Numerische Simulation des Schädigungsverhaltens von Brückenpfeilern aus Stahlbeton unter Erdbebenlasten

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von Dipl.-Ing. Andreas Fäcke aus Köln

Tag der mündlichen Prüfung:

Hauptreferent: Korreferenten: 9. Dezember 2005

Prof. Dr.-Ing. L. Stempniewski Prof. Dr.-Ing. habil. P. Vielsack Prof. Dr.-Ing. K. Meskouris

Karlsruhe 2006

Kurzfassung

Bei den Starkbeben in Kobe (Japan) 1995 und Taiwan 1999 kam es erneut zum Einsturz wichtiger Brücken infolge eines spröden Verformungsverhaltens von Stahlbetonpfeilern. So wurde bei dem Erdbeben in Kobe der Hanshin-Expressway über weite Streckenabschnitte zerstört und konnte kurzfristig nicht instand gesetzt werden. Dabei sind Brücken als Bestandteil der Infrastruktur für die Durchführung von Rettungsarbeiten nach einem Erdbeben und im weiteren Verlauf für Wiederaufbaumaßnahmen von besonderer Bedeutung. Um einen sicheren und wirtschaftlichen Tragwerksentwurf zu gewährleisten, sollten Brückenpfeiler eine hohe Verformungskapazität aufweisen, so dass bei der Modellbildung der Pfeiler geometrische und materielle Nichtlinearitäten berücksichtigt werden müssen.

In dieser Arbeit wurde ein Fasermodell auf Grundlage der Finiten Elemente Methode entwickelt, mit dem das zyklische und nichtlineare Verformungsverhalten von schlanken Brückenpfeilern aus Stahlbeton unter Erdbebeneinwirkungen simuliert werden kann. Die klassische Fasermodellierung wurde um einen Verbundansatz erweitert, mit dem der Schlupf zwischen Beton und Bewehrung diskret abgebildet werden kann. Der Vorteil hiervon ist, dass das Schädigungsverhalten von Beton, Bewehrung und Verbund realistischer erfasst und eine Verankerung der Längsbewehrung in angrenzenden Bauteilen berücksichtigt werden kann. Beispielsweise konnte in den Simulationen durch Berücksichtigung der Bewehrungs-Verankerung im Fundament eine deutlich bessere Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen erreicht werden. Mit dem Modell wurde eine Lücke zwischen detaillierten kontinuumsmechanischen und vereinfachten strukturmechanischen Modellen geschlossen, so dass dynamische Erdbebensimulationen auch für große Strukturen mit hohem Detaillierungsgrad innerhalb praktikabler Rechenzeiten durchgeführt werden können.

Große Bauteilverformungen sind zwangsläufig mit Materialentfestigungen verbunden, die bei der klassischen Finite Elemente Methode zu numerischen Problemen und netzabhängigen Ergebnissen führen. Um dennoch große Pfeilerlverformungen objektiv abbilden zu können, wurde ein Ansatz aus der Kontinuumsmechanik erstmalig im Rahmen der Fasermodellierung in ein Strukturelement implementiert. Das Modell zeigt eine gute Übereinstimmung mit Stützenversuchen aus der Literatur für monotone, zyklische und biaxiale Horizontalbelastungen auch bei veränderlicher Vertikalkraft bis weit in den Entfestigungsbereich. Somit sind Aussagen über das Erdbebenverhalten von Brücken auch bei hohem Schädigungsgrad der Pfeiler möglich. In verschiedenen quasi-statischen Anwendungen des Modells wird gezeigt, dass der statische Ausnutzungsgrad des Pfeilerquerschnitts infolge Auflast einen signifikanten Einfluss auf die horizontale Traglast und Verschiebeduktilität besitzt. Meist ist die Vertikalkraft in Brückenpfeilern infolge Auflast durch die Konstruktion festgelegt und außerdem kann sie wegen der vertikalen Erdbebenkomponente nicht als konstant wirkend angenommen werden. Aus diesem Grund wurde untersucht, ob die Vertikalkraft zur Optimierung der statischen Ausnutzung durch eine definierte Vorspannung im Pfeiler ersetzt werden kann. Die Berechnungen haben ergeben, dass eine Vorspannung im Verbund aufgrund lokaler Spannungskonzentrationen bei Biegung des Pfeilers immer zu einer erheblichen Abminderung der Duktilität führt, eine Vorspannung ohne Verbund aber die Vertikalkraft infolge statischer Auflast ersetzen kann.

Wie sich der Ausnutzungsgrad auf das Tragwerksverhalten bei realistischen dynamischen Erdbebensimulationen auswirkt, wurde in einer Parameterstudie an einer Balkenbrücke mit Festlagern in den Pfeilern untersucht. Der Ausnutzungsgrad wurde dabei zwischen 8,5 und 40% variiert. Während die maximalen Pfeilerverformungen nahezu unabhängig vom Ausnutzungsgrad waren, zeigte sich ein signifikanter Einfluss auf die maximalen Querkräfte. Ferner wurde in einer praktischen Anwendung das Kobe-Erdbeben am Hanshin-Expressway simuliert. Die Ergebnisse der dynamischen Simulationen weisen auf die gleichen Schäden hin, wie sie an typischen Pfeilern des Expressways nach dem Erdbeben aufgetreten sind.

Abstract

The earthquakes in Kobe (Japan) 1995 and Taiwan 1999 have again caused a collapse of important bridges due to an inductile performance of several reinforced concrete piers. Thus a large portion of the Hanshin-Expressway was destroyed during the Kobe earthquake and could not be reconstructed within short-term. Bridges are part of the infrastructure which is essential for rescue work after an earthquake and for rebuilding measures later on. In order to assure a safe and economical structural design bridge piers should exhibit a high deformational capacity. Accordingly geometrical and constitutive nonlinearities cannot be disregarded in pier modelling.

A fibre modelling approach based on the finite element method was adopted in this work to simulate the cyclic and nonlinear deformation performance of reinforced concrete bridge piers due to earthquake loading. The conventional fibre modelling was extended by a bond-slip approach, so that slip between reinforcement and concrete can discretely be considered. The advantage thereof is a more realistic computation of damage in concrete, reinforcement, and bond. Furthermore the anchorage of reinforcement in adjacent components can be considered. For instance, it was possible to significantly enhance the agreement to experimental tests by taking into acount the anchorage of reinforcement in the foundation. The model closes a gap between detailled continuum and simplified structural mechanical approaches, so that dynamic earthquake simulations can be performed on large structures with high level of detail in a practicable computational time.

Large structural deformations are unavoidably be associated with material softening, which leads to numerical problems and mesh dependent results in the standard finite element method. In order to facilitate an objective simulation of large pier deformations an approach from continuum mechanics was first time implemented in the framework of fibre modelling in a structural beam element. The model shows a good agreement to experimental tests on columns under monotonic, cyclic, and biaxial horiziontal loading, also in combination with a variable vertical load. The agreement applies to the softening of the piers, too. Followingly predictions can be made on the earthquake performance of bridges, even when a high level of damage is present in the piers.

In several quasi-static applications of the model it will be shown that the axial force in the cross-section of piers due to vertical load strongly influences the horizontal strength and displacement ductility of reinforced concrete piers. In the majority of cases the vertical load is already predetermined by the selected bridge construction and furthermore the load cannot be anticipated constant because of the vertical ground motion component. For this reason it was studied, if the vertical load can be replaced by a defined prestressing of the pier in order to optimize the axial force in the pier. The calculations have yield that a pre-tensioning drastically reduces the ductility because of stress concentrations due to pier-bending. However posttensioning can replace the vertical load.

The influence of the axial load in the piers was studied in a parametric study with realistic dynamic earthquake simulations at a girder bridge with thrust bearings at the piers. In that study the axial load varies between 8.5 and 40% of the vertical load bearing pier-capacity. While the maximum pier deformations are nearly independent of the axial load, the maximum shear forces are significantly influenced. Moreover, in a practical application the Kobe earthquake was simulated at the Hanshin Express-way. The simulations have revealed the same failure mechanisms as have been observed at typical piers of the expressway after the earthquake.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Karlsruhe (TH).

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. L. Stempniewski für die Anregung zu dieser Arbeit, die kritischen Anmerkungen und wertvollen Diskussionen, sowie für die Übernahme des Hauptreferats.

Ebenso gilt mein besonderer Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. P. Vielsack und Herrn Prof. Dr.-Ing. K. Meskouris für die Übernahme des Korreferats und die wertvollen Ergänzungsvorschläge.

Weiterhin bedanke ich mich bei allen Kollegen des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie für die gute Zusammenarbeit und ihre Unterstützung bei dieser Arbeit.

Besonders herzlich bedanke ich mich bei meiner ganzen Familie, meinen Freunden und bei meiner Lebensgefährtin Stephanie, die mich mit viel Geduld und Verständnis begleitet hat.

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	führ	ung	1
	1.1	Pro	blemstellung	1
	1.2	Sta	nd der Forschung	3
	1.2.	1	Einteilung vorhandener Modelle	3
	1.2.	2	Einaxiale Werkstoffgesetze	6
	1.3	Ziel	setzung	7
2	Erd	beb	eningenieurwesen	9
	2.1	Ver	sagensarten und Normung von Brücken bei Erdbeben	9
	2.2	Pfe	iler unter Erdbebeneinwirkungen	16
	2.2.	1	Verformungsverhalten und Duktilität	16
	2.2.	2	Schäden und Versagensarten	21
	2.2.	3	Simulation von Erdbebenszenarien	30
	2.3	Qua	antifizierung von Schädigungen	34
3	Fini	ite E	Elemente Methode und Modellwahl	37
	3.1	Kor	ntinuumsmechanische Grundlagen	37
	3.2	Met	thode der Finiten Elemente	42
	3.3	For	mulierung der verwendeten Finiten Elemente	49
	3.3.1		Balkenelemente	49
	3.3.	2	Stabelemente	55
	3.3.	3	Verbundelemente	56
	3.4	Мо	dellbeschreibung mit erweiterter Fasertheorie	62
4	Nur	neri	sche Werkstoffmodellierung von Stahlbeton	71
	4.1	Mat	terialtheorien	71
	4.2	Bet	on	78
	4.2.	1	Monotone Zugbeanspruchung	78
	4.2.	2	Zyklische Zugbeanspruchung	84
	4.2.	3	Monotone Druckbeanspruchung	86
	4.2.	4	Zyklische Druckbeanspruchung1	02
	4.2.	5	Umkehrbelastung – Kontakteffekte1	04
	4.2.	6	Belastungsgeschwindigkeit1	10
	4.2.	7	Nichtlokale Druckschädigung1	12
	4.3	Sta	hl1	18
	4.4	Ver	bund1	31
	4.5	Imp	lementierung in ABAQUS1	40

5 Ve	rifikation des Werkstoffmodells	149		
5.1	Schlanke Stahlbeton-Stütze	149		
5.2	Stahlbeton-Stütze unter biaxialer Belastung	159		
5.3	Gedrungene Stahlbeton-Stütze			
6 An	wendung des Werkstoffmodells			
6.1	Pfeiler der San Francisco-Oakland Bay Bridge	165		
6.2	Balkenbrücke mit Festpunkt in den Pfeilern	175		
6.3	Hanshin Expressway in Kobe			
7 Zu	sammenfassung	191		
Literatur1				

1 Einführung

1.1 Problemstellung

Wie die Starkbeben in Kobe (Japan) 1995 und Taiwan 1999 sowie Untersuchungen im Rahmen des Deutschen Forschungsnetzes Naturkatastrophen (FÄCKE, STEMPNIEWSKI [44]) gezeigt haben, ist die Infrastruktur gegenüber Erdbebeneinwirkungen hochgradig verletzlich. Gerade die Infrastruktur sollte nach einer Erdbebenkatastrophe aber möglichst uneingeschränkt funktionieren, um direkt Rettungs- und Bergungsmaßnahmen sowie im weiteren Verlauf Wiederaufbaumaßnahmen durchführen zu können. Brücken haben sich als besonders kritischer Bestandteil der Infrastruktur herausgestellt, da durch ihr Versagen wichtige Rettungswege ausfallen können und eine Instandsetzung für einen Notverkehr kurzfristig meist nicht möglich ist. Deshalb sollte den Brücken ein erhöhter Sicherheitsanspruch zukommen.

Ein Großteil der Schäden ist auf ein Versagen von Brückenpfeilern zurückzuführen. Beispielsweise kollabierte der Hanshin-Expressway in Kobe über weite Streckenabschnitte infolge eines unzureichenden Erdbebenverhaltens der Stahlbetonpfeiler. Ein Teil dieser Pfeiler versagte aufgrund konstruktiver Mängel, beispielsweise wurden Ubergreifungsstöße der Längsbewehrung zu kurz ausgeführt und an der höchstbelasteten Stelle über dem Fundament platziert. Bei anderen Pfeilern trat ein spröder Schubbruch auf, der auf ein unzureichendes Bemessungskonzept mit einer Unterschätzung der Querkräfte zurückzuführen ist. Zur Gewährleistung einer sicheren Konstruktion ist jedoch eine hohe Verformungskapazität des Tragwerks unter Erdbebeneinwirkungen ohne Tragwiderstandsverlust anzustreben. Während die konstruktive Ausführung der Bewehrung inzwischen in nationalen Erdbebennormen, wie im EUROCODE 8, durch entsprechende Bestimmungen geregelt wird, erfordert eine sichere Bemessung tiefer greifende Kenntnisse über das Bauteil- und Materialverhalten. So können ungewollte Überfestigkeiten bei der Biegetragfähigkeit zu unerwartet hohen Querkräften und einen Schubbruch führen. Hierfür sind Berechnungsverfahren erforderlich, die das Werkstoffverhalten nichtlineare realitätsnah erfassen.

Für eine wirtschaftliche Konstruktion werden in nationalen Regelwerken mögliche Schäden in Abhängigkeit der Intensität oder Auftretenswahrscheinlichkeit eines seismischen Ereignisses definiert. So beinhaltet das Sicherheitskonzept des EUROCODE 8 zwei Grenzzustände. Der Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit gilt für moderate Erdbeben mit hoher Auftretenswahrscheinlichkeit und lässt geringe Schäden ohne Einschränkung des regulären Verkehrs zu. Der zweite Grenzzustand betrifft die Tragfähigkeit und gilt für starke Erdbeben mit geringer Auftretenswahrscheinlichkeit. Bei diesem Grenzzustand sind erhebliche Schäden erlaubt, eine Gefährdung von Personen ist aber auszuschließen, und die Befahrbarkeit für einen Notverkehr ist sicherzustellen. Für diese differenzierte Unterscheidung möglicher Schäden sind praktikable Berechnungsverfahren erforderlich, um eine Tragwerksoptimierung zu ermöglichen. Solche Berechnungsverfahren sind auch zur Risikobewertung von Brücken im Bestand wünschenswert, da meist Unsicherheiten bezüglich Betonfestigkeit und Bewehrungsausführung vorliegen und den Einsatz von Parameterstudien erfordern.

Um die bei Bodenerschütterungen auftretenden Kräfte im Tragwerk zu reduzieren, sollten schon beim Entwurf die Bauteile definiert werden, in denen plastische Verformungen auftreten dürfen und gezielt Energie dissippiert werden kann. Plastifizierungen im Überbau, an den Widerlagern und den Fundamenten sind zu vermeiden, da sie für Inspektions- und Reparaturmaßnahmen schwer zugänglich sind. Somit kann abgesehen von speziellen Erdbebenlagern nur in den Brückenpfeilern gezielt Energie dissipiert werden. Sie ermöglichen mittels plastischer Biegegelenke einen stabilen Verformungsmechanismus mit hoher Energiedissipation.

Aufgrund intensiver Forschung der letzten Jahrzehnte hat der Kenntnisstand im Bereich des Erdbebeningenieurwesens einen hohen Grad erreicht, jedoch liegen für den Ingenieur kaum praktikable Lösungen vor, um diese Erkenntnisse in den Entwurf von Bauwerken einzubringen. Dabei werden im Zuge der europäischen Harmonisierung der Erdbebennormung bei Brücken besonderer Art sogar anspruchsvolle nichtlineare Zeitverlaufsberechnungen vorausgesetzt. Hierzu gehören Brücken mit stark gekrümmten oder schiefwinkligen Grundriss und Brücken mit geneigten oder unterschiedlich langen Pfeilern. Aus diesem Grund wurde in der vorliegenden Arbeit ein anwenderfreundliches Modell entwickelt, mit dem das nichtlineare Verformungsverhalten von Stahlbetondruckgliedern realitätsnah abgebildet werden kann. Das Faflexibel sermodell ist und direkt einsetzbar, da es im Gegensatz zur Fließgelenktheorie lediglich Materialkenndaten als Eingangsgrößen benötigt. Bei geringen Rechenzeiten für dynamische Erdbebensimulationen können mögliche Schädigungen im Beton und der Bewehrung detailliert beurteilt werden. In der vorliegenden Arbeit wurde die klassische Fasermodellierung um einen Verbundansatz erweitert, so dass die Stahldehnungen realistischer erfasst werden. Außerdem kann damit beispielsweise der Einfluss einer nachgiebigen Verankerung der Längsbewehrung im Fundament auf das dynamische Pfeilerverhalten berücksichtigt werden.

1.2 Stand der Forschung

1.2.1 Einteilung vorhandener Modelle

Brückenpfeiler stellen prismatische Bauteile dar, die während eines Erdbebens durch Trägheitskräfte infolge ihrer eigenen Masse und der Masse des Überbaus vorwiegend senkrecht zur vertikalen Achse belastet werden. Aufgrund unterschiedlicher Versagensarten ist zwischen schlanken und gedrungenen Pfeilern zu unterscheiden. Erdbebeneinwirkungen führen bei schlanken Pfeilern zu einem einaxialen Dehnungszustand parallel zur Pfeilerachse, der zu einem Biegeversagen mit horizontalen Rissen führen kann. Bei gedrungenen Pfeilern bilden sich die Hauptdehnungsrichtungen hingegen unter einem bestimmten Winkel zur Pfeilerachse aus, so dass hier mit Schrägrissen und einem Schubversagen zu rechnen ist. Entsprechend reichen bei schlanken Pfeilern zur Abbildung des Werkstoff- und Schädigungsverhaltens einaxiale Stoffgesetze aus, während bei schlanken Pfeilern zwei- oder dreidimensionale Stoffgesetze erforderlich sind.

Die intensive Forschung der letzten Jahrzehnte im Bereich des nichtlinearen Materialverhaltens von Stahlbeton hat zu einer Vielzahl von ein-, zwei- und dreidimensionalen Werkstoffmodellen geführt. Ein Großteil der Modelle beschränkt sich auf monotone Belastungen, dennoch wurden insbesondere eindimensionale Werkstoffmodelle häufig für zyklische Belastungen entwickelt. Einerseits benötigt man eine bestimmte Netzfeinheit, um Schädigungen im Verbundwerkstoff Stahlbeton erfassen zu können, andererseits weisen Brückenpfeiler meist sehr große Abmessungen auf, so dass der Bedarf an Arbeitsspeicher und Rechenzeiten schnell anwächst. Obwohl die Rechenleistung elektronischer Datenverarbeitung (EDV) deutlich zugenommen hat, ist die Anwendung zwei- und dreidimensionaler kontinuumsmechanischer Modelle zur Untersuchung des Verformungs- und Schädigungsverhaltens von Brückenpfeilern somit rar und auf Arbeiten der letzten Jahre beschränkt.

Dennoch haben beispielsweise DAZIO und SEIBLE (2003) [31] die Pfeiler der San Francisco-Oakland Bay Bridge unter anderem mit Hilfe eines dreidimensionalen Werkstoffmodells entworfen und untersucht. In MAEKAWA, FUKUURA und AN (2001) [78] werden Brückenpfeiler mit einem zweidimensionalen Werkstoffmodell untersucht, wobei der Schwerpunkt auf der Abbildung multi-direktionaler Risse im Beton steht. RASHID, DAMERON und DOWELL (2000) [115] haben den Einfluss der Schubübertragung und Energiedissipation in Rissen auf das zyklische Verhalten von Pfeilern mit Hilfe dreidimensionaler Stoffgesetze erforscht. Die dynamische Simulation von Erdbebenszenarien erfordert deutlich höhere Rechenzeiten als quasi-statisch zyklische Simulationen und so beschränken sich die genannten Beispiele auf Detailuntersuchungen unter quasi-statischer Belastung.

Neben den Rechenzeiten sind auch aus Gründen der Übersichtlichkeit Vereinfachungen bei der Modellbildung durchzuführen. Interessiert beispielsweise vorwiegend das globale Erdbebenverhalten von Pfeilern und ihr Einfluss auf das Gesamttragwerk, so kann das Last-Verformungs-Verhalten mit Hilfe von Momenten-Krümmungs-Beziehungen auf Grundlage der Balkentheorie approximiert werden. Meist wird zusätzlich eine Biegemoment-Normalkraft-Interaktion und zum Teil auch eine Schubflexibilität berücksichtigt, so dass hiermit sowohl schlanke als auch gedrungene Pfeiler mit variabler Auflast abgebildet werden können. Für eine einfache numerische Darstellung werden plastische Verformungen meist konzentriert in plastischen Gelenken der Länge Null angenommen. Diese Art der Modellierung benötigt einen relativ geringen rechnerischen Aufwand und so können vollständige Erdbebensimulationen auch an großen Pfeilern wie in Klöker (1997) [67] oder Palermo, Pampanin und Calvi (2004) [104] praktikabel durchgeführt werden. Nachteilig hierbei ist, dass als Eingangsgrößen Querschnittseigenschaften in integraler Form dienen, die zunächst mit Hilfe empirischer Näherungsansätze bestimmt werden müssen. Die Genauigkeit der Ergebnisse dieser Modellierung und die Anwendbarkeit bezüglich Geometrie und Materialeigenschaften unterliegt damit den gleichen Einschränkungen wie die der empirischen Näherungsansätze. Eine diskrete Erfassung von Schädigungen wie Rissverteilung oder Bewehrungsschlupf sind ebenfalls nicht möglich.

Eine Alternative bilden Fasermodelle, da bei ihnen auf der einen Seite die Diskretisierung auf Grundlage der Balkentheorie erfolgt auf der anderen Seite aber Werkstoffeigenschaften als Eingangsgröße dienen. Hierbei wird der Querschnitt des Balkenelements in einzelne Fasern unterteilt und die Schnittgrößen in Abhängigkeit der Faserdehnungen mit Hilfe einaxialer Werkstoffgesetze ermittelt. Dynamische Erdbebensimulationen an Brückenpfeilern, wie sie in dieser Arbeit durchgeführt wurden, sind selbst mit der Fasertheorie noch rar, erste Arbeiten sind aber inzwischen beispielsweise in HASHIMOTO, FUJINO und ABE (2005) [54] zu finden.

Zunächst wurden mit der Fasermodellierung nur Bauteile unter reiner Biegung berechnet und den einzelnen Fasern wurden direkt die Stoffgesetze für Beton bzw. Stahl zugewiesen (z.B. in PARK, KENT, SAMPSON, 1972 [106], MENEGOTTO, PINTO, 1973 [86], SALSE, FINTEL, 1973 [124]). Aktuelle Arbeiten beschäftigen sich mit dem Einfluss von Schub, der zu einer Abminderung der Biegetragfähigkeit führt. Hierzu werden Interaktionen zwischen Schub und Biegung eingeführt wie in RANZO et al. (1998) [114], PETRANGELI et al. (1999) [109] und SHIRAI et al. (2001) [132]. Weitere Verfeinerungen sind bei der Abbildung des Stabilitätsversagens der Längsbewehrung zu beobachten. Treten hohe Druckspannungen in der Längsbewehrung auf und ist diese nicht ausreichend horizontal durch Bügel gehalten, so kann es zu Betonabplatzungen und einem Ausknicken der Bewehrungsstäbe kommen. Dieser Versagensmechanismus wurde beispielsweise von DHAKAL und MAEKAWA (2002) [33] implizit im Stahl-Werkstoffmodell berücksichtigt.

In der Fasermodellierung wird die Bewehrung und der Beton meist zusammen in einem Element erfasst, wobei man den entsprechenden Fasern die Werkstoffroutinen für Stahl oder Beton zuweist. Die Verbundwirkung, die zu einer Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen führt (Zugversteifung), hat beispielsweise CHEN (2001) [24] mittels einer Modifikation des Stahlstoffgesetzes berücksichtigt. SAATCIOGLU, ALSIWAT und OZCEBE (1992) [122] haben in experimentellen Versuchen festgestellt, dass Schlupf in der Verankerung der Längsbewehrung von Pfeilern einen wichtigen Einfluss hat. Der Einfluss von Verankerungen oder eine genaue Abbildung von Rissen ist jedoch nur mit Hilfe einer diskreten Abbildung des Bewehrungsschlupfes möglich. Während in 2D- und 3D-kontinuumsmechanischen Modellen schon seit längerem Verbundansätze implementiert werden wie in LETTOW et al. (2003) [74] oder KEUSER (1985) [65], sind diese in Fasermodellen neu. Einen ersten Ansatz zu diesem Thema im Rahmen der Fasertheorie wurde zeitgleich zu dieser Arbeit von MONTI und SPA-CONE (2001) [93] veröffentlicht und durch ein kombiniertes Stahl-Verbundelement gelöst. Während bei diesem Ansatz die Kraftgrößen interpoliert werden, kommt hier aufgrund der Implementierung in den Finite Elemente (FE) Code ABAQUS nur eine Interpolation der Verschiebungsgrößen in Frage.

Die Ergebnisse der genannten Arbeiten bilden das Pfeilerverhalten immer nur bis zur Traglast gut ab. Anschließend erfolgen Materialentfestigungen, die bei der klassischen FE-Methode zur Netzabhängigkeit und damit zu einem Verlust an objektiven Ergebnissen führt. Bei Erdbebeneinwirkungen sind Verformungen jedoch bis in den Entfestigungsbereich zu verfolgen. BAZANT und JIRASEK (2002) [11], (1998) [62] haben kontinuumsmechanische Modelle entwickelt, mit denen durch eine nichtlokale Betrachtung der Schädigungen objektive Aussagen mit der FE-Methode im Entfestigungsbereich möglich sind. Diese Ansätze aus der Kontinuumsmechanik wurden im Rahmen dieser Arbeit erstmalig auf Strukturelemente übertragen und in den FE-Code

ABAQUS implementiert. Der elementübergreifende Einfluss der Dehnungen auf die Spannungen unabhängig von Knotenverschiebungen, der in der klassischen FE-Methode nicht notwendig ist, erfordert bei der nichtlokalen Betrachtung der Schädigungen tiefe Eingriffe in den FE-Code. Da der Quelltext nicht zugänglich ist, mussten die Ansätze im Stoffgesetz integriert werden, wie es schon in ähnlicher Weise in dem 2D-Stoffgesetz von AKKERMANN (2000) [3] an diesem Institut realisiert wurde.

1.2.2 Einaxiale Werkstoffgesetze

Im Rahmen der Fasermodellierung werden einaxiale Werkstoffgesetze für Stahl und Beton benötigt. Tatsächlich herrscht jedoch in Pfeilern ein dreidimensionaler Spannungszustand infolge der Bügel, welche die Querdehnung des Betons behindern. Die Ringdruckspannungen bewirken eine Traglasterhöhung im Beton, die durch eine Modifikation der Spannungs-Dehnungs-Kennlinie berücksichtigt werden kann (z.B. VELLENAS, BERTERO, POPOV 1977 [144], SHEIKH, UZUMERI 1980 [129], 1982 [130]). Hiermit kann der dreidimensionale Spannungszustand auch mit der eindimensionalen Werkstoffbeschreibung der Fasertheorie realistisch abgebildet werden.

Schon in den 70er Jahren wurden erste analytische Ansätze zur Abbildung des zyklisch nichtlinearen Verhaltens von Bewehrungsstahl entwickelt (MA, BERTERO, POPOV, 1976 [76], MENEGOTTO, PINTO, 1973 [86], SECKIN, UZUMERI, 1980 [128]). Dabei handelt es sich ausschließlich um Modelle für kaltverformten Stahl, mit leichten Modifikationen – wie in dieser Arbeit – können diese aber auf warmgewalzten Stahl übertragen werden. In aktuellen Arbeiten wurden keine grundlegenden Neuerungen entwickelt, vielmehr wurde die Kurvenanpassung optimiert und es liegen Erweiterungen vor, die beispielsweise den Einfluss des Karbon-Gehalts auf den BAUSCHINGER-Effekt (DODD, RESTREPO-POSADA, 1995 [40]) oder das unterschiedliche Zug- und Druckverhalten (BALAN, FILIPPOU, POPOV, 1998) [7] berücksichtigen.

Experimentelle Untersuchungen über den Verbund zwischen Stahl und Beton liegen für monotone Belastung beispielsweise in BIGAJ (2001) [17] vor. Auch das zyklische Verbundverhalten wird u.a. in ELIGEHAUSEN, POPOV und BERTERO (1983) [41] oder POCHANART und HARMON (1989) [110] behandelt. Modelle zur Beschreibung des monotonen Verbundverhaltens weisen meist einen höheren Detaillierungsgrad mit Berücksichtigung von Zugspaltversagen und Verschiebungen orthogonal zur Bewehrungsachse auf. Diese Gesetze sind z.B. bei der Untersuchung von Rahmenecken erforderlich, für gerade Pfeiler reichen die zyklischen Modelle ohne Zugspaltversagen jedoch aus.

1.3 Zielsetzung

Einerseits gibt es numerische Modelle, die auf einer zwei- oder dreidimensionalen Werkstoffbeschreibung basieren und das Verhalten des Verbundwerkstoffs Stahlbeton sehr detailliert bis in den Entfestigungsbereich abbilden können. Für eine dynamische Erdbebensimulation von großen Bauteilen wie Brückenpfeiler sind sie jedoch aufgrund zu hoher Rechenzeiten ungeeignet. Andererseits wurden Balkenmodelle entwickelt, die zwar akzeptable Rechenzeiten ermöglichen aber einen geringen Detaillierungsgrad aufweisen und das Pfeilerverhalten nicht bis in den Entfestigungsbereich objektiv abbilden können. Lediglich die Balkenmodelle, die auf der Fasertheorie basieren, erlauben eine direkte Abbildung des Werkstoffverhaltens, wobei einzig das Modell von MONTI und SPACONE (2001) [93] auch den Schlupf zwischen Beton und Bewehrung diskret abbilden kann. Nur so kann beispielsweise die Nachgiebigkeit von Bewehrungsverankerungen im Fundament berücksichtigt werden. Eine Untersuchung des Erdbebenverhaltens von Brückenbauwerken mit großen Verformungsamplituden der Pfeiler, bei denen zwangsläufig Materialentfestigungen auftreten, ist jedoch auch mit diesem Modell nicht möglich.

Es liegen zwar unterschiedlichste quasi-statische Untersuchungen zum Verformungsverhalten von Brückenpfeilern vor, dennoch bestehen weiterhin offene Fragen bezüglich Energiedissipation, Tragfähigkeitsverlust und Restverformungen bei dynamischer, seismischer Anregung. Einerseits hängt der erdbebengerechte Pfeilerentwurf vom Zusammenwirken der Komponenten Beton, Längs- und Querbewehrung ab, andererseits muss aber auch die Wechselwirkung mit dem gesamten Brückentragwerk berücksichtigt werden. Hier reichen quasi-statische Simulationen, wie sie im überwiegenden Teil der Arbeiten durchgeführt wurden, nicht aus, sondern es müssen realitätsnahe dynamische Erdbebensimulationen unter Berücksichtigung des Gesamttragwerks durchgeführt werden.

Das Ziel dieser Arbeit bestand darin, ein numerisches Modell zu entwickeln, mit dem das Verformungs- und Schädigungsverhalten von Brückenpfeilern unter Berücksichtigung des Gesamttragwerks untersucht werden kann. Dynamische Erdbebensimulationen sollen so geringe Rechenzeiten aufweisen, dass Parameterstudien auf praktikable Weise durchgeführt werden können. Es sollen keine empirischen Ansätze oder Voruntersuchungen erforderlich sein, wie dies bei Modellen mit Fließgelenken zur Bestimmung der Momenten-Krümmungs-Beziehung der Fall ist. Vielmehr sind Materialdaten als Eingangsgröße zu wählen, so dass das Modell für einen möglichst breiten Anwendungsbereich direkt einsetzbar ist. Es soll der Entwurf neuer Pfeiler mit beispielsweise hochfestem Beton und Stahl oder die nachträgliche Untersuchung von Pfeilern im Bestand gegebenenfalls mit Beton geringer Festigkeit oder ungünstiger Ausführung der Bewehrung möglich sein.

Um mögliche Schädigungen der einzelnen Komponenten des Verbundwerkstoffs realistisch abschätzen zu können, sind neben den reinen Verformungen, wie sie die Fließgelenktheorie liefert, auch Dehnungen als Ausgangsgrößen erforderlich. So traten bei Pfeilern des Kobe Expressways große plastische Dehnungen im Bereich von Übergreifungsstößen auf, die zum Versagen führten. Aus diesem Grund wurde in der vorliegenden Arbeit die Fasertheorie gewählt, da sie bei akzeptablen Rechenzeiten die erforderlichen Ein- und Ausgangsgrößen ermöglicht.

Für einen sicheren und wirtschaftlichen Entwurf ist es außerdem notwendig, die für den Katastrophenfall Erdbeben zulässigen großen Verformungsamplituden von Pfeilern realistisch abbilden zu können. Für die dabei auftretenden Probleme bei der klassischen FE-Methode im Zusammenhang mit Materialentfestigungen sind Ansätze zu implementieren, die eine objektive Lösung ermöglichen, wie dies bisher nur in kontinuumsmechanischen 2D- und 3D-Modellen durchgeführt wurde.

Die Anwendbarkeit des Modells auf reale Bauwerke soll durch den Vergleich mit vorliegenden experimentellen Versuchsergebnissen verifiziert werden. Die praktikable Anwendbarkeit auf dynamische Erdbebensimulationen soll ebenfalls getestet werden. So sollen beispielsweise erste Untersuchungen bezüglich statischer Ausnutzung des Brückenpfeilerquerschnitts durchgeführt werden. Da die Auflast durch den Überbau bestimmt wird und die äußeren Abmessungen des Pfeilers aus architektonischen Gründen in der Regel feststehen, kann die statische Ausnutzung nicht frei gewählt werden. Außerdem variiert die Auflast wegen der vertikalen Erdbebenkomponente. Deshalb soll untersucht werden, ob die statische Ausnutzung infolge vertikaler Auflast durch eine definierte Vorspannung im Pfeiler ersetzt werden kann.

2 Erdbebeningenieurwesen

2.1 Versagensarten und Normung von Brücken bei Erdbeben

Die Infrastruktur sollte nach einer Erdbebenkatastrophe möglichst uneingeschränkt funktionieren, um sofort Rettungs- und Bergungsmaßnahmen sowie im weiteren Verlauf Wiederaufbaumaßnahmen durchführen zu können. Brücken stellen einen wichtigen Teil der Infrastruktur dar, weshalb ihnen ein erhöhter Sicherheitsanspruch zukommen sollte. Aus funktionalen und ästhetischen Gründen besitzen Brücken meist einen übersichtlichen und leicht zu erkennenden Tragmechanismus. Im Gegensatz zu Gebäuden liegt deshalb normalerweise keine Redundanz in den Tragmechanismen vor, so dass schon das Versagen eines einzelnen Bauteils zum Einsturz des Gesamttragwerks führen kann. Aus diesem Grund ist das Erdbebenverhalten und die Ausbildung von Details bei Brücken besonders genau zu untersuchen.

Starkbeben der Vergangenheit haben gezeigt, dass typische immer wiederkehrende Fehler bei der Bemessung gemacht wurden, die jedoch zu sehr unterschiedlichen Versagensarten geführt haben. Diese sind eine direkte Konsequenz aus der elastischen Bemessungsphilosophie, die allgemein bis in die 1970er Jahre angewendet wurde und zum Teil heute noch gängig ist (PRIESTLEY, SEIBLE, CALVI [111]). Außerdem wurden sowohl die Erdbebenlasten als auch die dynamischen Strukturreaktionen unterschätzt.



Abbildung 2.1: Zusammenprall oder Herabfallen des Überbaus aufgrund zu kurzer Bewegungsfugen oder Auflagerbänke Bei der elastischen Bemessung werden ungerissene Stahlbeton-Querschnitte angenommen, so dass die Verformungen für eine gegebene Belastung unterschätzt werden. Daraus resultieren im Bauwerksentwurf zu kurze Bewegungsfugen und Auflagerbänke sowie zu geringe Abstände zwischen schwingungsanfälligen Bauteilen. Im folgenschwersten Fall kann der Überbau von einer zu kurzen Auflagerbank schieben und herabstürzen (Abbildung 2.1). Ein Anschlagen des Überbaus gegen die Widerlagerrückwand oder Widerlagerflügel wurde aufgrund unzureichender Bewegungsfugen häufig festgestellt. Auch das Versagen von Festlagern kann zu großen Verschiebungen des Überbaus mit den genannten Konsequenzen führen, wie Untersuchungen an den Rheinbrücken in Deutschland einem Gebiet mit moderater Seismizität gezeigt haben (STEMPNIEWSKI, FÄCKE [137], [45]).

Zu geringe Erdbebenlasten ergeben in Kombination mit anderen Einwirkungen falsche Momentenverläufe. Dadurch wird die Position von Momentennullpunkten falsch ermittelt und die tatsächlich auftretenden Momente unterscheiden sich in ihrem Vorzeichen von den berechneten Momenten. Hiervon sind insbesondere als Rahmensystem ausgeführte Unterbauten betroffen, die dann falsch bewehrt werden.

Die Biegebemessung von Stahlbetonquerschnitten weist nach PRIESTLEY, SEIBLE und CALVI [111] in der Regel hohe Sicherheiten auf. Die daraus resultierende erhöhte Biegetragfähigkeit wird meist noch durch Überfestigkeiten im Bewehrungsstahl verstärkt. Querkräfte wurden hingegen oft unterschätzt oder es wurden sogar nur Montagebügel eingelegt. Überschreiten die auftretenden Erdbebeneinwirkungen die Bemessungsquerkraft, so kommt es zum spröden Schubbruch, bevor ein Fließen der Biegebewehrung ein duktiles Pfeilerverhalten ermöglicht (vgl. Kapitel 2.2).

Ein Entwurf, bei dem das Tragwerk während eines Erdbebens im elastischen Zustand verbleibt, führt zu sehr hohen Beschleunigungen und Trägheitskräften. Hieraus resultiert ein unwirtschaftliches Bauwerk, da das Tragwerk und mögliche Anbauteile für diese Kräfte bemessen werden müssen. Wird hingegen schon beim Entwurf ein nichtlineares Verhalten der Struktur mit plastischen Verformungen zugelassen, so kann ein Großteil der bei einem Starkbeben zugeführten Energie in definierten Bereichen dissipiert werden. Der entwerfende Ingenieur kann beispielsweise spezielle Erdbebenlager einsetzen oder Vorkehrungen treffen, um eine Bildung plastischer Biegegelenke zu ermöglichen. Dadurch können die Kräfte durch seismische Einwirkungen deutlich abgemindert werden, so dass ein sicheres und wirtschaftliches Tragwerk auch in Gebieten mit hoher Seismizität möglich ist. Ein Blick auf die geschichtliche Entwicklung der Erdbebennormung kann einen ersten Hinweis bezüglich Erdbebensicherheit von Brücken im Bestand liefern. Während erste standardmäßige Bemessungsansätze für Hochbauten nach CALVI [21] in den 1930er Jahren eingeführt wurden, fanden diese für Brücken nach MIRANDA [91] jedoch erst deutlich später Eingang in Regelwerke. So wurden Bestimmungen für Brücken beispielsweise in USA erst 1943 im *Californian Department of Transportation* (*Caltrans*) und 1961 im *American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO)* übernommen. Zunächst wurde das Ersatzlastverfahren eingeführt, bei dem die Gewichtskraft anteilig am Überbau entsprechend seiner Massenverteilung horizontal wirkend anzusetzen ist. Die anzusetzenden Horizontallasten waren mit gerade mal 6% der Schwerelast aber bei weitem zu gering, und bei unregelmäßigen Brücken ergaben sich falsche Schnittkraftverläufe.

Erdbeben mit starken Bauwerksschäden führten immer zu einem Umdenken mit anschließender intensiver Forschung und neuen Ansätzen in der Normung. So wurden schon kurz nach dem San Fernando Erdbeben (Kalifornien, USA, 1971), bei dem starke Schäden an Brücken auftraten, neue Vorschriften eingeführt. Beispielsweise fanden 1974 neben einer genaueren Erfassung der Erdbebenlasten erste Ansätze zur Berücksichtigung eines duktilen Verhaltens Eingang in den *Caltrans*. Brücken, die nach diesen Vorschriften gebaut wurden, zeigten beim Northridge Erdbeben 1994 ein wesentlich besseres Verhalten als die zuvor gebauten (BASÖZ et al. [9]).

In Deutschland wurde 1957 mit der Einführung der ersten Ausgabe der DIN 4149 erstmalig die Bemessung für Erdbebeneinwirkungen im üblichen Hochbau geregelt. 1981 folgte eine überarbeitete Ausgabe und aktuell gilt die inzwischen bauaufsichtlich eingeführte Ausgabe der DIN 4149 von 2005. Diese Norm berücksichtigt die aktuelle Entwicklung europäischer Bemessungskonzepte und soll ferner als Ergänzung des Eurocode 8 dienen. Während sich die aktuelle Ausgabe der DIN 4149 auch nur auf die Bemessung üblicher Hochbauten bezieht, werden auf europäischer Ebene im Eurocode 8 erstmalig Regelungen für Ingenieurbauten wie Türme, Schornsteine, Silos, geotechnische Stützbauwerke und Brücken eingeführt. Im Zuge der europäischen Harmonisierung ist eine Erweiterung der deutschen Erdbebenorm auch auf diese Bauwerke zu erwarten. Im folgenden sollen die Besonderheiten der Erdbebenbemessung von Brücken nach EUROCODE 8 dargestellt werden.

Im EUROCODE 8 Teil 2 [43] werden grundlegende Anforderungen an die Standsicherheit und Schadensbegrenzung von Brückenbauwerken gestellt. Hierfür werden zwei Grenzzustände definiert, die bei der Planung zu überprüfen sind:

- Im <u>Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit</u> (Serviceability Limit State) darf ein Erdbeben mit hoher Auftretenswahrscheinlichkeit während der Nutzungsdauer nicht zu einer Einschränkung des regulären Verkehrs führen. Außerdem sind nur geringe Schäden erlaubt, die keine sofortige Reparatur erfordern.
- Im <u>Grenzzustand der Tragfähigkeit</u> (Ultimate Limit State) ist nachzuweisen, dass es bei starken Erdbeben mit geringer Auftretenswahrscheinlichkeit während der Nutzungsdauer des Bauwerks zu erheblichen Schäden kommen darf aber nicht zu einem örtlichen oder globalen Versagen des Tragwerks. Insbesondere ist sicherzustellen, dass Menschen nicht gefährdet werden und die Aufrechterhaltung eines Notverkehrs für Rettungs- und Wiederaufbaumaßnahmen mit reduzierter Verkehrslast möglich ist.

Das Bemessungserdbeben für den Grenzzustand der Tragfähigkeit wird als Ereignis mit einer Auftretenswahrscheinlichkeit von weniger als 10% während der geplanten Nutzungsdauer des Bauwerks definiert. Mit einer durchschnittlichen Nutzungsdauer von 50 Jahren ergibt dies eine Wiederkehrperiode von ca. 475 Jahren. Der Wert der Auftretenswahrscheinlich ist je nach Bedeutung der Brücke nach oben oder unten anzupassen. So sind Brücken mit starkem Verkehrsaufkommen oder Brücken, die im Versagensfall zu großen Umwegen führen, von hoher Bedeutung und für höhere Erdbebenlasten mit geringerer Auftretenswahrscheinlichkeit zu bemessen. Angaben zur Berücksichtigung dieser Anforderungen sind im Teil 2 des EUROCODE 8 enthalten.

Bei der Erdbebenbemessung von Brücken können 2 verschiedene Verhaltensweisen des Tragwerks angesetzt werden (vgl. Kapitel 2.2.1):

- Beim <u>begrenzt duktilen</u> Verhalten sind keine wesentlichen Plastifizierungen anzustreben, dennoch soll eine gewisse Energiedissipation durch eine Abweichung vom linear elastischen Verhalten ermöglicht werden.
- Beim <u>duktilen</u> Verhalten ist ein stabiler plastischer Verformungsmechanismus des Gesamttragwerks zu entwickeln, bei dem ein hoher Anteil der zugeführten Energie dissipiert wird. Die Kraft-Verschiebungs-Kennlinie muss ein ausgeprägtes Plateau nach Abbildung 2.2 besitzen und über wenigstens 5 Verformungszyklen stabil bleiben.



Abbildung 2.2: Duktiles und begrenzt duktiles Verhalten nach EUROCODE 8

Um die Anforderung für ein begrenzt duktiles und ein duktiles Verhalten zu erreichen, werden spezielle Anforderungen an die konstruktive Ausbildung von Stahlbetonpfeilern gestellt. Für ein duktiles Verhalten muss zusätzlich die Kapazitätsmethode angewendet werden. Dabei wird die Struktur so ausgebildet, dass bei seismischer Einwirkung in vorher definierten Bereichen Plastifizierungen auftreten. Um sicherzustellen, dass nur in diesen Bereichen Plastifizierungen auftreten, muss eine Rangordnung der Tragwiderstände am Gesamttragwerk unter Berücksichtigung möglicher Überfestigkeiten entwickelt werden. Energiedissipation kann in plastischen Biegegelenken realisiert werden. Diese sind so anzuordnen, dass ein stabiler Verformungsmechanismus mit hoher Energiedissipation ermöglichen wird (Abbildung 2.3). Sie müssen leicht zugänglich sein, um eine wirtschaftliche Inspektion und Reparatur zu gewährleisten. Deshalb sind plastische Biegegelenke in den Pfeilern anzuordnen und nicht im Überbau, in den Widerlagern oder in den Fundamenten.



Abbildung 2.3: Ungünstige (links) und günstige (rechts) Anordnung plastischer Gelenke im Rahmensystem eines Brückenunterbaus

In stark erdbebengefährdeten Gebieten ist es häufig wirtschaftlicher, zusätzliche Mechanismen zur Energiedissipation einzubauen. Hierfür kommen spezielle Brückenlager (Erdbebenlager) zum Einsatz, die einerseits durch starke Verformungen Energie dissipieren und andererseits die Brückenresonanz verändern. Dadurch können die maßgebenden Eigenfrequenzen der Struktur so abgestimmt werden, dass sie nicht mit denen des Untergrunds übereinstimmen (Erdbebenisolation). Bei Brücken kommen hauptsächlich Elastomerlager mit und ohne Bleikern, hydraulische Dämpfer und Stahlteile, die bei hohen Lasten plastifizieren, zum Einsatz. Die verschiedenen Ausführungen und Funktionsweisen werden beispielsweise in SKINNER, ROBINSON und MCVERRY [134] behandelt, während im EUROCODE 8 die besonderen Anforderungen bezüglich Ausführung und Berechnungsverfahren festgelegt werden.

Zur Berechnung der maximalen Bauwerksantwort können lineare Berechnungsverfahren wie das Antwortspektren-, Ersatzlast-, Leistungsspektrenverfahren oder nichtlineare Zeitverlaufsberechnungen eingesetzt werden. Um eine Energiedissipation infolge nichtlinearer Verformungen im Tragwerk mit Hilfe linearer Berechnungsverfahren zu berücksichtigen, können die Erdbebenlasten mit Verhaltensbeiwerten (z.B. Verschiebeduktilitäten nach Abbildung 2.8) abgemindert werden. Nichtlineare Zeitverlaufsberechnungen werden beim Einsatz von Isolationssystem empfohlen und bei Brücken besonderer Art mit duktilem Verhalten vorgeschrieben. Brücken besonderer Art sind beispielsweise Hängeseilbrücken, Bogenbrücken, Brücken mit geneigten Pfeilern oder Brücken, bei denen die Höhe der Pfeiler stark variiert und dadurch Plastifizierungen in den Pfeilern zu unterschiedlichen Zeitpunkten einsetzen. Auch Brücken mit außergewöhnlicher Geometrie beispielsweise mit großer horizontaler Krümmung oder schiefwinkligem Grundriss gehören zur besonderen Art. Schiefwinklige Brücken neigen beispielsweise zu einer Torsion um die vertikale Achse, selbst wenn der Massen- und Steifigkeitsschwerpunkt übereinstimmen.

Der unmittelbar am Fundament anliegende Baugrund kann bei massiven, gedrungenen Unterbauten das Schwingungsverhalten der Brücke beeinflussen. Dieser Effekt wird Boden-Bauwerks-Wechselwirkung genannt und tritt verstärkt in weichem Baugrund auf, wie er bei der Überbrückung von Flusstälern häufig anzutreffen ist. Generell werden die Resonanzfrequenzen des Bauwerks aufgrund der nachgiebigen Fundament-Einspannung verringert. Die Boden-Bauwerks-Wechselwirkung muss gegebenenfalls berücksichtigt werden, was beispielsweise mit einem Modell nach WOLF [153] bestehend aus Federn, Dämpfern und Massen erfolgen kann. Da die Fundamente von Brücken häufig in ungünstigen Bodenverhältnissen im Bereich von Flüssen gegründet werden, stellt die Bodenverflüssigung eine häufig zu beobachtende Versagensart dar. Dabei verliert der Baugrund während des Erdbebens seine Tragfähigkeit und die Fundamente sinken meist einseitig mit einer Kippbewegung ein. Auch Widerlager können durch eine Verflüssigung der Hinterfüllung gegen den Überbau gedrückt werden und dabei kippen. Um diese Schäden zu vermeiden sind die Anforderungen nach Eurocode 8 Teil 5 bei der Gründung und Hinterfüllung zu beachten.

Eine entlang der Brücke wandernde Welle regt die einzelnen Pfeiler zu unterschiedlichen Zeitpunkten mit unterschiedlicher Phasenlage an. Dadurch werden Eigenmoden angeregt, die bei synchroner Anregung nicht angesprochen werden und es treten Relativverschiebungen zwischen den einzelnen Pfeilern auf. Die Relativverschiebungen können sehr hohe Werte annehmen, wenn aktive Verwerfungen überquert werden. Dieser Fall tritt häufig auf, da Verwerfungen eine Ursache von Konturen in der Landschaft bilden und überbrückt werden müssen. Die genannten Effekte sind bei langen Brücken (> 600 m) oder bei Brücken mit stark variierenden Gründungsverhältnissen nachzuweisen.

2.2 Pfeiler unter Erdbebeneinwirkungen

2.2.1 Verformungsverhalten und Duktilität

Das Erdbebenverhalten eines Tragwerks wird vorwiegend durch seinen Tragwiderstand gegen horizontale Kräfte und sein plastisches Verformungsvermögen (Duktilität) bestimmt. Verhält sich das Tragwerk unter Erdbebeneinwirkungen elastisch, muss es einen hohen Tragwiderstand aufweisen. Kann es dagegen durch plastische Verformungen Energie dissipieren, reicht bei derselben Einwirkung ein geringerer Tragwiderstand aus. Aus wirtschaftlichen Aspekten sind bei Brückentragwerken Plastifizierungen im Überbau, in den Fundamenten und in den Widerlagern zu vermeiden (PRIESTLEY, SEIBLE, CALVI [111]), so dass eine erwünschte Energiedissipation auf Brückenpfeiler oder gegebenenfalls auf speziell dafür ausgelegte seismische Brückenlager beschränkt ist.

Plastische Verformungen an Stahlbetonpfeilern sind mit Plastifizierungen in der Bewehrung und im Beton verbunden. Diese lokalisieren sich meist in einem begrenzten Bereich des Pfeilers, in dem die Momentenbelastung am höchsten ist, und bilden dort ein plastisches Gelenk. Entsprechend unterscheidet man zwischen einer lokalen und einer globalen Duktilität (BACHMANN [6]):

 Die lokale Duktilität beschreibt Verformungen in einzelnen Bauteilen, wie Rotationen in plastischen Gelenken (Abbildung 2.4, links) oder Längsdehnung in Stäben. Die Rotationsduktilität μ_φ wird beispielsweise aus dem Verhältnis der maximalen Rotation φ_u, die während eines Erdbebens im Gelenk auftritt, zur elastischen Rotation φ_v bei Fließbeginn berechnet:

$$\mu_{\phi} = \phi_{u} / \phi_{y} . \tag{2.1}$$

• Die globale Duktilität bezieht sich auf Verformungen am Gesamttragwerk, meist auf die Verschiebung zwischen Fundament und den obersten Tragwerksabschnitt (Abbildung 2.4, rechts). Analog zur Rotationsduktilität wird die Verschiebeduktilität μ_{Δ} aus dem Verhältnis der gesamten Kopfverschiebung Δ_{u} des Bauwerks zur elastischen Kopfverschiebung Δ_{y} , kurz bevor die ersten Plastifizierungen im Tragwerk auftreten, berechnet:

$$\mu_{\Delta} = \Delta_{\rm u} / \Delta_{\rm y} . \tag{2.2}$$



Abbildung 2.4: Definition der lokalen Duktilität (links) und globalen Duktilität (rechts)

Somit hängt die Duktilität in einem Tragwerk von der Höhe der seismischen Einwirkung ab. Die maximale Duktilität eines Tragwerks, kurz bevor der Bruch eintritt, wird als Grenzduktilität bezeichnet. Um eine bestimmte globale Duktilität zu erreichen, müssen die lokalen Duktilitäten aller kritischen Bereiche im Bauwerk untersucht werden. Abbildung 2.5 stellt die elastische und plastische Krümmungsverteilung in einem Brückenpfeiler bei lateraler Erdbebeneinwirkung dar. Die plastischen Krümmungen erstrecken sich über die Höhe des plastischen Gelenks und können im Vergleich zur elastischen Krümmung sehr hohe Werte annehmen.



Abbildung 2.5: Brückenpfeiler bei lateraler Erdbebeneinwirkung mit elastischer und plastischer Krümmungsverteilung über die Höhe

Die Höhe I_p des plastischen Gelenks kann nach WATSON, ZAHN und PARK [150] näherungsweise als halbe Querschnittsabmessung des Pfeilers (½ d) angenommen oder wie folgt berechnet werden:

$$I_{p} = 0,08h + 6d_{L}, \qquad (2.3)$$

wobei h die Höhe des Pfeilers und d_L der Durchmesser der Längsbewehrung ist. Wie sich hieraus ergibt, erstrecken sich plastische Gelenke über eine relativ geringe Höhe. Somit müssen sich die plastischen Verformungen auf einen kleinen Bereich konzentrieren, weshalb der Betrag der erforderlichen lokalen Duktilitäten für eine gegebene Erdbebeneinwirkung meist wesentlich größer ist als die zugehörige globale Duktilität.

Die Definition der Duktilität bezieht sich auf ein linear elastisch-ideal plastisches Verformungsverhalten. In Wirklichkeit wird sich jedoch ein gekrümmtes Kraft-Verformungs-Diagramm mit kontinuierlich abnehmender Steifigkeit nach Abbildung 2.6 einstellen, da lokalisiert plastische Verformungen weit vor Erreichen des Tragwiderstands auftreten. Zur Entwicklung der idealisierten Kraft-Verschiebungs- oder F- Δ -Beziehung kann beispielsweise die "¾ Regel" entsprechend Abbildung 2.6 angewendet werden (BACHMANN [6]).



Abbildung 2.6: Reale und nach der ³⁄₄ Regel idealisierte Kraft-Verschiebungs-Beziehung

Während man die Duktilität mit Hilfe der monotonen F-∆-Beziehung ermittelt, wird ein Pfeiler während eines Erdbebens tatsächlich aber zyklisch belastet, wobei das Vorzeichen der Verformung wechselt und sich Hysteresen nach Abbildung 2.7 ausbilden. Da die monotone Last-Verformungs-Beziehung üblicherweise die Einhüllende der Hysteresen bildet, kann dennoch die ³⁄₄ Regel angewendet werden. Bemessungsverfahren, die lediglich auf der Duktilität basieren, vernachlässigen demnach die Anzahl und die Form der einzelnen Hysteresen und damit die Höhe der möglichen Energiedissipation im Tragwerk.



Abbildung 2.7: Monotone Kraft-Verschiebungs-Beziehung als Einhüllende der Hysteresen infolge Erdbebeneinwirkungen

Die maximale Kraft \tilde{F} infolge Erdbebeneinwirkung in einem linear elastischen System kann beispielsweise mit dem Antwortspektrenverfahren bestimmt werden. Die Antwort eines linear elastisch-ideal plastischen Systems mit derselben Anfangssteifigkeit und der Elastizitätsgrenze F_y kann nach MESKOURIS [87] wie folgt bestimmt werden:

- Bei niederfrequenten Schwingungen werden die maximalen Verschiebungen beider Systeme in etwa gleich sein (Abbildung 2.8).
- Bei hochfrequenten Schwingungen werden die Flächen unter den F-∆-Beziehungen also die Verformungsarbeit beider Systeme identisch sein.

Die maximale Kraft im linear elastisch-ideal plastischen System muss in beiden Fällen zwangsläufig der Kraft F_y entsprechen und ist in der Regel deutlich geringer als im elastischen Vergleichssystem.



Abbildung 2.8: Systemverformungen bei duktilem Verhalten nach dem Prinzip der gleichen Verschiebung Δ_{u1} und der gleichen Arbeit Δ_{u2}

2.2.2 Schäden und Versagensarten

Die Ursachen von Schäden an Stahlbeton-Brückenpfeilern können prinzipiell in zwei Kategorien unterteilt werden. Zur ersten Kategorie gehören konstruktive Mängel in der Bewehrungsführung, die meist zu einem induktilen Pfeilerbruch führen. Zur zweiten Kategorie gehören Mängel in der Bemessung bei denen die auftretenden Erdbebenkräfte unterschätzt werden. Hierbei kommt es entweder wegen einer unterbemessenen Längsbewehrung zu einem Biegebruch oder zu einem induktilen Schubbruch infolge unterbemessener Querbewehrung. Häufig liegt eine Kombination aus Bemessungs- und Konstruktionsfehlern vor: Aufgrund von Bemessungsfehlern ist der Tragwiderstand zu gering und konstruktive Mängel verhindern eine Abminderung der Erdbebenkräfte durch ein duktiles Verhalten.

Konstruktive Mängel

Brückenpfeiler weisen häufig einen Schadensmechanismus auf, bei dem die Längsbewehrung, wie in Abbildung 2.9 dargestellt, ausgeknickt ist und sich das Betongefüge innerhalb des Bewehrungskorbes aufgelockert hat. Die Ursachen hierfür liegen entweder in zu großen Bügelabständen oder zu schwach ausgebildeten Bügeln. Die horizontale Bewehrung verliert außerdem schnell ihre Wirkung, wenn sie in der Betondeckung verschlossen wird, da diese oft schon bei geringen Pfeilerverformungen abplatzt.



Abbildung 2.9: Ausknicken der Längsbewehrung auf der Druckseite infolge Momentenbelastung

Zum Teil wurde die Wirkung des Betonkerns unterschätzt, der durch Querdehnung auf der Druckseite bei Momentenbelastung im Pfeiler die Quer- und Längsbewehrung nach außen drückt. Geht die umschließende Wirkung der Bügel verloren, knicken nicht nur die Längsstäbe aus, sondern die Festigkeit und Verformungsfähigkeit im Betonkern fällt auch rapide ab (vgl. Kapitel 4.2.3). So kann ein Versagen der Bügel sehr schnell zum vollständigen Pfeilerversagen führen.

THIELE, DAZIO und BACHMANN [140] haben in Versuchen festgestellt, dass ein Ausknicken der Längsbewehrung nicht immer direkt zum Pfeilerversagen führen muss, da der Beton die Last von den ausgeknickten Stäben kurzzeitig aufnehmen kann. Meist kommt es dann aber beim nächsten Lastwechsel, bei dem die ausgeknickten Stäbe Zugkräfte aufnehmen müssen, zum Bewehrungsbruch und damit zum Pfeilerversagen. Der Bruch erfolgt an der Stelle, an der zuvor die größte Krümmung in den Längsstäben aufgetreten ist.

Aus verfahrenstechnischen Gründen wurde häufig die Bewehrung über der Arbeitsfuge des Pfeilerfundaments gestoßen. Gerade in diesem Bereich können sich aber aufgrund maximaler Momente plastische Gelenke ausbilden (Abbildung 2.10). Die Überlagerung der Spannungskonzentrationen infolge Rotationsduktilität und der Verbundwirkung zwischen den gestoßenen Stäben kann dann zu einem frühzeitigen Versagen der Bewehrungsstöße führen. Ein Pfeilerversagen durch zu kurze Übergreifungslängen wurde auch häufig beobachtet. In gleicher Weise führt eine zu kurze Verankerungslänge zu einem Herausziehen der im Fundament verankerten Längsbewehrung. Die genannten Mängel sind Ursache für ein induktiles Pfeilerversagen, da die Tragwirkung der Längsbewehrung schlagartig verloren geht. Eine Staffelung der Längsbewehrung zur Anpassung an den Momentenverlauf sollte auch vermieden werden, da eine Auflockerung des Betongefüges bei zyklischer Belastung zu einer verringerten Verbundwirkung in den Stabendverankerungen führen kann.



Abbildung 2.10: Kritischer Bereich von Bewehrungsstößen über den Arbeitsfugen des Fundaments und an der oberen Einspannung im Querträger

Betonabplatzungen und Risse treten insbesondere im Bereich plastischer Gelenke direkt über der Einspannung im Fundament auf. Da hierdurch die Gebrauchstauglichkeit bezüglich Korrosionsschutz und Erscheinungsbild beeinträchtigen wird, sind diese Schäden vor allem bei schwächeren Erdbeben mit hoher Auftretenswahrscheinlichkeit zu vermeiden. Zu diesem Zweck wurden beispielsweise Dehnfugen in der Betondeckung nach Abbildung 2.11 über dem Fundament der Oakland Bay Bridge Pfeiler in San Francisco eingesetzt (DAZIO, SEIBLE [31]).



Abbildung 2.11: Dehnfugen zur Vermeidung von Betonabplatzungen

Die konstruktiven Mängel haben bis zum tatsächlichen Versagen des Pfeilers kaum Einfluss auf die globale Pfeilersteifigkeit und damit auf das dynamische Pfeilerverhalten. Das Modell, das in dieser Arbeit entwickelt wurde, soll das integrale Erdbebenverhalten von Pfeilern u.a. hinsichtlich Bewehrungsgrad und Betonqualität erfassen. Deshalb wurden konstruktive Mängel im Modell nicht direkt berücksichtigt. Vielmehr kann im Anschluss einer numerischen Simulation mit den dann bekannten Schnittgrößen kontrolliert werden, ob konstruktive Mängel vorliegen und zu Schäden führen können. Die Grundregeln der Bewehrungsführung können hierfür der einschlägigen Literatur (z.B. PRIESTLEY, SEIBLE, CALVI [111]) oder den Erdbebennormen (z.B. EU-ROCODE 8) entnommen werden.

Bemessungsmängel

Schäden der zweiten Kategorie, die auf Bemessungsmängel zurückzuführen sind, können wiederum in drei grundlegende Versagensmechanismen unterteilt werden (PRIESTLEY, VERMA, XIAO [112]):

- Das *Biegeversagen* zeichnet sich durch einen Zugbruch in der Längsbewehrung oder seltener durch einen Betonbruch in der Druckzone aus.
- Beim *Biegeschubbruch* versagt die Querbewehrung, nachdem die Längsbewehrung die Fließgrenze erreicht hat.
- Der reine Schubbruch wird durch einen hohen Längsbewehrungsgehalt begünstigt, so dass die Querbewehrung schon vor dem Fließen der Längsbewehrung versagt.

Abbildung 2.12 zeigt das typische Rissbild für die drei Versagensarten am Beispiel zyklisch belasteter Brückenpfeiler mit unterschiedlichen h/d-Verhältnissen. Das Biegeversagen nach Abbildung 2.12a kann an feinen horizontalen Zugrissen und meist starken Betonabplatzungen im Bereich der Einspannung erkannt werden und zeichnet sich abgesehen vom seltenen Betondruckbruch durch eine hohe Verformungsduktilität aus. Der Biegeschubbruch nach Abbildung 2.12b weist ein Rissbild mit ausgeprägten Schrägrissen und zusätzlich weit verzweigten feinen Rissen auf. Beim reinen Schubbruch nach Abbildung 2.12c entstehen nur wenige Risse oder oft auch nur ein einziger sehr stark ausgeprägter Schrägriss. Das Versagen des reinen Schubbruchs zeichnet sich im Gegensatz zu den anderen beiden Versagensarten durch ein sprödes Verhalten mit sehr geringer Verschiebeduktilität aus.

2.2 Pfeiler unter Erdbebeneinwirkungen



Abbildung 2.12: Rissbilder von zyklisch belasteten Pfeilern mit a) Biegeversagen, b) Biegeschubbruch und c) Schubbruch

Eine erste Abschätzung der zu erwartenden Versagensart kann über das Verhältnis von Pfeilerhöhe h zu der in Belastungsrichtung liegenden Querschnittsabmessung d erfolgen. So stehen bei Stützen aus homogenem Material mit $h/d \ge 5$ Biegeverformungen im Vordergrund, während für h/d < 5 Schubverformungen eine zunehmende Rolle spielen (MEHLHORN [84]). Diese Abgrenzung kann jedoch nicht direkt auf den Versagensmechanismus von Stützen aus dem Verbundwerkstoff Stahlbeton übertragen werden, was durch folgende Auswertung von 416 zyklisch belasteten Stahlbetonstützen bestätigt wird. Die experimentellen Ergebnisse stammen von verschiedenen Autoren und wurden in der Datenbank von BERRY, PARISH und EBER-HARD [16] (PEER Structural Performance Database) zusammengefasst. In Abbildung 2.13 sind die beobachteten Versagensarten über das h/d-Verhältnis aufgetragen. Die Anzahl der zur Verfügung stehenden Testergebnisse steht über den Balken.



Abbildung 2.13: Versagensart von 416 zyklisch belasteten Stahlbetonstützen

Die Auswertung zeigt, dass bei Stützen mit $h/d \ge 5$ in Übereinstimmung mit oben genannter Abgrenzung immer ein Biegeversagen auftritt, jedoch bei Stützen mit $2 \le h/d < 5$ alle drei Versagensarten anzutreffen sind. Es sei hier angemerkt, dass bei Stützen ohne Angabe zur Versagensart durch die Autoren in der Datenbank automatisch Biegeversagen angenommen wird. Obwohl damit die Häufigkeit des Biegeversagens in der Datenbank etwas überschätzt wird, zeigt sich dennoch, dass die Schlankheit nicht allein für die Versagensart maßgebend sein kann.

Nach PRIESTLEY, SEIBLE und CALVI [111] hat auch das Verhältnis des Bewehrungsgehalts in Längs- und Querrichtung einen maßgebenden Einfluss auf den Versagensmechanismus. Folglich können die verschiedenen Versagensmechanismen bei gegebener Stützengeometrie durch Variation des Quer- oder Längsbewehrungsgehalts erzwungen werden. Welche Versagensart auftritt, kann nach einem Ansatz der genannten Autoren bestimmt werden, indem man die Biegetragfähigkeit und die Schubtragfähigkeit in einem Diagramm über die Verschiebeduktilität aufträgt. Die Biegetragfähigkeit in Abhängigkeit der Verschiebeduktilität kann mit dem Modell dieser Arbeit ermittelt werde. Die Schubtragfähigkeit nimmt mit zunehmender Verschiebeduktilität ab, da Risse die effektive Querschnittsfläche reduzieren. Diese Schubtragfähigkeitsabnahme kann nach einem Ansatz von PRIESTLEY, VERMA und XIAO [112] bestimmt werden, der mit über 80 gestesteten Stützen verschiedener Autoren verglichen wurde und dabei eine sehr gute Übereinstimmung zeigte.

In Abbildung 2.14 ist die Horizontalkraft von drei Stützen mit unterschiedlichen Längsbewehrungsgehalten unter Ausschluss eines Schubbruchs qualitativ über die Verschiebeduktilität aufgetragen. Es wird angenommen, dass die Stützen keine Traglaststeigerung mehr erfahren sobald die Längsbewehrung fließt. Demnach entspricht das Plateau in den Kurven der elastischen Tragfähigkeit der Stützen. Zusätzlich wird angenommen, dass alle drei Stützen die gleiche Schubtragfähigkeit besitzen, die ebenfalls im Diagramm über die Verschiebeduktilität qualitativ aufgetragen ist. Je nachdem, wo sich die Kurven der Schubfestigkeit und der tatsächlich wirkenden Querkraft schneiden, kommt es zum Biegeversagen, Biegeschub- oder Schubbruch. Bei der Stütze nach Kurve a überschreitet die wirkende Querkraft die Schubfestigkeit nicht, so dass hier ein duktiles Biegeversagen auftreten wird. Die Stütze nach Kurve b kommt zu Beginn des Plateaus ins Fließen und schneidet erst danach die Linie der Schubfestigkeit. Somit tritt bei dieser Stütze ein kombinierter Biegeschubbruch auf. Obwohl die Stütze nach Kurve c die höchste Biegefestigkeit aufweist, wird sie bei der geringsten Verformung durch einen induktilen Schubbruch versagen.


Abbildung 2.14: Abgrenzung zwischen Biegeversagen, Biegeschub- und Schubbruch in einer Stütze nach PRIESTLEY, SEIBLE und CALVI [111]

Demnach sollte die Schubtragfähigkeit einer Stütze immer größer sein als die theoretisch maximale Querkraft, die in Abhängigkeit der Biegefestigkeit erreicht werden kann. Hierbei sollte nicht das Bemessungsmoment, sondern die tatsächliche Biegetragfähigkeit der Stütze berücksichtigt werden, die aufgrund von Überfestigkeiten höher sein kann. Diesem Prinzip entspricht die Kapazitätsbemessung, bei der durch eine Hierarchie der Tragfähigkeiten ein definierter Verformungsmechanismus entwickelt wird. Die Schubtragfähigkeit V_n wird nach PRIESTLEY, VERMA und XIAO [112] in drei Komponenten zerlegt:

$$V_{n} = V_{c} + V_{s} + V_{p}$$
. (2.4)

 V_c ist die Betonkomponente, V_s die Fachwerkkomponente, und V_p die Vertikallastkomponente. Die Betonkomponente entspricht der Kraft, die über den zum Teil gerissenen Betonquerschnitt übertragen wird:

$$V_{\rm c} = k \sqrt{f_{\rm cm} A_{\rm e}} , \qquad (2.5)$$

wobei in die dimensionsbehaftete Gleichung die mittlere Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} in [MPa], die effektive Querschnittsfläche A_e in [m²] und die Schubtragfähigkeit V_c in [MN] einzusetzen ist. Die effektive Querschnittsfläche zur Schubübertragung im ungerissenen Zustand wird näherungsweise für runde und rechteckige Querschnitte

anteilig von der gesamten Querschnittsfläche A_g mit $A_e = 0.8 \cdot A_g$ angesetzt. Mit dem Parameter k wird die Abminderung des Schubwiderstands infolge Rissöffnung bei wachsender Verschiebeduktilität berücksichtigt. Mit zunehmender Verschiebeduktilität vergrößern sich die Risse im Querschnitt, so dass die Kraftübertragung durch Verzahnung an den Kontaktflächen abnimmt. Eine biaxiale Belastung führt zu einer deutlichen Vergrößerung des gerissenen Anteils und kann nach folgender Gleichung ebenfalls berücksichtigt werden:

$$k = p_{k} - 0,095 \cdot \mu_{\Delta} \begin{cases} \ge 0,1 \\ \le 0,29 \end{cases}$$
 (2.6)

Bei einaxialer Horizontalverschiebung gilt $p_k = 0,48$ und bei biaxialer Horizontalverschiebung gilt $p_k = 0,385$. Abbildung 2.15 veranschaulicht die Abminderung der Schubübertragung des Betons mit Hilfe des Faktors k nach Gleichung 2.6.



Abbildung 2.15: Abminderungsfaktor k in Abhängigkeit der Verschiebeduktilität

Die Fachwerkkomponente V_s beinhaltet die Schubübertragung über Bügel und Längsbewehrung als Zugstreben und den Beton als Druckstrebe. Die Druckstreben bilden einen Winkel von $\alpha = 30^{\circ}$ zur Stützenachse oder entsprechen der Stützendiagonale, wenn diese einen größeren Winkel aufweist. Damit ergibt sich:

$$V_{s} = p_{s} \frac{A_{s} f_{y} d}{s} \cot \alpha, \qquad (2.7)$$

mit der Ganghöhe der Spiralbewehrung oder dem Bügelabstand s und dem Parameter A_s, der die gesamte Fläche der Querbewehrung in einem vertikalen Schnitt senkrecht zur Belastungsrichtung auf einem Stützenabschnitt der Höhe s darstellt. f_y ist die Streckgrenze der Querbewehrung und d der Durchmesser der Stütze gemessen an den Schwerelinien der Spiralbewehrung oder der Bügel. Für runde Stützen gilt $p_s = \pi/2$ und für rechteckige Stützen $p_s = 1,0$.

Die Vertikallastkomponente V_p hängt von der Neigung einer fiktiven Druckstrebe zwischen Lasteinleitung am Stützenkopf und der Lastabtragung am Auflager ab. Bei Kragstützen verläuft die Druckstrebe von der Resultierenden des unteren Druckspannungsblocks zur Lasteinleitung am Stützenkopf nach Abbildung 2.16 (links). Bei beidseitig eingespannten Stützen endet die Druckstrebe am Stützenkopf in der Resultierenden des oberen Spannungsblocks nach Abbildung 2.16 (rechts). Damit ergibt sich für die Vertikallastkomponente:

$$V_{\rm P} = \mathbf{P} \cdot \tan \beta \,. \tag{2.8}$$

Der Winkel β wird zwischen der fiktiven Druckstrebe und der Stützenachse gemessen. Da die Größe des Spannungsblocks von der Belastung abhängt, variiert die genaue Lage der Resultierenden während einer zyklischen Belastung. In dieser Arbeit werden schlanke Stützen behandelt, bei denen der Einfluss von V_p aufgrund steiler Druckstreben gering ist und vernachlässigt werden kann.



Abbildung 2.16: Fiktive Druckstrebe zwischen Auflast P und Auflagerresultierender R für unten (links) und beidseitig eingespannte Stütze (rechts)

2.2.3 Simulation von Erdbebenszenarien

Ein Großteil der in der Literatur aufgeführten Untersuchungen an Stützen und Pfeilern wurde quasi-statisch durchgeführt. Die Belastungsgeschwindigkeit wird dabei so niedrig gehalten, dass Trägheitseffekte einen vernachlässigbaren Einfluss besitzen. Mit diesen Untersuchungen können grundlegende Erkenntnisse über das monotone als auch zyklische Verformungsverhalten von Bauteilen ermittelt werden. Das Pfeilerverhalten unter realen Erdbebeneinwirkungen kann hiermit aber nicht vollständig erfasst werden.

Untersuchungen von VIELSACK [146] [147] haben beispielsweise gezeigt, dass ein Druckstab durch einen Einzelstoß bestimmter Intensität vollständig plastifizieren und dennoch stabil bleiben kann, bei einer Folge derselben Stöße jedoch kollabiert. Somit spielen nicht nur die Amplitude sondern auch die Anzahl an Lastzyklen eine entscheidende Rolle bei der Standsicherheit eines Tragwerks. Die Grenzverformung, ab der kein stabiles Tragverhalten mehr besteht (singuläre Verformung) folgt aus einer einfachen Gleichgewichtsbetrachtung. Die Anzahl an Lastzyklen infolge seismischer Einwirkung kann aber nur mit dynamischen Simulationen unter Berücksichtigung des Gesamttragwerks bestimmt werden. Das Versagen tritt letztendlich aufgrund von Zusatzmomenten nach Abbildung 2.17 auf, die durch Verformungen aus der Gleichgewichtslage entstehen. Somit sind geometrisch nichtlineare Berechnungen (z.B. Theorie 2. Ordnung) erforderlich.



Abbildung 2.17: Zusatzmomente infolge von Stützenverformungen

Während sich die genannten Untersuchungen auf linear elastisch-ideal plastische Druckstäbe beziehen, ändert sich bei Stahlbetonpfeilern im Laufe eines Erdbebens außerdem die Systemsteifigkeit. Obwohl man aufgrund der geringen Anzahl an Lastzyklen nicht von Materialermüdung spricht, nimmt die globale Steifigkeit und Tragfähigkeit von Pfeilern bei seismischer Belastung dennoch ab. Ursachen hierfür sind Rissbildungen im Beton, ein Fließen der Bewehrung und Schädigungen des Verbunds an Verankerungen und Übergreifungen.

Vorderstes Ziel eines Brückenentwurfs ist der Nachweis der Tragsicherheit. Zusätzlich sollte eine Befahrbarkeit nach dem Erdbeben und eine wirtschaftliche Reparatur sichergestellt sowie eine hohe Energiedissipation zur Abminderung von Erdbebenkräften angestrebt werden. Somit sind auf der einen Seite große Verformungsamplituden mit stabilen Last-Verformungs-Hysteresen wünschenswert, auf der anderen Seite sollen die plastischen Verformungen nach dem Erdbeben klein bleiben. Um Brückenpfeiler bezüglich dieser Anforderungen zu optimieren sind zyklische Modelle erforderlich, um dynamische Erdbebeneinwirkungen wirklichkeitsnah simulieren zu können. Um die Veränderung der Systemeigenschaften zu berücksichtigen, muss das Modell wie in dieser Arbeit schädigungsbasiert programmiert werden.

Die dynamische Systemantwort wird mit Hilfe iterativer Zeitverlaufsberechnungen simuliert. Bei diesem Verfahren muss als Eingangsgröße der Belastung ein Zeitverlauf der Bodenbewegung, z.B. ein Beschleunigungszeitverlauf (Akzelerogramm), vorhanden sein. Abbildung 2.18 zeigt den Schnitt einer Brücke mit dem entsprechenden Modell. Das Bauwerk wird über den Untergrund durch die Erdbebenbeschleunigungen $\ddot{u}_g(t)$ angeregt und dabei durch Massenträgheitskräfte zu Schwingungen angeregt. Ein Freischnitt ergibt folgende Bewegungsdifferentialgleichung:

$$M(\ddot{u} + \ddot{u}_{g}) + C \dot{u} + K u = 0, \qquad (2.9)$$

wobei M vereinfachend die Masse des Überbaus, C eine viskose Dämpfung und K die Steifigkeit des Pfeilers darstellt. Die Erdbebenanregung ü_g(t) wird auch als Absolutbeschleunigung und ü(t) als Relativbeschleunigung bezeichnet. Durch Umformung erhält man eine lineare Differentialgleichung mit der Erdbebenanregung als äußere Belastung:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + K u = M\ddot{u}_{q}$$
(2.10)



Abbildung 2.18: Einmassenschwinger als Modell eines Brückenpfeilers und Kräfte am Freischnitt der Überbaumasse

Bei nichtlinearen Systemen hängt die Steifigkeit des Systems von der Verformung u ab, so dass man eine nichtlineare Differentialgleichung erhält. Es gibt zwei Möglichkeiten maßgebende Akzelerogramme ü(t) zu ermitteln. Zum einen können Erdbebenaufzeichnungen herangezogen werden, deren Herdmechanismus und Standorteffekte am Ort der Registrierung mit den Begebenheiten am Bauwerk möglichst genau übereinstimmen. In Kapitel 6.3 wird beispielsweise für die Nachrechnung der Schäden am Hanshin-Expressway in Kobe das unmittelbar in der Nähe gemessene Akzelerogramm des Hyogoken-Nanbu-Erdbebens von 1995 verwendet.

Liegen keine geeigneten Aufzeichnungen vor, wie es in Gebieten mit moderater Seismizität meist der Fall ist, müssen Lastfunktionen künstlich generiert werden. Für die Anregung der Balkenbrücke in Kapitel 6.2 wurde ein antwortspektrenkonformer Erdbebenzeitverlauf mit dem Programmcode SIMQKE nach GASPARINI und VANMAR-CKE [50] generiert. Meist kommt als Antwortspektrum ein Bemessungsspektrum aus regionalen Erdbebennormen zur Anwendung. Da ein Bemessungsspektrum die Einhüllende aller potentiellen Antwortspektren darstellt, die an einem Standort auf Grundlage der tektonischen Gegebenheiten möglich sind, erfolgt eine verstärkte Anregung über einen unrealistisch breiten Frequenzbereich. Dieser Effekt ist im vorliegenden Problem von Pfeilern mit meist nur einer maßgebenden Eigenschwingung jedoch von untergeordneter Bedeutung. Die Dauer eines Erdbebens stellt einen wichtigen Bestandteil der Erdbebenlast dar und hängt in erster Linie vom Herdmechanismus, der Herdentfernung und dem geologischen Untergrund ab (TRIFUNAC, BRADY [141], VANMARCKE, LAI [143]). Je länger der Riss und je niedriger die Rissgeschwindigkeit im Herd ist, desto länger dauert die Starkbebenphase. Mit zunehmender Entfernung vom Epizentrum nimmt der zeitliche Abstand zwischen eintreffender schneller Primärwellen (Kompressionswellen) und langsamer Sekundärwellen (Scherwellen) zu, so dass die Dauer des Zeitverlaufs zunimmt. Auch ein weicher Untergrund kann die Dauer eines Erdbebens am Standort erhöhen. Im Vergleich zu amerikanischen Starkbeben-Aufzeichnungen sind europäische Registrierungen infolge geringer Herdtiefen und Epizentraldistanzen kürzer und können beispielsweise nach HOSSER [60] bestimmt werden.

Zeitverläufe mit gleicher Intensitätsverteilung und gleichem Frequenzgehalt können sich aufgrund unterschiedlicher Phasenwinkel im Detail unterscheiden. Diese Details spielen bei Bauwerken mit langen Eigenperioden in Verbindung mit kurzen Zeitverläufen eine entscheidende Rolle. Bei ihnen wird der Einschwingvorgang nicht abgeschlossen, wodurch die maximale Antwort nach GASPARINI und VANMARCKE [50] bis zu einem Variationskoeffizienten von 30% streuen kann. Aus diesem Grund sollte die Bemessung auf der gemittelten Bauwerksantwort einer Gruppe von statistisch unabhängigen Akzelerogrammen basieren. Dies gilt sowohl für künstlich generierte als auch für gemessene Beschleunigungszeitverläufe.

2.3 Quantifizierung von Schädigungen

Neben der qualitativen Beurteilung der Schädigungen in einem Bauwerk, wie Betonabplatzungen, Rissbildung oder Ausknicken der Bewehrung ist eine quantitative Beurteilung mit Hilfe von Schädigungsindikatoren von großer praktischer Bedeutung. Während die qualitative Beurteilung subjektiv ist, kann mittels vordefinierter Indikatoren eine objektive Beurteilung über den Zustand eines Bauwerks erfolgen. Die Beurteilung kann sich dabei auf numerische Untersuchungen, wie nichtlineare FE-Simulationen oder auf reale Strukturen, beispielsweise durch Erdbeben geschädigte Bauwerke oder experimentelle Bauteilversuche, beziehen.

Man unterscheidet zwischen lokalen und globalen Schädigungsindikatoren. Während nach CEB 1996 [22] lokale Schädigungsindikatoren den Zustand des Materials, des Querschnitts oder einzelner Bauteile beschreiben, beziehen sich globale Schädigungsindikatoren auf das gesamte Tragwerk. Der Schädigungsindikator wird in der Regel als Zahlenwert ausgedrückt und liegt zwischen null für keine Schädigung und eins für vollständige Zerstörung. Da eine vollständige Beschreibung des Tragwerkszustands mit nur einem Parameter nicht möglich ist, gibt es eine Vielzahl von Ansätzen mit unterschiedlichen Schwerpunkten. So können entweder statische Aspekte wie Steifigkeits- und Tragfähigkeitsverlust oder wirtschaftliche Aspekte wie monetärer Schaden und Instandsetzungskosten im Vordergrund stehen. In diesem Kapitel werden jedoch nur die statischen Aspekte behandelt.

Die lokale Betrachtung der Schädigung ist meist eine Funktion der Krümmungs- oder Rotationsduktilität, der Steifigkeitsabnahme im Querschnitt oder der vom Bauteil durch plastische Verformungen dissipierten Energie. Bei numerischen Werkstoffmodellen werden auch die berechneten Dehnungen oder Schädigungen herangezogen. Der duktilitätsbasierte Indikator D_u wird beispielsweise wie folgt definiert:

$$\mathsf{D}_{\mu} = \frac{\mu_{\mathsf{akt}}}{\mu_{\mathsf{grenz}}},\tag{2.11}$$

mit der aktuell aufgetretenen Duktilität μ_{akt} und der Grenzduktilität bei Versagen μ_{grenz} . In analoger Weise werden steifigkeits- und energiebasierte Indikatoren definiert. Die steifigkeitsbasierten Indikatoren beziehen sich in der Regel auf die Sekantensteifigkeit.

Des Weiteren ist zwischen nicht-kumulativen und kumulativen Indikatoren zu unterscheiden. Erstgenannte berücksichtigen den maximal aufgetretenen Wert für eine Belastung und die Zweitgenannten die aufintegrierten Beträge eines betrachteten Faktors beispielsweise während einer zyklischen Belastung. Zu nennen ist hier der häufig verwendete Schädigungsparameter NCR (*Normalized Cumulative Rotation*), der von BANON, BIGGS und IRVINE [8] eingeführt wurde:

$$NCR = \frac{\sum \left|\theta_{p}\right|}{\theta_{y}}.$$
(2.12)

Hierbei wird der Betrag der plastischen Rotationen θ_p in einem potentiellen Fließgelenk über alle Belastungszyklen aufsummiert und mit der Rotation θ_y bei Fließbeginn normiert. Der Parameter NCR ist somit nach oben unbegrenzt und liegt im Gegensatz zu sonst üblichen Schädigungsindikatoren nicht zwischen null und eins.

Da der Zustand eines Tragwerks von der Größe und Verteilung der lokalen Schädigungen abhängt, kann ein globaler Schädigungsindikator D_{glob} als gewichtetes Mittel der lokalen Indikatoren D_{i.lok} wie folgt berechnet werden:

$$D_{glob} = \frac{\sum (\lambda_i D_{i,lok})}{\sum \lambda_i}.$$
(2.13)

Der lokale Schädigungsindikator $D_{i,lok}$ kann zum Beispiel die Rotation in einem potentiellen Fließgelenk i darstellen und λ_i ist der Gewichtungsfaktor für dieses Fließgelenk. Der Gewichtungsfaktor kann nach CHUNG, MEYER und SHINOZUKA [28] auf einer Energiebetrachtung basieren. Dabei stellt der Gewichtungsfaktor das Verhältnis aus dissipierter Energie im Fließgelenk zur hysteretischen Gesamtenergie im Bauwerk dar. Die Gewichtung der lokalen Schädigungen ist wiederum subjektiv und beruht zumindest teilweise auf probabilistischen Methoden. Für Rahmentragwerke im Hochbau wurden zahlreiche Untersuchungen durchgeführt, die zu einem umfassenden Erfahrungsschatz mit zuverlässigen Bewertungsmethoden geführt haben (CHOPRA [27], FEMA 1997 [47], PAULAY [107]). Im Brückenbau sind solche Untersuchungen jedoch rar. Aus diesem Grund wurden die Schädigungsparameter der Werkstoffmodelle in dieser Arbeit nicht für eine Bestimmung eines globalen Schädigungsindikators herangezogen. Eine weitere Klasse globaler Indikatoren bezieht sich auf die Änderung modaler Struktureigenschaften vor und nach der Belastung. Diese Indikatoren werden an Brücken mit Hilfe von Messungen standardmäßig eingesetzt (HUTH, FELTRIN [61]) und können auch bei numerischen Simulationen mit Hilfe der modalen Analyse effektiv angewendet werden. Genau betrachtet beruhen diese integralen Indikatoren auch auf einer gewichteten Änderung lokaler Eigenschaften und zwar der Steifigkeitsänderung im System. Es können entweder nur die Eigenperioden oder zusätzlich die Eigenformen berücksichtigt werden. Grundsätzlich gilt, je mehr Eigenschwingungen des Systems in die Betrachtung einbezogen werden, desto genauer wird die Beschreibung und desto eher können mit dem Indikator einzelne lokale Schädigungen erfasst werden.

Der wohl einfachste, aber gerade deshalb interessante Schädigungsindikator, ist der *Final Softening Index* D_f, der von DIPASQUALE et al. [39] vorgeschlagen wurde. Er bezieht sich lediglich auf die Änderung der Grundeigenperiode nach folgendem Zusammenhang:

$$D_{f} = 1 - \left(\frac{T_{0,\text{initial}}}{T_{0,\text{final}}}\right)^{2}.$$
 (2.14)

Dabei ist $T_{0,initial}$ die Grundeigenperiode vor der Belastung und $T_{0,final}$ die Grundeigenperiode nach der Belastung. Dieser Indikator ist unempfindlich gegenüber lokalen Schädigungen, da diese kaum Einfluss auf integrale Systemeigenschaften haben. Außerdem eignet er sich nicht für unregelmäßige Systeme mit mehr als einer maßgebenden Eigenschwingung, da er nur die Grundeigenperiode berücksichtigt. Im Rahmen dieser Arbeit werden schlanke Brückenpfeiler untersucht, die in Verbindung mit der Überbaumasse einem Einmassenschwinger mit einer maßgebenden Eigenschwingung 2.18). Aus diesem Grund stellt der *Final Softening Index* D_f einen sinnvollen Indikator für eine erste Bewertung des Schädigungszustands von Brückenpfeilern dar.

3 Finite Elemente Methode und Modellwahl

Mit der stetig zunehmenden Leistung moderner Computer und der standardmäßigen Ausstattung von Arbeitsplätzen mit Rechnern hat sich die Bemessung von Tragwerken mit numerischen Methoden wie der FE-Methode in der Baupraxis generell durchgesetzt. Die Wurzeln der FE-Methode liegen in den klassischen baustatischen Methoden wie dem Verschiebungsgrößenverfahren und dem RITZSCHEN Verfahren zur Berechnung strukturmechanischer Probleme (BATHE [10], ZIENKIEWICZ, TAYLOR [158], [159]). Später zeigte sich, dass die Methode auch auf Probleme der Fluidmechanik, Akustik, Elektrotechnik und Wärmelehre anwendbar ist. Im Folgenden sollen die kontinuumsmechanischen Grundlagen der FE-Methode sowie die Formulierung der verwendeten Elemente hergeleitet werden, soweit sie für das Verständnis der gestellten Aufgabe erforderlich sind. Im Anschluss erfolgt die Beschreibung der in dieser Arbeit gewählten Modellierung.

3.1 Kontinuumsmechanische Grundlagen

Bei Strukturproblemen wird die Änderung der Lage und Form von Körpern ausgehend von ihrer Ausgangslage oder Referenzkonfiguration zur Zeit t=0 zur momentanen oder räumlichen Konfiguration zur Zeit t = t_1 untersucht. Betrachtet man einen materiellen Punkt P nach Abbildung 3.1, der einem Partikel des Körpers entspricht, so wird seine Lage in der Referenzkonfiguration durch den Ortsvektor **X** und in der Momentankonfiguration durch den Ortsvektor **x** beschrieben.



Abbildung 3.1: Bewegung und Deformation eines Körpers im Raum

Der Verschiebungsvektor **u** bestimmt die Lageänderung des Partikels P. Diese und alle weiteren Ausführungen entsprechen der LAGRANGE'schen Betrachtungsweise, bei der ein materielles Volumen – z.B. ein Teil eines Körpers – untersucht und bei seiner Bewegung durch den Raum verfolgt wird. Diese Definition entspricht einem Einritzen von lokalen Koordinaten in den Körper. Im Gegensatz dazu steht die EU-LER'sche Betrachtungsweise, die sich auf ein räumlich festes Volumen bezieht. Betrachtet wird dabei der Materialfluss durch dieses Volumen.

Für ein Linienelement dX mit den Endpunkten X und X + dX in der Referenzkonfiguration, gilt folgende Beziehung zu dem entsprechenden Linienelement dx in der Momentankonfiguration:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \quad \text{mit}: \quad \mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}.$$
 (3.1)

Das Linienelement d**X** wird mit Hilfe des Deformationsgradienten **F** auf d**x** abgebildet. Der Deformationsgradient beschreibt neben der reinen Streckung von d**X** auch dessen Rotation. Bezüglich einer Starrkörpertranslation ist der Deformationsgradient hingegen invariant. Da eine reine Starrkörperrotation keinen Einfluss auf das Dehnungsfeld und damit auf den Spannungszustand hat, ist es zweckmäßig die Rotation zunächst zu isolieren. Man kann zeigen, dass der Deformationsgradient in eine orthogonale Rotationsmatrix, die der Starrkörperrotation entspricht, und in eine symmetrische Streckmatrix polar zerlegt werden kann (BATHE [10]). Dabei gibt es zwei Möglichkeiten dieselbe Deformation zu beschreiben. Entweder wird der Körper in der Referenzkonfiguration zunächst mit dem rechten Strecktensor **U** gestreckt und anschließend mit dem Rotationstensor **R** gedreht, oder der Körper wird zuerst mit dem Rotationstensor gedreht und dann mit dem linken Strecktensor **V** gestreckt:

$$\mathbf{F} = \mathbf{R}\mathbf{U} \quad \text{oder} \quad \mathbf{F} = \mathbf{V}\mathbf{R} \,. \tag{3.2}$$

Aufgrund der Orthogonalität des Rotationstensors und der Symmetrie der Strecktensoren gilt:

$$\mathbf{R}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{I}, \quad \mathbf{U} = \mathbf{U}^{\mathsf{T}} \quad \text{und} \quad \mathbf{V} = \mathbf{V}^{\mathsf{T}},$$
 (3.3)

wobei I der Einheitstensor ist, bei dem die Diagonalelemente eins betragen und alle anderen Elemente verschwinden. Neben dem Deformationsgradienten gibt es weitere Verzerrungs- oder Dehnungsmaße zur Beschreibung der Deformation eines Körpers, die bei der weiteren Entwicklung der kontinuumsmechanischen Beziehungen numerisch effizienter sind. Am bedeutendsten sind die Ingenieurdehnungen, die logarithmischen und die GREEN'schen Dehnungen. Welches Dehnungsmaß verwendet wird, ist im Ergebnis gleichwertig, es treten jedoch Unterschiede bei der numerischen Effizienz und der sinnvollen Anwendbarkeit auf konstitutive Modelle auf. So ist das Ingenieurdehnungsmaß nur bei kleinen Dehnungen und kleinen Rotationen sinnvoll einsetzbar, während das logarithmische Dehnungsmaß Vorteile bei großen plasbietet. Der GREEN'sche tischen Dehnungen Dehnungstensor E ist bei Strukturelementen wie Balken und Schalen numerisch attraktiv, da sie oft große Rotationen bei kleinen Dehnungen ausführen. Der GREEN'sche Dehnungstensor wird aus dem Deformationsgradienten nach folgender Beziehung gebildet:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{F}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I} \right). \tag{3.4}$$

Zur Veranschaulichung des GREEN'schen Dehnungsmaßes betrachtet man ein Linienelement der Länge S in der Referenzkonfiguration bzw. der Länge s in der Momentankonfiguration. Nach kurzer Umformung zeigt sich, dass der GREEN'sche Dehnungstensor durch die Quadrate der Längen S und s wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{F}^{\mathsf{T}} \mathbf{F} - \mathbf{I} \right) = \frac{1}{2} \frac{d\mathbf{X} \left(\mathbf{F}^{\mathsf{T}} \mathbf{F} - \mathbf{I} \right) d\mathbf{X}}{d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X}} = \frac{1}{2} \frac{\left(d\mathbf{X} \mathbf{F}^{\mathsf{T}} \right) \left(\mathbf{F} d\mathbf{X} \right) - d\mathbf{X} \cdot \mathbf{I} d\mathbf{X}}{d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X}}$$
$$= \frac{1}{2} \frac{d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} - d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X}}{d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X}} = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{s}^{2} - \mathbf{S}^{2}}{\mathbf{s}^{2}}$$
(3.5)

Setzt man den nach Gleichung 3.2 zerlegten Deformationsgradienten in 3.4 ein, so kürzt sich unter Berücksichtigung der Beziehungen nach Gleichungen 3.3 die Starrkörperrotation heraus, und man erhält eine Gleichung, die nur von dem Strecktensor U abhängt:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \Big[(\mathbf{R} \cdot \mathbf{U})^{\mathsf{T}} (\mathbf{R} \cdot \mathbf{U}) - \mathbf{I} \Big] = \frac{1}{2} \Big[(\mathbf{U}^{\mathsf{T}} \cdot \mathbf{R}^{\mathsf{T}}) (\mathbf{R} \cdot \mathbf{U}) - \mathbf{I} \Big] = \frac{1}{2} \big(\mathbf{U} \cdot \mathbf{U} - \mathbf{I} \big).$$
(3.6)

Demnach ist das GREEN'sche Dehnungsmaß invariant gegenüber Starrkörperrotationen und kann als objektives Verzerrungsmaß auch bei großen Rotationen direkt verwendet werden. Bei den Ingenieurdehnungen und den logarithmischen Dehnungen wären bei mäßig großen Rotationen hingegen zusätzliche Rechenschritte für die Zerlegung der Deformationsmatrix notwendig. Aus diesem Grund wird in ABAQUS bei Strukturelementen und geometrisch nichtlinearer Berechnung das GREEN'sche Dehnungsmaß verwendet. In diesem Zusammenhang sei der Verschiebungsgradient **H**, der aus dem Deformationsgradienten **F** und der Verschiebung $\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X}$ eines Partikels gebildet wird, erwähnt:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial (\mathbf{X} + \mathbf{u})}{\partial \mathbf{X}} = \mathbf{I} + \mathbf{H} \quad \text{mit}: \quad \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{X}}.$$
 (3.7)

Der nichtlineare Charakter des GREEN'schen Dehnungsmaßes wird deutlich, wenn man Gleichung 3.7 in Gleichung 3.4 einsetzt und nach kurzer Umformung folgenden Zusammenhang erhält:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{H} + \mathbf{H}^{\mathsf{T}} + \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \mathbf{H} \right).$$
(3.8)

Der Term **H**^T**H** bewirkt den nichtlinearen Charakter des GREEN'schen Dehnungsmaßes. Wird er vernachlässigt erhält man die Ingenieurdehnungen, die in der geometrisch linearen Theorie verwendet werden.

Bei der Lösung strukturmechanischer Probleme ist die Einhaltung bestimmter Bilanzund Erhaltungssätze erforderlich. Dazu gehören die Massenerhaltung, die Impulsund Drallbilanz, die Energieerhaltung (1. Hauptsatz der Thermodynamik) und der Entropiesatz (2. Hauptsatz der Thermodynamik). Letzterer trifft Aussagen über die Richtung des Energieflusses. Im Rahmen dieser Arbeit können thermische Prozesse unberücksichtigt bleiben, so dass nur die ersten drei Bilanzsätze relevant sind. In der klassischen Mechanik gilt die Massenbilanz, die besagt, dass in einem geschlossenen System weder Masse entstehen noch verschwinden kann. Daraus folgt die Beziehung zwischen einem Volumenelement in der Referenzkonfiguration dV mit zugehöriger Dichte ρ_0 und demselben Volumenelement in der Momentankonfiguration dv mit ρ zu:

$$dv = \frac{\rho_0}{\rho} dV = J \cdot dV, \qquad (3.9)$$

mit der nach JAKOBI benannten Determinate J = det(F).

Aus der Impulsbilanz folgt das lokale Gleichgewicht für jede der drei Koordinatenrichtungen. Das Gleichgewicht muss in jedem Punkt eines Körpers erfüllt sein und lautet mit Bezug auf die Momentankonfiguration:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} = \rho \ddot{\mathbf{x}} , \qquad (3.10)$$

wobei $\rho \mathbf{b}$ die Volumenkraft (Body Force) beispielsweise infolge Schwerkraft, $\rho \ddot{\mathbf{x}}$ die Trägheitskraft und der linke Term in Gleichung 3.10 den Gradienten des CAU-CHY'schen Spannungstensors σ darstellt (WRIGGERS [155]). Die CAUCHY'sche Spannung, auch wahre Spannung genannt, ist als Kraft pro Fläche in der Momentankonfiguration definiert. Aus der Drallbilanz folgt die Symmetrie des CAU-CHY'schen Spannungstensors $\sigma = \sigma^{T}$. In den Herleitungen wurden bisher keine Näherungen getroffen, so dass Gleichung 3.10 einen exakten Gleichgewichtsausdruck darstellt.

Während die Wahl des Dehnungsmaßes beliebig ist und auf Basis numerischer Effizienz erfolgt, muss das Spannungsmaß verwendet werden, das zum Dehnungsmaß arbeitskonjugiert ist. Das bedeutet, dass die Verformungsarbeit also das Produkt aus Spannung und Dehnung unabhängig von der gewählten Kombination sein muss. Der CAUCHY'sche Spannungstensor σ bezieht sich auf die Momentankonfiguration, die bei der Lösung strukturmechanischer Probleme jedoch meist nicht bekannt ist. Stattdessen kann der 2. PIOLA-KIRCHHOFF'sche Spannungstensor verwendet werden, der zum GREEN'schen Dehnungsmaß arbeitskonjugiert ist. Der Zusammenhang zwischen den beiden Spannungsmaßen lautet:

$$\mathbf{S} = \mathbf{J}\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-\mathsf{T}} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{J}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{S}\mathbf{F}^{\mathsf{T}} \,. \tag{3.11}$$

Unter Annahme kleiner Dehnungen, die bei Verwendung von Strukturelementen in der Regel eingehalten wird, kann folgende Näherung unter Vernachlässigung von Dehnungstermen höherer Ordnung hergeleitet werden (ABAQUS Theory Manual [1]):

$$\mathbf{S} \approx \mathbf{R}^{\mathsf{T}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{R} \,. \tag{3.12}$$

Somit muss der Spannungstensor **S**, der sich auf die Ausgangskonfiguration bezieht, unter Annahme kleiner Dehnungen lediglich in die Momentankonfiguration gedreht werden, um in den CAUCHY'schen Spannungstensor überführt zu werden.

3.2 Methode der Finiten Elemente

Im Rahmen der FE-Methode wird das Gleichgewicht nicht strikt in jedem Punkt eines Körpers nach Gleichung 3.10 erfüllt, sondern mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Verschiebungen in integraler Form approximiert. Bei diesem Verfahren wird kein absolutes Potential des Körpers vorausgesetzt, vielmehr muss die Leistung aus inneren und äußeren Kräften für ein kinematisch verträgliches, virtuelles Inkrement eines Geschwindigkeitsfeldes verschwinden. Die Lösung wird mit Hilfe der Variationsrechnung ermittelt und wird auch als schwache Form des Gleichgewichts bezeichnet. Die Kräfte nach Gleichung 3.10 werden mit der Variation des Geschwindigkeitsfeldes $\delta \dot{u}$ multipliziert und über das Volumen V bzw. über die Oberfläche A des betrachteten Körpers integriert. Weitere Umformungen nach WRIGGERS [155] führen zu folgender Arbeitsgleichung, die sich in der dargestellten Form auf die Momentankonfiguration bezieht:

$$\int_{V} \rho \ddot{\mathbf{u}} \cdot \delta \dot{\mathbf{u}} dV + \int_{V} \boldsymbol{\sigma} : \delta \dot{\boldsymbol{\epsilon}} dV = \int_{V} \rho \mathbf{b} \cdot \delta \dot{\mathbf{u}} dV + \int_{A} \mathbf{t} \cdot \delta \dot{\mathbf{u}} dA , \qquad (3.13)$$

wobei die einzelnen Leistungsterme von links nach rechts für die Massenträgheit, die Deformation, die Volumenkräfte **b** (Body Force) und die Oberflächenkräfte **t** (Traction Force) stehen. Der Leistungsterm für die Deformation und für die Oberflächenkräfte leitet sich mit Hilfe des Divergenztheorems nach WRIGGERS [155] aus $(\partial/\partial \mathbf{x})\sigma$ nach Gleichung 3.10 ab. Gleichung 3.13 wird in Ratenform – also mit der Variation der Geschwindigkeit anstatt der Variation der Verschiebung – aufgestellt, um nichtlineare Probleme lösen zu können. Nichtlineare Untersuchungen können nur inkrementell gelöst werden, das heißt die Belastung wird in einzelne Inkremente unterteilt und sukzessiv auf das System aufgebracht. Dabei muss Gleichung 3.13 für jedes Lastinkrement gelöst werden. Das Aufbringen der Belastung erfolgt bei dynamischen Berechnungen über einen bestimmten Zeitraum, so dass die Unterteilung in Inkremente einer zeitlichen Diskretisierung entspricht. Bei statischen Problemen ohne Dehnrateneffekte im Werkstoff wird eine fiktive Zeit angesetzt. Diese kann beliebig gewählt werden, da die Belastungsgeschwindigkeit keinen Einfluss auf das Ergebnis hat. In Gleichung 3.13 wird das CAUCHY'sche Spannungsmaß, das zur Dehnrate konjugiert ist, verwendet. Dieses Maß wird auch als Schnittstelle für die benutzerdefinierten konstitutiven Materialgleichungen (User Material Subroutine) verwendet, die den Zusammenhang zwischen Kinematik und Material herstellen.

Neben der zeitlichen Diskretisierung erfolgt bei der FE-Methode auch eine räumliche Diskretisierung. Dabei wird das Kontinuum in endlich viele Finite Elemente unterteilt, die durch Knoten miteinander verbunden sind. Die Integration über den gesamten Körper nach Gleichung 3.13 wird dabei in eine Summe aus Integralen für N Elemente mit den jeweiligen Element-Volumina und Element-Oberflächen überführt. Das kontinuierliche Verschiebungsfeld **u** wird mittels Elementknotenverschiebungen **u**_N diskret abgebildet und in jedem Element mit Interpolationsfunktionen **H** approximiert:

$$\mathbf{u} = \mathbf{H}\mathbf{u}_{\mathsf{N}} \ . \tag{3.14}$$

Dieselbe Interpolationsvorschrift gilt für das virtuelle Geschwindigkeitsfeld $\delta \dot{u}$, das auch kompatibel mit allen kinematischen Randbedingungen sein muss:

$$\delta \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{H} \delta \dot{\mathbf{u}}_{\mathsf{N}} \quad . \tag{3.15}$$

Die Variation der Deformationsrate $\delta \dot{\mathbf{\epsilon}}$ wird mit Hilfe der Interpolationsmatrix **B** aus der Variation der Knotengeschwindigkeiten berechnet:

$$\delta \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{B} \delta \dot{\mathbf{u}}_{N} \quad . \tag{3.16}$$

Die Verzerrungs-Verschiebungs-Matrix **B** ist eine Funktion des Ortsvektors **x** nach Abbildung 3.1. Sie kann direkt aus den Interpolationsfunktionen **H** und dem gewählten Element-Dehnungsmaß ermittelt werden. Bei geometrisch nichtlinearer Berechnung werden die nichtlinearen Terme in **B** berücksichtigt. Aufgrund der Ratenform ist die Variation des Geschwindigkeitsfeldes und der Deformationsrate linear bezüglich der Variation der Knotengeschwindigkeiten. Setzt man die Interpolationsvorschriften nach Gleichung 3.15 und 3.16 in Gleichung 3.13 ein, erhält man:

$$\delta \dot{\mathbf{u}}_{N}^{\mathsf{T}} \left(\int_{V} \rho \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \mathbf{H} \, dV \, \ddot{\mathbf{u}}_{N} + \int_{V} \mathbf{B}^{\mathsf{T}} \, \boldsymbol{\sigma} \, dV \right) = \delta \dot{\mathbf{u}}_{N}^{\mathsf{T}} \left(\int_{V} \rho \, \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \, \mathbf{b} \, dV + \int_{A} \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \, \mathbf{t} \, dA \right).$$
(3.17)

Die virtuellen Knotenverschiebungen $\delta \dot{\mathbf{u}}_N$ sind linear unabhängig und abgesehen von den kinematischen Randbedingungen beliebig. Somit kann abwechselnd eine Komponente von $\delta \dot{\mathbf{u}}_N$ ungleich null und alle anderen null gesetzt werden. Damit ergibt sich ein System aus N Differentialgleichungen entsprechend der Anzahl an Knoten:

$$\left(\int_{V} \rho \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \mathbf{H} \, \mathrm{d} \mathbf{V}\right) \ddot{\mathbf{u}}_{\mathsf{N}} + \left(\int_{V} \mathbf{B}^{\mathsf{T}} \mathbf{C}_{\mathsf{t}} \mathbf{B} \, \mathrm{d} \mathbf{V}\right) \mathbf{u}_{\mathsf{N}} = \left(\int_{V} \rho \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \mathbf{b} \, \mathrm{d} \mathbf{V} + \int_{\mathsf{A}} \mathbf{H}^{\mathsf{T}} \mathbf{t} \, \mathrm{d} \mathbf{A}\right).$$
(3.18)

Der erste Klammerterm von links steht für die "konsistente" Massenmatrix **M**, der zweite für die Elementsteifigkeit **K**, der dritte für die äußeren Knotenkräfte **P** und **C**_t ist die tangentiale Stoffmatrix. Berücksichtigt man außerdem eine viskose Dämpfung **C**, so erhält man:

$$\mathbf{M}\,\ddot{\mathbf{u}}_{\mathrm{N}} + \mathbf{C}\,\dot{\mathbf{u}}_{\mathrm{N}} + \mathbf{K}\,\mathbf{u}_{\mathrm{N}} = \mathbf{P}\,. \tag{3.19}$$

Die Massenmatrix nach Gleichung 3.18 wird als konsistent bezeichnet, da für sie dieselben Interpolationsfunktionen angesetzt werden wie für das Verschiebungsfeld. Bei Zeitverlaufsberechnungen wird die Massenmatrix üblicherweise diagonalisiert, indem die kontinuierlich verteilte Masse anteilig auf die Elementknoten verteilt wird (*Lumped Mass*). Diese Näherung bietet erhebliche Vorteile bei der Berechnung, da sich das Gleichungssystem bezüglich der Zeit entkoppelt. Bei ausreichend feiner Diskretisierung, wie sie im vorliegenden Fall zur Erfassung von Schädigungen im Beton ohnehin erforderlich ist, kann der Fehler durch die Massenkonzentration jedoch vernachlässigt werden.

Zur Lösung von Gleichung 3.13 muss außer der räumlichen Diskretisierung in Form des nichtlinearen Differentialgleichungssystems nach Gleichung 3.18 noch die zuvor erwähnte zeitliche Diskretisierung realisiert werden. Wie die weiteren Ausführungen zeigen, kann das Gleichgewicht nach Gleichung 3.18 in der grundlegenden Form $\mathbf{F}(\mathbf{u}_N) = 0$ dargestellt werden. Angenommen es existiert eine Näherung \mathbf{u}_N^0 und die Differenz zur exakten Lösung \mathbf{u}_N beträgt $\Delta \mathbf{u}_N$ dann gilt:

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}_{N}) = \mathbf{F}(\mathbf{u}_{N}^{0} + \Delta \mathbf{u}_{N}) = 0.$$
(3.20)

Die Darstellung von $\mathbf{F}(\mathbf{u}_N) = 0$ als TAYLOR-Reihe mit dem Entwicklungspunkt \mathbf{u}_N^0 ergibt:

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}_{N}^{0}) + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}_{N}}(\mathbf{u}_{N}^{0}) \Delta \mathbf{u}_{N} + \frac{\partial^{2} \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}_{N} \partial \mathbf{u}_{N}}(\mathbf{u}_{N}^{0}) \Delta \mathbf{u}_{N} \Delta \mathbf{u}_{N} + ... = 0.$$
(3.21)

Bei dem Iterationsverfahren nach NEWTON-RAPHSON zur Gleichungslösung, wird diese Gleichung linearisiert, indem nur die ersten beiden Terme berücksichtigt werden. Die Lösung zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ kann ausgehend von einem Gleichgewichtszustand zum Zeitpunkt t nicht in einem Schritt berechnet werden, sondern muss in

einzelne Iterationsschritte i unterteilt werden. Dabei kann eine bessere Näherung u_N^{i+1} aus der Näherung u_N^i eines vorigen Iterationsschritts wie folgt berechnet werden:

$$\mathbf{K}^{i} \Delta \mathbf{u}_{N}^{i+1} = -\mathbf{F}(\mathbf{u}_{N}^{i}), \qquad (3.22)$$

mit:
$$\mathbf{u}^{i+1} = \mathbf{u}^i + \Delta \mathbf{u}^{i+1}$$
 und $\mathbf{K}^i = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{u}_N} (\mathbf{u}_N^i)$.

Die JAKOBI-Matrix \mathbf{K}^{i} des linearen Gleichungssystems ergibt sich aus der partiellen Ableitung von Gleichung 3.18 nach \mathbf{u}_{N} . Beim NEWTON-RAPHSON Verfahren wird \mathbf{K}^{i} nach jedem Iterationsschritt neu berechnet (Abbildung 3.2 links). Beim modifizierten NEWTON-Verfahren wird \mathbf{K}^{i} nur einmal zu Beginn der Iteration berechnet und dann für jeden Iterationsschritt unverändert eingesetzt (Abbildung 3.2 rechts). Auf der einen Seite wird beim modifizierten NEWTON-Verfahren die Rechenzeit für einen Iterationsschritt verkürzt, da die Jakobimatrix nicht immer neu berechnet werden muss, auf der anderen Seite konvergiert das Lösungsverfahren aber langsamer.

Bei Materialentfestigungen enthält die tangentielle Stoffmatrix negative Komponenten. Dadurch besitzt die JAKOBI-Matrix negative Eigenwerte, so dass die Lösung des linearen Gleichungssystems 3.22 nicht mehr eindeutig ist. Ähnliche Probleme treten auch bei geometrisch nichtlinearen Problemen im Zusammenhang mit Knicken oder Beulen auf. Zur Lösung dieser Probleme existieren spezielle Lösungsalgorithmen (SCHWEIZERHOF [126]), wobei in ABAQUS ein Ansatz aus der Gruppe der Bogenlängenverfahren verwendet wird.



Abbildung 3.2: Iteration mit NEWTON-RAPHSON (links) und mit modifizierten NEWTON Verfahren (rechts)

Normalerweise sind die Verformungen von Stahlbetontragwerken zur Gewährleistung der Gebrauchstauglichkeit so gering, dass die Schnittgrößen am unverformten System ermittelt werden können. Bei schlanken Pfeilern oder Stützen mit vorwiegend vertikaler Belastung können Verformungen aber einen signifikanten Einfluss auf die Schnittgrößen haben. Wird eine vertikale Stütze durch eine Horizontallast aus ihrem Lot verformt, so entstehen Zusatzmomente nach Abbildung 2.17 infolge einer Exzentrizität der Vertikallast. Außer der tangentiellen Stoffmatrix C_t zur Berücksichtigung materieller Nichtlinearitäten muss dann auch die Verschiebungs-Verzerrungs-Matrix **B** in Gleichung 3.18 zur Berücksichtigung geometrischer Nichtlinearitäten bei jedem Iterationsschritt neu berechnet werden. Neben der geometrisch exakten Methode existieren verschiedene Näherungsstufen zur Berücksichtigung geometrisch nichtlinearität der Näherung hängt davon ab, welche Linearisierungen in den nichtlinearen kontinuumsmechanischen Grundgleichungen vorgenommen werden.

Normalerweise verändert sich die Ableitung des Lastterms nach Gleichung 3.18 während einer Iteration nicht, so dass diese Matrix nur einmal zu Beginn der Iteration berechnet werden muss. Eine Ausnahme bilden nichtkonservative Kräfte wie in Abbildung 3.3, die beispielsweise ihre Richtung in Abhängigkeit der Momentankonfiguration ändern. In diesem Fall muss auch der Lastterm **P** bei jedem Iterationsschritt neu ermittelt werden.



Abbildung 3.3: Konservative (links) und nichtkonservative Kraft F (rechts)

Grundsätzlich gibt es zwei Integrationsverfahren für die zeitliche Diskretisierung der Bewegungsgleichungen: Verfahren mit expliziten oder mit impliziten Operatoren. Bei expliziten Zeitintegrationsverfahren kann die Systemantwort zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ direkt berechnet werden, da sie auf Zustandsgrößen basiert, die zum Zeitpunkt t bekannt sind. Für ein stabiles Laufzeitverhalten benötigt dieses Verfahren jedoch abhängig von der Wellengeschwindigkeit und der geringsten Elementgröße sehr kleine Zeitschritte. Bei impliziten Verfahren basiert die Systemantwort u.a. auf Zustandsgrößen, die zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ noch unbekannt sind. Dadurch wird eine iterative Lösung des nichtlinearen Gleichungssystems erforderlich. Der Zeitschritt sollte in der Größenordnung der maßgebenden Systemeigenperioden liegen und kann somit gegenüber expliziten Verfahren um ein bis zwei Zehnerpotenzen erhöht werden (ABAQUS Theory Manual [1]). Welches Verfahren effizienter ist hängt von der Anwendung ab, so ist bei hochdynamischen Belastungen wie Stoßbeanspruchungen eher den expliziten Verfahren und bei guasi-statischen Einwirkungen oder bei Erdbebeneinwirkungen eher den impliziten Verfahren der Vorzug zu geben. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit das implizite Zeitintegrationsverfahren eingesetzt.

Um das Gleichgewicht nach Gleichung 3.18 zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ mit der äußeren Last P^{t+ Δt} zu lösen, werden hier die NEWMARK-Operatoren verwendet. Damit werden die unbekannten Verschiebungen uⁱ⁺¹ und Geschwindigkeiten uⁱ⁺¹ des nächsten Iterationsschritts bestimmt:

$$\mathbf{u}^{i+1} = \mathbf{u}^{i} + \Delta t \cdot \dot{\mathbf{u}}^{i} + \Delta t^{2} \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{\mathbf{u}}^{i} + \beta \cdot \ddot{\mathbf{u}}^{i+1} \right],$$
(3.23)

$$\dot{u}^{i+1} = \dot{u}^{i} + \Delta t \Big[(1 - \gamma) \ddot{u}^{i} + \gamma \cdot \ddot{u}^{i+1} \Big].$$
(3.24)

Es wird angenommen, dass eine Beschleunigungsänderung zwischen den Zeitpunkten t und t+ Δ t linear bezüglich der Zeit ist. Löst man Gleichung 3.23 nach üⁱ⁺¹ auf und setzt sie in Gleichung 3.24 ein, erhält man zwei Operatoren für üⁱ⁺¹ und üⁱ⁺¹ in Abhängigkeit von uⁱ⁺¹. Diese Operatoren setzt man in Gleichung 3.18 ein und erhält ein Gleichungssystem mit Δ uⁱ⁺¹ als einziger Unbekannten. üⁱ⁺¹ nach Gleichung 3.18 wird dabei aufgeteilt, so dass sich ein Teil der d'ALEMBERT'schen Kräfte auf der linken Seite in der Jakobimatrix und ein Teil auf der rechten Seite im Lastterm befindet:

$$\mathbf{K}^{i}\Delta\mathbf{u}^{i+1} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{P} - \mathbf{F}^{i} + \mathbf{M}\tilde{\ddot{\mathbf{u}}}^{i+1} , \qquad (3.25)$$

mit:
$$\mathbf{u}^{i+1} = \mathbf{u}^{i} + \Delta \mathbf{u}^{i+1}$$
,
 $\mathbf{K}^{i} = \left[\int_{V} \left(\mathbf{B}^{i} \right) \left(\mathbf{C}^{i}_{t} \right) \left(\mathbf{B}^{i} \right) dV + \frac{1}{\beta \Delta t^{2}} \mathbf{M} \right]$
 $\mathbf{F}^{i} = \int_{V} \mathbf{B}^{i} \, \boldsymbol{\sigma}^{i} dV$,
 $\tilde{\mathbf{u}}^{i+1} = \left[-\frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{u}}^{i} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{u}}^{i} \right]$.

Nach jedem Iterationsschritt wird der Fehler in Form eines Restkraftvektors \mathbf{R}^{i} nach Abbildung 3.2 bestimmt und mit einer definierten Fehlertoleranz verglichen. Liegt der Restkraftvektor innerhalb der Toleranz wird die Iteration beendet und für den Verschiebungsvektor gilt $\mathbf{u}^{t+\Delta t} = \mathbf{u}^{i} + \Delta \mathbf{u}^{i+1}$ für den letzten Iterationsschritt i. In ABAQUS wird zusätzlich das Verhältnis aus dem größten Verschiebungsinkrement $\Delta \mathbf{u}^{i}$ der Iteration zum gesamten Verschiebungsinkrement des Lastschritts $\mathbf{u}^{t+\Delta t} - \mathbf{u}^{t}$ kontrolliert. Nur wenn das Verhältnis innerhalb einer zweiten definierten Toleranz liegt, wird das nächste Lastinkrement aufgebracht. Die Argumente β und γ nach Gleichung 3.25 dienen zur Dämpfung hochfrequenter numerischer Störungen, die insbesondere bei Variation des Zeitschritts entstehen. Sie stehen in folgendem Zusammenhang:

$$\beta = \frac{1}{4} (1 - \alpha)^2, \quad \gamma = \frac{1}{2} - \alpha \quad \text{für} \quad -\frac{1}{3} \le \alpha \le 0.$$
 (3.26)

Das Dämpfungsmaß wird über den Parameter α gesteuert. Für $\alpha = 0$ liegt keine Dämpfung vor und für $\alpha = -1/3$ ist die Dämpfung maximal. In der Parameterstudie wurde für $\alpha = -0,05$ gewählt. Dieser Wert entspricht dem Standardwert in ABAQUS, da er für einen Großteil dynamischer Anwendungen geeignet ist. Damit werden hohe Frequenzen gedämpft und die maßgebenden niederen Frequenzen kaum beeinflusst.

Die Stabilität und Genauigkeit der Berechnung hängt von der Größe des Zeitschritts ab. Die Tatsache, dass am Ende jedes diskreten Zeitschritts ein Gleichgewichtszustand gefunden wird, sagt nichts über die Qualität des Gleichgewichts zu dazwischen liegenden Zeitpunkten aus. Um die Qualität der Simulation zu kontrollieren und um den Zeitschritt gegebenenfalls automatisch anzupassen, wird in ABAQUS bei dynamischen Problemen nach jedem Zeitschritt der Fehler von Gleichung 3.18 (*Half-Step Residual*) zum Zeitpunkt $t + \Delta t/2$ berechnet. Da $\ddot{u}^{t+\Delta t}$ bekannt ist, können mit der Annahme einer linearen Variation der Beschleunigung innerhalb des Zeitschritts die erforderlichen Werte nach Gleichung 3.23 und 3.24 direkt berechnet werden.

3.3 Formulierung der verwendeten Finiten Elemente

Bei der Pfeiler-Modellierung werden in dieser Arbeit Balkenelemente (*Beam-Elements*), Stabelemente (*Truss-Elements*) sowie in *User-Subroutines* programmierte Verbundelemente eingesetzt. Es werden die Formulierungen der Elemente aus der ABAQUS-Bibliothek sowie das eigens programmierte Verbundelement beschrieben.

3.3.1 Balkenelemente

Balken sind prismatische Bauteile mit kleinen Querschnittsabmessungen im Verhältnis zu ihrer maßgebenden Länge. Als maßgebende Länge wird hier der Abstand zwischen Auflagern des Bauteils, freien Enden oder wesentlichen Querschnittsänderungen verstanden. In der Balkentheorie stellen die zu lösenden Unbekannten eine Funktion der Position entlang der Balkenachse dar, so dass es sich mathematisch gesehen um ein eindimensionales Problem handelt. Die Genauigkeit der Abbildung prismatischer Tragelemente mit der Balkentheorie hängt vom Verhältnis der Länge zur Querschnittsabmessung (h/d-Verhältnis) ab und wurde in Kapitel 2.2 mit Bezug auf Stahlbetonbalken näher erläutert. Generell wird in der Balkentheorie davon ausgegangen, dass Querschnitte, die in der Referenzkonfiguration eben sind, auch bei beliebiger Balkenverformung eben bleiben. Die EULER-BERNOULLI-Balkentheorie setzt außerdem voraus, dass zur Balkenachse senkrechte Querschnitte auch in der Momentankonfiguration senkrecht bleiben. Somit lassen Balken nach dieser Theorie keine Schubverformungen zu – sie sind schubstarr. Bei der TIMOSHENKO-Balkentheorie kann sich der Winkel zwischen Querschnittsebene und Balkenachse ändern. Somit können Schubverformungen berücksichtigt werden, wodurch die Anwendung auf prismatische Bauteile mit kleinerem h/d-Verhältnis ermöglicht wird.

Zunächst wurde das BERNOULLI-Balkenelement mit kubischem Verschiebungsansatz mit dem TIMOSHENKO-Balkenelement mit linearem Verschiebungsansatz verglichen. Einerseits kann das BERNOULLI-Element aufgrund des kubischen Verschiebungsansatzes Biegeverformungen besser abbilden, andererseits können mit dem TIMOSHEN-KO-Element Schubverformungen berücksichtigt werden. Eine Vergleichsrechnung mit dem Versuch von KRÄTZIG, MEYER und STANGENBERG [69] nach Kapitel 5.1 an einer Stütze mit einer Schlankheit von h/d = 5 ergab keinen erkennbaren Unterschied zwischen den getesteten Balkenelementen. Die 1,5 m hohe Stütze ist mit 30 Balkenelementen diskretisiert worden, so dass die Höhe eines Elements 50 mm beträgt. Wie in Kapitel 5.1 gezeigt wird, führen somit beide Balkentheorien zu einer sehr guten Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnis.

Eine weitere Vergleichsrechnung wurde an einer gedrungenen Stütze mit einer Schlankheit von h/d = 2,6 nach einem Experiment von OZCEBE und SAATCIOGLU [103] entsprechend Kapitel 5.3 durchgeführt. Wie die Last-Verformungs-Kurven der Simulationen in Abbildung 3.4 zeigen, ist der Unterschied zwischen den beiden Elementtypen sehr gering. Während in beiden Fällen dieselbe Traglast ermittelt wird, liegt die zugehörige Verschiebung bei der BERNOULLI-Theorie ca. 5% unter dem Wert der TIMOSHENKO-Theorie. Die numerisch ermittelte Traglast stimmt mit dem Experiment gut überein, die Verschiebungen werden aber mit beiden Theorien für die gedrungene Stütze deutlich unterschätzt. Da sich das Ergebnis der beiden Elementtypen kaum unterscheidet und sich der in Kapitel 4.2.7 beschriebene nichtlokale Ansatz in ein Element mit nur einer Integrationsebene besser implementieren lässt, wurde in dieser Arbeit das TIMOSHENKO-Element mit linearem Verschiebungsansatz gewählt.



Abbildung 3.4: Vergleich von TIMOSHENKO- und EULER-BERNOULLI-Balkentheorie am Beispiel einer gedrungenen Stütze

Es ist zu beachten, dass die Annahme vom Ebenbleiben der Querschnitte mit abnehmender Stützenschlankheit immer weniger gewährleistet ist. Der hierdurch verursachte Fehler auf das globale Last-Verformungsverhalten der Stütze ist durch eine Mittelung der Dehnungsabweichungen oder Dehnungsfehler über den Querschnitt in der Regel gering, der Fehler bei der Auswertung der lokalen Spannungen sollte jedoch bei der Anwendung auf gedrungene Stützen beachtet werden. Eine Interaktion zwischen den Dehnungen parallel zur Balkenachse und den Schubverzerrungen ist in einem Balkenelement nicht direkt möglich. So kann beispielsweise ein Aufreißen des Querschnitts im einaxialen Stoffgesetz berücksichtigt werden, die daraus resultierende Verringerung des effektiven Querschnitts zur Schubübertragung wird im Element aber nicht berücksichtigt. Schubverformungen werden in ABAQUS-Balkenelementen immer nur linear elastisch ohne Bruchkriterium abgebildet. Aus diesem Grund müssen im Anschluss einer Simulation die numerisch ermittelten Querkräfte der Schubtragfähigkeit des Querschnitts gegenübergestellt werden. Diese Kontrolle kann beispielsweise mit dem Ansatz nach Kapitel 2.2.2 erfolgen.



Abbildung 3.5: Geometrie eines verformten Balkens im Raum

Im folgenden wird die Theorie des TIMOSHENKO-Balkenelements im Vergleich zur BERNOULLI-Theorie dargestellt, soweit sie für das Verständnis des Modells von Bedeutung ist. Abbildung 3.5 stellt einen Balken im Raum mit einem beliebigen Punkt F im Querschnitt und einer Faser durch diesen Punkt parallel zur Balkenachse dar. Der Ortsvektor \mathbf{x}^{F} beschreibt die Position von F in Abhängigkeit von drei Materialkoordinaten (S, g, h) nach folgender Gleichung:

$$\mathbf{x}^{F}(S,g,h) = \mathbf{x}(S) + g \mathbf{n}_{1}(S) + h \mathbf{n}_{2}(S),$$
 (3.27)

wobei \mathbf{n}_1 und \mathbf{n}_2 die Einheitsvektoren senkrecht zur Balkenachse, g und h die zugehörigen Koordinaten und \mathbf{x} den Ortsvektor auf die Balkenachse darstellt. Diese Größen beziehen sich auf die Momentankonfiguration und sind eine Funktion der Balkenkoordinate S. Die inkrementelle Länge einer Faser dl^F bezüglich eines inkrementellen Balkenabschnitts dS kann mit dem Gradienten von \mathbf{x}^{F} bezüglich S nach folgender Gleichung bestimmt werden:

$$(dI^{F})^{2} = \frac{d\mathbf{x}^{F}}{dS} \cdot \frac{d\mathbf{x}^{F}}{dS} (dS)^{2}$$

$$= \left(\frac{d\mathbf{x}}{dS} + g\frac{d\mathbf{n}_{1}}{dS} + h\frac{d\mathbf{n}_{2}}{dS}\right) \cdot \left(\frac{d\mathbf{x}}{dS} + g\frac{d\mathbf{n}_{1}}{dS} + h\frac{d\mathbf{n}_{2}}{dS}\right) (dS)^{2} \quad .$$
(3.28)

Mit der Annahme schlanker Balken können die Terme zweiter Ordnung in g und h vernachlässigt werden, so dass sich Gleichung 3.28 wie folgt vereinfacht:

$$(dI^{F})^{2} = \left(\frac{d\mathbf{x}}{dS} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{dS} + 2g\frac{d\mathbf{x}}{dS} \cdot \frac{d\mathbf{n}_{1}}{dS} + 2h\frac{d\mathbf{x}}{dS} \cdot \frac{d\mathbf{n}_{2}}{dS}\right) (dS)^{2} .$$
(3.29)

Mit Hilfe des Gradienten kann eine Dehnung auf Grundlage eines zu wählenden Dehnungsmaßes ermittelt werden. Dann gilt für die innere virtuelle Arbeitsrate δW eines Balkenabschnitts bezogen auf die inkrementelle Faserlänge dL^F:

$$\delta W = \int_{L^{F}} \int_{A} \sigma^{F} \delta \varepsilon^{F} dA dL^{F} , \qquad (3.30)$$

wobei mit Großbuchstaben die Größen in der Referenzkonfiguration bezeichnet werden. Diese Vorgehensweise wird beim BERNOULLI-Balkenelement angewendet, bei dem die Biegelinie infolge kubischer Verschiebungs-Ansatzfunktionen recht genau dem realen Balkenverhalten angepasst wird. Beim TIMOSHENKO-Element mit linearer Verschiebungsinterpolation ist diese Vorgehensweise jedoch nicht möglich, da die Ableitungen nach S verschwinden. In Abbildung 3.6 ist ein Balkenelement nach TI-MOSHENKO-Theorie in der Referenz- und Momentankonfiguration, hier zur besseren Übersicht für den zweidimensionalen Fall, dargestellt. Ein zur Balkenachse orthogonaler Querschnitt aus der Referenzkonfiguration verdreht sich in der Momentankonfiguration um den Winkel φ .



Abbildung 3.6: Balkenverformung mit Schubverzerrung (links) und Übergangsbedingung zwischen zwei Elementen (rechts) nach BATHE [10]

Der Winkel ϕ setzt sich aus der Drehung der Balkenachse infolge Biegung und der Verdrehung γ des Querschnitts relativ zur Balkenachse infolge Schub zusammen:

$$\varphi = \frac{\mathrm{dn}}{\mathrm{dS}} + \gamma. \tag{3.31}$$

Die Übergangsbedingung zwischen zwei Balkenelementen ist erfüllt, wenn die Verdrehung ϕ beider Elemente im gemeinsamen Knoten identisch ist. Folglich muss lediglich die Summe der Verdrehungen aus Biegung und Schub im Knoten konstant zwischen zwei Elementen sein. Das ermöglicht eine Unstetigkeit der Biegelinie in den Knoten, was bei der BERNOULLI-Theorie nicht möglich ist. In dieser Arbeit wurde ein Balkenelement mit linearer Interpolationsfunktion gewählt, bei dem die Verschiebungen und Verdrehungen γ linear interpoliert werden. Die Biegelinie stellt die zweite Ableitung der Verschiebung senkrecht zur Balkenachse nach der Balkenkoordinate S dar. Da die Verschiebungen linear interpoliert werden, weist die Biegelinie des Balkenelements somit keine Krümmung auf. Deshalb können die Längsdehnungen der einzelnen Fasern nicht auf Grundlage der Biegelinie erfasst werden, sondern nur auf Grundlage der Knotenverdrehungen. Die Momente werden bei diesem Element also durch die Drehungsdifferenz zwischen den beiden Knoten eines Elements bestimmt. Damit ergibt sich die virtuelle Arbeit eines TIMOSHENKO-Elements infolge Momentenbelastung zu:

$$\delta W_{1} = E I \int_{L} \left(\frac{d\phi}{dS} \right) \left(\frac{d\delta\phi}{dS} \right) dS.$$
(3.32)

Die virtuelle Energie infolge Normalkraftbelastung ergibt sich aus der Verschiebung u parallel zur Balkenachse:

$$\delta W_2 = E A \int_{L} \left(\frac{du}{dS} \right) \left(\frac{d\delta u}{dS} \right) dS.$$
(3.33)

Zusätzlich zur virtuellen Arbeit aus Biegung und Normalkraft wird noch die virtuelle Arbeit aus der Schubverzerrung γ in der Elementformulierung berücksichtigt. Da der Querschnitt in Wirklichkeit nicht eben bleibt, stellt die Schubverzerrung γ aus der Balkentheorie nur eine über den Querschnitt gemittelte Drehung dar. Um eine energetische Gleichwertigkeit zwischen der Näherung und der realen Schubverzerrung zu erreichen, muss ein Schubkorrekturfaktor k eingeführt werden (BATHE [10]). Mit diesem Faktor kann die Schubsteifigkeit K_a des Balkens berechnet werden:

$$\mathsf{K}_{\alpha} = \mathsf{k} \cdot \mathsf{G} \cdot \mathsf{A} \,. \tag{3.34}$$

Der Index α steht für die maßgebende Richtung orthogonal zur Balkenachse, A ist die Querschnittsfläche und G der Schubmodul, der nach Elastizitätstheorie in Abhängigkeit des Steifigkeitsmoduls E und der Querdehnzahl v berechnet wird:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$
(3.35)

Der Schubkorrekturfaktor k hängt von der Querschnittsform ab und kann Tabelle 3.1 entnommen werden (ABAQUS Theory Manual [1]). Damit ergibt sich der Anteil der virtuellen Arbeit infolge Schubverformung im TIMOSHENKO-Element zu:

$$\delta W_{3} = k G A_{L} \left(\phi - \frac{dn}{dS} \right) dS.$$
(3.36)

en
e

	k
Rechteck	0,85
Kreis	0,89
Hohlkasten	0,44

3.3.2 Stabelemente

Mit diesem Elementtyp wird die Längsbewehrung in den Stützen diskret abgebildet. Stabelemente sind eindimensionale prismatische Elemente, die nur axial entlang der Verbindungslinie der Stabendknoten Kräfte aufnehmen können. Entsprechend können nur Elementverformungen in Form von axialer Dehnung auftreten. Die Knoten sind gelenkig, so dass nur Kräfte über die drei Verschiebungsfreiheitsgrade übertragen werden und keine Momente über die Rotationsfreiheitsgrade. Diese Elemente wurden für die Anwendung in dieser Arbeit als ausreichend genau eingestuft, da die aufnehmbaren Momente der Bewehrungsstäbe im Vergleich zur aufnehmbaren Längskraft gering sind. In der ABAQUS-Elementbibliothek sind isoparametrische 2und 3-Knotenelemente mit linearer bzw. quadratischer Interpolation der Verschiebungen und Stabkoordinaten enthalten. 3-Knotenelemente ermöglichen die kinematische Kompatibilität beispielsweise mit quadratischen Kontinuumselementen. Dies trifft in der vorliegenden Arbeit aber nicht zu, weshalb 2-Knotenelemente mit folgenden linearen Interpolationsfunktionen eingesetzt werden:

$$u(g) = \frac{1}{2} (1-g) u_1 + \frac{1}{2} (1+g) u_2.$$
(3.37)

Dabei ist g die Stabkoordinate, die am ersten Knoten –1 und am zweiten Knoten +1 beträgt. u_i ist die Knotenverschiebung am i-ten Knoten und u(g) ist der interpolierte Wert zwischen den Knoten. Somit liegt beim linearen Stabelement eine konstante Dehnungs- und Spannungsverteilung entsprechend Abbildung 3.7 vor.



Abbildung 3.7: Lineares 2-Knotenelement mit Interpolation der Verschiebungen u und daraus resultierender Dehnungen ε.

Bei Stabelementen werden in ABAQUS die Querdehnungen berücksichtigt. Stabelemente sind inkompressibel, so dass $a \cdot dl = A \cdot dL$ mit der Querschnittsfläche a und der Elementlänge I in der Momentankonfiguration bzw. A und L in der Referenzkonfiguration gilt. Somit ergibt sich für die virtuelle Arbeit des Stabelements in der Momentan- bzw. Referenzkonfiguration:

$$\delta W = \int_{L} a\sigma \delta \varepsilon dL = \int_{L} A\sigma \delta \varepsilon dL .$$
 (3.38)

mit der Cauchy'schen Spannung σ bei geometrisch linearer und mit der logarithmischen Dehnung ϵ bei geometrisch nichtlinearer Berechnung:

$$\varepsilon = \ln \left(\frac{dI}{dL}\right). \tag{3.39}$$

3.3.3 Verbundelemente

Aufgrund unterschiedlicher Steifigkeits- und Festigkeitseigenschaften von Stahl und Beton treten bei Verformungen in Stahlbetonbauteilen Verbundspannungen sowie Relativverschiebungen (Schlupf) zwischen den beiden Komponenten auf. Beispielsweise wird die im Vergleich zur Druckfestigkeit geringe Zugfestigkeit von Beton bei der Bemessung meist vernachlässigt, infolge der Verbundspannungen hat die Zugfestigkeit aber einen signifikanten Einfluss auf die Bauteilsteifigkeit. So wirkt der Beton zwischen Rissen über die im Verbund liegenden Bewehrungsstäbe mit und führt zu einer Zugversteifung (*Tension Stiffening*) im Bauteil.

Meist werden die Elemente der Bewehrung direkt an die Knoten der Betonelemente angeschlossen. Diese Modellierung entspricht einem starren Verbund, der zu einer Überschätzung der Bauteilsteifigkeit führt. Mit Hilfe einer Modifikation der Materialmodelle vom Stahl oder Beton können die Ungenauigkeiten bezüglich der globalen Bauteilsteifigkeit reduziert werden. Die Abbildung lokaler Effekte wie Rissbildung oder Bewehrungsschlupf an Verankerungen kann aber nur mit einer diskreten Abbildung der Verbundeigenschaften mittels spezieller Verbundelemente erreicht werden. Für eine realistische und effiziente Abbildung der Verbundeigenschaften ist neben der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung, die in Kapitel 4.4 behandelt wird, auch die Elementwahl und Formulierung von besonderer Bedeutung, wie folgender Vergleich zeigt.



Abbildung 3.8: Interpolation von Schlupf u zwischen Beton und Bewehrung bei Federelementen und linearen 4-Knoten-Verbundelementen

Eine erste Näherung der mechanischen Vorgänge kann mit Hilfe von 2-Knoten Federelementen zwischen entsprechenden Knoten der Beton- und Bewehrungselemente wie in NGO und SCORDELIS [97] erreicht werden. Die Abbildung des realen Schlupf-Verlaufs ist aber aufgrund einer stufenförmigen Interpolation der Verschiebungen zwischen benachbarten Federelementen entlang der Bewehrungsachse, wie in Abbildung 3.8 (links) dargestellt, nur mäßig. Insbesondere im Bereich von Rissen, die zu einem Vorzeichenwechsel des Schlupf-Verlaufs führen, wird die Fläche unter der stufenförmigen Verschiebungsinterpolation gegenüber der Fläche des realen Schlupfs deutlich überschätzt. Die damit verbundene Überschätzung der Verbundsteifigkeit erfordert eine unpraktikabel hohe Netzfeinheit. Wie in Abbildung 3.8 (rechts) zu erkennen ist, ergeben beispielsweise 4-Knoten-Verbundelemente mit linearem Verschiebungsansatz bei gleicher Netzfeinheit eine erheblich bessere Anpassung an den realen Schlupf-Verlauf. Statt Feder- und Verbundelemente, die einer phänomenologischen Abbildung der Verbundeigenschaften auf mittels Spannungs-Schlupf-Beziehungen beruhen, können die mechanischen Vorgänge direkt auf Materialebene wie in LETTOW et al. [74] erfasst werden. Dabei wird die Bewehrung einschließlich Rippen und der Beton mit Kontinuumselementen abgebildet und über Kontaktbedingungen verbunden.

In der vorliegenden Arbeit wurden 4-Knoten-Verbundelemente gewählt, da sie eine gute Abbildung der Verbundeigenschaften bei relativ geringer Netzauflösung ergeben. Die Elementformulierung beruht im wesentlichen auf den theoretischen Grundlagen von KEUSER [65] und wurde für den ebenen Fall hier am Institut schon in einer Arbeit von AKKERMANN [3] entwickelt. Es wurde ein linearer Verschiebungsansatz gewählt, da er kompatibel zu der linearen Verschiebungsinterpolation der Bewehrungselemente ist.

Abbildung 3.9 stellt das Verbundelement dar, das in FORTRAN programmiert und über die Element-Schnittstelle von ABAQUS implementiert wurde. Die Knoten i und I des Verbundelements sind mit den Betonelementen und die Knoten k und m mit den Bewehrungselementen verbunden. Die Koordinaten des Knotenpaars I und m bzw. des Knotenpaars i und k sind im unbelasteten Zustand identisch. Da der Abstand der Knoten innerhalb der Knotenpaare immer klein gegenüber der ursprünglichen Elementlänge ist, können die Relativverschiebungen auf eine fiktive Kontaktlinie ab nach Abbildung 3.9 bezogen werden. Die Kontaktlinie liegt zwischen den Streckenhalbierenden von Im und ik. Dadurch wird das 4-Knoten-Verbundelement auf eine eindimensionale Ausdehnung reduziert.



Abbildung 3.9: 4-Knoten Verbundelement mit lokalen p, n, m-Koordinaten

Mit Gleichung 3.40 und den linearen Verschiebungs-Interpolationsfunktionen H₁(g) und H₂(g) können die Verschiebungen \mathbf{u}_{glob} innerhalb eines Elements bezogen auf die Kontaktlinie in Abhängigkeit der Knotenverschiebungen \mathbf{u}_N jeweils mit Bezug auf die globalen Koordinaten bestimmt werden:

$$\mathbf{u}_{glob}(\mathbf{g}) = \begin{bmatrix} u_{glob1} \\ u_{glob2} \\ u_{glob3} \end{bmatrix} = \mathbf{B}(\mathbf{g}) \cdot \mathbf{u}_{N} = \begin{bmatrix} -H_{1} & 0 & 0 \\ 0 & -H_{1} & 0 \\ 0 & 0 & -H_{1} \\ H_{1} & 0 & 0 \\ 0 & H_{1} & 0 \\ 0 & 0 & H_{1} \\ -H_{2} & 0 & 0 \\ 0 & -H_{2} & 0 \\ 0 & 0 & -H_{2} \\ H_{2} & 0 & 0 \\ 0 & H_{2} & 0 \\ 0 & 0 & H_{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \\ u_{i3} \\ u_{k1} \\ u_{k2} \\ u_{k3} \\ u_{l1} \\ u_{l2} \\ u_{l3} \\ u_{m1} \\ u_{m2} \\ u_{m3} \end{bmatrix},$$
(3.40)

mit:

$$H_1(g) = \frac{1}{2}(1-g), \quad -1 \le g \le 1$$
$$H_2(g) = \frac{1}{2}(1+g), \quad -1 \le g \le 1$$

Im Gegensatz zur Interpolationsmatrix B nach Gleichung 3.16, welche die Knotenverschiebungen in Bezug zu den Elementdehnungen setzt, werden in der Interpolationsmatrix B nach Gleichung 3.40 die Knotenverschiebungen in Bezug zu den Verschiebungen im Element gesetzt. Somit sind in B nicht die Ableitungen der Interpolationsfunktionen H(g), sondern die Funktionen selbst enthalten. Die Umrechnung des Verschiebungsvektors \mathbf{u}_{glob} bezüglich des globalen Koordinatensystems in den Verschiebungsvektor \mathbf{u}_{lok} bezüglich des lokalen Element-Koordinatensystems erfolgt mit der Transformationsmatrix **T**:

$$\mathbf{u}_{lok}(\mathbf{g}) = \begin{bmatrix} u_{lokp}(\mathbf{g}) \\ u_{lokm}(\mathbf{g}) \\ u_{lokn}(\mathbf{g}) \end{bmatrix} = \mathbf{T} \ \mathbf{u}_{glob} \,. \tag{3.41}$$

Das lokale Koordinatensystem besteht aus den Einheitsvektoren entsprechend dem p, n, m Koordinatensystem auf der Kontaktlinie nach Abbildung 3.9. Die Transformationsmatrix **T** setzt sich aus den Transponierten der Einheitsvektoren des lokalen p, n, m-Koordinatensystems zusammen:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{p}^{\mathsf{T}} \\ \mathbf{t}_{m}^{\mathsf{T}} \\ \mathbf{t}_{n}^{\mathsf{T}} \end{bmatrix} .$$
(3.42)

Der Einheitsvektor t_p wird mit

$$\mathbf{t}_{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{p1} \\ \mathbf{t}_{p2} \\ \mathbf{t}_{p3} \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{b} - \mathbf{a}}{|\mathbf{b} - \mathbf{a}|}$$
(3.43)

berechnet, wobei $|\mathbf{b} - \mathbf{a}|$ die Elementlänge I_{el} darstellt. Zur Berechnung der orthogonalen Einheitsvektoren \mathbf{t}_m und \mathbf{t}_n wird ein Vektor \mathbf{t}'_p benötigt, der nicht parallel zu \mathbf{t}_p ist und vom Anwender in der ABAQUS-Eingabedatei bestimmt werden muss. Der vom Anwender übergebene Vektor \mathbf{t}'_p braucht kein Einheitsvektor zu sein, da er von der Unterroutine normiert wird. \mathbf{t}_m ist orthogonal zur Ebene, die durch die beiden Vektoren \mathbf{t}_p und \mathbf{t}'_p aufgespannt wird. Die Einheitsvektoren \mathbf{t}_m und \mathbf{t}_n werden dann wie folgt berechnet:

$$\mathbf{t}_{m} = \begin{bmatrix} t_{m1} \\ t_{m2} \\ t_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{p2}t'_{p3} - t_{p3}t'_{p2} \\ t_{p3}t'_{p1} - t_{p1}t'_{p3} \\ t_{p1}t'_{p2} - t_{p2}t'_{p1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t}_{n} = \begin{bmatrix} t_{n1} \\ t_{n2} \\ t_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{p2}t_{m3} - t_{p3}t_{m2} \\ t_{p3}t_{m1} - t_{p1}t_{m3} \\ t_{p1}t_{m2} - t_{p2}t_{m1} \end{bmatrix}.$$
(3.44)

Aus den lokalen Relativverschiebungen können mit einer Stoffmatrix E_{b} in Sekantenform die lokalen Verbundspannungen parallel und senkrecht zur Kontaktlinie \overline{ab} berechnet werden:

$$\boldsymbol{\tau}(g) = \boldsymbol{\mathsf{E}}_{\mathsf{b}} \boldsymbol{\mathsf{u}}_{\mathsf{lok}}(g) \,. \tag{3.45}$$

In Komponentenschreibweise erkennt man, dass die Stoffmatrix diagonalisiert ist, d.h. es werden keine Interaktionen zwischen den Belastungsrichtungen berücksichtigt:

$$\begin{bmatrix} \tau_{p}(g) \\ \sigma_{m}(g) \\ \sigma_{n}(g) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{bp} & 0 & 0 \\ 0 & E_{bm} & 0 \\ 0 & 0 & E_{bn} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{lok}(g).$$
(3.46)

Durch Rücktransformation des Spannungsvektors $\tau(g)$ in das globale Koordinatensystem und Integration über die Elementlänge I_{el} ergibt sich der Vektor **f**_{el} der Knotenkräfte:

$$\mathbf{f}_{el} = \frac{\mathbf{I}_{el}}{2} \int_{-1}^{1} \mathbf{B}^{\mathsf{T}}(g) \left(\mathbf{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{L}_{b} \tau(g) \right) dg, \qquad (3.47)$$

wobei L_{b} die Matrix der Kontaktlängen im Schnitt des Bewehrungsstabs für die verschiedenen Belastungsrichtungen darstellt und sich wie folgt zusammensetzt:

$$\mathbf{L}_{\rm b} = \begin{bmatrix} n\pi d & 0 & 0 \\ 0 & nd & 0 \\ 0 & 0 & nd \end{bmatrix}.$$
 (3.48)

Dabei steht n für die Anzahl der Bewehrungsstäbe, die in einem Verbundelement zusammengefasst werden, und d ist der Durchmesser der einzelnen Bewehrungsstäbe. Die Elementsteifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{el} ergibt sich durch Rücktransformation der tangentialen Stoffmatrix in das globale Koordinatensystem und anschließender Integration über die Elementlänge:

$$\mathbf{K}_{el} = \frac{\mathbf{I}_{el}}{2} \int_{-1}^{1} \mathbf{B}^{\mathsf{T}}(g) \left(\mathbf{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{L}_{b} \mathbf{E}_{b}(g) \mathbf{T} \right) \mathbf{B}(g) dg.$$
(3.49)

Der Vektor der Knotenkräfte \mathbf{f}_{el} und die tangentiale Steifigkeitsmatrix \mathbf{K}_{el} werden mit der 2-Punkt GAUSS-Quadratur numerisch approximiert:

$$\mathbf{f}_{el} = \frac{\mathbf{I}_{el}}{2} \sum_{j=1}^{2} \omega_j \mathbf{B}^{\mathsf{T}}(\mathbf{g}_j) \left(\mathbf{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{L}_{b} \boldsymbol{\tau}(\mathbf{g}_j) \right),$$
(3.50)

$$\mathbf{K}_{el} = \frac{\mathbf{I}_{el}}{2} \sum_{j=1}^{2} \omega_j \mathbf{B}^{\mathsf{T}}(\mathbf{g}_j) (\mathbf{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{L}_{b} \mathbf{E}_{b}(\mathbf{g}_j) \mathbf{T}) \mathbf{B}(\mathbf{g}_j)$$
(3.51)
mit: $\mathbf{g}_2 = -\mathbf{g}_1 = 1/\sqrt{3}$

$$\omega_1 = \omega_2 = 1$$

3.4 Modellbeschreibung mit erweiterter Fasertheorie

Zunächst muss ein für die Problemstellung angemessener Modellmaßstab gewählt werden, der den Detaillierungsgrad der Werkstoffabbildung und die Wahl der Finiten Elemente bestimmt (vgl. Abbildung 3.10). Diese Wahl ist von besonderer Bedeutung, da hiervon der zeitliche Aufwand und die Fehleranfälligkeit sowohl der numerischen Berechnungen als auch der Auswertung abhängen. Stehen die Baustoffeigenschaften im Vordergrund, wird auf Materialebene ein hoher Detaillierungsgrad gewählt. So werden beispielsweise bei Beton die einzelnen Komponenten Zuschlag, Zementmatrix und Bewehrung diskret mit Kontinuumselementen abgebildet und gegebenenfalls über Kontaktelemente verbunden. Wegen der hohen Netzauflösung werden in diesem Maßstab nur Detailuntersuchungen an kleinen Objekten wie Materialproben durchgeführt.




Steht das Verhalten einzelner Bauteile wie Stützen oder Wände im Vordergrund, so ist die Bauteilebene zu bevorzugen. Hierbei werden die im Beton enthaltenen Komponenten Zementmatrix und Zuschlag als homogenes Kontinuum idealisiert. Die Bewehrung wird mit Strukturelementen abgebildet und entweder starr oder mit Verbundelementen an die Kontinuumselemente angeschlossen.

Bei der Berechnung auf Tragwerksebene werden die Eigenschaften der einzelnen Werkstoff-Komponenten inklusive Bewehrung über den Bauteilquerschnitt aufintegriert und in einem Strukturelement zusammengefasst. Entsprechend werden Stützen und Riegel mit Balkenelementen sowie Wände und Deckenplatten mit Schalenelementen diskretisiert. Bei dieser Modellierung gibt es wiederum verschiedene Näherungen, um das nichtlineare Bauteilverhalten im Strukturelement zu erfassen. So können plastische Verformungen, die vorwiegend im Bereich von Rahmenecken und konzentrierten Lasten auftreten, durch Fließgelenke abgebildet werden. Dabei erfolgen plastische Rotationen idealisiert an den Knoten der Balkenelemente, während sich der restliche Teil des Elements linear elastisch verhält (Abbildung 3.11).

Im Fließgelenk werden die Querschnittseigenschaften in integraler Form durch eine Momenten-Krümmungs-Beziehung (M-κ-Beziehung) berücksichtigt. Bei Stützen wird meist zusätzlich eine Momenten-Normalkraft-Interaktion eingeführt (KRÄTZIG, MESKOURIS, HANSKÖTTER [68]). Einer der Vorteile von Fließgelenkverfahren ist, dass nichtlineare Tragwerksuntersuchungen auch ohne Anwendung der EDV oder mit Hilfe linear elastischer FE-Programme durchgeführt werden können. Hierbei wird die Simulation in einzelne Berechnungsschritte unterteilt, so dass das System nach Aktivierung jedes einzelnen Fließgelenks entsprechend modifiziert werden kann. So kann die Reihenfolge der plastifizierenden Bauteile bis zum vollständigen Tragwerksversagen abgebildet werden (MESKOURIS, HINTZEN [88]).



Abbildung 3.11: Näherungen zur Berücksichtigung plastischer Bauteilverformungen durch Fließgelenke, Fließzonen oder plastische Balkenelemente

In realen Bauwerken erfolgen plastische Verformungen nicht punktuell in Gelenken, sondern erstrecken sich über eine endliche Länge entlang der Bauteilachse. In MESKOURIS [89] wird die Formulierung eines Balkenelements vorgestellt, mit dem die endliche Länge einer plastischen Zone berücksichtigt werden kann. Gerade bei Rahmentragwerken und Durchlaufträgern ist die genaue Lage und Länge plastischer Zonen im Voraus meist nicht bekannt. Aufgrund zunehmender Leistung der EDV und um eine schrittweise Berechnung der Tragwerksantwort zu vermeiden, werden Plastifizierungen statt in plastischen Zonen meist direkt im gesamten Balkenelement zuge-lassen.

Ein Nachteil der Methoden, bei denen die Querschnittseigenschaften in integraler Form berücksichtigt werden, ist dass die Fließbedingungen und die M- κ -Beziehung zunächst in einem separaten Berechnungsschritt ermittelt werden müssen. Außerdem wird eine ausreichende Rotationsfähigkeit in den plastischen Gelenken vorausgesetzt, die ebenfalls in einem gesonderten Schritt nachgewiesen werden muss (PARK, PAULAY [105]). Statt die Verformungseigenschaften eines Balkenelements mit Hilfe von M- κ -Beziehungen abzubilden, kann der Elementquerschnitt auch in einzelne Fasern parallel zur Balkenachse unterteilt werden. Bei einer Biege- oder Längsverformung im Element werden die einzelnen Fasern gedehnt. Aus den Faserdehnungen wird mit Hilfe einaxialer Stoffgesetze die Spannung jeder Faser berechnet. Integriert man die Faserspannungen über den Querschnitt, erhält man die Element-Schnittgrößen. Im Gegensatz zur Fließgelenktheorie kann das Materialverhalten bei der Fasertheorie während einer Simulation direkt verfolgt werden. So ist es beispielsweise möglich das Aufreißen eines Betonquerschnitts während der Simulation zu verfolgen.

Brückenpfeiler stellen ein aus dem Gesamttragwerk heraus gelöstes einzelnes Bauteil dar, was die Modellierung auf Bauteilebene nahe legt. Auf der anderen Seite besitzen sie zum Teil sehr große Abmessungen, was bei Einhaltung einer bestimmten Netzfeinheit zur Berücksichtigung von Materialschädigungen zu einer hohen Anzahl an Freiheitsgraden und damit zu hohen Rechenzeiten führt. Entsprechend liegen numerische Untersuchungen von Brückenpfeilern sowohl auf Bauteilebene (DAZIO, SEIBLE [31], MAEKAWA, FUKUURA, AN [78]) als auch auf Tragwerksebene (HASHIMOTO, ABE, FUJINO [54], KLÖKER [67]) vor. Steht das Materialverhalten im Vordergrund, wird meist auf Bauteilebene modelliert, steht hingegen der Einfluss des nichtlinearen Pfeilerverhaltens bei seismischer Einwirkung auf das Gesamttragwerk im Vordergrund, wird eher auf Tragwerksebene modelliert. In der vorliegenden Arbeit soll der Einfluss des Materialverhaltens und seine Degradation bei zyklischer Belastung auf das globale Erdbebenverhalten von Pfeilern und die Gesamtstruktur untersucht werden. Bei Brückenpfeilern handelt es sich oft um schlanke, prismatische Bauteile, die eine Berechnung auf Grundlage der Balkentheorie erlauben. Aus diesem Grund wurde die Fasertheorie gewählt, die in dieser Arbeit um einen Verbundansatz erweitert wurde und zwischen der Bauteil- und Tragwerksebene liegt.



Abbildung 3.12: Balkenelement nach Fasertheorie (Faserelement)

Bei der Fasertheorie (MENEGOTTO, PINTO [86]) wird der Balkenquerschnitt nach Abbildung 3.12 in y- und z-Richtung in Fasern unterteilt. Jede Faser bezieht sich auf eine bestimmte Einzugsfläche A_i des Querschnitts, für die eine konstante mittlere Dehnung ε_i angenommen wird. Die Einzugsflächen dürfen sich nicht überschneiden, und die Summe aller Einzugsflächen ergibt die Querschnittsfläche des Balkens. Mit Hilfe von Interpolationsfunktionen wird die Dehnung jeder Faser in Abhängigkeit der Knotenverdrehungen und -verschiebungen an den Integrationspunkten des Elements ermittelt. Die Spannung wird für jede Faser im Querschnitt in Abhängigkeit ihrer Belastungsgeschichte und aktuellen Dehnung mit Hilfe einaxialer Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ausgewertet. Bei jedem Iterationsschritt wird die im Element wirkende Normalkraft N und die Momente M_v sowie M_z wie folgt ausgewertet:

$$N = \sum_{i=1}^{n} \sigma(\varepsilon_{i}) A_{i}, \qquad M_{y} = \sum_{i=1}^{n} \sigma(\varepsilon_{i}) z_{i} A_{i}, \qquad M_{z} = \sum_{i=1}^{n} \sigma(\varepsilon_{i}) y_{i} A_{i}.$$
(3.52)

Dabei ist z_i bzw. y_i der Abstand des Fasermittelpunkts zur y- bzw. z-Achse des lokalen Element-Koordinatensystems. Die tangentielle Dehnsteifigkeit EA und die Biegesteifigkeiten EI_y und EI_z des Elements ergeben sich nach folgendem Zusammenhang:

$$\mathsf{E}\mathsf{A} = \sum_{i=1}^{n} \mathsf{E}(\varepsilon_{i}) \mathsf{A}_{i}, \quad \mathsf{E}\mathsf{I}_{y} = \sum_{i=1}^{n} \mathsf{E}(\varepsilon_{i}) \mathsf{z}_{i}^{2} \mathsf{A}_{i}, \quad \mathsf{E}\mathsf{I}_{z} = \sum_{i=1}^{n} \mathsf{E}(\varepsilon_{i}) \mathsf{y}_{i}^{2} \mathsf{A}_{i}.$$
(3.53)

In der Balkentheorie werden nur die Spannungen und Dehnungen parallel zur Balkenachse berücksichtigt, so dass ein dreidimensionaler Spannungszustand innerhalb des Bewehrungskorbes bei Stahlbetonpfeilern definitionsgemäß nicht erfasst werden kann. Der dreidimensionale Spannungszustand im Beton aufgrund der behinderten Querdehnung durch Bügel bewirkt jedoch einen festigkeitssteigernden Effekt im Kernbeton (siehe Kapitel 4.2.3). Um diese Zwangsspannungen realistisch abzubilden, benötigt man beispielsweise eine dreidimensionale Stoffgesetzformulierung, welche die Quer- und Volumendehnungen des Betons genau abbildet. Gerade die Abbildung der Quer- und Volumendehnungen weist jedoch nach HOFSTETTER und MANG [57] eine große Streuung bei Anwendung verschiedener stoffgesetzlicher Ansätze auf. Aus diesem Grund wird zum Teil auch bei dreidimensionalen Werkstoffmodellen von vornherein eine modifizierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung für die Elemente im Bereich des Kernbetons angenommen wie in NGO, MENDIS und TEO [98] oder MACHIDA und ABDELKAREEM [77]. Dadurch wird die erhöhte Festigkeit unabhängig von den numerisch ermittelten Zwangsspannungen berücksichtigt. Entsprechend wird in dieser Arbeit den Fasern, die im Bereich des Kernbetons liegen, eine modifizierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung zugewiesen.

Da jeder Faser eine andere Spannungs-Dehnungs-Beziehung zugewiesen werden kann, ist es nicht nur möglich die unterschiedlichen Eigenschaften des Kernbetons und der Betondeckung, sondern den gesamten Stahlbetonquerschnitt inklusive Bewehrung in einem Faserelement zu berücksichtigen. So wird in der klassischen Fasertheorie den Fasern, die am geometrischen Ort der Längsbewehrung liegen, ein Werkstoffgesetz für Stahl zugewiesen und allen anderen ein Werkstoffgesetz für Beton. Anwendungen dieser Art der Modellierung finden sich beispielsweise in CHEN [24] und RANZO und PETRANGELI [114]. Da Querschnitte in der Balkentheorie auch bei Verformungen eben bleiben, können bei dieser Art der Modellierung keine Relativverschiebungen zwischen Bewehrung und Beton (Schlupf) berücksichtigt werden. Insbesondere im Bereich von Betonrissen und an der Pfeilereinspannung kann jedoch Schlupf nach MONTI und SPACONE [93] und wie eigene Berechnungen gezeigt haben, einen bedeutenden Einfluss auf das globale Bauteilverhalten ausüben.

Zur Berücksichtigung des Bewehrungsschlupfs wurde die klassische Fasertheorie in dieser Arbeit erweitert. Während Faserelemente weiterhin den Betonanteil des Pfeilerquerschnitts repräsentieren, wird in dieser Arbeit die Längsbewehrung durch zusätzliche Stabelemente abgebildet (vgl. Abbildung 3.13). Der Pfeiler wird in horizontale Schichten unterteilt, die jeweils aus dem gleichen Satz von Elementen bestehen. Jeder Elementsatz besitzt ein Faserelement für den Beton und beliebig viele Stab- und Verbundelemente. Die Anzahl der Stab- und Verbundelemente ergibt sich normalerweise aus der Anzahl der Längsbewehrungsstäbe. Es können aber auch mehrere Bewehrungsstäbe zu einem Stabelement zusammengefasst werden, wenn diese im Vergleich zur Querschnittsabmessung nahe zusammen liegen. Dadurch ist gewährleistet, dass die zusammengefassten Bewehrungsstäbe während einer Bauteilverformung in etwa die gleichen Dehnungen erfahren.



Abbildung 3.13: FE-Modell für Stahlbeton-Brückenpfeiler mit Erweiterung der Fasertheorie durch diskrete Abbildung der Längsbewehrung Jedes Stabelement der Längsbewehrung ist mit den beiden äußeren Knoten eines Verbundelements verbunden. Die beiden inneren Knoten der Verbundelemente sind über Knotenzwangsbedingungen mit den Knoten der Faserelemente gekoppelt. Die Zwangsbedingungen bewirken, dass die Knoten, die in der Referenzkonfiguration in einer Ebene liegen, auch bei möglichen Verformungen des Modells in einer Ebene bleiben. Verschiebungen und Verdrehungen dieser Ebene entsprechen somit immer der Verschiebung und Verdrehung des zugehörigen Faserelementknotens. Die Verbundelemente erlauben eine Relativverschiebung der Bewehrungsknoten parallel zur Balkenachse bzw. parallel zu den Fasern. Folglich wird bei dieser Modellierung Schlupf parallel zur Bewehrungsstabachse ermöglicht. Zur besseren Anschauung wurden in Abbildung 3.13 die in einer Ebene liegenden inneren und äußeren Knoten eines Verbundelements nebeneinander dargestellt, im Modell besitzen sie im unbelasteten Zustand jedoch identische Koordinaten.

Treten hohe Druckspannungen in der Längsbewehrung auf und sind diese nicht ausreichend horizontal durch Bügel gehalten, so kann es zu Betonabplatzungen und einem Ausknicken der Bewehrungsstäbe kommen. Grundsätzlich kann dieses Stabilitätsversagen direkt in einem Modell erfasst werden. Dabei muss die Längsbewehdurch Balkenelemente mit entsprechender Biegesteifigkeit rung unter Berücksichtigung geometrischer Nichtlinearitäten abgebildet werden. Zusätzlich müssen die Verbundelemente außer auf Höhe der Bügel Relativverschiebungen orthogonal zur Pfeilerachse in Richtung Bauteiloberfläche zulassen. Bei einem Modellmaßstab auf Bauteilebene wird das Ausknicken der Bewehrung jedoch eher implizit im Werkstoffmodell vom Stahl berücksichtigt, wie beispielsweise in der Arbeit von DHAKAL und MAEKAWA [33]. Bei diesem Ansatz fällt die Stahlspannung im Werkstoffgesetz nach Erreichen einer Grenzspannung, bei der ein Ausknicken der Bewehrung zu erwarten ist, schlagartig auf Null ab. Die Grenzspannung hängt dabei maßgeblich vom Stabdurchmesser, den Bügelabständen und der Betondeckung ab.

Ein Ausknicken der Längsbewehrung in einem Pfeiler führt meist kurz darauf zu einem vollständigen Tragfähigkeitsverlust. Da das weitere Verhalten des vollständig geschädigten Pfeilers in dieser Arbeit nicht interessiert, wurde diese Versagensart weder direkt in der Diskretisierung noch implizit im Werkstoffgesetz berücksichtigt. Wird ein Ausknicken der Bewehrung aufgrund konstruktiver Mängel erwartet, können die Druckspannungen in der Bewehrung nach einer Simulation ausgewertet und auf ein Stabilitätsversagen kontrolliert werden. Ein Stabilitätsversagen kann nach EURO-CODE 8 [43] ausgeschlossen werden, wenn die Bewehrungsvorschriften nach Gleichung 3.54 bis 3.56 in plastischen Gelenken eingehalten werden. Bei Brückenpfeilern liegt der kritische Bereich, in dem plastische Gelenke auftreten, meist direkt über der Einspannung im Fundament (vgl. Abbildung 3.14) oder unterhalb der Einspannung im Querträger. Die Länge des kritischen Bereichs I_{cr} wird in Abhängigkeit der freien Stützenlänge I und der größten Querschnittsabmessung d berechnet:

$$I_{cr} = \max\{1, 5d; 1/5; 600 \,\text{mm}\}. \tag{3.54}$$

In diesem Bereich gilt der maximale Bügelabstand s:

$$s = min\{b/4; 100 mm; 5 d_{L}\},$$
 (3.55)

wobei b die kleinste Abmessung des Betonkerns und d_L der Durchmesser der Längsbewehrung ist. Der Mindestdurchmesser d_Q der Bügel berechnet sich aus der Streckgrenze der Längsbewehrung f_{yL} und der Querbewehrung f_{yQ} :

$$d_{Q} \ge 0,40 \cdot d_{L} \cdot \sqrt{f_{yL}/f_{yQ}} . \tag{3.56}$$



Abbildung 3.14: Bewehrungsrichtlinien für plastische Gelenke in Stützen

4 Numerische Werkstoffmodellierung von Stahlbeton

Im Rahmen dieser Arbeit sollte ein mechanisch-numerisches Modell entwickelt werden, mit dem die grundlegenden mechanischen Zusammenhänge und ihr Einfluss auf das dynamische Verhalten von Brückenpfeilern unter Erdbebeneinwirkungen untersucht werden kann. Zum einen sollte das Modell das in Kapitel 2.2 beschriebene nichtlineare Verformungs- und Schädigungsverhalten von Stahlbetonpfeilern bei dynamisch zyklischer Anregung simulieren können, zum Anderen wurde ein numerisch effizientes Laufzeitverhalten angestrebt, so dass Erdbebensimulationen mit mehreren tausend Zeitschritten in praktikablen Rechenzeiten zu bewältigen sind. Hierfür wurden verschiedene analytische Ansätze aus der Literatur zur Beschreibung des zyklischen Werkstoffverhaltens von Beton und Stahl sowie des Verbundverhaltens verglichen und kombiniert. Ausschlaggebend bei der Wahl eines Ansatzes war die Qualität der Abbildung experimenteller Versuchsergebnisse und die Effizienz bei der numerischen Implementierung. Daher wurden einige Werkstoffeigenschaften zunächst im Modell berücksichtigt, schließlich aber wieder vernachlässigt, da sie bei den ersten Testläufen einen geringen Einfluss auf das Ergebnis zeigten und die Rechenzeiten erhöhten oder die Konvergenz verschlechterten. Beispielsweise wurde die Ent- und Wiederbelastung von Beton zunächst nichtlinear abgebildet, doch in der fertigen Version wieder linear vereinfacht.

Zunächst werden die Grundlagen zur Abbildung mechanischer Werkstoffeigenschaften kurz zusammengefasst, bevor die gewählten analytischen Ansätze für Beton, Stahl und Verbund vorgestellt werden. Einen umfassenden Überblick über das Werkstoffverhalten von Stahlbeton und mögliche Modellierungsvarianten findet man in STEMPNIEWSKI und EIBL [138]. Es wird ein nichtlokaler Ansatz beschrieben, mit dem in dieser Arbeit ein objektives und numerisch stabiles Simulationsverhalten im Zusammenhang mit Materialentfestigungen erreicht werden kann. Anschließend wird die Implementierung der zyklischen Werkstoffroutinen und des nichtlokalen Ansatzes in den FE-Code ABAQUS vorgestellt.

4.1 Materialtheorien

Wird ein Körper belastet, führt dies zu inneren Kräften (Spannungen) und damit zu Verformungen (Verzerrungen), die auf mikroskopisch komplexen Prozessen beruhen. Um das Verformungsverhalten und den Zustand eines belasteten Körpers mit einem numerischen Modell zu beschreiben, müssen die mikroskopischen Prozesse jedoch nicht direkt abgebildet werden. Stattdessen müssen idealisierte Werkstoffmodelle

entwickelt werden, mit denen das makroskopische Werkstoffverhalten bezüglich Spannungs-Dehnungs-Beziehung, Festigkeit und Schädigung phänomenologisch beschrieben werden kann. Beispielsweise unterscheiden sich die mikroskopischen Prozesse bei der Verformung von Stahl (metallischer Werkstoff) und Beton (mineralischer Werkstoff) grundlegend. Während die Ursache von Plastifizierungen bei Stahl in einem Gleiten von Kristallen liegt, sind diese bei Beton mit einer Rissbildung verbunden. Dennoch können für beide Werkstoffe prinzipiell die gleichen idealisierten Werkstoffmodelle zur Beschreibung des Verformungsverhaltens eingesetzt werden. Dabei ist das Ziel eines Werkstoffmodells nicht alle Eigenschaften zu erfassen, sondern nur die Eigenschaften, die für eine konkrete Anwendung relevant sind.

Das Werkstoffverhalten hängt neben dem mikroskopischen Aufbau des Werkstoffs auch von der Belastungsart ab. So können die Lastdauer, die Anzahl an Lastwiederholungen und die Belastungsgeschwindigkeit einen bedeutenden Einfluss haben und müssen gegebenenfalls im Werkstoffmodell berücksichtigt werden. Bei Erdbebeneinwirkungen handelt es sich um eine kurzzeitige Belastung mit wenigen Lastspielen und mittlerer Belastungsgeschwindigkeit. Deshalb können viskoelastische Effekte aus Langzeitbelastungen (z.B. Kriechen) und eine Festigkeitabnahme durch Ermüdung infolge zahlreicher Lastwiederholungen vernachlässigt werden. Dafür sollten Effekte aus erhöhter Belastungsgeschwindigkeit bei Beton berücksichtigt werden.

Bei der Untersuchung schlanker Pfeiler mit der Fasertheorie werden einaxiale Werkstoffmodelle benötigt. Dabei wird ein Zusammenhang zwischen der skalaren Spannung σ und der skalaren Dehnung ϵ hergestellt. Aus diesem Grund werden die Materialtheorien hier nicht wie im Allgemeinen tensoriell dargestellt sondern skalar.



Abbildung 4.1: Elastische und plastische Spannungs-Dehnungs-Pfade

Werkstoffe besitzen im Bereich kleiner Dehnungsamplituden meist einen proportionalen Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung nach Abbildung 4.1a (HOO-KE'sches Gesetz: $\sigma = E \cdot \epsilon$). Beispielsweise verhält sich warmgewalzter Stahl über einen weiten Spannungsbereich bis zum Erreichen einer Grenzspannung (Fließgrenze) nahezu linear elastisch. Bei Gummi wird ein nichtlinear elastisches Verhalten nach Abbildung 4.1b beobachtet. Dabei ist die Spannung nicht proportional zur Dehnung, dennoch erfolgt die Entlastung annähernd dem Pfad der Belastung. Entsprechend gilt bei elastischem Materialverhalten eine eindeutige Beziehung zwischen Spannung und Dehnung.

Wird Stahl nach Erreichen der Fließgrenze weiter belastet, so verbleiben auch nach vollständiger Entlastung plastische Restdehnungen. Plastifizierungen können mit Hilfe eines linear elastisch-ideal plastischen Werkstoffgesetzes nach Abbildung 4.1c approximiert werden. Dabei wird bis zum Erreichen der Fließspannung ein linear elastisches Verhalten angenommen und danach wachsen die Dehnungen bei konstanter Spannung an. Der bilineare Ansatz lässt sich erweitern, indem der Ast im plastischen Bereich eine konstante Steigung erhält. Mikroskopisch betrachtet, besitzt jedes Material eine inhomogene Struktur, so dass nicht jeder Materialpartikel gleichzeitig plastifiziert. Dadurch erhält man einen kontinuierlichen Übergang vom elastischen zum plastischen Bereich gemäß Abbildung 4.1d. Bei plastischen Werkstoffgesetzen gibt es keine eindeutige Beziehung mehr zwischen Spannung und Dehnung, so dass bei der Spannungsermittlung auch der Belastungspfad berücksichtigt werden muss.

Generell wird in experimentellen Versuchen ein linearer Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung bis zu einer Proportionalitätsgrenze P nach Abbildung 4.1d beobachtet. Zwischen P und Q ist der Zusammenhang nicht mehr linear, dennoch verbleiben bei Entlastung keine Restverformungen (CHEN [26]). Jenseits von Q treten bei Entlastung Plastifizierungen auf, deshalb wird dieser Punkt als Fließgrenze bezeichnet. P und Q liegen jedoch meist so nahe zusammen, dass in der Praxis zwischen diesen beiden Punkten nicht unterschieden wird. Der Bereich zwischen Q und R wird als Verfestigungsbereich (Strain Hardening) bezeichnet, da die Fließgrenze sukzessive ansteigt. Eine Ent- und Wiederbelastung in diesem Bereich erfolgt meist elastisch, wobei die Fließgrenze im Lastumkehrpunkt U liegt. Zwischen R und dem Versagenspunkt S liegt der Entfestigungsbereich (Strain Softening), in dem die Spannung und damit die Fließgrenze bei zunehmender Dehnung abfällt.



Abbildung 4.2: Ungeschädigter (links) und geschädigter Körper mit verringerter effektiver Querschnittsfläche (rechts)

Plastische Verformungen werden bei Stahl, durch ein Gleiten von Kristallen verursacht. Dabei bleibt die Querschnittsfläche näherungsweise konstant, weshalb sich die elastischen Eigenschaften nicht ändern. Bei Beton sind Plastifizierungen dagegen mit einer Rissbildung verbunden. Betrachtet man einen Schnitt nach Abbildung 4.2, so wird die effektive Querschnittsfläche A um die Summe der Rissflächen – oder allgemein Schädigungen A_D reduziert. Dadurch ändern sich auch die elastischen Eigenschaften von Beton. Zur Beschreibung dieser Eigenschaften werden die Schädigungs- und die Plastizitätstheorie nach Abbildung 4.3 eingesetzt.

In der Schädigungstheorie wird angenommen, dass sich der Werkstoff bis zu einer Grenzspannung (Bruchspannung) linear elastisch verhält und anschließend <u>keine</u> Spannungen mehr aufnehmen kann. Die Bruchspannung variiert von Partikel zu Partikel, so dass der Körper nicht schlagartig versagt. Der nichtlineare Verlauf der Erstbelastungskurve nach Abbildung 4.3a wird also allein durch die sukzessive Abnahme der effektiven Querschnittsfläche im Körper verursacht. Auch die Abnahme der Steifigkeit bei Ent- und Wiederbelastung wird durch die Querschnittsreduktion verursacht. Da sich der intakte Teil des Querschnitts linear elastisch verhält, muss die Ent- und Wiederbelastung genau über die Sekantensteifigkeit erfolgen. Auch wenn die Anfänge der Schädigungstheorie weit zurückreichen, wurde sie erst später u.a. von KACHANOV [63] und LEMAITRE [73] mit Zustandsvariablen in den Rahmen der Kontinuumsmechanik und Thermodynamik eingebunden. Heute wird sie standardmäßig zur werkstoffmechanischen Beschreibung eingesetzt (z.B. in BAZANT, BE-LYTSCHKO, CHANG [13], BAZANT, OZBOLT [14]).

Im Gegensatz dazu werden nichtlineare Effekte in der Plastizitätstheorie nach Abbildung 4.3b ausschließlich durch plastische Verformungen begründet. In Analogie zur Schädigungstheorie wird angenommen, dass sich das Material bis zu einer Grenzspannung (Fließspannung) linear elastisch und anschließend <u>ideal plastisch</u> verhält. Die Fließspannung variiert wieder von Partikel zu Partikel, so dass der Körper nicht schlagartig ins Fließen kommt, sondern bei Erstbelastung ein kontinuierlicher Übergang vom elastischen zum plastischen Bereich erfolgt. Da sich der Querschnitt des Körpers nicht verändert, erfolgt die Ent- und Wiederbelastung immer mit derselben Steifigkeit wie im Ursprung.

Das Verhalten realer Werkstoffe kann meist nicht allein mit einer der beiden Theorien beschrieben werden, vielmehr liegt eine Kombination aus beiden Theorien nach Abbildung 4.3c vor. So berücksichtigt man beispielsweise bei Beton die Abminderung der elastischen Steifigkeit infolge Rissbildung mit der Schädigungstheorie und Restverformungen infolge von Mikrorissen, die sich nicht mehr komplett schließen können, mit der Plastizitätstheorie.



Abbildung 4.3: Idealisierungen zur Beschreibung des Werkstoffverhaltens bei Entund Wiederbelastung nach CHEN [26]

Bei der stoffgesetzlichen Formulierung der Schädigungstheorie wird ein Schädigungsparameter D eingeführt:

$$D = \frac{A_D}{A}, \tag{4.1}$$

wobei A_D die Fläche aller in einem Schnitt vorhandenen Schädigungen und A die Gesamtfläche des Schnitts beschreibt. Daraus folgt $0 \le D \le 1$ mit D = 0 für einen Schnitt ohne Schädigungen und D = 1 für einen vollständigen Bruch. Da Schädigungen irreversibel sind, muss die zeitliche Ableitung der Schädigungsvariable immer größer oder gleich null sein ($\dot{D} \ge 0$).

Bei der klassischen Definition der Spannung wird die Kraft F durch die gesamte Fläche A im Schnitt geteilt (Nennspannung). Da im geschädigten Körper die Schnittfläche durch die Schädigungen reduziert wird, wirken im intakten Material tatsächlich höhere effektive Spannungen $\tilde{\sigma}$:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\mathsf{F}}{\mathsf{A} - \mathsf{A}_{\mathsf{D}}} \,. \tag{4.2}$$

Mit der Nennspannung $\sigma = F/A$ sowie Gleichung 4.1 und 4.2 kann ein Zusammenhang zwischen der Nennspannung und der effektiven Spannung hergeleitet werden:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \,. \tag{4.3}$$

Je höher die Schädigung ist bzw. je näher der Schädigungsparameter D gegen eins strebt, desto größer wird die tatsächliche Spannung im noch intakten Material bei gegebener äußerer Belastung. In der Bruchmechanik wird im intakten Material von einem linear elastischen Materialverhalten ausgegangen:

 $\tilde{\sigma} = \mathsf{E} \cdot \varepsilon \,. \tag{4.4}$

Mit Gleichung 4.3 und 4.4 kann eine Beziehung zwischen der üblichen Spannung und der Dehnung hergestellt werden. Dabei wird \tilde{E} als Ersatzsteifigkeitsmodul eingeführt, der von der Schädigung D abhängt:

$$\sigma = (1 - D) \cdot E \cdot \varepsilon = \tilde{E}(D) \cdot \varepsilon.$$
(4.5)

In der Plastizitätstheorie wird die Evolution der Fließspannung beschrieben. Analog zur Zustandsvariable D in der Schädigungstheorie wird hierfür in der Plastizitätstheorie die plastische Dehnung ε_p herangezogen. Die Gesamtdehnung eines Körpers kann in einen elastischen Anteil ε_e und einen plastischen Anteil ε_p zerlegt werden:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\rm e} + \varepsilon_{\rm p} \,. \tag{4.6}$$



Abbildung 4.4: Elastischer Anteil eines Dehnungsinkrements in der Plastizitätstheorie (links) und der Schädigungstheorie (rechts)

Mit der Zerlegung der Dehnung kann die Spannung für jeden Belastungsschritt mit Hilfe der elastischen Dehnung und der Anfangssteifigkeit E_i berechnet werden:

$$\sigma = \mathsf{E}_{i} \cdot \varepsilon_{e} = \mathsf{E}_{i} \left(\varepsilon - \varepsilon_{p} \right). \tag{4.7}$$

Abbildung 4.4 (links) zeigt die Aufteilung eines Dehnungsinkrements d ϵ in den elastischen Anteil d ϵ_{e} und den plastischen Anteil d ϵ_{p} ausgehend von einer aktuellen Deh-Entfestigungsbereich. exemplarisch für den In der nung $\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$ Schädigungstheorie kann ein Dehnungsinkrement nach Abbildung 4.4 (rechts) entsprechend in den elastischen Anteil d ϵ_e und den Schädigungsanteil d ϵ_d zerlegt werden. Abweichend von der Plastizitätstheorie ist die Gesamtdehnung ε jedoch immer elastisch, da sich die Steifigkeit der Entlastung entsprechend verringert. Bezeichnend für den Bereich der Entfestigung ist, dass das elastische Dehnungsinkrement $d\epsilon_e$ trotz des positiven Dehnungsinkrements $d\epsilon$ negative Werte annimmt. Dies gilt sowohl in der Plastizitätstheorie als auch in der Schädigungstheorie.

In beiden Theorien wird angenommen, dass bei reiner Ent- und Wiederbelastung keine bleibenden Veränderungen im Werkstoffgefüge verursacht werden. Somit entstehen weder plastische Verformungen noch Schädigungen. Dennoch liegt in diesem Bereich meist keine linear elastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung vor. Vielmehr führen nichtlineare Effekte in diesem Bereich zu Hysteresen und werden beispielsweise bei Beton durch Reibung in Mikrorissen verursacht.

Da die Steifigkeit der Entlastung und die plastische Dehnung bei einem einaxialen Stoffgesetz mit linearer Ent- und Wiederbelastung voneinander abhängen, wird in einem kombinierten Schädigungs-Plastizitäts-Gesetz auch nur eine Zustandsvariable entweder D oder ε_{pl} benötigt.

4.2 Beton

4.2.1 Monotone Zugbeanspruchung

Im Allgemeinen wird die Zugfestigkeit von Beton beim Nachweis für den Grenzzustand der Tragfähigkeit nach DIN 1045 [37] und DIN 1045-1 [36] auf der sicheren Seite liegend nicht angesetzt. Zum einen ist die Zugfestigkeit im Vergleich zur Druckfestigkeit weitaus geringer, zum anderen können im jungen Beton schon vor Aufbringen der Lasten durch äußere Einflüsse Risse entstehen (WOMMELSDORFF [154]). Deshalb kann die Zugfestigkeit in einem Bauteil stark streuen und braucht bei der Betonherstellung auch nicht als Zielgröße berücksichtigt werden. Wird jedoch das Erdbebenverhalten von Bauwerken untersucht, steht eine möglichst genaue Abbildung der Bauteilsteifigkeiten im Vordergrund. Auch wenn die Zugfestigkeit von Beton gering ist, beteiligt sich dieser zwischen den Rissen an der Lastaufnahme und führt infolge Zugversteifung (*Tension Stiffening*) zu einer erhöhten integralen Steifigkeit des Bauteils (BAZANT, OH [15], GOPALARATNAM, SHAH [51]). Aus diesem Grund wird die Zugfestigkeit in dem Modell dieser Arbeit berücksichtigt.

Beton besitzt ein inhomogenes Strukturgefüge, bestehend aus Zuschlag, Zementmatrix und Poren. Die beiden Komponenten Zuschlag und Zementmatrix besitzen unterschiedliche Steifigkeiten. So kommt es schon während der Herstellung durch Wärmeentwicklung beim Hydratationsprozess und infolge Schwindverformungen zu diffus verteilten Mikrodefekten und Mikrorissen im Kontinuum - meist Risse in der Zementmatrix und Verbundrisse zwischen beiden Komponenten. Diese bilden sich ohne Vorzugsrichtung aus. Wird Beton auf Zug belastet, vergrößern sich die vorhandenen Mikrorisse und es bilden sich neue Risse meist an Störstellen wie Poren oder Kerben. Die Risse richten sich dabei senkrecht zur Belastungsrichtung aus. Mit wachsender Spannung verbinden sich die im Material verteilten Risse und bilden an der Stelle mit der geringsten Materialfestigkeit einen Makroriss oder Trennriss. In normalfestem Beton verläuft der Trennriss um die Zuschlagskörner herum, da diese eine höhere Festigkeit als die Zementmatrix besitzen. Dadurch weist die Rissoberfläche eine hohe Rauhigkeit auf. Bei hochfestem Beton und Leichtbeton liegt die Festigkeit der Zementmatrix hingegen über der des Zuschlags. Dadurch wandern die Risse auch durch die Zuschlagskörner, wodurch glatte Rissoberflächen erzeugt werden.

Experimentelle Untersuchungen und theoretische Überlegungen zeigen, dass die Rissbildung im Beton mit der elastischen Festigkeitslehre nicht hinreichend erfasst werden kann (BAZANT, PLANAS [12]). So werden die Spannungen beispielsweise an

den Rändern eines elliptischen Risses maximal, da sich die Spannungstrajektorien in diesem Bereich infolge der Unstetigkeit im Kontinuum konzentrieren und der Krümmung der Rissränder folgen. Geht der elliptische Riss in einen scharfkantigen Riss über, wird die Krümmung der Rissränder und damit auch die Spannung infinitesimal. Im Gegensatz zum realen Verhalten müsste somit ein Riss schon bei der geringsten Bauteilbelastung immer weiter anwachsen. Daher bedient man sich der Bruchmechanik, die das Materialversagen nicht nur auf Grundlage der Festigkeit bestimmt, sondern auch die für den Bruch benötigte Energie mit einbezieht. Risswachstum kann nur dann auftreten, wenn die Energie zur Oberflächenschaffung der Energie, die durch Spannungsrelaxation im umliegenden Material frei wird, entspricht (HILLER-BORG, MODEER, PETERSSON [56]). Die Energie wird auf die mittlere Rissfläche bezogen und hängt hauptsächlich von den Bindungen in der Mikrostruktur und der Rauhigkeit bzw. der tatsächlichen Oberfläche im Riss ab. Obwohl die Energie beispielsweise auch von der Belastungsart abhängt, wird sie als Materialparameter oder bei Beton als Bruchenergie G, bezeichnet (BAZANT, PLANAS [12]). Die Bruchenergie liegt zwischen 50 und 200 Nm/m² je nach strukturellen Bindungen im Beton und Rauhigkeit im potentiellen Riss (HOFSTETTER, MANG [57]). Die strukturellen Bindungen werden durch die Betonfestigkeit bestimmt und die Rauhigkeit im Riss durch die Zuschlagsgröße und Betonart (normalfester, hochfester Beton, Leichtbeton).



Abbildung 4.5: Spannungs-Dehnungs- und Spannungs-Rissweiten-Beziehung beim einaxialen Zugversuch sowie zugehörige Riss- und Dehnungsverteilung in der Betonprobe für die Punkte A, B und C

Abbildung 4.5 zeigt die Spannungs-Dehnungs- bzw. Spannungs-Rissweiten-Beziehung für einen einaxialen Zugversuch, und die zugehörigen Riss- und Dehnungsverteilungen in der Betonprobe an den Belastungspunkten A, B und C. Bei ca. 60% der Zugfestigkeit in A kommt es zur Bildung von Mikrorissen, die zunächst gleichmäßig über die Probenhöhe h verteilt sind. Bei Erreichen der Zugfestigkeit f_{ct} in B konzentrieren sich die Mikrorisse aufgrund stochastischer Festigkeitsschwankungen im schwächsten Bereich der Probe zu einem Mikrorissband. Dabei nehmen die Dehnungen im Bereich des Mikrorissbands stärker zu als im restlichen Bereich der Probe. Nach Überschreiten der Zugfestigkeit in B entsteht ein Makroriss, der eine Diskontinuität im Dehnungsfeld verursacht. Gleichzeitig fallen die Dehnungen im restlichen Bereich der Betonprobe ab. Vor Erreichen der Zugfestigkeit besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung $\epsilon_{\rm c}$, da die Dehnungsverteilung näherungsweise konstant ist. Das Nachbruchverhalten, also der absteigende Ast, ist hingegen durch eine nichtkonstante Dehnungsverteilung geprägt. Beim Nachbruchverhalten kann deshalb nur ein Zusammenhang zwischen Spannung und Rissweite w bzw. Verlängerung Δu der Probe festgestellt werden.

Abgesehen von wenigen Modellen (z.B. in YANKELEVSKY, REINHARDT [156]), bei denen das Zugverhalten den Schwerpunkt der Untersuchungen bildet, wird die Spannungs-Dehnungs-Beziehung vor Erreichen der Zugfestigkeit meist linear elastisch abgebildet (z.B. in BOCKHOLD et al. [18], HILLERBORG, MODEER, PETERSSON [56]). Der Grund hierfür liegt in der geringen Ausprägung von Nichtlinearitäten vor Erreichen der Betonzugfestigkeit. Deshalb wird der Bereich auch in dieser Arbeit linear elastisch approximiert, zumal bei Pfeilern eher Druckverformungen im Vordergrund stehen.



Abbildung 4.6: Rissprozesszone beim Fictitious Crack Model

Die Spannungen verschwinden nicht schlagartig nach Erreichen der Zugfestigkeit also nach Bildung eines Makrorisses, sondern nehmen kontinuierlich ab (Entfestigungsbereich). Diese Eigenschaft wird in kohäsiven Rissmodellen, die den kontinu-Spannungsabfall in der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ierlichen erfassen, berücksichtigt. HILLERBORG, MODEER und PETERSSON [56] haben ein Modell entwickelt, mit dem die komplexen Vorgänge in der sich entfestigenden Betonprobe mit Hilfe eines fiktiven Rissmodells (Fictitious Crack Model) anschaulich abgebildet werden. Die fein verteilten Risse im Mikrorissband und der sich daraus bildende Makroriss werden durch einen einzelnen Riss zusammengefasst. In diesem Riss nehmen die Spannungen nach Abbildung 4.6 mit wachsender Rissbreite w langsam ab und verschwinden erst vollständig nach Erreichen der Rissweite w₁. Im Gegensatz zur elastischen Festigkeitslehre treten bei diesem Ansatz keine infinitesimalen Spannungen am Rand eines scharfen Risses auf und man kann das Werkstoffverhalten, das in der Realität Imperfektionen aufweist, besser abbilden (BAZANT, PLANAS [12]).

Unter Annahme einer linearen Spannungsabnahme im Entfestigungsbereich konnten HILLERBORG, MODEER und PETERSSON [56] eine gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen feststellen, wenn sie die Steifigkeit der Entfestigung so anpassten, dass die Fläche unter der Spannungs-Rissweiten-Beziehung mit der Bruchenergie G_f von Beton übereinstimmt. Die Bruchenergie, die für den Prozess vom geschlossenen Riss bis zum vollständig geöffneten Makroriss benötigt wird, ergibt sich zu:

$$G_{f} = \int_{0}^{w_{1}} \sigma \, dw \,. \tag{4.8}$$

Im Rahmen der FE-Methode ist es möglich, Risse diskret oder verschmiert abzubilden. Bei der diskreten Abbildung werden die Risse z.B. am Übergang zwischen Elementen durch Lösen von Kontaktbedingungen definiert (FISCHER, KÖNIG [48]). Nachteilig ist, dass die Lage des Risses zuvor bekannt sein oder eine kontinuierliche und rechenintensive Anpassung des Knotennetzes stattfinden muss. Außerdem ergeben sich nach HOFSTETTER und MANG [57] numerische Probleme an der Risswurzel, die zu einer netzabhängigen Lösung führen.

Bei der Methode der verschmierten Risse wird die Rissweite w über die Länge des betroffenen Elements gemittelt, es wird also eine kontinuierliche Dehnungsverteilung im Element angenommen. Die Betrachtung der Diskontinuität mit Hilfe dieses kontinuumsmechanischen Ansatzes ist zwar mechanisch gesehen inkonsistent, hat sich in der Praxis aber als sinnvolle Idealisierung herausgestellt, da sie sich gut mit der FE-Methode realisieren lässt. Nach HOFSTETTER und MANG [57] liefert das verschmierte Modell oft sogar bessere Ergebnisse bezüglich der globalen Antwort einer Struktur, da es die fein verteilten Risse besser berücksichtigt.



Abbildung 4.7: Zusammenhang zwischen Rissweite w und mittlerer Elementdehnung ϵ_c beim verschmierten Rissansatz

Mit diesem Ansatz wird immer nur ein Makroriss pro Element erfasst, deshalb muss die Netzfeinheit mindestens den zu erwartenden Rissabständen entsprechen. Die Spannung hängt nach Erreichen der Zugfestigkeit von der Rissweite w ab (Abbildung 4.6). Aus diesem Grund ist die Beziehung zwischen der Zugspannung und der Verlängerung einer Betonprobe unabhängig von der Probenlänge. Für einen kontinuumsmechanischen Ansatz ist jedoch eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung erforderlich, so dass ein Zusammenhang zwischen der Rissöffnung w und der mittleren Elementdehnung ε_c hergestellt werden muss. Mit nur einem Riss pro Element, muss die Rissweite w dem Integral der Elementdehnungen über die Länge des Elements orthogonal zum Riss entsprechen. Mit dem Rissbandmodell nach Abbildung 4.7 (*Crack Band Model*) von BAZANT und OH [15] erhält man:

$$\mathbf{w} = \int_{0}^{l_{ch}} \varepsilon \, \mathrm{d}\mathbf{I} = \varepsilon_{c} \cdot \mathbf{I}_{ch} \,, \tag{4.9}$$

wobei I_{ch} der charakteristischen Länge des Elements senkrecht zum Riss entspricht. Damit wird eine Netzabhängigkeit bezüglich des globalen Last-Verformungs-Verhaltens, wie sie in der FE-Methode im Zusammenhang mit Entfestigungen auftritt, vermieden. Im vorliegenden Modell entspricht I_{ch} direkt der Länge des Faserelements.

Es hat sich gezeigt, dass die experimentelle Untersuchung des Entfestigungsbereichs sehr aufwendig ist. So muss die Versuchseinrichtung beim einaxialen Zugversuch extrem steif ausgebildet sein, damit die Messung des steilen Lastabfalls in der Betonprobe nach Erreichen der Zugfestigkeit nicht durch die Relaxation der Versuchseinrichtung verfälscht wird. Außerdem sollte die Betonprobe nicht zu lang gewählt werden, damit auch nicht der entlastende Probenbereich abseits des Trennrisses das Ergebnis beeinträchtigt. Aus diesem Grund streuen die Ergebnisse früherer Untersuchungen nach GOPALARATNAM und SHAH [51] beträchtlich. So wird auch die Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Entfestigungsbereich sehr unterschiedlich abgebildet, beispielsweise linear (HILLERBORG, MODEER, PETERSSON [56]), bilinear (ROELFSTRA, WITTMANN [120]) oder nichtlinear (BOCKHOLD et al. [18], MAZARS [82]).

In der vorliegenden Arbeit wurde für die Entfestigung eine Exponentialfunktion nach BOCKHOLD et al. [18] gewählt:

$$\sigma(\varepsilon_{c}) = f_{ct} \cdot \exp\left(\frac{\varepsilon_{cr} - \varepsilon_{c}}{\gamma_{t}}\right).$$
(4.10)

Die Vorteile dieses Ansatzes sind eine höhere Genauigkeit als beim linearen Ansatz und eine effizientere Implementierung als beim abschnittsweise definierten bilinearen Ansatz. Die Dehnung bei maximaler Spannung ergibt sich zu: $\varepsilon_{cr} = f_{ct}/E_i$. Mit Hilfe des Parameters γ_t wird die Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Entfestigungsbereich an die charakteristische Elementlänge I_{ch} angepasst, so dass die Energie zur Entstehung eines Risses im Element der Bruchenergie G_f entspricht:

$$\gamma_{t} = \frac{G_{f}}{I_{ch} \cdot f_{ct}} - \frac{f_{ct}}{2E_{i}}.$$
(4.11)

Bei dieser Funktion liegt keine diskrete Rissweite w_1 vor, an der die Spannung auf null abfällt, vielmehr nähert sich die Spannungs-Dehnungs-Beziehung asymptotisch der Geraden $\sigma = 0$ an.

4.2.2 Zyklische Zugbeanspruchung

Abbildung 4.8 zeigt die zyklische Spannungs-Dehnungs-Beziehung aus einem Experiment von REINHARDT und CORNELISSEN [118]. Dabei wird eine Betonprobe verformungsgesteuert auf Zug belastet. Bei jedem Belastungszyklus wird die Lastrichtung gewechselt, so dass die Zugdehnungen vollständig verschwinden. Deutlich zu erkennen ist die ausgeprägte Steifigkeitsabnahme aufeinander folgender Ent- und Wiederbelastungszyklen. Die Steifigkeitsabnahme ist ein Kennzeichen für die bruchmechanischen Vorgänge infolge Rissbildung im Beton. Weitere Zugversuche an Betonproben von REINHARDT und CORNELISSEN [118] haben gezeigt, dass die Einhüllende aller Spannungs-Dehnungs-Zyklen unabhängig von der zyklischen Belastung ist, und dass sie der Kurve entsprechen, die sich bei monotoner Belastung ergibt.

In einem Modell von GOPALARATNAM und SHAH [51] wird stark vereinfachend angenommen, dass die elastische Dehnung – also die Differenz zwischen Lastumkehr und vollständiger Entlastung – immer konstant bleibt. Aufgrund der Zugentfestigung nimmt somit die Steifigkeit der Zyklen sukzessive ab.

YANKELEVSKY und REINHARDT [156] haben dagegen einen sehr detaillierten Ansatz zur Abbildung der Hysteresen im Zugbereich entwickelt. Dabei wird die Ent- und Wiederbelastung mit unterschiedlichen nichtlinearen Funktionen abgebildet, so dass eine sehr gute Übereinstimmung mit Versuchen verschiedener Autoren erreicht wird.



Abbildung 4.8: Einaxialer, zyklischer Zugversuch an einer Betonprobe von REIN-HARDT und CORNELISSEN [118]

Bei einem Lastwechsel aus dem Zugbereich treten Druckspannungen auf bevor sich vorhandene Risse vollständig schließen. Diese Kontakteffekte führen dazu, dass sich auch bei zyklischer Belastung schon vor Erreichen der plastischen Druckdehnung aus dem letzten Lastzyklus signifikant Druckspannungen aufbauen. In der vorliegenden Arbeit wurde ein Ansatz zur Ermittlung von Kontakteffekten nach BOLONG, MINGSHUN und KUNLIAN [19] herangezogen, um die plastischen Zugdehnung zu bestimmen. Die plastische Dehnung ϵ_{pl}^{t} nach einer Zugbelastung wurde dabei mit der Dehnung ϵ_{B} (vgl. Kapitel 4.2.5) gleichgesetzt, ab der die Druckspannungen infolge Kontakteffekte signifikant anwachsen. Mit dieser Vereinfachung werden die plastischen Zugdehnungen ϵ_{pl}^{t} zwar leicht unterschätzt, der Fehler ist bei weiterer Verfolgung in den Druckbereich jedoch gering, da die Druckspannungen nach Erreichen von ϵ_{pl}^{t} zunächst sehr langsam ansteigen (Abbildung 4.9). Die Steifigkeit im Experiment nimmt erst signifikant zu, sobald die Kontaktdehnung ϵ_{B} erreicht wird.



Abbildung 4.9: Gleichsetzen der plastischen Zugdehnung ϵ_{pl}^{t} mit der Kontaktdehnung ϵ_{B} im numerischen Modell dieser Arbeit

4.2.3 Monotone Druckbeanspruchung

Schädigungen infolge einer Druckbeanspruchung von Beton sind analog zur Zugbeanspruchung mit der Entstehung und dem Wachstum von Rissen verbunden und können somit auch mit Hilfe der Bruchmechanik beschrieben werden. Dabei konzentrieren sich die Spannungen in den steiferen Zuschlagskörnern, wodurch schräge Druckpfade entlang der diffus verteilten Körner entstehen. Dies führt lokal zu Querzugspannungen und damit zu Rissen, die sich im Gegensatz zur Zugbelastung parallel zur Belastungsrichtung ausbilden.

Abbildung 4.10 zeigt die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton für verschiedene Festigkeitsklassen. Die Dehnung bei Maximalspannung nimmt von 1,8‰ bei Beton mit geringer Festigkeit ($f_c = 15$ MPa) auf 2,6‰ bei Beton mit hoher Festigkeit ($f_c = 67$ MPa) zu. Nach DIN 1045-1 [36] wächst die Anfangssteifigkeit von 25 800 MPa auf 37 800 MPa an. Auch die Steifigkeit im Entfestigungsbereich ist bei hochfestem Beton höher. Somit besitzt Normalbeton eine höhere Duktilität oder Zähigkeit als hochfester Beton, da er ein größeres Verhältnis aus Deformationsenergie im Entfestigungsbereich zur gesamten Deformationsenergie besitzt.



Abbildung 4.10: Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton unterschiedlicher Festigkeitsklassen bei einaxialer Druckbelastung (WISCHERS [151])



Abbildung 4.11: Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei einaxialer Druckbeanspruchung mit zugehöriger Quer- und Volumendehnung (MEHLHORN [85])

Zu Beginn verhält sich Beton bei einaxialer Druckbelastung im Bereich I nach Abbildung 4.11 nahezu linear elastisch. Die Steifigkeit entspricht ungefähr der Anfangssteifigkeit im Zugbereich. Ab dem 0,3 bis 0,4-fachen Wert der Druckfestigkeit (Bereich II) nimmt die Steifigkeit langsam ab, und bei Entlastung treten plastische Dehnungen auf. In diesem Bereich liegt ein stabiles Risswachstum vor, das heißt Risse vergrößern sich nur in Verbindung mit einer Laststeigerung. Überschreiten die Spannungen den 0,7 bis 0,9-fachen Wert der Druckfestigkeit, wird das Risswachstum instabil (Bereich III). Dieser Bereich zeichnet sich durch ein stark nichtlineares Last-Verformungs-Verhalten und eine deutliche Auflockerung des Strukturgefüges aus. Die bis dahin diffus im Kontinuum verteilten Mikrorisse breiten sich selbst bei konstanter Last spontan aus und verbinden sich zunehmend zu Makrorissen. Aufgrund dieses instabilen Risswachstums ist die Dauerstandfestigkeit von Beton auf ca. 70% der Druckfestigkeit begrenzt.

An den Bereich III nach Erreichen der Festigkeit schließt sich die Entfestigung an. Bei einaxialer Druckbelastung wird das Strukturgefüge von Beton in Säulen parallel zur Belastungsrichtung unterteilt, deren Stabilität die Festigkeit und das Nachbruchverhalten bestimmen (vgl. Kapitel 4.2.7). Da die aufnehmbare Spannung trotz steigender Dehnung abnimmt, kann die Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Entfestigungsbereich nur mit verschiebungsgesteuerten Versuchseinrichtungen ermittelt werden. Die einaxiale Druckverformung einer Betonprobe ist im Bereich I und II mit einer stetigen Volumenabnahme verbunden. Die Querdehnzahl v bleibt dabei konstant und nimmt

in Abhängigkeit der Betonfestigkeit Werte im Bereich von 0,19 bis 0.24 an (CHEN [25]). Bei weiterer Belastung steigt die Querdehnzahl aufgrund der starken Auflockerung des Betongefüges soweit an, dass es im Bereich III zu einer Volumenzunahme kommt (vgl. Abbildung 4.11). Die Querdehnung des Betons wird in Stahlbetonstützen durch die Bügel- oder Wendelbewehrung behindert. Dadurch entstehen bei vertikaler Belastung der Stütze laterale Druckspannungen. In Stützen aus homogenem Material herrscht hingegen, abgesehen von einem Störbereich an der Lasteinleitung, ein einaxialer Spannungszustand.

Für den Nachweis der Tragfähigkeit nach DIN 1045-1 [36] wird die maximale Druckdehnung am Querschnittsrand eines Stahlbetonbauteils auf 3,0 bis 3,5‰ je nach Beton-Festigkeitsklasse begrenzt. Ist der Querschnitt vollständig überdrückt, liegen die zulässigen Druckdehnungen noch darunter. Bei Erdbebeneinwirkungen sind jedoch hohe Duktilitäten anzustreben, das heißt ein Bauteil sollte nach Erreichen der Tragfähigkeit noch hohe Verformungskapazitäten aufweisen, ohne nennenswert an Tragwiderstand zu verlieren. Damit verbunden ist ein duktiles Materialverhalten, bei dem die Spannung im Entfestigungsbereich nur langsam abnimmt. Durch eine angemessene Bügelbewehrung kann sowohl die Festigkeit als auch die Duktilität von Beton erhöht werden, so dass beim Bauteilversagen wesentlich höhere Dehnungen auftreten, als die Grenzwerte nach DIN 1045-1. Über diesen positiven Effekt wurde schon 1928 von RICHART, BRANDTZAEG und BROWN [119] berichtet und er ist noch immer Gegenstand aktueller Forschung (z.B. in LOKUGE [75]).



Abbildung 4.12: Prinzipielle Versagensoberfläche von Beton im Spannungsraum, mit Gerade hydrostatischer Druckverteilung (Äquisektrix)

Abbildung 4.12 zeigt die prinzipielle Form der Versagensoberfläche von Beton im dreidimensionalen Spannungsraum. Mögliche Spannungszustände werden durch einen Ortsvektor im Spannungsraum repräsentiert und müssen innerhalb des von der Versagensoberfläche umschlossenen Volumens liegen. Führt eine Belastung zu einem Punkt auf der Versagensoberfläche, so kommt es zum Materialversagen. Spannungszustände außerhalb der Versagensoberfläche sind nicht zulässig. Die beiden Schnittpunkte einer Achse mit der Versagensoberfläche stellen die einaxiale Druck- und Zugfestigkeit des Materials dar. Ein hydrostatischer Spannungszustand entspricht der Winkelhalbierenden aller drei Koordinatenachsen und wird als Äquisektrix bezeichnet. In einer Stütze ist jedoch keine hydrostatische Druckverteilung zu erwarten, sondern vertikale Spannungen mit betragsmäßig kleineren Ringdruckspannungen. Da der Umfang der Versagensoberfläche entlang der Äquisektrix für den in dieser Arbeit relevanten Spannungsbereich zunimmt, bewirken die Ringdruckspannungen also eine Festigkeitssteigerung des Kernbetons in der Stütze.

Da Bewehrungsstäbe auf Biegung kaum Lasten aufnehmen können, konzentrieren sich die Ringdruckspannungen an den Knoten zwischen Längs- und Querbewehrung und führen zu einer ungleichmäßigen Verteilung der horizontalen Spannungen im Beton innerhalb des Bewehrungskorbes. Der Beton innerhalb des Bewehrungskorbes wird als Betonkern, der außerhalb als Betondeckung bezeichnet. Nach MANDER, PRIESTLEY und PARK [80] wird der Betonkern entlang der maßgebenden Drucktrajektorien in den umschlossenen Beton, in dem Ringdruckspannungen wirken, und in den nicht umschlossenen Beton, in dem keine Ringdruckspannungen wirken, unterteilt. Der Übergang zwischen umschlossenen und nicht umschlossenen Beton erstreckt sich gewölbeartig zwischen den Knotenpunkten der Bügel und Längsbewehrung nach Abbildung 4.13. Das Gewölbe im Vertikal- und Querschnitt kann mit einer Parabel zweiten Grades approximiert werden, wobei der Winkel an der Gewölbewurzel zur Betonoberfläche ungefähr 45° beträgt. Der Anteil an umschnürten Kernbeton nimmt mit wachsendem Bügel- und Längsbewehrungsabstand schnell ab.



Abbildung 4.13: Zusammenwirken von Bewehrung und Beton in einer Stütze in der perspektivischen Ansicht und im Querschnitt

Da das Zusammenwirken von Beton und Bewehrung sehr komplex ist, sind zur Ermittlung der Ringdruckspannungen experimentelle oder dreidimensional numerische Untersuchungen erforderlich. Triaxialtests geben beispielsweise nur Aufschluss über eine mögliche Festigkeitssteigerung, wenn die Ringdruckkräfte bekannt sind. Deshalb mussten Versuche an realen Stützen durchgeführt werden. Bereits in den 1940er Jahren wurden Tests an kleinen querbewehrten Proben mit einem geringen Anteil an Kernbeton durchgeführt. Trotz einer eventuell vorhandenen Festigkeitssteigerung im Kernbeton, konnte nach Abplatzen der Betondeckung keine Traglasterhöhung bei den bewehrten Proben im Vergleich zu den unbewehrten Proben festgestellt werden. Deshalb wurde der Effekt der Bügel bis dahin kontrovers diskutiert (SHEIKH und UZU-MERI [131]). Spätere Versuche an quadratischen Stützen mit für den Hochbau realistischen Abmessungen zeigten dann aber eine eindeutige Traglasterhöhung (VELLENAS, BERTERO, POPOV [144], SHEIKH, UZUMERI [129], [130]). Als maßgebende Parameter stellten sich der Bewehrungsgehalt, die Verteilung der Quer- und Längsbewehrung und die Ausführungen von Zwischenbügeln heraus.

In den Versuchen von SCOTT, PARK und PRIESTLEY [127] wurde erstmalig die Belastungsgeschwindigkeit mit Dehnraten von $\dot{\epsilon} = 0,0167 \, \text{s}^{-1}$, wie sie bei Erdbebeneinwirkungen zu erwarten sind, berücksichtigt. Hierdurch erhöht sich die Festigkeit des Kernbetons noch mal um ca. 25% bei geringfügiger Abnahme der Duktilität. In MAN-DER, PRIESTLEY und PARK [79] wurden die Untersuchungen auf runde und rechteckige Stützen, sowie auf Wände ausgeweitet. Auch bei ihnen ist der positive Effekt einer gleichmäßig verteilten Querbewehrung zu verzeichnen. Neuere experimentelle Untersuchungen schließen die Verwendung von hochfestem Beton und hochfestem Stahl mit ein (z.B. in NAGASHIMA, SUGANO, KIMURA [96], RAZVI, SAATCIOGLU [116], CUSSON, PAULTRE [30]). Bei Verwendung von hochfestem Beton ist meist auch hochfester Stahl einzusetzen, da die Kräfte in der Querbewehrung deutlich zunehmen. Diese Kräfte können nicht allein durch eine Erhöhung des Querbewehrungsgehalts kompensiert werden, da dies zu einer übermäßigen Untergliederung in Betondeckung und Betonkern und dadurch zu frühzeitigen Abplatzungen führt. Bei Verwendung von hochfestem Stahl und Beton werden nach CUSSON und PAULTRE [30] besondere Anforderungen an den Bügelabstand gestellt, um ein frühzeitiges Stützenversagen vor Erreichen der Fließgrenze in der Querbewehrung zu vermeiden.

Bei der gewählten Modellierung auf Faserebene muss der Effekt des dreidimensionalen Spannungszustands indirekt durch Anpassung der einaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung in Abhängigkeit der Stützenausführung berücksichtigt werden. Abbildung 4.14 (links) zeigt die experimentell ermittelte Last-Verschiebungs-Beziehung am Kopf einer quadratischen Stahlbetonstütze unter zentrischer Vertikallast nach SCOTT, PARK und PRIESTLEY [127]. Die Stütze verhält sich sehr duktil, wobei die Traglast erst beim Versagen des ersten Bügels rasch abfällt. Der Lastanteil, der von der Längsbewehrung und der Betondeckung aufgenommen wird, ist ebenfalls dargestellt. Der Beitrag der Betondeckung zum gesamten Tragwiderstand ist von untergeordneter Bedeutung, da sowohl die Festigkeit der Betondeckung als auch ihr Flächenanteil am Gesamtquerschnitt gering ist. Deshalb steht die numerische Abbildung des Kernbetons im Rahmen dieser Arbeit im Vordergrund.



Abbildung 4.14: Vertikallast-Dehnungs-Kurve einer Stütze (links) und Spannungs-Dehnungs-Kurve einer bewehrten und unbewehrten Stütze (rechts)

Für oben genannte Stütze ist in Abbildung 4.14 (rechts) die Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Vergleich zu einer unbewehrten Stütze gleicher Abmessung dargestellt. Obwohl die maximale Spannung der unbewehrten Stütze wesentlich geringer ist, haben beide Stützen die gleiche Anfangssteifigkeit. Dies liegt an der passiven Wirkung der Bügel, die erst infolge Querdehnung des Betons Kräfte aufnehmen. Im Gegensatz zur unbewehrten Stütze, bei der die Spannung schon bei einer Dehnung von ca. 2‰ – das entspricht dem Grenzwert für zentrischen Druck nach DIN 1045-1 – schlagartig abfällt, kann die bewehrte Stütze auch bei 20‰ noch Spannungen im Bereich der Festigkeit f_{cm} aufnehmen. Nach dem Bügelversagen konnten die Spannungen aus messtechnischen Gründen nicht weiter verfolgt werden. Die vertikale Betondehnung, bei der die Bügel versagen, hängt nach SCOTT, PARK und PRIESTLEY [127] unter anderem von der Länge derjenigen Bügelschenkel ab, die sich bei Querdehnung des Betonkerns verlängern müssen. Deshalb versagen meist die Zwischenbügel, da sich bei ihnen die Dehnungen über eine geringere Schenkellänge verteilen müssen.

Aus den Versuchsergebnissen wurden analytische Modelle zur Abbildung der einaxialen Spannungs-Dehnungs-Beziehung für umschlossenen und nicht umschlossenen Beton entwickelt. Zur Untersuchung des Erdbebenverhaltens ist die korrekte Abbildung der Maximalspannung, der zugehörigen Dehnung und der Verlauf der Entfestigung von zentraler Bedeutung. Zunächst entstanden Modelle für Stützen aus normalfestem Beton und Stahl (SHEIKH, UZUMERI [131], SCOTT, PARK, PRIESTLEY [127], MANDER, PRIESTLEY, PARK [80], SAATCIOGLU, RAZVI [121], HOSHIKUMA, KAWAS-HIMA, TAYLOR [59]), die dann für hochfesten Beton und Stahl erweitert wurden (CUS-SON, PAULTRE [30], RAZVI, SAATCIOGLU [117], VINTZILEOU, MALLIRI [145], LÉGERON, PAULTRE [72]).

Die mechanischen Vorgänge in Stahlbetonstützen können bis zu einem gewissen Grad berücksichtigt werden, zum Teil basieren die Ansätze aber auf einer statistischen Auswertung von Versuchsergebnissen. Die Modelle basieren zwar auf ähnlichen semi-empirischen Methoden, insbesondere ältere Modelle, bei denen nur wenige Eingangsparameter bezüglich Stützenausführung und Belastungsart berücksichtigt werden, können aber nur die eigenen Tests des jeweiligen Autors gut abbilden und zeigen bei Anwendung auf Tests anderer Autoren zum Teil erhebliche Abweichungen. So wird in dem Modell von SHEIKH und UZUMERI [131] die Belastungsgeschwindigkeit nicht berücksichtigt, was bei Versuchen mit hoher Dehnrate konsequent zu einer Unterschätzung der Festigkeit führt. Modelle, die nur für normalfesten Beton geeignet sind, gehen von einem Fließen der Querbewehrung bei Traglast aus. Dies ist bei Stützen aus hochfestem Beton und Stahl jedoch nicht immer der Fall und kann zu einer Überschätzung der Ringdruckspannungen und Festigkeit führen. In CUSSON und PAULTRE [30] wurde ein erster Ansatz entwickelt, mit dem die Spannung in der Querbewehrung abgeschätzt werden kann. Während bei diesem Ansatz noch eine iterative Berechnung notwendig ist, können die Stahlspannungen in Ansätzen nach RAZVI und SAATCIOGLU [117], VINTZI-LEOU und MALLIRI [145] und LÉGERON und PAULTRE [72] direkt bestimmt werden. Ein weiterer Vorteil der aktuellen Ansätze ist, dass sie bei der statistischen Auswertung auf einen größeren Datensatz von Versuchsergebnissen zurückgreifen konnten und so ein breiteres Anwendungsgebiet erschließen.

Da die Druckspannungs-Dehnungs-Beziehung bis zum Erreichen der Festigkeit im Vergleich zur Zugbelastung mit wesentlich höheren Nichtlinearitäten verbunden ist, wird diese fast immer mit einer nichtlinearen Funktion – meist einer Parabel zweiten Grades – abgebildet. Als Nichtlinearität wird hier der Unterschied zwischen Anfangsund Sekantensteifigkeit bei Maximalspannung bezeichnet. Die Entfestigung wird entweder linear wie in SHEIKH und UZUMERI [131], SCOTT, PARK und PRIESTLEY [127], RAZVI und SAATCIOGLU [117] und VINTZILEOU und MALLIRI [145], durch eine zusätzliche nichtlineare Funktion wie in LÉGERON und PAULTRE [72] oder durch eine Weiterführung der Verfestigungsfunktion wie in MANDER, PRIESTLEY und PARK [80] abgebildet. Obwohl keine experimentellen Ergebnisse für den Spannungs-Dehnungs-Verlauf nach dem Bügelversagen vorliegen, wird in allen Ansätzen bei sehr großen Dehnungen eine Restfestigkeit von 20 bis 30% der ursprünglichen Kernbetonfestigkeit angenommen.

Zur qualitativen Bewertung wurden die analytischen Ansätze in dieser Arbeit mit experimentellen Ergebnissen verschiedener Autoren verglichen. Die Abmessung, Bewehrungsgeometrie, mittlere Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} und Streckgrenze f_y der Querbewehrung sind in Tabelle 4.1 für die Stützen angegeben. Die Fließdehnung der Längsbewehrung ist bei allen Stützen ähnlich und liegt zwischen 300 und 400 MPa. Der Bewehrungsgehalt ρ_{sl} wird aus dem Verhältnis des Gesamtquerschnitts der Längsbewehrung und dem Stützenquerschnitt berechnet, und ρ_{sq} ist das Verhältnis aus Querbewehrungsvolumen und Stützenvolumen zwischen zwei Bügeln. Die Dehnrate $\dot{\epsilon}$ beschreibt die vertikale Verformungsgeschwindigkeit. Die quadratischen Stützen variieren vorwiegend in der Belastungsgeschwindigkeit, Querbewehrung und der Zylinderdruckfestigkeit. Unit 6 und Unit 7 unterscheiden sich nur in der Belastungsge-

schwindigkeit. Unit 6 und 2A5-14 sind im Aufbau ähnlich, wurden jedoch von unterschiedlichen Autoren getestet. Außerdem wurde die Anwendbarkeit auf Wände (Wall 10) und Rundstützen (CC14) untersucht.

Tabelle 4.1: Eigenschaften der Versuchsstützen von SCOTT et al. ¹, SHEIKH et al. ², CUSSON et al. ³, MANDER et al. ⁴ und RAZVI et al. ⁵

Stütze	Querschnitt [mm]	f _{cm} [MPa]	f _y [MPa]	ρ _{sl}	$ ho_{sq}$	ἑ[s ⁻¹]
Unit 6 ¹	450 x 450 💭	25,3	309	0,009	0,0174	~ 0
Unit 7 ¹	450 x 450 💭	25,3	309	0,009	0,0174	0,0167
Unit 13 ¹	450×450 🂭	24,8	309	0,009	0,0182	0,0167
2A5-14 ²	305 x 305 💭	31,5	~403	0,012	0,0239	~ 0
4B6-21 ²	305 x 305	35,5	~391	0,012	0,0249	~ 0
4B ³	235 x 235 💭	93,1	392	0,034	0,0360	~ 0
Wall 10 ⁴	150 x 700	41,0	340	0,047	0,0306	0,0133
CC14 ⁵	Ø250	92,0	1000	0,007	0,0133	~ 0

Die Versuchsergebnisse wurden mit sechs häufig eingesetzten analytischen Modellen verglichen, für die hier folgende Kurzbezeichnungen entsprechend der Initialen ihrer Autoren eingeführt wurden:

- Sheikh, Uzumeri [131]: SU
- SCOTT, PARK, PRIESTLEY [127]: SPP
- MANDER, PRIESTLEY, PARK [80]: MPP
- RAZVI, SAATCIOGLU [117]: RS
- VINTZILEOU, MALLIRI [145]: VM
- LÉGERON, PAULTRE [72]: LP

Tabelle 4.2 zeigt die prozentuale Abweichung der berechneten Festigkeit und der zugehörigen Dehnung zu den experimentell ermittelten Werten des Kernbetons. Die Werte, bei denen das Modell und der Versuch vom gleichen Autor stammt, wurden eingeklammert, da sie immer sehr gut mit dem experimentellen Ergebnis übereinstimmen und deshalb nicht repräsentativ sind. Die analytische Bestimmung der Dehnung ist generell ungenauer als die der Festigkeit. Die drei älteren Modelle (SU, SPP, MPP) weisen die größten Abweichungen auf. Das SU-Modell kann weder die Dehngeschwindigkeit, was zu einer Unterschätzung der Festigkeit führt, noch Beton mit hoher Festigkeit, was zu einer Überschätzung der Dehnung führt, berücksichtigen. Das MPP-Modell zeigt abgesehen vom Versuch desselben Autors (Wall 10) durchgängig eine deutliche Überschätzung der Dehnungen. Somit scheiden die ersten drei Modelle für das eigene numerische Modell aus.

Die aktuelleren Modelle (RS, VM, LP), die auf 200 bis 300 Versuchen basieren, zeigen erwartungsgemäß bessere Ergebnisse. Sie können sowohl die Dehngeschwindigkeit, die verschiedenen Bügelgeometrien als auch hochfesten Beton gut abbilden. Allerdings wird die Festigkeit des Kernbetons bei der Stütze CC14 mit hochfestem Stahl in der Querbewehrung mit dem LP-Modell stark unterschätzt. Eine Auswertung der Berechnung hat gezeigt, dass die Spannung in der Querbewehrung stark unterschätzt wird und damit auch die ermittelten Ringdruckspannungen zu klein sind.

Stütze	S	U	SI	эΡ	M	P	R	S	V	Μ	L	Р
Unit 6	1	-34	(-1	-45)	6	64	-1	44	10	22	-3	9
Unit 7	-15	25	(4	-22)	2	47	-4	28	6	27	-5	8
Unit 13	-19	53	(-5	-19)	-5	62	-9	48	-1	38	-12	19
2A5-14	(4	-47)	11	-62	16	17	5	-5	16	-18	5	-13
4B6-21	(3	-37)	2	-63	5	9	1	0	8	-19	-4	-17
4B	-9	147	2	-50	4	82	-7	-19	-6	-16	-1	35
Wall 10	-	-	-	-	(1	2)	-2	6	-	-	-	-
CC14	-	-	-	-	5	43	0	6	1	10	-17	-13

Tabelle 4.2: Prozentuale Abweichung der analytisch bestimmten Festigkeit (jeweils links) und zugehörigen Dehnung (jeweils rechts) vom experimentellen Ergebnis für den Kernbeton der Versuchsstützen



Abbildung 4.15: Vergleich der experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen des Kernbetons der Teststütze Unit 6 (oben) und 4B (unten) mit sechs analytischen Ansätzen

Das RS-Modell zeigt eine gute Übereinstimmung mit den Versuchen und im Vergleich zum VM und LP kann es auch rechteckige Wände abbilden. Die Streubreite beim RS ist mit -9 bis +5% bei der Festigkeit und -19 bis +48% bei der Dehnung zwar noch relativ hoch, eine gewisse Streuung der Werkstoffeigenschaften ist jedoch selbst im Experiment zu erwarten.

Abbildung 4.15 zeigt exemplarisch den experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Verlauf von zwei Versuchsstützen im Vergleich zu den analytischen Modellen. Das obere Diagramm stellt die quadratische Stütze Unit 6 aus normalfestem Beton und geringer Dehnrate dar. Diese Stütze stellt keine besonderen Anforderungen an das Modell und so weisen alle analytisch ermittelten Kurven bis zum Erreichen der Festigkeit eine gute Übereinstimmung mit dem Versuch auf. Bei der Vorhersage der Entfestigung streuen die Ergebnisse stärker mit der größten Unterschätzung des Spannungsabfalls beim MPP und der größten Überschätzung beim LP. Es hat sich gezeigt, dass diese beiden Modelle bei der Entfestigung immer jeweils im oberen bzw. unteren Ende des Streubereichs liegen, während das RS meist in guter Übereinstimmung mit den Versuchen im mittleren Bereich liegt.

Das untere Diagramm in Abbildung 4.15 zeigt die quadratische Stütze 4B aus hochfestem Beton und normalfester Querbewehrung. Für diese ungewöhnliche Kombination weisen die analytischen Ansätze die größte Streubreite auf, insbesondere bei der Vorhersage der Dehnung bei Festigkeit und des Entfestigungsbereichs. Aufgrund dieser Kombination verhält sich die Stütze als einzige spröde, was von allen Ansätzen auf der unsicheren Seite liegend falsch eingestuft wird. Da diese Stütze aufgrund der ungünstigen Wahl an Materialfestigkeiten in der Realität kaum vorkommen wird, ist die große Abweichung der analytischen Ansätze nicht von Bedeutung.

Zusammenfassend zeigt das RS-Modell sowohl für den Verfestigungs- als auch für den Entfestigungsbereich eine durchgehend gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen auch bei Stützen aus hochfestem Beton und Stahl. Außerdem ist es auf quadratische, rechteckige und runde Querschnittsformen anwendbar, so dass es auf Material und Geometrie von Brückenpfeilern gut angepasst werden kann. Aus diesem Grund wurde das RS-Modell in dieser Arbeit eingesetzt. Aus programmtechnischen Gründen wurde die abschnittsweise definierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Modells jedoch durch eine einzelne nichtlineare Funktion nach einem Modell von SALSE [124] ersetzt. Hierbei wird die Spannung σ_c in Abhängigkeit der Dehnung ε_c wie folgt bestimmt:

$$\sigma_{c}(\varepsilon_{c}) = \frac{E_{ci} \cdot \varepsilon_{c}}{1 + \left[\frac{E_{ci}}{E_{c0}} - \frac{r}{r-1}\right] \cdot \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{c0}}\right) + \frac{1}{r-1} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{c0}}\right)^{r}}$$
(4.12)
mit: $E_{c0} = \left|\frac{f_{c0}}{\varepsilon_{c0}}\right|,$

wobei ε_{c0} die Dehnung bei Maximalspannung, E_{c0} die Sekantensteifigkeit bei Maximalspannung und E_{ci} die Anfangssteifigkeit ist. Zur Berücksichtigung von Langzeitwirkungen der Belastung muss die Zylinderdruckfestigkeit f_{cm} mit dem Faktor α abgemindert werden. Für Normalbeton gilt nach DIN 1045-1 α = 0,85, in begründeten Fällen, beispielsweise bei Kurzzeitbelastungen, kann aber auch mit höheren Werten $(0.85 \le \alpha \le 1)$ gerechnet werden. Damit ergibt sich die einaxiale Druckfestigkeit zu:

$$\mathbf{f}_{\rm c0} = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{f}_{\rm cm} \ . \tag{4.13}$$

Der Parameter r in Gleichung 4.12 dient zur Anpassung des Kurvenverlaufs an mögliche Versuchsergebnisse und bestimmt vorwiegend die Form des Entfestigungsbereichs. Gleichung 4.12 erfüllt die Randbedingungen $\sigma_c(0) = 0$, $\sigma_c(\epsilon_{c0}) = f_{c0}$, $\sigma'_c(0) = E_{ci}$ und $\sigma'_c(\epsilon_{c0}) = 0$. Für den wirksam umschlossenen Beton müssen lediglich die Parameter f_{c0} , ϵ_{c0} und E_{c0} gegen f_{cc} , ϵ_{cc} und E_{cc} ausgetauscht werden und die Kurve erneut mit Hilfe des Parameters r angepasst werden.



Abbildung 4.16: Druckspannungs-Dehnungs-Beziehung für Kernbeton und Betondeckung

Im Folgenden wird das RS-Modell beschrieben, mit dem die Parameter nach Gleichung 4.12 bestimmt werden können, wenn keine Versuchsergebnisse vorliegen. Es werden die Notationen nach RAZVI und SAATCIOGLU [117], die in Abbildung 4.16 dargestellt sind, verwendet. Die Festigkeit des Kernbetons f_{cc} ergibt sich aus der Betonfestigkeit f_{c0} und einer äquivalenten Ringdruckspannung f_{le} :

$$f_{cc} = f_{c0} + 6,7 f_{le}^{-1,17}$$
(4.14)
mit: $f_{le} = k_2 f_l$.
Infolge der Gewölbewirkung zwischen den Knoten des Bewehrungskorbes variieren die Ringdruckspannungen sowohl über die Höhe als auch über den Umfang einer Stütze. Es wird eine äquivalente konstante Ringdruckspannung f_{ie} eingeführt, die den gleichen Effekt hat wie die tatsächlich vorhandene ungleichmäßig verteilte Ringdruckspannung. Zunächst wird die mittlere Ringdruckspannung f_i nach Abbildung 4.17 aus dem Kräftegleichgewicht eines Vertikalschnitts durch die Stütze ermittelt (z.B. Schnitt A-A in Abbildung 4.17). Aus dem Gleichgewicht der Kräfte in n Bügelschenkeln mit der Querschnittsfläche A_{si} , der Stahlspannung f_s , dem Winkel α_i zum Schnitt und der horizontalen Betonkraft zwischen zwei übereinander liegenden Bügeln ergibt sich:



Abbildung 4.17: Ringdruckspannungen infolge Bewehrungskorb (links) und Betonkern mit effektiver Festigkeit f_{cc} (rechts)

Die mittlere Ringdruckspannung f_I muss noch mit dem Korrekturfaktor k₂ multipliziert werden, der ein Maß für die Effektivität der Bewehrungs-Umschnürung darstellt. Analog zur Modellvorstellung nach Abbildung 4.13, bei der auch der Kernbeton in einen Bereich mit konstanter Ringdruckkraft und einen Bereich ohne Ringdruckkraft unterteilt wird, haben RAZVI und SAATCIOGLU [117] einen semi-empirischen Ansatz entwickelt, in dem die Bewehrungsgeometrie berücksichtigt wird:

$$k_{2} = 0,15 \sqrt{\frac{b_{c}}{s} \cdot \frac{b_{c}}{b_{i}}} \le 1,0$$
 (4.16)

In früheren Ansätzen wurde angenommen, dass die Querbewehrung fließt, sobald im Kernbeton die Spannung $\sigma_c = f_{cc}$ erreicht wird. Diese Annahme ist bei normalem Stahl auch berechtigt bei hochfestem Stahl jedoch nicht. Die Spannung in der Querbewehrung muss deshalb wie folgt berechnet werden:

$$f_{s} = E_{s} \left(0,0025 + 0,04 \sqrt[3]{\frac{k_{2} \rho_{c}}{f_{c0}}} \right) \le f_{y}$$
 (4.17)

Der Bewehrungsgehalt ρ_c wird aus dem Verhältnis des Gesamtquerschnitts der Querbewehrung zum Stützenquerschnitt zwischen zwei Bügeln berechnet. In rechteckigen Stützen, bei denen sich der Querbewehrungsgehalt der beiden orthogonalen Richtungen unterscheidet, muss der mittlere Bewehrungsgehalt berechnet werden:

$$\rho_{c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (A_{sx})_{i} + \sum_{i=1}^{m} (A_{sy})_{i}}{s(b_{cx} + b_{cy})} .$$
(4.18)

Bei unterschiedlichem Bewehrungsgehalt in beide Richtungen muss auch eine gemittelte äquivalente Ringdruckspannung berechnet werden:

$$f_{le} = \frac{f_{lex}b_{cx} + f_{ley}b_{cy}}{b_{cx} + b_{cy}} .$$
 (4.19)

Die Dehnung ε_{cc} bei maximaler Spannung und die Dehnung ε_{cc85} , bei der die Spannung im Entfestigungsbereich nur noch 85% der Maximalspannung beträgt, berechnet sich zu:

$$\varepsilon_{\rm cc} = \varepsilon_{\rm c0} \left(1 + 5 \, k_3 \, \mathrm{K} \right), \tag{4.20}$$

$$\varepsilon_{cc85} = 260 k_3 \rho_c \varepsilon_{cc} \left[1 + 0.5 k_2 \left(k_4 - 1 \right) \right] + \varepsilon_{c85}$$

$$(4.21)$$

mit:
$$k_3 = \frac{40}{f_{c0}} \le 1,0$$
, $k_4 = \frac{f_y}{500} \ge 1,0$, $K = \frac{f_{cc}}{f_{c0}} - 1$.

Liegen keine Testergebnisse für Normalbeton vor, können die erforderlichen Dehnungen für nicht umschnürten Beton ε_{c0} und ε_{c85} wie folgt berechnet werden:

$$\varepsilon_{c0} = 0,0028 - 0,0008 k_3, \tag{4.22}$$

$$\varepsilon_{c85} = \varepsilon_{c0} + 0,0018 k_3^2. \tag{4.23}$$

Die Anfangssteifigkeit E_{ci} kann z.B. nach MODELCODE 90 [23] approximiert werden:

$$E_{ci} = 2,15 \times 10^4 (f_{cm}/10)^{1/3}$$
 (4.24)

Die Anfangssteifigkeit gilt für umschnürten und nicht umschnürten Beton. Da Gleichung 4.24 dimensionsbehaftet ist, müssen die Werte für E_{ci} und f_{cm} in MPa eingesetzt werden. Abbildung 4.18 zeigt einen Vergleich zwischen numerisch mit dem beschriebenen analytischen Ansatz und experimentell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für umschnürten Beton.

Den Fasern des Balkenelements, die innerhalb des Bewehrungskorbes liegen, wird die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Betonkern zugewiesen und den anderen Fasern die des nicht umschnürten Betons.



Abbildung 4.18: Vergleich der experimentell und analytisch mit dem RS-Modell ermittelten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

4.2.4 Zyklische Druckbeanspruchung

Die typische Hysterese bei Ent- und Wiederbelastung von Beton bei Zug und Druck wird durch Reibung an Mikrorissen im geschädigten Beton verursacht. Aufgrund von Relativverschiebungen in den Mikrorissen während der Beanspruchung, können sich die Risse bei Entlastung nicht mehr vollständig schließen und es verbleiben plastische Dehnungen. Während bei Zugbeanspruchung wenige Risse senkrecht zur Belastungsrichtung entstehen, bildet sich bei Druckbelastung ein verzweigtes System aus zahlreichen Mikrorissen. Aus diesem Grund verbleiben nach einer Druckbelastung größere plastische Dehnungen als nach einer Zugbelastung. Der Steifigkeitsabfall der Entlastungszyklen erfolgt bei Druck auch entsprechend langsamer als bei Zug, da die effektive Querschnittsfläche durch vorwiegend parallel zur Belastung ausgerichtete Mikrorisse kaum verringert wird. Analog zur Zugbelastung entspricht die monotone Druckspannungs-Dehnungs-Beziehung der Einhüllenden beliebig zyklischer Belastungen (YANKELEVSKY, REINHARDT [156]). Die genannten Eigenschaften wurden in der vorliegenden Arbeit für umschnürten und nicht umschnürten Beton in einem kombinierten Plastizitäts-Schädigungs-Werkstoffmodell berücksichtigt.

Obwohl zahlreiche experimentelle Untersuchungsergebnisse für umschnürten Beton bei monotoner Belastung vorliegen, wurden zyklische Tests an umschnürten Beton erst verhältnismäßig spät und selten durchgeführt. So haben PARK, KENT und SAMPSON [106] beispielsweise das zyklische Verhalten von umschnürten Beton für ihre Tragwerksanalysen mit Hilfe eines Polygonzuges abgeschätzt. Das zyklische Verhalten von nicht umschnürten Beton wurde dagegen intensiv erforscht (SINHA, GERSTLE, TULIN [133], KARSAN, JIRSA [64]) und mit analytischen Modellen beschrieben (YANKELEVSKY, REINHARDT [156]). Nach AOYAMA und NOGUCHI [4] wurden diese Ergebnisse oft auf Modelle für umschnürten Beton übertragen.

LOKUGE [75] untersuchte den Einfluss einer Bügelumschnürung auf das zyklische Verhalten von hochfestem Beton mit Hilfe von Triaxialtests. Diese Ergebnisse sind für eine 3D-Modellierung von Interesse, können für die Fasertheorie in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht verwendet werden, da die Ringdruckspannungen nicht bekannt sind und während einer zyklischen Belastung variieren. SAKAI und KAWASHIMA [123] untersuchten das zyklische Verhalten an querbewehrten Rundstützen und entwickelten ein analytisches Modell, bei dem sowohl die Entlastung als auch die Wiederbelastung nichtlinear abgebildet wird. Die numerische Umsetzung dieses Modells ist jedoch aufwendig und eine partielle Ent- und Wiederbelastung, wie sie bei einer beliebig zyklischen Belastung auftreten kann, wird nicht beschrieben.

Aus diesem Grund wurde in der vorliegenden Arbeit ein Ansatz von MANDER, PRIEST-LEY und PARK [80] gewählt, der auf über 30 experimentellen Versuchen an bewehrten und unbewehrten Betonproben mit realistischen Abmessungen basiert. Hierbei wird die Entlastung mit einer nichtlinearen und die Wiederbelastung mit einer linearen Funktion approximiert. Zunächst wurde der Ansatz vollständig übernommen. Die nichtlineare Entlastung zeigte jedoch einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Ergebnisse der ersten Testsimulationen, und der numerischen Aufwand wurde deutlich erhöht. Aus diesem Grund wird in der vorliegenden Arbeit auch die Entlastung linear abgebildet. Somit verläuft der Druckspannungs-Dehnungs-Pfad bei vollständiger und bei partieller Ent- und Wiederbelastung auf einer Geraden zwischen dem Punkt der Lastumkehr P_{un} ($\sigma_{un}, \varepsilon_{un}$) nach Abbildung 4.19 und dem Punkt der vollständigen Entlastung P_{ol} ($0, \varepsilon_{ol}$).



Abbildung 4.19: Modell der Ent- und Wiederbelastung von Beton im Druckbereich

Die plastische Dehnung wird wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{pl} &= \varepsilon_{un} + \frac{|\varepsilon_{un}| + \varepsilon_{a}}{1 + E_{ci} \cdot \varepsilon_{a} / |\sigma_{un}|} \\ \text{mit:} \quad \varepsilon_{a} &= a \sqrt{\varepsilon_{un} \varepsilon_{cc}} \quad , \\ a &= \max \left(\frac{\varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc} + \varepsilon_{un}} \quad ; \quad 0, 09 \frac{\varepsilon_{un}}{\varepsilon_{cc}} \right). \end{aligned}$$
(4.25)

Mit diesem Ansatz wird gleichzeitig das plastische Verhalten von Beton bei Druckbelastung als auch das Schädigungsverhalten – also die Abnahme der Steifigkeit der Ent- und Wiederbelastung – berücksichtigt. Bei sehr kleinen Dehnungen treten fast keine Schädigungen im Beton auf, so dass die Steifigkeitsabnahme bis zu einer Dehnung ε_{lim} nach Chen [24] vernachlässigt werden kann. Die plastische Dehnung wird dann wie folgt berechnet:

$$\begin{split} \epsilon_{\text{pl}} &= \epsilon_{\text{un}} - \frac{\epsilon_{\text{un}}}{\mathsf{E}_{\text{ci}}} \ , \qquad \epsilon_{\text{lim}} \leq \epsilon_{\text{un}} \leq 0 \end{split} \tag{4.26} \\ \text{mit:} \quad \epsilon_{\text{lim}} &= -0, 5 \sqrt{\left|\epsilon_{\text{ct}} \ \epsilon_{\text{cc}}\right|} \ , \\ \quad \epsilon_{\text{ct}} &= f_{\text{ct}} / \mathsf{E}_{\text{ci}} \ . \end{split}$$

4.2.5 Umkehrbelastung – Kontakteffekte

In der Literatur wird über zahlreiche Versuche berichtet, die das zyklische Last-Verformungs-Verhalten unter reinem Zug oder reinem Druck beschreiben (siehe Kapitel 4.2.1 und 4.2.4). Die Zyklen setzen sich aus dem Wechsel zwischen einer sukzessiv ansteigenden Last mit konstantem Vorzeichen und einer Entlastung zusammen. Im Bereich der Materialentfestigung werden die Versuche verformungsgesteuert gefahren, dennoch findet auch dann nur ein Wechsel zwischen Belastung und Entlastung ohne Vorzeichenwechsel statt. Dagegen gibt es kaum Versuche, bei denen die zyklische Belastung das Vorzeichen wechselt. Eine Ausnahme bilden die zyklischen Zugversuche von REINHARDT und CORNELISSEN [118], bei denen zwischen jedem Zug-Belastungszyklus eine geringfügige Belastung in den Druckbereich stattfindet. Dennoch reichen diese Versuche nicht aus, um die Spannungs-Dehnungs-Beziehung zwischen einer zyklisch abwechselnden Druck- und Zugbelastung mit zunehmender Schädigung abzuleiten. In einem zyklischen Werkstoffmodell spielt dieser Dehnungsbereich jedoch eine bedeutende Rolle, da er während eines Erdbebens bei jedem Richtungswechsel der Stützenkopf-Auslenkung durchlaufen wird. Da kaum experimentelle Ergebnisse vorliegen, gibt es diesbezüglich große Unterschiede zwischen den in der Literatur beschriebenen numerischen Modellen.

Abbildung 4.20 zeigt typische Ansätze zur Abbildung des einaxialen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens bei zyklischer Umkehrbelastung aus der Literatur. Diese Ansätze wurden in ein-, zwei- und dreidimensionale Werkstoffmodelle implementiert. Zum besseren Verständnis wurde die Erstbelastung im Druckbereich elastisch-ideal plastisch und im Zugbereich bilinearer approximiert. Prinzipiell können die Ansätze jedoch auf beliebig nichtlineare Erstbelastungskurven erweitert werden.

Der Ansatz nach Abbildung 4.20a basiert auf der Schädigungstheorie und wird als Modell der totalen Dehnungen bezeichnet. Die Entlastung erfolgt im Zug- und Druckbereich über die Sekantensteifigkeit, so dass keine plastischen Dehnungen auftreten. Der Übergang von Zug zu Druck und umgekehrt erfolgt somit immer über den Ursprung. Im von MISES-Rissmodell nach Abbildung 4.20b wurde lediglich der Druckbereich modifiziert. Dieser wird nach der Plastizitätstheorie modelliert, bei der die Steifigkeit der Entlastungszyklen immer der Anfangssteifigkeit entspricht. Die plastischen Dehnungen aus der Druckbelastung haben keinen Einfluss auf den Zugbereich, so dass Zugspannungen erst bei positiven Dehnungen auftreten. Zwischen der plastischen Druckdehnung und dem Ursprung treten keine Spannungen auf. Beim RANKINE-von MISES-Modell nach Abbildung 4.20c wird auch der Zugbereich mit der Plastizitätstheorie abgebildet. Dabei üben plastische Dehnungen einen Einfluss auf die entgegengesetzte Belastungsrichtung aus. Die Druckkurve wird zur plastischen Zugdehnungen verschoben, und die Zugkurve wird zur plastischen Druckdehnung verschoben. Somit fallen die plastische Zug- und Druckdehnung immer zusammen.



Abbildung 4.20: Gängige Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton bei zyklischer Umkehrbelastung: a) Totale Dehnungen b) von MISES-Rissmodell c) RANKINE-von MISES-Modell

FEENSTRA und ROTS [46] haben die drei Modelle in ein zweidimensionales Werkstoffmodell implementiert und mit experimentellen Ergebnissen einer monoton und zyklisch belasteten Stahlbetonwand verglichen. Bei monotoner Belastung führen die drei Modelle erwartungsgemäß zum gleichen Ergebniss, bei zyklischer Belastung treten jedoch deutliche Unterschiede auf. Während das Modell der totalen Dehnungen und das von MISES-Rissmodell ähnlich gute Ergebnisse liefern, wird beim RANKI-NE-von MISES-Modell die Energiedissipation deutlich überschätzt. Die Last-Verformungs-Hysterese der Wand umschließt beim dritten Modell im Vergleich zum Experiment ein Vielfaches der Fläche.

Es gibt noch weitere Kombinationen, den Druck- oder Zugbereich jeweils nach reiner Plastizitäts- oder Schädigungstheorie abzubilden. In der Realität ist aber sowohl im Zug als auch im Druckbereich eine Kombination aus beiden Theorien zu beobachten. Dennoch steht bei Zug eher die Schädigungstheorie im Vordergrund, da die Entlastung nahe der Sekante verläuft und bei Druck die Plastizitätstheorie mit einer Entlastung nahe der Anfangssteifigkeit. Fraglich bleibt der Übergang zwischen Druck und Zug und welchen Einfluss plastische Druckverformungen auf den Zugbereich bzw. Zugverformungen auf den Druckbereich haben. So kann das Schädigungsverhalten im Betonstoffgesetz von ABAQUS [1] beliebig gewählt werden, das Verhalten bei zyklischer Umkehrbelastung entspricht aber dem ungünstigen RANKINE-von MISES-Modell.

In der vorliegenden Arbeit wurde der Bereich zwischen Druck- und Zugbelastung aus den einaxialen Werkstoffmodellen von CHEN [24], MAZARS und RAGUENEAU [83], PARK, KENT und SAMPSON [106] sowie MANDER, PRIESTLEY und PARK [80] entwickelt. Diese wurden zum Teil modifiziert und durch eigene Ansätze ergänzt. Die zyklische Druckbelastung beruht auf der Schädigungs- und Plastizitätstheorie. Plastische Druckdehnungen führen zu einer Verschiebung des Zugbereichs, wie der erste Schritt nach Abbildung 4.21 verdeutlicht. Außerdem erfolgt eine Abminderung der Zugspannungs-Dehnungs-Linie in Abhängigkeit der zuvor stattgefundenen Druckschädigung. Die Abminderung erfolgt nach MANDER, PRIESTLEY und PARK [80] linear in Abhängigkeit der plastischen Druckdehnung:

$$\mathbf{f}_{ct}' = \begin{cases} \mathbf{f}_{ct} \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_{pl}}{\varepsilon_{cc}}\right), & \varepsilon_{cc} \le \varepsilon_{pl} \le 0\\ 0, & \varepsilon_{pl} < \varepsilon_{cc} \end{cases}$$
(4.27)



Abbildung 4.21: Verschiebung und Abminderung der Zugarbeitslinie infolge Druckschädigung

Dabei wird nicht nur die Zugfestigkeit f_{ct} auf f'_{ct} abgemindert, sondern im gleichen Verhältnis der gesamte Zugbereich entsprechend dem zweiten Schritt nach Abbildung 4.21. Plastische Dehnungen infolge Zug haben dagegen keinen Einfluss auf den Druckbereich. Diese Annahmen können mechanisch wie folgt begründet werden: Ein Riss, der sich durch Zugbelastung aufweitet, kann sich durch die vergleichsweise hohen Druckspannungen wieder näherungsweise schließen, so dass der ursprüngliche Verlauf der Druckspannungs-Dehnungs-Beziehung wieder erreicht wird. Der durch Druckspannungen gestauchte Beton wird durch das relativ geringe Zugspannungsniveau jedoch nicht wieder über die gesamte Länge gedehnt, vielmehr wird sich zuvor ein weiterer Riss bilden.

Der Übergang von Zug mit Rissöffnung zu Druck wird von Kontakteffekten begleitet. Da die Oberflächen bei der Rissentstehung aufrauen, werden schon Druckspannungen vor vollständiger Schließung der Risse entstehen. Der analytische Ansatz wurde von BOLONG, MINGSHUN und KUNLIAN [19] basierend auf zyklischen Biegeversuchen an Stahlbetonbalken mit Aussparung im mittleren Feldbereich entwickelt. Das vollständige Modell besteht aus einer Vielzahl von Kontrollpunkten, die in Abhängigkeit der Belastungsgeschichte berechnet werden und zwischen denen nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen gelten. Da es für die Programmierung eines beliebig zyklischen Werkstoffmodells zu aufwendig ist, wurde es in der Arbeit von SU und ZHU [139] schon deutlich vereinfacht. In dem modifizierten Modell herrscht eine lineare Spannungs-Dehnungs-Beziehungen zwischen einer reduzierten Anzahl von Kontrollpunkten. Einer dieser Punkte bestimmt, wann in einem sich schließenden Riss Kontakt auftritt und sich damit wieder Druckspannungen aufbauen. Die Spannung σ_B in diesem Punkt beträgt null und die Dehnung berechnet sich zu:

$$\varepsilon_{\rm B} = 0,283 \varepsilon_{\rm max} \left(0,1 + \frac{0,9\varepsilon_{\rm c0}}{\varepsilon_{\rm c0} + \varepsilon_{\rm max}} \right). \tag{4.28}$$

Nachdem Kontakt aufgetreten ist, erfolgt der Spannungs-Dehnungs-Verlauf linear bis zum zweiten Kontrollpunkt. Der zweite Kontrollpunkt liegt auf der Kurve der Erstbelastung und ist entweder der zuletzt aufgetretene Entlastungspunkt im Druckbereich ($\sigma_{un}, \varepsilon_{un}$) oder der zu berechnende Punkt P_{con} ($\sigma_{con}, \varepsilon_{con}$) nach Abbildung 4.22, wenn seine Spannung

$$\sigma_{\rm con} = 0.3 f_{\rm c0} \left(2 + \frac{\varepsilon_{\rm n} - 4}{\varepsilon_{\rm n} + 2} \right), \tag{4.29}$$

mit:
$$\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_B}{0,283|\varepsilon_{c0}|}$$

betragsmäßig größer ist als $|\sigma_{un}|$. Die Dehnung im Punkt P_{con} , der auf der Erstbelastungskurve liegt, muss mit Hilfe von σ_{con} ermittelt werden. Da die Erstbelastungskurve nach Gleichung 4.12 nicht invertiert und nach der Dehnung aufgelöst werden kann, muss diese Berechnung iterativ erfolgen. P_{con} muss dabei in dem Verfestigungsbereich der Erstbelastungskurve liegen.

Zum besseren Verständnis wird in Abbildung 4.22 exemplarisch ein zyklischer Spannungs-Dehnungs-Pfad dargestellt. Die Belastung startet im Ursprung und verläuft zunächst in den Zugbereich. Nach der ersten Lastumkehr wird die maximal aufgetretene Dehnung ϵ_{max}^0 in einer Statusvariable des entsprechenden Integrationspunkts gespeichert. Die Dehnung ϵ_B^0 im Punkt A, ab der Kontaktspannungen auftreten, wird nach Gleichung 4.28 berechnet. Da noch keine Druckschädigungen vorliegen, erfolgt der lineare Anstieg zum Punkt P_{con} nach Gleichung 4.29. Nach einer zweiten Lastumkehr im Punkt P_{un} erfolgt eine lineare Entlastung bis sich der Riss ab der plastischen Dehnung ϵ_{pl}^1 wieder öffnet. Der Punkt B liegt auf der verschobenen und abgeminderten Zugspannungs-Dehnungs-Kurve und besitzt die Dehnung $\epsilon_{pl}^1 + \epsilon_{max}^0$. Bei der nächsten Lastumkehr im Punkt C wird wiederum die maximale Dehnung ϵ_{max}^1 in der zuvor erwähnten Statusvariable gespeichert. Kontaktspannungen treten auf, sobald die Dehnung $\epsilon_{pl}^1 + \epsilon_B^1$ mit ϵ_B^1 nach Gleichung 4.28 erreicht wird. Der Wert ϵ_{max}

in Gleichung 4.28 ist dabei immer der maximale Dehnungsunterschied zwischen plastischer Druckdehnung und der Dehnung der Zuglastumkehr, unabhängig davon, ob der Wert in der Statusvariable aus dem letzten Zyklus in diesem Fall also ε_{max}^{0} erreicht wurde.

Nach Erreichen der Druckspannungs-Dehnungs-Linie und der nächsten Lastumkehr im Punkt D, ist die plastische Druckdehnung ϵ_{pl}^2 betragsmäßig größer als die Dehnung bei Festigkeit, so dass nach Gleichung 4.27 keine Zugspannungen mehr auftreten können. Für die Berechnung der Kontaktdehnung bei einer weiteren Lastumkehr gilt die maximale Dehnung ϵ_{max}^2 nach Abbildung 4.22 in Gleichung 4.28. Abgesehen von der Wiederbelastung im Zugbereich tritt bei einem Richtungswechsel der Belastung zwischen zwei Kontrollpunkten innerhalb der Pfade mit linearer Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Gegensatz zu dem Modell von SU und ZHU [139] kein Wechsel des Lastfalls und der Kontrollpunkte auf. Somit gilt dort ein linear elastischer Zusammenhang in beide Belastungsrichtungen. Diese Vereinfachung erschien notwendig, um die Anzahl der möglichen Lastfälle für eine zyklische Belastung zu begrenzen.



Abbildung 4.22: Exemplarische Belastungsgeschichte mit mehrmaligem Wechsel zwischen Zug und Druck

4.2.6 Belastungsgeschwindigkeit

Wird das Werkstoffverhalten von der Belastungs- oder Verformungsgeschwindigkeit beeinflusst, bezeichnet man dies als Dehnrateneffekt. Eine erhöhte Verformungsgeschwindigkeit führt beispielsweise bei Beton zu einer Zunahme der Anfangssteifigkeit und der Festigkeit (CURBACH [29]).

In dem Diagramm nach Abbildung 4.23 sind die Belastungsgeschwindigkeiten typischer Einwirkungen zusammenfasst (SCHMIDT-HURTIENNE [125]). Dehnraten infolge Eigenlast und ruhender Verkehrslast liegen im Bereich von 10^{-10} bis 10^{-8} s⁻¹ und entsprechen damit der Geschwindigkeit von Kriechverformungen. Die in den Normen angegebenen Betoneigenschaften gelten für geringe Belastungsgeschwindigkeiten und werden in quasi-statischen Versuchen mit Dehnraten von 10^{-7} bis 10^{-5} s⁻¹ ermittelt. Katastrophenlastfälle wie Flugzeugabsturz, Erdbeben und Explosionen weisen hohe Belastungsgeschwindigkeiten von $\dot{\epsilon} \ge 10^{-3}$ s⁻¹ auf. Dies ist der Bereich ab dem die Verformungs- und Festigkeitseigenschaften von Beton durch den Dehnrateneffekt deutlich beeinflusst werden. Extrem hohe Belastungsgeschwindigkeiten von mehr als 10^3 s⁻¹ sind vorwiegend in der Astrophysik oder Raumfahrt üblich und treten beispielsweise beim Einschlag von Meteoriten auf Satelliten oder Raumfähren auf. Bei diesen Belastungsgeschwindigkeiten überwiegen thermodynamische Prozesse, da das Material in der Impactzone verflüssigt oder verdampft.



Abbildung 4.23: Dehnraten typischer Einwirkungen

Für die bei Erdbeben zu erwartenden Belastungsgeschwindigkeiten von $\dot{\epsilon} = 10^{-2}$ bis $10^{\circ} \, \text{s}^{-1}$ können thermodynamische Prozesse vernachlässigt werden. Somit sind lediglich die veränderten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen in einem numerischen Werkstoffmodell zu berücksichtigen. In dieser Arbeit wurde der Dehnrateneffekt für Beton durch eine Erhöhung der Anfangssteifigkeit E_{ci} und der Druckfestigkeit f_{co} mit zugehöriger Dehnung ϵ_{co} nach MODELCODE 90 [23] berücksichtigt. Die dynamische

Druckfestigkeit $f_{c0,dyn}$, die zugehörige Dehnung $\epsilon_{c0,dyn}$ und die Anfangssteifigkeit $E_{ci,dyn}$ werden wie folgt berechnet:

$$f_{c0,dyn}/f_{c0} = (\dot{\epsilon}_c/\dot{\epsilon}_0)^{1.026\alpha_s},$$
(4.30)

$$\varepsilon_{\rm c0,dyn} / \varepsilon_{\rm c0} = \left(\dot{\varepsilon}_{\rm c} / \dot{\varepsilon}_{\rm 0} \right)^{0,02}, \tag{4.31}$$

$$E_{ci,dyn}/E_{ci} = (\dot{\epsilon}_{c}/\dot{\epsilon}_{0})^{0,026}$$
, (4.32)

mit:

$$\alpha_{s} = \frac{1}{5 + 9 f_{c0}/f_{0}}, \qquad f_{0} = 10 \text{ N/mm}^{2}, \qquad \dot{\epsilon}_{0} = -30 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}.$$

Damit ergeben sich für den erdbebentypischen Dehnratenbereich von $\dot{\epsilon} = 10^{-2}$ bis $10^{0} \, \text{s}^{-1}$ die in Tabelle 4.3 angegebene Erhöhungsfaktoren für verschiedene Betonsorten. In Klammern stehen die Faktoren für eine mittlere Belastungsgeschwindigkeit von $\dot{\epsilon} = 10^{-1} \, \text{s}^{-1}$, die in den Erdbebensimulationen in Kapitel 6 für den Betonkern und die Betondeckung eingesetzt wurden.

Generell ist eine Erhöhung der Festigkeit, der zugehörigen Dehnung und der Anfangssteifigkeit durch die erhöhten Dehnraten zu verzeichnen. Während die Festigkeitszunahme bei den Betonsorten mit geringer Festigkeit f_{c0} besonders ausgeprägt ist, ist die Zunahme der Dehnung und Anfangssteifigkeit unabhängig von der Betonsorte.

Tabelle 4.3: Anpassung der Betonkennwerte infolge erhöhter Belastungsgeschwindigkeit mit $\dot{\epsilon} = 10^{-2} - 10^{0} \text{ s}^{-1} (10^{-1} \text{ s}^{-1}).$

Bezeichnung	$f_{c,dyn}/f_{c0}$	$\epsilon_{c0,dyn}/\epsilon_{c0}$	$E_{ci,dyn}/E_{ci}$
C20/25	1,22 - 1,42 (1,32)	1,12 - 1,23 (1,18)	1,16 - 1,31 (1,24)
C30/37	1,16 - 1,31 (1,24)	~	~
C40/50	1,13 - 1,25 (1,19)	~	~
C50/60	1,11 - 1,21 (1,16)	~	~
C70/85	1,08 - 1,15 (1,12)	~	~
C100/115	1,06 - 1,11 (1,09)	~	~

4.2.7 Nichtlokale Druckschädigung

Wie in Kapitel 4.2.3 beschrieben, fällt die Druckschädigung von Beton in den Bereich der Bruchmechanik, da das Betonkontinuum durch Querzugspannungen reißt und in Betonsäulen unterteilt wird. Die Druckbelastung einer prismatischen Probe führt analog zur Zugbelastung nicht zur Entfestigung des gesamten Kontinuums, sondern lediglich zur Schädigung innerhalb eines begrenzten Bereichs, in dem die Betonprobe aufgrund stochastischer Festigkeitsschwankungen am schwächsten ist. Dadurch ist eine lokale Betrachtungsweise der Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei Entfestigung sowohl für Zug als auch für Druck nicht möglich. Dies verdeutlicht der Versuch von VAN MIER [142] nach Abbildung 4.24, bei dem drei Betonproben mit unterschiedlichen Höhen H bis zum Druckversagen belastet wurden. Aus Gleichgewichtsgründen müssen die mittleren Spannungen σ im Querschnitt der Proben für eine gegebene Last F über die Höhe konstant sein. Bei lokaler Betrachtungsweise würde demzufolge bei allen Proben die gleiche Spannungs-Dehnungs-Beziehung ermittelt werden. Im Experiment unterscheiden sich die Kurven aber deutlich im Bereich der Entfestigung, wobei die Spannung mit zunehmender Probenhöhe schneller abfällt. Außerdem hat sich gezeigt, dass die Proben analog zur Zugbelastung (vgl. Kapitel 4.2.1) unabhängig von ihrer Gesamthöhe H nur in einem lokal begrenzten Bereich mit derselben Größe entfestigen, während die anderen Bereiche entlasten. Trägt man die Spannung über die mittlere Dehnung, also das Verhältnis aus Verkürzung und Gesamthöhe der Probe auf, so muss die Spannung mit zunehmender Probenhöhe folglich steiler abfallen.



Abbildung 4.24: Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei einaxialem Druckversuch an drei Betonprismen mit unterschiedlichen Höhen nach VAN MIER [142]

Die Größe des Bereichs, in dem die Probe entfestigt, wird als Schädigungslänge bezeichnet. Diese hängt nach BAZANT und PLANAS [12] sowohl von den Materialkennwerten als auch von der Belastungsart und den Bauteilabmessungen ab. Bei Beton liegt die typische Schädigungslänge aufgrund der groben, inhomogenen Struktur im Bereich von mehreren Zentimetern. Angaben zur Schädigungslänge streuen in der Literatur jedoch stark, da dieses Thema im Zusammenhang mit Beton noch wenig erforscht wurde. In der Literatur wird dieses Thema unter dem allgemeinen Begriff Maßstabseffekt (*Size Effect*) behandelt.

Untersucht man bruchmechanische Probleme mit Hilfe der klassischen FE-Methode stößt man auf ein weiteres Problem – den Lokalisierungseffekt. Dieser Effekt tritt immer bei Werkstoffentfestigungen auf, also bei negativer tangentieller Steifigkeit der Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Dadurch ist die tangentielle Steifigkeitsmatrix **K** in Gleichung 3.18 nicht mehr positiv definit – sie besitzt negative Eigenwerte. Diese führen dazu, dass die Lösung des linearen Gleichungssystems nicht mehr eindeutig ist und sich die Dehnungen auf einen Bereich der Länge null lokalisieren bzw. bei der FE-Methode auf ein Elementband senkrecht zur Belastungsrichtung. Somit ist die klassische FE-Methode im Zusammenhang mit Entfestigungen nicht mehr objektiv, da das Ergebnis netzabhängig wird (BAZANT, PLANAS [12]). Hierzu betrachtet man einen Stab aus fünf Elementen nach Abbildung 4.25, der bis zum Versagen belastet wird. Bei der FE-Methode müssen zum einen die Gleichgewichtsbedingungen (1) und zum anderen die kontinuumsmechanischen Randbedingungen (2) eingehalten werden. Wird der Stab bis zum Punkt A nach Abbildung 4.25 belastet, muss bei weiterer Verformung die aufnehmbare Last zwangsläufig abfallen.



Abbildung 4.25: Stab aus fünf Elementen und mögliche Spannungs-Dehnungs-Pfade der einzelnen Elemente bei Entfestigung

Um die erste Bedingung der FE-Methode (1) zu erfüllen kann jedes Element zwei mögliche Pfade einschlagen. Einerseits kann es dem Pfad der Erstbelastung mit der Entfestigung von A nach B folgen. Hierbei ist das Integral der Spannung über die Dehnung positiv, so dass für diese Deformation Energie aufgebracht werden muss. Andererseits kann es den Pfad der Entlastung von A nach C eingeschlagen. Hierbei ist das Integral der Spannung über die Dehnung negativ, so dass bei der Deformation Energie frei wird. Zur Erfüllung von Bedingung (2), also die Verkürzung des Stabs, muss mindestens ein Element den Pfad AB einschlagen und die anderen Elemente den Pfad BC. Sind alle Elemente identisch werden alle Elemente gleichzeitig entfestigen. Liegen jedoch Imperfektionen vor, so wird genau ein Element entfestigen und alle anderen entlasten, da bei der FE-Methode das Gleichgewicht auf Basis der minimalen Energierate ermittelt wird. Beide Lösungen entsprechen nicht dem tatsächlichen Bauteilverhalten und die zweite führt zusätzlich zur Netzabhängigkeit.

Erste Ansätze zur Begrenzung des Lokalisierungseffekts bei der Entfestigung wurden von KRÖNER [70] und ERINGEN und EDELEN [42] entwickelt. Besondere Aufmerksamkeit erhielten BAZANT, BELYTSCHKO und CHANG [13] mit einer neuen kontinuumsmechanischen Diskretisierung - dem Imbricate Continuum, bei dem sich die Finiten Elemente schuppenartig übergreifen. Diese Diskretisierung erwies sich aber bei der Implementierung in FE-Programme als zu aufwendig und wurde von BAZANT und OZBOLT [14], [102] durch praktikablere Konzepte ersetzt. Diese bilden die Grundlage für die in der vorliegenden Arbeit implementierte nichtlokale Methode. Dabei wird das Konzept aus der nichtlokalen Kontinuumsmechanik auf Strukturelemente übertragen. Der Kerngedanke ist, dass die Spannung und die Schädigung in einem Punkt des Kontinuums nicht nur von der Dehnung in diesem Punkt abhängt, sondern auch von den Dehnungen in einem bestimmten Bereich um diesen Punkt. Bei der Berechnung der Spannung und der Tangentensteifigkeit im Punkt x wird die schädigungsrelevante Größe mit Hilfe einer geometrischen Einflussfunktion $\alpha(\mathbf{s} - \mathbf{x})$ über ein bestimmtes Gebiet mit dem Radius R um den Punkt x gemittelt. Als Einflussfunktion wird eine glockenförmige Funktion ähnlich der GAUSS-Verteilung verwendet, die jedoch im Abstand R vom Mittelpunkt verschwindet:

$$\alpha(\mathbf{s} - \mathbf{x}) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{\mathbf{s} - \mathbf{x}}{R}\right)^2 \right]^2, & |\mathbf{s} - \mathbf{x}| \le R \\ 0, & |\mathbf{s} - \mathbf{x}| > R \end{cases}$$
(4.33)

Die Einflussfunktion bestimmt die Auswirkung einer Schädigung im Punkt **s** auf den Punkt **x** in Abhängigkeit des Abstands. Je weiter der Punkt **s** von **x** entfernt ist, desto kleiner wird sein Einfluss bzw. verschwindet vollständig, wenn der Abstand größer R ist. Der Radius R für eine eindimensionale Verteilung der Schädigungen ergibt sich nach BAZANT und OZBOLT [14] aus der Schädigungslänge L_d :

$$R = \frac{15}{16} L_{d} . (4.34)$$

Abbildung 4.26 zeigt die Einflussfunktion für den eindimensionalen Fall und den Bereich der Schädigungslänge L_d . Im eindimensionalen Fall werden aus den Vektoren **s** und **x** nach Gleichung 4.33 die skalaren Größen s und x. Der Radius ergibt sich aus folgender Bedingung: Die Fläche unter dem Rechteck mit der Breite L_d und der Höhe 1 muss der Fläche unter der Funktion $\alpha(s-x)$ entsprechen.



Abbildung 4.26: Grafische Darstellung der Einflussfunktion α

In der vorliegenden Arbeit wurde als schädigungsrelevante Größe die betragsmäßig größte Druckdehnung ε_{min} herangezogen. Die gemittelte oder nichtlokale Dehnung $\overline{\varepsilon}_{min}$ ergibt sich aus dem Integral über die Länge L eines prismatischen Körpers:

$$\overline{\varepsilon}_{\min}(x) = \frac{1}{V_{r}(x)} \int_{L} \alpha(s-x) \varepsilon_{\min}(s) ds, \qquad (4.35)$$

mit: $V_{r}(x) = \int_{L} \alpha(s-x) ds.$

Mit Hilfe der nichtlokalen Dehnung $\overline{\epsilon}_{min}$ wird die nichtlokal geschädigte Sekantensteifigkeit \overline{E}_{sek} berechnet:

$$\overline{\mathsf{E}}_{\mathsf{sek}} = \left(1 - \overline{\mathsf{D}}\right) \cdot \mathsf{E}_{\mathsf{ci}} = \frac{\sigma(\overline{\epsilon}_{\mathsf{min}})}{\overline{\epsilon}_{\mathsf{min}}}.$$
(4.36)

Die nichtlokale Spannung $\overline{\sigma}(x)$ im Punkt x ergibt sich aus der nichtlokalen Sekantensteifigkeit \overline{E}_{sek} und der lokalen Dehnung $\varepsilon(x)$:

$$\overline{\sigma}(\mathbf{x}) = \overline{\mathsf{E}}_{\mathsf{sek}} \cdot \varepsilon(\mathbf{x}). \tag{4.37}$$

Mit dieser Methode können zusätzliche Schädigungen nur auf dem Pfad der Erstbelastung entstehen. Bei der Ent- und Wiederbelastung im Druckbereich und im Zugbereich bleiben die nichtlokalen Druckschädigungen hingegen konstant. Statt der Tangentensteifigkeit wird ABAQUS die nichtlokale Sekantensteifigkeit übergeben, da so ein numerisch stabileres Laufzeitverhalten erreicht werden konnte. In Gleichung 4.37 muss die lokale Dehnung im Punkt x verwendet werden, da sonst eine übermäßige Verteilung der Schädigung erfolgt. Eine übermäßige Verteilung führt zu einer Blockierung der Spannungen im Entfestigungsbereich (*Stress Locking*). Das heißt, die Spannung bei Entfestigung fällt nur noch auf ein bestimmtes Niveau ab und bleibt dann zunächst konstant. Erst wenn die Schädigung über den gesamten Körper gleichmäßig verteilt ist, kann die Spannung wieder auf Null abfallen (JIRASEK [62]).

Die Schädigungsvariable \overline{D} nach Gleichung 4.36 beschreibt nicht die eigentliche Schädigung vom Beton, also die Steifigkeitsabnahme der Ent- und Wiederbelastung, sondern die Sekantensteifigkeit. Eine Kopplung der nichtlokalen Methode an die tatsächliche Definition der Schädigung führte jedoch nicht zu einer Netzunabhängigkeit, da die zyklische Steifigkeit von Beton im Druckbereich zu langsam abfällt.

Die nichtlokale Verteilung der Dehnungen in dem hier entwickelten Modell wird in Abbildung 4.27 prinzipiell dargestellt. Für die Ermittlung der nichtlokalen Dehnung in einem Integrationspunkt des Elements n wird die lokale Dehnung ε_n nur mit den Dehnungen der darüber und darunter liegenden Integrationspunkte verteilt. Somit erfolgt analog zu den einaxialen Werkstoffroutinen immer eine eindimensionale Verteilung parallel zur Balkenachse. Entsprechend der Einflussfunktion erstreckt sich die Verteilung der Dehnungen über eine Höhe von 2 x R.



Abbildung 4.27: Eindimensionale, nichtlokale Verteilung der schädigungsrelevanten minimalen Druckdehnung über die Höhe eines Pfeilers

4.3 Stahl

Experimentelle Untersuchungen von THIELE, DAZIO und BACHMANN [140] haben gezeigt, dass das Werkstoffverhalten von Stahl einen signifikanten Einfluss auf das zyklische Verformungsverhalten von Stützen hat. Auch eigene Berechnungen haben gezeigt, dass die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Stahl eine zentrale Rolle im numerischen Werkstoffmodel spielt. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Lasten in einem Pfeiler bei zyklischer Horizontalbelastung zunehmend von der Längsbewehrung aufgenommen werden. Wird ein Pfeiler horizontal belastet, so entstehen auf der Zugseite Risse im Beton und plastische Zugdehnungen in der Bewehrung. Wird die Stütze in die andere Richtung belastet, schließen sich die zuvor geöffneten Risse aufgrund von Kontakteffekten nicht mehr vollständig. Somit wachsen bei zyklischer Horizontalbelastung die Risse im Beton sukzessive an und die zyklische Steifigkeit vom Beton nimmt sukzessive ab. Dadurch wird die Pfeilersteifigkeit zunehmend von der Bewehrung bestimmt.

Die Längsbewehrung in einer Stütze wird nach MA, BERTERO und POPOV [76] fast ausschließlich einaxial parallel zur Stützenachse belastet. Abgesehen von Bereichen mit starker Druckzerstörung des Betons wird die Bewehrung außerdem vorwiegend auf Zug belastet. Die Schubübertragung der Bewehrung zwischen den Rissufern infolge Dübelwirkung stellt eine Ausnahme dar, bei der die Bewehrung quer zur Stabachse belastet wird. Da Schubverformungen bei schlanken Stützen aber von untergeordneter Bedeutung sind, kann die Dübelwirkung vernachlässigt und das Last-Verformungs-Verhalten von Stahl einaxial abgebildet werden.

Aufgrund der Bewehrungs-Querdehnung und der damit verbundenen Querschnittsänderung treten nach BALAN, FILIPPOU und POPOV [7] bei Verwendung von Ingenieurspannungen mit zunehmender Dehnungsamplitude verstärkt Unterschiede zwischen der Druck- und Zugspannungs-Dehnungs-Beziehung auf. Setzt man dagegen Spannungs- und Dehnungsmaße ein, die sich auf die aktuelle Konfiguration beziehen, sind die Arbeitslinien für Zug und Druck näherungsweise identisch. In ABAQUS wird der Effekt der Bewehrungs-Querdehnung mit der volumentreuen Stabelement-Formulierung und der Verwendung des CAUCHY'chen (wahren) Spannungsmaßes und des GREEN'schen Dehnungsmaßes näherungsweise berücksichtigt. Somit können im numerischen Modell identische Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Druck und Zug implementiert werden.



Abbildung 4.28: Arbeitslinien von warmgewalztem (links) und kaltverformtem Stahl (rechts) bei monotoner einaxialer Belastung

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung (Arbeitslinie) von Stahl bei monotoner Belastung hängt vom Herstellungsverfahren ab. So weist warmgewalzter Stahl nach Erreichen der Streckgrenze f_y ein Fließplateau mit konstanter Spannung auf und beginnt erst bei ε_{sh} mit geringer Steifigkeit E_{sh} zu verfestigen (Abbildung 4.28, links). Nach Erreichen der Zugfestigkeit f_t bei ε_u folgt eine kurze Entfestigungsphase mit lokaler Einschnürung, die schließlich zum Stahlbruch bei ε_{su} führt. Die Arbeitslinie von kaltverformten Stahl nach Abbildung 4.28 (rechts) weist hingegen keine ausgeprägte Fließgrenze auf, so dass der Übergang vom elastischen zum plastischen Bereich kontinuierlich verläuft. Die Streckgrenze von kaltverformten Stahl wird an dem Punkt der Arbeitslinie definiert, an dem bei Entlastung eine bestimmte Restdehnung verbleibt. Die Definition der plastischen Restdehnung an der Streckgrenze ist willkürlich und beträgt beispielsweise 2‰ nach deutscher Norm DIN 1045-1 [36] und 3,5 bis 5,0‰ je nach Stahlsorte nach amerikanischer Norm ACI 318 [2]. Die Duktilität von kaltverformtem Stahl ist geringer als von warmgewalztem Stahl.

Ein duktiles Verhalten von Betonstählen ist nicht nur bei Erdbebenlasten erforderlich, sondern auch bei plastischen Verformungen in Stahlbetonbauteilen infolge Lastumlagerungen bei statisch unbestimmten Systemen. Die Duktilität von Stahl wird mit dem Verhältnis zwischen Streckgrenze und Zugfestigkeit und mit der Dehnung bei Höchstlast quantifiziert. Je höher diese Werte sind, desto duktiler ist der Stahl. In Tabelle 4.1 werden die maßgebenden Eigenschaften üblicher Betonstähle aus Deutschland (DIN 488 [35], DIN 1045 [37], DIN 1045-1 [36]), USA (ASTM A-615 [5], ACI 318 [2]) und Neuseeland (NZS 3402 [100], AS/NZS 4671 [101]) zusammengefasst. Die Angaben stellen Mindestwerte dar und die tatsächlichen Werte liegen meist deutlich höher. Zum Teil werden aber auch obere Grenzwerte in den Regelwerken angegeben. Eine Begrenzung der Festigkeiten ist beispielsweise erforderlich, da so genannte Überfestigkeiten zu erhöhten Lasten und damit zu einem Versagen angrenzender Bauteile führen können. Ein häufig zu beobachtender Schadensfall ist nach PAULAY, BACHMANN und MOSER [108] auf eine erhöhte Biegetragfähigkeit zurückzuführen. Dadurch können größere Biegemomente als in der Bemessung auftreten, die wiederum zu erhöhten Schubkräften führen. Die Schubtragfähigkeit ist nicht notwendigerweise in gleicher Weise erhöht und so kann ein sprödes Schubversagen auftreten. Die Materialkennwerte beziehen sich auf die Querschnittsfläche der Bewehrung im unbelasteten Zustand. Die Spannungen und Dehnungen können infolge einer Einschnürung bei Zugversagen lokal jedoch wesentlich größer werden. Der Steifemodul E_s kann für Bewehrungsstahl einheitlich mit 200 000 MPa angesetzt werden.

Die für Deutschland dargestellten Stähle sind repräsentativ für den mitteleuropäischen Raum. Ihre Bezeichnungen variieren zwar von Land zu Land, an ihren Kennwerten können sie jedoch zugeordnet werden (PAULAY, BACHMANN, MOSER [108]). Das gleiche gilt für Stähle aus Neuseeland, die repräsentativ für den Pazifikraum und Stähle aus USA, die repräsentativ für Amerika sind.

Tabelle 4.4: Mindestwerte der charakteristischen Streckgrenze f_{yk} , Zugfestigkeit f_{tk} , Dehnung bei Höchstlast ϵ_{uk} und Bruchdehnung ϵ_{su} für Betonstähle aus Deutschland¹, USA² und Neuseeland³

Bezeichnung	f _{yk} [MPa]	f_{tk}/f_{yk} (f_{tk} [MPa])	ε _{uk} [%]	ε _{su} [%]
BSt 420 ¹	420	- (500)	0,5	10
BSt 500(A) ¹	500	1,05 (550)	2,5	10
BSt 500(B) ¹	500	1,08 (550)	5	10
Grade 40 ²	276	1,75	_	4,5-12
Grade 60 ²	414	1,5	_	4,5-12
Grade 75 ²	517	1,33	_	4,5-12
Grade 300 ³	300	1,15	15	20
Grade 430 ³	430	1,15	10	15
Grade 500L, N, E ³	500	1,03; 1,08; 1,15	1,5; 5; 10	_

Die Angaben für BSt 420 stammen aus der älteren DIN 1045 [37], da er in Deutschland kaum mehr verwendet wird und in der neuen Norm nicht mehr aufgeführt wird. Die ältere Norm hat noch keine Anforderungen an das Verhältnis zwischen Streckgrenze und Zugfestigkeit gestellt. BSt 500 wird nach neuer DIN 1045-1 [36] in normalduktilen Stahl mit der Erweiterung (A) und hochduktilen Stahl mit der Erweiterung (B) unterteilt. Auch wenn andere Kombinationen erlaubt sind, wird im Allgemeinen für Stabstahl hochduktiler und für Mattenstahl normalduktiler Stahl verwendet (WOM-MELSDORFF [154]). Anforderungen an die drei Stahlsorten bezüglich Zugfestigkeit (Klammerwerte in Tabelle 4.1) und Bruchdehnung enthält DIN 488-1 [34].

Amerikanische Stähle weisen mit hohen f_{tk}/f_{yk} -Werten wesentlich höhere Duktilitäten auf als europäische Stähle. Es werden keine Anforderungen an die Dehnung bei Höchstlast gestellt, dafür liegen Mindestwerte für die Bruchdehnung vor. Die Anforderungen bezüglich Bruchdehnung liegen zwischen 4,5 und 12% und sind umso höher je geringer der Stabdurchmesser und je geringer die Stahlfestigkeit ist. Mit Ausnahme von Grade 500L und 500N sind die Duktilitätsanforderungen an neuseeländische Stähle ebenfalls höher als für europäische Stahlsorten. Im Gegensatz zu amerikanischen Stählen werden hier die Mindestwerte der Dehnung bei Höchstlast festgelegt Diese sind beispielsweise beim 500E doppelt so hoch wie bei dem vergleichbaren hochduktilen BSt 500(B) aus Deutschland. Grade 500 Stahl wurde 2001 mit der AS/NZS 4671 [101] neu eingeführt und ersetzt seitdem die Festigkeitsklasse Grade 430. Grade 500E weist für seine hohe Streckgrenze eine ausgeprägte Dehnfähigkeit auf und wurde extra für Erdbebenlasten eingeführt. Dieser Stahl ist neu auf dem Markt und zur Zeit liegen noch keine Angaben über seine Bruchdehnung vor. In dieser Arbeit wurde ein numerisches Modell entwickelt, mit dem die Arbeitslinie von warmgewalztem Stahl mit Fließplateau und kaltverformtem Stahl ohne Fließplateau abgebildet werden kann. Das Modell setzt sich aus verschiedenen analytischen Ansätzen aus der Literatur zusammen. Versuche zur Abbildung der Arbeitslinie von kaltverformtem Stahl reichen weit zurück. So zeigt das RAMBERG-OSGOOD-Modell von 1943 [113] eine sehr gute Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen an kaltverformten Stählen und benötigt nur eine Funktion für den Dehnungsbereich zwischen null und ε_u :

$$\varepsilon_{s}(\sigma_{s}) = \frac{\sigma_{s}}{\mathsf{E}_{s}} + 0,002 \left(\frac{\sigma_{s}}{\mathsf{f}_{y}}\right)^{\mathsf{m}} = \frac{\sigma_{s}}{\mathsf{E}_{s}} \left[1 + \left(\frac{0,002\mathsf{E}_{s}}{\mathsf{f}_{y}}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{s}}{\mathsf{f}_{y}}\right)^{\mathsf{m}-1}\right],\tag{4.38}$$

mit:
$$m = \frac{\ln\left(\frac{c_u - f_t/L_s}{0,002}\right)}{\ln(f_t/f_y)}$$

Eine direkte Implementierung des Werkstoffmodells in ein FE-Programm ist jedoch uneffizient, da bei diesem Modell die Stahldehnung ε_s in Abhängigkeit der Spannung σ_s berechnet wird. Bei der FE-Methode benötigt man jedoch einen analytischen Zusammenhang, mit dem die Spannung in Abhängigkeit der Dehnung berechnet werden kann. Um eine aufendige iterative Spannungsermittlung bei Verwendung des RAMBERG-OSGOOD-Modells zu umgehen, wurden verschiedene Ansätze entwickelt.

Sind Versuchsergebnisse vorhanden, bietet sich nach MA, BERTERO und POPOV [76] eine Approximation der Arbeitslinie mit einem Polygonzug an. Je nach Anzahl der Stützstellen kann damit eine beliebig genaue Anpassung erfolgen. Ein ebenfalls häufig verwendeter Ansatz ist die bilineare Approximation mit einer Ausrundung an der Fließgrenze nach MENEGOTTO und PINTO [86]. Die Anpassung an Versuchsergebnisse ist aber gerade bei großen Dehnungen aufgrund der linearen Verfestigung ungenau. Beispielsweise verschwindet die Steifigkeit bei Höchstlast nicht. Aus diesem Grund wurde in dieser Arbeit ein Modell implementiert, das die Spannung aus der Dehnung mit abschnittsweise definierten Funktionen ermittelt. Bei kaltverformtem Stahl werden die Parameter E_s , f_y , f_t und ε_u und bei warmgewalztem Stahl zusätzlich E_{sh} und ε_{sh} benötigt.

Für warmgewalzten Stahl wird die Spannungs-Dehnungs-Beziehung in vier Abschnitte – den linearen Anfangsbereich, das Fließplateau, die nichtlineare Verfestigung und ein Spannungsplateau nach Erreichen der Höchstlast – unterteilt:

$$\sigma_{s}(\varepsilon_{s}) = \begin{cases} \mathsf{E}_{s} \cdot \varepsilon_{s}, & 0 \leq \varepsilon_{s} < \varepsilon_{y} \\ \mathsf{f}_{y}, & \varepsilon_{y} \leq \varepsilon_{s} < \varepsilon_{sh} \\ \mathsf{g}_{s}(\varepsilon_{s}), & \varepsilon_{sh} \leq \varepsilon_{s} < \varepsilon_{u} \\ \mathsf{f}_{t}, & \varepsilon_{u} \leq \varepsilon_{s} < \infty \end{cases}$$
(4.39)

Der nichtlineare Bereich zwischen ε_{sh} und ε_u wird mit der Funktion $g_s(\varepsilon_s)$ nach CHEN [24] abgebildet. Aus Gründen der numerischen Stabilität wurde keine Entfestigung nach Erreichen der Höchstlast implementiert, sondern ein konstantes Spannungsplateau. Gegebenfalls können die Stahldehnungen im Anschluss einer Simulation kontrolliert werden, um einen möglichen Bewehrungsbruch auszuschließen.

Bei kaltverformtem Stahl reicht aufgrund des fehlenden Fließplateaus eine Unterteilung in drei Bereiche aus. Der elastische Bereich wird durch die obere Grenzspannung f_G nach Abbildung 4.28 definiert, bei welcher der Anteil der bleibenden Dehnung 0,1‰ bezüglich elastischer Dehnung beträgt (CHEN [24]). Eine Fortsetzung des linearen Bereichs bis zur üblicherweise definierten Streckgrenze f_y ergibt eine zu schlechte Anpassung, da die Steifigkeit bei Erreichen der Streckgrenze schon deutlich gegenüber der Anfangssteifigkeit abgefallen ist. Anschließend erfolgt die Verfestigung mit der gleichen Funktion $g_s(\varepsilon_s)$ wie bei warmgewalztem Stahl:

$$\sigma_{s}(\varepsilon_{s}) = \begin{cases} \mathsf{E}_{s} \cdot \varepsilon_{s} , & 0 \le \varepsilon_{s} < \varepsilon_{G} \\ \mathsf{g}_{s}(\varepsilon_{s}) , & \varepsilon_{G} \le \varepsilon_{s} < \varepsilon_{u} . \\ \mathsf{f}_{t} , & \varepsilon_{u} \le \varepsilon_{s} < \infty \end{cases}$$
(4.40)

Mit Hilfe des RAMBERG-OSGOOD-Modells kann die Grenzspannung f_G durch Gleichsetzen von Gleichung 4.38 abzüglich des linearen Dehnungsanteils und der plastischen Grenzdehnung von 0,1‰ bezüglich elastischer Dehnung berechnet werden:

$$\frac{\sigma_{s}}{\mathsf{E}_{s}}\left[1+\left(\frac{0,002\mathsf{E}_{s}}{\mathsf{f}_{y}}\right)\cdot\left(\frac{\sigma_{s}}{\mathsf{f}_{y}}\right)^{\mathsf{m}-1}\right]-\frac{\sigma_{s}}{\mathsf{E}_{s}}=0,1\%\cdot\frac{\sigma_{s}}{\mathsf{E}_{s}}.$$
(4.41)

Auflösen nach σ_s ergibt die Grenzspannung:

$$f_{\rm G} = f_{\rm y} \left(\frac{f_{\rm y}}{0.2E_{\rm s}} \right)^{1/(m-1)}$$
 (4.42)

Die zu f_G gehörende Dehnung ϵ_G ergibt sich aus der linear elastischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung zu:

$$\varepsilon_{\rm G} = \frac{f_{\rm G}}{{\sf E}_{\rm s}}.$$
(4.43)

Die nichtlineare Funktion $g_s(\varepsilon_s)$ wurde von CHEN [24] entwickelt und verifiziert. $g_s(\varepsilon_s)$ stellt den Mittelwert der zwei Funktionen $g_{s1}(\varepsilon_s)$ nach MANDER, PRIESTLEY und PARK [81] und $g_{s2}(\varepsilon_s)$ nach MEYER [90] dar. Für den nichtlinearen Verfestigungsbereich von warmgewalztem Stahl ergibt sich damit:

$$g_{s}(\varepsilon_{s},\varepsilon_{sh},f_{y},\mathsf{E}_{sh},\varepsilon_{u},f_{t},\mathsf{E}_{u}) = \frac{1}{2}(g_{s1}+g_{s2})$$
(4.44)

mit:
$$g_{s1} = f_y + (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) \left[E_{sh} + (E_{sm} - E_{sh}) \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{sh}} \right)^{m_1 - 1} \right],$$
 (4.45)

$$g_{s2} = f_{t} + (\varepsilon_{s} - \varepsilon_{u}) \left[\mathsf{E}_{u} + (\mathsf{E}_{sm} - \mathsf{E}_{u}) \left(\frac{\varepsilon_{u} - \varepsilon_{s}}{\varepsilon_{u} - \varepsilon_{sh}} \right)^{m_{2}-1} \right],$$
(4.46)

$$\mathsf{E}_{\mathsf{sm}} = \frac{f_t - f_y}{\epsilon_u - \epsilon_{\mathsf{sh}}}, \quad \mathsf{m}_1 = \frac{\mathsf{E}_{\mathsf{sh}} - \mathsf{E}_u}{\mathsf{E}_{\mathsf{sh}} - \mathsf{E}_{\mathsf{sm}}}, \quad \mathsf{m}_2 = \frac{\mathsf{E}_{\mathsf{sh}} - \mathsf{E}_u}{\mathsf{E}_{\mathsf{sm}} - \mathsf{E}_u}.$$

Mit dieser Gleichung wird der nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Verlauf mit kontinuierlich abfallender Steifigkeit abgebildet. Die Steifigkeit bei Höchstlast E_u ist, außer für den seltenen Fall von Stahlbruch im Verfestigungsbereich, Null, so dass sich Gleichung 4.44 bei der Implementierung deutlich vereinfacht. Für kaltverformten Stahl müssen die entsprechenden Parameter in Gleichung 4.44 ersetzt werden, so dass sich $g_s(\varepsilon_s, \varepsilon_G, f_G, E_s, \varepsilon_u, f_t, E_u)$ ergibt. Abbildung 4.29 zeigt einen Vergleich zwischen dem numerischen Modell und experimentellen Ergebnissen für warmgewalzten Stahl nach WOHLFAHRT und KOCH [152] und kaltverformten Stahl nach GRUBE, KERN und QUITTMANN [52]. Das Modell zeigt für beide Stähle bis zur Dehnung bei Höchstlast ε_u eine sehr gute Übereinstimmung mit den Experimenten.



Abbildung 4.29: Experimentell und numerisch ermittelte Arbeitslinien für warmgewalzten (links) und kaltverformten Stahl (rechts)

Für die zyklische Beanspruchung werden meist die analytischen Modelle von MENE-GOTTO und PINTO [86], SECKIN und UZUMERI [128] oder MA, BERTERO und POPOV [76] eingesetzt. Alle Modelle berücksichtigen die abgeminderte Fließgrenze bei Lastumkehr (BAUSCHINGER-Effekt) und verwenden die Arbeitslinie für Erstbelastung als Einhüllende. Somit orientiert sich das MENEGOTTO-PINTO-Modell an der schon erwähnten bilinearen Approximation der Arbeitslinie und wurde deshalb in dieser Arbeit nicht gewählt. Die anderen beiden Modelle zeigen eine ähnlich gute Übereinstimmung mit Testergebnissen, das Modell von MA, BERTERO und POPOV [76] benötigt jedoch weniger Rechenschritte und wurde deshalb in leicht modifizierter Form implementiert.

Generell unterscheiden sich kaltverformter und warmgewalzter Stahl nur in der Arbeitslinie für monotone Erstbelastung, so dass in beiden Fällen dasselbe zyklische Modell eingesetzt werden kann. Es muss lediglich die entsprechende Arbeitslinie der Erstbelastung für die Einhüllende berücksichtigt werden. Im Folgenden wird das zyklische Modell am Beispiel eines warmgewalzten Stahls beschrieben. Tritt nach der Erstbelastung eine Entlastung in einem beliebigen Punkt A ($\epsilon_{sA}, \sigma_{sA}$) nach Abbildung 4.30 auf, folgt ein linear elastischer Bereich bis zum Punkt 0 mit:

$$\varepsilon_{s0} = \varepsilon_{sA} - \frac{f_y}{E_s}$$
 und $\sigma_{s0} = \sigma_{sA} - f_y$. (4.47)

Dieses Verhalten gilt für die Entlastung im Fließplateau oder im Verfestigungsbereich. An den Punkt 0 schließt sich ein nichtlinearer Bereich bis zum Punkt B an, in dem der BAUSCHINGER-Effekt berücksichtigt wird. Der Betrag der Spannung im Punkt B entspricht der Streckgrenze bei Erstbelastung:

$$\sigma_{\rm sB} = -f_{\rm y} \,. \tag{4.48}$$

Die Dehnung ε_{sB} wird aus einer um 180° gedrehten RAMBERG-OSGOOD-Kurve, die im Punkt A beginnt und in B endet, abgeleitet:

$$\left|\frac{\varepsilon_{s} - \varepsilon_{sA}}{2\varepsilon_{y}}\right| = \beta \left(\left|\frac{\sigma_{s} - \sigma_{sA}}{2f_{y}}\right| + \alpha \left|\frac{\sigma_{s} - \sigma_{sA}}{2f_{y}}\right|^{n}\right).$$
(4.49)

Zur Berechnung von ϵ_{sB} setzt man in Gleichung 4.49 für $\sigma_s = -f_y$ ein und löst nach ϵ_s auf. Damit erhält man den Zusammenhang zwischen der Dehnung in A und B

$$\varepsilon_{\rm sB} = \varepsilon_{\rm sA} - \Delta \varepsilon_{\rm BA} , \qquad (4.50)$$

mit der Dehnungsdifferenz $\Delta \epsilon_{BA}$ nach Abbildung 4.30:

$$\Delta \varepsilon_{\mathsf{BA}} = 2\varepsilon_{\mathsf{y}} \beta \left[\frac{\mathsf{f}_{\mathsf{y}} + |\sigma_{\mathsf{sA}}|}{2\mathsf{f}_{\mathsf{y}}} + \alpha \left(\frac{\mathsf{f}_{\mathsf{y}} + |\sigma_{\mathsf{sA}}|}{2\mathsf{f}_{\mathsf{y}}} \right)^{\mathsf{n}} \right] \leq \varepsilon_{\mathsf{sh}} \,. \tag{4.51}$$



Abbildung 4.30: Abbildung der Erstlastumkehr (links) und der zweiten Lastumkehr (rechts) von Stahl

Bei großen Dehnungen im Punkt A kann $\Delta \epsilon_{BA}$ größer als ϵ_{sh} werden. Dann wird der Punkt auf der Kurve nach Gleichung 4.49 für B gewählt, für den $\Delta \epsilon_{BA} = \epsilon_{sh}$ gilt. Der Betrag der Spannung in B $|\sigma_{sB}|$ ist dann kleiner als f_y und muss iterativ nach Gleichung 4.49 ermittelt werden. Die Steigung in B beträgt E_{sh} . Bei kaltverformtem Stahl werden für E_{sh} und ϵ_{sh} die entsprechenden Werte eines vergleichbaren warmgewalzten Stahls verwendet. Die Parameter α , β und n wurden von MA, BERTERO und POPOV [76] empirisch an Versuche angepasst und hängen von der maximalen plastischen Dehnung ϵ_{pmax} des letzten Lastwechsels in A ab:

$$\alpha = 2,3 \frac{\epsilon_{pmax}}{\epsilon_{sh}} \le 2,3 ,$$

$$\beta = 1,0+0,7 \left(\frac{\epsilon_{pmax}}{0.035}\right) - 0.3 \left(\frac{\epsilon_{pmax}}{0.035}\right)^{7/3} \le 1,4 ,$$
(4.52)

mit: $\epsilon_{pmax} = \epsilon_{sA} - \sigma_{sA} / E_s$.

Der Exponent n nach Gleichung 4.51 beträgt 6 für $\alpha < 2,3$ und 7 für $\alpha = 2,3$. Eine weitere Belastung von B nach X' erfolgt über den um 180° gedrehten Teil der Verfestigungskurve aus der Erstbelastung. Dieser Teil wird so verschoben, dass B und C übereinander liegen. Für $|\sigma_{sB}| < f_y$ wird der Teil der Erstbelastungskurve so gedehnt, dass sich für die Koordinaten von X' folgende Werte ergeben:

$$\sigma_{sX'} = -f_t$$

$$\epsilon_{sX'} = \epsilon_{sB} - (\epsilon_u - \epsilon_{sh})$$
(4.53)

Die nichtlinearen Abschnitte der Erstlastumkehr werden mit Gleichung 4.44 abgebildet. Dazu müssen die Parameter den veränderten Randbedingungen angepasst werden, so dass man die abschnittweise definierte Spannungs-Dehnungs-Beziehung

$$\sigma_{s}(\varepsilon_{s}) = \begin{cases} \sigma_{sA} + E_{s}(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{sA}), & \varepsilon_{s,0} \leq \varepsilon_{s} \leq \varepsilon_{sA} \\ g_{s}(\varepsilon_{s}, \varepsilon_{s0}, \sigma_{s0}, E_{s}, \varepsilon_{sB}, \sigma_{sB}, E_{sh}), & \varepsilon_{sB} < \varepsilon_{s} \leq \varepsilon_{s0} \\ g_{s}(\varepsilon_{s}, \varepsilon_{sB}, \sigma_{sB}, E_{sh}, \varepsilon_{sX'}, \sigma_{sX'}, E_{u}), & \varepsilon_{sX'} < \varepsilon_{s} \leq \varepsilon_{sB} \end{cases}$$
(4.54)

erhält. Die zweite Lastumkehr im Punkt E nach Abbildung 4.30 erfolgt über die um 180° um den Mittelpunkt der Strecke \overline{AE} gedrehten Erstlastumkehr. Somit endet der vollständige Zyklus wieder im ursprünglichen Entlastungspunkt A.

Die weitere Belastung jenseits von A hängt davon ab, ob die Entlastung im Fließplateau oder im Verfestigungsbereich stattgefunden hat. Bei Erstlastumkehr im Verfestigungsbereich folgt die Spannungs-Dehnungs-Beziehung bei der zweiten Lastumkehr nach Erreichen von A wieder der Erstbelastungskurve. Liegt die Erstlastumkehr hingegen im Fließplateau, folgt die Spannungs-Dehnungs-Beziehung nur dann wieder der Erstbelastungskurve, wenn die Dehnung $\Delta \varepsilon_s$ der Ent- und Wiederbelastung nach Abbildung 4.30 kleiner als 0,5 ε_{sh} ist. Ansonsten erfolgt eine frühzeitige Verfestigung, bei der die Verfestigungskurve nach A verschoben wird.

Das Modell von MA, BERTERO und POPOV [76] sieht eine geringfügige Abminderung der Spannung bei der zweiten Lastumkehr durch Spannungsrelaxation vor. Dadurch endet die zweite Lastumkehr nicht im Punkt A sondern etwas darunter. Die Spannungsrelaxation wurde in dem vorliegenden Modell jedoch vernachlässigt, da sie die numerische Umsetzung deutlich erschwert und nach eigenen Angaben der Autoren einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Bauteilverhalten hat.

Erfolgt eine dritte Lastumkehr bevor die zweite Lastumkehr in A endet, spricht man von einer unvollständigen oder partikulären zyklischen Belastung. Die partikuläre zyklische Belastung wird mit dem numerische Modell von DODD und RESTREPO-POSADA [40] abgebildet, wobei der funktionale Zusammenhang im nichtlinearen Bereich hier einheitlich nach Gleichung 4.44 bestimmt wird. So ergibt sich der Spannungs-Dehnungs-Pfad ab dem Umkehrpunkt A_p nach Abbildung 4.31 (links) zu:

$$\sigma_{s}(\varepsilon_{s}) = \begin{cases} \sigma_{sAp} + \mathsf{E}_{s}(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{sAp}), & \varepsilon_{s01} \le \varepsilon_{s} \le \varepsilon_{sAp} \\ \mathsf{g}_{s}(\varepsilon_{s}, \varepsilon_{s01}, \sigma_{s01}, \mathsf{E}_{s}, \varepsilon_{sE}, \sigma_{sE}, \mathsf{E}_{sE}), & \varepsilon_{sE} \le \varepsilon_{s} \le \varepsilon_{s01} \end{cases}.$$
(4.55)

Die dritte Lastumkehr endet wieder im Punkt E mit der Steigung E_{sE} , die bei der ersten Lastumkehr im Punkt E vorlag. Ein vierte Lastumkehr im Punkt E_p nach Abbildung 4.31 (rechts), bevor die dritte Lastumkehr den Punkt E erreicht, wird in analoger Weise formuliert:

$$\sigma_{s}(\varepsilon_{s}) = \begin{cases} \sigma_{sEp} + E_{s}(\varepsilon_{s} - \varepsilon_{sEp}), & \varepsilon_{sEp} \le \varepsilon_{s} \le \varepsilon_{s02} \\ g_{s}(\varepsilon_{s}, \varepsilon_{s02}, \sigma_{s02}, E_{s}, \varepsilon_{sA}, \sigma_{sA}, E_{sE}), & \varepsilon_{s02} \le \varepsilon_{s} \le \varepsilon_{sA} \end{cases}.$$
(4.56)



Abbildung 4.31: Numerische Abbildung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Stahl bei partikulärer zyklischer Belastung mit dritter Lastumkehr (links) und vierter Lastumkehr (rechts)

Die vierte Lastumkehr endet im Punkt A wieder mit der Steigung, die bei der ersten Lastumkehr im Punkt E vorlag. Eine fünfte partikuläre Lastumkehr entspricht der dritten und eine sechste partikuläre Lastumkehr der vierten. Die Koordinaten der Punkte 0_1 und 0_2 werden ausgehend von den Umkehrpunkten um die linear elastische Verformung f_v und ε_v verschoben:

$$\varepsilon_{s01} = \varepsilon_{sAp} - \frac{f_y}{E_s}$$
 und $\sigma_{s01} = \sigma_{sAp} - f_y$, (4.57)

$$\varepsilon_{s02} = \varepsilon_{sEp} + \frac{f_y}{E_s}$$
 und $\sigma_{s02} = \sigma_{sEp} + f_y$. (4.58)

Die gesamte zyklische Belastung, die hier exemplarisch für positive Erstbelastung dargestellt wurde, kann in gleicher Weise in negativer Richtung erfolgen. Da sich Stahl bei Zug und bei Druck nahezu identisch verhält, müssen lediglich die Vorzeichen in den Gleichungen 4.40 bis 4.58 entsprechend angepasst werden.

Das numerische Modell wurde mit einem Experiment von MA, BERTERO und POPOV verglichen und zeigt trotz leichter Vereinfachungen eine sehr gute Übereinstimmung bei allen Lastzyklen. Lediglich die frühzeitige Verfestigung bei zyklischer Belastung im oberen Bereich von Abbildung 4.32 wird im numerischen Modell leicht unterschätzt.



Abbildung 4.32: Zyklische Spannungs-Dehnungs-Beziehung aus einem Experiment von MA, BERTERO und POPOV [76] und dem Modell dieser Arbeit

4.4 Verbund

Die Kraftübertragung zwischen Beton und Bewehrung bei der Verformung eines Stahlbetonbauteils wird durch den Verbund gewährleistet. Der Mechanismus der Kraftübertragung hängt vom Spannungsniveau an der Kontaktfläche ab. Bei niedrigem Spannungsniveau wird der Verbund durch Adhäsion gewährleistet, dabei treten keine Relativverschiebungen (Schlupf) auf. Mit zunehmender Belastung F_s in der Bewehrung und entsprechender Belastung F_B im Beton nach Abbildung 4.33a geht dieser Effekt verloren und es tritt Schlupf auf. Während sich die Rippen der Bewehrung am umliegenden Beton abstützen, entstehen kegelförmige Risse nach Abbildung 4.33b. Die Tragwirkung des Betons zwischen den Bewehrungsrippen entspricht dabei der von Konsolen. Die Pressungen zwischen Rippen und Betonkonsolen entwickeln unter anderem durch die abgerundete Rippengeometrie eine zur Bewehrungsachse senkrechte Komponente P_V . Diese führen zu Ringzugspannungen und Radialrissen im umliegenden Beton. Liegt der Bewehrungsstab nahe der Bauteiloberfläche, kann der Verbund dadurch schlagartig verloren gehen.



Abbildung 4.33: a) Kraftübertragung zwischen Bewehrung und Beton b) Entstehung von kegelförmigen Rissen und c) Entfestigung der Betonkonsolen

Dieser Versagensmechanismus, der als Spaltversagen bezeichnet wird, kann bei Druckstützen ausgeschlossen werden, da der Betonkern ohnehin eng verbügelt werden muss (vgl. Kapitel 4.2.3). Die Kontaktkräfte P müssen über die geringe Querschnittsfläche der Rippen übertragen werden, weshalb die Pressungen schnell die Betonfestigkeit überschreiten. Dabei verschiebt sich der Bewehrungsstab sukzessive in den sich entfestigenden Beton (Abbildung 4.33c) bis der Schlupf s bei vollständiger Abscherung der Betonkonsolen im Bereich von mehreren Millimetern liegt. Diese Versagensart wird als Durchziehversagen bezeichnet. Sind die Betonkonsolen abgeschert treten nur noch geringe Verbundspannungen infolge Reibung auf.

Aufgrund der bruchmechanischen Vorgänge an den Betonkonsolen ist das Verbundverhalten in hohem Maße nichtlinear. Es gibt zahlreiche Untersuchungen zu diesem Thema sowie Ansätze zur analytischen Abbildung der Spannungs-Schlupf-Beziehung. Während sich die meisten Untersuchungen auf monotone Belastung beschränken und den Schwerpunkt auf ein Spaltversagen legen wie in BIGAJ [17], wurde das Verhalten unter beliebig zyklischer Belastung und Durchziehversagen von ELIGEHAUSEN, POPOV und BERTERO [41] sowie POCHANART und HARMON [110] beschrieben. Das Modell von POCHANART und HARMON basiert auf dem von ELIGEHAU-SEN, POPOV und BERTERO, besitzt jedoch einige Verbesserungen sowohl bei der monotonen als auch bei der zyklischen Spannungs-Schlupf-Beziehung. Diese beiden Ansätze wurden leicht modifiziert in dieser Arbeit implementiert. Abbildung 4.34 zeigt die Spannungs-Schlupf-Beziehung des Modells für monotone Belastung.



Abbildung 4.34: Analytische Spannungs-Schlupf-Beziehung für monotone Belastung

Abgesehen von der hohen Streuung experimenteller Ergebnisse, weist dieses Modell eine gute Übereinstimmung mit Verbundversuchen auf, bei denen Spaltversagen ausgeschlossen wird. In dem analytischen Ansatz steigt die Verbundspannung bis zu einem Maximalwert von τ_{max} bei s₁ nichtlinear an, verbleibt auf dem Plateau zwischen s₁ und s₂ konstant, um dann durch den abfallenden Tragwiderstand der Betonkonsolen linear auf den Wert τ_3 bei s₃ abzufallen. Danach verbleibt eine konstante Restfestigkeit τ_3 , die durch Reibung im Bewehrungskanal verursacht wird. Die analytische Abbildung der monotonen Erstbelastungskurve erfolgt demnach abschnittsweise mit:

$$\tau(s) = \begin{cases} \tau_{max} \left[1 - \left(\frac{s_1 - s}{s_1} \right)^3 \right], & 0 \le s \le s_1 \\ \tau_{max}, & s_1 < s \le s_2 \\ \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_3) \left(\frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \right), & s_2 < s \le s_3 \\ \tau_3, & s_3 < s \end{cases}$$
(4.59)

Abgesehen vom nichtlinearen Bereich mit $s \le s_1$ entspricht diese Funktion dem Modell von ELIGEHAUSEN, POPOV und BERTERO. Die genannten Autoren haben die infinitesimale Anfangssteifigkeit der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung infolge Adhäsion mit einer Hyperbel abgebildet. Da bei der FE-Methode die Berechnung der Tangentensteifigkeit erforderlich ist, führt eine Hyperbel zu numerischen Problemen direkt zu Beginn einer Simulation. Aus diesem Grund wurde der nichtlineare Anfangsbereich durch den in Gleichung 4.59 angegebenen Ausdruck von POCHANART und HARMON ersetzt. Dieser Ausdruck weist eine endliche Anfangssteifigkeit auf und besitzt am Übergang zum Plateau bei $s = s_1$ eine horizontale Tangente.

Angaben über die erforderlichen Parameter in Gleichung 4.59 sind im MODELCODE 90 [23] enthalten und wurden in Tabelle 4.5 wiedergegeben. Die Angaben gelten für guten Verbund, der bei Stützen infolge vertikaler Längsbewehrung immer gegeben ist. Somit können sich während des Betonierens keine Störstellen wie wassergefüllte Linsen unter der Bewehrung bilden und die Verbundwirkung beeinträchtigen. f_{ck} steht für die charakteristische Zylinderdruckfestigkeit nach DIN 1045-1 und kann in Abhängigkeit der mittleren Zylinderdruckfestigkeit wie folgt berechnet werden:

$$f_{ck} = f_{cm} + 8$$
. (4.60)

S ₁	1,0 mm
S ₂	3,0 mm
S ₃	lichter Abstand der Beweh- rungsrippen
$ au_{max}$	$2,5\sqrt{f_{ck}}$, [f _{ck} in MPa]
τ_3	$\sqrt{f_{ck}}$

 Tabelle 4.5: Parameter nach MODELCODE 90 [23] für das Verbundmodell

Der Rippenabstand parallel zur Bewehrungsachse wird für deutsche Produkte nach DIN 488-2 [35] geregelt. Tabelle 4.6 enthält die lichten Abstände s_3 zwischen den Rippen für Stabstahl verschiedener Durchmesser aus BSt 420 und BSt 500. Der lichte Abstand berechnet sich aus dem Abstand der Rippenmitten abzüglich der Rippenbreite. Die Werte für nicht verwundenen Stabstahl (BSt 420) sind Mittelwerte aus unterschiedlichen Rippenabständen beiderseits des Bewehrungsstabs.

Tabelle 4.6: Lichter Abstand der Bewehrungsrippen in [mm]

Durchmesser	12	14	16	20	25	28
nicht verwunden	5,2	6,1	7,0	8,7	10,9	12,2
kalt verwunden	8,8	10,3	11,8	14,7	18,4	20,6

Während eines Erdbebens wird sich die Belastungsrichtung zwischen Bewehrung und Beton wiederholt umkehren. Die mechanischen Vorgänge bei zyklischer Belastung stehen in engem Zusammenhang mit der Schädigung der Betonkonsolen. Hat ein Bewehrungsstab bei Erstbelastung schon einen Teil der Konsolen entfestigt, so muss er bei Lastumkehr erst den zerstörten Bereich durchqueren, bis er in seiner ursprünglichen Position die andere noch ungeschädigte Seite der Betonkonsolen erreicht. Bis er seine ursprüngliche Position erreicht, können Verbundspannungen nur über Reibung aktiviert werden. Da sich die effektive Länge der Betonkonsolen aus der Erstbelastung schon verkürzt hat (siehe Abbildung 4.33c), kann die ursprüngliche Verbundfestigkeit bei Lastumkehr nicht mehr erreicht werden.
Bei der zweiten Lastumkehr muss der Bewehrungsstab wieder den gesamten entfestigten Bereich überwinden, bis er wieder an der zuerst vorgeschädigten Seite der Betonkonsole anliegt. Das analytische Modell von ELIGEHAUSEN, POPOV und BERTE-RO berücksichtigt diese mechanischen Prozesse bei allgemein zyklischer Belastung und wurde in das numerische Modell implementiert. Der Ansatz wird am Beispiel eines Belastungszyklus mit zwei Lastwechseln nach Abbildung 4.35 beschrieben.



Abbildung 4.35: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung für zyklische Belastung aus einem Experiment von ELIGEHAUSEN, POPOV und BERTERO [41] und der zugehörige analytische Ansatz

Die Entlastung in einem beliebigen Punkt A erfolgt linear mit hoher Steifigkeit und es verbleiben plastische Restverschiebungen. Bei Lastumkehr steigt die Verbundspannung nur bis zu einem geringen Niveau an und verbleibt dann auch bei weiterem Schlupf konstant. Diese Spannung entspricht der Reibung, die zur Überwindung des entfestigten Bereichs notwendig ist, bis der Bewehrungsstab seine ursprüngliche Position im Punkt B erreicht und an der gegenüberliegenden, ungeschädigten Seite der Betonkonsole anliegt. Nach Erreichen von Punkt B folgt die Spannungs-Schlupf-Beziehung der um 180° gedrehten und abgeminderten Erstbelastungskurve. Die Abminderung erfolgt über einen energiebezogenen Schädigungsansatz, mit dem die geringere Tragfähigkeit der schon verkürzten Betonkonsolen berücksichtigt wird. Wechselt die Lastrichtung ein zweites mal an einem beliebigen Punkt C, so erfolgt wiederum zunächst die lineare Entlastung und dann die Belastung bis zu der Verbundspannung, die durch Reibung verursacht wird. Die Verbundspannung verbleibt konstant bis der Entlastungspfad aus dem letzten Lastzyklus im Punkt D erreicht wird. Nach einer linearen Wiederbelastung folgt der Spannungspfad der nun ein zweites mal abgeminderten Erstbelastungskurve. Weitere Lastzyklen können nach dem gleichen Prinzip fortgesetzt werden. Erfolgt ein unvollständiger Lastzyklus, bei dem der Lastwechsel innerhalb des entfestigten Bereichs im Punkt E stattfindet, tritt ebenfalls eine lineare Entlastung ein, bis die Reibungsspannung der anderen Richtung erreicht wird. Der lineare Abschnitt der Lastumkehr erfolgt immer mit dem Steifigkeitsmodul E_{un} . In dieser Arbeit wurde für E_{un} die Anfangssteifigkeit der monotonen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach Gleichung 4.59 gewählt. Die Ableitung der nichtlinearen Funktion an der Stelle s = 0 ergibt:

$$E_{un} = 3\tau_{max}/s_1$$
. (4.61)

Die Länge des entfestigten Bereichs der Konsolen zu beiden Seiten der Rippen wird mit s_{min} und s_{max} bezeichnet und entspricht den maximalen Relativverschiebungen des Bewehrungsstabs zu beiden Seiten bezüglich seiner Ausgangslage. Die Abminderung der Erstbelastungskurve bei zyklischer Belastung ist zum einen vom Verhältnis der geschädigten Länge der Konsolen zu ihrer ursprünglichen Länge $(s_{max} - s_{min})/s_3$ abhängig und zum anderen von der Anzahl an Lastzyklen innerhalb des schon geschädigten Bereichs – also zwischen s_{min} und s_{max} . Die Abnahme der Verbundfestigkeit durch diese beiden Phänomene kann durch einen Schädigungsparameter d erfasst werden. Dieser Schädigungsparameter ist eine Funktion der Energie, die der Bewehrungsstab während der gesamten zyklischen Belastung durch Schlupf dissipiert:

$$d = 1 - e^{-1.2(E_i/E_0)^{1.1}}.$$
 (4.62)

Hierin ist E_i die Energie, die bis zur letzten Lastumkehr i dissipiert wurde, und E₀ eine Referenzenergie, die für eine vollständige monotone Belastung von s = 0 bis s = s₃ benötigt wird. Die Energie E_i entspricht dem Integral der Verbundspannung τ über den Schlupf s vom Belastungsbeginn bis zur entsprechenden Lastumkehr i. Abbildung 4.36 zeigt die Referenzenergie E₀ und für eine zyklische Belastung exemplarisch die Energieintegrale E₁ nach einer Lastumkehr und E₂ nach zweimaliger Lastumkehr mit den abgeminderten Verbundfestigkeiten $\tau'_{max,1}$ und $\tau'_{max,2}$ sowie den Restfestigkeiten $\tau'_{3,1}$ und $\tau'_{3,2}$.



Abbildung 4.36: Dissipierte Energie zur Ermittlung des Schädigungsparameters d

Integriert man die abschnittsweise definierte Funktion der Verbundspannung von s = 0 bis $s = s_3$ und setzt die Werte nach Tabelle 4.5 ein, so erhält man die Referenzenergie:

$$\mathsf{E}_{0} = \frac{\tau_{3}}{1000} \left(\frac{13}{8} + \frac{7}{4} \mathsf{s}_{3} \right). \tag{4.63}$$

Dabei ist τ_3 in MPa und s_3 in mm einzusetzen. Für den Schädigungsparameter gilt d = 0, wenn der Verbund ungeschädigt ist, und d = 1, wenn der Verbund vollständig geschädigt ist. Die Verbundfestigkeit τ_{max} reagiert sensibler auf d als die Restfestigkeit τ_3 . Aus diesem Grund werden die Verbundfestigkeit und die Restfestigkeit mit unterschiedlichen Schädigungsansätzen abgemindert:

$$\tau'_{\max} = \tau_{\max} \left(1 - d \right), \tag{4.64}$$

$$\tau'_{3} = \tau_{3} \left(1 - \frac{d}{2 - d} \right).$$
 (4.65)

Die Reibung τ_f , die zwischen Entlastung und Wiederbelastung im entfestigten Bereich wirkt, hängt auch von der Länge des entfestigten Bereichs und der Anzahl an Belastungszyklen innerhalb dieses Bereichs ab. Nach dem ersten Lastwechsel wirkt die Reibung $\tau_{f,1}$, die eine Funktion der aktuellen Restfestigkeit τ'_3 und dem bei Lastumkehr vorhandenen Schlupf s ist:

$$\tau_{f,1} = \tau_3' \left(0, 1+1, 8 \frac{|s|}{s_3} \right) \le \tau_3'.$$
(4.66)

Bei weiteren Lastwechseln, bei denen der Betrag des Schlupfes kleiner bleibt als der Betrag des Schlupfes beim ersten Lastwechsel, wird die Reibung mit Hilfe des Schädigungsparameters d_f wie folgt abgemindert:

$$\tau'_{f,1} = \tau_{f,1} \left(1 - d_f \right). \tag{4.67}$$

Der Schädigungsparameter ist eine Funktion der durch Reibung seit dem letzten Lastwechsel dissipierten Energie $E_{f,i}$. In diesem Fall ist er also eine Funktion der seit dem ersten Lastwechsel dissipierten Energie $E_{f,1}$ nach Abbildung 4.37:

$$d_{f} = 1 - e^{-1.2(E_{f,i}/E_{f,0})^{0.67}}.$$
(4.68)

Der Parameter $E_{f,0}$ stellt analog zu E_0 eine Referenzenergie dar und wird wie folgt bestimmt:

$$\mathsf{E}_{\mathsf{f},0} = \frac{1}{1000} \tau_3 \,\mathsf{s}_3, \tag{4.69}$$

wobei τ_3 in MPa und s_3 in mm einzusetzen ist. Sobald ein Lastzyklus wieder in den ungeschädigten Bereich der Betonkonsolen reicht und der Betrag des Schlupfes $|s|_{max,2}$ größer ist als der Betrag des Schlupfes $|s|_{max,1}$ aus der ersten Lastumkehr, berechnet man die Reibung zu:

$$\tau_{f,2} = \tau'_{f,1} + \tau'_{3} \cdot \mathbf{1}, 8 \frac{|\mathbf{s}|_{\max,2} - |\mathbf{s}|_{\max,1}}{\mathbf{s}_{3}} \le \tau'_{3}.$$
(4.70)

Für $\tau'_{f,1}$ und τ'_{3} gelten die für den aktuellen Zyklus abgeminderten Werte. Anschließend wird $E_{f,i}$ gleich null gesetzt und $E_{f,2}$ wird von neuem aufintegriert, um den Schädigungsparameter d_f nach Gleichung 4.68 für die Reibung $\tau'_{f,2}$ zu berechnen. In gleicher Weise werden alle weiteren Lastwechsel berechnet, so dass immer, wenn sich der Betrag des Schlupfes bei einem Lastwechsel vergrößert, Gleichung 4.70 zum Einsatz kommt. Abbildung 4.37 zeigt exemplarisch die Energieintegrale $E_{f,1}$ bzw. $E_{f,2}$ nach einmaliger bzw. zweimaliger Lastumkehr mit erneuter Konsolschädigung mit den zugehörigen Reibungswerten $\tau_{f,i}$ und $\tau'_{f,i}$.



Abbildung 4.37: Abminderung der Verbundreibung bei zyklischer Belastung innerhalb des geschädigten Bereichs

4.5 Implementierung in ABAQUS

Die in diesem Kapitel beschriebenen Stoffgesetze für Beton und Stahl werden über die *User Material*-Schnittstelle UMAT als FORTRAN-Unterroutine in das Programm ABAQUS implementiert. Analog dazu wird das Verbundelement mit der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung über die *User Element*-Schnittstelle UEL implementiert. Treten materielle oder geometrische Nichtlinearitäten auf, muss die Last einer Simulation in einzelne Lastschritte (Inkremente) unterteilt und sukzessive auf das System aufgebracht werden. Dies ist unabhängig davon, ob es sich um eine statische oder dynamische Simulation handelt. Für jeden Lastschritt muss das Gleichgewicht iterativ bestimmt werden, bis eine vorher definierte Fehlertoleranz unterschritten wird. Unterschiedliche Belastungen, wie die vertikale statische Auflast auf die Stütze und die anschließende Erdbebenanregung, werden in Laststufen (*Steps*) gegliedert. Somit besteht jede Simulation aus einzelnen *Steps*, die sich aus Inkrementen und diese wiederum aus Iterationsschritten zusammensetzen. Die Werkstoffroutinen werden in jedem Integrationspunkt zu jedem Iterationsschritt aufgerufen.

ABAQUS übergibt beim Aufruf der Unterroutinen die Dehnung ϵ^t , das Dehnungsinkrement $\Delta \epsilon^{t+\Delta t}$ und die Statusvariablen SDV (*Solution Dependent Variables*). Die Dehnung ϵ^t und die Statusvariablen beziehen sich dabei auf den zuletzt gefundenen Gleichgewichtszustand, also den letzten Iterationsschritt aus dem vorigen Inkrement. Das Dehnungsinkrement bezieht sich auf den aktuellen Iterationsschritt. Mit diesen Werten muss in der Unterroutine die Spannung und die Tangentensteifigkeit berechnet und an ABAQUS zurückgegeben werden.

Die in dieser Arbeit entwickelten Werkstoffmodelle sind geschichtsabhängig, es existiert also keine eindeutige Beziehung zwischen Spannung und Dehnung. Vielmehr muss bei der Spannungsermittlung außer der aktuellen Dehnung auch die ab dem unbelasteten Zustand bis zum aktuellen Zeitpunkt aufgetretene Belastungsgeschichte berücksichtigt werden. Die Schwierigkeit so genannter nichtglatter Werkstoffmodelle besteht darin, zu jedem Zeitpunkt einer beliebig zyklischen Belastung den richtigen Lastfall (z.B. Erstbelastung, Entlastung, Wiederbelastung) zu bestimmen. Bei Beton ist die Auffindung des maßgebenden Lastfalls besonders aufwendig, da er aufgrund unterschiedlichem Zug- und Druckverhaltens, sowie Rissbildung mit Kontakteffekten zahlreiche mögliche Lastfälle besitzt. Ist der Lastfall ermittelt, können die zugehörigen funktionalen Zusammenhänge ausgewertet werden, um aus der aktuellen Dehnung $\epsilon^{t+\Delta t} = \epsilon^t + \Delta \epsilon^{t+\Delta t}$ die Spannung $\sigma^{t+\Delta t}$ und die Tangentensteifigkeit E $_t^{t+\Delta t}$ zu ermitteln.

Die Vorgehensweise zur Lastfallbestimmung wird zur besseren Anschauung am Beispiel eines vereinfachten zyklischen Werkstoffmodells nach Abbildung 4.38 dargestellt. Das Modell besitzt fünf Lastfälle: 1. Erstbelastung, 2. Entlastung, 3. Wiederbelastung, 4. spannungslose Rissöffnung, 5. Rissschließung. Der 2 und 3 sowie der 4 und 5 Lastfall können eigentlich zusammengefasst werden, da sie die gleiche funktionale Spannungs-Dehnungs-Beziehung besitzen. Die vorhandene Aufteilung in fünf Lastfälle bietet jedoch Vorteile bei der Lastfallbestimmung, da so die Schaltbedingungen für jeden Lastfall in gleicher Weise definiert werden können. Jeder Lastfall besitzt zwei Schaltbedingungen nach Tabelle 4.7, die beim Aufruf der Werkstoffroutinen ausgewertet werden müssen. Bei Erfüllung der ersten Bedingung (Dehnungsintervall) erfolgt ein Wechsel in den Folgelastfall bei Erfüllung der zweiten Bedingung (Belastungsrichtung) erfolgt ein Wechsel in den Umkehrlastfall (vgl. Abbildung 4.39).

Lastfall	1. Schaltbedingung	Folgelastfall	2. Schaltbedingung	Umkehrlastfall
1	_	Ι	$\Delta \epsilon \ge 0$	2
2	$\epsilon \ge \epsilon_{pl}$	4	$\Delta \epsilon \leq 0$	3
3	$\epsilon \leq \epsilon_{un}$	1	$\Delta \epsilon \ge 0$	2
4	_	_	$\Delta \epsilon \leq 0$	5
5	$\varepsilon \leq \varepsilon_{pl}$	3	$\Delta \epsilon \ge 0$	4

Tabelle 4.7: Systematische Erfassung der Schaltbedingungen zur Lastfallvernetzung



Abbildung 4.38: Exemplarisch vereinfachtes Werkstoffmodell mit Unterteilung in fünf Lastfälle



Abbildung 4.39: Lastfallentscheidung in Abhängigkeit von zwei Schaltbedingungen

In HANSKÖTTER [53] wird eine "wissensbasierte" Programmiertechnik vorgestellt, in der die werkstoffbezogenen Informationen nach Tabelle 4.7 zunächst in einem Datenfeld gespeichert werden. Da die Informationsstruktur jedes Lastfalls identisch ist, kann mit nur einer logischen Abfrage-Anweisung der neue Lastfall bestimmt werden. Dadurch kann das Werkstoffgesetz um beliebig viele Lastfälle erweitert werden, ohne dass die Programmstruktur verändert werden muss. Da diese Programmiertechnik sehr übersichtlich und dadurch weniger anfällig für Programmierfehler ist, wurde sie zunächst in dieser Arbeit eingesetzt. Sie musste aber aus den im Folgenden aufgeführten Gründen wieder durch eine flexiblere Programmstruktur ersetzt werden.

Bei einem inkrementellen Zeitschrittverfahren, wie es in dieser Arbeit verwendet wird, erfolgt eine zeitliche Diskretisierung in konstante Zeitschritte der Länge ∆t. Im Werkstoffmodell kann ein Wechsel zwischen Lastfällen, der auch als Schaltzeitpunkt bezeichnet wird, immer nur zu Beginn eines Zeitschritts erfolgen. Durch die Einschränkung der Schaltzeitpunkte auf die gewählte zeitliche Diskretisierung treten, wie in VIELSACK [145] und in VIELSACK und KAMMERER [148] gezeigt, Störungen auf. Diese führen wiederum zu Ungenauigkeiten im Ergebnis. Weiterhin wird in der genannten Literatur gezeigt, dass tatsächlich mehrere Schaltzeitpunkte innerhalb eines Zeitschritts liegen können, bei einem inkrementellen Zeitschrittverfahren aber nicht berücksichtigt werden. Um mögliche Ungenauigkeiten zu minimieren wird vorgeschlagen den Zeitschritt zu variieren und das Ergebnis auf Konvergenz zu prüfen. Zu den vorgenannten Störungen kann es bei dem Werkstoffmodell in dieser Arbeit auch infolge eines zu großen Dehnungsinkrements kommen, das zu einem Überspringen von Lastfällen führt. Betrachtet man den exemplarischen Belastungspfad $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$ nach Abbildung 4.40, so können im Werkstoffmodell auf Basis der Informationsstruktur nach Tabelle 4.7 zwei Arten von Fehlern auftreten:

- Erfolgt innerhalb eines Zeitschritts im Punkt A eine Lastumkehr mit einem großen Dehnungsinkrement $\Delta \epsilon_{AC}$, so sollte das Werkstoffgesetz zum Punkt C mit dem Lastfall 4 führen. Da innerhalb eines Zeitschritts jedoch nur eine Schaltentscheidung getroffen werden kann, folgt auf Lastfall 1 der Umkehrlastfall 2. Die Auswertung der Dehnung ϵ_{C} mit der Funktion des 2. Lastfalls führt zum Punkt C' mit der falschen Spannung und Tangentensteifigkeit statt zum Punkt C. Erste Anwendungen des Werkstoffmodells haben gezeigt, dass dieser Fehler selten auftritt, da das gesamte Dehnungsintervall eines Lastfalls übersprungen werden muss.
- Das gleiche Problem besteht bei einer Lastumkehr im Punkt C mit dem Dehnungsinkrement $\Delta \epsilon_{CD}$. Da auf den aktuellen 4. Lastfall der Umkehrlastfall 5 folgt, wird für die Dehnung ϵ_{D} Punkt D' statt D bestimmt. Die Besonderheit an diesem Fehler ist, dass C beliebig nahe an B liegen kann und somit ein beliebig kleines Dehnungsinkrement für eine falsche Schaltentscheidung ausreicht. Entsprechend trat diese Fehlerart bei den Simulationen häufiger auf.



Abbildung 4.40: Kritische Pfade die zu falschen Schaltentscheidungen führen können

Da die Statusvariablen innerhalb eines Zeitschritts immer auf dem letzten Gleichgewichtszustand basieren, kann auch bei beliebig vielen Iterationen immer nur eine Schaltentscheidung getroffen werden. Zum Teil wurde das Problem automatisch kompensiert, indem die Störungen zu numerischen Instabilitäten und damit zu einer Wiederholung des aktuellen Zeitschritts mit verkürzter Schrittweite führten. In anderen Fällen führte es aber zum Abbruch der Simulation, insbesondere bei nichtlinearen Funktionen, die nur innerhalb des für sie bestimmten Dehnungsintervalls definiert waren. Die Spannungsberechnung für eine Dehnung außerhalb des definierten Funktionsbereichs, führte beispielsweise beim Stahlstoffgesetz zu negativen Wurzeltermen und damit zum sofortigen Simulationsabbruch.

Um den Abbruch von Simulationen zu vermeiden, wurde die Informationsstruktur jedes Lastfalls so erweitert, dass ein Überspringen von Lastfällen ermöglicht wird. Prinzipiell kann das Vorgehen nach Abbildung 4.39 beibehalten werden, nur müssen die Schaltentscheidungen jedes Lastfalls um die Schaltbedingungen aller möglichen Umkehr- und Folgelastfälle für große Dehnungsinkremente erweitert werden. Da hiermit die Informationsstruktur jedes Lastfalls variiert, musste die wissensbasierte Programmstruktur durch ein flexiblere Block-Programmstruktur nach Abbildung 4.41 (oben) ersetzt werden. Hierbei stehen alle Schaltbedingungen eines Lastfalls in einem extra Programmblock, in den bei Aufruf des Werkstoffgesetzes direkt verzweigt wird. So bleibt das Modell weiterhin übersichtlich und kann auf einfache Weise durch zusätzliche Lastfälle erweitert werden.

Insgesamt gliedert sich das Werkstoffmodell in zwei unabhängige Programmabschnitte. Während im ersten Abschnitt die Bestimmung des neuen Lastfalls stattfindet, stehen im zweiten Abschnitt nach Abbildung 4.41 (unten) die Routinen zur Berechnung der Spannung und Tangentensteifigkeit.



Abbildung 4.41: Blockstruktur des nichtglatten Werkstoffmodells in FORTRAN zur Ermittlung von Lastfall, Spannung und Tangentensteifigkeit Abbildung 4.42 zeigt die prinzipielle Vorgehensweise in ABAQUS bei der Gleichgewichtsberechnung mit einer Unterroutine UMAT. Beim Start von ABAQUS werden vor dem ersten Lastschritt die Werkstoffroutinen aufgerufen, um die System-Anfangssteifigkeit zu ermitteln. Damit wird das Gleichgewicht und der Dehnungszustand für den ersten Lastschritt in ABAQUS berechnet. Anschließend werden die Werkstoffroutinen wieder aufgerufen, um die Spannungen und Tangentensteifigkeiten für diesen Dehnungszustand zu aktualisieren. Auf Basis der aktualisierten Werte wird wiederum das Gleichgewicht in ABAQUS ermittelt und gegebenenfalls die Iteration durch Aufruf der Werkstoffroutinen fortgesetzt. Ob Gleichgewicht herrscht, wird unter anderem mit Hilfe des Restkraftvektors und der Dehnungsinkremente kontrolliert. Liegen diese innerhalb einer definierten Toleranz, wird die Iteration beendet und der nächste Lastschritt auf das System aufgebracht. Das Gleichgewicht für den neuen Lastschritt wird zunächst immer auf Basis der vorhandenen Systemsteifigkeitsmatrix bestimmt, bevor die Werkstoffroutinen wieder aufgerufen werden.



Abbildung 4.42: Inkrementelle Spannungsiteration in ABAQUS mit implementierter Unterroutine UMAT inklusive nichtlokalem Ansatz

Bei Beton kommt es nach Erreichen der Materialfestigkeit sowohl im Druck- als auch im Zugbereich zu Materialentfestigungen. Für den Druckbereich wurden die dabei auftretenden Dehnungslokalisierungen und der Verlust an objektiven Ergebnissen mit dem in Kapitel 4.2.7 beschriebenen nichtlokalen Ansatz umgangen. Zur Realisierung dieses Ansatzes im Werkstoffmodell werden die nichtlokalen Schädigungen oder Dehnungen nach jedem Inkrement berechnet und während der Iteration konstant gehalten. Eine Berechnung der nichtlokalen Schädigungen nach jedem Iterationsschritt wurde ebenfalls getestet, dies führte aber zu einer ungünstigeren Konvergenzrate.

Im ersten Lastschritt werden in der Unterroutine zunächst die Integrationspunkte gezählt und das Speichermanagement festgelegt. Im zweiten Lastschritt werden alle Integrationspunkte, die aufgrund ihres geometrischen Abstands und der Materialschädigungslänge einen gegenseitigen Einfluss haben, ermittelt und gespeichert. Somit können erst im dritten Lastschritt die nichtlokalen Schädigungen berechnet werden. Da in den ersten Lastschritten einer nichtlinearen Berechnung ohnehin kaum Schädigungen auftreten, stellt dies in der Regel kein Problem dar. Die Erfassung der Integrationspunkte in den ersten Inkrementen verkürzt die Rechenzeiten drastisch, da immer nur die Integrationspunkte miteinander verglichen werden, die tatsächlich einen gegenseitigen Einfluss haben. Das notwendige Speichermanagement wurde in der Arbeit von NIKLASCH [99], die parallel hier am Institut entstand, entwickelt. Für den Beton-Zugbereich wird ein objektives Verhalten des FE-Modells bezüglich des makroskopischen Last-Verformungs-Verhaltens mit dem Rissbandmodell (Crack Band Model) von BAZANT und OH [15] erreicht (vgl. Kapitel 4.2.1). Hierbei wird die Spannungs-Dehnungs-Beziehung im Entfestigungsbereich entsprechend modifiziert, so dass die makroskopische Last-Verformungs-Beziehung immer gleich bleibt, obwohl sich die Dehnungen dennoch immer in einer Elementebene lokalisieren. Somit stellt das Rissbandmodell keinen Lokalisierungsbegrenzer dar, der eine objektive Ermittlung der Dehnungsverteilung im Körper ermöglicht. Auch der Verbund entfestigt nach Erreichen seiner Festigkeit und die ideal plastischen Bereiche im Fließplateau bei warmgewalztem Stahl führen zu ähnlichen numerischen Problemen. Die Anwendung eines nichtlokalen Ansatzes auf alle genannten Phänomene mit zum Teil untergeordneter Relevanz auf das Gesamtverhalten würde jedoch zu hohe Rechenzeiten erfordern. Deshalb wurde in allen Werkstoffmodellen ein Ansatz nach SLUYS [135] angewendet, der den Lokalisierungseffekt abmindern kann und insbesondere die numerische Stabilität verbessert. Hierbei wird der Spannung σ und der tangentiellen Steifigkeit C im ansonsten ratenunabhängigen Werkstoffmodell ein viskoelastischer Term hinzugefügt:

$$\tilde{\sigma} = \sigma + V_c \cdot \dot{\varepsilon}, \qquad (4.71)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C} + \mathbf{V}_{c} / \Delta t \,. \tag{4.72}$$

Die Viskositätszahl V_c, wie sie unter anderem bei hochdynamischen Problemen mit Dehnrateneffekten in gleicher Weise eingesetzt wird, soll im vorliegenden Modell jedoch keinen Einfluss auf das Ergebnis ausüben, sondern lediglich die numerische Stabilität und die Objektivität des Modells verbessern. Aus diesem Grund ist die Viskositätszahl möglichst gering zu wählen, und es ist zu überprüfen, ob sie in der konkreten Anwendung nicht zu einer Verfälschung der Ergebnisse führt. Die Viskosität kann den Lokalisierungseffekt nicht so gut abmindern, wie der nichtlokale Ansatz, benötigt aber einen wesentlich geringeren Berechnungsaufwand. Somit wurde in dem vorliegenden numerischen Modell der aufwendige nichtlokale Ansatz lediglich für den Druckbereich von Beton, der bei Druckstützen von vorherrschender Bedeutung ist, gewählt und für alle anderen der Ansatz der Viskosität.

5 Verifikation des Werkstoffmodells

Nachdem in den vorigen Abschnitten der prinzipielle Aufbau des FE-Modells und die Werkstoffroutinen beschrieben wurden, soll das numerische Modell in diesem Kapitel mit Hilfe von experimentellen Ergebnissen aus Stützenversuchen verifiziert werden. Dabei handelt es sich vorwiegend um schlanke Stützen, die infolge Horizontallasten monoton bis zum Versagen, zyklisch oder biaxial belastet wurden. Neben der Qualität des entwickelten Modells soll auch auf den Einfluss verschiedener Modellparameter eingegangen werden. So wird der Einfluss der Verbundwirkung untersucht und Studien bezüglich des nichtlokalen Ansatzes, der Viskosität zur Stabilisierung der Berechnung und der Netzauflösung durchgeführt.

5.1 Schlanke Stahlbeton-Stütze

Zunächst werden die beiden Stahlbetonstützen mit den Bezeichnungen S1.0 und S1.1, die im Rahmen einer Versuchsserie von KRÄTZIG, MEYER und STANGENBERG [69] untersucht wurden, nachgerechnet. Die beiden Stützen wurden baugleich ausgeführt und weisen eine Höhe von 1,5 m und einen Querschnitt von 300x300 mm auf. Damit besitzen sie ein h/d-Verhältnis von 5,0 und können als schlank bezeichnet werden. Die Stützen bestehen aus Beton der Festigkeitsklasse B35 und kaltverformtem Bewehrungsstahl BSt 500 S. Der Versuchsaufbau und die aus Probekörpern ermittelten Materialkennwerte werden in Abbildung 5.1 aufgeführt. Die Stütze S1.0 wurde am Stützenkopf durch eine monoton ansteigende Horizontalkraft bis zum Versagen belastet und Stütze S1.1 durch eine zyklisch zunehmende Horizontalkraft ebenfalls bis zum Versagen. Als Versagenskriterium wurde von den Autoren das Ausknicken der Längsbewehrung genannt. Die Versuche wurden verformungsgesteuert gefahren, so dass die Entfestigung der Stützen erfasst werden konnte. Beide Stützen standen während der gesamten Versuchsdurchführung unter einer konstanten Vertikallast von $F_v = 300 \text{ kN}$. Diese Kraft führt zu einer Querschnittsausnutzung von ca. 10% und entspricht der Vertikallast, bei der die Stütze das größte Moment aufnehmen kann (Balance Point Force). Die statische Ausnutzung entspricht der bezogenen Normalkraft v, also dem Verhältnis aus Vertikalkraft und Tragfähigkeit:

$$v = \frac{F_v}{f_{cm} A_g}.$$
(5.1)

Dabei sind f_{cm} die mittlere Zylinderdruckfestigkeit des Betons und A_g die Querschnittsfläche.

Das FE-Modell der Stütze besteht aus 30 Elementsätzen nach Abbildung 5.1. Jeder Elementsatz umfasst ein Beton-Faserelement und acht Verbund- bzw. Stabelemente. Mit einer Stützenhöhe von 1,5 m und 30 Elementsätzen beträgt die Höhe eines Faserelements 50 mm. Die Verbundelemente erlauben Bewehrungsschlupf im Bereich der Stütze, nur die Knoten der Bewehrungselemente am Sockel werden unverschieblich gelagert. Damit wird eine vollständig starre Verankerung der Bewehrung im Sockel simuliert. Der Querschnitt des Faserelements ist in 15 x 15 Fasern unterteilt. Damit ergibt sich die Unterteilung in Betonkern und nicht umschnürten Beton entsprechend Abbildung 5.1.



Abbildung 5.1: Ausführung der Versuchsstützen S1.0 und S1.1, zugehöriges FE-Modell und Unterteilung des Stützenquerschnitts in Fasern

Das Modell sollte die Verfestigung und Entfestigung der Stütze realistisch abbilden können. Um den bei der Entfestigung auftretenden Lokalisierungseffekt der klassischen FE-Methode zu verhindern, wurden zwei Ansätze zur Lokalisierungsbegrenzung implementiert. Für Beton, Stahl und Verbund wurde eine viskoser Ansatz (VA) und für Beton im Druckbereich wurde zusätzlich ein nichtlokaler Ansatz (NA) verwendet. Es gibt zwei Bedingungen, die ein Lokalisierungsbegrenzer (LB) erfüllen muss:

- 1. Das Ergebnis im Verfestigungsbereich darf nicht beeinflusst werden.
- 2. Es sollen objektive Aussagen über das Verformungsverhalten bei Entfestigung ermöglicht werden, und Schädigungen sollen sich auf den tatsächlich geschädigten Bereich lokalisieren und nicht auf ein Elementband bzw. ein Element.



Abbildung 5.2: Einfluss der Viskosität bei lokaler (links) und nichtlokaler Betrachtung der Dehnungen (rechts) bei monotoner Belastung der Stütze S1.0

Der Einfluss der LB wird am Beispiel der monoton bis zum Versagen belasteten Stütze S1.0 in Abbildung 5.2 dargestellt. Die Simulationen wurden verformungsgesteuert durchgeführt und die Horizontalkraft F_h wurde über die horizontale Verschiebung des Stützenkopfes u_h aufgetragen. Abbildung 5.2 (links) zeigt die Ergebnisse von drei Berechnungen mit lokaler Betrachtung der Dehnungen. Die Viskositätszahl V_c wurde von 0 bis 10 variiert. Die Berechnung mit $V_c = 0$ entspricht demnach der klassischen FE-Methode ohne VA und ohne NA und zeigt bis zu einer Horizontalkraft von 90% der Traglast eine gute Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnis. Anschließend weicht das numerische Ergebnis jedoch zunehmend vom Versuch ab und kurz nach Erreichen der Entfestigungsphase kann kein numerisch stabiles Laufzeitverhalten mehr erreicht werden. Schon eine geringe Viskosität von $V_c = 5$ ermöglicht ein wesentlich stabileres Laufzeitverhalten, so dass der Entfestigungsbereich erfasst werden kann. Der Anfangsbereich der Verfestigung wird durch die Viskosität nicht beeinflusst, jedoch nimmt die Traglast mit zunehmender Viskosität zu. Der Tragwiderstand fällt direkt nach Erreichen der Höchstlast zu schnell ab, was auch mit hoher Viskosität nicht vermieden werden kann. Die Wahl der Viskosität ist willkürlich, da sie keinen physikalischen Bezug zum abzubildenden Versuch hat. Dennoch hat sie einen deutlichen Einfluss auf die Kraft-Verformungs-Beziehung im Entfestigungsbereich, so dass der VA die 2. Bedingung eines LB nicht erfüllen kann.

Abbildung 5.2 (rechts) zeigt drei Berechnungen unter nichtlokaler Betrachtung der Druckdehnungen im Beton wiederum für verschiedene Viskositätszahlen. Demnach stellt die Kurve mit $V_c = 0$ die Berechnung dar, in der die Lokalisierung lediglich mit Hilfe des NA begrenzt wird. Auf Fotos der experimentell geschädigten Stützen [69] ist

ein geschädigter Bereich von etwa 150 mm zu erkennen. Aus diesem Grund wurde dieser Wert auch für die Schädigungslänge L_d im NA verwendet. Dieser Wert entspricht auch der Schädigungslänge, die in BAZANT und OZBOLT [14] bei einem FE-Modell mit ähnlichen Abmessungen verwendet wurde. Das numerisch ermittelte Ergebnis weist eine gute Übereinstimmung mit dem Versuch über den gesamten Verformungsbereich auf. Somit erfüllt der NA beide Bedingungen eines LB. Allerdings dauert die Simulation verhältnismäßig lange, da die Gleichgewichtsiteration nur langsam konvergiert. Es hat sich gezeigt, dass zur Stabilisierung der Berechnung schon eine geringe Viskosität ausreicht, um das Konvergenzverhalten zu verbessern. Außerdem hat der VA unter Betrachtung nichtlokaler Dehnungen kaum mehr einen Einfluss auf das Ergebnis. Somit zeigt die Kombination aus VA und NA die besten Resultate mit guter Stabilität der numerischen Berechnung.

Das Ergebnis sollte unter Einhaltung einer bestimmten Mindestnetzfeinheit unabhängig von der gewählten Anzahl an Elementen sein. Abbildung 5.3 zeigt die numerisch ermittelten Ergebnisse mit lokaler und nichtlokaler Betrachtung der Dehnungen für verschiedene Netzauflösungen, wobei immer eine Viskosität von 10 verwendet wird. Wie zu erkennen ist, haben die gewählten Netzauflösungen von 5 bis 30 Elementen vor Erreichen der Traglast keinen Einfluss auf das Ergebnis. Diese Wahl entspricht einer Elementgröße von 50 mm bei 30 Elementen und 300 mm bei 5 Elementen.

Nach Erreichen der Traglast zeigt die Netzauflösung bei lokaler Betrachtungsweise jedoch einen deutlichen Einfluss auf die Entfestigung. Je mehr Elemente verwendet werden, desto steiler ist der Traglastabfall. Dies liegt daran, dass sich die Dehnungen und damit die Schädigungen immer in einem Element lokalisieren und alle anderen Elemente entlasten. Entspricht die Elementgröße der Größe des zu erwartenden Schädigungsbereichs, stimmt das Ergebnis zufällig mit dem Versuch überein. Folglich zeigt die Simulation mit 10 Elementen – also einer Elementgröße von 150 mm – eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment. Bei der nichtlokalen Berechnung zeigen schon die Modelle ab 10 Elementen eine einheitlich gute Übereinstimmung mit dem Experiment über den gesamten Kurvenverlauf. Die Berechnung mit weniger als 10 Elementen weicht hingegen vom Experiment mit zu geringem Traglastabfall im Entfestigungsbereich ab. Hier kann der nichtlokale Ansatz das Ergebnis nicht mehr beeinflussen, da die Elemente größer sind als die Schädigungslänge L_d und folglich keine Verteilung der Dehnungen mehr stattfindet.



Abbildung 5.3: Einfluss der Netzfeinheit mit n Elementen mit lokaler (links) und nichtlokaler Betrachtungsweise der Dehnungen (rechts)

Der in den Kraft-Verschiebungs-Beziehungen festgestellte Einfluss der Netzauflösung spiegelt sich auch in den Dehnungs-Konturdiagrammen nach Abbildung 5.5 wider. Die Diagramme stellen die Dehnungsverteilung in der Stütze nach einer monotonen Verschiebung des Stützenkopfes von 120 mm dar. In den Diagrammen sind Bereiche mit positiven Dehnungen dunkel und Bereiche mit negativen Dehnungen hell dargestellt. Die Farbskala wurde zur besseren Darstellung nicht über den gesamten Verlauf linear und nicht für jedes Konturdiagramm einheitlich gewählt. So ist der Farbverlauf zwischen den Dehnungen -0,01 und 0,01 linear und in allen Diagrammen identisch, jenseits dieser Dehnungen reicht die Skala jedoch bis zu den in den einzelnen Diagrammen angegebenen minimalen bzw. maximalen Werten. Die minimalen bzw. maximalen Werte treten jeweils im unteren Bereich der Stütze auf. Die oberen Diagramme in Abbildung 5.5 wurden mit dem NA berechnet und weisen unabhängig von der Netzauflösung fast identische Dehnungsverteilungen auf. Der Bereich, in dem die betragsmäßig größten Dehnungen auftreten, ist zu beiden Seiten in etwa gleich groß. Die Werte der minimalen und maximalen Dehnungen wachsen mit zunehmender Netzauflösung nur leicht an. Diese Zunahme begründet sich in den nach unten zunehmenden Momenten in der Stütze, so dass bei kleineren Elementen die über die Elementhöhe gemittelte Dehnung weiter unten ausgewertet wird (vgl. Abbildung 5.4). Dagegen zeigen die Diagramme in Abbildung 5.5 (unten), die ohne NA berechnet wurden, einen deutlichen Einfluss der Netzfeinheit. Der Bereich großer Dehnungen konzentriert sich immer nur auf das unterste Element. Insbesondere sind hiervon die negativen Druckdehnungen betroffen, deren maximaler Betrag deutlich von der Elementgröße abhängt. Gut zu erkennen ist, dass die Dehnungen schon in dem Element direkt über dem untersten Element deutlich abfallen.



Abbildung 5.4: Einfluss der Elementgröße auf die Momente bzw. Dehnungen



Abbildung 5.5: Konturdiagramme der Dehnungsverteilung im Vertikalschnitt der Stütze S1.0 nach monotoner Belastung mit n Elementen bei nichtlokaler (oben) und lokaler Dehnungsbetrachtung (unten)

Abbildung 5.6 zeigt einen Vergleich zwischen geometrisch linearer und nichtlinearer Berechnung am Beispiel der Stütze S1.0. Die Stütze wurde mit 30 Elementsätzen diskretisiert, die Viskosität beträgt 10 und der NA wurde eingesetzt. Die geometrisch nichtlineare Berechnung weist über den gesamten Bereich von Belastungsbeginn bis zur Entfestigung eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment auf. Während der Tragwiderstand fast genau übereinstimmt, wird die Verschiebung bei maximaler Horizontalkraft leicht unterschätzt. Neben Ungenauigkeiten im Modell kann hierbei auch die Steifigkeit der Versuchseinrichtung, speziell die Verankerung der Stütze, einen Einfluss haben. Deutlich zu erkennen ist der Einfluss einer geometrischen Linearisierung. Unter Vernachlässigung der Zusatzmomente infolge der Stützenverformung (P- Δ -Effekt) wird die Traglast deutlich überschätzt. Naturgemäß wächst der Fehler mit zunehmender Kopfverschiebung, da die vernachlässigten Zusatzmomente auch mit der Verformung zunehmen. Dadurch fällt der scheinbare Tragwiderstand der Stütze bei Entfestigung langsamer ab als bei geometrisch nichtlinearer Berechnung.



Abbildung 5.6: Horizontalkraft-Verschiebungs-Beziehung der Stütze S1.0 bei geometrisch linearer und nichtlinearer Simulation

In Abbildung 5.7 ist das experimentelle und das numerische Ergebnis des zyklischen Versuchs S1.1 zu sehen. Das Modell weist auch bei zyklischer Belastung ein numerisch stabiles Laufzeitverhalten bis weit in den Entfestigungsbereich auf und kann das Experiment gut reproduzieren. Die maximale Traglast wird in beide Belastungsrichtungen gut abgebildet und die Einschnürung der Hysteresen um den Ursprung (Pinching-Effekt) stimmen aufgrund abnehmender Steifigkeit der Wiederbelastungszyklen gut überein. Analog zur monotonen Belastung wird auch hier die Kopfverschiebung bei maximaler Horizontallast leicht unterschätzt und die Steifigkeit der Entlastung bei großen Verformungszyklen überschätzt. Dementsprechend werden auch die plastischen Restverformungen bei großen Verformungszyklen überschätzt. Auch hier kommt neben Ungenauigkeiten im Modell eine nachgiebige Verankerung der Stütze als Ursache für diese Effekte in Frage. Diese Abweichung zeigen zahlreiche Modelle wie das von MONTI und SPACONE [93], CHEN [24] und RANZO und PETRANGELI [114] bei der Nachrechnung von Experimenten, obwohl die Spannungs-Dehnungs-Linien der beteiligten Werkstoffe für sich genommen sehr gut mit Experimenten übereinstimmen. Zum Vergleich wurde die zyklische Berechnung noch einmal ohne Verbundelemente, also mit starrem Verbund durchgeführt. Insgesamt ist der Unterschied zwar gering, an den Nulldurchgängen (vgl. Pfeile in Abbildung 5.7) zeigt sich aber dennoch eine Zunahme der bereits bei nachgiebigem Verbund eingetretenen Überschätzung der plastischen Restverformungen.



Abbildung 5.7: Experimentell (links) und numerisch ermittelte Last-Verschiebungs-Beziehung (rechts) bei zyklischer Belastung der Stütze S1.1 mit nachgiebigem und starrem Verbund

Um den Einfluss der nachgiebigen Einspannung abzuschätzen, wurde ein FE-Modell erstellt, in dem die Bewehrungselemente am Übergang der Stütze zum Fundament nicht enden, sondern um die im Experiment vorhandene Verankerungslänge weiterlaufen. Im Verankerungsbereich werden sie über Verbundelemente mit dem festen Untergrund verbunden. So kann der Schlupf der Längsstäbe schon im Verankerungsbereich unterhalb der Stütze berücksichtigt werden. In Abbildung 5.8 sind das modifizierte Modell und die numerisch ermittelten zyklischen Kraft-Verformungs-Beziehungen einmal mit nachgiebiger und einmal mit starrer Verankerung dargestellt. Eine genauere Auswertung der Berechnungen hat ergeben, dass der Bewehrungsschlupf am Stützenfuß 0,5 mm beträgt und bis zum unteren Ende der Verankerung auf unter 0,05 mm abfällt. Der Unterschied in der Kraft-Verschiebungs-Beziehung zeigt sich in einer geringeren Steifigkeit bis zum Maximum und einer geringeren Steifigkeit der Entlastungszyklen. Dadurch sind die plastischen Restverformungen nach vollständiger Entlastung geringer als bei der festen Einspannung und stimmen besser mit dem experimentellen Ergebnis überein. Dennoch kann das zyklische Verhalten nicht ganz reproduziert werden. Um diese Abweichung besser erklären zu können, sollten Stützenversuche durchgeführt werden, bei denen die Spannungs- und Dehnungsverteilung im Schädigungsbereich in räumlich engem Raster verfolgt wird und eine unvermeidbare Verschiebung bzw. Verdrehung der Stütze an der Einspannung messtechnisch erfasst wird.



Abbildung 5.8: Einfluss einer nachgiebigen Verankerung der Längsbewehrung im Auflager auf die numerisch ermittelte Kraft-Verschiebungs-Beziehung von Stütze S1.1

5.2 Stahlbeton-Stütze unter biaxialer Belastung

Im folgenden wird untersucht, wie sich das Modell bei einer räumlichen Belastung verhält. Hierzu werden zwei Versuche von BOUSIAS et al. [20] nachgerechnet, bei denen schlanke Stützen biaxial, zyklisch belastet wurden. Abbildung 5.9 zeigt die Ausführung der betrachteten baugleichen Stützen S7 und S8 sowie die Versuchskennwerte. Mit einer Höhe von 1,5 m und einer Kantenlänge von 250 mm ergibt sich ein h/d-Verhältnis von 6,0, so dass auch diese Stützen als schlank eingestuft werden können. In beiden Versuchen wurde eine konstante Vertikallast aufgebracht, die zu einer statischen Ausnutzung von 12% bei der Stütze S7 und 11% bei der Stütze S8 führt. Das FE-Modell unterscheidet sich abgesehen von den Querschnittsabmessungen nicht von dem Modell mit 30 Elementsätzen des vorigen Abschnitts. Die ca. 450 mm lange Verankerung der Längsbewehrung im Sockel wurde wieder mit Verbundelementen berücksichtigt.



Abbildung 5.9: Ausführung der Versuchsstütze S7 und S8 mit den zugehörigen Versuchskennwerten nach BOUSIAS et al. [20]

In Abbildung 5.10 sind die biaxialen Verschiebungspfade des Stützenkopfes von Versuch S7 und S8 in der Draufsicht dargestellt. In Versuch S7 wird der Stützenkopf zunächst um 40 mm in x-Richtung verschoben, um anschließend ein horizontales Quadrat, das symmetrisch zum Ursprung liegt und eine halbe Kantenlänge von 40 mm aufweist, abzufahren. Im Anschluss wird die zu Beginn des Versuchs in x-Richtung aufgebrachte Verschiebungsamplitude sukzessive auf 60, 80 und 100 mm erhöht, wobei zu jeder erhöhten Auslenkung ein Quadrat mit den entsprechenden Kantenlängen abgefahren wird. Im Gegensatz zu den expandierenden Zyklen im

Versuch S7 wird der Stützenkopf im Versuch S8 direkt auf den Höchstbetrag von 80 mm verschoben, um wieder ein Quadrat mit entsprechender Kantenlänge abzufahren. Anschließend wird die Verschiebung sukzessive auf 60 und 40 mm verringert und jedes Mal ein Quadrat mit entsprechend kleineren Abmessungen abgefahren. Zum besseren Verständnis wurden die aufeinander folgenden Verschiebungsstufen in Abbildung 5.10 durchnummeriert.



Abbildung 5.10: Stützenkopf-Verschiebungspfad in Versuch S7 mit expandierenden Zyklen (links) und S8 mit kontrahierenden Zyklen (rechts)

Die experimentell und numerisch ermittelten Ergebnisse der beiden Versuche sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Es ist jeweils die Horizontalkraft in y-Richtung über die Horizontalkraft in x-Richtung aufgetragen. Im oberen, linken Diagramm ist das experimentelle Ergebnis von Versuch S7 dargestellt und darunter zum Vergleich das Ergebnis der numerischen Simulation. Die Gerade vom Ursprung bis zur maximalen Horizontalkraft in x-Richtung stellt die monotone einaxiale Belastung bis zu einer Kopfverschiebung von 40 mm dar. Diese wird in der numerischen Simulation leicht überschätzt, im weiteren Verlauf kann jedoch eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment erreicht werden. Obwohl die Verschiebungsamplituden mit zunehmender Kantenlänge der quadratischen Verschiebungspfade sukzessive anwachsen, liegen alle weiteren Lastpfade in guter Übereinstimmung zwischen Experiment und Berechnung nahezu übereinander. In den beiden rechten Diagrammen ist das experimentelle und das numerische Ergebnis von Versuch S8 dargestellt. Auch hier zeigt sich eine leichte Überschätzung des Tragwiderstands bei der zu Beginn aufgebrachten Kopfverschiebung von 80 mm in x-Richtung. Für den ersten Lastzyklus zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation. Im Experiment bilden

die darauf folgenden Verschiebungszyklen gleichmäßig abnehmende Lastquadrate. In der Simulation fällt die Last nach der ersten Entlastung etwas zu stark ab, dafür nimmt der Tragwiderstand in den darauf folgenden Entlastungszyklen etwas zu langsam ab. Dieser Effekt konnte schon bei dem einaxialen zyklischen Test S1.1 beobachtet werden, bei dem die Entlastung direkt nach der Lastumkehr etwas zu steif ausfällt, entsprechend frühzeitig abknickt und daraufhin zu flach verläuft. Auch hier kommen wieder verschiedene Ursachen in Frage wie Ungenauigkeiten im Werkstoffmodell oder eine zu geringe Steifigkeit der Versuchseinrichtung. Insgesamt kann die räumliche Belastung der Stütze aber ausreichend gut abgebildet werden, so dass eine Anwendung des Modells auf eine räumliche Erdbebenanregung möglich ist.



Abbildung 5.11: Lastpfade der biaxialen Stützenversuche S7 (a) und S8 (b) und die numerisch ermittelten Ergebnisse für S7 (c) und S8 (d)

5.3 Gedrungene Stahlbeton-Stütze

In diesem Abschnitt wird die Aussagekraft das Modells bezüglich gedrungener Stützen untersucht. Hierfür wurden zyklische Versuche an zwei baugleichen Stützen von OZCEBE und SAATCIOGLU [103] herangezogen. Die Stützen U3 und U4 sind 0,9 m hoch und besitzen einen quadratischem Querschnitt mit einer Kantenlänge von 350 mm. Damit weisen sie ein h/d-Verhältnis von knapp 2,6 auf, so dass nach der klassischen Balkentheorie Querverformungen nicht mehr vernachlässigt werden sollten. Die Stützenausführung und die Versuchskennwerte können Abbildung 5.12 entnommen werde. Während die Stütze U3 mit einer sehr hohen Vertikallast von 2700 kN belastet wird, was einer statischen Ausnutzung von 63% entspricht, wird die Stütze U4 nur mit 600 kN belastet, also einer statischen Ausnutzung von 15%.



Abbildung 5.12: Ausführung der Versuchsstützen U3 und U4

Die Stütze wurde mit 18 Elementsätzen diskretisiert. Abbildung 5.13 zeigt die Last-Verformungs-Beziehung von Versuch U4 aus dem Experiment und der Simulation. Obwohl das numerische Modell Querverformungen nur linear elastisch abbildet und keine Interaktion zwischen Normal- und Querkraft berücksichtigt, können die experimentellen Ergebnisse relativ gut abgebildet werden. Nur die Traglast und die Steifigkeit bei Erstbelastung werden etwas überschätzt. Ursache hierfür ist die Abweichung der tatsächlichen Hauptdehnungsrichtungen von der Richtung der Dehnungen, die für die Werkstoffroutinen zur Verfügung gestellt werden. Den Werkstoffroutinen wird nur die betragsmäßig kleinere Dehnungskomponente parallel zur Balkenachse übergeben, so dass die Schädigungen unterschätzt werden. Die Steifigkeit der Entlastung wird analog zu den schlanken Stützen überschätzt. Dadurch schließt die Hysterese eine zu große Fläche ein, und die Energiedissipation wird überschätzt. Somit kann das Modell zwar auch bei gedrungenen Stützen für eine erste Näherung herangezogen werden, es sollte jedoch berücksichtigt werden, dass die Ergebnisse auf der unsicheren Seite liegend abweichen.



Abbildung 5.13: Experimentell (links) und numerisch (rechts) ermittelte Kraft-Verschiebungs-Beziehung der Stütze U4 mit geringer Vertikallast

Die Stütze U3 mit hoher Vertikallast zeigt im Versuch ein frühzeitiges Versagen. Die experimentell ermittelten Hysteresezyklen bleiben bis 25 mm Kopfverschiebung noch stabil, zeigen aber bereits bei Kopfverschiebungen von 50 mm ein instabiles Verhalten mit deutlich abfallender Traglast bei konstanten Zyklen. Bei einer Kopfverschiebung von 75 mm geht der Tragwiderstand beim zweiten Zyklus fast vollständig verloren. Bei der numerischen Berechnung werden die Hysteresen schon bei einer Kopfverschiebung von 25 mm instabil. Somit wird einerseits die Energiedissipation bei den gedrungenen Stützen überschätzt und andererseits die Duktilität unterschätzt.



Abbildung 5.14: Experimentell (links) und numerisch (rechts) ermittelte Kraft-Verschiebungs-Beziehung der Stütze U3 mit hoher Vertikallast

6 Anwendung des Werkstoffmodells

In diesem Kapitel wird das Erdbebenverhalten typischer Brückenpfeiler mit dem entwickelten Modell untersucht. Im ersten Abschnitt wird eine experimentelle Untersuchung an den Doppelpfeilern der Oakland Bay Bridge bezüglich Erdbebensicherheit nachgerechnet. Die Experimente wurden an der University of California San Diego an einem Versuchskörper im Maßstab 1:4 durchgeführt (DAZIO und SEIBLE [31]). Das besondere an diesen Pfeilern ist, dass sie infolge Rahmenwirkung während einer zyklischen Horizontalbelastung zusätzlich abwechselnd unter Druck und unter Zug stehen. Mit Hilfe quasi-statischer Simulationen wird der Einfluss einer Vorspannung mit Spanngliedern auf das zyklische Verformungsverhalten dieser Pfeiler untersucht.

Anschließend erfolgt eine realitätsnahe Anwendung, bei der eine Balkenbrücke mit Festlagern an den Pfeilern unter Erdbebeneinwirkungen untersucht wird. Hierbei wird außer den Pfeilern auch der Überbau, soweit er für das Erdbebenverhalten maßgeblich ist, im Modell berücksichtigt. Der schon im ersten Abschnitt mit Hilfe quasistatischer Berechnungen untersuchte Einfluss einer Vorspannung in den Pfeilern wird in einer Parameterstudie mit Erdbebensimulationen genauer überprüft. Für die dynamischen Anregungen wurde ein Erdbebenzeitverlauf künstlich generiert.

Im letzten Abschnitt wird das Hyogoken-Nanbu-Erdbeben in Kobe (Japan) von 1995 an Teilen des Hanshin-Expressways simuliert. Als Erdbebenanregung wird eine Registrierung des Kobe-Erdbebens nahe des Expressways eingesetzt. Es wird gezeigt, dass sowohl das tatsächlich aufgetretene Versagen der schlanken Pfeiler aufgrund konstruktiver Mängel als auch das Schubversagen der gedrungenen Pfeiler mit dem Modell vorhergesagt werden kann.

6.1 Pfeiler der San Francisco-Oakland Bay Bridge

Mit Hilfe quasi-statischer Simulationen wird der Einfluss der statischen Ausnutzung infolge axialer Normalkraftkraft auf das zyklische Verformungsverhalten von Stahlbetonpfeilern untersucht. Hierzu wird ein Experiment von DAZIO und SEIBLE [32] herangezogen, in dem ein Doppelpfeiler der San Francisco-Oakland Bay Bridge im Maßstab 1:4 nachgebaut und zyklisch bis in den Schädigungsbereich hinein belastet wurde. Das System besteht aus zwei Einzelpfeilern, mit einer Höhe von 44 m beim realen Bauwerk bzw. 11 m beim Versuchskörper. Die Querträger der Oakland Bay Bridge werden von vier dieser Doppelpfeiler getragen, wobei jeweils zwei zu beiden Seiten der Fahrbahn angeordnet sind. Die Pfeiler sind monolithisch mit dem Querträger und der Fundamentplatte verbunden. Bei lateraler Anregung der Brücke, wirkt infolge Rahmenwirkung je nach Richtung der Horizontalverschiebung des Querträgers abwechselnd Zug oder Druck in den Pfeilern. Diese Rahmenwirkung mit wechselnder Normalkraftbelastung in den Pfeilern wird im Modell durch einen Lastrahmen nach Abbildung 6.1 realisiert, bei dem die Hydraulikpressen für die horizontale Anregung des Systems vertikal um 2,6 m versetzt angebracht sind.

Durch die Einspannung der Pfeiler im Sockel und am Lastrahmen halbiert sich die Knicklänge gegenüber der lichten Pfeilerhöhe. Damit besitzen die Pfeiler ein effektives h/d-Verhältnis von 6,3 und gelten als schlank. Das System wurde während der zyklischen Horizontalbelastung mit einer konstanten Vertikalkraft von 4 MN belastet. Die Vertikalkraft von 2 MN pro Pfeiler entspricht einer statischen Ausnutzung von lediglich 4,5%.



Abbildung 6.1: Versuchsaufbau eines Doppelpfeilers der Oakland Bay Bridge im Maßstab 1:4 nach DAZIO und SEIBLE [32] (links) und Modell (rechts) Die Vertikalkraft wurde über Hydraulikpressen aufgebracht, die oben am Lastrahmen und unten am Testfeld gelenkig angeschlossen wurden. Sobald sich der Lastrahmen relativ zum Sockel horizontal verschiebt, stellt sich in den Hydraulikpressen in etwa die gleiche Neigung ein, die sich auch in den Pfeilern einstellt. Somit entstehen keine Abtriebskräfte, da sich die Horizontalkraftkomponenten der Pfeiler und der Hydraulikpressen aufheben. Um diese Systemeigenschaft zu berücksichtigen, wurden die numerischen Simulationen geometrisch linear durchgeführt.

Aus architektonischen Gründen wurden die Pfeiler mit einer fünfeckigen Sichtblende aus konstruktiv bewehrtem Beton ummantelt, die im Modell jedoch nicht berücksichtigt wird. Die 11 m hohen Pfeiler werden durch je 110 Elementsätze diskretisiert, so dass sich eine Elementhöhe von 100 mm ergibt. Im Modell sind immer zwei Bewehrungsstäbe zu einem Bewehrungs- bzw. Verbundelement zusammengefasst. Mit normalfesten Stahl und hochfestem Beton wird nur ein geringer Schlupf an der Bewehrungsverankerung im Sockel auftreten. Deshalb sind die Knoten der Bewehrungselemente am Sockel unverschieblich gelagert.

Es wurden verschiedene Simulationen nach Tabelle 6.1 zum Teil am Doppelpfeiler mit Rahmenwirkung und zum Teil am Einzelpfeiler ohne Rahmenwirkung durchgeführt. Am Einzelpfeiler wurde der Einfluss der Auflast und der Einfluss einer Vorspannung mit und ohne Verbund untersucht. Die statische Ausnutzung nach Tabelle 6.1 ergibt sich aus der Summe von Auflast und Vorspannung.

Bezeichnung	System	Vorspannung		Auflast	Statische Aus-
		[MN]	Verbund	[MN]	nutzung [%]
DP	Doppelpfeiler	keine Spannglieder		2,0 pro Pfeiler	4,5
EP1	Einzelpfeiler	keine Spannglieder		2,0	4,5
EP2	Einzelpfeiler	keine Spannglieder		5,75	12,8
EPiV1	Einzelpfeiler	0,0	im Verbund	2,0	4,5
EPiV2	Einzelpfeiler	3,75	im Verbund	2,0	12,8
EPoV1	Einzelpfeiler	0,0	ohne Verbund	2,0	4,5
EPoV2	Einzelpfeiler	3,75	ohne Verbund	2,0	12,8

Tabelle 6.1: Übersicht der Simulationen an den Pfeilern der Oakland Bay Bridge



Abbildung 6.2: Experimentell (links) ermittelte Horizontalkraft-Verschiebungs-Beziehung des Doppelpfeilers im Vergleich zur DP-Simulation (rechts)

In Abbildung 6.2 wird das numerisch ermittelte Ergebnis der zyklischen Horizontalbelastung am Doppelpfeiler mit dem Experiment verglichen. Sowohl die Einhüllende der einzelnen Zyklen als auch die Steifigkeit der Ent- und Wiederbelastungszyklen können sehr gut abgebildet werden. Die plastischen Restverformungen werden in beiden Richtungen fast exakt vorhergesagt. Nur der Pinching-Effekt ist bei den maximalen Verschiebungszyklen etwas zu stark ausgeprägt. Eine Auswertung der Verformungs-Hysterese mit der ³/₄ Regel nach Kapitel 2.2.1 ergibt eine elastische Verschiebung von $\Delta_{el} = 0,17$ m. Mit einer Gesamtverschiebung von $\Delta_u = 0,84$ m erhält man eine hohe Duktilität von $\mu_{\Lambda} = 5,2$ für den Doppelpfeiler.



Abbildung 6.3: Vertikalkraft- (links) und Horizontalkraft-Verschiebungs-Beziehung (rechts) am herausgeschnittenen Einzelpfeiler der DP-Simulation

In Abbildung 6.3 (links) ist die Vertikalkraft eines herausgeschnittenen Pfeilers der DP-Simulation über die horizontale Kopfverschiebung aufgetragen. Die Vertikalkraft aus Rahmenwirkung wird von der konstanten Auflast von 2 MN pro Pfeiler überlagert. Dadurch wirkt im einzelnen Pfeiler abwechselnd eine Druckkraft von maximal 5,75 MN und eine Zugkraft von maximal 1,75 MN. Aus Gründen der Symmetrie wirken im gegenüberliegenden Pfeiler die gleichen Normalkräfte nur in umgekehrter Reihenfolge.

Die Horizontalkraft-Verschiebungs-Beziehung des einzelnen Pfeilers aus der DP-Simulation ist in Abbildung 6.3 (rechts) dargestellt. Die maximale Horizontalkraft im einzelnen Pfeiler beträgt 0,9 MN, während er unter Druck steht, aber nur 0,5 MN bei gleicher Verschiebungsamplitude, während er unter Zug steht. Der Bereich in dem der Pfeiler unter Zug steht, ist in beiden Diagrammen grau hinterlegt. Da die beiden Pfeiler immer im Wechsel unter Zug bzw. unter Druck stehen, ergibt die Überlagerung der Horizontalkraft beider Pfeiler dennoch eine symmetrische Hysterese nach Abbildung 6.2. Obwohl die Vertikalkomponente eines Erdbebens meist geringe Kräfte verursacht und deshalb vernachlässigt wird, kann sie, wie die Ergebnisse zeigen, zu einer ungünstigen Abminderung der Traglast führen. Dies ist besonders kritisch, da die statische Ausnutzung von Brückenpfeilern ohnehin meist gering ist.

Nun wird am Einzelpfeiler ohne Rahmenwirkung untersucht, wie sich eine konstante Vertikalkraft auf den Tragwiderstand und die Duktilität auswirkt. In einer ersten Simulation EP1 wird eine statische Auflast von 2,0 MN gewählt, die der statischen Auflast der DP-Simulation pro Pfeiler entspricht. In einer zweiten Simulation EP2 wird eine statische Auflast von 5,75 MN gewählt, die der maximal aufgetretenen Vertikallast der DP-Simulation entspricht. Dabei wird wieder die gleiche horizontale Verformungsgeschichte aufgebracht. Die EP1-Simulation ergibt eine Traglast von 0,72 MN und die EP2-Simulation eine 15% höhere Traglast von 0,83 MN (vgl. Abbildung 6.4). Allerdings wird durch die höhere Auflast die Duktilität verringert. Nach dem vierten Lastzyklus und einer horizontalen Kopfverschiebung von 560 mm fällt die Traglast deutlich ab, während sie bei der Simulation mit der geringen Auflast auch im letzten Verschiebezyklus von 840 mm noch nicht abfällt. Vor Erreichen der Traglast wird der Pinching-Effekt durch die höhere Auflast deutlich verstärkt, während er nach Erreichen der Traglast so stark abnimmt, dass er die EP1-Simulation unterschreitet.



Abbildung 6.4: Horizontalkraft-Verschiebungs-Beziehung am Einzelpfeiler für eine Auflast von 2 MN (links, EP1) und 5,75 MN (rechts, EP2)

Außerdem zeigt die Auflast eine Auswirkung auf die plastischen Restverformungen. Um dies besser erkennen zu können, sind in Abbildung 6.5 lediglich die Entlastungszyklen der beiden Hysteresen als Ausschnittsvergrößerung von Abbildung 6.4 dargestellt. Man erkennt, dass die plastischen Restverformungen durch die erhöhte Auflast in den ersten vier Verformungszyklen abgemindert werden, wobei die größte Abminderung von 35% im ersten Zyklus und die geringste Abminderung von 17% im vierten Zyklus auftritt. Nach Erreichen der Traglast nehmen die plastischen Restverformungen in der EP2-Simulation so stark zu, dass sie die plastischen Verformungen der entsprechenden Entlastungszyklen der EP1-Simulation überschreiten. Somit hat die erhöhte Auflast im Pfeiler das Verformungsverhalten nur bis zum Erreichen der Traglast verbessert.



Abbildung 6.5: Vergleich der Entlastungszyklen der EP1- und EP2-Simulation als Ausschnittsvergrößerung der Diagramme aus Abbildung 6.4


Abbildung 6.6: Summe aus elastischer und dissipierter Verformungsenergie im Einzelpfeiler für die zyklische EP1- und EP2-Simulation

Um Erdbebenkräfte abzumindern, sollte ein Brückenpfeiler während der Verformung möglichst viel Energie dissipieren, d.h. die Kraft-Verformungs-Hysterese sollte eine möglichst große Fläche umschließen. Da die Traglast, die Duktilität und der Pinching-Effekt Einfluss auf die umschlossene Fläche nehmen, wurde für eine quantitative Abschätzung der Energiedissipation in den beiden Simulationen EP1 und EP2 die Horizontalkraft über die Pfeilerverformung integriert. In Abbildung 6.6 sind die Integrale über die Pfeilerverformung aufgetragen. Da die Kurven auch den elastischen Anteil der Verformungsenergie beinhalten, steigen sie nicht monoton an, sondern fallen nach jeder Verformungsumkehr geringfügig ab. Trotz geringerer Duktilität und stärker ausgeprägtem Pinching-Effekt beim Pfeiler der EP2-Simulation kann dieser mehr Energie dissipieren. Während der Pfeiler mit der hohen Auflast bis zum letzten Zyklus, in dem er seine Ausgangslage wieder erreicht, 3,35 MNm durch plastische Verformung dissipiert, werden beim Pfeiler mit geringerer Auflast nur 2,85 MNm dissipiert. Offensichtlich überwiegt in diesem Beispiel der Effekt der Traglast gegenüber der Duktilität und dem Pinching-Effekt.

Die statische Ausnutzung eines Brückenpfeilers wird durch das Gewicht des Überbaus und durch seine Querschnittsabmessungen bestimmt und kann deshalb oft nicht frei gewählt werden. Außerdem kann die Auflast aufgrund der vertikalen Erdbebenkomponente nicht als konstant wirkend angenommen werden. Um dennoch eine frei wählbare Drucklast im Querschnitt zu erreichen, kann der Pfeiler durch Spannglieder vorgespannt werden. Zunächst wurde das Verformungsverhalten des Pfeilers mit Spanngliedern im Verbund untersucht. Dazu wurde eine Simulation EPiV1 am Einzelpfeiler mit schlaff eingelegtem Spannglied und eine Simulation EPiV2 mit einem auf 3,75 MN vorgespannten Spannglied gleichen Querschnitts durchgeführt. Mit einer zusätzlichen Auflast von 2,0 MN ergibt dies die gleichen statischen Ausnutzungsgrade wie in den EP1- und EP2-Simulationen. Der Spannglied-Querschnitt wurde so gewählt, dass er während der gesamten zyklischen Belastung im elastischen Bereich bleibt, da sonst die Vorspannung durch Plastifizierung verloren geht. Zur Ermittlung des Spannstahl-Querschnitts war eine iterative Berechnung durchzuführen, die einen Querschnitt von 9,73x10³ mm² ergeben hat. Die Querschnittsfläche wird im Modell auf 10 Spannglieder verteilt, die zentrisch in der Stütze angeordnet und analog zur schlaffen Bewehrung über Verbundelemente an die Faserelemente angeschlossen sind.

Bei Spanngliedern im Verbund können sich lokale Dehnungsspitzen nicht über die Spanngliedlänge verteilen, so dass Spitzenwerte von 6 MN im Spannglied bei der EPiV1-Simulation und 8 MN bei der EPiV2-Simulation aufgetreten sind. Die hohen Spannglied-Kräfte führen zu einem frühzeitigen Versagen der Betondruckzone und damit zu einem induktilen Verformungsverhalten, wie in Abbildung 6.7 zu sehen ist. Da jedoch die horizontale Traglast in beiden Simulationen deutlich gesteigert wird, liegt die Energiedissipation bei der EPiV1-Simulation mit 3,05 MNm und der EPiV2-Simulation mit 3,25 MNm in der gleichen Größenordnung wie bei den Pfeilern ohne Spannglieder. Aufgrund der geringen Duktilität ist der Einsatz von Spanngliedern im Verbund bei Pfeilern für den Erdbebenlastfall jedoch bedenklich.



Abbildung 6.7: Vergleich zwischen Pfeilern mit Spanngliedern im Verbund und Pfeilern mit vergleichbarer Auflast ohne Spannglieder

Statt Spannglieder im Verbund, können auch Spannglieder ohne Verbund in Hüllrohren oder außerhalb des Querschnitts angeordnet werden. So wurden beispielsweise bei der Oakland Bay Bridge externe Spannglieder an den Pfeilern angebracht, um unter anderem die Zuglasten aus dem Tragseil der Hängeseilkonstruktion abzuleiten. Zur Untersuchung des Pfeilerverhaltens mit Spanngliedern ohne Verbund wurde wieder eine Simulation EPoV1 mit schlaff eingelegtem Spannglied und eine Simulation EPoV2 mit einer Verspannung von 3,75 MN durchgeführt. Die Spannglieder sind wieder zentrisch im Pfeiler angeordnet.

Bei Spanngliedern ohne Verbund, können sich die Dehnungen bei Rissbildung im Beton über die gesamte Spanngliedlänge verteilen, so dass keine lokal begrenzten Spannungsspitzen entstehen. Somit fallen die Zugkräfte im Vergleich zum Spannglied im Verbund deutlich geringer aus und zur Gewährleistung eines elastischen Verhaltens des Spannglieds konnte der Querschnitt um fast 50% auf 4,48x10³ mm² reduziert werden. Während der zyklischen Belastung entstanden im nicht vorgespannten Spannglied maximale Zugkräfte von 1,6 MN und im vorgespannten von 4,2 MN. Der Vergleich dieser Simulationen mit den Simulationen ohne Spannglieder zeigt, dass die Kurven zunächst fast identisch sind (Abbildung 6.8). Erst bei großen Verformungsamplituden, bei denen die Kräfte in den Spanngliedern zunehmend anwachsen, können geringe Unterschiede festgestellt werden. Somit ist der Duktilitätsabfall bei Verwendung von Spanngliedern ohne Verbund deutlich geringer als bei Spanngliedern im Verbund. Die plastische Verformungsenergie beträgt bei der EPoV1-Simulation 2,95 MNm und bei der EPoV2–Simulation 3,3 MNm und entspricht damit auch in etwa den Werten der Stützen ohne Spannglieder.



Abbildung 6.8: Vergleich zwischen Pfeilern mit Spanngliedern ohne Verbund und Pfeilern mit vergleichbarer Auflast ohne Spannglieder

In Tabelle Tabelle 6.2 sind die Simulationsergebnisse noch mal zusammengefasst, wobei der Vergleich der Ergebnisse insbesondere folgendes ergibt:

- Generell ist die horizontale Traglast F_{h,max} bei den Simulationen mit hoher statischer Ausnutzung um 15 bis 30% größer.
- Die Energiedissipation fällt bei allen Simulationen ähnlich aus und kann somit nicht als Indikator für das Erdbebenverhalten herangezogen werden.
- Die Duktilität ist bei hoher statischer Ausnutzung immer deutlich geringer.
- Da die Kräfte in Spanngliedern im Verbund bei Biegung des Pfeilers deutlich zunehmen, fällt die Duktilität unabhängig von der gewählten Vorspannung stark ab.
- Die Druckkraft kann mit Spanngliedern ohne Verbund frei gewählt werden und entspricht fast einer statischen Auflast.

Eine prinzipielle Aussage, welche statische Auflast optimal ist, kann aus dieser Untersuchung jedoch nicht hervorgehen und sollte in der konkreten Anwendung unter Berücksichtigung des Gesamtbauwerks näher untersucht werden.

Bezeichnung	F _{h,max} [MN]	$\Delta_{\rm el}$ [m]	$\Delta_{\rm u}$ [m]	μ_{Δ}	Energie [MNm]
DP	0,73	0,17	0,88	5,2	2,18
EP1	0,73	0.15	0,90	6,0	2,85
EP2	0,84	0,15	0,46	3,1	3,35
EPiV1	0,85	0,19	0,63	3,3	3,05
EPiV2	0,95	0,15	0,45	3,0	3,25
EPoV1	0,76	0,16	0,75	4,9	2,95
EPoV2	0,85	0,12	0,45	3,8	3,3

Tabelle 6.2: Simulationsergebnisse an den Pfeilern der Oakland Bay Bridge

6.2 Balkenbrücke mit Festpunkt in den Pfeilern

Der in Kapitel 6.1 mit Hilfe quasi-statischer Simulationen ermittelte Einfluss der Vertikalkraft auf die zyklische Horizontalkraft-Verformungs-Beziehung von Pfeilern wird im folgenden Abschnitt mit dynamischen Erdbebensimulationen an einer typischen Balkenbrücke näher untersucht. Als Beispiel wurde eine Brücke gewählt, die bereits von HOLST und HOLST [58] zusammen mit ihrer Statik beschrieben wurde. Die knapp 42 m lange Brücke nach Abbildung 6.9 besitzt zwei Felder mit einem durchlaufenden Uberbau aus Stahlbeton. Als Zwischenauflager dienen zwei identische Stahlbetonpfeiler mit einer Höhe von 4,8 m. Die Untersuchung wird exemplarisch für die dynamische Anregung in Brückenlängsrichtung durchgeführt. Um den Einfluss der Brückenpfeiler auf das globale Erdbebenverhalten der Brücke zu verstärken, wurde hier die Lagerung modifiziert. Statt der in Holst et al. gewählten Horizontallastabtragung in Längsrichtung über Elastomerlager an Pfeilern und Widerlagern, wurde hier nur eine unverschiebliche Lagerung an den Pfeilern angenommenen. Somit müssen auch die gesamten Bremslasten von den beiden Pfeilern aufgenommen werden, die hierfür neu bemessen wurden. Zusätzlich wird eine gelenkige Lagerung zwischen Überbau und Pfeilern angenommen, womit sich eine größere Knicklänge in den Pfeilern ergibt. Damit führt der gewählte guadratische Querschnitt mit einer Kantenlänge von 900 mm auf ein schlankes h/d-Verhältnis von 5,3 erreicht.



Abbildung 6.9: Ansicht der Balkenbrücke mit statischem System, Bewehrung eines Pfeilers und Modell für die dynamische Simulation

Abbildung 6.9 zeigt das statische System dieser Brücke mit ihrem Grundeigenmode in longitudinaler Richtung. Die Grundeigenform beschreibt eine translatorische Verschiebung des Überbaus infolge einer Verformung der Pfeiler. Aufgrund der schlanken Pfeiler und dem massiven Überbau ist das System relativ weich, was sich in der niedrigen Grundresonanzfrequenz von ca. 1,5 Hz widerspiegelt. Alle Oberschwingungen der Brücke in dieser Richtung, wie z.B. die longitudinale Eigenschwingung des Überbaus, besitzen erheblich höhere Eigenfrequenzen und können bei dieser Untersuchung vernachlässigt werden. Unter diesen Voraussetzungen konnte das statische System für die dynamischen Simulationen deutlich vereinfacht werden, so dass ein FE-Modell nach Abbildung 6.9 aus einem einzelnen unten eingespannten Pfeiler und der halben Überbaumasse ausreicht. Somit entspricht das Schwingungsverhalten der Brücke in longitudinaler Richtung wieder dem eines Einmassenschwingers. Die halbe Masse des Überbaus ohne Verkehrslast beträgt 416 t und die Vertikallast von 3 MN stammt auch nur aus dem Eigengewicht des Überbaus ohne Verkehrslast.

Der Pfeiler wird mit 48 Elementsätzen diskretisiert, so dass die Höhe eines Satzes analog zu den anderen Modellen 100 mm beträgt. In diesem Beispiel sollte untersucht werden, wie sich eine Vorspannung ohne Verbund auf das dynamische Verhalten der Brücke auswirkt. Mit einer Vertikallast von 3 MN beträgt die statische Ausnutzung des Querschnitts v = 8,5%. Es wurden insgesamt fünf Pfeilerausführungen untersucht, einer ohne Spannglied und vier mit Spannglied unterschiedlicher Vorspannung. Mit Hilfe des Spannglieds wird eine zusätzliche Druckkraft von 0,5, 2,0, 4,0 und 8,0 MN aufgebracht, so dass eine effektive statische Ausnutzung von 10, 15, 20 und 40% erreicht wird. Mit quasi-statischen Simulationen wurde zunächst die Pfeilerduktilität in Abhängigkeit der statischen Ausnutzung untersucht. Die Simulationen wurden unter Berücksichtigung geometrisch nichtlinearer Effekte durchgeführt.

Abbildung 6.10 zeigt den Vergleich der monotonen Horizontalkraft-Verschiebungs-Beziehungen. Wie schon in Kapitel 6.1 festgestellt, kann die Traglast auf Kosten der Duktilität erheblich gesteigert werden. So weist der Pfeiler mit der höchsten Ausnutzung eine 70% höhere Traglast auf wie der unvorgespannte Pfeiler. Die Verschiebung bei Traglast sinkt dabei von 87 mm beim Pfeiler ohne Spannglied auf 70 mm beim Pfeiler mit der höchsten Vorspannung. Während die Duktilität bis zu einer statischen Ausnutzung von 20% nur langsam abnimmt, fällt sie beim Pfeiler mit 40% Ausnutzung deutlich ab, so dass der Tragwiderstand bei einer Kopfverschiebung von 400 mm vollständig verloren geht.



Abbildung 6.10: Horizontalkraft-Verschiebungs-Beziehung für monotone Belastung an Pfeilern mit unterschiedlichen statischen Ausnutzungsgraden

Im Weiteren wurde das zyklische quasi-statische Verhalten der Pfeiler untersucht und repräsentativ für die Pfeiler mit der geringsten und größten Ausnutzung in Abbildung 6.11 dargestellt. Während der Pfeiler ohne Spannglied bis zu einer Kopfverschiebung von 200 mm stabile Hysteresezyklen mit nur geringfügigem Tragwiderstandsverlust im Entfestigungsbereich aufweist, entfestigt der am stärksten vorgespannte Pfeiler schon deutlich bei einer Verschiebungsamplitude von 100 mm.



Abbildung 6.11: Horizontalkraft-Verschiebungs-Beziehung eines Pfeilers mit Vorspannung (v = 40%) und ohne Spannglied (v = 8,5%)

Im zweiten Zyklus mit einer Amplitude von 200 mm ist der vorgespannte Pfeiler so stark geschädigt, dass die Abtriebskräfte den Tragwiderstand überschreiten. Dadurch wechselt das Vorzeichen der Horizontalkraft bei zunehmender Horizontalverschiebung (vgl. Pfeil in Abbildung 6.11), so dass der Pfeiler sogar "gestützt" werden muss, um nicht allein durch die Abtriebskräfte "umzufallen".

Für die dynamischen Erdbebensimulationen wurde ein Beschleunigungszeitverlauf mit SIMQKE [50] generiert. Dieser Zeitverlauf ist spektrenkonform zum Bemessungsspektrum der deutschen Erdbebennorm DIN 4149-1 [38] für mittlere Untergrund- und Baugrundverhältnisse (Untergrundklasse B, Baugrundklasse 2). Die Dauer der Starkbebenphase wurde auf Basis einer Auswertung europäischer Erdbeben nach HOSSER [60] mit 5 s angenommen. Die Intensitätsverteilung, also die zeitliche Entwicklung der Leistung eines Zeitverlaufs, wurde nach KLEIN [66] gewählt, womit eine Gesamtdauer des künstlichen Erdbebenzeitverlaufs von ca. 15 s resultiert. In Abbildung 6.12 ist das Bemessungsspektrum nach DIN 4149-1 für eine viskose Dämpfung von 5% (rechts), der generierte Beschleunigungszeitverlauf (links) und das wiederum aus dem Zeitverlauf generierte Antwortspektrum (rechts) dargestellt. Der Vergleich des Ziel- und Ist-Antwortspektrums zeigt eine gute Übereinstimmung.



Abbildung 6.12: Generiertes spektrenkonformes Akzelerogramm (links) sowie Zielund Ist-Antwortspektrum nach DIN 4149-1 mit einer viskosen Dämpfung von 5% (rechts)

Für die dynamischen Simulationen wurde der normierte Beschleunigungszeitverlauf nach Abbildung 6.12 mit vier verschiedenen Werten skaliert, so dass sich Spitzenbeschleunigungen von 0,8 m/s², 1,2 m/s², 2,4 m/s² und 4,8 m/s² ergeben. Die Spitzenbeschleunigung von 0,8 m/s² entspricht dem Bemessungswert der Bodenbe-

schleunigung, der nach DIN 4149-1 für Regionen mit der stärksten seismischen Gefährdung in Deutschland (Erdbebenzone 3) anzusetzen ist. Dieser Wert gilt für eine Wiederkehrperiode von 475 Jahren, mit einer geringeren Auftretenswahrscheinlich erscheint ein Erdbeben der Spitzenbeschleunigung von 1,2 m/s² für Deutschland durchaus realistisch. Zusätzlich wurden die Spitzenbeschleunigungen von 2,4 und 4,8 m/s² gewählt, um auch das nichtlineare Verhalten im Entfestigungsbereich der Pfeiler zu untersuchen. Diese Spitzenbeschleunigungen sind für Erdbeben in Deutschland unwahrscheinlich, für USA oder Japan aber realistisch.

Die Grundschwingungsdauer der Brücke von 0,67 s, was der oben erwähnten Grundresonanzfrequenz von 1,5 Hz entspricht, ist in dem Antwortspektrum in Abbildung 6.12 eingetragen. Durch die weiche Konstruktion und durch den relativ hohen Frequenzgehalt des Beschleunigungszeitverlaufes wird die maximale Beschleunigungsamplitude der Anregung selbst bei elastischem Verhalten der Brücke kaum verstärkt, so dass im normierten Antwortspektrum eine spektrale Beschleunigung von ungefähr 1,1 abzulesen ist. Das bedeutet, dass die Spitzenbeschleunigung der Antwortschwingung eines Einmassenschwingers, also in diesem Fall der Brücke, und die der Anregung in etwa gleichgroß sind. Die Eigenperiode variiert wieder leicht in Abhängigkeit der Verformungsamplitude und auch in Abhängigkeit der Vorspannung im Pfeiler mit ±10%. Somit ist der Einfluss der Vorspannung auf das Frequenzverhältnis zwischen Eigenfrequenz des Systems und Anregung und eine damit verbundene unterschiedlich starke Verstärkung der Antwortschwingung vernachlässigbar. Folglich wird sich in den dynamischen Simulationen vorwiegend das unterschiedliche nichtlineare Verhalten der Pfeiler auf die Antwort der Brücke auswirken und nicht frequenzbedingte Verstärkungseffekte bei der Anregung.

Mit den vier skalierten Zeitverläufen und den fünf Pfeilerkonstruktionen ergeben sich insgesamt 20 Simulationen, die mit einem impliziten Zeitintegrationsverfahren durchgeführt wurden. Abbildung 6.13 stellt exemplarisch den Verformungszeitverlauf des Pfeilers mit der höchsten Ausnutzung für das Erbeben mit 2,4 m/s² und 4,8 m/s² dar. Während die Schwingungsamplituden bei dem schwächeren Erdbeben im Bereich von 50 mm verbleiben, wachsen diese bei dem stärkeren Erdbeben auf ca. 130 mm an. Durch diese großen Verformungsamplituden treten so starke Schädigungen im Pfeiler auf, dass zum einen die Schwingungsdauer sichtbar zunimmt und zum anderen erhebliche Restverformungen von ca. 20 mm nach dem Erdbeben verbleiben. Die Restverformungen fallen bei allen schwächeren Erdbebensimulationen hingegen so gering aus, dass sie vernachlässigt werden können.



Abbildung 6.13: Verformungs-Zeitverlauf infolge Erdbebenanregung mit 2,4 m/s² (links) und 4,8 m/s² (rechts) für v = 40%

In Abbildung 6.14 ist die Querkraft am Pfeilerfuß über die Horizontalverformung jeweils für die beiden Anregungen 2,4 und 4,8 m/s² und für den Pfeiler ohne Spannglied und für den Pfeiler mit höchster Vorspannung aufgetragen. Während bei dem schwächeren Erdbeben insbesondere die Hysterese des Pfeilers mit Vorspannung sehr schmal ausfällt, umschließen beide Hysteresen beim starken Erdbeben eine große Fläche. Bemerkenswert ist, dass der Pfeiler mit Vorspannung und höherer Traglast ähnliche Verschiebungsamplituden erfährt wie der Pfeiler ohne Vorspannung. Somit umschließt dieser Pfeiler eine wesentlich größere Fläche, dissipiert also mehr Energie und weist trotzdem das ungünstigere Erdbebenverhalten mit größeren Querkräften auf.



Abbildung 6.14: Kraft-Verformungs-Hysteresen infolge Erdbebenanregung mit 2,4 m/s² (links) und 4,8 m/s² (rechts)

Ein Vergleich aller Simulationen hat ergeben, dass die Verschiebungen schlagartig ansteigen, sobald der Pfeiler den Entfestigungsbereich erreicht. Deshalb sind die Verformungen des vorgespannten Pfeilers besonders groß, da er das ungünstigere Nachbruchverhalten mit steilerem Abfall des Tragwiderstands aufweist. Obwohl in beiden Verformungsrichtungen nach Abbildung 6.14 nahezu die gleichen Querkräfte erreicht werden, weisen die Hysteresen in einer Richtung wesentlich größere Verformungsamplituden auf. Der Pfeiler verbleibt, sobald er den Entfestigungsbereich einer Richtung erreicht hat, fast ausschließlich in diesem Bereich. Dieser Effekt wird sich insbesondere bei länger andauernden Erdbeben ungünstig auswirken, da sich die Energiedissipation infolge Stahlfließen vorwiegend auf eine Pfeilerseite beschränkt.

In Abbildung 6.15 sind die maximalen Horizontalverformungen und Querkräfte aller Simulationen vergleichend zusammengefasst. Die Werte sind jeweils über die statische Ausnutzung des Pfeilerquerschnitts infolge Auflast und Vorspannung aufgetragen. Dabei zeigt sich insbesondere:

- Die Verformung der Pfeiler ist nahezu unabhängig vom Ausnutzungsgrad.
- Die Spitzenbeschleunigung der Anregung hat dafür einen maßgeblichen Einfluss auf die maximalen Verformungen.
- Die maximalen Querkräfte nehmen sowohl mit der Spitzenbeschleunigung der Erdbebenanregung als auch mit der statischen Ausnutzung der Pfeiler zu.



Abbildung 6.15: Maximal während der Erdbebensimulation aufgetretene relative Kopfverschiebung (links) und Horizontalkraft (rechts) der Pfeiler aufgetragen über die statische Ausnutzung

Die Zunahme der Querkräfte mit der statischen Ausnutzung muss zwangsläufig erfolgen, da auch die Traglast und die Steifigkeit zunehmen, die maximalen Verformungen aber nahezu gleich bleiben. Somit wirkt sich die Vorspannung in diesem Fall eher nachteilig aus, da sie in erster Linie durch ihre Traglaststeigerung zu erhöhten Querkräften führt.

Der positive Einfluss der Vorspannung auf die plastischen Restverformungen nach einer mäßig großen Auslenkung der Pfeiler, der bei den quasi-statischen Simulationen festgestellt wurde, kommt hier nicht zum tragen. Es hat sich zwar gezeigt, dass die plastischen Restverformungen bei den schwächeren Erdbeben mit der Vorspannung abnehmen, ihre absoluten Werte liegen aber alle unter 1 mm und sind demnach vernachlässigbar. Beim stärksten Erdbeben treten dagegen so starke Verformungsamplituden auf, dass sie weit in den Entfestigungsbereich hineinreichen und der positive Effekt der Vorspannung auf die plastischen Restverformungen verloren geht. So wachsen in den dynamischen Simulationen die Restverformungen beim stärksten Erdbeben von 4 mm beim Pfeiler ohne Spannglied auf 20 mm beim Pfeiler mit der höchsten Vorspannung an.

Die Simulationen haben gezeigt, dass die Vorspannung ohne Verbund einen erheblichen Einfluss auf das Erdbebenverhalten von Pfeilern hat, sich in diesem Beispiel aber ungünstig auswirkt. Bei einer anderen Pfeilergeometrie, einem anderen Bewehrungsgehalt oder anderen Eigenformen und Eigenfrequenzen der Brücke können jedoch andere Effekte im Vordergrund stehen. Ob die Vorspannung in der konkreten Anwendung vorteilig ist, sollte deshalb unter Berücksichtigung der vorhandenen Randbedingungen beispielsweise mit dem Modell dieser Arbeit genauer überprüft werden.

6.3 Hanshin Expressway in Kobe

In diesem Abschnitt wird das Verformungs- und Schädigungsverhalten von zwei typischen Pfeilern des Hanshin-Expressways in Kobe (Japan) in realitätsnahen Erdbebensimulationen untersucht. Der Expressway wurde 1969 erbaut und kollabierte 1995 über weite Strecken infolge des Hyogoken-Nanbu-Erdbebens mit der Momenten-Magnitude 6,9. Die Konstruktion besteht aus einer Fahrbahnplatte, die von 5 bis 17 m hohen pilzförmigen Stahlbetonpfeilern getragen wird. Die Stützweite beträgt 20 bis 80 m und pro Stützstelle wurde ein Pfeiler zentrisch angeordnet. Die Fahrbahnplatte ist entweder monolithisch mit den Pfeilern verbunden oder zu beiden Seiten eines Querträgers an den Pfeilern eingehängt. Der Querschnitt der Pfeiler wurde zum Teil rund mit einem Durchmesser von 3 bis 4 m und zum Teil quadratisch ausgeführt.

Von den 718 Pfeilern wurden nach FUJINO, HASHIMOTO und ABE [49] 156 Pfeiler so stark geschädigt, dass sie nach dem Erdbeben abgerissen werden mussten. Die Ursachen waren vielfältig. So wurde zum einen nicht auf Basis der Kapazitätsmethode bemessen und zu wenig Schubbewehrung eingelegt. Zum anderen lagen kon-Übergreifungsstöße struktive Mängel vor. Beispielsweise waren die der Längsbewehrung zu kurz und im unteren Bereich der Pfeiler mit maximaler Momentenbelastung angeordnet (MYLONAKIS und GAZETAS [95]). Nach HASHIMOTO, FUJINO und ABE [54] trat bei den meisten Pfeilern ein Biegeversagen oder ein kombinierter Biegeschubbruch auf. Ein reines Schubversagen trat dagegen deutlich seltener und vorwiegend bei rechteckigen, gedrungenen Pfeilern auf.

Die Untersuchungen umfassen einen runden, schlanken Pfeiler und einen gedrungenen, rechteckigen Pfeiler. Die erforderlichen Angaben bezüglich Geometrie, Material und Überbaumasse wurden der Veröffentlichung von HASHIMOTO, FUJINO und ABE [54] entnommen. In Abbildung 6.16 ist die Konstruktion im Bereich des runden Pfeilers, der ein h/d-Verhältnis von 4,0 aufweist, dargestellt. Die Längsbewehrung wurde wegen des hohen Bewehrungsgehalts zweilagig ausgeführt. Die beiden Bewehrungslagen werden jeweils von einem Bügel in einem Abstand von 300 mm umfasst. Der Betonkern des Pfeilers mit einem Durchmesser von fast 3 m enthält keine Bewehrung. Am oberen Ende des Pfeilers ist ein Stahlbetonquerträger angeordnet, auf dem die Konstruktion der Fahrbahnplatte aufliegt. Das FE-Modell des runden Pfeilers entsprechend Abbildung 6.16 kann die Reaktion auf eine laterale Anregung des Expressways abbilden. Die Eigenschwingungen des Überbaus wurden als sehr hochfrequent und damit als vernachlässigbar eingestuft. Mit dieser Annahme kann der Überbau als Punktmasse idealisiert werden. Im Bereich des Querträgers zwischen Punktmasse und Pfeileroberkante ist ein starres Balkenelement eingefügt. Boden-Bauwerks-Interaktionen werden im Rahmen dieser Untersuchung nicht berücksichtigt, stattdessen ist der Pfeiler an der Oberkante des Sockels fest eingespannt. Eine nachgiebige Verankerung der Bewehrung im Sockel wird nicht berücksichtigt. Die Masse des Überbaus ist im Verhältnis zur ebenfalls berücksichtigten Masse des Pfeilers so groß, dass das System einem Einmassenschwinger mit Fußpunkterregung entspricht. Die Diskretisierung des Pfeilers erfolgte mit 105 Elementsätzen aus je einem runden Faserelement und 35 Verbund- bzw. Bewehrungselementen. Somit werden immer zwei Bewehrungsstäbe zu einem Stabelement zusammengefasst. Mit einer Pfeilerhöhe von 10,5 m beträgt die Höhe eines Elementsatzes 100 mm. Der runde Faserelementguerschnitt ist in 15 konzentrische Ringe unterteilt, wobei der äußerste Ring die Betondeckung repräsentiert.



Abbildung 6.16: Ansicht eines runden Stahlbetonpfeilers des Hanshin-Expressways und Modell für laterale Erdbebenanregung Abbildung 6.17 stellt die Konstruktion im Bereich des rechteckigen Pfeilers und das entsprechende Modell dar. Dieser Pfeiler besitzt aufgrund der gedrungenen Bauweise eine hohe Steifigkeit, die zu hohen Biegemomenten und Querkräften führt. Dieser Umstand wurde bei der Biegebemessung berücksichtigt, was man an dem im Vergleich zum runden Pfeiler höheren Längsbewehrungsgehalt erkennt ($\mu_{rund} = 0.8\%$, $\mu_{rechteck} = 2,5\%$). Die damit verbundene Querkrafterhöhung wurde aber nicht in gleichem Maße berücksichtigt, so dass der Querbewehrungsgehalt nur geringfügig vergrößert wurde. Die Anregung erfolgt auch hier in lateraler Richtung, also um die schwache Achse des Pfeilers. Die Diskretisierung erfolgt mit 75 Elementsätzen, so dass wieder eine Elementsatzhöhe von 100 mm erreicht wird. Das Faserelement ist in 21x21 Fasern unterteilt.



Abbildung 6.17: Ansicht eines rechteckigen Stahlbetonpfeilers des Hanshin-Expressways und Modell für laterale Erdbebenanregung

Als Erdbebenanregung wurde ein Beschleunigungszeitverlauf mit der Bezeichnung Kobe/NIS-000 nach Abbildung 6.18 verwendet, der nur wenige Kilometer vom Expressway entfernt während des Hyogoken-Nanbu-Erdbebens aufgezeichnet wurde. Der Zeitverlauf stammt von der EQIIS-Datenbank von STEINBRUGGE [136] und wurde in Nishi Akashi, einem Vorort von Kobe, gemessen. Die maximale Beschleunigung beträgt 5,1 m/s² und die Starkbebendauer 9,7 s nach der Definition von TRIFUNAC und BRADY [141].

Das elastische Beschleunigungs-Antwortspektrum des Erdbebenzeitverlaufs ist in Abbildung 6.18 für eine viskose Dämpfung von 5% dargestellt. Die Eigenperioden der Systeme mit rundem Pfeiler und mit rechteckigem Pfeiler sind auch in dem Diagramm eingetragen. Das Antwortspektrum weist starke spektrale Beschleunigungen im hohen Periodenbereich von 0,2 bis 0,6 s auf. Da die Eigenperioden beider Systeme fast exakt an den Maximalwerten des Antwortspektrums liegen, würden im elastischen Fall Beschleunigungen von 20 bzw. 17 m/s² auftreten.

Die Eigenperioden der Pfeiler hängen aufgrund des nichtlinearen Werkstoffverhaltens auch von der Verformungsamplitude ab. Mit zunehmender Verformungsamplitude sinkt die Sekantensteifigkeit, was wiederum zu einem Anwachsen der Schwingungsdauer führt. Die im Antwortspektrum eingetragenen Eigenperioden gelten für eine Schwingungsamplitude kurz bevor Fließen in der Bewehrung einsetzt, also in einer Größenordnung von 10 mm Kopfverschiebung. Da größere Kopfverschiebungen während des Erdbebens auftreten liegen die Eigenperioden jedoch etwas darunter.



Abbildung 6.18: Kobe/NIS-000-Akzelerogramm (links) und Antwortspektrum mit einer viskosen Dämpfung von 5% (rechts)

Die Modelle wurden an der Einspannung horizontal mit dem Erdbebenzeitverlauf angeregt und die Antwort mit einem impliziten Zeitintegrationsverfahren berechnet. Abbildung 6.19 zeigt den Zeitverlauf der absoluten Antwortbeschleunigung auf Höhe der Überbaumasse für den schlanken Pfeiler. Die Spitzenbeschleunigung beträgt 5,3 m/s² und liegt damit nur geringfügig über der maximalen Bodenbeschleunigung. Somit wird die hohe Antwortbeschleunigung von 20 m/s², die für einen elastischen Einmassenschwinger aus dem Antwortspektrum abzulesen ist, durch das nichtlineare Verhalten des Pfeilers ungefähr um den Faktor vier abgemindert. In dem Zeitverlauf der Antwortbeschleunigung ist zu erkennen, dass der zeitliche Abstand zwischen den einzelnen Schwingungsausschlägen gegen Ende des Zeitverlaufs zunimmt. Eine genauere Untersuchung des Zeitverlaufs ergibt, dass die Periodendauer (Frequenz) der einzelnen Schwingungen von anfangs 0,5 s (2,0 Hz) bis zum Ende auf ca. 0,67 s (1,5 Hz) ansteigt. Demnach fällt die Eigenfrequenz des Pfeilers infolge Erdbebeneinwirkung auf ca. 70% ab.



Abbildung 6.19: Beschleunigungs-Zeitverlauf der Überbaumasse (links) und Querkraft-Verformungs-Beziehung des schlanken Pfeilers mit Sekantensteifigkeit vor und nach der Starkbebenphase (rechts)

Im rechten Diagramm nach Abbildung 6.19 ist die Querkraft am Fuß des schlanken Pfeilers über die Relativverschiebung zwischen Überbaumasse und Pfeilerfuß aufgetragen. Diese Relativverschiebung entspricht direkt der Verformung des Pfeilers, da dieser sich aufgrund der starren Einspannung nicht verdrehen kann. Es ergibt sich eine Hysterese, die im Vergleich zu den Hysteresen der quasi-statischen Berechnungen aus den vorigen Abschnitten unregelmäßiger ist, da sie auch Oberschwingungen des Systems beinhaltet. In dem Diagramm sind die mittleren Sekantensteifigkeiten vor der Starkbebenphase E_{s1} und nach der Starkbebenphase E_{s2} eingetragen. Eine Auswertung ergibt, dass die Sekantensteifigkeit des Pfeilers während des Erdbebens auf ca. 50% abfällt. Da die Eigenkreisfrequenz ω proportional zur Wurzel der Einmassenschwinger-Steifigkeit k nach Gleichung 6.1 ist, entspricht dies der erwähnten Reduktion der Eigenfrequenz auf ca. 70%.

$$\omega = \sqrt{k/m} \tag{6.1}$$

Eine entsprechende Auswertung des gedrungenen Pfeilers hat ergeben, dass dessen Eigenfrequenz lediglich von 4,5 auf 3,8 Hz abnimmt. Somit resultiert aus der Simulation am gedrungenem Pfeiler eine deutlich geringere Schädigung als am schlanken Pfeiler.

Auf Grundlage der numerischen Berechnungen kann nicht direkt auf ein Pfeilerversagen geschlossen werden, da die Stabilität des Systems auch nach der Erdbebeneinwirkung erhalten bleibt. Diese Aussage betrifft aber nur die Biegetragfähigkeit der Pfeiler unter der Voraussetzung, dass keine konstruktiven Mängel vorliegen. Eine genauere Betrachtung der Ergebnisse kann jedoch klären, warum dennoch zahlreiche Pfeiler des Expressways dem Erdbeben nicht standhalten konnten. Hierfür wird der Schubtragwiderstand beider Pfeiler in Abhängigkeit ihrer Verschiebeduktilität nach Kapitel 2.2 ausgewertet und der numerisch ermittelten Querkraft am Pfeilerfuß nach Abbildung 6.20 gegenüberstellen.

Die Querkraft-Verformungs-Beziehung für den schlanken Pfeiler nach Abbildung 6.20 (links) entspricht der Hysterese nach Abbildung 6.19 für die positiven Achsabschnitte. Während der schlanke Pfeiler die Schubtragfähigkeit bei weitem nicht erreicht, tritt beim gedrungenen Pfeiler eine leichte Überschreitung auf. Diese Überschreitung muss nicht gleich zum Versagen führen. In der Realität wurden die Pfeiler jedoch nicht wie in der numerischen Simulation in eine Richtung belastet, sondern in alle Richtungen gleichzeitig. Gerade die vertikale Komponente könnte hier einen negativen Einfluss ausgeübt haben, da sie den Tragwiderstand des Pfeilers verringert, wie die Untersuchungen am Oakland Bay Bridge Pfeiler gezeigt haben. Somit wird beim gedrungenen Pfeiler ein Schubversagen sehr wahrscheinlich, was am realen Bauwerk auch an zahlreichen gedrungenen Pfeilern zu beobachten war.



Abbildung 6.20: Gegenüberstellung der Querkraft infolge Erdbeben und der Schubtragfähigkeit sowie monotone Belastungskurve (Push-Over-Kurve) für den schlanken (links) und gedrungenen Pfeiler (rechts)

Zusätzlich sind in Abbildung 6.20 die Querkraft-Verformungs-Beziehungen beider Pfeiler für monotone Belastung (Push-Over-Kurve) und die Verformung bei Fließbeginn Δ_y eingetragen. Δ_y ist die Verformung, bei der die ersten Bewehrungsstäbe anfangen zu fließen. In der monotonen Belastungskurve ist schon bei einer Verformung von 10 mm, also vor Erreichen von Δ_y , ein abrupter Abfall der Tangentensteifigkeit zu erkennen. Dieser Abfall wird durch das Erreichen der Zugfestigkeit im Beton und ein anschließendes Aufreißen verursacht, was hier jedoch nicht weiter berücksichtigt werden soll. Setzt man die für das Hyogoken-Nanbu-Erdbeben numerisch ermittelte Gesamtverschiebung Δ_u ins Verhältnis zu Δ_y , so erhält man eine erforderliche Verschiebeduktilität für den schlanken Pfeiler von 2,6 und für den gedrungenen Pfeiler von 1,2.

Würde der schlanke Pfeiler nicht den im nächsten Abschnitt beschriebenen Versagensmechanismus aufweisen, so würde er insgesamt ein gutes Erdbebenverhalten aufweisen, bei dem die Erdbebenlasten durch Plastifizierungen und Energiedissipation signifikant abgemindert werden. Selbst nach einer entsprechenden Erhöhung der Schubtragfähigkeit, würde dagegen der gedrungene Pfeiler mit einer Verschiebeduktilität von 1,2 kaum Energie dissipieren und Erdbebenlasten abmindern. Auch wenn für den schlanken Pfeiler kein klassischer Biege- oder Schubbruch vorhergesagt werden kann, wird bei genauerer Betrachtung der numerischen Ergebnisse und Kenntnis der Bewehrungsführung ein Versagensmechanismus nahegelegt. So wurden bei diesem Pfeiler im unteren Bereich wiederholt Stahldehnungen von 12‰ erreicht, die knapp dem siebenfachen der Fließdehnung entsprechen. Gerade in diesem Bereich liegt der schon erwähnte, zu kurz ausgeführte Bewehrungsstoß der Längsstäbe. Mit den wiederholt aufgetretenen hohen Stahldehnungen und der unvermeidbaren Schädigung des umliegenden Betons, ist ein Versagen dieses Bewehrungsstoßes äußerst wahrscheinlich. Hinzu kommt, dass alle Bewehrungsstäbe auf gleicher Höhe gestoßen wurden, wodurch dieser Bruch im Gegensatz zum klassischen Biegebruch sehr spröde erfolgt.

Es ist zu beachten, dass mit dem Modell nur ein reiner Biegebruch direkt vorausgesagt werden kann. Da mit dem numerischen Modell jedoch weitere Informationen realistisch vorhergesagt werden können, wie Schubkräfte im Pfeiler, Dehnungen der Längsbewehrung und Schlupf in einer möglichen Verankerung der Bewehrung, kann eine anschließende Interpretation der Ergebnisse doch Aufschluss über weitere Versagensmechanismen geben.

7 Zusammenfassung

Abgesehen von speziellen Erdbebenlagern können in einem Brückentragwerk nur die Pfeiler zur Energiedissipation herangezogen werden, um die bei Bodenerschütterungen auftretenden Kräfte zu reduzieren. Dafür müssen die Pfeiler eine hohe Verschiebeduktilität gewährleisten, die auch bei wiederholten Belastungszyklen erhalten bleibt. Vergangene Erdbeben haben jedoch gezeigt, dass ein Großteil der Schäden an Brücken gerade auf ein induktiles Verformungsverhalten von Pfeilern zurückzuführen ist. In der vorliegenden Arbeit wurde ein numerisches Modell auf Basis der Finiten Elemente Methode entwickelt, mit dem ein sicherer und wirtschaftlicher Entwurf von Brückenpfeilern unter Erdbebeneinwirkungen realitätsnah durchgeführt werden kann. Damit wurde eine Lücke zwischen detaillierten kontinuumsmechanischen und vereinfachten strukturmechanischen Modellen geschlossen. So kann mit dem entwickelten Modell das Erdbebenverhalten schlanker Pfeiler unter Berücksichtigung des zyklisch nichtlinearen Schädigungsverhaltens von Stahlbeton in praktikablen Rechenzeiten simuliert und optimiert werden.

Das Modell wurde auf Grundlage der Fasertheorie entwickelt, wobei im Gegensatz zur klassischen Fasertheorie das Verbundverhalten zwischen Beton und Bewehrung berücksichtigt wird. Hierfür wurden spezielle Verbundelemente programmiert, mit denen es möglich ist, die Bewehrung diskret abzubilden und an die Faserelemente anzuschließen. Dadurch kann der Bewehrungsschlupf im Modell erfasst werden, so dass insbesondere Risse im Beton, und Dehnungen in der Bewehrung realistischer abgebildet werden. Außerdem kann die Verankerung der Längsbewehrung beispielsweise im Fundament, die zum Teil einen bedeutenden Einfluss auf das globale Verformungsverhalten hat, mit Hilfe der Verbundelemente simuliert werden. Als Eingangsgrößen dienen Materialdaten, so dass das Modell für den Entwurf von Pfeilern beispielsweise mit hochfestem Beton oder die Untersuchung von Pfeilern im Bestand gegebenenfalls mit Beton geringer Festigkeit direkt einsetzbar ist.

Für die erforderlichen einaxialen Werkstoff- und Verbundroutinen wurden verifizierte Ansätze aus der Literatur entnommen und zum Teil modifiziert im Modell implementiert. Als besondere Schwierigkeit stellte sich die programmtechnische Umsetzung zur Lastfallentscheidung bei beliebig zyklischer Beanspruchung heraus. Unvollständige Belastungszyklen führen zu einer deutlich höheren Anzahl erforderlicher Lastfälle, als die zunächst betrachteten für Erst-, Ent- und Wiederbelastung. Mit Hilfe einer Methode nach HANSKÖTTER [53] konnten die notwendigen Schaltbedingungen zwar in eine übersichtliche Programmstruktur gebracht werden, aber erst mit der eigenen Erweiterung, die ein Überspringen von Lastfällen innerhalb eines Zeitschritts ermöglicht, konnte ein stabiles Laufzeitverhalten erreicht werden.

Bei Erdbebeneinwirkungen können große Bauteilverformungen mit Materialentfestigungen auftreten. Die klassische FE-Methode führt aber bei negativer Tangentensteifigkeit zu unrealistischen Lokalisierungen im Dehnungsfeld und damit zu einem Verlust an objektiven Ergebnissen. Um dennoch große Bauteilverformungen realistisch abbilden zu können, wurde ein Ansatz aus der Kontinuumsmechanik nach BA-ZANT und OZBOLT [14] erstmalig im Rahmen der Fasertheorie in ein Strukturelement implementiert. Dabei werden Schädigungen auf Grundlage nichtlokaler Dehnungen ausgewertet. Durch die Kombination mit einem weiteren Ansatz nach SLUYS [135] konnten objektive Ergebnisse mit hoher Konvergenzrate erreicht werden.

Das Modell wurde mit quasi-statischen Stützenversuchen aus der Literatur verifiziert. Dabei zeigte es eine gute Übereinstimmung für monotone, zyklische und biaxiale Belastungen. Auch die Nachrechnung eines Pfeilers mit veränderlicher Vertikallast infolge Rahmenwirkung zeigte eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. In allen Rechnungen konnte das Verformungsverhalten bis zum vollständigen Bauteilversagen abgebildet werden. Vergleichsrechnungen mit starrem Verbund zeigten einen geringen Einfluss auf das integrale Verhalten der Stütze. Wurde dagegen die Verankerung der Längsbewehrung im Fundament berücksichtigt, konnte die Übereinstimmung mit Versuchen deutlich erhöht werden. Obwohl das Modell für schlanke Stützen mit $h/d \ge 5$ vorgesehen ist, war es möglich bei einer gedrungenen Stütze mit h/d = 2,6 noch prinzipielle Aussagen über das Last-Verformungsverhalten zu treffen. Die Traglast konnte für diese Stütze zwar relativ genau vorhergesagt werden, die hysteretische Energiedissipation wurde aber deutlich überschätzt.

In einer Anwendung des Modells wurde untersucht, wie sich der Ausnutzungsgrad v des Stahlbetonquerschnitts auf das Verformungsverhalten auswirkt. In quasi-statisch zyklischen Simulationen wurde gezeigt, dass einerseits die horizontale Traglast mit dem Ausnutzungsgrad zunimmt, aber andererseits die Duktilität abfällt. Eine Zuglast im Pfeiler, die infolge der vertikalen Erdbebenkomponente durchaus realistisch ist, führte zu einer signifikanten Abnahme der horizontalen Traglast und sollte deswegen vermieden werden. Aus diesem Grund wurde untersucht, ob sich ein mit Spanngliedern vorgespannter Pfeiler ähnlich verhält wie ein Pfeiler mit entsprechender statischer Auflast. Eine Vorspannung im Verbund bewirkte aufgrund lokaler Spannungskonzentrationen bei Biegung des Pfeilers, eine erhebliche Abminderung der Duktilität mit frühzeitigem Versagen der Betondruckzone. Somit eignet sich eine Vorspannung im Verbund nicht für den Erdbebenlastfall. Eine Vorspannung ohne Verbund zeigte hingegen vergleichbare Effekt wie eine statische Auflast.

Wie sich der Ausnutzungsgrad, der die horizontale Traglast und die Duktilität des Pfeilers beeinflusst, auf das Tragwerksverhalten bei realistischen Erdbebensimulationen auswirkt, wurde in einer Parameterstudie an einer Balkenbrücke mit Festlagern in den Pfeilern untersucht. Der Ausnutzungsgrad wurde dabei zwischen 8,5 und 40% variiert. In dem Beispiel zeigte sich, dass die auftretenden Verformungen während der seismischen Einwirkung nahezu unabhängig vom Ausnutzungsgrad sind, die Querkräfte aber deutlich zunehmen. Weitere Parameterstudien sind erforderlich um diese eher negativen Auswirkungen unter anderen Randbedingungen zu überprüfen.

Es wurde eine Simulation des Hyogoken-Nanbu-Erdbebens an Teilen des Hanshin-Expressway in Kobe mit zwei typischen Pfeilern durchgeführt. Mit dem numerischen Modell kann man zwar nur ein Biegeversagen direkt ermitteln, dennoch konnte durch eine nachträgliche Auswertung der Simulationsergebnisse auf die tatsächlich aufgetretenen Versagensmechanismen geschlossen werden. Da die Querkräfte und Verschiebeduktilitäten realistisch abgebildet werden, ließ sich das Schubversagen eines Pfeilers vorhersagen. Auch die Dehnungen in der Bewehrung werden wirklichkeitsnah abgebildet, so dass auf das Versagen des Übergreifungsstoßes am anderen Pfeiler infolge übermäßiger Plastifizierungen geschlossen werden konnte.

Obwohl die analytischen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen der einzelnen Werkstoffe im numerischen Modell eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen aufweisen, wurden die Bauteilsteifigkeit bei Erstbelastung und die plastischen Bauteilverformungen generell leicht überschätzt. Um diese Abweichung besser verstehen zu können, sollten Stützenversuche durchgeführt werden, bei denen die Spannungs- und Dehnungsverteilung im Schädigungsbereich in räumlich engem Raster verfolgt wird und eine unvermeidbare Verschiebung bzw. Verdrehung der Stütze im Verankerungsbereich messtechnisch erfasst wird.

Literatur

- [1] ABAQUS Version 6.4, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., Pawtucket, 2003.
- [2] ACI 318-95: Building Code Requirements for Structural Concrete, American Concrete Institute (ACI), Farmington Hills (USA), 1995.
- [3] Akkermann, J.: Rotationsverhalten von Stahlbeton-Rahmenecken, Dissertation, Univ. Karlsruhe (TH), 2000.
- [4] Aoyama, H. Noguchi, H.: Mechanical Properties of Concrete under Load Cycles Idealizing Seismic Actions. CEB 131, 1979, 31-63.
- [5] ASTM A-615: Standard Specification for Deformed and Plain Billet-Steel Bars for Concrete Reinforcement, American Society for Testing and Materials, Annual Book of ASTM Standards, Ausgabe 1995.
- [6] Bachmann, H.: Erdbebensicherung von Bauwerken, Birkhäuser-Verlag, Basel, 1995.
- [7] Balan, T.A.; Filippou, F.C.; Popov ,E.P.: Hysteretic Model of Ordinary and High-Strength Reinforcing Steel, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 124, 1998, 288-297.
- [8] Banon, H.; Biggs, J.M.; Irvine, H.M.: Seismic Damage in Reinforced Concrete Frames, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 107, 1981, 1713-1729.
- [9] Basöz, N. I.; Kiremidjian, A. S.; King, S. A.; Law K. H.: Statistical Analysis of Bridge Damage Data from the 1994 Northridge, CA, Earthquake Spectra, EERI, Vol. 15, 1999, 25-54.
- [10] Bathe, K.J.: Finite-Elemente-Methoden, Springer-Verlag, Berlin, 2002.
- [11] Bazant, Z.P.; Jirasek, M.: Nonlocal Integral Formulations of Plasticity and Damage: Survey of Progress, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 128, 2002, 1119-1149.
- [12] Bazant, Z.P.; Planas, J.: Fracture And Size Effect In Concrete And Other Quasibrittle Materials, CRC Press, Boston, 1998.
- [13] Bazant, Z.P.; Belytschko, M.; Chang, T.P.: Continuum Theory for Strain-Softening, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 110, 1984, 1666-1692.

- [14] Bazant, Z.P.; Ozbolt, J.: Nonlocal Microplane Model for Fracture, Damage, and Size Effect in Structures, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, 1990, 2485-2505.
- [15] Bazant, Z.P.; Oh, B.H.: Crack Band Theory for Fracture of Concrete, Matériaux et Constructions, Vol. 16, 1983, 155-177.
- [16] Berry, M.; Parrish, M.; Eberhard, M.: PEER Structural Performance Database, http://nisee.berkeley.edu/spd/, Pacific Earthquake Engineering Research Center University of California, Berkeley, 2004.
- [17] Bigaj, A.J.: Structural Dependence of Rotation Capacity of Plastic Hinges in RC Beams and Slabs, Dissertation, Techn. Univ. Warschau, 2001.
- [18] Bockhold, J.; Petryna, Y.; Krätzig, W. B.; Pölling, R.: Material model for concrete under monotonic loading and creep, A.A. Balkema Publishers, Bochum; Dülmen, EURO-C 2003 Conference, 2003, 401-410.
- [19] Bolong, Z.; Mingshun, W.; Kunlian, Z.: A Study of Hysteretic Curve of Reinforced Concrete Members under Cyclic Loading, 7th WCEE, 1980, Istanbul, Vol. 6, 509-516.
- [20] Bousias, S.N.; Verzeletti, G.; Fardis, M.N.; Gutierrez, E.: Load-Path Effects in Column Biaxial Bending with Axial Force, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 121, 1995, 596-605.
- [21] Calvi, G.M.: Recent Experience and Innovative Approaches in Design and Assessment of Bridges, 13th WCEE, 2004, Vancouver (Canada), No. 5009.
- [22] CEB (Comité Euro-International du Béton), RC Frames under Earthquake Loading, State of the Art Report, Thomas Telford, 1996.
- [23] CEB-FIP (Comité Euro-International du Béton-Fédération International de la Précontrainte), Model Code 1990, bulletin d'information, Thomas Telford House, London 1993.
- [24] Chen, F.: Numerische Simulation des nichtlinearen Trag-und Schädigungsverhaltens von Stahlbeton-Stabtragwerken bei monotoner und zyklischer Beanspruchung, Dissertation Univ. Bochum, VDI, Reihe 4 Nr. 171, Düsseldorf, 2001.
- [25] Chen, W.F.: Constitutive Equations for Engineering Materials Volume 1: Elasticity and Modeling, Elsevier, Amsterdam, 1994.

- [26] Chen, W.F.: Constitutive Equations for Engineering Materials Volume 2: Plasticity and Modeling, Elsevier, Amsterdam, 1994.
- [27] Chopra, A.K.; Goel, R.K.: Capacity-Demand-Diagram Methods based on inelastic design Spectrum, Earthquake Spectra, Vol. 15, 1999, 637-656.
- [28] Chung, Y.S.; Meyer, C.; Shinozuka, M.: Automatic Seismic Design of Reinforced Concrete Building Frames, ACI Structural Journal, Vol 87, 1990, 326-340.
- [29] Curbach, M.: Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten, Dissertation, Univ. Karlsruhe (TH), 1987.
- [30] Cusson, D.; Paultre, P.: Stress-Strain Model for Confined High-Strength Concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 121, 1995, 468-477.
- [31] Dazio, A.; Seible, F.: Großversuche zur Validierung der Erdbebenbemessung der neuen San Francisco-Oakland Bay Bridge, In: Feltrin, G.; Wenk, T.: Aktuelle Probleme der Brückendynamik, D-A-CH Tagung Zürich 2003, 59-70.
- [32] Dazio, A.; Seible, F.: Structural Testing of the San Francisco-Oakland Bay Bridge East Spans Pier W2, SSRP Report 2002/11, Univ. of California, 2002.
- [33] Dhakal, R.P.; Maekawa, K.: Modeling for Postyield Buckling of Reinforcement, ASCE Journal of Structural Engineering, 128, 2002, 1139-1147.
- [34] DIN 488-1: Teil 1: Betonstahl; Sorten, Eigenschaften, Kennzeichen, Deutsches Institut für Normung e.V., Ausgabe 9/1984, Berlin 1984.
- [35] DIN 488-2: Teil 2: Betonstahl; Betonstabstahl; Maße und Gewichte, Deutsches Institut für Normung e.V., Ausgabe 6/1986, Berlin 1986.
- [36] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Deutsches Institut f
 ür Normung e.V., Ausgabe 7/2001, Berlin 2001.
- [37] DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung, Deutsches Institut für Normung e.V., Ausgabe 7/1988, Berlin 1988.
- [38] DIN 4149 (Entwurf): Bauten in deutschen Erdbebengebieten Lastannahmen, Bemessung und Ausführung üblicher Hochbauten, Deutsches Institut für Normung e. V., Berlin 2002.

- [39] DiPasquale, E.; Ju, J.W.; Askar, A.; Cakmak, A.S.: Relation between Global Damage Indices and Local Stiffness Degradation, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 116, 1990, 1440-1456.
- [40] Dodd, L.L.; Restrepo-Posada, J.I.: Model for Predicting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol 121, 1995, 433-445.
- [41] Eligehausen, R.; Popov, E.P.; Bertero, V.V.: Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations, Univ. of California, Report No. UCB/EERC-83/23, 1983.
- [42] Eringen, A.C.; Edelen, D.G.D.: On Nonlocal Elasticity, International Journal of Engineering Science, Vol. 10, 1972, 233-248.4.
- [43] Eurocode 8: Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures, ENV 1998-1-1 (1994), ENV 1998-1-2 (1994), ENV 1998-1-3 (1995), ENV 1998-2 (1994), CEN, European Committee for Standardization, Brussels.
- [44] Fäcke, A.; Stempniewski, L.: Identifikation und Vulnerabilitätsanalyse von Bauwerken mit erhöhtem Erdbebenrisikopotential bzw. Sicherheitsanspruch – Fallstudien (Teilprojekt B4), DFNK-Abschlussbericht, Potsdam, 2004, 201-211.
- [45] Fäcke, A.; Stempniewski, L.; Richwalski, S.M.; Parolai, S.; Milkereit, C.; Wang, R.; Bormann, P.; Roth, F.: A Combined Geophysical/Engineering Approach for the Seismic Safety of Long-Span Bridges, Perspectives in Modern Seismology, Vol. 105, Springer-Verlag, 2005, 13-30.
- [46] Feenstra, P.H.; Rots, J.G.: Comparison of Concrete Models for Cyclic Loading. In: Shing, P.B.; Tanabe, T.: Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures Under Seismic Loads ASCE Special Publication, Tokyo, 2001, 38-55.
- [47] FEMA 1997, NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings -FEMA 273, NEHRP Commentary on the Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings - FEMA 274, Federal Emergency Management Agency, Washincton D.C., 1997.
- [48] Fischer, J.; König, G.: Parabel-Schrägriss-Modell für das Versagen von schubschlanken Balken, Beton- und Stahlbeton, Band 92, 1997, 173-177 und 220-224.
- [49] Fujino, Y.; Hashimoto, S.; Abe, M.: Damage Analysis of Hanshin Expressway Viaducts during 1995 Kobe Earthquake. I: Damage Mode of Single Reinforced Concrete Piers, ASCE Journal of Bridge Engineering, Vol. 10, 2005, 45-53.

- [50] Gasparini, D.A.; Vanmarcke, E.H.: Simulated Earthquake Motions Compatible with Prescribed Response Spectra, Massachusetts Inst. of Techn. (MIT), No. R76-4, 1976.
- [51] Gopalaratnam, V.S.; Shah, S.P.: Softening Response of Plain Concrete in Direct Tension. ACI Materials Journal, Vol. 82, 1985, 310-322.
- [52] Grube, H.; Kern, E.; Quitmann, H.D.: Instandhaltung von Betonbauwerken, In: Beton-Kalender 1990 Teil II, Ernst & Sohn, Berlin 1990, 681-720.
- [53] Hanskötter, U.: Strategien zur Minimierung des numerischen Aufwands von Schädigungsanalysen seismisch erregter, räumlicher Hochbaukonstruktionen mit gemischten Aussteifungssystemen aus Stahlbeton, Mitteilung Nr. 94-11, Ruhr-Univ. Bochum, 1994.
- [54] Hashimoto, S.; Fujino, Y.; Abe, M.: Damage Analysis of Hanshin Expressway Viaducts during 1995 Kobe Earthquake. II: Damage Mode of Single Reinforced Concrete Piers, ASCE Journal of Bridge Engineering, Vol. 10, 2005, 54-60.
- [55] Hattori, H.; Miyagi, T.; Masuda, Y.; Iketani, K.; Yoshikawa, H.: Evaluation of Failure Mode and Ductility of Reinforced Concrete Columns, 10th Japan Earthquake Engineering Symposium, Proceedings, 1998, Vol. 2, 2157-2162.
- [56] Hillerborg, A.; Modeer, M.; Petersson, P.E.: Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements, Pergamon Press, Inc., United States, Cement and Concrete Research, Vol. 6, 1976, 773-782.
- [57] Hofstetter, G.; Mang, H.A.: Computational Mechanics of Reinforced Concrete Structures, Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1995.
- [58] Holst, K.H; Holst, R.: Brücken aus Stahlbeton und Spannbeton : Entwurf, Konstruktion und Berechnung, Ernst & Sohn, Berlin, 2004.
- [59] Hoshikuma, J.; Kawashima, K.; Taylor, A.W.: Stress-Strain Model for Confined Reinforced Concrete in Bridge Piers, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 123, 1997, 624-633.
- [60] Hosser, D.: Realistische seismische Lastannahmen f
 ür Bauwerke Ergebnisse einer interdisziplin
 ären Forschungsarbeit, Der Bauingenieur, Band 62, 1987, 567-574.
- [61] Huth, O.; Feltrin, G.: Schadensdiagnose mit modalen Parametern: Erfahrungen an einer Spannbetonbrücke, In: Feltrin, G.: Aktuelle Probleme der Brückendynamik D-A-CH Tagung, Zürich 2003, 43-50.

- [62] Jirasek, M.: Nonlocal Models For Damage And Fracture: Comparison Of Approaches, Pergamon Press, Lausanne, International Journal of Solids Structures, Vol. 35, 1998, 4133-4145.
- [63] Kachanov, L.M.: Time of the Rupture Process under Creep Conditions, Izv. Akad. Nauk. USSR, Otd. Techn., Vol. 8, 1958, 26–31.
- [64] Karsan, I.D.; Jirsa, J.O.: Behaviour of Concrete under Compressive Loadings, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 95, 1969, 2543-2562.
- [65] Keuser, M.: Verbundmodelle f
 ür Nichtlineare Finite-Element-Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen, Dissertation, VDI, Reihe 4 Nr. 71, D
 üsselsdorf, 1985.
- [66] Klein, H.H.: Kenngrößen zur Beschreibung der Erdbebeneinwirkung, Mitteilungen aus dem Inst. f. Massivbau der TH Darmstadt, Nr. 32, Ernst & Sohn, Berlin 1985.
- [67] Klöker, T.: Beitrag zur nichtlinearen Berechnung von Brücken für den Lastfall Erdbeben, Dissertation, TU-München, 1997.
- [68] Krätzig, W.; Meskouris, K.; Hanskötter, U.: Nichtlineare Berechnung von Stahlbeton-Rahmentragwerken nach dem Fließgelenkverfahren, Die Bautechnik, Band 71, 1994, 767-775.
- [69] Krätzig, W.B.; Meyer, I.F.; Stangenberg, F.: Experimentelle Untersuchungen zur Schädigungsevolution und Instandsetzung von Stahlbetonstützen unter erdbebenähnlicher Beanspruchung, SFB151-Berichte Nr. 14, 1989, Ruhr-Univ. Bochum, 1989.
- [70] Kröner, E., Interrelations Between Various Branches of Continuum Mechanics, in Kröner, E. ed. Mechanics of Generalized Continua, Springer, Berlin, 1968, 330-340.
- [71] Kupfer, H.B., Hilsdorf, H.K., Rüsch, H.: Behaviour of Concrete under Biaxial Stresses. ACI Journal, Vol. 66, 1969, 656-666.
- [72] Légeron, F.; Paultre, P.: Uniaxial Confinement Model for Normal- and High-Strength Concrete Columns, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 129, 2003, 241-252.
- [73] Lemaitre, J.: A Course on Damage Mechanics, Springer, Berlin 1996.

- [74] Lettow, S.; Ozbolt, J.; Mayer, U.; Eligehausen, R.: Modellierung des Verbundverhaltens in der Finite Element Analyse von Stahlbetonbauteilen. In: Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Schießl, Heft 2/2003 Baustoffe TU-München, 161-168.
- [75] Lokuge, W.P.: Constitutive Model for Confined High Strength Concrete Subjected to Cyclic Loading, ACI Materials Journal, Vol. 16, 2004, 297-305.
- [76] Ma, S.M.; Bertero, V.V.; Popov, E.P.: Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behaviour of Reinforced Concrete Rectangular and T-beams, Univ. of California, Berkeley, Report UCB/EERC-76/2, 1976.
- [77] Machida, A.; Abdelkareem, K.H.: Effect of Shear Reinforcement on Failure Mode of RC Bridge Piers subjected to Strong Earthquake Motions, 12th WCEE, 2000, New Zealand, No. 1011.
- [78] Maekawa, K.; Fukuura, N.; An, X.: 2D and 3D Multi-directional Cracked Concrete Model under Reversed Cyclic Stresses. In: Shing, P.B.; Tanabe, T.: Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures Under Seismic Loads ASCE Special Publication, Tokyo, 2001, 56-78.
- [79] Mander, J.B.; Priestley, M.J.N.; Park, R.: Observed Stress-Strain Behavior of Confined Concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 114, 1988, 1827-1849.
- [80] Mander, J.B.; Priestley, M.J.N.; Park, R.: Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 114, 1988, 1804-1826.
- [81] Mander, J.B.; Priestley, M.J.N.; Park, R.: Seismic Design of Bridge Piers, University of Canterbury, New Zealand, Research Report 84-2, 1984.
- [82] Mazars, J.: Mechanical Damage and Fracture of Concrete Structures, Advances in Fracture Research, Cannes, 1981, Vol. 4,1499-1506.
- [83] Mazars, J.; Ragueneau, F., Ultimate Behaviour of R/C Bearing Walls: Experiment and Modeling, In: Shing, P.B.; Tanabe, T.: Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures Under Seismic Loads ASCE Special Publication, Tokyo, 2001, 454-470.
- [84] Mehlhorn, G.: Der Ingenieurbau Mathematik, Technische Mechanik, Ernst & Sohn, Berlin, 1999.
- [85] Mehlhorn, G.: Der Ingenieurbau Werkstoffe, Elastizitätstheorie, Ernst & Sohn, Berlin, 1996.

- [86] Menegotto, M.; Pinto, P.E.: Method of Analysis for Cyclically Loaded Reinforced Concrete Plane Frames Including Changes in Geometry and Nonelastic Behaviour of Elements under Combined Normal Force and Bending, IABSE Symp. on Resistance und Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well-Defined Repeated Loads, Final Report, Lissabon, 1973.
- [87] Meskouris, K.: Baudynamik Modelle Methoden Praxisbeispiele, Ernst & Sohn Berlin 1999.
- [88] Meskouris, K.; Hinzen, K.G.: Bauwerke und Erdbeben: Grundlagen Anwendung – Beispiele, Vieweg, Wiesbaden, 2003.
- [89] Meskouris, K.: Beitrag zur Erdbebenuntersuchung von Tragwerken des Konstruktiven Ingenieurbaus, Mitteilung Nr. 82-12, Ruhr Univ. Bochum, 1982.
- [90] Meyer, I.F.: Ein werkstoffgerechtes Schädigungsmodell und Stababschnittselement für Stahlbeton unter zyklischer nichtlinearer Beanspruchung, Mitteilung Nr. 88-4, Ruhr Univ. Bochum, 1988.
- [91] Miranda, E.: Evaluation of Seismic Design Criteria for Highway Bridges, Earthquake Spectra, EERI, Vol. 9, 1993, 233-250.
- [92] Mirza, S.A.; Lacroix, E.A.: Comparative Study of Strength-Computation Methods for Rectangular Reinforced Concrete Columns, ACI Structural Journal, Vol. 99, 2002, 399-410.
- [93] Monti, G.; Spacone, E.: RC Beam-Column FE Including Bond-Slip, In: Shing, P.B.; Tanabe, T.: Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures Under Seismic Loads ASCE Special Publication, Tokyo, 2001, 334-350.
- [94] Monti, G.; Filippou, F.C.; Spacone, E.: Finite Element for Anchored Bars under Cyclic Load Reversals, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 123, 1997, 614-623.
- [95] Mylonakis, G.; Gazetas, G.; Nikolaou, S.; Michaelides, O.: The role of soil on the collapse of 18 piers of the Hanshin Expressway in the Kobe Earthquake, 12th WCEE, 2000, New Zealand, No. 1074.
- [96] Nagashima, T.; Sugano, S.; Kimura, H.: Monotonic Axial Compression Test on Ultra-High_Strength Concrete Tied Columns, 10th WCEE, 1992, Balkema Rotterdam (The Netherland), 2983-2988.
- [97] Ngo, D.; Scordelis, A. C.: Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams, ACI Materials Journal, Vol. 64, 1967, 152-163.

- [98] Ngo, T.; Mendis, P.; Teo, D.: Performance of Concrete Building Structures Subjected to Blast Loading, Concrete in the 3rd Millennium - The 21st Biennial Conference, Brisbane (Australia) 2003.
- [99] Niklasch, C.: Numerische Untersuchungen zum Leckageverhalten von gerissenen Stahlbetonwänden, Dissertation, Univ. Karlsruhe (TH), in Bearbeitung.
- [100] NZS 3402: Steel Bars for the Reinforcement of Concrete, New Zealand Standard, 1989.
- [101] AS/NZS 4671: Steel Reinforcing Materials, joint Australian/New Zealand Standard 2001.
- [102] Ozbolt, J.: Maßstabseffekt und Duktilität von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen, Habilitation, Univ. Stuttgart, Mitteilung Nr. 1995/2, 1995.
- [103] Ozcebe, G.; Saatcioglu, M.: Confinement of Concrete Columns for Seismic Loading, ACI Structural Journal, Vol. 84, 1987, 308-315
- [104] Palermo, A.; Pampanin, S.; Calvi, G.M.: Use of "Controlled Rocking" in the Seismic Design of Bridges, 13th WCEE, 2004, Vancouver (Canada), No. 4006.
- [105] Park, R.; Paulay, T.: Reinforced Concrete Structures, John Wiley & Sons, New York, 1975.
- [106] Park, R.; Kent, D.C.; Sampson, R.A.: Reinforced Concrete Members with Cyclic Loading, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 98, 1972, 1341-1360.
- [107] Paulay, T: The Displacement Capacity of Reinforced Concrete Coupled Walls, Engineering Structures, Vol. 24, 2002, 1165-1175.
- [108] Paulay, T.; Bachmann, H.; Moser, K.: Erdbebenbemessung von Stahlbetonhochbauten, Birkhäuser, Basel, 1990.
- [109] Petrangeli, M.; Pinto, P.E.; Ciampi, V.: Fiber Element for Cyclic Bending and Shear of RC Structures. I. Theory, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 125, 1999, 994-1001.
- [110] Pochanart, S.; Harmon, T.: Bond-Slip for Generalized Excitations Including Faitgue, ACI Materials Journal, Vol. 86, 1989, 465-475.
- [111] Priestley, M.J.N.; Seible, F.; Calvi, G.M.: Seismic design and retrofit of bridges. John Wiley & Sons, New York, 1996.

- [112] Priestley, M.J.N.; Verma, R.; Xiao, Y.: Seismic Shear Strength of Reinforced Concrete Columns, ASCE Journal of Structural Engineering, 120, 1994, 2310-2329.
- [113] Ramberg, W.; Osgood, W.R.: Description of stress-strain curves by three parameters. Technical Note 902, National Advisory Committee for Aeronautics 1943.
- [114] Ranzo, G.; Petrangeli, M.: A Fibre Finite Beam Element with Section Shear Modelling for Seismic Analysis of RC Structures, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 2, 1998, 443-473.
- [115] Rashid, J.Y.R.; Dameron, R.A.; Dowell, R.K.: Recent Advances in Concrete Material Modeling and Application to the Seismic Evaluation and Retrofit of California Bridges, 12th WCEE, 2000, New Zealand, No. 0176.
- [116] Razvi, S.; Saatcioglu, M.: Tests of High-Strength Concrete Columns under Concentric Loading. Rep. No. OCEERC 9603, Ottawa Canada 1996.
- [117] Razvi, S.; Saatcioglu, M.: Confinement Model for High-Strength Concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 125, 1999, 281-289.
- [118] Reinhardt, H.W.; Cornelissen, H.A.W., Post-Peak Cyclic Behaviour of Concrete in Uniaxial Tensile and Alternating Tensile and Compressive Loading, Cement and Concrete Research, Vol. 14, 1984, 263-270.
- [119] Richart, F.E.; Brandtzaeg, A.; Brown, R.L.: A Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses, Bulletin No. 185, Engineering Experimental Station, Univ. of Illinois, Urbana 1928.
- [120] Roelfstra, P.E.; Wittmann, F.H.: Numerical Method to link Strain Softening with Failure of Concrete. in: Fracture, Toughness and Fracture Energy of Concrete (ed. Wittmann, F.H.), Elsevier, 1986, 163-175.
- [121] Saatcioglu, M.; Razvi, S.R.: Strength and ductility of confined concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 118, 1992, 1590-1607.
- [122] Saatcioglu, M.; Alsiwat, J.M.; Ozcebe, G.: Hysteretic Behavior of Anchorage Slip in R/C Members, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, 1992, 2439-2458.
- [123] Sakai, J.; Kawashima, K.: An Unloading and Reloading Stress-Strain Model for Concrete Confined by Tie Reinforcements, 12th WCEE, 2000, New Zealand, No. 1431.

- [124] Salse, E.A.B.; Fintel, M.: Strength, Stiffness and Ductility Properties of Slender Shear Walls, 5th WCEE, 1973, Rom, 919-928.
- [125] Schmidt-Hurtienne, B.: Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einschluss des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung, Dissertation Univ. Karlsruhe (TH), 2001.
- [126] Schweizerhof, K.: Quasi-Newton Verfahren und Kurvenverfolgungsalgorithmen für die Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme in der Strukturmechanik, Berichte des Instituts für Baustatik 9/89, Univ. Karlsruhe (TH), 1989.
- [127] Scott, B.D.; Park, R.; Priestley, J.N.: Stress-Strain Behaviour of Concrete Convined by Overlapping Hoops at low and high Strain Rates, ACI-Journal, Vol. 79, 1982, 13-27.
- [128] Seckin, M; Uzumeri, S.M.: Exterior Beam-Column-Joints in R/C Frames, 7th WCEE, 1980, Istanbul, Part VI.
- [129] Sheikh, S.A.; Uzumeri, S.M.: Properties of Concrete Confined by Rectangular Ties. AICAP-CEB Symposium on Structural Concrete under Seismic Action, Bulletin d' Information No 132, 1979, 53-60.
- [130] Sheikh, S.A.; Uzumeri, S.M.: Strength and Ductility of Tied Concrete Columns, ASCE Journal of Structural Division, Vol. 106, 1980, 1079-1102.
- [131] Sheikh, S.A.; Uzumeri, S.M.: Analytical Model for Concrete Confinement in Tied Columns, ASCE Journal of Structural Division, Vol. 108, 1982, 2703-2722.
- [132] Shirai, N.; Moriizumi, K.; Terasawa, K.: Cyclic analysis of RC Columns: Macro-Element Approach, In: Shing, P.B.; Tanabe, T.: Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures Under Seismic Loads ASCE Special Publication, Tokyo, 2001, 435-453.
- [133] Sinha, B.P.; Gerstle, K.H.; Tulin, L.G.: Stress-Strain Relations for Concrete under Cyclic Loading, ACI-Journal, Vol. 61, 1964, 195-211.
- [134] Skinner, R. I.; Robinson, W. H.; McVerry, G. H., An Introduction to Seismic Isolation, John Wiley & Sons, Chichester, 1993.
- [135] Sluys, L.J.: Wave Propagation, Localisation and Dispersion in Softening Solids, Dissertation, TU-Delft, 1992.
- [136] Steinbrugge, K.: EQIIS Image Database, National Information Service for Earthquake Engineering, http://nisee.berkeley.edu/eqiis.html, University of California, Berkeley.

- [137] Stempniewski, L.; Fäcke, A.: Das Erdbebenrisiko von Infrastrukturen am Beispiel der Kölner Rheinbrücken, Der Prüfingenieur, Band 22, 2003, 56-62.
- [138] Stempniewski, L.; Eibl, J.: Finite Elemente im Stahlbeton, Betonkalender Teil 2, Ernst & Sohn 1996, 577-647.
- [139] Su, X.; Zhu, B.: Algorithm for Hysteresis Analysis of Prestressed-Concrete Frames, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 120, 1994, 1732-1744.
- [140] Thiele, K.; Dazio, A.; Bachmann, H.: Bewehrungsstahl unter zyklischer Beanspruchung, Bericht Nr. 264, ETH Zürich, Basel, 2001.
- [141] Trifunac, M.D.; Brady, A.G.: A Study of the Duration of Strong Earthquake Ground Motion, Bulletin of the Seismological Society of America Vol. 65, 1975, 581-626.
- [142] Van Mier, J.G.M.: Complete Stress-Strain Behaviour and Damaging Status of Concrete under multiaxial Loading. RILEM-CEB-CNRS; International Conference on Concrete under multiaxial Conditions, Vol. 1, Presses de l'Université Paul Sabatier; Toulouse; Frankreich, 1984, 75-85.
- [143] Vanmarcke, E.H.; Lai, S.S.P.: Strong-Motion Duration and RMS Amplitude of Earthquake Records, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 70, 1980, 1293-1307.
- [144] Vellenas, J.; Bertero, V.V.; Popov, E.P.: Concrete Confined by Rectangular Hoops and Subjected to Axial Loads, Univ. of California, Report No. UCB/EERC-77/13, 1977.
- [145] Vielsack, P.: Orbitale Stabilität nichtglatter Bewegungen bei permanenten numerischen Störungen, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM), Band 79, 1999, 105-108.
- [146] Vielsack, P.: Totale Stabilität in der Plastokinetik, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik (ZAMM), Band 66, 1986, 321-329.
- [147] Vielsack, P.: Zur Dynamik des elastisch-plastischen Knickens, Ingenieur-Archiv, Band 54, 1984, 268-274.
- [148] Vielsack, P.; Kammerer, H.: Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 173, 1999, 21-29.
- [149] Vintzileou, E.; Malliri, P.: An Empirical Model for Predicting the Mechanical Properties of Confined Concrete, Magazine of Concrete Research, Vol. 51, 1999, 353-364.
- [150] Watson, S.; Zahn, F.A.; Park, R.: Confining Reinforcement For Concrete Columns, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 120, 1994, 1798-1823.
- [151] Wischers, G.: Aufnahme und Auswirkungen von Druckbeanspruchungen auf Beton, Betontechnische Berichte, Band 19, 1978, 31-56.
- [152] Wohlfahrt, R.; Koch, R.: Versuche an Stützen mit Normalkraft und Zwangsverschiebungen, DAfStb Heft 376, Ernst & Sohn, Berlin 1986.
- [153] Wolf, J.P.: Soil-Structure-Interaction Analysis in Time Domain, Englewood Cliffs, New Jersey, 1988.
- [154] Wommelsdorff, O.: Stahlbetonbau Grundlagen biegebeanspruchter Bauteile, Werner, Düsseldorf, 2002.
- [155] Wriggers, P.: Nichtlineare Finite-Element-Methoden, Springer, Berlin, 2001.
- [156] Yankelevsky, D.Z.; Reinhardt, H.W.: Model For Cyclic Compressive Behavior Of Concrete. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 113, 1987, 228-240.
- [157] Yoshikawa, H.; Miyagi, T.: Ductile and Failure Modes of Single Reinforced Concrete Columns. In: Shing, P.B.; Tanabe, T.: Modeling of Inelastic Behavior of RC Structures Under Seismic Loads ASCE Special Publication, Tokyo, 2001, 351-368.
- [158] Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.: The Finite Element Method. Its Basis and Fundamentals, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005.
- [159] Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.: The Finite Element Method Vol. 1: Basic Formulations and Linear Problems, Vol. 2: Solid and Fluid Mechanics Dynamics an Non-Linearity, McGraw-Hill, London, 1989.