Dipl.-Ing. Michael Back Stuttgart

Prädiktive Antriebsregelung zum energieoptimalen Betrieb von Hybridfahrzeugen



universitätsverlag karlsruhe

Michael Back

Prädiktive Antriebsregelung zum energieoptimalen Betrieb von Hybridfahrzeugen

Schriften des Instituts für Regelungs- und Steuerungssysteme, Universität Karlsruhe (TH)

Band 02

Prädiktive Antriebsregelung zum energieoptimalen Betrieb von Hybridfahrzeugen

von Michael Back



universitätsverlag karlsruhe

Dissertation, Universität Karlsruhe (TH) Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, 2005

Impressum

Universitätsverlag Karlsruhe c/o Universitätsbibliothek Straße am Forum 2 D-76131 Karlsruhe www.uvka.de

CC Some Rights Reserved

Dieses Werk ist unter folgender Creative Commons-Lizenz lizensiert: http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/de

Universitätsverlag Karlsruhe 2006 Print on Demand

ISSN 1862-6688 ISBN 3-86644-031-6

Prädiktive Antriebsregelung zum energieoptimalen Betrieb von Hybridfahrzeugen

Zur Erlangung des akademisches Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Fridericiana Karlsruhe genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Michael Back aus Heidelberg

Tag der mündlichen Prüfung: 19. Dezember 2005 Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Volker Krebs Korreferent: Prof. Dr.-sc. tech. Lino Guzzella Stuttgart, den 19. Oktober 2005

Vorwort

Mein aufrichtiger Dank gilt meinem Doktorvater Herrn Professor Volker Krebs für seine Anregungen, für die Förderung meiner Arbeit und für sein Verständnis bezüglich der Rahmenbedingungen einer Promotion in einem Industrieunternehmen.

Herrn Professor Lino Guzzella danke ich für die Übernahme des Korreferats sowie für seine konstruktiven Hinweise und Diskussionen. Ebenso danke ich Frau Professor Ivers-Tiffeé für den Prüfungsvorsitz.

Meinen Vorgesetzten während meiner Promotionszeit im Ressort Forschung und Technologie der DaimlerChrysler AG, Frau Anke Kleinschmit, Herrn Ulrich Springer, Herrn Dr. Klaus Allmendinger, Herrn Dr. Rainer Müller-Finkeldei und Herrn Dr. Martin Hart danke ich für die Unterstützung meiner Arbeit. Mein Dank gilt weiterhin allen meinen Kollegen für das hervorragende und freundschaftliche Arbeitsklima.

Sehr viel verdanke ich Herrn Stefan Terwen, der ein äußerst wertvoller Diskussionspartner war und mir stets mit Rat und Tat zur Seite stand und ein kritischer Leser meiner Arbeit war. Ebenso bin ich Frau Eva Finkeldei für ihren großen Einsatz bei der Inbetriebnahme und Bereitstellung des Versuchsträgers sehr dankbar. Herrn Christian Kringe als "Normfahrer" sowie als "Herrn des Batteriecontrollers" danke ich für seine Unterstützung auch zu den unmöglichsten Tageszeiten, die eine Voraussetzung für den Erfolg der Versuchsfahrten war. Außerdem möchte ich ihm sowie Herrn Dr. Bernd Schneider und insbesondere Herrn Dirk Mehlfeldt meinen herzlichen Dank für das sorgfältige Korrekturlesen aussprechen.

Bei den nachfolgend aufgelisteten Diplomanden und Praktikanten möchte ich mich für ihre wertvollen Beiträge zu dieser Arbeit bedanken: Frau Zandra Jansson, Herr Matthias Simons, Herr Mark Eifert, Herr Giovanni Garamella, Herr Maxim Arbitmann und Herr Michael Schwarz.

Den Mitarbeitern des Instituts für Regelungs- und Steuerungssysteme danke ich für die freundliche Aufnahme in den Kreis der Assistenten, das Interesse an meiner Arbeit und die konstruktiven Diskussionen in den Institutsseminaren.

Außerdem bedanke ich mich herzlich bei meinen Eltern für ihren Rückhalt und ihre Unterstützung während des Studiums und während der Promotion.

Ganz besonders danke ich meiner Freundin Marie für den Verzicht auf viele gemeinsame Stunden sowie für die tatkräftige und kompetente Unterstützung bei der Illustration meiner Arbeit.

Det er svært at spå - især om fremtiden. Vorhersagen sind immer schwierig - vor allem über die Zukunft.

Niels Bohr, 1885 - 1962

Inhalt

1	Ein	leitung		1
2	Eine innovative Betriebsstrategie für hybride Antriebsstränge			
	2.1	Struk	turvarianten von Hybridantrieben	5
	2.2	Betrie	bsmodi eines parallelen Hybridfahrzeugs	7
	2.3	Entwi	cklung einer kraftstoffoptimalen Betriebsstrategie	9
 2.4 Telematik als zusätzliche Informationsquelle			atik als zusätzliche Informationsquelle	10
			ler Prädiktiven Antriebsregelung	11
	2.6	Zusan	nmenfassung	12
3	Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelung			
	3.1	Besch	reibung der Aufgabenstellung	14
		3.1.1	Das Konzept des gleitenden Horizonts	14
		3.1.2	Mathematische Formulierung der Aufgabenstellung	15
		3.1.3	Praktische Umsetzung des Verfahrens	18
	3.2	Dynai	mische Programmierung	21
		3.2.1	Die Bellmansche Rekursionsgleichung	21
		3.2.2	Numerische Lösung der Dynamischen Programmierung	22
		3.2.3	Abschätzung des Rechenaufwands	24
	3.3	Stabil	ität und Wahl des Gütemaßes	25
		3.3.1	Stabilitätsanalyse bei Regelung mit unendlichem Horizont	26
		3.3.2	Garantierte Stabilität bei endlichem Horizont	27
	3.4	Zusan	nmenfassung	28
4	Prä	diktiv	e Dynamische Programmierung	29
	4.1	Prädil	ktive Regelung mit Dynamischer Programmierung	30
	4.2	Einsch	nränkung des Zustandsraums für Systeme erster Ordnung	31
		4.2.1	Definition des reduzierten Zustandsraums	31

		4.2.2	Bestimmung der extremierenden Ansteuerverläufe	
		4.2.3	Vorzeichen des LAGRANGEschen Multiplikators	
		4.2.4	Lösung der Optimierungsprobleme	
		4.2.5	Monotonieeigenschaften bezüglich der Steuerung	
		4.2.6	Der erreichbare Zustandsraum	
		4.2.7	Der zielführende Zustandsraum	
		4.2.8	Der reduzierte Zustandsraum	
	4.3	Einsch	nränkung des Zustandsraums für Systeme höherer Ordnung 40	
	4.4	Reduk	tion der Anzahl diskreter Zeitschritte	
		4.4.1	Abtastzeiten im Prädiktions- und im Steuerhorizont	
		4.4.2	Der Regelungshorizont	
	4.5	Zusam	nmenfassung	
5	Mo	dellier	ung eines parallelen Hybridfahrzeugs 45	
	5.1	Besch	reibung des Versuchsträgers	
	5.2	Dynar	nisches Modell der Längsdynamik	
		5.2.1	Fahrzeugdynamik	
		5.2.2	Antriebsstrang	
		5.2.3	Energiespeicher	
		5.2.4	Nebenaggregate und Bordnetz	
		5.2.5	Zusammenfassung der Modellgleichungen	
	5.3	Dynar	nischer versus quasistatischer Modellansatz	
5.4 Reduktion auf ein Modell erster Ordnung		Reduk	tion auf ein Modell erster Ordnung	
		5.4.1	Kennfeldbasiertes dynamisches Batteriemodell	
		5.4.2	Modellierung des Elektromotors	
		5.4.3	Quasistatische Beschreibung des Antriebsstrangs	
		5.4.4	Drehmoment und Kraftstoffverbrauch des Verbrennungsmotors 63	
		5.4.5	Begrenzungen der Antriebsleistung	
		5.4.6	Elimination der Bremse als Steuergröße	
		5.4.7	Darstellung als Zustandsraummodell und Zeitdiskretisierung 66	
	5.5	Validi	erung des Modells	
		5.5.1	Das thermisch-mechanische Teilsystem	
		5.5.2	Das elektrische Teilsystem	

	5.6	Zusan	nmenfassung	69
6	Stö	rgröße	nmodell zur Beschreibung der Umgebungseinflüsse	71
	6.1	Navig	ationssysteme	72
		6.1.1	Satellitengestützte Positionsbestimmung mittels GPS	72
		6.1.2	Einpassung der Fahrzeugposition in digitale Straßenkarten	73
		6.1.3	Integration von Höheninformationen	73
		6.1.4	Relevante Streckenattribute der erweiterten Karte	74
	6.2	Dynar	mische Umgebungseinflüsse	75
		6.2.1	Externe Informationsquellen	75
		6.2.2	Bordeigene Sensorsysteme	75
	6.3	Fahre	rmodell zur Prädiktion der Beschleunigung und der Geschwindigkeit	77
		6.3.1	Bestimmung der Grenzgeschwindigkeit	77
		6.3.2	Fahrertypklassifizierung und Beschreibung des Fahrzeugverhaltens	79
		6.3.3	Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge	80
		6.3.4	Prädiktion des Geschwindigkeitsverlaufs	81
	6.4	Zusan	nmenfassung	83
7	Prä	diktive	e Antriebsregelung für ein paralleles Hybridfahrzeug	85
	7.1	Wahl	des Gütemaßes	86
	7.2	7.2 Zulässige Steuergrößen		
		7.2.1	Beschränkung der Gangvorgabe	88
		7.2.2	Beschränkung des Elektromotormoments	89
	7.3	Bestin	nmung des reduzierten Zustandsraums	92
	7.4	7.4 Diskretisierung der Systemgrößen		94
		7.4.1	Wahl der Abtastzeit	94
		7.4.2	Zustandsdiskretisierung	95
		7.4.3	Diskretisierung der Steuergrößen	98
	7.5	Wahl	des Prädiktionshorizonts	98
		7.5.1	Unsicherheiten in der Störgrößenprädiktion	99
		7.5.2	Beschränkung aufgrund der Batteriegröße	100
	7.6	Imple	mentierung auf einem Applikationsrechner	100
		7.6.1	Modularisierung des Programms	100

		7.6.2	Umsetzung des Programms und automatische Codegenerierung	. 103
	7.7	Zusan	nmenfassung	. 103
8	Pot	enziala	abschätzung mittels quasistatischer Simulationen	105
	8.1	.1 Simulation der Fahrt auf einem idealisierten Fahrprofil		
		8.1.1	Beschreibung des Fahrprofils	. 106
		8.1.2	Potenzial eines Hybridfahrzeugs ohne Vorausschau	. 107
		8.1.3	Hybridfahrzeug mit prädiktiver Antriebsregelung	. 109
		8.1.4	Milder Hybrid unter Berücksichtigung des Bordnetzes	. 119
	8.2	Simula	ation eines realen Fahrprofils	. 126
	8.3	Zusan	nmenfassung	. 129
9	Dar	${ m stellur}$	ng der Prädiktiven Antriebsregelung im Versuchsfahrzeug	131
	9.1	Besch	reibung der Entwicklungsumgebung	. 131
 9.2 Nicht-prädiktive Betriebsstrategie des Versuchsträgers		prädiktive Betriebsstrategie des Versuchsträgers	. 133	
		reibung der Teststrecke	. 134	
	9.4	Dynar	nische Simulation unter Verwendung von Fahrzeugmessdaten $\ . \ . \ .$. 134
		9.4.1	Vorausschauqualität der Geschwindigkeitsprädiktion	. 136
		9.4.2	Festlegung der Optimierungsparameter	. 137
		9.4.3	Anpassung des Gütemaßes	. 139
	9.5	Ergeb	nisse der Versuchsfahrten	. 141
		9.5.1	Funktions demonstration anhand ausgewählter Fahrsituation en $\ .\ .$.	. 142
		9.5.2	Nachweis eines Potenzials zur Kraftstoffeinsparung	. 146
	9.6	Bewer	tung der Potenzialaussage	. 151
	9.7	Zusan	nmenfassung	. 151
10	Zus	ammei	nfassung	153
\mathbf{A}	Fix	punkti	teration	155
в	Abk	kürzun	gen, Schreibweisen und Symbole	157

Kapitel 1

Einleitung

In unserer modernen Gesellschaft nimmt die *Mobilität* des Einzelnen den Stellenwert eines Grundbedürfnisses ein. Das höchste Maß an individueller Mobilität wird vom Automobil gewährt, welches als autonomes Fahrzeug für vier bis fünf Personen einschließlich Gepäck und einer durch den mitgeführten Treibstoffvorrat bedingten Reichweite von mindestens 400 km definiert werden kann [GS05]. Der Betrieb heutiger Automobile beansprucht die begrenzten fossilen Energiereserven und die Verbrennung im Motor setzt zudem – proportional zur verbrauchten Kraftstoffmenge – Kohlendioxid (CO₂) frei¹.

Die Entwicklung von Personenkraftwagen stellt die Automobilindustrie vor die Herausforderung, die Kundenwünsche hinsichtlich Mobilität, Sicherheit und Preis bei Einhaltung der gesellschaftlichen Forderungen nach einer Reduzierung des Kraftstoffverbrauchs und der Schadstoffemissionen zu erfüllen [SW04]. Um der Forderung nach einem schonenden Umgang mit den Ressourcen gerecht zu werden, hat der Verband der europäischen Automobilhersteller ACEA² mit der Europäischen Union eine "freiwillige Vereinbarung" getroffen. Hierin verpflichtet sich der Verband, die durchschnittlichen CO₂-Emissionen von in der EU neu zugelassenen Pkw bis zum Jahr 2008 im Vergleich zum Basisjahr 1995 um 25% zu verringern³. Im US-Bundesstaat Kalifornien, der seit der gesetzlich erzwungenen Einführung der Katalysatortechnik in den 80er Jahren die weltweite Vorreiterrolle bei Umweltschutzgesetzen für Automobile einnimmt, wurde 2002 das LEV II-Gesetz⁴ [Hug04] erlassen, welches eine weitere Reduktion des CO₂-Ausstoßes von Neuwagen um 30% bis zum Jahr 2014 vorsieht. Auch in Japan verlangt eine Richtlinie bis 2010 einen gegenüber 1995 um 23% verringerten CO₂-Ausstoß von Automobilen.

Diese Klimaschutzstrategien zur Einschränkung der CO_2 -Emissionen werden einen großen Einfluss auf die Ertragskraft und damit auf die Wettbewerbsfähigkeit und den Börsenwert der Automobilhersteller nehmen. Vor diesem Hintergrund hat die Entwicklung von technischen Innovationen, welche die Fahrzeuge trotz Komfort, Sicherheit und Leistung auf höchstem Niveau deutlich sparsamer machen, höchste Priorität. Die bis ins Jahr 2015 relevanten Technologien, mit denen sich die CO_2 -Vorgaben erfüllen lassen bzw. die sogar das Potenzial

¹Neben den CO_2 -Emissionen sowie den unschädlichen Abgasbestandteilen Stickstoff und Wasserdampf verursacht die Verbrennung auch die als Schadstoffe bezeichneten Nebenbestandteile Kohlenmonoxid (CO), Kohlenwasserstoff (HC) sowie verschiedene Stickoxide (NO_x). Da moderne Katalysatoren diese Schadstoffe um mehr als 99 % zu konvertieren vermögen [Bau03], ist die Reduktion der CO₂-Emissionen eines Ottomotors der Schwerpunkt dieser Arbeit.

²Association des Constructeurs Européens d'Automobiles

³Dies bedeutet einen Rückgang von 186 g CO₂ pro Kilometer (1995) auf 140 g CO₂ pro Kilometer (2008). Bei Benzinmotoren führt dies zu einer Absenkung des Flottenverbrauchs von 7,7 l/100km auf 5,8 l/100 km bzw. bei Dieselmotoren von 7 l/100 km auf 5,3 l/100 km.

⁴Low Emission Vehicle II (engl.) = zweites Niedrigemissionsfahrzeuggesetz

haben, die Automobilindustrie zu revolutionieren, sind [ARSID03]:

- weiterentwickelte, verbrauchseffiziente Benzinmotoren
- Dieselmotoren
- Hybridantriebe
- Brennstoffzellenantriebe

Während der Brennstoffzelle langfristig das Potenzial zu einer Revolution und damit zu einer deutlichen Veränderung der Wettbewerbssituation zugetraut wird, gelten vor allem effiziente Benzinmotoren, Dieselmotoren und Hybridantriebe als Technologien, mit denen schon kurzbis mittelfristig eine signifikante Verbrauchsreduktion realisierbar ist.

Der Nachteil der Brennstoffzellen ist in der bisher fehlenden Infrastruktur für die Versorgung der Fahrzeuge mit Wasserstoff sowie in der enormen Komplexität der noch nicht ausgereiften Technologie zu sehen. Aus diesem Grund ist hier in den nächsten Jahren mit keiner nennenswerten Marktdurchdringung zu rechnen. Benzinmotoren können seit der Einführung des Drei-Wege-Katalysators als sauber bezüglich der Emissionen betrachtet werden, es ist allerdings schwer abzusehen, ob in naher Zukunft kostengünstige Lösungen zur Verbrauchsreduktion auffindbar sind. Dieselmotoren zeichnen sich zwar heute schon durch einen sehr geringen Kraftstoffverbrauch aus, tun sich aber sehr schwer mit der Einhaltung zukünftiger Grenzwerte für Stickoxide und Feinstaubpartikel, was vor allem in den USA zu einer geringen Dieselakzeptanz führt. Die Verringerung der entsprechenden Emissionen erfordert kostspielige Abgasnachbehandlungssysteme, wodurch die Kostenvorteile des Dieselmotors gegenüber einem Hybridantrieb verschwinden.

Dem Hybridantrieb wiederum, welcher die Vorteile eines batteriegetriebenen Elektromotors mit denen eines Verbrennungsmotors vereint, wird ein großes Potenzial zugetraut. Er wird mit Benzin oder Diesel und damit mit einem überall verfügbaren, schnell nachzutankendem Kraftstoff mit hoher Energiedichte betrieben und hat dementsprechend eine große Reichweite. Aufgrund des Elektroantriebs ist eine Rückgewinnung der Bremsenergie (Rekuperation) möglich. Außerdem lässt sich der Arbeitspunkt des Verbrennungsmotors vom aktuellen Fahrleistungsbedarf entkoppeln, was einen kraftstoffoptimalen Betrieb eines Benzinmotors oder einen emissionsoptimalen Betrieb eines Dieselmotors erlaubt.

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Betriebsstrategie für ein Hybridfahrzeug, welche den Kraftstoffverbrauch gegenüber den bisherigen Strategien verringert. Die wesentlichen Beiträge dieser Arbeit zur Weiterentwicklung solcher Betriebsstrategien sind darin zu sehen, dass durch eine Verknüpfung aus prädiktiver Regelung und Dynamischer Programmierung ein echtzeitfähiger Optimierungsalgorithmus entwickelt und dieser in einem Versuchsfahrzeug umgesetzt wurde. Zur Erzielung der Echtzeitfähigkeit war neben der Anpassung der Dynamischen Programmierung an die Problemstellung insbesondere auch eine mathematische Beschreibung des Fahrzeugs mittels einer Differentialgleichung erster Ordnung notwendig. Die erforderliche Ordnungsreduktion gelang durch Berücksichtigung der Umfeldinformationen sowie eine geschickte Anwendung verschiedener Modellbildungsansätze.

Um das Kraftstoffeinsparpotenzial von Hybridfahrzeugen bestmöglich auszuschöpfen, wird in dieser Arbeit die Verwendung von Fahrzeugumfeldinformationen zur Verbesserung der Antriebssteuerung vorgeschlagen. Dreidimensionale topologische Karten mit gespeicherten Attributen wie Geschwindigkeitsbeschränkungen sowie abstandsmessende Sensoren ermöglichen eine Prädiktion von vorausliegenden Streckenparametern wie Steigungen, Kurvenradien und Geschwindigkeitsbeschränkungen [Sch00]. Die Batterie als zusätzlicher Energiespeicher eines Hybridfahrzeugs bietet in Kombination mit dem Wissen über die vorausliegende Strecke ein Potenzial zur Kraftstoffeinsparung, welches eine optimale Regelung des Antriebsstrangs auszuschöpfen vermag. Die Telematikinformationen werden genutzt, um die Momentenanforderung an die Antriebsaggregate des Fahrzeugs zu prädizieren und auf Basis dieser Prädiktion eine den Kraftstoffverbrauch minimierende Ansteuerung des Antriebsstrangs zu berechnen.

Zur Erreichung dieser Zielsetzung wird im Folgenden die Entwicklung einer prädiktiven Betriebsstrategie für ein Hybridfahrzeug sowie deren Umsetzung in einem Versuchsfahrzeug angegangen. Dabei soll die Funktionsfähigkeit einer solchen prädiktiven Strategie gezeigt und ihr Kraftstoffeinsparpotenzial nachgewiesen werden.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert:

Kapitel 2: Einführung in die Problematik des optimalen Betriebs von Hybridfahrzeugen

Dieses Kapitel gibt zunächst einen Überblick über die derzeit auf dem Markt vorhandenen Varianten verbrennungsmotorisch-elektrischer Hybridantriebe. Dabei wird die Aufgabenstellung des Entwurfs einer prädiktiven Antriebsregelung zum energieoptimalen Betrieb von Hybridfahrzeugen herausgearbeitet. Die Beschreibung einiger bereits auf dem Markt vertretener bzw. zukünftig realisierbarer Telematikanwendungen zeigt auf, welche Umfeldinformationen für einen Prädiktion des vorausliegenden Fahrprofils in absehbarer Zukunft verfügbar sein werden. Ein Überblick über den Stand der Technik bei prädiktiven Regelungen für die Betriebsführung von Kraftfahrzeugen beendet dieses Kapitel.

Kapitel 3-4: Methodische Grundlagen

In Kapitel 3 erfolgt eine Einführung in die Theorie der Modellbasierten Prädiktiven Regelung (MPR) sowie in die dabei typischerweise angewendeten Optimierungsverfahren. Der Schwerpunkt liegt auf dem für die vorliegende Anwendung am besten geeigneten Verfahren, der Dynamischen Programmierung nach BELLMAN.

Zur Erzielung von Echtzeitfähigkeit ist eine Reduktion des Rechenaufwands der Dynamischen Programmierung durch Anpassung dieses Verfahrens an die besonderen Gegebenheiten der MPR erforderlich. Diese Anpassung führt auf die in Kapitel 4 eingeführte *Prädiktive Dynamische Programmierung* (PDP). Die entsprechenden Modifikationen des Optimierungsverfahrens stellen den methodische Kern dieser Arbeit dar.

Kapitel 5-7: Umsetzung der Methodik

Kapitel 5 widmet sich der mathematischen Modellierung eines parallelen Hybridfahrzeugs. Entsprechend der geforderten dynamischen Optimierung in Echtzeit wird ein Modell möglichst geringer Ordnung benötigt. Durch eine geschickte Verknüpfung verschiedener Modellierungsansätze gelingt die Abbildung der relevanten physikalischen Eigenschaften eines parallelen Hybridfahrzeugs durch eine nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung. Die Modellierung der als nicht beeinflussbare Störgrößen in dieses Fahrzeugmodell eingehenden Umgebungseinflüsse Fahrbahnsteigung, Fahrzeugbeschleunigung und -geschwindigkeit ist Inhalt von Kapitel 6. Die dortigen Ausführen resultieren in einem Störgrößenmodell, welches eine Prädiktion der genannten Umgebungseinflüsse ermöglicht.

Kapitel 7 beinhaltet die Anwendung der PDP auf das hier erstellte Gesamtmodell. Diese Ausführungen beschreiben die Reduktion des Rechenaufwands, die Festlegung der relevanten Parameter der Regelung sowie die Umsetzung des Algorithmus auf einem Versuchsrechner.

Kapitel 8-9: Ergebnisse

Zunächst wird in Kapitel 8 das Verhalten des prädiktiv geregelten Antriebsstrangs anhand von Simulationsstudien untersucht. Dabei erfolgt die Überprüfung der Wirksamkeit der rechenaufwandsreduzierenden Maßnahmen sowie des Potenzials zur Kraftstoffeinsparung.

Die Umsetzung der in dieser Arbeit entwickelten Antriebsregelung ist Inhalt von Kapitel 9. Hier wird der Funktionsnachweis der prädiktiven Antriebsregelung erbracht sowie das Potenzial zur Kraftstoffeinsparung abgeschätzt.

 $\mathbf{Kapitel} \ \mathbf{10}$ fasst die wesentlichen Erkenntnisse und Ergebnisse dieser Arbeit zusammen.

Kapitel 2

Eine innovative Betriebsstrategie für hybride Antriebsstränge

Dieses Kapitel beschreibt die beiden in der Einleitung angesprochenen Themenfelder Hybridantrieb und Telematik, sowie die Idee, wie diese für eine innovative Betriebsstrategie moderner Antriebsstränge genutzt werden können. Ein Hybridantrieb zeichnet sich allgemein dadurch aus, dass er über zwei oder mehr Antriebsquellen verfügt [GS05], wobei im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich Hybridantriebe mit einer Kombination aus einem Verbrennungsmotor und einem oder mehrerer Elektromotoren Berücksichtigung finden. Abschnitt 2.1 gibt einen Uberblick über die drei wichtigsten Strukturvarianten solcher hybrid-elektrischer Antriebsstränge. Aufgrund der Möglichkeit, diese Antriebsstränge in den in Abschnitt 2.2 vorgestellten Modi zu betreiben, ergibt sich ein Potenzial zur Kraftstoffeinsparung. Die Ausschöpfung dieses Potenzials gelingt durch eine geeignete Betriebsstrategie, deren Entwicklung wie in Abschnitt 2.3 dargelegt das Ziel dieser Arbeit ist. Um eine effiziente Antriebsregelung zu erhalten, soll diese möglichst viele Umgebungsinformationen nutzen, weshalb in Abschnitt 2.4 eine kurze Beschreibung von aktuell verfügbaren sowie von zukünftigen Telematiksystemen zur Bereitstellung dieser Informationen erfolgt. In Abschnitt 2.5 wird schließlich das Konzept der prädiktiven Antriebsregelung vorgestellt, welches mittels Einbeziehung dieser Umgebungsinformationen eine Absenkung des Kraftstoffverbrauchs erlaubt.

2.1 Strukturvarianten von Hybridantrieben

Hybridantriebe werden in drei Grundstrukturen mit unterschiedlichen Vor- und Nachteilen unterteilt: parallele und serielle Konzepte sowie Mischformen [WBBR99].

Beim parallelen Hybrid sind, wie im linken Teil von **Bild 2.1** dargestellt, Verbrennungsmotor und Elektromotor mechanisch mit den Antriebsrädern gekoppelt. Der Antriebsstrang eines solchen Parallelhybrids besteht aus den beiden Motoren, dem Kraftstofftank sowie einer Batterie als Energiespeicher und aus einer Anordnung von Getrieben und Kupplungen, über welche das Fahrzeug entweder rein elektrisch, rein verbrennungsmotorisch oder von beiden Motoren anteilig angetrieben wird. Die Leistungsaddition der beiden Motoren erlaubt eine kleinere Auslegung, da keiner der beiden Motoren die maximale Antriebsleistung alleine aufbringen muss.

Beim seriellen Hybrid besteht der Antriebsstrang, wie im mittleren Teil von **Bild 2.1** zu erkennen ist, aus einer seriellen Anordnung mit einem Verbrennungsmotor, einem Generator und einem Elektromotor. Der Verbrennungsmotor treibt den Generator an und der erzeugte



Bild 2.1: Strukturvarianten von Hybridfahrzeugen

Strom dient entweder komplett dem Betrieb des Elektromotors oder wird teilweise in der Batterie zwischengespeichert. Zumindest der Elektromotor ist so zu dimensionieren, dass er die volle Antriebsleistung aufzubringen vermag. Je nach Ladekapazität der Batterie sind für den Verbrennungsmotor und den Generator kleinere Auslegungen denkbar. Der Hauptvorteil eines seriellen Hybrids liegt darin, dass ein konstanter Betrieb des Verbrennungsmotors im besten Wirkungsgrad oder bei geringsten Emissionen realisierbar ist. Als Nachteil ist jedoch die aufgrund der zweifachen Energiewandlung mechanisch \rightarrow elektrisch \rightarrow mechanisch in Verbindung mit einer eventuell erforderlichen Zwischenspeicherung in der Batterie besonders lange Wirkungsgradkette zu nennen. Aufgrund der begrenzten Batterieleistung ist zudem kein Betrieb des Verbrennungsmotors bei konstanter Last möglich, weshalb er zur Abdeckung von Leistungsspitzen gelegentlich transient betrieben werden muss.

Als Mischform zwischen einer parallelen und einer seriellen Struktur sei hier der in **Bild 2.1** rechts dargestellte *leistungsverzweigende Hybrid* genannt. Diese äußerst komplexe Struktur ermöglicht die direkte Übertragung eines Teils der verbrennungsmotorischen Leistung auf die Antriebsräder. Die restliche Leistung wird über ein Planetengetriebe und zwei Elektromotoren auf die Antriebsräder sowie in die Batterie übertragen [Sas03]. Diese Anordnung aus den beiden Elektromotoren und dem Planetengetriebe kann als stufenloses Getriebe agieren, was ein bezüglich des übrigen Antriebs drehzahl- und leistungsunabhängiges Arbeiten des Verbrennungsmotors erlaubt. Aufgrund der teilweise direkten Übertragung der mechanischen Leistung ist der Wirkungsgrad deutlich besser als bei seriellen Strukturen.

Der serielle Hybrid spielt aufgrund seines nach heutigem Stand der Technik schlechten Wirkungsgrads eine eher untergeordnete Rolle. Beim leistungsverzweigenden Hybrid handelt es sich um den derzeit vielversprechendsten Ansatz, welcher sich im *Toyota Prius I* und im *Prius II* bereits im Serieneinsatz befindet [Sas03]. Der Prius spielt seine Stärken insbesondere im Stadtverkehr aus, wo er aufgrund der häufig möglichen Rekuperation von Bremsenergie eine vorteilhafte Energiebilanz aufweist. Bei Überlandfahrten verringert sich jedoch zumindest beim Prius-Konzept der Wirkungsgrad, da stets elektrische Energie aufgebracht werden muss, um über das Planetengetriebe die gewünschte Übersetzung einzustellen [YOK+04]. Damit wirkt sich auch hier zumindest im elektrischen Leistungspfad die lange Wirkungsgradkette der mechanisch \rightarrow elektrisch \rightarrow mechanischen Energiewandlung negativ aus.

Der parallele Hybrid stellt die Lösung dar, welche den heutigen Serienfahrzeugen am nächsten kommt und daher am einfachsten umzusetzen ist. Insbesondere *Honda* hat mit den Modellen *Insight, Civic* und *Accord* bereits drei Modelle mit parallelem Hybridantrieb auf den Markt gebracht [San05]. Bei diesen Fahrzeugen handelt es sich um sogenannte *milde Hybride*, welche im Unterschied zum vollwertigen Hybrid nicht in der Lage sind, das Fahrzeug rein elektrisch anzutreiben, sondern lediglich eine elektrische Antriebsunterstützung bereitstellen können. Noch näher an konventionellen Serienfahrzeugen liegt der milde Hybrid mit Startergenerator, wie er in den Modellen *Chevrolet Silverado* und *GMC Sierra* aus dem Hause General Motors bereits in Serie betrieben wird oder von Mercedes-Benz, Volvo, Saab oder dem PSA-Konzern¹ und anderen Herstellern bereits in verschiedenen Konzeptstudien vorgestellt wurde [Miß04].

Die Motivation für einen Startergenerator lässt sich mit den stetig steigenden Anforderungen an Komfort und Sicherheit von modernen Kraftfahrzeugen begründen. Um den dadurch ebenso steigenden Energiebedarf zu decken, sind zukünftig Generatorleistungen von bis zu zehn Kilowatt zu realisieren, was eine Zusammenfassung von Generator und Starter in einem System nahelegt. Diese E-Maschine wird direkt mit der Kurbelwelle verbunden und aufgrund dieser Integration in den Antriebsstrang als *Integrierter Startergenerator* (ISG) bezeichnet.

Aufgrund der größeren Leistungsfähigkeit und der direkten Verbindung mit der Antriebswelle ist ein solcher ISG weitaus mehr als nur die Summe aus Lichtmaschine und Anlasser, sondern erlaubt darüber hinaus einen kraftstoffoptimalen Betrieb im Sinne eines milden Hybridfahrzeugs. Der Antriebsstrang eines solchen Fahrzeugs ist mit einem parallelhybriden Antriebsstrang vergleichbar.

Zum besseren Verständnis, wie eine geeignete Betriebsstrategie Kraftstoff einzusparen vermag, erfolgt im nächsten Teilabschnitt eine Vorstellung der verschiedenen Betriebszustände eines parallelhybriden Antriebs.

2.2 Betriebsmodi eines parallelen Hybridfahrzeugs

Es gibt grundsätzlich fünf verschiedene Betriebszustände paralleler Hybridfahrzeuge:

- 1. rein verbrennungsmotorische Fahrt
- 2. Lastpunktverschiebung bzw. Antriebsunterstützung
- 3. rein elektrische Fahrt
- 4. Rekuperation von Bremsenergie
- 5. automatischer Start-Stopp

Im rein verbrennungsmotorischen Betrieb befindet sich der Elektromotor in einem stromlosen Leerlaufbetrieb und der Verbrennungsmotor muss die gesamte Antriebsleistung alleine aufbringen. In **Bild 2.2** ist beispielhaft ein Lastpunkt des Motors, welcher durch Drehzahl und

 $^{^{1}{\}rm Peugeut/Citroën-Gruppe}$

Drehmoment festgelegt ist, in das Wirkungsgradkennfeld des Motors eingezeichnet. Die Höhenlinien dieses Kennfelds sind Linien mit konstantem Wirkungsgrad, welcher mit steigendem Drehmoment tendenziell zunimmt.



Bild 2.2: Lastpunkt des Verbrennungsmotors in verschiedenen Betriebsmodi

Das additive Moment des Elektromotors verschiebt bei fester Motordrehzahl den Lastpunkt des Verbrennungsmotors entlang der Drehmomentachse. Diese generatorische Erhöhung des E-Maschinenmoments führt bei gleichzeitiger Verbesserung des Verbrennungsmotorwirkungsgrads zu einer Erzeugung elektrischer Energie. Umgekehrt entlastet die E-Maschine im motorischen Betrieb den Verbrennungsmotor, was zu einer Verschlechterung des Wirkungsgrads, allerdings auch zu einer Verringerung des Absolutverbrauchs führt. Sobald der Elektromotor die gesamte Antriebsleistung bereitstellt, befindet sich das Fahrzeug im rein elektrischen Betriebsmodus, welcher eine emissionsfreie Fahrt ohne Kraftstoffverbrauch gestattet. Anstelle einer Entlastung des Verbrennungsmotors ist durch Addition eines elektromotorischen Moments auch eine Erhöhung des Gesamtantriebsmoments möglich, was als Antriebsunterstützung oder *Boost-Betrieb* bezeichnet wird und einer Steigerung der Fahrleistung dient.

Beim vierten Modus handelt es sich ebenfalls um einen rein elektrischen Betrieb. Bei Verzögerungsmanövern oder bei Bergabfahrten, bei denen das geforderte Antriebsmoment negativ ist, wird die E-Maschine generatorisch betrieben und kann somit ohne Einsatz von Kraftstoff "kostenlos" elektrische Energie erzeugen und dabei gleichzeitig die Bremsen schonen.

Schließlich kann noch die Start-Stopp-Funktion als eigenständiger Betriebsmodus angesehen werden. Ein Hybridfahrzeug ist in der Lage, rein elektrisch anzufahren bzw. ein milder Hybrid mit ISG ermöglicht zumindest ein verzögerungs- und ruckfreies Starten des Verbrennungsmo-

tors. Daher ist es sinnvoll, den Verbrennungsmotor prinzipiell bei jedem Halt des Fahrzeugs zu stoppen und beim Anfahren wieder zu starten, was insbesondere im Stadtverkehr zu einer beträchtlichen Kraftstoffeinsparung führt. Zwar konnte sich das Start-Stopp-System des VW-Golf Ecomatic Anfang der 1990er Jahre mangels Fahrerakzeptanz noch nicht durchsetzen, aber aufgrund der inzwischen deutlich gestiegenen Kraftstoffpreise sehen die meisten Hersteller den Markt mittlerweile reif für derartige Systeme.

2.3 Entwicklung einer kraftstoffoptimalen Betriebsstrategie

Die jeweilige Wahl des richtigen Betriebsmodus wird als *Betriebsstrategie* bezeichnet. Da der Fahrer mit der gleichzeitigen Vorgabe des Lenkwinkels, des Gesamtantriebsmoments und des Betriebsmodus bzw. der Momentenaufteilung überfordert wäre, ist die Betriebsstrategie bei allen bisher auf dem Markt verfügbaren Hybridfahrzeugen als eine automatisierte Funktion realisiert [Bis04]. Von ihr hängt ab, ob und wie viel Kraftstoff ein Hybridfahrzeug gegenüber einem Serienfahrzeug einzusparen vermag.

Bei der Entwicklung der Betriebsstrategie reicht es nicht aus, lediglich den Verbrennungsmotor zu berücksichtigen. Stattdessen muss die gesamte Wirkungsgradkette über die Energieumwandlung in der E-Maschine, das Laden und das spätere Entladen der Batterie sowie die erneute Umwandlung in der E-Maschine berücksichtigt werden. Eine statische Optimierung dieser Wirkungsgradkette ist wenig erfolgversprechend, da die Wahl des korrekten Betriebsmodus mit Ausnahme der Fälle vier und fünf nicht trivial ist und sehr stark von der Fahrstrecke und damit vom Lastmoment abhängt [SGB04], [TB98].

So kann während einer Konstantfahrt mit mittlerer Geschwindigkeit eine Lastpunktverschiebung durch Antriebsunterstützung sinnvoll sein, wenn damit die Batterie entladen und in einem darauf folgenden Gefällestück mittels Rekuperation wieder aufgeladen wird. Zwar arbeitet der Verbrennungsmotor während der Antriebsunterstützung mit schlechterem Wirkungsgrad, allerdings benötigt er aufgrund der eingesetzten elektrischen Energie zunächst weniger Kraftstoff. Diese Einsparung wird dann realisiert, wenn die Batterie beim Bergabfahren ohne Einsatz von Kraftstoff wieder auf den ursprünglichen Ladezustand aufgeladen wird.

Wenn dagegen nach der Fahrt mit mittlerer Geschwindigkeit anstatt eines Gefälles eine Fahrt mit sehr langsamer Geschwindigkeit mit deutlich schlechterem Verbrennungsmotorwirkungsgrad zu erwarten ist, so ist eine Bewältigung dieser Langsamfahrt im rein elektromotorischen Betrieb sinnvoll. In diesem Fall ist eine Entleerung der Batterie während der schnelleren Fahrt gewiss nicht optimal, je nach Energiebedarf zur Absolvierung des langsamen Fahrtabschnitts kann sogar eine Aufladung der Batterie durch generatorische Lastpunktverschiebung notwendig sein.

Die beiden hier genannten Beispiele verdeutlichen, dass während der Konstantfahrt je nach nachfolgender Fahrsituation entweder eine elektromotorische Antriebsunterstützung oder eine generatorische Lastpunktverschiebung sinnvoll ist. Daraus lässt sich schließen, dass die Kenntnis der vorausliegenden Fahrsituation zu einer Verbesserung der Ansteuerung eines Hybridantriebsstrangs beiträgt. Der nächste Abschnitt beschreibt einige Telematiksysteme, welche Informationen über die vorausliegende Strecke bereitstellen. Außerdem wird auf bereits realisierte Telematikanwendungen im Zusammenspiel mit der Antriebsregelung eingegangen.

2.4 Telematik als zusätzliche Informationsquelle

Unter dem Begriff Telematik wird allgemein die Verknüpfung aus Telekommunikation und Informationsverarbeitung verstanden. Bei heutigen Fahrzeugen beschränkt sich die Telematik im Wesentlichen auf das Navigationssystem, welches mittels Satellitensignalen die Fahrzeugposition bestimmt und den Fahrer durch akustische und optische Mitteilungen bei der Navigation im Straßenverkehr unterstützt. In bisherigen Anwendungen steht also die Bereitstellung von Informationen für den Fahrer im Vordergrund.

Die Weiterentwicklung dieser Telematikdienste stellt ein rasch wachsendes Gebiet dar. So ist zu erwarten, dass die Fahrzeuge der Zukunft über detailliertes dreidimensionales Kartenmaterial verfügen, woraus zusammen mit satellitengestützten Navigationssystemen der vorausliegende Steigungsverlauf und aufgrund von Geschwindigkeitsbeschränkungen, Kurveninformationen und Verkehrsflussinformationen etc. ein wahrscheinlicher Geschwindigkeitsverlauf ermittelt werden kann [Sch00]. Daraus lassen sich die zukünftigen Drehzahlen und Drehmomente des Antriebsstrangs prädizieren. Diese Informationen können zukünftig in die verschiedensten Fahrerassistenzsysteme oder Fahrzeugregelungen und -steuerungen einfließen.

Fahrerassistenzsysteme haben das Ziel, durch eine intelligente Verknüpfung von Informationen aus dem Verkehrsumfeld, dem Fahrzeug und dem Fahrerwunsch eine verbrauchsgünstige Fahrstrategie abzuleiten. Diese wird dem Fahrer allerdings lediglich empfohlen und nur mit seinem Einverständnis umgesetzt [KS01], [ARSID03], [FMH00].

Es gibt aber auch eine Reihe von Arbeiten, die eine direkte Vernetzung von Telematiksystemen mit dem Antriebsstrang beschreiben. Der in [BPB03] vorgestellt Ansatz nutzt die Informationen aus dem Navigationssystem für eine Steigerung des Fahrkomforts von ACC²-Systemen. Dabei erfolgt eine Einteilung der vorausliegenden Strecke in eine der Kategorien *Schnellstraße, Landstraße, Ortsstraße* oder *Ausfahrt.* Die ACC-Dynamik wird den vorausliegenden Gegebenheiten angepasst, indem für jede der beschriebenen Kategorien eine eigene Reglerparametrierung vorgehalten wird und die jeweils passende zur Anwendung kommt. Dieser Ansatz sieht also keine Regelung auf eine konkrete Fahrsituation wie beispielsweise eine Kurve vor, die Telematikdaten werden lediglich dazu verwendet, um aus einem vorgegebenen Satz von Reglerparametern den gerade am besten passenden auszuwählen.

Einen direkteren Eingriff in die Regelung eines Fahrzeugsystems realisiert die in [Sta03] beschriebene prädiktive Fahrdynamikregelung. Aufgabe dieses Systems ist die Steigerung der Sicherheit durch die Korrektur von falschen Lenkwinkeln unter Verwendung einer optischen Fahrspurerkennung. In Stresssituationen führen falsche Lenkbewegungen des Fahrers mitunter dazu, dass die dem Lenkwinkel entsprechende Trajektorie nicht in einem stabilen Fahrverhalten resultiert. In einem solchen Fall sind herkömmliche Fahrdynamikregelungen machtlos. Erkennt die prädiktive Fahrdynamikregelung mittels einer kamerabasierten Fahrspurerkennung einen gefährlichen Zustand, in dem der vom Fahrer vorgegebene Lenkwinkel als falsch identifiziert wird, so greift die Regelung aktiv in die Lenkung ein und gibt den optimalen Lenkwinkel zum Halten der Fahrspur vor. Diese System setzt somit Kamerabilder für eine gezielte Beeinflussung des Fahrzeugverhaltens ein.

Das erste Seriensystem, das auf einer Verknüpfung des Navigationssystems mit der Antriebssteuerung basiert, ist das in [ITTS02] beschriebene, vorausschauende Schaltprogramm, welches die Schaltungen des Getriebes von der Krümmung vorausliegender Kurven abhängig macht.

²Adaptive Cruise Control (engl.) = Abstands regeltempomat

Hierbei handelt es sich um eine reine Komfortfunktion, welche, je nachdem ob eine Kurve vorausliegt und wie eng diese ist, das Automatikgetriebe in einen niedrigeren Gang schalten lässt. Damit wird das Verzögerungsmoment der Motorbremse erhöht, was für den Fahrer den angenehmen Effekt hat, dass er einfach nur vom Gas gehen, jedoch nicht das Bremspedal betätigen muss. Die Schubabschaltung stoppt die Kraftstoffeinspritzung in den Betriebssituationen, in denen die kinetische Energie des Fahrzeugs den Motor antreibt. Daher führt die hier beschriebene Komfortsteigerung zu keinem Mehrverbrauch.

Einen Schritt weiter gehen die in [Föl01] und [Mül05] beschriebenen Arbeiten, bei denen nicht nur eine Komfortsteigerung, sondern auch eine Reduktion des Kraftstoffverbrauchs angestrebt wird. Dabei erfolgt anhand der Informationen aus einer Navigationskarte eine Prädiktion des vorausliegenden Fahrzustands. Basierend auf dieser Prädiktion wird mittels einer Heuristik entschieden, ob im aktuellen Gang zu bleiben oder in einen höheren Gang mit entsprechend niedrigerem Verbrauch zu schalten ist.

Noch weiter gehen die in [TBK04] beschrieben Arbeiten, bei denen ebenfalls ein prädiktives Schaltprogramm, in diesem Fall für schwere Nutzfahrzeuge, entwickelt wird. Dieses Schaltprogramm hängt nicht mehr nur von einer reinen Heuristik ab, sondern es führt im Echtzeitbetrieb eine dynamische Optimierung zur Bestimmung der optimalen Getriebeübersetzung durch.

Die auf [BSKK02], [BTK04] und [BT03] basierende, in dieser Arbeit entwickelte *Prädiktive* Antriebsregelung für Hybridfahrzeuge nutzt in ähnlicher Weise die Informationen des Navigationssystems zur Prädiktion der vorausliegenden Fahrsituation. Die wesentlichen Unterschiede sind in der Tatsache zu sehen, dass ein Hybridfahrzeug über mehr Freiheitsgrade verfügt, die beim Finden einer optimalen Steuerung zu berücksichtigen sind. Die grundsätzliche Vorgehensweise dabei wird im nächsten Abschnitt kurz skizziert.

2.5 Idee der Prädiktiven Antriebsregelung

Die Prädiktive Antriebsregelung (PAR) nutzt die im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Telematikinformationen, um damit eine Prädiktion des vorausliegenden Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Steigungsverlaufs durchzuführen. Dazu wird ein *Fahrermodell* benötigt, das aus den Karteninformationen sowie aus dem früheren Verhalten des Fahrers dessen Reaktion auf kommende Ereignisse wie Geschwindigkeitsbeschränkungen, Kurven oder Ortsdurchfahrten vorhersagt [Bac97], [Sch00]. Zusammen mit dem Fahrerwunsch zum aktuellen Zeitpunkt, der im Wesentlichen in Form einer Gas- und Bremspedalstellung ausgedrückt wird, können die Anforderungen an den Antrieb eindeutig abgeleitet werden. Unter Verwendung einer modellbasierten Optimierung wird daraus eine kraftstoffoptimale Ansteuerung des Antriebsstrangs berechnet.

Damit stehen prinzipiell die optimalen Werte für die Ansteuerung des Verbrennungsmotors, der E-Maschine, des Getriebes und der Bremsen zur Verfügung. An dieser Stelle ist grundsätzlich zwischen einem System für autonomes Fahren und einer reinen Antriebskoordination zu unterscheiden. Ein autonomes Fahrsystem würde den Fahrer ersetzen und könnte die kraftstoffoptimalen Steuerungen direkt umsetzen. Da ein solches System derzeit keine Akzeptanz finden würde, gilt, dass der Fahrerwunsch stets umgesetzt wird, d.h. der Antriebsstrang stellt im Rahmen seiner Möglichkeiten so viel Antriebs- oder Bremsmoment zur Verfügung, wie dies vom Fahrer gewünscht wird. Die PAR bestimmt also lediglich den Gang sowie die Aufteilung des Fahrerwunschmoments auf Motor, ISG und Bremse. Nachdem diese Steuergrößen an den Antriebsstrang ausgegeben sind, wird nach Verstreichen eines kleinen Zeitintervalls eine erneute Prädiktion mit anschließender Optimierung gestartet. Dies bringt zum einen weiter voraus liegende Straßenabschnitte in den Bereich der Prädiktion und stellt zum anderen sicher, dass auftretende Störungen durch Fehler in der Prädiktion miteinbezogen werden können.

Für das Finden der optimalen Ansteuerung wird ein mathematisches Modell des Hybridfahrzeugs benötigt, weshalb von *Modellbasierter Prädiktiver Regelung* (MPR) gesprochen wird. Das Hybridfahrzeug wird durch ein nichtlineares, aufgrund der Diskontinuität der Getriebeübersetzung kontinuierlich-diskretes Modell beschrieben [Sch01]. Daher ist eine Lösung mit den im Rahmen der MPR üblicherweise angewendeten Standardverfahren der Optimalsteuerung nur schwer möglich [CB00] bzw. aufgrund der Berücksichtigung mehrerer möglicher Gangwechsel innerhalb des Prädiktionshorizonts mit einem hohen Rechenaufwand verbunden [Ter02]. Das System lässt sich jedoch mit einem Modell erster Ordnung hinreichend gut abbilden, weshalb in dieser Arbeit die *Dynamische Programmierung* nach BELLMAN zur Lösung des Optimierungsproblems zur Anwendung kommt.

Ein mit dieser Idee vergleichbarer Ansatz wird auch in [FMT02] verfolgt und erfolgreich für die energieoptimale Betriebsführung von Zügen eingesetzt. Die Echtzeitanforderungen sind dabei jedoch weniger kritisch, da die Optimierung für den nächsten Streckenabschnitt mittels Dynamischer Programmierung während der Standzeiten in Bahnhöfen durchgeführt und mit dem gewonnenen Reglerkennfeld bis zum nächsten Bahnhof gefahren wird.

Um in der in dieser Arbeit betrachteten Anwendung mit fortlaufender Optimierung Echtzeitfähigkeit zu erzielen, sind Maßnahmen zur Reduzierung des Rechenaufwands zu ergreifen. Die Ausnutzung aller verfügbarer Informationen über die vorausliegende Strecke ermöglicht die geforderte Rechenzeitersparnis, die auf eine echtzeitfähige MPR für ein Hybridfahrzeug führt. Der methodische Schwerpunkt dieser Arbeit liegt somit auf der Anpassung der Dynamischen Programmierung an die Besonderheiten der MPR.

2.6 Zusammenfassung

Hybridfahrzeuge bieten ein vielversprechendes Potenzial, um die in der Einleitung dargelegten Ziele zur Reduzierung des CO_2 -Ausstoßes zu erreichen. Das vorliegende Kapitel beschreibt eine Idee, wie eine innovative Betriebsstrategie unter Einbeziehung von Navigationsdaten zur Ausschöpfung dieses Potenzials beitragen kann. Dazu wurden zunächst die gängigen Hybridvarianten vorgestellt und ihre jeweiligen Vor- und Nachteile herausgearbeitet.

Der dieser Arbeit zugrundeliegende milde Hybrid verfügt über einen parallelen Hybridantrieb. Die fünf mit diesem Antriebsstrang möglichen Betriebsmodi wurden diskutiert und es wurde verdeutlicht, dass eine dynamische Optimierung unter Verwendung von Umfeldinformationen einer rein statischen Betriebsstrategie überlegen ist.

Die bereits heute oder in naher Zukunft verfügbaren Telematiksysteme stellen eine ausreichende Menge an Umgebungsinformationen bereit, um eine Prädiktion des vorausliegenden Fahrprofils zu ermöglichen. Damit kann ein dynamisches Optimierungsproblem formuliert werden, welches entlang des prädizierten Fahrprofils diejenige Steuerung bestimmt, die den geringsten Kraftstoffverbrauch verursacht.

Kapitel 3

Nichtlineare Modellbasierte Prädiktive Regelung

Das Grundprinzip der prädiktiven Regelungen basiert darauf, dass sowohl eine Prädiktion des Verlaufs von Störungen als auch der Reaktion des Systems auf angelegte Steuerungen mittels eines Störgrößen- bzw. eines Systemmodells möglich ist. Auf Grundlage dieser Prädiktion berechnet die MPR optimale Steuerungen. Das Verfahren wird seit den 70er Jahren erfolgreich zur Regelung verschiendenster technischer Prozesse eingesetzt. Dementsprechend existieren viele Veröffentlichungen, über die beispielsweise [Mac02] und [Raw00] einen Überblick geben.

Besonders in der Petrochemie bzw. in der Verfahrenstechnik wurde MPR in einer Vielzahl von praktischen Anwendungen erfolgreich implementiert [BBB⁺01], [CB04]. Bei chemischen Prozessen kommen der rechenaufwändigen Methodik vor allem die großen Zeitkonstanten entgegen, welche große Abtastintervalle zulassen und somit ausreichend Zeit für die Berechnung der Stellgrößen gewähren. Insbesondere für lineare Systeme mit Stellgrößenbeschränkungen kann die MPR als ausgereift betrachtet werden. Allerdings stößt das Verfahren an seine Grenzen, wenn das Streckenverhalten derart stark ausgeprägte Nichtlinearitäten aufweist, dass ein linearisiertes Modell für seine Beschreibung nicht mehr ausreichend ist. In diesem Fall muss die MPR mit einem nichtlinearen Modell arbeiten, weshalb von Nichtlinearer Modellbasierter Prädiktiver Regelung (NMPR) gesprochen wird.

Der wesentliche Unterschied zwischen MPR und NMPR ist darin zu sehen, dass die Konvexität des Optimierungsproblems verloren geht [Mac02], was wegen der dann auftretenden lokalen Minima deutlich höhere Anforderungen an die Lösungsalgorithmen stellt. Allerdings wurden auf dem Gebiet der NMPR seit den 90er Jahren große Fortschritte erzielt [FA02]. Bei der Umsetzung der NMPR kommt üblicherweise die *Sequenzielle Quadratische Programmierung* zum Einsatz [Gar84]. Bei ihr handelt es sich um ein iteratives numerisches Verfahren zur Bestimmung einer Abstiegsrichtung, welche zu einer Minimierung des Gütemaßes des NMPR-Problems führt. Dabei wird in jedem Iterationsschritt ein quadratisches Programm gelöst, indem die Systemfunktion jeweils lokal linearisiert und das Gütemaß quadratisch approximiert wird. Bei der Lösung des resultierenden Gleichungssystems werden die Beschränkungen von Zustands- und Steuergrößen als Ungleichungsbeschränkungen sowie die Systemfunktion als eine Gleichungsbeschränkung berücksichtigt.

Für diejenigen Fälle, in denen eine lokale Linearisierung der Modellgleichungen vermieden werden soll, wird beispielsweise in [BDLS00] das direkte Lösen von Problemen mit nichtlinearen Modellgleichungen angegangen. Hierbei kommen Mehrfach-Schießverfahren [SB90] zur Lösung der nichtkonvexen Probleme zum Einsatz. Es gibt aber auch Ansätze, die auf einer Approximation des Systemmodells mit verschiedensten konvexen Blackbox-Modellen wie z.B. VOLTERRA-Reihen [DOP95] oder neuronalen Netzen [NRPH00] beruhen. Einen anderen Weg zur Umgehung der Schwierigkeiten bei der Lösung nichtlinearer Optimierungsprobleme schlägt [MM93] vor. Hier wird anstelle der optimalen Lösung des nichtlinearen Problems eine einfacher zu bestimmende suboptimale Lösung gesucht. Damit lassen sich gewisse Systemeigenschaften trotz Suboptimalität immer noch in gewünschter Weise vorgegeben.

Insgesamt ist festzuhalten, dass sich die NMPR aufgrund zunehmender Fortschritte in der Entwicklung effizienter Rechenalgorithmen mittlerweile auf eine Vielzahl technischer Problemstellungen anwenden lässt. Wegen der wachsenden Leistung moderner Rechenanlagen sind diese Anwendungen auch längst nicht mehr auf die langsamen chemischen Prozesse der Verfahrenstechnik beschränkt. Vielmehr ist heute, wie in dieser Arbeit gezeigt wird, auch die Regelung von Systemen mit einer vergleichsweise schnellen Dynamik realisierbar.

Abschnitt 3.1 dient zunächst der Vorstellung der grundlegenden Aufgabenstellung der NMPR. Das Kernstück ist dabei das verwendete Optimierungsverfahren zur Bestimmung der optimalen Steuerung. Für die Anwendung, welche in dieser Arbeit behandelt wird, hat sich die Dynamische Programmierung nach BELLMAN als das am besten geeignete Optimierungsverfahren herausgestellt, weshalb diese Methode und ihre wichtigsten Eigenschaften in Abschnitt 3.2 vorgestellt wird. Abschließend folgen in Abschnitt 3.3 Betrachtungen zur Stabilität der NMPR und die sich daraus ergebenden Anforderungen an das Gütemaß.

3.1 Beschreibung der Aufgabenstellung

Es gibt eine Vielzahl verschiedener Ansätze für die MPR, bei denen verschiedenste Formen von Systemmodellen wie beispielsweise Impuls- oder Sprungantworten, Übertragungsfunktionen oder Zustandsraummodelle zur Anwendung kommen [Mac02]. Aufgrund der Fokussierung dieser Arbeit auf nichtlineare Problemstellungen soll jedoch nur die zu deren Behandlung geeignete Zustandsraummethodik vorgestellt werden, wobei im nächsten Unterabschnitt zunächst eine allgemeine Vorstellung des Grundkonzepts der MPR erfolgt.

3.1.1 Das Konzept des gleitenden Horizonts

Im Allgemeinen basieren sowohl MPR als auch NMPR auf der Lösung eines Optimalsteuerungsproblems über ein endliches Optimierungsintervall [FA02]. Bild 3.1 zeigt die Grundidee dieses Regelungsverfahrens für den Fall, dass das optimale Erreichen eines Sollzustands das Regelungsziel ist: Ausgehend vom aktuellen Zeitpunkt nT mit dem Zählindex $n \in \mathbb{N}$ und der Abtastzeit $T > 0 \in \mathbb{R}$ wird unter Verwendung eines Systemmodells das zukünftige dynamische Verhalten des Systemzustands über einen endlichen Prädiktionshorizont der Länge pTmit $p \in \mathbb{N}$ prädiziert. Innerhalb eines Steuerhorizonts der Länge qT mit $q \in \mathbb{N}$, $q \leq p$ wird die Trajektorie der Steuergrößen so gewählt, dass ein Gütemaß minimiert wird.

Falls das mathematische Modell das Systemverhalten sehr genau wiedergibt, keine Störungen vorliegen und das Optimierungsproblem über unendliche Zeitintervalle gelöst werden könnte, dann würde die oben berechnete Steuerfolge das System in optimaler Weise steuern. In den meisten praktischen Anwendungen ist dies jedoch nicht möglich, der prädizierte Zustand wird aufgrund von Modellungenauigkeiten und Störeinflüssen mit der Zeit immer mehr vom wirklichen Zustand abweichen.



Bild 3.1: Grundprinzip der prädiktiven Regelung, dargestellt am Beispiel eines Systems erster Ordnung [FA02].

Aus diesem Grund wird von der berechneten optimalen Steuerfolge nur der erste Wert ausgegeben. Nach Verstreichen des Zeitintervalls T wird basierend auf dem gemessenen oder geschätzten neuen Zustand zum Zeitpunkt (n+1)T eine neue Prädiktion gestartet, diesmal jedoch um einen Zeitschritt verschoben. Der neue Prädiktionshorizont beginnt einen Zeitschritt später und reicht demzufolge auch einen Zeitschritt weiter in die Zukunft, es wird daher auch von einem *gleitenden Horizont* gesprochen. Durch das fortlaufende Miteinbeziehen des aktuellen Systemzustands und durch die fortlaufend neu berechnete optimale Ansteuerung wird so anstelle einer offenen Steuerung ein geschlossener Regelkreis erhalten. Im Folgenden soll dieses Konzept des gleitenden Horizonts als Optimierungsproblem formuliert werden.

3.1.2 Mathematische Formulierung der Aufgabenstellung

Ausgangspunkt ist ein zeitkontinuierliches, nichtlineares und zeitvariantes System, wie es durch die Zustandsdifferentialgleichung

$$\underline{\dot{x}}(t) = f\left(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{z}(t), t\right), \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}^A$$
(3.1)

mit

$t \in \mathbb{R}$	kontinuierliche Zeit
$\underline{x}(t) \in \mathcal{X}(t) \subseteq \mathbb{R}^{\eta}$	Zustandsvektor
$\underline{u}(t) \in \mathcal{U}(t) \subseteq \mathbb{R}^{\nu}$	Steuervektor
$\underline{z}(t) \in \mathcal{Z}(t) \subseteq \mathbb{R}^{\kappa}$	Störgrößenvektor
$\underline{f}: \mathbb{R}^{\eta} \times \mathbb{R}^{\nu} \times \mathbb{R}^{\kappa} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^{\eta}$	Systemfunktion
$\overline{t_0}$	Anfangszeitpunkt
\underline{x}^A	Anfangszustand

beschrieben wird. Sämtliche Größen seien als beschränkt angenommen, wobei die zulässigen Mengen $\mathcal{X}(t)$, $\mathcal{U}(t)$ und $\mathcal{Z}(t)$ zeitvariant sein dürfen. Der Steuervektor $\underline{u}(t)$ darf sowohl Steuergrößen mit kontinuierlichem Wertebereich als auch solche mit diskretem Wertebereich enthalten. Diese diskreten Steuergrößen können je nach Betrachtungsweise dazu führen, dass das durch (3.1) beschriebene System den Charakter eines hybriden Systems annimmt, was bei der dynamischen Optimierung zu berücksichtigen ist [Sch01].

Das dynamische Verhalten der Störgröße sei durch die zeitvariante, nichtlineare Differentialgleichung

$$\underline{\dot{z}}(t) = \underline{g}(\underline{z}(t), \underline{\theta}(t), t), \quad \underline{z}(t_0) = \underline{z}^A$$
(3.2)

mit der Anfangsstörung \underline{z}^A beschrieben. Der Parametervektor $\underline{\theta}(t) \in \mathbb{R}^{\mu}$ bildet die Abhängigkeit der Störung von äußeren Ereignissen wie z.B. gemessenen Temperaturverläufen ab. Die Funktionen $\underline{f}(\cdot)$ und $\underline{g}(\cdot)$ seien mindestens einmal stetig differenzierbar oder erfüllen zumindest die LIPSCHITZ-Bedingung, woraus die Existenz einer jeweils eindeutigen Lösung $\underline{x}(t)$ bzw. $\underline{z}(t)$ der Differentialgleichungen (3.1) und (3.2) folgt [SB90].

Aufgrund der Tatsache, dass lediglich in Abständen der Schrittweite T neue Steuergrößen ausgegeben werden und erst danach wieder eine neue Prädiktion gestartet wird, bietet sich eine zeitdiskrete Systemdarstellung mit der Abtastzeit T an. Für die dabei erforderliche Zeitdiskretisierung der Systemgleichung (3.1) seien treppenförmige Eingangsgrößen $\underline{u}(t) \equiv \underline{u}_n \forall t \in$ [n T, (n + 1) T[vorausgesetzt. Die Anwendung von Methoden der numerischen Integration [Föl93] auf die Differentialgleichungen (3.1) und (3.2) liefert die Zustandsdifferenzengleichung

$$\underline{x}_{n+1} = \underline{\phi}_n(\underline{x}_n, \underline{u}_n, \underline{z}_n, T), \quad \underline{x}_0 = \underline{x}^A$$
(3.3)

und die Stördifferenzengleichung

$$\underline{z}_{n+1} = \underline{\psi}_n(\underline{z}_n, \underline{\theta}_n, T), \quad \underline{z}_0 = \underline{z}^A \tag{3.4}$$

als zeitdiskrete Beschreibungen für die Dynamik von Zustand und Störgröße. Aufgrund der vorausgesetzten LIPSCHITZ-Beschränktheit der Funktionen $\underline{f}(\cdot)$ und $\underline{g}(\cdot)$ und der daraus resultierenden Existenz der Lösungen der Zustands- und der Stördifferentialgleichung ist auch die Existenz der zeitdiskreten Systemdynamik $\underline{\phi}_n(\cdot)$ und Stördynamik $\underline{\psi}_n(\cdot)$ sichergestellt. Der Einfachheit halber sei angenommen, dass sowohl der Zustand \underline{x} als auch die Störung \underline{z} messbar sind – andernfalls wäre eine Ermittlung unbekannter Zustände durch estimationstheoretische Methoden erforderlich, was beispielsweise in [ABQ⁺99] beschrieben wird.

Die Aufgabenstellung zum aktuellen Zeitpunkt
 nlautet, diejenige Steuerfolge $\{\underline{u}_k\}$ zu bestimmen, welche

$$J^*\left(\underline{x}_k, \underline{z}_k, T\right) = \min_{\{\underline{u}_k\}} \left\{ J\left(\{x_k\}, \{\underline{u}_k\}, \{\underline{z}_k\}, p, T\right) \right\}$$
(3.5)

erfüllt und somit das Gütefunktional $J(\cdot)$ über den endlichen Prädiktionshorizont p minimiert. Dabei seien hier und im Folgenden optimale Werte einer Größe stets mit einem Stern gekennzeichnet. Die geschweiften Klammern $\{\cdot\}$ stehen für eine Folge der eingeklammerten Größe mit Werten an den diskreten Zeitpunkten $k = n, n + 1, \ldots, n + p$. Als Gütemaß wird die Summe

$$J = \zeta(\underline{x}_{n+p}) + T \cdot \sum_{k=n}^{n+p-1} \xi_k(\underline{x}_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k)$$
(3.6)

gewählt, was im Kontinuierlichen einem BOLZAschen Gütemaß mit einer Funktion $\zeta(\cdot)$ zur Bewertung des Endwerts und einem Integral über die Funktion $\xi(\cdot)$ als LAGRANGEschem Term zur Bewertung des Übergangsverhaltens entspricht. Die Summe in Gleichung (3.6) stellt eine diskrete Approximation dieses Integrals dar und wird insbesondere in der Verfahrenstechnik oftmals zur Bestrafung von Abweichungen von einer Referenztrajektorie { $\underline{x}_k^{\text{ref}}$ } durch Wahl einer Funktion

$$\xi_k = \|\underline{x}_k - \underline{x}_k^{\text{ref}}\| \tag{3.7}$$

genutzt [Mac02], wobei $\|\cdot\|$ eine Norm wie beispielsweise die Betragsbildung oder die euklidische Norm bezeichnet [BD79]. Ebensogut ist aber auch ohne Festlegung auf eine Referenztrajektorie die Forderung nach Zeit- oder Energieoptimalität bei der Überführung des Zustands in eine Zielmannigfaltigkeit denkbar.

Da bei der Wahl des Prädiktionshorizonts die Rechenzeitanforderungen nach einem möglichst kurzen Horizont verlangen, auf der anderen Seite aber ein großes p die dynamischen Eigenschaften des geregelten Systems günstig beeinflusst, wird häufig der bereits erwähnte Steuerhorizont $q \leq p$ eingeführt. Dieser Steuerhorizont gibt an, wieviele Steuergrößen frei wählbar sind, d.h. er legt den Rechenzeitbedarf der Optimierungsaufgabe fest. In den Zeitschritten n + q < k < n + p wird, wie in **Bild 3.1** zu sehen ist, $\underline{u}_k \equiv \underline{u}_{n+q}$ oder $\underline{u}_k \equiv \underline{0}$ gefordert, was ohne zusätzlichen Rechenaufwand zumindest eine Berücksichtigung der Systemdynamik bis ans Ende des Prädiktionshorizonts gewährleistet. Dabei ist sicherzustellen, dass die Steuerung \underline{u}_k in den Zeitschritten $k = n + q + 1, \ldots, n + p - 1$ zulässig ist bzw. es ist gegebenenfalls eine zulässige Steuerung zu wählen.

Zusammengefasst gelten für den Zustand \underline{x}_k , die Steuergröße \underline{u}_k und die Störgröße \underline{z}_k die folgenden zeitvarianten Beschränkungen:

$$\underline{x}_{k} \in \mathcal{X}_{k} \subseteq \mathbb{R}^{\eta} \quad \forall \ k \in [n, \ n+p] \\
\underline{z}_{k} \in \mathcal{Z}_{k} \subseteq \mathbb{R}^{\kappa} \quad \forall \ k \in [n, \ n+p] \\
\underline{u}_{k} \in \mathcal{U}_{k} \subseteq \mathbb{R}^{\kappa} \quad \forall \ k \in [n, \ n+q] \\
\underline{u}_{k} = \underline{u}_{n+q} \qquad \forall \ k \in]n+q, \ n+p[.$$
(3.8)

Unter Berücksichtigung dieser Beschränkungen wird mittels des Störgrößenmodells aus Gleichung (3.4) ausgehend von der gemessenen aktuellen Störung $\underline{z}_n^{\text{akt}}$ eine Folge von Störgrößen

$$\{\underline{z}_k\} = \{\underline{z}_n^{\text{akt}}, \underline{z}_{n+1}, \dots, \underline{z}_{n+p}\}$$

$$(3.9)$$

prädiziert. Abhängig von dieser Störfolge und der zu bestimmenden optimalen Steuerfolge liefert die Systemfunktion (3.3) mit dem aktuellen Zustand $\underline{x}_n^{\text{akt}}$ als Anfangswert eine Prädiktion

$$\{\underline{x}_k^*\} = \{\underline{x}_n^{\text{akt}}, \, \underline{x}_{n+1}^*, \, \dots, \, x_{n+p}^*\}$$

$$(3.10)$$

für den optimalen Zustandsverlauf. Diese Prädiktion wird in jeder Optimierung, ausgehend vom gemessenen oder geschätzten aktuellen Zustand $\underline{x}_n^{\text{akt}}$, aufs Neue gestartet. Um Modellunsicherheiten und Störungen auszuregeln werden die darauf aufbauenden Optimierungen, wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben, fortlaufend wiederholt. Die Lösung eines jeden Optimierungsproblems liefert somit die Steuerfolge

$$\{\underline{u}_{k}^{*}\} = \{\underline{u}_{n}^{*}, \, \underline{u}_{n+1}^{*}, \dots, \, \underline{u}_{n+q}^{*}\}, \qquad (3.11)$$

von der nur der erste Wert auf das System aufgeschaltet wird und die übrigen lediglich reglerinterne Größen zur Bestimmung und Bewertung des zukünftigen Systemverhaltens darstellen.

Wie bereits angedeutet ist die Bestimmung dieser Stellgrößen im Allgemeinen nicht auf analytischem Wege möglich. Daher widmet sich der nächste Unterabschnitt den praktischen Aspekten bei der Implementierung der NMPR auf einem Digitalrechner.



Bild 3.2: Struktur einer prädiktiven Regelung

3.1.3 Praktische Umsetzung des Verfahrens

Die im vorherigen Unterabschnitt beschriebene Vorgehensweise ist zunächst als Algorithmus zu formulieren, welcher den gleitenden Horizont und die fortlaufenden Optimierungen abbildet.

Implementierung als Rechenalgorithmus

Die Gesamtstruktur des geschlossenen Regelkreises einer prädiktiven Regelung ist in **Bild 3.2** zu sehen. Wie hierin zu erkennen ist, werden folgende Komponenten benötigt:

- Messeinrichtung oder Beobachter bzw. Filter zur Bestimmung des aktuellen Systemzustands.
- Prädiktor zur Prädiktion des Verlaufs der Störung \underline{z}_k im Prädiktionshorizont $k = n, \ldots, n + p$. Dabei handelt es sich letztendlich um das Störgrößenmodell gemäß Gleichung (3.4).
- Dynamischer Optimierungsalgorithmus, der das Gütemaß (3.6) unter Einbeziehung des Systemmodells (3.3) und unter Einhaltung der Randbedingungen (3.8) in Echtzeit minimiert.

Damit ist der NMPR-Algorithmus wie folgt definiert:

- 1. Übernehme den aktuellen Systemzustand und die aktuelle Störung aus Messungen bzw. Schätzungen!
- 2. Berechne die optimale Steuerfolge durch Minimierung des Gütemaßes über den Prädiktionshorizont!
- 3. Gib den ersten Wert der optimalen Steuerung an die Strecke!
- 4. Geh zu 1.!

Dieser in jedem Optimierungsschritt aufs Neue ausgeführte Algorithmus liefert jeweils die aktuelle optimale Steuergröße \underline{u}_n^* . Der nächste Teilabschnitt befasst sich mit der Berücksichtigung des Zeitbedarfs der dabei auftretenden Rechenoperationen.

Berücksichtigung der Rechenzeit

Da bei prädiktiven Regelungen Optimierungsprobleme in Echtzeit zu lösen sind , treten grundsätzlich rechenzeitbedingte Totzeiten auf, die berücksichtigt werden müssen [Mac02]. Bild 3.3 verdeutlicht diesen Zeitverzug τ zwischen Messung von Zustand bzw. Störung und Ausgabe der Stellgrößen. Der Einfachheit halber sei hier angenommen, dass die Messung aller Zustände und Störgrößen gleichzeitig erfolgt. Nach dieser Messung berechnet der Optimierungsalgorithmus die gesuchten Stellgrößen, wofür er das Zeitintervall τ als Rechenzeit benötigt. Da die Rechenzeit je nach verwendetem Optimierungsalgorithmus in der Regel nicht konstant ist, soll τ hier die obere Grenze dieser Rechenzeit repräsentieren. Abhängig vom Größenverhältnis von τ zum Zeitintervall T zwischen zwei aufeinanderfolgenden Optimierungen gibt es zwei Möglichkeiten, wie mit dieser Rechentotzeit umzugehen ist:

- $\tau \ll T$: Die Rechenzeit ist so klein gegenüber der Abtastzeit, dass sie vernachlässigbar ist.
- $\tau \approx T$: Die Rechenzeit ist beinahe so groß wie die Abtastzeit. In diesem Fall wird zum Zeitpunkt (n + 1)T die Stellgröße aus Zeitschritt nT ausgegeben. Das Ergebnis der Optimierung ist also immer erst um einen Abtastschritt verzögert verfügbar.

In der vorliegenden Arbeit wird die Optimierung von Systemen mit vergleichsweise schneller Dynamik behandelt, was die Betrachtung des Falls $\tau \approx T$ erforderlich macht. Die daraus resultieren Anforderungen an das Optimierungsverfahren sowie die üblicherweise eingesetzten Algorithmen werden im letzten Teil dieses Abschnittes diskutiert.

Optimierungsverfahren

Da $\tau \approx T$ gilt, die Rechenzeit also in der selben Größenordnung wie das Zeitintervall zwischen zwei Optimierungen liegt, ist der Abschluss der Optimierung innerhalb der verfügbaren Zeit sicherzustellen. Es muss also immer $\tau \leq T$ gelten, oder, falls das Verfahren nicht ausreichend schnell konvergiert, zumindest die rechtzeitige Bereitstellung einer zulässigen suboptimalen Steuergröße $\underline{\tilde{u}}_n \approx \underline{u}_n^*$ erfolgen. Des weiteren wird vom Optimierungsverfahren eine gewisse Robustheit verlangt, so dass auch bei Implementierung auf einem Mikroprozessor mit einer eher geringen Rechengenauigkeit Konvergenz zu erwarten ist. Außerdem müssen die zu Beginn dieses Abschnittes vorausgesetzten Beschränkungen der Zustands- und Steuergrößen mit dem Optimierungsverfahren vereinbar sein.

Üblicherweise kommen bei der NMPR sogenannte *direkte Verfahren* zum Einsatz. Die Grundidee dieser Verfahren basiert auf einer endlichen Parametrisierung der Verläufe der Steuerund der Zustandsgrößen, womit das ursprüngliche unendlichdimensionale Optimierungsproblem in ein endlichdimensionales Problem überführt wird. Die Minimierung des zugehörigen Gütemaßes führt auf ein als *Nichtlineares Programm* bezeichnetes nichtlineares Gleichungsund Ungleichungssystem, dessen Lösung *Nichtlineare Programmierung* genannt wird [BP84].



Bild 3.3: Angenommene Zeitverzögerung τ zwischen Messung und Ausgabe der Steuergröße, dargestellt am Beispiel eines Systems erster Ordnung [Mac02]. Der Zustand wurde hier als messbar angenommen.

Bei der Nichtlinearen Programmierung kommen verschiedene Optimierungsstrategien in Frage, bei denen ausgehend von einer Anfangslösung durch iterative Verfahren eine fortlaufende Verbesserung der Lösung gefunden wird. Insbesondere die großen Fortschritte in der Lösung nichtlinearer Optimierungsprobleme konnte in den letzten Jahren als der große Treiber der Nichtlinearen Programmierung wirken. Der Vorteil der direkten Verfahren ist im Allgemeinen darin zu sehen, dass die Berücksichtigung von Beschränkungen und Ungleichungsrestriktionen jeglicher Art möglich ist. Außerdem können Systeme sehr hoher Ordnung mit teilweise über tausend Zustandsgrößen, wie sie in der Verfahrenstechnik häufig auftreten, behandelt werden.

Alle direkten Verfahren haben allerdings die gemeinsame Eigenschaft, dass bei der Optimierung von Systemen mit diskret-kontinuierlichen Steuergrößen erhebliche Schwierigkeiten auftreten, da die effiziente Lösung der Nichtlinearen Programme durch kontinuierliche Lösungsverfahren erfolgt. Die Entwicklung geeigneter Lösungsverfahren zur Behandlung diskretkontinuierlicher Probleme ist Inhalt aktueller Forschungsarbeiten [Bus02], [TBK04].

Aus diesen Gründen wird insbesondere hinsichtlich der niedrigen Systemordnung der hier betrachteten Anwendung ein anderes Optimierungsverfahren, nämlich die Dynamische Programmierung nach BELLMAN zur Lösung des NMPR-Optimierungsproblems herangezogen. Der folgende Abschnitt beinhaltet eine kurze Beschreibung dieser Methode.
3.2 Dynamische Programmierung

Im Gegensatz zur Nichtlinearen Programmierung, welche ausgehend von einem festen Anfangswert $\underline{x}_n = \underline{x}^{\text{akt}}$ die optimale Trajektorie zu einem Endwert $\underline{x}_{n+p} = \underline{x}^{\text{ziel}}$ berechnet, liefert die Dynamische Programmierung die optimalen Trajektorien von jedem beliebigen Anfangswert \underline{x}_n nach $\underline{x}_{n+p} = \underline{x}^{\text{ziel}}$ [Dre65]. Aufgrund dieser Zustandsabhängigkeit der optimalen Lösung wird anstelle einer optimalen Steuerung eine *optimale Regelung* erhalten.

Grundlage dafür ist die Bestimmung der sogenannten optimalen Restkostenfunktion, die entsprechend der Ausführungen im folgenden Unterabschnitt definiert ist.

3.2.1 Die Bellmansche Rekursionsgleichung

Befindet sich ein dynamisches System zum Zeitpunkt kT mit $n \leq k < n + p$ im Zustand \underline{x}_k , so besteht die Optimierungsaufgabe darin, den von kT ausgehend noch beeinflussbaren Teil des Gütemaßes $J(\underline{x}_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, p, T)$ zu minimieren [Föl94]. Die optimalen Restkosten sind definiert als der kleinstmögliche Wert

$$R_k(\underline{x}_k) = \min_{\underline{u}_k \in \mathcal{U}_k} \left\{ J(\underline{x}_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, p, T) \right\}$$
(3.12)

dieses Gütemaßes. Die Minimierung liefert die optimale Steuerfolge $\{\underline{u}_k^*, \underline{u}_{k+1}^*, \dots, \underline{u}_{n+p-1}^*\}$ von einer beliebigen Zeitstufe k bis zur Stufe n+p. Diese Folge ist ein Teilstück der optimalen Gesamtsteuerung $\{\underline{u}_n^*, \underline{u}_{n+1}^*, \dots, \underline{u}_{n+p-1}^*\}$, was als das Optimalitätsprinzip von BELLMAN bezeichnet wird. Demnach gilt, dass jede Resttrajektorie einer optimalen Trajektorie wiederum selbst eine optimale Trajektorie darstellt [Bel57].

Basierend auf diesem Prinzip kann die sogenannte *Bellmansche Rekursionsgleichung* abgeleitet werden. Wird ein BOLZAsches Gütemaß entsprechend Gleichung (3.6) zugrunde gelegt, so wird die optimale Restkostenfunktion ausgehend vom letzten diskreten Zeitschritt n + prückwärtslaufend durch die rekursive Beziehung

$$R_k(\underline{x}_k) = \min_{\underline{u}_k \in \mathcal{U}_k} \left\{ \xi_k(\underline{x}_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k) + R_{k+1}(\underline{x}_{k+1}) \right\}$$
(3.13)

ausgehend vom Endwert

$$R_{n+p}(\underline{x}_{n+p}) = \zeta(\underline{x}_{n+p}) \tag{3.14}$$

erhalten. Der letzte Zeitpunkt ist hier das Ende des Prädiktionshorizonts, der Endwert (3.14) ist durch das MAYERsche Gütemaß $\zeta(\cdot)$ gegeben. Da die Optimierung lediglich über q Schritte vorgenommen und für $k = n + q + 1, \ldots, n + p - 1$ die Steuergröße konstant auf $\underline{u}_k = \underline{u}_{n+q}$ gehalten wird, gilt

$$R_{n+q+1}(\underline{x}_{n+q+1}) = \zeta(\underline{x}_{n+p}) + \sum_{k=n+q+1}^{n+p-1} \xi_k(\underline{x}_k, \underline{u}_{n+q}, \underline{z}_k)$$
(3.15)

als Endwert für die Optimierung. Zur Berechnung von $R_k(\cdot)$ in den übrigen Zeitschritten $k = n + q, n + q - 1, \ldots, n$ wird die Systemfunktion in (3.13) eingesetzt. Die rekursive Gleichung (3.13) hängt damit bei rückwärstlaufendem Zeitindex lediglich vom vorhergehenden

Wert $R_{k+1}(\cdot)$ und der aktuellen Steuerung \underline{u}_k , nicht jedoch vom zukünftigen Verlauf der Steuerung $\{\underline{u}_{k+1}, \underline{u}_{k+2}, \ldots, \underline{u}_{k+q}\}$ ab. Der Verlauf der Störung $\{\underline{z}_n, \ldots, \underline{z}_{n+p}\}$ kann mittels der Stördifferenzengleichung (3.4) prädiziert werden. Gleichung (3.13) mit der Endbedingung (3.14) bzw. (3.15) wird BELLMANsche Rekursionsgleichung genannt. Sie ermöglicht die Bestimmung der optimalen Restkostenfunktion in jedem beliebigen Punkt des Zustandsraums.

3.2.2 Numerische Lösung der Dynamischen Programmierung

Im Allgemeinen wird eine analytische Bestimmung der Restkostenfunktion nicht gelingen, weshalb die Rekursionsgleichung (3.13) numerisch in diskreten Punkten des Zustandsraums auszuwerten ist. Diese Auswertung erfordert die Festlegung eines Gitters mit endlich vielen Punkten, welches den kontinuierlichen Zustandsraum approximiert.

Diskretisierung des Zustandsraums

Es sei der Einfachheit halber angenommen, dass der beschränkte Zustandsraum $\mathcal{X}_k \subseteq \mathbb{R}^{\eta}$ ein Hyperquader ist, also dass jede Zustandsgröße durch zeitvariante Grenzen der Form

$$x_{i,\min}(k) \le x_{ik} \le x_{i,\max}(k), \quad i = 1, \dots, \eta,$$
(3.16)

beschränkt ist. Wird für jede Zustandsgröße ein Diskretisierungsintervall Δx_{ik} mit $0 < \Delta x_{ik} < x_{i,\max}(k) - x_{i,\min}(k)$ eingeführt, so lässt sich ein Gitter Γ_k auf \mathcal{X}_k definieren, dessen Gitterpunkte $\underline{x}_k^{\alpha_x}$ mit $\alpha_{\underline{x}} = 1, \ldots, N_k^{\underline{x}}$ den Zustandsraum approximieren. Die Anzahl der Gitterpunkte $N_k^{\underline{x}}$ im Zeitschritt k hängt von den Diskretisierungsintervallen und den Grenzen des Zustandsraums ab.

Für jeden Punkt auf diesem Gitter Γ_k wird nun mittels der BELLMANschen Rekursionsgleichung (3.13) eine Approximation der optimalen Restkosten $R_k^{\Gamma_k}(\underline{x}_k^{\Gamma_k})$ berechnet, was im nächsten Teilabschnitt weiter ausgeführt wird.

Bestimmung der optimalen Steuerung

Die optimale Steuerung \underline{u}_k^* in einem Punkt \underline{x}_k des Zustandsraums wird ganz allgemein betrachtet durch Auswertung der BELLMANschen Rekursionsgleichung

$$\underline{u}_{k}^{*} = \arg\min_{\underline{u}_{k}\in\mathcal{U}_{k}}\left\{\xi_{k}(\underline{x}_{k},\underline{u}_{k},\underline{z}_{k}) + R_{k+1}\left(\underline{\phi}_{k}(\underline{x}_{k},\underline{u}_{k},\underline{z}_{k},T)\right)\right\}$$
(3.17)

bestimmt. Dabei werden die Restkosten $R_{k+1}(\underline{x}_{k+1})$ der zukünftigen Zeitstufe k + 1 im Folgezustand des aktuellen Gitterpunkts $\underline{x}_{k}^{\alpha_{\underline{x}}}$ benötigt. Dieser durch Einsetzen des aktuellen Zustands sowie der angelegten Steuerung in die Systemfunktion (3.3) berechnete Folgezustand \underline{x}_{k+1} wird jedoch nur in Ausnahmefällen auf einem Gitterpunkt $\underline{x}_{k+1}^{\Gamma_{k+1}}$ der nächsten Zeitstufe liegen. Zur Bestimmung der Restkosten des Zeitschritts k + 1 gemäß Gleichung (3.13) ist deshalb eine Interpolation zwischen den Gitterpunkten notwendig. Dabei wird häufig eine lineare bzw. bilineare Interpolation angewendet [SM72], es können prinzipiell aber auch beliebige Interpolationsverfahren höherer Ordnung zum Einsatz kommen. Voraussetzung für die Zulässigkeit dieser Interpolation ist, dass die optimale Restkostenfunktion stetig ist. Für Systeme, bei denen wie in Unterabschnitt 3.1.2 vorausgesetzt Systemfunktion und Gütemaß die LIPSCHITZ-Bedingung erfüllen, lässt sich diese Stetigkeit nachweisen [BD62].

Aufgrund der nur in diskreten Punkten bekannten Restkostenfunktion sowie der Nichtlinearitäten der Systemfunktion ist das Finden der optimalen Steuerung, wie eingangs dieses Unterabschnitts erwähnt, im Allgemeinen auf analytischem Wege nicht möglich. Die Literatur zeigt eine Vielzahl von Wegen auf, wie mit dieser Problematik umzugehen ist. In [Nem69] wir eine Approximation der Restkostenfunktion durch Polynome oder andere Basisfunktionen vorgeschlagen. Ausgehend davon ist unter bestimmten Umständen eine analytische Minimumbildung für Gleichung (3.13) durchführbar. In den meisten Fällen ist dies jedoch entweder aufgrund der Nichtlinearität des Gütemaßes und der Beschränkung von Zustands- und Steuergrößen unmöglich oder doch zumindest nicht mit vertretbarem Aufwand zu rechtfertigen. Die in [BT96] vorgestellte Neuro-Dynamische Programmierung approximiert die optimale Restkostenfunktion durch Neuronale Netze oder andere nichtlineare Abbildungen. Durch ein Training des Netzes mit bereits bekannten optimalen Beispieltrajektorien wird so eine von nur wenigen Parametern abhängige näherungsweise Darstellung der optimalen Restkostenfunktion erhalten. Damit lassen sich Gleichung (3.13) sowie anschließend Gleichung (3.17) in Echtzeit auswerten. Allerdings setzt diese Vorgehensweise die Kenntnis optimaler Trajektorien voraus, welche alle Arbeitsbereiche der Regelung repräsentieren müssen. Diese Voraussetzung ist im Straßenverkehr nur durch eine Vielzahl von Beispieltrajektorien erfüllbar, so dass eine Echtzeitlösung des Optimierungsproblems vorzuziehen ist.

Das einfachste, sicherste und daher üblichste numerische Suchverfahren besteht deshalb darin, die Steuergrößen in gleicher Art wie die Zustandsgrößen zu diskretisieren. Die Minimumbildung in Gleichung (3.17) wird dann durch Anlegen aller Steuerungen des somit erhaltenen Steuerungsgitters und Vergleichen der daraus erhaltenen Werte für die Restkostenfunktion durchgeführt.

Rückwärts- und Vorwärtsrechnung

Um die in den Punkten des Zustandsgitters Γ_k abgelegten Werte der Steuerung als Reglerkennfeld zu verwenden, ist auch hier eine Interpolation erforderlich. Abgesehen von zufälligen Ausnahmefällen wird die Steuerung wie bereits erwähnt an Zwischengitterstellen des Zustandsraums benötigt. Bei der Bestimmung der optimalen Restkosten können solche Zwischengitterwerte von $R_{k+1}(\underline{x}_{k+1})$ leicht durch Interpolation in den Gitterwerten $R_{k+1}^{\Gamma_{k+1}}(\underline{x}^{\Gamma_{k+1}})$ erhalten werden, da sich die Stetigkeit der optimalen Restkostenfunktion nachweisen lässt. Für die Steuergröße gelingt jedoch kein Stetigkeitsnachweis. Im Gegenteil: Sprungstellen sind eine häufig auftretende Eigenschaft eines Optimalreglerkennfelds. Damit ist eine Interpolation nicht mehr zielführend, da insbesondere im Bereich von Sprungstellen undefinierte Reglerausgänge zu erwarten sind.

Abhilfe wird dadurch geschaffen, dass die Dynamische Programmierung in eine Rückwärtsund in eine Vorwärtsrechnung aufgespalten wird [SM72]. Zunächst wird in der Rückwärtsrechnung in jedem zulässigen Gitterpunkt Γ_k für rückwärtslaufenden Zeitindex $k = n + p, n + p - 1, \ldots, n$ der Wert der optimalen Restkostenfunktion durch Auswertung der BELLMANschen Rekursionsgleichung (3.13) mit Interpolation in den zukünftigen Restkosten ermittelt. Diese Restkosten werden in allen Punkten des Gitters Γ_k gespeichert.

In der anschließenden Vorwärtsrechnung wird ausgehend vom Anfangswert $\underline{x}_n^{\text{akt}}$ wiederum

jede zulässige Ansteuerung für vorwärtslaufenden Zeitindex $k = n, \ldots, n + q$ in Gleichung (3.17) eingesetzt. Der Vergleich der berechneten Funktionswerte liefert das Minimum, die entsprechende Steuerung ist die optimale Steuerung \underline{u}_k^* . Im nächsten Zeitschritt wird wiederum ausgehend vom aktuellen Zustand die dazugehörige optimale Steuerung durch erneute Minimierung von (3.17) bestimmt. Bei vorwärtslaufendem Zeitindex wird so die optimale Zustandstrajektorie { $\underline{x}_n^{\text{akt}}, \underline{x}_{n+1}^*, \ldots, \underline{x}_{n+p}^*$ } erhalten. Damit ist die in Abschnitt 3.1 formulierte Optimalsteuerungsaufgabe gelöst.

Um in Kapitel 4 zu verdeutlichen, wo die PDP in punkto Rechenzeit Einsparpotenziale ausschöpft, erfolgt im nächsten Abschnitt eine Abschätzung des Rechenaufwands.

3.2.3 Abschätzung des Rechenaufwands

Der größte Teil des Rechenaufwands bei der Dynamischen Programmierung fällt bei der Rückwärtsrechnung an. Dabei ist für k > n in jedem Zeitschritt des Steuerhorizontes und für jeden Zustand des Zustandsgitters die BELLMANsche Rekursionsgleichung auszuwerten. Im ersten Schritt k = n ist dies nicht notwendig, da die anschließende Vorwärtsrechnung keine optimalen Restkosten für diese erste Zeitstufe verlangt. Im letzten Zeitschritt k = n + q des Steuerhorizontes wird in jedem Zustand des Gitters Γ_{n+q} die Steuerung \underline{u}_{n+q} berechnet, welche bis ans Ende des Prädiktionshorizonts gehalten wird. Dazu sind alle zulässigen Steuerungen des Steuergitters in die Systemfunktion einzusetzen und durch Auswertung der Funktion $\xi_k(\cdot)$ für $k = n + q, \ldots, n + p - 1$ und des MAYERschen Gütemaßes $\zeta(\cdot)$ für k = n + p die optimalen Restkosten der Zeitstufe n + q zu ermitteln. Die Berechnungen der Kosten für die Zustandsübergänge mit festgelegter Steuerung lassen sich als Auswertung eines etwas komplexeren MAYERschen Gütemaßes $\tilde{\zeta}(\underline{x}_{n+q+1})$ in jedem Gitterpunkt von Γ_{n+q+1} nach dem Ende des Steuerhorizontes interpretieren. Die dazu benötigte Rechenzeit sei mit τ_p bezeichnet.

Die Stufe k = n + q wird dann wie die restlichen davorliegenden Optimierungsstufen behandelt. Bei diesen besteht der Rechenaufwand zunächst in der Auswertung der Systemfunktion $\phi_k(\cdot)$ und der Kostenfunktion $\xi_k(\cdot)$ für jeden diskreten Zustand $\underline{x}_k \in \Gamma_k$ mit jeder angelegten diskreten Steuergröße $\underline{u}_k \in \Psi_k$. Dazu kommt die Interpolation der optimalen Restkosten des nächsten Zeitschritts und der Vergleich mit dem gespeicherten bisher kleinsten Wert der aktuellen Restkosten, um auf diesem Weg die minimalen Restkosten zu ermitteln. Der Ausführung der eben genannten Rechen- und Vergleichsoperationen sei ein Rechenzeitbedarf von τ_q zugeordnet. Zur Bestimmung des gesamten Rechenaufwands Ω muss ermittelt werden, wie oft die beiden Zeitintervalle τ_q und τ_p bei der Berechnung der optimalen Trajektorie verstreichen.

Da der Zustandsraum durch die zeitvarianten Grenzen (3.16) mit einer Quantisierung Δx_{ik} beschränkt wird, ergeben sich in jeder Zeitstufe k insgesamt

$$N_k^{\underline{x}} = \prod_{i=1}^{\eta} \left\lceil \frac{x_{i,\max}(k) - x_{i,\min}(k)}{\Delta x_{ik}} + 1 \right\rceil$$
(3.18)

Punkte für das Zustandsgitter Γ_k . Ebenso gibt es bei einer entsprechenden Begrenzung der Steuergrößen sowie mit einem Diskretisierungsintervall Δu_{jk} in jeder Zeitstufe

$$N_{k}^{\underline{u}} = \prod_{j=1}^{\nu} \left\lceil \frac{u_{j,\max}(k) - u_{j,\min}(k)}{\Delta u_{jk}} + 1 \right\rceil$$
(3.19)

verschiedene Werte für die Steuerung $\underline{u}_k \in \Psi_k$. Die Schreibweise $N_k^{\underline{x}}$ steht für die Anzahl der in der Zeitstufe k existierenden diskreten Gitterpunkte der vektoriellen Größe \underline{x} . Der Aufwand für die Rückwärtsrechnung beläuft sich somit auf

$$\tau_{\rm r} = \tau_p \cdot N_{n+q+1}^{\underline{x}} + \tau_q \cdot \sum_{k=n+1}^{n+q} N_k^{\underline{x}} \cdot N_k^{\underline{u}}.$$
(3.20)

Bei der Vorwärtsrechnung ist vom ersten Zeitschritt k = n ausgehend die optimale Steuerung durch Auswertung von Gleichung (3.17) zu bestimmen. Aufgrund der Einbettung der Optimierung in die MPR wird diese optimale Steuerung nur zum aktuellen Zeitpunkt benötigt, da nach ihrer Ausgabe an die Strecke eine erneute Rückwärtsrechnung gestartet wird. Die Ermittlung der optimalen Steuerung erfordert die Ausführung der selben Rechenoperationen wie bei der Rückwärtsrechnung, wobei ebenfalls mit einem Zeitaufwand von jeweils τ_q zu rechnen ist. Daraus ergibt sich für die Vorwärtsrechnung der durch $\tau_v = \tau_q \cdot N_n^{\underline{u}}$ abgeschätzte Rechenzeitbedarf. Insgesamt resultiert daraus für die Rückwärts- und für die Vorwärtsrechnung der Rechenaufwand

$$\tau_{\rm DP} = \tau_p \cdot N_{n+q+1}^{\underline{x}} + \tau_q \cdot \left[N_{\underline{n}}^{\underline{u}} + \sum_{k=n+1}^{n+q} N_{\underline{k}}^{\underline{x}} \cdot N_{\underline{k}}^{\underline{u}} \right] \,. \tag{3.21}$$

Unter der vereinfachenden Annahme $\tau_p \approx \tau_q$ und falls die Zustands- und Steuerraumgrenzen zeitinvariant sind und somit $N^{\underline{u}}$ und $N^{\underline{x}}$ ihre Zeitabhängigkeit verlieren, kann mit $N^q = q - 1$ als Maß für den Rechenaufwand bedingt durch die Anzahl der Optimierungsstufen die Beziehung

$$\Omega_{\rm DP} = N^{\underline{x}} \cdot N^{\underline{u}} \cdot N^q \tag{3.22}$$

als Näherung für den Aufwand angegeben werden, für die zumindest das Proportionalverhalten $\Omega_{\rm DP} \sim T_{\rm DP}$ Gültigkeit besitzt.

Anhand der beiden Bestimmungsgleichungen (3.18) und (3.19) für die Anzahl der Gitterpunkte $N^{\underline{x}}$ und $N^{\underline{u}}$ wird klar, dass die Systemordnung η und die Anzahl der Steuergrößen ν den größten Einfluss auf den Rechenaufwand haben. BELLMAN sprach vom "Fluch der Dimension", der den Aufwand exponentiell mit der Dimension des Such- und des Steuerraums anwachsen lässt [Bel57]. Aus diesem Grund ist die Anwendung der Dynamischen Programmierung auf Systeme niedriger Ordnung begrenzt.

Insgesamt ist festzuhalten, dass der in diesem Unterabschnitt qualitativ abgeschätzte Rechenaufwand der Dynamischen Programmierung zum einen von den nicht beeinflussbaren Größen Systemordnung und Anzahl der Steuergrößen abhängt. Zum anderen haben aber auch die wählbaren Diskretisierungsintervalle von Zustand, Steuerung und Zeit einen wesentlichen Einfluss auf die Rechenzeit. Wie diese Intervalle unter Berücksichtigung von Rechenaufwand und Reglergüte festzulegen sind, wird im nächsten Unterabschnitt beschrieben.

3.3 Stabilität und Wahl des Gütemaßes

Um mit dem prädiktiven Regler möglichst nah an eine optimale Regelung zu gelangen, wäre es eigentlich wünschenswert, den Prädiktions- und Steuerhorizont p bzw. q auf die Dauer des gesamten Zeitintervalls der Aufgabenstellung oder bei Problemen ohne spezifizierte Endzeit auf Unendlich zu setzen [FA02]. Da jedoch die Berechnung der Optimierungsprobleme in jedem Abtastschritt in Echtzeit erfolgen muss, ist diese Vorgehensweise in aller Regel nicht praktikabel, es wird daher auf endliche Horizonte zurückgegriffen. Es ist leicht ersichtlich dass gilt: je kürzer der Optimierungshorizont, desto weniger Rechenleistung bzw. Rechenzeit wird benötigt. Bei Berücksichtigung von Rechenzeitaspekten wird daher ein möglichst kleiner Prädiktions- und Steuerhorizont gefordert. Auf der anderen Seite jedoch ist dem Umstand Rechnung zu tragen, dass die prädizierten Trajektorien von den tatsächlichen selbst bei einem perfekten und ungestörten Systemmodell im Allgemeinen abweichen [ABQ⁺99]. Insbesondere bei einem sehr kurzen Horizont kann dies unter ungünstigen Umständen sogar auf eine Instabilität des geschlossenen Regelkreises hinauslaufen [Hon97].

Bei der Anwendung der prädiktiven Regelung stellt sich daher die Frage, ob bei Wahl eines endlichen Horizonts p bzw. q die Sicherstellung von Stabilität des geschlossenen Regelkreises überhaupt möglich ist. Das Hauptproblem besteht darin, dass das prädizierte Verhalten des offenen Regelkreises im Allgemeinen *nicht* mit dem des geschlossenen Kreises übereinstimmt [FA02]. Des weiteren ist es idealerweise wünschenswert, dass die Güte der Regelung mit endlichem Horizont die Güte der optimalen Lösung bei Erfassung des Gesamthorizonts gut approximiert. Um eine einfachere mathematische Handhabung der Aufgabenstellung zu erzielen, wird zunächst das Stabilitäts- und Güteverhalten einer prädiktiven Regelung mit unendlichem Horizont betrachtet.

3.3.1 Stabilitätsanalyse bei Regelung mit unendlichem Horizont

Durch die Wahl $p = q \rightarrow \infty$ wird in jedem Zeitschritt ein Optimierungsproblem mit unendlichem Horizont gelöst. Aus dem in Teilabschnitt 3.2.1 vorgestellten Optimalitätsprinzip folgt, dass jede Resttrajektorie einer optimalen Trajektorie wiederum selbst eine Optimaltrajektorie ist. Das heißt aber, dass die in jedem Abtastschritt neu berechnete Ansteuerung jeweils mit der optimalen Lösung übereinstimmt. Im Falle eines unendlichen Horizonts und eines festen Störgrößenverlaufs ist die optimale Lösung der prädiktiven Regelung damit gleich der optimalen Steuerung des Systems [BBB⁺01]. Nahezu alle Stabilitätsbeweise für prädiktive Regelungen basieren daher auf der selben Schlussfolgerung, mit der die Stabilität optimaler Regelungen gezeigt wird [FA02]. Voraussetzung dafür ist die Wahl eines positiv definiten Gütemaßes. Da die optimale Restkostenfunktion (3.12) aus Teilabschnitt 3.2.1 dem aufintegrierten bzw. aufsummierten Wert dieses Gütemaßes entspricht, lässt sich die optimale Restkostenfunktion im Sinne einer LYAPUNOV-Funktion interpretieren [Föl94]. Die positiv definite Restkostenfunktion nimmt in Richtung zum Optimum hin stets ab, was nach LYAPUNOV einem asymptotisch stabilen Verhalten entspricht. Damit ist gezeigt, dass eine NMPR mit unendlichem Horizont genau dann asymptotische Stabilität gewährleistet, wenn das Gütemaß positiv definit ist und das Optimierungsproblem lösbar ist.

Für lineare Systeme gelingt durch die Verwendung sehr großer Prädiktions- und Steuerhorizonte eine sehr gute Approximation der unendlichen Lösung, womit bei einem vertretbaren Rechenaufwand ein stabiles Verhalten erzielbar ist. Für nichtlineare Systeme ist dies nicht immer möglich, da der Aufwand bei der Lösung nichtlinearer Probleme sehr schnell jegliche Rechenkapazitäten überschreiten kann [ABQ⁺99]. Im nächsten Abschnitt wird deshalb ein Ansatz vorgestellt, der durch Wahl eines stabilitätssichernden Gütemaßes auch bei endlichem Horizont Stabilität garantiert.

3.3.2 Garantierte Stabilität bei endlichem Horizont

Um auch bei einem endlichen Horizont eine gesicherte Stabilität zu erzielen, werden bei den meisten Ansätzen weitere Beschränkungen in Form von Gleichungs- oder Ungleichungsrestriktionen eingeführt [FA02]. Die einfachste dieser sogenannten *Stabilitätsbeschränkungen* ist die *Endwertgleichungsbeschränkung*

$$\underline{x}_{n+p} = \underline{x}^{\text{ziel}}, \qquad (3.23)$$

die am Ende des Prädiktionshorizonts das Erreichen eines Zielzustands fordert. Damit liegt in jedem Abtastschritt ein Optimierungsproblem vor, welches das System in den Endwert $\underline{x}^{\text{ziel}}$ zu bringen sucht und damit Stabilität bezüglich dieses Endwerts sicherstellt. Dabei ergeben sich folgende Probleme:

- Bei einem kurzen Prädiktionshorizont besteht mitunter kaum mehr ein Zusammenhang zwischen der Güte der prädiktiven Regelung und der Güte der optimalen Regelung [FA02].
- Die Erfüllung der Endwertgleichungsbeschränkung (3.23) gelingt nur dann, wenn vom aktuellen Zustand \underline{x}_k der gewünschte Endwert in p Schritten erreichbar ist. Das heißt, dass der Prädiktionshorizont p groß genug gewählt werden muss, damit dies trotz begrenzter Stellgrößen stets möglich ist. Andernfalls besteht die Gefahr, dass der Einzugsbereich des Zielzustands $\underline{x}^{\text{ziel}}$ zu klein wird. Die Optimierungsaufgabe ist nicht lösbar, wenn sie von außerhalb dieses Einzugsbereichs gestartet wird.
- Im Allgemeinen ist die numerisch exakte Lösung eines Problems mit festem Endwert mit einem hohen Rechenaufwand verbunden, der bei der Nichtlinearen Programmierung theoretisch eine unendliche Anzahl von Iterationen erforderlich machen würde [CA98].

Um diese Probleme zu umgehen, wird häufig der gewünschte Endwert auf eine Endmenge

$$\underline{x}_{n+p} \in \mathcal{X}_{n+p}^{\text{ziel}} \subseteq \mathcal{X}_{n+p} \tag{3.24}$$

ausgeweitet und auf Straffunktionen zurückgegriffen. Eine solche Straffunktion wird als ein MAYERsches Gütemaß $\zeta(\underline{x}_{n+p}, \mathcal{X}_{n+p}^{\text{ziel}})$ in das Gütefunktional (3.6) eingefügt und nimmt im einfachsten Fall die Form

$$\zeta(\underline{x}_{n+p}, \mathcal{X}_{n+p}^{\text{ziel}}) = \begin{cases} 0 & \forall \quad \underline{x}_{n+p} \in \mathcal{X}_{n+p}^{\text{ziel}} \\ \infty & \forall \quad \underline{x}_{n+p} \notin \mathcal{X}_{n+p}^{\text{ziel}} \end{cases}$$
(3.25)

an, wobei aus numerischen Gründen auch häufig auf eine stetig differenzierbare Funktion, welche (3.25) approximiert, zurückgegriffen wird. Damit ist zwar in der Theorie noch keine Stabilität bewiesen, da diese insbesondere von der Wahl von p abhängt, aber in praktischen Anwendungen ist bei einem hinreichend großen Prädiktionshorizont mit einem stabilen Reglerverhalten zu rechnen. Für detailliertere Betrachtungen zur Stabilität sei beispielsweise auf [FA02] verwiesen, in Kapitel 7 wird die Wahl geeigneter Parameter anhand der dieser Arbeit zugrundeliegenden Anwendung demonstriert.

3.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Grundzüge der NMPR vorgestellt. Zunächst erfolgte eine Beschreibung des Grundkonzepts, wonach innerhalb eines gleitenden Horizonts durch ein Systemund ein Störgrößenmodell das Systemverhalten in Abhängigkeit der Steuerung prädiziert und daraus die optimale Steuerung berechnet wird.

Im darauf folgenden Abschnitt wurde der Fokus auf das dabei zu lösende Optimierungsproblem gerichtet. In den meisten literaturbekannten Anwendungen kommen die direkte Methoden, insbesondere die Verfahren der Nichtlinearen Programmierung, zum Einsatz. Aus gutem Grund: Diese Verfahren sind heutzutage sehr weit entwickelt, sie lassen sich hervorragend in das Konzept des gleitenden Horizonts integrieren und sie eignen sich bestens für die Lösung der enorm großen Gleichungssysteme, die zur Beschreibung verfahrenstechnischer Aufgabenstellungen notwendig sind. Diese chemischen Prozesse sind in aller Regel langsam genug, um die Nachteile der nicht sichergestellten Konvergenz innerhalb eines Abtastintervalls aufzuwiegen.

Im vorliegenden Fall liegt jedoch ein vergleichsweise hochdynamisches System niedriger Ordnung vor. Da dieses darüber hinaus von diskret-kontinuierlichen Steuerungen abhängt, sind die direkten Verfahren hier nicht mehr erste Wahl. Vielmehr drängt sich die Dynamische Programmierung als ein Verfahren mit gesicherter Konvergenz in fest vorgegebener Rechenzeit auf, zumal diese Methode mit diskreten Stellgrößen problemlos umgehen kann. Zwar können auch die in [TBK04] entwickelten direkten Methoden kontinuierlich-diskrete Optimalsteuerungsprobleme in Echtzeit lösen, bei einem System erster Ordnung überwiegen jedoch die Vorteile der Dynamischen Programmierung in punkto globaler Optimalität und Finden des Optimums in fest vorgegebener Zeit. Die Vorteile der kontinuierlich-diskreten direkten Verfahren kommen insbesondere bei Systemen höherer Ordnung zum Tragen, welche aufgrund des mit der Systemordnung exponentiell ansteigenden Rechenaufwands mit der Dynamischen Programmierung nicht mehr behandelt werden können.

Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wurde der Zusammenhang zwischen Gütemaß, Prädiktionshorizont und Stabilität beleuchtet. Dabei zeigte sich, dass ein maximal großer Horizont für die Stabilität und die Optimalität des geschlossenen Regelkreises die besten Resultate verspricht. Um den Horizont entsprechend groß gestalten zu können, sind alle Möglichkeiten zur Reduktion des Rechenaufwands auszuschöpfen. Diese eingesparte Rechenzeit kann in eine Verlängerung des Horizonts investiert werden. Die Beschreibung von Maßnahmen zur Erzielung dieser Einsparungen ist Inhalt des nächsten Kapitels.

Kapitel 4

Prädiktive Dynamische Programmierung

Um die Dynamische Programmierung zur fortlaufenden Lösung der in der NMPR auftretenden Echtzeitoptimierungsprobleme einsetzen zu können, ist die Ergreifung von Maßnahmen zur Reduzierung des Rechenaufwands erforderlich. Es gibt drei wesentliche Faktoren, die diesen Rechenaufwand beeinflussen:

- die Anzahl der diskreten Werte der Steuerung,
- die Anzahl der Gitterpunkte im Zustandsraum und
- die Anzahl der Zeitschritte im Optimierungshorizont.

Der erste der genannten Faktoren, die Anzahl zulässiger Steuerungen, ist abgesehen von der Wahl des Diskretisierungsintervalls nicht unmittelbar beeinflussbar. Allerdings ist darauf zu achten, dass die Menge \mathcal{U} der anzulegenden Steuerungen möglichst klein gehalten wird, dass also ein Einsetzen von unzulässigen Steuerungen in die Systemgleichung aus Rechenzeitgründen von vorne herein ausgeschlossen wird.

Unter gewissen Voraussetzungen ist es möglich, den Beitrag der beiden anderen Einflussfaktoren zu verringern. In der Literatur werden dazu verschiedene Methoden vorgeschlagen, deren Diskussion in Abschnitt 4.1 erfolgt. Diese beinhaltet auch die Hervorhebung der dazu dienlichen Besonderheiten der vorliegenden Optimalsteuerungsaufgabe. Basierend darauf wird in Abschnitt 4.2 der zweite Einflussfaktor, die Größe des zu durchsuchenden Zustandsraums und damit die Anzahl der Gitterpunkte im diskretisierten Zustandsraum, behandelt. Seine Verringerung gelingt durch die Bestimmung engerer Grenzen für den relevanten Suchraum. Dabei zeigt sich, dass diese Verkleinerung des Zustandsraums insbesondere für Systeme erster Ordnung auf sehr einfache und rechenkostengünstige Weise möglich ist, weshalb Abschnitt 4.2 ausschließlich Systeme erster Ordnung betrachtet. Eine kurze Beschreibung der Problematik bei Systemen höherer Ordnung folgt im anschließenden Abschnitt 4.3. Danach wird durch eine geschickte Wahl von Prädiktions- und Steuerungshorizont sowie durch die Einführung des Regelungshorizonts in Abschnitt 4.4 die Verkleinerung des dritten Einflussfaktors, der Anzahl der Optimierungszeitschritte, angegangen.

4.1 Prädiktive Regelung mit Dynamischer Programmierung

Das in Abschnitt 3.1.2 beschriebene Optimierungsproblem mit dem Gütemaß aus Gleichung (3.6) und den Beschränkungen gemäß Gleichung (3.8) soll unter Verwendung der Dynamischen Programmierung gelöst werden. Da in diesem Kapitel der Schwerpunkt nicht auf dem geschlossenen Regelkreis der NMPR, sondern auf der Lösung der Optimalsteuerungsaufgabe liegt, wird zur Vereinfachung der Schreibweise stets von n = 0 ausgegangen. Außerdem wird im weiteren Verlauf diese Abschnitts stets q = p gelten, so dass zwischen Steuer- und Prädiktionshorizont nicht unterschieden werden muss. Analog zu den Ausführungen in Abschnitt 3.1.2 ist das zu optimierende System durch die nichtlineare, zeitvariante Differenzengleichung

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{\phi}_k(\underline{x}_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, T) , \quad \underline{x}_0 = \underline{x}_0^{\text{akt}}$$

$$(4.1)$$

mit k = 0, 1, ..., p in zeitdiskreter Zustandsraumdarstellung gegeben. Bei $\underline{x}_0^{\text{akt}}$ handelt es sich um den zur aktuellen Zeitstufe k = n = 0 gemessenen oder geschätzten Zustand.

Wie in Unterabschnitt 3.2.2 beschrieben führt die Diskretisierung der Zustands- und Steuergrößen gemäß Gleichung (3.18) und Gleichung (3.19) zu einer Anzahl von $N^{\underline{x}}$ bzw. $N^{\underline{u}}$ Gitterpunkten. Der Rechenaufwand hängt, wie in Gleichung (3.22) dargestellt, proportional von der Anzahl der quantisierten zulässigen Werte der Zustands- und Steuergrößen sowie der Anzahl der Optimierungszeitschritte N^q ab.

Eine Reduktion dieses Aufwands geschieht im Allgemeinen durch Verkleinerung einzelner oder mehrerer Faktoren in Gleichung (3.22). In der Literatur werden dazu verschiedene Methoden vorgeschlagen. Bei der Dynamischen Programmierung mit adaptivem Suchschlauch [DOP65], [Neu75] bzw. bei der Iterativen Dynamischen Programmierung [Luu00] wird beispielsweise eine Optimierung mit grober Diskretisierung als Startlösung verwendet und um diese Startlösung herum in mehreren Iterationen die Diskretisierung so lange verfeinert, bis die gewünschte Genauigkeit erreicht wird. Es wird also durch eine lineare Erhöhung des Faktors N^q eine exponentielle Verkleinerung des Faktors $N^{\underline{x}}$ erzielt, da wie aus Gleichung (3.18) ersichtlich die Anzahl der diskreten Zustandswerte in der Potenz der Systemordnung von der Feinheit des Zustandsgitters abhängt. Technische Anwendungen in der Verfahrenstechnik [Har94] oder zur Regelung hochdynamischer Aktoren [Kir01] zeigen, dass diese Methode trotz der Gefahr, in einem lokalen Minimum zu landen, zielführend sein kann. Allerdings wird damit bei Systemen mit nur einer Zustandsgröße keine nennenswerte Rechenzeitersparnis erzielt.

In [Ber95] wird ein Variante der Dynamischen Programmierung vorgestellt, bei der nur eine kleine Anzahl von Optimierungsschritten durchgeführt wird und der verbleibende Horizont dann durch eine Approximation der Restkostenfunktion berücksichtigt wird. Es wird also im Wesentlichen N^q verkleinert, allerdings wird in [Ber95] keine Einschränkung des Suchraums basierend auf zukünftigen Informationen vorgenommen.

Im Folgenden wird deshalb genau dieses Ausnutzen der prädiktiven Informationen zur Reduktion des Suchraums beschrieben. Wird nämlich die Dynamische Programmierung zur Lösung des bei der NMPR auftretenden Optimierungsproblems angewandt, so können einige den relevanten Zustandsraum verkleinernde Maßnahmen ergriffen werden, was somit zu einer deutlichen Reduktion des Rechenaufwands führt. Die Beschreibung dieser Maßnahmen ist Inhalt des nächsten Abschnitts.

4.2 Einschränkung des Zustandsraums für Systeme erster Ordnung

Die Dynamische Programmierung liefert wie in Unterabschnitt 3.2.1 beschrieben einen Regler, der für jeden beliebigen Anfangswert $x_k \in \mathcal{X}_k$ und für beliebiges $k \in [0, q]$ optimale Steuergrößen zur Generierung der optimalen Trajektorie $\{x_k^*, \ldots, x_{k+p}^*\}$ liefert. Wird nun die Dynamische Programmierung im Rahmen einer prädiktiven Regelung eingesetzt, so ist die Kenntnis der optimalen Steuerung von jedem beliebigen Anfangswert aus nicht erforderlich – der Startpunkt der Systemtrajektorie ist der aktuell gemessene Zustand x_0^{akt} und somit bekannt. Daraus und aus den Anforderungen an den Endzustand x_0^{ziel} lässt sich der *reduzierte* Zustandsraum ableiten, was im Folgenden behandelt wird.

4.2.1 Definition des reduzierten Zustandsraums

Da bei der Betrachtung eines endlichen Horizonts von einem festen Anfangswert aus bestimmte Bereiche des Zustandsraums gar nicht erst erreichbar sind, können diese von vorne herein ausgeschlossen werden. Das Ziel lautet daher, das von einem Anfangswert x_0^{akt} aus erreichbare Gebiet über die nächsten p Abtastschritte zu bestimmen.

Dieser erreichbare Zustandsraum sei mit $\mathcal{X}^{\mathrm{E}} = \{\mathcal{X}_{0}^{\mathrm{E}}, \mathcal{X}_{1}^{\mathrm{E}}, \dots, \mathcal{X}_{p}^{\mathrm{E}}\}$ bezeichnet. Ausgangspunkt für die Bestimmung von \mathcal{X}^{E} ist der auf eine Punktmenge geschrumpfte Raum

$$\mathcal{X}_0^{\mathrm{E}} = \left\{ x_0^{\mathrm{akt}} \right\} \tag{4.2}$$

zum Zeitinde
xk=0, der mit dem Mess- oder Schätzwert bzw. dem Anfangswert der Optimierung zusammenfällt.

Häufig gibt es auch Anforderungen an den Endzustand x_p der Optimierung. Diese Forderungen lassen sich im Allgemeinen als ein verlangtes Erreichen einer Zielmannigfaltigkeit $x_p \in \mathcal{X}_p^{\text{ziel}}$ formulieren. Die Erfüllung dieser Forderung vermag ebenfalls einen Beitrag zur Reduktion des Zustandsraums zu leisten. Vorgängerzustände x_k mit k < p, von denen aus die Zielmannigfaltigkeit nicht erreichbar ist, können nämlich ebenfalls ausgeschlossen werden. Der verbleibende Raum ergibt den sogenannten *zielführenden Zustandsraum* \mathcal{X}^Z , wobei mit

$$\mathcal{X}_p^{\rm Z} = \mathcal{X}_p^{\rm ziel} \tag{4.3}$$

der Ausgangspunkt für seine Bestimmung gegeben ist.

Insgesamt ergibt die Schnittmenge aus erreichbarem mit zielführendem Zustandsraum den *reduzierten Zustandsraum*

$$\mathcal{X}^{\mathrm{R}} = \mathcal{X}^{\mathrm{E}} \cap \mathcal{X}^{\mathrm{Z}} \,. \tag{4.4}$$

Inhalt dieses Abschnittes ist die mathematische Beschreibung der hier geschilderten Einschränkung des relevanten Zustandsraums. Zum Auffinden der beiden genannten Untermengen des Zustandsraums ist für jede Zustandsvariable die am schnellsten fallende bzw. die am schnellsten wachsende Zustandstrajektorie $\{x_k^-\}$ bzw. $\{x_k^+\}$ mit $k = 0, \ldots, p$ gesucht. Ausgehend vom Anfangswert (4.2) bzw. von der Zielmannigfaltigkeit (4.3) lassen sich damit die Grenzen des erreichbaren und des zielführenden Zustandsraums bestimmen. Diese Randtrajektorien seien als *extremale Trajektorien* bezeichnet, die dazugehörigen Ansteuerungen als die *extremierenden Ansteuerungen*. Es sei $\{\underline{u}_k^-\}$ diejenige Folge von Steuergrößen, welche die Folge der kleinstmöglichen Werte des Zustandes $\{x_k^-\}$ hervorruft und dementsprechend $\{\underline{u}_k^+\}$ die Steuerfolge zur Generierung der maximal wachsenden Zustandstrajektorie $\{x_k^+\}$.

Die Bestimmung der extremierenden Ansteuerungen erfordert die Lösung von Optimierungsproblemen, deren Gütemaß jeweils ein maximales Fallen oder Wachsen des Zustands verlangt. Der Gesamtnutzen einer Verkleinerung des Suchraums hängt vom Aufwand bei der Bestimmung der extremalen Randtrajektorien ab, weshalb das Lösen der geschilderten Optimierungsprobleme nach Möglichkeit zu vermeiden ist. Für Systeme erster Ordnung gibt es unter bestimmten Voraussetzungen einen Weg, mit dem sich die extremierenden Ansteuerungen auf sehr einfache Weise finden lassen. Diese Vorgehensweise ist nicht unmittelbar auf Systeme höherer Ordnung übertragbar, weshalb dieser Abschnitt zunächst die Betrachtung von Systemen erster Ordnung behandelt, bevor in Abschnitt 4.3 Überlegungen zu Systemen höherer Ordnung angestellt werden.

4.2.2 Bestimmung der extremierenden Ansteuerverläufe

Die Bestimmung der extremierenden Ansteuerungen bzw. der extremalen Zustandstrajektorien kann als Optimierungsproblem formuliert werden, welches durch entsprechende Gewichtung des Endzustandes ein möglichst rasches Zu- oder Abnehmen des Zustandes fordert. Dabei ist zu beachten, dass der größte Zustand in einer Zeitstufe k nicht automatisch der Vorgängerzustand des größten Zustandes in der Zeitstufe k+1 zu sein braucht. Es reicht daher nicht aus, den extremalen Endzustand x_p^* zu bestimmen und anzunehmen, dass die optimale Trajektorie $\{x_0, x_1^*, \ldots, x_p^*\}$ gleichbedeutend mit der Trajektorie der jeweils extremalen Zustände ist.

Stattdessen ist für jeden möglichen Endwert des Zeithorizonts $s = 1, 2, \ldots, p$ die Lösung eines separaten Optimierungsproblems erforderlich: Das MAYERsche Gütemaß $\zeta^{-}(x_s) = x_s$ für den minimalen Endwert x_s^{-} und dementsprechend das Gütemaß $\zeta^{+}(x_s) = -x_s$ für den maximalen Endwert x_s^{+} ist unter Erfüllung der dynamischen Nebenbedingung in Form der Systemgleichung (4.1) sowie unter Einhaltung aller relevanten Beschränkungen von Zustand und Steuerung zu minimieren. Dabei sind ausgehend vom aktuellen Zustand x_0^{akt} für jede Intervalllänge *s* der kleinst- und der größtmögliche Endwert zu bestimmen; es sind insgesamt also 2 *p* Optimierungsprobleme zu lösen, um die minimale und die maximale Trajektorie zu finden.

Da im Gegensatz zum Gütemaß in (3.6) keine Bewertung des Übergangsverhaltens stattfindet, also $\xi_k \equiv 0$ gilt, wird die zeitdiskrete HAMILTON - Funktion [BH75] auf den Ausdruck

$$H_k(x_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, T, \lambda_k) = \lambda_k \cdot \phi_k(x_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, T)$$
(4.5)

mit $k = 0, \ldots, s - 1$ reduziert. Die adjungierte Differenzengleichung lautet

$$\lambda_{k-1} = \frac{\partial H}{\partial x_k} = \lambda_k \cdot \frac{\partial \phi_k}{\partial x_k} \tag{4.6}$$

und die Transversalitätsbedingung

$$\lambda_s = -\frac{\partial \zeta}{\partial x_s} \,. \tag{4.7}$$

Die optimale Steuerfolge ergibt sich gemäß des Maximumprinzips [Cad70] aus der Forderung

$$\underline{u}_{k}^{*} = \arg\{H_{k}(x_{k}^{*}, \underline{u}_{k}^{*}, \underline{z}_{k}, T, \lambda_{k}^{*})\}$$

$$= \arg\max_{\underline{u}_{k}}\{H_{k}(x_{k}, \underline{u}_{k}, \underline{z}_{k}, T, \lambda_{k})\}$$
(4.8)

für $k = 0, 1, \ldots, s - 1$ und $s = 1, 2, \ldots, p$. Gleichung (4.8), die Systemdifferenzengleichung (4.1) und die adjungierte Differenzengleichung (4.6) erlauben prinzipiell die Ermittlung der gesuchten, mit einem Stern gekennzeichneten optimalen Folgen $\{\underline{u}_k^*\}, \{x_k^*\}$ und $\{\lambda_k^*\}$.

Aufgrund der Anfangsbedingung $x_0 = x_0^{\text{akt}}$ und der Endbedingung (4.7) liegt ein Zweipunkt-Randwertproblem vor, dessen Lösung bei nichtlinearen Systemen äußerst aufwändig wäre. Werden noch die Beschränkungen des Zustands und der Steuergröße hinzugenommen, so ist die Lösung dieser 2 p Optimierungsprobleme viel zu rechenintensiv, um damit eine Vereinfachung des Originalproblems zu rechtfertigen. Unter der Voraussetzung, dass die kontinuierliche Systemfunktion mindestens einmal stetig differenzierbar ist, lässt sich jedoch die im folgenden Unterabschnitt beschriebene einfachere Lösung angeben.

4.2.3 Vorzeichen des Lagrangeschen Multiplikators

Um eine Lösung des durch (4.1), (4.6) und (4.7) gegebenen Zweipunkt-Randwertproblems umgehen zu können, wird zunächst das Vorzeichen des LAGRANGEschen Multiplikators bestimmt. Dieses hängt im Wesentlichen vom Endwert, gegeben durch die Transversalitätsbedingung (4.7), und vom Vorzeichen der partiellen Ableitung der zeitdiskreten Systemfunktion $\partial \phi_k / \partial x_k$ ab. Ausgehend von diesem Vorzeichen zeigen die weiteren Ausführungen eine einfach zu berechnende Lösung des Optimierungsproblems auf.

Korolla 4.2.1 (Monotonieeigenschaften bei Ableitung nach dem Zustand) Es wird zunächst der Übergang von der zeitkontinuierlichen Zustandsdifferentialgleichung (3.1) zur zeitdiskreten Systembeschreibung (3.3) bzw. (4.1) betrachtet. Die diskrete Zustandsdifferenzengleichung ist die Lösung der kontinuierlichen Differentialgleichung über einen Abtastschritt [Föl93], d.h.

$$x(t) = x_k + \int_{kT}^{t} f(x(\tau), \underline{u}(\tau), \underline{z}(\tau), \tau) d\tau$$
(4.9)

liefert für t = (k + 1)T die zeitdiskrete Zustandsübergangsfunktion

$$\phi_k(x_k,\underline{u}_k,\underline{z}_k) := x_k + \int_{kT}^{(k+1)T} f(x(\tau),\underline{u}(\tau),\underline{z}(\tau),\tau) \, d\tau \,. \tag{4.10}$$

Abgeleitet nach x_k wird daraus

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial x_k} = \frac{\partial x(t)}{\partial x_k} \Big|_{t=(k+1)T}$$
(4.11)

erhalten. Diese Ableitung wird in der numerischen Mathematik als Sensitivität bezeichnet und beschreibt die Abhängigkeit der Zustandsgröße zum Zeitpunkt t vom Anfangswert der Zustandsgröße zum Zeitpunkt kT. Die Sensitivität wird durch Ableitung von (4.9) bestimmt:

$$\frac{\partial x(t)}{\partial x_k} = 1 + \int_{kT}^t \frac{\partial f}{\partial x(\tau)} \cdot \frac{\partial x(\tau)}{\partial x_k} d\tau.$$
(4.12)

Zur Lösung dieser Integralgleichung werden beide Seiten nach der Zeit abgeleitet, woraus

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial x(t)}{\partial x_k} = \frac{\partial f}{\partial x(t)} \cdot \frac{\partial x(t)}{\partial x_k}$$
(4.13)

resultiert. Dies ist eine Differentialgleichung für die Sensitivität, die unter der Voraussetzung der Existenz der partiellen Ableitung $\partial f / \partial x(t)$ und mit der Anfangsbedingung

$$\frac{\partial x(t)}{\partial x_k}\Big|_{t=kT} = \frac{\partial x_k}{\partial x_k} = 1 \tag{4.14}$$

lösbar ist. Je nach Vorzeichen von $\partial f/\partial x(t)$ kann die Sensitivität ausgehend von diesem Anfangswert entweder wachsen oder fallen, sie verbleibt jedoch stets in dem halboffenen Intervall

$$0 \le \frac{\partial x(t)}{\partial x_k},\tag{4.15}$$

womit dementsprechend wegen $x_{k+1} = \phi_k$ auch

$$0 \le \frac{\partial \phi_k}{\partial x_k} \tag{4.16}$$

gilt. Unter der in Unterabschnitt 3.1.2 getroffenen Voraussetzung der Existenz der Ableitung $\partial f / \partial x$ werden keine negative Werte angenommen, da bei Erreichen des Wertes $\partial x(t) / \partial x_k = 0$ die rechte Seite von (4.13) identisch verschwindet. Dies ist gleichbedeutend mit dem Eintreten in eine asymptotisch stabile Ruhelage.

Zusammengefasst gilt also

$$\frac{\partial \phi_k}{\partial x_k} \ge 0 \tag{4.17}$$

für beliebige Werte von $x, \underline{u}, \underline{z}$ und k, weshalb der aus der adjungierten Differenzengleichung (4.6) berechnete LAGRANGEsche Multiplikator das Vorzeichen seines Endwerts λ_p^- bzw. λ_p^+ stets beibehält.

Die Kenntnis dieses Vorzeichens wird im nächsten Unterabschnitt zur Bestimmung der extremalen Trajektorien ausgenutzt.

4.2.4 Lösung der Optimierungsprobleme

Durch Einsetzen des MAYERschen Gütemaßes für den minimalen Endwert der Zustandsgröße lautet die Transversalitätsbedingung

$$\lambda_s^- = -\frac{\partial \zeta^-}{\partial x_s} = -1. \tag{4.18}$$

Wird diese in die adjungierte Differenzengleichung (4.6) eingesetzt, so wird klar, dass wegen Gleichung (4.17) für den LAGRANGEsche Multiplikator

$$\lambda_k < 0 \;\forall k \tag{4.19}$$

gilt. Für die Auswertung der Maximumforderung sind lediglich die von \underline{u}_k abhängigen Ausdrücke zu berücksichtigen, weshalb mit Gleichung (4.19)

$$\underline{u}_{k}^{-} = \arg \max_{\underline{u}_{k}} \left\{ -\phi_{k} \left(x_{k}, \underline{u}_{k}, \underline{z}_{k}, T \right) \right\}
= \arg \min_{\underline{u}_{k}} \left\{ \phi_{k} \left(x_{k}, \underline{u}_{k}, \underline{z}_{k}, T \right) \right\}.$$
(4.20)

als Maximumforderung verbleibt. Dieser Ausdruck hängt nicht mehr vom LAGRANGEschen Multiplikator ab, daher ist die Berechnung von \underline{u}_k^- anhand Gleichung (4.20) in jedem Zeitschritt und Zustand möglich. Zur Bestimmung der minimierenden Ansteuerung müssen also nicht mehr p Optimierungsprobleme gelöst werden, es bedarf lediglich der Lösung eines Problems.

Entsprechend ist auch bei der Ermittlung der maximierenden Ansteuerung vorzugehen, dies führt auf

$$\underline{u}_{k}^{+} = \arg\max_{\underline{u}_{k}} \left\{ \left(\phi_{k} \left(x_{k}, \underline{u}_{k}, \underline{z}_{k} T \right) \right) \right\}.$$
(4.21)

In jedem Schritt ist jetzt nur noch das Minimum bzw. das Maximum der Systemfunktion bezüglich der Steuerung zu bestimmen. Dies stellt im Allgemeinen kein Problem dar und lässt sich wenn möglich auf analytischem Wege oder auch durch ein numerisches Verfahren bewerkstelligen [Sto99].

Erfüllt das System darüber hinaus noch gewisse Monotonieforderungen, so ist auch diese Extremwertbestimmung vermeidbar, was im Folgenden beschrieben wird.

4.2.5 Monotonieeigenschaften bezüglich der Steuerung

Der Einfluss der einzelnen Steuergrößen auf das Systemverhalten einer kontinuierlichen Strecke geht häufig in Form eines streng monotonen Verhaltens

$$\frac{\partial f\left(x,\underline{u},\underline{z},t\right)}{\partial u_{j}} > 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial f\left(x,\underline{u},\underline{z},t\right)}{\partial u_{j}} < 0, \quad j = 1,\dots,\nu$$
(4.22)

in die Systemgleichung ein. Dies ist beispielsweise dann der Fall, wenn der Zustand x den Energieinhalt eines Speichers repräsentiert und die jeweilige Stellgröße u_j eine Zufuhr von Energie darstellt. Bei Voraussetzung (4.22) handelt es sich also um eine realistische Annahme. Um zu zeigen, dass diese Monotonie auch bei der Zeitdiskretisierung erhalten bleibt, wird wie schon bei der Bestimmung des Vorzeichens der LAGRANGEschen Multiplikatoren die Vorgehensweise bei der Diskretisierung genauer in Augenschein genommen.

Korolla 4.2.2 (Monotonieeigenschaften bei Ableitung nach der Steuerung) Durch

$$\left[\frac{\partial \phi_k}{\partial \underline{u}_k}\right]^T = \left[\frac{\partial x(t)}{\partial \underline{u}_k}\right]_{t=(k+1)T}^T$$
(4.23)

wird ausgehend von der Lösung der Zustandsdifferentialgleichung (4.10), betrachtet im Intervall [kT, (k+1)T[, die Ableitung der Zustandsdifferentialgleichung nach dem Steuervektor beschrieben. In die rechte Seite dieser Gleichung wird die Ableitung der Lösung der kontinuierlichen Zustandsgleichung (4.10) nach dem Steuervektor eingesetzt. Dabei ist zu beachten, dass in der Systemfunktion $f(\underline{x}(t), \underline{u}(t), \underline{z}(t), t)$ der Zustand vorkommt, für den die Abhängigkeit

$$\underline{x}(t) = \underline{x}(\underline{x}_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, t) \tag{4.24}$$

gilt, d.h. der Zustand zu einem Zeitpunkt $t \in [kT, (k+1)T[$ hängt vom Zustand \underline{x}_k , der Steuergröße \underline{u}_k und der Störgröße \underline{z}_k am jeweiligen Intervallanfang ab. Aus diesem Grund ist eine Anwendung der Kettenregel erforderlich, wobei wegen der in Abschnitt 3.1.2 vorausgesetzten Unabhängigkeit der Störung von der Systemgleichung $\partial \underline{z}/\partial \underline{u} = \underline{0}$ gilt und daher

$$\left[\frac{\partial f}{\partial \underline{z}(t)}\right]^T \cdot \frac{\partial \underline{z}(t)}{\partial \underline{u}_k} = \underline{0}^T \tag{4.25}$$

identisch verschwindet. Durch Einsetzen der abgeleiteten Lösung der Zustandsgleichung in Gleichung (4.23) wird

$$\left[\frac{\partial x(t)}{\partial \underline{u}_k}\right]^T = \int_{kT}^t \left(\frac{\partial f}{\partial x(\tau)} \cdot \left[\frac{\partial x(\tau)}{\partial \underline{u}_k}\right]^T + \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{u}_k}\right]^T\right) d\tau$$
(4.26)

erhalten. Diese Integralgleichung wird wiederum nach der Zeit abgeleitet, woraus

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial x(t)}{\partial \underline{u}_k} \right]^T = \frac{\partial f}{\partial x(t)} \cdot \left[\frac{\partial x(t)}{\partial \underline{u}_k} \right]^T + \left[\frac{\partial f}{\partial \underline{u}_k} \right]^T$$
(4.27)

resultiert. Dies ist eine gewöhnliches Differentialgleichungssystem für die vektorwertige Funktion $\partial x(t)/\partial \underline{u}_k$. Da es sich für ein System mit nur einer Zustandsgröße bei $\partial f/\partial x$ um eine skalare Funktion handelt, sind diese Gleichungen entkoppelt. Daher lässt sich jede der ν skalaren Gleichungen separat lösen, wobei die durch

$$\left[\frac{\partial x(t)}{\partial \underline{u}_k}\right]_{t=kT}^T = \left[\frac{\partial x_k}{\partial \underline{u}_k}\right]^T = \underline{0}^T$$
(4.28)

gegebenen Anfangswerte bekannt sind. Dies wird zum einen bei Betrachtung des Integrals in Gleichung (4.26) klar: Der Wert eines bestimmten Integrals ist Null, wenn die untere Integrationsgrenze mit der oberen zusammenfällt [BSMM93]. Zum anderen ist es bei einem nicht sprungfähigen System auch einleuchtend, dass der Zustand zum Zeitpunkt t = kT noch nicht von der Steuerung zu exakt der selben Zeit kT abhängen kann.

Die Berücksichtigung des Anfangswerts (4.28) verdeutlicht, dass die zeitliche Ableitung der Vektorfunktion $\partial x(t)/\partial \underline{u}_k$ auf der linken Seite von Gleichung (4.27) das selbe Vorzeichen wie $\partial f/\partial \underline{u}(t)$ besitzt. Ausgehend vom Anfangswert <u>0</u> wird die Funktion $\partial x(t)/\partial \underline{u}_k$ also je nach Vorzeichen von $\partial f/\partial \underline{u}(t)$ wachsen bzw. fallen. Unter der vorausgesetzten Existenz von $\partial f/\partial x$ ist es ausgeschlossen, dass die Lösung der Differentialgleichung (4.27) jemals ihr Vorzeichen wechselt, solange $\partial f/\partial \underline{u}(t)$ sein Vorzeichen beibehält. Es gilt also wegen der Voraussetzung (4.22) je nach Vorzeichen von $\partial f/\partial \underline{u}(t)$ für jede skalare Steuergröße des Vektors \underline{u}_k die Beziehung

$$\frac{\partial \phi_k\left(x_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, T\right)}{\partial u_{j_k}} > 0 \quad bzw. \quad \frac{\partial \phi_k\left(x_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, T\right)}{\partial u_{j_k}} < 0, \quad j = 1, \dots, \nu,$$
(4.29)

womit die Monotonie des zeitdiskreten Systems bezüglich seiner Steuergrößen gezeigt ist.

Damit kann die Auswertung der Minimumforderung (4.20) bzw. der Maximumforderung (4.21) deutlich vereinfacht werden. Aus der Monotonieeigenschaft (4.29) folgt nämlich

$$\underline{u}_{k}^{-} = \underline{u}_{\min,k} \quad \text{und} \quad \underline{u}_{k}^{+} = \underline{u}_{\max,k} \tag{4.30}$$

Im Falle $\frac{\partial f}{\partial \underline{u}(t)} > 0$ bzw.

$$\underline{u}_{k}^{-} = \underline{u}_{\max,k} \quad \text{und} \quad \underline{u}_{k}^{+} = \underline{u}_{\min,k} \tag{4.31}$$

im Falle $\frac{\partial f}{\partial \underline{u}(t)} < 0$ für die maximierende Ansteuerung.

4.2.6 Der erreichbare Zustandsraum

Sind die Steuerfolgen $\{\underline{u}_k^-\}$ bzw. $\{\underline{u}_k^+\}$ gemäß der Ausführungen der letzten Teilabschnitte bestimmt, so können die Grenzen des erreichbaren Zustandsraums $\{x_k^-\}$ und $\{x_k^+\}$ durch Anlegen dieser Steuersequenzen an die Systemfunktion auf sehr einfache Weise bestimmt werden. Ausgehend vom aktuellen Systemzustand als Anfangswert wird durch

$$x_{k+1}^- = \phi(x_k^-, \underline{u}_k^-, \underline{z}_k, T), \quad x_0^- = x_0^{\text{akt}}$$
(4.32)

die minimale Trajektorie und durch

$$x_{k+1}^{+} = \phi(x_{k}^{+}, \underline{u}_{k}^{+}, \underline{z}_{k}, T), \quad x_{0}^{+} = x_{0}^{\text{akt}}$$
(4.33)

mit jeweils $k = 0, 1, \ldots, p-1$ die maximale Trajektorie festgelegt.

Wird darüber hinaus noch berücksichtigt, dass der erreichbare Zustandsraum eine Untermenge des durch $x_{\min}(k)$ und $x_{\max}(k)$ berandeten Gesamtzustandsraums \mathcal{X}_k ist, so ergibt sich daraus der erreichbare Zustandsraum

$$\mathcal{X}^{\rm E} = \left\{ x_k \, \big| \, \max\{x_k^-, x_{\min}(k)\} \le x_k \le \min\{x_k^+, x_{\max}(k)\}; \, k = 0, \dots, p \right\} \tag{4.34}$$

mit einer verglichen mit dem Gesamtzustandsraum entsprechend kleineren Anzahl diskreter Zustandswerte je Zeitschritt. **Bild 4.1** verdeutlicht durch eine Darstellung der Verkleinerung des Zustandsraums die hier angestellten Überlegungen.

4.2.7 Der zielführende Zustandsraum

Der zielführende Zustandsraum \mathcal{X}^{Z} umfasst alle Zustände, die zum einen innerhalb des begrenzten Zustandsraums \mathcal{X}_{k} liegen und von denen aus zum anderen die Zielmenge

$$\mathcal{X}_{p}^{\text{ziel}} = \left\{ x_{p} \left| x_{\min}^{\text{ziel}}(p) \le x_{p} \le x_{\max}^{\text{ziel}}(p) \right\}$$
(4.35)

erreichbar ist. Die untere Randtrajektorie sei mit $\{\breve{x}_k^-\}$, die obere mit $\{\breve{x}_k^+\}$ bezeichnet. Die untere Randtrajektorie wird bei rückwärtslaufendem Zeitindex im Zustand \breve{x}_k^- beginnend durch sukzessive Fortsetzung mit dem kleinsten zulässigen Vorgängerzustand \breve{x}_{k-1}^- erhalten. Dabei werden die in den vorhergehenden Ausführungen bestimmten maximierenden Ansteuerungen benutzt. Die maximierende Ansteuerung \underline{u}_{k-1}^+ , angelegt im Zustand \breve{x}_{k-1}^- , überführt diesen in



Bild 4.1: Beispielhafte Darstellung des erreichbaren Zustandsraums für ein System erster Ordnung

den größtmöglichen Folgezustand

$$\breve{x}_{k}^{-} = \phi_{k-1}(\breve{x}_{k-1}^{-}, \underline{u}_{k-1}^{+}, \underline{z}_{k-1}, T), \quad k = p, p-1, \dots, 1.$$
(4.36)

Als Endwert, von dem aus die untere Trajektorie ausgeht, fungiert die untere Schranke

$$\breve{x}_p^- = x_{\min}^{\text{ziel}}(p) \tag{4.37}$$

der Zielmannigfaltigkeit $\mathcal{X}_p^{\text{ziel}}$. Gleichung (4.36) stellt eine implizite Gleichung in der gesuchten Variablen \check{x}_{k-1} dar. Falls möglich wird durch Auflösen nach der gesuchten Größe \check{x}_{k-1} die Umkehrfunktion $\phi_{k-1}^{-1}(\cdot)$ berechnet, was eine Ermittlung der unteren Randtrajektorie aus Gleichung

$$\breve{x}_{k-1}^{-} = \phi_{k-1}^{-1}(\breve{x}_{k}^{-}, \underline{u}_{k-1}^{+}, \underline{z}_{k-1}, T), \quad k = p, p-1, \dots, 1.$$
(4.38)

erlaubt. Allerdings wird insbesondere für nichtlineare Systeme das Auffinden der inversen Funktion $\phi_{k-1}^{-1}(\cdot)$ in der Regel nicht gelingen. Es sind dann geeignete numerische Methoden zur Lösung der impliziten Gleichung (4.36) anzuwenden, in Abschnitt 7.3 wird zu diesem Zweck die in Anhang A vorgestellte Fixpunktiteration herangezogen.



Bild 4.2: Beispielhafte Darstellung des zielführenden Zustandsraums für ein System erster Ordnung

Entsprechend der Bestimmung der unteren Randtrajektorie wird die obere Berandung ausge-

hend vom Endwert

$$\ddot{x}_p^+ = x_{\max}^{\text{ziel}}(p) \tag{4.39}$$

durch Anlegen der minimierenden Ansteuerung und durch Auswertung von

$$\breve{x}_{k}^{+} = \phi(\breve{x}_{k-1}^{+}, \underline{u}_{k-1}^{-}, \underline{z}_{k-1}, T), \quad k = p, p-1, \dots, 1.$$
(4.40)

berechnet. Der zielführende Zustandsraum ist somit durch

$$\mathcal{X}^{Z} = \left\{ x_{k} \mid \max\{\breve{x}_{k}^{-}, x_{\min}(k)\} \le x_{k} \le \min\{\breve{x}_{k}^{+}, x_{\max}(k)\}; \ k = 0, \dots, p \right\}$$
(4.41)

gegeben. Auch hier muss $\mathcal{X}^{\mathbb{Z}} \subseteq \mathcal{X}_k$ gelten. Bild 4.2 zeigt beispielhaft den zielführenden Zustandsraum für ein System, dessen Endzustand innerhalb einer Zielmannigfaltigkeit $\mathcal{X}_p^{\text{ziel}}$ liegen soll.

4.2.8 Der reduzierte Zustandsraum

Die Schnittmenge aus erreichbarer Menge (4.34) und zielführender Menge (4.41) ergibt die Menge derjenigen Zustände, die im reduzierten Zustandsraum

$$\mathcal{X}^{\mathrm{R}} = \mathcal{X}^{\mathrm{E}} \cap \mathcal{X}^{\mathrm{Z}}$$

= $\{x_k, | \hat{x}_{\min}(k) \le x_k \le \hat{x}_{\max}(k); k = 0, \dots, p\}$ (4.42)

liegen. Die zeitvarianten Grenzen $\hat{x}_{\min}(k)$ und $\hat{x}_{\max}(k)$ des reduzierten Zustandsraums werden aus den Bedingungen

$$\hat{x}_{\min}(k) = \max\left\{x_k^-; \check{x}_k^-\right\}, \quad k = 0, \dots, p$$
(4.43)

und

$$\hat{x}_{\max}(k) = \min\left\{x_k^+; \check{x}_k^+\right\}, \quad k = 0, \dots, p$$
(4.44)

erhalten. Da sowohl $\mathcal{X}^{\mathrm{E}} \subseteq \mathcal{X}$ als auch $\mathcal{X}^{\mathrm{Z}} \subseteq \mathcal{X}$ gelten, ist auch die Schnittmenge \mathcal{X}^{R} eine Untermenge des beschränkten Zustandsraums, womit die Einhaltung der Absolutgrenzen $\hat{x}_{\min}(k) \geq x_{\min}(k)$ und $\hat{x}_{\max}(k) \leq x_{\max}(k)$ stets gewährleistet ist. **Bild 4.3** zeigt schematisch



Bild 4.3: Beispielhafte Darstellung des reduzierten Zustandsraums für ein System erster Ordnung

die prinzipielle Gestalt des reduzierten Zustandsraums, der sich ausgehend vom aktuellen Zustand entlang des Prädiktionshorizonts zunächst kegelförmig ausdehnt, bis er schließlich durch die Grenzen des zielführenden Zustandsraums wieder kleiner wird und bei p letztendlich die Bedingung $x_p \in \mathcal{X}_p^{\text{ziel}}$ erfüllt.

4.3 Einschränkung des Zustandsraums für Systeme höherer Ordnung

Die Eingrenzung des reduzierten Zustandsraums für Systeme erster Ordnung lässt sich nicht unmittelbar auf Systeme höherer Ordnung übertragen. Bereits die Bestimmung des erreichbaren Zustandsraums $\mathcal{X}^{\mathrm{E}} \subseteq \mathcal{X}_k$ stellt sich als ungleich schwieriger dar als dies bei Systemen erster Ordnung der Fall ist. Die extremalen Trajektorien des erreichbaren Zustandsraums der einzelnen Zustandsgrößen ausgehend vom Anfangswert $\underline{x}_0^{\mathrm{akt}}$ sind nämlich voneinander abhängig. Eine maximale Bewegung des Zustands in Richtung einer Zustandsgröße x_i beeinflusst im Allgemeinen auch die Möglichkeit des Systems, sich in eine andere Zustandsrichtung x_j mit $i \neq j$ zu bewegen. Dies ist immer dann der Fall, wenn die einzelnen Zustandsdifferentialgleichungen miteinander verkoppelt sind, wenn also die JACOBI-Matrix der Zustandsdifferenzengleichung keine Diagonalmatrix ist.¹ Ausgehend vom gemessenen Anfangszustand $\underline{x}_0^{\mathrm{akt}}$ kann der Zustand in jedem Zeitschritt bis zu einer zustands- und anfangswertabhängigen Maximalkurve $r_1(\underline{x}; \underline{x}_0^{\mathrm{akt}}) = 0$ überführt werden. Die durch die Funktion $r_1(\cdot)$ gegebenen Punkte haben vom Ausgangspunkt $\underline{x}_0^{\mathrm{akt}}$ einen euklidischen Abstand

$$\left\|\underline{\phi}(\underline{x}_0^{\text{akt}}, \underline{u}_0, \underline{z}_0, T)\right\|_2 = \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \dots + \phi_\eta^2}.$$
(4.45)

Dieser Abstand ist für gegebenes \underline{x}_0 und \underline{z}_0 von der Steuerung \underline{u}_0 abhängig. Je nachdem, in welche Richtung des Zustandsraums die Zustandstrajektorie läuft, nimmt $\|\underline{\phi}\|_2$ unterschiedliche Werte an. Daraus resultiert eine asymmetrische maximale Zustandsausdehnung, wie dies in **Bild 4.4** beispielhaft für ein System zweiter Ordnung dargestellt ist.

Allgemein betrachtet sind ausgehend von jeder Randlinie $r_k = 0$ die Grenzen

$$r_{k+1}(\underline{x};r_k) = 0 \tag{4.46}$$

des erreichbaren Zustandsraums für alle k = 1, ..., p zu bestimmen. Der euklidische Abstand (4.45) hängt dabei nicht mehr nur von \underline{u}_k , sondern darüber hinaus auch von \underline{x}_k ab. Es ergeben sich wie in **Bild 4.4** angedeutet je nach Systemfunktion $\underline{\phi}(\cdot)$ ungleichmäßig verformte Randkurven.

Die hier gemachten Ausführungen verdeutlichen, dass eine Bestimmung dieser Randkurven des erreichbaren Zustandsraums nicht mit vertretbarem Aufwand gelingen wird. Aus den selben Gründen stellt die Ermittlung des zielführenden Zustandsraums ebenfalls ein Problem dar. Je nach Struktur der Systemdifferenzengleichung sind Approximationen denkbar, die den erreichbaren Zustandsraum durch Hyperkugeln abschätzen. Der Nutzen solcher Approximationen hängt jedoch von der jeweiligen Anwendung ab. Da das dieser Arbeit zugrunde liegende Optimierungsproblem ein System erster Ordnung beinhaltet, wird auf eine weitere

¹Falls die JACOBI-Matrix eine Diagonalmatrix ist, so handelt es sich um η voneinander unabhängige Systeme erster Ordnung, die jedes für sich entsprechend der Ausführungen in Abschnitt 4.2 zu behandeln sind.



Bild 4.4: Beispielhalfte Darstellung des erreichbaren Zustandsraums für ein System zweiter Ordnung

Betrachtung der Bestimmung des reduzierten Zustandsraums für Systeme höherer Ordnung verzichtet. Stattdessen wird im nächsten Abschnitt eine Reduktion des Rechenaufwands durch eine Verringerung der Anzahl der diskreten Zeitschritte verfolgt.

4.4 Reduktion der Anzahl diskreter Zeitschritte

Die dritte eingangs dieses Kapitels erwähnte Einflussgröße auf den Rechenaufwand der Dynamischen Programmierung ist die Anzahl der diskreten Zeitschritte N^k des Optimierungsproblems. Dabei soll die zeitliche Länge des Prädiktionshorizonts p nicht angetastet werden, so dass hier auf die Wahl eines kleineren Steuerungshorizonts q < p eingegangen wird. Es folgen zunächst einige Überlegungen zur Wahl der Abtastzeit im jeweiligen Horizont.

4.4.1 Abtastzeiten im Prädiktions- und im Steuerhorizont

Es kann sinnvoll sein, die Abtastzeit im Steuerungshorizont variabel zu gestalten. Dies ist damit zu begründen, dass die weiter in der Zukunft liegenden Steuergrößen nur der Bewertung des weiteren Verlaufs der Systemtrajektorie dienen, jedoch nie an das Stellglied ausgegeben werden. Durch eine wachsende zeitliche Diskretisierung $T_{k+1} \ge T_k$ für $k = 0, \ldots, q$ lässt sich bei gleichbleibendem q und damit bei gleichbleibendem Rechenaufwand ein größerer Steuerungshorizont erzielen als bei einer konstanten Abtastzeit. Eine unterschiedliche Länge des Steuerungs- und des Prädiktionshorizonts ist ein Sonderfall dieser Vorgehensweise, bei der $T_k = T$ für $k \leq q$ und $T_k = (p-q)T$ für $q < k \leq p$ gilt. Damit wird der zeitliche Horizont der Vorausschau bzw. der Optimierung bei gleichbleibender Anzahl von Optimierungsschritten und damit bei gleichbleibendem Rechenaufwand verlängert.

Falls sich die Verbesserung durch eine Verlängerung des Steuerungshorizonts stärker auswirkt als die Verschlechterung durch eine gröbere Diskretisierung, so wird die Reglergüte insgesamt ansteigen, was die vorgeschlagene Vorgehensweise rechtfertigt. Die optimale Wahl der variablen Abtastzeit in Bezug auf die Auswirkungen auf die Reglergüte sind im Einzelfall anhand von Simulationen zu untersuchen.

Um der Systemdynamik in jedem Fall gerecht zu werden ist insbesondere das erste Abtastintervall T_0 sehr klein zu wählen. Da jedoch nach jedem Zeitschritt ein Neustart der Optimierung erfolgt, würde dies zu einem enormen Anstieg der Rechenzeit führen. Im nächsten Unterabschnitt wird dieses Problem durch Einführung des Regelungshorizonts gelöst.

4.4.2 Der Regelungshorizont

Allgemein betrachtet ist es nicht zwingend erforderlich, nach jedem reglerinternen Abtastschritt T eine neue Optimierung zu starten; ebensogut ist die Ausgabe der ersten $r \leq q$ Werte der optimalen Steuerungstrajektorie

$$\{\underline{u}_k^*\} = \{\underline{u}_0^*, \, \underline{u}_1^*, \dots, \underline{u}_{r-1}^*, \, \underline{u}_r^*, \, \dots, \, \underline{u}_q^*\}$$
(4.47)

denkbar, bevor dann r Schritte später erneut eine Prädiktion von p Schritten mit der entsprechenden Optimierung über q Schritte gestartet wird. Gegen diese Vorgehensweise spricht jedoch die Tatsache, dass das System damit während dieser ersten r Schritte lediglich gesteuert wird und damit anfällig gegenüber Störungen ist. Die Anwendung von Standardverfahren der Nichtlinearen Programmierung liefert also lediglich die offene Steuerung gemäß Gleichung (4.47).

Im Gegensatz dazu besteht das Ergebnis der Dynamischen Programmierung, wie in Abschnitt 3.2 geschildert, aus der ersten Steuerung \underline{u}_0 und einem Regler in Form der optimalen Restkostenfunktion $R_k(\underline{x}_k)$. Aus ihr lässt sich entsprechend Gleichung (3.17) das Regelgesetz

$$\underline{u}_{k}(\underline{x}_{k}) = \arg\min_{\underline{u}_{k}\in\mathcal{U}_{k}}\left\{\xi_{k}(\cdot) + R_{k+1}\left(\underline{\phi}_{k}(\cdot)\right)\right\}, \quad k = 0, \dots, r$$

$$(4.48)$$

für die ersten r Schritte gewinnen. Es ist sofort erkennbar, dass der Rechenaufwand damit um den Faktor q/r reduziert wird, da die Optimierung ja dementsprechend weniger oft durchgeführt zu werden braucht. Allerdings ist in diesem Fall dafür Sorge zu tragen, dass der erreichbare Zustandsraum innerhalb des Regelungshorizonts hinreichend groß ist, so dass der Zustand trotz eventueller Abweichungen zwischen prädiziertem und tatsächlichem Zustandsverlauf stets innerhalb des Suchraums liegt. Dies ist beispielsweise dann gewährleistet, wenn der erreichbare Zustandsraum innerhalb der ersten r Abtastschritte auf den Bereich $\mathcal{X}_k^{\mathrm{E}} = \mathcal{X}_r^{\mathrm{E}}$ für $k = 1, \ldots, r$ ausgedehnt wird.

Der vorgeschlagenen Weg erscheint insbesondere dann sinnvoll zu sein, wenn für eine der Systemdynamik gerecht werdende Ansteuerung eine viel kleinere Abtastzeit benötigt wird als für eine hinreichende gute Lösung des Optimierungsproblems, da dann in den ersten Schritten die Wahl einer kleineren Abtastzeit T_r zulässig ist. Falls sich jedoch keine stark unterschiedlichen Abtastzeiten für den Regelungs- und den Steuerungshorizont wählen lassen, ergibt der vorgeschlagenen Weg aufgrund der fehlenden Rechenzeitersparnis wenig Sinn. Diese Fragestellung ist je nach Anwendung gesondert zu klären.

4.5 Zusammenfassung

Inhalt dieses Kapitels war das Erarbeiten von Maßnahmen, welche den Rechenaufwand durch Anpassung der Dynamischen Programmierung an die besonderen Gegebenheiten der prädiktiven Regelung verringern.

Die erste Maßnahme betraf die Reduzierung der Anzahl diskreter Gitterpunkte durch eine Verkleinerung des relevanten Zustandsraums. Um dies zu bewerkstelligen wurde die Tatsache ausgenutzt, dass jede Prädiktion vom bekannten aktuellen Zustand aus gestartet wird. Von diesem bekannten Zustand aus sind insbesondere aufgrund der beschränkten Steuergrößen nur bestimmte Bereiche des Zustandsraums erreichbar. Wird darüber hinaus noch das Erreichen einer bestimmten Zielmannigfaltigkeit am Ende des Prädiktionshorizonts gefordert, so schränkt dies die zulässigen Werte des Zustandsraums weiter ein. Punkte, von denen aus die Zielmenge nicht erreichbar ist, werden somit ebenfalls ausgeschlossen.

Anschließend wurde gezeigt, wie die Einführung des sogenannten Regelungshorizonts und die damit einher gehende Verringerung der Anzahl diskreter Zeitschritte eine weitere Reduktion des Rechenaufwands bewirkt. Hierbei wird ausgenutzt, dass die Dynamische Programmierung unmittelbar ein Regelungsgesetz liefert, das trotz Abweichungen im Modell und in der prädizierten Störgröße für einige Zeitschritte verwendbar ist.

In diesem Kapitel wurde die Methode der Dynamischen Programmierung durch die beschriebenen Maßnahmen an den Einsatz im Rahmen der NMPR angepasst, weshalb hier von *Prädiktiver Dynamischer Programmierung* (PDP) gesprochen werden soll. Ihre Anwendung zum optimalen Betrieb eines Hybridfahrzeugs ist Inhalt der weiteren Arbeit, wobei im nächsten Kapitel zunächst die mathematische Modellierung des Fahrzeuges als Voraussetzung für den Reglerentwurf beschrieben wird.

Kapitel 5

Modellierung eines parallelen Hybridfahrzeugs

Zur Umsetzung der PAR wird ein mathematisches Systemmodell benötigt, dessen Erstellung in diesem Kapitel beschrieben wird. In Abschnitt 5.1 erfolgt zunächst die Vorstellung des im Rahmen dieser Arbeit eingesetzten Versuchsfahrzeugs. Seine mathematische Beschreibung dient zum einen der Bereitstellung eines Fahrzeugmodells zur Anwendung in einer Simulationsumgebung, zum anderen stellt es die Basis für ein daraus gewonnenes vereinfachtes Modell zur Einbindung in den Optimierungsalgorithmus dar.

Abschnitt 5.2 gibt dazu eine kurze Einführung in die Grundlagen der Modellierung von konventionellen bzw. hybridisierten Fahrzeugen. Dabei wird auf eine ausführliche Beschreibung der konstruktiven bzw. der physikalischen Zusammenhänge verzichtet und lediglich auf die im Rahmen dieser Arbeit benötigte Modellierungstiefe eingegangen. Außerdem beschränkt sich diese Beschreibung entsprechend des verwendeten Versuchsträgers auf parallele Hybridfahrzeuge, sie bleibt jedoch genügend allgemein, so dass eine Übertragung auf Hybridfahrzeuge anderen Typs ohne größeren Aufwand durchführbar ist.

Die Ausführungen in Abschnitt 5.2 resultieren in einem Modell, welches das Verhalten eines parallelen Hybridfahrzeugs durch ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen von mindestens vierter Ordnung mit vier Eingangsgrößen abbildet. Wie in Kapitel 4 dargelegt ist aufgrund des exponentiell mit der Anzahl der Zustände und der Anzahl der Steuergrößen ansteigenden Rechenaufwands eine prädiktive Echtzeitoptimierung dieses Systems unter Verwendung der PDP nicht möglich. Abschnitt 5.3 führt daher das Prinzip der quasistatischen Systembeschreibung ein und stellt sie der dynamischen Beschreibung durch Differentialgleichungen gegenüber. In Abschnitt 5.4 folgt die Vorstellung einer gemischt quasistatisch-dynamische Systembeschreibung unter Verwendung beider Ansätze. Diese Verbindung der beiden Modellbildungsprinzipien erlaubt eine Reduktion der Modellordnung auf eine einzige Zustandsgröße sowie auf nur noch zwei Steuergrößen.

Zum Abschluss erfolgt in Abschnitt 5.5 durch Vergleich von simulierten und gemessenen Daten eine Modellvalidierung.

5.1 Beschreibung des Versuchsträgers

Bei dem verwendeten Versuchsträger handelt es sich um eine Mercedes-Benz S-Klasse, welche von einem Sechszylinder-Ottomotor mit 3,2l Hubraum angetrieben wird¹. Im Antriebsstrang dieses Fahrzeugs ist ein Startergenerator integriert, der den riemengetriebenen Generator sowie den Anlassermotor ersetzt. Es handelt sich dabei um eine permanenterregte Synchronmaschine mit einer Maximalleistung von $P_{\text{ISG, max}} = 8$ kW, welche zwischen Motor und Getriebe direkt auf der Kurbelwelle montiert ist. Dieser ISG arbeitet auf einem Nennspannungsniveau von $U_{\text{N1}} = 42$ V und würde in einem ISG-Serienfahrzeug der Versorgung eines 42 V-Bordnetzes dienen. Da der Versuchsträger serienmäßig mit einem 14 V-Bordnetz ausgestattet ist, wurde lediglich der Elektromotor des Motorraumlüfters als exemplarischer 42 V-Verbraucher realisiert. Die restlichen Bordverbraucher arbeitet auf dem niedrigeren Spannungsniveau von 14 V.

Darüber hinaus versorgt der Startergenerator zusätzlich eine 36 V-Batterie, welche insbesondere zum Starten des Motors benötigt wird, aber auch als Traktionsbatterie im Hybridbetrieb Verwendung finden kann. Über einen DC/DC-Wandler² speist der ISG auf einem Spannungsniveau von $U_{N2} = 14$ V noch das Bordnetz sowie eine im Normalbetrieb stets voll aufgeladene 12 V-Batterie, die als Reserve bzw. als Puffer dient. **Bild 5.1** zeigt eine schematische Darstellung des somit realisierten Zweispannungsbordnetzes, wobei mit R_{42} der elektrische Widerstand des 42 V-Bordnetzes und mit R_{14} der Widerstand des 14 V-Netzes repräsentiert seien.



Bild 5.1: Schaltbild des 14 V/42 V Doppelspannungsbordnetzes

Zwar sind sowohl E-Maschine als auch Batterie für einen rein elektrischen Betrieb zu klein dimensioniert, jedoch ist mit der vorliegenden Antriebsstrangkonfiguration ein milder Hybridbetrieb unter Verwendung der PAR möglich. Eine Beschreibung der dazu erforderlichen Modellierung des Antriebsstrangs erfolgt in den nächsten Abschnitten.

5.2 Dynamisches Modell der Längsdynamik

Das untersuchte parallele Hybridfahrzeug ist, wie zuvor beschrieben, ein hybridisiertes konventionelles Kraftfahrzeug, in dessen Antriebsstrang nachträglich eine elektrische Maschine integriert worden ist. Wegen der starren Verbindung des Rotors mit der Kurbelwelle des Motors drehen sich die E-Maschine und der Verbrennungsmotor stets mit der selben Drehzahl.

¹Verkaufsbezeichnung: S320 Langversion, Typenbezeichnung: V220E32

²Direct Current/Direct Current Converter (engl.) = Gleichstrom/Gleichstrom-Wandler

Der Nachteil dieser Konfiguration liegt darin, dass bei einem rein elektrischen Betrieb des Fahrzeugs der Verbrennungsmotor mitgeschleppt werden muss, was diesen Betriebszustand sehr ineffektiv macht³.

Zur mathematischen Beschreibung parallelhybrider Antriebsstränge kann das Modell eines konventionellen Fahrzeugs herangezogen und um die elektrischen Komponenten *E-Maschine* und *Batterie* erweitert werden [Riz99].

Die Struktur des daraus gewonnenen Modells ist in **Bild 5.2** dargestellt. Es umfasst eine Beschreibung der Fahrzeugdynamik, des Antriebsstrangs und der Energiespeicher, wobei hier unter der Fahrzeugdynamik die Interaktion von Chassis und Reifen mit der Umwelt verstanden sei.

Die Beschreibung dieser Interaktion resultiert in einer gewöhnlichen Differentialgleichung, der sogenannten *Bewegungsgleichung* des Fahrzeugs. Diese wird durch das Drehmoment angeregt, welches von den Motoren durch den Antriebsstrang an die Räder übertragen wird. Als Antriebsstrang sei die Wirkungskette über die unterschiedlichen Energieumwandler wie Drehmomenterzeuger, Getriebe oder Kupplungen bis zu den Rädern bezeichnet. Die Energie zum Betrieb des Antriebsstrangs wird den bordeigenen Energiespeichern Tank und Batterie entnommen, in denen das Fahrzeug Energie mitführt bzw. speichert. Eine Beschreibung der Nebenaggregate und des Bordnetzes vervollständigt das Modell der relevanten Systemkomponenten.

5.2.1 Fahrzeugdynamik

Je nach Einsatzgebiet von Simulationsmodellen für Kraftfahrzeuge gibt es eine Vielzahl von Modellen, die sich in ihrer Komplexität und Granularität stark unterscheiden. In der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich eine energieoptimale Betriebsführung von Hybridfahrzeugen angestrebt, weshalb eine detaillierte Modellierung beispielsweise des Rad-Straße Kontakts, des Verbrennungsvorgangs im Motor oder der dynamischen Übergänge beim Gangwechsel nicht erforderlich ist [Riz99], [GS05].

Sowohl die Querdynamik als auch die Beschreibung von Nickbewegungen des Chassis haben keinen wesentlichen Einfluss auf den Kraftstoffverbrauch, was den Übergang zu einem Einradmodell nahe legt [KN00]. Bei diesem wird die gesamte Fahrzeugmasse als ein einziges Rad mit ringförmiger Massenkonzentration angenommen. Dessen dynamisches Verhalten kann mit Hilfe des zweiten Gesetzes nach NEWTON als Bewegungsgleichung des Fahrzeugs

$$\Theta_{\rm ges}\,\dot{\omega}_{\rm Rad} = M_{\rm ATS} - M_{\rm W} - M_{\rm B} \tag{5.1}$$

mit

Θ_{ges}	Gesamtträgheit des Fahrzeugs [kg· m ²]
$\omega_{ m Rad}$	Winkelgeschwindigkeit des Rads $\left[\frac{\text{rad}}{s}\right]$
$M_{\rm ATS}$	Gesamtantriebsmoment [Nm]
$M_{\rm W}$	Widerstandsmoment [Nm]
$M_{\rm B}$	Bremsmoment [Nm]

³Aus diesem Grund sollten parallele Vollhybridfahrzeuge mit einer zweiten Kupplung ausgestattet sein, welche eine mechanische Entkoppelung der beiden Motoren gestattet.



Bild 5.2: Aufbau eines parallelen Hybridfahrzeugs

formuliert werden. Zur Vereinfachung der Darstellung seien Drehmomente hier stets als vorzeichenbehaftete skalare Größen betrachtet. Antreibende Drehmomente seien dabei durch positive Zahlen, verzögernde Drehmomente dementsprechend durch negative Zahlen dargestellt.

In der Gesamtträgheit

$$\Theta_{\rm ges} = \Theta_{\rm Fzg} + 4 \cdot \Theta_{\rm Rad} + \Theta_{\rm ATS} \tag{5.2}$$

des Fahrzeugs sind die Trägheit $\Theta_{\text{Fzg}} = m_{\text{ges}} \cdot r_{\text{Rad}}^2$ der ringförmig auf den Radius des Einrads verteilten Gesamtfahrzeugmasse m_{ges} , die Trägheiten der Räder Θ_{Rad} sowie die Trägheit des rotierenden Antriebsstrangs Θ_{ATS} zusammengefasst [GS05].

Das Widerstandsmoment beinhaltet den Luft-, Roll- und Steigwiderstand und hängt nichtlinear von der Fahrzeuggeschwindigkeit und der Fahrbahnsteigung ab [GS05].

Beim Bremsmoment handelt es sich um das von der Fahrzeugbremse auf die Straße übertragene Moment. Für eine realistische Beschreibung des longitudinalen Bremsverhaltens eines Kraftfahrzeugs bedarf es eigentlich mindestens eines Einspurmodells, bei dem Vorder- und Hinterachse getrennt berücksichtigt werden. Die vom Rad auf die Straße übertragene Bremskraft hängt im Wesentlichen von den Normalkräften ab, die auf die beiden Achsen wirken [KN00]. Beim Bremsen wird die Vorderachse des Fahrzeugs belastet und die Hinterachse entlastet, was dazu führen kann, dass die Hinterachse sehr schnell in einen instabilen Betriebszustand gerät.

Bei der vorliegenden Aufgabenstellung des Entwurfs einer verbrauchsoptimalen Betriebsstrategie für Hybridfahrzeuge sind diese Fahrstabilitätsaspekte nicht im Fokus. Aus diesem Grund wird der Bremseingriff als Verzögerungsmoment modelliert, welches direkt auf das Einradmodell des Fahrzeugs wirkt. Mit diesem Modell sind moderate Bremsmanöver und die Rekuperation von Bremsenergie darstellbar. Bei heckgetriebenen Fahrzeugen ist wegen der oben angesprochenen Entlastung der Hinterachse allerdings zu berücksichtigen, dass nur etwa 35% des Verzögerungsmoments über die Hinterachse an den Antriebsstrang übertragen werden können [GS05]. Diesem Umstand ist bei der Modellierung der Rekuperation Rechnung zu tragen, was in Unterabschnitt 5.4.6 näher erläutert wird.

Das Gesamtantriebsmoment $M_{\rm Mot}$ ist schließlich das von den Antriebsaggregaten gelieferte und durch den Antriebsstrang an das Rad übertragene Moment. Die mathematische Darstellung des Antriebsstrangs als wesentliche Einflussgröße auf die Fahrzeuglängsdynamik ist Thema des nächsten Unterabschnitts.

5.2.2 Antriebsstrang

Der Antriebsstrang hat die Aufgabe, die chemisch im Kraftstoff oder in der Batterie gespeicherte Energie in kinetische Energie umzuwandeln und an die Räder der antreibenden Achse bzw. an das Einrad zu übertragen. Entsprechend der Darstellung in **Bild 5.3** sind die Hauptbestandteile des Antriebsstrangs die beiden Drehmomenterzeuger Verbrennungs- und Elektromotor, der hydrodynamische Drehmomentwandler, das Getriebe, die Kardanwelle und das Differentialgetriebe. Außerdem ist in dem Bild noch das angetriebene Einrad dargestellt.



Bild 5.3: Heckgetriebener Antriebsstrang

Es folgt eine Auflistung der wichtigsten Gleichungen für eine dynamische Modellierung der soeben genannten Komponenten des Antriebsstrangs.

Ottomotoren

Zur Modellierung von Benzinmotoren gibt es verschiedene Ansätze unterschiedlicher physikalischer Tiefe, welche von der hochaufgelösten Beschreibung des Verbrennungsvorgangs eines jeden Arbeitsspiels bis hin zu vergleichsweise einfachen Mittelwertbetrachtungen für die Motordrehzahl ω_{Mot} und das Motormoment M_{VM} reichen [GO04]. Für die vorliegende Anwendung reicht ein einfaches Mittelwertmodell aus, welches die Motordynamik als Verzögerungsglied erster Ordnung

$$\dot{M}_{\rm VM} = \frac{1}{T_{\rm VM}(\omega_{\rm Mot})} \left[-M_{\rm VM} + M_{\rm VM,\, soll} \right]$$
(5.3)

mit drehzahlabhängiger Zeitkonstante $T_{\rm VM}(\omega_{\rm Mot})$ abbildet [May98]. Unter Vernachlässigung der unterlagerten Drehmomentregelung ist das Sollmoment $M_{\rm VM, \, soll}$ die einzige Stellgröße des Motors. Der für das Gütemaß benötigte Kraftstoffverbrauch ergibt sich aus dem messtechnisch ermittelten Verbrauchskennfeld

$$\upsilon = f_{\rm VM}(\omega_{\rm Mot}, M_{\rm VM}),\tag{5.4}$$

welches den Kraftstofffluss v in $[\frac{1}{s}]$ als Funktion der Motordrehzahl und des Motormoments angibt.

Elektromotoren

Die Modellierung der zweiten Antriebsquelle, einer permanenterregten Synchronmaschine, führt in vereinfachender Weise ebenfalls auf ein Verzögerungsglied erster Ordnung

$$\dot{M}_{\rm EM} = \frac{1}{T_{\rm EM}} \left[-M_{\rm EM} + M_{\rm EM, \, soll} \right]$$
 (5.5)

mit einer Zeitkonstante $T_{\rm EM}$, welche im Wesentlichen von der Leistungselektronik abhängt [May98], [Leo95]. Auch hier dient das Vorgabemoment $M_{\rm EM, soll}$ unter Annahme einer unterlagerten Drehmomentregelung als Stellgröße des Systems. Da beide Antriebsquellen fest mit der Kurbelwelle verbunden sind, dreht sich auch der E-Motor mit der Drehzahl $\omega_{\rm Mot}$.

Wandler

Um einen Gangwechsel zu ermöglichen oder um das Fahrzeug aus dem Stand heraus zu beschleunigen, werden Kupplungen zum Trennen und Einkuppeln der Antriebsaggregate verwendet. Im vorliegenden Versuchsfahrzeug ist wie bei praktisch allen Fahrzeugen der Oberklasse ein hydrodynamische Wandler, auch FÖTTINGER-Kupplung genannt, verbaut. Er besteht aus einer mit dem Motor bzw. der Kurbelwelle verbundenen Pumpe und einer mit der Getriebeeingangsseite verbundenen Turbine, welche durch einen geschlossenen Ölkreislauf miteinander verbunden sind. Eine korrekte Modellierung des Wandlers erfordert die Einführung eines weiteren Zustands zur Darstellung der Übergänge zwischen schlupfendem und fest eingekuppeltem Antrieb [GO04]. Da die PAR keinen Einfluss auf diese Kupplungsvorgänge nimmt, wird auf ihre Modellierung verzichtet. Stattdessen gilt die Annahme, dass ein Gangwechsel mit einem verzögerungsfreien Kupplungsvorgang einher geht. Lediglich für Anfahrvorgänge ist ein vereinfachtes Wandlermodell erforderlich, welches in Unterabschnitt 5.4.3 näher erläutert wird. Der Wirkungsgrad des Wandlers wird dem im nächsten Teilabschnitt eingeführten Getriebewirkungsgrad zugeschlagen.

Getriebe

Das Getriebe verfügt über eine Anzahl von Gängen mit unterschiedlichen Übersetzungsverhältnissen und Wirkungsgraden. Die Getriebeübersetzung ist wie in **Bild 5.4** dargestellt definiert als das Verhältnis zwischen primärseitiger Eingangs- und sekundärseitiger Ausgangsdrehzahl

$$i_{\rm G}(g) = \frac{\omega_{\rm GE}}{\omega_{\rm KW}},\tag{5.6}$$



Bild 5.4: Getriebemodellierung

wobei ω_{KW} für die abtriebsseitige Kardanwellendrehzahl, ω_{GE} für die antriebsseitige Getriebeeingangsdrehzahl und g für den eingelegten Gang steht.

Der Getriebewirkungsgrad $\eta_{\rm G}(M_{\rm GE}, \omega_{\rm GE}, g)$ beschreibt die Güte der Leistungsübertragung durch das Getriebe und hängt von der Primärdrehzahl, dem Primärmoment $M_{\rm GE}$ und dem Gang ab. Es gilt

$$\eta_{\rm G} \left(M_{\rm GE}, \omega_{\rm GE}, g \right) \begin{cases} \leq 1 & \text{für } M_{\rm GE} \geq 0 \\ > 1 & \text{für } M_{\rm GE} < 0 \end{cases}, \tag{5.7}$$

womit sichergestellt ist, dass sowohl im Zugbetrieb, wenn die Antriebsaggregate das Fahrzeug antreiben, als auch im Schubbetrieb, wenn die kinetische Energie des Fahrzeugs die Motoren antreibt, am Getriebe stets Verluste anfallen.

Aus der Leistungsbilanz des Getriebes ergibt sich die Bestimmungsgleichung

$$M_{\rm KW} = \eta_{\rm G}(\cdot) \cdot \frac{\omega_{\rm GE}}{\omega_{\rm KW}} \cdot M_{\rm GE} = \eta_{\rm G}(\cdot) \cdot i_{\rm G}(g) \cdot M_{\rm GE}$$
(5.8)

des sekundärseitigen Moments $M_{\rm KW}$ an der Kardanwelle [GO04]. Da die Bewegungsgleichung des Antriebsstrangs im eingekuppelten Zustand an die Bewegungsgleichung des Fahrzeugs gekoppelt ist, muss das Trägheitsmoment der Antriebsaggregate und des Wandlers Θ_2 wie in **Bild 5.4** angedeutet von der Primärseite auf die Sekundärseite umgerechnet werden. Die Energiebilanz des Getriebes liefert unter Verwendung von Gleichung (5.6) die Bestimmungsgleichung

$$\overline{\Theta}_2 = \eta_{\rm G}(\cdot) \cdot \frac{\omega_{\rm GE}^2}{\omega_{\rm KW}^2} \cdot \Theta_2 = \eta_{\rm G}(\cdot) \cdot i_{\rm G}^2 \cdot \Theta_2 \tag{5.9}$$

der gesuchten Trägheit [GO04]. Das überstrichene Trägheitsmoment $\overline{\Theta}_2$ ist das sogenannte reduzierte Trägheitsmoment, welches zusammen mit der Getriebeträgheit Θ_G gemäß

$$\Theta_3 = \overline{\Theta}_2 + \Theta_G \tag{5.10}$$

in das getriebeausgangsseitige Gesamtträgheitsmoment eingeht.

Kardanwelle und Differentialgetriebe

Die Kardanwelle verbindet das Getriebe mit dem Differentialgetriebe und dient somit der Übertragung des Drehmoments von den Antriebsaggregaten zur Hinterachse. Den Anforderungen dieser Arbeit genügt die Annahme einer starren Achse mit einem Trägheitsmoment $\Theta_{\rm KW}$ als Kardanwellenmodell.

Die Kardanwelle mündet in den Achsantrieb, bei dem es sich um eine feste Ubersetzungsstufe zwischen Kardanwelle und Differential handelt. Das Differential sorgt für eine gleichmäßige Übertragung des Antriebsmoments auf die beiden Hinterräder und gleicht so Drehzahlunterschiede in Kurven aus [Sch99]. Bei einem Einradmodell ist lediglich eine Beschreibung des Achsantriebs und des Differentialwirkungsgrads erforderlich, weshalb beide zu einem Differentialgetriebe mit einem Übersetzungsverhältnis

$$i_{\rm DG} = \frac{\omega_{\rm KW}}{\omega_{\rm Rad}} \tag{5.11}$$

und einem vom Vorzeichen des Kardanwellenmoments abhängigen Wirkungsgrad $\eta_{\text{DG}}(M_{\text{KW}})$ zusammengefasst werden. Entsprechend der Beziehung (5.7) gilt auch hier

$$\eta_{\rm DG}(M_{\rm KW}) \begin{cases} \leq 1 & \text{für } M_{\rm KW} \geq 0 \\ > 1 & \text{für } M_{\rm KW} < 0 \end{cases}, \tag{5.12}$$

was eine Abbildung der Verluste des Differentialgetriebes gewährleistet.

Das Antriebsmoment am Rad M_{ATS} sowie das sekundärseitige Trägheitsmoment Θ_4 ergibt sich entsprechend der Ausführungen zur Beschreibung des Getriebes aus

$$M_{\rm ATS} = \eta_{\rm DG}(M_{\rm KW}) \cdot i_{\rm DG} \cdot M_{\rm KW} \tag{5.13}$$

bzw.

$$\Theta_4 = \eta_{\rm DG}(M_{\rm KW}) \cdot i_{\rm DG}^2 \cdot \overline{\Theta}_3 + \Theta_{\rm DG} \,. \tag{5.14}$$

5.2.3 Energiespeicher

Kraftstofftank

Obwohl Hybridfahrzeuge mit der Batterie über einen zweiten Energiespeicher verfügen, ist der Kraftstoff im Tank die Hauptenergiequelle. Dies liegt zum einen daran, dass dieser Energiespeicher deutlich größer ist, zum anderen aber auch daran, dass im Normalbetrieb nur der Tank extern befüllt wird. Die Beschreibung des Tanks erfolgt über das Integral

$$\Upsilon_{\text{Tank}}(t) = \Upsilon_{\text{Tank}}^{\text{A}} - \int_{0}^{t} f_{\text{VM}}(\omega_{\text{Mot}}, M_{\text{VM}}) d\tau$$
(5.15)

wobei es sich bei $\Upsilon^{\text{A}}_{\text{Tank}}$ um den Anfangsinhalt des Tanks handelt und die Funktion $f_{\text{VM}}(\cdot)$ entsprechend Gleichung (5.4) den Kraftstofffluss darstellt.

Wie bereits erwähnt verfügen Hybridfahrzeuge über mindestens eine weitere Energiequelle, wobei es sich in der vorliegenden Anwendung um ein Batterie handelt, deren Modellierung im Folgenden beschrieben wird.

Blei-Säure-Akkumulatoren

Alle in Hybridfahrzeugen eingesetzten elektrischen Energiespeicher haben gemeinsam, dass sie reversibel betrieben werden können. Sie vermögen also sowohl einen elektrischen Strom I aufzunehmen und zu speichern als auch diese chemisch gespeicherte Energie wieder in Form

eines elektrischen Stroms abzugeben. Die gespeicherte Ladung q wird ganz allgemein durch eine Gleichung der Form

$$q(t) = q^{A} - \int_{t_0}^{t} I(\tau) d\tau$$
(5.16)

beschrieben. Der Anfangswert $q(t_0) = q^A$ stellt den Initialladezustand des Energiespeichers dar. Für die Stromrichtung gelte die Konvention, dass der Entladestrom positiv und der Ladestrom negativ gezählt seien.

Die Unterschiede zwischen verschiedenen Akkumulatoren äußern sich darin, welche Modelle der Berechnung des Stroms zugrunde liegen. Insbesondere die Unterschiede zwischen dem Lade- und dem Entladestrom sowie die Zusammenhänge zwischen Leistung und Stromstärke bringen die Effizienz des Energiespeichers zum Ausdruck.

Aufgrund der hochgradig nichtlinearen und komplexen Zusammenhänge zur Beschreibung des elektrischen Verhaltens einer Batterie führt deren Modellierung auf eine nichtlineare Differentialgleichung. Diese hängt von einer Vielzahl von Faktoren wie beispielsweise dem Ladezustand, der Temperatur, dem Alter, der Vorgeschichte des Batteriebetriebs usw. ab. Ein für regelungstechnische Anwendungen brauchbares Modell wird durch Wahl eines möglichst einfachen Ersatzschaltbilds zur Beschreibung des Batterieverhaltens erhalten. Ersatzschaltbilder für eine hinreichend gute Wiedergabe dieses Verhaltens führen in der Regel auf Netzwerke mit komplexen Impedanzen. Sie erlauben sowohl eine Darstellung des Ladeverhaltens als auch der Batteriedynamik [TR98]. Der Nachteil dieses Ansatzes ist darin zu sehen, dass die daraus abgeleiteten Batteriemodelle zur Abbildung der verschiedenen dynamischen Effekte typischerweise von höherer Ordnung sind [Kri04]. Damit sind sie zur Anwendung im Zusammenhang mit der Dynamischen Programmierung ungeeignet. In Unterabschnitt 5.4.1 erfolgt daher die Herleitung eines vereinfachten Batteriemodells erster Ordnung.

5.2.4 Nebenaggregate und Bordnetz

Neben der Bereitstellung des Antriebsmoments muss der Verbrennungsmotor eines konventionellen Fahrzeugs auch den Betrieb verschiedener weiterer Verbraucher sicherstellen. Diese werden grundsätzlich in Nebenaggregate, welche der Motor über einen Riementrieb antreibt, und in das elektrische Bordnetz unterteilt.

Bei den Nebenaggregaten handelt es sich zum einen um Aggregate, welche für den Betrieb des Motors erforderlich sind. Dies sind im Wesentlichen die Pumpen des Kühl- und des Ölkreislaufs. Zum anderen gibt es noch eine Anzahl motorunabhängiger Nebenverbraucher wie die Pumpen für die Servolenkung, den Bremskraftverstärker und die Klimaanlage.

Zur Modellierung dieser Nebenaggregate ist zum Beispiel bei der Lenkhelfpumpe die Kenntnis des Lenkwinkels notwendig, zur Beschreibung des Klimakompressors wäre eigentlich ein Temperaturmodell erforderlich. Da die Lenkhelfpumpe ihren größten Leistungsbedarf beim Rangieren im niedrigen Geschwindigkeitsbereich hat, die PAR in diesen Betriebsfällen jedoch nicht aktiv ist, wird auf eine Beschreibung der Lenkhelfpumpe verzichtet. Das Lastmoment des Klimakompressors ist gegenüber der übrigen Systemdynamik nur langsam veränderlich und darf daher entlang des Optimierungshorizonts als Konstante M_{Klima} angesetzt werden. Was verbleibt sind somit lediglich die Pumpen des Motors, deren Drehmoment mit hinreichender Genauigkeit durch eine drehzahlabhängige Funktion $M_{\text{Pumpen}} = f_{\text{Pumpen}}(\omega_{\text{Mot}})$ darstellbar ist. Insgesamt wird das Lastmoment der Nebenaggregate durch Gleichung

$$M_{\rm NA} = f_{\rm Pumpen}(\omega_{\rm Mot}) + M_{\rm Klima} \tag{5.17}$$

berücksichtigt. Dieses Lastmoment ist vom Motor aufzubringen, d.h. das an den Triebstrang abgegebene Antriebsmoment des Verbrennungsmotors verringert sich um dieses Lastmoment.

Das Bordnetz umfasst sämtliche elektrischen Verbraucher eines Kraftfahrzeugs. Hierbei sind die Scheinwerfer, Innenraumkomfortfunktionen, Servomotoren, die Motorelektronik, Steuergeräte, Lüftermotoren und verschiedene andere elektrische Aktuatoren zu nennen. Beim vorliegenden Versuchsträger kommen noch die Applikationsrechner mit einer nicht zu vernachlässigenden Leistungsaufnahme hinzu.

Die Gesamtleistungsaufnahme $P_{\rm BN}$ des Bordnetzes ist eine Funktion verschiedener Parameter wie z.B. der Umgebungstemperatur und verschiedener Fahrzeugeinstellungen wie etwa einem Einschalten des Lichts oder der Sitzheizung. Für die Optimierung reicht es jedoch aus, die aktuelle Bordnetzleistung entlang des Prädiktionshorizonts als konstant anzusetzen und den Wert bei jeder Optimierungsrechnung zu aktualisieren. Die Bordnetzleistung muss vom Startergenerator aufgebracht werden. Dies wird durch eine Verminderung der an die Batterie gelieferten Leistung um die Bordnetzleistung $P_{\rm BN}$ bzw. des Batteriestroms um den Bordnetzstrom $I_{\rm BN}$ berücksichtigt. Je nach Betriebszustand versorgt also entweder die E-Maschine oder die Batterie das Bordnetz.

Es folgt eine Zusammenfassung der bisher vorgestellten Teilmodelle zum dynamischen Gesamtmodell eines parallelhybriden Antriebsstrangs.

5.2.5 Zusammenfassung der Modellgleichungen

Ausgangspunkt für die Modellierung der Längsdynamik ist die Bewegungsgleichung (5.1). Unter Berücksichtigung der Ausführungen des vorherigen Unterabschnitts resultiert daraus das Differentialgleichungssystem

$$\dot{s} = \omega_{\text{Rad}} \cdot r_{\text{Rad}}$$

$$\dot{\omega}_{\text{Rad}} = \frac{1}{\Theta_{\text{ges}}} [M_{\text{ATS}} - M_{\text{W}} - M_{\text{B}}]$$

$$\dot{M}_{\text{VM}} = \frac{1}{T_{\text{VM}}(\omega_{\text{Mot}})} \left[-M_{\text{VM}} + M_{\text{VM, soll}} \right]$$

$$\dot{M}_{\text{EM}} = \frac{1}{T_{\text{EM}}} \left[-M_{\text{EM}} + M_{\text{EM, soll}} \right]$$

$$\dot{q} = -I(q, M_{\text{EM}}, \omega_{\text{Mot}}, I_{\text{BN}})$$
(5.18)

mit dem auf das Rad bezogenen Antriebsmoment

$$M_{\rm ATS} = (M_{\rm VM} + M_{\rm EM} - M_{\rm NA}) \cdot \eta_{\rm G} i_{\rm G}(g) \cdot \eta_{\rm DG} i_{\rm DG}$$

$$(5.19)$$

und der Winkelgeschwindigkeit des Motors

$$\omega_{\text{Mot}} = i_{\text{G}}(g) \, i_{\text{DG}} \cdot \omega_{\text{Rad}} \tag{5.20}$$

zur Beschreibung des Fahrzeugverhaltens. Dieses Modell fünfter Ordnung hängt von den vier Steuergrößen $\underline{u} = [M_{\text{VM, soll}} M_{\text{EM, soll}} M_{\text{B}} g]^T$ ab. Bei *s* handelt es sich um die relative Position des Fahrzeugs gegenüber dem Startpunkt der Fahrt, der Batteriestrom

$$I(q, M_{\rm EM}, \omega_{\rm Mot}, I_{\rm BN}) = I_{\rm EM}(q, M_{\rm EM}, \omega_{\rm Mot}) + I_{\rm BN}$$

$$(5.21)$$

ist die Summe aus E-Maschinenstrom $I_{\rm EM}$ und Bordnetzstrom $I_{\rm BN}$. Insgesamt sind damit alle relevanten Komponenten eines parallelhybriden Antriebsstrangs beschrieben.

Die Zeitkonstante des Elektromotors ist sehr klein und kann daher in guter Näherung vernachlässigt werden. Dennoch bleibt ein Modell vierter Ordnung, welches für den Einsatz im Rahmen der PAR über zu viele Zustandsgrößen verfügt. Der nächsten Abschnitt stellt daher einen Modellierungsansatz vor, der zu einer Modellreduktion auf ein System erster Ordnung führt.

5.3 Dynamischer versus quasistatischer Modellansatz

Aus physikalischer Sicht lassen sich Ansätze zur Modellierung der Fahrzeuglängsdynamik grundsätzlich in zwei Kategorien unterteilen: den dynamischen und den quasistatischen Ansatz. Die dynamische Modellbildung führt ausgehend von den Steuergrößen auf ein Differentialgleichungssystem, welches das dynamische Verhalten des Fahrzeugs beschreibt. Mit anderen Worten wird in kausaler Weise von der Ursache zur Wirkung eine Vorwärtsrechnung durchgeführt. Die entsprechende Wirkrichtung ist in **Bild 5.5** schwarz eingezeichnet. Der Fahrerwunsch ist hierin als ein vorgegebenes Wunschgeschwindigkeitsprofil dargestellt, welches zu jedem Zeitpunkt eine Sollgeschwindigkeit v_{soll} liefert. Der Fahrer fungiert als Regler, der ausgehend vom Soll-Ist-Vergleich mit der Istgeschwindigkeit v_{ist} Stellgrößen berechnet, die er an den Antrieb weitergibt. Abhängig von diesen Stellgrößen und vom Arbeitspunkt des Motors stellen sich ein Motormoment und eine Motordrehzahl ein, die durch das Getriebe auf die Antriebsachse bzw. auf das Einrad wirkt. Im Systemblock Fahrzeug erfolgt aus dem Motormoment und dem Fahrwiderstand eine Bestimmung des Antriebsmoments am Rad, woraus gemäß der Bewegungsdifferentialgleichung des Fahrzeugs (5.1) die resultierende Raddrehzahl bzw. die Fahrzeuggeschwindigkeit v_{ist} gewonnen wird. Der Steigungsverlauf γ geht als Störgröße in die Berechnung des Fahrwiderstands ein.

Der Vorteil dieser dynamischen Vorwärtsrechnung ist darin zu sehen, dass sie die physikalischen Zusammenhänge in kausaler Weise wiedergibt und dass sie die Auswirkungen der gewählten Stellgrößen auf das Systemverhalten abbildet. Dies ist beim Entwurf eines Reglers für einzelne Komponenten des Antriebsstrangs von entscheidender Bedeutung. Der Nachteil ist im Rechenaufwand zu sehen. Es müssen Differentialgleichungen gelöst und dementsprechend die Abtastzeiten klein genug gewählt werden, um damit den Zeitkonstanten des Systems Rechnung zu tragen.

Besteht die Zielsetzung lediglich in der Abbildung der Auswirkungen einzelner Fahrzeugparameter wie beispielsweise den Getriebeübersetzungen oder der Fahrzeugmasse auf den Kraftstoffverbrauch, so besteht die Möglichkeit, die aufwändige Lösung der Fahrzeugdifferen-



Bild 5.5: Dynamische versus quasistatische Modellbildung

tialgleichung durch Anwendung der quasistatischen Berechnungsmethode zu umgehen. Diese Rückwärtsrechnung, in Bild 5.5 grau eingezeichnet, basiert auf einer Umkehrung der Kausalitätskette durch Annahme des gefahrenen Fahrzyklus v_{ist} als gegebener Istgeschwindigkeit. Diese Annahme ist genau dann gerechtfertigt, wenn die Antriebs- und Bremsleistung des betrachteten Fahrzeugs den vorgegeben Fahrzyklus zu bewältigen im Stande ist, was bei Auswahl realistischer Fahrten keine Probleme bereitet. Ausgehend von diesem Fahrprofil lassen sich aus dem Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Steigungsprofil die Raddrehzahl sowie das am Rad benötigte Antriebsmoment berechnen. Das benötigte Antriebsmoment ist die Summe aus dem Fahrwiderstand, dem Bremsmoment und dem durch die träge Masse des Fahrzeugs hervorgerufenen, von der Fahrzeugbeschleunigung *a* abhängigen "Beschleunigungswiderstand"

$$M_{\rm A} = \Theta_{\rm ges} \cdot \dot{\omega}_{\rm Rad} = \Theta_{\rm ges} \cdot \frac{a}{r_{\rm Rad}},$$
 (5.22)

was auf

$$M_{\rm ATS} = M_{\rm B} + M_{\rm W} + M_{\rm A} \tag{5.23}$$

als Bestimmungsgleichung für das geforderte Antriebsmoment am Rad führt. Ausgehend davon sind das Moment und die Drehzahl der Antriebsaggregate zu bestimmen.

Zusammen mit Gleichung (5.20) für die Abhängigkeit der Motordrehzahl von der Fahrzeuggeschwindigkeit ergibt das Einsetzen von Gleichung (5.23) in Gleichung (5.19) durch Auflösung nach dem Motormoment den gesuchten Zusammenhang

$$M_{\rm Mot} = M_{\rm ATS} \cdot \frac{1}{\eta_{\rm G} \, i_{\rm G}(g) \cdot \eta_{\rm DG} \, i_{\rm DG}} - M_{\rm NA} \tag{5.24}$$

zwischen Fahrzeuggeschwindigkeit und Radmoment auf der einen sowie der Motorlast auf der anderen Seite.

Bei Fahrzeugen mit konventionellem, rein verbrennungsmotorischem Antrieb gilt $M_{\text{Mot}} = M_{\text{VM}}$, d.h. aus Gleichung (5.24) folgt direkt die Motorlast M_{VM} und die Motordrehzahl ω_{Mot} . Aus diesem Lastpunkt wird schließlich direkt der Kraftstoffverbrauch berechnet.
Der quasistatische Ansatz kann zwar keinen Beitrag zum Reglerentwurf liefern, da jedoch keine Differentialgleichungen, sondern lediglich algebraische Gleichungen gelöst werden müssen, ist der Rechenaufwand bei der Simulation einer Fahrstrecke deutlich geringer. Darüber hinaus sind die Anforderungen an die Wahl der Abtastzeit ebenfalls minimal; es muss lediglich gewährleistet sein, dass die Dynamik der gefahrenen Strecke abgebildet wird, d.h. die Erfassung aller Beschleunigungs- und Bremsvorgänge ist sicherzustellen.

Im nächsten Abschnitt wird beschrieben, wie unter Verknüpfung der beiden hier vorgestellten Ansätze ein hinreichend gutes Modell niedriger Ordnung zur Anwendung in der prädiktiven Antriebsregelung entwickelt werden kann.

5.4 Reduktion auf ein Modell erster Ordnung

Durch Verknüpfung des quasistatischen und des dynamischen Modellierungsansatzes lässt sich ein Fahrzeugmodell erster Ordnung entwickeln. Diese Ordnungsreduktion erfolgt über eine Abbildung aller mechanischer Systemkomponenten vom Verbrennungsmotor über den Triebstrang bis zum Einradmodell in quasistatischer Rückwärtsrechnung. Aufgrund der Einbindung in das Konzept der PAR ist das vorausliegende Geschwindigkeits-, Beschleunigungsund Steigungsprofil v(t), a(t) und $\gamma(t)$ als bekannt zu betrachten, was als Rechtfertigung für die hier geschilderte Vorgehensweise dient. Da die Ladetrajektorie der Batterie das Ergebnis der Optimierung ist, darf die Kenntnis ihres Verlaufs nicht vorausgesetzt werden. Dementsprechend ist eine dynamische Modellbildung der Batterie erforderlich.

Die Struktur des resultierenden mathematischen Modells ist in **Bild 5.6** dargestellt. Im unteren Teil ist das quasistatische Modell des mechanisch-thermodynamischen Teilsystems aus Triebstrang und Verbrennungsmotor dargestellt. Wie in Abschnitt 5.3 dargelegt lässt sich ausgehend vom gegebenen Fahrprofil das Drehmoment und die Drehzahl auf der Getriebeausgangsseite berechnen. Abhängig von der Steuergröße g ergibt sich daraus das von den Drehmomenterzeugern aufzubringende Moment M_{Mot} . Für dieses Moment gilt, wie bereits in Unterabschnitt 5.2.2 beschrieben, $M_{\text{Mot}} = M_{\text{VM}} + M_{\text{EM}}$, d.h. bei festgelegtem M_{Mot} ist nur noch eines der beiden Teilmomente frei wählbar. Um einen direkten Eingriff in das elektromechanische Teilsystem zu ermöglichen, wird das E-Maschinenmoment als Steuergröße gewählt. Am Knotenpunkt zwischen Getriebe und Verbrennungsmotor wird diese zweite Steuergröße vom rückwärts berechneten Gesamtmoment der Antriebsaggregate M_{Mot} abgezogen. Somit ergibt sich das Verbrennungsmotormoment, aus dem zusammen mit der Motordrehzahl entsprechend Gleichung (5.4) der Verbrauch v resultiert.

Im oberen Teil von **Bild 5.6** ist der dynamisch modellierte Systemteil, bestehend aus dem Elektromotor und der Batterie, zu sehen. Während der Elektromotor selbst durch eine algebraische Funktion dargestellt wird, welche in Abhängigkeit von der Drehzahl und dem Drehmoment die aufgenommene oder abgegebene elektrische Leistung angibt, ist die Batterie als dynamisches Modell hinterlegt. Im Batteriemodell wird ausgehend von einem Anfangsladezustand und der elektrischen Leistung als Eingangsgröße der Verlauf des Ladezustands berechnet. Die folgenden Unterabschnitten präsentieren ausgehend von diesem Batteriemodell die wichtigsten Schritte bei der Modellierung der oben genannten Systemkomponenten.



Bild 5.6: Übersicht über die Struktur des gemischt dynamisch-quasistatischen Fahrzeugmodells

5.4.1 Kennfeldbasiertes dynamisches Batteriemodell

Um einen Einsatz des Modells im Rahmen der PAR zu ermöglichen, wird ein Batteriemodell niedriger Ordnung benötigt, welches entsprechend des erforderlichen Einsatzgebiets lediglich für eine kurzzeitige Prädiktion des Batterieverhaltens geeignet zu sein braucht. Ein solches Modell mit nur einer Zustandsgröße wird unter Vernachlässigung der parasitären Kapazitäten und Induktivitäten, der Alterungseffekte sowie der thermischen Eigenschaften der Batterie aufgebaut. Die einzige Zustandsgröße dieses Batteriemodells ist entsprechend Unterabschnitt 5.2.3 der Ladezustand q der Batterie. Wird dieser durch $x = \frac{q}{q_{\text{Bat}}} \cdot 100\%$ auf die Batteriekapazität q_{Bat} normiert, so folgt mit $Q = \frac{q_{\text{Bat}}}{100\%}$ die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{Q} \cdot I(t) = -\frac{1}{Q} \cdot \left(I_{\rm EM} \big(x(t), P_{\rm EM}(\underline{u}, t) \big) + I_{\rm BN}(t) \right)$$
(5.25)

zur Abbildung des dynamischen Verhaltens der Batterie. Der Gesamtstrom der Batterie I(t) setzt sich entsprechend Gleichung (5.21) aus der Stromaufnahme bzw. -abgabe des Elektromotors und der Bordnetzverbraucher zusammen. Um sowohl das Bordnetz als auch die E-Maschine unabhängig von der Batteriespannung darzustellen, soll die elektrische Leistung die Schnittstelle zwischen der Batterie und den übrigen elektrischen Antriebsstrangkomponenten darstellen. Von der Bordnetzleistung $P_{\rm BN}$ und der elektrischen Leistung $P_{\rm EM}$ des Elektromotors lässt sich auf die entsprechenden Batterieströme schließen, falls eine ladezustands- und lastabhängige Beschreibung der Batteriespannung gelingt. Daraus kann mittels der Definition der elektrischen Leistung $P = U \cdot I$ auf den Strom geschlossen werden.

Als Grundlage für die gesuchte Beschreibung des Klemmenverhaltens der Batterie dient das Ersatzschaltbild in **Bild 5.7**. Die Nichtlinearitäten der Batterie sind dabei in den ladezustand-



Bild 5.7: Ersatzschaltbild der Batterie

sabhängigen Größen $U_0(x)$ und R(x), also der Leerlaufspannung⁴ und dem Innenwiderstand, abgebildet [Nat02]. Diese beiden Funktionen sind als Kennfelder abgelegt, die an einem Batteriemessstand aufgenommen wurden [Kri04]. **Bild 5.8** zeigt die auf diesem Wege erhaltenen Kennfelder für die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand in Abhängigkeit vom normierten Ladezustand. Das Kennfeld

$$U_0(x) = \begin{cases} U_{0, \text{Laden}}(x) & \text{für } I \le 0\\ U_{0, \text{Entladen}}(x) & \text{für } I > 0 \end{cases}$$
(5.26)

wird in zwei Zweige aufgeteilt, einen der die Lade- und einen der die Entladeleerlaufspannung beschreibt. In der Differenz zwischen Entlade- und Ladespannung kommt der Wirkungsgrad der Batterie zum Ausdruck. Wie eine reale Batterie vermag auch das Batteriemodell aufgrund dieser Spannungsdifferenz nicht die selbe Menge an Energie wieder abzugeben, welche sie zuvor aufgenommen hat. Ein Teil der Energie geht aufgrund chemisch-elektrischer Umwandlungsverluste als Abwärme verloren. Auf diese Weise ist also eine realistische Beschreibung des Klemmenverhaltens der Batterie möglich.

Um den Batteriestrom in Gleichung (5.25) in Abhängigkeit von der angeforderten bzw. abgegebenen elektrischen Leistung zu bestimmen, wird KIRCHHOFFs Maschenregel auf das Ersatzschaltbild in **Bild 5.7** angewandt, was zu

$$-U_0 + R \cdot I + U = 0 \tag{5.27}$$

führt [Nat02]. Durch Einsetzen der Beziehung

$$U = \frac{P_{\rm EM} + P_{\rm BN}}{I} \tag{5.28}$$

und beidseitige Multiplikation mit I wird aus Gleichung (5.27) der Ausdruck

$$R \cdot I^2 - U_0 \cdot I + P_{\rm EM} + P_{\rm BN} = 0 , \qquad (5.29)$$

erhalten, welcher aufgelöst nach dem Strom

$$I = \frac{U_0}{2R} \pm \sqrt{\left(\frac{U_0}{2R}\right)^2 - \frac{P_{\rm EM} + P_{\rm BN}}{R}}$$
(5.30)

⁴Eigentlich ist die Leerlaufspannung die Klemmenspannung für I = 0. Was hier als Leerlaufspannung bezeichnet wird, ist genau genommen die Klemmenspannung für sehr kleine Ströme in Abhängigkeit vom Ladezustand. Da der Spannungseinbruch unter Last durch den Innenwiderstand abgebildet wird, soll $U_0(x)$ in Anlehnung an [Nat02] dennoch als Leerlaufspannung bezeichnet werden.



Bild 5.8: Kennfelder zur Beschreibung von $U_0(x)$ und von R(x) des verwendeten 36V Blei-Säure-Akkumulators

ergibt. Die Lösung mit dem positiven Vorzeichen vor der Wurzel in Gleichung (5.30) entfällt, da sich ausschließlich bei der kleineren Lösung im unbelasteten Fall, also bei P = 0, ein Strom von I = 0 einstellt. Unter Beachtung der Kennfelder für die Leerlaufspannung und für den Innenwiderstand wird schließlich

$$I = \frac{U_0(x) - \sqrt{U_0(x)^2 - 4(P_{\rm EM} + P_{\rm BN})R(x)}}{2R(x)}$$
(5.31)

als Gleichung für den Strom erhalten. Wird diese in Gleichung (5.25) eingesetzt, folgt daraus

$$\dot{x}(t) = -\frac{1}{Q} \cdot \left[\frac{U_0(x) - \sqrt{U_0(x)^2 - 4(P_{\rm EM} + P_{\rm BN})R(x)}}{2R(x)} \right]$$
(5.32)

zur Beschreibung des Batterieverhaltens. Für die Leistungsaufnahme des Bordnetzes gilt $P_{\rm BN} \geq 0$, d.h. das aus passiven Bauteilen bestehende Bordnetz kann der Batterie nur Leistung entnehmen, ihr jedoch keine zuführen. Falls $P_{\rm EM} + P_{\rm BN} = 0$ gilt, erzeugt die E-Maschine gerade so viel elektrische Energie, dass sie das Bordnetz ohne Einsatz der Batterie versorgen kann.

Der Ladezustand als Zustandsgröße wird aufgrund der Normierung auf die Batteriekapazität Q_{\max} auf das Intervall

$$0 \le x \le 100\,\% \tag{5.33}$$

begrenzt. Der Batteriestrom wird durch die Bauart der Batterie, durch die Dicke der Verka-

belung sowie durch die Dimensionierung der Leistungselektronik auf den Bereich

$$I_{\min} \le I \le I_{\max} \tag{5.34}$$

eingeschränkt. Ausgehend von der Forderung, dass der Strom ausschließlich reelle Werte annehmen darf und damit die in Gleichung (5.30) auftretende Diskriminante positiv sein muss, ergibt sich für positive Leistungen der E-Maschine außerdem die zustandsabhängige Begrenzung

$$P_{\rm EM} \le \frac{U_0(x)^2}{4R} - P_{\rm BN}$$
 (5.35)

5.4.2 Modellierung des Elektromotors

Die elektrische Maschine besitzt gegenüber dem Verbrennungsmotor eine sehr hohe Dynamik und ist außerdem mechanisch starr mit dem Antriebsstrang verkoppelt, weshalb diese Dynamik vernachlässigbar ist. Daher kann das Drehmoments der E-Maschine als Eingangsgröße betrachtet werden. Ausgangsgröße bei der Rückwärtsrechnung ist dementsprechend die elektrische Leistung, die von der Batterie angefordert bzw. die in die Batterie eingespeist wird.

Zur Bestimmung dieser elektrischen Leistung wird die Bilanz von mechanischer und elektrischer Leistung des Elektromotors

$$M_{\rm EM} \cdot \omega_{\rm Mot} = \eta_{\rm EM}(\omega_{\rm Mot}, M_{\rm EM}) \cdot P_{\rm EM}$$
(5.36)

mit

 $\begin{array}{ll} M_{\rm EM} & & {\rm Drehmoment \ der \ elektrischen \ Maschine \ [Nm]} \\ \omega_{\rm Mot} & & {\rm Winkelgeschwindigkeit \ [\frac{rad}{s}]} \\ \eta_{\rm EM}(\cdot) & & {\rm Wirkungsgrad \ [-]} \\ P_{\rm EM} & & {\rm elektrische \ Leistung \ [W]} \end{array}$

angesetzt [Riz99]. Die wesentlichen Informationen über das Verhalten der Maschine stecken demnach in der drehmoment- und drehzahlabhängigen Wirkungsgradfunktion $\eta_{\rm EM}(\omega_{\rm Mot}, M_{\rm EM})$, die beispielsweise als ein durch Prüfstandsmessungen gewonnenes Kennfeld darstellbar ist [Zoe98]. Auch hier gilt entsprechend der Überlegungen bei der Getriebemodellierung

$$\eta_{\rm EM}(\omega_{\rm Mot}, M_{\rm EM}) \begin{cases} \leq 1 & \text{für } M_{\rm EM} \geq 0 \\ > 1 & \text{für } M_{\rm EM} < 0 \end{cases},$$
(5.37)

womit dem Umstand Rechnung getragen wird, dass sowohl im generatorischen als auch im motorischen Betrieb Verluste anfallen.

Die Leistungsbilanz in Gleichung (5.36) kann nach der elektrischen Leistung

$$P_{\rm EM} = \frac{M_{\rm EM} \cdot \omega_{\rm Mot}}{\eta_{\rm EM}(\omega_{\rm Mot}, M_{\rm EM})}$$
(5.38)

aufgelöst werden. Die Steuergröße der elektrischen Maschine ist das vorgegebene Drehmoment $M_{\rm EM}$, welches innerhalb der drehzahlabhängigen Grenzen

$$M_{\rm EM,\,min}(\omega_{\rm Mot}) \le M_{\rm EM} \le M_{\rm EM,\,max}(\omega_{\rm Mot})$$

$$(5.39)$$

zu verbleiben hat.

Das Drehmoment des Elektromotors wird in dem in **Bild 5.6** gezeigten Knotenpunkt vom Gesamtmoment der Drehmomenterzeuger M_{Mot} abgezogen. Dieses Gesamtmoment wird durch Rückwärtsrechnung in Abhängigkeit vom gefahrenen Geschwindigkeits- und Steigungsprofil bestimmt, was im nächsten Unterabschnitt erläutert wird.

5.4.3 Quasistatische Beschreibung des Antriebsstrangs

Während des Fahrbetriebs kann der Antriebsstrang aufgrund des vernachlässigbaren Wandlerschlupfs als geschlossen betrachtet werden. Im Gegensatz dazu befindet sich der Wandler im Stand oder bei einem Anfahrmanöver im schlupfenden Betrieb, weshalb beide Zustände separat zu betrachten sind.

Modell für den Fahrbetrieb

Entsprechend Gleichung (5.24) berechnet sich während des normalen Fahrbetriebs das von den Motoren aufzubringende Moment

$$M_{\rm Mot} = [M_{\rm B} + M_{\rm W}(v,\gamma) + M_{\rm A}(a)] \cdot \frac{1}{\eta_{\rm G} \, i_{\rm G} \cdot \eta_{\rm DG} \, i_{\rm DG}}$$
(5.40)

aus dem durch die Übersetzungen des Antriebsstrangs propagierten Fahr- und Beschleunigungswiderstand. Die Motordrehzahl ergibt sich durch Einsetzen der Raddrehzahl in Gleichung (5.20), so dass der gewählte Gang g und das Bremsmoment $M_{\rm B}$ die hier relevanten Steuergrößen darstellen.

Geschwindigkeits- und Steigungsprofil gehen in den Fahrwiderstand $M_{\rm W}(v,\gamma)$ ein, die zur Einhaltung des Fahrprofils erforderliche Beschleunigung *a* ist die wesentliche Einflussgröße für den Beschleunigungswiderstand $M_{\rm A}$. Der hydrodynamische Wandler wird hier vernachlässigt, d.h. ein Gangwechsel ist in diesem Fall gleichbedeutend mit einer sprungförmigen Änderung der Übersetzung $i_{\rm G}(g)$ und führt daher zu einer sprunghaften Veränderung der Motordrehzahl. Dieser Ansatz ist jedoch nur für Drehzahlen oberhalb der Leerlaufdrehzahl $M_{\rm Mot} \geq M_{\rm Mot, min}$ gültig. Im Leerlauf und während des Anfahrens ergäben sich unter Verwendung von Gleichung (5.20) fälschlicherweise Motordrehzahlen unterhalb der Leerlaufgrenze, weshalb diese beiden Fälle im Folgenden besondere Beachtung finden.

Modell für Leerlaufbetrieb und Anfahrmanöver

In den Betriebszuständen mit schlupfendem Wandler wird durch Gleichung (5.20) nicht mehr die Motordrehzahl, sondern die Getriebeeingangsdrehzahl

$$\omega_{\rm GE} = i_{\rm G}(g) \cdot i_{\rm DG} \cdot \omega_{\rm Rad} \tag{5.41}$$

bestimmt. Entsprechend ist durch Gleichung (5.40) lediglich das Getriebeeingangsmoment $M_{\rm GE}$ gegeben. Die Beschreibung des Leerlaufs gelingt am einfachsten, indem die Motordrehzahl in diesen Fällen gleich der Leerlaufdrehzahl $M_{\rm Mot,\,min}$ gesetzt wird. Des weiteren darf angenommen werden, dass das geforderte Moment der beiden Antriebsaggregate gleich einer Konstanten $M_{\text{Mot, LL}}$ ist, die den Wandlerverlusten im Stand entspricht [Sch03].

Etwas schwieriger gestaltet sich die Beschreibung des Anfahrvorgangs, da sich das Verhältnis aus Pumpen- und Turbinendrehzahl entsprechend des Differentialgleichungssystems

$$\Theta_1 \dot{\omega}_{Mot} = M_{Mot} - M_W
\Theta_2 \dot{\omega}_{GE} = M_W - M_{GE}$$
(5.42)

mit den jeweiligen Trägheitsmomenten Θ_1 bzw. Θ_2 und das vom Wandler gelieferte Moment entsprechend Gleichung

$$M_{\rm W} = f_{\rm W} \left(\frac{\omega_{\rm GE}}{\omega_{\rm Mot}}\right) \cdot \omega_{\rm Mot}^2 \tag{5.43}$$

einstellt [LN94]. Das Wandlungsverhältnis $f_{\rm W}$ wird für stationäre Strömungsverhältnisse an einem Prüfstand ermittelt und als Kennfeld in das Modell aufgenommen.

Da eine Differentialgleichung zur Beschreibung der Drehzahlverhältnisse dem Grundgedanken der quasistatischen Modellbeschreibung widerspricht, wird während des Anfahrvorgangs eine konstante Anfahrdrehzahl $\omega_{Mot}^{A} > \omega_{Mot, min}$ angenommen, was eine Berechnung der Wandlerübersetzung ermöglicht.

Das geforderte Antriebsmoment während des Anfahrens ergibt sich dementsprechend aus

$$M_{\rm Mot} = f_{\rm W} \left(\frac{\omega_{\rm GE}}{\omega_{\rm Mot}^{\rm A}}\right) \cdot \left(\omega_{\rm Mot}^{\rm A}\right)^2 \,. \tag{5.44}$$

Sobald für die durch Gleichung (5.20) berechnete Motordrehzahl die Bedingung $\omega_{Mot}^{A} = \omega_{Mot, \min}$ erfüllt ist, erfolgt eine Umschaltung auf das vereinfachte Modell für normalen Fahrbetrieb.

In beiden Fällen ergibt die Differenz aus dem geforderten Antriebsmoment und dem E-Maschinenmoment das Drehmoment des Verbrennungsmotors. Der nächste Abschnitt stellt dar, wie aus Motormoment und -drehzahl auf den Kraftstoffverbrauch geschlossen wird.

5.4.4 Drehmoment und Kraftstoffverbrauch des Verbrennungsmotors

Das vom Antrieb aufzubringende Gesamtmoment ergibt sich aus der Summe

$$M_{\rm Mot}(a, v, \gamma, g, M_{\rm B}, M_{\rm NA}) = M_{\rm EM} + M_{\rm VM}$$
 (5.45)

der beiden Einzelmomente des Elektro- und des Verbrennungsmotors. Dieses Gesamtmoment hängt vom Fahrprofil, dem eingelegten Gang, dem Bremsmoment und dem Lastmoment der Nebenaggregate ab. Bei gegebenem Fahrprofil und bei einer festen Wahl der Steuergrößen liefert Gleichung (5.45) somit das geforderte Drehmoment des Verbrennungsmotors. Da die Motordrehzahl bei festgelegter Getriebeübersetzung durch Gleichung (5.20) festgelegt ist, ist hiermit der stationäre Lastpunkt ($M_{\rm VM}, \omega_{\rm Mot}$) des Verbrennungsmotors bekannt. Anhand des Verbrauchskennfelds $f_{\rm VM}$ ($M_{\rm VM}, n_{\rm VM}$) kann daraus der momentane Kraftstofffluss und durch zeitliche Integration über diesen Fluss der Gesamtverbrauch

$$\Upsilon = \int_{t_0}^t f_{\rm VM} \left(M_{\rm VM}, \omega_{\rm VM} \right) d\tau \tag{5.46}$$

berechnet werden.

Ebenso wie der Elektromotor unterliegt auch der Verbrennungsmotor drehzahlabhängigen Beschränkungen

$$M_{\rm VM,\,min}(\omega_{\rm Mot}) \le M_{\rm VM} \le M_{\rm VM,\,max}(\omega_{\rm Mot})$$

$$(5.47)$$

seines minimalen und maximalen Drehmoments. Diese Beschränkungen der beiden Antriebsaggregate führen zu einer Beschränkung der Gesamtantriebsleistung. Die Wahl des Fahrprofils, welches das Gesamtantriebsmoment M_{Mot} festlegt, unterliegt daher gewissen Grenzen, worauf im nächsten Unterabschnitt eingegangen wird.

5.4.5 Begrenzungen der Antriebsleistung

Wie bereits erwähnt ist das gefahrene Fahrprofil so zu wählen, dass weder die Beschränkungen des Elektro- noch die Beschränkungen des Verbrennungsmotors verletzt werden. Insbesondere bei positiven geforderten Beschleunigungen ist zu berücksichtigen, dass das Gesamtmoment der beiden Maschinen durch den Maximalwert

$$M_{\text{Mot, max}}(\omega_{\text{Mot}}, x) = M_{\text{VM, max}}(\omega_{\text{Mot}}) + M_{\text{EM, max}}(\omega_{\text{Mot}}, x)$$
(5.48)

beschränkt wird. Durch den Antriebsstrang bis ans Rad propagiert ergibt sich entsprechend Gleichung (5.40) der Wert

$$M_{\rm ATS,\,max} = M_{\rm Mot,\,max} \cdot i_{\rm G} \,\eta_{\rm G} \cdot i_{\rm DG} \,\eta_{\rm DG} \tag{5.49}$$

als maximales Vortriebsmoment, welches die Antriebsaggregate an die Räder zu bringen vermögen. Die Hinzunahme des zu überwindenden Fahrwiderstands führt insgesamt auf

$$M_{\rm A,max} = M_{\rm ATS,max} + M_{\rm W}(v,\gamma) \tag{5.50}$$

als Obergrenze für das Beschleunigungsmoment. Daraus ergibt sich die vom aktuellen Gang, der aktuellen Geschwindigkeit und der Steigung abhängige maximale positive Beschleunigung

$$a_{\max}(v, g, \gamma) = \frac{1}{\Theta_{\text{total}}} \cdot M_{\text{A, max}}, \qquad (5.51)$$

welche im simulierten Fahrzyklus bzw. im prädizierten Fahrabschnitt nicht überschritten werden darf.

Die minimale Beschleunigung bzw. die maximale Verzögerung des Fahrzeugs, welche die Antriebsaggregate aufzubringen vermögen, wird in gleicher Weise durch Gleichung

$$M_{A,\min} = \beta \cdot M_{ATS,\min} + M_W(v,\gamma)$$

= $\beta \cdot (M_{VM,\min} + M_{EM,\min}) \cdot i_G \eta_G \cdot i_{DG} \eta_{DG} + M_W(v,\gamma)$ (5.52)

bestimmt. Der Faktor β berücksichtigt die Verteilung der Achslast beim Abbremsen und liegt bei heckgetriebenen Fahrzeugen wie zuvor erwähnt in der Größenordnung $\beta = 0, 35$. Betragsmäßig größere Verzögerungsmomente $M_{\rm A} < M_{\rm A, min}$ müssen mit Hilfe der Fahrzeugbremse aufgebracht werden. Diese dritte Steuergröße ist bei vorgegebenem Fahrtverlauf nicht frei wählbar und bedarf daher wie nachfolgend beschrieben keiner Berücksichtigung als Steuerung.

5.4.6 Elimination der Bremse als Steuergröße

Bei Betrachtung der für einen Einsatz der Bremse geeigneten Betriebszustände ist eine Verringerung der Anzahl der Steuergrößen möglich. Die Benutzung der Bremse ergibt nämlich grundsätzlich nur dann Sinn, wenn für das geforderte Antriebsmoment

$$M_{\rm ATS} < 0 \tag{5.53}$$

gilt. Geringere Bremsmomente können bei einem Fahrzeug ohne zweite Kupplung zwischen Verbrennungs- und Elektromotor zunächst vom Reibmoment des Verbrennungsmotors aufgebracht werden. Erst wenn das geforderte Verzögerungsmoment M_{Mot} das maximale Schleppmoment $M_{\text{VM, min}}$ des Verbrennungsmotors betragsmäßig überschreitet, muss entweder die elektrische Maschine oder die Bremse ein weiteres negatives Moment zur Verfügung stellen. In diesem Fall ist es auf jeden Fall energetisch günstiger, die überschüssige kinetische Energie mit dem Elektromotor zu rekuperieren, anstatt sie in der Bremse in Verlustwärme umzusetzen. Daraus ergibt sich

$$M_{\rm B} = \begin{cases} 0 & \text{für } M_{\rm ATS} \ge 0\\ 0 & \text{für } M_{\rm ATS,\min} < M_{\rm ATS} < 0\\ M_{\rm A} - M_{\rm ATS,\min} - M_{\rm W} & \text{für } M_{\rm ATS} < M_{\rm ATS,\min} \end{cases}$$
(5.54)

als Ansteuerungsfunktion für die Bremse. Diese Funktion setzt voraus, dass die E-Maschine stets so angesteuert wird, dass sie im Verzögerungsfall möglichst viel Bremsenergie rekuperiert. In der Optimierung lässt sich dies dadurch erreichen, dass die Beschränkung des E-Maschinenmoments um die Bedingung

$$M_{\text{Mot, min}} < M_{\text{Mot, soll}} \le M_{\text{VM, min}} \Rightarrow M_{\text{EM, max}} = M_{\text{EM, min}} = M_{\text{Mot, soll}} - M_{\text{VM, min}} \qquad (5.55)$$

erweitert wird. Hierbei ist noch zu berücksichtigen, dass im Falle einer bereits vollen Batterie keine weitere Bremsenergie rekuperiert werden kann. Dies wird durch die zusätzliche Bedingung

$$x = x_{\max} \Rightarrow M_{\text{EM, min}} = 0 \tag{5.56}$$

berücksichtigt. Sie bewirkt, dass der Elektromotor bei voller Batterie lediglich positive Momente zu liefern vermag.

Die hier angestellten Überlegungen führen auf eine Beschreibung des Bremsmoments, welche ohne explizite Berücksichtigung der Bremse als Steuergröße auskommt, was zu einer Verringerung des Rechenaufwands der Optimierung beiträgt.

5.4.7 Darstellung als Zustandsraummodell und Zeitdiskretisierung

Dieser Unterabschnitt beinhaltet die Zusammenfassung und die Zeitdiskretisierung des in den bisherigen Abschnitten hergeleiteten kontinuierlichen Zustandsraummodells. Ausgangspunkt ist die Beschreibung der Änderung des Batterieladezustands in Gleichung (5.25). Diese Differentialgleichung hängt wegen der Gleichungen (5.20) und (5.38) von zwei Steuergrößen, dem Solldrehmoment der E-Maschine und dem Zielgang, ab. Zusammengefasst ergeben diese den Steuervektor

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} M_{\rm EM} \\ g \end{bmatrix}. \tag{5.57}$$

Neben der Abhängigkeit von den Steuergrößen ist zur quasistatische Beschreibung des mechanischen Teilsystems die Einbeziehung des prädizierten Fahrprofils notwendig. Dieses wird durch den Verlauf der Geschwindigkeit, der Beschleunigung und der Steigung beschrieben und soll als Störgrößenvektor

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} v \\ a \\ \gamma \end{bmatrix}$$
(5.58)

aufgefasst werden. Insgesamt ergibt sich somit ein Zustandsraummodell der Form

$$\dot{x} = f(x, \underline{u}, \underline{z}, t), \qquad (5.59)$$

welches den Voraussetzungen in Kapitel 3 gerecht wird. Der Kraftstoffverbrauch des Verbrennungsmotors ergibt sich entsprechend Gleichung (5.46) aus dem Integral über den Kraftstofffluss. Da eine Minimierung des Kraftstoffverbrauchs Ziel der Optimierung ist, wird diese Modellierung des Verbrauchs in das Gütemaß der prädiktiven Antriebsregelung eingehen.

Zusammengefasst besitzt das System also eine Zustandsgröße, zwei Steuergrößen und drei Störgrößen. Der Verlauf dieser Störgrößen wird unter Verwendung eines Störgrößenmodells prädiziert, was Inhalt von Kapitel 6 ist.

Für die Anwendung dieses teilweise quasistatischen und teilweise dynamischen Modells innerhalb des Optimierungsalgorithmus muss die Zustandsdifferentialgleichung (5.59) und das den Kraftstoffverbrauch beschreibende Integral in Gleichung (5.46) zeitdiskretisiert werden. Aufgrund der quasistatischen Beschreibung des mechanischen Teilsystems hängt die Fahrzeugdynamik lediglich von der Batterie ab. Da es sich hierbei um ein System mit einer eher langsamen Dynamik handelt, ist eine Diskretisierung nach EULER völlig ausreichend. Dementsprechend wird bei Verwendung einer Abtastzeit T aus der Zustandsdifferentialgleichung (5.59) die zeitdiskrete Systemdynamik

$$x_{n+1} = \phi_n(x_n, \underline{u}_n, \underline{z}_n, T)$$

= $x_n + T \cdot f(x_n, \underline{u}_n, \underline{z}_n, nT)$ (5.60)

bzw.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{T}{Q} \cdot \left[\frac{U_0(x_n) - \sqrt{U_0(x_n)^2 - 4\left[P_{\text{EM}}(\underline{u}_n, \underline{z}_n) + P_{\text{BN}}\right]R(x_n)}}{2R(x_n)} \right]$$
(5.61)

erhalten. Da die Diskretisierung nach EULER auf die Approximation des Integrals durch Summation der unteren Treppenfunktion zurückzuführen ist, wird dementsprechend auch das Integral über den Kraftstofffluss durch die Summation der unteren Treppe

$$\Upsilon_n = T \cdot \sum_{\nu=0}^{p} f_{\text{VM}}\left(M_{\text{VM}n}, \omega_{\text{Mot}n}\right)$$
(5.62)

dargestellt. Ferner unterliegt das System einigen Ungleichungsbeschränkungen, die von der Zeitdiskretisierung nicht berührt werden. Zusammengefasst handelt es sich hierbei um die folgenden, in den letzten Unterabschnitten hergeleiteten Beschränkungen des Zustands und der Stellgrößen:

$$\begin{array}{rclrcrcrcr}
x_{\min} &\leq & x &\leq & 100 \,\% \\
M_{\rm EM, \min}(\omega_{\rm Mot}, x) &\leq & M_{\rm EM} &\leq & M_{\rm EM, \max}(\omega_{\rm Mot}, x) \\
M_{\rm VM, \min}(\omega_{\rm Mot}) &\leq & M_{\rm VM} &\leq & M_{\rm VM, \max}(\omega_{\rm Mot}) \\
\omega_{\rm Mot, \min} &\leq & \omega_{\rm Mot} &\leq & \omega_{\rm Mot, \max} \\
0 &\leq & g &\leq & g_{\max} \,.
\end{array}$$
(5.63)

Der Gang g = 0 repräsentiert den Leerlauf, bei g_{max} handelt es sich um den höchsten Gang des Fahrzeugs. Die untere Grenze der Zustandsgröße x_{\min} ist der tiefste Ladezustand, der ohne Beschädigung der Batterie zulässig ist [Kri04].

Eine Validierung mit Messdaten zeigt im nächsten Abschnitt die Güte des hier beschriebenen Modells des Versuchsträgers auf.

5.5 Validierung des Modells

Bei der Validierung des Modells ist die Güte sowohl des thermisch-mechanischen als auch des elektrischen Teilsystems zu untersuchen. Beim elektrischen Teilsystem, bestehend aus Startergenerator, Bordnetz und Batterie, handelt es sich genau genommen um elektromechanische Komponenten und um ein elektrochemisches System. Da alle diese Systeme den elektrischen Strom als Energieträger gemeinsam haben, sei insgesamt vom elektrischen Teilsystem gesprochen. Da es sich dabei um neue Komponenten handelt, ist eine sorgfältige Überprüfung der Modellgüte erforderlich. Im Gegensatz dazu kann beim thermisch-mechanischen Teilsystem, welches den Verbrennungsmotor und den Antriebsstrang umfasst, auf einen reichhaltigen Erfahrungsschatz zurückgegriffen werden, der im Folgenden zur Anwendung kommt.

5.5.1 Das thermisch-mechanische Teilsystem

Der thermisch-mechanische Antriebsstrang des Versuchsträgers wird im reduzierten Modell als quasistatisches Teilsystem dargestellt. Um diesen Teil des Modells zu validieren wären Geschwindigkeit, Beschleunigung und Steigung als Modelleingänge sowie Drehmoment und Drehzahl des Verbrennungsmotors bei einer Messfahrt aufzuzeichnen. Da das Drehmoment des Verbrennungsmotors im Versuchsträger nicht messbar ist, scheidet eine umfassende Validierung des mechanischen Teilsystems aus. Die einzige messbare Vergleichsgröße ist der Kraftstoffverbrauch des Fahrzeugs. Der Versuchsträger verfügt allerdings über keine Messeinheit zur Bestimmung des Kraftstoffflusses, weshalb auch hier keine aussagekräftige Validierung möglich ist. Allerdings kann der Vergleich des kumulierten Gesamtverbrauchs mit der Menge an nachgefülltem Kraftstoff zumindest dazu dienen, grobe Abweichungen zwischen Modell und Wirklichkeit aufzudecken. Wie in Kapitel 9 anhand der Beschreibung der Versuchsfahrten aufgezeigt wird, lässt sich dabei keine wesentliche Abweichung zwischen Modell und Wirklichkeit feststellen.

Da für konventionelle Antriebsstränge eine Vielzahl von parametrierten Modellen existiert, kann bei der Bedatung des thermisch-mechanischen Teilsystems auf einen breiten Erfahrungsschatz zurückgegriffen werden, so dass das entsprechende Modell insgesamt als vertrauenswürdig anzusehen ist [GS05], [KN00].

5.5.2 Das elektrische Teilsystem

Zur Parametrierung des elektrischen Teilsystems sind zunächst die elektrische Maschine, die Batterie und das Bordnetz messtechnisch zu überprüfen. Während die Kennfelder der elektrischen Maschine vom Hersteller erhältlich sind, bedarf es einer Vermessung des Blei-Säure-Akkumulators sowie des Bordnetzes [Kri04].

Zur Validierung des daraus resultierenden Modells ist die Aufzeichnung von Messgrößen der Eingangs- und Ausgangsgrößen des elektrischen Teilsystems erforderlich. Die Eingänge sind die in **Bild 5.9** gezeigten Größen Elektromotordrehzahl und -moment sowie die vom Bordnetz aufgenommene Leistung. Der Drehzahlverlauf im oberen Schaubild entspricht einer typischen Fahrt mit inner- und außerörtlichen Abschnitten. Anhand des Elektromotormoments im mittleren Schaubild ist zu erkennen, dass die elektrische Maschine während dieser Fahrt sowohl im motorischen als auch im generatorischen Betrieb arbeitet. Im unteren Teil des Bildes ist die vom Bordnetz aufgenommene elektrische Leistung dargestellt, welche gemeinsam mit der ISG-Leistung die Lade- bzw. Entladeleistung der Batterie zu berechnen erlaubt.

Die Ausgangsgrößen des elektrischen Teilsystems sind die Batteriespannung und der Batteriestrom sowie der vom Batteriesteuergrät ausgegebene Ladezustand der 36 V-Batterie. Die aufgezeichneten Verläufe dieser Ausgänge sind in **Bild 5.10** als durchgezogene Linien dargestellt. Mit diesen Daten ist eine Validierung des Wirkungsgradmodells des Startergenerators, des Bordnetzmodells sowie des Batteriemodells möglich. Die Simulation der entsprechenden Modelle ergibt die in **Bild 5.10** als gestrichelte Linien eingezeichneten Verläufe. Anhand des in **Bild 5.11** gezeigten absoluten Fehlers

$$\Delta x = x^{\text{Mess}} - x^{\text{Model}} \tag{5.64}$$

bzw. des relativen Fehlers

$$\delta x = \frac{x^{\text{Mess}} - x^{\text{Model}}}{x^{\text{Mess}}} \cdot 100\%$$
(5.65)

wird ersichtlich, dass Modell und Realität gut übereinstimmen. Wird das Modell lediglich für Prädiktionshorizonte kleiner einer Minute eingesetzt, so fallen die aufsummierten Fehler dabei noch kleiner aus, da der Ladezustand zu Beginn einer jeden neuen Prädiktion mit einem Messwert korrigiert wird. Zwar können mit dem hier angesetzten Bordnetzmodell keine so detaillierten Verläufe wie in **Bild 5.9** prädiziert werden, wird jedoch anstelle des Verlaufs der Bordnetzleistung $P_{\rm BN}(t)$ der Mittelwert $\overline{P_{\rm BN}}$ angesetzt, so ergeben sich keine nennenswert größeren Abweichungen.



Bild 5.9: Eingangsgrößen zur Modellvalidierung. Von oben: Motordrehzahl, Elektromotormoment und Bordnetzleistung.

5.6 Zusammenfassung

Das vorliegende Kapitel dient der Beschreibung der Modellierung des Versuchsfahrzeugs für die prototypische Darstellung der PAR. In Abschnitt 5.1 wurde dabei zunächst auf das Versuchsfahrzeug und seinen hybridisierten Antriebsstrang eingegangen. Anschließend gewährte Abschnitt 5.2 einen Überblick über die dynamische Modellbildung von parallelen Hybrid-fahrzeugen. Zwar stand hier die konkrete Modellbildung des Versuchsfahrzeugs im Fokus, die Ausführungen sind jedoch bewusst so allgemein gehalten, dass sie auf beliebige andere hybride Antriebsstränge erweitert werden können.

Da das dynamische Modell für eine Anwendung der Dynamischen Programmierung in Echtzeit über zu viele Zustandsgrößen verfügt, ist eine Reduktion der Modellordnung erforderlich. Zu diesem Zweck wurde in Abschnitt 5.3 zunächst die Methode der quasistatischen Modellierung vorgestellt und der dynamischen Modellbildung gegenübergestellt. Durch eine Kombination aus quasistatischem und dynamischem Modellbildungsansatz gelang die in Abschnitt 5.4 beschriebene Erstellung eines nichtlinearen Modells mit nur einer Zustandsgröße. Wie in Abschnitt 5.5 anhand des Vergleichs zwischen gemessenen und simulierten Daten gezeigt, erlaubt dieses Modell erster Ordnung eine hinreichend gute Beschreibung des Antriebsstrang- und des Batterieverhaltens.

Die quasistatische Beschreibung des Antriebsstrangs erfordert allerdings eine Prädiktion des Einflusses der Strecke und des Fahrprofils auf das Fahrzeug. Diese Prädiktion basiert auf einem Störgrößenmodell, welches aus einem Umwelt- und einem Fahrermodell besteht. Die Erstellung dieses Störgrößenmodells wird im nächsten Kapitel erläutert.



Bild 5.10: Vergleich von gemessenen und simulierten Ausgangsgrößen des elektrischen Teilsystems. Von oben: Strom, Spannung und Ladezustand der Batterie.



Bild 5.11: Abweichungen zwischen Simulation und Messung. Oben: Absolutfehler des Ladezustands, unten: relativer Fehler bezogen auf den Messwert.

Kapitel 6

Störgrößenmodell zur Beschreibung der Umgebungseinflüsse

Bei dem in Kapitel 5 entwickelten Modell zur Beschreibung des physikalischen Verhaltens des Fahrzeugs ist eine maßgebliche Einflussgröße, der Fahrer und seine Interaktion mit der Umwelt, ausgespart worden. Freilich ist es ausgeschlossen, das Fahrerverhalten exakt vorherzusehen, da dieses sehr stark von der physischen und psychischen Verfassung des Fahrers sowie vom auf gleiche Weise unbestimmten Verhalten anderer Verkehrsteilnehmer abhängt. Da es auf der anderen Seite jedoch klar definierte Verkehrsregeln sowie fahrerspezifische Reaktionen auf bestimmte Situationen gibt, kann bei hinreichender Verfügbarkeit von Informationen über die Umwelt eine Prädiktion entlang eines kleinen Horizonts gewagt werden. Das Verhalten des Fahrers hängt – außer von seiner eigenen Verfassung – im Wesentlichen sowohl von den Sichtverhältnissen und Kurvenradien auf den Straßen als auch von der Straßenverkehrsordnung ab. Da im Fahrzeugmodell nur die Aspekte der Längsdynamik nachgebildet sind, ist das hier verwendete Fahrermodell ebenfalls nur auf die Einhaltung gewisser Grenzen für die Querbeschleunigung durch Anpassung der Fahrgeschwindigkeit achtet. **Bild 6.1** verdeutlicht die Zusammenhänge zwischen Fahrer, Fahrzeug und Umwelt.

Die Aufgabe der Geschwindigkeitsprädiktion gliedert sich in zwei Teile: zum einen in die Simulation des Fahrerverhaltens bei freier Fahrt und zum anderen in die Beschreibung seiner Reaktion auf andere Verkehrsteilnehmer. Erstere Problemstellung kann als eine Reaktion auf ortsfeste, statische Umgebungsmerkmale interpretiert werden. Diese statischen Umgebungseigenschaften lassen sich aus den gespeicherten Daten der digitalen Karte eines Navigationssystems gewinnen. Die grundsätzliche Vorgehensweise zur Positionsbestimmung sowie der Extraktion aller für das Fahrzeug- und Fahrerverhalten relevanten Eigenschaften der Umgebung aus einer Navigationskarte wird in Abschnitt 6.1 beschrieben. Dabei findet auch die Integration von Höheninformationen in eine solche Karte Berücksichtigung.

Bei der Beschreibung des Fahrens im Verkehr spielen dynamische Umgebungseinflüsse eine wichtige Rolle. Deren Erfassung ist mittels Sensoren sowie einer mathematische Beschreibung der Interaktionen zwischen den Verkehrsteilnehmern möglich. Dieses Themenfeld wird in Abschnitt 6.2 kurz angerissen.

Im darauf folgenden Abschnitt 6.3 wird ein Fahrermodell entwickelt, welches auf Basis der erfassten statischen und dynamischen Umgebungseinflüsse eine Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsprädiktion vornimmt. In der abschließenden Zusammenfassung werden die Gleichungen des Fahrermodells und der Steigungsprädiktion zu einem zeitdiskreten Störgrößenmodell entsprechend Gleichung (3.4) zusammengefasst.



Bild 6.1: Zusammenhang zwischen Fahrer, Fahrzeug und Umwelt

6.1 Navigationssysteme

Waren Navigationssystem in der Vergangenheit noch ausschließlich den Fahrzeugen der Oberklasse vorbehalten, so sind sie heutzutage auch für nahezu jedes Mittelklassefahrzeuge verfügbar und erfreuen sich wachsender Beliebtheit. Die im nächsten Unterabschnitt erläuterte Positionsbestimmung bildet dabei den Kern dieser Navigationssysteme.

6.1.1 Satellitengestützte Positionsbestimmung mittels GPS

Das GPS¹ wurde Mitte der siebziger Jahre vom US-Verteidigungsministerium entwickelt und in den achtziger Jahren in Betrieb genommen. Es besteht aus insgesamt 24 Satelliten, welche die Erde in einer Höhe von ca. 20.000 km umkreisen [Czo00]. Die Umlaufbahnen sind so angeordnet, dass von jedem Punkt der Erde Funkkontakt zu mindestens vier Satelliten besteht. Diese Satelliten senden fortlaufend kodierte Signale aus, die von GPS-Empfängern zur Positionsbestimmung genutzt werden. Ursprünglich nur für militärische Zwecke gedacht, wurde das System 1993 auch für den kostenlosen zivilen Gebrauch freigegeben.

In der Vergangenheit wurde die Genauigkeit von GPS durch eine Veränderung des gesendeten Zeitsignals sowie mittels einer absichtlichen Verfälschung der Positionssignale der Satelliten künstlich verschlechtert. Diese sogenannte *Selective Availability*² (SA) wurde vom US-Verteidigungsministerium eingeführt, um die Genauigkeit der Positionsbestimmung bei ziviler Nutzung auf ca. 100 m zu beschränken, während militärische Empfänger durch Kenntnis der Störung deren Effekte eliminieren konnten. Am 01. Mai 2000 ist die SA jedoch dauerhaft deaktiviert worden. Seither ist eine Bestimmung der Position des Empfängers bis auf wenige Meter Abweichung realisierbar, insbesondere eine Bestimmung der Höhe mittels GPS ist erst seit der Deaktivierung der SA in ausreichender Genauigkeit möglich [Alk02].

Aufgrund von Orbit- und Bahnfehlern, Abweichungen der Satellitenuhren sowie der variierenden Anzahl der empfangen Satelliten können im praktischen Gebrauch nur Genauigkeiten um 20 Meter garantiert werden [Sch00]. Da im Straßenverkehr davon auszugehen ist, dass sich Fahrzeuge im Allgemeinen stets auf Straßen befinden, reicht diese Genauigkeit vollkommen aus, um die Position innerhalb des Straßennetzes hinreichend genau zu bestimmen, worauf im Folgenden kurz eingegangen wird.

 $^{^{1}}$ GPS = Global Positioning System

²zu dt. selektive Verfügbarkeit

6.1.2 Einpassung der Fahrzeugposition in digitale Straßenkarten

Die Einpassung der Fahrzeugposition in die Karte beruht auf einer Auswertung der Abstände zu den sichtbaren Satelliten, mit denen ein Funkkontakt möglich ist. Hierfür wird ein geometrisches Modell des Erdballs benötigt. Wegen der unterschiedlichen Massendichte der Erde ist der Erdkörper keine regelmäßige mathematische Figur, sondern stellt vielmehr einen Körper mit unregelmäßiger Oberfläche, ein sogenanntes *Geoid*, dar. Da sich eine solche unregelmäßige Körperoberfläche nur schwer mathematisch beschreiben lässt, wird im Allgemeinen auf angenäherte geometrische Referenzflächen zurückgegriffen. Die rotations- und gravitationsbedingte Abplattung der Erde an den Polen wird durch ein Ellipsoid sehr gut abgebildet, weshalb bei GPS ein solches als Bezugskörper gewählt wird. Als weltweit gültiges Bezugsellipsoid zur Darstellung der Erde hat sich das WGS84³ durchgesetzt. Die Abweichungen zwischen diesem Ellipsoid und dem Geoid betragen weniger als 100m [Czo00].

Aufgrund der Beschränkung des Wegs eines Automobils auf die Routen des Straßennetzes lassen sich die von der GPS-Ortung gelieferten Informationen über den Fahrtverlauf zu den Daten der Straßenkarte in Bezug setzen. Dabei wird der vom Fahrzeug zurückgelegte Weg einem in der digitalen Karte gespeicherten Wegstück zugeordnet, weshalb diese Vorgehensweise als *Map Matching* bezeichnet wird. Map Matching-Algorithmen bestimmen die nächstgelegenen Wegabschnitte und nutzen Informationen über die Fahrtrichtung und den zurückgelegten Weg zur Bestimmung des wahrscheinlichsten Aufenthaltsorts [Czo00]. Die Daten über die Bewegung des Fahrzeugs kommen dabei vom GPS-Empfänger sowie von fahrzeugeigenen Geschwindigkeits- und Gierratensensoren. Alle diese Informationen werden in der sogenannten *Koppelortung* genutzt, um die Bestimmung der Fahrzeugbewegung auch zwischen den Zeitpunkten der GPS-Ortung bzw. bei temporärem Verlust des Kontakts zu mindestens vier Satelliten sicherzustellen. Da die Positionssignale des GPS-Empfängers lediglich in Intervallen von einer Sekunde eingehen, ist diese Koppelortung insbesondere bei höheren Fahrzeuggeschwindigkeiten unbedingt notwendig.

6.1.3 Integration von Höheninformationen

Um die für die PAR benötigten Steigungsinformationen aus den Navigationskarten zu entnehmen, ist eine Erweiterung der bisherigen zweidimensionalen Straßenkarten notwendig. Navigationskarten werden als Vektorkarten abgelegt, welche im Gegensatz zu Karten auf Basis eines Rasterbilds logische Beziehungen zwischen den einzelnen Elementen der Karte beinhalten. Bei einer Vektorkarte handelt es sich streng genommen um eine Datenbank, welche das Straßennetz durch Knoten und Kanten beschreibt [Czo00]. Somit ist es möglich, eine Wegsuche durchzuführen und die Eigenschaften der ermittelten Strecke aus der Karte zu entnehmen.

Für die Anwendungen im Automobilbereich hat sich das *Geographic Data File* (GDF) als Standardformat für digitale Straßenkarten durchgesetzt. Der Digitalisierungsalgorithmus des GDF wurde so ausgelegt, dass die geometrischen Straßendaten mit einer Genauigkeit von drei Metern in der Karte abgebildet werden.

Um die Höheninformationen in das GDF-Format einzubinden, wird eine Schnittstelle zum Kartensystem benötigt. Die beiden führenden Kartenhersteller *Navtech* sowie *Teleatlas* bieten für Entwicklungs- und Forschungsarbeiten Softwarebibliotheken für den Zugriff auf die

 $^{^{3}}$ World Geodetic System 1984

Kartendaten an [Sch00]. Im Rahmen dieser Arbeit reichte es allerdings aus, für ausgewählte Teststrecken eine vereinfachte Karte auf einem Applikationsrechner abzulegen.

Die Höheninformationen sollen genaus
o wie beispielsweise die Kurvenkrümmung oder die zulässige Höchstgeschwindigkeit in den Knotenpunkten und Kanten der Karte abgelegt werden. Dazu erhält jedes Element der Karte den Steigungswinkel der Fahrbahn γ b
zw. die Fahrbahnsteigung tan γ als zusätzlichen Geometrie
parameter. Der Höhenunterschied Δh zwischen zwei Punkten wird durch

$$\Delta h = \Delta s \cdot \tan \gamma \tag{6.1}$$

berechnet, wobei Δs der bereits in der Karte abgelegte Abstand zwischen den beiden Knotenpunkten ist. Ausgehend von der Höhe h_0 am Anfangspunkt approximiert ein Polygonzug aus Geradenabschnitten zwischen den Knoten das Höhenprofil eines Segments. Bei Überschreiten eines maximalen Höhenfehlers werden zusätzliche Datenbankelemente eingefügt, womit im Prinzip jede gewünschte Genauigkeit für die Höhe oder dementsprechend auch für die Steigung erzielbar ist.

6.1.4 Relevante Streckenattribute der erweiterten Karte

Um auf Basis ortsfester, statischer Informationen eine Prädiktion der vorausliegenden Steigung sowie des Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsverlaufs vorzunehmen, wird eine Navigationskarte mit folgenden Streckenattributen benötigt:

- Fahrbahnsteigung
- Geschwindigkeitsbeschränkungen
- Kurvenkrümmung
- Straßentyp
- Anzahl der Fahrspuren
- Überholverbot

Die ersten drei dieser Eigenschaften sind für den Funktionsnachweis der prädiktiven Antriebsregelung völlig ausreichend. Da der Schwerpunkt dieser Arbeit nicht auf der Erstellung aufwändiger Navigationskarten liegt, wird daher auf die weitere Behandlung der kursiv gedruckten Attribute dieser Liste verzichtet. Aus dem selben Grund ist keine Vergabe von Punktattribute für Kreuzungen oder ähnliche Punkte erfolgt. Bei einer Weiterentwicklung des Prädiktors sollten den jeweiligen Knotenpunkten jedoch folgenden Informationen zugeordnet werden:

- Stoppschilder
- Ampeln
- Bahnübergänge
- Fußgängerüberwege
- Rechts-vor-links-Kreuzungen
- Kreuzungen an denen Vorfahrt gewähren gilt

6.2 Dynamische Umgebungseinflüsse

Die reine Beschränkung auf die digitale Karte als Informationsquelle hat den Nachteil, dass Veränderungen der Verkehrsinfrastruktur durch Baumaßnahmen oder durch eine Veränderung der Beschilderung immer nur dann Berücksichtigung finden, wenn eine neue CD oder DVD mit einer aktuelleren Karte beschafft wird. Des weiteren bieten statische Karten keine Möglichkeiten, die aktuelle Verkehrslast zu berücksichtigen. Lösungsansätze für diese durch das dynamische Umfeld hervorgerufenen Probleme werden im Folgenden vorgestellt.

6.2.1 Externe Informationsquellen

Den langsamsten dynamischen Einflussfaktor auf die Umgebung des Fahrzeugs stellen Veränderungen des Straßennetzes oder der Verkehrsbeschilderung dar. Dennoch macht sich dieser Einfluss nach einigen Jahren sehr stark bemerkbar, wenn die Navigationskarte nicht regelmäßig aktualisiert wird. Bisher ist dies lediglich durch die kostspielige Anschaffung einer neuen Karten-CD möglich; es gibt jedoch Untersuchungen der Kartenhersteller, solche Aktualisierungen entweder während Werkstattaufenthalten bedingt durch die Serviceintervalle oder noch schneller durch regelmäßige Aktualisierungen via Internet durchzuführen [Lan04].

Eine entsprechende Infrastruktur vorausgesetzt, können moderne Kommunikationsmedien aber auch zu einer Erfassung der vorausliegenden dynamischen Fahrsituationen beitragen. Bereits heute bieten einige Rundfunkanstalten kostenlos Verkehrsdaten an. Dazu bedienen sie sich des digitalen Verkehrsfunks RDS-TMC⁴, der im nicht hörbaren Bereich kodierte Staumeldungen auf die Radiowellen aufmoduliert. Navigationssysteme mit TMC können somit die Kenntnis von Staus in die Routenberechung einfließen lassen.

Die Stauinformationen werden durch eine Erfassung des Verkehrsflusses mittels Kameras oder Induktionsschleifen ermittelt [McC04]. Aufgrund fehlender Nutzung weiterer Informationen meldet dieses System bisher lediglich Staus weiter, jedoch könnte ein Verkehrsmodell aus der Kenntnis der Verkehrsdichte eine mittlere Höchstgeschwindigkeit auf den entsprechenden Streckenabschnitten ableiten, worauf sich eine Beschreibung des Verkehrsflusses stützen ließe [Arb02], [Hel97], [GHR61], [Wie74].

6.2.2 Bordeigene Sensorsysteme

Moderne Fahrzeuge werden in zunehmendem Maße mit Sensoren zur Erfassung der Umgebung ausgestattet. Damit ergibt sich die Möglichkeit, die Fahrzeugumgebung zu beobachten und dynamische Einflüsse der Umwelt zu erfassen. Die folgenden drei Sensorsysteme sind nach heutigem Stand der Technik entweder verfügbar oder zumindest in absehbarer Zeit zu erwarten.

 $^{^4 \}rm Radio$ Data System - Traffic Message Channel

Abstandssensoren

Dynamische Umfelddaten können bereits heute vom Radarsystem des Abstandsregeltempomaten⁵ erfasst werden. Dieses bestimmt Abstand und Relativgeschwindigkeit zum vorausfahrenden Fahrzeug und liefert damit zunächst die Information, ob der Fahrer des eigenen Fahrzeugs freie Fahrt hat, oder ob er im Falle eines Überholverbots die Geschwindigkeit des vorausfahrenden Fahrzeugs als Maximalgeschwindigkeit akzeptieren muss. Darüber hinaus ist es denkbar, die durch Beobachtung des Vorausfahrenden gewonnenen Informationen zur Adaption eines Fahrermodells zu nutzen [Bac97]. Schließlich kann die zeitliche Änderung der Relativgeschwindigkeit für eine Kurzzeitprädiktion dienlich sein, da eine Verringerung der Relativgeschwindigkeit zwangsläufig auch zu einem baldigen Verzögerungsvorgang des eigenen Fahrzeugs führt.

Neben dem Radar des Abstandsregeltempomaten, der nur für Geschwindigkeiten $v \ge 30$ km/h operieren kann, gibt es auch eine Entwicklungstendenz hin zu Sensoren für Kurzstreckenanwendungen, die auch im niedrigen Geschwindigkeitsbereich eine Beobachtung des Verkehrs ermöglichen. Dabei handelt es sich um Infrarot-, Ultraschall- oder andere Sensoren wie zum Beispiel den im Rahmen des vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) geförderten Projekts 3D-SIAM⁶ entwickelten PMD-Sensor⁷ [JJ04]. Sie sind zur Anwendung im Rahmen eines Stauassistenten oder zur Pre-Crash-Detektion, bei der das Fahrzeug nach Erkennen eines bevorstehenden Unfalls bereits vor dem Aufprall Schutzmaßnahmen einleitet, vorgesehen [Mei04]. Alle genannten Sensoren ermöglichen eine Erfassung des vorausfahrenden Fahrzeugs, was eine Vorhersage der Fahrerreaktion erlaubt.

Kamerasysteme

Als weitere Informationsquellen sind neben abstandsmessenden Sensoren auch bildgebende Kamerasysteme denkbar. Diese können in Kombination mit einem Bilderkennungsystem Baustellen oder eine Veränderung der Beschilderung erkennen, die in der Navigationskarte noch nicht aktualisiert sind [Dic98]. Hauptantriebskraft für eine mögliche Ausstattung von Kraftfahrzeugen mit insbesondere dreidimensionale Bilder liefernden Kameras sind Sicherheitssysteme zur Einhaltung der Fahrspur [Web04]. Neben der Erkennung dieser doch sehr langsam veränderlichen Umgebungseinflüsse ist eine Kamera natürlich auch in der Lage, den Verkehr zu beobachten und weitere Informationen für eine Verkehrsprädiktion zu liefern, insbesondere die Beobachtung der Überholspur oder des Gegenverkehrs rückt damit in den Bereich des Möglichen.

Wetterbestimmung

Eine weitere dynamische Einflussgröße auf das Fahrerverhalten stellt das Wetter dar. Bei nassen Straßenverhältnissen, insbesondere in Kombination mit Temperaturen um den Gefrierpunkt, wird der Fahrer mehr Vorsicht walten lassen. Auch Dunkelheit oder Nebel führen im Allgemeinen zu einer weniger dynamischen und vorsichtigeren Fahrweise. Moderne Fahrzeuge

 $^{^5\}mathrm{Bei}$ Mercedes-Benz unter dem Produktnamen Distronic erhältlich

⁶3D-Sensorik für vorausschauende Sicherheitssysteme im Automobil

⁷Photonic Mixer Device (engl.) = Photomischdetektor

sind bereits heute mit Regensensoren zur selbständigen Ansteuerung der Scheibenwischer ausgestattet, deren Verwendung beispielsweise für das Kurvenwarnsystem IPC⁸ vorgesehen ist. Darüber hinaus bieten das Thermometer der Temperaturanzeige, der Lichtsensor des automatischen Abblendlichts und der Sonnensensor der Klimaanlage Möglichkeiten zur Messung von Temperatur und Helligkeit und damit zur Bestimmung einiger wetterrelevanter Umgebungsparameter.

Der folgende Abschnitt beschreibt ein Fahrermodell, welches anhand der bisher vorgestellten statischen und dynamischen Umfeldinformationen eine Prädiktion des Fahrerverhaltens durchführt.

6.3 Fahrermodell zur Prädiktion der Beschleunigung und der Geschwindigkeit

Der Fahrer eines Kraftfahrzeugs ist – technisch gesehen – ein Geschwindigkeitsregler, der als Reaktion auf die Umwelt eine Führungsgröße für die Geschwindigkeit generiert und durch betätigen von Gas- und Bremspedal die Fahrzeuggeschwindigkeit auf diese Führungsgröße einregelt [Bac97]. Die vom Fahrer gewählte Zielgeschwindigkeit wird häufig als *Grenzgeschwindigkeit* bezeichnet, deren Bestimmung Inhalt des folgenden Unterabschnitts ist.

6.3.1 Bestimmung der Grenzgeschwindigkeit

Die Grenzgeschwindigkeit hängt von verschiedenen Faktoren ab und stellt das Minimum der folgenden Geschwindigkeitsrestriktionen dar:

• Gesetzlich vorgeschriebene Geschwindigkeitsbegrenzung v_{\S}

Sie kann aus den in der Navigationskarte abgespeicherten Tempolimits bestimmt werden. Falls das Fahrzeug darüber hinaus mit einem Kamerasystem ausgestattet ist, kann dieses durch Bildauswertung der Verkehrsschilder zusätzliche Information über temporäre Geschwindigkeitsbegrenzungen an Baustellen oder über neue, auf den Karten noch nicht vermerkten Begrenzungen beisteuern.

• Maximale Geschwindigkeit in Kurven v_k

Bei der Durchfahrt von Kurven treten Querbeschleunigungen auf, die von der Kurvenkrümmung und von der Fahrzeuggeschwindigkeit abhängen. Da der Fahrer aus Gründen des Fahrkomforts und seiner eigenen Sicherheit wegen bestimmte Obergrenzen einzuhalten hat, wird die Kurvengeschwindigkeit auf den maximalen Wert

$$v_{\rm k} = \sqrt{\frac{a_{\rm quer}}{\kappa}} \tag{6.2}$$

mit

$v_{\rm k}$	maximale Geschwindigkeit in der Kurve $\left[\frac{m}{s}\right]$
κ	Kurvenkrümmung $\left[\frac{1}{m}\right]$
$a_{\rm quer}$	vom Fahrer akzeptierte Querbeschleunigung $[\frac{m}{s^2}]$

 $^{^{8}}$ Intelligent Predictive System (engl.) = Intelligentes Frühwarnsystem

beschränkt. Die akzeptierte Querbeschleunigung soll der Einfachheit halber als konstant angenommen werden. Eine realistischere Beschreibung verlangt eine Abhängigkeit von der Geschwindigkeit und der Kurvenkrümmung [Arb02], die auf der in Kapitel 9 beschriebenen Teststrecke allerdings keine signifikanten Auswirkungen zeigt.

• Umgebungsbedingte Maximalgeschwindigkeit $v_{\rm u}$

Grundsätzlich hängt die vom Fahrer gewünschte Geschwindigkeit von den Umgebungsbedingungen ab. Zunächst lässt sich der Fahrer bei der Wahl seiner Zielgeschwindigkeit von der Sichtweite beeinflussen. Hält sich der Fahrer an die Vorschriften, so wird er seine Höchstgeschwindigkeit so wählen, dass er bei einer Vollbremsung innerhalb der Sichtweite zum Stehen kommt. Der Anhalteweg ergibt sich dementsprechend aus Gleichung

$$s_{\rm a} = v_{\rm a} \cdot t_{\rm reakt} + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{\rm a}^2}{a_{\rm min}} \tag{6.3}$$

mit

s_{a}	Anhalteweg bzw. Sichtweite [m]
$v_{\rm a}$	maximale Geschwindigkeit, die ein Anhalten ermöglicht $\left[\frac{m}{s}\right]$
$t_{\rm reakt}$	Reaktionszeit des Fahrers [s]
a_{\min}	minimale Beschleunigung bzw. maximale Verzögerung $\left[\frac{m}{s^2}\right]$

Die Sichtweite wird unter Verwendung der Straßenkarte als Weg bis zum nächsten eingetragenen Sichthindernis bestimmt. Sichthindernissen können Kurven in Ortschaften und Wäldern oder Bergkuppen sein. Die physikalisch sinnvolle Lösung der quadratischen Gleichung (6.3) ergibt somit

$$v_{\rm a} = -a_{\rm min} \cdot t_{\rm reakt} + \sqrt{a_{\rm min}^2 \cdot t_{\rm reakt}^2 + 2 \cdot a_{\rm min} \cdot s_{\rm a}} \tag{6.4}$$

als Gleichung für die sichtweitenbedingte Höchstgeschwindigkeit. Da sich nicht jeder Fahrer an das Gebot des Fahrens auf Sicht hält und insbesondere die Einschätzung der maximalen Verzögerung a_{\min} subjektiv ist, wird die Geschwindigkeit v_a mit einem fahrerabhängigen Faktor $c_1 \in]0$; ∞ [multipliziert.

Als zweite umgebungsabhängige Einflussgröße wirken das Wetter und die Lichtverhältnisse auf die Geschwindigkeitswahl des Fahrers ein. Anhand der in Abschnitt 6.2.1 vorgestellten Regen- und Sonnensensoren lässt sich ein Rückschluss auf die Witterungsund Lichtverhältnisse ziehen. Die Sensorsignale y_{Regen} und y_{Sonne} können genutzt werden, um aus einem fahrertypischen Kennfeld $c_2(y_{\text{Regen}}, y_{\text{Sonne}}) \in]0; 1]$ einen Vorfaktor zur Verringerung der Maximalgeschwindigkeit bei schlechten Umgebungsverhältnissen zu ermitteln.

Insgesamt ergibt sich

$$v_{\mathbf{u}} = c_1 \cdot c_2 \cdot v_{\mathbf{a}} \tag{6.5}$$

für die umgebungsbedingte Maximalgeschwindigkeit.

• Verkehrsbedingte Höchstgeschwindigkeit v_v

Auf einer Straße ohne Überholmöglichkeit wird die verkehrsbedingte Höchstgeschwindigkeit vom vorausfahrenden Fahrzeug festgelegt. Aufgrund der vom Abstandsregeltempomaten gelieferten Radarsignale kann die Geschwindigkeit dieses Fahrzeugs als bekannt vorausgesetzt werden. Sie wird je nach gemessener Relativbeschleunigung zum vorausfahrenden Fahrzeug als konstant, als sinkend oder als wachsend angenommen und dementsprechend prädiziert. Sollten in Zukunft darüber hinaus auch Informationen über die Verkehrsdichte verfügbar sein, so ist daraus die Ableitung einer mittleren Geschwindigkeit denkbar, welche in die Beschreibung der verkehrsbedingten Höchstgeschwindigkeit einfließen würde [Arb02], [Hel97].

Berechnung der Grenzgeschwindigkeit

Die Grenzgeschwindigkeit ergibt sich aus

$$v_{\text{grenz}} = \min\{v_{\S}, v_{k}, v_{u}, v_{v}\}$$

$$(6.6)$$

als das Minimum der genannten Höchstgeschwindigkeiten. Aufgrund der fehlenden Sensorund Telematikinformationen ist im Versuchsfahrzeug allerdings lediglich die Berücksichtigung der statischen Informationen der gesetzlichen Höchstgeschwindigkeit und der maximalen Kurvengeschwindigkeit möglich.

Da sich v_{\S} sprunghaft ändert, nimmt v_{grenz} in der Regel eine treppenförmige Gestalt an. Das reale Fahrzeug kann einem solchen Verlauf nicht folgen, weshalb eine Modellierung der Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge erforderlich ist. Da diese dynamischen Geschwindigkeitsänderungen sehr stark vom Fahrertyp abhängen, wird im Folgenden die grundsätzliche Vorgehensweise bei der Fahrertypermittlung kurz angerissen.

6.3.2 Fahrertypklassifizierung und Beschreibung des Fahrzeugverhaltens

Aufbauend auf der soeben beschriebenen Grenzgeschwindigkeit als Wunschgeschwindigkeit des Fahrers kann eine Prädiktion der tatsächlich gefahrenen Geschwindigkeit erfolgen. Diese hängt hauptsächlich davon ab, wie der Fahrer auf Abweichungen zwischen Soll- und Istgeschwindigkeit reagiert. In **Bild 6.2** ist als Beispiel ein Sprung der Grenzgeschwindigkeit auf einen höheren Wert zu erkennen. Die tatsächliche Geschwindigkeit ergibt sich als dynamischer Übergang, der im Wesentlichen davon abhängt, wie stark der Fahrer Gas- und Bremspedal betätigt und wie groß die dadurch bereitgestellte Antriebsleistung ist. Außerdem muss berücksichtigt werden, dass zwischen der zulässigen Höchstgeschwindigkeit und der vom Fahrer gewünschten Geschwindigkeit Abweichungen bestehen können, welche durch den Verstärkungsfaktor k charakterisiert sind. Des weiteren kann es vorkommen, dass die Fahrerreaktion auf Änderungen der Grenzgeschwindigkeit mit einen Zeitverzug $\tau_{\rm d}$ erfolgt. Dieser Zeitverzug ist vom Fahrertyp abhängig und kann sowohl positiv als auch negativ sein.

Ein reales Fahrzeug verhält sich somit in erster Näherung wie ein Verzögerungsglied erster Ordnung und kann durch eine Differentialgleichung der Form

$$\dot{v} = \frac{1}{\tau_{\rm Fzg}} [-v + v_{\rm grenz}] \tag{6.7}$$

dargestellt werden. Die Zeitkonstante τ_{Fzg} beschreibt die linearisierte Dynamik des Fahrzeuges, welche alle relevanten Fahrzeugparameter wie Masse, Luft- und Rollwiderstand enthält. Eine Geschwindigkeits- und Beschleunigungsprädiktion mit vergleichbarem Verhalten muss wegen



Bild 6.2: Grundsätzliche Vorgehensweise bei der Geschwindigkeitsprädiktion im Falle einer sprungförmig verlaufenden Grenzgeschwindigkeit [Ter02]. Es wurde eine negative Verzögerungszeit τ_d angenommen, d.h. der Fahrer beschleunigt das Fahrzeug bereits vor dem Sprung der Grenzgeschwindigkeit.

der Geschwindigkeitsabhängigkeit der rechten Seite von Gleichung (6.7) von einer ebenfalls geschwindigkeitsabhängigen Beschleunigung ausgehen, welche mit wachsendem v kleiner wird.

Bei der Wahl der einzelnen Parameter des Fahrermodells ist zu berücksichtigen, dass jeder Fahrer anders auf unterschiedliche Verkehrssituationen reagiert. Auch wenn eine realitätsgetreue Abbildung des Fahrerverhaltens unmöglich ist, kann durch eine Anpassung der Modellparameter an den Fahrertyp das prinzipielle Verhalten eines Fahrers beschrieben werden. Eine Identifizierung des Fahrertyps kann durch Auswertung von Stelleingriffen wie der Fahrpedalstellung oder des Lenkradwinkels in bestimmten Verkehrssituationen erfolgen [Kuh93]. Dies erlaubt die Abschätzung von zur Ermittlung der Grenzgeschwindigkeit benötigten Parametern wie a_{quer} und t_{reakt} sowie der vom Fahrer typischerweise gewünschten Longitudinalbeschleunigungen [Pau99].

Die Vorgehensweise für eine adaptive Anpassung der entsprechenden Parameter ist jedoch nicht Thema dieser Arbeit und wird daher nicht weiter behandelt. Da bei den in Kapitel 9 beschriebenen Versuchsfahrten stets ein eingewiesener Experte als Fahrer fungiert, reicht die in den nächsten Teilabschnitten beschriebene vereinfachte Geschwindigkeitsprädiktion aus.

6.3.3 Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgänge

Das Verhalten eines Fahrers beim Beschleunigen unterscheidet sich deutlich vom Verhalten beim Verzögern, weshalb zwischen diesen beiden Fällen unterschieden werden muss. Um ein Fahrzeugverhalten entsprechend der Ausführungen in Unterabschnitt 6.3.2 zu beschreiben, wird bei der Bestimmung der Sollbeschleunigung im Verzögerungsfall zunächst die sogenannte kritische Verzögerung

$$a_{\rm krit} = \frac{v_{\rm grenz}^2 - v^2}{2 \cdot s_{\rm a}} \tag{6.8}$$

ermittelt. Bei s_a handelt es sich entsprechend Gleichung (6.3) um den Abstand bis zu der Stelle, an der die Grenzgeschwindigkeit auf einen niedrigeren Wert springt. Ausgehend von

$$a_{\rm soll} = F_{\rm v}(s_{\rm a}, \Delta v) \cdot a_{\rm krit} \tag{6.9}$$

bestimmen, die durch den Verzögerungsvorfaktor $F_{\rm v}$ auf Werte zwischen 0 und $1, 2 \cdot a_{\rm krit}$ gebracht wird. Dieser Vorfaktor sorgt dafür, dass die Verzögerung ab einem bestimmten maximalen Abstand zum Vorausfahrenden Null wird, ansonsten aber mit kleiner werdendem Abstand $s_{\rm a}$ linear ansteigt. Die Abhängigkeit von der Geschwindigkeitsdifferenz $\Delta v = v - v_{\rm grenz}$ stellt sicher, dass mit steigender Geschwindigkeitsdifferenz stärker abgebremst wird [Arb02]. Entsprechend kann für den Beschleunigungsfall mit einem Beschleunigungsvorfaktor $F_{\rm b}(\Delta v) \leq F_{\rm v}(s_{\rm a}, \Delta v)$ die positive Sollbeschleunigung bei einer Vergrößerung der Grenzgeschwindigkeit berechnet werden. Der Faktor $F_{\rm b}(\cdot)$ trägt dem Umstand Rechnung, dass ein Fahrer bei langsamen Geschwindigkeiten typischerweise größere Beschleunigungen erwartet.

Die Wahl der beiden Vorfaktoren hängt stark vom Fahrertyp ab und zu ihrer Bestimmung sind eine Reihe von Messfahrten und Auswertungen erforderlich. Es zeigte sich, dass der Prädiktor hinreichend gute Ergebnisse zu liefern vermag, wenn die positive und die negative Beschleunigung als stückweise konstant angesetzt werden. Damit ergibt sich die folgende, vereinfachte Funktion zur Beschreibung der Beschleunigung

$$a(t) = \begin{cases} a_{\rm b} & \text{für } v(t) < v_{\text{grenz}}(t) - \varepsilon \\ 0 & \text{für } |v(t) - v_{\text{grenz}}(t)| \le \varepsilon \\ a_{\rm v} & \text{für } v(t) > v_{\text{grenz}}(t + \tau_{\rm v}) + \varepsilon \end{cases}$$
(6.10)

welche in Abhängigkeit eines durch die Schranke $\varepsilon \in \mathbb{R}$ definierten Bandes zwischen einer konstanten Verzögerung a_v , dem Wert Null und einer konstanten Beschleunigung a_b umschaltet. Bei

$$\tau_{\rm v} = \frac{v_{\rm grenz}^1 - v_{\rm grenz}^0}{a_{\rm v}} \tag{6.11}$$

handelt es sich um die Zeitspanne, nach der mit einer Verzögerung von a_v eine Reduzierung der Fahrzeuggeschwindigkeit von v_{grenz}^0 auf v_{grenz}^1 erfolgt ist. Bei der Berechnung der Fahrzeugbeschleunigung a(t) muss daher das vorausliegende Streckenprofil stets nach dem nächsten negativen Sprung der Grenzgeschwindigkeit abgesucht und dann die Verzögerungszeit τ_v berechnet werden. Damit lässt sich anhand des dritten Astes von Gleichung (6.10) der Zeitpunkt ermitteln, ab dem zum Einhalten der Grenzgeschwindigkeit eine negative Beschleunigung benötigt wird.

6.3.4 Prädiktion des Geschwindigkeitsverlaufs

Unter Verwendung der Beschleunigung aus Gleichung (6.10) wird ein Geschwindigkeitsprofil bestimmt, welches ausgehend von $v(t_{akt}) = v_{grenz}(t_{akt})$ unter Annahme rampenförmiger Übergänge zwischen unterschiedlichen Werten der Grenzgeschwindigkeit verläuft. Bild 6.3 verdeutlicht, dass mit $a_{quer} = 4 \text{ m/s}^2$, $a_b = 3 \text{ m/s}^2$ sowie mit $a_v = -4 \text{ m/s}^2$ eine hinreichend gute Übereinstimmung zwischen dem Verlauf der prädizierten und der gefahrenen Geschwindigkeit erzielt wird⁹. Der obere Teil des Bildes zeigt, wie sich das prädizierte Geschwindigkeitsprofil rampenförmig an den sprungförmigen Verlauf der Grenzgeschwindigkeit annähert. Der untere

 $^{^{9}}$ Dabei ist zu beachten, dass die durch Gleichung (5.51) gegebene maximale Beschleunigung nicht überschritten werden kann.



Bild 6.3: Prädiktion der Geschwindigkeit. Oben: gesetzliche Höchstgeschwindigkeit und Grenzgeschwindigkeit. Unten: gefahrene Geschwindigkeit und prädizierte Geschwindigkeit.

Teil zeigt, dass damit in den meisten Fällen eine hervorragende Prädiktion des während eines Fahrversuchs tatsächlich gefahrenen Geschwindigkeitsprofils erzielt wird.

Bei dieser Vorgehensweise wird allerdings stets vorausgesetzt, dass sich das Fahrzeug zu Beginn der Prädiktion mit der Grenzgeschwindigkeit fortbewegt. Im Straßenverkehr treten jedoch häufig Fälle auf, in denen $v(t_{akt}) \neq v_{grenz}(t_{akt})$ gilt. Dies liegt entweder daran, dass der Fahrer sich nicht genau an die prädizierte Grenzgeschwindigkeit hält oder aber dass das gefahrene Geschwindigkeitsprofil aufgrund von Verkehrsstörungen abweicht. In beiden Fällen ist eine Korrektur der prädizierten Geschwindigkeit notwendig, da andernfalls zu große Abweichungen zwischen Prädiktion und gefahrener Geschwindigkeit auftreten, was im unteren Teil von **Bild 6.3** im Bereich $s \approx 10$ km zu erkennen ist. Die Korrektur wird dadurch erreicht, dass für $|v(t_{akt}) - v_{grenz}(t_{akt})| > \delta_v$ mit einem einstellbaren Toleranzparameter $\delta_v \in \mathbb{R}^+$ von der soeben beschriebenen Strategie abgewichen wird. Es sind drei Fälle zu unterscheiden:

1. $v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}}) = v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}} + T)$:

Die einen Abtastschritt T voraus liegende Grenzgeschwindigkeit ändert sich nicht, es wird eine konstante Abweichung des Fahrerwunsches von der Grenzgeschwindigkeit angenommen, die Beschleunigung wird auf a = 0 gesetzt.

2. $v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}}) < v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}} + T)$:

Die Grenzgeschwindigkeit wird größer, es ist also mit einem Beschleunigungsmanöver zu rechnen. Als positive Beschleunigung wird $k_{\rm b} \cdot a_{\rm krit}$, die mit einer konstanten $k_{\rm b} \in \mathbb{R}^+$ multiplizierte kritischen Beschleunigung aus Gleichung (6.8), angesetzt.

3. $v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}}) > v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}} + T)$:

Aufgrund einer sinkenden Grenzgeschwindigkeit wird ein Verzögerungsmanöver mit der Beschleunigung $k_{v} \cdot a_{krit}$ prädiziert, wobei hier entsprechend eine andere Konstante $k_{v} \in \mathbb{R}^{+}$ herangezogen wird.

Bild 6.4 zeigt die prädizierten Geschwindigkeitsverläufe anhand zweier Ausschnittsvergrößerungen. Für das Toleranzband wurde $\delta_{\rm v} = 3$ km/h, für den Faktor $k_{\rm b} = 0,05$ und für den Faktor $k_{\rm v} = 0,1$ gewählt. Die obere Bildhälfte zeigt die zuvor angesprochene Situation im Bereich um $s \approx 10$ km, in welchem die Grenzgeschwindigkeit von der tatsächliche gefahrenen Geschwindigkeit signifikant abweicht. Da der Verlauf von $v_{\rm grenz}$ konstant ist, liegt der erste Fall vor und es wird ausgehend von $v(t_{\rm akt})$ eine Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit prädiziert, was beginnend mit einem Dreieck als durchgezogene Linie eingezeichnet ist. Sobald sich die Grenzgeschwindigkeit ändert, wird wieder auf die gepunktet aufgetragene Geschwindigkeit als Vorhersage zurückgegriffen. Die zweite Zeile in **Bild 6.4** zeigt den zweiten Fall, in dem ausgehend von einer Abweichung zwischen Fahrzeug- und Grenzgeschwindigkeit eine Beschleunigung prädiziert wird. Bei $s \approx 8$ km wäre aufgrund des Werts von $v_{\rm grenz}$ lediglich eine Verringerung der Geschwindigkeit zu erwarten gewesen, stattdessen hat der Fahrer jedoch bis zum Stillstand abgebremst. Der Prädiktor geht dementsprechend solange von einer Beschleunigung $a = k_{\rm b} \cdot a_{\rm krit}$ aus, bis $v(t_{\rm akt}) = v_{\rm grenz}(t_{\rm akt})$ gilt. Danach wird wieder eine Fahrt mit $v(t) = v_{\rm grenz}$ prädiziert.

6.4 Zusammenfassung

Die Fahrzeuglängsdynamik wird von den fahrer- bzw. umgebungsabhängigen Störgrößen Fahrbahnsteigung γ , Beschleunigung *a* sowie Geschwindigkeit *v* des Fahrzeugs beeinflusst. Unter Verwendung der statisch bzw. dynamisch erfassten Umgebungsinformationen kann ein Zustandsraummodell zur Prädiktion dieser Störgrößen aufgestellt werden. Dieses Störgrößenmodell erhält vom Navigationssystem, der Fahrzeugsensorik und von externen Informationsquellen einen Parametervektor $\underline{\theta} \in \mathbb{R}^3$ als Eingang, welcher aus folgenden Komponenten besteht:

θ_1	Geschwindigkeitsbeschränkung v_{\S}
θ_2	Kurvenkrümmung κ
θ_3	Fahrbahnsteigung γ

Alle genannten Größen dieses Parametervektors hängen von der aktuellen Position s ab, d.h. $\underline{\theta}(s)$ ist eine Parameterdarstellung des vorausliegenden Streckenverlaufs. Eine Erweiterung dieses Parametervektor um die in diesem Kapitel beschriebenen Einflussgrößen Sichtweite, Verkehrsdichte, vorausfahrendes Fahrzeug oder Wetter ist prinzipiell ebenfalls denkbar, soll aber hier nicht weiter verfolgt werden.

Unter Verwendung der Parameter θ_1 , θ_2 und θ_3 erfolgt eine Bestimmung der Grenzgeschwindigkeit $v_{\text{grenz}}(t)^{10}$. Ausgehend von der aktuellen Fahrzeuggeschwindigkeit v^{akt} wird entsprechend der Ausführungen in Unterabschnitt 6.3.3 das resultierende Geschwindigkeitsprofil sowie durch Integration über die Geschwindigkeit eine Prädiktion der Fahrzeugposition s erhalten. Diese wird benötigt, um zukünftige Werte des Parameter $\underline{\theta}(s)$ an den prädizierten Positionen zu bestimmen. Der zukünftige Wert des Parameters θ_3 ist dabei gleichbedeutend

¹⁰Wegen der Zeitspanne $\tau_{\rm v}$ bis zum Einsetzen der Verzögerung und weil der Zeitverzug $\tau_{\rm d}$ negativ sein kann, ist die Gleichung zur Bestimmung der Grenzgeschwindigkeit akausal. Da aber auch zukünftige Werte des Parametervektors aus der Karte entnommen werden können, lässt sich $v_{\rm grenz}(t)$ unter Hinzunahme dieser zukünftigen Werte dennoch bestimmen.



Bild 6.4: Korrektur der Abweichungen zwischen Grenzgeschwindigkeit und prädizierter Geschwindigkeit. Oben: Fall 1 mit $v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}}) = v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}} + T)$. Unten: Fall 2 mit $v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}}) < v_{\text{grenz}}(t_{\text{akt}} + T)$. Die Dreiecke kennzeichnen jeweils den Beginn einer Prädiktion.

mit der Steigungsprädiktion. Zusammengefasst ergibt sich unter Verwendung der hier völlig ausreichenden EULER-Integration

$$\begin{bmatrix} a_{k+1} \\ v_{k+1} \\ s_{k+1} \\ \gamma_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(v_k, \underline{\theta}(s_k)) \\ v_k + T \cdot a_k \\ s_k + T \cdot v_k \\ \theta_3(s_k) \end{bmatrix}$$
(6.12)

als zeitdiskretes Störgrößenmodell im Zustandsraum, wobei die PAR lediglich die Komponenten des Störgrößenvektors $\underline{z}_k = \begin{bmatrix} a_k & v_k & \gamma_k \end{bmatrix}^T$ benötigt.

Für eine Weiterentwicklung des hier beschriebenen Störgrößenmodells in Richtung eines alltagstauglichen Einsatzes ist eine Verbesserung der Prädiktion und insbesondere eine Fahrertypklassifizierung erforderlich. Des weiteren kann das Fahrermodell nicht nur an menschliche Fahrer, sondern deutlich einfacher auch an die Parameter des Abstandsregeltempomaten angepasst werden, worauf in [Pau99] eingegangen wird. Beides wird jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt.

Stattdessen wird jetzt basierend auf dem Fahrzeug- und auf dem Störgrößenmodell die im nächsten Kapitel beschriebenen Implementierung der PAR angegangen.

Kapitel 7

Prädiktive Antriebsregelung für ein paralleles Hybridfahrzeug

Im Folgenden kommt das in Kapitel 4 beschriebene Verfahren zur prädiktiven Regelung von nichtlinearen Systemen auf ein Hybridfahrzeug mit parallelem Antriebsstrang zur Anwendung. Das zu regelnde System sei gemäß der Ausführungen in Kapitel 5 durch die Zustandsgleichung

$$x_{n+1} = \phi(x_n, M_{\text{EM}n}, g_n, a_n, v_n, \gamma_n, T), \quad x_0 = x^{\text{A}}$$
(7.1)

für den Batterieladezustand beschrieben, welche von den Größen

n	Zeitindex [-]
T	Abtastzeit [s]
x	normierter Ladezustand [%]
x^{A}	normierter Anfangsladezustand [%]
$M_{\rm EM}$	Steuergröße Elektromotormoment [Nm]
g	Steuergröße Zielgang [-]
v	Fahrzeuggeschwindigkeit $\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$
a	Fahrzeugbeschleunigung $\left[\frac{m}{s^2}\right]$
γ	Fahrbahnsteigungswinkel [rad]

abhängt. Beim Ladezustand x handelt es sich um die einzige Zustandsgröße des Systems; die Steuergrößen Zielgang und Sollmoment des Elektromotors bilden den Steuervektor

$$\underline{u}_n = \begin{bmatrix} M_{\rm EMn} \\ g_n \end{bmatrix}. \tag{7.2}$$

Die Störgrößen Geschwindigkeit, Beschleunigung und Fahrbahnsteigung werden zum Störgrößenvektor

$$\underline{z}_n = \begin{bmatrix} a_n \\ v_n \\ \gamma_n \end{bmatrix}$$
(7.3)

zusammengefasst. Wie in Kapitel 6 beschrieben wird der Verlauf dieser Störgrößen entlang des Prädiktionshorizonts $k = n, n + 1, \ldots, n + p$ durch das Störgrößenmodell

$$\underline{z}_{k+1} = \underline{\psi}_k(\underline{z}_k, \underline{\theta}_k, T) \tag{7.4}$$

prädiziert. Der Anfangswert von Beschleunigung a_n^{akt} und Geschwindigkeit v_n^{akt} wird aus Messungen bzw. Schätzungen ermittelt, die aktuelle Steigung γ_n^{akt} sowie der Parametervektor $\underline{\theta}_k$

wird anhand der Informationen des Navigationssystems bestimmt.

Inhalt dieses Kapitels ist die Anwendung der in Kapitel 4 beschriebenen Prädiktiven Dynamischen Programmierung (PDP) zur rechenzeitreduzierten Bestimmung der optimalen Lösung des NMPR-Problems für das durch Gleichungen (7.1) und (7.4) gegebene System. Wie bereits in den Kapiteln 3 und 4 dargelegt, wird bei der Beschreibung des Optimierungsalgorithmus zur Vereinfachung der Darstellung n = 0 gesetzt, womit sich der Prädiktionshorizont über die Zeitschritte k = 0, 1, ..., p erstreckt.

In Abschnitt 7.1 erfolgt zunächst die Beschreibung des durch fortlaufende Optimierung zu minimierenden Gütemaßes, ehe in Abschnitt 7.2 die Ermittlung der zulässigen Steuergrößen und in Abschnitt 7.3 die Eingrenzung des Zustandsraums beschrieben wird. Abschnitt 7.4 behandelt die Diskretisierung von Zeit, Zustand und Steuergrößen. Dabei wird auch auf die Wahl der jeweiligen Diskretisierungsintervalle eingegangen. Nach der Festlegung des Prädiktionsund des Steuerhorizonts in Abschnitt 7.5 wird in Abschnitt 7.6 zum Abschluss dieses Kapitels die Umsetzung der PDP als ein echtzeitfähiges Rechenprogramm erläutert.

7.1 Wahl des Gütemaßes

Wie bereits in Kapitel 2 beschrieben liegt die Zielsetzung der PAR in der Reduktion des Kraftstoffverbrauchs. Gleichzeitig soll der Batterieladezustand in einem zulässigem Bereich gehalten werden. Um diese beiden Ziele zu erreichen, wird ein BOLZAsches Gütemaß

$$J = \zeta(x_p) + T \cdot \sum_{k=0}^{p-1} \xi(x_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k)$$
(7.5)

entsprechend Gleichung (3.6) bestehend aus einem LAGRANGE-Term zur Bewertung des Verlaufs der Zustandstrajektorie und aus einem MAYER-Term zur Bewertung des Endzustands gewählt. Als LAGRANGEsches Gütemaß wird die Summe

$$\xi(x_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k) = f_{\text{VM}}(\underline{u}_k, \underline{z}_k) + \beta(x_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k)$$
(7.6)

angesetzt, worin zur Minimierung des Verbrauchs entsprechend Gleichung (5.4) die Funktion $f_{\rm VM}(\cdot)$ zur Abbildung des Kraftstoffverbrauchs in das Gütemaß eingesetzt wird. Die Funktion $\beta(\cdot)$ dient der Berücksichtigung weiterer Randbedingungen wie beispielsweise der Bestrafung zu großer Emissionen, zu großer Lärmbelastung oder eines zu häufigen Einsatzes der Fahrzeugbremse.

Ohne die Wahl eines geeigneten MAYERschen Gütemaßes $\zeta(\cdot)$ führt dieses Kriterium nicht zu einer nachhaltigen Betriebsstrategie, da in diesem Fall die Batterie zugunsten einer Kraftstoffeinsparung stets entladen wird. Dies mag für die aktuelle Fahrt tatsächlich die beste Lösung darstellen, allerdings würde dementsprechend die nächste Fahrt mit einer leeren Batterie beginnen. Dies stellt keine objektive Betrachtung des Einsparpotenzials der PAR dar, auch in den Normzyklen zur Berechnung des Kraftstoffverbrauchs muss der Batterieladezustand am Ende einer Fahrt in etwa dem Anfangsladezustand entsprechen.

Bei einer Optimierung über eine komplette Fahrstrecke bis zum Endzeitpunkt $t_{\rm end}$ wird

dementsprechend für den Endladezustand

$$x(t_{\rm end}) = x^{\rm A} \tag{7.7}$$

gefordert. Dies lässt sich durch Wahl einer konvexen Funktion $\zeta(x(t_{end}), x^A)$ sicherstellen, welche ihr Minimum bei $x(t_{end}) = x^A$ annimmt und auf beiden Seiten dieses Minimums so rasch wächst, dass die Summe des LAGRANGEschen Gütemaßes stets übertroffen werden kann.

Auf der anderen Seite ist es bezüglich einer energieoptimalen Strategie zielführend, die freie Energie, welche durch Rekuperation der kinetischen Energie beim Abbremsen des Fahrzeugs gewonnen wird, grundsätzlich in der Batterie zu speichern [BGKC⁺02], [Sim01]. Daher wird anstelle (7.7) die Endbedingung

$$r(t_{\rm end}) \ge x^{\rm A} \tag{7.8}$$

gewählt, womit ein Verbleiben des Endladezustands zwischen dem Anfangswert und dem maximalen Ladezustand bei voller Batterie sichergestellt wird. Falls es kein nennenswertes Rekuperationspotenzial gibt, führt das MAYERsche Gütemaß (7.8) zu den selben Ergebnissen wie das Gütemaß (7.7). Das liegt daran, dass in diesem Fall das Erreichen eines Endladezustands $x(t_{end}) > x^{A}$ nur durch Einsatz des Verbrennungsmotors möglich wäre, was durch das LAGRANGEsche Gütemaß bestraft würde.

Für das vorliegende NMPR-Problem wird ganz allgemein die Forderung (7.8) für einen Sollladezustand x^{soll} gestellt, was durch die MAYER-Funktion

$$\zeta(x_p) = \begin{cases} 0 & \text{für } x_p \ge x^{\text{soll}} \\ \infty & \text{für } x_p < x^{\text{soll}} \end{cases}$$
(7.9)

zum Ausdruck kommt.

Für den Prädiktionshorizont gilt im Normalfall $pT \ll t_{end}$, d.h. es wird nicht die gesamte Fahrt vom Prädiktionshorizont abgedeckt. Dennoch ist das MAYERsche Gütemaß (7.9) brauchbar. Es stellt sicher, dass zumindest die Möglichkeit des Erreichens des Sollzustands x^{soll} innerhalb des Horizonts gegeben ist, was eine sinnvolle Forderung darstellt. Hinzu kommt, dass damit gemäß der Ausführungen in Unterabschnitt 3.3.2 eine Beschränkung des Endwerts auf eine Zielmannigfaltigkeit erfolgt, was bei einem hinreichend großen Prädiktionshorizont die Stabilität des geregelten Systems sicherstellt.

Insgesamt kommt aus genannten Gründen für das vorliegende NMPR-Problem das BOLZAsche Gütemaß (7.5) mit dem MAYERschen Gütemaß (7.9) zur Anwendung, wobei die Wahl der Straffunktion $\beta(\cdot)$ erst anhand der in Kapitel 9 geschilderten Erfahrungen mit den ersten Testfahrten erfolgt.

Basierend auf diesem Gütemaß kann die Optimierungsaufgabe des NMPR-Problems angegangen werden, wobei die nächsten Abschnitten die Anwendung der in Kapitel 4 beschriebenen Maßnahmen zur Reduzierung des Rechenaufwands erläutern.

7.2 Zulässige Steuergrößen

Das Verhalten des Hybridantriebsstrangs hängt von den beiden Steuergrößen Zielgang g und Elektromotormoment $M_{\rm EM}$ ab. Beide Steuergrößen sind durch technische Anschläge beschränkt und können darüber hinaus unter Berücksichtigung physikalischer Zusammenhänge

zwischen den Steuer-, Zustands- und Störgrößen weiter eingegrenzt werden, was im Folgenden zunächst anhand der Wahl des Zielgangs beschrieben wird.

7.2.1 Beschränkung der Gangvorgabe

Durch die technische Realisierung des Getriebes wird der Gang zunächst auf die diskrete Menge $\hat{\mathcal{U}}^g$ der einstellbaren Übersetzungsverhältnisse festgelegt. Darüber hinaus gibt es noch weitere Restriktionen, die bei der Entscheidung für einen einzulegenden Gang zu berücksichtigen sind. So wird bei einem herkömmlichen Schaltprogramm der Gang so festgelegt, dass sich die Drehzahl bzw. die Winkelgeschwindigkeit ω_{Mot} des Verbrennungsmotors stets in einem zulässigen Bereich befindet. Diese Anforderung begrenzt die zulässigen Gangstufen auf die Menge $\mathcal{U}_k^{g,\omega}$ derjenigen Gänge, für welche $\omega_{Mot, \min} \leq \omega_{Mot} \leq \omega_{Mot, \max}$ gilt.

Bei der Auslegung eines herkömmlichen Schaltprogramms wird außerdem die Forderung gestellt, dass der Motor stets über eine angemessene Momentenreserve

$$M_{\rm MR}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k) = M_{\rm VM, \max}(v_k, g_k) - M_{\rm Mot, \, soll}(v_k, a_k, g_k, \gamma)$$

$$(7.10)$$

verfügt. Die Momentenreserve ist die Differenz zwischen dem im derzeit eingelegten Gang maximal möglichen Verbrennungsmotormoment $M_{\rm VM,\,max}$ und dem aktuell tatsächlich benötigten Sollmoment $M_{\rm Mot,\,soll}$. Sie wird vorgehalten, um eine kurzfristige Drehmomentanforderung rasch befriedigen zu können. Der Gang wird also grundsätzlich so gewählt, dass $M_{\rm VM,\,max}(v_k, g_k)$ immer um eine gewünschte Momentenreserve $M_{\rm MR,\,soll}$ über $M_{\rm Mot,\,soll}$ liegt. Das Sollantriebsmoment hängt vom Fahrwiderstand und damit von der Fahrzeuggeschwindigkeit v_k , von der Steigung γ_k sowie von der Beschleunigung a_k ab. Die aufgrund der Momentenreserveanforderung zulässigen Gänge $\mathcal{U}_k^{g,\,\rm MR}$ in einer Zeitstufe k des Prädiktionshorizonts sind also genau diejenigen Gänge g_k , für welche

$$M_{\rm MR}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k) \ge M_{\rm MR, \, soll}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k) \tag{7.11}$$

gilt.

Insgesamt sind in jeder Zeitstufe k genau die Gänge g_k zulässig, welche der Schnittmenge

$$\mathcal{U}_{k}^{g,\operatorname{zul}} = \mathcal{U}_{k}^{g,\operatorname{MR}} \cap \mathcal{U}_{k}^{g,\omega} \cap \hat{\mathcal{U}}^{g}$$

$$(7.12)$$

angehören. Stark vereinfacht ausgedrückt basieren die Schaltprogramme heutiger Automatikantriebe darauf, dass stets der größtmögliche Gang $g_k^* = \max\{\mathcal{U}_k^{g,\operatorname{zul}}\}$ ausgewählt wird.

Bei einem parallelhybriden Antriebsstrang setzt sich das von den beiden Motoren zu liefernde Antriebsmoment $M_{\text{Mot, soll}}$ aus den beiden Einzelmomenten

$$M_{\rm Mot,\,soll} = M_{\rm VM} + M_{\rm EM} \tag{7.13}$$

zusammen. Das Vorhalten der Momentenreserve gemäß Gleichung (7.10) ist bei einem Hybridfahrzeug daher lediglich von geringer Bedeutung, da die E-Maschine wegen ihrer schnellen Dynamik sehr rasch auf plötzliche Drehmomentanforderungen reagieren kann. Aber selbst wenn die E-Maschine aufgrund einer für sie zu großen Momentanforderung nicht in der Lage ist, kurzfristige Lastsprünge abzufangen, so sind bei der PAR aufgrund der Prädiktion die Momentenanforderungen entlang der vorausliegenden Strecke bekannt, was das Einhalten einer Reserve idealerweise überflüssig macht. Falls ein Antriebsmoment prädiziert wird, welches im aktuellen Gang nicht aufgebracht werden kann, reagiert die PAR mit einer frühzeitigen Schaltung in einen niedrigeren Gang, in welchem das geforderte Moment verfügbar ist [Föl01].

Aus genannten Gründen wird auf die Einhaltung der Momentenreserve verzichtet, weshalb sich die erweiterte Menge der zulässigen Gänge aus

$$\mathcal{U}_k^g = \{g_k \,|\, \omega_{\mathrm{VM,\,min}} \le \omega_{\mathrm{Mot}}(v_k, g_k) \le \omega_{\mathrm{VM,\,max}}\}$$
(7.14)

ergibt und der Gang sich als eine Stellgrößenbeschränkung mit den geschwindigkeitsabhängigen Grenzen

$$g_{\min}(v_k) \le g_k \le g_{\max}(v_k) \tag{7.15}$$

darstellen lässt.

7.2.2 Beschränkung des Elektromotormoments

Das minimale bzw. das maximale Drehmoment des Elektromotors wird von drei Faktoren bestimmt:

- 1. Das Elektromotormoment ist abhängig von der Drehzahl bzw. der Winkelgeschwindigkeit des Motors $\omega_{\text{EM}k} = \omega_{\text{Mot}k}$ beschränkt. Diese Drehzahl hängt wiederum von der Fahrzeuggeschwindigkeit v_k und vom Zielgang g_k ab. Die dadurch begrenzte Menge zulässiger Steuerungen sei als $\mathcal{U}_k^{M_{\text{EM}},1}$ bezeichnet.
- 2. Abhängig vom Batterieladezustand x_k kann nur eine begrenzte elektrische Leistung aufgebracht bzw. aufgenommen werden, was dementsprechend die Maximalleistung des Elektromotors begrenzt. Die Leistung ist somit durch zustands- und drehzahlabhängige Grenzen auf die Menge $\mathcal{U}_k^{M_{\text{EM}},2}$ beschränkt.
- 3. Die Topologie erlaubt den Ausschluss derjenigen Werte des Elektromotormoments, welche zu unsinnigen Betriebszuständen wie Arbeiten gegen die Fahrzeugbremse oder Bremsen anstatt Rekuperieren führen. Die Erfüllung dieser Forderung grenzt eine zulässige Steuermenge $\mathcal{U}_{k}^{M_{\text{EM}},3}$ ein.

Insgesamt handelt es sich also um eine Beschränkung, welche sowohl vom Ladezustand, vom eingelegten Gang als auch von der Störung abhängt. Die zulässige Menge der Elektromotormomente $\mathcal{U}_k^{M_{\text{EM}}}$ ergibt sich aus der Schnittmenge

$$\mathcal{U}_{M_{\rm EM}}(k) = \mathcal{U}_k^{M_{\rm EM},1} \cap \mathcal{U}_k^{M_{\rm EM},2} \cap \mathcal{U}_k^{M_{\rm EM},3} \tag{7.16}$$

der durch die drei genannten Beschränkungen gegebenen Mengen.

Bestimmung der unmittelbar drehzahlabhängigen Menge $\mathcal{U}_k^{M_{\mathrm{EM}},1}$

Das minimale bzw. maximale Drehmoment des Elektromotors hängt unmittelbar von der Maschinenwinkelgeschwindigkeit ω_{Motk} ab. Diese wiederum lässt sich bei einer bestimmten Fahrzeuggeschwindigkeit v_k gemäß der Zusammenhänge in Gleichung (5.20) unmittelbar vom gewählten Gang g_k ableiten. Die Drehmomentgrenzen entsprechend Gleichung (5.63) sind in einem Kennfeld abgelegt, aus welchem mittels Interpolation an der aktuellen Drehzahl die Menge

$$\mathcal{U}_{k}^{M_{\mathrm{EM},1}} = \left\{ M_{\mathrm{EM},k} \middle| M_{\mathrm{EM},\min}(g_{k}, v_{k}) \le M_{\mathrm{EM},k} \le M_{\mathrm{EM},\max}(g_{k}, v_{k}) \right\}$$
(7.17)

ermittelt wird.

Bestimmung der ladezustandsabhängigen Menge $\mathcal{U}_k^{M_{\mathrm{EM}},2}$

Wie in den Gleichungen (5.34) und (5.35) gezeigt, unterliegt die maximale Leistungsaufnahme bzw. -abgabe der Batterie gewissen Grenzen, die aufgrund der ladezustandsabhängigen Größen Spannung und Innenwiderstand ebenfalls vom Ladezustand x_k abhängen. Da die Elektromotorleistung nach unten und nach oben durch die Batterieleistung beschränkt wird, ergibt sich daraus für die minimale und für die maximale Elektromotorleistung der Zusammenhang

$$P_{\text{EM,min}}(x_k) \le P_{\text{EM}k} \le P_{\text{EM,max}}(x_k).$$
(7.18)

Wie in Gleichung (5.36) beschrieben hängt das Elektromotormoment über den momentenabhängigen Wirkungsgrad mit der elektrischen Leistung $P_{\text{EM}k}$ zusammen. Daraus ergibt sich eine implizite Gleichung in der gesuchten Größe Drehmoment $M_{\text{EM}k}$. Diese ist entweder im Echtzeitbetrieb auf numerischem Wege zu lösen oder ihre vorab berechnete Lösung wird als ein Kennfeld

$$M_{\rm EMk} = f\left(\omega_{\rm Motk}, P_{\rm EMk}\right) \tag{7.19}$$

bereitgestellt. Durch Interpolation in der Motordrehzahl ω_{Motk} und der minimalen und maximalen elekrischen Leistung $P_{EM, \min}$ bzw. $P_{EM, \max}$ werden die zustands- und steuerungsabhängigen zeitvarianten Grenzen

$$M_{\rm EM,\,min/max}(x_k, g_k, v_k) = f\left(\omega_{\rm Mot}k, P_{\rm EM,\,min/max}k\right)$$
(7.20)

bestimmt, woraus die zulässige Menge

$$\mathcal{U}_{k}^{M_{\mathrm{EM}},2} = \left\{ M_{\mathrm{EM}k} \right|$$

$$M_{\mathrm{EM},\min}(x_{k}, g_{k}, v_{k}) \leq M_{\mathrm{EM}k} \leq M_{\mathrm{EM},\max}(x_{k}, g_{k}, v_{k}) \right\}$$

$$(7.21)$$

erhalten wird.

Bei der Auswertung der impliziten Gleichung (5.36) ist zu berücksichtigen, dass für $x_k = 0\%$, also eine entleerte Batterie, kein positives Elektromotormoment mehr lieferbar ist und das dementsprechend eine vollgeladene Batterie $x_k = 100\%$ keine negativen Momente mehr zulässt.

Ob letztendlich die Echtzeitlösung oder die Interpolation in einem abgelegten Kennfeld favorisiert wird hängt vom jeweiligen Rechenaufwand ab und ist von Fall zu Fall zu prüfen. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Fahrzeugmodellen erwies sich die Kennfeldauswertung als die günstigere Lösung mit dem geringerem Rechenaufwand.

Bestimmung der topologie
abhängigen Menge $\mathcal{U}_k^{M_{\mathrm{EM}},3}$

In Abhängigkeit vom Fahrwiderstand, von der aktuellen Fahrzeugbeschleunigung und vom eingelegten Gang ermöglicht Gleichung (5.40) die Bestimmung der Momentenforderung $M_{\text{Mot, soll}}$ an die beiden Drehmomenterzeuger. Ist das geforderte Moment positiv, so kann der Elektromotor prinzipiell bis zu seinem durch die Schnittmenge $\mathcal{U}_k^{M_{\text{EM}},1} \cap \mathcal{U}_k^{M_{\text{EM}},2}$ gegebenen Maximalmoment einen Beitrag zum Vortrieb des Fahrzeugs leisten. Dieser wird jedoch sinnvollerweise durch

$$M_{\rm EM,\,max}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k) = M_{\rm Mot,\,soll}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k) + M_{\rm S}(g_k, v_k)$$
(7.22)

nach oben begrenzt, da im Grenzfall des rein elektromotorischen Betriebs gerade die Summe aus dem benötigten Antriebsmoment $M_{\text{Mot, soll}}$ und dem drehzahlabhängigen Verbrennungsmotorschleppmoment $M_{\text{S}}(\cdot) > 0$ aufzubringen ist¹. Ein größeres Elektromotormoment wäre durch Einsatz der Fahrzeugbremse zu kompensieren, was als unsinnige Lösung von vorne herein ausgeschlossen werden kann.

Ist das geforderte Moment $M_{\text{Mot, soll}}(\cdot)$ negativ, so wird gefordert, dass zumindest die überschüssige Energie durch die E-Maschine rekuperiert wird. Da auf diese Weise ohne Verbrauch von Kraftstoff elektrische Energie erzeugt und gleichzeitig die Bremse entlastet wird, entspricht dies in jedem Fall der optimalen Lösung. Diese Forderung führt ebenfalls auf Gleichung (7.22) zur Bestimmung des Maximalmoments, wobei für ein negatives Antriebsmoment $M_{\text{Mot, soll}}(\cdot) < -M_{\text{S}}$ ein negatives Maximalmoment $M_{\text{EM, max}}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k)$ erhalten wird. Dieses ist nur zulässig, wenn $x_k < 100\%$ gilt, da eine volle Batterie nicht weiter geladen werden kann, was durch

$$M_{\rm EM,\,max}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k) = 0 \quad \text{für} \quad x_k = 100 \ \% \land M_{\rm Mot} < -M_{\rm S}$$
(7.23)

berücksichtigt wird.

Negative Sollmomente des Elektromotors zum Laden der Batterie werden sowohl für positive als auch für negative M_{Mot} bei Unterschreitung der Grenze $M_{\text{EM}} < M_{\text{Mot, soll}}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k) + M_{\text{S}}$ durch eine Anhebung des Verbrennungsmotormoments erzielt. Dementsprechend wird das Ladepotenzial aus Lastpunktverschiebung durch die Vollastlinie des Verbrennungsmotors begrenzt, so dass sich als untere Grenze für den Elektromotor

$$M_{\text{EM,min}}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k) = M_{\text{Mot,soll}}(g_k, a_k, v_k, \gamma_k) - M_{\text{VM,max}}(g_k, v_k)$$
(7.24)

ergibt. Bei $M_{\text{VM,max}}(g_k, v_k)$ handelt es sich um das Vollastmoment aus Gleichung (5.63), welches von der Motordrehzahl bzw. vom Gang und der Fahrzeuggeschwindigkeit abhängt.

Aus den Gleichungen (7.22) und (7.23) ergibt sich ein zustands, steuerungs- und streckenabhängiges Maximalmoment $M_{\text{EM, max}}(x_k, g_k, a_k, v_k, \gamma_k)$, das zusammen mit dem Minimalmoment (7.24) auf die Menge

$$\mathcal{U}_{k}^{M_{\rm EM},3} = \{ M_{\rm EM,k} | M_{\rm EM,\min}(g_{k}, a_{k}, v_{k}, \gamma_{k}) \le M_{\rm EM,k} \le M_{\rm EM,\max}(x_{k}, g_{k}, a_{k}, v_{k}, \gamma_{k}) \}$$
(7.25)

führt. Die Begrenzung des Elektromotormoments $M_{\text{EM}k}$ ergibt sich durch Einsetzen von (7.17), (7.21) und (7.25) in Gleichung (7.16) und führt auf die zustands-, steuerungs- und störungs- abhängige Grenzen

$$M_{\text{EM,min}}(x_k, g_k, \underline{z}_k) \le M_{\text{EM}k} \le M_{\text{EM,max}}(x_k, g_k, \underline{z}_k).$$

$$(7.26)$$

Neben der Einschränkung der Steuergrößen ist durch die in Abschnitt 4.2 beschriebenen Maß-

¹Falls eine zweite Kupplung zwischen Verbrennungs- und Elektromotor vorhanden ist, muss der Verbrennungsmotor nicht mitgeschleppt werden und es gilt dementsprechend $M_{\rm S} = 0$.

nahmen auch eine Verkleinerung des Suchraums möglich, was Inhalt des nächsten Abschnitts ist.

7.3 Bestimmung des reduzierten Zustandsraums

Die Ermittlung der Grenzen des reduzierten Zustandsraums erfordert zunächst die Bestimmung der extremierenden Ansteuerungen. Wie in Unterabschnitt 4.2.5 dargelegt sind diese bei Vorliegen von Monotonieeigenschaften bezüglich der Steuerung besonders einfach zu finden, weshalb zunächst eine Untersuchung der Systemfunktion (5.61) auf Monotonieeigenschaften erfolgt.

Die Ableitung der Systemfunktion nach $M_{\rm EM}$ ist gerade die Ableitung des negativen Batteriestroms nach dem Elektromotormoment. Der Strom einer E-Maschine hängt proportional von ihrem Drehmoment ab [Leo95], woraus Ungleichung

$$\frac{\partial I}{\partial M_{\rm EM}} > 0 \tag{7.27}$$

bzw.

$$\frac{\partial \phi(x_k, M_{\text{EM}k}, g_n, a_k, v_k, \gamma_k, T)}{\partial M_{\text{EM}}} < 0$$
(7.28)

folgt. Analog zu Gleichung (4.22) ist damit die Monotonie der Systemgleichung bezüglich des Elektromotormoments nachgewiesen.

Da ein monoton fallendes Verhalten vorliegt, gilt entsprechend Gleichung (4.31) das umgekehrte Verhältnis und es wird

$$M_{\text{EM}k}^{-} = M_{\text{EM},\max}(x_k, g_k, \underline{z}_k), \qquad (7.29)$$

für die minimierende Ansteuerung und

$$M_{\rm EMk}^+ = M_{\rm EM,\,min}(x_k, g_k, \underline{z}_k).$$
 (7.30)

für die maximierende Ansteuerung erhalten.

Für die Abhängigkeit von der zweiten Stellgröße, dem gewählten Gang g_k , lässt sich keine Monotonie nachweisen. Zwar steigt der Absolutbetrag der Elektromotorleistung prinzipiell mit steigender Drehzahl an, aber aufgrund des gleichzeitig sinkenden Minimalmoments $M_{\text{EM, min}}(x_k, g_k, \underline{z}_k)$ bzw. Maximalmoments $M_{\text{EM, max}}(x_k, g_k, \underline{z}_k)$ darf für diese Zusammenhänge keine Monotonie mehr angenommen werden. Dementsprechend sind die extremierenden Gänge g_k^- bzw. g_k^+ auf anderem Wege, z.B. durch Ausprobieren aller zulässigen Werte, zu bestimmen. Aufgrund einer nur kleinen Anzahl diskreter Werte für g_k ist dies mit einem vertretbaren Rechenaufwand verbunden.

Die hier ermittelten extremierenden Ansteuerungen liefern wie in Unterabschnitt 4.2.6 beschrieben die am schnellsten fallende Trajektorie x_k^- sowie die am schnellsten wachsende Trajektorie x_k^+ , welche ausgehend vom aktuellen Zustand x_0^{akt} die Bestimmung des erreichbaren Zustandsraums

$$\mathcal{X}^{E} = \left\{ x_{k} \mid \max\{x_{k}^{-}, x_{\min}\} \le x_{k} \le \min\{x_{k}^{+}, x_{\max}\}; \ k = 0, \dots, p \right\}$$
(7.31)
ermöglicht. Bei den festen Zustandsgrenzen x_{\min} und x_{\max} handelt es sich um den normierten minimalen und maximalen Batterieladezustand als physikalische Grenzen des beschränkten Zustandsraums.

Da der Zustand x_p am Ende des Prädiktionshorizonts aufgrund des MAYERschen Gütemaßes (7.8) in eine vorgegebene Zielmannigfaltigkeit überführt werden soll, ist eine Eingrenzung der zulässigen Zustände auf den zielführenden Zustandsraum \mathcal{X}^Z möglich. Weil eine Überschreitung des maximalen Ladezustands x_{\max} nicht zulässig ist und auf der anderen Seite für das Elektromotormomente stets $M_{\text{EM min}} \leq 0$ gelten muss, ist die Zielmannigfaltigkeit (7.8) von jedem Zustand $x_k \geq x^{\text{soll}}$ aus grundsätzlich erreichbar. Damit ist die obere Randtrajektorie entsprechend Gleichung (4.39) durch

$$\breve{x}_k^+ = x_{\max}, \quad k = 0, \dots, p$$
 (7.32)

gegeben.

Zur Lösung der aus Gleichung (4.36) folgenden impliziten Beziehung

$$\breve{x}_{k}^{-} = \phi(\breve{x}_{k-1}^{-}, M_{\text{EM, min}}(\breve{x}_{k-1}^{-}, g_{k-1}, \underline{z}_{k-1}), g_{k-1}, \underline{z}_{k-1}, T)$$
(7.33)

für den kleinstmöglichen Vorgängerzustand \breve{x}_{k-1}^- wird eine Fixpunktiteration angewendet. Gemäß der Ausführungen in Anhang A ergibt sich

$$\breve{x}_{k-1}^{0-} = 2\,\breve{x}_k^- - \phi(\breve{x}_k^-, M_{\text{EM, min}}, g_k, \underline{z}_k, T)$$
(7.34)

als Bestimmungsgleichung für den Startwert und die Vorschrift

$$\ddot{x}_{k-1}^{s+1-} = 2\,\breve{x}_{k-1}^{s-} + \breve{x}_{k}^{-} - \phi(\breve{x}_{k-1}^{s-}, M_{\text{EM, min}}^{-}, g_{k-1}^{-}, \underline{z}_{k-1}, T)$$
(7.35)

jeweils mit

$$s = 0, \dots, s_{\max} \tag{7.36}$$

zur iterativen Verbesserung der Lösung. Sobald die Abbruchbedingung

$$\|\phi(\breve{x}_{k-1}^{s-}, M_{\text{EM, min}}^{-}, g_{k-1}^{-}, \underline{z}_{k-1}, T) - \breve{x}_{k}^{-}\| \le \delta$$
(7.37)

mit einer festgelegten oberen Fehlerschranke $\delta > 0 \in \mathbb{R}$ erfüllt ist oder die maximale Anzahl von Iterationen $s_{\max} \in \mathbb{N}^+$ erreicht wurde, erfolgt ein Abbruch der Fixpunktiteration. Die entsprechenden Berechnungen sind für alle zulässigen Gänge durchzuführen, um den kleinstmöglichen Vorgängerzustand \check{x}_{k-1}^- zu ermitteln.

Der reduzierte Zustandsraum

$$\mathcal{X}^{R} = \mathcal{X}^{E} \cap \mathcal{X}^{Z}
= \{x_{k}, | \max\{x_{k}^{-}, \check{x}_{k}^{-}, x_{\min}\} \le x_{k} \le \min\{x_{k}^{+}, x_{\max}\}; k = 0, \dots, p\}$$
(7.38)

umfasst genau diejenigen Zustände, die sowohl erreichbar als auch zielführend sind.

Nachdem der relevante Suchraum bestimmt ist, muss eine Diskretisierung in der Zeit sowie in den Zustands- und Steuergrößen erfolgen. Das entsprechende Vorgehen wird im nächsten Abschnitt behandelt.

7.4 Diskretisierung der Systemgrößen

Dieser Abschnitt gibt die Vorgehensweise bei der Diskretisierung des in dieser Arbeit behandelten Optimierungsproblems wieder. Dabei ist sowohl eine Zeit- als auch eine Zustandsdiskretisierung vorzunehmen, wobei im nächsten Teilabschnitt die Wahl der Abtastzeit den Anfang macht.

7.4.1 Wahl der Abtastzeit

Eine geeignete Abtastzeit zeichnet sich dadurch aus, dass sie sowohl den Anforderungen aufgrund der Systemdynamik als auch den Anforderungen bezüglich des Optimierungsverfahrens genügt.

Bei der numerischen Auswertung der Dynamischen Programmierung wird die nicht analytisch berechenbare kontinuierliche Restkostenfunktion $R(\underline{x}, t)$ durch eine zeitdiskrete Funktion $R_k(\underline{x}_k)$ in den Abtastzeitpunkten $t = kT, k = 1, \ldots, q$ approximiert. Bei der Wahl der Abtastzeit T muss ein Kompromiss zwischen einem möglichst geringen Rechenaufwand, also einer maximalen Abtastzeit, und einer guten Abbildung der Güte des kontinuierlichen Optimierungsproblems auf die des zeitdiskreten Problems gefunden werden. Nur dann stellt $R_k(\underline{x}_k)$ eine gute Approximation von $R(\underline{x}, t)$ dar.

Beim vorliegenden Fall einer rechenzeitkritischen Echtzeitoptimierung ist es wichtig, die Abtastzeit unter den getroffenen Voraussetzungen so groß wie möglich zu wählen. In regelungstechnischen Anwendungen steht die Güte der Regelung im Vordergrund. Eine gängige Vorgehensweise zur Bestimmung einer geeigneten Abtastzeit besteht deshalb darin, die maximale Zeitperiode T zu wählen, die bestimmte systemdynamische Eigenschaften invariant lässt [Hoh03]. Für lineare Systeme gibt es eine Vielzahl von Faustformeln zur Bestimmung einer geeigneten Abtastzeit, die häufig das Verhältnis von T zu den Eigenwerten des Systems festlegt [Ack88]. Für nichtlineare Systeme sind keine derartigen Regeln bekannt, allerdings gibt es verschiedene näherungsweise Ansätze zur Bestimmung einer geeigneten Abtastzeiter Systeme wird entsprechend der Vorgehensweise bei linearen Systeme eine Systeme eine Systeme der Systeme der Systeme der Systeme eine Systeme eine Systeme sind kleinet der Stastzeiten wird letztendlich als Abtastrate des nichtlinearen Systems gewählt. Aufgrund des lokalen Charakters dieser Vorgehensweise ist jedoch nicht immer die Bestimmung einer günstigen Abtastrate zu erwarten.

In der numerischen Simulation gewöhnlicher Differentialgleichungen wird die Abtastzeit so gewählt, dass der Fehler zwischen der Lösung der kontinuierlichen Systemgleichung und der Trajektorie der zeitdiskreten Systembeschreibung unterhalb einer gewissen Schranke bleibt [Sto99]. Bei numerischen Lösungsverfahren für Anfangswertprobleme kommt dabei häufig eine variable Abtastzeit zur Anwendung, was als Schrittweitensteuerung bezeichnet wird. Da die Schrittweitensteuerung die Abtastzeit in Abhängigkeit der im aktuellen Zustand gerade gültigen Systemdynamik bestimmt, ist ein solches variables T im Zusammenhang mit der Dynamischen Programmierung nicht umsetzbar. Bei der Rückwärtsrechnung muss nämlich im gesamten Zustandsraum eine Lösung der BELLMANschen Rekursionsgleichung bestimmt werden, eine Anpassung der Abtastzeit an die lokale Systemdynamik ist daher nicht zielführend.

Die Fehlerabschätzungen der numerischen Mathematik lassen sich bei Optimalsteuerungsproblemen jedoch sehr wohl zur Wahl einer fixen Abtastzeit heranziehen. Ziel ist es dabei, den Fehler zwischen der diskreten Restkostenfunktion $R_k(\underline{x}_k)$ und der kontinuierlichen Originalfunktion $R(\underline{x}, t)$ unterhalb einer gewissen Schranke zu halten.

7.4.2 Zustandsdiskretisierung

Die Wahl der Abtastzeit bei Lösungsverfahren mit diskretisiertem Zustandsraum hängt eng mit der Wahl des Zustandsgitters zusammen. Daher soll im Folgenden zunächst die Wahl der Zustandsdiskretisierung beschrieben und anschließend der Zusammenhang mit der Abtastrate aufgezeigt werden.

Festlegung des Zustandsgitters

Entsprechend der in Unterabschnitt 7.3 dargelegten Ausführungen zum reduzierten Zustandsraum sind dessen Begrenzungen zeitveränderlich. Aus diesem Grund kann kein festes Zustandsgitter Γ für den gesamten Optimierungshorizont festgelegt werden, sondern es ist für jeden Zeitschritt die Definition eines separaten Gitters erforderlich. Um eine einfache, einheitliche Datenstruktur für den Zustand zu erhalten, wird eine äquidistante Diskretisierung angestrebt. Dadurch ist das Zustandsgitter in einem beliebigen Zeitschritt k durch die Grenzen $\hat{x}_{k,\min}$ und $\hat{x}_{k,\max}$ des reduzierten Zustandsraums sowie durch ein für die Auswertung der Optimierung günstiges Sollquantisierungsintervall Δx_{soll} eindeutig festgelegt, woraus sich

$$N_k^x = \left\lceil \frac{\hat{x}_{k,\max} - \hat{x}_{k,\min}}{\Delta x_{\text{soll}}} + 1 \right\rceil$$
(7.39)

als Anzahl der Diskretisierungsintervalle in einer beliebigen Zeitstufe k ergibt. Da auch Randpunkte des reduzierten Zustandsraums Teil einer optimalen Trajektorie sein können, ist sicherzustellen, dass

$$\hat{x}_{k,\min} + N_k^x \cdot \Delta x_k = \hat{x}_{k,\max} \tag{7.40}$$

gilt, dass die Grenzen des reduzierten Zustandsraums also exakt abgebildet werden. Die Erfüllung von Forderung (7.40) lässt sich durch eine Modifizierung der Quantisierungsstufe erreichen. Ausgehend von der vorgegebenen Wunschquantisierung Δx_{soll} wird die tatsächliche zeitvariante Quantisierung Δx_k durch

$$\Delta x_k = \frac{\hat{x}_{k,\max} - \hat{x}_{k,\min}}{N_k^x} \tag{7.41}$$

bestimmt, was die Erfüllung von Gleichung (7.40) sicherstellt und auf

$$\Gamma_k = \{\hat{x}_{k,\min}, \hat{x}_{k,\min} + \Delta x_k, \dots, \hat{x}_{k,\min} + (N_k^x - 1) \cdot \Delta x_k\}$$
(7.42)

als Menge der diskreten Gitterpunkte führt. Das zeitvariante Quantisierungsintervall ist durch

$$0 < \Delta x_k \le \Delta x_{\text{soll}} \tag{7.43}$$

beschränkt, wobei wegen der großen Anzahl von Gitterpunkten im Allgemeinen $\Delta x_k \approx \Delta x_{\text{soll}}$ gilt. Der folgende Teilabschnitt behandelt die Auswahl einer geeigneten Wunschquantisierung

 $\Delta x_{\rm soll}$ für die Zustandsgröße.

Wahl des Diskretisierungsintervalls

Bei der Wahl der Wunschdiskretisierung Δx_{soll} ist entsprechend der Ausführungen in Unterabschnitt 7.4.1 der Zusammenhang zwischen Zustandsdiskretisierung und Abtastzeit zu berücksichtigen. In [FG99] wird eine Abschätzung angegeben, wonach für das Verhältnis von normierter Diskretisierung h zur Abtastzeit T in etwa $h \approx T$ gelten muss. Für die physikalischen Größen Δx_{soll} und T bedeutet dies, dass

$$|T \cdot f(x_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, kT)| \approx \Delta x_{\text{soll}} \tag{7.44}$$

gefordert wird. Bei der linken Seite von Gleichung (7.44) handelt es sich gerade um die Zustandsänderung $x_{k+1} - x_k$ über einen Zeitschritt der Dauer T. Gleichung (7.44) kann daher folgendermaßen interpretiert werden:

Solange Bedingung (7.44) erfüllt ist, wird sichergestellt, dass eine Überführung des Zustands innerhalb eines Abtastintervalls von einem Intervall des Zustandsgitters in das nächstgelegene möglich ist. Dies ist bei der Optimierung von großer Bedeutung, was in **Bild 7.1** beispielhaft verdeutlicht wird. Zunächst sei mit T eine geeignete Abtastzeit gewählt und mit t_q das Ende des Steuerhorizonts bezeichnet. Bei der Bestimmung der optimalen Restkosten im vorherigen Zeitschritt sei das Anlegen aller zulässigen Steuerungen im Zustand x^0 betrachtet. Durch Anlegen der maximierenden Ansteuerung kann der Zustand innerhalb eines Zeitschritts in einen Folgezustand x^1 oberhalb der Grenze x^{soll} überführt werden. Dies führt dazu, dass die MAYER-Funktion dem Zustand x^0 korrekterweise keine Kosten zuordnet. Ganz anders sieht die Lage bei Wahl einer zu kleinen Abtastzeit \tilde{T} aus. In diesem Fall ist die Integrationszeit zu kurz, um den Zustand ausgehend von x^0 in einen Zielzustand oberhalb von x^{soll} zu überführen. Stattdessen befindet sich der Zustand nach Ablauf der Abtastzeit \tilde{T} im Zustand $x^2 < x^{\text{soll}}$. Dementsprechend werden dem Zustand x^0 bei der Auswertung des MAYERschen Gütemaßes fälschlicherweise sehr hohe Kosten zugeordnet.

In den weiteren rückwärts gezählten Zeitschritten $k = q - 2, q - 3, \ldots, 0$ der Rückwärtsrechnung wird in den optimalen Restkosten interpoliert. Dabei ist eine Überführung des Zustands von eigentlich zulässigen Gitterpunkten aus aufgrund der zu kleinen Abtastzeit bzw. der zu groben Zustandsdiskretisierung in Bereiche des Zustandsraums ohne hohe Restkosten nicht mehr möglich. Die daraus für eine Vielzahl von Zuständen resultierende Zuordnung von hohe Strafkosten verkleinern den Bereich des Zustandsraums ohne hohe Restkosten von Zeitschritt zu Zeitschritt, was ein Finden der optimalen Lösung behindert oder gar ausschließt. Um dies zu vermeiden, ist sicherzustellen, dass der Zustand innerhalb eines Abtastintervalls stets den Abstand zwischen zwei Gitterpunkten zu überbrücken vermag.

Entsprechend dieser Ausführungen lässt sich das Verhältnis aus Zustands- und Zeitdiskretisierung durch die maximale Änderung des Ladezustands Δ_t^x in einem Abtastschritt bestimmen. Da sich das System insbesondere hinsichtlich von Lade- und Entladevorgängen der Batterie unterschiedlich verhält, wird es nicht möglich sein, Gleichung (7.44) für alle Zustände und Steuerungen gleichermaßen zu erfüllen. Aus diesem Grund wird die Abschätzung (7.44) durch die abgeschwächte Ungleichung

$$|T \cdot f(x_k, \underline{u}_k, \underline{z}_k, kT)| > \Delta x_{\text{soll}}$$

$$(7.45)$$



Bild 7.1: Zusammenhang zwischen Wahl der Abtastzeit und Wahl der Zustandsdiskretisierung

ersetzt. Diese Ungleichung stellt zwar keine Effizienz bezüglich des Rechenaufwands sicher, sie führt jedoch zu einem zulässigen Diskretisierungsverhältnis.

Die maximale Änderung des Ladezustands pro Abtastschritt T hängt beim Entladen von

$$\Delta_t^{x+} = \max_{x,\underline{u},\underline{z},t} \left\{ f(x,\underline{u},\underline{z},t) \right\}$$
(7.46)

und beim Laden entsprechend von

$$\Delta_t^{x-} = \min_{x,\underline{u},\underline{z},t} \left\{ f(x,\underline{u},\underline{z},t) \right\}$$
(7.47)

für alle $x \in \mathcal{X}, \in \mathcal{U}$ und $z \in \mathcal{Z}$ ab. Diese größtmöglichen Ladezustandsänderungen pro Abtastschritt lassen sich wiederum durch Einsetzen der maximalen Leerlaufspannung der Batterie, des niedrigsten Innenwiderstands sowie der minimalen bzw. maximalen Startergeneratorleistung in die Modellgleichung (5.61) abschätzen. Es ergeben sich $\Delta_t^{x-} \approx 0, 02\frac{\%}{s}$ und $\Delta_t^{x+} \approx 0, 1\frac{\%}{s}$. Bei festgelegter Abtastzeit kann die Wahl der Zustandsdiskretisierung durch

$$\Delta x_{\text{soll}} = \min\{T \cdot \Delta_t^{x-}, T \cdot \Delta_t^{x+}\}$$
(7.48)

erfolgen.

Eine Abschätzung der Güte der optimalen Lösung erlaubt nun die konkrete Festlegung der Diskretisierung und der Abtastzeit. Sie wird durch Vergleich der interpolierten optimalen Restkosten $R^{\Gamma_k}(x_k)$ in Zwischengitterpunkten $x_k \notin \Gamma_k$ des Zustandsraums mit den tatsächlichen optimalen Restkosten $R(x_k)$ durchgeführt. Da dieser tatsächliche Wert nicht bekannt ist, wird durch Wahl einer feineren Quantisierung $\tilde{\Gamma}_k$, welche den Zwischengitterpunkt $x_k \in \tilde{\Gamma}_k$ enthält, eine bessere Approximation $\tilde{R}(x_k^{\tilde{\Gamma}_k})$ der Restkosten erhalten. Damit gelingt die Bestimmung des lokalen Fehlers für eine Anzahl von Zwischengitterpunkten [Grü01].

Eine im vorliegenden Fall besonders günstige Vorgehensweise zur Bestimmung dieses Fehlers besteht darin, zunächst ein grobes Anfangsgitter Γ_k^0 zu definieren und eine Optimierung für einen typischen Verlauf $\{\underline{z}_k\}$ der Störung durchzuführen. Anschließend erfolgt eine Halbierung der Gitterabstände und für das neue, feinere Gitter wird eine erneute Optimierung durchgeführt. Der Vergleich der optimalen Restkosten beider Optimierungen liefert eine Abschätzung

für den Wert des Maximalfehlers. Solange dieser oberhalb der geforderten Fehlerschranke liegt, wird das Gitter sukzessive verkleinert, bis ein Δx_{soll} bestimmt ist, welches eine ausreichende Güte der Optimierung gewährleistet.

Anhand von Simulationen lässt sich zeigen, dass auf den betrachteten Teststrecken für eine Zustandsdiskretisierung von $\Delta x_{\text{soll}} = 0.02\%$ und eine Abtastzeit von T = 1s eine Fehlerschranke von zwei Prozent bezogen auf die Restkosten der nächstfeineren Diskretisierung eingehalten werden kann.

Nach der Diskretisierung des Zustands und der Zeit steht noch die im nächsten Abschnitt behandelte Diskretisierung der Steuerung aus.

7.4.3 Diskretisierung der Steuergrößen

Der Gang stellt bereits eine diskrete Steuergröße dar, so dass lediglich der Elektromotor, dessen Begrenzungen entsprechend Gleichung (7.26) von Geschwindigkeit, Gang und Batterieladezustand abhängig sind, zu behandeln ist. Zur Erzielung einer einfachen Datenstruktur wird wiederum eine äquidistante Diskretisierung angestrebt. Da auch hier die beiden Randwerte $M_{\rm EM, min}$ und $M_{\rm EM, max}$ exakt auf den Gitterpunkten liegen sollen, wird analog zu den Ausführungen in Gleichung (7.49) und (7.50) zunächst die Anzahl der diskreten Steuerungswerte

$$N_k^{M_{\rm EM}} = \left\lceil \frac{M_{\rm EM,\,\min}(x_k, g_k, \underline{z}_k) - M_{\rm EM,\,\max}(x_k, g_k, \underline{z}_k)}{\Delta M_{\rm EM,\,soll}} + 1 \right\rceil$$
(7.49)

bestimmt und dann die Quantisierung durch

$$\Delta M_{\text{EM}k} = \frac{M_{\text{EM},\max}(x_k, g_k, \underline{z}_k) - M_{\text{EM},\min}(x_k, g_k, \underline{z}_k)}{N_k^{M_{\text{EM}}}}$$
(7.50)

festgelegt. Entsprechend der Wunschquantisierung für den Zustand ist auch $\Delta M_{\rm EM, soll}$ eine vorab festgelegte Größe.

7.5 Wahl des Prädiktionshorizonts

Wie in Unterabschnitt 3.1.3 dargelegt, bietet ein großer Prädiktionshorizont Vorteile hinsichtlich der Stabilität und Optimalität des geschlossenen Regelkreises. Diese Vorteile müssen allerdings mit einem erhöhten Rechenaufwand erkauft werden, weshalb beim praktischen Einsatz der MPR bzw. NMPR der Horizont gerade so groß gewählt wird, dass die verfügbare Rechenleistung ausreicht und dennoch eine stabile und dynamisch akzeptable Regelung erzielt wird. In der Literatur beschränkt sich die Auseinandersetzung mit der Wahl des Prädiktionshorizonts daher im Allgemeinen auf die Frage, wie groß der Horizont mindestens sein muss, um die Stabilität des geschlossenen Regelkreises sicherzustellen [FA02]. Dies gestattet eine Überprüfung, ob mit der verfügbaren Rechenleistung eine Gewährleistung der Stabilität möglich ist oder ob weitere Maßnahmen zu ergreifen sind. Da prädiktive Regelungen häufig zur Behandlung von zustands- oder stellgrößenbeschränkten Trajektorienfolgeregelungsproblemen eingesetzt werden, bewertet das Gütemaß im Wesentlichen die Abweichungen von einer Referenztrajektorie. In diesen Fällen ist es von eher untergeordneter Bedeutung, ob der optimale Wert des Gütemaßes bei einem endlichen Prädiktionshorizont vom Wert bei einem unendlichen Horizont abweicht.

Ist das Ziel dagegen wie in der hier behandelten Aufgabenstellung die Optimalität des Systemverhaltens, so muss die Wahl des Prädiktionshorizonts nach Gesichtspunkten der Optimalität der Trajektorie des geregelten Systems erfolgen. Auch dabei gilt im Allgemeinen, dass die Lösung der gleitenden Optimierungsprobleme umso näher an die optimale Gesamtlösung heranreicht, je größer der Prädiktionshorizont ist. Deshalb ist grundsätzlich der durch die Rechenkapazität vorgegebene größtmögliche Prädiktionshorizont zu wählen. Allerdings gibt es im vorliegenden Fall Argumente für eine gewisse Verkürzung des Horizonts auf eine maximal sinnvolle Länge, deren Diskussion in den folgenden beiden Unterabschnitten erfolgt.

7.5.1 Unsicherheiten in der Störgrößenprädiktion

Die Systemfunktion (7.1) hängt von der vektoriellen Störgröße \underline{z}_k , $k = 0, \ldots, p$ ab, die unter Verwendung des Störgrößenmodells (7.4) prädiziert wird. Sowohl die Prädiktion von Geschwindigkeit und Beschleunigung als auch die Prädiktion der Steigung ist mit einer Unsicherheit behaftet. Bei der Prädiktion der Fahrbahnsteigung γ_k ist diese Unsicherheit hauptsächlich auf die recht grobe Diskretisierung der in der Karte gespeicherten Steigungsdaten zurückzuführen. Daher ist mit einer zeitinvarianten Unsicherheit zu rechnen.

Im Gegensatz dazu ist bei der Geschwindigkeitsprädiktion eine mit steigendem Prädiktionshorizont tendenziell wachsende Unsicherheit anzunehmen. Dies ist vor allem damit zu begründen, dass entsprechend Unterabschnitt 6.3.4 der weitere Verlauf der Geschwindigkeit ausgehend von ihrem aktuell gemessenen Wert prädiziert wird. Je weiter der Prädiktionshorizont in die Zukunft reicht und je mehr Wechsel in der Grenzgeschwindigkeit bereits aufgetreten sind, desto weniger hängt der prädizierte mit dem aktuellen Geschwindigkeitswert zusammen. Dadurch werden Verkehrsstörungen wie vorausfahrende Fahrzeuge oder bewusste Abweichungen des Fahrerwunsches von der Grenzgeschwindigkeit nicht mehr berücksichtigt, was zu einer Verschlechterung der Prädiktion führt.

Die prädizierte Beschleunigung hängt ebenfalls vom Fahrertyp, von den Daten der Navigationskarte und entsprechend Gleichung (6.10) auch von der prädizierten Fahrzeuggeschwindigkeit ab. Aus diesem Grund ist auch für die Beschleunigungsprädiktion eine tendenziell abnehmende Qualität anzunehmen.

Insgesamt lässt sich daraus schließen, dass mit steigendem Prädiktionshorizont der prädizierte Wert der Störung \underline{z}_p am Ende des Horizonts immer unsicherer wird. Dieser Faktor limitiert die Länge des sinnvollen Prädiktionshorizonts auf Werte im Bereich zwischen einigen Sekunden und maximal etwa einer Minute, je nach Straßentyp und Verkehrslage. Die Länge des daraus folgenden maximalen Prädiktionshorizonts kann anhand von Versuchsfahrten und einer Analyse der dabei festgestellten Prädiktionsqualität ermittelt werden, worauf in Unterabschnitt 9.4.1 näher eingegangen wird.

Neben der hier beschriebenen störungsabhängigen Begrenzung des Prädiktionshorizonts gibt es auch eine systemabhängige, welche im nächsten Unterabschnitt beschrieben wird.

7.5.2 Beschränkung aufgrund der Batteriegröße

Auch die Systemdifferenzengleichung (7.1) verursacht eine Einschränkung des sinnvollen Prädiktionshorizonts. Anhand von Simulationen konnte festgestellt werden, dass ab einer bestimmten Länge des Prädiktionshorizonts die Güte der Regelung, gemessen am konsumierten Kraftstoff, durch eine weitere Verlängerung des Prädiktionshorizonts nicht mehr entscheidend zunimmt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass das Potenzial der PAR durch ein Speichern überschüssiger Energie in der Traktionsbatterie bzw. durch einen geschickten Einsatz dieser gespeicherten Energie ausgeschöpft wird. Sobald der Prädiktionshorizont größer wird als der Zeitbedarf zur Ausschöpfung des gesamten Ladehubs der Batterie, verfügt der Optimierungsalgorithmus nur noch über wenig Spielraum zur Reduktion des Kraftstoffverbrauchs. Der auf die Batteriegröße zurückzuführenden maximale Prädiktionshorizont wird anhand der in Kapitel 8 beschriebenen Simulationen ausgelotet.

Als tatsächlicher Prädiktionshorizont wird das Minimum aus störungsabhängigem und systemabhängigem maximalen Horizont gewählt. Die zugehörigen Zahlenwerte sind den Kapiteln 8 und 9 zu entnehmen. Bevor jedoch im nächsten Kapitel die Simulation der PAR angegangen wird, erfolgt im folgenden Abschnitt zunächst die Beschreibung der Implementierung der PAR auf einem Rechner.

7.6 Implementierung auf einem Applikationsrechner

Zunächst behandelt der folgende Unterabschnitt den Aufbau eines Programms zur Abarbeitung der PAR, bevor anschließend auf die automatische Codegenerierung dieses Programms und dessen Übertragung auf einen Versuchsrechner eingegangen wird.

7.6.1 Modularisierung des Programms

Die PAR wird entsprechend der Darstellung in **Bild 7.2** in das Fahrzeug integriert. Als Eingangsgrößen fungieren Messdaten von physikalischen Größen des Antriebsstrangs, die über den CAN²-Bus bezogen werden und hier als *Fahrzeugzustand* bezeichnet sind. Beim CAN-Bus handelt es sich um das zentrale Bussystem des Fahrzeugs, welches alle relevanten Daten über den Fahrzeugzustand bereitstellt bzw. über die Stellgrößen an die Antriebsaggregate überträgt.

Des weiteren werden verschiedene Umgebungseinflüsse in den Prädiktor eingelesen, der daraus den Störgrößenvektor prädiziert. Die mittels NMPR berechneten optimalen Steuergrößen fungieren als Stellgrößen zur Ansteuerung des Antriebsstrangs.

Die PAR selbst besteht aus den drei in **Bild 7.3** dargestellten Teilmodulen, deren Funktionsweisen sowie deren Schnittstellen im Folgenden beschrieben werden.

Der Prädiktor bestimmt basierend auf Karten- und Umgebungssensordaten, der aktuellen Fahrzeuggeschwindigkeit sowie anhand des aus vergangenen Messdaten charakterisierten Fahrerverhaltens das vorausliegenden Geschwindigkeits- und Steigungsprofil. Diese Daten gehen

 $^{^{2}}CAN = Controller Area Network$



Bild 7.2: Integration der PAR in die Fahrzeugarchitektur

an den Optimierer, der daraus und aus dem aktuellen Systemzustand die optimale Restkostenfunktion bestimmt und an den Regler weitergibt. Im Regler wird unter Verwendung dieser Restkosten sowie der Kenntnis des Systemzustands und des vom Fahrer geforderten Wunschmoments die optimale Ansteuerung des Fahrzeugs berechnet. Diese Stellgrößen werden an das Fahrzeug weitergegeben, welches wiederum Daten an die einzelnen Softwaremodule liefert.

Die jeweiligen Schnittstellen zwischen diesen Modulen tauschen entweder gemessene oder geschätzte Signale wie z.B. die aktuelle Fahrzeuggeschwindigkeit und den aktuellen Ladezustand sowie Vektoren wie beispielsweise den prädizierten Geschwindigkeitsverlauf aus. Zwischen Prädiktor und Optimierer sowie zwischen Optimierer und Regler handelt es sich bei diesen Vektoren um zeitbasierte Prädiktionswerte. Die Schnittstelle zwischen Telematik und Prädiktor ist dagegen wegbasiert, da geographische Karteninformationen naturgemäß ebenfalls wegbasiert sind. Ausgehend von der satellitengestützt bestimmten aktuellen Position s_k werden die relevanten Kartendaten daher entlang eines räumlichen Horizonts S prädiziert. Dieser Horizont wird genügend groß gewählt, so dass das Fahrzeug ihn bei maximaler Geschwindigkeit nicht innerhalb des zeitlichen Prädiktionshorizonts $p \cdot T$ durchfahren kann, es wird also

$$S_{\text{soll}} \ge v_{\max} \cdot p \cdot T$$
 (7.51)

gefordert. Aufgrund fehlender Karteninformationen oder falls unklar ist, wie die Strecke weiterhin verläuft, kann es vorkommen, dass für den räumliche Prädiktionshorizont $S_{\text{max}} < S_{\text{soll}}$ gilt. In diesem Fall muss der zeitliche Prädiktionshorizont dementsprechend auf

$$\tilde{p} = \left\lfloor \frac{S_{\max}}{v_{\max} \cdot T} \right\rfloor \tag{7.52}$$

verkürzt werden.



Bild 7.3: Schnittstellen zwischen den Softwaremodulen der PAR

Der Prädiktor prädiziert für diesen Horizont Zeitverläufe für die benötigten physikalischen bzw. topologischen Größen Beschleunigung, Geschwindigkeit und Steigung und übergibt diese an den Optimierer. Die jeweiligen Prädiktionsverläufe beginnen mit dem aktuellen Istwert und beinhalten ansonsten alle Werte bis zum Ende des Prädiktionshorizonts.

Der Optimierer erhält neben diesen prädizierten Werten noch den aktuellen Fahrzeugzustand und berechnet daraus die optimale Restkostenfunktion, die er an den Regler weitergibt. Der Regler wiederum erhält vom Prädiktor die aktuelle, aus der topologischen Karte bestimmte Steigung sowie den aktuellen Fahrzeugzustand und gibt die Stellgrößen an das Fahrzeug aus.

Die einzelnen Programmmodule der PAR werden mit folgenden Abtastzeiten getaktet:

- $Pr\ddot{a}diktor$ mit Abtastzeit $T_{\rm p}$ zur Vorausschau der vorausliegenden Steigung und des vorausliegende Geschwindigkeitsprofils.
- Optimierer mit Abtastzeit T_q zur numerischen Bestimmung der Restkostenfunktion mittels der Rückwärtsrechnung der Prädiktiven Dynamischen Programmierung.
- Regler mit Abtastzeit T_r , der basierend auf der Restkostenfunktion und unter Einbeziehung von aktuellen Messwerten durch Vorwärtsrechnung die optimalen Stellgrößen ermittelt und ausgibt.

Durch Wahl eines ganzzahligen Verhältnisses $T_{\rm q} = \nu \cdot T_{\rm r}$ mit $\nu \in \mathbb{N}$ ist die in Abschnitt 4.4.2 beschriebene Unterteilung zwischen Regelungs- und Steuerungshorizont möglich.

Bei der Implementierung der PAR hat sich allerdings gezeigt, dass der Kommunikationsaufwand zwischen den drei unterschiedlich getakteten Programmteilen den Vorteil der schnelleren Ansteuerung wieder aufzehrt. Die Dynamik der Strecke ist nicht dermaßen schnell, dass $T_{\rm r} \ll T_{\rm q}$ gelten muss. Dafür treten unter Matlab/Simulink an den Schnittstellen zwischen unterschiedliche getakteten Teilsystemen Totzeiten auf, welche die Leistungsfähigkeit der Gesamtregelung reduzieren.

Aus diesem Grund wird auf die Unterteilung in Steuerungs- und Regelungshorizont verzichtet und für die PAR nur eine Abtastzeit $T_p = T_q = T_r = T$ gewählt.

7.6.2 Umsetzung des Programms und automatische Codegenerierung

Der PAR-Algorithmus soll unter *Matlab/Simulink* implementiert werden. Da eine Realisierung der PDP direkt unter Simulink äußerst aufwändig wäre, wird die Programmiersprache C als Plattform gewählt und der C-Code als sogenannte *S-Function* in Simulink eingebunden. Dies gestattet eine Anbindung der PAR an ein unter Simulink erstelltes Fahrzeugmodell, was Simulationen zur Parametrierung und zum Testen der Funktion ermöglicht. Neben der Funktionsabsicherung erlauben diese Simulationen eine Abschätzung des Potenzials zu Kraftstoffeinsparung. Des weiteren lässt Simulink eine Anbindung der Optimierungssoftware an die Telematikschnittstelle und an den Fahrzeug-CAN zu. Für die Funktionsentwicklung in automobilen Anwendungen existieren Funktionsbibliotheken, mit denen die benötigten Schnittstellen zwischen Simulink und dem Fahrzeug-CAN auf sehr komfortable Weise realisiert werden können. Eine genauere Beschreibung der entsprechenden Entwicklungsumgebung erfolgt in Abschnitt 9.1.

7.7 Zusammenfassung

Die theoretischen Überlegungen der Kapitel 3 und 4 wurden in diesem Kapitel für den konkreten Anwendungsfall der PAR für ein Hybridfahrzeug umgesetzt. Dabei ist zunächst die konkrete Wahl des Gütemaßes angegangen worden. Um das Hauptziel der Regelung, die Reduktion des Kraftstoffverbrauchs, zu erreichen, erfolgte die Einführung dieses Verbrauchs als LAGRANGEsches Gütemaß. Da dieses Gütemaß zu einem Entladen der Batterie führen würde, wird außerdem das Erreichen eines Endladezustands am Ende des Prädiktionshorizonts gefordert. Dies geschieht durch Einführung eines MAYERschen Gütemaßes, welches Endzustände außerhalb der gewünschten Zielmenge bestraft. Damit wird sichergestellt, dass die Batterie innerhalb des Prädiktionshorizonts stets einen gewünschten Ladezustand zu erreichen vermag.

In den beiden darauf folgenden Abschnitten wurden die in Kapitel 4 eingeführten Maßnahmen zur Reduktion des Rechenaufwands auf das Fahrzeugmodell aus Kapitel 5 angewendet. Damit gelingt eine Verringerung der Größe des zu berücksichtigenden Suchraums. Schließlich wurde die Diskretisierung der Systemgrößen und dabei insbesondere auch die Wahl der Diskretisierungsintervalle sowie die Vorgehensweise bei der Festlegung des Prädiktionshorizonts beschrieben.

Nachdem die Methodik der PDP auf das Systemmodell der vorliegenden Anwendung übertragen wurde, erfolgte zum Abschluss die Beschreibung der Implementierung der PAR auf einem Echtzeitrechner. Damit kann die entsprechend der Ausführungen dieses Kapitels entwickelte Optimierungssoftware zunächst in der Simulation getestet und anschließend im Versuchsfahrzeug implementiert werden, was Inhalt der beiden folgenden Kapitel ist.

Kapitel 8

Potenzialabschätzung mittels quasistatischer Simulationen

Bevor die Darstellung der prädiktiven Antriebsregelung im Versuchsfahrzeug angegangen wird, ist zunächst ihre korrekte Funktionsweise anhand von Simulationen sicherzustellen. Die in diesem Kapitel vorgestellten Simulationsergebnisse dienen daher zum einen dem Funktionsnachweis der PAR, zum anderen soll aber auch eine Potenzialabschätzung bezüglich Verbrauchseinsparung und Rechenzeitreduktion erbracht werden.

Für eine dynamische Simulation der PAR wird eine Simulationsumgebung benötigt, welche die Schnittstellen zwischen dem Regelungsalgorithmus und der Umgebung bedienen kann. Dazu ist die Erstellung von Modellen für folgende Umgebungseinflüsse notwendig:

- Fahrzeug
- Telematik
- Fahrer und Verkehr

Insbesondere der letzte Punkt stellt hierbei die größte Herausforderung dar. Bei den zu berücksichtigenden Fahrereinflüssen handelt es sich im Wesentlichen um Abweichungen zwischen dem prädizierten und dem tatsächlichen Fahrerverhalten. Deren Modellierung ist beispielsweise durch Integration eines Fahrermodells entsprechend der Ausführungen in Unterabschnitt 6.3 denkbar. Dieses zusätzliche, anders parametrierte Fahrermodell übernimmt die Ansteuerung des Fahrzeugs, während das Fahrermodell im Prädiktor die Aufgabe hat, das Verhalten dieses steuernden Fahrermodells zu prädizieren. Diese Vorgehensweise hat sich jedoch als äußerst aufwändig herausgestellt. Zum einen muss das Fahrzeugmodell ein dynamisches Modell sein, da ausgehend von der Betätigung des Gaspedals die Differentialgleichung zur Beschreibung des Fahrzeugverhaltens gelöst werden muss. Dementsprechend gehen die Anforderungen an dieses Fahrermodell weit über die in Unterabschnitt 6.3 beschriebenen Ansprüche hinaus. Es ist nämlich nicht nur die passende Beschleunigung zu ermitteln, sondern er wird auch eine Parametrierung zum stabilen Betrieb des Regelkreises *Fahrer-Fahrzeug* benötigt.

Um nicht zu viel Aufwand in die exakte Modellierung eines realen Fahrers zu stecken, beschränken sich die Ausführungen dieses Kapitels auf Simulationen mit einem quasistatischen Modell. Damit wird eine Modellierung des Fahrers und der Telematik überflüssig, da bei der Rückwärtsrechnung das als bekannt vorausgesetzte Fahrprofil die Eingangsgröße darstellt. Als Fahrzeugmodell lässt sich dementsprechend das für die Optimierung entwickelte quasistatische Modell aus Unterabschnitt 5.4.7 verwenden. Damit kann die Funktionsweise des Optimierungsalgorithmus anhand einiger Beispiele dargestellt, eine Potenzialabschätzung für die Verbrauchsreduktion durchgeführt und die Wirksamkeit der rechenzeitreduzierenden Maßnahmen nachgewiesen werden. Eine Analyse der Geschwindigkeitsprädiktion sowie der Reaktion des Reglers auf Abweichungen zwischen prädizierter und tatsächlicher Geschwindigkeit erfolgt daher erst anhand der in Kapitel 9 beschriebenen Versuchsfahrten.

Die nachfolgende Beschreibung der quasistatischen Simulation gliedert sich in zwei Abschnitte: Zunächst wird in Abschnitt 8.1 die grundsätzliche Funktionsweise der PAR mittels simulierter Fahrten auf einer idealisierten Teststrecke demonstriert. Die Betrachtung eines vereinfachten Streckenbeispiels ermöglicht eine anschauliche Analyse des Verhaltens des prädiktiv geregelten Fahrzeugs. Dabei wird zunächst die Verlustleistung des Bordnetzes vernachlässigt, wodurch sich der im Rahmen dieser Arbeit verfügbare milde Hybrid prinzipiell wie ein echtes Hybridfahrzeug mit separater Traktionsbatterie und der Befähigung zum rein elektrischen Fahren verhält. Da sich der Versuchsträger aufgrund des aufwändigen Messaufbaus und der damit verbundenen enormen Bordnetzlast ohnehin spürbar von einer serientauglichen Fahrzeugkonfiguration unterscheidet, soll auf diese Weise die Leistungsfähigkeit der PAR sowohl bei Anwendung auf einen optimierten milden Hybrid als auch bei Anwendung auf ein vollwertiges Hybridfahrzeug demonstriert werden. Erst danach erfolgt die Betrachtung des realen Versuchsträgers, welche zumindest für einen milden Hybrid mit schwacher E-Maschine aussagekräftig ist. Abschnitt 8.2 beinhaltet schließlich die Simulationsergebnisse bei Fahrt auf einer realen Strecke.

8.1 Simulation der Fahrt auf einem idealisierten Fahrprofil

In diesem Abschnitt wird die Fahrt entlang einer synthetischen Strecke simuliert, um damit die Funktionsweise der PAR anhand eines anschaulichen Beispiels aufzeigen zu können. Ziel ist die Darstellung der Vorteile der PAR gegenüber einer Betriebsstrategie ohne Vorausschau sowie eine Demonstration des Einflusses der Suchraumreduktion auf die Rechenzeit.

8.1.1 Beschreibung des Fahrprofils

Als idealisierte Teststrecke wird die in **Bild 8.1** gezeigte Fahrt herangezogen, welche zunächst auf ebener Strecke mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 50$ km/h beginnt. Zum Zeitpunkt $t_1 = 80$ s ändert sich die Steigung auf einen Wert von $\tan \gamma = -7\%$. Dieses Gefälle endet zum Zeitpunkt $t_2 = 250$ s, der Rest der Fahrt findet in einer tiefer liegenden Ebene statt. Im Intervall $t_3 = 290$ s $\leq t < t_4 = 294$ s findet eine Beschleunigung auf $v_1 = 70$ km/h statt, im Intervall $t_5 = 340$ s $\leq t < t_6 = 342$ s verzögert das Fahrzeug wieder auf die ursprüngliche Geschwindigkeit $v_2 = v_0 = 50$ km/h.

Die das Fahrzeugverhalten beeinflussenden Eigenschaften des Fahrprofils werden entsprechend der Ausführungen in Kapitel 5 durch die Elemente des Störgrößenvektors $\underline{z} = [v \ a \ \gamma]^T$ vollständig beschrieben, die Angabe des Höhenprofils h(t) in **Bild 8.1** dient lediglich der besseren Visualisierung des Streckenverlaufs.



Bild 8.1: Synthetisches Fahrprofil. Linke Spalte von oben: Höhenprofil und Steigungsprofil. Rechte Spalte von oben: Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf.

8.1.2 Potenzial eines Hybridfahrzeugs ohne Vorausschau

Im Folgenden wird dargestellt, wie sich ein Hybridfahrzeug mit einer Betriebsstrategie ohne Vorausschau auf dem soeben beschriebenen Fahrprofil verhält. Hierbei liegt eine vereinfachte regelbasierte Betriebsstrategie zu Grunde, welche soweit möglich die Bremsenergie rekuperiert und ansonsten stets einen Sollladezustand von x = 80% anstrebt. Diese Betriebsstrategie lässt keine aktive Lastpunktverschiebung zu, stellt aber aufgrund der Ausnutzung der rekuperierten Energie einen realistischen Vergleich zwischen prädiktiver und nicht-prädiktiver Antriebsregelung dar. Die Ansteuerung des Getriebes basiert auf einem Algorithmus, welcher durch Vergleichen aller zulässigen Gänge bei positivem Antriebsmoment den Gang mit dem geringsten Kraftstoffverbrauch und bei negativem Antriebsmoment den Gang mit dem höchsten Elektromotorwirkungsgrad auswählt.

Mit dieser vereinfachten Betriebsstrategie werden die in **Bild 8.2** dargestellten Ergebnisse erzielt. Während des ersten Streckenabschnitts verbleibt der Ladezustand bei zunächst x = 80%, sobald das Gefälle erreicht wird, lädt der Elektromotor durch Rekuperation überschüssiger kinetischer Energie die Batterie auf. Wegen $x < x_{\text{max}}$ und weil das geforderte negative Antriebsmoment das minimale E-Maschinenmoment unterschreitet, gilt während dieser Phase entsprechend der in Unterabschnitt 7.2.2 hergeleiteten Beschränkungen der E-Maschine $M_{\text{EM, min}} = M_{\text{EM, max}}$, so dass maximal rekuperiert wird. Zum Zeitpunkt $t^* = 200$ s ist der maximale Ladezustand $x_{\text{max}} = 90\%$ erreicht und somit keine weitere Rekuperation mehr möglich, so dass $M_{\text{EM, min}} = M_{\text{EM, max}} = 0$ gilt. Die überschüssige kinetische Energie muss ab diesem Zeitpunkt von der Fahrzeugbremse aufgenommen und in Verlustwärme umgewandelt werden. Nach dem Gefälleabschnitt wird die Batterie durch elektrische Unterstützung des



Bild 8.2: Mildes Hybridfahrzeug ohne Vorausschau. Von oben: Ladezustand, Elektromotormoment, Gang, Motordrehzahl, Bremsmoment und Verbrennungsmotormoment. Gestrichelt: minimale bzw. maximale Momente.

Antriebs wieder bis zu ihrem ursprünglichen Ladezustand x = 80% entladen. Das Getriebe bleibt nahezu die gesamte Strecke über im fünften Gang, lediglich während der Beschleunigungsphase wird in den dritten Gang heruntergeschaltet, um das benötigte Vortriebsmoment bereitzustellen.

Der Gesamtkraftstoffverbrauch auf der 5,83 km langen synthetischen Teststrecke beläuft sich bei Einsatz dieser nicht-prädiktiven Betriebsstrategie auf 0,1371 l, was einem Verbrauch von 2,35 l/100 km entspricht. Diese Zahl mag äußerst klein erscheinen gegenüber den für die betrachtete Fahrzeugklasse typischerweise in der Größenordnung von 10-12 l/100 km liegenden Herstellerangaben. Diese beziehen sich jedoch auf den Neuen Europäischen Fahrzyklus (NEFZ)¹, welcher Beschleunigungsvorgänge aus dem Stand und Fahrten mit 120 km/h beinhaltet und daher zwangsläufig deutlich höhere Verbrauchswerte hervorruft. Da der auf 100 km bezogene Verbrauch bei der vorliegenden Teststrecke, welche bereits in voller Fahrt beginnt und über ein längeres Gefällestück verfügt, wenig aussagefähig ist, werden im Folgenden lediglich die absoluten Verbrauchswerte angegeben.

Wird das Fahrzeug ohne Einsatz des Startergenerators simuliert, so ergibt sich der Verbrauch eines rein konventionellen Fahrzeugs, welcher der Vollständigkeit halber ebenfalls in diese Potenzialabschätzung einbezogen wird. Im rein konventionellen Fahrbetrieb verbraucht das Fahrzeug auf der Teststrecke 0, 1714 l Kraftstoff. Das heißt: durch den Einsatz der rekuperierten Energie nach dem Ende des Gefälles lassen sich etwa 20% an Kraftstoff einsparen! In **Bild 8.3** ist der Kraftstofffluss des konventionellen Fahrzeugs im Vergleich zu dem des Hybridfahrzeugs aufgetragen. Im Zeitintervall 249 s $\leq t \leq 288$ s sowie im Intervall 294 s $\leq t \leq 300$ s ist zu erkennen, dass das Hybridfahrzeug ohne Einsatz von Kraftstoff rein elektrische betrieben wird. Die enorme Einsparung von 20% kommt daher, dass die Energie für den rein elektrischen Betrieb ohne Einsatz von Primärenergie ausschließlich durch Nutzung der Streckentopologie gewonnen wird. Der nächste Unterabschnitt zeigt, wie mit Hilfe der PAR eine noch bessere Ausnutzung der Streckeneigenschaften möglich ist.

8.1.3 Hybridfahrzeug mit prädiktiver Antriebsregelung

Das gesamte Einsparpotenzial der PAR wird genau dann ausgeschöpft, wenn der Prädiktionshorizont die gesamte vorausliegende Strecke umfasst und die Prädiktion darüber hinaus exakt mit dem tatsächlichen Fahrverhalten übereinstimmt. Wie in den theoretischen Überlegungen in Abschnitt 3.3 dargelegt ist der Verlauf der Steuerung in diesem Fall optimal. Obwohl eine Ansteuerung mit der optimalen Lösung im praktischen Betrieb aufgrund der nicht erfüllbaren Forderung einer exakten Prädiktion der Gesamtstrecke ausgeschlossen ist, kann dieser im Folgenden beschriebene Fall als bestmöglicher Grenzfall der PAR betrachtet werden.

Optimale Lösung bei Kenntnis der Gesamtstrecke

Bild 8.4 zeigt die optimale Steuerung sowie die dazugehörige Trajektorie des Ladezustands für den Fall einer exakten Prädiktion und Optimierung mit

¹Gesetzlich vorgegebenes, genormtes Messverfahren für einheitliche Umgebungsbedingung als Normfahrprogramm bei der Bestimmung von Verbrauch und Emissionen von Personenkraftwagen. Der NEFZ wurde 1991 im Zuge der Neufassung der Vorschriften über die Abgasemissionen in Richtlinie 91/441/EWG der Europäischen Union festgeschrieben.



Bild 8.3: Verbrauch eines konventionellen Fahrzeugs verglichen mit dem Verbrauch eines Hybridfahrzeugs

p	=	400	(Prädiktionshorizont)
q	=	400	(Steuerungshorizont)
Т	=	1 s	(Zeitdiskretisierung)
$\Delta x_{\rm soll}$	=	$0,\!02\%$	(Zustandsdiskretisierung)
$\Delta M_{\rm EM}$	=	$1 \mathrm{Nm}$	(Steuerungsdiskretisierung)

als Optimierungsparametern und dem Gütemaß aus Gleichung (7.5). Die Funktion $\xi(\cdot)$ beschreibt entsprechend der Ausführungen in Abschnitt 7.1 den Kraftstoffverbrauch. Für die Straffunktion gemäß Gleichung (7.6) zur Bewertung von Randbedingungen wird bei allen quasistatisch simulierten Fahrten eine schwache Gewichtung des Bremsmoments $\beta = T \cdot k_B M_B^2$ mit einem kleinen Gewichtungsfaktor $k_B \in \mathbb{R}$ angesetzt. Auch hier wird die überschüssige Energie bei der Bergabfahrt rekuperiert. Während bei der nicht-prädiktiven Strategie wie in **Bild 8.2** zu sehen bei t = 200 s der maximale Ladezustand $x_{max} = 90\%$ erreicht wird, kann die optimale Steuerung die Kenntnis der vorausliegenden Strecke nutzen, um dies zu vermeiden. Wie aus dem Verlauf des Ladezustands in **Bild 8.4** ersichtlich, wird die Batterie schon vor Beginn des Gefälles durch elektrisch unterstützte Fahrt entladen. Damit wird auf dem ersten Teilstück vor dem Gefälle nur sehr wenig Kraftstoff verbraucht. Gleichzeitig wird im vorliegenden Fall die Batterie vor dem Gefälle so weit entladen, dass sie während der Bergabfahrt nicht bis zum Maximalladezustand aufgeladen werden kann, was dementsprechend zu einer vollen Ausnutzung des Rekuperationspotenzials auf dem Gefälle führt.

Nachdem das Fahrzeug in der Ebene angelangt ist, wird erneut auf elektrisch unterstützte Fahrt übergegangen. Im zweiten Schaubild von **Bild 8.4** ist zu erkennen, dass der Elektro-



Bild 8.4: Prädiktive Antriebsregelung, optimale Lösung bei Kenntnis der Gesamtstrecke. Von oben: Ladezustand, Elektromotormoment, Gang, Motordrehzahl, Bremsmoment und Verbrennungsmotormoment. Gestrichelt: minimale bzw. maximale Momente.



Bild 8.5: Verbrauch eines konventionellen Fahrzeugs verglichen mit dem Verbrauch eines optimal gesteuerten Hybridfahrzeugs.

motor sowohl für $t \leq t_1$ als auch für $t_2 \leq t < t_3$ nicht in Volllast betrieben wird. Tatsächlich wäre auch eine rein elektrische Fahrt möglich, allerdings wäre dann der Verbrennungsmotor mitzuschleppen, was im vorliegenden Fall nicht optimal ist. Anhand des in **Bild 8.5** aufgetragenen Kraftstoffflusses ist zu erkennen, dass in den beiden geschilderten Intervallen eine drastische Absenkung des Verbrauchs gelingt. Es wird der Vergleich mit dem konventionellen Fahrzeug angestellt, da anhand dessen die Vorteile der optimalen Strategie besser verdeutlicht werden können. Während der Fahrt mit der höheren Geschwindigkeit $v_1 = 70$ km/h wird der Motor bei höherer Last betrieben als bei der danach folgenden langsameren Fahrt. Der Verbrennungsmotor befindet sich dementsprechend in einem Bereich mit besserem Wirkungsgrad. Da die Sensitivität des Wirkungsgrads mit steigendem $M_{\rm VM}$ abnimmt, führt die elektrische Antriebsunterstützung im letzten Fahrtabschnitt bei $v_3 = 50$ km/h zu einer größeren Kraftstoffeinsparung, als wenn diese bereits während der Fahrt mit v_1 gewährt würde.

Die Schaltstrategie unterscheidet sich lediglich während der Bergabfahrt von der konventionellen Strategie. Aufgrund der Gewichtung des Bremsmoments im Gütemaß in Gleichung (7.5) wird in den vierten Gang heruntergeschaltet, was zu einer Entlastung der Bremse führt. Die Strafkosten für den Bremseingriff sind dabei so klein gewählt, dass nur dann ein Gangwechsel erfolgt, wenn der Elektromotor anschließend in nahezu dem selben Wirkungsgrad betrieben wird. Der aus dieser Herunterschaltung resultierende Mehrverbrauch ist also minimal, zumal die Batterieladung am Ende des Gefälles ohnehin nahezu an der oberen Grenze von x = 90%liegt, also kaum mehr Energie hätte rekuperiert werden können. In allen anderen Fällen wird der Motor wie auch bei der konventionellen Strategie stets bei möglichst kleiner Drehzahl betrieben. Der Gesamtverbrauch des optimal gesteuerten Fahrzeugs summiert sich auf 0, 1127 l Kraftstoff, es wird also gegenüber dem nicht-prädiktiven Betrieb des milden Hybrids knapp 18% weniger Treibstoff verbraucht. Gegenüber dem konventionellen Fahrzeug beläuft sich die Einsparung sogar auf mehr als 34%. Allerdings stellt diese Einsparung, wie eingangs dieses Abschnitts erwähnt, lediglich eine theoretische Obergrenze dar, da eine Prädiktion der Gesamtstrecke aufgrund der stochastischen Einflüsse des Verkehrs unmöglich ist. Abgesehen davon kann das Optimierungsproblem bei einem derart langen zeitlichen Horizont nicht in Echtzeit gelöst werden. Aus diesem Grund wird im folgenden Teilabschnitt auf einen kleineren Prädiktionshorizont übergegangen, welcher nicht mehr die gesamte Strecke umfasst.

Einsatz der prädiktiven Antriebsregelung

Wird anstelle der optimalen Steuerung die echtzeitfähige prädiktive Antriebsregelung verwendet, so ergibt sich unter Verwendung der folgenden Optimierungsparameter der in **Bild 8.6** dargestellte Zustands- und Steuergrößenverlauf:

p	=	50	(Prädiktionshorizont)
q	=	50	(Steuerungshorizont)
T	=	1 s	(Zeitdiskretisierung)
$\Delta x_{\rm soll}$	=	0,02%	(Zustandsdiskretisierung)
$\Delta M_{\rm EM}$	=	$1 \mathrm{Nm}$	(Steuerungsdiskretisierung)

Im Gegensatz zur optimalen Lösung in **Bild 8.4** wird hier nicht von Beginn an die Batterie entladen. Die PAR berücksichtigt lediglich einen Vorausschauhorizont von pT = 50 s und hat daher noch keine Information über das vorausliegende Gefälle. Zum Zeitpunkt t = 50 s gerät der Anfang des Gefälles in den Prädiktionshorizont und der Regler beginnt die Batterie zu entladen. Da zu diesem Zeitpunkt noch nicht bekannt ist, inwiefern eine spätere Wiederaufladung der Batterie durch Rekuperation möglich ist, wird die E-Maschine zunächst nur mit kleinem Drehmoment als schwache elektrische Unterstützung eingesetzt. Je mehr der Gefälleabschnitt innerhalb des Prädiktionshorizonts liegt, desto stärker wird die Batterie entladen, bis das Fahrzeug wenige Sekunden vor Beginn des abschüssigen Streckenabschnitts rein elektrisch betrieben wird und der Batterie damit ein maximaler Entladestrom entnommen wird.

Wie auch bei der optimalen Lösung wird während des Gefälles zunächst in den vierten Gang heruntergeschaltet und die Batterie mit größtmöglicher Ladeleistung aufgeladen. Sobald zum Zeitpunkt t = 198 s klar wird, dass die Batterie innerhalb des Prädiktionshorizonts durch Rekuperation vollständig aufgeladen werden kann, wird nochmals in einen tieferen Gang geschaltet. Zwar wird der Ladestrom aufgrund des mit steigender Drehzahl abnehmenden Startergeneratorwirkungsgrads kleiner, aber wegen des größeren Motorschleppmoments reicht jetzt ein kleineres Bremsmoment aus, was die vom LAGRANGEschen Gütemaße in Gleichung (7.5) geforderte Verringerung der thermische Belastung der Bremsen herbeiführt.

Nach dem Gefälle wird wiederum im fünften Gang rein elektrisch gefahren. Da innerhalb des Prädiktionshorizonts lediglich der Abschnitt mit höherer Geschwindigkeit sichtbar ist, erscheint es der PAR energetisch günstiger, die rekuperierte elektrische Energie sofort zum Antrieb des Fahrzeugs einzusetzen. Die Beschleunigungsphase wird hier rein verbrennungsmotorisch bestritten, während der Fahrt mit $v_1 = 70$ km/h wird das Fahrzeug wiederum mit elektrischer Unterstützung betrieben. Je mehr jedoch der anschließende Fahrtabschnitt



Bild 8.6: Prädiktive Antriebsregelung, pT=qT=50 s. Von oben: Ladezustand, Elektromotormoment, Gang, Motordrehzahl, Bremsmoment und Verbrennungsmotormoment. Gestrichelt: minimale bzw. maximale Momente.



Bild 8.7: Einfluss des Steuerungshorizonts auf das Reglerverhalten sowie auf die Güte der Regelung. Obere Bildhälfte: Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit von qT. Untere Bildhälfte: Ladezustandstrajektorie für verschiedene Werte von q.

mit niedriger Geschwindigkeit in den Bereich der Vorausschau gelangt, desto kleiner fällt diese elektrische Unterstützung aus. Die PAR kommt zu dem Schluss, dass die überschüssige Energie im letzten Intervall bei niedriger Geschwindigkeit besser eingesetzt wird. Nachdem während der Verzögerung auf $v_2 = 50$ km/h nochmals möglichst viel Bremsenergie rekuperiert wurde, assistiert die E-Maschine dem Verbrennungsmotor während des letzten Fahrtabschnitts mit einem konstanten Elektromotormoment.

Der Kraftstoffverbrauch liegt bei $\Upsilon_{50} = 0,1179$ l und damit erwartungsgemäß zwischen dem Verbrauch eines Systems ohne Prädiktion und dem optimalen Verbrauch. In der oberen Hälfte von **Bild 8.7** ist der Verbrauch des Systems mit PAR über dem Steuerungshorizont aufgetragen. Die Abhängigkeit von q lässt sich damit erklären, dass sich je nach Länge des Horizonts unterschiedliche Verhaltensweisen des geregelten Systems ergeben, was anhand der in der unteren Hälfte von **Bild 8.7** dargestellten Ladezustandstrajektorien für verschiedene Horizonte gezeigt werden kann. Es ist ersichtlich, dass das Entladen der Batterie um so früher beginnt, je größer der Prädiktionshorizont ist. Der Einfluss eines wachsenden Prädiktionshorizonts auf die Kraftstoffeinsparung ist daher zunächst sehr groß, bei Horizonten ab 65 s steigt er jedoch kaum noch weiter an. Bei Betrachtung der unteren Hälfte von **Bild 8.7** wird klar, dass der mit x_{65} gekennzeichnete Ladezustand bei pT = 65 s gerade noch die obere Grenze $x_{max} = 90\%$ erreicht, es bei größeren Horizonten jedoch nicht mehr zu einem Energieverlust im mechanischen Bremssystem kommt. Diese Beobachtungen bestätigen die in Unterabschnitt 7.5.2 angestellten Überlegungen zum Zusammenhang zwischen dem maximalen Ladehub der Batterie und der maximal sinnvollen Länge des Prädiktions- bzw. des Steuerungshorizonts. Damit stellt für

das betrachtete Fahrzeug und die hier zugrunde gelegte Strecke ein Steuerungshorizont von qT = 65 s die beste Wahl hinsichtlich Verbrauchseinsparung und Rechenaufwand dar.

Einschränkung des Steuerungshorizonts aufgrund des Rechenaufwands

Ob sich dieser Steuerungshorizont allerdings realisieren lässt hängt davon ab, ob der Applikationsrechner im Versuchsfahrzeug in der Lage ist, eine Optimierung über einen dementsprechenden Horizont in Echtzeit abzuarbeiten. In **Bild 8.8** ist die Anzahl der Funktionsaufrufe je Optimierung, welche in Abschnitt 3.2.3 als Maß für den Rechenaufwand definiert wurde, für verschiedene Steuerungshorizonte aufgetragen. Der Rechenaufwand für alle hier abgebildeten Werte von q ist gegenüber dem Rechenaufwand der Standardvariante der Dynamischen Programmierung deutlich reduziert, was hier anhand des Horizonts q = 30 demonstriert wird.

Bei einer Quantisierung des Zustands mit $\Delta x = 0,02\%$ muss gemäß Gleichung (7.49) die optimale Steuerung in jedem Zeitschritt $N^x = \frac{80-60}{0,02} + 1 = 1001$ mal bestimmt werden. Bei der gewählten Quantisierung des Elektromotormoments und bei der Betrachtung von fünf Gängen sind $N^{\underline{u}} = 260 \cdot 5 = 1305$ Ansteuerungskombinationen möglich. Dies macht bei einem Steuerungshorizont von p = 30 Zeitschritten

$$\Omega_{\rm DP} = N^x \cdot N^{\underline{u}} \cdot (p-1) = 1001 \cdot 1305 \cdot 29 = 3,79 \cdot 10^7 \tag{8.1}$$

Aufrufe der Systemfunktion. Die **Bild 8.8** entnommene, mit Ω_{30} bezeichnete maximale Anzahl von Funktionsaufrufen der PDP mit q = 30 beläuft sich dagegen auf lediglich 2, $18 \cdot 10^6$. Durch Einsatz der PDP gelingt also eine Reduktion des Rechenaufwands um den Faktor 17, 4 bezogen auf $\Omega_{\rm DP}$. Dieser Aufwand ist aufgrund der in Kapitel 4 geschilderten aufwandsreduzierenden Maßnahmen streckenabhängig. Insbesondere während der Bergabfahrt im Intervall $80 \text{ s} \leq t \leq 250 \text{ s}$, wenn das zulässige Elektromotormoment auf einige wenige negative Werte eingeschränkt ist, wird eine signifikant kleinere Anzahl an Rechenoperationen benötigt.

Ebenfalls in **Bild 8.8** dargestellt ist die maximale Anzahl von möglichen Funktionsaufrufen Ω_{max} je 600 Millisekunden, die als Maß für die Rechenleistung des Applikationsrechners gewählt wird². Es ist zu erkennen, dass Ω_{50} und Ω_{70} an einigen Stellen weit oberhalb der Grenze Ω_{max} liegen. Das bedeutet, dass die PDP in diesen Fällen nicht rechtzeitig optimale Steuergrößen liefert. Die Verläufe des Rechenaufwands in **Bild 8.8** sowie Simulationen mit realen Streckendaten zeigen, dass bei Einhaltung einer gewissen Reserve ein Steuerungshorizont von q = 30 die Obergrenze darstellt. Um trotz dieses kleineren Steuerungshorizonts eine zufriedenstellende Güte der Regelung zu erzielen, wird im nächsten Teilabschnitt die Wahl eines vom Steuerungshorizont abweichenden Prädiktionshorizonts untersucht.

Wahl des Prädiktionshorizonts

Um einen Kompromiss zwischen verfügbarer Rechenkapazität und dem gewünschten Vorausschauhorizont zu finden, wird nun der rechenkapazitätsbedingt größtmögliche Steuerungshorizont q = 30 und ein Prädiktionshorizont p > q gewählt. Bild 8.9 zeigt einen Vergleich

²Diese wurde experimentell durch Belastungstests des Rechners so bestimmt, dass eine Abarbeitung der Funktionsaufrufe in weniger als 600 ms möglich war. Bei 600 ms handelt es sich um die anhand von Fahrversuchen ermittelte, vom Fahrer tolerierte Totzeit, die zwischen der Betätigung des Gaspedals und einer Reaktion der Fahrzeugsteuerung akzeptiert wird.



Bild 8.8: Zeitlicher Verlauf des Rechenaufwands der jeweiligen Optimierungsprobleme der NMPR für verschiedene Steuerungshorizonte.

der Ladezustandstrajektorien und der Rechenzeit für zwei ausgewählte Prädiktionshorizonte mit den Ergebnissen beim optimalen Steuerungshorizont q = 65. In **Tabelle 8.1** sind die Auswirkungen auf den Verbrauch dargestellt.

Es zeigt sich, dass sich durch Wahl eines Prädiktionshorizonts p > q bei gleichem Rechenaufwand bessere Ergebnisse erzielen lassen als bei p = q. Aus den Daten der obenstehenden Tabelle ist abzulesen, dass es bei einem aufgrund der Rechenkapazität festgelegten maximalen Steuerungshorizont einen optimalen Prädiktionshorizont gibt, mit dem die bestmögliche Reglergüte erzielt wird. Wird der Prädiktionshorizont zu groß gewählt, verschlechtert sich das Verhalten der Regelung, da die Annahme einer konstanten Steuerung $\underline{u}_k \equiv \underline{u}_q$, $\forall k > q$ für

Prädiktionshorizont	Steuerungshorizont	Verbrauch	Differenz zu p=q=65
65 s	65 s	0,1137 l	$\pm 0\%$
65 s	30 s	0,1282 l	+12,8%
60 s	30 s	0,1270 l	+11,7%
$55 \mathrm{s}$	30 s	0,1181 l	$x_{\rm end} < x_{\rm soll}$
50 s	30 s	0,1197 l	$x_{\rm end} < x_{\rm soll}$
45 s	30 s	0,1229 l	+8,1%
40 s	30 s	0,1242 l	+9,2%
35 s	30 s	0,1255 l	+10,4%
30 s	30 s	0,1270 l	+11,7%

Tabelle 8.1: Einfluss von Parametervariationen von p und q auf die Güte der Regelung



Bild 8.9: Vergleich der Ladezustandstrajektorien und des Rechenaufwands Ω_{65} des geregelten Systems bei einem Steuerungshorizont von q=65 und der Regelung mit einem kleineren Steuerungshorizont von q = 30 bei Prädiktionshorizonten von p = 40, p = 50 und p = 60 mit dem Rechenaufwand $\Omega_{30/10,20,30}$

 $p \gg q$ schließlich eine zu große Abweichung von der optimalen Lösung verursacht. In einigen Fällen führt dies zu einem Mehrverbrauch, in anderen Fällen dazu, dass die Ladebilanz der Batterie negativ wird. Wird der Prädiktionshorizont kleiner als das Optimum gewählt, so verschlechtert sich der Verbrauch und nähert sich dem Verbrauchswert von p = q an.

Neben der Vergrößerung des Prädiktionshorizonts lässt sich durch Einführung einer variablen Abtastzeit auch die zeitliche Länge des Steuerungshorizonts bei gleichbleibender Anzahl von Steuerschritten q und damit bei gleichbleibendem Rechenaufwand vergrößern. Dazu wird der Steuerungshorizont, wie in **Bild 8.10** gezeigt, in zwei Teilintervalle der Längen q_1 und q_2 mit den Abtastzeiten T_1 und T_2 , $T_2 > T_1$, aufgespalten. Anhand **Tabelle 8.2** ist zu erkennen, dass damit eine weitere Verbesserung hinsichtlich des Verbrauchs möglich ist, so dass mit einem Steuerungshorizont von q = 30 Abtastschritten Ergebnisse zu erzielen sind, welche besser als die in **Tabelle 8.1** dargestellten Werte mit einer konstanten Abtastzeit sind und nur geringfügig über den Resultaten mit p = q = 65 liegen.

Prädiktionshorizont	\mathbf{q}_1	\mathbf{T}_1	\mathbf{q}_2	\mathbf{T}_2	Verbrauch	Differenz zu p=q=65
65 s	65	1 s	-	-	0,1137 l	$\pm 0\%$
60 s	10	1 s	20	2 s	0,1187 l	+4,4%
65 s	10	$1 \mathrm{s}$	20	2 s	0,1122 l	$x_{\rm end} < x_{\rm soll}$
65 s	20	1 s	10	$3 \mathrm{s}$	0,1194 l	+5,0%

Tabelle 8.2: Einfluss einer variablen Abtastzeit auf die Güte der Regelung



Bild 8.10: Aufspaltung des Steuerungshorizonts in zwei Teilintervalle mit unterschiedlichen Abtastzeiten

Es soll allerdings nicht verschwiegen werden, dass die stückweise konstanten Verhältnisse der synthetisierten Teststrecke einem langen Prädiktionshorizont p > q bzw. einer großen Abtastzeit T_2 besonders entgegenkommen. Daher sind die Auswirkungen dieser großen Werte von p und T_2 bei der Betrachtung realer Strecken nochmals genauer zu untersuchen.

Es bleibt festzuhalten, dass mit den Optimierungsparametern

p	=	60	(Prädiktionshorizont)
q_1	=	10	(Erster Steuerungshorizont)
T_1	=	1 s	(Erste Zeitdiskretisierung)
q_2	=	20	(Zweiter Steuerungshorizont)
T_1	=	2 s	(Zweite Zeitdiskretisierung)
$\Delta x_{\rm soll}$	=	$0,\!02\%$	(Zustandsdiskretisierung)
$\Delta M_{\rm EM}$	=	$1 \mathrm{Nm}$	(Steuerungsdiskretisierung)

eine echtzeitfähige Regelung des milden Hybridfahrzeugs möglich ist, welche auf der simulierten Strecke bezogen auf ein konventionelles Fahrzeug etwa 30%, und bezogen auf ein nichtprädiktiv betriebenes Hybridfahrzeug mehr als 13% an Kraftstoff einspart. Die Echtzeitregelung erreicht etwas über 75 % des Einsparpotenzials der theoretischen Maximallösung.

In diesem Abschnitt wurde das Potenzial der PAR anhand der Fahrt eines milden Hybrids auf einer einfachen Teststrecke dargestellt. Dabei wurden keine Bordnetzverbraucher berücksichtigt, so dass die hier getroffenen Aussagen direkt auf ein vollwertiges Hybridfahrzeug mit separater Traktionsbatterie übertragbar sind. Im weiteren Verlauf dieses Abschnitts wird durch Berücksichtigung des Bordnetzes dem Umstand Rechnung getragen, dass die E-Maschine eines milden Hybrids sowohl der Antriebsunterstützung als auch der Versorgung der elektrischen Bordverbraucher dient.

8.1.4 Milder Hybrid unter Berücksichtigung des Bordnetzes

In den bisherigen Ausführungen dieses Kapitels wurde auf eine Berücksichtigung des Bordnetzes verzichtet, um damit die PAR unter idealen Verhältnissen untersuchen zu können. Das Bordnetz lässt sich entsprechend der Ausführungen in Unterabschnitt 5.2.4 durch eine elektrische Last mit der Leistungsaufnahme $P_{\rm BN}$ beschreiben. Der Einfachheit halber wird eine messtechnisch ermittelte, konstante Bordnetzlast $P_{\rm BN} = 1680$ W angenommen, wodurch sich eine weitere Modellierung der Bordverbraucher erübrigt. Wie anhand der Modellvalidierung in Abschnitt 5.5 gezeigt, erlaubt dieser vereinfachte Ansatz eine realitätsgetreue Abbildung des Systemverhaltens.

Die vorliegende Fahrzeugkonfiguration ermöglicht lediglich den Einsatz der über $P_{\rm BN}$ hinaus verfügbaren elektrischen Leistung des generatorisch betriebenen Startergenerators zum Laden der Batterie. Entsprechend muss im motorischen Betrieb der E-Maschine zunächst das Bordnetz versorgt werden und ist nur die dann noch verbleibende Batterieleistung zur Antriebsunterstützung nutzbar. Dies schränkt das Potenzial des milden Hybrids und damit auch das Potenzial der PAR deutlich ein, wie anhand der in **Bild 8.11** dargestellten optimalen Lösung bei Kenntnis der Gesamtstrecke zu erkennen ist.

Auch hier wird die Batterie zunächst entladen und damit die Möglichkeit geschaffen, das Rekuperationspotenzial des gesamten Gefällestücks auszunutzen. Allerdings geschieht dies hier nicht durch einen Beitrag des Startergenerators zum Antrieb des Fahrzeugs, sondern durch Leerlaufbetrieb der E-Maschine mit $M_{\rm EM} = 0$. Die Batterie wird in diesem Betriebsmodus durch die Leistungsaufnahme des Bordnetzes entladen. Der selbe Betriebszustand stellt sich auch während der späteren langsamen Fahrt in der Ebene ein. Während der Beschleunigungsphase unterstützt der Elektromotor den Antrieb durch ein positives $M_{\rm EM}$, wobei es sich hier um den einzigen Fahrtabschnitt mit $M_{\rm EM} > 0$ handelt. Während der schnelleren Fahrt wird die Batterie durch Lastpunktverschiebung aktiv geladen. Dies lässt sich anhand **Bild 8.12**, in welchem ein Ausschnitt des Kraftstoffflusses und des Verbrennungsmotorwirkungsgrads für den optimal gesteuerten milden Hybrid und das konventionelle Fahrzeug³ aufgetragen sind, begründen:

Da der Startergenerator für 250 s $\leq t \leq$ 287 s im Leerlauf betrieben wird, unterscheiden sich konventionelles Fahrzeug und milder Hybrid in diesem Zeitintervall nicht. Aufgrund der elektrischen Antriebsunterstützung ergeben sich während der Beschleunigungsphase nur minimale Unterschiede, die wesentlichen Unterschiede zeigen sich erst während des schnelleren Fahrtabschnitts. Zwar ist der Verbrauch des Hybridfahrzeugs höher, allerdings wird der Wirkungsgrad deutlich gesteigert, weshalb die optimale Strategie diesen Fahrtabschnitt zur Erzeugung elektrischer Energie ausnutzt. Eine Anhebung des Lastpunkts während des darauf folgenden langsameren Teilstücks würde nicht zu einer derartigen Steigerung des Wirkungsgrads führen.

Auch hier gilt, dass die optimale Lösung lediglich die theoretische Obergrenze darstellt und dass der reale Fahrbetrieb der PAR mit einem endlichen Steuerungshorizont von ca. 30 Zeitschritten auskommen muss. **Bild 8.13** zeigt den Einfluss des Steuerungshorizonts auf die Reglergüte sowie auf die Ladezustandstrajektorien. Es ist zu erkennen, dass auch hier die Reglergüte mit steigendem Steuerungshorizont zunimmt, um dann allerdings bei q = 70 zu stagnieren.

Da mit der vorhandenen Rechenkapazität ein derartig großer Steuerungshorizont nicht im Echtzeitbetrieb realisierbar ist, muss, wie bereits in den Ausführungen des vorausgegangenen Unterabschnitts 8.1.3, auf einen kürzeren Horizont zurückgegriffen werden. **Tabelle 8.3** zeigt

³Der Vergleich mit dem konventionellen Fahrzeug ist an dieser Stelle eigentlich nicht mehr korrekt, da auch der Generator des konventionellen Fahrzeugs zur Bereitstellung der benötigten elektrischen Energie ein Lastmoment verursacht. Dieser Vergleich wird aber dennoch angestellt, da sich dadurch am besten zeigen lässt, inwiefern sich Verbrauch und Wirkungsgrad durch Einsatz des Startergenerators ändern.



Bild 8.11: Prädiktive Antriebsregelung, optimale Lösung bei Kenntnis der Gesamtstrecke. Von oben: Ladezustand, Elektromotormoment, Gang, Motordrehzahl, Bremsmoment und Verbrennungsmotormoment. Gestrichelt: minimale bzw. maximale Momente.



Bild 8.12: Verbrauch und Wirkungsgrad eines konventionellen Fahrzeugs und eines optimal gesteuerten milden Hybridfahrzeugs unter Berücksichtigung des Bordnetzes.

die Auswirkungen verschiedener Werte von p und q auf den Verbrauch im Vergleich zu einem Prädiktions- und Steuerungshorizont p = q = 70.

Es ist festzustellen, dass bei einem festen Steuerungshorizont von q = 30 analog zum milden Hybrid ohne Bordnetzberücksichtigung bei einem zu großen Prädiktionshorizont die Einhaltung des gewünschten Sollladezustands nicht gelingt. Die mit pT = 60 s und q = 30 erzielte Lösung liegt sehr nahe am Wert für qT = pT = 70 s, ansonsten werden auch hier die Verbrauchswerte mit sinkendem Prädiktionshorizont größer. Auffallend ist, dass die Abweichungen zwischen den Lösungen mit p > q und der Lösung mit p = q in der Größenordnung 0, 3...1, 9% liegen und somit sehr viel kleiner sind als die Abweichungen bei Betrachtung

Prädiktionshorizont	Steuerungshorizont	Verbrauch	Differenz zu p=q=70
70 s	70 s	0,1910 l	$\pm 0\%$
70 s	30 s	0,1895 l	$x_{\rm end} < x_{\rm soll}$
60 s	30 s	0,1916 l	+ 0,3%
$55 \mathrm{s}$	30 s	0,1905 l	$x_{\rm end} < x_{\rm soll}$
50 s	30 s	0,1936 l	+1,4%
45 s	30 s	0,1940 l	+1,6%
40 s	30 s	0,1941 l	+1,6%
35 s	30 s	0,1944 l	+ 1,8%
30 s	30 s	0,1946 l	+ 1,9%

Tabelle 8.3: Einfluss von Parametervariationen von p und q auf die Güte der Regelung



Bild 8.13: Einfluss des Steuerungshorizonts auf das Reglerverhalten sowie auf die Güte der Regelung. Obere Bildhälfte: Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit vom Steuerungshorizont. Untere Bildhälfte: Ladezustandstrajektorie für verschiedene Steuerungshorizonte.

des Systems ohne Bordnetz. Dort treten Abweichungen der Größenordnung 8...13% auf. Dies kann daran liegen, dass das Potenzial zur Speicherung und Wiederverwendung elektrischer Energie beim Fahrzeug mit Bordnetz wesentlich kleiner ist und die Auswirkungen einer großen Anzahl von Zeitschritten q, q + 1, ..., p, in denen keine Veränderung der Steuerungen möglich ist, weniger stark ins Gewicht fallen.

Ein weiterer Unterschied tritt auf, wenn auch beim Fahrzeug mit berücksichtigtem Bordnetz auf eine variable Abtastzeit zurückgegriffen wird. Die entsprechenden Ergebnisse sind in **Tabelle 8.4** zusammengefasst. Hieraus wird ersichtlich, dass durch eine Verlängerung des Steuerungshorizonts mittels Einführung einer zweiten Abtastzeit $T_2 > T_1$ kein Verbrauchsvorteil gegenüber einer entsprechenden Verlängerung des Prädiktionshorizonts durch p > qerzielt werden kann. Dies liegt daran, dass die Optimierung des Systems mit Bordnetz eine

Prädiktionshorizont	\mathbf{q}_1	\mathbf{T}_1	\mathbf{q}_2	\mathbf{T}_2	Verbrauch	Differenz zu p=q=70
70 s	70	1 s	-	-	0,1910 l	$\pm 0\%$
60 s	10	1 s	20	2 s	0,1935 l	+1,3%
65 s	10	1 s	20	2 s	0,1924 l	$x_{\rm end} < x_{\rm soll}$
60 s	20	1 s	10	$3 \mathrm{s}$	0,1943 l	+1,7%
60 s	20	$0,5 \mathrm{s}$	20	1 s	0,1916 l	+0,3%

Tabelle 8.4: Einfluss einer variablen Abtastzeit auf die Güte der Regelung

größere Sensitivität gegenüber der Abtastzeit T_2 aufweist als die des Systems ohne Bordnetz. Abgesehen von den beiden Änderungen der Geschwindigkeit sowie von den beiden Sprüngen in der Steigung befindet sich das System ohne Bordnetz stets in einem stationären Zustand. Aus diesem Grund ist anzunehmen, dass die größere Abtastzeit ab dem Optimierungsschritt q_2 kaum ins Gewicht fällt.

Beim System mit Bordnetz dagegen fließt stets ein Strom, so dass die Optimierung eine ausgeglichene Ladebilanz am Ende des Prädiktionshorizonts sicherstellen muss. Dies führt dazu, dass die für eine Lösung des Optimierungsproblems eigentlich zu große Abtastzeit T_2 einen stärkeren Einfluss auf die Güte der Regelung besitzt und somit zu einem Mehrverbrauch führt. Dieser Zusammenhang lässt sich dadurch belegen, dass die in der letzten Zeile von **Tabelle 8.4** dokumentierte Optimierung über einen Prädiktionshorizont von 60 s mit Abtastzeiten $T_1 = 0, 5$ s und $T_2 = 1$ s zu nahezu den selben Ergebnissen führt wie die Optimierung mit p = 60, q = 30 und T = 1 s in **Tabelle 8.3**.

Es bleibt festzuhalten, dass die Optimierungsparameter

p	=	60	(Prädiktionshorizont)
q	=	30	(Steuerungshorizont)
Т	=	1 s	(Zeitdiskretisierung)
$\Delta x_{\rm soll}$	=	$0,\!02\%$	(Zustandsdiskretisierung)
$\Delta M_{\rm EM}$	=	$1 \mathrm{Nm}$	(Steuerungsdiskretisierung)

bei einem Steuerungshorizont von q = 30 Schritten zu einem minimalen Kraftstoffverbrauch führen. **Bild 8.14** zeigt das Verhalten des geregelten milden Hybridfahrzeugs. Wie bei der optimalen Lösung in **Bild 8.5** wird die Batterie vor dem Gefälle entladen, sobald dieses innerhalb des Prädiktionshorizonts liegt. Nach Ankunft in der Ebene wird diese Energie zunächst zur Unterstützung des Antriebs eingesetzt. Auch die Kenntnis der folgenden Fahrt mit höherer Geschwindigkeit ändert daran nichts. Da die Energieerzeugung in diesem Fahrtabschnitt effizienter erfolgen kann, wird die Batterie so lange entladen, bis der Sollzustand von x = 80% erreicht wird. Sobald der letzte, langsamere Abschnitt innerhalb des Prädiktionshorizonts liegt, wird die Batterie unter Ausnutzung des höheren Wirkungsgrads bei schnellerer Fahrt möglichst weit aufgeladen, um das negative Startergeneratormoment im Zeitintervall $343 \leq t \leq 400$ betragsmäßig klein zu halten.

Bei Anwendung der PAR auf ein mildes Hybridfahrzeug, bei dem die E-Maschine auch für die Versorgung des Bordnetzes verantwortlich ist, lassen sich ebenfalls Verbrauchsvorteile darstellen. Während ein milder Hybrid ohne Vorausschau auf der Teststrecke 0,2019 l Kraftstoff verbraucht, kommt das mit dem größten realisierbaren Horizont von q = 30 und pT = 60 s optimal geführte Fahrzeug mit lediglich 0,1916 l aus. Dies stellt eine Verbesserung von etwa 5% dar. Bei Kenntnis der Gesamtstrecke würden 0,1896 l Kraftstoff benötigt, womit sich das maximale Einsparungspotenzial auf etwas mehr als 6% beläuft.

Das Einsparpotenzial bei Berücksichtigung des Bordnetzes fällt damit deutlich geringer aus als bei einem Fahrzeug ohne Bordnetz. Diese Tatsache ist damit zu begründen, dass aufgrund der Versorgung des Bordnetzes weniger Freiheitsgrade zum energieoptimalen Einsatz der elektrischen Energie verfügbar sind. Umgekehrt gilt, dass ein vollwertiges Hybridfahrzeug mit einer reinen Traktionsbatterie und einem stärker ausgelegtem elektrischem Antrieb ein deutlich höheres Potenzial besitzt.



Bild 8.14: Prädiktive Antriebsregelung, pT=60 s, q=30. Von oben: Ladezustand, Elektromotormoment, Gang, Motordrehzahl, Bremsmoment und Verbrennungsmotormoment. Gestrichelt: minimale bzw. maximale Momente.

8.2 Simulation eines realen Fahrprofils

Dieser Abschnitt dient der Sicherstellung der Funktionsfähigkeit der PAR auf einer realen Strecke sowie der Untersuchung der Auswirkungen eines Prädiktionshorizonts p > q sowie unterschiedlicher Abtastzeiten T_1 und T_2 in der praktischen Anwendung. Daher wird die Fahrt des milden Hybrids mit berücksichtigtem Bordnetz auf einem messtechnisch aufgezeichneten Fahrprofil simuliert. Es wird die selbe Strecke zu Grunde gelegt, welche in den in Kapitel 9 beschriebenen Fahrversuchen als Referenz dient. **Bild 8.15** zeigt das Fahrprofil einer Messfahrt auf dieser Strecke. Wie anhand des Steigungsprofils ersichtlich besteht sie aus einer Bergauffahrt, der sich zunächst eine Fahrt endet mit einer Talfahrt, welche auf etwa der selben Höhe wie zu Beginn der Fahrt endet. Wie anhand des Geschwindigkeitsprofils zu erkennen ist, wechseln sich innerörtliche Fahrtabschnitte mit $v \leq 50$ km/h mit einigen außerörtlichen Abschnitten mit v > 50 km/h ab.

Bei rein konventioneller Fahrt ergibt sich ein simulierter Gesamtverbrauch von 1,5051 l. Der milde Hybrid ohne PAR verbraucht 1,4835 l, was eine Verbrauchseinsparung von 1,4% bedeutet. Die theoretische Untergrenze für den Verbrauch, welche durch Optimierung über die Gesamtstrecke erreicht wird, liegt bei 1,4138 l, was einer Einsparung von 6% gegenüber dem konventionellen bzw. einer Einsparung von 4,7% gegenüber der nicht-prädiktiven Strategie entspricht. Für den Entwurf einer realisierbaren prädiktiven Betriebsstrategie müssen wiederum geeignete Horizontlängen bestimmt werden. Entsprechend der Vorgehensweise bei der Bestimmung des optimalen Prädiktions- und Steuerungshorizonts für die einfache Teststrecke soll die Wahl der Optimierungsparameter auch hier durch Auswertung von Simulationsstudien erfolgen. **Bild 8.16** zeigt den Einfluss des Prädiktionshorizonts auf den Kraftstoffverbrauch.

Anhand des ersten Schaubildes ist zu erkennen, dass auch auf dem realen Fahrprofil mit wachsendem Steuerungshorizont ein sinkender Kraftstoffverbrauch erzielt wird. Der Einfluss eines steigenden Horizonts flacht bei etwa 50 Sekunden zunächst ab und beginnt dann wieder stärker zu fallen, ehe bei Steuerungshorizonten qT > 100 s eine erneute Stagnation zu erkennen ist. Da Vorausschauhorizonte größer 60 Sekunden ohnehin nicht realisierbar sind, wird der gewünschte Horizont anhand der ersten Abflachung der Verbrauchsänderung gewählt. Im mittleren Teil von **Bild 8.16** ist der entsprechende Ausschnitt der Funktion $\Upsilon(qT)$ abgebildet. Es ist zu erkennen, dass für qT = 50 s ein Gesamtverbrauch erzielt wird, der sich durch eine Vergrößerung des Horizonts nur geringfügig verbessern lässt. Das untere Schaubild zeigt den optimalen Verlauf des Ladezustands für verschiedene Steuerungshorizonte. Es ist deutlich erkennbar, dass die optimale Lösung bei Kenntnis der Gesamtstrecke x_{1036} deutlich von den

PrädHorizont	Steuerungshorizont	Verbrauch	Differenz zu p=q=50
50 s	$50 \mathrm{s}$	1,4324 l	$\pm 0\%$
60 s	30 s	1,4337 l	$x_{\rm end} < x_{\rm soll}$
55 s	30 s	1,4241 l	$x_{\rm end} < x_{\rm soll}$
50 s	30 s	1,4362 l	+ 0.3%
45 s	30 s	1,4377 l	+ 0.4%
40 s	30 s	1,4380 l	+ 0.4 %
$35 \mathrm{s}$	30 s	1,4395 l	+0,5%
30 s	30 s	1,4411 l	+ 0.6%

Tabelle 8.5: Einfluss von Variationen von p und q auf die Güte der Regelung



Bild 8.15: Messdaten eines realen Fahrprofils. Linke Spalte von oben: Höhenprofil und Steigungsprofil. Rechte Spalte von oben: Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf.

Lösungen mit kürzerem Horizont abweicht. Die Maximallösung erzielt eine wesentlich bessere Ausnutzung des Ladehubs der Batterie. Insbesondere unmittelbar vor der Talfahrt bei etwa t = 800 s ist die Batterie soweit entladen, dass während der Bergabfahrt eine große Menge an elektrische Energie rekuperiert werden kann.

Die PAR mit kleinerem Horizont ist erst dann in der Lage die Batterie zu entleeren, wenn das Gefälle innerhalb des Prädiktionshorizonts liegt. Allerdings ist es auch in diesem Fall möglich, die überschüssige Energie des Gefälleabschnitts zu rekuperieren, da der Ladezustand stets deutlich unter $x_{\text{max}} = 90\%$ bleibt. Werden die drei Regelungen mit den realistischen kleinen Horizonten untereinander verglichen, so fällt auf, dass der Verlauf des Ladezustands x_{50} deutlich näher an x_{80} als an x_{20} liegt, obwohl die Steuerungshorizonte in beiden Fällen um je 30 Sekunden voneinander abweichen. Dies verdeutlicht nochmals, dass bei q = 50 ein sehr gutes Verhältnis von Verbrauchseinsparung zu Rechenaufwand erzielt wird. Wie bereits bei den Ausführungen zur idealisierten Strecke in Abschnitt 8.1 wird wiederum der Einfluss eines Prädiktionshorizonts untersucht, welcher über den Steuerungshorizont hinausgeht. Aus den in **Tabelle 8.5** zusammengestellten Daten ist abzulesen, dass auch auf einer realen Strecke durch Wahl von p > q eine rechenaufwandsneutrale Verbesserung der Reglergüte erzielbar ist.

Es zeigt sich, dass bei einem rechenaufwandsbedingten maximalen Steuerungshorizont von q = 30 Zeitschritten, einer Abtastzeit von T = 1 s und mit einem um 20 Sekunden höheren Prädiktionshorizont von pT = 50 s ein Verbrauch erreicht wird, welcher nur etwa 0,3% über dem Verbrauch mit p = q = 50 Zeitschritten liegt. Dies belegt, dass die Einschränkungen durch den verwendeten Fahrzeugrechner keinen gravierenden Einfluss auf die Reglergüte haben.

Eine Aufteilung des Steuerungshorizonts in zwei Abschnitte mit unterschiedlicher Abtastzeit



Bild 8.16: Einfluss des Steuerungshorizonts auf das Reglerverhalten sowie auf die Güte der Regelung. Von oben: Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit vom Steuerungshorizont, Ausschnitt aus dem Schaubild der ersten Zeile und Ladezustandstrajektorie für verschiedene Steuerungshorizonte.

führt auf der realen Strecke zu keiner weiteren Absenkung des Verbrauchs, was sich durch Auswertung von **Tabelle 8.6** bestätigen lässt. Das reale Fahrprofil weist noch weniger stationäre Betriebspunkte als das synthetische Profil auf, weshalb die zu große Abtastzeit T_2 unzulässig ist. Aus diesem Grund muss die Idee der Aufteilung des Steuerungshorizonts für den praktischen Einsatz verworfen werden.

Insgesamt lassen sich

p	=	50	(Prädiktionshorizont)
q	=	30	(Steuerungshorizont)
T	=	1 s	(Zeitdiskretisierung)
$\Delta x_{\rm soll}$	=	$0,\!02\%$	(Zustandsdiskretisierung)
$\Delta M_{\rm EM}$	=	1 Nm	(Steuerungsdiskretisierung)

als bestmögliche Parameter der Regelung ableiten. Der günstigste Prädiktionshorizont ist kleiner als der bei Betrachtung der idealisierten Teststrecke, was sicher dem langen Gefälle und den unrealistisch langen stationären Fahrtanteilen des idealisierten Beispiels zuzuschreiben ist. Offensichtlich ist im Falle großer Stationäranteile der Einfluss des Bordnetzes und der Batteriegröße groß gegenüber dem Einfluss des Streckenverlaufs.

Es bleibt festzuhalten, dass die Abweichungen zwischen der Fahrt auf der idealisierten Strecke und der Fahrt auf der realen Strecke als klein zu bezeichnen sind. Mit obigen Optimierungsparametern kann somit die Implementierung der PAR im Fahrzeug angegangen werden. Der
Prädiktionshorizont	\mathbf{q}_1	\mathbf{T}_1	\mathbf{q}_2	\mathbf{T}_2	Verbrauch	Differenz zu p=q=50
50 s	50	1 s	-	-	1,432 l	$\pm 0\%$
50 s	20	1 s	10	$2 \mathrm{s}$	1,464 l	+2,2%
60 s	10	1 s	20	2 s	1,454 l	+1,5%
65 s	10	1 s	20	$2 \mathrm{s}$	1,453 l	$x_{\rm end} < x_{\rm soll}$
65 s	20	1 s	10	$3 \mathrm{s}$	1,460 l	+2,0%

Tabelle 8.6: Einfluss einer variablen Abtastzeit auf die Güte der Regelung

simulierte Verbrauch mit diesem Parametern lässt sich aus **Tabelle 8.5** ablesen. Er liegt bei 1,4262 l, womit gegenüber der nicht-prädiktiven Betriebsstrategie eine Verbrauchseinsparung von beinahe 4% bzw. gegenüber der konventionellen Fahrt eine Einsparung von etwas mehr als 5% zu erhoffen ist.

8.3 Zusammenfassung

Diese Kapitel widmete sich der quasistatischen Simulation eines Hybridfahrzeugs mit PAR. Dabei wurde zunächst ein idealisiertes Fahrprofil angenommen, welches aus stückweise konstanten Geschwindigkeiten und Steigungen mit linearen Übergängen besteht und daher für eine anschauliche Analyse der PAR besonders gut geeignet ist. Unter Vernachlässigung der Leistungsaufnahme des Bordnetzes lässt sich zeigen, dass ein Hybridfahrzeug allein durch Kenntnis der Gesamtstrecke ein Kraftstoffeinsparpotenzial von ca. 18% aufweist. Diese Einsparung ist vor allem aufgrund des Rechenaufwands, aber auch wegen der begrenzten Prädizierbarkeit vorausliegender Betriebszustände, nicht realisierbar. Mit optimierten Reglerparametern und einem darstellbaren Steuerungshorizont von 30 Abtastschritten ist jedoch immerhin eine Kraftstoffeinsparung von 13% bezogen auf das nicht-prädiktiv betriebene Hybridfahrzeug möglich.

Die Simulationen unter Vernachlässigung des Bordnetzes wurden durchgeführt, um das Potenzial der PAR für ein vollwertiges Hybridfahrzeug aufzuzeigen. Die Implementierung der PAR in ein Hybridfahrzeug oder zumindest in einen optimierten milden Hybrid lässt demzufolge eine deutliche Reduzierung des Verbrauchs erwarten.

Im Rahmen dieser Arbeit war lediglich ein milder Hybrid mit einer recht schwachen E-Maschine sowie aufgrund der Applikationsrechner und der Messausrüstung einer ungewöhnlich hohen Bordnetzlast verfügbar. Wird dieses Fahrzeug mit dem selben idealisierten Fahrprofil simuliert, ergibt sich als theoretisch maximale Einsparung lediglich ein Wert von ca. 6%, als realisierbare Einsparung ein Wert von ca. 5%. Da sich diese Einsparungen auf ein nicht sehr realitätsgetreues synthetisches Fahrprofil beziehen, wurden im letzten Abschnitt Simulationen mit einem realen, aus einer Messfahrt gewonnenen Profil durchgeführt. Hier ergab sich ein theoretisches Einsparung liegt deutlich unter den Werten des vollwertigen Hybridfahrzeugs auf idealisiertem Fahrprofil, dennoch wäre der Nachweis von nahezu 4% Kraftstoffeinsparung im nicht optimierten Versuchsträger ein herausragendes Ergebnis.

Das folgende Kapitel beinhaltet die Inbetriebnahme der PAR im Versuchsträger sowie die Ermittlung der tatsächlichen Kraftstoffeinsparung.

Kapitel 9

Darstellung der Prädiktiven Antriebsregelung im Versuchsfahrzeug

Die im Verlauf dieser Arbeit entwickelte und anhand von Simulationen verifizierte PAR kann jetzt durch Implementierung im Versuchsträger getestet werden. Ziel ist zum einen der Nachweis der Funktionsfähigkeit im Fahrversuch sowie zum anderen das Treffen einer Aussage über die auf einer Teststrecke real erzielbare Kraftstoffeinsparung.

In Abschnitt 9.1 wird zunächst die Architektur der Entwicklungsumgebung beschrieben, auf der die einzelnen Programmmodule der PAR implementiert sind. Ein Teil dieser Entwicklungsumgebung wurde von einem vorhergehenden Projekt übernommen, so dass bereits eine Betriebsstrategie für ein Fahrzeug mit Startergenerator vorhanden war. Diese Strategie, die bei der Potenzialaussage als Vergleich dienen soll, wird in Abschnitt 9.2 vorgestellt. Alle Versuchsfahrten wurden auf einer vorab vermessenen Teststrecke durchgeführt, deren Beschreibung in Abschnitt 9.3 erfolgt. Im anschließenden Abschnitt 9.4 wird anhand dynamischer Simulationen unter Einbeziehung von Messdaten aus Versuchsfahrten sowohl der Prädiktor als auch das Gütemaß parametriert. In Abschnitt 9.5 werden schließlich die Ergebnisse der Versuchsfahrten präsentiert, Abschnitt 9.6 enthält eine abschließende Bewertung der Ergebnisse.

9.1 Beschreibung der Entwicklungsumgebung

Als Versuchsträger zur Darstellung der PAR dient die in Abschnitt 5.1 beschriebene S-Klasse mit integriertem Startergenerator. Da mit dem ISG, dem Doppelspannungsbordnetz und der 36V-Batterie wesentliche Fahrzeugkomponenten nicht der Serienproduktion entsprechen, bedarf es einer Entwicklungsplattform zur Antriebssteuerung. Die Serienkomponenten des modifizierten Antriebsstrangs werden über deren Standardsteuergeräte angesteuert, die übrigen Komponenten über die Powertrain Control Platform (PTC) des Mercedes-Benz Rapid Prototyping System (MBRPS). Beim MBRPS handelt es sich um eine Entwicklungsumgebung, welche unter Matlab/Simulink entwickelte Steuerungsfunktionen mittels automatischer Codegenerierung auf dem Applikationsrechner im Fahrzeug implementiert und die Kommunikation mit dem Fahrzeugnetzwerk sicherstellt. PTC umfasst diejenigen Programmbausteine, welche bei der Entwicklung von Antriebsstrangfunktionen Anwendung finden. Als Applikationsrechner wird ein Power PC mit einem Motorola MPC750 RISC Mikroprozessor eingesetzt, auf welchem LynxOS als Echtzeitbetriebssystem läuft. Die unter Matlab/Simulink entwickelten Funktionen werden mittels Real-Time Workshop in C-Code umgewandelt und über einen VME-Bus¹ auf den Power PC übertragen. Das System unterstützt die gängigen Schnittstellen mit der Fahrzeugvernetzung oder mit weiteren externen Rechnern.

Zur Implementierung der PAR sind einige weitere Modifikationen erforderlich [FB04]. So wurde ein zweiter Applikationsrechner, auf dem die PAR ausgeführt wird, in das Fahrzeug integriert. Auf diesem Rechner ist ebenfalls die PTC-Entwicklungsumgebung installiert, so dass die PAR mittels automatischer Codegenerierung auf den Applikationsrechner übertragen werden kann. Der PAR-Rechner kommuniziert bidirektional über eine 500 kBaud CAN-Schnittstelle mit den Aggregaten des Antriebsstrangs. Damit ist das Senden eines geforderten Drehmoments an das Motorsteuergerät bzw. eines gewünschten Zielgangs an das Getriebesteuergerät möglich. Umgekehrt melden diese Aggregate ihren aktuellen Betriebszustand zurück. Über eine weitere bidirektionale CAN-Schnittstelle ist eine Verbindung mit dem ISG-Applikationsrechner gewährleistet. Sie überträgt die Stellgrößen für den Elektromotor und meldet den Zustand des Motors, der Batterie sowie des Bordnetzes zurück. Somit stehen der aus Spannung, Strom und Historie des Batteriestroms geschätzte Ladezustand der Batterie als aktuelle Zustandsgröße und die gemessene aktuelle Leistungsaufnahme des Bordnetzes für die PAR zur Verfügung.

Mit der beschriebenen Konfiguration ist es möglich, das Sollmoment $M_{\rm EM,\,soll}$ des Startergenerators direkt vorzugeben. Außerdem lässt sich über die Schnittstelle zwischen Motor- und Getriebesteuergerät ein Sollgang $g_{\rm soll}$ einspeisen. Dieser Sollgang wird im Getriebesteuergerät zunächst auf Zulässigkeit überprüft und nur im Falle einer erfolgreichen Plausibilisierung tatsächlich eingelegt. Damit ist sichergestellt, dass ein Versagen des PAR-Algorithmus keine Zerstörung des Getriebes zur Folge haben kann. Nachteil ist allerdings, dass geforderte Gänge nicht in jedem Fall auch tatsächlich eingelegt werden.

Ein Zugriff auf das Moment des Verbrennungsmotors ist mit vorliegender Architektur nicht möglich. Da der Startergenerator ohnehin nur sehr schwach gegenüber dem Verbrennungsmotors ist, stellt dies keine nennenswerte Einschränkung dar. Der Fahrer regelt $M_{\rm VM}$ bei Einsetzen des Startergenerators intuitiv über das Fahrpedal nach.

Die Telematikanbindung wurde auf einem weiteren Rechner, der xPC-Target Box der Firma Mathworks, realisiert. Dabei handelt es sich um einen Industrie-PC mit einem 700 MHz Pentium-III-Prozessor. Auf diesem Rechner sind die 3D-Karte der Teststrecke sowie der Map-Matching Algorithmus implementiert. Die GPS-Positionssignale werden mittels einer RS232-Schnittstelle vom GPS-Empfänger eingelesen, die aktuelle Position in den Koordinaten der 3D-Karte wird auf dem CAN-Bus verfügbar gemacht und steht somit dem PAR-Applikationsrechner zur Verfügung.

Bild 9.1 gibt eine abschließende Übersicht über die Architektur der hier beschriebenen Entwicklungsumgebung. Bevor die Beschreibung von Teststrecke und Versuchsfahrten angegangen wird, erfolgt im nächsten Abschnitt eine kurze Beschreibung der bereits im Versuchsträger vorhandenen Betriebsstrategie, die als Basis für die Abschätzung der Verbrauchseinsparung dienen soll.

 $^{^1\}mathrm{VERSAmodule}$ Eurocard, standardisiertes Bussystem für Rechnerarchitekturen in industriellen Anwendungen.



Bild 9.1: Komponenten und Vernetzung der Entwicklungsumgebung

9.2 Nicht-prädiktive Betriebsstrategie des Versuchsträgers

Bei der nicht-prädiktiven Basisstrategie des Versuchsfahrzeugs handelt es sich um eine Spannungsregelung, welche die Batterie stets bei einem Ladezustand von x = 100% zu halten bestrebt ist. Es liegt damit also eine konventionelle Betriebsstrategie vor, die das volle Rekuperations- und Antriebsunterstützungspotenzial eines milden Hybrids nicht auszuschöpfen vermag. Das primäre Ziel dieser Strategie besteht darin, stets genug elektrische Energie bereitzustellen, um einen automatischen Start-Stopp des Motors an Ampeln oder an anderen Haltepunkten zu realisieren. In geringem Maße wird auch mit dieser Strategie rekuperiert, da beim Laden mit konstantem Moment auch überschüssige kinetische Energie aufgenommen wird. Die Umsetzung einer nicht-prädiktive Strategie mit voller Ausnutzung des Rekuperationspotenzials, ähnlich der Vergleichsstrategie in Kapitel 8, war aufgrund der Architektur des Versuchsträgers jedoch nicht mit vertretbarem Aufwand möglich. Dazu wäre eine Veränderung der Getriebesteuerung erforderlich, da die Serienschaltstrategie aus Komfortgründen beim Loslassen des Gaspedals sofort in höhere Gänge schaltet und zusätzlich der Wandler in einen stark schlupfenden Betriebszustand geht. Dies führt dazu, dass der Motor und damit auch der ISG vom Antriebsstrang soweit abgekoppelt sind, dass keine Rekuperation möglich ist.

Der Aufwand der Implementierung einer Basisstrategie mit optimierter Schaltstrategie wäre für die reine Bereitstellung einer Vergleichsstrategie zu groß, so dass hier die Fahrt mit der bereits vorhandene konventionelle Strategie mit geringfügiger Rekuperation auf der im nächsten Abschnitt beschriebenen Teststrecke als Referenz herangezogen wird.

9.3 Beschreibung der Teststrecke

Die Teststrecke zur Darstellung der PAR sollte idealerweise folgenden Anforderungen genügen:

- 1. Die Strecke ist zumindest abschnittsweise kurvenreich.
- 2. Es gibt Abschnitte mit unterschiedlichen zulässigen Höchstgeschwindigkeiten.
- 3. Kräftige Steigungen und Gefälle zur Darstellung des Optimierungspotenzials werden benötigt.
- 4. Zumindest ein Überlandabschnitt wird gefordert, um eine einigermaßen repräsentative Streckenführung zu erhalten.
- 5. Die Strecke muss in unmittelbarer Umgebung der DaimlerChrysler Forschung in Esslingen liegen.
- 6. Eine Strecke ohne Verkehr bzw. mit definiertem Verkehr wäre vorzuziehen.

Die Punkte 1-4 sind in der Umgebung von Esslingen am Neckar ohne weiteres erfüllbar, da das Gelände aufgrund des Neckartals steile Höhenunterschiede aufweist und es wegen der dichten Besiedlung ausreichend Geschwindigkeitsbeschränkungen gibt. Die Wahl einer Strecke nahe des DaimlerChrysler-Standorts war neben der effektiveren Arbeitsweise vor allem deshalb notwendig, weil das Versuchsfahrzeug aufgrund der vielen Umbauten und der daraus resultierenden reduzierten Zuverlässigkeit in der Nähe der firmeneigenen Werkstätten betrieben werden musste. Der 6. Punkt der Anforderungsliste war aufgrund dieser Rahmenbedingungen nicht erfüllbar. Die erreichbaren firmeneigenen Teststrecken weisen keine ausreichenden Steigungen auf und es musste auf öffentliche Straßen im dichtbesiedelten Raum Esslingen zurückgegriffen werden. Es wurde die in **Bild 9.2** dargestellte Ostfildern-Rundfahrt als Referenzstrecke festgelegt. Das obere Schaubild zeigt den Streckenverlauf aus der Vogelperspektive, wobei mit dem Dreieck der Start- und Zielpunkt markiert ist. Anhand von Steigung bzw. Höhenprofil, Kurvenradius, gesetzlicher Geschwindigkeitsbegrenzung und der resultierenden Grenzgeschwindigkeit ist zu erkennen, dass diese Strecke den Anforderungen 1-5 gerecht wird. Sämtliche Simulationen und Fahrversuche der folgenden Abschnitte basieren auf diesem Rundkurs.

9.4 Dynamische Simulation unter Verwendung von Fahrzeugmessdaten

Um die aufwändige Modellierung eines Fahrers zu vermeiden, wurden in Kapitel 8 ausschließlich quasistatische Simulationen durchgeführt. Dabei wurde vorausgesetzt, dass sich der Fahrer exakt so verhält, wie es der Prädiktor angenommen hat. Um vor den ersten Fahrversuchen den Prädiktor testen zu können, erfolgt in diesem Abschnitt die Betrachtung von dynamischen Simulationen unter Einbeziehung von Messdaten. Dazu wurden das Verhalten des Fahrers und des Fahrzeugs anhand einer Versuchsfahrt auf der Teststrecke aufgezeichnet. Diese Messdaten können sowohl das Fahrer- als auch das Fahrzeugmodell ersetzen, so dass lediglich die PAR benötigt wird. Damit ist eine Untersuchung des Prädiktors sowie des Einflusses der Abweichungen zwischen Fahrerverhalten und Prädiktion möglich, was in den folgenden Unterabschnitten erläutert wird.



Bild 9.2: Streckenprofil der Ostfildern-Rundfahrt. Von oben: Darstellung des Streckenverlaufs in kartesischen Koordinaten (X-Achse von Ost nach West, Y-Achse von Süd nach Nord) sowie jeweils über dem Weg aufgetragen: Fahrbahnsteigung, Höhenprofil, Kurvenkrümmung, gesetzliche Geschwindigkeitsbegrenzungen und resultierende Grenzgeschwindigkeit.

9.4.1 Vorausschauqualität der Geschwindigkeitsprädiktion

In diesem Teilabschnitt werden die Auswirkungen der Vorausschauqualität der Geschwindigkeitsprädiktion auf die Güte der Regelung, gemessen am Kraftstoffverbrauch, untersucht. Die Vorausschauqualität wird als umgekehrt proportional zum Prädiktionsfehler $\varepsilon^{\text{präd}}$ zwischen prädizierter Geschwindigkeit $v_{\text{prädk}}$ und gefahrener Geschwindigkeit v_k interpretiert. Als Maß für diesen Fehler bietet sich die Summe

$$\varepsilon_n^{\text{präd}} = \sum_{k=n}^{n+p} (v_{\text{präd}k} - v_k)^2 \tag{9.1}$$

der quadratischen Abweichung dieser Geschwindigkeiten an. In jedem Zeitschritt n erfolgt eine Prädiktion, weshalb $\varepsilon_n^{\text{präd}}$ eine Folge über der Zeit ist. Die Qualität der Gesamtprädiktion ist daher umso größer, je kleiner die Summe

$$E^{\text{präd}} = \sum_{n=0}^{n_{\text{max}}} \varepsilon_n^{\text{präd}} \tag{9.2}$$

wird. Es kann gezeigt werden, dass ein kleinerer Gesamtprädiktionsfehler $E^{\text{präd}}$ tendenziell auch zu einem geringeren Kraftstoffverbrauch führt, was in **Bild 9.3** anhand zweier unterschiedlich parametrierter Geschwindigkeitsprädiktionen dargestellt ist.

Wie aus der ersten Zeile ersichtlich ist, wurde eine Prädiktion von hoher Qualität sowie eine Prädiktion von geringerer Qualität ausgewählt. Die beiden Prädiktionen unterscheiden sich in der Wahl der Faktoren $k_{\rm b}$ und $k_{\rm v}$, welche wie in Unterabschnitt 6.3.4 beschrieben die vom Fahrer gewünschten Beschleunigungen festlegen, mit denen dieser auf eine Abweichung zwischen Ist- und Grenzgeschwindigkeit reagiert. Diese beiden Parameter beeinflussen im Wesentlichen die Fahrerinterpretation zu Beginn des Prädiktionshorizonts, da der Prädiktor für weiter vorausliegenden Geschwindigkeitsänderungen eine Fahrt mit der Grenzgeschwindigkeit annimmt. Prädiktion 1 geht von $k_{\rm b} = 0,05$ und von $k_{\rm v} = 0,1$ aus, der schlechteren Prädiktion 2 liegen die Werte $k_{\rm b} = 0,25$ und $k_{\rm v} = 0,5$ zugrunde.

Der Gesamtfehler der ersten Prädiktion ergibt $E_1^{\text{präd}} = 5,06 \cdot 10^6 \text{ km}^2/\text{h}^2$, derjenige der zweiten Prädiktion $E_1^{\text{präd}} = 8,93 \cdot 10^6 \text{ km}^2/\text{h}^2$. Entsprechend verschlechtert sich der simulierte Gesamtverbrauch bei einem Prädiktionshorizont von 50 s und gemäß Abschnitt 8.2 gewählten Optimierungsparametern von $\Upsilon_1 = 1,428$ l auf $\Upsilon_2 = 1,605$ l. Die hier exemplarisch veranschaulichten Effekte treten auch bei anderen Parametervariationen auf.

Die mittlere und untere Zeile in **Bild 9.3** stellt die Ergebnisse der ersten Geschwindigkeitsprädiktion dar, bei der es sich um die bezüglich der durchgeführten Simulationsstudien bestmögliche Prädiktion für die betrachtete Fahrt auf dem Rundkurs handelt. Jedes der Dreiecke markiert den Beginn einer Prädiktion, die von dem entsprechenden Zeitpunkt ausgeht. Es ist zu erkennen, dass eine gute Vorhersage des Verlaufs der tatsächlichen Geschwindigkeit gelingt. Die erste Prädiktion in der Ausschnittsvergrößerung der letzten Zeile zeigt, dass die Fahrzeuggeschwindigkeit aufgrund einer geringfügigen Übertretung der zulässigen Höchstgeschwindigkeit leicht über der Grenzgeschwindigkeit liegt. Da sich diese erhöhte Geschwindigkeit seit der letzten Prädiktion nicht geändert hat, geht der Prädiktor davon aus, dass der Fahrer die aktuelle Geschwindigkeit bis zur nächsten Änderung der Grenzgeschwindigkeit beibehält. Erst danach wird eine Weiterfahrt mit der Sollgeschwindigkeit prädiziert.



Bild 9.3: Qualität der Geschwindigkeitsprädiktion. Erste Zeile: Verlauf von $\varepsilon_n^{\text{präd}}$ für zwei verschiedene Parametrierungen des Prädiktors. Mittlere Zeile: Tatsächlich gefahrene Geschwindigkeit v, Grenzgeschwindigkeit v_{grenz} und prädizierte Geschwindigkeitsverläufe v_{präd} an verschiedenen Orten. Die Dreiecke markieren den Ausgangspunkt der jeweiligen Prädiktion. Letzte Zeile: Ausschnittsvergrößerung der mittleren Zeile.

Damit gelingt es, das Fahrerverhalten hinreichend genau vorauszusagen. Ebenso wird die Beschleunigungsphase am Ende der Ausschnittsvergrößerung gut abgebildet, wenngleich anhand des steileren Anstiegs der Istgeschwindigkeit auf eine Abweichung zwischen der prädizierten und der tatsächlichen Beschleunigung zu schließen ist. Diese lässt sich durch eine weitere Verbesserung der Fahrerklassifikation verringern, was jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt werden soll. Die Parameter des Prädiktors sind ohnehin gemeinsam mit den Reglerparametern so einzustellen, dass die PAR eine möglichst hohe Reglergüte erzielt, womit eine indirekte Berücksichtigung der Beschleunigungsprädiktion sichergestellt ist.

9.4.2 Festlegung der Optimierungsparameter

Die im letzten Teilabschnitt beschriebene Wahl der Prädiktorparameter erfolgte mit

p	=	50	(Prädiktionshorizont)
q	=	30	(Steuerungshorizont)
T	=	1 s	(Zeitdiskretisierung)
$\Delta x_{\rm soll}$	=	$0,\!02\%$	(Zustandsdiskretisierung)
$\Delta M_{\rm EM}$	=	$1 \mathrm{Nm}$	(Steuerungsdiskretisierung)

als Optimierungsparametern. Diese in Abschnitt 8.2 anhand von Simulationen festgelegten Parameter werden jetzt unter realen Bedingungen überprüft. Die Optimierung selbst unterscheidet sich nicht von der quasistatischen Optimierung im vorherigen Kapitel, weshalb der Steuerungshorizont auch hier durch die Rechenleistung des Applikationsrechners auf q = 30 Schritte festgelegt ist. Es wird also lediglich eine Variation des Prädiktionshorizonts p untersucht. Auftretende Abweichungen zwischen Prädiktion und Realität sollen dabei der Gewinnung neuer Erkenntnisse dienen.

Das obere Schaubild in **Bild 9.4** zeigt den Verbrauch bei Absolvierung einer Fahrt auf dem Ostfildern-Rundkurs in Abhängigkeit vom Prädiktionshorizont. Dabei wurden entsprechend der Ausführungen des vorherigen Unterabschnitts für jeden Horizont Variationen der Prädiktorparameter durchgeführt und so die jeweils bestmöglichen Werte bestimmt.

Es stellte sich heraus, dass bei der hier betrachteten dynamischen Simulation mit Messdaten ebenfalls ein Prädiktionshorizont von p = 50 optimal ist, was entsprechend **Tabelle 8.5** mit den Ergebnissen der quasistatischen Simulationen übereinstimmt. Der untere Teil von **Bild 9.4** zeigt beispielhaft die Verläufe des simulierten Ladezustands für einen Horizont von p = 30, p = 50 bzw. p = 70 Schritten. Während die Abweichungen zwischen Verbrauch und Ladezustand bei den beiden längeren Horizonten nicht wesentlich sind, ist für p = 30eine deutliche abweichende Ladezustandstrajektorie bei schlechterem Verbrauch zu erkennen. Dies kann als Bestätigung für die Wahl eines Prädiktionshorizonts p > q aufgefasst werden, wodurch eine Verlängerung des Steuerungshorizonts ohne größeren Rechenaufwand ermöglicht wird.

In der bisherigen Ausführung der PAR rechnen sowohl der Prädiktor als auch der Optimierer intern mit einer Abtastzeit von T = 1 s. Dementsprechend wird der Algorithmus jeweils bei Vorliegen einer neuen Prädiktion neu gestartet und liefert nach einem Abtastschritt optimale Steuergrößen. Die Reaktion des Antriebsstrangs auf beispielsweise das Treten des Gaspedals erfolgt daher um eben diese Totzeit von einer Sekunde verzögert. Bei den ersten Fahrversuchen stellte sich heraus, dass diese Verzögerung nicht akzeptabel ist, weshalb die Ausführungsrate der Optimierung erhöht werden musste. Mit der im Fahrzeug verfügbaren Rechenleistung ist es möglich, die PAR alle $T_{\text{PAR}} = 600$ ms aufzurufen, was zu einem deutlich angenehmeren Fahrverhalten führte. Um diese Totzeit zu kompensieren, ist jetzt nicht mehr die prädizierte Steuergröße zum Zeitpunkt $t_1 = 1000$ ms, sondern diejenige zum Zeitpunkt $\tilde{t}_1 = 600$ ms auszugeben. Aus diesem Grund wird für die Optimierung die variable Abtastzeit

$$T = \begin{cases} 600 & \text{ms} & \text{für} & k = 0\\ 1000 & \text{ms} & \text{für} & k \ge 1 \end{cases}$$
(9.3)

gewählt. Anhand von Simulationen lässt sich zeigen, dass diese Änderung, welche ausschließlich den erste Abtastschritt betrifft, keine nennenswerten Auswirkungen auf das Verhalten der Regelung hat.

Nachdem der Prädiktor parametriert und die Optimierungsparameter festgelegt sind, wird im Folgenden eine Modifikation des Gütemaßes zur Verbesserung des Fahrverhaltens vorgenommen.



Bild 9.4: Einfluss des Prädiktionshorizonts auf das Reglerverhalten sowie auf die Güte der Regelung bei einem konstanten Steuerungshorizont von q = 30 Schritten. Obere Bildhälfte: Kraftstoffverbrauch in Abhängigkeit vom Prädiktionshorizont. Untere Bildhälfte: Ladezustandstrajektorie für verschiedene Prädiktionshorizonte.

9.4.3 Anpassung des Gütemaßes

In Kapitel 8 wurde gezeigt, dass die PAR mit dem Kraftstoffverbrauch als LAGRANGEsches Gütemaß zu einer energieoptimalen Betriebsführung eines milden Hybrids führt. Damit sind jedoch noch nicht alle Möglichkeiten der PAR ausgeschöpft, da eine Erweiterung des Gütemaßes auch eine Steigerung des Fahrkomforts gestattet. Anhand von Versuchsfahrten konnten nämlich die in [ITTS02] beschriebenen Erfahrungen bestätigt werden, wonach zur Erhöhung des Fahrkomforts eine Vergrößerung des Motorschleppmoments wünschenswert ist. In diesem Fall muss der Fahrer das Bremspedal weniger oft betätigen, was er als eine angenehme Entlastung empfindet.

Eine Vergrößerung der motorischen Bremskraft während der Ausrollphasen wird durch eine Bestrafung des Bremsmoments erzielt. Dazu wird, wie bereits in Kapitel 8 angedeutet, für die Straffunktion im LAGRANGEschen Gütemaß aus Gleichung (7.6) $\beta = T \cdot k_{\rm B} M_{\rm B}^2$ angesetzt. Das Quadrat des Bremsmoments nimmt bei Verzögerungs- oder bei Bergabfahrten vergleichsweise große Werte an, weshalb der Strafterm bei Wahl eines $k_{\rm B} = 10^{-5} (\rm s \cdot Nm^2)^{-1}$ hinreichend groß wird.

Die PAR kann jetzt das Bremsmoment durch Wahl eines niedrigeren Gangs verringern, weil dann die mit der Drehzahl steigende Motorreibung die Leistung der Motorbremse erhöht und somit $M_{\rm B}$ kleiner oder idealerweise Null wird. Die ersten beiden Zeilen in **Bild 9.5** zeigen den Verlauf des Bremsmoments und des Zielgangs jeweils mit und ohne erweitertes Gütemaß. Es



Bild 9.5: Gütemaß mit Gewichtung der Bremse. Von oben: Bremsmoment und Zielgang mit und ohne erweitertes Gütemaß sowie Höhenprofil.

ist zu erkennen, dass durch die quadratische Gewichtung des Bremsmoments an den Bergabfahrten mit einem kleineren Bremsmoment ausgekommen werden kann. Stattdessen wird in einem tieferen Gang gefahren, wodurch sich das erwähnte größere Motorbremsmoment einstellt. Ohne diese Gewichtung wird häufiger und insbesondere im Bereich zwischen etwa 800 s und 900 s wesentlich unruhiger gebremst.

Aufgrund der veränderten Drehzahl ergibt sich in der Simulation ein Mehrverbrauch von ca. 3%, der auf die geringere Rekuperation aufgrund der größeren Bremsleistung der Motorbremse zurückzuführen ist. Dieser Mehrverbrauch ließe sich durch eine Verkleinerung des Gewichtungsfaktors reduzieren. Bei der Umsetzung der PAR im Fahrzeug soll darauf jedoch verzichtet werden, da insbesondere bei Bergabfahrten ein bisher nicht modellierter Effekt auftritt. Entsprechend der Ausführungen in Kapitel 5 wird bei der Modellbildung angenommen, dass der Verbrennungsmotor immer dann im Schubabschaltungsbetrieb läuft, wenn das negative Motorsollmoment das maximale Schleppmoment betragsmäßig übersteigt. Tatsächlich handelt es sich bei der Schubabschaltung jedoch um eine deutlich komplexere Funktion, bei welcher der Schwerpunkt neben verschiedenen Komfortaspekten insbesondere auf der Vermeidung des Abwürgens des Motors liegt. Ein exaktes Modell dieser Funktion würde den Umfang des Optimierungsmodells zu stark anwachsen lassen, weshalb die Schubabschaltung nur stark vereinfacht abgebildet ist.

Im Fahrzeug tritt daher der nicht vom Modell erfasste Effekt auf, dass die Kraftstoffeinspritzung bei höheren Motordrehzahlen tendenziell eher abgeschaltet wird als bei niedrigen. Durch Gewichtung des Bremsmoments mit dem Faktor k_B wird die Motorbremsleistung und damit die Drehzahl erhöht, was einem Betrieb in Schubabschaltung entgegenkommt. In diesem besonderen Fall kann dem Simulationsmodell also nicht vertraut werden, was die Aussagekraft der Simulationen allerdings nicht zu schmälern braucht, da die Gewichtung der Bremse lediglich auf Bergab- und Verzögerungsabschnitten zu einem unterschiedlichen Schaltverhalten führt. Sowohl bei der Simulation als auch beim Fahrversuch wird das Fahrzeug in Schubabschaltung betrieben, weshalb die Kraftstoffverbräuche kaum abweichen sollten. Aufgrund unterschiedlicher Drehzahlen bei der Rekuperation ist lediglich für die Ladezustände eine kleine Abweichung zu erwarten.

Nachdem die PAR anhand von quasistatischen und dynamischen Simulationen parametriert und als funktionstüchtig befunden wurde, stellt die Durchführung von Fahrversuchen den nächsten Schritt dar. Der folgende Abschnitt widmet sich der Beschreibung und der Auswertung dieser Fahrversuche.

9.5 Ergebnisse der Versuchsfahrten

Wie bereits in Abschnitt 9.3 dargelegt verläuft die vermessene Teststrecke auf öffentlichen Straßen. Da diese nicht abgesperrt werden konnten, gelang es tagsüber nicht, identische Geschwindigkeitsprofile zu fahren. Für eine reine Verhaltensanalyse der PAR bzw. die Abstimmung der Reglerparameter in bestimmten Fahrsituationen spielt dieser Umstand zunächst keine Rolle. Für den Vergleich zweier Fahrten mit und ohne PAR sind Fahrten durch eine Kurve oder an einer Geschwindigkeitsbeschränkung auch tagsüber reproduzierbar. Die Analyse eines längeren Fahrtabschnitts oder die Bestimmung des Kraftstoffeinsparpotenzials ist dagegen nur möglich, wenn ein identisches Fahrprofils einmal mit und einmal ohne PAR gefahren wird. Voraussetzung dafür ist, dass keine anderen die Fahrt beeinträchtigenden Fahrzeuge unterwegs sind. Aus diesem Grund wurden neben den Tagfahrten auch einige Nachtfahrten durchgeführt. Bei sämtliche Fahrten fungierte ein Experte als Fahrer, welcher mit der Funktionsweise der PAR vertraut ist².

Bild 9.6 zeigt die Aufzeichnungen zweier Nachtfahrten, wobei die gepunktet eingetragenen Größen diejenigen der Fahrt mit der konventionellen Basisstrategie und die durchgezogenen diejenigen der Fahrt mit der PAR sind. Anhand des Höhenprofils und des Geschwindigkeitsverlaufs ist zu erkennen, dass die beiden Fahrten nahezu identisch verlaufen sind, womit vergleichbares Datenmaterial zur Verfügung steht. Bei den Haltepunkten handelt es sich um Kreuzungen mit Stoppschildern bzw. Ampeln, wobei auch an grünen Ampeln grundsätzlich angehalten wurde, um auf jeden Fall die gleiche Anzahl von Haltepunkten zu erzielen.

Die konventionelle Betriebsstrategie lädt die Batterie stets voll auf, weshalb zu Beginn der entsprechenden Fahrt eine volle Batterie erforderlich ist. Der gepunktet aufgetragenen Ladezustand bei nicht-prädiktiver Fahrt verbleibt somit konstant bei seinem Maximalwert.

Die prädiktive Fahrt beginnt beim Sollladezustand x = 80% und verbleibt in einem engen Band um diesen Sollladezustand. Anhand des in der letzten Zeile abgebildeten Ladestroms ist der wesentliche Unterschied zwischen konventioneller und prädiktiver Fahrt zu erkennen. Da die konventionelle Strategie lediglich ein Halten des Batterieladezustands beabsichtigt, ist der Batteriestrom nur sehr klein. Im Gegensatz dazu fließt bei Fahrt mit PAR ein deutlich größerer Strom, der zum Speichern bzw. Freigeben elektrischer Energie benötigt wird. Insbesondere auf den Abschnitten mit Gefälle sind große positive Ströme zu erkennen, welche beim

 $^{^{2}}$ Für eine Weiterentwicklung der PAR in Richtung Serienreife müssten auch Fahrten mit beliebigen Fahrern durchgeführt und ausgewertet werden, was jedoch über den Rahmen dieser Arbeit hinausginge.



Bild 9.6: Durchführung der Versuchsfahrten. Von oben: Höhenprofil, Geschwindigkeitsprofil, Ladezustand und Batteriestrom.

rekuperativen Bremsen auftreten. Dieser und andere Effekte werden im Folgenden anhand einiger Fahrsituationen analysiert.

9.5.1 Funktionsdemonstration anhand ausgewählter Fahrsituationen

In diesem Unterabschnitt wird das Fahrzeugverhalten anhand einer Messfahrt mit PAR und einer Fahrt mit der Basisbetriebsstrategie ausgewertet. Anhand einiger ausgewählter Situationen lässt sich die Funktionsweise der PAR veranschaulichen, wobei zunächst die Betrachtung einer Kurvendurchfahrt erfolgt. Sie erlaubt eine anschauliche Darstellung der Reaktion der PAR auf eine zeitweilige Verringerung der Grenzgeschwindigkeit.

Fahrt durch eine enge Kurve

Die ersten beiden Zeilen in **Bild 9.7** zeigen die vorliegende Fahrsituation, wobei die gestrichelten Verläufe die Fahrt mit konventioneller und die durchgezogenen Verläufe die Fahrt mit PAR darstellen. Die Gaspedalstellung und die Fahrzeuggeschwindigkeit zeigen, dass beide Testfahrten nahezu gleich abgelaufen sind. Die gesternt-gepunktete Linie zeigt den Verlauf der Grenzgeschwindigkeit. Aufgrund der Krümmung der engen Kurve wird eine Verringerung der Geschwindigkeit prädiziert. Der Fahrer folgt zunächst dem prädizierten Geschwindigkeitsverlauf und kommt schließlich ganz zum Stehen. Das liegt daran, dass es sich bei der engen



Bild 9.7: Kurvenfahrt. Von oben: Gaspedalstellung, Geschwindigkeit, Gang und Elektromotormoment.

Kurve um eine Einmündung mit Stoppschild handelt. In der verwendeten Navigationskarte sind keine Verkehrszeichen abgelegt, weshalb dieses Verhalten nicht prädizierbar ist.

Auch ohne Kenntnis des Haltepunkts ist die Fahrt mit PAR deutlich komfortabler. Sobald der Fahrer vom Gaspedal geht, wird davon ausgegangen, dass entsprechend der Geschwindigkeitsprädiktion eine Verzögerung erwünscht ist. Wie anhand des Zielgangs zu erkennen ist, schaltet das prädiktiv gesteuerte Fahrzeug unmittelbar nach dem Loslassen des Gaspedals vom fünften in den dritten Gang und gibt gleichzeitig ein negatives Elektromotormoment vor. Beide Maßnahmen sorgen jeweils für ein Bremsmoment, welches zusammengenommen das Fahrzeug so stark verzögern lässt, dass zunächst keine Betätigung des Bremspedals erforderlich ist. Der Fahrer muss erst beim Herunterbremsen in den Stillstand eingreifen, was von Probanden als angenehm eingestuft wurde und damit eine Steigerung des Fahrkomforts bedeutet. Da das Fahrzeug in Schubabschaltung betrieben und dabei gleichzeitig durch das größere negative Elektromotormoment Energie rekuperiert wird, kann in dieser Situation zusätzlich zu dieser Komfortsteigerung auch noch eine Verbrauchseinsparung erzielt werden. Diese zeigt sich vor der Verzögerung und beim Anfahren, wo die Batterie jeweils kurzzeitig die Bordverbraucher versorgt und der ISG währenddessen kein Lastmoment vom Verbrennungsmotor fordert.

Abfahrt ins Tal

Der als Teststrecke ausgewählte Rundkurs endet mit einer Talabfahrt, welche im Folgenden näher betrachtet wird. Die ersten beiden Zeilen in **Bild 9.8** zeigen das Höhenprofil und den Geschwindigkeitsverlauf des betrachteten Streckenabschnitts. Wie aus dem gepunktet auf-



Bild 9.8: Talabfahrt. Von oben: Höhenprofil, Geschwindigkeitsverlauf, Gang und Elektromotormoment.

getragenen Verlauf der gesetzlichen Geschwindigkeitsbegrenzung v_{\S} ersichtlich ist, liegt die zulässige Höchstgeschwindigkeit auf dem Gefällestück zuerst bei 50 km/h und später bei 30 km/h. In der dritten Zeile ist der Verlauf des Zielgangs für die konventionelle und für die prädiktiv geregelte Fahrt abgebildet. Zunächst fahren beide Strategien im vierten Gang. Deutlich vor der Geschwindigkeitsbegrenzung schaltet die PAR in den dritten Gang und nutzt somit die Motorbremse zur Verzögerung des Fahrzeugs. Ein Bremseingriff seitens des Fahrers ist daher nicht notwendig. Das konventionelle Schaltprogramm schaltet erst dann in den dritten Gang, wenn der Fahrer bereits durch Betätigen des Bremspedals die Fahrzeuggeschwindigkeit verringert hat. Zu diesem Zeitpunkt schaltet die PAR, die aufgrund der Navigationskarte Kenntnis über die negative Steigung hat, bereits in den zweiten Gang und schafft es allein dadurch, die Fahrzeuggeschwindigkeit bei den vorgeschriebenen 30 km/h zu halten.

In der vierte Zeile von **Bild 9.8** ist das Drehmoment der E-Maschine aufgetragen. Bei Betrieb mit der Basisstrategie wird der ISG stets zur Versorgung der Bordverbraucher eingesetzt. Sobald das Gefälle innerhalb des Prädiktionshorizonts liegt, wird bei Fahrt mit der PAR der Startergenerator mit $M_{\rm EM} = 0$ betrieben, was eine Entlastung des Verbrennungsmotors bewirkt. **Bild 9.9** zeigt, dass wegen der Stromaufnahme der Bordverbraucher, wie aufgrund der Simulationen in Unterabschnitt 8.1.4 zu erwarten, die Batterie zunächst entladen wird. Während des Gefälles wird der ISG generatorisch betrieben, um gemeinsam mit der Motorbremse ein Einhalten der Sollgeschwindigkeit zu gewährleisten. Die erste Zeile von **Bild 9.9** zeigt das damit verbundene Aufladen der Batterie. Im Abschnitt mit $v_{\S} = 30$ km/h wird $M_{\rm EM}$ zwar kleiner, aber da die Drehzahl dafür steigt, ergibt sich insgesamt eine höhere Lade- und damit auch Bremsleistung, worauf aus dem größeren Ladestrom in der zweiten Zeile von **Bild 9.9** geschlossen werden kann. Die beiden letzten Zeilen dieses Bildes zeigen den Verbrauch mit

Bild 9.9: Verlauf des Ladezustands und des Verbrauchs auf der Talabfahrt. Von oben: Ladezustand, Ladestrom, Verbrauch mit konventioneller Strategie und Verbrauch mit PAR.

konventioneller und mit prädiktiver Betriebsstrategie. Am Verlauf für t > 800 s ist zu erkennen, dass die konventionelle Strategie aufgrund der niedrigeren Drehzahl nicht in Schubabschaltung geht, während das Fahrzeug mit PAR wenigstens zeitweise ohne Einspritzung von Kraftstoff fährt. Eigentlich wäre der gesamte Fahrtabschnitt im Schubabschaltungsbetrieb zu absolvieren, aber aufgrund der in Abschnitt 9.2 erwähnten, auf Komfort ausgelegten Wandlerbetriebsstrategie war dies mit dem verfügbaren Versuchsträger nicht möglich. Um hier das maximale Kraftstoffeinsparpotenzial auszuschöpfen, ist eine Anpassung der Schubabschaltungsfunktion und der Wandlerbetriebsstrategie an die Erfordernisse von Hybridfahrzeugen unbedingt erforderlich.

Trotz allem zeigt dieses Beispiel, dass ein Fahrzeug mit PAR während einer Bergabfahrt durch Einsatz der Motorbremse und des Elektromotors den Fahrkomfort steigern und gleichzeitig Kraftstoff einsparen kann. Immerhin ließ sich auf dem abgebildeten Streckenabschnitt trotz einer unzureichenden Schubabschaltung eine Kraftstoffeinsparung von nahezu 7,5% gegenüber der konventionellen Fahrt darstellen.

Die dritte und letzte Fahrsituation schildert eine Änderung der Sollgeschwindigkeit auf ebener Strecke.

Verzögerung vor einer Geschwindigkeitsbeschränkung

Die hier betrachtete Fahrsituation beschreibt die von einer Fahrt mit 80 km/h ausgehende Annäherung an eine Geschwindigkeitsbegrenzung von $v_{\S} = 50$ km/h. Bild 9.10 zeigt das entsprechende Fahrmanöver, wobei in der ersten Zeile die zulässige Höchstgeschwindigkeit und die mit konventioneller sowie mit prädiktiver Strategie gefahrenen Geschwindigkeiten dargestellt sind. Wie in der zweiten Zeile zu erkennen ist, geht der Fahrer bei beiden Fahrten bereits vor dem Tempo-50-Schild vom Gas und das Fahrzeug beginnt auszurollen. Mit der Basisstrategie bleibt das Getriebe im fünften Gang und die Verzögerung ist daher sehr gering, so dass der Fahrer das Bremspedal betätigen muss. Erst mit langsamer werdendem Fahrzeug schaltet das Getriebe in tiefere Gänge. Bei Fahrt mit PAR schaltet das Getriebe schon zum Zeitpunkt t = 1240 s, also 17 Sekunden bevor $v_{\S} = 50$ km/h gilt, in den vierten Gang. Zur gleichen Zeit steuert auch der Startergenerator ein negatives Bremsmoment bei, so dass das Fahrzeug ohne Zutun des Fahrers so stark verzögert, dass die Geschwindigkeit bei t = 1257 s nur noch wenig über den erlaubten 50 km/h liegt.

Im konventionellen Betrieb wird der Startergenerator während des gesamten betrachteten Zeitraums mit einem kleinen negativen Drehmoment betrieben. Dieses ist gerade so groß, dass der Strom zur Versorgung der Bordverbraucher erzeugt wird. Mit sinkender Geschwindigkeit bei t > 1250 s sinkt auch die Drehzahl des Startergenerators, so dass dieser zur Erzeugung der selben elektrischen Leistung mit betragsmäßig größerem Drehmoment betrieben werden muss.

Bei der Fahrt mit PAR unterstützt der Startergenerator während des gesamten Abschnitts mit v = 80 km/h den Antrieb durch Drehmomente $M_{EM} \ge 0$, insbesondere kurz vor der Rekuperationsphase mit einem recht großen positiven Moment. Hier wird deutlich, dass die PAR in Kenntnis der vorausliegenden Verzögerung und des damit verbundenen Rekuperationspotenzials die Batterie entlädt.

Es sei darauf hingewiesen, dass das beschriebene Verhalten vor dem Tempolimit nicht von einer Fahreraktion, sondern rein auf Basis der Navigationskarte ausgelöst wird. Das Herunterschalten sowie der Beginn der Rekuperation erfolgen vor dem Loslassen des Gaspedals. Eine nicht-prädiktive Strategie wäre zu einer derartigen Reaktion nicht in der Lage.

9.5.2 Nachweis eines Potenzials zur Kraftstoffeinsparung

Nachdem die PAR anhand verschiedener Messfahrten parametriert und für funktionstauglich befunden wurde, wird der in diesem Unterabschnitt beschriebene Nachweis eines Potenzials zur Kraftstoffeinsparung angegangen. Da keine abgesperrte Teststrecke mit brauchbarem Höhenprofil verfügbar war, wurden die Messfahrten für die Potenzialaussage entsprechend der Ausführungen zu Beginn dieses Abschnitts nachts durchgeführt. Dabei ist es gelungen, eine Referenzfahrt mit konventioneller Betriebsstrategie sowie drei Fahrten mit PAR zu absolvieren, welche nahezu deckungsgleiche Fahrprofile aufweisen und daher bezüglich des Kraftstoffverbrauchs vergleichbar sind. Die Ergebnisse dieser Fahrten werden im nächsten Teilabschnitt präsentiert.

Ergebnisse der Versuchsfahrten

Die Auswertung der Ladebilanz und des Kraftstoffverbrauchs der Referenzfahrt sowie der drei Versuchsfahrten mit PAR führt auf die in **Tabelle 9.1** dargestellten Ergebnisse. Jede der drei Fahrten mit PAR weist einen geringeren Verbrauch auf als die Referenzfahrt. Die Versuchsfahrten lieferten somit den Nachweis, dass mittels PAR eine Kraftstoffeinsparung von bis zu 2 % erzielbar ist. Zwar weisen die Verbrauchsergebnisse der drei Versuchsfahrten

Bild 9.10: Vergleich eines Verzögerungsmanövers mit und ohne PAR. Von oben: Geschwindigkeit, Fahrpedalstellung, Gang und Startergeneratormoment.

nicht unerhebliche Schwankungen auf, jedoch bleibt festzuhalten, dass jede der drei Fahrten zu einer Verringerung des Verbrauchs führte. Da die in **Tabelle 9.1** präsentierten Ergebnisse aufgrund der starken Schwankungen nicht als statistisch gesichert zu betrachten sind, sollen im Folgenden zunächst verschiedene Kenngrößen der Fahrten interpretiert werden, um daraus auf die Ursachen für eine Verbrauchsreduktion zu schließen.

Fahrt	Anfangsladezustand	Endladezustand	Verbrauch	Differenz
Basis	95%	96%	1,3330 l	$\pm 0\%$
PAR 1	80%	80,5%	1,3271 l	- 0,4%
PAR 2	80%	81%	1,3062 l	- 2,0%
PAR 3	80%	81%	1,3128 l	- 1,5%

Tabelle 9.1: Ladebilanz und Verbrauch der Referenzfahrt sowie der drei Fahrten mit PAR und Verbrauchsdifferenz bezogen auf die nicht-prädiktive Fahrt.

Auswertung der Ergebnisse

Für eine Analyse der Unterschiede zwischen der Fahrt mit der nicht-prädiktiven Strategie und mit der PAR hinsichtlich des Verbrauchs ist zunächst eine Betrachtung des Wirkungsgradkennfelds des Verbrennungsmotors von Interesse. **Bild 9.11** zeigt dieses wegen seiner Form auch *Muscheldiagramm* genannte Kennfeld, dessen Höhenlinien Gebiete mit konstantem Wirkungsgrad beschreiben. Es ist erkennbar, dass der Motor bei der Fahrt mit PAR öfter im Bereich des Wirkungsgradmaximums betrieben wird als bei Fahrt mit der Basisstrategie.

Bild 9.11: Verteilung der Lastpunkte im Wirkungsgradkennfeld des Verbrennungsmotors bei konventioneller Fahrt und bei Fahrt mit PAR.

Insbesondere im Bereich mit $\eta_{\rm VM} \ge 0, 34$ sind die mit einem Stern gekennzeichneten Betriebspunkte der PAR-Fahrt deutlich häufiger vertreten als die mit einem Dreieck gekennzeichneten Punkte der konventionellen Fahrt.

Der linke obere Graph in **Bild 9.12** verdeutlicht diesen Umstand anhand der über dem Wirkungsgrad aufgetragenen Häufigkeitsverteilung $\sigma_{\rm LP}$ der Lastpunkte. Die Häufigkeit ist in Sekunden Verweildauer des Verbrennungsmotors in einem Betriebszustand mit dem entsprechenden Wirkungsgrad angegeben. Die Darstellung in **Bild 9.12** blendet der Skalierung wegen die am meisten vorkommenden Betriebspunkte des Motors mit $\eta_{\rm VM} < 0, 1$ aus. Das Auftreten des Betriebs bei diesem schlechten Wirkungsgrad ist sowohl bei der Basisstrategie als auch bei der PAR nahezu gleich groß. Für die übrigen Betriebsbereiche gilt, dass der Motor des prädiktiv geregelten Fahrzeugs deutlich öfter bei hohem Wirkungsgrad betrieben wird, dafür aber weniger häufig in den mittleren Wirkungsgraden. Da der Startergenerator aufgrund seiner sehr kleinen Leistung zu keiner nennenswerten Lastpunktverschiebung in der Lage ist, sind diese Unterschiede zu einem großen Teil auf die abweichende Ansteuerung des Getriebes zurückzuführen.

Das linke untere Bild zeigt die Häufigkeit σ_g des bei der jeweiligen Betriebsstrategie eingelegten Gangs. Hier ist zu erkennen, dass die PAR gegenüber der Basisstrategie den fünften Gang bevorzugt, dafür aber weniger oft den vierten Gang wählt. Außerdem wird das prädiktiv gesteuerte Fahrzeug öfter in niedrigeren Gängen betrieben, was dafür sorgt, dass die Drehzahl wie im rechten oberen Bild dargestellt häufiger in höheren Bereichen liegt.

In Phasen des Antriebs mit dem Verbrennungsmotor wäre eine höhere Drehzahl im Allgemeinen mit einem höheren Verbrauch verbunden, was der Kraftstoffoptimalität einer derartigen

Bild 9.12: Ursachen für die Kraftstoffeinsparung. Linke Spalte von oben: Häufigkeitsverteilung des Verbrennungsmotorwirkungsgrads und des eingelegten Gangs. Rechte Spalte von oben: Häufigkeitsverteilung der Drehzahl aller Betriebspunkte sowie der Betriebspunkte, in denen der Motor in Schubabschaltung ist.

Strategie widerspräche. Aus diesem Grund ist zu untersuchen, ob die Drehzahlanhebungen während der Zugphasen mit antreibendem Motor oder während der Schubphasen mit angetriebenem Motor erfolgen. Die rechte untere Häufigkeitsverteilung zeigt die Häufigkeit der Motordrehzahlen während Betriebsphasen mit Schubabschaltung, in denen also die Einspritzung unterbrochen ist und der Motor durch die kinetische Energie der Strecke angetrieben wird. Insgesamt geht der Motor öfter in Schubabschaltung, insbesondere in Drehzahlen um $n_{\rm Mot} = 3000 \text{ min}^{-1}$, welche während der Bergabfahrtabschnitte ausschließlich mit der PAR erreicht werden. Diese Anhebung der Drehzahl während der Schubphasen sorgt dafür, dass sich der Motor schnell genug dreht, um in Schubabschaltung zu gehen. Letztendlich führt die Drehzahlanhebung dazu, dass sich die Betriebszustände $B_{\rm SAS} = 1$ mit aktiver Schubabschaltung um 102% erhöhen, was anhand der Gegenüberstellung von $B_{\rm SAS}$ für die Basisstrategie sowie für die PAR in **Bild 9.13** zu erkennen ist.

Neben der Schaltstrategie hat auch die unmittelbare Ansteuerung des Startergenerators einen Einfluss auf den Kraftstoffverbrauch. Die beiden unteren Schaubilder von **Bild 9.13** zeigen die mechanische Leistungsaufnahme des Startergenerators im konventionellen Betrieb sowie bei der Fahrt mit PAR. Die Basisstrategie hält die Batterie im maximalen Ladezustand und versorgt das Bordnetz unmittelbar mit dem bei einer mechanischen Leistung von $\overline{P}_{\rm EMmech, Basis} = -1,9$ kW erzeugten Strom. Demgegenüber variiert die mechanische Leistung bei Einsatz der PAR stark und liegt im Mittel bei $\overline{P}_{\rm EMmech, PAR} = -2,3$ kW. Müsste diese größere Leistungsaufnahme der E-Maschine vom Verbrennungsmotor aufgebracht werden, so wäre wegen der recht großen Differenz der beiden Leistungen trotz eines eventuellen Betriebs des Verbrennungsmotors in einem besseren Wirkungsgrad mit einem Mehrverbrauch zu rech-

Bild 9.13: Vergleich der Schubabschaltung und der Startergeneratorleistung mit und ohne PAR. Von oben: Bedingung Schubabschaltung bei Betrieb mit der Basisstrategie und bei Betrieb mit der PAR, mechanische Leistung des Startergenerators bei Basis- und bei PAR-Fahrt.

nen. Da jedoch ein nicht unerheblicher Teil der generatorischen Leistung durch Rekuperation gewonnen wird, setzt die PAR weniger Kraftstoff zur Stromerzeugung ein. Der Vergleich der mechanischen Energie zum Antrieb des Generators macht dies deutlich: Bei Betrieb mit der Basisstrategie werden $E_{\text{Basis}} = -0,527$ kWh Energie vom Generator aufgenommen, die PAR nimmt insgesamt $E_{\text{PAR}} = -0,636$ kWh auf, wobei ein Anteil von $E_{\text{Antrieb}} = 0,0254$ kWh zur aktiven Antriebsunterstützung eingesetzt wird.

Dennoch nimmt der Generator bei Betrieb mit der Basisstrategie eine Differenz von

$$\Delta E = E_{\text{Basis}} - (E_{\text{PAR}} + E_{\text{Antrieb}}) = 0,0836 \text{ kWh}$$
(9.4)

weniger an Energie auf, was wegen der bei beiden Betriebsstrategien ausgeglichenen Ladebilanz auf die Umwandlungsverluste der Batterie zurückzuführen ist. Dieser größere Energieeinsatz lässt sich durch die Rekuperation überschüssiger kinetischer Energie rechtfertigen. Lediglich eine Energiemenge von $E_{\text{PAR}}^{\text{VM}} = -0,495$ kWh wird bei der Fahrt mit PAR vom Verbrennungsmotor aufgebracht, die übrige Energie $E_{\text{PAR}}^{\text{rek}} = -0,142$ kWh wird durch Rekuperation gewonnen. Der Rekuperationsanteil auf der Teststrecke beträgt somit 22,3%, wodurch gegenüber der konventionellen Fahrt 6,2% weniger mechanische Energie zum Betrieb des Generators benötigt wird.

9.6 Bewertung der Potenzialaussage

Jede der drei Messfahrten resultierte in einem niedrigeren Verbrauch als die konventionelle Basisfahrt. Damit belegen die präsentierten Ergebnisse, dass die PAR eine Kraftstoffeinsparung ermöglicht. Die Aussagekraft dieser Potenzialaussage ist aufgrund der großen Streuung der Ergebnisse jedoch begrenzt. Um hier statistisch aussagefähige Resultate zu erzielen, wären weitaus mehr Messfahrten mit und ohne PAR zu absolvieren, um daraus einen Mittelwert bilden zu können. Dies ist auf einer öffentlichen Straße jedoch kaum durchführbar, weshalb auf eine abgesperrte Teststrecke zurückgegriffen werden müsste. Nur so ist eine große Anzahl nahezu identischer Fahrten realisierbar. Auch eine Verbesserung der Bestimmung der benutzten Kraftstoffmenge durch eine Kraftstoffflussmesseinrichtung oder durch ein genaues Messen oder Wiegen der Tankfüllung vor und nach der Fahrt wäre erstrebenswert. Bei den hier behandelten Fahrten wurde der Verbrauch anhand des Sollwerts der eingespritzten Kraftstoffmenge berechnet. Aufgrund von Bauteiltoleranzen ergibt sich dadurch ein zum Teil lastabhängiger Fehler im einstelligen Prozentbereich, der zum Zwecke einer quantitativen Potenzialaussage eliminiert werden müsste.

Der hier beschriebene Aufwand ist allerdings erst dann gerechtfertigt, wenn die PAR anhand weiterer Testfahrten besser parametriert und außerdem die Systemarchitektur optimiert wurde. Wie in **Bild 9.12** zu erkennen ist, erfolgt nicht nur eine Lastpunktverschiebung hin zu höheren Wirkungsgraden, in geringerem Umfang tritt auch eine Verschlechterung des Motorwirkungsgrads auf. Dies liegt zum Teil daran, dass die PAR stellenweise auch während des Zugbetriebs mit antreibendem Motor in höheren Drehzahlen fährt als das konventionelle Schaltprogramm, was an diesen Stellen zu einem Mehrverbrauch führt.

Ein weiteres Problem ist darin zu sehen, dass das Getriebesteuergerät den geforderten Gang nicht immer annimmt. Häufig fordert die PAR das Schalten in einen höheren Gang, der dann vom Getriebesteuergerät abgelehnt wird, was die Ausschöpfung des vollen Einsparpotenzials einschränkt. Die entsprechenden Weiterentwicklungen erscheinen jedoch beim vorliegenden Versuchsträger wenig sinnvoll, da das Fahrzeug aufgrund des aufwändigen Messaufbaus ohnehin zu stark von einem serientauglichen Fahrzeug abweicht und sich daher keine allgemeingültige Potenzialaussage quantifizieren lässt.

Insgesamt konnte mit einem Versuchsträger, der aufgrund des hohen Eigenenergieverbrauchs der Versuchsapparaturen und aufgrund der nicht vollständig umsetzbaren Steuergrößen nicht das volle Potenzial der PAR auszuschöpfen vermag, eine Verringerung des Kraftstoffverbrauchs dargestellt werden. Der Wert der Einsparung weist zwar eine große Streuung auf, aber jede Fahrt mit PAR führte zu einem Minderverbrauch. Es bleibt daher festzuhalten, dass im Rahmen dieser Arbeit der Nachweis der Funktionstauglichkeit der PAR sowie eines Potenzials zur Kraftstoffeinsparung erbracht worden ist.

9.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Implementierung der PAR in das Versuchsfahrzeug beschrieben. Der Applikationsrechner des Versuchsträgers verfügt über ausreichende Rechenleistung zum Echtzeitbetrieb der PAR und gibt den Zielgang sowie das Sollmoment des Elektromotors an das Getriebe- bzw. an das Motorsteuergerät weiter. Da es keinen unmittelbaren Zugriff auf das Verbrennungsmotormoment oder auf die Bremse gibt, muss der Fahrer ein zusätzliches Drehmoment des Startergenerators mit dem Gas- bzw. mit dem Bremspedal ausregeln.

Mittels Testfahrten auf einer definierten und vermessenen Referenzstrecke sind Daten gesammelt worden, welche im Zuge einer dynamischen Simulation zur Parametrierung des Prädiktors sowie zur Festlegung der Optimierungsparameter nutzbar waren. Nachdem die PAR auf diese Weise parametriert wurde sind Versuchsfahrten durchgeführt worden. Dabei erfolgte zunächst eine Analyse der Wirkungsweise der PAR anhand verschiedener Fahrsituationen. Es ließ sich zeigen, dass insbesondere durch das frühzeitige Herunterschalten und elektromotorischen Abbremsen vor Kurven oder vor Geschwindigkeitsbeschränkungen eine Steigerung des Fahrkomforts erzielt werden kann. Außerdem lässt sich aus den verschiedenen Situationen auch auf eine Verringerung des Kraftstoffverbrauchs schließen.

Der Nachweis eines Potenzials zur Verbrauchsreduktion wurde anhand einiger nahezu identisch abgelaufener Versuchsfahrten erbracht, wobei ein belastbarer Zahlenwert über die Größe dieser Einsparung unter den gegebenen Versuchsbedingungen nicht ermittelt werden konnte.

Kapitel 10

Zusammenfassung

Die Zielsetzung dieser Arbeit bestand in der Verbesserung bisheriger Betriebsstrategien für Hybridfahrzeuge hinsichtlich des Kraftstoffverbrauchs. Zur Erreichung dieses Ziels wurde eine Integration von Umfeldinformationen in die Steuerung des Antriebsstrangs vorgeschlagen. Diese Einbindung von Telematikinformationen erlaubt die Anwendung einer energieoptimalen prädiktiven Regelung, welche in der vorliegenden Arbeit für ein paralleles Hybridfahrzeug entworfen und in einem Versuchsfahrzeug umgesetzt wurde. Schwerpunkte waren dabei zum einen die Entwicklung einer echtzeitfähigen NMPR für die vorliegende Aufgabenstellung und zum anderen das Treffen einer Potenzialaussage hinsichtlich der Verringerung des Kraftstoffverbrauchs.

Anhand der Betrachtung der unterschiedlichen Betriebsmodi eines parallelen Hybridfahrzeugs lässt sich verdeutlichen, dass unter Verwendung von Telematikinformationen ein vorausschauender Betrieb des Antriebsstrangs realisierbar ist, der zu einer Kraftstoffeinsparung führt. So wie ein geübter Fahrer die vorausliegende Straße im Blick behält und darauf in vorausschauender Weise reagiert, ist die PAR in der Lage, innerhalb eines gewissen Prädiktionshorizonts optimale Steuerungen zu bestimmen. Dieser Prädiktionshorizont wird fortlaufend verschoben und es werden in gewissen Abtastintervallen neue Optimierungen gestartet, was eine Berücksichtigung des weiteren Verlaufs der Straße sowie auftretender Störungen erlaubt.

Die damit umschriebene MPR zeichnet sich insbesondere durch das darin auftretende Optimierungsproblem bzw. durch den Algorithmus zur Lösung dieses Problems aus. Ein Beitrag dieser Arbeit besteht darin, die Dynamische Programmierung an die Besonderheiten des vorliegenden Optimierungsproblems anzupassen. Eine geschickte Eingrenzung der Steuergrößen auf ihre zulässigen Werte, die Einschränkung des Suchraums auf den reduzierten Zustandsraum sowie das Konzept des Regelungshorizonts erlauben eine signifikante Reduzierung des Rechenaufwands, die eine Anwendung der Dynamischen Programmierung in Echtzeit überhaupt erst möglich macht.

Voraussetzung dafür ist ein Systemmodell niedriger Ordnung. In dieser Arbeit wurde dazu ein Modell von nur erster Ordnung entwickelt, welches durch Kombination des dynamischen mit dem quasistatischen Modellierungsansatz die prädizierten Störgrößen zur Reduktion der Systemordnung ausnutzt.

Als Störung werden die von der PAR nicht beeinflussbaren Größen Steigung, Beschleunigung und Geschwindigkeit aufgefasst. Ihre Prädiktion erfordert eine Modellierung der Verkehrssituation und des Fahrerverhaltens. Eine ausführliche Behandlung dieses Themas hätte den Rahmen dieser Arbeit gesprengt, so dass lediglich ein kurzer Überblick über dieses Gebiet gewährt und ein vereinfachtes Störgrößenmodell zur Prädiktion der benötigten Größen entwickelt wurde. Nach dem Entwurf der PAR für ein paralleles Hybridfahrzeug ging es an die Untersuchung der Regelung anhand von quasistatischen Simulationen. Dabei wurde gezeigt, dass die rechenaufwandsreduzierenden Maßnahmen greifen und dass ein Betrieb in Echtzeit möglich ist. Darüber hinaus gelang anhand von simulierten Fahrten auf einer real aufgezeichneten Teststrecke das Aufzeigen eines Potenzials zur Kraftstoffeinsparung von nahezu 4 % gegenüber einem nicht-prädiktiv betriebenen milden Hybrid sowie von mehr als 5 % gegenüber einem konventionellen Fahrzeug.

Der zweite Schwerpunkt dieser Arbeit war die Umsetzung im Fahrzeug. Dabei zeigte sich, dass mit einem eingewiesenen Experten als Fahrer eine hinreichend gute Geschwindigkeitsprädiktion möglich ist und dass damit die Funktionstauglichkeit der PAR nachweisbar ist. Der besondere Beitrag dieser Arbeit ist in der erstmaligen Implementierung einer prädiktive Regelung mit Echtzeitoptimierung in einem Hybridfahrzeug zu sehen. Verschiedene Fahrversuche zeigen, dass die Funktion sinnvolle Ergebnisse liefert und dass die Fahrt mit PAR für den Fahrer akzeptabel ist. An einigen Stellen ist sogar eine Steigerung des Fahrkomforts bei gleichzeitiger Kraftstoffeinsparung dargestellt worden!

Die Potenzialaussage über die Kraftstoffverbrauchseinsparung stellte sich unter den gegebene Messbedingungen als schwierig heraus. Für eine statistisch abgesicherte Aussage wären deutlich mehr Messfahrten mit identischem Fahrprofil zu absolvieren gewesen, was jedoch auf einer öffentlichen Straße im Rahmen der Verfügbarkeit des Versuchsfahrzeugs nicht geleistet werden konnte. Eine belastbare quantitative Aussage lässt sich daher nicht treffen, aber es wurde gezeigt, dass bereits mit einem sehr schwach ausgeprägten milden Hybrid und einer noch nicht bis ins Detail ausgereiften Entwicklungsstufe der PAR eine Reduzierung des Verbrauchs um bis zu 2 % möglich ist.

Auch wenn bis zur Serienreife der PAR noch ein langer Weg zu beschreiten ist, gibt die vorliegende Arbeit die Richtung vor, die zu einer kraftstoffoptimalen prädiktiven Betriebsstrategie führt. Diese Betriebsstrategie ermöglicht eine vergleichsweise preiswerte Absenkung des Kraftstoffverbrauchs, da abgesehen von der stetig kostengünstiger werdenden Rechenkapazität keine Herstellkosten verursacht werden.

Anhang A

Fixpunktiteration

Im Folgenden wird eine Fixpunktiteration hergeleitet, welche auf numerischem Wege die durch

$$x_k = f(x_{k-1}) \tag{A.1}$$

gegebene implizite Gleichung nach dem gesuchten Systemzustand x_{k-1} aufzulösen vermag. Bei x_k handelt es sich um den bekannten Zustand und bei $f(x_{k-1})$ um die Systemfunktion eines nichtlinearen, zeitdiskreten Systems mit mindestens einmal stetig differenzierbarer Systemfunktion.

Es gilt, dass der bekannte Zustand x_k vom zu bestimmenden Vorgängerzustand x_{k-1} den unbekannten euklidischen Abstand

$$\Delta x = x_k - x_{k-1} = f(x_{k-1}) - x_{k-1} \tag{A.2}$$

einnimmt. Wäre der Abstand Δx bekannt, so könnte Gleichung (A.2) nach dem gesuchten x_{k-1} aufgelöst werden:

$$x_{k-1} = x_k - \Delta x \,. \tag{A.3}$$

Der folgende Ansatz basiert auf einem geeigneten Schätzwert für Δx , der unter der Annahme gewonnen wird, dass sich die Systemdynamik von einem Zustand zum nächsten nicht sprunghaft ändert, d.h. dass für die Systemfunktion

$$\|f(x_k) - f(x_{k-1})\| < \epsilon \tag{A.4}$$

für ein kleines $\epsilon \in \mathbb{R}$ gilt. Unter dieser Voraussetzung liefert der um einen Zeitschritt nach vorne verschobene euklidische Abstand

$$\Delta \hat{x} = f(x_k) - x_k \tag{A.5}$$

einen brauchbaren Schätzwert für Δx . Wird dieser Schätzwert in (A.3) eingesetzt, so ergibt sich

$$\begin{aligned}
x_{k-1}^{0} &= x_{k} - \Delta \hat{x} \\
&= 2 x_{k} - f(x_{k})
\end{aligned} (A.6)$$

als Bestimmungsgleichung für den Startwert x_{k-1}^0 der Fixpunktiteration. Durch Einsetzen dieses Startwerts in die Systemgleichung kann der zugehörige Folgezustand

$$\hat{x}_k^0 = f(x_{k-1}^0) \tag{A.7}$$

berechnet werden. Dessen Abweichung

$$\Delta x_{k} = \hat{x}_{k}^{0} - x_{k}$$

$$= f(x_{k-1}^{0}) - x_{k}$$
(A.8)

vom tatsächlichen Folgezustand x_k wird entsprechend der Überlegungen zum Schätzwert für Δx in den Gleichungen (A.2) und (A.5) zur Korrektur des Startwerts x_{k-1}^0 benutzt. Daraus resultiert

$$\begin{aligned}
x_{k-1}^{1} &= x_{k-1}^{0} - \Delta x_{k} \\
&= x_{k-1}^{0} + x_{k} - f(x_{k-1}^{0})
\end{aligned} \tag{A.9}$$

als Bestimmungsgleichung für die erste Iteration der Lösung. Entsprechend fortgesetzt wird daraus

$$x_{k-1}^{s+1} = x_{k-1}^s + x_k - f(x_{k-1}^s)$$
(A.10)

mit $s \in \mathbb{N}$ als Iterationsvorschrift erhalten.

Anhang B

Abkürzungen, Schreibweisen und Symbole

Abkürzungen

ung

Schreibweisen

Symbol	Bedeutung
f(x)	Function f von x
$f(\cdot)$	nicht ausgeschriebenes Argument der Funktion \boldsymbol{f}
x_k	Mit Abtastzeit T zeit diskretisierte Größe zum Zeitpunkt kT
$\{(\cdot)\}$	Zeitfolge von (\cdot)
$\min\{\cdot\}$	Minimum von (\cdot)
$\arg\min\{\cdot\}$	Argument, welches (\cdot) minimiert.
$(\cdot)_{\mathrm{soll}}$	Sollwert der Größe (\cdot)
$\lceil (\cdot) \rceil$	Auf die nächste ganze Zahl aufgerundeter Wert von (\cdot)
$\lfloor (\cdot) \rfloor$	Auf die nächste ganze Zahl abgerundeter Wert von (\cdot)
$x \in [a, b]$	x ist Element einer geschlossene Menge, $a \leq x \leq b$
$x\in [a,b[$	x ist Element einer halboffenen Menge, $a \leq x < b$
$x \in \left]a, b\right[$	\boldsymbol{x} ist Element einer offenen Menge, $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{x} < \boldsymbol{b}$

Symbole und Formelzeichen

Systemtheorie

Zeichen Bedeutung

\mathbb{N}	Menge der natürlichen Zahlen
\mathbb{R}	Menge der reellen Zahlen
ν, j	Zählvariablen
T	Abtastzeit
au	Rechenzeit
x	Systemzustand bzw. normierter Batterieladezustand
u	Steuergröße
z	Störgröße
f	kontinuierliche Systemfunktion
ϕ	zeitdiskrete Systemfunktion
g	kontinuierliche Störgrößenfunktion
ψ	zeitdiskrete Störgrößenfunktion
η	Dimension des Zustandsvektors
ν	Dimension des Störgrößenvektors
κ	Dimension des Steuervektors

Optimierung

Zeichen	Bedeutung
$(\cdot)^*$	optimaler Wert einer Größe (\cdot)
J	Wert des Gütefunktionals
ζ	Funktion zur Bewertung des Endverhaltens (MAYERsches Gütemaß)
ξ	Funktion zur Bewertung des Übergangsverhaltens (Integrand/Summand des LAGRANGEschen Gütemaßes)
R	Optimale Restkostenfunktion
Н	HAMILTON-Funktion
λ	LAGRANGEscher-Multiplikator
k	Reglerinterner Zeitindex
n	Zeitindex der realen Welt

Zeichen	Bedeutung
p	Anzahl Zeitschritte im Prädiktionshorizont
q	Anzahl Zeitschritte im Steuerungshorizont
r	Anzahl Zeitschritte im Regelungshorizont
$\mathcal{X}^{\mathrm{E}/\mathrm{Z}/\mathrm{R}}$	erreichbarer/zielführender/reduzierter Zustandsraum
$\hat{x}_{k,\min/\max}$	untere bzw. obere Grenze des reduzierten Zustandsraums
Ψ	Steuerungsgitter
Γ	Zustandsgitter
$N^{(\cdot)}$	Anzahl diskreter Werte der Größe (\cdot)
Ω	Rechenaufwand, ausgedrückt als Anzahl der Aufrufe der Systemfunktion

Modellbildung

Zeichen	Bedeutung
$m_{\rm ges}$	Gesamtmasse des Fahrzeugs [kg]
$\Theta_{\rm ges}$	Gesamtträgheitsmoment des Fahrzeugs [kg· m^2]
$\Theta_{\rm ges}$	Trägheitsmoment eines Rads [kg· m ²]
$r_{\rm Rad}$	Radradius [m]
$\omega_{ m Rad}$	Winkelgeschwindigkeit des Rads $\left[\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\right]$
$M_{\rm ATS}$	Gesamtantriebsmoment [Nm]
$M_{\rm W}$	Widerstandsmoment [Nm]
$M_{\rm B}$	Bremsmoment [Nm]
$M_{\rm Mot}$	Gesamtmoment der Antriebsaggregate [Nm]
$M_{\rm VM}$	Drehmoment des Verbrennungsmotors [Nm]
$T_{\rm VM}$	Zeitkonstante des Verbrennungsmotors [s]
$M_{\rm EM}$	Drehmoment des Elektromotors [Nm]
$T_{\rm EM}$	Zeitkonstante des Elektromotors [s]
$M_{\rm MR}$	Momentenreserve
$M_{\rm NA}$	Lastmoment der Nebenaggregate [Nm]
g	eingelegter Gang
$i_{ m G/DG}$	$Getriebe-/Differential getriebe \" ubersetzung$
$\Theta_{G/DG}$	Getriebe-/Differential getriebeträgheits moment
$\eta_{ m G/DG}$	Getriebe-/Differential getriebewirkung sgrad
$\overline{(\cdot)}$	auf die Primärseite umgerechnete reduzierte Trägheit (\cdot)
$f_{\rm VM}(\cdot)$	Verbrauchskennfeld des Verbrennungsmotors $\left[\frac{1}{s}\right]$
υ	Kraftstofffluss $\left[\frac{1}{s}\right]$

Gesamtverbrauch [l]
Batteriestrom [A]
Stromaufnahme des Bordnetzes [A]
Stromaufnahme/-abgabe des Elektromotors [A]
Leistungsaufnahme/-abgabe des Elektromotors [W]
Batteriekapazität [As]
normierte Batteriekapazität [-]
Fahrbahnsteigungswinkel [rad]
Kurvenkrümmung $\left[\frac{1}{m}\right]$
vom Fahrer akzeptierte Querbeschleunigung $\left[\frac{m}{s^2}\right]$
Fahrerwunschbeschleunigung $\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$
Fahrerwunschverzögerung $\left[\frac{m}{s^2}\right]$
gesetzliche Geschwindigkeitsbeschränkung $\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$
maximale Geschwindigkeit in Kurven $\left[\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\right]$
Umgebungsbedingte Maximalgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$
Verkehrsbedingte Maximalgeschwindigkeit $\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$
Grenzgeschwindigkeit $\left[\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\right]$

Zeichen Bedeutung

Ergebnisse

Zeichen	Bedeutung
$v_{\rm präd}$	Prädizierte Geschwindigkeit $\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$
$\varepsilon^{\mathrm{pr}\ddot{\mathrm{a}}\mathrm{d}}$	Prädiktionsfehler $\left[\frac{\mathrm{km}^2}{\mathrm{h}^2}\right]$
$E^{\rm pr\ddot{a}d}$	Kumulierter Prädiktionsfehler $\left[\frac{\mathrm{km}^2}{\mathrm{h}^2}\right]$
$n_{ m Mot}$	Motordrehzahl $[\min^{-1}]$
$\eta_{\rm VM}$	Verbrennungsmotorwirkungsgrad [%]
ϕ_{FP}	Fahrpedalstellung [%]
$\overline{P}_{\text{EMmech}}$	Mittlere mechanische Leistungsaufnahme der E-Maschine [W]
E	Gesamtenergieaufnahme oder -abgabe [Ws]
$\sigma_{ m g}$	Häufigkeitsverteilung des Gangs [s]
$\sigma_{ m LP}$	Häufigkeitsverteilung der Lastpunkte [s]
σ_{n1}	Häufigkeitsverteilung der Drehzahl insgesamt [s]
σ_{n2}	Häufigkeitsverteilung der Drehzahl während Schubabschaltung [s]

Literatur

- [ABQ⁺99] F. Allgöwer, T. A. Badgwell, J. S. Qin, J. B. Rawlings, and S. J. Wright. Nonlinear predictive control and moving horizon estimation - an introductory overview. In P.M. Frank, editor, Advances in Control, Highlights of ECC'99, 1999.
- [Ack88] J. Ackermann. *Abtastregelungen*. Springer Verlag, Heidelberg, 1988.
- [Alk02] R. M. Alkan. GPS-Single point positioning without selective availability. Technical report, Departement of Geodesy and Photogrammetry Eng., Istanbul Technical University, Turkey, 2002.
- [Arb02] M. Arbitman. Modellbasierte Prädiktion eines Geschwindigkeitsprofils für ein Kraftfahrzeug. Diplomarbeit D 748, Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme, Universität Karlsruhe (TH), 2002.
- [ARSID03] D. Austin, N. Rosinski, A. Sauer, and C. le Duc. The impact of climate change on competitiveness and value creation in the automotive industry. Gemeinsame Studie von SAM Research und dem World Resources Institute, 2003.
- [AZ00] F. Allgöwer and A. Zeng. Nonlinear Model Predictive Control. Birkhäuser, 2000.
- [Bac97] A. Bachmann. Simulationsumgebung für eine Getriebesteuerung mit Fahrer-, Fahrzeug- und Streckenmodell. Diplomarbeit, Fachbereich Elektrotechnik, Universität-Gesamthochschule Siegen, 1997.
- [Bau03] H. Bauer. *Ottomotor-Management*. Vieweg-Verlag, Braunschweig, 2003.
- [BBB⁺01] T. Binder, L. Blank, H. G. Bock, R. Bulirsch, W. Dahmen, M. Diehl, T. Kronseder, W. Marquardt, J. P. Schlöder, and O. von Stryk. Introduction to model based optimization of chemical processes on moving horizon. In *Online Optimi*zation of Large Scale Systems. Springer Verlag, 2001.
- [BD62] R. Bellman and S. E. Dreyfus. *Applied Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, 1962.
- [BD79] A. Björck and G. Dahlquist. *Numerische Methoden*. Oldenbourg Verlag, München, 1979.
- [BDLS00] H. G. Bock, M. Diehl, D. Leineweber, and J. P. Schlöder. A direct multiple shooting method for real-time opimization of nonlinear DAE processes. In F. Allgöwer and A. Zeng, editors, *Nonlinear Model Predictive Control [AZ00]*, 2000.
- [Bel57] R. Bellman. *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, 1957.
- [Ber95] D. P. Bertsekas. *Dynamic Programming and Optimal Control*, volume 1. Athena Scientific, Belmont, 1995.

- [BGKC⁺02] J. F. Bonnans, T. Guilbaud, A. Ketfi-Cherif, D. von Wissel, C. Sagastizábal, and H. Zidani. Parametric optimization of hybrid car engines. Technical report, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique, 2002.
- [BH75] A. E. Bryson and Y. C. Ho. *Applied Optimal Control.* Taylor & Francis, New York, 1975.
- [Bis04] C. Bischoff. Entwicklung einer Betriebsstrategie für Fahrzeuge mit elektromechanisch-leistungsverzweigendem Antriebsstrang. EXPERT-Verlag, 2004.
- [BP84] H. G. Bock and K. J. Plitt. A multiple shooting algorithm for direct solution of optimal control problems. In *Proc. 9th IFAC World Congress Budapest*, 1984.
- [BPB03] M. Brandstäter, W. Prestl, and G. Bauer. ACC Funktionsoptimierung durch Nutzung von Navigations-Daten. In 11. Internationale VDI-Kongress "Elektronik im Kraftfahrzeug" in Baden-Baden, 2003.
- [BSKK02] M. Back, M. Simons, F. Kirschbaum, and V. Krebs. Predictive control of drivetrains. In *Proc. of the 15th IFAC World Congress in Barcelona*, 2002.
- [BSMM93] I. Bronstein, K. Semendjawitsch, G. Musiol, and H. Mühlig. Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1993.
- [BT96] D. P. Bertsekas and J. N. Tsitsiklis. *Neuro-Dynamic Programming*. Athena Scientific, Belmont, 1996.
- [BT03] M. Back and S. Terwen. Prädiktive Regelung mit Dynamischer Programmierung für nichtlineare Systeme erster Ordnung. *at-Automatisierungstechnik*, 12, 2003.
- [BTK04] M. Back, S. Terwen, and V. Krebs. Predictive powertrain control for hybrid electric vehicles. In Proc. of First IFAC Symposium on Advances in Automotive Control in Salerno, 2004.
- [Bus02] M. Buss. Methoden zur Regelung Hybrider Dynamischer Systeme: Modelle, Regelkreise, Optimalsteuerung, Rechnerwerkzeuge und Mechatronik-Anwendungen. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, 2002.
- [CA98] H. Chen and F. Allgöwer. A quasi-infinite horizon nonlinear model predictive control scheme with guaranteed stability. *Atomatica*, 34, 1998.
- [Cad70] J. A. Cadzow. Discrete Calculus of Variations. International Journal of Control, Vol. II, No. 3, pp. 393-407, 1970.
- [CB00] A. Cervantes and L.T. Biegler. *Optimization Strategies for Dynamic Systems*. Chemical Engineering Department, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, 2000.
- [CB04] E. F. Camacho and C. Bordons. *Model Predictive Control.* Springer-Verlag, Heidelberg, 2004.
- [Czo00] R. Czommer. Leistungsfähigkeit fahrzeugautonomer Ortungsverfahren auf der Basis von Map-Matching-Techniken. Dissertation, Fakultät für Bauingenieurund Vermessungswesen, Universität Stuttgart, 2000.

[Dic98]	E. D. Dickmanns. Vehicles capable of dynamic vision: A new breed of technical beings? <i>Artificial Intelligence</i> , 103(1-2):49–76, 1998.
[DOP65]	B. A. Doyle, B. A. Ogunaike, and R. K. Pearson. Dynamische Programmierung mit adaptivem Suchschlauch. <i>Automatica</i> , 31, 1965.
[DOP95]	B. A. Doyle, B. A. Ogunaike, and R. K. Pearson. Nonlinear model-based control using second-order volterra models. <i>Automatica</i> , 31, 1995.
[Dre65]	S. E. Dreyfus. <i>Dynamic Programming and the Calculus of Variations</i> . Academic Press, New York, 1965.
[FA02]	R. Findeisen and F. Allgöwer. An introduction to nonlinear model predicitve control. <i>Proc. of the 21st Benelux Meeting on Systems and Control</i> , 2002.
[FB04]	E. Finkeldei and M. Back. Implementing an MPC algorithm in a vehicle with a hybrid powertrain using telematics as a sensor for powertrain control. In <i>Proc.</i> of First IFAC Symposium on Advances in Automotive Control in Salerno, 2004.
[FG99]	M. Falcone and T. Giorgi. An approximation scheme for evolutive Hamilton-Jacobi equations. In W. McEneaney, editor, <i>Stochastic analysis, control, optimization and applications</i> , 1999.
[Föl93]	O. Föllinger. Lineare Abtastsysteme. Oldenbourg Verlag, München, 1993.
[Föl94]	O. Föllinger. Optimale Regelung und Steuerung. Oldenbourg Verlag, München,3. Auflage, 1994.
[Föl01]	A. Föll. Predictive Gear Scheduling – Funktionsweise von prädiktiv geregel- ten Schaltprogrammen mit Berücksichtigung von Fahrzeugumfelddaten. In <i>VDI</i> <i>Tagung Getriebe in Fahrzeugen</i> , 2001.
[FMH00]	O Fried, Bargende M., and D. Hötzer. Fuel consumption reduction for electrome- chanical powertrains under driving conditions. In <i>Proc. of Stuttgarter Symposium</i> <i>in Stuttgart</i> , 2000.
[FMT02]	R. Franke, M. Meyer, and P. Terwiesch. Optimal control of the driving of trains. <i>at-Automatisierungstechnik</i> , 12, 2002.
[Gar84]	C. E. García. Quadratic dynamic matrix control (QDMC) of nonlinear processes: An application to a batch reaction process. <i>AIChE National Meeting</i> , 1984.
[GHR61]	D. C. Gazis, R. Hermann, and R. W. Rothery. Nonlinear follow-the-leader models of traffic flow. <i>Operations Research</i> 9, 4, 1961.
[GO04]	L. Guzzella and C.H. Onder. Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems. Springer-Verlag, Heidelberg, 2004.
[Grü01]	L. Grüne. Numerik optimaler Steuerung. Vorlesungsskript, Fachbereich Mathe- matik, Johan-Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt, 2001.
[GS05]	L. Guzzella and A. Sciaretta. <i>Vehicle Propulsion Systems</i> . Springer-Verlag, Heidelberg, 2005.
[Har94]	F. Hartig. Globale Optimierung chemischer Reaktoren mit der Iterativen Dy- namischen Programmierung. Dissertation, Technische Universität Hamburg- Harburg, 1994.

- [Hel97] D. Helbling. Verkehrsdynamik. Springer Verlag, Heidelberg, 1997.
- [Hoh03] S. Hohmann. Entwurf nichtlinearer Abstastregelungen auf der Basis einer polynomialen Zeitdiskretisierung. Dissertation, Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme, Universität Karlsruhe (TH), 2003.
- [Hon97] C. Hong. Stability and Robustness Considerations in Nonlinear Model Predictive Control. Dissertation, Institut f
 ür Systemdynamik und Regelungstechnik, Universit
 ät Stuttgart, 1997.
- [Hug04] P. Hughes. California low-emission vehicle regulations and test procedures. Internet: www.arb.ca.gov/msprog/levprog/levii/levii.htm, 2004.
- [ITTS02] T. Inagawa, H. Tomomatsu, Y. Tanaka, and K. Shiiba. Shift control system development (NAVI AI-SHIFT) for 5 speed automatic transmissions using information from the vehicle's navigation system. In Proc. of the SAE 2002 World Congress, Detroit, 2002.
- [Jan01] Z. Jansson. Model Predictive Control of a drivetrain with a Starter/Generator. Diplomarbeit LiTH-ISY-EX-3082-2001, Linköping University, 2001.
- [JJ04] J. Jonsson and Z. Jansson. Fuel optimized predictive following in low speed conditions. In Proc. of First IFAC Symposium on Advances in Automotive Control in Salerno, 2004.
- [Kir01] F. Kirschbaum. Modellbildung und dynamische Optimierung schnell-schaltender magnetomechanischer Aktoren. Dissertation, Fachbereich Elektrotechnik und Informatik, Universität-Gesamthochschule Siegen, 2001.
- [KN00] U. Kiencke and L. Nielsen. *Automotive Control Systems*. Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 2000.
- [Kri04] C. Kringe. Identifizierung und Parametrierung eines Batteriemodells in Matlab/Simulink. Institut für Theoretische Elektrotechnik und Photonik, Unversität Siegen, 2004.
- [KS01] K.-P. Kuhn and K. Samper. Reduktion des Kraftstoffverbrauchs durch ein vorausschauendes Assistenzsystem. In Tagung: "Der Fahrer im 21. Jahrhundert, 3.-4. Mai 2001, Berlin, VDI-Berichte 1613, 2001.
- [Kuh93] K.-P. Kuhn. Forschungsbericht Fahrertypklassifizierung. Technischer Bericht, DaimlerChrysler AG, 1993.
- [Lan04] U. Langhanki. Trends/Entwicklungen: Navigationssysteme. Technical report, Internet: http://www.kfz-elektronik.de, 2004.
- [Leo95] W. Leonhard. Control of Electrical Drives. Springer Verlag, Heidelberg, 1995.
- [LN94] G. Lechner and H. Naunheimer. *Fahrzeuggetriebe*. Springer-Verlag, Heidelberg, 1994.
- [Luu00] L. Luus. Iterative dynamic programming. *RC Press LCC*, 2000.
- [Mac02] J. M. Maciejowski. *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall, New Jersey, 2002.
| [May98] | T. Mayer. Modellierung und Regelung des Autarken Hybridfahrzeugs. Disserta-
tion, TU München, 1998. |
|----------|---|
| [McC04] | D. McClure. 'best practice' recommendations for implementing RDS TMC services. Technical report, SBD Whitepaper, Report ref: SBD/TEL/330, 2004. |
| [Mei04] | MM. Meinecke. A 24 GHz radar-based automotive pre-crash system. In Inter-
national Workshop on Intelligent Transportation, Hamburg, 2004. |
| [Miß04] | W. Mißler (Chefredakteur). Hybridantrieb: Der Markt nimmt Fahrt auf. Automobil Industrie, 2004. |
| [Mül05] | M. Müller. Ein Beitrag zur Entwicklung von Assistenzsystemen für eine voraus-
schauende Fahrzeugführung im Straßenverkehr. Dissertation, Fachbereich Elek-
trotechnik und Informationstechnik, Universität Kaiserslautern, 2005. |
| [MM93] | H. Michalska and D. Q. Mayne. Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems. <i>IEEE Transactions on Automatic Control</i> , 38, 1993. |
| [Nat02] | National Renewable Energy Laboratory. ADVISOR Documentation, 2002. |
| [Nem69] | G. L. Nemhauser. <i>Einführung in die Praxis der Dynamischen Programmierung</i> . Oldenbourg Verlag, 1969. |
| [Neu75] | K. Neumann. Operations Research Verfahren Band II. Hanser-Verlag, München, 1975. |
| [NRPH00] | M. Nørgaard, O. Ravn, N. K. Poulsen, and L. K. Hansen. <i>Neural Networks for Modelling and Control of Dynamic Systems</i> . Springer, London, 2000. |
| [Pau99] | S. Paul. Vorausschau der Fahrzeuggeschwindigkeit entlang einer virtuellen Stra-
βe . Diplomarbeit, Institut für Flugmechanik und Flugregelung, Universität Stuttgart, 1999. |
| [Raw00] | James B. Rawlings. Tutorial Overview of Model Predictive Control. <i>IEEE Control Systems Magazine</i> , 2000. |
| [Riz99] | G. Rizzoni. A General modeling approach for hybrid-electric vehicle drive
trains. <i>Transactions on Mechatronics</i> , 4, 1999. |
| [San05] | B. Santer. Hybrid-Pläne der Hersteller: Das Zeitalter der Zwitter. Internet: www.AutosScout24.de, Online-Magazin, 2005. |
| [Sas03] | S. Sasaki. Toyota Hybrid System THS II. Toyota Motor Corporation, Public Affairs Division, 2003. |
| [SB90] | J. Stoer and R. Bulirsch. Numerische Mathematik 2. Springer, Heidelberg, 1990. |
| [Sch99] | R. Schernewski. Modellbasierte Regelung ausgewählter Antriebssystemkompo-
nenten im Kraftfahrzeug. Dissertation, Fakultät für Elektrotechnik, Universität
Karlsruhe, 1999. |
| [Sch00] | M. Schraut. Umgebungserfassung auf Bais lernender digitaler Karten zur voraus-
schauenden Konditionierung von Fahrerassitenzsystemen. Dissertation, Fakultät
für Elektrotechnik und Informationstechnik, Technische Universität München,
2000. |

[Sch01]	M. Schnabel. Diskret-kontinuierliche Systeme: Optimale Steuerung und Beobach- tung. Dissertation, Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme, Universität Karlsruhe (TH), 2001.
[Sch03]	M. Schwarz. Implementierung einer Echtzeitregelung zum effizienten Betrieb eines Hybridfahrzeugs. Studienarbeit S171, Institut für Regelungs- und Steue- rungssysteme, Universität Karlsruhe (TH), 2003.
[SGB04]	A. Sciaretta, L. Guzzella, and M. Back. A real-time optimal control strategy for hybrid vehicles with on-board estimation of the control parameters. In <i>Proc. of</i> <i>First IFAC Symposium on Advances in Automotive Control in Salerno</i> , 2004.
[Sim01]	M. Simons. <i>Prädiktive Regelung eines Antriebsstrangs mit Starter-Generator</i> . Diplomarbeit D 737, Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme, Universität Karlsruhe (TH), 2001.
[SM72]	G. Schneider and H. Mikolcić. <i>Einführung in die Methode der Dynamischen Programmierung.</i> R. Oldenbourg Verlag, München, 1972.
[Sta03]	S. Stabrey. Prädiktive Fahrdynamikregelung durch Nutzung von Umgebungsin- formationen. In 11. Internationale VDI-Kongress "Elektronik im Kraftfahrzeug" in Baden-Baden, 2003.
[Sto99]	J. Stoer. Numerische Mathematik 1. Springer, Heidelberg, 1999.
[SW04]	J. E. Schrempp and T. Weber. Umweltbericht 2004. Abteilung für Öffentlichkeitsarbeit, DaimlerChrysler AG, 2004.
[TB98]	E. D. Tate and S. H. Boyd. Finding ultimate limits of performance for hybrid electric vehicles. In <i>Proc. of the SAE 1998 World Congress, Detroit</i> , 1998.
[TBK04]	S. Terwen, M. Back, and V. Krebs. Predictive powertrain control of heavy duty trucks. In <i>Proc. of First IFAC Symposium on Advances in Automotive Control in Salerno</i> , 2004.
[Ter02]	S. Terwen. <i>Prädiktive Regelung eines Hybridfahrzeuges</i> . Diplomarbeit D 747, Institut für Regelungs- und Steuerungssysteme, Universität Karlsruhe (TH), 2002.
[TR98]	L. F. Trueb and P. Rüetschi. <i>Batterien und Akkumulatoren</i> . Springer Verlag, Heidelberg, 1998.
[WBBR99]	H. Wallentowitz, JW. Biermann, R. Bady, and C. Renner. Strukturvarianten von Hybridantrieben. In <i>VDI-Berichte 1459: Hybridantriebe</i> , 1999.
[Web04]	T. Weber. Assistenz systeme: Vision Unfallfreies Fahren. Daimler Chrysler Hightechreport $1/2004,2004.$
[Wie74]	R. Wiedemann. Simulation des Straßenverkehrsflusses. Dissertation, Schriften- reihe des Instituts für Verkehrswesen, Heft 8, Universität Karlsruhe, 1974.
[YOK+04]	K. Yoshimura, K. Ohshima, K. Kondo, S. Ashida, H. Watanabe, and M. Koji- ma. Development of transaxle for hybrid vehicles to reduce fuel consumption. <i>Journal of Society of Automotive Engineers of Japan</i> , 58, 2004.
[Zoe98]	U. Zoelch. Ein Beitrag zu optimaler Auslegung und Betrieb von Hybridfahrzeu- gen. Dissertation, Lehrstuhl für elektrische Antriebstechnik, TU München, 1998.

Schriften des Instituts für Regelungs- und Steuerungssysteme, Universität Karlsruhe (TH), Band 02



Gegenüber konventionellen Kraftfahrzeugen bieten Hybridfahrzeuge mit ihrem zusätzlichen elektromotorischen Antrieb und der Batterie als reversiblem Energiespeicher die Möglichkeit, durch einen geeigneten Betrieb des Gesamtsystems den Kraftstoffverbrauch zu senken. Doch wie muss eine Antriebsregelung beschaffen sein, welche die zusätzlichen Freiheitsgrade eines Hybridantriebs zur Realisierung dieses Einsparpotenzials ausnutzt? Eine mögliche Antwort auf diese Frage liefert die *Prädiktive Antriebsregelung (PAR)*, die Gegenstand dieser Arbeit ist.

Die PAR nutzt Telematikinformationen zur Prädiktion zukünftiger Fahrsituationen. Auf Basis dieser Vorausschau werden kraftstoffoptimale Steuergrößen für den Fahrzeugantrieb berechnet. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Beschreibung der Umsetzung der PAR, wobei insbesondere die mathematische Modellbildung, die Prädiktion vorausliegender Fahrzustände sowie der Optimierungsalgorithmus erläutert werden. Die Ergebnisse aus Simulationen und aus Versuchsfahrten belegen die Funktionstauglichkeit der PAR und zeigen auf, welche Vorteile durch eine prädiktive Regelung erzielbar sind.

ISSN 1862-6688 ISBN 3-86644-031-6

www.uvka.de