



Forschungsberichte aus dem
Institut für Thermische Strömungsmaschinen
Hrsg.: o. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. hc.mult. Sigmar Wittig

Matthias Burger

**Gemischbildung in
Hochdruckbrennkammern:**

**Numerische Ansätze zur Berechnung
instationärer Zweiphasenströmungen**

Band 24/2005



Universität Karlsruhe (TH)

Gemischbildung in Hochdruckbrennkammern: Numerische Ansätze zur Berechnung instationärer Zweiphasenströmungen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Matthias Burger
aus Murr an der Murr

Tag der mündlichen Prüfung:

21. Januar 2005

Hauptreferent:

o. Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. hc.mult. Sigmar Wittig

Korreferent:

o. Prof. Dr.-Ing. Cameron Tropea

**Gemischbildung in
Hochdruckbrennkammern:
Numerische Ansätze zur Berechnung
instationärer Zweiphasenströmungen**

von

Dipl.-Ing. Matthias Burger

Karlsruhe 2005

Vorwort des Herausgebers

Der schnelle technische Fortschritt im Turbomaschinenbau, der durch extreme technische Forderungen und starken internationalen Wettbewerb geprägt ist, verlangt einen effizienten Austausch und die Diskussion von Fachwissen und Erfahrung zwischen Universitäten und industriellen Partnern. Mit der vorliegenden Reihe haben wir versucht, ein Forum zu schaffen, das neben unseren Publikationen in Fachzeitschriften die aktuellen Forschungsergebnisse des Instituts für Thermische Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe (TH) einem möglichst großen Kreis von Fachkollegen aus der Wissenschaft und vor allem auch der Praxis zugänglich macht und den Wissenstransfer intensiviert und beschleunigt.

Flugtriebwerke, stationäre Gasturbinen, Turbolader und Verdichter sind im Verbund mit den zugehörigen Anlagen faszinierende Anwendungsbereiche. Es ist nur natürlich, dass die methodischen Lösungsansätze, die neuen Meßtechniken, die Laboranlagen auch zur Lösung von Problemstellungen in anderen Gebieten - hier denke ich an Otto- und Dieselmotoren, elektrische Antriebe und zahlreiche weitere Anwendungen - genutzt werden. Die effiziente, umweltfreundliche und zuverlässige Umsetzung von Energie führt zu Fragen der ein- und mehrphasigen Strömung, der Verbrennung und der Schadstoffbildung, des Wärmeübergangs sowie des Verhaltens metallischer und keramischer Materialien und Verbundwerkstoffe. Sie stehen im Mittelpunkt ausgedehnter theoretischer und experimenteller Arbeiten, die im Rahmen nationaler und internationaler Forschungsprogramme in Kooperation mit Partnern aus Industrie, Universitäten und anderen Forschungseinrichtungen durchgeführt werden.

Es sollte nicht unerwähnt bleiben, dass alle Arbeiten durch enge Kooperation innerhalb des Instituts geprägt sind. Nicht ohne Grund ist der Beitrag der Werkstätten, der Technik-, der Rechner- und Verwaltungsabteilungen besonders hervorzuheben. Diplomanden und Hilfsassistenten tragen mit ihren Ideen Wesentliches bei, und natürlich ist es der stets freundschaftlich fordernde wissenschaftliche Austausch zwischen den Forschergruppen des Instituts, der zur gleichbleibend hohen Qualität der Arbeiten entscheidend beiträgt. Dabei sind wir für die Unterstützung unserer Förderer außerordentlich dankbar.

Im vorliegenden Band der Veröffentlichungsreihe wird von Herrn Burger in konsequenter Fortführung der bisher geleisteten Arbeiten ein Berechnungsverfahren zur Simulation von instationären Zweiphasenströmungen vorgestellt. Grundlegende Mechanismen einer oszillierenden Zweiphasenströmung werden umfassend untersucht und neue Erkenntnisse im Bereich der instationären Gemischbildung vorgestellt. Das Berechnungsverfahren wird durch einen neu entwickelten Modellansatz für Mehrkomponenten-Kraftstoffe unter Berücksichtigung der realen Zustandsänderungen ergänzt. Diese Arbeit liefert somit einen wichtigen Beitrag zur Beschreibung und Auslegung von Brennkammern. Dies ist für die schnelle und kostengünstige Entwicklung von Verbrennungsmaschinen entscheidend.

Vorwort des Autors

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Thermische Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe (TH) und wurde von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Graduiertenkollegs „Energie- und Umwelttechnik“ sowie des europäischen Forschungsvorhabens „CFD for Combustion“ finanziell gefördert.

Unserem ehemaligen Institutsleiter Herrn Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Dr. hc.mult. Sigmar Wittig, Vorstandsvorsitzender des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt, gilt mein besonderer Dank für die Förderung dieser Arbeit und die Übernahme des Hauptreferates. Nicht zuletzt danke ich ihm für den Freiraum und die Möglichkeit, eigene wissenschaftliche Akzente zu setzen und zu publizieren.

Herrn Professor Dr.-Ing. Cameron Tropea vom Fachgebiet Strömungslehre und Aerodynamik der Technischen Universität Darmstadt danke ich für sein Interesse an dieser Arbeit und die Übernahme des Korreferates.

Herrn Professor Dr. rer. nat. habil. Ulrich Maas vom Institut für Technische Thermodynamik der Universität Karlsruhe (TH) danke ich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes und für seine konstruktiven Ratschläge.

Meinen Dank richtet sich auch an alle Mitarbeiter des Instituts. Die Gesprächs- und Hilfsbereitschaft meiner Kollegen bildeten die Grundlage für das angenehme Arbeitsklima. In diesem Zuge soll das große Engagement meiner Studenten nicht unerwähnt bleiben. Ganz besonders hervorheben möchte ich Herrn Dr.-Ing. Rainer Koch sowie Herrn Dr.-Ing. Roland Schmehl. Beide waren von Anfang an zwei wichtige Mentoren, die durch ihre große Fachkompetenz und Diskussionsbereitschaft den Werdegang dieser wissenschaftlichen Arbeit mitbestimmten.

Einen abschließenden Dank möchte ich an meine Frau Esther und meine Familie richten. Ohne ihre große Unterstützung wäre diese Arbeit erst gar nicht zustande gekommen.

Vaihingen, im März 2005

Matthias Burger

Inhaltsverzeichnis

Abbildungen	iii
Tabellen	vi
Symbole	vii
1 Einleitung	1
2 Problemstellung und Zielsetzung	5
2.1 Gemischbildung in wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen	5
2.2 Numerische Ansätze	7
2.2.1 Euler-Lagrange-Verfahren contra Euler-Euler-Verfahren	8
2.2.2 Turbulente Zweiphasenströmungen	10
2.2.3 Tropfenverdunstung von Mehrkomponenten-Kraftstoffen	11
2.3 Zielsetzung	13
3 Grundlagen des numerischen Verfahrens	17
3.1 Gasphase	17
3.1.1 Erhaltungsgleichungen	17
3.1.2 Numerische Methoden	21
3.1.3 Randbedingungen	26
3.2 Tropfenphase	28
3.3 Kopplung beider Phasen	36
4 Modellierung realer Brennstofftropfen	39
4.1 Siedekurvenansatz	40
4.2 Modellkraftstoff	42
4.3 Thermo-physikalische Stoffeigenschaften	45
4.4 Phasenübergang	46
4.5 Bewertung des Verdunstungsmodelles	50
4.5.1 Validierung des Modellkraftstoffes	51
4.5.2 Brennkammertypische Bedingungen	52
4.5.3 Numerische Effizienz	54

5	Karmansche Wirbelstraße als Testfall	57
5.1	Charakterisierung der Zylinderumströmung	58
5.2	Ähnlichkeitsbetrachtung	63
5.2.1	Herleitung der Partikelbewegung	64
5.2.2	Frequenzgang des Partikels	65
5.2.3	Charakterisierung der Zweiphasenströmung	68
5.3	Numerische Simulation	72
5.3.1	Einphasige Strömung	74
5.3.2	Zweiphasenströmung ohne Verdunstung	75
5.3.3	Zweiphasenströmung mit Verdunstung	81
6	Simulation technisch relevanter Sprühstrahlen	87
6.1	Saugrohreinspritzung im Ottomotor	88
6.2	Experimentelle Arbeiten	88
6.3	Numerische Simulation	90
6.3.1	Rechengebiet und Randbedingungen	91
6.3.2	Einsatz und Grenzen der Turbulenzmodellierung	93
6.3.3	Numerische Untersuchung der Saugrohrströmung	95
6.4	Validierung des numerischen Verfahrens	96
6.4.1	Zeitliche Ausbreitung des Sprühstrahls	96
6.4.2	Interaktion von Sprühstrahl und Gasphase	98
7	Zusammenfassung	101
	Literatur	103
	Anhang	113
A.1	Stoffkorrelationen und Mischungsregeln für n-Alkane	113
A.2	Druckkorrektur-Gleichungen für n-Alkane	113
A.3	Siedekurve von Kerosin (Gl. 4.2)	114
A.4	Stoffparameter der n-Alkan-Reihe (Gl. 4.6)	114

Abbildungsverzeichnis

1.1	Europäische Abgasgrenzwerte für den Otto- und Diesel-Pkw [links], internationale NO_x -Grenzwerte für die zivile Luftfahrt (ICAO-Standards) [rechts]	1
1.2	Tropfenverteilung in einer Gasturbinen-Brennkammer (Eindüsung von oben) (Hehle et al., 2002)	2
1.3	Direkteinspritzung im Ottomotor (Rottenkolber, 2001)	3
2.1	Partikeldispersion in einer Scherschicht (Crowe et al., 1988)	5
2.2	Tropfendispersion in der karmanschen Wirbelstraße bei verschiedenen Stokes-Zahlen: $St = 0.002$ [links], $St = 0.02$ [Mitte], $St = 0.2$ [rechts] (Burger et al., 2003b)	6
2.3	Exemplarische Darstellung der instationären Gemischbildung in einer wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen: Dampfkonzentration [links] und Temperaturverteilung mit Tropfen [rechts] (Burger et al., 2003b)	7
2.4	Transport eines passiven Skalares: Euler-Lagrange-Verfahren [Punkte] contra Euler-Euler-Verfahren [Kontur]	9
3.1	Kontrollvolumen	23
3.2	Graphische Veranschaulichung der verschiedenen Bereiche der CFL-Zahl. Der gestrichelte Kreis kennzeichnet die Ausgangslage des Fluidteilchens, der volle Kreis die Endlage nach einem Zeitschritt Δt_n . (vgl. begleitende Diplomarbeit von Klostermeier (2003))	26
3.3	Stationäre Tropfendeformation in Abhängigkeit der Weber-Zahl (Schmehl, 2003b)	31
3.4	Prinzip der Turbulenzmodellierung	33
3.5	Modell des verdunstenden Tropfens	33
3.6	Gekoppelte Berechnung der Zweiphasenströmung	37
4.1	Molmasse des Brennstoffdampfes [links] und die Peclet-Zahl der Flüssigphase [rechts] eines verdunstenden Jet-A1-Tropfens	41
4.2	Molare Masse reiner n-Alkane und realer Treibstoffe	42
4.3	Siedekurve von Jet-A1 (Rachner, 1998) und häufig verwendete Modellkraftstoffe	43
4.4	Siedekurve von Jet-A1 [links] und Siedetemperaturen der reinen n-Alkane [rechts]	44
4.5	Kritische Temperatur der reinen n-Alkane [Punkte] und des Modellkraftstoffes [Linie] aus Burger et al. (2001)	45
4.6	Prinzipieller Aufbau der Stoffdaten-Verwaltung	46

4.7	Lösungsalgorithmus für das Phasengleichgewicht	49
4.8	T-X Diagramm für ein System aus Luft und n-Oktan [links] bzw. verschiedenen n-Alkanen [rechts]	50
4.9	Verdunstender JP-8 Tropfen: Experiment von Runge und Teske (1998) [Punkte], DC-Modell [Linie]	51
4.10	Vergleich zwischen dem DC-Modell und dem DL-Modell: Oberflächentemperatur [oben links], D^2 -Verhältnis [oben rechts] und Verdunstungsmassenstrom [unten Mitte]	53
5.1	Visualisierung von Dance (1966): Die karmansche Wirbelstraße im Nachlauf eines Zylinders ($Re=140$)	57
5.2	Stationäre Zylinderumströmung (Panton, 1996)	59
5.3	Laminare Wirbelstraße (Panton, 1996)	60
5.4	Verlauf der Strouhal-Zahl in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl im Falle eines kreisförmigen Zylinders	61
5.5	Voll turbulente Wirbelstraße (Panton, 1996)	62
5.6	Chaotische Ablösung (Panton, 1996)	63
5.7	Partikel im oszillierenden Gasfeld	63
5.8	Normierte Tropfengeschwindigkeit (Gl. 5.11) unterschiedlich großer Wassertropfen in einer harmonisch oszillierenden Luftströmung ($f = 20 \text{ Hz}$) bei atmosphärischen Bedingungen	65
5.9	Regelstrecke	66
5.10	Ortskurve des Frequenzganges	66
5.11	Bode-Diagramm als Funktion der Stokes-Zahl: Amplitude $ F $ [links] und Phasenverschiebung φ [rechts] (Burger et al., 2006)	68
5.12	Eckfrequenz eines Wassertropfens (atmosphärische Bedingungen)	69
5.13	Dimensionslose Kennzahlen: Amplitudendifferenz ΔA [links] und Phasenverschiebung P [rechts]	70
5.14	Schlupf \hat{S}	71
5.15	Typische Frequenzspektren eines Wassertropfens (atmosphärische Bedingungen)	73
5.16	Rechengitter der karmanschen Wirbelstraße	74
5.17	Normierte Druckverteilung der einphasigen karmanschen Wirbelstraße [links], zeitlicher Verlauf des Widerstandsbeiwertes C_D und Auftriebsbeiwertes C_L des Zylinders [rechts]	75
5.18	Partikelverteilung bei $D_p = 10 \mu\text{m}$ ($St = 0.01 \cdot St_{\text{cut-off}}$)	77
5.19	Partikelverteilung bei $D_p = 30 \mu\text{m}$ ($St = 0.1 \cdot St_{\text{cut-off}}$)	77

5.20	Partikelverteilung bei $D_p = 100 \mu m$ ($St = 1.13 \cdot St_{\text{cut-off}}$)	78
5.21	Partikelverteilung bei $D_p = 300 \mu m$ ($St = 10.2 \cdot St_{\text{cut-off}}$)	78
5.22	Widerstandsbeiwert C_D [links] und Spitzen-Auftriebsbeiwert \hat{C}_L [rechts] des Zylinders (Exp. Daten von Lienhard (1966))	80
5.23	Widerstandsbeiwert C_D [links] und Spitzen-Auftriebsbeiwert \hat{C}_L [rechts] des Zylinders für variierende Partikelgrößen $D_d = 1..50 \mu m$ ($St/St_{\text{cut-off}} = 0.0001 - 0.283$) bei einer Beladung von $z = 0.1$	81
5.24	Tropfenverteilung des verdunstenden Sprays ($D_{d,0} = 30 \mu m$, $T_{d,0} = 293 K$, $z = 0.025$) nach $t_{inj} = 1.000 s$	82
5.25	Tropfenverteilung des verdunstenden Sprays ($D_{d,0} = 30 \mu m$, $T_{d,0} = 293 K$, $z = 0.025$): $t_{inj} = 0.280 s$ [links] und $t_{inj} = 0.560 s$ [rechts]	82
5.26	Zeitlicher Verlauf des Auftriebsbeiwertes C_L des Zylinders im Falle einer verdunstenden Zweiphasenströmung ($D_{d,0} = 30 \mu m$, $T_{d,0} = 293 K$, $z = 0.025$)	83
5.27	Karmansche Wirbelstraße in einer verdunstenden Zweiphasenströmung ($D_{d,0} = 30 \mu m$, $z = 0.025$): Konzentration des Dampfes Y_{vap} [links] und Temperatur des Dampf-Luft-Gemisches T_g [rechts] zu bestimmten Zeitpunkten	84
6.1	Kraftstoffeinspritzung im Saugrohr [$t_{inj} = 3 ms$]	87
6.2	Versuchsaufbau (Rottenkolber, 2001)	89
6.3	Oberfläche des vorderen Einlasskanals: Originale Geometrie [links], experimentell modifizierte Geometrie [rechts]	90
6.4	Rechengebiet	91
6.5	Stokes-Zahlen (Gl. 2.2) im Saugrohr und repräsentative Trajektorien	94
6.6	Druckverteilung an den Wänden [Kontur] und Gasgeschwindigkeiten im Mittelschnitt [Vektor]	95
6.7	Repräsentative Trajektorien innerhalb des Saugrohres	96
6.8	Eindringtiefe des Sprühstrahls zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten	97
6.9	Gegenüberstellung von Messung (vgl. Diplomarbeit Liedtke (1998)) [oben] und Simulation [unten]: Sprühstrahl [Kontur] und Gasphase [Stromlinien] zum Zeitpunkt $t_{inj} = 1 ms$ [links] und $t_{inj} = 3 ms$ [rechts]	98
6.10	Qualitativer Vergleich der Tropfen- [links] und der Gasgeschwindigkeiten [rechts]: PIV-Messung (Rottenkolber, 2001) [oben] und Rechnung [unten]	99
6.11	Quantitativer Vergleich der Geschwindigkeitsverläufe	100

Tabellenverzeichnis

4.1	CPU-Zeit auf einem 900 MHz Athlon Computer	55
5.1	Charakteristische Punkte der Ortskurve	67
5.2	Wichtige Grenzwerte	72
6.1	Eintrittsrandbedingungen der Gasphase (Burger, 2001)	92
6.2	Tropfenstartbedingungen (vgl. Abb. 6.2)	93

Symbolverzeichnis

Lateinische Symbole

<i>Formelzeichen</i>	<i>SI-Einheit</i>	<i>Bedeutung</i>
a, b, c, d, e	*	Koeffizienten
a	Nm^4/mol^2	Parameter in Zustandsgleichungen
a	m^2/s	Temperaturleitfähigkeit
A	m^2	Fläche
A	*	Integrale Größe
ΔA	-	Amplitudendifferenz
b	m^3/mol	Parameter in Zustandsgleichungen
b	*	rechte Seite in Transport-/Differentialgleichungen
B	-	Wandrauigkeit, Spalding-Zahl
c	m/s	Schallgeschwindigkeit
c_p	$J/(kg K)$	spezifische isobare Wärmekapazität
C_D	-	aerodynamischer Widerstandsbeiwert
C_L	-	aerodynamischer Auftriebsbeiwert
D	m	Durchmesser
D_{32}		Sauterdurchmesser
f	Pa	Fugazität
f	$1/s$	Frequenz
f	*	Funktion
f	N/m^3	Kraft pro Volumeneinheit
F	-	Frequenzgang
F	N	Kraft
g	m/s^2	Erdbeschleunigung
h	J/kg	spezifische Enthalpie
H	J	Enthalpie
\dot{H}	W	Enthalpiestrom
j	$kg/(m^2 s)$	Diffusionsstromdichte
J	-	Jamieson Parameter
k	m^2/s^2	turbulente kinetische Energie
k	-	Wechselwirkungsparameter
K	-	K-Faktor
L	m	Längenmaß
m	kg	Masse

\dot{m}	kg/s	Massenstrom
m	-	Steigung
M	kg/mol	Molare Masse
n	m	Koordinate in Normalenrichtung
N	-	Anzahl
p	Pa	Druck
P	-	Legendre-Polynom, Phasenverschiebung
\dot{q}	$W/(m^2)$	Wärmestromdichte
\dot{Q}	W	Wärmestrom
r	m	Radius
R	$J/(mol K)$	allgemeine Gaskonstante
S	*	Quellterm
S	-	Schlupf, Summe
t	m	Koordinate in Tangentenrichtung
t	s	Zeit
T	K	Temperatur
Tu	-	Turbulenzgrad
u	m/s	Geschwindigkeit
u	J/kg	spezifische innere Energie
U	m/s	repräsentative Geschwindigkeit
v	m^3/mol	Molares Volumen
V	m^3	Volumen
x, y	-	freie Variablen
x, y, z	m	kartesische Koordinaten
X	-	molarer Anteil
Y	-	Massenanteil
z	-	Beladung
Z	-	Kompressibilitätsfaktor

Griechische Symbole

<i>Formelzeichen</i>	<i>SI-Einheit</i>	<i>Bedeutung</i>
α	-	Parameter in Zustandsgleichungen
α	<i>Grad</i>	Einbauwinkel
α	$W/(m^2K)$	Wärmeübergangskoeffizient
β	<i>Grad</i>	Öffnungswinkel
β	m/s	Stoffübergangskoeffizient
γ	<i>Grad</i>	Kegelwinkel

Γ	m^2/s	Diffusionskoeffizient
ε	m^2/s^3	Dissipationsrate von k
κ	-	Karman-Konstante
λ	$W/(m K)$	Wärmeleitfähigkeit
μ	$N s/m^2$	dynamische Viskosität
μ	-	Erwartungswert
ν	m^2/s	kinematische Viskosität
ρ	kg/m^3	Dichte
ρ	-	Wahrscheinlichkeitsdichte
σ	N/m	Oberflächenspannung
σ	-	Standardabweichung
τ	s	partikelspezifische Relaxationszeit
τ	N/m^2	Schubspannung
ϕ	*	allgemeine Transportgröße
φ	-	Fugazitätskoeffizient
φ	<i>Bogenmaß</i>	Phasenverschiebungswinkel
Φ	*	Reynolds-gemittelte Transportgröße, Stoffgröße
ω	-	azentrischer Faktor
ω	$1/s$	Kreisfrequenz
Ω	-	verdunsteter Massenanteil

Indizes

<i>Zeichen</i>	<i>Bedeutung</i>
<i>abs</i>	absolut
<i>boil</i>	Siedepunkt
<i>c</i>	kritischer Punkt, Wirbeldurchquerung
<i>cyl</i>	Zylinder
<i>cond</i>	Konduktion
<i>cut-off</i>	Eckfrequenz
<i>d</i>	Tropfen, disperse Phase
<i>e</i>	turbulenter Wirbel, Ostfläche
<i>eqv</i>	Gleichgewichtszustand
<i>E</i>	östlicher Nachbarknoten
<i>g</i>	gasförmig
<i>h</i>	homogene Lösung
<i>i, j, k</i>	laufende Indizes
<i>in</i>	Eintritt

<i>inj</i>	Einspritzdauer
<i>l</i>	flüssig
<i>m</i>	gemittelte Größe
<i>M</i>	Massentransport
<i>n</i>	Nordfläche, normal
<i>new</i>	neuer Wert
<i>N</i>	nördlicher Nachbarknoten
<i>old</i>	alter Wert
<i>out</i>	Austritt
<i>pos</i>	Position
<i>p</i>	Partikel
<i>P</i>	Rechenknoten
<i>ref</i>	Referenz
<i>rel</i>	relativ
<i>s</i>	Oberfläche, Südfläche, spezielle Lösung
<i>sym</i>	Symmetrie
<i>sys</i>	System
<i>S</i>	südlicher Nachbarknoten
<i>t</i>	turbulent
<i>T</i>	Wärmetransport
<i>vap</i>	Dampf
<i>w</i>	Westfläche, Wand
<i>W</i>	westlicher Nachbarknoten
α, β	Indizes von Komponenten

Sonderzeichen

<i>Zeichen</i>	<i>Bedeutung</i>
0	initiale Größe, Standardzustand
+	dimensionslose Größe
'	turbulente Schwankungsgröße, erste Ableitung, normiert
*	charakteristische Größe
~	charakteristischer Maßstab
^	Spitzenwert
-	Mittelwert
→	Vektor
⇒	Tensor
	parallel zur Wand

\perp senkrecht zur Wand

Dimensionslose Kennzahlen

Bi	$= \alpha L / \lambda$	Biot-Zahl
Le	$= a / \Gamma$	Lewis-Zahl
Ma	$= U / c$	Mach-Zahl
Nu	$= \alpha L / \lambda$	Nusselt-Zahl
Pe_T	$= U L / a = Re Pr$	Peclet-Zahl für Wärmetransport
Pe_M	$= U L / \Gamma = Re Sc$	Peclet-Zahl für Stofftransport
Pr	$= \nu / a$	Prandtl-Zahl
Re	$= U L / \nu$	Reynolds-Zahl
Sc	$= \nu / \Gamma = Le Pr$	Schmidt-Zahl
Sh	$= \beta L / \Gamma$	Sherwood-Zahl
St	$= \tilde{t}_d / \tilde{t}_g$	Stokes-Zahl
Str	$= L f / U$	Strouhal-Zahl
We	$= \rho_g U_{rel}^2 D_d / \sigma_d$	Weber-Zahl

Abkürzungen

<i>ASTM</i>	American Society for Testing and Materials
<i>CFD</i>	Computergestützte Fluidodynamik (Computational Fluid Dynamics)
<i>CFL</i>	Courant-Friedrichs-Lewy
<i>DC</i>	Distillation Curve
<i>DL</i>	Diffusion Limit
<i>DNS</i>	Direkte numerische Simulation
<i>ICAO</i>	International Civil Aviation Organization
<i>ILU-CG</i>	Incomplete Lower Upper – Conjugate Gradient
<i>LES</i>	Large Eddy Simulation
<i>LDA</i>	Laser-Doppler-Anemometrie (Laser Doppler Anemometry)
<i>LPP</i>	Magere Vormischung und Vorverdunstung (Lean Premixed Prevaporized)
<i>MLU</i>	Monotonized Linear Upwind
<i>PDA</i>	Phasen-Doppler-Anemometrie (Phase Doppler Anemometry)
<i>PDF</i>	Probability Density Function
<i>PIV</i>	Particle Image Velocimetry
<i>RANS</i>	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations)
<i>RM</i>	Rapid Mixing
<i>SIMPLE</i>	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
<i>SRK</i>	Soave-Redlich-Kwong
<i>TAB</i>	Taylor Applied Breakup
<i>UT</i>	Uniform Temperature
<i>VOF</i>	Volume of Fluid

1 Einleitung

In der Entwicklung moderner Gasturbinen und Fahrzeugmotoren ist die Reduzierung der Schadstoffemissionen von entscheidender Bedeutung. Sowohl im Straßenverkehr als auch in der Luftfahrt werden die Schadstoffgrenzwerte kontinuierlich verschärft. In Abbildung 1.1 sind die Abgasgrenzwerte für den Straßenverkehr und für die zivile Luftfahrt dargestellt. Die Entwicklung der letzten zehn Jahre unterstreicht die hohe Anforderung an die Technik.

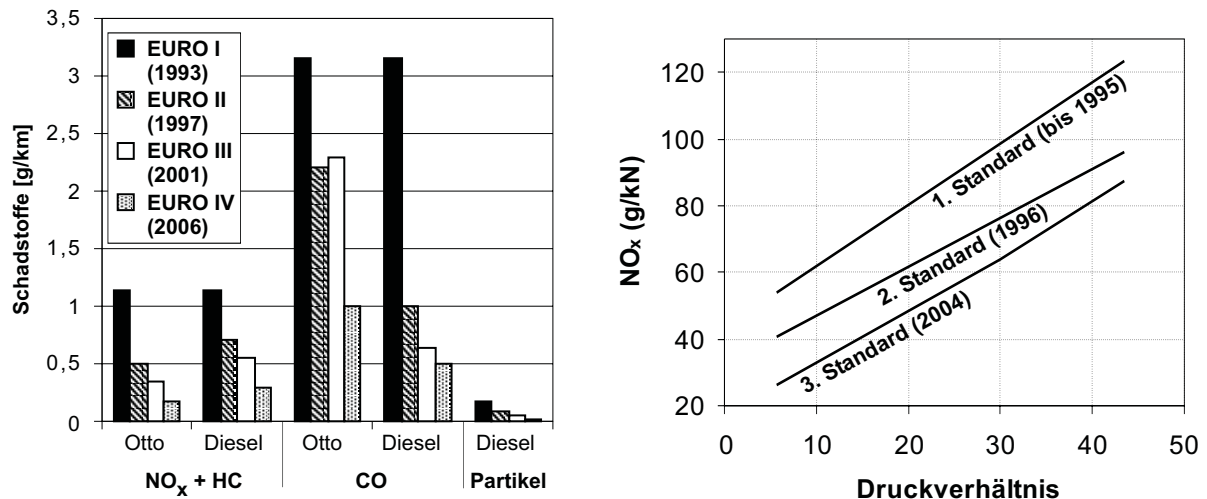


Abb. 1.1: Europäische Abgasgrenzwerte für den Otto- und Diesel-Pkw [links], internationale NO_x-Grenzwerte für die zivile Luftfahrt (ICAO-Standards) [rechts]

Schadstoffe entstehen zwangsläufig bei der Verbrennung fossiler Kraftstoffe. Kohlendioxid CO₂, Kohlenmonoxid CO, Stickoxide NO_x, unverbrannte Kohlenwasserstoffe C_xH_y und Ruß tragen hierbei den Hauptanteil. Während Kohlendioxid lediglich über den Kraftstoffverbrauch reduziert werden kann, ist die Entstehung von CO, NO_x, C_xH_y und Ruß von der Gemischbildung und dem Reaktionsverlauf abhängig. Neue Verbrennungskonzepte haben ein großes Potential im Hinblick auf die Reduktion der letzteren Schadstoffe. Besonders in der Luftfahrt ist die Optimierung der Verbrennung entscheidend. Während beim Pkw eine Abgasnachbehandlung durchgeführt werden kann, ist dies bei einem Strahltriebwerk problematisch.

Ein geringer Kraftstoffverbrauch wird nicht nur wegen der Reduzierung des CO₂-Ausstoßes von der Gesellschaft gefordert, auch die Einsparung von Ressourcen ist ein wichtiges Thema. Somit ist ein guter thermischer Wirkungsgrad bei der Entwicklung von Brennkammern das oberste Ziel. Dies erfordert eine hohe Prozesstemperatur, die durch die Verbrennung erzielt werden muss. Die maximale Brennkammertemperatur wird durch die Werkstoffkennwerte der Bauteile und nicht zuletzt durch die NO_x-Emission vorgegeben, denn die Bildungsrate der Stickoxide steigt mit der Temperatur exponential an. Ein hoher thermischer Wirkungsgrad ist somit nur über eine gleichmäßige Temperaturverteilung in der Brennkammer möglich.

Die Strategie neuester Brennkammerkonzepte basiert auf einer mageren Verbrennung. Ein mageres Gemisch verbrennt bei deutlich niedrigeren Temperaturen. Unter der Voraussetzung einer

homogenen Gemischbildung kann die Bildung von Stickoxiden entscheidend verringert werden. Dennoch führt ein inhomogenes Gemisch zu lokal heißen Reaktionszonen – eine hohe NO_x -Emission ist die Folge.

Die homogene Gemischbildung flüssiger Kraftstoffe stellt für das Ingenieurwesen eine besondere Herausforderung dar. Die Kraftstoffe müssen nicht nur zerstäubt werden, der verdunstende Sprühstrahl muss sich zudem gleichmäßig in der Brennkammer ausbreiten. Das Auftreten von Instabilitäten, wie zum Beispiel die Bildung von Wirbeln, kann jedoch zu einer inhomogenen Kraftstoffverteilung führen. Die folgende Abbildung 1.2 zeigt die Tropfenverteilung in einer Gasturbinen-Brennkammer. Der Sprühstrahl wurde bei diesem Beispiel mit einem „Airblast-Zerstäuber“ erzeugt, der typischerweise in Gasturbinen eingesetzt wird. Die Funktion dieser Zerstäuber wurde am Institut für Thermische Strömungsmaschinen grundlegend untersucht (Hehle et al., 2002, Maier et al., 1997, Willmann et al., 1997).

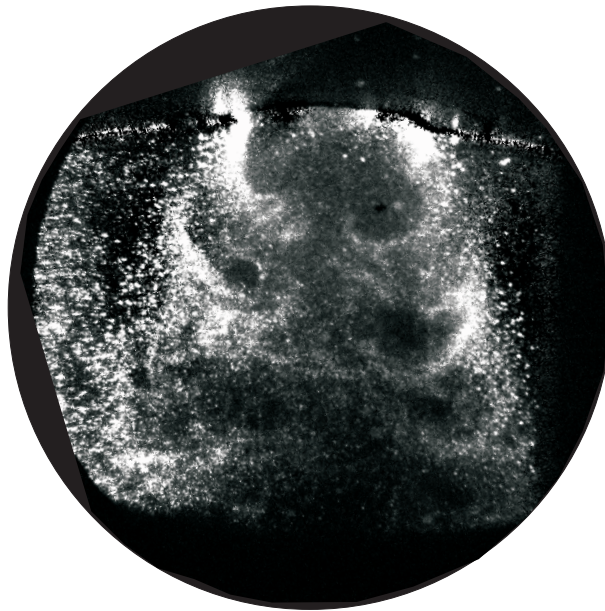


Abb. 1.2: Tropfenverteilung in einer Gasturbinen-Brennkammer (Eindüsung von oben) (Hehle et al., 2002)

Das Bild zeigt deutlich, dass sich Wirbelstrukturen hinter dem Zerstäuber ausbilden, die die Verteilung der Tropfen maßgeblich beeinflussen. Während sich relativ wenig Tropfen in den Zentren der Wirbel aufhalten, hat sich eine größere Anzahl an Tropfen außerhalb der Wirbel angesammelt. Diese Separation und Akkumulation von Tropfen tritt in einer wirbelbehafteten Zweiphasenströmung häufig in Erscheinung.

Nicht nur bei der Gasturbine sondern auch beim Ottomotor können wirbelbehaftete Zweiphasenströmungen beobachtet werden. Abbildung 1.3 zeigt eine Direkteinspritzung, die am Institut für Thermische Strömungsmaschinen von Rottenkolber (2001) untersucht wurde. Diese Technik zählt beim Ottomotor zu den neusten Verfahren der inneren Gemischbildung. Durch den hohen Einspritzdruck wird in der Luftströmung ein Wirbelring induziert. Der Sprühstrahl wird durch die Wirbel aufgebrochen, was zu einer typisch pilzförmigen Tropfenverteilung führt. Die-

ser Einspritzvorgang zeigt, dass die Entstehung von Wirbeln auch positiv für die Gemischbildung sein kann.

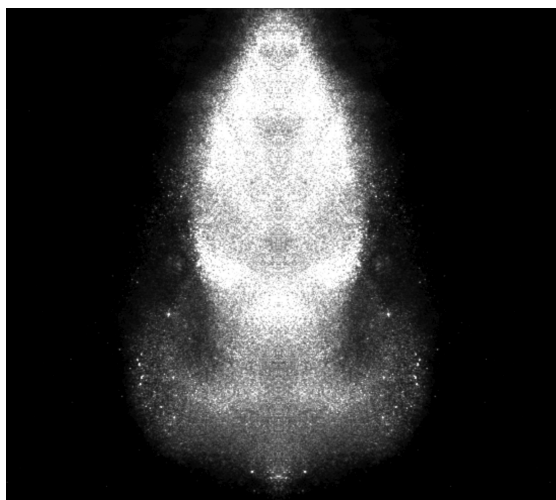


Abb. 1.3: Direkteinspritzung im Ottomotor (Rottenkolber, 2001)

Die vorgestellten Beispiele verdeutlichen, dass eine Brennkammer nicht intuitiv entwickelt werden kann. Um die Gemischbildung sinnvoll gestalten zu können, müssen sämtliche Vorgänge in der Brennkammer bekannt sein.

Obwohl die Anforderungen an die Technik ständig gesteigert werden, erlaubt die heutige Wirtschaftslage nur kurze Entwicklungszeiten. Um wirtschaftliche Zyklen zu realisieren, werden numerische Verfahren eingesetzt, mit denen Brennkammerströmungen schon während der Konstruktionsphase berechnet werden können. So spielt die exakte, numerische Beschreibung von technisch relevanten Sprühstrahlen eine entscheidende Rolle. Dennoch ist die zuverlässige Vorhersage aller Phänomene nicht möglich.

Gerade die Simulation einer stark wirbelbehafteten Zweiphasenströmung stellt heutzutage eine große Herausforderung dar. Eine solch komplexe Strömung kann nur mit einem instationären Verfahren berechnet werden, das die Wechselwirkungen zwischen den Phasen zu jedem Zeitpunkt mit in Betracht zieht. Die Phasen-Interaktion ist ein wichtiger Punkt: Die Wirbelbildung in einer Gasströmung wird durch die Tropfenphase stark beeinflusst und kann durch einen Einspritzvorgang sogar ausgelöst werden. Bei verdunstenden Sprühstrahlen tritt neben einem Impulsaustausch ein weiterer Effekt in Erscheinung: Durch die Verdunstung der Tropfen wird der Gasphase Energie entzogen – eine lokale Abkühlung ist die Folge. Dieser Energieaustausch hat einen großen Einfluss auf die Gasströmung, denn der Abfall der Gastemperatur zieht eine Änderung sämtlicher Stoffeigenschaften mit sich. All diese Phänomene müssen bei der Berechnung einer instationären Zweiphasenströmung zeitabhängig betrachtet werden.

Die korrekte, thermodynamische Beschreibung eines realen Kraftstoff-Sprühstrahls ist mit einer weiteren Komplexität behaftet: Reale Brennstoffe bestehen aus hunderten von Stoffen. Die exakte Berechnung des Wärme- und Stofftransportes in einem realen Brennstofftropfen ist mit heutigen Modellen kaum möglich (Kneer et al., 1993a). Sämtliche thermodynamischen Zustandsänderungen müssen zudem als real betrachtet werden, da die Tropfenverdunstung in einer Brennkammer unter hohen Drücken und Temperaturen abläuft (Stengele et al., 1999).

Aufgrund der gegenwärtigen Situation müssen neue, numerische Verfahren und Modellansätze entwickelt werden, mit denen die angesprochenen, physikalischen Eigenschaften einer brennkammertypischen Zweiphasenströmung exakt beschrieben werden können.

Die Entwicklung von Strömungsberechnungsprogrammen ist am Institut für Thermische Strömungsmaschinen seit Jahrzehnten ein Forschungsschwerpunkt. Die ersten Programme wurden von Elbahar (1982) und Noll (1986) bereits in den 80er Jahren entwickelt. In konsequenter Fortführung werden in dieser Arbeit numerische Ansätze zur Simulation von instationären Zweiphasenströmungen vorgestellt. Unter dem Gesichtspunkt einer homogenen Gemischbildung in Brennkammern wird sowohl den wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen als auch der Tropfenverdunstung eine ungleich hohe Bedeutung zugesprochen. Die Arbeit leistet somit einen wichtigen Beitrag zur korrekten Simulation von Brennkammerströmungen, die typischerweise in Motoren und Gasturbinen auftreten.

2 Problemstellung und Zielsetzung

Die Gemischbildung in einer Brennkammer wird durch das Auftreten von Wirbeln stark beeinflusst. Diese Tatsache ist bereits in der Einleitung an mehreren Beispielen gezeigt worden. In diesem Kapitel werden numerische Ansätze vorgestellt, mit denen eine solch instationäre Zweiphasenströmung nach dem gegenwärtigen Kenntnisstand berechnet werden kann. Schwachstellen werden herausgearbeitet, aus denen sich letztendlich die Zielsetzung dieser Forschungsarbeit ergibt. Um eine Vorstellung von den typischen Eigenschaften einer wirbelbehafteten Zweiphasenströmung zu bekommen, werden im Folgenden grundlegende Phänomene behandelt.

2.1 Gemischbildung in wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen

Wirbelbehaftete Zweiphasenströmungen treten in der Technik häufig in Erscheinung. Die Wirbel haben einen gewissen Einfluss auf die Tropfenverteilung und können bei der Simulation einer Brennkammer nicht vernachlässigt werden. Die Zweiphasenströmung am Austritt eines „Airblast-Zerstäubers“ (Abb. 1.2) zeigt deutlich, dass Tropfen mehr oder weniger aus den Wirbelzentren separiert werden und sich an den äußeren Rändern der Wirbel akkumulieren. Das Phänomen der Tropfen-Wirbel-Interaktion wirft nach dem heutigen Kenntnisstand Fragen auf. Besonders die Ursache dieser Separationsprozesse ist nicht vollständig erforscht. Dieser Sachverhalt wird in Kapitel 5 aufgegriffen.

Grundlegende Untersuchungen wurden von Crowe et al. (1988) in einer partikelbeladenen Scherschicht-Strömung durchgeführt (Abb. 2.1). In dieser Konfiguration entstehen große Wirbelstrukturen, die durch eine Kelvin-Helmholtz-Instabilität ausgelöst werden. Die Wirbel haben einen großen Einfluss auf die Verteilung der Partikel. Eine wichtige Größe ist die Stokes-Zahl. Eine weiterführende Studie von Ling et al. (1998) zeigte, dass dreidimensionale Effekte in Scherschichten eine weitere Rolle spielen können. Dennoch ist die grundsätzliche Erkenntnis dieselbe: Die Stokes-Zahl bestimmt, inwieweit die Partikel den Wirbelstrukturen folgen können. Eine ähnliche Feststellung machten Tang et al. (1992), die die Dispersion von Partikeln in der Wirbelschlepe eines umströmten Körpers untersuchten.

Aus den Veröffentlichungen wird deutlich, dass der Stokes-Zahl eine große Bedeutung zuge-

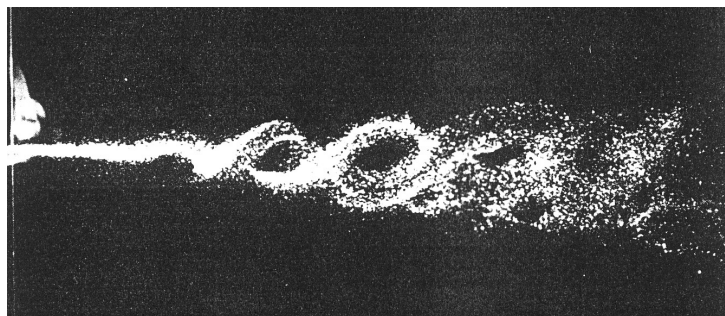


Abb. 2.1: Partikeldispersion in einer Scherschicht (Crowe et al., 1988)

sprochen wird. Die Stokes-Zahl (Gl. 2.1) stellt allgemein den Zusammenhang zwischen den charakteristischen Zeiten der Gas- und Tropfenphase her. Das Zeitmaß der Gasphase entspricht der Ablösefrequenz der Wirbel, während der Tropfenphase eine Tropfen-Relaxationszeit (Gl. 5.5) zugrunde gelegt wird. Die formale Definition der Stokes-Zahl ist in Gleichung 2.1 dargestellt.

$$St = \frac{\text{Zeitmaß der Tropfenphase}}{\text{Zeitmaß der Gasphase}} = \text{Tropfen-Relaxationszeit } \tau \cdot \text{Ablösefrequenz } f \quad (2.1)$$

Die Stokes-Zahl eignet sich ideal um den Separationsprozess der Tropfen zu charakterisieren. Dies soll am Beispiel einer tropfenbeladenen karmanschen Wirbelstraße gezeigt werden. Mit Hilfe einer direkten numerisch Simulation wurde die Tropfendispersion im Nachlauf eines Zylinders bei verschiedenen Stokes-Zahlen berechnet (Burger et al., 2003b). Die Tropfenverdunstung wird hierbei außer Acht gelassen. Die Simulationsergebnisse zeigen eine unterschiedliche Tropfenverteilung, die von der jeweiligen Stokes-Zahl abhängt. Während bei einer sehr kleinen Stokes-Zahl ($St=0.002$) ein ideales Folgevermögen der Tropfen zu beobachten ist, werden die Tropfen bei einer größeren Stokes-Zahlen ($St=0.02$) aus den Wirbelzentren ausgeschieden. Die Separation der Tropfen ist besonders stark, wenn sich die Tropfen-Relaxationszeit dem charakteristischen Zeitmaß der Gasphase annähert ($St=0.2$). In Abbildung 2.2 ist dieser Sachverhalt dargestellt.

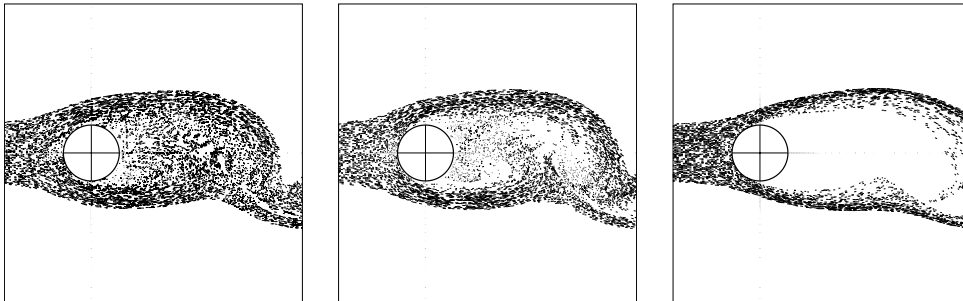


Abb. 2.2: Tropfendispersion in der karmanschen Wirbelstraße bei verschiedenen Stokes-Zahlen: $St = 0.002$ [links], $St = 0.02$ [Mitte], $St = 0.2$ [rechts] (Burger et al., 2003b)

Die ungleichmäßige Verteilung der Tropfen hat einen großen Einfluss auf die Gemischbildung. In Abbildung 2.3 ist die Dampfkonzentration, die Temperatur der Gasphase und die Tropfenverteilung im Nachlauf des Zylinders illustriert. Bei dieser Simulation wurde die Verdunstung der Tropfen mit in Betracht gezogen. Das Beispiel verdeutlicht, welche drastische Auswirkung eine ungleichmäßige Tropfenverteilung auf die Gemischbildung hat. Der Testfall wird in Kapitel 5 ausführlich behandelt.

Die Wechselwirkung zwischen den Phasen hat bei wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen eine ungleich hohe Bedeutung. Besonders bei verdunstenden Sprühstrahlen tritt eine starke Interaktion zwischen den Phasen auf, die durch einen Austausch an Masse, Impuls und Energie bestimmt ist. Diese instationäre Wechselwirkung hat einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss

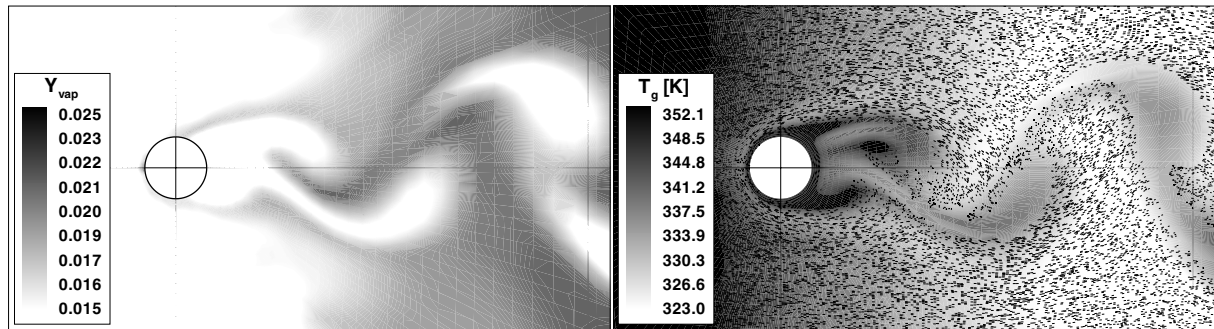


Abb. 2.3: Exemplarische Darstellung der instationären Gemischbildung in einer wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen: Dampfkonzentration [links] und Temperaturverteilung mit Tropfen [rechts] (Burger et al., 2003b)

auf die oszillierende Gasphase. In der Arbeit von Aggarwal et al. (1996) konnte gezeigt werden, dass die Wirbelbildung in einer Scherschicht durch verdunstende Tropfen stark beeinflusst wird. Dieser Effekt muss bei einer Simulation unbedingt mit in Betracht gezogen werden.

2.2 Numerische Ansätze

Der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit liegt auf der Entwicklung eines numerischen Verfahrens, das sich zur Berechnung einer brennkammertypischen Zweiphasenströmung eignet. Um die Gemischbildung in der Brennkammer schon während der Entwicklung simulieren zu können, muss das Verfahren in der Lage sein, auch wirbelbehaftete Zweiphasenströmungen zuverlässig vorherzusagen zu können. Die Möglichkeiten und Grenzen der numerischen Simulation einer solch instationären Zweiphasenströmung wird in diesem Abschnitt diskutiert.

Brennkammertypische Zweiphasenströmungen bestehen aus Kraftstofftropfen und einem Dampf-Luft-Gemisch. Im Folgenden werden charakteristische Merkmale dieser Strömung zusammengefasst:

- Die Gasphase wird von der dispersen Phase vollständig durchdrungen – ähnlich einem Gemisch, bestehend aus zwei Gasen.
- Der Volumenanteil der Flüssigphase ist gegenüber der Gasphase vernachlässigbar.
- Zwischen beiden Phasen findet ein Massen-, Impuls- und Energieaustausch statt.
- Unter der Voraussetzung eines dünnen Sprühstrahls, ist die Tropfen-Tropfen-Interaktion mit Ausnahme der Primärzerstäubungszone vernachlässigbar (Elghobashi, 1994).

Im Gegensatz zu anderen Gas-Flüssig-Systemen kann ein Sprühstrahl nicht mit den üblichen Verfahren berechnet werden. Die numerische Beschreibung muss vielmehr an die physikalischen Phänomene angepasst werden. So kann die Ausbreitung eines Flüssigkeitsstrahls mit der Volume of Fluid (VOF) Methode problemlos beschrieben werden. Dieses Verfahren basiert auf

der Rekonstruktion der Phasengrenze. Es ist leicht einzusehen, dass ein Sprühstrahl mit dieser Methode nicht berechnet werden kann. Die Rekonstruktion der Phasengrenze jedes einzelnen Tropfens würde zu einer nahezu unendlichen Anzahl an einzelnen Kontinua führen – der Berechnungsaufwand wäre nahezu unendlich groß. Zur Berechnung der Tropfenphase werden heutzutage zwei unterschiedliche Berechnungsansätze eingesetzt, die im Folgenden vorgestellt werden:

Das so genannte „particle-source-in-cell model“ von Crowe et al. (1977) basiert auf der euler-lagrangeschen Betrachtung der Zweiphasenströmung – das bedeutet, dass die Gasphase im ortsfesten (Euler) und die Tropfenphase im mitbewegten (Lagrange) Bezugssystem berechnet werden. Die Gasphase wird bei diesem Verfahren als ein geschlossenes Kontinuum betrachtet. Die Tropfenphase wird hingegen durch eine Vielzahl an diskreten Einzeltropfen beschrieben, die die Statistik des Sprühstrahls wiedergeben. Die Interaktion zwischen den Phasen wird durch den Austausch an Massen-, Impuls- und Energie-Quelltermen berücksichtigt. Dieses gekoppelte Euler-Lagrange-Verfahren dient heute als Grundlage für eine Vielzahl von Strömungsberechnungsprogrammen.

Im Gegensatz hierzu steht die Kontinuumsformulierung beider Phasen, der ein Euler-Euler-Verfahren zugrunde liegt. Aufgrund der identischen Betrachtung können beide Phasen mit demselben Lösungsansatz berechnet werden. Für die eulersche Formulierung der Tropfenphase müssen lediglich sechs zusätzliche Transportgleichungen in ein bestehendes Strömungsberechnungsprogramm implementiert werden, während die lagrangesche Betrachtung eine komplett andere Lösungsstrategie erfordert. Aufgrund des recht geringen Programmieraufwandes erfreut sich das Euler-Euler-Verfahren schon deshalb einer gewissen Beliebtheit.

Auch die Berücksichtigung der Phasen-Wechselwirkung bereitet bei diesem Verfahren weitaus weniger Probleme. Aufgrund des gleichen Bezugssystems ist beim Euler-Euler-Verfahren eine implizite Kopplung der beiden Phasen möglich. Das Euler-Lagrange-Verfahren basiert hingegen auf einem iterativen Austausch an Quelltermen.

Das Euler-Euler-Verfahren hat jedoch einen großen Nachteil: Für jede Tropfenklasse müssen die sechs Transportgleichungen separat gelöst werden. Die korrekte, statistische Beschreibung eines polydispersen Sprühstrahls, die eine Vielzahl an Klassen benötigt, führt zu einem exponentiellen Anstieg des Speicher- und Rechenaufwandes (Burger et al., 2002a, Schmehl et al., 1998).

Am Institut für Thermische Strömungsmaschinen wurden beide Ansätze zur Berechnung der dispersen Phase eingesetzt und bewertet. Klausmann (1989) stellte fest, dass die euler-lagrangesche Methode eine hohe Genauigkeit besitzt. Hinsichtlich stark interagierender Zweiphasenströmungen zeigte jedoch das Euler-Euler-Verfahren ein wesentlich besseres Konvergenzverhalten (Hallmann et al., 1995, Klose et al., 2000b).

2.2.1 Euler-Lagrange-Verfahren contra Euler-Euler-Verfahren

Wie aus dem vorangegangenen Abschnitt hervorgeht, haben sich zwei Verfahren etabliert, deren Hauptunterschied in der Betrachtung der Tropfenphase besteht. Die Frage, ob das ortsfeste (eulersche) oder das mitbewegte (lagrangesche) Bezugssystem für die Tropfenphase geeigneter

ist, kann nicht allgemein beantwortet werden, sondern hängt stark von der jeweiligen Problemstellung ab.

In dieser Arbeit wird der Schwerpunkt auf die Berechnung von instationären Zweiphasenströmungen gelegt. Instationäre Strömungen sind häufig mit Wirbeln behaftet, die einen großen Einfluss auf die Tropfenphase ausüben. Dies ist in Abschnitt 2.1 bereits gezeigt worden. Das Euler-Euler-Verfahren ist für die Berechnung einer solch wirbelbehafteten Zweiphasenströmung weniger geeignet. Dies soll anhand eines einfachen Beispiels verdeutlicht werden:

In Anlehnung an Kapitel 5 wird eine mit monodispersen Partikeln ($D_d = 10 \mu\text{m}$, $z \rightarrow 0$) beladene karmansche Wirbelstraße berechnet. Aufgrund des kleinen Partikeldurchmessers kann die disperse Phase als ein passiver Skalar betrachtet werden und wird lediglich durch die Strukturen der karmanschen Wirbelstraße transportiert. Die Schwierigkeit besteht jedoch darin, dass in der wirbelbehafteten aber laminaren Strömung keine Diffusion auf Seiten der Partikel auftritt. Um die exakten Wirbelstrukturen wiedergeben zu können, muss das Berechnungsverfahren absolut frei von „künstlicher Diffusion“ sein. Die Berechnung ist mit der in Abschnitt 3.2 beschriebenen euler-lagrangeschen Methode unter Verwendung eines expliziten Runge-Kutta-Verfahrens (zweiter Ordnung) durchgeführt worden. Der Aufbau dieses numerischen Testfalles wird in Abschnitt 5.3 genau beschrieben.

Zum Vergleich ist der Transport des Skalars mit dem in Abschnitt 3.1 beschriebenen Euler-Euler-Verfahren berechnet worden. Dieses Verfahren hat eine formale Diskretisierungsgenauigkeit zweiter Ordnung in Raum und Zeit. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse ist in Abbildung 2.4 dargestellt.

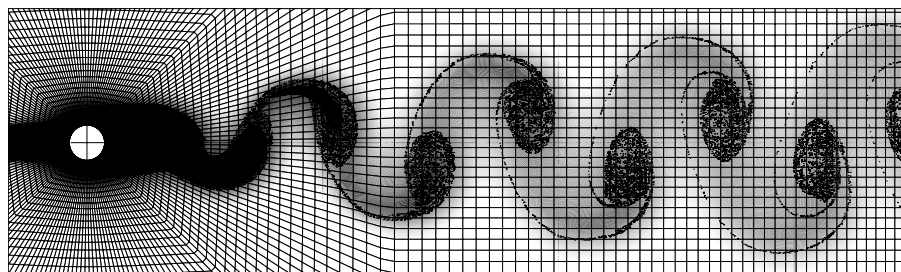


Abb. 2.4: Transport eines passiven Skalars: Euler-Lagrange-Verfahren [Punkte] contra Euler-Euler-Verfahren [Kontur]

Der Vergleich zeigt, dass das Euler-Euler-Verfahren die Physik nicht wiedergibt. Der Grund liegt darin, dass dieses Verfahren stets mit einer „künstlicher Diffusion“ behaftet ist, die von der Feinheit der räumlichen Diskretisierung abhängt. Obwohl dieses Verfahren aufgrund seines guten Konvergenzverhaltens großen Anklang findet, ist es für die detaillierte Berechnung von wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen nicht geeignet. Im Gegensatz hierzu gibt die euler-lagrangesche Methode die exakten Strukturen der Wirbelstraße wieder.

Das Rechenbeispiel zeigt, dass die eulersche Betrachtungsweise der Tropfenphase für die numerische Simulation einer wirbelbehafteten Zweiphasenströmung weniger geeignet ist. In dieser Arbeit wird der Schwerpunkt somit auf das Euler-Lagrange-Verfahren gelegt.

2.2.2 Turbulente Zweiphasenströmungen

Während die direkte numerische Simulation einer laminaren Strömung einfach durchgeführt werden kann, ist dies bei turbulenter Strömung nicht möglich. Im Gegensatz zu einer laminaren Strömung, werden in einer turbulenten Strömung eine Vielzahl an Wirbeln völlig unorganisiert gebildet. Das Längenmaß der Wirbel ist sehr viel kleiner als das der Hauptströmung. Es ist leicht einzusehen, dass eine direkte Berechnung einer solch komplexen Strömung den Einsatz von Großrechnern erfordert und nur in einfachsten Fällen durchführbar ist.

In der Technik sind die große Mehrzahl der Strömungen turbulent. Um Praxis-relevante Strömungen berechnen zu können, muss eine Mittelung der Erhaltungsgleichungen durchgeführt werden. Der Berechnungsaufwand lässt sich auf diese Weise um mehrere Größenordnungen reduzieren. Heutige Strömungsberechnungsprogramme, die in der Praxis eingesetzt werden, basieren auf so genannten Reynolds-gemittelten Erhaltungsgleichungen (RANS). Die Programme berechnen nicht die tatsächliche, turbulente Strömung, sondern lediglich die gemittelte Hauptströmung, während der Einfluss der Turbulenz modelliert wird. Eines der bekanntesten Turbulenzmodelle ist das von Launder und Spalding (1974) vorgestellte k,ε -Modell.

Die hochfrequenten, turbulenten Bewegungen der Gasphase üben einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Tropfenphase aus. Diese willkürlichen Schwankungsbewegungen führen zu einer turbulenzbedingten Tropfendispersion und damit zu einer Sprühstrahl-Aufweitung, ähnlich einer turbulenten Diffusion. Aufgrund der nicht vorhandenen Kenntnis der tatsächlichen Wirbelstrukturen, muss bei einer RANS-basierten Berechnung der Gasphase der turbulente Einfluss auf die Tropfenphase modelliert werden.

Theoretische Untersuchungen der Tropfenbewegung in einer oszillierenden Gasströmung sind für das Verständnis der turbulenten Tropfenbewegung von großer Bedeutung. Die von Basset (1888), Boussinesq (1903) und Oseen (1927) hergeleitete Bewegungsgleichung einer umströmten Kugel liefert die Basis für eine fundierte, theoretische Untersuchung. Diese nichtlineare Differentialgleichung konnte von Hjelmfelt und Mockros (1966) für den Fall einer oszillierenden Zweiphasenströmung geschlossen gelöst werden. Der analytische Ausdruck zeigt deutlich, dass das Teilchenfolgevermögen durch ein Amplitudenverhältnis und eine Phasenverschiebung charakterisiert ist. Beide Größen hängen ausschließlich vom Dichteverhältnis und der Stokes-Zahl ab. Dieses Ergebnis zeigt, dass auch die turbulenzbedingte Tropfendispersion von der Stokes-Zahl abhängt. Die Stokes-Zahl in einer turbulenten Strömung ist folgendermaßen definiert:

$$St_t = \frac{\text{Tropfen-Relaxationszeit } \tau}{\text{turbulentes Zeitmaß } t_e} . \quad (2.2)$$

Mehrere Dispersionsmodelle sind in der Literatur zu finden (Blümcke, 1992, Gosman und Ioannides, 1983, Milojević, 1990), bei denen die turbulenzbedingte Tropfendispersion mit empirischen Ansätzen approximiert wird. Basierend auf der Herleitung des k,ε -Turbulenzmodelles werden statistische Schwankungsbewegungen der zeitgemittelten Gasströmung überlagert (vgl. Abb. 3.4). Ein turbulenter Wirbel wird hierbei mit einem Geschwindigkeitsvektor modelliert – somit wird die Rotationsbewegung der Wirbel vernachlässigt. Die Separation und Akkumulation der Tropfen, die in der Realität zu komplexen Tropfenverteilungen führen können (vgl.

Abb. 2.1 + 2.2), werden mit diesen Modellansätzen nicht wiedergegeben. Besonders bei kleinen Stokes-Zahlen ist dieser Effekt entscheidend, während die Modellierung bei großen Stokes-Zahlen durchaus anwendbar ist. Komplexere Dispersionsmodelle, die der Gasphase eine realitätsnahe Schwankungsbewegung überlagern, sind in der Literatur nicht zu finden.

Am Institut für Thermische Strömungsmaschinen haben Klose et al. (2000a) verschiedene Dispersionsmodelle mit experimentellen Werten validiert. Die Studie zeigt, dass das Modell von Gosman und Ioannides ab einer Stokes-Zahl von $St \approx 2$ gute Ergebnisse liefert. Bei kleineren Stokes-Zahlen führt die Vernachlässigung des „Crossing Trajectories Effects“ zu gewissen Ungenauigkeiten. Die Genauigkeit kann durch das Einbeziehen eines Fluid-Referenzpunktes etwas gesteigert werden (Milojević, 1990), was jedoch eine erhebliche Einbuße der numerischen Effizienz zur Folge hat.

Dennoch bleibt die Frage offen, bis zu welcher Stokes-Zahl die Modellierung der turbulenzbedingten Tropfendispersion zulässig ist. Wie bereits beschrieben wurde, ist die Tropfen-Wirbel-Interaktion ein komplizierter Mechanismus. Die Modellierung einer turbulenten Zweiphasenströmung ist nicht in jedem Fall möglich und bei einer RANS-basierten Berechnung kritisch zu hinterfragen. Dieses Problem wird in Kapitel 6 ausführlich diskutiert.

Obwohl die Anwendbarkeit der Reynolds-Mittelung auf Grenzen stößt, werden technisch relevante Zweiphasenströmungen heutzutage mit den RANS-Gleichungen simuliert. Eine direkte Berechnung oder eine so genannte „Large Eddy Simulation“ (Rodi, 1998) ist aufgrund hoher Rechenzeiten in den meisten Fällen nicht durchführbar.

2.2.3 Tropfenverdunstung von Mehrkomponenten-Kraftstoffen

Die Ausbreitung und Verteilung der Tropfenphase spielt bei der Gemischbildung eine wichtige Rolle. Dies ist bereits in Abschnitt 2.1 ausführlich diskutiert worden. Die Verdunstung ist jedoch die Grundvoraussetzung für die Entstehung eines brennbaren Gemisches. Es ist leicht einzusehen, dass die Genauigkeit einer Brennkammerberechnung ganz entscheidend vom Tropfenverdunstungsmodell abhängt. Am Institut für Thermische Strömungsmaschinen ist die Modellierung der Tropfenverdunstung seit vielen Jahren ein Forschungsschwerpunkt (Kneer et al., 1993a, Prommersberger, 2003, Stengele, 1998, Wittig et al., 1988).

Tropfenverdunstungsmodelle wurden schon frühzeitig für Einkomponenten-Kraftstoffe entwickelt (Law, 1976, Spalding, 1953). Die Modellierung von realen Kraftstofftropfen ist jedoch wesentlich komplexer. Im Gegensatz zu einem Einkomponenten-Kraftstoff besteht ein realer Brennstoff, wie Kerosin, aus hunderten von chemischen Substanzen. Aufgrund des unterschiedlichen Verdunstungsverhaltens der einzelnen Komponenten kommt es zu einer Destillation der flüssigen Tropfenphase, d.h. leichtflüchtige Stoffe verdunsten in einem frühen Stadium, während schwerflüchtige Substanzen zu einem späteren Zeitpunkt verdunsten.

Ein Ansatz, der die Verdunstung eines Mehrkomponenten-Tropfens beschreibt, ist das von Faeth (1983) vorgestellte „Rapid Mixing Model“. Diesem Ansatz wird eine unendlich schnelle Durchmischung im Tropfen zugrunde gelegt. In anderen Worten, das Modell setzt im Vergleich zur Tropfenoberfläche einen schnellen Wärme- und Stofftransport innerhalb des Tropfens voraus (Sirignano, 1993). Unter dieser Voraussetzung kann die Ableitung des Tropfenzustandes

lediglich als Funktion der Zeit, d.h. mit gewöhnlichen Differentialgleichungen beschrieben werden. Das Modell besitzt eine ausgezeichnete numerische Effizienz. Die Annahme einer unendlich schnellen Durchmischung im Tropfen ist jedoch bei brennkammertypischen Temperaturen und Drücken nicht zutreffend und führt zu falschen Ergebnissen (Zhu und Reitz, 2002).

Exakte Resultate liefert das so genannte „Diffusion Limit Model“, das dem exakten Wärme- und Stofftransport innerhalb des Tropfens näherungsweise Rechnung trägt. Das von Landis und Mills (1974) entwickelte Modell basiert auf der Lösung partieller Differentialgleichungen eines kugelsymmetrischen Energie- und Stofftransportes im Tropfen. Das bedeutet, dass sämtliche Vorgänge im Tropfen nicht nur zeitlich sondern auch räumlich betrachtet werden. Am Institut für Thermische Strömungsmaschinen wurde dieses Modell sowohl bei niedrigem als auch hohem Druck mit Erfolg angewendet (Kneer et al., 1993b, Stengele et al., 1999). Auch Klingsporn und Renz (1994) bestätigen die große Einsatzmöglichkeit dieses Modelles. Allerdings ist die thermodynamische Beschreibung des „Diffusion Limit Model“ auf ein binäres Brennstoffgemisch beschränkt. Eine Erweiterung von Zhu et al. (2001), die auf einem PDF-Ansatz basiert, ermöglicht die Annäherung komplexer Stoffgemische.

Obwohl das „Diffusion Limit Model“ eine ausgezeichnete Genauigkeit besitzt, ist dieser aufwendige Ansatz für eine numerische Berechnung technischer Sprühstrahlen weniger geeignet. Gerade bei der Modellierung von Brennkammerströmungen, in der eine Vielzahl an komplizierten Vorgängen berücksichtigt werden muss, können nur effiziente Tropfenverdunstungsmodelle eingesetzt werden – eine unvollständige Beschreibung des realen Kraftstoffes ist häufig die Folge.

Aus dieser Situation heraus wurde am Institut von Thermische Strömungsmaschinen das „Distillation Curve Model“ (Chin, 1994) aufgegriffen und erstmals zur Berechnung einer Versuchsbrennkammer erfolgreich eingesetzt (Prommersberger et al., 1998). Dieses numerisch effektive Tropfenverdunstungsmodell beschreibt sämtliche Eigenschaften eines realen Kerosin-Tropfens mit gewöhnlichen Differentialgleichungen. Die komplexe Zusammensetzung eines realen Kraftstoffes wird bei diesem Modell mit einem eigens entwickelten Modellkraftstoff approximiert, dessen Destillationsprozess anhand einer Fortschrittsvariable kontrolliert wird. Das Tropfenverdunstungsmodell besitzt eine außerordentlich hohe numerische Effizienz: Obwohl sämtliche thermo-physikalischen Effekte mit in Betracht gezogen werden, ist der Rechenaufwand mit dem eines simplen Modelles (z.B. Rapid Mixing Model) vergleichbar. Die bisherige Formulierung besitzt jedoch eine Schwachstelle: Stoffeigenschaften werden durch Korrelationen approximiert, die bei atmosphärischen Drücken experimentell ermittelt wurden (Bardon und Rao, 1984, Gauthier et al., 1991). Hochdruckeffekte, die besonders den Phasenübergang betreffen, werden nicht berücksichtigt. Der Anwendungsbereich des „Distillation Curve Model“ ist somit auf niedrige Brennkammerdrücke (< 1 MPa) beschränkt.

Die exakte Modellierung der Tropfenverdunstung stellt speziell in einer Hochdruckatmosphäre eine weitere Herausforderung dar. In Brennkammern herrscht schon heute das 40fache des atmosphärischen Druckes – die Tendenz ist weiter steigend. Anders als bei atmosphärischen Bedingungen können die Zustandsänderungen nicht durch ein thermodynamisch ideales Verhalten beschrieben werden. Stoffeigenschaften müssen mit aufwendigen Zustandsgleichungen berechnet werden, die dem realen Verhalten Rechnung tragen (Stengele et al., 1999). Besonders der Phasenübergang an der Tropfenoberfläche ist hiervon betroffen. In einer Vielzahl von Modellen

wird dieser Vorgang mit dem „raoultischen Gesetz“ beschrieben. Diese algebraische Gleichung ist jedoch nur für den Fall gültig, dass ein thermodynamisch ideales Verhalten vorausgesetzt werden kann. Eine allgemein gültige Lösung kann hingegen durch das Phasengleichgewicht bestimmt werden. Dieses nichtlineare Gleichungssystem erfordert jedoch eine relativ aufwendig Lösungsstrategie. Dieses Problem wird in Kapitel 4 aufgegriffen, in dem eine Erweiterung des „Distillation Curve Model“ vorgestellt wird.

2.3 Zielsetzung

Das Ziel dieser Dissertation ist die Entwicklung eines numerischen Verfahrens, das die Simulation von instationären Zweiphasenströmungen in Brennkammern ermöglicht. Aus den in Abschnitt 2.1 ausgeführten Gründen müssen instationäre Phänomene, wie sie in wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen auftreten, zuverlässig berechnet werden können. Die Diskussion des gegenwärtigen Kenntnisstandes hat gezeigt, dass das Euler-Lagrange-Verfahren für diese Aufgabenstellung die richtige Wahl ist.

In dieser Arbeit wird ein neu entwickeltes Euler-Lagrange-Verfahren vorgestellt, das in die institutseigenen Programme METIS (Bauer, 1989, Benz, 1994, Noll, 1986) und LADROP (Schmehl, 2003b, Willmann, 1999) implementiert wurde. Das Strömungsberechnungsprogramm METIS basiert auf der eulerschen Formulierung der Reynolds-gemittelten Erhaltungsgleichungen (RANS), während das Programm LADROP die Tropfenphase im mitbewegten Bezugssystem (Lagrange) berechnet. Die mathematische Grundlage dieser Programme wird in Kapitel 3 vorgestellt.

Für das Euler-Lagrange-Verfahren muss eine Lösungsstrategie entworfen werden, die eine gekoppelte und zeitabhängige Berechnung einer Zweiphasenströmung ermöglicht. Um beispielsweise eine Tropfen-Wirbel-Interaktion exakt wiedergeben zu können, muss die Wechselwirkung zwischen den Phasen in der Zeit diskretisiert werden. Der Austausch an Quelltermen, der die Phasen-Interaktion numerisch beschreibt, muss zu jedem Zeitschritt erfolgen. Weiterhin ist die Einhaltung gewisser Stabilitätskriterien erforderlich. Diese Problematik wird in Kapitel 3 aufgegriffen.

An das Berechnungsprogramm wird eine weitere Anforderung gestellt: Das Verfahren soll numerisch effizient sein, so dass die Berechnung einer instationären Zweiphasenströmung auf einer herkömmlichen Workstation durchführbar ist. Die Modellierung der Tropfenphase kann daher nur mit einfachen Gleichungen (gewöhnlichen Differentialgleichungen) erfolgen.

Somit stellt die Modellierung der Tropfenverdunstung ein Problem dar. Nach dem gegenwärtigen Kenntnisstand ist lediglich das „Diffusion Limit Model“ in der Lage, einen realen Kraftstofftropfen unter brennkammertypischen Bedingungen genau zu beschreiben. Dieses Modell erfordert jedoch einen hohen numerischen Aufwand. Ein effektiver Modellansatz ist das „Distillation Curve Model“, das die Verdunstung eines Mehrkomponenten-Kraftstofftropfens mit gewöhnlichen Differentialgleichungen beschreibt. Die Anwendbarkeit dieses Modelles ist bisher auf niedrige Brennkammerdrücke beschränkt.

In dieser Arbeit wird das „Distillation Curve Model“ (Prommersberger, 2003) aufgegriffen

und für Brennkammerdrücke bis 5 MPa erweitert. Die thermodynamische Beschreibung des Modellkraftstoffes muss hierzu mit Zustandsgleichungen ausgestattet werden, die das reale Verhalten bei hohen Drücken wiedergeben. Ein wichtiger Punkt ist der Phasenübergang an der Tropfenoberfläche. Aus den in Abschnitt 2.2.3 aufgeführten Gründen, muss in das „Distillation Curve Model“ ein Lösungsalgorithmus für das Phasengleichgewicht integriert werden. Doch gerade die Lösung des Phasengleichgewichtes erfordert einen hohen numerischen Aufwand. Um die numerische Effektivität des „Distillation Curve Model“ erhalten zu können, müssen sämtliche Stoffgrößen auf eine geschickte Weise tabelliert werden. Das erweiterte „Distillation Curve Model“ wird in Kapitel 4 vorgestellt.

Die Validierung des Euler-Lagrange-Verfahrens ist auf einen Testfall angewiesen, bei dem die Berechnung einer wirbelbehafteten Zweiphasenströmung isoliert betrachtet werden kann. Bisher ist in der Literatur keine geeignete Grundlage zur Validierung veröffentlicht worden.

Aus dieser Situation heraus wird in dieser Arbeit ein Grundlagentestfall vorgestellt: die karmansche Wirbelstraße in einer tropfenbeladenen Strömung. Aufgrund der laminaren Strömungskonfiguration kann die Tropfendispersion in der Wirbelschleppe direkt berechnet werden. Somit werden keine fehlerhaften Einflüsse durch die Turbulenzmodellierung erzeugt – die Genauigkeit des numerischen Verfahrens kann exakt verifiziert werden. Experimentelle Ergebnisse stehen lediglich für die einphasige Strömung zur Verfügung. Die Validierung der numerischen Resultate muss daher auf analytischem Wege erfolgen.

Aus diesem Grund wird eine Ähnlichkeitsbetrachtung durchgeführt. Wie in Kapitel 5 gezeigt wird, kann unter gewissen Bedingungen die Bewegungsgleichung eines Tropfens linearisiert und durch einen analytischen Ausdruck beschrieben werden. Mit dieser Vorgehensweise lässt sich der Frequenzgang ermitteln. Charakteristische Eigenschaften, die sich aus der analytischen Herleitung des Frequenzganges ergeben, werden mit den Simulationsergebnissen verglichen. Durch das Zusammenführen der theoretischen und der numerischen Studie kann das Euler-Lagrange-Verfahren nicht nur elegant getestet werden – auf diese Weise wird auch das grundlegende Verständnis von wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen erweitert.

Die Funktion und die Genauigkeit des Euler-Lagrange-Verfahrens können mit der laminaren Strömung der karmanschen Wirbelstraße hervorragend überprüft werden. Dennoch sind technisch relevante Strömungen in der großen Mehrzahl turbulent. Im Gegensatz zu laminaren Strömungen, müssen turbulente Zweiphasenströmungen mit den Reynolds-gemittelten Erhaltungsgleichungen gelöst werden. Aus theoretischer Sicht sind der RANS-basierten Berechnung jedoch Grenzen gesetzt. Die Problematik ist in Abschnitt 2.2 bereits diskutiert worden. Deshalb muss geklärt werden, ob diese Grenzen für technische Anwendungen relevant sind.

Im Hinblick auf die Berechnung einer turbulenten Zweiphasenströmung wird eine Validierung des hier entwickelten Euler-Lagrange-Verfahrens durchgeführt. Es soll gezeigt werden, dass das numerische Verfahren für brennkammertypische Zweiphasenströmungen geeignet ist. Als Testfall wird die Saugrohreinspritzung in einem Ottomotor simuliert. Aufgrund der transienten Sprühstrahlausbreitung und der komplexen Geometrie stellt dieser Testfall einen hohen Anspruch an das Euler-Lagrange-Verfahren. Im Gegensatz zu anderen Zweiphasenströmungen

kann dieser Vorgang nur mit einem instationären Verfahren berechnet werden. Besonders die transiente Wechselwirkung zwischen den beiden Phasen spielt bei diesem Testfall eine entscheidende Rolle. Die numerischen Resultate werden experimentell ermittelten Werten gegenübergestellt. Die Validierung soll klären, in wie weit die transiente Ausbreitung des Sprühstrahls und die Phasen-Wechselwirkung wiedergegeben wird.

3 Grundlagen des numerischen Verfahrens

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Euler-Lagrange-Verfahren vorgestellt, das zur Berechnung instationärer Zweiphasenströmungen entwickelt wurde. Bei diesem Verfahren wird die Gasphase in der ortsfesten (Euler) Formulierung berechnet, während die Tropfenphase in einem mitbewegten (Lagrange) Bezugssystem betrachtet wird. Die Vorteile dieses Berechnungsverfahrens sind bereits in Kapitel 2 ausführlich erläutert worden.

Die eulersche Formulierung der Gasphase wird mit einem Finite-Volumen-Ansatz diskretisiert. Eine formale Diskretisierungsgenauigkeit zweiter Ordnung wird sowohl im Raum als auch in der Zeit eingehalten. Die lagrangesche Betrachtung der Tropfenphase basiert auf der diskreten Betrachtung einzelner Tropfen, deren Massen-, Impuls- und Energiebilanz in den tropfenfesten Koordinaten aufgestellt werden. Die zeitliche Ableitung der Bewegung, der Deformation und der Verdunstung der Tropfen wird mit einem expliziten Runge-Kutta-Verfahren zweiter Ordnung gelöst. Die Kopplung zwischen den beiden Phasen wird mittels Quelltermen berücksichtigt, die über ein Interface ausgetauscht werden.

Dieses hochauflösende Berechnungsverfahren ermöglicht die numerische Simulation von komplizierten Tropfen-Wirbel-Interaktionen. Das Lösungsverfahren erfüllt somit eine hohe Anforderung im Hinblick auf die Diskretisierungsgenauigkeit: das numerische Berechnungsverfahren erzeugt keinerlei „künstliche Diffusion“ beim Transport der Tropfenphase.

Die Modelle, die dem hier vorgestellten Euler-Lagrange-Verfahren zugrunde liegen, sind für die Simulation von brennkammertypischen Sprühstrahlen in besonderem Maße geeignet. Im Hinblick auf den großen Berechnungsaufwand, der speziell bei instationären Zweiphasenströmungen anfällt, wurden in dieser Arbeit ausschließlich numerisch effiziente Modelle gewählt. Die mathematische Formulierung des Euler-Lagrange-Verfahrens wird in diesem Kapitel ausführlich behandelt.

3.1 Gasphase

Zur Berechnung der dreidimensionalen Gasströmung wird das institutseigene Strömungsrechnungsprogramm METIS eingesetzt. Dieses Programm basiert auf der Lösung der Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS). Die Entwicklung von METIS geht auf die Arbeiten von Noll (1986), Bauer (1989) und Benz (1994) zurück. Im Rahmen dieser Arbeit wurden numerische Ansätze zur gekoppelten Berechnung von instationären Zweiphasenströmungen implementiert. Im Folgenden werden die zu lösenden Erhaltungsgleichungen der Gasphase vorgestellt.

3.1.1 Erhaltungsgleichungen

Die dreidimensionale Beschreibung eines Fluids ist durch die Kenntnis folgender lokaler Größen gekennzeichnet: Geschwindigkeit, Druck, Temperatur, Dichte und Konzentration. In diesem Abschnitt werden Erhaltungsgleichungen vorgestellt, mit denen ein Fluid vollständig be-

schrieben werden kann.

Für die gekoppelte Berechnung einer Zweiphasenströmung müssen die Erhaltungsgleichungen mit Tropfen-Quelltermen ergänzt werden. Auf diese Weise wird der Einfluss der Tropfenphase auf die Gasphase berücksichtigt. Dies steht im Gegensatz zu den klassischen Formulierungen der Erhaltungsgleichungen, bei denen sämtliche äußere Einflüsse vernachlässigt werden.

Wie bereits in Kapitel 2 beschrieben worden ist, ist eine effiziente Berechnung einer turbulenten Zweiphasenströmung auf eine Mittelung der Erhaltungsgleichungen angewiesen. Auf diese Weise muss lediglich die Hauptströmung diskretisiert werden, während die turbulenten feinskaligen Schwankungsbewegungen modelliert werden. Die zeitliche Mittelung einer beliebigen Transportgröße ϕ ist in Gleichung (3.1) dargestellt.

$$\begin{aligned} \phi = \Phi + \phi', \quad \text{Mittelwert} \quad \Phi &= \frac{1}{\bar{t}} \int_{t_0}^{t_0+\bar{t}} \phi \, dt \\ \text{Schwankungsgröße} \quad \int_{t_0}^{t_0+\bar{t}} \phi' \, dt &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Für die Mittelung ist entscheidend, dass der Zeitmaßstab \bar{t} sehr viel größer ist als die turbulenten Zeitskalen – jedoch kleiner als die instationären Prozesse in der Hauptströmung. Wird diese Mittelung auf die Transportgleichungen angewendet, so ergeben sich Tensoren $\overline{\phi_i \phi_j}$, die den Einfluss der turbulenten Schwankungen auf die gemittelten Strömungsgrößen beschreiben. Damit die statistischen Schwankungsgrößen nicht direkt berechnet werden müssen, wird das gemittelte Gleichungssystem durch ein geeignetes Modell geschlossen. Es stehen verschiedene Turbulenzmodelle zur Verfügung, die sich nach der Anzahl der zu lösenden Transportgleichungen in Null-, Ein- und Zwei-Gleichungsmodelle einteilen lassen. Das am weitesten verbreitete Turbulenzmodell ist das von Launder und Spalding (1974) entwickelte k, ε -Modell, das auch in dieser Arbeit verwendet wird. Dieses Zwei-Gleichungsmodell basiert auf dem Transport der turbulenten, kinetischen Energie k und der Dissipationsrate ε . Auch andere Turbulenzmodelle sind aufgrund gewisser Vorteile im Einsatz, wie das von Wilcox (1993) entwickelte k, ω -Modell. Aufgrund seiner Formulierung ist dieses Modell vor allem bei der Berechnung von Grenzschichten (Low-Reynolds-Bereiche) besonders gut geeignet (Burger, 1999), was jedoch in dieser Arbeit eine untergeordnete Rolle spielt.

Die Transportgleichungen für Masse, Impuls, Enthalpie und Konzentration stellen zusammen mit der Zustandsgleichung des Gases das zu lösende Gleichungssystem dar, das in diesem Abschnitt ausführlich beschrieben wird. Die vorgestellten Transportgleichungen sind allesamt Reynolds-gemittelt und in der kartesischen Tensornotation unter Berücksichtigung der einsteinischen Summenkonvention für ein ortsfestes Bezugssystem (eulersche Betrachtung) formuliert.

Massenbilanz

Unter der Voraussetzung der Massenerhaltung lässt sich mit dem Integralsatz nach Gauß-Ostrogradski die Kontinuitätsgleichung (3.2) für ein diskretes Kontinuum herleiten (Bronstein

und Semendjajew, 1969).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = S_{\rho,d} \quad (3.2)$$

$S_{\rho,d}$ ist die Quelldichte des Massenstromes (Gl. 3.63), die von der dispersen Phase auf die Gasphase übertragen wird. Im Falle der Tropfenverdunstung ist dieser Term positiv.

Impulsbilanz

Die Navier-Stokes-Gleichung (3.3) beschreibt die Impulserhaltung in einem Fluid. Die Einwirkung eines äußeren Kraftfeldes wird hierbei vernachlässigt.

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial(\tau_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_i} + S_{u_j,d} \quad (3.3)$$

Der Impulsquellterm $S_{u_j,d}$ beschreibt die Interaktion der Tropfenphase und der Gasphase (Gl. 3.64). Dieser Term ist von der Relativgeschwindigkeit beider Phasen abhängig und kann sowohl positiv als auch negativ sein.

Die Schubspannung τ_{ij} des viskosen Spannungstensors kann bei einem newtonschen Verhalten des Fluids mit der stokesschen Hypothese für kompressible Fluide (Gl. 5.6) angenähert werden.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (3.4)$$

Durch die Mittelung ergibt sich der reynoldsche Spannungstensor $\overline{\rho u'_i u'_j}$, der den turbulenten Impulsaustausch beschreibt. Basierend auf der Annahme des Wirbelviskositätsprinzips nach Boussinesq (1877), wird analog zur dynamischen Viskosität μ eine turbulente Viskosität μ_t eingeführt. Der reynoldsche Spannungstensor wird letztendlich durch Addition der turbulenten zur molekularen Viskosität modelliert. Dieser Ansatz geht von einer isotropen Turbulenzstruktur aus, da der Reynoldsche Spannungstensor nur durch eine skalare Größe repräsentiert wird. Demnach berücksichtigt dieser Ansatz keine Vorzugsrichtung der Turbulenz. Mit den getroffenen Annahmen lässt sich Gleichung (3.3) vereinfachen:

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + (\mu + \mu_t) \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) + S_{u_j,d} \quad (3.5)$$

In dieser Arbeit wird die turbulente Viskosität μ_t unter Verwendung des Standard- k,ϵ -Turbulenzmodelles berechnet.

Energiebilanz

Anstelle der inneren Energie wird in dieser Arbeit die Enthalpie bilanziert. Bei offenen Systemen ist diese Formulierung praktischer als die Bilanzierung der inneren Energie. Offene Systeme spielen in der Energietechnik die Hauptrolle, da Turbinen von Massenströmen durchflossen

werden und kontinuierlich Arbeit abgeben. Die Bilanzgleichung kann für die Enthalpie unter der Annahme eines idealen Gases folgendermaßen formuliert werden (Jischa, 1982):

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i h)}{\partial x_i} = -\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial x_i} - \frac{\partial(\overline{\rho u'_i h'})}{\partial x_i} + \frac{\partial p}{\partial t} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \overline{u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_i}} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \overline{\tau'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} + S_{h,d}, \quad (3.6)$$

$$\text{mit der Wärmestromdichte: } \dot{q}_i = -\left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial x_i}\right) + j_{i,\alpha} h_\alpha. \quad (3.7)$$

Unter Vernachlässigung des Dufour-Effektes setzt sich die Wärmestromdichte \dot{q}_i aus der fourierschen Wärmeleitung und dem Enthalpie-Diffusionsstrom zusammen. Bei turbulenten Strömungen ist der Term $j_{i,\alpha} h_\alpha$ gegenüber anderen Termen verhältnismäßig klein und wird üblicherweise vernachlässigt.

Der Quellterm $S_{h,d}$ beschreibt den von der Tropfen- auf die Gasphase übertragenen Enthalpiestrom (Gl. 3.65). Im Falle der Tropfenverdunstung ist dieser Quellterm stets negativ. Weitere Enthalpiequellen durch Strahlung, äußere Kraftfelder oder endo/exotherme Reaktionen werden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt.

Der Ausdruck $\overline{\rho u'_i h'}$ wird als turbulenter Wärmestrom bezeichnet. In Anlehnung an das Wirbelviskositätsprinzip wird eine turbulente Prandtl-Zahl Pr_t eingeführt. In METIS wird die turbulente Prandtl-Zahl als Konstante behandelt, was einem Null-Gleichungsmodell entspricht. Der turbulente Wärmestrom wird in der Erhaltungsgleichung durch Addition von (μ_t/Pr_t) zu der entsprechenden molekularen Größe modelliert.

Der Ausdruck $\overline{\tau'_{ij} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}}$ repräsentiert den Energieaustausch bzw. Dissipation von turbulenter kinetischer Energie in innere Energie und kann somit durch den Term $\rho \varepsilon$ mit ε als Dissipationsrate angenähert werden (Cebeci und Bradshaw, 1984).

Unterhalb der Mach-Zahl kann der Term $\overline{u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_i}}$ gegenüber anderen Termen vernachlässigt werden (Cebeci und Bradshaw, 1984).

Mit den getroffenen Annahmen vereinfacht sich der Ausdruck von Gleichung (3.6) entsprechend:

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i h)}{\partial x_i} = +\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial h}{\partial x_i} + \frac{\partial p}{\partial t} + u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \rho \varepsilon + S_{h,d} \quad (3.8)$$

Die Bestimmung der Temperatur ist über Gleichung (3.9) möglich.

$$h = \int_{T_0}^T c_p(T) dT + h_0 \quad (3.9)$$

Die Zustandsgleichung des idealen Gases (Gl. 3.10) stellt den Zusammenhang zwischen Druck, Temperatur und Dichte her. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass bei Hochdruckbedingungen nicht von einem idealen Verhalten ausgegangen werden kann. In diesem Fall muss eine kubische Zustandsgleichung (Gl. 4.20) verwendet werden, die das reale Verhalten von Gasen berücksichtigt.

$$p = \rho \frac{R T}{M} \quad (3.10)$$

Bilanz der Teilmassen

Die Erhaltung der Teilmassen, ausgedrückt durch den Massenanteil Y_α , wird unter Berücksichtigung der Fickschen Diffusion durch die allgemeine Transportgleichung beschrieben.

$$\frac{\partial(\rho Y_\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i Y_\alpha)}{\partial x_i} = -\frac{\partial(j_{i,\alpha} - \rho \overline{Y'_\alpha u'_i})}{\partial x_i} + S_{Y_\alpha,d} \quad (3.11)$$

Lokale Konzentrationsänderungen, die aufgrund von Tropfenverdunstung entstehen, werden durch den Quellterm $S_{Y_\alpha,d}$ berücksichtigt.

Der Massendiffusionsstrom $j_{i,\alpha}$ wird durch das Ficksche Gesetz (Gl. 3.12) angenähert. Weitere Diffusionsterme, wie beispielsweise die Thermodiffusion (Soret-Effekt), Druckdiffusion und Diffusion durch äußere Kraftfelder können vernachlässigt werden.

$$j_{i,\alpha} = -\frac{\mu}{Sc} \frac{\partial Y_\alpha}{\partial x_i} \quad (3.12)$$

Der Term $\rho \overline{Y'_\alpha u'_i}$ wird als Reynoldscher Stoffstrom bezeichnet. Mit der Annahme, dass eine Analogie zwischen molekularem und turbulenter Stoffaustausch besteht, wird der Reynoldsche Stoffstrom durch die Einführung eines turbulenten Diffusionsterms Γ_t beschrieben. Ähnlich der turbulenten Prandtl-Zahl, beschreibt die turbulente Schmidt-Zahl Sc_t das Verhältnis zwischen der turbulenten Stoffdiffusion Γ_t und der turbulenten Viskosität μ_t . Entsprechend einem Nullgleichungsmodell wird der Berechnung mit METIS eine konstante, turbulente Schmidt-Zahl zu Grunde gelegt.

Die allgemeine Formulierung der Gleichung (3.11) lässt sich für ein binäres Brennstoff-Luft-Gemisch zusätzlich vereinfachen. Der Massenanteil des Brennstoffdampfes Y_{vap} kann unter den getroffenen Annahmen in der folgenden Form (Gl. 3.13) dargestellt werden. Der Quellterm $S_{Y_\alpha,d}$ entspricht dann dem Massenquellterm $S_{\rho,d}$.

$$\frac{\partial(\rho Y_{vap})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i Y_{vap})}{\partial x_i} = +\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_t}{Sc_t} \right) \frac{\partial Y_{vap}}{\partial x_i} + S_{\rho,d} \quad (3.13)$$

Im Falle eines binären oder polynären Stoffgemisches müssen sämtliche thermo-physikalischen Stoffgrößen (z.B. ρ , μ , ...) über Mischungsregeln berechnet werden. Bei idealen Gasgemischen kann häufig eine Massenmittelung durchgeführt werden, wie sie in Gleichung (3.14) am Beispiel der Dichte dargestellt ist. Die thermo-physikalische Beschreibung von realen Brennstoffgemischen ist jedoch wesentlich komplexer. Dieser Sachverhalt wird in Kapitel 4 ausführlich behandelt.

$$\rho = \sum_{\alpha=1}^N Y_\alpha \cdot \rho_\alpha \quad (3.14)$$

3.1.2 Numerische Methoden

In dem vorangegangenen Abschnitt 3.1.1 ist die dreidimensionale Strömung mit den Transportgleichungen für Masse (3.2), Impuls (3.3), Energie (3.6) und Konzentration (3.11) vollständig

beschrieben worden. Für dieses Gleichungssystem von gekoppelten, nichtlinearen Differentialgleichungen existiert im Allgemeinen keine analytische Lösung. Erst durch den Einsatz numerischer Verfahren kann diese strömungsmechanische Problemstellung berechnet werden. Die Differentialgleichungen werden hierzu in ein algebraisches Gleichungssystem überführt, das mit Hilfe von numerischen Algorithmen gelöst werden kann. Diese Überführung kann durch eine räumliche und zeitliche Diskretisierung der Bilanzgleichungen erreicht werden. Die Diskretisierung soll am Beispiel der allgemeinen Transportgleichung (3.15) erklärt werden.

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\vec{u}\Phi) = \operatorname{div}(\Gamma_{\Phi} \operatorname{grad}\Phi) + S_{\Phi} \quad (3.15)$$

Räumliche Diskretisierung

In den letzten Jahrzehnten wurde eine Reihe von Verfahren entwickelt, mit denen Differentialgleichungen räumlich diskretisiert werden können. Die bekanntesten sind die Finite-Differenzen-, die Finite-Volumen- und die Finite-Elemente-Methode. In der rechnergestützten Fluidynamik (CFD) wird überwiegend die Finite-Volumen-Methode eingesetzt. Im Gegensatz zu anderen Methoden basiert die Finite-Volumen-Methode auf einer konservativen Diskretisierung der Transportgleichung. Dieses Verfahren wurde von Noll (1986) in das institutseigene CFD-Programm implementiert.

Die Finite-Volumen-Methode setzt eine Diskretisierung des Strömungsgebietes in Form eines Rechengitters voraus. Die Knoten dieses Gitters stellen die Stützstellen dar, an denen die Werte aus den Erhaltungsgleichungen berechnet werden. In dem vorgestellten Strömungsberechnungsprogramm METIS wird das Kontrollvolumen so gelegt, dass sich die Knoten im Mittelpunkt des Volumens befinden (cell-centered).

Das Prinzip der Finite-Volumen-Methode besteht darin, dass nicht die differentielle Form der Transportgleichung gelöst wird, sondern es wird für jedes Kontrollvolumen eine Bilanzgleichung aufgestellt. Ausgangspunkt ist die integrale Formulierung der Transportgleichung (3.16).

$$\int_V \frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} dV + \int_V \operatorname{div}(\rho\vec{u}\Phi) dV = \int_V \operatorname{div}(\Gamma_{\Phi} \operatorname{grad}\Phi) dV + \int_V S_{\Phi} dV. \quad (3.16)$$

Die Volumenintegrale der konvektiven und diffusiven Flüsse können mit Hilfe des Integralsatzes von Gauß-Ostrogradski (Gl. 3.17) in Flächenintegrale umgewandelt werden, wobei die stückweise glatten Kontrollflächen A das Kontrollvolumen V beranden (Bronstein und Semendjajew, 1969).

$$\int_V \operatorname{div} \vec{f} dV = \int_A \vec{f} \cdot \vec{n} dA \quad (3.17)$$

Die Linearisierung der Gleichung wird zum Beispiel dadurch erreicht, dass die Flächen- und Volumenintegrale durch geeignete Mittelwerte angenähert werden. So entspricht das Flächenintegral in Gleichung (3.17) der Bilanz aller zu- und abfließenden Flüsse, sofern eine homogene Verteilung an der Berandung angenommen wird. Dieser Sachverhalt ist in Gleichung (3.18) dargestellt.

$$\int_A \vec{f} \cdot \vec{n} dA = \sum_k \vec{f}_k \cdot \vec{n}_k \Delta A_k, \quad k = 1 \dots \text{Anzahl der Kontrollflächen} \quad (3.18)$$

Die Anzahl der Flächen hängt von dem gewählten Kontrollvolumen ab. In METIS werden die Kontrollvolumina durch Hexaeder aufgespannt. In Abbildung 3.1 ist ein solches Kontrollvolumen dargestellt, das den Knoten P umgibt. Die sechs Kontrollflächen werden nach der Kompassnotation mit den Kleinbuchstaben (e)ast, (w)est, (n)orth, (s)outh, (h)igh, (l)ow bezeichnet, während die benachbarten Knoten mit den entsprechenden Großbuchstaben gekennzeichnet sind.

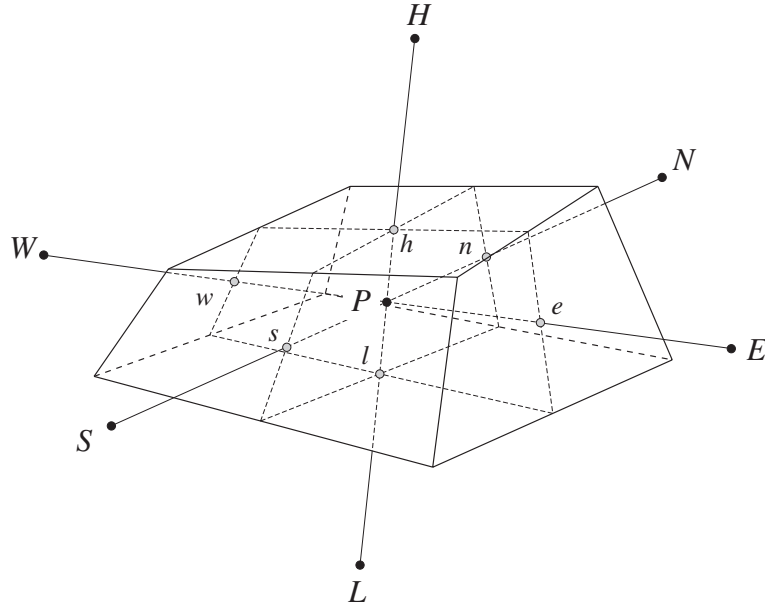


Abb. 3.1: Kontrollvolumen

Das Volumenintegral des Quellterms S_Φ wird in ähnlicher Weise linearisiert. Mit der Annahme, dass der Quellterm homogen im Kontrollvolumen verteilt ist, kann das Integral durch den Mittelwert \bar{S}_Φ beschrieben werden (Gl.3.19).

$$\int_V S_\Phi dV = \bar{S}_\Phi \Delta V. \quad (3.19)$$

Mit diesen Vereinfachungen lässt sich aus Gleichung (3.16) die diskrete Form der Transportgleichung (3.20) herleiten. Das Kontrollvolumen ΔV wird durch die Kontrollflächen ΔA_k berandet. Im Falle einer hexaederförmigen Zelle sind die Flächen durch die Indizes $k = [e, w, n, s, t, b]$ gekennzeichnet.

$$\frac{\partial (\rho\Phi)}{\partial t} \Delta V + \sum_k (\rho \vec{u}\Phi)_k \cdot \vec{n}_k \Delta A_k - \sum_k (\Gamma_\Phi \text{grad}\Phi)_k \cdot \vec{n}_k \Delta A_k = \bar{S}_\Phi \Delta V. \quad (3.20)$$

Entsprechend der Finite-Differenzen-Methode kann der Diffusionsterm unter Annahme eines abschnittsweise linearen Verlaufes der Größe Φ durch einen Differenzenquotient intuitiv angenähert werden. Die Gleichung (3.21) zeigt die Diskretisierung des Diffusionsterms an der Ostfläche ($k = e$).

$$(\Gamma_\Phi \text{grad}\Phi)_e = \Gamma_e \frac{(\Phi_E - \Phi_P)}{\Delta x_e}, \quad \text{mit} \quad \Delta x_e = |\vec{EP}| \dots \text{Abstand der Knoten } E \text{ und } P \quad (3.21)$$

Um die Transportgleichung (3.20) lösen zu können, müssen sämtliche Flüsse auf den Kontrollflächen k bestimmt werden. Dies ist aber nur dann möglich, wenn die Größe Φ an den Zellflächen bekannt ist. Die Transportgröße muss daher von den Stützstellen des Rechengitters auf die Kontrollflächen interpoliert werden. Das Zentralknoten-Verfahren stellt hierbei eine geeignete Methode dar. Die Voraussetzung eines abschnittsweise linearen Verlaufes von Φ erzielt formal eine Genauigkeit zweiter Ordnung. Befinden sich die Kontrollflächen stets in der Mitte zweier Knoten, kann Φ_e mit der folgenden Interpolationsvorschrift berechnet werden (analog an den anderen Kontrollflächen):

$$\Phi_e = \frac{\Phi_E + \Phi_P}{2} \quad (3.22)$$

Ein Problem stellt jedoch die Diskretisierung des Konvektionsterms dar. Hier führt das Zentralknoten-Verfahren häufig zu unphysikalischen Oszillationen. Weiterhin können negative Koeffizienten auftreten, was die Diagonaldominanz der zu lösenden Matrix beeinträchtigt.

Der konvektive Term kann dann mit dem numerisch stabilen UPWIND-Verfahren diskretisiert werden. Dieses Verfahren setzt die Strömungsgröße auf der Grenzfläche dem stromaufliegenden Knotenwert gleich. Der Wert Φ_e errechnet sich somit nach der folgenden Vorschrift:

$$\Phi_e = \begin{cases} \Phi_P, & \text{für } u_e > 0 \\ \Phi_E, & \text{für } u_e < 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

Das UPWIND-Verfahren besitzt jedoch lediglich eine formale Genauigkeit erster Ordnung. Aufgrund der schlechten Diskretisierungsgenauigkeit kommt es zu einer ausgeprägten „künstlichen Diffusion“. Dieser Fehler führt nicht selten zu stark verfälschten Ergebnissen.

Die Diskretisierung des Konvektionsterms stellt somit ein gewisses Problem dar. Zum einen soll eine hohe Genauigkeit erzielt werden, zum anderen muss die diskretisierte Gleichung numerisch lösbar sein. Als Kompromiss kann eine Kombination aus den beiden vorgestellten Verfahren angewendet werden. Hierbei wird dem Zentralknoten-Verfahren ein gewisser UPWIND-Anteil beigemischt (UPWIND-Blending), bis eine numerisch stabile Lösung erreicht wird. Obwohl diese Kombination eine formale Genauigkeit zweiter Ordnung besitzt, führt der UPWIND-Anteil dennoch zu einer unphysikalisch hohen Diffusion.

Eine bessere Alternative stellt das von Noll (1992a) entwickelte MLU-Verfahren dar, das in dieser Arbeit verwendet wurde. Im Falle einer monotonen Verteilung von Φ garantiert diese Methode eine formale Genauigkeit zweiter Ordnung, wobei Oszillationen und negative Koeffizienten unterdrückt werden. Die Fallunterscheidung wird hierbei an jeder Zellwand einzeln vorgenommen. Das stellt einen großen Vorteil gegenüber dem UPWIND-Blending dar, in dem immer ein fest vorgegebener UPWIND-Anteil beigemischt wird.

Zur Lösung der Transportgleichung wird der Ausdruck (3.20) in eine Matrixstruktur (Gl. 3.24) überführt. a_p und a_{nb} stellen hierbei die jeweiligen Koeffizienten von Φ dar, während in b die von Φ unabhängigen Terme zusammengefasst sind. Die Einträge aller Knoten können so in eine globale Matrix geschrieben werden. Im Falle einer UPWIND-Diskretisierung führt dies zu einer schwach besetzten Matrix, deren Einträge in sieben Banden angeordnet sind (strukturiertes Gitter). Zur Lösung solcher Problemstellungen hat sich das ILU-CG-Verfahren als äußerst

stabil und effizient erwiesen (Noll et al., 1991).

$$a_P \Phi_P = \sum_{nb} (a_{nb} \Phi_{nb}) + b, \quad nb = E, W, N, S, H, L \quad (3.24)$$

Zeitliche Diskretisierung

Während im vorangegangenen Abschnitt die besonderen Aspekte der räumlichen Diskretisierung der Transportgleichung analysiert worden sind, soll nunmehr die zeitliche Diskretisierung des instationären Terms $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ diskutiert werden. Zur Vereinfachung werden die Terme der Ortsdiskretisierung in dem Operator \mathcal{L} zusammengefasst. Die Transportgleichung lässt sich somit in der folgenden Form ausdrücken:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \mathcal{L}(\Phi). \quad (3.25)$$

Die Gleichung (3.25) ist eine Differentialgleichung erster Ordnung bezüglich der Zeit. Das zu lösende Problem hat einen parabolischen Charakter: in der Zeitebene können sich Störungen in nur eine Richtung ausbreiten – in die Zukunft. Demnach kann die Lösung der parabolischen Gleichung durch sukzessives Voranschreiten (marching solution) gefunden werden.

Zur numerischen Diskretisierung stehen explizite oder implizite Verfahren zur Verfügung. Beim expliziten Verfahren ist der Operator \mathcal{L} eine Funktion bereits berechneter Zeitschritte t_n, t_{n-1}, \dots , während beim impliziten Verfahren der Operator \mathcal{L} ebenfalls von der zu lösenden Zeitebene t_{n+1} abhängt. Die Verfahren unterscheiden sich vor allem in Stabilität und Rechenaufwand. Während beim expliziten Verfahren die zeitliche Änderung direkt gelöst wird, sind beim impliziten Verfahren mehrere Iterationen pro Zeitschritt nötig. Das implizite Verfahren ist jedoch im Gegensatz zum expliziten Verfahren uneingeschränkt numerisch stabil.

Eine wichtige Kenngröße im Zusammenhang mit instationären Verfahren ist die Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) Zahl. Sie stellt das wichtigste Stabilitätskriterium bei der numerischen Simulation zeitabhängiger Probleme dar und ist definiert als,

$$\text{CFL} = \frac{U \cdot \Delta t}{\Delta x}. \quad (3.26)$$

Anschaulich beschreibt die CFL-Zahl das Verhältnis zwischen der Strecke, die ein Fluidteilchen mit der Geschwindigkeit U während eines Zeitschrittes Δt zurücklegt und der Länge Δx einer Gitterzelle (Abb. 3.2). Für explizite Verfahren gilt stets das Stabilitätskriterium $\text{CFL} < 1$. Implizite Verfahren unterliegen dieser Beschränkung nicht. Allerdings muss die räumliche und zeitliche Diskretisierung an die zu berechnende Physik angepasst werden.

In dieser Arbeit wird das implizite 3-Level-Verfahren (Ferziger und Perić, 1996) zur Diskretisierung der instationären Terme gewählt. Neben der zu lösenden Zeitebene t_{n+1} werden Informationen zu den Zeiten t_n und t_{n-1} in die Diskretisierung miteinbezogen. Dieses Verfahren kombiniert eine hohe Diskretisierungsgenauigkeit (formal zweiter Ordnung) mit einer uneingeschränkten numerischen Stabilität. Die Diskretisierung des instationären Terms ist in Gleichung (3.27) dargestellt.

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{n+1} \approx \frac{3\Phi_{n+1} - 4\Phi_n + \Phi_{n-1}}{2\Delta t} \quad (3.27)$$

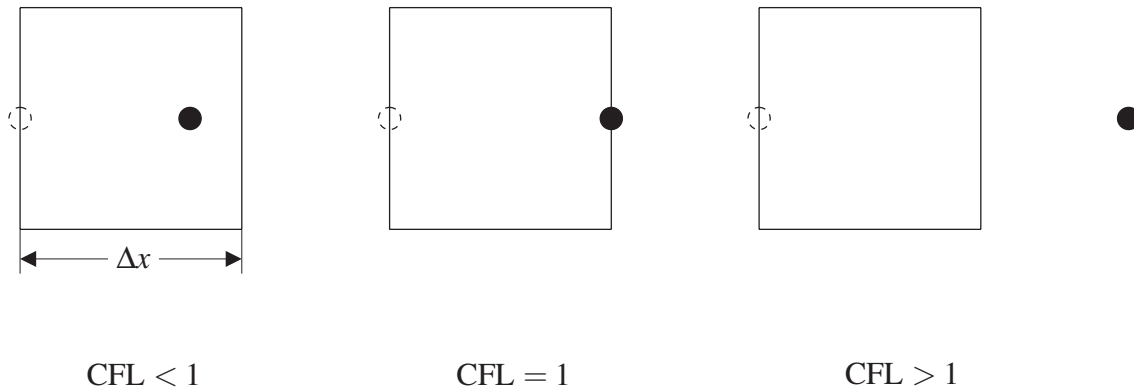


Abb. 3.2: Graphische Veranschaulichung der verschiedenen Bereiche der CFL-Zahl. Der gestrichelte Kreis kennzeichnet die Ausgangslage des Fluidteilchens, der volle Kreis die Endlage nach einem Zeitschritt Δt_n . (vgl. begleitende Diplomarbeit von Klostermeier (2003))

Druckkorrektur-Verfahren

Die Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes ist durch zwei Erhaltungsgleichungen bestimmt – die Kontinuitäts- und Impulsgleichung (Gl. 3.2 + 3.3). Dabei setzt die Lösung der Impulsgleichung die Kenntnis des Druckfeldes voraus.

Bei kompressiblen Strömungen ($Ma \gg 0.1$) kann die Dichte durch die Kontinuitätsgleichung bestimmt werden. Das Temperaturfeld lässt sich aus der Energie-Erhaltungsgleichung ableiten und der Druck wird anhand der Zustandsgleichung des idealen Gases (Gl. 3.10) ermittelt.

Im Falle einer inkompressiblen Strömung ($Ma < 0.1$) ist die Dichte konstant und somit der Druck von der Impuls-Erhaltungsgleichung entkoppelt. Um trotzdem das System aus Impuls- und Kontinuitätsgleichung lösen zu können, sind Druckkorrektur-Verfahren entwickelt worden. Hierbei wird von einem geschätzten Druckfeld ausgegangen, mit dem ein vorläufiges Geschwindigkeitsfeld berechnet wird. Anschließend wird eine Druck- und eine Geschwindigkeitskorrektur durchgeführt. Aufgrund der Nichtlinearität genügen die korrigierten Größen meist nicht auf Anhieb der Massen- und Impulsbilanz. Der Vorgang muss solange wiederholt werden, bis eine Lösung gefunden wird, die beide Gleichungen erfüllt.

In METIS ist das so genannte SIMPLE-Druckkorrektur-Verfahren implementiert worden. Dieses Verfahren wurde erstmals in den Publikationen von Caretto et al. (1972) sowie Patankar und Spalding (1972) vorgestellt. Die genaue Herleitung des Verfahrens wird auch in der Arbeit von Noll (1992b) sehr ausführlich beschrieben.

3.1.3 Randbedingungen

Das Rechengebiet ist allgemein durch Gebietsränder begrenzt, an denen entweder Werte oder Gradienten vorgegeben werden müssen. Prinzipiell wird zwischen zwei Arten von Randbedingungen unterschieden: Die Dirichlet- und die v. Neumann-Randbedingungen. Bei der Dirichlet-Randbedingung handelt es sich um vorgegebene Werte, die während dem Lösungsvorgang konstant bleiben. Im Gegensatz hierzu geben v. Neumann-Randbedingungen

einen festen Gradienten vor – das bedeutet, dass die Randwerte variabel sind. Der vorgegebene Gradient muss aber dennoch eingehalten werden. Im Folgenden werden die üblichen Randbedingungenarten der Fluidodynamik vorgestellt:

Der **Eintritt** wird durch Dirichlet-Randbedingungen beschrieben. Das heißt, die Strömungsgeschwindigkeiten, die Enthalpie (bzw. Temperatur) und die Konzentration werden an den Eintrittszellen fest vorgegeben. Bei Verwendung des k, ε -Turbulenzmodelles müssen auch die Transportgrößen k und ε am Eintritt gesetzt werden.

Der **Austritt** stellt sozusagen das Gegenstück zum Eintritt dar. Da bereits am Eintritt feste Werte vorgegeben worden sind, muss am Austritt eine v. Neumann-Randbedingung gesetzt werden. Die Vorgabe von festen Ein- und Austrittswerten führt zu einer Überbestimmung der Matrix.

In dieser Arbeit wird am Gebietsaustritt eine „ausgebildete Strömung“ vorausgesetzt. Das bedeutet, dass der Gradient von Φ in Richtung des Normalenvektors der Austrittsfläche \vec{n} (parallel zur Strömungsrichtung) zu Null gesetzt wird. Mathematisch bedeutet dies:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{out} = 0 \quad (3.28)$$

Um unphysikalische Reflektionen zu vermeiden, muss bei instationären Strömungen die zeitliche Änderung der Transportgröße Φ mit in Betracht gezogen werden (Ferziger und Perić, 1996):

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right|_{out} - U \left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{out} = 0 \quad (3.29)$$

U ist hierbei eine vom Austrittsort unabhängige Geschwindigkeit, die so zu wählen ist, dass die globale Bilanz des Massenstromes erhalten bleibt.

Die **Symmetrie**-Randbedingung wird in der Fluidodynamik durch eine reibungsfreie Wand erzeugt. In diesem Fall darf die Geschwindigkeit in tangentialer Richtung \vec{t}_{sym} (parallel zur Wand) keinen Gradienten in Normalenrichtung \vec{n}_{sym} (senkrecht zur Wand) aufweisen. Die Geschwindigkeitsgradienten an der „reibungsfreien Wand“ müssen die folgende Bedingung erfüllen:

$$\left. \frac{\partial(\vec{u} \cdot \vec{t})}{\partial n} \right|_{sym} = 0 \quad (3.30)$$

Für skalare Transportgrößen (z.B. Enthalpie) gilt allgemein:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{sym} = 0 \quad (3.31)$$

Weiterhin sind sämtliche Flüsse über die symmetrische Wand gleich Null zu setzen:

$$(\vec{u} \Phi) \cdot \vec{n}_{sym} = 0 \quad (3.32)$$

Die **reibungsbehaftete Wand** ist im Gegensatz zur Symmetrie dadurch charakterisiert, dass das Fluid an der Wand keine Geschwindigkeit besitzt (Ausnahme: bewegte Wand). Während die Wandzellen im Falle einer laminaren Strömung mit der Dirichlet-Randbedingung $\vec{u}_w = 0$ problemlos belegt werden können, führt dies bei der Turbulenzmodellierung zu Schwierigkeiten.

In einer turbulenten Strömung bildet sich in Wandnähe eine Grenzschicht aus, die aus drei Schichten besteht: die laminare Unterschicht, die logarithmische Grenzschicht und der Übergangsbereich. Die laminare Unterschicht kann mit dem Standard- k, ε -Turbulenzmodell nicht berechnet werden – daher muss diese rein viskose Schicht in irgendeiner Weise modelliert werden. Hierzu wird üblicherweise das „Logarithmische Wandgesetz“ angewendet:

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B, \text{ für } y^+ > 11.5 \quad (3.33)$$

$$\text{mit } U^+ = \frac{U_{\parallel}}{u_{\tau}}, \quad y^+ = u_{\tau} \frac{y_{\perp}}{\nu}$$

$$\text{und } u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

Die Herleitung dieser Gesetzmäßigkeit wird in Schlichting und Gersten (1996) ausführlich behandelt. Aus einer Vielzahl von Experimenten ergeben sich für die Karman-Konstante κ und die Wandrauigkeit B folgende Werte:

$$\kappa \approx 0.41 \quad (3.34)$$

$$B \approx 5.0 \text{ (hydraulisch glatte Wand)} \quad (3.35)$$

Das Gesetz stellt somit einen Zusammenhang zwischen der normierten Geschwindigkeit U^+ und dem normierten Wandabstand y^+ her. Die Randwerte (Dirichlet-Rb.) ergeben sich somit aus den Strömungsgrößen der wandnächsten Zellen. Die Turbulenzgrößen k und ε können in ähnlicher Weise bestimmt werden (Wilcox, 1993).

Es sei am Rande erwähnt, dass die Grenzschicht mit geeigneten Turbulenzmodellen, wie das Low-Reynolds- k, ε -Modell oder das Low-Reynolds- k, ω -Modell vollständig berechnet werden kann (vgl. Giebert et al. (1996) und Burger (1999)). Der numerische Aufwand steigt jedoch drastisch an, da die Grenzschicht sehr fein aufgelöst werden muss.

Die Enthalpie und die Dampfkonzentration werden ebenfalls durch Dirichlet-Randbedingungen beschrieben. Während die Wand keine Dampfkonzentration aufweist ($Y_{vap} = 0$), muss die Wandenthalpie aus der vorgegebenen Wandtemperatur T_w bestimmt werden.

3.2 Tropfenphase

Zur Simulation der Tropfenphase wurde am Institut für Thermische Strömungsmaschinen das Programm LADROP entwickelt, das im Rahmen der Arbeiten von Willmann (1999), Schmehl (2003b) und dieser Arbeit entstanden ist.

Ein technischer Sprühstrahl besteht aus einer unzähligen Anzahl an einzelnen Tropfen – die Berechnung aller Tropfenbahnen ist nicht möglich. Aus diesem Grund muss der Sprühstrahl durch eine Statistik beschrieben werden. Hierzu wird im Allgemeinen die Monte-Carlo-Methode verwendet. Bei dieser Methode werden lediglich repräsentative Einzeltropfen betrachtet, die entsprechend einer vorgegebenen Primärzerstäubungsstatistik „gewürfelt“ werden.

In LADROP werden die repräsentativen Tropfentrajektorien nach der Lagrange-Methode berechnet und über die räumliche Diskretisierung des Gasfeldes bilanziert. Gemittelte Größen stehen somit für jedes Kontrollvolumen zur Verfügung. Dies erleichtert nicht nur die Auswertung der Zweiphasenströmung, sondern ist auch für die Kopplung beider Phasen entscheidend. In diesem Abschnitt werden die Grundgleichungen und Modellansätze vorgestellt, mit denen der Tropfen-Zustandsvektor nach der Zeit abgeleitet und somit die Flugbahn des Tropfens berechnet werden kann. Das so aufgestellte Gleichungssystem (3.36) kann mit einem numerischen Algorithmus gelöst werden. LADROP verwendet ein eingebettetes Runge-Kutta-Verfahren zweiter und dritter Ordnung. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass die Zeitschrittweite dem vorgegebenen, maximalen Fehler automatisch angepasst wird (Engeln-Müllges und Reutter, 1996).

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{u}_d \\ m_d \\ T_d \end{pmatrix} = \begin{cases} \text{Gl. (3.43)} \\ \text{Gl. (3.54)} \\ \text{Gl. (3.55)} \end{cases} \quad (3.36)$$

Um das Verfahren numerisch effizient zu gestalten, werden in dieser Arbeit Modelle verwendet, die die Ableitung des Tropfen-Zustandsvektors mit gewöhnlichen Differentialgleichungen beschreiben. Modellansätze, die sich auf die Lösung partieller Differentialgleichungen stützen, erfordern nicht nur eine zeitliche sondern auch eine räumliche Auflösung des Tropfens. Der Einsatz dieser hochauflösenden Modellansätze würde den Berechnungsaufwand drastisch steigern. Die Berechnung instationärer Zweiphasenströmungen wäre folglich mit heutigen Computern nur schwer zu realisieren.

Bewegungsgleichung

Die exakte Bewegungsgleichung (3.37) kann für einen kugelförmigen Tropfen aus der Kräftebilanz abgeleitet werden, indem der Tropfen als ein abgeschlossenes Kontinuum betrachtet wird:

$$\underbrace{\frac{\pi}{6} D_d^3 \rho \frac{du_i}{dt}}_{\text{Trägheitskraft}} = \underbrace{\oint_A \sigma_{ij} n_j dA}_{\text{Oberflächenkraft}} + \underbrace{\frac{\pi}{6} D_d^3 \rho g_i}_{\text{Gewichtskraft}}, \quad (3.37)$$

$$\text{mit dem Spannungstensor } \sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial u_j} + \frac{\partial u_j}{\partial u_i} \right). \quad (3.38)$$

Beim Lösen der Gleichung besteht die Schwierigkeit vor allem in der Bestimmung des Oberflächentensors σ_{ij} , der die Druck- und Schubspannungsverteilung auf der Tropfenoberfläche beschreibt.

Unter der Annahme einer stokeschen Umströmung konnten Basset (1888), Boussinesq (1903)

und Oseen (1927) ihren weithin bekannten analytischen Ausdruck für die Bewegung einer Kugel in einer gleichförmigen Strömung herleiten. Im Hinblick auf die Anwendung in turbulenten Strömungen wurde diese Gleichung von Tchen (1947) für variable Strömungsgeschwindigkeiten erweitert. Seit dieser Publikation sind eine Reihe an Modifikationen vorgenommen worden. Eine grundlegende Arbeit lieferten Maxey und James (1983), die die Bewegung einer Kugel durch folgenden Ausdruck beschreiben:

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\frac{\pi}{6} D_d^3 \rho_d \frac{d\vec{u}_d}{dt}}_{\text{Trägheit}} &= \underbrace{3 \pi \mu_g D_d (\vec{u}_g - \vec{u}_d)}_{\text{stokessche Reibung}} - \underbrace{\frac{\pi}{6} D_d^3 \rho_g \frac{D\vec{u}_g}{Dt}}_{\text{Druckgradient}} + \underbrace{\frac{\pi}{12} D_d^3 \rho_g \frac{d}{dt} (\vec{u}_g - \vec{u}_d)}_{\text{virtuelle Masse}} \\
 &+ \underbrace{\frac{3}{2} D_d^2 \sqrt{\pi \rho_g \mu_g} \int_{-\infty}^t \frac{d}{d\tau} (\vec{u}_g - \vec{u}_d) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}}_{\text{Basset-Term}} + \underbrace{\frac{\pi}{6} D_d^3 (\rho_d - \rho_g) \vec{g}}_{\text{Gewichtskraft}} \quad (3.39)
 \end{aligned}$$

Bei der Herleitung dieser Bewegungsgleichung (3.39) wurden folgende Annahmen getroffen:

$$\frac{\rho_g |u_d - U^*|}{\mu_g} \ll 1, \quad \frac{\rho_g D_d^2 U^*}{\mu_g L^*} \ll 1, \quad \text{und} \quad \frac{D_d}{L^*} \ll 1. \quad (3.40)$$

Hierbei ist L^* das differentielle Längenmaß und U^* die repräsentative Geschwindigkeit einer ungestörten stokesschen Umströmung, so dass der Term U^*/L^* den korrespondierenden Geschwindigkeitsgradient darstellt. Die einzelnen Terme der Bewegungsgleichung sind in den Standardwerken von Crowe et al. (1998) und Sirignano (1999) bestens beschrieben.

In der Literatur wird von weiteren Kräften berichtet, die durch Stromlinienkrümmung (Faxen-Kraft) oder Rotation der Kugel (Magnus-Kraft) hervorgerufen werden. In den meisten Fällen können diese Effekte jedoch vernachlässigt werden. In einer aktuelleren Veröffentlichung von Maxey und James (1993) wird mathematisch bewiesen, dass ein zusätzlicher Term durch die zeitliche Integration des Basset-Terms in Erscheinung tritt:

$$\int_{-\infty}^t \frac{d}{d\tau} (\vec{u}_g - \vec{u}_d) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}} = \int_0^t \frac{d}{d\tau} (\vec{u}_g - \vec{u}_d) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}} + \frac{\vec{u}_{g,0} - \vec{u}_{d,0}}{\sqrt{t}} \quad (3.41)$$

Die mathematische Beschreibung der Bewegungsgleichung stellt ein komplexes Problem dar, das bis zum heutigen Tag erforscht wird. Dennoch vereinfacht sich Gleichung (3.39) unter der Voraussetzung, dass die Dichte der Gasphase gegenüber der des Körpers vernachlässigbar klein ist. Unter der Annahme von $\rho_g/\rho_d \rightarrow 0$ verschwinden alle Terme bis auf die Trägheitskraft, die stokessche Reibung und die Gewichtskraft. Diese Voraussetzung trifft im Allgemeinen auch für die brennkammertypischen Sprays zu. Eine Ausnahme ist hierbei der Basset-Term, der bei großen, lokalen und zeitlichen Änderungen der Gasgeschwindigkeit dennoch berücksichtigt werden muss (Michaelides, 1997). Wird dieser Effekt ausgeschlossen, kann die Bewegung eines kugelförmigen Tropfens durch folgenden Ausdruck bestimmt werden:

$$\frac{d\vec{u}_d}{dt} = -18 \frac{\mu_g}{\rho_d D_d^2} (\vec{u}_g - \vec{u}_d) + \vec{g} \quad (3.42)$$

Diese Darstellung (3.42) kann durch die Einführung des Widerstandsbeiwertes (3.44) und der Tropfen-Reynolds-Zahl (3.45) in eine Form gebracht werden, die in der Technik gebräuchlich ist:

$$\frac{d\vec{u}_d}{dt} = -\frac{3}{4} \frac{\rho_g}{\rho_d} \frac{c_D}{D_d} |\vec{u}_d - \vec{u}_g| (\vec{u}_d - \vec{u}_g) + \vec{g}, \quad (3.43)$$

$$\text{mit } c_d = \frac{24}{Re_d}, \text{ für } Re_d < 1 \quad (3.44)$$

$$\text{und } Re_d = \frac{\rho_g |\vec{u}_d - \vec{u}_g| D_d}{\mu_g}. \quad (3.45)$$

In den meisten, technischen Anwendungen kann nicht von einer stokeschen Umströmung ausgegangen werden. Der Widerstandsbeiwert muss dann über eine Korrelation angenähert werden. Ein weiterer Effekt ist die Tropfendeformation, die eine starke Auswirkung auf den Widerstandsbeiwert des Tropfens hat. Schmehl (2003b) konnte zeigen, dass der lineare, stationäre Deformationsgrad eines Tropfens als Funktion der Weber-Zahl ausgedrückt werden kann. In Abbildung 3.3 ist diese stationäre Deformation eines Wassertropfens für verschiedene Weber-Zahlen dargestellt. Es ist zu erkennen, dass schon bei kleinen Weber-Zahlen von einem deformierten Tropfen ausgegangen werden muss. Ein sprunghaft beaufschlagter Tropfen zerfällt ab einer kritischen Weber-Zahl von $We_c = 12$ aufgrund der angreifenden, aerodynamischen Kräfte (Schmehl et al., 2000).



Abb. 3.3: Stationäre Tropfendeformation in Abhängigkeit der Weber-Zahl (Schmehl, 2003b)

In der vorliegenden Arbeit wird der Widerstandsbeiwert mit einer empirischen Gleichung (3.46) nach Kürten et al. (1966) bestimmt, die von Wiegand (1987) für einen deformierten Tropfen bei unterkritischer, laminarer Umströmung erweitert wurde. Wiegand korreliert den Widerstandsbeiwert mit der Deformation am Staupunkt des Tropfens. Der oszillierende Deformationsvorgang wird mit dieser Vorgehensweise nicht berücksichtigt. Die Korrelation beschreibt lediglich einen zeitlich gemittelten Widerstandsbeiwert.

$$C_D = 0.28 + \frac{21}{Re_d} + \frac{6}{\sqrt{Re_d}} + We \left[0.2319 - 0.1579 \log Re_d + 0.0471 (\log Re_d)^2 - 0.0042 (\log Re_d)^3 \right], \text{ für } 0.1 < Re_d \leq 2000 \quad (3.46)$$

Die zeitaufgelöste Tropfendeformation kann mit geeigneten Modellansätzen berechnet werden. Der bekannteste Ansatz ist das TAB-Modell, das die Oszillation der Tropfenoberfläche über eine Taylorreihe entwickelt. Besonders zu erwähnen ist der „Normalmoden-Ansatz“ von Schmehl, der die bisherigen Modelle in seiner Effizienz übertrifft. Die Modellierung der Tropfendeformation führt dennoch zu einem potentiellen Anstieg der Rechenzeit, wodurch die Anwendbarkeit dieser Modelle eingeschränkt ist.

Turbulente Dispersion

Die turbulente Gasgeschwindigkeit \vec{u}_g setzt sich aus einem zeitlichen Mittelwert \vec{U}_g und einer turbulenten Schwankungsbewegung \vec{u}'_g zusammen (Gl. 3.47). Ein Tropfen ist daher nicht nur den Stromlinien der gemittelten Gasströmung ausgesetzt, sondern auch turbulenten Fluktuationen. Dies hat zur Folge, dass die Flugbahn eines Tropfens statistischen Schwankungsbewegungen unterliegt, was den gesamten Sprühstrahl aufweitet. Dieser Effekt wird turbulente Dispersion genannt.

$$\vec{u}_g = \vec{U}_g + \vec{u}'_g \quad (3.47)$$

In Abschnitt 3.1 sind die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen vorgestellt worden, auf denen die Berechnung der Gasphase basiert. Die turbulenten Fluktuationen werden nicht berechnet, sondern lediglich deren Einfluss auf die gemittelte Strömung durch das k, ε -Turbulenzmodell beschrieben. Die turbulente Dispersion des Sprühstrahls muss demnach genauso aus den Transportgrößen k und ε abgeleitet werden.

Ein geeigneter Ansatz wurde von Gosman und Ioannides (1983) veröffentlicht, der die turbulente Fluktuation der Gasströmung durch eine stochastische Schwankungsgeschwindigkeit beschreibt und diese den zeitlich gemittelten Stromlinien überlagert. Die Schwankungsgeschwindigkeit \vec{u}'_g wird mit Zufallszahlen nach einer Gauß-Verteilung generiert:

$$\rho(\vec{u}'_g) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{\vec{u}'_g - \mu}{\sigma}\right]^2\right), \quad \mu = 0, \quad \sigma = \sqrt{\frac{2}{3}k}. \quad (3.48)$$

In der Modellvorstellung durchquert der Tropfen auf seiner Flugbahn mehrere, turbulente Wirbel, die neben der Schwankungsgeschwindigkeit \vec{u}'_g durch ein Längenmaß und eine Lebensdauer charakterisiert sind. Diese Größen können aus dem Modellansatz des k, ε -Turbulenzmodelles abgeleitet werden. Nach Launder und Spalding lässt sich das Längenmaß einer turbulenten Strömung folgendermaßen bestimmen:

$$L_t = C_\mu \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}, \quad \text{mit der Modellkonstante } C_\mu = 0.09. \quad (3.49)$$

Gosman und Ioannides schlagen für die Berechnung des Wirbel-Längenmaßes L_e eine modifizierte Gleichung vor:

$$L_e = C_\mu^{\frac{1}{2}} \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}. \quad (3.50)$$

Unter der Annahme eines konstanten Längenmaßes wird die Wirbel-Lebensdauer t_e mit dem folgenden Ausdruck bestimmt:

$$t_e = \frac{L_e}{|\vec{u}'_g|}. \quad (3.51)$$

Die Wirbeldurchquerungszeit t_c kann ebenfalls aus dem Längenmaß L_e berechnet werden:

$$\left| \int_{t_0}^{t_c} (\vec{u}_g - \vec{u}_d) dt \right| = L_e. \quad (3.52)$$

Die Schwankungsgeschwindigkeit \vec{u}'_g ist wirksam, solange sich der Tropfen in dem generierten Wirbel aufhält. Der kleinere Wert von t_e und t_c bestimmt diese Zeitspanne – danach muss ein neuer Wirbel generiert werden. Dieser Vorgang ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

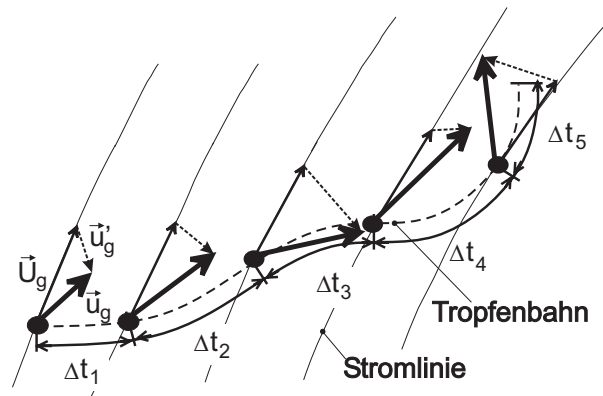


Abb. 3.4: Prinzip der Turbulenzmodellierung

Tropfenverdunstung

Am Institut für thermische Strömungsmaschinen wird in einer Vielzahl von Arbeiten über die Verdunstung von Brennstofftropfen berichtet (Kneer, 1993, Prommersberger, 2003, Stengele, 1998, Wittig et al., 1988). Der komplexe Wärme- und Stofftransport wird durch die dreidimensionalen Erhaltungsgleichungen für Masse, Energie und Konzentration allgemein beschrieben (siehe Abschnitt 3.1). Die Lösung eines solchen Gleichungssystems wäre jedoch sehr rechenintensiv. Um den Rechenaufwand gering zu halten, werden in dieser Arbeit Modellansätze vorgestellt, die den Verdunstungsvorgang mit gewöhnlichen Differentialgleichungen beschreiben.

Die Tropfenverdunstung wird in zwei unterschiedlichen Kontinua betrachtet – die flüssige Phase und einen tropfenumgebenden Gasfilm. Beide Kontinua sind durch die Tropfenoberfläche getrennt, an der ein Phasenübergang stattfindet. Diese Betrachtungsweise ist in Abbildung 3.5 dargestellt.

Die **flüssige Phase** eines Tropfens wurde viele Jahre mit dem von Spalding (1953) entwickelten 'D²-Modell' berechnet. Dieser geschickte Modellansatz beschreibt den komplizierten

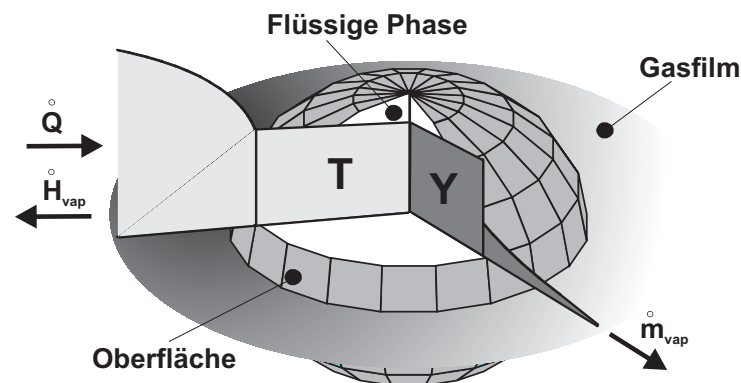


Abb. 3.5: Modell des verdunstenden Tropfens

Wärme- und Stofftransport mit einfachen Gleichungen. Die Herleitung basiert auf der Annahme, dass die Tropfenverdunstung erst nach Erreichen der Siedetemperatur einsetzt. Dies schränkt jedoch die Anwendbarkeit des Modelles stark ein (Law, 1982) und führt bei Kraftstofftropfen zu falschen Ergebnissen.

Eine bessere Beschreibung liefern die von Faeth (1983) vorgestellten Modellansätze: das 'Uniform-Temperature-Model' (UT-Modell) und das 'Thin-Skin-Model'. Beide Modelle betrachten die Tropfenaufheizung als physikalischen Grenzfall, der sich über die Biot-Zahl erklären lässt. Die Biot-Zahl (Gl. 3.53) beschreibt das Verhältnis zwischen Wärmeübergang an der Tropfenoberfläche zur Wärmeleitung innerhalb des Tropfens.

$$Bi = \frac{\alpha \cdot D_d}{2 \lambda} \quad (3.53)$$

Im Falle einer sehr kleinen Biot-Zahl ($Bi \rightarrow 0$) findet ein verhältnismäßig schneller Temperaturengleich im Tropfen statt. Die Temperatur im Tropfen kann somit als uniform betrachtet werden. Bei einer unendlich großen Biot-Zahl ($Bi \rightarrow \infty$) findet kein Wärmeaustausch innerhalb des Tropfens statt, demzufolge erwärmt sich die flüssige Phase lediglich an der Oberfläche (thin skin). Eine genauere Beschreibung des Wärmetransportes im Tropfen liefert das „Conduction Limit Model“. Dieses Modell basiert auf der Lösung partieller Differentialgleichungen und ist daher numerisch aufwendig. Üblicherweise ist der Einsatz dieses hochauflösenden Modelles nur bei großen Kraftstofftropfen notwendig ($Bi \sim D_d$). Brennkammertypische Tropfen können hingegen mit dem UT-Modell beschrieben werden, wie dies in der Arbeit von Kneer (1993) gezeigt wurde. Eigenmann et al. (1999) setzten dieses Modell zur Berechnung einer reagierenden Brennkammerströmung erfolgreich ein. Die Ableitung der Masse und der Temperatur wird im UT-Modell durch folgende Gleichungen ausgedrückt:

$$\frac{dm_d}{dt} = -\dot{m}_{vap} \quad (3.54)$$

$$\frac{dT_d}{dt} = \frac{\dot{Q}_{cond} - \dot{H}_{vap}}{m_d c_{p,d}} \quad (3.55)$$

Die vorgestellte Betrachtung gilt nur für eine reine Substanz und nicht für ein Gemisch. Dennoch bestehen reale Brennstoffe aus einem Gemisch von hunderten chemischer Substanzen und können nicht durch einen einzigen Stoff repräsentiert werden. Gerade bei Kerosintropfen, bei denen eine ausgeprägte Destillation stattfindet, müssen die Mehrkomponenten-Eigenschaften berücksichtigt werden. In dieser Arbeit wird dieser Effekt durch den Siedekurvenansatz von Prommersberger (2003) modelliert, der in Abschnitt 4.1 behandelt wird.

Im **Gasfilm** findet ebenfalls ein Wärme- und ein Stofftransport statt. Diese Vorgänge können mit einem Modellansatz nach Faeth (1983) beschrieben werden. Dieser Ansatz basiert auf gewissen Annahmen, die im Folgenden diskutiert werden:

- Unter der Voraussetzung, dass eine Unlöslichkeit der Gasphase in der flüssigen Phase besteht, bildet sich ein einseitiger Diffusionsstrom (Stefan-Strömung) aus. Ein Energietrans-

port aufgrund von Konzentrationsgradienten (Dufour-Effekt), sowie ein Massentransport durch Temperaturgradienten (Soret-Effekt), bleiben unberücksichtigt.

- Die dreidimensionalen Transportvorgänge im Gasfilm sind kugelsymmetrisch, wodurch der Transport in einer eindimensionalen, radialen Richtung betrachtet werden kann.
- An der Tropfenoberfläche wird ein Phasengleichgewicht vorausgesetzt. Die Temperaturen sind somit an der Phasengrenze in beiden Phasen (flüssig/gasförmig) identisch ($T_d = T_s$). Die Dampfkonzentration an der Tropfenoberfläche, sowie die Verdampfungsenthalpie der Flüssigkeit, lässt sich durch die Lösung des Phasengleichgewichtes eindeutig bestimmen (siehe Abschnitt 4.4).
- Aufgrund der schnellen Wärme- und Stoffübertragung im Gasfilm gegenüber der langsamen Zustandsänderung des Tropfens, werden die Massen- und Energieströme quasi-stationär betrachtet. Diese Annahme ist gültig, solange die Zeitskalen der gaseitigen Transportvorgänge sehr viel kleiner sind als die Verdunstungszeit (siehe auch 4.5.2).
- Der Temperatur- und Konzentrationsverlauf im Gasfilm wird nach der 1/3-Regel durch Referenzgrößen ausgedrückt (Sparrow und Gregg, 1958), die ungefähr dem Mittelwert der Integration im Gasfilm entsprechen:

$$T_{g,ref} = \frac{2}{3}T_{g,s} + \frac{1}{3}T_{g,\infty}, \quad (3.56)$$

$$Y_{vap,ref} = \frac{2}{3}Y_{vap,s} + \frac{1}{3}Y_{vap,\infty}.$$

Mit den hier getroffenen Annahmen können die analytischen Ausdrücke für den Wärme- und Stofftransport (Gl. 3.57 - 3.59) hergeleitet werden (Faeth, 1983). Der verdunstende Massenstrom \dot{m}_{vap} , der an den Tropfen übertragene Wärmestrom \dot{Q}_{cond} und der Verdampfungsenthalpiestrom \dot{H}_{vap} ergeben sich folgendermaßen:

$$\dot{m}_{vap} = \pi D_d \rho_{g,ref} \Gamma_{g,ref} Sh^* \ln(1 + B_M), \quad (3.57)$$

$$\dot{Q}_{cond} = \dot{m}_{vap} \left(\frac{c_{p,vap,ref} (T_{g,\infty} - T_{g,s})}{B_T} \right), \quad (3.58)$$

$$\dot{H}_{vap} = \dot{m}_{vap} h_{vap}. \quad (3.59)$$

Die Spalding-Zahlen für den Stofftransport B_M und den Wärmetransport B_T werden durch folgende Ausdrücke bestimmt:

$$B_M = \frac{Y_{vap,s} - Y_{vap,\infty}}{1 - Y_{vap,s}} \quad \text{und} \quad (3.60)$$

$$B_T = (1 + B_M)^x - 1, \quad x = \frac{c_{p,vap,ref} Sh^*}{c_{p,g,ref} Nu^* Le}. \quad (3.61)$$

Der Einfluss des konvektiven Stofftransportes, der bei einer Relativgeschwindigkeit zwischen Tropfen und Gasphase erzwungen wird, kann über eine Modifikation der Sherwood- und Nusselt-Zahl berücksichtigt werden. Gute Ergebnisse werden mit den empirischen Korrelationen nach Frössling (1938) erzielt:

$$Sh^* = 2 + 0.552 \cdot Re^{\frac{1}{2}} Sc^{\frac{1}{3}}, \quad Nu^* = 2 + 0.552 \cdot Re^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}}. \quad (3.62)$$

Sekundäreffekte

Wie in einer Reihe von Vorgängerarbeiten diskutiert wurde (Hallmann et al., 1995, Samenfink, 1997, Schmehl, 2003b), können in einer technischen Brennkammer Sekundäreffekte auftreten, die durch die Ableitung des Tropfen-Zustandsvektors nicht vollständig beschrieben werden. Diese Prozesse haben eines gemeinsam – bestehende Tropfen werden zerstört, wodurch neue „Kind-Tropfen“ gebildet werden. Die drei wichtigsten Ereignisse sind:

- Tropfen-Nachzerstäubung (Schmehl et al., 2000)
- Tropfen-Wand-Interaktion (Mundo et al., 1995, Samenfink et al., 1994)
- Tropfen-Kollision (Schmidt und Rutland, 2000)

Eine Reihe an Modellansätze stehen in der Literatur zur Verfügung, mit denen diese Phänomene beschrieben werden können. In dieser Arbeit spielen Sekundäreffekte eine untergeordnete Rolle und werden nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

3.3 Kopplung beider Phasen

Technische Sprühstrahlen sind häufig durch eine starke Wechselwirkung beider Phasen charakterisiert. Während die Gasphase einen direkten Einfluss auf die Trajektorien der Tropfen ausübt, tritt häufig eine nicht zu vernachlässigende Rückwirkung der Tropfen auf die Gasströmung auf. Inwieweit die Gasphase von der dispersen Phase beeinflusst wird, hängt vor allem von der Beladung ab. In dem hier vorgestellten euler-lagrangeschen Verfahren wird dieser Effekt über Tropfenquellterme in Betracht gezogen. Die Quellterme müssen für jede diskrete Zelle bilanziert und anschließend auf die zu lösende Matrix der Gasphase aufaddiert werden. In Abbildung 3.6 ist das Prinzip der gekoppelten Berechnung dargestellt.

Die folgenden Gleichungen zeigen die Bilanzierung für den Massen- (3.63), Impuls- (3.64) und Enthalpiequellterm (3.65) einer Zelle. Der Zelleintritt ist hierbei mit *in* und der Zellaustritt mit *out* gekennzeichnet. *k* repräsentiert die Anzahl der Tropfenklassen, die pro Iteration berechnet werden müssen. Diese Vorgehensweise wurde erstmals von Crowe et al. (1977) vorgestellt. Nach der Untersuchung von Schmidt (2003) bleibt bei diesem Verfahren eine Diskretisierungs-genauigkeit zweiter Ordnung erhalten.

$$\int_V S_{\rho,d} dV = \sum_{k=1}^N \left(\frac{\dot{m}}{m_{d,0}} \right)_k (m_d^{in} - m_d^{out})_k \quad (3.63)$$

$$\int_V S_{u_i,d} dV = \sum_{k=1}^N \left(\frac{\dot{m}}{m_{d,0}} \right)_k (m_d^{in} u_{d,i}^{in} - m_d^{out} u_{d,i}^{out})_k \quad (3.64)$$

$$\int_V S_{h,d} dV = \sum_{k=1}^N \left(\frac{\dot{m}}{m_{d,0}} \right)_k (m_d^{in} h_d^{in} - m_d^{out} h_d^{out})_k \quad (3.65)$$

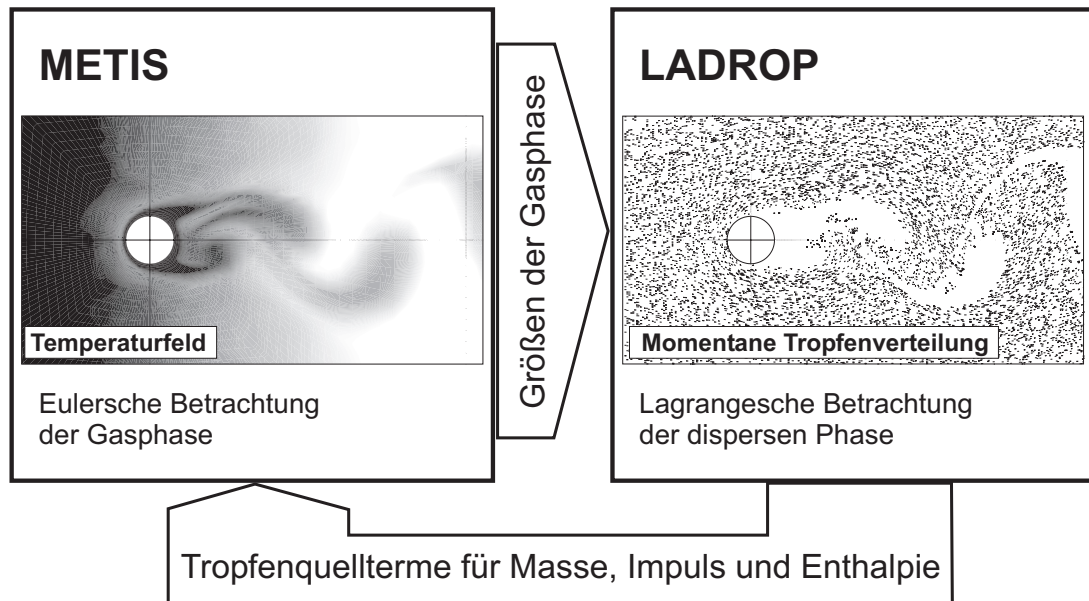


Abb. 3.6: Gekoppelte Berechnung der Zweiphasenströmung

Transiente Phänomene wie Wirbelablösungen können durch die disperse Phase beeinflusst oder sogar ausgelöst werden. Als Beispiel sei an dieser Stelle die Direkteinspritzung im Ottomotor (Abb. 1.3) erwähnt, bei der ein Wirbelring durch den Sprühstrahl induziert wird. Aus diesem Grund ist die zeitliche Diskretisierung der Tropfenquellterme von entscheidender Bedeutung. Im Folgenden wird ein Verfahren vorgestellt, das in das Programmpaket METIS/LADROP integriert worden ist. Dieses Verfahren ist speziell für die Lösung einer instationären Zweiphasenströmung entwickelt worden. Auch die transiente Wechselwirkung zwischen den beiden Phasen wird bei dieser Vorgehensweise berücksichtigt. Der formale Ablauf wird im Folgenden vorgestellt:

1. In einem ersten Schritt muss die instationäre Lösung der einphasigen Gasphase für die Zeitschrittweite Δt gelöst werden. Dies geschieht in dieser Arbeit mit dem CFD-Programm METIS.
2. Basierend auf der Lösung der Gasphase werden die Tropfen mit dem lagrangeschen Verfahren LADROP für dasselbe Zeitintervall Δt berechnet. Aus dem Ergebnis der dispersen Phase können die Tropfenquellterme für jede diskrete Zelle bilanziert werden. Somit sind die lokalen Größen für Massen-, Impuls- und Enthalpiequellen bekannt.
3. Im Anschluss wird der nächste Zeitschritt der Gasphase berechnet, während die Tropfenquellen mit in Betracht gezogen werden.
4. Basierend auf der aktuellen Lösung der Gasphase wiederholt sich das Verfahren mit der Berechnung der Tropfenphase (Schritt 2). Diese Prozedur wird solange wiederholt, bis die zu betrachtende Zeitspanne gelöst worden ist.

Die Zeitspanne richtet sich nach dem physikalischen Phänomen. Sie kann sich über eine Periode oder die gesamte Dauer eines Ereignisses (z.B. Einspritzvorgang) erstrecken. Dieses Verfahren eignet sich auch zur Lösung von stationären Zweiphasenströmungen. In diesem Fall muss in der künstlichen Zeitebene so lange fortgeschritten werden, bis die Anfangsstörungen in der Gas- und Tropfenphase abgeklungen sind und sich ein stationärer Zustand eingestellt hat. Dieses Prinzip wird künstliches Zeitschrittverfahren genannt.

Obwohl das Zeit-implizite Diskretisierungsverfahren im CFD-Programme METIS (Abschnitt 3.1.2) keinerlei Stabilitätskriterien unterliegt, muss bei dieser Prozedur das Zeitintervall Δt so gewählt werden, dass die Bedingung $CFL \leq 1$ für die disperse Phase eingehalten wird. Der Grund liegt in der expliziten Berechnung der Tropfenphase, die lediglich das Gasfeld des aktuellen Zeitschrittes berücksichtigt. Bildlich gesprochen würden die Tropfen bei $CFL > 1$ über ein instationäres Ereignis hinweg fliegen. In der Praxis führt ein Nichteinhalten der CFL-Bedingung zu gegenläufigen Oszillationen in beiden Phasen.

4 Modellierung realer Brennstofftropfen

Reale Brennstoffe, wie Kerosin, Benzin oder Diesel, bestehen aus einer Vielzahl an chemischen Substanzen, die zum Großteil der Gruppe der Kohlenwasserstoffe zugeordnet werden können. Die Substanzen besitzen unterschiedliche Stoffeigenschaften. Bei der Verdunstung findet daher eine Destillation von leicht- und schwerflüchtigen Komponenten statt. Die chemische Zusammensetzung des Tropfens ändert sich dadurch ständig. Dies hat vor allem auf das Verdunstungsverhalten einen entscheidenden Einfluss. Dieser Prozess kann bei der Modellierung von technischen Brennkammern nicht vernachlässigt werden, sondern muss durch ein geeignetes Modell berücksichtigt werden. In Kapitel 2 ist bereits gezeigt worden, dass die Modellierung eines polynären Kraftstofftropfens mit den heutigen Verfahren problematisch ist.

Am Institut für Thermische Strömungsmaschinen wurde von Prommersberger et al. (1998) ein effektiver Modellansatz vorgestellt, der dem Verdunstungsverhalten eines Mehrkomponenten-Kraftstofftropfens Rechnung trägt. Das „Distillation Curve Model“ (DC-Modell), basiert auf dem Siedekurvenansatz und beschreibt den Destillationsprozess durch eine einzige Fortschrittsvariable: die molare Masse. Dieses Modell ist in der Lage, die Verdunstungseigenschaften eines realen Brennstoffes korrekt wiederzugeben. Ein entscheidender Vorteil ist seine hohe numerische Effizienz. Da die Tropfenverdunstung lediglich durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben wird, ist dieses Modell um eine Größenordnung schneller als numerisch aufwendige Modelle, wie zum Beispiel das „Diffusion Limit Model“ (DL-Modell). Gerade die instationäre Modellierung von Brennkammerströmungen stößt heutzutage an die Grenzen der Computerleistung. Daher sind effiziente Modelle zur Beschreibung der dispersen Phase notwendig.

Das DC-Modell basiert auf einem generischen Kraftstoff, der sämtliche Stoffeigenschaften als Funktion der molaren Masse beschreibt. In dieser Arbeit wird ein Modellkraftstoff vorgestellt, der speziell für Kerosin entwickelt wurde, sich aber auch für andere Kraftstoffe (z.B. Benzin oder Diesel) bestens eignet. Kerosin-Blends bestehen zum Großteil aus gesättigten Kohlenwasserstoffen, die die Verdunstung maßgeblich steuern (Rachner, 1998). Der Modellkraftstoff wurde daher aus den Stoffeigenschaften der n-Alkane abgeleitet.

Der Modellkraftstoff, der im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde, ist mit Hochdruckkorrelationen und einem Lösungsalgorithmus für das Phasengleichgewicht ausgestattet. Die Berechnung dieser Stoffdaten ist jedoch äußerst rechenintensiv, so dass die Simulation einer kompletten Brennkammer nicht mehr wirtschaftlich wäre. Um die Stoffdaten dennoch effektiv zur Verfügung stellen zu können, werden sämtliche Daten im vorhinein berechnet und mit einer wohl geordneten Datenstruktur in Nachschlagetabellen abgelegt. Der hohe numerische Aufwand kann so auf ein Minimum reduziert werden.

Die Genauigkeit des DC-Modelles wurde am Beispiel eines verdunstenden Kerosintropfens getestet. Das Modell wird hierzu mit experimentellen Daten validiert und typische Verdunstungsverläufe, wie das D^2 -Verhältnis, die Oberflächentemperatur und der Verdunstungsmassenstrom mit der thermodynamisch exakten Berechnung des DL-Modelles verglichen. Die Studie zeigt, dass das DC-Modell eine äußerst hohe Berechnungsgenauigkeit aufweist, dennoch ist der Berechnungsaufwand in der hier entwickelten Vorgehensweise äußerst gering. In einer Arbeit von

Burger et al. (2002c) konnte gezeigt werden, dass mit dem von Prommersberger (2003) vorgestellten Siedekurvenansatz und dem in dieser Arbeit entwickelten Modellkraftstoff ein numerisch effektives Verfahren entwickelt wurde, das eine exakte Berechnung von Kerosinsprays in technischen Brennkammern ermöglicht.

4.1 Siedekurvenansatz

Die thermodynamische Beschreibung eines Mehrkomponenten-Tropfens wird im DC-Modell durch den Siedekurvenansatz nach Chin (1994) formuliert. Dieser Ansatz benötigt weder eine Diskretisierung noch eine aufwendige Berechnung von Transportgleichungen. Der Siedekurvenansatz setzt eine gleichförmige Verteilung der Temperatur und der Konzentration im Tropfen voraus – dennoch verändern sich beide Größen über die Lebensdauer des Tropfens. Der Energie- und Massentransport kann somit durch das in Abschnitt 3.2 vorgestellte „Uniform Temperature Model“ (UT-Modell) nach Faeth (1983) mathematisch beschrieben werden. Die entscheidende Erweiterung des DC-Modelles besteht darin, dass die Destillation und die damit verbundene Änderung der Stoffeigenschaften durch den Siedekurvenansatz mit in Betracht gezogen wird. Das DC-Modell ist im Gegensatz zum „Rapid Mixing Model“ (RM-Modell) nicht auf eine unendlich kleine Peclet-Zahl beschränkt. Eine genaue Beschreibung des Siedekurvenansatzes wurde bereits in der Arbeit von Prommersberger (2003) veröffentlicht und wird in diesem Abschnitt nur kurz vorgestellt.

Der Siedekurvenansatz beschreibt den zeitlichen Verlauf der Destillation durch eine einzige Fortschrittsvariable – der molaren Masse. Dieser Verlauf ist durch die Destillationskurve des Brennstoffes definiert, die für verschiedene Kraftstoffe durch die „American Society for Testing and Materials“ aufgenommen wurde. Die Destillationskurve beschreibt definitionsgemäß die molare Masse des Brennstoffdampfes als Funktion des verdunsteten Massenanteils Ω (Gl. 4.1) – bei einem sehr langsamen Verdunstungsvorgang.

$$\Omega(t) = 1 - \frac{m_d(t)}{m_d(t=0)} \quad (4.1)$$

In der Veröffentlichung von Gauthier et al. (1991) wird die Destillationskurve durch ein Legendre-Polynom approximiert:

$$M_{vap, Pe_M \rightarrow 0} = a P_1 + b P_2 + c P_3 + d P_4 + e P_5, \quad (4.2)$$

$$\text{mit } P_1 = 1, P_2 = x, P_3 = \frac{3x^2 - 1}{2}, P_4 = \frac{5x^3 - 3x}{2}, P_5 = \frac{35x^4 - 30x^2 + 3}{8}$$

$$\text{und } x = 1 - 2\Omega.$$

Die Koeffizienten x_i sind für den Treibstoff Jet-A1 in der Tabelle A.3 zusammengefasst. Polynom-Anpassungen für andere Treibstoffe, wie JP-4 und Diesel, sowie leichtes und schweres Benzin sind in der Literatur vorhanden (Gauthier et al., 1991) (Bardon und Rao, 1984).

Der Stofftransport im Tropfen wird im Allgemeinen durch die Peclet-Zahl Pe_M charakterisiert. Diese dimensionslose Kennzahl wird aus dem Verhältnis der Zeitskalen von Verdunstung

und Stoffdiffusion gebildet. Eine kleine Peclet-Zahl beschreibt einen Tropfen, der im Verhältnis zur Diffusion sehr langsam verdunstet. Eine verhältnismäßig schnelle Tropfenverdunstung führt zu einer großen Peclet-Zahl. Die Peclet-Zahl ist nach Makino und Law (1988) für einen Mehrkomponenten-Tropfen folgendermaßen definiert:

$$Pe_M = \frac{\dot{m}_{vap}}{2\pi D_d \Gamma_l \rho_l} . \quad (4.3)$$

Gerade bei einer infinitesimal kleinen Peclet-Zahl ($Pe_M \approx 0$) ist die Destillation besonders stark ausgeprägt. Hier haben die leichtflüchtigen Komponenten ausreichend Zeit, aus dem Tropfeninneren an die Oberfläche zu diffundieren. Läuft die Verdunstung in einer kürzeren Zeitskala ab ($Pe_M > 0$), weicht die Zusammensetzung des Tropfens von der Destillationskurve ab. Bei $Pe_M \rightarrow \infty$ wird die Stoffdiffusion im Tropfen sogar vollständig unterdrückt und die Zusammensetzung des Tropfens bleibt „eingefroren“. Üblicherweise bewegt sich die Peclet-Zahl während der Verdunstung zwischen den beiden Grenzfällen $Pe_M = 0$ und $Pe_M = \infty$. Die molare Masse des Tropfens wird in diesem Fall mit einer exponentiellen Ausgleichsfunktion nach Chin (1994) beschrieben:

$$M_{vap} = M_{vap,Pe_M \rightarrow \infty} + (M_{vap,Pe_M \rightarrow 0} - M_{vap,Pe_M \rightarrow \infty}) e^{-x Pe_M}, \quad (4.4)$$

mit $x = 0.305 \Omega - 0.35 \Omega^2 + 0.14 \Omega^3$.

Die molare Masse $M_{vap,Pe_M \rightarrow \infty}$ ist von der Historie des Tropfens abhängig und wird während der Verdunstung durch einen integralen Mittelwert (Gl. 4.5) angenähert (Chin, 1994).

$$M_{vap,Pe_M \rightarrow \infty} = M_{vap,m} = \frac{\int_0^1 M_{vap,Pe_M \rightarrow 0} d\tilde{\Omega}}{1 - \Omega} \quad (4.5)$$

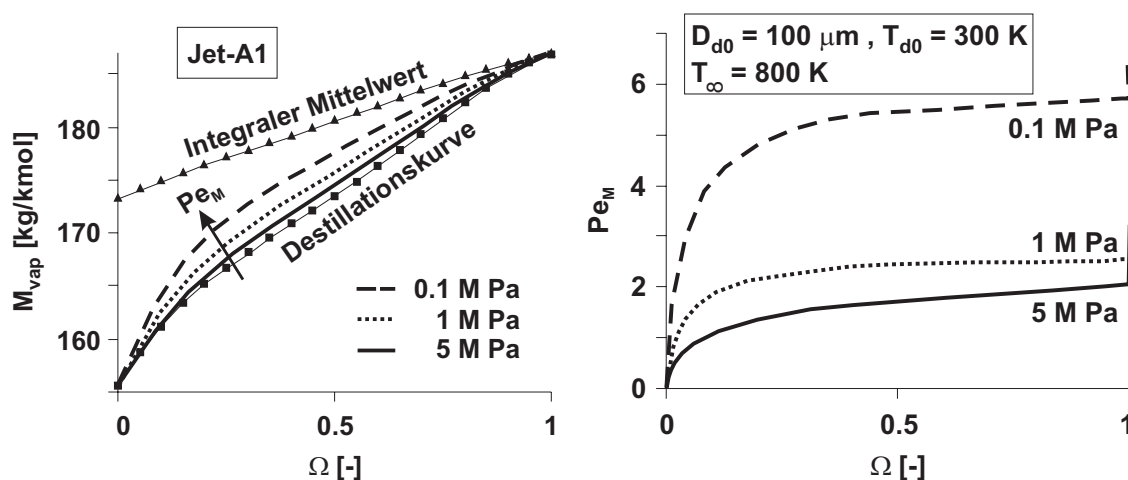


Abb. 4.1: Molmasse des Brennstoffdampfes [links] und die Peclet-Zahl der Flüssigphase [rechts] eines verdunstenden Jet-A1-Tropfens

In Abbildung 4.1 ist die Molmasse des abdampfenden Brennstoffes und die Peclet-Zahl eines Jet-A1-Tropfens dargestellt. In dieser Abbildung ist der Einfluss der Peclet-Zahl auf den Verlauf der Molmasse gut zu erkennen. Gerade bei einem atmosphärischen Druckniveau (0.1 MPa) hat die Peclet-Zahl einen größeren Wert. Dies führt bei der Molmasse des Brennstoffdampfes zu einer deutlichen Abweichung von der Destillationskurve. Bei höheren Drücken ist die Peclet-Zahl kleiner und die Abweichung dadurch geringer, was auf einen kleineren Verdunstungsmassenstrom zurückzuführen ist (siehe auch Abbildung 4.10). Die Simulation, der diese Verläufe zu Grunde liegen, wird in Abschnitt 4.5.2 genau beschrieben.

Der Einsatz des Siedekurvenansatzes ist nur in Verbindung mit einem geeigneten Modellkraftstoff möglich. Wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben worden ist, kann mit dem Siedekurvenansatz der Destillationsprozess von Kerosin modelliert werden. Die Fortschrittsvariable ist die molare Masse des abdampfenden Brennstoffes. Das DC-Modell benötigt nunmehr einen Modellkraftstoff, der die Eigenschaften des Brennstoffes als Funktion der Molmasse beschreibt. Die Modellierung dieses komplexen Gemisches wird im Folgenden vorgestellt.

4.2 Modellkraftstoff

In Verbrennungskraftmaschinen werden heutzutage Flüssigbrennstoffe eingesetzt, die aus Erdöl gewonnen werden. Eine Analyse des in der Luftfahrt verwendeten Treibstoffes Jet-A1 hat folgende Zusammensetzung ergeben: 81.8% gesättigte Kohlenwasserstoffe, 17.6% Aromaten und 0.6% Olefine (Prommersberger, 2003). Es lässt sich allgemein sagen, dass Kerosin zum Großteil aus gesättigten Kohlenwasserstoffen besteht, die die Verdunstung maßgeblich steuern. Eine wichtige Größe ist die molare Masse: Kurzkettige und damit leichtflüchtige n-Alkane besitzen eine niedrige Molmasse, während langkettige n-Alkane eine hohe Molmasse besitzen. Die Abbildung 4.2 zeigt einen Ausschnitt der n-Alkan-Reihe sowie einige ausgewählte Brennstoffe, die als Funktion der Molmasse dargestellt sind (Rachner, 1998).

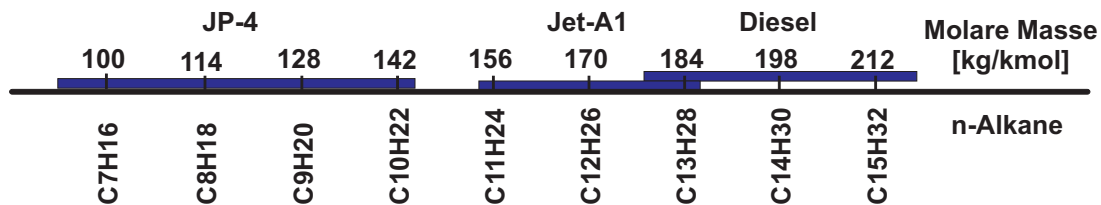


Abb. 4.2: Molare Masse reiner n-Alkane und realer Treibstoffe

Eine Destillation, die im vorangegangenen Abschnitt beschrieben worden ist, tritt nicht nur bei der Verdunstung von Kerosintropfen in Erscheinung, sondern bei jeder Flüssigkeit, die aus unterschiedlichen Substanzen besteht. Leichtflüchtige Komponenten verdunsten bereits in einem frühen Stadium, während schwerflüchtige in der flüssigen Phase verbleiben. Das Resultat ist eine sich ständig ändernde, chemische Zusammensetzung der Flüssigkeit. Dass dieser komplexe Vorgang nicht mit einem simplen Kraftstoff aus ein oder zwei Komponenten beschrieben werden kann, soll am Beispiel von Jet-A1 gezeigt werden.

Der Treibstoff Jet-A1 wird häufig mit n-Dodekan oder einer binären Mischung aus 44% n-Dekan und 56% n-Tetradekan approximiert (Prommersberger, 2003). In Abbildung 4.3 ist die Siedekurve dieser zwei Modellkraftstoffe der tatsächlichen Siedekurve von Jet-A1 gegenübergestellt. Die Abbildung zeigt deutlich, dass die Änderung der chemischen Zusammensetzung mit einem Einkomponenten-Kraftstoff nicht modelliert werden kann. Eine etwas bessere Approximation stellt das binäre n-Alkan-Gemisch dar. Bei einer infinitesimal kleinen Peclet-Zahl ändert sich die Eigenschaft des Gemisches jedoch sprunghaft. Obwohl unter brennkammertypischen Bedingungen meist Peclet-Zahlen größer Null vorherrschen, spielt dieser Effekt beim RM-Modell dennoch eine entscheidende Rolle. Dieses einfache Modell setzt stets eine unendlich schnelle Durchmischung im Tropfen voraus – dadurch führt ein binärer Modellkraftstoff immer zu großen Fehlern (Kneer, 1993). Im Gegensatz hierzu trägt das DL-Modell der tatsächlichen Durchmischung im Tropfen Rechnung. Dieses Beispiel verdeutlicht, dass die Modellierung des realen Kraftstoffes von der thermodynamischen Beschreibung des Verdunstungsmodelles abhängig gemacht werden muss.

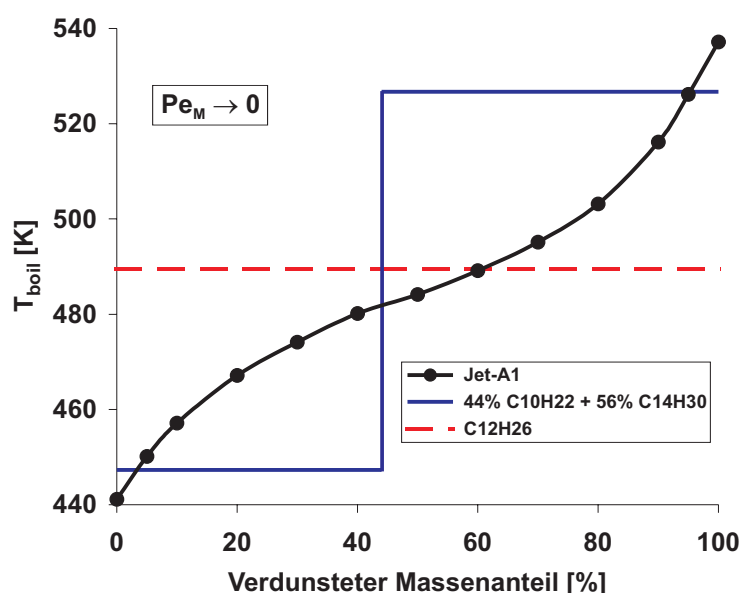


Abb. 4.3: Siedekurve von Jet-A1 (Rachner, 1998) und häufig verwendete Modellkraftstoffe

Wenn die Stoffeigenschaften eines komplexen Gemisches nicht berechnet werden können, müssen diese auf irgendeine Weise modelliert werden. Die Destillationskurve von Kerosin zeigt, dass die Zusammensetzung dieses Gemisches über die Molmasse charakterisiert werden kann – dennoch sind die Stoffeigenschaften unbekannt. Aufgrund des großen Anteils an gesättigten Kohlenwasserstoffen wird Kerosin als ein reines n-Alkan-Gemisch betrachtet. Diese Vereinfachung ist bei der Modellierung der Tropfenverdunstung vertretbar, da sich die Aromaten nicht grundlegend anders verhalten, als die gesättigten Kohlenwasserstoffe. Bei der Modellierung chemischer Reaktionen kann diese Vereinfachung jedoch nicht getroffen werden.

Das Prinzip des hier vorgestellten Modellkraftstoffes basiert darauf, dass die Eigenschaften von Kohlenwasserstoffen durch gewisse Stoffparameter (z.B. kritischer Druck oder kritische Temperatur) definiert sind. Die Stoffdaten der reinen n-Alkane werden durch Korrelationen berechnet, die auf diese Parameter zurückgreifen. Gelingt es, die Stoffparameter für sämtliche n-Alkane

als Funktion der Molmasse zu beschreiben, kann die n-Alkan-Reihe durch nur eine Größe, die molare Masse, modelliert werden. Das Ergebnis ist ein generischer Stoff, dessen Eigenschaften eine Funktion der Molmasse sind. Hat der Modellkraftstoff eine Molmasse von 170 kg/kmol, gibt er die exakten Eigenschaften von n-Dodekan ($C_{12}H_{26}$) wieder. Der entscheidende Vorteil ist nicht die Kenntnis sämtlicher reiner n-Alkane, sondern Destillationsvorgänge können ebenfalls modelliert werden. Diese Funktionalität ist in Abbildung 4.4 anhand der Siedekurve von Jet-A1 exemplarisch dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Änderung der Stoffeigenschaft als Funktion der Molmasse aufgetragen werden kann. Voraussetzung ist, dass die verwendeten Stoffkorrelationen und Mischungsregeln (siehe Abschnitt 4.3) für sämtliche n-Alkane gültig sind.

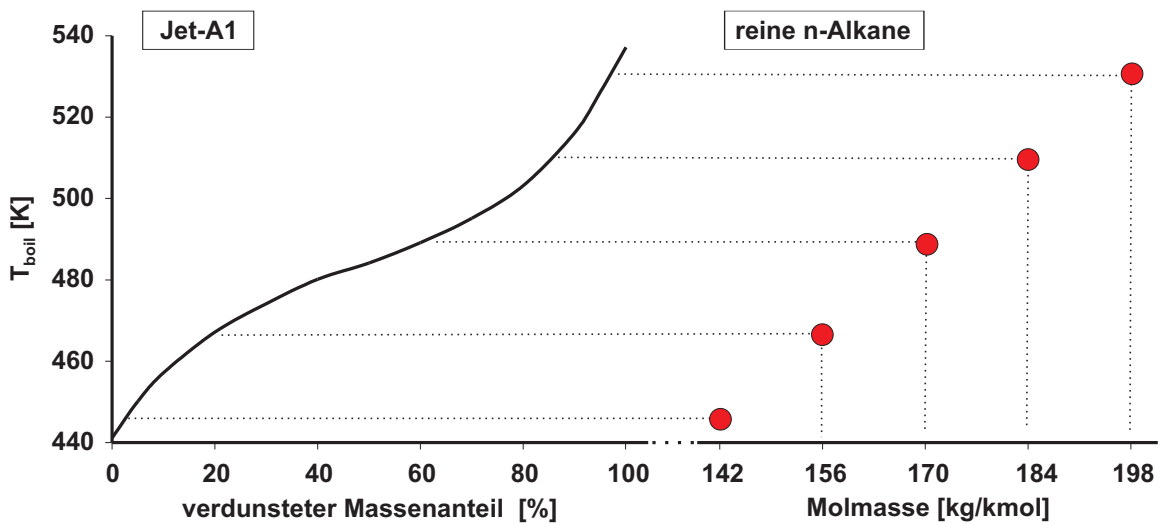


Abb. 4.4: Siedekurve von Jet-A1 [links] und Siedetemperaturen der reinen n-Alkane [rechts]

In dieser Arbeit werden die Stoffparameter durch mathematische Funktionen angenähert, die aus den Stoffparametern der reinen n-Alkane (Reid et al., 1987) bestimmt werden. Die Approximation ist ab einer Molmasse von $M = 30 \text{ kg/kmol}$ (C_2H_6) bis zu $M = 282 \text{ kg/kmol}$ ($C_{20}H_{42}$) gültig. Alle Funktionen können durch Gleichung (4.6) beschrieben werden, deren Koeffizienten für die einzelnen, stoffspezifischen Parameter in Tabelle A.4 zusammengefasst sind. In Abbildung 4.5 ist die kritische Temperatur der reinen n-Alkane und die Polynom-Anpassung des Modellkraftstoffes einander gegenübergestellt.

$$\Phi(M) = f(x), \quad x = a + b \cdot M + c \cdot M^2 + d \cdot M^3 + \frac{e}{M} \quad (4.6)$$

Die Kombination aus dem hier entwickelten Modellkraftstoff und dem Siedekurvenansatz (Abschnitt 4.1) ermöglicht eine effektive, thermodynamische Beschreibung eines verdunstenden Kerosintropfens. Während der Siedekurvenansatz den Destillationsfortschritt mit Hilfe der Molmasse beschreibt, können mit Gleichung (4.6) sämtliche Stoffparameter während der Destillation bestimmt werden. Die genaue Kenntnis der Stoffparameter ist für die Berechnung der thermo-physikalischen Größen entscheidend. Dies wird in den folgenden Abschnitten deutlich.

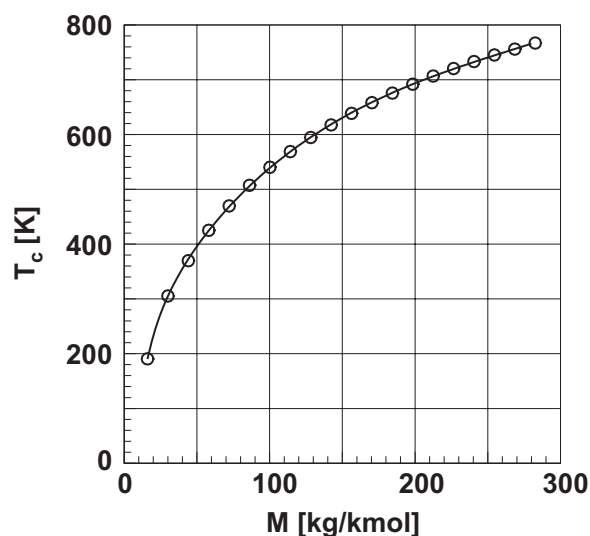


Abb. 4.5: Kritische Temperatur der reinen n-Alkane [Punkte] und des Modellkraftstoffes [Linie] aus Burger et al. (2001)

4.3 Thermo-physikalische Stoffeigenschaften

Im vorangegangenen Abschnitt ist ein Modellkraftstoff beschrieben worden, der dem DC-Modell eine effektive Berechnung realer Brennstofftropfen ermöglicht. Hierfür muss eine Stoffdatenbank geschaffen werden, die die thermo-physikalischen Eigenschaften des Modellkraftstoffes beschreibt. Während der Simulation muss dem Tropfenverdunstungsmodell ein permanenter Zugriff auf diese Datenbank ermöglicht werden.

Eine Reihe an Korrelationen und Mischungsregeln stehen in der Literatur zur Verfügung (Reid et al., 1987) (VDI, 1991), mit denen die Stoffgrößen der Gas- und Flüssigphase berechnet werden können. Die Schwierigkeit besteht darin, dass für das jeweilige Brennstoffgemisch zuverlässige Korrelationen gefunden werden müssen. Vor allem der in Abschnitt 4.2 beschriebene Modellkraftstoff stellt eine gewisse Herausforderung dar. In Tabelle A.1 sind geeignete Korrelationen zusammengefasst, die diese Anforderungen erfüllen. Die Korrelationen sind auf sämtliche n-Alkane anwendbar und enthalten zudem Mischungsregeln, um das binäre Dampf-Luft-Gemisch zu beschreiben.

Einige der Korrelationen, die in Tabelle A.1 aufgeführt sind, setzen ein thermodynamisch ideales Verhalten der Stoffe und Gemische voraus. Diese Voraussetzung führt vor allem bei höheren Drücken zu Fehlern. In diesem Fall kann dem realen Verhalten durch so genannte Korrekturgleichungen (Departure Functions) Rechnung getragen werden. Hierbei handelt es sich um Korrelationen, die die Abweichung zwischen dem idealen und dem realen Verhalten beschreiben. In Tabelle A.2 sind geeignete Korrekturgleichungen für sämtliche Stoffgrößen zusammengefasst. Ist keine Korrektur angegeben, ist die entsprechende Stoffkorrelation in Tabelle A.1 bereits für Hochdruck geeignet (z.B. die Soave-Redlich-Kwong Gleichung).

Die Bestimmung der Stoffdaten ist besonders bei hohen Drücken durch einen großen Rechenaufwand geprägt. Um die Stoffdaten dem CFD-Programm möglichst effizient zur Verfügung zu

stellen, wird die Berechnung sämtlicher Daten der Simulation vorangestellt und diese als Funktion der Temperatur, des Druckes, der Molmasse (Modellkraftstoff) und des Mischungsbruches (Gasphase) in Nachschlagetabellen abgelegt.

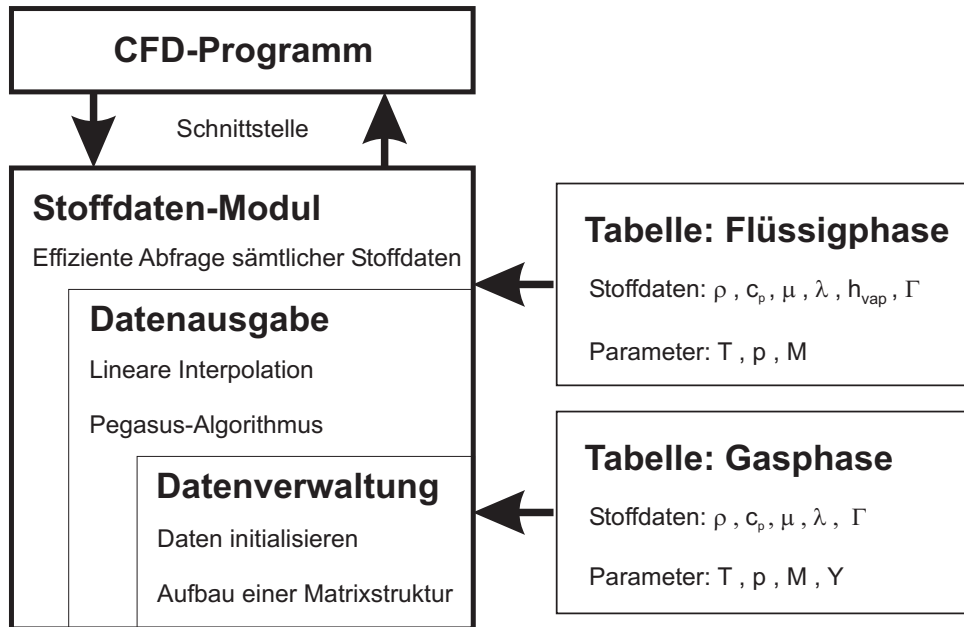


Abb. 4.6: Prinzipieller Aufbau der Stoffdaten-Verwaltung

Zur Verwaltung der tabellierten Stoffdaten wurde ein eigenständiges Modul entwickelt, das dem CFD-Programm sämtliche Werte über eine definierte Schnittstelle zur Verfügung stellt. Das Modul ist mit einem Pegasus-Verfahren ausgestattet, das eine schnelle Suche der gewünschten Daten ermöglicht. Liegen die benötigten Werte zwischen zwei Stützstellen, so werden die Stoffdaten linear interpoliert. Diese Vorgehensweise ist um ein Vielfaches schneller, als die aufwendige Berechnung der eigentlichen Werte. Die prinzipielle Datenstruktur, sowie das Stoffdaten-Modul ist in der Abbildung 4.6 dargestellt.

4.4 Phasenübergang

Bei der Verdunstung eines Tropfens findet ein Phasenübergang statt. Die Kenntnis der Dampfkonzentration an der Tropfenoberfläche ist für die Berechnung von entscheidender Bedeutung. Aus der mathematischen Beschreibung der Tropfenverdunstung geht hervor, dass der Verdunstungsmassenstrom sogar direkt von dieser Größe abhängt (Gl. 3.57).

Im vorangegangenen Abschnitt ist bereits die Problematik des realen Stoffverhaltens bei hohen Umgebungsdrücken angedeutet worden. Während die Annahme einer idealen Zustandsänderung bei der Ermittlung der Stoffdaten zu Ungenauigkeiten führt, verursacht dies beim Phasenübergang erhebliche Fehler. Stengele (1998) verdeutlicht, dass die physikalischen Vorgänge beim Phasenübergang nur durch reale Zustandsänderungen beschrieben werden können. Dementsprechend muss eine Möglichkeit gefunden werden, wie der Phasenübergang des Modellkraftstoffes (vgl. Abschnitt 4.2) mathematisch beschrieben werden kann.

Nach dem gibbsschen Kriterium herrscht ein Gleichgewichtszustand zwischen mehreren Phasen erst dann, wenn die Temperatur, der Druck und das chemische Potential in allen Phasen identisch ist (Gmehling und Kolbe, 1992). Bei reinen Stoffen ist das chemische Potential gleichbedeutend mit der gibbsschen Enthalpie g . Die Gleichgewichtsbedingung kann mit Hilfe der Fugazität f formuliert werden:

$$g_i = g_i^0 + RT \cdot \frac{f_i}{f_i^0} \quad (4.7)$$

Hierbei sind g_i^0 und f_i^0 lediglich eine Funktion von Druck und Temperatur. Da diese Größen in beiden Phasen identisch sind, kann die Gleichgewichtsbedingung zwischen der dampfförmigen und der flüssigen Phase folgendermaßen formuliert werden:

$$T_l = T_g \quad (4.8)$$

$$p_l = p_g \quad (4.9)$$

$$f_{l,i} = f_{g,i} \quad (4.10)$$

Anstelle der Fugazität f wird häufig der Fugazitätskoeffizient φ verwendet. Die Gleichung (4.11) beschreibt den Zusammenhang zwischen beiden Größen:

$$f_i = \varphi_i \cdot X_i \cdot p \quad (4.11)$$

Aus den Gleichungen (4.9), (4.10) und (4.11) lässt sich die Gleichgewichtsbedingung in folgenden Ausdruck überführen:

$$X_{l,i} \cdot \varphi_{l,i} = X_{g,i} \cdot \varphi_{g,i} \quad (4.12)$$

Zur Lösung des Phasengleichgewichtes wird ein Gleichungssystem benötigt, mit dem die Fugazitätskoeffizienten in beiden Phasen berechnet werden können. Es gibt eine Reihe an Zustandsgleichungen, von denen sich die Soave-Redlich-Kwong-Gleichung als besonders praktikabel erwiesen hat. Im Gegensatz zu anderen Zustandsgleichungen benötigt diese halb-empirische Zustandsgleichung nur wenige Stoffparameter, die mit Hilfe des Modellkraftstoffes als Funktion der Molmasse bestimmt werden können. Die mathematische Formulierung der Soave-Redlich-Kwong-Gleichung ist im Folgenden dargestellt:

$$\begin{aligned} \ln \varphi_j = & \ln \frac{v}{v-b} - \frac{2 \sum_i X_i a_{ij}}{RT b} \ln \frac{v+b}{v} + \frac{b_j}{v-b} - \ln \frac{p v}{RT} \\ & + \frac{a b_j}{RT b^2} \left(\ln \frac{v+b}{v} - \frac{b}{v+b} \right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Die Reinstoffparameter der Gleichung (4.13) werden mit den Ausdrücken (4.14) - (4.17) be-

stimmt:

$$a_{ii} = 0.42748 \cdot \frac{R^2 T_{c,i}^2}{p_{c,i}} \cdot \alpha_i \quad (4.14)$$

$$\alpha_i = \left[1 + (0.48 + 1.574 \omega_i - 0.176 \omega_i^2) \left(1 - \left(\frac{T}{T_{c,i}} \right)^{0.5} \right) \right]^2 \quad (4.15)$$

$$a_{ij} = \sqrt{a_{ii} a_{jj}} (1 - k_{ij}) \quad (4.16)$$

$$b_i = 0.08664 \cdot \frac{R T_{c,i}}{p_{c,i}} \quad (4.17)$$

Unter Verwendung der Mischungsregeln (4.18) - (4.19) können die Parameter a und b der Gleichung (4.13) ermittelt werden:

$$a = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j a_{ij} \quad (4.18)$$

$$b = \sum_{i=1}^n X_i b_i \quad (4.19)$$

Das Gleichungssystem (Gl. 4.13 - 4.19) enthält vier stoffspezifische Parameter: der Wechselwirkungsparameter k_{ij} , die kritische Temperatur T_c , der kritischer Druck p_c und der azentrische Faktor ω_i . Der erste Parameter k_{ij} kann für n-Alkane näherungsweise zu Null gesetzt werden (Stengele, 1998), während die anderen drei Parameter T_c , p_c und ω_i im Modellkraftstoff enthalten sind (Tabelle A.4).

Das molare Volumen v kann mit der von Soave-Redlich-Kwong modifizierte Zustandsgleichung (4.20) bestimmt werden. Die Parameter a und b sind mit denen der Gleichung (4.13) identisch:

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v(v+b)} \quad (4.20)$$

Im Allgemeinen hat die kubische Gleichung (4.20) drei Lösungen, die alle real oder aus einer realen und zwei komplexen Lösungen bestehen können. Im unterkritischen Bereich existieren nur reale Lösungen – der kleinste Wert entspricht dem molaren Volumen der Flüssigkeit und der größte Wert dem der Gasphase.

Das Phasengleichgewicht besitzt keine analytische Lösung. Das Gleichungssystem muss vielmehr iterativ gelöst werden. Der in dieser Arbeit verwendete Lösungsalgorithmus basiert auf der Regula-Falsi-Methode und ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Um den Berechnungsaufwand während der Simulation gering zu halten, wird die Dampfkonzentration für den Modellkraftstoff als Funktion von Temperatur, Druck und Molgewicht berechnet und in Nachschlagetabellen abgelegt. Das Prinzip der Stoffdaten-Verwaltung ist im vorangegangenen Abschnitt beschrieben worden.

In kommerziellen CFD-Programmen wird der Phasenübergang häufig durch das Raoult'sche Gesetz (4.21) beschrieben. Das Raoult'sche Gesetz ist gültig, wenn sich beide Phasen ideal verhalten. Bei einem System aus Luft und n-Alkanen ist dies nur bei atmosphärischen Drücken der

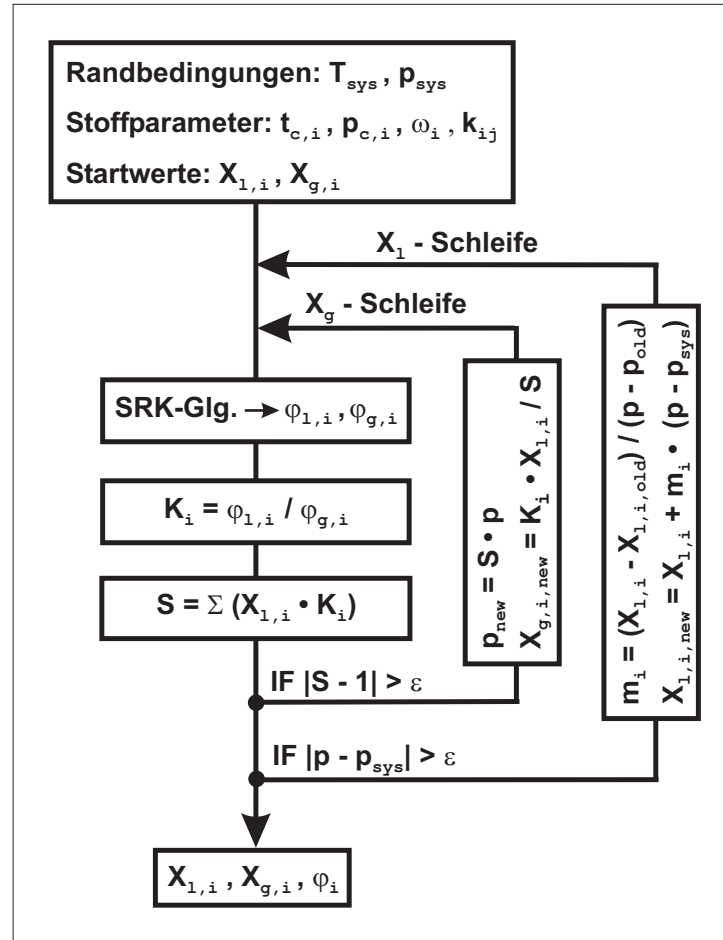


Abb. 4.7: Lösungsalgorithmus für das Phasengleichgewicht

Fall. Brennkammerdrücke können hingegen das 40fache des atmosphärischen Druckes betragen.

$$X_{l,i} \cdot p_{vap,i} = X_{g,i} \cdot p_{sys} \quad (4.21)$$

In Abbildung 4.8 (linkes Bild) wird die Lösung des Phasengleichgewichtes für das binäre n-Oktan-Luft-System dem raoultischen Gesetz gegenübergestellt. Der Vergleich zeigt, dass das raoultische Gesetz ab einem Druck von 1 MPa von der exakten Lösung stark abweicht. Das rechte Bild in Abbildung 4.8 zeigt das Phasengleichgewicht für verschiedene n-Alkane, die mit dem Modellkraftstoff (Variation der Molmasse) bei einem konstanten Druck von 2 MPa berechnet worden sind. Interessant ist, dass bei dem langkettigen n-Dodekan (C₁₂H₂₆) und n-Tetradekan (C₁₄H₃₀) ein kritischer Mischungspunkt auftritt. Diese Erkenntnis ist auch für die Verdunstung von Kerosintropfen wichtig, da die langkettigen und damit schwerflüchtigen n-Alkane als letztes verdunsten. Somit unterstützt die Destillation eine überkritische Verdunstung.

Mit dem vorgestellten Gleichungssystem kann der Phasenübergang des Modellkraftstoffes (Abschnitt 4.2) unter Berücksichtigung realer Zustandsänderungen bestimmt werden. Dieser Entwicklungsschritt ist für den Einsatzbereich des DC-Modelles entscheidend. Die Abbildung 4.8

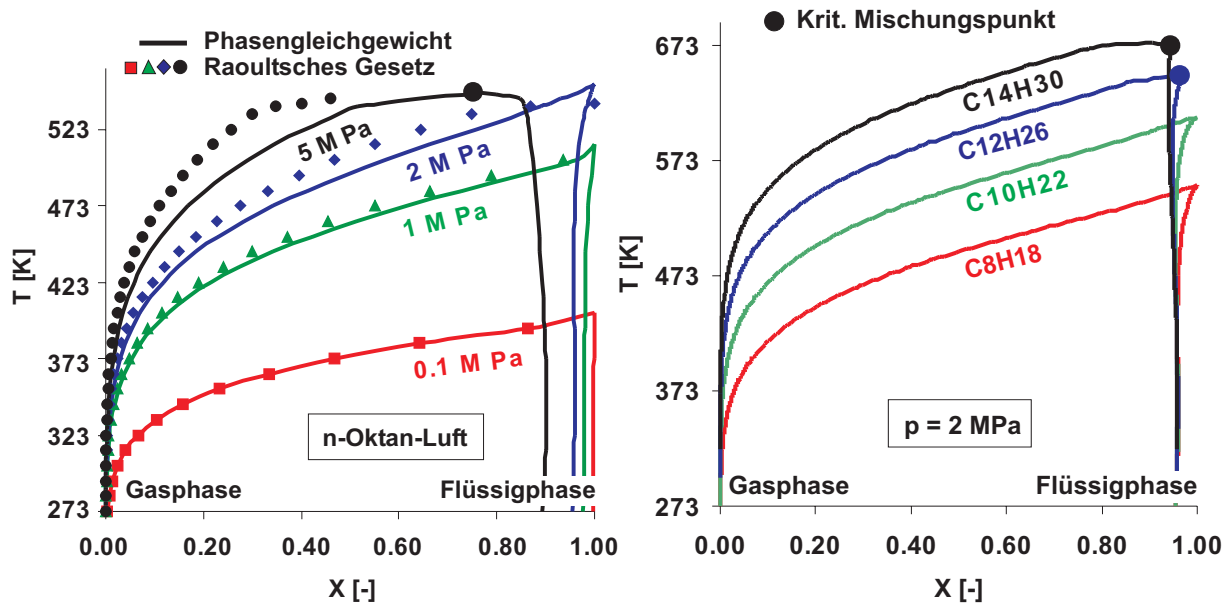


Abb. 4.8: T-X Diagramm für ein System aus Luft und n-Oktan [links] bzw. verschiedenen n-Alkanen [rechts]

zeigt deutlich, dass die Annahme idealer Zustandsänderungen bei hohen Umgebungsdrücken zu erheblichen Fehlern führt.

4.5 Bewertung des Verdunstungsmodelles

Das DC-Modell wird in diesem Abschnitt unter atmosphärischen als auch brennkammertypischen Temperaturen und Drücken getestet. Von Prommersberger et al. (1998) wurde bereits gezeigt, dass das DC-Modell zur Berechnung einer experimentell untersuchten Vorverdunstungsstrecke bestens geeignet ist. Dennoch wurde dieses Experiment ausschließlich bei atmosphärischen Drücken durchgeführt.

Experimentelle Untersuchungen eines unter Hochdruck verdunstenden Kerosintropfens sind bis zum heutigen Tag nicht veröffentlicht worden. Eines der wenigen, geeigneten Experimente ist die von Runge und Teske (1998) durchgeführte Verdunstung eines am Draht aufgehängten JP-8-Tropfens. Das Experiment eignet sich ideal, um die Genauigkeit des Modellkraftstoffes zu bewerten, dennoch wurde die Messung lediglich bei atmosphärischen Bedingungen durchgeführt. Um die Berechnungsgenauigkeit unter brennkammertypischen Temperaturen und Drücken einschätzen zu können, wird das DC-Modell mit dem DL-Modell verglichen. Das von Landis und Mills (1974) sowie Sirignano (1984) vorgestellte DL-Modell basiert auf der Lösung der partiellen Differentialgleichungen eines kugelsymmetrischen Energie- und Stofftransportes und zählt heutzutage zu den genauesten Tropfenverdunstungsmodellen. Allerdings kann mit dem DL-Modell lediglich ein binärer Brennstofftropfen exakt berechnet werden (Kneer et al., 1993a), da der Diffusionskoeffizient eines tertiären oder polynären n-Alkane-Gemisches nicht genau be-

stimmt werden kann (Reid et al., 1987). Der Kraftstoff Jet-A1 wird daher durch eine binäre Mischung aus 44% n-Dekan ($C_{10}H_{22}$) und 56% n-Tetradekan ($C_{14}H_{30}$) angenähert (siehe auch Abschnitt 4.2). Diese Approximation ist beim DL-Modell vertretbar, da die räumlichen Transportvorgänge im Tropfen nicht modelliert, sondern numerisch berechnet werden. Der Destillationsprozess ergibt sich somit direkt aus den physikalischen Gesetzmäßigkeiten. Mit Ungenauigkeiten ist lediglich bei einer äußerst langsamen Verdunstung zu rechnen ($Pe_M \approx 0$), was in einer Brennkammer aufgrund der hohen Temperaturen ausgeschlossen werden kann. Das in dieser Arbeit verwendete DL-Modell wurde von Kneer (1993) entwickelt und von Stengele et al. (1999) unter Hochdruckbedingungen getestet. Um die tropfenseitige Modellierung vergleichen zu können, sind beide Modelle mit dem in Abschnitt 3.2 beschriebenen, quasi-stationären Gasphasenmodell ausgestattet. Die berechneten Ergebnisse beider Modelle werden in den folgenden Abschnitten einander gegenübergestellt und diskutiert.

4.5.1 Validierung des Modellkraftstoffes

In dem Experiment von Runge und Teske (1998) wurde ein JP-8 Tropfen an einem Draht aufgehängt und in einem kalten Luftstrom verdunstet. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass zwischen JP-8 und Jet-A1 praktisch kein Unterschied besteht (Rachner, 1998). Aufgrund der niedrigen Temperaturen setzt eine extrem langsame Verdunstung ein. Der Wärme- und Stofftransport im Tropfen läuft damit um Größenordnungen schneller ab, als die Verdunstung selbst. Dieser physikalische Grenzfall kann mit dem DC-Modell sehr genau berechnen werden, da die Destillationskurve für exakt diese Bedingung ($Pe_M \approx 0$) aufgenommen wurde. Auch ein Temperaturprofil im Tropfen ist bei diesem Experiment nicht zu erwarten ($Bi \approx 0$). Die Genauigkeit hängt somit ausschließlich von der Modellierung des Kraftstoffes ab. Gerade bei kleinen

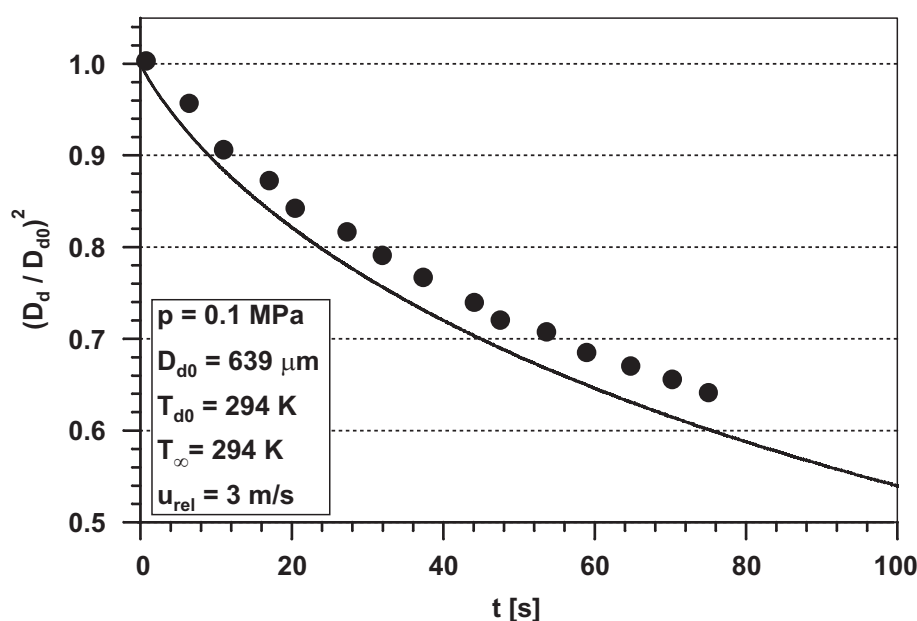


Abb. 4.9: Verdunstender JP-8 Tropfen: Experiment von Runge und Teske (1998) [Punkte], DC-Modell [Linie]

Peclet-Zahlen kann Kerosin nicht mit einem einfachen n-Alkan-Gemisch approximiert werden (Abschnitt 4.2).

In Abbildung 4.9 wird das berechnete D^2 -Verhältnis mit den experimentell ermittelten Werten verglichen. Dabei lässt sich eine ausgezeichnete Übereinstimmung feststellen. Der in Abschnitt 4.2 vorgestellte Modellkraftstoff stellt somit eine gute Approximation für das Kerosin JP-8 bzw. Jet-A1 dar. Dennoch ist diese Validierung bei atmosphärischen Bedingungen durchgeführt worden und ist für eine technische Brennkammer wenig repräsentativ.

4.5.2 Brennkammertypische Bedingungen

In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, inwieweit das DC-Modell unter brennkammertypischen Bedingungen eingesetzt werden kann. Da keine geeigneten Experimente vorliegen, wird das vorgestellte DC-Modell mit dem DL-Modell verglichen. Als Testfall dient die Verdunstung eines stehenden Jet-A1-Tropfens in einer ruhenden Gasphase. Diese idealisierte Konfiguration ist durch einen kugelsymmetrischen Energie- und Stofftransport charakterisiert, der mit dem DL-Modell genau berechnet werden kann (Sirignano, 1993). Typische Größen, wie das D^2 -Verhältnis, die Oberflächentemperatur und der verdunstende Massenstrom werden in diesem Abschnitt verglichen. Die Berechnungen werden für die Drücke 0.1 MPa, 1.0 MPa und 5.0 MPa, sowie einer konstanten Umgebungstemperatur von 800 K (typische Temperatur am Brennkammereintritt in einem Strahltriebwerk) durchgeführt.

Die in diesem Abschnitt berechnete Verdunstung eines stehenden Tropfens in einer ruhenden Gasphase ist von einem einseitigen Diffusionsstrom geprägt, der durch den Konzentrationsgradienten des Brennstoffdampfes angetrieben wird. Liegt die diffusive Zeitskala ($\tilde{t}_{diff} = D_d^2/\Gamma_{g,ref}$) in der Größenordnung der Verdunstungszeit, ist die vereinfachte Annahme einer quasi-stationären Gasphase nicht zutreffend (Stengele, 1998). In einer Veröffentlichung von Burger et al. (2003a) konnte jedoch gezeigt werden, dass dieser gasseitig auftretenden Effekt für die Modellierung der Flüssigphase keine Bedeutung hat.

Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass im Falle von bewegten Tropfen dem einseitigen Diffusionsstrom ein erzwungener Konvektionsstrom überlagert wird. Dessen charakteristische Zeitskala ($\tilde{t}_{conv} = D_d/u_{rel}$) ist bei brennkammertypischen Bedingungen sehr viel kleiner als die Verdunstungszeit. Somit ist die quasi-stationäre Betrachtung der Gasphase für die Modellierung einer Brennkammer zulässig (Delplanque, 1993) und führt nur bei dem akademischen Fall eines stehenden Tropfens zu gewissen Ungenauigkeiten (Burger et al., 2003a).

In Abbildung 4.10 sind die Berechnungen beider Modelle einander gegenübergestellt. Da das DC-Modell einer sich ändernden Zusammensetzung Rechnung trägt, stimmen die berechneten Oberflächentemperaturen gut überein. Auch bei den D^2 -Verhältnissen zeigt das DC-Modell eine gute Übereinstimmung mit dem exakten DL-Modell. Während sich bei einem atmosphärischen Druck (0.1 MPa) der typisch lineare Verlauf des D^2 -Verhältnisses einstellt, ist bei Hochdruck (5.0 MPa) eine permanente Änderung der Steigung erkennbar. Auch diese Charakteristik gibt das DC-Modell exakt wieder.

Bei der Betrachtung des Verdunstungsmassenstromes kann vor allem bei den Drücken 0.1 MPa und 1.0 MPa eine gewisse Abweichung festgestellt werden. Im Vergleich zum DL-Modell sagt

das DC-Modell einen wesentlich höheren Anstieg des Verdunstungsmassenstromes voraus. Die Abweichung ist auf die analytische Beschreibung des Wärmetransportes zurückzuführen, die im DC-Modell aus dem UT-Modell übernommen wurde (siehe Abschnitt 3.2). Dieser Ansatz basiert auf der Annahme eines uniformen Temperaturprofils im Tropfen. Wie schon in der Arbeit von Kneer (1993) gezeigt wurde, bildet sich während der Aufheizungsphase ein Temperaturprofil im Tropfen aus. Die Annahme einer uniformen Temperaturverteilung ist streng genommen falsch und führt im ersten Moment zu einer stärkeren Aufheizungsphase, als dies in der Realität der Fall ist. Aufgrund dieser Verzögerung setzt beim DC-Modell im Anschluss

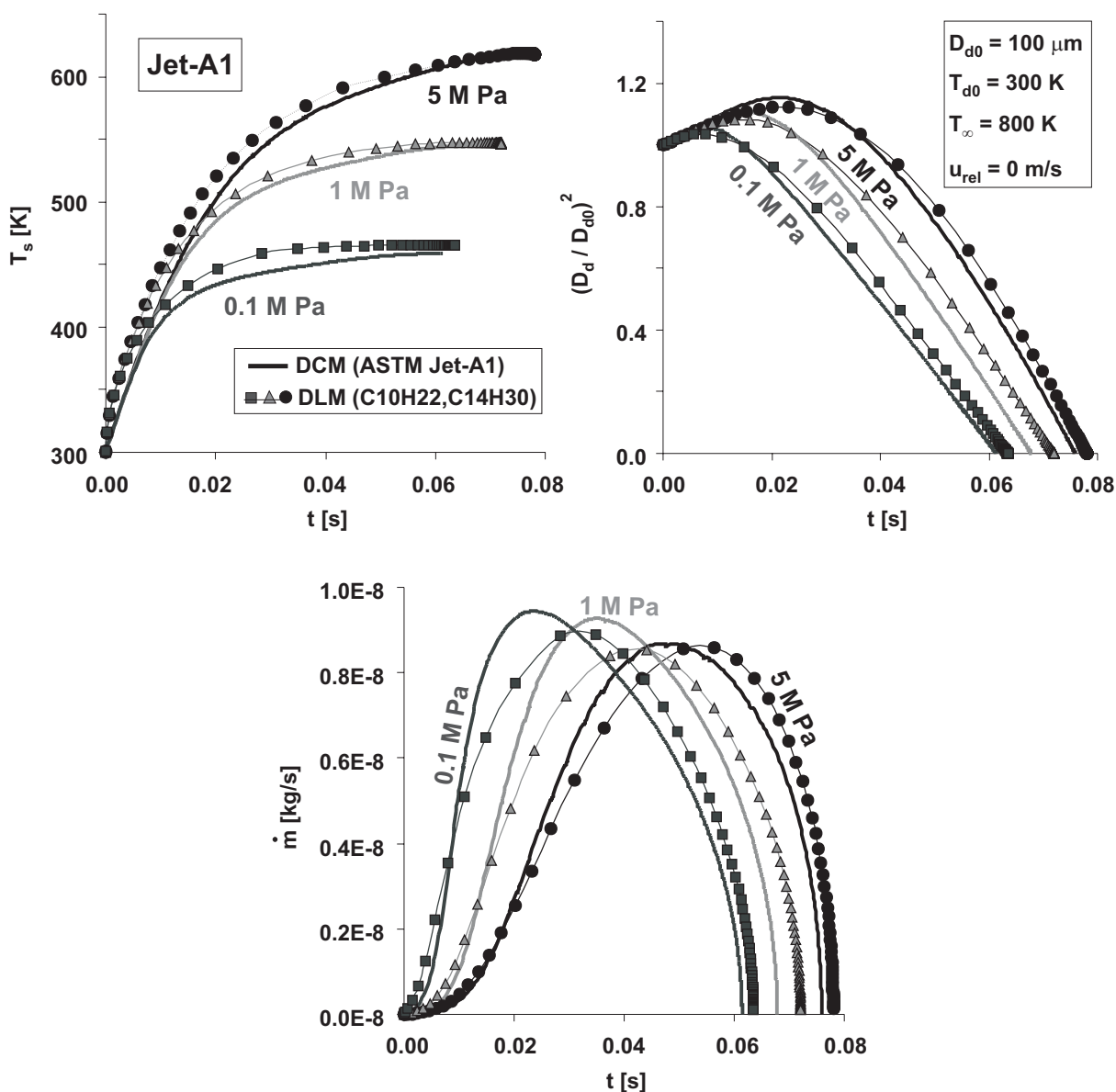


Abb. 4.10: Vergleich zwischen dem DC-Modell und dem DL-Modell: Oberflächentemperatur [oben links], D^2 -Verhältnis [oben rechts] und Verdunstungsmassenstrom [unten Mitte])

eine zu starke Verdunstung ein – ein zu starker Anstieg des Dampfmassenstromes ist die Folge. Das Phänomen kann auch anhand des D^2 -Verhältnisses beobachtet werden. Zu Anfang berechnet das DC-Modell einen leicht höheren Wert als das DL-Modell, während im Anschluss ein stärkerer Abfall beobachtet werden kann. Es ist bereits in Abschnitt 3.2 gezeigt worden, dass dieser Effekt durch die Biot-Zahl beschrieben werden kann. Während der analytische Ausdruck des DC- und UT-Modelles für $Bi \rightarrow 0$ hergeleitet wurde, ist das DL-Modell für sämtliche Biot-Zahlen gültig und somit keiner physikalischen Beschränkung unterworfen. Der Fehler tritt hauptsächlich bei großen Tropfen in Erscheinung, da die Biot-Zahl eine lineare Funktion des Tropfendurchmessers ist (siehe Gl. 3.53)

Bei Hochdruck (5.0 MPa) spielen diese Effekte eine untergeordnete Rolle. Hier findet die Verdunstung durch den erschwerten Phasenübergang ohnehin erst bei höheren Temperaturen statt (siehe Abb. 4.8). Dann setzt allerdings eine starke Verdunstung ein, die die typisch lineare Abnahme des quadratischen Tropfendurchmessers übersteigt. Dies wird vor allem durch die bei Hochdruck reduzierte Verdampfungsenthalpie verursacht. Der Dampfmassenstrom muss daher im Verhältnis zur Tropfenoberfläche ständig gesteigert werden, um dem eindringenden Wärmestrom entgegenzuwirken.

In dem vorgestellten Testfall ist keine überkritische Verdunstung aufgetreten, obwohl bei 5 MPa und 800 K ein überkritischer Mischungspunkt möglich ist. Dennoch bleibt die Oberflächentemperatur des Tropfens stets unterhalb der kritischen Temperatur. Es sei am Rande erwähnt, dass bei einer überkritischen Verdunstung die Annahme eines einseitigen Diffusionsstromes im tropfenumgebenden Gasfilm nicht zutreffend ist (vgl. Abschnitt 3.2). Die thermodynamische Beschreibung des DC-Modelles müsste in diesem Fall mit einem geeigneten Modellansatz erweitert werden (Schmehl und Steelant, 2003, Zhu et al., 2001).

Zusammengefasst liefert das DC-Modell auch unter anspruchsvollen Bedingungen gute Ergebnisse. Im Gegensatz zu anderen numerisch effektiven Modellen, die sowohl bei der Modellierung von Mehrkomponenten-Brennstoffen (Kneer, 1993) als auch beim Einsatz unter Hochdruckbedingungen (Stengele, 1998) stark fehlerbehaftet sind, stellt das DC-Modell eine echte Alternative zu dem numerisch aufwendigen DL-Modell dar. Lediglich durch die Annahme eines uniformen Temperaturprofils im Tropfen unterliegt das DC-Modell einer physikalischen Beschränkung, die durch die Biot-Zahl charakterisiert werden kann. Für typische Tropfendurchmesser in Brennkammern ist diese Annahme jedoch vertretbar.

4.5.3 Numerische Effizienz

Das vorgestellte Tropfenverdunstungsmodell wurde für den Einsatz in CFD-Programmen entwickelt. Die Voraussetzung ist eine hohe, numerische Effizienz, wobei sämtliche Hochdruckeffekte berücksichtigt werden müssen. Dieses Entwicklungsziel wurde durch das DC-Modell in Kombination mit dem neu entwickelten Modellkraftstoff erreicht. Die aufwendige Kalkulation der Stoffdaten wird der eigentlichen Berechnung vorangestellt und in Nachschlagetabellen verwaltet. In Tabelle 4.1 sind die CPU-Zeiten einander gegenübergestellt, die für die Berechnung eines Einzeltropfens benötigt werden. Das DC-Modell ist um eine Größenordnung schneller als das auf Transportgleichungen basierende DL-Modell. Eine entscheidende Reduzierung wird

durch die Stoffdaten-Verwaltung erreicht. Die CPU-Zeit kann mit Hilfe der Tabellierung um einen Faktor von vierzig reduziert werden. Somit liefert die Kombination aus DC-Modell und tabellierten Stoffdaten eine außerordentlich hohe, numerische Effizienz.

Modell	CPU-Zeit [s]
DC-Modell mit tab. Stoffdaten	0.280
DC-Modell ohne tab. Stoffdaten	11.08
DL-Modell ohne tab. Stoffdaten	106.2

Tab. 4.1: CPU-Zeit auf einem 900 MHz Athlon Computer

5 Karmansche Wirbelstraße als Testfall

Grundlegende Testfälle, mit denen sich die Funktion eines Strömungsberechnungsprogramm überprüfen lassen, sind für die Entwicklung numerischer Verfahren von größter Bedeutung. Für instationäre Zweiphasenströmungen wurde jedoch bis heute kein geeigneter Testfall vorgestellt, mit dem die Simulation grundsätzlicher Mechanismen validiert werden kann. In Kapitel 2 sind die Phänomene einer instationären Zweiphasenströmung vorgestellt worden. Interessanterweise ist die Gemischbildung in einer wirbelbehafteten Strömung stark von der gegenseitigen Wechselwirkung zwischen der Gas- und Tropfenphasen abhängig. Diesbezüglich wird der Tropfen-Wirbel-Interaktion eine große Bedeutung zugesprochen und soll durch ein Berechnungsverfahren exakt simuliert werden können. Um das numerische Verfahren entsprechend dieser Anforderungen entwickeln und testen zu können, musste ein geeigneter Testfall definiert werden.

Die tropfenbeaufschlagte karmansche Wirbelstraße hat sich für diese Aufgabe als ein idealer Testfall erwiesen. Im Gegensatz zu einer turbulenten Strömung, können die deterministischen Wirbelstrukturen dieser laminaren Strömungskonfiguration isoliert betrachtet werden. Heutzutage wird dieses Phänomen hauptsächlich zur grundlegenden Untersuchung von Instabilitäten eingesetzt, sei es durch numerische oder experimentelle Arbeiten. Die karmansche Wirbelstraße stellt somit einen geeigneten Validierungstestfall für instationäre Strömungsberechnungsprogramme dar (Beaudan und Moin, 1994).

Für diesen idealisierten Testfall existieren eine Vielzahl von experimentellen und theoretischen Untersuchungen – allerdings nur für einphasige Fluide. Obwohl sich die tropfenbeladene karmansche Wirbelstraße zur Untersuchung von wirbelbehafteten Zweiphasenströmungen eignet, existieren für diese Konfiguration keine nennenswerten Untersuchungen. Die in dieser Arbeit durchgeführte, numerische Simulation soll daher als ein erster Schritt verstanden werden, um diesen einzigartigen Testfall zu charakterisieren.

Die numerische Untersuchung umfasst sowohl die Dispersion der Tropfen in der Wirbelschlep-

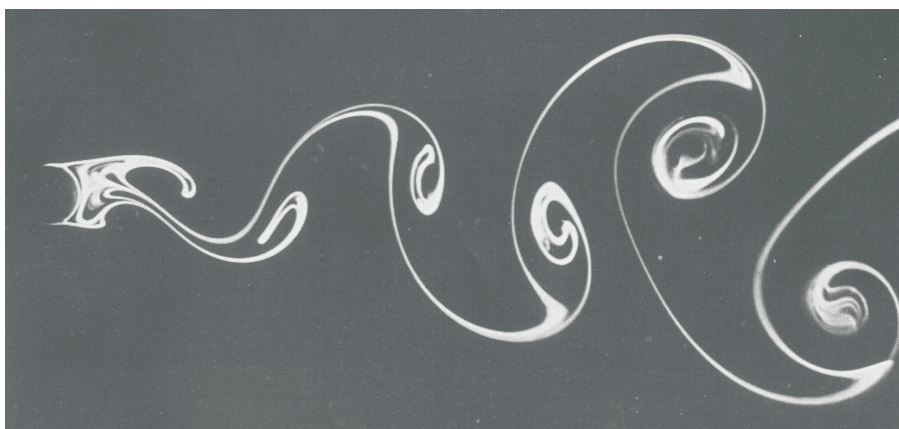


Abb. 5.1: Visualisierung von Dance (1966): Die karmansche Wirbelstraße im Nachlauf eines Zylinders ($Re=140$)

pe als auch die Wechselwirkung zwischen den beiden Phasen. Die Studie zeigt, dass die alternierende Wirbelablösung nicht nur durch die Umströmung des Zylinders, sondern auch durch die Tropfenbeladung und die Tropfengröße beeinflusst wird.

Die karmansche Wirbelstraße zeichnet sich gegenüber anderen Testfällen durch einen entscheidenden Vorteil aus: Die Druck- und Geschwindigkeitsverteilung am Zylinder können durch integrale Größen ausgewertet werden. In diesem Zusammenhang ist der Widerstandsbeiwert und der Auftriebsbeiwert des Zylinders zu erwähnen. Die Strömungsinstabilität, die im Nachlauf des Zylinders auftritt, kann durch diese Werte sehr genau charakterisiert werden. Sowohl der Widerstandsbeiwert als auch der Auftriebsbeiwert können so als Funktion der Tropfenbeladung und der Tropfengröße aufgetragen werden. Die Resultate zeigen eindeutig, dass zwischen den Tropfen und der Gasphase eine beidseitige Wechselwirkung auftritt.

Während die einphasige karmansche Wirbelstraße durch die Reynolds- und Strouhal-Zahl vollständig beschrieben ist (Green, 1995) (Lienhard, 1966) (Williamson, 1988a), werden zur Charakterisierung einer wirbelbehafteten Zweiphasenströmung weitere Kennzahlen benötigt, die die Tropfenphase mit in Betracht ziehen (Crowe et al., 1998). Um dimensionslose Kennzahlen herleiten zu können, mit denen sich grundlegende Mechanismen charakterisieren lassen, wird der numerischen Untersuchung eine Ähnlichkeitsbetrachtung vorangestellt. Die eindimensionale Partikelbewegung in einem harmonisch oszillierenden Gasfeld kann unter gewissen Annahmen analytisch gelöst werden. Für dieses Basisproblem einer instationären Partikel-Luft-Strömung kann eine grundlegende Analyse des Frequenzganges durchgeführt werden. Auf diese Weise wird das Übertragungsverhalten der gekoppelten Zweiphasenströmung eindeutig bestimmt. Grundlegende Eigenschaften einer oszillierenden Zweiphasenströmung, wie die Phasenverschiebung oder das Amplitudenverhältnis, können über Kennzahlen definiert werden.

Abschließend wird die karmansche Wirbelstraße mit verdunstenden Tropfen beaufschlagt. Hierbei werden alle physikalischen Phänomene, wie Massen-, Impuls- und Energieaustausch berücksichtigt. Die Simulation zeigt, dass Inhomogenitäten nicht nur durch die Wirbelstrukturen, sondern auch durch das Verdunstungsverhalten der Tropfen hervorgerufen werden.

Die hier diskutierte Zweiphasenströmung im Nachlauf eines Zylinders ist zur Validierung von instationären Berechnungsverfahren bestens geeignet. Charakteristische Phänomene, die sich in einer Ähnlichkeitsbetrachtung analytisch bestimmen lassen, treten in der numerischen Simulation ebenfalls in Erscheinung (Burger et al., 2003b). Eine Validierung mittels analytischer Erkenntnisse ermöglicht eine präzise Bewertung des numerischen Verfahrens. In der Literatur ist bis heute keine experimentelle Untersuchung vorgestellt worden, mit der die Berechnung von Tropfen-Wirbel-Interaktionen zuverlässig validiert werden kann.

5.1 Charakterisierung der Zylinderumströmung

In der Antike war das Phänomen der periodischen Wirbelablösung hinter stumpfen Körpern bereits bekannt. Schon Homer (800 v. Chr.) schrieb, dass sich sphärenartige Klänge entfalten, wenn Äolus, der griechische Gott der Winde, über die Saiten der Leier streicht. Die so genannte Äolsharfe nutzt die durch den Wind induzierten Vibrationen, um ihre Saiten zur Schwingung zu versetzen. Ändert sich die Windgeschwindigkeit, springen die Töne von einem Oberton zum

anderen über, so dass verschiedene Akkorde und zuweilen kleine Melodienfolgen zu hören sind. Im 15. Jahrhundert beschrieb Leonardo da Vinci das Auftreten einer Wirbelreihe im Nachlauf eines stumpfen Körpers. Die Entstehung von äolischen Tönen an einem umströmten Zylinder (Draht) wurde erstmals von Strouhal (1878) untersucht. Er stellte fest, dass die Tonfrequenz zu dem Quotienten Luftgeschwindigkeit durch Zylinderdurchmesser (U_0/D_{cyl}) direkt proportional ist. Anfang des 20. Jahrhunderts beschäftigten sich eine Reihe von Wissenschaftlern mit dieser Art von Instabilität. Die bekannteste Arbeit wurde von Karman (1911) veröffentlicht. Ihm zu Ehren erhielt die karmansche Wirbelstraße ihren Namen.

Bei der Umströmung eines kreisförmigen Zylinders treten verschiedene Arten von alternierenden Wirbelablösungen auf, die in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl in Regime aufgeteilt werden können. Im Folgenden wird die Zylinderumströmung und die Entstehung bzw. Ablösung der Wirbel im Einzelnen beschrieben.

Stationäre Umströmung

Die stationäre Zylinderumströmung tritt in einem Bereich von $0 < Re < 40$ auf. Im Falle einer schleichenden Umströmung ($Re \ll 1$) kann sie durch die Theorie von Stokes vollständig beschrieben werden. Wird die Reynolds-Zahl erhöht, kommt es zu einer Ablösung der laminaren Grenzschicht von der Zylinderoberfläche. Die Ablösung tritt erstmals im Bereich $3.2 \leq Re \leq 5$ auf (Beaudan und Moin, 1994) und führt zu der Ausbildung zweier stationärer, symmetrischer Wirbel (Föppl-Wirbel) im Nachlauf des Zylinders. Mit zunehmender Reynolds-Zahl vergrößert sich die longitudinale Ausdehnung der Föppl-Wirbel (Williamson, 1996b). Diese Ausdehnung steigt proportional zu $Re^{\frac{1}{2}}$ an (Roshko, 1993), bis ein Maximum von $3 D_{cyl}$ erreicht ist (Bosch, 2001).

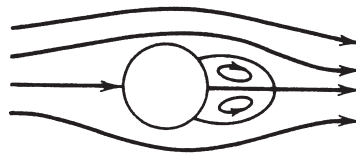


Abb. 5.2: Stationäre Zylinderumströmung (Panton, 1996)

Erste Instabilität im Nachlauf

Ab einer Reynolds-Zahl von ungefähr 40 wird die Strömung im Nachlauf instabil. Die Störung wird am stromab liegenden Ende der Föppl-Wirbel angefacht und führt zu einer sinusförmigen Oszillation der Geschwindigkeiten in den Scherschichten, ähnlich einer Kelvin-Helmholtz-Instabilität. Es bildet sich stromab eine instationäre, wellenförmige Schleppe aus. Stabilitätsuntersuchungen von Monkewitz (1988) haben allerdings gezeigt, dass bereits bei einer Reynolds-Zahl von $Re = 25$ lokale Instabilitäten im Nachlauf des Zylinders auftreten.

Laminare Wirbelstraße

Mit zunehmender Reynolds-Zahl kommt es infolge eines Aufrollens der Scherschichten zu einer alternierenden Wirbelablösung. Dieses Phänomen wird als karmansche Wirbelstraße bezeichnet. Die Wirbel, die sich aus den gegenüberliegenden Scherschichten bilden, rotieren jeweils gegensinnig. In der Literatur findet sich kein genauer Wert, bei dem die Wirbelablösung einsetzt. Abhängig von den experimentellen Randbedingungen ergeben sich Werte von $Re = 60 - 100$ (Panton, 1996), $Re \gtrsim 100$ (Tritton, 1988) und $Re \gtrsim 90$ (Gerrard, 1966). Eine qualitative Erklärung für die Entstehung der Wirbelablösung gibt Gerrard: Ein Wirbel wird solange mit Zirkulation durch die Scherschicht versorgt, bis er stark genug ist, die Scherschicht auf der gegenüber liegenden Seite über die Symmetrielinie des Nachlaufes zu ziehen. Dadurch wird die Zufuhr mit Zirkulation unterbrochen und der Wirbel kann als abgelöst betrachtet werden.

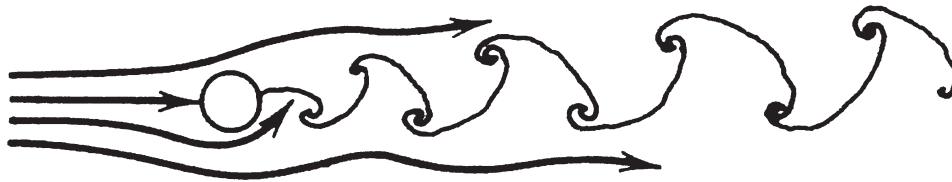


Abb. 5.3: Laminare Wirbelstraße (Panton, 1996)

Die periodisch ablösenden Wirbel sind dafür verantwortlich, dass der Druckrückgewinn auf der Hinterseite des Zylinders stark geschwächt wird und dadurch ein hoher Strömungswiderstand entsteht (Oertel Jr. und Delfs, 1996). Desweiteren kommt es aufgrund der Wirbelablösung zu Fluktuationen des Druckes und der Wandschubspannung auf der Zylinderoberfläche. Dadurch oszillieren auch Kennwerte wie der Widerstands- und Auftriebsbeiwert.

Trotz der auftretenden Fluktuationen bleibt die Strömung laminar. Eine Auswertung der Druck- und Geschwindigkeitsschwankungen im Nachlauf zeigt einen periodischen Verlauf. Die Frequenz f dieser Schwankungen wird im Allgemeinen durch die Strouhal-Zahl (Gl. 5.1) ausgedrückt, die nach Tritton ausschließlich von der Reynolds-Zahl abhängt. Für die laminare Wirbelstraße nimmt die Strouhal-Zahl mit steigender Reynolds-Zahl zu. Der Verlauf der Strouhal-Zahl ist in Abbildung 5.4 als Funktion der Reynolds-Zahl dargestellt.

$$Str = \frac{D_{cyl}}{U_0} \cdot f \quad (5.1)$$

Der von Lienhard (1966) angegebene Verlauf fasst mehrere, experimentelle Untersuchungen zusammen. Es ist leicht zu erkennen, dass die Experimente keinen eindeutigen Verlauf der Strouhal-Zahl wiedergeben. Zusätzlich treten Diskontinuitäten auf, die lange Jahre zu Spekulationen geführt haben. Schließlich hat die Untersuchung von Williamson (1988a) gezeigt, dass schräge Wirbelablösungen der Grund für die weit auseinander liegenden Messdaten sind. Die Wirbel lösen in diesem Fall nicht parallel ab, sondern sind unter einem Winkel von 10° bis 20° bezüglich der Zylinderachse geneigt. Im Vergleich zur parallelen Wirbelablösung werden

dadurch kleinere Ablösefrequenzen beobachtet und unter gewissen Bedingungen sogar Diskontinuitäten. Williamson konnte schließlich die parallele und schräge Wirbelablösung ineinander überführen. Den Beweis für seine Theorie lieferte er durch eine experimentelle Untersuchung, in der die parallele Wirbelablösung durch schräg angestellte Platten an dem oberen und unteren Ende des Zylinders erzwungen wurde. Das Ergebnis seiner Untersuchung ist ein kontinuierlicher Verlauf der Strouhal-Zahl (Abb. 5.4). Die $St-Re$ -Abhängigkeit wird im Falle einer parallelen Wirbelablösung durch folgende Funktion ausgedrückt (Williamson, 1988a):

$$Str = \frac{a}{Re} + b + c \cdot Re, \quad (5.2)$$

mit $a = -3.3265$, $b = 0.1816$ und $c = 1.6 \times 10^{-4}$.

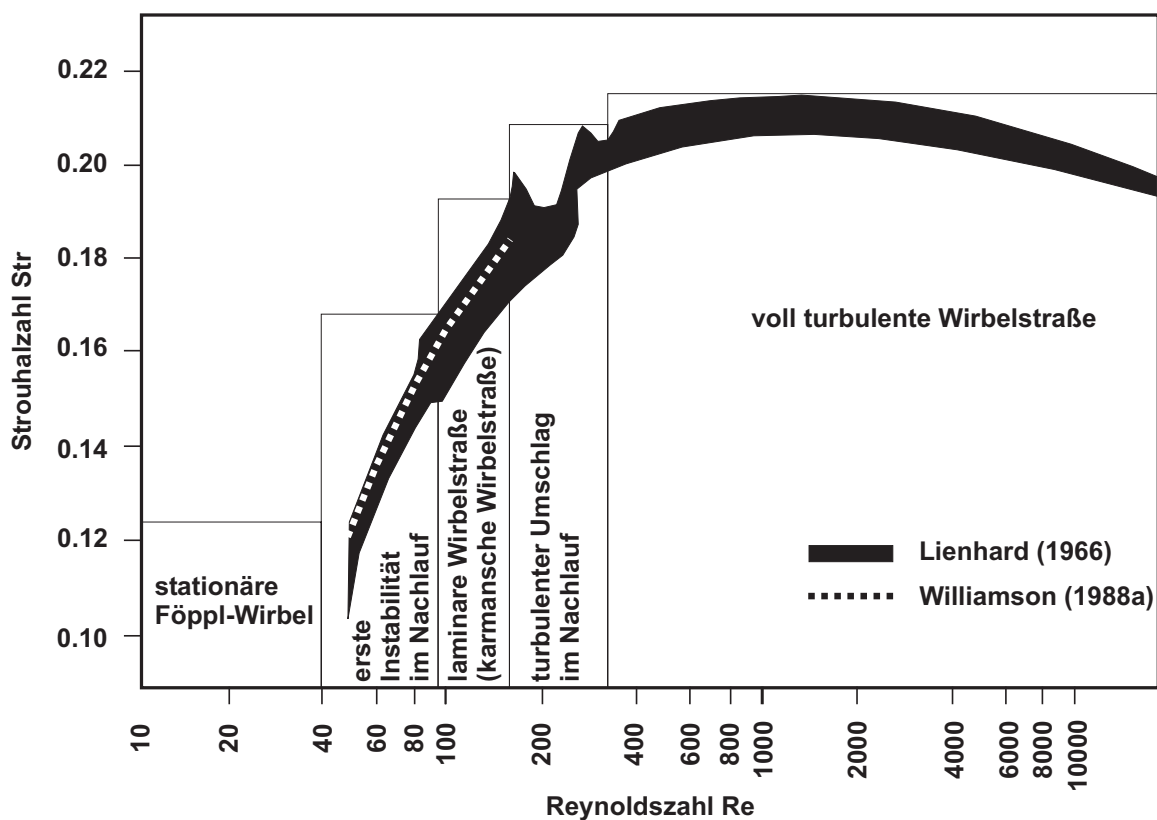


Abb. 5.4: Verlauf der Strouhal-Zahl in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl im Falle eines kreisförmigen Zylinders

Turbulenter Umschlag im Nachlauf

Eine Steigerung der Reynolds-Zahl führt ab einem Wert von ungefähr 150 zu einem Strömungsumschlag. Der Nachlauf des Zylinders wird turbulent und somit dreidimensional. Die Grenzschicht auf dem Zylinder und die den Nachlauf umgebenden Scherschichten sind weiterhin laminar. Der Transitionsbereich ist neben dem Übergang zur Dreidimensionalität auch durch das

Auftreten zweier Diskontinuitäten im Verlauf der $St-Re$ -Kurve gekennzeichnet. Die Instabilitäten, die zu den beiden Diskontinuitäten führen, wurden von Williamson (1988b) als Mode A und Mode B bezeichnet. Die erste Instabilität (Mode A) ist der Übergang zur Dreidimensionalität und tritt bei $Re = 180 - 194$ in Erscheinung. Diese Instabilität entsteht durch eine wellenförmige Deformation der Wirbel entlang des Zylinders. Die Deformation wird durch eine elliptische Instabilität des Wirbelkerns verursacht, was letztendlich zur Formation von Wirbelringen führt (Williamson, 1988b, 1996a). Die Wirbelringe werden anschließend in Strömungsrichtung gestreckt und es kommt zur Ausbildung von Wirbelpaaren. Die zweite Instabilität (Mode B) entsteht bei $Re = 230 - 260$. Sie ist durch wesentlich feinskaligere Wirbelpaare gekennzeichnet. Die Mode B-Instabilität ist im Gegensatz zum Mode A nicht hysteretisch.

Voll turbulente Wirbelstraße

Ab einer Reynolds-Zahl von circa 300 tritt ein laminar-turbulenter Umschlag in den abgelösten Scherschichten auf, noch bevor sich die Wirbel im direkten Nachlauf des Zylinders gebildet haben. Die im Anschluss entstehenden Wirbel sind daher von Anfang an turbulent. Dieser Bereich, der bis zu einer Reynolds-Zahl von $1.3 \cdot 10^5$ reicht, wird als unterkritisch bezeichnet. Die Wirbelablösung ist stark und regelmäßig ausgebildet. Die am Zylinder anliegende Grenzschicht sowie die Strömung außerhalb der Scherschichten ist weiterhin laminar.

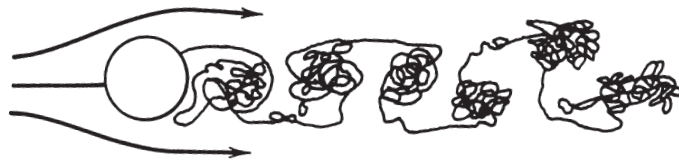


Abb. 5.5: Voll turbulente Wirbelstraße (Panton, 1996)

Chaotische Ablösung im Nachlauf

Eine unorganisierte Wirbelablösung findet bei Reynolds-Zahlen von $1.3 \cdot 10^5 < Re \leq 3.5 \cdot 10^6$ statt. Dieses Regime wird als kritischer Bereich bezeichnet. Roshko (1961) hat Messungen durchgeführt, die zeigen, dass sich der Widerstandsbeiwert des Zylinders an zwei Stellen drastisch ändert. Ein sprunghafter Abfall findet bei $2 \cdot 10^5 \leq Re \leq 5 \cdot 10^5$ statt. Dieses Phänomen ist auf einen turbulenten Umschlag der ablösenden Strömung zurückzuführen. Da die Turbulenz eine Ablösung verzögert, ist der Druckrückgewinn am Zylinder größer – der Widerstandsbeiwert wird kleiner. Ein erneuter Anstieg des Widerstandsbeiwertes ist in einem Bereich von $10^6 \leq Re \leq 3.5 \cdot 10^6$ zu beobachten. Diese Änderung ist auf einen turbulenten Strömungsumschlag innerhalb der Grenzschicht zurückzuführen.

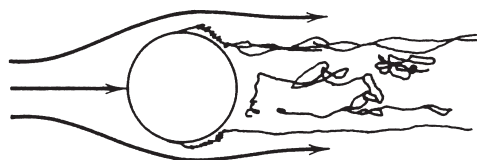


Abb. 5.6: Chaotische Ablösung (Panton, 1996)

Hoch turbulente Wirbelablösung

Bei $Re > 3.5 \cdot 10^6$, dem überkritischen Bereich, ist die Grenzschicht am Zylinder voll turbulent. In diesem Bereich ist die Wirbelablösung regelmäßig. Beaudan und Moin (1994) geben für die periodische Ablösung eine Strouhal-Zahl von ungefähr 0.27 an.

5.2 Ähnlichkeitsbetrachtung

Die tropfenbeaufschlagte karmansche Wirbelstraße ist durch sinusförmige Geschwindigkeitsschwankungen charakterisiert. Sie kann jedoch aufgrund ihrer Komplexität nicht analytisch untersucht werden.

Aus diesem Grund soll in einer Ähnlichkeitsbetrachtung die erzwungene Schwingung eines Partikels in einer harmonisch oszillierenden Gasströmung theoretisch untersucht werden. Die Bewegung von Partikel und Gasphase wird dabei eindimensional betrachtet, wie dies in Abbildung 5.7 dargestellt ist. Dieser idealisierte Fall einer oszillierenden Zweiphasenströmung ist unter gewissen Annahmen analytisch lösbar.

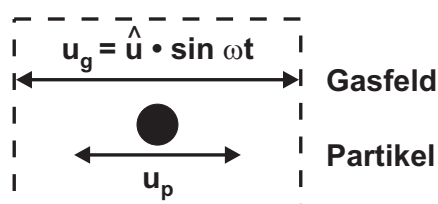


Abb. 5.7: Partikel im oszillierenden Gasfeld

Partikel und Gasphase werden in dieser Studie als ein fluidmechanisches System betrachtet, dessen Verhalten mit den üblichen Werkzeugen der Regelungstechnik untersucht wird. Der Frequenzgang des Systems spielt hierbei eine wichtige Rolle. Um eine grundlegende Studie durchführen zu können, wird zunächst eine analytische Gleichung hergeleitet, mit der die Bewegung eines Partikels in einem sinusförmig oszillierenden Geschwindigkeitsfeld beschrieben werden kann.

Die Studie stellt eine Analogie zur tropfenbeladenen karmanschen Wirbelstraße her, die zur Bewertung der Simulationsergebnisse notwendig ist. Im Folgenden werden die charakteristischen Merkmale oszillierender Zweiphasenströmungen erarbeitet und mit dimensionslosen Kennzah-

len dargestellt. Anschließend wird die numerische Simulation der tropfenbeladenen karmanischen Wirbelstraße vorgestellt.

5.2.1 Herleitung der Partikelbewegung

In Abschnitt 3.2 ist die allgemeine Bewegungsgleichung eines Partikels behandelt worden. Mit den dort getroffenen Annahmen kann die eindimensionale Bewegung eines sphärischen Partikels folgendermaßen beschrieben werden:

$$\frac{du_p}{dt} = -\frac{3}{4} \frac{\mu_g C_D Re_p}{\rho_p D_p^2} (u_p - u_g), \quad Re_p = \frac{\rho_g D_p}{\mu_g} |u_p - u_g|. \quad (5.3)$$

Der Widerstandsbeiwert C_D kann für den Fall einer schleichenden Umströmung mit Gleichung (5.4) berechnet werden (Schlichting und Gersten, 1996). Von einer schleichenden oder stokeschen Umströmung kann nur bei sehr kleinen Reynolds-Zahlen ausgegangen werden. Die Annahme ist zur Linearisierung der Bewegungsgleichung notwendig.

$$C_D = \frac{24}{Re_p}, \quad \text{für } Re_p \ll 1 \quad (5.4)$$

Durch Einsetzen der Gleichung (5.4) kann die Bewegungsgleichung (5.3) in den folgenden Ausdruck (5.5) überführt werden:

$$\frac{du_p}{dt} = -\frac{1}{\tau} (u_p - u_g), \quad (5.5)$$

$$\text{mit } \tau = \frac{\rho_p D_p^2}{18 \mu_g}. \quad (5.6)$$

τ wird als Relaxationszeit bezeichnet und stellt das Zeitmaß der Partikelbewegung dar. Um die Antwortfunktion eines harmonisch angeregten Partikels herleiten zu können, wird der Gasgeschwindigkeit ein sinusförmiger Verlauf überlagert:

$$u_g = u_{g,0} + \hat{u} \cdot \sin(\omega t). \quad (5.7)$$

Für die Partikelbewegung ergibt sich folgende Gleichung:

$$\frac{du_p}{dt} = -\frac{1}{\tau} (u_p - [u_{g,0} + \hat{u} \cdot \sin(\omega t)]). \quad (5.8)$$

Der stationäre Anteil der Gasströmung hat keinen Einfluss auf die Oszillation des Partikels, und wird aus der weiteren Betrachtung ausgeschlossen. Die Gleichung (5.8) ist eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung vom Typ:

$$y' + a(x) y = b(x). \quad (5.9)$$

Die Lösung dieser inhomogenen Differentialgleichung setzt sich folgendermaßen zusammen:

$$y = y_s + y_h, \quad \text{mit } y_h = c \cdot \exp(-A(x)) \quad (5.10)$$

$$y_s = \exp(-A(x)) \cdot \int b(x) \cdot \exp(A(x)) dx$$

$$A(x) = \int a(x) dx$$

Mit dem allgemeinen Ansatz (5.10) lässt sich die Bewegungsgleichung (5.8) ableiten und unter Berücksichtigung der Anfangsbedingung $u_{p,0} = 0$ in einen analytischen Ausdruck überführen:

$$u_p = \hat{u} \left[\underbrace{\frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}_{\text{Anfangsstörung}} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}}}_{\text{Amplitude}} \sin\left(\omega t - \underbrace{\arctan(\tau\omega)}_{\text{Phasenverschiebung}}\right) \right]. \quad (5.11)$$

Die Gleichung (5.11) stellt die Antwort des Partikels auf eine sinusförmige Anregung in longitudinaler Richtung dar. Sie setzt sich aus drei Termen zusammen: die Anfangsstörung, die Amplitude und die Phasenverschiebung. Die Anfangsstörung resultiert aus der Anfangsbedingung $u_{p,0} = 0$ und klingt über die Zeit mit einer exp-Funktion ab. In Abbildung 5.8 ist die Partikelbewegung von drei, unterschiedlich großen Wassertropfen dargestellt. Der Einfluss der drei Terme ist deutlich zu erkennen.

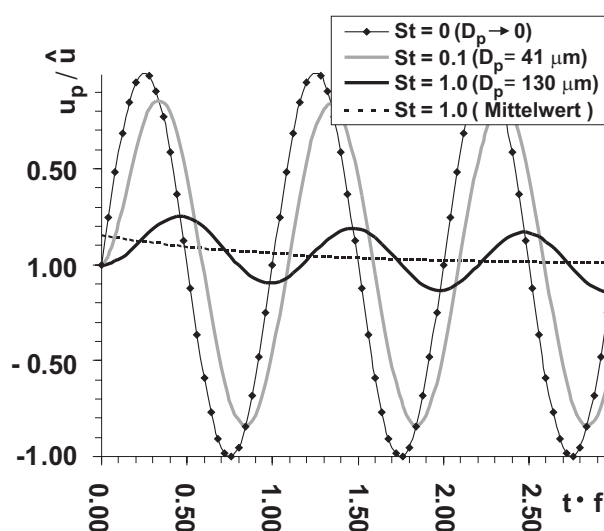


Abb. 5.8: Normierte Tropfengeschwindigkeit (Gl. 5.11) unterschiedlich großer Wassertropfen in einer harmonisch oszillierenden Luftströmung ($f = 20 \text{ Hz}$) bei atmosphärischen Bedingungen

5.2.2 Frequenzgang des Partikels

Die Oszillation des fluidmechanischen Systems, bestehend aus Partikel und Gasfeld, kann ganz allgemein durch den Frequenzgang beschrieben werden. Das System wird als eine Art Regelstrecke betrachtet, bei der das eingehende Signal von der Gasphase auf das Partikel übertragen wird (Abb. 5.9).

Der Frequenzgang ist durch das Verhältnis der Ausgangsgröße u_p zur Eingangsgröße u_g definiert (Gl. 5.12). Voraussetzung ist, dass sich das System in einem eingeschwungenen Zustand befindet bzw. die Anfangsstörung abgeklungen ist. Eine weitere Bedingung ist, dass das Eingangssignal durch eine harmonische Schwingung beschrieben wird, was mit Gleichung (5.7)

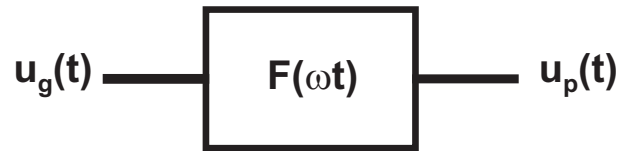


Abb. 5.9: Regelstrecke

erfüllt ist.

$$F(\omega t) = \frac{u_p(t)}{u_g(t)} \quad (5.12)$$

Der mathematische Ausdruck vereinfacht sich wesentlich, wenn die Schwingung in komplexer Schreibweise dargestellt wird. Für das untersuchte System kann der Frequenzgang durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

$$F(i\omega) = |F(i\omega)| \cdot \exp(i\varphi(\omega)) , \quad (5.13)$$

mit $|F(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}}$, $\varphi(\omega) = -\arctan(\tau\omega)$.

Eine anschauliche Interpretation des Frequenzganges wird durch die komplexe Zeigerdarstellung in der gaußschen Zahlenebene ermöglicht. Diese Darstellung (Abb. 5.10) wird als die Ortskurve des Frequenzganges bezeichnet.

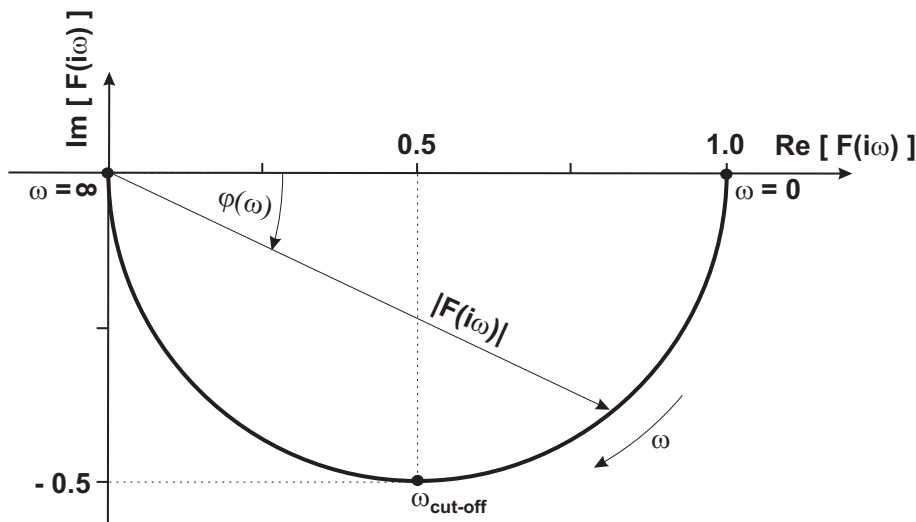


Abb. 5.10: Ortskurve des Frequenzganges

Der Halbkreis in Abbildung 5.10 ist typisch für ein Verzögerungsglied erster Ordnung (PT_1 -Glied). Dieser Halbkreis wird im Wesentlichen durch drei Punkte definiert, die in Tabelle 5.1 zusammengefasst sind. Hierbei stellt die Eckfrequenz $\omega_{\text{cut-off}}$ (cut-off frequency) eine wichtige Kenngröße in der Signalfilterung dar. Das PT_1 -Glied ist definitionsgemäß ein Tiefpassfilter, bei dem alle Frequenzen gedämpft werden, die die Eckfrequenz übertreffen. Aus dieser Betrachtung heraus, kann das Partikel-Luft-System ebenfalls als ein Tiefpassfilter betrachtet werden.

	$\text{Re}[F(i\omega)]$	$\text{Im}[F(i\omega)]$	$ F(i\omega) $	$\varphi(\omega)$
$\omega = 0$	1	0	1	0
$\omega_{\text{cut-off}}$	1/2	-1/2	$1/\sqrt{2}$	$-\pi/4$
$\omega = \infty$	0	0	0	$-\pi/2$

Tab. 5.1: Charakteristische Punkte der Ortskurve

Im Hinblick auf die Analyse von Zweiphasenströmungen wird an dieser Stelle der Frequenzgang (Gl. 5.13) mit der Stokes-Zahl substituiert. Die Stokes-Zahl eignet sich im Besonderen zur Charakterisierung von Zweiphasenströmungen (Crowe et al., 1998). Diese dimensionslose Kennzahl stellt das Verhältnis zwischen den Zeitskalen der Gasphase und der dispersen Phase dar. Im Falle einer harmonisch oszillierenden Zweiphasenströmung ist folgende Definition sinnvoll:

$$St = \tau \cdot f = \frac{\tau\omega}{2\pi} . \quad (5.14)$$

Mit der Substitution der Amplitude $|F(i\omega)|$ und der Phasenverschiebung φ kann der Frequenzgang als Funktion der Stokes-Zahl dargestellt werden:

$$|F(St)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi St)^2}} , \quad \varphi(St) = -\arctan(2\pi St) . \quad (5.15)$$

Wird die Grenzwertbetrachtung des substituierten Frequenzganges durchgeführt, so ergibt sich bei $St \rightarrow 0$ eine Amplitude von $|F(St)| = 1$ und eine Phasenverschiebung von $\varphi(St) = 0$ (Gl. 5.16). Das bedeutet, dass die auf das Partikel übertragene Gasbewegung exakt wiedergegeben wird. Im Gegensatz hierzu ergibt die Grenzwertbetrachtung für $St \rightarrow \infty$ eine Amplitude von $|F(St)| = 0$ und eine Phasenverschiebung von $\varphi(St) = -\pi/2$ (Gl. 5.17). Dieser Fall stellt die maximale Diskrepanz zwischen Eingangsgröße u_g und Ausgangsgröße u_p dar. Anders ausgedrückt, das Eingangssignal wird vollständig gedämpft bzw. gefiltert.

$$\lim_{St \rightarrow 0} |F(St)| = 1 , \quad \lim_{St \rightarrow 0} \varphi(St) = 0 \quad (5.16)$$

$$\lim_{St \rightarrow \infty} |F(St)| = 0 , \quad \lim_{St \rightarrow \infty} \varphi(St) = -\pi/2 \quad (5.17)$$

Das Bode-Diagramm des substituierten Frequenzganges (Abb. 5.11) eignet sich ideal, um die Filtereigenschaften des Partikels darzustellen. Analog zur Eckfrequenz $\omega_{\text{cut-off}}$ wird in dieser Darstellung der Filterbereich durch die Eck-Stokes-Zahl $St_{\text{cut-off}}$ begrenzt. Ist die Stokes-Zahl größer als $St_{\text{cut-off}}$, dann wird die Gasgeschwindigkeit u_g durch die Partikelbewegung u_p lediglich in gedämpfter Form wiedergegeben – analog zu einem Tiefpassfilter. Rein rechnerisch ergibt sich für $St_{\text{cut-off}}$ folgender Wert:

$$\tan(\varphi) = -2\pi St , \quad \text{mit} \quad \varphi(St_{\text{cut-off}}) = -\pi/4 \longrightarrow St_{\text{cut-off}} = \frac{1}{2\pi} . \quad (5.18)$$

Die Substitution mit der Stokes-Zahl ermöglicht eine allgemein gültige Darstellung für sphärische Partikel. Für praktische Anwendungen ist allerdings das tatsächliche Frequenzspektrum

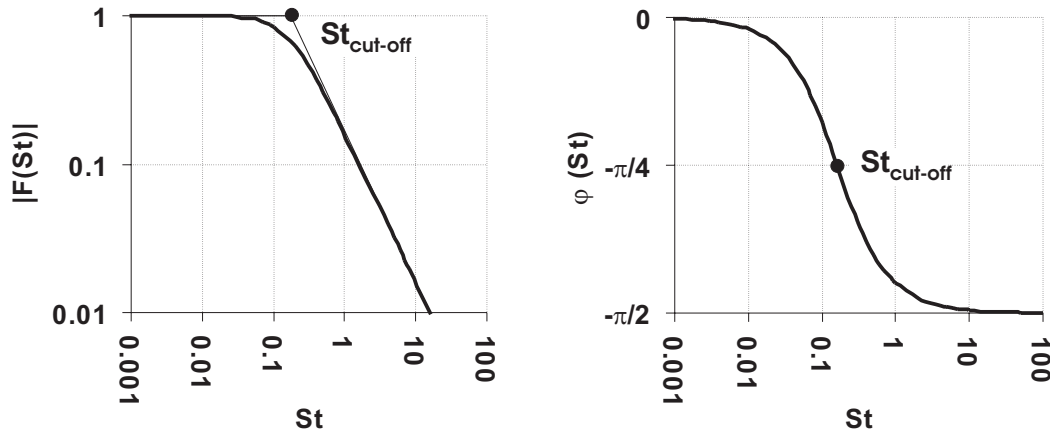


Abb. 5.11: Bode-Diagramm als Funktion der Stokes-Zahl: Amplitude $|F|$ [links] und Phasenverschiebung ϕ [rechts] (Burger et al., 2006)

eines Partikels von Bedeutung. Der Zusammenhang zwischen Stokes-Zahl und Frequenz lässt sich aus den Gleichungen (5.6) und (5.14) herleiten:

$$f = \frac{\mu_g}{\rho_p} \frac{18 St}{D_p^2}. \quad (5.19)$$

Durch das Einsetzen der Eck-Stokes-Zahl (Gl. 5.18) in Gleichung (5.19) kann die Eckfrequenz bestimmt werden:

$$f_{cut-off} = c \frac{9}{\pi} \frac{1}{D_p^2}, \quad \text{mit} \quad c = \frac{\mu_g}{\rho_p}. \quad (5.20)$$

Die Gleichung (5.20) zeigt, dass die Eckfrequenz eines Partikels lediglich von seinem Durchmesser und einer Konstante c abhängt. Die Konstante c ist das Verhältnis aus der Dichte des Partikels und der molekularen Viskosität der Gasphase. Als Beispiel ist in Abbildung 5.12 die Eckfrequenz für einen Wassertropfen bei atmosphärischen Bedingungen ($c = 1.84E-8 \text{ m}^2/\text{s}$) dargestellt. Gerade bei der Visualisierung von instationären Phänomenen wird häufig der Einsatzbereich von Tracerpartikeln über die Eckfrequenz abgeschätzt (Lee, 1982).

5.2.3 Charakterisierung der Zweiphasenströmung

In einer Zweiphasenströmung ist die Separation der dispersen Phase meist auf ein ungenügendes Teilchenfolgevermögen zurückzuführen. Auch der Impulsaustausch zwischen den Phasen hängt ganz entscheidend von der Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den Partikeln und der Gasströmung ab. Zur Einschätzung einer Zweiphasenströmung ist also weniger die Signalübertragung sondern vielmehr die Diskrepanz zwischen den beiden Phasen entscheidend. Wie bereits in der Analyse des Frequenzganges gezeigt wurde, ist die Partikelgeschwindigkeit gegenüber der Gasgeschwindigkeit mehr oder weniger stark gedämpft bzw. phasenverschoben. Im Folgenden werden die Phasenunterschiede genau untersucht. Charakteristische Eigenschaften einer Zweiphasenströmung werden herausgearbeitet und neue, dimensionslose Kennzahlen vorgestellt.

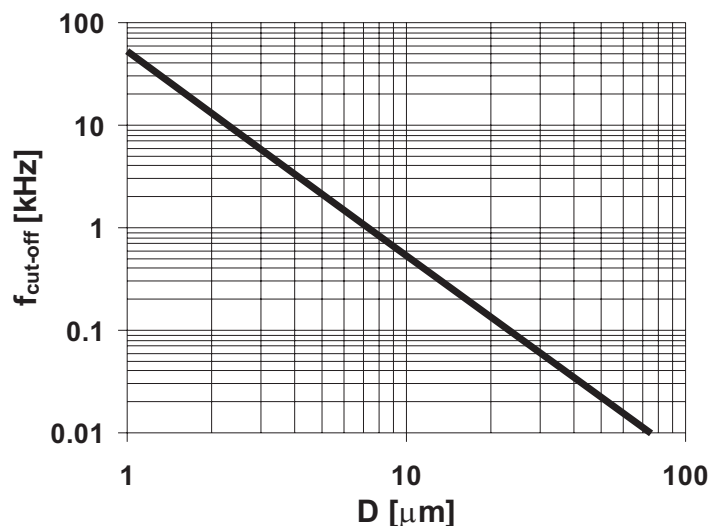


Abb. 5.12: Eckfrequenz eines Wassertropfens (atmosphärische Bedingungen)

Amplitudendifferenz und Phasenverschiebung

Aus der substituierten Darstellung des Frequenzganges lassen sich zwei neue Kennzahlen ableiten – die Amplitudendifferenz ΔA (Gl. 5.21) und die Phasenverschiebung P (Gl. 5.22). Beide Zahlen sind normiert und beschreiben die Diskrepanz der Amplitude sowie der Phase als Funktion der Stokes-Zahl.

$$\Delta A = 1 - |F| = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi St)^2}} \quad (5.21)$$

$$P = \frac{|\varphi|}{\pi/2} = \frac{2 \cdot \arctan(2\pi St)}{\pi} \quad (5.22)$$

Die dimensionslosen Kennzahlen ΔA und P sind in Abbildung 5.13 als Funktion des Verhältnisses $St/St_{\text{cut-off}}$ dargestellt. Die Kurven verdeutlichen, dass eine Diskrepanz zwischen Amplitude und Phase schon bei wesentlich kleineren Werten als der Eck-Stokes-Zahl in Erscheinung tritt. Im Vergleich zur Amplitudendifferenz ist die Phasenverschiebung bei einer um Faktor 10 kleineren Stokes-Zahl vorhanden. Interessant ist auch die exponentielle Zunahme beider Kennzahlen, die in der logarithmischen Darstellung durch die Steigung leicht zu erkennen ist – die Amplitudendifferenz hat hierbei eine wesentlich größere Steigung als die Phasenverschiebung. Beide Kennzahlen erreichen ihr Maximum bei einer Stokes-Zahl von $St \approx 10 \cdot St_{\text{cut-off}}$.

Nicht nur in der Numerik, sondern auch in der Messtechnik ist dieses Wissen relevant. Die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) stellt ein häufig eingesetztes Verfahren dar, um die turbulente Schwankung in einer Strömung zu bestimmen (Tropea, 1995). Dieses Verfahren benötigt Tracerpartikel, die das Laserlicht zurück streuen. Somit misst das LDA-Verfahren lediglich die Schwankungsgeschwindigkeit der Partikel und nicht der Strömung. Tritt eine Amplitudendifferenz zwischen den beiden Phasen auf, führt dies zu falschen Ergebnissen. Die Grenzfrequenz der Tracerpartikel ist daher durch eine maximale Amplitudendifferenz von einem Prozent definiert (Ruck, 1990). Nach den vorangegangenen Untersuchungen entspricht dies einer Stokes-

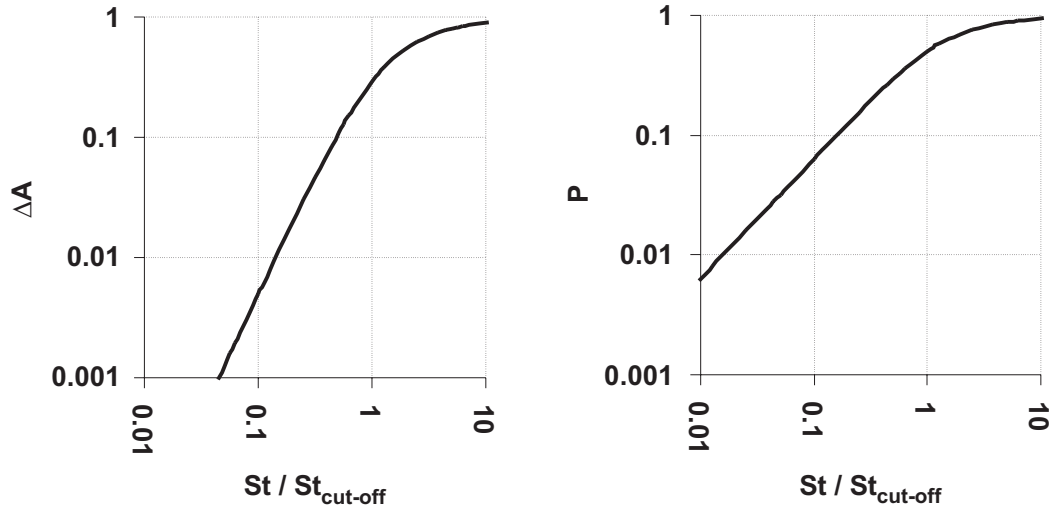


Abb. 5.13: Dimensionslose Kennzahlen: Amplitudendifferenz ΔA [links] und Phasenverschiebung P [rechts]

Zahl von $St_{\Delta A[1\%]} = 0.0227$ (Gl. 5.21).

Die Einhaltung einer gewissen Phasenverschiebung kann bei der Lasermesstechnik ebenfalls entscheidend sein. Auch wenn die Bedingung $St < St_{\Delta A[1\%]}$ erfüllt ist, kann bereits eine beträchtliche Phasenverschiebung vorliegen. Bei wirbelbehafteten Strömungen bedeutet dies, dass die Partikel den Stromlinien nicht folgen können und somit separiert werden. Die geringe Konzentration der Tracerpartikel ist häufig der Grund dafür, dass im Wirbelzentrum keine zuverlässige Geschwindigkeitsmessung durchgeführt werden kann. Soll eine Phasenverschiebung von maximal einem Prozent eingehalten werden, darf die Stokes-Zahl einen Wert von $St_{\Delta P[1\%]} = 0.0025$ nicht überschreiten (Gl. 5.22).

Geschwindigkeitsdifferenz

Die Geschwindigkeitsdifferenz ist ein wichtiges Maß, mit dem das Teilchenfolgevermögen quantifiziert werden kann. Im vorangegangenen Abschnitt ist bereits das Einsetzen der Amplitudendifferenz und der Phasenverschiebung untersucht worden. In diesem Abschnitt wird verdeutlicht, dass diese charakteristischen Größen einer Zweiphasenströmung einen entscheidenden Einfluss auf das Teilchenfolgevermögen ausüben.

Aus der Gas- und Partikelgeschwindigkeit (Gl. 5.7 + 5.11) kann die Geschwindigkeitsdifferenz $u_p - u_g$ gebildet werden:

$$u_p - u_g = \hat{u} \left[\underbrace{\frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)}_{\text{Anfangsstörung}} - \underbrace{\frac{\tau\omega}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}}}_{\text{Amplitude}} \cos\left(\omega t - \underbrace{\arctan(\tau\omega)}_{\text{Phasenverschiebung}}\right) \right]. \quad (5.23)$$

Die Gleichung (5.23) zeigt, dass die Geschwindigkeitsdifferenz mit der Anregungsfrequenz ω oszilliert. Der Ausdruck kann ähnlich der Gleichung (5.11) in die drei Terme Anfangsstörung,

Amplitude und Phasenverschiebung aufgeteilt werden. Der direkte Vergleich der Terme zeigt lediglich eine Diskrepanz der Amplitude. Ein weiterer, typischer Unterschied zeigt sich in der Oszillation von $u_p - u_g$, die gegenüber u_p (Gl. 5.11) um $\pi/2$ phasenverschoben ist.

Im Folgenden wird anstelle der Geschwindigkeitsdifferenz der Schlupf untersucht, der sich aufgrund seiner dimensionslosen Darstellung besser eignet. In dieser Arbeit ist der Schlupf zwischen den beiden Phasen definiert als:

$$S = \frac{|u_p - u_g|}{\hat{u}}. \quad (5.24)$$

Interessant ist die Funktion des Schlupfes im oszillierenden Gasfeld. Hierzu wird die Funktion von $u_p - u_g$ (Gl. 5.23) in Gleichung (5.24) eingesetzt. Der maximal auftretende Schlupf kann im eingeschwungenen Zustand (d.h. die Anfangsstörung ist abgeklungen) folgendermaßen berechnet werden:

$$\hat{S} = \frac{\tau\omega}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}} = \frac{\tan|\varphi|}{|F|}. \quad (5.25)$$

Ähnlich der Amplitudendifferenz ΔA und der Phasenverschiebung P kann auch dieser Ausdruck mit der Stokes-Zahl (Gl. 5.14) substituiert werden:

$$\hat{S} = \frac{2\pi St}{\sqrt{1 + (2\pi St)^2}}. \quad (5.26)$$

Diese allgemein gültige Form ist in Abbildung 5.14 als Funktion des Verhältnisses $St/St_{\text{cut-off}}$ dargestellt. Der Anstieg des Schlupfes ist durch das Zusammenspiel aus der einsetzenden Phasenverschiebung und Amplitudendifferenz charakterisiert.

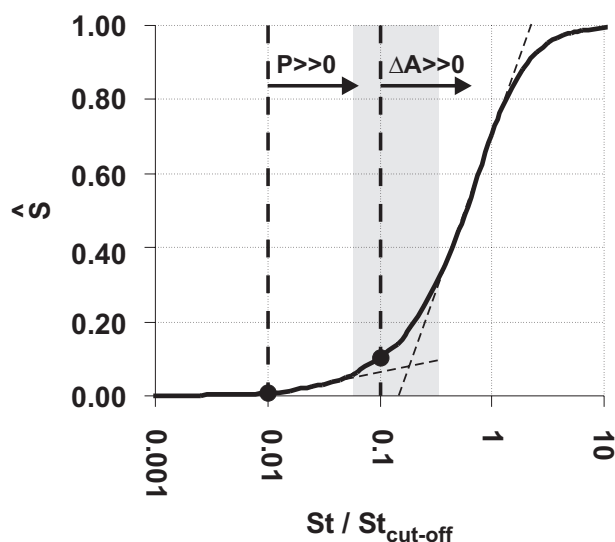


Abb. 5.14: Schlupf \hat{S}

Das Diagramm (Abb. 5.14) zeigt den Verlauf der \hat{S} - St -Kurve. Der „Kurvendiskussion“ sei vorangestellt, dass der Schlupf \hat{S} (Ordinate) linear und die Stokes-Zahl St (Abszisse) logarithmisch aufgetragen worden sind. Dies ist durch den Zusammenhang zwischen Stokes-Zahl und

Partikeldurchmesser begründet (Gl. 5.19). Die Stokes-Zahl ist eine quadratische Funktion des Partikeldurchmessers. Somit ist die halb logarithmische Darstellung aus physikalischer Sicht sinnvoll.

Die \hat{S} - St -Kurve ändert an zwei Punkten ihre Steigung drastisch. Die erste Änderung findet bei einer Stokes-Zahl von $St = 0.01 \cdot St_{\text{cut-off}}$ statt und ist auf die einsetzende Phasenverschiebung zurückzuführen, die im vorangegangenen Abschnitt genau untersucht worden ist. Die zweite Änderung kann bei einer Stokes-Zahl von $St = 0.1 \cdot St_{\text{cut-off}}$ festgestellt werden und ist durch das Auftreten der Amplitudendifferenz begründet (Abb. 5.13). Der Übergangsbereich, in der die Steigung der \hat{S} - St -Kurve kontinuierlich zunimmt, ist in Abbildung 5.14 gekennzeichnet.

Der charakteristische Verlauf der \hat{S} - St -Kurve ist für eine Zweiphasenströmung von größter Bedeutung. Ein Partikel-Luft-Gemisch kann bei einem idealen Teilchenfolgevermögen als einphasiges Kontinuum betrachtet werden. Bei Auftreten eines Schlupfes verhalten sich jedoch beide Phasen unterschiedlich. Ein Anstieg des Schlupfes, der durch die Phasenverschiebung und Amplitudendifferenz bestimmt wird, hat somit für die Kopplung der beiden Phasen eine große Bedeutung. Dies wird in der nachfolgenden, numerischen Untersuchung der karmanschen Wirbelstraße deutlich. Im Gegensatz zu einer komplexen Zweiphasenströmung kann der Schlupf dieser einfachen Strömungskonfiguration analytisch untersucht werden.

Das oszillierende System, bestehend aus einem Tropfen und einer sinusförmig schwingenden Gasströmung, weist gewisse Merkmale auf, die aus den Grundlagen der Regelungstechnik abgeleitet werden können. Dies wird durch die durchgeführte Ähnlichkeitsbetrachtung verdeutlicht. Wichtige Merkmale sind die Phasenverschiebung und die Amplitudendifferenz.

Charakteristiken	Grenzwerte	Stokes-Zahl St
Phasenverschiebung	$St_{P[1\%]}$	0.0025
Amplitudendifferenz	$St_{A[1\%]}$	0.0227
Eck-Stokes-Zahl	$St_{\text{cut-off}}$	0.1592

Tab. 5.2: Wichtige Grenzwerte

Zur Charakterisierung der tropfenbeladenen karmanschen Wirbelstraße werden wichtige Grenzwerte in Tabelle 5.2 zusammengefasst. Nach Gleichung (5.19) lassen sich die zugehörigen Frequenzen $f_{\text{cut-off}}$, $f_{\Delta A[1\%]}$, und $f_{\Delta P[1\%]}$ berechnen. Die Frequenzspektren der einzelnen Grenzwerte werden in Abbildung 5.15 für einen Wassertropfen dargestellt. Das Diagramm ist für die Bewertung der Simulationsergebnisse erforderlich. Die numerische Simulation der karmanschen Wirbelstraße wird im Folgenden vorgestellt.

5.3 Numerische Simulation

Die karmansche Wirbelstraße ist durch eine oszillierende Wirbelablösung charakterisiert. Im Falle einer Zweiphasenströmung setzt eine intensive Tropfen-Wirbel-Interaktion ein, die zu einer instationären Vermischung führt. Typische Phänomene werden in diesem Abschnitt nume-

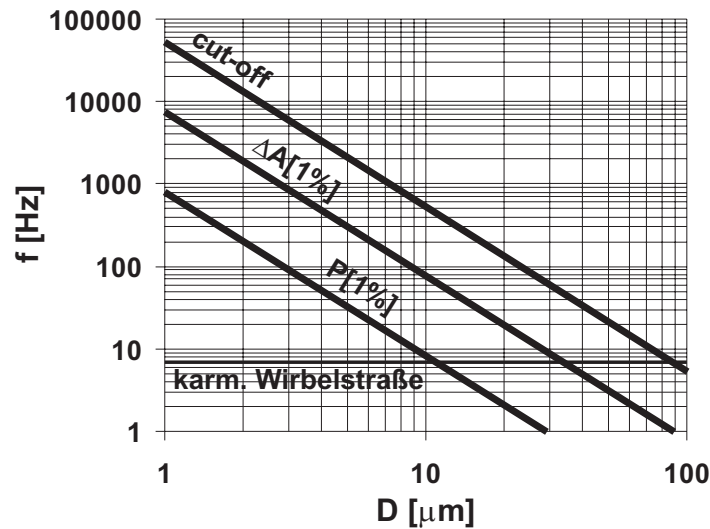


Abb. 5.15: Typische Frequenzspektren eines Wassertropfens (atmosphärische Bedingungen)

risch untersucht.

In einem ersten Schritt wird die wirbelbehaftete Luftströmung mit nichtverdunstenden Partikeln beladen, was zu charakteristischen Verteilungen und Separationen führt. Der Impulsaustausch zwischen den beiden Phasen spielt bei dieser Konfiguration eine wichtige Rolle.

In einem zweiten Schritt wird die karmansche Wirbelstraße mit Wassertropfen beaufschlagt, die in der Luftströmung verdunsten. Diese Konfiguration ist von einem intensiven Massen-, Impuls- und Energieaustausch geprägt. Die Wirbelablösung führt zu einer inhomogenen Verteilung der Tropfen, der Temperatur und der Dampfkonzentration.

Bei der karmanschen Wirbelstraße handelt es sich um eine wirbelbehaftete aber laminare Strömung. Eine Reynolds-Mittelung der Erhaltungsgleichungen (Abschnitt 3.1) ist somit nicht notwendig. Die Erhaltungsgleichungen werden daher mit dem euler-lagrangeschen Berechnungsverfahren (siehe Kapitel 3) direkt gelöst. Die gas- und tropfenseitige Bewegung kann in diesem Fall mit einer sehr hohen Genauigkeit berechnet werden.

Die Konfiguration dieses numerischen Testfalles ist als Grundlage für einen experimentellen Versuchsaufbau geeignet. Die numerische Untersuchung würde durch ein Experiment optimal ergänzt werden. Der „numerische Versuchsaufbau“ wird im Folgenden genau beschrieben:

- Heiße Luft tritt in das Rechengebiet an der stromauf liegenden Berandung ein. Die Temperatur beträgt am Eintritt $T_{g,0} = 373 \text{ K}$, was einer Dichte von $\rho_{g,0} = 0.9239 \text{ kg/m}^3$ entspricht.
- Die Strömung wird mit monodispersen Wassertropfen bzw. nichtverdunstenden Partikeln beladen, die 20 mm oberhalb des Zylindermittelpunktes zugegeben werden. Am Eintritt haben die Tropfen eine Start-Temperatur von $T_{d,0} = 293 \text{ K}$, das entspricht einer Dichte von $\rho_{d,0} = 998.2 \text{ kg/m}^3$. Die nichtverdunstenden Partikel haben eine konstante Temperatur von $T_p = 293 \text{ K}$ und eine konstante Dichte von $\rho_p = \rho_{d,0}$.
- Die Eintrittsgeschwindigkeit ($u_0 = 0.3166 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) ist in beide Phasen identisch und ist so

gewählt worden, dass für die einphasige Luftströmung eine Reynolds-Zahl von $Re_g = 100$ vorherrscht.

- Der umströmte Zylinder hat einen Durchmesser von $D_{cyl} = 7.5 \text{ mm}$ und eine konstante Wandtemperatur von $T_{cyl} = 373 \text{ K}$. An der Oberfläche des Zylinders werden Haftbedingungen (no slip conditions) vorausgesetzt.
- Die Wände sind in ausreichender Entfernung zum Zylinder angeordnet, so dass Symmetrie- und Austrittsrandbedingungen keine Einwirkung auf die Wirbelstraße haben.

Das Rechengebiet ist in Abbildung 5.16 als Halbschnitt dargestellt. Im Gegensatz zum Rechengebiet ist die Strömung natürlich nicht symmetrisch. Um eine möglichst gute Auflösung der Grenzschicht zu erzielen, muss das Gitter in der Nähe der Zylinderoberfläche sehr fein diskretisiert werden. Aus diesem Grund wird für diesen zweidimensionalen Testfall dennoch eine Gittergröße von 10170 Zellen benötigt.

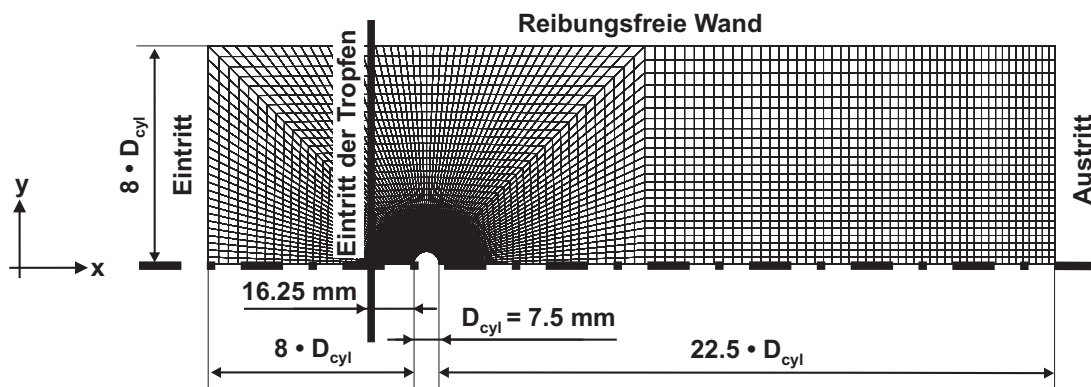


Abb. 5.16: Rechengitter der karmanschen Wirbelstraße

5.3.1 Einphasige Strömung

Die periodische Wirbelablösung im Nachlauf des Zylinders ist von einer nahezu sinusförmigen Druck- und Geschwindigkeitsschwankung geprägt. Dieser Vorgang kann durch den zeitabhängigen Verlauf des Widerstands- und Auftriebsbeiwertes dargestellt werden. Die Definition dieser integralen Größen wird durch die Gleichungen (5.27) beschrieben.

$$C_D = \frac{\int_A F_x dA}{\frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 D_{cyl} H_{cyl}}, \quad C_L = \frac{\int_A F_y dA}{\frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 D_{cyl} H_{cyl}}, \quad (5.27)$$

$$\text{mit } \vec{F} = \underbrace{\int_A p \cdot \vec{n} dA}_{\text{Druckkraft}} + \underbrace{\int_A \vec{\tau} \cdot \vec{n} dA}_{\text{Schubspannungskraft}} .$$

Das Simulationsergebnis der einphasigen karmanschen Wirbelstraße ist in Abbildung 5.17 dargestellt. Auf der linken Seite wird eine Momentanaufnahme des Druckfeldes um den Zylinder gezeigt, während auf der rechten Seite der zeitliche Verlauf von Widerstandsbeiwert C_D und Auftriebsbeiwert C_L dargestellt ist. Die Beiwerte lassen sich nach Gleichung (5.27) in Druck- und Schubspannungskraft unterteilen, was in Abbildung 5.17 ebenfalls gezeigt wird.

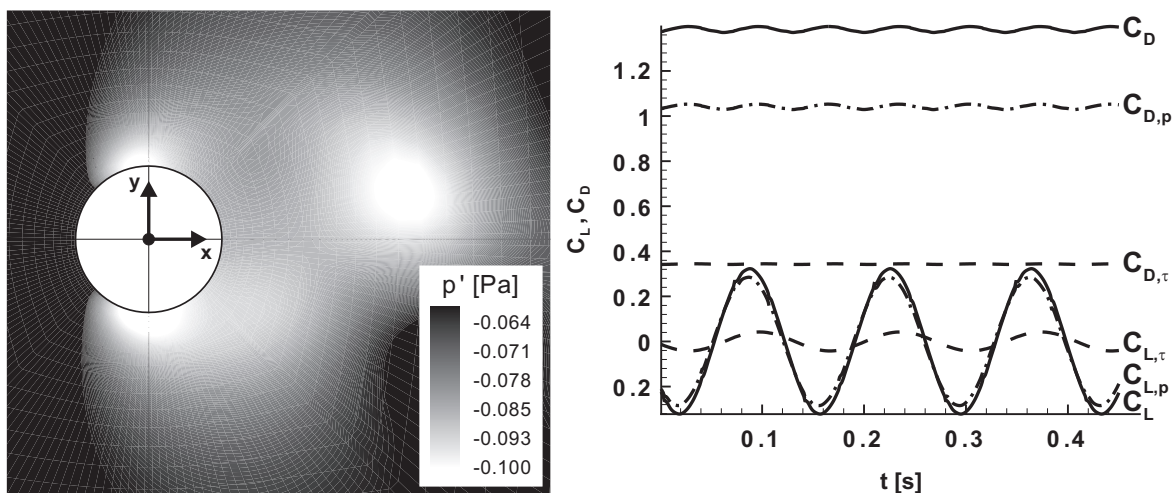


Abb. 5.17: Normierte Druckverteilung der einphasigen karmanschen Wirbelstraße [links], zeitlicher Verlauf des Widerstandsbeiwertes C_D und Auftriebsbeiwertes C_L des Zylinders [rechts]

Die Frequenz der Wirbelablösung kann mit der Strouhal-Zahl (Gl. 5.1) charakterisiert werden (Green, 1995). In der durchgeführten Simulation konnte für diese Konfiguration ein Wert von $Str = 0.169$ ($f \approx 7,14 \text{ Hz}$) ermittelt werden. Dieses Ergebnis steht in guter Übereinstimmung mit experimentellen Untersuchungen, in denen eine Strouhal-Zahl von $Str = 0.152 - 0.173$ (Lienhard, 1966) und $Str = 0.164$ (Williamson, 1988a) gemessen wurde. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass nur der Auftriebsbeiwert mit der nach Strouhal definierten Frequenz oszilliert, während der Widerstandsbeiwert mit der doppelten Frequenz schwingt. Im Gegensatz zum Auftrieb ist es für den Widerstand nicht entscheidend, auf welcher Seite der Zylinder-Mittelachse sich ein Wirbel ausbildet. Die Vorgänge sind in Abbildung 5.17 gut zu erkennen.

5.3.2 Zweiphasenströmung ohne Verdunstung

In diesem Abschnitt wird die mit monodispersen Partikeln beladene karmansche Wirbelstraße behandelt. Die nichtverdunstenden Partikel ändern weder ihre Masse noch ihre Temperatur oder Dichte. Im Gegensatz zu einer verdunstenden Zweiphasenströmung zeichnet sich diese Konfiguration durch eine konstante Stokes-Zahl aus. Der Testfall eignet sich daher ideal, um den Einfluss der Stokes-Zahl auf die Zweiphasenströmung zu untersuchen. Die Ergebnisse können mit der analytischen Untersuchung aus Kapitel 5.2 in direkten Zusammenhang gebracht werden. In einer Zweiphasenströmung tritt eine Wechselwirkung zwischen der gasförmigen und der

dispersen Phase auf. Hier zeichnet sich die gewählte Konfiguration durch eine weitere, positive Eigenschaft aus: Während verdunstende Zweiphasenströmungen durch einen Austausch an Masse, Impuls und Energie geprägt sind, findet bei der Partikelströmung lediglich ein Impulsaustausch statt. Die Interaktion ist somit eindeutig über den Impuls gesteuert, während bei verdunstenden Sprays eine Überlagerung auftritt. Bei der Wechselwirkung der beiden Phasen spielt die Beladung (Gl. 5.28) eine entscheidende Rolle:

$$z = \frac{\dot{m}_p}{\dot{m}_g} . \quad (5.28)$$

Im Falle von $z \rightarrow 0$ hat die disperse Phase keinen Einfluss auf die Gasphase (one-way coupled), während bei $z > 0$ eine gegenseitige Wechselwirkung auftritt (two-way coupled). Beide Fälle zeichnen sich durch unterschiedliche Effekte aus: Während bei $z \rightarrow 0$ vor allem die Dispersion der Partikel von der Stokes-Zahl beeinflusst wird, findet bei $z > 0$ ein Impulsaustausch und somit eine Rückwirkung auf die oszillierende Wirbelablösung statt. Es bietet sich daher an, diese beiden Fälle getrennt zu untersuchen. In den folgenden zwei Abschnitten werden diese Untersuchungen im Einzelnen vorgestellt.

Dispersion der Partikel – Analyse ohne Beladung

Die Dispersion von Partikeln in wirbelbehafteten Strömungen spielt bei vielen, technischen Anwendungen eine wichtige Rolle. Die Ähnlichkeitsbetrachtung (Abschnitt 5.2) hat gezeigt, dass das Übertragungsverhalten der Partikel durch eine Phasenverschiebung und eine Amplitudendifferenz geprägt ist. Das Auftreten dieser Phänomene lässt sich mit der Stokes-Zahl charakterisieren (siehe Abschnitt 5.2.2). Im Falle der partikelbeladenen karmanschen Wirbelstraße stellt sich die Frage, inwieweit sich die Erkenntnisse aus der Theorie zur Beschreibung der Dispersion eignet.

Die Partikeldispersion ist für die Durchmesser $D_p = 10 \mu m$, $30 \mu m$, $100 \mu m$ und $300 \mu m$ berechnet worden (Abb. 5.18 - 5.21). Um die Dispersion besser darstellen zu können, werden die Partikel nicht über die gesamte Breite des Rechengebietes zugegeben sondern nur auf der Höhe des Zylinders. Die generierten Bilder sind einer Photographie mit einer Belichtungszeit von einer Millisekunde nachempfunden. Die einzelnen Liniensegmente charakterisieren somit nicht nur den Ort der Partikel sondern auch deren Bewegung. Es ist zu erkennen, dass die Ausbreitung der monodispersen Zweiphasenströmung von dem jeweiligen Partikeldurchmesser abhängt. Obwohl diese Untersuchung einen theoretischen Charakter hat, sind die hier gewonnenen Erkenntnisse nicht nur für die Visualisierung von instationären Strömungen, sondern auch für die Gemischaufbereitung in einer Brennkammer von entscheidender Bedeutung. Im Folgenden werden die einzelnen Fälle diskutiert und ein Bezug zu den theoretischen Erkenntnissen aus Kapitel 5.2 hergestellt.

Partikel mit einer Größe von $D_p = 10 \mu m$ können der karmanschen Wirbelstraße gut folgen und reproduzieren die Struktur der Wirbelschleppe exakt. Dies stimmt mit der Ähnlichkeitsbetrachtung aus Abschnitt 5.2.3 überein. Hier ist bereits gezeigt worden, dass bei der vorliegenden Stokes-Zahl ($St = 0.01 \cdot St_{\text{cut-off}}$) sowohl die Phasenverschiebung als auch die Amplitudendifferenz keine Bedeutung haben. Die disperse Phase entspricht somit einem passiven Skalar. In

Abbildung 5.15 wird dieser Sachverhalt verdeutlicht.

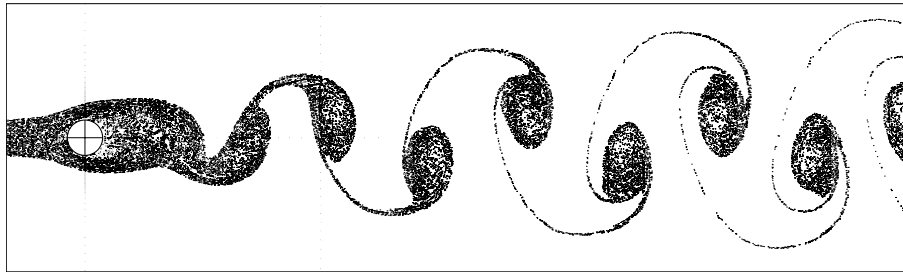


Abb. 5.18: Partikelverteilung bei $D_p = 10 \mu\text{m}$ ($St = 0.01 \cdot St_{\text{cut-off}}$)

Ein deutlicher Separationsprozess kann bereits bei einer Partikelgröße von $D_p = 30 \mu\text{m}$ beobachtet werden. Während die groben Strukturen der karmanschen Wirbelstraße noch wiedergegeben werden, befinden sich jedoch keine Partikel im Zentrum der Wirbel. Die Ursache ist auf das Folgevermögen der Partikel zurückzuführen. Während die Amplitudendifferenz bei dieser Partikelgröße eine untergeordnete Rolle spielt (vgl. Abb. 5.15), tritt bereits eine beachtliche Phasenverschiebung auf ($P \approx 7\%$). Die Partikelbewegung eilt der Gasphase hinterher – somit können die Partikel den Stromlinien nicht mehr folgen. Dies führt zu einer Separation im Nachlauf des Zylinders, wodurch sich die Partikel an den äußeren Rändern der Wirbel akkumulieren.

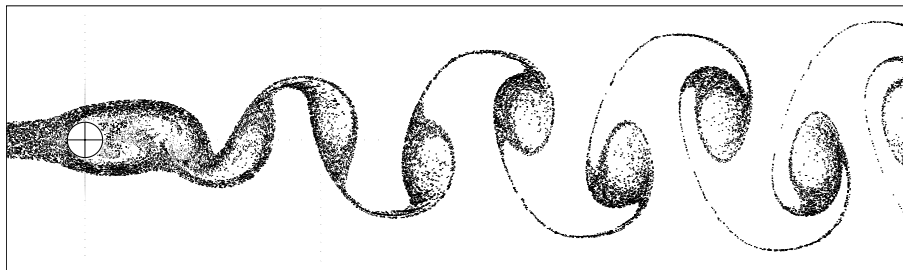


Abb. 5.19: Partikelverteilung bei $D_p = 30 \mu\text{m}$ ($St = 0.1 \cdot St_{\text{cut-off}}$)

Die karmansche Wirbelstraße wird bei einer Partikelgröße von $D_p = 100 \mu\text{m}$ nur in groben Zügen wiedergegeben. Durch die starke Phasenverschiebung ($P \approx 54\%$) werden die Partikel hinter dem Zylinder von der Luftströmung vollständig separiert und sammeln sich in einer Art Band, was die Struktur der Wirbel lediglich erahnen lässt. Bei der vorherrschenden Stokes-Zahl ($St = 1.13 \cdot St_{\text{cut-off}}$) tritt neben der Phasenverschiebung eine beachtliche Amplitudendifferenz in Erscheinung ($\Delta A \approx 34\%$). Die auf die Partikel übertragene Bewegung wird daher gedämpft. In diesem Fall können die Wirbelstrukturen der Gasphase nur sehr unvollständig reproduziert werden. In Abschnitt 5.2.2 ist bereits gezeigt worden, dass eine Zweiphasenströmung eine Eckfrequenz besitzt – analog zu einem Tiefpassfilter. In diesem Beispiel wird die Eckfrequenz überschritten (vgl. Abb. 5.15).

Zuletzt wird die Dispersion einer Partikelströmung mit einem Durchmesser von $D_p = 300 \mu\text{m}$

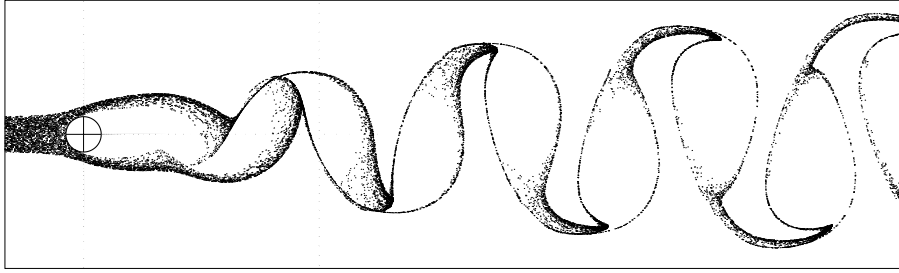


Abb. 5.20: Partikelverteilung bei $D_p = 100 \mu m$ ($St = 1.13 \cdot St_{\text{cut-off}}$)

betrachtet. In diesem Beispiel wird die Eckfrequenz um das 10fache überschritten. Aus regelungstechnischer Sicht wird ein Signal in diesem Bereich stark gefiltert. So hat die Partikelbewegung lediglich ein Zehntel der ursprünglichen Amplitude ($\Delta A \approx 90\%$). Bei dieser schwachen Anregung ist von der ursprünglichen Wirbelstruktur nichts zu erkennen. Der obere und untere Partikelstrom bleibt als dünner Faden erhalten, wodurch die eigentliche Flugbahn der Partikel leicht zu erkennen ist. Im Wirbelzentrum beschreiben die Partikel eine kreisförmige Bahn, die einer Schleife ähnelt. Dennoch findet keine Ansammlung statt, wie sie bei kleineren Partikeldurchmessern beobachtet werden kann. Die Partikel beschreiben lediglich eine stark ausgeprägte Schwankungsbewegung.

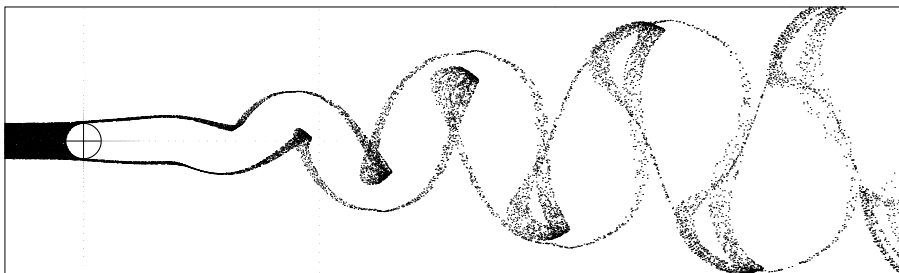


Abb. 5.21: Partikelverteilung bei $D_p = 300 \mu m$ ($St = 10.2 \cdot St_{\text{cut-off}}$)

Rückwirkung der dispersen Phase – Analyse mit Beladung

Bei einer Beladung von $z \rightarrow 0$ wird lediglich die disperse Phase von der Gasphase beeinflusst, während bei $z > 0$ eine gegenseitige Wechselwirkung auftritt. In diesem Abschnitt wird dieses Phänomen anhand der partikelbeladenen karmanschen Wirbelstraße untersucht. Es soll vor allem geklärt werden, inwieweit die Oszillation der Luftströmung durch die Partikel beeinflusst wird. In Abschnitt 5.3.1 ist bereits gezeigt worden, dass der Zylinder-Widerstandsbeiwert und Auftriebsbeiwert besonders sensitiv auf diese Instabilität reagieren. Diese integralen Größen eignen sich ideal, um einen möglichen Zusammenhang zwischen der Oszillation und den Partikeln aufzuzeigen. In dieser Untersuchung wird die Luftströmung über die gesamte Breite des Rechengebietes (Abb. 5.16) mit nichtverdunstenden Partikeln beladen. Der Einfluss der

Beladung und der Partikeldurchmesser wird im Folgenden unabhängig voneinander untersucht.

Eine **Variation der Partikelbeladung** soll einen möglichen Einfluss der dispersen Phase auf die oszillierende Luftströmung aufzeigen. In dieser Untersuchung ist der Partikeldurchmesser von $D_p = 10 \mu\text{m}$ konstant. Die numerische Studie der Partikeldispersion hat bereits gezeigt, dass diese Partikelgröße der karmanschen Wirbelstraße ideal folgt.

Die experimentellen Untersuchungen am einphasig umströmten Zylinder verdeutlichen, dass sich der Widerstands- und Auftriebsbeiwert als Funktion der Reynolds-Zahl ändert (Lienhard, 1966). Die Frage ist, inwieweit dieser Sachverhalt auch für eine partikelbeladene karmansche Wirbelstraße zutrifft. Da sich die Zweiphasenströmung bei einem vernachlässigbaren Schlupf ähnlich einem einphasigen Kontinuum verhält, sollte die zweiphasige Zylinderumströmung ebenfalls über die Reynolds-Zahl charakterisiert werden können. Die mittlere Dichte ρ_m der Zweiphasenströmung ist von der Beladung abhängig und kann mit der folgenden Gleichung berechnet werden (Crowe et al., 1998):

$$\rho_m = (1 + z)\rho_g . \quad (5.29)$$

Die mittlere Reynolds-Zahl ergibt sich unter Berücksichtigung der mittleren Dichte ρ_m zu:

$$Re_m = (1 + z) Re_g , \text{ für } St \leq St_{S[1\%]} . \quad (5.30)$$

Um den Einfluss der Partikelbeladung zu untersuchen, wird die Beladung in einem Bereich von $z = 0 - 0.2$ variiert. Dies entspricht den Reynolds-Zahlen $Re_m = 100 - 120$. Der Widerstands- und Auftriebsbeiwert des Zylinders ist im Variationsbereich numerisch ermittelt und in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl aufgetragen worden. In Abbildung 5.22 sind die Zylinder-Beiwerte der Zweiphasenströmung dargestellt und werden mit CFD-Berechnungen und experimentellen Untersuchungen der einphasigen karmanschen Wirbelstraße verglichen. Die gute Übereinstimmung der Ergebnisse bestätigt die theoretischen Überlegungen.

Eine **Variation des Partikeldurchmessers** soll Aufschluss darüber geben, inwieweit die Partikelgröße einen Einfluss auf die Oszillation ausübt. In der vorangegangenen Untersuchung ist gezeigt worden, dass die partikelbeladene karmansche Wirbelstraße bei einer Stokes-Zahl von $St \leq St_{P[1\%]}$ als einphasiges Kontinuum betrachtet und durch eine mittlere Reynolds-Zahl (Gl. 5.30) beschrieben werden kann. Allerdings hat die Untersuchung der Partikeldispersion ergeben, dass eine starke Abhängigkeit zwischen Dispersion und Stokes-Zahl besteht. Es bleibt die Frage offen, inwieweit die Oszillation durch eine Variation der Stokes-Zahl beeinflusst wird.

In diesem Abschnitt wird dieser Sachverhalt untersucht. Dabei wird der Partikeldurchmesser von $D_d = 1 - 50 \mu\text{m}$ und somit die Stokes-Zahl von $St = 0.0001 - 0.283 \cdot St_{\text{cut-off}}$ variiert. Die Partikelbeladung $z = 0.1$ ist bei dieser Untersuchung konstant.

In Abbildung 5.23 sind die numerischen Resultate in Form von Widerstands- und Auftriebsbeiwert als Funktion des Partikeldurchmessers dargestellt. Der Widerstandsbeiwert zeigt keine Abhängigkeit von dem Partikeldurchmesser. Alle untersuchten Partikel werden vor dem Zylinder umgelenkt und geben somit ihre Impulsänderung vollständig an die Luftströmung ab.

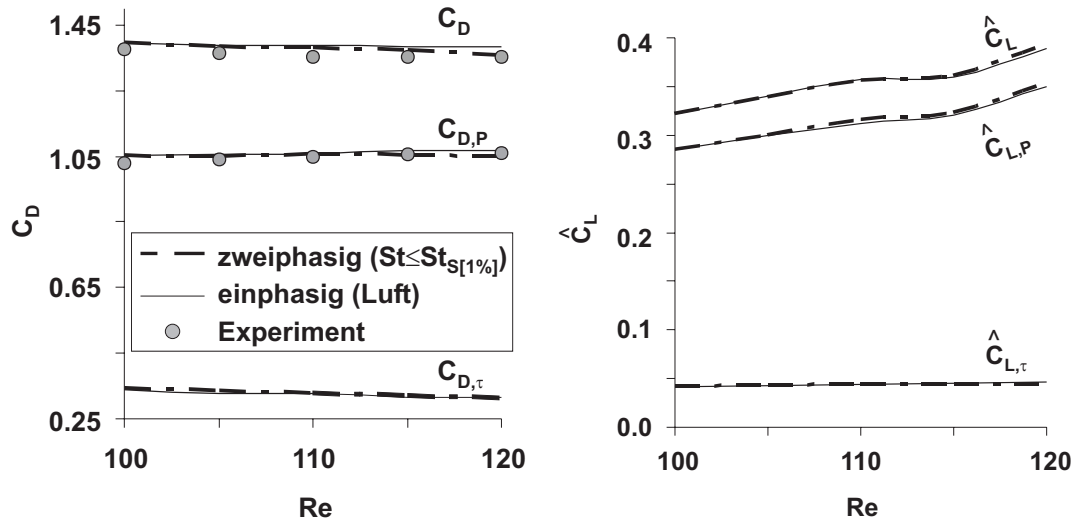


Abb. 5.22: Widerstandsbeiwert C_D [links] und Spitzen-Auftriebsbeiwert \hat{C}_L [rechts] des Zylinders (Exp. Daten von Lienhard (1966))

Dadurch wird der Staudruck vor dem Zylinder erhöht und es stellt sich ein konstanter Wert von $C_D \approx 1.4$ ein. In der vorangegangenen Untersuchung hat sich bei dieser Beladung ($z = 0.1$ entspricht $Re = 110$) der selbe Wert ergeben (Abb. 5.22).

Im Gegensatz zum Widerstandsbeiwert wird der Auftriebsbeiwert des Zylinders stark beeinflusst. Für eine Partikelgröße von $D_d \leq 10 \mu m$ ergibt sich ein Auftriebsbeiwert von $\hat{C}_L = 0.356$ – entsprechend der einphasigen Strömung (Abb. 5.22). Wird die Partikelgröße und somit die Stokes-Zahl erhöht, kann das Partikel-Luft-Gemisch nicht mehr als ein einphasiges Kontinuum betrachtet werden. Diese Charakteristik spiegelt sich im Auftriebsbeiwert des Zylinders wieder. In Abbildung 5.23 ist zu erkennen, dass der Auftriebsbeiwert zwei Modi hat, an denen der \hat{C}_L -Wert sprunghaft abfällt: Der Mode A tritt bei $D_d \geq 10 \mu m$ in Erscheinung, während der Mode B bei $D_d \geq 30 \mu m$ beobachtet werden kann. Weiterhin ist zu erkennen, dass der zweite Sprung (Mode B) etwas stärker ausfällt. Um diese Modi etwas allgemein gültiger beschreiben zu können, werden die Partikeldurchmesser mit Hilfe der Gleichung (5.19) in Stokes-Zahlen umgerechnet. Der Mode A ist äquivalent zu einer Stokes-Zahl von $St = 0.01 \cdot St_{\text{cut-off}}$ und der Mode B zu $St = 0.1 \cdot St_{\text{cut-off}}$.

Die Ursache dieser charakteristischen Sprünge ist auf das abnehmende Teilchenfolgevermögen zurückzuführen. Die Partikel folgen der zirkulierenden Gasströmung nur dann, wenn sie zu dieser Bewegung gezwungen werden. Hierzu ist ein Impulsaustausch erforderlich. Existiert zwischen den Phasen eine Geschwindigkeitsdifferenz, so folgen die Partikel der Luftströmung lediglich in abgeschwächter Form – der Impulsaustausch ist dementsprechend geringer. Die Abhängigkeit der Geschwindigkeitsdifferenz von der Stokes-Zahl ist bereits in Abschnitt 5.2.3 ausführlich untersucht worden. Die Ähnlichkeitsbetrachtung hat ergeben, dass die dimensionslose Geschwindigkeitsdifferenz (Schlupf) an zwei Stellen drastisch ansteigt. Der erste Anstieg ($St = 0.01 \cdot St_{\text{cut-off}}$) ist durch das Auftreten der Phasenverschiebung begründet, während der zweite, sprunghafte Anstieg ($St = 0.1 \cdot St_{\text{cut-off}}$) durch die einsetzende Amplitudendifferenz geprägt ist (Abb. 5.14). Die exakte Übereinstimmung der Stokes-Zahlen bestätigen die Übertragbarkeit der Ähnlichkeitsbetrachtung auf die partikelbeladene karmansche Wirbelstraße.

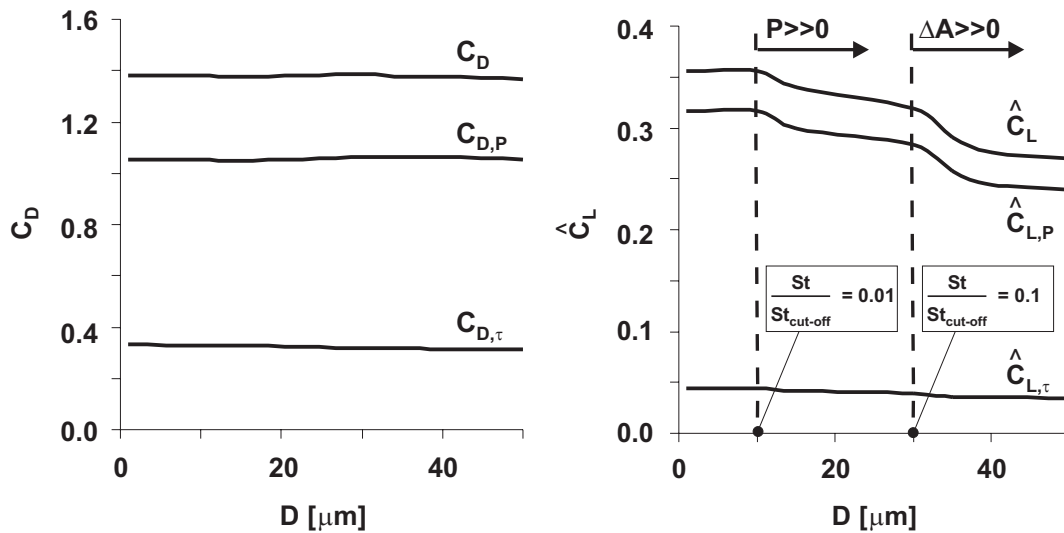


Abb. 5.23: Widerstandsbeiwert C_D [links] und Spitzen-Auftriebsbeiwert \hat{C}_L [rechts] des Zylinders für variierende Partikelgrößen $D_d = 1 \dots 50 \mu\text{m}$ ($St/St_{\text{cut-off}} = 0.0001 - 0.283$) bei einer Beladung von $z = 0.1$

5.3.3 Zweiphasenströmung mit Verdunstung

Während im vorangegangenen Abschnitt eine Zweiphasenströmung ohne Verdunstung untersucht worden ist, wird in diesem Abschnitt eine mit tropfenbeladene karmansche Wirbelstraße unter Berücksichtigung sämtlicher thermodynamischer Effekte behandelt. In dieser Studie werden Wassertropfen mit einem Durchmesser von $D_{d,0} = 30 \mu\text{m}$ vor dem Zylinder zugegeben. Diese Tropfengröße kann der karmanschen Wirbelstraße nur bedingt folgen, was zu einer inhomogenen Tropfenverteilung in der Wirbelschlepe führt (Abb. 5.19). In diesem Abschnitt wird untersucht, inwieweit die inhomogene Verteilung einen Einfluss auf die Gemischbildung hat. Die Tropfenbeladung ist in diesem Rechenbeispiel eine Konstante von $z = 0.025$. Die komplette Konfiguration wurde bereits am Anfang dieses Abschnittes beschrieben. Durch die Verdunstung der Tropfen wird eine sich zeitlich ändernde Verteilung der Tropfen, der Dampfkonzentration und der Gastemperatur hervorgerufen. Es tritt eine starke Interaktion zwischen den beiden Phasen auf, die durch einen stetigen Austausch an Masse, Impuls und Energie charakterisiert ist. Durch die Verdampfungsenthalpie der Tropfen kühlt die Gasphase stark ab, bis sich eine Gleichgewichtstemperatur eingestellt hat. Dieser Anlaufvorgang dauert ca. 0.6 Sekunden und ist dem eigentlichen, instationären Vorgang der Wirbelablösung überlagert.

Verteilung der Tropfen

In Abbildung 5.24 ist die Tropfenverteilung der verdunstenden Zweiphasenströmung nach einer Einsprühdauer von einer Sekunde dargestellt. Die Tropfenverteilung bildet die Strukturen der karmanschen Wirbelstraße durch ein Fehlen der Tropfen ab, während die anderen Bereiche des Kanals durch eine homogene Tropfenverteilung charakterisiert sind. Im Vergleich zu der Untersuchung mit nichtverdunstenden Partikeln (Abschnitt 5.3.2), bei der die Wirbelstrukturen gerade durch die $30 \mu\text{m}$ -Partikel gekennzeichnet werden (Abb. 5.19), stellt diese Abbildung das

Negativ davon dar. Dieses Phänomen lässt sich durch das Verdunstungsverhalten der Tropfen erklären. Durch das hinzugegebene Spray kühlt die Gasphase stark ab. Lediglich in der Nähe des beheizten Zylinders ($T_{cyl} = 373 \text{ K}$) hat die Gasphase eine hohe Temperatur. Somit verdunsten die Tropfen in der Grenzschicht des heißen Zylinders spontan. Das Resultat ist eine inhomogene Verteilung der Tropfen, bei der sich in den Wirbelstrukturen keine Tropfen befinden. Im hinteren Teil des Kanals sind die übrigen Tropfen ebenfalls verdunstet und die Strömung besteht nur noch aus einem Dampf-Luft-Gemisch, dessen Dampfkonzentration erwartungsgemäß der Tropfenbelastung entspricht.

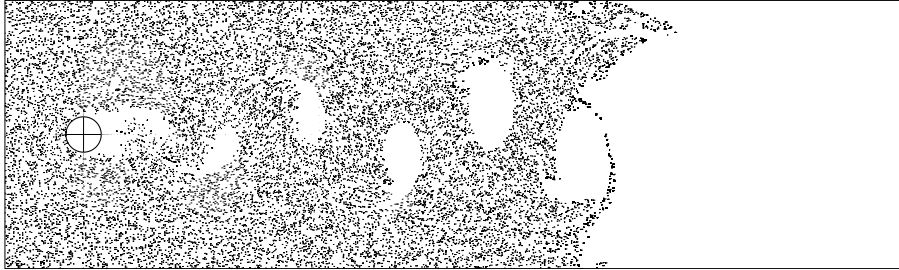


Abb. 5.24: Tropfenverteilung des verdunstenden Sprays ($D_{d,0} = 30 \mu\text{m}$, $T_{d,0} = 293 \text{ K}$, $z = 0.025$) nach $t_{inj} = 1.000 \text{ s}$

Anlaufvorgang

Nach der Zugabe der Tropfen stellt sich ein Anlaufvorgang ein, der durch eine sich zeitlich abkühlende Gasphase charakterisiert ist und so lange andauert, bis sich eine Gleichgewichtstemperatur und somit ein quasi-stationärer Zustand eingestellt hat. Die Verdunstungszeit der Tropfen ist von der Gastemperatur stark abhängig, was ebenfalls zu einer sich räumlich und zeitlich ändernden Verteilung der Tropfen führt. Die Abbildung 5.25 zeigt die räumliche Verteilung der Tropfen zu einem frühen und zu einem späten Zeitpunkt. Es ist zu erkennen, dass sich die Tropfen erst mit der Zeit in der Rückströmzone des Zylinders ansammeln. Zu Beginn

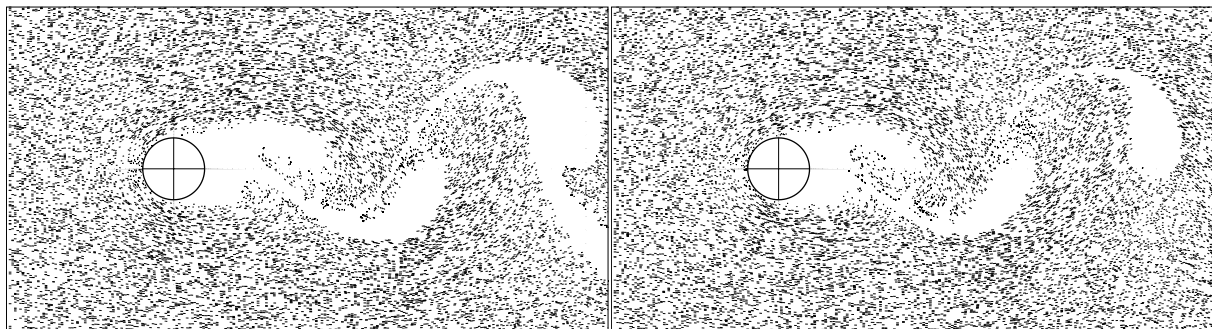


Abb. 5.25: Tropfenverteilung des verdunstenden Sprays ($D_{d,0} = 30 \mu\text{m}$, $T_{d,0} = 293 \text{ K}$, $z = 0.025$): $t_{inj} = 0.280 \text{ s}$ [links] und $t_{inj} = 0.560 \text{ s}$ [rechts]

verdunsten die Tropfen zu schnell, so dass sie den direkten Nachlauf des Zylinders nicht erreichen können.

Davon ist auch die Temperaturverteilung und die Dampfkonzentration in der Gasphase beeinflusst. Die Abbildung 5.27 zeigt diese Größen zu verschiedenen Zeitpunkten. Es ist gut zu erkennen, dass die Dampfkonzentration im Nachlauf des Zylinders mit der Zeit ansteigt bis ein quasi-stationärer Zustand erreicht wird. Durch die Tropfenverdunstung wird der Gasphase Wärme entzogen. Dadurch fällt die Gastemperatur mit ansteigender Dampfkonzentration ab.

Wie in Abbildung 5.25 gezeigt werden kann, ist die Verdunstungszeit der Tropfen am Anfang sehr kurz, so dass sie den Nachlauf des Zylinders nicht erreichen. Erst mit der Abkühlung der Gasphase gelangen die Tropfen immer weiter in die Wirbelschlepe und letztendlich in den Nachlauf des Zylinders. Durch die sich ständig ändernde Verteilung der Tropfen durchlaufen sowohl die Temperatur als auch die Dampfkonzentration der Gasphase verschiedene Modi, die in Abbildung 5.27 gut zu erkennen sind. Ein besonderes Augenmerk ist auf den frühen Zeitpunkt $t_{inj} = 0.280 \text{ s}$ zu legen, der im Gegensatz zu den späteren Zeitpunkten $t_{inj} = 0.420 \text{ s}$ und $t_{inj} = 0.560 \text{ s}$ eine besonders stark ausgeprägte Inhomogenität aufzeigt. An diesem Punkt soll verdeutlicht werden, dass die räumliche und zeitliche Verteilung der Tropfen, der Gastemperatur und der Dampfkonzentration ganz entscheidend von der Verdunstungszeit der Tropfen abhängt. Es spielt dabei keine Rolle, ob die Verdunstungszeit durch eine sich ändernde Umgebungstemperatur oder unterschiedliche Initialtropfendurchmesser vorgegeben wird. In diesem Beispiel sind die initialen Tropfendurchmesser konstant, lediglich die Gastemperatur nimmt über die Zeit ab.

Die Abkühlung der Gasphase, die durch die Verdunstung der Tropfen hervorgerufen wird, führt zu einem weiteren Effekt, der in Abbildung 5.26 gut zu erkennen ist. Das Diagramm zeigt, dass sich die Amplitude des Zylinder-Auftriebsbeiwertes über die Dauer der Einspritzung ändert. Dieses Phänomen ist durch die Änderung der Stoffgrößen zu erklären. Die Abkühlung der Gasphase führt zu einer veränderten Viskosität und Dichte des Mediums.

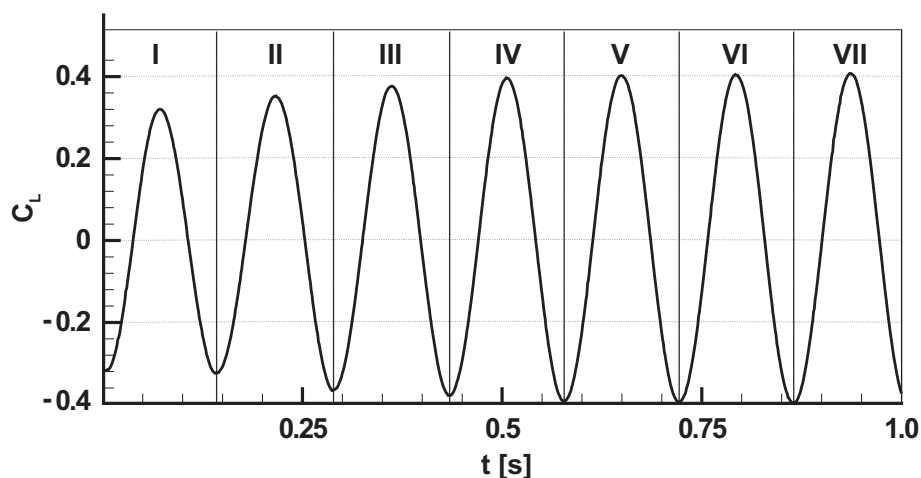
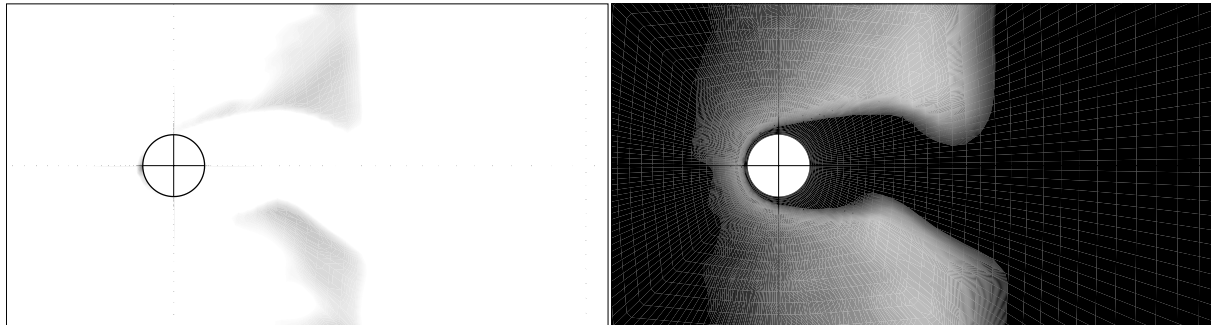
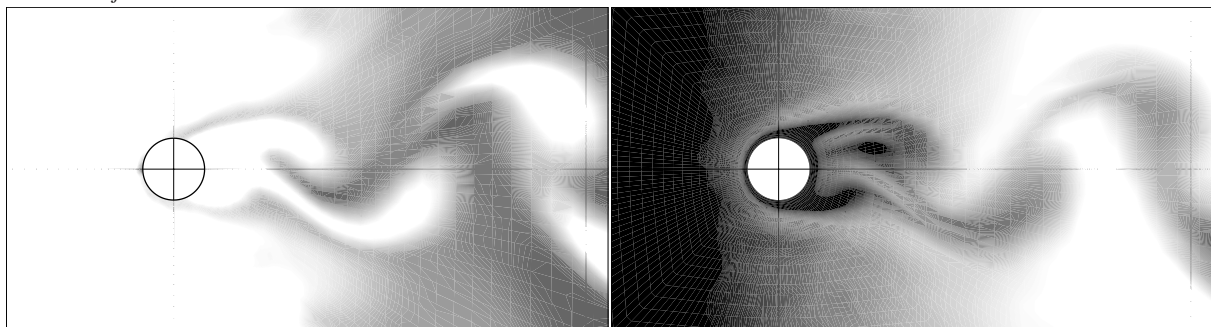


Abb. 5.26: Zeitlicher Verlauf des Auftriebsbeiwertes C_L des Zylinders im Falle einer verdunstenden Zweiphasenströmung ($D_{d,0} = 30 \mu\text{m}$, $T_{d,0} = 293 \text{ K}$, $z = 0.025$)

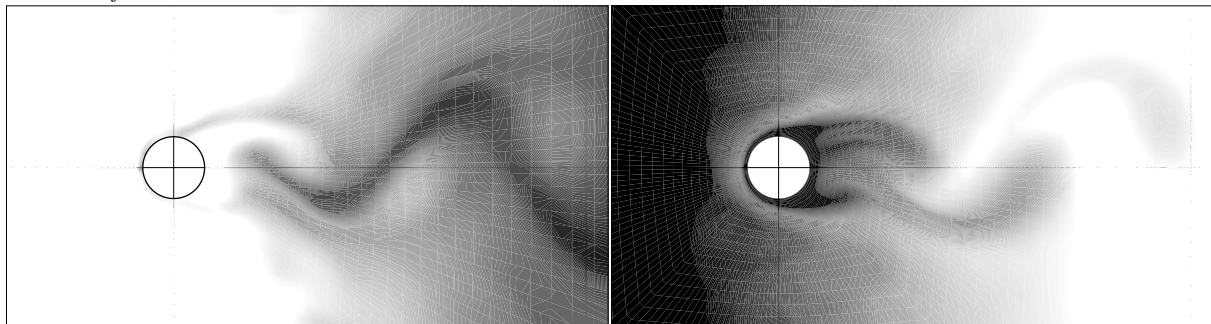
Nach $t_{inj} = 0.140 \text{ s}$ [1. Periode] :



Nach $t_{inj} = 0.280 \text{ s}$ [2. Periode] :



Nach $t_{inj} = 0.420 \text{ s}$ [3. Periode] :



Nach $t_{inj} = 0.560 \text{ s}$ [4. Periode] :

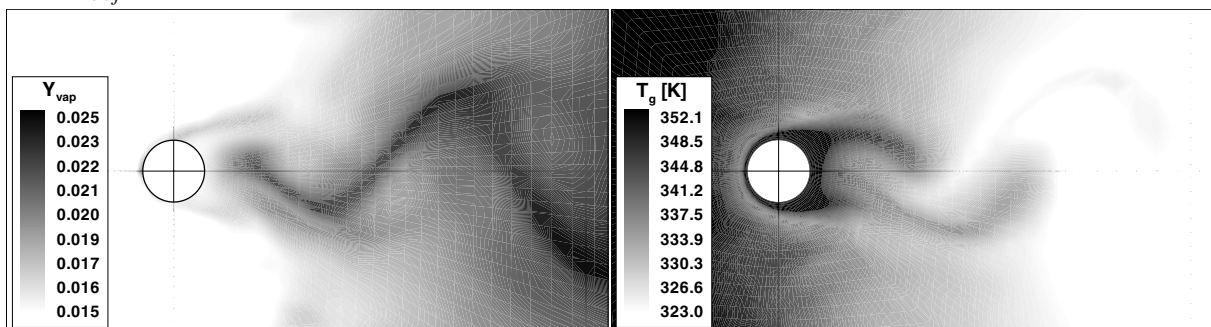


Abb. 5.27: Karmansche Wirbelstraße in einer verdunstenden Zweiphasenströmung ($D_{d,0} = 30 \mu\text{m}$, $z = 0.025$): Konzentration des Dampfes Y_{vap} [links] und Temperatur des Dampf-Luft-Gemisches T_g [rechts] zu bestimmten Zeitpunkten

Die Abbildung 5.26 zeigt, dass die Amplitude des Auftriebsbeiwertes kontinuierlich ansteigt, bis nach ungefähr 4 Perioden der quasi-stationäre Zustand erreicht ist.

Diese Untersuchung verdeutlicht, dass der Wärmeaustausch zwischen Tropfen- und Gasphase einen wesentlich stärkeren Effekt auf die Oszillation ausübt, als dies beim reinen Impulsaustausch der Fall ist. Es sei daran erinnert, dass die drastische Änderung des C_L -Wertes lediglich mit einer Beladung von $z = 0.025$ erzielt wird. Die im vorangegangenen Abschnitt vorgestellte Zweiphasenströmung ohne Verdunstung benötigt eine wesentlich größere Beladung, um einen vergleichbaren Einfluss zu erreichen (vgl. Abb. 5.22). Der Gegenüberstellung sei angemerkt, dass die Reaktion beim Impulsaustausch sofort eintritt, während die Abkühlung der Gasphase eine gewisse Zeit in Anspruch nimmt.

In Abschnitt 5.3.2 wurde gezeigt, dass die mittlere Reynolds-Zahl in einer partikelbeladenen karmanschen Wirbelstraße (ohne Verdunstung) genau bestimmt werden kann. Aufgrund der inhomogenen Verteilung der Temperatur bzw. der Stoffeigenschaften ist dies im Falle der Verdunstung problematisch. Die Reynolds-Zahl kann lediglich über den Auftriebsbeiwert abgeschätzt werden. Entsprechend Abbildung 5.26 stellt sich ein maximaler Auftriebsbeiwert von $\hat{C}_L = 0.4$ ein. Werden die Auftriebsbeiwerte der einphasigen karmanschen Wirbelstraße zu Grunde gelegt (Abb. 5.22), entspricht dies einer äquivalenten Reynolds-Zahl von 120. Ohne Verdunstung würde sich lediglich eine mittlere Reynolds-Zahl von $Re_m = 102.5$ (Gl. 5.30) ergeben. Die Gegenüberstellung der Reynolds-Zahlen unterstreicht den großen Einfluss der Verdunstung.

Zusammengefasst stellt die numerische Simulation der karmanschen Wirbelstraße eine gelungene Validierung des in dieser Arbeit entwickelten Berechnungsverfahrens dar. Typische Phänomene einer instationären Zweiphasenströmung, wie die Interaktion von Tropfen und Wirbeln, werden mit dem vorgestellten Euler-Lagrange-Verfahren exakt wiedergegeben. Die Simulation zeigt, dass die Separation und Akkumulation der Tropfen einen großen Einfluss auf den Zylinder-Auftriebsbeiwert hat. Die vorgestellten Resultate stimmen exakt mit den Ergebnissen der Ähnlichkeitsbetrachtung überein, was auf eine hohe Genauigkeit des Berechnungsverfahrens schließen lässt. Das Verfahren ermöglicht weiterhin die Simulation der karmanschen Wirbelstraße mit verdunstenden Tropfen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Wirbelbildung hinter dem Zylinder zu einer inhomogenen Gemischbildung führt, die von der Verdunstungszeit der Tropfen abhängt. Neben der Validierung liefert die Untersuchung der tropfenbeladenen karmanschen Wirbelstraße neue Erkenntnisse, die für das grundlegende Verständnis der Gemischbildung in Zweiphasenströmungen wichtig sind.

6 Simulation technisch relevanter Sprühstrahlen

In technischen Anwendung treten in überwiegender Mehrzahl turbulente Strömungen in Erscheinung. Die direkte Berechnung einer turbulenten Zweiphasenströmung ist mit der heute zur Verfügung stehenden Computerleistung nicht zu bewältigen. Während die Wirbelstrukturen in der karmanschen Wirbelstraße direkt berechnet werden können, muss eine turbulente Strömung durch geeignete Ansätze modelliert werden.

In Kapitel 3 ist ein Euler-Lagrange-Verfahren vorgestellt worden, das sich zur zeitabhängigen Berechnung einer turbulenten Zweiphasenströmung eignet. Die eulersche (ortsfeste) Formulierung der Gasphase basiert auf den Reynolds-gemittelten Erhaltungsgleichungen (RANS). Somit werden lediglich die zeitgemittelten Transportgleichungen gelöst, während die feinskaligen Wirbelstrukturen mit dem k, ε -Turbulenzmodell nach Launder und Spalding beschrieben werden. Im Gegensatz zur Gasphase wird die Ableitung des Tropfen-Zustandsvektors in einem mitbewegten Bezugssystem (Lagrange) betrachtet. Basierend auf den Turbulenzgrößen k und ε werden die statistischen Schwankungsbewegungen der Tropfenphase mit einem Dispersionsmodell von Gosman und Ioannides erzeugt.

Obwohl das RANS-Verfahren auf der Lösung zeitgemittelter Transportgleichungen basiert, können makroskopische Transportvorgänge dennoch zeitabhängig berechnet werden. Entscheidend ist hierbei der Maßstab der zeitlichen Mittelung. Während sich turbulente Frequenzspektren im kHz-Bereich bewegen, laufen makroskopische Vorgänge meist in einem Zeitfenster von einigen Millisekunden ab.

In diesem Kapitel wird die Einsatzmöglichkeit dieser RANS-basierten Methode zur Berechnung einer instationären Zweiphasenströmung vorgestellt. Das Verfahren ist numerisch effizient, so dass komplizierte Zweiphasenströmungen auf herkömmlichen Workstations berechnet werden können. Dennoch sind diesem Verfahren physikalische Grenzen gesetzt. Wie die vorangegangene Studie zeigt, kann es in einer wirbelbehafteten Strömungen zur Separation und

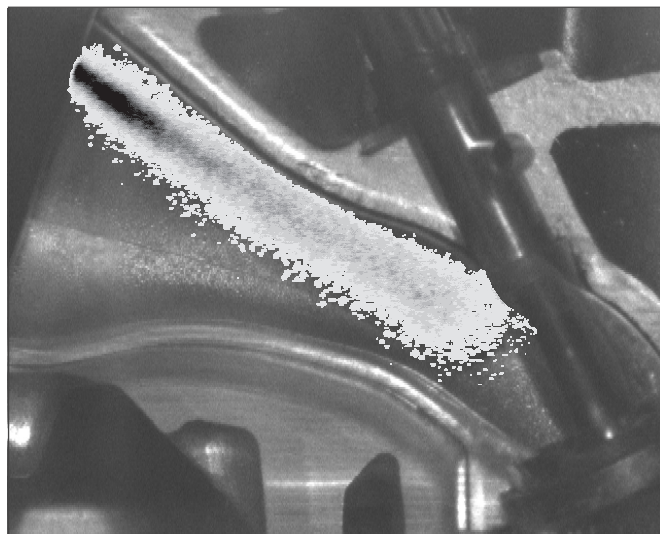


Abb. 6.1: Kraftstoffeinspritzung im Saugrohr [$t_{inj} = 3 \text{ ms}$]

Akkumulation von Tropfen kommen. Diese Effekte können jedoch mit der RANS-Methode, bei der sämtliche feinskalige Schwankungsbewegungen modelliert werden, zumindest für die turbulenten Wirbelstrukturen nicht berücksichtigt werden. Die folgende Studie soll klären, unter welchen Bedingungen eine RANS-basierte Sprühstrahlberechnung vertretbar ist.

Zur Veranschaulichung wird in diesem Kapitel die Simulation einer Saugrohreinspritzung im Ottomotor vorgestellt, die am Institut für Thermische Strömungsmaschinen umfassend untersucht wurde (Burger et al., 2002b, Richter et al., 2002, Rottenkolber et al., 1998). Aufgrund der instationären Sprühstrahlausbreitung ist dieser Testfall eine große Herausforderung für das numerische Verfahren. Die Wechselwirkung zwischen den Phasen spielt bei dieser Konfiguration eine entscheidende Rolle: Durch den Einspritzvorgang werden die Gasgeschwindigkeiten in der Nähe der Einspritzdüse beschleunigt. Dieser Vorgang begünstigt nicht nur die Ausbreitung des Sprühstrahls, sondern auch die Wirbelbildung hinter der Einspritzdüse. Das numerische Verfahren wird abschließend mit experimentellen Daten verglichen. Die Validierung umfasst sowohl die Geschwindigkeitsverteilung im Saugrohr als auch die transiente Ausbreitung des Sprühstrahls, die zu verschiedenen Zeitpunkten erfasst wurde.

6.1 Saugrohreinspritzung im Ottomotor

Beim Ottomotor stellt die Saugrohreinspritzung eine weit verbreitete Technik der inneren Gemischbildung dar. Moderne Verfahren, wie die Direkteinspritzung, sind derzeit mit großen technischen Problemen behaftet, so dass einige Hersteller zumindest mittelfristig auf die bewährte Saugrohreinspritzung zurückgreifen.

Diese Technik hat jedoch Probleme beim Kaltstart, was auch der Grund dieser Untersuchung darstellt. Beim Kaltstart haben Bauteile, wie das Einlassventil oder die Wand des Saugrohres derart niedrige Temperaturen, dass es bei der Einspritzung zur Wandfilmbildung und zu einer Akkumulation des Kraftstoffes kommt. Die Folge davon sind Inhomogenitäten bei der Gemischbildung, die zu einer unstöchiometrischen Verbrennung und äußerst hohen HC-Emissionen führen.

Ein entscheidendes Verbesserungspotential sehen die Hersteller in einer variablen Ventilsteuerung, die es erlaubt, das Öffnen und Schließen des Ventils an den Motorbetrieb anzupassen. Sowohl die experimentelle Arbeit von Milton et al. (2001) als auch die numerische Untersuchung von Burger et al. (2002b) haben gezeigt, dass der Ventilsplatt einen entscheidenden Einfluss auf die Gemischaufbereitung im Motor hat. Während bei einem voll geöffneten Ventil ganze Ligamente in den Brennraum gelangen, findet bei einem kleinen Ventilsplatt eine Nachzerstäubung der großen Tropfen statt. Das Ergebnis ist ein fein verteiltes Spray, was zu einer wesentlich besseren Gemischbildung im Brennraum führt.

6.2 Experimentelle Arbeiten

Am Institut für Thermische Strömungsmaschinen wurde von Rottenkolber (2001) eine umfassende, experimentelle Untersuchung an einem Daimler-Chrysler M111-Serienmotor (4-

Zylinder, 16-Ventile) durchgeführt. Das numerische Verfahren kann auf diese Weise mit den Versuchsergebnissen der saugsynchronen Einspritzung validiert werden, deren experimentelle Durchführung im Folgenden beschrieben wird:

Im M111-Motor wird der Kraftstoff über ein sequentielles Einspritzsystem zerstäubt. Dieses System ist serienmäßig mit einer Zweistrahl-Einspritzdüse von Siemens ausgestattet, die mit einem Einspritzdruck von 0.46 MPa arbeitet. Aus Gründen der Betriebssicherheit wird nicht Benzin, sondern der Ersatz-Kraftstoff Rotisol (aus 95% Ethanol bestehend) zerstäubt. Dessen Eigenschaften sind hinsichtlich der Zerstäubung mit dem realen Brennstoff vergleichbar.

Im Experiment wird ein quasi-stationärer Arbeitspunkt zu Grunde gelegt. Mit Hilfe einer Unterdruckpumpe wird ein konstanter Luftmassenstrom von $\bar{u} = 30 \text{ m/s}$ erzeugt, der entsprechend dem Teillastbetrieb ($n = 1500 \text{ 1/min}$, $p_{mi} = 0.4 \text{ MPa}$) des Motors angepasst wird. Das Einlassventil bleibt während der gesamten Versuchsdurchführung voll geöffnet (Ventilhub = 8 mm). Der instationäre Einspritzvorgang kann somit in einer idealisierten Umgebung untersucht werden.

Um einen optischen Zugang in das Saugrohr zu ermöglichen, wurde der äußere Zylinderkopf

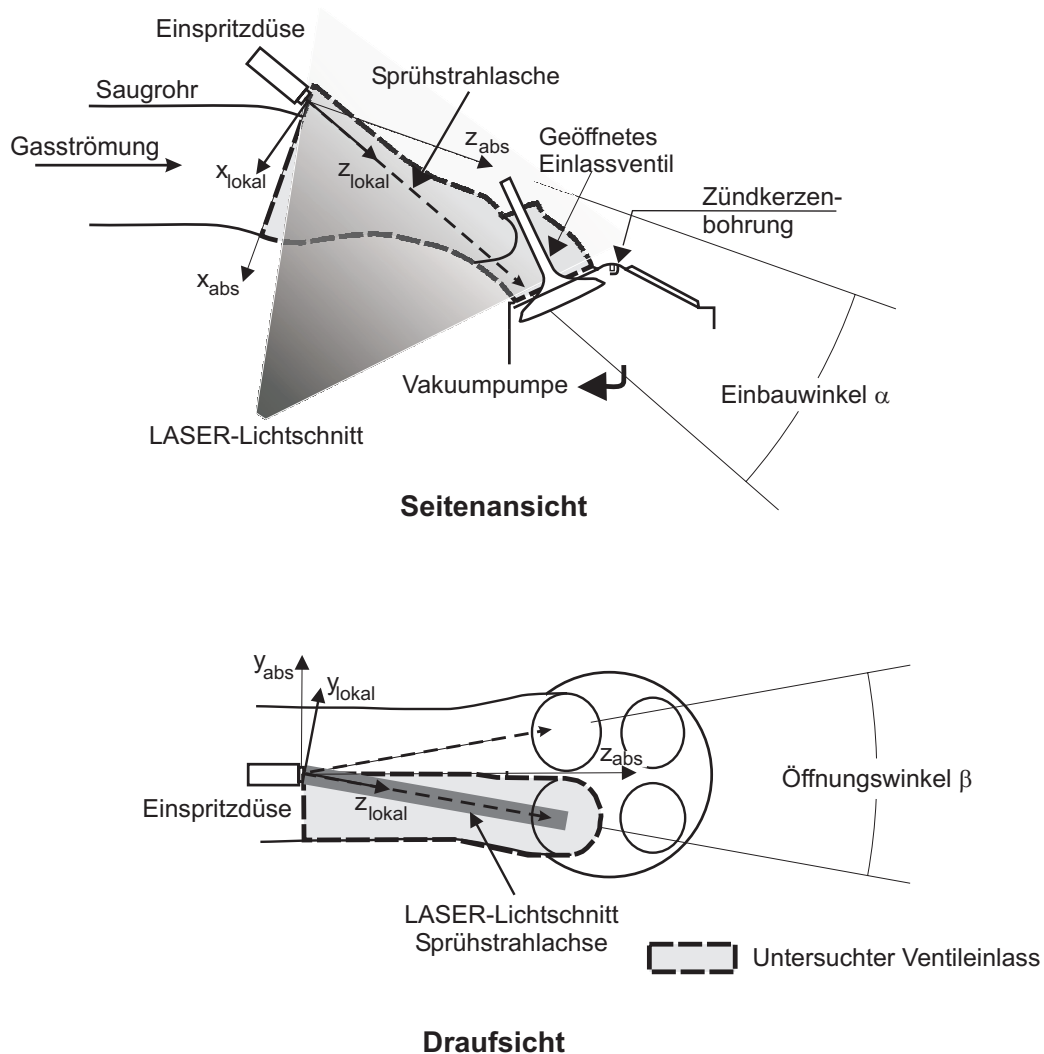


Abb. 6.2: Versuchsaufbau (Rottenkolber, 2001)

des Motors, ausgehend vom Sitz der Einspritzdüse, in einem Winkel von 13° zur senkrechten Mittelebene aufgeschnitten. Die fehlende Kontur konnte durch eine ebene Acrylglasplatte ersetzt werden, in die die 2D-Kontur der Schnittgeometrie eingefräst worden war. Die Kontur wurde nachträglich an den Übergängen angepasst, sowie der fehlende Ventilsitz eingelassen. Die ebene Acrylglasplatte ermöglicht einen idealen Zugang für die Lasermesstechnik. Allerdings unterscheidet sich die ersetzte Geometrie von dem eigentlichen Saugrohr, was zu leicht veränderten Geschwindigkeitsprofilen im Saugrohr führt. Der Einsatz einer aus Acrylglas gefertigten 3D-Kontur, die der tatsächlichen Kontur des Saugrohres entspricht, führt aufgrund der extrem unterschiedlichen Brechungsindizes zu einer äußerst schlechten Messgenauigkeit (vgl. Diplomarbeit Hehle (2000)). Die Abbildung 6.2 zeigt schematisch den experimentellen Aufbau des Prüfstandes. Der Aufbau, sowie die Durchführung der Messung wird von Liedtke (1998) in seiner Diplomarbeit im Detail beschrieben.

Die Messungen wurden im vorderen Einlasskanal des äußeren Saugrohres mit einem Laserlichtschnittverfahren, dem Zweiphasen-PIV, durchgeführt. Das Verfahren bietet den Vorteil der zeitgleichen Erfassung von Kraftstoff und Luftmassenstrom. Diese neue Messtechnik wurde erstmals von Rottenkolber (2001) in einer solchen Konfiguration eingesetzt.

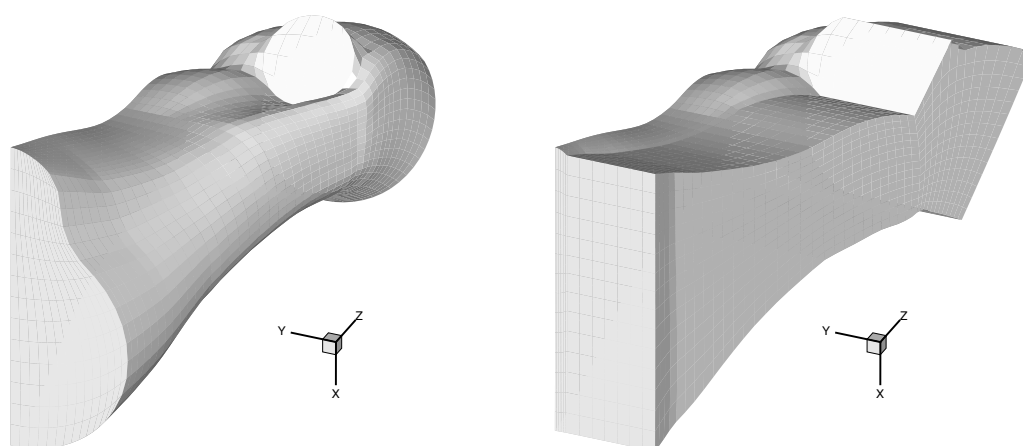


Abb. 6.3: Oberfläche des vorderen Einlasskanals: Originale Geometrie [links], experimentell modifizierte Geometrie [rechts]

6.3 Numerische Simulation

Die Simulation der Saugrohreinstritzung wird im Hinblick auf die zeitliche Ausbreitung des Kraftstoffes durchgeführt. Um eine möglichst genaue zeitliche Auflösung des Einspritzvorganges zu erzielen, wird eine konstante Zeitschrittweite von 0.1 ms der Berechnung zu Grunde gelegt.

Die numerische Simulation wird sowohl an der originalen als auch an der experimentell modifizierten Geometrie des Saugrohres durchgeführt. In der Abbildung 6.3 sind die freien Oberflächen der beiden Geometrien einander gegenübergestellt.

6.3.1 Rechengebiet und Randbedingungen

Die Innenkontur des Saugrohres ist äußerst kompliziert. Die Geometrie kann nur durch ein konturangepasstes 3D-Rechengitter beschrieben werden. Orthogonale Gitter können für diese Geometrie nicht eingesetzt werden. Die dreidimensionale Diskretisierung setzt daher ein gewisses Leistungsvermögen des numerischen Verfahrens voraus. Das CFD-Programm METIS verfügt über ein Lösungsverfahren, das für blockstrukturierte und konturangepasste Gitter entwickelt wurde (Benz und Wittig, 1994). Das lagrangesche Verfahren LADROP ist für diesen Testfall um einen Tracking-Algorithmus für beliebig verzerrte Hexaeder erweitert worden. Die diskretisierte Geometrie des Saugrohres ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Das hier verwendete Rechengitter besteht aus zwei Blöcken deren Dimensionen $14 \times 22 \times 63$ (Block 1) und $7 \times 22 \times 16$ (Block 2) betragen. Aufgrund des symmetrischen Charakters musste lediglich eine Hälfte des Saugrohres vernetzt werden. Die das Saugrohr trennende Mittelebene wird durch eine symmetrische Randbedingung beschrieben, während die Grenzschicht an den festen Wänden durch das „Logarithmische Wandgesetz“ approximiert wird (siehe Abschnitt 3.1.3). Die Eintrittsrandbedingungen für die Gas- und Tropfenphase werden an den in Abbildung 6.4 gekennzeichneten Stellen gesetzt, während der Ventilspalt den Austritt des Rechengebietes darstellt.

Eintrittsrandbedingungen der Gasphase

Am Eintritt des Saugrohrkanals wird die Gasphase durch zwei Dirichlet-Randbedingungen beschrieben. Während am Eintritt I eine hohe Strömungsgeschwindigkeit vorherrscht, ist die Eintrittsgeschwindigkeit an Eintritt II stark reduziert. Der Grund liegt in einer Art Stufe am Flansch des Zylinderkopfes, durch die ein stehender Wirbel gebildet wird. Dieser Wirbel hat während dem Einspritzvorgang eine gewisse Bedeutung und wird im nächsten Abschnitt etwas ausführlicher diskutiert. Die Eintrittsrandbedingungen der Gasphase werden aus den experimentell er-

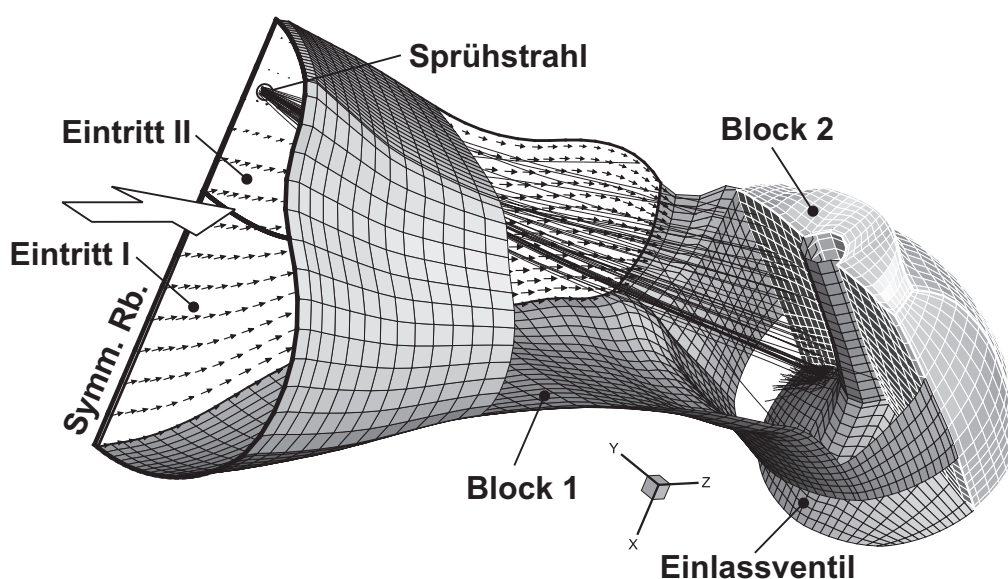


Abb. 6.4: Rechengebiet

mittelten Daten (Diplomarbeit Richter (1998)) abgeleitet und sind in Tabelle 6.1 zusammengefasst. Mit den gesetzten Randbedingungen ergibt sich am Eintritt ein Luftmassenstrom von 29 g/s. Das entspricht einer mittleren Ansauggeschwindigkeit von 30 m/s.

–	Eintritt I	Eintritt II
\bar{u}	$40 \frac{m}{s}$	$5 \frac{m}{s}$
T	299 K	
p	0.1 MPa	
Tu	0.05	
L_t	1.5E-3 m	

Tab. 6.1: Eintrittsrandbedingungen der Gasphase (Burger, 2001)

Tropfenstartbedingungen des Sprühstrahls

Die Ausbreitung des Sprühstrahls wird beim lagrangeschen Verfahren durch repräsentative Trajektorien beschrieben, die von der Einspritzdüse ausgehen. Am Austritt der Düse findet die so genannte Primärzerstäubung des Flüssigkeitsstrahls statt. Dieser Vorgang kann mit den heutigen, numerischen Verfahren nicht beschrieben werden. Neuste Verfahren basieren auf einer Kombination aus der Volume Of Fluid (VOF) Methode und einer „Large Eddy Simulation“. Dennoch sind sie lediglich in der Lage einfachste Zerfallsmechanismen vorauszusagen, wie zum Beispiel die Entstehung von Flüssigkeitsligamenten hinter einem Filmleger bei moderaten Reynolds-Zahlen (Klein und Janicka, 2003). Um dennoch eine zuverlässige Vorhersage der Gemischbildung im Saugrohr treffen zu können, wird die Primärzerstäubung statistisch beschrieben. Die Trajektorien werden nicht am Austritt der Düse gestartet, sondern die Startposition der Tropfen befindet sich hinter der Primärzerstäubungszone. Im Falle der hier verwendeten Düse ist die Primärzerstäubung 1 mm hinter der Düsennadel abgeschlossen.

Eine Stärke des lagrangeschen Verfahrens liegt in der Möglichkeit, eine Vielzahl von unterschiedlichen Tropfenstartbedingungen und gewisse Abhängigkeiten der Initialgrößen zu formulieren (Schmehl et al., 1998). Die Rechenzeit steigt dadurch nur unwesentlich an, da zur statistischen Beschreibung eines turbulenten Sprays ohnehin eine gewisse Anzahl an Trajektorien benötigt wird. Wie schon in Abschnitt 3.2 beschrieben worden ist, basiert die lagrangesche Betrachtung des Sprühstrahls auf der Monte-Carlo-Methode. Entsprechend der vorgegebenen Verteilungsfunktionen, wird eine statistisch ausreichende Anzahl an repräsentativen Initialtropfen generiert.

Um eine geeignete Verteilungsfunktion für die Tropfenstartbedingungen formulieren zu können, muss die initiale Verteilung des Sprays experimentell ermittelt worden sein. Die Einspritzdüse des M111-Motors wurde zu diesem Zweck mit einem PDA-System vermessen (Rottenkolber, 2001). Aus den PDA-Messungen lässt sich auch das Maximum der Tropfengeschwindigkeiten ermitteln. Die Geschwindigkeitsbeträge liegen für die hier untersuchte Düse stets unterhalb von 27 m/s.

Basierend auf den experimentell ermittelten Daten kann eine statistische Beschreibung der initialen Tropfen abgeleitet werden. Die mathematische Beschreibung erfordert ein gewisses Fingerspitzengefühl, da es prinzipiell eine Vielzahl an Möglichkeiten gibt. Abgeleitet aus der experimentellen Untersuchung wird ein Durchmesserspektrum von 25 bis $200\mu\text{m}$ angenommen (vgl. Diplomarbeit Gorse (2001)). Dieses Spektrum wird mit fünf Klassen diskretisiert, wobei der Massenstrom auf die einzelnen Klassen aufgeteilt ist. Die Aufteilung der Brennstoffmasse wird mit einer Gauß-Verteilung als Funktion des Tropfendurchmessers angenähert. Eine detaillierte Beschreibung der Tropfenstartbedingungen ist in Tabelle 6.2 zusammengefasst.

Durchmesserklasse		I	II	III	IV	V
Durchmesser D_d (Gleichverteilung)	μm	25-60	60-95	95-130	130-165	165-200
Massenstrom \dot{m} eines Sprühstrahls (Gauß-Verteilung)	g/s μ (μm) σ (μm)	1.65 200 90				
Startposition r_{pos} (Gleichverteilung)	mm	0.4-0.5	0.3-0.4	0.2-0.3	0.1-0.2	0.0-0.1
Halber Strahlkegelwinkel $\gamma/2$ (Gauß-Verteilung)	μ ($^\circ$) σ ($^\circ$)	5.0 5.5	3.6 4.0	2.3 2.6	1.1 1.3	0.0 0.1
Geschwindigkeit v_{abs}	m/s	26				
Temperatur T	K	293				
Einbauwinkel α	$^\circ$	22				
Öffnungswinkel β	$^\circ$	15				

Tab. 6.2: Tropfenstartbedingungen (vgl. Abb. 6.2)

6.3.2 Einsatz und Grenzen der Turbulenzmodellierung

Die turbulente Saugrohrströmung wird mit den Reynolds-gemittelten Erhaltungsgleichungen berechnet, während der Einfluss der Turbulenz mit dem k,ε -Modell beschrieben wird. Eine instationäre Strömung kann jedoch nur dann mit den zeitgemittelten Transportgleichungen berechnet werden, wenn die turbulenten Zeitskalen sehr viel kleiner sind, als die makroskopischen Vorgänge in der Hauptströmung. Eine Abschätzung zeigt, dass das turbulente Frequenzspektrum der modellierten Saugrohrströmung im kHz-Bereich liegt, während die makroskopischen Vorgänge der Hauptströmung in einem Zeitfenster von mehreren Millisekunden ablaufen.

Die Ausbreitung des Sprühstrahls ist durch die turbulente Gasphase geprägt. Da keine Kenntnis über die exakten turbulenten Geschwindigkeiten vorliegt, müssen die turbulenten Schwankungsbewegungen aus den Größen k und ε generiert werden. In dieser Arbeit wird das Dispersionsmodell von Gosman und Ioannides verwendet. Das Modell simuliert die turbulenten Fluktuationen mit zufällig generierten Schwankungsgeschwindigkeiten, die der zeitlich gemitt-

telten Hauptströmung überlagert werden (siehe Abschnitt 3.2). Im Gegensatz zu den tatsächlichen, turbulenten Wirbeln haben die modellierten Schwankungsbewegungen eine recht einfache Struktur. Der zeitgemittelten Tropfenflugbahn wird daher lediglich eine wellenartige Bewegung überlagert (vgl. Abb.3.4). Eine solche turbulente Dispersion tritt in der Realität nur bei großen Stokes-Zahlen in Erscheinung. Die direkte numerische Simulation der karmanschen Wirbelstraße hat gezeigt, dass von einer wellenartigen Tropfenflugbahn erst bei $St = 10.2 \cdot St_{\text{cut-off}} (\approx 1.6)$ ausgegangen werden kann (Abb. 5.21). Hingegen tritt bei kleinen Stokes-Zahlen eine Separation und Akkumulation der Tropfen auf (Abb. 5.18 - 5.20). Diese Strukturen können durch das Dispersionsmodell nicht wiedergegeben werden. Aus diesem Grund ist die Turbulenzmodellierung einer Zweiphasenströmung bei Stokes-Zahlen kleiner als 1.6 eher mit Vorbehalt einzusetzen.

In Abbildung 6.5 sind die im Saugrohr auftretenden Stokes-Zahlen für charakteristische Durchmesser des Tropfenspektrums dargestellt. Die Grafik zeigt, dass die Modellierung der Tropfendispersion bei dieser Strömung gerechtfertigt ist. Nach den vorherrschenden Stokes-Zahlen ist nur bei kleinen Tropfen eine turbulente Dispersion zu erwarten. So ist am äußeren Sprühstrahl eine leichte Schwankungsbewegung der Tropfen zu erkennen, während große Tropfen, die sich vorzugsweise im Kern des Sprühstrahls aufhalten, eine nahezu geradlinige Flugbahn aufweisen.

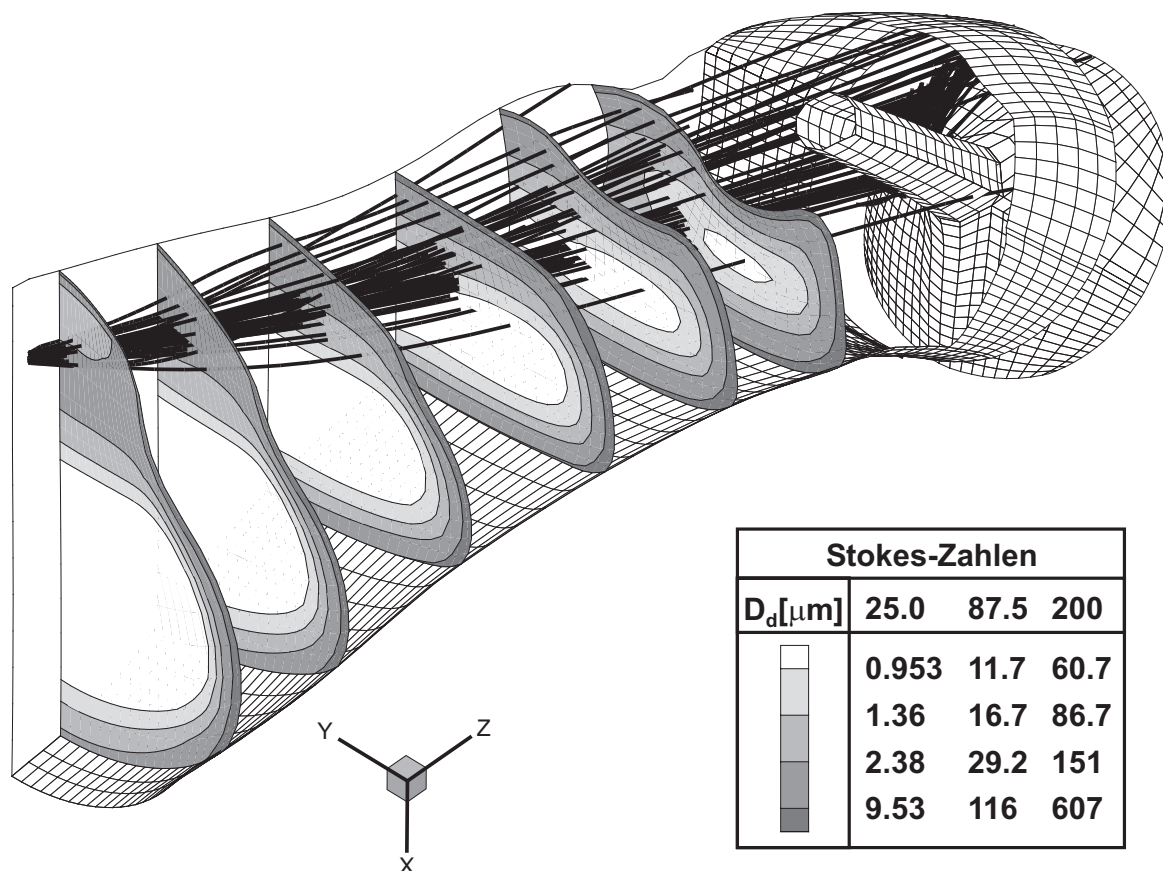


Abb. 6.5: Stokes-Zahlen (Gl. 2.2) im Saugrohr und repräsentative Trajektorien

6.3.3 Numerische Untersuchung der Saugrohrströmung

Die numerische Simulation besitzt den Vorteil des einfachen Zugangs zu sämtlichen Daten im gesamten Rechengebiet. In einer experimentellen Untersuchung ist dies nur schwer bzw. unmöglich zu erreichen. So können die Vorgänge am Ventilsitz mit einer Simulation recht einfach analysiert werden, während der Einsatz eines Laser-optischen Messverfahrens größte Probleme birgt.

In Abbildung 6.6 ist die Gasgeschwindigkeit in der Mittelebene, sowie die Druckverteilung an der Saugrohrwand und am Ventil dargestellt. Die Grafik zeigt, dass die Gasphase in Richtung des Einlasskanals beschleunigt und stark umgelenkt wird. Rezirkulationsgebiete sind am Saugrohrentritt, an der Ventilführung und im Nachlauf des Ventilschaftes erkennbar. Für einen Ventilhub von 8 mm kann am Einlasskanal eine maximale Geschwindigkeit von 66 m/s ermittelt werden, während die über den Ventilschlitz gemittelte Geschwindigkeit 29 m/s beträgt. Die Druckverteilung kennzeichnet ebenfalls die starke Umlenkung der Strömung. Ein Staupunkt ist vor dem Ventilschaft auf dem Ventilteller zu erkennen, während ein zweiter Staupunkt an der hinteren Trennwand vorherrscht. Die schwarze Linie auf dem Ventilteller ist durch die Zusammensetzung der beiden Gitterblöcke (Abb. 6.4) bedingt und hat keine physikalische Bedeutung.

Die Ausbreitung des Sprühstrahls ist in Abbildung 6.7 durch repräsentative Tropfentrajektorien dargestellt. Es ist gut zu erkennen, dass der Großteil der Tropfen auf dem Ventilteller auftrifft, an dem ein intensiver Splashing-Prozess stattfindet. Nur kleine Tropfen werden von der Gasströmung abgelenkt und treffen auf die inneren Wände bzw. den Ventilschaft. Die numerische Untersuchung ergab, dass 61% der Brennstoffmasse an den Wänden und dem Ventilteller de-

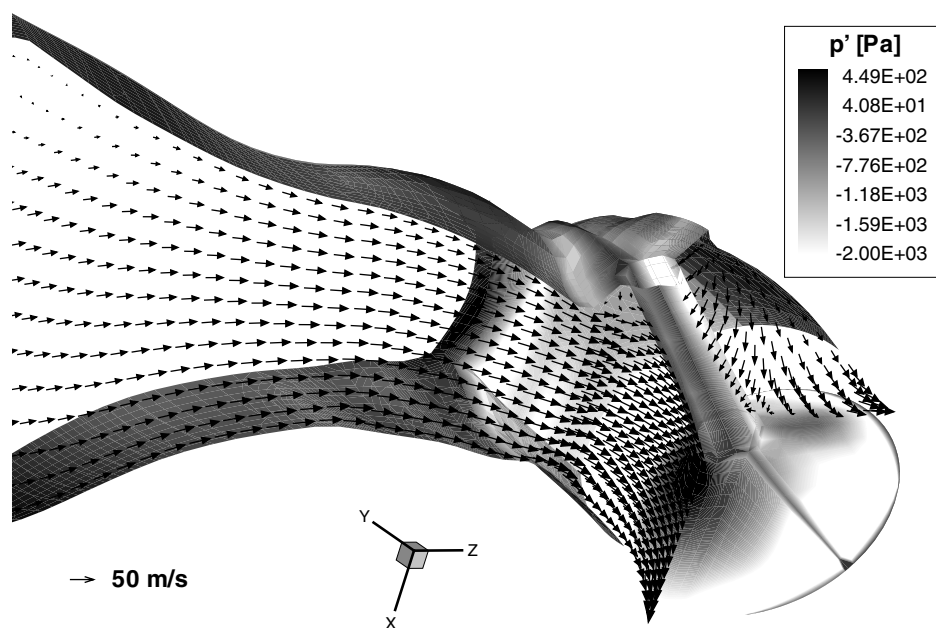


Abb. 6.6: Druckverteilung an den Wänden [Kontur] und Gasgeschwindigkeiten im Mittelschnitt [Vektor]

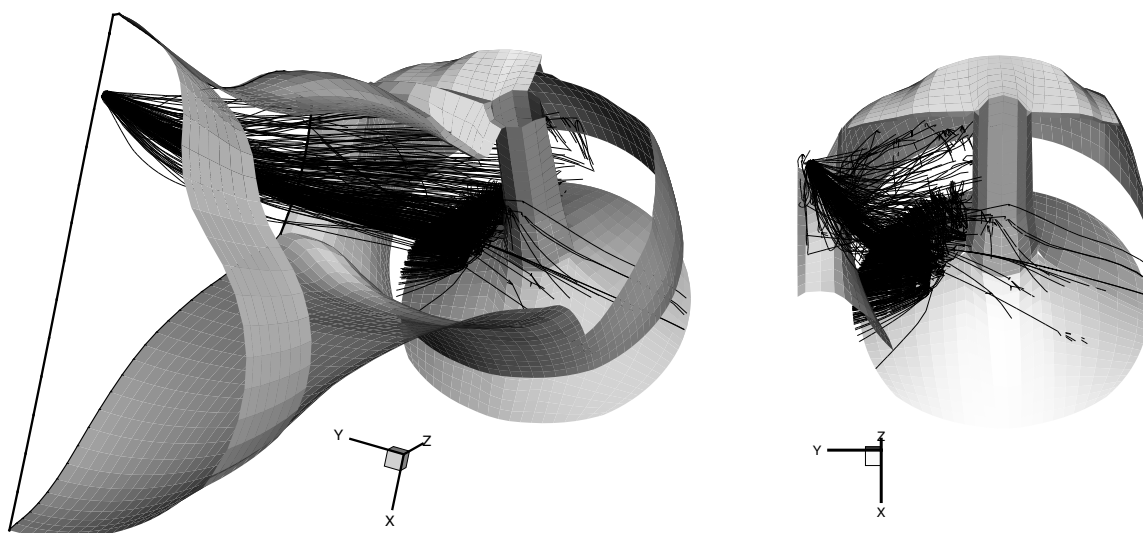


Abb. 6.7: Repräsentative Trajektorien innerhalb des Saugrohres

positioniert werden, ein Anteil von 2% verdunstet und lediglich 37% des Sprays direkt (nicht durch Wandfilmbildung) in den Brennraum gelangt (vgl. Burger et al. (2002b)).

6.4 Validierung des numerischen Verfahrens

Wie schon in Abschnitt 6.2 beschrieben worden ist, wurde die Saugrohrströmung mit dem PIV-Verfahren vermessen. Aus diesen Messungen konnte die Tropfenzahldichte, sowie die Gas- und Tropfengeschwindigkeiten zeitgleich ermittelt werden. Mit den experimentellen Werten kann sowohl die instationäre Ausbreitung des Sprühstrahls als auch die Wechselwirkung zwischen den beiden Phasen validiert werden.

6.4.1 Zeitliche Ausbreitung des Sprühstrahls

In der vorgestellten, experimentellen Untersuchung (Abschnitt 6.2) waren die Ein- und Austrittsrandbedingungen über die Dauer der Einspritzung konstant. Unter dieser Voraussetzung werden die instationären Prozesse in der Gasphase nur durch den eingesprützten Kraftstoff ausgelöst. In der Simulation zeigt sich, dass diese Prozesse vor allem in der Nähe der Einspritzdüse auftreten. In diesem Gebiet sind die Gasgeschwindigkeiten niedrig und es herrscht eine große Relativgeschwindigkeit zwischen der Gas- und Tropfenphasen, was zu einem hohen Impulsaustausch führt. Die eingesprützten Tropfen beschleunigen die Gasphase durch die aerodynamische Wechselwirkung, bis ein stationärer Zustand erreicht wird.

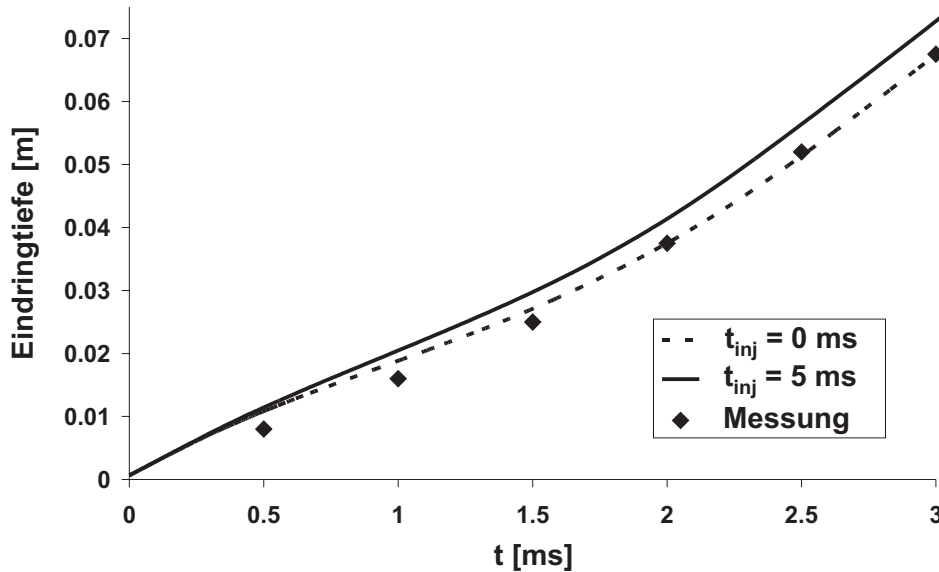


Abb. 6.8: Eindringtiefe des Sprühstrahls zu zwei unterschiedlichen Zeitpunkten

Um diesen Vorgang zu verdeutlichen, ist die Eindringtiefe des Sprühstrahls zu zwei Zeitpunkten ermittelt worden: zu Beginn der Einspritzung ($t_{inj} = 0$ ms) und zu einem späteren Zeitpunkt ($t_{inj} = 5$ ms). Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.8 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der Sprühstrahl zu Beginn verzögert und dann beschleunigt wird. Dieser Vorgang lässt sich mit dem Impulsaustausch erklären, der bei stark unterschiedlichen Gasgeschwindigkeiten eine wichtige Rolle spielt. Die dargestellten Kurven weisen daher zwei Wendepunkte auf. Der Verlauf der Kurven zeigt, dass die Verzögerung zu Beginn der Einspritzung wesentlich stärker ausgeprägt ist. Daraus lässt sich schließen, dass die Gasgeschwindigkeiten hinter der Düse mit der Zeit ansteigen. Dieser Effekt verdeutlicht die transiente Wechselwirkung beider Phasen. Die numerisch berechnete Eindringtiefe wird in Abbildung 6.8 mit experimentellen Werten verglichen, die mit Hilfe von Laserlichtschnitten zu verschiedenen Zeitpunkten gemessen wurden (Rottenkolber, 2001). Die Messungen stimmen hierbei mit der berechneten Kurve ($t_{inj} = 0$ ms) gut überein.

In Abbildung 6.9 ist die zeitliche Ausbreitung des Sprühstrahls dargestellt. Der Sprühstrahl wird in dieser Abbildung durch die normierte Tropfenzahl dichte charakterisiert, während die Gasphase durch Stromlinien dargestellt wird. Auch hier zeigen die Berechnung und die Messung qualitativ eine gute Übereinstimmung.

Oberhalb des Sprühstrahls ist ein Wirbel erkennbar, der zu Beginn ($t_{inj} = 1$ ms) schwach und zu einem späteren Zeitpunkt ($t_{inj} = 3$ ms) stärker ausgeprägt ist. Dieser Wirbel wird durch eine Separation der Gasströmung am Flansch des Zylinderkopfes erzeugt. In der experimentellen Untersuchung von Rottenkolber et al. (1999) wurde die Präsenz dieses Wirbels mit Hilfe von PIV-Messungen bestätigt. Die Simulation zeigt, dass dieser Wirbel während des Einspritzvorganges stetig zunimmt. Der Wirbel erreicht zum Zeitpunkt $t_{inj} \approx 5$ ms seine maximale Größe, während die Simulation erst nach $t_{inj} \approx 8$ ms vollständig stationär wird. Dieser Effekt ist ebenfalls durch die aerodynamische Wechselwirkung von Sprühstrahl und Gasphase erklärbar.

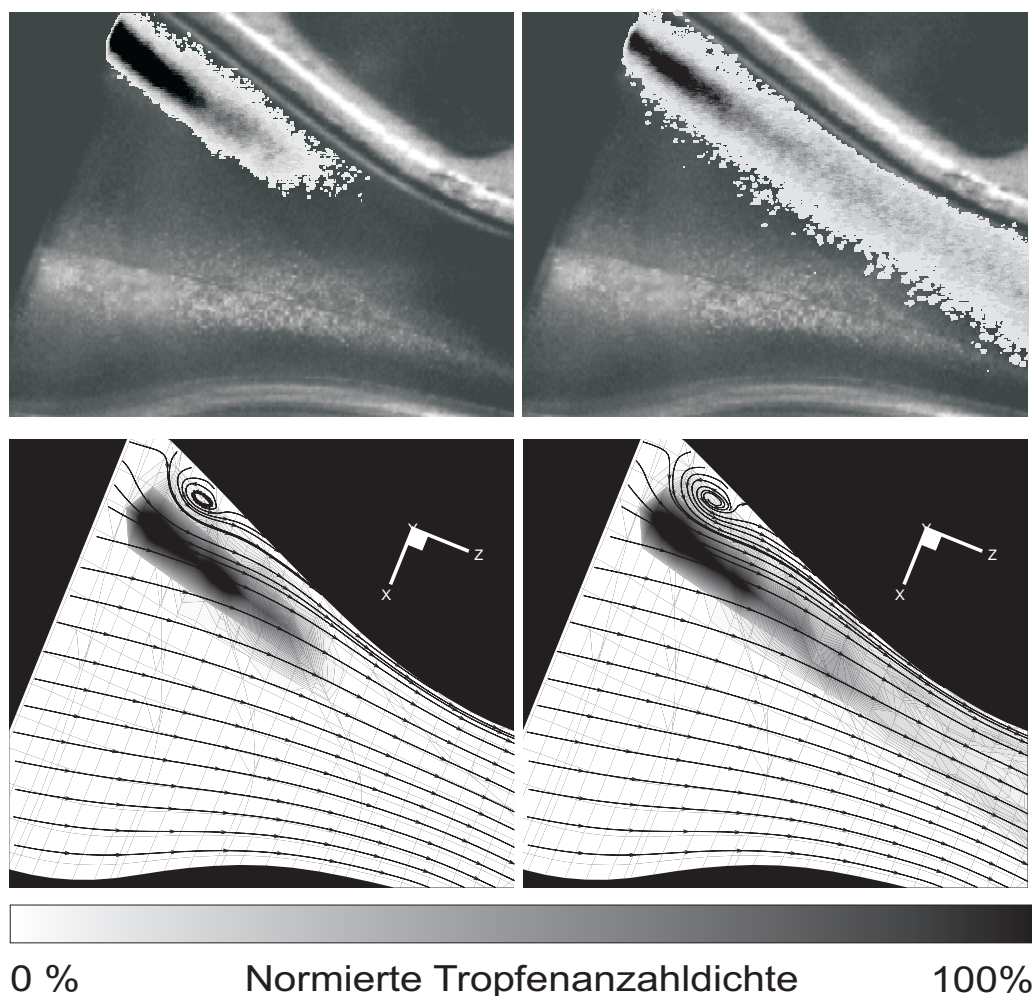


Abb. 6.9: Gegenüberstellung von Messung (vgl. Diplomarbeit Liedtke (1998)) [oben] und Simulation [unten]: Sprühstrahl [Kontur] und Gasphase [Stromlinien] zum Zeitpunkt $t_{inj} = 1 \text{ ms}$ [links] und $t_{inj} = 3 \text{ ms}$ [rechts]

Die Luft wird durch den Sprühstrahl an der Scherschicht des Wirbels beschleunigt, wodurch die Zirkulation verstärkt wird. In Abbildung 6.9 lässt sich dieser Vorgang gut erkennen.

6.4.2 Interaktion von Sprühstrahl und Gasphase

Während im vorangegangenen Abschnitt die instationäre Ausbreitung des Sprühstrahls näher betrachtet worden ist, soll in diesem Abschnitt die Wechselwirkung von Gas- und Flüssigphase validiert werden. Hierzu werden die berechneten Gas- und Tropfengeschwindigkeiten sowohl qualitativ als auch quantitativ mit den experimentellen Daten verglichen.

Qualitativer Vergleich

In Abbildung 6.10 werden die Geschwindigkeitsvektoren der Gas- und Tropfenphase einander gegenübergestellt. Die Berechnung wird hierfür an der experimentell modifizierten Geometrie

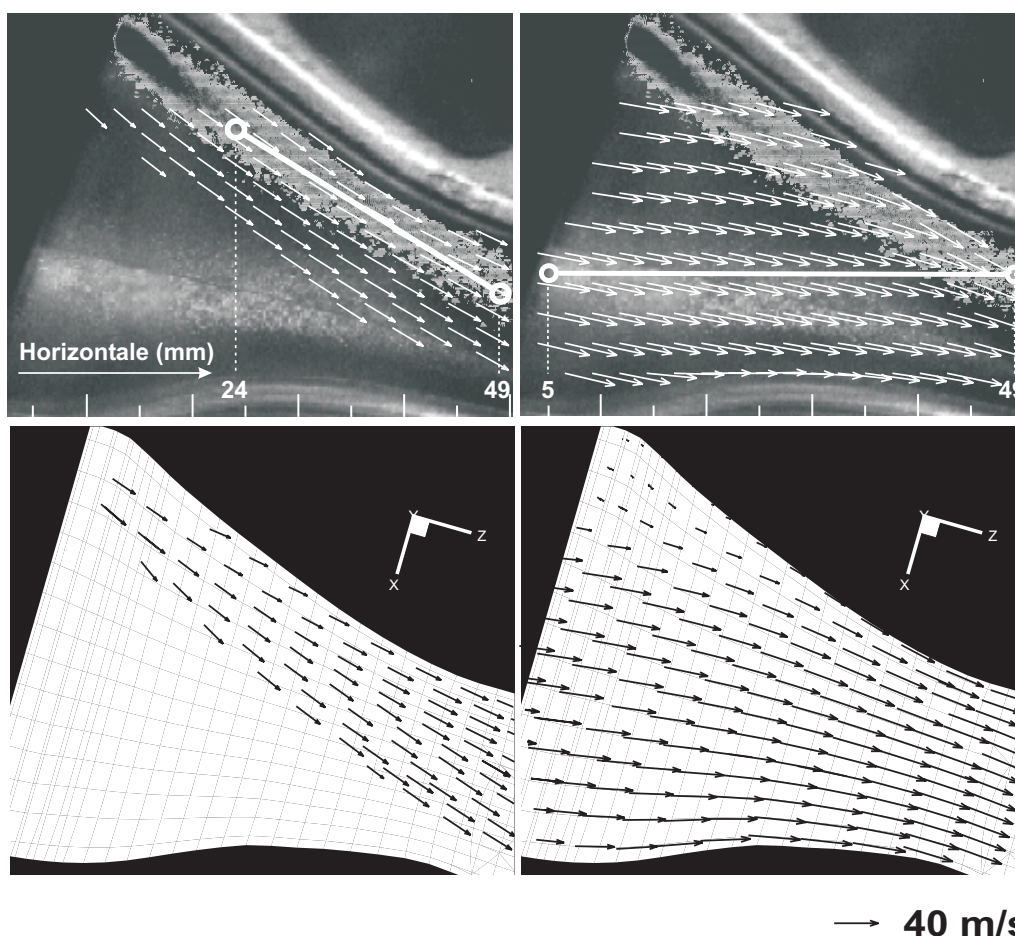


Abb. 6.10: Qualitativer Vergleich der Tropfen- [links] und der Gasgeschwindigkeiten [rechts]: PIV-Messung (Rottenkolber, 2001) [oben] und Rechnung [unten]

vorgenommen, so dass ein direkter Vergleich zwischen Rechnung und Messung möglich ist. Es ist gut zu erkennen, dass die Bewegungsrichtung der Tropfen durch die Gasphase beeinflusst wird. Vor allem im hinteren Teil des Saugrohres richtet sich das Spray nach der Gasphase aus. Die Geschwindigkeitsverteilung der Gasphase ist hauptsächlich durch den Wirbel am oberen Eintritt des Saugrohres geprägt. An dieser Stelle konnten keine verwertbaren Messdaten erzeugt werden. Die Gegenüberstellung von Simulation und Experiment zeigt qualitativ eine gute Übereinstimmung.

Quantitativer Vergleich

Ein quantitativer Vergleich der Tropfen- und Gasgeschwindigkeiten ist in Abbildung 6.11 dargestellt. Die Gegenüberstellung wird entlang der zwei Linien vorgenommen, die in Abbildung 6.10 in den beiden oberen Fenstern eingezeichnet worden sind. Die berechnete Tropfengeschwindigkeit (Anzahl-gemittelt) weist eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment auf. Bei der Validierung der Gasgeschwindigkeiten kann hingegen eine maximale Abweichung von ca. 10% beobachtet werden. Unter Berücksichtigung des verwendeten k,ϵ -Turbulenzmodelles

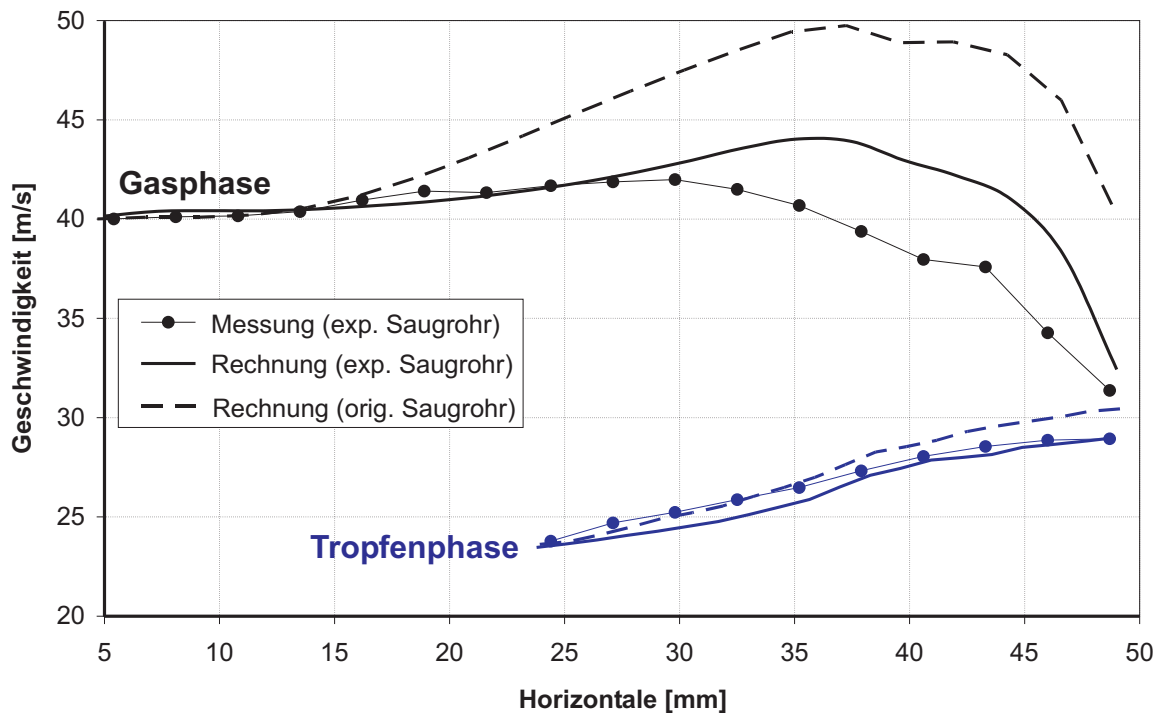


Abb. 6.11: Quantitativer Vergleich der Geschwindigkeitsverläufe

ist die erzielte Genauigkeit respektabel – nicht zuletzt deshalb, weil einem durch den Sprühstrahl bedingten Einfluss auf die Turbulenz keinerlei Rechnung getragen wird.

In einem weiteren Schritt werden die Geschwindigkeiten der originalen und experimentell modifizierten Saugrohrkontur einander gegenübergestellt (Abb. 6.11). Es ist zu erkennen, dass die veränderte Geometrie nur eine geringe Auswirkung auf die Tropfengeschwindigkeit hat. Dies ist vor allem durch die schlechte Effektivität der Einspritzdüse begründet, die sehr große und damit träge Tropfen erzeugt (Walzel, 1997). Im Gegensatz hierzu sind die Gasgeschwindigkeiten stark unterschiedlich, wobei der qualitative Geschwindigkeitsverlauf erhalten bleibt. Die versuchsbedingten Änderungen der Saugrohrkontur haben demnach keinen Einfluss auf die Tropfenphase. Es kann jedoch eine Reduzierung der Gasgeschwindigkeit beobachtet werden, die auf eine veränderte Querschnittsfläche schließen lässt.

Die vorgestellte Validierung unterstreicht die große Einsatzmöglichkeit des Euler-Lagrange-Verfahrens. Das entwickelte Berechnungsverfahren gibt die räumliche und zeitliche Ausbreitung des Sprühstrahls exakt wieder. Auch die Wechselwirkung zwischen der Gas- und Tropfenphase wird mit der Simulation genau reproduziert. Sowohl die qualitative als auch die quantitative Gegenüberstellung von Rechnung und Messung zeigen, dass das vorgestellte Euler-Lagrange-Verfahren zur zeitabhängigen Berechnung von turbulente Zweiphasenströmung sehr gut geeignet ist. Die Arbeit bestätigt somit den Einsatz der RANS-Gleichungen, auf denen das vorgestellte Verfahren basiert (vgl. Kapitel 3). Durch eine Analogie zur karmanschen Wirbelstraße kann jedoch gezeigt werden, dass die Modellierung der turbulenzbedingten Tropfendispersion nur für Stokes-Zahlen größer eins sinnvoll ist – wodurch der Einsatzbereich der RANS-Methode eingeschränkt wird.

7 Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden numerische Ansätze zur Simulation von instationären Zweiphasenströmungen behandelt. Die Berechnungsgrundlage ist ein gekoppeltes Euler-Lagrange-Verfahren, das im Detail vorgestellt wird. Bei dieser numerischen Methode werden die Erhaltungsgleichungen der Gasphase in einem ortsfesten Koordinatensystem gelöst, während die Tropfen im mitbewegten Bezugssystem betrachtet werden. Obwohl die Kopplung der beiden Phasen aufgrund der zwei unterschiedlichen Bezugssysteme einen gewissen Mehraufwand bedeutet, kann dennoch gezeigt werden, dass das Euler-Lagrange-Verfahren eine sehr viel höhere Genauigkeit besitzt, als dies mit dem Euler-Euler-Verfahren erreicht werden kann. Gerade bei der direkten numerischen Simulation einer wirbelbehafteten Zweiphasenströmung ist dies entscheidend. In diesem Fall darf das numerische Verfahren keine „künstliche Diffusion“ beim Transport der dispersen Phase erzeugen. Anhand eines einfachen Beispiels wird gezeigt, dass das Euler-Lagrange-Verfahren diese Anforderung erfüllt. Die euler-eulersche Methode ist für solch eine Problemstellung weniger geeignet.

Um eine Sprühstrahlberechnung mit realen Brennstoffen, wie beispielsweise Kerosin, beschreiben zu können, wird ein neuartiges Tropfenverdunstungsmodell vorgestellt, das der Destillation von Mehrkomponenten-Kraftstoffen Rechnung trägt. Das „Distillation Curve Model“ basiert auf einem Modellkraftstoff, der die Eigenschaften eines komplexen Stoffgemisches zuverlässig beschreibt. Hohe Temperaturen und Drücke, die typischerweise in Brennkammern von Gasturbinen und Motoren auftreten, werden durch geeignete Stoffkorrelationen und Mischungsregeln berücksichtigt. Gerade der Phasenübergang an der Tropfenoberfläche weicht unter diesen Bedingungen von einem thermodynamisch idealen Verhalten stark ab.

Im direkten Vergleich erzielt das „Distillation Curve Model“ eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit experimentellen Daten und hochauflösenden Modellansätzen, wie dem so genannten „Diffusion Limit Model“. Dabei ist der Rechenaufwand dieses neuartigen Tropfenverdunstungsmodells äußerst gering. Der vorgestellte Modellansatz ist um eine Größenordnung schneller als das numerisch aufwendige „Diffusion Limit Model“ und mit der numerischen Effizienz simpler Modelle (z.B. Rapid Mixing Model) vergleichbar. Durch die Tabellierung sämtlicher stoffspezifischer Größen, kann eine weitere, entscheidende Reduzierung der benötigten CPU-Zeit erreicht werden.

Zur Validierung des Euler-Lagrange-Verfahrens wird in dieser Arbeit ein neuer Grundlagentestfall vorgestellt: die tropfenbeladene karmansche Wirbelstraße. Diese idealisierte Konfiguration zeichnet sich durch eine wirbelbehaftete aber dennoch laminare Zweiphasenströmung aus. Die Dispersion der Tropfen wird alleine durch makroskopische Wirbel erzeugt und nicht mit einer turbulenzbedingten Dispersion überlagert. Dies ermöglicht eine isolierte Betrachtung der Tropfen-Wirbel-Interaktion. Abhängig von der Stokes-Zahl ergibt sich ein unterschiedliches Dispersionsverhalten, das auf die Separation und Akkumulation der Tropfen zurückzuführen ist. Die disperse Phase kann einen großen Einfluss auf die Wirbelablösung ausüben – die entscheidende Größe ist die Beladung. In der Untersuchung treten zwei Modi in

Erscheinung, bei denen der Zylinder-Auftriebsbeiwert sprunghaft abfällt. Das Auftreten dieser Modi kann mit der Stokes-Zahl allgemein beschrieben werden.

Um ein tieferes Verständnis dieser Mechanismen zu erreichen, wird in einer Ähnlichkeitsbetrachtung eine harmonisch schwingende Partikelströmung theoretisch untersucht. Dieser einfachste Fall einer oszillierenden Zweiphasenströmung kann unter gewissen Annahmen analytisch gelöst werden – dennoch weist diese Strömung dieselben Eigenschaften einer komplexen Zweiphasenströmung auf. Der Frequenzgang der oszillierenden Strömung ist typisch für einen Tiefpassfilter, dessen Filtereigenschaften durch die Eckfrequenz charakterisiert werden kann. Durch eine Substitution wird gezeigt, dass der Frequenzgang alleine von der Stokes-Zahl abhängt. Die dimensionslose Darstellung führt zu Kennzahlen, die die Phasenverschiebung und die Amplitudendifferenz genau quantifizieren.

Dieses Wissen ist für die Auswertung der tropfenbeladenen karmanschen Wirbelstraße unbedingt erforderlich - sämtliche Phänomene können mit den neuen Kennzahlen charakterisiert werden. So kann die Separation und Akkumulation der Tropfen durch die auftretende Phasenverschiebung und Amplitudendifferenz erklärt werden. Der sprunghafte Abfall des Zylinder-Auftriebsbeiwertes lässt sich auf ein abnehmendes Folgevermögen der Tropfen zurückführen. Die Gegenüberstellung der Ähnlichkeitsbetrachtung und der Simulationsergebnisse zeigt, dass typische Phänomene bei denselben Stokes-Zahlen auftreten. Die exakte Übereinstimmung unterstreicht die hohe Genauigkeit des vorgestellten Euler-Lagrange-Verfahrens.

Abschließend werden die Möglichkeiten und Grenzen bei der Simulation einer turbulenten Zweiphasenströmung aufgezeigt. Die Saugrohreinspritzung im Ottomotor erweist sich aufgrund der instationären Sprühstrahlausbreitung als idealer Testfall. Im Gegensatz zu einer laminaren Strömung kann diese turbulente Zweiphasenströmung mit der heute zur Verfügung stehenden Computerleistung nicht direkt berechnet werden. Die Simulation wird daher mit den Reynolds-gemittelten Erhaltungsgleichungen (RANS) durchgeführt, während der Einfluss der Turbulenz modelliert wird. Die Validierung der numerischen Resultate zeigt, dass das Euler-Lagrange-Verfahren zur Berechnung eines instationären Einspritzvorganges im Ottomotor bestens geeignet ist. So schneiden die erzielten Ergebnisse im direkten Vergleich mit experimentellen Daten durchweg gut ab. Dennoch sind der RANS-basierten Berechnung von Zweiphasenströmungen Grenzen gesetzt. Eine Modellierung der turbulenzbedingten Tropfendispersion ist nur bei großen Stokes-Zahlen vertretbar. An dieser Stelle gewinnt ein LES-basiertes Berechnungsverfahren an Bedeutung, das jedoch erst in einigen Jahren effizient eingesetzt werden kann.

Literaturverzeichnis

- Aggarwal, S.K., Park, T.W. und Katta, V.R. (1996): *Unsteady Spray Behavior in a Heated Jet Shear Layer: Droplet-Vortex Interactions*. Combust. Sci. Tech., Bd. 113-114, S. 429–449.
- Bardon, M. F. und Rao, V. K. (1984): *Calculation of Gasoline Volatility*. Journal of the Institute of Energy, Bd. September, S. 343–348.
- Basset, A.B. (1888): *Treatise on Hydrodynamics*, Bd. 2. Cambridge: Deighton, Bell and Co.
- Bauer, H.-J. (1989): *Überprüfung numerischer Ansätze zur Beschreibung turbulenter elliptischer Strömungen in komplexen Geometrien mit Hilfe konturangepaßter Koordinaten*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Beaudan, P. und Moin, P. (1994): *Numerical experiments on the flow past a circular cylinder at sub-critical Reynolds number*. Techn. Ber. TF-62, Thermoscience Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University.
- Benz, E. (1994): *Entwicklung und Erweiterung von grundlegenden Ansätzen zur numerischen Berechnung turbulenter Unter- und Überschallströmungen in Gasturbinen*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Benz, E. und Wittig, S. (1994): *Prediction of the Interaction of Coolant Ejection with the Main Stream at the Leading Edge of a Turbine Blade: Attached Grid Application*. Tagungsband: *International Symposium on Heat Transfer in Turbomachinery*. Athens.
- Blümcke, E. (1992): *Turbulente Partikeldispersion in eingeschlossenen Drallströmungen*. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum.
- Bosch, G. (2001): *Experimentelle und theoretische Untersuchung der instationären Strömung um zylindrische Strukturen*. Dissertation, Institut für Hydromechanik, Universität Karlsruhe (TH).
- Boussinesq, J. (1877): *Essay sur la theories des eaux courantes*. Mem. presentes par divers savants a l'Academic des Sciences de l'Institut National de France, Bd. 23(1).
- Boussinesq, J. (1903): *Theorie analytique de la chaleur*, Bd. 2. Paris: Gauthier-Villars.
- Bronstein, I. und Semendjajew, K. (Hrsg.) (1969): *Taschenbuch der Mathematik*. Frankfurt/M.: Harry Deutsch Verlag, 9. Aufl.
- Burger, M. (1999): *Implementierung eines $k-\omega$ Turbulenzmodells in das Strömungsberechnungsprogramm FENFLOSS*. Diplomarbeit, Institut für Hydraulische Strömungsmaschinen, Universität Stuttgart.
- Burger, M. (2001): *Numerische Simulation von verdunstenden Sprühstrahlen*. Graduiertenkolleg GRK 224; Abschlußbericht, Universität Karlsruhe (TH).

- Burger, M., Klose, G., Rottenkolber, G., Schmehl, R., Giebert, D., Schäfer, O., Koch, R. und Wittig, S. (2002a): *A Combined Eulerian and Lagrangian Method for Prediction of Evaporating Sprays*. ASME–Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd. 124, S. 481–488.
- Burger, M., Schmehl, R., Gorse, P., Dullenkopf, K., Schäfer, O., Koch, R. und Wittig, S. (2002b): *Predictions of Transient Fuel Spray Phenomena in the Intake Port of a SI-Engine*. SAE–Journal of Fuels and Lubricants, S. 1229–1241.
- Burger, M., Schmehl, R., Koch, R., Wittig, S. und Bauer, H.-J. (2006): *DNS of droplet-vortex interaction with a Karman vortex street*. International Journal of Heat and Fluid Flow, Bd. 27, S. 181–191.
- Burger, M., Schmehl, R., Prommersberger, K., Schäfer, O., Koch, R. und Wittig, S. (2002c): *A multi-component droplet evaporation model for real aviation fuels at elevated pressures*. Tagungsband: *18th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Zaragoza.
- Burger, M., Schmehl, R., Prommersberger, K., Schäfer, O., Koch, R. und Wittig, S. (2003a): *Droplet evaporation modeling by the distillation curve model: accounting for kerosene fuel and elevated pressures*. International Journal of Heat and Mass Transfer, Bd. 46, S. 4403–4412.
- Burger, M., Schmehl, R., Schäfer, O., Koch, R. und Wittig, S. (2001): *Thermophysical Properties of Pure Hydrocarbons and the Model Fuel for Pressures up to 5 MPa*. Deliverable Report (Subtask 3.2.2), EC under contract G4RD-CT-1999-00075 (CFD4C).
- Burger, M., Schmehl, R., Schäfer, O., Koch, R. und Wittig, S. (2003b): *Numerical study of Strouhal instabilities in two-phase flows*. Tagungsband: *9th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Sorrento.
- Caretto, L.S., Gosman, A.D., Patankar, S.V. und Spalding, D.B. (1972): *Two calculation procedures for steady, three-dimensional flows with recirculation*. Tagungsband: *Third Int. Conf. Numer. Methods Fluid Dyn.*. Paris.
- Cebeci, T. und Bradshaw, P. (Hrsg.) (1984): *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*. Berlin: Springer-Verlag.
- Chin, J. S. (1994): *An Engineering Calculation Method for Multi-Component Stagnant Droplet Evaporation with Finite Diffusion*. ASME Tech. Paper, Nr. 94-GT-440.
- Crowe, C.T., Chung, J.N. und Troutt, T.R. (1988): *Particle Mixing in Free Shear Flows*. Prog. Energy Combust. Sci., Bd. 14, S. 171–194.
- Crowe, C., Sommerfeld, M. und Tsuji, Y. (1998): *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. New York: CRC Press, 1. Aufl.
- Crowe, C. T., Sharma, M. P. und Stock, D. E. (1977): *The Particle-Source-In Cell (PSI-CELL) Model for Gas-Droplet Flows*. ASME–Journal of Fluids Engineering, Bd. 99, S. 325–332.

- Dance, E.W. (Hrsg.) (1966): *Flow visualisation applied to flues research*. London: Gas Council.
- Delplanque, J.-P. (1993): *Liquid-oxygen droplet vaporization and combustion: analysis of trans-critical behavior and application to liquid-rocket combustion instability*. PhD thesis, University of California, Irvine.
- Eigenmann, L., Meisl, J., Koch, R. und Wittig, S. (1999): *Prediction of a Spray Diffusion Flame by a Probability Density Function Approach*. AIAA 99-3370.
- Elbahar, O. (1982): *Zum Einfluß von Kühlluftstrahlen und Mischzonengeometrie auf die Temperaturprofilentwicklung von Gasturbinen-Brennkammern*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Elghobashi, S. (1994): *On Predicting Paerticle-Laden Turbulent Flows*. Applied Scientific Research, Bd. 52, S. 309–329.
- Engeln-Müllges, G. und Reutter, F. (1996): *Numerik-Algorithmen*. Düsseldorf: VDI-Verlag.
- Faeth, G. M. (1983): *Evaporation and Combustion of Sprays*. Prog. Energy Combust. Sci., Bd. 9, S. 1–76.
- Ferziger, J. H. und Perić, M. (1996): *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer-Verlag.
- Frössling, N. (1938): *Über die Verdunstung fallender Tropfen*. Gerlands Beiträge zur Geophysik, Bd. 52, S. 170–215.
- Gauthier, J. E. D., Bardon, M. F. und Rao, V. K. (1991): *Combustion Characteristics of Multi-component Fuels and Cold Starting Conditions in a Gas Turbine*. ASME 91-GT-109.
- Gerrard, J.H. (1966): *The mechanics of the formation region of vortices behind bluff bodies*. J. Fluid Mechanics, Bd. 25, S. 401–413.
- Giebert, D., Bauer, H.-J. und Wittig, S. (1996): *A Comparative Study of Two Low-Reynolds Number $k-\epsilon$ Turbulence Models for Recirculating Flows With and Without Heat Transfer*. Engineering Turbulence Modelling and Experiments, Bd. 3, S. 665–674.
- Gmehling, J. und Kolbe, B. (1992): *Thermodynamik*. Weinheim: VCH Verlagsgesellschaft mbH, 2. Aufl.
- Gorse, P. (2001): *Numerische Beschreibung verdunstender Sprühstrahlen mit der Lagrange-schen und Eulerschen Methode*. Diplomarbeit, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Gosman, A. D. und Ioannides, E. (1983): *Aspects of Computer Simulation of Liquid-Fueled Combustors*. Journal of Energy, Bd. 7, S. 482–490.
- Green, S.I. (1995): *Fluid Vortices*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

- Hallmann, M., Scheurlen, M. und Wittig, S. (1995): *Computation of Turbulent Evaporating Sprays: Eulerian Versus Lagrangian Approach*. ASME–Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd. 117, S. 112–119.
- Hehle, M. (2000): *Stereoskopische PIV Messungen der Zweiphasenströmung im Kaltstart von Ottomotoren*. Diplomarbeit, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Hehle, M., Schäfer, O., Koch, R. und Wittig, S. (2002): *Eperimentelle Untersuchung von periodischen Instationaritäten an einem neuartigen Zerstäuber mittels phasenaufgelöster PDA-Messungen*. Tagungsband: *SPRAY02*. Freiberg.
- Hjelmfelt, A.T. und Mockros, L.F. (1966): *Motion of Discrete Particles in a Turbulent Fluid*. Applied Scientific Research, Bd. 16, S. 149–161.
- Jischa, M. (1982): *Konvektiver Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch*. Braunschweig: Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH.
- Karman, Th. V. (Hrsg.) (1911): *Über den Mechanismus des Widerstandes, den ein bewegter Körper in einer Flüssigkeit erfährt*. Nachrichten von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Berlin: Math. Phys. Klasse.
- Klausmann, W. (1989): *Untersuchungen zur turbulenten Tropfenbewegung und Verdampfung unter brennkammertypischen Bedingungen*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Klein, M. und Janicka, J. (2003): *Large-Eddy Simulation of the Primary Breakup of a Spatially Developing Liquid Film*. Tagungsband: *9th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Sorrento.
- Klingsporn, M. und Renz, U. (1994): *Vaporization of binary unsteady spray at high temperature and high pressure*. International Journal of Heat and Mass Transfer, Bd. 37, S. 265–272.
- Klose, G., Rembold, B., Koch, R. und Wittig, S. (2000a): *Comparison of State of the Art Droplet-Turbulence Models for Aero-Engine Combustor Conditions*. Tagungsband: *Proceedings of 3rd International Symposium on Turbulence*. Nagoya.
- Klose, G., Schmehl, R., Meier, R., Meier, G., Koch, R., Wittig, S., Hettel, M., Leukel, W. und Zarzalis, N. (2000b): *Evaluation of Advanced Two Phase Flow and Combustion Models for Predicting Low Emission Combustors*. ASME Tech. Paper, Nr. 2000-GT-0133.
- Klostermeier, C. (2003): *Numerische Betrachtung der Karmanschen Wirbelstrasse im Falle einer Zylinderumströmung*. Diplomarbeit, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Kneer, R. (1993): *Grundlegende Untersuchungen zur Sprühstrahlausbreitung in hochbelasteten Brennräumen: Tropfenverdunstung und Sprühstrahlcharakterisierung*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).

- Kneer, R., Schneider, M., Noll, B. und Wittig, S. (1993a): *Diffusion Controlled Evaporation of a Multicomponent Droplet: Theoretical Studies on the Importance of Variable Liquid Properties*. International Journal of Heat and Mass Transfer, Bd. 36, S. 2403–2415.
- Kneer, R., Schneider, M., Noll, B. und Wittig, S. (1993b): *Effects of Variable Liquid Properties on Multicomponent Droplet Vaporization*. ASME–Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Bd. 115, S. 467–472.
- Kürten, H., Raasch, J. und Rumpf, H. (1966): *Beschleunigung eines kugelförmigen Feststoffteilchens im Strömungsfeld konstanter Geschwindigkeit*. Chem. Ing. Techn., Bd. 38, S. 941–948.
- Landis, R. B. und Mills, A. F. (1974): *Effect of Internal Diffusional Resistance on the Evaporation of Binary Droplets*. Tagungsband: 5th Int. Heat Transfer Conference, S. 345–349. Tokio.
- Lauder, B.E. und Spalding, D.B. (1974): *The Numerical Computation of Turbulent Flows*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Bd. 3, S. 269–289.
- Law, C. K. (1976): *Unsteady Droplet Vaporization with Droplet Heating*. Combustion and Flame, Bd. 26, S. 17–22.
- Law, C. K. (1982): *Recent Advances in Droplet Vaporization and Combustion*. Progress in Energy and Combustion Science, Bd. 8, S. 171–201.
- Lee, S.L. und Durst, F. (1982): *On the Motions of Particles in Duct Flow*. International Journal of Multiphase Flow, Bd. 2, S. 125–146.
- Liedtke, O. (1998): *Visualisierung der Gemischbildung im Ottomotor*. Diplomarbeit, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Lienhard, J.H. (1966): *Synopsis of lift, drag and vortex frequency for rigid circular cylinders*. College of Engineering Research Division bulletin 300, Techn. Extension Service, Washington State University.
- Ling, W., Chung, N.J., Troutt, R. und Crowe, C.T. (1998): *Direct numerical simulation of a three-dimensional temporal mixing layer with particle dispersion*. Journal of Fluid Mechanics, Bd. 358, S. 61–85.
- Maier, G., Willmann, M. und Wittig, S. (1997): *Development and Optimization of Advanced Atomizers for Application in Premix Ducts*. Tagungsband: 97-GT-56. ASME.
- Makino, A. und Law, C. K. (1988): *On the Controlling Parameter in the Gasification Behavior of Multicomponent Droplets*. Combustion and Flame, Bd. 73, S. 331–336.
- Maxey, R.M. und James, J.R. (1983): *Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow*. Physics of Fluids, Bd. 26(4), S. 883–889.
- Maxey, R.M. und James, J.R. (1993): *Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform of unsteady flow*. Gas-Solid Flows, Bd. 166, S. 57–62.

- Michaelides, E.E. (1997): *Review - The Transition Equation of Motion for Particles, Bubbles and Droplets*. ASME–Journal of Fluids Engineering, Bd. 119, S. 233–247.
- Milojević, D. (1990): *Lagrangian Stochastic-Deterministic (LSD) Predictions of Particle Dispersion in Turbulence*. Particle and Particle Systems Characterization, Bd. 7, S. 181–190.
- Milton, B. E., Behnia, M. und Ellerman, D. M. (2001): *Fuel deposition and re-atomization from fuel/air flows through engine inlet valves*. International Journal of Heat and Fluid Flow, Bd. 22, S. 350–357.
- Monkewitz, P.A. (1988): *The absolute and convective nature of instability in two-dimensional wakes at low Reynolds numbers*. Phys. Fluids, Bd. 31(5), S. 999–1006.
- Mundo, C., Sommerfeld, M. und Tropea, C. (1995): *Droplet - Wall Collisions: Experimental Studies of the Deformation and Breakup Process*. International Journal of Multiphase Flow, Bd. 21, S. 151–174.
- Noll, B. (1986): *Numerische Berechnung brennkammertypischer Ein- und Zweiphasenströmungen*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Noll, B. (1992a): *Evaluation of a High-Resolution Scheme for Combustor Flow Computations*. AIAA-Journal, Bd. 30, S. 64–69.
- Noll, B. (1992b): *Möglichkeiten und Grenzen der numerischen Beschreibung von Strömungen in hochbelasteten Brennräumen*. Habilitation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Noll, B., Bauer, H.-J. und Wittig, S. (1991): *Generalized Conjugate Gradient Method for the Efficient Solution of Three-Dimensional Fluid Flow Problems*. Numerical Heat Transfer, Bd. 20, S. 207–221.
- Oertel Jr., H. und Delfs, J. (1996): *Strömungsmechanische Instabilitäten*. Berlin: Springer-Verlag.
- Oseen, C.W. (1927): *Hydrodynamik*. Leipzig: Akademische Verlagsgesellschaft.
- Panton, R.L. (1996): *Incompressible Flow*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2. Aufl.
- Patankar, S. und Spalding, D. (1972): *A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows*. International Journal of Heat and Mass Transfer, Bd. 4, S. 409–425.
- Prommersberger, K. (2003): *Experimentelle und theoretische Untersuchung der Gemischaufbereitung in Gasturbinenbrennkammern unter Berücksichtigung der Eigenschaften kommerzieller Flüssiggasbrennstoffe*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).

- Prommersberger, K., Maier, G. und Wittig, S. (1998): *Validation and Application of a Droplet Evaporation Model for Real Aviation Fuel*. Tagungsband: *92nd Symp. on Gas Turbine Combustion, Emissions and Alternative Fuels*. Lisbon.
- Rachner, M. (1998): *Die Stoffeigenschaften von Kerosin Jet A-1*. Mitteilung 98-01, Institut für Antriebstechnik (Köln), Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
- Reid, R. C., Prausnitz, J. M. und Poling, B. E. (1987): *The Properties of Liquids and Gases*. Singapore: McGraw-Hill Book Co., 4. Aufl.
- Richter, B. (1998): *PIV-Untersuchungen der Zweiphasenströmung im Ansaugkanal eines Ottomotors*. Diplomarbeit, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Richter, B., Dullenkopf, K., Wittig, S., Tribulowski, J. und Spicher, U. (2002): *Influence of Atomization Quality on Mixture Formation, Combustion and Emissions in a MPI-Engine under Cold-Start Conditions, Part I*. SAE-Journal of Fuels and Lubricants, S. 1667.
- Rodi, W. (1998): *Large-Eddy Simulations of the Flow past Bluff Bodies: State-of-the-Art*. JSME International Journal, Series B, Bd. 41(2), S. 361–374.
- Roshko, A. (1961): *Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number*. Journal of Fluid Mechanics, Bd. 10, S. 345–356.
- Roshko, A. (1993): *Perspectives on bluff body aerodynamics*. J. Wind. Eng. Ind. Aero., S. 79–100.
- Rottenkolber, G. (2001): *Ottomotoren im Kaltstart: Laseroptische Messverfahren zur Charakterisierung des Kraftstofftransports*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Rottenkolber, G., Dullenkopf, K. und Wittig, S. (1998): *Two Phase PIV-Measurements inside the Intake Port of an IC-Engine*. Proc. of the VSJ-SPIE Symp. on Flow Vis. and Comb., Yokohama.
- Rottenkolber, G., Kölmel, A., Dullenkopf, K., Wittig, S., Feng, B. und Spicher, U. (1999): *Influence of Mixture Preparation on Combustion and Emissions Inside an SI Engine by Means of Visualization, PIV and IR Thermography During Cold Operating Conditions*. SAE 1999-01-3644.
- Ruck, B. (1990): *Einfluß der Tracerteilchengröße auf Signalinformationen in der Laser-Doppler-Anemomentrie*. Technisches Messen, Bd. 54, S. 284–295.
- Runge, T. und Teske, M. (1998): *Low-Temperature Vaporization of JP-4 and JP-8 Fuel Droplets*. Atomization and Sprays, Bd. 8, S. 25–40.
- Samenfink, W. (1997): *Grundlegende Untersuchung zur Tropfeninteraktion mit schubspannungsgetriebenen Wandfilmen*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).

- Samenink, W., Hallmann, M., Elsäßer, A. und Wittig, S. (1994): *Secondary Breakup of Liquid Droplets: Experimental Investigation for a Numerical Description*. Tagungsband: *6th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Rouen.
- Schlichting, H. und Gersten, K. (Hrsg.) (1996): *Grenzschicht-Theorie*. Berlin: Springer-Verlag, 9. Aufl.
- Schmehl, R. (2003a): *Modeling droplet breakup in complex two-phase flows*. Tagungsband: *9th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Sorrento.
- Schmehl, R. (2003b): *Tropfendehformation und Nachzerfall bei der technischen Gemischaufbereitung*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Schmehl, R., Klose, G., Maier, G. und Wittig, S. (1998): *Efficient Numerical Calculation of Evaporating Sprays in Combustion Chamber Flows*. Tagungsband: *92nd Symp. on Gas Turbine Combustion, Emissions and Alternative Fuels*. Lisbon.
- Schmehl, R., Maier, G. und Wittig, S. (2000): *CFD Analysis of Fuel Atomization, Secondary Droplet Breakup and Spray Dispersion in the Premix Duct of a LPP Combustor*. Tagungsband: *8th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Pasadena.
- Schmehl, R. und Steelant, J. (2003): *Flash-evaporation of oxidizer spray during start-up of a spacecraft engine in vacuum*. Tagungsband: *9th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Sorrento.
- Schmidt, D.P. (2003): *Second Order Spatial Accuracy in Spray Calculation*. Tagungsband: *9th International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Sorrento.
- Schmidt, D.P. und Rutland, C.J. (2000): *A New Droplet Collision Algorithm*. *Journal of Computational Physics*, Bd. 164, S. 62–80.
- Sirignano, W.A. (1999): *Fluid Dynamics and Transportation of Droplets and Sprays*. Cambridge University Press.
- Sirignano, W. A. (1984): *Fuel Droplet Vaporization and Spray Combustion Theory*. *Progress in Energy and Combustion Science*, Bd. 9, S. 291–322.
- Sirignano, W. A. (1993): *Fluid Dynamics of Sprays - 1992 Freeman Scholar Lecture*. *ASME-Journal of Fluids Engineering*, Bd. 115, S. 345–378.
- Spalding, D. B. (1953): *The combustion of liquid fuels*. Tagungsband: *Proc. 4th Symposium (Int.) on Combustion*, S. 847–864.
- Sparrow, E. M. und Gregg, J. L. (1958): *The Variable Fluid Property Problem in Free Convection*. *Transactions of the ASME*, Bd. 80, S. 879–886.
- Stengele, J. (1998): *Tropfenverdunstung in Hochdruckatmosphäre*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).

- Stengele, J., Prommersberger, K., Willmann, M. und Wittig, S. (1999): *Experimental and Theoretical Study of One- and Two-Component Droplet Vaporization in a High Pressure Environment*. International Journal of Heat and Mass Transfer, Bd. 42, S. 2683–2694.
- Strouhal, V. (Hrsg.) (1878): *Über eine besondere Art der Tonerregung*. Leipzig: Ann Physik.
- Tang, L., Wen, F., Yang, Y., Crowe, C.T., Chung, J.N. und Troutt, T.R. (1992): *Self-organizing particle dispersion mechanism in free shear flows*. Physics of Fluids A, Bd. 4, S. 2244.
- Tchen, C.M. (1947): *Mean Value and Correlation Problems Connected with the Motion of Small Particles Suspended in a Turbulent Field*. Dissertation, Delft University.
- Tritton, D.J. (1988): *Physical Fluid Dynamics*. Oxford University Press, 2. Aufl.
- Tropea, C. (1995): *Laser Doppler anemometry: recent developments and future challenges*. Measurement Science and Technology, Bd. 6, S. 605–619.
- VDI (1991): *Wärmeatlas*. Düsseldorf: VDI Verlag GmbH, 6. Aufl.
- Walzel, P. (1997): *Fundamentals of Liquid Atomization: Efficiency of the Energy Transformation at Spraying Systems*. Tagungsband: *13th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Florence.
- Wiegand, H. (1987): *Die Einwirkung eines ebenen Strömungsfeldes auf frei bewegliche Tropfen und ihren Widerstandsbeiwert im Reynoldszahlenbereich von 50 bis 2000*. Fortschrittberichte VDI, Reihe 7, Nr. 120.
- Wilcox, D.C. (Hrsg.) (1993): *Turbulence Modeling for CFD*. La Canada: DCW Industries, Inc.
- Williamson, C.H.K. (1988a): *Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder*. Physics of Fluids, Bd. 31(10), S. 2742–2744.
- Williamson, C.H.K. (1988b): *The existence of two stages in the transition to three-dimensionality of a cylinder wake*. Physics of Fluids, Bd. 31(10), S. 3165–3168.
- Williamson, C.H.K. (1996a): *Three-dimensional wake transition*. Journal of Fluid Mechanics, Bd. 328, S. 345–407.
- Williamson, C.H.K. (1996b): *Vortex dynamics in the cylinder wake*. Journal of Fluid Mechanics, Bd. 28, S. 477–539.
- Willmann, M. (1999): *Charakterisierung eines Airblastzerstäubers - Bestätigung numerischer Simulationen mit einem angepassten Phasen-Doppler-Tropfenmeßverfahren*. Dissertation, Institut für Thermische Strömungsmaschinen, Universität Karlsruhe (TH).
- Willmann, M., Meier, R. und Wittig, S. (1997): *Visualization of the Instationary Atomization and Spray Propagation Inside a Reacting Model-Gasturbine Combustor*. Tagungsband: *13th Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*. Florence.

-
- Wittig, S., Klausmann, W., Noll, B. und Himmelsbach, J. (1988): *Evaporation of Fuel Droplets in Turbulent Combustor Flow*. ASME 88-GT-107.
- Zhu, G.-S. und Reitz, R. D. (2002): *A model for high-pressure vaporization of droplets of complex liquid mixtures using continuous thermodynamics*. International Journal of Heat and Mass Transfer, Bd. 45, S. 495–507.
- Zhu, G.-S., Reitz, R. D. und Aggarwal, S. K. (2001): *Gas-phase unsteadiness and its influence on droplet vaporization in sub- and super-critical environments*. International Journal of Heat and Mass Transfer, Bd. 44, S. 3081–3093.

Anhang

A.1 Stoffkorrelationen und Mischungsregeln für n-Alkane

Stoffgröße	Korrelation
Flüssigphase:	
Dichte	Hankinson und Thomson (Reid et al., 1987)
Wärmekapazität	Polynom dritter Ordnung (Reid et al., 1987)
Dynamische Viskosität	Van Velzen, Letsou und Stiel (Reid et al., 1987)
Thermische Leitfähigkeit	Jamieson (Reid et al., 1987)
Verdampfungsenthalpie	Soave-Redlich-Kwong (Gmehling und Kolbe, 1992)
Diffusionskoeffizient	Wilke-Chang (Reid et al., 1987)
Gasphase:	
Dichte	Soave-Redlich-Kwong (Gmehling und Kolbe, 1992)
Wärmekapazität	Polynom dritter Ordnung (Reid et al., 1987)
Dynamische Viskosität	Lucas (Reid et al., 1987)
Thermische Leitfähigkeit	Roy und Thodos, Wassiljeva (Reid et al., 1987)
Diffusionskoeffizient	Fuller (Reid et al., 1987)

A.2 Druckkorrektur-Gleichungen für n-Alkane

Stoffgröße	Druckkorrektur
Flüssigphase:	
Dichte	Thomson (Reid et al., 1987)
Wärmekapazität	Rowlinson (Reid et al., 1987)
Dynamische Viskosität	Lucas (Reid et al., 1987)
Thermische Leitfähigkeit	Lenoir (Reid et al., 1987)
Verdampfungsenthalpie	–
Diffusionskoeffizient	–
Gasphase:	
Dichte	–
Wärmekapazität	Lee und Kesler (Reid et al., 1987)
Dynamische Viskosität	Lucas (Reid et al., 1987)
Thermische Leitfähigkeit	Stiel und Thodos (Reid et al., 1987)
Diffusionskoeffizient	Takahashi (Reid et al., 1987)

A.3 Siedekurve von Kerosin (Gl. 4.2)

Brennstoff	a	b	c	d	e
Jet-A1	1.7337E2	-1.4785E1	-1.0524	-8.5762E-1	-1.0516

A.4 Stoffparameter der n-Alkan-Reihe (Gl. 4.6)

Φ	$f(x)$	a	b	c	d	e
ω	$\frac{x}{T_c}$	-7.046E1	2.539E3	5.941E2	1.104E2	5.132E-1
T_c	x	2.768E2	3.844E3	-1.132E4	1.404E4	2.330
p_c	$1.E6 \cdot e^x$	1.776	-1.0182E1	2.511E1	3.738E1	3.507E-3
Z_c	x	2.904E-1	-3.419E-1	6.042E-1	0	0
v^*	x	3.860E-5	3.475E-3	4.333E-3	0	0
J_A	x	4.505E-2	-2.496E-2	3.408E-1	0	0
J_B	x	5.321	-2.919E1	5.968E1	0	0

Lebenslauf

Name	Matthias Burger
Geburtsdatum	20. September 1973
Geburtsort	Marbach a.N.
Familienstand	verheiratet, 1 Kind
1980 – 1984	Besuch der Grundschule
1984 – 1990	Besuch des Friedrich-Schiller-Gymnasiums in Marbach a.N.
1990 – 1993	Besuch der Carl-Schaefer-Schule in Ludwigsburg
1993 – 1994	Zivildienst an der Karlshöhe Ludwigsburg - Resozialisierung
1994 – 1996	Universität Stuttgart - Vordiplom Maschinenbau
1996 – 1999	Universität Stuttgart - Hauptdiplom mit den Hauptfächern „Strömungsmechanik“ und „Kraftfahrzeuge“
1999 – 2001	Stipendiat im Graduiertenkolleg „Energie- und Umwelttechnik“ am Institut für Thermische Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe (T.H.)
2002 – 2004	Wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Thermische Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe (T.H.)
ab Okt. 2004	Angestellter der Robert Bosch GmbH