und somit im Biegespannungsanteil nicht mehr erfasst wird kommt es, wie in Abbildung 10.4 zu sehen, zu einer Senkung der 1. HBS und damit zu einer Annäherung von 1. HBS zur 2. HBS.



Abbildung 10.4: Verhältnis 2.HBS/1.HBS der Haube

Eine Verifikation der Sickenausrichtung mittels der Biegetrajektorien ist bei dem 3D Sickenmodell schwierig. Grund hierfür ist die dargestellte Umwandlung von Biegespannungen in Membranspannungen. Die umgewandelten Biegespannungen sind als Biegebelastung weiterhin da, werden jedoch jetzt über Membranspannungen getragen und werden daher bei der Bestimmung der Biegetrajektorien nicht mehr berücksichtigt. So zeigen die Biegetrajektorien nun nur noch die Richtung der verbleibenden Restbiegespannungen an. Dazu kommen noch die Biegeanteile, die durch die Sickenflanken erzeugt werden. Zum einen entstehen diese aus physikalischen Gründen: durch Membranspannungen, die auf die Flanken treffen. Zum anderen kann dies jedoch, je nach Elementformulierung, auch auf numerische Effekte zurückzuführen sein: durch Abbildung von Krümmungen mittels geradliniger Plattenelemente.⁶⁶

In Kombination mit den Beträgen der Biegespannungen oder Dehnungsenergiedichten aus Abbildung 10.2 kann man aus den Biegetrajektorien, wenn man die beschriebenen Effekte berücksichtigt, trotzdem problematische Bereiche und Korrekturmaßnahmen ableiten. Eine Möglichkeit wäre es, die Sicken aus diesen Bereichen wieder zu entfernen und durch eine erneute Analyse der Biegetrajektorien im nun flachen Bereich eine neue Sickenanordnung zu erzeugen. Es wird daher immer eine Restbiegespannung in der Struktur erhalten bleiben. Auch bei mehrachsiger Biegung wirken die Sicken ausschließlich gerichtet, und können daher nur in einem begrenzten Winkel Biegeanteile umwandeln. So kann es auch geschehen, dass man in Einzelfällen feststellen muss, dass Sicken für die vorliegende Belastungsart nicht das Mittel der Wahl zur Festigkeitserhöhung oder Steifigkeitserhöhung im geforderten Maße sind.

Im konkreten Fall der Haube sieht man beim Vergleich der Biegetrajektorien im waagrechten Bereich, dass die Richtung der Biegetrajektorien gekippt ist. Da jedoch die Biegebeanspruchung in den betroffenen Gebieten deutlich gesunken ist, d.h. die Restbiegespannungen äußerst gering sind, wird dies als unkritisch angesehen.



unversickte Haube

versickte Haube

Abbildung 10.5: Biegevektoren der Haube (Ansicht von oben)

Betrachtet man die Membrantrajektorien, so sind hier ebenfalls große Veränderungen fest zu stellen. War der obere Teil der Haube beim unversickten Modell noch von der Biegung dominiert, hatten die Membrantrajektorien noch einen

⁶⁶ Vgl. z.B. NAFEMS 1987.

von den Biegetrajektorien unabhängigen Verlauf. Durch die Spannungsumwandlung verlaufen sie nun größtenteils den Sicken entlang.

unversickte Haube

versickte Haube

Beim Vergleich der Verschiebungen (Abbildung 10.7) ist ein deutlicher Rückgang zu verzeichnen. Ausgehend vom unversickten Modell ist die maximale Verschiebung von 0,44 auf 0,07 mm zurückgegangen, was als deutlicher Erfolg der Maßnahme gesehen werden kann.

Abbildung 10.7: Verschiebungsfeld des Modells Haube

10.2 Automatisch erzeugter Sickenentwurf

Der automatisch erzeugte Sickenentwurf unterscheidet sich nicht wesentlich von der manuellen Sickenkonstruktion, daher behalten die Aussagen und Beobachtungen aus dem vorhergehenden Unterkapitel Gültigkeit.

Im vorliegenden Entwurf liegt die maximale Verschiebung mit 0,074mm erwartungsgemäß auf dem Niveau der manuellen Versickung.

Ein wesentlicher Vorteil der automatischen Sickenerzeugung ist die Möglichkeit der schnellen Variantenbildung. So ist es mit geringem Aufwand möglich, den Einfluss eines größeren Sickendesigngebietes zu untersuchen. Ändert man das Abbruchkriterium für die Versickung von 50% der mittleren Biegespannung auf 1. HBS>1. HMS, so zeigt sich eine Reduktion der Verschiebung auf 0,0628mm. Darüber hinaus führen die nun längeren Sicken zu einer deutlichen Reduktion der lokalen Dehnungsenergiedichten, wie in Abbildung 10.8 zu sehen ist. Dies deckt sich mit Oehlers Regel OE14, die empfiehlt, Sicken über Kanten hinweg zu führen.

Abbildung 10.8: Reduzierung der Dehnungsenergiedichte am Sickenauslauf durch Verlängerung der Sicken

Versickt man die komplette Haube, so verbessert sich die Verschiebung nur noch geringfügig auf 0,0624mm.

Durch etwas manuelle Nacharbeit (siehe Abbildung 10.9) im Bereich der Einspannung lässt sich die Steifigkeit nochmals etwas erhöhen, so dass letztendlich eine maximale Verschiebung von 0,058mm erreicht wird.

Abbildung 10.9: Manuelle Nacharbeit des automatisch erzeugten Sickenentwurfs

10.3 Auskonstruktion des Sickenentwurfs

Die Ergebnisse müssen letztendlich wieder in eine fertigungsgerechte Konstruktion überführt werden. Vor allem bei Sickenoptimierungen auf Basis von Formvektoren (vgl. Kapitel 2.3.2.1) wird, wie bereits beschrieben, von Anwendern oft bemängelt, dass dabei ein Großteil der erreichten mechanischen Eigenschaften wieder verloren gehen. Daher ist eine klare Interpretierbarkeit für das Vertrauen in die Methode wichtig. Die vorhergesagten mechanischen Eigenschaften sollten bei der Umsetzung weitgehend erhalten bleiben. Es ist hierbei nicht unbedingt wichtig, so nahe wie möglich am Sickenentwurf zu bleiben. Eine mechanisch sinnvolle Umsetzung unter Beachtung der aufgestellten Konstruktionsregeln (wie z.B. dem lokalen Versickungsgrad) führt bereits zu guten Ergebnissen.

Eine entsprechende Umsetzung des Sickenentwurfs aus Abbildung 10.9 könnte beispielsweise wie folgt aussehen:

Abbildung 10.10: Abgeleitete Konstruktion aus dem automatischen Sickenentwurf

Diese Umsetzung hat eine maximale Verschiebung von 0,059mm, und liegt damit sehr nahe an der Vorhersage.

Abbildung 10.11: 1. HMS für die auskonstruierte Sickenanordnung der Haube

In der obigen Abbildung ist klar zu sehen, wie die äußeren Sicken die Biegespannung gleichmäßig in Zug- und Druckspannungen in Sickenober- und -untergurt umwandeln.

10.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Konstruktiv bringt der Einsatz der vorgestellten Methode zur Sickenkonstruktion folgende Vorteile:

- Sowohl manuell wie auch automatisiert wurden reproduzierbar praktisch äquivalente und mechanisch logische Sickenanordnungen erzeugt.
- Die Ergebnisse des Computeralgorithmus sind klar und deutlich und von einer Modellqualität, die eine direkte realistische Abschätzung des späteren Steifigkeitsverhaltens erlauben.

- Die Ausgestaltung der Sicken, wie Flankenwinkel und Radien, werden nicht berücksichtigt, daher sind keine genaueren Festigkeitsaussagen möglich.
- Die automatische Methode erlaubt es, schnell Parameterstudien, z.B. für das Sickendesigngebiet oder die Sickenbreite, durchzuführen.

Mechanisch wurde durch die Versickung folgendes erreicht:

- Eine Umwandlung von Biege- in Membranspannungen hat statt gefunden. Dies bestätigt damit die Darstellung in Kapitel 5.2.
- 1. Die Steifigkeit wurde deutlich erhöht (um 87%).
- 2. Die Spannungen sind stark gesunken (um 73%).
- 3. Die 1.HBS ist in weiten Bereichen auf das Niveau der 2.HBS gesunken.
- Ausgestaltete Sickenkonstruktion war um den Faktor 1,5 schlechter als die theoretisch optimale Sicke. Dies ist f
 ür eine realistische Sickenanordnung, durch die inh
 ärente
 Übersch
 ätzung des theoretischen Optimums, ein gutes Ergebnis.

	Ausgangs- modell	th. optimale Sicken	orthotropes Optimum	Manuell erzeugte Sicken	Autom. Sicken, manuell korr.	CAD Umsetzung
Max. Verschiebung	0,442	0,039	0,041	0,077	0,059	0,059
Verschiebungs- faktor	11,3	1	1,05	2,0	1,5	1,5
Max. 1. HS	349	n.v.	n.v.	114	148	153
Max. 1. HBS	349	n.v.	n.v.	54	57,5	90
Max. 1. HMS	7,4	n.v.	n.v.	72	93,8	75
Max. Membran- schub	3,8	n.v.	n.v.	36	44	38

Tabelle 10.1: Vergleich der mechanischen Eigenschaften für verschiedene Sickenanordnungen der Haube

11 Anwendung und Verifizierung der Methode

11.1 Modellwahl und Darstellung

Die Anwendung der entwickelten Methode zur Sickenkonstruktion soll für verschiedene Modelle aufgezeigt und verifiziert werden. Die Modelle lassen sich in zwei Gruppen aufteilen:

- Klassische Plattenmodelle.
- Schalenmodelle aus der Praxis.

Mit der Wahl von klassischen zu versickenden Plattenmodellen kann man die Ergebnisse direkt mit den gut dokumentierten Ergebnissen aus den bisherigen Untersuchungen des Standes der Forschung vergleichen und bewerten. Um eine möglichst gleiche Basis zu haben und die Einflüsse unterschiedlicher FEM-Solver zu vermeiden, wurden die "klassischen" Modelle trotzdem nochmals nachgerechnet. Nachteil dieser Modelle ist ihre zweidimensionale Ausgangsgestalt. In der Praxis ist dies eher die Ausnahme und Schalenstrukturen führen zu weiteren Schwierigkeiten und Fragestellungen, die hier ebenfalls beleuchtet werden sollen. Zu diesem Zweck wurde ein Schalenmodell erstellt, das realistische Fragestellungen aufgreift und zeigt, wie man sie mit dem vorgestellten Algorithmus konstruktiv lösen kann.

Alle Modelle werden im Anhang in Ihren Standardabmessungen und Randbedingungen dargestellt. Sollten Abmessungen oder Randbedingungen, wie z.B. die Blechdicke oder die Anzahl der eingespannten Freiheitsgrade, bei Rechnungen variiert worden sein, so ist dies entsprechend vermerkt.

 Symbolik
 Bedeutung

 Image: Application of the symbolic decision of the symbolic decision of the symbol decision of the symbol

Die Randbedingungen werden dabei wie in Tabelle 11.1 gezeigt dargestellt.

Tabelle 11.1: Symboldarstellung der Einspannungsrandbedingungen

Dabei werden mit den Freiheitsgraden (degrees of freedom, dof) 1-3 die translatorischen Verschiebungen u, v und w bezeichnet, sowie mit Freiheitsgraden 4-6 die rotatorischen Grade θ_x , θ_y und θ_z .

Es gibt zu den einfachen Modellen noch Äquivalente mit gröberem Netz. Diese dienen hauptsächlich zur übersichtlicheren Darstellung der Biegetrajektorien und wurden nicht zur Sickenkonstruktion oder Auswertung verwendet.

11.2 FEM-Modellierung

11.2.1 Elementformulierung

Alle Modelle wurden mit linearen Dreiecks- bzw. Viereckselementen, in MSC.Nastran als CTRIA und CQUAD bezeichnet, modelliert und berechnet. Sie basieren auf einer Reissner-Mindlinschen Elementformulierung (vgl. Kapitel 2.2.2, Seite 6).

Dies hatte rein programmiertechnische Gründe. Aufgrund ihrer höheren Genauigkeit wären Elemente mit quadratischem Verschiebungsansatz wünschenswert, bringen jedoch im weiteren Verlauf der Arbeit bei der Programmierung des Algorithmus das Problem einer aufwendigeren Koordinatentransformation und aufwendigeren Schnittstellen zu den FEM-Ergebnissen mit sich.

Die entwickelten Vorgehensweisen sind prinzipiell mit jedem anderen FEM-Solver oder anderen Platten- bzw. Schalenelementtypen durchführbar.

11.2.2 Werkstoffdaten

Wenn nicht anders angegeben, wurden alle Modelle linear elastisch mit den Werkstoffdaten von Stahl gerechnet:

E-Modul	210.000 N/mm ²
Querkontraktionszahl	0,3
Dichte	7,85kg/dm ³

Tabelle 11.2: Für die Berechnung eingesetzte Werkstoffeigenschaften

11.3 Bestimmung von Sickenanordnungen für klassische Platten

Die folgenden Modelle wurden sowohl in den Abmessungen, der Belastung als auch in der Vernetzungsdichte den untersuchten Modellen des Sickenatlasses nachempfunden.⁶⁷ Dieser hat die Seitenverhältnisse der Platten wiederum den Entwurfsvorschlägen nach Oehler (siehe Abbildung 2.18) angepasst. Untersucht wurden hier die rechteckigen Platten mit den Seitenverhältnissen 1:1 und 1:2,5.

11.3.1 Versickung einer quadratischen Platte

11.3.1.1 Modellvorstellung

Die Platte wurde in 2 Varianten modelliert. Einmal wurde sie mit einem so genannten Iso-Netz vernetzt. Dieser Vernetzungsalgorithmus erzeugt ein Netz, indem ein äquidistantes Netz eines Rechteckes auf eine vierseitige Geometrie übertragen wird. Das Resultat ist ein, je nach Zielgeometrie, sehr regelmäßiges und rein aus Vierecks-Elementen bestehendes Netz. Zusätzlich wurde die Platte noch mit einem so genannten Paver-Netz vernetzt. Pave heißt das zugrunde liegende Vernetzungsverfahren, welches direkt die zu vernetzende Geometrie mit Elementen "füllt" und notfalls entstehende Lücken mit Vierecks-Elementen oder mit Dreieckselementen schließt.

⁶⁷ Siehe Schwarz 2002.

Abbildung 11.1: FEM-Modelle der quadratischen Platte

Die Platte ist 600x600mm groß und hat eine Materialstärke von 1mm. In Abbildung 11.1 ist die Platte in der translatorischen Einspannung dargestellt, sie wurde jedoch auch vollständig eingespannt analysiert. Dabei wurden zwei verschiedene Belastungen aufgebracht:

- Eine Normalkraft im Zentrum (100N)
- Druckbeaufschlagung der Gesamtfläche

Für die Versickung wurden neben dem in Abbildung 11.1 dargestellten Designgebiet folgende Parameter festgelegt:

Sickenhöhe	10mm
Sickenbreite	ca. 50mm

Tabelle 11.3: Sickenparameter quadratische Platte

Zur besseren Darstellung der Biegetrajektorien wurden zusätzlich Modelle mit größeren Elementkantenlängen erzeugt.

11.3.1.2 Optimierung der Iso-Platte unter Normalkraft im Zentrum, translatorische Einspannung

Dieses Szenario entspricht den im Sickenatlas zur Optimierung eingesetzten Randbedingungen. Durch die Art der Einspannung können die Ränder rotieren und daher keine Biegemomente aufnehmen.

Voruntersuchungen

Dadurch, dass die Platte eben ist, nur eine senkrechte Kraft wirkt und linear gerechnet wurde, erhält man als Ergebnis ausschließlich Biegespannungen.

Abbildung 11.2: Biegespannungen der quadratischen Platte unter zentrischer Kraft (linear)

Bei nichtlinearer Rechnung ändert sich die Spannungsverteilung stark. Es findet nun eine Umwandlung eines Teils der Biegespannungen in Membranspannungen statt.




Membranspannungen

Abbildung 11.3: Biege- und Membranspannungen der quadratischen Platte unter zentrischer Kraft (geometrisch nichtlinear)

Trotzdem überwiegt die Biegebeanspruchung weiterhin deutlich.

Für das theoretische Optimum ergibt sich für die Modell- und Sickendaten ein

$$BMIR = \frac{\widetilde{I}_{x,Sickenprofil}}{\widetilde{I}_{x,flach}} = 315,6.$$

Die FEM-Analyse mit diesem Faktor führte zu einer Reduktion der maximalen Verschiebung von 21,7mm (linear), bzw. 3,03mm (nicht-linear), auf 0,072mm. (Der Rückgang der Verschiebung bei nichtlinearer Rechnung ist auf den beschriebenen Umwandlungseffekt von Biegespannungen aus Kapitel 5.1.2. zurückzuführen.) Somit scheint das Verbesserungspotenzial durch Versickung für die rein biegebelastete Platte erwartungsgemäß sehr groß.

Bestimmung und Verifikation der Sickenorientierung

Der Einfluss der geometrischen Nichtlinearität auf die Biegetrajektorien ist, wie in Abbildung 11.4 zu sehen, äußerst gering. Setzt man die Biegetrajektorien in orthotrope Materialausrichtungen mit dem berechneten Versteifungsfaktor um, so erhält man die in Abbildung 11.5 dargestellten Biegetrajektorien. Hier ist bis auf 8 Elemente eine sehr gute Übereinstimmung festzustellen.



lineare Analyse

geometrisch nichtlineare Analyse

1.0 .80 .60

.40 .20

.00_ -.20_ -.40

-.60 -.80 -1.0









Untersucht man das Verhältnis von 2. HBS/1. HBS des isotropen Modells (Abbildung 11.6), so wird deutlich, dass die betroffenen Elemente wieder im negativen Bereich nahe eins liegen. Somit ist hier die Ausrichtung der Trajektorien nicht definiert bzw. zufällig.

Aufgrund der geringen Abweichung wird das Ergebnis als akzeptable Näherung an ein Optimum angesehen.

Manuelle Umsetzung

Die Konstruktion entlang der in Abbildung 11.4 dargestellten Biegetrajektorien führt auf das in Abbildung 11.7 links dargestellte Sickenmuster. Im rechts daneben dargestellten Verformungsbild wird offensichtlich, dass im Zentrum der Platte eine starke lokale Verformung auftritt.



Abbildung 11.7: Erster manueller Sickenentwurf für quadratische Platte mit zentraler Normalkraft Diese lässt sich in einem weiteren Arbeitsgang verringern, in dem man eine zusätzliche kleine Vertiefung im Zentrum hinzufügt:





Dies zeigt deutlich, dass die Versteifungswirkung von Sicken sehr sensitiv auf Geometrieänderungen, besonders im Bereich der Lasteinleitung, ist. Dies wird durch die einzelne punktuelle Last zusätzlich verstärkt. So fallen z.B. bei einer Druckbelastung die Verschiebungsänderungen durch solche kleinen Geometrieänderungen deutlich geringer aus. Dies macht einen praxisrelevanten Vergleich unterschiedlicher Sickenbilder unter Punktlast schwer, da in der Praxis Belastungen selten so konzentriert auftreten.

Die entstandene Sickenanordnung steht im Einklang mit der Konstruktionsregel OE3, die für quadratische Platten runde Sicken empfiehlt. So ist diese von Oehler experimentell bestimmte Regel die optimale Lösung für eine quadratische Platte, welche auf einem Rahmen aufgelegt zentrisch belastet wird. Da Sickenanordnungen, wie noch zu sehen sein wird, stark von den Randbedingungen abhängen, ist es jedoch nicht sinnvoll von einem Lastfall auf eine allgemeine Konstruktionsregel zu schließen.

Automatische Umsetzung

Bei der automatischem Umsetzung wurden zwei Varianten gerechnet. Einmal mit der Sickenbreite 40mm und einmal mit der Sickenbreite 50mm. Die Ergebnisgeometrien sind in Abbildung 11.9 dargestellt.





Sickenbreite 40mm

Sickenbreite 50mm

Abbildung 11.9: Automatische Umsetzung der Biegetrajektorien bei zentrischer Kraft, translatorisch eingespannt

Wie zu erwarten steigt mit abnehmender Sickenbreite die Steifigkeit: für die Sickenbreite 50mm liegt die maximale Verschiebung bei 0,6mm, bei 40mm hingegen bei 0,43mm. Dies liegt zum einen daran, dass die Sickenanordnung die Biegetrajektorien besser abbilden kann, zum anderen, weil mit abnehmender Profilbreite b der Flächenträgheitsanteil der Sickenflanken zunimmt (vgl. Gl. 5.15, Seite 74).

Nachkonstruktion im CAD

Aus den erzeugten Sickengeometrien wurden eine entsprechende Sickengeometrie im CAD mit einem Flankenwinkel von 60° konstruiert und neu vernetzt.



Abbildung 11.10: CAD-Umsetzung der Entwürfe der quadratischen Platte

Die Nachrechnung dieser Modelle hat zu maximalen Verschiebungen von 0,47mm geführt. Somit ist dieser Wert im Rahmen der Vorhersagen der durch Knotenverschiebung erzeugten versickten Modelle der Platte.

Auswertung

Um einen groben quantitativen Eindruck über die mechanische Qualität der entworfenen Sickenanordnung zu bekommen, wurden einige typische Kennwerte in der Tabelle 11.4 bekannten Sickenmustern gegenüber gestellt.

Die Ergebnisse in Tabelle 11.4 lassen folgende Rückschlüsse zu:

- Die CAD-Umsetzung weist nahezu die gleiche Steifigkeit wie der automatisch erzeugte Entwurf auf.
- Im Spannungsniveau liegen Entwurf und CAD-Modell relativ nah zusammen.
- Die neuen Sickenmuster haben bezogen auf ihre hohe Steifigkeit ein vergleichsweise niedriges Spannungsniveau
- Das automatisch erzeugte Sickenmuster sowie das CAD-Pendant sind deutlich steifer als die der Literatur entnommenen Entwürfe, jedoch deutlich schlechter als das theoretische Optimum.

	Ausgangs- modell	th. optimale Sicken	orthotrop. Optimum	Autom. Entwurf	CAD- Konstruk- tion	Oehler	Sicken atlas
Bild				\bigcirc		X	0
Max. Ver- schiebu ng [mm]	21,7	0,072	0,14	0,43	0,47	2,42	1,1
Verschie bungs- faktor	301	1	1,9	6,0	6,5	33,6	15,3
Max. 1. HS [N/mm ²]	296	n.v.	n.v.	99,1	118	234	85,6
Max. 1. HBS [N/mm ²]	296	n.v.	n.v.	94,2	115	233	84,2
Max. 1. HMS [N/mm ²]	0	n.v.	n.v.	8,4	8,8	29,2	22,9
Max. Membra nschub [N/mm ²]	0	n.v.	n.v.	5,6	4,4	14,6	11,5

Tabelle 11.4: Vergleich der mechanischen Eigenschaften für verschiede Sickenanordnungen der Haube

11.3.1.3 Optimierung der Platte mit Pave-Netz

Dieses Modell wurde mit den selben Randbedingungen wie das vorherige Modell optimiert. Durch das unregelmäßige Netz eignet es sich sehr gut, die Netzunabhängigkeit des Verfahrens zu demonstrieren. Sollte die Lösung dieses Modells von der Lösung des Modells mit dem Iso-Netz merklich abweichen, so wäre das Verfahren empfindlich gegenüber numerischen und netzgeometrischen Einflüssen und wäre für eine sinnvolle und reproduzierbare Optimierung mechanischer Eigenschaften ungeeignet.



Abbildung 11.11: Automatische Umsetzung der Biegetrajektorien bei zentrischer Kraft, translatorisch eingespannt, gepaved

Wie in Abbildung 11.11 zu sehen ist, stimmt der automatisch erzeugte Sickenentwurf relativ gut mit der Lösung des Iso-Netzes bei einer Sickenbreite von 40mm überein. Die Abweichungen liegen zum einen am Effekt des unstrukturierten Netzes, zum anderen am Einfluss der geringeren Anzahl der Elemente. So ist z.B. die Abweichung in der Sickenbreite darauf zurückzuführen, dass das Netz zur Vermeidung von zu starken Elementverkippungen abhängig von der Elementkantenlänge geglättet wird. Die Grundaussage über die empfohlene Sickenanordnung bleibt trotz dieser Differenzen deutlich und vom Netz unbeeinflusst. Somit ist das Verfahren geeignet, unbeeinflusst von der Netzstruktur Sickenentwürfe zu erzeugen.

11.3.1.4 Optimierung der Iso-Platte unter Druck, alle 6 Freiheitsgrade eingespannt

Um die Übertragbarkeit von Sickenmustern zu bewerten, was die Vorraussetzung für den sinnvollen Einsatz von Konstruktionskatalogen ist, wurde die quadratische Platte mit geänderten Randbedingen nochmals optimiert. In diesem Falle wurde eine Druckbelastung von 0,01 N/mm² statt der zentrischen Normalkraft aufgebracht, und die Platte wurde am Rand in allen 6 Freiheitsgraden fixiert.

Voruntersuchungen

Dadurch, dass es sich wieder um eine ausschließlich senkrecht belastete Platte handelt, treten im linearen Ausgangsmodell entsprechend ausschließlich Biegespannungen auf.



Abbildung 11.12: Biegespannungen der quadratischen Platte unter Druck

Es ist deutlich zu sehen, wie durch die komplette Einspannung der Ränder nun auch dort Biegespannungen entstehen. Die maximale Durchbiegung liegt dabei bei 86mm (linear).

Für das theoretische Optimum wurde wie zuvor wieder ein BMIR=315,6 angenommen. Die maximale Verschiebung nach der FEM-Analyse des Modells für das theoretische Optimum liegt damit bei 0,28mm.

Bestimmung und Verifikation der Sickenorientierung

Die Berechnung der Biegetrajektorien führt zu dem in Abbildung 11.13 links dargestellten Ergebnis. Die Biegetrajektorien des entsprechenden orthotropen Modells sind rechts daneben zu sehen.





Ausgangsmodell

Orthotropes Modell

Abbildung 11.13: Biegetrajektorienvergleich zur Verifikation

Es ist eine deutliche Übereinstimmung der Biegetrajektorien beider Modelle zu sehen. Durch die orthotropen Elementeigenschaften stellt sich eine maximale Verschiebung von 0,48mm ein. Ein Vergleich zu den Biegetrajektorien bei zentrischer Normalkraft zeigt, dass die optimale Sickenrichtungen vor allem in den Randbereichen stark von den Randbedingungen abhängen (vgl. Abbildung 11.4).

Manuelle und Automatische Umsetzung

Basierend auf den berechneten Sickenorientierungen wurden wieder sowohl auf manuellem Weg als auch automatisch Sickenentwürfe erzeugt.





Manuell

Automatisch

Abbildung 11.14: Sickengeometrien für die Platte unter Druck

Beide Entwürfe sind sich sehr ähnlich. Die automatisch erzeugte Sickengeometrie hat jedoch bei diesem Lastfall offensichtliche Schwächen. In einigen Bereichen gibt es Einschnürungen, und in anderen erscheint es sinnvoll, kleine Lücken zu schließen.



Abbildung 11.15: Manuelle Korrekturen an der automatisch erzeugten Sickengeometrie

Vergleich man die Dehnungsenergiedichten vor und nach der Korrektur, so ist deutlich zu sehen, dass es zu einer Absenkung sowie einer besseren Verteilung der Dehnungsenergie kommt.





Nach der Korrektur

Abbildung 11.16: Verteilung der Dehnungsenergiedichte für die automatisch erzeugte Sickengeometrie

Durch diesen Eingriff ist es gelungen, die maximale Verschiebung von 5,5 mm auf 3,1 mm zu senken.

Auf eine Umsetzung in eine CAD-Konstruktion wurde für dieses Modell verzichtet.

Auswertung

Die folgende Tabelle stellt die wichtigsten mechanischen Kenngrößen gegenüber. Es wurde wieder ein Sickenmuster aus dem Sickenatlas und eines von Oehler entsprechend eingespannt und mit Druck beaufschlagt. Die Ergebnisse sollen zeigen, wie gut sich diese Sickengeometrien für geänderte Randbedingungen eignen.

	Ausgangs - modell	th. optimale Sicken	orthotrop. Optimum	Manuell erzeugte Sicken	Autom. Entwurf, korr.	Oehler	Sickenatla s
Bild						X	
Max. Ver- schiebung [mm]	86	0,28	0,48	2,4	3,1	10,6	7,6
Verschieb- ungsfaktor	307	1	1,7	8,5	11,1	37,9	27,1
Max. 1. HS [N/mm ²]	889	n.v.	n.v.	343	390	509	509
Max. 1. HBS [N/mm ²]	889	n.v.	n.v.	315	328	409	485
Max. 1. HMS [N/mm ²]	0	n.v.	n.v.	123	172	362	259
Max. Membran- schub [N/mm ²]	0	n.v.	n.v.	62,2	90	181	130

Tabelle 11.5: Vergleich der mechanischen Eigenschaften für verschiede Sickenanordnungen der Haube

Die Ergebnisse lassen folgende Rückschlüsse zu:

 Die manuelle Umsetzung der Biegetrajektorien ist mechanisch etwas besser als der automatisch erzeugte und korrigierte Sickenentwurf.
 Beide Modelle sind deutlich besser als die zum Vergleich herangezogenen Sickenmuster aus der Literatur. Vom Erscheinungsbild unterscheiden sich die Sickenentwürfe deutlich von denen unter zentrischer Normalkraft. Eine einfache Übertragbarkeit ist somit nicht gegeben. Die Randbedingungen haben einen erheblichen Einfluss auf die optimale Sickengeometrie.

11.3.2 Versickung einer rechteckigen Platte

11.3.2.1 Modellvorstellung

Auch diese Platte orientiert sich in ihren Abmaßen an den Standardformaten von Konstruktionskatalogen und Sickenatlas. Sie ist 300x750mm groß und hat eine Materialstärke von 1mm. Um eine direkte Vergleichsmöglichkeit mit bisherigen Untersuchungen zu haben, wurde sie wieder translatorisch gelagert und mit einer Normalkraft von 100N im Zentrum belastet.



Abbildung 11.17: FEM-Modelle der rechteckigen Platte

Für die Versickung wurden dieselben Parameter wie bei der quadratischen Platte festgelegt:

Sickenhöhe	10mm
Sickenbreite	ca. 50mm

Tabelle 11.6: Sickenparameter rechteckige Platte

Zur besseren Darstellung der Biegetrajektorien wurde zusätzlich ein gröberes Iso-Modell erstellt.

11.3.2.2 Optimierung der rechteckigen Platte

Voruntersuchungen

Es liegt, wie bereits bei den anderen Platten beobachtet, eine Konfiguration vor, in der bei der linearen Analyse zunächst ausschließlich Biegespannungen auftreten.



Während das Ausgangsmodell eine maximale Verschiebung von 8,0mm aufweist, liegt das theoretische Optimum entsprechend bei 0,026mm.

Bestimmung und Verifikation der Sickenorientierung

Die Sickenorientierung wird über die Biegetrajektorien des isotropen Modells bestimmt.





isotropes Modell

orthotropes Modell



In diesem Falle sind über das gesamte Modell keine Unterschiede erkennbar. Die bestimmte Sickenorientierung entspricht dem Optimalitätskriterium im vollen Maße. Darüber hinaus haben die orthotropen Materialeigenschaften die maximale Verschiebung auf 0,043mm reduziert.

Manuelle und Automatische Umsetzung

Basierend auf den berechneten Sickenorientierungen wurden sowohl manuell als auch automatisch Sickengeometrien erzeugt.



Manuell

Automatisch

Automatisch, manuell korrigiert

Abbildung 11.19: Sickengeometrien für die rechteckige Platte unter Normalkraft

Auch die manuelle und automatische Umsetzung der Biegetrajektorien liegen wieder nah beieinander. Leider schafft es der Algorithmus nicht, die offensichtlich sinnvolle Quersicke in der Mitte komplett auszubilden. Parallel zu den Betrachtungen bei der quadratischen Platte werden diese Schwachstellen auch wieder durch Untersuchung z.B. der Dehnungsenergiedichten deutlich. Durch entsprechend geringfügige manuelle Nacharbeit kann die maximale Verschiebung im Modell noch mal um über 50% verbessert werden.

Nachkonstruktion im CAD

Das Ergebnis der automatisch erzeugten Sickengeometrie für dieses Modell wurde in eine CAD-Konstruktion umgesetzt und nachgerechnet.



Abbildung 11.20: CAD-Umsetzung des automatischen Entwurfs der rechteckigen Platte

Durch die einfache Geometrie der Sickenentwürfe war es möglich, bei der CAD Konstruktion nahe am ursprünglichen Entwurf zu bleiben. So blieb auch die maximale Verschiebung mit 0,16mm praktisch unverändert.

Auswertung

Wie zuvor bietet es sich an, die erhaltenen Sickenmuster mit bekannten Sickenmustern aus der Literatur zu vergleichen.

Die Ergebnisse in Tabelle 11.7 zeigen ein ähnliches Bild, wie bei der quadratischen Platte unter zentrischer Normalkraft:

- Die CAD-Umsetzung weist die gleiche Steifigkeit wie der automatisch erzeugte Entwurf auf.
- Im Spannungsniveau liegen Entwurf und CAD-Modell relativ nah zusammen.
- Die neue Sickenmuster haben bezogen auf ihre Steifigkeit ein relativ niedriges Spannungsniveau.
- Das automatisch erzeugte Sickenmuster sowie das CAD-Pendant sind deutlich steifer als die der Literatur entnommenen Entwürfe, jedoch deutlich schlechter als das theoretische Optimum.

	Ausgangs- modell	th. optimale Sicken	orthotrop. Optimum	Autom. Entwurf, korr.	CAD	Oehler	Sicken- atlas
Bild				((((\))))			
Max. Ver- schiebung [mm]	8,0	0,026	0,043	0,16	0,16	0,87	1,19
Verschieb- ungsfaktor	307	1	2,1	6,1	6,1	33,5	45,8
Max. 1. HS [N/mm ²]	172	n.v.	n.v.	109	128	97,4	226
Max. 1. HBS [N/mm ²]	172	n.v.	n.v.	101	121	59,6	224
Max. 1. HMS [N/mm ²]	0	n.v.	n.v.	17,9	18,9	59,1	7,3
Max. Membran- schub [N/mm ²]	0	n.v.	n.v.	9,94	9,7	29,5	3,9

Tabelle 11.7: Vergleich der mechanischen Eigenschaften für verschiedene Sickenanordnungen der Haube

11.4 Optimierung einer Ölwanne

Dieses Beispiel gibt zwar nicht die Möglichkeit zu einem Vergleich mit der Literatur, zeigt aber einige Effekte, Möglichkeiten und Grenzen bei der Anwendung auf Schalenmodelle. Hier treten Geometrieeinflüsse und komplexe Beanspruchungsverteilungen auf, wie sie bei Platten nicht zu beobachten sind.

11.4.1 Modellvorstellung

Die Geometrie des Modells wurde in Anlehnung an reale Ölwannen entworfen. Ziel der Optimierung ist es, die Wanne, welche mit einem Innendruck von 1 bar beaufschlagt wurde, durch eine Versickung möglichst steif zu gestalten. Die Auswirkung auf den Ölfluss soll hierbei unberücksichtigt bleiben. Abgesehen von der relativ komplexen Berandung weist die Wanne als besonderes Merkmal einen leichten Knick in der Oberfläche auf.

Vernetzt wurde das Modell mit CQUAD4- und CTRIA3-Elementen mit 4 bzw. 7mm Elementkantenlänge. Die Ölwanne ist in Stahl ausgeführt und hat eine Materialdicke von 1,3mm.



Abbildung 11.21: Abmessungen der Ölwanne

Die Design-Gebiet für die Sicken wurden so gewählt, dass auch eine Sickenerzeugung über die Kanten hinaus möglich ist:



Abbildung 11.22: Design-Knoten der Ölwanne

Um Elementdurchdringungen während der Sickenerzeugung zu vermeiden, wurde der Designbereich nicht bis zum Rand hinunter gezogen, wie es fertigungstechnisch für einen Tiefziehprozess sinnvoll wäre. So führt das Designgebiet zu Hinterschnitten bei der Optimierung. Bei der Nachkonstruktion im CAD kann dies jedoch, wie später gezeigt wird, noch berücksichtigt werden.

Die Ölwanne soll mit 6mm hohen und 20mm breiten Sicken versehen werden.

11.4.2 Voruntersuchung

Das Ausgangsmodell hat unter der Druckbeaufschlagung eine maximale Verschiebung von 12,0 mm. Betrachtet man die Verformung in Abbildung 11.23, so ist der Einfluss des Knickes in der Schale deutlich. Durch die Versteifungswirkung des Knickes ist die maximale Verschiebung deutlich nach rechts verlagert.



Abbildung 11.23: Deformation der isotropen Ausgangsgeometrie der Ölwanne

Wie in der folgenden Abbildung zu sehen ist, treten die maximalen Hauptspannungen zum einen im Bereich des Knickes auf, zum anderen entlang der Ränder um die maximale Verformung.



Abbildung 11.24: Maximale 1. Hauptspannung der Ölwanne

Der größte Anteil an den Hauptspannungen ist dabei auf Biegespannungen zurückzuführen, wie in Abbildung 11.25 zu sehen ist.



Abbildung 11.25: 1. Hauptbiegespannung der Ölwanne

Dies macht deutlich, dass es für eine Spannungsreduktion sinnvoll ist, die Ränder mit in das Optimierungsgebiet einzubeziehen.

Aus den angegebenen Sicken- und Modellparametern ergibt sich ein BMIR-Faktor von ca. 67. Nach der FEM-Analyse liegt das theoretisches Optimum für die maximale Steifigkeit bei einer maximalen Verschiebung von 0,31mm. Betrachtet man die dabei entstehende Verformung kann man eine deutliche Änderung der Deformationsfigur durch die Biegesteifigkeitserhöhung feststellen.



Abbildung 11.26: Deformation des th. Optimum der Ölwanne

Wie mechanisch zu erwarten ist. schwindet durch die Simulation der Versteifungswirkung der Sicken der Einfluss des Knickes auf die Verformung. Die Wanne verhält sich nun eher so, als wäre der Knick nicht präsent. Dessen Versteifungswirkung ist im Vergleich zu der Wirkung der Sicken vernachlässigbar gering. Somit entspricht die Deformationsfigur der theoretisch optimal versteiften Wanne eher der zu entwickelnden versickten Wanne als die Deformationsfigur des Ausgangsmodells. Ändert sich die Deformationsfigur, ändern sich damit auch die Biegetrajektorien. Somit erscheint das Modell des theoretischen Optimums zur Bestimmung der optimalen Sickenorientierungen geeigneter als das Ausgangsmodell.

11.4.3 Bestimmung und Verifikation der Sickenorientierung

Hier sollen zwei Möglichkeiten, die Sickenorientierung zu bestimmen, untersucht werden. Zum einen auf Basis des unveränderten Ausgangsmodells wie bisher

(Variante A), zum anderen auf Basis des Modells zur Bestimmung des theoretischen Optimums (Variante B).

A) Auf Basis des Ausgangsmodells:

In Abbildung 11.27 ist der starke Einfluss des Knickes auf die Biegetrajektorien zu sehen. Wie zu erwarten, stehen die Biegetrajektorien senkrecht auf die Umrandung. Dies ist ein Zeichen, dass über die Ränder Biegemomente übertragen werden. Somit entspricht diese Situation eher der komplett eingespannt Platte als der translatorisch eingespannten Platte.



Abbildung 11.27: Biegetrajektorien der isotropen Ölwanne mit Ausgangsmaterialdaten.

Setzt man diese Biegetrajektorien in eine biegeorthotrope Elementformulierung um, so erhält man die im folgenden Bild dargestellten Biegetrajektorien.



Abbildung 11.28: Biegetrajektorien der orthotropen Ölwanne

Es ist zu beobachten, dass über die gesamte Wanne immer wieder Biegetrajektorien gekippt sind, auch wenn sie nicht großflächig gekippt sind. Somit ist das 1. Optimalitätskriterium⁶⁸ nicht erfüllt und die optimale Sickenorientierung wurde nicht gefunden. Die maximale Verschiebung dieses orthotropen Modells liegt bei 0,81mm.

B) Auf Basis des Modells für die theoretisch optimale Sicke:

Bestimmt man die Biegetrajektorien des Modells der Variante B, so ist nun zu sehen, dass sich diese deutlich verändert haben. Sie sind nun praktisch unbeeinflusst vom Knick in der Oberfläche der Wanne.



Abbildung 11.29: Biegetrajektorien der theoretisch optimal versickte Ölwanne

Die Umsetzung dieser Orientierungen in ein orthotropes Modell führt zu folgendem Erscheinungsbild der Trajektorien:



Hier fallen die Abweichungen der Biegetrajektorien zur simulierten Sickenausrichtung deutlich geringer aus. Auch die nun entstehende maximale Verschiebung von nur 0,34mm zeigt, dass diese Sickenorientierung deutlich besser versteift als die vorherige und nahe an das theoretische Optimum heran kommt.

11.4.4 Automatische Umsetzung

Trotz der offensichtlichen Überlegenheit der Sickenorientierung von Variante B, werden hier zum Vergleich beide Sickenorientierungen in eine Sickengeometrie umgesetzt.

Mit der Komplexität der Geometrie und Belastung steigt auch die Komplexität der Biegetrajektorien und deren "fehlerfreie" automatische Umsetzung. Da eine Interpretation immer auch subjektiv und die beste Interpretation schwer vorhersagbar ist, kann man hier nicht direkt von "fehlerfrei" sprechen. Wenn jedoch die mechanischen Eigenschaften deutlich unter der Potenzialabschätzung liegen, ist dies ein Hinweis auf mögliche Umsetzungs- bzw. Interpretationsfehler. Es gibt Interpretationsfehler, die offensichtlich sind. Dazu gehören z.B. kurz unterbrochene Sickenzüge. Diese treten vor allem in Bereichen auf, in denen scharfe Richtungswechsel oder Unstetigkeiten in den Biegetrajektorien stattfinden. Bei diesem Modell ist dies vor allem im Bereich des Randes zu beobachten. Diese Fehler können jedoch relativ einfach und schnell von Hand entsprechend der aufgestellten Konstruktionsregeln korrigiert werden. Prinzipiell ist dies jedoch als Schwäche des automatischen Algorithmus in seinem derzeitigen Stadium zu sehen.

Typische Kennzeichen für Bereiche, in denen Korrekturbedarf besteht, sind wieder punktförmige Dehnungsenergiekonzentrationen am vermeintlichen Sickenende.



Abbildung 11.30: Dehnungsenergiekonzentrationen am Sickenauslauf



Hier sollte dann entsprechend korrigierend eingegriffen werden:

Abbildung 11.31: Korrekturen an der automatisch erzeugten Sickengeometrie für Modell B

Obige Abbildung zeigt die durchgeführten Korrekturen für den Entwurf nach Variante B. In den Bereichen der Energiekonzentrationen wurden die unterbrochenen Sickenzüge geschlossen und damit die Leitstützstruktur versteift.

11.4.5 Nachkonstruktion im CAD

Zur Untersuchung der Vorhersagequalität der Methode wurden die Modelle A und B interpretiert, auskonstruiert, neu vernetzt und nachgerechnet. Auf Basis des Ausgangsmodells ergibt sich dabei das in Abbildung 11.32 oben dargestellte automatisch generierte und korrigierte Sickenmuster, welches dann mit der darunter dargestellten Sickenkonstruktion umgesetzt wurde.



Abbildung 11.32: Umsetzung des Sickenentwurfs des Modells A in eine CAD Konstruktion

Der Entwurf aus Abbildung 11.31 für das Modell B wurde wie in der folgenden Abbildung dargestellt umgesetzt.



Abbildung 11.33: Umsetzung des Sickenentwurfs des Modells B in eine CAD Konstruktion

11.4.6 Auswertung

Das Modell bietet sich dafür an, die Vorhersagegenauigkeit der Entwürfe zu überprüfen und die Qualität der Lösungen mit dem theoretischen Optimum zu vergleichen.

Die Ergebnisse der Ölwanne lassen folgende Rückschlüsse zu:

- Das orthotrope Modell auf Basis des theoretischen Optimums hat eine deutlich bessere Versteifungswirkung im Vergleich zum Modell auf Basis des Ausgangszustands.
- Die CAD-Konstruktion nach Variante B ist nur geringfügig steifer als die nach Variante A, hat aber ein deutlich niedrigeres Spannungsniveau, hervorgerufen durch die geringeren Membranspannungen.
- Wie am Verschiebungsfaktor zu sehen ist, wurde die Versteifungswirkung beider Entwürfe durch die Umsetzung in eine CAD-Konstruktion nochmals deutlich verbessert.
- Bei starken Richtungswechseln oder Unstetigkeiten der Biegetrajektorien kommt es beim automatischen Sickenentwurf zu ungünstigen Unterbrechungen der generierten Sicken.

Basierend auf der ersten Beobachtung lässt sich die Hypothese aus Kapitel 5.2.3 erweitern:

Hypothese für die Bestimmung der optimalen Sickenausrichtung (erweitert):

Wenn sich durch die Einbringung der optimal orientierten Sicken die Deformationsfigur des unversickten Modell nicht (oder nur wenig) ändert, so kann man aus den Biegerichtungen der isotropen Rechnung in guter Näherung die optimalen Sickenrichtungen bestimmen. Ändert sich jedoch die Deformationsfigur deutlich in ihrem Charakter, so wird die Vorhersagegenauigkeit verbessert, indem die Biegerichtungen aus der Simulation der theoretisch optimalen Sicke zugrunde gelegt werden.

Die Gültigkeit dieser Hypothese muss noch durch weitere Anwendungen und Untersuchungen bestätigt werden.

Die Anwendung der Methode auf die Ölwanne hat gezeigt, dass sie auch für reale 3D-Strukturen einsetzbar ist, auch wenn der Algorithmus noch Schwächen bei der Interpretation unstetiger Biegetrajektorien aufweist. Hier besteht weiterer Entwicklungsbedarf.

CAD Konstruk- tion B		6,0	3,2	320	218	226	113
Autom. Entwurf nach B korr.		1,62	5,2	326	245	175	92
orthotrop. Optimum B		0,34	7, 7	л.v.	л. К.	n.v.	n.v.
CAD Konstruk- tion A		1,15	3,7	382	226	278	139
Autom. Entwurf nach A, korr.		2,27	7,3	478	356	374	187
orthotrop. Optimum A		0,81	2,6	n.v.	л.v.	л.v.	n.v.
th. optimale Sicken		0,31	-	n.v.	n.v.	.v.n	л.v.
Ausgangs- modell		12	38,7	2967	887	274	137
	Bild	Max. Ver- schiebun g [mm]	Verschie- bungs- faktor	Max. 1. HS [N/mm ²]	Max. 1. HBS [N/mm ²]	Max. 1. HMS [N/mm ²]	Max. Membran schub

Tabelle 11.8: Vergleich der mechanischen Eigenschaften für verschiede Sickenanordnungen der Haube

12 Zusammenfassung und Fazit

Nach Grundlagenuntersuchungen zur Funktionsweise von Sicken als Versteifungselement für Leitstützstrukturen wurden Optimalitätskriterien für die Gestaltung von Sickenanordnungen formuliert. Eine These zur theoretisch optimalen Sicke hilft dabei, das mögliche Verbesserungspotenzial durch Sicken für eine Leitstützstruktur abzuschätzen.

Aus diesen Erkenntnissen wurde eine durchgängige Konstruktionsmethode für die Sickenkonstruktion entwickelt.

Sie gliedert die Vorgehensweise in folgende Teilschritte:



Abbildung 12.1: Kurzdarstellung der Methode

- Kernfrage ist zunächst, ob sich eine Versickung der Leitstützstruktur zur Lösung des Festigkeits- oder Steifigkeitsproblem eignet. Durch die Simulation biegesteifer Schalen für die theoretisch optimale Sickenstruktur lässt sich das Verbesserungspotenzial durch Versickung vorab zuverlässig abschätzen bzw. die Eignung überprüfen.
- Aufgrund der Erkenntnis, dass Sicken ihre maximale Effizienz durch die Ausrichtung entlang der größten Biegebeanspruchung erreichen, wurde eine Hypothese aufgestellt, mit der die optimale Sickenausrichtung anhand des unversickten Modells, mit oder ohne Erhöhung der Biegesteifigkeit, in vielen Fällen vorhergesagt werden kann.

- 3. In diesem Schritt können die Sickenorientierungen aus Schritt 2 überprüft werden. Hierzu werden die Sickenorientierungen und Abmessungen durch eine orthotrope Elementformulierung simuliert. Gemäß dem aufgestellten Optimalitätskriterium müssen Sickenorientierung und die eingeführte 1. Hauptbiegespannung parallel verlaufen. Darüber hinaus lassen sich genauere Vorhersagen über die zu erwartende Steifigkeit machen.
- 4. Nach der Verifikation der Sickenorientierung ist der nächste Schritt die Interpretation der Sickenrichtungen in eine zusammenhängende 3D-Ausgestaltung der Leitstützstruktur. Hierzu wurden Konstruktionsregeln formuliert, die sowohl manuell als in Form eines computerbasierten Algorithmus diese Interpretation formalisieren. Dieses Vorgehen stellt sicher, dass kontrolliert und reproduzierbar mit möglichst geringem Verlust zur theoretisch Sicke eine reale Umsetzung gefunden wird.
- 5. Die gezeigten Auswertemöglichkeiten mit den abgeleiteten Kenngrößen wie Biege- und Membranspannungsanteil geben dem Anwender die Möglichkeit, die mechanische Wirkung der Sicke zu überprüfen, zu verstehen, zu bewerten und notfalls konstruktiv zu korrigieren.
- 6. Im letzten Schritt wird das gefundene Sickenbild, je nach Qualität der Sickenwinkel Interpretation, mit allen Details wie vorherigen und Verrundungen im CAD ausgestaltet. Dieses Modell hat den geringsten der Methode und lässt somit die Abstraktionsgrad genaueste Steifigkeitsvorhersage und darüber hinaus auch Aussagen über die Festigkeit zu.

Es wurde gezeigt, dass die Methode im Einklang mit den Ergebnissen und Konstruktionsregeln von experimentellen und rechnerischen Untersuchungen der Literatur steht. Sie verallgemeinert die Regeln jedoch und ermöglicht durch geometrie- und lastfallspezifische Lösungen deutliche Verbesserungen im mechanischen Verhalten. Dies wurde anhand von Beispielen aus der Literatur, wie auch an einem realistischen Modell einer Ölwanne gezeigt.

Es wurde anhand von Beispielen gezeigt, dass die vorgestellte Methode es dem Anwender möglich macht, für statische Lastfälle reproduzierbar mechanisch effiziente Sickenanordnungen zu entwickeln.

13 Ausblick

Der Kern der Methode lässt sich in zwei Teilbereiche aufteilen:

- 1. Bestimmung der optimalen Sickenausrichtung
- 2. Umsetzung in eine Sickenkonstruktion

Für beide Bereiche gibt es unabhängig noch Verbesserungspotenzial.

13.1 Bestimmung der optimalen Sickenorientierung

Ziel der einfachen Vorhersagehypothese der optimalen Sickenrichtung war die einfache und unkomplizierte Anwendbarkeit in der Praxis. Jedoch sind dabei einige Fragen offen geblieben, z.B.:

- Wie können Sickenrichtungen für mehrere Lastfälle (z.B. Betriebszustände) bestimmt werden?
- Wie sieht die optimale Sickenrichtung für weitere Zielfunktionen, z.B. die Maximierung der 1. Eigenfrequenz aus?

Eine zuverlässige direkte Vorhersagemethode wie bei einem einzelnen statischen Lastfall wird hierfür kaum zu finden sein. Vielversprechend scheint es zu sein, den Weg von Luo weiter zu gehen und Erkenntnisse und iterative Methoden aus dem verwandten Gebiet der Optimierung anisotroper Werkstoffe für die Sickenoptimierung zu nutzen.

13.2 Umsetzung von Sickenorientierungen in eine Sickenkonstruktion

Dieser Teilbereich, der ebenfalls wesentlich zum Erfolg der Gesamtmethodik beiträgt, wurde vor dieser Arbeit kaum untersucht. Wie gesehen ist es jedoch keineswegs trivial, Sickenorientierungen möglichst verlustfrei in eine Konstruktion zu übertragen. Kleine Änderungen können große Auswirkungen auf das Gesamtergebnis haben. Obwohl der vorgestellte Algorithmus bereits eine große Erleichterung für den Konstrukteur bei der Interpretation bedeutet, hat sich doch gezeigt, dass die Entwürfe in einigen Fällen durch kleine Änderungen noch deutlich verbesserungsfähig sind. So muss ein Bestreben für die Zukunft sein, die Umsetzungsfähigkeiten bei komplexen Biegetrajektorien zu verbessern.

Eine bisher ebenfalls ungeklärte Frage ist, wie man bei Designgebieten, die sich über Kanten hinweg erstrecken, starke Elementverzerrungen sowie Elementdurchdringung vermeiden kann.

Wenn der Filter in der Lage wäre, die Sickengeometrie genauer und netzunabhängig zu erzeugen, d.h. mit einstellbaren Flankenwinkel und Radien, so wären genauere Spannungsaussagen und eine einhergehende Feingestaltung zur Vermeidung von Spannungskonzentrationen möglich. Eine Möglichkeit, die Modellgröße dabei in Grenzen zu halten und trotzdem die Geometrie entsprechend abbilden zu können, wäre z.B. der Einsatz einer adaptiven Netzverfeinerung.

Für eine Sicherstellung der Herstellbarkeit ist es je nach Fertigungsverfahren nicht ausreichend, nur Hinterschnitte zu vermeiden. Wie sich im Sickenatlas⁶⁹ gezeigt hat, lässt sich mittels Umformsimulation vorhersagen, ob sich die entworfenen Sickenmuster durch einen Tiefziehprozess herstellen lassen. Um solche Situationen schon im Vorfeld zu vermeiden, wäre es vorstellbar, den Filterprozess für den Sickenentwurf mit einer Umformsimulation zu koppeln, so dass nicht herstellbare Geometrien bereits während der Erzeugung korrigiert werden können.

⁶⁹ Schwarz 2002

14 Literaturverzeichnis

- Albers / Matthiesen 2000 Albers, A.; Matthiesen, S.: Konstruktionsmethodisches Grundmodell zum Zusammenhang von Gestalt und Funktion technischer Systeme Das Elementmodell "Wirkflächenpaare & Leitstützstrukturen" zur Analyse und Synthese technischer Systeme. In: Konstruktion, Zeitschrift für die Produktentwicklung, 54 (2002) 7/8. S. 55-60.
- Albers / Nowicki 2003 Albers, A.; Nowicki, L.: Integration der Simulation in die Produktentwicklung

 Neue Möglichkeiten zur Steigerung der Qualität und Effizienz in der Produktentwicklung.
 In: Symposium "Simulation in der Produkt- und Prozessentwicklung". (Bremen, 5.-7.
 November 2003) Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag 2004, S. 141-148.
- Albers et al. 2003 Albers, A.; Matthiesen, S.; Ohmer, M.: Evaluation of the Element Model "Working Surface Pairs & Channel and Support Structures". In: International CIRP Design Seminar 2003: *Methods and Tools for Co-operative and Integrated Design*. (Grenoble, 12.-14. Mai 2003)
- Altair 2002 N.N.: Altair Optistruct 5.0 Hilfe-Datei, Altair Engineering, Inc., USA 2002.
- **Baier et al. 1994** Baier, H.; Seeßelberg, C.; Specht, B.: *Optimierung in der Strukturmechanik*. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg Verlag, 1994.
- Bendsøe / Sigmund 2003 Bendsøe, M; Sigmund, O.: Topology Optimization Theory, Methods and Applications. Berlin: Springer Verlag, 2003
- **Bischoff et al. 2004** Bischoff, M; Wall, W.A.; Bletzinger, K.-U.; Ramm, E.: Models and Finite Elements for Thin-Walled Structures. In: *Encyclopedia of Computational Mechanics*. Edited by Erwin Stein, René de Borst and Thomas J.R. Hughes. John Wiley & Sons, Ltd. 2004.
- Bletzinger 2003 Bletzinger, K.-U.: Theory of Plates. Lecture Notes, Institut für Statik, TU München 2003
- **Bode 1996** Bode, E.: Konstruktionsatlas Werkstoffgerechtes Konstruieren, Verfahrensgerechtes Konstruieren. 6. Aufl. Wiesbaden: Vieweg Verlag 1996.
- Cheng et al. 1994 Cheng, H.C.; Kikuchi, N.; Ma, Z.D.: An improved approach for determining the optimal orientation of orthotropic material. In: *Structural Optimization* Vol. 8 (1994), pp. 101-112.
- Chung / Lee 1997 Chung, J.; Lee, K.: Optimal design of rib structures using the topology optimization technique. In: *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers* Vol. 211 Part C, 1997.
- Dannemann / Widmann 1984 Dannemann, E.; Widmann, M.: Fertigungsgerechte Konstruktion von Versteifungssicken in Blechteilen. In: Konstruieren mit Blech, VDI Berichte 523; Düsseldorf: VDI Verlag GmbH, 1984.

- Díaz / Bendsøe 1992 Díaz, A.R.; Bendsøe, M: Shape optimization of structures for multiple loading conditions using a homogenization method. In: *Structural Optimization* Vol. 4 (1992) pp.17-22.
- Emmrich / Albers 2003 Emmrich, D.; Albers, A.: Neue Ansätze zur Optimierung von Schalenstrukturen. In: Symposium "Simulation in der Produkt- und Prozessentwicklung". (Bremen, 5.-7. November 2003) Stuttgart: Fraunhofer IRB Verlag 2004, S. 179-188.
- Emmrich et al. 2002 Emmrich, D.; Häußler, P.; Albers, A.: Automated Structural optimization of Flexible Components Using MSC.ADAMS/Flex and MSC.Nastran Sol200. In: 1st European MSC.ADAMS User Conference (London, 2002).
- **Gea / Luo 2004** Gea, H.C.; Luo, J.H.: On the stress-based and strain-based methods for predicting optimal orientation of orthotropic materials. In: *Structural Optimization* Vol. 26 (2004) pp.229-234.
- Hake / Meskouris 2001 Hake, E.; Meskouris, K.: *Statik der Flächentragwerke*.Berlin: Springer 2001.
- Harzheim et al. 1999 Harzheim, L.; Graf, G.; Klug, S.; Liebers, J.: Topologieoptimierung im praktischen Einsatz. In: *Automobiltechnische Zeitschrift* 101 (1999), Nr. 7/8, S. 3-12.
- Hassani / Hinton 1999 Hassani, B.; Hinten, E.: Homogenization and Structural Topology Optimization. London: Springer Verlag, 1999.
- Häußler et al. 2001 Häußler, P.; Emmrich, D.; Müller, O.; Ilzhöfer, B.; Nowicki, L.; Albers A.: Automated Topology Optimization of Flexible Components in Hybrid Finite Element Multibody Systems using ADAMS/Flex and MSC.Construct. In: ADAMS European User's Conference (Berchtesgaden, 14th-15th November 2001).
- Herrmann 1997 Herrmann, F.: Rechnerische Untersuchung von ausgesteiften Karosserieblechen hinsichtlich ihres Steifigkeitsverhaltens und der auftretenden Spannungskonzentration unter Last. RWTH Aachen, Institut für Kraftfahrwesen, Schriftenreihe Automobiltechnik Nr 4097, Forschungsgesellschaft Kraftfahrwesen Aachen mbH (fka), Diss. 1997.
- Herrmann et al. 1995 Herrmann, F.; Kiehn, H.; Stäblein, R.: Lebensdauer von Blechen mit Sicken. FAT Schriftenreihe Nr. 128, RWTH Aachen für die Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V. 1995.
- Hinton / Owen 1990 Hinton, E.; Owen, D.R.J.; Krause, G. (Hrsg.): *Finite Elemente Programme für Schalen und Platten*. Berlin: Springer-Verlag 1990.
- Hintzen et al. 2002 Hintzen, H.; Laufenberg, H. Kurz, U.: *Konstruieren, Gestalten, Entwerfen.* 2. Aufl. Wiesbaden: Vieweg Verlag 2002
- **Ibrahimbegovic 1990** Ibrahimbegovic, A.; Taylor, R.L.; Wilson, E.L.: A robust quadrilateral membrane finite element with drilling degrees of freedom. In: *International journal for Numerical Methods in Engineering* Vol. 30 (1990), pp. 445-457.
- Issler / Ruoß 1997 Issler, L.; Ruoß, H.: Festigkeitslehre Grundlagen. 2. Aufl. Berlin: Springer Verlag 1997.
- **Kienzle 1955** Kienzle, O.: Die Versteifung ebener Böden und Wände aus Blech. In: *Mitteilungen der Forschungsgesellschaft Blechverarbeitung* Nr.7 (1955) pp. 77-83.
Klein 1989 Klein, B.: Leichtbau-Konstruktion; Wiesbaden: Vieweg Verlag 1989.

- Klein 1995 Klein, B.: Praxisfähiges Werkzeug zur Kontouroptimierung. In: *Technica Zürich*, Band 44 (1995) Heft 22.
- Krätzig / Basar 1997 Krätzig, W. B.; Basar, Y.: *Tragwerke 3, Theorie und Anwendung der Methode der Finiten Elemente*.Berlin: Springer 1997.
- Lange 1990 Lange, K.: Umformtechnik, Band 3: Blechbearbeitung. 2. Aufl. Berlin: Springer Verlag 1990.
- Lee / Hinton 2000 Lee, S.J.; Bae, J.E.; Hinton, E.: Shell topology optimization using the layered artificial material model. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol. 47 (2000), pp. 843-867.
- Leiva 2003 Leiva, J.P.: Methods For Generating Perturbation Vectors For Topography Optimization of Structures; In: *Fifth World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization* (Venedig, 2003).
- Luo / Gea 1998a Luo J.H., Gea H.C.: A systematic topology optimization approach for optimal stiffener design. In: *Structural Optimization* Vol. 16 (1998) Heft 4, Seite 280-288
- Luo / Gea 1998b Luo J. H., Gea H. C.: Optimal bead orientation of 3D shell/plate structures. In: *Finite Elements in Analysis and Design* Vol. 31 (1998) Heft 1, page 55-71.
- Maiwald 1992 Maiwald, J.: Auslegungskriterien für Sicken in dünnen Karosserieblechen. RWTH Aachen, Institut für Kraftfahrwesen, Diss., 1992
- Mattheck 1997 Mattheck, C.: Design in der Natur. 3. Aufl. Freiburg: Rombach Verlag, 1997.
- Matthiesen 2002 Matthiesen, S.: Ein Beitrag zur Basisdefinition des Elementmodells "Wirkflächenpaare & Leitstützstrukturen" zum Zusammenhang von Funktion und Gestalt technischer Systeme. Universität Karlsruhe, Institut für Produktentwicklung, Diss., 2002.
- MSC.Nastran 2004 N.N.: *MSC.Nastran 2004 Reference Manual.* Santa Ana (CA, USA): MSC.Software Corporation, 2004
- Müller et al. 1999 Müller, O., Albers, A., Ilzhöfer, B., Häußler, P.: Multidisciplinary shape and topology optimization and its integration in the product development process for the effective development of competetive products. In: *ICED 99 12th International Conference on Engineering Design* (München, 24.-26. August 1999), Volume 2, pp 655-660.
- NAFEMS 1987 N.N.: NAFEMS, A Finite Element Primer. Glasgow (UK): NAFEMS Birniehill, 1987.
- **Oehler / Draeger 1971** Oehler, G; Draeger, E.: *Versteifen von Stahlbechteilen*. Merkblatt Stahl 350, 1. Aufl.Düsseldorf: Beratungsstelle für Stahlverwendung, 1971.
- **Oehler / Garbers 1968** Oehler, G.; Garbers, F.: *Untersuchung der Steifigkeit und Tragfähigkeit von Sicken*. In: Forschungsberichte des Landes Nordrhein-Westfalen Nr. 1918; Westdeutscher Verlag, 1968.
- **Oehler / Weber 1972** Oehler, G.; Weber, A.: *Steife Blech- und Kunststoffkonstruktionen*. Berlin: Springer Verlag, 1972.

Oehler 1951 Oehler, G.W.: *Gestaltung Gezogener Blechteile*. In: Schriftenreihe "Konstruktionsbücher" Berlin: Springer Verlag, 1951.

- OTC 1994 Optimization Technology Center: http://www.ece.northwestern.edu/OTC/, founded 1994
- Pedersen 1989 Pedersen, P.: On optimal orientation of orthotropic materials. In: *Structural Optimization* Vol. 1 (1989) pp.101-106.
- Ramm et al. 1998 Ramm, E.; Maute, K.; Schwarz, S.: Conceptual design by structural optimization. In: *Proceedings of the Euro-C 1998 Conference on Computational Modelling of Concrete Structures* (Bad Gastein, Österreich, 1998). Edited by R. de Borst, N. Bicanic, H. Mang & G. Meschke, pp. 879-896. A.A. Balkema, Rotterdam, Brookeld,.
- Sauter et al. 2000 Sauter, A.; Fricke, H.; Güngör, Z.; Himmler, G.; Hougardy, P.; Lauber, B.; Müller, O.; Neithardt, W.; Schirrmacher, R.: Integrierte Topologie- und Gestaltoptimierung im virtuellen Produktentstehungsprozess – Einbindung in die iViP Architektur und industrielle Anwendung. In: VDI-Berechnungstagung *Berechnung und Simulation im Fahrzeugbau* (Würzburg, 14.-15. September 2000).
- Schaeffer 2001 Schaeffer, H.G.: *MSC.Nastran Primer for Linear Analysis*, Second Edition; Santa Ana (CA, USA): MSC Software Corporation 2001.
- Schmit 1960 Schmit, L. A.: Structural design by systematic synthesis. In: ASCE *Proceedings of the Second Conference on Electronic Computation* (New York, 1960). S. 105-122.
- Schriever 1994 Schriever, T.; Herrmann, F.; Maiwald, J.: *Festigkeits- und Steifigkeitsverhalten von dünnen Blechen mit Sicken*. In: FAT Schriftenreihe Nr. 106; RWTH Aachen für die Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V., 1994.
- Schwarz 2002 Schwarz, D.: Auslegung von Blechen mit Sicken (Sickenatlas); In: FAT Schriftenreihe Nr. 168, RWTH Aachen für die Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V., 2002.
- Schwarz 2003 Schwarz, D.: Gestaltung optimierter Sickenbilder für flächige Strukturen unter Einsatz numerischer Optimierungsverfahren. RWTH Aachen, Institut für Kraftfahrwesen, Schriftenreihe Automobiltechnik Nr. 6403, Forschungsgesellschaft Kraftfahrwesen Aachen mbH (fka) Diss., 2003.
- Suzuki / Kikuchi 1991 Suzuki, K.; Kikuchi, N.: A homogenization method for shape and topology optimization. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* Vol 93 (1991) pp. 291-318.
- Teschner / Mattheck 1997 Teschner, M.; Mattheck, C.: Struktur- und Formoptimierung mechanischer Bauteile durch Simulation biologischer Designfindung. In: *Werkstoffe im Automobilbau 97/98.* Sonderausgabe von ATZ und MTZ, Vieweg Verlag 1997.
- Vanderplaats 1999 Vanderplaats, G.N.: *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design*. Colorado Springs (USA): Vanderplaats Research & Development Inc., 1999
- Vieker et al. 2003 Vieker, D.; Häußler, P.; Albers, A.: Neue Konzepte für die virtuelle Produktentwicklung von Leichtbaustrukturen – Ansätze aus der Automobilzulieferindustrie. In: Konstruktion Heft 10 (2003) S. 42ff, Springer VDI-Verlag.
- Widmann 1984 Widmann, M.: Herstellung und Versteifungswirkung von geschlossenen Halbrundsicken. Universität Stuttgart, Institut für Umformtechnik, Berlin: Springer Verlag, 1984.

- Yang et al. 1996 Yang R., Chen C., Lee C..: Bead pattern optimization. In: *Structural Optimization* Vol. 12 (1996) Heft 4, Seite 217-221.
- **Zienkiewicz 1975** Zienkiewicz, O.C.: Methode der finiten Elemente, München: Carl Hanser Verlag, 1975.

15 Anhang

15.1 FEM-Modelle

15.1.1 Klassische Plattenmodelle

Modell 1: Flache Platte 600x600

Diese Platte liegt in zwei verschiedenen Netzvarianten vor, einem Iso-Netz, welches eine regelmäßige Struktur aufweist, sowie ein gepavtes Modell, welches unregelmäßig vernetzt ist.

Modell 1a: Flache Platte 600x600, Iso-Netz



Schalendicke	Anzahl	Anzahl	Ø Kantenlänge
[mm]	Knoten	Elemente	[mm]
1	14641	14400	5,0

Abbildung 15.1: FEM-Modell Flache Platte 600x600 Iso

Modell 1b: Flache Platte 600x600, Paver-Netz



Schalendicke	Anzahl	Anzahl	Ø Kantenlänge
[mm]	Knoten	Elemente	[mm]
1	6287	6136	7,5

Abbildung 15.2: FEM-Modell Flache Platte 600x600 Pave

Modell 2: Flache Platte 300x750, Iso-Netz



Abbildung 15.3: FEM-Modell Flache Platte 300x750

15.1.2 Demonstrationsmodelle





Schalendicke	Anzahl	Anzahl	Ø Kantenlänge
[mm]	Knoten	Elemente	[mm]
0,5	1767	1680	0,5

Abbildung 15.4: FEM-Modell Haube

Platte nach Luo⁷⁰



Schalendicke	Anzahl	Anzahl	Ø Kantenlänge
[mm]	Knoten	Elemente	[mm]
5	441	400	100

Abbildung 15.5: FEM-Modell Platte nach Luo⁷⁰

E-Modul	10.000 N/mm ²
Querkontraktionszahl	0,33
Dichte	3*10 ⁶ kg/dm ³

Tabelle 15.1: Werkstoffeigenschaften für die Platte nach Luo.⁷⁰

⁷⁰ Luo / Gea 1998a

Ölwanne Jeichter Knick 259 458 40 s=1,3 <u>∠</u> 1-6

Schalendicke	Anzahl	Anzahl	Ø Kantenlänge
[mm]	Knoten	Elemente	[mm]
1,3	25646	25531	2,5

Abbilduna	15.6:	FFM-Modell	Ölwanne
Abbildulig	10.0.		Ofwanne

E-Modul	210.000 N/mm ²
Querkontraktionszahl	0,33
Dichte	7,85*10 ⁶ kg/dm ³

Tabelle 15.2: Werkstoffeigenschaften für die Ölwanne

Lebenslauf

Persönliche Daten

	Name:	Dieter Michael Emmrich	
	Familienstand:	verheiratet, 2 Kinder.	
	Geburtsdaten:	8. Februar 1972 in Backnang.	
	Staatsangehörigkeit:	deutsch	
Schulbildu	ing		
	1978 – 1982	Grundschule Aspach.	
	1982 – 1988	Gymnasium in der Taus, Backnang.	
	1988 – 1991	Technisches Gymnasium Backnang (Abitur).	
Zivildienst	:		
	1991 – 1992	Zivildienst im Therapeutikum Heilbronn.	
Studium			
	1992 –1994	Maschinenbau, Konstruktion und Verfahrenstechnik, FH Konstanz.	
	1994 –1995	European Engineering Studies, Coventry University, GB (BEng).	
	1995 – 1996	Mathematical Modelling and Computer Simulation, Coventry University, GB (MSc).	
	1996 –1999	Maschinenbau, Universität Karlsruhe (DiplIng.)	
Praktika			
	1993 / 1994	Praxissemester bei der Firma Allweiler AG, Radolfzell.	
Berufserfa	hrung		
	1999 – April 2004	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Maschinenkonstruktionslehre und Kraftfahrzeugbau.	
	Mai 2004 –	Mitarbeiter der Mahle GmbH im Bereich Motorsport, Simulation und Berechnung.	
	Promotionsprüfung am 9.12.2004		