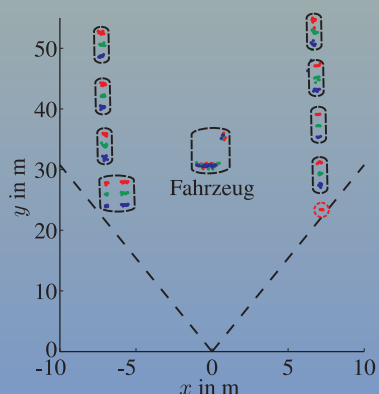
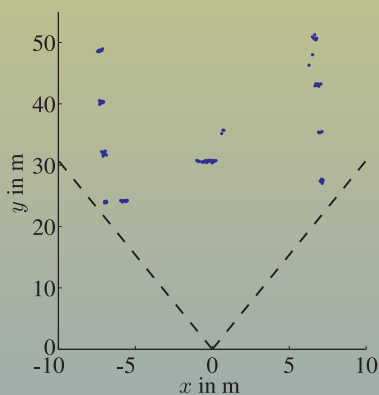
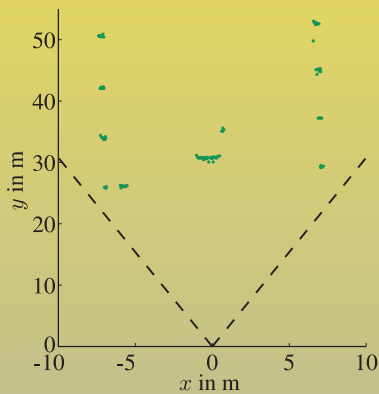
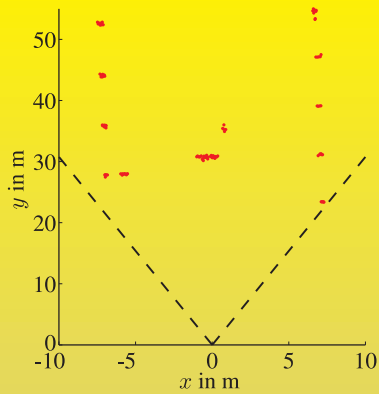


Institut für Mess- und Regelungstechnik
Universität Karlsruhe (TH)
Nr. 009

MSc Andreas Kapp

Ein Beitrag zur Verbesserung und Erweiterung der Lidar- Signalverarbeitung für Fahrzeuge



Andreas Kapp

**Ein Beitrag zur Verbesserung und Erweiterung der
Lidar-Signalverarbeitung für Fahrzeuge**

Schriftenreihe
Institut für Mess- und Regelungstechnik,
Universität Karlsruhe (TH)

Band 009

Ein Beitrag zur Verbesserung und Erweiterung der Lidar-Signalverarbeitung für Fahrzeuge

von
Andreas Kapp



universitätsverlag karlsruhe

Dissertation, Universität Karlsruhe (TH)
Fakultät für Maschinenbau, 2007

Impressum

Universitätsverlag Karlsruhe
c/o Universitätsbibliothek
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe
www.uvka.de



Dieses Werk ist unter folgender Creative Commons-Lizenz
lizenziert: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/de/>

Universitätsverlag Karlsruhe 2007
Print on Demand

ISSN: 1613-4214
ISBN: 978-3-86644-174-3

Denn wer ist unter euch, der einen Turm bauen will und setzt sich nicht zuvor hin und überschlägt die Kosten, ob er genug habe, um es auszuführen, – damit nicht, wenn er den Grund gelegt hat und kann's nicht ausführen, alle, die es sehen, anfangen, über ihn zu spotten [...] (Lk 14, 28–30)

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Karlsruhe (TH) unter der Leitung von Herrn Prof. Dr.-Ing. Christoph Stiller. Ihm danke ich für die Förderung meiner Arbeit und die gewährten wissenschaftlichen Freiheiten. Herrn Prof. Dr.-Ing. Franz Mesch danke ich dafür, dass er mit seinem fachlichen und überfachlichen Wissen den Institutsalltag bunter und reicher machte.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Georg Bretthauer danke ich für die freundliche Übernahme des Korreferates und wertvolle fachliche Hinweise.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Lutz Gröll für die fruchtbare Zusammenarbeit und die vielen hilfreichen Anmerkungen, die mich forderten und in meiner Arbeit förderten.

Meinen Kollegen am Institut, dem Sekretariat und den Werkstätten danke ich für die lockere Arbeitsatmosphäre und die große, unkomplizierte Hilfsbereitschaft. Hervorheben möchte ich Thao Dang, Frank-Stefan Müller und Oliver Pink, die meine Arbeit Korrektur lasen, und Werner Paal, der meinen Laptop immer wieder zum Laufen brachte. Weiterhin bedanke ich mich bei meinen Diplomanden und Studienarbeitern, die mit Fleiß, einigen Ideen und vielen Fragen zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben, und bei Rupert Besley, der mich bei kniffligen Englischproblemen beriet.

Herzlich bedanke ich mich bei Marion Behr und meinen Eltern Helmut und Lotte Kapp, die mich unterstützten und mir oft das Lachen wiederschenkten, so dass ich den Turmbau erfolgreich abschließen konnte.

Bensheim, im August 2007

Andreas Kapp

Kurzfassung

Moderne Fahrerassistenzsysteme setzen eine räumliche Erfassung des Fahrzeugumfeldes voraus. Als Sensoren werden dabei neben Radarsensoren auch Laserscanner eingesetzt, die eine hohe Winkelauflösung bei nahezu konstanter Entfernungsauflösung bieten. Es ist Aufgabe der Signalverarbeitung, aus den Messungen, Lidar-Daten genannt, das Fahrzeugumfeld zuverlässig und genau zu rekonstruieren.

Zur Rekonstruktion des Umfeldes werden Lidar-Daten, die mit großer Wahrscheinlichkeit vom gleichen Objekt herrühren, gruppiert. Mit Hilfe der folgenden Messungen werden die Objekte zeitlich verfolgt. So wird es möglich, die Bewegung dieser Objekte zu schätzen und deren zukünftige Position zu präzisieren. Entscheidend sind dabei der relative Abstand und die relative Bewegung dieser Objekte in Bezug zum eigenen Fahrzeug.

Diese Arbeit untersucht bestehende Ansätze zur Mehrzielverfolgung und bewertet diese hinsichtlich ihrer Eignung für Fahrzeuge. Der hiervon abgeleitete Algorithmus, der Messungen gruppiert und die zugehörigen Objekte verfolgt, wurde erfolgreich auf Lidar-Daten getestet. Aufbauend auf dieser Signalverarbeitung wird analysiert und gezeigt, wie der Einfluss stochastischer Messfehler auf die Abstandsschätzung mit statistischen Methoden verringert werden kann. Zusätzlich treten auch deterministische Fehler infolge der Relativbewegung zwischen gemessenem Objekt und Fahrzeug auf. Deren Einfluss wird quantifiziert, und es wird gezeigt, wie die deterministischen Fehler mit Zusatzwissen vollständig kompensiert werden können. Der letzte Abschnitt erweitert die Lidar-Signalverarbeitung von einer Abstandsschätzung auf eine vollständige Bewegungsschätzung, wobei die typische Bewegung eines Fahrzeuges berücksichtigt wird. Das vorgestellte rekursive Verfahren wurde erfolgreich getestet und erzielt eine höhere Genauigkeit als das konventionelle Verfahren.

Schlagnworte: Laserscanner – statistisches Verfahren – rekursive Zustandsschätzung

Abstract

Advanced driver assistance systems require a spatial perception of the field around the car. Besides radar sensors, lidar scanners are used; these provide a high angular resolution and an almost constant distance resolution. The objective of lidar signal processing is to reconstruct the field around the car with high reliability and accuracy.

In order to reconstruct this field, lidar data likely to result from the same object are clustered. Based on the successive measurements, objects are tracked over time. Thus, it is possible to estimate the motion of these objects and to predict their future position. Critical to this are the distance and the motion of these objects in relation to the ego-car.

This thesis examines existing multi-target tracking algorithms and evaluates their suitability for automotive applications. Based on this evaluation, an algorithm is derived which clusters measurements and tracks the corresponding objects. This was tested successfully on real lidar data. It is analysed and demonstrated how the influence of random measurement errors on the distance estimation can be minimised through statistical procedures. Also occurring are deterministic errors due to the relative motion between scanned object and car. Their influence is quantified and it is explained how the deterministic errors can be compensated for completely with the use of additional knowledge. The last section extends lidar signal processing from distance estimation to a complete motion estimation considering the typical motion of a car. The recursive procedure put forward here was tested successfully and its accuracy is higher than that of the conventional approach.

Keywords: Lidar scanner – statistical procedure – recursive state estimation

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	XI
1 Einleitung	1
1.1 Einordnung der Arbeit	1
1.2 Ziele der Arbeit	4
1.3 Gliederung der Arbeit	7
2 Untersuchung und Bewertung bestehender Ansätze zur Mehrzielverfolgung	9
Einleitung	9
2.1 Mengenbasierte Darstellung	9
2.1.1 Datenassoziation	10
2.1.2 Trackmanagement	12
2.2 Beschreibung der Operationen	14
2.2.1 Datenassoziation	14
2.2.2 Tracking	20
2.2.3 Trackmanagement	25
2.3 Realisierung der Lidar-Signalverarbeitung	28
2.3.1 Realisierung	28
2.3.2 Testen des Verfahrens	29
Wesentliche Ergebnisse des Kapitels	31
3 Statistische Untersuchung für eine genauere Abstandsschätzung	32
Einleitung	32
3.1 Statistisches Sensormodell	32
3.2 Schätzverfahren	36

3.2.1	Kenntnisstand	36
3.2.2	Least-Squares-Schätzer	37
3.2.3	Maximum-Likelihood-Schätzer	38
3.2.4	Optimierungsansatz für eine L-Form	40
3.3	Statistik der Schätzer	41
3.3.1	Least-Squares-Schätzer	41
3.3.2	Maximum-Likelihood-Schätzer	44
3.3.3	Robuste Schätzer	46
3.4	Großzahlexperimente	46
3.4.1	Beschreibung der Konfigurationen	47
3.4.2	Ergebnisse der Großzahlexperimente	48
3.4.3	Bewertung der Ergebnisse	50
	Wesentliche Ergebnisse des Kapitels	52
4	Genauigkeitsverbesserung durch Bewegungskompensation	53
	Einleitung	53
4.1	Qualitative Beschreibung	53
4.2	Quantitative Untersuchung	56
4.2.1	Annahmen	56
4.2.2	Nomenklatur	57
4.2.3	Simulation	59
4.3	Modellierung	64
4.3.1	Streckenmodell von Fahrzeugheck und -front	65
4.3.2	Streckenmodell der Fahrzeugseite	67
4.4	Identifizierbarkeit	67
4.4.1	Identifizierbarkeit von Fahrzeugheck und -front	67
4.4.2	Identifizierbarkeit der Fahrzeugseite	69
4.5	Zusatzwissen	69
4.5.1	Zusatzwissen über Fahrzeugheck und -front	70
4.5.2	Zusatzwissen über Fahrzeugseite	71

4.6	Kompensation	73
4.6.1	Modell von Fahrzeugheck und -front	73
4.6.2	Modell der Fahrzeugseite	74
	Wesentliche Ergebnisse des Kapitels	74
5	Zuverlässige Bewegungsschätzung aus einer Lidar-Datensequenz	75
	Einleitung	75
5.1	Literatur	76
5.2	Motivation	77
5.2.1	Aufgabenstellung	77
5.2.2	Annahmen	77
5.2.3	Lösungsansatz	78
5.3	Nichtparametrisches Bewegungsmodell	79
5.3.1	Herstellen von Punktkorrespondenzen	80
5.3.2	Bestimmen der optimalen Translation und Rotation	85
5.3.3	Vergleich der Verfahren zum Bestimmen des nichtparametrischen Bewegungsmodells	86
5.4	Parametrische Bewegungsmodelle	87
5.4.1	Parametrische Bewegungsmodelle	87
5.4.2	Schätzen der Modellparameter	91
5.4.3	Wahl des Bewegungsmodells	95
5.5	Linearisiertes Klothoidenmodell	96
5.5.1	Linearisiertes Klothoidenmodell	96
5.5.2	Schätzen der Modellparameter	97
5.5.3	Testen der Bewegungsschätzung	99
5.6	Vergleich der Bewegungsschätzungen	100
	Wesentliche Ergebnisse des Kapitels	102
6	Zusammenfassung	104

A Anhang	107
A.1 Anhang zu Kapitel 3	107
A.1.1 Beweis von Theorem 3.1	107
A.1.2 Beweis von Theorem 3.2	109
A.1.3 Beweis von Theorem 3.3	110
A.2 Anhang zu Kapitel 4	111
A.2.1 Formeln zu Tabelle 4.1	111
A.2.2 Formeln zu Tabelle 4.2	112
A.2.3 Streckenmodell von Fahrzeugheck und -front	113
A.2.4 Streckenmodell der Fahrzeugseite	114
A.3 Anhang zu Kapitel 5	114
A.3.1 Formulierung der Klothoide mit Fresnel-Integralen	114
A.3.2 Grenzübergang von Klothoide zu Kreis	115
Literaturverzeichnis	116

Symbolverzeichnis

Abkürzungen

Lidar	Akronym aus <i>Light Detection and Ranging</i> (analog zu Radar)
LS	Least Squares, Methode der kleinsten Quadrate
MAP	Maximum-a-posteriori
ML	Maximum Likelihood
o. E. d. A.	ohne Einschränkung der Allgemeinheit

Notationsvereinbarungen

Mengen	kalligraphisch, groß	$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \dots$
Skalare, Vektoren	klein, kursiv	a, b, c, \dots
Matrizen	groß, kursiv	A, B, C, \dots
Zufallsgrößen	fett, kursiv	$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \dots$
Realisierungen von Zufallsgrößen	kursiv	a, b, c, \dots

Symbole

\hat{x}	Schätzer der Zufallsgröße x
\hat{x}	Schätzwert (Schätzung) der Zufallsgröße x
$E\{\cdot\}$	Erwartungswertoperator
μ_x	Erwartungswert der Zufallsgröße x , $\mu_x = E\{x\}$
Σ_x	Kovarianzmatrix der Zufallsgröße x
s_x^2	empirische Varianz der Stichprobe $x = (x_1, \dots, x_n)^T$
f_x	Wahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsgröße x
$\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$	Normalverteilung mit Mittelwert μ und Kovarianzmatrix Σ
a^T	Transponierte des Vektors a
A^T	Transponierte der Matrix A
\propto	Proportionalität

\mapsto	Abbildung
$:=$	Definition
\emptyset	leere Menge
$ \cdot $	Mächtigkeit einer Menge
$\ \cdot\ _2$	euklidische Norm
$\ \cdot\ _F$	Frobenius-Norm einer Matrix
0_n	n -dimensionaler Nullvektor
1_n	n -dimensionaler Einsvektor
I_n	n -dimensionale Einheitsmatrix
$1_{n \times n}$	n -dimensionale Einsmatrix, $1_{n \times n} = 1_n 1_n^T$
(x_1, \dots, x_n)	Verkettung von n Vektoren gleicher Dimension

1 Einleitung

1.1 Einordnung der Arbeit

Moderne Fahrzeuge sind mit zahlreichen Sensoren ausgestattet, die sowohl sicherheitskritische Funktionen als auch Komfortanwendungen ermöglichen. Bekanntes Beispiel einer sicherheitskritischen Funktion ist das Antiblockiersystem (ABS). Sicherheitskritische Funktionen setzen Sensoren voraus, die physikalische Größen, wie z. B. bei ABS die Raddrehzahlen, zuverlässig erfassen. Während sich einfache Funktionen auf die Überwachung des eigenen Fahrzeuges beschränken, erfordern komplexere Funktionen die räumliche Erfassung des Fahrzeugumfeldes. Bei Adaptive Cruise Control (ACC), einem Tempomaten mit Abstandsüberwachung, werden mit einem Radarsensor der Abstand und die Relativgeschwindigkeit von Objekten, die sich vor dem Fahrzeug befinden, gemessen. Mit der kontinuierlichen Erfassung und Überwachung dieses Bereichs kann das ACC-System eine drohende Kollision frühzeitig erkennen und gegebenenfalls Gegenmaßnahmen, wie z. B. Bremsen, einleiten.

Radarsensoren liefern neben dem Abstand eines Objektes auch dessen Relativgeschwindigkeit. Da die Winkelauflösung der in Fahrzeugen verwendeten Radarsensoren jedoch gering und der Sichtbereich klein ist, ist eine genaue Erfassung des Fahrzeugumfeldes ausschließlich mit Radarsensoren nicht möglich. Radarsensoren werden deshalb häufig zusammen mit Videokameras verwendet, da diese eine hohe Winkelauflösung haben. Anstelle dieses Fusionsansatzes bietet sich der Einsatz eines Laserscanners an. Dieser misst über die Laufzeit eines sehr kurzen Laserpulses, der an einem Objekt im Strahlengang reflektiert wird, die Entfernung dieses Objektes. Der periodisch abgestrahlte Laserpuls wird zusätzlich durch einen Spiegel abgelenkt, so dass der Laserscanner den Sichtbereich mit hoher Winkelauflösung abtastet. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde in Kooperation mit dem Forschungszentrum Karlsruhe ein miniaturisierter Laserscanner aufgebaut [Kap04, Bru05, Kap06b]. Dabei wird der Laserpuls durch einen oszillierenden Minispiegel abgelenkt, wodurch sich gegenüber den rotierenden Makrospiegeln bestehender Systeme eine Bauraumersparnis ergibt [Bru04, Bru06a, Bru06b].

Laserscanner und Radarsensor beruhen beide auf dem Laufzeitprinzip, d. h. sie messen die Entfernung eines Objektes über die Laufzeit (*engl.* time of flight), die ein abgestrahlter Laserpuls bzw. eine abgestrahlte elektromagnetische Welle vom

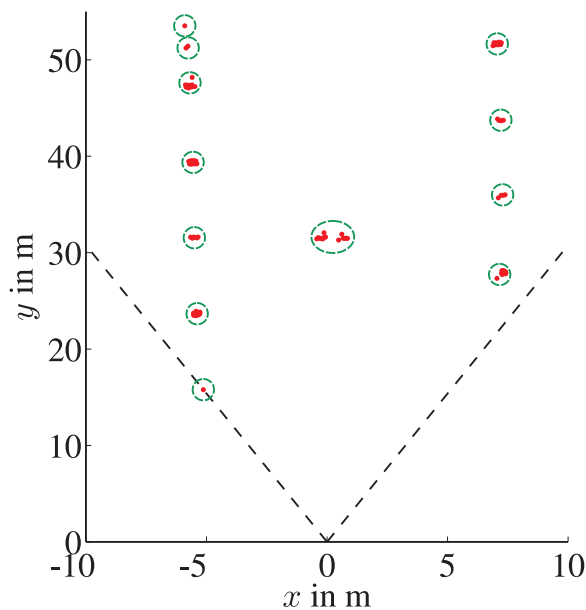
Sensor zum Objekt und nach der Reflexion zurück zum Sensor benötigt. Die beiden Sensortypen unterscheiden sich jedoch in ihrem Frequenzbereich (Laserscanner: $33,3 \cdot 10^{15}$ Hz, Radar: $77 \cdot 10^9$ Hz) und der bevorzugten Modulationsart. Während Laserscanner für Fahrzeuge gepulst betrieben werden, um unter Wahrung der Augensicherheit (Laserschutzklasse 1 [Las01]) eine möglichst große Reichweite und Empfindlichkeit zu erreichen, werden Radarsensoren oft frequenzmoduliert betrieben. Somit kann bei Radarsensoren der Doppler-Effekt zur Messung der Relativgeschwindigkeit genutzt werden, während bei gepulsten Laserscannern i. Allg. nur die Entfernung gemessen wird.

Ein Laserscanner tastet das Fahrzeugumfeld mit einer hohen Winkelauflösung ab, so dass ein Objekt während eines Scans mehrmals gemessen wird. Um aus den Messungen, d. h. den Lidar-Daten, auf die vorhandenen Objekte schließen zu können, werden Messungen, die mit großer Wahrscheinlichkeit von einem einzigen Objekt stammen, gruppiert. Das zugehörige Objekt wird auf Basis der folgenden Lidar-Datenframes über der Zeit verfolgt, wobei mit *Frame* sowohl ein einzelner Scan als auch die in diesem Scan gewonnenen Messungen bezeichnet werden. Durch die zeitliche Verfolgung eines Objektes kann dessen Relativgeschwindigkeit geschätzt werden. Kritisch dabei sind sowohl die Zuordnung der Messungen zu den einzelnen Objekten als auch die Bewegungsschätzung für die Objekte.

Bild 1.1 zeigt zwei Frames einer Lidar-Datensequenz, die im Abstand von ca. 67 ms aufgenommenen wurden. Der Sichtbereich des Laserscanners hat einen Öffnungswinkel von ca. 40° , und die maximale Sichtweite beträgt ca. 100 m, wobei in Bild 1.1(a) und Bild 1.1(b) jeweils nur ein Ausschnitt von ca. 50 m Länge zu sehen ist. Zu Beginn sind nur die Messungen des ersten Frames bekannt, die in Bild 1.1(a) abgebildet sind. Da der Abstand zwischen den einzelnen Objekten in diesem Beispiel ausreichend groß ist, können die Messungen zuverlässig auf Basis ihres geometrischen Abstandes geclustert werden. Die Relativbewegung ist jedoch noch unbekannt. Erst wenn Messungen eines weiteren Frames vorliegen, ist eine Bewegungsschätzung möglich. Hierfür muss ein zeitlicher Zusammenhang zwischen den Messungen der unterschiedlichen Frames hergestellt werden. Ist die Wiederholfrequenz des Laserscanners hoch, kann der zeitliche Zusammenhang einfach hergestellt werden, wie Bild 1.1(b) zeigt.

Dieses *Datenassoziationsproblem*, d. h. das Herstellen eines räumlichen und zeitlichen Zusammenhanges zwischen den Messungen, wird jedoch schwierig, wenn

- die Messungen stark verrauscht sind,
- der Abstand der Objekte gering ist,
- die Relativverschiebung zwischen zwei Frames groß ist,



(a) Messungen des ersten Frames

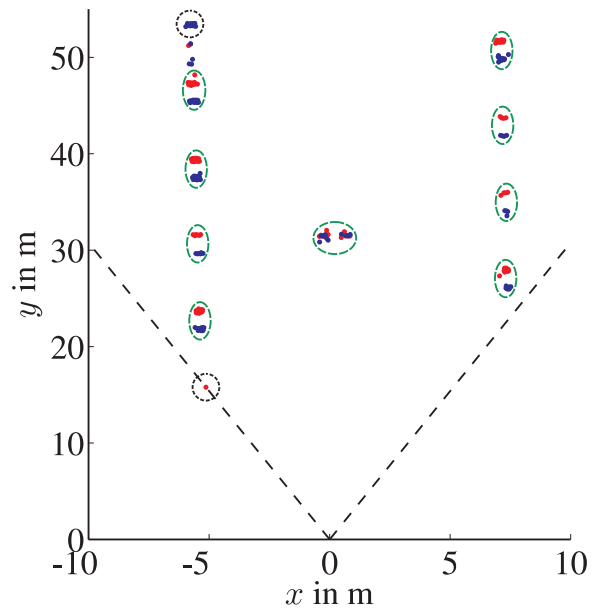
(b) Messungen des ersten (rot) und zweiten Frames (blau), die im Abstand $\Delta t \approx 67$ ms aufgenommen wurden

Bild 1.1: Für eine zuverlässige Objektverfolgung muss ein räumlicher und ein zeitlicher Zusammenhang zwischen den Lidar-Messungen hergestellt werden. Grüne Ellipsen umschließen zusammengehörende Messungen (rote und blaue Punkte), schwarze Kreise markieren Objekte, die neu auftauchen oder den Sichtbereich verlassen.

- die räumliche Ausdehnung der Objekte groß ist,
- Objekte im Sichtbereich auftauchen oder andere diesen verlassen.

Für das zeitgleiche Verfolgen mehrerer *punktförmiger Objekte* in verrauschten Lidar-Messungen gibt es zahlreiche Algorithmen [Bla99, BS00]. Ist das Messrauschen klein und die Dichte der Fehlmessungen (Clutter) sehr gering, eignen sich der Nearest-Neighbor-Algorithmus [Bla99] und der Joint-Probabilistic-Data-Association-Algorithmus (JPDA) [For83] gut zur Mehrzielverfolgung. Bei mittlerer Clutterdichte werden Multihypothesenansätze verwendet, z. B. der Multi-Hypothesis-Tracking-Algorithmus (MHT) [Rei79], die jedoch einen sehr hohen Rechenaufwand erfordern. Bei sehr hoher Clutterdichte erweisen sich moderne Ansätze wie z. B. Finite Set Statistics (FISST) [Goo97, Mah01], die eine Auftrennung in Datenassoziation und Tracking vermeiden, als vielversprechend.

Im Gegensatz zum Verfolgen *punktförmiger Objekte* ist das Verfolgen *ausgedehnter Objekte* in verrauschten Lidar-Messungen ein verhältnismäßig junges For-

schungsthema [BS00]. Da die räumliche Ausdehnung der Objekte größer als der Abstand der Objekte sein kann, ist der zeitliche Zusammenhang der Messungen bei der Datenassoziation besonders wichtig. Moderne Ansätze verwenden parametrische [Gil05] und nichtparametrische Modelle [Käm05] für die Objektdaten.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Lidar-Signalverarbeitung für Fahrzeuge. Dabei erfasst ein Laserscanner das Fahrzeugumfeld, wobei die Messungen zwar nur schwach verrauscht sind, der relative Abstand der im Sichtbereich vorhandenen Objekte jedoch gering im Vergleich zu ihrer räumlichen Ausdehnung sein kann. Aufgabe der Signalverarbeitung ist es, die Lidar-Messungen auf Basis eines räumlichen oder zeitlichen Zusammenhanges zuverlässig zu Objekten zu gruppieren, die Hindernissen, z. B. vorausfahrenden Fahrzeugen, entsprechen. Für „einfache“ Systeme wie das ACC-System genügt es, zuverlässig und genau den Abstand dieser Hindernisse zu bestimmen. Für komplexere Systeme, die das gesamte Fahrzeugumfeld erfassen, um drohende Kollisionen rechtzeitig erkennen zu können, muss neben dem Abstand auch die Relativgeschwindigkeit der Hindernisse zuverlässig und genau ermittelt werden. Neben diesen Anforderungen an die Signalverarbeitung muss bedacht werden, dass das Ergebnis der Signalverarbeitung, d. h. der Abstand und die Relativbewegung der anderen Objekte, möglichst in Echtzeit (d. h. in 33,3 ms) vorliegen sollte. Daraus folgen die Ziele der vorliegenden Arbeit.

1.2 Ziele der Arbeit

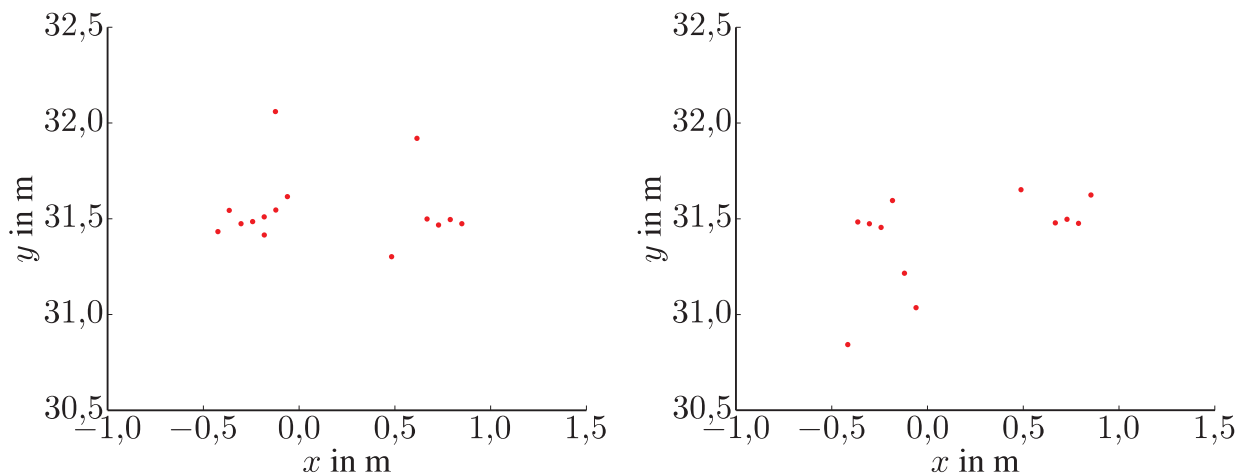
Ziel 1: Untersuchung und Bewertung bestehender Ansätze zur Mehrzielverfolgung

Das erste Ziel der vorliegenden Arbeit ist eine Untersuchung und Bewertung bestehender Ansätze zur Mehrzielverfolgung auf Basis von Lidar-Messungen. Dabei werden die in den Standardwerken [Bla99, BS00] beschriebenen Verfahren bezüglich ihrer Eignung für die Anwendung für Fahrzeuge und ihres Rechenzeitbedarfs untersucht. Auf Basis dieses bewertenden Vergleichs werden Empfehlungen für gut geeignete Algorithmen abgeleitet, die in einem Rechnerprogramm umgesetzt und getestet werden.

Im Gegensatz zu der in Standardwerken gewählten verbalen Darstellung der Mehrzielverfolgung wird in Kapitel 2 zur Beschreibung eine neuartige mengenbasierte Darstellung eingeführt. Diese Beschreibung ermöglicht eine kompakte Darstellung, die einen leicht verständlichen Zugang zur Mehrzielverfolgung eröffnet und eine direkte Umsetzung in einem Rechnerprogramm ermöglicht.

Ziel 2: Verbesserte Abstandsschätzung mit statistischem Ansatz

Bild 1.2(a) und Bild 1.2(b) zeigen Messungen, die vom Heck eines vorausfahrenden Fahrzeuges stammen und in einem zeitlichen Abstand von 66,7 ms aufgenommen wurden. Obwohl die Messungen vom gleichen Objekt stammen, haben die Punktwolken eine unterschiedliche Form, so dass der Abstand des Hecks nur unsicher geschätzt werden kann. Eine zuverlässige und genaue Abstandsinformation ist jedoch wichtig für Fahrerassistenzsysteme wie ACC. Deshalb untersucht Kapitel 3, wie die Genauigkeit¹ der Abstandsschätzung auf Basis eines einfachen geometrischen Objektdatenmodells mit einem Regressionsansatz verbessert werden kann.



(a) Die fünfzehn Messungen des Hecks im ersten Frame (b) Die zwölf Messungen des Hecks im zweiten Frame

Bild 1.2: Messungen des Fahrzeughecks in den ersten beiden Frames

Ziel 3: Verbesserte Abstandsbestimmung durch Kompensation der Relativbewegung

Eine Relativbewegung zwischen dem Laserscanner und einem vorausfahrenden Fahrzeug, das gescannt wird, führt zu einer Deformation der gescannten Kontur. Aus diesem Motion-Scan-Effekt resultieren deterministische Fehler in der Abstands- und Lagebestimmung, wie Bild 1.3 zeigt. Dabei wird ein Fahrzeug mit 1,7 m breitem Heck gescannt, das sich mit 36 km/h vom Sensorfahrzeug entfernt. Eine genaue und zuverlässige Abstands- und Lagebestimmung ist jedoch

¹Die *Genauigkeit* umfasst die *Richtigkeit*, deren Maß der Bias ist, und die *Präzision*, deren Maß die Standardabweichung oder Varianz ist [Sch97].

Voraussetzung für Fahrerassistenzsysteme, die die Relativbewegung anderer Fahrzeuge überwachen, um drohende Kollisionen erkennen zu können. Deshalb analysiert Kapitel 4, wie der deterministische Effekt, den die Relativbewegung auf Abstands- und Lagebestimmung hat, vollständig kompensiert werden kann. Dabei werden einfache Objekt- und Bewegungsmodelle formuliert, und es wird gezeigt, unter welchen Randbedingungen alle Modellparameter bestimmt werden können, so dass der deterministische Motion-Scan-Effekt vollständig kompensiert werden kann. Hierbei wird auch der Nutzen von praktisch relevantem Zusatzwissen untersucht.

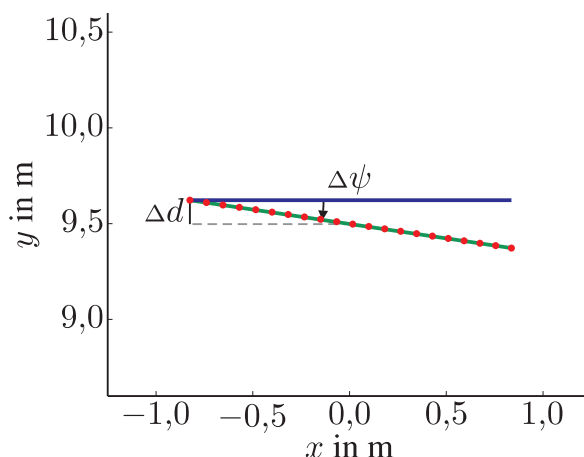


Bild 1.3: Synthetische Lidar-Messungen (rot) eines Fahrzeuges, das sich entfernt. In blau ist die wahre Lage des Hecks zum Scanende, in grün die Ausgleichsgerade eingezeichnet. Der Abstandsfehler beträgt Δd und der Winkelfehler $\Delta\psi$.

Ziel 4: Schätzen der Bahn und Geschwindigkeit eines Fahrzeuges aus einer Lidar-Datensequenz

Laserscanner dienen in erster Linie der Abstandsmessung. Durch eine geeignete Signalverarbeitung, wie sie Kapitel 2 beschreibt, kann zusätzlich die Bewegung eines Fahrzeuges bestimmt werden. Dabei werden jedoch weder die Einspurkinematik des Fahrzeuges noch die gemessene Objektkontur angemessen berücksichtigt, so dass die ermittelte Bewegung entweder ungenau oder unsicher ist. Kapitel 5 analysiert deshalb, wie die Bewegung eines Fahrzeuges zuverlässig und genau aus einer Lidar-Datensequenz ermittelt werden kann. Aus den Messungen von zwei aufeinanderfolgenden Frames wird die Relativverschiebung τ_l und die Rotation R_l des Fahrzeuges bestimmt. Für eine Sequenz ergibt sich eine Folge $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=0}^{k-1}$ von Translationen τ_l und Rotationen R_l , die kompakt mit einem parametrischen Bewegungsmodell beschrieben werden kann. Der Zusammenhang zwischen der

Folge $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=0}^{k-1}$ und dem parametrischen Bewegungsmodell ist am Beispiel der Klothoide in Bild 1.4 dargestellt. Kapitel 5 untersucht einen Ansatz, der in einem Schritt die Parameter für die komplette Sequenz bestimmt, und einen zweiten Ansatz, der die Parameter rekursiv mit einem Kalman-Filter schätzt.

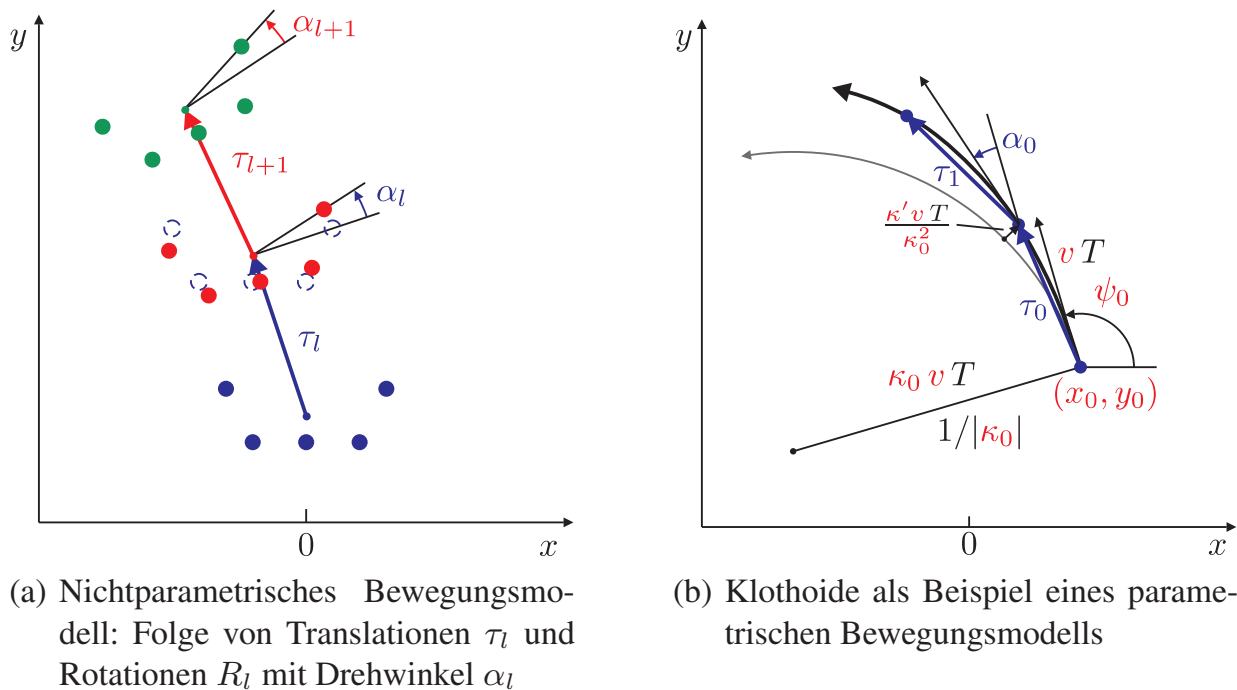


Bild 1.4: Zusammenhang zwischen einer Datensequenz und den Parametern eines Klothoidenmodells, das die Fahrzeugbewegung beschreibt

1.3 Gliederung der Arbeit

Kapitel 1 ordnet die vorliegende Arbeit ein, beschreibt die wesentlichen Elemente der Lidar-Signalverarbeitung und formuliert die Ziele der Arbeit.

Kapitel 2 untersucht die Mehrzielverfolgung. Dabei wird für die Beschreibung eine neuartige mengenbasierte Darstellung gewählt, die einen einfachen Zugang zur Problematik eröffnet. Die für die Signalverarbeitung erforderlichen Operationen Datenassoziation und Trackmanagement werden untersucht, und Empfehlungen für eine Realisierung werden ausgesprochen. Tests der vorgeschlagenen Realisierung mit realen Lidar-Messungen zeigen deren Eignung und ermöglichen eine Abschätzung des Rechenzeitbedarfs.

Kapitel 3 analysiert, wie die Abstandsschätzung in stochastisch verrauschten Lidar-Messungen mit einem Regressionsansatz verbessert werden kann. Hier-

zu wird ein statistisches Sensormodell formuliert, von dem ein ML-Schätzer zur Schätzung einer Geraden abgeleitet wird. Die Gerade dient als geometrisches Modell einer Fahrzeugseite. Die Statistik des ML-Schätzers und eines LS-Schätzers werden untersucht und asymptotische Eigenschaften werden bewiesen. Die Schätzfehler bei endlicher Messpunktzahl werden mit Großzahlexperimenten abgeschätzt.

Kapitel 4 untersucht den deterministischen Einfluss der Relativbewegung auf die Abstandsbestimmung aus Lidar-Messungen. Eine qualitative Beschreibung dieses Effektes wird durch eine quantitative Analyse ergänzt, die zeigt, dass die Parameterfehler infolge der Approximation des Scanvorgangs u. U. größer als die statistischen Schätzfehler sind. Deshalb wird dargelegt, wie der störende Effekt der Relativbewegung für ein einfaches Modell der Fahrzeugkontur und -bewegung vollständig kompensiert werden kann. Dabei wird auf die Verwendung von Zusatzwissen eingegangen, das die Kompensation stützen oder verbessern kann.

Kapitel 5 untersucht, wie die Bewegung eines Fahrzeuges aus einer Lidar-Datensequenz zuverlässig und genau geschätzt werden kann. Da die Messungen stochastisch verrauscht sind und das wahre Bewegungsmodell unbekannt ist, handelt es sich um ein Approssimationsproblem, das mit einem LS-Ansatz gelöst wird. Umfasst die Sequenz einen längeren Zeitraum, können sich die Bewegungsparameter des Fahrzeuges ändern. Deshalb wird gezeigt, wie die Parameter mit einem Kalman-Filter geschätzt werden können.

Kapitel 6 fasst die wesentlichen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit zusammen.

2 Untersuchung und Bewertung bestehender Ansätze zur Mehrzielverfolgung

Einleitung

Aufgabe der Mehrzielverfolgung (*engl.* multi target tracking) ist es, mehrere Objekte auf Basis verrauschter Messungen zuverlässig über der Zeit zu verfolgen. Dabei muss sowohl innerhalb eines Datenframes ein räumlicher als auch zwischen zeitlich aufeinanderfolgenden Datenframes ein zeitlicher Zusammenhang hergestellt werden. Die Mehrzielverfolgung besteht zum einen aus dieser *Datenassoziation* und zum anderen aus dem *Trackmanagement*, das die Anzahl verfolgter Objekte (*engl.* tracks) der Zahl gemessener Objekte anpasst.

In der vorliegenden Arbeit wird für die Mehrzielverfolgung eine neuartige mengenbasierte Darstellung eingeführt, die gegenüber der in Standardwerken [Bla99, BS00] gebräuchlichen verbalen Beschreibung einen leichteren Zugang zur Problematik der Mehrzielverfolgung bietet. Die abstrakte Darstellung kann einfach in einem Rechnerprogramm umgesetzt und auf eine konkrete Anwendung angepasst werden.

Der zweite Teil des Kapitels untersucht und bewertet Ansätze zur Mehrzielverfolgung hinsichtlich ihrer Eignung für die Lidar-Signalverarbeitung in Fahrzeugen. Während in den Standardwerken [Bla99, BS00] die unterschiedlichen Zugänge nur beschrieben werden, leitet dieses Kapitel Empfehlungen für Algorithmen ab, die in einem Rechnerprogramm umgesetzt werden.

2.1 Mengenbasierte Darstellung der Signalverarbeitung

Die Mehrzielverfolgung kann einfach und übersichtlich mit Hilfe von Mengen dargestellt werden, wie es in Bild 2.1(a) zu sehen ist. Zentrales Element ist dabei der Begriff *Track*. Unter einem Track $T_i = \{\mathcal{T}_{i,\kappa}\}_{\kappa=k_i}^k$ wird eine Folge von Mengen

$\mathcal{T}_{i,j}$ von Messungen verstanden, die eine eindeutige Tracknummer i und einen Startzeitpunkt k_i besitzt. Die Indexmenge $\mathcal{B}_{i,k}$ gibt an, welche Messungen $z_{j,k}$ im k -ten Frame dem i -ten Track zugeordnet werden, d. h. $\mathcal{T}_{i,k} = \{z_{j,k} \mid j \in \mathcal{B}_{i,k}\}$. Die Nummern der Tracks, denen im k -ten Frame mindestens eine Messung zugeordnet wird, werden in der Indexmenge \mathcal{I}_k der *aktiven Tracks* zusammengefasst, d. h. $\mathcal{I}_k = \{i \mid \mathcal{B}_{i,k} \neq \emptyset\}$.

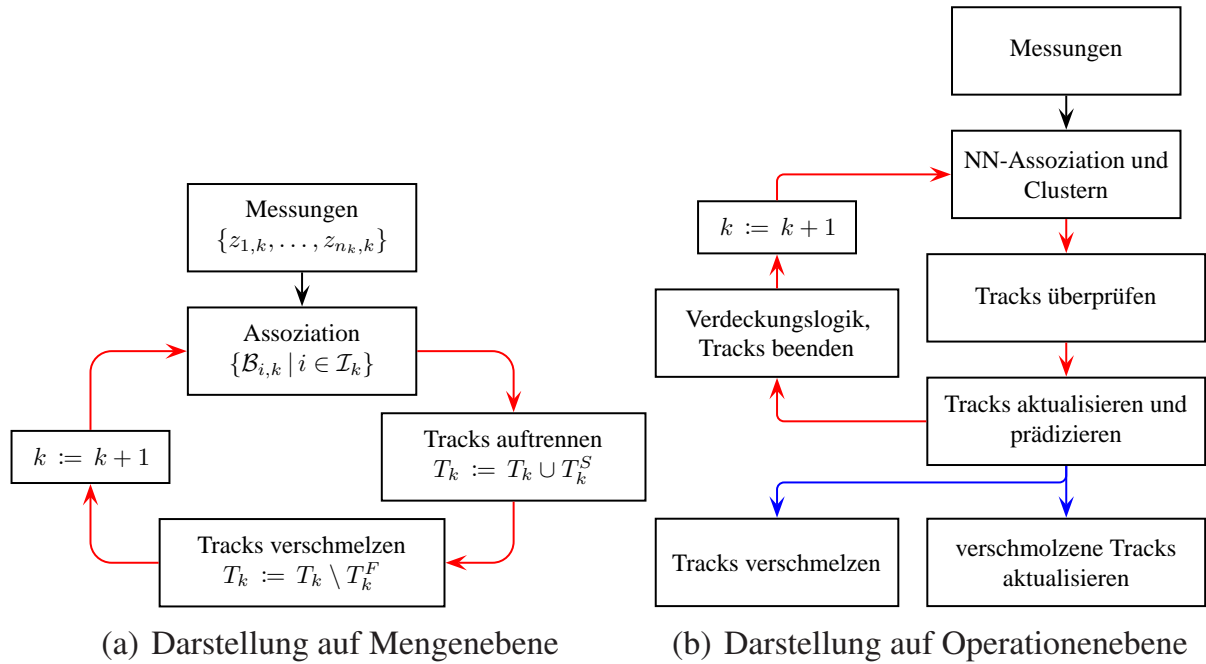


Bild 2.1: Übersicht der Signalverarbeitung für die Mehrzielverfolgung: Bild 2.1(a) verwendet die in diesem Abschnitt gewählte mengenbasierte Darstellung. Bild 2.1(b) stellt die zugehörigen Funktionen dar, die in Abschnitt 2.2 beschrieben werden.

Die Signalverarbeitung umfasst die Datenassoziation, d. h. die Zuordnung der Messungen $z_{j,k}$ zum jeweils „besten“ Track T_i . Ein zweiter Bestandteil der Signalverarbeitung ist das Trackmanagement, das die Zahl $|\mathcal{I}_k|$ aktiver Tracks an die Zahl gemessener Objekte anpasst. Ein funktionierendes Trackmanagement setzt eine zuverlässige Datenassoziation voraus.

2.1.1 Datenassoziation

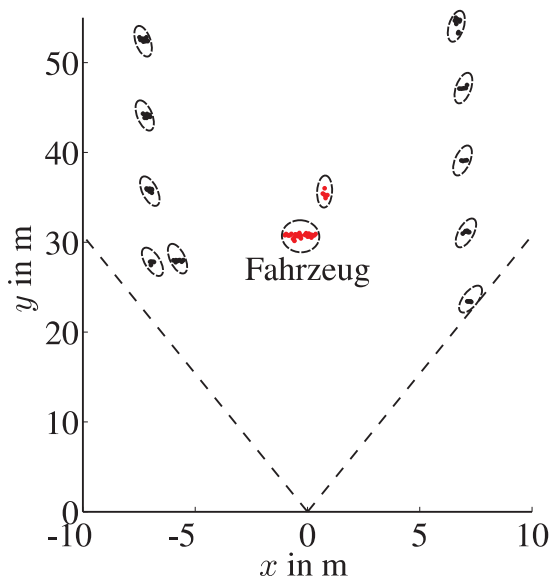
Die Datenassoziation ordnet die n_k Messungen $\mathcal{Z}_k = \{z_{1,k}, \dots, z_{n_k,k}\}$ des aktuellen Frames über die Indexmengen $\mathcal{B}_{i,k}$ den Tracks T_i zu (siehe Bild 2.1(a)). Bei der Assoziation muss sichergestellt werden, dass alle Messungen $\{z_{j,k} \mid j \in \mathcal{B}_{i,k}\}$, die

dem gleichen Track T_i zugeordnet werden, vom gleichen Objekt stammen. Weiterhin muss dieses Objekt identisch sein mit dem Objekt, von dem die Messungen $\{z_{m,k-1} \mid m \in \mathcal{B}_{i,k-1}\}$ im letzten Frame stammen. Die Datenassoziation stellt somit sowohl einen räumlichen als auch einen zeitlichen Zusammenhang zwischen den Messungen her.

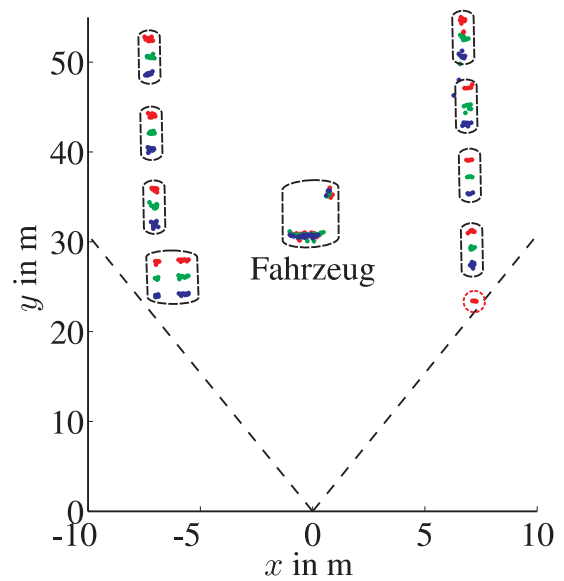
Da es sich bei der Mehrzahl der gescannten Objekte um räumlich zusammenhängende Starrkörper handelt, sind auch die Messungen der einzelnen Objekte räumlich „zusammenhängend“. Umgekehrt weist eine lokale Häufung von Messungen auf ein Objekt hin. Erschwert wird die Datenassoziation, wenn die Messungen verrauscht sind, die Objekte nur einen geringen Abstand haben oder wenn Teile eines Objektes nicht gemessen werden. Deshalb wird bei der Bestimmung der Indexmengen $\mathcal{B}_{i,k}$ neben dem räumlichen auch der zeitliche Zusammenhang berücksichtigt. Da die Lidar-Datenframes in einem geringen zeitlichen Abstand von 66,7 ms aufgenommen werden, ändern sich die Bewegungsrichtung und die Geschwindigkeit der Objekte aufgrund ihrer Massenträgheit zwischen zwei Frames kaum. Somit kann aus den letzten Messungen $\mathcal{T}_{i,k-1}$ eines Tracks T_i die zukünftige Position des zugehörigen Objektes geschätzt werden, so dass ein zeitlicher Zusammenhang hergestellt werden kann.

Während der räumliche Zusammenhang auf Basis eines einzigen Frames hergestellt wird, setzt der zeitliche Zusammenhang voraus, dass das Objekt bereits gemessen wurde. Deshalb werden Messungen von Objekten, die zuvor nicht sichtbar waren, auf Basis ihres Abstandes geclustert. Können alle Messungen in einem Cluster zusammengefasst werden, wird aus diesem Cluster $\mathcal{T}_{i_{\text{neu}},k}$ ein neuer Track $T_{i_{\text{neu}}} = \{\mathcal{T}_{i_{\text{neu}},k}\}$ mit Startzeitpunkt $k_{i_{\text{neu}}} = k$ gebildet. Die Tracknummer i_{neu} ergibt sich aus der bisher höchsten Tracknummer i_{max} zu $i_{\text{neu}} = i_{\text{max}} + 1$. Werden die Messungen in mehrere Cluster unterteilt, wird analog vorgegangen. Die neuen Tracks werden in der Menge T_k^+ zusammengefasst.

Bild 2.2 zeigt die Datenassoziation für drei aufeinanderfolgende Datenframes (zeitliche Abfolge rot–blau–grün). Bild 2.2(a) gibt den ersten Frame der Sequenz wieder. Tracks sind somit noch nicht bekannt, und die Messungen werden auf Basis ihres Abstandes geclustert und bilden neue Tracks. Dabei wird das Objekt in der Mitte, ein Fahrzeug, in zwei Tracks unterteilt. In Bild 2.2(b) sind die Messungen der drei Frames zu sehen, aus denen die Relativbewegung der Straßenpfosten abgelesen werden kann. Da die Messrate hoch ist, ist die Relativverschiebung innerhalb eines Frames gering, so dass ein zeitlicher Zusammenhang zwischen den Messungen der einzelnen Frames gut hergestellt werden kann. Damit können auch die zwei Tracks, die das Fahrzeug beschreiben, zusammengefasst werden.



(a) Clustern der Messungen aus Frame 1 auf Basis der Mahalanobis-Distanz (2.2b) (Cluster radial ausgerichtet)



(b) Clustern der Messungen der Frames 1 bis 3 (rot–grün–blau): Durch den zeitlichen Zusammenhang können die Messungen des Fahrzeuges richtig geclustert werden.

Bild 2.2: Räumlicher und zeitlicher Zusammenhang der Messungen

2.1.2 Trackmanagement

Das Trackmanagement passt die Zahl $|\mathcal{I}_k|$ aktiver Tracks der Anzahl der gemessenen Objekte an. Auf Basis der aktiven Tracks T_i wird überprüft, ob Tracks hinzugefügt, bestätigt oder beendet werden.

- Tracks werden hinzugefügt, wenn in der Datenassoziation Messungen keinem Track zugeordnet werden können, da sie von Objekten stammen, die bisher verdeckt oder außerhalb des Sichtbereichs waren. Die Menge der aktiven Tracks vergrößert sich um \mathcal{I}_k^+ .

Tracks kommen auch hinzu, wenn Tracks aufgetrennt werden müssen, da die Messungen des Tracks von zwei oder mehreren Objekten stammen. Die Menge der dadurch entstehenden neuen Tracks wird mit \mathcal{I}_k^S bezeichnet.

- Tracks werden beendet, wenn die zugehörigen Objekte den Sichtbereich verlassen haben. Ein Indiz hierfür ist, dass den Tracks im Assoziationschritt keine Messungen zugeordnet werden können und die auf Basis der letzten

Messungen prädierte Position des Objektes außerhalb des Sichtbereichs liegt. Die Menge der aktiven Tracks verringert sich um \mathcal{I}_k^- .

Tracks werden ebenfalls beendet, wenn sie über mehrere Frames nicht gemessen wurden, da dann die Unsicherheit über die Position des zugehörigen Objektes zu groß ist. Die Menge dieser Tracks wird mit \mathcal{I}_k^V bezeichnet.

Tracks können auch wegfallen, wenn sie mit anderen Tracks verschmolzen werden. Tracks werden verschmolzen, wenn der zeitliche Zusammenhang der zugehörigen Messungen groß ist, d. h. wenn die Bewegung der Tracks sehr ähnlich ist, selbst wenn ein direkter räumlicher Zusammenhang nicht hergestellt werden kann. Die Menge der Tracks, die infolge Verschmelzung wegfallen, heißt \mathcal{I}_k^F .

- Die restlichen Tracks werden bestätigt, und ihre Tracknummer wird in die Indexmenge \mathcal{I}_k übernommen.

Damit ergibt sich die aktuelle Trackindexmenge \mathcal{I}_k aus der alten gemäß

$$\mathcal{I}_k = \mathcal{I}_{k-1} \cup (\mathcal{I}_k^+ \cup \mathcal{I}_k^S) \setminus (\mathcal{I}_k^- \cup \mathcal{I}_k^V \cup \mathcal{I}_k^F), \quad (2.1)$$

was in Bild 2.3 dargestellt wird.

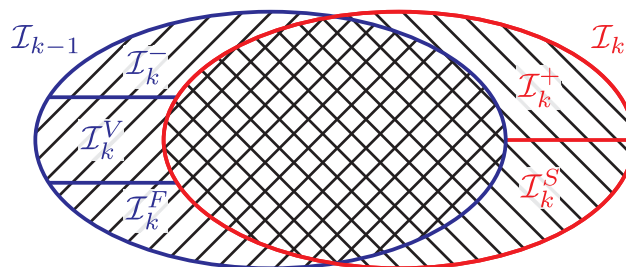


Bild 2.3: Venn-Diagramm der Indexmenge \mathcal{I}_k , die sich aus \mathcal{I}_{k-1} ergibt, wenn die Mengen der beendeten, verdeckten und fusionierten Tracks abgezogen und die Mengen der neuen und aufgetrennten Tracks hinzugefügt werden

In der Praxis gibt es zahlreiche Anforderungen an die Datenassoziation und das Trackmanagement:

- Sind die Messungen verrauscht und tritt Clutter auf, ist die Unsicherheit der Datenassoziation groß. Dabei werden u. U. zu viele Tracks neu initialisiert oder vorhandene Tracks zu früh beendet, da ihnen keine Messung zugeordnet werden kann. Eine zuverlässige Datenassoziation und ein zuverlässiges Trackmanagement müssen gewährleisten, dass vorhandene Tracks auch in Clutter fortgesetzt werden. Zusätzlich müssen neu auftauchende Objekte frühzeitig entdeckt und von Clutter unterschieden werden.

- Bewegen sich Objekte über einen längeren Zeitraum sehr ähnlich, werden die zugehörigen *Tracks verschmolzen*, obwohl es sich eigentlich um zwei physikalisch getrennte Objekte handelt (*Untersegmentierung*). Weichen die Bewegungen anschließend voneinander ab, muss das Trackmanagement den Track wieder auftrennen und möglichst die „alten“ Trackidentitäten wieder herstellen.
- Zerfallen die Messungen eines schlecht reflektierenden, räumlich ausgedehnten Objektes in zwei Cluster, wird das Objekt durch mehrere Tracks beschrieben (*Übersegmentierung*). Da es sich um dasselbe Objekt handelt, stimmen die Bewegungen überein, so dass bei geringem Messrauschen die Tracks nach einiger Zeit verschmolzen werden sollten.
- Ist ein Objekt verdeckt, wird es nicht mehr gemessen. Dennoch soll der Track fortgeführt werden, bis das Objekt wieder sichtbar ist, den Sichtbereich verlassen hat oder die Positionsschätzung zu unsicher ist.

2.2 Beschreibung der Operationen

Während der letzte Abschnitt die Mehrzielverfolgung abstrakt beschreibt, untersucht dieser Abschnitt bestehende Ansätze zur Mehrzielverfolgung und bewertet diese hinsichtlich ihrer Praktikabilität. Dabei wird auf die mengenbasierte Darstellung zurückgegriffen. Bild 2.1(b) gibt die in der vorliegenden Arbeit gewählte Realisierung einer Mehrzielverfolgung für Lidar-Messungen wieder [Kap06a].

2.2.1 Datenassoziation

Gesucht ist die Operation *Datenassoziation*, welche die n_k neuen Messungen $\mathcal{Z}_k = \{z_{1,k}, \dots, z_{n_k,k}\}$ den zuletzt aktiven Tracks $\{T_i \mid i \in \mathcal{I}_{k-1} \cup \mathcal{I}_{k-1}^V\}$ zuordnet, wobei auch die verdeckten Tracks berücksichtigt werden. Messungen, die keinem Track zugeordnet werden können, werden geclustert und bilden neue Tracks.

Datenassoziation ohne Vorkenntnis: Clustern

Das Clustern fasst die Messungen $z_{i,k}$ auf Basis eines Abstandsmaßes zusammen. Die Messungen sind aufgrund des scannenden Messprinzips als Matrix angeordnet, so dass für die Messungen Nachbarschaften definiert sind. Das Clustern einzelner Lidar-Datenframes wird seit langem untersucht, so dass zahlreiche Ansätze

zur Verfügung stehen [Hoo95, Hoo96]. Dabei können *lokale* und *globale* Ansätze sowie *nichtparametrische* und *parametrische* Ansätze unterschieden werden.

Die Daten können auf Basis lokaler Eigenschaften wie dem euklidischen Abstand oder der lokalen Krümmung geclustert werden [Hof87]. Aufgrund der lokalen Kriterien sind diese Verfahren jedoch nicht in der Lage, Teilverdeckungen eines Objektes zu erkennen, und führen häufig zu Übersegmentierung. Deshalb werden ihnen manchmal globale Verfahren nachgeschaltet, deren Kriterien größere Nachbarschaften berücksichtigen, z. B. mit Hilfe des Bereichswachstums [Bel02, Sil03].

Neben den nichtparametrischen Verfahren auf Basis lokaler Eigenschaften gibt es parametrische Verfahren, welche die Messungen mit geometrischen Modellen beschreiben [Kap05a]. Das gleichzeitige Schätzen der Objektzahl und der Modellparameter kann dabei als robustes Schätzproblem behandelt werden, z. B. mit dem Adaptive-Scale-Sample-Consensus-Schätzer [Wan04], oder es kann mit Hilfe des Expectation-Maximization-Algorithmus' (EM) [Dem77] gelöst werden [Wei97]. Alternativ können kleine Bereiche zunächst lokal durch quadratische Formen beschrieben werden, ehe sie zu größeren geometrischen Objekten verschmolzen werden [Jia96].

In einfach strukturierten Umgebungen mit nur wenigen geometrischen Modellen, z. B. Linien oder planaren Strukturen beim RoboCup [Ioc00], werden spezielle Verfahren eingesetzt, u. a. die Hough-Transformation [Hou62, Dud72] und Split-and-merge-Techniken [Gut00, Gut01]. Eine Übersicht zu diesen Verfahren bieten [Kir92, Gut02].

Die Mehrzahl der genannten Verfahren wurde für hochauflösende Laserscanner mit geringem Messrauschen entwickelt. Bei den in Fahrzeugen verwendeten Laserscannern steht dagegen eine möglichst große Reichweite bei gleichzeitiger Augensicherheit, großem Sichtbereich und hoher Scanfrequenz im Vordergrund. Die horizontale Winkelauflösung ist dagegen mit nur ca. $0,1^\circ$ niedrig, und die Standardabweichung der Entfernungsmessung ist mit $\sigma_r = 0,1$ m groß. Zusätzlich sind die Objekte bis zu hundert Meter entfernt, so dass je Objekt nur wenige Messungen vorliegen.

Damit ergeben sich die folgenden **Empfehlungen für das Clustern** der Lidar-Messungen:

- Da je Objekt nur wenige Messungen vorliegen, die stark verrauscht sind, können die Daten nicht geglättet werden. Deshalb kann als lokales Kriterium nur der Abstand, nicht jedoch die Krümmung, genutzt werden.
- Da die Winkelauflösung niedrig ist, kommt als parametrisches Objektdaten-

modell nur die Gerade in Frage, die i. Allg. eine schlechte Approximation der Messungen ist. Deshalb scheidet ein modellbasiertes Clustern aus.

- Gut geeignet ist ein lokaler Ansatz, der die Messungen auf Basis eines geometrischen Distanzmaßes clustert. Dabei werden zwei Messungen $z_{i,k}$ und $z_{j,k}$ dem gleichen Track T_m zugeordnet, wenn es Messungen $z_{n_1,k}, \dots, z_{n_l,k}$ gibt, die T_m zugeordnet werden und mit den Messungen $z_{i,k}$ und $z_{j,k}$ so angeordnet werden können, dass der Abstand von zwei aufeinanderfolgenden Messungen höchstens Δ beträgt:

$$\begin{aligned} i, j \in \mathcal{B}_{m,k} &\Leftrightarrow \exists n_1, \dots, n_p, n_{p+1}, \dots, n_l \in \mathcal{B}_{m,k} : \\ &(\|z_{i,k} - z_{n_1,k}\| \leq \Delta) \wedge \dots \wedge (\|z_{n_{p+1},k} - z_{n_p,k}\| \leq \Delta) \\ &\wedge \dots \wedge (\|z_{j,k} - z_{n_l,k}\| \leq \Delta). \end{aligned} \quad (2.2a)$$

Ein mögliches Abstandsmaß ist die durch die euklidische Norm $\|\cdot\|_2$ induzierte Metrik, die den geometrischen Abstand zweier Punkte angibt. Bei Lidar-Messungen ist es jedoch u. U. vorteilhaft, anstelle des euklidischen Abstandes die Mahalanobis-Distanz in Polarkoordinaten zu verwenden, da diese das Messprinzip des Laserscanners (vgl. Abschnitt 3.1) berücksichtigt und Vorteile bei flachen Einfallswinkeln hat:

$$\|z_{j,k} - z_{i,k}\| = \begin{cases} \|z_{j,k} - z_{i,k}\|_2 & \text{euklidischer Abstand,} \\ \sqrt{\begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta \varphi \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_\varphi^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta \varphi \end{pmatrix}} & \text{Mahalanobis-Distanz} \end{cases} \quad (2.2b)$$

mit den Abkürzungen $\Delta r = r_{j,k} - r_{i,k}$ und $\Delta \varphi = \varphi_{j,k} - \varphi_{i,k}$. Hierbei sind $(r_{i,k}, \varphi_{i,k})^T$ die Polarkoordinaten der Messung $z_{i,k} = (x_{i,k}, y_{i,k})^T$ mit der Koordinatentransformation

$$\begin{pmatrix} x_{i,k} \\ y_{i,k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r_{i,k} \sin \varphi_{i,k} \\ r_{i,k} \cos \varphi_{i,k} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} r_{i,k} \\ \varphi_{i,k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{x_{i,k}^2 + y_{i,k}^2} \\ \arctan(-x_{i,k}/y_{i,k}) \end{pmatrix}, \quad (2.2c)$$

und σ_r und σ_φ bezeichnen die Standardabweichung der Messungen r und φ . Das gewählte Koordinatensystem ist in Bild 2.4 abgebildet.

Im Clusterprozess wird die minimale Zahl $|\mathcal{I}_k|$ aktiver Tracks gesucht, so dass jede Messung $z_{i,k}$ über die Indexmenge $\mathcal{B}_{m,k}$ einem aktiven Track T_m zugeordnet wird. Die Indexmengen $\mathcal{B}_{i,k}$ müssen dabei Gl. (2.2a) erfüllen und paarweise disjunkt sein, $\mathcal{B}_{i,k} \cap \mathcal{B}_{j,k} = \emptyset$ für $i \neq j$, d. h. jede Messung $z_{i,k}$ wird genau einem Track T_j zugeordnet. Diese Datenassoziation ist hier gut geeignet, da das Messrauschen

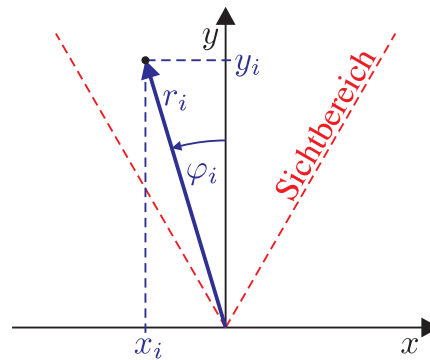
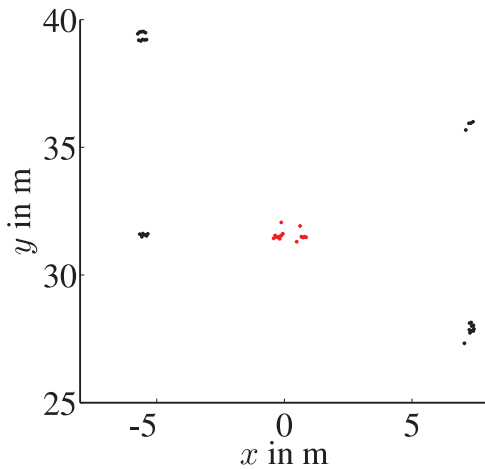


Bild 2.4: Zusammenhang zwischen kartesischen Koordinaten (x_i, y_i) und Polarkoordinaten (r_i, φ_i)

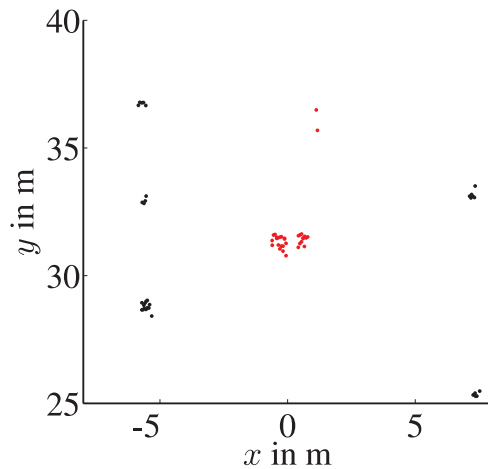
im Verhältnis zum Abstand der Objekte i . Allg. klein ist und Fehlmessungen sehr selten sind.

Die minimale Clusterzahl kann gefunden werden, indem für jede Messung die Mahalanobis-Distanz zu jeder anderen Messung bestimmt wird. Bei 327 Scanwinkeln und sechs Scanebenen bzw. 1962 maximal möglichen Messungen müssen jedoch über 1 000 000 Abstände berechnet werden. Es ist deshalb effizienter, für jede Messung nur den Abstand zu Messungen in einer Nachbarschaft zu bestimmen, die durch die Matrixstruktur der Lidar-Messungen vorgegeben ist. Der gewählte Cluster-Algorithmus ist in Algorithmus 2.1 dargestellt, wobei die Messungen der Vierernachbarschaft von $z_{i,k}$ mit $z_{i(j),k}$; $j = 1, \dots, 4$ bezeichnet werden. Messpaare, deren Abstand einen festgelegten Schwellwert Δ unterschreitet, werden in die Adjazenzmatrix A eingetragen. Zuletzt wird die zugehörige Wegematrix $W_A = \text{sgn}(A^1 + A^2 + \dots + A^{n_0})$ berechnet, aus der die Indexmengen $\mathcal{B}_{i,0}$ bestimmt werden. Dabei bezeichnet $\text{sgn}(\cdot)$ die elementweise Matrix-Signumfunktion.

Bild 2.5 zeigt zwei Ausschnitte einer realen Lidar-Datensequenz, in der ein Fahrzeug mit ca. 32 m Abstand vor dem Sensor-Fahrzeug fährt. Die Messungen des Fahrzeuges sind rot, die Messungen der Straßenpfosten schwarz markiert. Die Beispiele zeigen, dass die Messungen stark verrauscht sind und die charakteristische Form des Fahrzeughecks ungenau wiedergeben. Die Messungen werden deshalb auf Basis ihres Abstandes geclustert. In Bild 2.5(a) ist der Abstand der Objekte groß und das Clustern unkritisch. In Bild 2.5(b) wird jedoch zusätzlich zum Heck unter flachem Winkel die Fahrzeugseite gemessen. Da der Abstand zwischen den Messungen von Heck und Seite in der Größenordnung der Abstände zwischen Heck und Straßenpfosten liegt, werden in diesem Fall die Messungen des Fahrzeuges übersegmentiert. Die Übersegmentierung kann nur unter Berücksichtigung des zeitlichen Zusammenhanges beseitigt werden.

Algorithmus 2.1: Cluster-Algorithmus**Daten:** $\mathcal{Z}_k = \{z_{1,k}, \dots, z_{n_k,k}\}$, $\mathcal{B}_k = \{1, \dots, n\}$, $A = 0_{n_k \times n_k}$ **Ergebnis:** Indexmengen $\mathcal{B}_{1,k}, \dots, \mathcal{B}_{|\mathcal{I}_k|,k}$ **for** $i = 1$ **to** n_k **do** **for** $j = 1$ **to** 4 **do** **if** $\|z_{i(j),k} - z_{i,k}\| < \Delta$ **then** $A_{i,i(j)} = 1$, $A_{i(j),i} = 1$ $W = \text{sgn} \left(\sum_{i=1}^{n_k} A^i \right)$; $/* \text{sgn}(A) = \left(\text{sgn}(A_{1,1}) \text{sgn}(A_{1,2}) \dots \right) */$ $i := 0$ **for** $j = 1$ **to** n_k **do** **if** $\{m \mid (m \in \mathcal{B}_k) \wedge (W_{j,m} = 1)\} \neq \emptyset$ **then** $\mathcal{B}_{i+1,k} = \{m \mid (m \in \mathcal{B}_k) \wedge (W_{j,m} = 1)\}$ $\mathcal{B}_k := \mathcal{B}_k \setminus \mathcal{B}_{i+1,k}$ $i := i + 1$ 

(a) Ausschnitt aus Frame 1



(b) Ausschnitt aus Frame 11

Bild 2.5: Beispiele für Lidar-Messungen**Datenassoziation mit Vorwissen**

Bei der Datenassoziation mit Vorwissen sind zusätzlich zum aktuellen Datenframe auch die vorangegangenen Frames und deren Assoziationsergebnis bekannt. Für die Messungen kann somit sowohl ein räumlicher als auch ein zeitlicher Zusammenhang hergestellt werden. Das Datenassoziationsproblem für die Mehrzielverfolgung ist gut untersucht, und es stehen zahlreiche Algorithmen zur Verfügung.

Eine Übersicht bieten [Bla99, BS00]. Während bei der Einzelverfolgung (*engl.* single target tracking) die Objektzahl bekannt ist, ist sie bei der Mehrzielverfolgung i. Allg. unbekannt.

Die Ansätze zur Mehrzielverfolgung unterscheiden sich in der Art der Datenassoziation. Messungen können einem Track *hart* oder *weich* zugeordnet werden, wobei bei einer harten Datenassoziation eine Messung höchstens einem Track zugeordnet wird, während sie bei einer weichen Assoziation gewichtet mehreren Tracks zugeordnet werden kann. Die Ansätze unterscheiden sich weiterhin in der Form, wie sie das Vorwissen berücksichtigen. Während einfache Ansätze die Datenassoziation auf Basis der vergangenen Frames vornehmen, führen andere mehrere Assoziationshypothesen weiter und stellen die Entscheidung zurück, bis weitere Datenframes eine sichere Zuordnung ermöglichen. Eine vollständige Taxonomie der Algorithmen zur Mehrzielverfolgung bietet [Pul05]. Im Folgenden werden die drei bekanntesten Algorithmen eingeordnet:

- Der einfachste Algorithmus für die Mehrzielverfolgung ist der *Nearest-Neighbor-Algorithmus* (NN-Algorithmus) [Bla99]. Er ordnet die Messung $x_{j,k}$ hart dem Track T_i zu, dessen prädizierter bzw. geschätzter Position sie am nächsten ist. Dabei wird unter *Prädiktion* die Schätzung eines zukünftigen Objektzustandes auf Basis vergangener Messungen verstanden. Der NN-Algorithmus versagt, wenn das Messrauschen im Verhältnis zum Abstand der Objekte groß oder die Clutterdichte hoch ist.
- Bei geringer Clutterdichte ist der probabilistische *Joint-Probabilistic-Data-Association-Algorithmus* (JPDA) [For83] gut geeignet, der auf Basis der letzten Frames die Messungen den Tracks gewichtet zuordnet. Da die Berechnung der Zuordnungswahrscheinlichkeiten aufwendig ist, werden unwahrscheinliche Datenassoziationen durch einen Gating-Prozess ausgeschlossen, der nur Messungen berücksichtigt, die der prädizierten Objektposition nahe sind.
- Ist die Clutterdichte hoch, werden *Multihypothesenansätze* wie Multi-Hypothesis-Tracking (MHT) [Rei79] verwendet. MHT ist eine harte Assoziationsmethode, die mehrere Assoziationshypothesen weiterverfolgt, bis eine eindeutige Zuordnung möglich ist. Der Rechenaufwand dieses Algorithmus' wächst mit der Zeit stark an [Bla99].

Die genannten Algorithmen wurden für quasi-punktförmige Objekte entwickelt, d.h. Objekte, deren räumliche Ausdehnung in der Größenordnung der Sensorauflösung liegen. Liegt die Ausdehnung der Objekte jedoch in der Größenordnung der Objektabstände, muss die Objektgeometrie berücksichtigt werden,

wofür es sowohl parametrische [Gil05] als auch nichtparametrische Ansätze [Käm05, Kap06a] gibt.

Im vorliegenden Fall ist das Messrauschen im Vergleich zu den Objektabständen gering, und Fehlmessungen bzw. Clutter sind sehr selten. Die Ausdehnung der Objekte, deren Geometrie unbekannt und u. U. komplex ist, kann jedoch größer als die Abstände der Objekte sein.

Damit ergeben sich die folgenden **Empfehlungen für die Datenassoziation** der Lidar-Messungen:

- Da die Ausdehnung der Objekte größer als die Objektabstände sein kann, wird ein Objektdatenmodell benötigt. Als nichtparametrisches Objektdatenmodell für die Messungen des k -ten Frames können die Messungen des $(k-1)$ -ten Frames dienen, wenn das Messrauschen klein ist.
- Da das Messrauschen im Vergleich zu den Objektabständen klein ist, kann eine einfache NN-Datenassoziation verwendet werden, um die Messungen des k -ten Frames mit Hilfe des nichtparametrischen Objektdatenmodells den prädierten Messungen des $(k-1)$ -ten Frames zuzuordnen.

Der gewählte Ansatz zur Datenassoziation wird in Algorithmus 2.2 zusammengefasst, wobei auf den Cluster-Algorithmus 2.1 zurückgegriffen wird. Zu Beginn eines Frames wird der Abstand der neuen Messungen \mathcal{Z}_k zu allen prädierten Messungen $\hat{z}_{n,k-1}^p \in \mathcal{Z}_{k-1}^p$ des letzten Frames berechnet, wobei die Prädiktion der Messung $z_{n,k-1}$ durch die Schätzung des zugehörigen Tracks T_i gegeben ist. Sofern der minimale Abstand der neuen Messung $z_{j,k}$ zu den Messungen $\hat{z}_{n,k-1}^p \in \hat{\mathcal{Z}}_{k-1}^p$ einen Schwellwert Δ nicht übersteigt, wird die Messung dem Track T_i zugeordnet, dessen prädierte Messung $\hat{z}_{m,k-1}^p$ ($m \in \mathcal{B}_{i,k-1}$) ihr am nächsten ist. Messungen, die keinem vorhandenen Track zugeordnet werden können, werden auf Basis ihrer Abstände geclustert.

2.2.2 Tracking

Unter Tracking im eigentlichen Sinn (*to track* engl. verfolgen) wird hier die rekursive Zustandsschätzung in stochastischen Systemen verstanden [Han02, Thr05]. Im Fahrzeugbereich müssen die Zustandsgrößen Position (\mathbf{x}, \mathbf{y}) und Geschwindigkeit $(\dot{\mathbf{x}}, \dot{\mathbf{y}})$ des Schwerpunktes eines Objektes auf Basis verrauschter Messungen \mathbf{z} geschätzt werden.

Zur Zustandsschätzung in allgemeinen stochastischen Systemen kann ein Bayes-Filter eingesetzt werden, das sowohl Messungen als auch Zustandsgrößen als

Algorithmus 2.2: Datenassoziation für ausgedehnte Objekte**Daten:** $\hat{\mathcal{Z}}_{k-1}^p = \{\hat{z}_{1,k-1}^p, \dots, \hat{z}_{n_{k-1},k-1}^p\}$, $\mathcal{Z}_k = \{z_{1,k}, \dots, z_{n_k,k}\}$ **Ergebnis:** Indexmengen $\mathcal{B}_{1,k}, \mathcal{B}_{2,k}, \dots, \mathcal{B}_{1,k}^+, \mathcal{B}_{2,k}^+, \dots$ **for** $j = 1$ *to* n_k **do** **for** $i = 1$ *to* n_{k-1} **do** $d_i = \|z_{j,k} - \hat{z}_{i,k-1}^p\|$ **if** $\min\{d_1, \dots, d_{n_{k-1}}\} < \Delta$ **then** $i = \arg \min_m \{d_m\}$ $\mathcal{B}_{i,k} := \mathcal{B}_{i,k} \cup \{j\}$ $\tilde{\mathcal{Z}}_k = \{z_{i,k} \mid (z_{i,k} \in \mathcal{Z}_k) \wedge (i \neq \bigcup_j \mathcal{B}_{j,k})\}$ $\{\mathcal{B}_{1,k}^+, \dots, \mathcal{B}_{n,k}^+\} = \text{cluster}\{\tilde{\mathcal{Z}}_k\};$ /* vgl. Algorithmus 2.1 */

Zufallsgrößen behandelt und durch ihre Wahrscheinlichkeitsdichten darstellt [Bey99]. Eine ausführliche Erklärung des Bayes-Filters, das hier kurz skizziert wird, findet sich in [Han02]. Im Prädiktionsschritt wird die geschätzte a-posteriori-Wahrscheinlichkeitsdichte des Zustandes \mathbf{x} mit Hilfe der Transitionsdichte durch das System propagiert, woraus sich die a-priori-Wahrscheinlichkeitsdichte ergibt. Liegt eine Messung vor, kann die Dichte im Filterschritt mit Hilfe der Likelihood-Funktion aktualisiert werden, womit sich die neue a-posteriori-Dichte ergibt. Dabei charakterisiert die Transitionsdichte die Dynamik des Systems, während die Likelihood-Funktion die Messabbildung beschreibt. Von der a-posteriori-Dichte $f^e(\xi)$ können Schätzwerte für die Zufallsgröße \mathbf{x} abgeleitet werden, z. B. die Maximum-a-posteriori-Schätzung und der Erwartungswert der a-posteriori-Verteilung (Expected-a-posteriori-Schätzwert, EAP):

$$\hat{\mathbf{x}}^{\text{MAP}} = \arg \max_{\xi \in \mathbb{R}^4} f^e(\xi), \quad \hat{\mathbf{x}}^{\text{EAP}} = \int_{\xi \in \mathbb{R}^4} \xi f^e(\xi) d\xi = \mathbf{E}\{\mathbf{x}\}. \quad (2.3)$$

Da die Systemdynamik und die Messabbildung i. Allg. nichtlineare Abbildungen sind, wächst die Komplexität der a-posteriori-Dichte mit der Zeit an, so dass die Dichte approximiert werden muss. Neben parametrischen Approximationen, z. B. mit *Gaussian Mixtures* [Als72, Han02], kann die kontinuierliche Dichte auch abgetastet und durch diskrete Partikel dargestellt werden. Allgemeine Einführungen zu Partikelfiltern bieten [Dou00, Dou01, Dju03], während [Aru02, Gus02, Ris04] speziell die Anwendung von Partikelfiltern auf Trackingaufgaben erklären.

Im Fall des Fahrzeugtrackings in verrauschten Lidar-Messungen kann das Schätzproblem stark vereinfacht werden. Aufgrund der großen trägen Fahrzeugmasse

ändert sich die Geschwindigkeit zwischen zwei Datenframes, d. h. innerhalb von 66,7 ms, kaum, so dass die Bewegung in guter Näherung durch das lineare Systemmodell konstanter Geschwindigkeit gegeben ist:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{y}(t) \\ \dot{\mathbf{y}}(t) \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \mathbf{y}(t) \\ \dot{\mathbf{y}}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\xi}_x(t) \\ 0 \\ \boldsymbol{\xi}_y(t) \end{pmatrix} \quad (2.4a)$$

$$=: \left(\begin{array}{c|c} F & 0 \\ \hline 0 & F \end{array} \right) \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\xi}_x(t) \\ 0 \\ \boldsymbol{\xi}_y(t) \end{pmatrix}. \quad (2.4b)$$

Die Beschleunigung wird als additiver weißer gaußscher Rauschprozess mit den Komponenten $\boldsymbol{\xi}_x(t)$ und $\boldsymbol{\xi}_y(t)$ und den Varianzen $\sigma_{\ddot{x}}^2$ bzw. $\sigma_{\ddot{y}}^2$ modelliert. Das Modell wird mit einem Halteglied nullter Ordnung zeitdiskretisiert [Fra80]. Da die Modelle für die x - und die y -Komponente entkoppelt und identisch sind, wird in der Herleitung des zeitdiskreten Modells nur die x -Komponente betrachtet:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{k+1} \\ \dot{\mathbf{x}}_{k+1} \end{pmatrix} &= \exp(F \cdot T_A) \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_k \\ \dot{\mathbf{x}}_k \end{pmatrix} + \int_{\tau=k T_A}^{(k+1) T_A} \exp(F \cdot (t-\tau)) \cdot e_2 \boldsymbol{\xi}_x(\tau) d\tau \\ &= \begin{pmatrix} 1 & T_A \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\xi}_{x,k} \begin{pmatrix} \frac{T_A^2}{2} \\ T_A \end{pmatrix} =: \Phi(T_A) \cdot \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\xi}_{x,k} b. \end{aligned} \quad (2.5a)$$

Mit $\exp(\cdot)$ wird hier die Exponentialfunktion für quadratische Matrizen bezeichnet und mit T_A die Scanperiode des Laserscanners. Die Kovarianzmatrix $\Sigma_{\mathbf{x},\mathbf{x}}$ des diskretisierten Rauschprozesses $(0, \boldsymbol{\xi}_x(t))^T$ ist

$$\begin{aligned} \Sigma_{\mathbf{x},\mathbf{x}} &= \iint_0^{T_A} \Phi(T_A - \tau_2) \cdot e_2 \mathbf{E}\{\boldsymbol{\xi}_x(\tau_2) \boldsymbol{\xi}_x(\tau_1)\} e_2^T \cdot (\Phi(T_A - \tau_1))^T d\tau_1 d\tau_2 \\ &= \sigma_{\ddot{x}}^2 \begin{pmatrix} \frac{T_A^3}{3} & \frac{T_A^2}{2} \\ \frac{T_A^2}{2} & T_A \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.5b)$$

Messgröße ist der Schwerpunkt der Messungen des Tracks T_i , der sich aus vielen stochastisch unabhängigen oder nur schwach korrelierten Einzelmessungen $\{z_{j,k} \mid j \in \mathcal{B}_{i,k}\}$ zusammensetzt.¹ Da die azimuthale Komponente des Messrauschens gegenüber der radialen vernachlässigt werden kann (siehe Kapitel 3) und

¹Ohne Kenntnis der Objektgeometrie kann aus den Messungen der sichtbaren Seite nicht auf die Position des Schwerpunktes geschlossen werden.

der *Sehwinkel*² des Objektes für den Laserscanner i. Allg. klein ist, sind die Zufallsgrößen $z_{j,k}$ annähernd identisch verteilt. Daraus folgt mit dem Zentralen Grenzwertsatz von Lindeberg-Lévy³ [Pap91, Sac06], dass die Koordinaten des Schwerpunktes näherungsweise normalverteilt sind. Damit ist die Annahme eines linearen Messmodells mit additivem weißen gaußschen Rauschen plausibel:

$$z_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{x}_k + \zeta_k =: H \cdot \mathbf{x}_k + \zeta_k. \quad (2.6)$$

Dabei ist ζ_k durch einen zweidimensionalen weißen gaußschen Rauschprozess mit Kovarianzmatrix $\Sigma_z = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & 0 \\ 0 & \sigma_y^2 \end{pmatrix}$ gegeben.

Werden die Gleichungen (2.5) und (2.6) zusammengefasst, ergibt sich ein lineares gaußsches System, wobei Systemrauschen $\xi_k = (\xi_{x,k}, \xi_{y,k})^T$, Messrauschen ζ_k und Anfangszustand \mathbf{x}_0 stochastisch unabhängig sind. Für Systeme dieses Typs ist das Kalman-Filter [Kal60] der beste lineare erwartungstreue Schätzer (*engl.* best linear unbiased estimator, BLUE) [Han02]. Der Algorithmus des Kalman-Filters ist in Algorithmus 2.3 gegeben mit der Abkürzung $A := \Phi(T_A)$.

Das Kalman-Filter beschreibt die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zustandsgrößen \mathbf{x} durch eine geschätzte multivariate Normalverteilung $\mathcal{N}(\hat{\mu}, \hat{\Sigma})$ mit $\hat{\mu} = (\hat{x}, \hat{x}, \hat{y}, \hat{y})^T$. Die ersten beiden zentralen Momente Erwartungswert $\hat{\mu}$ und Kovarianzmatrix $\hat{\Sigma}$ sind folglich eine hinreichende Statistik.⁴ Da die Gruppe der Normalverteilungen abgeschlossen ist gegenüber linearen Operationen und Addition, nimmt die Komplexität der Dichtenbeschreibung weder im Prädiktions- noch im Filterschritt noch mit der Anzahl der Zeitschritte bzw. Messungen zu. Die Annahme einer Normalverteilung kann häufig mit Hilfe des Zentralen Grenzwertsatzes von Lindeberg-Lévy plausibilisiert werden. Zusätzlich ist die Normalverteilung die kontinuierliche Maximum-Entropie-Verteilung, wenn nur die ersten beiden Momente bekannt sind [Kap93, Bey99].

Im *Prädiktionsschritt* wird die a-posteriori-Dichte $f_{k-1}(\xi)$, gegeben durch $\hat{\mu}_{k-1}$ und $\hat{\Sigma}_{k-1}$, prädiziert, womit sich die a-priori-Dichte $f_k^p(\xi)$ ergibt. Die Eingangsgröße u_k ist hier die unbekannte Beschleunigung, die mit der Kovarianzmatrix Σ_x berücksichtigt wird. Da die Matrix Σ_x positiv-semidefinit ist, nimmt die Unsicherheit im Prädiktionsschritt i. Allg. nicht ab.

²Geometrischer Winkel, unter dem ein Objekt vom Sensor wahrgenommen wird [Müt61, Goe00].

³Seien $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ stochastisch unabhängige, identisch verteilte Zufallsgrößen mit positiver Varianz $\sigma^2 := \text{var}\{\mathbf{x}_1\}$. Dann konvergiert die Folge der Verteilungsfunktionen der standardisierten Summen für $n \rightarrow \infty$ gegen die Standard-Normalverteilung $\mathcal{N}(0, 1)$ [Pap91].

⁴Da die Normalverteilung $\hat{\mathbf{x}}_k \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}_k, \hat{\Sigma}_k)$ unimodal und symmetrisch ist, sind MAP- und EAP-Schätzwert der Zufallsgröße $\hat{\mathbf{x}}_k$ identisch: $\hat{\mu}_k = \arg \max_{\xi} f_{\hat{\mathbf{x}}}(\xi) = \mathbb{E}\{\hat{\mathbf{x}}_k\}$ (vgl. Gl. (2.3)).

Algorithmus 2.3: Kalman-Filter bei unbekannter Eingangsgröße

Daten: A-priori-Dichte $\mathcal{N}(\hat{\mu}_0, \hat{\Sigma}_0)$, Messung \hat{z}_k , Wichtung W
 $(W^T W = (\hat{\Sigma}_0)^{-1})$, Kovarianzmatrix Σ_x des Systemrauschens,
Kovarianzmatrix Σ_z des Messrauschens, Schwellwert $\Lambda > 1$

Ergebnis: A-posteriori-Dichte $\mathcal{N}(\hat{\mu}_{k+1}, \hat{\Sigma}_{k+1})$

$k := 0$

while $\det(W \cdot \hat{\Sigma}_k \cdot W^T) \leq \Lambda$ **do**

$\hat{\mu}_{k+1}^p = A \cdot \hat{\mu}_k$; /* Prädiktionsschritt */

$\hat{\Sigma}_{k+1}^p = A \cdot \hat{\Sigma}_k \cdot A^T + \Sigma_x$

$k := k + 1$

if $\exists \hat{z}_k$ **then**

$K_k = \hat{\Sigma}_k^p \cdot H^T \cdot (\Sigma_z + H \cdot \hat{\Sigma}_k^p \cdot H^T)^{-1}$; /* Filterschritt */

$\hat{\mu}_k = \hat{\mu}_k^p + K_k \cdot (\hat{z}_k - H \cdot \hat{\mu}_k^p)$

$\hat{\Sigma}_k = \hat{\Sigma}_k^p - K_k \cdot H \cdot \hat{\Sigma}_k^p$

else

$\hat{\mu}_k = \hat{\mu}_k^p$

$\hat{\Sigma}_k = \hat{\Sigma}_k^p$

Im *Filterschritt* wird die a-priori-Dichte mit der Messung \hat{z}_k korrigiert. Die gefilterte Schätzung ergibt sich als Linearkombination von Prädiktion und Messung, wobei die Kalman-Verstärkung K_k so gewählt ist, dass die Spur der Kovarianzmatrix $\hat{\Sigma}_k$ minimal wird. Da die Matrix $\hat{\Sigma}_k^p H^T (\Sigma_z + H \hat{\Sigma}_k^p H^T)^{-1} H \hat{\Sigma}_k^p$ positiv-definit ist, nimmt die Unsicherheit der Schätzung im Filterschritt i. Allg. ab.

Entscheidend für die Leistungsfähigkeit des Kalman-Filters ist die Wahl der Designparameter, d. h. der Kovarianzmatrizen. Die Kovarianzmatrix Σ_x des Systemrauschens ist in Abhängigkeit von der maximalen Beschleunigung zu wählen. Da bei Überholvorgängen große Querbeschleunigungen auftreten können, wird die Varianz der x -Komponente mit $\sigma_x^2 = (5 \text{ m/s}^2)^2$ konservativ abgeschätzt. Die Maximalbeschleunigung in Fahrzeuginnenraumrichtung kann bei einer Vollbremsung auf trockener Straße bis zu 1 g betragen, wobei $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ die Erdbeschleunigung bezeichnet. Die Maximalbeschleunigung ist jedoch zumeist deutlich kleiner, so dass $\sigma_y^2 = (5 \text{ m/s}^2)^2$ gewählt wird. Das Messrauschen ist durch die Unsicherheit der Schätzung des Schwerpunktes bestimmt. Da die Messungen radial verrauscht sind und der Sichtbereich des Sensors klein ist, ist die Unsicherheit in x -Richtung im Mittel kleiner als die in y -Richtung, so dass $\sigma_x^2 = (0,3 \text{ m})^2$ und $\sigma_y^2 = (0,6 \text{ m})^2$ gewählt wird.

2.2.3 Trackmanagement

Dieser Abschnitt zeigt, wie die in Abschnitt 2.1.2 beschriebenen Aufgaben des Trackmanagements realisiert werden können (vgl. Bild 2.1(b)). Dabei werden die Parameter jedes Tracks mit einem Kalman-Filter geschätzt.

Track initialisieren

Zu Beginn eines Frames wird überprüft, welche Messungen $z_{j,k}$ den aktuellen Tracks zugeordnet werden können (vgl. Algorithmus 2.2). Die restlichen Messungen \tilde{z}_k werden geclustert (vgl. Algorithmus 2.1) und bilden neue Tracks.

Tritt Track T_i erstmals auf, sind nur die aktuellen Messungen $\mathcal{T}_{i,0}$ bekannt (o. E. d. A. $k_i = 0$):

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_0 \\ \hat{y}_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{n_0} P_{i,0} \cdot 1_{n_0}, \quad \begin{pmatrix} \hat{\dot{x}}_0 \\ \hat{\dot{y}}_0 \end{pmatrix} = 0_2, \quad (2.7a)$$

$$\hat{\Sigma}_{0,x} = \begin{pmatrix} (0,3 \text{ m})^2 & 0 \\ 0 & (1 \text{ m/s})^2 \end{pmatrix}, \quad \hat{\Sigma}_{0,y} = \begin{pmatrix} (0,6 \text{ m})^2 & 0 \\ 0 & (2 \text{ m/s})^2 \end{pmatrix}. \quad (2.7b)$$

Hierbei ergibt sich $P_{i,0} = \mathbb{R}^{2 \times n_0}$ aus $\mathcal{T}_{i,0}$ durch Verkettung der Messungen $z_{j,0}$. Tritt Track T_i zum zweiten Mal auf, liegen neben den aktuellen Messungen auch die Messungen aus dem letzten Frame vor, so dass die Geschwindigkeit aus der Differenz der Schwerpunkte geschätzt werden kann:

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{y}_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{n_1} P_{i,1} \cdot 1_{n_1}, \quad \begin{pmatrix} \hat{\dot{x}}_1 \\ \hat{\dot{y}}_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{T_A} \begin{pmatrix} |\hat{x}_1 - \hat{x}_0| \\ |\hat{y}_1 - \hat{y}_0| \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Die Kovarianzmatrix $\hat{\Sigma}_1$ wird erneut mit $\hat{\Sigma}_0$ initialisiert, da erst jetzt das eigentliche Tracking beginnt.

Track aktualisieren

Nach der Initialisierung des Tracks T_i wird die zugehörige Schätzung mit dem Kalman-Filter aktualisiert. Hierzu wird der Zustandsvektor x_k zunächst auf Basis der letzten Schätzung prädiziert und anschließend mit dem Schwerpunkt der assoziierten Messungen korrigiert (vgl. Algorithmus 2.3).

Track beenden

Track T_i wird beendet, wenn die Unsicherheit $\hat{\Sigma}_k$ der zugehörigen Schätzung zu groß geworden ist. In Algorithmus 2.3 wird die Unsicherheit als Volumen des auf $\hat{\Sigma}_0$ normalisierten Kovarianzellipsoids gemessen. Track T_i wird auch beendet, wenn die prädizierte Position außerhalb des Sichtbereichs liegt und $\mathcal{B}_{i,k} = \emptyset$ gilt.

Tracks verschmelzen

Der Schwellwert Δ für das Clustern der Messungen wird klein gewählt, um eine Untersegmentierung möglichst auszuschließen. Ein kleiner Schwellwert kann jedoch zu Übersegmentierung führen (vgl. Bild 2.5(b)). Das ist nachteilig, da sich die Trackschätzungen auf weniger Messungen stützen und eine größere Unsicherheit haben. Um eine Übersegmentierung zu vermeiden, werden die Bewegungen zweier Tracks T_1 und T_2 , deren Abstand ausreichend klein ist, verglichen. Beschreiben die Tracks unterschiedliche Teile des selben Starrkörpers, muss der Verlauf der Geschwindigkeiten ähnlich sein. Stimmen die Geschwindigkeitsverläufe über mehrere Frames gut überein, $\|P^{\text{vel}} \cdot (\hat{\mu}_{2,k} - \hat{\mu}_{1,k})\|_2 \approx 0$, und ist der Abstand der Positionsschätzungen klein, $\|P^{\text{pos}} \cdot (\hat{\mu}_{2,k} - \hat{\mu}_{1,k})\|_2 \leq \Delta_F$ mit Schwellwert Δ_F , werden die *Einzeltracks* zu einem *fusionierten Track* T_F verschmolzen.⁵ Die Schätzung des fusionierten Tracks wird mit der gewichteten Summe der Schätzungen der Einzeltracks initialisiert, wobei $n_{i,k}$ die Anzahl der Track T_i zugeordneten Messungen angibt:

$$\hat{\mu}_{F,k} = n_{1,k} \hat{\mu}_{1,k} + n_{2,k} \hat{\mu}_{2,k}, \quad (2.9a)$$

$$\hat{\Sigma}_{F,k} = \hat{\Sigma}_0. \quad (2.9b)$$

Die Einzeltracks werden nach der Verschmelzung T_i und T_j fortgesetzt, und die Verschmelzung wird in jedem Schritt überprüft. Die Zustandsgrößen des fusionierten Tracks werden mit einem Kalman-Filter geschätzt, wobei der Schwerpunkt der Messungen $\{z_{m,k} \mid m \in (\mathcal{B}_{i,k} \cup \mathcal{B}_{j,k})\}$ als Pseudomessung dient. Die Fortführung der Einzeltracks hat den Vorteil, dass die Verschmelzung jederzeit aufgehoben werden kann, ohne dass Information verloren geht.⁶

⁵Mit Hilfe der Projektionsmatrix $P^{\text{vel}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ werden aus dem Zustandsvektor $x \in \mathbb{R}^4$ die Geschwindigkeitskomponenten ausgewählt, mit $P^{\text{pos}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ die Komponenten der Position.

⁶Die hier betrachtete Trackfusion unterscheidet sich prinzipiell von der Track- bzw. Informationsfusion bei Multisensoranordnungen. Während hier ein Sensor mehrere räumlich voneinander getrennte

Track auftrennen

In der gewählten NN-Datenassoziation bilden die Messungen des letzten Frames ein nichtparametrisches Objektdatenmodell für den aktuellen Frame. Umfasst Track T_i die Messungen zweier Objekte, deren Abstand zu Beginn sehr klein ist, und entfernen diese sich langsam voneinander, „wächst“ das Objektdatenmodell mit. Deshalb muss der räumliche Zusammenhang der Messungen überprüft werden, indem z. B. die Breite oder der Schwinkel überwacht wird. Ändert sich die Geometrie stark, werden die Track T_i zugeordneten Messungen $\{z_{j,k} \mid j \in \mathcal{B}_{i,k}\}$ mit dem Schwellwert $c \cdot \Delta$, $c > 1$, gemäß Algorithmus 2.1 geclustert. Zerfallen die Messungen in Teilmengen, wird Track T_i aufgetrennt, und mit den Teilmengen werden neue Tracks initialisiert.

Fusionierte Tracks müssen auch aufgetrennt werden, wenn sich die Fusion als falsch herausstellt. Das Auftrennen gestaltet sich im gewählten Ansatz einfach, da die verschmolzenen Einzeltracks fortgeführt werden.

Track auf Verdeckung überprüfen

Zunächst werden alle Messungen des letzten Frames auf Basis der Schätzung ihres zugehörigen Tracks prädiziert. Liegen alle prädizierten Beobachtungen eines Tracks außerhalb des Sichtbereichs, wird das Objekt den Sichtbereich im nächsten Frame vermutlich verlassen haben. Anschließend werden alle prädizierten Messungen, die innerhalb des Sichtbereichs liegen, orthogonal auf den ihnen nächsten Scanstrahl projiziert. Sind alle prädizierten Messungen eines Objektes durch andere, dem Sensor nähere Messungen „verdeckt“, wird dieses Objekt bzw. dessen Track im nächsten Frame vermutlich verdeckt sein.

Ist bekannt, welche Tracks verdeckt sein werden, kann die Trackzahl $|\mathcal{I}_k|$ geschätzt bzw. angepasst werden [Sch01]. Zusätzlich lassen sich verdeckte Objekte von nicht gemessenen Objekten unterscheiden, so dass die Tracks verdeckter Objekte länger fortgeführt werden als die Tracks nicht gemessener Objekte.

Teile eines einzelnen Objektes misst, messen dort mehrere Sensoren das gleiche Objekt, wobei sich die Messbereiche überlappen können.

2.3 Realisierung der Lidar-Signalverarbeitung

2.3.1 Realisierung

Die in Abschnitt 2.2 beschriebene Tracking-Architektur wurde in MATLAB[®] realisiert. Dabei werden die den einzelnen Tracks T_i zugeordneten Messungen $\mathcal{T}_{i,k}$ in einer *Cell Array* und die Indexmenge \mathcal{I}_k der aktiven Tracks in einem Vektor gespeichert. Die Programmstruktur ist in Bild 2.6(a) dargestellt und entspricht bis auf die Ausgabefunktion *monitorDLV.m* dem Bild 2.1(b).

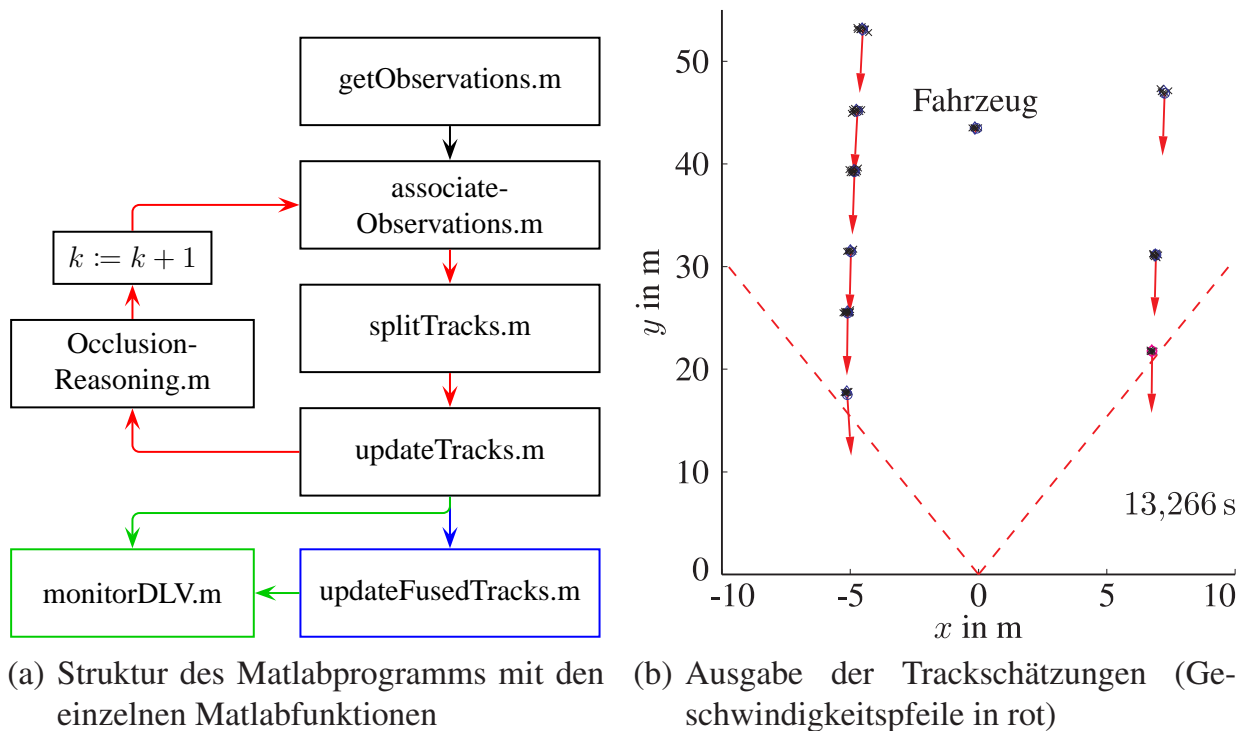


Bild 2.6: Struktur der realisierten Signalverarbeitung und Ergebnis bei Tests auf realen Lidar-Messungen

- Die Funktion *getObservations.m* liest die Messungen \mathcal{Z}_k in Polarkoordinaten ein und rechnet diese mit Gl. (2.2c) in kartesische Koordinaten um.
- Die Funktion *associateObservations.m* assoziiert die Messungen \mathcal{Z}_k mit den aktiven Tracks $\{T_i \mid i \in \mathcal{I}_{k-1}\}$ und initialisiert, sofern erforderlich, neue Tracks T_i^+ (vgl. Algorithmus 2.2).
- Die Funktion *splitTracks.m* prüft, ob Tracks aufgetrennt werden müssen.

- Die Funktion *updateTracks.m* aktualisiert das Kalman-Filter jedes Tracks T_i mit dem Schwerpunkt der ihm zugeordneten Messungen $\{z_{j,k} \mid j \in \mathcal{B}_{i,k}\}$.
- Die Funktion *monitorDLV.m* gibt die Schätzungen $\hat{\mu}_k$ und die Indexmengen $\mathcal{B}_{i,k}$ als Ergebnis der Datenassoziation aus.
- Die Funktion *OcclusionReasoning.m* ermittelt, welche Tracks T_i im $(k+1)$ -ten Frame vermutlich verdeckt sind. Das Ergebnis wird bei der nächsten Aktualisierung in *updateTracks.m* berücksichtigt.
- Die Funktion *updateFusedTracks.m* fusioniert ähnliche Tracks und aktualisiert fusionierte Tracks.

2.3.2 Testen des Verfahrens

Das Programm wurde erfolgreich auf drei realen Lidar-Sequenzen mit jeweils mehr als 1500 Frames getestet. Dabei waren zeitweise mehr als zwanzig Tracks gleichzeitig aktiv. In einer kompletten Sequenz wurden mehr als 5000 Tracks erfolgreich initialisiert, aktualisiert und – sofern erforderlich – beendet. Trotz der großen Trackzahl konnten Einzelobjekte zuverlässig und genau verfolgt werden. Bild 2.6(b) zeigt einen Ausschnitt des Sichtbereichs. Die Schätzung der Relativgeschwindigkeiten ist mit roten Pfeilen eingezeichnet. In einer Entfernung von ca. 45 m fährt ein Fahrzeug dem Sensorfahrzeug voraus. Die Schätzungen der Position und Geschwindigkeit dieses Fahrzeuges, das zuverlässig über mehr als 80 s verfolgt werden konnte, sind in Bild 2.7 dargestellt.

Die Lidar-Sequenz stammt von einer Autobahnfahrt. Die Schätzung \hat{x} zeigt, dass die Positionsschätzung aufgrund der konservativen Wahl von $\Sigma_{x,x}$ robust gegenüber Querbeschleunigungen bei Spurwechseln ist.

Bild 2.8 gibt den mittleren Rechenzeitbedarf der Funktionen aus Bild 2.6(a) an, der sich für eine typische Lidar-Sequenz auf Basis von 500 Frames ergibt. Der Code ist nicht rechenzeitoptimiert, und der Rechenzeitbedarf liegt um mehr als eine Größenordnung über Echtzeitanforderungen. Eine Echtzeitimplementierung auf entsprechender Hardware ist jedoch realistisch, wobei in vielen Anwendungen eine graphische Ausgabe mit *monitorDLV.m* nicht erforderlich ist. Die Datenassoziation erfordert mit Abstand die meiste Rechenzeit. Da der Rechenzeitbedarf bereits für die gewählten einfachen Ansätze sehr hoch ist, scheiden aufwendigere Verfahren wie JPDA zur Datenassoziation oder Partikelfilter für das Tracking zumeist aus.

In der Funktion *updateTracks.m* wird der Zustand der einzelnen Tracks mit einem Kalman-Filter geschätzt. Bild 2.9 zeigt, wie sich die a-posteriori-

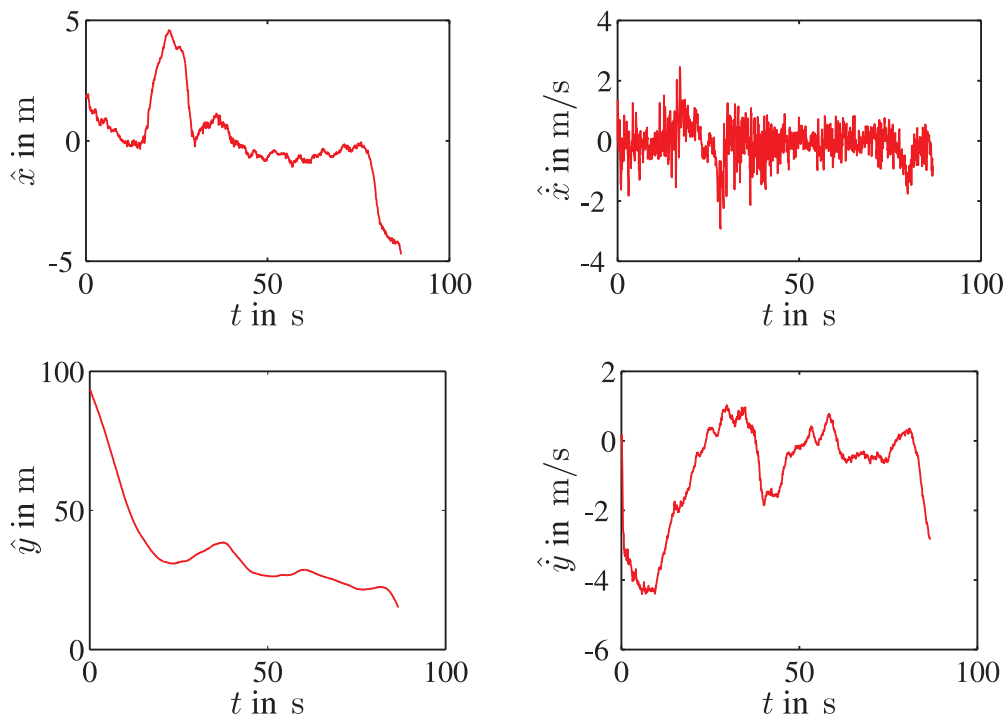


Bild 2.7: Geschätzte Position (\hat{x}, \hat{y}) und Geschwindigkeit $(\hat{\dot{x}}, \hat{\dot{y}})$ eines Fahrzeuges, das über 80 s lang zuverlässig verfolgt wird, bis es den Sichtbereich verlässt

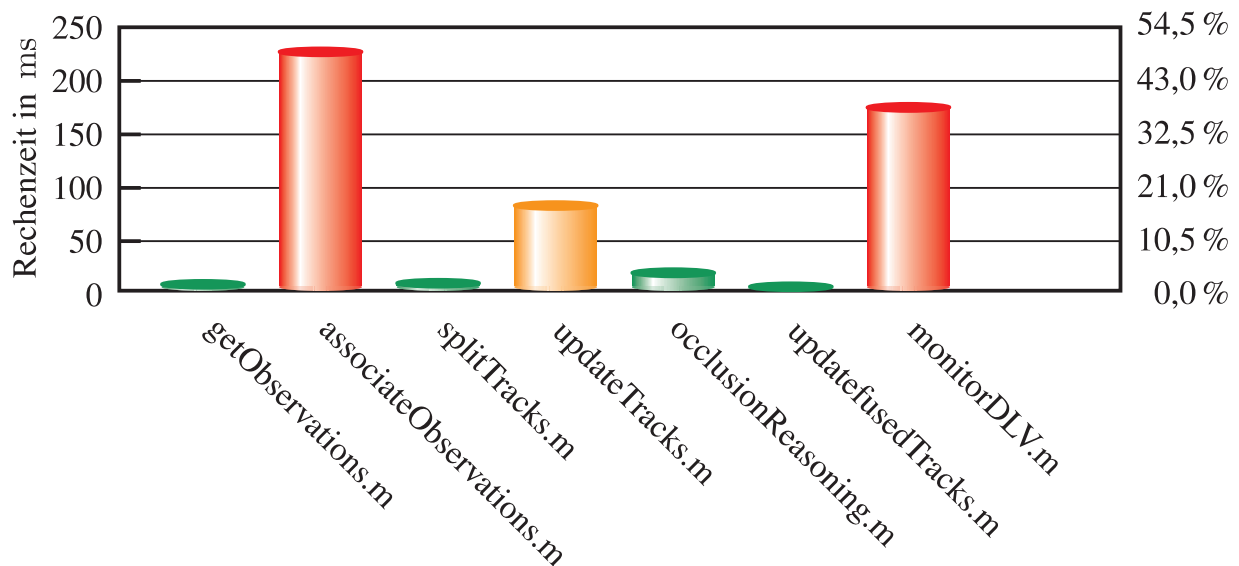


Bild 2.8: Mittlerer Rechenzeitbedarf der einzelnen Funktionen je Frame

Wahrscheinlichkeitsdichte der geschätzten Position (\hat{x}, \hat{y}) in den ersten vier Frames entwickelt. Im ersten Frame wird die a-priori-Dichte mit der ersten Messung und der Kovarianzmatrix $\hat{\Sigma}_0$ initialisiert. Im zweiten Frame wird zusätzlich die Geschwindigkeit initialisiert. Erst im dritten Frame nimmt die Unsicherheit

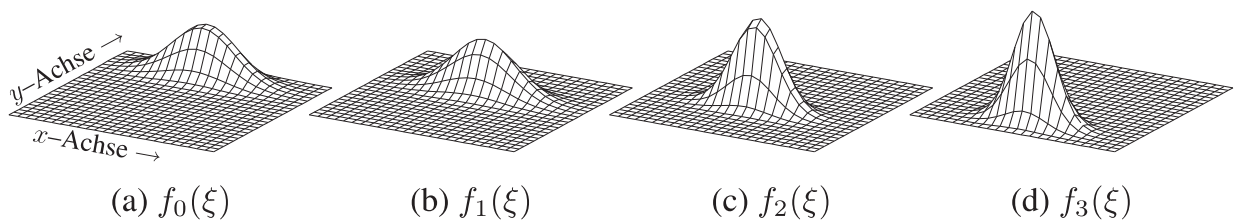


Bild 2.9: Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsdichte $f_k(\xi)$ der Positionsschätzung für Track T_4 während der ersten vier Frames $k = 0, \dots, 3$.

der Schätzung ab, und die Gaußglocke wird höher, was im vierten Frame noch deutlicher wird.

Wesentliche Ergebnisse des Kapitels

Dieses Kapitel führt eine neuartige mengenbasierte Darstellung für die Mehrzielverfolgung ein. Diese abstrakte Beschreibung bietet im Gegensatz zu Standardwerken einen vereinfachten Zugang zur Problematik der Mehrzielverfolgung, der aufgrund der mathematischen Struktur gut in einem Rechnerprogramm umgesetzt werden kann.

Der Hauptteil des Kapitels untersucht bestehende Ansätze zur Mehrzielverfolgung und bewertet ihre Eignung für die Lidar-Signalverarbeitung in Fahrzeugen. Für die Datenassoziation wird eine Nearest-Neighbor-Datenassoziation empfohlen. Dabei dienen die Messungen des letzten Frames als nichtparametrisches Objektdatenmodell. Da das dynamische System und die Messabbildung in guter Näherung lineare Systeme sind, denen additiv weißes gaußsches Rauschen überlagert ist, ist das Kalman-Filter hier ein BLUE-Schätzer, der effizient berechnet wird. Die vorgeschlagene Signalverarbeitung hat gegenüber einer gewöhnlichen Nearest-Neighbor-Datenassoziation den großen Vorteil, dass ausgedehnte Objekte nichtparametrisch beschrieben werden können. Somit ist die Signalverarbeitung robust gegenüber Teilverdeckungen ausgedehnter Objekte.

Ein Test mit realen Lidar-Messungen zeigt, dass die vorgeschlagene Signalverarbeitung für Lidar-Messungen gut geeignet ist und Objekte zuverlässig und genau verfolgt werden können. Den größten Rechenzeitbedarf mit über 50 % hat die Datenassoziation. Dieser Test belegt, dass aufwendigere Verfahren für die Datenassoziation und das Tracking nicht erforderlich sind. Somit hat die vorgeschlagene Signalverarbeitung gegenüber alternativen Verfahren bei gleicher Leistungsfähigkeit einen geringeren Rechenzeitbedarf.

3 Statistische Untersuchung für eine genauere Abstandsschätzung

Einleitung

Laserscanner werden eingesetzt, um den Abstand zu anderen Objekten zu messen. Da die Messungen verrauscht sind, ist die Abstandsschätzung ungenau. Dieses Kapitel untersucht, wie die Abstandsschätzung mit statistischen Methoden verbessert werden kann. Dafür wird ein statistisches Sensormodell formuliert. Für dieses statistische Datenmodell wird der ML-Geradenschätzer abgeleitet und mit dem LS-Geradenschätzer verglichen.

3.1 Statistisches Sensormodell

Ein Laserscanner misst über die Laufzeit eines Laserpulses die Entfernung eines Objektes, das diesen Puls reflektiert. Die Laserpulse werden durch einen rotierenden Spiegel abgelenkt, um einen räumlich ausgedehnten Sichtbereich erfassen zu können. Die Messungen von Entfernung r und Winkel φ sind somit (physikalisch) unabhängig, was die erste Annahme für das Sensormodell begründet:

- A1** Die Messungen von Entfernung r und Winkel φ sind stochastisch unabhängig.

Die Unsicherheit der Entfernungsmessung, die von der Unsicherheit der Laufzeitmessung dominiert wird, ist nicht näher bekannt. Sie wird als mittelwertfrei und normalverteilt modelliert, da ein Bias durch die Kalibrierung vermieden werden kann und sich die Unsicherheit aus vielen unabhängigen Einzeleffekten zusammensetzt (vgl. Abschnitt 2.2.2).

Der Sichtbereich wird mit konstanter Winkelauflösung abgetastet. Zusätzlich ergibt sich durch die Ausdehnung des Scanstrahls (sog. *footprint*) eine Unsicherheit, die größer als die Quantisierungsstufe ist und aufgrund der gaußförmigen Intensitätsverteilung als normalverteilt angenommen wird. Insgesamt kann somit auch die Unsicherheit der Winkelmessung als mittelwertfrei und normalverteilt modelliert

werden. Diese Überlegungen motivieren die zweite Annahme für das statistische Sensormodell:

A2 Den Messungen von Entfernung r und Winkel φ ist additiv mittelwertfreies gaußsches Rauschen überlagert.

Die einzelnen Laserstrahlen überlappen leicht, damit alle Objekte im Sichtbereich detektiert werden können. Somit sind Messungen benachbarter Scanwinkel schwach korreliert. Da diese Korrelation jedoch nicht stark ausgeprägt und klein im Vergleich zum Messrauschen ist, wird sie vernachlässigt:

A3 Die Entfernungsmessungen r_1, \dots, r_n sind stochastisch unabhängig. Gleiches gilt für die Winkelmessungen $\varphi_1, \dots, \varphi_n$.

Die Unsicherheit der Entfernungsmessung weist im Gegensatz zur Entfernungsmessung triangulierender Systeme, z. B. Stereokameras, keine systematische Zunahme mit wachsender Entfernung auf. Die geringe Zunahme der Unsicherheit mit wachsender Entfernung, die sich aufgrund der geringeren reflektierten Lichtleistung ergibt, wird hier vernachlässigt. Somit kann das Messrauschen der Entfernungsmessung als stationärer Prozess modelliert werden.

Da die Messung des Winkels durch einen Decoder erfolgt, ist die Messunsicherheit unabhängig vom gemessenen Winkel. Das Messrauschen wird somit ebenfalls als stationärer Prozess modelliert, was die vierte Annahme motiviert:

A4 Das Messrauschen der Entfernungsmessung ist stationär, d. h. $\sigma_{r_i}^2 = \sigma_r^2$; $i = 1, \dots, n$. Für das Messrauschen der Winkelmessung wird angenommen, dass $\sigma_{\varphi_i}^2 = \sigma_\varphi^2$; $i = 1, \dots, n$ gilt.

Mit den Annahmen A1 bis A4 ergeben sich die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_{r_i}(\rho_i)$ für die Entfernungsmessung r_i und die Dichte $f_{\varphi_i}(\phi_i)$ für die Winkelmessung φ_i zu

$$f_{r_i}(\rho_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{(\rho_i - \mu_{r_i})^2}{2\sigma_r^2}\right) = \mathcal{N}(\mu_{r_i}, \sigma_r^2), \quad (3.1a)$$

$$f_{\varphi_i}(\phi_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varphi} \exp\left(-\frac{(\phi_i - \mu_{\varphi_i})^2}{2\sigma_\varphi^2}\right) = \mathcal{N}(\mu_{\varphi_i}, \sigma_\varphi^2). \quad (3.1b)$$

Hierbei wurden die Abkürzungen $\mu_{r_i} := E\{r_i\}$ für die wahre Entfernung und $\mu_{\varphi_i} := E\{\varphi_i\}$ für den wahren Winkel verwendet. Damit folgt für die Verbundverteilungsdichte $f_{r_i, \varphi_i}(\rho_i, \phi_i)$ der einzelnen Messung (r_i, φ_i) und die Dichte

$f_{\mathbf{r},\boldsymbol{\varphi}}(\rho, \phi)$ der Gesamtheit aller Messungen $(\mathbf{r}, \boldsymbol{\varphi})$

$$f_{\mathbf{r}_i, \boldsymbol{\varphi}_i}(\rho_i, \phi_i) = \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_\varphi} \exp\left(-\frac{(\rho_i - \mu_{\mathbf{r}_i})^2}{2\sigma_r^2} - \frac{(\phi_i - \mu_{\boldsymbol{\varphi}_i})^2}{2\sigma_\varphi^2}\right), \quad (3.1c)$$

$$f_{\mathbf{r},\boldsymbol{\varphi}}(\rho, \phi) = \prod_{i=1}^n f_{\mathbf{r}_i, \boldsymbol{\varphi}_i}(\rho_i, \phi_i) \quad (3.1d)$$

mit den Abkürzungen $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n)^T$ und $\boldsymbol{\varphi} = (\boldsymbol{\varphi}_1, \dots, \boldsymbol{\varphi}_n)^T$. Gl. (3.1c) zeigt, dass $f_{\mathbf{r}_i}(\rho_i)$ und $f_{\boldsymbol{\varphi}_i}(\phi_i)$ unabhängig sind, da die Verbundverteilungsdichte faktorisiert werden kann. Entsprechendes gilt für die Gesamtheit aller Messungen, wie Gl. (3.1d) bestätigt.

Die Lidar-Messungen liegen zunächst als Entfernung r_i und Winkel φ_i vor, d. h. in Polarkoordinaten. Für die meisten Anwendungen, z. B. das in Kapitel 2 beschriebene Tracking von Fahrzeugen, werden jedoch Messungen in kartesischen Koordinaten benötigt. Somit müssen die Polarkoordinaten gemäß Gl. (2.2c) transformiert werden. Die Lage des Koordinatensystems ist dabei so gewählt, dass der Sichtbereich symmetrisch bezüglich der positiven y -Achse ist (vgl. Bild 2.4).

Die Messungen des realen Sensors sind unsicherheitsbehaftet, und die Koordinatentransformation der Verbunddichte $f_{\mathbf{r}_i, \boldsymbol{\varphi}_i}(\rho_i, \phi_i)$ (3.1c) liefert (vgl. [Pap91])

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i}(\xi_i, v_i) &= f_{\mathbf{r}_i, \boldsymbol{\varphi}_i}\left(\sqrt{\xi_i^2 + v_i^2}, \arctan\left(-\frac{\xi_i}{v_i}\right)\right) \left| \det \begin{pmatrix} \frac{\partial r_i}{\partial \xi_i} & \frac{\partial r_i}{\partial v_i} \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial \xi_i} & \frac{\partial \phi_i}{\partial v_i} \end{pmatrix} \right| \quad (3.2) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_r\sigma_\varphi} \exp\left(-\frac{(\sqrt{\xi_i^2 + v_i^2} - \mu_{\mathbf{r}_i})^2}{2\sigma_r^2} - \frac{\left(\arctan\left(\frac{\xi_i}{v_i}\right) + \mu_{\boldsymbol{\varphi}_i}\right)^2}{2\sigma_\varphi^2}\right) \frac{1}{\sqrt{\xi_i^2 + v_i^2}}. \end{aligned}$$

Da die Verbunddichte $f_{\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i}(\xi_i, v_i)$ nicht als Produkt zweier Dichten $f_{x_i}(\xi_i)$, $f_{y_i}(v_i)$ geschrieben werden kann, sind die x - und y -Koordinate der Messung stochastisch abhängig. Die Verbunddichten (3.2) für drei Punkte (x_i, y_i) ; $i=1, 2, 3$ sind in Bild 3.1 dargestellt. Da die Streuungen σ_r und σ_φ in Gl. (3.1c) konstant sind, haben die Verbunddichten die gleiche Form.

Zur Messung der Entfernung müssen sehr kurze Zeitspannen genau gemessen werden, da bereits ein Jitter von 1 ns zu einem Entfernungsfehler von 0,15 m führt. Zusätzlich hängt die Entfernungsmessung von äußeren Einflüssen und der Oberflächenbeschaffenheit des reflektierenden Objektes ab. Im Gegensatz zur Entfernung kann der Winkel sehr viel einfacher gemessen werden, z. B. durch einen Winkeldecoder auf der Motorachse des rotierenden Spiegels. Daraus folgt, dass die Unsicherheit der Entfernungsmessung i. Allg. sehr viel größer ist als die Unsicherheit der Winkelmessung, d. h. $\sigma_r \gg \mu_r \sigma_\varphi$.

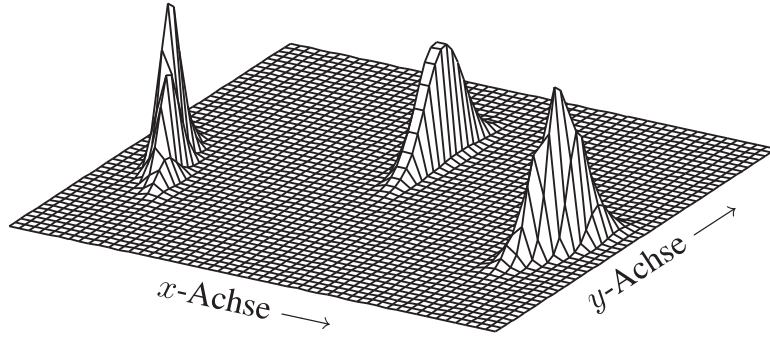


Bild 3.1: Verbunddichten $f_{\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i}(\xi_i, \nu_i); i = 1, 2, 3$ für drei Punkte: Die Gaußglocken haben die gleiche Form und unterscheiden sich nur in der Ausrichtung.

Im Vergleich zu Radar- und Ultraschallsensoren, die ebenfalls den Abstand messen, kann die Unsicherheit σ_φ eines Laserscanners gegenüber σ_r völlig vernachlässigt werden, da die Winkelauflösung hoch und der Scanstrahl sehr schmal ist (sog. *pencil shape*) [Jul04]. Damit folgt als letzte Annahme für das statistische Sensormodell:

A5 Die Messung des Winkels φ ist ideal, d. h. frei von Messfehlern, $\Delta\varphi_i = 0$; $i = 1, \dots, n$.

Somit vereinfacht sich die Verbunddichte (3.1c) in Polarkoordinaten zu

$$f_{\mathbf{r}_i, \varphi_i}(\rho_i, \phi_i) = f_{r_i}(\rho_i) \cdot \delta(\phi_i - \mu_{\varphi_i}), \quad (3.3)$$

wobei $\delta(\cdot)$ den Dirac-Stoß bezeichnet. Die Verbunddichte in kartesischen Koordinaten kann jedoch auch unter der Annahme A5 mit der Abkürzung $\varphi := \mu_\varphi$ nicht separiert werden:

$$\begin{aligned} f_{\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i}(\xi_i, \nu_i) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{(\sqrt{\xi_i^2 + \nu_i^2} - \mu_{r_i})^2}{2\sigma_r^2}\right) \frac{\delta\left(\arctan\left(\frac{\xi_i}{\nu_i}\right) + \varphi_i\right)}{\sqrt{\xi_i^2 + \nu_i^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left(-\frac{\left(\frac{\xi_i}{\sin\varphi_i} + \mu_{r_i}\right)^2}{2\sigma_r^2}\right) \frac{\delta(\xi_i + \nu_i \tan\varphi_i)}{\left|\frac{\xi_i}{\sin\varphi_i}\right|}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Dabei ergibt sich die zweite Zeile aus der ersten mit den Rechenregeln für δ -Distributionen [Bam89] und der Identität $\xi_i = -\sqrt{\xi_i^2 + \nu_i^2} \sin\varphi_i$, die aus der Koordinatentransformation (2.2c) folgt. Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist eine mit der Normalverteilung skalierte δ -Gerade, die in φ_i -Richtung verläuft.

In der Literatur [Ada99, Thr05] finden sich physikalisch motivierte Modellierungen, die in wesentlichen Teilen dem abgeleiteten Modell entsprechen und die experimentell validiert bzw. kalibriert [Ada00, Ada02] oder gelernt [Thr05] werden. Neben diesen physikalischen Modellen gibt es sog. Likelihood Fields [Thr05], die keine direkte physikalische Grundlage besitzen und rein datenbasiert sind, so dass sie gelernt werden müssen.

3.2 Schätzverfahren

Dieser Abschnitt untersucht, wie der Abstand eines Fahrzeuges bzw. einer Geraden in verrauschten Lidar-Messungen möglichst genau, d. h. mit kleinem Bias und kleiner Varianz, geschätzt werden kann. Hierfür werden zunächst der LS-Schätzer und der ML-Schätzer für die Geradenparameter auf Basis des statistischen Sensormodells (3.4) formuliert. Anschließend wird die Statistik der beiden Schätzer theoretisch verglichen. Mit Hilfe von Großzahlexperimenten wird untersucht, wie groß die Schätzfehler bei einer endlichen Messpunktzahl werden.

3.2.1 Kenntnisstand

Häufig werden Daten durch einfache Funktionen „angenähert“. Dabei besteht ein prinzipieller Unterschied zwischen einer *Approximation*, bei der die Messungen unverrauscht sind und die Modellstruktur genähert wird, und einer *Regression*, bei der die Modellstruktur exakt bekannt ist, die Messungen jedoch verrauscht sind.¹ Im Folgenden wird angenommen, dass das Objektdatenmodell exakt bekannt ist und die Messungen verrauscht sind. Die Struktur des stochastischen Messrauschens ist dabei durch das in Abschnitt 3.1 formulierte Modell gegeben. Somit handelt es sich bei der Schätzung der optimalen Geradenparameter um ein klassisches Regressionsproblem.

Wird eine Koordinate fehlerfrei gemessen und ist der anderen additiv gaußsches Rauschen überlagert, ist der gewöhnliche LS-Ausgleich die beste lineare erwartungstreue Schätzung [Nie02]. Sind dagegen beide Koordinaten fehlerbehaftet, muss ein totaler Ausgleich (Total Least Squares, TLS) vorgenommen werden. Wenn das Messrauschen korreliert ist, sollte es – sofern möglich – zunächst dekorreliert werden [Gol90, VH91], z. B. durch Drehen des Koordinatensystems, da der Schätzer ansonsten inkonsistent sein kann [Han02]. Anschließend ist die optimale Gerade durch einen TLS-Ausgleich gegeben. Eine Übersicht zu

¹Wird die Modellstruktur genähert und sind die Messungen verrauscht, liegt ein sog. *Approximationsproblem* vor [Hum77, Bun89].

TLS-Verfahren und Modifikationen, wenn einzelne Komponenten der Messungen fehlerfrei sind, gibt [VH91]. Diese Verfahren gehen davon aus, dass das Messrauschen von x - und y -Koordinaten dekorreliert werden kann, was jedoch für das statistische Sensormodell (3.4) nicht möglich ist. Deshalb berücksichtigen Pfister et al. [Pfi02, Pfi03] diese Korrelation mit Hilfe der Kovarianzmatrix in Form eines gewichteten LS-Ausgleichs.

Neben diesen gängigen analytischen Verfahren gibt es den rechneroptimierten Ansatz der Hough-Transformation [Hou62] samt Varianten, u. a. [Kir92, Ioc00, Son02], die auf einer Diskretisierung des Parameterraums beruhen. Da die Aufgabe, eine gegebene Messpunktverteilung „optimal“ durch eine Gerade anzunähern, häufig auftritt, wurde untersucht, wie Menschen dabei intuitiv vorgehen [Mos85]. Die Mehrzahl der geschätzten Geraden führte knapp am Schwerpunkt der Messungen vorbei und verlief näherungsweise parallel zur ersten Hauptachse der Messungen. Diese Vorgehensweise – das Schätzen der Geraden durch den Schwerpunkt und die erste Halbachse der Daten – gibt es auch in analytischer Form [Wij04]. Den drei Verfahren – Hough-Transformation, Schätzen von Schwerpunkt und erster Hauptachse und „Einpassen per Augenmaß“ – ist gemein, dass sie höchstens implizit eine Rauschstruktur berücksichtigen und somit suboptimal im Vergleich zu analytischen Verfahren sind.

Im Folgenden werden der LS- und der ML-Schätzer formuliert, die die Parameter $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$ des Geradenmodells

$$y = \theta_1 x + \theta_2 \tag{3.5}$$

auf Basis der Messungen $(x_i, y_i)^T$; $i = 1, \dots, n$ schätzen. Der ML-Schätzer berücksichtigt dabei das Sensormodell (3.4).

3.2.2 Least-Squares-Schätzer

Die Least-Squares-Methode ist ein klassisches Ausgleichsverfahren, dessen Gütekriterium die Summe der quadrierten Residuen ist. Für das Geradenmodell (3.5) lautet die Zielfunktion

$$\text{minimiere}_{\theta_1, \theta_2} \sum_{i=1}^n (y_i - (\theta_1 x_i + \theta_2))^2, \tag{3.6a}$$

was mit der Designmatrix $H = (x, 1_n)$ und den Abkürzungen $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ und $y = (y_1, \dots, y_n)^T$ als

$$\text{minimiere}_{\theta \in \mathbb{R}^2} \|y - H \cdot \theta\|_2^2 \tag{3.6b}$$

geschrieben werden kann. Besitzt H Vollrang, ist die einzige Lösung durch

$$\theta_{\text{LS}} = (H^T \cdot H)^{-1} \cdot H^T \cdot y = H^+ \cdot y \quad (3.6c)$$

gegeben. Dabei ist $H^+ = (H^T \cdot H)^{-1} H^T$ die Pseudoinverse von H .

Werden die Daten $(x_i, y_i)^T; i = 1, \dots, n$ durch Zufallsgrößen ersetzt, deren statistisches Modell bekannt ist, entsteht aus der LS-Methode der LS-Schätzer, dessen statistische Eigenschaften a priori unbekannt sind.² Der LS-Schätzer lautet

$$\hat{\theta}_{\text{LS}} = H^+ \cdot y \quad (3.7a)$$

mit

$$H = \begin{pmatrix} -r_1 \sin \varphi_1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -r_n \sin \varphi_n & 1 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} r_1 \cos \varphi_1 \\ \vdots \\ r_n \cos \varphi_n \end{pmatrix}, \quad (3.7b)$$

wobei die Wahrscheinlichkeitsdichte der $r_i; i = 1, \dots, n$ durch Gl. (3.1a) gegeben ist.

3.2.3 Maximum-Likelihood-Schätzer

Das ML-Verfahren setzt voraus, dass die bedingten Wahrscheinlichkeiten $f_{r_i}(\rho_i | \theta_1, \theta_2); i = 1, \dots, n$ bekannt sind, aus denen die Likelihood-Funktion gebildet wird:

$$L(r_1, \dots, r_n; \theta_1, \theta_2) = \prod_{i=1}^n f_{r_i}(\rho_i | \theta_1, \theta_2). \quad (3.8)$$

Hierbei wird berücksichtigt, dass die Messungen $\varphi_i; i = 1, \dots, n$ fehlerfrei sind. Für konkrete Messungen $r_i; i = 1, \dots, n$ wählt der ML-Schätzer die Parameter θ_1, θ_2 so, dass die Likelihood-Funktion maximal wird [Mül80]. Im Gegensatz zum LS-Verfahren berücksichtigt das Gütekriterium des ML-Verfahrens das statistische

²Der LS-Schätzer entsteht aus der LS-Lösungsformel (3.7a), indem die Daten durch Zufallsgrößen ersetzt werden. Besitzt im linearen Regressionsmodell $y = H\theta + \varepsilon$ die Designmatrix H Vollrang und sind zusätzlich die Komponenten ε_i des Fehlervektors ε mittelwertfrei und unabhängig identisch normalverteilt, $E\{\varepsilon_i\} = 0$, $\text{Cov}\{\varepsilon\} = \sigma^2 I$, so ist in diesem Spezialfall der erhaltene LS-Schätzer gleichzeitig ein Gauß-Markow-Schätzer (GM) [Mag02]. Dieser wird als biasfreier Minimumspurschätzer abgeleitet. Während die statistischen Eigenschaften des GM-Schätzers a priori bekannt sind, müssen sie für den LS-Schätzer erst ermittelt werden. Im vorliegenden Fall ist der LS-Schätzer **kein** GM-Schätzer, u. a. da die Fehler nicht identisch normalverteilt sind.

Modell der Daten in Form der Likelihood, und die statistischen Eigenschaften des ML-Schätzers sind a priori bekannt.

Zur Ableitung der Likelihood-Funktion wird die bedingte Wahrscheinlichkeit $f_{r_i}(\rho_i | \theta_1, \theta_2)$ benötigt. Da das Rauschen der Entfernungsmessung mittelwertfrei ist, erfüllt der Erwartungswert μ_{r_i} die Geradengleichung (3.5):

$$\mu_{r_i} \cos \varphi_i = -\theta_1 \mu_{r_i} \sin \varphi_i + \theta_2; \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.9a)$$

womit sich die nichtlineare Beobachtungsgleichung

$$\mu_{r_i} = \frac{\theta_2}{\cos \varphi_i + \theta_1 \sin \varphi_i} \quad (3.9b)$$

ergibt. Wird Gl. (3.9b) in Gl. (3.3) eingesetzt, wobei die Argumente ρ_i durch die Messungen (Realisierungen) r_i mit $r = (r_1, \dots, r_n)^T$ ersetzt werden, folgt für die Likelihood-Funktion

$$L(r; \theta_1, \theta_2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_r} \exp \left(-\frac{\left(r_i - \frac{\theta_2}{\cos \varphi_i + \theta_1 \sin \varphi_i} \right)^2}{2 \sigma_r^2} \right) \quad (3.10a)$$

und für die Log-Likelihood-Funktion $l(r; \theta_1, \theta_2) := \ln L(r; \theta_1, \theta_2)$

$$l(r; \theta_1, \theta_2) = -n \ln (\sqrt{2\pi} \sigma_r) - \sum_{i=1}^n \frac{\left(r_i - \frac{\theta_2}{\cos \varphi_i + \theta_1 \sin \varphi_i} \right)^2}{2 \sigma_r^2}. \quad (3.10b)$$

Damit lautet die Zielfunktion des ML-Schätzers $\hat{\theta}_{ML}$

$$\underset{\theta_1, \theta_2}{\text{maximiere}} \quad l(r; \theta_1, \theta_2), \quad (3.10c)$$

was gleichbedeutend ist mit

$$\underset{\theta_1, \theta_2}{\text{minimiere}} \quad \sum_{i=1}^n \left(r_i - \frac{\theta_2}{\cos \varphi_i + \theta_1 \sin \varphi_i} \right)^2. \quad (3.10d)$$

Die nichtlineare Zielfunktion (3.10d) hat gegenüber der linearen Zielfunktion (3.6a) den Vorteil, das statistische Modell der Daten zu berücksichtigen. Die Lösung kann jedoch im Gegensatz zu (3.7) nur numerisch und nicht geschlossen bestimmt werden.

Gl. (3.10d) ist äquivalent zu einem nichtlinearen LS-Problem (NLS) mit dem Fehlermodell

$$r_i = \frac{\theta_2}{\cos \varphi_i + \theta_1 \sin \varphi_i} + \Delta r_i; \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.10e)$$

das numerisch gelöst werden muss.

3.2.4 Optimierungsansatz für eine L-Form

Der Optimierungsansatz (3.10d) kann von dem Geradenmodell auf eine L-Form erweitert werden. Eine L-Form ergibt sich näherungsweise, wenn zwei Seiten eines Fahrzeuges oder eines Gebäudes gescannt werden [Käm05]. Das Modell der L-Form besteht aus zwei senkrecht zueinander stehenden Geraden und lautet

$$y_1 = \theta_1 x + \theta_2, \quad (3.11a)$$

$$y_2 = -\frac{x}{\theta_1} + \theta_3. \quad (3.11b)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Messungen bereits nach aufsteigendem Winkel φ sortiert sind, werden die ersten n_1 Messungen dem ersten Schenkel (x, y_1) und die restlichen $(n - n_1)$ Messungen dem zweiten Schenkel (x, y_2) zugeordnet. Analog zum Vorgehen im letzten Abschnitt ergibt sich die Zielfunktion

$$\begin{aligned} \text{minimiere}_{n_1} \left\{ \text{minimiere}_{\theta_1, \theta_2, \theta_3} \sum_{i=1}^{n_1} \left(r_i - \frac{\theta_2}{\cos \varphi_i + \theta_1 \sin \varphi_i} \right)^2 \right. \\ \left. + \sum_{i=n_1+1}^n \left(r_i - \frac{\theta_3}{\cos \varphi_i - \frac{1}{\theta_1} \sin \varphi_i} \right)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Im Gegensatz zu Gl. (3.10d) besitzt Gl. (3.12) neben den kontinuierlichen Parametern θ_1 , θ_2 und θ_3 den diskreten Parameter n_1 . Die Optimalwerte für die Parameter θ_1 , θ_2 und θ_3 werden gefunden, indem n_1 variiert und jeweils die Lösung und die zugehörige Residuenquadratsumme für festes n_1 bestimmt werden. Optimal sind die Parameter θ_1 , θ_2 , θ_3 und n_1 mit der kleinsten Residuenquadratsumme. Dabei ist zu beachten, dass die Lösung der Zielfunktion (3.12) weder eindeutig noch stetig in den Messungen sein muss. Grund hierfür ist die diskrete Zuordnung der Messungen zu einem der Schenkel der L-Form.

3.3 Statistik der Schätzer

Dieser Abschnitt untersucht die Statistik des LS- und des ML-Schätzers. Dabei wird für den LS-Schätzer gezeigt, dass er im Fall der Folgefahrt asymptotisch biasfrei ist. Für den ML-Schätzer, dessen asymptotische Eigenschaften a priori bekannt sind, wird Invarianz gegenüber einer Rotation des Koordinatensystems bewiesen.

3.3.1 Least-Squares-Schätzer

Im Fall des linearen Regressionsmodells mit unabhängig identisch normalverteilten Fehlern ist der LS-Schätzer nach dem Satz von Gauß-Markow bester linearer erwartungstreuer Schätzer [Mag02]. Da die Messungen jedoch radial verrauscht sind, liegt Gl. (3.7) weder ein lineares Regressionsmodell zugrunde noch sind die Fehler identisch normalverteilt. Deshalb ist die Statistik des LS-Schätzers a priori unbekannt.

Zunächst wird untersucht, ob der LS-Schätzer (3.7) biasbehaftet ist. Da Gl. (3.7a) nichtlinear ist, kann der Bias des LS-Schätzers nicht in geschlossener Form bestimmt werden. Der asymptotische Bias lässt sich jedoch ermitteln, wobei hier unter asymptotischem Bias verstanden wird, dass für das feste Strahlbündel $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ k Messreihen, also insgesamt $k \cdot n$ Messungen, aufgenommen werden. Im Folgenden werden die Abkürzungen $c = (\cos \varphi_1, \dots, \cos \varphi_n)^T$ und $s = (\sin \varphi_1, \dots, \sin \varphi_n)^T$ verwendet.

Theorem 3.1. Der asymptotische Bias des LS-Schätzers ist durch den Grenzwert

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta \hat{\theta}_{\text{LS}}(k) = \sigma_r^2 \frac{c^T \cdot s + \theta_1 s^T \cdot s}{x^T \cdot Z_n \cdot x + \sigma_r^2 s^T \cdot s} \begin{pmatrix} -1 \\ \bar{x} \end{pmatrix} \quad \text{f. s.} \quad (3.13)$$

mit der n -dimensionalen Zentriermatrix $Z_n = I_n - \frac{1}{n} 1_{n \times n}$ gegeben. Dabei bezeichnet $\lim_{k \rightarrow \infty} \dots$ f. s. fast sichere Konvergenz, d. h. Konvergenz mit Wahrscheinlichkeit Eins.³

Der vollständige Beweis ist in Anhang A.1 zu finden und wird hier kurz skizziert. Zunächst wird der LS-Schätzfehler für endliches k abgetrennt. Anschließend wird der Grenzwertübergang für $k \rightarrow \infty$ durchgeführt, wobei sich mit Kolmogorows starkem Gesetz großer Zahlen die Aussagen des Theorems für den asymptotischen Bias des LS-Schätzers ergeben. Die Reihenfolge von Grenzwertübergang und den

³Fast sichere Konvergenz, auch Konvergenz mit Wahrscheinlichkeit Eins genannt, ist stärker als Konvergenz in Wahrscheinlichkeit [Mül70].

Matrixoperationen kann dabei vertauscht werden, da die Summation und Produktbildung stetige Abbildungen sind und die Matrixinversion mit Wahrscheinlichkeit Eins eine stetige Abbildung ist.

Laut Theorem 3.1 ist der LS-Schätzer asymptotisch biasbehaftet, d. h. sowohl die Steigung θ_1 als auch der Achsenabschnitt θ_2 werden systematisch falsch geschätzt. Deshalb ist er i. Allg. auch für eine endliche Messpunktzahl n biasbehaftet. Für den Spezialfall, dass die Gerade und das Strahlbündel symmetrisch zur y -Achse angeordnet sind, kann jedoch gezeigt werden, dass die Schätzung der Steigung θ_1 biasfrei ist, während die Schätzung des Achsenabschnittes θ_2 biasbehaftet bleibt.

Theorem 3.2. Sind die Winkel $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ symmetrisch um ihren Mittelwert $\bar{\varphi} = 0^\circ$ angeordnet und ist $\theta_1 = 0$, dann gilt

$$E\left\{\hat{\theta}_{LS,1} - \theta_1\right\} = 0, \quad (3.14a)$$

$$E\left\{\hat{\theta}_{LS,2} - \theta_2\right\} < 0 \quad (3.14b)$$

für das Sensormodell (3.4).

Theorem 3.2 besagt, dass die Schätzung der Steigung im symmetrischen Spezialfall biasfrei ist. Der y -Achsenabschnitt, d. h. der Abstand, wird dagegen im statistischen Mittel zu klein geschätzt.

Eine anschauliche Erklärung des Theorems 3.2, das in Anhang A.1 bewiesen wird, bietet Bild 3.2 für den Sonderfall von nur zwei Messungen z_1 und z_2 . Die wahre Gerade ist rot eingezeichnet. Für eine positive Abweichung Δr_1 der Messung z_1 und eine gleichwahrscheinliche negative Abweichung gleicher Größe $-\Delta r_2$ der Messung z_2 schneidet die zugehörige grüne Gerade die y -Achse unterhalb des wahren Wertes θ_2 . Auch für den gleichwahrscheinlichen Fall, dass die Vorzeichen der Abweichungen vertauscht werden, schneidet die Gerade unterhalb des Wertes θ_2 . Somit ist der LS-Schätzer $\hat{\theta}_{LS,2}$ nicht symmetrisch bezüglich radialer Abweichungen und folglich biasbehaftet.

Unter der Annahme, dass die Schätzung $\hat{\theta}_1$ positiv ist für Δr_1 und $-\Delta r_2$ (grüne Gerade), ist sie für den gleichwahrscheinlichen Fall $-\Delta r_1$ und Δr_2 (blaue Gerade) negativ und betragsmäßig gleich groß. Daraus folgt, dass der Erwartungswert des Schätzers $\hat{\theta}_{LS,1}$ Null und der Schätzer somit biasfrei ist.

Theorem 3.2 widerspricht nicht Theorem 3.1, sondern ergänzt dieses im symmetrischen Spezialfall.

Der Schätzer $\hat{\theta}_{LS,1}$ ist im symmetrischen Spezialfall biasfrei und damit auch asymptotisch biasfrei. Zusätzlich ist der Schätzer $\hat{\theta}_{LS,1}$ konsistent, so dass die Varianz dieses Schätzers mit wachsender Messpunktzahl n gegen Null strebt. Damit strebt

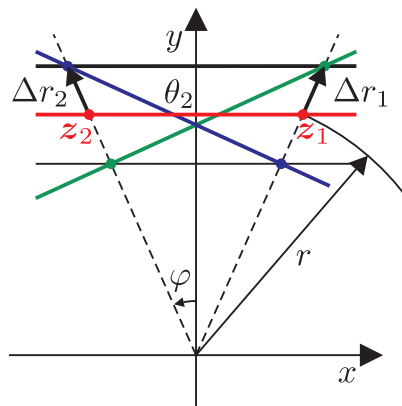


Bild 3.2: Symmetrischer Spezialfall für zwei Messungen

der Schätzer $\hat{\theta}_{\text{LS},2}$ für große n gegen den restringierten LS-Schätzer $\hat{\theta}_{\text{LS},2}|_{\theta_1=0}$ mit der Nebenbedingung $\theta_1=0$. Somit ist die Schätzung $\hat{\theta}_{\text{LS},2}$ im Grenzwert gleich dem Mittelwert \bar{y} der gemessenen y -Werte. Damit kompensieren sich unter der Nebenbedingung $\theta_1=0$ aufgrund der Symmetrie des Strahlbündels negative und positive Abweichungen gleicher Größe.

Diese Überlegungen zeigen, dass für den hier betrachteten symmetrischen Spezialfall der Schätzer $\hat{\theta}_{\text{LS},2}$ zwar nicht biasfrei, aber asymptotisch biasfrei ist.

Obwohl die theoretischen Betrachtungen zeigen, dass die Schätzung $\hat{\theta}_2$ im symmetrischen Spezialfall biasbehaftet ist, ist der Bias bei zwei gegebenen Messpunkten sehr gering, da die Biasformel nach Gl. (3.14)

$$E\left\{\hat{\theta}_{\text{LS},2} - \theta_2\right\} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sigma_r}{\bar{r}}\right)^2 \cdot \theta_2 \quad (3.15)$$

für viele Situationen sehr kleine Werte liefert. So ergibt die Biasformel (3.15) für die Parameter $\sigma_r = 0,1$ m, $\theta_2 = 5$ m und $r_{1,2} = 5,05$ m (entspricht $\varphi_{1,2} = \pm 8,1^\circ$) für den Parameter θ_2 einen sehr kleinen Bias von weniger als -1 mm. Zusätzlich liegen in der Praxis mehr als nur zwei Messpunkte vor, was zu einem noch geringeren Bias führt. Daraus folgt, dass unter praktischen Gesichtspunkten die LS-Schätzung der waagrechten Geraden faktisch biasfrei ist.

Ein Nachteil des LS-Schätzers ist jedoch, dass der Bias von der Lage des gescannten Objektes bzw. der Wahl des Koordinatensystems abhängt. So kann der Abstand eines Fahrzeughecks, das gegenüber der x -Achse verdreht ist, schlechter geschätzt werden als das zur x -Achse parallele Heck eines vorausfahrenden Fahrzeuges. Deshalb untersucht der nächste Abschnitt den ML-Schätzer als alternativen Zugang.

3.3.2 Maximum-Likelihood-Schätzer

Ein ML-Schätzer ist unter gewissen Regularitätsvoraussetzungen⁴ konsistent, asymptotisch biasfrei, asymptotisch effektiv und asymptotisch normalverteilt [Mül80, Cra86].⁵ Gl. (3.10d) zeigt, dass der ML-Schätzer hier ein nichtlinearer LS-Schätzer ist, wodurch sich leicht Konfidenzintervalle bestimmen lassen. Zunächst wird das nichtlineare Messmodell

$$f(\varphi_i, \theta_1, \theta_2) = \frac{\theta_2}{\cos \varphi_i + \theta_1 \sin \varphi_i}; \quad i = 1, \dots, n \quad (3.16)$$

um die wahren Parameter $\theta^0 = (\theta_1^0, \theta_2^0)^T$ linearisiert.

Mit der Jacobi-Matrix

$$\begin{aligned} F = F(\theta^0) &= \left. \frac{\partial f(\varphi, \theta)}{\partial \theta^T} \right|_{\theta = \theta^0} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{-\theta_2^0 \sin \varphi_1}{(\cos \varphi_1 + \theta_1^0 \sin \varphi_1)^2} & \frac{1}{\cos \varphi_1 + \theta_1^0 \sin \varphi_1} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{-\theta_2^0 \sin \varphi_n}{(\cos \varphi_n + \theta_1^0 \sin \varphi_n)^2} & \frac{1}{\cos \varphi_n + \theta_1^0 \sin \varphi_n} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.17)$$

gilt für die Schätzung des approximierten ML-Schätzers (AML) [Gal87]

$$\hat{\theta}_{\text{AML}} = \theta^0 + (F^T \cdot F)^{-1} \cdot F^T \cdot \Delta r, \quad (3.18a)$$

$$\hat{\sigma}_r^2 = \frac{\Delta r^T \cdot (I_n - F \cdot (F^T \cdot F)^{-1} \cdot F^T) \cdot \Delta r}{n - 2}. \quad (3.18b)$$

Dabei steht Δr für den Vektor der Residuen $\Delta r = (\Delta r_1, \dots, \Delta r_n)^T$.

Die Schätzungen des approximierten ML-Schätzers haben die zweidimensionale bivariate Normalverteilung

$$\hat{\theta}_{\text{AML}} \sim \mathcal{N}_2(\theta^0, \sigma_r^2 (F^T \cdot F)^{-1}). \quad (3.19)$$

⁴Voraussetzung ist, dass die erste und zweite Ableitung der Log-Likelihood-Funktion existieren und die Fisher-Informationsmatrix positiv ist [Cra86]. Die Fisher-Informationsmatrix ist die mittlere quadratische relative Empfindlichkeit der Messung bezüglich des Schätzparameters [Bey99].

⁵Ein Schätzer T_n heißt **biasfreier Schätzer** für γ_0 , wenn für den Erwartungswert $E\{T_n\} = \gamma_0$ gilt. Die Folge $(T_n); n = 1, 2, \dots$ heißt **asymptotisch biasfrei**, wenn $\lim_{n \rightarrow \infty} E\{T_n\} = \gamma_0$ gilt. Die Folge $(T_n); n = 1, 2, \dots$ heißt **(schwach) konsistent**, wenn (T_n) für $n \rightarrow \infty$ in Wahrscheinlichkeit gegen γ_0 konvergiert. Die Folge $(T_n); n = 1, 2, \dots$ der Schätzer T_n für γ_0 heißt **asymptotisch effektiv**, wenn der Schätzer (T_n) für $n \rightarrow \infty$ die kleinste Varianz hat unter allen erwartungstreuen Schätzern für γ_0 [Mül80].

Da jedoch nicht der wahre Parameter θ^0 , sondern nur dessen Schätzung $\hat{\theta}$ bekannt ist, muss $F(\theta^0)$ durch $F(\hat{\theta})$ angenähert werden. Mit dieser Näherung ergeben sich die Grenzen der Konfidenzintervalle zu

$$\hat{\theta}_1 \pm t_{0,025} \sqrt{\hat{\sigma}_r^2 \hat{d}_{11}}, \quad \hat{\theta}_2 \pm t_{0,025} \sqrt{\hat{\sigma}_r^2 \hat{d}_{22}}. \quad (3.20)$$

Dabei bezeichnet \hat{d}_{ij} die (i, j) -te Komponente von $\hat{D} = (F^T(\hat{\theta}) F(\hat{\theta}))^{-1}$, der Inversen der Normalgleichungsmatrix [Nie02], und $t_{0,025}$ ist das Quantil der zweiseitigen Student- t -Verteilung⁶ mit $n-2$ Freiheitsgraden bei einer statistischen Signifikanz von 95%.

Abschließend weist Theorem 3.3 nach, dass der ML-Schätzer im Gegensatz zum LS-Schätzer invariant gegenüber einer Rotation des Koordinatensystems ist, sofern der geschätzte Parameter $\hat{\theta}$ geeignet transformiert wird. Die Genauigkeit der Abstandsschätzung beim ML-Schätzer hängt somit nicht von der Lage des gescannten Objektes oder der Wahl des Koordinatensystems ab.

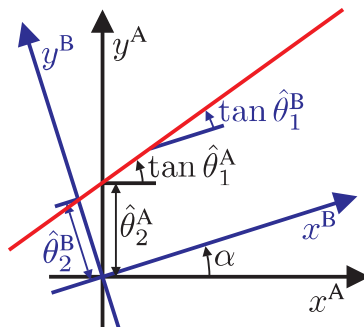


Bild 3.3: Wird das Koordinatensystem A um den Winkel α gedreht, müssen die Geradenparameter $\hat{\theta}_1^A$ und $\hat{\theta}_2^A$ gemäß den Gleichungen (3.21) transformiert werden.

Theorem 3.3 verwendet die in Bild 3.3 gegebene Notation. Die Gerade, deren Parameter zu schätzen sind, ist in rot eingezeichnet. Das Koordinatensystem A samt den Geradenparametern $\hat{\theta}_1^A$ und $\hat{\theta}_2^A$ ist in schwarz eingetragen und das Koordinatensystem B mit den zugehörigen Parametern in blau, wobei B aus A durch Drehen um den Winkel α hervorgeht.

Theorem 3.3. Die ML-Schätzung $\hat{\theta}^A$ stimmt mit $\hat{\theta}^B$ überein, wenn deren Komponenten gemäß

$$\hat{\theta}_1^B = \tan(\arctan \hat{\theta}_1^A - \alpha), \quad (3.21a)$$

$$\hat{\theta}_2^B = \hat{\theta}_2^A \cdot (\cos \alpha - \tan(\arctan \hat{\theta}_1^A - \alpha) \cdot \sin \alpha) \quad (3.21b)$$

⁶Die Student- t -Verteilung, die in [Bro97] tabelliert ist, beschreibt die Verteilung standardisierter normalverteilter Daten, deren Varianz über die Stichprobenvarianz geschätzt werden muss.

transformiert werden (mit den Bezeichnungen aus Bild 3.3). In diesem Sinn ist der ML-Schätzer aus Gl. (3.10d) invariant gegenüber einer Rotation des Koordinatensystems. Der Beweis des Theorems durch Nachrechnen ist in Anhang A.1 gegeben.

3.3.3 Robuste Schätzer

Enthalten die Lidar-Messungen sog. Ausreißer (*engl.* outlier), d. h. isolierte Messungen, die stark von den anderen Messungen bzw. dem statistischen Modell (3.4) abweichen, können LS- und ML-Schätzfehler beliebig groß werden. Eine zuverlässige Schätzung des Abstandes eines Fahrzeuges ist somit nicht mehr möglich. Ausreißer können u. U. durch eine zuverlässige Datenassoziation ausgeschlossen werden. Ist das nicht möglich, kann der Abstand mit Hilfe robuster Schätzverfahren zuverlässig bestimmt werden.

Robuste Schätzer, z. B. M-Schätzer [Haz94] und LMedS-Schätzer [Rou87], minimieren ein Fehlermaß, das im Gegensatz zum Standard-LS-Schätzer den Einfluss einer Einzelmessung beschränkt. Eine Übersicht zu robusten Schätzern bieten [Rou87, Haz94, Mee04].

In der vorliegenden Anwendung kann die Robustheit der Schätzung durch die in Kapitel 2 beschriebene Datenassoziation gewährleistet werden. Tests der Signalverarbeitung auf realen Lidar-Messungen zeigen, dass der gewählten Ansatz zuverlässig Ausreißer ausschließt. Somit ist die Datenassoziation inhärent robust gegenüber Ausreißern, und ein Mehraufwand in Form eines robusten Schätzers ist nicht erforderlich.

3.4 Großzahlexperimente

Die Untersuchung der Statistik zeigt, dass der LS-Schätzer asymptotisch biasbehaftet ist. Der Bias ist jedoch klein, insbesondere im Spezialfall der Folgefahrt. Der ML-Schätzer ist dagegen asymptotisch biasfrei und weist zusätzlich gegenüber dem LS-Schätzer den Vorteil auf, invariant gegenüber einer Rotation des Koordinatensystems zu sein. Dieser Abschnitt untersucht mit Hilfe von Großzahlexperimenten, wie groß die Schätzfehler bei einer endlichen Messpunktzahl werden, und prüft, ob der Mehraufwand für den ML-Schätzer in der Praxis gerechtfertigt ist.

3.4.1 Beschreibung der Konfigurationen

LS- und ML-Schätzer werden auf Basis dreier Großzahlexperimente verglichen. Hierfür wird eine 1,7 m lange Strecke, die ein Autoheck darstellt, in drei unterschiedlichen Lagen mit einer Winkelauflösung von $0,1^\circ$ gescannt. Der Abstand der Streckenmitte zum Sensor beträgt jeweils 10 m. Der radialen Komponente wird additiv weißes gaußsches Rauschen überlagert mit $\sigma_r = 0,1$ m, was einer relativen Störung bzw. einem Variationskoeffizienten von 1% entspricht. Die unterschiedlichen Konfigurationen sind in Bild 3.4 dargestellt.

Die Schätzer werden in MATLAB[®] implementiert, wobei die LS-Schätzung mit der numerisch robusten QR-Matrixzerlegung bestimmt wird. Der ML-Schätzer wird mit einem Trust-Region-Lösungsverfahren für nichtlineare LS-Probleme realisiert, dem die LS-Schätzung als Startwert dient.

Für jede Konfiguration wird die Strecke $m = 1000$ Mal gescannt, und die LS- und ML-Schätzungen $\hat{\theta}_{LS}^j$ bzw. $\hat{\theta}_{ML}^j$; $j = 1, \dots, 1000$ werden berechnet. Die Ergebnisse sind als *mittlerer Parameterfehler* (geschätzter Bias)

$$\overline{\Delta \hat{\theta}_i} = \left(\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \hat{\theta}_i^j \right) - \theta_i; \quad i = 1, 2, \quad (3.22a)$$

empirische Standardabweichung der Einzelparameter [Mül70]

$$s_i = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m \left(\hat{\theta}_i^j - \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \hat{\theta}_i^k \right)^2}; \quad i = 1, 2 \quad (3.22b)$$

und *mittleres quadratisches Residuum*

$$\text{MRES} = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \left(\frac{\hat{\theta}_2^j}{\cos \varphi_i + \hat{\theta}_1^j \sin \varphi_i} - r_i^j \right)^2 \quad (3.22c)$$

aufgetragen mit der Messpunktzahl n .

Der mittlere Fehler liefert eine Schätzung für den Bias und setzt voraus, dass die wahren Parameter θ_1 und θ_2 bekannt sind. Die empirische Standardabweichung der Einzelparameter ist ein Maß für die Streuung der Schätzungen, die jedoch keine Aussage über den Bias der Schätzung macht. Das mittlere quadratische Residuum ist ein Schätzwert für σ_r^2 und dient der Kontrolle.

- In der ersten untersuchten Konfiguration verläuft die Strecke in einem Abstand von 10 m symmetrisch zur y -Achse. Die Endpunkte liegen bei $(-0,85 \text{ m}; 10 \text{ m})$ und $(0,85 \text{ m}; 10 \text{ m})$. Die wahren Parameter betragen $\theta_1^0 = 0$ und $\theta_2^0 = 10 \text{ m}$.

- In der zweiten Konfiguration ist die Strecke um $-15,1^\circ$ gedreht und liegt am Rand des Sichtbereichs, wobei der Abstand von 10 m beibehalten wird. Die Eckpunkte liegen bei (1,79 m; 9,87 m) und (3,43 m; 9,43 m). Die wahren Parameter betragen $\theta_1^0 = -0,271$ und $\theta_2^0 = 10,360$ m.
- In der dritten Konfiguration liegt die Strecke am Rand des Sichtbereichs und verläuft mit -45° steiler als in Konfiguration 2. Die Entfernung der Streckenmitte zum Sensor beträgt 10 m. Die Eckpunkte liegen bei (2,09 m; 10,23 m) und (3,29 m; 9,03 m) und die wahren Parameter sind $\theta_1^0 = -1,000$ und $\theta_2^0 = 12,319$ m.

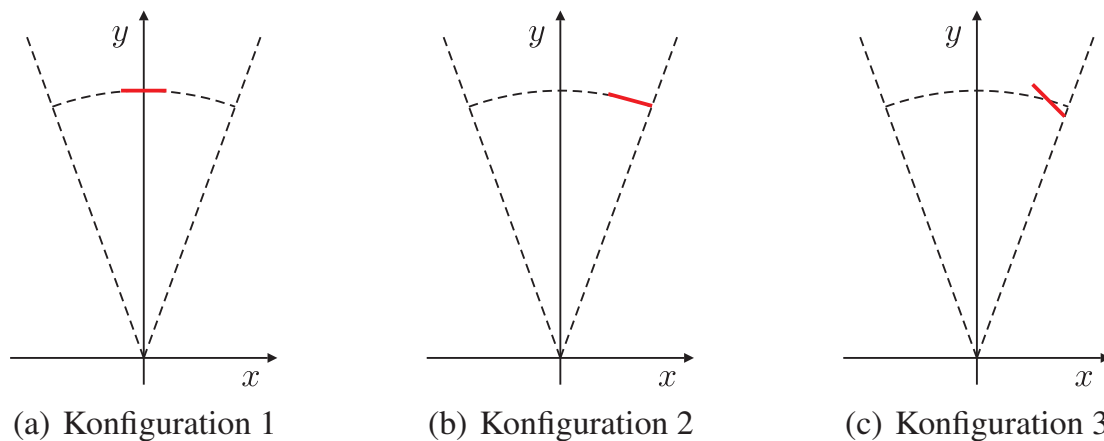


Bild 3.4: Lage der Strecke (in rot) für die drei untersuchten Konfigurationen (Sichtbereich gestrichelt eingezeichnet)

3.4.2 Ergebnisse der Großzahlexperimente

Dieser Abschnitt stellt die Ergebnisse der drei Großzahlexperimente dar. Eine Bewertung wird im nächsten Abschnitt vorgenommen. Tabelle 3.1 bis Tabelle 3.3 geben die Ergebnisse der drei Großzahlexperimente wieder. Dabei sind für LS- und ML-Schätzer die mittleren Schätzfehler und die Streuung aufgeführt, jeweils für die Einzelparameter θ_1 und θ_2 . Der mittlere Schätzfehler von θ_1 ist zusätzlich als Winkelfehler angegeben.

Die Schätzungen beruhen für alle drei Konfigurationen auf vielen Messungen (97, 98 bzw. 85 Messungen). Wird zusätzlich berücksichtigt, dass die angesetzten Kriterien zur Bewertung der Schätzer auf insgesamt 1000 Durchläufe beruhen, ist der Stichprobenumfang so groß, dass die Ergebnisse eine solide statistische Grundlage haben. Der MRES-Wert liefert sowohl für den LS- als auch für den ML-Schätzer in

allen drei Großzahlexperimenten eine gute Schätzung für σ_r^2 , was die Ergebnisse plausibel macht.

Tabelle 3.1: Ergebnisse für Konfiguration 1, bei der die Strecke symmetrisch zur y -Achse verläuft. Die Schätzungen beruhen auf 97 Messungen.

	LS	ML
$\overline{\Delta\hat{\theta}_1}$	0,001553	0,001566
$\arctan(\overline{\Delta\hat{\theta}_1})$ in $^\circ$	0,088961	0,089729
$\overline{\Delta\hat{\theta}_2}$ in m	0,000741	0,000743
s_1	0,020393	0,020376
s_2 in m	0,010204	0,010201
MRES	0,009689	0,009689

Tabelle 3.2: Ergebnisse für Konfiguration 2, bei der die Strecke am Rand des Sichtbereichs liegt und um $-15,1^\circ$ gedreht ist. Die Schätzungen basieren auf 98 Messungen.

	LS	ML
$\overline{\Delta\hat{\theta}_1}$	0,011210	-0,000228
$\arctan(\overline{\Delta\hat{\theta}_1})$ in $^\circ$	0,642232	-0,013061
$\overline{\Delta\hat{\theta}_2}$ in m	-0,029422	0,000468
s_1	0,021384	0,021544
s_2 in m	0,057528	0,057903
MRES	0,009732	0,009704

Tabelle 3.3: Ergebnisse für Konfiguration 3, bei der die Strecke am Rand des Sichtbereichs liegt und um -45° gedreht ist. Die Schätzungen beruhen auf 85 Messungen.

	LS	ML
$\overline{\Delta\hat{\theta}_1}$	0,035440	0,007627
$\arctan(\overline{\Delta\hat{\theta}_1})$ in $^\circ$	2,029718	0,437004
$\overline{\Delta\hat{\theta}_2}$ in m	-0,094308	-0,018959
s_1	0,039100	0,039604
s_2 in m	0,106100	0,107500
MRES	0,009975	0,009910

3.4.3 Bewertung der Ergebnisse

Tabelle 3.1 liegt Konfiguration 1, d. h. der symmetrische Spezialfall, zugrunde. Die mittleren Fehler von LS- und ML-Schätzer sind nahezu identisch und sehr klein. Der mittlere Winkelfehler beträgt bei beiden Schätzern weniger als $0,1^\circ$ und der mittlere Entfernungsfehler weniger als 1 mm. Auch bei der Streuung der Einzelparameter sind keine Unterschiede zwischen LS- und ML-Schätzer auszumachen. Dieses Großzahlexperiment zeigt, dass der LS-Schätzer im symmetrischen Spezialfall faktisch biasfrei ist und gegenüber dem ML-Schätzer keine Nachteile aufweist. Für den LS-Schätzer spricht zudem, dass die Berechnung der LS-Schätzung weniger als 0,1 ms und damit weniger als 1% der Zeit benötigt, die zur Berechnung der ML-Schätzung erforderlich sind (10 ms). Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, dass der Algorithmus für die ML-Schätzung im Mittel nur zwei Iterationen benötigt, so dass die Rechenzeit durch eine optimierte Implementierung stark verringert werden kann.

Tabelle 3.2 liegt Konfiguration 2 zugrunde, in der die Strecke am Rand des Sichtbereichs liegt und um $-15,1^\circ$ gegenüber der x -Achse verdreht ist. Während die Streuung der Einzelparameterschätzungen für LS- und ML-Schätzer vergleichbar sind, liegen die mittleren LS-Schätzfehler mit fast zwei Größenordnungen deutlich über den mittleren ML-Schätzfehlern. Die Ursache hierfür ist die Lage der Strecke, die nicht symmetrisch zur y -Achse verläuft, so dass sich die Fehler in x -Richtung nicht gegenseitig kompensieren können. In diesem Fall bietet der ML-Schätzer

deutliche Vorteile gegenüber dem LS-Schätzer, die allerdings durch einen um den Faktor hundert höheren Rechenaufwand bei nur drei Iterationen erkauft werden.

Tabelle 3.3 liegt Konfiguration 3 zugrunde, in der die Strecke mit -45° noch stärker als in Konfiguration 2 gegenüber der x -Achse verdreht ist. Die mittleren LS-Schätzfehler liegen erneut über den ML-Schätzfehlern, wobei der mittlere Fehler der LS-Abstandsschätzung auf $-0,09$ m angewachsen ist. Auffallend ist die Zunahme der Streuung der Abstandsschätzung, die sich für LS- und ML-Schätzer gegenüber Konfiguration 1 verzehnfacht hat. Das $2,5\text{-}\sigma$ -Konfidenzintervall (statistische Signifikanz von 98,8%) ist auf $0,5$ m angewachsen bei einem Nominalabstand von nur $\theta_2 = 12,31$ m. Da der mittlere LS-Abstandsfehler knapp $0,1$ m beträgt und deutlich größer als der ML-Abstandsfehler ist, ist der um den Faktor hundert höhere Rechenaufwand für den ML-Schätzer für kritische Anwendungen gerechtfertigt, zumal im Mittel erneut nur drei Iterationen benötigt werden.

Ein Vergleich der LS-Schätzungen für die drei Konfigurationen zeigt, dass der LS-Schätzer stark von der Wahl des Koordinatensystems bzw. der Orientierung der Strecke abhängt. So ist der mittlere Abstandsfehler in Konfiguration 3 gegenüber dem Fehler in Konfiguration 1 um den Faktor hundert angewachsen. Der Fehler der LS-Abstandsschätzung ist in Konfiguration 2 und 3 negativ, d. h. die Strecke wird näher geschätzt, als sie ist, was sich auch in der Biasformel (3.15) widerspiegelt. Neben dem mittleren Abstandsfehler nimmt auch die Streuung der Abstandsschätzung von Konfiguration 1 über Konfiguration 2 zu Konfiguration 3 um das Zehnfache zu und ist größer als der mittlere Schätzfehler.

Ein Vergleich der ML-Schätzungen zeigt auch hier eine Zunahme des Abstandsfehlers, der jedoch deutlich geringer als beim LS-Schätzer ausfällt. Dieser Befund steht scheinbar in einem Widerspruch zu Theorem 3.3, das Invarianz des ML-Schätzers gegenüber einer Rotation der Strecke beweist. Die Zunahme des Abstandsfehlers resultiert zum einen aus der Abnahme der Messpunktzahl von 97 bzw. 98 auf 85. Zum anderen eignet sich das nichtlineare Messmodell (3.16), das sich aus der gewählten Geradenparametrierung (3.5) ergibt, schlecht zur Optimierung. Die Streuung der Abstandsschätzung liegt in der gleichen Größenordnung wie die Streuung des LS-Abstandsfehlers und nimmt wie diese von Konfiguration 1 bis Konfiguration 3 stark zu.

Zusammengefasst lässt sich sagen, dass der mittlere LS-Abstandsfehler mit bis zu $0,1$ m in einer Größenordnung liegt, die den größeren Rechenaufwand des ML-Schätzers in sicherheitskritischen Fällen rechtfertigt. Die Implementierung des ML-Schätzers eröffnet darüber hinaus noch Optimierungsmöglichkeiten, so dass der Rechenzeitaufwand aufgrund der geringen Iterationenzahl um eine Größenordnung reduziert werden kann. Ein weiterer Vorteil des ML-Schätzers ist dessen Rotationsinvarianz, die sicherstellt, dass der Abstandsfehler in erster Näherung

unabhängig von der Steigung der Strecke ist.

Wesentliche Ergebnisse des Kapitels

Dieses Kapitel untersucht, wie die Abstandsschätzung mit statistischen Methoden verbessert werden kann. Dafür wird unter Berücksichtigung des physikalischen Messprinzips ein statistisches Sensormodell abgeleitet. Für dieses Modell wird die Statistik des LS-Geradenschätzers untersucht. Sie ist i. Allg. asymptotisch biasbehaftet. Im praktisch relevanten Spezialfall der Folgefahrt ist die Schätzung der Steigung jedoch biasfrei und die Abstandsschätzung faktisch biasfrei.

Da die Güte der LS-Schätzung stark von der Wahl des Koordinatensystems abhängt, wird auf Basis des Sensormodells der ML-Geradenschätzer abgeleitet, der asymptotisch biasfrei und konsistent ist. Zusätzlich ist er im vorliegenden Fall invariant gegenüber einer Rotation des Koordinatensystems, so dass in sicherheitskritischen Anwendungen der gegenüber dem LS-Schätzer erhöhte Rechenaufwand gerechtfertigt ist. Die Ergebnisse dieses Kapitels wurden in [Kap05b, Kap06d] veröffentlicht.

4 Genauigkeitsverbesserung durch Bewegungskompensation

Einleitung

In diesem Kapitel wird der *deterministische Einfluss* untersucht, den eine Relativbewegung zwischen Objekt und Laserscanner auf die Lidar-Messungen hat. Da der Scan zeitlich ausgedehnt ist, kommt es bei Laserscannern zu einer bewegungsbedingten Unschärfe: Gemessene Konturen sind gegenüber der wahren Kontur verschoben, verdreht und gekrümmt. Das Ziel der in diesem Kapitel beschriebenen Analyse ist die vollständige Kompensation des Effektes, den die Relativbewegung auf die Lidar-Messungen hat und der im Folgenden Motion-Scan-Effekt genannt wird.

Nach einer qualitativen Beschreibung des Effektes wird dieser in einer Simulation quantitativ erfasst. Da der Effekt in der Größenordnung der stochastischen Fehler liegt, wird untersucht, wie die Parameter eines einfachen Objekt- und Bewegungsmodells identifiziert werden können. Sind alle Parameter identifiziert, lässt sich der Motion-Scan-Effekt vollständig kompensieren, so dass der Abstand eines Objektes frei von Fehlern infolge der Relativbewegung bestimmt werden kann.

4.1 Qualitative Beschreibung und Einordnung des Motion-Scan-Effektes

Da der Scanprozess eines Laserscanners zeitlich ausgedehnt ist, führt eine Relativbewegung zwischen dem gescannten Fahrzeug und dem Laserscanner zu einer Deformation der gescannten Fahrzeugkontur. Dieser Motion-Scan-Effekt umfasst eine Verschiebung, Streckung, Verdrehung und Krümmung der gescannten Fahrzeugkontur gegenüber der Originalkontur. Kritisch ist der Fall, in dem die Entfernung des gescannten Fahrzeuges geringer ist, als sie aufgrund des Motion-Scan-Effektes gemessen wird.

Bild 4.1(a) illustriert den Motion-Scan-Effekt. Ein Fahrzeug, das sich mit konstanter Relativgeschwindigkeit entlang der y -Achse entfernt, wird gescannt. Der Scan

beginnt zum Zeitpunkt t_0 und endet zum Zeitpunkt t_F , wobei das Fahrzeug zwischen den Zeitpunkten t_B und t_E vom Laserscanner überstrichen wird. Da sich das Fahrzeug während des Scans relativ zum Scanner bewegt, „verschmiert“ das gescannte Heck, was im vergrößerten Ausschnitt in Bild 4.1(b) gut zu sehen ist. Die Mitte der gescannten Kontur ist gegenüber der Konturmitte zum Zeitpunkt t_E verschoben. Zusätzlich ist die Kontur gegenüber der wahren Orientierung des Hecks verdreht, und die Breite ist leicht vergrößert. Die auftretende Krümmung ist so klein, dass sie vernachlässigt werden kann.

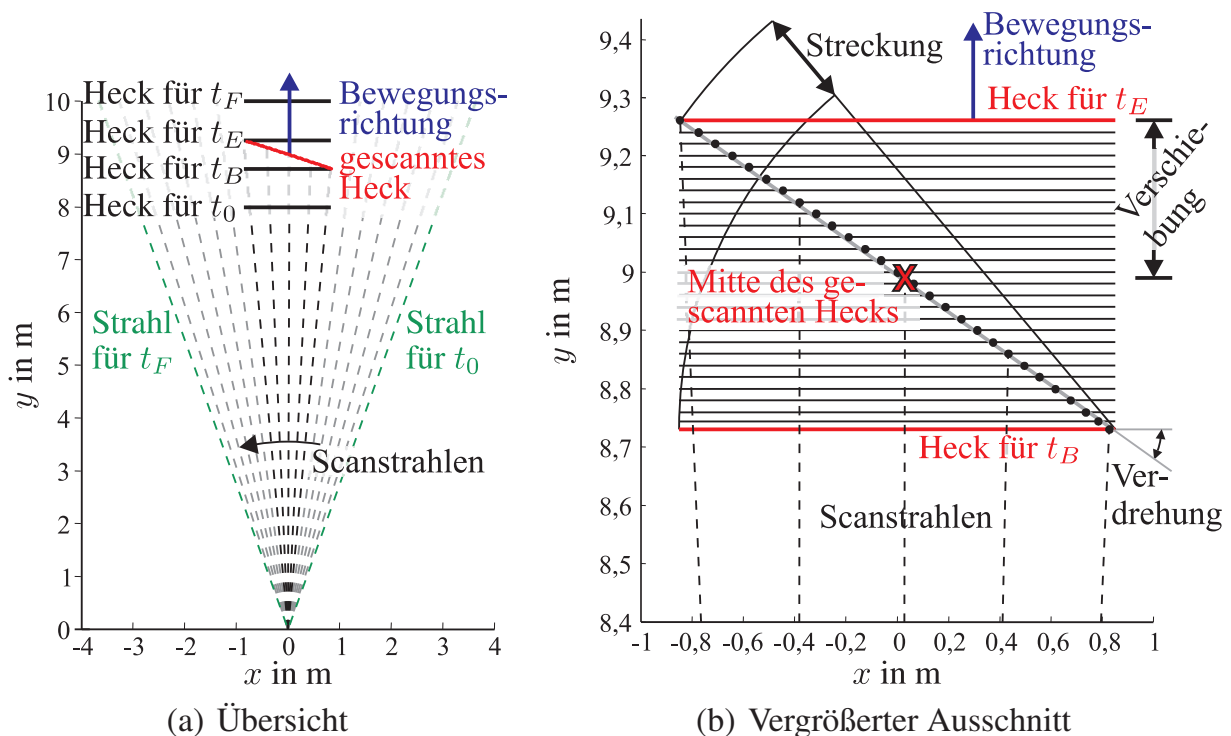


Bild 4.1: Bild 4.1(a) zeigt den Scan eines Fahrzeughecks. Aufgrund der Relativbewegung ist das gemessene Heck verschoben und verdreht gegenüber der Position und Orientierung des Hecks zum Zeitpunkt t_E . Diese Auswirkungen des Motion-Scan-Effektes sind in Bild 4.1(b) vergrößert dargestellt.

Bild 4.1 zeigt anschaulich, dass der Motion-Scan-Effekt von der Relativbewegung und der Dauer des Scanvorgangs abhängt, wobei der Effekt mit wachsender Relativbewegung und wachsender Scandauer zunimmt. Während auf die Relativbewegung kein Einfluss genommen werden kann, wird die Scandauer bzw. -frequenz durch den Sensor festgelegt und kann u. U. in einem kleinen Bereich, z. B. zwischen 10 Hz und 40 Hz, variiert werden. Ein langsamerer Scan bietet Vorteile hinsichtlich der Messgenauigkeit, da der Sichtbereich mit einer höheren Winkelauflösung erfasst und die Entfernungsmessung mit statistischen Methoden verbessert werden kann. Im Gegensatz dazu spricht für einen schnelleren Scan, dass die Mes-

sungen eines Scans nahezu dem gleichen Zeitpunkt zugeordnet werden können und der Motion-Scan-Effekt klein ist.

Die Auswirkung der Relativbewegung auf die Messungen eines Laserscanners ist in der Literatur bekannt. Ballard und Vacherand [Bal94] untersuchen den Effekt, den eine sehr schnelle Fahrzeugbewegung auf Lidar-Messungen hat. Die Autoren ziehen den Schluss, dass Scandauer und maximale Geschwindigkeit aufeinander abgestimmt sein müssen. Blais et al. [Bla04] analysieren den langsamen Scan sehr großer Objekte, z. B. eines Innenraumes. Aufgrund der sehr langen Scandauer im Bereich von Minuten wirken sich dabei auch niederfrequente Relativbewegungen stark auf das Scanergebnis aus. Die Autoren nehmen in ihrem Ansatz zunächst ein grobes Entfernungsbild des Objektes auf und verfeinern dieses mit weiteren Scans, wobei das Objekt zusätzlich getrackt wird, um die Relativbewegung zu kompensieren. Ono et al. [Ono03] betrachten den Effekt, den die Relativbewegung auf die automatische Kartierung von Straßen hat. Ziel ihrer Arbeit ist die Kompensation der Eigenbewegung auf Framebasis. Gräfe [Grä04] untersucht ebenfalls die Kartierung von Straßen, allerdings mit wesentlich höheren Anforderungen an die Genauigkeit. So berücksichtigt er im Gegensatz zu Ono et al. auch die Relativbewegung während eines Scans, indem jede Messung bezüglich der besten geschätzten Trajektorie (*best estimated trajectory*, BET) registriert wird.

Die hier vorgestellten Betrachtungen untersuchen den Effekt schneller Relativbewegung auf die gemessene Fahrzeugkontur und basieren auf Veröffentlichungen des Autors in [Kap06c, Grö07]. Im Gegensatz zu Ballard und Vacherand [Bal94], die sich auf eine Beschreibung des Effektes beschränken, wird dieser hier quantitativ untersucht. Außerdem wird gezeigt, wie der Motion-Scan-Effekt vollständig kompensiert werden kann. Der Ansatz von Blais et al. [Bla04] kann in der vorliegenden Arbeit nicht angewendet werden, da die zugrunde liegenden Lidar-Messungen zu stark verrauscht sind und die Scandauer sehr kurz ist. Deshalb werden hier einfache Modelle für die Kontur und Bewegung des Fahrzeuges verwendet. Unter der Voraussetzung, dass das stochastische Messrauschen klein ist, ermöglicht der vorgestellte Ansatz die Bestimmung der Bewegungsparameter aus einem einzigen Datenframe, was mit Standardansätzen nicht möglich ist [Mar04]. Hierbei wird vorhandenes Zusatzwissen über die Bewegungsrichtung, die Geschwindigkeit und die Abmessungen des vorausfahrenden Fahrzeuges berücksichtigt, das z. B. bei vernetzten Fahrzeugen übermittelt wird.

4.2 Quantitative Untersuchung des Motion-Scan-Effektes

4.2.1 Annahmen

Um den Effekt der Relativbewegung isoliert, d. h. ohne andere störende Einflüsse, betrachten zu können, werden die folgenden Annahmen getroffen:

- Die Segmentierung der Messungen ist fehlerfrei.
- Die Fahrzeugkontur ist ein Rechteck. Fehler durch eine abgerundete Fahrzeugkontur werden nicht betrachtet.
- Die Messungen sind unverrauscht.
- Die Messungen von Entfernung und Winkel sind nicht quantisiert.
- Die Messung ist zeitdiskret mit konstanter Abtastperiode Δt , die von der Scanperiode T_A und der Scandauer T_S zu unterscheiden ist. Dabei ist die Scandauer T_S die Zeit, die der Scanner zur Erfassung des Sichtbereichs benötigt.
- Das scannende Fahrzeug (Index s) fährt geradlinig mit bekannter konstanter Geschwindigkeit v_s . Das gescannte Fahrzeug fährt ebenfalls geradlinig mit unbekannter konstanter Geschwindigkeit v unter konstantem Steuerkurswinkel ψ (vgl. Bild 4.5). Somit ist die Relativgeschwindigkeit $v_{\text{rel}} := v - v_s$ konstant.
- Das gescannte Fahrzeug rollt ohne zu gleiten. Damit ist der momentane Geschwindigkeitsvektor parallel zur Fahrzeuglängsachse.

Die Annahmen erscheinen zwar restriktiv, lassen sich jedoch auch für die Praxis motivieren. So kann die einer fehlerfreien Zuordnung vorausgehende Datenassoziation durch ein übergeordnetes Trackingsystem gewährleistet werden, wie es in Abschnitt 2.2.1 beschrieben wird. Aufgrund des Messrauschens sind die Strecke und die L-Form sinnvolle Modelle für die Fahrzeugkontur. Schätzfehler infolge des stochastischen Messrauschens übersteigen die Quantisierungsfehler deutlich. In 4.2.3 wird jedoch gezeigt, dass diese Schätzfehler in der gleichen Größenordnung wie die Parameterfehler infolge des deterministischen Motion-Scan-Effektes liegen.

4.2.2 Nomenklatur

Bevor der Motion-Scan-Effekt im Rahmen einer Simulation quantitativ untersucht wird, führt Bild 4.2 die verwendete Notation ein. Zusätzlich wird geklärt, welche Abstände bei Fahrzeugen und welche Bezugszeitpunkte beim Scanvorgang relevant sind.

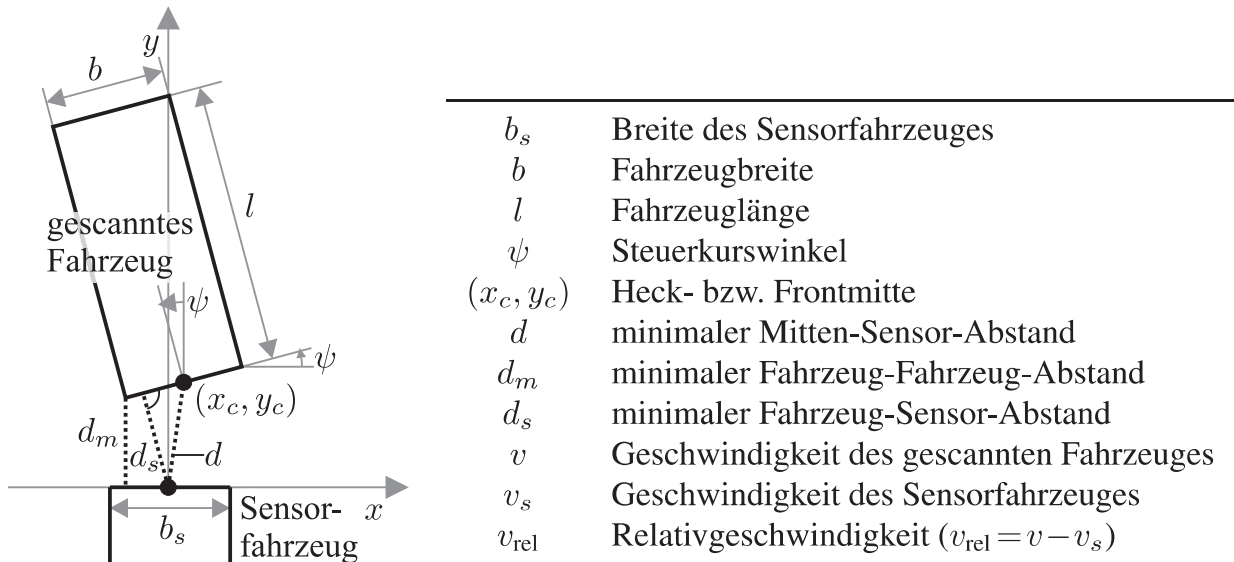


Bild 4.2: Geometrische Beziehungen zwischen Sensorfahrzeug und gescanntem Fahrzeug

Zur Abstandsbewertung sind die folgenden drei Größen gebräuchlich, die auch in Bild 4.2 zu sehen sind:

1. Der Abstand d der Streckenmittelpunkte. Da der Laserscanner im Ursprung des Sensorkoordinatensystems liegt, vereinfacht sich die Berechnung zu

$$d = \left\| \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (4.1a)$$

2. Der minimale Abstand d_m zwischen zwei Fahrzeugen. Das ist der kleinste Abstand zwischen zwei Punkten, von denen einer auf dem Sensorfahrzeug und der andere auf dem gescannten Fahrzeug liegt:

$$d_m = \min_{\substack{\gamma \in [-\frac{b}{2}, \frac{b}{2}] \\ \lambda \in [-\frac{b_s}{2}, \frac{b_s}{2}]}} \left\| \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (4.1b)$$

Dabei muss die Breite b bekannt sein.

Gl. (4.1b) ist entweder die orthogonale Projektion einer Ecke auf die andere Strecke oder der minimale Abstand zwischen zwei Ecken.

3. Der minimale Abstand d_s zwischen Sensor und Fahrzeug. Dieser kann aus Gl. (4.1b) für $\lambda=0$ gewonnen werden, da der Laserscanner im Ursprung des Koordinatensystems ist.

Der Abstand d ist einfach zu berechnen, zeigt jedoch nicht, wie nahe zwei Fahrzeuge einander wirklich sind. Im Gegensatz dazu geben die Abstände d_m und d_s den tatsächlichen (kleinsten) Abstand der Fahrzeuge gut wieder. Ihre Bestimmung ist jedoch aufwendig und erfordert die Kenntnis der Breite b . Die Breite b_s des Sensorfahrzeuges wird als bekannt vorausgesetzt. Zwischen den Abständen d , d_m und d_s besteht die Beziehung

$$d_m \leq d_s \leq d \leq d_s + \frac{b}{2} \leq d_m + \frac{b + b_s}{2}. \quad (4.2)$$

Wie in Abschnitt 4.1 erklärt wird, setzt die Angabe der Position und Orientierung einer bewegten Strecke einen Bezugszeitpunkt voraus. Für Laserscanner gibt es fünf relevante Bezugszeitpunkte, die in Bild 4.3 aufgetragen sind.

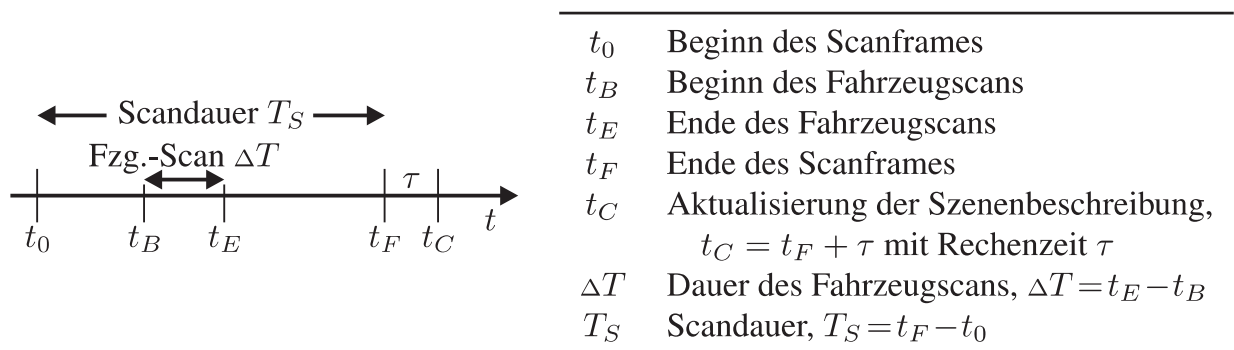


Bild 4.3: Zeitstrahl mit den Bezugszeitpunkten

Der Scan beginnt zum Zeitpunkt t_0 und endet zum Zeitpunkt t_F , wobei das Fahrzeug im Intervall $[t_B, t_E]$ gemessen wird. Dabei ist zu beachten, dass die Scandauer $T_S = t_F - t_0$ i. Allg. kleiner als die Scanperiode T_A des Laserscanners ist. Die Aktualisierung der Szenenbeschreibung erfordert Rechenzeit und liegt erst zum Zeitpunkt $t_F + \tau$ vor. Gl. (4.4) gibt an, wie die Streckenparameter (x_c, y_c) und ψ der unterschiedlichen Bezugszeitpunkte ineinander umgerechnet werden können.

4.2.3 Simulation

Parameter der Simulation

Die Simulation erlaubt es, den Motion-Scan-Effekt unter Ausschluss anderer Störeinflüsse wie z. B. Mess- und Quantisierungsfehler zu untersuchen. Die Parameter der Simulation orientieren sich an der Praxis, was eine zuverlässige quantitative Bewertung des Motion-Scan-Effektes ermöglicht. Dabei wird ein Mittelklassewagen von einem Laserscanner mit Standardspezifikation gescannt:

- Fahrzeug (typischer Mittelklassewagen)
 - Breite $b = 1,70$ m
 - Länge $l = 4,20$ m
- Laserscanner
 - Winkelbereich $\varphi \in [-20^\circ, 20^\circ]$ (Winkel zwischen positiver y -Achse und Scanstrahl; vgl. Bild 4.4)
 - Winkelauflösung $\Delta\varphi = 0,1^\circ$
 - Scanfrequenz¹ $f = 10$ Hz, entspricht hier einer Scandauer von $T_A \approx 11$ ms

Simulation des Motion-Scan-Effektes

Während Abschnitt 4.1 den Motion-Scan-Effekt rein qualitativ beschreibt, quantifiziert dieser Abschnitt den Effekt mit Hilfe einer Simulation, wobei zwei Szenarios untersucht werden.

1. Das Sensorfahrzeug und das gescannte Fahrzeug bewegen sich mit konstanter Relativgeschwindigkeit v_{rel} auf der gleichen geradlinigen Spur. Bild 4.4 zeigt die komplette Kontur des gescannten Fahrzeuges zum Zeitpunkt t_F und das Heck zu den Zeitpunkten t_B und t_E , wobei einige Messungen als Punkte eingezeichnet sind.

Große positive Relativgeschwindigkeiten v_{rel} treten u. a. bei Spurwechseln auf und wenn das scannende Fahrzeug abrupt stoppt oder überholt wird. Besonders kritisch sind jedoch große negative Relativgeschwindigkeiten, etwa wenn das vorausfahrende gescannte Fahrzeug stark abbremst. Die Ergebnisse für dieses Szenario sind in Tabelle 4.1 aufgeführt und die zugehörigen Berechnungen in Anhang A.2 angegeben.

¹Die Scanfrequenz f ist die Frequenz, mit der sich der Ablenkspiegel um seine Achse dreht. Bei einem Winkelbereich von 40° und einer Scanfrequenz f von 10 Hz ergibt sich damit eine Scandauer von $T_A \approx 11$ ms, in der der komplette Sichtbereich überstrichen wird.

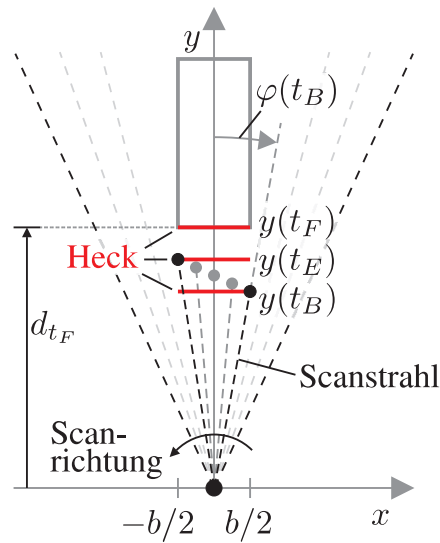


Bild 4.4: Das gescannte Fahrzeug fährt vor dem Sensorfahrzeug. Der Scan des Hecks beginnt zum Zeitpunkt t_B (Scanwinkel $\varphi(t_B)$) und endet zum Zeitpunkt t_E , während der Scanframe erst zum Zeitpunkt t_F endet. Einige Messungen (Punkte) und Scanstrahlen sind eingezeichnet.

2. Das gescannte Fahrzeug kommt auf der Nachbarspur entgegen (Querabstand der Fahrzeugmitten: 3,2 m). In dieser Situation können auf Landstraßen große Relativgeschwindigkeiten von mehr als $50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h}$ auftreten. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.2 dargestellt, wobei d_{t_F} hier den Abstand der Fahrzeugfront zum Zeitpunkt t_F bezeichnet. Die zugehörigen Berechnungen sind in Anhang A.2 angegeben.

Für alle drei Szenarios wird der wahre Abstand d_{t_F} am Ende des Scanframes angegeben, da frühestens zu diesem Zeitpunkt die Szenenbeschreibung vollständig aktualisiert ist. Zur Approximation der Messungen durch eine Strecke wird ein gewöhnlicher LS-Ansatz verwendet. Der Abstand des Streckenmittelpunktes zum Ursprung des Koordinatensystems ergibt den berechneten Abstand \tilde{d} , woraus mit $\Delta\tilde{d} = \tilde{d} - d_{t_F}$ der Parameterfehler folgt. Die Verdrehung $\Delta\tilde{\psi}$ des gescannten Fahrzeuges bezüglich der wahren Lage im Sensorkoordinatensystem ist direkt durch die Streckensteigung gegeben, da beim Folgen und Entgegenkommen $\psi_{t_F} = \psi = 0$ ist. Der Abstand zwischen der ersten und der letzten Messung liefert einen Wert \tilde{b} für die Breite des gescannten Fahrzeuges, womit sich der Breitenfehler zu $\Delta\tilde{b} = \tilde{b} - b$ ergibt.

Tabelle 4.1: Fehler infolge der Relativbewegung, wenn beide Fahrzeuge auf der gleichen Spur fahren

v_{rel} in m/s	d_{t_F} in m	$\Delta\tilde{d}$ in m	$\Delta\tilde{\psi}$ in $^\circ$	$\Delta\tilde{b}$ in m
Der Abstand der Fahrzeuge ist konstant ($v_{\text{rel}} = 0$).				
0,00	5,00	0,00	0,00	0,00
0,00	10,00	0,00	0,00	0,00
0,00	20,00	0,00	0,00	0,00
Der Abstand der Fahrzeuge wird größer ($v_{\text{rel}} > 0$).				
5,00	5,00	-0,03	-0,91	0,00
10,00	5,00	-0,06	-1,83	0,00
5,00	10,00	-0,03	-0,46	0,00
10,00	10,00	-0,06	-0,92	0,00
Der Abstand der Fahrzeuge wird kleiner ($v_{\text{rel}} < 0$).				
-5,00	5,00	0,03	0,90	0,00
-10,00	5,00	0,06	1,79	0,00
-5,00	10,00	0,03	0,45	0,00
-10,00	10,00	0,06	0,91	0,00
-5,00	20,00	0,03	0,23	0,00
-10,00	20,00	0,06	0,45	0,00

Bewertung der Simulationsergebnisse

- Sind d_{t_F} und v_{rel} bekannt, kann der Abstand d für jeden beliebigen Zeitpunkt berechnet werden, z. B. für $t = t_B$: $d_{t_B} = d_{t_F} - v_{\text{rel}} (t_F - t_B)$.
- Die Dauer $\Delta T = t_E - t_B$, während der das Fahrzeug vom Scanstrahl überstrichen wird, nimmt mit wachsender Breite b , abnehmendem Abstand d_{t_F} und abnehmender Relativgeschwindigkeit v_{rel} zu.
- Tabelle 4.2 zeigt, dass der Fehler $\Delta\tilde{d}$ der Abstandsmessung größer als 0,1 m sein kann.

Tabelle 4.2: Fehler infolge der Relativbewegung, wenn das gescannte Fahrzeug auf der Gegenfahrbahn näherkommt

v_{rel} in m/s	d_{t_F} in m	$\Delta\tilde{d}$ in m	$\Delta\tilde{\psi}$ in $^\circ$	$\Delta\tilde{b}$ in m
-5,00	20,00	0,02	0,22	0,00
-10,00	20,00	0,03	0,44	0,00
-15,00	20,00	0,05	0,67	0,00
-20,00	20,00	0,06	0,89	0,00
-30,00	20,00	0,09	1,33	0,00
-40,00	20,00	0,12	1,78	0,00
-50,00	20,00	0,15	2,22	0,00

- Folgt das Sensorfahrzeug dem gescannten Fahrzeug und gilt für die Relativgeschwindigkeit $v_{\text{rel}} < 0$, ist die Messung des Abstandes größer als der tatsächliche Abstand. Dieses Ergebnis ist gefährlich, da der Abstand in Wahrheit kleiner ist als aufgrund der Messung erwartet wird. Nähert sich das gescannte Fahrzeug auf der Gegenfahrbahn, wird der Abstand ebenfalls zu groß gemessen, d. h. das Fahrzeug ist näher, als es die Messung vorgibt.
- Der maximale Winkelfehler $\Delta\tilde{\psi} = \tilde{\psi}$ ist mit weniger als $2,3^\circ$ klein. Der Breitenfehler $\Delta\tilde{b}$ kann sogar völlig vernachlässigt werden.
- Im Rahmen der Simulation wurde auch der Fall konstanter Beschleunigung untersucht, z. B. wenn mit $0,5\text{ g}$ (Erdbeschleunigung g) gebremst wird. Der zusätzliche Effekt ist sehr klein, da die Zeit ΔT , während der das Fahrzeug vom Laserstrahl überstrichen wird, sehr kurz ist. So ergeben sich für $v_{\text{rel},0} = 5\text{ m/s}$, $d_{t_F} = 10\text{ m}$ und $\dot{v} = -0,5\text{ g}$ die Fehler zu $\Delta\tilde{d} = -0,03\text{ m}$, $\Delta\tilde{\psi} = -0,45^\circ$ und $\Delta\tilde{b} = 0,00\text{ m}$. Ein direkter Vergleich mit der Situation ohne Bremsen (hellgrau hinterlegte Zeile in Tabelle 4.1) zeigt, dass Bremsen den Motion-Scan-Effekt sogar abschwächt, da die Relativgeschwindigkeit während des Scans abnimmt.
- Große Relativgeschwindigkeiten treten auf, wenn die Fahrzeuge einander entgegenkommen, wenn sich das Sensorfahrzeug einem ruhenden bzw. geparkten Fahrzeug nähert und wenn ein Fahrzeug die Spur wechselt.

Vergleich mit statistischen Fehlern

Dieser Abschnitt vergleicht Fehler, die aus dem Motion-Scan-Effekt resultieren, mit Schätzfehlern infolge von stochastischen Messunsicherheiten, wie sie Kapitel 3 beschreibt. Bei der statistischen Untersuchung der Schätzfehler wird die Winkelmessung als fehlerfrei angenommen, während die Unsicherheit der Entfernungsmessungen als unabhängig $\mathcal{N}(0, \sigma_r^2)$ -verteilt mit Standardabweichung $\sigma_r = 0,1$ m modelliert wird.

Im symmetrischen Spezialfall, d. h. wenn die Strecke symmetrisch zur positiven y -Achse liegt, ist die Schätzung der Steigung gemäß Theorem 3.2 erwartungstreu und die Schätzung des Abstandes asymptotisch erwartungstreu. Mit einer Simulation wird für diesen Spezialfall der Einfluss von Messfehlern auf die Schätzung der Geraden untersucht. Dabei wird eine 1,70 m lange Strecke, die symmetrisch zur y -Achse verläuft ($\psi = \arctan \theta_1 = 0$), für unterschiedliche Abstände $d = d_{t_F}$ gescannt. Der radialen Komponente der idealen Messungen wird additiv gaußsches Rauschen mit $\sigma_r = 0,1$ m überlagert, und die LS-Schätzungen von Abstand d und Steuerkurswinkel ψ werden bestimmt. Dieses Prozedere wird 1000 Mal wiederholt, um einen mittleren Schätzwert für die Parameter und deren Standardabweichung zu bekommen.

Tabelle 4.3 gibt die zweiseitigen 2,5- σ -Konfidenzintervalle² der Schätzungen \hat{d} und $\hat{\psi}$ für unterschiedliche Abstände d zusammen mit der Messpunktzahl n wieder. Als Schätzwert für die Standardabweichung dient die empirische Standardabweichung s_d , die sich für die Abstandsschätzung \hat{d} auf Basis der Einzelschätzungen $\hat{d}_1, \dots, \hat{d}_n$ zu

$$\sigma_d \approx s_d = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\hat{d}_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \hat{d}_j \right)^2}$$

ergibt. Die Schätzung $\hat{\psi}$ wird gemäß $\hat{\psi} = \arctan \theta_1$ aus der Steigungsschätzung θ_1 bestimmt, so dass Tabelle 4.3 direkt mit Tabelle 3.1 verglichen werden kann.

In den meisten Fällen ist der Fehler der LS-Schätzung viel kleiner als die Standardabweichung σ_r , da die Schätzung durch viele stochastisch unabhängige Messungen gestützt wird. (In Tabelle 4.3 sind anstelle der empirischen Standardabweichung die 2,5- σ -Konfidenzintervalle aufgetragen.) Die Standardabweichung der LS-Schätzung ist dabei näherungsweise umgekehrt proportional zu \sqrt{n} .³

²Ist eine Zufallsvariable $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ -verteilt, so befindet sich eine Realisierung mit der Wahrscheinlichkeit $\text{erf}(2,5/\sqrt{2}) \approx 98,8\%$ im Intervall $[\mu - 2,5\sigma, \mu + 2,5\sigma]$ ($\text{erf}(\cdot)$: Fehlerfunktion) [Bro97].

³Seien $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ unkorrelierte Zufallsgrößen mit gleicher Varianz σ^2 . Dann ist die Varianz des arithmetischen Mittelwertschätzers $1/n \cdot \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i$ gleich $\sigma_{\bar{\mathbf{x}}}^2 = \sigma^2/n$ [Nie02].

Tabelle 4.3: Zweiseitige 2,5- σ -Konfidenzintervalle für die LS-Schätzung von Abstand d und Winkel ψ bei der Messpunktzahl n ($v_{\text{rel}} = 0$ m/s und $\sigma_r = 0,1$ m)

d in m	\hat{d} in m	$\hat{\psi}$ in $^\circ$	n
5,00	$5,00 \pm 0,02$	$0,05 \pm 2,10$	193
10,00	$10,00 \pm 0,03$	$0,09 \pm 2,92$	97
20,00	$20,00 \pm 0,03$	$0,32 \pm 4,17$	49

Mit steigendem Abstand d nimmt der Variationskoeffizient σ_r/d , d. h. der Einfluss des Messrauschens auf die Einzelmessung, ab. Die Messpunktzahl n nimmt (bei konstanter Winkelauflösung $\Delta\varphi$) jedoch ebenfalls ab, weil der Sehwinkel bzw. die scheinbare Größe der Strecke abnimmt. Da eine kleinere Messpunktzahl die Schätzung stärker beeinflusst, werden die Konfidenzintervalle mit zunehmendem Abstand d größer.

Ein Vergleich der Tabelle 4.3 mit den Tabellen 4.1 und 4.2 zeigt, dass in manchen Fällen die Fehler infolge des Motion-Scan-Effektes größer als die statistischen Schätzfehler sind. So ergeben sich für die Relativgeschwindigkeit $v_{\text{rel}} = -10$ m/s und den Abstand $d_{t_F} = 10$ m deterministische Fehler von $0,06$ m und $0,91^\circ$ (dunkelgrau hinterlegte Zeile in Tabelle 4.1), während die statistischen Schätzfehler infolge des Messrauschens $\pm 0,03$ m bzw. $\pm 2,92^\circ$ betragen bei einer statistischen Signifikanz von 98,8 %. Die statistischen Fehler lassen sich nur durch verbesserte Sensoren verringern. Dagegen kann der deterministische Motion-Scan-Effekt für die vorliegenden Daten vollständig kompensiert werden, wie die folgenden Abschnitte zeigen.

4.3 Modellierung des Scans und der Relativbewegung

Dieser Abschnitt formuliert zeitvariante Streckenmodelle für die Fahrzeugkontur. Dabei wird jede Strecke durch ihre Mitte (x_c, y_c) , ihre Breite b bzw. Länge l sowie den Steuerkurswinkel ψ beschrieben (vgl. Bild 4.5). Bewegt sich das Fahrzeug relativ zum Laserscanner, verändert sich die Lage der Strecke in Abhängigkeit von den Geschwindigkeiten v und v_s sowie der Bezugszeit t_F , wobei die Geschwindigkeit v_s des Sensorfahrzeuges als bekannt vorausgesetzt wird. Da zu jedem Zeitpunkt jedoch nur eine Messung vorliegt, ist je ein Streckenmodell für

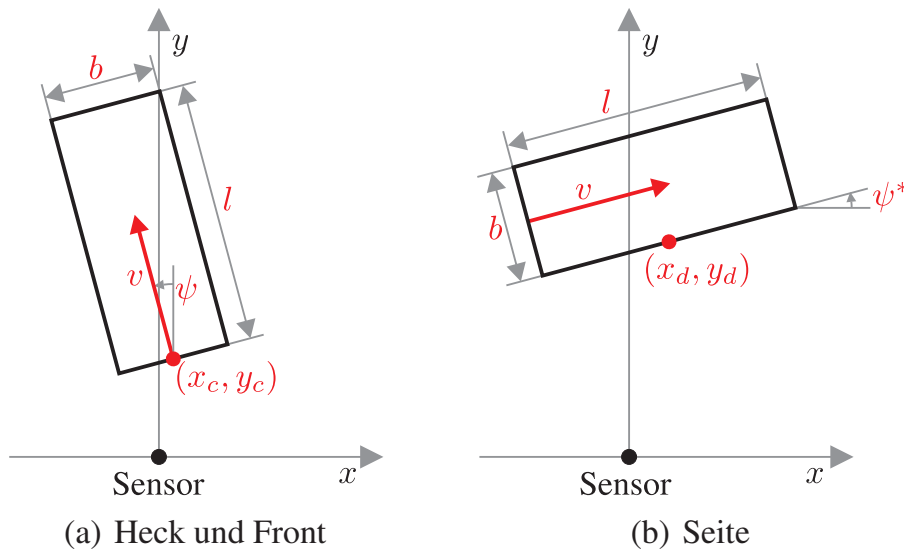


Bild 4.5: Abmessungen des gescannten Fahrzeuges

das Fahrzeugheck und die -front bzw. die Fahrzeugseite gesucht, dessen Parameter auf Basis mehrerer Messungen identifiziert werden können, wobei die Messungen unterschiedlichen Zeitpunkten zugeordnet sind.

4.3.1 Streckenmodell von Fahrzeugheck und -front

Die Dauer $\Delta T = t_E - t_B$, während der das Fahrzeug vom Scanstrahl überstrichen wird, ist recht kurz.⁴ Deshalb kann für typische Verkehrssituationen die Relativbewegung zwischen Sensorfahrzeug und gescanntem Fahrzeug näherungsweise als geradlinige Bewegung beschrieben werden, d. h. die Geschwindigkeit v und der Steuereinkurswinkel ψ sind konstant. Die Position $(x_c(t), y_c(t))$ der Heckmitte ist durch

$$x_c(t) = x_{c.t_B} - v \sin \psi (t - t_B), \quad (4.3a)$$

$$y_c(t) = y_{c.t_B} + (v \cos \psi - v_s) (t - t_B) \quad (4.3b)$$

gegeben, wobei $(x_{c.t_B}, y_{c.t_B})$ die Heckmitte zum Zeitpunkt t_B bezeichnet. Die Indexschreibweise, z. B. $x_{c.t_B}$, wird für die zeitinvarianten Modellparameter unter Angabe des Bezugszeitpunktes (hier t_B) gewählt.

Obwohl die Parameter für den Zeitpunkt t_B ermittelt werden, sind die Parameter für den Zeitpunkt t_F von Interesse, da sie die Position des gescannten Fahrzeuges am Ende des Scans widerspiegeln. Durch eine Parametertransformation, die

⁴Ein 1,7 m breites Auto, dessen Heck 10 m entfernt ist, wird in weniger als 3 ms gescannt.

auf Gl. (4.3) beruht, können die für die Praxis relevanten Parameter $(x_{c.t_F}, y_{c.t_F})$ zum Zeitpunkt t_F aus den Parametern $(x_{c.t_B}, y_{c.t_B})$ zum Zeitpunkt t_B berechnet werden:

$$x_{c.t_F} := x_{c.t_B} - v \sin \psi (t_F - t_B), \quad (4.4a)$$

$$y_{c.t_F} := y_{c.t_B} + (v \cos \psi - v_s) (t_F - t_B). \quad (4.4b)$$

Die Transformation (4.4) prädiziert die Position des Fahrzeuges auf Grundlage der Messungen. Wird in Gl. (4.4) der Zeitpunkt t_F durch t_C ersetzt, kann eine zusätzlich benötigte Rechenzeit τ berücksichtigt werden (vgl. Bild 4.3).

Die Gerade wird durch ein zeitvariantes Modell mit konstanter Steigung m beschrieben:

$$y = m x + c(t), \quad (4.5)$$

wobei der y -Achsenabstand zeitlich veränderlich ist. Die Schwierigkeit bei der Identifikation des Geradenmodells (m, c_i) zum Zeitpunkt t_i ist, dass nur eine einzige Messung $(x_i, y_i)^T$ vorliegt. Darum muss das Geradenmodell so formuliert werden, dass $c(t)$ eine Funktion von zeitinvarianten Parametern ist. In Anhang A.2.3 wird erläutert, wie der y -Achsenabschnitt mit den zeitinvarianten Größen v, v_s und $(x_{c.t_F}, y_{c.t_F})$ formuliert werden kann. Mit diesem Ausdruck für $c(t)$ lässt sich Gl. (4.5) schreiben als

$$y = \tan \psi (x - x_{c.t_F}) + y_{c.t_F} + \left(\frac{v}{\cos \psi} - v_s \right) (t - t_F). \quad (4.6a)$$

Mit dieser Formulierung können mehrere Messungen $(x_i, y_i)^T$, die verschiedenen Zeitpunkten t_i zuzuordnen sind, für die Bestimmung der zeitinvarianten Parameter herangezogen werden.

Aus diesem Geradenmodell entsteht ein Streckenmodell, indem die Breite b beschränkt wird. Somit ist die Strecke für einen beliebigen Zeitpunkt t_i gegeben durch alle Messungen $(x_i, y_i)^T$, die Gl. (4.6a) und

$$\left\| \begin{pmatrix} x_{c.t_F} \\ y_{c.t_F} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_i - v \sin \psi (t_F - t_i) \\ y_i + (v \cos \psi - v_s) (t_F - t_i) \end{pmatrix} \right\|_2 \leq \frac{b}{2} \quad (4.6b)$$

genügen.

Sind beide Ecken sichtbar, kann der Parameter b bestimmt werden zu

$$b = \left\| \begin{pmatrix} x(t_E) \\ y(t_E) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x(t_B) - v \sin \psi (t_E - t_B) \\ y(t_B) + (v \cos \psi - v_s) (t_E - t_B) \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (4.6c)$$

4.3.2 Streckenmodell der Fahrzeugseite

Die Formeln für die Fahrzeugseite werden analog zu den Formeln des Hecks abgeleitet. Die Ableitung, die in Anhang A.2.4 dargestellt ist, liefert das Geradenmodell

$$y = \tan \psi^* (x - x_{d.t_B}) + y_{d.t_B} - v_s (t - t_B) \quad (4.7a)$$

mit der Restriktion

$$\left\| \begin{pmatrix} x_{d.t_F} \\ y_{d.t_F} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_i + v \cos \psi^* (t_F - t_i) \\ y_i + (v \sin \psi^* - v_s) (t_F - t_i) \end{pmatrix} \right\|_2 \leq \frac{l}{2}. \quad (4.7b)$$

Da in Gl. (4.7) nur die zeitinvarianten Parameter Steuereinswinkel ψ^* , Position $(x_{c.t_B}, y_{c.t_B})$ der Seitenmitte zum Zeitpunkt t_B , Geschwindigkeit v und Länge l vorkommen, können wie bei Gl. (4.6) mehrere Messungen, die verschiedenen Zeitpunkten zuzuordnen sind, für die Parameteridentifikation herangezogen werden.

Sind beide Ecken sichtbar, ist der Parameter l gegeben durch

$$l = \left\| \begin{pmatrix} x(t_E) \\ y(t_E) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x(t_B) + v \cos \psi^* (t_E - t_B) \\ y(t_B) + (v \sin \psi^* - v_s) (t_E - t_B) \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (4.7c)$$

4.4 Identifizierbarkeit der Parameter

Die in Gl. (4.6a) und Gl. (4.7a) gegebenen Streckenmodelle sind so formuliert, dass für jede Messung $(x_i, y_i)^T$, die zu einem Zeitpunkt t_i vorliegt, eine Gleichung aufgestellt werden kann. In diesem Abschnitt wird untersucht, ob auf Basis dieser Gleichungen alle Modellparameter identifiziert werden können. Die Identifizierbarkeit aller Parameter (im deterministischen Sinne) [Bre83] ist Voraussetzung für eine vollständige Kompensation des Motion-Scan-Effektes und kann nicht von Standardansätzen mit zeitinvarianten Streckenmodellen [Gut01, Ngu05] abgeleitet werden, da die zeitvarianten Modelle in Gl. (4.3) und Gl. (4.7) zusätzlich den Parameter v enthalten.

4.4.1 Identifizierbarkeit von Fahrzeugheck und -front

Modell (4.6) besitzt die freien Parameter Steuereinswinkel ψ , Geschwindigkeit v , Position $(x_{c.t_B}, y_{c.t_B})$ der Heckmitte zum Zeitpunkt t_B und Breite b . Als Bezugs-

zeit wird t_B gewählt, und die Parameter x_c und y_c werden gemäß Gl. (4.3) transformiert:

$$y = \tan \psi (x - x_{c.t_B}) + y_{c.t_B} + \left(\frac{v}{\cos \psi} - v_s \right) (t - t_B), \quad (4.8a)$$

$$b = \left\| \begin{pmatrix} x(t_E) \\ y(t_E) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x(t_B) - v \sin \psi (t_E - t_B) \\ y(t_B) + (v \cos \psi - v_s) (t_E - t_B) \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (4.8b)$$

Um das Problem auf Identifizierbarkeit zu untersuchen, wird Gl. (4.8a) als lineares Gleichungssystem geschrieben:

$$H \cdot \theta := \begin{pmatrix} 1 & x_1 & t_1 - t_B \\ 1 & x_2 & t_2 - t_B \\ 1 & x_3 & t_3 - t_B \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 + v_s (t_1 - t_B) \\ y_2 + v_s (t_2 - t_B) \\ y_3 + v_s (t_3 - t_B) \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

mit den Parametern

$$\theta_1 = -x_{c.t_B} \tan \psi + y_{c.t_B}, \quad (4.10a)$$

$$\theta_2 = \tan \psi, \quad (4.10b)$$

$$\theta_3 = \frac{v}{\cos \psi}. \quad (4.10c)$$

Die Matrix H ist regulär, wenn die Vektoren 1_3 , x und $(t - t_B \cdot 1_3)$ linear unabhängig sind, was in der Praxis gegeben ist. Folglich können die drei Hilfsparameter θ_1 , θ_2 und θ_3 identifiziert werden, aus denen maximal drei Modellparameter bestimmt werden können.

Gl. (4.10b) zeigt, dass aus θ_2 der Parameter ψ bestimmt werden kann. Wird der bereits bestimmte Parameter ψ zusammen mit θ_3 in Gl. (4.10c) eingesetzt, kann v identifiziert werden. Dabei wird die Geschwindigkeit v_s des Sensorfahrzeuges als bekannt vorausgesetzt. Es bleibt jedoch eine Mehrdeutigkeit in Gl. (4.10a) zwischen $x_{c.t_B}$ und $y_{c.t_B}$ bestehen, die hier noch nicht aufgelöst werden kann. Die Gleichung $x_{c.t_B} \tan \psi + y_{c.t_B} = \text{const.}$ beschreibt eine Gerade in der x - y -Ebene. Somit kann die Position der Mitte auf dieser Geraden ohne zusätzliches Wissen, z. B. die Breite b , nicht festgelegt werden.

Gl. (4.8b) zeigt, dass die Breite b identifiziert werden kann, wenn beide Ecken, $(x(t_B), y(t_B))$ und $(x(t_E), y(t_E))$, sichtbar sind. Ist die Breite b bekannt, kann mit den bereits bestimmten Parametern v und ψ die Position der Mitte bestimmt werden:

$$\begin{pmatrix} x_{c.t_B} \\ y_{c.t_B} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left(\begin{pmatrix} x(t_B) \\ y(t_B) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x(t_E) - v \sin \psi (t_B - t_E) \\ y(t_E) + (v \cos \psi - v_s) (t_B - t_E) \end{pmatrix} \right). \quad (4.11)$$

4.4.2 Identifizierbarkeit der Fahrzeugseite

Das Modell für die Fahrzeugseite ist durch Gl. (4.7) gegeben und hat die freien Parameter Steuerkurswinkel ψ^* , Geschwindigkeit v , Position $(x_{d.t_B}, y_{d.t_B})$ der Seitenmitte zum Zeitpunkt t_B und Länge l :

$$y = \tan \psi^* (x - x_{d.t_B}) + y_{d.t_B} - v_s (t - t_B), \quad (4.12a)$$

$$l = \left\| \begin{pmatrix} x(t_E) \\ y(t_E) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x(t_B) + v \cos \psi^* (t_E - t_B) \\ y(t_B) + (v \sin \psi^* - v_s) (t_E - t_B) \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (4.12b)$$

Um dieses Modell auf Identifizierbarkeit zu untersuchen, wird Gl. (4.12a) als lineares Gleichungssystem formuliert:

$$H \cdot \theta := \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 + v_s (t_1 - t_B) \\ y_2 + v_s (t_2 - t_B) \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

mit den Parametern

$$\theta_1 = -x_{d.t_B} \tan \psi^* + y_{d.t_B}, \quad (4.14a)$$

$$\theta_2 = \tan \psi^*. \quad (4.14b)$$

Die Matrix H ist immer regulär. Da der Parametervektor θ nur zwei Elemente besitzt, können maximal zwei Parameter bestimmt werden. Die Geschwindigkeit v des gescannten Fahrzeuges ist nicht in Gl. (4.12a) enthalten und kann somit ohne Zusatzwissen nicht ermittelt werden. Eine anschauliche Erklärung liefert die Tatsache, dass alle Messungen auf einer Geraden liegen, die parallel zum Vektor der Relativgeschwindigkeit $v - v_s$ ist. Selbst wenn Fahrzeugfront und -heck, d. h. Start- und Endpunkt der Strecke, gescannt werden, ist es deshalb nicht möglich, ein langsames kurzes und ein schnelles langes Fahrzeug zu unterscheiden.

Gl. (4.14b) zeigt, dass der Steuerkurswinkel ψ^* identifiziert werden kann. Es ist jedoch nicht möglich, die Position der Streckenmitte $(x_{c.t_B}, y_{c.t_B})$ und die Länge l ohne Zusatzwissen zu identifizieren, da die Geschwindigkeit v nicht bestimmt werden kann.

4.5 Zusatzwissen bei Fahrzeugen

Abschnitt 4.4 zeigt, dass nicht immer alle Parameter auf Basis der Messungen identifiziert werden können. Ist jedoch zusätzlich geeignetes Zusatzwissen vorhanden, lassen sich alle Parameter identifizieren, so dass der Motion-Scan-Effekt vollständig kompensiert werden kann. Dieser Abschnitt gibt Beispiele von praktisch

relevantem Zusatzwissen, das es erlaubt, alle Parameter zu identifizieren. Zusatzwissen kann zusätzlich die Parameterbestimmung vereinfachen und verbessern.

Im Folgenden werden vier Typen von praxisrelevantem Zusatzwissen untersucht. Sofern nicht anders vermerkt, sind immer zwei Ecken des gescannten Fahrzeuges sichtbar.

1. Das Sensorfahrzeug folgt dem vorausfahrenden Fahrzeug in geringem Abstand, d. h. $v_x = 0$ und $m = 0$. Eine Steigung von $m = 0$ ist auch möglich, wenn das Fahrzeug auf der Gegenfahrbahn entgegenkommt. Dieses Zusatzwissen wird in den Tabellen 4.1 und 4.2 mit F (wie *Folgefahrt*) bezeichnet.
2. Vernetzte Fahrzeuge können miteinander kommunizieren und Information austauschen. Im hier betrachteten Zusammenhang ist besonders Information über die Geschwindigkeit v des gescannten Fahrzeuges von Interesse. Dieses Zusatzwissen wird mit K (wie *Kommunikation*) bezeichnet.
3. Durch das Tracking oder eine Objektklassifikation ist bekannt, welche Objekte ruhen. Dieses Zusatzwissen wird mit $v = 0$ auf den Fall K (*Kommunikation*) zurückgeführt.
4. Die Abmessungen des gescannten Fahrzeuges, d. h. Breite b und Länge l , sind bekannt. Diese Information kann das Ergebnis einer Klassifikation sein oder von einem vernetzten Fahrzeug übermittelt werden. Dieser Typ Zusatzwissen wird mit L (wie *Längeninformation*) bezeichnet und erfordert, dass mindestens eine Ecke der Fahrzeugkontur gescannt wird.

4.5.1 Zusatzwissen über Fahrzeugheck und -front

Das Fahrzeugheck bzw. die -front wird durch Gl. (4.6) beschrieben. Abschnitt 4.4.1 zeigt, dass alle Parameter identifiziert werden können, wenn beide Ecken sichtbar sind. Zusatzwissen ist jedoch erforderlich, wenn nur eine Ecke sichtbar ist. Darüber hinaus verbessert Zusatzwissen auch die Parameterschätzung. Für die verschiedenen Typen von Zusatzwissen ergeben sich die folgenden Konsequenzen:

- Die Folgefahrt mit $\psi = 0$ (Fall F) erlaubt es, die Breite b zu identifizieren:

$$b = |x(t_E) - x(t_B)|. \quad (4.15)$$

- Ein vernetztes Fahrzeug (Fall K), das die eigene Geschwindigkeit v übermittelt, liefert keine zusätzliche Information, da v bereits bekannt ist.

- Ist die Breite b des Fahrzeuges bekannt (Fall L) und liegt nur die rechte Ecke innerhalb des Sichtbereichs, kann $(x_{c.t_B}, y_{c.t_B})$ bestimmt werden:

$$\begin{pmatrix} x_{c.t_B} \\ y_{c.t_B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t_B) \\ y(t_B) \end{pmatrix} - \frac{b}{2} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix}. \quad (4.16a)$$

Das Entsprechende gilt, wenn nur die linke Ecke sichtbar ist:

$$\begin{pmatrix} x_{c.t_B} \\ y_{c.t_B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t_E) \\ y(t_E) \end{pmatrix} + \frac{b}{2} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -v \sin \psi \\ v \cos \psi - v_s \end{pmatrix} (t_E - t_B). \quad (4.16b)$$

Die Ergebnisse dieses Abschnitts werden in Tabelle 4.5 zusammengefasst. Dieser Tabelle liegt die in Tabelle 4.4 angegebene Legende zugrunde.

Tabelle 4.4: Legende zu den Tabellen 4.5 und 4.6

F	Folgefahrt in geringem Abstand, $\psi = 0$
L	Fahrzeugbreite b und -länge l bekannt
K	vernetzte Fahrzeuge (Absolutgeschwindigkeit v bekannt)
n	minimale für Identifikation erforderliche Messpunktzahl
✓	Parameter identifizierbar
×	Parameter gegeben
+	Zusatzwissen gegeben
−	Zusatzwissen nicht gegeben
†	mindestens eine Ecke sichtbar
‡	beide Ecken sichtbar

4.5.2 Zusatzwissen über Fahrzeugseite

Gl. (4.12) beschreibt das Modell der Fahrzeugseite. Bereits in Abschnitt 4.4.2 wird darauf hingewiesen, dass zwar der Parameter ψ^* identifiziert werden kann, eine Mehrdeutigkeit zwischen $x_{d.t_B}$ und $y_{d.t_B}$ jedoch bestehen bleibt. Diese ist in Tabelle 4.6 als $f(\cdot) = 0$ vermerkt. Darüber hinaus können weder Geschwindigkeit v noch Länge l ohne Zusatzwissen identifiziert werden. Im Fall der Fahrzeugseite ergeben sich für die verschiedenen Typen von Zusatzwissen die folgenden Konsequenzen:

Tabelle 4.5: Identifizierbarkeit mit Zusatzwissen für Fahrzeugheck bzw. -front

F	L	K	n	ψ	v	$x_{c.t_B}$	$y_{c.t_B}$	b
-	-	-	$\geq 3^\ddagger$	✓	✓	✓	✓	✓
+	-	-	$\geq 2^\ddagger$	=0	✓	✓	✓	✓
-	+	-	$\geq 3^\dagger$	✓	✓	✓	✓	×
-	-	+	$\geq 3^\ddagger$	✓	×	✓	✓	✓
+	+	-	$\geq 2^\dagger$	=0	✓	✓	✓	×
+	-	+	$\geq 2^\ddagger$	=0	×	✓	✓	✓
-	+	+	$\geq 2^\dagger$	✓	×	✓	✓	×
+	+	+	$\geq 1^\dagger$	=0	×	✓	✓	×

- Eine Folgefahrt (Fall F) ist nicht möglich, wenn die Fahrzeugseite gescannt wird.
- Ist die Geschwindigkeit v des gescannten Fahrzeuges bekannt (Fall K) und sind beide Ecken sichtbar, kann die Fahrzeuglänge l mit Gl. (4.12b) bestimmt werden und anschließend die Position der Mitte.
- Ist die Länge l des gescannten Fahrzeuges bekannt (Fall L) und sind beide Ecken sichtbar, kann die Position der Mitte zu den Zeitpunkten t_B und t_E identifiziert werden:

$$\begin{pmatrix} x_{d.t_B} \\ y_{d.t_B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t_B) \\ y(t_B) \end{pmatrix} - \frac{l}{2} \begin{pmatrix} \cos \psi^* \\ \sin \psi^* \end{pmatrix}, \quad (4.17a)$$

$$\begin{pmatrix} x_{d.t_E} \\ y_{d.t_E} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t_E) \\ y(t_E) \end{pmatrix} + \frac{l}{2} \begin{pmatrix} \cos \psi^* \\ \sin \psi^* \end{pmatrix}. \quad (4.17b)$$

Mit diesem Wissen kann die Fahrzeuggeschwindigkeit v bestimmt werden:

$$v = \frac{1}{t_E - t_B} \left\| \begin{pmatrix} x_{d.t_E} \\ y_{d.t_E} + v_s(t_E - t_B) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{d.t_B} \\ y_{d.t_B} \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (4.18)$$

Die Ergebnisse dieses Teilabschnitts sind in Tabelle 4.6 zusammengefasst.

Tabelle 4.6: Identifizierbarkeit mit Zusatzwissen für die Fahrzeugseite

L	K	n	ψ^*	v	$x_{d.t_B}$	$y_{d.t_B}$	l
–	–	$\geq 2^\ddagger$	✓	–	$f(x_{d.t_B}, y_{d.t_B})=0$		–
+	–	$\geq 2^\ddagger$	✓	✓	✓	✓	×
–	+	$\geq 2^\ddagger$	✓	×	✓	✓	✓
+	+	$\geq 2^\ddagger$	✓	×	✓	✓	×

4.6 Kompensation des Motion-Scan-Effektes

Abschnitt 4.5 untersucht, welche Modellparameter auf Basis von n Messungen identifiziert werden können. Dabei kann die Identifizierbarkeit aller Parameter in vielen Fällen durch Zusatzwissen garantiert werden. Sind alle Parameter bekannt, kann der Motion-Scan-Effekt vollständig kompensiert werden. Dieser Abschnitt erläutert, wie die Modellparameter in der Praxis ermittelt werden können und wie sich damit die wahren Bewegungsparameter berechnen lassen.

4.6.1 Modell von Fahrzeugheck und -front

Gegeben sind $n \geq 3$ Messungen, wobei beide Ecken sichtbar sind. Damit kann ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem formuliert werden, das Gl. (4.9) auf n Messungen erweitert. Die drei Parameter θ_1 , θ_2 und θ_3 können z. B. mit einem LS-Ansatz bestimmt werden. Der Steuerkurswinkel ist durch Gl. (4.10b) gegeben: $\psi = \arctan \theta_2$. Mit Gl. (4.10c) ergibt sich daraus die Geschwindigkeit $v = \theta_3 \cos \psi$. Sind die Parameter ψ und v bekannt, so ist $(x_{c.t_B}, y_{c.t_B})$ durch Gl. (4.11) bestimmt. Daraus kann mit Gl. (4.4) die Position $(x_{c.t_F}, y_{c.t_F})$ gewonnen werden. Mit $(x_{c.t_F}, y_{c.t_F})$ ist der Abstand am Ende des Frames gegeben durch $d_{c.t_F} = \|(x_{c.t_F}, y_{c.t_F})^T\|_2$. Sofern es erforderlich ist, kann die Breite b mit Gl. (4.6b) berechnet werden.

Somit können alle Modellparameter – die Geschwindigkeit v , der Steuerkurswinkel ψ , der Abstand $d_{c.t_F}$ und die Breite b des Fahrzeuges – bei vollständiger Kompensation des Motion-Scan-Effektes ermittelt werden.

4.6.2 Modell der Fahrzeugseite

Abschnitt 4.4.2 zeigt, dass Zusatzwissen für die Identifikation der Modellparameter erforderlich ist. Dieser Abschnitt erläutert, wie die wahren Bewegungsparameter ermittelt werden, wenn entweder die Länge l oder die Geschwindigkeit v gegeben ist. Zunächst wird Gl. (4.13) zu einem überbestimmten linearen Gleichungssystem erweitert, und die Parameter θ_1 und θ_2 werden z. B. mit einem LS-Ansatz berechnet. Mit Gl. (4.14b) ist der Steuerkurswinkel gegeben durch $\psi^* = \arctan \theta_2$.

Ist als Zusatzwissen die Länge l gegeben und sind beide Ecken sichtbar, können $(x_{d.t_B}, y_{d.t_B})$ und $(x_{d.t_E}, y_{d.t_E})$ mit Gl. (4.17a) berechnet werden. Wird dieses Ergebnis in Gl. (4.18) eingesetzt, ergibt sich die Geschwindigkeit v . Mit Gl. (4.4) kann die Position der Mitte am Ende des Scanframes bestimmt werden. Der wahre Abstand $d_{d.t_F}$ am Ende des Scanframes ist gegeben durch $d_{d.t_F} = \|(x_{d.t_F}, y_{d.t_F})^T\|_2$.

Ist als Zusatzwissen die Geschwindigkeit v des gescannten Fahrzeuges gegeben und sind beide Ecken sichtbar, kann die Länge l mit Gl. (4.12b) bestimmt werden. Da somit die Länge l bekannt ist, kann die weitere Parameterbestimmung wie im vorangehenden Fall, d. h. bei Kenntnis der Länge l , fortgesetzt werden.

Unter der Voraussetzung, dass entweder die Länge l oder die Geschwindigkeit v bekannt ist, können somit alle Modellparameter unverfälscht vom Motion-Scan-Effekt rekonstruiert werden.

Wesentliche Ergebnisse des Kapitels

Eine Relativbewegung zwischen gescanntem Fahrzeug und Laserscanner führt zu einem „Verschmieren“ der Fahrzeugkontur. Dieser Motion-Scan-Effekt verschiebt, verdreht und krümmt die gemessene Kontur und liegt in der Größenordnung statistischer Fehler infolge stochastischen Messrauschens, wie sie Kapitel 3 untersucht.

Dieses Kapitel zeigt, wie der deterministische Motion-Scan-Effekt für ein einfaches Objekt- und Bewegungsmodell vollständig kompensiert werden kann, so dass die Bewegung des gescannten Fahrzeuges fehlerfrei rekonstruiert werden kann. Da die Kompensation die Identifikation aller Modellparameter voraussetzt, wird erläutert, wie praktisch relevantes Zusatzwissen die Identifizierbarkeit aller Parameter garantiert. Im Vordergrund stehen dabei die Identifizierbarkeit im deterministischen Sinne für realistische Modellannahmen und eine Abschätzung der Größe des Effektes. Die Ergebnisse dieses Kapitels wurden in [Kap06c, Grö07] veröffentlicht.

5 Zuverlässige Bewegungsschätzung aus einer Lidar-Datensequenz

Einleitung

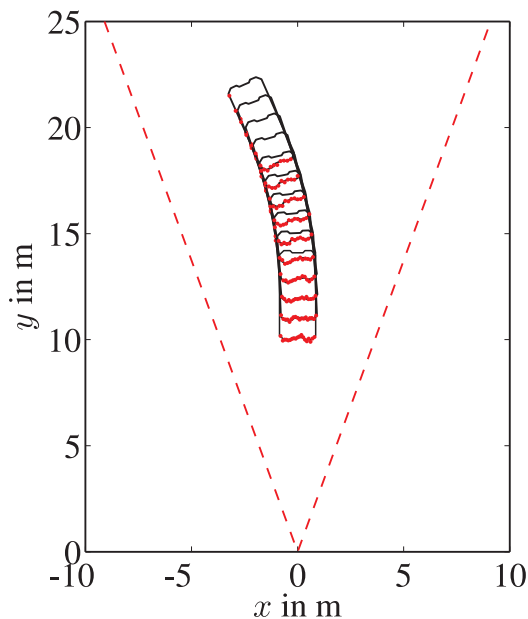
Laserscanner werden vorrangig zur Abstandsüberwachung eingesetzt. Kapitel 2 beschreibt, wie zusätzlich die Relativbewegung von Objekten geschätzt werden kann. Dieses Kapitel verbessert die Bewegungsschätzung aus einer Lidar-Datensequenz in zweierlei Hinsicht: Zum einen wird die für Fahrzeuge typische Einspurkinematik berücksichtigt. Zum anderen wird die Relativbewegung zwischen zwei Frames mit Hilfe eines nichtparametrischen Objektdatenmodells robust bestimmt.

Im nichtparametrischen Objektdatenmodell sind die Messungen des letzten Frames ein Modell für die aktuellen Messungen. Abschnitt 2.2.1 verwendet das nichtparametrische Objektdatenmodell für die Datenassoziation, was voraussetzt, dass das Messrauschen gegenüber dem Abstand der Objekte klein ist. In dem hier abgeleiteten Ansatz wird die Relativbewegung zwischen zwei Frames auf Basis des nichtparametrischen Datenmodells geschätzt. Dabei wird angenommen, dass das Messrauschen gegenüber der charakteristischen Objektform klein ist. Unter dieser restriktiveren Voraussetzung kann die Bewegung selbst bei Teilverdeckungen des Objektes zuverlässig geschätzt werden kann.

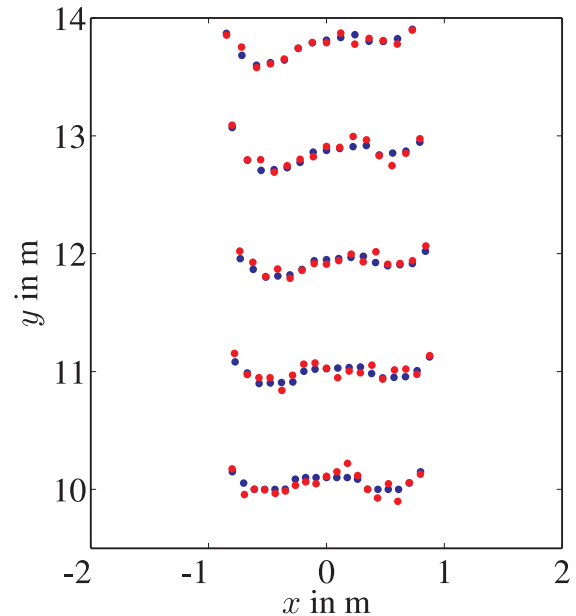
Unter der Voraussetzung, dass die Eigenbewegung des Sensorfahrzeuges bekannt ist und kompensiert werden kann, beschreibt die Einspurkinematik die gemessene Bewegung eines Fahrzeuges [Rie40, Mit05]. Mit leichten Einschränkungen ergibt sich damit die Klothoide mit ihren Spezialfällen Gerade und Kreis als geometrisches Modell der Fahrzeugbahn. Unter der Annahme konstanter Bahngeschwindigkeit ergibt sich ein parametrisches Bewegungsmodell, das die Fahrzeugbewegung gegenüber dem in Kapitel 2 verwendeten Modell konstanter Geschwindigkeit genauer und zuverlässiger wiedergibt.

Bild 5.1 erläutert den vorgeschlagenen Ansatz zur Bewegungsschätzung. Das gescannte Fahrzeug durchfährt mit konstanter Geschwindigkeit eine Straßenkurve (vgl. Bild 5.1(a)). Da das Messrauschen mit $\sigma_r = 0,03$ m gegenüber der charakteristischen Vertiefung von 0,10 m in der Heckform klein ist, kann aus der Lidar-

Datensequenz sowohl die Translation als auch die Rotation des Fahrzeuges zwischen zwei Frames bestimmt werden.



(a) Ein Fahrzeug durchfährt mit 50 km/h eine Straßenkurve mit 20 m Radius (Kontur: schwarz, Messungen: rot).



(b) Messungen der ersten fünf Frames aus Bild 5.1(a) (ideale Messungen: rot, verrauschte Messungen: blau)

Bild 5.1: Lidar-Datensequenz einer Kurvenfahrt: Da das Messrauschen klein ist, wird die charakteristische Heckform in den Daten abgebildet.

Nach einer Einordnung bestehender Ansätze zur Bewegungsschätzung aus Lidar-Messungen werden die Aufgabenstellung und die getroffenen Annahmen dargestellt. Im vorgeschlagenen Lösungsansatz wird für eine Lidar-Sequenz jeweils die Bewegung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Frames geschätzt, die aus einer Translation τ_l und einer Rotation R_l besteht. Aus der Folge $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=k_0}^{k-1}$ werden in einem zweiten Schritt die Geschwindigkeit und die Parameter von Gerade, Kreis und Klothoide geschätzt. Da die Bewegungsparameter eines Fahrzeuges zeitveränderlich sind, wird zuletzt gezeigt, wie die Bewegungsparameter eines vereinfachten Klothoidenmodells mit einem Kalman-Filter geschätzt werden können.

5.1 Literatur

Die Bewegungsschätzung aus einer Lidar-Datensequenz setzt ein Objektdaten- und ein Bewegungsmodell voraus. In [Kir98] werden das Modell konstanter Ge-

schwindigkeit und das kleinste umschreibende achsenausgerichtete Rechteck verwendet. Aufgrund des einfachen Datenmodells versagt die Datenassoziation, wenn der Abstand der Objekte im Vergleich zum Messrauschen klein ist.

In [Str02, Str04] ist die Orientierung des Rechtecks durch die Hauptachsen der Datenmatrix vorgegeben, was bei verrauschten Messungen ohne dominante Hauptachse zu Problemen führt. Die Dynamik wird ebenfalls mit dem Modell konstanter Geschwindigkeit beschrieben.

Der Ansatz in [Käm05] verwendet ein nichtparametrisches Objektdatenmodell für Freiformobjekte. Für die Bewegung wird u. a. die Einspurkinematik berücksichtigt. Im Gegensatz zu diesem Ansatz ermittelt der hier vorgestellte Ansatz sowohl die Translation als auch die Rotation der Objektdaten zwischen zwei Frames. Das in [Käm05] verwendete iterative Optimierungsverfahren zur Bewegungsbestimmung wird in dieser Arbeit mit einem Verfahren aus der Mustererkennung verglichen, das weniger empfindlich gegenüber lokalen Optima ist. Eine weitere Verbesserung durch den hier vorgestellten Ansatz stellt die Beschreibung der Fahrzeugbahn mit Hilfe der Krümmung κ dar, welche die Einspurkinematik besser widerspiegelt als das in [Käm05] verwendete dynamische Modell.

5.2 Motivation

5.2.1 Aufgabenstellung

Gegeben ist die Lidar-Datensequenz eines Fahrzeuges. Aus dieser Sequenz soll die Fahrzeugbewegung geschätzt werden. Dabei soll das Verfahren die für Fahrzeuge typische Einspurkinematik berücksichtigen, damit die Position des Fahrzeuges zuverlässig und genau präzisiert werden kann. Zusätzlich soll das Verfahren robust sein, wenn sich die Sichtbarkeit der Fahrzeugkontur ändert, z. B. wenn bei einem Spurwechsel zusätzlich zum Fahrzeugheck auch die -seite gemessen wird.

5.2.2 Annahmen

Der vorgestellte Ansatz beruht auf folgenden Annahmen:

1. Die Datenassoziation der Messungen zu den einzelnen Tracks ist fehlerfrei.
2. Die im lokalen Sensorkoordinatensystem gemessenen Lidar-Daten können fehlerfrei in das globale, erdfeste Koordinatensystem umgerechnet werden.

3. Die betrachteten Objekte sind Starrkörper, deren Sichtbarkeit und Bewegungsparameter sich zwischen zwei Frames aufgrund der hohen Messrate des Laserscanners kaum ändern.
4. Die Quantisierung der Entfernungsmessung kann vernachlässigt werden.
5. Der *systematische Konturfehler*, der sich aufgrund der Winkelquantisierung ergibt, ist im Vergleich zur Fahrzeugkontur klein, d. h. die gemessene Kontur ist charakteristisch für das Fahrzeug.
6. *Stochastische Fehler* (Messrauschen) sind im Vergleich zur Fahrzeugkontur klein.

Die erste Annahme wird durch eine zuverlässige Datenassoziation erfüllt, wie sie Abschnitt 2.2.1 beschreibt. Die zweite Annahme setzt eine genaue Kenntnis der Eigenbewegung des Sensorfahrzeuges voraus, die mit der Koppelnavigation aus Odometer- und Drehratenmessungen gewonnen werden kann. Die dritte und vierte Annahme treffen auf Laserscanner mit Standardspezifikation zu. Die fünfte und sechste Annahme sind für einen hochpräzisen Sensor oder eine stark ausgeprägte Fahrzeugkontur erfüllt.

5.2.3 Lösungsansatz

Die Schätzung der Fahrzeugbewegung aus einer Lidar-Datensequenz ist ein Approximationsproblem¹ [Bun89], da sowohl stochastische Fehler (Messrauschen) als auch systematische Fehler (Konturfehler) auftreten können. Für diese Klasse von Problemen haben sich LS-orientierte Verfahren bewährt. Ein Regressionsansatz scheidet aus, weil die statistischen Eigenschaften unbekannt sind. Da in diesem Kapitel ausschließlich Track T_i betrachtet wird, entfällt im Folgenden die Indizierung des Tracks.

Das vorgeschlagene Lösungsverfahren ist zweistufig. Im ersten Schritt werden der Translationsvektor τ_l und die Rotationsmatrix R_l ermittelt, welche die Messungen \mathcal{T}_l im l -ten Frame optimal auf die Messungen \mathcal{T}_{l+1} im $(l+1)$ -ten Frame abbilden:

$$\phi_1 : (\mathcal{T}_l, \mathcal{T}_{l+1}) \longmapsto (\tau_l, R_l); \quad l = k_0, \dots, k-1. \quad (5.1a)$$

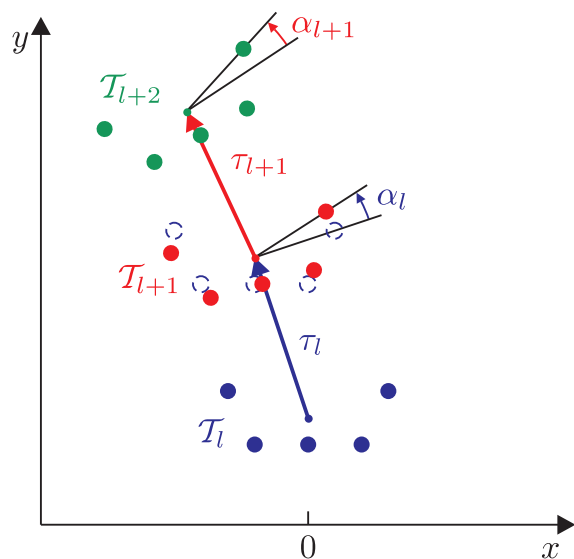
Die Messungen \mathcal{T}_l sind dabei ein *nichtparametrisches Objektmodell* für die Messungen \mathcal{T}_{l+1} (vgl. Bild 5.2(a)). Aus einer Lidar-Datensequenz $\mathcal{T}_{k_0}, \dots, \mathcal{T}_k$

¹Die Kombination eines Approximationsproblems mit einem Regressionsproblem wird Approximationsproblem genannt ([Hum77], S. 108).

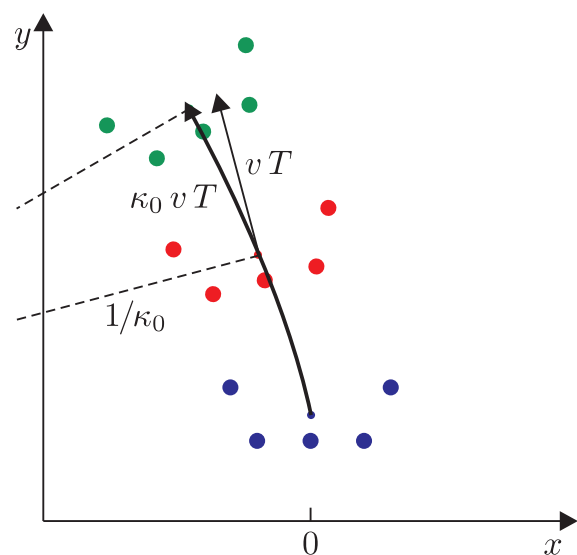
kann damit die Folge $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=k_0}^{k-1}$ bestimmt werden, wobei im Folgenden o. E. d. A. $k_0 = 0$ gilt.

Im zweiten Schritt werden aus dem *nichtparametrischen Bewegungsmodell* $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=0}^{k-1}$ die optimalen Parameter der *parametrischen Bewegungsmodelle* Geradeaus-, Kreis- und Klothoidenfahrt geschätzt (vgl. Bild 5.2(b)):

$$\phi_2 : \{(\tau_l, R_l)\}_{l=0}^{k-1} \mapsto (\kappa', \kappa_0, v, \psi_0, x_0, y_0). \quad (5.1b)$$



(a) Nichtparametrisches Bewegungsmodell mit Translationsvektor τ_l und Drehwinkel α_l (Rotationsmatrix R_l)



(b) Kreisfahrt als Beispiel eines parametrischen Bewegungsmodells

Bild 5.2: Zusammenhang zwischen dem nichtparametrischem Bewegungsmodell $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=0}^k$ und dem parametrischem Bewegungsmodell am Beispiel der Kreisfahrt

5.3 Bestimmen des nichtparametrischen Bewegungsmodells

Dieser Abschnitt beschreibt, wie aus einer Lidar-Datensequenz $\mathcal{T}_0, \dots, \mathcal{T}_k$ das nichtparametrische Bewegungsmodell $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=0}^{k-1}$ bestimmt werden kann. Die Messungen \mathcal{T}_l , die in globalen Koordinaten vorliegen, werden in der Matrix $P_l \in \mathbb{R}^{2 \times n_l}$ zusammengefasst.

Das *nichtparametrische* Bewegungsmodell dreht die Punktwolke \mathcal{T}_l mit der Rotation R_l um ihren Schwerpunkt $p_s = (P_l \mathbf{1}_n)/n$ und verschiebt sie um den Vektor

τ_l . Mit der n -dimensionalen Zentriermatrix $Z_n = I_n - \mathbf{1}_{n \times n}/n$ und der Abkürzung $n = n_l$ ergibt sich die Darstellung

$$P_{l+1}^p(\tau_l, R_l) = R_l \cdot (P_l - p_s \mathbf{1}_n^T) + p_s \mathbf{1}_n^T + \tau_l \mathbf{1}_n^T \quad (5.2a)$$

$$= R_l \cdot (P_l \cdot Z_n) + P_l \cdot \frac{1}{n} \mathbf{1}_{n \times n} + \tau_l \cdot \mathbf{1}_n^T \quad (5.2b)$$

$$= R_l \cdot P_l + \left((I_n - R_l) \cdot P_l \cdot \frac{1}{n} + \tau_l \right) \cdot \mathbf{1}_n^T, \quad (5.2c)$$

wobei P_{l+1}^p die Matrix der prädierten Messungen bezeichnet und die Rotationsmatrix mit dem Drehwinkel α_l durch $R_l = \begin{pmatrix} \cos \alpha_l & -\sin \alpha_l \\ \sin \alpha_l & \cos \alpha_l \end{pmatrix}$ gegeben ist.

Das Ausgleichsproblem wird formuliert als

$$\underset{\tau_l, R_l}{\text{minimiere}} \left\| P_{l+1} - P_{l+1}^p(\tau_l, R_l) \right\|_F^2. \quad (5.3)$$

Dabei muss vorausgesetzt werden, dass die Punktmengen gleich groß sind, d. h. $n_{l+1} = n_l$, und dass die Korrespondenzen zwischen den Messungen $z_{j,l} \in \mathcal{T}_l$ und $z_{m,l+1} \in \mathcal{T}_{l+1}$ bekannt sind. Deshalb wird zunächst untersucht, wie Korrespondenzen zwischen den Messungen aufeinanderfolgender Frames hergestellt werden können, insbesondere wenn sich die Mächtigkeiten der Punktmengen \mathcal{T}_l und \mathcal{T}_{l+1} unterscheiden.

Alternativ zu dem Bewegungsmodell (5.2) kann das Modell

$$P_{l+1}^p = R_l^* \cdot P_l + \tau_l^* \cdot \mathbf{1}_n^T \quad (5.4)$$

gewählt werden, bei dem die Punktwolke \mathcal{T}_l zunächst um den Ursprung des Koordinatensystems gedreht und anschließend verschoben wird. Diese Formulierung ist zwar kürzer als Gl. (5.2). Das Modell (5.2) hat jedoch den großen Vorteil, im Schwerpunktsystem gegeben und somit invariant gegenüber Verschiebungen des (äußeren) Koordinatensystems zu sein. Da sich die Parameter der beiden Modelle leicht ineinander umrechnen lassen, können Zusammenhänge durch Gl. (5.4) knapp dargestellt und anschließend in Gl. (5.2) umgerechnet werden. Wie Gl. (5.2c) zeigt, ist die Parametertransformation gegeben durch

$$R_l = R_l^*, \quad \tau_l = \tau_l^* - (I_n - R_l^*) \cdot P_l \cdot \frac{1}{n}, \quad (5.5a)$$

$$R_l^* = R_l, \quad \tau_l^* = \tau_l + (I_n - R_l) \cdot P_l \cdot \frac{1}{n}. \quad (5.5b)$$

5.3.1 Herstellen von Punktkorrespondenzen

In der Photogrammetrie und der digitalen Bildverarbeitung werden Punktkorrespondenzen benötigt, um einzelne Intensitätsbilder aneinander auszurichten bzw.

zu registrieren [Jäh05]. Korrespondenzen werden dabei auf Basis von Punktnachbarschaften hergestellt. Diese Vorgehensweise kann auf mehrdimensionale Entfernungsdaten übertragen werden [Egg97, Pen97, Wil99]. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Winkelauflösung des Laserscanners wesentlich geringer als die Winkelauflösung von Digitalkameras ist.

Die Korrespondenzsuche in Lidar-Daten beruht auf der relativen Lage der Messungen zueinander. Da den Messungen Störungen wie Messrauschen überlagert sind, werden die Korrespondenzen i. Allg. nicht ideal sein. Erschwerend kommt hinzu, dass die Mächtigkeit der Punktmengen \mathcal{T}_l und \mathcal{T}_{l+1} unterschiedlich sein kann, z. B. weil Teile des betrachteten Objektes in einem Frame verdeckt sind. Somit muss auch geklärt werden, ob *Mehrfachzuordnungen* möglich sind. Mehrfachzuordnungen lassen sich mit Hilfe der *Variation*² berücksichtigen. Im Folgenden wird die geordnete Menge der Variationen ohne Wiederholung mit $\mathcal{V}(n, k)$ und die geordnete Menge der Variationen mit Wiederholung mit $\bar{\mathcal{V}}(n, k)$ bezeichnet. Die l -te Variation wird mit v_l bzw. \bar{v}_l angegeben und deren m -tes Element mit $v_l(m)$ bzw. $\bar{v}_l(m)$.

Bei der Korrespondenzsuche wird jeder der n_{l+1} Messungen $z_{j,l+1} \in \mathcal{T}_{l+1}$ des $(l+1)$ -ten Frames eine Messung $z_{m,l} \in \mathcal{T}_l$ des l -ten Frames so zugeordnet, dass nach Translation τ_l^* und Rotation R_l^* ein Abstandsmaß minimiert wird. Mit Hilfe der Variation lassen sich die Zielfunktion mit und ohne Mehrfachzuordnung schreiben, wobei das Bewegungsmodell (5.4) verwendet wird und o. E. d. A. $n_{l+1} \leq n_l$ gilt.³

- Korrespondenzsuche *mit Mehrfachzuordnungen*:

$$\begin{aligned} & \text{minimiere} && \sum_{j=1}^{n_{l+1}} \left\| z_{j,l+1} - (R_l^* \cdot z_{\bar{v}_l(j),l} + \tau_l^*) \right\|_2^2. && (5.6a) \\ & \tau_l^* \in \mathbb{R}^2, R_l^* \in SO(2), && \bar{v}_l \in \bar{\mathcal{V}}(n_l, n_{l+1}) \end{aligned}$$

- Korrespondenzsuche *ohne Mehrfachzuordnungen*:

$$\begin{aligned} & \text{minimiere} && \sum_{j=1}^{n_{l+1}} \left\| z_{j,l+1} - (R_l^* \cdot z_{v_l(j),l} + \tau_l^*) \right\|_2^2. && (5.6b) \\ & \tau_l^* \in \mathbb{R}^2, R_l^* \in SO(2), && v_l \in \mathcal{V}(n_l, n_{l+1}) \end{aligned}$$

²Variation $V(n, k)$ heißt eine Auswahl von k Elementen aus n verschiedenen Elementen unter Beachtung der Reihenfolge, d. h. *Variationen* sind *Kombinationen* mit Beachtung der Reihenfolge. Somit ist auch bei *Variationen* zwischen *Variation ohne* (Anzahl: $k!/(n-k)!$) und *Variation mit Wiederholung* (Anzahl: n^k) zu unterscheiden (vgl. [Bro97]).

³Ist $n_{l+1} > n_l$ werden \mathcal{T}_l und \mathcal{T}_{l+1} vertauscht, und die optimale Translation τ_l^* und Rotation R_l^* werden bestimmt. Aus diesen ergeben sich die ursprünglichen Parameter mit $\tau_l = - (R_l^*)^T \tau_l^*$ und $R_l = (R_l^*)^T$.

Sind die Korrespondenzen bekannt, fällt die Variation weg, und die Zielfunktionen (5.6a) und (5.6b) sind identisch:

$$\underset{\tau_l^* \in \mathbb{R}^2, R_l^* \in SO(2)}{\text{minimiere}} \left\| P_{l+1}^* - (R_l^* \cdot P_l^* + \tau_l^* \cdot \mathbf{1}_{n^*}^T) \right\|_F^2. \quad (5.7)$$

Dabei bezeichnen P_l^* und P_{l+1}^* die umgeordneten und evtl. verkürzten Datenmatrizen und n^* deren gemeinsame Länge.

Im Folgenden wird exemplarisch je ein Algorithmus zur Lösung der Zielfunktionen (5.6a) und (5.6b) vorgestellt. Dabei bestimmt der Iterative-Closest-Point-Algorithmus die Korrespondenzen zu Gl. (5.6a), während der Probabilistic-Graphical-Matching-Algorithmus die Korrespondenzen zu Gl. (5.6b) ermittelt. Abschnitt 5.3.2 beschreibt, wie für diese Korrespondenzen die optimale Translation τ_l^* und Rotation R_l^* bestimmt werden.

Iterative-Closest-Point-Algorithmus

Der Iterative-Closest-Point-Algorithmus (ICP) [Bes92, Zha92] richtet eine Punktwolke an einem Objektdatenmodell aus. Dabei kann es sich um ein parametrisches Modell, z. B. einen Polygonzug der Fahrzeugkontur, oder um ein nichtparametrisches Modell, z. B. eine andere Punktwolke, handeln. In diesem Abschnitt richtet der ICP-Algorithmus die Messungen \mathcal{T}_l an den neuen Messungen \mathcal{T}_{l+1} aus, wobei Messungen $z \in \mathcal{T}_l$ mehrfach zugeordnet werden können. Der ICP-Algorithmus bestimmt iterativ die Lösung zur Zielfunktion (5.6a).

Algorithmus 5.1: ICP-Algorithmus

Daten: $P_l^{(0)} \equiv P_l \in \mathbb{R}^{2 \times n_l}$, $P_{l+1} \in \mathbb{R}^{2 \times n_{l+1}}$, $n_l \geq n_{l+1}$, m_{\max}

Ergebnis: $R^* = \prod_{m=0}^{m_{\max}} R^{(m)}$, $\tau^* = \sum_{m=0}^{m_{\max}} \left(\prod_{s=m+1}^{m_{\max}-1} R^{(s)} \right) \cdot \tau^{(m)}$

$m := 0$

repeat

for $i = 1$ to n_{l+1} **do**

$q_i = \arg \min_{z_{j,l}^{(m)}} \left\{ \|z_{i,l+1} - z_{j,l}^{(m)}\|_2 \right\}$

$Q = (q_1, \dots, q_{n_{l+1}})$

$[\tau^{(m)}, R^{(m)}, \Delta] = \text{procrustes}(Q, P_{l+1})$; /* Algorithmus 5.3 */

$P_l^{(m+1)} = R^{(m)} \cdot P_l^{(m)} + \tau^{(m)} \cdot \mathbf{1}_{n_l}^T$

$m := m + 1$

until $m > m_{\max}$

Der ICP-Algorithmus, dessen Pseudocode in Algorithmus 5.1 gegeben ist, ist ein EM-Algorithmus [Dem77]: Im Expectation-Schritt wird jeder Messung $z_{i,l+1}$ die jeweils nächste Messung $z_{j,l}$ zugeordnet. Im Maximization-Schritt wird für diese Korrespondenzen die optimale Translation τ_l und Rotation R_l bestimmt, und die Punktwolke \mathcal{T}_l wird verschoben und gedreht, bevor im nächsten Expectation-Schritt die Korrespondenzen bezüglich der transformierten Punktwolke gesucht werden. Die optimale Translation und Rotation bestimmt der Prokrustes-Algorithmus, der in Abschnitt 5.3.2 beschrieben wird. Der ICP-Algorithmus terminiert nach einer vorgegebenen maximalen Iterationenzahl m_{\max} .

Bild 5.3 zeigt an einem Beispiel die ersten zwei Iterationsdurchläufe des ICP-Algorithmus'. Dabei bewegen sich die Punkte $\mathcal{T}_l^{(l)}$ nach oben auf \mathcal{T}_{l+1} zu. Bei einer guten Startschätzung, z. B. nach einer Prädiktion der Messungen \mathcal{T}_l , konvergiert der Algorithmus schnell gegen das globale Optimum. Ist die Startschätzung dagegen schlecht oder hat die Punktwolke periodische Anteile, kann der Algorithmus gegen ein lokales Optimum konvergieren.

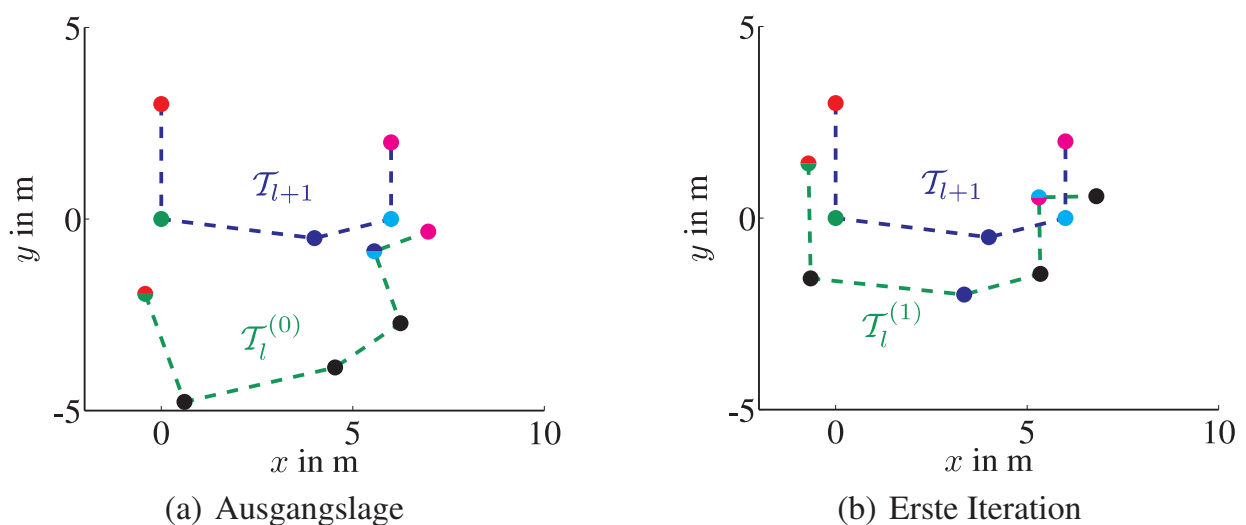


Bild 5.3: Ausgangslage und erste Iteration des ICP-Algorithmus', wobei die Farbcodierung angibt, welche „alten“ Messungen \mathcal{T}_l den „neuen“ Messungen \mathcal{T}_{l+1} zugeordnet werden

Probabilistic-Graphical-Matching-Algorithmus

Der ICP-Algorithmus kann modifiziert werden, um Mehrfachzuordnungen auszuschließen. Somit kann die Lösung der Zielfunktion (5.6b) prinzipiell mittels ICP bestimmt werden. Der ICP-Algorithmus ist jedoch iterativ und benötigt eine gute

Startschätzung. Zusätzlich berücksichtigt er die Abstände der Messungen nur indirekt. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit ein elegantes nicht-iteratives Lösungsverfahren für die Zielfunktion (5.6b) verwendet, das die Abstände der Messungen direkt in der Zielfunktion berücksichtigt und Mehrfachzuordnungen ausschließt. Dieser Probabilistic-Graphical-Matching-Algorithmus (PGM) [Cae06] stammt aus der Mustererkennung, bei der in einer größeren Szene \mathcal{T}_l eine Vorlage (*engl.* Template) \mathcal{T}_{l+1} gesucht wird. Dabei gilt wieder o. E. d. A. $n_l \geq n_{l+1}$. Die Punktmengen \mathcal{T}_l und \mathcal{T}_{l+1} werden durch ungerichtete gewichtete Graphen dargestellt, deren Knoten die Messungen und deren Kantengewichte die Messpunktabstände sind. Korrespondierende Messpunktpaare $(z_{i,l}, z_{j,l}) \in \mathcal{T}_l \times \mathcal{T}_l$ und $(z_{m,l+1}, z_{p,l+1}) \in \mathcal{T}_{l+1} \times \mathcal{T}_{l+1}$ werden auf Basis der Kantenlängen gefunden, da die Längendifferenz für korrespondierende Paare sehr klein ist und im Idealfall sogar verschwindet.

Dieses Graph-Matching-Problem wird als Markow'sches Zufallsfeld (MZF) formuliert, wobei die Messungen $z_{m,l+1} \in \mathcal{T}_{l+1}$ der Vorlage die Knoten des Zufallsfeldes sind, die als Realisierung eine der n_l Messungen $z_{i,l} \in \mathcal{T}_l$ annehmen können. Die (matrixwertige) Potentialfunktion $\psi_{ij;mp} \in \mathbb{R}^{n_l \times n_l}$ einer Kante im Markow-Feld bewertet auf Basis der Längendifferenz, wie ähnlich die Kante $(z_{i,l}, z_{j,l})$ im Graph bzw. in der Szene einer Kante $(z_{m,l+1}, z_{p,l+1})$ der Vorlage ist. Gesucht wird die Maximum-a-posteriori-Verteilung (MAP) des MZFs, d. h. die wahrscheinlichsten Punktkorrespondenzen. Da der zur Punktmenge \mathcal{T}_{l+1} gehörende Graph vollständig ist, ist das Problem NP-vollständig und kann nicht effizient gelöst werden.

Im ungestörten Fall können jedoch Kanten des zur Punktmenge \mathcal{T}_{l+1} gehörenden Graphen ohne Informationsverlust entfernt werden, da in der Ebene die Position einer Messung durch die Entfernung zu drei weiteren nicht-kollinearen Messungen eindeutig bestimmt ist. Damit kann der vollständige Graph in einen unvollständigen Graphen überführt werden, wobei die Cliques, d. h. die vollständigen Teilgraphen, höchstens vier Knoten umfassen. Für diesen reduzierten Teilgraphen besagt das Hammersley-Clifford-Theorem [Cae06], dass die Verbunddichte über alle Knoten das Produkt der Verbunddichten über die Maximalcliques ist. Mit dieser Vereinfachung kann die MAP-Verteilung des zugehörigen reduzierten MZFs effizient berechnet werden. Dabei wird das MZF in einen Junction Tree, einen speziellen bipartiten Graphen, umgewandelt und die MAP-Verteilung mit dem Hugin-Algorithmus [Pas03] ermittelt. Die MAP-Punktkorrespondenzen ergeben sich durch Marginalisieren der MAP-Verteilung. Das Verfahren wird in Algorithmus 5.2 erläutert.

Algorithmus 5.2: Pseudocode für PGM-Algorithmus**Daten:** $P_l \in \mathbb{R}^{2 \times n_l}$, $P_{l+1} \in \mathbb{R}^{2 \times n_{l+1}}$, $n_l \geq n_{l+1}$ **Ergebnis:** MAP-Punktkorrespondenzen $(z_{i_1^*, l}, \dots) \in \mathbb{R}^{2 \times n_{l+1}}$ für P_{l+1}

1. Erstellen eines reduzierten Graphen für P_{l+1}
2. Berechnen aller „Kantenpotentiale“ $\psi_{ij;mp} \in \mathbb{R}^{n_l \times n_l \times n_{l+1} \times n_{l+1}}$ mit

$$\psi_{ij;mp} \sim \exp \left(\left| \|z_{j,l} - z_{i,l}\|_2 - \|z_{p,l+1} - z_{m,l+1}\|_2 \right| \right)$$

für $i, j \in \{1, \dots, n_l\}$ und $m, p \in \{1, \dots, n_{l+1}\}$

3. Erstellen eines JT-Graphen für P_{l+1} (aus dem reduzierten Graphen)
4. Initialisieren der Potentiale $\Psi_o = \prod_{i,j \in \mathcal{C}_o} \psi_{ij;mp}$ für die $(n_{l+1} - 3)$ Cliquenknoten \mathcal{C}_o ($\Psi_o \in \mathbb{R}^{n_l \times n_{l+1} \times n_{l+1} \times n_{l+1}}$); $o = 1, \dots, n_{l+1} - 3$
5. Initialisieren der Potentiale $\Phi_o = 1_{n_{l+1} \times n_{l+1} \times n_{l+1}}$ für die $(n_{l+1} - 4)$ Separatorknoten \mathcal{S}_o ; $o = 1, \dots, n_{l+1} - 4$
6. Berechnen der MAP-Potentiale Ψ_o, Φ_o für die Cliquen- bzw. Separatorknoten mit Hilfe des Hugin-Algorithmus'
7. Marginalisieren über Ψ_o liefert für jeden Punkt $z_{m,l+1}$ des Cliquenknotens \mathcal{C}_o dessen MAP-Punktkorrespondenz $z_{i,l}$

5.3.2 Bestimmen der optimalen Translation und Rotation

Sind die Punktkorrespondenzen bekannt, wird die Lösung der Zielfunktion (5.7) gesucht. Dabei handelt es sich um einen Spezialfall des klassischen orthogonalen Prokrustes-Problems [Mar79], bei dem ein Datensatz durch formerhaltende Operationen, d. h. Translation, Rotation und Skalierung, auf einen anderen Datensatz abgebildet wird. Im vorliegenden Fall wird die Punktwolke P_l^* verschoben und gedreht, nicht jedoch skaliert. Eine Übersicht zu Varianten des Prokrustes-Problems gibt [Cro99].

Das Optimierungsproblem ist durch Gl. (5.7) gegeben:

$$\underset{\tau_l^*, R_l^*}{\text{minimiere}} \left\| P_{l+1}^* - \left(R_l^* \cdot P_l^* + \tau_l^* \cdot \mathbf{1}_{n^*}^T \right) \right\|_F^2.$$

Das Lösungsverfahren ist in Algorithmus 5.3 dargestellt. Die zwei umgeordnete-

ten und evtl. verkürzten Datenmatrizen P_l^* und P_{l+1}^* werden durch Multiplikation mit der n^* -dimensionalen Zentriermatrix Z_{n^*} mittelwertbereinigt, d. h. die Daten werden in ihr Schwerpunktsystem umgerechnet. Mit Hilfe der Singulärwertzerlegung (SVD) lassen sich damit die optimale Rotationsmatrix R_l^* und der optimale Translationsvektor τ_l^* bestimmen. Die Abfrage $\det(V U^T) > 0$ und die folgenden Zeilen stellen sicher, dass es sich bei R_l^* um eine Drehung im eigentlichen Sinn handelt. Wenn die Rotation klein ist, d. h. $R_l^* = \begin{pmatrix} \cos \alpha_l & -\sin \alpha_l \\ \sin \alpha_l & \cos \alpha_l \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$, ist die Translation τ_l^* durch die Verschiebung des Schwerpunktes gegeben:

$$\tau_l^* = \frac{1}{n^*} (P_{l+1}^* - R_l^* \cdot P_l^*) \cdot \mathbf{1}_{n^*} \approx \frac{1}{n^*} (P_{l+1}^* - P_l^*) \cdot \mathbf{1}_{n^*}. \quad (5.8)$$

Da für die weiteren Schritte die Parameter τ_l und R_l des ursprünglichen Modells (5.2) benötigt werden, werden τ_l^* und R_l^* mit Gl. (5.5) umgerechnet. Eine Herleitung des Prokrustes-Algorithmus' findet sich in [Grö96, Gan04].

Algorithmus 5.3: Prokrustes-Algorithmus (Modell: $P_{l+1}^* = R_l^* \cdot P_l^* + \tau_l^* \cdot \mathbf{1}_{n^*}^T$)

Daten: $P_l^*, P_{l+1}^* \in \mathbb{R}^{2 \times n^*}$

Ergebnis: τ_l^*, R_l^* , Residuenquadratsumme Δ

$$E = P_l^* \cdot Z_{n^*}$$

$$F = P_{l+1}^* \cdot Z_{n^*}$$

$$U \cdot \Sigma \cdot V^T = E \cdot F^T;$$

/ * SVD */

if $\det(V \cdot U^T) > 0$ **then**

$$\quad | \quad R_l^* = V \cdot U^T$$

else

$$\quad | \quad R_l^* = V \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot U^T$$

$$\tau_l^* = 1/n^* (P_{l+1}^* - R_l^* \cdot P_l^*) \cdot \mathbf{1}_{n^*}$$

$$\Delta = \|P_{l+1}^* - (R_l^* \cdot P_l^* + \tau_l^* \cdot \mathbf{1}_{n^*}^T)\|_{\mathbb{F}}^2$$

5.3.3 Vergleich der Verfahren zum Bestimmen des nichtparametrischen Bewegungsmodells

In diesem Abschnitt werden Prokrustes-, ICP- und PGM-Algorithmus qualitativ verglichen. Eine statistische Untersuchung des ICP- und des PGM-Algorithmus' findet sich in [Zha92] bzw. [Cae06].

Der *klassische Prokrustes-Algorithmus* setzt voraus, dass die Punktkorrespondenzen bekannt sind. Da der Algorithmus die optimale euklidische Transformation nicht-iterativ bestimmt, ist er schnell und hängt nicht von Startwerten ab.

Der *ICP-Algorithmus* ist ein iterativer Algorithmus, der eine gute Startschätzung benötigt. Über die Startschätzung kann auch Vorwissen eingebracht werden. Der Algorithmus konvergiert i. Allg. recht schnell, berücksichtigt die geometrische Struktur jedoch höchstens implizit.

Der *PGM-Algorithmus* berücksichtigt die geometrische Struktur der Messungen explizit und bestimmt die MAP-Punktkorrespondenzen nicht-iterativ. Sofern das Messrauschen isotrop und im Vergleich zu den Abständen der Messungen klein ist, sind die Punktkorrespondenzen optimal im LS-Sinne [Cae06]. Da der Rechenaufwand und der Speicherbedarf groß sind, ist das Verfahren für kleine Punktmengen im Vergleich zu ICP langsam.

Tabelle 5.1: Vergleich der Verfahren zum Bestimmen des nichtparametrischen Bewegungsmodells

Verfahren	Vorteile	Nachteile
Prokrustes [Cro99]	nicht-iterativ, schnell	Korrespondenzen müssen bekannt sein
Iterative Closest Point (ICP) [Zha92]	schnelle Konvergenz, Vorwissen möglich	ohne geometrische Struktur, von Startwerten abhängig
Probabilistic Graphical Matching (PGM) [Cae06]	geometrische Struktur, nicht-iterativ	hoher Rechenaufwand, großer Speicherbedarf

5.4 Schätzen der parametrischen Bewegungsmodelle

5.4.1 Parametrische Bewegungsmodelle

Gegeben ist die Folge $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=0}^{k-1}$, die aus der Lidar-Datensequenz $\mathcal{T}_0, \dots, \mathcal{T}_k$ bestimmt wird. Gesucht ist ein parametrisches Bewegungsmodell, das die Bewegung kompakt beschreibt. Ein gut geeignetes Modell zur Beschreibung der Bahn eines Fahrzeuges ist die Klothoide, da diese ruckfreie Übergangskurven ermöglicht und deshalb beim Autobahnbau verwendet wird. Eine Klothoide ist eine glatte Kurve, deren Krümmung eine lineare Funktion der Bogenlänge ist. Die

für Klothoiden erforderliche konstante Lenkwinkeländerung $\dot{\delta}$ ist darüber hinaus für den Fahrer intuitiv durchführbar. Dieser einfache Zusammenhang beruht auf der Fahrzeugkinematik, die in guter Näherung durch das sog. Einspurmodell [Rie40, Mit05] gegeben ist.

Im Folgenden werden die Klothoide und ihre Spezialfälle Kreis und Gerade mit Hilfsmitteln der Differentialgeometrie abgeleitet und jeweils der Zusammenhang zum Einspurmodell gezeigt. Die Klothoide beschreibt dabei die Bahn, die gemeinsam mit der Bahngeschwindigkeit v die Fahrzeugbewegung vollständig bestimmt.

Aus der Differentialgeometrie ist bekannt, dass eine ebene Bahn⁴ bis auf Startpunkt und Orientierung vollständig durch den orientierten Krümmungsverlauf $\kappa(s)$ (Krümmungsradius $\rho = 1/|\kappa|$) beschrieben wird:

$$\frac{d\psi}{ds} = \kappa(s), \quad \frac{dx}{ds} = \cos \psi(s), \quad \frac{dy}{ds} = \sin \psi(s). \quad (5.9)$$

Dabei bezeichnet s die Bogenlänge und ψ den Steuerkurswinkel. Die Vollständigkeit der Beschreibung folgt aus dem Hauptsatz über ebene Kurven.

Satz 5.1: Hauptsatz über ebene Kurven [Bär01]

Zu zwei Kurven $(x(s), y(s))^T$ und $(\tilde{x}(s), \tilde{y}(s))^T$, die gleichen orientierten Krümmungsverlauf $\kappa(s)$ haben, gibt es einen Translationsvektor $\tau = (\tau_x, \tau_y)^T$ und eine Rotationsmatrix R , die die eine Kurve in die andere überführen:

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} = R \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_x \\ \tau_y \end{pmatrix}. \quad (5.10)$$

Eine Fixierung der Kurve kann durch Vorgabe der Anfangsbedingungen $(x_0, y_0) := (x(0), y(0))$ und $\psi_0 := \psi(0)$ erreicht werden. Zur Beschreibung der Bewegung auf dieser Bahn muss zusätzlich die Bahngeschwindigkeit

$$v(t) = \frac{ds(t)}{dt} \quad (5.11)$$

bekannt sein.

Aufgrund der großen trägen Masse des gescannten Fahrzeuges ändert sich dessen Bewegung (auf der Zeitskala der Scanperiode T_A) nur langsam. Die Krümmungsänderung $\kappa' = d\kappa/ds$ und die Bahngeschwindigkeit v sind somit quasi-konstant, so dass Schätzungen der Bewegungsparameter über mehrere Frames hinweg möglich sind, um stochastische Messfehler zu kompensieren. Eine weitere Begründung für die Annahme konstanter Bewegungsparameter liefert das Einspurmodell [Rie40],

⁴Eine Kurve c ist eine Abbildung $\mathbb{R} \supseteq I \mapsto \mathbb{R}^n$. Unter der Bahn wird hier die Spur der Kurve, d. h. das Bild $c(I)$ verstanden [Bär01].

bei dem die Krümmung κ (für kleine Winkel ψ) linear von dem Lenkwinkel δ abhängt:

$$\kappa(t) = \dot{\psi}(t) = \frac{v \tan \delta(t)}{l} \stackrel{|\delta| \ll 1}{\approx} \frac{v \delta(t)}{l} \propto \delta(t). \quad (5.12)$$

Dabei gibt l den Radstand an. Da der Lenkwinkel δ i. Allg. langsam geändert wird, ist die Krümmungsänderung κ' quasi-konstant.

Unter der Voraussetzung, dass die Krümmungsänderung κ' und die Bahngeschwindigkeit v konstant sind, ergeben sich als mögliche Bahnen die Gerade, der Kreis und die Klothoide. Bild 5.4 stellt die drei Modelle dar. Dabei sind die Parameter κ' , κ_0 , v , x_0 , y_0 und ψ_0 der parametrischen Bewegungsmodelle rot und die Parameter τ_l und R_l des nichtparametrischen Bewegungsmodells blau gefärbt. Im Gegensatz zu Kapitel 4 wird der Steuerkurswinkel ψ_0 in diesem Kapitel gegenüber der x -Achse abgetragen.

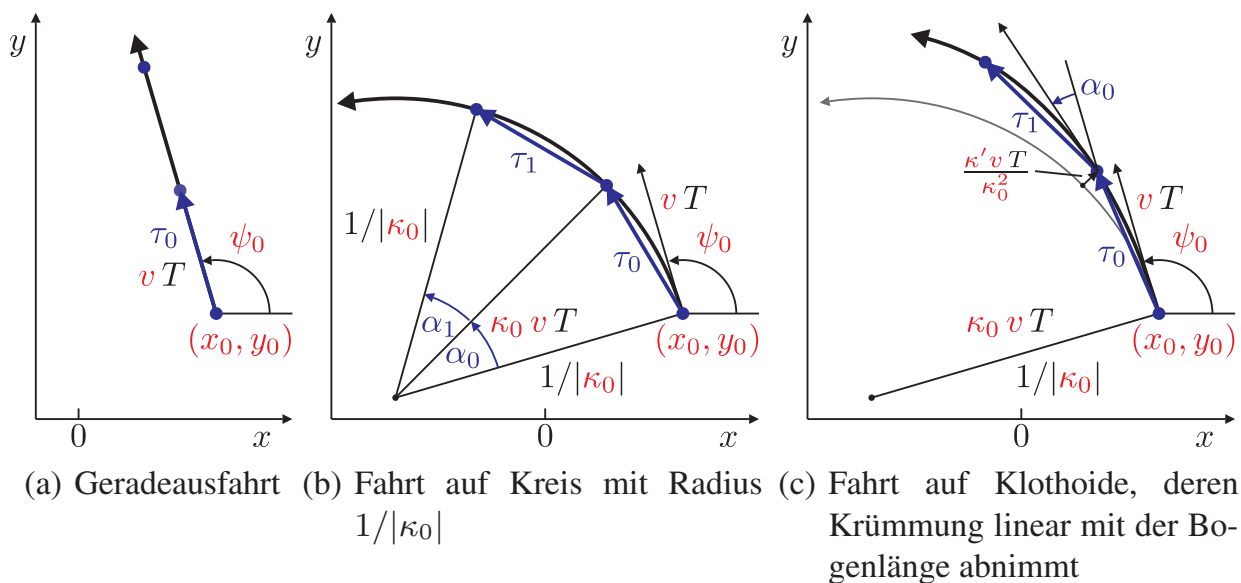


Bild 5.4: Die drei untersuchten parametrischen Bewegungsmodelle

1. Verschwindet die Krümmung κ , d. h. $\kappa \equiv 0$, ist die Bahn eine *Gerade*. Mit der Annahme konstanter Geschwindigkeit v ergibt sich

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{ds} = 0 \quad \Rightarrow \quad \psi(t) = \psi_0, \quad (5.13a)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cos \psi_0 \quad \Rightarrow \quad x(t) = v t \cos \psi_0 + x_0, \quad (5.13b)$$

$$\frac{dy}{dt} = v \sin \psi_0 \quad \Rightarrow \quad y(t) = v t \sin \psi_0 + y_0. \quad (5.13c)$$

2. Ist die orientierte Krümmung κ konstant, d. h. $\kappa_0 := \kappa = \text{const} \neq 0$, ist die Bahn ein *Kreis*. Unter der Annahme konstanter Bahngeschwindigkeit v ergibt sich das Modell

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{ds} \frac{ds}{dt} = \kappa_0 v \quad \Rightarrow \quad \psi(t) = \kappa_0 v t + \psi_0, \quad (5.14a)$$

$$x(t) = \frac{1}{\kappa_0} \left(\sin(\kappa_0 v t + \psi_0) - \sin \psi_0 \right) + x_0, \quad (5.14b)$$

$$y(t) = -\frac{1}{\kappa_0} \left(\cos(\kappa_0 v t + \psi_0) - \cos \psi_0 \right) + y_0. \quad (5.14c)$$

Verschwindet die Krümmung κ_0 , geht die Kreisbewegung in eine geradlinige Bewegung konstanter Geschwindigkeit über:

$$\lim_{\kappa_0 \rightarrow 0} x(t) \stackrel{\text{l'H}}{=} \lim_{\kappa_0 \rightarrow 0} \frac{v t \cos(\kappa_0 v t + \psi_0)}{1} + x_0 = v t \cos \psi_0 + x_0, \quad (5.15a)$$

$$\lim_{\kappa_0 \rightarrow 0} y(t) \stackrel{\text{l'H}}{=} \lim_{\kappa_0 \rightarrow 0} \frac{v t \sin(\kappa_0 v t + \psi_0)}{1} + y_0 = v t \sin \psi_0 + y_0. \quad (5.15b)$$

Dabei steht l'H für die Regel von Bernoulli-L'Hôpital.

3. Ist die Krümmungsänderung κ' konstant, d. h. $\kappa' = \text{const} \neq 0$, ist die Bahn eine Klothoide. Zusammen mit der Annahme konstanter Bahngeschwindigkeit v ergibt sich

$$\psi(t) = \frac{1}{2} \kappa' v^2 t^2 + \kappa_0 v t + \psi_0, \quad (5.16a)$$

$$x^*(t) = \frac{1}{v} \int_{\tau=0}^t \cos \left(\frac{1}{2} \kappa' v^2 \tau^2 + \kappa_0 v \tau \right) d\tau, \quad (5.16b)$$

$$y^*(t) = \frac{1}{v} \int_{\tau=0}^t \sin \left(\frac{1}{2} \kappa' v^2 \tau^2 + \kappa_0 v \tau \right) d\tau, \quad (5.16c)$$

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi_0 & -\sin \psi_0 \\ \sin \psi_0 & \cos \psi_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x^*(t) \\ y^*(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}. \quad (5.16d)$$

$(x^*(t), y^*(t))$ ist die Kurve vor einer Rotation um den Bahntangentenwinkel ψ_0 und einer anschließenden Translation um $(x_0, y_0)^T$. Gl. (A.26) in Anhang A.3 legt dar, wie die Integrale für $x^*(t)$ und $y^*(t)$ mit Hilfe der Fresnel-Integrale $C(\cdot)$ und $S(\cdot)$ ausgedrückt werden können. Verschwindet die Krümmungsänderung κ' geht die Klothoiden- in eine Kreisfahrt über, wie ebenfalls in Anhang A.3 gezeigt wird.

5.4.2 Schätzen der Modellparameter

Dieser Abschnitt erläutert, wie die Parameter κ' , κ , v und ψ_0 der drei möglichen Bahnen Gerade, Kreis und Klothoide aus der Folge $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=0}^{k-1}$ bestimmt werden können. Dabei wird angenommen, dass die Bahngeschwindigkeit v konstant ist. Der Parameter (x_0, y_0) ist durch den Schwerpunkt der Punktmenge \mathcal{T}_0 gegeben.

1. Geradlinige Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit

Als Vorwissen ist bekannt, dass die Krümmung verschwindet, d. h. $\kappa \equiv 0$, und die Bahngeschwindigkeit v konstant ist. Somit ist der Bahntangentenwinkel ψ konstant und der Drehwinkel α_l zwischen zwei aufeinanderfolgenden Frames gleich Null. Mit den Gleichungen (5.13) können die Geschwindigkeit v und der Bahntangentenwinkel ψ_0 aus der Translation $\tau_l = (\tau_{l,x}, \tau_{l,y})^T$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden Frames bestimmt werden:

$$\tau_{l,x} - v T_A \cos \psi_0 = 0; \quad l = 0, \dots, k-1, \quad (5.17a)$$

$$\tau_{l,y} - v T_A \sin \psi_0 = 0; \quad l = 0, \dots, k-1, \quad (5.17b)$$

$$\alpha_l = 0; \quad l = 0, \dots, k-1. \quad (5.17c)$$

(a) Identifizierbarkeit:

Bei einer Geraden gilt $\kappa' = 0$ und $\kappa_0 = 0$. Die Parameter v und ψ_0 sind zeitlich konstant und gegeben durch

$$\psi_0 = \arctan \left(\frac{\tan \tau_{l,y}}{\tan \tau_{l,x}} \right), \quad v = \frac{\|\tau_l\|_2}{T_A}. \quad (5.18)$$

(b) Ausgleichsproblem:

Sind die Messungen τ_l ; $l = 0, \dots, k-1$ unsicherheitsbehaftet, wird Gl. (5.17) als Ausgleichsproblem formuliert:

$$\underset{v, \psi_0}{\text{minimiere}} \left\| (\tau_0 \dots \tau_{k-1}) - v T_A \begin{pmatrix} \cos \psi_0 \\ \sin \psi_0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{1}_k^T \right\|_F^2. \quad (5.19)$$

Die Lösung lautet

$$\psi_{0,\text{opt}} = \arctan \left(\frac{\sum_l \tau_{l,y}}{\sum_l \tau_{l,x}} \right), \quad v_{\text{opt}} = \frac{1}{k T_A} \sum_{l=0}^{k-1} \tau_l^T \cdot \begin{pmatrix} \cos \psi_0 \\ \sin \psi_0 \end{pmatrix}. \quad (5.20)$$

(c) *Residuen:*

Die Summe der quadrierten Residuen Q_1 ergibt sich zu

$$Q_1 = \left\| \begin{pmatrix} \tau_0 & \dots & \tau_{k-1} \end{pmatrix} - v T_A \begin{pmatrix} \cos \psi_0 \\ \sin \psi_0 \end{pmatrix} \cdot \mathbf{1}_k^T \right\|_F^2. \quad (5.21)$$

2. Kreisfahrt mit konstanter Geschwindigkeit

Bei einem Kreis gilt $\kappa' = 0$. Zusätzlich wird vorausgesetzt, dass die Bahngeschwindigkeit v konstant ist. Somit sind die Drehwinkel α_l und der Betrag der Translationsvektoren $\|\tau_l\|_2$; $l=0, \dots, k-1$ ebenfalls konstant. Mit den Gleichungen (5.14) können die orientierte Bahnkrümmung κ_0 , die Bahngeschwindigkeit v und der Bahntangentenwinkel ψ_0 zu Beginn aus τ_l und α_l berechnet werden:

$$\sin(\kappa_0 v (l+1) T_A + \psi_0) = \sin(\kappa_0 v l T_A + \psi_0) + \kappa_0 \tau_{l,x}, \quad (5.22a)$$

$$\cos(\kappa_0 v (l+1) T_A + \psi_0) = \cos(\kappa_0 v l T_A + \psi_0) - \kappa_0 \tau_{l,y}, \quad (5.22b)$$

$$\alpha_l = \kappa_0 v T_A. \quad (5.22c)$$

(a) *Identifizierbarkeit:*

Zunächst werden $\tau_{l,x}$ und $\tau_{l,y}$ in Gl. (5.22a) bzw. Gl. (5.22b) freigestellt. Anschließend werden diese Gleichungen quadriert, addiert und nach κ_0 aufgelöst:

$$\kappa_0 = \operatorname{sgn}(\alpha_l) \frac{\sqrt{2(1 - \cos \alpha_l)}}{\|\tau_l\|_2} = \frac{2 \sin\left(\frac{\alpha_l}{2}\right)}{\|\tau_l\|_2}. \quad (5.23a)$$

Mit Gl. (5.22c) ergibt sich die Bahngeschwindigkeit v zu

$$v = \frac{\alpha_l}{\kappa_0 T_A}. \quad (5.23b)$$

Anschließend kann mit Gl. (5.22) und trigonometrischen Umformungen⁵ der Bahntangentenwinkel ψ_0 zu Beginn berechnet werden:

$$\kappa_0 \tau_{0,y} = 2 \sin\left(\frac{\alpha_0}{2} + \psi_0\right) \sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right),$$

$$\kappa_0 \tau_{0,x} = 2 \cos\left(\frac{\alpha_0}{2} + \psi_0\right) \sin\left(\frac{\alpha_0}{2}\right),$$

$$\frac{\tau_{0,y}}{\tau_{0,x}} = \tan\left(\frac{\alpha_0}{2} + \psi_0\right),$$

$$\psi_0 = \arctan\left(\frac{\tau_{0,y}}{\tau_{0,x}}\right) - \frac{\alpha_0}{2}. \quad (5.23c)$$

⁵Für $\gamma, \delta \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\sin(\gamma + \delta) - \sin \delta = 2 \cos\left(\frac{\gamma}{2} + \delta\right) \sin \frac{\gamma}{2}, \quad \cos(\gamma + \delta) - \cos \delta = -2 \sin\left(\frac{\gamma}{2} + \delta\right) \sin \frac{\gamma}{2}.$$

(b) *Ausgleichsproblem:*

Das nichtlineare Gleichungssystem (5.22) wird ebenfalls als Ausgleichsproblem formuliert:

$$\text{minimiere}_{\kappa_0, v, \psi_0} \left\| (\tau_0 \dots \tau_{k-1}) - \begin{pmatrix} \tau_0^{(2)} & \dots & \tau_{k-1}^{(2)} \end{pmatrix} \right\|_F^2 \quad (5.24)$$

mit der Abkürzung ($l = 0, \dots, k-1$)

$$\tau_l^{(2)} = \frac{1}{\kappa_0} \begin{pmatrix} \sin(\kappa_0 v (l+1) T_A + \psi_0) - \sin(\kappa_0 v l T_A + \psi_0) \\ \cos(\kappa_0 v l T_A + \psi_0) - \cos(\kappa_0 v (l+1) T_A + \psi_0) \end{pmatrix}.$$

Hierbei wird angenommen, dass die Unsicherheit der Winkel α_l deutlich größer ist als die der Verschiebungen τ_l . Die Optimalwerte müssen numerisch bestimmt werden.

(c) *Residuen:*

Die Summe der quadrierten Residuen Q_2 beträgt

$$Q_2 = \left\| (\tau_0 \dots \tau_{k-1}) - \begin{pmatrix} \tau_0^{(2)} & \dots & \tau_{k-1}^{(2)} \end{pmatrix} \right\|_F^2. \quad (5.25)$$

3. Fahrt auf Klothoide mit konstanter Geschwindigkeit

Im Fall der Klothoide ist nur bekannt, dass die Krümmungsänderung κ' zeitlich konstant ist. Da je Zeitschritt drei Messungen vorliegen, die x - und die y -Komponente der Translation τ_l und der Drehwinkel α_l , können nicht alle vier Parameter κ' , κ_0 , v und ψ_0 aus den Messungen eines einzigen Zeitschrittes ermittelt werden, so dass mindestens die Messungen zweier Zeitschritte l_1 und l_2 (o. E. d. A. $l := l_2 = l_1 + 1$) erforderlich sind.

(a) *Identifizierbarkeit:*

Aus den Drehwinkeln α_{l-1} und α_l werden die Hilfsparameter λ_1 , λ_2 , a_0 und a_1 berechnet:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \kappa' v^2 \\ \kappa_0 v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (l - \frac{1}{2}) T_A^2 & T_A \\ (l + \frac{1}{2}) T_A^2 & T_A \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{l-1} \\ \alpha_l \end{pmatrix}, \quad (5.26a)$$

$$a_0 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\pi |\lambda_1|^3}}, \quad a_1 = \sqrt{\frac{|\lambda_1|^3}{\pi}} \frac{1}{\lambda_1}. \quad (5.26b)$$

Aus diesen Größen können die Krümmungsänderung κ' , die Krümmung κ_0 zu Beginn und die Bahngeschwindigkeit v bestimmt werden:

$$\kappa' = \operatorname{sgn}(\alpha_l - 2\alpha_{l-1} + \alpha_{l-2}) \frac{\pi}{\|\tau_l\|_2^2} \times \left\| \begin{array}{l} S(a_1 l T_A + a_0) - S(a_1(l-1) T_A + a_0) \\ C(a_1 l T_A + a_0) - C(a_1(l-1) T_A + a_0) \end{array} \right\|_2^2, \quad (5.26c)$$

$$v = \sqrt{\lambda_1 / \kappa'}, \quad (5.26d)$$

$$\kappa_0 = \lambda_2 / v = \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1 / \kappa'}} = \lambda_2 \sqrt{\kappa' / \lambda_1}. \quad (5.26e)$$

Hierbei sind $S(\cdot)$ und $C(\cdot)$ die Fresnel-Integrale [Abr72]

$$S(u) = \int_{x=0}^u \sin\left(\frac{\pi}{2} x^2\right) dx, \quad C(u) = \int_{x=0}^u \cos\left(\frac{\pi}{2} x^2\right) dx.$$

Somit sind κ' , κ_0 und v bekannt. Mit deren Kenntnis und den Gleichungen (5.16b) und (5.16c) kann der Bahntangentenwinkel ψ_0 zu Beginn bestimmt werden:

$$\tau_l^{(3)} := \begin{pmatrix} \cos \psi_0 & -\sin \psi_0 \\ \sin \psi_0 & \cos \psi_0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x^*((l+1) T_A) - x^*(l T_A) \\ y^*((l+1) T_A) - y^*(l T_A) \end{pmatrix},$$

$$\psi_0 = \operatorname{sgn}(\tau_x^* \tau_y^{(3)} - \tau_y^* \tau_x^{(3)}) \arccos\left(\frac{(\tau^*)^T \tau^{(3)}}{\|\tau^*\|_2 \|\tau^{(3)}\|_2}\right). \quad (5.26f)$$

Dabei sind $x^*(t)$ und $y^*(t)$ durch Gl. (5.16b) bzw. Gl. (5.16c) gegeben, und $\tau^{(3)}$ und τ^* sind Abkürzungen für $\tau_0^{(3)}$ bzw. τ_0^* .

(b) *Ausgleichsproblem:*

Liegen die Messungen zu mehr als zwei Zeitschritten vor, wird für die Parameter ein Ausgleichsproblem formuliert:

$$\underset{\kappa', \kappa_0, v, \psi_0}{\text{minimiere}} \left\| (\tau_0 \dots \tau_{k-1}) - \begin{pmatrix} \tau_0^{(3)} & \dots & \tau_{k-1}^{(3)} \end{pmatrix} \right\|_F^2 \quad (5.27)$$

mit der Abkürzung $\tau_l^{(3)}$ aus Gl. (5.26f). Das Problem ist wesentlich komplizierter als Gl. (5.24), da die Ausdrücke Fresnel-Integrale enthalten, die sich nicht durch elementare Funktionen ausdrücken lassen. Eine Lösung kann nur numerisch ermittelt werden.

(c) *Residuen:*

Die Summe der quadrierten Residuen Q_3 ist mit Gl. (5.26) gegeben durch

$$Q_3 = \left\| (\tau_0 \dots \tau_{k-1}) - \left(\tau_0^{(3)} \dots \tau_{k-1}^{(3)} \right) \right\|_F^2. \quad (5.28)$$

5.4.3 Wahl des Bewegungsmodells

Sind die optimalen Parameter für die drei Bewegungsmodelle Geradeausfahrt, Kreisfahrt und Fahrt auf einer Klothoide bekannt, muss das Bewegungsmodell gewählt werden, das die Messungen bzw. das nichtparametrische Bewegungsmodell am besten wiedergibt. Für den hypothetischen Fall, dass das nichtparametrische Bewegungsmodell $\{(\tau_l, R_l)\}_{l=0}^{k-1}$ fehlerfrei ist und die Geschwindigkeit v und die Krümmungsänderung κ' im betrachteten Zeitraum konstant sind, ist das Klothoidenmodell am besten geeignet, die Bewegung zu beschreiben, da es die Fahrt auf einer Geraden und einem Kreis als Spezialfälle enthält. In der Praxis ist die Folge der Translationen und Rotationen jedoch fehlerbehaftet, so dass die *Komplexität*⁶ der Bewegungsmodelle eine Rolle spielt.

Einfache Modelle sind bei vergleichbarer Modellgüte häufig besser geeignet als komplexere Modelle, da ihre Parameter unempfindlicher gegenüber Störungen wie Messrauschen sind, so dass zukünftige Messungen besser vorhergesagt werden können [Grü04]. Deshalb wird bei der *Modellwahl* ein Kompromiss zwischen der Modellkomplexität und der Modellgüte als Funktion der Residuen getroffen. Für LS-orientierte Ansätze ist das BIC-Kriterium (Bayesian Information Criterion) [Sch78] gut geeignet, da es einen Ausgleich zwischen der Modellkomplexität und der Summe der quadrierten Residuen vornimmt. Der BIC-Wert eines Modells m ist gegeben durch

$$\text{BIC}_m = 2n \left(\ln(2\pi) + \ln \sigma_\tau^2 \right) + \frac{Q_m}{\sigma_\tau^2} + N_m \ln n; \quad m = 1, 2, 3. \quad (5.29)$$

Dabei bezeichnet σ_τ^2 die Varianz der Translationsschätzung. Das BIC-Kriterium wählt das Modell, dessen BIC-Wert am kleinsten ist. Eine Motivation und einen Vergleich von BIC mit anderen Modellwahlkriterien gibt [Sto04].

Für eine gegebene Lidar-Datensequenz werden somit zunächst die optimalen Parameter der drei parametrischen Bewegungsmodelle bestimmt. Anschließend werden für diese Parameter die BIC-Werte der drei Modelle bestimmt, und das Modell mit dem kleinsten BIC-Wert wird gewählt.

⁶Unter *Komplexität* eines Modells wird hier vereinfachend die Zahl der Freiheitsgrade bzw. der frei wählbaren Parameter verstanden. Mathematische Definitionen, u. a. Kolmogorows algorithmische und Rissanens stochastische Komplexität, sind bei [Grü04] zu finden.

Der gewählte Ansatz beschreibt die komplette Bewegung mit einem Bewegungsmodell, dessen Parameter zeitlich konstant sind. Umfasst die Datensequenz jedoch einen längeren Zeitraum, können sich die Bewegungsparameter und das Bewegungsmodell ändern. Es ist deshalb besser, die Modellparameter iterativ anzupassen, wobei nur die letzten n Messungen zur Schätzung herangezogen werden (Schätzung mit endlichem Gedächtnis).

Zusätzlich sollen auch Wechsel des Bewegungsmodells möglich sein. Hierfür können die Parameter der drei Modelle parallel bestimmt und jeweils das aktuell beste gewählt werden [Bla99]. Der Nachteil dieser *Filterbänke* ist jedoch, dass bei Modellwechseln Sprünge in der Schätzung von Fahrzeugposition und -geschwindigkeit auftreten. Eine beliebte und effiziente Alternative ist der *IMM-Ansatz* (Interacting Multiple Model) [Maz98], dessen Schätzung eine gewichtete Summe der Schätzungen der Einzelmodelle ist. Sprünge werden vermieden, indem die Schätzungen einander angeglichen werden.

5.5 Schätzen des linearisierten Klothoidenmodells

Ein IMM-Ansatz scheidet hier aus, da sich die Parameter des Klothoidenmodells nicht einfach bestimmen lassen. Statt dessen wird im Folgenden ein vereinfachtes Klothoidenmodell verwendet, das als Spezialfälle weiterhin die Gerade und den Kreis umfasst. Die zeitvarianten Modellparameter werden rekursiv mit einem Kalman-Filter geschätzt. Somit sind sowohl Parameteränderungen als auch (implizite) Wechsel des Bewegungsmodells möglich.

5.5.1 Linearisiertes Klothoidenmodell

Die Klothoide (5.16) wird lokal (d. h. für $\psi_0 = 0$) mit der Kleinwinkelnäherung durch eine Parabel dritter Ordnung beschrieben:

$$\kappa(s) = \kappa_0 + \kappa' s, \quad (5.30a)$$

$$\psi(s) = \int_{\xi=0}^s \kappa(\xi) d\xi = \kappa_0 s + \frac{1}{2} \kappa' s^2, \quad (5.30b)$$

$$\tilde{x}(s) = x_0 + \int_{\xi=0}^s \cos \psi(\xi) d\xi \approx x_0 + s, \quad (5.30c)$$

$$\tilde{y}(s) = y_0 + \int_{\xi=0}^s \sin \psi(\xi) d\xi \approx y_0 + \frac{1}{2} \kappa_0 s^2 + \frac{1}{6} \kappa' s^3. \quad (5.30d)$$

Mit der Abkürzung $\Delta s = v T_A$ folgt für den Translationsvektor (in lokalen Koordinaten)

$$\tau_l^* = \begin{pmatrix} \kappa_0 (l + \frac{1}{2})(\Delta s)^2 + \kappa' (\frac{1}{2} l^2 + \frac{1}{2} l + \frac{1}{6})(\Delta s)^3 \\ \Delta s \end{pmatrix}$$

und mit der Näherung $\Delta s \approx \|\tau_l\|_2$ für das Ausgleichsproblem

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{6} \\ \vdots & \vdots \\ k - \frac{1}{2} & \frac{1}{2} k^2 - \frac{1}{2} k + \frac{1}{6} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \kappa_0 (\Delta s)^2 \\ \kappa' (\Delta s)^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{0.y}^* \\ \vdots \\ \tau_{k-1.y}^* \end{pmatrix}. \quad (5.31)$$

Zur Abschätzung des Approximationsfehlers wird das linearisierte Klothoidenmodell mit der „idealen“ Klothoide (5.16) verglichen. Die Abweichungen, die sich bei unterschiedlichen Bogenlängen s für eine sehr starke Krümmungsänderung $\kappa' = 0,1 \text{ m}^{-2}$ und die Parameter $\kappa_0 = 0$ und $\psi_0 = 0$ gegenüber Gl. (5.16) ergeben, sind in Tabelle 5.2 aufgeführt.⁷

Tabelle 5.2: Approximationsfehler des linearisierten Klothoidenmodells (5.30) für $\kappa' = 0,1 \text{ m}^{-2}$, $\kappa_0 = 0$ und $\psi_0 = 0$ bei unterschiedlichen Bogenlängen s

s	1 m	1,5 m	2 m	2,5 m	5 m	10 m
$ \tilde{x} - x $	< 1 mm	2 mm	8 mm	0,02 m	0,73 m	8,16 m
$ \tilde{y} - y $	< 1 mm	< 1 mm	< 1 mm	2 mm	0,22 m	14,06 m

Tabelle 5.2 zeigt, dass der Approximationsfehler $\|\tilde{x} - x\|_2$ trotz der sehr großen Krümmungsänderung κ' für Bogenlängen bzw. Verschiebungen bis zu zwei Meter sehr klein ist. Da hier die Bahn eines Fahrzeuges geschätzt werden soll, das sich innerhalb eines Frames bei einer großen Geschwindigkeit von $v = 100 \text{ km/h}$ nur um $\Delta s \approx 1,85 \text{ m}$ bewegt, ist der Approximationsfehler des linearisierten Klothoidenmodells kleiner als die Unsicherheit der Schätzung τ_l .

5.5.2 Schätzen der Modellparameter

Da der Approximationsfehler des linearisierten Klothoidenmodells (5.30) klein ist, ist das Modell gut als Approximation der Bahn eines Fahrzeuges geeignet, sofern

⁷Eine Krümmungsänderung von $\kappa' = 0,1 \text{ m}^{-2}$ bedeutet einen Übergang von einer Geraden in einen Kurvenradius von 5 m auf einer Strecke der Länge 2 m.

die Translation $\tau_{l,y}^*$ genau bestimmt werden kann. Im Gegensatz zur Kartierung von Straßen und der Sensorfusion [Sch03] ist die exakte Größe der Parameter κ' und κ_0 nicht entscheidend.

In [Dic92] wird das linearisierte Klothoidenmodell verwendet, um den Straßenverlauf auf Basis von Videodaten zu schätzen, wobei die Eigengeschwindigkeit v gemessen und als bekannt vorausgesetzt wird. Die Modellparameter werden mit einem Kalman-Filter geschätzt, dessen Zustandsgrößen die Krümmungsänderung κ' , die Krümmung κ_0 und eine Hilfsgröße κ^* sind. Bei dem Entwurf des Filters wird angenommen, dass die Krümmungsänderung κ' abschnittsweise konstant ist, so dass die zeitliche Ableitung der Krümmungsänderung aus δ -Distributionen besteht [Mys90]. Da diese in der stochastischen Zustandsraumbeschreibung nicht modelliert werden können, wird in [Mys90] die Einführung der Hilfsgröße κ^* vorgeschlagen, die zusammen mit κ' die gleiche Krümmungsablage erzeugt und als zeitliche Integration eines weißen gaußschen Rauschprozesses $n(t)$ modelliert wird. Mit der Geschwindigkeit v und der Kamerasichtweite L ergibt sich das zeitkontinuierliche Zustandsraummodell

$$\frac{d\kappa_0}{dt} = \kappa' v, \quad \frac{d\kappa'}{dt} = -3 \frac{v}{L} \kappa' + 3 \frac{v}{L} \kappa^*, \quad \frac{d\kappa^*}{dt} = n(t). \quad (5.32)$$

Unter der Annahme, dass die Parameter v und L während eines Frames konstant sind, folgt mit einem Halteglied nullter Ordnung für das zeitdiskrete System

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{L}{3} \left(1 - \exp\left(-\frac{3vT_A}{L}\right) \right) & \frac{L}{3} \left(\exp\left(-\frac{3vT_A}{L}\right) - 1 \right) + vT_A \\ 0 & \exp\left(-\frac{3vT_A}{L}\right) & 1 - \exp\left(-\frac{3vT_A}{L}\right) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.33a)$$

Dieses Modell setzt die Geschwindigkeit v und die Entfernung L als bekannt voraus, während die Parameter der Bahn geschätzt werden. Somit entkoppelt der Ansatz die Schätzung der Bahn und der Geschwindigkeit. In der vorliegenden Anwendung müssen die Parameter v_l und L_l geschätzt werden, da nur die Lidar-Datensequenz gegeben ist:

$$\hat{v}_l = \frac{\|\tau_l^*\|_2}{T_A}, \quad \hat{L}_l = \|\tau_l^*\|_2. \quad (5.33b)$$

Für gekrümmte Bahnen werden v_l und L_l systematisch zu klein geschätzt. Die Fehler werden in den Brüchen v_l/L_l jedoch weitgehend kompensiert.

Die Messgleichung in lokalen Koordinaten (x^*, y^*) ergibt sich aus Gl. (5.30d) zu

$$\tau_{l,y}^* = \begin{pmatrix} \frac{\hat{L}^2}{2} & \frac{\hat{L}^3}{6} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \kappa_0 \\ \kappa' \\ \kappa^* \end{pmatrix} =: h^T \cdot \theta_l \quad (5.33c)$$

mit dem Parametervektor $\theta_l = (\kappa_0, \kappa', \kappa^*)^T$. Der Ursprung des (x^*, y^*) -Koordinatensystems liegt im Sensor, und die x^* -Achse ist parallel zum momentanen Bahntangentenvektor ausgerichtet.

Die rekursive Parameterbestimmung wird als lineares Kalman-Filter implementiert (vgl. Algorithmus 2.3), wobei die System- und die Messgleichung durch

$$\hat{\theta}_{l+1} = A \cdot \hat{\theta}_l + n_l e_3, \quad (5.34a)$$

$$\tau_{l,y}^* = h^T \cdot \hat{\theta}_l \quad (5.34b)$$

gegeben sind und e_3 den Basisvektor $(0, 0, 1)^T$ bezeichnet. Für die Varianz des Rauschprozesses κ^* wird $\sigma_{\kappa^*}^2 = (0,05 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1})^2$ gewählt, und für die Varianz des Messrauschens wird $\sigma_{\tau_y^*}^2 = (0,05 \text{ m})^2$ gewählt. Die Kovarianzmatrix $\hat{\Sigma}_0$ der Zustandsschätzung wird konservativ initialisiert⁸ mit

$$\hat{\Sigma}_0 = \begin{pmatrix} (0,2 \text{ m}^{-1})^2 & 0 & 0 \\ 0 & (0,2 \text{ m}^{-2})^2 & 0 \\ 0 & 0 & (0,1 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1})^2 \end{pmatrix}. \quad (5.34c)$$

5.5.3 Testen der Bewegungsschätzung

Da die zur Verfügung stehenden realen Lidar-Daten in lokalen Sensorkoordinaten vorliegen und die Eigenbewegung des Sensorfahrzeuges unbekannt ist, wird die Bewegungsschätzung mit einer Simulation getestet. Damit ist auch die wahre Bewegung des gescannten Fahrzeuges bekannt. In der Simulation fährt das Fahrzeug mit einer konstanter Geschwindigkeit von $v = 15 \text{ m/s} = 54 \text{ km/h}$ auf einer Bahn die aus zwei symmetrischen Verbundkurven besteht und in Bild 5.5 abgebildet ist. Die Bahn geht aus einer Geraden über eine Klothoide in einen Kreis über und anschließend wieder über eine Klothoide in eine Gerade, wobei die Fahrt auf jedem Abschnitt 50 s dauert. Die Krümmungsänderung ist mit $|\kappa'| = 0,001 \text{ m}^{-2}$ im Vergleich zur Geschwindigkeit v groß gewählt.

⁸Dabei entspricht $\kappa_0 = 0,2 \text{ m}^{-1}$ einem Krümmungsradius von 5 m und $\kappa' = 0,2 \text{ m}^{-2}$ einem Übergang von einer Geraden in einen Kurvenradius von 5 m auf einer Länge von 1 m.

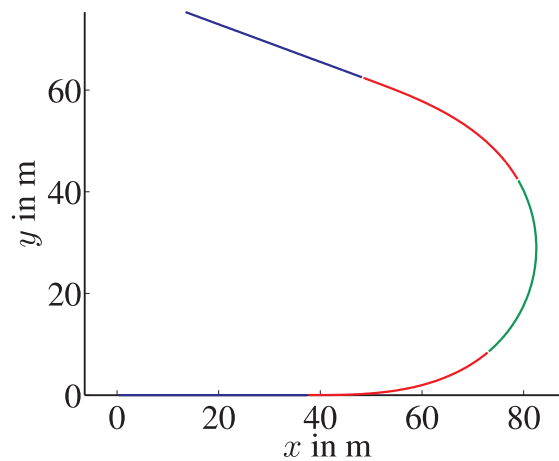


Bild 5.5: Bahn, die in der Simulation befahren wird (Geradenabschnitte blau, Kreisabschnitt grün, Klothoidenabschnitte rot)

Bild 5.6 zeigt die Ergebnisse der Simulation. Trotz der großen Krümmungsänderung κ' sind die Schätzungen von Krümmung κ_0 (in Bild 5.6(a)) und Krümmungsänderung κ' (in Bild 5.6(b)) bereits 2 s nach jedem Manöver wieder eingeschwungen. Die Parameter v und L werden mit Gl. (5.33b) aus der Translation $\tau_{l,y}^*$ geschätzt, wobei die Messungen $\tau_{l,y}^*$ mit $\sigma = 0,05$ m gaußsch verrauscht sind. Da die Bewegung lokal um die aktuelle Position geschätzt werden soll, sind Transitionsvorgänge und die genaue Größe der Parameter κ_0 und κ' unkritisch. Der vorgestellte Ansatz eignet sich somit gut für die Schätzung der Bewegungsparameter des linearisierten Klothoidenmodells unter der Voraussetzung, dass der Translationsvektor τ_l^* mit geringer Unsicherheit geschätzt werden kann.

5.6 Vergleich der Bewegungsschätzungen

Auf Basis der Simulation wird die Bewegungsschätzung mit dem linearisierten Klothoidenmodell (5.30) mit der Bewegungsschätzung aus Kapitel 2 verglichen, der das Bewegungsmodell konstanter Geschwindigkeit zugrunde liegt. Die Messgröße des Klothoidenmodells ist die Translation $\tau_{l,y}^*$ (in lokalen Koordinaten), während das Modell konstanter Geschwindigkeit den Translationsvektor τ_l in globalen Koordinaten misst. Die Bewegungsschätzungen werden auf Basis der rekonstruierten Bahnen verglichen. Dabei ist die rekonstruierte Bahn des Modells konstanter Geschwindigkeit bereits durch die Schätzungen gegeben. Die rekonstruierte Bahn des Klothoidenmodells ergibt sich rekursiv aus

$$\hat{s}_l = \|\tau_l^*\|_2 ; \quad l = 0, \dots, k-1, \quad (5.35a)$$

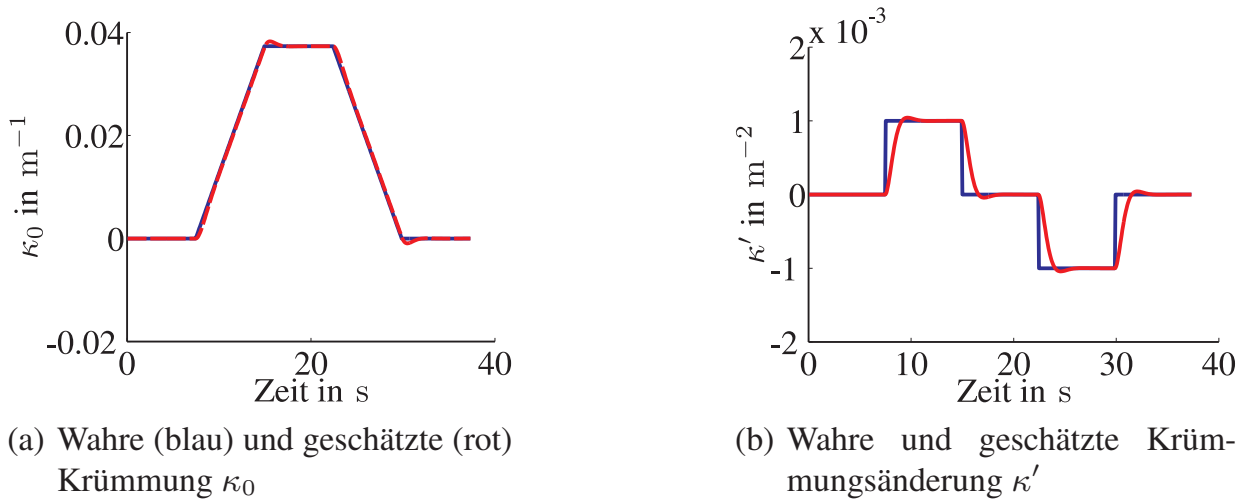


Bild 5.6: Ergebnis der Simulation, in der die Klothoidenparameter der Bahn aus Bild 5.5 mit einem Kalman-Filter geschätzt werden

$$\hat{\psi}_l = \hat{\psi}_l + \kappa_{0,l-1} \hat{s}_{l-1} + \frac{1}{2} \kappa'_{l-1} \hat{s}_{l-1}^2, \quad (5.35b)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{x}_{l+1} \\ \hat{y}_{l+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{x}_l \\ \hat{y}_l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \hat{\psi}_l & -\sin \hat{\psi}_l \\ \sin \hat{\psi}_l & \cos \hat{\psi}_l \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{s}_l \\ \frac{1}{2} \kappa_{0,l} \hat{s}_l^2 + \frac{1}{6} \kappa'_l \hat{s}_l^3 \end{pmatrix}. \quad (5.35c)$$

Die Daten für den Vergleich stammen aus der im letzten Abschnitt verwendeten Simulation, wobei den Messungen hier kein Rauschen überlagert ist. Schätzfehler resultieren somit aus der Trägheit des Filters und für das Modell konstanter Geschwindigkeit zusätzlich aus einer Verletzung des dynamischen Systemmodells. Bild 5.7 zeigt einen Ausschnitt der Bahn im Bereich größter Krümmung, d. h. auf dem Kreisbogen, da dieser für beide Filter am kritischsten ist. Wie in Bild 5.6(a) zu sehen ist, benötigt das Klothoiden-Filter einige Frames, bis es eingeschwungen ist. Die geschätzte Krümmung ändert sich somit langsamer als bei der wahren Bahn, was in Bild 5.7 zu einem geringfügig größeren grünen Bogen führt. Die mit dem Modell konstanter Geschwindigkeit geschätzte rote Bahn ähnelt einer Schleppkurve (*Traktrix*, [Bro97]). Während das Klothoidenmodell die Krümmung bestimmt, schätzt das Modell konstanter Geschwindigkeit die Position und die Geschwindigkeit, so dass die wahre Bahn „geschnitten“ wird.

Neben diesem punktuellen Vergleich der Bahnen im Bereich größter Krümmung wird die Summe der quadrierten Fehler verglichen, d. h. die Abweichung der rekonstruierten von der wahren Bahn. Dabei ist die Fehlerquadratsumme des Modells konstanter Geschwindigkeit mehr als anderthalb mal so groß wie die Fehlerquadratsumme des Klothoidenmodells, da dieses die Fahrzeugkinematik berück-

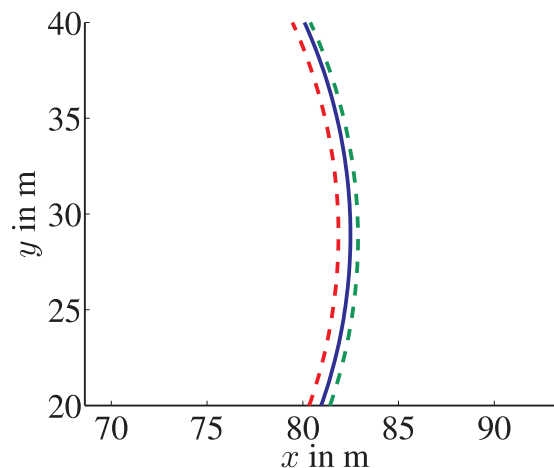


Bild 5.7: Vergleich der Bewegungsschätzung für das linearisierte Klothoidenmodell (grün) und das Modell konstanter Geschwindigkeit (rot), wobei die wahre Bahn in blau gegeben ist

sichtigt. Unter der Voraussetzung, dass die Eigenbewegung kompensiert werden kann, stellt das Klothoidenmodell somit eine deutliche Verbesserung gegenüber dem Modell konstanter Geschwindigkeit dar.

Wesentliche Ergebnisse des Kapitels

Dieses Kapitel zeigt, wie die Bewegung eines Fahrzeuges auf Basis von Lidar-Messungen geschätzt werden kann. Der zweistufige Ansatz ist genauer als das in Kapitel 2 beschriebene Standardverfahren, da er die Fahrzeugkinematik berücksichtigt. Der Ansatz ist zudem zuverlässiger, da für die Messung der Relativbewegung ein nichtparametrisches Objektdatenmodell verwendet wird, das bei geringem Messrauschen unempfindlich gegenüber Teilverdeckungen des Fahrzeuges ist. In der ersten Stufe werden die Translation und die Rotation zwischen zwei Frames mit dem Prokrustes-Algorithmus geschätzt. Die hierfür benötigten Punktkorrespondenzen können mit dem iterativen ICP-Algorithmus gefunden werden, der zwar schnell ist, jedoch gute Startparameter benötigt. Eine nicht-iterative Alternative ist der rechenaufwendige PGM-Algorithmus, der die geometrische Struktur explizit berücksichtigt.

Die Bewegung eines Fahrzeuges wird durch die befahrene Bahn und die Bahngeschwindigkeit v vollständig beschrieben, wobei die Klothoide und ihre Spezialfälle Gerade und Kreis gut geeignete Modelle der Bahn sind. Deshalb werden in der zweiten Stufe des Ansatzes aus der Folge von Translationen und Rotationen die

Geschwindigkeit v und die Parameter dieser drei Bahnmodelle ermittelt. Da den Messungen in der Praxis Rauschen überlagert ist, wird mit dem BIC-Kriterium das „beste“ Bewegungsmodell gewählt. Diese Vorgehensweise setzt voraus, dass die Parameter konstant sind, und ist deshalb ausschließlich zur Beschreibung kurzer Datensequenzen gut geeignet.

In der Praxis sind die Bewegungsparameter eines Fahrzeuges zeitlich veränderlich. Deshalb werden die Parameter eines linearisierten Klothoidenmodells mit einem Kalman-Filter rekursiv geschätzt. Eine Simulation zeigt, dass mit diesem Modell aufgrund der angepassten Systemdynamik die Bewegung eines Fahrzeuges genauer geschätzt werden kann als mit dem Modell konstanter Geschwindigkeit. Somit kann die Lidar-Signalverarbeitung zu einer vollständigen Bewegungsschätzung erweitert werden. Erste Ergebnisse dieses Kapitels wurden in [Grö06] veröffentlicht.

6 Zusammenfassung

Ein Ziel der vorliegenden Arbeit bestand darin, bestehende Ansätze zur Abstandsschätzung auf Basis von Lidar-Messungen zu verbessern. Ausgehend von einer statistischen Modellierung der einzelnen Messung und einer deterministischen Modellierung des Scanvorgangs wurden neue Verfahren entwickelt, die den statistischen Abstandsfehler minimieren und den deterministischen Abstandsfehler vollständig beseitigen. Ein weiteres Ziel der Arbeit bestand in der Erweiterung der Lidar-Signalverarbeitung von einer vollständigen Abstands- und rudimentären Bewegungsschätzung zu einer vollständigen Bewegungsschätzung. Im Gegensatz zu Standardansätzen wurde dabei die Einspurkinematik von Fahrzeugen berücksichtigt und die Relativbewegung mit Hilfe eines nichtparametrischen Objektdatenmodells gemessen.

In **Kapitel 2** wurde die Mehrzielverfolgung mit einer neuartigen mengenbasierten Schreibweise dargestellt, die einen vereinfachten Zugang zu dieser Problematik eröffnet. Die aus der Literatur bekannten Ansätze zur Lidar-Signalverarbeitung wurden hinsichtlich ihrer Eignung für Fahrzeuge bewertet, und es wurden Empfehlungen für den Entwurf von Algorithmen ausgesprochen. Diese Empfehlungen wurden in einem Rechnerprogramm umgesetzt und erfolgreich auf realen Lidar-Messungen getestet, so dass die Funktionsfähigkeit des gewählten Ansatzes nachgewiesen werden konnte. Es wurde festgestellt, dass der Datenassoziationsschritt den höchsten Rechenzeitbedarf hat.

In **Kapitel 3** wurde untersucht, wie die Abstandsschätzung für ein Fahrzeug mit Hilfe statistischer Methoden verbessert werden kann. Hierzu wurde ein statistisches Sensormodell formuliert, das durch das physikalische Messprinzip des Laserscanners motiviert ist. Von diesem Sensormodell wurde ein ML-Geradenschätzer abgeleitet, wobei ein Geradenabschnitt als einfaches Modell des Fahrzeughecks bzw. der -seite verwendet wurde. Die Statistik des ML-Schätzers und des LS-Geradenschätzers wurden analysiert. Dabei wurde mit einer ausführlichen Beweisführung nachgewiesen, dass der LS-Schätzer unter den Modellannahmen i. Allg. asymptotisch biasbehaftet ist. Für den praktisch relevanten Spezialfall der symmetrischen Folgefahrt konnte jedoch gezeigt werden, dass die Schätzung der Steigung biasfrei und die Abstandsschätzung faktisch biasfrei ist. Der ML-Schätzer, der asymptotisch erwartungstreu und konsistent ist, ist im vorliegenden Fall ein nichtlinearer LS-Schätzer, für den Konfidenzintervalle bestimmt werden konnten. Weiterhin wurde bewiesen, dass der ML-Schätzer inva-

riant gegenüber einer Rotation des Koordinatensystems ist. Die statistischen Eigenschaften der Schätzer für endliche Messpunktzahlen wurden mit aufwendigen Großzahlexperimenten untersucht, die zeigten, dass die Implementierung des ML-Schätzers bereits nach durchschnittlich drei Iterationen konvergierte. Deshalb ist der Mehraufwand gegenüber dem LS-Schätzer gering.

In **Kapitel 4** wurde der deterministische Effekt, den eine Relativbewegung zwischen gescanntem Fahrzeug und Laserscanner auf die Lidar-Messungen hat, qualitativ erläutert und graphisch dargestellt. Mit einer Simulation wurde quantitativ nachgewiesen, dass der deterministische Abstandsfehler infolge dieses Motion-Scan-Effektes u. U. größer als der statistische Abstandsfehler ist. Für die Strecke als einfaches Modell des Fahrzeughecks bzw. der -front und der Fahrzeugseite konnte jedoch gezeigt werden, wie der Motion-Scan-Effekt vollständig kompensiert werden kann. Da hierzu die Identifikation aller Modellparameter erforderlich ist, wurde erläutert, wie praktisch relevantes Zusatzwissen die Parameteridentifikation stützt, was in vielen Fällen eine vollständige Kompensation des Motion-Scan-Effektes und somit eine fehlerfreie Abstandsbestimmung ermöglicht.

In **Kapitel 5** wurde untersucht, wie die Bewegung eines Fahrzeuges aus einer Lidar-Datensequenz bestimmt werden kann. Unter der Voraussetzung, dass das Messrauschen klein gegenüber der charakteristischen Fahrzeugform ist, konnte die Relativbewegung zwischen zwei Frames mit Hilfe eines nichtparametrischen Objektdatenmodells unempfindlich gegenüber Teilverdeckungen gemessen werden. Das Datenmodell verwendet die Messungen des vorausgegangenen Frames als Modell der sichtbaren Fahrzeugkontur. Die Relativbewegung wurde mit dem Prokrustes-Algorithmus geschätzt, wobei die Punktkorrespondenzen bekannt sein müssen. Für die Korrespondenzsuche wurde der iterative Optimierungsalgorithmus ICP mit einem nicht-iterativen probabilistischen Algorithmus aus der Mustererkennung verglichen. Der ICP-Algorithmus ist zwar schnell, benötigt jedoch eine gute Startschätzung. Im Vergleich dazu ist der probabilistische Mustererkennungsalgorithmus langsam. Er benötigt jedoch keine Startschätzung und berücksichtigt die geometrische Struktur der Messungen. Da die Punktkorrespondenzsuche mit beiden Algorithmen erfolgreich war, konnte die Folge der Relativbewegungen für die komplette Lidar-Datensequenz bestimmt werden.

Diese Folge wurde durch geeignete parametrische Modelle beschrieben. Ein gut geeignetes Modell zur Beschreibung der Bahn eines Fahrzeuges ist die Klothoide, die aus der Einspurkinematik folgt und ruckfreie Übergangskurven ermöglicht. Unter der Annahme konstanter Bahngeschwindigkeit und konstanter Bahnparameter wurde die Folge der Relativbewegungen durch eine Klothoide und ihre Spezialfälle Gerade und Kreis approximiert. Das „beste“ Modell konnte erfolgreich mit dem BIC-Modellwahlkriterium bestimmt werden. In der Praxis sind die Bewegungsparameter jedoch zeitvariant. Deshalb wurde ein linearisiertes Klothoiden-

modell formuliert, dessen Parameter mit einem Kalman-Filter rekursiv geschätzt wurden. Eine Simulation zeigte, dass die Bewegung mit dem linearisierten Klothoidenmodell genauer geschätzt wird als mit einem Standardansatz, dem das Modell konstanter Geschwindigkeit zugrunde liegt. Die beschriebene Bewegungsschätzung erweist sich somit als robuster und genauer als Standardansätze und erweitert die Lidar-Signalverarbeitung zu einer vollständigen Bewegungsschätzung.

Die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit sind:

1. Einführung einer neuartigen mengenbasierten Schreibweise zur Darstellung der Mehrzielverfolgung.
2. Entwurf einer Signalverarbeitung für die Mehrzielverfolgung, die erfolgreich auf realen Lidar-Messungen getestet wurde.
3. Formulierung eines ML-Schätzers, der den statistischen Fehler bei der Abstandsschätzung minimiert, invariant gegenüber einer Rotation des Koordinatensystems ist und im Schnitt bereits nach drei Iterationen konvergiert.
4. Nachweis, dass im Spezialfall der symmetrischen Folgefahrt der LS-Schätzer für die Steigung biasfrei und der LS-Schätzer für den Abstand faktisch biasfrei ist.
5. Nachweis, dass deterministische Parameterfehler infolge einer Relativbewegung zwischen gescanntem Fahrzeug und Laserscanner (Motion-Scan-Effekt) größer als die statistischen Schätzfehler infolge des stochastischen Messrauschens sein können.
6. Qualitative und quantitative Beschreibung des Motion-Scan-Effektes.
7. Vollständige Kompensation des Motion-Scan-Effektes für ein einfaches Modell der Fahrzeugkontur und -bewegung.
8. Detaillierte Untersuchung von Zusatzwissen, das die Parameteridentifikation und Kompensation stützt bzw. für die Fahrzeugseite erst ermöglicht.
9. Genaue Bewegungsschätzung auf Basis von Lidar-Messungen durch ein fahrzeugangepasstes Dynamikmodell.
10. Robuste Bewegungsschätzung durch Verwendung eines nichtparametrischen Objektdatenmodells.

A Anhang

A.1 Anhang zu Kapitel 3

A.1.1 Beweis von Theorem 3.1

Dieser Abschnitt beweist die in Theorem 3.1 gegebene Formel (3.13) für den asymptotischen Bias des LS-Schätzers. Zunächst wird der Schätzer in den wahren Parametervektor θ und den Schätzer des Schätzfehlers $\Delta\hat{\theta}_{\text{LS}}$ aufgetrennt:

$$\begin{aligned}
 \hat{\theta}_{\text{LS}} &= (x + \Delta x \ 1_n)^+ \cdot (y + \Delta y) \\
 &= (x + \Delta x \ 1_n)^+ \cdot (\theta_1 x + \theta_2 1_n + (\theta_1 \Delta x - \theta_1 \Delta x) + \Delta y) \\
 &= (x + \Delta x \ 1_n)^+ \cdot ((x + \Delta x \ 1_n) \theta + \Delta y - \theta_1 \Delta x) \\
 &= \theta + (x + \Delta x \ 1_n)^+ \cdot (\Delta y - \theta_1 \Delta x) \\
 &= \theta + \Delta\hat{\theta}_{\text{LS}}.
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Dabei ist $\theta = (\theta_1, \theta_2)^T$, und A^+ bezeichnet die Pseudoinverse der Matrix A .

Die Messungen werden k -mal für das gleiche Strahlbündel durchgeführt, d. h. $\varphi_i^k = \varphi_i, \forall k$. Im Folgenden werden die Abkürzungen $c = (\cos \varphi_1, \dots, \cos \varphi_n)^T$, $s = (\sin \varphi_1, \dots, \sin \varphi_n)^T$ und $\Delta r_i = (\Delta r_{i,1}, \dots, \Delta r_{i,n})^T$ verwendet. Das elementweise Produkt (Hadamard-Produkt) zweier Matrizen oder Vektoren wird durch den Operator \circ dargestellt.

Da die Residuen $\Delta r_{i,j}$ stochastisch unabhängig sind ergibt sich mit Kolmogorows starkem Gesetz großer Zahlen

$$\begin{aligned}
 \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \frac{(c \circ \Delta r_i)^T (s \circ \Delta r_i)}{k} &= c^T \sum_{j=1}^n \left(\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \frac{(\Delta r_{i,j})^2}{k} \right) s = \sigma_r^2 c^T s \quad \text{f. s.}, \\
 \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \frac{x^T (c \circ \Delta r_i)}{k} &= \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \frac{x^T (s \circ \Delta r_i)}{k} = 0 \quad \text{f. s.}, \\
 \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \frac{(c \circ \Delta r_i)^T 1_n}{k} &= \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \frac{(s \circ \Delta r_i)^T 1_n}{k} = 0 \quad \text{f. s.}
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Dabei steht f. s. für fast sichere Konvergenz, d. h. Konvergenz mit Wahrscheinlichkeit Eins [Mül70]. Der Schätzer $\Delta\hat{\theta}_{\text{LS}}$ kann ausgeschrieben werden als

$$\begin{aligned} \Delta\hat{\theta}_{\text{LS}}(k) &= \left(\frac{1}{k} \begin{pmatrix} x - s \circ \Delta\mathbf{r}_1 & 1_n \\ \vdots & \vdots \\ x - s \circ \Delta\mathbf{r}_k & 1_n \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x - s \circ \Delta\mathbf{r}_1 & 1_n \\ \vdots & \vdots \\ x - s \circ \Delta\mathbf{r}_k & 1_n \end{pmatrix} \right)^{-1} \\ &\quad \times \frac{1}{k} \begin{pmatrix} x - s \circ \Delta\mathbf{r}_1 & 1_n \\ \vdots & \vdots \\ x - s \circ \Delta\mathbf{r}_k & 1_n \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} c \circ \Delta\mathbf{r}_1 + \theta_1 s \circ \Delta\mathbf{r}_1 \\ \vdots \\ c \circ \Delta\mathbf{r}_k + \theta_1 s \circ \Delta\mathbf{r}_k \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Der Grenzwert dieser Folge wird mit Gl. (A.2) und durch Vertauschen der Reihenfolge des Grenzwertübergangs mit den Operationen Summation, Produktbildung sowie Matrixinversion bestimmt. Vertauschen ist möglich, da die Wahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsgröße \mathbf{r} stetig ist, die Summation und die Produktbildung stetige Abbildungen sind und die Matrixinversion mit Wahrscheinlichkeit Eins eine stetige Abbildung ist. Letzteres gilt, da die Menge der singulären Matrizen der ersten Baire-Kategorie [Sch64] angehört.¹

Für den Grenzübergang $k \rightarrow \infty$ ergibt sich der asymptotische Schätzfehler zu

$$\begin{aligned} &\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta\hat{\theta}_{\text{LS}}(k) \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{k} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^k \|x\|_2^2 - 2x^T(s \circ \Delta\mathbf{r}_i) + \|s \circ \Delta\mathbf{r}_i\|_2^2 & \sum_{i=1}^k x^T 1_n - (s \circ \Delta\mathbf{r}_i)^T 1_n \\ \sum_{i=1}^k x^T 1_n - (s \circ \Delta\mathbf{r}_i)^T 1_n & k n \end{pmatrix} \right)^{-1} \\ &\quad \times \frac{1}{k} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^k x^T(c \circ \Delta\mathbf{r}_i) + \theta_1 x^T(s \circ \Delta\mathbf{r}_i) - (s \circ \Delta\mathbf{r}_i)^T(c \circ \Delta\mathbf{r}_i) - \theta_1 \|s \circ \Delta\mathbf{r}_i\|_2^2 \\ \sum_{i=1}^k (c \circ \Delta\mathbf{r}_i)^T 1_n + \theta_1 (s \circ \Delta\mathbf{r}_i)^T 1_n \end{pmatrix} \\ &= \frac{\begin{pmatrix} n & -x^T 1_n \\ -x^T 1_n & x^T x + s^T s \sigma_{\mathbf{r}}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -(c^T s + \theta_1 s^T s) \sigma_{\mathbf{r}}^2 \\ 0 \end{pmatrix}}{n(x^T x + s^T s \sigma_{\mathbf{r}}^2) - (x^T 1_n)^2} \quad \text{f. s.} \\ &= -\sigma_{\mathbf{r}}^2 (c^T s + \theta_1 s^T s) \begin{pmatrix} \frac{n}{n(x^T x + s^T s \sigma_{\mathbf{r}}^2) - (x^T 1_n)^2} \\ -x^T 1_n \\ \frac{-x^T 1_n}{n(x^T x + s^T s \sigma_{\mathbf{r}}^2) - (x^T 1_n)^2} \end{pmatrix} \quad \text{f. s.} \end{aligned}$$

¹Die Menge der singulären Matrizen als Teilmenge des $\mathbb{R}^{n \times n}$ heißt von erster Baire-Kategorie oder mager, da es in jeder ε -Umgebung einer singulären Matrix, $\varepsilon > 0$, eine reguläre Matrix gibt.

$$\begin{aligned}
&= -\sigma_r^2 \frac{c^T s + \theta_1 s^T s}{x^T x - \frac{1}{n} x^T \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T x + \sigma_r^2 s^T s} \begin{pmatrix} 1 \\ -\bar{x} \end{pmatrix} \quad \text{f. s.} \\
&= \sigma_r^2 \frac{c^T s + \theta_1 s^T s}{x^T Z_n x + \sigma_r^2 s^T s} \begin{pmatrix} -1 \\ \bar{x} \end{pmatrix} \quad \text{f. s.} \tag{A.4}
\end{aligned}$$

mit $Z_n = I_n - \frac{1}{n} \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T$. □

A.1.2 Beweis von Theorem 3.2

Aus der Symmetrie und der Tatsache, dass die x_i und y_i unabhängig identisch normalverteilt um ihre wahren Werte μ_{x_i} und μ_{y_i} sind, folgt, dass die zwei Realisierungen (x, y) und $(-x, y)$ mit den Abkürzungen $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ und $y = (y_1, \dots, y_n)^T$ gleichwahrscheinlich sind. Ist $\hat{\theta}_1$ die Schätzung der ersten Realisierung, so ist $-\hat{\theta}_1$ die Schätzung der zweiten. Werden alle Realisierungen und ihre gleichwahrscheinlichen Gegenstücke bzw. alle Schätzungen und ihre gleichwahrscheinlichen Entsprechungen mit negativem Vorzeichen berücksichtigt, ergibt sich

$$E\left\{\hat{\theta}_{\text{LS},1}\right\} = 0. \tag{A.5}$$

Für den Fall, dass nur die zwei Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) mit

$$x_1 = -(r + \Delta r_1) \sin \varphi, \quad y_1 = (r + \Delta r_1) \cos \varphi, \tag{A.6a}$$

$$x_2 = (r + \Delta r_2) \sin \varphi, \quad y_2 = (r + \Delta r_2) \cos \varphi \tag{A.6b}$$

gegeben sind, wird gezeigt, dass der Schätzer $\hat{\theta}_{\text{LS},2}$ biasbehaftet ist (vgl. Bild 3.2). Die Schätzung $\hat{\theta}_2$ ist mit $\theta_2 = r \cos \varphi$ gegeben durch

$$\begin{aligned}
\hat{\theta}_2 &= \frac{x_2 y_1 - x_1 y_2}{x_2 - x_1} = \frac{(r^2 + r(\Delta r_1 + \Delta r_2) + \Delta r_1 \Delta r_2) \cos \varphi}{r + \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2}} \\
&= r \cos \varphi + \frac{\frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2} r + \Delta r_1 \Delta r_2}{r + \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2}} \cos \varphi \\
&= \theta_2 + \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2} \cos \varphi - \frac{\left(\frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2}\right)^2 - \Delta r_1 \Delta r_2}{r + \frac{\Delta r_1 + \Delta r_2}{2}} \cos \varphi \neq \theta_2. \tag{A.7}
\end{aligned}$$

Es werden die folgenden Annahmen gemacht:

- Der Abstand r ist viel größer als die Abweichungen Δr_1 und Δr_2 , d. h. $r \gg \Delta r_1 + \Delta r_2$,
- Die Verteilung der Fehler ist mittelwertfrei, $E\{\Delta \mathbf{r}_i\} = 0$.
- Die Fehler sind unkorreliert, $E\{\Delta \mathbf{r}_1 \Delta \mathbf{r}_2\} = 0$, und haben gleiche Varianz $E\{(\Delta \mathbf{r}_i)^2\} = \sigma_r^2$.

Bei der Berechnung des Erwartungswertes von $\hat{\theta}_2$ in Gl. (A.7) verschwindet der zweite Term wegen der zweiten Annahme, der Zähler des dritten Terms vereinfacht sich zu $\sigma_r^2/2$ infolge der dritten Annahme und der Nenner des dritten Terms wird aufgrund der ersten Annahme gleich r . Somit ergibt sich mit $\theta_2 = r \cos \varphi$

$$E\{\hat{\theta}_{\text{LS},2} - \theta_2\} = -\frac{\sigma_r^2}{2r} \cos \varphi = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 \theta_2, \quad (\text{A.8})$$

wobei σ_r/r der Variationskoeffizient ist. Da der Bias negativ ist, wird die Gerade im Mittel näher geschätzt, als sie ist.

Diese Betrachtung kann verallgemeinert werden auf mehr als zwei Punkte, was zu den Schlussfolgerungen in Theorem 3.2 führt. \square

A.1.3 Beweis von Theorem 3.3

Die Transformation der Daten und Parameter von Koordinatensystem A nach B ist gegeben durch

$$y^A = \theta_1^A x^A + \theta_2^A, \quad (\text{A.9a})$$

$$r_i^B = r_i^A \equiv r_i, \quad (\text{A.9b})$$

$$\varphi_i^B = \varphi_i^A - \alpha \equiv \varphi_i - \alpha, \quad (\text{A.9c})$$

$$\theta_1^B = \tan(\arctan \theta_1^A - \alpha), \quad (\text{A.9d})$$

$$\theta_2^B = \theta_2^A (\cos \alpha - \tan(\arctan \theta_1^A - \alpha) \sin \alpha). \quad (\text{A.9e})$$

Da $r_i^B = r_i^A$ und $l(r; \theta_1, \theta_2) = l(\text{res})$ (Log-Likelihood-Funktion (3.10b)) gelten, genügt es zu zeigen, dass die Residuen res_i invariant gegenüber Rotation des Koordinatensystems sind. Mit den Abkürzungen $c_i = \cos \varphi_i^A$ und $s_i = \sin \varphi_i^A$ und den

trigonometrischen Identitäten [Bro97]

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}, \quad (\text{A.10a})$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad (\text{A.10b})$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \quad (\text{A.10c})$$

ergibt sich die Aussage des Theorems:

$$\begin{aligned} \text{res}_i^B &= \frac{\theta_2^B}{\sin \varphi_i^B - \theta_1^B \cos \varphi_i^B} - r_i \\ &= \frac{\theta_2^A (\cos \alpha - \tan(\arctan \theta_1^A - \alpha) \sin \alpha)}{\sin(\varphi_i^A - \alpha) - \tan(\arctan \theta_1^A - \alpha) \cos(\varphi_i^A - \alpha)} - r_i \\ &= \frac{\theta_2^A (\cos \alpha - \frac{\theta_1^A - \tan \alpha}{1 + \theta_1^A \tan \alpha} \sin \alpha)}{s_i \cos \alpha - c_i \sin \alpha - \frac{\theta_1^A - \tan \alpha}{1 + \theta_1^A \tan \alpha} (c_i \cos \alpha + s_i \sin \alpha)} - r_i \\ &= \frac{\theta_2^A (\cos \alpha + \tan \alpha \sin \alpha + \theta_1^A (\cos \alpha \tan \alpha - \sin \alpha))}{s_i \cos \alpha + s_i \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} + \theta_1^A \left(s_i \sin \alpha - c_i \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} - c_i \cos \alpha - s_i \sin \alpha \right)} - r_i \\ &= \frac{\theta_2^A}{\sin \varphi_i^A - \theta_1^A \cos \varphi_i^A} - r_i = \text{res}_i^A. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

□

A.2 Anhang zu Kapitel 4

A.2.1 Formeln zu Tabelle 4.1

Die Formeln, die Tabelle 4.1 zugrunde liegen, werden vom zeitlichen Verlauf des Scanwinkels $\varphi(t)$ und der Bewegung der Strecke abgeleitet, die durch $y(t)$ gegeben ist (mit $\dot{\varphi} = \Delta\varphi/\Delta t$):

$$\varphi(t) = \varphi_{t_F} + \dot{\varphi} \cdot (t - t_F), \quad (\text{A.12a})$$

$$y(t) = d_{t_F} + v_{\text{rel}} \cdot (t - t_F). \quad (\text{A.12b})$$

Der zeitkontinuierliche Scan der Strecke, der in Bild 4.4 dargestellt ist, beginnt zum Zeitpunkt t_B , wenn der Scanstrahl zum ersten Mal die rechte Ecke des Fahr-

zeuges im Punkt $(b/2, y(t_B))$ trifft:

$$\varphi(t_B) = -\arctan\left(\frac{b/2}{y(t_B)}\right). \quad (\text{A.13a})$$

Der Scan des Fahrzeuges endet zum Zeitpunkt t_E , wenn der Scanstrahl die linke Ecke im Punkt $(-b/2, y(t_E))$ trifft:

$$\varphi(t_E) = -\arctan\left(\frac{-b/2}{y(t_E)}\right) = \arctan\left(\frac{b/2}{y(t_E)}\right). \quad (\text{A.13b})$$

Die LS-Schätzung des Abstandes d , des Steuerkurswinkels ψ und der Breite b werden für die n Messungen $(x_i, y_i)^T$ berechnet, die zwischen den Zeitpunkten t_B and t_E aufgenommen werden ($(\cdot)^+$ bezeichnet die Matrix-Pseudoinverse):

$$\begin{pmatrix} \tilde{d} \\ \tan \tilde{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}^+ \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad (\text{A.14a})$$

$$\tilde{b} = \left\| \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (\text{A.14b})$$

Die Schätzfehler werden als Differenz von LS-Schätzung und Nominalwert angegeben, z. B. $\Delta\tilde{d} = \tilde{d} - d_{t_F}$. Gl. (A.14) kann für kleine Relativgeschwindigkeiten linearisiert werden, womit sich einfache Formeln für die Fehler ergeben:

$$\Delta\tilde{d} \approx -v_{\text{rel}} \left(t_F - \frac{t_B + t_E}{2} \right), \quad (\text{A.15a})$$

$$\Delta\tilde{\psi} \approx -\arctan\left(\frac{v_{\text{rel}}(t_E - t_B)}{b}\right), \quad (\text{A.15b})$$

$$\Delta\tilde{b} \approx \left(\frac{1}{\cos \Delta\tilde{\psi}} - 1 \right) \cdot b. \quad (\text{A.15c})$$

A.2.2 Formeln zu Tabelle 4.2

Die Formeln stimmen mit Ausnahme der Position der Fahrzeugecken mit den Formeln aus Abschnitt A.2.1 überein. Die Ecken sind um die Spurbreite $w = 3,2$ m versetzt und befinden sich bei $(-w + b/2, y(t))$ und $(-w - b/2, y(t))$. Damit ergibt sich für die Zeitpunkte t_B und t_E

$$\varphi(t_S) = \arctan\left(\frac{w - b/2}{y(t_B)}\right), \quad \varphi(t_E) = \arctan\left(\frac{w + b/2}{y(t_E)}\right). \quad (\text{A.16})$$

Der Steuerkurswinkel ψ und die Breite b werden mit den Gleichungen (A.14a) bzw. (A.14b) berechnet. Bei der Berechnung des Abstandes d muss der Versatz berücksichtigt werden:

$$\tilde{d}_{\text{correct}} = \tilde{d} - w \cdot \tan \tilde{\psi}. \quad (\text{A.17})$$

A.2.3 Streckenmodell von Fahrzeugheck und -front

Aufgrund der in Abschnitt 4.3.1 getroffenen Annahmen verlaufen das Fahrzeugheck und die -front senkrecht zum momentanen Geschwindigkeitsvektor (vgl. Bild 4.2). Somit gilt

$$m = \tan \psi. \quad (\text{A.18})$$

Jeder Punkt der Linie muss Gl. (4.5) zu jedem Zeitpunkt $t \in [t_B, t_E]$ erfüllen. Die Mitte des Hecks bzw. der Front bietet sich jedoch als Bezugspunkt für die Modellierung der Strecke an:

$$y_c(t) = m x_c(t) + c(t); \quad t \in [t_B, t_E]. \quad (\text{A.19})$$

Wird m mit Gl. (A.18) ersetzt und Gl. (4.3) mit der Transformation (4.4) verwendet, ergibt sich

$$\begin{aligned} c(t) &= y_{c.t_F} + (v \cos \psi - v_s)(t - t_F) - \tan \psi (x_{c.t_F} - v \sin \psi (t - t_F)) \\ &= -\tan \psi x_{c.t_F} + y_{c.t_F} + \underbrace{(v (\cos \psi + \tan \psi \sin \psi) - v_s)}_{=1/\cos \psi} (t - t_F). \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Einsetzen der Gl. (A.20) in Gl. (4.5) liefert das zeitvariante Streckenmodell

$$y = \tan \psi (x - x_{c.t_F}) + y_{c.t_F} + \left(\frac{v}{\cos \psi} - v_s \right) (t - t_F). \quad (\text{A.21a})$$

Sofern beide Ecken sichtbar sind, kann mit Gl. (4.8b) die Fahrzeugbreite b bestimmt werden. Wenn jedoch nur eine Ecke sichtbar und zusätzlich die Position der Mitte bekannt ist, ist die Breite b durch den doppelten Abstand zwischen Mitte und sichtbarer Ecke ($t_* \in \{t_B, t_E\}$) gegeben:

$$b = 2 \left\| \begin{pmatrix} x_{c.t_F} \\ y_{c.t_F} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x(t_*) - v \sin \psi (t_F - t_*) \\ y(t_*) + (v \cos \psi - v_s) (t_F - t_*) \end{pmatrix} \right\|_2. \quad (\text{A.21b})$$

A.2.4 Streckenmodell der Fahrzeugseite

Das Modell der Fahrzeugseite wird analog zum Modell (4.5) des Fahrzeughecks abgeleitet. Mit den Bezeichnungen aus Bild 4.5 ergibt sich für die Strecke

$$y_d(t) = m^* x_d(t) + c^*(t) \quad \text{mit } m^* = \tan \psi^*. \quad (\text{A.22})$$

Aus den in Abschnitt 4.3.1 gegebenen Gründen wird die Bewegung als lineare Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit v und konstantem Steuerkurswinkel ψ^* modelliert, womit

$$x_d(t) = x_{d.t_B} + v \cos \psi^* (t - t_B), \quad (\text{A.23a})$$

$$y_d(t) = y_{d.t_B} + (v \sin \psi^* - v_s) (t - t_B) \quad (\text{A.23b})$$

folgt. Die Startwerte können mit Hilfe von Gl. (4.4) von der Bezugszeit t_B auf die Bezugszeit t_F transformiert werden. Die Kombination der Gleichungen (A.22) und (A.23) liefert

$$\begin{aligned} c^*(t) &= y_{d.t_F} + (v \sin \psi^* - v_s) (t - t_F) - \tan \psi^* (x_{d.t_F} + v \cos \psi^* (t - t_F)) \\ &= -\tan \psi^* x_{d.t_F} + y_{d.t_F} - v_s (t - t_F). \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Einsetzen von Gl. (A.24) in Gl. (A.22) ergibt das zeitvariante Streckenmodell

$$y = \tan \psi^* (x - x_{d.t_F}) + y_{d.t_F} - v_s (t - t_F). \quad (\text{A.25})$$

Wenn beide Ecken sichtbar sind, kann mit Gl. (4.12b) die Fahrzeuglänge l bestimmt werden.

A.3 Anhang zu Kapitel 5

A.3.1 Formulierung der Klothoide mit Fresnel-Integralen

Die Integrale (5.16b) und (5.16c) lassen sich mit den Fresnel-Integralen $C(\cdot)$ und $S(\cdot)$ schreiben als

$$\begin{aligned} x^*(t) &= \frac{1}{v} \int_{\tau=0}^t \cos \left(\frac{1}{2} \kappa' v^2 \tau^2 + \kappa_0 v \tau \right) d\tau \quad (\text{A.26a}) \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{|\kappa'|}} \left(\cos \left(\frac{\kappa_0^2}{2|\kappa'|} \right) \left(C \left(\frac{|\kappa'| v t + \text{sgn}(\kappa') \kappa_0}{\sqrt{\pi |\kappa'|}} \right) - C \left(\text{sgn}(\kappa') \frac{\kappa_0}{\sqrt{\pi |\kappa'|}} \right) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sin\left(\frac{\kappa_0^2}{2|\kappa'|}\right) \left(S\left(\frac{|\kappa'|vt + \operatorname{sgn}(\kappa')\kappa_0}{\sqrt{\pi|\kappa'|}}\right) - S\left(\operatorname{sgn}(\kappa')\frac{\kappa_0}{\sqrt{\pi|\kappa'|}}\right) \right), \\
y^*(t) &= \frac{1}{v} \int_{\tau=0}^t \sin\left(\frac{1}{2}\kappa'v^2\tau^2 + \kappa_0v\tau\right) d\tau \quad (\text{A.26b}) \\
&= \operatorname{sgn}(\kappa')\sqrt{\frac{\pi}{|\kappa'|}} \left(\cos\left(\frac{\kappa_0^2}{2|\kappa'|}\right) \left(S\left(\frac{|\kappa'|vt + \operatorname{sgn}(\kappa')\kappa_0}{\sqrt{\pi|\kappa'|}}\right) - S\left(\operatorname{sgn}(\kappa')\frac{\kappa_0}{\sqrt{\pi|\kappa'|}}\right) \right) \right. \\
&\quad \left. - \sin\left(\frac{\kappa_0^2}{2|\kappa'|}\right) \left(C\left(\frac{|\kappa'|vt + \operatorname{sgn}(\kappa')\kappa_0}{\sqrt{\pi|\kappa'|}}\right) - C\left(\operatorname{sgn}(\kappa')\frac{\kappa_0}{\sqrt{\pi|\kappa'|}}\right) \right) \right).
\end{aligned}$$

A.3.2 Grenzübergang von Klothoide zu Kreis

Mit der asymptotischen Entwicklung der Fresnel-Integrale [Abr72]

$$C(u) \approx 0,5 + \frac{1}{\pi u} \sin\left(\frac{\pi u^2}{2}\right), \quad S(u) \approx 0,5 - \frac{1}{\pi u} \cos\left(\frac{\pi u^2}{2}\right) \quad (\text{A.27})$$

für $u \gg 1$ wird für die x -Koordinate gezeigt, dass die Klothoidenformel (5.16b) für den rechtsseitigen Grenzwertübergang $\kappa' \rightarrow 0+$ (mit $\psi_0 = 0$ und $x_0 = 0$) in die Kreisformel (5.14b) übergeht:

$$\begin{aligned}
& \lim_{\kappa' \rightarrow 0+} \sqrt{\frac{\pi}{\kappa'}} \left(\cos\left(\frac{\kappa_0^2}{2\kappa'}\right) \left(\frac{\sqrt{\pi\kappa'}}{\pi(\kappa'vt + \kappa_0)} \sin\left(\frac{(\kappa'vt + \kappa_0)^2}{2\kappa'}\right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{\sqrt{\pi\kappa'}}{\pi\kappa_0} \sin\left(\frac{\kappa_0^2}{2\kappa'}\right) \right) + \sin\left(\frac{\kappa_0^2}{2\kappa'}\right) \left(-\frac{\sqrt{\pi\kappa'}}{\pi(\kappa'vt + \kappa_0)} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. \times \cos\left(\frac{(\kappa'vt + \kappa_0)^2}{2\kappa'}\right) + \frac{\sqrt{\pi\kappa'}}{\pi\kappa_0} \cos\left(\frac{\kappa_0^2}{2\kappa'}\right) \right) \right) \quad (\text{A.28a})
\end{aligned}$$

$$= \lim_{\kappa' \rightarrow 0+} -\frac{1}{\kappa'vt + \kappa_0} \sin\left(-\frac{(\kappa'vt)^2 + 2\kappa'vt\kappa_0}{2\kappa'}\right) \quad (\text{A.28b})$$

$$= \frac{1}{\kappa_0} \sin(\kappa_0vt). \quad (\text{A.28c})$$

Analog kann für die y -Koordinate gezeigt werden, dass aus Gl. (5.16c) für $\kappa' \rightarrow 0+$ Gl. (5.14c) folgt. Somit ergibt sich insgesamt, dass die Klothoide für verschwindende Krümmungsänderung κ' bzw. konstante Krümmung κ in einen Kreis übergeht.

Literaturverzeichnis

- [Abr72] M. ABRAMOWITZ and I. A. STEGUN (editors): *Handbook of mathematical functions*. Dover Publications, New York, 1972.
- [Ada99] M. D. ADAMS: *Sensor modelling, design and data processing for autonomous navigation*. World Scientific, Singapore, 1999.
- [Ada00] M. D. ADAMS: *Lidar design, use, and calibration concepts for correct environmental detection*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 16(6):753–761, 2000.
- [Ada02] M. D. ADAMS: *Coaxial range measurements – current trends for mobile robot applications*. IEEE Sensors Journal, 2(1):2–13, 2002.
- [Als72] D. L. ALSPACH and H. W. SORENSON: *Nonlinear Bayesian estimation using Gaussian sum approximation*. IEEE Transactions on Automatic Control, 17(4):439–448, 1972.
- [Aru02] M. S. ARULAMPALAM, S. MASKELL, N. GORDON, and T. CLAPP: *A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking*. IEEE Transactions on Signal Processing, 50(2):174–188, 2002.
- [Bal94] P. BALLARD and F. VACHERAND: *Simulation and understanding of range images acquired in fast motion*. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation 1994*, volume 3, pages 2242–2247. 1994.
- [Bam89] R. BAMLER: *Mehrdimensionale lineare Systeme*. Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [Bär01] C. BÄR: *Elementare Differentialgeometrie*. De Gruyter, Berlin, 2001.
- [Bel02] O. R. P. BELLON and L. SILVA: *New improvements to range image segmentation by edge detection*. IEEE Signal Processing Letters, 9(2):43–45, 2002.
- [Bes92] P. J. BESL and N. D. MCKAY: *A method for registration of 3-D shapes*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 14(2):239–256, 1992.

- [Bey99] J. BEYERER: *Verfahren zur quantitativen statistischen Bewertung von Zusatzwissen in der Meßtechnik*, Band 783 der Reihe *Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Meß-, Steuerungs- und Regelungstechnik*. VDI Verlag, Düsseldorf, 1999.
- [Bla99] S. BLACKMAN and R. POPOLI: *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Artech House, Boston, 1999.
- [Bla04] F. BLAIS, M. PICARD, and G. GODIN: *Accurate 3D acquisition of freely moving objects*. In *Proceedings of the 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission*, pages 422–429. 2004.
- [Bre83] G. BRETTHAUER: *Identifikation rückgekoppelter Mehrgrößensysteme im Frequenzbereich – Einheitliche Darstellung und Vergleich der Verfahren*. Habilitationsschrift, Technische Universität Dresden, 1983.
- [Bro97] I. N. BRONSTEIN und K. A. SEMENDJAJEW: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt a. M., 1997.
- [Bru04] D. BRUGGER, M. KOHL, B. WINZEK, and S. SCHMITZ: *Optical microscanner based on a SMA thin film composite*. In *Proceedings of the 9th International Conference on New Actuators*, pages 90–93, 2004.
- [Bru05] D. BRUGGER and A. KAPP: *Miniaturized laserscanner for automotive applications*. In *Proceedings of the 10th International Conference on the Commercialization of Micro and Nano Systems*, pages 655–658, 2005.
- [Bru06a] D. BRUGGER: *Mikroaktor für Laserscanner im Automobilbereich*. Dissertation, Universität Karlsruhe, 2006.
- [Bru06b] D. BRUGGER, M. KOHL, U. HOLLENBACH, A. KAPP, and C. STILLER: *Ferromagnetic shape memory microscanner system for automotive applications*. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 23:107–112, 2006.
- [BS00] Y. BAR-SHALOM and W. D. BLAIR: *Multitarget-Multisensor Tracking*, volume 3: Applications and Advances. Artech House, Boston, 2000.
- [Bun89] H. BUNKE and O. BUNKE (editors): *Nonlinear Regression, Functional Relations and Robust Methods: Statistical Methods of Model Building*, volume 2 of *Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics*. John Wiley & Sons, Chichester, 1989.

- [Cae06] T. S. CAETANO, T. CAELLI, D. SCHUURMANS, and D. A. C. BARONE: *Graphical models and point pattern matching*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 28(10):1646–1663, 2006.
- [Cra86] J. S. CRAMER: *Econometric applications of Maximum Likelihood Methods*. Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- [Cro99] F. CROSILLA: *Procrustes analysis and geodetic sciences*. Technical report, Universität Stuttgart, 1999.
- [Dem77] A. P. DEMPSTER, N. M. LAIRD, and D. B. RUBIN: *Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm*. Journal of the Royal Statistical Society, 39(1):1–38, 1977.
- [Dic92] E. D. DICKMANN and B. D. MYSLIWETZ: *Recursive 3-D road and relative ego-state recognition*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 14(2):199–213, 1992.
- [Dju03] P. M. DJURIĆ, J. H. KOTECHA, J. ZHANG, Y. HUANG, T. GHIRMAI, M. F. BUGALLO, and J. MÍGUEZ: *Particle filtering – A review of the theory and how it can be used for solving problems in wireless communications*. IEEE Signal Processing Magazine, 20(5):19–38, 2003.
- [Dou00] A. DOUCET, S. GODSILL, and C. ANDRIEU: *On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering*. Statistics and Computing, 10(3):197–208, 2000.
- [Dou01] A. DOUCET, N. DE FREITAS, and N. GORDON: *An Introduction to Sequential Monte Carlo Methods*. In A. DOUCET, N. DE FREITAS, and N. GORDON (editors): *Sequential Monte Carlo Methods in Practice*, pages 3–14. Springer-Verlag, New York, 2001.
- [Dud72] R. O. DUDA and P. E. HART: *Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures*. Communications of the ACM, 15(1):11–15, 1972.
- [Egg97] D. W. EGGERT, A. LORUSSO, and R. B. FISHER: *Estimating 3-D rigid body transformations: A comparison of four major algorithms*. Machine Vision and Applications, 9:272–290, 1997.
- [For83] T. E. FORTMANN, Y. BAR-SHALOM, and M. SCHEFFE: *Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 8(3):173–184, 1983.

- [Fra80] G. F. FRANKLIN and J. D. POWELL: *Digital control of dynamic systems*. Addison-Wesley, Reading, 1980.
- [Gal87] A. R. GALLANT: *Nonlinear Statistical Models*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [Gan04] W. GANDER and J. HŘEBÍČEK: *Solving problems in scientific computing using Maple and MATLAB*. Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- [Gil05] K. GILHOLM and D. SALMOND: *Spatial distribution model for tracking extended objects*. In *IEE Proceedings of Radar, Sonar and Navigation*, volume 152, pages 364–371. 2005.
- [Goe00] H. GOERSCH: *Handbuch für Augenoptik*. Carl Zeiss Oberkochen, Oberkochen, 2000.
- [Gol90] G. H. GOLUB and C. F. VAN LOAN: *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, Baltimore, 1990.
- [Goo97] I. R. GOODMAN, R. P. S. MAHLER, and H. T. NGUYEN: *Mathematics of Data Fusion*, volume 37 of *Series B: Mathematical and Statistical Methods*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.
- [Grä04] G. GRÄFE und H. HEISTER: *Kinematische Erfassung des Straßenraumes mit Hilfe von Laserscannern*. In: V. SCHWIEGER (Herausgeber): *Kinematische Messmethoden „Vermessung in Bewegung“*, Band 45 der *Schriftenreihe DVW*, Seiten 245–263. Wißner-Verlag, Augsburg, 2004.
- [Grö96] L. GRÖLL und O. JANDA: *Analytische Zugänge für die bakengestützte Positionsbestimmung automatisch geführter Fahrzeuge*. In: *GMA-Kongress '96: Mess- und Automatisierungstechnik Kongress*, Band 1282 der Reihe *VDI-Berichte*, Seiten 377–386. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1996.
- [Grö06] L. GRÖLL und A. KAPP: *Schätzung von Bewegungsparametern aus einer Folge von Lidar-Daten*. In: *Tagung des GMA FA 1.30*, Seiten 135–151. Universität des Saarlandes, Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik, 2006.
- [Grö07] L. GRÖLL and A. KAPP: *Effect of fast motion on range images acquired by lidar scanners for automotive applications*. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(6):2945–2953, 2007.

- [Grü04] P. D. GRÜNWARD, I. J. MYUNG, and M. A. PITTS (editors): *Advances in Minimum Description Length: Theory and Applications*. MIT Press, Cambridge, 2004.
- [Gus02] F. GUSTAFSSON, F. GUNNARSSON, N. BERMAN, U. FORSELL, J. JANSSON, R. KARLSSON, and P.-J. NORDLUND: *Particle filters for positioning, navigation and tracking*. IEEE Transactions on Signal Processing, 50(2):425–437, 2002.
- [Gut00] J.-S. GUTMANN: *Robuste Navigation autonomer mobiler Systeme*. Dissertation, Universität Freiburg, 2000.
- [Gut01] J.-S. GUTMANN, T. WEIGEL, and B. NEBEL: *A fast, accurate, and robust method for self-localization in polygonal environments using laser-range-finders*. Advanced Robotics Journal, 14(8):651–668, 2001.
- [Gut02] J.-S. GUTMANN and D. FOX: *An experimental comparison of localization methods continued*. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 1, pages 454–459. 2002.
- [Han02] U. D. HANEBECK: *Nonlinear Methods for State Estimation in Stochastic Dynamic Systems – A Concise Introduction*. Habilitationsschrift, TU München, 2002.
- [Haz94] M. HAZEWINKEL (editor): *Encyclopaedia of mathematics*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994.
- [Hof87] R. HOFFMAN and A. K. JAIN: *Segmentation and classification of range images*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 9(5):608–620, 1987.
- [Hoo95] A. HOOVER, J.-B. GILLIAN, X. JIANG, P. J. FLYNN, H. BUNKE, D. GOLDFOF, and K. BOWYER: *Range image segmentation: The user’s dilemma*. In *Proceedings of the International Symposium on Computer Vision 1995*, pages 323–328, 1995.
- [Hoo96] A. HOOVER, J.-B. GILLIAN, X. JIANG, P. J. FLYNN, H. BUNKE, D. B. GOLDFOF, K. BOWYER, D. W. EGGERT, A. FITZGIBBON, and R. B. FISHER: *An experimental comparison of range image segmentation algorithms*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 18(7):673–689, 1996.
- [Hou62] P. V. C. HOUGH: *Method and means for recognizing complex patterns*. US Patent 3,069,654, 1962.

- [Hum77] K. M. S. HUMAK: *Statistische Methoden der Modellbildung*. Akademie-Verlag, Berlin, 1977.
- [Ioc00] L. IOCCHI and D. NARDI: *Self-localization in the Robocup environment*. In *RoboCup-99: Robot Soccer World Cup III*, pages 318–330. Springer-Verlag, Berlin, 2000.
- [Jäh05] B. JÄHNE: *Digitale Bildverarbeitung*. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [Jia96] X. Y. JIANG, U. MEIER, and H. BUNKE: *Fast range image segmentation using high-level segmentation primitives*. In *Proceedings of the 3rd IEEE Workshop on Applications of Computer Vision*, pages 83–88. 1996.
- [Jul04] S. J. JULIER and J. K. UHLMANN: *Unscented filtering and nonlinear estimation*. *Proceedings of the IEEE*, 92(3):401–422, 2004.
- [Kal60] R. E. KALMAN: *A new approach to linear filtering and prediction problems*. *Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering*, 82:35–45, 1960.
- [Käm05] N. KÄMPCHEN, M. BÜHLER, and K. DIETMAYER: *Feature-level fusion for free-form object tracking using laserscanner and video*. In *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium 2005*, pages 452–457. 2005.
- [Kap93] J. N. KAPUR: *Maximum-Entropy Models in Science and Engineering*. John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [Kap04] A. KAPP und D. BRUGGER: *Miniaturisierter Laserscanner zur Umfelderkennung im Fahrzeugbereich*. In: *Integrierte Sicherheit und Fahrerassistenzsysteme*, Band 1864 der Reihe VDI-Berichte, Seiten 239–249. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2004.
- [Kap05a] A. KAPP: *Robust object segmentation and parametrization of 3D lidar data*. In *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium 2005*, pages 694–699. 2005.
- [Kap05b] A. KAPP und L. GRÖLL: *Modellierung eines Laserscanners für Fahrerassistenzsysteme*. In: *Tagung des GMA FA 1.30*, Seiten 14–23. Universität des Saarlandes, Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik, 2005.
- [Kap06a] A. KAPP: *Quality measures for lidar signal processing*. In *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Conference 2006*, pages 163–168, 2006.

- [Kap06b] A. KAPP und D. BRUGGER: *Konzept und Aufbau eines Laserscanners mit Mikroaktoreinheit*. In: *Sensoren und Messsysteme 2006*, Seiten 507–510. VDE Verlag, Offenbach, 2006.
- [Kap06c] A. KAPP und L. GRÖLL: *Motion-Scan-Effekt*. *at – Automatisierungstechnik*, 54(11):546–555, 2006.
- [Kap06d] A. KAPP and L. GRÖLL: *Optimal estimation of line segments in noisy lidar data*. Elsevier Signal Processing. Special Section: Signal Processing in UWB Communications, 86(9):2304–2317, 2006.
- [Kir92] N. KIRYATI and A. M. BRUCKSTEIN: *What's in a set of points? [straight line fitting]*. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(4):496–500, 1992.
- [Kir98] A. KIRCHNER, U. LAGES und K. TIMM: *Der Laserscanner als intelligenter Kfz-Sensor*. atp, 1998.
- [Las01] *EN 60825–1 (VDE 0837): Sicherheit von Lasereinrichtungen*, 2001.
- [Mag02] J. R. MAGNUS and H. NEUDECKER: *Matrix differential calculus with applications in statistics and econometrics*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. John Wiley & Sons, Chichester, 2002.
- [Mah01] R. MAHLER: *Random Set Theory for Target Tracking and Identification*. In D. L. HALL and J. LLLINAS (editors): *Handbook of Multisensor Data Fusion*, chapter 14, pages 14.1–14.33. CRC Press Web, Boca Raton, 2001.
- [Mar79] K. V. MARDIA, J. T. KENT, and J. M. BIBBY: *Multivariate analysis*. Probability and Mathematical Sciences. Academic Press, London, 1979.
- [Mar04] J. L. MARTÍNEZ, A. MANDOW, J. MORALES, A. GARCÍA-CEREZO, and S. PEDRAZA: *Kinematic modelling of tracked vehicles by experimental identification*. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems 2004*, pages 1487–1492. 2004.
- [Maz98] E. MAZOR, A. AVERBUCH, Y. BAR-SHALOM, and J. DAYAN: *Interacting multiple model methods in target tracking: A survey*. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 34(1):103–123, 1998.

- [Mee04] P. MEER: *Robust techniques for computer vision*. In G. MEDIONI and S. BING (editors): *Emerging Topics in Computer Vision*, chapter 4, pages 1–72. Prentice Hall, Upper Saddle River, 2004.
- [Mit05] M. MITSCHKE: *Das Einspurmodell von Riekert-Schunck*. *ATZ*, 11:1030–1031, 2005.
- [Mos85] F. MOSTELLER, A. F. SIEGEL, E. TRAPIDO, and C. YOUTZ: *Fitting straight lines by eye*. In D. C. HOAGLIN, F. MOSTELLER, and J. W. TUKEY (editors): *Exploring Data Tables, Trends, and Shapes*, Wiley Series in Probability and Statistics, chapter 6, pages 225–239. John Wiley & Sons, New York, 1985.
- [Mül70] P. H. MÜLLER (Herausgeber): *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik*. Akademie-Verlag, Berlin, 1970.
- [Mül80] P. H. MÜLLER (Herausgeber): *Lexikon der Stochastik*. Akademie-Verlag, Berlin, 1980.
- [Müt61] K. MÜTZE: *ABC der Optik*. Dausien, Hanau a. M., 1961.
- [Mys90] B. MYSLIWETZ: *Parallelrechner-basierte Bildfolgen-Interpretation zur autonomen Fahrzeugführung*. Dissertation, Universität der Bundeswehr München, 1990.
- [Ngu05] V. NGUYEN, A. MARTINELLI, N. TOMATIS, and R. SIEGWART: *A comparison of line extraction algorithms using 2D laser rangefinder for indoor mobile robotics*. In *Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems 2005*, pages 1929–1934. 2005.
- [Nie02] W. NIEMEIER: *Ausgleichsrechnung*. De Gruyter, Berlin, 2002.
- [Ono03] S. ONO, H. KAWASAKI, K. HIRAHARA, M. KAGESAWA, and K. IKEUCHI: *Ego-motion estimation for efficient city modeling by using epipolar plane range image analysis*. Published on CD only, 2003.
- [Pap91] A. PAPOULIS: *Probability, random variables, and stochastic processes*. McGraw-Hill, New York, 1991.
- [Pas03] M. A. PASKIN: *A short course on graphical models*. Online publication: <http://ai.stanford.edu/~paskin/gm-short-course/index.html>, 2003.
- [Pen97] X. PENNEC and J.-P. THIRION: *A framework for uncertainty and validation of 3-D registration methods based on points and frames*. *International Journal of Computer Vision*, 25(3):203–229, 1997.

- [Pfi02] S. T. PFISTER, K. L. KRIECHBAUM, S. I. ROUMELIOTIS, and J. W. BURDICK: *Weighted range sensor matching algorithms for mobile robot displacement*. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation 2002*, volume 2, pages 1667–1674, 2002.
- [Pfi03] S. T. PFISTER, S. I. ROUMELIOTIS, and J. W. BURDICK: *Weighted line fitting algorithms for mobile robot map building and efficient data representation*. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation 2003*, volume 1, pages 1304–1311, 2003.
- [Pul05] G. W. PULFORD: *Taxonomy of multiple target tracking methods*. In *IEE Proceedings of Radar, Sonar and Navigation*, volume 152, pages 291–304. 2005.
- [Rei79] D. B. REID: *An algorithm for tracking multiple targets*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(6):843–854, 1979.
- [Rie40] P. RIEKERT und T.-E. SCHUNCK: *Zur Fahrmechanik des gummibereiften Kraftfahrzeugs*. *Ingenieur-Archiv*, 11:210–224, 1940.
- [Ris04] B. RISTIC, S. ARULAMPALAM, and N. GORDON: *Beyond the Kalman Filter: Particle Filters for Tracking Applications*. Artech House, Boston, 2004.
- [Rou87] P. J. ROUSSEEUW and A. M. LEROY: *Robust regression and outlier detection*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [Sac06] L. SACHS und J. HEDDERICH: *Angewandte Statistik*. Springer-Verlag, Berlin, 2006.
- [Sch64] H. SCHUBERT: *Topologie*. Teubner, Stuttgart, 1964.
- [Sch78] G. SCHWARZ: *Estimating the dimension of a model*. *The Annals of Statistics*, 6(2):461–464, 1978.
- [Sch97] H. SCHMIDT: *Was ist Genauigkeit? Zum Einfluß systematischer Abweichungen auf Meß- und Ausgleichsergebnisse*. *Vermessungswesen und Raumordnung*, 59(4):173–184, 1997.
- [Sch01] D. SCHULZ, W. BURGARD, D. FOX, and A. B. CREMERS: *Tracking multiple moving objects with a mobile robot*. In *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition 2001*, volume 1, pages 371–377, 2001.

- [Sch03] D. A. SCHWARTZ: *Clothoid road geometry unsuitable for sensor fusion – clothoid parameter sloshing*. In *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium 2003*, pages 484–488. 2003.
- [Sil03] L. SILVA, O. R. P. BELLON, P. F. U. GOTARDO, and K. L. BOYER: *Range image registration using enhanced genetic algorithms*. In *Proceedings of the International Conference on Image Processing 2003*, volume 2, pages 711–712. 2003.
- [Son02] Z. SONG, Y. CHEN, L. MA, and C. C. YOU: *Some sensing and perception techniques for an omnidirectional ground vehicle with a laser scanner*. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control 2002*, pages 690–695, 2002.
- [Sto04] P. STOICA and Y. SELÉN: *Model-order selection: A review of information criterion rules*. *IEEE Signal Processing Magazine*, 21(4):36–47, 2004.
- [Str02] D. STRELLER und K. DIETMAYER: *Lidar-Sensoren zur Umfelderkennung bei Straßenfahrzeugen*. In: W.-J. BECKER (Herausgeber): *Sechzehntes Messtechnisches Symposium des Arbeitskreises der Hochschul-lehrer für Messtechnik e. V.*, Seiten 163–176. Shaker, Aachen, 2002.
- [Str04] D. STRELLER and K. DIETMAYER: *Multiple hypothesis classification with laser range finders*. In *Proceedings of the IEEE Intelligent Transportation Systems Conference 2004*, pages 195–200. 2004.
- [Thr05] S. THRUN, W. BURGARD, and D. FOX: *Probabilistic Robotics*. MIT Press, Cambridge, 2005.
- [VH91] S. VAN HUFFEL and J. VANDEWALLE: *The Total Least Squares Problem*. SIAM, Philadelphia, 1991.
- [Wan04] H. WANG and D. SUTER: *Robust adaptive-scale parametric model estimation for computer vision*. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(11):1459–1474, 2004.
- [Wei97] Y. WEISS: *Motion segmentation using EM – a short tutorial*. Online publication: citeseer.ist.psu.edu/weiss97motion.html, 1997.
- [Wij04] W. S. WIJESOMA, K. R. S. KODAGODA, and A. P. BALASURIYA: *Road-boundary detection and tracking using ladar sensing*. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(3):456–464, 2004.

- [Wil99] J. A. WILLIAMS, M. BENNAMOUN, and S. LATHAM: *Multiple view 3D registration: A review and a new technique*. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics 1999*, volume 3, pages 497–502. 1999.
- [Zha92] Z. ZHANG: *Iterative point matching for registration of free-form curves*. Technical Report RR-1658, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), France, 1992.

Institut für Mess- und Regelungstechnik Universität Karlsruhe (TH)

Moderne Fahrerassistenzsysteme setzen eine räumliche Erfassung des Fahrzeugumfeldes voraus. Als Sensoren werden dabei neben Radarsensoren auch Laserscanner eingesetzt, die eine hohe Winkelauflösung bei nahezu konstanter Entfernungsauflösung bieten. Es ist Aufgabe der Signalverarbeitung, aus den Messungen, Lidar-Daten genannt, das Fahrzeugumfeld zuverlässig und genau zu rekonstruieren.

Zur Rekonstruktion des Umfeldes werden Lidar-Daten, die mit großer Wahrscheinlichkeit vom gleichen Objekt herrühren, gruppiert. Mit Hilfe der folgenden Messungen werden die Objekte zeitlich verfolgt. So wird es möglich, die Bewegung dieser Objekte zu schätzen und deren zukünftige Position zu präzisieren. Entscheidend sind dabei der relative Abstand und die relative Bewegung dieser Objekte in Bezug zum eigenen Fahrzeug.

Diese Arbeit untersucht bestehende Ansätze zur Mehrzielverfolgung und bewertet diese hinsichtlich ihrer Eignung für Fahrzeuge. Der hiervon abgeleitete Algorithmus, der Messungen gruppiert und die zugehörigen Objekte verfolgt, wurde erfolgreich auf Lidar-Daten getestet. Aufbauend auf dieser Signalverarbeitung wird analysiert und gezeigt, wie der Einfluss stochastischer Messfehler auf die Abstandsschätzung mit statistischen Methoden verringert werden kann. Zusätzlich treten auch deterministische Fehler infolge der Relativbewegung zwischen gemessenem Objekt und Fahrzeug auf. Deren Einfluss wird quantifiziert, und es wird gezeigt, wie der deterministische Fehler mit Zusatzwissen vollständig kompensiert werden kann. Der letzte Abschnitt erweitert die Lidar-Signalverarbeitung von einer Abstandsschätzung auf eine vollständige Bewegungsschätzung, wobei die typische Bewegung eines Fahrzeuges berücksichtigt wird. Das vorgestellte rekursive Verfahren wurde erfolgreich getestet und erzielt eine höhere Genauigkeit als das konventionelle Verfahren.

ISSN: 1613-4214

ISBN: 978-3-86644-174-3

www.uvka.de