

Institut für Mess- und Regelungstechnik
Universität Karlsruhe (TH)
Nr. 010

Dipl.-Phys. Jan Horbach

Verfahren zur optischen
3D-Vermessung spiegelnder
Oberflächen



Jan Horbach

**Verfahren zur optischen 3D-Vermessung
spiegelnder Oberflächen**

Schriftenreihe
Institut für Mess- und Regelungstechnik,
Universität Karlsruhe (TH)

Band 010

Verfahren zur optischen 3D-Vermessung spiegelnder Oberflächen

von
Jan Horbach



universitätsverlag karlsruhe

Dissertation, Universität Karlsruhe (TH)
Fakultät für Maschinenbau, 2007
Referenten: Prof. Dr.-Ing. Ch. Stiller, Prof. Dr.-Ing. W. Osten
Tag der mündlichen Prüfung: 20.07.2007

Impressum

Universitätsverlag Karlsruhe
c/o Universitätsbibliothek
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe
www.uvka.de



Dieses Werk ist unter folgender Creative Commons-Lizenz
lizenziert: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/de/>

Universitätsverlag Karlsruhe 2008
Print on Demand

ISSN: 1613-4214
ISBN: 978-3-86644-202-3

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Karlsruhe (TH) und wurde von Herrn Prof. Dr.-Ing. Christoph Stiller betreut. Ich danke Herrn Stiller für die Möglichkeit, auf einem spannenden Gebiet der optischen Messtechnik forschen zu dürfen. Insbesondere für die fortwährende Unterstützung und die für die wissenschaftliche Tätigkeit notwendige Offenheit für eigene Ansätze möchte ich ihm meinen Dank aussprechen.

Über die Übernahme des Korreferats durch Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Osten habe ich mich sehr gefreut. Seine insbesondere von der technischen Optik geprägte Sichtweise konnte die Arbeit von einer weiteren Seite beleuchten.

Herrn Thao Dang, Herrn Andreas Kapp, Herrn Jan Horn und Herrn Sören Kammerl danke ich für die Durchsicht des Manuskripts sowie für die wertvollen Diskussionen und die allzeit gute und fruchtbare Zusammenarbeit. Herrn Oliver Pink fühle ich mich durch die angenehme und kreative Arbeitsatmosphäre verbunden. Allen wissenschaftlichen Mitarbeitern gilt mein Dank für die Kollegialität und Hilfsbereitschaft bei der alltäglichen Arbeit.

Ohne die Unterstützung von Frau Erna Nagler, Frau Sieglinde Klimesch und Frau Silke Rittershofer bei der Durchführung von Verwaltungsangelegenheiten wäre eine erfolgreiche Bewältigung einer Vielzahl von Aufgaben nicht möglich gewesen. Der mechanischen und der elektrotechnischen Werkstatt unter der Leitung von Herrn Manfred Hauser und Herrn Marcus Hoffner sowie Herrn Frank-Stefan Müller und Herrn Werner Paal möchte ich für die tatkräftige Unterstützung bei der Lösung von technischen Herausforderungen herzlich danken.

Meiner Familie sowie meiner Partnerin Mandy Tröller fühle ich mich durch die Unterstützung verbunden, auf die ich mich immer verlassen konnte.

Hamburg im Dezember 2007

Jan Horbach

Kurzfassung

Die Inspektion von Werkstücken auf Formabweichungen und Defekte ist ein Bereich der Messtechnik, der sich auf Grund hoher Stückzahlen und des dadurch erreichbaren Einsparpotentials für die Automatisierung anbietet. Eine Vielzahl von industriellen Produkten wie beispielsweise Karosserieteile, Wasserarmaturen, oder optische Bauteile weist spiegelnde Eigenschaften auf. Die automatisierte Untersuchung dieser Oberflächen mittels optischer Messmethoden erfordert spezielle Herangehensweisen. Im Gegensatz zur Untersuchung matter Oberflächen kann beispielsweise weder eine direkte Auswertung von Grauwertbildern noch einfache Triangulation verwendet werden. Um eine dreidimensionale Vermessung spiegelnder Oberflächen zu ermöglichen, werden in dieser Arbeit unterschiedliche bestehende und neu entwickelte Verfahren beschrieben. Hierzu wird der physikalische Zusammenhang bei spiegelnder Reflexion erläutert, sowie die prinzipiellen Voraussetzungen an einen Messaufbau erläutert. Bei dem gewählten Messverfahren Deflektometrie wird gezielt die spiegelnde Reflexion eines bekannten Musters am zu untersuchenden Objekt ausgewertet. Mit Hilfe eines Datenprojektors wird eine Folge von Streifenmustern auf einer Projektionsfläche dargestellt. Die Reflexion dieser Muster am zu untersuchenden Objekt wird mit einer digitalen Kamera beobachtet und auf einem Computer zur weiteren Verarbeitung eingelesen. Mittels Phasenverschiebung der projizierten periodischen Muster ist die Bestimmung des Strahlengangs für alle das Muster erfassende Kamerapixel gleichzeitig möglich. Das Prinzip eines selbst entwickelten Messaufbaus wird erläutert und ein speziell entworfenes Kalibrierverfahren beschrieben sowie auf seine Genauigkeit überprüft. Es zeigt sich, dass aus den direkt gemessenen deflektometrischen Daten keine eindeutige Rekonstruktion möglich ist. Verschiedene Ansätze, die eine Rekonstruktion unter Verwendung von Zusatzwissen oder der Verknüpfung mehrerer Messungen ermöglichen, werden hergeleitet und erläutert. Hierzu wird unter anderem der Polarisationsgrad des reflektierten Lichts ausgewertet. Der Zusammenhang zwischen benachbarten Messpunkten wird mittels Markov-Zufallsfeldern modelliert. Eindeutige Merkmale auf einer spiegelnden Oberfläche lassen sich durch stereoskopische Auswertung lokaler Krümmungsmerkmale bestimmen. Diese sind für die Realisierung eines Regionenwachstumsverfahrens notwendig. Letztlich werden die mit dem entwickelten Messaufbau und den implementierten Algorithmen realisierten dreidimensionalen Rekonstruktionsergebnisse diskutiert. Unter Verwendung von Optimierungsverfahren konnten diese Daten weiter verbessert werden. Die Eignung verschiedener numerischer Methoden wie etwa Iterated Conditional Modes oder Gauß-Seidel-Relaxation wurde untersucht und an Hand der erzielten Verbesserung bewertet.

Schlagnworte: Deflektometrie, dreidimensionale Rekonstruktion, Sichtprüfung, spiegelnde Oberflächen, Streifenprojektion, Stereosehen, Optimierung, Markov Random Fields

Abstract

The inspection of work pieces on shape deviation and defects is a field of metrology which lends itself to automation because of large quantities and the saving potential caused by that fact. A huge number of industrial products as for example car body parts, water armatures, or optical components shows specular properties. The automated inspection of these surfaces using optical measuring methods requires special approaches. In contrast to the inspection of matt surfaces neither direct evaluation of grey value pictures nor an easy triangulation can be used. To allow a three-dimensional measurement of specular surfaces, different existing and newly developed procedures are described in this work. Moreover the physical properties concerning specular reflection are explained, as well as the fundamental conditions for a measuring construction are described. With the measuring principle deflectometry the specular reflection of a known pattern in the object which has to be examined is evaluated. With the help of a data projector a series of stripe patterns is generated on a projection screen. The reflection of these patterns at the surface of the object is observed with a digital camera and is transferred to a computer for further processing. Performing phase displacement of the projected periodical patterns the beam path for all camera pixels observing the pattern can be determined at the same time. The principle of a self-developed measuring construction is explained and a suitable calibration procedure is described as well and checked for its exactness. It appears that from the directly measured deflectometric data no unambiguous reconstruction is possible. The different approaches which allow a reconstruction with the aid of additional knowledge or the fusion of several measurements are derived and explained. Further the degree of polarisation of the reflected light is evaluated. The connection between neighbouring points is modelled using Markov Random Fields. Unambiguous features on a specular surface are generated using stereoscopic evaluation of local curvature. These are necessary for a region growing approach. In the end, the three-dimensional reconstructions which are achieved with the developed measuring construction and the implemented algorithms are discussed. This data could be further improved using optimization procedures. The suitability of different numerical methods like Iterated Conditional Modes or Gauß-Seidel relaxation was examined and valued by the achieved improvement.

Keywords: Deflectometry, three-dimensional reconstruction, optical inspection, specular surface, fringe projection, stereo vision, optimization, Markov Random Fields

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	4
2.1	Physik der Reflexion	4
2.1.1	Voraussetzung für spiegelnde Reflexion	4
2.1.2	Polarisation durch Reflexion	6
2.2	Funktionsprinzip der Deflektometrie	8
2.3	Rekonstruktionsproblem bei spiegelnden Oberflächen	14
3	Kalibrierung des Messaufbaus	17
3.1	Voraussetzungen für die 3D-Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen	17
3.2	Allgemeines Vorgehen und Stand der Technik	17
3.3	Grundbegriffe der projektiven Geometrie	18
3.4	Modellierung des Messaufbaus	21
3.4.1	Intrinsische Parameter und Verzeichnung	23
3.4.2	Extrinsische Parameter	24
3.5	Initiale Parameterschätzung	26
3.6	Parameteroptimierung	31
3.7	Ergebnisse	32
4	Rekonstruktionsverfahren	35
4.1	Mathematische Eigenschaften der zu betrachtenden Oberflächen	35
4.2	Bestehende Verfahren	36
4.2.1	Normalenbestimmung mittels Polarisationsgrad-Messung	37
4.2.2	Abstandsbestimmung durch Konsistenz-Optimierung	44

4.2.3	Informationsgewinn durch Bewegung von Systemkomponenten oder des Messobjekts	45
4.2.4	Abstandsbestimmung durch Optimierung	48
4.3	Regionenwachstumverfahren	49
4.3.1	Propagationsschritt	50
4.3.2	Bestimmung der Ausgleichfläche bei mehreren Startpunkten	54
4.3.3	Lokale Krümmung als invariantes Oberflächenmerkmal	56
4.3.4	Bestimmung von Startwerten aus Stereomerkmalen	59
4.4	Gauß-Seidel-Optimierung	68
4.4.1	Gütekriterium und Herleitung des Iterationsschritts	69
4.4.2	Erweiterung auf spiegelnde Oberflächen	71
4.4.3	Transformation in Kugelkoordinaten	71
4.5	Beschreibung und Optimierung mittels Markov-Zufallsfeldern	72
4.5.1	Theorie der Markov-Zufallsfelder	73
4.5.2	Bayessche Schätztheorie für Markov-Zufallsfelder	77
4.5.3	Modellierung der Zusammenhänge bei der Deflektometrie	79
4.5.4	Optimierung mittels Iterated Conditional Modes	86
4.5.5	Optimierung mittels Simulated Annealing	88
5	Ergebnisse und bewertender Vergleich	91
5.1	Regionenwachstumverfahren	91
5.2	Messung unter Verwendung von zwei Schirmpositionen	94
5.3	Bewertender Vergleich	95
6	Zusammenfassung und Ausblick	97
	Literaturverzeichnis	102

A	Anhang	110
A.1	Notation und Symbole	110
A.1.1	Operatoren	110
A.1.2	Abkürzungen	110
A.1.3	Symbole	110
A.2	Untersuchung matter Oberflächen mittels Infrarot-Messtechnik . .	114
A.3	Unterscheidung von Erhebungen und Vertiefungen unter Verwen- dung eines nichtkalibrierten Messaufbaus	118
A.4	Spezifikation der verwendeten Komponenten	120
A.4.1	Kamera	120
A.4.2	Projektor	120

1 Einleitung

Die automatisierte Qualitätsprüfung von Industrieprodukten ist ein technologischer Bereich, der hohes Einsparpotential aufweist und eine Möglichkeit zur Qualitätssteigerung der ausgelieferten Produkte für ein Unternehmen verspricht. Gerade bei der Fertigung von Produkten mit hoher Stückzahl können automatisierte Verfahren hohe Standards bezüglich Effizienz und Reproduzierbarkeit setzen. Die optische Sichtprüfung mittels digitaler Bildverarbeitung stellt einen Bereich der automatisierten Qualitätsprüfung dar, der sich unter anderem durch die Vorteile einer berührungslosen Messung und hoher Flexibilität bei der Anpassung an eine Messaufgabe auszeichnet. Mittlerweile sind bildbasierte Prüfverfahren in der industriellen Fertigung und Prüfung etabliert. Eine typische Messaufgabe ist beispielsweise die Vollständigkeitskontrolle, bei der auf das Vorhandensein von Bohrungen in Metallteilen oder Tabletten in Blisterverpackungen geprüft wird. Weitere Standardverfahren betreffen die Prüfung auf Risse und Beschädigungen des Produktes oder die Prüfung auf Formhaltigkeit eines Bauteils.

Die Untersuchung von spiegelnden Teilen stellt besondere Anforderungen an ein optisches Messsystem. Bei matten Objekten werden Verfahren wie Lasertriangulation oder Grauwertanalyse der Objekttextur angewendet. Diese Herangehensweisen scheiden für die Untersuchung spiegelnder Oberflächen aus, da die genannten Methoden eine diffuse Reflexion am zu untersuchenden Objekt voraussetzen und spiegelnde Reflexion die Messung stören würde. Die bisher in der Industrie etablierten Untersuchungsmethoden für spiegelnde Oberflächen haben spezifische Vor- und Nachteile: Bei der Kontrolle mit bloßem Auge durch geschulte Mitarbeiter kommt es zwangsläufig zur subjektiven Beurteilung der Produktqualität und somit zu nicht reproduzierbaren Ergebnissen. Quantitative Ergebnisse können bei dieser Art der Inspektion nicht erwartet werden. Dies ist jedoch für die genaue und reproduzierbare Beurteilung der Qualität vorheriger Arbeitsschritte von großer Bedeutung. Ein Vorteil ist die hohe Flexibilität des Menschen, was das schnelle Einarbeiten in neue Messaufgaben und die Beurteilung von komplexen Teilen angeht, deren automatisierte Untersuchung eine speziell angepasste Messanordnung erfordern würde. Interferometrische Verfahren sind meist zu störanfällig für den Einsatz in der rauen industriellen Umgebung. Allerdings erzielen solche Verfahren sehr hohe Messgenauigkeit bis in den Bereich von einigen Nanometern. Diese Methoden bieten sich aus diesen Gründen eher für die Laboruntersuchungen ausgewählter Stichproben an.

Die Untersuchung mittels taktile Verfahren ist zwar etabliert, bringt jedoch einen hohen Zeitaufwand auf Grund langer Messzeiten mit sich. Für eine Kontrolle aller produzierten Teile muss das Verfahren jedoch möglichst schnell sein, um im Produktionstakt arbeiten zu können. Da es sich um ein eindimensionales Verfahren handelt, ist dies gerade bei der flächenhaften Erfassung von Oberflächen problematisch, da die Oberfläche aus dicht nebeneinander liegenden Messlinien bestimmt werden muss. Ein Vorteil ist die Robustheit der Messmethode und die Einfachheit des Messprinzips. Lediglich die Form der abtastenden Spitze muss berücksichtigt werden, um exakte Schnitte der Oberfläche zu erhalten.

Im Falle einer spiegelnden Oberfläche besteht bei der optischen Inspektion die Notwendigkeit, die Reflexion von Umgebungslicht auszuwerten, da eine spiegelnde Oberfläche für den Betrachter oder eine Kamera gar nicht oder nur sehr schwach direkt sichtbar ist. Die gezielte Auswertung von Reflexionen ist die charakteristische Eigenschaft der Deflektometrie. Hierzu wird die Spiegelung bekannter Muster an der Oberfläche analysiert. Bei der Untersuchung einer spiegelnden Oberfläche mit dem bloßen Auge verhält es sich ähnlich. Der Mensch erkennt Verformungen am ehesten an Hand der charakteristischen Verzerrung der reflektierten Umgebung. Für die Untersuchung einer Oberfläche auf lokale Defekte wie Beulen, Dellen, Welligkeiten oder Kratzer stellt die Deflektometrie eine geeignete Untersuchungsmethode dar, da lokale Krümmungsänderungen einfach bestimmt werden können. Die Krümmungsdaten sind jedoch nur als relatives Maß bekannt, eine direkte Integration der Krümmungsdaten zur Rekonstruktion der Oberflächenform ist nicht möglich. Die Neigung, und damit auch die Krümmung, in einem Oberflächenpunkt ist gemäß des Reflexionsgesetzes zudem vom Abstand des Oberflächenpunkts zur Kamera abhängig, der nicht direkt beobachtet werden kann. Da gerade die Abstände der Messpunkte zur Kamera für die dreidimensionale Rekonstruktion bestimmt werden müssen, muss das bestehende deflektometrische Verfahren ergänzt oder modifiziert werden. Es ist notwendig, statt relativer Krümmungswerte die absolute lokale Neigung und die räumliche Lage von Punkten auf der Oberfläche zu bestimmen. Eine direkte Bestimmung der räumlichen Gestalt eines Messobjektes ist daher aus einer einzigen unkalibrierten deflektometrischen Messung nicht möglich.

In dieser Arbeit werden Verfahren vorgestellt, welche die dreidimensionale Vermessung spiegelnder Objekte ermöglichen. Die beschriebenen Methoden bauen auf dem deflektometrischen Messprinzip auf. Die zum Verständnis notwendigen Grundlagen werden in Kapitel 2 beschrieben. Hierbei wird auf den physikalischen Hintergrund bei der Reflexion von Licht an Oberflächen eingegangen.

Für die präzise Bestimmung der räumlichen Lage von Oberflächenpunkten ist die Verwendung eines kalibrierten Messaufbaus zwingend notwendig. Dies rührt

daher, dass für eine Rekonstruktion der Oberfläche der Strahlengang bei der optischen Abbildung des Messobjekts bekannt sein muss. Aus diesem Grund muss die Anordnung der Komponenten des Messaufbaus exakt bestimmt werden. Darüber hinaus stellen die Kamera und der Projektor zur Mustererzeugung Fehlerquellen dar, da Linsenverzeichnungen, die von den abbildenden Optiken herrühren, zu Messfehlern führen können. Die Vermessung und Kompensation dieser Fehler sowie die Bestimmung der Position und Ausrichtung der Komponenten Projektor, Kamera und Projektionsfläche erfolgt mittels eines Kalibrierverfahrens, das in Kapitel 3 beschrieben wird.

Sind die deflektometrischen Messdaten erfasst worden, besteht die Notwendigkeit, die prinzipiell vorhandene Mehrdeutigkeit der Daten aufzuheben. Diese Mehrdeutigkeit rührt daher, dass Licht von der Projektionsfläche ungerichtet abgestrahlt wird und somit die Richtung eines emittierten Lichtstrahls nicht direkt bestimmt werden kann. Da für eine reale Oberfläche einschränkende mathematische Bedingungen gelten, besteht die Möglichkeit, durch Berücksichtigung dieser Bedingungen bei der Weiterverarbeitung der Messdaten zu einem eindeutigen Ergebnis für die dreidimensionale Gestalt der reflektierenden Oberfläche zu gelangen. Es zeigt sich, dass schon bei der Erfassung der Messdaten verschiedene Ansätze verfolgt werden können. Zum einen kann die dreidimensionale Position für jeden vermessenen Punkt einzeln bestimmt werden. Ein zweiter Ansatz geht von Startpunkten auf der Oberfläche aus, die mittels einer Stereokamera bestimmt wurden. Ausgehend von diesen Punkten können dann Gradientendaten, die direkt deflektometrisch messbar sind, integriert werden, um die gesamte Oberfläche zu rekonstruieren. Unterschiedliche Ansätze zur Rekonstruktion sind in Kapitel 4 dieser Arbeit beschrieben. Bisher bestehende Lösungsansätze werden umrissen und in Bezug zu den selbst entwickelten Verfahren gesetzt.

Die unter Verwendung des realisierten Messaufbaus und der implementierten Algorithmen erzielten Ergebnisse sind in Kapitel 5 gezeigt. Die spezifischen Vor- und Nachteile der beschriebenen Rekonstruktionsverfahren werden in Abschnitt 5.3 gegeneinander abgewogen. Kapitel 6 fasst den Inhalt der Arbeit und die erreichten Ziele zusammen. Im Ausblick werden abschließend viel versprechende Möglichkeiten zur Weiterentwicklung der dreidimensionalen Vermessung spiegelnder Oberflächen dargestellt.

2 Grundlagen

2.1 Physik der Reflexion

Bei der optischen Untersuchung spiegelnder Oberflächen ist es sinnvoll und notwendig, deren reflektierende Eigenschaft gezielt zu nutzen. Eine direkte Übertragung von Messverfahren für matte Oberflächen wie etwa Lasertriangulation ist gar nicht oder nur unter großen Einbußen bei der Messqualität möglich, da Spiegelungen für klassische Triangulationsverfahren, die eine Lambertsche Streuung an der Oberfläche voraussetzen, eine Störung darstellen. Um den Prozess der spiegelnden Reflexion von Licht für die Vermessung eines Objektes nutzen zu können, ist die Kenntnis der physikalischen Abläufe erforderlich. Diese werden im Folgenden beschrieben.

2.1.1 Voraussetzung für spiegelnde Reflexion

Die Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung mit rauen Oberflächen ist ein komplexer Vorgang und Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen [BP61, He91, PT90, LKK99]. Als eine einfach zu handhabende Methode, um einen Zusammenhang zwischen der Oberflächenrauigkeit, der Wellenlänge des Lichts und der Reflektanz herzustellen, hat sich das Rayleigh-Kriterium bewährt. Es erlaubt eine Abschätzung der minimalen Wellenlänge λ , bei der spiegelnde Reflexion bei gegebener Rauigkeit des reflektierenden Materials zu erwarten ist.

Als Maß für die Oberflächenrauigkeit wird der Mittenrauwert

$$R_a = \left(\frac{1}{L} \int_0^L |y(x) - y_0(x)| dx \right) \quad (2.1)$$

betrachtet, wobei $y(x)$ die gemessene Höhe an der Stelle x , $y_0(x)$ die Höhe einer Ausgleichsgeraden durch das gemessene Rauigkeitsprofil und L die Länge des Rauigkeitsprofils ist.

Gemäß des Rayleigh-Kriteriums gilt eine Oberfläche für Licht mit der Wellenlänge λ unter dem Einfallswinkel θ (gegen die Normale der Oberfläche ab-

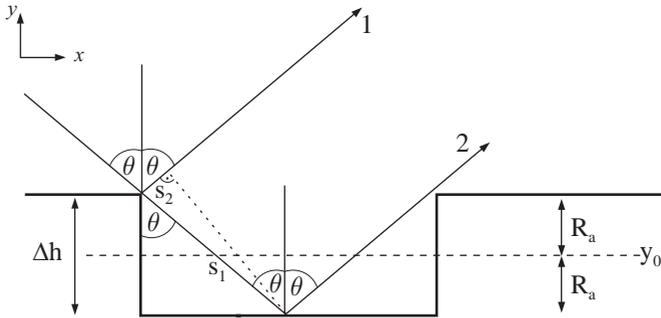


Abbildung 2.1: Skizze zur Herleitung des Rayleigh-Kriteriums.

getragen) als spiegelnd, wenn die Ungleichung

$$R_a < \frac{\lambda}{16 \cos(\theta)} \quad (2.2)$$

erfüllt ist [BS63].

Abbildung 2.1 erläutert den physikalischen Zusammenhang bei der Reflexion von Lichtstrahlen an einer Oberfläche mit mittlerem Höhenunterschied R_a . Maßgeblich für die spiegelnde Reflexion ist der Phasenunterschied von parallel reflektierten Strahlen. Strahl 1 wurde an einer erhöhten Stufe reflektiert, Strahl 2 an einer abgesenkten Stufe. Der Gangunterschied Δs ergibt sich aus der Differenz der Strecken s_1 und s_2 :

$$s_1 = \frac{\Delta h}{\cos(\theta)}, \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} s_2 &= s_1 \cos(\pi - 2\theta) = s_1 (-2 \cos^2(\theta) + 1) \\ &= -2\Delta h \cos(\theta) + \frac{\Delta h}{\cos(\theta)}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\Delta s = s_1 - s_2 = 2\Delta h \cos(\theta). \quad (2.5)$$

Für die Phasendifferenz folgt

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s = \frac{4\pi\Delta h}{\lambda} \cos(\theta). \quad (2.6)$$

Für $\Delta\phi = 0$ überlagern sich die Wellen der parallel reflektierten Lichtstrahlen konstruktiv und Energie wird in Reflexionsrichtung abgestrahlt. Für $\Delta\phi = \pi$

ist die Überlagerung destruktiv, was zur Folge hat, dass die Lichtenergie nicht in Reflexionsrichtung abgestrahlt wird, sondern in einen großen Raumwinkelbereich gestreut wird. Spiegelnde Reflexion ist somit nicht mehr zu beobachten.

Der Übergang von spiegelnder (Abstrahlung in eine Raumrichtung) über diffuse (Abstrahlung in ein kleines Raumwinkelement) zu streuender Reflexion (ungerichtete Abstrahlung) ist fließend. Aus diesem Grund stellt das Rayleigh-Kriterium eine in der Praxis bewährte Festlegung der Grenze von spiegelnder Reflexion bei einer mittleren Phasendifferenz von $\Delta\phi = \pi/2$ dar. Aus Gleichung 2.2 ist erkennbar, dass für flache Einstrahlung (θ nahe 90°) spiegelnde Reflexion auch für rauere Oberflächen auftritt. Außerdem ist offensichtlich, dass für größere Wellenlänge λ auch bei Oberflächen mit höherer Rauigkeit spiegelnde Reflexion auftritt. Materialien, die bei Einstrahlung von sichtbarem Licht ($\lambda \approx 390 - 780 \text{ nm}$) augenscheinlich matt erscheinen, können somit für elektromagnetische Strahlung höherer Wellenlänge spiegelnde Eigenschaften aufweisen. Für einen Mittenrauwert von beispielsweise $1 \mu\text{m}$ und einem Einfallswinkel $\theta \approx 60^\circ$ kann für Strahlung aus dem Spektrum des fernen Infrarot ($\lambda \approx 6 - 15 \mu\text{m}$) [Hec87] spiegelnde Reflexion ab einer Wellenlänge $\lambda > 8 \mu\text{m}$ laut dem Rayleigh-Kriterium beobachtet werden.

Durch Nutzung von Infrarot-Technologie konnte eine deflektometrische Defektdetektion auf einer Oberfläche mit $R_a \approx 0,96 \mu\text{m}$ realisiert werden, die für sichtbares Licht matte Eigenschaften hat [HK05, Hor05]. Der Versuchsaufbau sowie Ergebnisse des Verfahrens sind in Anhang A.2 beschrieben.

2.1.2 Polarisation durch Reflexion

Aus den Fresnelschen Gleichungen ergibt sich, dass der Polarisationsgrad von ursprünglich unpolarisiertem Licht nach der Reflexion an einem dielektrischen Medium durch den Einfallswinkel θ beeinflusst wird [Hec87]. Zur Herleitung dieses Zusammenhangs wird der Reflexionsgrad R_{\parallel} für parallel zur Einfallsebene polarisiertes Licht und für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht (R_{\perp}) betrachtet:

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta - \theta_t)}{\tan^2(\theta + \theta_t)}, \quad (2.7)$$

$$R_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta - \theta_t)}{\sin^2(\theta + \theta_t)}. \quad (2.8)$$

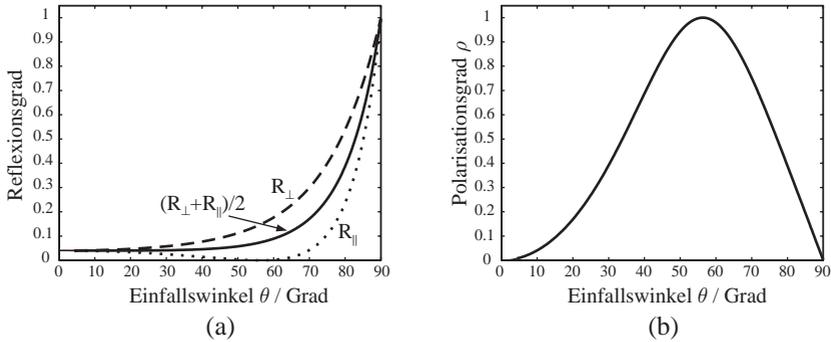


Abbildung 2.2: (a): Reflexionsgrad R_{\parallel} für parallel und R_{\perp} für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht in Abhängigkeit vom Einfallswinkel θ . (b): Polarisationsgrad ρ von reflektiertem Licht in Abhängigkeit vom Einfallswinkel θ ; $n_1 = 1$, $n_2 = 1,5$.

Der Brechungswinkel θ_t kann aus dem Snelliusschen Gesetz bei Kenntnis der Brechungsindizes von Luft ($n_1 = 1$) und des Materials des zweiten Mediums (n_2) bestimmt werden:

$$\theta_t = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right). \quad (2.9)$$

Unpolarisiertes Licht kann als Überlagerung von inkohärenten, amplitudengleichen und orthogonal polarisierten Anteilen beschrieben werden. Der Reflexionsgrad für unpolarisiertes Licht ist demnach $R = \frac{1}{2}(R_{\parallel} + R_{\perp})$. In Abb. 2.2 (a) sind die Größen R_{\parallel} , R_{\perp} und R in Abhängigkeit vom Einfallswinkel θ dargestellt. Die Brechungsindizes haben die Werte $n_1 = 1$ und $n_2 = 1,5$. Für den Einfallswinkel $\theta_p = \arctan\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$ wird kein parallel zur Einfallsebene polarisiertes Licht reflektiert. Dieser Winkel hat den Namen Polarisationswinkel oder Brewsterwinkel. Der Polarisationsgrad ρ von Licht ist durch

$$\rho = \frac{I_p}{I_p + I_u} \quad (2.10)$$

definiert, wobei I_p die Flussdichte des polarisierten und I_u die des unpolarisierten Lichts ist. Da R_{\parallel} und R_{\perp} unterschiedliche Werte für einen bestimmten Einfallswinkel θ haben, muss der Polarisationsgrad ρ von θ abhängen. Der Polarisationsgrad ρ kann durch folgende Gleichung bei gegebenen Parametern Einfallswinkel θ und Brechungsindex n_2 der reflektierenden Oberfläche bestimmt werden

[MKI04]:

$$\rho = \frac{2 \sin(\theta)^2 \sqrt{n_2^2 - \sin(\theta)^2 - n_2^2 \sin(\theta)^2 + \sin(\theta)^4}}{n_2^2 - \sin(\theta)^2 - n_2^2 \sin(\theta)^2 + 2 \sin(\theta)^4}. \quad (2.11)$$

Mittels eines Polfilters kann der Polarisationsgrad über die Differenz der minimalen Flussdichte I_{\min} zur maximalen Flussdichte I_{\max} beim Drehen des Polfilters bestimmt werden:

$$\rho = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (2.12)$$

Der Verlauf des Polarisationsgrades in Abhängigkeit des Einfallswinkels ist in Abb. 2.2 (b) dargestellt. Für den Brewsterwinkel θ_p erreicht der Polarisationsgrad ρ sein Maximum. Durch Messung des Polarisationsgrades von reflektiertem Licht kann demnach der Einfallswinkel der Reflexion bestimmt werden, sofern unpolarisiertes Licht eingestrahlt wurde und der Brechungsindex n_2 des dielektrischen Mediums, an dem die Reflexion stattfand, bekannt ist. Zu beachten ist jedoch, dass die Bestimmung des Einfallswinkels aus dem Polarisationsgrad im Allgemeinen zu zweideutigen Ergebnissen führt, da der Zusammenhang zwischen Einfallswinkel und Polarisationsgrad nicht monoton ist (vgl. Abb. 2.2 (b)). In Abschnitt 4.2.1 wird beschrieben, wie man aus dem Polarisationsgrad Informationen über die Normale einer spiegelnden Fläche erhalten kann.

2.2 Funktionsprinzip der Deflektometrie

Ein deflektometrischer Messaufbau besteht prinzipiell aus drei Komponenten: Einer Vorrichtung zur Erzeugung von strukturiertem Licht, dem Messobjekt, das dieses Licht reflektiert, und einem Sensor, der die Reflexion registriert. Neben verschiedenen Ansätzen unter Nutzung von Glanzlichtern [SAH04], Schachbrettmustern [ON96] und Mustern mit Dreiecken [SP02] als Grundelement, hat sich die phasenmessende Deflektometrie bewährt [P00, Kam04, HLSP00]. Hierbei wird ein Streifenmuster von einem LCD-Schirm oder mittels eines Datenprojektors auf einer Projektionsfläche dargestellt. Der Messaufbau ist schematisch in Abb. 2.3 dargestellt. Jede Komponente hat ihr eigenes Koordinatensystem (Projektor-Koordinatensystem (PKS), Projektionsschirm-Koordinatensystem (SKS), Kamera-Koordinatensystem (KKS)). Ein Lichtstrahl geht von einem 3D-Punkt \mathbf{X}_S der Projektionsfläche aus und wird an der Oberfläche im Punkt \mathbf{X}_R spiegelnd reflektiert. Klein geschriebene Vektoren bezeichnen

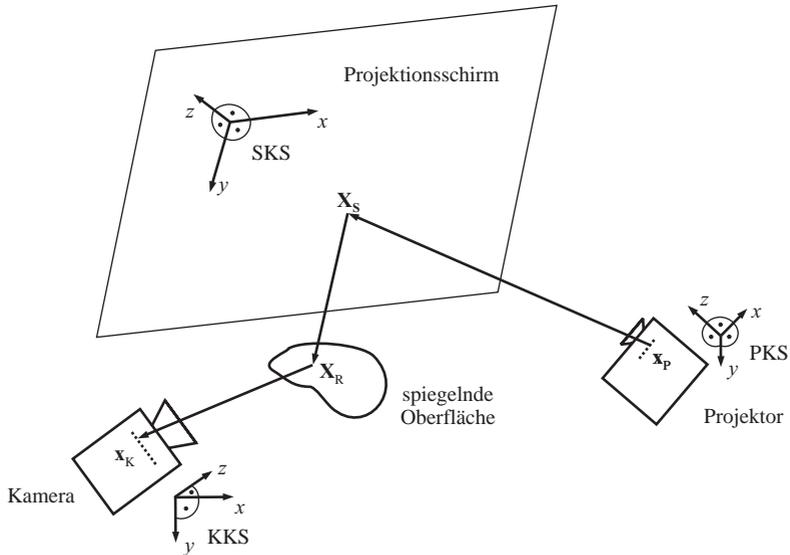


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung eines deflektometrischen Messaufbaus.

im Allgemeinen zweidimensionale Vektoren, groß geschriebene Vektoren dreidimensionale Vektoren. Die Reflexion wird auf dem Kamerasensor im Punkt \mathbf{X}_K registriert. Ziel ist es, die Zuordnung $\mathbf{x}_K \mapsto \mathbf{X}_S$ nicht nur für ein Kamerapixel sondern für alle Pixel des Sensors gleichzeitig zu bestimmen. Die Positionen \mathbf{x}_K liegen alle in der Ebene des Sensorchips der Kamera. In Abb. 2.5 ist beispielhaft ein Messbild einer deflektometrischen Messung zu sehen.

Zur Bestimmung der Zuordnung $\mathbf{x}_K \mapsto \mathbf{X}_S$ wird ein so genanntes Phasenschiebungsverfahren eingesetzt. Durch die Verschiebung der auf der Projektionsfläche dargestellten sinusförmigen Streifenmuster in horizontaler und vertikaler Richtung um $\pi/2$ (siehe Abb. 2.4) wird unter Verwendung des „4-Bucket“-Algorithmus eine Phasencodierung erzielt [Kam04]. Für die Helligkeitsinformation, die in einem Kamerapixel $\mathbf{x}_K(i, j)$ registriert wird, gilt das folgende Signalmodell jeweils für horizontale (h) und vertikale (v) Richtung:

$$g_{h/v,k}(i, j) = b_0(i, j) + b_1(i, j) \cos\left(\phi_{h/v}(i, j) + k\frac{\pi}{2}\right); k = 0 \dots 3 \quad (2.13)$$

mit

$b_0(i, j)$: zeitlich konstanter Gleichanteil

$b_1(i, j)$: zeitlich konstante Amplitude

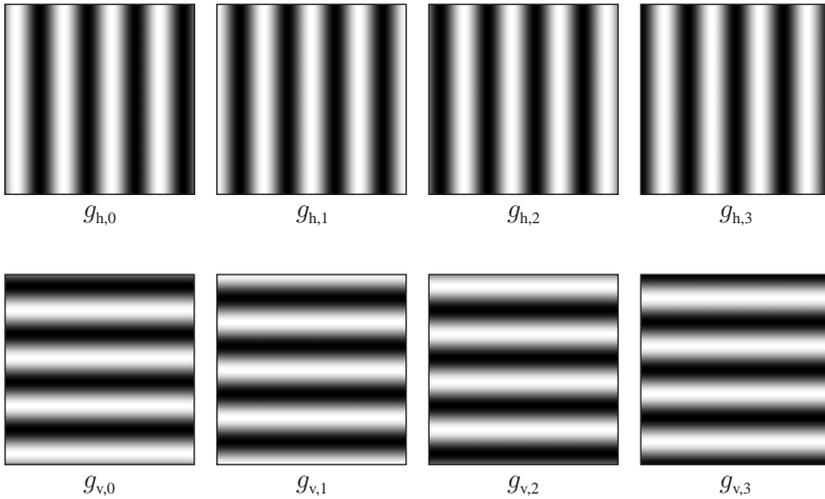


Abbildung 2.4: Streifenmuster zur Kodierung der Schirmkoordinaten \mathbf{X}_S .

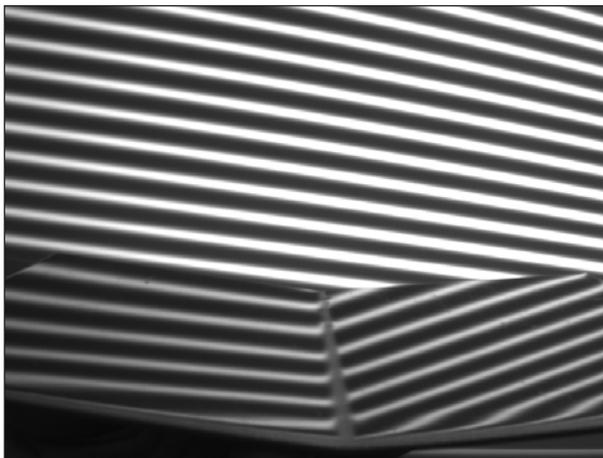


Abbildung 2.5: Messbild einer deflektometrischen Untersuchung. Im Hintergrund ist das auf den Schirm projizierte Streifenmuster zu sehen. Die Information über die Form des Messobjekts (abgewinkeltes Blech) ist in der verzerrten Reflexion dieses Musters enthalten (Vordergrund).

Eine Änderung von k um 1 bewirkt eine Verschiebung des Musters um jeweils 90° . Die Phaseninformation in einem Kamerapixel (i, j) in horizontale Richtung respektive vertikale Richtung kann dann wie folgt bestimmt werden:

$$\phi_{h/v}(i, j) = \arctan \left(\frac{g_{h/v,3}(i, j) - g_{h/v,1}(i, j)}{g_{h/v,0}(i, j) - g_{h/v,2}(i, j)} \right). \quad (2.14)$$

Als Phasenfaltung bezeichnet man den Schritt von den periodischen gemessenen Phasenwerten in nichtperiodische Phasenwerte. Zur Lösung dieser Problematik wurden zahlreiche Algorithmen entwickelt [Zho05, Bal03, CCC04, FP04, FKP01]. Eine Phasenfaltung ist im Fall des beschriebenen Verfahrens nicht notwendig, da Sinusmuster unterschiedlicher Periodenlänge verwendet werden. Die Messung wird mit einem Muster gestartet, bei dem die Periodenlänge der Breite des Gesamtmusters entspricht. Es tritt somit keine 2π -periodische Mehrdeutigkeit auf. Es finden nun Muster mit sukzessive kleinerer Periodenlänge Verwendung, wobei die Untergrenze der Periodenlänge durch das Auflösungsvermögen der Kamera bei der Abbildung des reflektierten Musters gegeben ist. Durch die Verwendung von Streifenmustern mit sinusförmigem Intensitätsverlauf statt binärer Muster ist auch die unscharfe Darstellung des Musters in der Kamera unproblematisch, da der charakteristische Intensitätsverlauf auch bei unscharfer Abbildung erhalten bleibt. Die unscharfe Abbildung bietet vielmehr den Vorteil, dass die diskrete Darstellung des Musters durch den Projektor quasi als kontinuierlich angenommen werden kann, da durch die Unschärfe eine Interpolation der projizierten Pixel stattfindet. Dies hat seine Ursache darin, dass keine hochfrequenten Signalanteile, wie etwa bei einem Binärmuster, vorhanden sind. Die Tiefpass-Eigenschaft einer unscharfen Abbildung wirkt sich somit nicht nachteilig aus. Durch den Prozess der unscharfen Abbildung wird lediglich die Amplitude des Sinusmusters reduziert. Dies lässt sich mathematisch durch die Faltung eines Sinussignals mit einer Gaußfunktion zeigen:

$$g(x) = \sin(\omega_0 x) * \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (2.15)$$

und nach Fouriertransformation:

$$G(\omega) = j\pi (\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)) \exp^{-\frac{\omega_0^2 \sigma^2}{2}}. \quad (2.16)$$

Die Absenkung der Amplitude erfolgt somit gemäß der Funktion $\exp^{-\frac{\omega_0^2 \sigma^2}{2}}$ quadratisch zur Standardabweichung der Gaußfunktion und der Frequenz des Sinussignals.

Der begrenzende Faktor für die Genauigkeit der Phasenbestimmung ist der Graustufenbereich, den das Sinusmuster im Kamerabild umfasst. Für realistische Auf-

nahmebedingungen bei einer deflektometrischen Vermessung liegen ca. 60 Graustufen zwischen der Darstellung des Maximums und des Minimums des Musters. Für die gegebene Versuchsanordnung können Muster mit einer Periodenlänge von 8 Projektorpixel noch mit der Kamera aufgelöst werden. Im Mittel liegt die Größe eines projizierten Pixel auf dem Schirm bei etwa 1 mm. Da eine Unterscheidung der Phaseninformation eine Signaländerung um mindestens eine Graustufe voraussetzt, steht die Graustufenänderung des detektierten Musters in direktem Zusammenhang mit der örtlichen Auflösung der Codierung. Für eine Periode des Musters werden im praktischen Fall etwa 60 Graustufen Differenz zwischen Maximum und Minimum registriert. Eine Periode entspricht für die gegebene Messanordnung einer Distanz von 8 mm auf dem Projektionsschirm. Es können folglich auf dem Projektionsschirm im Mittel $60/8 \text{ mm} = 7,5$ Graustufen je Millimeter unterschieden werden. Folglich liegt die bei einer Messung erreichbare Ortsauflösung der Schirmkodierung bei $e_A = 1/(7,5 \text{ mm}^{-1}) = 0,133 \text{ mm}$. Die Ortsauflösung e_A verhält sich somit reziprok zum Kontrast K zwischen der Darstellung des Maximums und des Minimums des Sinusmusters mit der Periodenlänge L auf der Projektionsfläche:

$$e_A = \frac{L}{K}. \quad (2.17)$$

Für ideale Aufnahmebedingungen und einer Kamera, die 256 Graustufen unterscheiden kann, würden 256 Graustufen zwischen der Darstellung des Maximums und des Minimums des Musters liegen. Hieraus würde eine theoretische Ortsauflösung $e_A = \frac{8 \text{ mm}}{256} \approx 30 \mu\text{m}$ resultieren.

Für den Fall, dass das System nicht metrisch kalibriert ist (die Ausrichtung und Position der Komponenten ist nicht bekannt), kann die im Folgenden Abbildungsfunktion \mathbf{A} genannte Zuordnung

$$\mathbf{x}_P(i, j) = \mathbf{A}(i, j) = \begin{pmatrix} A_1(i, j) \\ A_2(i, j) \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

für eine beliebige Anordnung der Komponenten durch Messung bestimmt werden. Das Indexpaar (i, j) beschreibt die horizontale bzw. vertikale Position eines Pixels auf dem Kamerasensor, für den der Ursprung $\mathbf{A}(i, j)$ des registrierten Lichtstrahles bestimmt wurde. Einem Kamerapixel mit Indexpaar (i, j) wird also eine zweidimensionale Position auf dem bildgebenden Chip des Projektors $\mathbf{x}_P(i, j)$ zugeordnet. Auf Grund der Genauigkeit des Phasenschiebverfahrens kann diese Position subpixelgenau bestimmt werden. Die x - und y -Achse des Koordinatensystems PKS liegen in der Chipebene und die z -Achse zeigt entlang der optischen Achse des Projektors. Diese Information ist ausreichend, um lokale

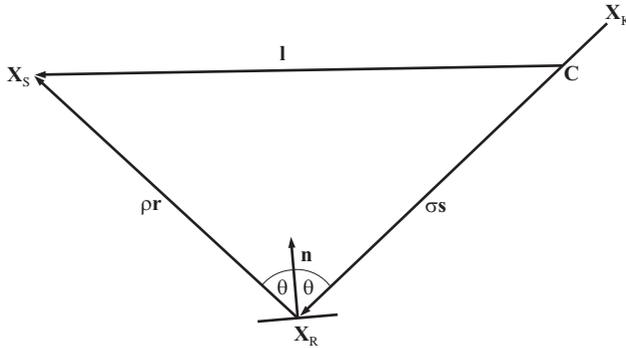


Abbildung 2.6: Allgemeiner Zusammenhang zwischen einem hellen Punkt auf dem Schirm in \mathbf{X}_S , der reflektierenden Oberfläche \mathbf{X}_R und der Beobachtung durch die Kamera mit Projektionszentrum in C .

Defekte wie Dellen, Beulen, Welligkeit und Kratzer auf der spiegelnden Oberfläche zu erkennen, da ein Maß für die lokale Krümmung bestimmt werden kann [Kam03].

In Kapitel 3 wird eine Methode beschrieben, wie eine Zuordnung von 3D-Punkten \mathbf{X}_S auf der Projektionsfläche und der 3D-Position von Kamerapixeln $\mathbf{X}_K(i, j)$, die das reflektierte Licht registrieren, erreicht werden kann. Diese als 3D-Abbildungsfunktion $\mathbf{A}_k(i, j)$ (der Index k steht für kalibriert) bezeichnete Zuordnung ist Voraussetzung für eine dreidimensionale Rekonstruktion von spiegelnden Oberflächen (siehe Kapitel 4) und hat die Form

$$\mathbf{X}_S(i, j) = \mathbf{A}_k(i, j) = \begin{pmatrix} A_{k,1}(i, j) \\ A_{k,2}(i, j) \\ A_{k,3}(i, j) \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Die 3D-Abbildungsfunktion $\mathbf{A}_k(i, j)$ wird im Kamerakoordinatensystem KKS angegeben. Die z -Achse liegt entlang der optischen Achse der Kamera. Die Lage des Startpunkts \mathbf{X}_S auf der Projektionsfläche und des Endpunkts \mathbf{X}_K in einem Kamerapixel sind somit unter Verwendung eines kalibrierten Messaufbaus dreidimensional bestimmbar.

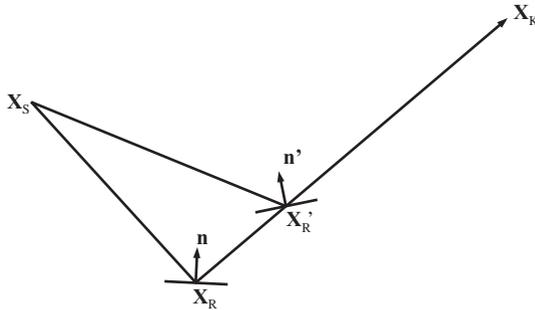


Abbildung 2.7: Mehrdeutigkeit des Strahlengangs: Auch beim kalibrierten Messaufbau kann \mathbf{X}_R nicht direkt bestimmt werden. Ein beliebiger Punkt \mathbf{X}'_R auf dem Sichtstrahl erfüllt beispielsweise ebenso den geforderten Strahlengang.

2.3 Rekonstruktionsproblem bei spiegelnden Oberflächen

Im Allgemeinen kann man den in Abb. 2.6 gegebenen Strahlengang bei einer deflektometrischen Messung aufstellen. Das von der Position \mathbf{X}_S auf dem Schirm emittierte Licht gelangt entlang des Strahls \mathbf{r} (Länge normiert) zum Punkt \mathbf{X}_R auf einer Oberfläche, an dem er reflektiert wird. ρ ist der Abstand zwischen dem Punkt \mathbf{X}_S und dem reflektierenden Punkt \mathbf{X}_R . Das reflektierte Licht gelangt entlang des Strahls \mathbf{s} (Länge normiert) zum Projektionszentrum \mathbf{C} der Kamera. Der Abstand zwischen \mathbf{X}_R und dem Projektionszentrum ist mit σ bezeichnet.

Es ergibt sich folgender mathematischer Zusammenhang (alle Vektoren sind dreidimensionale Größen) [Kam04]:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}\|}, \quad (2.20)$$

$$\mathbf{l} = \sigma \mathbf{s} + \rho \mathbf{r}, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{s} - 2(\mathbf{n}^T \mathbf{s}) \mathbf{n}, \quad (2.22)$$

$$\Rightarrow \mathbf{l} = (\sigma + \rho) \mathbf{s} - 2\rho(\mathbf{n}^T \mathbf{s}) \mathbf{n}. \quad (2.23)$$

Aus der 3D-Abbildungsfunktion können die Vektoren \mathbf{l} und \mathbf{s} bestimmt werden:

$$\mathbf{l} = \mathbf{A}_k(i, j) - \mathbf{C}, \quad (2.24)$$

$$\mathbf{s} = \frac{\mathbf{C} - \mathbf{X}_K(i, j)}{\|\mathbf{C} - \mathbf{X}_K(i, j)\|}. \quad (2.25)$$

Die alleinige Kenntnis der 3D-Abbildungsfunktion ist noch nicht ausreichend, um den Punkt

$$\mathbf{X}_R = \mathbf{C} + \sigma \mathbf{s} \quad (2.26)$$

auf einer spiegelnden Oberfläche zu rekonstruieren. Dies rührt daher, dass der Abstand σ des Punktes \mathbf{X}_R zum Projektionszentrum der Kamera nicht bekannt ist. Somit kann der Strahlengang $\mathbf{X}_S \mapsto \mathbf{X}_R \mapsto \mathbf{X}_K$ nicht vom Strahlengang $\mathbf{X}_S \mapsto \mathbf{X}'_R \mapsto \mathbf{X}_K$ für einen beliebigen Punkt \mathbf{X}'_R entlang des Sichtstrahls des Kamerapixels in $\mathbf{X}_K(i, j)$ unterschieden werden (siehe Abb. 2.7). Die Normale \mathbf{n} in einem Punkt \mathbf{X}_R , sowie die Richtung \mathbf{r} und die Länge ρ des Strahls von der Lichtquelle \mathbf{X}_S nach \mathbf{X}_R ist somit abhängig vom Abstand σ dieses Punktes zum Projektionszentrum \mathbf{C} . Man kann sich die Problematik klar machen, wenn man die Deflektometrie als aktive Triangulation betrachtet. Hierbei ist die Richtung des Sichtstrahls \mathbf{s} vorgegeben und die Richtung des einfallenden Strahles \mathbf{r} abhängig von der Lage und der Neigung des reflektierenden Punktes. Kennt man die Strahlrichtung \mathbf{r} jedoch nicht, kann keine Triangulation durchgeführt werden.

Für die Bestimmung des Abstandes σ kann folgende Gleichung aufgestellt werden:

$$\sigma \mathbf{s} = \mathbf{l} - \rho \mathbf{s} + 2\rho(\mathbf{n}^T \mathbf{s}) \mathbf{n}, \quad (2.27)$$

$$\Rightarrow \sigma = \|\mathbf{l} - \rho \mathbf{s} + 2\rho(\mathbf{n}^T \mathbf{s}) \mathbf{n}\|. \quad (2.28)$$

Nach weiterer Umformung der Gleichung erkennt man, dass eine der drei Größen Normale \mathbf{n} , die Richtung \mathbf{r} oder die Länge ρ des Strahls von der Lichtquelle \mathbf{X}_S zum reflektierenden Punkt \mathbf{X}_R zur Bestimmung von σ zusätzlich bekannt sein muss:

$$\sigma(\mathbf{n}) = \left\| \mathbf{l} - \|\mathbf{s} - 2(\mathbf{n}^T \mathbf{s}) \mathbf{n}\| (\mathbf{s} - 2(\mathbf{n}^T \mathbf{s}) \mathbf{n}) \right\|, \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \sigma(\mathbf{r}) = & \left\| \mathbf{l} - \left\| \mathbf{s} - 2 \left(\left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}\|} \right)^T \mathbf{s} \right) \frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}\|} \right\| \right. \\ & \cdot \left. \left(\mathbf{s} - 2 \left(\left(\frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}\|} \right)^T \mathbf{s} \right) \frac{\mathbf{r} - \mathbf{s}}{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}\|} \right) \right\|, \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\sigma(\rho) = \left\| \mathbf{1} - \rho \mathbf{s} + 2\rho \left(\left(\frac{\frac{1 - \|\mathbf{1} - \rho \mathbf{r}\| \|\mathbf{s} - \rho \mathbf{s}\|}{\rho}}{\|\frac{1 - \|\mathbf{1} - \rho \mathbf{r}\| \|\mathbf{s} - \rho \mathbf{s}\|}{\rho}\|} \right)^T \mathbf{s} \right) \right\| \cdot \left(\frac{\frac{1 - \|\mathbf{1} - \rho \mathbf{r}\| \|\mathbf{s} - \rho \mathbf{s}\|}{\rho}}{\|\frac{1 - \|\mathbf{1} - \rho \mathbf{r}\| \|\mathbf{s} - \rho \mathbf{s}\|}{\rho}\|} \right) \left\| \right\|. \quad (2.31)$$

In Kapitel 4 werden verschiedene Verfahren beschrieben, wie die notwendigen Informationen für die Bestimmung von σ gewonnen werden können und somit die dreidimensionale Position eines reflektierenden Punktes \mathbf{X}_R bestimmt werden kann. Voraussetzung für die Rekonstruktion der Oberfläche ist die Kalibrierung des Messaufbaus. Das hierzu prinzipiell notwendige Vorgehen und das entwickelte Kalibrierverfahren werden im nächsten Kapitel beschrieben.

3 Kalibrierung des Messaufbaus

3.1 Voraussetzungen für die 3D-Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen

Die Kenntnis des Licht emittierenden Schirmpunktes X_S und des Endpunktes X_K eines reflektierten Lichtstrahles in Weltkoordinaten ist Mindestvoraussetzung für die Rekonstruktion des reflektierenden Punktes X_R . Um diese Informationen über den Strahlengang zu erhalten, wird mit dem hier beschriebenen Verfahren die intrinsische und extrinsische Kalibrierung sowohl von Kamera als auch von Projektor durchgeführt. Bei der intrinsischen Kalibrierung werden Parameter wie Brennweite, Hauptpunkt und Linsenverzeichnung von Kamera und Projektor bestimmt und bei der extrinsischen Kalibrierung die Position von Kamera und Projektor relativ zur Projektionsfläche erfasst. Als Ergebnis der Kalibrierung kann für alle beobachteten Reflexionen der projizierten Muster der Startpunkt auf der Projektionsfläche X_S und der Endpunkt des Strahls in einem Pixel des Kamerachips X_K angegeben werden [HD06].

3.2 Allgemeines Vorgehen und Stand der Technik

Die Kalibrierung eines deflektometrischen Messaufbaus unter Verwendung eines Projektors zur Erzeugung von Streifenmustern umfasst die extrinsische und intrinsische Kalibrierung des Projektors und der Kamera. Hierunter versteht man die Bestimmung der Lage und Ausrichtung von Projektor und Kamera relativ zur Projektionsfläche (extrinsische Parameter) sowie die Berechnung der charakteristischen Parameter der optischen Komponenten (intrinsische Parameter).

Verschiedene Ansätze wurden bisher bei der Kalibrierung eines computergesteuerten Datenprojektors verfolgt. Zhang und Huang [ZH06] bestimmen die intrinsischen Parameter Hauptpunkt und Brennweite des Projektors durch die Analyse von projizierten verkippten Schachbrettmustern. Eine mögliche Verzeichnung durch das Linsensystem des Projektors wird außer Acht gelassen. Legarda-Sáenz u. a. berücksichtigen diese Verzeichnung [LSBJ04]. Projektorkalibrierung mit Hilfe von Methoden der projektiven Geometrie wird von Huynh beschrieben

[Huy97]. Die Verwendung eines speziellen Kalibrierungsmusters, das aus Marken auf zwei verkippten Ebenen besteht, ist für sein Verfahren notwendig.

Die Kamerakalibrierung kann zuverlässig durch die Verwendung von Standardmethoden durchgeführt werden [Tsa87, Bou02]. Hierbei werden außer den intrinsischen Parametern auch die Parameter zur Korrektur einer möglichen Verzerrung durch das Linsensystem der Kamera bestimmt.

3.3 Grundbegriffe der projektiven Geometrie

Für die Lösung der Aufgaben, die sich bei der Kalibrierung des Messaufbaus und der Weiterverarbeitung der Messdaten ergeben, bietet sich die projektive Geometrie als mächtiges Hilfsmittel an. Auf Grund von Eigenschaften, die im Vergleich zur euklidischen Geometrie ungewohnt erscheinen, ist es notwendig, einige Grundbegriffe und Zusammenhänge vorab zu klären [HZ02]. Es soll lediglich die projektive Geometrie von Ebenen betrachtet werden, was für die gegebene Problemstellung jedoch ausreichend ist: Der bildgebende Chip des Projektors, der Kamerachip und die Projektionsfläche sind allesamt Ebenen. Die Abbildungen zwischen diesen Ebenen können durch so genannte Homographien beschrieben werden.

Eine Linie in einer Ebene kann über die Gleichung

$$ax + by + c = 0 \quad (3.1)$$

dargestellt werden. Der Vektor $(a, b, c)^T$ bezeichne diese Linie. Die selbe Linie wird auch durch die Gleichung

$$(ka)x + (kb)y + (kc) = 0 \quad (3.2)$$

dargestellt. Dies bedeutet, dass die Vektoren $(a, b, c)^T$ und $k(a, b, c)^T$ für ein beliebiges $k \neq 0$ die selbe Linie bezeichnen. Man sagt, dass diese homogenen Vektoren eine Äquivalenzklasse bilden. Die Vektoren des \mathbb{R}^3 (ohne den Vektor $(0,0,0)^T$) bilden den Projektiven Raum \mathbb{P}^2 .

Eine ungewöhnlich erscheinende Eigenschaft der projektiven Geometrie stellt die äquivalente Darstellung von Punkten und Linien dar. In der Tat gelten Aussagen der projektiven Geometrie, die sich auf Punkte und Linien beziehen, gleichermaßen, wenn man die Begriffe Punkte und Linien vertauscht. Diese Eigenschaft ist als Dualitätsprinzip bekannt.

Zur Einführung des Punktes in der projektiven Geometrie wird folgende Fragestellung betrachtet: Es soll geprüft werden, ob ein Punkt mit den Koordinaten $(x, y)^T$

auf einer Linie $\mathbf{l} = (a, b, c)^T$ liegt. Dies ist der Fall, wenn Gl. (3.1) erfüllt ist. Stellt man den Punkt in homogenen Koordinaten $\mathbf{x} = (x, y, 1)^T$ dar, kann man diese Bedingung schreiben als

$$\mathbf{x}^T \mathbf{l} = 0. \quad (3.3)$$

Analog zur Äquivalenz von homogenen Vektoren, die Linien beschreiben, gilt auch für Punkte

$$(kx, ky, k)\mathbf{l} = 0. \quad (3.4)$$

Dies bedeutet, dass ein Punkt mit Koordinaten $(x, y)^T$ als homogener Vektor $\mathbf{x} = (kx, ky, k)^T$ mit $k \neq 0$ dargestellt werden kann. Diese Darstellung von Punkten und Linien ermöglicht die einfache Formulierung von geometrischen Zusammenhängen. Der Schnittpunkt von zwei Linien \mathbf{l} und \mathbf{l}' ist beispielsweise durch das Kreuzprodukt

$$\mathbf{x} = \mathbf{l} \wedge \mathbf{l}' \quad (3.5)$$

gegeben. Die Verbindungslinie zwischen zwei Punkten \mathbf{x} und \mathbf{x}' lässt sich gemäß

$$\mathbf{l} = \mathbf{x} \wedge \mathbf{x}' \quad (3.6)$$

bestimmen.

Es sollen nun Transformationen der projektiven Ebene betrachtet werden, unter denen drei Punkte, die auf einer Linie liegen, auch nach der Transformation auf einer Linie liegen. Diese Abbildungen tragen die synonymen Namen Kollineation, projektive Abbildung oder Homographie.

Eine Homographie \mathbf{H} ist eine Abbildung von n Punkten \mathbf{x}_i in einer projektiven Ebene \mathbb{P}^2 auf Punkte \mathbf{x}'_i in einer projektiven Ebene \mathbb{P}^2 und kann als 3×3 -Matrix angegeben werden:

$$\mathbf{x}'_i = \mathbf{H}\mathbf{x}_i, \quad (i = 1 \dots n). \quad (3.7)$$

Die zweidimensionale Lage von Punkten $(x_i, y_i)^T$ und $(x'_i, y'_i)^T$ wird in homogenen Koordinaten $\mathbf{x}_i = (x_i, y_i, w_i)^T$ und $\mathbf{x}'_i = (x'_i, y'_i, w'_i)^T$ angegeben. Die Vektoren \mathbf{x}'_i und $\mathbf{H}\mathbf{x}_i$ haben zwar die gleiche Richtung, aber deren Längen können sich um einen skalaren Faktor (ungleich Null) unterscheiden. Für das Kreuzprodukt der Koordinaten gilt in jedem Fall $\mathbf{x}'_i \wedge \mathbf{H}\mathbf{x}_i = 0$.

Mit \mathbf{h}^{jT} sei die j -te Reihe von \mathbf{H} bezeichnet [HZ02]:

$$\mathbf{H}\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{1T}\mathbf{x}_i \\ \mathbf{h}^{2T}\mathbf{x}_i \\ \mathbf{h}^{3T}\mathbf{x}_i \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Das Kreuzprodukt lautet:

$$\mathbf{x}'_i \wedge \mathbf{H}\mathbf{x}_i = \begin{pmatrix} y'_i \mathbf{h}^{3T}\mathbf{x}_i - w'_i \mathbf{h}^{2T}\mathbf{x}_i \\ w'_i \mathbf{h}^{1T}\mathbf{x}_i - x'_i \mathbf{h}^{3T}\mathbf{x}_i \\ x'_i \mathbf{h}^{2T}\mathbf{x}_i - y'_i \mathbf{h}^{1T}\mathbf{x}_i \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Da $\mathbf{h}^{jT}\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i^T \mathbf{h}^j$ für $j = 1 \dots 3$ ($\mathbf{h}^{jT}\mathbf{x}_i$ ist skalar) erhält man folgende drei Gleichungen für die Einträge von \mathbf{H} :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -w'_i \mathbf{x}_i^T & y'_i \mathbf{x}_i^T \\ w'_i \mathbf{x}_i^T & \mathbf{0}^T & -x'_i \mathbf{x}_i^T \\ -y'_i \mathbf{x}_i^T & x'_i \mathbf{x}_i^T & \mathbf{0}^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ \mathbf{h}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (3.10)$$

Diese Gleichung hat die Form $\mathbf{A}_i \mathbf{h} = \mathbf{0}$, wobei \mathbf{A}_i eine 3×9 Matrix ist und \mathbf{h} ein Vektor mit 9 Einträgen gemäß den Spalten \mathbf{h}^j von \mathbf{H} (vgl. Gl. (3.8)):

$$\mathbf{h} = \begin{pmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ \mathbf{h}^3 \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Da die dritte Zeile von Gleichung (3.10) sich als Linearkombination der ersten beiden Zeilen ergibt, genügt es, das folgende Gleichungssystem für \mathbf{h} zu lösen:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & -w'_i \mathbf{x}_i^T & y'_i \mathbf{x}_i^T \\ w'_i \mathbf{x}_i^T & \mathbf{0}^T & -x'_i \mathbf{x}_i^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{h}^1 \\ \mathbf{h}^2 \\ \mathbf{h}^3 \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (3.12)$$

Die Matrix \mathbf{A}_i hat nun 2×9 Einträge. Um die Homographie \mathbf{H} zwischen zwei Ebenen zu bestimmen, werden mindestens vier Punktkorrespondenzen zwischen den Ebenen benötigt. Die Punkte der ersten Ebene seien mit \mathbf{x}_i und die der zweiten Ebene mit \mathbf{x}'_i bezeichnet. In dieser von Hartley und Zisserman beschriebenen Methode werden die Merkmalspositionen jeweils so transformiert, dass ihre Verteilung mittelwertfrei und die Standardabweichung gleich eins ist. Diese Normalisierung erhöht die Zuverlässigkeit der Ergebnisse [HZ02]. Es wird das Vorgehen für genau vier Punktkorrespondenzen beschrieben. Für jedes der vier Punktpaare

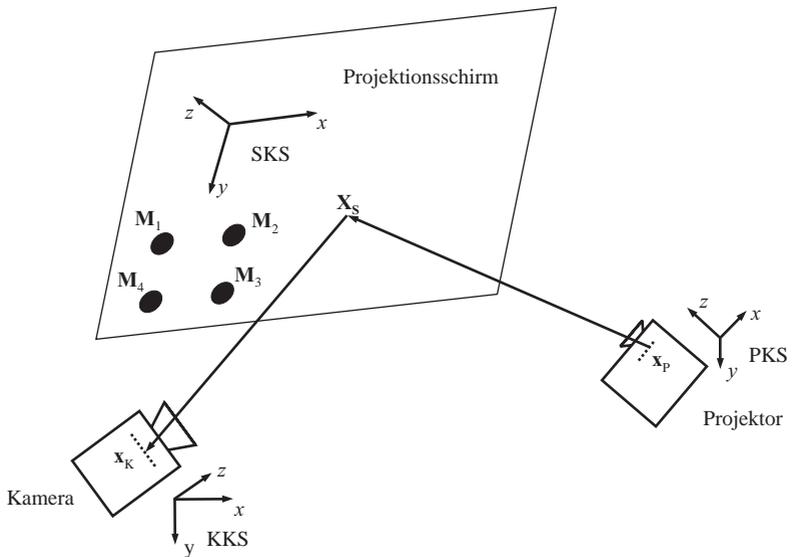


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des zu kalibrierenden Messaufbaus. Die Kreismarken M_1 bis M_4 werden zur Bestimmung der Homographie zwischen Kamerachip und Projektionsfläche benötigt.

wird nun die zugehörige Matrix A_i bestimmt. Aus den vier 2×9 -Matrizen wird eine 8×9 -Matrix zusammengesetzt. Von dieser Matrix wird die Singulärwertzerlegung bestimmt. Der normierte Vektor zum kleinsten Singulärwert ist die gesuchte Lösung h , aus der sich die gesuchte Homographie H direkt gemäß Gl. (3.11) ergibt. Somit ist die Abbildung eines Punkts x_i der ersten Ebene auf den Punkt x'_i der zweiten Ebene entsprechend Gl. (3.7) bekannt.

3.4 Modellierung des Messaufbaus

Die zu betrachtenden Komponenten des Messaufbaus sind der Projektor, die Projektionsfläche (Schirm) und die Kamera. Der Laboraufbau ist in Abb. 3.2 abgebildet. Zur Bestimmung von dreidimensionalen Startpunkten für ein Regionenwachstumsverfahren wird ein Kamerapaar verwendet (siehe Abschnitt 4.3.4). Für die Kalibrierung des Messaufbaus wird nur die linke Kamera verwendet. Die Position und Ausrichtung von Kamera und Projektor werden relativ zum Ursprung



Abbildung 3.2: Photo des Laboraufbaus. Die linke Kamera wird für die Kalibrierung des Messaufbaus verwendet. Die rechte Kamera dient zur Bestimmung von 3D-Positionen aus Stereobildern.

des Koordinatensystems SKS angegeben, dessen x - y -Ebene in der Projektionsfläche liegt (siehe Abb. 3.1). Hierbei ist \mathbf{T}_K die Lage des Ursprungs des SKS in KKS-Koordinaten (Kamera-Koordinatensystem) und \mathbf{R}_K ist die Rotationsmatrix, welche die Ausrichtung des Koordinatensystems der Kamera gegenüber der Projektionsfläche (SKS) beschreibt. Die optische Achse der Kamera ist entlang der z -Achse im System KKS ausgerichtet. Für den Projektor gilt das entsprechende bezüglich der Größen \mathbf{T}_P und \mathbf{R}_P .

Die Kamera wird als Lochkamera modelliert, wobei berücksichtigt wird, dass die ideale Abbildung durch das Linsensystem der Kamera verfälscht wird. Hierbei wird eine nichtlineare Transformation der Bilddaten angenommen [Bro66, HS97b]. Für einen gegebenen Punkt $\mathbf{X} = [X, Y, Z]^T$ (KKS) im Sichtfeld der Kamera (optische Achse entlang der z -Achse) ergibt sich gemäß des Lochkamera-Modells die normalisierte Projektion \mathbf{x}_n auf dem Bildsensor der Kamera in homogenen Koordinaten:

$$\mathbf{x}_n = \begin{pmatrix} X/Z \\ Y/Z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

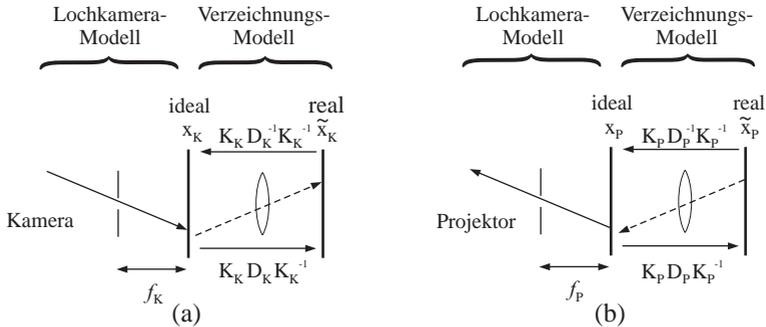


Abbildung 3.3: Skizze zur Verdeutlichung des Zusammenhangs zwischen idealen und realen Bilddaten: (a) Kamera, (b) als inverse Kamera modellierter Projektor. Die Linse symbolisiert jeweils die Verzeichnung.

3.4.1 Intrinsische Parameter und Verzeichnung

Die intrinsische Matrix \mathbf{K}_K beinhaltet die Brennweite $\mathbf{f} = (f_x, f_y)^T$, den Hauptpunkt $\mathbf{c} = (c_x, c_y)^T$ der Kamera sowie die Größe α , die als *Scherung* oder *skew* bezeichnet wird. Diese ist ein Maß für die Abweichung von einem rechten Winkel zwischen der x - und y -Achse auf dem Kamerasensor. Bei exakt rechtwinkliger Anordnung der Pixel hat α den Wert Null. Für Sensoren, die in Industriekameras verwendet werden, ist dies in der Regel der Fall. Brennweite und Hauptpunkt werden in der Einheit Pixel ausgedrückt:

$$\mathbf{K}_K = \begin{pmatrix} f_x & \alpha f_x & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Die Projektion des Punktes \mathbf{X} bei gegebenen intrinsischen Parametern \mathbf{K}_K ergibt sich zu

$$\mathbf{x}_K = \mathbf{K}_K \mathbf{x}_n. \quad (3.15)$$

Der Zusammenhang zwischen idealen Koordinaten \mathbf{x}_K und verzeichneten Koordinaten $\tilde{\mathbf{x}}_K$ ist in Abb. 3.3 veranschaulicht. Die ideale Projektion auf dem Bildsensor im Punkt \mathbf{x}_K wird durch das nichtideale Linsensystem und die womöglich unpräzise Montage des Bildsensors in $\tilde{\mathbf{x}}_K$ registriert. Diese Verzeichnung ist in der Skizze als Linse symbolisiert. Die Funktion $D_K(\mathbf{x}_n)$ modelliert die Verzeichnung der normalisierten Projektion \mathbf{x}_n eines Punktes \mathbf{X} in Form von tangentialen

(Parameter k_3, k_4) und radialen Anteilen (k_1, k_2) [Bou02], welche für die Modellierung der in der Praxis auftretenden Linsenfehler ausreichend sind:

$$\mathbf{x}_d = D_K(\mathbf{x}_n) = \begin{pmatrix} x_{d,1} \\ x_{d,2} \end{pmatrix} = (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{n,1} \\ \mathbf{x}_{n,2} \end{pmatrix} + \Delta \mathbf{x}, \quad (3.16)$$

wobei $r^2 = x^2 + y^2$ ist und der Vektor $\Delta \mathbf{x}$ die tangentielle Verzeichnung beschreibt:

$$\Delta \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2k_3 xy + k_4(r^2 + 2x^2) \\ k_3(r^2 + 2y^2) + 2k_4 xy \end{pmatrix}. \quad (3.17)$$

Die verzeichnete Pixelposition $\tilde{\mathbf{x}}_K$ bestimmt sich wie folgt aus der normalisierten verzeichneten Koordinate \mathbf{x}_d in homogenen Koordinaten:

$$\begin{pmatrix} \tilde{x}_K \\ \tilde{y}_K \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{K}_K \begin{pmatrix} x_{d,1} \\ x_{d,2} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Der Projektor kann als inverse Kamera modelliert werden. Das bedeutet, dass der Strahlengang gegenüber dem Kameramodell invertiert ist, die Gleichungen für die optische Abbildung aber die gleichen bleiben. Außerdem haben die verzeichneten und unverzeichneten Koordinaten umgekehrte Bedeutung im Vergleich zur Abbildung durch die Kamera. Im Fall der Kamera interessieren die unverzeichneten Bildkoordinaten \mathbf{x}_K , die durch Kompensation der Verzeichnung auf Grund der nichtidealen Kamera mittels der Funktion D_K^{-1} aus den verzeichneten Koordinaten $\tilde{\mathbf{x}}_K$ bestimmt werden können. Im Fall des Projektors muss das Pixel mit Koordinate $\tilde{\mathbf{x}}_P$ auf dem bildgebenden Chip aktiviert werden, um eine ideale Projektion des Pixels \mathbf{x}_P zu erreichen. Die zu projizierenden Bilddaten müssen folglich mit der Funktion D_P verzeichnet werden:

$$\tilde{\mathbf{x}}_P = \mathbf{K}_P D_P(\mathbf{K}_P^{-1} \mathbf{x}_P). \quad (3.19)$$

3.4.2 Extrinsische Parameter

Die Position des optischen Zentrums von Kamera und Projektor sowie die Ausrichtung der optischen Achse der beiden Komponenten werden als extrinsische Parameter bezeichnet. Diese Größen werden bezüglich der Schirmposition im Ursprung des Schirmkoordinatensystems (SKS) angegeben. Die z -Achse dieses Systems zeigt von Kamera und Projektor weg und die x - y -Ebene liegt in der Projektionsfläche.

Zunächst wird die optische Abbildung zwischen einem Pixel \mathbf{x}_P eines verzeichnungsfreien Projektors und dem Punkt $\mathbf{X}_S = (X_S, Y_S, 0)$ (SKS) auf dem Schirm bestimmt:

$$\mathbf{x}_P = \mathbf{K}_P [\mathbf{R}_P, \mathbf{T}_P] \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

\mathbf{T}_P ist hierbei der Translationsvektor zwischen dem optischen Zentrum des Projektors (Ursprung des PKS) und dem Ursprung des Schirmkoordinatensystems (SKS), \mathbf{R}_P ist die Rotationsmatrix, welche die Ausrichtung zwischen SKS und PKS beschreibt. Sowohl die Punkte \mathbf{x}_P auf dem bildgebenden Chip des Projektors als auch die Punkte \mathbf{X}_S auf dem Schirm liegen jeweils in einer Ebene. Die z -Koordinate der Größe \mathbf{X}_S ist demnach Null.

Im gegebenen Fall gilt:

$$\mathbf{x}_P = \lambda_P \mathbf{K}_P [\mathbf{R}_{P,1}, \mathbf{R}_{P,2}, \mathbf{T}_P] \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

Hierbei wird mit $\mathbf{R}_{P,1}$ und $\mathbf{R}_{P,2}$ die erste und zweite Spalte der Matrix \mathbf{R}_P bezeichnet, λ_P ist eine beliebige reelle Konstante. Aus (3.21) kann der Auftreffpunkt $[X_S, Y_S]$ auf dem Schirm in Abhängigkeit vom lichtemittierenden Pixel \mathbf{x}_P bestimmt werden:

$$\begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\lambda_P} [\mathbf{R}_{P,1}, \mathbf{R}_{P,2}, \mathbf{T}_P]^{-1} \mathbf{K}_P^{-1} \mathbf{x}_P. \quad (3.22)$$

Im Allgemeinen weist ein Projektor ein gewisses Maß an Verzeichnung auf. Um dies zu modellieren, wird angenommen, dass bei computerseitiger Aktivierung des Pixels $\tilde{\mathbf{x}}_P$ des bildgebenden Chips auf Grund der Verzeichnung des Projektors eine punktförmige Lichtquelle mit der Position \mathbf{x}_P resultiert. Für diese Koordinate \mathbf{x}_P kann dann weiterhin im idealen inversen Lochkammermodell gerechnet werden, da die Verzeichnung bei der Bestimmung von \mathbf{x}_P aus der Pixelkoordinate $\tilde{\mathbf{x}}_P$ berücksichtigt wurde. Die Koordinaten der wie folgt zu berechnenden Position \mathbf{x}_P können nicht ganzzahlige Werte annehmen:

$$\mathbf{x}_P = \mathbf{K}_P D_P^{-1} (\mathbf{K}_P^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_P). \quad (3.23)$$

Die Abbildung zwischen einem projizierten Punkt \mathbf{x}_S auf dem Schirm und der korrespondierenden Pixelposition \mathbf{x}_K auf dem Sensorchip der Kamera kann ebenfalls als Homographie dargestellt werden:

$$\mathbf{x}_K = \lambda_K \mathbf{K}_K [\mathbf{R}_{K,1}, \mathbf{R}_{K,2}, \mathbf{T}_K] \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Ersetzt man $[X_S, Y_S, 1]^T$ durch den entsprechenden Ausdruck aus (3.22) ergibt sich folgende Gleichung für \mathbf{x}_K :

$$\mathbf{x}_K = \lambda_K \mathbf{K}_K [\mathbf{R}_{K,1}, \mathbf{R}_{K,2}, \mathbf{T}_K] \frac{1}{\lambda_P} [\mathbf{R}_{P,1}, \mathbf{R}_{P,2}, \mathbf{T}_P]^{-1} \mathbf{K}_P^{-1} \mathbf{x}_P \quad (3.25)$$

$$= \lambda_{KP} \mathbf{K}_K \mathbf{H}_{KP} \mathbf{K}_P^{-1} \mathbf{x}_P. \quad (3.26)$$

Die beiden Homographien zwischen Projektor und Schirm, sowie Schirm und Kamera können zu einer Homographie \mathbf{H}_{KP} zusammengefasst werden. Drückt man \mathbf{x}_P über die computerseitig aktivierte Projektorkoordinate $\tilde{\mathbf{x}}_P$ und die Korrekturfunktion D_P aus, erhält man \mathbf{x}_K in Abhängigkeit von $\tilde{\mathbf{x}}_P$:

$$\mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{x}_K = \lambda_{KP} \mathbf{H}_{KP} D_P^{-1} (\mathbf{K}_P^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_P). \quad (3.27)$$

In einem letzten Schritt wird nun die ideale Kamerakoordinate \mathbf{x}_K durch die beobachtete Kamerakoordinate $\tilde{\mathbf{x}}_K$ ersetzt:

$$\tilde{\mathbf{x}}_K = \mathbf{K}_K D_K (\mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{x}_K). \quad (3.28)$$

Unter Verwendung von Gleichung (3.27) und (3.28) kann somit bei gegebenen intrinsischen und extrinsischen Parametern des Messaufbaus unter Berücksichtigung der Kameraverzeichnung der Auftreffpunkt $\tilde{\mathbf{x}}_K$ bestimmt werden, der Licht von einem computerseitig aktivierten Pixel $\tilde{\mathbf{x}}_P$ empfängt. Folglich kann für ein beliebiges zu projizierendes Projektor-Eingangsbild das resultierende Kamerabild des auf den Schirm projizierten Bilds bestimmt werden. Dies ist eine Voraussetzung für die in den folgenden Abschnitten beschriebene Kalibrierung des Messaufbaus.

3.5 Initiale Parameterschätzung

Die Kalibrierung des deflektometrischen Messaufbaus umfasst die Bestimmung der extrinsischen Parameter (Position und Ausrichtung von Kamera und Pro-

vektor relativ zum Schirmkoordinatensystem SKS) sowie der intrinsischen Parameter von Kamera und Projektor (siehe Abschnitt 3.4.1). Für die intrinsische Kalibrierung der Kamera stehen bewährte Standardmethoden zur Verfügung [Tsa87, Bou02]. Hierzu werden Bilder eines ebenen Schachbrettmusters mit bekannten Dimensionen mit der zu kalibrierenden Kamera aufgenommen. Die Position und Ausrichtung der Kalibriertafel wird variiert. Aus diesen Bildern werden die Positionen der Schachbrettecken im Kamerabild extrahiert. Nach der Schätzung der jeweiligen Ausrichtung und Entfernung des Schachbretts zur Kamera in den einzelnen Bildern werden die intrinsischen Parameter der Kamera bestimmt. Nach Verwendung der Kalibrieroutine stehen somit die notwendigen Parameter zur intrinsischen Kalibrierung der Kamera zur Verfügung. Somit wird im folgenden von einer kalibrierten Kamera ausgegangen.

Die Bestimmung der extrinsischen Parameter von Projektor und Kamera und der Schirmpositionen sowie der intrinsischen Parameter des Projektors erfolgt gleichzeitig mittels eines Bündelausgleichs über die gemessenen Daten. Für diese nicht-lineare Optimierung (siehe Abschnitt 3.6) sind Startwerte notwendig, die bereits in der Nähe der Lösung liegen. Ist dies nicht der Fall, kann es vorkommen, dass das gefundene Ergebnis nicht mit der gesuchten Lösung übereinstimmt. Zur Bestimmung einer Näherungslösung wird zunächst angenommen, dass der Projektor zeichnungsfrei sei. Dies ermöglicht es, die extrinsischen Parameter ($\mathbf{R}_K, \mathbf{T}_K$) von Kamera und Projektor ($\mathbf{R}_P, \mathbf{T}_P$), sowie die Brennweite f_P des Projektors näherungsweise geschlossen lösbar zu bestimmen.

Es soll die Homographie \mathbf{H}_{KS} zwischen Punkten auf der Projektionsfläche und korrespondierenden Punkten auf dem Kamerachip bestimmt werden. Um die Korrespondenzen bestimmen zu können, werden kreisförmige Marken auf dem Schirm mit zueinander bekanntem Abstand angebracht (vgl. Abb. 3.1). Aus einer Kameraaufnahme der Marken werden mittels eines Algorithmus zur Ellipsendetektion die Bildkoordinaten der Marken-Mittelpunkte $\mathbf{x}_{KM}^{k,m}$ bestimmt [FPF99]. Die Punkte $\mathbf{x}_m = [M_x^m, M_y^m, 1]^T$ (SKS) sind durch die bekannten Positionen \mathbf{M}_m ($m = 1 \dots 4$) der Mittelpunkte der Marken auf dem Schirm gegeben. Die absolute Position der Marken auf dem Schirm ist hierbei nicht relevant. Die obere linke Marke definiert den Ursprung des SKS. Die Verbindung zur rechts oben liegenden Marke definiert die x -Achse und die Verbindung von der oben links zur unten links liegenden Marke die y -Achse. Die Punkte $\mathbf{x}'_m = [x_{n,KM,x}^m, x_{n,KM,y}^m, 1]^T$ sind gemäß der normierten Kamerakoordinaten $\mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{x}_{KM}^{k,m} = \mathbf{x}_{n,KM}^m$ der Abbildung der Mittelpunkte der Kreismarken gegeben. Aus den normierten Kamerakoordinaten \mathbf{x}'_m und den bekannten Positionen \mathbf{x}_m der vier Kreismarken kann die Homographie \mathbf{H}_{KS} bis auf einen beliebigen skalaren Faktor geschätzt werden (vgl. Abschnitt 3.3).

Die m -te Marke mit der Koordinate $\mathbf{M}_m = (M_x^m, M_y^m, 0)^T$ (SKS) wird in der Kamera wie folgt abgebildet:

$$\mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{x}_{KM}^{k,m} = \lambda_K [\mathbf{R}_{K,1}, \mathbf{R}_{K,2}, \mathbf{T}_K] \begin{bmatrix} M_x^m \\ M_y^m \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda_K \mathbf{H}_{KS} \begin{bmatrix} M_x^m \\ M_y^m \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Die extrinsischen Parameter der Kamera ($\mathbf{R}_K, \mathbf{T}_K$) können aus der Homographie \mathbf{H}_{KS} bestimmt werden:

$$\mathbf{H}_{KS} = \lambda_K [\mathbf{R}_{K,1}, \mathbf{R}_{K,2}, \mathbf{T}_K], \quad (3.30)$$

wobei mit $\mathbf{R}_{K,1}$ und $\mathbf{R}_{K,2}$ die erste respektive zweite Spalte der Rotationsmatrix \mathbf{R}_K bezeichnet ist.

Da die Messungen der Markenpositionen und der zugehörigen Kamerakordinaten fehlerbehaftet sind, können die Beträge der ersten beiden Spaltenvektoren von \mathbf{R}_K in der Gleichung $\mathbf{H}_{KS} = \lambda_K [\mathbf{R}_{K,1}, \mathbf{R}_{K,2}, \mathbf{T}_K]$ ungleich eins sein. Dies bedeutet, dass die Komponenten $\mathbf{R}_{K,1}$ und $\mathbf{R}_{K,2}$ nicht exakt orthonormal sind, was für eine gültige Rotationsmatrix jedoch gelten muss. Folgende Berechnungsvorschrift liefert eine gültige Rotationsmatrix \mathbf{R}_K und den Translationsvektor \mathbf{T}_K , welche die Position und Ausrichtung der Kamera relativ zur Projektionsfläche beschreiben:

$$\lambda_K \approx (\|\mathbf{H}_{KS,1}\| + \|\mathbf{H}_{KS,2}\|) / 2 \quad (3.31)$$

$$\mathbf{T}_K \approx \frac{\mathbf{H}_{KS,3}}{(\|\mathbf{H}_{KS,1}\| + \|\mathbf{H}_{KS,2}\|) / 2} \quad (3.32)$$

$$\mathbf{R}_K \approx \left[\frac{\mathbf{H}_{KS,1}}{\|\mathbf{H}_{KS,1}\|}, \frac{\mathbf{H}_{KS,2}}{\|\mathbf{H}_{KS,2}\|}, \frac{\mathbf{H}_{KS,1}}{\|\mathbf{H}_{KS,1}\|} \wedge \frac{\mathbf{H}_{KS,2}}{\|\mathbf{H}_{KS,2}\|} \right], \quad (3.33)$$

wobei $\mathbf{H}_{KS,i}$ die i -te Spalte von \mathbf{H}_{KS} bezeichnet.

Zur Bestimmung der Homographie \mathbf{H}_{PK} wird die Transformation zwischen Koordinaten \mathbf{x}_P im zu projizierenden Bild und Koordinaten \mathbf{x}_K im Bild der Kamera betrachtet (vgl. (3.25)):

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_P &= \lambda_P \mathbf{K}_P [\mathbf{R}_{P,1}, \mathbf{R}_{P,2}, \mathbf{T}_P] [\mathbf{R}_{K,1}, \mathbf{R}_{K,2}, \mathbf{T}_K]^{-1} \mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{x}_K \\ &= \lambda_P \mathbf{H}_{PS} (\mathbf{H}_{KS})^{-1} \mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{x}_K \\ &= \lambda_P \mathbf{H}_{PK} \mathbf{K}_K^{-1} \mathbf{x}_K. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Die noch zu bestimmende Homographie \mathbf{H}_{PS} zwischen Pixelkoordinaten des Projektors \mathbf{x}_{P} und Schirmkoordinaten \mathbf{x}_{S} kann aus der noch zu bestimmenden Homographie \mathbf{H}_{PK} und der bekannten Homographie \mathbf{H}_{KS} kombiniert werden:

$$\mathbf{H}_{\text{PS}} = \mathbf{H}_{\text{PK}}\mathbf{H}_{\text{KS}} \quad (3.35)$$

Wie schon für die Homographie \mathbf{H}_{KS} geschehen, kann die Homographie \mathbf{H}_{PK} aus mindestens vier korrespondierenden Punktpaaren $(\mathbf{x}_{\text{K}}, \mathbf{x}_{\text{P}})$ bestimmt werden. Zur Gewinnung dieser Punktkorrespondenzen wird eine Serie von Streifenmustern projiziert, die gemäß des in Abschnitt 2.2 beschriebenen Verfahrens dekodiert werden. Als Ergebnis ist für jedes Kamerapixel \mathbf{x}_{K} das emittierende Projektorpixel \mathbf{x}_{P} bekannt. Durch dieses Vorgehen stehen so viele Punktkorrespondenzen zur Verfügung, wie Kamerapixel das projizierte Muster darstellen. Dies führt zu einer zuverlässigen Schätzung der Homographie. Das beschriebene Verfahren zur Homographie-Bestimmung bleibt das Gleiche wie für vier Punktpaare, lediglich die Größe der Matrix \mathbf{A} wird der Zahl der Punktpaare angepasst. Da die intrinsischen Parameter des Projektors noch nicht bestimmt sind (die Einträge von \mathbf{K}_{P} sind unbekannt), wird direkt die Homographie zwischen nicht normalisierten Pixelkoordinaten des Projektors \mathbf{x}_{P} und Schirmkoordinaten \mathbf{x}_{S} bestimmt.

Um die Brennweite \mathbf{f} und den Hauptpunkt $\mathbf{c} = (c_x, c_y)^{\text{T}}$ des Projektors bestimmen zu können, wird eine der Kamerakalibrierung entlehnte Methode verwendet [Zha00]. Das von Zhang vorgeschlagene Verfahren benötigt Aufnahmen eines Schachbrettmusters, das unter verschiedenen Ausrichtungen und Abständen vor die zu kalibrierende Kamera gehalten wird. In Analogie wird bei der Projektorkalibrierung die Projektionsfläche in unterschiedliche Positionen und Ausrichtungen gebracht und von einer kalibrierten Kamera das projizierte Bild aufgenommen.

Zur Beschreibung der K verschiedenen Positionen und Ausrichtungen des Schirms wird die Rotationsmatrix \mathbf{R}_{S}^k und der Translationsvektor \mathbf{T}_{S}^k eingeführt, welche die Schirmkoordinaten für die k -te Schirmkonfiguration ($k = 1 \dots K$) in das Koordinatensystem der ersten Schirmkonfiguration (SKS) überführt:

$$\mathbf{X}_{\text{S}}^k = \mathbf{R}_{\text{S}}^k \mathbf{X}_{\text{S}} + \mathbf{T}_{\text{S}}^k. \quad (3.36)$$

Für $k = 1$ ist $\mathbf{R}_{\text{S}}^1 = \mathbf{I}$ und $\mathbf{T}_{\text{S}}^1 = \mathbf{0}$. Die extrinsischen Parameter für die k -te Konfiguration $(\mathbf{R}_{\text{K}}^k, \mathbf{T}_{\text{K}}^k)$ und $(\mathbf{R}_{\text{P}}^k, \mathbf{T}_{\text{P}}^k)$ ergeben sich aus der Verknüpfung mit den jeweiligen Schirmtransformationen zu:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\text{K}}^k &= \mathbf{R}_{\text{K}}\mathbf{R}_{\text{S}}^k, & \mathbf{T}_{\text{K}}^k &= \mathbf{R}_{\text{K}}\mathbf{T}_{\text{S}}^k + \mathbf{T}_{\text{K}}, \\ \mathbf{R}_{\text{P}}^k &= \mathbf{R}_{\text{P}}\mathbf{R}_{\text{S}}^k, & \mathbf{T}_{\text{P}}^k &= \mathbf{R}_{\text{P}}\mathbf{T}_{\text{S}}^k + \mathbf{T}_{\text{P}}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Die Homographie \mathbf{H}^k beschreibt eine Abbildung für die k -te Schirmkonfiguration.

Aus Gl. (3.34) geht hervor, dass

$$\mathbf{H}_{\text{PS}}^k = [\mathbf{H}_{\text{PS},1}^k, \mathbf{H}_{\text{PS},2}^k, \mathbf{H}_{\text{PS},3}^k] = \mathbf{K}_P [\mathbf{R}_{P,1}^k, \mathbf{R}_{P,2}^k, \mathbf{T}_P^k]. \quad (3.38)$$

Da $\mathbf{R}_{P,1}^k$ und $\mathbf{R}_{P,2}^k$ zueinander orthonormal sind, gelten folgende Bestimmungsgleichungen für \mathbf{K}_P , die von den Spalten von \mathbf{H}_{PS}^k abhängen:

$$(\mathbf{H}_{\text{PS},1}^k)^T \mathbf{K}_P^{-T} \mathbf{K}_P^{-1} \mathbf{H}_{\text{PS},2}^k = 0 \quad (3.39)$$

$$(\mathbf{H}_{\text{PS},1}^k)^T \mathbf{K}_P^{-T} \mathbf{K}_P^{-1} \mathbf{H}_{\text{PS},1}^k = (\mathbf{H}_{\text{PS},2}^k)^T \mathbf{K}_P^{-T} \mathbf{K}_P^{-1} \mathbf{H}_{\text{PS},2}^k. \quad (3.40)$$

Es wird angenommen, dass skew und Verzeichnung für die Bestimmung eines Startwertes für die Optimierung vernachlässigt werden dürfen ($\alpha = 0, k_1 \dots k_4 = 0$). Außerdem sei $f = f_x = f_y$. Für die Matrix Ω (Bild des absoluten Kegelschnitts) gilt:

$$\Omega = \mathbf{K}_P^{-T} \mathbf{K}_P^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{f^2} & 0 & -\frac{c_x}{f^2} \\ 0 & \frac{1}{f^2} & -\frac{c_y}{f^2} \\ -\frac{c_x}{f^2} & -\frac{c_y}{f^2} & \frac{c_x^2}{f^2} + \frac{c_y^2}{f^2} + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & 0 & \Omega_{13} \\ 0 & \Omega_{11} & \Omega_{23} \\ \Omega_{13} & \Omega_{23} & \Omega_{33} \end{bmatrix}. \quad (3.41)$$

Mit den Gln. (3.39) und (3.40) kann für die Komponenten von Ω folgendes Gleichungssystem aufgestellt werden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{12}^T \\ \mathbf{v}_{11}^T - \mathbf{v}_{22}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_{11} \\ \Omega_{13} \\ \Omega_{23} \\ \Omega_{33} \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (3.42)$$

wobei folgende Definition für die Vektoren \mathbf{v}_{ij}^T gilt:

$$\mathbf{v}_{ij}^T [\Omega_{11}, \Omega_{13}, \Omega_{23}, \Omega_{33}]^T = (\mathbf{H}_{\text{PS},i}^k)^T \Omega \mathbf{H}_{\text{PS},j}^k. \quad (3.43)$$

Mittels Singulärwertzerlegung kann bei gegebenen Homographien \mathbf{H}_{PS}^k (in nicht normalisierten Projektorkoordinaten \mathbf{x}_P) für verschiedene Schirmkonfigurationen Gl. (3.42) gelöst werden. Aus den bestimmten Komponenten von Ω können Hauptpunkt und Brennweite des Projektors bestimmt werden:

$$c_x = -\Omega_{13}/\Omega_{11} \quad (3.44)$$

$$c_y = -\Omega_{23}/\Omega_{11} \quad (3.45)$$

$$f = \sqrt{\|\Omega_{33}/\Omega_{11} - c_x^2 - c_y^2\|}. \quad (3.46)$$

Mit den nun bekannten Schätzwerten für die intrinsischen Parameter \mathbf{K}_p des Projektors kann die Homographie \mathbf{H}_{PS}^k für normalisierte Projektorkoordinaten neu bestimmt werden. Wie für die Homographien \mathbf{H}_{KS}^k können dann Schätzungen für die Matrizen \mathbf{R}_p^k und Transformationen \mathbf{T}_p^k (vgl. Gl. 3.32 und 3.33) bestimmt werden.

3.6 Parameteroptimierung

Die geschätzten intrinsischen Parameter des Projektors \mathbf{K}_p sowie die bisher als nicht vorhanden angenommene Projektorverzeichnung, die extrinsischen Parameter von Kamera ($\mathbf{R}_K, \mathbf{T}_K$) und Projektor ($\mathbf{R}_p, \mathbf{T}_p$) sowie die $K - 1$ Schirmkonfigurationen ($\mathbf{R}_S^k, \mathbf{T}_S^k$) sollen nun mittels Bündelausgleich an Hand der Daten optimiert werden, die für K Schirmkonfigurationen gemessen wurden.

Es liegen für jede Schirmkonfiguration $k = 1 \dots K$ die gemessenen Koordinaten $\mathbf{x}_{KM}^{k,m}$ ($m = 1 \dots 4$) der Kreismarken auf der Projektionsfläche, sowie N_k Punktkorrespondenzen $(\tilde{\mathbf{x}}_p^{k,n}, \mathbf{x}_K^{k,n})$ ($n = 1 \dots N_k$) vor. $\tilde{\mathbf{x}}_p^{k,n}$ bezeichnet die durch Phasenkodierung bestimmten Pixelkoordinaten des Projektors nach Berücksichtigung der Verzeichnung von Kamera und Projektor. Durch Änderung der zu schätzenden Parameter wird die Rückprojektion $\hat{\mathbf{x}}_K^{k,n}$ von Strahlen, die vom Projektor ausgehen und die Rückprojektion $\hat{\mathbf{x}}_{KM}^{k,m}$ der aus den Kamerabildern bestimmten Mittelpunkte $\mathbf{x}_{KM}^{k,m}$ der Kreismarken beeinflusst. Wenn die Abweichung F dieser Rückprojektionen gegenüber den gemessenen Positionen minimiert wird, streben die geschätzten Parameter ihren gemäß des folgenden Kriteriums optimalen Werten zu:

$$F = \sum_{k=1}^K \left(\sum_{m=1}^4 \left\| \mathbf{x}_{KM}^{k,m} - \hat{\mathbf{x}}_{KM}^{k,m} \right\|_{\mathbf{C}_{KM}}^2 + \sum_{n=1}^{N_k} \left\| \mathbf{x}_K^{k,n} - \hat{\mathbf{x}}_K^{k,n} \right\|_{\mathbf{C}_K}^2 \right). \quad (3.47)$$

Die Normierung der Terme $\left\| \mathbf{x}_{KM}^{k,m} - \hat{\mathbf{x}}_{KM}^{k,m} \right\|$ und $\left\| \mathbf{x}_K^{k,n} - \hat{\mathbf{x}}_K^{k,n} \right\|$ erfolgt unter Berücksichtigung der Kovarianzmatrix \mathbf{C}_{KM} der Messunsicherheit bei der Bestimmung der Kreismarkenpositionen respektive der Kovarianzmatrix \mathbf{C}_K bei der Bestimmung der Punktkorrespondenzen:

$$\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{C}_{KM}}^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{C}_{KM}^{-1} \mathbf{x}, \quad (3.48)$$

$$\|\mathbf{x}\|_{\mathbf{C}_K}^2 = \mathbf{x}^T \mathbf{C}_K^{-1} \mathbf{x}. \quad (3.49)$$

Mittels eines Gradientenabstiegsverfahrens wird die Fehlerfunktion F minimiert und somit der optimale Satz von Parametern für die durchgeführte Messreihe be-

	k_1	k_2	k_3	k_4	α
Kamera	-0,2020	0,0984	0,0019	-0,0013	0
Projektor	-0,0858	0,1569	0,0016	-0,0026	0
	$c_x; c_y/$ (Pixel)		$f_x; f_y/$ (Pixel)		
Kamera	403,5; 336,0		927,4; 925,5		
Projektor	496,5; 857,4		2041,1; 2042,2		

Tabelle 3.1: Intrinsische Parameter von Kamera und Projektor nach der Optimierung der intrinsischen und extrinsischen Parameter des Messaufbaus.

stimmt. Das verwendete nichtlineare Optimierungsverfahren ist ein Levenberg-Marquardt-Algorithmus [Mor77].

3.7 Ergebnisse

Bei den präsentierten Ergebnissen wurden die in Anhang A.4 beschriebene Kamera und Projektor verwendet. Nach der Kalibrierung der Kamera mit dem Verfahren nach Tsai und Bouguet [Bou02] wurde für sieben verschiedene Schirmkonfigurationen ($\mathbf{R}_S^k, \mathbf{T}_S^k$) jeweils ein Bild der Kreismarken auf der Projektionsfläche aufgenommen. Die Messunsicherheit \mathbf{C}_{KM} für den Mittelpunkt \mathbf{M}_m einer Kreismarke lässt sich aus der Größe der Marke im Kamerabild sowie der angenommenen Unsicherheit der Position der Pixel an der Berandung der Marke im Kamerabild bestimmen. Bei einem mittleren Durchmesser des Bildes einer Marke von ca. 35 Pixel ergibt sich eine Messunsicherheit von 0,1 Pixel [Sch04].

Unter den verschiedenen Schirmpositionen werden mittels des Streifenprojektionsverfahrens Punktkorrespondenzen ($\tilde{\mathbf{x}}_P^{k,n}, \mathbf{x}_K^{k,n}$) erzeugt. Die Messunsicherheit \mathbf{C}_K eines Punkts \mathbf{X}_S auf dem Projektionsschirm beträgt etwa 0,133 mm (siehe Abschnitt 2.2).

Nach Optimierung der Parameter des Messaufbaus nach Abschnitt 3.6 ergeben sich die in Tabelle 3.1 gezeigten intrinsischen Parameter für Kamera und Projektor. Im direkten Vergleich des Parameters k_1 von Kamera und Projektor ist zu erkennen, dass der Projektor weniger Verzeichnung als die verwendete Kamera aufweist, da für diesen k_1 kleiner ist. Die Korrekturen beziehen sich gemäß Gl. (3.16) auf normalisierte Koordinaten, so dass folglich deren Maximum bei eins liegt. Der Koeffizient k_1 hat unter den Koeffizienten k_i , ($i = 1 \dots 4$) die größte Bedeutung, da dieser mit dem Term mit kleinstem Exponenten korrespondiert.

Ein geeigneter Test, um die Güte der Kalibrierung abzuschätzen, ist die Reproduktion eines synthetisch vorgegeben Kamerabildes eines Musters auf der Pro-

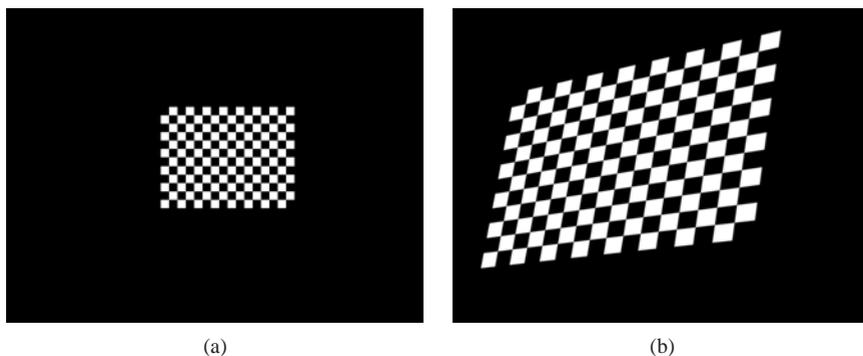


Abbildung 3.4: Vorgegebenes synthetisches Kamerabild (a), berechnetes zu projizierendes Projektorbild (b).

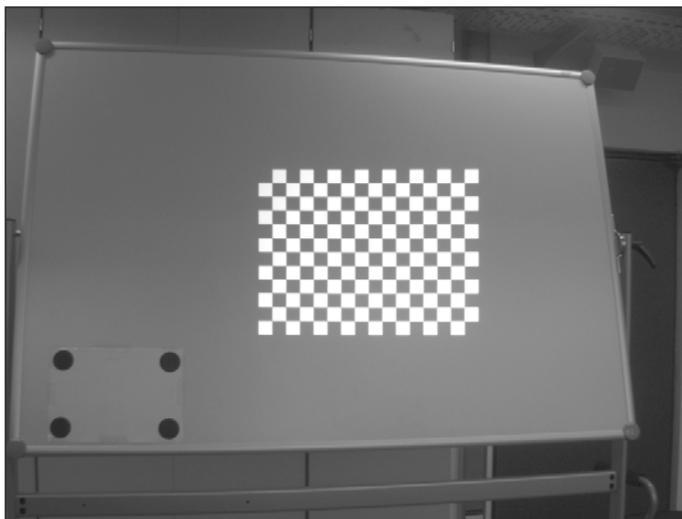


Abbildung 3.5: Kamerabild bei Projektion von 3.4 (b). Die mittlere Abweichung der Ecken des Schachbrettmusters von der Vorgabe gemäß 3.4 (a) beträgt 0,6 Pixel.

jektionsfläche. Gemäß der bestimmten Parameter des Messaufbaus wird das Projektorbild berechnet, dass im Idealfall zum vorgegebenen Kamerabild führt. Um die Merkmalsextraktion möglichst einfach zu gestalten, wurde ein Schachbrettmuster verwendet, aus dem die Eckenpositionen automatisiert bestimmt werden können [Bou02]. Nach Vorgabe des entzerrten Kamerabildes (siehe Abb. 3.4 (a)) wird das zu projizierende Bild mit den Koordinaten $\tilde{\mathbf{x}}_P$ gemäß folgender Gleichung bestimmt:

$$\tilde{\mathbf{x}}_P = \mathbf{K}_P D_P \left([\mathbf{R}_{P,1}, \mathbf{R}_{P,2}, \mathbf{T}_P] [\mathbf{R}_{K,1}, \mathbf{R}_{K,2}, \mathbf{T}_K]^{-1} D_K^{-1} (\mathbf{K}_K^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_K) \right). \quad (3.50)$$

Das zu projizierende Bild ist in Abb. 3.4 (b) dargestellt. Bei Projektion dieses Bildes ergibt sich das in Abb. 3.5 dargestellte Kamerabild. Aus diesem gemessenen Kamerabild und aus dem vorgegeben synthetischen Kamerabild (siehe Abb. 3.4 (a)) werden die Eckenpositionen der Schachbrettfelder extrahiert. Der Mittelwert der Differenz der Eckenposition beträgt 0,6 Pixel mit einer Standardabweichung von 0,2 Pixel. Diese Unsicherheit wirkt sich auf Bestimmung der Schirmkoordinaten bei der deflektometrischen Vermessung aus. Bei einer mittleren Größe der projizierten Pixel von $\Delta \mathbf{X}_S = 1$ mm ergibt sich somit eine Unsicherheit von ca. 0,6 mm. Bei einer Distanz von $\rho = 0,5$ m zwischen Schirm und Objektoberfläche ergibt sich der Winkelfehler $\Delta\beta$ bei der Normalenbestimmung im vermessenen Punkt der Oberfläche zu $\Delta\beta = \Delta \mathbf{X}_S / \rho = 0,068^\circ$.

4 Rekonstruktionsverfahren

Die dreidimensionale Gestalt einer spiegelnden Oberfläche ist auch bei der Untersuchung mit einem kalibrierten deflektometrischen Messaufbau nicht direkt aus der 3D-Abbildungsfunktion \mathbf{A}_k bestimmbar. Auf Grund der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Mehrdeutigkeit in jedem Messpunkt ist es notwendig, Rekonstruktionsverfahren zu verwenden, welche diese Mehrdeutigkeit aufheben. Nach der Beschreibung der mathematischen Eigenschaften einer Oberfläche und einem Überblick über bestehende Lösungsansätze werden die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Methoden beschrieben.

4.1 Mathematische Eigenschaften der zu betrachtenden Oberflächen

Eine Oberfläche ist eine zweidimensionale Mannigfaltigkeit, wobei jeder Punkt eine offene Umgebung besitzt, die homöomorph zu einer offenen Teilmenge von \mathbb{R}^2 ist. Ein Homöomorphismus bezeichnet eine stetige und bijektive Abbildung zwischen zwei Objekten, wobei deren Umkehrabbildung ebenfalls stetig ist. Die Oberfläche bildet einen Hausdorff-Raum, was bedeutet, dass zwei unterschiedliche Punkte jeweils durch eine Umgebung um diese Punkte von einander getrennt sind [Die00]. Anschaulich bedeutet dies, dass eine Oberfläche lokal immer durch eine so genannte zweidimensionale Karte beschrieben werden kann, wie man dies von Landkarten zur Beschreibung der Erdoberfläche kennt.

Die Anforderungen an die zu rekonstruierende Fläche sind C^2 -Stetigkeit und Wirbelfreiheit des zugehörigen Gradientenfelds. C^2 -Stetigkeit bedeutet, dass die Höhendaten $z(x, y)$ einer Oberfläche nach zweimaliger Ableitung noch stetig sind. Dies ist gleichbedeutend mit der Stetigkeit der lokalen Krümmung in einem beliebigen Punkt der Oberfläche. Diese Forderung ist notwendig, damit jedem Punkt (x, y) , an dem eine Reflexion stattfindet, eindeutig ein Normalenvektor $\mathbf{n}(x, y)$ zugeordnet werden kann. Wirbelfreiheit bedeutet, dass das Ergebnis der Integration der Steigungsdaten

$$(\Delta_x(x, y), \Delta_y(x, y)) = \left(\frac{\partial}{\partial x} z(x, y), \frac{\partial}{\partial y} z(x, y) \right) \quad (4.1)$$

der Oberfläche in x - und y -Richtung entlang eines beliebigen geschlossenen Pfades C Null ist:

$$\oint_C \Delta_x(x, y)dx + \Delta_y(x, y)dy = 0. \quad (4.2)$$

Diese Bedingung kann auch über die Gleichheit der gemischten Ableitungen in jedem Punkt (x, y) der Oberfläche ausgedrückt werden:

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} z(x, y) = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} z(x, y). \quad (4.3)$$

4.2 Bestehende Verfahren

Die Höhendaten einer Oberfläche entsprechen einem konservativen Potentialfeld. Voraussetzung ist, dass das Gradientenfeld wirbelfrei ist, wie im vorherigen Abschnitt beschrieben. Dies ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass die Integration der Gradientendaten wegunabhängig immer zum selben Ergebnis führt. Diese Voraussetzung ist bei verrauschten Messdaten nicht mehr erfüllt. Eine solche Problematik tritt generell bei der Integration von Gradientenfeldern eines definitionsgemäß wirbelfreien Potentialfeldes auf, sofern die Gradientendaten Fehler aufweisen. Grediac beschreibt ein Verfahren, bei dem ausgehend von fehlerbehafteten Gradientendaten eine Darstellung der optimalen Oberfläche mittels Legendre-Polynomen erreicht wird [Gre97]. Er geht dabei von Messdaten aus, die auf einem regelmäßigen Gitter angeordnet sind. Eigene Untersuchungen ergaben, dass dieses Verfahren keine zufrieden stellenden Ergebnisse liefert, wenn die zu rekonstruierende Oberfläche einen nicht periodischen Verlauf aufweist.

Karaçalı und Snyder versuchen die Probleme zu lösen, die sich bei der Integration von Gradientendaten unstetiger Oberflächen ergeben [Kar04]. In diesem Fall ist das Integrationsergebnis in hohem Maße wegabhängig. Nach dem Erkennen von kritischen Integrationswegen werden diese bei der Rekonstruktion der Oberfläche ausgelassen.

Moreno u. a. vergleichen verschiedene Integrationsverfahren für Steigungsdaten, die alle fouriertransformierte Daten nutzen [MCY05]. Ein von ihnen untersuchtes Verfahren wurde von Frankot und Chellapa entwickelt [FC88]. Bei dieser Methode werden die Gradientendaten fouriertransformiert und die Koeffizienten der rekonstruierten Oberfläche bezüglich Sinus- und Cosinus-Funktionen bestimmt. Das Ergebnis stellt eine Approximation der idealen Oberfläche dar, die sich durch

die Darstellung mittels periodischer Funktionen ergibt. Bei Oberflächen mit ausgeprägten Kanten ergibt sich die Schwierigkeit, dass diese Bereiche nur durch periodische Funktionen hoher Frequenz dargestellt werden können. Ist die maximale Frequenz der zur Rekonstruktion genutzten Funktionen zu gering, tritt eine Tiefpass-Filterung auf, so dass Kanten und feine Details der Oberfläche nicht zufrieden stellend reproduziert werden.

Wei und Klette wählen ebenfalls einen Ansatz im Frequenzbereich und versuchen zudem die lokale Krümmung der Oberfläche zu minimieren um höhere Genauigkeit zu erreichen [WK02]. Li u. a. optimieren die aus Steigungsdaten bestimmten Höhendaten derart, dass die lokale Wirbelstärke der Oberfläche klein wird [LBKJ04]. Petrovic berücksichtigt die Verlässlichkeit eines bestimmten Gradientenwerts mittels Belief Propagation [PCF⁺01]. Das verwendete Kriterium ist ebenfalls die lokale Wirbelfreiheit.

Für ein gegebenes Modell des Messrauschens beschreiben Zhang u. a. ein Verfahren, das ein im Bayesschen Sinn optimales Ergebnis erzielt [ZKB05]. Da bei diesem Verfahren sehr große Matrizen invertiert werden müssen, erfordert dieser Ansatz die Unterteilung in mehrere Teilprobleme, um die Rechenzeit und den Speicheraufwand des Algorithmus zu reduzieren.

Im Fall von deflektometrischen Messungen ist zu beachten, dass das Gradientenfeld nicht direkt aus der 3D-Abbildungsfunktion \mathbf{A}_k bestimmt werden kann. Dies ist nur möglich, wenn weitere Informationen wie etwa die Richtung \mathbf{r} des eingestrahnten Lichtstrahls oder der Abstand σ eines bestimmten Punktes zum Projektionszentrum \mathbf{C} der Kamera bekannt sind (vgl. Abb. 2.6). Für die Bestimmung eines relativen Krümmungsmaßes ist sogar die unkalibrierte Abbildungsfunktion \mathbf{A} ausreichend [Kam04], welche jedoch nicht für eine 3D-Rekonstruktion verwendet werden kann. In Anhang A.3 ist eine Analyseverfahren zur Unterscheidung von Erhebungen von Senken auf einer Oberfläche beschrieben, die lediglich die Daten der unkalibrierten Abbildungsfunktion \mathbf{A} benötigt.

4.2.1 Normalenbestimmung mittels Polarisationsgrad-Messung

In Abschnitt 2.3 wurde gezeigt, dass bei Kenntnis der Abbildungsfunktion \mathbf{A}_k und der Normale \mathbf{n} im reflektierenden Punkt \mathbf{X}_R die Bestimmung des Abstands σ dieses Punktes zum optischen Zentrum der Kamera möglich ist (Gl. (2.29)). Somit ist die dreidimensionale Position des reflektierenden Punktes bekannt, da $\mathbf{X}_R = \sigma \mathbf{s}$ und der Sichtstrahl \mathbf{s} der Kamera aus der Kamerakalibrierung und der Position \mathbf{X}_K im Kamerabild, wie in Abschnitt 2.3 Gl. (2.25) beschrieben, berechnet werden kann. Die Normale \mathbf{n} kann prinzipiell aus dem Polarisationsgrad des

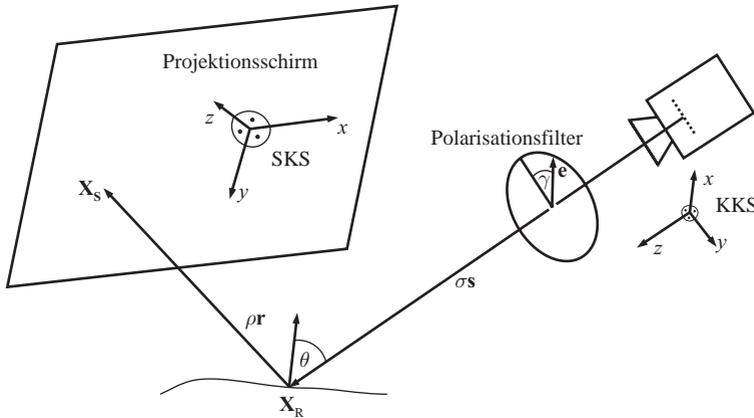


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Bestimmung des Polarisationsgrads von reflektiertem Licht.

reflektierten Lichts bestimmt werden, da der Einfallswinkel bei der Reflexion den Polarisationsgrad beeinflusst, wie in Abschnitt 2.1.2 erläutert.

Die ersten Versuche zur Rekonstruktion matter Oberflächen unter Ausnutzung des Polarisationsgrads des reflektierten Lichts wurden von Wolff beschrieben [Wol89]. Miyazaki u. a. entwickelten eine Methode zur Formrekonstruktion transparenter Objekte unter Ausnutzung des selben Effekts [MKI04]. Miché u. a. untersuchten die Kombination von Shape from Shading und Polarisationsgradauswertung für die Rekonstruktion matter Oberflächen [MBL05].

Zur Bestimmung des Polarisationsgrads ρ des reflektierten Lichts wird ein Polarisationsfilter verwendet. Dieser lässt idealerweise nur Licht passieren, das in einem bestimmten Winkel γ senkrecht zur Ausbreitungsrichtung polarisiert ist. In Abb. 4.1 ist der prinzipielle Messaufbau gezeigt. Durch Drehen des Polarisationsfilters kann für jeden Polarisationswinkel γ mittels einer Kamera die Intensität des transmittierten Lichts für alle Pixel bestimmt werden. Hierbei wird angenommen, dass die Kamera photometrisch kalibriert ist, so dass der Grauwert eines Pixels linear mit der Lichtintensität ansteigt. Für jedes Pixel, das reflektiertes Licht detektiert, kann die Normale \mathbf{n} des reflektierenden Oberflächenelements bestimmt werden. Gemäß Gl. (2.12) kann der Polarisationsgrad ρ aus der minimalen und der maximalen Intensität bestimmt werden, die unter den verschiedenen Winkeln $\gamma = 0^\circ - 180^\circ$ des Polarisationsfilters gemessen wurden.

Eigene Messungen an einem mit Acryllack ($n_2 = 2,6$) lackierten ebenen Blech wurden mit dem in Abb. 4.2 gezeigten Aufbau durchgeführt. Durch Drehen des

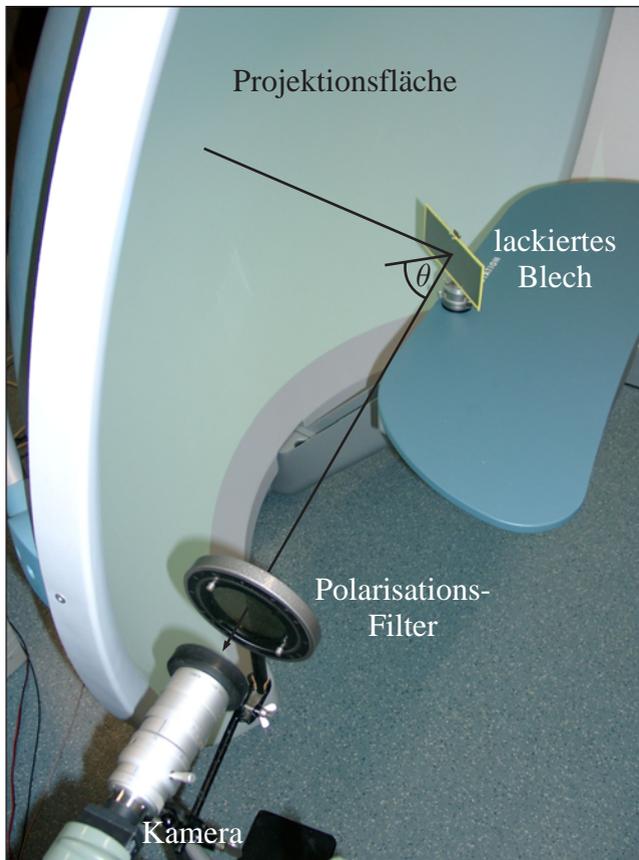


Abbildung 4.2: Messanordnung zur Bestimmung des Polarisationsgrads von an einem lackierten Blech reflektiertem Licht.

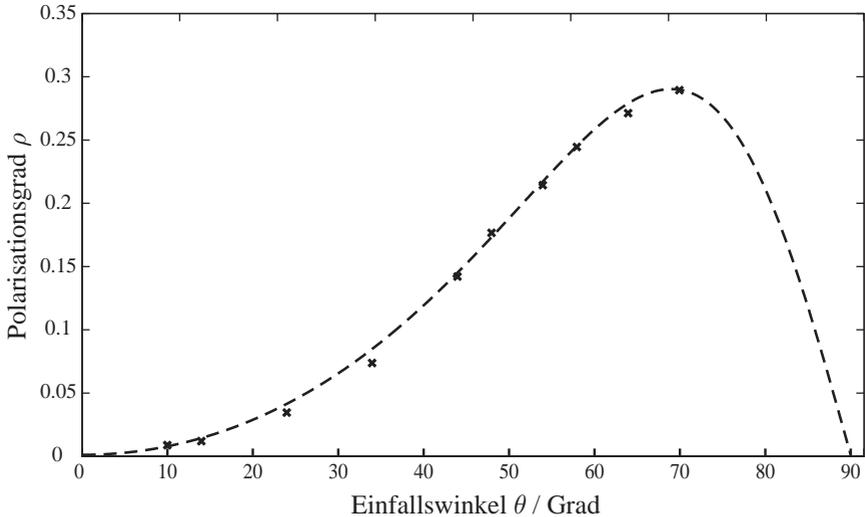


Abbildung 4.3: Ergebnis der Messung des Polarisationsgrads θ bei Reflexion an einem lackierten Blech (Kreuze). Der theoretische Verlauf ist gestrichelt eingezeichnet.

spiegelnden Blechs konnte der Einfallswinkel θ variiert werden. Für jede Messposition des Blechs wurde eine Bildserie aufgenommen, wobei zwischen den Aufnahmen der Winkel des Polarisationsfilters um jeweils 5° variiert wurde. Nach Bestimmung der Bilder mit minimaler und maximaler Intensität des am Blech reflektierten Lichts wurde der Polarisationsgrad gemäß Gl. (2.12) berechnet. Hierbei fand eine Mittelung der Intensitäten über das gesamte Blech statt. Dies ist möglich, da die Normale des ebenen Blechs in jedem Punkt gleich ist. Während der Messung befand sich eine Abdeckung über Kamera und Polarisationsfilter, um eine Verfälschung des Ergebnisses durch in die Kamera einfallendes Streulicht zu verhindern. In Abb. 4.3 ist das Ergebnis einer Messreihe dargestellt. Die Messwerte sind mit Kreuzen gekennzeichnet und die gestrichelte Linie stellt den theoretischen Verlauf dar.

Das manuelle Verändern der Blechneigung zwischen den Messungen stellt eine Fehlerquelle dar. Durch die Verwendung eines zu einem Zylinder (Durchmesser d) gebogenen Blechs war es möglich, den Polarisationsgrad des reflektierten Lichts für einen Bereich des Einfallswinkels θ von ca. 20° bis annähernd 90° ohne Bewegung des reflektierenden Objekts oder der Kamera zu bestimmen (siehe Abb. 4.4). Für diesen Winkelbereich wird die Spiegelung der Projektionsfläche in der Kamera beobachtet. Hierbei ist es notwendig, dass der Blechzylinder aus

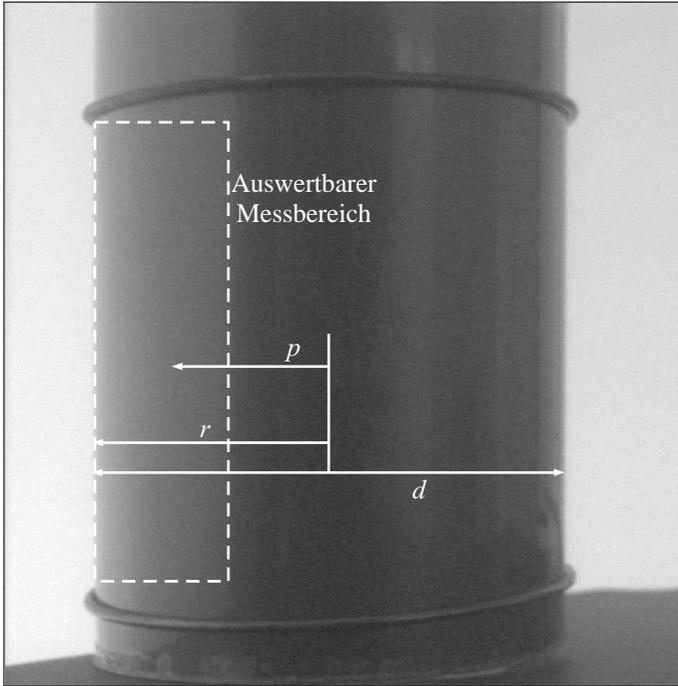


Abbildung 4.4: Kamerabild des Blechzylinders. Der Einfallswinkel für ein Pixel mit der horizontalen Position p kann geometrisch bestimmt werden.

dem selben Material besteht, wie das später zu untersuchende Messobjekt. So ist gewährleistet, dass die selben optischen Eigenschaften wie etwa der Brechungsindex gegeben sind. Das vom Blechzylinder reflektierte Licht wird in einer Bildserie unter verschiedenen Winkeln γ des Polarisationsfilters mit der Kamera erfasst. Für jeden Bildpunkt wird der minimale und maximale Intensitätswert in der Bildserie ermittelt. Hieraus wird der entsprechende Polarisationsgrad bestimmt. Entsprechend des bekannten Radius $r = d/2$ des Zylinders und der Position p eines bestimmten Bildpunktes auf dem Zylinder kann nun der Einfallswinkel θ berechnet werden. Zum besseren Verständnis ist in Abb. 4.5 die Draufsicht auf den Zylinder und ein reflektierter Strahl gezeigt. Unter Annahme von paraxialem Einfall der Kamerastrahlen kann der Einfallswinkel θ aus dem Radius r des Zylinders und der horizontalen Position p des Pixels, für das der Polarisationsgrad

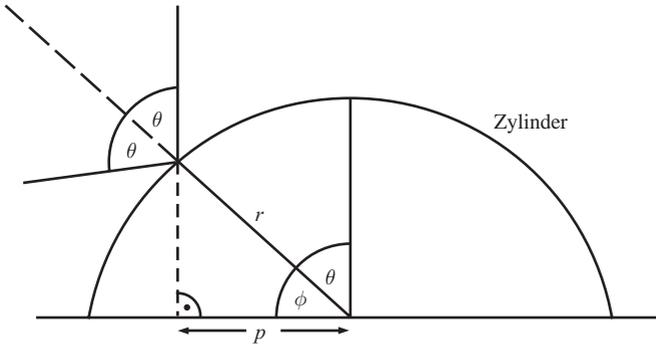


Abbildung 4.5: Skizze zur Herleitung der Zusammenhänge bei der Reflexion eines Lichtstrahls an einem Zylinder (Draufsicht).

bestimmt werden soll, berechnet werden:

$$\begin{aligned} \cos(\phi) &= \frac{p}{r}, \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) &= \frac{p}{r}, \\ \sin(\theta) &= \frac{p}{r}, \\ \Rightarrow \theta &= \sin^{-1}\left(\frac{p}{r}\right). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Für senkrechte Ausrichtung des Zylinders im Kamerabild wie in Abb. 4.4 kann der für eine Pixelposition p bestimmte Polarisationsgrad spaltenweise gemittelt werden.

Der Polarisationsgrad konnte für den in Abb. 4.4 markierten Bereich (gestricheltes Rechteck) bestimmt werden, da dort Licht vom Projektionsschirm in die Kamera reflektiert wurde. In Abb. 4.6 ist das Messergebnis als durchgezogene Linie eingetragen. Die gestrichelte Linie stellt den theoretischen Verlauf dar.

Die folgenden Berechnungen gelten im Kamerakoordinatensystem KKS. Die Einfallsebene des reflektierten Strahls ist gleich der Ebene, in welcher der Sichtstrahl s der Kamera und der Polarisationsvektor e liegen, für den die gemessene Intensität minimal ist. Die Richtung des Polarisationsvektors ist direkt aus dem Winkel γ_{\min} des Polarisationsfilters bestimmbar, unter der die minimale

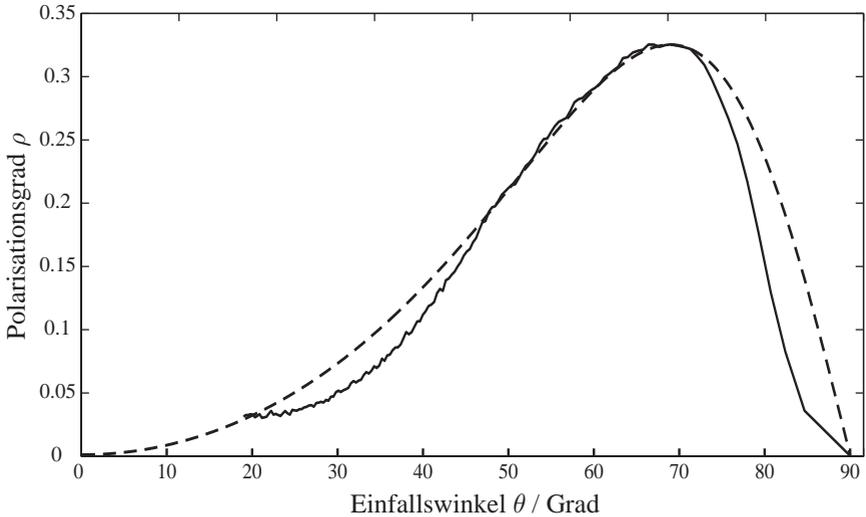


Abbildung 4.6: Ergebnis der Messung des Polarisationsgrads θ bei Reflexion an einem Blechzylinder (durchgezogene Linie). Der theoretische Verlauf ist gestrichelt eingezeichnet.

Intensität gemessen wurde:

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} \sin(\gamma_{\min}) \\ -\cos(\gamma_{\min}) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Aus der somit bekannten Geometrie des Strahlengangs kann die Normale \mathbf{n} des reflektierenden Oberflächenelements bestimmt werden:

$$\mathbf{n} = \mathbf{R}_{\mathbf{e} \wedge \mathbf{s}} \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) (-\mathbf{e} \wedge \mathbf{s}) \wedge \mathbf{s}. \quad (4.6)$$

Die Drehmatrix $\mathbf{R}_{\mathbf{e} \wedge \mathbf{s}}(\phi)$ beschreibt eine Drehung mit Drehachse $\mathbf{a} = \mathbf{e} \wedge \mathbf{s} = [a_x, a_y, a_z]^T$ um den Winkel ϕ [Wik07]:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{e} \wedge \mathbf{s}}(\phi) = \begin{pmatrix} \cos(\phi) + a_x^2 c_\phi & a_x a_y c_\phi - a_z \sin(\phi) & a_x a_z c_\phi + a_y \sin(\phi) \\ a_x a_y c_\phi + a_z \sin(\phi) & \cos(\phi) + a_y^2 c_\phi & a_y a_z c_\phi - a_x \sin(\phi) \\ a_x a_z c_\phi - a_y \sin(\phi) & a_y a_z c_\phi + a_x \sin(\phi) & \cos(\phi) + a_z^2 c_\phi \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

Hierbei wurde die Abkürzung $c_\phi = 1 - \cos(\phi)$ verwendet.

Gemäß Gl. (2.29) kann nun der Abstand σ des reflektierenden Punkts vom Projektionszentrum \mathbf{C} der Kamera und somit seine dreidimensionale Position \mathbf{X}_R bestimmt werden, da die Strahlrichtung \mathbf{s} bekannt ist.

Mit dem dargestellten Ansatz ist eine polarisationsbasierte Rekonstruktion einer Oberfläche grundsätzlich möglich. Erste Experimente zeigten, dass eine Bestimmung der Oberflächennormale \mathbf{n} aus dem Polarisationsgrad ρ des reflektierten Lichts durchgeführt werden kann. Dennoch ergeben sich bei dieser Vorgehensweise folgende Schwierigkeiten: Aus Abb. 2.2 (b) geht hervor, dass einem Wert des Polarisationsgrades ρ nicht eindeutig ein Einfallswinkel θ zugeordnet werden kann. Der Grund liegt im nichtmonotonen Verlauf der Kurve. Eine Lösung ist es, zu gewährleisten, dass bei der Aufnahme der Bildserie keine Einfallswinkel auftreten können, die größer als der Brewsterwinkel sind. Folglich können dann keine Mehrdeutigkeiten auftreten. Miyazaki u. a. lösen die Mehrdeutigkeit auf, indem sie zusätzlich den Polarisationsgrad im nahen infraroten Spektrum bestimmen, was jedoch erheblichen zusätzlichen Aufwand bedeutet [MKI04].

Die zweite Schwierigkeit betrifft den Polarisationsgrad des eingestrahlt Lichts. Damit die bisherigen Betrachtungen gelten, muss das eingestrahlte Licht unpolarisiert sein. Dies ist etwa der Fall, wenn das reflektierende Objekt im Mittelpunkt eines kugelförmigen hohlen Leuchtschirms platziert wird, der Licht diffus abstrahlt. Nur so ist gewährleistet, dass Licht aus allen Richtungen senkrecht vom Leuchtschirm emittiert wird. Dies ist Voraussetzung für die Unpolarisiertheit der Strahlung (vgl. Abb. 2.2 (b)). Der sich für einen solchen Aufbau ergebende Aufwand wächst erheblich mit der Größe des Messobjektes.

Letztlich hängt der sich nach Reflexion ergebende Polarisationsgrad ρ vom Brechungsindex n_2 des reflektierenden Materials ab. Dies bedeutet, dass diese Materialeigenschaft aus Datenblättern oder einer Messung des Brechungsindex bekannt sein muss. Sofern der Brechungsindex nicht bei jedem Messobjekt einzeln bestimmt wird, können die Ergebnisse der Normalenbestimmung durch Schwankungen dieser Materialeigenschaft des Messobjekts verfälscht werden. Hinzu kommt, dass der Brechungsindex sich auch räumlich über die Oberfläche ändern kann. Dies könnte etwa durch den Herstellungsprozess des zu untersuchenden Objekts bedingt sein. Um solche Änderungen zu berücksichtigen, müsste eine große Anzahl von Messungen zur Bestimmung des Brechungsindex über das Messobjekt verteilt durchgeführt werden.

4.2.2 Abstandsbestimmung durch Konsistenz-Optimierung

Die rekonstruierte Oberfläche muss idealerweise die in Abschnitt 4.1 beschriebenen Bedingungen erfüllen, insbesondere die Wirbelfreiheit des Gradientenfel-

des $(\Delta_x(x, y), \Delta_y(x, y))$ der Höhendaten $z(x, y)$. Tarini u. a. verwenden diese Eigenschaft in ihrem Integrationsverfahren, um von Gradientendaten auf korrekte Höhendaten schließen zu können [TLGS03]. Für die Integration ist ein Startpunkt notwendig, der auf folgende Art geschätzt werden kann: Es ist zu erwarten, dass für den optimalen Abstand σ eines Startpunkte \mathbf{X}_0 entlang eines bestimmten Sichtstrahls s die Wirbelstärke des Gradientenfeldes $(\Delta_x(x, y), \Delta_y(x, y))$ minimal wird. Ein Maß für die Wirbelstärke kann ermittelt werden, indem für einen bestimmten Abstand σ des Startpunkts die Differenz zwischen verschiedenen Wegintegralen zu Nachbarpunkten des Startpunkts bestimmt wird. Die Methode erhöht den Rechenaufwand beträchtlich, da für verlässliche Ergebnisse ein möglichst großer Bereich der zu rekonstruierenden Oberfläche auf seine Wirbelstärke überprüft werden muss. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis für einen bestimmten Abstand σ des Startpunkts ein Minimum in der Wirbelstärke gefunden ist.

In einer Methode von Savarese und Perona, wird die Reflexion eines Musters ausgewertet, das aus sich berührenden identischen schwarzen und weißen Dreiecken besteht [SP02]. Eine Bestimmung des Abstands σ_i ist jeweils für die Punkte \mathbf{X}_i der Oberfläche möglich, an denen im Kamerabild eine reflektierte Ecke der Dreiecke zu sehen ist. Da die Winkel der Kanten der Dreiecke des ursprünglichen Musters zueinander bekannt sind, kann numerisch der Abstand bestimmt werden, für den sich eine mit dem ursprünglichen Muster konsistente Oberflächengeometrie ergibt. In diesem Fall ist der Rang eines speziellen Gleichungssystems nicht voll. Der gesuchte Abstand σ_i wird über die Bestimmung der Nullstellen der Determinante der Matrix des Gleichungssystems berechnet. Dies liefert zum einen Mehrdeutigkeiten, zum anderen ist eine Abstandsbestimmung lediglich in den Punkten \mathbf{X}_i möglich.

4.2.3 Informationsgewinn durch Bewegung von Systemkomponenten oder des Messobjekts

Bei einer deflektometrischen Untersuchung kann zusätzliche Information gewonnen werden, wenn eine zweite Messung bei veränderter Messanordnung durchgeführt wird. Hung u. a. nutzen die Verkippung des Messobjektes zwischen zwei deflektometrischen Messungen, um absolute Höhenänderungen auf der zu untersuchenden Oberfläche zu bestimmen [HLSP00]. Es wird jedoch vorausgesetzt, dass das Objekt annähernd flach ist.

Perard beschreibt eine Methode, bei der zwischen zwei deflektometrische Untersuchungen der Projektionsschirm verschoben wird [P00]. Die resultierende Anordnung ist in Abb. 4.7 gezeigt. Das Ergebnis dieses Vorgehens ist, dass die

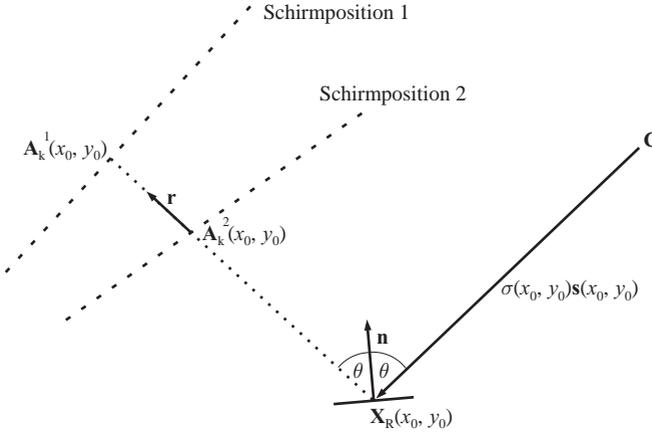


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Rekonstruktion des einfallenden Lichtstrahls \mathbf{r} .

bisher unbekannt Richtung \mathbf{r} des einfallenden Strahls bestimmt werden kann. Folglich kann der Abstand σ und somit die 3D-Position \mathbf{X}_R des reflektierenden Oberflächenpunkts bestimmt werden. Ein verwandtes Verfahren wird von Stiller, Kammel und Horbach in [SKH04] dargestellt. Bonfort, Knauer und Petz nutzen ähnliche Ansätze in ihren Arbeiten [BSG06, Kna06, Pet06].

Da Position und Ausrichtung von Messobjekt und Kamera zueinander zwischen den Messungen unverändert bleiben, beziehen sich die Informationen, die aus einer bestimmten Pixelposition (x_0, y_0) der Kamera gewonnen werden, für beide Schirmpositionen auf einen identischen reflektierenden Oberflächenpunkt $\mathbf{X}_R(x_0, y_0)$. Die in den Messungen jeweils beobachteten Schirmkoordinaten sind mit $\mathbf{A}_k^1(x_0, y_0)$ und $\mathbf{A}_k^2(x_0, y_0)$ bezeichnet. Es wird angenommen, dass jeder Punkt des Projektionsschirms bei der zweiten Messung näher an das Messobjekt herangerückt ist. Gemäß Abb. 4.7 kann die Richtung \mathbf{r} des einfallenden Strahls wie folgt berechnet werden:

$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{A}_k^1(x_0, y_0) - \mathbf{A}_k^2(x_0, y_0)}{\|\mathbf{A}_k^1(x_0, y_0) - \mathbf{A}_k^2(x_0, y_0)\|}. \quad (4.8)$$

Der Abstand $\sigma(x_0, y_0)$ kann nun direkt gemäß Gl. (2.30) bestimmt werden. Somit ist auch die 3D-Position $\mathbf{X}_R(x_0, y_0) = \sigma(x_0, y_0)\mathbf{s}(x_0, y_0)$ bestimmbar. Da die Bestimmung der Strahlrichtungen \mathbf{s} und \mathbf{r} fehlerbehaftet ist, schneiden sich die Strahlen im Allgemeinen nicht exakt. Als Schätzung des reflektierenden Punktes \mathbf{X}_R wird der Mittelpunkt zwischen den Strahlen an der Stelle gewählt, an der sich

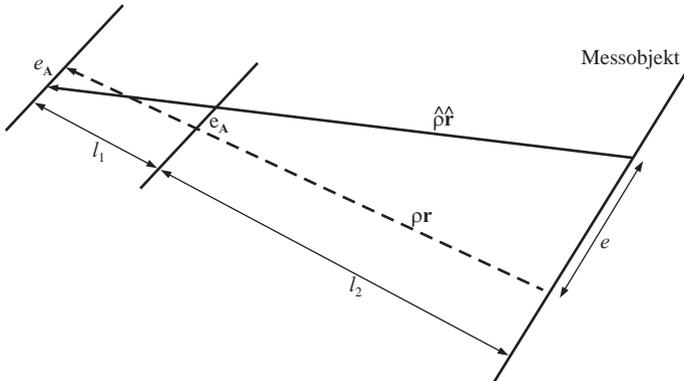


Abbildung 4.8: Die Unsicherheit e_A der Abbildungsfunktion verursacht bei der Bestimmung des Vektors \mathbf{r} die Unsicherheit e bei der Rekonstruktion des Auftreffpunkts des Strahls auf der Objekt Oberfläche.

die beiden Strahlen am nächsten kommen. Diese einfache Methode liefert nahezu identische Ergebnisse wie aufwändigere Verfahren zur Bestimmung von \mathbf{X}_R aus den Strahlrichtungen \mathbf{s} und \mathbf{r} [HS97a].

Die laterale Unsicherheit e am Auftreffpunkt des Strahls \mathbf{r} auf dem Messobjekt kann über eine einfache geometrische Betrachtung nach oben abgeschätzt werden (siehe Abb. 4.8). Für eine Unsicherheit e_A der Abbildungsfunktion, einer Schirmverschiebung von l_1 in Richtung des emittierten Strahls und einem Abstand l_2 von der näher gelegenen Schirmposition zum Messobjekt ergibt sich der Zusammenhang

$$e = \frac{e_A}{l_1/2} \left(l_2 + \frac{l_1}{2} \right) \quad (4.9)$$

$$= e_A \left(1 + 2 \frac{l_2}{l_1} \right). \quad (4.10)$$

Wählt man die Verschiebung l_1 groß, wird die laterale Unsicherheit e kleiner. Für zu große Entfernungen des Schirms von der Kamera können jedoch die Marken auf dem Schirm schlechter detektiert werden, so dass sich eine Verschiebung des Schirms um etwa $l_1 = 500$ mm als praktikabel erwiesen hat. Für die realistischen Werte $l_2 = 300$ mm und $e_A = 0,133$ mm ergibt sich eine Abschätzung für die maximal mögliche Unsicherheit bei der Bestimmung des Auftreffpunkts auf der Oberfläche von $e = 0,29$ mm. Nimmt man idealen Kontrast bei der Abbil-

dung des Sinusmusters durch die Kamera an, ist $e_{\mathbf{A}} = 30 \mu\text{m}$ und die maximal mögliche Unsicherheit bei der Bestimmung des Auftreffpunkts auf der Oberfläche $e = 66 \mu\text{m}$.

Das beschriebene Verfahren ermöglicht es, die Mehrdeutigkeit bei der Rekonstruktion der reflektierenden Punkte der Oberfläche aufzulösen. In Kapitel 5 werden die mit dieser Methode erzielten Ergebnisse bei der Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen diskutiert.

4.2.4 Abstandsbestimmung durch Optimierung

Wenn lediglich die 3D-Abbildungsfunktion \mathbf{A}_k für eine Konfiguration des Messaufbaus bestimmt wurde, besteht die Möglichkeit, eine numerische Optimierung der Abstände $\sigma(x_i, y_i)$ der Oberflächenpunkte $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ vorzunehmen. Ausgehend von einer initialen Schätzung der Oberflächenlage und Form wird ein Kostenterm optimiert. Die Initialisierung kann mittels Vorwissen über die Oberfläche, anhand von bekannten Punkten \mathbf{x}_j aus anderen Verfahren oder zum Beispiel als Ebene mit konstanten Höhen $z(x, y)$ erfolgen. Es kann jedoch nicht garantiert werden, dass die sich ergebende Lösung wirklich das globale Minimum der Optimierung ist und damit die gesuchte Flächenform darstellt. Je näher die initiale Schätzung am wahren Objekt liegt, desto sicherer und schneller konvergiert ein Optimierungsverfahren gegen eine auch global betrachtet optimale Lösung.

Für matte Oberflächen kann eine Optimierung von gemessenen 3D-Positionen auf der Oberfläche anhand der Normalenänderung benachbarter Flächen, die sich aus den gemessenen bzw. optimierten Punkten ergeben, und dem Abstand der optimierten Punkte von den ursprünglich gemessenen Punkten erfolgen. Hierbei werden geringe Änderungen der Normalen zwischen benachbarten Flächen belohnt und große Abstände von hypothetischen Punkten zu den gemessenen Punkten bestraft [DT05b]. Die erste Forderung stellt somit eine Bedingung an die Glattheit der rekonstruierten Oberfläche dar. Es wird somit angenommen, dass die lokale Krümmung eines Objektes klein ist. Die zweite Forderung verhindert, dass das Optimierungsergebnis zu stark von den gemessenen Daten abweicht.

Diese Art der Optimierung kann auf spiegelnde Oberflächen übertragen werden (siehe Abschnitt 4.5). Hierzu wird die Differenz zwischen der Normalen $\mathbf{n}_{\text{lokal}}(x, y)$ und der Normalen $\mathbf{n}_{\mathbf{A}_k}(x, y)$ minimiert. $\mathbf{n}_{\text{lokal}}(x, y)$ ergibt sich aus der Lage der Nachbarpunkte von $\mathbf{X}_R(x, y)$ und $\mathbf{n}_{\mathbf{A}_k}(x, y)$ ist die Normale, die durch das Reflexionsgesetz zur Erfüllung der gemessenen deflektometrischen Daten $\mathbf{A}_k(x, y)$ gefordert wird [SAH04].

Die bisher beschriebenen Verfahren optimieren den Abstand $\sigma(x_i, y_i)$ einzelner

Punkte $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$. Halstead beschreibt ein Verfahren, bei dem die zu optimierende spiegelnde Oberfläche durch einen Satz von interpolierenden Basisfunktionen beschrieben wird [HBKM96]. Die gewählten Basisfunktionen (biquintische B-Spline-Tensorprodukt-Flächen) erfüllen die geforderten mathematischen Oberflächeneigenschaften (vgl. Abschnitt 4.1), so dass die Gesamtlösung immer diesen Anforderungen genügt. Die Verwendung von Basisfunktionen schränkt die Gestalt der rekonstruierbaren Oberflächen ein und setzt Vorwissen über die zu vermessenden Oberflächen voraus. Dies betrifft etwa die erwartete Glattheit, die maximale lokale Krümmung der Oberfläche und die Größe und Ausprägung von Defekten, die noch darstellbar sein sollen. Halstead entwickelte beispielsweise ein Verfahren, das speziell den Anforderungen bei der Untersuchung der Hornhaut (Cornea) des menschlichen Auges genügt. Gemäß der allgemeinen Anatomie des Auges kann für das Messobjekt eine Kugelform angenommen werden. Das Optimierungsverfahren wird somit mit einer bereits guten Schätzung des Ergebnisses gestartet.

Man kann zwischen Methoden unterscheiden, die wie bisher beschrieben nur die Ergebnisse einer Konfiguration des Messaufbaus verwenden und solchen, die Ergebnisse von Messungen aus verschiedenen Kamerapositionen nutzen. Bei der zweiten Gruppe von Verfahren besteht die Schwierigkeit darin, dass die Zuordnung von Informationen $\mathbf{A}_k^1(x_i, y_i)$ aus der ersten Kameraposition bezüglich eines bestimmten Oberflächenpunkt \mathbf{X}_R zu den Informationen $\mathbf{A}_k^2(x'_i, y'_i)$ aus der zweiten Kameraposition zum selben Punkt \mathbf{X}_R nicht direkt möglich ist. Dies liegt daran, dass die Oberfläche während der Untersuchung nicht oder nur näherungsweise bekannt ist und die Oberfläche selbst nicht abgebildet werden kann, sondern nur die Spiegelung eines Musters und gegebenenfalls der Umgebung. Die Zuordnung korrespondierender Pixelpositionen (x_i, y_i) und (x'_i, y'_i) hängt vom Abstand σ_i des betrachteten Oberflächenpunktes \mathbf{x}_i ab, der ja durch die Messung erst bestimmt werden soll. In der Literatur wird diese Problematik als Teil der Optimierung betrachtet [Kna06, Pet06]. Unter Annahme von annähernd ebenen Messobjekten kann das Zuordnungsproblem bei bekannter Lage des Objektes und Anordnung der Kameras theoretisch durch feste Zuordnung von Sichtstrahlen (unabhängig vom zu vermessenden Objekt) umgangen werden [Don04]. Eine mögliche Lösung für die Zuordnung von Stereodaten bei der Untersuchung spiegelnder Oberflächen wird in Abschnitt 4.3.4 beschrieben.

4.3 Regionenwachstumverfahren

Für den Fall, dass einzelne Punkte $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ bekannt sind, bietet das im Folgenden beschriebene Regionenwachstumverfahren [Kam04] die Möglichkeit, bei

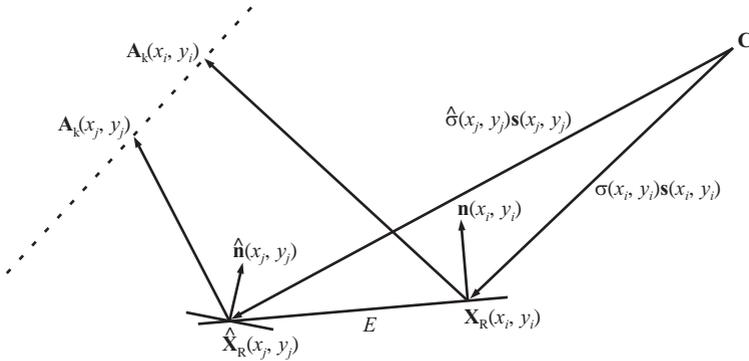


Abbildung 4.9: Veranschaulichung des Propagationsverfahrens.

gegebener Abbildungsfunktion \mathbf{A}_k die komplette spiegelnde Oberfläche zu rekonstruieren. Wie die Startpunkte $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ bestimmt werden, ist für die Anwendbarkeit der Methode nicht relevant, was zu einer flexiblen Einsetzbarkeit des Verfahrens führt. Beispielsweise können Startpunkte mit der in Abschnitt 4.3.4 beschriebenen Methode gewonnen werden.

4.3.1 Propagationsschritt

Es wird angenommen, dass die Krümmung in einem Punkt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ näherungsweise Null ist. Somit kann die Oberfläche in jedem Punkt als eine Ebene modelliert werden. Für einen gegebenen Punkt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ und die Abbildungsfunktion $\mathbf{A}_k(x_i, y_i)$ kann die Normale \mathbf{n} über das Reflexionsgesetz bestimmt werden (vgl. Gl. (2.20)). Nimmt man eine Ebene E mit Normale $\mathbf{n}(x_i, y_i)$ durch den Punkt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ als Näherung für den Bereich bis zu benachbarten Messwerten $\mathbf{A}_k(N(x_i, y_i))$ an, können die Punkte $\hat{\mathbf{X}}_R(N(x_i, y_i))$ näherungsweise bestimmt werden. $N(x_i, y_i)$ bezeichnet hierbei Koordinaten aus der 8-er Nachbarschaft einer Koordinate (x_i, y_i) .

Wie in Abb. 4.9 skizziert, wird der Schnittpunkt $\hat{\mathbf{X}}_R(x_j, y_j)$ eines Strahles $\mathbf{s}(x_j, y_j)$ mit der Ebene E bestimmt, wobei $(x_j, y_j) \in N(x_i, y_i)$ ist. Für den Punkt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ gilt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i) = \sigma(x_i, y_i)\mathbf{s}(x_i, y_i)$. Die Ebene E mit Normale $\mathbf{n}(x_i, y_i)$ durch diesen Punkt wird in Hessesche Normalform beschrieben durch

$$\mathbf{n}(x_i, y_i)(\mathbf{x} - \sigma(x_i, y_i)\mathbf{s}(x_i, y_i)) = 0. \quad (4.11)$$

Setzt man für die unbekannte Position \mathbf{x} in der Ebene E einen Punkt

$\mathbf{X}_R(x_j, y_j) = \sigma(x_j, y_j)\mathbf{s}(x_j, y_j)$ auf einem zu $\mathbf{s}(x_i, y_i)$ benachbarten Sichtstrahl $\mathbf{s}(x_j, y_j)$ ein, ergibt sich folgende Gleichung:

$$\mathbf{n}(x_i, y_i)\hat{\sigma}(x_j, y_j)\mathbf{s}(x_j, y_j) = \mathbf{n}\sigma(x_i, y_i)\mathbf{s}(x_i, y_i). \quad (4.12)$$

Hieraus kann der Abstand $\hat{\sigma}(x_j, y_j)$ des Schnittpunkts $\hat{\mathbf{X}}_R(x_j, y_j) = \hat{\sigma}(x_j, y_j)\mathbf{s}(x_j, y_j)$ mit der Ebene E bestimmt werden:

$$\hat{\sigma}(x_j, y_j) = \frac{\mathbf{n}(x_i, y_i)\sigma(x_i, y_i)\mathbf{s}(x_i, y_i)}{\mathbf{n}(x_i, y_i)\mathbf{s}(x_j, y_j)}. \quad (4.13)$$

Dieser Punkt $\hat{\mathbf{X}}_R(x_j, y_j)$ stellt eine Schätzung für die wahre Position des reflektierenden Punktes $\mathbf{X}_R(x_j, y_j)$ dar. Für die geschätzte Oberflächenposition $\hat{\mathbf{X}}_R(x_j, y_j)$ kann mittels der Abbildungsfunktion $\mathbf{A}_k(x_j, y_j)$ die Normale $\hat{\mathbf{n}}(x_j, y_j)$ in diesem Punkt bestimmt werden:

$$\hat{\mathbf{r}}(x_j, y_j) = \mathbf{A}_k(x_j, y_j) - \hat{\mathbf{X}}_R(x_j, y_j), \quad (4.14)$$

$$\hat{\mathbf{n}}(x_j, y_j) = \frac{\hat{\mathbf{r}}(x_j, y_j) - \mathbf{s}(x_j, y_j)}{\|\hat{\mathbf{r}}(x_j, y_j) - \mathbf{s}(x_j, y_j)\|}. \quad (4.15)$$

Für die Punkte aus der Nachbarschaft des Punktes $\hat{\mathbf{X}}_R(x_j, y_j)$, die noch nicht bestimmt wurden, können nun mittels der beschriebenen Methode Schätzwerte bestimmt werden. Von einem gegebenen Startpunkt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ ausgehend wächst somit die Region von bestimmten 3D-Punkten $\hat{\mathbf{X}}_R$, bis keine erreichbaren Punkte mehr unbestimmt sind.

Bei der Verwendung des Regionenwachstumverfahrens wird davon ausgegangen, dass die lokale Krümmung der Oberfläche näherungsweise gleich Null angenommen werden kann. Folgende Berechnung ermöglicht eine Abschätzung, wie groß die Abweichung der geschätzten Position $\hat{\mathbf{X}}_R$ von der wahren Position \mathbf{X}_R bei bekannter lokaler Krümmung ist.

In Abb. 4.10 ist das zu Grunde liegende Oberflächenmodell skizziert. Die horizontale Linie ist die gemäß dem Regionenwachstumverfahren angenommene Ebene durch den Punkt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$. Der Kreisbogen mit Radius r beschreibe die wahre Oberfläche in der Umgebung des Punktes $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$. Für einen gegebenen Einfallswinkel θ kann bei einem bestimmten Abstand d zwischen den Auftreffpunkten zweier benachbarter Kamerastrahlen die euklidische Distanz Δ zwischen der wahren Position $\mathbf{X}_R(x_j, y_j)$ und der geschätzten Position $\hat{\mathbf{X}}_R(x_j, y_j)$ berechnet

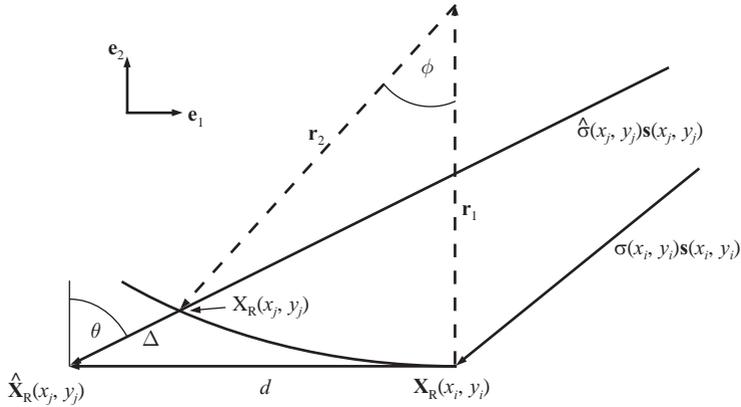


Abbildung 4.10: Fehlerabschätzung für das Propagationsverfahren.

werden. Das gewählte Koordinatensystem mit den Basisvektoren \mathbf{e}_1 und \mathbf{e}_2 liegt in der Reflexionsebene.

An Hand von Abb. 4.10 lassen sich für die Vektoren folgende Gleichungen aufstellen:

$$\mathbf{s}(x_j, y_j) = \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ -\cos(\theta) \end{pmatrix}, \quad (4.16)$$

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} -d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

$$\mathbf{r}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ r \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

$$\mathbf{r}_2 = r \begin{pmatrix} -\sin(\phi) \\ -\cos(\phi) \end{pmatrix}. \quad (4.19)$$

Mit den Definitionen der Größen $\sigma' := \hat{\sigma}(x_j, y_j) - \sigma(x_j, y_j)$ und $\mathbf{s}' := -\mathbf{s}(x_j, y_j)$ lässt sich folgende Gleichung zur Bestimmung des Punktes $\mathbf{X}_R(x_j, y_j) = \sigma(x_j, y_j)\mathbf{s}(x_j, y_j)$ aufstellen:

$$\mathbf{d} + \sigma'\mathbf{s}' = \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2, \quad (4.20)$$

$$\begin{pmatrix} -d \\ 0 \end{pmatrix} + \sigma' \begin{pmatrix} \sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ r \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -\sin(\phi) \\ -\cos(\phi) \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

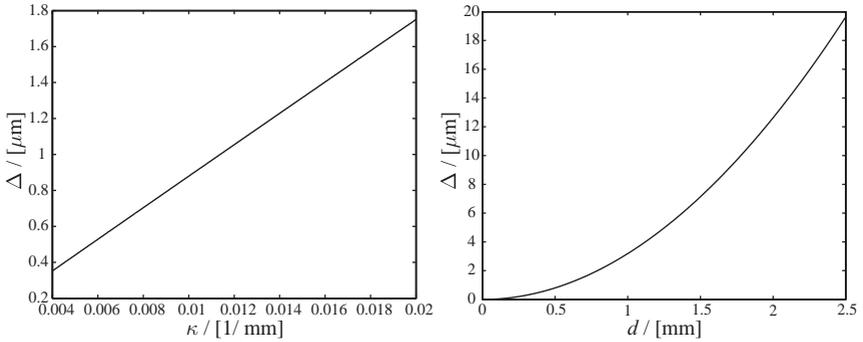


Abbildung 4.11: Abhängigkeit des Rekonstruktionsfehlers Δ : (a) von der lokalen Krümmung κ ($d = 0,5$ mm), (b) vom Abstand benachbarter Sichtstrahlen ($\kappa = 1/110 \frac{1}{\text{mm}}$).

Für einen Einfallswinkel $\theta = 45^\circ$ ergibt sich für den Abstand Δ zwischen dem wahren Punkt $\mathbf{X}_R(x_j, y_j)$ und dem geschätzten Punkt $\hat{\mathbf{X}}_R(x_j, y_j)$:

$$\Delta = \sigma' = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(d - r \sin \left(\frac{\pi}{4} - \arcsin \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{d}{\sqrt{2}r} \right) \right) \right). \quad (4.22)$$

Der Verlauf der Größe Δ ist in Abb. 4.11 in Abhängigkeit vom Abstand d der Auftreffpunkte benachbarter Strahlen und von der lokalen Krümmung $\kappa = \frac{1}{r}$ dargestellt. Für stärkere lokale Krümmung sowie für größere Abstände zwischen benachbarten Sichtstrahlen wächst die Abweichung Δ an. Für einen Abstand benachbarter Strahlen $d = 0,5$ mm und einer lokalen Krümmung $\kappa = \frac{1}{110 \text{ mm}} = 0,0091 \frac{1}{\text{mm}}$ ergibt sich in einem Schritt des Regionenwachstumverfahrens theoretisch ein Rekonstruktionsfehler $\Delta = 0,8 \mu\text{m}$.

Das beschriebene Regionenwachstumverfahren wurde in einer Simulationsumgebung getestet. Das untersuchte Messobjekt war eine Ebene mit mittlerem Abstand von 1 m zum optischen Zentrum der Kamera. Der entfernteste Punkt der Oberfläche hatte einen Abstand von etwa 1,5 m. Die mittlere Abweichung zwischen rekonstruierten Oberflächenpunkten und der vorgegebenen Ebene betrug $43 \mu\text{m}$. Bezogen auf den mittleren Abstand der Kamera zum Messobjekt ergab sich eine relative Abweichung der Abstandsbestimmung von etwa $4,3 \times 10^{-3}$ Prozent. Dies kann durch numerische Fehler während der Simulation und Rekonstruktion erklärt werden.

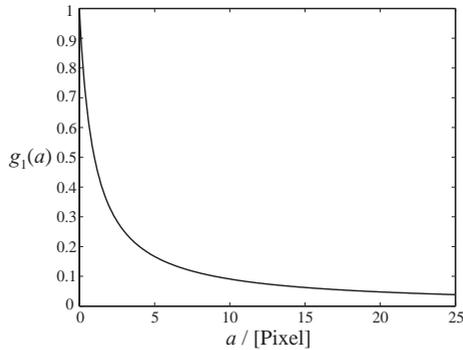


Abbildung 4.12: Werte der Gewichtsfunktion $g_1(a)$ in Abhängigkeit vom Abstand a eines Punktes $\mathbf{x}_K(x_i, y_i)$ zum Startpunkt $\mathbf{x}_K(x_j, y_j)$ der Rekonstruktion F_j .

4.3.2 Bestimmung der Ausgleichfläche bei mehreren Startpunkten

Da sich Fehler bei Integrationsmethoden, wie beispielsweise dem beschriebenen Regionenwachstumverfahren, akkumulieren können, ist es hilfreich, den von einem Startpunkt aus rekonstruierten Bereich nicht zu groß zu wählen. Daher ist die Nutzung mehrerer Startpunkte sinnvoll.

Das grundlegende Vorgehen beim Regionenwachstumverfahren ist weiterhin wie zuvor in diesem Abschnitt beschrieben. Von jedem vorhandenen Startpunkt $\sigma(x_j, y_j)$ ausgehend wird eine Rekonstruktion F_j der gesamten Oberfläche durchgeführt. Unter der Rekonstruktion F_j ist die Menge aller Abstände σ_{F_j} zu verstehen. Für Punkte in der Nähe des zugehörigen Startpunkts ergibt sich auf Grund der geringeren Akkumulation von Rekonstruktionsfehlern Δ eine höhere Genauigkeit als für Punkte, die weiter vom zugehörigen Startpunkt entfernt sind. Somit ist es sinnvoll, Punkte in der Nähe des zugehörigen Startpunkts höher zu gewichten als Punkte, die weiter vom zugehörigen Startpunkt entfernt sind. Durch das gewichtete Zusammenführen der Einzellösungen F_j ist es möglich, eine Gesamtlösung mit kleinerer Abweichung als bei einer der einzelnen Rekonstruktionen zu gewinnen.

Die Gewichtung $g(a)$ richtet sich nach dem Abstand $a(x_i, y_i, x_j, y_j)$ zwischen der Pixelposition $\mathbf{x}_K(x_i, y_i)$ der Abbildung eines beliebigen Punktes der Oberfläche

Anzahl Startpunkte	absolute Abw. [mm]	relative Abw. [%]	simulierte Abw. in \mathbf{A}_k [%]
1	0,316	$6,176 \times 10^{-2}$	± 20
5	0,283	$5,524 \times 10^{-2}$	± 20
10	0,200	$3,906 \times 10^{-2}$	± 20
15	0,173	$3,379 \times 10^{-2}$	± 20

Tabelle 4.1: Absolute und relative Abweichung einer simulierten deflektometrischen 3D-Rekonstruktion einer spiegelnden Kugel mit Radius 1 m im Abstand von 0,512 m zum optischen Zentrum der Kamera.

und der Pixelposition $\mathbf{x}_K(x_j, y_j)$ der Abbildung des nächstgelegenen Startpunkts:

$$a(x_i, y_i, x_j, y_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad (4.23)$$

$$g_k(a(x_i, y_i, x_j, y_j)) = \frac{1}{(a(x_i, y_i, x_j, y_j) + 1)^k}. \quad (4.24)$$

Der Parameter k beeinflusst, wie schnell die Gewichtung $g(a)$ mit größer werdendem Abstand a abfällt. Die Werte von $g_k(a(x_i, y_i, x_j, y_j))$ mit $k = 1$ sind in Abb. 4.12 in Abhängigkeit vom Abstand a einer Position $\mathbf{x}_K(x_i, y_i)$ auf dem Kamerasensor von der Position des Startpunktes $\mathbf{x}_K(x_j, y_j)$ dargestellt. Die gewichtete Mittelung der Abstände $\sigma_{F_j}(x_i, y_i)$, die sich für die Sichtstrahlen $s(x_i, y_i)$ gemäß den Rekonstruktionen F_j ergeben, wird wie folgt berechnet:

$$\sigma(x_i, y_i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^N g_k(a_{F_j}(x_i, y_i))} \sum_{j=1}^N \sigma_{F_j}(x_i, y_i) g_k(a_{F_j}(x_i, y_i)). \quad (4.25)$$

Mit $a_{F_j}(x_i, y_i)$ ist dabei der Abstand einer Pixelposition $\mathbf{x}_K(x_i, y_i)$ im Kamerabild zum Startpunkt $\mathbf{x}_K(x_j, y_j)$ der Rekonstruktion F_j bezeichnet ($a_{F_j}(x_i, y_i) = a(x_i, y_i, x_j, y_j)$) und N ist die Anzahl der Startpunkte.

In einer Simulation wurden Messungen an einer Kugel mit einem Radius von 1 m und einem Abstand des Projektionszentrums der Kamera zum Objekt von 0,512 m unter Nutzung einer unterschiedlichen Anzahl von Startpunkten durchgeführt. Die Abstände der Punkte \mathbf{X}_S der Abbildungsfunktion \mathbf{A}_k vom Projektionszentrum \mathbf{C} der Kamera wurden mit weißem gleichverteilten Rauschen gestört, dessen Maximalwert $\pm 20\%$ der ungestörten Größen betrug. Die absoluten und relativen mittleren Abweichungen sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Für größer werdende Anzahl von Startpunkten nimmt der Rekonstruktionsfehler ab.

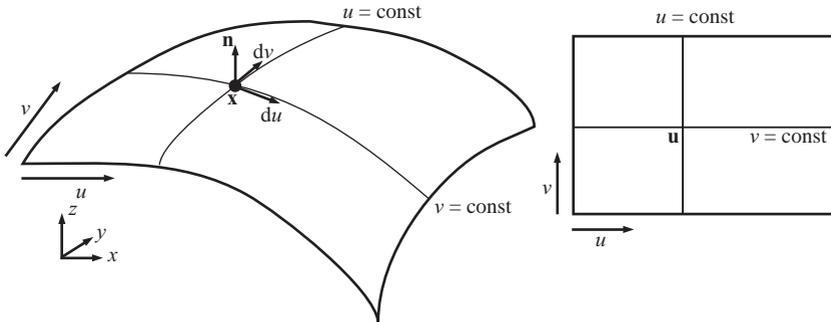


Abbildung 4.13: Parametrisierung einer Oberfläche: xyz -Raum (links) und Parameter-ebene uv (rechts).

4.3.3 Lokale Krümmung als invariantes Oberflächenmerkmal

Es stellt sich die Frage, wie auf einer spiegelnden Oberfläche charakteristische Punkte gefunden werden können, die auch bei einem Wechsel der Kameraposition wieder erkannt werden können. Grauwertänderungen scheiden hierbei aus, da diese vom Spiegelbild eines Musters oder der Umgebung herrühren und ihre Position bei Wechsel der Blickrichtung oder Position der Kamera ändern. Die lokale Oberflächenkrümmung ist hingegen eine Größe, die invariant gegenüber Verkippungen und Translationen von Kamera oder Messobjekt ist. Somit finden sich charakteristische Merkmale an Kanten, Bohrungen oder starken Krümmungsänderungen einer zu untersuchenden Oberfläche.

Über eine parametrisierte Oberfläche (siehe Abb. 4.13)

$$\mathbf{x}(u, v) = \begin{pmatrix} x(u, v) \\ y(u, v) \\ z(u, v) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \in [\mathbf{a}, \mathbf{b}] \subset \mathbb{R}^2 \quad (4.26)$$

lassen sich im Rahmen der Differentialgeometrie wichtige Aussagen machen [Far94]. Die Funktionen $x(u, v)$, $y(u, v)$ und $z(u, v)$ der kartesischen Koordinaten eines Flächenpunkts sind nach den Parametern u und v differenzierbar, und $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ stellt ein Rechteck in der u, v -Ebene dar. Durch eine reguläre Kurve $\mathbf{u}(t)$ in der u, v -Ebene ist eine reguläre Kurve $\mathbf{x}(\mathbf{u}(t))$ gegeben. Regulär bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Ableitung einer parametrisierten Kurve in keinem Punkt verschwindet. Das Bogenelement ds^2 lässt sich mit $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_u \dot{u} + \mathbf{x}_v \dot{v}$ in folgender Form schreiben:

$$ds^2 = \|\dot{\mathbf{x}}\|^2 dt^2 = (\mathbf{x}_u^2 \dot{u}^2 + 2\mathbf{x}_u \mathbf{x}_v \dot{u} \dot{v} + \mathbf{x}_v^2 \dot{v}^2) dt^2. \quad (4.27)$$

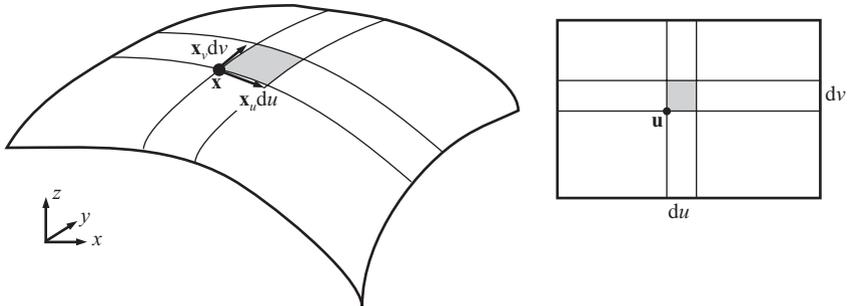


Abbildung 4.14: Veranschaulichung der Bestimmung eines Flächenelementes der parametrisierten Oberfläche. Das Flächenelement dA ist als graue Fläche eingezeichnet.

Für die weitere Rechnung sind diese Abkürzungen nützlich:

$$ds^2 = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2, \quad (4.28)$$

mit

$$E = E(u, v) = \mathbf{x}_u \mathbf{x}_u,$$

$$F = F(u, v) = \mathbf{x}_u \mathbf{x}_v,$$

$$G = G(u, v) = \mathbf{x}_v \mathbf{x}_v.$$

Die Gleichung 4.28 wird erste Fundamentalform genannt. Die Bogenlänge der Flächenkurve $\mathbf{u}(t)$ ist gegeben durch

$$\int_{t_0}^t \|\dot{\mathbf{x}}\| dt = \int_{t_0}^t \sqrt{E\dot{u}^2 + 2F\dot{u}\dot{v} + G\dot{v}^2} dt. \quad (4.29)$$

Dem Element $dudv$ in der u, v -Ebene entspricht das Flächenelement

$$dA = \|\mathbf{x}_u du \wedge \mathbf{x}_v dv\| = \|\mathbf{x}_u \wedge \mathbf{x}_v\| dudv \quad (4.30)$$

$$= \sqrt{EG - F^2} dudv = Ddudv. \quad (4.31)$$

Die Größe D wird Diskriminante der Gl. (4.30) genannt. Abbildung 4.14 veranschaulicht den geometrischen Zusammenhang. Das Flächenelement dA ist als

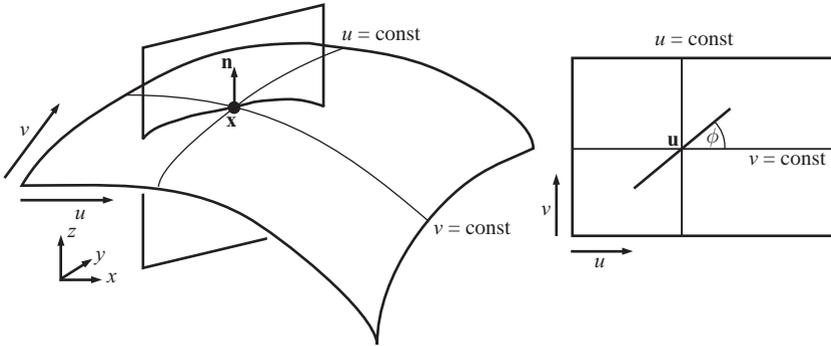


Abbildung 4.15: Schmiegeebene durch den Punkt \mathbf{x} , die den Normalenvektor \mathbf{n} in diesem Punkt enthält. In der uv -Ebene schließt die Schmiegeebene den Winkel ϕ zur u -Achse ein.

graue Fläche eingezeichnet. Die Fläche A eines Gebiets U in der u, v -Ebene lässt sich wie folgt berechnen:

$$A = \iint_U \sqrt{EG - F^2} du dv. \quad (4.32)$$

Zur Bestimmung der Krümmung κ der Kurve $\mathbf{u}(t)$ auf der Fläche \mathbf{x} wird der Tangentialvektor $\mathbf{t}(t) = \mathbf{x}'$ nach der Bogenlänge der Kurve abgeleitet:

$$\mathbf{t}' = \mathbf{x}'' = \mathbf{x}_{uu}u'^2 + 2\mathbf{x}_{uv}u'v' + \mathbf{x}_{vv}v'^2 + \mathbf{x}_u u'' + \mathbf{x}_v v''. \quad (4.33)$$

Gemäß dem Satz von Meusnier ergibt sich folgende vereinfachte Form der zweiten Fundamentalform mit der Flächennormalen \mathbf{n} [Far94]:

$$\kappa ds^2 = L du^2 + 2M du dv + N dv^2, \quad (4.34)$$

mit

$$L = L(u, v) = \mathbf{n} \mathbf{x}_{uu},$$

$$M = M(u, v) = \mathbf{n} \mathbf{x}_{uv},$$

$$N = N(u, v) = \mathbf{n} \mathbf{x}_{vv}.$$

(4.35)

Die Division der ersten Fundamentalform (Gl. (4.28)) durch die zweite Fundamentalform ergibt folgenden Ausdruck für die Krümmung κ mit der Definition

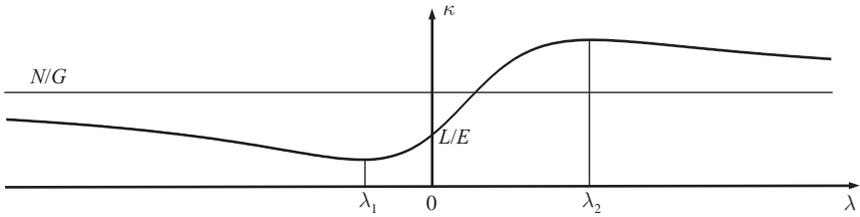


Abbildung 4.16: Verlauf der Krümmung κ in Abhängigkeit von $\lambda = dv/du = \tan(\phi)$. ϕ kann als Winkel der Schmiegeebene durch \mathbf{x} interpretiert werden.

$$\lambda = dv/du = \tan(\phi):$$

$$\kappa(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = \kappa(\lambda) = \frac{L + 2M\lambda + N\lambda^2}{E + 2F\lambda + G\lambda^2}. \quad (4.36)$$

Betrachtet man Schmiegeebenen, die den Normalenvektor \mathbf{n} in einem Punkt \mathbf{x} beinhalten (siehe Abb. 4.15), kann $\kappa(\lambda)$ wie folgt interpretiert werden: ϕ ist der Winkel, der die Orientierung der Schmiegeebene in der uv -Ebene im Punkt \mathbf{u} vorgibt. Abbildung 4.16 zeigt einen beispielhaften Verlauf der Krümmung κ in Abhängigkeit von λ . Die Extremwerte der Funktion $\kappa(\lambda)$ bei λ_1 und λ_2 werden die Hauptkrümmungen κ_1 und κ_2 der Fläche in \mathbf{x} genannt. Ist Ψ der Winkel zwischen \mathbf{x}_u und dem Tangentialvektor $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_u \dot{u} + \mathbf{x}_v \dot{v}$ einer bestimmten Flächenkurve, dann ergibt sich als Krümmung in dieser Richtung

$$\kappa(\Psi) = \kappa_1 \cos^2(\Psi) + \kappa_2 \sin^2(\Psi). \quad (4.37)$$

Richtungsunabhängige Maße für die Krümmung sind die Gaußsche Krümmung und die mittlere Krümmung:

$$\kappa_1 \kappa_2 = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} \quad \text{Gaußsche Krümmung,} \quad (4.38)$$

$$\frac{1}{2}(\kappa_1 + \kappa_2) = \frac{NE - 2MF + LG}{EG - F^2} \quad \text{mittlere Krümmung.} \quad (4.39)$$

4.3.4 Bestimmung von Startwerten aus Stereomerkmalen

Der Vorteil eines Stereokamera-Paares gegenüber einer einzelnen Kamera liegt darin begründet, dass auch für eine 3D-Vermessung keine Komponenten des

Messaufbaus oder das Messobjekt bewegt werden müssen. Oberflächenpunkte mit im Vergleich zu ihrer Umgebung charakteristischer Krümmung werden mittels des im Folgenden beschriebenen Verfahrens in beiden Kamerabildern identifiziert. Ihre räumliche Lage wird triangulatorisch bestimmt, so dass diese Punkte als Startpunkte für das Regionenwachstumsverfahren verwendet werden können [KH05].

Die Voraussetzung für eine räumliche Lagebestimmung von Oberflächenpunkten ist die intrinsische und extrinsische Kalibrierung des Messaufbaus gemäß dem in Kapitel 3 beschriebenen Verfahren. Die aufgenommenen deflektometrischen Daten der linken respektive der rechten Kamera \mathbf{A}_l und \mathbf{A}_r werden gemäß der bekannten Verzeichnung der Linsensysteme der Kameras korrigiert. Die Weiterverarbeitung der unkalibrierten Abbildungsfunktionen erfolgt für beide Ansichten nach folgendem Schema: Durch zweifache Anwendung des symmetrischen Differenzenquotienten h_{D_x} in x -Richtung der Bildkoordinaten der Abbildungsfunktions-Komponente $A_1(i, j)$ wird ein Maß für die lokale Krümmung der Oberfläche in horizontale Richtung bestimmt:

$$\kappa_x = h_{D_x}^2 A_{1,1}(i, j) = \frac{2A_{1,1}(i, j) - A_{1,1}(i - 2, j) - A_{1,1}(i + 2, j)}{4}. \quad (4.40)$$

Das entsprechende Vorgehen mittels des symmetrischen Differenzenquotienten h_{D_y} in y -Richtung der Bildkoordinaten der Abbildungsfunktions-Komponente $A_2(i, j)$ ergibt ein Maß für die lokale Krümmung der Oberfläche in senkrechte Richtung:

$$\kappa_y = h_{D_y}^2 A_{2,1}(i, j) = \frac{2A_{2,1}(i, j) - A_{2,1}(i, j - 2) - A_{2,1}(i, j + 2)}{4}. \quad (4.41)$$

Aus diesen beiden Krümmungsmaßen kann nun ein richtungsunabhängiges Krümmungsmaß vergleichbar der mittleren Krümmung definiert werden:

$$\bar{\kappa} = \frac{1}{2} (\kappa_x + \kappa_y). \quad (4.42)$$

Die Richtungsunabhängigkeit rührt daher, dass für den Mittelwert zweier Krümmungen κ_a und κ_b in einem Oberflächenpunkt folgende Aussage gilt, sofern die beiden Krümmungsberechnungen für Richtungen senkrecht zueinander

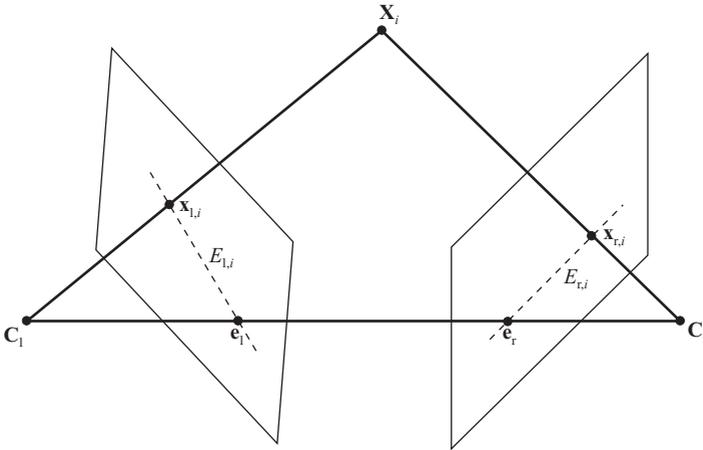


Abbildung 4.17: Schematische Darstellung der Epipolargeometrie für ein Kamerapaar.

erfolgten:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}(\kappa_a + \kappa_b) &= \frac{1}{2} \left(\kappa_1 \cos^2(\Psi) + \kappa_2 \sin^2(\Psi) + \right. & (4.43) \\
 &\quad \left. \kappa_1 \cos^2\left(\Psi - \frac{\pi}{2}\right) + \kappa_2 \sin^2\left(\Psi - \frac{\pi}{2}\right) \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\kappa_1 \cos^2(\Psi) + \kappa_2 \sin^2(\Psi) + \right. \\
 &\quad \left. \kappa_1 \sin^2(\Psi) + \kappa_2 \cos^2(\Psi) \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\kappa_1 (\cos^2(\Psi) + \sin^2(\Psi)) + \right. \\
 &\quad \left. \kappa_2 (\sin^2(\Psi) + \cos^2(\Psi)) \right) \\
 &= \frac{1}{2} (\kappa_1 + \kappa_2) .
 \end{aligned}$$

Die Größe $\bar{\kappa}$ macht keine Aussage über die absolute lokale Krümmung in einem Punkt, da der Abstand der spiegelnden Oberfläche noch nicht bekannt ist. Die charakteristischen Merkmale im Verlauf dieser Größe sind jedoch ausreichend, um bestimmte Oberflächenpunkte im linken und rechten Kamerabild einander zuzuordnen. Aus den Abbildungsfunktionen $\mathbf{A}_1(i, j)$ und $\mathbf{A}_r(i, j)$ können wie beschrieben die Merkmalsbilder $\bar{\kappa}_1(i, j)$ und $\bar{\kappa}_r(i, j)$ berechnet werden.

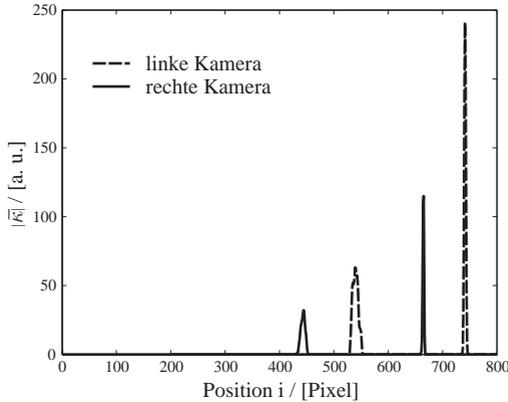


Abbildung 4.18: Krümmungswerte $|\bar{\kappa}_l(i, j_0)|$ und $|\bar{\kappa}_r(i, j_0)|$ entlang einer korrespondierenden Zeile j_0 .

Um den Suchbereich für korrespondierende Merkmale in den Bildern $\bar{\kappa}_l(i, j)$ und $\bar{\kappa}_r(i, j)$ der linken und rechten Kamera zu verkleinern, werden die Daten rektifiziert, wie bei der Auswertung von Stereobildern üblich. Wie in Abb. 4.17 zu sehen, liegen die Abbildungen $\mathbf{x}_{l,i}$ und $\mathbf{x}_{r,i}$ eines Punktes \mathbf{X}_i auf korrespondierenden Linien $E_{l,i}$ und $E_{r,i}$ im linken beziehungsweise rechten Kamerabild. Diese Linien werden Epipolarlinien genannt [HZ02]. Die Punkte e_l und e_r , an denen die Verbindungslinie zwischen den Kamerazentren C_l und C_r die Bildebenen durchstößt, heißen Epipole. Durch die Rektifizierung der Kamerabilder wird erreicht, dass die korrespondierenden Abbildungen eines Punktes \mathbf{X}_i jeweils in der selben Zeile des linken und rechten Bildes zu finden sind. Die Ausrichtung der Epipolarlinien ist dann folglich mit der Lage der Zeilen der Bilder identisch. Die Translation zwischen dem Projektionszentrum der linken und der rechten Kamera sowie die Rotation, welche die optischen Achsen ineinander überführt, werden durch eine Stereokalibrierung bestimmt [Bou02]. Dazu werden die Kalibriersequenzen beider Kameras ausgewertet, die schon für die intrinsische Kalibrierung der Kameras verwendet wurden (siehe Abschnitt 3.5). Bei der Zuordnung von Krümmungsmerkmalen entlang einer korrespondierenden Bildzeile j_0 erfolgt die Korrespondenzsuche für die Zeile j_0 zwischen den Krümmungsdaten aus der linken und der rechten Kameraansicht $\bar{\kappa}_l(i, j_0)$ und $\bar{\kappa}_r(i, j_0)$ (siehe Abb. 4.18). Die Differenz der Pixelpositionen i_1 und i_2 von korrespondierenden Merkmalen entlang einer Epipolarlinie heißt Disparität d . Sind die den Pixelpositionen (i_1, j_0) und (i_2, j_0) entsprechenden Sichtstrahlen der linken und rechten Kamera

bestimmt, die beide den selben Punkt mit charakteristischem Krümmungsmerkmal abbilden, können diese Strahlen trianguliert und somit die 3D-Position des Oberflächenpunktes \mathbf{X}_i bestimmt werden. Der gesamte Ablauf des Verfahrens ist in Abb. 4.19 skizziert.

Der Zusammenhang zwischen der Basisbreite b der Kameraanordnung, der Disparität d eines Merkmals \mathbf{X}_i im rektifizierten Bild und der Entfernung z dieses Merkmals von der Kamera ist in Abb. 4.20 gezeigt. Das optische Zentrum der linken respektive der rechten Kamera ist mit \mathbf{C}_l und \mathbf{C}_r bezeichnet. Nach der Rektifizierung der Bilddaten und Stereokalibrierung kann man von paralleler Ausrichtung der optische Achse von linker und rechter Kamera und gleicher Brennweite f ausgehen. Die Epipolarlinien liegen entlang der x -Achse des Kamerakoordinatensystems. Der mathematische Zusammenhang zwischen der Entfernung z eines Merkmals von den Kamerazentren \mathbf{C}_l und \mathbf{C}_r und der Bildkoordinaten x_l in der linken und x_r in der rechten Kamera ergibt sich zu:

$$x_l = f \frac{x_i}{z} \quad (4.44)$$

$$x_r = f \frac{x_i + b}{z} \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} &= f \frac{x_i}{z} + \frac{bf}{z} \\ \Rightarrow d &= x_r - x_l = \frac{bf}{z} \end{aligned} \quad (4.46)$$

mit

z : Abstand zum Messobjekt in mm,

x_i : Position des Messobjekts in x -Richtung in mm,

b : Basisbreite der Anordnung der Stereokameras in mm,

f : Brennweite der Kameras in Pixel,

d : Disparität in Pixel.

Zur Abschätzung des Tiefenfehlers bei einer angenommenen Unsicherheit in der Bestimmung der Disparität korrespondierender Merkmale von $\Delta d = 0,5$ Pixel wird der Zusammenhang zwischen Disparitätsänderungen Δd und der Änderung der Tiefe z betrachtet:

$$\Delta z = \frac{\partial}{\partial d} \left(\frac{bf}{d} \right) \Delta d \quad (4.47)$$

$$= -\frac{bf}{d^2} \Delta d = -\frac{z^2}{bf} \Delta d. \quad (4.48)$$

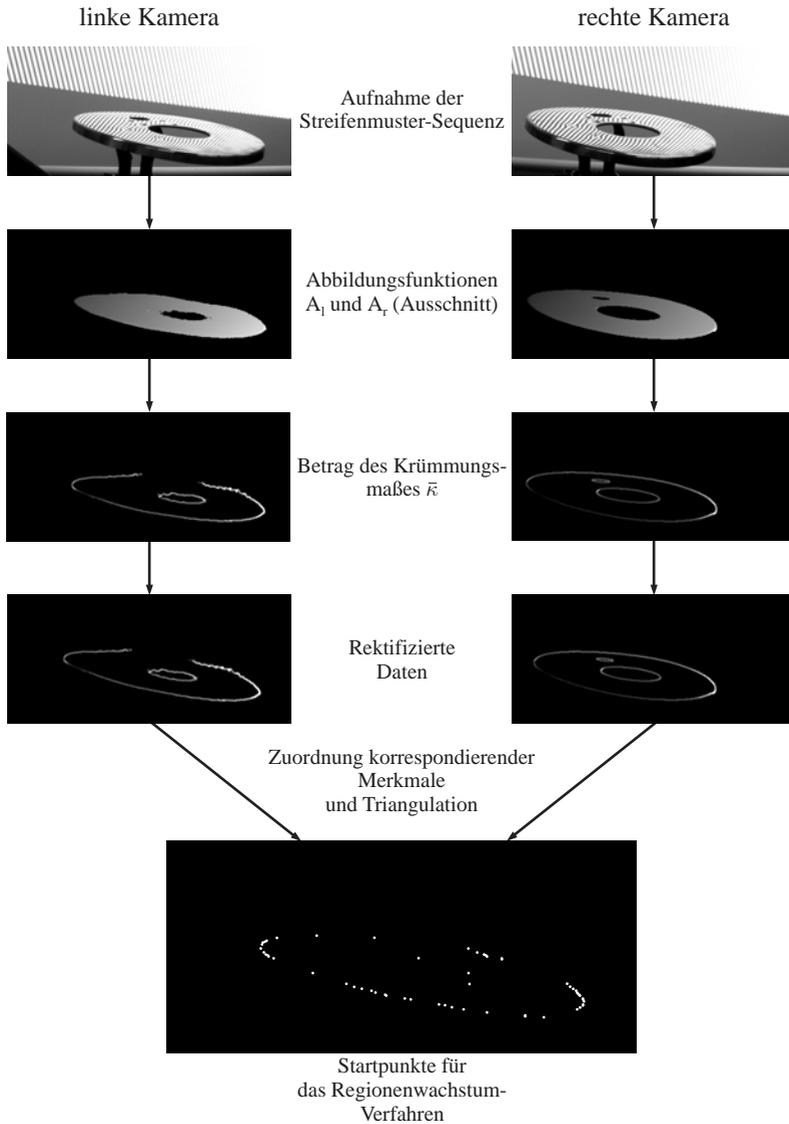


Abbildung 4.19: Ablauf des Verfahrens zur Bestimmung von Startpunkten aus Krümmungsmerkmalen der Abbildungsfunktion zweier Kameras.

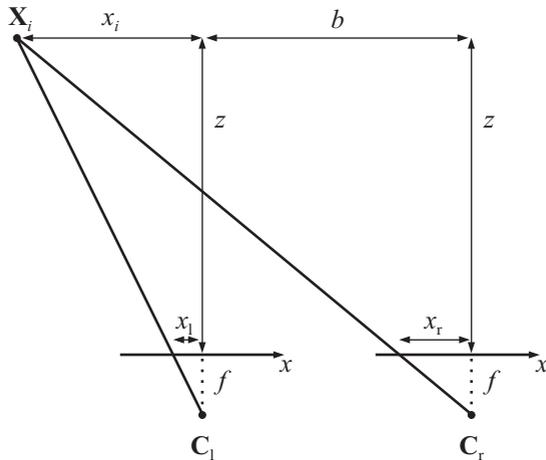


Abbildung 4.20: Skizze zur Herleitung des mathematischen Zusammenhangs zwischen Disparität und Entfernung eines Punktes X_i unter Verwendung rektifizierter Kamerabilder.

Für exemplarisch bei einer Messung auftretende Parameter ($z = 485$ mm, $b = 120$ mm und $f = 926$ Pixel) beträgt der Tiefenfehler $\Delta z \approx 1$ mm.

Für das Auffinden von Korrespondenzen entlang der Epipolarlinien gibt es eine Vielzahl von Verfahren. Einen sehr guten Überblick bietet die Veröffentlichung von Scharstein und Szeliski [SS02]. Die in der Literatur beschriebenen Verfahren beziehen sich meist auf Grauwertbilder und beruhen auf Blockmatching. Die oben beschriebenen Krümmungsmerkmale haben für Kanten oder Löcher jedoch einen sprunghaften Verlauf. Außerdem liefern Blockmatching-Verfahren unzureichende Ergebnisse, wenn die Ansichten der beiden Kameras gegeneinander perspektivisch stark verzerrt sind. Dies kann bei den Messbildern der Fall sein, da das Objekt aus geringem Abstand vom Kamerapaar betrachtet wird und die Kameras im Allgemeinen nicht parallel ausgerichtet sind.

Aus diesem Grund wurden Untersuchungen mit Verfahren durchgeführt, die unter anderem für die Auswertung von chromatographischen Daten verwendet werden [TBA04]. Solche Messdaten haben ebenfalls die Eigenschaft, dass die charakteristischen Merkmale in Form von Spitzen im Signal vorliegen. Mit den Methoden Correlation Optimized Warping (COW) und Dynamic Time Warping (DTW) wird in der Chromatographie die Aufgabe gelöst, ein Messsignal einer Probe mit einem Referenzsignal abzugleichen. Es wird geprüft, ob sich die im Messsignal vorhandenen Spitzen den Spitzen im Referenzsignal bei jeweils ähnlichen Positionen auf der x -Achse zuordnen lassen. Die Zeilen der Bilder $|\kappa_l(x, y)|$ und $|\kappa_r(x, y)|$ wer-

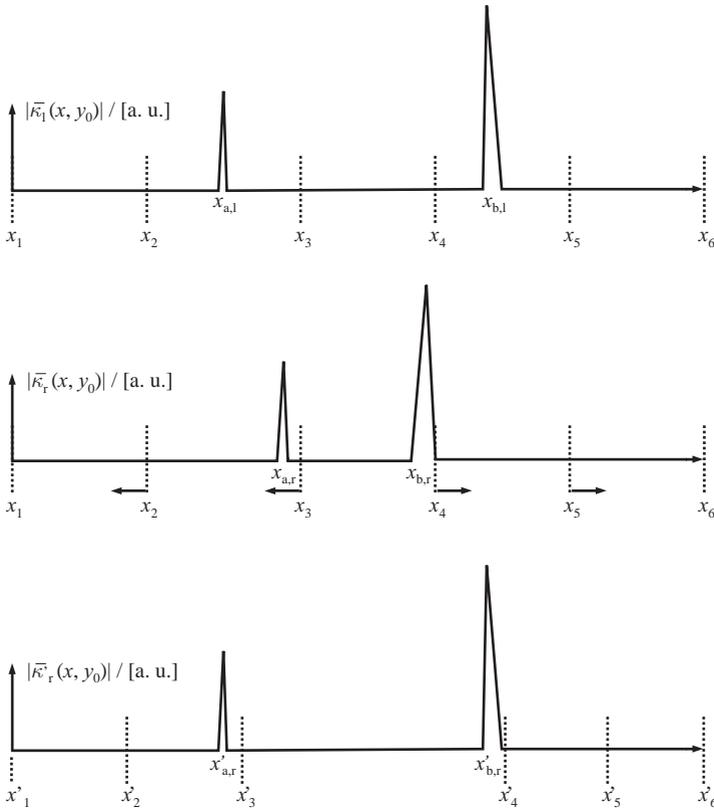


Abbildung 4.21: Schematische Darstellung des COW-Verfahrens: Das Signal $|\kappa_1(x, y_0)|$ wird mit dem Signal $|\kappa_r(x, y_0)|$ abgeglichen. Das Ergebnis ist das Signal $|\kappa'_r(x, y_0)|$.

den nacheinander abgearbeitet. Bei COW werden die Messsignale $|\kappa_1(x, y_0)|$ und $|\kappa_r(x, y_0)|$ für jede Zeile y_0 in gleich lange Bereiche einer vorgegebenen Anzahl von Messwerten eingeteilt. In Abb. 4.21 ist das Verfahren beispielhaft skizziert. Die Unterteilung der Messdaten in Blöcke erfolgt bei den Werten x_i . Die Blöcke des Signals $|\kappa_1(x, y_0)|$ werden nacheinander mit dem entsprechenden Bereich des Referenzsignals $|\kappa_r(x, y_0)|$ korreliert. Die Daten eines korrelierten Blocks werden in einem vorgegebenen Maß gestaucht oder gestreckt, um eine gute Korrelation mit dem Referenzsignal zu erreichen. Dies erfordert ein Resampling der Daten, damit gleich lange Datensequenzen korreliert werden können. Danach wird der nächste Block mit dem entsprechenden Block im Referenzsignal abgeglichen. Da

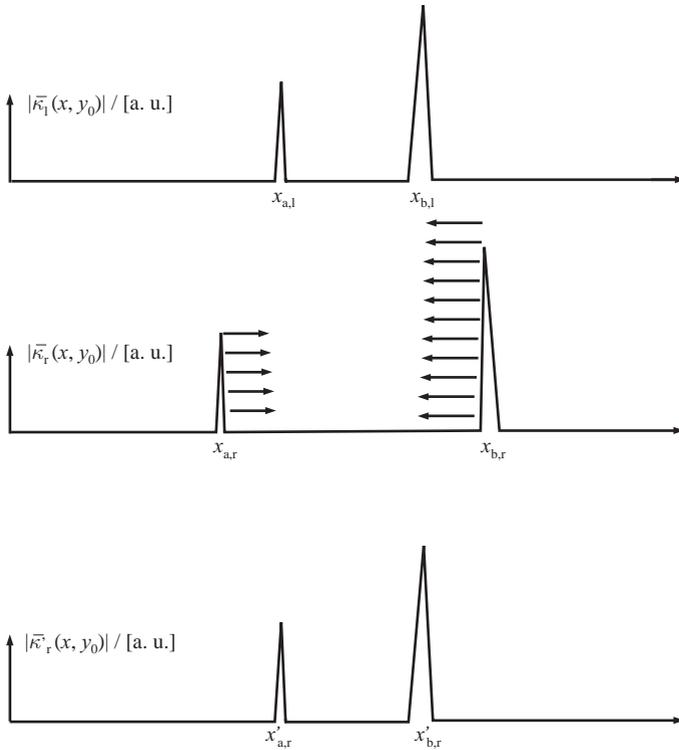


Abbildung 4.22: Schematische Darstellung des DTW-Verfahrens: Für jeden Messwert des Signals $|\kappa_r(x, y_0)|$ wird geprüft, für welche Verschiebung in x -Richtung eine gute Übereinstimmung mit dem Referenzsignal $|\kappa_l(x, y_0)|$ erreicht wird.

es eine Vielzahl von möglichen Verschiebungen der Blockgrenzen x_i gibt, die zu einer global günstigen Lösung führen könnten, wird dieses Verfahren mittels dynamischer Programmierung realisiert. Dies bedeutet einen sehr großen Rechenaufwand, da eine Vielzahl von möglichen Kombinationen der Verschiebungen berechnet werden. Mittels eines Backtracking-Verfahrens können dann die Verschiebungen bestimmt werden, die zu der globalen Lösung $|\kappa'_r(x, y_0)|$ führen. Die Verschiebung der Blockgrenzen x_i kann genutzt werden, um die Positionen der Maxima $x_{a,l}$ und $x_{b,l}$ im Signal $|\kappa_l(x, y_0)|$ den korrespondierenden Positionen $x_{a,r}$ und $x_{b,r}$ im Signal $|\kappa'_r(x, y_0)|$ zuzuordnen.

Das Verfahren zeigt Nachteile bei Verschiebungen in der Größenordnung, wie sie beim Abgleich von Krümmungsmerkmalen auf Grund der hohen Disparität zwi-

schen linker und rechter Kameraansicht auftreten. Da die Grenze eines Blocks gemäß des Verfahrens nur maximal um eine bestimmte Anzahl von Schritten verschoben wird, ergibt sich am Rand einer Zeile eine geringere Flexibilität der Anpassung als in der Mitte des Signals. Eine Abhilfe stellt das Einbetten der eigentlichen Krümmungsdaten in Bereiche konstanter Werte dar, wodurch schon zu Beginn des eigentlichen Datenbereichs ausreichende Flexibilität erreicht werden kann.

Bei der Methode DTW zeigt sich dieser Nachteil nicht, da für jeden Messwert $|\kappa_r(x_i, y_0)|$ geprüft wird, ob eine Verschiebung des Wertes entlang der x -Achse sinnvoll ist, um minimalen Abstand zum Wert des Referenzsignals $|\kappa_l(x_i, y_0)|$ zu erreichen. Das Vorgehen ist schematisch in Abb. 4.22 dargestellt. Der Rechenaufwand ist durch die Prüfung der Verschiebung jedes einzelnen Messwerts höher als bei COW. Große Disparitäten der Krümmungsdaten von linker und rechter Kamera führen auch bei dieser Methode zu erheblichem Anwachsen der Laufzeit, da die Suchraumgröße für die Verschiebung jedes Messwerts anwächst.

Ein zuverlässiges und schnelles Verfahren stellt das zeilenweise Suchen von Maxima und deren Zuordnung im linkem und rechtem Datensatz dar. Falls eine unterschiedliche Anzahl von Maxima in korrespondierenden Zeilen gefunden wird, werden für diese Zeile keine Startwerte bestimmt. Da jedoch in der Regel eine große Zahl von Krümmungsmerkmalen vorliegt, fällt das Wegfallen einzelner Merkmale durch fehlgeschlagene Zuordnungen nicht ins Gewicht. Es wird davon ausgegangen, dass sich die Reihenfolge der Merkmale zwischen linkem und rechtem Datensatz nicht ändern kann. Dies ist der Fall sofern keine Doppelreflexionen bei der Messung auftreten. Die in Abb. 4.19 dargestellten Startpunkte wurden mittels Detektion und Zuordnung der Maxima in $\bar{\kappa}_l(i, j)$ und $\bar{\kappa}_r(i, j)$ bestimmt.

4.4 Gauß-Seidel-Optimierung

Auf Grund verrauschter oder fehlerhafter Daten der gemessenen Abbildungsfunktionen kann es notwendig sein, das Rekonstruktionsergebnis zu optimieren. Die Punkte \mathbf{X}_R erfüllen dann nicht automatisch die mathematischen Anforderungen an eine Oberfläche (vgl. Abschnitt 4.1). Der zugrunde liegende Gedanke bei der Optimierung ist, dass die Neigung der Oberfläche in einem reflektierenden Punkt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$, die durch die gemessene Reflexion festgelegt ist, dem Gradienten der umliegenden Punkte auf der Oberfläche entsprechen soll. Durch Variation des Abstands entlang des Sichtstrahles $\mathbf{s}(x_i, y_i)$ kann diese Abweichung minimiert werden. Ein entsprechendes Verfahren für matte Oberflächen unter Berücksichtigung von fest vorgegebene Punkten auf der Oberfläche wurde von Horovitz beschrie-

ben [HK04]. Allgemein gesprochen handelt es sich hier bei der Rekonstruktion um die Aufgabe, räumliche Tiefe (Abstand eines reflektierenden Punktes vom Projektionszentrum der Kamera) aus einem Gradientenfeld zu bestimmen. Die zusätzliche Schwierigkeit bei der Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen besteht darin, dass das Gradientenfeld nicht fest vorgegeben ist. Der Gradient in einem Punkt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ ist nämlich zum einen von der gemessenen Abbildungsfunktion $\mathbf{A}_k(x_i, y_i)$ abhängig und zum anderen vom Abstand $\sigma(x_i, y_i)$ dieses Punktes vom Projektionszentrum \mathbf{C} der Kamera (vgl. Abb. 2.7). Dieser Zusammenhang macht es notwendig, ein iteratives Verfahren zu verwenden, bei dem ein Schätzwert $\hat{\sigma}(x_i, y_i)$ zur Bestimmung des Gradienten in jedem Schritt vorliegt.

4.4.1 Gütekriterium und Herleitung des Iterationsschritts

Von einer Oberfläche mit Höhendaten $z(x, y)$ in einem Bereich \mathcal{D} sei lediglich das verrauschte Gradientenfeld $\{(p, q)\}$ der Ableitungen in x - und y -Richtung bekannt. Horn und Brooks schlagen die Variationsrechnung als adäquate mathematische Methode vor [HB86]. Für ideale Daten nimmt das folgende Funktional den Wert Null an:

$$\int \int_{\mathcal{D}} [(z_x(x, y) - p(x, y))^2 + (z_y(x, y) - q(x, y))^2] dx dy. \quad (4.49)$$

Hierbei ist $z_x(x, y)$ die Ableitung der Höhendaten $z(x, y)$ in x -Richtung und $z_y(x, y)$ in y -Richtung. Für räumlich diskrete Daten, wie sie bei einer Kameraerfassung vorliegen, müssen die Gradientendaten angepasst werden. Für gegebene Gradienten $\tilde{p}_{i,j}$ und $\tilde{q}_{i,j}$ in einem Messpunkt mit Index (i, j) ergeben sich die Gradienten zwischen zwei Punkten $z(i, j)$ und $z(i+1, j)$ beziehungsweise zwischen $z(i, j)$ und $z(i, j+1)$ laut Horn und Brooks [HB86] approximativ zu

$$p_{i,j} = \frac{\tilde{p}_{i,j} + \tilde{p}_{i+1,j}}{2} \quad q_{i,j} = \frac{\tilde{q}_{i,j} + \tilde{q}_{i,j+1}}{2}. \quad (4.50)$$

Somit gilt im Falle einer idealen Oberfläche und fehlerfreien Messdaten:

$$z_{i+1,j} - z_{i,j} = p_{i,j} \quad z_{i,j+1} - z_{i,j} = q_{i,j}. \quad (4.51)$$

Die zu minimierende Funktion ist folglich im diskreten Fall

$$\sum_{i,j} \left((z_{i+1,j} - z_{i,j} - p_{i,j})^2 + (z_{i,j+1} - z_{i,j} - q_{i,j})^2 + (z_{i,j} - z_{i-1,j} - p_{i-1,j})^2 + (z_{i,j} - z_{i,j-1} - q_{i,j-1})^2 \right). \quad (4.52)$$

Leitet man die Funktion nach $z_{i,j}$ ab und setzt das Ergebnis gleich Null, erhält man folgende Gleichung, deren Erfüllung eine notwendige Bedingung für das Vorliegen eines Extremwerts der Funktion für $z_{i,j}$ ist:

$$4z_{i,j} - z_{i+1,j} - z_{i,j+1} - z_{i-1,j} - z_{i,j-1} + p_{i,j} + q_{i,j} - p_{i-1,j} - q_{i,j-1} = 0. \quad (4.53)$$

Da die Ableitung der Gleichung (4.53) nach $z_{i,j}$ eine positive Konstante ist, stellt Gleichung (4.53) eine Bedingung an $z_{i,j}$ für ein lokales Minimum dar. Durch Auflösen nach $z_{i,j}$ kann die Iterationsregel für den Schritt $k+1$ formuliert werden:

$$z_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{4} (z_{i+1,j}^k + z_{i,j+1}^k + z_{i-1,j}^k + z_{i,j-1}^k - p_{i,j} - q_{i,j} + p_{i-1,j} + q_{i,j-1}). \quad (4.54)$$

Als initiale Werte für $z_{i,j}$ kann das Ergebnis aus dem Regionenwachstumsverfahren oder einem anderen Schätzverfahren verwendet werden. Da die Konvergenz des so genannten Gauß-Seidel-Relaxationsverfahrens langsam ist, gibt es mehrere Ansätze zur Beschleunigung des Algorithmus. Eine Methode ist die als Successive Over-Relaxation (SOR) bezeichnete Erweiterung des Gauß-Seidel-Ansatzes. Mittels eines Parameters $1 < \omega < 2$ kann bei optimaler Wahl dieser Größe schnellere Konvergenz erreicht werden:

$$z_{i,j}^{k+1} = (1 - \omega)z_{i,j}^k + \omega \frac{1}{4} (z_{i+1,j}^k + z_{i,j+1}^k + z_{i-1,j}^k + z_{i,j-1}^k - p_{i,j} - q_{i,j} + p_{i-1,j} + q_{i,j-1}). \quad (4.55)$$

Außerdem kann das Gitter (i, j) als Kombination zweier verschachtelter Gitter betrachtet werden. Beim so genannten Red-Black-Gauß-Seidel-Verfahren werden zwei Gitter entsprechend den weißen beziehungsweise den schwarzen Feldern eines Schachbretts definiert. Innerhalb eines Gitters kann nun unabhängig vom zweiten Gitter für alle Punkte die Iteration durchgeführt werden. Dies ermöglicht die Parallelisierung des Algorithmus [PFTV92].

Ein weiteres Verfahren stellt ein Mehrskalen-Ansatz (Multigrid) dar. Da sich Veränderungen beim Gauß-Seidel-Iterationsschema nur sehr langsam über das Gitter (i, j) ausbreiten können (lediglich die nächsten Nachbarn haben Einfluss auf $z_{i,j}$), kann eine deutliche Beschleunigung erreicht werden, indem das Gitter in verschiedenen Größen erzeugt wird und die Daten auf den verschiedenen Skalen optimiert werden. Aus algorithmischen Gründen bieten sich Zweierpotenzen

für die Höhe und Breite des Gitters an. Im Gitter mit geringer Auflösung kann sich Information wesentlich schneller in Bereiche ausbreiten, die in einem hoch aufgelösten Gitter viele Schritte auseinander liegen. Außerdem kann das Verharren in lokalen Minima in der Regel vermieden werden. Zusätzlicher Aufwand fällt an, da die Zwischenergebnisse für Gitter mit höherer Auflösung interpoliert oder für solche mit geringerer Auflösung unterabgetastet und geglättet werden müssen [Pri96].

4.4.2 Erweiterung auf spiegelnde Oberflächen

Im bisher betrachteten Fall ist das Gradientenfeld $(p(i, j), q(i, j))$ gegeben und ändert sich nicht bei der Optimierung von $z_{i,j}$. Bei einer spiegelnden Oberflächen ist die Neigung im reflektierenden Punkt $\mathbf{X}_R(i, j)$ jedoch nicht nur von der gemessenen Abbildungsfunktion $\mathbf{A}_k(i, j)$ sondern auch vom geschätzten Abstand $\hat{\sigma}(x_i, y_j)$ dieses Punktes vom Projektionszentrum \mathbf{C} der Kamera abhängig. Dies bedeutet, dass zur Erfüllung des gemessenen Strahlenganges das Gradientenfeld $(p(i, j), q(i, j))$ nach jedem Iterationsschritt neu bestimmt werden muss. Die Neigung eines Oberflächenelements an der Position (i, j) kann aus der Normale $\hat{\mathbf{n}}$ in diesem Punkt bestimmt werden. Da ein Schätzwert $\hat{\mathbf{X}}_R(i, j)$ vorliegt, gilt für $\hat{\mathbf{r}}(i, j)$ der Zusammenhang laut Gl. (4.14). Die Normale $\hat{\mathbf{n}}(i, j)$ ergibt sich gemäß Gl.(4.15) aus den Strahlen $\mathbf{s}(i, j)$ und $\hat{\mathbf{r}}(i, j)$.

4.4.3 Transformation in Kugelkoordinaten

Die Größe $z(i, j)$ ist bis jetzt in einem kartesischen Koordinatensystem definiert. Da die Kamerastrahlen $\mathbf{s}(i, j)$ jedoch nicht parallel sind, sondern kugelförmig vom Projektionszentrum \mathbf{C} ausgehen, ist es hilfreich, das Problem in Kugelkoordinaten (r, ϕ, θ) zu formulieren.

Der Ursprung des Koordinatensystems liegt im Projektionszentrum \mathbf{C} der Kamera. Der Abstand $r(i, j)$ ist gleichbedeutend mit dem Abstand eines Messpunktes $\sigma(i, j)$ vom Projektionszentrum. Die radiale Richtung für ein Indexpaar (i, j) im Kamerabild ist durch den Sichtstrahl $\mathbf{s}(i, j)$ gegeben. Die radiale Komponente der Normale $\mathbf{n}(i, j)$ ist durch

$$n_r(i, j) = \mathbf{n}(i, j)^T \mathbf{s}(i, j) \quad (4.56)$$

gegeben. Teilt man $\mathbf{n}(i, j)$ durch $n_r(i, j)$, erhält man einen Vektor $\mathbf{n}'(i, j)$ mit einer Ausdehnung in radiale Richtung von eins:

$$\mathbf{n}'(i, j) = \frac{\mathbf{n}(i, j)}{n_r(i, j)} \Rightarrow \mathbf{n}'^T(i, j) \mathbf{s}(i, j) = 1. \quad (4.57)$$

Die ϕ - und θ -Komponente von $\mathbf{n}'(i, j)$ in Kugelkoordinaten für den Aufpunkt des Vektors in $\hat{\mathbf{X}}_R(i, j)$ kann nun folgendermaßen mittels der Hilfsvariablen \mathbf{P} bestimmt werden:

$$\mathbf{P}(i, j) = \hat{\mathbf{X}}_R(i, j) + \mathbf{n}'(i, j). \quad (4.58)$$

Nach der Transformation der Punkte $\hat{\mathbf{X}}_R$ und \mathbf{P} in Kugelkoordinaten (r, ϕ, θ) ergibt sich über deren Differenz:

$$\mathbf{P}(r, \phi, \theta) - \hat{\mathbf{X}}_R(r, \phi, \theta) = \begin{pmatrix} \Delta r \\ \Delta \phi \\ \Delta \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \Delta \phi \\ \Delta \theta \end{pmatrix} = \mathbf{n}'(r, \phi, \theta). \quad (4.59)$$

Somit ist für das Indexpaar (i, j) im Kamerabild der Gradient $(\Delta \phi, \Delta \theta)$ in Kugelkoordinaten gemäß der Komponenten von $\mathbf{n}'(r, \phi, \theta)$ bekannt. Ersetzt man die Größen in Gl. (4.54) durch die entsprechenden Größen in Kugelkoordinaten ergibt sich folgende Iterationsgleichung unter Berücksichtigung der Strahlgeometrie der Kamera:

$$\sigma_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{4} (\sigma_{i+1,j}^k + \sigma_{i,j+1}^k + \sigma_{i-1,j}^k + \sigma_{i,j-1}^k - \Delta \phi_{i,j} - \Delta \theta_{i,j} + \Delta \phi_{i-1,j} + \Delta \theta_{i,j-1}). \quad (4.60)$$

Das beschriebene Optimierungsverfahren wurde an den selben synthetischen Daten einer Ebene getestet, die schon in Abschnitt 4.3.1 verwendet wurden. Die simulierten Werte der Abbildungsfunktion \mathbf{A}_k wurden mit einer Störung (weißes gleichverteiltes Rauschen) von maximal ± 20 Prozent (bezogen auf den Abstand der Punkte \mathbf{X}_S der Abbildungsfunktion zum Projektionszentrum \mathbf{C} der Kamera) beaufschlagt. Die sich für einen Startpunkt ergebende mittlere Abweichung der Größe $\hat{\sigma}(x_i, y_i)$ betrug $82 \mu\text{m}$ im Vergleich zu $43 \mu\text{m}$ im Fall der ungestörten Daten. Durch Anwendung des Gauß-Seidel-Verfahrens unter Verwendung von Kugelkoordinaten (vgl. Gl. (4.60)) konnte die mittlere Abweichung der rekonstruierten Abstände von den Abständen der vorgegebenen Ebene auf $65 \mu\text{m}$ reduziert werden.

4.5 Beschreibung und Optimierung mittels Markov-Zufallsfeldern

Die Beschreibung von Bildinhalten mittels Markov-Zufallsfeldern (engl. Markov Random Fields, MRF) ist eine bewährte Methode bei der Rekonstruktion, Opti-

mierung und Klassifizierung von Messdaten [Li95]. Bei dem vorliegenden Optimierungsproblem besteht ein mathematischer Zusammenhang zwischen Daten benachbarter Bildpunkte. Das Konzept der MRF ermöglicht eine einfache Modellierung der räumlichen Verknüpfung von Messwerten in einem Datenfeld, wie es der Sensorchip einer Kamera liefert.

Jain und Nadabar verwendeten ein MRF zur Segmentierung von Abstandsbildern [JN90]. Hierbei werten sie die Änderung benachbarter Abstandswerte sowie die Änderung der Oberflächennormalen aus, die benachbarten Regionen zugewiesen werden können. Subrahmonia u. a. untersuchten ein MRF für die modellbasierte Segmentierung von Videobildern [SHC90]. Aus mehreren Kameraansichten von unbewegten Szenen wurden ebene Oberflächenelemente bestimmt, welche die aus den Intensitätsbildern rekonstruierten Abstände interpolieren. Tsai und Averbuch zielen auf die Rekonstruktion und Segmentierung von bewegten Objekten ab [TA01]. Ein MRF findet hier bei der Klassifizierung von Objekten Verwendung. Torres-Mendéz und Dudek untersuchten Möglichkeiten zur Verknüpfung von Intensitätsbildern mit Abstandsinformationen, die nur für wenige Punkte vorliegen [TMD03]. Die Interpolation der Abstandsdaten erfolgt unter Verwendung eines MRF, so dass die Nachbarschaftsbeziehung von Bildpunkten modelliert werden kann. Diebel und Thrun beschäftigten sich mit der selben Problematik und verwenden ebenfalls ein MRF [DT05a]. Bei der gleichzeitigen Vermessung von Räumen mit einem Laserscanner und einer Kamera liegen die Ergebnisse in der Regel in unterschiedlicher räumlicher Auflösung vor. Um die vom Laserscanner gelieferten Abstandswerte an die höhere Auflösung der Kamera anzupassen, ist die Interpolation der gemessenen Abstände notwendig. Als Gütemaß wird zum einen die Differenz der interpolierten Abstandswerte zu den gemessenen Abstandswerten sowie die Glattheit der sich ergebenden Oberflächen unter Einbeziehung der nächsten Nachbarn verwendet. Geringe Änderungen der Abstandsdaten werden in einer Region um so mehr belohnt, je homogener das Intensitätsbild in dieser Region ist. Dahinter steckt die Annahme, dass Regionen mit ähnlichem Grauwert im Kamerabild geringere Änderungen des Abstands in diesem Bereich aufweisen, als etwa Bereiche mit sprunghaften Grauwertänderungen.

4.5.1 Theorie der Markov-Zufallsfelder

Markov-Zufallsfeld ist eine Bezeichnung für eine Menge von Zufallsvariablen $F = F_1, \dots, F_m$, die über ein Nachbarschaftssystem \mathcal{N}_i miteinander verknüpft sind und welche die im Folgenden beschriebenen Bedingungen erfüllen [Li95].

S sei eine Menge von Positionen i , denen jeweils eindeutig eine Zufallsvariable F_i zugeordnet ist. Bei dem gegebenen Problem der 3D-Rekonstruktion handelt

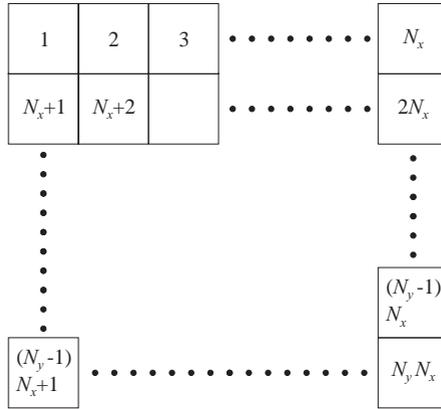


Abbildung 4.23: Schematische Darstellung der Zuordnung der Positionen i auf einem regelmäßigen Gitter der Größe $N_x \times N_y$.

es sich um ein regelmäßiges Gitter, das die Pixel auf dem Sensorchip der Kamera repräsentiert (siehe Abb. 4.23). Diese Art der Anordnung der Positionen i von S ist aber keine Voraussetzung für die Anwendbarkeit der MRF-Theorie. Jede Zufallsvariable F_i kann kontinuierliche Werte $f_i \in \mathcal{F}$ mit der Wahrscheinlichkeitsdichte $p(F_i = f_i)$ (abgekürzte Schreibweise: $p(f_i)$) annehmen. Falls f_i nur diskrete Werte annehmen kann, werden statt den Wahrscheinlichkeitsdichten $p(f_i)$ Wahrscheinlichkeiten $P(f_i)$ verwendet. Die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte $p(F_1 = f_1, \dots, F_m = f_m)$ für eine Realisierung f der Zufallsvariablen F_i der Menge F wird abgekürzt $p(f)$ geschrieben. Für F muss gelten:

$$p(f) > 0 \quad \forall f \in F, \tag{4.61}$$

$$p(f_i | f_{S-\{i\}}) = p(f_i | f_{\mathcal{N}_i}). \tag{4.62}$$

Die erste Bedingung ist die Positivität aller Wahrscheinlichkeiten. Die zweite Gleichung bringt zum Ausdruck, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte für eine Realisierung f_i bei gegebener Belegung aller anderen Zufallsgrößen $f_{S-\{i\}}$ lediglich von den Realisierungen der Zufallsvariablen $f_{\mathcal{N}_i}$ abhängt, die zum Nachbarschaftssystem \mathcal{N}_i der Variablen F_i gehören. Für die Lösung der gestellten Optimierungsaufgabe wird das Nachbarschaftssystem \mathcal{N}_i einer Variablen F_i gemäß der räumlichen Nachbarschaft von Positionen in S bestimmt. Die in Abb. 4.24 gezeigten Nachbarschaften stellen wichtige Sonderfälle dar. Für ein gültiges Nach-

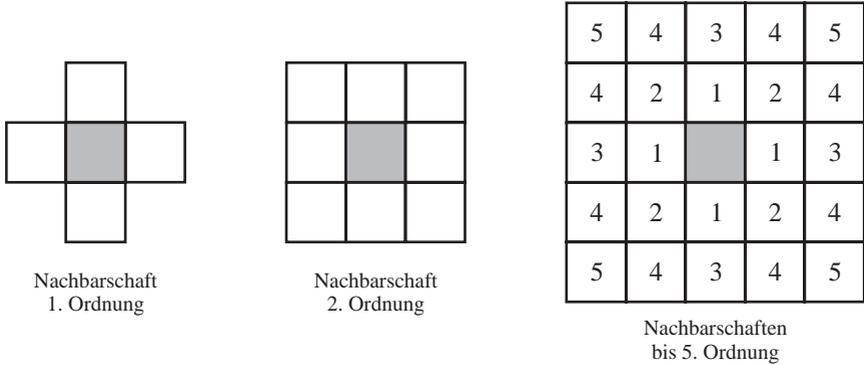


Abbildung 4.24: Nachbarschaften der grau markierten mittleren Position von 1. bis 5. Ordnung. Die Ziffern in den Feldern geben die Ordnung an.

Nachbarschaftssystem \mathcal{N}_i muss lediglich gelten:

$$i \notin \mathcal{N}_i, \tag{4.63}$$

$$i \in \mathcal{N}_{i'} \Leftrightarrow i' \in \mathcal{N}_i. \tag{4.64}$$

Dies bedeutet, dass die Position i nicht Teil der eigenen Nachbarschaft ist und dass i' zu i benachbart ist, falls i zu i' benachbart ist.

Einen weiteren wichtigen Begriff im Rahmen der MRF-Theorie stellt die Clique dar. Eine Clique \mathcal{C} bezüglich $(\mathcal{S}, \mathcal{N})$ kann aus einer einzelnen Position i bestehen und aus Positionen, die jeweils paarweise zu allen anderen Positionen in der Clique benachbart sind:

$$\mathcal{C}_1 = \{i | i \in \mathcal{S}\}, \tag{4.65}$$

$$\mathcal{C}_2 = \{\{i, i'\} | i \in \mathcal{N}_{i'}, \{i, i'\} \in \mathcal{S}\},$$

$$\mathcal{C}_3 = \{\{i, i', i''\} | i' \in \mathcal{N}_i, i'' \in \mathcal{N}_i, i'' \in \mathcal{N}_{i'}, \{i, i', i''\} \in \mathcal{S}\},$$

...

Die möglichen Cliquen $\mathcal{C}_I = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2$ für Nachbarschaften erster Ordnung und $\mathcal{C}_{II} = \mathcal{C}_1 \cup \mathcal{C}_2 \cup \mathcal{C}_3$ für Nachbarschaften zweiter Ordnung sind in Abb. 4.25 skizziert.

Es existieren zwei äquivalente Möglichkeiten zur Beschreibung eines MRF: Dies sind zum einen die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichten $p(f_i | \mathcal{N}_i) \forall i$ und zum

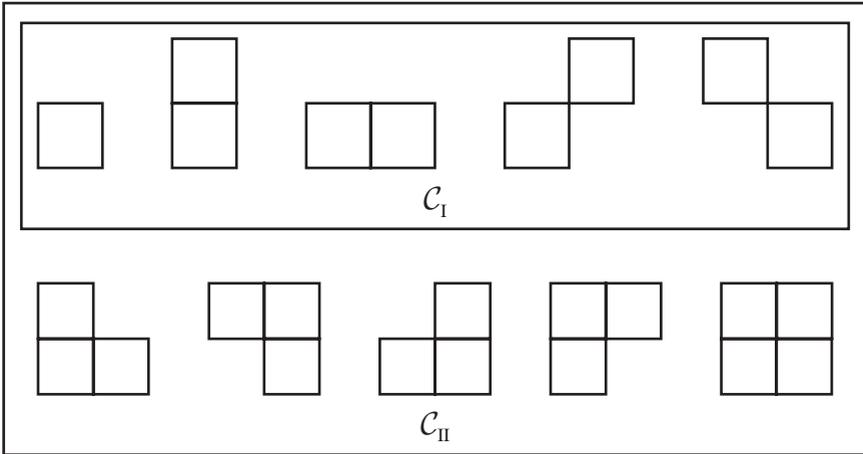


Abbildung 4.25: Mögliche Cliques $C_I = C_1 \cup C_2$ für Nachbarschaften erster Ordnung und zweiter Ordnung ($C_{II} = C_1 \cup C_2 \cup C_3$) auf einem regelmäßigen Gitter.

anderen die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte $p(f)$ des gesamten MRF. Für ein homogenes MRF gilt, dass die bedingten Wahrscheinlichkeiten für alle Positionen i gleich berechnet werden. Durch den Zusammenhang zwischen einem MRF und der Gibbs-Verteilung ergibt sich eine elegante Möglichkeit, die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte zu bestimmen [HC71, Bes74].

Eine Menge von Zufallsvariablen F bildet ein Gibbs-Zufallsfeld (engl. Gibbs Random Field, GRF) auf S mit dem Nachbarschaftssystem \mathcal{N} , sofern die Realisierungen f der Zufallsvariablen der Gibbs-Verteilung gehorchen. Gemäß dem Hammersley-Clifford-Theorem ist jedes MRF ein GRF. Die Gibbs-Verteilung hat die Form

$$p(f) = Z^{-1} \times e^{-\frac{1}{T}U(f)} \quad (4.66)$$

mit

$$Z = \sum_f e^{-\frac{1}{T}U(f)}. \quad (4.67)$$

Die Konstante T trägt den Namen Temperatur, was den Ursprung der Verteilung aus der statistischen Physik deutlich macht. Ein prominentes Beispiel ist das Ising-Modell, das die Magnetisierung in einem ferromagnetischen Metall beschreibt [NM53]. Das Modell besagt, dass sich die Spins einzelner Atome in Abhängigkeit des Spins ihrer benachbarten Atome ausrichten. Der Parameter T

wird im Folgenden konstant auf den Wert $T = 1$ gesetzt. Z ist die Partitionsfunktion, die sich aus der Summation der Energiefunktion $U(f)$ aller möglichen Konfigurationen der Zufallsvariablen F ergibt. Die Bestimmung dieser Summe ist nicht trivial, da je nach Systemgröße die Zahl der möglichen Zustände sehr groß sein kann. Die Energiefunktion $U(f)$ ergibt sich aus den so genannten Cliquespotentialen $V_c(f)$:

$$U(f) = \sum_{c \in \mathcal{C}} V_c(f), \quad (4.68)$$

wobei ein Cliquespotential nur von den Werten der betrachteten Clique c abhängt. Die Summation erfolgt über alle möglichen Cliques des GRF unter Berücksichtigung des Nachbarschaftsystems \mathcal{N} .

Die Wahrscheinlichkeitsdichte für eine Realisierung f_i der Zufallsvariablen F_i ergibt sich bei gegebenen Realisierungen $f_{S-\{i\}}$ zu

$$p(f_i | f_{S-\{i\}}) = \frac{e^{-\sum_{c \in \mathcal{C}_i} V_c(f_i)}}{\sum_{f'_i} e^{-\sum_{c \in \mathcal{C}_i} V_c(f'_i)}}. \quad (4.69)$$

Die Tatsache, dass lediglich über die Cliques \mathcal{C}_i , summiert werden muss, welche die Position i enthalten, vereinfacht die Berechnung. Zur Bestimmung der Partitionsfunktion wird die Realisierung f'_i der Zufallsvariablen F_i über den geltenden Definitionsbereich variiert. Durch die Vorgabe der Realisierungen $f_{S-\{i\}}$ sind die Werte der Zufallsvariablen in den Cliques \mathcal{C}_i außer der Clique $\{i\}$ fest vorgegeben.

Bei der Modellierung eines MRF zur Beschreibung eines gegebenen Zusammenhangs kommt der Wahl des Nachbarschaftsystems und der Energiefunktion große Bedeutung zu. In diesem Schritt wird das Wissen über den nachzubildenden Prozess mathematisch formuliert.

4.5.2 Bayessche Schätztheorie für Markov-Zufallsfelder

Um eine Optimierung der Rekonstruktionsergebnisse zu erzielen, ist es hilfreich, die Bayessche Schätztheorie anzuwenden. Nach der Einführung der grundlegenden Begriffe wird die Anwendung auf ein Markov-Zufallsfeld erläutert. Diese wurde von Geman und Geman beschrieben [GG84].

Ziel sei die Bestimmung des Ergebnisses, dessen Wahrscheinlichkeit bei den gegebenen Beobachtungen und dem gegebenen Vorwissen über das betrachtete Sys-

tem maximal ist. Das zu minimierende Risiko einer Schätzung ist

$$R(\hat{f}) = \int_{f \in \mathcal{F}} C(\hat{f}, f) p(f|d) df. \quad (4.70)$$

d stellt hier die Beobachtung dar, $C(\hat{f}, f)$ ist eine Kostenfunktion und $p(f|d)$ ist die *a-posteriori*-Verteilung des Ereignisses f bei gegebener Beobachtung d . Diese Verteilung kann gemäß der Bayesschen Regel aus der *a-priori*-Verteilung $p(d)$ der Beobachtungen d und der Likelihood-Funktion $p(d|f)$ von f bei gegebenem d bestimmt werden:

$$p(f|d) = \frac{p(d|f)p(f)}{p(d)}. \quad (4.71)$$

Die Kostenfunktion $C(\hat{f}, f)$ bestimmt, wie stark eine Abweichung der Schätzung f von dem wahren Wert \hat{f} bestraft wird. Für die Wahl $C(\hat{f}, f) = \|\hat{f} - f\|^2$ ergibt sich

$$R(\hat{f}) = \int_{f \in \mathcal{F}} \|\hat{f} - f\|^2 p(f|d) df. \quad (4.72)$$

Durch Nullsetzen der Ableitung $\frac{\partial R(\hat{f})}{\partial \hat{f}}$ ergibt sich eine Schätzung mit minimaler Varianz:

$$\hat{f} = \int_{f \in \mathcal{F}} f p(f|d) df. \quad (4.73)$$

Für die Kostenfunktion

$$C(\hat{f}, f) = \begin{cases} 0 & \text{für } \|\hat{f} - f\| \leq \epsilon \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.74)$$

ergibt sich $R(\hat{f})$ zu

$$R(\hat{f}) = \int_{f: \|\hat{f} - f\| > \epsilon} p(f|d) df = 1 - \int_{f: \|\hat{f} - f\| \leq \epsilon} p(f|d) df. \quad (4.75)$$

Für den Grenzübergang $\epsilon \rightarrow 0$ gilt die Näherung

$$R(\hat{f}) = 1 - \kappa p(f|d), \quad (4.76)$$

wobei κ das Volumen der Punkte f im Integrationsbereich ist, für die $\|\hat{f} - f\| \leq \epsilon$ ist. Die Minimierung von $R(\hat{f})$ ist gleichbedeutend mit der Maximierung der *a-posteriori*-Wahrscheinlichkeitsdichte. Die Lösung des Optimierungsproblems

$$\hat{f} = \arg \max_{f \in \mathcal{F}} p(f|d) \quad (4.77)$$

ist bekannt als Maximum *a-posteriori*-Schätzung (MAP). Da $p(d)$ für eine gegebene Beobachtung d konstant ist, ist $p(f|d)$ proportional zum Produkt der Likelihood-Funktion und der *a-priori*-Wahrscheinlichkeit der Schätzung f :

$$p(f|d) \propto p(d|f)p(f). \quad (4.78)$$

Somit lässt sich die MAP-Schätzung folgendermaßen bestimmen:

$$\hat{f} = \arg \max_{f \in \mathcal{F}} \{p(d|f)p(f)\}. \quad (4.79)$$

Für $p(f) = \text{const}$ ist die MAP-Schätzung mit dem Maximum der Likelihood-Funktion identisch:

$$\hat{f} = \arg \max_{f \in \mathcal{F}} \{p(d|f)\}. \quad (4.80)$$

Für ein MRF ist die *a-posteriori*-Wahrscheinlichkeitsdichte gegeben durch

$$p(f|d) \propto e^{-U(f,d)}. \quad (4.81)$$

Das Maximum von $p(f|d)$ wird erreicht, wenn $U(f, d)$ minimal ist. Somit ergibt sich die MAP-Schätzung für ein MRF zu

$$\hat{f} = \arg \min_{f \in \mathcal{F}} U(f, d). \quad (4.82)$$

4.5.3 Modellierung der Zusammenhänge bei der Deflektometrie

Im Allgemeinen handelt es sich bei einer Oberflächenrekonstruktion aus Abtastwerten um ein schlecht gestelltes Problem. Dies rührt daher, dass es mehrere Ergebnisse geben kann, die aus den Abtastwerten rekonstruiert werden können [TA77, PTK85]. Da die Höhenänderungen zwischen den Abtaststellen im allgemeinen unbekannt sind, kann ohne weitere Bedingungen an die Form der Oberfläche kein eindeutiges Ergebnis erzielt werden.

Eine mögliche Art der Regularisierung stellt die Minimierung der lokalen Krümmungen dar, was einer Glattheitsbedingung entspricht. Im Sinne einer solchen Kostenfunktion stellt eine ebene Fläche die optimale Form dar. Der entsprechende Regularisierungsterm für die zu optimierenden Punkte $\mathbf{X}_R(i, j)$ einer Oberflächenrekonstruktion hat die Form [Li95]

$$U_g(\mathbf{X}_R(i, j)) = \int_{N_{i,j}} \|\mathbf{X}_{R,xx}(i, j)\|^2 + 2\|\mathbf{X}_{R,xy}(i, j)\|^2 + \|\mathbf{X}_{R,yy}(i, j)\|^2 dx dy, \quad (4.83)$$

wobei die Indizes x und y jeweils für die Ableitung der Werte in x - und y -Richtung stehen. Die diskrete Darstellung mit den unsymmetrischen Differenzenquotienten

$$\mathbf{X}_{R,x}(i, j) \approx \mathbf{X}_R(i, j) - \mathbf{X}_R(i - 1, j) \quad \text{und} \quad (4.84)$$

$$\mathbf{X}_{R,y}(i, j) \approx \mathbf{X}_R(i, j) - \mathbf{X}_R(i, j - 1) \quad (4.85)$$

führt zum Ergebnis

$$U_g(\mathbf{X}_R(\mathcal{N}_{i,j})) = \|\mathbf{X}_R(i + 1, j) - 2\mathbf{X}_R(i, j) + \mathbf{X}_R(i - 1, j)\|^2 + (4.86) \\ 2\|\mathbf{X}_R(i, j) - \mathbf{X}_R(i - 1, j) + \mathbf{X}_R(i, j - 1) + \\ \mathbf{X}_R(i - 1, j - 1)\|^2 + \\ \|\mathbf{X}_R(i, j + 1) - 2\mathbf{X}_R(i, j) + \mathbf{X}_R(i, j - 1)\|^2.$$

Es wird nun untersucht, wie sich die Minimierung der lokalen Krümmung auf gewölbte Oberflächen auswirkt. Außerdem ist es von Interesse, inwieweit Oberflächendefekte wie Beulen oder Dellen durch die Glättung unkenntlich gemacht werden. Hierzu wurde eine Kugel mit Radius 70 mm simuliert. Eine sphärische Erhebung von 2,2 mm auf der Kugel soll eine Beule darstellen. Die simulierten Höhendaten wurden mit gleichverteiltem weißen Rauschen von 2,5 % der Höhendaten belegt (siehe Abb. 4.26). Diese Daten wurden mit dem ICM-Algorithmus (siehe Abschnitt 4.5.4) gemäß dem Kostenterm $U_g(\mathbf{X}_R(i, j))$ optimiert. Die Ergebnisse nach vier und acht Iterationen sind in Abb. 4.27 und Abb. 4.28 gezeigt. Nach acht Iterationen ist das Rauschen der Höhendaten deutlich geringer und die Höhe des simulierten Defektes beträgt noch 1,7 mm.

Die beispielhaft dargestellte Minimierung der lokalen Krümmung zur Unterdrückung des Messrauschens ist nicht direkt auf den Fall der Deflektometrie

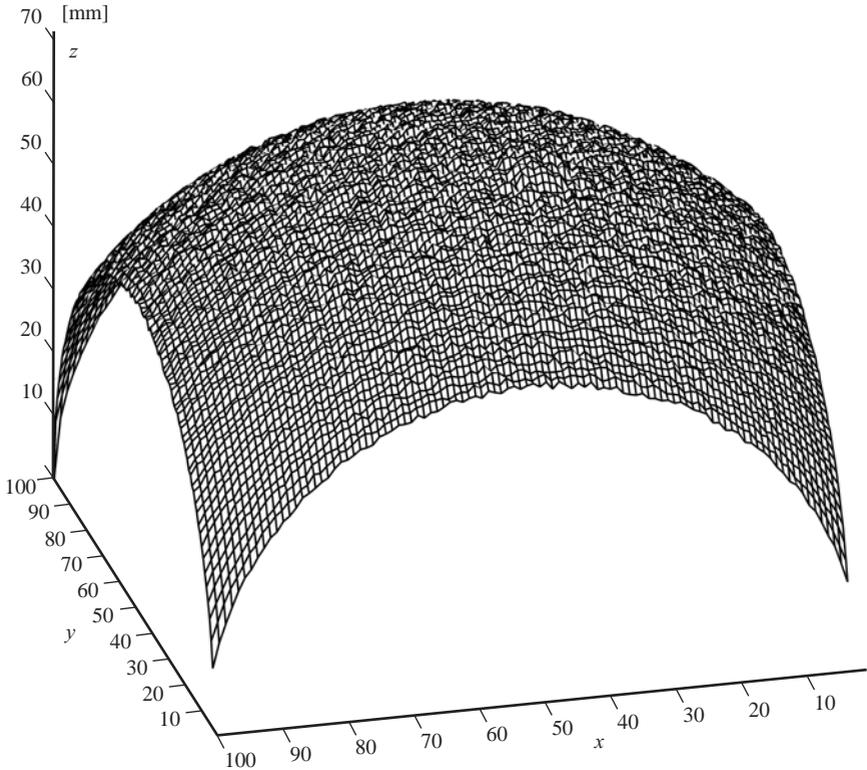


Abbildung 4.26: Simulierte Kugel mit sphärischer Erhebung. Die simulierten Höhendaten wurden mit gleichverteiltem weißen Rauschen von 2,5 % der Höhendaten belegt.

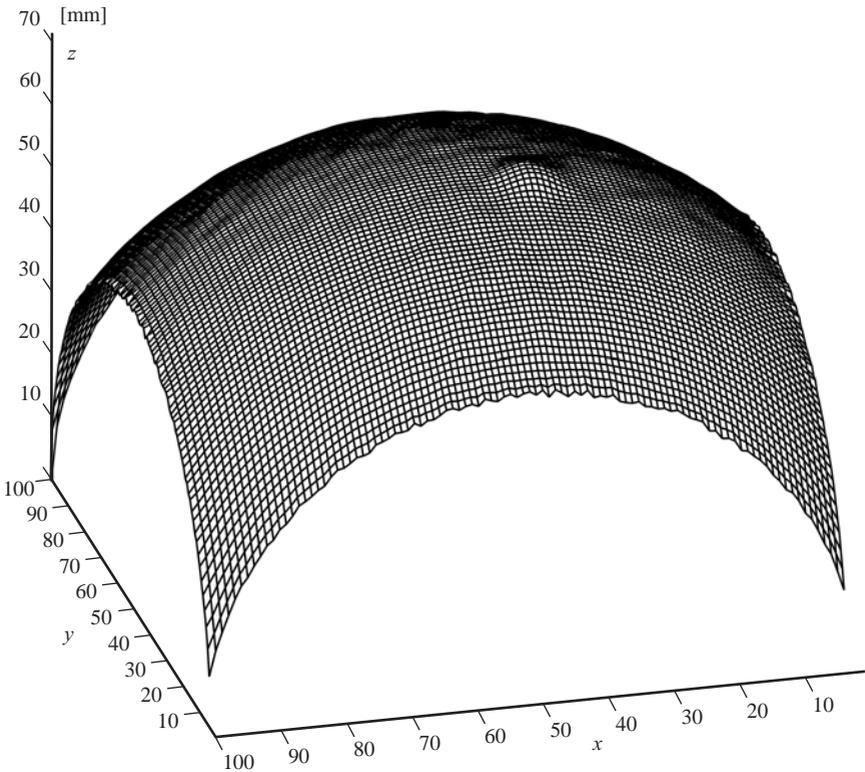


Abbildung 4.27: Optimierung der Daten aus Abb. 4.26: Ergebnis des ICM-Algorithmus gemäß der Kostenfunktion $U_g(\mathbf{X}_R(\mathcal{N}_{i,j}))$ nach vier Iterationen.

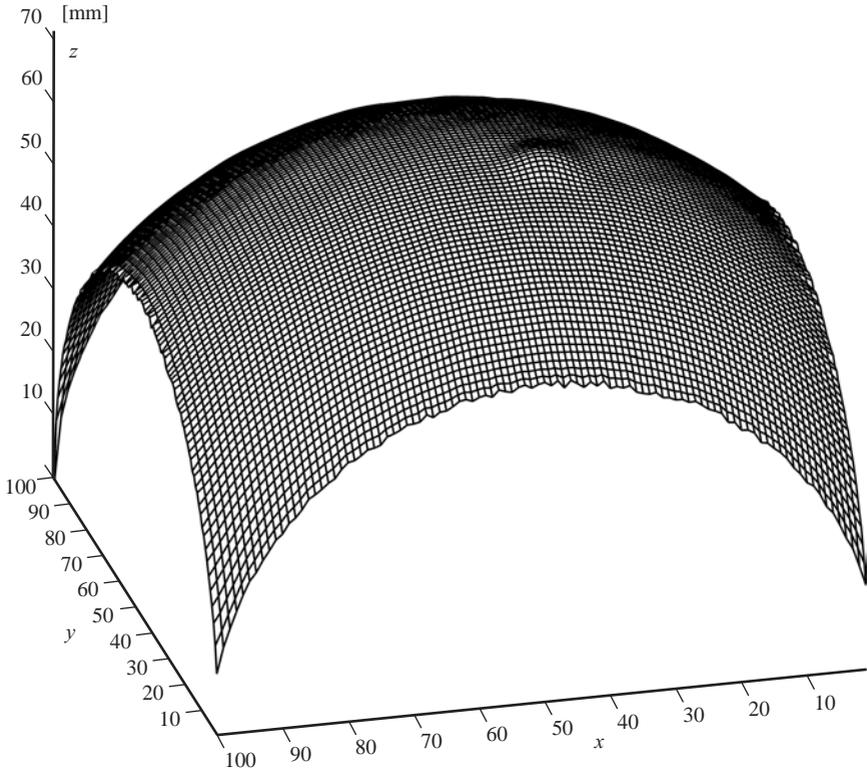


Abbildung 4.28: Optimierung der Daten aus Abb. 4.26; Ergebnis des ICM-Algorithmus gemäß der Kostenfunktion $U_g(\mathbf{X}_R(\mathcal{N}_{i,j}))$ nach acht Iterationen.

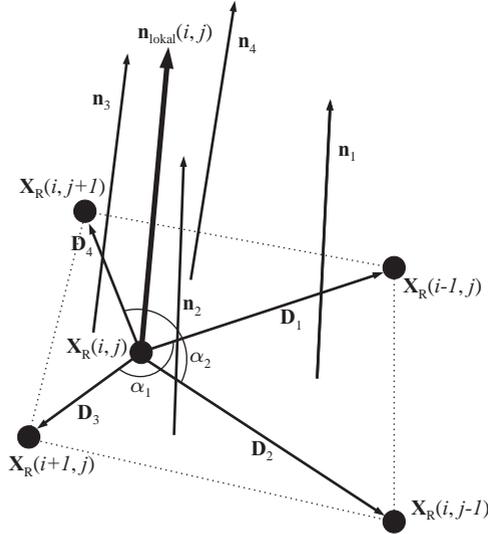


Abbildung 4.29: Bestimmung der lokalen Normalen $\mathbf{n}_{\text{lokal}}(i, j)$ aus den Nachbarpunkten von $\mathbf{X}_R(i, j)$.

übertragbar. Die zu optimierende Größe ist nicht die Höhe eines Messpunktes auf einem kartesischen äquidistanten Gitter, sondern der Abstand $\sigma(x_i, y_i)$ eines Oberflächenpunktes $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ vom Projektionszentrum \mathbf{C} der Kamera entlang eines Sichtstrahls $\mathbf{s}(x_i, y_i)$. Um aus der Lage der geschätzten Oberflächenpunkte eine Aussage über die lokale Krümmung treffen zu können, werden die Verbindungsvektoren zwischen benachbarten Oberflächenpunkten betrachtet. Für eine geringe Richtungsänderung zwischen den Verbindungsvektoren \mathbf{D}_1 und \mathbf{D}_3 respektive \mathbf{D}_2 und \mathbf{D}_4 ist die lokale Krümmung im Punkt $\mathbf{X}_R(i, j)$ klein (vgl. Abb. 4.29) und es ergibt sich folgender Glattheitsterm:

$$U_{g'}(i, j) = \left[1 - \frac{-\mathbf{D}_1 \mathbf{D}_3}{\|\mathbf{D}_1\| \|\mathbf{D}_3\|}\right] + \left[1 - \frac{-\mathbf{D}_2 \mathbf{D}_4}{\|\mathbf{D}_2\| \|\mathbf{D}_4\|}\right] \quad (4.87)$$

$$= [1 - \cos(\alpha_1)] + [1 - \cos(\alpha_2)]. \quad (4.88)$$

Die Winkel α_1 und α_2 sind die Winkel zwischen den Vektoren $-\mathbf{D}_1$ und \mathbf{D}_3 beziehungsweise $-\mathbf{D}_2$ und \mathbf{D}_4 . Die Kostenfunktion $U_D(i, j)$ wird minimal, wenn $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$, also alle Nachbarpunkte mit dem zu optimierenden Punkt in einer Ebene liegen.

Da bei der Deflektometrie die Oberflächenpunkte nicht direkt, sondern indirekt

über die Rekonstruktion des Strahlenganges bestimmt werden, ergibt sich eine zusätzliche Bedingung für die Normale in einem reflektierenden Punkt. Für einen gegebenen Oberflächenpunkt $\mathbf{X}_R(i, j)$ lässt sich die Normale $\mathbf{n}_{\mathbf{A}_k}(i, j)$ bestimmen, die dieser Punkt aufweisen muss, um mit der gemessene Reflexion \mathbf{A}_k konform zu gehen:

$$\mathbf{n}'_{\mathbf{A}_k}(i, j) = \frac{\mathbf{A}_k(i, j) - \mathbf{X}_R(i, j)}{\|\mathbf{A}_k(i, j) - \mathbf{X}_R(i, j)\|} - \frac{\mathbf{X}_R(i, j) - \mathbf{C}}{\|\mathbf{X}_R(i, j) - \mathbf{C}\|}, \quad (4.89)$$

$$\mathbf{n}_{\mathbf{A}_k}(i, j) = \frac{\mathbf{n}'_{\mathbf{A}_k}(i, j)}{\|\mathbf{n}'_{\mathbf{A}_k}(i, j)\|}. \quad (4.90)$$

Die Normale $\mathbf{n}_{\text{lokal}}$ ist durch die umliegenden Oberflächenpunkte definiert (siehe Abb. 4.29). Die Umgebung des Punktes $\mathbf{X}(i, j)$ wird in Dreiecke gemäß der Verbindungsvektoren zu den Nachbarpunkten unterteilt. Für jedes dieser vier Dreiecke wird die Normale \mathbf{n}_1 bis \mathbf{n}_4 berechnet. Die Normale $\mathbf{n}_{\text{lokal}}(i, j)$ im Punkt $\mathbf{X}(i, j)$ ergibt sich als Mittelwert aus den Normalen \mathbf{n}_1 bis \mathbf{n}_4 der umliegenden Dreiecke:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}'_{\text{lokal}}(i, j) &= \mathbf{n}_1 + \mathbf{n}_2 + \mathbf{n}_3 + \mathbf{n}_4 & (4.91) \\ &= \frac{\mathbf{D}_1 \wedge \mathbf{D}_2}{\|\mathbf{D}_1 \wedge \mathbf{D}_2\|} + \frac{\mathbf{D}_2 \wedge \mathbf{D}_3}{\|\mathbf{D}_2 \wedge \mathbf{D}_3\|} \\ &+ \frac{\mathbf{D}_3 \wedge \mathbf{D}_4}{\|\mathbf{D}_3 \wedge \mathbf{D}_4\|} + \frac{\mathbf{D}_4 \wedge \mathbf{D}_1}{\|\mathbf{D}_4 \wedge \mathbf{D}_1\|} \\ &= \frac{(\mathbf{X}_R(i-1, j) - \mathbf{X}_R(i, j)) \wedge (\mathbf{X}_R(i, j-1) - \mathbf{X}_R(i, j))}{\|(\mathbf{X}_R(i-1, j) - \mathbf{X}_R(i, j)) \wedge (\mathbf{X}_R(i, j-1) - \mathbf{X}_R(i, j))\|} \\ &+ \frac{(\mathbf{X}_R(i, j-1) - \mathbf{X}_R(i, j)) \wedge (\mathbf{X}_R(i+1, j) - \mathbf{X}_R(i, j))}{\|(\mathbf{X}_R(i, j-1) - \mathbf{X}_R(i, j)) \wedge (\mathbf{X}_R(i+1, j) - \mathbf{X}_R(i, j))\|} \\ &+ \frac{(\mathbf{X}_R(i+1, j) - \mathbf{X}_R(i, j)) \wedge (\mathbf{X}_R(i, j+1) - \mathbf{X}_R(i, j))}{\|(\mathbf{X}_R(i+1, j) - \mathbf{X}_R(i, j)) \wedge (\mathbf{X}_R(i, j+1) - \mathbf{X}_R(i, j))\|} \\ &+ \frac{(\mathbf{X}_R(i, j+1) - \mathbf{X}_R(i, j)) \wedge (\mathbf{X}_R(i-1, j) - \mathbf{X}_R(i, j))}{\|(\mathbf{X}_R(i, j+1) - \mathbf{X}_R(i, j)) \wedge (\mathbf{X}_R(i-1, j) - \mathbf{X}_R(i, j))\|}, \\ \mathbf{n}_{\text{lokal}}(i, j) &= \frac{\mathbf{n}'_{\text{lokal}}(i, j)}{\|\mathbf{n}'_{\text{lokal}}(i, j)\|}. & (4.92) \end{aligned}$$

Der Kostenterm $U_{\mathbf{n}}$ beschreibt, wie gut das Reflexionsgesetz für einen Punkt $\mathbf{X}_R(i, j)$ erfüllt ist und hat die Form

$$U_{\mathbf{n}}(i, j) = \|\mathbf{n}_{\mathbf{A}_k}(i, j) - \mathbf{n}_{\text{lokal}}(i, j)\|. \quad (4.93)$$

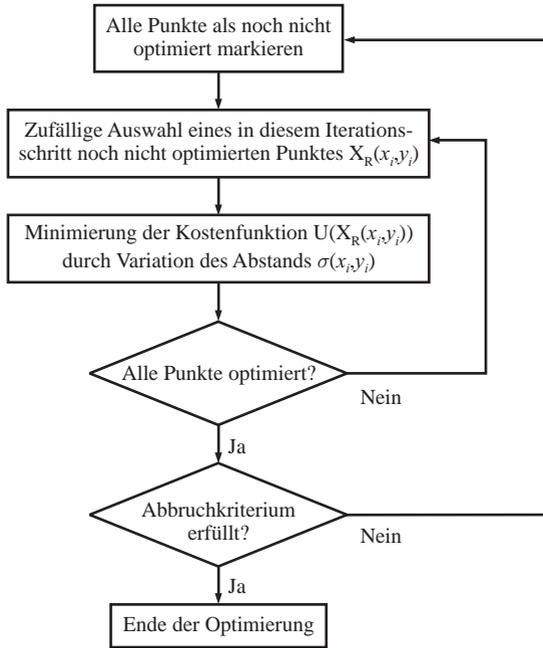


Abbildung 4.30: Ablauf des ICM-Algorithmus.

Sofern die lokale Normale mit der durch die Messdaten geforderten Normalen exakt übereinstimmt, nimmt das Fehlermaß den Wert Null an.

Es stehen somit die zwei Kostenterme $U_{g'}(i, j)$ (Glattheitsterm) und $U_{\mathbf{n}}(i, j)$ (Datenterm) für die Optimierung der Abstände $\sigma(i, j)$ zur Verfügung. Durch die Minimierung der Summe

$$U(i, j) = \lambda U_{g'}(i, j) + U_{\mathbf{n}}(i, j) \quad (4.94)$$

wird eine Oberfläche bestimmt, deren lokale Normalen mit den gemessenen deflektometrischen Daten möglichst konsistent sind und gleichzeitig möglichst hohe Glattheit aufweist.

4.5.4 Optimierung mittels Iterated Conditional Modes

Bei dem vorliegenden Optimierungsproblem ist die Zahl der zu optimierenden Parameter gleich der Anzahl an Kamerastrahlen, die das Messobjekt getroffen haben

und für die gültige Abstandswerte $\sigma(x_i, y_i)$ bestimmt wurden. In der Praxis liegt diese Anzahl im Bereich einiger 10 000 Werte. Eine globale Optimierung, wie sie beispielsweise bei der Kalibrierung des Messaufbaus verwendet wurde (vgl. Abschnitt 3.6), ist auf Grund des immensen Speicherbedarfs und der zu erwartenden hohen Rechendauer auf Standardrechnern nicht durchführbar. Eine Alternative stellen Verfahren dar, die durch die wiederholte Optimierung jeweils einzelner Abstandswerte $\sigma(x_i, y_i)$ die Minimierung der Fehlerterme aller Abstandswerte erreichen.

Das Verfahren Iterated Conditional Modes (ICM) nutzt die auf die benachbarten Punkte begrenzte Wechselwirkung der Kostenfunktion U eines Oberflächenpunktes $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ [Bes86]. Der Ablauf des Algorithmus ist in Abb. 4.30 dargestellt. Die Reihenfolge, in welcher die einzelnen Oberflächenpunkte optimiert werden, wird nach jeder Iteration zufällig festgelegt. Dadurch soll verhindert werden, dass das Ergebnis durch unerwünschte systematische Effekte verfälscht wird. Für einen ausgewählten Punkt wird nun der Abstand $\sigma(x_i, y_i)$ variiert, bis ein Minimum der Kostenfunktion erreicht ist. Das Abbruchkriterium kann über eine Schwelle ϵ_1 für die Summe der Kostenfunktionen aller Punkte definiert werden:

$$\sum_{x_i, y_i} U(\mathbf{X}_R(x_i, y_i)) < \epsilon_1. \quad (4.95)$$

Alternativ kann das Abbruchkriterium über die maximale Änderung der Abstände $\sigma(x_i, y_i)$ in einem Iterationsschritt $k+1$ festgelegt werden. Unterschreitet diese Änderung einen Wert ϵ_2 , wird die Optimierung abgebrochen, da keine relevante Verbesserung mehr zu erwarten ist:

$$\max_{x_i, y_i} |\sigma^{k+1}(x_i, y_i) - \sigma^k(x_i, y_i)| < \epsilon_2. \quad (4.96)$$

Diese deterministische Relaxation konvergiert immer in einem Minimum, das aber nicht zwingend ein globales sein muss. Der Rechenaufwand kann reduziert werden, wenn die zu optimierenden Punkte nicht in zufälliger Reihenfolge abgearbeitet werden. Beim HCF-Verfahren (Highest Confidence First) werden solche Punkte bevorzugt optimiert, deren Datenterm signifikant ausgeprägt ist und die somit einen starken Einfluss auf die Kostenfunktion haben. Nach jeder Optimierung eines Punktes wird die Reihenfolge der Abarbeitung gemäß dem Einfluss aller Punkte auf die Kostenfunktion neu bestimmt, so dass relevante Punkte häufiger optimiert werden können als weniger relevante oder schon hinreichend optimierte Punkte [CCS⁺93].

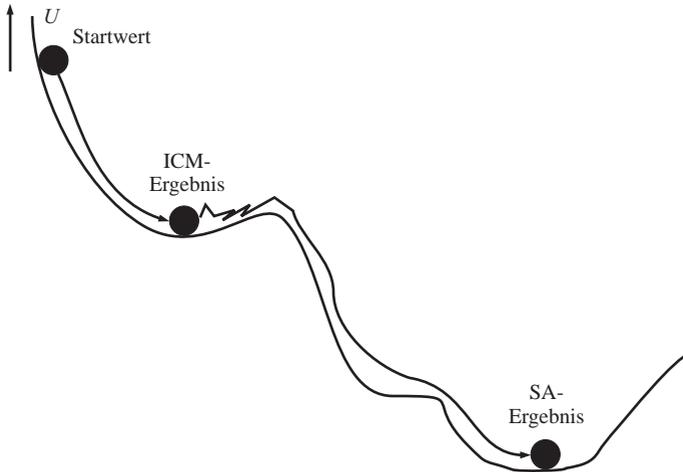


Abbildung 4.31: Veranschaulichung des Vorteils des Simulated Annealing-Algorithmus gegenüber deterministischen Verfahren wie ICM: Durch zufälliges Verändern des zu optimierenden Zustandes kann ein lokales Minimum verlassen werden, auch wenn dadurch kurzzeitig die Energie des Zustandes ansteigt.

4.5.5 Optimierung mittels Simulated Annealing

Beim ICM-Algorithmus besteht die Möglichkeit, dass die Optimierung in ein lokales statt in ein globales Minimum führt. In Abbildung 4.31 ist der Zusammenhang symbolisch dargestellt. Diese Eigenschaft hat seine Ursache darin, dass es bei diesem Verfahren nicht möglich ist, einen Punkt $\mathbf{X}_R(x_i, y_i)$ so zu verändern, dass dessen Kostenfunktion ansteigt. Damit jedoch ein lokales Minimum verlassen werden kann, muss es möglich sein, zeitweise Zustände mit größerer Kostenfunktion anzunehmen. Simulated Annealing (SA) ermöglicht das zufällige Auswählen von Abständen $\sigma(x_i, y_i)$, welche die Kostenfunktion $U(\mathbf{X}_R(x_i, y_i))$ auch erhöhen können [KGV83]. Der Ablauf des Verfahrens ist in Abb. 4.32 skizziert. Das Ergebnis ist somit nicht mehr deterministisch durch die Anfangswerte der Optimierung vorgegeben. Es handelt sich um eine so genannte stochastische Relaxation. Der Wertebereich, aus dem ein Abstand zufällig gewählt wird, sollte wenige Prozent um den alten Wert des Abstands variieren. Dadurch bleibt die Information, die in den nichtoptimierten Messdaten steckt, weitgehend erhalten. Führt ein zufällig gewählter Abstandswert $\sigma'(x_i, y_i)$ zu einem kleineren Wert der Kostenfunktion, wird dieser neue Abstand akzeptiert. Liegt die Energie (gleichbedeutend mit dem Wert der Kostenfunktion) höher als für den alten Abstand

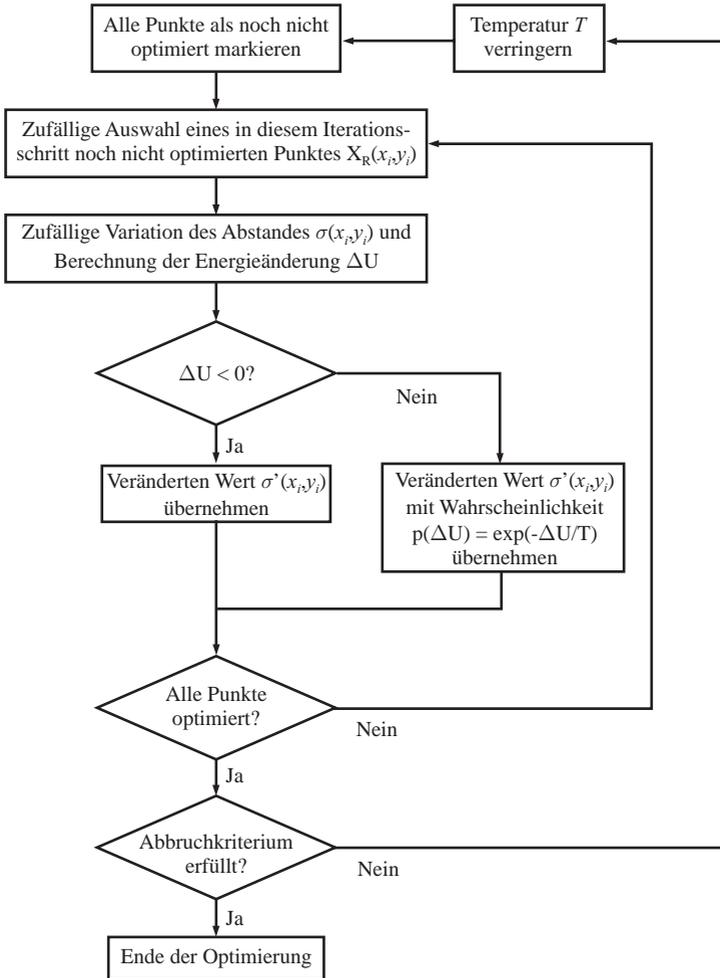


Abbildung 4.32: Ablauf des SA-Algorithmus. Der zu optimierende Parameter wird zufällig variiert. Erfolgt hierdurch eine Erhöhung der Kostenfunktion, wird der neue Wert nicht verworfen, sondern mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit übernommen, welche von der Temperatur T abhängt.

$\sigma(x_i, y_i)$, wird der neue Abstand $\sigma'(x_i, y_i)$ mit einer Wahrscheinlichkeit $p(\Delta U)$ akzeptiert. Diese Wahrscheinlichkeit wird gemäß der Gibbs-Verteilung des alten und neuen Abstands bestimmt:

$$\begin{aligned}\Delta U &= U(\mathbf{X}'_{\mathbf{R}}(x_i, y_i)) - U(\mathbf{X}_{\mathbf{R}}(x_i, y_i)) \\ &= U(\sigma'(x_i, y_i)\mathbf{s}(x_i, y_i)) - U(\sigma(x_i, y_i)\mathbf{s}(x_i, y_i)).\end{aligned}\quad (4.97)$$

für $\Delta U > 0$:

$$p(\Delta U) = \frac{p(\mathbf{X}'_{\mathbf{R}}(x_i, y_i))}{p(\mathbf{X}_{\mathbf{R}}(x_i, y_i))} = \frac{e^{-U(\mathbf{X}'_{\mathbf{R}}(x_i, y_i))/T}}{e^{-U(\mathbf{X}_{\mathbf{R}}(x_i, y_i))/T}}\quad (4.98)$$

$$= e^{-\Delta U/T}.\quad (4.99)$$

Im Bereich der Festkörperphysik können mit dieser Methode etwa Kristallisations- und Abkühlungsprozesse von Materialien simuliert werden. Je höher der Parameter T , desto wahrscheinlicher ist die Akzeptanz zufälliger Abstandswerte $\sigma'(x_i, y_i)$, selbst wenn sie die Energie in diesem Punkt erhöhen. Dadurch besteht die Möglichkeit, dass die Optimierung nicht in einem lokalen Minimum verharrt, sondern durch zufällige Veränderungen dieses verlassen kann. Durch exponentielles oder logarithmisches Absenken des Parameters T (entspricht dem Abkühlen des Materials) kann die Eigenschaft der Optimierung an das ICM-Verfahren angenähert werden [GG84]. Somit wird dann ein Minimum der Kostenterme erreicht, was aber je nach zufälliger Änderung der Abstände $\sigma(x_i, y_i)$ gerade bei höheren Anfangstemperaturen T zu unterschiedlichen Ergebnissen führen kann. Somit hat das Verfahren nichtdeterministische Eigenschaften. Eine Anpassung des Startwerts von T und des Abklingverhaltens muss je nach Optimierungsproblem und Güte der Startwerte erfolgen.

5 Ergebnisse und bewertender Vergleich

Bei den im Folgenden gezeigten Messungen wurde der in Abb. 3.2 dargestellte Messaufbau eingesetzt. Für die Bewertung der Qualität der Rekonstruktion wird der Mittelwert e_R der Beträge der Residuen zwischen rekonstruierten Punkten \mathbf{X}_R und Punkten \mathbf{X}_0 auf einer Referenzoberfläche verwendet:

$$e_R = \frac{\sum_{(i,j)} \|\mathbf{X}_R(i,j) - \mathbf{X}_0(i,j)\|}{N}. \quad (5.1)$$

Hierbei ist N die Anzahl der rekonstruierten Punkte \mathbf{X}_R .

5.1 Regionenwachstumverfahren

Zur Untersuchung der Rekonstruktionsgenauigkeit des Regionenwachstumverfahrens wurde ein ebenes Blech rekonstruiert. Der Messbereich hatte eine Fläche von ca. 8×8 cm und der Messabstand betrug ca. 350 mm. Als Startpunkte wurden 4 Klebmarken gewählt, da auf dem ebenen Blech keine ausreichenden Krümmungsänderungen vorhanden waren, um Startpunkte aus Stereomerkmalen zu gewinnen (vgl. Abschnitt 4.3.4). Die Position dieser kreisförmigen Klebmarken wurde durch Triangulation mittels der Bilder von linker und rechter Kamera bestimmt. Die Mittelpunkte der Marken wurden, wie auch bei der Bestimmung der Markenpositionen bei der Kalibrierung, mittels einem Algorithmus zur Ellipsoiddetektion bestimmt [FPF99].

Das Regionenwachstumverfahren nach Abschnitt 4.3 ergab bei der Rechnung in Koordinaten der linken Kamera eine mittlere Abweichung der rekonstruierten Punkte gegenüber einer idealen Ebene von $e_R \approx 58 \mu\text{m}$. Die rekonstruierte Fläche ist in Abb. 5.1 zu sehen. Die Rekonstruktion der Ebene im Koordinatensystem der rechten Kamera lieferte ein Ergebnis mit einer mittleren Abweichung $e_R \approx 27 \mu\text{m}$.

Bei der Vermessung eines abgewinkelten Blechs (vgl. Abb. 2.5) konnten Startwerte aus Krümmungsänderungen bestimmt werden. Es wurden 62 Startwerte entlang des Übergangs von der linken zur rechten Blechhälfte bestimmt. Bei Verwendung

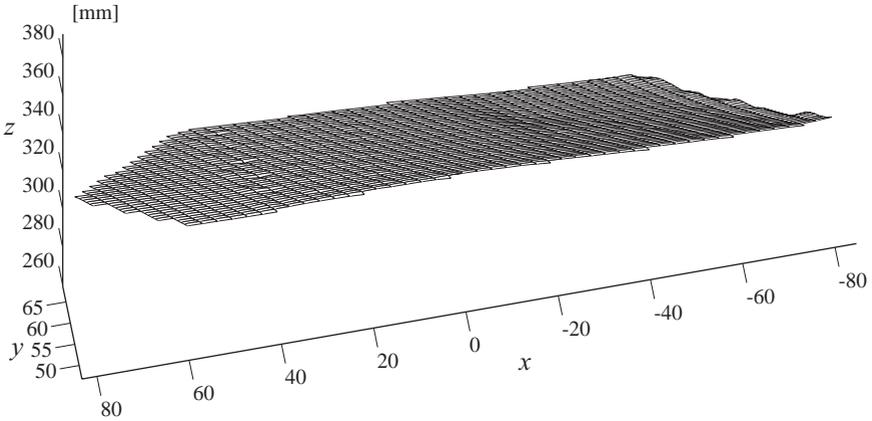


Abbildung 5.1: Dreidimensionale Darstellung des rekonstruierten ebenen Blechs (Regionenwachstumverfahren).

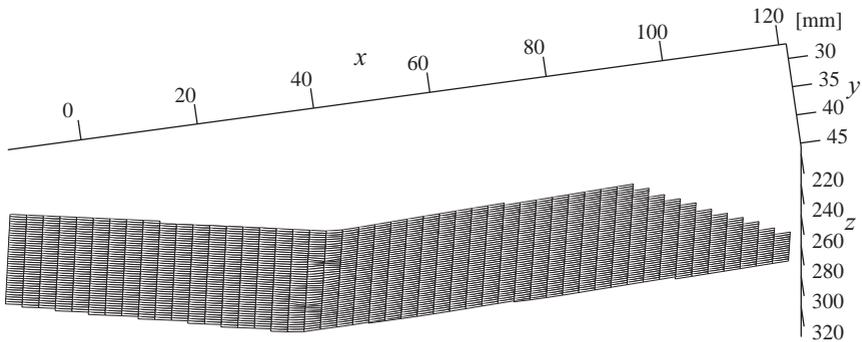


Abbildung 5.2: Dreidimensionale Darstellung der Rekonstruktion eines abgewinkelten Blechs (Regionenwachstumverfahren).

dieser Startpunkte für das Regionenwachstumverfahren ergibt sich das in Abb. 5.2 gezeigte Ergebnis. Bei einem Messabstand von etwa 280 mm ergab sich eine Abweichung der Messdaten zu zwei interpolierenden Flächen von $e_R \approx 15 \mu\text{m}$. Der Winkel dieser interpolierenden Flächen zueinander wurde zu $12,01^\circ$ bestimmt. Der mit einem mechanischen Winkelmesser bestimmte Wert ist $11,75^\circ$.

Um einen Abgleich mit einem bekannten Objekt zu ermöglichen, wurde eine präzise gefertigte Kunststoff-Kugel als Messobjekt verwendet. Der Kugeldurchmesser betrug 218,3 mm bei einer mittleren lokalen Abweichung von $7,4 \mu\text{m}$. Der Messfehler der verwendeten mechanischen Messmethode beträgt $\pm 2,5 \mu\text{m}$.

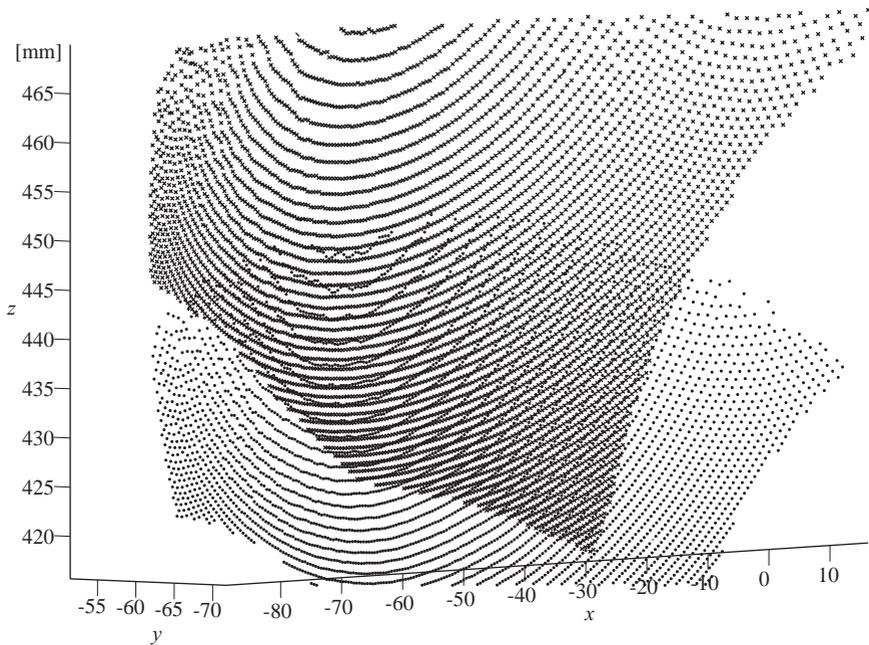


Abbildung 5.3: Ergebnis der Rekonstruktion einer Referenzkugel (Regionenwachstumverfahren) aus Messdaten der linken Kamera (Punkte) und der rechten Kamera (Kreuze).

Als Startpunkte wurden 2 kreisförmige Klebemarken verwendet, da auf einer Kugel wegen der konstanten Krümmung keine Startpunkte aus Krümmungsänderungen bestimmbar sind. Der Abstand der Kugel zum Projektionszentrum der linken Kamera war 430 mm. Die rekonstruierte Fläche aus Sicht der linken Kamera ist in Abb. 5.3 gezeigt (Punkte). Die mittlere Abweichung von der Referenzoberfläche beträgt $e_R = 200 \mu\text{m}$. Da die rechte Kamera einen anderen Blickwinkel auf das Messobjekt hat, kann der Messbereich durch die Rekonstruktion der Messdaten der rechten Kamera gegenüber der ersten Rekonstruktion erweitert werden. Die Rekonstruktion aus Sicht der rechten Kamera ist ebenfalls in Abb. 5.3 abgebildet (Kreuze). Die mittlere Abweichung der Rekonstruktion von der Referenzkugel beträgt für die rechte Kamera $e_R = 220 \mu\text{m}$. In dem Bereich der Überlappung der beiden Messungen beträgt die Abweichung zwischen den beiden Rekonstruktionen im Mittel $290 \mu\text{m}$.

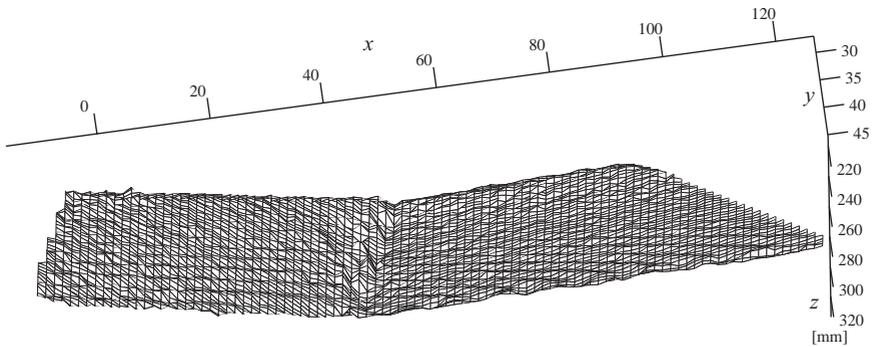


Abbildung 5.4: Ergebnis der deflektometrischen Rekonstruktion eines abgewinkelten Blechs (Zwei Schirmpositionen).

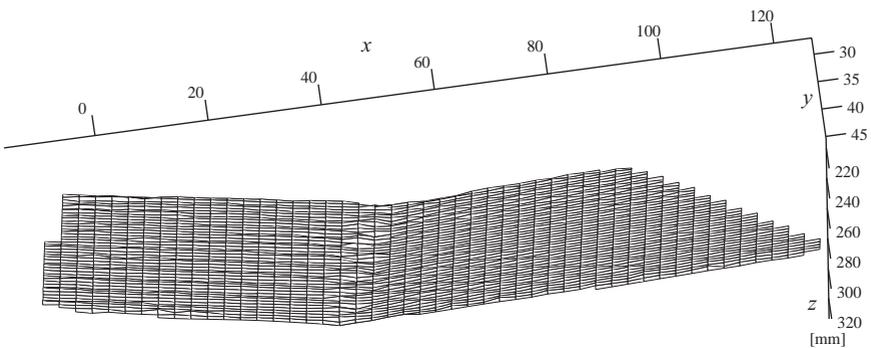


Abbildung 5.5: Ergebnis der Optimierung nach 16 Iterationen des ICM-Algorithmus.

5.2 Messung unter Verwendung von zwei Schirmpositionen

Die Vermessung des abgewinkelten Blechs wurde ebenfalls mit dem in Abschnitt 4.2.3 beschriebenen Verfahren durchgeführt. Hierbei wurden zwei deflektometrische Messungen bei unterschiedlichen Schirmpositionen durchgeführt. Aus diesen Datensätzen ist eine direkte punktweise Rekonstruktion der Oberfläche möglich. Es ist jedoch zu beachten, dass die Lagebestimmung der einzelnen Oberflächenpunkte unabhängig von ihren Nachbarn erfolgt. Dies bedeutet, dass die mathematischen Anforderungen an eine Oberfläche nicht automatisch erfüllt sind und das rekonstruierte Ergebnisse auch augenscheinlich unstetig erscheint. Dies

ist an der in Abb. 5.4 gezeigten Rekonstruktion eines abgewinkelten Blechs zu erkennen. Durch die Optimierung der Daten mittels des in Abschnitt 4.5.3 beschriebenen ICM-Verfahrens kann das Resultat verbessert werden. Die Abbildung 5.5 zeigt die optimierte Oberfläche nach 16 Iterationen. Durch die explizite Glattheitsbedingung wurde das Messrauschen reduziert, wobei gleichzeitig der Strahlengang, der durch die deflektometrischen Messdaten vorgegeben wird, berücksichtigt wurde. Die Abweichung e_R zu zwei interpolierenden Flächen beträgt im Mittel $85,5 \mu\text{m}$. Der Winkel der Normalen der Ausgleichsflächen zueinander beträgt $11,4^\circ$, der mit einem mechanischen Winkelmesser am Blech gemessene Wert ist $11,75^\circ$.

Bei der Rekonstruktion der Kunststoff-Kugel ergab sich eine mittlere Abweichung $e_R = 581 \mu\text{m}$ zwischen der Referenzoberfläche und der gemessenen Fläche. Nach einer Optimierung mit dem ICM-Verfahren konnte die mittlere Abweichung nach 32 Iterationen auf $e_R = 422 \mu\text{m}$ reduziert werden.

5.3 Bewertender Vergleich

Das Regionenwachstumverfahren und das Verfahren unter Verwendung von zwei unterschiedlichen Schirmpositionen bei der deflektometrischen Vermessung sollen nun bezüglich ihrer Vor- und Nachteile bewertet werden.

Das Regionenwachstumverfahren benötigt Startwerte für die Integration. Diese Startwerte können wie in dieser Arbeit beschrieben aus Krümmungsmerkmalen gewonnen werden. Diese Merkmale werden häufiger am Rand der Messobjekte oder an Kanten gefunden als auf ebenen Bereichen. Gerade für Kanten und Randbereiche ist es möglich, dass die Abbildungsfunktion im Vergleich zu ebenen Bereichen eine höhere Unsicherheit aufweist. Folglich kann die Positionsbestimmung der Startwerte und die Präzision der Messdaten in dieser Region eingeschränkt sein. Im Fall von Klebmarken auf dem Messobjekt kann die Position der Startpunkte auf der Oberfläche frei gewählt werden, und die Präzision der Positionsbestimmung ist nicht von der Qualität der Abbildungsfunktion abhängig. Bei der Rekonstruktion der Kunststoff-Kugel mit dem Regionenwachstumverfahren ergab sich eine mittlere Messabweichung, die kleiner ist als die mittlere Messabweichung bei Verwendung von zwei Schirmpositionen bei der deflektometrischen Vermessung. Dies kann seine Ursache darin haben, dass im letzteren Fall in jedem Messpunkt ein Fehler auftreten kann, der sich aus dem Triangulationsprinzip ergibt. Die Unsicherheit bei der Bestimmung des Abstands σ eines Messpunkts vom Projektionszentrum der Kamera wächst quadratisch mit der Distanz z zwischen dem Messpunkt und der Kameraebene (vgl. Gl. (4.47)). Die

Richtung des Strahls r , der vom Projektionsschirm emittiert wird, muss über die Verschiebung des Schirms bestimmt werden. Die Genauigkeit dieser Richtungsbestimmung hängt zum einen von der Genauigkeit der Abbildungsfunktion und zum anderen von der Distanz entlang des emittierten Strahls r ab, um die der Schirm verschoben wurde (vgl. Abschnitt 4.2.3).

Der Vorteil dieses Verfahrens, bei dem die Rekonstruktion gemäß der Vermessung unter Verwendung von zwei Schirmpositionen erfolgt, gegenüber dem Regionenwachstumverfahren ist, dass sich keine Fehler akkumulieren können, wie dies bei einem Integrationsverfahren der Fall ist. Ein Nachteil ist, dass die Konsistenz der rekonstruierten Oberfläche mit den deflektometrischen Messdaten und den mathematischen Bedingungen an eine Oberfläche erst nach der Optimierung (vgl. Abschnitt 4.5) erreicht wird. Da die Verwendung des Regionenwachstumverfahren die Bestimmung der Position von Startpunkten auf der Oberfläche voraussetzt, ist der Ansatz nicht so universell einsetzbar wie die Rekonstruktion mittels zwei Schirmpositionen. Auf Oberflächen mit annähernd konstanter Krümmung können diese Startpunkte nicht sicher bestimmt werden.

Das Regionenwachstumverfahren weist geringere Messfehler auf, als die Rekonstruktion aus deflektometrischen Messungen bei zwei unterschiedlichen Schirmpositionen. Sofern die zu untersuchende Oberfläche Krümmungsänderungen aufweist, die deutlich genug sind, um für die Bestimmung von Startpunkte genutzt zu werden, erscheint es vorteilhaft, das Regionenwachstumverfahren zu verwenden.

6 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde ein Beitrag zur optischen 3D-Vermessung spiegelnder Oberflächen geleistet. Mehrere Verfahren wurden entwickelt und an Hand von Simulationen und Experimenten auf ihre praktische Einsetzbarkeit getestet. Ein Überblick über die physikalischen Effekte bei der spiegelnden Reflexion wurde gegeben und Messverfahren für die relevanten Größen beschrieben. Anschließend wurden die Anforderungen an einen deflektometrischen Messaufbau hergeleitet und eine entsprechende Messanordnung konzipiert. Das für die Bestimmung der intrinsischen und extrinsischen Parameter von Kamera und Projektor notwendige Kalibrierverfahren wurde theoretisch entwickelt und in Algorithmen umgesetzt. Die Funktionsfähigkeit des Rekonstruktionsverfahrens wurde an Hand von simulierten Daten getestet und nach der Realisierung eines Messaufbaus für die Erfassung kalibrierter deflektometrischer Daten unter Durchführung praktischer Messungen verifiziert.

Auf Grund der Mehrdeutigkeit, die bei der Berechnung von spiegelnden Oberflächen aus deflektometrischen Daten auftritt, war es notwendig, Verfahren zu entwickeln, die eine eindeutige Rekonstruktion der Oberfläche ermöglichen. Experimente zur Bestimmung der lokalen Oberflächennormalen aus dem Polarisationsgrad des reflektierten Lichts zeigten, dass die Gewährleistung der Unpolarisiertheit des eingestrahlenen Lichts einen aufwändigen Messaufbau nötig machen würde, bei dem sich das Messobjekt in einer von außen beleuchteten Hohlkugel befindet. Da das Ziel der Forschungstätigkeit ein Messverfahren war, das flexibel gegenüber der Form und der Größe des Messobjekts ist, wurde diese Methode nicht weiter verfolgt.

Es wurden zwei Ansätze umgesetzt, die ausgehend von erfassten deflektometrischen Daten eine Rekonstruktion der Oberfläche erlaubten. Das Regionenwachstumsverfahren ist ein Integrationsverfahren, das von dreidimensionalen Startpunkten ausgehend die lokale Steigung der zu rekonstruierenden Oberfläche nutzt, um die Lage von Oberflächenpunkten zu bestimmen. Durch die Nutzung mehrerer Startpunkte kann der Effekt reduziert werden, dass sich Unsicherheiten in den Steigungsdaten, wie sie durch Messrauschen verursacht werden können, durch die Integration aufsummieren.

Bei der Auswertung von deflektometrischen Messungen bei verschiedenen Schirmpositionen besteht die Möglichkeit, jeden reflektierenden Punkt der Ober-

fläche eindeutig zu bestimmen. Dies erfolgt jedoch für jeden Punkt unabhängig von den benachbarten Punkten, so dass die Glattheit der Oberfläche sowie die Konsistenz der lokalen Oberflächennormalen mit den durch den Strahlengang geforderten Normalen verloren geht. Durch ein Optimierungsverfahren, das die Umgebung eines Oberflächenpunkts auswertet, kann der Zusammenhang zwischen benachbarten Punkten und die Konsistenz der Daten wiederhergestellt werden und somit das Rekonstruktionsergebnis verbessert werden.

Die Stärke der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Verfahren liegt vor allem in der hohen Flexibilität des Messsystems. Durch Verwendung von Standardkomponenten wie einer ebenen Projektionsfläche, einem herkömmlichen Datenprojektor und einer digitalen Kamera ist es möglich, die Komponenten eines Messaufbaus entsprechend den Anforderungen an Messgenauigkeit, Messfeldgröße und vorhandenem Budget auszuwählen. Mit der beschriebenen Kalibrieremethode ist es möglich, die Anordnung von Kamera, Datenprojektor und Projektionsfläche nahezu frei zu wählen und somit den spezifischen Rahmenbedingungen bei einer Messaufgabe Rechnung zu tragen.

Durch Integration von Steigungsdaten beim Regionenwachstumverfahren und durch die Notwendigkeit der Optimierung von Messdaten bei der Rekonstruktion aus deflektometrischen Messdaten, die unter unterschiedlichen Schirmpositionen bestimmt wurden, ist die Erkennbarkeit von Oberflächendefekten in der räumlichen Rekonstruktion einer Oberfläche eingeschränkt. Die hohe Empfindlichkeit des deflektometrischen Messprinzips für Oberflächendefekte kann weiterhin durch die direkte Auswertung der unkalibrierten Abbildungsfunktion erreicht werden. Durch die Kombination der bisherigen deflektometrischen Messmethode mit den in dieser Arbeit entwickelten Verfahren kann sowohl eine hohe Zuverlässigkeit bei der Erkennung von Oberflächendefekten als auch eine räumliche Rekonstruktion des Messobjekts erzielt werden.

Für eine weitere Verbesserung der Rekonstruktionsergebnisse und der Einsetzbarkeit im industriellen Umfeld erscheint es viel versprechend, folgende Themen näher zu betrachten. Für unkalibrierte Messungen, bei denen ein relatives lokales Krümmungsmaß bestimmt werden soll, kann ein kugelförmiger Schirm eingesetzt werden, der einen größeren Messbereich auf der Oberfläche ausleuchten kann (vgl. Abb. 4.2). Dies hängt damit zusammen, dass Licht aus einem größeren Raumwinkelbereich auf das Messobjekt trifft. Für eine dreidimensionale Rekonstruktion ist jedoch die exakte Kenntnis der Schirmform Voraussetzung, was im Fall eines ebenen Schirms, wie er für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen verwendet wurde, gegeben ist. Die Nutzung eines beispielsweise kugelförmigen Schirms setzt die Vermessung des Schirms voraus. Die Realisierung einer solchen Vermessung würde einen weiteren Schritt bei der Kalibrierung des

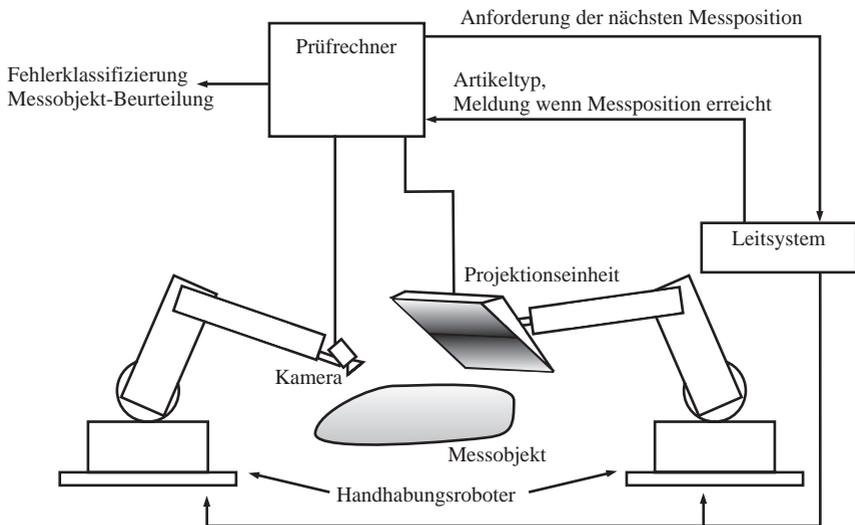


Abbildung 6.1: Struktur eines in den Produktionsprozess eingebundenen Messsystems zur deflektometrischen Inspektion eines Prüfobjekts aus mehreren Ansichten.

Messaufbaus nötig machen. Hier müssen Untersuchungen zeigen, ob eine Modellierung der Schirmform durch eine Kugelkappe ausreichend ist oder ob ein splinebasiertes Oberflächenmodell der Projektionsfläche notwendig ist.

Eine weitere Möglichkeit zur Vergrößerung des Messbereichs stellt die Verschiebung von Komponenten des Messaufbaus gemäß der Gestalt des Messobjekts dar. Durch die Montage der Komponenten Projektionsschirm, Kamera und Datenprojektor an einen oder mehrere Roboterarme ist es denkbar, eine Rundumansicht des Objekts zu erzeugen oder etwa einzelne Bereiche in höherer Detailstufe zu vermessen. Eine mögliche Anwendung stellt zum Beispiel die Vermessung einer fertig montierten Automobilkarosserie aus verschiedenen Blickwinkeln dar. Durch die Inspektion aus nahezu beliebigen Blickwinkeln der Kamera wäre es möglich, die Karosserie als Ganzes nach dem Zusammenfügen der Teile auf Formhaltigkeit, Spaltbreiten und qualitätsmindernde Defekte zu untersuchen. Die Struktur eines Messaufbaus mit jeweils einem Handhabungsroboter für Kamera und Projektionseinheit ist in Abb. 6.1 exemplarisch zu sehen. Statt der Verwendung einer Projektionsfläche und eines Projektors bietet sich die Verwendung eines LCD-Bildschirms an [P00]. Die Vorteile würden in der höheren Kompaktheit und Robustheit liegen.

Bei der Realisierung ist zu beachten, dass hohe Anforderung an die Positionierge-

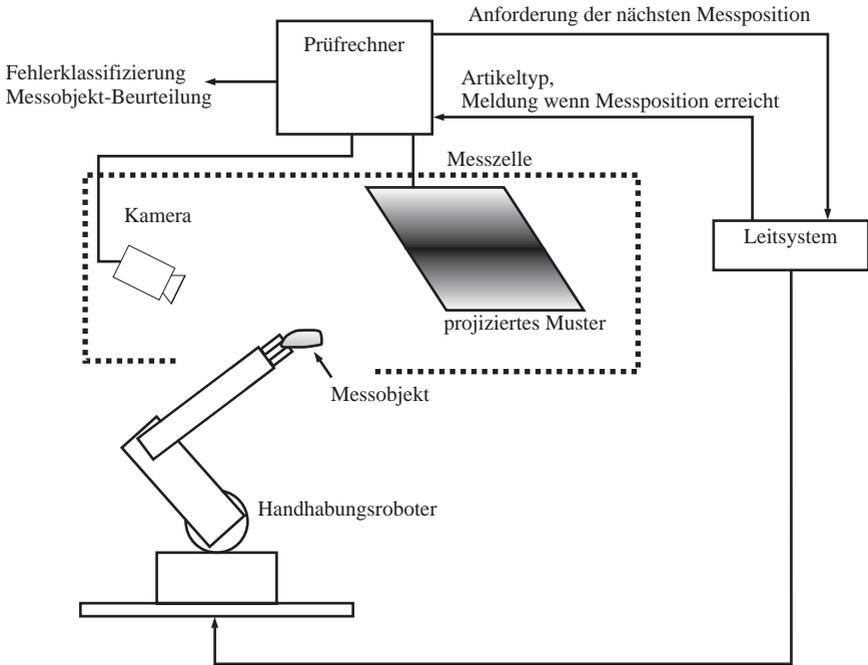


Abbildung 6.2: Struktur eines deflektometrischen Messsystems zur Inspektion kleinerer Prüfobjekte wie etwa Wasserarmaturen.

naugigkeit der Komponenten gestellt wird. Diese könnte beispielsweise durch eine wiederholte Rekalibrierung des Messaufbaus überprüft werden. Hierbei könnte das in Kapitel 3 beschriebene Verfahren verwendet werden, wobei zusätzlich Positionsdaten genutzt werden, die von Lage- und Winkelsensoren am Roboterarm geliefert werden.

Es ist auch denkbar, das Messobjekt, sofern dessen Größe dies zulässt, für Messungen in verschiedenen Positionen und Ausrichtungen vor einem festen deflektometrischen Aufbau mit einem Roboterarm zu positionieren. Eine mögliche Struktur eines solchen Messsystems ist in Abb. 6.2 gezeigt. Dieser Aufbau würde sich beispielsweise zur Inspektion von Wasserarmaturen auf Formfehler und Oberflächendefekte eignen.

In Anhang A.2 ist eine auf Infrarot-Technologie basierende Methode beschrieben, um auch augenscheinlich matte Oberflächen deflektometrisch untersuchen zu können. Mit dieser Methode können bisher jedoch nur Oberflächendefekte an Hand der lokalen Krümmung detektiert werden. Eine Erweiterung der Methode

für die räumliche Rekonstruktion matter Oberfläche ist wie für die Deflektometrie im sichtbaren Bereich des Licht denkbar. Hierzu müsste eine Projektionseinheit für Infrarot-Strahlung entwickelt werden, die ähnlich einem Datenprojektor beliebige Strahlungsmuster auf eine Fläche projizieren kann. Ein erster Schritt in diese Richtung wurde mit der Realisierung einer Infrarotstrahlungsquelle für ein festes Streifenmuster getan.

Literaturverzeichnis

- [Bal03] BALDI, A.: Phase unwrapping by region growing. In: *Applied Optics* 42 (2003), Nr. 14, S. 2498–2505
- [Bes74] BESAG, J.: Spatial interaction and the statistical analysis of lattice systems. In: *Journal of the Royal Statistical Society Series B* 36 (1974), S. 192–236
- [Bes86] BESAG, J.: On the statistical analysis of dirty pictures. In: *Journal of the Royal Statistical Society, Series B* 55 (1986), Nr. 1, S. 25–37
- [Bou02] BOUGUET, J.Y. *Camera Calibration Toolbox*. www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc. 2002
- [BP61] BENNETT, H. E. ; PORTEUS, J. O.: Relation Between Surface Roughness and Specular Reflection at Normal Incident. In: *Journal of the Optical Society of America* 51 (1961), Nr. 2, S. 123–129
- [Bro66] BROWN, D.C.: Decentering Distortion of Lenses. In: *Photometric Engineering* 37 (1966), Nr. 8, S. 855–866
- [BS63] BECKMANN, P. ; SPIZZICHINO, A.: *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*. Oxford : Pergamon Press, 1963
- [BSG06] BONFORT, Th. ; STURM, P. ; GARGALLO, P.: General specular Surface Triangulation. In: NARAYANAN, P. J. (Hrsg.) ; NAYAR, S. K. (Hrsg.) ; SHUM, H.-Y. (Hrsg.): *Proceedings of the 7th Asian Conference on Computer Vision, Part II* Bd. 3852. Berlin, Heidelberg : Springer, 2006, S. 872–881
- [CCC04] CHYOU, J.-J. ; CHEN, S.-J. ; CHEN, Y.-K.: Two-dimensional phase unwrapping with a multichannel least-mean-square algorithm. In: *Applied Optics* 43 (2004), Nr. 30, S. 5655–5661
- [CCS+93] CHOU, P. B. ; COPPER, P. R. ; SWAIN, M. J. ; BROWN, C. M. ; WIXSON, L. E.: Probabilistic network inference for cooperative high and low level vision. In: CHELLAPPA, R. (Hrsg.) ; JAIN, A. (Hrsg.): *Markov Random Fields*. Boston : Academic Press, 1993, S. 211–243

- [Die00] DIECK, T. T.: *Topologie*. Berlin : De Gruyter, 2000
- [Don04] DONNER, K.: Stereo Reconstruction of Reflecting Surfaces. In: *Pattern Recognition and Image Analysis* 14 (2004), Nr. 2, S. 168–172
- [DT05a] DIEBEL, J. ; THRUN, S.: An Application of Markov Random Fields to Range Sensing. In: *Proceedings of the Conference on Neural Information Processing Systems*. Cambridge, MA : MIT Press, 2005
- [DT05b] DIEBEL, J. R. ; THRUN, S.: A Bayesian Method for Probable Surface Reconstruction and Decimation. In: *ACM Transactions on Graphics V* (2005), September, Nr. N, S. 1–20
- [Far94] FARIN, G.: *Kurven und Flächen im Computer Aided Geometric Design*. 2. Auflage. Braunschweig, Wiesbaden : Vieweg, 1994
- [FC88] FRANKOT, R. T. ; CHELLAPPA, R.: A Method for Enforcing Integrability in Shape from Shading Algorithms. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 10 (1988), Nr. 4, S. 439–451
- [FKP01] FREY, B. J. ; KOETTER, R. ; PETROVIC, N.: Very loopy belief propagation for unwrapping phase images. In: *Advances in Neural Information Processing Systems* Bd. 14. Cambridge, MA, 2001
- [FP04] FERRAIUOLO, G. ; POGGI, G.: A Bayesian Filtering Technique for SAR Interferometric Phase Fields. In: *IEEE Transactions on Image Processing* 13 (2004), Nr. 10, S. 1368–1378
- [PPF99] FITZGIBBON, Andrew ; PILU, Maurizio ; FISHER, Robert B.: Direct Least Squares Fitting of Ellipses. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 21 (1999), Nr. 5, S. 476–480
- [GG84] GEMAN, S. ; GEMAN, D.: Stochastic relaxation, Gibbs distribution and the Bayesian restoration of images. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 6 (1984), Nr. 6, S. 721–741
- [Gre97] GREDIAC, M.: Method for surface reconstruction from slope of curvature measurements of rectangular areas. In: *Applied Optics* 36 (1997), Nr. 20, S. 4823–4829

- [HB86] HORN, B. K. ; BROOKS, M. J.: The variational approach to shape from shading. In: *Computer Vision, Graphics and Image Processing* 33 (1986), S. 174–208
- [HBKM96] HALSTEAD, M. A. ; BARSKY, B. A. ; KLEIN, S. A. ; MANDELL, R. B.: Reconstructing Curved Surfaces from Specular Reflection Patterns Using Spline Surface Fitting of Normals. In: *Computer Graphics* Bd. 30. New Orleans, Louisiana : Addison Wesley, ACM Press, 1996, S. 335–342
- [HC71] HAMMERSLEY, J. M. ; CLIFFORD, P.: *Markov field on finite graphs and lattices*. 1971. – unpublished
- [HD06] HORBACH, J. W. ; DANG, Th.: Metric projector camera calibration for measurement applications. In: HUANG, P. S. (Hrsg.): *Two- and Three-Dimensional Methods for Inspection and Metrology IV* Bd. 6382 SPIE, 2006
- [He91] HE, X. D.: A Comprehensive Physical Model for Light Reflection. In: *Computer Graphics* 25 (1991), Nr. 4, S. 175–186
- [Hec87] HECHT, E.: *Optics*. Reading, MA : Addison-Wesley, 1987
- [HK04] HOROVITZ, I. ; KIRYATI, N.: Depth from Gradient Fields and Control Points: Bias Correction in Photometric Stereo. In: *Image and Vision Computing* 22 (2004), S. 681–694
- [HK05] HORBACH, J. W. ; KAMMEL, S.: Deflectometric inspection of diffuse surfaces in the far-infrared spectrum. In: PRICE, J. R. (Hrsg.) ; MERIAUDEAU, F. (Hrsg.): *Machine Vision Applications in Industrial Inspection XIII* Bd. 5679 SPIE, 2005, S. 108–117
- [HLSP00] HUNG, Y. Y. ; LIN, L. ; SHANG, H. M. ; PARK, B. G.: Practical three-dimensional computer vision techniques for full-field surface measurement. In: *Optical Engineering* 39 (2000), Nr. 1, S. 143–149
- [Hor05] HORBACH, J.: Deflektometrische Untersuchung matter Oberflächen mittels Infrarot-Technik. In: *Automation als interdisziplinäre Herausforderung* Bd. 1883 VDI-Berichte, 2005, S. 339–348
- [HS97a] HARTLEY, R. I. ; STURM, P.: Triangulation. In: *Computer Vision and Image Understanding* 68 (1997), November, Nr. 2, S. 146–157

- [HS97b] HEIKKIL, J. ; SILVEN, O.: A Four-step Camera Calibration Procedure with Implicit Image Correction. In: *Proceedings of the 1997 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1997, S. 1106–1112
- [Huy97] HUYNH, D.: Calibration of a Structured Light System: A Projective Approach. In: *Proceedings of the 1997 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1997, S. 225–230
- [HZ02] HARTLEY, R. ; ZISSERMAN, A.: *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, 2002
- [JN90] JAIN, A. K. ; NADABAR, S. G.: MRF model-based segmentation of range images. In: *Proceedings of the Third International Conference on Computer Vision IEEE*, 1990, S. 667–671
- [Kam03] KAMMEL, S.: Deflektometrie zur Qualitätsprüfung spiegelnd reflektierender Oberflächen. In: *Technisches Messen 70* (2003), S. 1–6
- [Kam04] KAMMEL, S.: *Deflektometrische Untersuchung spiegelnd reflektierender Freiformflächen*, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe (TH), Diss., 2004
- [Kar04] KARACALI, B.: Noise Reduction in Surface Reconstruction from a Given Gradient Field. In: *International Journal of Computer Vision* 60 (2004), Nr. 1, S. 25–44
- [KGV83] KIRKPATRICK, S. ; GELATT, C.D. ; VECCHI, M.P.: Optimization by simulated annealing. In: *Science* 220 (1983), S. 671–680
- [KH05] KAMMEL, S. ; HORBACH, J.: Topography reconstruction of specular surfaces. In: BERALDIN, J. A. (Hrsg.) ; EL-HAKIM, S. F. (Hrsg.) ; GRUEN, A. (Hrsg.) ; WALTON, J. S. (Hrsg.): *Videometrics VIII* Bd. 5665 SPIE, 2005, S. 59–66
- [Kna06] KNAUER, M. C.: *Absolute phasenmessende Deflektometrie*, Universität Erlangen, Diss., 2006
- [LBKJ04] LI, W. ; BOTHE, Th. ; v. KOPYLOW, Ch. ; JÜPTNER, P. O.: Evaluation Methods for Gradient Measurement Techniques. In: OSTEN, W. (Hrsg.) ; TAKEDA, M. (Hrsg.): *Optical Metrology in Production Engineering* Bd. 5457 SPIE, 2004, S. 300–311
- [Li95] LI, S. Z.: *Markov Random Field Modeling in Computer Vision*. Springer, 1995

- [LK03] LEON, F. P. ; KAMMEL, S.: Image fusion techniques for robust inspection of specular surfaces. In: *Multisensor, Multisource Information Fusion: Architectures, Algorithms, and Application* 5099 (2003), S. 77–86
- [LKK99] LU, R. ; KOENDERINK, J. J. ; KAPPERS, A. M. L.: Surface roughness from highlight structure. In: *Applied Optics* 38 (1999), Nr. 13, S. 2886–2894
- [LSBJ04] LEGARDA-SÁENZ, R. ; BOTHE, Th. ; JÜPTNER, W. P.: Accurate procedure for the calibration of a structured light system. In: *Opt. Eng.* 43 (2004), Nr. 2, S. 464–471
- [MBL05] MICHÉ, P. ; BENSRAHAI, A. ; LEBRUN, D.: Passive 3-D shape recovery of unknown objects using cooperative polarimetric and radiometric stereo vision processes. In: *Optical Engineering* 44 (2005), Nr. 2, S. 027005–(1–9)
- [MCY05] MORENO, A. ; CAMPOS, J. ; YAROSLAVSKY, L. P.: Frequency response of five integration methods to obtain the profile from its slope. In: *Optical Engineering* 44 (2005), Nr. 3, S. 033604–(1–8)
- [MKI04] MIYAZAKI, D. ; KAGESAWA, M. ; IKEUCHI, K.: Transparent Surface Modeling from a Pair of Polarization Images. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26 (2004), Nr. 1, S. 73–82
- [Mor77] Kap. The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory In: MORE, J. J.: *Numerical Analysis*. Berlin, Heidelberg : Springer, 1977 (Lecture Notes in Mathematics 630), S. 105–116
- [NM53] NEWELL, G. F. ; MONTROLL, E. W.: On the Theory of the Ising Model of Ferromagnetism. In: *Reviews of Modern Physics* 25 (1953), Nr. 2, S. 353 – 389
- [ON96] OREN, M. ; NAYAR, S. K.: A Theory of Specular Geometry. In: *International Journal of Computer Vision* 24 (1996), Nr. 2, S. 105–124
- [P00] PÉRARD, D.: *Automated visual inspection of specular surfaces with structured-lighting reflection techniques*, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe (TH), Diss., 2000

- [PCF⁺01] PETROVIC, N. ; COHEN, I. ; FREY, B. ; KOETTER, R. ; HUANG, T.: Enforcing Integrability for Surface Reconstruction Algorithms Using Belief Propagation in Graphical Models. In: *Proceedings of the 2001 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* Bd. 1, 2001
- [Pet06] PETZ, M.: *Rasterreflexions-Photogrammetrie*, Institut für Produktionsmesstechnik, TU Braunschweig, Diss., 2006
- [PFTV92] PRESS, W. H. ; FLANNERY, B. P. ; TEUKOLSKY, S. A. ; VETTERLING, W. R.: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. 2nd ed. Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1992
- [Pri96] PRITT, M. D.: Phase Unwrapping by Means of Multigrid Techniques for Interferometric SAR. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 34 (1996), Nr. 3, S. 728–738
- [PT90] PEIPONEN, K.-E. ; TSUBOI, T.: Metal surface roughness and optical reflectance. In: *Optics & Laser Technology* 22 (1990), Nr. 2, S. 127–130
- [PTK85] POGGIO, T. ; TORRE, V. ; KOCH, C.: Computational vision and regularization theory. In: *Nature* 317 (1985), S. 314–319
- [Ray04] RAYTEK: *Emissionsgradtabelle*. Nov 2004. – http://www.raytek.de/tools/products/view.html?id=1018274286&phase=show&cat_id=4.7
- [SAH04] SOLEM, J. E. ; AANÆS, H. ; HEYDEN, A.: A Variational Analysis of Shape from Specularities using Sparse Data. In: *Proceedings of the 2nd International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission*, 2004
- [Sch04] SCHEIDEL, Ph.: Entwurf eines Versuchsstandes zur Evaluierung von Kalibrierverfahren von Stereokameras / Institut für Mess- und Regelungstechnik, Univ. Karlsruhe (TH). 2004. – Forschungsbericht
- [SHC90] SUBRAHMONIA, J. ; HUNG, Y.P. ; COOPER, D.B.: Model-based segmentation and estimation of 3D surfaces from two or more intensity images using Markov random fields. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Pattern Recognition* Bd. 1 IEEE, 1990, S. 390–397

- [SKH04] STILLER, Ch. ; KAMMEL, S. ; HORBACH, J. *Verfahren und Vorrichtung zur Analyse zumindest partiell reflektierender Oberflächen*. Patentanmeldung DE 102004033526. 2004
- [SP02] SAVARESE, S. ; PERONA, P.: *Lecture Notes in Computer Science*. Bd. 2351: *Local Analysis for 3D Reconstruction of Specular Surfaces - Part II*. Berlin, Heidelberg : Springer, 2002, S. 759–774
- [SS02] SCHARSTEIN, D. ; SZELISKI, R.: A Taxonomy and Evaluation of Dense Two-Frame Stereo Correspondence Algorithms. In: *International Journal of Computer Vision* 47 (2002), S. 7–42
- [TA77] TIKHONOV, A. N. ; ARSENIN, V. A.: *Solution of Ill-posed Problems*. Washington : Winston & Sons, 1977
- [TA01] TSAIG, Y. ; AVERBUCH, A.: A region-based MRF model for unsupervised segmentation of moving objects in image sequences. In: *Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* Bd. 12, 2001, S. 597–612
- [TBA04] TOMASI, G. ; VAN DEN BERG, F. ; ANDERSSON., C.: Correlation Optimized Warping and Dynamic Time Warping as Preprocessing Methods for Chromatographic Data. In: *Journal of Chemometrics* 18 (2004), Nr. 5, S. 231–241
- [TLGS03] TARINI, M. ; LENSCH, P. A. ; GOESELE, M. ; SEIDEL, H.-P.: 3D Acquisition of Mirroring Objects / Max-Planck-Institut für Informatik, Saarbrücken. 2003. – Forschungsbericht
- [TMD03] TORRES-MENDÉZ, L. A. ; DUDEK, G.: Range synthesis for 3D environment modeling. In: *Proceedings of the 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* Bd. 2, 2003, S. 1584–1589
- [Tsa87] TSAI, R. Y.: A Versatile Camera Calibration Technique for High-Accuracy 3D Machine Vision Metrology Using Off-the-Shelf Cameras and Lenses. In: *IEEE Journal of Robotics and Automation* RA-3 (1987), S. 323–344
- [Wik07] WIKIPEDIA: *Drehmatrix* — *Wikipedia, Die freie Enzyklopädie*. 2007. – [Online; Stand 12. September 2007]
- [WK02] WEI, T. ; KLETTE, R.: Height from Gradient Using Surface Curvature and Area Constraints. In: *Proceedings on the 3rd Indian Conference on Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 2002

- [Wol89] WOLFF, L. B.: Surface Orientation from two Camera Stereo with Polarizers. In: *Optics, Illumination, and Sensing for Machine Vision IV*, 1989
- [ZH06] ZHANG, S. ; HUANG, P. S.: Novel method for structured light system calibration. In: *Optical Engineering* 45 (2006), August, Nr. 8, S. 083601–1–8
- [Zha00] ZHANG, Z.: A flexible new technique for camera calibration. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 22 (2000), Nr. 11, S. 1330–1334
- [Zho05] ZHOU, J.: Wavelet-aided spatial carrier fringe pattern analysis for 3-D shape measurement. In: *Optical Engineering* 44 (2005), Nr. 11, S. 113602–(1–8)
- [ZKB05] ZHANG, X. ; KAKARALA, R. ; BAHARAV, Z.: Shape reconstruction from noisy surface slope information using a multi-resolution Bayesian method. In: PRICE, J. P. (Hrsg.) ; MERIAUDEAU, F. (Hrsg.): *Machine Vision Applications in Industrial Inspection XIII* Bd. 5679, 2005, S. 156–165

A Anhang

A.1 Notation und Symbole

A.1.1 Operatoren

$\frac{\partial}{\partial x}$	partielle Ableitung nach x
$\frac{\partial}{\partial y}$	partielle Ableitung nach y
\times	Multiplikation
\wedge	Kreuzprodukt

A.1.2 Abkürzungen

COW	Correlation Optimized Warping
DMD	Digital Mirror Device
DTW	Dynamic Time Warping
GRF	Gibbs Random Field
HCF	High Confidence First
ICM	Iterated Conditional Modes
KKS	Kamera-Koordinatensystem
LCD	Liquid Crystal Display
MAP	Maximum a-posteriori
MRF	Markov Random Field
PKS	Projektor-Koordinatensystem
SA	Simulated Annealing
SKS	Projektionsschirm-Koordinatensystem

A.1.3 Symbole

A.1.3.1 Grundlagen

θ	Einfallswinkel
R_a	Mittenrauwert

λ	Wellenlänge des eingestrahnten Lichts
Δs	Gangunterschied zweier Strahlen
R_{\parallel}	Reflexionsgrad bei parallelem Einfall
R_{\perp}	Reflexionsgrad bei senkrechtem Einfall
θ_t	Brechungswinkel
ρ	Polarisationsgrad
I	Flussdichte
$g_{h/v,k}(i, j)$	Helligkeit des k -ten horizontalen (h) oder vertikalen (v) Streifenmusters an der Position (i, j)
$\phi_{h/v}(i, j)$	Phaseninformation im Kamerapixel (i, j) in horizontale (h) oder vertikale (v) Richtung
e_A	Ortsauflösung der Schirmkodierung
$\mathbf{x}_P / \mathbf{X}_P$	zweidimensionale/ dreidimensionale Position auf dem bildgebenden Chip des Projektors
A	Abbildungsfunktion
\mathbf{X}_S	dreidimensionale Position auf dem Projektionsschirm
\mathbf{X}_R	dreidimensionale Position auf der Oberfläche
$\mathbf{x}_K / \mathbf{X}_K$	zweidimensionale/ dreidimensionale Position auf dem Sensorchip der Kamera
A_k	kalibrierte 3D-Abbildungsfunktion
C	Kamerazentrum
\mathbf{n}	Normale in einem Punkt einer Oberfläche
\mathbf{r}	normierter Strahl von der Projektionsfläche zur reflektierenden Oberfläche
\mathbf{s}	normierter Strahl von der reflektierenden Oberfläche zum Kamerazentrum
\mathbf{l}	Verbindungsvektor zwischen Kamerazentrum C und der Position \mathbf{X}_S auf dem Projektionsschirm
σ	Abstand des Punkts \mathbf{X}_R der reflektierenden Oberfläche zum Kamerazentrum C
λ	Abstand des Punkts \mathbf{X}_R der reflektierenden Oberfläche zum Punkt \mathbf{X}_S auf dem Projektionsschirm

A.1.3.2 Kalibrierung des Messaufbaus

\mathbf{T}_K	Lage des Ursprungs des SKS in KKS-Koordinaten
\mathbf{R}_K	Ausrichtung des KKS gegenüber dem SKS
\mathbf{T}_P	Lage des Ursprungs des SKS in PKS-Koordinaten
\mathbf{R}_P	Ausrichtung des PKS gegenüber dem SKS
\mathbf{x}_n	normalisierte Projektion

f	Brennweite der Kamera
\mathbf{c}	Hauptpunkt der Kamera
\mathbf{K}_K	Matrix der intrinsischen Kameraparameter
\mathbf{K}_P	Matrix der intrinsischen Projektorparameter
$D_K(\mathbf{x}_n)$	Kameraverzeichnung
$D_P(\mathbf{x}_n)$	Projektorverzeichnung
$\Delta \mathbf{x}$	tangentiale Verzeichnung
$\tilde{\mathbf{x}}_K$	verzeichnete zweidimensionale Position eines Kamerapixels
$\tilde{\mathbf{x}}_P$	verzeichnete zweidimensionale Position eines Projektorpixels
\mathbf{H}_{KS}	Homographie zwischen Kamerachip und Projektions- schirm
\mathbf{H}_{PS}	Homographie zwischen Chip des Projektors und Pro- jektionsschirm
\mathbf{H}_{PK}	Homographie zwischen Chip des Projektors und Ka- merachip
$\lambda_P, \lambda_K, \lambda_{KP}$	beliebige reelle Konstanten einer Homographie
\mathbf{M}_m	dreidimensionale Position einer Kreismarke auf dem Projektionsschirm
\mathbf{x}_{KM}	zweidimensionale Position des Bilds einer Kreismar- ke (Mittelpunkt) auf dem Kamerachip
$\hat{\mathbf{x}}_K$	Rückprojektion eines vom Projektor erzeugten Licht- punkts auf den Kamerachip
$\hat{\mathbf{x}}_{KM}$	Rückprojektion des Bilds einer Kreismake (Mittel- punkt) auf den Kamerachip
\mathbf{C}_{KM}	Kovarianzmatrix der Messunsicherheit bei der Be- stimmung der Kreismarkenpositionen
\mathbf{C}_K	Kovarianzmatrix der Messunsicherheit bei der Be- stimmung der Punktkorrespondenzen
F	Fehler der Rückprojektion

A.1.3.3 Rekonstruktionsverfahren

$\Delta_x(x, y), \Delta_y(x, y)$	Gradient eines Höhenfelds in x - und y -Richtung
$a(x_i, y_i, x_j, y_j)$	Abstand eines Bildpunkts (x_i, y_i) vom Startpunkt (x_j, y_j)
$g_k(a)$	vom Abstand a abhängige Gewichtsfunktion
ds	Bogenelement
$\mathbf{x}(u, v)$	Punkt einer parametrisierten Oberfläche

\mathbf{x}_u	Ableitung von $\mathbf{x}(u, v)$ nach dem Parameter u
\mathbf{x}_v	Ableitung von $\mathbf{x}(u, v)$ nach dem Parameter v
κ	lokale Krümmung einer Oberfläche
κ_1, κ_2	Hauptkrümmungsrichtungen
κ_x, κ_y	Krümmungsmaß in x - und y -Richtung
$\bar{\kappa}$	richtungsunabhängiges Krümmungsmaß
e_l, e_r	Epipole in linkem und rechtem Kamerabild
E_l, E_r	Epipolarlinie in linkem und rechtem Kamerabild
d	Disparität
b	Basisbreite einer Stereokamera
$p_{i,j}, q_{i,j}$	Gradienten in x - und y -Richtung
$F = F_1, \dots, F_m$	Menge von Zufallsvariablen
S	Menge von Positionen i
$p(F_1 = f_1, \dots, F_m = f_m)$	Verbundwahrscheinlichkeit für eine Realisierung f der Zufallsvariablen F_i
\mathcal{N}_i	Nachbarschaft der Position i
\mathcal{C}	Clique
Z	Partitionsfunktion
$U(f)$	Energiefunktion einer Realisierung f
$V_{\mathcal{C}}(f)$	Cliquenpotential
$R(\hat{f})$	Risiko einer Schätzung
$p(d)$	<i>a-priori</i> -Verteilung der Beobachtung d
$p(f d)$	<i>a-posteriori</i> -Verteilung des Ereignisses f bei gegebener Beobachtung d
$p(d f)$	Likelihood-Funktion
$U_g, U_{g'}$	Glattheitsterme zur Optimierung von rekonstruierten Oberflächenpunkten
$U_{\mathbf{n}}$	Datenterm zur Optimierung der Normalen von rekonstruierten Oberflächenpunkten
ϵ_1, ϵ_2	Schwellen für das Abbruchkriterium der Optimierung
ΔU	Durch die Änderung eines Zustands verursachte Energiedifferenz
e_R	Mittelwert der Residuen

A.1.3.4 Untersuchung matter Oberflächen mittels Infrarot-Messtechnik

\mathcal{P}	Serie von Streifenmustern
\mathcal{D}	Bildserie
$d(g_i(\mathbf{x}_S))$	Intensität des Bilds der Schirmposition \mathbf{x}_S

A.2 Untersuchung matter Oberflächen mittels Infrarot-Messtechnik

Viele Industrieprodukte, wie etwa Karosserieteile, werden im letzten Schritt ihrer Herstellung lackiert und weisen erst dadurch spiegelnde Eigenschaften auf. Der Einsatz von Infrarot-Technik ermöglicht schon vor dem Lackieren die deflektometrische Qualitätsprüfung der Karosserieteile. Dies erlaubt eine durchgehende Qualitätskontrolle vom Presswerk bis zum fertigen Produkt.

Die Erzeugung von Streifenmustern mit variabler Periodenlänge ist im fernen Infrarotbereich sehr aufwändig, da flexible Beleuchtungseinheiten nur schwer zu realisieren sind. Im sichtbaren Bereich bieten sich Datenprojektoren an [Kam03]. Aus diesem Grund wurden zwei entwickelte Verfahren verwendet, die (auch im sichtbaren Wellenlängenbereich) mit einem phasenverschobenen Streifenmuster fester Periodenlänge sehr gute Ergebnisse liefern [LK03]. Hierbei wird der pixelweise Kontrast zwischen Bildern des phasenverschobenen reflektierten Musters bestimmt. Die verwendete Bildfolge ist in Abb. A.1 gezeigt. Die Phasenverschiebung zwischen aufeinander folgenden Bildern beträgt 90 Grad.

Zur Beschreibung der Algorithmen wird die folgende Nomenklatur eingeführt: \mathcal{P} stellt eine Serie von N Streifenmustern dar. Aufeinander folgende Muster sind um $360/N$ Grad phasenverschoben:

$$\mathcal{P} = \{g_i(\mathbf{x}_S) | i = 0, \dots, N - 1\}, \quad (\text{A.1})$$

wobei $g_i(\mathbf{x}_S)$ die Intensität des Musters an der Position \mathbf{x}_S auf dem Schirm angibt. Die Datenbasis für beide Verfahren ist eine aus N Bildern bestehende Bildserie \mathcal{D} , die das an der zu untersuchenden Oberfläche reflektierte Streifenmuster zeigt:

$$\mathcal{D} = \{d(g_i(\mathbf{x}_S)) | i = 0, \dots, N - 1\}, \quad (\text{A.2})$$

wobei $d(g_i(\mathbf{x}_S))$ die Intensität des Bilds der Schirmposition \mathbf{x}_S darstellt. Wenn alle Bilder \mathcal{D} der reflektierten Muster aufsummiert werden würden (wobei die reflektierende Fläche homogene Reflexionseigenschaften aufweisen muss), ergäbe sich ein Bild mit konstanter Helligkeit. Das Ergebnisbild des sogenannten Kontrastfusions-Algorithmus $r_1(\mathbf{x}_K)$ wird folgendermaßen bestimmt:

$$r_1(\mathbf{x}_K) = \max_i \{d(\mathbf{x}_K, g_i)\} - \min_i \{d(\mathbf{x}_K, g_i)\}. \quad (\text{A.3})$$

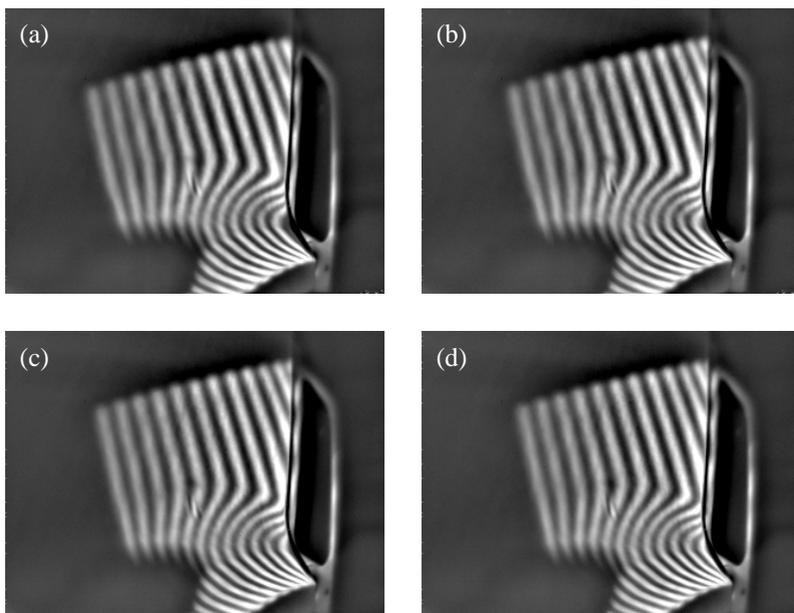


Abbildung A.1: Wärmebilder des am Werkstück reflektierten Musters. Die Phasenverschiebung zwischen aufeinander folgenden Bildern beträgt jeweils 90 Grad.

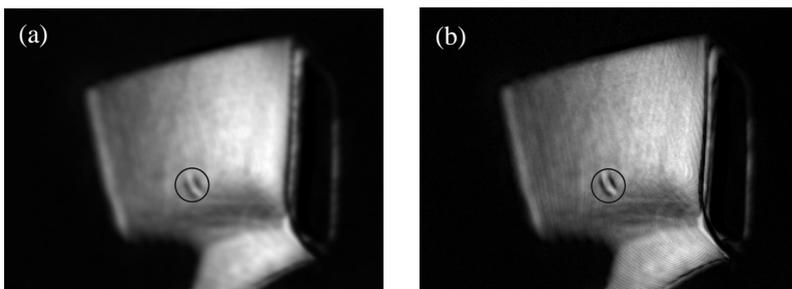


Abbildung A.2: Ergebnisbilder der beschriebenen Algorithmen. (a): Kontrastfusion r_1 , (b): Amplitudendekodierung r_2 . Der zu erkennende Defekt ist mit einem Kreis markiert.

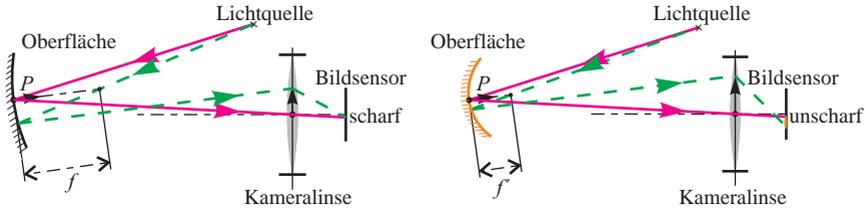


Abbildung A.3: Vergleich des Strahlengangs bei der Deflektometrie für verschiedene Krümmungen im Punkt P . Die Krümmung der zu vermessenden Oberfläche hat direkten Einfluss auf die Schärfe der Abbildung.

Abbildung A.2 (a) zeigt das Ergebnis des Kontrastfusions-Algorithmus. Im zweiten Verfahren (Amplitudendekodierung) wird der Fourierkoeffizient bei der Grundfrequenz der zeitlichen Änderung des Musters ausgewertet (Ergebnisbild in Abb. A.2 (b)):

$$r_2(\mathbf{x}_K) = \sqrt{\left(\sum_{i=0}^{N-1} d(\mathbf{x}_K, g_i) \sin\left(2\pi \frac{i}{N}\right) \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^{N-1} d(\mathbf{x}_K, g_i) \cos\left(2\pi \frac{i}{N}\right) \right)^2}. \quad (\text{A.4})$$

Dies entspricht ebenfalls einer pixelweisen Kontrastbestimmung, wobei Vorwissen über die zeitliche Periodizität des Musters genutzt wird.

Wenn ein Oberflächenbereich scharf abgebildet wird, wird dort eine große Helligkeitsänderung beim Verschieben des Musters beobachtet. Wenn die Abbildung lokal unschärfer wird, wird die Helligkeitsänderung beim Verschieben des Musters kleiner. Beide Algorithmen registrieren diese Helligkeitsänderung für jedes Pixel und somit Änderungen der lokalen Krümmung, da diese die Schärfe der Abbildung beeinflusst. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Brennweite f eines Spiegels gemäß $f = 1/2\kappa$ von seiner Krümmung κ abhängt (siehe Abb. A.3).

Die praktischen Anforderungen an die Folge \mathcal{P} von phasenverschobenen Streifenmustern sind Emission im Infrarot-Spektrum, räumliche Genauigkeit und hoher Kontrast. Durch Aufbringen von Gewebepapier auf Aluminium-Blech wurde ein räumlich variierender Emissionskoeffizient für Infrarotstrahlung realisiert. Das Gewebepapier wurde in der Form eines Streifenmusters mit 38 mm Periodizität aufgeklebt (siehe Abb. A.4). Durch das Aufrauen der Aluminiumoberfläche konnten störende Spiegelungen an dieser verhindert werden. Der Emissionskoeffizient beträgt für Aluminium im Strahlungsbereich von 8 bis 14 μm Wellenlänge etwa

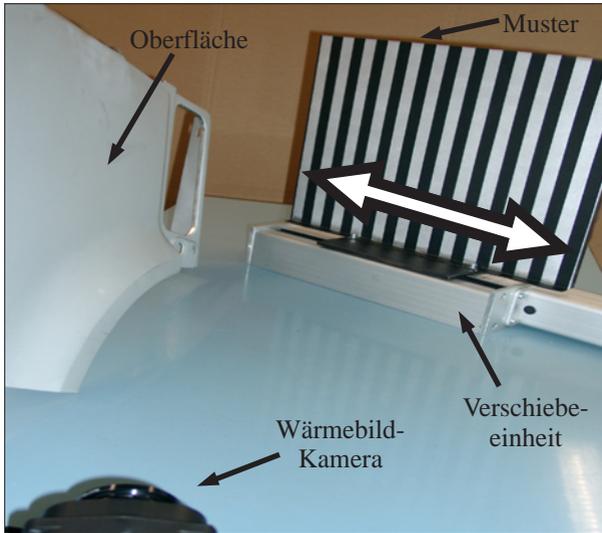


Abbildung A.4: Deflektometrischer Messaufbau für matte Oberflächen.

0,1 bis 0,3 und für das Gewebeband etwa 0,95 [Ray04]. Das Aluminium-Blech wird von der Rückseite konvektiv auf eine Temperatur von etwa 313 Kelvin geheizt. Entsprechend dem Wienschen Verschiebungsgesetz ist die Emission bei einer Wellenlänge von etwa $9,3 \mu\text{m}$ maximal. Die Wellenlänge ist somit mehr als achtmal größer als der erwartete Mittenrauwert des Werkstücks. Das Blech ist auf eine Verschiebeeinheit montiert, die von einem Messprogramm gesteuert wird. Hierdurch wird die Phasenverschiebung des Musters realisiert.

Die benutzte Kamera (Raytheon 2000B ControlIR) registriert Licht im Bereich von 8 bis $14 \mu\text{m}$ Wellenlänge. Dies entspricht einem Temperaturbereich von 207 bis 414 Kelvin. Die Größe des erfassten Bilds beträgt 320×240 Pixel. Die Grauwerte haben eine Tiefe von acht Bit und das Rauschen (Noise Equivalent Temperature Difference) der Messdaten beträgt 0,13 Kelvin.

Der beschriebene Messaufbau wurde für die Untersuchung eines unlackierten Karosserieteils verwendet (Abb. A.4). Das Teil weist eine Beule auf, die mit bloßem Auge nicht erkennbar ist. Die Bilder in Abb. A.2 zeigen die Resultate r_1 und r_2 der beschriebenen Algorithmen. Auf das Ergebnis r_1 der Kontrastfusion wurde ein Frequenzfilter angewandt, um streifenförmige Störungen zu unterdrücken. Bei der Verwendung der Amplitudendekodierung war keinerlei Filterung notwendig. Da hier die Spiegelung des Infrarot-Musters auf die interessierende periodische Komponente reduziert wird, treten nur minimale Störungen des Ergebnisses auf.

Beide Verfahren visualisieren die Beule deutlich (in Abb. A.2 mit einem Kreis markiert). In einer weiteren Untersuchung wurde der Defekt mit einem Tastschnittgerät vermessen (Mahr Perthen PCV). Hierbei ergab sich eine Höhe von $40\ \mu\text{m}$ bei einer lateralen Ausdehnung von etwa $12\ \text{mm}$. Der Mittenrauwert R_a beträgt $0,96\ \mu\text{m}$. Aus dem Kontrast des Ergebnisbilds kann geschlossen werden, dass Beulen bis zu einer minimalen Höhe von $15\ \mu\text{m}$ bei der selben lateralen Ausdehnung von $12\ \text{mm}$ erkannt werden. Flachere Defekte mit dieser lateralen Ausdehnung würden womöglich im Messrauschen untergehen. Da das Verfahren empfindlich für Krümmungsänderungen ist, können jedoch flachere Defekte als solche mit $15\ \mu\text{m}$ Höhe erkannt werden, wenn deren Ausdehnung kleiner ist als im gegebenen Fall.

A.3 Unterscheidung von Erhebungen und Vertiefungen unter Verwendung eines nichtkalibrierten Messaufbaus

Bei einer deflektometrischen Untersuchung, die lediglich auf die Erkennung von Oberflächendefekten und nicht auf die räumliche Rekonstruktion einer Oberfläche abzielt, kann es notwendig sein, die Art eines Defekts näher zu bestimmen. Die Unterscheidung zwischen einem Partikel auf der Oberfläche und einer ebenso großen Vertiefung in der Oberfläche ist wichtig für die Entscheidung, ob ein Messteil Fehler aufweist oder lediglich verschmutzt ist.

In den deflektometrischen Messdaten unterscheiden sich Erhebungen charakteristisch von Vertiefungen. Abb. A.5 zeigt auffällige Bereiche im Krümmungsbild, die jeweils mit einem Kreis gekennzeichnet sind. Der Verlauf entlang der eingezeichneten Linien ist in Abb. A.6 (a) und A.7 (a) abgebildet. Die x -Achse stellt die Position entlang der Linien y_K in Abb. A.5 dar, die y -Achse stellt die vertikale Position A_y auf dem projizierten Muster dar und ist somit ein Maß für die lokale Neigung der Oberfläche. Auf Grund der unterschiedlichen Abfolge der Steigungsänderungen beim Schnitt durch eine Erhebung beziehungsweise durch eine Vertiefung, ist eine Unterscheidung anhand der Abweichung der Messdaten von einer Ausgleichsgeraden möglich. Erhebungen zeichnen sich durch die Reihenfolge „Negative Abweichung“ - „Positive Abweichung“ aus, Vertiefungen durch die Reihenfolge „Positive Abweichung“ - „Negative Abweichung“.

Unter Nutzung dieser Information ist es somit möglich, eine Unterscheidung zwischen Erhebungen und Vertiefungen zu treffen, was die Klassifizierung der Messergebnisse erleichtert.

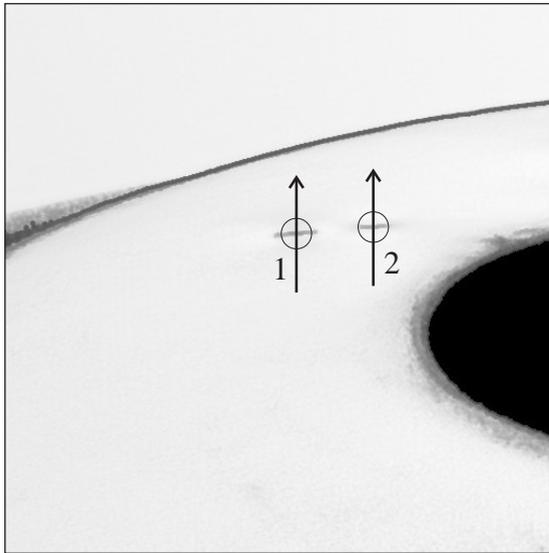


Abbildung A.5: Krümmungsbild eines ebenen Bleches mit einem Loch in der Mitte (schwarzer Bereich). Eine Vertiefung (1) und eine Erhebung (2) sind im Bild als Bereiche starker Krümmungsänderung erkennbar.

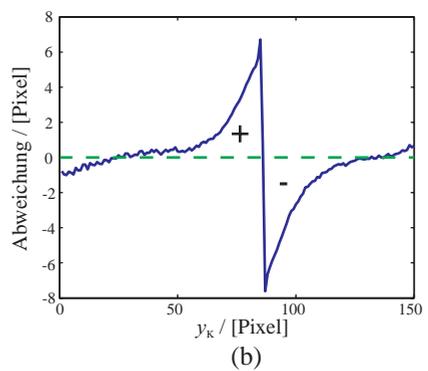
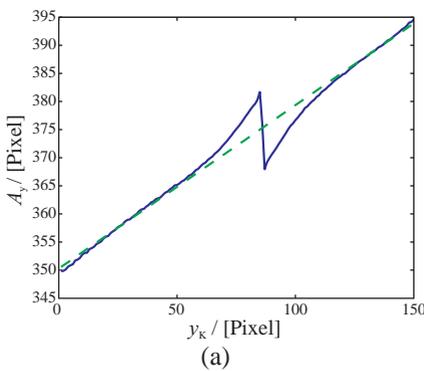


Abbildung A.6: (a) Daten der y -Komponenten A_y der Abbildungsfunktion \mathbf{A}_k entlang von Pfeil 1 in Abb. A.5; (b) Abweichung von einer Ausgleichsgeraden (gestrichelt) im Bereich der Vertiefung. Auf eine positive Abweichung folgt eine negative Abweichung.

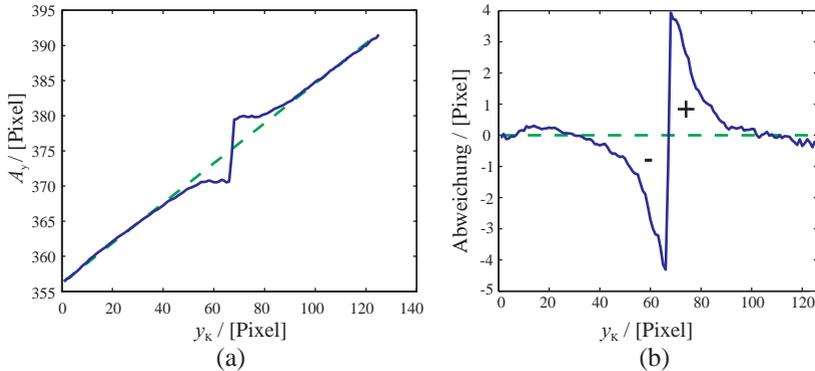


Abbildung A.7: (a) Daten der y -Komponenten A_y der Abbildungsfunktion A_k entlang von Pfeil 2 in Abb. A.5; (b) Abweichung von einer Ausgleichsgeraden (gestrichelt) im Bereich der Erhebung. Auf eine negative Abweichung folgt eine positive Abweichung.

A.4 Spezifikation der verwendeten Komponenten

A.4.1 Kamera

Bei den verwendeten Kameras handelt es sich um das Modell Scorpion SCOR-20SOM der Firma Point Grey Research, Kanada. Die maximale Kameraauflösung beträgt 1600×1200 Pixel bei einer Pixelgröße von $4,4 \mu\text{m}$. Der CCD-Sensorchip hat die Größe $1/1,8$ Zoll. Der Rauschabstand des Sensors ist als größer 55 dB angegeben. Das verwendete Objektiv hat einen Durchmesser von 25,5 mm und eine mit 8 mm angegebene Brennweite. Bei maximaler Blendenöffnung ist die Blendenzahl $f/1,4$. Die Verbindung mit dem Computer erfolgt über eine Firewire-Schnittstelle bei einer Bildrate von maximal 30 Bildern pro Sekunde.

A.4.2 Projektor

Der Datenprojektor Optoma EP 739 nutzt die Digital Mirror Device (DMD) - Technologie zur Bilderzeugung. Die Auflösung des DMD-Chips beträgt 1024×786 Pixel. Die Lichtleistung ist mit 2300 Ansi Lumen angegeben. Die Spezifikation des Objektivs ist Brennweite 31,8 mm und Blendenzahl $f/2,4$.

Institut für Mess- und Regelungstechnik Universität Karlsruhe (TH)

Die Inspektion von Werkstücken auf Formabweichungen und Defekte ist ein Bereich der Messtechnik, der sich auf Grund hoher Stückzahlen und des dadurch erreichbaren Einsparpotentials für die Automatisierung anbietet. Eine Vielzahl von industriellen Produkten wie beispielsweise Karosserieteile, Wasserarmaturen, oder optische Bauteile weist spiegelnde Eigenschaften auf. Die automatisierte Untersuchung dieser Oberflächen mittels optischer Messmethoden erfordert spezielle Herangehensweisen.

Um eine dreidimensionale Vermessung spiegelnder Oberflächen zu ermöglichen, wird in dieser Arbeit das Messverfahren Deflektometrie zur Bestimmung von dreidimensionalen Messdaten weiterentwickelt. Das Prinzip eines selbst konzipierten Messaufbaus wird erläutert und ein speziell entworfenes Kalibrierverfahren beschrieben sowie auf seine Genauigkeit überprüft. Es zeigt sich, dass aus den direkt gemessenen deflektometrischen Daten keine eindeutige Oberflächenrekonstruktion möglich ist. Verschiedene Ansätze, die eine Rekonstruktion unter Verwendung von Zusatzwissen oder der Verknüpfung mehrerer Messungen ermöglichen, werden hergeleitet und erläutert. Letztlich werden die mit dem entwickelten Messaufbau und den implementierten Algorithmen realisierten dreidimensionalen Rekonstruktionsergebnisse diskutiert.