



M. Frese

Die Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche

Experimentelle und numerische
Untersuchungen zum Laminie-
rungseffekt



M. Frese

Die Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche

Experimentelle und numerische Untersuchungen
zum Laminierungseffekt

**Band 5 der Reihe
Karlsruher Berichte zum Ingenieurholzbau**

Herausgeber

Universität Karlsruhe (TH)

Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen

Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. J. Blaß

Die Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche

**Experimentelle und numerische Untersuchungen
zum Laminierungseffekt**

von

M. Frese

Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen
Universität Karlsruhe (TH)



universitätsverlag karlsruhe

Impressum

Universitätsverlag Karlsruhe
c/o Universitätsbibliothek
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe
www.uvka.de



Dieses Werk ist unter folgender Creative Commons-Lizenz
lizenziert: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/de/>

Universitätsverlag Karlsruhe 2006
Print on Demand

ISSN 1860-093X
ISBN 3-86644-043-X

Die Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche
Experimentelle und numerische Untersuchungen zum
Laminierungseffekt

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für

Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften
der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Matthias Frese

aus Konstanz

Tag der mündlichen Prüfung: 8. Februar 2006

Hauptreferent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H.J. Blaß

Korreferent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. P. Glos

Karlsruhe 2006

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen der Universität Karlsruhe.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Hans Joachim Blaß danke ich herzlich für die Übernahme des Hauptreferats und die bereitwillige Unterstützung, die er mir stets zukommen ließ.

Mein herzlicher Dank gilt ebenso Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Peter Glos für die freundliche Übernahme des Korreferats, für die kritische Durchsicht der Arbeit und die daraus entstandenen Anregungen.

Besonders danken möchte ich Frau Dipl.-Ing. Julia Katrin Denzler und Herrn Dipl.-Forstwirt Peter Linsenmann für die mir zur Auswertung überlassenen Daten der Holzforschung München.

Besonders danken möchte ich Herrn Dr.-Ing. Rainer Görlacher für seine stete Bereitschaft, Fragen mit mir zu erörtern, und für daraus entstandene Impulse für meine Arbeit.

Meinen Kollegen Michael Deeg, Martin Huber, Alexander Klein, Johann Lafferthon und Werner Waldeck möchte ich herzlich für ihr hohes Engagement und ihre kreative Mitarbeit bei der Durchführung der Versuche danken.

Frau Dipl.-Ing. Jenny Gröner und Herrn Diego Maidana danke ich herzlich für die gewissenhafte Untersuchung der zahlreichen Bretter, für die Mithilfe bei der Versuchsdurchführung und Aufbereitung der Datensätze.

Großen Dank schulde ich auch meiner Frau Sabine, die mir sehr viel Geduld und Verständnis entgegengebracht hat.

Kurzfassung

Aus forstwirtschaftlicher Sicht ist gegenwärtig eine stärkere Nutzung von Laubholz, insbesondere von Buchenholz (*fagus silvatica L.*), erwünscht. Um dem Buchenholz auch im Ingenieurholzbau weitere Anwendungsmöglichkeiten zu erschließen, wird in dieser Arbeit die Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche, das aus keilgezinkten und lagenweise verklebten Brettern besteht, experimentell sowie theoretisch untersucht und ermittelt. Mit den Ergebnissen werden Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte festgelegt, die in baurechtlichen Regelungen Anwendung finden können.

Für die experimentelle Untersuchung der Biegefestigkeit von Buchenbrettschichtholz wurden zunächst etwa 1900 Buchenbretter aus drei Wuchsgebieten Deutschlands entnommen. Es wurden deren strukturelle Eigenschaften Rohdichte, Brettlänge, Ästigkeit und Elastizitätsmodul ermittelt. Aus diesen Brettern produzierte ein Brettschichtholzhersteller 59 Versuchsträger. Vor der Herstellung wurden die Bretter nach dem Elastizitätsmodul klassifiziert, um solche mit niedriger und hoher Zugfestigkeit voneinander zu trennen. Insofern konnten die Brettschichtholzträger mit gezielt festeren Randlamellen hergestellt werden. Der überwiegende Teil der Träger besitzt eine Höhe von 340 mm bzw. 600 mm sowie eine Stützweite von 5,4 m bzw. 9 m. Die Ergebnisse einer genormten Biegeprüfung belegen für Buchenbrettschichtholz in Bauteilgröße eine charakteristische Biegefestigkeit von etwa 44 N/mm². Das entspricht im Vergleich mit der höchsten Festigkeitsklasse für Brettschichtholz aus Nadelholz bereits einem Zuwachs von 22%.

Für die theoretische Untersuchung zur Biegefestigkeit wurde ein Rechenmodell entwickelt. Es besteht aus einem Simulationsalgorithmus zur Modellierung von Versuchsträgern und Rechenanweisungen für ein Finite-Elemente-Programm. Mit diesem Rechenmodell kann ersatzweise für genormte Biegeversuche die Biegefestigkeit von Buchenbrettschichtholz berechnet werden. Die Ergebnisse des Rechenmodells konnten anhand derjenigen aus den Trägerversuchen bestätigt werden. Insofern ist es zur Bestimmung der Festigkeitseigenschaften von Buchenbrettschichtholz geeignet, das aus festigkeitssortierten Brettern aufgebaut ist. In Abhängigkeit von der Festigkeit der Keilzinkenverbindungen und der Bretter wurde mit dem Rechenmodell eine Bemessungsgleichung für die charakteristische Biegefestigkeit von Buchenbrettschichtholz hergeleitet. Mithilfe dieser Gleichung wurden Vorschläge für Festigkeitsklassen von Buchenbrettschichtholz ausgearbeitet. Demnach ermöglicht eine visuelle Sortierung von Buchenbrettern eine charakteristische Biegefestigkeit von bis zu 36 N/mm². Eine maschinelle Sortierung nach dem Elastizitätsmodul der Bretter ist die Voraussetzung für eine charakteristische Biegefestigkeit von bis zu 48 N/mm².

Inhalt

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Ziel der Arbeit	1
1.3	Kenntnisstand	2
1.4	Festigkeitssortierung von Buchenbrettern	4
1.5	Vorgehensweise	7
2	Modellierung der mechanischen Eigenschaften von Lamellen	8
2.1	Einführung	8
2.2	Die Versuchsdaten	9
2.3	Modelle für Holzelemente	10
2.3.1	Regressionsgleichungen	12
2.3.2	Autokorrelation der Residuen	16
2.4	Modelle für Keilzinkenelemente	18
2.4.1	Regressionsgleichungen für die Druckzone	18
2.4.2	Regressionsgleichungen für die Zugzone	20
3	Modellierung der strukturellen Eigenschaften von Buchenbrettern	24
3.1	Allgemeines	24
3.2	Das Brettmaterial	24
3.3	Untersuchung und Eigenschaften des Brettmaterials	25
3.4	Empirische und theoretische Verteilungsfunktionen der strukturellen Eigenschaften von klassifizierten Buchenbrettern	28
3.4.1	Allgemeines	28
3.4.2	Brettlänge	29
3.4.3	Bruttorohrdichte, Darrohrdichte und Holzfeuchte	30
3.4.4	Ästigkeit	32
3.4.5	Dynamischer Elastizitätsmodul	36
4	Das Rechenmodell	37
4.1	Einführung	37
4.2	Vereinbarungen	38
4.3	Simulationsprogramm	38
4.4	Finite-Elemente-Programm	40
4.4.1	Modell	40
4.4.2	Elastizitätsgesetz und Elemente	41
4.4.3	Spannungs-Dehnungsbeziehung in der Druckzone	44
4.4.4	Spannungs-Dehnungsbeziehung in der Zugzone	45
4.5	Beispiele: Tragfähigkeitsberechnung von zwei simulierten Trägern	46
4.5.1	Erster Riss in der unteren Randlamelle	46

4.5.2	Erster Riss außerhalb der unteren Randlamelle	50
5	Biegeversuche an Brettschichtholzträgern aus Buche	54
5.1	Aufbau und Prüfung der Versuchsträger	54
5.2	Versuchsergebnisse	55
5.2.1	Varianzanalyse: Testen auf signifikante Lokationsunterschiede	61
5.2.2	Bestimmung des 5%-Quantils der Biegefestigkeit aus Normalverteilungen	62
6	Biege- und Zugversuche an Keilzinkenverbindungen aus Buche	63
6.1	Allgemeines	63
6.2	Proben aus visuell sortierten Brettern	63
6.2.1	Material, Methoden und Versuchsergebnisse	63
6.2.2	Vergleich der Festigkeitswerte	68
6.3	Proben aus maschinell sortierten Brettern	70
6.3.1	Material, Methoden und Versuchsergebnisse	70
7	Prüfung des Rechenmodells	74
7.1	Vereinbarungen	74
7.2	Simulationsergebnisse und Vergleich mit Versuchsergebnissen	77
7.3	Test für Varianzen	84
7.4	Plastisches Verhalten in der Druckzone	85
7.5	Zusammenfassung	89
8	Ermittlung der allgemeinen Bemessungsgleichung	91
8.1	Vorgehensweise	91
8.2	Ursachen des Laminierungseffekts	91
8.3	Weitere Sortiermodelle	92
8.4	Laminierungseffekte bei simulierten Brettschichtholzträgern	95
8.4.1	Der Laminierungseffekt auf dem Niveau der simulierten charakteristischen Zugfestigkeit von Holz- und Keilzinkenelementen	95
8.4.2	Der Laminierungseffekt auf dem Niveau der charakteristischen Zugfestigkeit und der charakteristischen Biegefestigkeit von Keilzinkenverbindungen nach EN 408	101
8.4.3	Festigkeitsklassen	107
8.4.4	Einfluss der Trägergröße auf die Biegefestigkeit	108
9	Zusammenfassung	111
10	Literatur	114
11	Zitierte Normen	118
12	Sonstige Hilfsmittel	118
13	Bezeichnungen	119
	Anlagen	123

1 Einleitung

1.1 Motivation

Die Beweggründe zur wissenschaftlichen Auseinandersetzung mit der Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche sind gegenwärtig auf forstwirtschaftlichem Hintergrund zu sehen. Bis weit in das zwanzigste Jahrhundert wurden entwaldete Flächen bevorzugt mit Nadelbäumen aufgeforstet: Sie waren robuster und für die aufzuforstenden Standorte besser geeignet. Ihre gute Wuchsleistung wurde dem Bedarf der Bau- und Bergindustrie gerecht. Mittlerweile hat eine Veränderung zugunsten der Laubbäume eingesetzt. Waldbau- und Förderrichtlinien verstärken und unterstützen den Anteil an Laubbäumen. Damit sollen Risiken wie Verschlechterung der Böden oder Anfälligkeit gegen Insekten vermieden sowie die ökologische Stabilität der Wälder verbessert werden. Mittlerweile beträgt nach der zweiten Bundeswaldinventur 2002 der deutsche Wald heute zu 62% aus Nadel- und zu 38% aus Laubwald. Der gesamte Holzvorrat im deutschen Wald von 3,4 Mrd. m³ ist zu 64% auf Nadel- und zu 36% auf Laubholz verteilt. Der Anteil der Buche am Holzvorrat beträgt etwa 17%. Bezogen auf die Beobachtungsperiode zwischen der ersten Bundeswaldinventur 1987 und der zweiten finden sich mittlerweile in den alten Bundesländern bemerkenswert hohe Zuwächse an Buchen, die nur zu 58% genutzt werden. Im Vergleich dazu wird der Zuwachs von Fichte zu 87%, von Kiefer zu 75%, von Douglasie zu 34% und von Eiche zu 48% verbraucht. Insofern verfügt Deutschland über enorme Holzvorräte, die ein ökonomisches Potenzial darstellen und eine wichtige Voraussetzung für die Charta für Holz bilden. Ihr Ziel ist es, die Nutzung einheimischer Hölzer in den nächsten zehn Jahren um 20% Prozent zu steigern.

Die vorliegende Arbeit darf als Beitrag zu diesem Ziel verstanden werden: In technischer Hinsicht zeigt die Herstellung von 17 m³ Brettschichtholz aus Buche für wissenschaftliche Zwecke, dass mit vorhandenen Fertigungsanlagen Brettschichtholz alternativ zum derzeit verwendeten Nadelholz auch aus Buchenholz hergestellt werden kann. Bezüglich einer baurechtlichen Regelung werden alle erforderlichen mechanischen Grundlagen gegeben, damit Brettschichtholz aus Buche für tragende Holzkonstruktionen einsetzbar ist und damit als neues Holzprodukt zu einem gegenwärtig geforderten höheren Verbrauch an Laubholz beitragen kann.

1.2 Ziel der Arbeit

Im biegebeanspruchten Brettschichtholzträger sind die im Vergleich zur Trägerhöhe dünnen Lamellen im Biegezugbereich hauptsächlich einer Zugbeanspruchung ausgesetzt. Die Biegefestigkeit von Brettschichtholz bei reiner Biegebeanspruchung hängt insofern von der Zugfestigkeit der Bretter und der Keilzinkenverbindungen ab,

welche die Bretter in Längsrichtung miteinander verbinden. Diese beiden Zugfestigkeiten sind positiv miteinander korreliert, weil mit steigender Festigkeit der Bretter auch die Festigkeit der Keilzinkenverbindungen zunimmt. Wenn dieser Zusammenhang bekannt ist, ist es möglich, die Biegefestigkeit von Brettschichtholz nur in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit der Bretter zu beschreiben. Im Falle von Brettschichtholz aus Nadelholz führt das auf die derzeit gebräuchliche Bemessung in EN 1194, der die lineare Beziehung nach Gleichung (1) zwischen der charakteristischen Biegefestigkeit des Brettschichtholzes und der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter zugrunde liegt. Hintergründe dazu finden sich z.B. bei Colling 1995.

$$f_{m,g,k} = 7 + 1,15 \cdot f_{t,\ell,k} \quad (1)$$

In experimenteller Hinsicht sind sowohl die Biegefestigkeit eines Brettschichtholzträgers als auch die Zugfestigkeit eines Brettes Ergebnisse geregelter Prüfverfahren z. B. in EN 408. Die Eigenheit dieser Prüfverfahren bedingt, dass für gebräuchliche Festigkeitsklassen der Bretter die charakteristische Biegefestigkeit der Brettschichtholzträger grundsätzlich höher ist als die charakteristische Zugfestigkeit der darin verwendeten Bretter. Diese Tatsache wird als Laminierungseffekt bezeichnet.

Die hohe Zugfestigkeit der Buche (*fagus silvatica L.*), welche bei fehlerfreiem Holz im Mittel das 1,7 fache der Zugfestigkeit von Nadelholz beträgt, wirft in Anbetracht der für Nadelholz gebräuchlichen Beziehung nach Gleichung (1) die Frage auf, inwieweit diese oberhalb einer dafür maximal vorgesehenen charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter von 26 N/mm² noch Gültigkeit besitzt oder ob ein neuer Zusammenhang den Laminierungseffekt für Brettschichtholz aus Buche zutreffender beschreibt.

Es ist das Ziel der Arbeit, eine Antwort auf diese Frage in Form einer allgemeinen Bemessungsgleichung (2) mit der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter und der charakteristischen Keilzinkenbiegefestigkeit als Unabhängige zur Beschreibung des Laminierungseffekts für Brettschichtholz aus klassifizierten Buchenbrettern zu geben.

$$f_{m,g,k} = f(f_{t,\ell,k}, f_{m,j,k}) \quad (2)$$

1.3 Kenntnisstand

Die wissenschaftliche Auseinandersetzung mit der Tragfähigkeit von Brettschichtholz aus Buche beginnt vor etwa 40 Jahren. Vor allem aber wurden in jüngster Vergangenheit Untersuchungsergebnisse zur Festigkeit von Buchenbrettern, Keilzinkenverbindungen und Brettschichtholzträgern sowie zur Verklebung von Buchenholz veröffentlicht. Egner und Kolb 1966 ermittelten die Biegetragfähigkeit von 3 geraden Brettschichtholzträgern aus Buche ohne Keilzinkenverbindungen. Die drei Versuchsträger besaßen Stützweiten von 3 m und Höhen von 300 mm. Für die Biegefestigkeit

geben sie Werte zwischen 65 N/mm^2 und 78 N/mm^2 an. In allen Fällen wurde die Scherfestigkeit der Lamellen erreicht. Diese aus heutiger Sicht hohen Werte lassen vermuten, dass es sich bei den verwendeten Lamellen um hochwertiges Holz handelte, weil als Bruchauslöser Äste oder lokale Faserabweichungen unerwähnt bleiben. Ihre an Keilzinkenverbindungen durchgeführten 30 Zugversuche ergaben Festigkeiten von 53 N/mm^2 bis 98 N/mm^2 . Gehri 1980 führte 4 Biegeversuche an Brettschichtholzträgern aus Buche mit Keilzinkenverbindungen durch. Die Stützweite betrug $5,04 \text{ m}$ und die Höhe 500 mm . Er berichtet von Biegefestigkeiten über 50 N/mm^2 . 2 Versuche wurden vor Erreichen der Tragfähigkeit abgebrochen. Bei zwei weiteren Versuchen wurde ein Schubbruch und ein Keilzinkenversagen beobachtet. Er erkennt die vorherrschende Bedeutung der Randlamellen und klassifiziert deshalb die verwendeten Buchenbretter nach der Ästigkeit und der Faserneigung. Gehri 1985 stellt unter Voraussetzung einer entsprechenden Kontrolle der Keilzinkenverbindungen 30% höhere zulässige Biegespannungen bei Brettschichtholzträgern aus Buche im Vergleich zu Fichte in Aussicht. An keilgezinkten Lamellen ermittelte er Zugfestigkeiten zwischen 80 N/mm^2 und 100 N/mm^2 . Werte in dieser Größenordnung sind nur erreichbar, wenn die Verbindungen korrekt ausgeführt werden. Gehri 1998 berichtet, dass bei geeigneter Festigkeitssortierung der Lamellen eine charakteristische Biegefestigkeit von etwa 60 N/mm^2 erreicht werden kann. Er gibt an, dass die Biegefestigkeit der Träger durch die Keilzinkenzugfestigkeit begrenzt wird. Die charakteristische Zugfestigkeit von Keilzinkenverbindungen beträgt nach seinen Einschätzungen etwa 50 N/mm^2 . Glos und Lederer 2000 sowie Frühwald und Schickhofer 2004 veröffentlichten erste systematische Untersuchungen zur Sortierung von Buchenbrettern im Hinblick auf die Verwendung für Brettschichtholz. Eine Beziehung zwischen der Zugfestigkeit der sortierten Bretter und daraus aufgebauter Brettschichtholzträger wird jedoch nicht angegeben. Frühwald et al. 2003 führten Biegeversuche an 65 geraden Brettschichtholzträgern aus Buche und 36 Hybridträgern aus Randlamellen in Buche und Kernlamellen in Fichte durch. Die Träger besaßen eine Stützweite von $3,24 \text{ m}$ und eine Höhe von 180 mm . Die Randlamellen in der Zugzone wurden ohne Keilzinkenverbindungen hergestellt. Die ermittelten Biegefestigkeiten liegen zwischen 50 N/mm^2 und 120 N/mm^2 und bestätigen etwa 40 Jahre später die Versuchsergebnisse von Egner und Kolb 1966. In der Zugzone wurden gezielt Lamellen drei unterschiedlicher Sortiergruppen eingesetzt: Die Gruppe A entsprach niedriger, B mittlerer und C hoher Brett-Qualität. Die reinen Buchenträger und Hybridträger weisen sehr ähnliche Biegefestigkeiten auf. Eine gemeinsame Darstellung ist daher möglich. In Tabelle 1-1 ist die statistische Auswertung der Biegefestigkeit der Versuchsträger getrennt nach Sortiergruppe der Lamellen dargestellt. Die Wirksamkeit der Sortierung zeigt sich vor allem beim Mittelwert.

Tabelle 1-1 Biegefestigkeit in N/mm² von Brettschichtholzträgern aus Buche (Auswertung der Daten aus Frühwald et al. 2003)

Sortiergruppe	n	\bar{x}	s	$\tilde{x}_{0,05}$
A	33	77,7	14	53,5
B	35	90,8	12,4	65,2
C	33	95,6	13,8	64,7

Aicher et al. 2001 ermittelten die Zugfestigkeit von 42 Keilzinkenverbindungen aus Buche. Unter Ausschluss von Versuchskörpern mit starker Faserabweichung lässt sich eine mittlere Zugfestigkeit von 70 N/mm² +/-11 N/mm² erreichen. Untersuchungen zur Verklebung von Buchenholz wurden z.B. von Pöhler et al. 2004, Hapla und Militz 2004 und Frühwald et al. 2003 veröffentlicht. Die drei Forschergruppen kommen zu dem Ergebnis, dass der Rotkern der Buche im Vergleich mit dem „weißen“ Holz keinen negativen Einfluss auf die Scherfestigkeit der Klebefuge besitzt. Sehr gute Verklebungen hinsichtlich der Scherfestigkeit lassen sich mit Melamin-Harnstoff-Formaldehyd-Harz Klebstoffen erzielen.

Die Ergebnisse der zuvor genannten Forschungsarbeiten zeigen mehrfach, dass Brettschichtholz aus Buche das Potenzial für hohe Biegefestigkeiten besitzt. Eine verbindliche Ableitung von charakteristischen Festigkeitswerten aus diesen Arbeiten ist jedoch nicht möglich, weil keine zuverlässigen Angaben zur charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter und Keilzinkenverbindungen sowie zur charakteristischen Biegefestigkeit daraus aufgebauter Brettschichtholzträger vorliegen. Erst wenn diese drei Parameter innerhalb eines oder besser mehrerer umfangreicher Kollektive von Versuchsträgern vorliegen, lassen sich zuverlässige Aussagen über den Laminierungseffekt machen. Arbeiten, die im direkten Zusammenhang mit diesem Ziel stehen, wurden von Glos et al. 2004, Blaß et al. 2005, Frese und Blaß 2005, Blaß und Frese 2006 und Frese und Blaß 2006 durchgeführt.

Zuletzt sei noch auf die Arbeiten von Härtel 2002 sowie Frühwald et al. 2003 hingewiesen, in denen die Eignung der Laubhölzer Eiche, Esche, Pappel und Robinie für Brettschichtholz untersucht wurde.

1.4 Festigkeitssortierung von Buchenbrettern

Vor der Herstellung von Brettschichtholz wird stets eine visuelle oder maschinelle Festigkeitssortierung der Bretter durchgeführt, die eine Zuordnung des sortierten Schnittholzes zu einer Festigkeitsklasse ermöglicht. Davon ausgehend ist dann die die Festigkeitsklasse des Brettschichtholzes geregelt. In Anlehnung an diese Abfolge ist es für die vorliegende Arbeit auch zweckmäßig, zu Beginn einige allgemeine Hinweise zur Festigkeitssortierung zu geben.

Charakteristische Festigkeitswerte von Brettschichtholz aus Fichte von 32 N/mm² und 36 N/mm² lassen sich derzeit nur durch eine maschinelle Sortierung der Bretter z. B. nach DIN 4074-1 in die Festigkeitsklassen C35 und C40 nach EN 338 erreichen. Gemäß EN 1194 muss dabei die charakteristische Zugfestigkeit der Bretter 22 N/mm² bzw. 26 N/mm² betragen. Derart hohe charakteristische Festigkeitswerte werden erreicht, indem die Festigkeit für das Schnittholz anhand einer Regressionsrechnung aus dem Elastizitätsmodul, der Ästigkeit, Rohdichte und den Querschnittsmaßen vorhergesagt wird. Diese Werte werden dann mit geeigneten Klassengrenzen verglichen. Alle festigkeitsbestimmenden Parameter werden dabei durch Maschinen erfasst. Blaß und Frese 2004 entwickelten kombinierte maschinelle und visuelle Sortierverfahren, nach denen Bretter aus Nadelholz direkt in die Festigkeitsklasse C35 sortiert werden können. Ein besonders effektives Verfahren stellt dabei die Kombination aus maschineller Sortierung nach dem dynamischen Elastizitätsmodul sowie nach der Brutorohdichte und aus unabhängiger visueller Sortierung dar. Die Berechnung des dynamischen Elastizitätsmoduls erfolgt nach Gleichung (3) aus der Eigenfrequenz einer Längsschwingung, der Länge und der Brutorohdichte des Brettes.

$$E_{\text{dyn}} = (2 \cdot f \cdot L)^2 \cdot \rho_{\text{Brutto}} \quad (3)$$

Der Nachweis über die grundsätzliche Eignung der Eigenfrequenzmessung zur maschinellen Sortierung von Brettern aus Nadelholz für die Brettschichtholzherstellung wurde von Görlacher 1990 erbracht. In der Regressionsrechnung des kombinierten Verfahrens werden nur der dynamische Elastizitätsmodul, die Brutorohdichte und die Querschnittsmaße des Schnittholzes berücksichtigt. Eine maschinelle zahlenmäßige Bestimmung der Ästigkeit wird durch die unabhängige visuelle Sortierung in die Sortierklasse S10 nach DIN 4074-1 ersetzt. Das Prinzip dieses Verfahrens ist später in der vorliegenden Arbeit von großer Bedeutung, weil es sich einfach und zuverlässig in einem Rechenmodell programmieren lässt.

Den meisten maschinellen Sortierverfahren ist die Sortierung nach dem Elastizitätsmodul gemeinsam vgl. hierzu Blaß und Görlacher 1996 und Glos 1995. Der Elastizitätsmodul weist unter allen verfügbaren Parametern mit Einfluss auf die Festigkeit die höchste Korrelation mit dieser auf. Dabei spielt es keine wesentliche Rolle, ob es sich um den Elastizitätsmodul im Bereich der Stelle, an der die Festigkeit bestimmt wird, oder um den dynamischen Elastizitätsmodul handelt, der einen Mittelwert des Elastizitätsmoduls in Brett längsrichtung beschreibt. Die Korrelation zwischen der Festigkeit und dem lokalen Elastizitätsmodul ist erwartungsgemäß etwas größer als diejenige zwischen der Festigkeit und dem dynamischen Elastizitätsmodul.

Bezüglich der Festigkeitssortierung von Buche liegen gegenwärtig folgende Kenntnisse vor. Glos und Lederer 2000 geben Vorschläge für eine visuelle Sortierung von

Buchenbrettern in die Sortierklasse LS10 nach DIN 4074-5. Um dafür eine charakteristische Zugfestigkeit von mindestens 18 N/mm² zu erreichen – das entspricht der Festigkeitsklasse D30 nach EN 338 – sind Bretter mit groben Fehlern und Einzelästen mit DEB-Werten > 0,33 auszusortieren. Werden zusätzlich Bretter mit Markröhre aussortiert, kann eine charakteristische Zugfestigkeit von 24 N/mm² erreicht werden – das entspricht der Festigkeitsklasse D40. Eine Auswahl der Sortiermodelle und Auswertung der Zugfestigkeit zeigt Tabelle A-1. Glos und Lederer 2000 ermittelten eine Korrelation mit $r=0,70$ zwischen Zugfestigkeit und Zug-Elastizitätsmodul jeweils nach EN 408. Für die Korrelation zwischen Zugfestigkeit und DEB-Wert geben sie $r=0,63$ an. Gestützt werden ihre Beobachtungen durch Untersuchungen von Frühwald und Schickhofer 2004. Sie ermittelten an 112 Buchenbrettern eine Korrelation mit $r=0,51$ zwischen Zugfestigkeit nach EN 408 und dem dynamischen Elastizitätsmodul, der mit dem statischen nach EN 408 mit $r=0,81$ korreliert ist. Zugfestigkeit und Ästigkeit sind im Falle des DEB-Wertes mit $r=0,58$ korreliert. Frühwald et al. 2003 ließen 69 Zugversuche an Buchenlamellen nach EN 408 durchführen. 22 bis 24 Lamellen bildeten den Umfang in drei Sortiergruppen, deren Brettqualität von A nach C zunimmt. Von Trägern aus derart klassifizierten Brettern wurde bereits im vorangegangenen Abschnitt berichtet (Tabelle 1-1). Die Sortierung wurde nach Jahrringbreite, Faserabweichung, Rohdichte, dynamischem Elastizitätsmodul und Ästigkeit durchgeführt. Auf dem Niveau des Mittelwerts zeigt die Sortierung einen deutlichen Einfluss auf die Festigkeit (Tabelle A-2). Aufgrund des geringen Umfangs der Stichproben können die Werte des 5%-Quantils nur als Anhalt dienen. In DIN 1052 werden mittlerweile für europäische Buche den Sortierklassen LS10 und LS13 die Festigkeitsklassen D35 bzw. D40 zugeordnet, s. Tabelle A-3.

Die gegenwärtigen Kenntnisse und Regelungen hinsichtlich der Festigkeitssortierung von Buchenbrettern und der Zuordnung in Festigkeitsklassen deuten darauf hin, dass für Brettschichtholz-Festigkeitsklassen bis GL36 im Vergleich mit Nadelholz mindestens eine visuelle Sortierung der Bretter erforderlich ist. Um höhere charakteristische Biegefestigkeiten zu erreichen, ist eine maschinelle Sortierung nach dem Elastizitätsmodul und der Ästigkeit notwendig.

Mit Tabelle 1-2 wird vorab eine Klassifizierung von Buchenbrettern nach dem dynamischen Elastizitätsmodul eingeführt. In der vorliegenden Arbeit hat diese Klassifizierung bei den Versuchen sowie Auswertungen von Daten die Funktion einer experimentellen maschinellen Sortierung. Auf ihrer Grundlage werden richtungweisende Anhaltspunkte für die Beziehungen zwischen klassifizierten Buchenbrettern und strukturellen Eigenschaften wie z.B. Äste oder Rohdichte gegeben. Sie dient zugleich der Sortierung von wirklichem Brettmaterial für den Aufbau von kombinierten Versuchsträgern und für die Herstellung von Keilzinkenverbindungen aus klassifizierten

Brettern. Insofern können die Zusammenhänge zwischen klassifizierten Buchenbrettern und Festigkeitswerten von Brettschichtholz sowie Keilzinkenverbindungen aufgezeigt werden.

Tabelle 1-2 Klassifizierung von Buchenbrettern nach dem dynamischen Elastizitätsmodul

Klasse	Grenzen für den dynamischen Elastizitätsmodul N/mm ²
1	$E_{\text{dyn}} \leq 13000$
2	$13000 < E_{\text{dyn}} \leq 14000$
3	$14000 < E_{\text{dyn}} \leq 15000$
4	$15000 < E_{\text{dyn}} \leq 16000$
5	$16000 < E_{\text{dyn}}$

1.5 Vorgehensweise

Im 2. Abschnitt werden mithilfe der Regressionsrechnung Modelle hergeleitet, mit denen die mechanischen Eigenschaften Elastizitätsmodul und Festigkeit für Zug- und Druckbeanspruchung von Buchenlamellen vorhergesagt werden können. In Abschnitt 3 werden die strukturellen Eigenschaften Brettlänge, Rohdichte und Ästigkeit von 1888 Buchenbrettern beschrieben und theoretische Verteilungsfunktionen an ihre empirischen Häufigkeitsverteilungen angepasst. Damit können die strukturellen Eigenschaften anhand von künstlich erzeugten Zufallszahlen simuliert werden. Die Abschnitte 2 und 3 bilden gemeinsam die Grundlagen zur Simulation von Buchenlamellen und deren mechanischen Eigenschaften. In Abschnitt 4 wird die Arbeitsweise eines neu entwickelten Rechenmodells erläutert, mit dem die Biegefestigkeit beliebig großer Brettschichtholzträger bestehend aus simulierten Buchenlamellen ersatzweise für Versuche nach EN 408 berechnet werden kann (Monte-Carlo-Simulation). Die Biegeversuche an 59 Brettschichtholzträgern in Bauteilgröße, welche in Abschnitt 5 beschrieben werden, und die Festigkeitsprüfungen an 468 Keilzinkenverbindungen in Abschnitt 6 dienen einerseits der Überprüfung der Zuverlässigkeit des Rechenmodells und stellen andererseits auch davon unabhängige Anhaltswerte für die charakteristische Biegefestigkeit von Brettschichtholz und von Keilzinkenverbindungen aus Buche bereit. Die Überprüfung der Zuverlässigkeit des Rechenmodells erfolgt in Abschnitt 7. In Abschnitt 8 werden mit dem Rechenmodell verschiedene Sortierungen an Buchenbrettern simuliert, die einen unterschiedlichen Einfluss auf die Größe der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter besitzen. Die Berechnung der Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern aus solchen Brettern in Abhängigkeit von einer variablen Keilzinkenzugfestigkeit liefert die numerische Grundlage für die Beschreibung des Laminierungseffekts und für die Herleitung der allgemeinen Bemessungsgleichung.

2 Modellierung der mechanischen Eigenschaften von Lamellen

2.1 Einführung

Die allgemeine Bemessungsgleichung wird numerisch mithilfe eines Rechenmodells hergeleitet, das dafür im Wesentlichen folgende Aufgaben erfüllen muss: Festigkeits-sortierung von Buchenbrettern, Simulation mechanischer Eigenschaften von Lamellen aus sortierten Brettern, Ermittlung der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter und Berechnung der charakteristischen Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern. Für diese Aufgaben ist es erforderlich, sehr große Datenmengen empirisch zu repräsentieren, was letztendlich die Wirtschaftlichkeit des Rechenmodells im Vergleich mit wirklichen Trägerversuchen begründet. Es müssen im Rechenmodell ausgehend von den strukturellen Eigenschaften der Bretter deren mechanische Eigenschaften mit ihren natürlichen Streuungen immer wieder neu reproduziert werden. Dazu wird der wirkliche Brettschichtholzträger, der aus keilgezinkten Lamellen und einer geringen Menge Klebstoff aufgebaut ist, gedanklich lagenweise in 150 mm lange Elemente unterteilt. Das führt unter Vernachlässigung der Klebstoffuge auf ein Trägermodell, das aus einer endlichen Anzahl an Holz- und Keilzinkenelementen zusammengesetzt ist, für welche die mechanischen Eigenschaften wirklichkeitsnah angegeben werden. Ein solches Trägermodell ist dann für eine Finite-Elemente-Berechnung aufbereitet. Bild 2-1 zeigt den Zusammenhang zwischen Versuch, den experimentellen Untersuchungen an Brettern und Keilzinkenverbindungen sowie dem Rechenmodell, das aus einem Simulationsprogramm und Anweisungen für ein Finite-Elemente-Programm besteht.

Bei Holzelementen sind die Holzart, die Ästigkeit, die Rohdichte und der räumliche Faserverlauf die wichtigsten natürlichen Strukturmerkmale. Bei Keilzinkenelementen entfällt die Ästigkeit. Hinzu kommt als weiteres Merkmal die unter gegebenen Produktionsbedingungen künstlich geschaffene Keilzinkenverbindung.

Die Biegefestigkeit und der Biege-Elastizitätsmodul eines Brettschichtholzträgers werden durch die in Brett längsrichtung veränderlichen Wertepaare der faserparallelen mechanischen Eigenschaften Druckfestigkeit / Druck-Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit / Zug-Elastizitätsmodul bestimmt. Zur Ermittlung dieser Werte werden Modelle entwickelt, mit denen die mechanischen Eigenschaften eines in Holz- und Keilzinkenelemente unterteilten Trägers wirklichkeitsnah vorhergesagt werden können. Hilfsmittel hierfür ist die Regressionsanalyse. Mit ihr wird eine Schätzfunktion für den Vorhersagewert einer Reaktionsvariablen in Abhängigkeit von einer oder mehreren erklärenden Variablen ermittelt. Messfehler und andere stochastische Prozesse verursachen eine Abweichung (Residuum) zwischen beobachtetem und berechnetem Wert der Reaktionsvariablen. Als erklärende Variablen in einem Regressionsmodell, dessen Reaktionsvariable bezüglich der Größe gezielt beeinflusst werden soll, eig-

nen sich vor allem solche, die neben der notwendigen engen Korrelation mit der Reaktionsvariablen auch durch einen Erkennungsprozess hier im Sinne einer Festigkeitssortierung zahlenmäßig erfasst werden können. Insofern kann der Einfluss einer visuellen oder maschinellen Sortierung der Bretter auf die Festigkeit der Träger mit dem Rechenmodell direkt ermittelt werden.

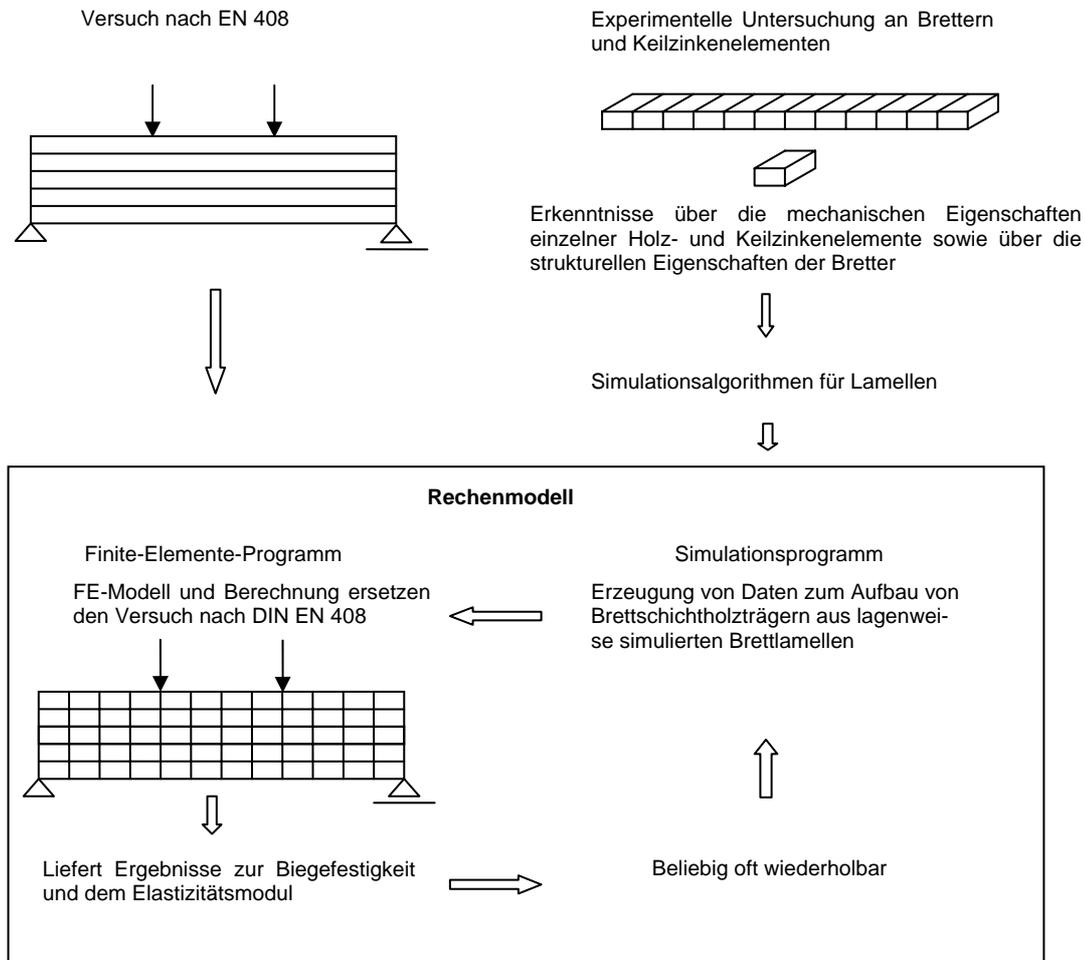


Bild 2-1 Zusammenhänge beim Rechenmodell

2.2 Die Versuchsdaten

Die Ermittlung der Modelle in den folgenden Abschnitten 2.3 und 2.4 beruht auf den Versuchsdaten der Holzforschung München, die dem Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen für das gemeinsame Forschungsvorhaben Blaß et al. 2005 zur Auswertung überlassen wurden. Es wurden 644 Druck- und 486 Zugversuche an Holzelementen sowie 50 Druck- und 371 Zugversuche an Keilzinkenelementen durchgeführt. Die Basislänge der Verschiebungsmessung betrug einheitlich 150 mm. Bei allen Versuchen wurde ein ebener Verformungszustand erzwungen, der den Ver-

formungszustand eines 150 mm langen Elementes im Brettschichtholzträger wirklichkeitsnah beschreibt. Diese spezielle Versuchsdurchführung geht auf die grundlegenden Untersuchungen von Glos et al. 1973 zurück. Bild A-1 zeigt den Zusammenhang zwischen Festigkeit und Elastizitätsmodul für die Druck- und Zugversuche getrennt für Holz- und Keilzinkenelemente. Die Korrelationskoeffizienten sind in Tabelle 2-1 zusammengestellt. Die direkte Gegenüberstellung der Wertepaare von Holz- und Keilzinkenelementen zeigt für Druckbeanspruchung ähnliche mechanische Eigenschaften. Unter Zugbeanspruchung weisen Holz- und Keilzinkenelemente jeweils eine eigene Beziehung zwischen Festigkeit und Elastizitätsmodul auf. Bei Keilzinkenverbindungen werden Zugfestigkeiten über 100 N/mm² nicht beobachtet und die Streuung der mechanischen Eigenschaften ist deutlich kleiner als bei Holzelementen. Hinsichtlich einer Regressionsanalyse wurden bei Holzelementen als mögliche erklärende Variablen folgende Parameter aufgenommen: Breite, Dicke, Ästigkeit, Holzfeuchte und Darrrohdichte. Bei Keilzinkenelementen wurden die Parameter Breite, Dicke, Holzfeuchte und Darrrohdichte der gestoßenen Brettabschnitte aufgenommen.

Tabelle 2-1 Korrelation zwischen Festigkeit und Elastizitätsmodul

	Holzelemente		Keilzinkenelemente	
	n	r	n	r
Druckversuche	644	0,86	50	0,66
Zugversuche	486	0,76	371	0,35

2.3 Modelle für Holzelemente

Die Festigkeit und der Elastizitätsmodul sind eng miteinander korreliert. Das gilt für Druck- und für Zugbeanspruchung. Um diese Korrelation zu berücksichtigen, wurde der Elastizitätsmodul als erste Reaktions- und dann die Festigkeit als zweite Reaktionsvariable in Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul modelliert. Ein ähnliches Vorgehen findet sich bei Görlacher 1990 und Colling 1990 für die Simulation von mechanischen Eigenschaften für Nadelholz. Von den erklärenden Variablen wurden zusätzlich zu den linearen Termen alle quadratischen Terme und Kreuzprodukte gebildet und in einer multiplen linearen Regression berücksichtigt. Es zeigte sich, dass die Einschränkung auf die Terme in den Gleichungen (4) bis (7) sachlogisch und ausreichend ist. Eine Residuenanalyse zeigte an, dass die Varianz der Residuen bei allen vier Regressionsmodellen mit steigendem Vorhersagewert zunahm. Deshalb wurde mithilfe der logarithmischen Transformation eine Varianz-Stabilisierung durchgeführt. Die Methode der kleinsten Quadrate gewinnt damit die maximale Genauigkeit (Chatterjee und Price 1995).

$$\ln(E_c) = -6,16 + 4,70 \cdot 10^{-2} \cdot \rho_0 - 6,81 \cdot 10^{-2} \cdot u - 1,97 \cdot \text{DEB} - 3,33 \cdot 10^{-5} \cdot \rho_0^2 \quad (4)$$

$$\ln(f_c) = 2,85 + 1,16 \cdot 10^{-4} \cdot E_c - 2,81 \cdot 10^{-9} \cdot E_c^2 \quad (5)$$

$$\ln(E_t) = -1,53 \cdot 10^{-1} + 2,77 \cdot 10^{-2} \cdot \rho_0 - 1,54 \cdot \text{DEB} - 1,95 \cdot 10^{-5} \cdot \rho_0^2 \quad (6)$$

$$\ln(f_t) = 3,01 + 1,02 \cdot 10^{-4} \cdot E_t - 1,46 \cdot 10^{-4} \cdot E_t \cdot \text{DEB} \quad (7)$$

Die Einheiten in den Gleichungen sind: kg/m³ für Rohdichte, % für Holzfeuchte, DEB-Wert dimensionslos, N/mm² für Elastizitätsmodul und Festigkeit

Die Varianzinflationsfaktoren in Tabelle 2-2 für gegenseitige Regressionen zwischen den erklärenden Variablen liegen weit unter 10 und belegen daher eine lineare Unabhängigkeit zwischen den erklärenden Variablen.

In Tabelle 2-3 sind die Korrelationskoeffizienten für die Gleichungen angegeben, wenn anstelle des DEB-Wertes alternativ der DAB-Wert oder der KAR-Wert verwendet wird. Die Gegenüberstellung macht deutlich, dass alle drei die Ästigkeit beschreibenden Werte in Bezug auf eine Vorhersage der mechanischen Eigenschaften gleichwertig anzusehen sind. Folgende Gründe sprechen für den DEB-Wert: Glos und Lederer 2000 konnten zeigen, dass bei der visuellen Sortierung von 219 Buchenbrettern mit den Sortierkriterien $\text{DEB} \leq 0,33$ und gleichzeitig $\text{DAB} \leq 0,50$ nur in einem Fall der DAB-Wert größer 0,50 und gleichzeitig der DEB-Wert kleiner 0,33 war. Bild 2-2 zeigt den Zusammenhang zwischen größtem DEB- und größtem DAB-Wert von 1888 Buchenbrettern, deren Eigenschaften später im Abschnitt 3 genauer beschrieben werden. Die vertikalen Linien verdeutlichen die Zahlenwerte der Kriterien für die Astansammlung und die horizontalen für den Einzelast nach DIN 4074-5. Die Punkte auf der Winkelhalbierenden entsprechen Brettern, bei denen der größte DEB-Wert dem größten DAB-Wert entspricht. Die Symbole unterhalb der Winkelhalbierenden repräsentieren Bretter, bei denen der größte DAB-Wert größer ist. Die 8 Stern-Symbole kennzeichnen Bretter, für die eine visuelle Sortierung nach dem DAB-Wert eine niedrigere Sortierklasse ergeben würde als eine Sortierung nur nach dem DEB-Wert. Bei einer Sortierung allein nach dem DEB-Wert werden folglich 99,6% aller Bretter korrekt sortiert. Das ist hinsichtlich der praktischen Durchführung einer visuellen Sortierung von Vorteil, weil das Augenmerk nur auf den Einzelast gerichtet werden muss. Mit der numerischen Untersuchung der Tragfähigkeit von Brettschichtholz aus Buche mit einem Rechenmodell ist auch die Festlegung von Grenzwerten für Sortierkriterien beabsichtigt. Für den einfach zu ermittelnden DEB-Wert lassen sich direkt Grenzwerte ableiten, die bei der visuellen Sortierung Anwendung finden können. Das gilt gleichermaßen für ein kombiniertes maschinelles und visuelles Sortierverfahren.

Tabelle 2-2 Varianzinflationsfaktoren

Regression von	r^2	n	$1/(1-r^2)$
ρ_0 auf DEB und u	0,071	644	1,08
DEB auf ρ_0 und u	0,034	644	1,04
u auf ρ_0 und DEB	0,040	644	1,04
ρ_0 auf DEB	0,013	486	1,01

Tabelle 2-3 Korrelationskoeffizienten für die Regressionsgleichungen bei alternativer Verwendung des DEB-, DAB- oder KAR-Wertes für die Ästigkeit

Kenngößen	DEB-Wert	DAB-Wert	KAR
Druck-E-Modul	0,774	0,797	0,789
Druckfestigkeit	0,887	0,887	0,887
Zug-E-Modul	0,742	0,746	0,737
Zugfestigkeit	0,861	0,864	0,858

2.3.1 Regressionsgleichungen

In Bild A-2 sind die Häufigkeitsverteilungen der normierten Residuen für die Gleichungen (4) bis (7) dargestellt. Die Annahme normalverteilter Residuen ist in allen vier Fällen zunächst zutreffend. Es können allerdings Residuen mit Werten kleiner $-3,00$ jedoch selten größer $+3,00$ beobachtet werden. Um solche negativen Ausreißer, die vor allem bei der Zugfestigkeit unmittelbare Auswirkungen auf die Biegefestigkeit der Träger besitzen, bei der Modellierung der mechanischen Eigenschaften geeignet zu repräsentieren, wurden die Beobachtungen mit auffällig kleinen Residuen zunächst aus den Stichproben mit dem Umfang 644 bzw. 486 entfernt. Als Kriterium zum Ausschluss von Ausreißern geben Hartung et al. 2002 einen Betrag des normierten Residuums größer 3,00 an. Das entspricht dem 0,10%- bzw. 99,9%-Quantil der Normalverteilung. Mit den verbleibenden Beobachtungen wurden neue Koeffizienten ermittelt. Das führt auf die verbesserten Regressionsgleichungen (8) bis (11). Dieses Vorgehen erhöhte die Korrelation und schränkte die Standardabweichung der normalverteilten Residuen etwas ein, s. hierzu Tabelle 2-4. Bild 2-3 zeigt die grafische Darstellung der Regressionsgleichungen. In diese wurden die vorab eliminierten Beobachtungen eingesetzt und deren Residuen neu berechnet. Das Ergebnis ist in Bild A-3 dargestellt. Demnach setzen sich die Residuen hauptsächlich aus normalverteilten Werten zusammen. Für die überschaubare Anzahl an negativen Ausreißern erscheint die Annahme einer Rechteckverteilung geeignet. Die Anzahl der normalverteilten Residuen und der Ausreißer ergeben in der Summe jeweils den vollständigen Stichprobenumfang. Die erklärenden Variablen geben keinen Auf-

schluss über das Vorkommen von Ausreißern. Sie können daher sowohl bei astfreien und astbehafteten Prüfkörpern beobachtet werden. Von Bedeutung für die Simulation einer maschinellen Sortierung ist, dass bei Brettern mit einem dynamischen Elastizitätsmodul größer 15000 N/mm² keine Ausreißer beobachtet werden und insofern bei der Modellierung der mechanischen Eigenschaften nicht zu berücksichtigen sind. Im Gegensatz dazu sind bei der Simulation einer visuellen Sortierung im Falle der Zugfestigkeit bei etwa 1,6 Promille der Holzelemente Ausreißer zu berücksichtigen. Der Anteil von 1,6 Promille wurde mit dem Verhältnis Elemente mit Ausreißern bezogen auf die Gesamtlänge der untersuchten Bretter geteilt durch die Elementlänge abgeschätzt.

$$\ln(E_c) = -3,46 + 3,91 \cdot 10^{-2} \cdot \rho_0 - 7,44 \cdot 10^{-2} \cdot u - 1,92 \cdot \text{DEB} - 2,75 \cdot 10^{-5} \cdot \rho_0^2 \quad (8)$$

$$\ln(f_c) = 2,88 + 1,13 \cdot 10^{-4} \cdot E_c - 2,71 \cdot 10^{-9} \cdot E_c^2 \quad (9)$$

$$\ln(E_t) = 3,36 \cdot 10^{-1} + 2,64 \cdot 10^{-2} \cdot \rho_0 - 1,56 \cdot \text{DEB} - 1,87 \cdot 10^{-5} \cdot \rho_0^2 \quad (10)$$

$$\ln(f_t) = 3,09 + 9,76 \cdot 10^{-5} \cdot E_t - 1,54 \cdot 10^{-4} \cdot E_t \cdot \text{DEB} \quad (11)$$

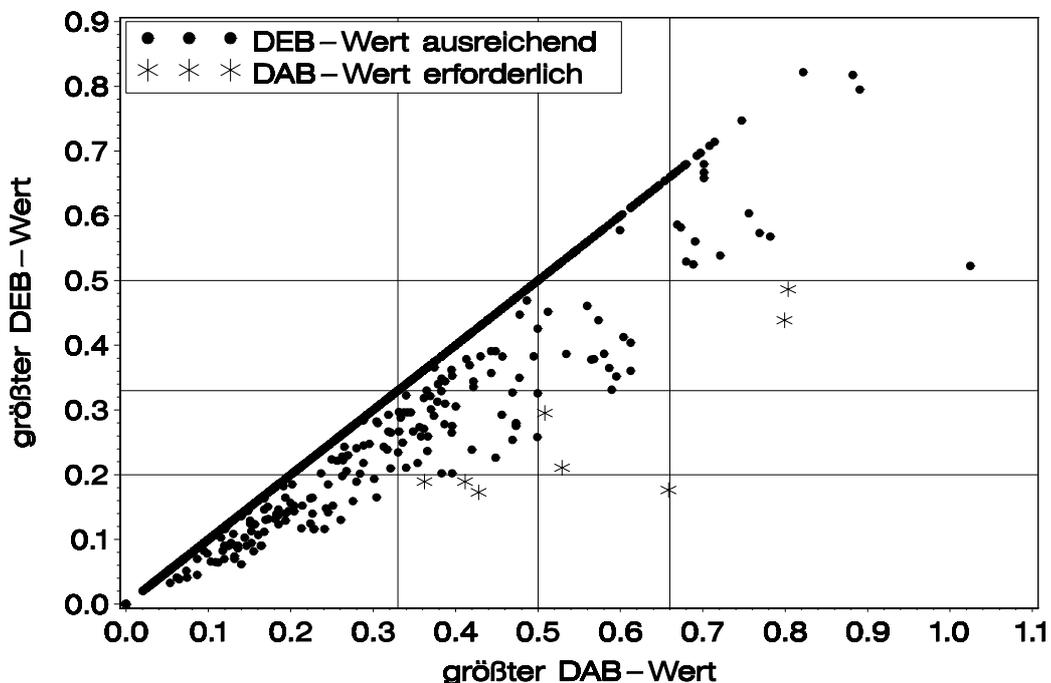
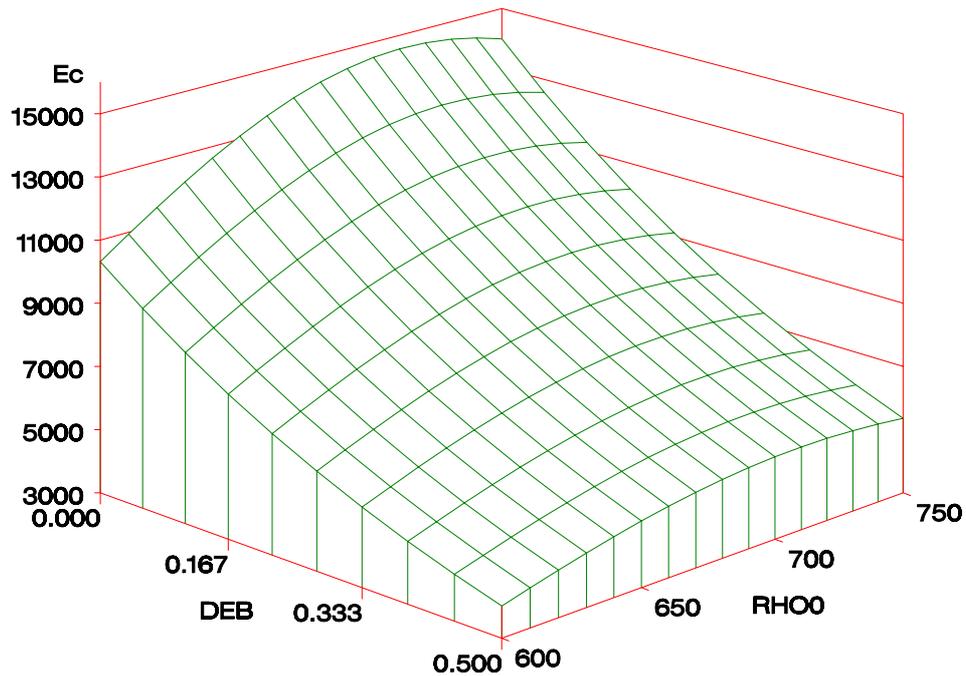
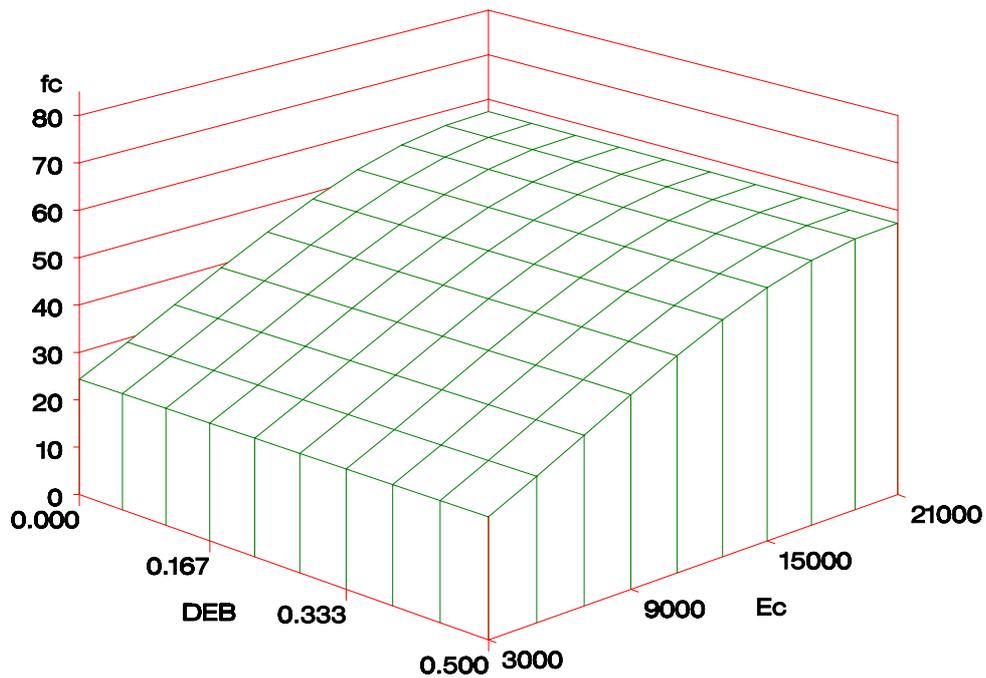


Bild 2-2 Zusammenhang zwischen größtem DEB- und größtem DAB-Wert; vertikale und horizontale Linien verdeutlichen die Grenzwerte für die Ästigkeit gemäß DIN 4074-5



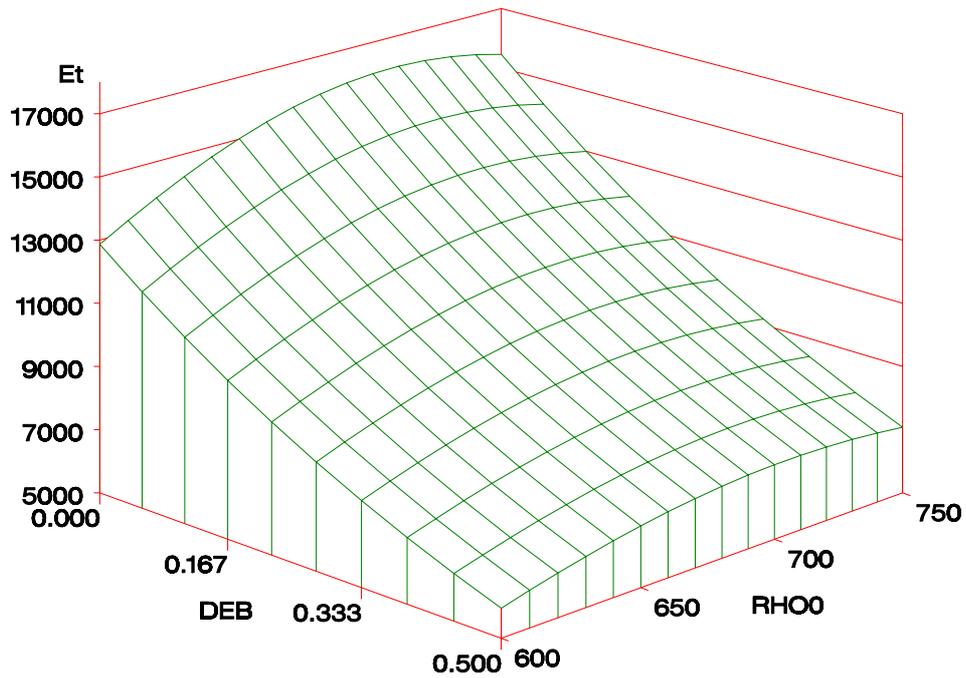
a)



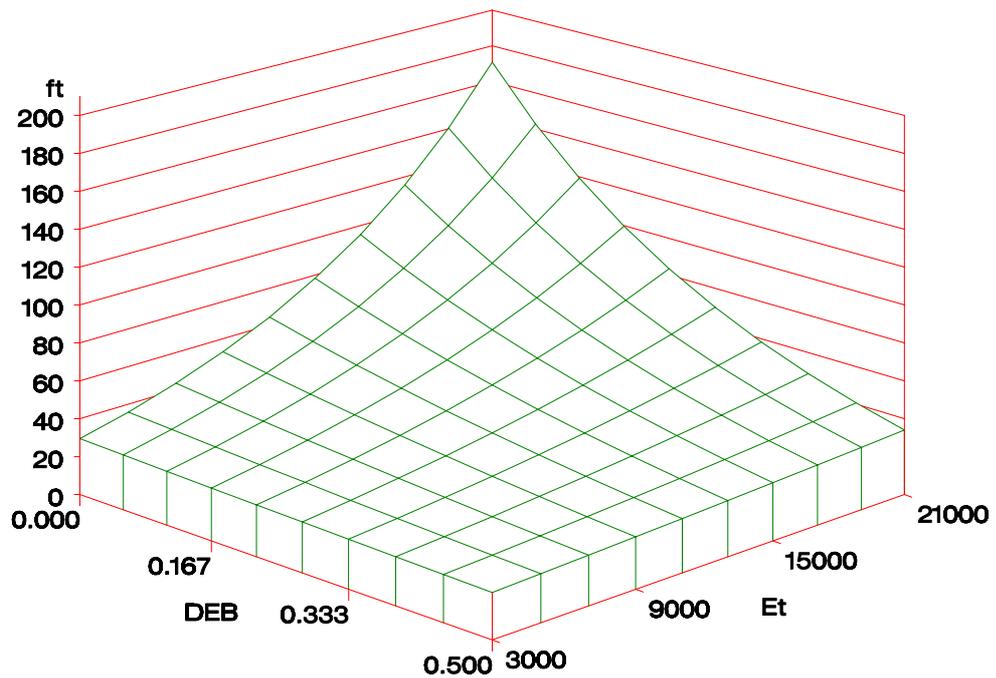
b)

Bild 2-3

Modelle für Holzelemente; Druck-Elastizitätsmodul (a) über Darrroh-dichte und DEB-Wert sowie Druckfestigkeit (b) über Elastizitätsmodul und DEB-Wert bei jeweils 12% Holzfeuchte; Elastizitätsmodul und Festigkeit in N/mm^2 , Rohdichte in kg/m^3



c)



d)

Bild 2-3 (Forts.) Zug-Elastizitätsmodul (c) über Darrrohddichte und DEB-Wert sowie Zugfestigkeit (d) über Elastizitätsmodul und DEB-Wert; Elastizitätsmodul und Festigkeit in N/mm², Rohddichte in kg/m³

Tabelle 2-4 Korrelationskoeffizienten und Standardabweichungen der Residuen

Mechanische Eigenschaft	Gleichungen (4) bis (7) mit Ausreißern			Gleichungen (8) bis (11) ohne Ausreißer		
	r	s	n	r	s	n
Druck-E-Modul	0,774	0,186	644	0,791	0,168	636
Druckfestigkeit	0,887	0,0813	644	0,895	0,0759	635
Zug-E-Modul	0,742	0,193	486	0,764	0,182	482
Zugfestigkeit	0,861	0,267	486	0,881	0,239	473

2.3.2 Autokorrelation der Residuen

Es ist das Ziel, mechanische Eigenschaften von Holzelementen einzelner Bretter zu modellieren, die in der Abfolge eine Lamelle wirklichkeitsnah wiedergeben. Dabei ist zu berücksichtigen, dass es zum einen Bretter von besserer und schlechterer Qualität gibt – Streuung innerhalb des Brettangebots - und zum anderen Bretter gibt, deren mechanische Eigenschaften in Brett längsrichtung mehr oder weniger streuen – Reststreuung innerhalb eines Brettes. Diese Tatsache wurde für den Elastizitätsmodul von Fichtenholz von Colling und Scherberger 1987 und Görlacher 1990 systematisch untersucht. Colling und Scherberger sowie Görlacher zeigten, dass die Reststreuung innerhalb eines Brettes geringer ist als die Streuung innerhalb des gesamten Brettangebots. Görlacher stellt auch für die Streuung der Festigkeit die gleiche Tendenz in Aussicht. Bestätigt wird er durch Versuche von Colling 1990 bzw. Ehlbeck und Colling 1992. Sie konnten an 67 Brettern zeigen, dass auch die Streuung der Zugfestigkeit innerhalb eines Brettes geringer ist als die Gesamtstreuung innerhalb des Brettangebots.

Die Holzforschung München hat an 30 bzw. 20 Brettern Serienzug- und Seriendruckversuche durchgeführt. Bei den Zugversuchen wurden je Brett zwischen 4 und 6 und bei den Druckversuchen 10 bis 15 Prüfkörper entnommen. Die vergleichsweise kleine Anzahl von Zugversuchen je Brett erklärt sich durch die erforderliche Einspannlänge der Zugprüfkörper. Tabelle 2-5 (Zeilen 3 bis 6) enthält den Mittelwert und die Standardabweichung der Reststreuung innerhalb des Brettes. Beide Werte wurden für die vier mechanischen Eigenschaften aus 20 bzw. 30 brettbezogenen Standardabweichungen berechnet. Diese wurden für Zugversuche jeweils aus 4 bis 6 und für Druckversuche aus 10 bis 15 Residuen ermittelt. Bild A-4 zeigt die Häufigkeitsverteilungen der Reststreuung für die mechanischen Eigenschaften. In allen vier Fällen stammt sie aus einer rechtsschiefen Verteilung. Insofern sind große Streuungen verhältnismäßig selten. Das gilt insbesondere für den Zug-Elastizitätsmodul und die Zugfestigkeit. Ehlbeck und Colling 1987 halten es für möglich, dass die Reststreuung bei „guten“ Brettern geringer wird. Demnach würde eine Festigkeitssortierung in hohe

Festigkeitsklassen die Reststreuung verringern. Aus diesem Grund wird für den Zug-Elastizitätsmodul und die Zugfestigkeit die Reststreuung für Bretter der Klassen 4 und 5 mit einem dynamischen Elastizitätsmodul größer 15000 N/mm² ermittelt. Das Ergebnis zeigen Tabelle 2-5 (Zeilen 8 bis 9) und Bild A-5. Bei der Modellierung der mechanischen Eigenschaften von unsortierten Brettern ist demzufolge eine größere Reststreuung zu erwarten als bei einer maschinellen Sortierung nach dem dynamischen Elastizitätsmodul mit einer unteren Grenze von 15000 N/mm². Mit den beiden bekannten Randbedingungen Verteilung aller Residuen und Verteilung der Reststreuung innerhalb eines Brettes wurde die Standardabweichung der Verteilung für die Streuung innerhalb des Brettangebots iterativ ermittelt. Als Typ wurde eine Normalverteilung mit Mittelwert Null angenommen. Ein Mittel von Null ergibt sich zwangsläufig aus der Forderung, dass auch die Gesamtheit aller Residuen den Mittelwert Null besitzen muss. Die Autokorrelation der Residuen wird durch die Verhältnisse in Tabelle 2-6 abschließend verdeutlicht. Demnach beträgt die Reststreuung für alle vier Eigenschaften im Mittel nur etwa 59% von der Gesamtsstreuung.

Tabelle 2-5 Mittelwert und Standardabweichung der Reststreuung

	\bar{x}	s	Bretter	Elemente
Unsortierte Bretter				
Druck-E-Modul	0,0978	0,0350	20	258
Druckfestigkeit	0,0434	0,0166	20	258
Zug-E-Modul	0,106	0,0784	30	131
Zugfestigkeit	0,146	0,0803	30	132
Bretter mit einem dynamischen Elastizitätsmodul > 15000 N/mm ²				
Zug-E-Modul	0,0747	0,0614	15	66
Zugfestigkeit	0,124	0,0505	15	66

Tabelle 2-6 Mittelwert der Reststreuung im Vergleich mit der Standardabweichung aller Residuen

	Mittelwert der Reststreuung aus Tabelle 2-5	Standardabweichung aller Residuen aus Tabelle 2-4	Verhältnis
Druck-E-Modul	0,0978	0,168	0,58
Druckfestigkeit	0,0434	0,0759	0,57
Zug-E-Modul	0,106	0,182	0,58
Zugfestigkeit	0,146	0,239	0,61

2.4 Modelle für Keilzinkenelemente

2.4.1 Regressionsgleichungen für die Druckzone

Mit den Regressionsgleichungen (12) und (13) können die Vorhersagewerte der mechanischen Eigenschaften von Keilzinkenelementen in der Druckzone berechnet werden. In Tabelle 2-7 sind dazu die Korrelationskoeffizienten und die Standardabweichung der Residuen aufgeführt. Auffällig ist der niedrige Korrelationskoeffizient bzw. das niedrige Bestimmtheitsmaß für Gleichung (12). Insofern lässt sich bei den Versuchsdaten die Variation des Druck-Elastizitätsmoduls nur zu $0,32^2 \cdot 100 = 10\%$ auf die Variation der erklärenden Variablen zurückführen. Die Modellierung des Druck-Elastizitätsmoduls ist daher eher von Zufall bestimmt. Die Residuenanalyse für die zwei Gleichungen gab keine eindeutigen Anzeichen auf eine nicht konstante Varianz der Residuen. In Bild 2-4 sind die beobachteten Werte über den Vorhersagewerten nach den Gleichungen (12) und (13) dargestellt. Es sei angemerkt, dass der Modellierung des Druck-Elastizitätsmoduls einer Keilzinkenverbindung in der Druckzone eine untergeordnete Bedeutung zukommt. Mögliche Unschärfen bei der Vorhersage des Elastizitätsmoduls werden das Berechnungsergebnis unwesentlich beeinflussen, weil sich das elastische oder plastische Verhalten des Holzes in einzelnen Bereichen der Druckzone nur geringfügig auf die Spannungsverteilung in der Zugzone auswirken wird.

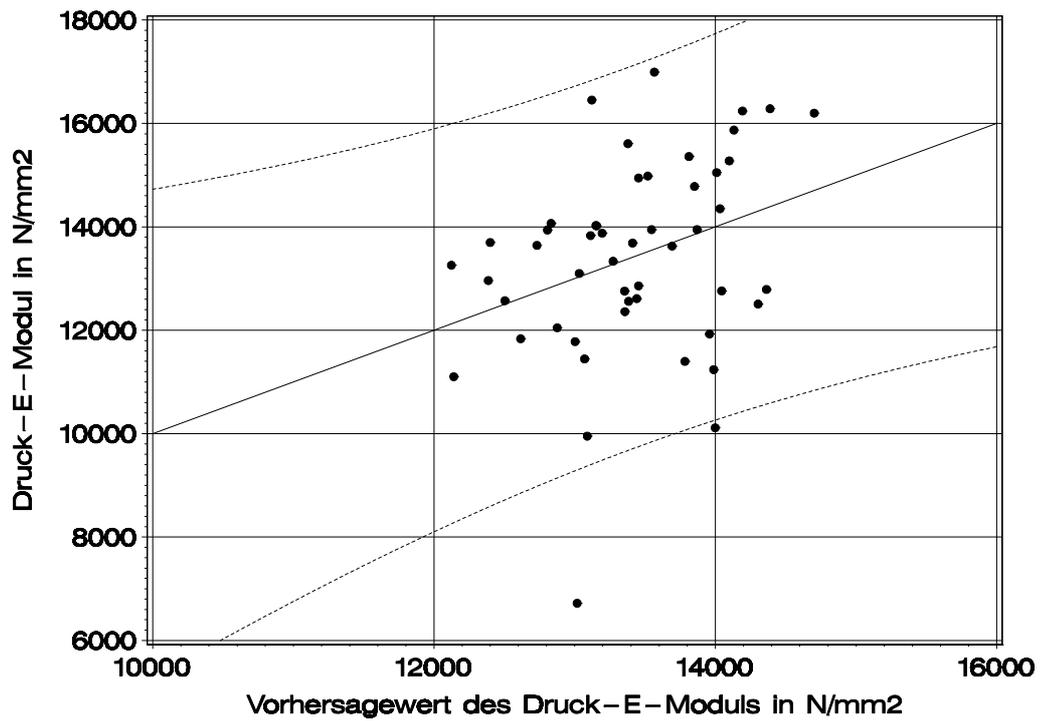
$$E_{c,j} = 1,01 \cdot 10^5 - 1,55 \cdot 10^4 \cdot u + 6,44 \cdot 10^2 \cdot u^2 + 9,57 \cdot 10^{-3} \cdot \rho_{0,max}^2 \quad (12)$$

$$f_{c,j} = -2,10 \cdot 10^2 + 40,4 \cdot u - 1,74 \cdot u^2 + 2,73 \cdot 10^{-6} \cdot E_{c,j} \cdot \rho_{0,min} \quad (13)$$

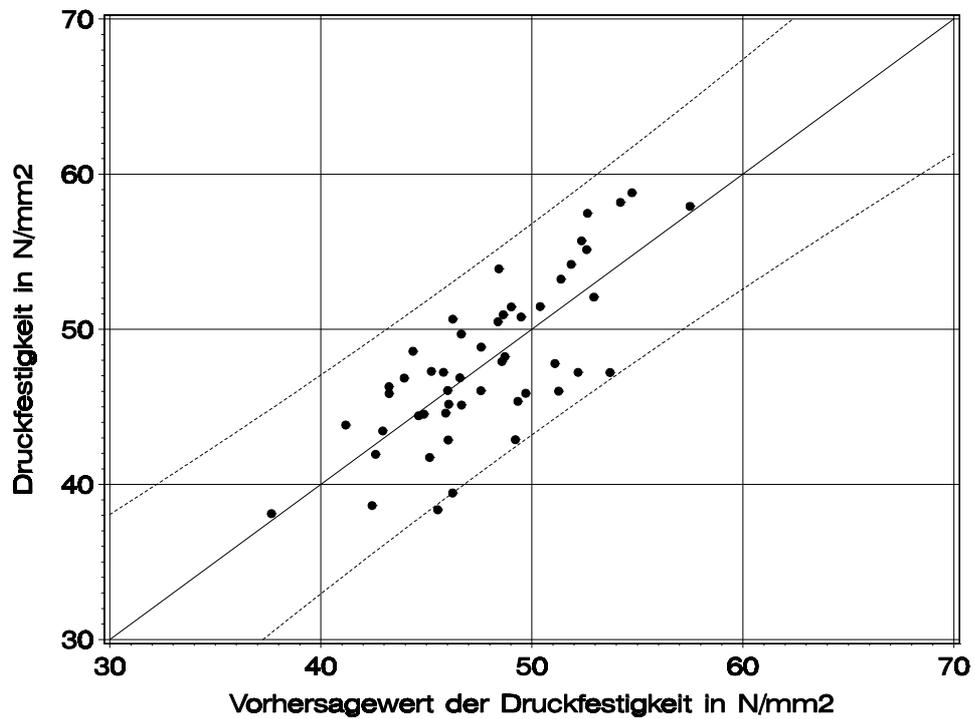
Die Einheiten in den Gleichungen sind: kg/m^3 für Rohdichte, % für Holzfeuchte, N/mm^2 für Elastizitätsmodul und Festigkeit

Tabelle 2-7 Korrelationskoeffizienten und Standardabweichung der Residuen

	r	s	n
Druck-Elastizitätsmodul	0,32	1810	50
Druckfestigkeit	0,77	3,31	50



a)



b)

Bild 2-4 Modelle für Keilzinkenelemente; Druck-Elastizitätsmodul in Abhängigkeit vom Vorhersagewert nach Gleichung (12) (a) und Druckfestigkeit in Abhängigkeit vom Vorhersagewert nach Gleichung (13) (b)

2.4.2 Regressionsgleichungen für die Zugzone

Bei der Herstellung von Brettschichtholzträgern aus maschinell nach dem Elastizitätsmodul sortierten Brettern werden in der Regel die Werte der Elastizitätsmoduln von zwei miteinander keilgezinkten Brettern einer Sortierklasse nur geringfügig voneinander abweichen. Führt man mit den von der Holzforschung München untersuchten Brettern die Klassifizierung gemäß Tabelle 1-2 nach dem dynamischen Elastizitätsmodul durch und legt dabei fest, dass ausschließlich Bretter einer Klasse miteinander keilgezinkt werden, dann wird der kleinere dynamische Elastizitätsmodul der beiden keilgezinkten Bretter in der Regel mehr als 90% des größeren betragen. Eine lineare Regression mit Keilzinkenelementen, deren Bretter dieses Kriterium erfüllen, führt auf Gleichung (14) für die Vorhersage des Zug-Elastizitätsmoduls und auf Gleichung (15) für diejenige der Zugfestigkeit. Die Korrelation und die Standardabweichung der Residuen findet sich in Tabelle 2-8. In Bild 2-5 a und b ist für beide Gleichungen der beobachtete Wert in Abhängigkeit vom Vorhersagewert dargestellt. Die 95% Vertrauensgrenzen definieren einen Korridor, der die Streuung der Residuen klar begrenzt. Demzufolge ist die Varianz der Residuen konstant. Der lineare Zusammenhang zwischen Vorhersagewert der Zugfestigkeit (bzw. Elastizitätsmodul) und beobachteter Zugfestigkeit der Keilzinkenelemente wird vor allem anhand der unteren Vertrauensgrenze in Bild 2-5 b deutlich. Dieser lineare Zusammenhang ist eine von zwei Voraussetzungen für die Wirkung einer maschinellen Sortierung der Bretter bezüglich der Tragfähigkeit von Brettschichtholz. Die Verwendung von Brettern mit hohem dynamischem Elastizitätsmodul gewährleistet dann auch eine hohe Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindungen.

$$E_{t,j} = 3,20 \cdot 10^3 + 0,823 \cdot E_{\text{dyn,min}} \quad (14)$$

$$f_{t,j} = 63,2 - 8,27 \cdot 10^{-5} \cdot \rho_{0,\text{min}}^2 + 1,82 \cdot 10^{-7} \cdot E_{\text{dyn,min}} \cdot E_{t,j} \quad (15)$$

Die Einheiten in den Gleichungen sind: kg/m³ für Rohdichte, N/mm² für Elastizitätsmodul und Festigkeit

Die Regression nach Gleichung (15) mit dem dynamischen Elastizitätsmodul als erklärende Variable wird durch Forschungsergebnisse von Aicher et al. 2001 gestützt. Sie konnten mit Zugversuchen an Keilzinkenprüfkörpern aus Buche nachweisen, dass zwischen der Zugfestigkeit und dem kleineren Zug-Elastizitätsmodul der beiden verbundenen Bretter eine Korrelation mit $r=0,67$ besteht. Der Anfang der Messstrecke zur Ermittlung dieses Zug-Elastizitätsmoduls lag $0,5 \cdot b$ und das Ende $3,5 \cdot b$ von der Keilzinkung entfernt. Die Brettbreite b betrug 115 mm. Demnach beeinflusst der Elastizitätsmodul von 2 benachbarten Elementen mit einer Länge von 150 mm, der in

Gleichung (15) ersatzweise durch den dynamischen Elastizitätsmodul des gesamten Brettes wiedergegeben wird, die Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindung.

Bei der Modellierung einer visuellen Sortierung entfällt die Bedingung, dass der dynamische Elastizitätsmodul von zwei keilgezinkten Brettern stets geringfügig voneinander abweicht. Das wirkt sich ungünstig auf die Keilzinkenzugfestigkeit aus, weil der kleinere dynamische Elastizitätsmodul der keilgezinkten Bretter die Zugfestigkeit des Keilzinkenelements in hohem Maße bestimmt. Für die Modellierung einer visuellen Sortierung gelten die Gleichungen (16) und (17) mit anderen Koeffizienten und Achsenabschnitten. Die Korrelationskoeffizienten und die Standardabweichungen der Residuen sind in Tabelle 2-8 zusammengestellt. Bild 2-5 c und d verdeutlicht den Zusammenhang zwischen Beobachtung und Vorhersage.

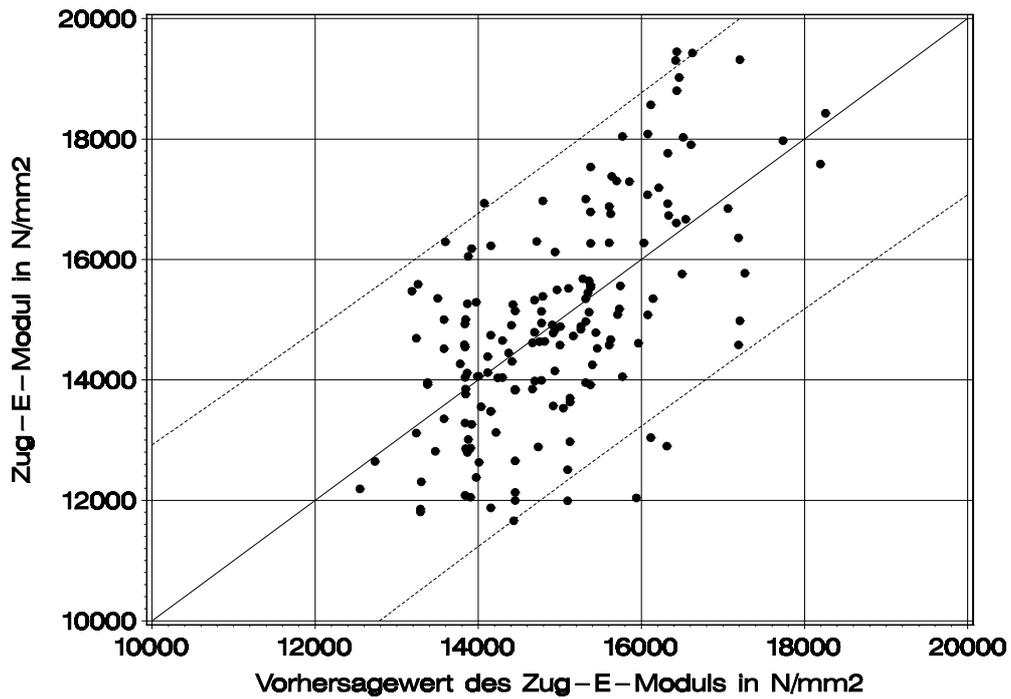
$$E_{t,j} = 7,67 \cdot 10^3 + 0,538 \cdot E_{\text{dyn,min}} \quad (16)$$

$$f_{t,j} = 54,5 - 5,04 \cdot 10^{-5} \cdot \rho_{0,\text{min}}^2 + 1,60 \cdot 10^{-7} \cdot E_{\text{dyn,min}} \cdot E_{t,j} \quad (17)$$

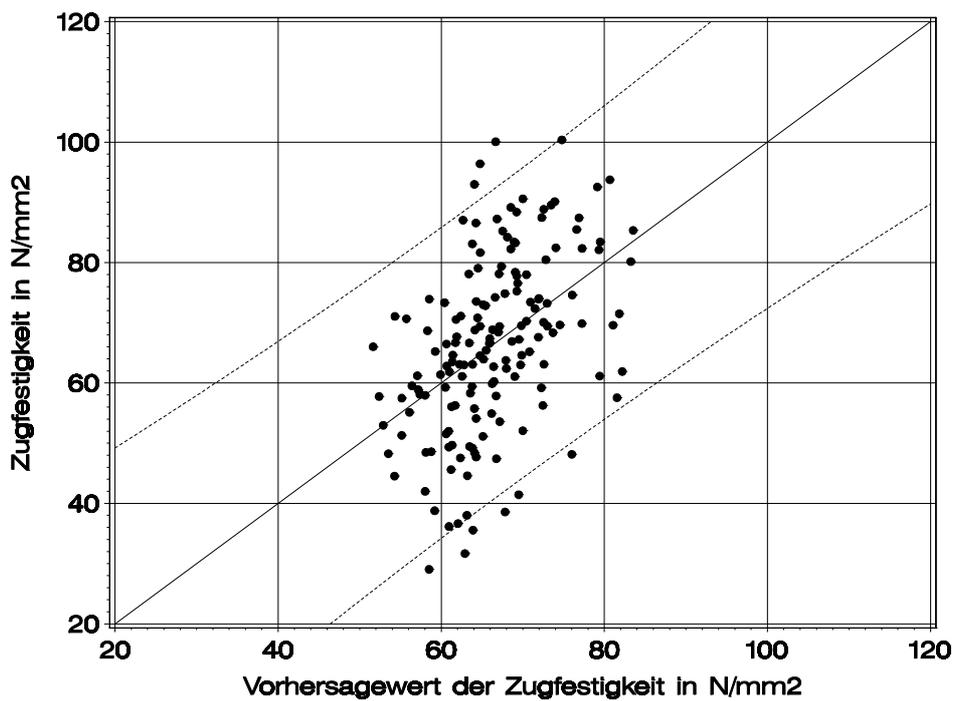
Die Verwendung unterschiedlicher Regressionsgleichungen bei der Modellierung einer maschinellen bzw. visuellen Sortierung hat vor allem Einfluss auf die Vorhersage des Elastizitätsmoduls der Keilzinkenelemente und aufgrund der Korrelation zwischen dem Elastizitätsmodul und der Festigkeit schließlich auch Einfluss auf diese. Ein Vergleich von Bild 2-5 a mit Bild 2-5 c verdeutlicht die bessere Vorhersage des Elastizitätsmoduls der Keilzinkenelemente im Falle einer maschinellen Sortierung. Insofern wird bei einer solchen Sortierung das Verhältnis zwischen den Elastizitätsmoduln der Holz- und Keilzinkenelemente wirklichkeitsnäher abgebildet. Das trägt entscheidend dazu bei, dass bei der Modellierung einer maschinellen Sortierung der Bretter nicht nur die Festigkeit der Holzelemente, sondern auch die der Keilzinkenelemente positiv beeinflusst wird.

Tabelle 2-8 Korrelationskoeffizienten und Standardabweichungen der Residuen

	r	s	n
maschinelle Sortierung der Bretter			
Zug-Elastizitätsmodul	0,63	1390	163
Zugfestigkeit	0,46	13,0	163
visuelle Sortierung der Bretter			
Zug-Elastizitätsmodul	0,43	1562	348
Zugfestigkeit	0,41	12,9	350



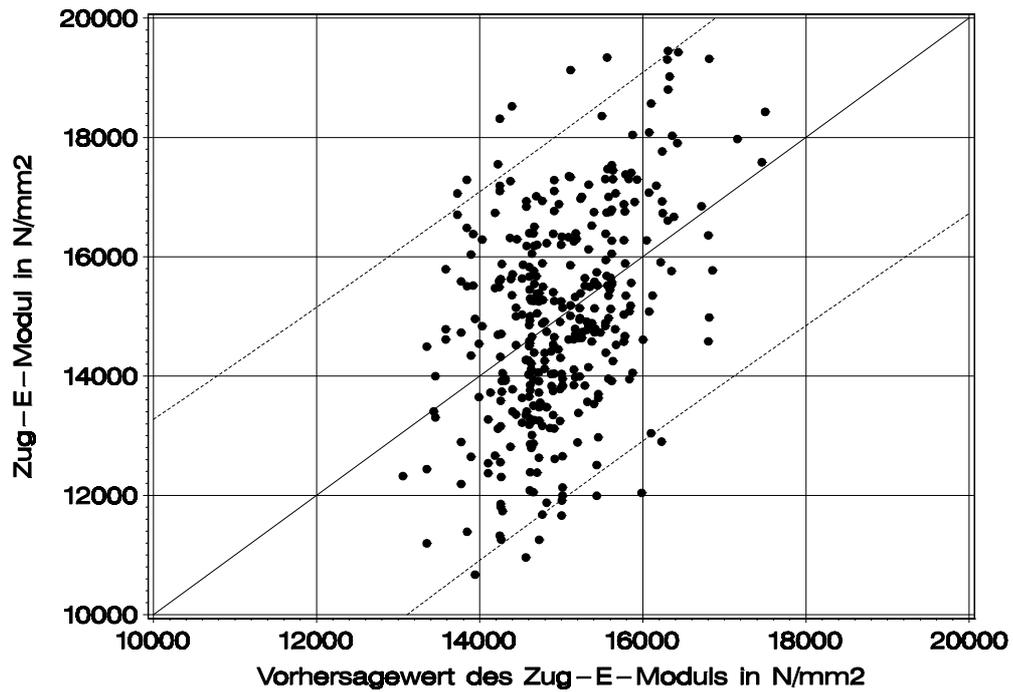
a)



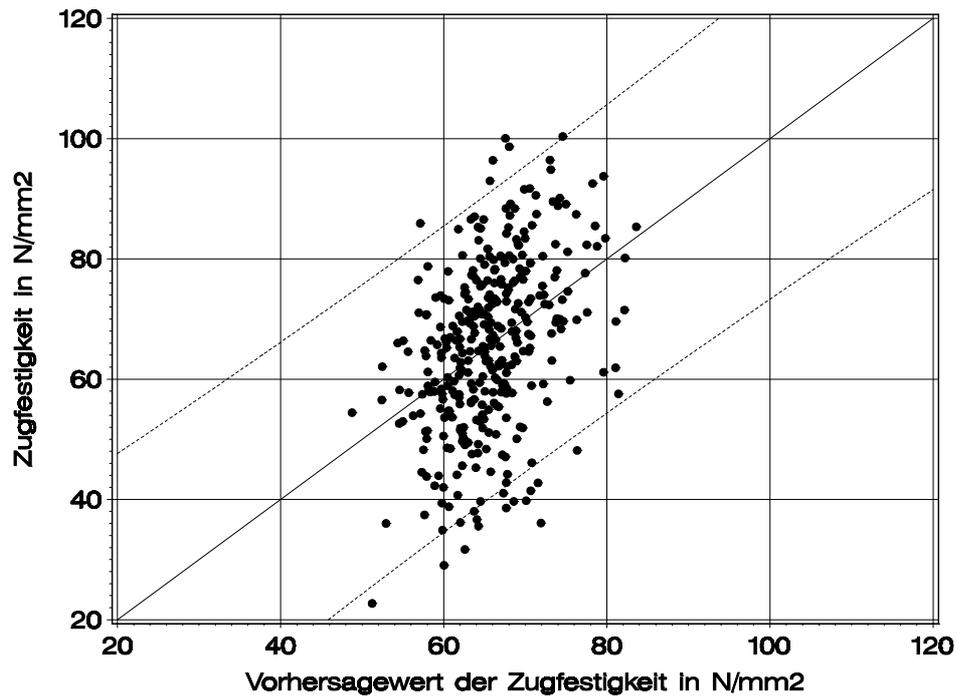
b)

Bild 2-5

Modelle für Keilzinkenelemente bei maschineller Sortierung; Zug-Elastizitätsmodul in Abhängigkeit vom Vorhersagewert nach Gleichung (14) (a) und Zugfestigkeit in Abhängigkeit vom Vorhersagewert nach Gleichung (15) (b); 95% Vertrauensgrenzen



c)



d)

Bild 2-5

(Forts.) Modelle für Keilzinkenelemente bei visueller Sortierung; Zug-Elastizitätsmodul in Abhängigkeit vom Vorhersagewert nach Gleichung (16) (c) und Zugfestigkeit in Abhängigkeit vom Vorhersagewert nach Gleichung (17) (d); 95% Vertrauensgrenzen

3 Modellierung der strukturellen Eigenschaften von Buchenbrettern

3.1 Allgemeines

Nachdem die Regressionsgleichungen sowie entsprechende Verteilungen für die Residuen zur Berechnung der mechanischen Eigenschaften von Lamellenelementen gegeben sind, werden in diesem Abschnitt nun Modelle für die strukturellen Eigenschaften von Buchenbrettern dargestellt. Die mechanischen Eigenschaften von Lamellenelementen hängen nunmehr von der Darrrohdichte, Ästigkeit und Holzfeuchte ab. Die Anzahl der Keilzinkenverbindungen eines Brettschichtholzträgers hängt – gleiche Maße des Trägers vorausgesetzt - von der Brettlänge ab. Der dynamische Elastizitätsmodul der Buchenbretter ist in dieser Arbeit der Sortierparameter für eine maschinelle Sortierung, die den Aufbau von Versuchsträgern mit hochwertigen Randlamellen ermöglicht. Die vorgenannten Eigenschaften sind daher in geeigneter Weise zahlenmäßig zu beschreiben, damit innerhalb des Simulationsabschnitts des Rechenmodells ein vollständiger Brettschichtholzträger modelliert werden kann. Dazu wurden insgesamt 1888 Buchenbretter untersucht, aus denen abschließend die Versuchsträger hergestellt wurden. Das Brettmaterial erfüllte damit einen doppelten Zweck.

3.2 Das Brettmaterial

Die Buchenbretter wurden von drei in Deutschland ansässigen Sägewerken geliefert. Sie kamen jeweils zu einem Drittel aus dem Spessart (Bayern), aus Nordhessen und aus dem Schönbuch (Baden Württemberg). Es handelte sich um unbesäumte Bretter, die in den Sägewerken bereits 1 ½ bis 2 ½ Jahre an der freien Luft lagerten. Die Bretter wurden technisch getrocknet und parallel besäumt. Die technische Trocknung nahm jeweils 10 bis 14 Tage in Anspruch. Im Labor wurden die Bretter vom Ausschuss getrennt und für die Untersuchung sowie Verwendung für Brettschichtholz vorbereitet. Die Ausgangslänge der besäumten Bretter betrug vor allem 3 m und teilweise 4 m bis 5 m. Das Kappen der zum Teil am Ende weit eingerissenen Bretter hatte eine in den Grenzen von 1,50 m bis 4,70 m streuende Brettlänge zur Folge.

Tabelle 3-1 Allgemeine Angaben zu den drei Brettkollektiven

Herkunft	n	d/b mm	Volumen m ³
Spessart	670	41 / 121	8,48
Nordhessen	659	40 / 116	7,00
Schönbuch	559	44 / 115	8,44

Eine Mindestlänge von 1,50 m wurde bei der Vorbereitung eingehalten, um eine einwandfreie Verarbeitung der Bretter beim Brettschichtholzhersteller zu gewährleisten. Für die Untersuchung an Buchenbrettern und die Herstellung der Versuchsträger standen abschließend insgesamt 24 m³ Brettmaterial zur Verfügung, s. Tabelle 3-1.

3.3 Untersuchung und Eigenschaften des Brettmaterials

Im Labor wurden die Masse, die Querschnittsmaße, die Brettlänge und die Frequenz der Längsschwingung bestimmt. Mit diesen Werten wurde die Bruttorohddichte und nach Gleichung (3) der dynamische Elastizitätsmodul berechnet. Die Bretter wurden nach dem System in Tabelle 1-2 klassifiziert, um die eingangs beschriebene experimentelle maschinelle Sortierung durchzuführen. Die Ästigkeit der Bretter wurde nach DIN 4074-5 bestimmt. Es wurden alle im Brett vorkommenden Äste mit einem Durchmesser größer als 5 mm erfasst. Bretter mit Ästen, die kleiner als 5 mm sind, gelten als astfrei. Dabei wurde die Lage der Äste bzw. Astansammlungen einem Längsraster mit 150 mm Element-Abstand zugeordnet. Mit diesen Daten kann die Anzahl der astbehafteten Elemente und deren Abfolge innerhalb eines Brettes eindeutig bestimmt werden. Im Anhang sind in Bild A-6 die Häufigkeitsverteilungen des dynamischen Elastizitätsmoduls, der Bruttorohddichte, des größten DEB-Wertes und der Anzahl astbehafteter Elemente innerhalb eines Brettes dargestellt. Bild 3-1 zeigt, dass unabhängig von der Holzherkunft das System von 5 Klassen wirtschaftliche Ausbeuten innerhalb der höheren Klassen gewährleistet. In Bild 3-2 wird der große Anteil an astfreien Brettern deutlich. Er liegt bei den einzelnen Kollektiven zwischen 25% und 34 %. Dieses auffällige Merkmal gibt Anstoß zu einer visuellen Sortierung von astfreien Brettern. Bild 3-3 a zeigt den Zusammenhang zwischen dem dynamischen Elastizitätsmodul und dem größten DEB-Wert innerhalb eines Brettes. Es ist anhand der Regressionsgeraden deutlich zu sehen, dass unabhängig von der Herkunft mit zunehmendem größtem DEB-Wert der dynamische Elastizitätsmodul sinkt. Diese lineare Beziehung ist durch einen weit streuenden Störterm überlagert. Eine besonders wirkungsvolle Festigkeitssortierung von Buchenbrettern ist daher unter Berücksichtigung beider Parameter durchzuführen. Bild 3-3 b zeigt den Zusammenhang zwischen dem dynamischen Elastizitätsmodul und der Bruttorohddichte. Die eingezeichneten Regressionsgeraden belegen, dass unabhängig von der Herkunft der dynamische Elastizitätsmodul mit steigender Bruttorohddichte zunimmt. Die Untersuchungsergebnisse der Buchenbretter zeigen, dass bezüglich der Wuchsgebiete keine wesentlich voneinander abweichenden strukturellen Eigenschaften zu erwarten sind. Als wichtige Schlussfolgerung gilt das sowohl für statische Kennwerte als auch für die Beziehungen zwischen den strukturellen Eigenschaften untereinander.

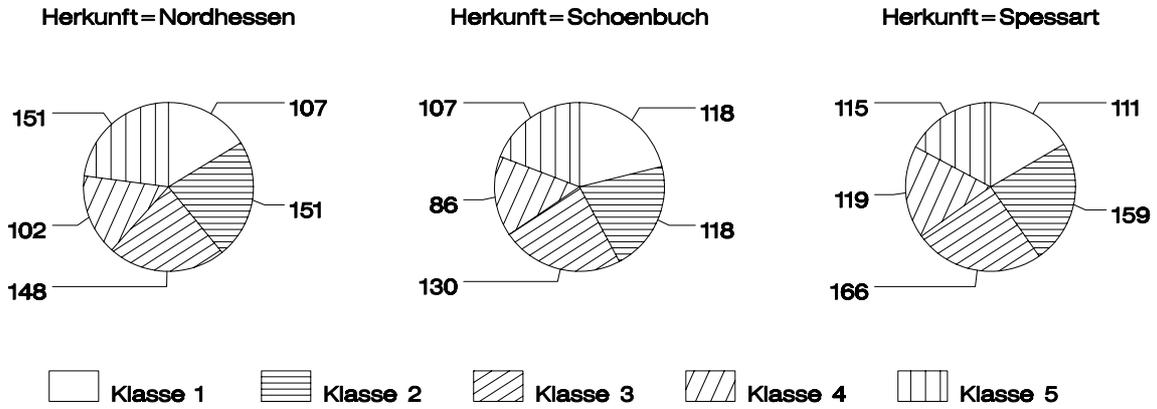


Bild 3-1 Absolute Ausbeute in den einzelnen Klassen

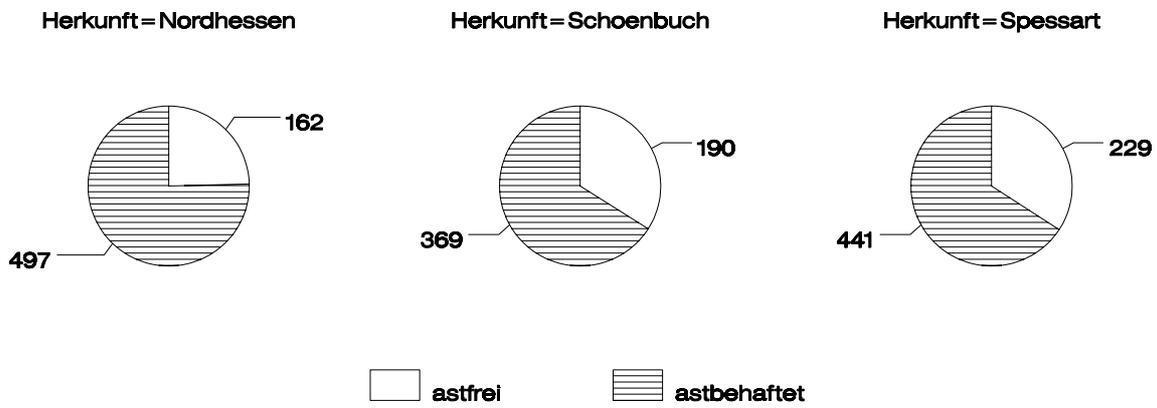
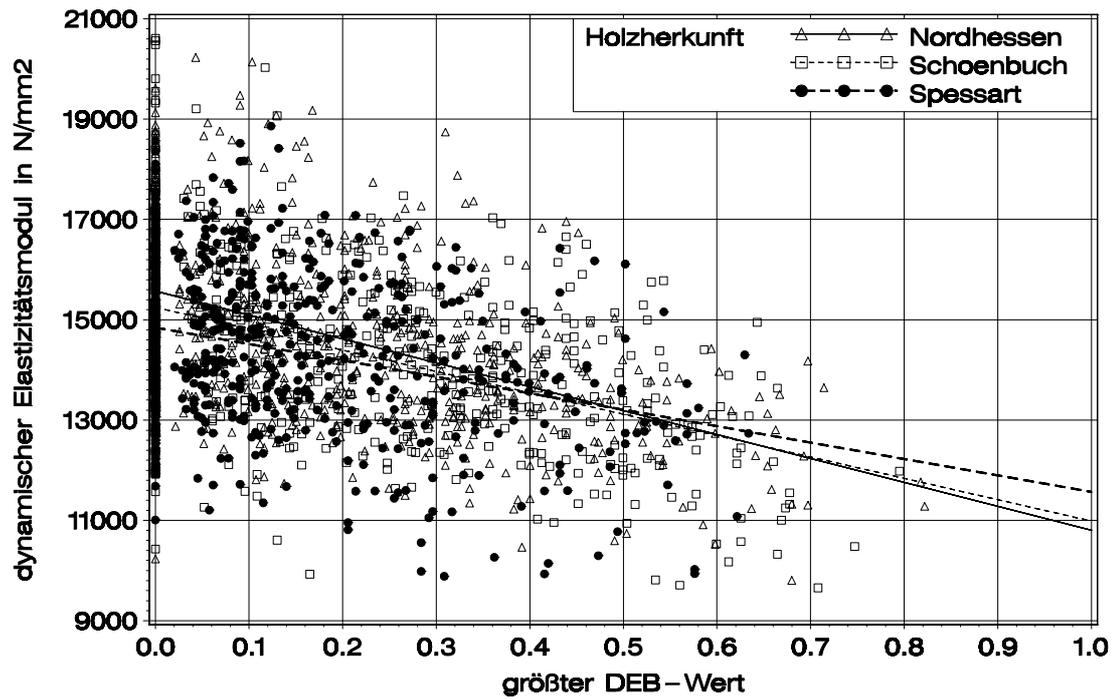
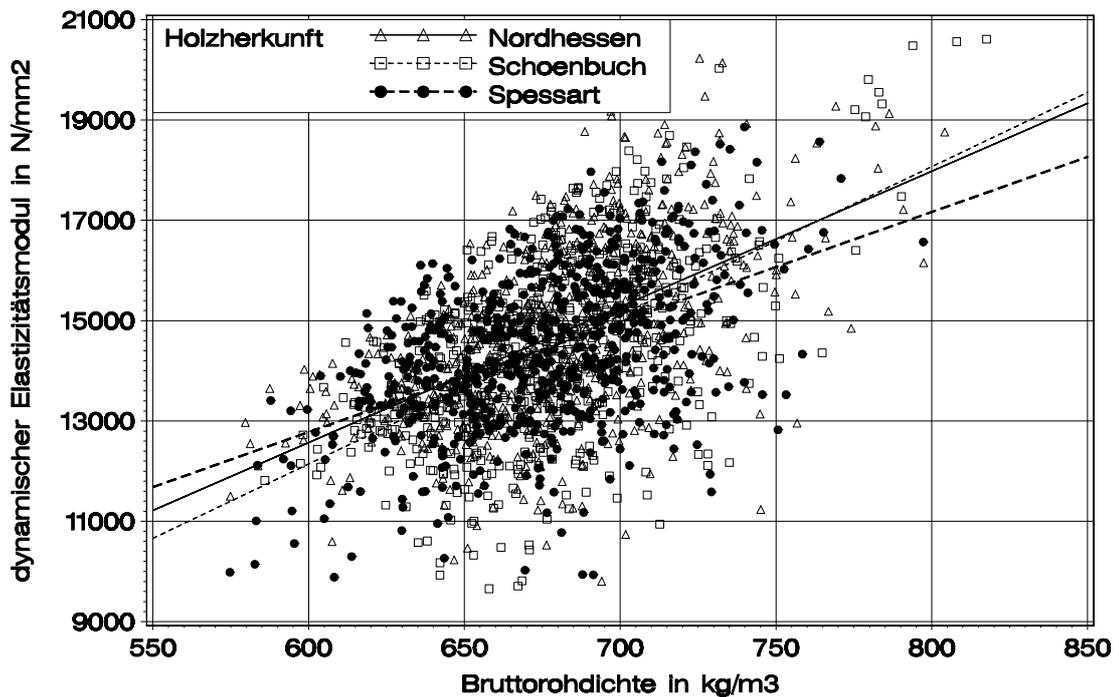


Bild 3-2 Anzahl der astfreien und astbehafteten Bretter



a)



b)

Bild 3-3 Zusammenhang zwischen dynamischem Elastizitätsmodul und größtem DEB-Wert innerhalb eines Brettes (astfreie Bretter in den Regressionsbeziehungen berücksichtigt) (a) und Bruttorohdichte (b) von jeweils 1888 Brettern; Regressionsgeraden für jede Holzherkunft

3.4 Empirische und theoretische Verteilungsfunktionen der strukturellen Eigenschaften von klassifizierten Buchenbrettern

3.4.1 Allgemeines

Die strukturellen Eigenschaften für ein simuliertes Brett werden mithilfe von Zufallszahlen erzeugt, die aus theoretischen Verteilungsfunktionen stammen. Diese werden an die empirischen Häufigkeitsverteilungen der strukturellen Eigenschaften angepasst. Generell bestünde die Möglichkeit, für jede Eigenschaft des gesamten Brettmaterials eine Verteilungsfunktion anzupassen. Vor der Simulation eines Brettes für eine bestimmte Klasse werden dann aus den Verteilungen zufällig der Wert für die entsprechende Eigenschaft entnommen und mithilfe der Regressionsgleichungen sowie Residuen die mechanischen Eigenschaften des Brettes berechnet. Dieser Vorgang wird solange wiederholt, bis die gewünschten Eigenschaften zum Beispiel bezüglich der Ästigkeit oder des dynamischen Elastizitätsmoduls des Brettes erfüllt sind. Diese Vorgehensweise schließt allerdings nicht aus, dass dann bei der Simulation von Brettmaterial einer bestimmten Klasse, Kombinationen von strukturellen Eigenschaften entstehen, die in Wirklichkeit nicht harmonieren würden, weil die Eigenschaften Bruttorohichte, Ästigkeit und dynamischer Elastizitätsmodul voneinander stochastisch abhängig sind, s. hierzu Bild 3-3. Insofern werden die Dichtefunktionen für das Brettmaterial klassenbezogen angepasst. Die große Anzahl an Brettern gestattet diese Vorgehensweise, weil in jeder Klasse ausreichend viele Bretter verbleiben. Bei der Simulation der Bretter kann dann abhängig von der gewünschten Brettklasse auf die entsprechenden Verteilungsfunktionen zurückgegriffen werden. Auch nach einer wirklichen Sortierung werden sich signifikant voneinander unterschiedliche Verteilungen der strukturellen Eigenschaften ergeben. Wenn diese im Rechenmodell gezielt vorgegeben werden, wird die Genauigkeit bei der Simulation der Bretter verbessert. Als theoretische Verteilungen eignen sich die Beta- (18) und die Lognormalverteilung (19). Die Betaverteilung besitzt eine untere sowie obere Schranke und sie ist sehr formflexibel. Die Lognormalverteilung besitzt nur eine untere Schranke und sie ist für die Anpassung an rechtsschiefe Verteilungen geeignet, bei denen große Werte immer seltener auftreten.

$$f_x(x) = \frac{(x-\theta)^{\alpha-1} (\sigma+\theta-x)^{\beta-1}}{\frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} \sigma^{(\alpha+\beta-1)}} \quad (18)$$

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}(x-\theta)} \cdot e^{-\frac{(\ln(x-\theta)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (19)$$

3.4.2 Brettlänge

Die Häufigkeitsverteilung der Brettlänge ist in Bild 3-4 dargestellt. Eine klassenbezogene Auswertung der Brettlänge besitzt keinen nennenswerten Einfluss auf die Verteilung. Signifikante Unterschiede bezüglich der Verteilung der Brettlänge können jedoch bei der unterschiedlichen Herkunft der Bretter beobachtet werden. Die statistische Auswertung in Tabelle A-4 zeigt diesbezüglich deutliche Unterschiede beim Mittelwert und der Standardabweichung. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt kann jedoch noch nicht abgeschätzt werden, welche Verteilung der Brettlänge bei einer zukünftigen Produktion von Brettschichtholz aus Buche zu erwarten ist. Es kann auch nicht festgelegt werden, welches Material der drei Lieferungen am repräsentativsten für die Herstellung von Brettschichtholz aus Buche sein wird. Hilfsweise wird die Verteilung der Brettlänge mit der in Bild 3-4 angepassten Lognormalverteilung beschrieben. Regionale Einflüsse auf die Brettlänge, die ihren Ursprung bei der Holzernte oder im Sägewerk haben, werden dadurch anteilig erfasst. Bei der Unterteilung der Brettlänge in 150 mm lange Elemente wird im Rechenmodell auf- oder abgerundet.

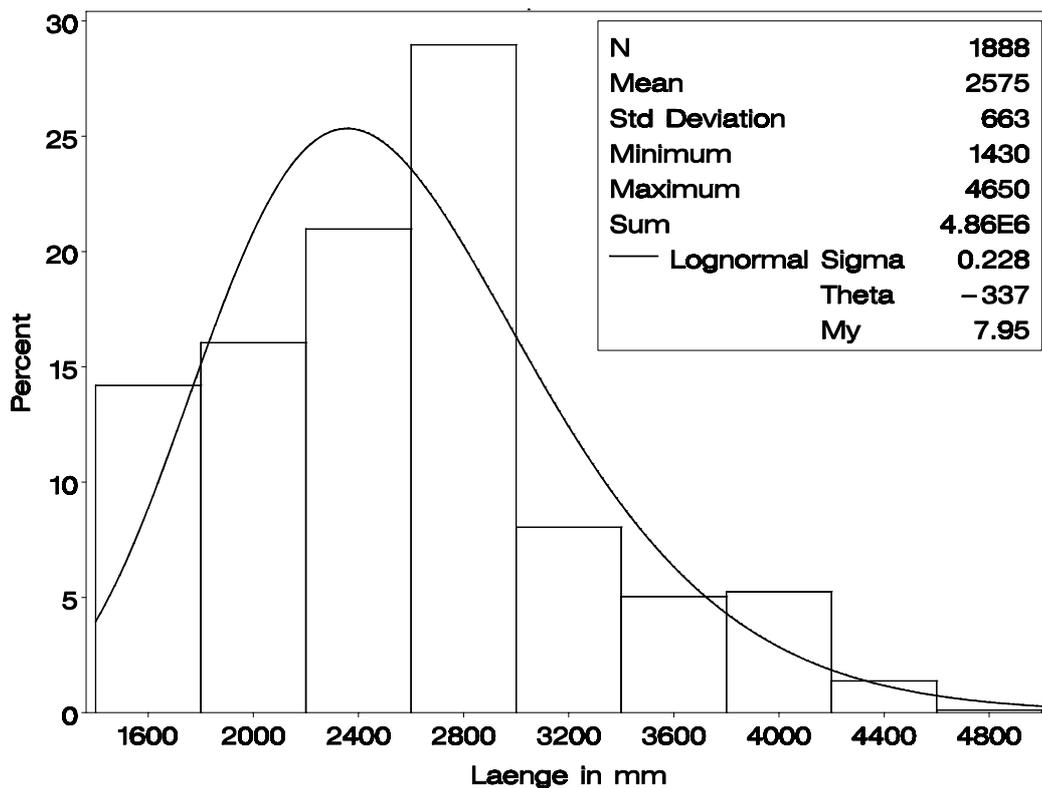


Bild 3-4 Häufigkeitsverteilung und angepasste Lognormalverteilung der Brettlänge

3.4.3 Bruttorohichte, Darrrohichte und Holzfeuchte

In Tabelle A-5 sind die statistischen Kennwerte der Bruttorohichte nach Klassen getrennt zusammengestellt. Tabelle A-6 enthält die Parameter für die angepassten Beta-Verteilungen. Diese garantieren mit ihren unteren und oberen Schranken, dass die theoretischen Werte der Bruttorohichte bei einer Simulation näherungsweise in den beobachteten Grenzen bleiben. Bild 3-5 zeigt beispielhaft den Unterschied der Dichtefunktionen für die Beta-Verteilungen für Bretter der Klassen 1, 3 und 5. Darin wird deutlich, dass eine Klassifizierung nach dem dynamischen Elastizitätsmodul erwartungsgemäß verschiedene Verteilungen der Bruttorohichte zur Folge hat.

Die Feuchte der Bretter, welche für die Herstellung der Versuchsträger vorgesehen waren, kann im Mittel zu 10,5% mit einer Schwankungsbreite zwischen 8,15% und 13,4% abgeschätzt werden. Diese Werte wurden an den 398 Brett-Enden von 199 Keilzinkenprüfkörpern ermittelt, die aus einem vorab reservierten Teil des Brettmaterials nach der Trägerherstellung produziert wurden. Siehe hierzu Tabelle A-10. Ihre Holzfeuchte spiegelt daher auch diejenige der Bretter für die Versuchsträger wider.

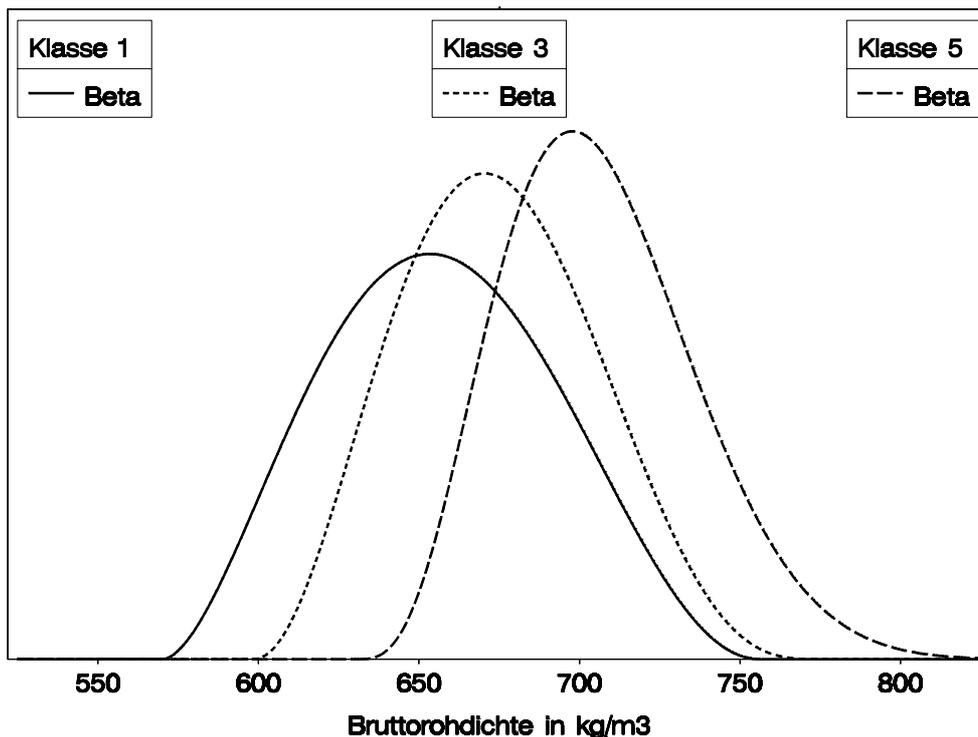


Bild 3-5 Dichtefunktionen für die Beta-Verteilungen der Bruttorohichte

Insofern wurde die Brutorohdichte bei einer mittleren Holzfeuchte von 10,5% ermittelt. Anhand der Daten der Holzforschung München kann die mittlere Darrrohichte durch Gleichung (20) in Abhängigkeit von der Brutorohdichte berechnet werden. Die Holzfeuchte dieser Bretter betrug 11,5% und schwankte zwischen 9,91% und 13,0%. Sie weicht damit nur geringfügig von 10,5% ab. Die Modellierung der mittleren Darrrohichte ist daher mit den theoretischen Verteilungsfunktionen für die Brutorohdichte und Gleichung (20) gegeben. Bild 3-6 verdeutlicht die Streuung der Darrrohichte innerhalb der Bretter in Abhängigkeit von der Brutorohdichte. Jedes Brett wird durch einen einzigen Wert der Brutorohdichte auf der horizontalen Achse dargestellt. Über diesem Wert sind jeweils als Punkte 2 bis 15 Werte der Darrrohichte von Prüfkörpern aus einem Brett aufgetragen. Im Mittel wurde an etwa 6 Stellen eines Brettes die Darrrohichte bestimmt. Die eingezeichnete Regressionsgerade entspricht Gleichung (20). Bild 3-6 vermittelt zunächst, dass die Streuung der Darrrohichte in Brett-längsrichtung in seltenen Fällen vergleichsweise groß ist und daher auch modelliert werden sollte. Der Einfachheit wegen wird jedoch ein konstanter Verlauf der Darrrohichte in Brett-längsrichtung angenommen. Dafür sprechen die folgenden Gründe: Die Häufigkeitsverteilung der brettbezogenen Standardabweichung der Darrrohichte innerhalb eines Brettes beschreibt Bild A-7 a. Demnach beträgt bei 95% aller Bretter die Standardabweichung weniger als 33,3 kg/m³. Die partiellen Ableitungen nach der Darrrohichte, s. Bild 2-3 a und c, lassen im Vergleich mit dem DEB-Wert keine größeren Schwankungen des Elastizitätsmoduls für eine variable Darrrohichte erwarten. Gemäß Bild A-7 b beträgt bei 95% aller Bretter die gemessene Spanne der Darrrohichte weniger als 87,7 kg/m³. Diese Streuung entspricht den Werten von Kollmann 1982. Seiner Darstellung zufolge kommt es bei Buchenbrettern vor allem aus Erdstämmen zu Rohdichteschwankungen von bis zu 60 kg/m³. Bei Brettern aus Mittelstämmen sind die Schwankungen gering und wachsen bei Brettern aus Zopfstücken wieder etwas an.

$$\rho_{M,0} = 22,7 + 0,952 \cdot \rho_{\text{Brutto}} \quad (20)$$

Die Holzfeuchte wird bei der Modellierung der Bretter mit 12% konstant angenommen. Da bei den untersuchten Buchenbrettern die Holzfeuchte in engen Grenzen schwankte und nur geringfügig von 12% abwich, besteht keine Notwendigkeit, diese Schwankung bei der Modellierung zu erfassen.

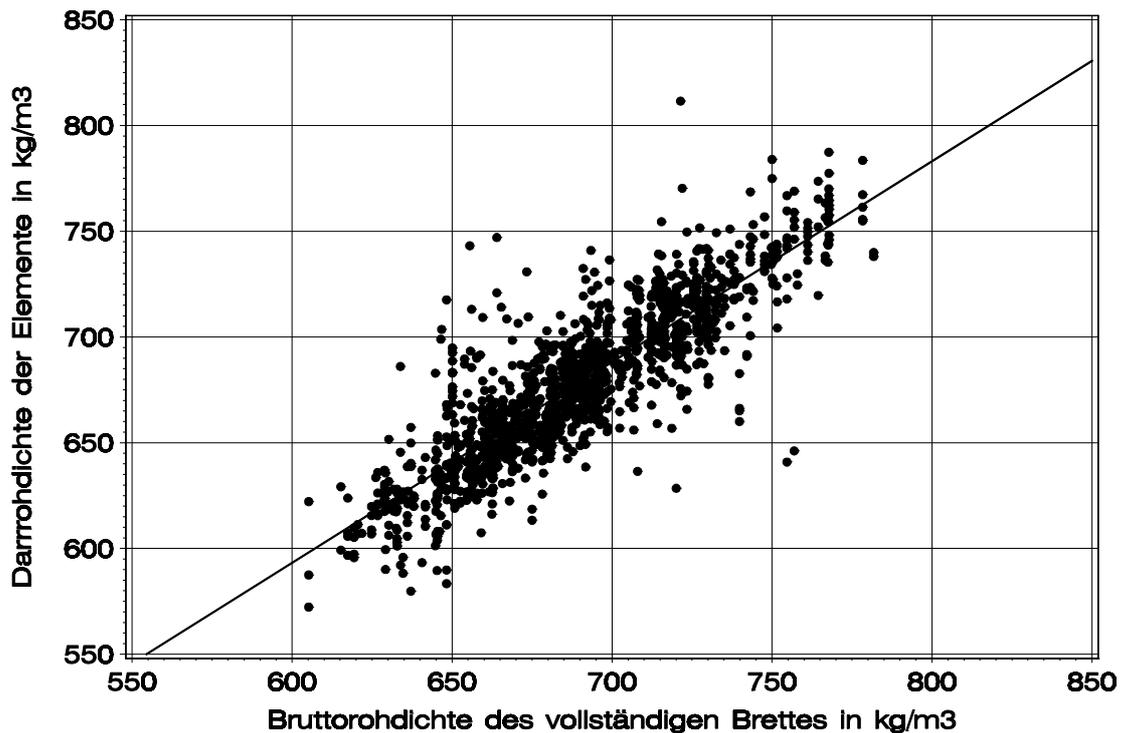


Bild 3-6 Darrrohdichte der Elemente über der Bruttorohdichte der Bretter; die Regressionsgerade entspricht Gleichung (20); Daten der Holzforschung München

3.4.4 Ästigkeit

Der DEB-Wert ist in den Regressionsgleichungen die führende erklärende Variable zur Berechnung der mechanischen Eigenschaften von Holzelementen. Bei seiner Modellierung wird in Anlehnung an das von Görlacher 1990 entwickelte Verfahren vorgegangen. Demnach werden ausgehend von dem größten im Brett vorkommenden Ast alle weiteren Astgrößen abgeleitet. Hier im Falle der Buche wird das Verfahren in Abgrenzung zum Nadelholz um die Unterscheidung zwischen astfreien und astbehafteten Brettern erweitert. Und während Görlacher beim Nadelholz grundsätzlich davon ausgeht, dass 2/3 aller Brettelemente fehlerfrei sind, wird im Falle der Buche die Anzahl der astbehafteten Elemente als schwankende Größe abgebildet.

In Tabelle A-5 sind die statistischen Kennwerte des größten DEB-Wertes getrennt nach Klassen zusammengestellt. Tabelle A-6 zeigt die Parameter für die angepasste Betaverteilung. Mit zunehmendem dynamischem Elastizitätsmodul nimmt der Mittelwert und die Standardabweichung des DEB-Wertes ab. Bild 3-8 verdeutlicht beispielhaft für die Klassen 1, 3 und 5, dass eine Klassifizierung nach dem dynamischen Elastizitätsmodul verschiedene Kurven der Dichtefunktionen für den größten DEB-

Wert zur Folge hat. Bretter aus Nadelholz, welche für die Brettschichtholzherstellung verwendet werden, besitzen in der Regel Äste, s. z. B. Colling und Dinort 1987, Colling und Görlacher 1989 sowie Blaß und Frese 2004. Bei den hier untersuchten Buchenbrettern ist das nicht der Fall. Es kann beobachtet werden, dass innerhalb einer Klasse ein bestimmter Anteil an Brettern keine Äste besitzt. Dazu verdeutlicht Bild 3-7 die Zunahme des Anteils an astfreien Brettern mit steigender Klasse. Die statistischen Kennwerte für die Anzahl der astbehafteten Elemente und die Parameter der angepassten Lognormalverteilung finden sich in Tabelle A-5 und Tabelle A-6. Weniger ausgeprägt sind hier die Unterschiede bei den Dichtefunktionen. Bild 3-9 zeigt, dass eine Klassifizierung nach dem dynamischen Elastizitätsmodul einen mäßigen Einfluss auf die Anzahl der astbehafteten Elemente besitzt. Die beispielhaft dargestellten Kurven für die Klassen 1, 3 und 5 sind nahezu deckungsgleich.

Bei der Modellierung der Ästigkeit wird nun folgendermaßen vorgegangen. Es wird das Verhältnis zwischen astbehafteten und astfreien Brettern für eine gewünschte Klasse festgelegt. Im Falle eines astbehafteten Brettes wird der größte im Brett vorkommende Ast durch den größten DEB-Wert bestimmt. Alle weiteren Äste bzw. DEB-Werte werden nun mit den Parametern Anzahl der astbehafteten Elemente und dem Faktor k_{DEB} berechnet. Für den Faktor k_{DEB} gilt Gleichung (21). Die angepasste Betaverteilung der Hilfsgröße α zur Berechnung von k_{DEB} ist in Bild 3-10 dargestellt. Diese gilt für alle Klassen. Alle weiteren DEB-Werte innerhalb eines Brettes lassen sich in 95% aller Fälle nach Gleichung (22) und in 5% aller Fälle nach Gleichung (23) berechnen. Gleichung (23) berücksichtigt, dass in 5% aller Fälle zwei in einem Brett vorkommende Äste den gleichen DEB-Wert besitzen. Modellierte Äste werden zufällig innerhalb des Brettes verteilt.

Die zuvor beschriebene Vorgehensweise wird an einem einfachen Beispiel erläutert: Für ein astbehaftetes Brett wird zufällig ein größter DEB-Wert von 0,33 und eine Anzahl an astbehafteten Brettelementen von 2 festgelegt. Mit der Wahrscheinlichkeit von 95% sei bestimmt, dass der zweite Ast kleiner als der größte ist. Der DEB-Wert des zweiten Asts ergibt sich aus der Multiplikation des größten DEB-Wertes mit dem Faktor k_{DEB} , der aus der Hilfsgröße α berechnet wird. Hier im Beispiel betrage α zufällig 0,2 und damit $k_{\text{deb}} = 0,8$. Der DEB-Wert des zweiten Astes ergibt sich dann zu $0,8 \cdot 0,33 = 0,264$. Bei Brettern mit mehr als zwei Ästen wird sinngemäß fortgefahren.

$$\alpha = 1 - k_{\text{DEB}} \quad (21)$$

$$\text{DEB}_{i+1} = \text{DEB}_i \cdot k_{\text{DEB}} \quad (22)$$

$$\text{DEB}_{i+1} = \text{DEB}_i \quad (23)$$

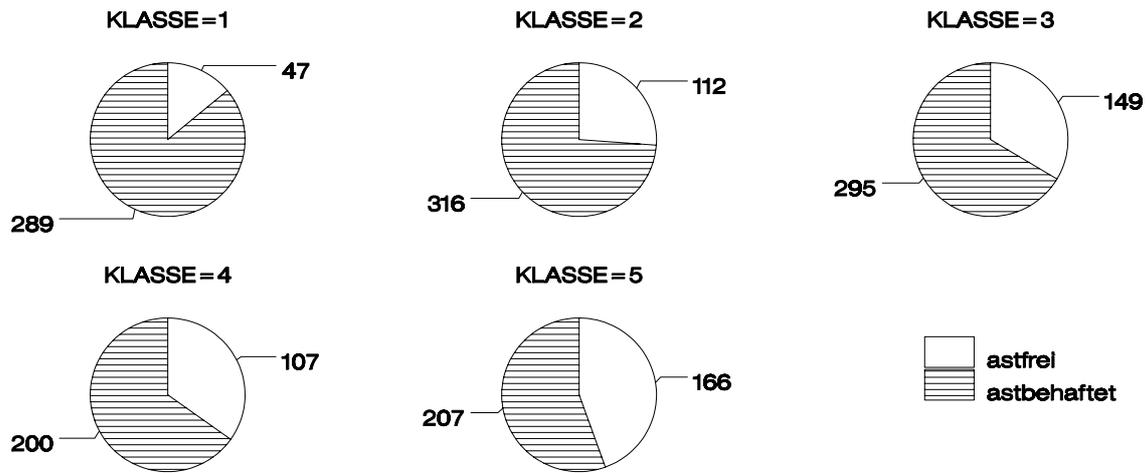


Bild 3-7 Anzahl der astfreien und astbehafteten Bretter

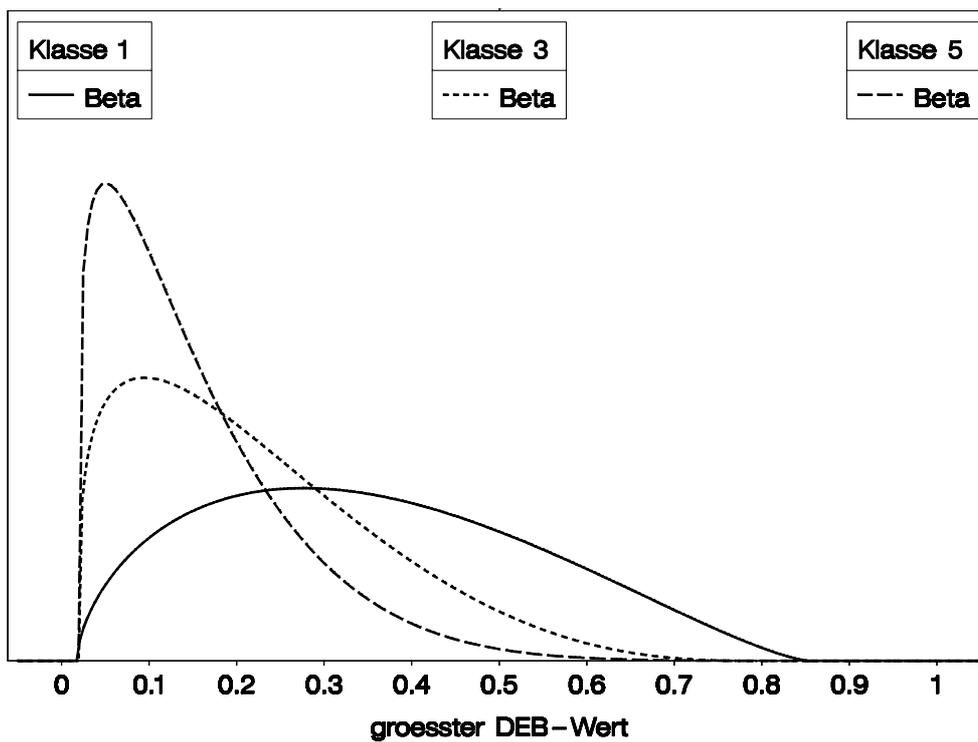


Bild 3-8 Dichtefunktionen für die Betaverteilungen des größten DEB-Wertes

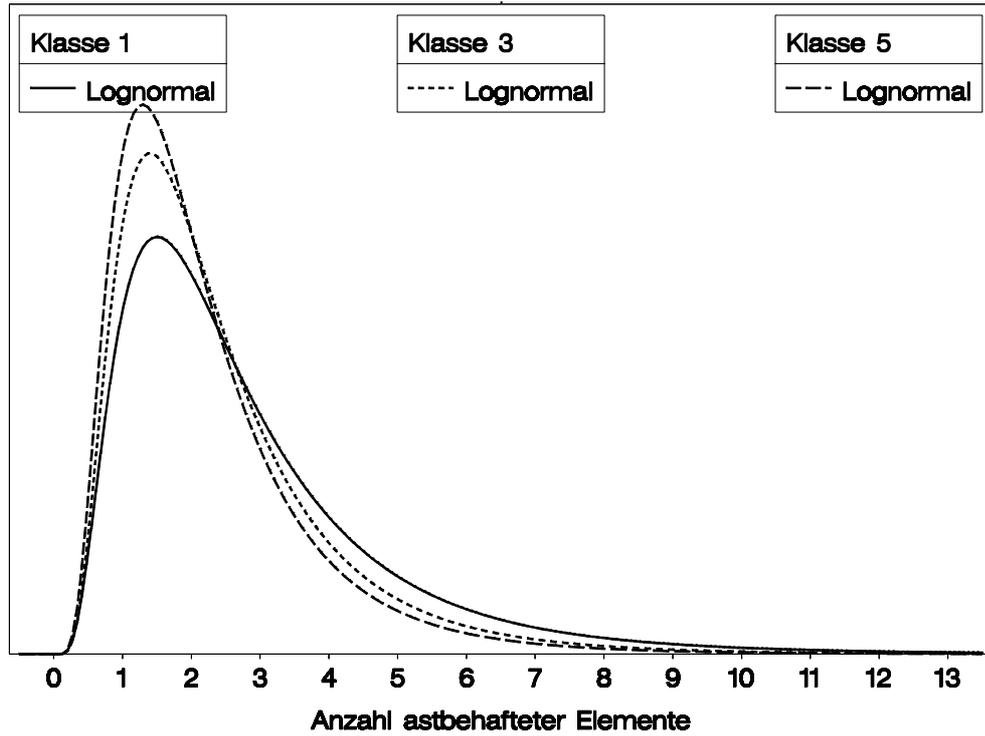


Bild 3-9 Dichtefunktionen für die Lognormalverteilungen der Anzahl astbehafteter Elemente

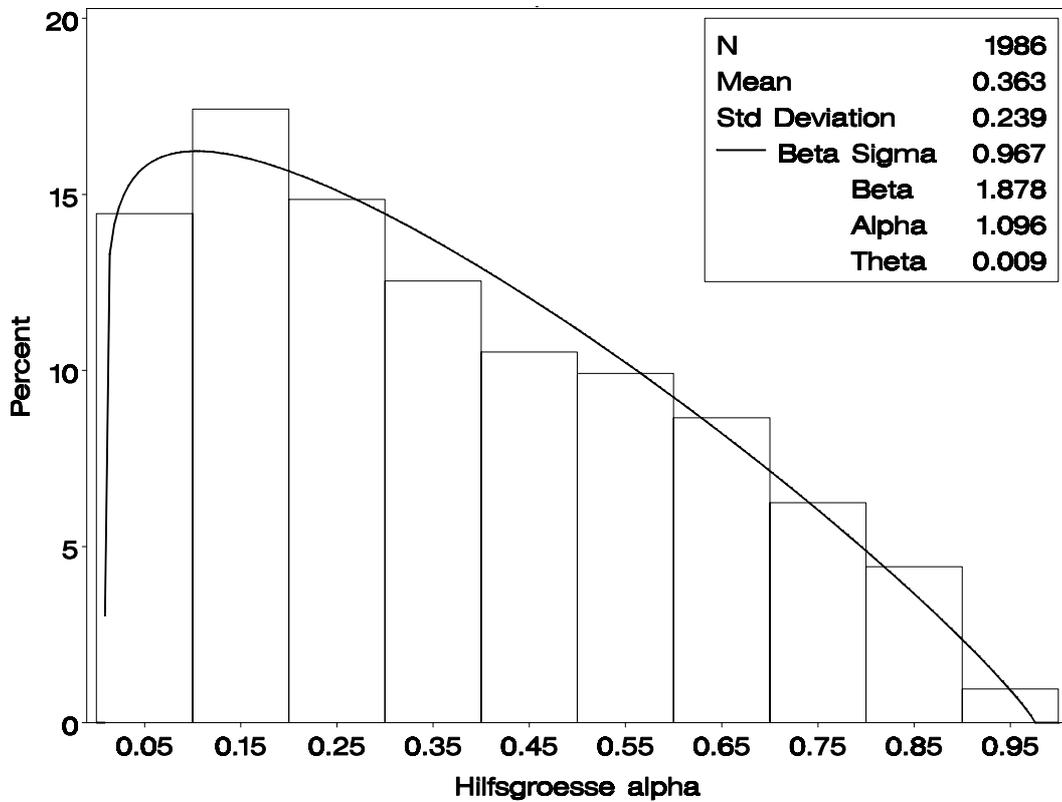


Bild 3-10 Häufigkeits- und Betaverteilung der Hilfsgröße α zur Berechnung weiterer DEB-Werte bei mehr als einem astbehafteten Element im Brett

3.4.5 Dynamischer Elastizitätsmodul

Die Modelle zur Beschreibung der Rohdichte und Ästigkeit wurden gezielt auf die fünf Klassen des dynamischen Elastizitätsmoduls abgestimmt, weil bei der Modellierung von Buchenbrettern zunächst eine experimentelle maschinelle Sortierung in diese Klassen abgebildet wird. Insofern stellt der dynamische Elastizitätsmodul eine abhängige Zielgröße dar, die aus den Elastizitätsmoduln der Elemente eines simulierten Brettes berechnet wird. Für den dynamischen Elastizitätsmodul werden daher bei der Modellierung keine Verteilungsfunktionen vorgeschrieben. Es werden lediglich die Klassengrenzen in Tabelle 1-2 festgelegt, zwischen denen der Wert des dynamischen Elastizitätsmoduls schwanken darf. Die statistischen Kennwerte für den dynamischen Elastizitätsmodul sind in Tabelle A-5 zusammengestellt.

Bei der Berechnung des dynamischen Elastizitätsmoduls eines Brettes wird zunächst der statische Elastizitätsmodul aus der Anzahl der Brettelemente geteilt durch die Summe der Kehrwerte der Elastizitätsmoduln der Brettelemente berechnet, s. Gleichung (24). Das entspricht dem in der Mechanik bekannten Prinzip der Serienschaltung von Federn unterschiedlicher Steifigkeit. Über die Anwendbarkeit von Gleichung (24) im Falle von Nadelholz wird von Görlacher 1990 berichtet.

$$E_{\text{stat}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{E_i}} \quad (24)$$

Der ideale Elastizitätsmodul von zwei kombiniert aufgebauten Rechteckquerschnitten mit zwei äußeren Lamellen, die einen mittleren dynamischen Elastizitätsmodul von 17000 N/mm² bzw. 15400 N/mm² besitzen, und sechs inneren Lamellen, die einen mittleren dynamischen Elastizitätsmodul von 14500 N/mm² bzw. 13500 N/mm² aufweisen (Werte in Tabelle A-5), beträgt nach der Verbundtheorie 16460 N/mm² bzw. 14990 N/mm². Diese Aufbauten entsprachen den Versuchsträgern der Tragfähigkeitsklassen SH-34 und H-34, die im Biegeversuch nach EN 408 im Mittel einen statischen Elastizitätsmodul von 15500 N/mm² bzw. 14400 N/mm² aufwiesen – hier wird auf Tabelle 5-3 b vorgegriffen. Damit ergibt sich ein Verhältnis zwischen dynamischem und statischem Elastizitätsmodul im ersten Fall von 1,06 und im zweiten Fall von 1,04. Diese einfache Abschätzung belegt, dass der dynamische Elastizitätsmodul etwa 5% über dem statischen Elastizitätsmodul der Bretter liegt, s. hierzu Gleichung (25). Verhältniswerte zwischen 1,04 und 1,06 sind auch beim Nadelholz zutreffend (Ehlbeck und Colling 1987, Blaß und Frese 2002).

$$E_{\text{dyn}} \approx 1,05 \cdot E_{\text{stat}} \quad (25)$$

4 Das Rechenmodell

4.1 Einführung

In den achtziger Jahren wurde das Karlsruher Rechenmodell entwickelt, mit dem die Tragfähigkeit von Brettschichtholzträgern aus Nadelholz mithilfe der Finite-Elemente-Methode vorausbestimmt werden kann. Ehlbeck et al. 1985 entwickelten zunächst ein hinreichend zuverlässiges Rechenmodell. Sie berichten von Abweichungen bezüglich der Bruchlast zwischen Versuchs- und Simulationsergebnissen von bis zu 30%. Für diesen Vergleich wurden die einzelnen Bruchlasten von 24 Versuchsträgern mit den Mittelwerten aus 50 Simulationsrechnungen je Träger vorausbestimmt. Aufbauend auf dieser Arbeit konnten Ehlbeck und Colling 1987 durch die Berücksichtigung der Autokorrelation der Residuen des Elastizitätsmoduls und durch eine wirklichkeitsnähere Simulation der Ästigkeit die Abweichungen zwischen Versuchs- und Simulationsergebnissen auf 10% verringern. Dabei wurde die Biegefestigkeit von 9 zufällig ausgewählten Versuchsträgern mit den Mittelwerten aus 30 Simulationen je Träger verglichen. Eine umfassende Darstellung des Karlsruher Rechenmodells wird von Colling 1990 gegeben. Foschi et al. 1996 berichten von Versuchsergebnissen an Brettschichtholzträgern und Simulationsergebnissen des stochastischen Finite-Elemente-Modells ULAG. Sie untersuchten zwei unterschiedliche Kollektive mit jeweils 30 Versuchsträgern und konnten die mittlere Biegefestigkeit jedes Kollektivs anhand von jeweils 200 Simulationsrechnungen mit einer Abweichung von nur 5% bestätigen. Diese Vorarbeiten belegen, dass ein stochastisches Rechenmodell auf der Grundlage der Finite-Elemente-Methode zur Bestimmung der Biegefestigkeit von Brettschichtholz prinzipiell geeignet ist. Ein aussagekräftiger Vergleich zwischen Versuchs- und Simulationsergebnissen ergibt sich vor allem dann, wenn nicht die Biegefestigkeit eines einzelnen, individuellen Trägers simuliert wird, sondern die mittlere Biegefestigkeit eines Trägerkollektivs. Bei der individuellen Simulation lässt sich selbst mit einem perfekten Rechenmodell eine Übereinstimmung zwischen Versuchs- und Simulationsergebnis nicht zeigen, weil die Streuung der Residuen für die mechanischen Eigenschaften der Bretter im Versuchsträger stets unbekannt bleibt. Wenn man bei der Simulation eines Kollektivs den Mittelwert der Biegefestigkeit der Versuchsträger, der mit zunehmendem Stichprobenumfang gegen den Mittelwert der Grundgesamtheit strebt, mit dem Mittelwert aus „unendlich vielen“ Simulationsergebnissen vergleicht, dann lässt sich ein aussagekräftiger Übereinstimmungsnachweis führen.

Mit dem Karlsruher Rechenmodell könnte die Biegefestigkeit von BSH-Trägern aus Buche prinzipiell ermittelt werden. Der Fortschritt im Bereich der elektronischen Datenverarbeitung und die Verwendung von Buchenholz waren Anlass für die Entwicklung eines neuen Rechenmodells.

4.2 Vereinbarungen

Mit diesem neuen Rechenmodell kann die Biegefestigkeit und der Elastizitätsmodul für einen modellierten Träger ersatzweise für einen Versuch nach EN 408 berechnet werden. Für das Rechenmodell wird vorausgesetzt, dass die Biegefestigkeit und der Elastizitätsmodul eines Brettschichtholzträgers aus Buchenlamellen durch die faserparallelen mechanischen Eigenschaften Zugfestigkeit, Druckfestigkeit und zugehöriger Elastizitätsmodul der keilgezinkten Lamellen bestimmt wird. Versagensmechanismen unter Wirkung von zweiachsialer Beanspruchung, die zum Beispiel von Spengler 1982, Hemmer 1985 oder Eberhardsteiner 2002 für Nadelholz untersucht wurden, werden nicht erfasst. Der untergeordnete Einfluss aus Querdehnung und Schubverzerrung auf die Biegefestigkeit wird mit geeigneten Kennwerten berücksichtigt, s. hierzu auch Ehlbeck et al. 1985. Mit dem Rechenmodell können parallelgurtige Brettschichtholzträger untersucht werden, deren Lamellen flachkant biegebeansprucht sind. Es können homogene, aus einer Sortierklasse aufgebaute Träger aber auch kombinierte, aus zwei verschiedenen Sortierklassen aufgebaute Träger simuliert werden. Kombinierte Träger werden in zwei Zonen unterteilt mit mindestens zwei Randlamellen einer höheren Klasse in der Zone 1, s. hierzu Bild 4-1. Für die Anzahl der Randlamellen wird der Wert $h/6$ grundsätzlich aufgerundet.

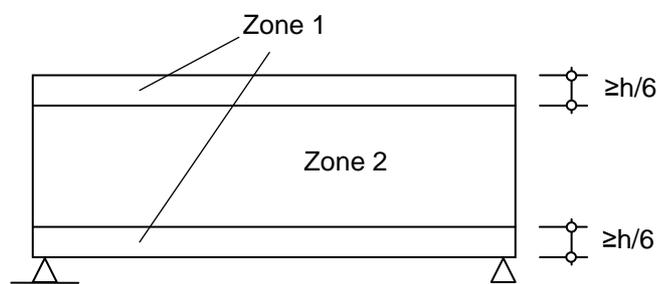


Bild 4-1 Aufbau eines kombinierten Trägers

4.3 Simulationsprogramm

Die Simulation eines Trägers findet innerhalb des Finite-Elemente-Programms ANSYS statt. Es verfügt über eine eigene Programmiersprache APDL (= ANSYS Parametric Design Language), mit der ein Rechenmodell in Abhängigkeit von benutzerdefinierten Variablen programmiert werden kann (s. ANSYS Documentation 2004). Zu diesen zählen beispielsweise die Trägerhöhe, die davon abhängige Trägerlänge und zahlreiche Parameter, mit denen die Dichtefunktionen für die strukturellen Eigenschaften der Buchenbretter beschrieben werden können.

Für die Simulation eines Trägers wird eine Endloslamelle bestehend aus simulierten Brettern und Keilzinkenverbindungen erzeugt, deren mechanische Eigenschaften alle 150 mm berechnet werden und innerhalb dieser Länge konstant sind. Zunächst werden für die zwei Zonen des Trägers die gewünschten Sortierungen der Bretter festgelegt. Da kein Brett bezüglich der strukturellen Eigenschaften wie das andere ist, werden vor der Simulation eines Brettes dessen individuelle Eigenschaften festgelegt. Die erforderlichen Strukturwerte werden dazu den entsprechenden Dichtefunktionen nach Abschnitt 3 in Abhängigkeit von der Sortierklasse entnommen. Selbstverständlich ist es auch möglich, Dichtefunktionen für weiter optimierte Sortierungen einzugeben, die von der experimentellen maschinellen Sortierung in Tabelle 1-2 abweichen. Solche Sortierungen werden später in Abschnitt 8.3 eingeführt. Mithilfe der Gleichungen nach Abschnitt 2.3.1 werden die mechanischen Eigenschaften der Holzelemente berechnet. Danach werden die entsprechenden Residuen hinzugezählt. Die mechanischen Eigenschaften liegen grundsätzlich innerhalb der Schranken in Tabelle 4-1. Im Falle einer maschinellen Sortierung wird nach Gleichung (25) in einer Programmschleife der dynamische Elastizitätsmodul berechnet und mit den Grenzwerten der gewählten Klasse verglichen. Erst wenn der berechnete dynamische Elastizitätsmodul innerhalb der Klassengrenzen liegt, wird das Brett in den Brettschichtholzträger übernommen. Die strukturellen und mechanischen Eigenschaften der Bretter werden fortlaufend in einer zweidimensionalen Matrix abgelegt. Abschließend werden mithilfe der Regressionsbeziehungen aus Abschnitt 2.4 die mechanischen Eigenschaften der Keilzinkenelemente in der Zug- und Druckzone berechnet und die Residuen hinzuaddiert. Schranken für die mechanischen Eigenschaften von Keilzinkenelementen sind ebenfalls in Tabelle 4-1 angegeben. Die Schranken in Tabelle 4-1 wurden anhand der Extremwerte, die an den Daten aus Abschnitt 2.2 beobachtet wurden, festgelegt.

Bei der Berechnung der Zugfestigkeit von Keilzinkenelementen kann zusätzlich ein Sollwert für das 5%-Quantil der Zugfestigkeit vorgegeben werden, weil das Simulationsprogramm keine Einflüsse aus Produktionsbedingungen berücksichtigt, welche die charakteristische Zugfestigkeit von Keilzinkenelementen möglicherweise verändern. Die Festigkeitsberechnung mit den Regressionsgleichungen ist deterministisch. Sie beschreibt lediglich ein einziges von vielen möglichen Festigkeitsniveaus jeweils für eine simulierte Brett-Klasse. Die Vorgabe eines Sollwertes für das 5%-Quantil der Keilzinken zugfestigkeit ist gleichbedeutend mit einer Horizontalverschiebung nach links oder rechts der Häufigkeitsverteilung der simulierten Keilzinken zugfestigkeit. Letztere ist allein von der gewählten Sortierklasse für die simulierten Bretter abhängig.

Tabelle 4-1 Schranken der mechanischen Eigenschaften von Holz- und Keilzinken-
elementen in N/mm²

	untere Schranke		obere Schranke	
	HOLZ	KZV	HOLZ	KZV
Visuelle Sortierung				
Druck-E-Modul	3000	5000	22000	-
Druckfestigkeit	15	35	70	-
Zug-E-Modul	3000	5000	22000	22000
Zugfestigkeit	10	>0 ¹	180	>0 ¹
Maschinelle Sortierung mit $E_{dyn} > 15000$ N/mm ²				
Druck-E-Modul	6000	10000	22000	-
Druckfestigkeit	15	35	70	-
Zug-E-Modul	6000	10000	22000	22000
Zugfestigkeit	25	>0 ¹	180	>0 ¹

¹Die Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindungen ist variabel

4.4 Finite-Elemente-Programm

4.4.1 Modell

Die Berechnung des diskretisierten Trägers erfolgt anhand des Modells in Bild 4-2 mit den Prozessoren des Finite-Elemente-Programms ANSYS. Die Einzellasten an den Auflagern und an den Lasteinleitungspunkten im Versuch nach EN 408 wirken im Modell wie Knotenlasten. Diese einfache Modellierung hat Singularitäten zur Folge, die einen geringen und auf der sicheren Seite liegenden Einfluss auf das Berechnungsergebnis haben. Zur Abschätzung dieses Einflusses wurden Vergleichsrechnungen an Trägern mit einer Höhe von 600 mm (20 Elemente mit einer Höhe von 30 mm) und einer Länge von 10,8 m (72 Elemente mit einer Länge von 150 mm) durchgeführt. Träger bei denen die Lasteinleitungsbereiche entsprechend EN 408 zusätzlich mit 300 mm langen Lastverteilern aus Stahl modelliert wurden, belegen eine um 1% höhere Tragfähigkeit der Träger im Falle von konstanten mechanischen Eigenschaften ohne Plastizität. Bei Trägern mit stochastischen mechanischen Eigenschaften und idealer Elastoplastizität in der Druckzone bewirkt eine Verstärkung der Lasteinleitungsbereiche ebenso eine um 1% höhere Tragfähigkeit. Diese wirklichkeitsnähere Lasteinleitung über eine Länge von 2 Elementen verursacht eine stärkere Ausrundung der Momentenlinie bzw. des Spannungsverlaufs in der unteren Randlamelle und damit die höhere Tragfähigkeit. Außerdem bewirken Stahleinlagen in den Lasteinleitungsbereichen eine Entlastung der darunter liegenden Holzelemente und daher in diesen Elementen eine Verzögerung des plastischen Verhaltens. Die Model-

lierung eines Überstands am Auflager entsprechend EN 408 mit Lastverteilern aus Stahl an der Trägerunterkante besitzt im Vergleich mit dem gewählten Modell keinen Einfluss auf die Tragfähigkeit.

Mit der technischen Biegelehre wird für einen Träger mit Einzellasten in den Drittelspannen und konstanten mechanischen Eigenschaften ohne Plastizität im Vergleich mit der Finite-Elemente-Berechnung eine um etwa 1% höhere Biegefestigkeit ermittelt. Dieser Plausibilitätsvergleich zeigt, dass das Berechnungsergebnis des gewählten Finite-Elemente-Modells in Bild 4-2 zutreffend ist.

Das Trägermodell wird durch schrittweise aufgebraute Verformungen Δu belastet. Auf diese Weise ist es möglich, die unbekannte Traglast F zu ermitteln. Diese wird erreicht, wenn in der untersten Lamelle ein Riss modelliert wird. Die Verformung Δu wird in der Mitte einer Traverse aufgebracht. In den Pendelstäben wirken jeweils gleich große Kräfte $F/2$. Auf diese Weise wird der Biegeversuch nach EN 408 gleichwertig abgebildet.

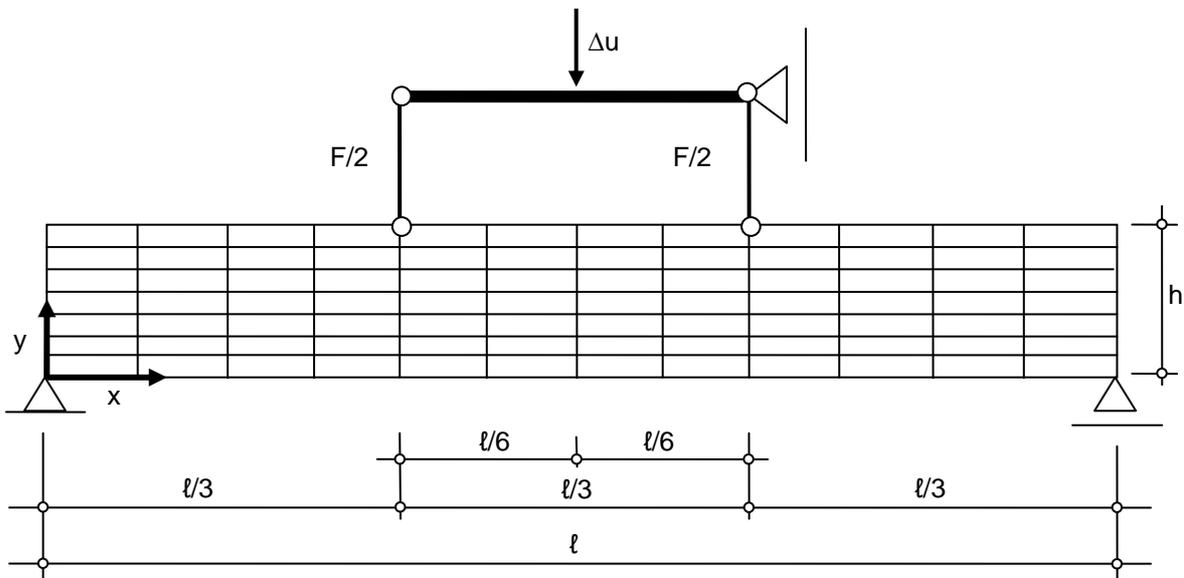


Bild 4-2 Finite-Elemente-Modell für die Berechnung der Brettschichtholzträger

4.4.2 Elastizitätsgesetz und Elemente

Die Berechnung erfolgt für den ebenen Spannungszustand. Die rhombische Anisotropie des Holzes wird dabei vereinfachend durch orthotropes Materialverhalten erfasst. Zur Berücksichtigung einer dafür geeigneten Querdehnzahl wird aus der Nachgiebigkeitsmatrix (26) die Elastizitätsmatrix (27) berechnet. Gemäß der Definition nach Neuhaus 1994 für die Elastizitätszahlen verläuft - zunächst abweichend vom Koordinatensystem in Bild 4-2 - die x-Richtung senkrecht und die y-Richtung parallel zur Faser des Holzes.

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 \\ s_{21} & s_{22} & 0 \\ 0 & 0 & s_{33} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\frac{1}{s_{11} \cdot s_{22} - s_{21} \cdot s_{12}} \cdot \begin{bmatrix} s_{22} & -s_{12} & 0 \\ -s_{21} & s_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_{11} \cdot s_{22} - s_{21} \cdot s_{12}}{s_{33}} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Einsetzen der Vereinbarungen (28) für die Elastizitätszahlen in die Elastizitätsmatrix (27) ergibt (29). Die Berechnung des Mittels aus Gleitzahlen bzw. Querdehnungsfaktoren berücksichtigt, dass im Querschnitt eines Trägers in Richtung der Höhe sowohl Bretter mit liegenden Jahrringen (Seitenbretter) als auch stehenden (Mittelbretter) verklebt werden. Eine Berücksichtigung der radialen und tangentialen Richtung, wie es bei rhombischer Anisotropie erforderlich wäre, ist nicht zweckmäßig.

$$\begin{aligned} s_{11} &\cong \frac{1}{E_{\perp}} & s_{22} &\cong \frac{1}{E_{\parallel}} & s_{33} &\cong \frac{2}{(G_{yz} + G_{xy})} \\ s_{12} &\cong \frac{-(\nu_{xy} + \nu_{zy})}{2 \cdot E_{\parallel}} & s_{21} &\cong \frac{-(\nu_{yx} + \nu_{yz})}{2 \cdot E_{\perp}} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\frac{1}{\frac{1}{E_{\perp}} \cdot \frac{1}{E_{\parallel}} - \frac{\nu_{yx} + \nu_{yz}}{2 \cdot E_{\perp}} \cdot \frac{\nu_{xy} + \nu_{zy}}{2 \cdot E_{\parallel}}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{\parallel}} & \frac{\nu_{xy} + \nu_{zy}}{2 \cdot E_{\parallel}} & 0 \\ \frac{\nu_{yx} + \nu_{yz}}{2 \cdot E_{\perp}} & \frac{1}{E_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\left(\frac{1}{E_{\perp}} \cdot \frac{1}{E_{\parallel}} - \frac{\nu_{yx} + \nu_{yz}}{2 \cdot E_{\perp}} \cdot \frac{\nu_{xy} + \nu_{zy}}{2 \cdot E_{\parallel}} \right)}{2} \\ & & \frac{2}{(G_{yz} + G_{xy})} \end{bmatrix} \quad (29)$$

Mit den Bedingungen (30) und der Forderung nach Symmetrie (31), die mit den Werten für die Querdehnungsfaktoren von Culik und Niemz 2002 hinreichend erfüllt ist, erhält man die Elastizitätsmatrix (32).

$$n = E_{\parallel} / E_{\perp}$$

$$m = (G_{yz} + G_{xy}) / E_{\perp} \cdot 2 = G / E_{\perp} \quad (30)$$

$$s_{12} \sim s_{21} \rightarrow \frac{\nu_{xy} + \nu_{zy}}{2 \cdot E_{\parallel}} \sim \frac{\nu_{yx} + \nu_{yz}}{2 \cdot E_{\perp}}$$

$$\frac{(0,412 + 0,497) / 2}{12082} \sim \frac{(0,018 + 0,027) / 2}{723} \quad (31)$$

$$\frac{0,45}{12082} \sim \frac{0,023}{723} \rightarrow 3,76 \cdot 10^{-5} \sim 3,11 \cdot 10^{-5}$$

$$\frac{E_{\perp}}{1 - n \cdot \left(\frac{\nu_{yx} + \nu_{yz}}{2} \right)^2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & n \cdot \frac{\nu_{yx} + \nu_{yz}}{2} & 0 \\ n \cdot \frac{\nu_{yx} + \nu_{yz}}{2} & n & 0 \\ 0 & 0 & m \left(1 - n \cdot \left(\frac{\nu_{yx} + \nu_{yz}}{2} \right)^2 \right) \end{bmatrix} \quad (32)$$

Werden in der Matrix (32) die x- und y-Richtung vertauscht, dann kann das bekannte Elastizitätsgesetz (33) für orthotropes Materialverhalten mit den Vereinbarungen (34) verwendet werden. Die Lage des Koordinatensystems für ein Element ist in Bild 4-3 dargestellt. Sie entspricht den Vereinbarungen des verwendeten Finite-Elemente-Programms. Die Verhältnisse n und m werden aus den Festigkeitswerten der DIN 1052 für Laubholz berechnet. Mit den Verhältniswerten wird aus dem simulierten Elastizitätsmodul parallel zur Faser der Elastizitätsmodul senkrecht zur Faser und der Schubmodul für jedes Element individuell berechnet.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E_2}{1 - n \cdot \mu_2^2} \cdot \begin{bmatrix} n & n \cdot \mu_2 & 0 \\ n \cdot \mu_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & m \cdot (1 - n \cdot \mu_2^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$n = \frac{E_1}{E_2} = 14,3$$

$$m = \frac{G}{E_2} = 1 \quad (34)$$

$$\mu_2 = (0,018 + 0,027) / 2 = 0,023$$

Es werden Scheiben-Rechteckelemente verwendet, die pro Knoten in ihrer Ebene zwei geradlinige Verschiebungsfreiheitsgrade besitzen. Die berechneten Spannungen

gen und Dehnungen sind Mittelwerte der Spannungswerte in den vier Integrationspunkten der Elemente. Insofern beziehen sie sich auf den Schwerpunkt S. Damit ist sichergestellt, dass berechnete Spannungen und nach Abschnitt 2 modellierte Festigkeitswerte miteinander vergleichbar sind.

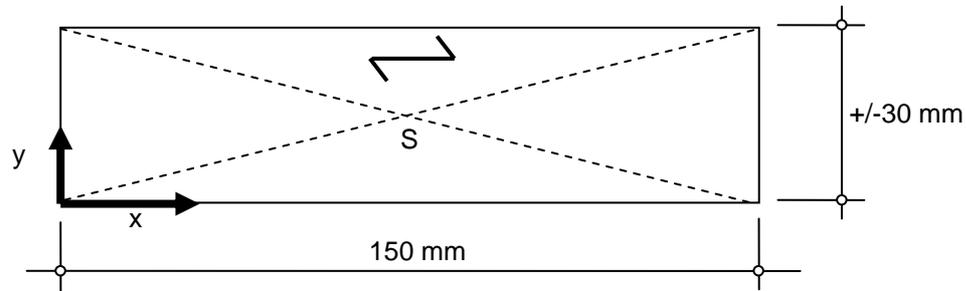


Bild 4-3 Maße der Elemente und Orientierung des Koordinatensystems

4.4.3 Spannungs-Dehnungsbeziehung in der Druckzone

Das Materialverhalten in x-Richtung entspricht idealer Elastoplastizität. Das multivariate Modell zur Beschreibung der Spannungsdehnungsbeziehung mit einer stetigen Funktion (Glos et al. 2004 bzw. Blaß et al. 2005), welche berücksichtigt, dass die Endfestigkeit geringer ist als die Druckfestigkeit, wurde nicht verwendet. Die Programmierung einer Spannungs-Dehnungsbeziehung, bei welcher der Tangentenmodul den Wert null annimmt und dann negative Werte (Entfestigung), zieht numerische Probleme bei der Formulierung der Elementsteifigkeitsmatrix nach sich. Die Lösung derartiger Probleme war für diese Arbeit nicht beabsichtigt. Zudem ist das Abbilden einer exakten Arbeitslinie für die Beschreibung des 5%-Quantils der Biegefestigkeit nicht unbedingt erforderlich, weil die Träger, welche für den Zahlenwert des 5%-Quantils relevant sind, kein oder nur geringes plastisches Verhalten aufweisen. Belege dafür werden später in den Abschnitten 5.2 und 7.4 gegeben.

Der Zustand des plastischen Verhaltens wird dann eingeleitet, wenn die Vergleichsspannung nach Gleichung (35) eines Elements die Druckfestigkeit erreicht. Das geschieht in der Regel zuerst in zwei der vier Integrationspunkte eines Elements, die von der Schwerelinie des Trägers weiter entfernt sind. Danach ist das Element bereichsweise plastisch und elastisch zugleich. Erst wenn die Vergleichsspannung auch in den übrigen zwei Integrationspunkten die Druckfestigkeit erreicht hat, verhält sich das Element vollkommen plastisch. Die Vergleichsspannung nach Gleichung (35) stimmt allerdings im Bereich der konzentrierten Einzellasten nicht mit der Spannung in x-Richtung überein, sondern weicht geringfügig von dieser ab. Diese Abweichungen sind aufgrund der vergleichsweise geringen Spannungen in y-Richtung und der Schubspannungen klein. Ihr Einfluss auf die Biegefestigkeit kann vernachlässigt

werden. Die Versagenshypothese, die dieser Vergleichsspannung zugrunde liegt, kann im vorliegenden Modell vom Stahl auf Holz übertragen werden.

$$\sigma_v = \pm \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau_{xy}^2} \quad (35)$$

Mit dem erstmaligen Erreichen der Druckfestigkeit in einem Element der Druckzone wird ein nichtlineares Berechnungsverfahren erforderlich. Das Aufbringen weiterer Lasten erfolgt in kleinen Lastschritten in Form von Verschiebungen, die Gleichgewichtsberechnung für jeden Lastschritt dementsprechend iterativ. Dabei wird mithilfe des Newton-Raphson-Verfahrens die Steifigkeitsmatrix der Struktur nach jeder Iteration neu berechnet. Die Iteration wird beendet, wenn die nicht ausbalancierten Knotenkräfte und die Verschiebungsinkremente hinreichend klein sind. Hinweise hierzu finden sich z.B. bei Bathe 1990.

4.4.4 Spannungs-Dehnungsbeziehung in der Zugzone

Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit verhält sich ein Element idealelastisch. Mit dem Erreichen der Zugfestigkeit innerhalb eines Toleranzbereichs von +/- 0,5% wird im Element ein Riss modelliert. Ein Riss in der Randlamelle ist das Versagenskriterium für die Trägerstruktur. Davor sind durchaus Risse in der Zugzone außerhalb der Randlamelle möglich. Mit zunehmender Trägerhöhe bzw. Anzahl der Lamellen steigt die Wahrscheinlichkeit, dass Risse außerhalb der Randlamelle auftreten, bis das Versagenskriterium erreicht ist, s. hierzu auch Serrano et al. 2001. Das idealelastische Materialverhalten steht im Widerspruch zur Wirklichkeit. Sowohl Zugversuche an Holz- als auch Keilzinkenelementen zeigen ein geringes duktilen Verhalten direkt unterhalb der Zugfestigkeit. Dieses Verhalten ermöglicht am wirklichen Träger kontinuierliche Lastumlagerungen in der Zugzone, die im Rechenmodell durch die verwendete lineare Spannungs-Dehnungsbeziehung nicht realisiert werden. Die Ergebnisse des Rechenmodells werden in dieser Hinsicht konservativ ausfallen. Serrano et al. 2001 haben Untersuchungen zum Einfluss der Duktilität von Keilzinkenverbindungen auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern durchgeführt. Sie definieren die Duktilität einer Keilzinkenverbindung anhand der Bruchenergie, die aus der Fläche unterhalb der Spannungs-Dehnungs-Kurve einer auf Zug beanspruchten Keilzinkenverbindung berechnet werden kann. Diese Bruchenergie ist erforderlich, um die Keilzinkung vollständig zu trennen. Sie konnten anhand von Trägerberechnungen mithilfe der Finite-Elemente-Methode zeigen, dass mit zunehmender Bruchenergie bzw. Duktilität der Keilzinkenverbindung die Biegefestigkeit der Träger ansteigt. Der Versagensmechanismus – charakterisiert durch ein kontrolliertes Abschälen der Randlamelle in der Klebefuge – wurde im Rechenmodell nicht berücksichtigt. An den Versuchsträgern, die im Abschnitt 5 beschrieben werden, konnte dieses Versagens-

muster nicht beobachtet werden. Serrano und Larsen 1999 berichten u. a. von der Tendenz nach einem Anfangsritt in der Randlamelle, dass dünne Lamellen zum Abschälen neigen und dicke Lamellen gemischte Versagensformen zur Folge haben.

4.5 Beispiele: Tragfähigkeitsberechnung von zwei simulierten Trägern

Die Arbeitsweise des Rechenmodells lässt sich an Lastverformungskurven von zwei Trägerberechnungen und den zugehörigen Spannungs-Dehnungskurven für ausgewählte Elemente in der Zug- und Druckzone verdeutlichen. Die beispielhaft simulierten Träger besitzen 20 Elemente in der Höhe, 72 Elemente entlang der Stützweite und weisen damit eine Höhe von 600 mm und eine Stützweite von 10,8 m auf. Die Breite beträgt 100 mm.

4.5.1 Erster Riss in der unteren Randlamelle

Das erste Beispiel demonstriert die Arbeitsweise, wenn in einem Element der ersten Lamelle zuerst die Zugfestigkeit erreicht wird und der Träger zuvor plastisch reagiert. Bild 4-4 zeigt dazu die Lage des Elements 27 in der ersten Lamelle und des Elements 1416 in der Druckzone, in dem zuerst plastisches Verhalten auftritt. Hilfsweise sind auch die Elemente 1, 24, 48, 72 und 1440 angegeben. In Bild 4-5 sind die Lastverformungskurven dargestellt, welche die Belastung $F/2$ in Abhängigkeit von der aufgetragenen Verformung u , von der Relativ-Durchbiegung w zwischen den Lasteinleitungsstellen auf Höhe der Schwerelinie in Anlehnung an EN 408 und der Gesamtdurchbiegung f in der Mitte der Trägeroberkante zeigen. Unter den Verformungen gilt folglich die Beziehung $w + u = f$. Gestrichelt dargestellt sind die elastische Grenze, unterhalb deren Lastniveau alle Elemente linear-elastisch reagieren und ein Zwischenschritt. Eine durchgezogene Linie kennzeichnet die Traglast, bei der die Berechnung abgebrochen wird.

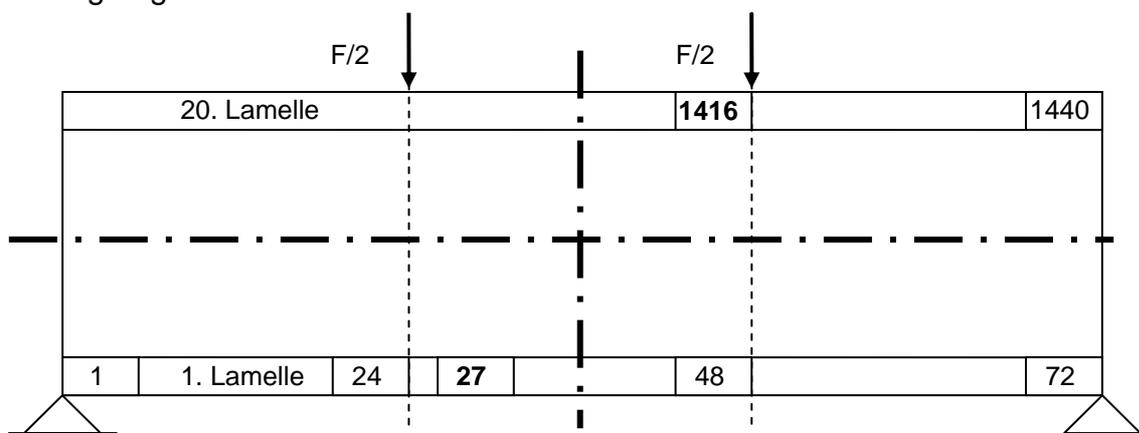


Bild 4-4 Lage der ausgewählten Elemente im Raster des Modells

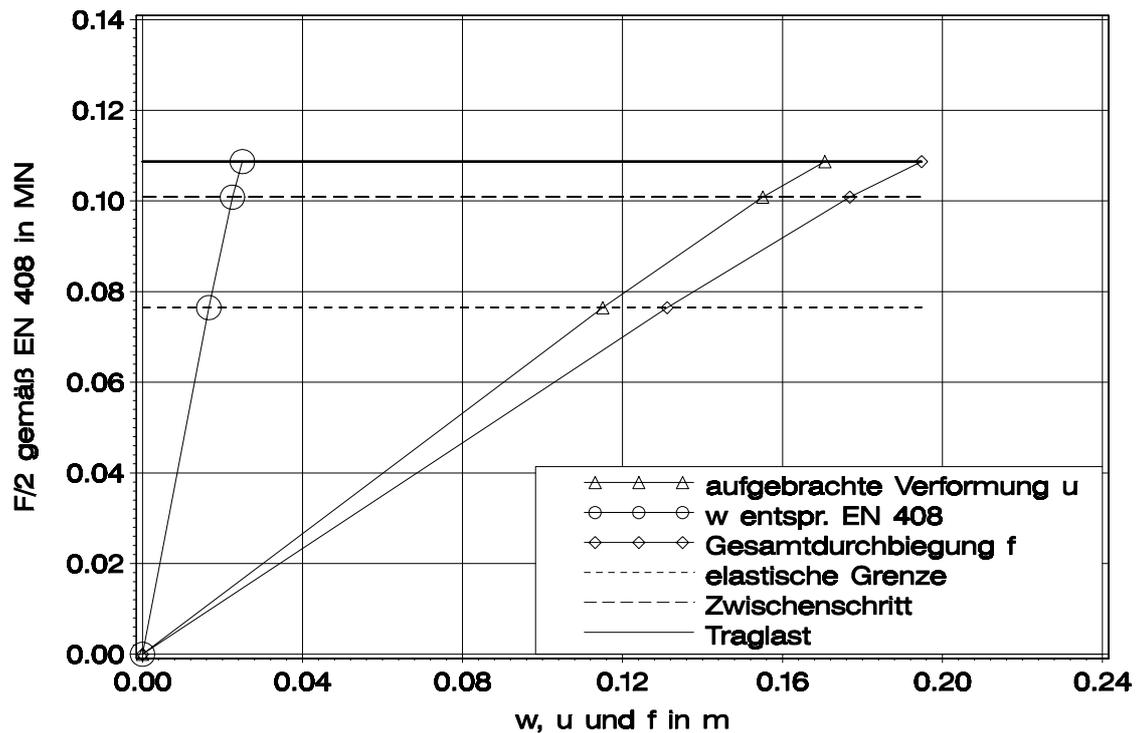


Bild 4-5 Lastverformungskurven der Tragfähigkeitsberechnung mithilfe des Rechenmodells

Die Trägerberechnung läuft wie folgt ab: Anhand einer geringen Vorbelastung im linear-elastischen Bereich mit $u = 0,001$ m ermittelt das Programm mit einer linearen Prognose auf der Grundlage der Ausnutzungsgrade (Spannung geteilt durch Festigkeit) die Verformung u_c , bei der das erste Element in der Druckzone plastisch reagiert und u_t , bei der in einem Element der Zugzone zuerst die Zugfestigkeit erreicht wird. Die kleinere der beiden Verformungen entspricht dem ersten Lastschritt, der das System ohne Zwischenschritte an die elastische Grenze führt.

Im Beispiel reagiert Element 1416 bei einer Verformung $u_c = 0,115$ m als erstes Element plastisch und im Element 27 wird für $u_t = 0,169$ m die Zugfestigkeit erreicht. In einem einzigen Lastschritt mit $\Delta u = 0,115$ m wird die elastische Grenze des Trägers erreicht. Aus Bild 4-6 wird deutlich, dass danach im Element 27 die Zugfestigkeit noch nicht erreicht ist. Bild 4-7 zeigt, dass Element 1416 fast vollkommen plastisch reagiert. Es wird darin auch deutlich, dass im Bereich der Knotenlast Spannungen in y -Richtung erwartungsgemäß einen geringen Einfluss auf die Vergleichsspannung haben. Der Verlauf der Vergleichsspannung und der Spannung in x -Richtung ist weitgehend symmetrisch zur x -Achse.

Nach dem Erreichen der elastischen Grenze erfolgt jede weitere Laststeigerung in Lastschritten $\Delta u \leq 0,04$ m, damit eine nichtlineare Berechnung mit dem Newton-

Raphson-Verfahren sinnvoll möglich ist. Nach jedem Lastschritt werden erneut die Ausnutzungsgrade in der Zugzone berechnet. Weitere Lastschritte werden dann in Abhängigkeit dieser Ausnutzungsgrade linear extrapoliert, so dass sich die Belastung nur insoweit erhöht, bis in der Zugzone der Ausnutzungsgrad eines oder mehrerer Elemente gleichzeitig innerhalb der angegebenen Toleranz liegt.

Um im Beispiel die Zugfestigkeit im Element 27 zu erreichen, ist ein Zwischenschritt mit $\Delta u = 0,04$ m erforderlich, weil das Programm nach dem ersten Lastschritt bzw. an der elastischen Grenze stehend unverändert das Erreichen der Zugfestigkeit im Element 27 bei $u_t = 0,169$ m vorhersagt. Bei einer Verformung von $u = 0,155$ m nach dem Zwischenschritt prognostiziert das Programm, dass die Zugfestigkeit im Element 27 nunmehr bei einer Verformung $u = 0,171$ m innerhalb der Toleranz ohne weitere Korrektur erreicht wird. Die Abweichung zwischen der letzten und ersten Prognose erklärt sich dadurch, dass nach dem zweiten Lastschritt bereits zahlreiche Elemente der Druckzone plastisch reagieren und sich Trägerbereiche daraufhin geringfügig ihrer Last entziehen. Folgerichtig weisen die Lastverformungskurven zwei leichte Knicke auf. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung in Bild 4-6 zeigt das zielgerichtete Erreichen der Zugfestigkeit von $68,1$ N/mm² im Element 27 der Randlamelle, welches schließlich das Versagenskriterium darstellt.

Anhand der maximalen Last und der Steigung im linear-elastischen Bereich der durch Kreise gekennzeichneten Kurve in Bild 4-5 wird die Biegefestigkeit und der Biege-Elastizitätsmodul nach den Gleichungen (36) und (37) berechnet. In Gleichung (37) wird vereinfachend die Messlänge ℓ_1 nach EN 408 durch $\ell/3$ ersetzt.

$$f_m = \frac{F_{\max} \cdot \ell}{2 \cdot 3 \cdot W} \quad E_m = \frac{F_{\text{elastisch}}}{W_{\text{elastisch}}} \cdot \frac{\left(\frac{\ell}{3}\right)^3}{8 \cdot I} \quad (36)+(37)$$

Für den beispielhaft gewählten Träger ergeben sich folgende mechanische Eigenschaften:

$$f_m = \frac{0,1087 \cdot \frac{10,8}{3}}{0,006} = 65,2 \text{ N/mm}^2 \quad E_m = \frac{0,0765}{0,0166} \cdot \frac{\left(\frac{10,8}{3}\right)^3}{8 \cdot 0,0018} = 14931 \text{ N/mm}^2$$

In diesem Einzelfall wird deutlich, dass die berechnete Biegefestigkeit von $65,2$ N/mm² sogar etwas kleiner ist als die Zugfestigkeit des Elements 27 in der Randlamelle, welches das Versagenskriterium darstellt.

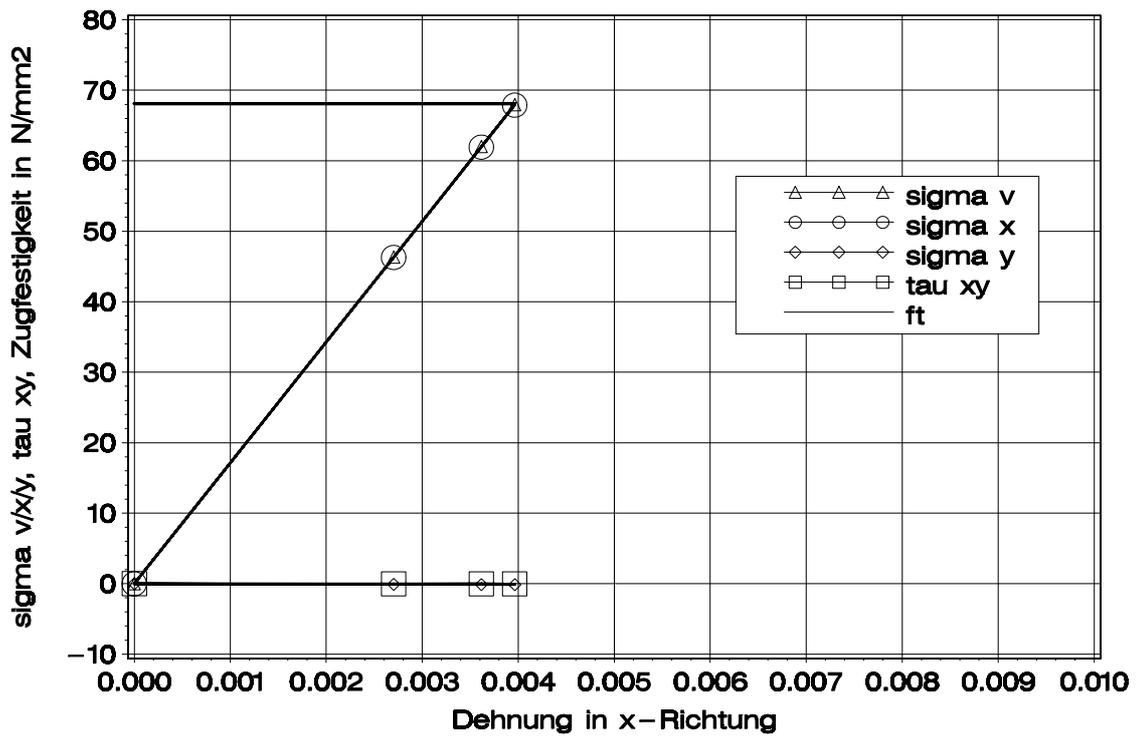


Bild 4-6 Spannungs-Dehnungsverlauf im Element 27 (untere Randlamelle)

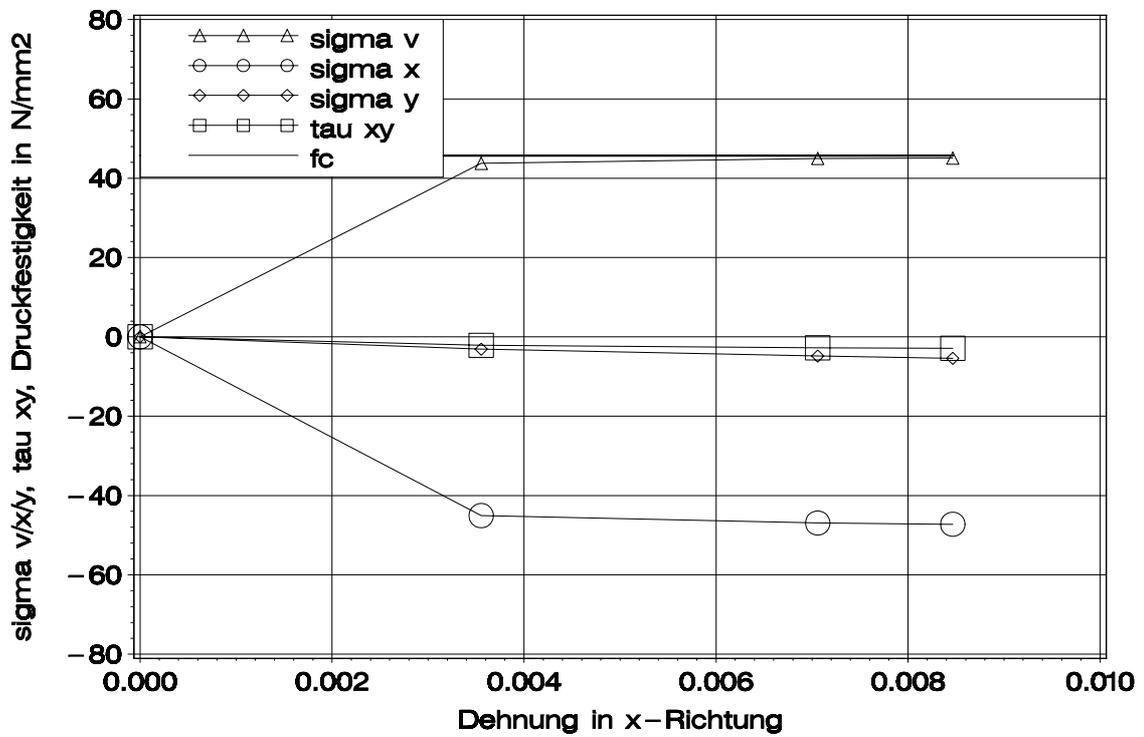


Bild 4-7 Spannungs-Dehnungsverlauf im Element 1416 (obere Randlamelle)

4.5.2 Erster Riss außerhalb der unteren Randlamelle

Das folgende Beispiel soll nun zeigen, wie das Rechenmodell arbeitet, wenn der erste Riss in einem Element der Zugzone außerhalb der ersten Lamelle auftritt und eine Lastumlagerung verwirklicht wird, bis schließlich die Zugfestigkeit in einem Element der ersten Lamelle erreicht wird. In Bild 4-8 ist das Element 186 gekennzeichnet, für welches der erste Riss modelliert wird, das Element 46 der unteren Randlamelle, welches das Versagenskriterium einleitet, sowie das Element 1393, in dem zuerst plastisches Verhalten auftritt. In Tabelle 4-2 sind die Wertepaare für die Belastung $F/2$ und die aufgebrauchte Verformung u sowie die Lastschrittweiten Δu und Ereignisse während der Belastungsgeschichte zusammengestellt. Bild 4-9 zeigt ergänzend die entsprechende Lastverformungskurve nur in Abhängigkeit von u .

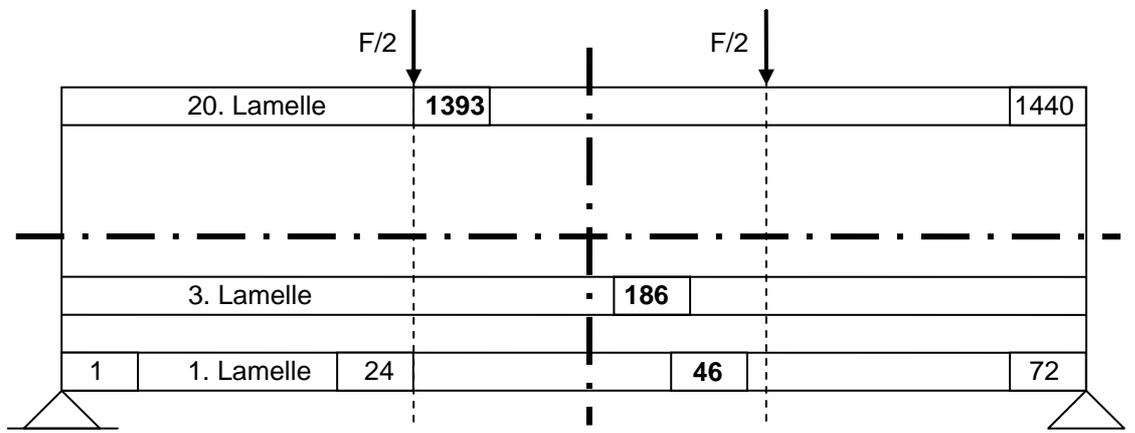


Bild 4-8 Lage der ausgewählten Elemente im Raster des Modells

Im ersten Lastschritt wird die elastische Grenze angesteuert. Element 1393 reagiert daraufhin fast vollkommen plastisch (Bild 4-10). Nach einem Zwischenschritt wird im dritten Lastschritt die Zugfestigkeit im Element 186 erreicht (Bild 4-11). Danach wird der Elastizitätsmodul von Element 186 für alle weiteren Lastschritte mit dem Faktor 10^{-6} multipliziert, um im Element einen Riss zu modellieren. Es folgt im vierten Lastschritt, bei dem das gerissene Element 186 unwirksam ist, eine elastische Entlastung auf 40% des vorangegangenen Lastniveaus. Damit werden Ausnutzungsgrade $>1,0$ im unmittelbaren Bereich des gerissenen Elements 186 vermieden. Von diesem reduzierten Lastniveau aus ist ein erneutes Herantasten an den nächsten Riss möglich. Im fünften Lastschritt folgt eine zügige elastische Wiederbelastung auf dem gleichen Pfad auf das Lastniveau aus Lastschritt 3, weil das Programm erkannt hat, dass die Elemente in der Umgebung von Element 186 eine Lastumlagerung ertragen können. Zahlreiche Simulationsrechnungen zeigen jedoch, dass eine Wiederbelastung auf das gleiche Lastniveau nicht möglich ist, weil die Elemente in der Umgebung ei-

nes Risses die frei werdenden Zugspannungen nicht aufnehmen können. In Bild 4-10 macht sich die elastische Entlastung und elastische Wiederbelastung an der Spannungs-Dehnungslinie des Elements 1393 ebenso bemerkbar. Im Lastschritt 6 reagiert das System nun wieder plastisch. Nach einer kleinen Korrektur im siebten Lastschritt wird abschließend die Zugfestigkeit im Element 46 der unteren Randlamelle erreicht (Bild 4-12). Danach ist die Traglast des Systems bekannt. Diese beträgt 119% von der Traglast im Lastschritt 3 beim Riss des Elements 186. Das Programm kann beliebig viele Risse außerhalb der 1. Lamelle bis zum Versagenskriterium modellieren und verfährt dabei sinngemäß wie im vorliegenden Beispiel gezeigt wurde.

Tabelle 4-2 Wertepaare u der Lastverformungskurve und $F/2$, Lastschritte Δu und Ereignisse

Lastschritt	u m	$F/2$ MN	Δu m	Ereignis
1	0,1197	0,0802	0,1197	el. Grenze
2	0,1597	0,1036	0,04	Zwischenschritt
3	0,1629	0,1052	0,0032	Zugfestigkeit erreicht → Riss im Element 186
4	0,0653	0,396	$-(1-0,4) \cdot 0,1629 \approx -0,0976$	elastische Entlastung
5	0,1629	0,1048	0,0976	elastische Wiederbelastung
6	0,1923	0,1175	0,0294	Zwischenschritt
7	0,1935	0,1179	0,0012	Zugfestigkeit im Element 46 erreicht

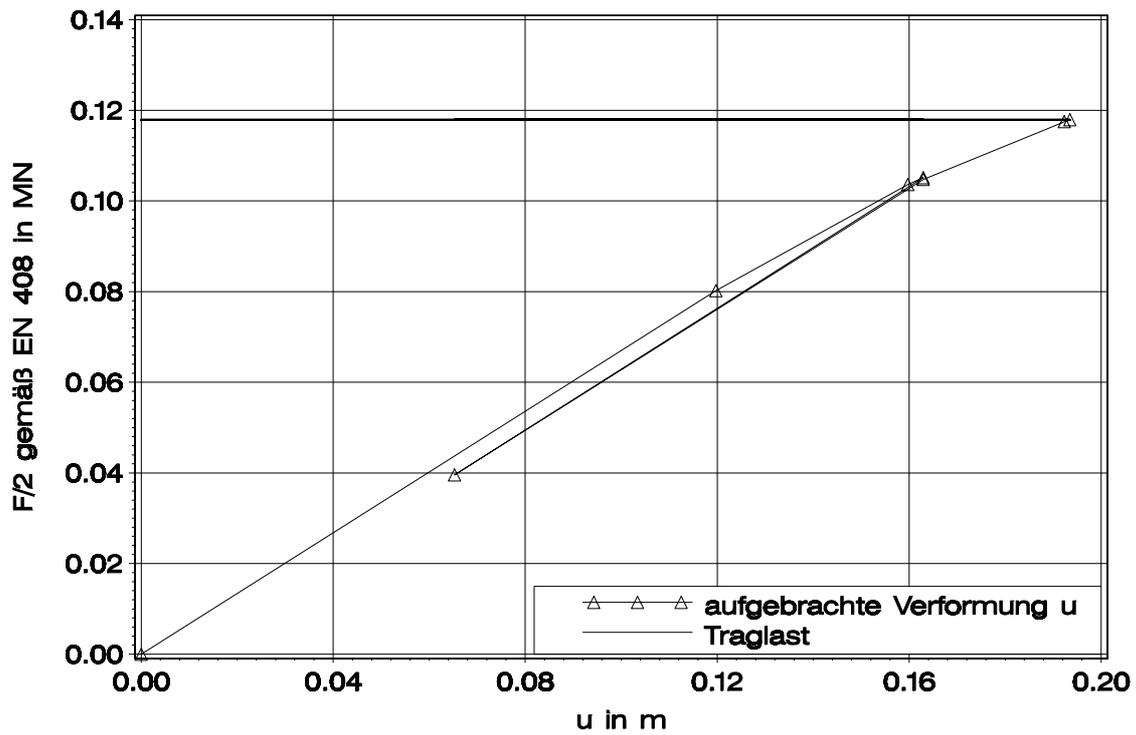


Bild 4-9 Belastung in Abhängigkeit von der aufgebrachten Verformung u

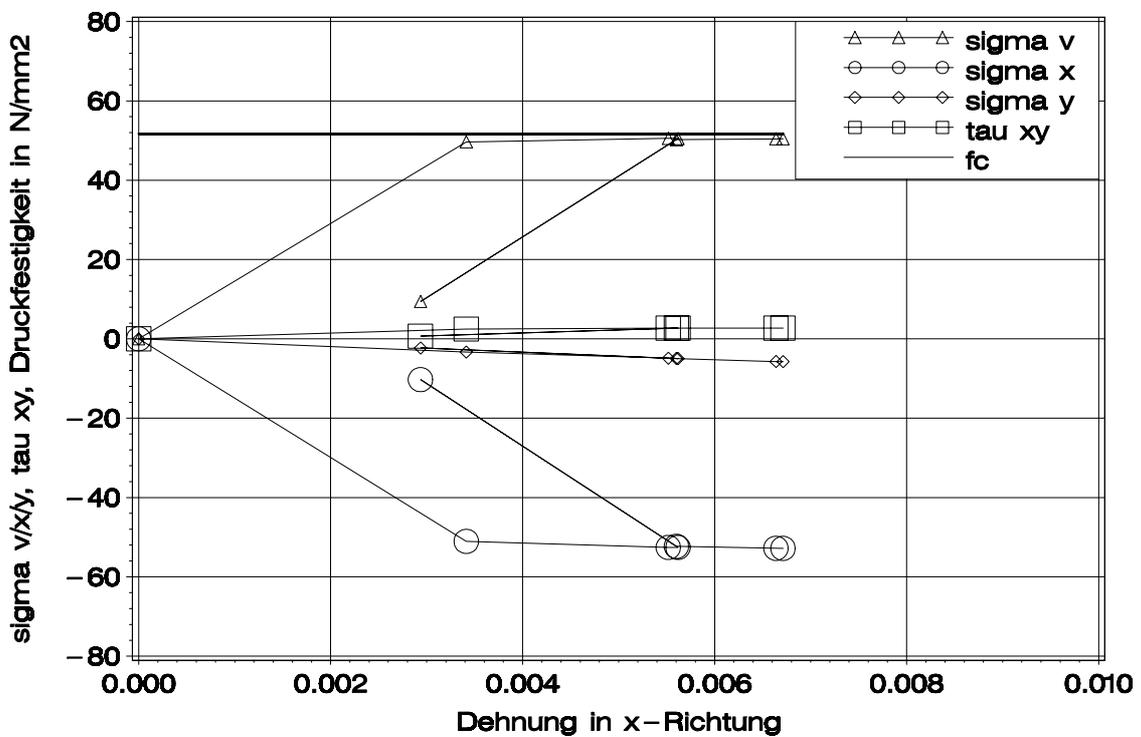


Bild 4-10 Spannungs-Dehnungsverlauf im Element 1393 (obere Randlamelle)

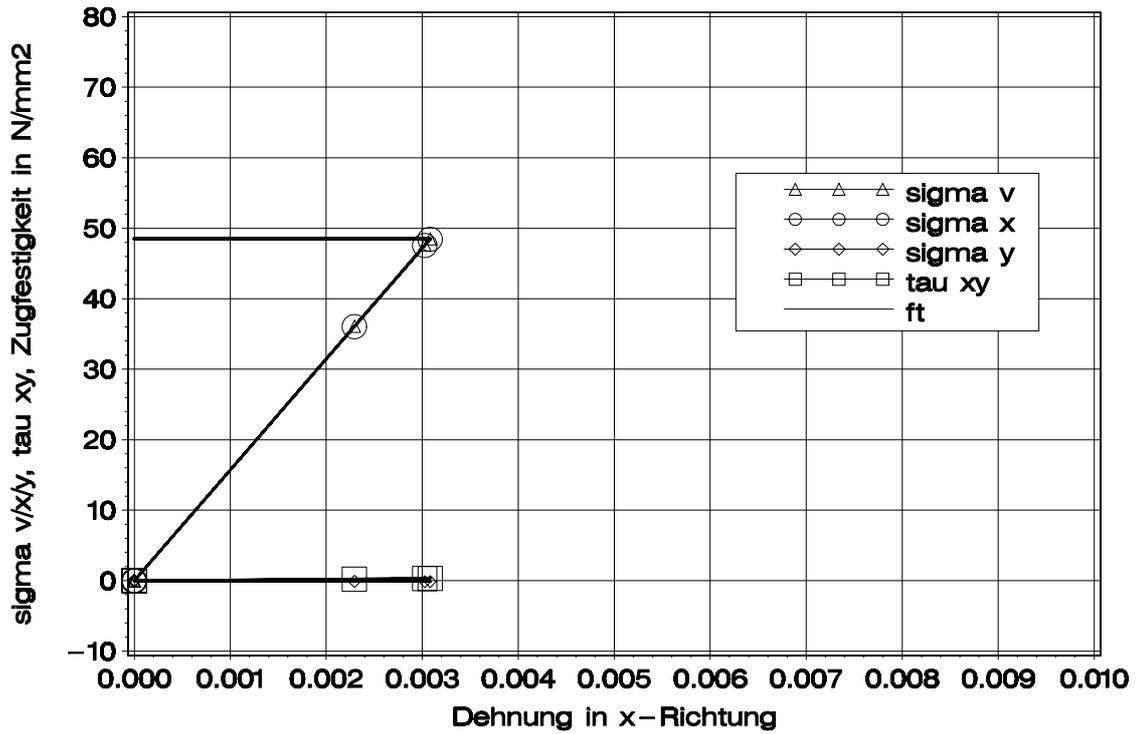


Bild 4-11 Spannungs-Dehnungsverlauf im Element 186 (3. Lamelle)

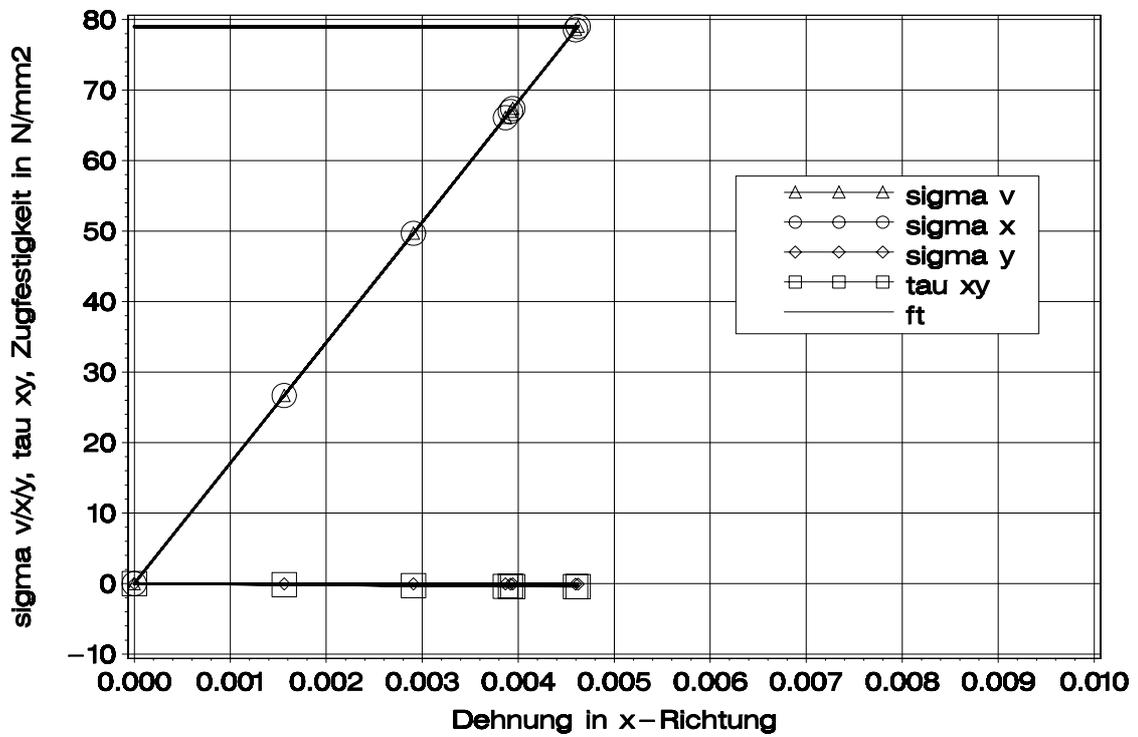


Bild 4-12 Spannungs-Dehnungsverlauf im Element 46 (untere Randlamelle)

5 Biegeversuche an Brettschichtholzträgern aus Buche

5.1 Aufbau und Prüfung der Versuchsträger

Mit den Trägerversuchen sollten zwei Ziele verfolgt werden: Zum einen sollten Träger in Bauteilgröße aufgebaut werden, welche die Leistungsfähigkeit von Brettschichtholz aus maschinell sortierten Buchenbrettern belegen. Dabei wurde angestrebt, charakteristische Biegefestigkeiten zu erzielen, die über den höchsten Werten von Brettschichtholz aus Nadelholz liegen. Zum anderen wird das Rechenmodell anhand der Ergebnisse aus den Biegeversuchen gegen die Wirklichkeit getestet. Dabei sollte die Zuverlässigkeit des Rechenmodells für mehrere Trägerkollektive überprüft werden, die sich bezüglich Aufbau sowie Trägergröße und folglich Biegefestigkeit sowie Biege-Elastizitätsmodul unterscheiden. Damit kann gezeigt werden, ob und wie das Rechenmodell auf veränderte Randbedingungen reagiert.

Es wurden 48 kombiniert und 11 homogen aufgebaute Brettschichtholzträger hergestellt. Das Bild 5-1 zusammen mit der Tabelle 5-1 verdeutlichen deren Aufbau.

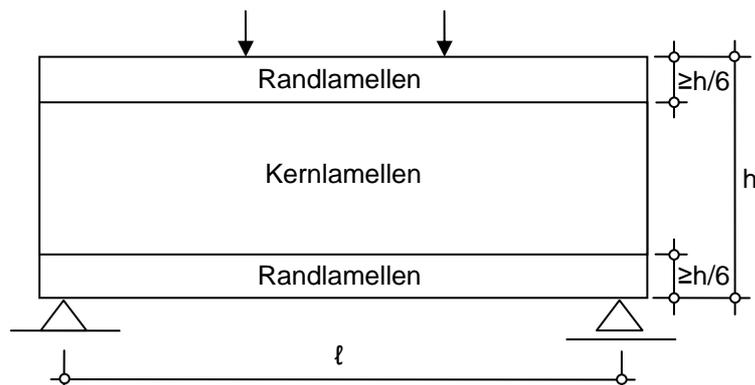


Bild 5-1 Aufbau und Belastung der Versuchsträger

Tabelle 5-1 Tragfähigkeitsklasse in Abhängigkeit vom Aufbau

Tragfähigkeitsklasse	Klasse der Lamellen	
	Randlamellen ($\geq h/6$)	Kernlamellen ($< 4h/6$)
sehr hoch (SH)	5	3 und 2 ¹
hoch (H)	4	2 und 1 ¹
niedrig (N)	1	1

¹ nur im Bereich der Mittellinie bei 600 mm hohen Trägern

Die Buchenbretter aus Nordhessen und aus dem Schönbuch wurden abweichend von Tabelle 1-2 in bis zu 7 Klassen einsortiert. Klasse 5 wurde dazu gemäß Tabelle A-8 weiter unterteilt. Der Elastizitätsmodul der Randlamellen konnte daher noch gezielter variiert werden, um eine möglichst weite Spanne der Biegefestigkeit oder des Elastizitätsmoduls zu bewirken. So wurden fünf Träger mit Randlamellen der Klassen 6 oder 7 hergestellt. Neben den planbaren Kriterien für die Trägeraufbauten waren eine praktisch umsetzbare Produktion beim Brettschichtholzhersteller und das zur Verfügung stehende Brettmaterial innerhalb der einzelnen Klassen mit von ausschlaggebender Bedeutung, so dass im Bereich der Mittellinie der 600 mm hohen Träger auch Bretter niedrigerer Klassen eingebaut wurden. Damit ist es gelungen, das zur Verfügung stehende Brettmaterial (etwa 1800 Bretter) vollständig zu verwenden. Es konnten drei Tragfähigkeitsklassen und drei Trägerhöhen verwirklicht werden. Tabelle 5-2 zeigt dazu wesentliche Unterscheidungsmerkmale der Trägerkollektive. Die Bretter der drei Wuchsgebiete Spessart, Nordhessen und Schönbuch wurden jeweils getrennt an drei Produktionsterminen zu Trägern verarbeitet. Alle Keilzinkenverbindungen wurden mit dem für Nadelholz gebräuchlichen Profil 15/3,8 gefertigt. Als Kleber wurde Kauramin®-Leim 681 flüssig und Kauramin®-Härter 686 flüssig verwendet. Dieser ist für das Verkleben tragender Bauteile im Sinne von DIN 1052 geeignet, wobei darin die Verwendung von Laubholz für Brettschichtholz zur Zeit nicht geregelt wird. Die Biegeversuche wurden gemäß EN 408 durchgeführt. Detaillierte Angaben zum Versuchsaufbau sind in Bild A-8 und in Tabelle A-7 zu finden.

Tabelle 5-2 Allgemeine Angaben zu den Trägerkollektiven

h	110 mm	340 mm	600 mm
Tragfähigkeitsklasse	Kurzbezeichnung/Anzahl der Versuchsträger		
sehr hoch		SH-34/12	SH-60/10
hoch	H-11/6	H-34/12	H-60/8
niedrig	N-11/6	N-34/5	-
Produktionstermin	3/2004	12/2003	2/2004 u. 3/2004
Stützweite l	1500 mm	5400 mm	9000 mm
Holzherkunft	Schönbuch	Spessart	Nordh. u. Schönb.

5.2 Versuchsergebnisse

Bild 5-2 a bis c zeigt die Beziehung zwischen Biegefestigkeit und Biege-Elastizitätsmodul nach EN 408 für jede Trägerhöhe getrennt. Die Tragfähigkeitsklasse ist mit Symbolen gekennzeichnet. Bild 5-2 d zeigt eine gemeinsame Darstellung aller Versuche und die linearen Regressionsbeziehungen zwischen der Biegefestigkeit und dem Biege-Elastizitätsmodul für jede Trägerhöhe. Zwei Versuchsträger mit

schlecht verklebten Flanken einer Keilzinkenverbindung in der Randlamelle sind ausgeschlossen. Tabelle 5-3 enthält die statistischen Kennwerte der Biegefestigkeit bzw. des Biege-Elastizitätsmoduls für die einzelnen Tragfähigkeitsklassen und Trägerhöhen. Es werden die nachstehenden Beobachtungen zusammengefasst:

- Bezüglich der unterschiedlichen Klassen der Rand- und Kernlamellen ist die mittlere Biegefestigkeit der Tragfähigkeitsklasse SH-34 (SH-60) um $5,90 \text{ N/mm}^2$ ($5,40 \text{ N/mm}^2$) höher als die der Klasse H-34 (H-60).
- Bezüglich der Trägerhöhe ist die mittlere Biegefestigkeit der Tragfähigkeitsklasse SH-34 (H-34) um $7,80 \text{ N/mm}^2$ ($7,30 \text{ N/mm}^2$) höher als die der Klasse SH-60 (H-60). Die Regressionsgeraden in Bild 5-2 d verdeutlichen den Einfluss der Trägerhöhe bzw. Stützweite auf die Biegefestigkeit. Bei gleicher Klasse der Bretter wird mit zunehmender Trägerhöhe eine Abnahme der Biegefestigkeit beobachtet. Das Fehlen von 600 mm hohen Trägern in der niedrigen Tragfähigkeitsklasse muss bei diesem Vergleich allerdings berücksichtigt werden.
- In den Tragfähigkeitsklassen SH und H beträgt die kleinste Biegefestigkeit $44,5 \text{ N/mm}^2$.
- Die fünf Träger mit einer Höhe von 600 mm und Randlamellen der Klassen 6 und 7 weisen Biege-Elastizitätsmoduln von über 15900 N/mm^2 auf (Bild 5-2 c).
- Die Verwendung von Brettern mit einem dynamischen Elastizitätsmodul von weniger als 13000 N/mm^2 führt bei den 340 mm hohen Trägern der Tragfähigkeitsklasse N-34 auf eine mittlere Biegefestigkeit von nur $43,3 \text{ N/mm}^2$. Dieser Wert liegt sogar unterhalb der kleinsten Biegefestigkeit in den Klassen SH und H.
- Die Darstellung der Lastverformungskurven in Bild 5-3 zeigt stellvertretend für alle Versuche in den Tragfähigkeitsklassen SH und H unabhängig von der Trägerhöhe, dass unterhalb einer rechnerischen Randspannung von 50 N/mm^2 keine nennenswerten plastischen Effekte erkennbar sind.
- In Bild 5-3 b zeigt die Unstetigkeitsstelle der Lastverformungskurve, dass Lastumlagerungen in der Zugzone bei wirklichen Trägern prinzipiell möglich sind. Die Störstelle in der Messung verdeutlicht das Reißen von Holzfasern in Teilbereichen einer Keilzinkenverbindung bereits unterhalb der rechnerischen Randspannung.
- Bei keinem der 59 Träger wurde die Schubtragfähigkeit erreicht. Anhand der nur 110 mm hohen Träger kann nachgewiesen werden, dass rechnerische Schubspannungen bis $6,2 \text{ N/mm}^2$ bis zum Erreichen der Biegetragfähigkeit wirksam waren. Bei 50% (10%) der 47 Träger mit Höhen über 340 mm waren rechnerische Schubspannungen über $3,0 \text{ N/mm}^2$ ($3,7 \text{ N/mm}^2$) wirksam. Diese Träger wiesen wesentlich größere schubbeanspruchte Bereiche auf. Statistisch gesehen spricht

das für eine charakteristische Schubfestigkeit bei Brettschichtholzträgern in Bauteilgröße, die deutlich über 3,0 N/mm² liegt.

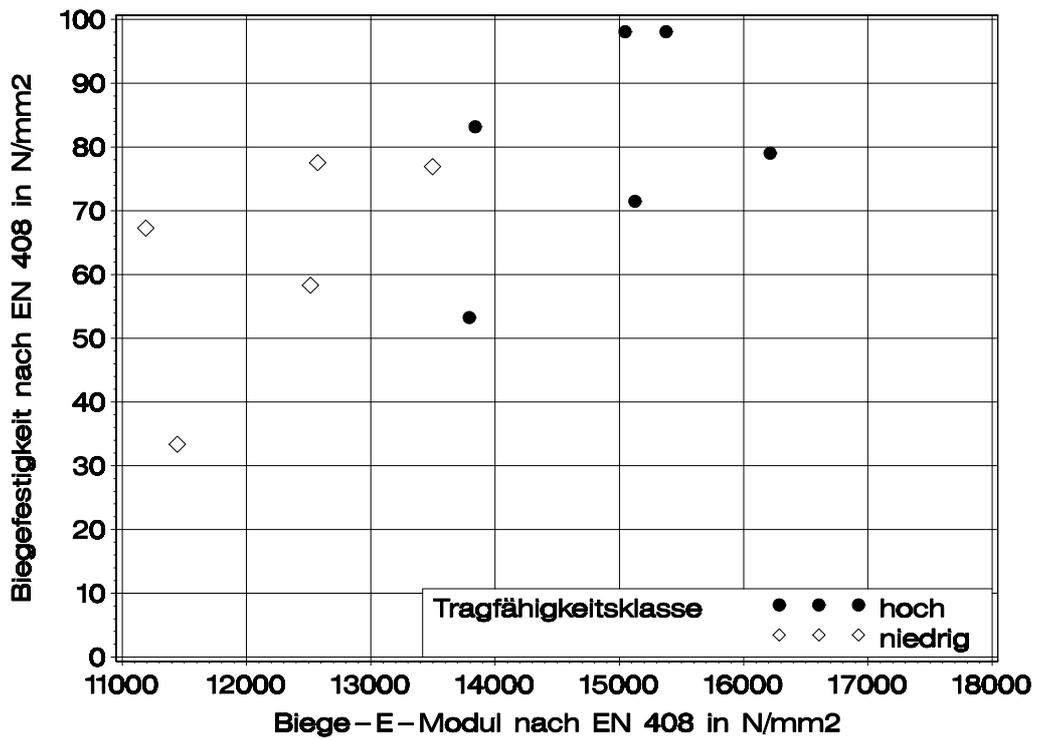
Tabelle 5-3 a Statistik der Biegefestigkeit in N/mm²

h Tragfähigkeitsklasse		110 mm	340 mm	600 mm
sehr hoch	n	-	11 ¹	10
	\bar{x}	-	63,7	55,9
	s	-	7,51	5,78
	min	-	50,4	46,9
hoch	n	6	12	8
	\bar{x}	80,5	57,8	50,5
	s	17,0	9,32	5,21
	min	53,2	46,6	44,5
niedrig	n	5 ¹	5	-
	\bar{x}	62,7	43,3	-
	s	18,2	7,25	-
	min	33,4	35,0	-

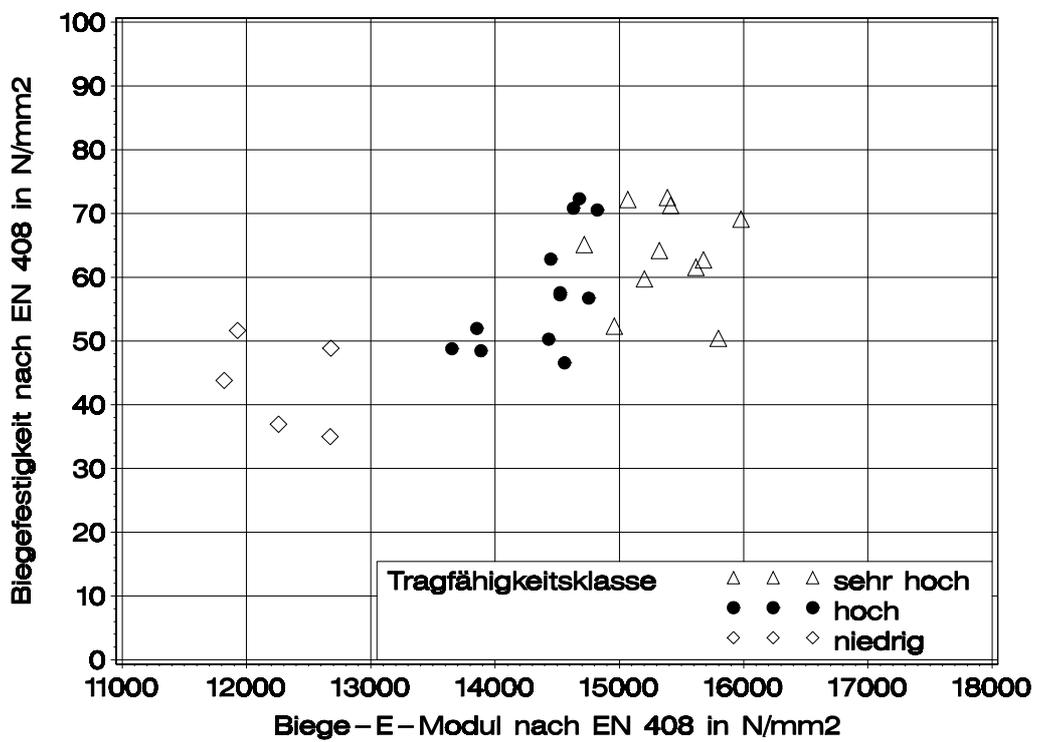
¹ eine Beobachtung mit schlecht verklebter Keilzinkenverbindung ausgeschlossen

Tabelle 5-3 b Statistik des Biege-Elastizitätsmoduls in N/mm²

h Tragfähigkeitsklasse		110 mm	340 mm	600 mm
sehr hoch	n	-	12	10
	\bar{x}	-	15500	16000
	s	-	490	799
	min	-	14700	15100
hoch	n	6	12	8
	\bar{x}	14900	14400	14400
	s	935	383	265
	min	13800	13700	14000
niedrig	n	6	5	-
	\bar{x}	12500	12300	-
	s	1110	403	-
	min	11200	11800	-



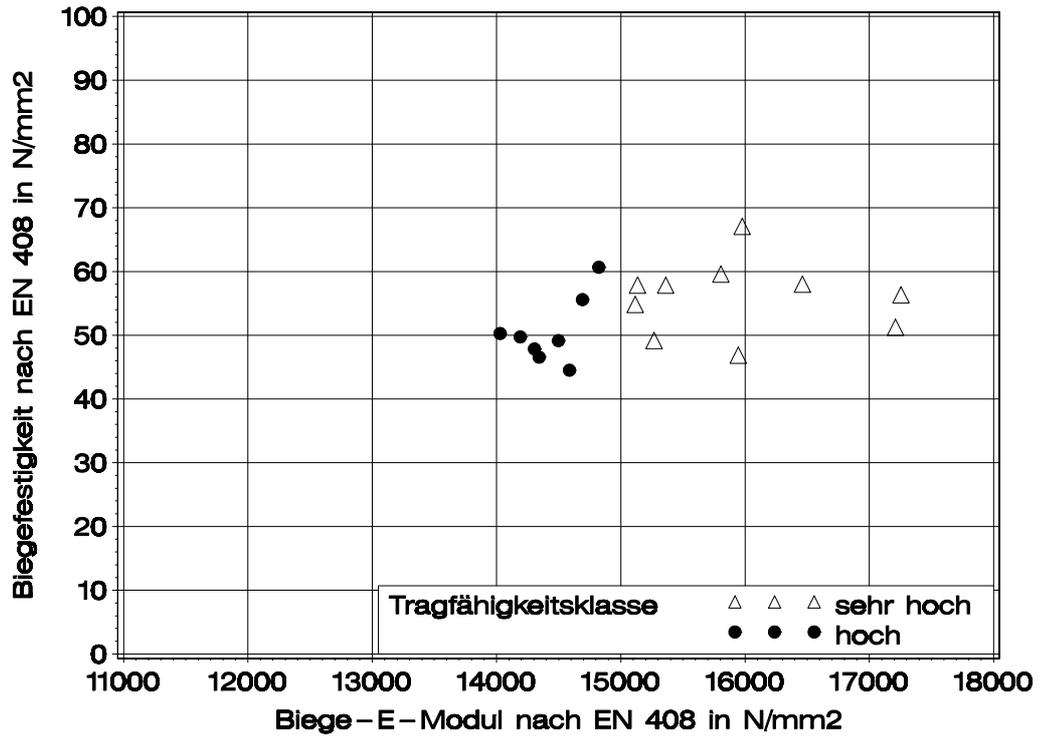
a)



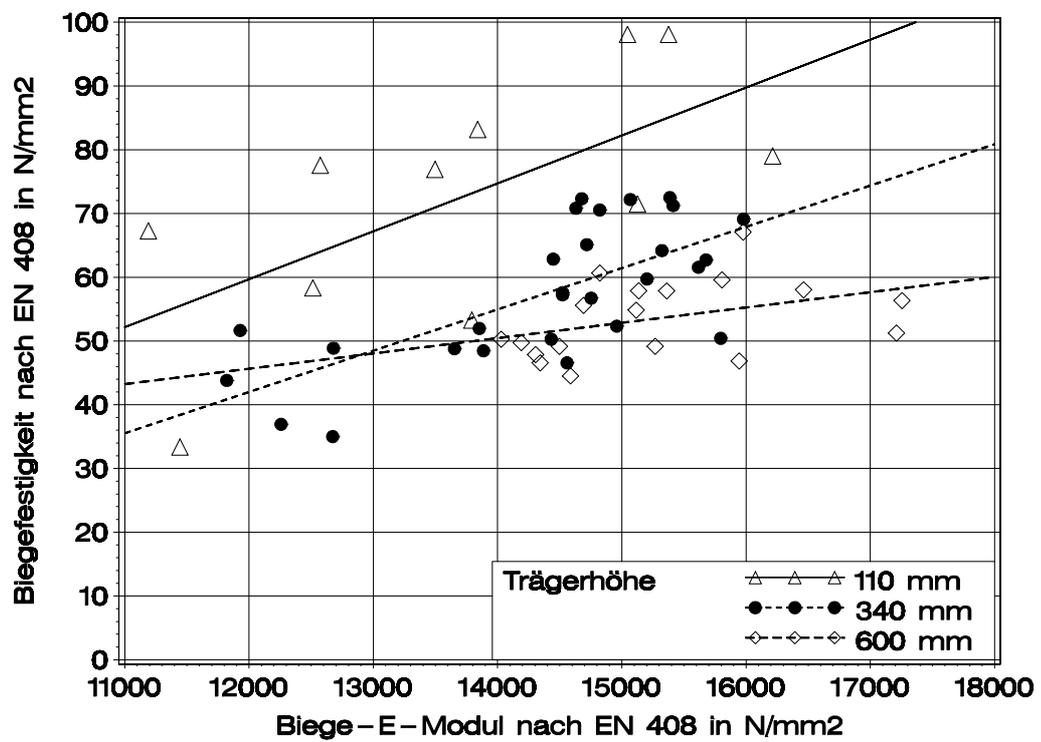
b)

Bild 5-2

Biegefestigkeit in Abhängigkeit vom Biege-Elastizitätsmodul;
 $h = 110 \text{ mm}$ (a) und $h = 340 \text{ mm}$ (b)



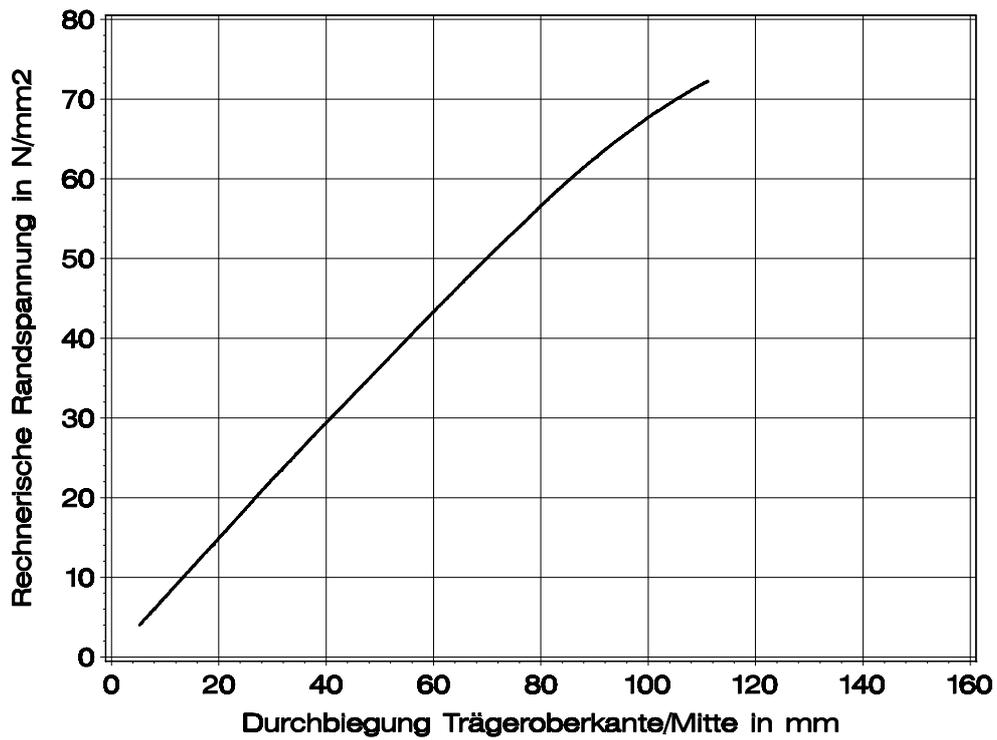
c)



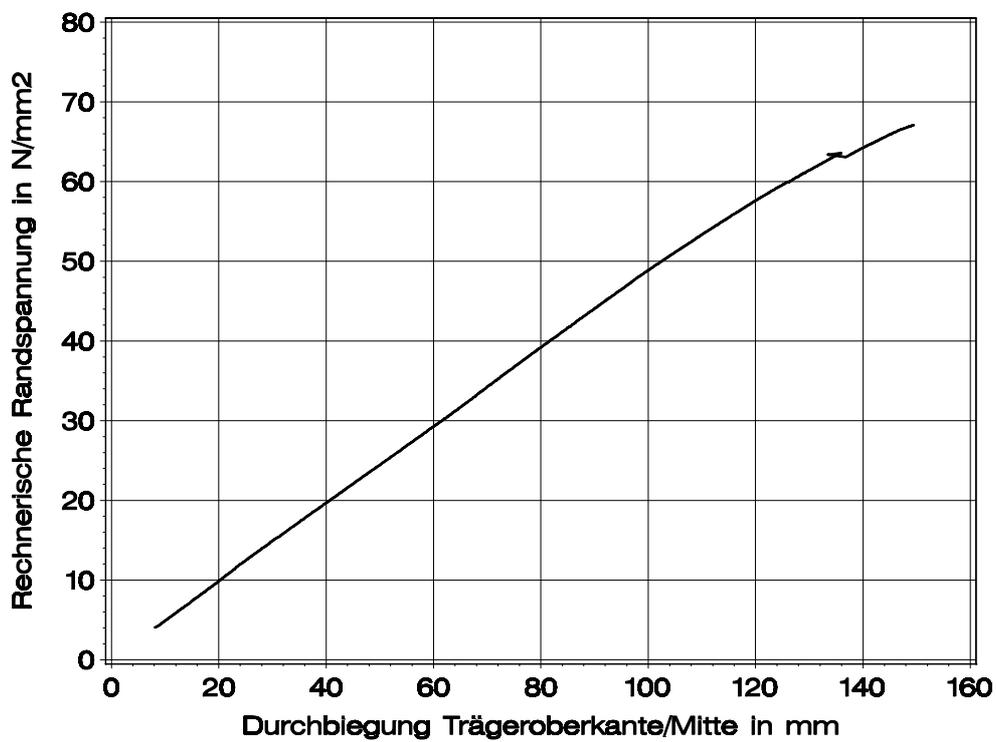
d)

Bild 5-2

(Forts.) Biegefestigkeit in Abhängigkeit vom Biege-Elastizitätsmodul; $h = 600$ mm (c) und linearer Zusammenhang zwischen Biegefestigkeit und Biege-Elastizitätsmodul für alle Trägerhöhen (d)



a)



b)

Bild 5-3

Rechnerische Randspannung in Abhängigkeit von der Gesamtdurchbiegung gemessen in der Mitte der Trägeroberkante; beispielhaft ausgewählte Versuchsträger aus den Klassen H-34 (a) und SH-60 (b)

5.2.1 Varianzanalyse: Testen auf signifikante Lokationsunterschiede

In Tabelle 5-4 sind die Irrtumswahrscheinlichkeiten für die Annahme signifikanter Unterschiede zwischen den Mittelwerten der Biegefestigkeit vergleichbarer Trägerkollektive angegeben. Untersucht wird, ob die Klassifizierung der Lamellen oder die Trägergröße die mittlere Biegefestigkeit tatsächlich beeinflusst. Der dazu verwendete F-Test wird z.B. in Hartung et al. 2002 beschrieben.

Erwartungsgemäß sind danach die Unterschiede zwischen den mittleren Biegefestigkeiten der Kollektive SH-34 und N-34 sowie H-34 und N-34 statistisch gesichert. Die Irrtumswahrscheinlichkeit liegt in beiden Fällen unter 1%. Ein Einfluss der Klassifizierung der Lamellen auf die mittlere Biegefestigkeit ist bei den Vergleichen der Tragfähigkeitsklassen SH-34 mit H-34 und SH-60 mit H-60 nur mit höheren Irrtumswahrscheinlichkeiten von 11% und 5,9% gesichert. Der Einfluss der Trägergröße auf die mittlere Biegefestigkeit ist bei den Vergleichen SH-34 mit SH-60 sowie H-34 mit H-60 mit Irrtumswahrscheinlichkeiten von 1,5% und 6,0% signifikant.

Mögliche Einflüsse aus veränderten Produktionsbedingungen auf die mittlere Biegefestigkeit der verschiedenen Trägerkollektive bleiben dabei allerdings unberücksichtigt, weil sie nicht wirklich messbar sind und auch keine Angaben darüber vorliegen. Prinzipiell ist aber davon auszugehen, dass sich sowohl während der Herstellung an einem Tag als auch zwischen den drei Produktionsterminen die Bedingungen mehr oder weniger ändern. Insofern sind für die in Tabelle 5-4 angegebenen Unterschiede zwischen den mittleren Biegefestigkeiten nicht nur die Klassifizierung der Lamellen oder die Trägergröße, sondern auch möglicherweise unterschiedliche Produktionsbedingungen ursächlich verantwortlich.

Tabelle 5-4 Test auf signifikante Unterschiede zwischen den Mittelwerten vergleichbarer Trägerkollektive

Trägerkollektive im Vergleich	Unterschied zwischen der mittleren Biegefestigkeit N/mm ²	Irrtumswahrscheinlichkeit bei Annahme eines signifikanten Unterschieds
Einfluss der Klassifizierung		
SH-34 und H-34	5,90	11%
SH-34 und N-34	20,4	0,02%
H-34 und N-34	14,5	0,7%
SH-60 und H-60	5,40	5,9%
Einfluss der Trägergröße		
SH-34 und SH-60	7,80	1,5%
H-34 und H-60	7,30	6,0%

5.2.2 Bestimmung des 5%-Quantils der Biegefestigkeit aus Normalverteilungen

Der vergleichsweise kleine Stichprobenumfang ($n \leq 12$) in den fünf Tragfähigkeitsklassen lässt keine Aussage über das verteilungsfreie 5%-Quantil der Biegefestigkeit zu. In Tabelle 5-5 sind für die fünf einzelnen und für jeweils zwei vereinigte Tragfähigkeitsklassen der Minimalwert der Stichprobe (für die vereinigten Kollektive SH-34 und H-34 mit $n=23$ das verteilungsfreie 5%-Quantil) und das 5%-Quantil einer angepassten Normalverteilung einander gegenübergestellt. Damit lassen sich auch auf dem Niveau des 5%-Quantils aus angepassten Normalverteilungen die zuvor beschriebenen Trends bezüglich des Einflusses der Klassifizierung der Lamellen und bezüglich des Einflusses der Trägergröße auf die Biegefestigkeit zeigen. Das hängt damit zusammen, dass die Variationskoeffizienten für alle Kollektive zwischen 10% und 17% liegen und damit die Unterschiede zwischen den Mittelwerten auch bei der Berechnung des 5%-Quantils erhalten bleiben. Bild A-9 zeigt dazu auf Quantile-Quantile-Plots die empirischen Verteilungen und die angepassten Normalverteilungen.

An den Festigkeitswerten der vereinigten Kollektive SH-34 und H-34 sowie SH-60 und H-60 kann eine charakteristische Biegefestigkeit von 46,1 N/mm² bzw. 43,6 N/mm² belegt werden. Demnach sind bei Buche Brettschichtholz-Festigkeitsklassen bis GL44 für 600 mm hohe Träger bereits experimentell abgesichert.

Tabelle 5-5 Variationskoeffizienten und 5%-Quantile der Biegefestigkeit

Kollektive	n	v %	min bzw. $\tilde{x}_{0,05}$ N/mm ²	5%-Quantil aus NV $= \bar{x} \cdot (1 - 1,65 \cdot v)$ N/mm ²
SH-34	11	11,8	50,4	51,4
H-34	12	16,1	46,6	42,5
N-34	5	16,8	35,0	31,3
SH-60	10	10,3	46,9	46,4
H-60	8	10,3	44,5	42,0
SH-34 und H-34	23	14,6	46,9	46,1
SH-60 und H-60	18	11,3	44,5	43,6

6 Biege- und Zugversuche an Keilzinkenverbindungen aus Buche

6.1 Allgemeines

Folgende Hintergründe erforderten Festigkeitsprüfungen an Keilzinkenverbindungen: Es waren Anhaltswerte für die charakteristische Keilzinkenbiege- oder Keilzinkenzugfestigkeit mit Versuchen nach EN 408 zu bestimmen, um für Brettschichtholzfestigkeitsklassen Anforderungen an die Keilzinkenfestigkeit festlegen zu können. Dabei war der Einfluss einer visuellen oder maschinellen Sortierung von Buchenbrettern auf die Festigkeit der Keilzinkenverbindungen getrennt zu untersuchen.

Für die Herleitung der allgemeinen Bemessungsgleichung (2) war ein Umrechnungsfaktor zwischen der Keilzinkenzugfestigkeit - wie sie im Rechenmodell vorliegt - und der Keilzinkenbiegefestigkeit – bestimmt mit Versuchen nach EN 408 - zu ermitteln.

Die Festigkeitswerte, die an Proben aus maschinell sortierten Brettern ermittelt wurden, dienen in Abschnitt 7.1 auch der Prüfung des Rechenmodells.

6.2 Proben aus visuell sortierten Brettern

6.2.1 Material, Methoden und Versuchsergebnisse

An den drei Produktionsterminen wurden nach der Zinkung der Trägerlamellen zusätzliche Keilzinkenproben hergestellt. Der Fräser und der Kleber blieben dabei gleich. Die dafür vorgesehenen Bretter stammten jeweils aus einem Wuchsgebiet. Sie fielen während der Vorbereitung des Brettmaterials für die Versuchsträger an und entsprachen mindestens der Sortierklasse LS10. Die statistischen Kennwerte der Brutorohdichte dieses Materials im Vergleich mit den Brettern für die Versuchsträger sind in Tabelle 6-1 aufgeführt. Bezüglich der Brutorohdichte ist das Ausgangsmaterial in beiden Fällen etwa gleichwertig. Der Umfang der Stichproben und die Querschnittsmaße der Prüfkörper sind in Tabelle 6-2 zusammengestellt. Die Keilzinkenprüfkörper erfüllten die Anforderungen in EN 385.

Als Bezugsgröße zur Keilzinkenbiege- und Keilzinkenzugfestigkeit wurde vor der Festigkeitsprüfung der dynamische Biege-Elastizitätsmodul an allen Proben anhand einer Biegeschwingung I. Ordnung gemäß Bild 6-1 bestimmt. Diese Methode wurde von Görlacher 1984 für Anwendungen im Holzbau weiterentwickelt und ist demnach für die zerstörungsfreie und zuverlässige Ermittlung des Elastizitätsmoduls geeignet. Die von ihm angegebene Gleichung wurde ohne den Term zur Berücksichtigung des Schubeinflusses verwendet. Das führt dann auf Gleichung (38). Die darin angegebene Konstante m_n hängt von der Ordnung der Schwingung ab und beträgt hier 4,73.

$$E_{\text{dyn,biege}} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L^4 \cdot f_{\text{biege}}^2 \cdot \rho_{\text{Brutto}}}{m_n^4 \cdot i^2} \quad (38)$$

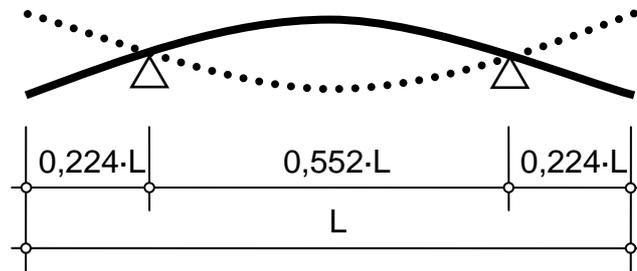


Bild 6-1 Biegeschwingung I. Ordnung in Dickenrichtung eines Keilzinkenprüfkörpers; die Lage der Keilzinkenverbindung ist in Stabmitte

Die Werte des dynamischen Biege-Elastizitätsmoduls wurden der Größe nach gestaffelt und abwechselnd Biege- und Zugproben festgelegt. Im Ergebnis waren die halbierten Stichproben bezüglich der Verteilung des dynamischen Biege-Elastizitätsmoduls fast identisch. Die Flachkant-Biegeprüfung erfolgte nach EN 408 mit einer Stützweite von $15h$, die Zugprüfung mit einer freien Prüflänge von 600 mm und gelenkiger Lasteinleitung. Nach der Festigkeitsprüfung wurden an jedem Brett-Ende der Prüfkörper die Holzfeuchte und die Rohdichte nach EN 408 ermittelt.

In Tabelle A-9 sind die statistischen Kennwerte der Biege- und Zugfestigkeit getrennt nach der Herkunft der Hölzer bzw. der Produktionstermine zusammengestellt. Die Biege- und Zugfestigkeit in Abhängigkeit vom dynamischen Biege-Elastizitätsmodul zeigt Bild 6-2. Die beiden Regressionsgeraden in den Teilbildern a und b belegen eindeutig die Zunahme der Festigkeit mit steigendem dynamischem Biege-Elastizitätsmodul. Da die beiden Geraden annähernd parallel verlaufen, ist der mittlere Festigkeitsunterschied unabhängig von der Größe des dynamischen Biege-Elastizitätsmoduls konstant und beträgt aufgrund der unterschiedlichen Prüfmetho- den etwa 30 N/mm^2 .

Die beiden Quantile-Quantile-Plots in Bild 6-3 zeigen die Verteilung der gemessenen Biege- und Zugfestigkeit sowie daran angepasste Lognormalverteilungen. Demnach beträgt das verteilungsfrei ermittelte 5%-Quantil (aus angepasster Verteilung) für die Biegefestigkeit $55,5\text{ N/mm}^2$ ($57,8\text{ N/mm}^2$) und für die Zugfestigkeit $27,0\text{ N/mm}^2$ ($27,0\text{ N/mm}^2$). Auch diese Werte sowie die Mediane oder die 95%-Quantile unterscheiden sich versuchsbedingt um etwa 30 N/mm^2 .

Die Auswertung der Holzfeuchte in Tabelle A-10 zeigt, dass die technische Trocknung der Bretter bei allen Herstellern zuverlässig erfolgte: Im Mittel liegen die Werte unter 12% . Die größte Differenz der Holzfeuchte zwischen zwei beliebigen Brettern beträgt $5,25\%$ und wird nur bei Prüfkörpern aus Brettern aus dem Spessart beobach-

tet. Bei den Prüfkörpern aus Brettern aus Nordhessen und aus dem Schönbuch betragen die größten Differenzen nur 3,05% bzw. 2,56%. Insofern ist es in zwei Fällen technisch möglich gewesen, die größte Holzfeuchte-Differenz von 4% nach EN 385 einzuhalten.

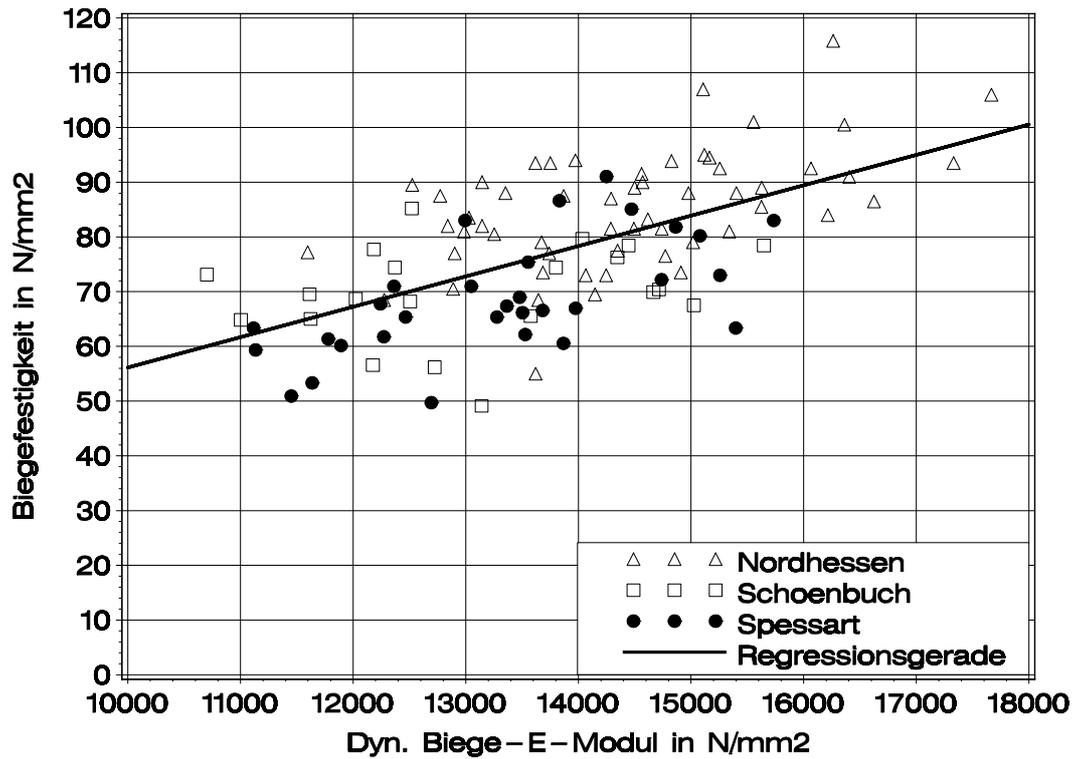
Der Mittelwert und die Standardabweichung der Rohdichte nach EN 408 aller Proben beträgt 691 kg/m³ bzw. 43,3 kg/m³. Die Mittelwerte und Standardabweichungen der Stichproben je Wuchsgebiet weichen davon nur unwesentlich ab. Insofern war das Material bezüglich der Rohdichte bei allen drei Stichproben gleichwertig.

Tabelle 6-1 Statistik der Bruttorehdichte in kg/m³ des Brettmaterials für Keilzinkenverbindungen und Versuchsträger

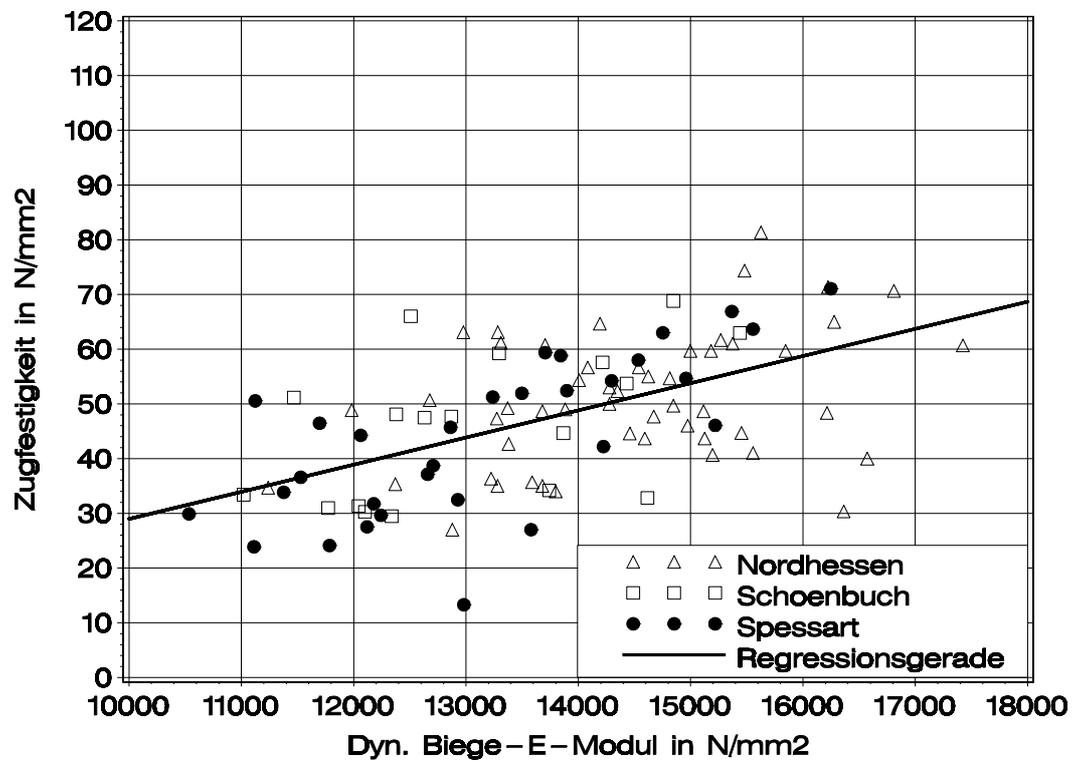
Brettmaterial	n	\bar{x}	s	min	max
für Keilzinkenverbindungen	263	689	41,4	574	802
für Versuchsträger	1888	676	34,7	575	818

Tabelle 6-2 Umfang und Querschnittsmaße der Proben

Holzherkunft	Spessart	Nordhessen	Schönbuch	Summe
Biegeproben	31	56	21	108
Zugproben	31	52	18	101
Summe	62	108	39	209
b in mm	110	100	105	
d in mm	34	30	36	

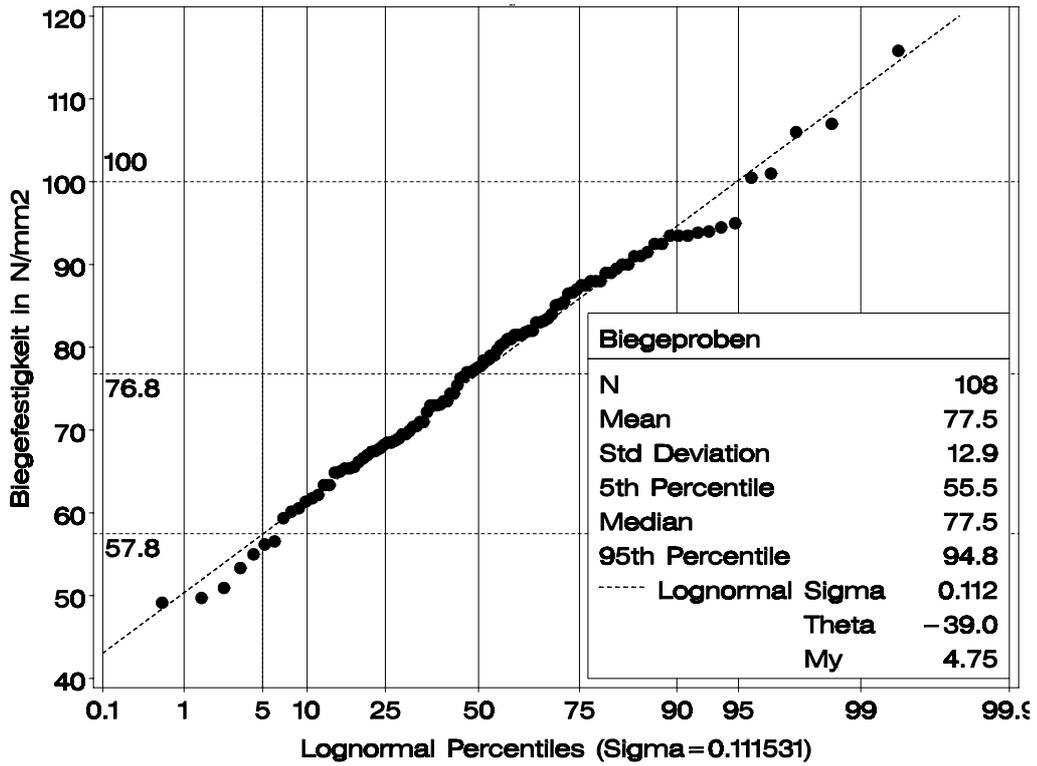


a)

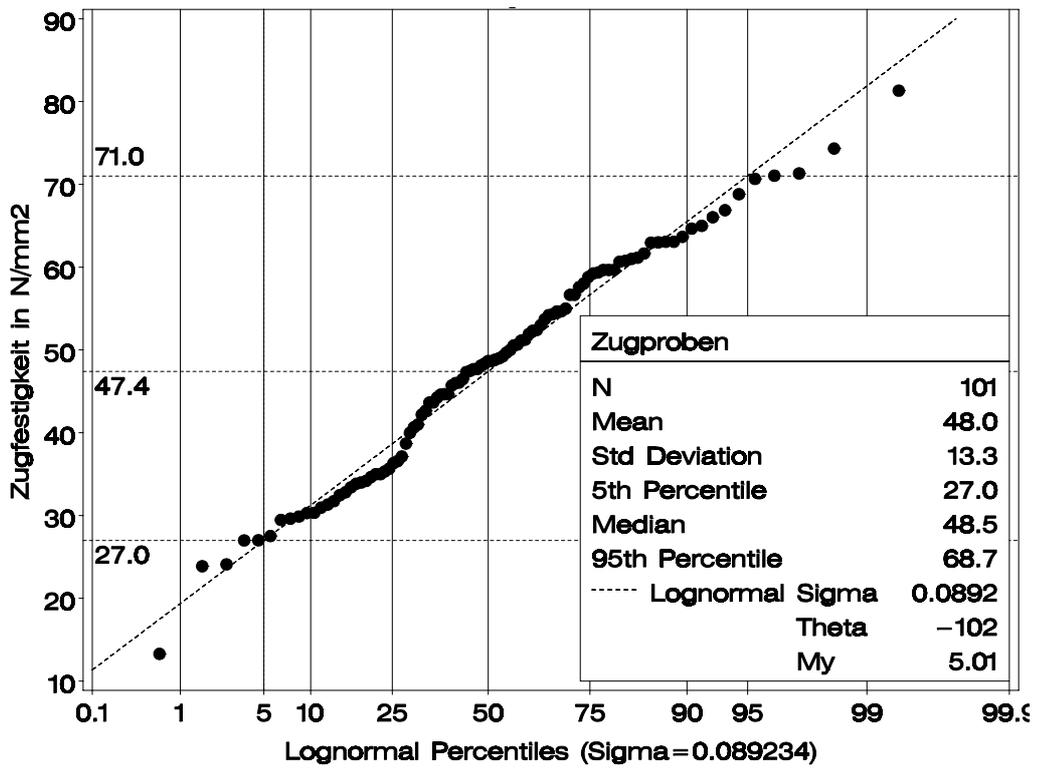


b)

Bild 6-2 Biege- (a) und Zugfestigkeit (b) von Keilzinkenverbindungen in Abhängigkeit vom dynamischen Biege-Elastizitätsmodul



a)



b)

Bild 6-3

Empirische Verteilung und angepasste Lognormalverteilung der Keilzinkenbiegefestigkeit (a) und Keilzinkenzugfestigkeit (b); Werte an den horizontalen Hilfslinien entsprechen dem 5%-, 95%-Quantil und dem Median aus den angepassten Lognormalverteilungen

6.2.2 Vergleich der Festigkeitswerte

Die Methoden der Zugprüfung an Prüfkörpern mit einer Prüflänge von 150 mm (s. Abschnitt 2.2) und 600 mm (s. Abschnitt 6.2) unterscheiden sich vor allem bezüglich der Lasteinleitung. Entsprechend unterschiedlich fällt die charakteristische Zugfestigkeit aus. Bei den Versuchen der Holzforschung München beträgt sie 39,7 N/mm² (Bild 6-4) und bei den Zugversuchen mit gelenkiger Lasteinleitung 27,0 N/mm² (Bild 6-3 b). Das entspricht einem Verhältnis k_{test} von 1,47. Diese Größenordnung ist erwartungsgemäß, wenn das seitliche Ausweichen des Prüfkörpers im einen Fall wirksam verhindert und im anderen Fall möglich ist.

Weil die Keilzinkenzugfestigkeit im Rechenmodell den Festigkeitswerten der Zugversuche aus Abschnitt 2.2 entspricht, soll zwischen dieser und der Biegefestigkeit der Keilzinkenverbindungen ein Umrechnungsfaktor bestimmt werden. Wie mit Gleichung (2) beabsichtigt, kann dann die Biegefestigkeit von Brettschichtholz in Abhängigkeit von der Biegefestigkeit der Keilzinkenverbindungen berechnet werden. Um die Ursache der Festigkeitsunterschiede bei den Keilzinkenverbindungen zwischen Zug- und Biegefestigkeit soweit wie möglich auf die Art der Versuchsdurchführung zurückzuführen, wird auf die gleichen Voraussetzungen bei der Prüfkörperherstellung hingewiesen: Die Zug- und Biegeprüfkörper wurden auf derselben Zinkenmaschine hergestellt. Das Fräserprofil und der Kleber blieben gleich. Die mittlere Darrrohdichte der 742 Teilstücke der 371 Zugprüfkörper der Holzforschung München beträgt 675 kg/m³. Umgerechnet nach Gleichung (20) entspricht das etwa einer mittleren Brutto-rohdichte von 687 kg/m³ und damit den Werten der Tabelle 6-1. Insofern sind die Prüfkörper bezüglich der Herstellung und der Rohdichte zunächst vergleichbar. Auf dem Niveau des verteilungsfreien 5%-Quantils beträgt der Verhältniswert 1,40 und 1,37 für lognormalverteilte Daten (Tabelle 6-3).

Auffällig ist die Abnahme des Verhältniswertes mit der Zunahme des Quantils. Insofern ist bei besserem Material der unterschiedliche Einfluss der beiden Versuchsmethoden auf den charakteristischen Wert weniger ausgeprägt. Diese Tendenz zeigt sich auch beim Vergleich der Werte aus den Biege- und Zugversuchen nach Abschnitt 6.2 (Werte in Klammern). Anzunehmen wäre daher ein variabler Verhältniswert $\leq 1,40$. Dieser hätte dann einen günstigen Einfluss auf die Biegefestigkeit des Brettschichtholzes, weil dann für charakteristische Biegefestigkeiten der Keilzinkenverbindungen über 56 N/mm², die später in Gleichung (2) Verwendung finden werden, im wirklichen Brettschichtholzträger höhere charakteristische Zugfestigkeiten in den Keilzinkenverbindungen wirksam wären. Da die Daten nur Anzeichen dafür bieten, liegt die Festsetzung eines konstanten Umrechnungsfaktors von 1,40 in Gleichung (39) auf der sicheren Seite und ist daher auch angemessen.

$$f_{m,j,k} \approx 1,40 \cdot f_{t,j,k,\ell=150\text{mm}} \quad (39)$$

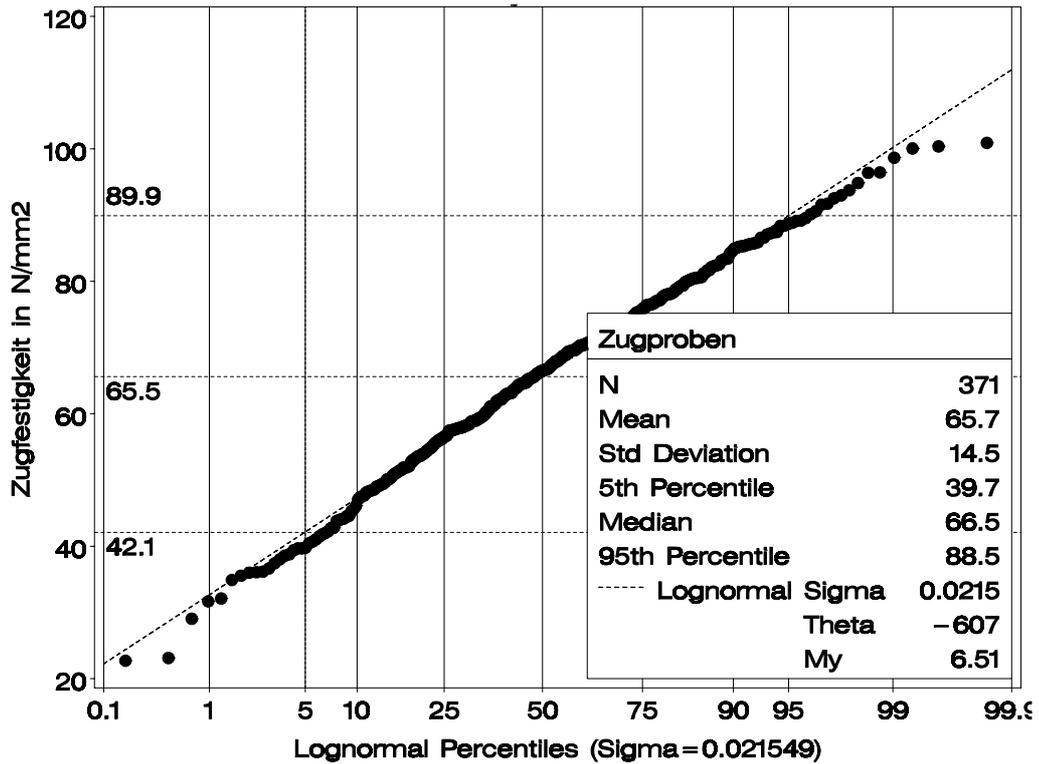


Bild 6-4 Empirische Verteilung und angepasste Lognormalverteilung der Keilzinkenzugfestigkeit; Daten der Holzforschung München; Erläuterung zu den horizontalen Hilfslinien unter Bild 6-3

Tabelle 6-3 Vergleich der Statistik für die Zugfestigkeit nach Abschnitt 2.2 (sowie Abschnitt 6.1) und für die Biegefestigkeit nach Abschnitt 6.2

	Zugversuche Abschnitt 2.2 (6.2)	Biegeversuche Abschnitt 6.2	Verhältnis
n	371 (101)	108	-
\bar{x}	65,7 (48,0)	77,5	1,18 (1,61)
s	14,5 (13,3)	12,9	0,89 (0,97)
min	22,7 (13,3)	49,2	2,17 (3,70)
max	101,0 (81,3)	116	1,15 (1,43)
verteilungsfrei			
$\tilde{x}_{0,05}$	39,7 (27,0)	55,5	1,40 (2,06)
$\tilde{x}_{0,5}$	66,5 (48,5)	77,5	1,17 (1,60)
$\tilde{x}_{0,95}$	88,5 (68,7)	94,8	1,07 (1,38)
Lognormalverteilung			
5%-Quantil	42,1 (27,0)	57,8	1,37 (2,14)
Median	65,5 (47,4)	76,8	1,17 (1,62)
95%-Quantil	89,9 (71)	100	1,11 (1,41)

Colling et al. 1991 schlagen für diesen Verhältniswert im Falle von Nadelholz $1/0,7=1,43$ vor. Dieser Wert liegt der Beziehung zwischen der charakteristischen Biegefestigkeit der Keilzinkenverbindungen und der charakteristischen Biegefestigkeit des Standardträgers in der Forschungsarbeit Ehlbeck und Colling 1992 zugrunde. Auch hier war beabsichtigt, die charakteristische Biegefestigkeit des Brettschichtholzträgers in Abhängigkeit von der Biegefestigkeit der Keilzinkenverbindungen zu formulieren.

Beim Nadelholz werden Qualitätsprüfungen an Keilzinkenverbindungen in der Regel anhand der einfach zu ermittelnden Biegefestigkeit durchgeführt. In Abhängigkeit von der Festigkeitsklasse der Lamellen sind Mindestwerte für die charakteristische Biegefestigkeit der Keilzinkenverbindungen einzuhalten. EN 1194 gibt zusätzlich auch Anforderungen an die Zugfestigkeit ermittelt nach EN 408 an. Werden solche Versuche auch zur Qualitätsprüfung von Keilzinkenverbindungen aus Buche durchgeführt, wäre eine Umrechnung zwischen der charakteristischen Zugfestigkeit und der Biegefestigkeit nach Gleichung (40) erforderlich. Darin wird der durch die unterschiedlichen Prüfmethode bedingte Festigkeitsunterschied von etwa 30 N/mm^2 , der zwischen den beiden 5%-Quantilen besteht, näherungsweise berücksichtigt.

$$f_{t,j,k,\ell=600\text{mm}} = f_{m,j,k} - 30 \quad (40)$$

6.3 Proben aus maschinell sortierten Brettern

6.3.1 Material, Methoden und Versuchsergebnisse

Um den Einfluss einer maschinellen Sortierung der Bretter auf die Keilzinkenbiegefestigkeit zu untersuchen, wurden aus den geprüften Trägern unbeschädigte Keilzinkenverbindungen ausgesägt und zu Proben verarbeitet. Dazu gab die Arbeit von Ehlbeck et al. 1984 Anstoß. Darin wurde an einem kleinen Stichprobenumfang bereits gezeigt, dass es technisch möglich ist, Keilzinkenproben aus geprüften Brettschichtholzträgern herzustellen.

Für jeden geprüften Träger lagen genaue Aufbauskißzen vor, in denen die Lage der Keilzinkenverbindungen und die Klasse der gestoßenen Bretter vermerkt war. Die aus den geprüften Versuchsträgern heraus gesägten Keilzinkenverbindungen konnten damit eindeutig der Klasse der miteinander verzinkten Bretter zugeordnet werden. Tabelle 6-4 zeigt den Umfang der Stichproben getrennt nach Klassen sowie Herkunft der Hölzer und die Querschnittsmaße. An den Proben wurde die Biegefestigkeit, die Rohdichte und die Holzfeuchte jeweils nach EN 408 und der dynamische Biege-Elastizitätsmodul bestimmt.

Bild 6-5 verdeutlicht die Beziehung zwischen der Keilzinkenbiegefestigkeit und dem dynamischen Biege-Elastizitätsmodul.

Weil der dynamische Biege-Elastizitätsmodul der Keilzinkenproben positiv mit dem dynamischen Elastizitätsmodul der Bretter korreliert ist, wird die Klassifizierung der Bretter nach Tabelle 1-2 in Bild 6-5 deutlich. Keilzinkenproben aus Brettern der Klasse 2 liegen im linken und solche der Klasse 5 im rechten Bereich des Diagramms. Die quadratische Regressionskurve mit ihren 90% Vertrauensgrenzen zeigt, dass sich sowohl der Mittelwert und das 5%-Quantil der Keilzinkenbiegefestigkeit Grenzwerten nähern. An diesen Daten wird also deutlich, dass sich die Keilzinkenbiegefestigkeit ab einem gewissen Niveau der maschinellen Sortierung nicht mehr steigern lässt. Um diese Tendenz zu verdeutlichen, ist in Bild 6-6 für jede Herkunft der Mittelwert und das 5%-Quantil der Keilzinkenbiegefestigkeit über der Klasse der verzinkten Bretter aufgetragen. Für beide Kennwerte ist keine nennenswerte Zunahme der Festigkeit ab Klasse 4 nachweisbar. Bild 6-7 hingegen zeigt, dass der dynamische Biege-Elastizitätsmodul der Proben zwischen den Klassen 4 und 5 am stärksten ansteigt. Unter Beachtung der sonst engen positiven Korrelation zwischen Elastizitätsmodul und Festigkeit erscheint dies als unerklärtes Phänomen. Eine Erklärung dafür könnte sein, dass mit zunehmender Holzqualität bzw. Elastizitätsmodul beim Biegebruch der hier untersuchten Proben häufiger Versagensformen auftraten, die auch von der Verklebung zwischen den Zinkenflanken und nicht nur von der Holzqualität abhängig sind. Eine Überprüfung dieser beiden Versagensformen gab dafür einige Hinweise. In Bild 6-8 ist die Häufigkeitsverteilung der 127 Proben der zusammengefassten Klassen 4 und 5 für alle Holzherkünfte dargestellt. Die gemeinsame Auswertung belegt eine charakteristische Keilzinkenbiegefestigkeit von 68,8 N/mm². Die 95% Vertrauensgrenzen betragen 66,5 N/mm² und 72,2 N/mm² und wurden unter der Annahme einer Normalverteilung ermittelt. Aus der angepassten Lognormalverteilung lässt sich für beide Klassen bzw. Bretter mit einem dynamischen Elastizitätsmodul > 15000 N/mm² ein 5%-Quantil von 70 N/mm² ablesen. Die statistischen Kennwerte der Biegefestigkeit, getrennt nach Klassen, sind in Tabelle A-11 und die der Holzfeuchte und Rohdichte in Tabelle A-12 zusammengestellt.

Tabelle 6-4 Umfang und Querschnittsmaße der Biegeproben

Holzherkunft Klasse der Bretter	Spessart	Nordhessen	Schönbuch	Summe
2	21	20	22	63
3	25	22	22	69
4	18	22	22	62
5	24	19	22	65
Summe	88	83	88	259
b in mm	110	100	105	
d in mm	33	29	34	

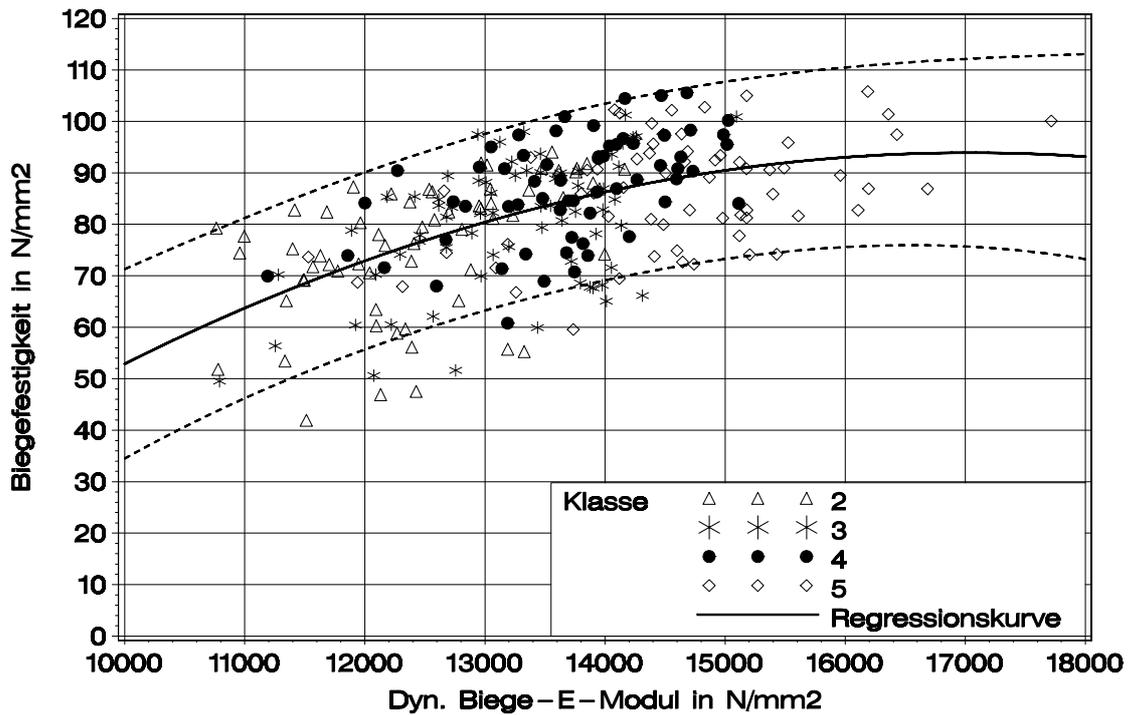


Bild 6-5 Biegefestigkeit von Keilzinkenverbindungen in Abhängigkeit vom dynamischen Biege-Elastizitätsmodul; quadratische Regressionsgerade mit 90% Vertrauensgrenzen

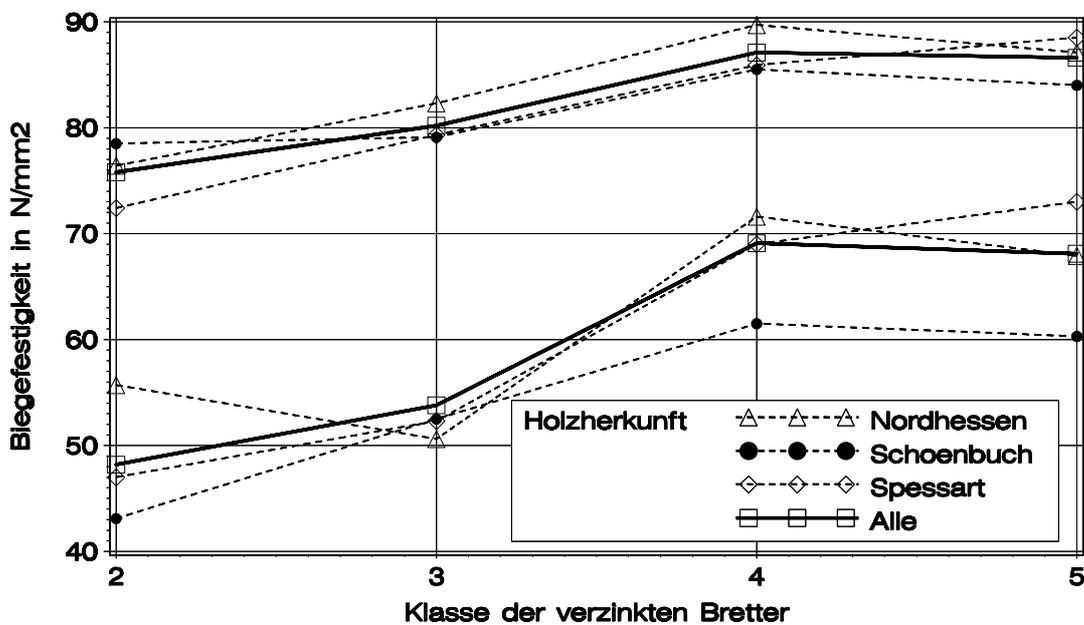


Bild 6-6 Mittelwerte (obere Linien) und 5%-Quantile (untere Linien) der Biegefestigkeit von Keilzinkenverbindungen in Abhängigkeit von der Klasse der verzinkten Bretter

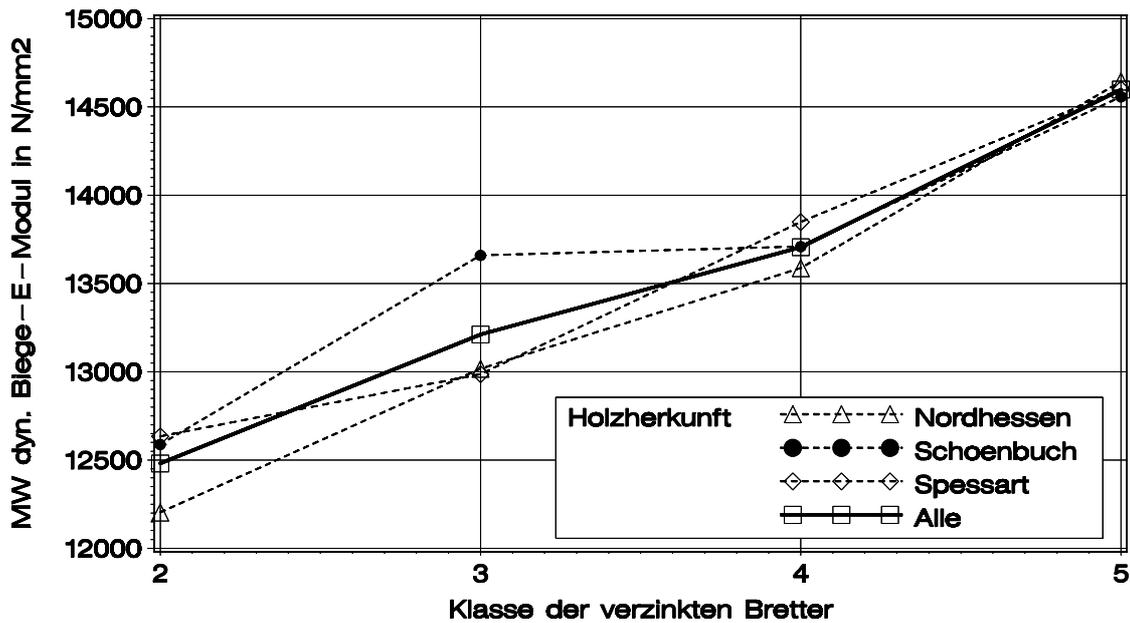


Bild 6-7 Mittelwerte des dynamischen Biege-Elastizitätsmoduls von Keilzinkenverbindungen in Abhängigkeit von der Klasse der verzinkten Bretter

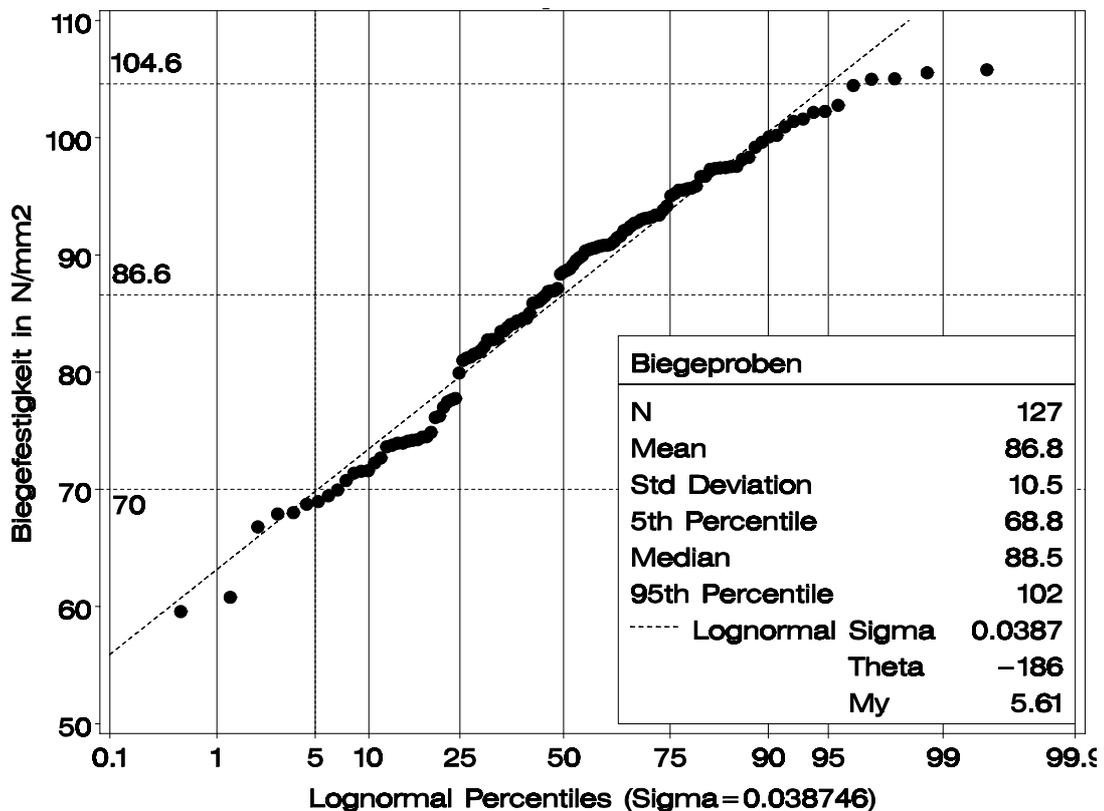


Bild 6-8 Empirische Verteilung und angepasste Lognormalverteilung der Keilzinkenbiegefestigkeit; Prüfkörper aus Brettern der Klassen 4 und 5; Erläuterung zu den horizontalen Hilfslinien unter Bild 6-3

7 Prüfung des Rechenmodells

7.1 Vereinbarungen

Das Rechenmodell wird getestet, indem die im Biegeversuch geprüften Träger bezüglich ihres Aufbaus und der Eigenschaften der verwendeten Bretter so exakt wie möglich modelliert und berechnet werden. Dabei wird nicht die Struktur eines einzelnen, individuellen im Versuch geprüften Trägers im Rechenmodell abgebildet, sondern eine Vielzahl von Trägern simuliert, die dem Aufbauprinzip der Träger einer Tragfähigkeitsklasse und Höhe entsprechen. Anhand der folgenden Kriterien, für die Ergebnisse aus den Versuchen und aus den Simulationen vorliegen, erfolgt die Überprüfung des Rechenmodells.

- Mittelwert, Standardabweichung, Minimal- und Maximalwert der Biegefestigkeit und des Biege-Elastizitätsmoduls der Träger
- 5%-Quantil der Biegefestigkeit: Es wird für die Versuchsträger aus einer angepassten Normalverteilung, s. hierzu Abschnitt 5.2.2, und für die Simulationsergebnisse verteilungsfrei bestimmt.
- Keilzinkenversagen: Hier wird die Häufigkeit des Keilzinkenversagens bei den Versuchen mit der vom Rechenmodell registrierten Häufigkeit von Rissen in Elementen mit Keilzinkenverbindungen verglichen. Vom Rechenmodell werden alle Risse in Holz- und Keilzinkenelementen bis zum Erreichen der Traglast registriert.

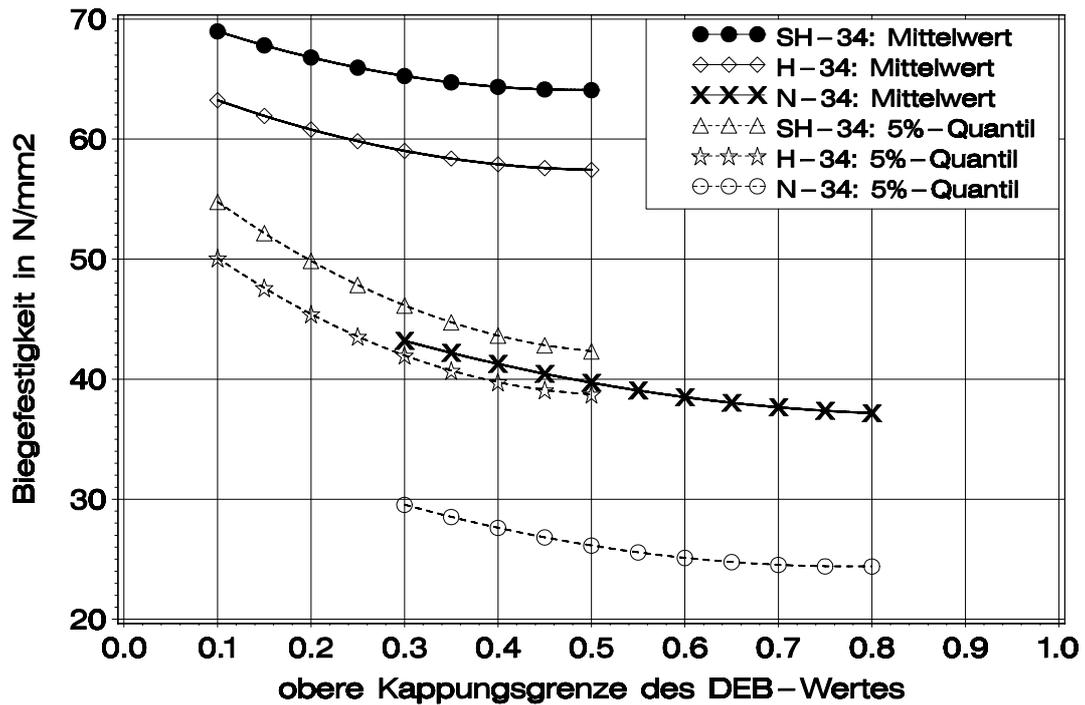
Die Versuchsträger von 340 mm und 600 mm Höhe werden anhand von jeweils 500 Berechnungen simuliert. Die 110 mm hohen Träger mit nur drei Lamellen werden nicht simuliert. Mit dem Rechenmodell ließe sich kein aussagekräftiges Ergebnis erzielen, weil bei Trägern mit nur drei Lamellen nicht die Zug-, sondern die Biegefestigkeit der Bretter von entscheidendem Einfluss auf diejenige des Trägers ist.

Die strukturellen Eigenschaften der Bretter wurden mit den entsprechenden Dichtefunktionen der Klassen 5/3, 4/2 und 1 generiert (Parameter in Tabelle A-6). Dabei ist bezüglich der Modellierung des größten DEB-Wertes zu beachten, dass zufallsbedingt die DEB-Werte in den Lamellen der Zugzone bei den Versuchsträgern der Tragfähigkeitsklassen SH und H unter einer Grenze von etwa 0,35 und bei denjenigen der Tragfähigkeitsklasse N unter etwa 0,5 lagen. Insofern sind die Betaverteilungen für den größten DEB-Wert oberhalb dieser beobachteten Grenzen unzutreffend, weil mit diesen Verteilungen auch größere Werte generiert werden, s. Bild 3-8. In einer Studie wurde daher eine obere Kappungsgrenze für den größten DEB-Wert eingeführt und diese in Schrittweiten von 0,1 variiert. Damit kann der Einfluss einer veränderlichen oberen Kappungsgrenze auf den Mittelwert und das 5%-Quantil der Biegefestigkeit von simulierten Trägern aufgezeigt werden. Bild 7-1 zeigt das Ergeb-

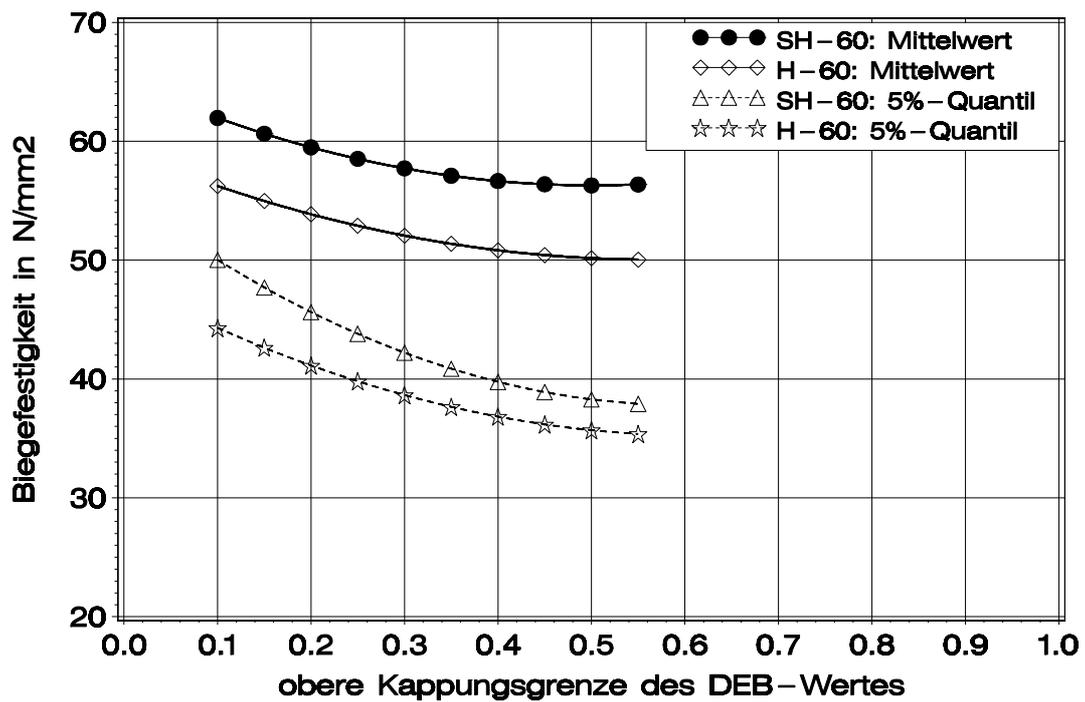
nis für alle fünf Tragfähigkeitsklassen: Der Mittelwert der simulierten Biegefestigkeit hängt oberhalb der beobachteten Grenzen von 0,35 bzw. 0,5 nur noch unwesentlich und das 5%-Quantil der Biegefestigkeit erwartungsgemäß stärker von dieser Variation ab. Um nun das 5%-Quantil der Biegefestigkeit mithilfe von Simulationen wirklichkeitsnah abzuschätzen, werden die an den Versuchsträgern nachweisbaren Grenzen von 0,35 bzw. 0,5 bei der Modellierung des größten DEB-Wertes eingehalten. Mit dieser Festlegung wird die in den folgenden zwei Abschnitten genauer dargestellte Überprüfung des Rechenmodells durchgeführt.

Versuchsträger mit Randlamellen der Klassen 6 und 7 werden nicht gezielt simuliert. Im Vergleich wird sich das lediglich beim Biege-Elastizitätsmodul geringfügig niederschlagen. Die Verteilung der Brettlänge wurde einheitlich mit der in Bild 3-4 dargestellten Lognormalverteilung modelliert. In den Tragfähigkeitsklassen SH-60 und H-60 wurden jeweils Träger aus Holz der Wuchsgebiete Nordhessen und Schönbuch zusammengefasst. Die herkunftsbedingte unterschiedliche Verteilung der Brettlänge wird daher nicht gesondert berücksichtigt. Versuchsträger der Klassen SH-60 und H-60, die mit 17 Lamellen hergestellt wurden, werden ersatzweise mit 20 Lamellen simuliert, weil das Rechenmodell nur für eine gerade Anzahl an Lamellen ausgelegt ist. Außerdem werden die Träger mit 17 und 20 Lamellen zusammengefasst.

Die Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindungen wurde nach der Regressionsgleichung (15) und den zugehörigen Residuen berechnet. Das 5%-Quantil beträgt demnach für jeweils 1000 simulierte Bretter der Klasse 5 53 N/mm^2 und der Klasse 4 48 N/mm^2 . Multipliziert man diese Werte mit dem Umrechnungsfaktor von 1,40 aus Gleichung (39), führt das auf eine theoretische charakteristische Keilzinkenbiegefestigkeit von $74,2 \text{ N/mm}^2$ bzw. $67,2 \text{ N/mm}^2$. Bei der Biegeprüfung von Keilzinkenverbindungen aus Brettern der Klassen 4 und 5 werden diese Werte nicht exakt bestätigt. Sie liegen bei $68,1 \text{ N/mm}^2$ für Bretter der Klasse 5 und bei $69,1 \text{ N/mm}^2$ für Bretter der Klasse 4. Berücksichtigt man allerdings, dass die Vertrauensgrenzen des 5% Quantils bei einem Stichprobenumfang von 62 oder 65 vergleichsweise groß sind (Tabelle A-11), erscheint es gerechtfertigt, im Rechenmodell den Festigkeitsunterschied der charakteristischen Keilzinkenbiegefestigkeit aufgrund unterschiedlicher Brettclassen zu simulieren. Aus mechanischer Sicht ist ein Festigkeitsanstieg bei besserem Holz kein Widerspruch. Der Umrechnungsfaktor von 1,40 muss nicht zwangsläufig für die Klassen 4 und 5 konstant sein. Das Verhältnis der mittleren Biegefestigkeit der Tragfähigkeitsklassen SH und H beträgt bei den 340 mm hohen Trägern $63,7/57,8 = 1,10$ und bei den 600 mm hohen Trägern $55,9/50,5 = 1,11$ (Tabelle 5-3 a). Diese Verhältnisse werden durch die Regressionsbeziehung auf dem Niveau des 5%-Quantils für die Keilzinkenbiegefestigkeit richtig wiedergegeben $74,2/67,2=1,10$.



a)



b)

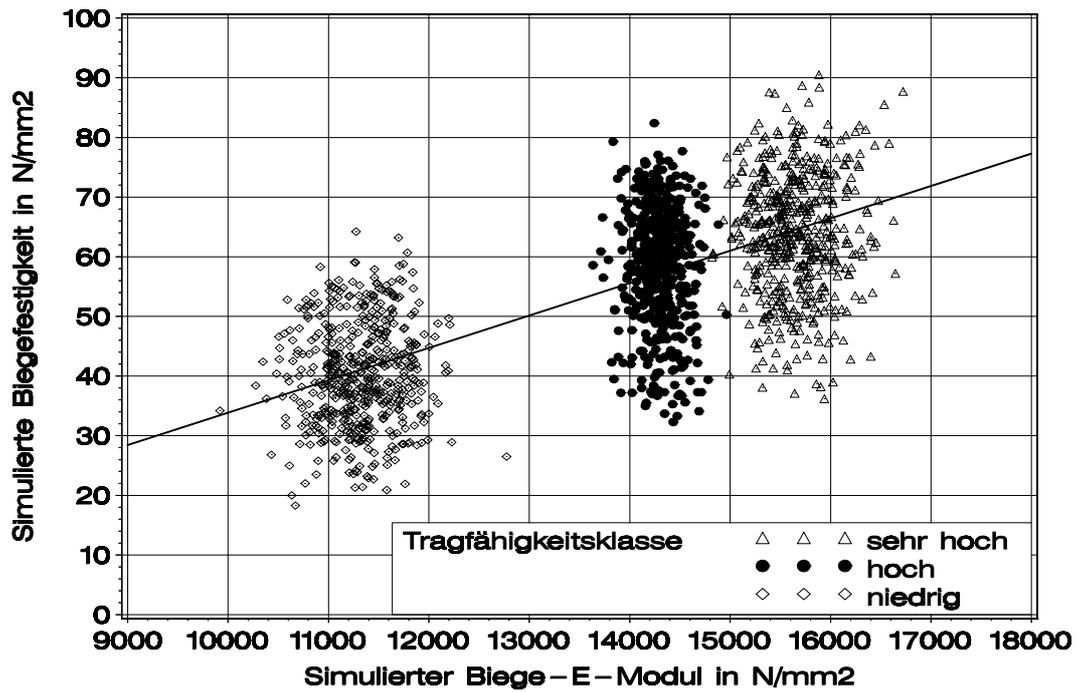
Bild 7-1 Biegefestigkeit in Abhängigkeit von der oberen Kappungsgrenze der Betaverteilung für den größten DEB-Wert; Tragfähigkeitsklassen SH-34, H-34 und N-34 (a) sowie SH-60 und H-60 (b)

7.2 Simulationsergebnisse und Vergleich mit Versuchsergebnissen

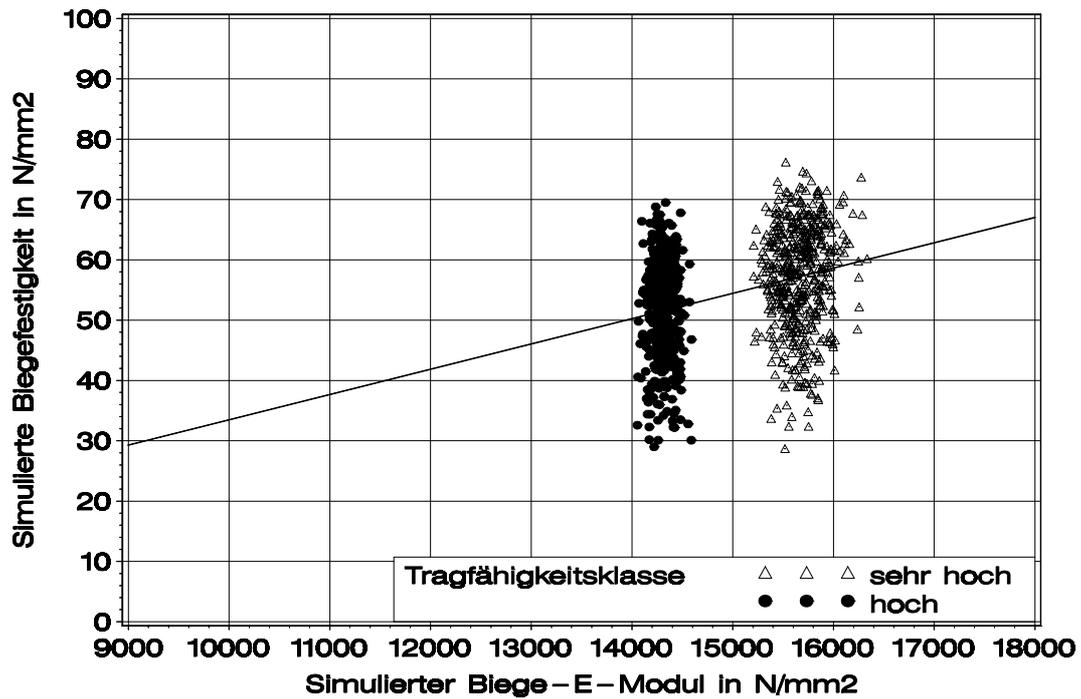
In Bild 7-2 ist die simulierte Biegefestigkeit über dem simulierten Biege-Elastizitätsmodul dargestellt. Die gemeinsame Darstellung für die Tragfähigkeitsklassen von Trägern gleicher Höhe in den Teilbildern zeigt zunächst deutlich den Einfluss der Klassifizierung der Bretter auf den Biege-Elastizitätsmodul und auf die Biegefestigkeit der Träger. Die positive Korrelation zwischen Festigkeit und Elastizitätsmodul ist offensichtlich.

Bild 7-3 zeigt den Zusammenhang zwischen der simulierten Biegefestigkeit und der Nummer des Elements, in dem vom Rechenmodell der erste Riss registriert wurde. Die Teilbilder a bis e entsprechen den Simulationsergebnissen der Kollektive SH-34, H-34, N-34, SH-60 und H-60. Für die 340 mm hohen Träger sind auf der x-Achse die Elementnummern als Abfolge der ersten drei und für die 600 mm hohen Träger der ersten fünf Lamellen aufgetragen. Die Lamellen der 340 mm hohen Träger enthalten 42 und die der 600 mm hohen 72 Elemente. Die Elementkategorie - Holz oder Keilzinkung - ist durch Symbole gekennzeichnet. Erwartungsgemäß nehmen die mittlere (gestrichelte Linie oben) sowie die charakteristische Biegefestigkeit (gestrichelte Linie unten) und der Anteil des Keilzinkenversagens innerhalb einer Trägerhöhe mit abnehmender Tragfähigkeitsklasse ab. Die vorherrschende Bedeutung der Randlamelle und der darin vorhandenen Äste sowie Keilzinkenverbindungen für die charakteristische Biegefestigkeit wird deutlich. Die Werte unterhalb des charakteristischen Werts werden ausschließlich von Beobachtungen bestimmt, die in der Randlamelle der Zugzone den ersten Riss aufweisen. Während die dickeren vertikalen Linien jeweils den Trägeranfang bzw. das Trägerende kennzeichnen, entsprechen die dünneren der Lasteinleitung in den Drittelpunkten. Erwartungsgemäß werden die Risse vorwiegend in denjenigen Elementen modelliert, die zwischen den Lasteinleitungspunkten d.h. im Bereich des maximalen Biegemoments liegen.

In Tabelle 7-1 a bis e werden die Versuchs- den Simulationsergebnissen gegenübergestellt. In der rechten Spalte ist das Verhältnis aus Simulations- und Versuchsergebnis angegeben. Gute Übereinstimmungen werden durchweg bei der mittleren Biegefestigkeit erzielt. Der Mittelwert des Biege-Elastizitätsmoduls lässt sich sehr gut bestätigen, was auf die Umrechnung zwischen statischem und dynamischem Elastizitätsmodul nach Gleichung (25) zurückzuführen ist. Davon ausgenommen ist das Kollektiv N-34. In allen Kollektiven ist die Standardabweichung der Biegefestigkeit bei den Simulationen höher als bei den Versuchen. Dementsprechend sind bei den Simulationen Minimalwerte kleiner und Maximalwerte größer. Im folgenden Abschnitt wird dazu ein Varianztest durchgeführt. Die Häufigkeit des Keilzinkenversagens wird durch die Simulationen bei allen Tragfähigkeitsklassen offensichtlich unterschätzt.



a)



b)

Bild 7-2

Biegefestigkeit in Abhängigkeit vom Biege-Elastizitätsmodul für die Simulationsrechnungen der 340 mm (a) sowie 600 mm hohen Träger (b); Regressionsgerade jeweils für alle Klassen

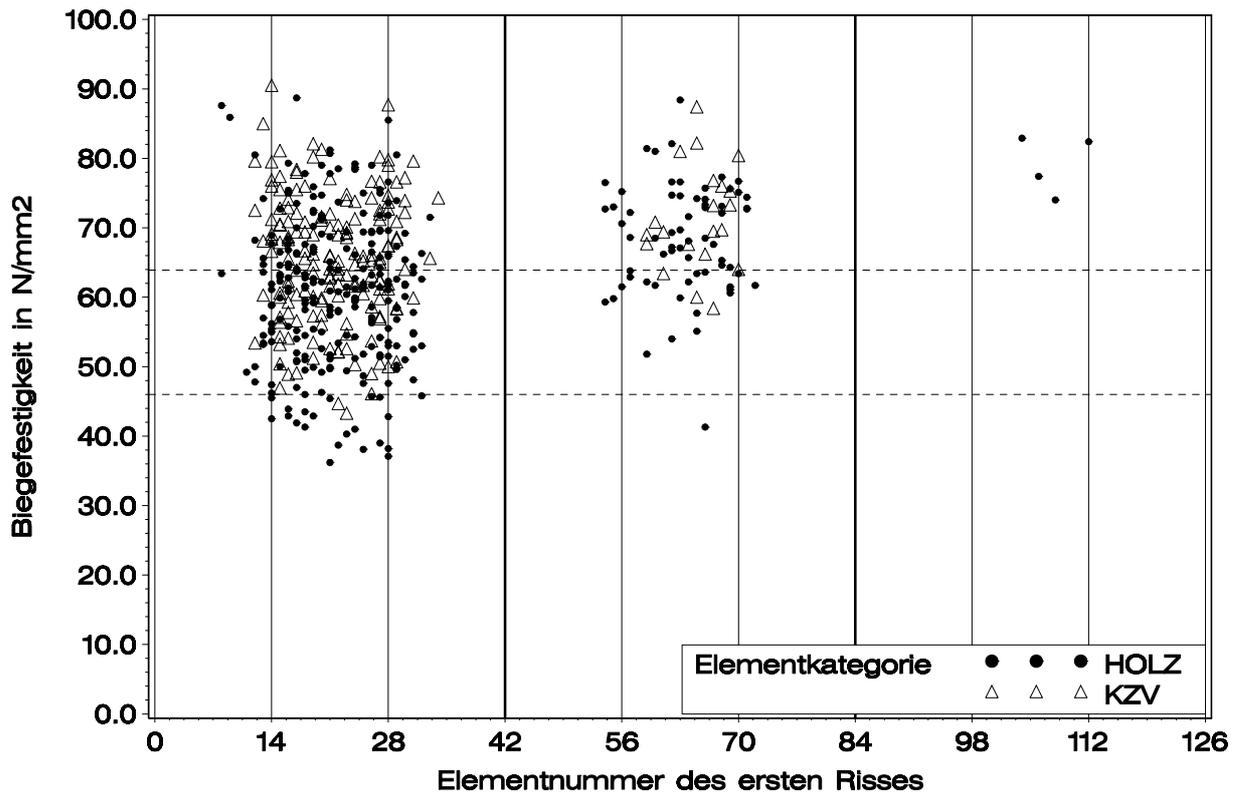


Bild 7-3 a Biegefestigkeit des simulierten Trägerkollektivs SH-34 in Abhängigkeit von der Elementnummer des ersten Risses

Tabelle 7-1 a Versuchs- und Simulationsergebnisse Kollektiv SH-34

		Versuch	Simulation	Verhältnis
Biegefestigkeit N/mm ²	n	11 ¹	500	-
	\bar{x}	63,7	63,9	1,00
	s	7,51	10,3	1,37
	$\tilde{x}_{0,05}$	51,4 ²	46,0	0,89
	min	50,4	36,2	0,72
	max	72,5	90,5	1,25
E-Modul N/mm ²	\bar{x}	15400	15700	1,02
	s	377	337	0,89
	min	14700	14800	1,01
	max	16000	16700	1,04
	KZV-Versagen	91%	35%	0,38

Fußnoten unter Tabelle 7-1 e

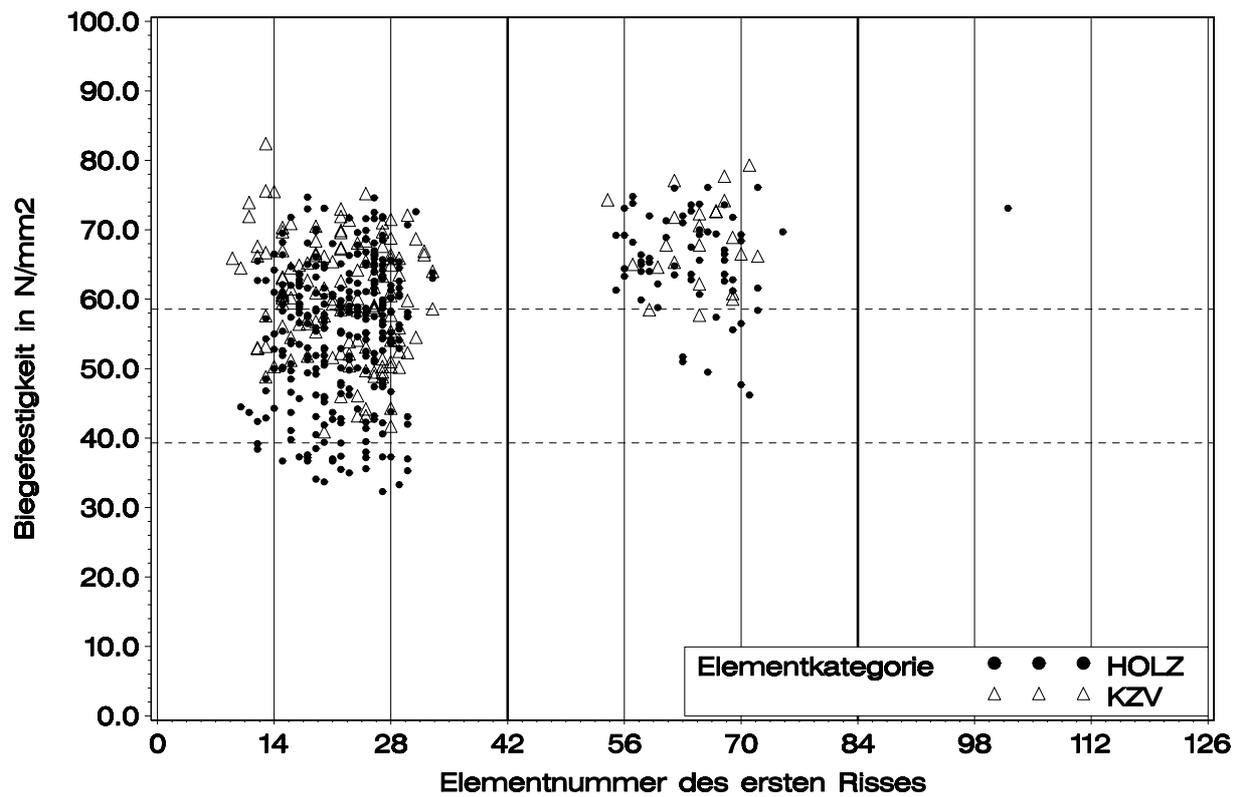


Bild 7-3 b Biegefestigkeit des simulierten Trägerkollektivs H-34 in Abhängigkeit von der Elementnummer des ersten Risses

Tabelle 7-1 b Versuchs- und Simulationsergebnisse Kollektiv H-34

		Versuch	Simulation	Verhältnis
Biegefestigkeit N/mm ²	n	12	500	-
	\bar{x}	57,8	58,6	1,01
	s	9,32	9,92	1,06
	$\tilde{x}_{0,05}$	42,5 ²	39,3	0,92
	min	46,6	32,3	0,69
	max	72,3	82,4	1,14
E-Modul N/mm ²	\bar{x}	14400	14300	0,99
	s	383	198	0,52
	min	13700	13600	0,99
	max	14800	15000	1,01
	KZV-Versagen	75%	29%	0,39
Fußnoten unter Tabelle 7-1 e				

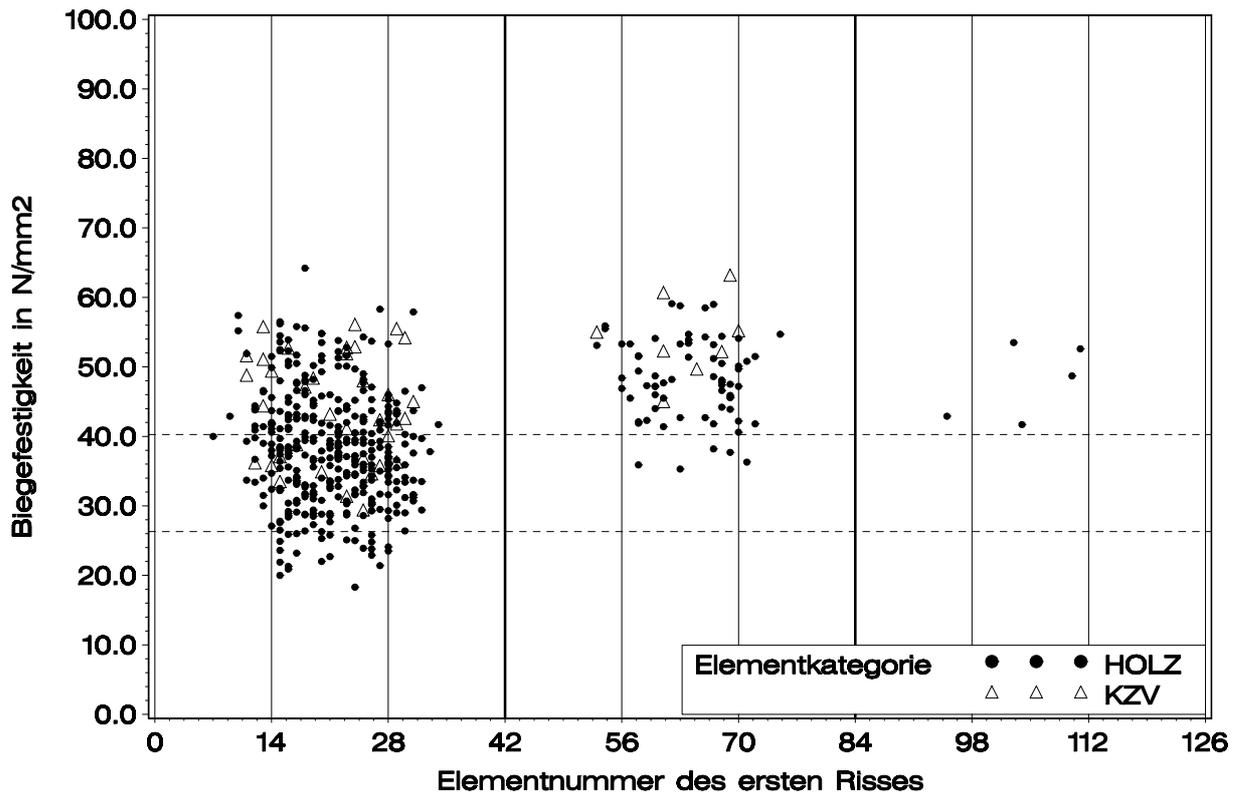


Bild 7-3 c Biegefestigkeit des simulierten Trägerkollektivs N-34 in Abhängigkeit von der Elementnummer des ersten Risses

Tabelle 7-1 c Versuchs- und Simulationsergebnisse Kollektiv N-34

		Versuch	Simulation 7	Verhältnis
Biegefestigkeit N/mm ²	n	5	500	
	\bar{x}	43,3	40,3	0,93
	s	7,25	8,70	1,20
	$\tilde{x}_{0,05}$	31,3 ²	26,3	0,84
	min	35	18,3	0,52
	max	51,7	64,2	1,24
E-Modul N/mm ²	\bar{x}	12300	11300	0,92
	s	402	376	0,94
	min	11800	9900	0,84
	max	12700	12800	1,01
	KZV-Versagen	40% ³	10%	0,25
Fußnoten unter Tabelle 7-1 e				

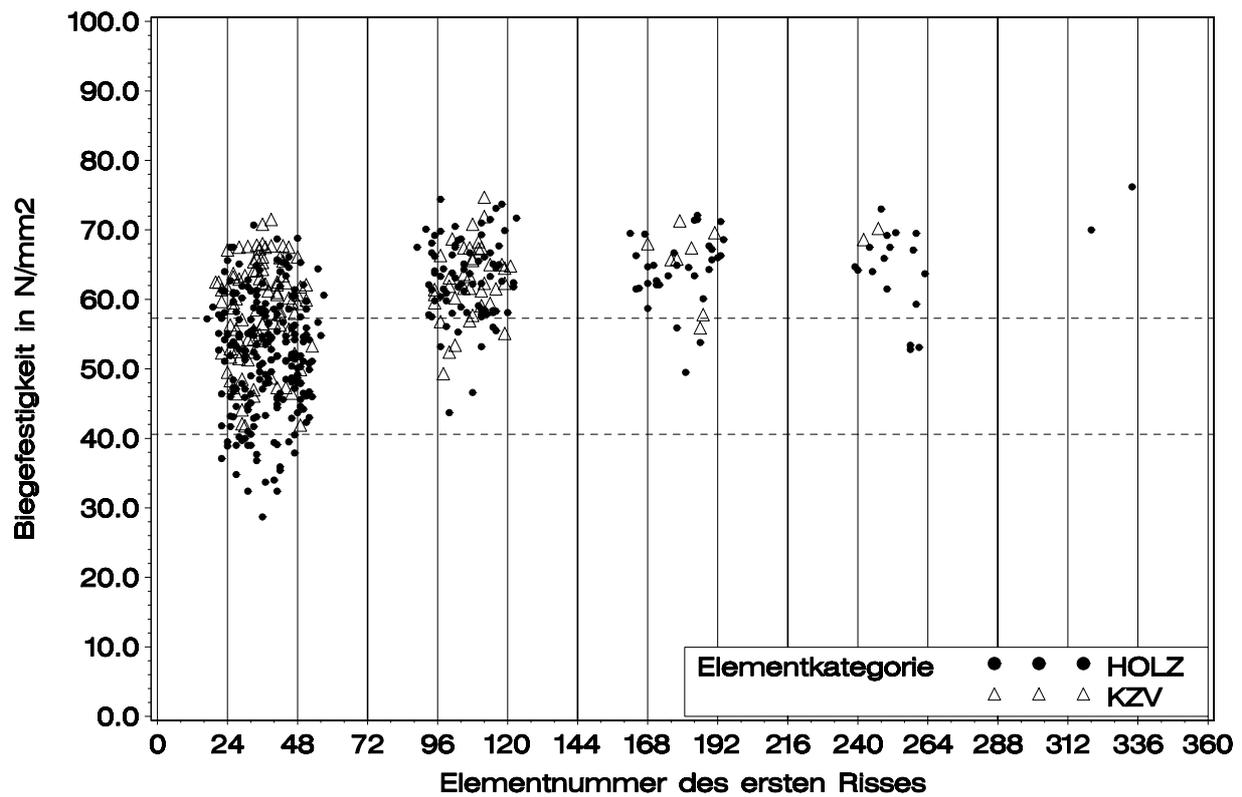


Bild 7-3 d Biegefestigkeit des simulierten Trägerkollektivs SH-60 in Abhängigkeit von der Elementnummer des ersten Risses

Tabelle 7-1 d Versuchs- und Simulationsergebnisse Kollektiv SH-60

		Versuch	Simulation	Verhältnis
Biegefestigkeit N/mm ²	n	10	500	
	\bar{x}	55,9	57,3	1,03
	s	5,78	8,82	1,52
	$\tilde{x}_{0,05}$	46,4 ²	40,6	0,88
	min	46,9	28,7	0,61
	max	67,1	76,2	1,13
E-Modul N/mm ²	\bar{x}	16000	15700	0,98
	s	799	204	0,26
	min	15100	15100	1,00
	max	17300	16300	0,94
	KZV-Versagen	70%	31%	0,44

Fußnoten unter Tabelle 7-1 e

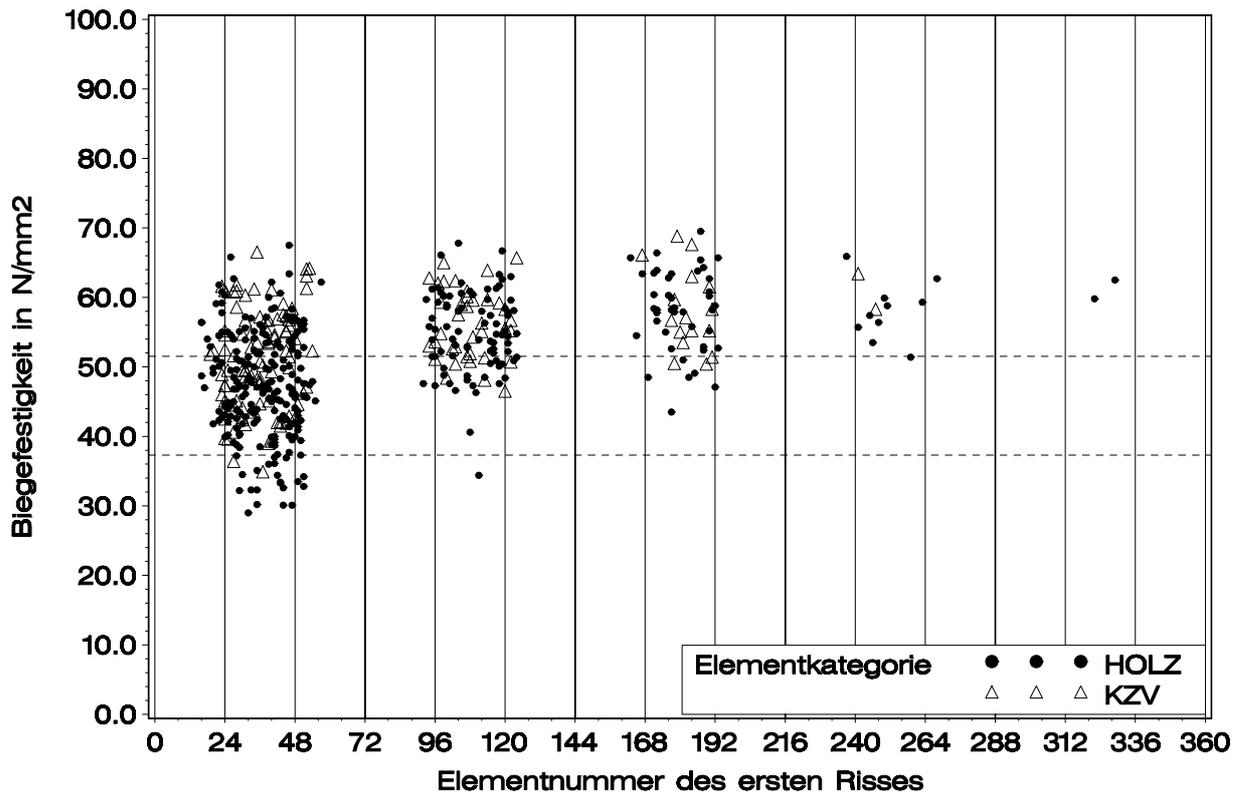


Bild 7-3 e Biegefestigkeit des simulierten Trägerkollektivs H-60 in Abhängigkeit von der Elementnummer des ersten Risses

Tabelle 7-1 e Versuchs- und Simulationsergebnisse Kollektiv H-60

		Versuch	Simulation	Verhältnis
Biegefestigkeit N/mm ²	n	8	500	
	\bar{x}	50,5	51,5	1,02
	s	5,21	8,03	1,54
	$\tilde{x}_{0,05}$	42,0 ²	37,3	0,89
	min	44,5	29,0	0,65
	max	60,7	69,5	1,15
E-Modul N/mm ²	\bar{x}	14400	14300	0,99
	s	265	94,8	0,35
	min	14000	14100	1,01
	max	14800	14600	0,99
	KZV-Versagen	50%	27%	0,54
¹ ein Versuch ausgeschlossen ² aus angepasster Normalverteilung ³ zwei Versuche mit mangelhaften Keilzinkenverbindungen				

7.3 Test für Varianzen

Der Vergleich zwischen den Versuchs- und Simulationsergebnissen in Tabelle 7-1 bezüglich der Biegefestigkeit machte deutlich, dass in den beiden oberen Tragfähigkeitsklassen beim Mittelwert durchweg gute Übereinstimmung besteht. Die Verhältnisse liegen zwischen 1,00 und 1,03. Die Wahrscheinlichkeit, dass alle 4 Verhältnisse nur zufällig nahe bei eins liegen, ist vergleichsweise klein. Insofern lässt sich die Annahme, dass die Mittelwerte aus den Versuchen mit denjenigen aus dem Rechenmodell übereinstimmen, nicht widerlegen.

Bei der Standardabweichung liegen die Verhältnisse in allen Tragfähigkeitsklassen jedoch zwischen 1,06 und 1,54. In Anbetracht dieser zum Teil großen Abweichungen soll die Annahme getestet werden, ob die Varianzen aus den Versuchswerten den Gesamtheitsvarianzen entsprechen. Das Testverfahren findet sich z.B. in Hartung et al. 2002. Es wird zunächst angenommen, dass die mit dem Rechenmodell für jedes Kollektiv ermittelten Biegefestigkeiten mit μ und σ normalverteilt sind und jeweils der Grundgesamtheit entsprechen. Die entsprechenden Quantile-Quantile-Plots sind im Bild A-10 dargestellt. Zum Niveau $\alpha = 5\%$ wird zweiseitig getestet mit der Nullhypothese (41). Da die Testgröße innerhalb der kritischen Werte der χ^2 -Verteilung liegt (Tabelle 7-2), kann die Annahme, dass die Varianzen übereinstimmen, nicht verworfen werden. Es ist allerdings auffällig, dass alle fünf Verhältnisse für die Standardabweichung größer eins sind. Die Wahrscheinlichkeit, dass alle Verhältnisse zufällig größer eins sind, beträgt nur $0,5^5 = 1/32$. Insofern liegt kein signifikanter Hinweis dafür vor, dass im Rechenmodell die Streuung der Biegefestigkeit im Vergleich mit den Versuchswerten zu gering abgeschätzt wird. Man darf also annehmen, dass eine Abschätzung der Standardabweichung für die Biegefestigkeit mithilfe des Rechenmodells auf der sicheren Seite liegt. Folgerichtig betragen die Kleinstwerte der Biegefestigkeit aus den Simulationen höchstens 72% der kleinsten Versuchswerte.

$$H_0 : s^2 = \sigma^2 \quad (41)$$

Tabelle 7-2 Parameter für den zweiseitigen Test

Klasse	n	μ N/mm ²	σ N/mm ²	$\chi^2_{n-1;\alpha/2}$	$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{\sigma^2}$	$\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}$
SH-34	11	63,9	10,3	3,25	< 5,38 <	20,5
H-34	12	58,6	9,92	3,82	< 9,75 <	21,9
N-34	5	40,3	8,70	0,484	< 3,38 <	11,1
SH-60	10	57,3	8,82	2,70	< 4,12 <	19,0
H-60	8	51,5	8,03	1,69	< 3,06 <	16,0

7.4 Plastisches Verhalten in der Druckzone

Im Abschnitt 5.2 wurde allein anhand der Lastverformungskurven in Bild 5-3 abgeschätzt, dass in den Tragfähigkeitsklassen SH und H für beide Trägerhöhen von 340 mm und 600 mm nennenswerte plastische Effekte im Brettschichtholzträger erst oberhalb einer rechnerischen Randspannung von etwa 50 N/mm^2 wirksam werden. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass in der Last-Weg-Messung neben plastischen Dehnungen, die in der Druckzone in Faserrichtung wirksam sind, auch kleine nichtlineare Verformungsanteile aus der Schubverformung eines Trägers, aus der Lasteinleitung im Bereich der konzentrierten Einzellasten sowie der Auflager und aus der Verformung des Prüfrahmens möglicherweise enthalten sind.

Mit der Annahme, dass die nichtlineare Beziehung zwischen der rechnerischen Randspannung und dem gemessenen Weg allein durch die plastischen Dehnungen in der Druckzone bedingt ist, lässt sich die oben gemachte Abschätzung auch mit dem Rechenmodell bestätigen. Bei den Simulationsrechnungen aus Abschnitt 7.2 wird für die fünf Kollektive für jede einzelne Berechnung jeweils die kleinste plastische Dehnung in Faserrichtung in der Druckzone bestimmt. Dazu wird im Traglastzustand vom Rechenmodell die plastische Dehnung im Elementschwerpunkt aller Elemente der Druckzone ausgegeben und daraus der kleinste Wert ermittelt. In Bild 7-4 a bis e ist die rechnerische Biegefestigkeit über diesem Wert für jede einzelne Simulationsrechnung dargestellt. In den fünf Diagrammen sind der Mittelwert (oben) und das 5%-Quantil (unten), die aus Tabelle 7-1 a bis e bereits bekannt sind, durch horizontale Hilfslinien gekennzeichnet. Aus der Darstellung wird deutlich, dass bis zum Erreichen der rechnerischen Biegefestigkeit eines Trägers die kleinste plastische Dehnung $-1,5\%$ beträgt. Alle weiteren plastischen Dehnungen in den übrigen Elementen der Druckzone liegen zwischen $-1,5\%$ und Null. Bei etwa 98% der Berechnungen der Kollektive SH-34 sowie H-34 und bei allen Berechnungen der Kollektive N-34, SH-60 sowie H-60 liegen die plastischen Dehnungen über -1% . Insofern ist die Annahme idealer Elastoplastizität in der Druckzone nur eingeschränkt zutreffend, weil die im Versuch messbaren Druckspannungen bei einer plastischen Dehnung von -1% nur noch etwa 80% von der Druckfestigkeit betragen und dieser Festigkeitsabfall bei idealer Elastoplastizität nicht abgebildet wird. Unterhalb des 5%-Quantils sind in der Druckzone praktisch keine plastischen Effekte nachweisbar. Bei den Kollektiven SH und H zeigt sich, dass nennenswerte plastische Dehnungen erst oberhalb von etwa 50 N/mm^2 auftreten. Das deckt sich mit der Beobachtung an den wirklichen Versuchsträgern. Insofern ist das 5%-Quantil der Biegefestigkeit, soweit es unter 50 N/mm^2 liegt, weitgehend unabhängig vom Verlauf der nichtlinearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Holzes oberhalb der Bruchdehnung.

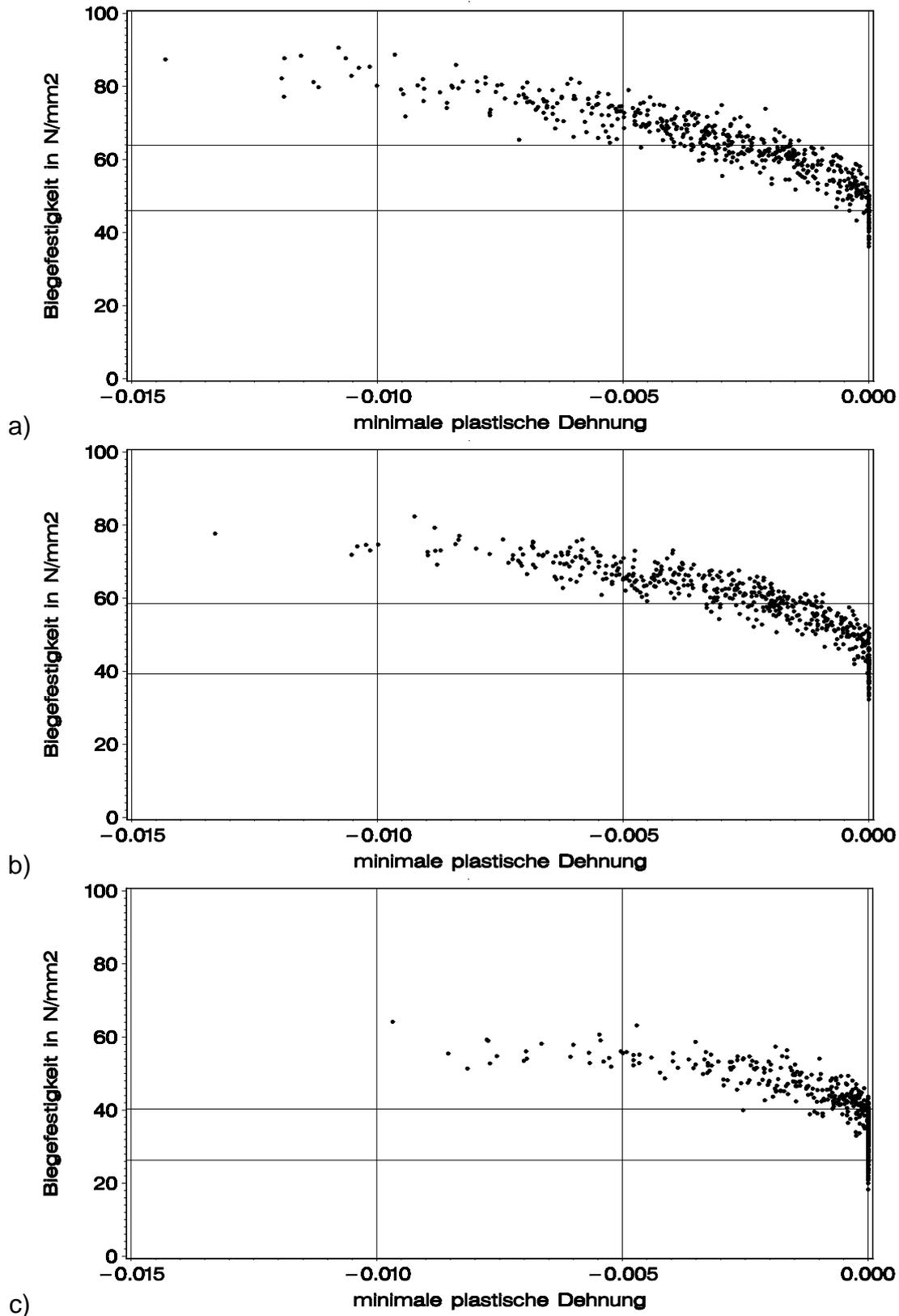


Bild 7-4

Rechnerische Biegefestigkeit über der kleinsten plastischen Dehnung eines Elements in der Druckzone; Simulationsrechnungen der Kollektive SH-34 (a), H-34 (b) und N-34 (c); Mittelwert oben 5%-Quantil unten

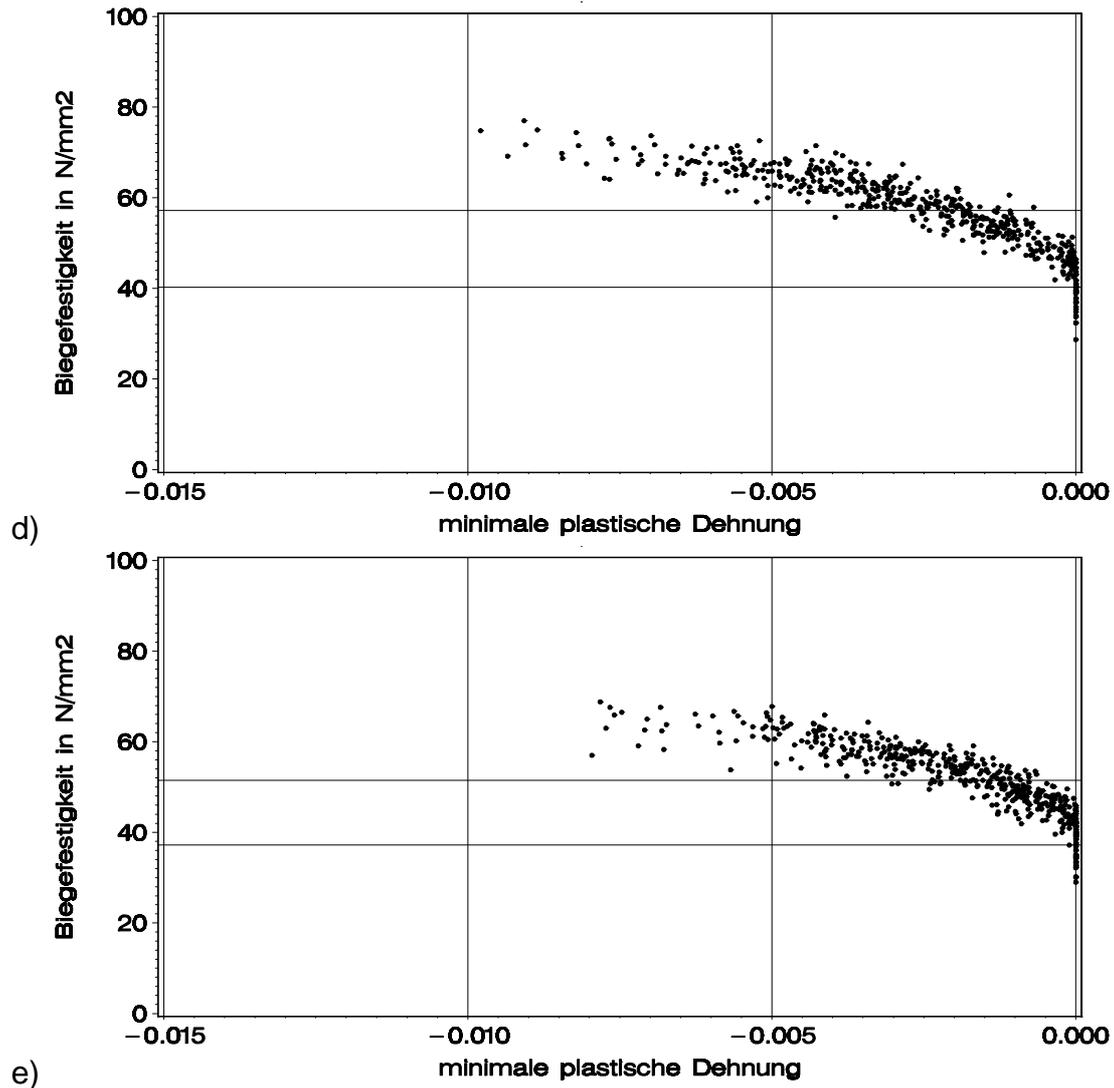


Bild 7-4 (Forts.) Rechnerische Biegefestigkeit über der kleinsten plastischen Dehnung eines Elements in der Druckzone; Simulationsrechnungen der Kollektive SH-60 (d) und H-60 (e); Mittelwert oben 5%-Quantil unten

Anders verhält es sich beim Mittelwert der Biegefestigkeit. Er wird vom plastischen Verhalten des Holzes deutlich beeinflusst. Die gute Übereinstimmung zwischen den Mittelwerten aus den Trägerversuchen und den Simulationsrechnungen hängt folglich auch vom modellierten Verlauf der Arbeitslinie oberhalb der Bruchdehnung ab. Eine weitere bedeutsame Maßzahl zur Darstellung der plastischen Effekte in der Druckzone ist die Arbeit, die in den Elementen der Druckzone infolge der plastischen Dehnungen in Faserrichtung im Traglastzustand eines Trägers geleistet wurde (dissipierte Energie). Sie lässt sich nach Gleichung (42) mit dem Rechenmodell auf einfache Weise berechnen. Die im Mittel bei einer Simulationsrechnung dissipierte

Energie und die Extremwerte sind jeweils für die fünf Kollektive in Tabelle 7-3 zusammengestellt.

Es kann anhand von Bild 7-4 und Tabelle 7-3 zusammengefasst werden: Der Betrag der kleinsten plastischen Dehnung nimmt bei den 600 mm hohen Trägern im Vergleich mit den 340 mm hohen Trägern deutlich ab. Die Modellierung von Brettern der Klasse 5 als Randlamellen in den Kollektiven SH verursacht bei beiden Trägerhöhen größere plastische Effekte als die Verwendung von Brettern der Klasse 4 in den Kollektiven H. Beide Beobachtungen sind bedingt durch die hohe Biegezugfestigkeit bei niedrigen Trägern bzw. Trägern mit hochwertigen Randlamellen. Bezogen auf das Trägervolumen beträgt die dissipierte Energie in der Druckzone bei den 600 mm hohen Trägern nur einen Bruchteil von derjenigen bei den 340 mm hohen Trägern.

$$W_{\text{diss,c}} = \sum_{i=1}^{n_E} \varepsilon_i^p \cdot f_{c,i} \cdot V_E \quad (42)$$

mit n_E = Anzahl der Elemente in der Druckzone

Tabelle 7-3 Mittel- und Extremwerte der Arbeit, die in den Elementen der Druckzone aufgrund der plastischen Dehnungen in Faserrichtung im Traglastzustand eines Trägers geleistet wurde (dissipierte Energie); Auswertung der Simulationsrechnungen aus Abschnitt 7.2

Simuliertes Kollektiv	Anzahl der Simulationen	$W_{\text{diss,c}}$ in MNm		
		\bar{x}	min	max
SH-34	500	$6,87 \cdot 10^{-4}$	0	$5,67 \cdot 10^{-3}$
H-34	500	$4,78 \cdot 10^{-4}$	0	$3,94 \cdot 10^{-3}$
N-34	500	$0,75 \cdot 10^{-4}$	0	$1,62 \cdot 10^{-3}$
SH-60	500	$7,62 \cdot 10^{-4}$	0	$5,57 \cdot 10^{-3}$
H-60	500	$3,87 \cdot 10^{-4}$	0	$2,98 \cdot 10^{-3}$

7.5 Zusammenfassung

Bild 7-5 zeigt abschließend eine vergleichende Gegenüberstellung der Festigkeitswerte aus den Trägerversuchen und der dazugehörigen Simulationsergebnisse. Die Darstellung belegt, dass die Versuchsergebnisse weitgehend innerhalb der Spanne Mittelwert \pm Standardabweichung der Simulationsrechnungen liegen. Die Abnahme der Biegefestigkeit mit zunehmender Trägerhöhe wird in den Simulationsrechnungen richtig wiedergegeben. Bezüglich der Abnahme der Biegefestigkeit aufgrund der unterschiedlichen Klassen der Randlamellen in den einzelnen Tragfähigkeitsklassen der Träger besteht zwischen den Versuchs- und Simulationsrechnungen Übereinstimmung. Es darf angenommen werden, dass im Rechenmodell die Standardabweichung der Biegefestigkeit größer ausfällt als in Wirklichkeit. Die Simulationsergebnisse lägen demzufolge auf der sicheren Seite.

Das Ausreißen des Versuchswerts mit einer Biegefestigkeit von nur $32,7 \text{ N/mm}^2$ in der Tragfähigkeitsklasse SH-34 ist auf eine offensichtlich unzureichende Verklebung einer Keilzinkenverbindung in der Randlamelle zurückzuführen. Solche Ereignisse werden im Rechenmodell nicht reproduziert, weil dafür kein ausreichendes Datenmaterial zur Verfügung steht. Es bleibt daher, auf die große Bedeutung von ordnungsgemäß produzierten Keilzinkenverbindungen hinsichtlich einer hohen charakteristischen Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche hinzuweisen.

Die Häufigkeit des Keilzinkenversagens lässt sich mit dem Rechenmodell nicht zutreffend ermitteln. Ursachen dafür sind beim Rechenmodell unter Umständen die konsistente Berechnung von allen Rissen in der Zugzone bis zum Erreichen der Traglast. Diese Form der Lastumlagerung kann beim wirklichen Trägerversuch nicht beobachtet werden und wird sich auch nicht so abspielen. Hinzu kommt die bis zum Bruch lineare Spannungs-Dehnungsbeziehung für die Elemente in der Zugzone, die das wirkliche Materialverhalten nur unterhalb der Proportionalitätsgrenze annähernd richtig beschreibt. In diesem Zusammenhang stößt die Modellierung an ihre Grenzen.

Ausgehend von der experimentellen maschinellen Sortierung von Buchenbrettern nach Tabelle 1-2 wurden in der Arbeit bis hier zwei unterschiedliche und unabhängige Vorgehensweisen verfolgt, um die charakteristische Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche aufzuzeigen: Biegeversuche an Trägern aus klassifizierten Buchenbrettern einerseits und theoretische Tragfähigkeitsberechnungen an modellierten Versuchsträgern andererseits. Die wirklichkeitsnahe Abbildung der Versuchsträger und des Versuchs war dabei wesentlicher Bestandteil der Arbeit. Da die beiden Vorgehensweisen zu einem weitgehend übereinstimmenden Ergebnis führen, soll das Rechenmodell zur Festigkeits- und Steifigkeitsvorhersage von Brettschichtholz aus Buche auch für weitere von Tabelle 1-2 abweichende Sortierungen anwendbar sein.

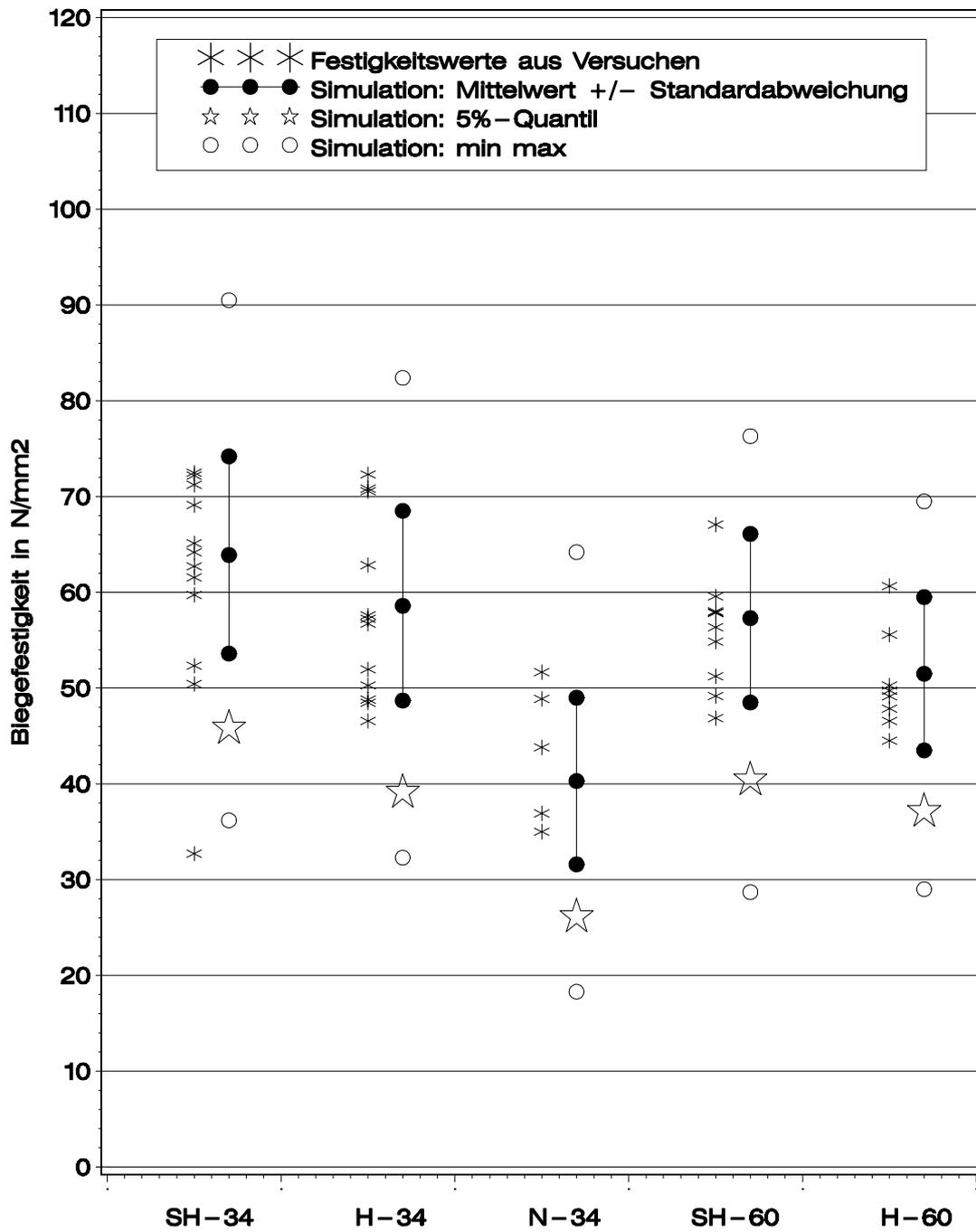


Bild 7-5 Biegefestigkeit der Versuchsträger gruppiert nach Tragfähigkeitsklasse und zugehörige Simulationsergebnisse

8 Ermittlung der allgemeinen Bemessungsgleichung

8.1 Vorgehensweise

Zwischen der charakteristischen Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche und der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter sowie Keilzinkenverbindungen besteht nun bekanntermaßen ein enger funktionaler Zusammenhang. Um diesen mithilfe einer multiplen Regressionsrechnung nachzuweisen, wird nur das Rechenmodell eingesetzt. Mit zahlreichen Simulationsrechnungen von Trägern aus Brettern unterschiedlicher Sortierungen wird ein Datensatz erzeugt, in dem die Werte der Biegefestigkeit des Brettschichtholzes zunächst von den Sortierungen und einer variablen Keilzinkenzugfestigkeit, die in den Simulationen schrittweise angehoben wird, abhängen. Den Sortierungen werden dann konkrete charakteristische Zugfestigkeiten der Bretter zugewiesen. Anhand dieser Daten wird zunächst der Laminierungseffekt aufgezeigt. Die allgemeine Bemessungsgleichung wird hergeleitet, indem die charakteristische Biegefestigkeit der Träger als Reaktionsvariable und die charakteristische Zugfestigkeit der Bretter sowie Keilzinkenverbindungen als erklärende Variablen in einer Regressionsrechnung modelliert werden. Die simulierten Träger besitzen 20 Lamellen und eine Höhe von 600 mm. Damit sind ihre simulierten Festigkeitswerte auf die übliche Referenzhöhe von 600 mm bei einer Stützweite von 18 h bezogen.

8.2 Ursachen des Laminierungseffekts

Der Laminierungseffekt wird im Schrifttum in drei einzelne Effekte unterteilt.

1. In der Zugzone eines Brettschichtholzträgers beteiligen sich je nach Trägerhöhe grundsätzlich mehrere Lamellen an der Aufnahme der Biegenormalspannungen. Insofern kann die Zugzone bei hohen Trägern im unteren Bereich als Parallelsystem für ein Zugtragglied betrachtet werden, dessen Versagenswahrscheinlichkeit nicht nur von einer einzigen, sondern von mehreren Lamellen abhängig ist. Dieses Parallelsystem bietet die Möglichkeit, dass weniger feste Lamellenabschnitte durch benachbarte entlastet werden.
2. Die Behinderung der seitlichen Verformung der Lamellen in Richtung der Breite oder Dicke durch den Verbund im Brettschichtholzträger führt zu einer günstigeren Beanspruchung in Bereichen mit beispielsweise exzentrischen Ästen als im Zugversuch nach EN 408, bei dem neben der Zugbeanspruchung noch Biegespannungen aufgrund der seitlichen Verformung wirksam sind.
3. Wenn beispielsweise ein konstantes Verhältnis zwischen Trägerhöhe und Trägerlänge vorausgesetzt wird, beobachtet man eine Zunahme der Biegefestigkeit mit abnehmender Trägerhöhe. Das ist auf die sinkende Wahrscheinlichkeit zurückzuführen, dass eine Schwachstelle der Bretter im Bereich des Momenten-Maximums in den

Randlamellen vorhanden ist. Dieser Bereich beschränkt sich versuchsbedingt etwa auf ein Drittel der Stützweite. Dieser Teileffekt wird auch als Volumen- oder Höheneffekt bezeichnet.

8.3 Weitere Sortiermodelle

Mit dem Rechenmodell wurde bislang gezeigt, dass die Sortierung in die Klassen 5 bzw. 4 unter Einhaltung einer Grenze von 0,35 für den DEB-Wert bei 600 mm hohen Trägern zu einem 5%-Quantil der Biegefestigkeit von 40,6 N/mm² bzw. 37,3 N/mm² führt (vgl. Abschnitt 7.1 und Tabelle 7-1 d und e). Um höhere charakteristische Biegefestigkeiten zu erreichen, ist eine schärfere Sortierung nach der Ästigkeit angezeigt. In Bild 7-1 wurde dazu der Einfluss einer variablen Grenze für den DEB-Wert deutlich. Die Wirksamkeit einer visuellen oder kombinierten maschinellen und visuellen Sortierung ist damit bei Brettschichtholz aus Buche offensichtlich.

Mit diesem Ansatz wurden die Sortiermodelle in Tabelle 8-1 entwickelt, um gezielt den Einfluss der Zugfestigkeit der Bretter auf die Biegefestigkeit der Brettschichtholzträger nachzuweisen. Zum einen sind dabei nur Grenzwerte für Äste in Anlehnung an DIN 4074-5 zu berücksichtigen, was eine schnelle Einführung bei den Brettschichtholzherstellern begünstigen könnte. Zum anderen werden zwei kombinierte maschinelle und visuelle Verfahren vorgeschlagen, welche die Herstellung von Brettschichtholzträgern mit hoher Biegefestigkeit ermöglichen. Die sieben Sortierung und die statistische Auswertung in Tabelle A-13 wurde mithilfe der Daten für die strukturellen Eigenschaften der 1888 Bretter aus Abschnitt 3.2 vorgenommen. Eine Darstellung der Parameter für deren theoretische Verteilungsfunktionen, die im Rechenmodell zur Simulation der strukturellen Eigenschaften verwendet werden, ist entbehrlich.

Tabelle 8-1 Sortiermodelle, Kriterien und deren Grenzwerte sowie charakteristische Zugfestigkeit der Bretter

Modell	Ästigkeit	E-Modul N/mm ²	$f_{t,l,k,sim}$ N/mm ²	Differenz N/mm ²	Vergütung
LS7	$0,33 < DEB \leq 0,80$	-	17	+6	niedrig
LS10/a	$0,20 < DEB \leq 0,33$	-	23	+6	
LS10/b	$DEB \leq 0,33$	-	29	+5	
LS13/a	$DEB \leq 0,20$	-	34	+4	mittel
LS13/b	$DEB \leq 0,042^2$	-	38	+8	
MS/a ¹	$DEB \leq 0,20$	$15000 < E_{dyn}$	46	+8	hoch
MS/b ¹	$DEB \leq 0,042^2$	$15000 < E_{dyn}$	54	-	

¹ für die Kernlamellen dieser Modelle gilt: $14000 < E_{dyn} \leq 15000$ und $DEB \leq 0,50$
² entspricht einem Ast mit zwei Astmaßen a zu jeweils 5 mm in einem 120 mm breiten Brett

Die grundsätzlichen Einflüsse einer maschinellen Sortierung auf diese Parameter wurden im Abschnitt 3 bereits deutlich gemacht. Mit dem Simulationsprogramm des Rechenmodells wurden für jede Sortierung etwa 2400 Bretter simuliert und die kleinste Zugfestigkeit der Holzelemente von 150 mm Länge für jedes Brett bestimmt. Das verteilungsfrei ermittelte 5%-Quantil der kleinsten Zugfestigkeit im Brett ist in Spalte 4 der Tabelle 8-1 angegeben. Aufgrund der unterschiedlich strengen Grenzwerte für die Kriterien der Sortiermodelle ergab sich, wie beabsichtigt, eine weite Spanne von 17 N/mm² bis 54 N/mm² in Schrittweiten zwischen 4 bis 8 N/mm² für diese simulierte charakteristische Zugfestigkeit. Mit diesen Festigkeitswerten kann theoretisch eine Ablösung von den Sortiermodellen stattfinden. Diese stellen zunächst ein Hilfsmittel dar, um wirklichkeitsnah variable Wertepaare für die charakteristische Biegefestigkeit der Träger und die charakteristische Zugfestigkeit der Bretter für die Regressionsrechnung zu ermitteln. Generell sollte jedes visuelle oder maschinelle Sortierverfahren mit nachgewiesenem Einfluss auf die Zugfestigkeit der Bretter angewendet werden können, um Brettmaterial für Brettschichtholz aus Buche zu klassifizieren.

Um zunächst das Maß der Vergütung bei den unterschiedlichen Modellen zu veranschaulichen, sind in Bild 8-1 beispielhaft der Zug-Elastizitätsmodul und die Zugfestigkeit aller Holzelemente der etwa 2400 Bretter für die Modelle LS7 und MS/b gegenübergestellt. Die zweigipfeligen Häufigkeitsverteilungen des Zug-Elastizitätsmoduls und vor allem der Zugfestigkeit des Modells LS7 erklären sich einerseits durch wenige Holzelemente, die mit großen Ästen behaftet sind - kleine Werte im linken Hügel - und andererseits durch zahlreiche astfreie Holzelemente - große Werte im rechten Hügel. Diese Häufigkeitsverteilungen lassen eine niedrige Vergütung und vorab einen hohen Laminierungseffekt aufgrund der Entlastung weniger fester Elemente durch darüber oder darunter liegende steifere und festere Elemente im Brettschichtholzträger erwarten. Zahlenmäßig sind hier wesentlich mehr „starke“ als „schwache“ Elemente vorhanden. Eine hohe Vergütung wird durch die Häufigkeitsverteilungen der mechanischen Eigenschaften in Bild 8-1 für das Sortiermodell MS/b verdeutlicht. Im Vergleich mit dem Sortiermodell LS7 ist der Variationskoeffizient beim Zug-Elastizitätsmodul von 23 % auf 9,2 % und bei der Zugfestigkeit von 39 % auf 22 % bei gleichzeitig steigenden Mittelwerten gesunken. Die hohe Vergütung wird sich in einem geringeren Laminierungseffekt niederschlagen. Siehe hierzu auch Colling und Falk 1993 oder Falk und Colling 1995. Auf eine Darstellung der Häufigkeitsverteilungen für alle Sortiermodelle wird verzichtet, weil die vergleichende Gegenüberstellung der beiden Extrema in Bild 8-1 die unterschiedlichen Vergütungen am Besten verdeutlicht. Ersatzweise sind in Tabelle 8-2 die von oben nach unten sinkenden Variationskoeffizienten für alle Modelle angegeben, welche die zunehmende Vergütung mit steigender Anforderung an die Sortierung belegen.

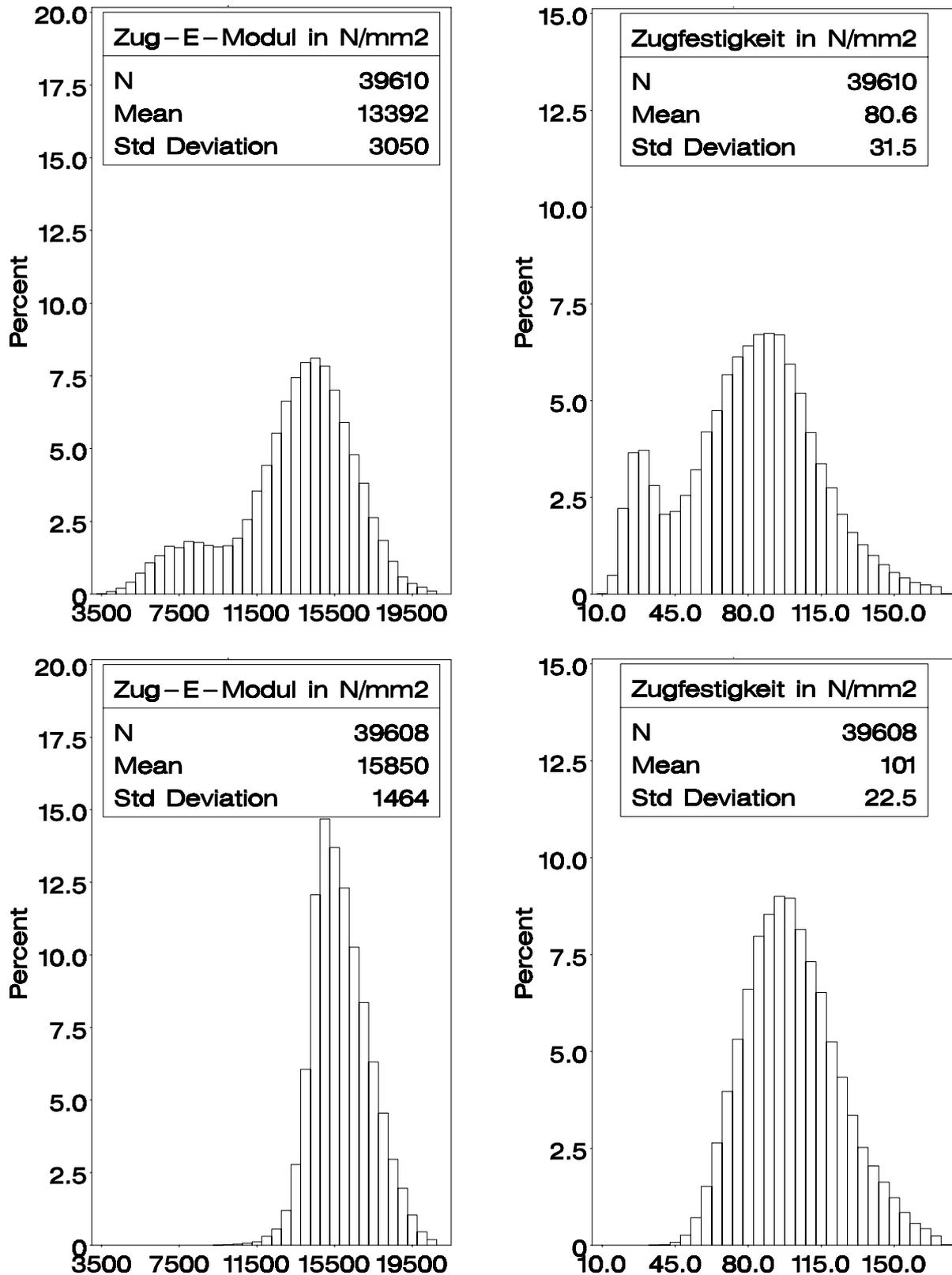


Bild 8-1 Zug-Elastizitätsmodul und Zugfestigkeit der Holzelemente von etwa 2400 simulierten Brettern; Sortiermodell LS7 (oben) und MS/b (unten)

Tabelle 8-2 Mittelwerte und Variationskoeffizienten für den Zug-Elastizitätsmodul und die Zugfestigkeit von Elementen aus etwa 2400 simulierten Brettern je Sortiermodell

Modell	Zug-Elastizitätsmodul		Zugfestigkeit	
	\bar{x} N/mm ²	v %	\bar{x} N/mm ²	v %
LS7	13400	23	80,6	39
LS10/a	13700	18	82,0	35
LS10/b	14200	16	87,9	30
LS13/a	14300	15	88,2	28
LS13/b	14400	15	89,6	27
MS/a	15800	9,6	101	24
MS/b	15900	9,2	101	22
Versuchsdaten ¹	13300	25	75,4	47

¹ Plausibilitätsvergleich mit den experimentellen Daten der Holzforschung München

8.4 Laminierungseffekte bei simulierten Brettschichtholzträgern

Der im folgenden Abschnitt diskutierte Laminierungseffekt bezieht sich ausschließlich auf die Entlastung weniger fester Elemente durch den Verbund im Brettschichtholzträger. Der Effekt - bedingt durch die Behinderung der seitlichen Verformung - ist in der simulierten Zugfestigkeit bereits enthalten. Die Umrechnung in charakteristische Zugfestigkeiten gemäß EN 408 wird im Abschnitt 8.4.2 durchgeführt. Aufgrund der konstanten Höhe der simulierten Träger von 600 mm, die der allgemeinen Referenzhöhe von Brettschichtholz entspricht, wird der Laminierungsfaktor bezüglich der Höhe zu 1,0 festgesetzt. Der Einfluss einer von 600 mm abweichenden Trägerhöhe wird später in Abschnitt 8.4.4 diskutiert.

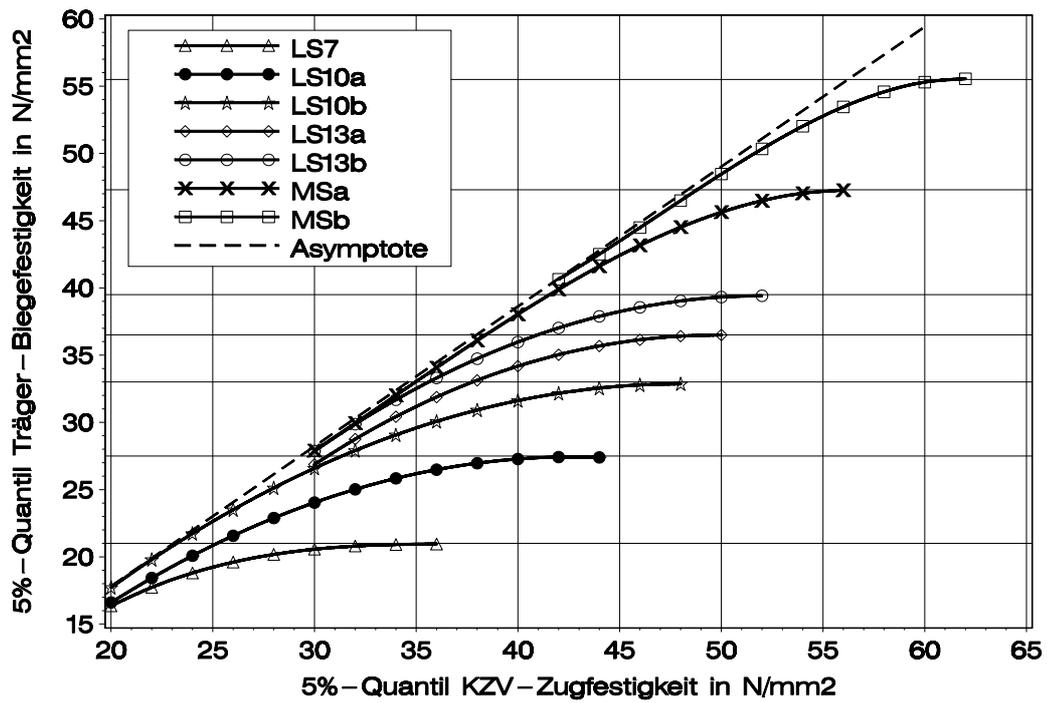
8.4.1 Der Laminierungseffekt auf dem Niveau der simulierten charakteristischen Zugfestigkeit von Holz- und Keilzinkenelementen

Bild 8-2 a zeigt für die 7 Sortiermodelle den Anstieg der charakteristischen Biegefestigkeit, wenn die charakteristische Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindungen schrittweise angehoben wird. Aus diesen Kurven kann die maximale charakteristische Biegefestigkeit der Träger abgelesen werden, die nur noch von der Qualität der Bretter abhängig ist. Jedes weitere Anheben der Keilzinkenzugfestigkeit lässt die mittlere Biegefestigkeit noch geringfügig ansteigen (Bild 8-2 b) und reduziert dann nur noch den Anteil an Keilzinkenversagen (Bild 8-3). Das Erreichen der charakteristischen Endfestigkeit erklärt sich dadurch, dass in dem unteren 5%-Quantil der Biegefestig-

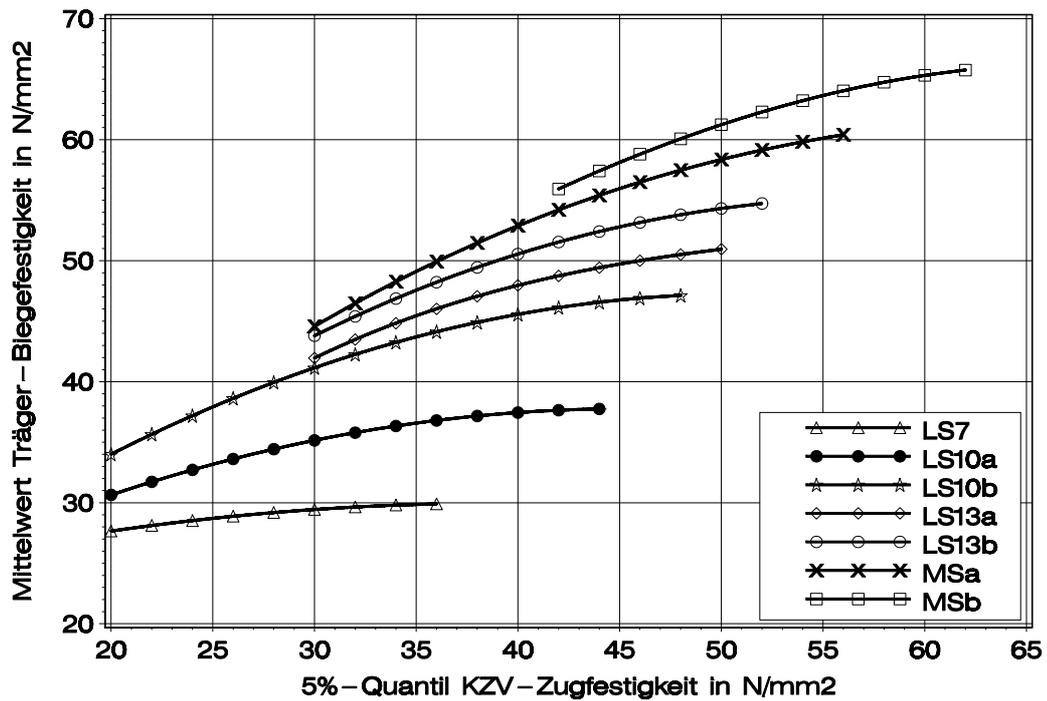
keitswerte keine Träger mehr mit Keilzinkenversagen beobachtet werden. In Bild 8-2 a ist gestrichelt ein linearer Zusammenhang zwischen der charakteristischen Biegefestigkeit der Träger und der charakteristischen Keilzinkenzugfestigkeit dargestellt. Dieser Zusammenhang ist unabhängig vom Sortiermodell bzw. von der Holzqualität solange gültig, bis die Kurven einen nichtlinearen Verlauf annehmen und von dieser Asymptote abweichen. Das bedeutet beispielsweise, dass eine charakteristische Keilzinkenzugfestigkeit von 30 N/mm^2 bei den Modellen LS13/b, MS/a und MS/b immer zu einer Biegefestigkeit von etwa 28 Nmm^2 führt. Die Beschreibung der charakteristischen Biegefestigkeit der Träger kann insofern in drei Bereiche unterteilt werden:

- Linear abhängig von der charakteristischen Keilzinkenzugfestigkeit
- Je nach Sortiermodell nichtlinear abhängig von der charakteristischen Keilzinken zugfestigkeit
- Konstante Endfestigkeit abhängig vom Sortiermodell

Aus den Kurven in Bild 8-3 kann für die 7 Sortiermodelle der Anteil an Keilzinkenversagen abgelesen werden. Dieser Anteil beschreibt das Verhältnis von gerissenen Keilzinken- zu allen Rissen von Holz- und Keilzinkenelementen. Damit kann abgeschätzt werden, inwieweit eine charakteristische Keilzinken zugfestigkeit mit der Holzqualität harmoniert. Hilfsweise ist der Anteil von 50%, der als Idealfall gelten kann, hervorgehoben. In Tabelle 8-3 sind für den Idealfall die Quotienten von charakteristischer simulierter Keilzinken zugfestigkeit geteilt durch charakteristische simulierte Zugfestigkeit der Bretter angegeben. Die Quotienten machen deutlich, dass im Falle von größeren Ästen bei den Modellen LS7 bis LS13/a Keilzinkenelemente eine um 10 bis 12% höhere Festigkeit aufweisen müssen, um den Idealfall zu gewährleisten. Bei weitgehend astfreien Brettern der Modelle LS13/b bis MS/b wird davon abweichend der Idealfall durch etwa gleiche Festigkeitswerte erfüllt. Diese Einschätzungen decken sich mit den Untersuchungen von Glos et al. 2004. Sie konnten in ihrer Arbeit zum Festigkeits- und Steifigkeitsverhalten von Buchenlamellen zeigen, dass das Verhältnis aus Elastizitätsmodul geteilt durch Festigkeit bei Keilzinkenabschnitten im Mittel höher ist als bei Brettabschnitten. Insofern sind im Brettschicht-holzträger keilgezinkte Abschnitte höheren Spannungen ausgesetzt als Brettabschnitte, was bei der Festlegung von Anforderungen an die charakteristische Festigkeit von Keilzinkenverbindungen zu berücksichtigen ist.



a)



b)

Bild 8-2

Charakteristische Biegefestigkeit (a) und Mittelwert der Biegefestigkeit (b) von simulierten Brettschichtholzträgern in Abhängigkeit von der charakteristischen Keilzinkenzugfestigkeit

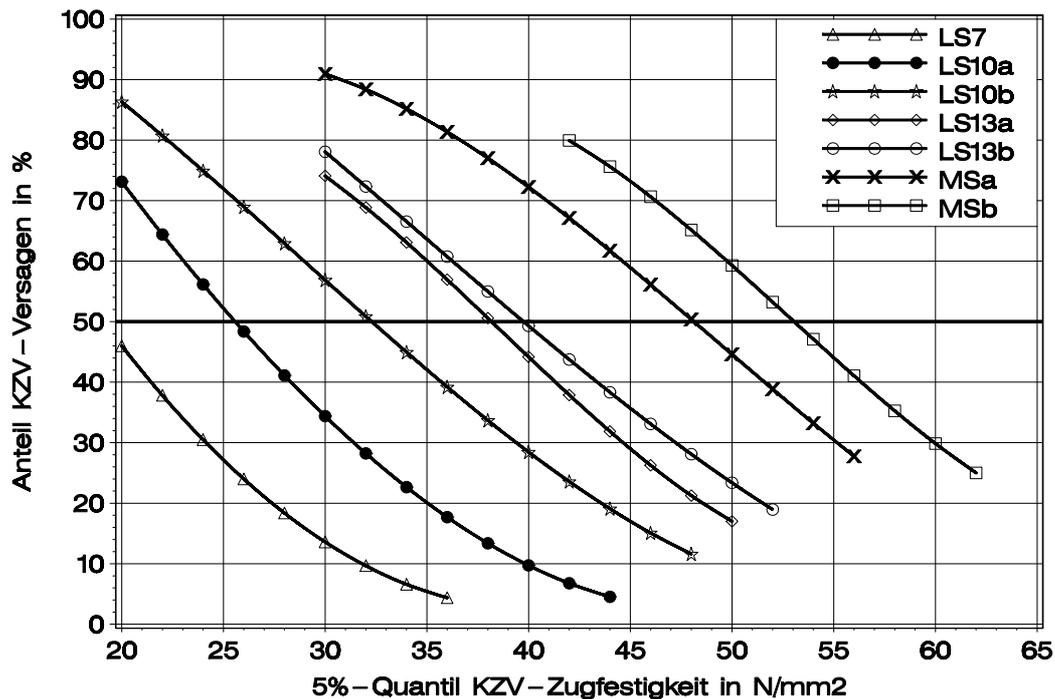


Bild 8-3 Anteil des Keilzinkenversagens bei simulierten Brettschichtholzträgern in Abhängigkeit von der charakteristischen Keilzinkenzugfestigkeit

Tabelle 8-3 Verhältnis von charakteristischer simulierter Keilzinkenzugfestigkeit geteilt durch charakteristische simulierte Zugfestigkeit der Bretter

Modell	$f_{t,\ell,k,sim}$ N/mm ²	$f_{t,j,k,sim}$ N/mm ²	$\eta = \frac{f_{t,j,k,sim}}{f_{t,\ell,k,sim}}$
LS7	17	19	1,12
LS10/a	23	25,5	1,11
LS10/b	29	32	1,10
LS13/a	34	38	1,12
LS13/b	38	39,5	1,04
MS/a	46	48	1,04
MS/b	54	53	0,98

In Tabelle 8-4 ist der Laminierungsfaktor ausgedrückt als Quotient aus der Endfestigkeit der Träger – diese ist jeweils durch horizontale Hilfslinien in Bild 8-2 a gekennzeichnet - und charakteristischer Zugfestigkeit der Bretter aufgeführt. Wie erwartet, nimmt der Laminierungsfaktor mit steigender Qualität der Bretter ab und beträgt beim Sortiermodell MS/b lediglich 1,03. Ein Laminierungseffekt ist hier fast nicht mehr

nachweisbar. Das ist nicht weiter erstaunlich, weil mit zunehmender Einschränkung der Spanne der Ästigkeit und des Elastizitätsmoduls die Entlastung weniger fester und weniger steifer Elemente nur noch eingeschränkt möglich ist. Bild 8-4 zeigt unabhängig von den Sortiermodellen nun den Verlauf des Laminierungsfaktors in Abhängigkeit von der charakteristischen simulierten Zugfestigkeit der Bretter. Die Wertepaare der Tabelle 8-4 lassen sich durch eine geeignete Interpolationskurve mit kubischem Ansatz schlüssig miteinander verbinden. Demzufolge konsolidiert sich der Faktor auf einem Niveau von 1,03 nahe bei 1,00.

Tabelle 8-4 Laminierungsfaktor $\lambda_{k,sim}$ für unendlich hohe KZV-Zugfestigkeit

Modell	$f_{t,\ell,k,sim}$ N/mm ²	$f_{m,g,k,max}$ N/mm ²	$\lambda_{k,sim} = \frac{f_{m,g,k,max}}{f_{t,\ell,k,sim}}$
LS7	17	21	1,235
LS10/a	23	27,5	1,196
LS10/b	29	33	1,138
LS13/a	34	36,5	1,074
LS13/b	38	39,5	1,039
MS/a	46	47,3	1,028
MS/b	54	55,5	1,028

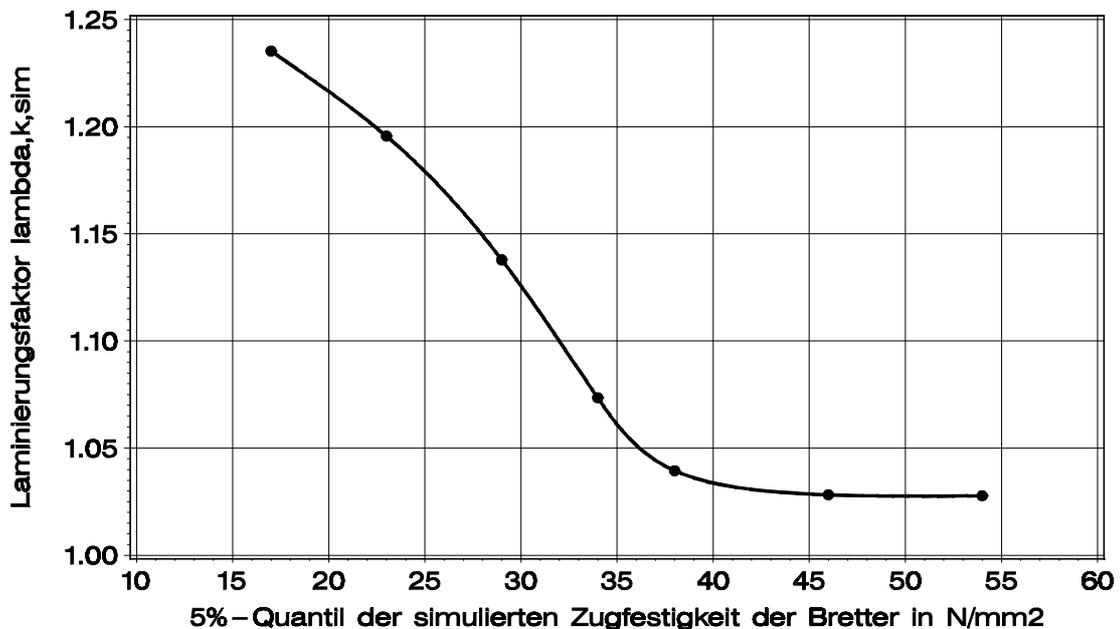


Bild 8-4 Laminierungsfaktor $\lambda_{k,sim}$ in Abhängigkeit von der charakteristischen simulierten Zugfestigkeit der Bretter

In der Finite-Elemente-Berechnung ist die Traglast erreicht, wenn im Schwerpunkt eines Elements der Randlamelle die Zugfestigkeit erreicht wird. Es soll daran erinnert werden, dass aus der Traglast mit der Beziehung M/W die Biegerandspannung berechnet wird. Im Abschnitt 7.2 wurde deutlich, dass das 5%-Quantil der Biegefestigkeit fast ausschließlich durch Versuchsträger bestimmt wird, die den ersten und letzten Riss in einem Holz- oder Keilzinkenelement der Randlamelle aufweisen. Insofern lassen sich 5% des Laminierungsfaktors $\lambda_{k,sim}$ grundsätzlich durch Gleichung (43) hier mit $n = 20$ Lamellen erklären.

$$\frac{N}{N-1} = \frac{20}{20-1} = 1,05 \quad (43)$$

Diese rein mechanische Überlegung unterstellt allerdings, dass die um 5% höhere Biegerandspannung in der Randlamelle bei Trägern mit 20 Lamellen im Vergleich zur Zugspannung im Schwerpunkt der Randlamelle auch wirklich aufgenommen werden kann, was hier nicht angezweifelt wird, weil im Element das Gleichgewicht zwischen den Zugspannungen mit linear veränderlichem oder konstantem Verlauf erfüllt ist. Aus den Daten der Simulationsrechnungen werden mithilfe einer multiplen Regressionsrechnung die Bestimmungsgleichungen für die Berechnung der charakteristischen Biegefestigkeit (44) und der mittleren Biegefestigkeit (45) von Brettschichholzträgern ermittelt. In diesen Gleichung beziehen sich die Festigkeitswerte noch auf 150 mm lange Elemente. Die Korrelationskoeffizienten betragen in beiden Fällen 0,99. Die Diagramme in Bild A-11 a und b verdeutlichen den engen linearen Zusammenhang zwischen den simulierten Werten und den Vorhersagewerten. Insofern kann die charakteristische sowie mittlere Biegefestigkeit der Träger erschöpfend in Abhängigkeit von der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter und der Keilzinkenverbindungen beschrieben werden.

$$f_{m,g,k} = -2,09 + 0,913 \cdot f_{t,j,k,sim} - 0,0202 \cdot f_{t,j,k,sim}^2 - 0,0128 \cdot f_{t,\ell,k,sim}^2 + 0,0344 \cdot f_{t,j,k,sim} \cdot f_{t,\ell,k,sim} \quad (44)$$

$$f_{m,g,m} = 4,76 + 1,36 \cdot f_{t,\ell,k,sim} - 0,0168 \cdot f_{t,\ell,k,sim}^2 + 0,0112 \cdot f_{t,j,k,sim} \cdot f_{t,\ell,k,sim} \quad (45)$$

Ebenso wird für den Anteil des Keilzinkenversagens Gleichung (46) ermittelt. Der Korrelationskoeffizient beträgt hier 0,98 (Bild A-11 c).

$$\eta_{crack,j} = 62 - 2,49 \cdot f_{t,j,k,sim} + 2,31 \cdot f_{t,\ell,k,sim} \quad (46)$$

Die Einheiten in den Gleichungen (44) bis (46) sind: N/mm^2 für Festigkeitswerte und % für den Anteil des Keilzinkenversagens

8.4.2 Der Laminierungseffekt auf dem Niveau der charakteristischen Zugfestigkeit und der charakteristischen Biegefestigkeit von Keilzinkenverbindungen nach EN 408

Gleichung (44) wird abschließend umgeformt, so dass die charakteristische Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern aus Buche in Abhängigkeit von der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter nach EN 408 und der charakteristischen Biegefestigkeit der Keilzinken aus einer Flachkantbiegeprüfung mit 15-h Stützweite formuliert werden kann, s. Gleichung (2). Damit soll möglich sein, die charakteristische Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern in Abhängigkeit von jeder beliebigen Kombination aus Festigkeitsklasse, der eine charakteristische Zugfestigkeit zugeordnet ist, und produktionsbedingter charakteristischer Biegefestigkeit der Keilzinkenverbindungen zu berechnen. Das führt auf die allgemeine Bemessungsgleichung, die sich in ähnlicher Form bei Brettschichtholz aus Nadelholz durchgesetzt hat. Das hängt nicht zuletzt damit zusammen, dass die charakteristische Zugfestigkeit der Bretter und die charakteristische Biegefestigkeit der Keilzinkenverbindungen hinsichtlich der Bestimmung von Festigkeitswerten geeignet sind, um Holz- und Keilzinkenqualität im Sinne einer Güteüberwachung zu erfassen.

Der Umrechnung zwischen charakteristischer Zugfestigkeit nach EN 408 und derjenigen von 150 mm langen Brettelementen liegt die einfache Überlegung zu Grunde, dass sich die Prüfmethode bei fehlerbehafteten Brettern stärker auf die gemessene Festigkeit auswirkt als bei fehlerfreien. Die Zugprüfung mit behinderter seitlicher Verformung wird an einem stark fehlerbehafteten Brettelement einen deutlich höheren Festigkeitswert zur Folge haben als eine Zugprüfung nach EN 408, vgl. hierzu Colling und Falk 1993. Theoretisch würde man bei einem fehlerfreien Brett und homogenen Eigenschaften mit beiden Prüfmethoden die gleiche Zugfestigkeit messen. Bild 8-5 zeigt nun die Annahme eines linearen Zusammenhangs - Gleichung (47) - zwischen den Zugfestigkeiten der unterschiedlichen Prüfmethoden. Die darin eingezeichneten Schnittpunkte, zwischen denen die Funktionsgerade verläuft, wurden wie folgt bestimmt: Für die von Glos und Lederer 2000 durchgeführten 219 Zugversuche an Buchenlamellen nach EN 408 wird das 5%- und 95%-Quantil der Zugfestigkeit verteilungsfrei bestimmt. Bei diesen Zugversuchen wurde in der Regel die Stelle mit der größten Ästigkeit in den Prüfbereich gelegt. Von den 330 Brettern, an denen von der Holzforschung München Zugversuche an 150 mm langen Abschnitten durchgeführt wurden, werden nur diejenigen Zugversuche berücksichtigt, bei denen die Stelle der größten Ästigkeit im Brett geprüft wurde. Damit wird die augenscheinlich größte Schwachstelle ausgewertet und eine Vergleichbarkeit mit den 219 Versuchen nach EN 408 weitgehend ermöglicht. Das führt auf 185 Zugversuche, für die ebenso das 5%- und 95%-Quantil ermittelt wird. Indem die Festigkeitswerte aus den unterschied-

lichen Prüfmethode über das 5%- und 95%-Quantil hilfsweise gekoppelt werden, lässt sich der Einfluss der Prüfmethode auf die Zugfestigkeit näherungsweise abschätzen. Die entsprechenden statistischen Kennwerte und die Grenzen für das Verhältnis k_{test} zwischen den Zugfestigkeiten sind in Tabelle 8-5 zusammengestellt. Das in Abschnitt 6.2.2 ermittelte Verhältnis k_{test} von 1,47 im Falle von Keilzinkenverbindungen stützt die hier getroffenen Annahmen. Oberhalb einer Zugfestigkeit von Brettelelementen von 218 N/mm² verliert Gleichung (47) ihre Gültigkeit. Die Zugfestigkeit nach EN 408 wäre dann höher als die von Brettelelementen. Das ist aus mechanischer Sicht ein Widerspruch, der jedoch in Wirklichkeit nicht zum Tragen kommt, weil Zugfestigkeiten (Biegefestigkeiten) über 180 (220) N/mm² bei Buche nicht beobachtet werden (Kollmann 1982).

Ein funktionaler Zusammenhang zwischen den Zugfestigkeiten aus den zwei Prüfmethode, beispielsweise aus einer Regressionsrechnung, lässt sich prinzipiell nicht herleiten, weil an einem Brettabschnitt nur ein zerstörender Zugversuch vorgenommen werden kann. Eine genauere Ermittlung einer Beziehung, welche den Einfluss der Prüfmethode auf die Festigkeit beschreibt, ist kompliziert und würde an sich umfangreiche Untersuchungen erfordern. Da es sich bei den Festigkeitswerten um 5%-Quantilen handelt, müsste auch der Einfluss der Sortiermethode auf den Umrechnungsfaktor k_{test} berücksichtigt werden. Derart weit reichende Untersuchungen sollten im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht gemacht werden. Anhaltswerte für Umrechnungsfaktoren bei Nadelholz aus dem Schrifttum finden sich in Tabelle A-14. Die Gültigkeit für Mittelwert oder 5%-Quantil ist darin durch ein x gekennzeichnet.

$$f_{t,\ell,k} = -8,088 + 1,037 \cdot f_{t,\ell,k,\text{sim}} \quad (47)$$

In Gleichung (47) sind die Festigkeitswerte in N/mm² einzusetzen.

Tabelle 8-5 Ermittlung des Umrechnungsfaktors k_{test}

	Zugversuche nach EN 408 N/mm ²	Zugversuche an 150 mm langen Brettelelementen N/mm ²	Verhältnis k_{test}
n	219	185	-
\bar{x}	48,7	57,1	1,17
s	22,6	27,9	-
min	11,3	11,2	-
max	117,2	138,8	-
Koordinaten der Schnittpunkte			
$\tilde{x}_{0,05}$	16,7	23,9	1,43
$\tilde{x}_{0,95}$	106	110	1,04

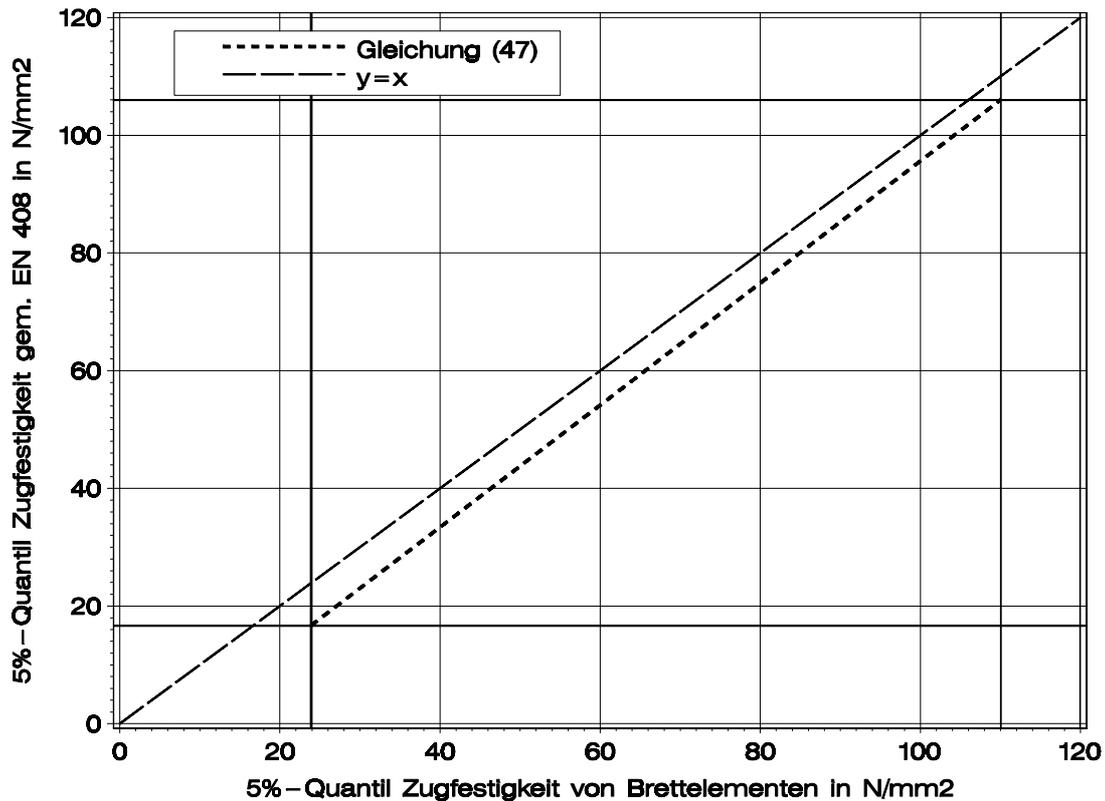


Bild 8-5 Angenommener linearer Zusammenhang zwischen der charakteristischen Zugfestigkeit nach EN 408 und der charakteristischen Zugfestigkeit ermittelt an 150 mm langen Brettelelementen

Einsetzen der beiden Gleichungen (39) und (47) jeweils in die Gleichungen (44) bis (46) führt schließlich auf die allgemeine Form der Bemessungsgleichung für charakteristische Werte (48):

$$f_{m,g,k} = -2,87 + 0,844 \cdot f_{m,j,k} - 0,0103 \cdot f_{m,j,k}^2 - 0,192 \cdot f_{t,\ell,k} - 0,0119 \cdot f_{t,\ell,k}^2 + 0,0237 \cdot f_{m,j,k} \cdot f_{t,\ell,k} \quad (48)$$

Und für Mittelwerte (49):

$$f_{m,g,m} = +14,3 + 0,0623 \cdot f_{m,j,k} + 1,06 \cdot f_{t,\ell,k} - 0,0156 \cdot f_{t,\ell,k}^2 + 0,00771 \cdot f_{m,j,k} \cdot f_{t,\ell,k} \quad (49)$$

Der Anteil an Keilzinkenversagen lässt sich dann mit Gleichung (50) abschätzen.

$$\eta_{\text{crack},j} = 80,1 - 1,78 \cdot f_{m,j,k} + 2,23 \cdot f_{t,\ell,k} \quad (50)$$

Ist zusammen mit einer visuellen Sortierung der Bretter eine charakteristische Keilzinkenbiegefestigkeit von 56 N/mm² sichergestellt, die in Abschnitt 6.2.1 experimentell nachgewiesen wurde, dann kann Gleichung (48) in dieser Form geschrieben werden:

$$f_{m,g,k} = 12,0 + 1,13 \cdot f_{t,\ell,k} - 0,0119 \cdot f_{t,\ell,k}^2 \quad \text{für} \quad f_{m,j,k} \geq 56 \text{ N/mm}^2 \quad (51)$$

Die maschinelle Sortierung von Brettern mit einem dynamischen Elastizitätsmodul größer 15000 N/mm² in die Klassen 4 und 5 ist die Voraussetzung für eine charakteristische Keilzinkenbiegefestigkeit von etwa 70 N/mm², die im Abschnitt 6.3.1 experimentell belegt wurde. Gleichung (48) lautet damit:

$$f_{m,g,k} = 5,66 + 1,47 \cdot f_{t,\ell,k} - 0,0119 \cdot f_{t,\ell,k}^2 \quad \text{für} \quad \begin{array}{l} f_{m,j,k} \geq 70 \text{ N/mm}^2 \\ E_{\text{dyn}} > 15000 \text{ N/mm}^2 \end{array} \quad (52)$$

Die Einheiten in den Gleichungen (48) bis (52) sind: N/mm² für Festigkeitswerte und % für den Anteil des Keilzinkenversagens

Eine Gegenüberstellung der Gleichungen (51) und (52) mit einigen Bemessungsgleichungen für Brettschichtholz aus Fichte befindet sich in Bild 8-6. Eine entsprechende Darstellung des Laminierungsfaktors zeigt Bild 8-7. Anhand der Darstellungen kann zusammengefasst werden:

- Oberhalb einer charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter von 20 N/mm² weicht das Modell für visuell sortierte Buche von der Bemessungsgleichung nach EN 1194 für Nadelholz ab. Für Buche beträgt bei einer charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter von 26 N/mm² die charakteristische Biegefestigkeit 33,3 N/mm². Im Vergleich mit Brettern aus Nadelholz wäre eine um etwa 25% höhere charakteristische Zugfestigkeit der Buchenbretter erforderlich, um eine charakteristische Biegefestigkeit von 36 N/mm² zu gewährleisten.
- Das Modell für maschinell sortierte Buche ist eine adäquate Fortsetzung der Bemessungsgleichung nach EN 1194.
- Das nichtlineare Modell (Falk und Colling 1995) bestätigt das Modell für maschinell sortierte Buche bezüglich des Verlaufs. In beiden Fällen nähert sich der Laminierungsfaktor dem Wert 1,0 bei einer charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter von etwa 48 N/mm².
- Unabhängig von der Holzart besteht zwischen den herkömmlichen Modellen und denjenigen für Buche eine gute Übereinstimmung. Dabei ist der Höheneinfluss beim Modell Colling et al. 1991 zu berücksichtigen.

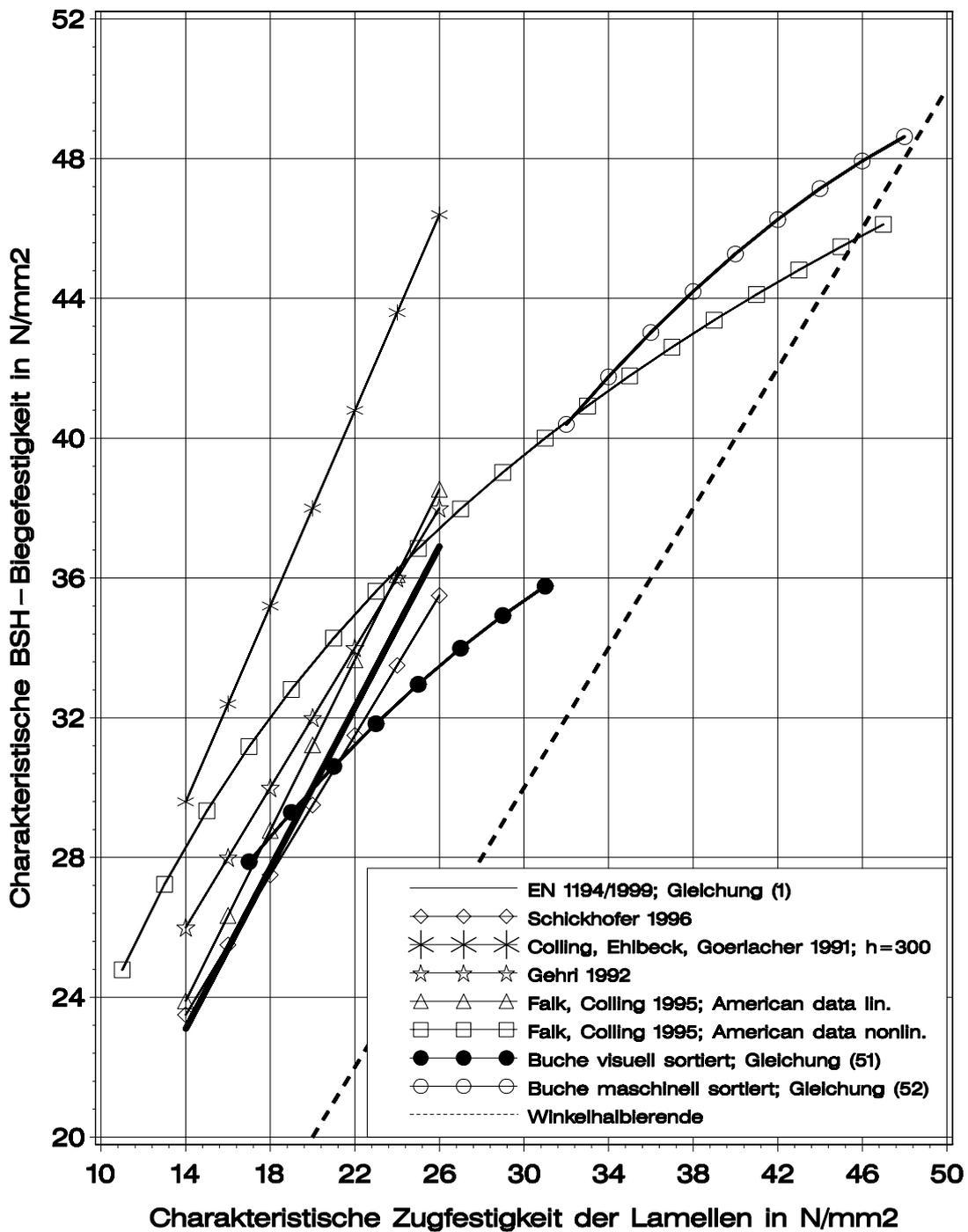


Bild 8-6 Bemessungsgleichungen für Brettschichtholz aus Fichte und die Gleichungen (51) und (52) für Brettschichtholz aus Buche im Vergleich

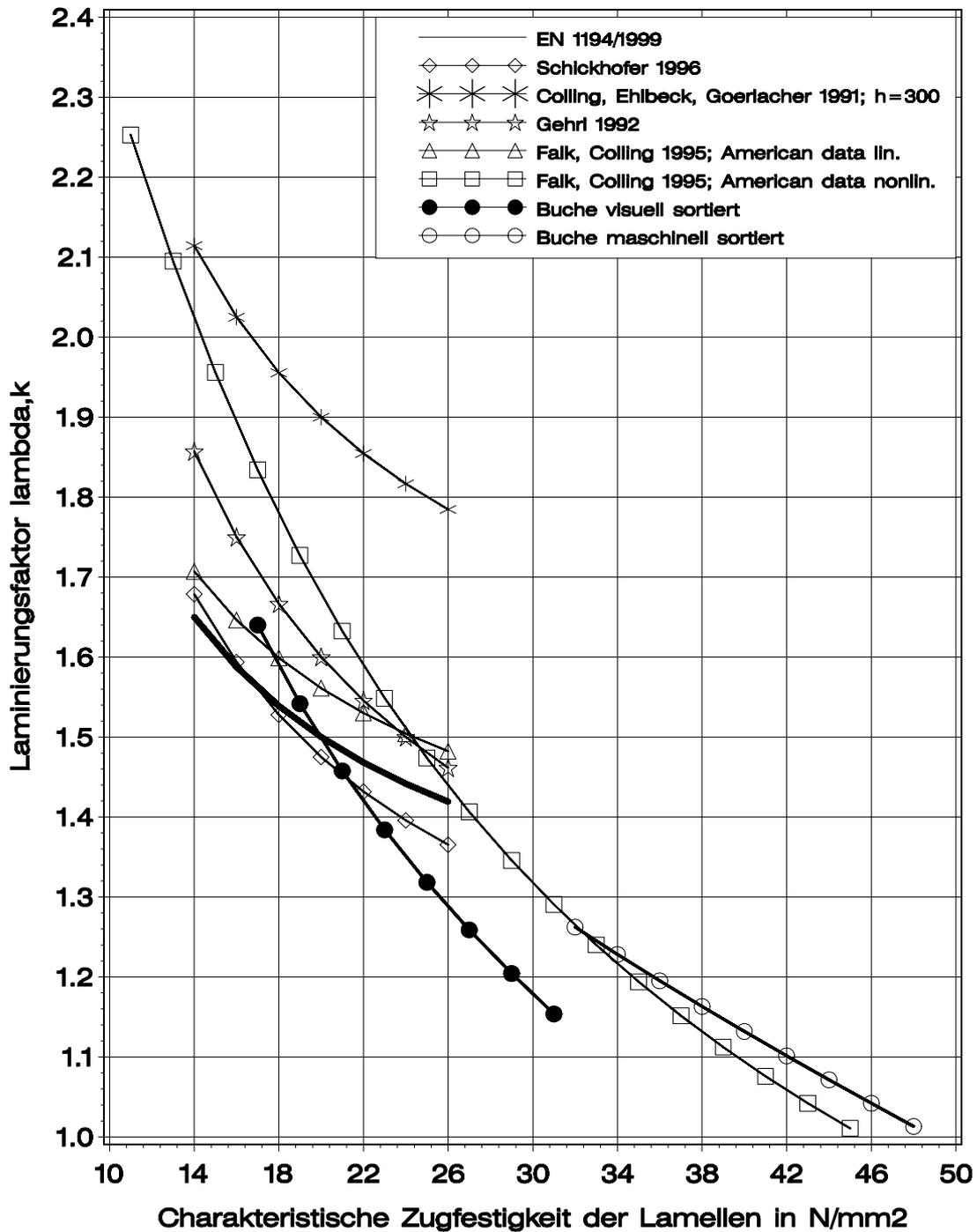


Bild 8-7 Laminierungsfaktor λ_k für die Bemessungsgleichungen für Brett-schichtholz aus Fichte und die Gleichungen (51) und (52) für Brett-schichtholz aus Buche

8.4.3 Festigkeitsklassen

Praxisrelevante Vorschläge für Brettschichtholzfestigkeitsklassen und entsprechende Anforderungen an die Lamellen und Keilzinkenverbindungen lassen sich nun einfach festlegen. Im Diagramm in Bild 8-8 wurde die charakteristische Keilzinkenzugfestigkeit mit Gleichung (39) in die Biegefestigkeit umgerechnet. Die horizontalen Linien kennzeichnen fünf Festigkeitsklassen bis GL48. Aus ihren Schnittpunkten mit den Kurven für die fünf Sortiermodelle LS10b bis MSb können die Anforderungen an die Keilzinkenbiegefestigkeit entnommen werden. Die Zuordnung der charakteristischen Zugfestigkeit der Lamellen zu den Sortiermodellen ist aus Tabelle 8-1 zusammen mit Gleichung (47) bereits bekannt. Die charakteristische Rohdichte wurde aus den Rohdichtewerten der Keilzinkenprüfkörper aus Tabelle A-10 bzw. A-12 ermittelt. Die Modelle LS7 und LS10a sind der Vollständigkeit wegen in Bild 8-8 noch aufgeführt. In Tabelle 8-6 sind abschließend die Rechenwerte für Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte sowie Anforderungen zusammengestellt.

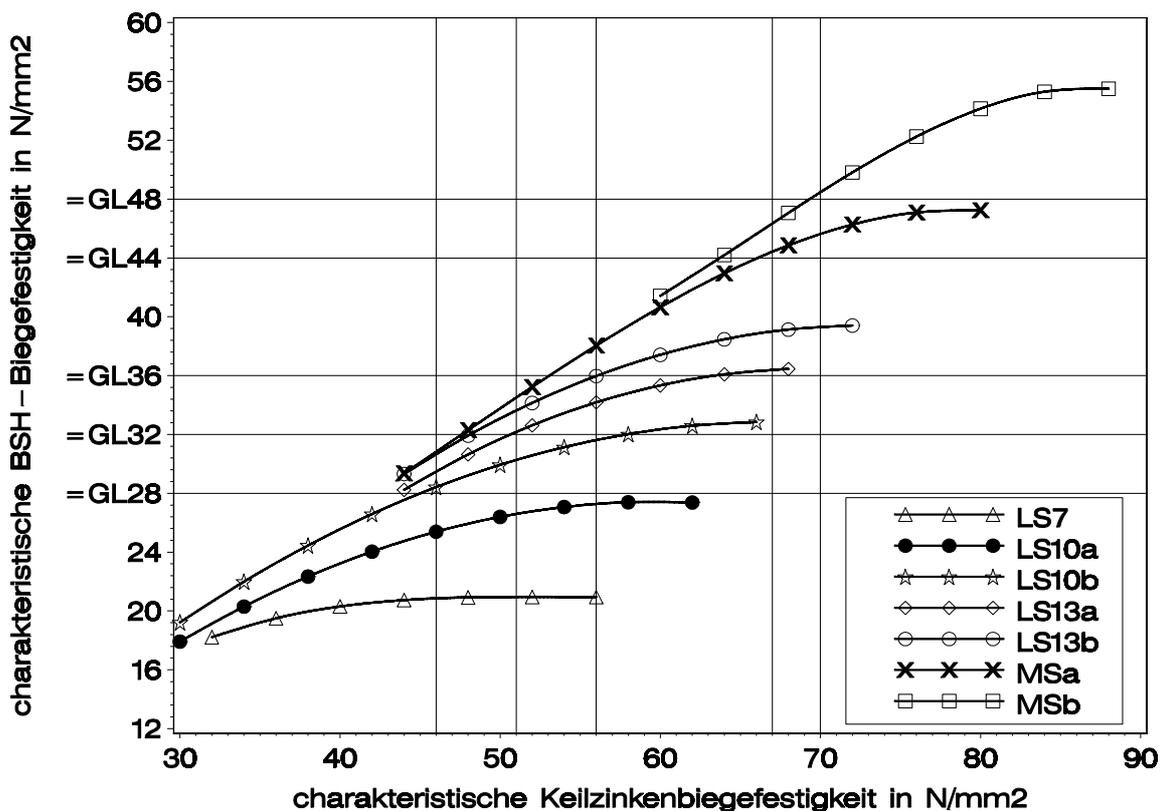


Bild 8-8 Charakteristische Biegefestigkeit von simulierten Brettschichtholzträgern in Abhängigkeit von der charakteristischen Keilzinkenbiegefestigkeit

Tabelle 8-6 Festigkeitsklassen: Rechenwerte für charakteristische Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtekennwerte; Anforderungen an die Lamellen und Keilzinkenverbindungen

	GL28c	GL32c	GL36c	GL40c	GL44c	GL48c
Festigkeitskennwerte in N/mm ²						
$f_{m,k}$	28	32	36	40	44	48
Steifigkeitskennwerte in N/mm ²						
$E_{0,mean}$	13500	13500	13500	14300 ¹	15100	15100
$E_{0,05}$	12700	12700	12700	13700 ¹	14700	14700
Rohdichtekennwerte in kg/m ³						
ρ_k	620	620	620	620	620	620
Anforderungen an die Randlamellen						
DEB	≤0,33	≤0,20	≤0,042	- ²	≤0,20	≤0,042
E_{dyn}	-	-	-	- ²	>15000	>15000
$f_{t,l,k}$	22	27	32	36 ¹	40	48
$f_{m,j,k}$	≥46	≥51	≥56	≥62 ¹	≥67	≥70
Anforderungen an die Kernlamellen						
DEB	≤0,50	≤0,50	≤0,50	- ²	≤0,50	≤0,50
E_{dyn}	-	-	-	- ²	>14000	>14000
Charakteristische Biegefestigkeit in N/mm ² nach Gleichung (48)						
$f_{m,k}$	28,1	32,1	36,2	40,3	44,1	48,6
Anteil des Keilzinkenversagens nach Gleichung (50) in %						
$\eta_{crack,j}$	47	50	52	50	50	63 ³
¹ Werte interpoliert ² Grenzwerte für den DEB-Wert und den dynamischen Elastizitätsmodul werden hier nicht angegeben, weil die Anforderungen an die charakteristische Festigkeit der Bretter und Keilzinkenverbindungen nur durch Interpolation und nicht mithilfe eines Sortiermodells festgelegt wurden. ³ Der deutlich höhere Wert als 50% zeigt, dass die experimentell nachgewiesene charakteristische Keilzinkenbiegefestigkeit von 70 N/mm ² etwas zu gering für die vorhandene Holzqualität ist. Ein Anteil von 50% wird erst bei 77 N/mm ² erreicht.						

8.4.4 Einfluss der Trägergröße auf die Biegefestigkeit

Erwartungsgemäß wird die Biegefestigkeit von Brettschichtholz durch die Länge der Bretter und das Trägervolumen beeinflusst, weil durch diese beiden Parameter die Anzahl der potentiellen Schwachstellen im Träger bestimmt wird. Da die Verteilung der Brettlänge in Bild 3-4 als bekannt vorausgesetzt werden kann, ist lediglich die Beziehung zwischen Biegefestigkeit und Trägergröße zu klären. Für ein konstantes

Verhältnis zwischen Trägerhöhe und Stützweite von 1/18 wurde mit dem Rechenmodell die Biegefestigkeit in Abhängigkeit von der Trägerhöhe ermittelt. In 5 Simulationsrechnungen mit insgesamt 6400 Einzelberechnungen wurde die Trägerhöhe von 300 mm bis 1500 mm in Schritten von 300 mm variiert. Das 5%-Quantil und der Mittelwert der Biegefestigkeit der Träger mit einer Höhe ungleich 600 mm wurde auf die entsprechenden Werte der 600 mm hohen Träger bezogen. Für die einzelnen Verhältniswerte konnten zwei Regressionsbeziehungen mit quadratischem Verlauf bestimmt werden, die einen Korrelationskoeffizienten von 0,99 aufweisen. Bild 8-9 zeigt den Verlauf für den Einflussfaktor k_h für das 5%-Quantil nach Gleichung (53) und für den Mittelwert nach Gleichung (54) für Trägerhöhen bis 1800 mm. Da Trägerhöhen über 1300 mm bzw. 1400 mm keinen Einfluss mehr auf das 5%-Quantil bzw. den Mittelwert der Biegefestigkeit besitzen, ist der weitere Verlauf von k_h konstant. Zum Vergleich ist in Bild 8-9 auch der Verlauf von Gleichung (55) bis zu einer Trägerhöhe von 1200 mm dargestellt, nach der k_h für Brettschichtholz aus Nadelholz bei Flachkant-Biegebeanspruchung der Lamellen gemäß DIN 1052 für Trägerhöhen zwischen 300 und 600 mm ermittelt werden darf. Aufgrund der guten Übereinstimmung zwischen Gleichung (53) und (55) für Trägerhöhen zwischen 300 mm und 1200 mm lässt sich der Einfluss der Trägerhöhe auf die charakteristische Biegefestigkeit erschöpfend mit Gleichung (56) beschreiben.

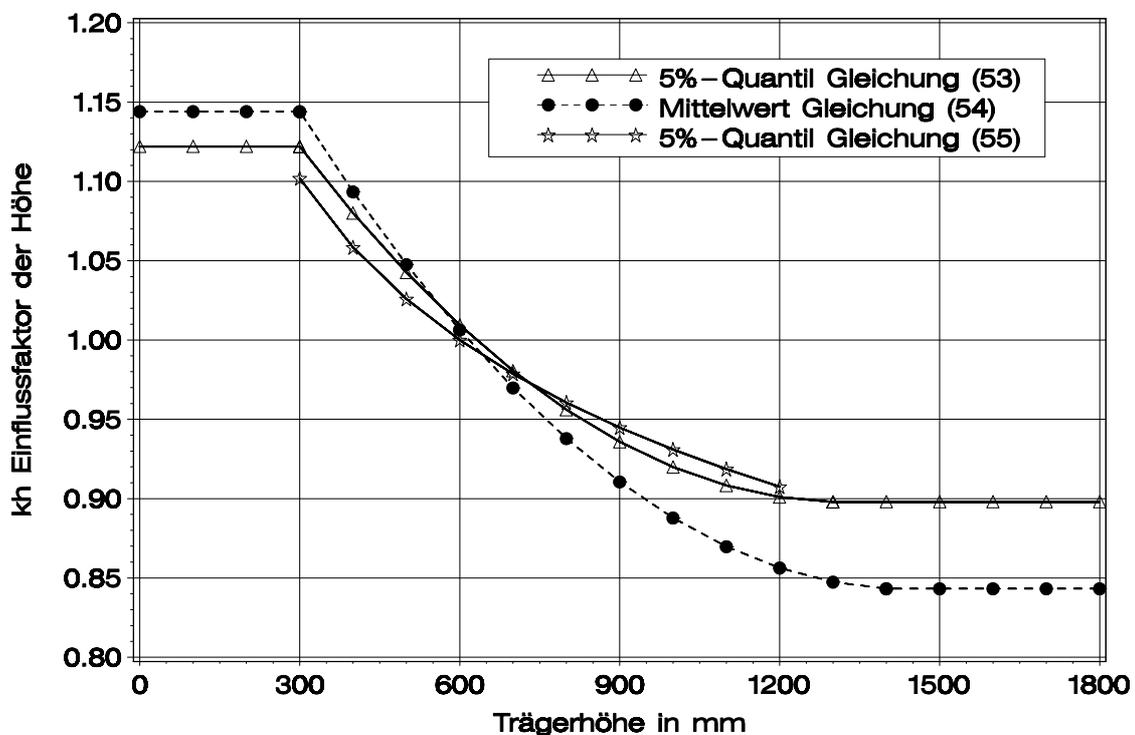


Bild 8-9 Einfluss der Trägerhöhe auf den Einflussfaktor k_h

$$k_h = \begin{cases} 1,122 & h < 300\text{mm} \\ k_h = 1,27 - 5,68 \cdot 10^{-4} \cdot h + 2,15 \cdot 10^{-7} \cdot h^2 & 300 \leq h \leq 1300\text{mm} \\ 0,898 & h > 1300\text{mm} \end{cases} \quad (53)$$

$$k_h = \begin{cases} 1,144 & h < 300\text{mm} \\ k_h = 1,32 - 6,66 \cdot 10^{-4} \cdot h + 2,31 \cdot 10^{-7} \cdot h^2 & 300 \leq h \leq 1400\text{mm} \\ 0,843 & h > 1400\text{mm} \end{cases} \quad (54)$$

$$k_h = \left(\frac{600}{h} \right)^{0,14} \quad 300\text{mm} \leq h \leq 1200\text{mm} \quad (55)$$

$$k_h = \begin{cases} 1,10 & h < 300\text{mm} \\ \left(\frac{600}{h} \right)^{0,14} & 300 \leq h \leq 1200\text{mm} \\ 0,90 & h > 1200\text{mm} \end{cases} \quad (56)$$

In den Gleichungen (53) bis (56) ist die Höhe in mm einzusetzen.

9 Zusammenfassung

Motiviert durch das gegenwärtige forstwirtschaftliche Bestreben, mehr Laubholz zu nutzen, war es das Ziel der vorliegenden Arbeit, eine allgemeine Bemessungsgleichung für die charakteristische Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche (*fagus silvatica* L.) in Abhängigkeit von der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter und der charakteristischen Keilzinkenbiegefestigkeit herzuleiten. Eine Bemessung in ähnlicher Form ist zurzeit nur für Brettschichtholz aus Nadelholz eingeführt und kann aufgrund der wesentlich höheren Zugfestigkeit von Buchenholz nicht ohne weiteres auf dieses übertragen werden. Zur Bestimmung einer eigenen Bemessungsgleichung für Brettschichtholz aus Buche wurde ein Rechenmodell entwickelt, mit dem die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern aus visuell oder maschinell sortierten Buchenbrettern berechnet werden kann. Die Zuverlässigkeit des Rechenmodells konnte anhand von wirklichen Biegeprüfungen an Versuchsträgern in Bauteilgröße mit einem Übereinstimmungsnachweis bestätigt werden. Mit dem Rechenmodell wurde als Ersatz für kostenintensive Trägerversuche ein umfangreicher Datensatz erzeugt, in dem die Biegefestigkeit der Träger in Abhängigkeit von der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter und der Keilzinkenverbindungen beschrieben wird. Mithilfe der Regressionsrechnung wurde aus diesen Daten die Bemessungsgleichung ermittelt.

Im Einzelnen waren dazu folgende Schritte notwendig: Es wurde eine experimentelle maschinelle Sortierung von Buchenbrettern in 5 Brett-Klassen festgelegt. Der dynamische Elastizitätsmodul der Bretter, der aus Längsschwingungen ermittelt wird, war dafür der einzige Sortierparameter. Diese Klassifizierung diente einerseits der Sortierung von Brettmaterial für die Herstellung der Versuchsträger. Andererseits eignet sie sich sehr gut für den Einsatz im Rechenmodell, weil sich eine Sortierung nach dem dynamischen Elastizitätsmodul numerisch beschreiben lässt. Insofern lassen sich beim Übereinstimmungsnachweis mithilfe dieser Klassifizierung die wirklichen Versuchsträger gleichwertig im Rechenmodell abbilden.

Das neu entwickelte Rechenmodell ist in ein Simulationsprogramm für Brettschichtholzträger und in Rechenanweisungen für eine Finite-Elemente-Berechnung unterteilt. Im Simulationsprogramm werden die mechanischen Eigenschaften von keilgezinkten Buchenlamellen abschnittsweise in Schrittweiten von 150 mm Länge mithilfe der Regressionsrechnung ermittelt. Die dafür erforderlichen Gleichungen wurden hergeleitet. Die natürlichen Streuungen und Autokorrelationseffekte der mechanischen Eigenschaften werden wirklichkeitsnah berücksichtigt. Die für die Regressionsrechnung erforderlichen Parameter, wie vor allem die Ästigkeit und die Rohdichte der Bretter, werden anhand von stetigen Verteilungsfunktionen empirisch repräsentiert. Dazu wurden etwa 1900 Bretter aus drei Wuchsgebieten hinsichtlich ihrer strukturel-

len Merkmale untersucht. Mithilfe der Finite-Elemente-Methode wird die Tragfähigkeit der simulierten Träger berechnet. Dazu werden die künstlich erzeugten mechanischen Eigenschaften der Brettlamellen den Elementen des Finite-Elemente-Modells als Materialkennwerte systematisch zugeordnet, so dass ein berechenbares Modell eines Brettschichtholzträgers vorliegt. In der Druckzone der Träger wird ideale Elastoplastizität modelliert. In der Zugzone ist das Materialverhalten idealelastisch bis zum Bruch. Ein Riss in der Randlamelle der Zugzone ist das Versagenskriterium.

Für den Übereinstimmungsnachweis wurden die Ergebnisse aus den Trägerversuchen mit Simulationsergebnissen des Rechenmodells verglichen. Um dem Nachweis in einem weiten Festigkeits- und Steifigkeitsspektrum Aussagekraft zu verleihen, wurden fünf Kollektive mit bis zu 12 gleichartigen Versuchsträgern hergestellt, die unterschiedliche mittlere Biegefestigkeiten und mittlere Biege-Elastizitätsmoduln aufwiesen. Die Variation der mittleren Biegefestigkeit und des mittleren Biege-Elastizitätsmoduls zwischen den Kollektiven wurde durch die experimentelle Klassifizierung des erforderlichen Brettmaterials, eine gezielte Anordnung der Bretter im Trägerquerschnitt und zwei unterschiedliche Trägerhöhen erreicht.

An zwei Kollektiven der Versuchsträger mit hoher bzw. sehr hoher Tragfähigkeit kann eine charakteristische Biegefestigkeit von 44 N/mm² belegt werden. Demnach sind bei Buche Brettschichtholz-Festigkeitsklassen bis GL44 experimentell abgesichert. Der Einfluss der Klassifizierung und der Trägerhöhe auf die mittlere Biegefestigkeit kann als statistisch gesichert angesehen werden.

Das Rechenmodell wurde hinsichtlich des Übereinstimmungsnachweises auf der Grundlage der experimentellen Klassifizierung der Buchenbretter entwickelt. Die erforderlichen stetigen Verteilungsfunktionen für die Ästigkeit und Rohdichte wurden gezielt für jede der 5 Brett-Klassen angepasst, um bei der Simulation der Versuchsträger die strukturellen Eigenschaften so genau wie möglich zu reproduzieren. Der günstige Einfluss einer maschinellen Sortierung auf die Streuung des Zug-Elastizitätsmoduls und der Zugfestigkeit der Bretter wurde berücksichtigt. Die mittlere Biegefestigkeit von jeweils 500 simulierten Trägern je Kollektiv stimmt sehr gut mit den Mittelwerten der Versuchsergebnisse überein. Die Abweichungen betragen bei den Kollektiven, die im Hinblick auf praktische Anwendungen relevant sind, höchstens 3%. Insofern wird der Einfluss der Klassifizierung der Bretter und der Trägerhöhe auf die mittlere Biegefestigkeit im Rechenmodell zutreffend wiedergegeben. Folglich ist das Rechenmodell geeignet, um auch den Einfluss weiterer Sortierungen wie zum Beispiel visuelle oder kombinierte maschinelle und visuelle Sortierungen von Buchenbrettern auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholz zu ermitteln.

Anhand von sieben Sortiermodellen wurde gezielt der Einfluss der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter auf die Biegefestigkeit der Brettschichtholzträger mit dem Rechenmodell aufgezeigt. Bei den Modellen sind zum einen nur Grenzwerte für Äste in Anlehnung an DIN 4074-5 zu berücksichtigen, wodurch eine schnelle Einführung bei Brettschichtholzherstellern begünstigt wird. Zum anderen werden zwei kombinierte maschinelle und visuelle Verfahren vorgeschlagen, welche die Herstellung von Brettschichtholzträgern von hoher Biegefestigkeit ermöglichen. Mit zahlreichen Simulationsrechnungen von Trägern aus Brettern dieser Sortierungen wurde ein Datensatz erzeugt, in dem die Werte der Biegefestigkeit des Brettschichtholzes zunächst von den Sortierungen und einer variablen Keilzinkenzugfestigkeit abhängen. Den Sortierungen wurden dann konkrete charakteristische Zugfestigkeiten der Bretter zugewiesen. Anhand dieser Daten wird der Laminierungseffekt aufgezeigt, der mit zunehmender Vergütung des Brettmaterials deutlich abnimmt. Für höchste Vergütungen kann kein Laminierungseffekt mehr nachgewiesen werden. Mit der charakteristischen Biegefestigkeit der Träger als Reaktionsvariable und der charakteristischen Zugfestigkeit der Bretter sowie Keilzinkenverbindungen als erklärende Variablen wird in einer Regressionsrechnung die allgemeine Bemessungsgleichung hergeleitet. Mithilfe eines empirisch ermittelten Umrechnungsfaktors wird darin die Zugfestigkeit der Keilzinkenverbindungen durch deren Biegefestigkeit ausgedrückt.

Anhand von Biegeversuchen an Keilzinkenverbindungen aus visuell und maschinell sortierten Buchenbrettern wurden Anhaltswerte für die charakteristische Biegefestigkeit von Keilzinkenverbindungen ermittelt. Sie beträgt für visuell sortiertes Material etwa 56 N/mm^2 und für maschinell sortiertes bis zu 70 N/mm^2 . Mit diesen Werten und der allgemeinen Bemessungsgleichung wurde jeweils ein nichtlineares Bemessungsmodell für Brettschichtholz aus visuell und maschinell sortierten Brettern abgeleitet. Das Modell für visuell sortierte Buche erfordert im Gegensatz zum Nadelholz eine um 25% höhere charakteristische Zugfestigkeit der Bretter, um die derzeit höchste Festigkeitsklasse GL36 auch für Buche zu gewährleisten. Das Modell für maschinell sortierte Buche stellt eine adäquate Fortsetzung der Bemessungsgleichung für Brettschichtholz aus Nadelholz bis zu einer Festigkeitsklasse GL48 dar.

Mit den Ergebnissen der Arbeit kann Brettschichtholz aus Buche baurechtlich geregelt werden. Dazu werden Rechenwerte für charakteristische Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtekennwerte sowie Anforderungen an die Lamellen und Keilzinkenverbindungen gegeben.

10 Literatur

Aicher S, Höfflin L, Behrens W (2001). A study on tension strength of finger joints in beech wood laminations. *Otto-Graf-Journal* Vol.12

ANSYS Release 8.1 Documentation (2004)

Bathe KJ (1990). *Finite-Elemente-Methoden*. Springer: Berlin, Heidelberg, New York 1990

Blaß HJ, Denzler JK, Frese M, Glos P, Linsenmann P (2005). Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche. Band 1. *Karlsruher Berichte zum Ingenieurholzbau*. Universitätsverlag Karlsruhe 2005

Blaß HJ, Frese M (2002). Entwicklung eines Sortierverfahrens für die kombinierte maschinelle und visuelle Festigkeitssortierung. Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau. Karlsruhe, Universität (TH)

Blaß HJ, Frese M (2004). Sortierverfahren für die kombinierte maschinelle und visuelle Festigkeitssortierung. *Holz als Roh- und Werkstoff* 62: 325-334

Blaß HJ, Frese M (2006/2007). Die Biegefestigkeit von Keilzinkenverbindungen aus Brettern der Buche (*fagus silvatica L.*). Manuskript zur Veröffentlichung bei Holz als Roh- und Werkstoff eingereicht.

Blaß HJ, Görlacher R (1996). Visuelle und maschinelle Festigkeitssortierung von Vollholz. *Mikado* 5/96: 64-71

Chatterjee S, Price B (1995). *Praxis der Regressionsanalyse*. 2. Auflage. Oldenburg Verlag: München, Wien 1995

Colling F (1990). Tragfähigkeit von Biegeträgern aus Brettschichtholz in Abhängigkeit von den festigkeitsrelevanten Einflussgrößen. Karlsruhe, Universität (TH). Dissertation

Colling F (1995). Brettschichtholz unter Biegebeanspruchung. Step 3. Fachverlag Holz der Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. Düsseldorf 1995

Colling F, Dinort R (1987). Die Ästigkeit des in den Leimbaubetrieben verwendeten Schnittholzes. *Holz als Roh- und Werkstoff* 45: 23-26

Colling F, Ehlbeck J, Görlacher R (1991). Glued Laminated Timber – Contribution to the Determination of the Bending Strength of Glulam Beams. CIB-W18A/24-12-1, Oxford, United Kingdom

Colling F, Falk RH (1993). Investigation of Laminating Effects in Glued-Laminated Timber. CIB-W18/26-12-3, Athens, Georgia, USA

Colling F, Görlacher R (1989). Eigenschaften des in Leimbaubetrieben verarbeiteten Schnittholzes. Bauen mit Holz 91: 327-331

Colling F, Scherberger M (1987). Die Streuung des Elastizitätsmoduls in Brett längsrichtung. Holz als Roh- und Werkstoff 45: 95-99

Culik M, Niemz P (2002). Festigkeitswerte von Fichte und Rotbuche. Holz-Zentralblatt 17: 215

Eberhardsteiner J (2002). Mechanisches Verhalten von Fichtenholz - Experimentelle Bestimmung der biaxialen Festigkeitseigenschaften. Springer: Wien, New York 2002

Egner K, Kolb H (1966). Geleimte Träger und Binder aus Buchenholz. Bauen mit Holz 68: 147-154

Ehlbeck J, Colling F (1987). Biegefestigkeit von Brettschichtholz in Abhängigkeit von Rohdichte, Elastizitätsmodul, Ästigkeit und Keilzinkung der Lamellen, der Lage der Keilzinkung sowie der Trägerhöhe. Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau. Karlsruhe, Universität (TH)

Ehlbeck J, Colling F (1992). Biegefestigkeit von Brettschichtholz in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Brettlamellen im Hinblick auf Normungsvorschläge. Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau. Karlsruhe, Universität (TH)

Ehlbeck J, Colling F, Görlacher R (1984). Einfluss keilgezinkter Lamellen auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern. Forschungsbericht der Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Abteilung Ingenieurholzbau. Karlsruhe, Universität (TH)

Ehlbeck J, Colling F, Görlacher R (1985). Einfluss keilgezinkter Lamellen auf die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern. Holz als Roh- und Werkstoff 43: 333-337, 369-373, 439-442

Falk RH, Colling F (1995). Laminating Effects in Glued-Laminated Timber Beams. Journal of Structural Engineering. December 1995: 1857-1863

Foschi RO, Prion HGL, Folz B, Timusk PC (1996). Reliability Based Design of Glulam Beams. Proceedings of the International Wood Engineering Conference 1996. New Orleans, Louisiana, USA. Vol.1: 125-130

Frese M, Blaß HJ (2005). Beech Glulam Strength Classes. CIB-W18/38-6-2, Karlsruhe, Germany

Frese M, Blaß HJ (2006). Characteristic bending strength of beech glulam. Submitted for publication in Materials & Structures. Rilem France

Frühwald A, Ressel JB, Becker P, Pohlmann CM, Wonnemann R (2003). Verwendung von Laubhölzern zur Herstellung von Leimholzelementen. Abschlussbericht. Universität Hamburg – Zentrum Holzwirtschaft, Ordinariat für Holztechnologie

Frühwald A, Ressel JB, Bernasconi A (2003). Hochwertiges Brettschichtholz aus Buchenholz. Abschlussbericht. Institut für Holzphysik und mechanische Technologie des Holzes. Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft. Hamburg

Frühwald K, Schickhofer G (2004). Strength Grading of Hardwoods. Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering WCTE 2004. Lahti, Finland. Volume III

Gehri E (1980). Möglichkeiten des Einsatzes von Buchenholz für Tragkonstruktionen. Schweizer Bauwirtschaft November 1980

Gehri E (1985). Verbindungstechniken mit hoher Leistungsfähigkeit – Stand und Entwicklung. Holz als Roh- und Werkstoff 43: 83-88

Gehri E (1992). Determination of Characteristic Bending Values of Glued Laminated Timber - EN-Approach and Reality. CIB-W18/25-12-1, Åhus, Sweden

Gehri E (1998). Glued-laminated timber: Use of hardwoods. Proceedings of the 5th World Conference on Timber Engineering WCTE 1998. Montreux, Switzerland. Vol. II

Glos P (1995). Beiträge: Festigkeitssortierung / Vollholz - Festigkeitsklassen. Holzbauwerke Bemessung und Baustoffe nach Eurocode 5. Step 1. Fachverlag Holz der Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. Düsseldorf 1995

Glos P, Denzler JK, Linsenmann P (2004). Strength and Stiffness Behaviour of Beech Laminations for High Strength Glulam. CIB-W18/37-6-3, Edinburgh, Scotland

Glos P, Lederer B (2000). Sortierung von Buchen- und Eichenschnittholz nach der Tragfähigkeit und Bestimmung der zugehörigen Festigkeits- und Steifigkeitskennwerte. Bericht Nr. 98508. Institut für Holzforschung. TU München

Glos P, Maier W, Weigle U (1973). Bestimmung des Festigkeitsverhaltens von Fichtenbrettschichtholz als Grundlage für ein probabilistisches Bemessungsverfahren. Teil 1: Versuchseinrichtung für Kurzzeit-Druckversuche. Arbeitsberichte zur Sicherheitstheorie der Bauwerke. Heft 7/73. Laboratorium für den konstruktiven Ingenieurbau. TU München

Görlacher R (1984). Ein neues Messverfahren zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls von Holz. Holz als Roh- und Werkstoff 42: 219-222

Görlacher R (1990). Klassifizierung von Brettschichtholzlamellen durch Messung von Longitudinalschwingungen. Karlsruhe, Universität (TH). Dissertation

Hapla F, Militz H (2004). Colour measurements and gluability investigation on red heart beech wood (*fagus silvatica L.*). Wood Research 49 (4): 1-12

Härtel C (2002). Eignung von Pappel für die Herstellung von Brettschichtholz. Teil1: Potenzielles Rohholzaufkommen. Holz-Zentralblatt 45: 556. Teil 2: Verwendung und Eigenschaften von Pappelrund- und –schnittholz als Ausgangsprodukt für Brettschichtholz. Holz-Zentralblatt 60/61: 726. Teil 3: Herstellung und Prüfung von Brettschichtholz-Trägern aus Pappelholz. Holz-Zentralblatt 72: 894

Hartung J, Elpelt B, Klösener KH (2002). Statistik. 13. Auflage. Oldenburg: München, Wien 2002

Hemmer K (1985). Versagensarten des Holzes der Weißtanne (*abies alba*) unter mehrachsiger Beanspruchung. Karlsruhe, Universität (TH). Dissertation

Kollmann F (1982). Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe. Band 1. 2. Auflage, Reprint. Springer: Berlin, Heidelberg, New York 1982

Neuhaus FH (1994). Lehrbuch des Ingenieurholzbaus. Teubner: Stuttgart 1994

Pöhler E, Klingner R, Künninger T (2004). Abschlussbericht: Rotkerniges Buchenholz – Vorkommen, Eigenschaften und Verwendungsmöglichkeiten. EMPA Dübendorf, Schweiz

Schickhofer G (1996). Development of Efficient Glued Laminated Timber. CIB-W18/29-12-1, Bordeaux, France

Serrano E, Gustafsson PH, Larsen HJ (2001). Modeling of Finger-Joint Failure in Glued-Laminated Timber Beams. Journal of Structural Engineering August 2001: 914-921

Serrano E, Larsen HJ (1999). Numerical Investigations of the Laminating Effect in Laminated Beams. Journal of Structural Engineering July 1999: 740-745

Spengler R (1982). Festigkeitsverhalten von Brettschichtholz unter zweiachsiger Beanspruchung. Teil 1: Ermittlung des Festigkeitsverhaltens von Brettelementen aus Fichte durch Versuche. Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke. Heft 62/1982. Laboratorium für den konstruktiven Ingenieurbau. TU München

11 Zitierte Normen

EN 338, Ausgabe September 2003. Bauholz für tragende Zwecke, Festigkeitsklassen

EN 385, Ausgabe März 2002. Keilzinkenverbindungen im Bauholz, Leistungsanforderungen und Mindestanforderungen an die Herstellung

EN 408, Ausgabe April 1996. Bauholz für tragende Zwecke und Brettschichtholz – Bestimmung einiger physikalischer und mechanischer Eigenschaften

DIN 1052, Ausgabe August 2004. Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken – Allgemeine Bemessungsregeln und Bemessungsregeln für den Hochbau

EN 1194, Ausgabe Mai 1999. Brettschichtholz, Festigkeitsklassen und Bestimmung charakteristischer Werte

DIN 4074-1, Ausgabe Juni 2003. Sortierung von Holz nach der Tragfähigkeit, Teil 1: Nadelschnittholz

DIN 4074-5, Ausgabe Juni 2003. Sortierung von Holz nach der Tragfähigkeit, Teil 5: Laubschnittholz

12 Sonstige Hilfsmittel

Zur Darstellung und statistischen Auswertung von Daten diente das Programmsystem SAS (zuletzt Version 9.1) der SAS Institute Inc., Cary, NC, USA.

Die Finite-Elemente-Berechnungen wurden mit dem Programmsystem ANSYS (zuletzt Version 5.7) der ANSYS, Inc., Canonsburg, PA, USA durchgeführt.

13 Bezeichnungen

Die Angaben in Klammern beziehen sich auf die Bezeichnungen in den Legenden der Histogramme und Quantile-Quantile-Plots.

a	Abstand zwischen den Lasteinleitungsstellen beim Biegeversuch
a^*	Abstand zwischen der Auflagerachse und der folgenden Lasteinleitungsstelle beim Biegeversuch
b	Breite
d	Dicke
f	Frequenz einer Längsschwingung; Durchbiegung
f_{biege}	Frequenz einer Biegeschwingung
$f_x(x)$	Dichtefunktion einer Zufallsvariablen x
f_c	Vorhersagewert der Druckfestigkeit für ein 150 mm langes Brettelelement
$f_{c,j}$	Vorhersagewert der Druckfestigkeit für ein 150 mm langes Keilzinkenelement
f_m	Biegefestigkeit
$f_{m,g,k}$	charakteristische Biegefestigkeit von Brettschichtholz
$f_{m,g,k,\text{max}}$	maximale charakteristische Biegefestigkeit von Brettschichtholz unter der Voraussetzung unendlich hoher Keilzinkenfestigkeit
$f_{m,g,m}$	Mittelwert der Biegefestigkeit von Brettschichtholz
$f_{m,j,k}$	charakteristische Biegefestigkeit von Keilzinkenverbindungen
$f_{m,k}$	charakteristische Biegefestigkeit
f_t	Vorhersagewert der Zugfestigkeit für ein 150 mm langes Brettelelement
$f_{t,j}$	Vorhersagewert der Zugfestigkeit für ein 150 mm langes Keilzinkenelement
$f_{t,j,k}$	charakteristische Keilzinkenfestigkeit
$f_{t,j,k,\text{sim}}$	simulierte charakteristische Keilzinkenfestigkeit bezogen auf ein 150 mm langes Keilzinkenelement
$f_{t,\ell,k}$	charakteristische Zugfestigkeit von Brettern
$f_{t,\ell,k,\text{sim}}$	simulierte charakteristische Zugfestigkeit von Brettern bezogen auf ein 150 mm langes Brettelelement
h	Höhe
i	Trägheitsradius
k_{DEB}	Quotient zweier in der Größe aufeinander folgender DEB-Werte in einem Brett
k_h	Faktor zur Berücksichtigung des Einflusses der Trägerhöhe auf die Biegefestigkeit
k_{test}	Faktor zur Berücksichtigung des Einflusses der Versuchsmethode auf die Festigkeit von Brettern oder Keilzinkenverbindungen
l	Stützweite; Prüflänge
l_1	Messlänge im Biegeversuch
m	Verhältnis zwischen Schubmodul und Elastizitätsmodul quer zur Faser
m_n	Konstante

max	größter Wert (Maximum)
min	kleinster Wert (Minimum)
n	Anzahl an Versuchswerten (N); Verhältnis zwischen den Elastizitätsmoduln parallel und quer zur Faser
r	Pearsonscher Korrelationskoeffizient
r^2	Bestimmtheitsmaß
s	Standardabweichung (Std Deviation)
s_{11}, s_{22}, s_{33}	Dehnungszahlen bzw. Gleitzahl
s_{12}, s_{21}	Querdehnungszahlen
u	Holzfeuchte; eingeprägte Verformung
Δu	Verformungsdifferenz zwischen zwei Lastschritten
v	Variationskoeffizient
w	Relativdurchbiegung
x	Zufallsvariable
\bar{x}	arithmetisches Mittel (Mean)
\tilde{x}_α	empirisches α -Quantil ($\tilde{x}_{0,05} \hat{=} 5\text{th Percentile}$, $\tilde{x}_{0,5} \hat{=} \text{Median}$, $\tilde{x}_{0,95} \hat{=} 95\text{th Percentile}$)
x, y	Achsen in Längs- und Höhenrichtung modellierter Träger
x, y	Achsen quer und parallel zur Faser
x, y, z	technologische Hauptachsen des Holzes: Tangential-, Longitudinal- und Radialrichtung
DAB	Ästigkeit A für die Astansammlung nach DIN 4074-5
DEB	Ästigkeit A für den Einzelast nach DIN 4074-5
E_\perp	Elastizitätsmodul senkrecht zur Faser
$E_{ }$	Elastizitätsmodul parallel zur Faser
$E_{0,05}$	Charakteristischer Wert des Elastizitätsmoduls
$E_{0,\text{mean}}$	Mittelwert des Elastizitätsmoduls
E_c	Vorhersagewert des Druck-Elastizitätsmoduls für ein 150 mm langes Brettelelement
$E_{c,j}$	Vorhersagewert des Druck-Elastizitätsmoduls für ein 150 mm langes Keilzinkenelement
E_{dyn}	Elastizitätsmodul bei dynamischer Beanspruchung in Längsrichtung eines Brettes
$E_{\text{dyn,biege}}$	Elastizitätsmodul bei dynamischer Biegebeanspruchung
$E_{\text{dyn,min}}$	kleinerer dynamischer Elastizitätsmodul von zwei keilgezinkten Brettern
E_m	Biege-Elastizitätsmodul
E_{stat}	Elastizitätsmodul bei statischer Beanspruchung in Längsrichtung eines Brettes
E_t	Vorhersagewert des Zug-Elastizitätsmoduls für ein 150 mm langes Brettelelement
$E_{t,j}$	Vorhersagewert des Zug-Elastizitätsmoduls für ein 150 mm langes Keilzinkenelement
F	Kraft
G	Schubmodul
H_0	Hypothese

I	Flächenmoment 2. Grades
KAR	Astflächensumme bez. auf den Querschnitt eines Brettabschnitts von 150 mm Länge
L	Brett-, Prüfkörper oder Trägerlänge
M	Biegemoment
S	Schwerpunkt
V_E	Volumen eines Elements
W	Widerstandsmoment
$W_{diss,c}$	dissipierte Energie inf. plastischer Deformation bei Druckbeanspruchung
α	Hilfsgröße; Formparameter (Alpha) der Betaverteilung
β	Formparameter (Beta) der Betaverteilung
$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	Dehnung in x bzw. y-Richtung
ε^p	plastische Dehnung
$\eta_{crack,j}$	Verhältnis von gerissenen Keilzinkenelementen zu allen gerissenen Elementen bezogen auf Simulationen
θ	untere Schranke (Theta) für die Lognormal- und Betaverteilung
λ_k	Laminierungsfaktor: Verhältnis aus charakteristischer Biegefestigkeit des Brettschichtholzes und charakteristischer Zugfestigkeit der Bretter
$\lambda_{k,sim}$	Laminierungsfaktor: Verhältnis aus simulierter charakteristischer Biegefestigkeit des Brettschichtholzes und simulierter charakteristischer Zugfestigkeit der Bretter
μ	Mittelwert der Grundgesamtheit; Formparameter (My) der Lognormalverteilung
μ_2	Querdehnzahl
ν_{yx}, ν_{xy}	Querdehnungsfaktoren bezogen auf die technologischen Hauptachsen x und y
ν_{yz}, ν_{zy}	Querdehnungsfaktoren bezogen auf die technologischen Hauptachsen y und z
ρ_0	Darrrohdichte eines Brettelements
$\rho_{0,max}$	größere Darrrohdichte von zwei keilgezinkten Brettabschnitten
$\rho_{0,min}$	kleinere Darrrohdichte von zwei keilgezinkten Brettabschnitten
ρ_{Brutto}	Brutorohdichte ermittelt aus Masse und Abmessungen eines Brettes oder Prüfkörpers
ρ_k	charakteristische Rohdichte
$\rho_{M,0}$	mittlere Darrrohdichte eines Brettes
σ	Standardabweichung der Grundgesamtheit; Spannweite (Sigma) der Betaverteilung; Formparameter (Sigma) der Lognormalverteilung
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	Spannungen in x- und y-Richtung bzw. in der x-y-Ebene bezogen auf das Koordinatensystem der modellierten Träger
σ_v	Vergleichsspannung
χ^2	χ^2 -Verteilung
$\Gamma(x)$	Gammafunktion

Anlagen

Tabelle A-1 Sortiermodelle für Buchenbretter entnommen aus Glos und Lederer 2000; Auswertung der Zugfestigkeit ermittelt nach EN 408

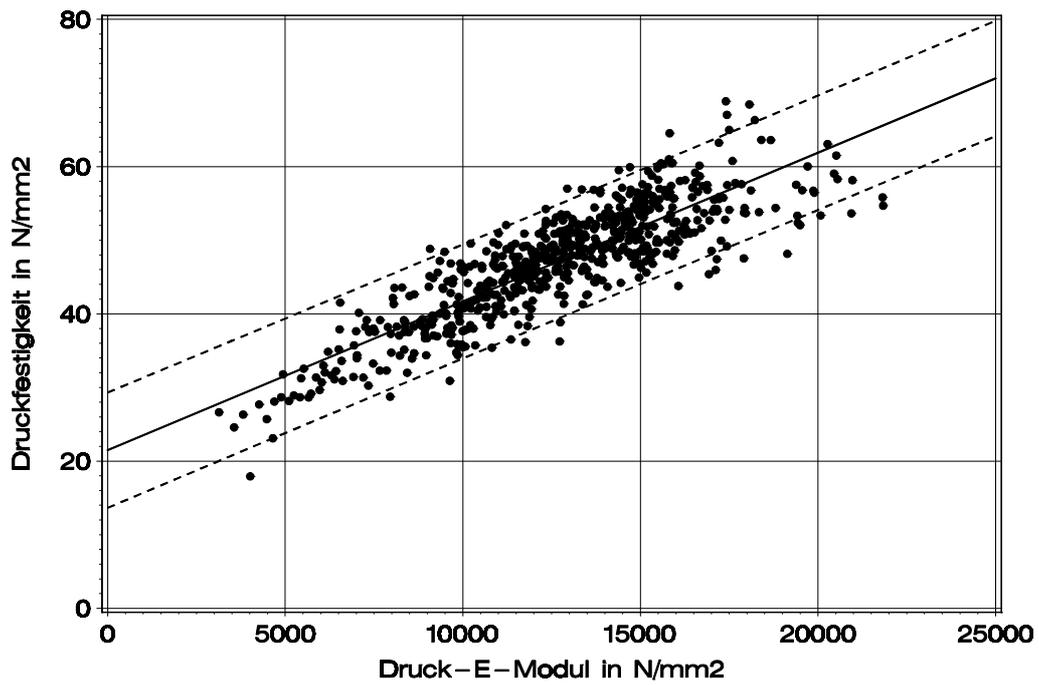
	Sortiermodell	unsortiertes Kollektiv	ohne grobe Fehler ¹ DEB ≤ 0,333	ohne grobe Fehler ¹ DEB ≤ 0,333 kein Mark
Zugfestigkeit N/mm ²	n	219	204	136
	\bar{x}	48,7	50,4	55,8
	s	22,6	22,3	22,8
	min	11,3	13,2	13,2
	max	117	117	117
	$\tilde{x}_{0,05}$	16,7	19,2	25,8
¹ z.B. Verwachsungen bei Zwieselungen oder Wipfelbrüchen, großflächige Rindeneinschlüsse und Faulstellen				

Tabelle A-2 Sortiergruppen für Buchenbretter entnommen aus Frühwald et al. 2003; Auswertung der Zugfestigkeit ermittelt nach EN 408

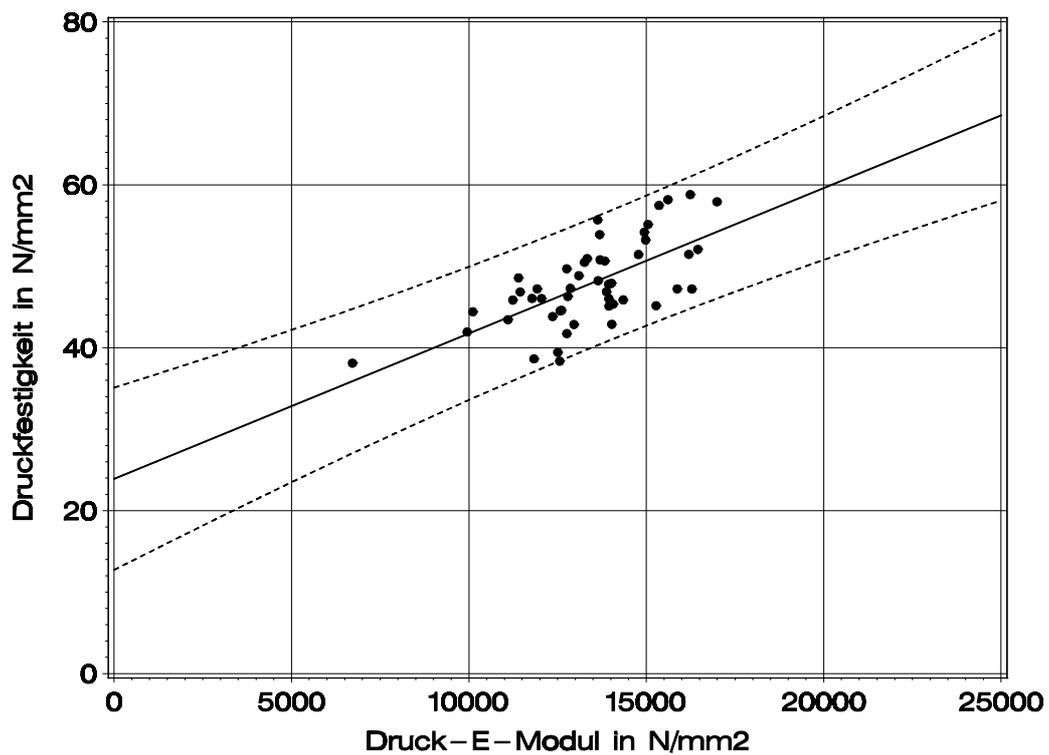
	Sortiergruppe	A	B	C
Zugfestigkeit N/mm ²	n	22	24	23
	\bar{x}	44,7	62,5	80,6
	s	21,9	22,5	16,9
	min	16,7	20,3	35,6
	max	90,7	101	115
	$\tilde{x}_{0,05}$	16,9	21,2	39,8

Tabelle A-3 Gegenwärtige Regelungen für die visuelle Sortierung von Buchenbrettern

Sortierklasse	wesentliche Kriterien nach DIN 4074-5	Festigkeitsklasse nach DIN 1052	Charakteristische Zugfestigkeit nach DIN 1052
LS13	DEB ≤ 0,20, markfrei	D40	24 N/mm ²
LS10	DEB ≤ 0,33, markfrei	D35	21 N/mm ²

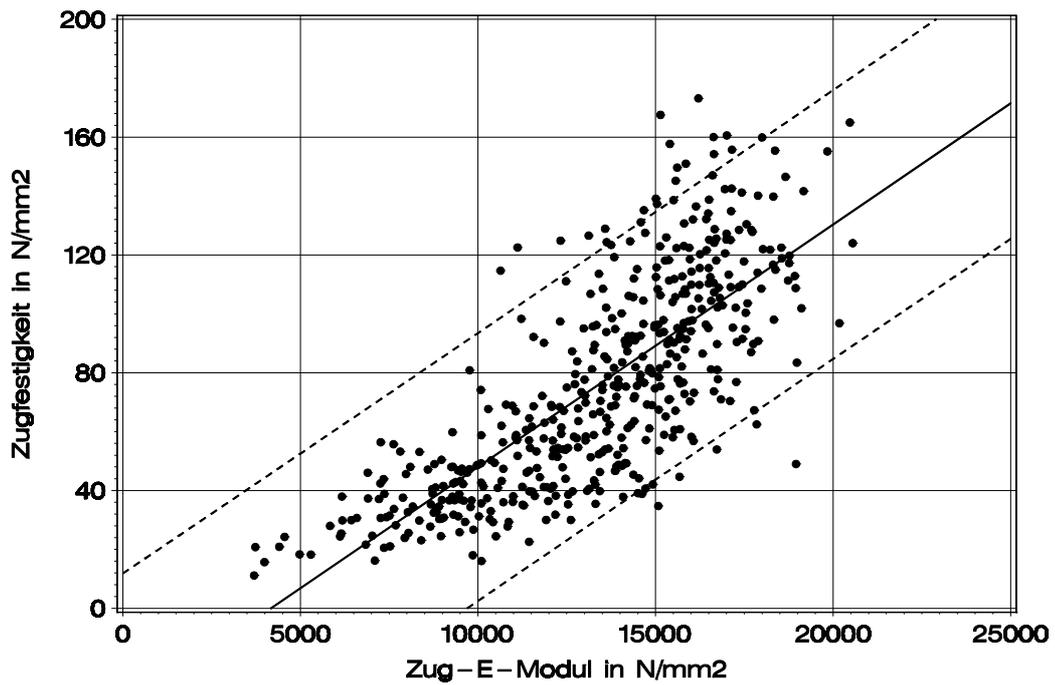


a)

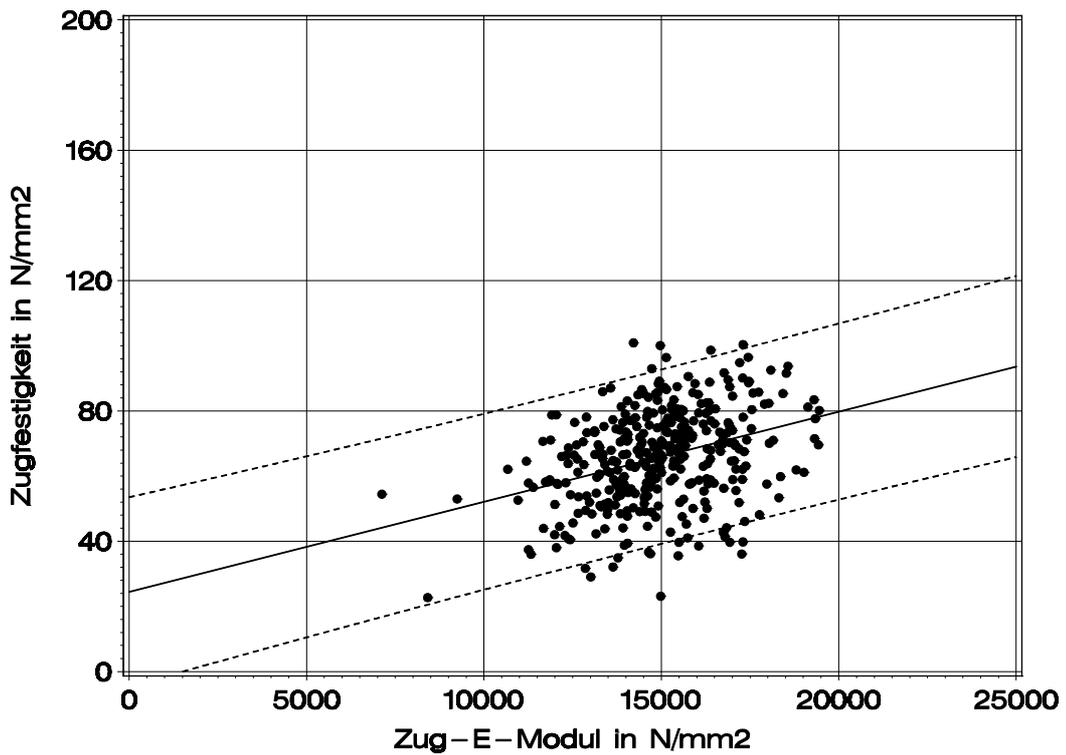


b)

Bild A-1 Druckfestigkeit in Abhängigkeit vom Druck-Elastizitätsmodul für Holz- (a) und Keilzinkenelemente (b); 95% Vertrauensgrenzen; Versuchsdaten der Holzforschung München



c)



d)

Bild A-1

(Forts.) Zugfestigkeit in Abhängigkeit vom Zug-Elastizitätsmodul für Holz- (c) und Keilzinkenelemente (d); 95% Vertrauensgrenzen; Versuchsdaten der Holzforschung München

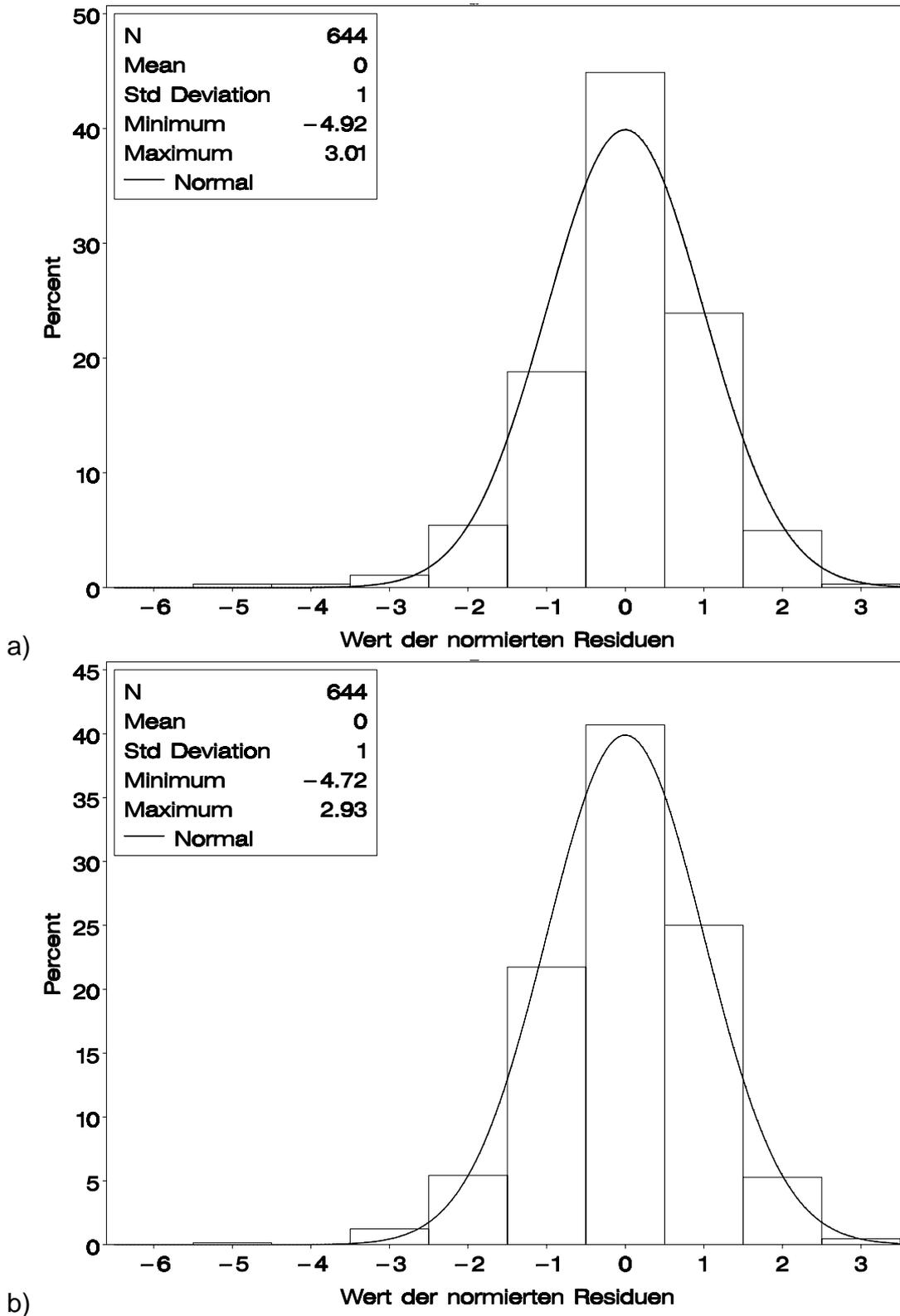
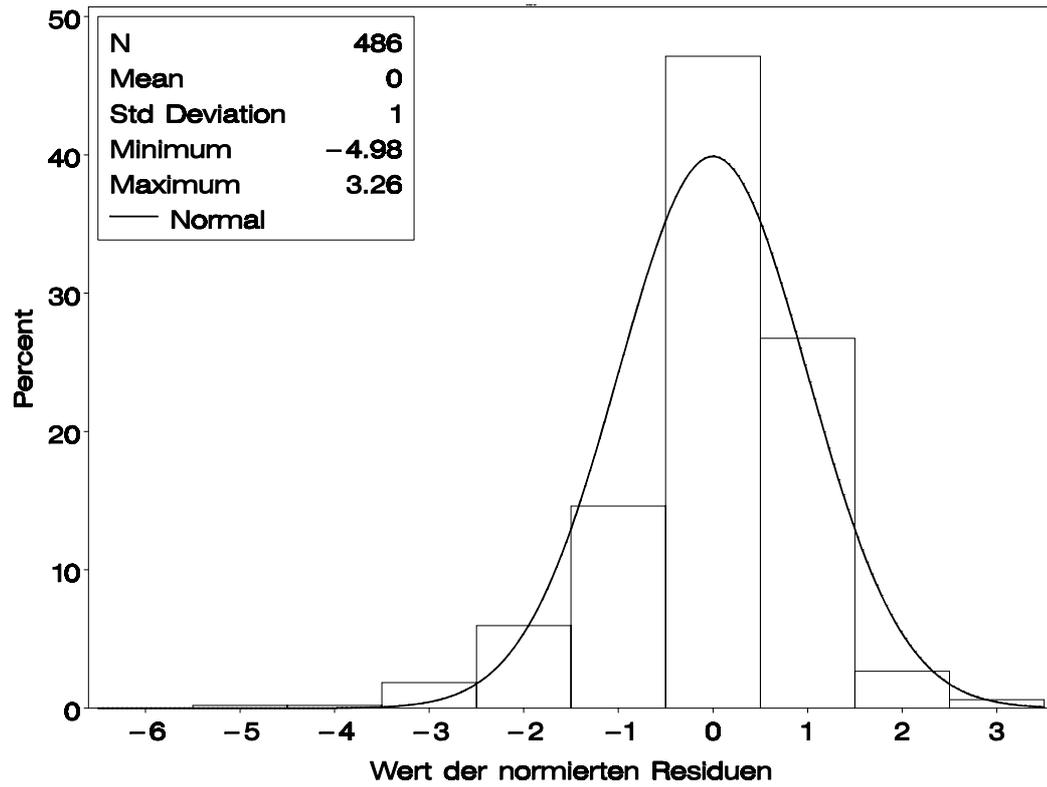
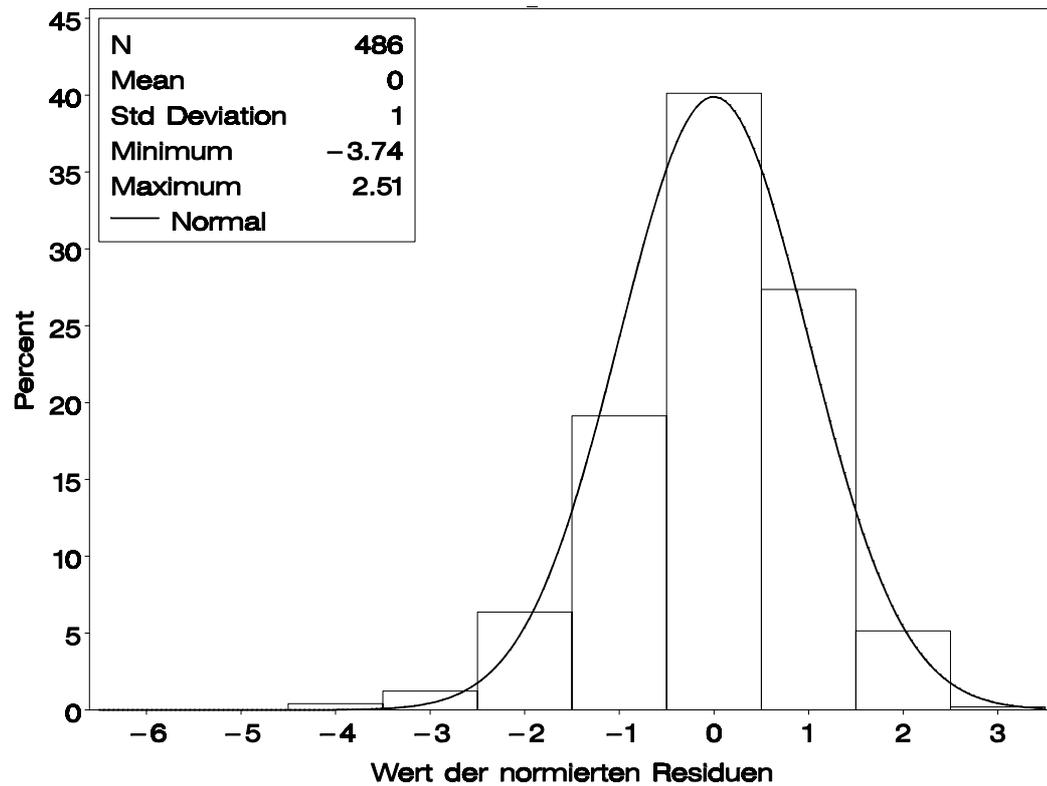


Bild A-2 Normierte Residuen der Regressionsgleichungen (4) und (5) für den Druck-Elastizitätsmodul (a) und die Druckfestigkeit (b)



c)



d)

Bild A-2 (Forts.) Normierte Residuen der Regressionsgleichungen (6) und (7) für den Zug-Elastizitätsmodul (c) und die Zugfestigkeit (d)

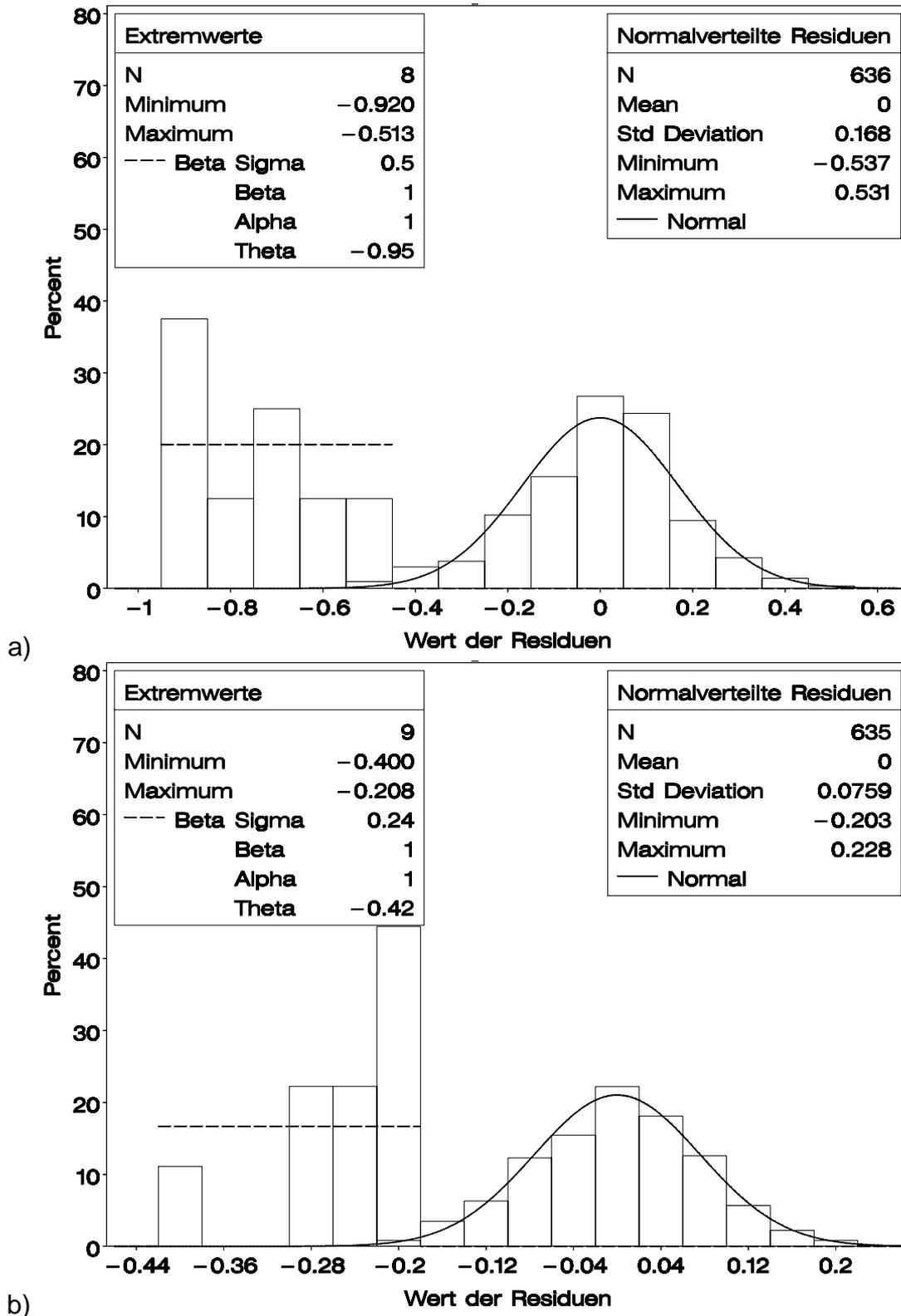
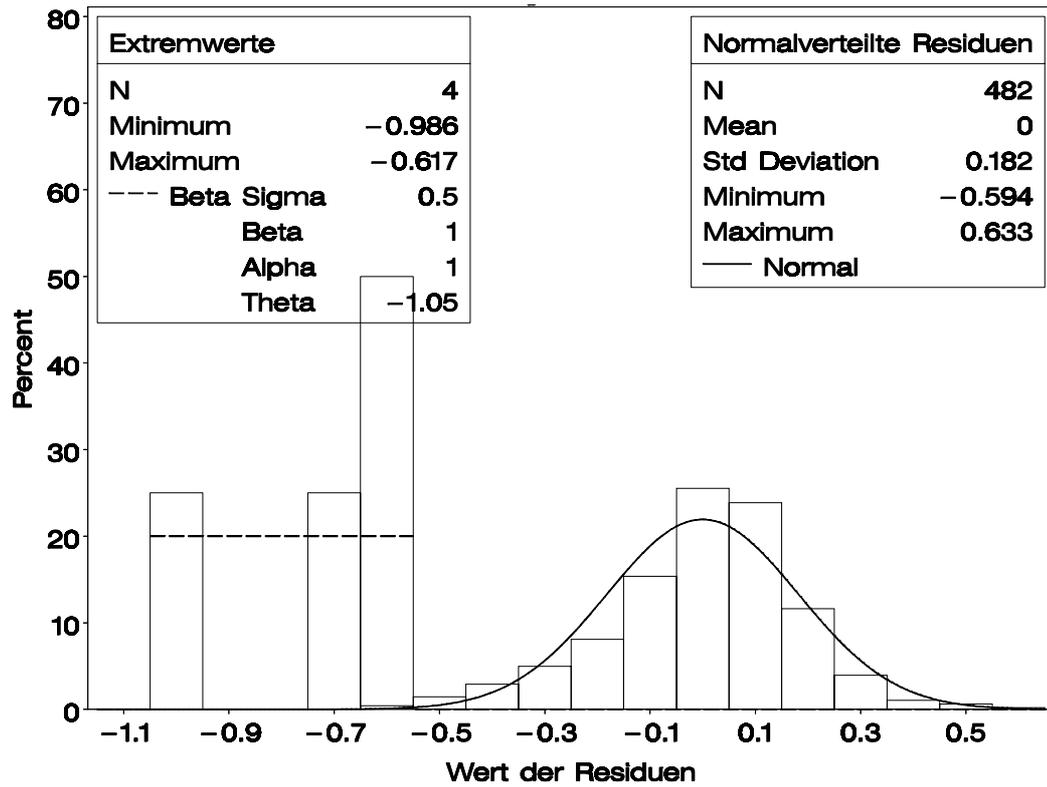
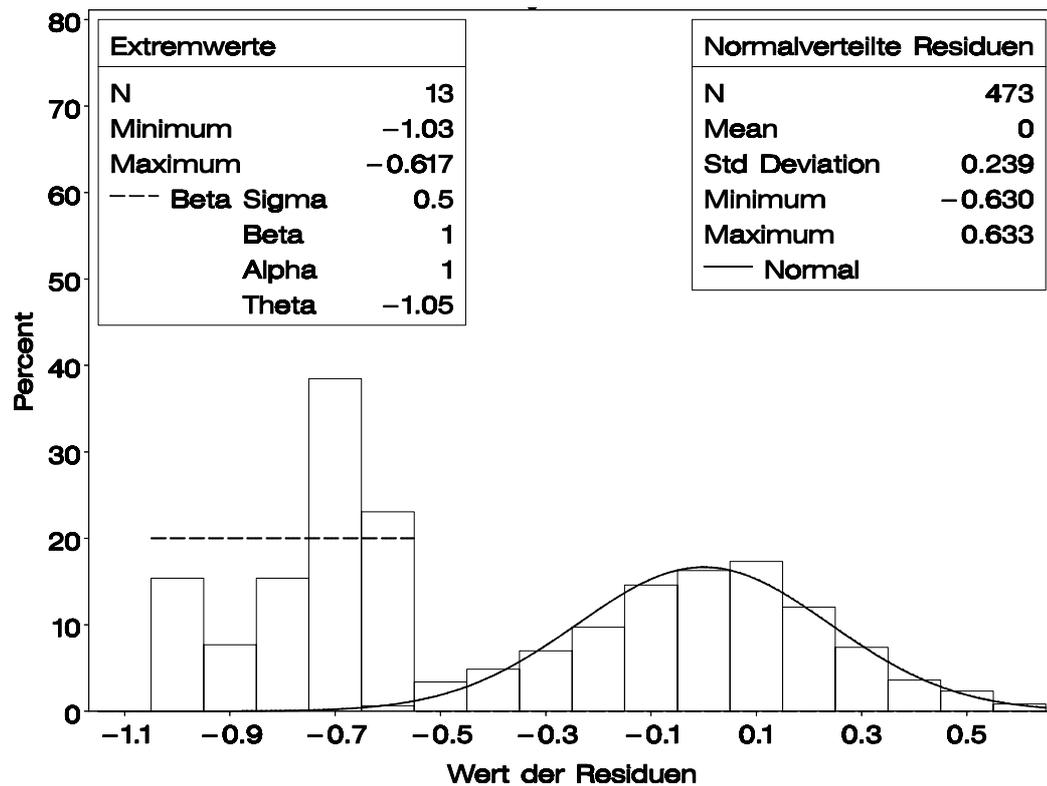


Bild A-3 Normalverteilte Residuen der Regressionsgleichungen (8) und (9) sowie Extremwerte der Residuen für den Druck-Elastizitätsmodul (a) und die Druckfestigkeit (b)



c)



d)

Bild A-3 (Forts.) Normalverteilte Residuen der Regressionsgleichungen (10) und (11) sowie Extremwerte der Residuen für den Zug-Elastizitätsmodul (c) und die Zugfestigkeit (d)

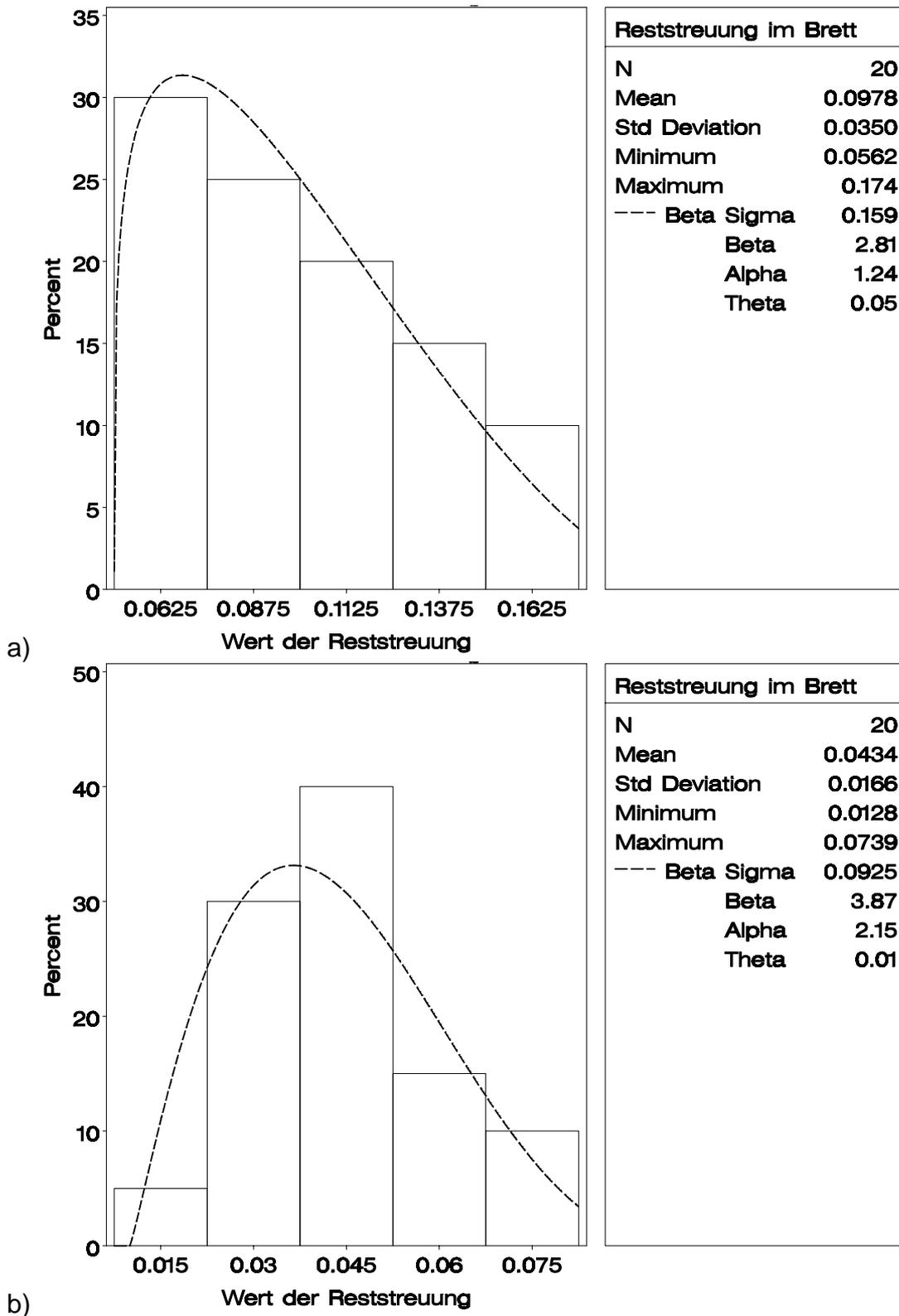
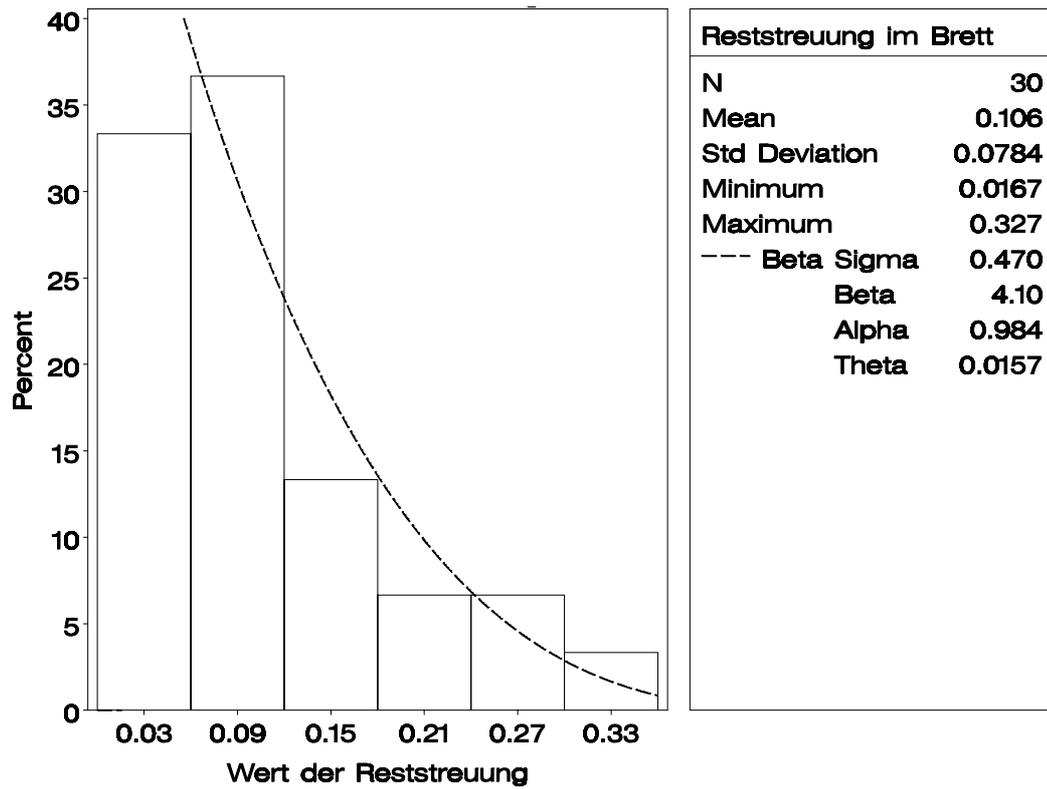
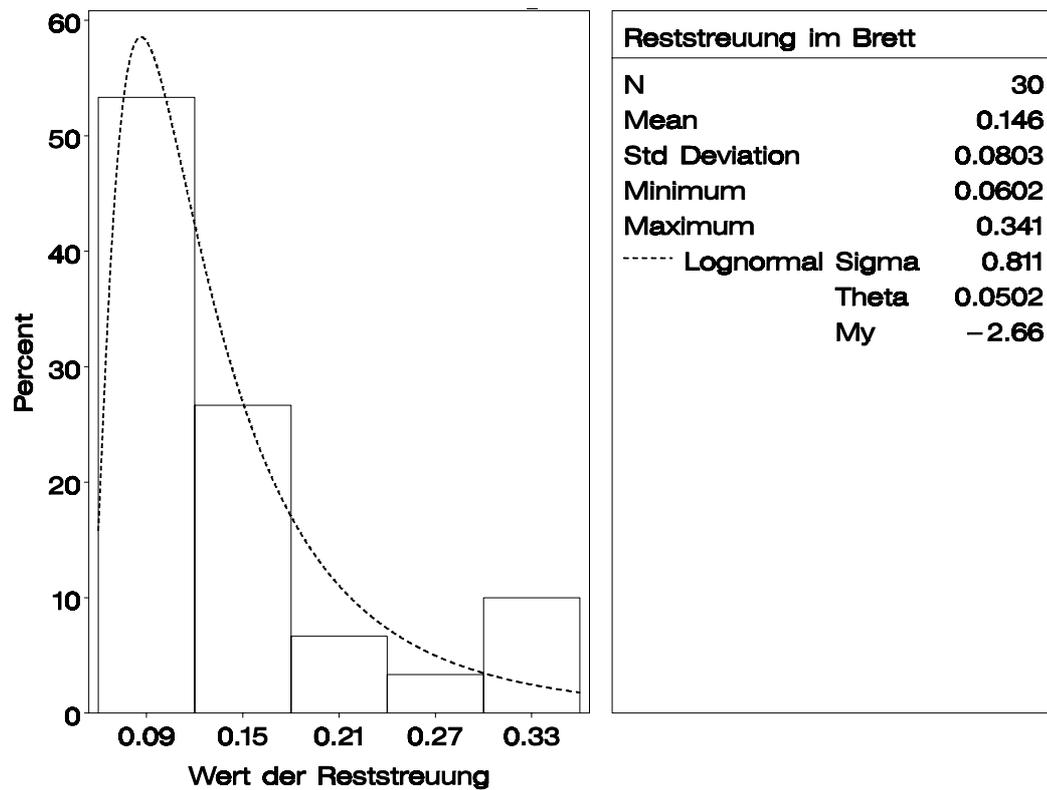


Bild A-4 Häufigkeitsverteilung und angepasste Dichte der Beta- bzw. Lognormalverteilung der Reststreuung im Brett; Druck-Elastizitätsmodul (a) und Druckfestigkeit (b)



c)



d)

Bild A-4 (Forts.) Häufigkeitsverteilung und angepasste Dichte der Beta- bzw. Lognormalverteilung der Reststreuung im Brett; Zug-Elastizitätsmodul (c) und Zugfestigkeit (d)

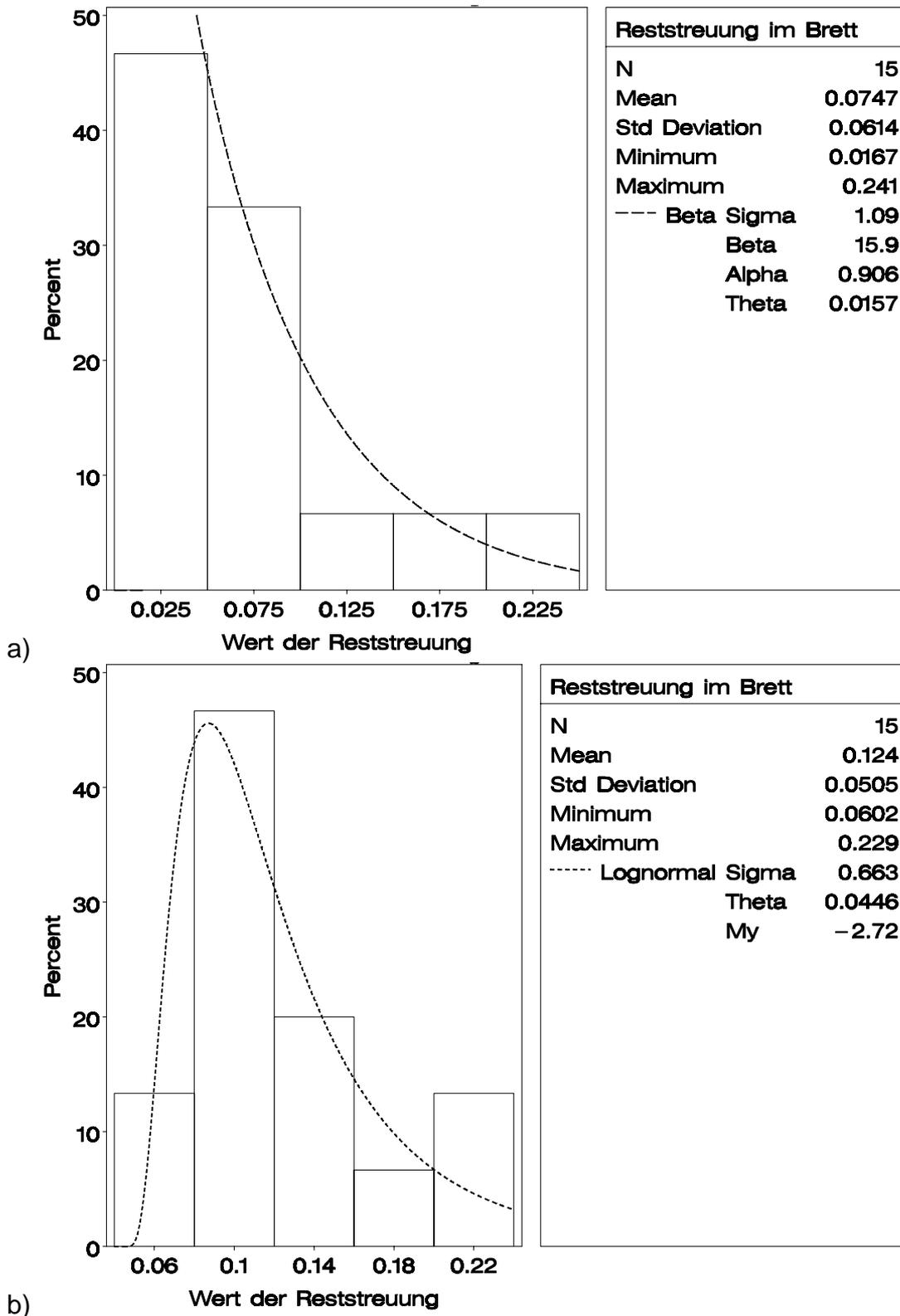
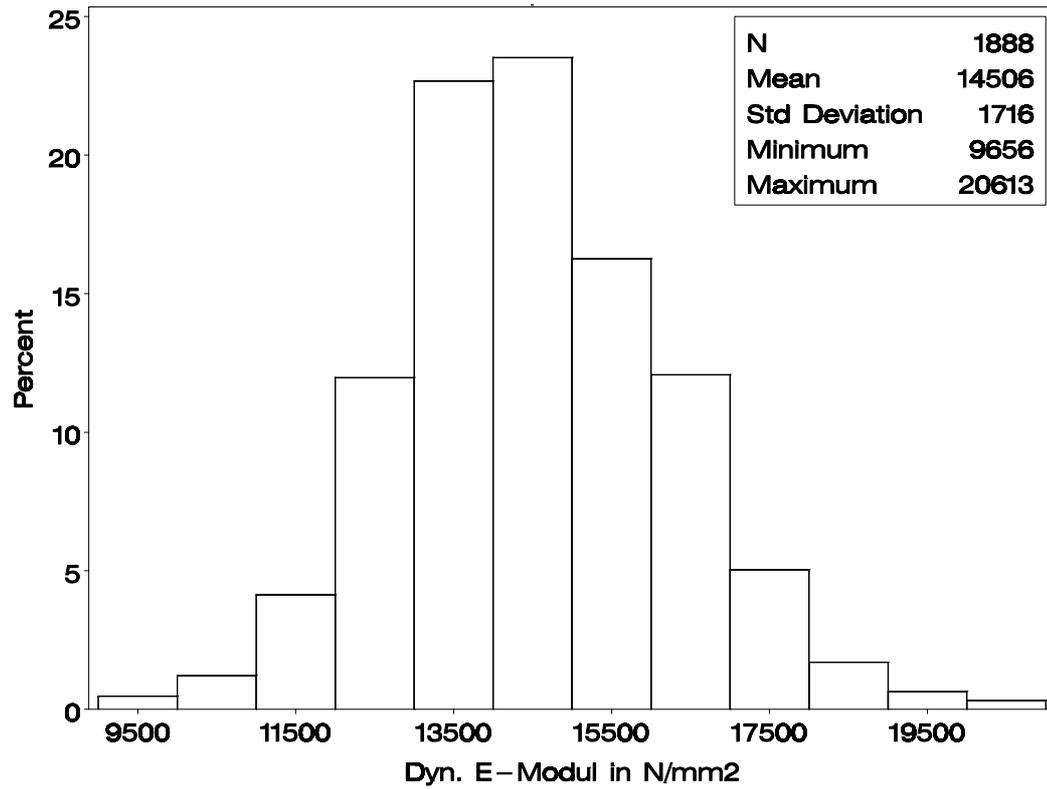
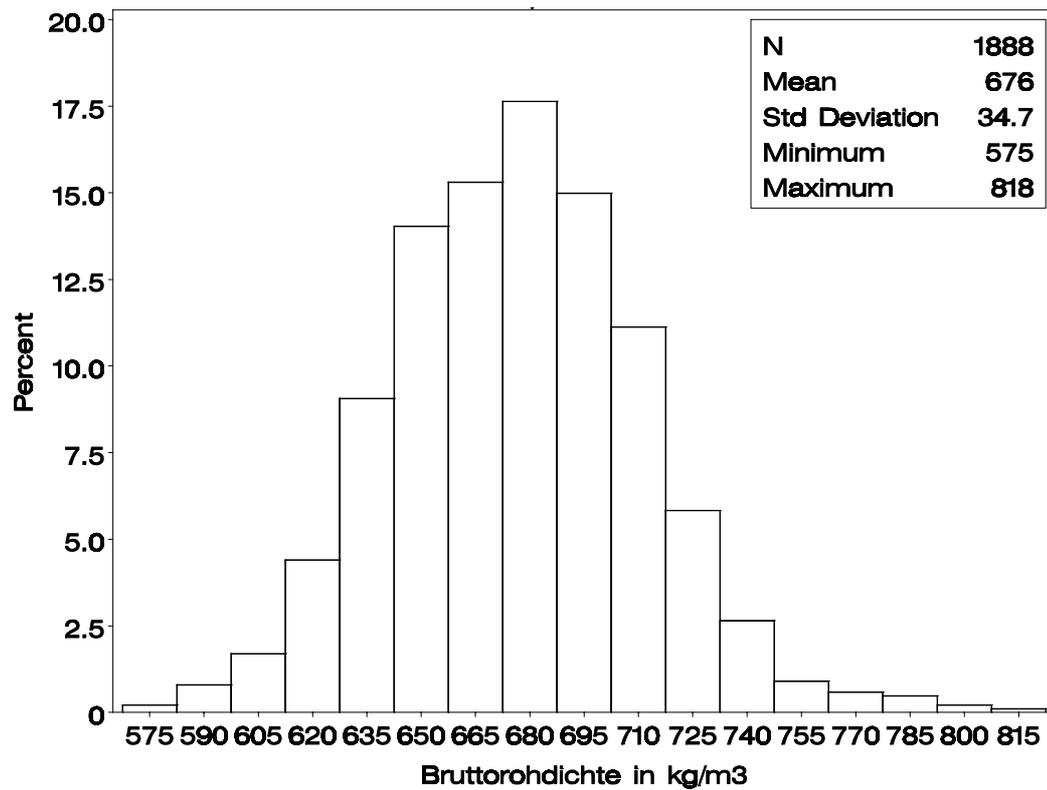


Bild A-5 Häufigkeitsverteilung und angepasste Dichte der Beta- bzw. Lognormalverteilung der Reststreuung im Brett; Bretter mit einem dynamischen Elastizitätsmodul > 15000 N/mm²; Zug-Elastizitätsmodul (a) und Zugfestigkeit (b)



a)



b)

Bild A-6 Häufigkeitsverteilung des dynamischen Elastizitätsmoduls (a) und der Bruttordichte (b)

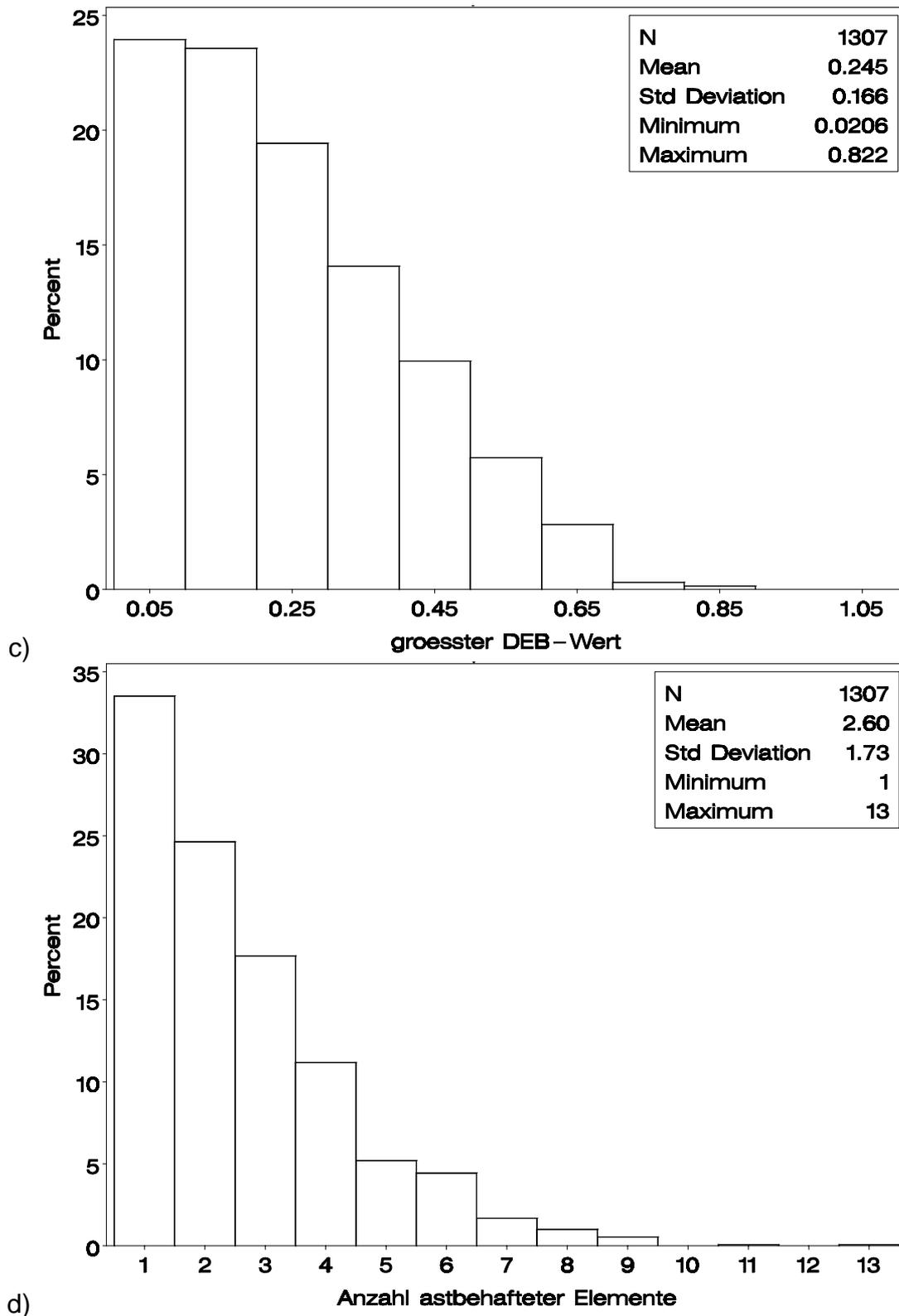


Bild A-6 (Forts.) Häufigkeitsverteilung des größten DEB-Wertes (c) und der Anzahl astbehafteter Elemente innerhalb eines Brettes (d)

Tabelle A-4 Statistik der Brettlänge in mm

Klasse bzw. Herkunft	n	\bar{x}	s	min	max
getrennt nach Klassen					
1	336	2560	699	1430	4400
2	428	2590	660	1480	4320
3	444	2610	650	1440	4650
4	307	2610	696	1470	4630
5	373	2500	619	1470	4260
LS10 ¹	1523	2530	642	1440	4630
LS13 ¹	1202	2520	647	1440	4630
getrennt nach Herkunft					
Spessart	670	2520	592	1440	4050
Nordhessen	659	2300	446	1460	3080
Schönbuch	559	2960	770	1430	4650
¹ zum Vergleich					

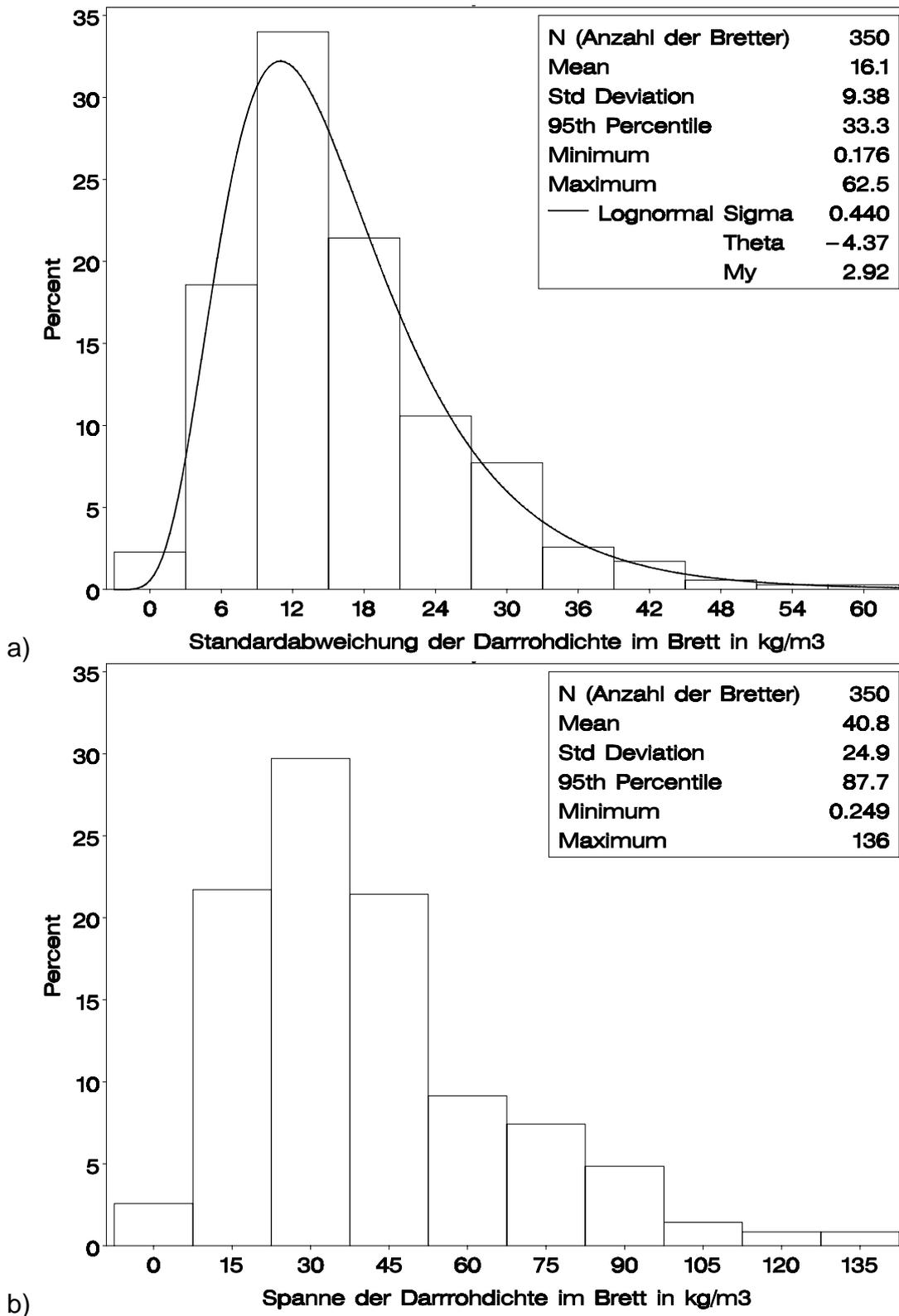


Bild A-7 Häufigkeitsverteilung und angepasste Lognormaldichte der Standardabweichung der Darrrohdichte von Brettelementen (a) und Spanne der Darrrohdichte innerhalb der Bretter (b); Auswertung der Daten der Holzforschung München

Tabelle A-5 Statistik der strukturellen Eigenschaften Bruttorehdichte, größter DEB-Wert, Anzahl astbehafteter Elemente und dyn. Elastizitätsmodul

Bruttorehdichte kg/m ³					
Klasse	n	\bar{x}	s	min	max
1	336	657	32,5	575	757
2	428	662	30,9	588	753
3	444	674	28,6	599	774
4	307	685	27,0	619	767
5	373	706	30,2	636	818
größter DEB-Wert ¹					
1	289	0,358	0,183	0,0215	0,822
2	316	0,261	0,164	0,0288	0,714
3	295	0,222	0,141	0,0206	0,697
4	200	0,183	0,119	0,0258	0,543
5	207	0,153	0,110	0,0206	0,502
Anzahl astbehafteter Elemente ¹					
1	289	2,85	1,92	1	13
2	316	2,77	1,81	1	9
3	295	2,43	1,56	1	8
4	200	2,56	1,67	1	9
5	207	2,25	1,50	1	8
dynamischer Elastizitätsmodul N/mm ²					
1	336	12100	775	9656	12995
2	428	13500	282	13002	13999
3	444	14500	304	14000	14999
4	307	15400	291	15001	15996
5	373	17000	919	16007	20613
¹ n entspricht hier der Anzahl an astbehafteten Brettern					

Tabelle A-6 Parameter der Betaverteilung für die Bruttorehdichte und den größten DEB-Wert und Parameter für die Lognormalverteilung für die Anzahl astbehafteter Elemente

Bruttorehdichte					
Klasse	N	θ	α	β	σ
1	336	570	2,82	3,26	187
2	428	563	6,29	11,7	282
3	444	598	3,27	4,28	177
4	307	601	5,13	6,97	198
5	373	630	4,53	12,1	281
größter DEB-Wert					
		θ	α	β	σ
1	289	0,0172	1,62	2,38	0,837
2	316	0,0278	1,01	2,05	0,705
3	295	0,0197	1,28	3,61	0,774
4	200	0,0251	1,09	3,78	0,645
5	207	0,0196	1,22	8,21	1,030
Anzahl astbehafteter Elemente					
		θ	μ	σ	
1	289	0	0,838	0,655	
2	316	0	0,815	0,643	
3	295	0	0,702	0,606	
4	200	0	0,740	0,629	
5	207	0	0,620	0,600	

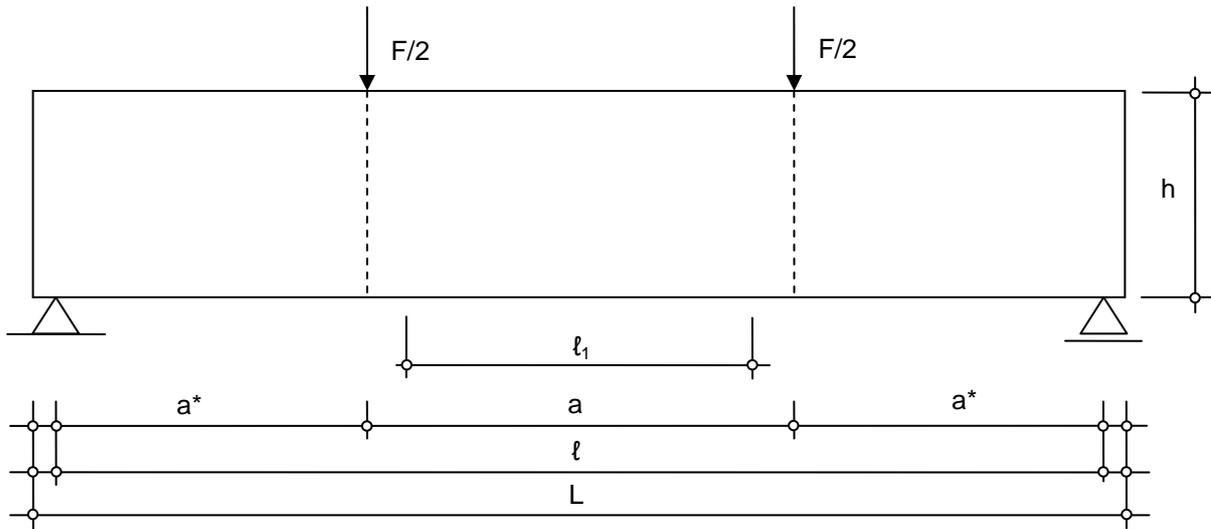


Bild A-8 Versuchsaufbau nach EN 408

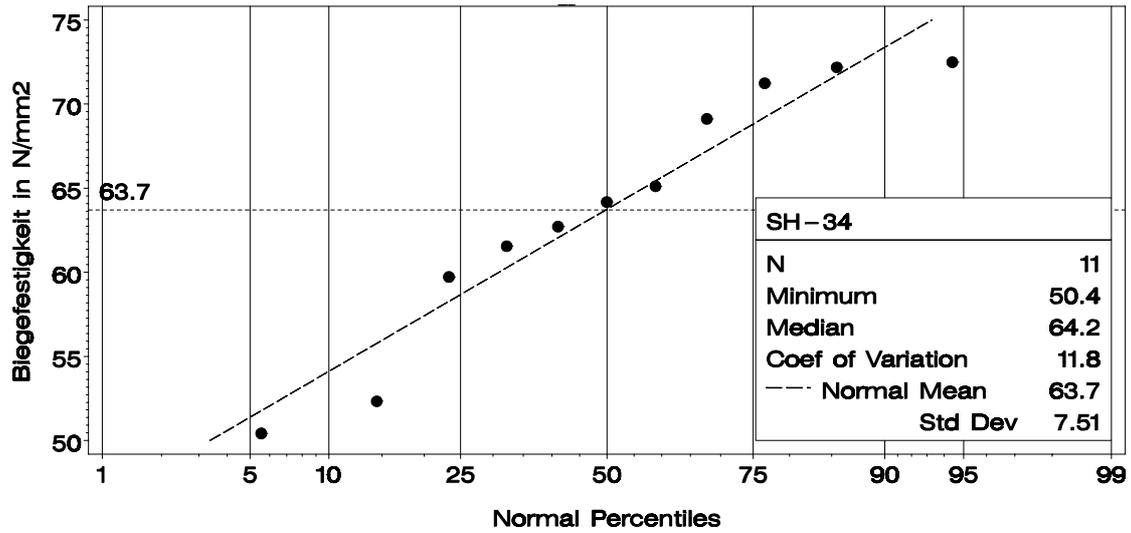
Tabelle A-7 Prüfkörper- und Systemmaße in mm

Tragfähigkeitsklasse	Prüfkörpermaße			Statisches System				Lamellen	
	L	h	b	l	a	a^*	l_1	d	Anzahl
SH-34 H-34 N-34	5600	341	110	5400	2100	1650	1700	34,1	10
SH-60 H-60	9320	605 ¹ 607 ²	100 ¹ 105 ²	9000	3600	2700	3000	30,3 ¹ 35,7 ²	20 ¹ 17 ²
H-11 N-11	1550	107	105	1488	640	424	530	35,7	3

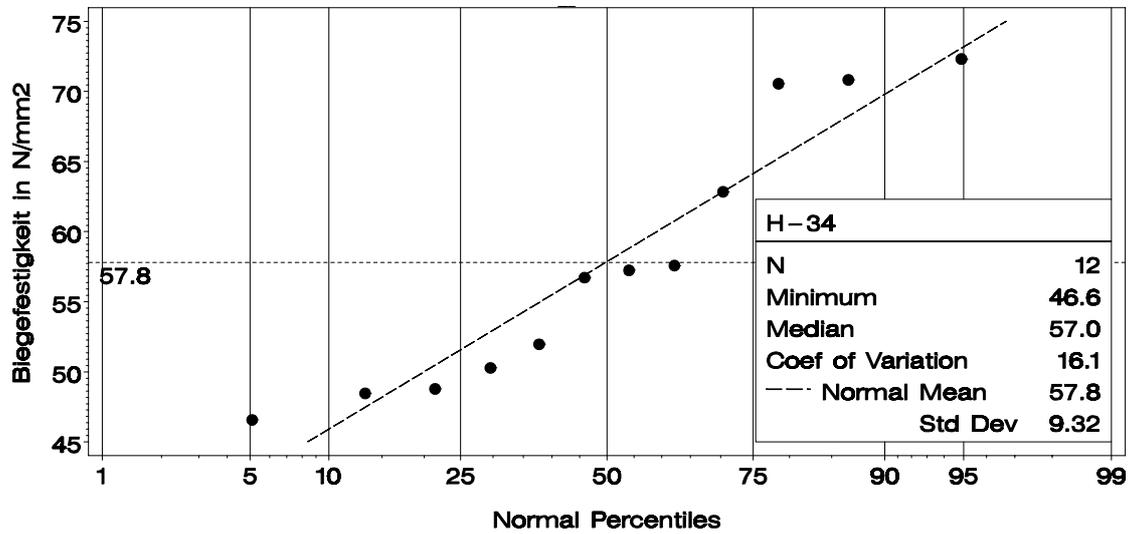
¹ Träger aus Holz der Herkunft Nordhessen
² Träger aus Holz der Herkunft Schönbuch

Tabelle A-8 Unterteilung der Klasse 5; Bretter aus Nordhessen und dem Schönbuch

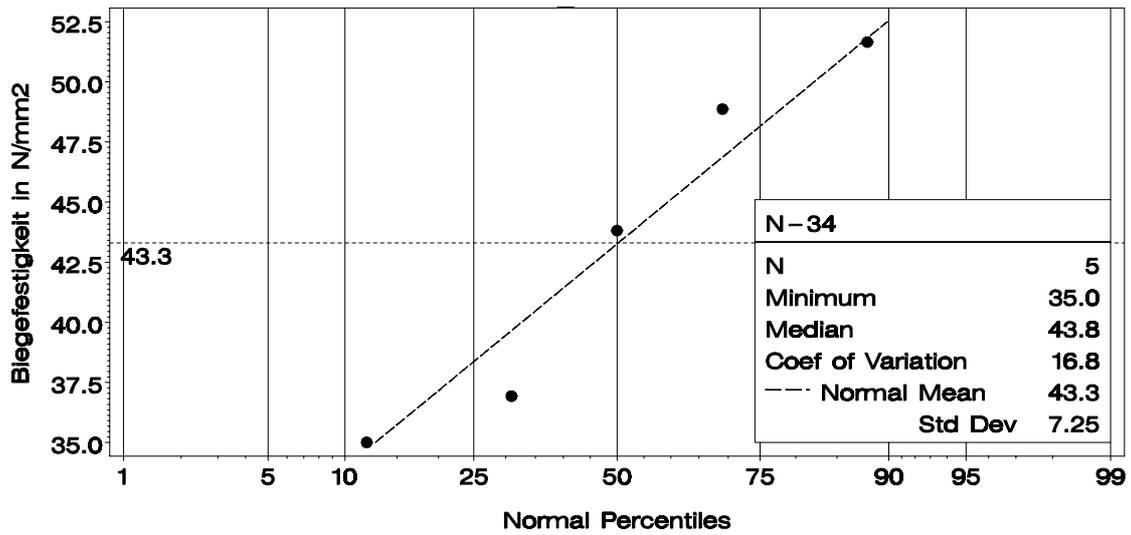
Klasse	Grenzen für den dynamischen Elastizitätsmodul in N/mm ²
5 → $\left\{ \begin{array}{l} 5^* \\ 6 \\ 7 \end{array} \right.$	$16000 < E_{\text{dyn}} \leq 17000$ $17000 < E_{\text{dyn}} \leq 18000$ $18000 < E_{\text{dyn}}$



a)

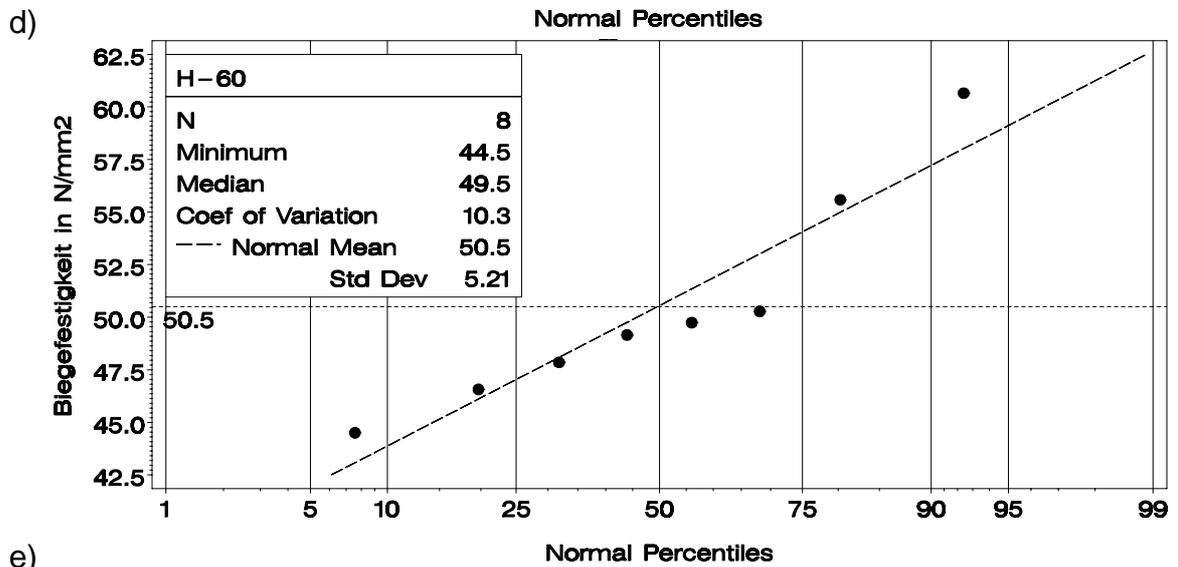
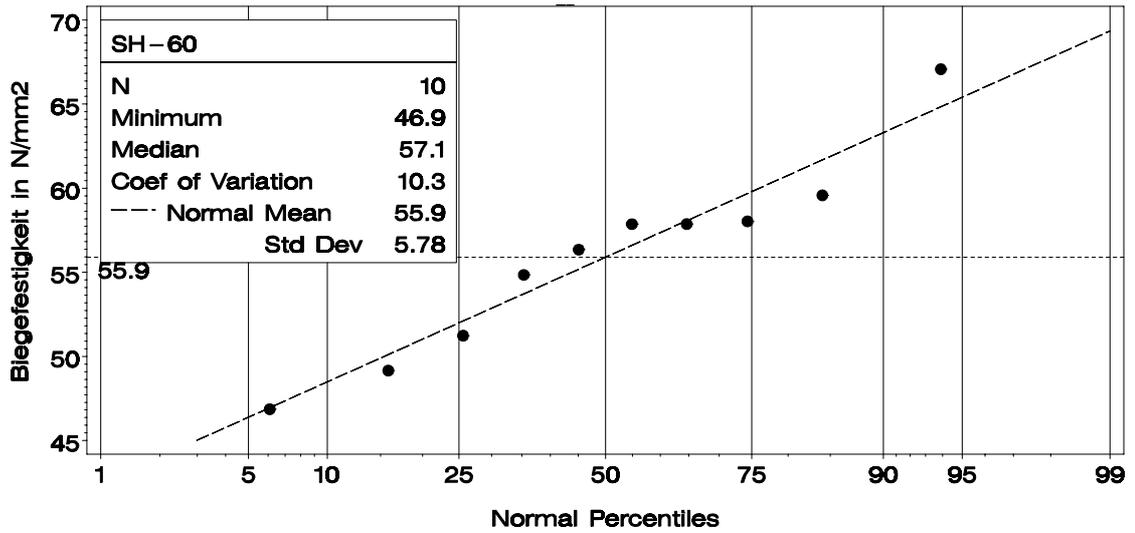


b)



c)

Bild A-9 Empirische Verteilung der Biegefestigkeit und angepasste Normalverteilungen für die Tragfähigkeitsklassen SH-34 (a), H-34 (b) und N-34 (c)



e)

Bild A-9 (Forts.) Empirische Verteilung der Biegefestigkeit und angepasste Normalverteilungen für die Tragfähigkeitsklassen SH-60 (d) und H-60 (e)

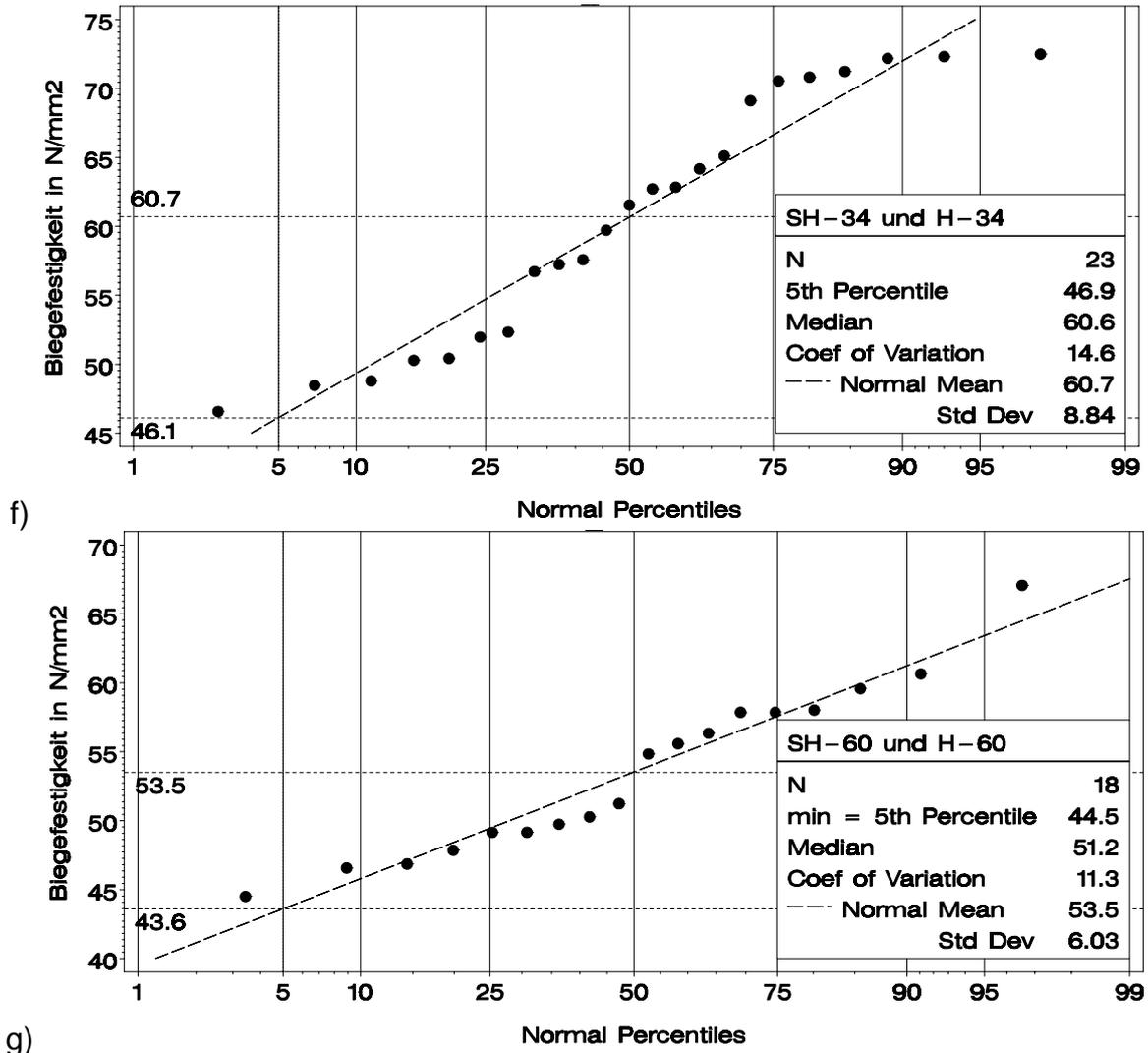


Bild A-9 (Forts.) Empirische Verteilung der Biegefestigkeit und angepasste Normalverteilungen für die vereinigten Tragfähigkeitsklassen SH-34 und H-34 (f) sowie SH-60 und H-60 (g)

Tabelle A-9 Statistik der Biege- und Zugfestigkeit der Keilzinkenprüfkörper aus visuell sortierten Brettern

Holzherkunft		Biegefestigkeit ¹ N/mm ²	Zugfestigkeit ² N/mm ²
Spessart	n	31	31
	\bar{x}	68,8	44,1
	s	10,4	14,5
	$\tilde{x}_{0,05}$	50,4 ³	19,1
	min	49,7	13,3
	max	91,0	71,1
Nordhessen	n	56	52
	\bar{x}	85,2	50,9
	s	10,6	11,9
	$\tilde{x}_{0,05}$	68,5 ⁴	32,5
	min	55,0	27,0
	max	116	81,3
Schönbuch	n	21	18
	\bar{x}	70,0	46,1
	s	8,7	13,4
	$\tilde{x}_{0,05}$	49,5 ⁵	29,5
	min	49,2	29,5
	max	85,2	68,8
Spessart	n	108	101
Nordhessen	\bar{x}	77,5	48,0
Schönbuch	s	12,9	13,3
	$\tilde{x}_{0,05}$	55,5 ⁶	27,0
¹ aus Flachkant-Biegeprüfung mit einer Stützweite von 15 h ² aus Zugprüfung mit einer freien Prüflänge von 600 mm und gelenkiger Lasteinleitung 95% Vertrauensgrenzen für das 5%-Quantil unter der Annahme normalverteilter Daten: ³ [44,5-59,4], ⁴ [62,6-71,5], ⁵ [47,9-60,4], ⁶ [52,1-59,7]			

Tabelle A-10 Statistik der Holzfeuchte und Rohdichte nach EN 408 ermittelt an den Brett-Enden von Keilzinkenprüfkörpern aus visuell sortierten Brettern; 199 von 209 Prüfkörpern berücksichtigt

Holzherkunft		Holzfeuchte %	Rohdichte kg/m ³
Spessart	n	124	124
	\bar{x}	11,3	690
	s	0,595	45,4
	min	8,15	584
	max	13,4	816
Nordhessen	n	206	206
	\bar{x}	9,95	693
	s	0,538	43,7
	min	8,85	575
	max	11,9	822
Schönbuch	n	68	68
	\bar{x}	10,5	687
	s	0,597	38,2
	min	9,14	616
	max	11,7	841
Spessart	n	398	398
Nordhessen	\bar{x}	10,5	691 ¹
Schönbuch	s	0,826	43,3 ¹
¹ $\rho_k = 691 - 1,65 \cdot 43,3 = 619,6 \text{ kg/m}^3$			

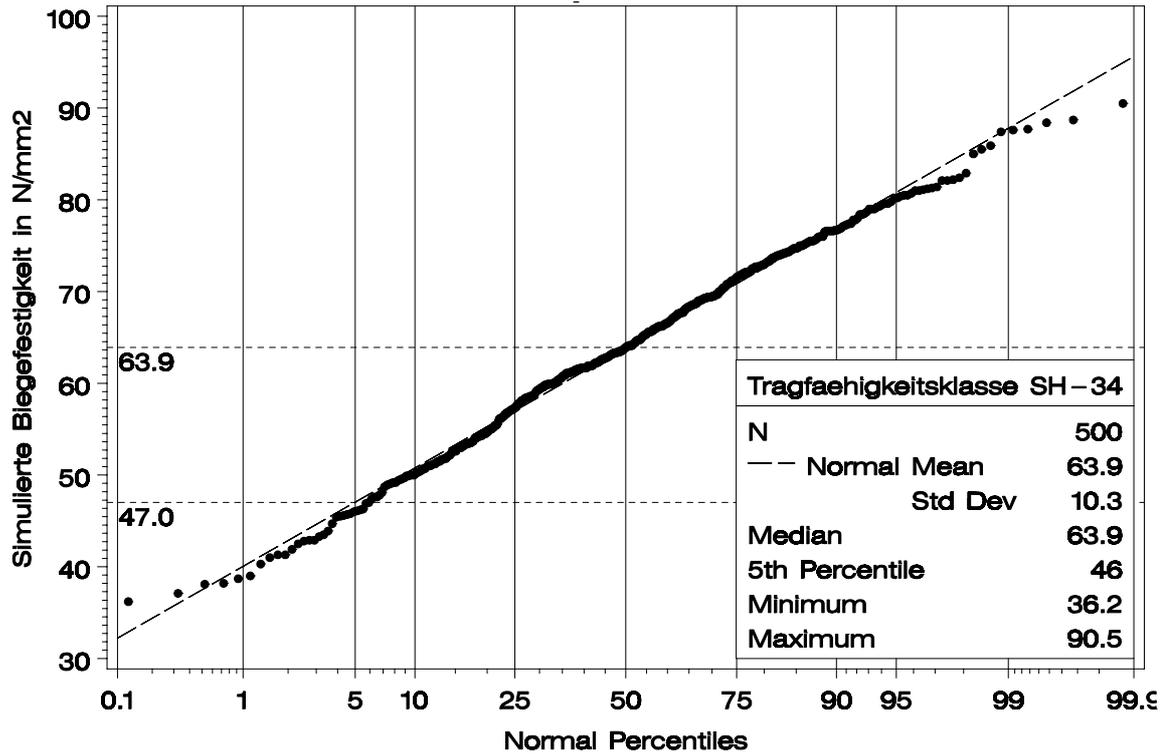
Tabelle A-11 Statistik der Biegefestigkeit in N/mm² der Keilzinkenprüfkörper aus maschinell sortierten Brettern

		Klasse				
		2	3	4	5	4+5
Spessart	n	21	25	18	24	42
	\bar{x}	72,4	79,3	85,9	88,5	87,4
	s	14,7	12,5	9,42	9,15	9,24
	$\tilde{x}_{0,05}$	47	52,3	69,0	73,0	71,0
	min	46,9	49,5	69,0	72,7	69,0
	max	91,3	97,5	104	105	105
Nordhessen	n	20	22	22	19	41
	\bar{x}	76,4	82,3	89,7	87,1	88,5
	s	9,73	13,2	10,1	10,6	10,3
	$\tilde{x}_{0,05}$	55,7	50,6	71,6	67,9	71,4
	min	55,7	51,2	71,4	67,9	67,9
	max	90,9	101	106	106	106
Schönbuch	n	22	22	22	22	44
	\bar{x}	78,5	79,1	85,5	84,0	84,7
	s	13,3	12,2	11	12,3	11,6
	$\tilde{x}_{0,05}$	43,1	52,5	61,5	60,3	62
	min	42	51,6	60,8	59,6	59,6
	max	94	101	100	103	103
Spessart	n	63	69	62	65	127
Nordhessen	\bar{x}	75,8	80,2	87,1	86,6	86,8
Schönbuch	s	12,9	12,5	10,2	10,8	10,5
	$\tilde{x}_{0,05}$	48,2 ¹	53,8 ²	69,1 ³	68,1 ⁴	68,8 ⁵
95% Vertrauensgrenzen für das 5%-Quantil unter der Annahme normalverteilter Daten:						
¹ [48,9-58,9], ² [54,4-63,7], ³ [65,7-73,7], ⁴ [64,2-72,4], ⁵ [66,5-72,2]						

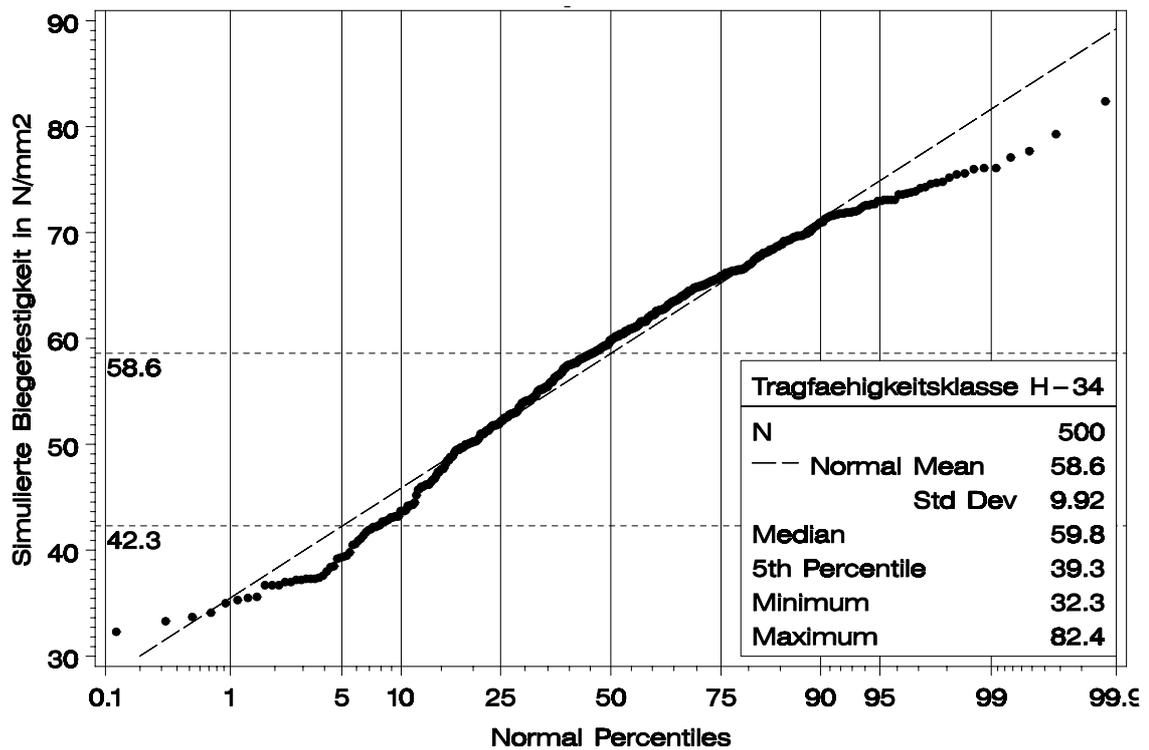
Tabelle A-12 Statistik der Holzfeuchte und Rohdichte nach EN 408 ermittelt an den Brett-Enden von Keilzinkenprüfkörpern aus maschinell sortierten Brettern; alle 259 Prüfkörper berücksichtigt

		Holzfeuchte %	Rohdichte kg/m ³
getrennt nach Wuchsgebiet			
Spessart	n	176	176
	\bar{x}	9,64	681
	s	0,822	33,8
	min	8,80	595
	max	12,1	781
Nordhessen	n	166	166
	\bar{x}	8,88	672
	s	0,345	39,2
	min	7,98	583
	max	9,70	817
Schönbuch	n	176	176
	\bar{x}	9,84	681
	s	0,432	32,3
	min	8,95	606
	max	10,6	786
getrennt nach Klasse			
2	n	126	126
	\bar{x}	9,30	662
	s	0,551	37,4
	min	8,17	583
	max	11,1	770
3	n	138	138
	\bar{x}	9,44	673
	s	0,764	27,6
	min	7,98	605
	max	12,1	752
4	n	124	124
	\bar{x}	9,54	679
	s	0,724	33,7
	min	8,30	596
	max	11,6	781
5	n	130	130
	\bar{x}	9,59	699
	s	0,734	32,2
	min	8,40	621
	max	11,9	817
2 bis 5	n	518	518
	\bar{x}	9,47	678 ¹
	s	0,707	35,3 ¹

¹ $\rho_k = 678 - 1,65 \cdot 35,3 = 619,8 \text{ kg/m}^3$

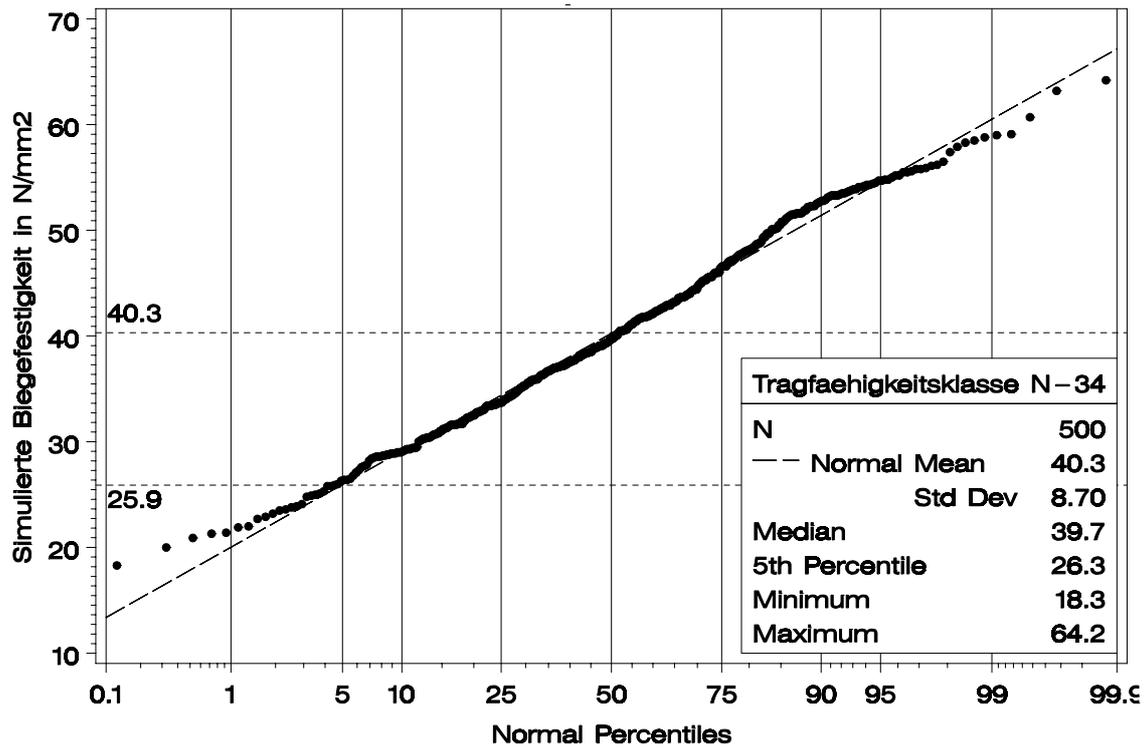


a)

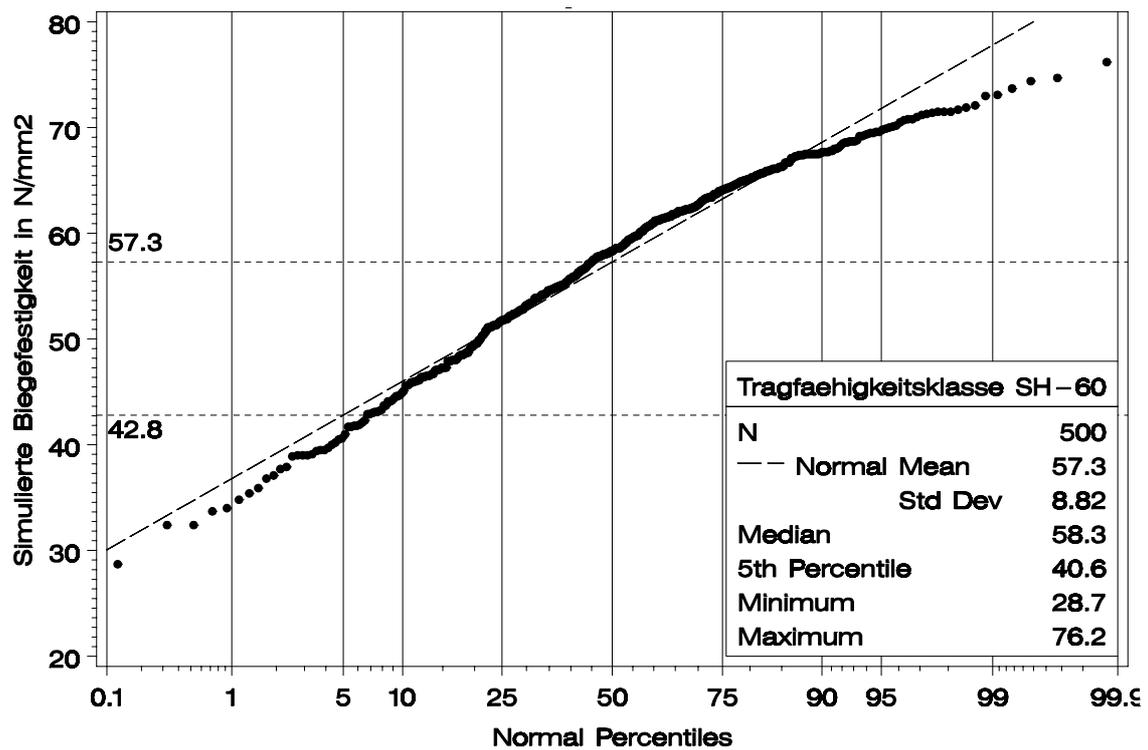


b)

Bild A-10 Verteilung der simulierten Biegefestigkeit und angepasste Normalverteilungen für die Tragfähigkeitsklassen SH-34 (a) und H-34 (b)

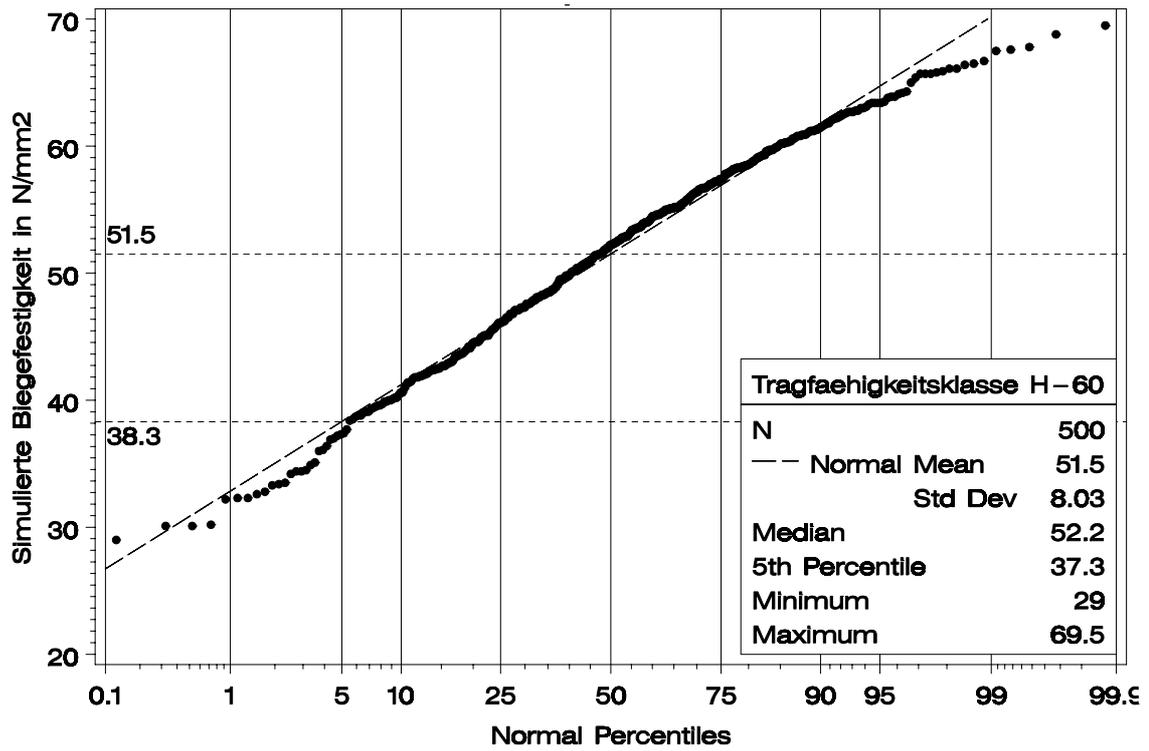


c)



d)

Bild A-10 (Forts.) Verteilung der simulierten Biegefestigkeit und angepasste Normalverteilungen für die Tragfähigkeitsklassen N-34 (c) und SH-60 (d)



e)

Bild A-10 (Forts.) Verteilung der simulierten Biegefestigkeit und angepasste Normalverteilung für die Tragfähigkeitsklasse H-60 (e)

Tabelle A-13 Statistik der strukturellen Eigenschaften Bruttorehdichte, größter DEB-Wert, Anzahl astbehafteter Elemente und dyn. Elastizitätsmodul

Modell	n	\bar{x}	s	min	max
Bruttorehdichte kg/m ³					
LS7	365	680	33,4	583	797
LS10/a	321	676	35,2	575	797
LS10/b	1523	675	35,0	575	818
LS13/a	1202	675	34,9	580	818
LS13/b	633	674	34,8	580	818
MS/a	539	695	30,4	619	818
MS/b	301	693	31,1	627	818
größter DEB-Wert ¹					
LS7	365	0,466	0,102	0,330	0,800
LS10/a	321	0,264	0,0377	0,202	0,329
LS10/b	942	0,159	0,0877	0,0206	0,329
LS13/a	621	0,105	0,0475	0,0206	0,200
LS13/b	52	0,0331	0,00635	0,0206	0,0412
MS/a	266	0,0969	0,0454	0,0206	0,200
MS/b	28	0,0323	0,00620	0,0206	0,0412
Anzahl astbehafteter Elemente ¹					
LS7	365	3,05	1,73	1	9
LS10/a	321	3,01	1,87	1	13
LS10/b	942	2,42	1,69	1	13
LS13/a	621	2,11	1,51	1	9
LS13/b	52	1,17	0,382	1	2
MS/a	266	2,11	1,44	1	9
MS/b	28	1,14	0,356	1	2
dynamischer Elastizitätsmodul N/mm ²					
LS7	365	13300	1500	9656	17368
LS10/a	321	14200	1530	9887	18743
LS10/b	1523	14800	1640	9887	20613
LS13/a	1202	14900	1630	9928	20613
LS13/b	633	15100	1620	10234	20613
MS/a	539	16400	1110	15002	20613
MS/b	301	16400	1100	15013	20613

¹ n entspricht hier der Anzahl an astbehafteten Brettern

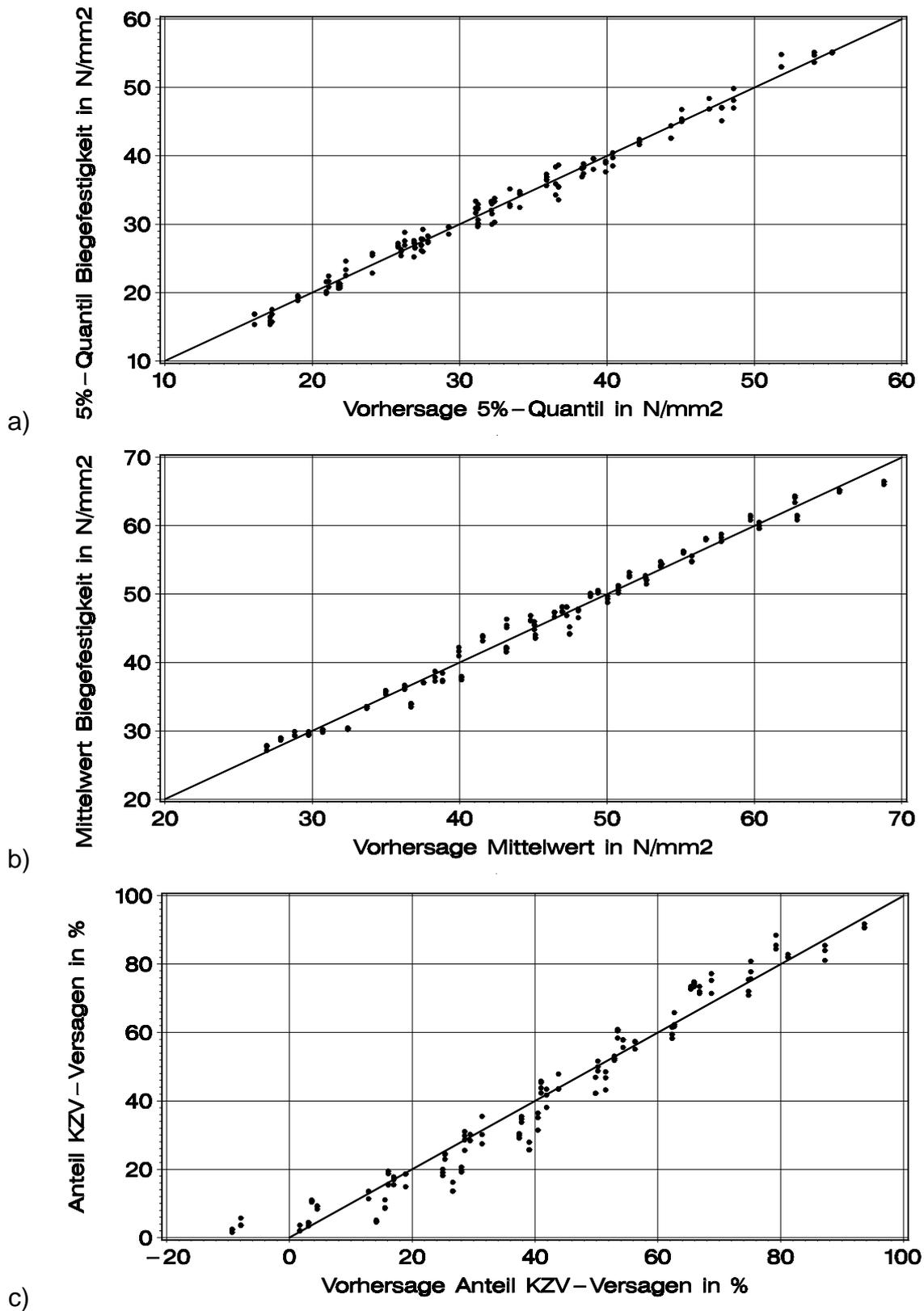


Bild A-11

5%-Quantil (a) und Mittelwert (b) der simulierten Biegefestigkeit über der Vorhersage nach Gleichung (44) bzw. (45) sowie Anteil des Keilzinkenversagens über der Vorhersage nach Gleichung (46) (c)

Tabelle A-14 Umrechnungsfaktoren k_{test} aus dem Schrifttum

	k_{test}	Mittelwert	5%-Quantil
Einschätzung von Colling et al. 1991 anhand von Larsens Versuchen	1,4 ¹		x
Berechnung von Colling und Falk 1993 mit Daten von Foschi and Barrett 1980	1,04 -1,14	x	
Larsen 1982 zitiert in Colling und Falk 1993	1,1 – 2,0	x	
Colling und Falk 1993	1,2 -1,4 1,1 -1,3	x	x
Görlacher (1992) (<i>unveröffentlicht</i>)	1,3 1,2	x	x
¹ In dieser Literaturstelle wird k_{test} als k_{iso} bezeichnet			

Lebenslauf

23.10.1969	geboren in Konstanz
1976 – 1980	Grundschule Karlsruhe und Weingarten (Baden)
1980 – 1989	Thomas-Mann-Gymnasium Stutensee
26.4.1989	Reifeprüfung
1989 – 1990	Zivildienst
WS 91/92 – SS 98	Studium des Bauingenieurwesens an der Universität Karlsruhe (TH)
24.9.1998	Diplomprüfung
1.11.1998 – 30.4.1999	Mitarbeiter im Büro für Baukonstruktionen Wenzel, Frese, Pörtner, Haller, Karlsruhe
1.5.1999 – 31.7.2001	Mitarbeiter im Büro Müller und Klein, Freiburg
seit 1.8.2001	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Ingenieurholzbau und Baukonstruktionen, Universität Karlsruhe (TH)

Motiviert durch das gegenwärtige forstwirtschaftliche Bestreben, mehr Laubholz zu nutzen, war es das Ziel der vorliegenden Arbeit, eine allgemeine Bemessungsgleichung für die charakteristische Biegefestigkeit von Brettschichtholz aus Buche (*fagus silvatica L.*) in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit der Bretter und der Keilzinkenbiegefestigkeit herzuleiten. Eine Bemessung in ähnlicher Form ist zurzeit nur für Brettschichtholz aus Nadelholz baurechtlich eingeführt und kann aufgrund der wesentlich höheren Zugfestigkeit von Buchenholz nicht ohne weiteres auf dieses übertragen werden.

Zur Bestimmung einer eigenen Bemessungsgleichung für Brettschichtholz aus Buche wurde ein Rechenmodell entwickelt, mit dem die Biegefestigkeit von Brettschichtholzträgern aus visuell oder maschinell sortierten Buchenbrettern berechnet werden kann. Die Zuverlässigkeit des Rechenmodells konnte anhand von Biegeprüfungen an Versuchsträgern in Bauteilgröße bestätigt werden. Mit dem Rechenmodell wurde als Ersatz für kostenintensive Trägerversuche ein umfangreicher Datensatz erzeugt, in dem die Biegefestigkeit der Träger in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit der Bretter und der Keilzinkenverbindungen beschrieben wird. Mithilfe einer Regressionsrechnung wurde aus diesen Daten die Bemessungsgleichung ermittelt.

ISSN 1860-093X

ISBN 3-86644-043-X

www.uvka.de