

Kreiszyinderschalen unter der Einwirkung von Einzelmomenten und radialen Einzellasten

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR INGENIEURS

von der Fakultät für

**Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften
der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)**

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Elke Feifel

aus Mutlangen

Tag der mündlichen Prüfung:	18.07.2007
Hauptreferent:	Prof. Dr.-Ing. H. Saal
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. H. Schmidt

Karlsruhe 2007

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Stahl- und Leichtmetallbau der Universität Karlsruhe (TH).

Mein ganz besondere Dank gilt Herrn Professor Dr.-Ing. Helmut Saal für die Anregung zu dieser Arbeit. Für seine wertvollen Denkanstöße, die sich in dieser Arbeit wiederfinden, und seine unermüdliche Diskussionsbereitschaft danke ich ihm ebenso herzlich wie für die Betreuung dieser Arbeit.

Herrn Professor Dr.-Ing. Herbert Schmidt danke ich für die Übernahme des Korreferats und die kritische Durchsicht meiner Arbeit.

Allen Kollegen, Mitarbeitern und wissenschaftlichen Hilfskräften des Lehrstuhls für Stahl- und Leichtmetallbau sei weiterhin die äußerst angenehme Atmosphäre und Zusammenarbeit gedankt. Weiterhin danke ich Herrn Dr.-Ing. Tobias Loose für die Durchsicht meines Manuskripts und für die hilfreichen Diskussionen zu den Untersuchungen und Ergebnissen meiner Arbeit.

Ich danke meinen Eltern, die mir meine Ausbildung ermöglicht haben und deren tatkräftiger Unterstützung ich mir stets sicher sein konnte.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinem Lebensgefährten Jan Horn und meiner Tochter Annika, ohne deren Unterstützung und aufmunternden Worte diese Arbeit nicht hätte gelingen können.

Ulm, im Februar 2008

Elke Feifel

Kurzfassung

Kreiszyinderschalen sind aufgrund ihrer Nutzung zur Lagerung von gasförmigen Stoffen und Flüssigkeiten hauptsächlich Belastungen ausgesetzt, die über die Membrantragwirkung abgetragen werden. Da die Spannungen und Verformungen infolge dieser Belastungen sehr gering sind, können Kreiszyinderschalen als sehr dünnwandige Strukturen ausgeführt werden. Infolge von Stutzenlasten erfährt die Schalenwand zusätzlich zu den Membranbeanspruchungen auch Biegebeanspruchungen. Dabei entstehen große Spannungen im Anschlussbereich, die sich auf das Tragverhalten der Struktur auswirken und eine Querschnittsverstärkung in diesem Bereich erforderlich machen können. Bisherige theoretische und experimentelle Untersuchungen auf diesem Gebiet beschränkten sich auf Kreiszyinderschalen mit kleinen und mittleren R/t -Verhältnissen, wobei geometrische und physikalische Nichtlinearitäten außer acht gelassen wurden.

In dieser Arbeit wurden mit der FE-Methode Kreiszyinderschalen untersucht, deren R/t -Verhältnisse zwischen 400 und 5000 liegen. Dabei wurden Kreiszyinderschalen unter Einwirkung radialer Einzellasten, Momentenbelastung in Umfangsrichtung und in Meridianrichtung unter Berücksichtigung geometrisch und physikalisch nichtlinearer Effekte betrachtet. In den Berechnungen wurde zudem der Einfluss scheibenförmiger Verstärkungsbleche auf das Tragverhalten untersucht.

Die Auswertung der Berechnungsergebnisse erfolgte auf Basis dimensionsloser Parameter. Mit vorsichtigen Bemessungsregeln kann das Tragverhalten der lokal beanspruchten Kreiszyinderschalen abgeschätzt werden. Der Einfluss von Verstärkungsblechen am Stutzenanschluss wird mit diesen Bemessungsregeln ebenfalls berücksichtigt. Die Auswirkungen des plastischen Werkstoffverhaltens auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschalen werden durch Abminderungskurven erfasst.

Abstract

Cylindrical shells are mainly used for the storage of gas and fluids which cause membran stresses in the wall of the shell. Due to small stresses and small deformations caused by these loads cylindrical shells are often realized as slender structures. Nozzles attached to the wall might cause high stresses in the vicinity of the nozzle which affect the load-displacement-relations and the ultimate loads of these structures. In some cases the wall of the shell in the vicinity of the nozzle has to be reinforced. Theoretical and experimental investigations on this field dealt with cylindrical shells with small and medium R/t -ratios. Geometrical and physical nonlinearities were neglected in these studies.

In this work cylindrical shells with R/t -ratios between 400 and 5000 were investigated by means of FEA. Cylindrical shells subjected to radial loads and moments in circumferential and axial direction were considered. These investigations take into account the effects of geometrical and physical nonlinearities. Reinforcing pads are considered as well.

The results are presented in graphical form. Design rules are given for cylindrical shells under local loading which also applies for reinforced shells and plastic material behaviour.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Hintergrund	1
1.2	Problemstellung und Zielsetzung	1
1.3	Vorgehensweise	3
2	Wissensstand	5
2.1	Definition von Stabilitätsproblemen	5
2.2	Analytische und experimentelle Untersuchungen an Kugelkappen unter Einzellast	6
2.2.1	Geometrie der Kugelkappe	6
2.2.2	Spannungen und Verformungen von Kugelkappen nach der geometrisch linearen Theorie	6
2.2.3	Das Tragverhalten von Kugelkappen bei großen Verformungen	7
2.3	Analytische und experimentelle Untersuchungen an Kreiszylinderschalen unter lokaler Belastung	13
2.4	Behandlung des Problems in Normen und Regelwerken	18
2.5	Zusammenfassung	18
3	Berechnungen mit der Finiten Elemente Methode – Vorüberlegungen und Grundlagen	20
3.1	Allgemeines	20
3.2	Verwendete Elemente	20
3.2.1	Schalenelemente	20
3.2.2	Kontaktelemente	20
3.3	Das FE-Modell der Kugelkappe	21
3.3.1	Lasteinleitung	21

3.3.2	FE-Modell der Kugelkappe mit Lasteinleitung über eine Fläche	21
3.3.3	FE-Modell der Kugelkappe mit Lasteinleitung über einen Stutzen	22
3.4	FE-Modell der Kreiszyinderschale	25
3.5	Werkstoffgesetz	27
3.6	Lastverfolgungsalgorithmus	28
4	Das Tragverhalten der lokal belasteten Kugelkappe	30
4.1	Hintergrund	30
4.2	Analogie von Kugelkappe und elastisch gebetteter Kreisplatte	30
4.3	Einfluss der Geometrieparameter am Beispiel der Kugelkappe und des Stabzweischlages	32
4.4	Einfluss der Ausführung des Lasteinleitungsbereiches	42
4.5	Einfluss der Symmetrierandbedingungen	46
4.6	Einfluss des Stutzens	48
4.7	Zusammenfassung	49
5	Das Tragverhalten der lokal belasteten Kreiszyinderschale	51
5.1	Hintergrund	51
5.2	Einfluss der Geometrieparameter L^* und R/t	51
5.3	Einfluss des Stutzens	53
5.4	Einfluss des Abstandes der Lastangriffspunkte in Umfangsrichtung	56
5.5	Abklinglänge der Biegestörung	58
5.6	Einfluss der Randbedingungen	60
5.7	Interaktion von Innendruck und lokaler Belastung	62
5.8	Vergleich der numerischen Ergebnisse mit analytischen und numerischen Ergebnissen aus WRCB 297	63
5.9	Vergleich der numerischen Ergebnisse mit Versuchsergebnissen der „Chicago bridge and iron company“ und analytischen Ergebnissen aus WRCB 297	67
5.10	Zusammenfassung	71

6	Numerische Serienberechnungen von Kreiszyinderschalen unter lokaler Belastung	73
6.1	Umfang der Untersuchungen	73
6.2	Berechnungskonzepte	73
6.3	Definition der kritischen Last bei geometrisch nichtlinearen Berechnungen	74
6.4	Kreiszyinderschalen unter radialen Einzellasten P_x	76
6.4.1	Allgemeines	76
6.4.2	Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (P_x LA)	77
6.4.3	Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (P_x GNA)	82
6.4.4	Geometrisch lineare Berechnungen unter Berücksichtigung des plastischen Werkstoffgesetzes (P_x MNA)	87
6.4.5	Geometrisch nichtlineare Berechnungen unter Berücksichtigung des plastischen Werkstoffgesetzes (P_x GMNA)	90
6.4.6	Interaktion von geometrischer und materieller Nichtlinearität	94
6.5	Kreiszyinderschalen unter Momentenbelastung in Umfangsrichtung M_φ	96
6.5.1	Allgemeines	96
6.5.2	Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_φ LA)	97
6.5.3	Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_φ GNA)	102
6.5.4	Geometrisch lineare Berechnungen mit plastischem Werkstoffgesetz (M_φ MNA)	106
6.5.5	Geometrisch nichtlineare Berechnung mit plastischem Werkstoffgesetz (M_φ GMNA)	110
6.5.6	Interaktion von geometrischer und materieller Nichtlinearität	111
6.6	Kreiszyinderschalen unter Momentenbelastung M_z in Meridianrichtung	113
6.6.1	Allgemeines	113

6.6.2	Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_z LA)	114
6.6.3	Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_z GNA)	119
6.6.4	Geometrisch lineare Berechnung mit plastischem Werkstoffgesetz (M_z MNA)	123
6.6.5	Geometrisch nichtlineare Berechnung mit plastischem Werkstoffgesetz (M_z GMNA)	127
6.6.6	Interaktion von geometrischer und materieller Nichtlinearität	128
6.7	Zusammenfassung der Ergebnisse	129
7	Verstärkung der Kreiszyinderschale im Stutzenbereich	130
7.1	Varianten der Verstärkungsmaßnahmen	130
7.1.1	Hintergrund	130
7.1.2	Aufgesetzte Verstärkungsbleche	130
7.1.3	Eingesetzte Verstärkungsbleche	132
7.1.4	Einfluss unterschiedlicher Ausführungen von Verstärkungsblechen auf den Spannungsverlauf	134
7.2	Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen unter radialen Einzellasten P_x	136
7.2.1	Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (P_x ver LA)	136
7.2.2	Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (P_x ver GNA)	142
7.2.3	Einfluss materieller Nichtlinearität auf das Tragverhalten verstärkter Kreiszyinderschalen	150
7.3	Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen unter Momentenbelastung M_φ in Umfangsrichtung	152
7.3.1	Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_φ ver LA)	152
7.3.2	Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_φ ver GNA)	157

7.3.3	Einfluss materieller Nichtlinearität auf das Tragverhalten verstärkter Kreiszyinderschalen	162
7.4	Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen unter Momentenbelastung M_z in Meridianrichtung	164
7.4.1	Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_z ver LA)	164
7.4.2	Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_z ver GNA)	168
7.4.3	Der Einfluss materieller Nichtlinearität auf das Tragverhalten verstärkter Kreiszyinderschalen	176
7.5	Zusammenfassung der Ergebnisse	176
8	Anwendungsbeispiele	178
8.1	Tank mit einem Durchmesser von 8 m unter Einwirkung von P_x und M_φ	178
8.2	Tank mit einem Durchmesser von 20 m unter Einwirkung von P_x .	184
9	Zusammenfassung	187
	Schrifttum	193

Indizes

crit	kritisch
GMNA	geometrisch und physikalisch nichtlinear
GNA	geometrisch nichtlinear
i	Lastfall
j	Laufvariable
k	Berechnungsart
LA	geometrisch und physikalisch linear
max	Maximum
min	Minimum
MNA	physikalisch nichtlinear
r	Stutzen
ver	Verstärkung

Bezeichnungen

α	Verdrehung des Stutzens
$\alpha^* = \alpha \sqrt{\frac{R}{t}}$	dimensionslose Verdrehung des Stutzens
$c_{M_\varphi}^* = \frac{M_\varphi}{\alpha} \frac{1}{Et^3}$	dimensionslose Anfangssteifigkeit (Lastfall M_φ)
$c_{M_z}^* = \frac{M_z}{\alpha} \frac{1}{Et^3}$	dimensionslose Anfangssteifigkeit (Lastfall M_z)
$c_{P_x}^* = \frac{P_x}{u} \frac{1}{Et^2}$	dimensionslose Anfangssteifigkeit (Lastfall P_x)
c_{0,P_x}^*	Hilfswert zur Bestimmung von $c_{P_x}^*$
c_{0,M_z}^*	Hilfswert zur Bestimmung von $c_{M_z}^*$
χ	Hilfswert zur Bestimmung von $c_{P_x}^*$
D	Durchmesser der Schale
d_r	Stutzendurchmesser
$d^* = \frac{d_r}{\sqrt{Rt}}$	dimensionsloser Stutzendurchmesser
d_v	Verstärkungsblechdurchmesser
E	Elastizitätsmodul
E_r	Elastizitätsmodul des Stutzens
e_v	Exzentrizität des Verstärkungsbleches
$\eta = \frac{R}{t} \frac{f_y}{E}$	plastischer Abgrenzungsfaktor
f	Stich der Kugelkappe
f_y	Streckgrenze
$k = \frac{Et}{R^2}$	Bettungsziffer
κ	Krümmung

$\lambda = \sqrt[4]{\frac{12L^4(1-\nu^2)}{R^2t^2}}$	Schlankheitsparameter der Kugelkappe
L	Abstand des Lastangriffspunktes zum Schalenrand
$L^* = \frac{L}{\sqrt{Rt}}$	dimensionsloser Randabstand des Lastangriffspunktes (Kreiszylinderschale)
l_r	Stutzenlänge
$l_r^* = \frac{l_r}{\sqrt{d_r t_r / 2}}$	dimensionslose Stutzenlänge
l_v	Länge des Verstärkungsbleches
$l_v^* = \frac{l_v}{\sqrt{Rt_{v,eff}}}$	dimensionslose Verstärkungsblechlänge
$l_{v,min}^*$	Mindestlänge des Verstärkungsbleches
μ	Reibkoeffizient
M_φ	Moment in Umfangsrichtung
$M_\varphi^* = \frac{M_\varphi}{Et^3} \sqrt{\frac{R}{t}}$	dimensionsloses Moment in Umfangsrichtung
$M_{\varphi,crit}^*$	dimensionsloses kritisches Moment in Umfangsrichtung
$\bar{M}_\varphi = \frac{M_\varphi}{f_y t^2 \sqrt{Rt}}$	dimensionsloses plastisches Moment in Umfangsrichtung
$\bar{M}_{\varphi,max}$	dimensionsloses plastisches Grenzmoment
$M_{z,0}^*$	Hilfswert zur Bestimmung von $M_{z,crit,GNA,ver}$
M_z	Moment in Meridianrichtung
$M_z^* = \frac{M_z}{Et^3} \sqrt{\frac{R}{t}}$	dimensionsloses Moment in Meridianrichtung
$M_{z,crit}^*$	dimensionsloses kritisches Moment in Meridianrichtung
$\bar{M}_z = \frac{M_z}{f_y t^2 \sqrt{Rt}}$	dimensionsloses plastisches Moment in Meridianrichtung
$\bar{M}_{z,max}$	dimensionsloses plastisches Grenzmoment in Meridianrichtung
ν	Querdehnzahl
ω	Hilfswert zur Bestimmung von $c_{M_z}^*$
p_i	Radialdruck des Füllmediums
P_0^*	Hilfswert zur Bestimmung von $P_{x,crit,GNA,ver}$
P_x	Last in radialer Richtung
$P_x^* = \frac{P_x R}{Et^3}$	dimensionslose Last
$P_{x,crit}^*$	kritische Last in radialer Richtung
$\bar{P}_x = \frac{P_x}{f_y t^2}$	dimensionslose plastische Last
$\bar{P}_{x,max}$	dimensionslose plastische Grenzlast
ψ	Hilfswert zur Bestimmung von $P_{x,crit,GNA,ver}$

R	Schalenradius
σ_{φ}	Umfangsspannung
σ_z	Längsspannung
$\sigma_{\varphi, P_x}^* = \sigma \frac{t^2}{P_x}$	dimensionslose Umfangsspannung infolge P_x
$\sigma_{\varphi, max, P_x}^*$	maximale dimensionslose Umfangsspannung infolge P_x
$\sigma_{z, P_x}^* = \sigma \frac{t^2}{P_x}$	dimensionslose Längsspannung infolge P_x
$\sigma_{z, M_{\varphi}}^* = \sigma \frac{d_r t^2}{M_{\varphi}}$	dimensionslose Längsspannung infolge M_{φ}
$\sigma_{z, max, M_{\varphi}}^*$	maximale dimensionslose Längsspannung infolge M_{φ}
$\sigma_{\varphi, M_z}^* = \sigma \frac{d_r t^2}{M_z}$	dimensionslose Umfangsspannung infolge M_z
$\sigma_{\varphi, max, M_z}^*$	maximale dimensionslose Umfangsspannung infolge M_z
s_{φ}	Bogenlänge in Umfangsrichtung
t	Wanddicke der Schale
t_p	Wanddicke im Lasteinleitungsbereich einer Kugelkappe
t_r	Wanddicke des Stützens
t_v	Dicke des Verstärkungsbleches
$t_{v, eff}$	effektive Verstärkungsblechdicke
u	Verformung in radialer Richtung
$u^* = \frac{u}{t}$	dimensionslose radiale Verformung
v	Verformung in tangentialer Umfangsrichtung
ξ	Hilfswert zur Bestimmung von $M_{z, crit, GNA, ver}$
x	Koordinate in radialer Richtung der Kreiszylinderschale
φ	Koordinate in tangentialer Richtung der Kreiszylinderschale
z	Koordinate in Längsrichtung der Kreiszylinderschale

1 Einleitung

1.1 Hintergrund

Große Behälter, die der Lagerung flüssiger und gasförmiger Stoffe dienen, werden oft in Form von Kreiszyklindern ausgeführt. Da die Reibung zwischen dem flüssigen oder gasförmigem Lagergut und der Wand vernachlässigbar klein ist, wird die Wand hauptsächlich durch Umfangszugspannungen beansprucht, die durch den hydrostatischen Druck der Flüssigkeit oder den Innendruck des gasförmigen Lagergutes entstehen. Die Lastabtragung erfolgt dabei über die Membrantragwirkung in Umfangsrichtung. Die Spannungen und Verformungen infolge dieser Belastungen sind sehr gering und ermöglichen die Ausführung sehr dünnwandiger Strukturen. Aus dem Eigengewicht des Mantels und bei geschlossenen Behältern aus dem Eigenwicht des Daches entstehen Axialdruckspannungen, die über Membrankräfte in Längsrichtung abgetragen werden. Aufgrund der Axialdruckspannungen und Umfangsdruckspannungen, wie sie beispielsweise aus Unterdruck über dem Füllgut oder Winddruck entstehen, sind die sehr dünnwandigen Kreiszyklinderschalen stabilitätsgefährdet. Die Druckspannungen aus Axial- oder Radialdruck können daher auch die erforderliche Dicke des Mantelbleches bestimmen. Bei großen Tankbauwerken, wie sie beispielsweise zur Lagerung von Erdöl eingesetzt werden, kann das Verhältnis des Tankradius R zur Dicke t des Mantelbleches durchaus im Bereich von bis zu 5000 liegen.

1.2 Problemstellung und Zielsetzung

Zur Beförderung von Lagergut zwischen, zu und von Tankbauwerken werden Rohrleitungen eingesetzt, die häufig über Stützen an die Behälterwand angeschlossen sind (Abbildung 1.1). Infolge Temperaturdehnung oder Lagergutbewegungen in den Rohrleitungen kommt es zur lokalen Beanspruchung der Schalenwand. Zusätzlich zu den Membranbeanspruchungen erfährt die Schalenwand in solchen Fällen auch Biegungsbeanspruchungen. Dabei entstehen große Spannungen im Anschlussbereich, die sich auf das Tragverhalten der Struktur

auswirken und eine Querschnittsverstärkung in diesem Bereich erforderlich machen können. Die dabei auftretenden Verformungen können auch bei geringen Lasten ein vielfaches der Wanddicke betragen und die Gebrauchstauglichkeit sowie das optische Erscheinungsbild des Tankbauwerks beeinflussen. Im Folgenden wird die Bezeichnung Stutzen sowohl für rohrförmige Hilfskonstruktionen zum Anschluss der Rohre am Behälter als auch für unmittelbar an den Behälter anschließende Rohrabschnitte verwendet.



Abbildung 1.1: Tank mit Stutzen

Die durch lokale Belastungen bedingten Spannungsspitzen können dazu führen, dass die Schalenwand oder der Stutzen plastizieren. Diese Gefahr besteht insbesondere bei Kreiszyinderschalen mit kleinem R/t -Verhältnis, da aufgrund der größeren Steifigkeit die Zwängungskräfte deutlich größer sind als bei sehr dünnwandigen Strukturen. Weiterhin können häufige Lastwechsel zur Ermüdung der Konstruktion führen. Bei Kreiszyinderschalen mit großen R/t -Verhältnissen spielen dagegen geometrische Nichtlinearitäten eine weitaus wichtigere Rolle als das plastische Werkstoffverhalten. Druckspannungen in der Behälterwand infolge der lokalen Belastungen können bei schlanken Bauwerken zu einem Stabilitätsproblem führen.

Bisherige theoretische und experimentelle Untersuchungen auf diesem Gebiet beschränkten sich auf Kreiszyinderschalen mit kleinen und mittleren

R/t -Verhältnissen. Zudem war bei den untersuchten Kreiszyinderschalen das Verhältnis des Stützendurchmessers zum Durchmesser der Schale, d.h. das d_r/D -Verhältnis, oft sehr groß. Bei den analytischen Lösungen wurde elastisches Werkstoffverhalten vorausgesetzt. Die experimentell untersuchten Kreiszyinderschalen verhielten sich ebenfalls größtenteils elastisch. Zudem wurden in den Untersuchungen keine wesentlichen geometrischen Nichtlinearitäten berücksichtigt, und es herrscht Unklarheit über den Einfluss von Verstärkungsmaßnahmen im lokal beanspruchten Bereich.

Anliegen dieser Arbeit ist es daher, das Tragverhalten von Kreiszyinderschalen mit großen R/t -Verhältnissen unter lokalen Belastungen systematisch zu untersuchen. Dabei werden neben geometrischen Nichtlinearitäten auch die Einflüsse des plastischen Werkstoffverhaltens auf das Tragverhalten betrachtet. Auf den Einfluss von Verstärkungsblechen im lokal beanspruchten Bereich wird in dieser Arbeit ebenfalls eingegangen. Es werden stählerne Kreiszyinderschalen unter Einwirkung von radialen Einzellasten und Momenten in Umfangs- und Meridianrichtung untersucht. Die Untersuchungen werden mit der Methode der Finiten Elemente (FEM) durchgeführt. Ziel ist es, für in der Baupraxis relevante Abmessungsverhältnisse und Ausführungsvarianten Parameterstudien durchzuführen und anhand der Ergebnisse ein Abgrenzungskriterium der Tragfähigkeit abzuleiten. Unter Einbeziehung der maßgebenden Parameter und Einflussfaktoren werden schließlich Regeln vorgeschlagen, die das Tragverhalten einer Kreiszyinderschale unter lokaler Belastung beschreiben.

1.3 Vorgehensweise

Der zusammengetragene Wissensstand über Kreiszyinderschalen unter lokaler Belastung beschreibt deren Tragverhalten in Abhängigkeit von Geometrieparametern und Randbedingungen. Gleichzeitig werden dabei auch Wissenslücken im Bereich großer R/t -Verhältnisse und kleiner d_r/D -Verhältnisse aufgezeigt. Zum generellen Verständnis des Tragverhaltens dünnwandiger Strukturen unter lokaler Belastung werden zunächst Kugelkappen unter einer im Scheitel angreifenden Einzellast betrachtet, da diese Strukturen ein ähnliches Verhalten wie Kreiszyinderschalen unter lokaler Belastung aufweisen. Im Hinblick auf die Verifizierung der FE-Modelle erweist sich die Verfügbarkeit analytischer Lösungen und Versuchsergebnisse für dünnwandige Kugelkappen als entscheidender Vorteil. Die Analogiebetrachtungen mit einfachen Systemen, wie dem Stabzweischlag, verdeutlichen den Einfluss der einzelnen Parameter auf das Tragverhalten

der lokal beanspruchten Kugelkappen. Die für die Kugelkappe gewonnenen Erkenntnisse sind dabei größtenteils auf die Kreiszyinderschale übertragbar.

Da die folgenden Serienberechnungen ein effizientes FE-Modell erfordern, sind Idealisierungen und Vereinfachungen bei der Abbildung der Kreiszyinderschalen genau zu prüfen und abzuwägen. Neben der Wahl geeigneter Elemente und Berechnungsalgorithmen spielt vor allem eine sinnvolle Umsetzung der Konstruktionsdetails und der Randbedingungen der Struktur eine entscheidende Rolle. Diesen Fragen wird nachgegangen, indem das grundsätzliche Tragverhalten am Beispiel einer Kreiszyinderschale unter radialen Einzellasten untersucht wird. Anhand von Vergleichsberechnungen werden Modellannahmen und Vereinfachungen verifiziert. Ziel der Voruntersuchungen ist es, zum einen ein effizientes FE-Modell für die Serienberechnungen zu erzeugen, zum anderen den Untersuchungsumfang hinsichtlich der Parameter festzusetzen. In den Serienberechnungen werden schließlich stählerne Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast sowie unter Momentenbelastung in Umfangs- und Meridianrichtung betrachtet. Dabei werden geometrische Nichtlinearitäten und plastisches Werkstoffverhalten berücksichtigt. Desweiteren ist von Interesse, inwiefern sich eine Verstärkung des Stutzenanschlußbereiches auf das Tragverhalten der lokal beanspruchten Kreiszyinderschalen auswirkt. Die Auswertung entsprechender Berechnungsergebnisse erfolgt auf Basis dimensionsloser Parameter und zielt auf eine vorsichtige Bemessungsregel ab.

2 Wissensstand

2.1 Definition von Stabilitätsproblemen

Nach innen gerichtete Einzellasten erzeugen bei Kugelkappen und Kreiszyinderschalen Druckspannungen, die zu einem Stabilitätsproblem führen können. Der Verlauf der Last-Verformungskurve eines Systems gibt Aufschluss darüber, ob ein Stabilitäts- oder ein Spannungsproblem vorliegt. Beim Spannungsproblem hat die Last-Verformungskurve einen stetigen und monoton steigenden Verlauf. Der Zusammenhang zwischen Last- und Verschiebungszustand ist eindeutig. Eine Höchstlast ist in diesem Fall erreicht, wenn eine bestimmte Verformung oder eine Grenzspannung überschritten ist. Ein Stabilitätsproblem liegt vor, wenn zu einem bestimmten Wert der Belastung mehr als ein Verformungszustand möglich ist. Beim Stabilitätsproblem wird wiederum zwischen Durchschlag- und Verzweigungsproblem unterschieden. Der typische Last-Verformungsverlauf eines Durchschlagproblems ist in Abbildung 2.1 (a), der eines Verzweigungsproblems in Abbildung 2.1 (b) dargestellt.

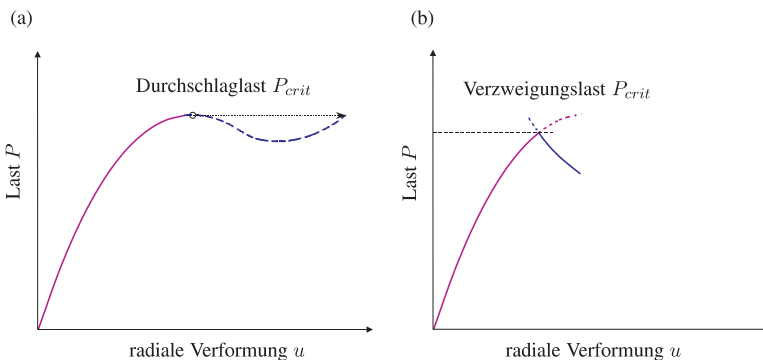


Abbildung 2.1: (a) Durchschlagproblem und (b) Verzweigungsproblem

Im Durchschlagpunkt ist die Tangente an die Last-Verformungskurve im Grundzustand horizontal. Die kritische Last P_{crit} ist im Durchschlagpunkt erreicht, und

es stellt sich auf gleichem Lastniveau bei einem anderen, entfernten Formänderungszustand ein stabiles Gleichgewicht ein. Beim Verzweigungsproblem ist die Tangente an die Last-Verformungskurve im Grundzustand im Verzweigungspunkt von Null verschieden.

2.2 Analytische und experimentelle Untersuchungen an Kugelkappen unter Einzellast

2.2.1 Geometrie der Kugelkappe

Die Kugelkappen unter einer im Scheitel angreifenden Einzellast P nach Abbildung 2.2 waren Gegenstand zahlreicher analytischer und experimenteller Untersuchungen. Diese Kugelkappen werden durch die Schlankheit

$$\lambda = \sqrt[4]{12(1 - \nu^2)} \frac{L}{\sqrt{Rt}} \quad (2.1)$$

und das R/t -Verhältniss in dimensionsloser Form beschrieben. Bei der Lagerung der Ränder wird zwischen vertikal gelagerten (Abbildung 2.2(a)) und eingespannten Kugelkappen (Abbildung 2.2(b)) unterschieden.

2.2.2 Spannungen und Verformungen von Kugelkappen nach der geometrisch linearen Theorie

Reissner veröffentlichte in den Jahren 1946 bis 1950 drei Arbeiten ([1], [2] und [3]), in denen er zwei voneinander unabhängige Differentialgleichungen der dünnen Kugelkappe sowie eine geschlossene Lösung für den rotationssymmetrischen Lastfall der radialen Einzellast formulierte. Mit Reissners Gleichungen werden nichtlineare Effekte, die sich bei großen Verformungen einstellen, nicht berücksichtigt. Deshalb sind diese Gleichungen nur für flache Kugelkappen anwendbar, deren Höhe maximal $1/4$ des Grundkreisradius beträgt.

Ausgehend von Reissners Differentialgleichungen veröffentlichte Bijlaard 1957 in [4] und [5] geschlossene Lösungen zur Ermittlung der Spannungen und Verformungen in Kugelkappen, die durch eine radiale Last beansprucht werden. Vereinfachend wurde dabei von einem vollkommen steifen, in die Kugelkappe eingesetzten zylindrischen Stutzen ausgegangen. In den darauffolgenden Jahren veröffentlichte Bijlaard in [6] und [7] Untersuchungen, in denen er auch die Nachgiebigkeit des Stutzens berücksichtigte. Die Ergebnisse dieser Arbeiten

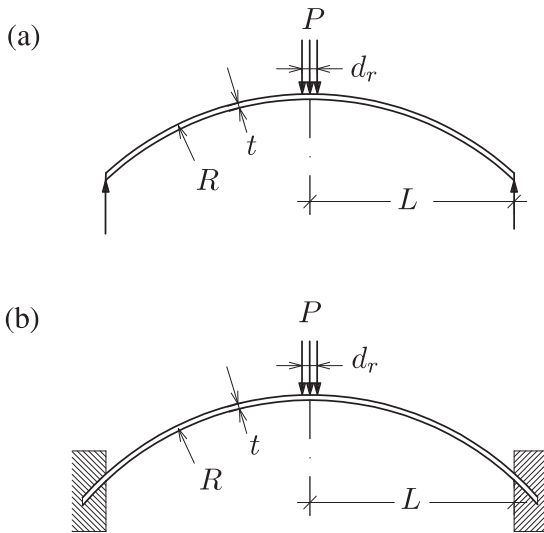


Abbildung 2.2: Kugelkappe unter Einzellast P ; (a) nur vertikal gelagert und (b) eingespannt

werden im Welding research council bulletin (WRCB) 107 [8] zusammengefasst, in dem die Spannungen als Kurven in Abhängigkeit von den dimensionslosen Abmessungen der Kugelkappen dargestellt sind.

2.2.3 Das Tragverhalten von Kugelkappen bei großen Verformungen

Bei Kugelkappen unter einer lokalen Belastung ist die lineare Theorie nur für schwach gekrümmte Strukturen zutreffend. Für sehr schlanke Kugelkappen und im Bereich großer Verformungen können die nichtlinearen Effekte nicht mehr vernachlässigt werden. Beim nichtlinearen Problem kann es zum Durchschlagen der Kugelkappe oder zum Auftreten eines Verzweigungsproblems nach Abschnitt 2.1 kommen. Dabei können oberhalb des ersten Verzweigungspunktes weitere Verzweigungspunkte auftreten, die mit asymmetrischen Beulformen einhergehen. Als kritische Last P_{crit} wird im Folgenden der Minimalwert der Durchschlaglast oder der Verzweigungslast bezeichnet.

Die ersten Untersuchungen an Kugelkappen unter einer Einzellast unter Berücksichtigung großer Verformungen wurden 1935 von Biezeno durchgeführt. In [9] untersuchte er Kugelkappen unter einer radialen Einzellast im Scheitel, die an den Rändern nur vertikal gelagert werden. Durch eine näherungsweise Lösung der nichtlinearen Differentialgleichungen ermittelte er die Durchschlaglast in Abhängigkeit der Schlankheit λ für einen Bereich von $3,8 < \lambda < 8,6$. Biezeno ging dabei von einem rotationssymmetrischen Verformungszustand bei Erreichen der Durchschlaglast aus.

1956 untersuchte Chien in [10] die vertikal gelagerte Kugelkappe, die im Scheitel durch eine Ringlast belastet wurde. Er ging von einem rotationssymmetrischen Verformungszustand bis zum Durchschlagen der Schale aus. In einer Näherungslösung stellte er das nichtlineare Last-Verformungsverhalten in Abhängigkeit der Schlankheit der Kugelkappe im Bereich $3,65 < \lambda < 5,4$ dar.

Ashwell betrachtete 1959 in einer analytischen Arbeit [11] die vertikal gelagerte Kugelkappe unter einer radialen Punktlast im Scheitel. Er unterteilte dabei die verformten Kugelkappen in zwei Bereiche: Den Bereich großer Verformungen in der Nähe der Lasteinleitung und den Randbereich, der nur kleine Verformungen erfährt. Ashwell formulierte eine Näherungslösung des nichtlinearen Problems, indem er jeweils getrennt für diese Bereiche die linearen Differentialgleichungen nach Reissner [1] verwendete. Ashwell nahm dabei rotationssymmetrische Verformungen bis zum Erreichen der Durchschlaglast an. In den analytischen Untersuchungen bestimmte er die kritische Last in Abhängigkeit vom Schlankheitsgrad λ für den Bereich $3,75 < \lambda < 7,5$. Zusätzlich erzielte er in einem Versuch mit einer Kugelkappe aus Aluminium und einem Schlankheitsgrad λ von 9,7 sehr gute Übereinstimmungen mit seiner analytisch bestimmten Last-Verformungsbeziehung, wobei er die gute Übereinstimmung des Versuchsergebnisses mit dem theoretischen Ergebnis als zufällig einstuft. Weder im Versuch, noch bei der analytischen Berechnung kam es zum Durchschlagen der Kugelkappe. In weiteren Versuchen mit Kugelkappen aus Aluminium ($4,7 < \lambda < 6,4$) kam es zum Durchschlagen der Kugelkappen unter einer punktförmigen Last.

In rund 70 Versuchen untersuchte Evan-Iwanowski 1962 in [12] das Tragverhalten von vertikal gelagerten und eingespannten Kugelkappen aus Aluminium, Stahl, Kunststoff (Vinylpolyethylen) und Kupfer. Die radiale Last wurde im Scheitel der Kugelkappe mit einem Metallstift eingeleitet. Bei Kugelkappen mit eingespannten Rändern konnte er kein Durchschlagen im untersuchten Bereich von $5,3 < \lambda < 14,9$ beobachten. Die Last-Verformungskurven dieser Kugelkappen verlaufen monoton steigend. Vertikal gelagerte Kugelkappen mit einem Schlankheitsgrad λ zwischen 3,7 und 10,2 schlugen dagegen durch. Bei Kugelkappen deren Schlankheitsgrad λ größer als 10,2 ist, beobachtete Evan-Iwanowski asymmetrisches Beulen. Bei den untersuchten Kugelkappen trat zunächst ein dreiwelliges

Beulmuster ein, das bei weiterer Laststeigerung in ein vierwelliges und schließlich fünfwelliges Beulmuster überging.

Mit Hilfe einer direkten Iterationmethode löste Archer 1965 in [13] numerisch die nichtlinearen Gleichungen nach Reissner [3]. Er bestimmte damit die Last-Verformungskurven vertikal gelagerter Kugelkappen unter einer Punktlast. Der Schlankheitsgrad λ der untersuchten Kugelkappen lag zwischen 3,5 und 20. Die Last-Verformungskurven verliefen monoton steigend bis zu einem Punkt, an dem die Lösung nicht mehr konvergierte. Archer nahm an, dass an diesem Punkt die kritische Last erreicht ist und die Kugelkappen durchschlagen. Er ging dabei von einem axisymmetrischen Verformungszustand aus.

Mescall veröffentlichte 1965 in [14] die Last-Verformungskurven von Kugelkappen unter einer Punktlast. Dabei ermittelte er mit einem Iterationsverfahren die Lösung der nichtlinearen Gleichungen nach Reissner [3]. Bei den vertikal gelagerten Kugelkappen mit einem Schlankheitsgrad λ zwischen 3,74 und 12 trat Durchschlagen auf. Waren die Ränder der Kugelkappen eingespannt, so trat Durchschlagen nur dann auf, wenn der Schlankheitsgrad λ der Kugelkappen größer als 8 war. Die Art der Lasteinleitung und der Versagensmodus der vertikal gelagerten Kugelkappen ist für die analytischen Untersuchungen in Tabelle 2.1 und für die experimentellen Untersuchungen in Tabelle 2.2 zusammengefasst. Die kritischen Lasten der vertikal gelagerten Kugelkappen aus den theoretischen und experimentellen Untersuchungen [9] bis [13] wurden in Abbildung 2.3 über dem Schlankheitsgrad λ aufgetragen. Bei Chiens Ergebnissen wurde der Grenzfall betrachtet, dass der Radius der Ringlast gleich Null ist.

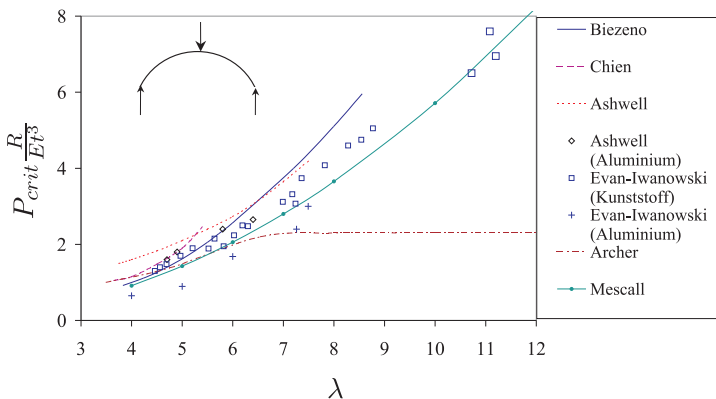


Abbildung 2.3: Kritische Lasten der vertikal gelagerten Kugelkappen aus theoretischen und experimentellen Untersuchungen

Autor	Last	Versagen	Parameterbereich
Biezeno [9]	Punktlast	Durchschlagen	$3,8 \leq \lambda \leq 8,6$
Chien [10]	Ringlast	Durchschlagen	$3,65 \leq \lambda \leq 5,4$
Ashwell [11]	Punktlast	Durchschlagen	$3,75 \leq \lambda \leq 7,5$
Archer [13]	Punktlast	Durchschlagen	$3,5 \leq \lambda \leq 20$
Mescall [14]	Punktlast	Spannungsproblem	$\lambda \leq 3,5$
Mescall [14]	Punktlast	Durchschlagen	$3,5 < \lambda \leq 12$

Tabelle 2.1: Analytische Untersuchungen an vertikal gelagerten Kugelkappen

Author	Last	Versagen	Parameterbereich
Ashwell [11]	Flächenlast	Spannungsprob.	$\lambda = 9,7$
Ashwell [11]	Punktlast	Durchschlagen	$4,7 \leq \lambda \leq 6,4$
Evan -Iwanowski [12]	Flächenlast	Spannungsprob.	$\lambda = 3,7$
Evan -Iwanowski [12]	Flächenlast	Durchschlagen	$3,7 < \lambda < 10,2$
Evan -Iwanowski [12]	Flächenlast	asym. Beulen	$\lambda \geq 10,2$

Tabelle 2.2: Experimentelle Untersuchungen an vertikal gelagerten Kugelkappen

Sowohl in den analytischen Untersuchungen von Biezeno [9], Chien [10], Ashwell [11], Archer [13] und Mescall [14] als auch in den experimentellen Untersuchungen von Ashwell [11] und Evan-Iwanowski [12] hat sich gezeigt, dass die Kugelkappen erst ab einem Schlankheitsgrad λ von etwa 4 durchschlagen. Im Bereich $4 < \lambda < 6,5$ stimmen die Ergebnisse der theoretischen und experimentellen Untersuchungen von Biezeno, Chien, Ashwell, Evan-Iwanowski, Archer und Mescall gut überein. Die kritischen Lasten aus Evan-Iwanowskis Versuchen mit Kugelkappen aus Aluminium liegen weit unterhalb der kritischen Lasten, die in anderen Untersuchungen erzielt wurden. Die geringen kritischen Lasten sind auf plastische Verformungen in den Kugelkappen vor Erreichen der Durchschlaglast zurückzuführen. Für $\lambda > 6,5$ weichen die Ergebnisse zum Teil erheblich voneinander ab. Die kritischen Lasten, die Archer in seinen analytischen Untersuchungen ermittelte, liegen deutlich unter denen von Biezeno, Ashwell, Evan-Iwanowski und Mescall. Weiterhin stimmen die Ergebnisse der theoretischen Untersuchungen von Mescall gut mit den experimentellen Ergebnisse der Kugelkappen aus Kunststoff von Evan-Iwanowski überein. Die kritischen Lasten, die Mescall ermittelte, liegen rund 15% unterhalb der experimentell bestimmten Werten von Evan-Iwanowski.

Penning und Thurston [15] führten 1965 analytische und experimentelle Untersuchungen an eingespannten Kugelkappen aus Aluminium durch. In den analytischen Untersuchungen gingen Penning und Thurston von Reissners Differentialgleichungen [3] und den nichtlinearen Dehnungs-Verschiebungsbeziehungen nach Sanders [16] aus. Neben rotationssymmetrischen Verformungen können dabei auch asymmetrische Verformungen berücksichtigt werden. In den Versuchen wurde die Last über ein kreisförmiges Rohr in den Scheitel der Kugelkappe eingeleitet. Der Durchmesser d_r des Lasteinleitungsrohres im Verhältnis zum Grundkreisradius L variierte zwischen $1/64$ und $1/8$. Die Last-Verformungskurven der analytischen Berechnungen waren stets monoton steigend. Es trat bei keiner der berechneten Kugelkappen Durchschlagen oder asymmetrisches Beulen auf. Für Kugelkappen mit $\lambda < 12$ trat auch bei den experimentellen Untersuchungen kein Durchschlagen oder asymmetrisches Beulen auf. Für Kugelkappen mit $\lambda \geq 12$ wurden Evan-Iwanowskis Beobachtungen bestätigt: In den Versuchen stellten sich anfangs kreisrunde Formänderungen ein, die bei weiterer Laststeigerung dreieckig, viereckig und schließlich fünfeckig wurden. Die im Versuch bis zum Auftreten von asymmetrischen Beulen gemessenen Verformungen stimmten sehr gut mit den analytisch ermittelten Ergebnissen überein. Neben dem Einfluss des Schlankheitsgrades auf das Stabilitätsverhalten zeigte sich in diesen Untersuchungen, dass der Durchmesser der Lasteinleitungsfläche durchaus einen Einfluss auf die kritischen Lasten hat.

Penning veröffentlichte 1966 in [17] die Ergebnisse weiterer experimenteller Untersuchungen an eingespannten Kugelkappen aus Aluminium. Die Last wurde im Scheitel über einen Gummizylinder eingeleitet. Bei Kugelkappen, deren Schlankheitsgrad λ kleiner als 8,68 war, kam es zu keinem Stabilitätsversagen. Der verformte Bereich blieb auch bei großen Lasten stets kreisförmig. Bei Kugelkappen mit Schlankheitsgraden λ zwischen 8,68 und 16,6 traten drei-, vier- und fünfwellige Beulmuster auf.

Fitch [18] untersuchte 1968 eingespannte Kugelkappen unter radialer Einzelast im Scheitel. Ausgehend von Reissners Gleichungen ermittelte er numerisch die Eigenwerte, wobei der kleinste Eigenwert zur kritischen Last führte. Für $\lambda < 7,8$ trat kein Durchschlagen auf. Für $7,8 < \lambda < 9,2$ hatten die Last-Verformungskurven ein lokales Maximum, d. h. es kam zum Durchschlagen der Kugelkappen. Für $\lambda > 9,2$ traten asymmetrische Beulmuster in den Kugelkappen auf, bevor der Durchschlagpunkt erreicht war.

Für die analytischen und experimentellen Untersuchungen ist in den Tabellen 2.3 und 2.4 die Art der Lasteinleitung, die Versagensart sowie der Parameterbereich, in dem dieses Versagen eintritt, zusammengefasst. In Abbildung 2.4 sind die entsprechenden kritischen Lasten aus [14] und [18], sowie ausgewählter Versuchskörper aus [15] und [17] über der Schlankheit λ aufgetragen. Die Anzahl der Umfangsbeulwellen, die Fitch ermittelte, ist dabei mit n bezeichnet.

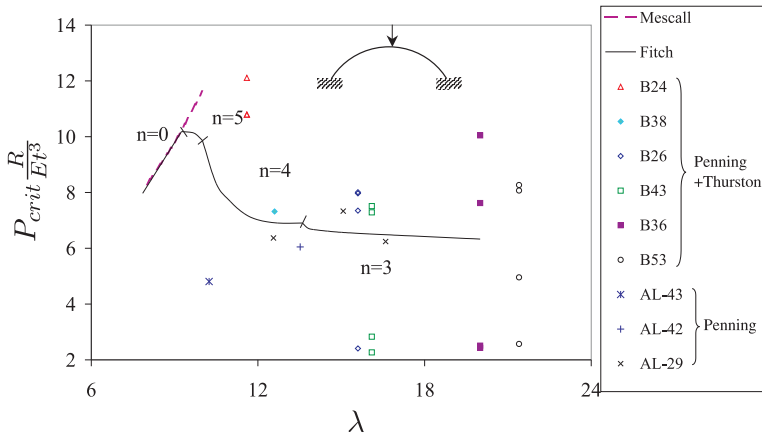


Abbildung 2.4: Kritische Lasten der eingespannten Kugelkappen aus analytischen und experimentellen Untersuchungen

Autor	Last	Versagen	Parameterbereich
Mescall [14]	Punktlast	Spannungsproblem	$3,74 \leq \lambda < 8$
Mescall [14]	Punktlast	Durchschlagen	$8 \leq \lambda \leq 12$
Penning [15]	Flächenlast	Spannungsproblem	$5 \leq \lambda \leq 21,4$
Fitch [18]	Punktlast	Spannungsproblem	$\lambda < 7,8$
Fitch [18]	Punktlast	Durchschlagen	$7,8 \leq \lambda < 9,2$
Fitch [18]	Punktlast	asym. Beulen	$\lambda \geq 9,2$

Tabelle 2.3: Analytische Untersuchungen an eingespannten Kugelkappen

Author	Last	Versagen	Parameterbereich
Evan-Iwanowski [12]	Flächenlast	Spannungsproblem	$5,3 \leq \lambda \leq 14,6$
Penning [15]	Flächenlast	asym. Beulen	$\lambda \geq 12$
Penning [17]	Flächenlast	asym. Beulen	$8,68 \leq \lambda \leq 16,6$

Tabelle 2.4: Experimentelle Untersuchungen an eingespannten Kugelkappen

In allen Untersuchungen mit eingespannten Kugelkappen hat sich gezeigt, dass bei Kugelkappen mit kleinem Schlankheitsgrad kein Durchschlagen auftrat. In den Untersuchungen von Mescall und Fitch kam es bei Kugelkappen, deren Schlankheitsgrad λ größer als 8 ist, zum Durchschlagen. Dabei stimmten die

kritische Lasten dieser beiden Untersuchungen sehr gut überein. Der Vergleich der experimentellen Ergebnisse von Penning mit den analytischen Ergebnissen von Fitch ist nur bedingt möglich, da bei Penning und Thurston unterschiedliche Lasteinleitungsdurchmesser verwendet wurden und diese die kritische Last stark beeinflussen. Für gleiche λ -Werte ist die kritische Last bei kleinen Lastdurchmessern größer als bei großen Lastdurchmessern. Für kleine Lastdurchmesser liegen die kritischen Lasten rund 15% bis 20% oberhalb der Ergebnisse, die Fitch unter Annahme einer Punktlast angibt.

2.3 Analytische und experimentelle Untersuchungen an Kreiszyinderschalen unter lokaler Belastung

In diesem Abschnitt werden Kreiszyinderschalen betrachtet, wie sie in Abbildung 2.5 dargestellt sind. Diese Kreiszyinderschalen werden durch radial gerichtete Einzellasten P beansprucht. Dabei greifen die Lasten an den Stützen an, die einander gegenüberliegend angeordnet sind. Bei Kreiszyinderschalen gibt das Verhältnis des Radius R zur Wanddicke t Aufschluss über die Schlankheit der Struktur. Bei Kreiszyinderschalen mit lokaler Lasteinleitung ist zudem das Verhältnis des Lasteinleitungsdurchmessers d_r zum Durchmesser D der Kreiszyinderschale von Interesse. Der Abstand der Lasteinleitungsstelle zum Rand der Kreiszyinderschale wurde in den recherchierten Arbeiten nicht betrachtet.

Die ersten experimentellen Untersuchungen an Kreiszyinderschalen unter lokalen Einzellasten stammen von Roark [19] aus dem Jahr 1935. Er führte Spannungs- und Verschiebungsmessungen an Stahl- und Messingzylindern durch, deren R/t -Verhältnisse zwischen 36 und 90 lagen. Die Last P wurde über abgerundete Stifte an zwei gegenüberliegenden Punkten an der Innenseite der Zylinder aufgebracht. Genaue Angaben zum Durchmesser des Lasteinleitungsstiftes sind in [19] nicht enthalten. Den zeichnerischen Darstellungen zufolge kann der Durchmesser d_r aber annähernd als Punktlast angesehen werden. An den Enden der Kreiszyylinder befanden sich vollkommen steife Platten.

1945 veröffentlichte Schoessow in [20] Ergebnisse von Versuchen an Stahlzylindern, an deren Stützen radiale Zugkräfte aufgebracht wurden. Dabei wurden die Spannungen in der Nähe des Stützenanschlusses gemessen. Die untersuchten Kreiszyylinder hatten kleine R/t -Verhältnisse, die bei 13,5 und 20 lagen. Das Verhältnis des Stützendurchmessers d_r zum Durchmesser D der Kreiszyinderschale lag bei 0,22. Die Ränder des Stahlzylinders waren auf steife Bleche geschweißt.

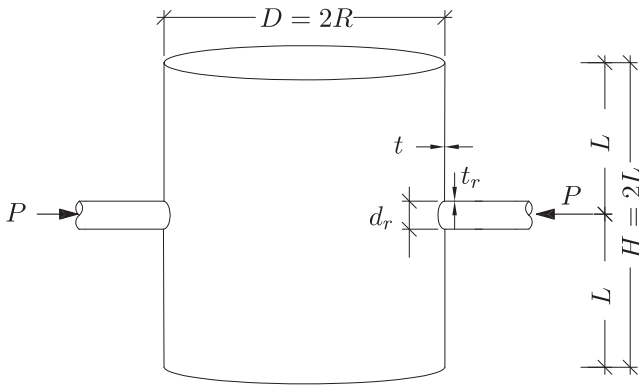


Abbildung 2.5: Kreiszyklinderschale unter radialer Einzellast P

Die ersten theoretischen Untersuchungen auf diesem Gebiet wurden 1946 von Yuan [21] durchgeführt. Er ermittelte nach der geometrisch und physikalisch linearen Theorie der flachgekrümmten Schale nach Donnell [22] die radialen Verschiebungen zweier einander gegenüberliegender Punkte einer unendlich langen Kreiszyklinderschale, die durch radiale, einander entgegengerichtete Punktlasten belastet wurden. Er stellte die radiale Verschiebung als Funktion der aufgebrachten Kraft P und des R/t -Verhältnisses dar. In einer späteren Arbeit [23] vergleicht Yuan die Ergebnisse aus [21] mit Ergebnissen aus Berechnungen, denen die Differentialgleichungen nach Flügge [24] zugrunde liegen. Darüber hinaus ermittelt er die radialen Verschiebungen von endlich langen, gelenkig gelagerten Kreiszyklinderschalen.

1955 untersuchte Bijlaard [25] Verformungen und Spannungen in Kreiszyklinderschalen infolge lokaler Einzellasten. Die Last wurde dabei als schlaffes Lastbündel über eine kreisförmige oder quadratische Fläche eingeleitet. Die Ränder der Kreiszyklinderschalen waren in radialer Richtung und in Umfangsrichtung gehalten. In seinen Untersuchungen, die auf der Donnell'schen Schalentheorie [22] basieren, geht er von dünnwandigen Schalen mit mittleren R/t -Verhältnissen bis maximal 300 aus. Dabei werden große Verformungen nicht berücksichtigt. Diese sowie weitere Untersuchungen von Bijlaard auf diesem Gebiet ([26], [25] und [27]) resultieren im Welding research council bulletin (WRCB) 107 [8] und Anhang G des British Standards BS5500. Dort sind die Spannungen infolge

lokaler Einzellasten als Funktion der dimensionslosen Schalenparameter dargestellt. Dabei ist der Parameterbereich auf R/t -Verhältnisse bis 300 beschränkt. Die theoretischen Ergebnisse wurden 1960 von Cranch [28] durch den Vergleich mit experimentellen Untersuchungen an einem Kreiszyylinder aus Stahl mit unterschiedlichen Stützensausführungen verifiziert. Die dabei untersuchten Stahlzylinder hatten ein R/t -Verhältnis von 38 und d_r/D -Verhältnisse zwischen 0,135 und 0,0725. Da es sich bei den Versuchskörpern um geschlossene Behälter handelte, kann an den Ränder eine Einspannung angenommen werden.

Eine Erweiterung des WRCB 107 ist das WRCB 297 [29], das maßgeblich durch die Arbeiten von Steele ([30], [31], [32] und [33]) bestimmt wird. Neben einem erweiterten Parameterumfang, der auch Schalen mit R/t -Verhältnissen bis 1250 enthält und d_r/D -Verhältnisse zwischen 0,01 und 0,25 zulässt, sind auch unterschiedliche Verhältnisse der Dicke t der Kreiszylinderschale zur Stützendicke t_r berücksichtigt. Große Verformungen werden dabei allerdings nicht berücksichtigt. Zudem können bei Einhaltung bestimmter Abmessungsverhältnisse die Spannungen in dem durch scheibenförmige Bleche verstärkten Stützenanschlussbereich bestimmt werden. Steeles Arbeiten basieren auf den Gleichungen nach Flüge [34] und Sanders [35]. Die Ergebnisse von Steeles theoretischen Untersuchungen wurden in [31] mit Versuchsdaten der Chicago bridge and iron company (CBI) [36] ($R/t = 524$; $0,011 \leq d_r/D \leq 0,0278$) und Gwaltney [37] ($25 \leq R/t \leq 50$; $0,129 \leq d_r/D \leq 1$) verglichen. Dabei wurden gute Übereinstimmungen zwischen experimentellen und analytischen Ergebnissen festgestellt. Für die von Morley in [38] hergeleitete Differentialgleichung werden in [39] Lösungen für unendlich lange dünnwandige Kreiszylinderschalen unter radialen Punktlasten präsentiert. Morley ermittelte mit seiner Methode die radialen Verformungen eines unendlich langen Kreiszylinders mit einem R/t -Verhältnis von 100 und stellt diese den Ergebnissen nach Yuan [21] gegenüber. Beide gehen dabei von der geometrisch und physikalisch linearen Theorie aus.

Ausgehend von Donnell's Differentialgleichung führte Kupfer 1990 in [40] umfangreiche Serienberechnungen zur Ermittlung der Spannungen in Kreiszylinderschalen unter Stützenlasten durch. Die Berechnungsdiagramme berücksichtigen unterschiedliche Stützensteifigkeiten und ermöglichen die Ermittlung der maximalen Vergleichsspannung in der Kreiszylinderschale und im Stützen für kleine und mittlere R/t -Verhältnisse zwischen 5 und 500. Die Durchmesser-Verhältnisse d_r/D sind dabei auf einen Bereich zwischen 0,01 und 0,3 beschränkt.

Die auf T-Knotenverbindungen von dickwandigen Rohren ausgelegten Formeln zur Spannungsermittlung nach Wordsworth werden in [41] auch auf dünnwandige Kreiszylinderschalen angewandt. Bedingt durch den ursprünglichen Anwendungsbereich dieser Formeln ist der Parameterbereich auf R/t -Verhältnisse von maximal 50 beschränkt. Große Verformungen werden dabei nicht berücksichtigt.

Dekker führte in [42] einen Vergleich der ermittelten Spannungen nach WRCB 107, Anhang G des BS 5500 und den Formeln nach Wordsworth durch. Dieser Vergleich zeigte erhebliche Abweichungen für große Durchmesserverhältnisse auf. Aufgrund dieser Abweichungen wird die Anwendung der Formeln nach Wordsworth nur für kleine R/t -Verhältnisse empfohlen.

Zur Spannungsermittlung in kreiszylindrischen Behältern unter Einwirkung von Innendruck und Rohrleitungslasten liegen Reihenuntersuchungen mit der FE-Methode in den Arbeiten von Rudolph [43] und Joost [44] vor. In einer darauf aufbauenden Arbeit von Rauth [45] wurden vollparametrisierte FE-Modelle erstellt, die dem Anwender die Spannungsermittlung im Stutzenanschlussbereich ermöglichen. Diese Untersuchungen berücksichtigen die plastischen Werkstoffeigenschaften. Dabei wird von geometrisch linearem Verhalten ausgegangen, wodurch der Anwendungsbereich auf R/t -Verhältnisse bis 200 beschränkt ist.

Die in diesem Abschnitt beschriebenen Untersuchungen sind in Tabelle 2.5 unter Angabe des R/t -Verhältnisses und des Durchmesserverhältnisses d_r/D zusammengefasst und in Abbildung 2.6 in Abhängigkeit vom R/t und d_r/D -Verhältnis aufgetragen. Da das WRCB 107 aus Biljaards Arbeiten hervorgeht und weitgehend identisch mit BS 5500 ist, wurde in Abbildung 2.6 nur der Parameterbereich des WRCB 107 aufgeführt. Gleiches gilt für Steeles Ergebnisse, die in WRCB 297 einfließen und folglich den gleichen Parameterbereich umfassen.

Autor	Untersuchungsart	R/t	d_r/D
Roark [19]	experimentell	45 - 90	≈ 0
Schoessow [20]	experimentell	13,5 - 20	0,22
Yuan [21]	analytisch	0 - 1750	0
Bijlaard [25]-[27]	analytisch	15 - 300	0,01 - 0,25
WRCB 107 [8]	analytisch	5 - 300	0,01 - 0,57
Cranch [28]	experimentell	38	0,0725 - 0,135
Steele [30]-[33]	analytisch	25 - 1250	0,01 - 0,25
BS 5500	analytisch	10 - 300	0,02 - 0,5
WRCB 297 [29]	analytisch	50 - 1250	0,01 - 0,5
CBI [36]	experimentell	524	0,011 - 0,0278
Gwaltney [37]	experimentell	25 - 50	0,129 - 1
Kupfer [40]	analytisch	5 - 500	0,01 - 0,3
Wordsworth [41]	analytisch	50	0,05 - 0,55
Rauth [45]	FEM	20 - 200	0,1 - 0,8

Tabelle 2.5: Experimentelle und analytische Untersuchungen an Kreiszyinderschalen

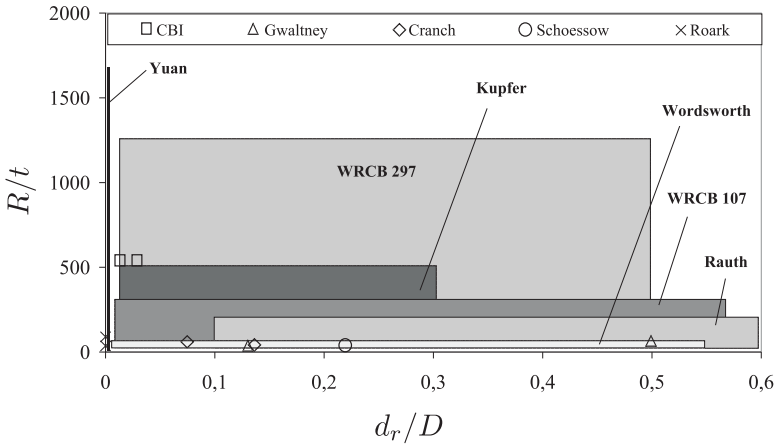


Abbildung 2.6: Zusammenstellung der Untersuchungen an Kreiszyinderschalen unter radialen Einzellasten

Außer Einzellasten, die durch Stützen und Anbauteile hervorgerufen werden, tritt bei exzentrisch befüllten Kreiszyinderschalen wie Silos eine Beanspruchung der Schalenwand durch Einzellasten auf. Diese Teilflächenlasten sind in DIN 1055 Teil 6 geregelt. Die Spannungsverteilung in diesem Bereich, die zum Versagen führen kann, wurde in [46] für radiale Lasten grundlegend untersucht. In [47] wurde dieses Problem unter Berücksichtigung von geometrischer und materieller Nichtlinearität betrachtet und die Auswirkungen auf das Stabilitätsverhalten der Schale untersucht. Die lokale, nach außen gerichtete radiale Last greift dabei an einer rechteckigen Fläche an. Im Vergleich zur Fläche, die ein Stützenanschluss einnimmt, sind diese Teilflächen jedoch so groß, dass ein Vergleich mit Stützenlasten nicht sinnvoll ist.

Eine lokale Momentenbelastung tritt bei Silos auf, die mit Konsolen auf Stützen gelagert sind. Dieses Problem wurde eingehend in [48], [49] und [50] untersucht, wobei jedoch das Kontaktproblem des dort erforderlichen Verstärkungsbleches außer acht blieb. Unter Berücksichtigung geometrischer und materieller Nichtlinearität sowie geometrischer Imperfektionen wurde in Parameterstudien der Einfluss der Konsolenabmessungen auf das Last-Verformungsverhalten der Struktur untersucht. Das globale Verformungsverhalten gleicht dem Verhalten einer Kreiszyinderschale unter Stützen- und Rohrleitungslasten.

2.4 Behandlung des Problems in Normen und Regelwerken

Der durch den Stutzenanschluss entstehende Mantelausschnitt ist in den meisten Vorschriften nur für die Belastung durch Innendruck des kreiszylindrischen Behälters geregelt und wird durch Anwendung des Flächenersatzverfahrens berücksichtigt. Dabei wird die ausgeschnittene Fläche durch eine benachbarte Fläche ersetzt. Als Ersatzfläche können die nicht ausgenutzten Mantelflächen sowie Teile des Stutzens selbst herangezogen werden. Wenn die von Stutzen und dem nicht ausgenutzten Teil des Mantelbleches zur Verfügung stehende Ersatzfläche nicht ausreicht, kann eine Verstärkung des Mantelbleches im Stutzenbereich erforderlich sein. Mit dem Flächenersatzverfahren werden nur Umfangszugspannungen aus Innendruck berücksichtigt. Spannungen infolge lokaler Lasten am Stutzenanschluss werden durch das Flächenersatzverfahren nicht erfasst.

In DIN 4119-2:1980-02, „Oberirdische zylindrische Flachboden-Tankbauwerke aus metallischen Werkstoffen“ und in DIN EN 14015:2005-02, „Auslegung und Herstellung standortgefertigter, oberirdischer, stehender, zylindrischer, geschweißter Flachboden-Stahltanks für die Lagerung von Flüssigkeiten bei Umgebungstemperatur und höheren Temperaturen“, die DIN 4119-2 teilweise ersetzt und weitgehend aus API 650 und BS 2654 hervorgeht, entfällt bei Anwendung des Flächenersatzverfahrens der Nachweis der Spannungen aus Innendruck.

Die Richtlinie für die Herstellung von Flachbodentanks mit besonderen Anforderungen, Vereinbarung 2002/1 zwischen FDBR und VdTÜV (2002) verweist bei der Bemessung der Ausschnitte auf AD 2000-Merkblatt B9: „Ausschnitte in Zylindern, Kegeln und Kugeln“ (2000-10). Für die Belastung durch Innendruck werden Verstärkungsmaßnahmen im Sinne des Flächenersatzverfahrens gefordert. Zur Erfassung der lokalen Spannungen hervorgerufen durch Stutzenlasten wird auf AD 2000-Merkblatt S3/9: „Allgemeiner Standsicherheitsnachweis für Druckbehälter: Behälter mit Stutzen unter Zusatzbelastung“ (2001-09) verwiesen, das wiederum zu Ermittlung der Spannungen infolge Stutzenlasten auf WRCB 107 [8] oder WRCB 297 [29] verweist.

2.5 Zusammenfassung

Die in den Tabellen 2.1, 2.2, 2.3 und 2.4 aufgeführten Untersuchungen über lokal beanspruchte Kugelkappen unter Berücksichtigung des nichtlinearen Last-Verformungsverhaltens haben gezeigt, dass das Tragverhalten dieser Strukturen vom Schlankheitsgrad λ und von den Randbedingungen abhängt. In einem

Großteil der analytischen Untersuchungen wurde die Last über einen singulären Punkt eingeleitet. Unterschiedliche Lasteinleitungsdurchmesser wurden nur in [15] und [17] explizit betrachtet. Die Untersuchungen zur Spannungsermittlung in der durch lokale Lasten beanspruchten Kreiszyinderschale nach Tabelle 2.5 sind, wie Abbildung 2.6 untermauert, auf Kreiszyinderschalen mit kleinen und mittleren R/t -Verhältnissen beschränkt. Alle aufgeführten Untersuchungen berücksichtigen weder geometrische noch materielle Nichtlinearität. Da viele dieser Untersuchungen aus dem Umfeld des Anlagenbaus stammen, werden auch sehr große d_r/D -Verhältnisse bis etwa 0,6 erfasst, während diese Werte bei großen Tankbauwerken in der Regel im Bereich zwischen 0,002 und 0,1 liegen.

3 Berechnungen mit der Finiten Elemente Methode – Vorüberlegungen und Grundlagen

3.1 Allgemeines

Die numerischen Untersuchungen wurden mit dem FE-Programmsystem ANSYS 7.1 [51] durchgeführt. Bei Untersuchungen mit der Methode der Finiten Elemente hängt die Genauigkeit der Ergebnisse stark von der Wahl geeigneter Elemente, der Feinheit des Netzes sowie der Eignung des Lastverfolgungsalgorithmus ab. Darüber hinaus müssen die Randbedingungen und Werkstoffeigenschaften der Strukturen und die Lasteinleitung in geeigneter Weise modelliert werden.

3.2 Verwendete Elemente

3.2.1 Schalenelemente

Die Kugelkappen und Kreiszyinderschalen werden als dreidimensionale Modelle abgebildet. Für die Diskretisierung dieser dünnwandige Strukturen werden Schalenelemente des Typs SHELL181 [51] verwendet. Dabei handelt es sich um isoparametrische Schalenelemente mit vier Knoten, die jeweils über drei translatorische Freiheitsgrade (in x -, y - und z -Richtung) und drei Rotationsfreiheitsgrade (um die x -, y - und z -Achse) verfügen. Das verwendete Schalenelement bietet die Möglichkeit, in den Berechnungen plastisches Werkstoffverhalten zu berücksichtigen.

3.2.2 Kontaktelemente

Bei der Modellierung zweier übereinanderliegender Elementschichten muss einerseits verhindert werden, dass die Elemente einander gegenseitig durchdringen, andererseits müssen Kräfte normal und tangential zu den Elementen übertragen

werden. Diese sogenannte Kontaktfläche kann mit Kontaktelementen modelliert werden, die sich in der Fuge zwischen beiden Elementschichten befinden. In ANSYS 7.1 besteht die Möglichkeit, mit einem Kontaktelementpaar bestehend aus dem Kontaktelement CONTACT174 und dem Zielelement TARGET170 Druck- und Schubkräfte zwischen den Elementen zu übertragen. Das Elementenpaar wird dabei auf die bereits bestehenden Elemente gelegt. Sobald Kontakt zwischen Kontakt- und Zielelement festgestellt wird, werden Druck- und Schubkräfte übertragen. Die Steifigkeit des Kontaktelements bezieht sich dabei auf die Steifigkeit des darunterliegenden Schalenelements und kann über einen Faktor skaliert werden. Die Übertragung von Kräften tangential zur Kontaktfläche wird über den Reibkoeffizient μ berücksichtigt.

3.3 Das FE-Modell der Kugelkappe

3.3.1 Lasteinleitung

Bei der Art der lokalen Lasteinleitung wird im Rahmen dieser Arbeit zwischen zwei Varianten unterschieden. Dies ist zum einen die Kugelkappe nach Abbildung 3.1(a), an deren Scheitel die Last P über einen kreisförmigen Querschnitt, der unabhängig von der Kugelkappe ist, gleichförmig verteilt eingeleitet wird. Im FE-Modell wird diese Art der Lasteinleitung berücksichtigt, indem die Last direkt auf die Kugelkappe aufgebracht wird. Bei der anderen Variante nach Abbildung 3.1(b) ist der Stutzen fest mit der Kugelkappe verbunden. Da sich die Beschaffenheit des Stutzens auf das Tragverhalten der Kugelkappen auswirken kann, wird dieser mit Schalenelementen modelliert.

3.3.2 FE-Modell der Kugelkappe mit Lasteinleitung über eine Fläche

Bei einer Kugelkappe, wie sie in Abbildung 3.1(a) dargestellt ist, mit dem Radius R , der Wanddicke t und dem Grundkreisradius L wird im FE-Modell die Last über eine kreisförmige Fläche am Scheitel eingeleitet. Dabei hat die Lasteinleitungsfläche einen Durchmesser d_r . Die Wanddicke im Lasteinleitungsbereich wird mit t_p bezeichnet. Das Modell dieser Kugelkappe ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

Die Rotationssymmetrie der Kugelkappe unter Einwirkung einer radialen, am Scheitel der Kugelkappe angreifenden Einzellast P wird bei der Modellierung ausgenutzt, indem nur ein Viertel der Kugelkappe abgebildet wird. Die Ränder an den Symmetrieebenen werden entsprechend den Symmetrierandbedingungen

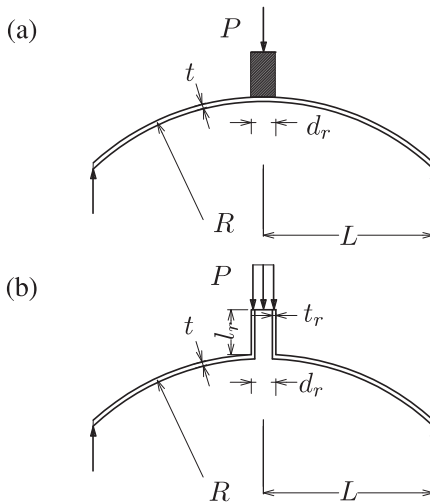


Abbildung 3.1: Kugelkappen unter radialer Einzellast mit (a) direkter Lasteinleitung und (b) Lasteinleitung über einen Stutzen

nach Abbildung 3.2 gelagert. Da in der Nähe der Lasteinleitung ein sehr großer Spannungsgradient erwartet wird, wird das Netz im Radius von $d_n/2 = 10\sqrt{Rt}$ um die Lasteinleitungsfläche sehr fein ausgeführt. Außerhalb dieses Bereichs ist ein hoher Feinheitsgrad nicht erforderlich. Der untere Rand der Kugelkappe wird nur vertikal aufgelagert (Modell KFV) oder ist eingespannt (Modell KFE). In Abbildung 3.3 ist das FE-Netz einer Kugelkappe abgebildet.

3.3.3 FE-Modell der Kugelkappe mit Lasteinleitung über einen Stutzen

Die Kugelkappe nach Abbildung 3.1(b) hat am Scheitel einen Stutzen mit dem Durchmesser d_r , der Wanddicke t_r und der Länge l_r , der fest mit der Kugelkappe verbunden ist. Die Last wird als Streckenlast am freien Ende des Stutzens aufgebracht.

Das in Abbildung 3.4 dargestellte FE-Modell der Kugelkappe entspricht – mit Ausnahme des Stutzens – dem in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Modell. Das FE-Netz der Kugelkappe ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Es werden Modelle der Kugelkappe mit vertikal aufgelagertem Rand (Modell KSV) und eingespanntem Rand (Modell KSE) erstellt.

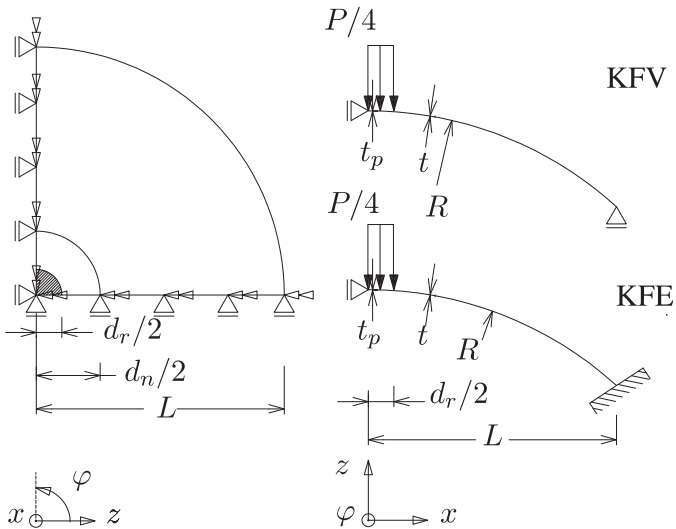


Abbildung 3.2: FE-Modell einer Kugelkappe mit Lasteinleitung über eine Fläche mit dem Durchmesser d_r

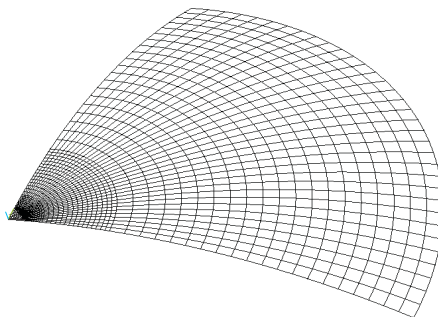


Abbildung 3.3: FE-Netz der Kugelkappe mit einer Lasteinleitungsfläche am Scheitel

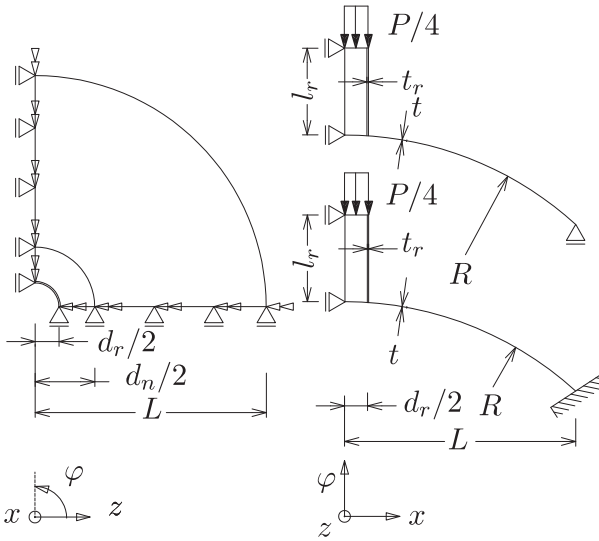


Abbildung 3.4: FE-Modell der Kugelkappe mit Lasteinleitung über einen Stutzen mit dem Durchmesser d_r

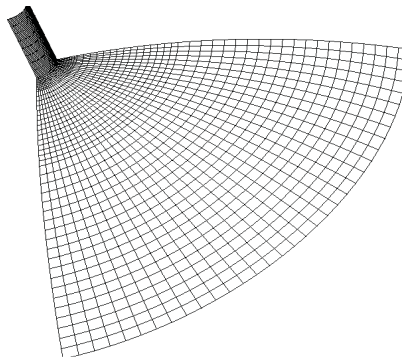


Abbildung 3.5: FE-Netz der Kugelkappe mit einem Stutzen

3.4 FE-Modell der Kreiszyllinderschale

Im Gegensatz zu den Kugelkappen werden bei den Kreiszyllinderschalen nur solche Fälle numerisch untersucht, in denen der Stutzen fest mit der Schalenwand verbunden ist. Die in Abbildung 3.6 dargestellte Kreiszyllinderschale mit dem Radius R und der Wanddicke t hat einen Stutzen mit dem Durchmesser d_r , der Wanddicke t_r und der Länge l_r . Der Stutzen hat dabei einen Abstand L zum oberen und unteren Rand der Kreiszyllinderschale.

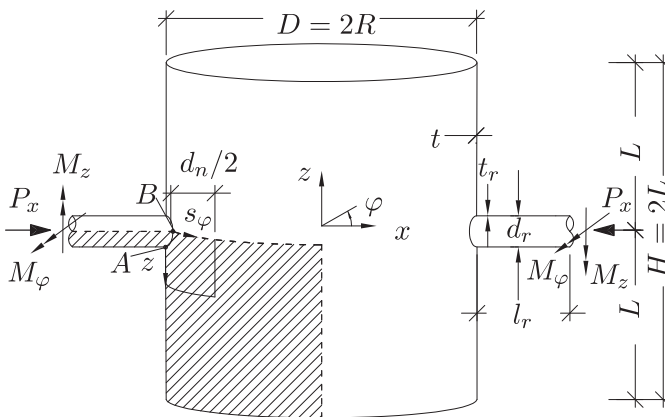


Abbildung 3.6: FE-Modell der Kreiszyllinderschale unter lokaler Belastung

Es werden die Lastfälle

- radiale Einzellast P_x ,
- Moment in Umfangsrichtung M_φ und
- Moment in Meridianrichtung M_z

untersucht. Das Moment in Umfangsrichtung M_φ erzeugt dabei Biegespannungen in Meridianrichtung und entspricht daher der Bezeichnung m_x in DIN V ENV 1993-1-6:2005-05. Das Moment in Meridianrichtung M_z entspricht folglich dem Moment m_y , das Biegespannungen in Umfangsrichtung erzeugt.

Die radiale Einzellast P_x wird am freien Ende des Stutzens als Streckenlast aufgebracht. Das freie Ende des Stutzens ist dabei wölbbehindert. Bei Einwirkung eines Moments wird das Moment in ein Kräftepaar aufgeteilt und am freien Ende des Stutzens aufgebracht.

Für den oberen und unteren Rand der Kreiszylinderschale werden die Randbedingungen mit den Kurzbezeichnung nach DIN 18800-4:1990-11 betrachtet. Diese sind

- ein eingespannter Rand mit $u = 0, v = 0$ und $rot_{\varphi} = 0$ (RB1),
- ein gelenkiger Rand $u = 0, v = 0$ (RB2) und
- ein freier Rand (RB3).

Die Symmetrierandbedingungen sind in Abbildung 3.7 dargestellt.

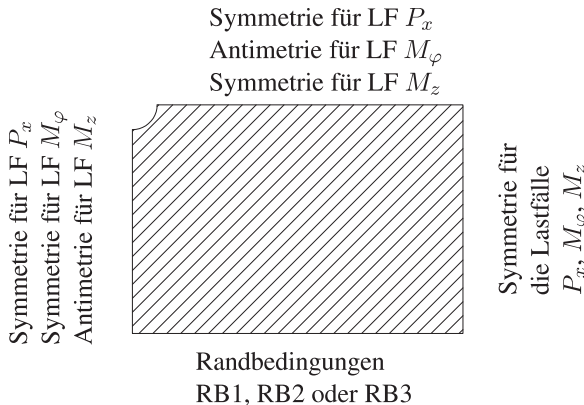


Abbildung 3.7: FE-Modell der Kreiszylinderschale unter lokaler Belastung

Das auch im Schrifttum verwendete Modell gemäß Abbildung 3.6 mit zwei einander gegenüberliegenden Stützen wurde deshalb gewählt, weil sich bei diesem keine globale Lastabtragung in Längsrichtung der Kreiszylinderschale ergibt. Damit auch in Umfangsrichtung keine bemerkenswerte gegenseitige Beeinflussung der Beanspruchung durch die aufgebrachten Lasten erfolgt, muss sichergestellt sein, dass diese in Umfangsrichtung rasch abklingen. Die Symmetrie der Struktur wird ausgenutzt, indem im FE-Modell ein Viertel des Umfangs und die halbe Höhe des Zylinders abgebildet wird. Die Symmetrierandbedingungen ergeben

sich aus dem entsprechenden Lastfall und sind ebenfalls in Abbildung 3.6 aufgeführt. Das Finite Elemente Modell der Kreiszyinderschale ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Die feine Vernetzung, die aufgrund der großen Spannungsgradienten im Lasteinleitungsbereich erforderlich ist, muss nicht für die gesamte Kreiszyinderschale eingehalten werden. Der sehr fein vernetzte Bereich beschränkt sich auf einen Bereich von $d_n/2$ um die Stutzenachse. Der Radius dieses Bereichs wird mit $10\sqrt{Rt}$ angenommen.

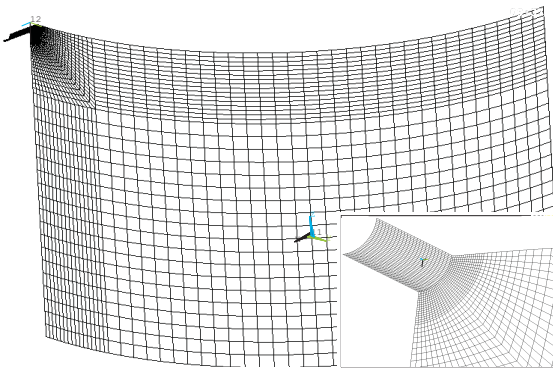


Abbildung 3.8: Das FE-Modell der Kreiszyinderschale mit Stutzen

3.5 Werkstoffgesetz

In den numerischen Untersuchungen werden Strukturen aus unlegierten Baustählen nach DIN EN 10025 betrachtet. Vereinfachend wird dabei ein linear-elastisch ideal-plastisches Werkstoffgesetz mit einer geringen Verfestigung nach Abbildung 3.9 angenommen. Der Werkstoff hat einen E-Modul E von 210000 N/mm^2 und eine Querdehnzahl von $\nu = 0,3$. Der Verfestigungsmodul E_v beträgt ein Hundertstel des E-Moduls E . Der E-Modul des Stutzens wird mit E_r bezeichnet.

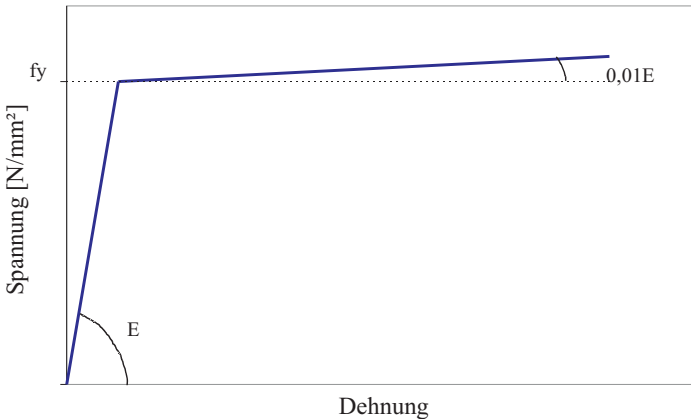


Abbildung 3.9: Spannungs-Dehnungsdiagramm des verwendeten Werkstoffs

3.6 Lastverfolgungsalgorithmus

Bei nichtlinearen Berechnungen treten nichtlineare Gleichungssysteme auf, die im allgemeinen nicht direkt lösbar sind, sondern mit Hilfe eines Iterationsverfahrens gelöst werden müssen. Die gebräuchlichste Iterationsmethode ist dabei das Newton-Raphson-Verfahren, das auch in ANSYS 7.1 implementiert ist [51]. Mit Hilfe des Newton-Raphson-Verfahrens können Gleichgewichtszustände auf einem Last-Verformungspfad iterativ bestimmt werden. In einer lastgesteuerten Berechnung wird der Verschiebungszustand zu einer vorgegebenen Last gesucht. Dabei kann Konvergenz allerdings nur für positive Steifigkeiten erzielt werden, was bedeutet, dass Gleichgewichtszustände im Nachbeulbereich nicht ermittelt werden können. In einem verschiebungsgesteuerten Verfahren ist es möglich, den Last-Verformungspfad über diesen singulären Punkt hinweg zu verfolgen. Allerdings ist eine verschiebungsgesteuerte Berechnung nur dann möglich, wenn der Lastvektor dem Verschiebungsvektor entspricht. Bei einer lastgesteuerten Berechnung kann zum Durchfahren des Last-Verformungspfades bis in den Nachbeulbereich hingegen ein von Riks [52], [53] entwickelter Algorithmus eingesetzt werden. Von Crisfield [54] wurde dieses Verfahren weiterentwickelt und ist als sogenanntes Bogenlängenverfahren in ANSYS 7.1 implementiert. Mit dem Bogenlängenverfahren gelangt man auch über lokale Maxima des Last-Verformungspfades hinweg in den Nachbeulbereich. Wenn allerdings Verzwei-

gungspunkte unterhalb des lokalen Maximums vorhanden sind, so werden diese vom Bogenlängenverfahren überfahren. Diese Verzweigungspunkte können in einer begleitenden Eigenwertanalyse aufgespürt werden.

Aufgrund der geschilderten besonderen Eignung für die Problemstellung dieser Arbeit wurde das Bogenlängenverfahren für die FEM-Untersuchungen eingesetzt.

4 Das Tragverhalten der lokal belasteten Kugelkappe

4.1 Hintergrund

Das Tragverhalten einer lokal beanspruchten Kugelkappe, wie sie in Abbildung 4.1 dargestellt ist, wird in diesem Kapitel mit Hilfe von Analogiebetrachtungen und Vergleichsberechnungen mit lokal beanspruchten Strukturen untersucht. Dabei wird analysiert, welche Parameter einen Einfluss auf das Tragverhalten haben und welche Rolle dabei die Randbedingungen und die Art der Lasteinleitung spielen.

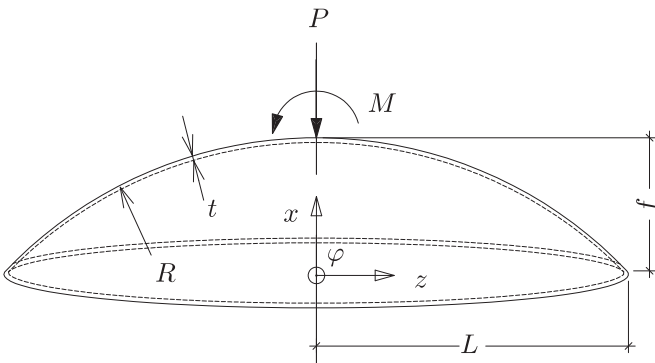


Abbildung 4.1: Lokal beanspruchte Kugelkappe

4.2 Analogie von Kugelkappe und elastisch gebetteter Kreisplatte

Das geometrisch und werkstofflich lineare Tragverhalten der Kugelkappe, an deren Scheitel eine radial gerichtet Einzellast P angreift (vgl. Abbildung 4.1), ent-

spricht dem einer elastisch gebetteten Kreisplatte unter einer in Feldmitte angreifenden Last P nach Abbildung 4.2. Betrachtet man die Differentialgleichungen der Kugelkappe unter einer im Scheitel angreifenden Einzellast P nach Reissner [1]

$$\underbrace{\Delta \Delta u \cdot \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}}_{\text{Biegeanteil}} + \underbrace{\frac{Et}{R^2}u}_{\text{Membrananteil}} = P \quad (4.1)$$

mit dem Operator

$$\Delta = \frac{d^2}{dz^2} + \frac{1}{L} \cdot \frac{d}{dz} \quad (4.2)$$

und vergleicht diese mit der Differentialgleichung der elastisch gebetteten Kreisplatte

$$\Delta \Delta u_{P,k} \cdot \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} + k u_{P,k} = P \quad (4.3)$$

so zeigt sich, dass der erste Term der Differentialgleichung der Kugelkappe und der ersten Term der Differentialgleichung der elastisch gebetteten Kreisplatte identisch sind. In der Differentialgleichung der Kugelkappe beschreibt der erste Term den Biegeanteil der Lastabtragung, der zweite Term die Membrantragwirkung der Struktur. Wird der zweite Term aus Gleichung 4.3, der die elastische Bettung der Kreisplatte beschreibt, dem zweiten Term auf Gleichung 4.1 gleichgesetzt, so kann die Steifigkeit k der elastischen Bettung der Kreisplatte mit

$$k = \frac{Et}{R^2} \quad (4.4)$$

der Membransteifigkeit der Kugelkappe gleichgesetzt werden.

Das Tragverhalten der Kugelkappe kann durch eine Analogiebetrachtung mit einer elastisch gebetteten Kreisplatte mit der Steifigkeit k der elastischen Bettung, die von E , t und R abhängt, anschaulich erläutert werden. Dazu wurde eine Kreisplatte mit einem Radius L von 10000 mm, einer Dicke t von 10 mm, einem E-Modul von 210000 N/mm² sowie einer Querdehnungszahl $\nu = 0,3$ betrachtet. Die elastische Bettung k der Kreisplatte wurde in Abhängigkeit von R der äquivalenten Kugelkappe variiert. Mit Hilfe eines Programms zur Berechnung rotationssymmetrischer Schalen (ROTASS [55]) wurden die Durchbiegungen $u_{P,k}$ der elastisch gebetteten Kreisplatte unter der Last P für unterschiedliche k ermittelt. Die Durchbiegung $u_{P,k}$ wurde mit der Durchbiegung u_P der ungebetteten

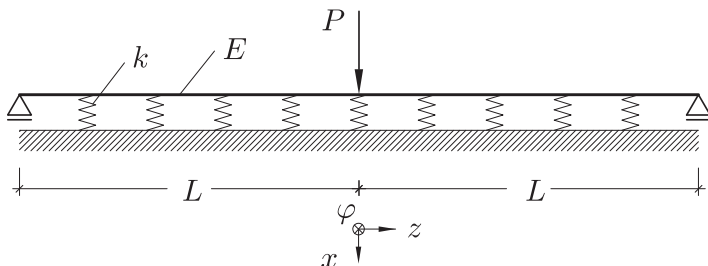


Abbildung 4.2: Elastisch gebettete Kreisplatte unter einer in Feldmitte angreifenden Last P

am Rand naviergelagerten Kreisplatte mit dem Radius L nach Gleichung 4.6 normiert und in Abbildung 4.3 über dem Verhältnis f/L aufgetragen, das sich aus

$$\frac{f}{L} = \frac{R}{L} - \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 1} \quad (4.5)$$

ergibt.

$$u_P = \frac{(3 + \nu)PL^2}{16\pi(1 + \nu)} \cdot \frac{1 - \nu^2}{Et^3} \quad (4.6)$$

Für sehr kleine f/L , wenn also die elastische Bettung der Platte sehr klein ist, nähert sich die Durchbiegung der elastisch gebetteten Platte $u_{P,k}$ der Durchbiegung der ungebetteten Platte u_P an. Das bedeutet, die Lastabtragung erfolgt hauptsächlich über Biegung, wie es beispielsweise bei sehr flachen Kugelkappen der Fall ist. Für große f/L ist dagegen die Bettung der Kreisplatte sehr groß. Dies ist mit steilen Kugelkappen gleichzusetzen, bei denen die Lastabtragung hauptsächlich über die Membrantragwirkung erfolgt.

4.3 Einfluss der Geometrieparameter auf das Last-Verformungsverhalten am Beispiel der Kugelkappe und des Stabzweischlages

Wie die analytischen und experimentellen Untersuchungen [9] bis [18] gezeigt haben, besteht ein Zusammenhang zwischen der Schlankheit λ und der kritischen

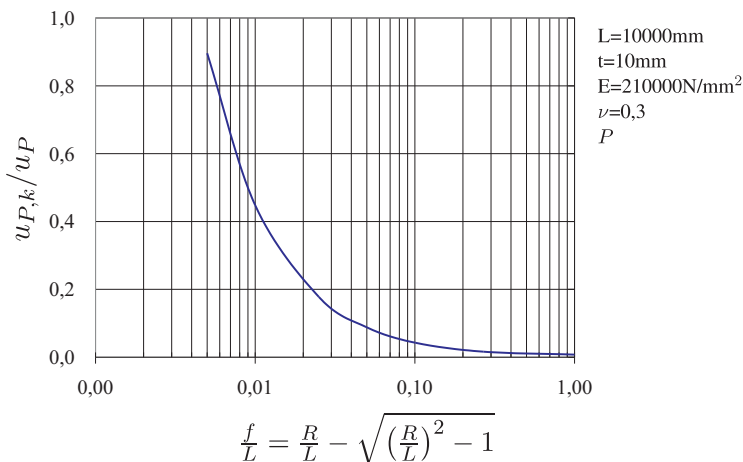


Abbildung 4.3: Durchbiegung $u_{P,k}/u_P$ in Abhängigkeit von f/L

Last P_{crit} der Kugelkappe unter lokaler Belastung. In Abbildung 4.4 sind die Last-Verformungskurven von Kugelkappen unter einer am Scheitel angreifenden Einzellast P , wie sie in Abbildung 4.1 dargestellt ist, aus den analytischen Untersuchungen von Mescall [14] aufgetragen.

Die Kugelkappe ist am unteren Rand in vertikaler Richtung gehalten und wird im Scheitel mit einer radial gerichteten Punktlast P belastet. Da sehr große Verformungen auftreten, wirken sich nichtlineare Effekte auf das Tragverhalten der Kugelkappe aus. In der Last-Verformungsbeziehung zeigt sich dies dadurch, dass die Kurven zunächst linear ansteigen und im Bereich großer Verformungen nicht-linear werden. Mit steigendem λ bildet sich ein lokales Maximum in der Last-Verformungskurve aus, das heißt, die Kugelkappe schlägt durch. Das Lastniveau, auf dem dieses Maximum auftritt, ist umso höher, je größer λ ist.

Im Gegensatz zu Mescalls Kugelkappen unter einer Punktlast, erfolgt in der Realität die Lasteinleitung über einen Stutzen oder ein Rohr mit einem Durchmesser d_r . In den Untersuchungen von Chien [10] und Penning [15] wurden zwar Kugelkappen mit unterschiedlichen Lasteinleitungsdurchmessern d_r berücksichtigt, inwiefern sich dies auf das Last-Verformungsverhalten auswirkt, ist dort allerdings nicht dokumentiert. Der Einfluss des Stutzendurchmessers d_r auf das Tragverhalten wird im Folgenden in einer Studie mit der FE-Methode unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität und elastischem Werkstoffgesetz untersucht. Dabei wird in Anlehnung an die Arbeit von Bijlaard [4] der Stutzendurch-

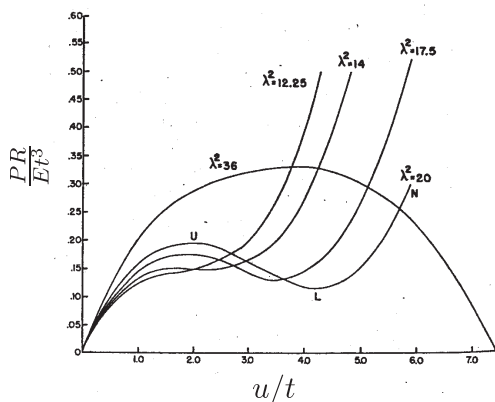


Abbildung 4.4: Last-Verformungskurven aus [14]

messer in dimensionsloser Form mit

$$d^* = \frac{d_r}{\sqrt{Rt}} \quad (4.7)$$

ausgedrückt und ist somit eine Funktion der Abklinglänge. Neben dem Einfluss dieses bezogenen Stützendurchmessers d^* wird auch der Einfluss des R/t -Verhältnisses sowie des Geometrieparameters λ untersucht. In den FE-Untersuchungen werden vertikal gelagerte Kugelkappe betrachtet, wobei die Last P am Scheitel als gleichförmige Flächenlast auf eine kreisrunde Fläche mit dem Durchmesser d_r eingeleitet wird. Die Kugelkappe wird mit dem FE-Modell KFV der Kugelkappe mit einer Lasteinleitungsfläche nach Abschnitt 3.3.2 idealisiert.

Einfluss des R/t -Verhältnisses

Zunächst wurde der Einfluss des R/t -Verhältnisses auf das Last-Verformungsverhalten der Kugelkappe untersucht. Die Abmessungen der Kugelkappen nach Abbildung 3.1 (a) und (b) wurden so variiert, dass λ und d^* konstant bleiben. Die tatsächlichen Abmessungen und die bezogenen Größen sind in Tabelle 4.1 aufgeführt.

Die Last-Verformungskurven aus den entsprechenden Berechnungen zeigt Abbildung 4.5. In der dimensionslosen Darstellung wurde die aufgebrauchte

j	R	t	L	d_r	R/t	λ	d^*
	mm	mm	mm	mm	-	-	-
1	254	0,99	72	36	256	8,2	2,26
2	508	0,99	102	51	512	8,2	2,26
3	1016	0,99	144	72	1024	8,2	2,26
4	2032	0,99	203	101	2050	8,2	2,26
5	5151	0,99	583	161	5100	8,2	2,26

Tabelle 4.1: Variationsparameter der Kugelkappe für unterschiedliche R/t -Verhältnisse

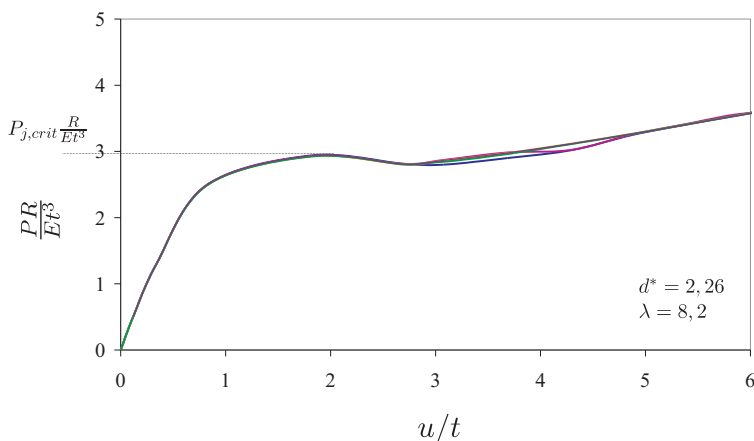


Abbildung 4.5: Last-Verformungskurven von Kugelkappen mit $d^* = 2,26$, $\lambda = 8,2$ und $256 \leq R/t \leq 5100$

Last P mit $\frac{R}{Et^3}$ multipliziert und über der mit der Wanddicke t normierten radialen Verschiebung u an der Lasteinleitungsstelle aufgetragen. Dabei zeigt sich, dass bei veränderlichem R/t -Verhältnis mit konstantem λ und d^* die Last-Verformungskurven identisch sind. Das lokale Maximum der Last-Verformungskurven ist die dimensionslose kritische Last $P_{j,crit} \frac{R}{Et^3}$, die folglich auch unabhängig von R/t ist.

Einfluss des Schlankheitsgrades λ

In einer weiteren Studie wurde der Schlankheitsgrad λ der Kugelkappen nach Abbildung 3.1 (a) und (b) variiert, indem bei konstantem t der Radius R und der Grundkreisradius L verändert wurde. Da der bezogene Durchmesser d^* konstant sein muss, wurde d_r entsprechend angepasst (vgl. Tabelle 4.2). Da R/t keinen Einfluss auf das Last-Verformungsverhalten hat, kann dieser Wert beliebig sein. Als Ergebnis dieser Berechnungen sind die Last-Verformungskurven in Abbildung 4.6 aufgetragen.

j	R mm	t mm	L mm	d_r mm	R/t -	λ -	d^* -
1	254	0,99	102	36	256	11,6	2,26
2	508	0,99	102	51	512	8,2	2,26
3	1016	0,99	85	72	1024	4,9	2,26
4	254	0,99	37	36	256	4,2	2,26

Tabelle 4.2: Variationsparameter der Kugelkappe für unterschiedliche λ

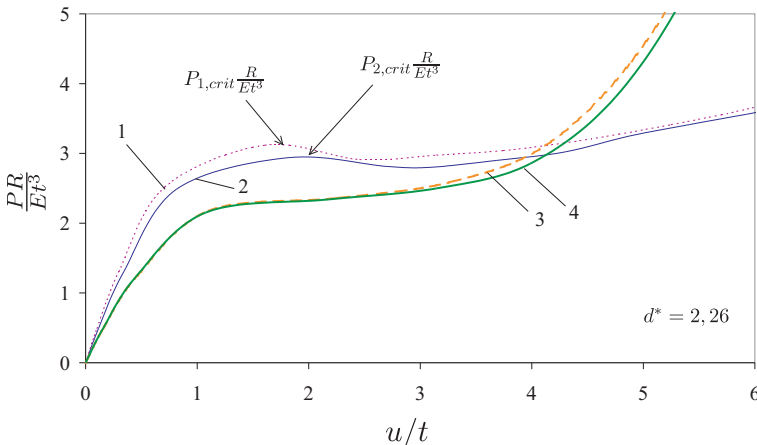


Abbildung 4.6: Last-Verformungskurven von Kugelkappen mit $d^* = 2,26$, $4,2 \leq \lambda \leq 11,6$ und beliebigen R/t -Verhältnissen

Im dargestellten Beispiel tritt für $\lambda < 8,2$ kein lokales Maximum in den Last-Verformungskurven auf. Nur Kugelkappen, deren Schlankheitsgrad λ größer als 8,2 ist, haben ein ausgeprägtes lokales Maximum im Kurvenverlauf, welches die

kritische Last $P_{j,crit}$ repräsentiert. Mit dem Schlankheitsgrad nehmen auch die kritischen Lasten der Kugelkappen zu. Dies bestätigt das Ergebnis der analytischen Untersuchungen von Mescall in [14].

In Abbildung 4.7 sind die Last-Verformungskurven von Kugelkappen in Biege- und Membrananteil aufgeteilt, qualitativ dargestellt. Die Last-Verformungskurven der Kugelkappen mit dominantem Biegeanteil (Kugelkappe 1) und dominantem Membrananteil (Kugelkappe 2) ergeben sich aus der unterschiedlichen Wichtung der Biege- und Membrananteile zueinander. Die Charakteristik der Last-Verformungskurven ist dabei abhängig vom Verhältnis des Membran- zum Biegeanteil und somit vom Schlankheitsgrad λ . Wird die Last hauptsächlich über die Membrantragwirkung abgetragen, so haben die Last-Verformungskurven ein lokales Maximum (Kugelkappe 2). In diesem Fall ist der Schlankheitsgrad λ der Kugelkappe größer als bei Kugelkappen, welche die Last hauptsächlich über Biegung abtragen (Kugelkappe 1). Die Last-Verformungskurven von Kugelkappen mit kleinem λ verlaufen dagegen monoton steigend, haben also kein lokales Maximum.

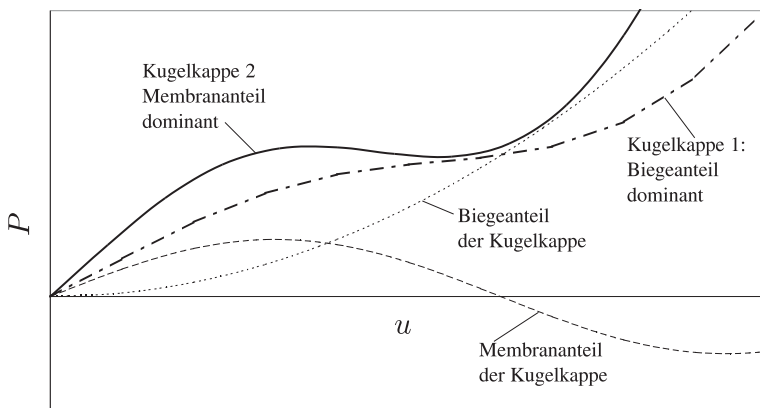


Abbildung 4.7: Last-Verformungskurven von Kugelkappen in Membran- und Biegeanteil aufgeteilt

Einfluss des bezogenen Durchmessers d^*

Im nächsten Schritt wurde der Einfluss des bezogenen Durchmessers d^* auf das Tragverhalten der Kugelkappe untersucht. In Abbildung 4.8 sind die Last-

Verformungskurven von Kugelkappen mit unterschiedlichen d^* bei einem konstanten Schlankheitsgrad λ dargestellt. Das R/t -Verhältnis kann dabei beliebig sein. Die Abmessungen der untersuchten Kugelkappen sind in Tabelle 4.3 aufgeführt.

j	R	t	L	d_r	R/t	λ	d^*
	mm	mm	mm	mm	-	-	-
1	1016	0,99	85	72	1024	8,2	3,00
2	508	0,99	102	51	512	8,2	2,26
3	508	0,99	102	25	512	8,2	1,13

Tabelle 4.3: Variationsparameter der Kugelkappe für unterschiedliche d^*

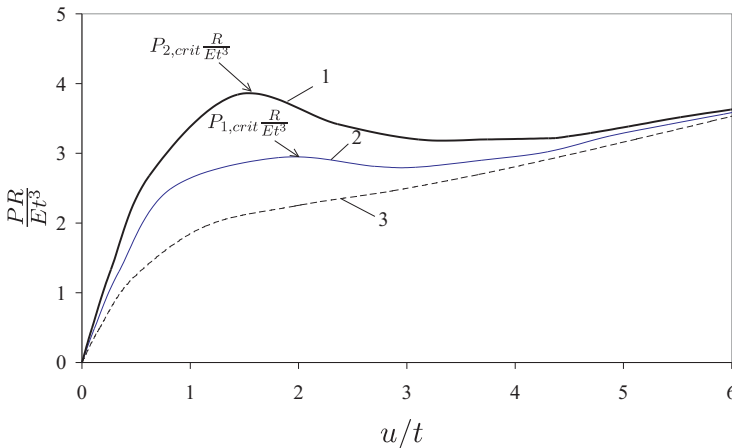


Abbildung 4.8: Last-Verformungskurven von Kugelkappen mit $\lambda = 8,2$, $1,13 \leq d^* \leq 3,0$ und beliebigem R/t

Wie Abbildung 4.8 zeigt, hat die Last-Verformungskurve der Kugelkappe mit $d^* = 1,13$ kein lokales Maximum. Erst für $d^* > 2,26$ tritt ein lokales Maximum in der Last-Verformungskurve auf. Mit zunehmendem d^* steigt auch die kritische Last $P_{j,crit} \frac{R}{Et^3}$ der Kugelkappe. Das unterschiedliche Tragverhalten in Abhängigkeit von d^* steht ebenfalls im Zusammenhang mit der Biege- und Membrantragwirkung der Struktur. In Abhängigkeit vom Durchmesser der Lasteinleitungsfläche d^* kann dies anschaulich am Beispiel der zwei Kugelkappen in Abbildung 4.9 mit unterschiedlichem d_r bei gleichem R , t und L erklärt werden. Wird die am Scheitel der Kugelkappe angreifende Flächenlast P in Lastkomponenten

P_{\perp} rechtwinklig und P_{\parallel} parallel zur Schalenmittelfläche zerlegt, so wird deutlich, dass bei der Kugelkappe mit dem größeren d_r deutlich mehr Lastkomponenten parallel zur Schalenmittelfläche vorhanden sind, als bei der Kugelkappe mit dem kleineren d_r . Je größer d_r (bei konstantem λ) ist, umso mehr parallele Lastkomponenten P_{\parallel} sind vorhanden und umso mehr beteiligen sich die Membrankräfte an der Lastabtragung. Im Grenzfall, wenn die Last über einen singulären Punkt mit $d_r \rightarrow 0$ eingeleitet wird, sind nur rechtwinklige Lastkomponenten P_{\perp} vorhanden, so dass die Lastabtragung hauptsächlich über Biegung erfolgt.

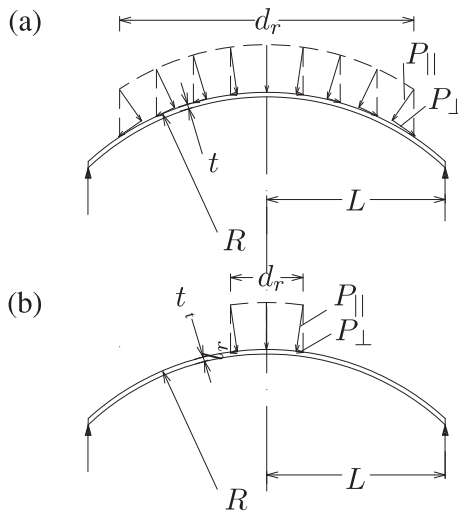


Abbildung 4.9: Radiale Last aufgeteilt in parallele P_{\parallel} und rechtwinklige P_{\perp} Lastkomponenten für (a) große d_r und (b) kleine d_r

Analogie zum Stabzweischlag

Das Tragverhalten einer Kugelkappe in Abhängigkeit von den Biege- und Membrananteilen kann am Beispiel des Stabzweischlages analytisch dargestellt werden. Dazu wird der Stabzweischlag nach Abbildung 4.10 mit der Neigung α und der projizierten Schenkellänge L betrachtet, der im Scheitelgelenk mit der Kraft P belastet wird. Die beiden Schenkel des Stabzweischlages sind über eine Drehfeder mit der Drehfedersteifigkeit K verbunden. Für eine endliche Dehnsteifigkeit EA der Stäbe und eine sehr große Biegesteifigkeit ($EI \rightarrow \infty$) kann die Kraft P in Abhängigkeit vom Absenkwinkel φ mit

$$P = \underbrace{2EA \tan(\alpha - \varphi) [\cos(\alpha - \varphi) - \cos \alpha]}_{\text{Membrananteil}} + \underbrace{\frac{4K}{L} \cdot \frac{\varphi}{\cos(\alpha - \varphi)}}_{\text{Biegeanteil}} \quad (4.8)$$

ermittelt werden.

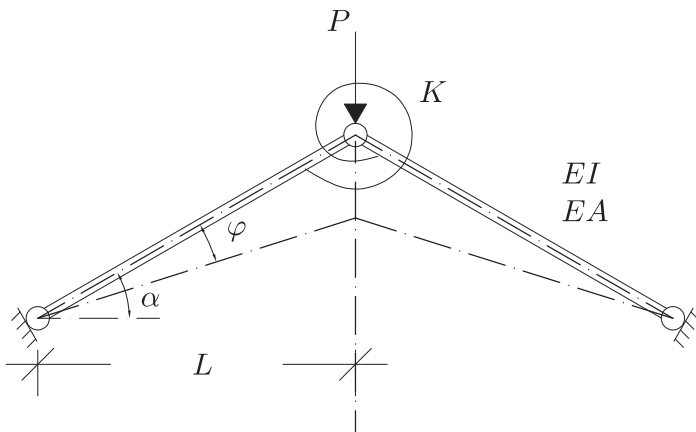


Abbildung 4.10: Stabzweischlag mit Drehfeder

Wie bei der Kugelkappe wird das Last-Verformungsverhalten von zwei Anteilen, die sich an der Lastabtragung beteiligen, bestimmt. Der erste Term in Gleichung 4.8 repräsentiert die Dehnsteifigkeit des Stabes (Membrananteil). Der zweite Term beschreibt den Anteil der Drehfeder (Biegeanteil). Durch Variation der Parameter K , α , L sowie der Dehnsteifigkeit EA verändert sich das Verhältnis

der beiden Beiträge zur Kraft P . Stehen diese beiden Anteile in einem bestimmten Verhältnis zueinander, so schlägt die Struktur bei der Last P_{crit} durch. In Abbildung 4.11 ist die mit der Dehnsteifigkeit EA normierte Last nach Gleichung 4.8 über dem normierten Absenkwinkel φ/α für unterschiedliche Neigungswinkel α bei konstanter Drehfedersteifigkeit K aufgetragen. Dabei wird deutlich, dass die Durchschlaglast P_{crit} umso höher ist, je steiler der Stabzweischlag ist. Für kleine Neigungswinkel α sind die Last-Verdrehungskurven dagegen monoton steigend. Wie anhand der relativen Drehfederanteile aus Tabelle 4.4 klar gezeigt werden kann, kommt es im dargestellten Beispiel zum Durchschlagen des Stabzweischlages, wenn der Federanteil kleiner als etwa 55% ist. Das heißt, bei einem steilen Stabzweischlag ist der Anteil der Drehfeder klein gegenüber dem Stabanteil und die Struktur schlägt bei einer Last P_{crit} durch. Setzt man den Drehfederanteil des Stabzweischlages dem Biegeanteil der Kugelkappe gleich, so wird die Analogie des Tragverhaltens dieser beiden Strukturen deutlich.

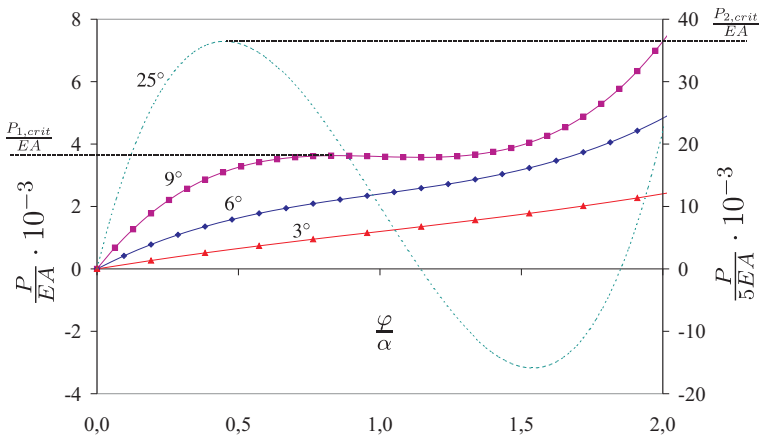


Abbildung 4.11: Last-Verdrehungskurven des Stabzweischlages mit unterschiedlichen Neigungen

Die Schlussfolgerungen dieser Analogiebetrachtung sind in Tabelle 4.5 aufgeführt und untermauern die Ergebnisse aus Abbildung 4.6 und Abbildung 4.11. Der Schlankheitsgrad beider Strukturen ist eine Funktion der geometrischen Abmessungen. Beim Stabzweischlag sind dies der Neigungswinkel α , die projizierte Schenkellänge L und die Fläche A des Stabes. Bei der Kugelkappe hängt der Schlankheitsgrad λ vom Radius R , vom Basiskreisradius L und von der Wand-

α	L	E	A	K	Federanteil	P_{crit}/EA
[-]	mm	N/mm ²	mm ²	Nmm	%	-
3°	2000	210000	1500	$6,3 \cdot 10^7$	85	-
6°	2000	210000	1500	$6,3 \cdot 10^7$	55	-
9°	2000	210000	1500	$6,3 \cdot 10^7$	34	$3,63 \cdot 10^{-4}$
25°	2000	210000	1500	$6,3 \cdot 10^7$	6	$3,65 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 4.4: Abmessungen der untersuchten Stabzweischläge

dicke t ab. Verändert man eine dieser Größen, so wirkt sich dies auf das Verhältnis der Lastanteile aus. Unter der Annahme, dass der Neigungswinkel α des Stabzweischlages variabel ist und die restlichen Größen konstant sind, vergrößert sich bei zunehmendem α der Stabanteil gegenüber dem Drehfederanteil. Die Lastabtragung erfolgt dann hauptsächlich über den Stabanteil. Je steiler der Neigungswinkel α ist, desto größer ist die Durchschlagkraft P_{crit} . Im Fall der Kugelkappe ist der Neigungswinkel über die Beziehung $\cos \alpha = L/R$ gegeben. Auch in diesem Fall gilt, dass bei großen Neigungswinkeln und folglich auch großem λ die Lastabtragung hauptsächlich über die Membrantragwirkung der Struktur erfolgt.

4.4 Einfluss der Ausführung des Lasteinleitungsreiches auf das Last-Verformungsverhalten

Neben dem Einfluss der Steifigkeit der gesamten Kugelkappe ist auch ein Einfluss der Steifigkeit des Lasteinleitungsreiches auf das Tragverhalten zu erwarten. Dieser Fragestellung wird im Folgenden durch Vergleichsberechnungen mit der FE-Methode unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität und elastischem Werkstoffgesetz nachgegangen. Dazu werden eingespannte Kugelkappen unter konzentrierten Lasten, die von Penning und Thurston in [15] analytisch und experimentell untersucht wurden, betrachtet. Die Versuche wurden an Probekörpern aus Aluminium durchgeführt. Die Last wurde dabei über ein rundes Rohr in die jeweilig Kugelkappe eingeleitet. Zwischen Kugelkappe und Lasteinleitungsrohr lag eine Gummischicht, die eine Beschädigung der Schale verhindern sollte. Die analytischen Lösungen basieren auf den Arbeiten von Reissner ([1], [2], [3]). Die in [15] untersuchten Versuchskörper B33 und B35 wurden mit dem in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen Modell KFE abgebildet. Die Abmessungen dieser Kugelkappen sind in Tabelle 4.6 aufgeführt. Diese Versuche wurden gewählt, da in den Versuchen stets axisymmetrische Verformungen auftraten.

	Stabzweischlag	Kugelkappe
Geometrie	α, L	R, L
Steifigkeit	E, A, K	E, t
Einfluss auf Tragverhalten	Stabanteil	Membrananteil
	Drehfederanteil	Biegeanteil
Schlankheitsgrad	$f(\alpha, L, A)$	$\lambda = f(R, L, t)$
Konstante	E, A, K, L	E, t, d_r, L
Variable	α	R wobei $R = \frac{L}{\cos \alpha} \sim \frac{1}{\lambda}$
Lastabtragung	für große α hauptsächlich über Stabanteil	für große λ hauptsächlich über Membrananteil
Durchschlagen tritt auf, wenn	Stabanteil > Drehfederanteil	Membrananteil > Biegeanteil
P_{crit} steigt	mit wachsendem α	mit wachsendem λ , wobei $\lambda \sim \cos \alpha$
Fazit	α beeinflusst das Verhältnis von Stab- und Drehfederanteil \Rightarrow Einfluss auf P_{crit}	R beeinflusst das Verhältnis von Membran- und Biegeanteil, sowie d^* \Rightarrow Einfluss auf P_{crit}

Tabelle 4.5: Analogie von Stabzweischlag und Kugelkappe

	R	t	L	d_r
	mm	mm	mm	mm
B33	508	0,98	101,6	3,175
B35	508	0,99	101,6	25,4

Tabelle 4.6: Abmessungen der Kugelkappen B33 und B35

Die Last-Verformungskurven aus den analytischen und experimentellen Untersuchungen aus [15] sowie aus der FE-Berechnung der Kugelkappe B33 sind in Abbildung 4.12 aufgetragen. Es zeigt sich, dass die numerisch ermittelten Last-Verformungskurven sehr gut sowohl mit den analytisch als auch mit den experimentell ermittelten Kurven übereinstimmen. Für die Kugelkappe B35 sind die Last-Verformungskurven in Abbildung 4.13 dargestellt. Dabei kommt es bereits im linearen Bereich der Last-Verformungskurve zu Abweichungen zwischen den analytischen und experimentellen Ergebnissen. Die numerisch ermittelte Last-

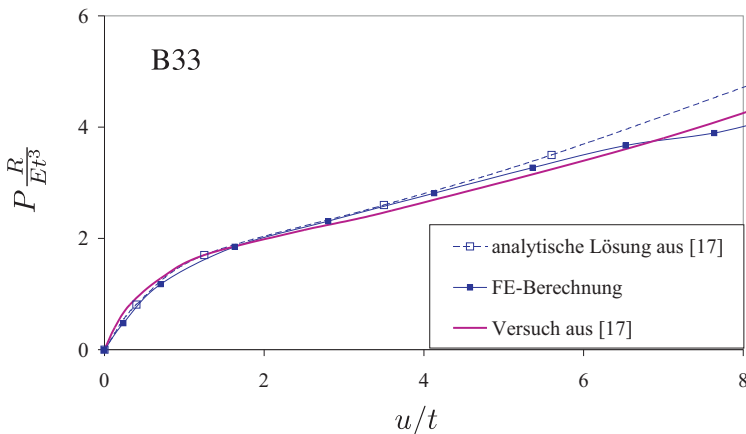


Abbildung 4.12: Last-Verformungskurven der Kugelkappe B33 aus [15] und aus der FE-Berechnung

Verformungskurve stimmt bis zu einer Last $P \frac{R}{Et^3} = 1$ mit der im Versuch gemessenen Verformungen überein. Bei größeren Lasten sind die numerisch ermittelten Verformungen jedoch größer als die gemessenen Verformungen. Die analytisch bestimmten Verformungen sind dagegen nur halb so groß, wie die numerisch ermittelten Verformungen. Die genaue Betrachtung des Versuchablaufs bei Versuchskörpern mit einem Lasteinleitungsrohr mit einem großen Durchmesser zeigt, dass sich das Rohr mit steigender Last an die Kugelkappe anschmiegt, und die Kugelkappe in diesem Bereich gewissermaßen einspannt. Diese Einspannwirkung in der Kugelkappe ist umso größer je größer der Rohrdurchmesser ist. Bei kleinen Rohrdurchmessern entsteht keine Einspannwirkung, da die Last annähernd punktuell eingeleitet wird.

Die durch das Lasteinleitungsrohr hervorgerufene Einspannwirkung wird in den numerischen Untersuchungen durch eine erhöhte Steifigkeit der Lasteinleitungsbereichs berücksichtigt. Dazu wird der Teil der Kugelkappe, in den die Flächenlast eingeleitet wird, mit einer größeren Wanddicke modelliert. In Abbildung 4.14 ist die Last-Verformungskurve der Kugelkappe B35 mit einer um 20% größeren Wanddicke im Lasteinleitungskreis sowie die im Versuch gemessene Last-Verformungskurve aufgetragen. Mit diesem Modell der Kugelkappe wird eine sehr gute Übereinstimmung der FE-Ergebnisse mit der experimentellen Last-Verformungskurve erzielt.

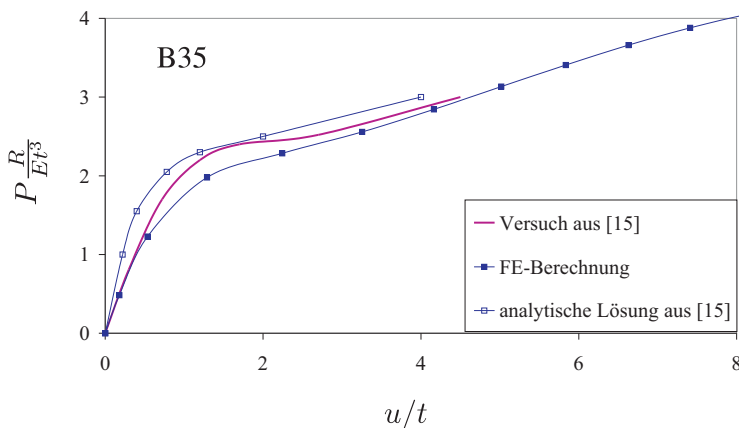


Abbildung 4.13: Last-Verschiebungskurven der Kugelkappe B35 aus [15] und aus einer FE-Berechnung

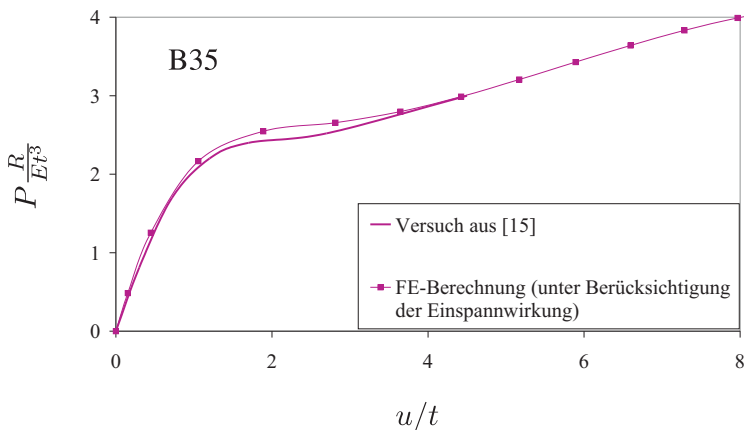


Abbildung 4.14: Versuchskurve und Last-Verschiebungskurve der Kugelkappe B35 mit einer Wanddicke von $1,2t$ zur Modellierung der Einspannwirkung im Lasteinleitungsbereich

4.5 Einfluss der Symmetrierandbedingungen auf das Last-Verformungsverhalten

Werden in numerischen Untersuchungen Strukturen unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften dargestellt, so besteht die Möglichkeit, dass asymmetrische Verformungen durch die Symmetrierandbedingungen verhindert werden. Wie sich in den experimentellen Untersuchungen von Penning und Thurston [15] an Kugelkappen aus Aluminium unter einer im Scheitel angreifenden Last gezeigt hatte, können asymmetrische Beulmuster auftreten (vgl. Abschnitt 2.2). Wird für die numerische Berechnung dieser Kugelkappen ein 90° -Segment der Kugelkappe verwendet, wie es in Abschnitt 3.3 beschrieben wurde, so können die Symmetriebedingungen die Ausbildung asymmetrische Beulfiguren verhindern. Durch vergleichende Berechnung der in [15] dokumentierten Versuche mit einem 90° -Segment sowie einer kompletten Kugelkappe (360°) wird der Frage nachgegangen, inwiefern die Symmetrierandbedingungen das Tragverhalten der Kugelkappe beeinflussen. Für die Vergleichsberechnungen wurde die Kugelkappe B43 aus [15] mit einem Verhältnis des Durchmessers der Lasteinleitung d_r zum Grundkreisradius L der Kugelkappe von $1/8$ herangezogen. Die Abmessungen dieser Kugelkappe sind in Tabelle 4.7 aufgeführt.

R	t	L	d_r	E-Modul
mm	mm	mm	mm	N/mm ²
508	0,259	101,6	25,4	69000

Tabelle 4.7: Abmessungen der Kugelkappe aus Versuch B43 nach [15]

Für die FE-Berechnungen wurde die am unteren Rand eingespannte Kugelkappe mit dem in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen 90° -Modell (KFE) abgebildet. Zur Berücksichtigung der Einspannwirkung, die das Lasteinleitungsrohr auf die Kugelkappe ausübt, wurde im Lasteinleitungsbereich die Wanddicke t um 10% vergrößert.

In einer zweiten Berechnung wurde die Kugelkappe als 360° -Modell abgebildet, das mit Ausnahme der Symmetrieränder dem in Abschnitt 3.3.2 beschriebenen 90° -Modell (KFE) entspricht. Die Last-Verformungskurven der numerischen Untersuchungen an einem 90° - und 360° -Segment sowie die experimentell ermittelte Last-Verformungskurve aus [15] sind in Abbildung 4.15 aufgetragen. In den experimentellen Untersuchungen trat bei einer normierten Last $P \frac{R}{Et^3} \approx 2,7$ das erste Stabilitätsproblem in Form einer symmetrischen Beule auf. Die Nebenpfade der Kurve sind in Abbildung 4.15 gestrichelt eingezeichnet. Bei weiterer Laststeigerung verformte sich die Schale weiter symmetrisch, bis sich bei einer normierten

Last von etwa 7 eine dreieckförmige Verformungsfigur ausbildete. Das zweite Beulen trat bei einer Last von etwa 8,4 auf. Dabei ging das dreieckige Beulmuster in ein viereckiges und bei weiterer Laststeigerung in ein fünfeckiges Beulmuster über.

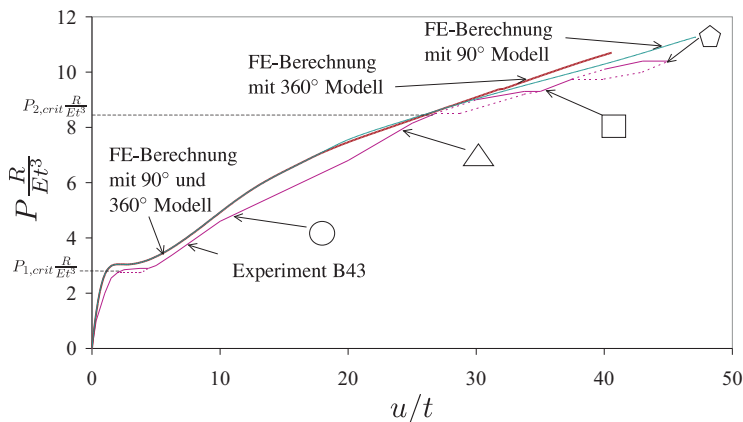


Abbildung 4.15: Vergleich der Last-Verformungskurve der Kugelkappe aus Versuch B43 ($d_r=25,4$ mm) mit den Last-Verformungskurven des 90° - und 360° -FE-Modells

Der Verlauf der Last-Verformungskurven aus den FE-Berechnungen mit dem 90° Segment und dem 360° Modell ist bis zu einer Last $P \frac{R}{Et^3}$ von etwa 7 vollkommen identisch. Bei $P \frac{R}{Et^3} \approx 3,0$ tritt ein Stabilitätsproblem auf. Die Verformungsfigur beider Modelle ist bis zu einer Last $P \frac{R}{Et^3}$ von etwa 7 kreisförmig, d.h. rotations-symmetrisch. Bei größeren Lasten bildet sich im 360° -Modell der Kugelkappe eine dreiecksförmige Verformungsfigur aus, die bis zum Ende der Berechnung ($P \frac{R}{Et^3} = 11$) dreieckförmig blieb. Beim 90° -Segment wird dagegen die Ausbildung einer dreieckigen Verformungsfigur durch die Symmetrierandbedingungen verhindert. Daher ging bei diesem Modell die kreisförmige Verformungsfigur ab einer Last $P \frac{R}{Et^3}$ von etwa 7 in eine viereckige Verformungsfigur über. Es hat sich gezeigt, dass im Vorbeulbereich sowie über den ersten Stabilitätspunkt hinweg bis zu einer Last $P \frac{R}{Et^3}$ von etwa 7 nur rotationssymmetrische Verformungen in der Kugelkappe auftraten. Außerdem stimmten die Last-Verformungskurven des 90° -Segments und der kompletten Kugelkappe über den ersten Stabilitätspunkt hinweg vollkommen überein. Zudem ist die Übereinstimmung der numerisch ermittelten Kurven mit der experimentell ermittelten Kurve sehr gut. Da darüber hinaus die Symmetrierandbedingungen erst im Bereich sehr großer Verformun-

gen ($u/t > 15$) das Last-Verformungsverhalten beeinflussen, kann davon ausgegangen werden, dass das 90° -Segment bis hin zu mittleren Verformungen die Kugelkappe ausreichend genau abbildet.

4.6 Einfluss des Stutzens auf das Last-Verformungsverhalten der Kugelkappe

In den vorangegangenen Untersuchungen wurden Kugelkappen betrachtet, in die die Last als Flächenlast oder über ein nicht fest mit der Kugelkappe verbundenes, sehr steifes Rohr eingeleitet wurde. Wird die Last über einen fest mit der Kugelkappe verbundenen Stutzen eingeleitet, so können sich Einflüsse aus dem Stutzen und dessen Steifigkeit auf das Last-Verformungsverhalten der Kugelkappe ergeben. Der Einfluss der Stutzensteifigkeit auf das Tragverhalten wird untersucht, indem FE-Berechnungen an Kugelkappen mit unterschiedlichen Stutzenlängen l_r und Stutzensteifigkeiten E_r durchgeführt und mit den analytischen Untersuchungen von Bijlaard ([4]) verglichen werden. Die bezogene Stutzenlänge ist dabei

$$l_r^* = \frac{l_r}{\sqrt{d_r t_r / 2}} \quad (4.9)$$

In Bijlaards Arbeit werden die Auswirkungen lokaler Lasten auf das Verformungsverhalten und die Spannungen in Kugelkappen untersucht (vgl. Abschnitt 2.2). Dabei wurde der Stutzen als vollkommen starrer, in die Kugelkappen eingesetzter Zylinder betrachtet. Für die Vergleichsberechnungen wurden die vertikal gelagerten Kugelkappen mit dem Modell KSV nach Abschnitt 3.3.3 abgebildet. In geometrisch linearen Berechnungen - wegen des Vergleichs zu Bijlaards Lösungen - wurden die Kugelkappen mit den in Tabelle 4.8 aufgeführten Abmessungen unter einer im Scheitel angreifenden Stutzenlast $P \frac{R}{Et^3} = 1$ untersucht. Die auf die Wanddicke t normierten radialen Verschiebungen u aus den numerischen Berechnungen sowie nach der Bijlaardschen Lösung entlang eines Meridians der Kugelkappe sind in Abbildung 4.16 aufgetragen. Dabei zeigt sich, dass die Ergebnisse der numerischen Berechnung einer Kugelkappe mit einem steifen Stutzen ($E_r = 10E$) bei einer bezogenen Stutzenlänge $l_r^* = 10$, sehr gut übereinstimmen. Ein nachgiebiger Stutzen, dessen E-Modul E_r gleich dem E-Modul E der Kugelkappe ist, führt zu radialen Verschiebungen, die um rund 15% größer sind als die radialen Verschiebungen der Kugelkappe mit einem vollkommen steifen Stutzen. Außerdem zeigt sich, dass bereits bei sehr kleinen bezogenen Stutzenlängen ($l_r^* < 1,0$) der Einfluss der Verformungen unverändert ist. Aus Abbildung 4.16 ist zudem ersichtlich, dass die großen Verformungen lokal begrenzt sind und vom Stutzen weg rasch abklingen.

R	t	L	E	d_r	t_r	l_r	E_r
mm	mm	mm	N/mm ²	mm	mm	mm	N/mm ²
10000	35	10000	210000	520	35	48	210000
10000	35	10000	210000	520	35	95	210000
10000	35	10000	210000	520	35	950	210000
10000	35	10000	210000	520	35	950	2100000

Tabelle 4.8: Abmessungen der Kugelkappen mit unterschiedlichen Stützenlängen l_r und Stützensteifigkeiten E_r .

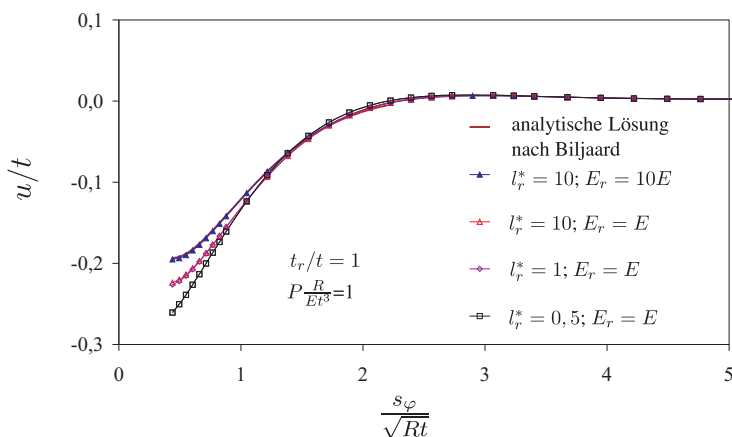


Abbildung 4.16: Radiale Verschiebungen entlang eines Meridians einer Kugelkappe unter radialer Stützenlast

4.7 Zusammenfassung

Die Untersuchungen an einer Kugelkappe unter einer Einzellast haben gezeigt, dass das Tragverhalten maßgeblich vom Verhältnis der Biege- und Membrananteile beeinflusst wird. Dabei besteht ein direkter Zusammenhang zwischen dem Schlankheitsgrad λ und dem Verhältnis der Biegeanteile zu den Membrananteilen. Bei sehr schlanken Kugelkappen tritt ein Stabilitätsproblem auf, da der Membrananteil gegenüber dem Biegeanteil überwiegt. Der bezogene Stützendurchmesser verhält sich analog dazu: Bei Kugelkappen mit großem d^* überwiegt die Membrantragwirkung und die Last-Verformungskurven haben ein lokales Maximum. Es hat sich zudem gezeigt, dass bei Berücksichtigung nur geometrischer Nichtlinearität das R/t -Verhältnis keinen Einfluss auf das Tragverhalten der Ku-

gelkappe unter radialer Einzellast hat.

Die Ausführung des Lasteinleitungsbereichs hat einen wesentlichen Einfluss auf das Last-Verformungsverhalten der Kugelkappe. Ist der Körper, mit dem die Last eingeleitet wird nicht fest mit der Kugelkappe verbunden, so spielt die Steifigkeit dieses Körpers keine Rolle. In Vergleichsberechnungen zu experimentellen und analytischen Untersuchungen hat sich allerdings gezeigt, dass ein von der Kugelkappe unabhängiges Lasteinleitungsrohr eine Einspannwirkung in der Kugelkappe erzeugt. Im FE-Modell wird diese Einspannung durch eine Erhöhung der Steifigkeit im Lasteinleitungsbereich um etwa 20% berücksichtigt. Für den Fall, dass der Stutzen fest mit der Kugelkappe verbunden ist, haben die Länge und die Steifigkeit des Stutzens einen Einfluss auf das Tragverhalten. Bei bezogenen Stutzenlängen $l_r^* > 1,0$ ist dieser Einfluss jedoch bereits nicht mehr von l_r^* abhängig. Die numerisch berechneten Verformungen in einer Kugelkappe mit einem eingesetzten vollkommen steifen Stutzen stimmen sehr gut mit der analytischen Lösung überein.

Die Randbedingungen, die bei Ausnutzung der Symmetrie der Kugelkappe aufgebracht werden, verhindern die Ausbildung asymmetrischer Beulformen. Da asymmetrisches Beulen erst im Bereich sehr großer Verformungen auftritt und die Auswirkungen auf das Tragverhalten zudem sehr gering sind, kann in den FE-Berechnungen bis hin zu mittleren Verformungen ein 90° -Segment der Kugelkappe verwendet werden.

5 Das Tragverhalten der lokal belasteten Kreiszyinderschale

5.1 Hintergrund

Der Unterschied zwischen Kugelkappe und Kreiszyinderschale besteht im wesentlichen darin, dass die Kugelkappe zwei Krümmungsrichtungen (φ, z) aufweist, wohingegen die Kreiszyinderschale nur in eine Richtung (φ) gekrümmt ist. Obwohl die Kreiszyinderschale unter radialer Einzellast nicht rotationssymmetrisch zur Lastachse x ist, besteht eine Analogie zum Tragverhaltens der Kugelkappe. In diesem Kapitel soll gezeigt werden, dass die Faktoren, die sich auf das Tragverhalten der Kugelkappe auswirken, auch bei der Kreiszyinderschale einen Einfluss haben. Dazu werden die Einflussfaktoren, die sich auf das Tragverhalten der Kugelkappe unter Einzellast nach Abschnitt 4.7 auswirken, am Beispiel der Kreiszyinderschale unter radialer Einzellast untersucht. Zudem werden die Faktoren, die sich aus der fehlenden Krümmungsrichtung und Rotationssymmetrie ergeben, an der Kreiszyinderschale untersucht. Den numerischen Untersuchungen in diesem Kapitel liegt das Modell der elastischen Kreiszyinderschale unter radialer Einzellast P_x und den Randbedingungen RB2 im Endquerschnitt der Kreiszyinderschale nach Abschnitt 3.4 zugrunde. Sofern nicht anders erwähnt, handelt es sich dabei um geometrisch nichtlineare Untersuchungen.

5.2 Einfluss der Geometrieparameter L^* und R/t auf das Last-Verformungsverhalten

Wie in Abschnitt 4.3 gezeigt wurde, hat der Schlankheitsgrad λ einen elementaren Einfluss auf das Tragverhalten der Kugelkappe unter radialer Einzellast. Für die Kreiszyinderschale ist der bezogene Randabstand

$$L^* = \frac{L}{\sqrt{Rt}} \quad (5.1)$$

eine äquivalente Größe zum Schlankheitsgrad λ der Kugelkappe. An Kreiszyinderschalen mit konstantem Radius R , konstanter Wanddicke t und konstantem

Stützendurchmesser d_r wurden numerische Berechnungen durchgeführt. Die Abmessungen der untersuchten Kreiszyinderschalen sind in Tabelle 5.1 aufgeführt. Abbildung 5.1 zeigt die Last-Verformungskurven der untersuchten Kreiszyinderschalen. Dort wird bestätigt, dass auch das Tragverhalten der Kreiszyinderschale deutlich vom Schlankheitsgrad L^* beeinflusst wird.

R	t	L	d_r	R/t	L^*	d^*
mm	mm	mm	mm	-	-	-
10000	10	3160	790	1000	10	2,5
10000	10	9487	790	1000	30	2,5
10000	10	18974	790	1000	60	2,5
10000	10	25300	790	1000	80	2,5

Tabelle 5.1: Variationsparameter der Kreiszyinderschale für unterschiedliche L^*

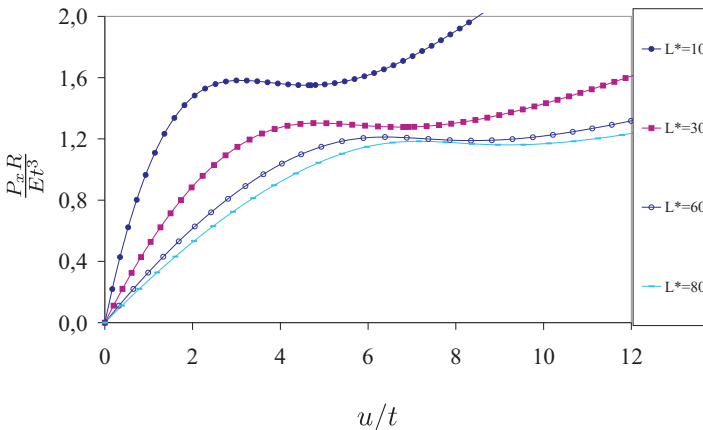


Abbildung 5.1: Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast mit $d^* = 2,5$, $R/t = 1000$ und $10 \leq L^* \leq 80$

Im nächsten Schritt wurde der Einfluss des R/t -Verhältnisses auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale unter radialer Einzellast untersucht. Dazu wurden Kreiszyinderschalen mit konstantem L^* betrachtet. Da sich bei der Kugelkappe gezeigt hat, dass der dimensionslose Stützendurchmesser d^* einen wesentlichen Einfluss auf das Tragverhalten hat, wurde in diesen Untersuchungen auch d^* konstant gehalten. Die Abmessungen der Kreiszyinderschalen sind in Tabelle 5.2 aufgeführt. Die Last-Verformungskurven der untersuchten Kreiszyinderschalen sind in Abbildung 5.2 dargestellt.

R	t	L	d_r	R/t	L^*	d^*
mm	mm	mm	mm	-	-	-
10000	25	10000	1250	400	20	2,5
10000	10	6325	790	1000	20	2,5
10000	2	2828	354	5000	20	2,5

Tabelle 5.2: Variationsparameter der Kreiszyinderschale für unterschiedliche R/t -Verhältnisse

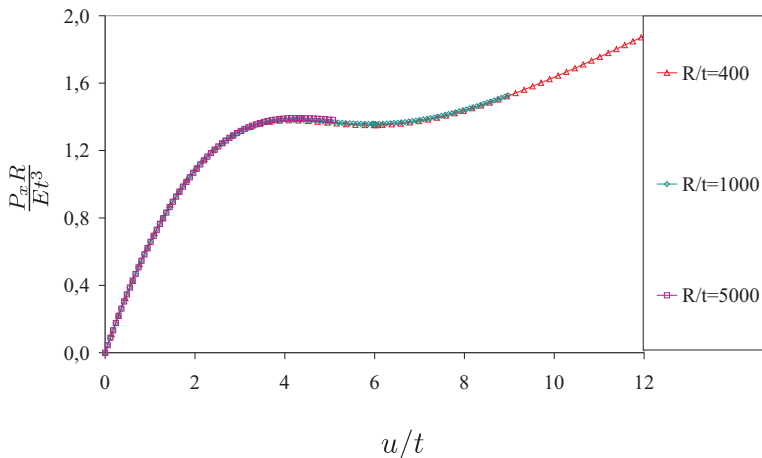


Abbildung 5.2: Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast mit $d^* = 2,5$, $L^* = 20$ und $400 \leq R/t \leq 5000$

Die Last-Verformungskurven der untersuchten Kreiszyinderschalen bestätigen die Analogie zur Kugelkappe unter radialer Einzellast insofern als das R/t -Verhältnis keinen Einfluss auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale unter radialer Einzellast hat.

5.3 Einfluss des Stutzens auf das Last-Verformungsverhalten

Bei Kugelkappen unter radialer Einzellast wurde in Abschnitt 4.3 und in Abschnitt 4.4 gezeigt, dass die Ausführung des Stutzens einen deutlichen Einfluss auf das Last-Verformungsverhalten ausübt. Dieser Einfluss ist auch bei der Kreiszyinderschale zu erwarten. Die relevanten Parameter sind dabei der dimensionslose

Stutzendurchmesser d^* , die bezogene Stutzenlänge l_r^* sowie die Steifigkeit des Stutzens, die durch den E-Modul E_r des Werkstoffes und die Wanddicke t_r gekennzeichnet ist. Zunächst wurde in geometrisch linearen Untersuchungen der Einfluss der Stutzenlänge l_r untersucht. Tabelle 5.3 stellt die Abmessungen der Kugelkappe dar. Dabei zeigt sich, dass die Umfangsspannungen der untersuchten Kreiszylinderschalen, die in Abbildung 5.3 über dem Umfang der Kreiszylinderschale aufgetragen sind, von der bezogenen Länge l_r^* des Stutzens abhängen. Je größer l_r^* ist, desto größer sind auch die Umfangsspannungen am Stutzenanschluss. Die Ursache für diesen Effekt sind die Längsspannungen im Stutzen, die in Abbildung 5.4 entlang des Stutzens aufgetragen sind.

R	t	L	d_r	t_r	l_r	d^*	l_r^*
mm	mm	mm	mm	mm	mm	-	-
10000	25	10000	875	25	209	3,5	2
10000	25	10000	875	25	1045	3,5	10
10000	25	10000	875	25	5230	3,5	50

Tabelle 5.3: Variationsparameter der Kreiszylinderschale für unterschiedliche l_r

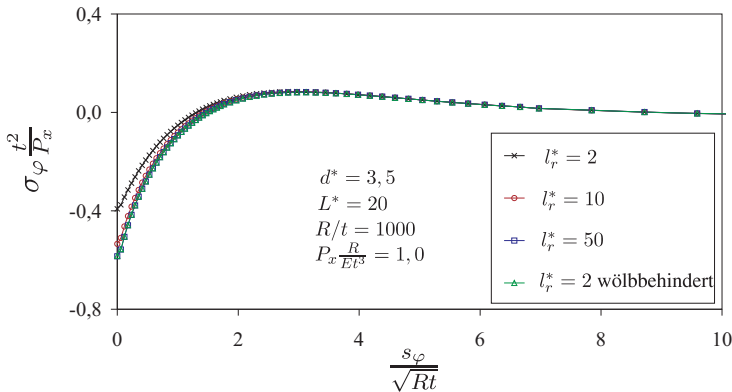


Abbildung 5.3: Umfangsspannungen entlang des Umfangs einer Kreiszylinderschale mit unterschiedlichen bezogenen Stutzenlängen l_r^*

Da sich das freie Ende des Stutzens verwölbt, wirken sich sehr kleine bezogene Stutzenlängen l_r^* auf die Längsspannungen im Stutzen aus. Dieser Effekt kann eliminiert werden, indem die Verwölbung des freien Randes des Stutzens behindert wird und somit ein unendlich langer Stutzen simuliert wird. Wie die Abbildungen

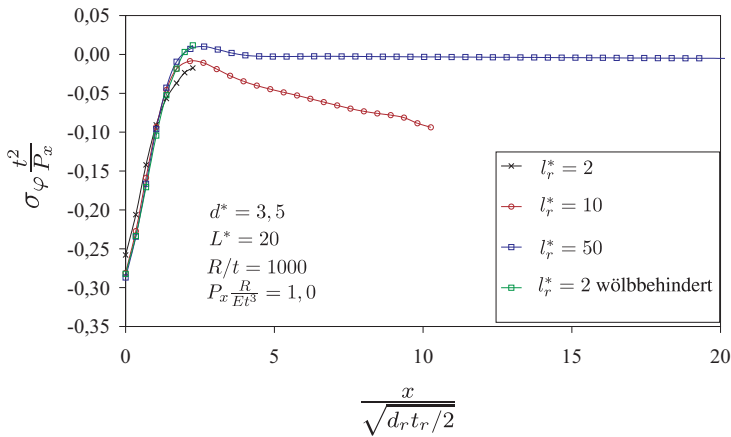


Abbildung 5.4: Längsspannungen entlang des Stutzens einer Kreiszyinderschale mit unterschiedlichen bezogenen Stutzenlängen l_r^*

5.3 und 5.4 zeigen, ist der Spannungsverlauf einer Kreiszyinderschale mit einem sehr kurzen wölbbehinderten Stutzen dem Spannungsverlauf einer Kreiszyinderschale mit einem sehr langen Stutzen identisch.

Im nächsten Schritt wurden Kreiszyinderschalen mit konstantem L^* und R/t -Verhältnis bei variablem bezogenem Stutzendurchmesser d^* und unterschiedlichen Steifigkeiten untersucht. In den numerischen Berechnungen wurde die geometrische Nichtlinearität berücksichtigt. Die Verwölbung der Stutzen am freien Ende wurde dabei behindert. In Abbildung 5.5 sind die Last-Verformungskurven der Kreiszyinderschalen mit den Abmessungen gemäß Tabelle 5.4 aufgetragen. Zudem wurden die Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen mit einem vollkommen steifen Stutzen ($E_r=10E$) und einem sehr nachgiebigen Stutzen ($E_r = 0,1E$) in Abbildung 5.5 ergänzt. Dabei bestätigt sich die Analogie zum Tragverhalten der Kugelkappe unter radialer Einzellast: Das Tragverhalten der Kreiszyinderschale wird ebenfalls stark vom Stutzendurchmesser und dessen Steifigkeit beeinflusst. Es wurde außerdem eine Kreiszyinderschale untersucht, deren Stutzenende sich frei verwölben konnte und zudem eine kleine bezogene Stutzenlänge von $l_r^* = 5$ hatte. Hier zeigt sich wiederum, dass die Stutzenlänge gerade im nichtlinearen Bereich Einfluss auf das Last-Verformungsverhalten der Kreiszyinderschale hat.

R	t	L	d_r	t_r	R/t	L^*	d^*
mm	mm	mm	mm	mm	-	-	-
10000	25	10000	375	25	400	20	1,5
10000	25	10000	625	25	400	20	2,5
10000	25	10000	875	25	400	20	3,5

Tabelle 5.4: Variationsparameter der Kreiszyllinderschale für unterschiedliche d^*

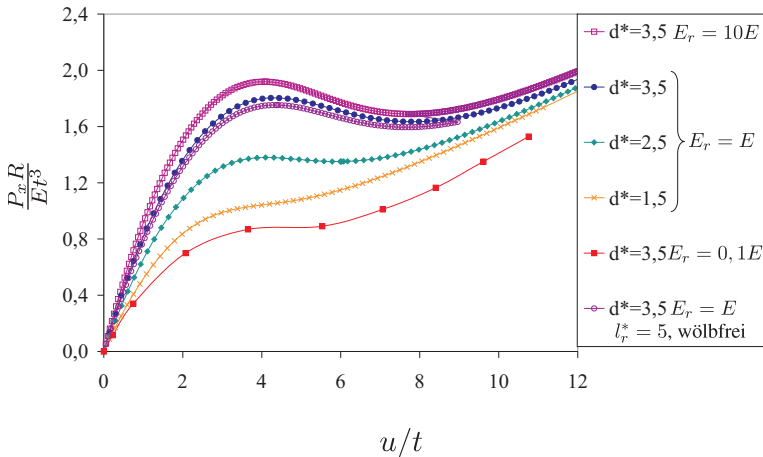


Abbildung 5.5: Last-Verformungskurven einer Kreiszyllinderschale unter radialer Einzellast mit $R/t = 400$, $L^* = 20$ und $1,5 \leq d^* \leq 3,5$ mit unterschiedlichen Stützensteifigkeiten

5.4 Einfluss des Abstandes der Lastangriffspunkte in Umfangsrichtung auf das Last-Verformungsverhalten

Um FE-Modelle mit möglichst geringer Elementanzahl zu erzeugen, ist die Ausnutzung der Symmetriebedingungen ein äußerst effizientes Mittel. Im Fall der Kreiszyllinderschale unter radialer Einzellast hängt die Anzahl der Symmetrieebenen und folglich die Größe der FE-Modelle von der Anzahl der Lastangriffspunkte ab. Da keine gegenseitige Beeinflussung zwischen den Verformungen und Spannungen jedes Lastangriffspunktes bestehen soll, ergibt sich die maximale Anzahl der Lastangriffspunkte aus dem Abstand der Punkte zueinander.

Es wurden numerische Berechnungen ohne Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität an Kreiszyinderschalen mit zwei Lastangriffspunkten mit einem Abstand von 180° zueinander durchgeführt. Dabei wurde das R/t -Verhältnis und der bezogene Randabstand L^* variiert. Die Abmessungen der untersuchten Kreiszyinderschalen sind in Tabelle 5.5 aufgeführt.

R	t	R/t	L	L^*	d_r	t_r
mm	mm		mm	-	mm	mm
10000	25	400	10000	20	500	25
10000	10	1000	10000	31,6	500	25
10000	2	5000	10000	70,7	500	25

Tabelle 5.5: Abmessungen der Kreiszyinderschalen mit zwei Lastangriffspunkten bei unterschiedlichen R/t -Verhältnissen

Die mit der Wanddicke t normierten radialen Verschiebungen u sind in Abbildung 5.6 für diese Kreiszyinderschalen unter einer Einheitslast von $P_x \frac{R}{Et^3} = 1$ entlang der Umfangs aufgetragen. Dabei zeigt sich, dass die Verschiebungen entlang des Umfangs schnell abklingen. Im ungünstigsten Fall ($R/t=400$) sind die Verschiebungen bei etwa 70° nahezu abgeklungen. Die Verformung entlang des

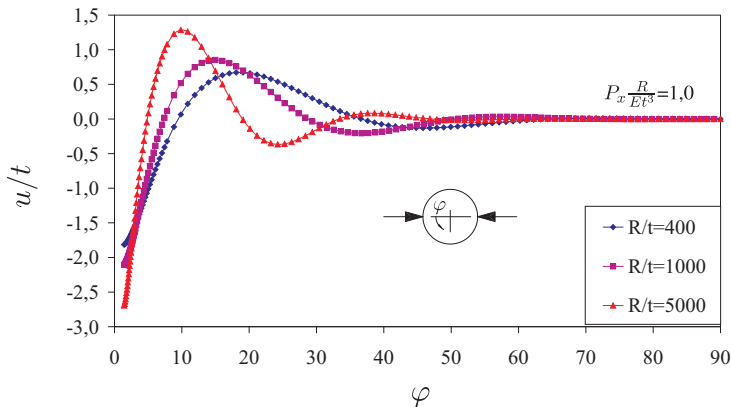


Abbildung 5.6: Radiale Verschiebung u entlang des Umfangs einer Kreiszyinderschale mit unterschiedlichen R/t -Verhältnissen

Umfangs einer Kreiszyinderschale mit vier äquidistant entlang des Umfangs angeordneten Lastangriffspunkten ist in Abbildung 5.6 den Verformungen der Kreis-

zylinderschale mit zwei Lastangriffspunkten gegenübergestellt. Das R/t -Verhältnis der Kreiszyinderschalen beträgt 400. Es zeigt sich, dass die Verschiebungen bei 45° noch nicht vollkommen abgeklungen sind, so dass es zu einer gegenseitigen Beeinflussung der Verschiebungen kommt. Im dargestellten ungünstigsten Fall sind die Verschiebungen der Kreiszyinderschalen mit vier Lasteinleitungspunkten im Abstand von etwa 20° von der Lasteinleitungsstelle geringfügig größer als die Verschiebungen der Kreiszyinderschalen mit zwei Lasteinleitungspunkten. Da die Verformungen bereits bei 90° vollständig abgeklungen sind, sind für $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ die Verformungen einer Kreiszyinderschale mit nur einem Lastangriffspunkt und mit zwei Lastangriffspunkten identisch.

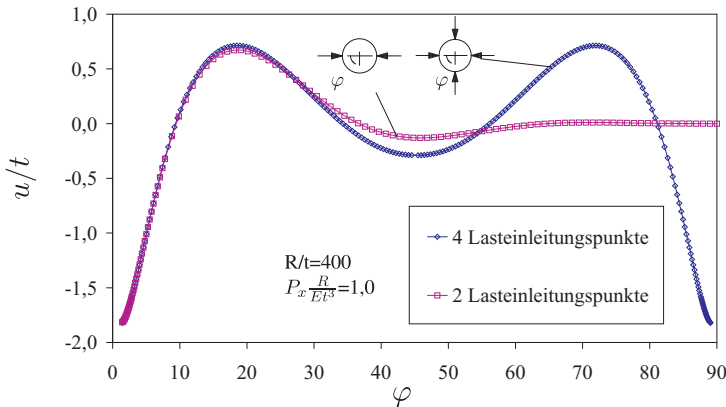


Abbildung 5.7: Radiale Verschiebung u entlang des Umfangs von Kreiszyinderschalen mit zwei und vier Lastangriffspunkten

5.5 Abklinglänge der Biegestörung

Die Kreiszyinderschale erfährt durch die radiale Einzellast eine Biegestörung, die zu sehr großen Spannungen und Verformungen am Lastangriffspunkt führt. Diese Biegestörung klingt jedoch in Umfangs- und Längsrichtung schnell ab. Aufgrund der Spannungsspitzen am Stutzenanschluss muss dieser Bereich im Modell der Kreiszyinderschale und des Stutzens sehr fein vernetzt werden. Da der hohe Vernetzungsgrad im Stutzenanschlussbereich nicht für die gesamte Kreiszyinderschale beibehalten werden muss, wird im folgenden die Abklinglänge dieser Bie-

gestörung untersucht, um somit den fein vernetzten vom grob vernetzten Bereich abzugrenzen. Dazu wurden die Krümmungen einer lokal beanspruchten Kreiszyinderschale betrachtet. In numerischen Berechnungen ohne Berücksichtigung geometrisch nichtlinearer Effekte wurden Kreiszyinderschalen mit unterschiedlichen bezogenen Randabständen L^* der Lasteinleitungsstelle zum Schalenrand und unterschiedlichen R/t -Verhältnissen mit einem konstanten bezogenen Stützendurchmesser d^* von 3,5 untersucht. Die Abmessungen dieser Kreiszyinderschalen sind in Tabelle 5.7 aufgeführt. Die Krümmungen κ der verformten Kreiszyinderschalen sind in Abbildung 5.8 entlang des Umfangs und in Abbildung 5.9 entlang des Meridians aufgetragen. Die Umfangs- und Längsachse wurde dabei mit \sqrt{Rt} normiert. Die Abmessungen der betrachteten Kreiszyinderschalen sind in Tabelle 5.6 aufgeführt.

R	t	R/t	L	L^*	d^*
mm	mm		mm		
10000	10	1000	6325	20	3,5
10000	10	1000	12649	40	3,5
10000	10	1000	25300	80	3,5
10000	2,5	5000	18675	40	3,5

Tabelle 5.6: Abmessungen der Kreiszyinderschalen mit unterschiedlichen L^*

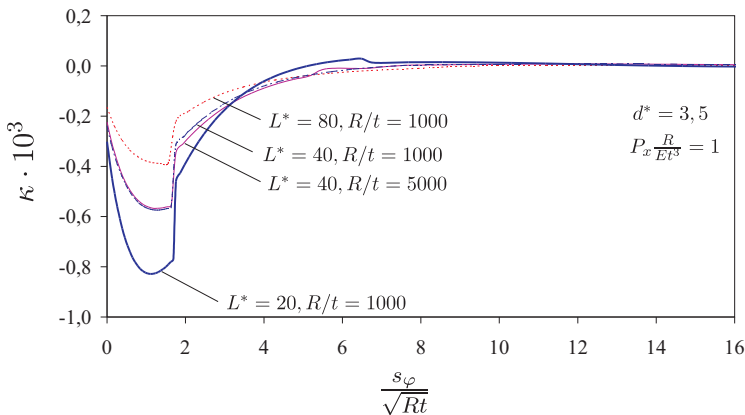


Abbildung 5.8: Krümmung entlang des Umfangs der verformten Kreiszyinderschalen mit unterschiedlichen L^* und R/t

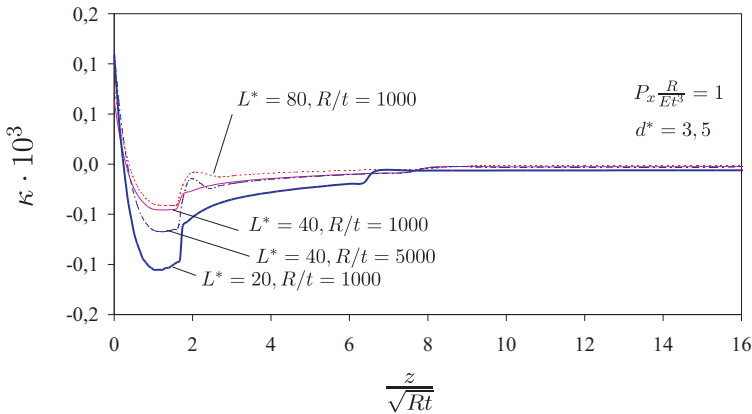


Abbildung 5.9: Krümmung entlang des Meridians der verformten Kreiszyinderschalen mit unterschiedlichen L^* und R/t

Wie diese beiden Darstellungen zeigen, sind die großen Krümmungen infolge der radialen Einzellast P_x (Biegestörung) auf einen kleinen Bereich beschränkt. Dabei ist die Länge dieses Bereiches unabhängig von L^* und R/t . Sowohl in Umfangs- als auch in Längsrichtung sind die Krümmungen nach einer Länge von etwa $5\sqrt{Rt}$ bereits stark abgeklungen. Dies geht einher mit einer Periode einer gedämpften Schwingung, die bei Kreiszyinderschalen aus Stahl mit einem E-Modul von 210000 N/mm^2 und einer Querkontraktionszahl von $\mu = 0,3$ bei $4,89\sqrt{Rt}$ liegt (vgl. z.B. [56]).

5.6 Einfluss der Randbedingungen auf das Last-Verformungsverhalten

Der Einfluss der Lagerung der Schalenränder auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale wurde an Kreiszyinderschalen mit unterschiedlichen bezogenen Randabständen L^* für unterschiedliche Randbedingungen untersucht. Dabei wurden eingespannte (RB1), gelenkige (RB2) und freie Ränder (RB3) (vgl. Abschnitt 3.4) betrachtet. In den numerischen Berechnungen wurden keine geometrischen Nichtlinearitäten berücksichtigt. Die Abmessungen der Kreiszyinderschalen sind in Tabelle 5.7 aufgeführt.

R	t	R/t	L	L^*	d^*
mm	mm		mm		
10000	10	1000	1581	5	3,5
10000	10	1000	6325	20	3,5
10000	10	1000	12649	40	3,5
10000	10	1000	25300	80	3,5

Tabelle 5.7: Abmessungen der Kreiszyinderschalen mit unterschiedlichen L^*

In Abbildung 5.10 wurden die mit der Wanddicke t normierten radialen Verschiebungen u über der mit \sqrt{Rt} normierten Koordinate z unter einer Einheitslast von $P \frac{R}{Et^3} = 1$ aufgetragen. Trotz unterschiedlicher Randbedingungen unterscheiden sich die Verschiebungen aller untersuchten Kreiszyinderschalen nur geringfügig. Die maximale Abweichung der Maximalwerte liegt für eine Kreiszyinderschale mit $L^* = 80$ bei etwa 3%.

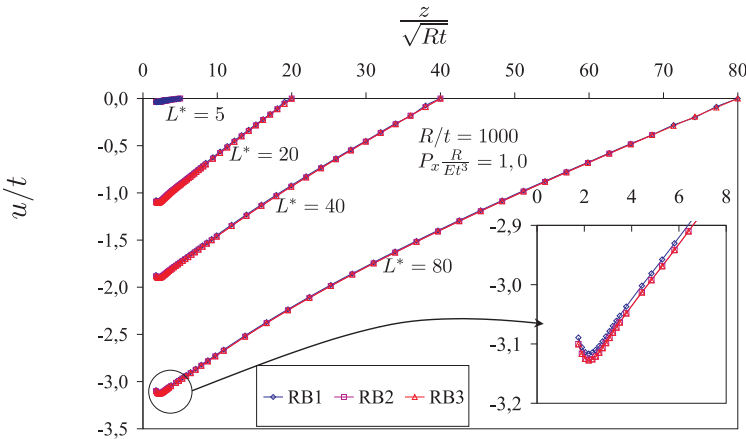


Abbildung 5.10: Radiale Verschiebung entlang des Meridians der Kreiszyinderschale mit unterschiedlichen L^* für unterschiedliche Randbedingungen

Die in Tabelle 5.7 aufgeführte Kreiszyinderschale mit $R/t = 1000$, $L^* = 20$ und $d^* = 3,5$ wurde in FE-Berechnungen unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearitäten untersucht. Die Last-Verformungskurven dieser Kreiszyinderschalen sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Dabei zeigt sich, dass auch bei Berück-

sichtigung großer Verformungen unterschiedliche Randbedingungen keinen wesentlichen Einfluss auf das Lastverformungsverhalten der Kreiszyinderschalen haben.

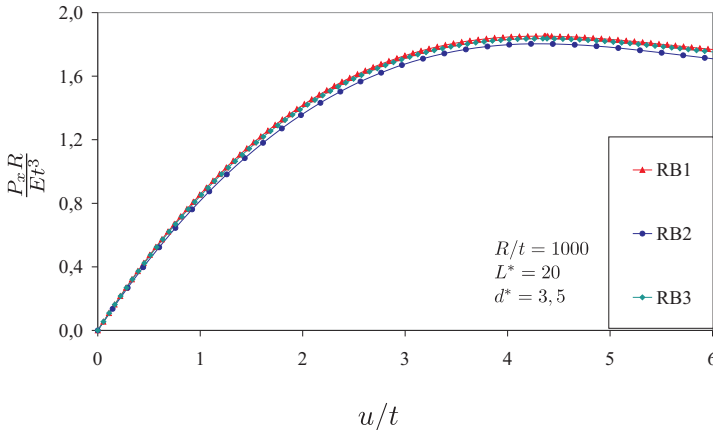


Abbildung 5.11: Last-Verformungskurve einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 1000$, $L^* = 80$ und $d^* = 3,5$ für unterschiedliche Randbedingungen

5.7 Interaktion von Innendruck und lokaler Belastung

Die betrachteten Tankbauwerke sind in der Regel mit einem flüssigen oder gasförmigen Medium gefüllt. Der aus dem Füllmedium resultierende Radialdruck erzeugt Membranzugspannungen in der Wand der Kreiszyinderschale, die sich bei zusätzlicher lokaler Belastung mit den daraus entstehenden Spannungen überlagern. An der in Tabelle 5.8 aufgeführten Kreiszyinderschale wurde der Einfluss des Innendrucks auf das Tragverhalten exemplarisch untersucht. Zunächst wurde die Kreiszyinderschale mit einem Innendruck p_i von $0,01 \text{ N/mm}^2$ belastet. Anschließend wurden die radialen Einzellasten P_x aufgebracht. In Abbildung 5.12 ist die Last-Verformungskurve dieser Kreiszyinderschale dargestellt. Außerdem wurde dort die Last-Verformungskurve aufgetragen, wenn die Kreiszyinderschale nur mit radialen Einzellasten P_x belastet wird.

Es zeigt sich, dass sich der Innendruck stabilisierend auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschalen auswirkt. Die infolge der lokalen Belastung entstehenden

R/t	L^*	d^*	p_i
400	20	2,5	0,01 N/mm ²
400	20	2,5	-

Tabelle 5.8: Abmessungen der Kreiszyinderschale unter radialer Einzellast P_x und Innendruck p_i

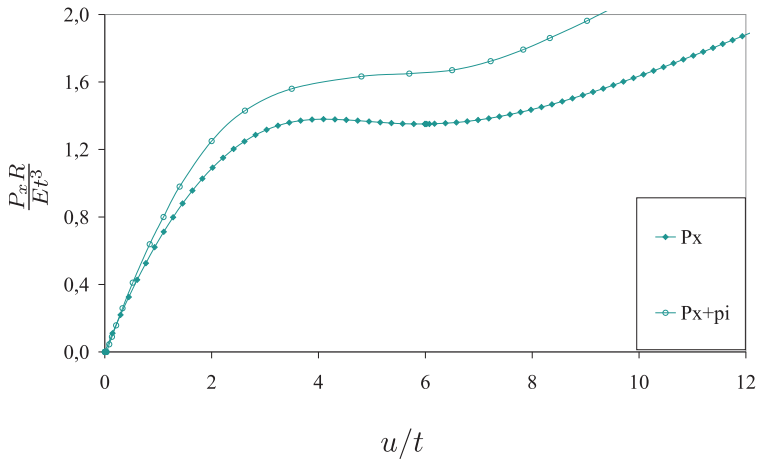


Abbildung 5.12: Last-Verformungskurve einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$, $L^* = 20$ und $d^* = 1,5$ unter Innendruck $p_i = 0,01$ N/mm² und radialer Einzellast P_x sowie nur unter radialer Einzellast P_x

Membrandruckspannungen, die zu einem Stabilitätsproblem führen können, werden durch die Membranzugspannungen aus dem Radialdruck reduziert.

5.8 Vergleich der numerischen Ergebnisse mit analytischen und numerischen Ergebnissen aus WRCB 297

Im „Welding research council bulletin (WRCB) 297“ [29] wurden Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast und Momentenbelastung in Umfangs- und Meridianrichtung mit der FE-Methode untersucht und mit Ergebnissen verglichen, die sich mit der in [29] aufgeführten analytischen Methode ergeben. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der Kreiszyinderschalen R500 und R2000 aus

[29] mit eigenen numerischen Ergebnissen verglichen. Die Vergleichsberechnungen beschränken sich auf den Lastfall radiale Einzellast P_x . Die Abmessungen der untersuchten Kreiszyinderschalen sowie die dimensionslosen Parameter sind in Tabelle 5.9 und Tabelle 5.10 zusammengestellt.

	R	t	d_r	t_r	L
	mm	mm	mm	mm	mm
500R	12700	10,16	254	5,08	36957
1000R	25400	5,08	254	5,08	36957

Tabelle 5.9: Abmessungen der Kreiszyinderschalen aus [29] und [36]

	R/t	d^*	L^*
500R	1250	0,71	103
1000R	5000	0,71	103

Tabelle 5.10: Dimensionslose Parameter der Kreiszyinderschalen aus [29] und [36]

Alle untersuchten Kreiszyinderschalen waren an den oberen und unteren Rändern gelenkig gelagert (RB2). In den eigenen numerischen Berechnungen wurde das in Abschnitt 3.4 beschriebene FE-Modell verwendet. Dabei wurden geometrische und materielle Nichtlinearitäten nicht berücksichtigt. Die maximale Elementlänge im Stutzenanschlussbereich und im Stutzen beträgt in den eigenen FE-Berechnungen sowie in den Untersuchungen in [29] maximal $0,25\sqrt{Rt}$.

Die Ergebnisse der eigenen FE-Berechnungen und der in [29] dokumentierten FE-Berechnungen unter einer Einheitslast von $P_x \frac{R}{Et^3} = 1$ sind in den Tabellen 5.11 bis 5.15 den analytischen Ergebnissen nach WRCB 297 gegenübergestellt. Die dimensionslosen Spannungen in Längs- und Umfangrichtung wurden im Schnittpunkt des Stutzens mit der Längsachse (Stelle A) und dem Umfang (Stelle B) (vgl. Abbildung 3.6) jeweils an der Außen- und Innenseite der Kreiszyinderschale ermittelt.

		Eigene FE-Berechnung	FE-Berechnung in [29]	Analytische Lösung in [29]
500R	außen	-0,69	-0,68	-1,43
500R	innen	0,56	0,52	1,20
1000R	außen	-0,69	-0,70	-1,91
1000R	innen	0,58	0,58	1,73

Tabelle 5.11: Dimensionslose Längsspannungen $\sigma_z \frac{t^2}{P_x}$ an der Stelle A

		Eigene FE-Berechnung	FE-Berechnung in [29]	Analytische Lösung in [29]
500R	außen	-1,16	-1,14	-1,08
500R	innen	0,71	0,69	0,53
1000R	außen	-0,89	-0,87	-0,88
1000R	innen	0,46	0,45	0,37

Tabelle 5.12: Dimensionslose Längsspannungen $\sigma_z \frac{t^2}{P_x}$ an der Stelle B

Es zeigt sich, dass die Ergebnisse aus den eigenen FE-Berechnungen sehr gut mit den in WRCB 297 dokumentierten FE-Berechnungen übereinstimmen. Die numerisch ermittelten Spannungen an der Außenseite sind stets größer als an der Innenseite der Kreiszylinderschale. Dabei sind Längs- und Umfangsspannungen an der Stelle B größer als an der Stelle A, wobei die maximalen Spannungen stets die Umfangsspannungen sind. Bei der Spannungsermittlung mit der analytischen Methode nach WRCB 297 wird Rotationssymmetrie zur Stutzenlängsachse angenommen. Dies bedeutet, dass an der Stelle A die in WRCB 297 mit σ_r bezeichneten Spannungen die Längsspannungen σ_z und die mit σ_θ bezeichneten Spannungen die Umfangsspannungen σ_φ sind. An der Stelle B sind dagegen σ_r die Umfangsspannungen und σ_θ die Längsspannungen. Aus diesem Grund werden die numerisch ermittelten Längs- und Umfangsspannungen durch die analytisch ermittelten Werte an der Stelle A weit überschätzt. Wie die Gegenüberstellung der Längsspannungen an der Stelle B in Tabelle 5.12 zeigt, stimmen die Ergebnisse recht gut überein, wobei die analytisch bestimmten Spannungen der Kreiszylinderschale R500 leicht auf der unsicheren Seite liegen. Die Umfangsspannungen im Punkt B werden mit der analytischen Methode dagegen um bis zu 20% überschätzt.

Die analytisch ermittelten dimensionslosen Verschiebung u/t unter dem Stutzen stimmen gut mit den numerisch ermittelten Verschiebungen überein.

		Eigene FE-Berechnung	FE-Berechnung in [29]	Analytische Lösung in [29]
500R	außen	-0,79	-0,79	-1,08
500R	innen	0,22	0,26	0,53
1000R	außen	-0,45	-0,48	-0,88
1000R	innen	0,01	0,01	0,37

Tabelle 5.13: Dimensionslose Umfangsspannungen $\sigma_\varphi \frac{t^2}{P_x}$ an der Stelle A

		Eigene FE-Berechnung	FE-Berechnung in [29]	Analytische Lösung in [29]
500R	außen	-1,22	-1,19	-1,43
500R	innen	1,02	0,98	1,20
1000R	außen	-1,76	-1,77	-1,91
1000R	innen	1,58	1,59	1,73

Tabelle 5.14: Dimensionslose Umfangsspannungen $\sigma_\varphi \frac{t^2}{P_x}$ an der Stelle B

	Eigene FE-Berechnung	FE-Berechnung in [29]	Analytische Lösung in [29]
500R	-4,73	-4,68	-4,68
1000R	-4,53	-4,47	-4,69

Tabelle 5.15: Dimensionslose Durchbiegung u/t

5.9 Vergleich der numerischen Ergebnisse mit Versuchsergebnissen der „Chicago bridge and iron company“ und analytischen Ergebnissen aus WRCB 297

Die Versuchen an Kreiszyinderschalen aus Stahl unter radialer Einzellast sowie Momentenbelastung in Umfangs- und Meridianrichtung der „Chicago bridge and iron company (CBI)*“ in [36] sind in [31] ausführlich beschrieben und werden dort auch den mit WRCB 297 analytisch ermittelten Ergebnissen gegenübergestellt. Für die Vergleichsberechnungen mit der FE-Methode wurden die Versuchskörper CBI-1 und CBI-2 mit einem R/t -Verhältnis von 524 herangezogen. An den oberen und unteren Rändern waren die Kreiszyinder gelenkig gelagert (RB2). Es waren zwei einander gegenüberliegende Stützen an die Kreiszyinder angeschweißt. Alle im Versuch gemessenen Spannungen lagen im elastischen Bereich. Die Abmessungen der untersuchten Kreiszyinder sind in Tabelle 5.16 und Tabelle 5.17 aufgeführt.

	R	t	d_r	d_r	L
	mm	mm	mm	mm	mm
CBI-1	3943	7,52	84	4,75	1707
CBI-2	3943	7,52	211	8,18	1707

Tabelle 5.16: Abmessungen der Prüfkörper CBI-1 und CBI-2 [36]

	R/t	d^*	L^*
CBI-1	524	0,49	10
CBI-2	524	1,23	10

Tabelle 5.17: Dimensionslose Parameter Prüfkörper CBI-1 und CBI-2 [36]

Für die numerischen Vergleichsberechnungen wurde das in Abschnitt 3.4 beschriebene Modell unter einer Einzellast P_x verwendet. Da die Versuchsergebnisse im linearen Bereich lagen, traf das angesetzte elastische Werkstoffverhalten zu. Geometrisch nichtlineare Effekte wurden dabei nicht berücksichtigt. In [31] sind die Umfangsspannungen der Kreiszyinderschale CBI-2 unter einer radialen Einzellast in acht Messpunkte entlang des Umfangs dokumentiert. Dort sind auch die Umfangsspannungen aufgeführt, die mit einem Programm zur iterativen Lösung nichtlinearer Gleichungssystem (FAST, vgl. [32]) berechnet wurden und

dabei von einem vollkommen steifen Stutzen ausgehen. Die Spannungsverläufe aus [31] sowie die Umfangsspannungen aus den FE-Berechnungen sind in Abbildung 5.13 unter einer radialen Stutzenlast P_x von 9080 N entlang des Umfangs aufgetragen.

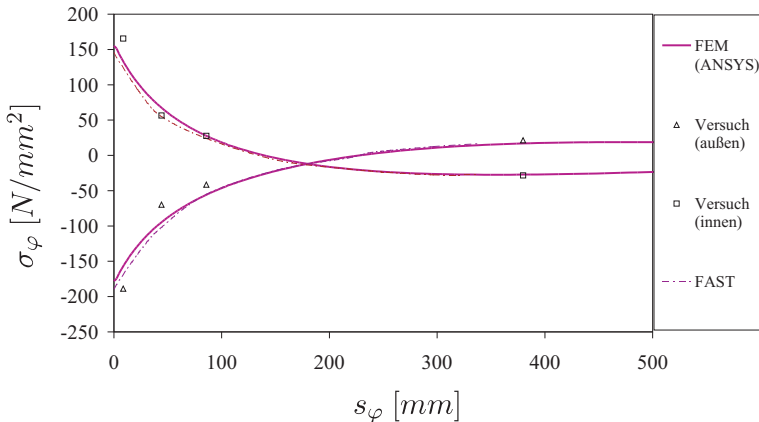


Abbildung 5.13: Umfangsspannungen entlang des Umfangs des Kreiszyinders CBI-2 aus [31] unter einer Last von 9080 N

Wie Abbildung 5.13 deutlich zeigt, stimmen die mit der FE-Methode ermittelten Ergebnisse sehr gut mit den mit Hilfe des Programms FAST ermittelten Ergebnissen überein. Die Spannungen, die am Prüfkörper CBI-2 mehr als etwa 50 mm vom Stutzenanschluss entfernt gemessen wurden, zeigen ebenfalls eine sehr gute Übereinstimmung mit den numerisch ermittelten Ergebnissen. An den Messpunkten unmittelbar am Stutzenanschluss liegen die gemessenen Spannungen dagegen über den numerisch ermittelten Spannungen. Mit einer Abweichung von maximal 25% ist die Übereinstimmung der Ergebnisse dennoch zufriedenstellend.

Die Ergebnisse der FE-Berechnungen sowie der Versuche CBI-1 und CBI-2 aus [36] für den Lastfall P_x sind in den Tabellen 5.18 bis 5.22 als dimensionslose Größen aufgeführt. Zudem wurden die Längs- und Umfangsspannungen sowie die Verschiebungen mit WRCB 297 [29] für diese beiden Kreiszyinderschalen ermittelt. Da die Dehnmessstreifen, die zur Messung der Spannungen verwendet wurden, nicht unmittelbar am Schnittpunkt des Kreiszyinders mit dem Stutzen appliziert werden konnten, sind in den folgenden Tabellen die mit der FE-Methode ermittelten Spannungen auch an den Stellen angegeben, an denen sich

die Messpunkte befanden. Gemäß den äußerst ungenauen Angaben zu den Positionen der Dehnmesstreifen wurde der Abstand s_i des Messpunktes zum Schnittpunkt in Versuch CBI-1 mit $1,4t_r + 0,5t_r = 9$ mm und in Versuch CBI-2 mit $t_r + 0,5t_r = 12$ mm abgeschätzt.

		A+s _i		A	
		FEM	Versuch [36]	FEM	Analyt. [29]
CBI-1	außen	-0,86	-0,71	-0,99	-1,78
CBI-1	innen	0,59	0,61	0,75	1,46
CBI-2	außen	-0,45	-0,66	-0,49	-1,40
CBI-2	innen	0,33	0,42	0,40	1,24

Tabelle 5.18: Dimensionslose Längsspannungen $\sigma_z \frac{t^2}{P_x}$ im Punkt A oder A+s_i

		B+s _i		B	
		FEM	Versuch [36]	FEM	Analyt. [29]
CBI-1	außen	-0,99	-0,75	-1,04	-1,09
CBI-1	innen	0,67	0,45	0,75	0,59
CBI-2	außen	0,52	-0,55	-0,53	-0,63
CBI-2	innen	0,23	0,41	0,23	0,27

Tabelle 5.19: Dimensionslose Längsspannungen $\sigma_z \frac{t^2}{P_x}$ im Punkt B oder B+s_i

		A+s _i		A	
		FEM	Versuch [36]	FEM	Analyt. [29]
CBI-1	außen	-0,92	-0,43	-0,94	-1,09
CBI-1	innen	0,52	0,17	0,46	0,59
CBI-2	außen	-0,32	-0,37	-0,32	-0,63
CBI-2	innen	0,03	0,11	0,03	0,27

Tabelle 5.20: Dimensionslose Umfangsspannungen $\sigma_\varphi \frac{t^2}{P_x}$ im Punkt A oder A+s_i

Die numerisch ermittelten Längsspannungen des Kreiszyinders CBI-1 liegen rund 25% über den gemessenen Längsspannungen, wohingegen die numerisch ermittelten Längsspannungen im Kreiszyinder CBI-2 um bis zu 45% unterhalb der gemessenen Längsspannungen liegen. Die mit WRCB 297 [29] ermittelten Spannungen werden mit den numerisch ermittelten Spannungen unmittelbar im Schnittpunkt des Stutzens mit der Kreiszyinderschale verglichen. Da bei der analytischen Methode nach WRCB 297 Rotationssymmetrie bezüglich der

		B+s _i		B	
		FEM	Versuch [36]	FEM	Analyt. [29]
CBI-1	außen	-1,13	-1,30	-1,36	-1,78
CBI-1	innen	0,84	1,10	1,07	1,46
CBI-2	außen	-0,93	-1,24	-1,11	-1,40
CBI-2	innen	0,78	1,16	0,97	1,24

Tabelle 5.21: Dimensionslose Umfangsspannungen $\sigma_{\varphi} \frac{t^2}{P_x}$ im Punkt B oder B+s_i

	FEM	Versuch [36]	Analyt. [29]
CBI-1	-4,73	-4,68	-4,68
CBI-2	-4,53	-4,47	-4,69

Tabelle 5.22: Dimensionslose Durchbiegung u/t

Stützenlängsachse angenommen wird, entsprechen die Längsspannungen an der Stelle A den Umfangsspannungen an der Stelle B, sowie die Umfangsspannungen in A den Längsspannungen in B. Aus diesem Grund werden für den Vergleich nur die Spannungen an der Stelle B herangezogen, da an dieser Stelle die FE-Berechnung die maximalen Spannungen liefert. Mit der analytischen Methode werden die Längsspannungen in den Kreiszyindern zufriedenstellend und zur sicheren Seite hin abgeschätzt.

Bei den Umfangsspannungen an der Stelle A+s_i des Prüfkörpers CBI-1 zeigen sich große Abweichungen zwischen den numerischen Ergebnissen und den Versuchsergebnissen. Fraglich sind dabei wiederum die Angaben zu den Messpunkten. Dagegen stimmen numerische und experimentell bestimmte Ergebnisse bei der Kreiszyinderschale CBI-2 gut überein. An der Stelle B+s_i, wo die Umfangsspannungen stets größer sind als an der Stelle A+s_i liegen die gemessenen Umfangsspannungen zwischen 15% und 30% über den numerisch bestimmten Spannungen. Die Spannungen, die sich nach der analytischen Lösung ergeben, überschätzen die Spannungen aus Versuch und FE-Berechnung um rund 50%. Wie Tabelle 5.22 zeigt, stimmen die gemessenen Verschiebungen bei beiden Kreiszyindern sehr gut mit den numerisch und analytisch ermittelten Ergebnissen überein.

Da die Spannungen unmittelbar am Stützenanschluss sehr groß sind und dann sehr schnell abklingen, führen kleine Abweichungen bei den Positionsangaben der Messpunkte zu sehr großen Abweichungen bei den Spannungen. Zudem ist die Lage der Messpunkte in [36] nur sehr ungenau dokumentiert, so dass die Abweichungen der Spannungen aus den FE-Berechnungen gegenüber den im Versuch gemessenen Spannungen von bis zu 40% als gute Übereinstimmung zu werten sind.

5.10 Zusammenfassung

Die Untersuchungen an Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast P_x haben gezeigt, dass das Tragverhalten der Kreiszyinderschale in vielen Punkten analog zu dem der Kugelkappe ist. Für den Lastfall P_x wird das Tragverhalten der Kreiszyinderschale maßgeblich vom bezogenen Randabstand L^* und vom bezogenen Stutzenabstand d^* beeinflusst. Dabei bestimmt das Verhältnis der Biegeanteile zu den Membrananteilen die Charakteristik der Last-Verformungskurven, wie in Abschnitt 4.3 für die Kugelkappe ausführlich gezeigt und durch Untersuchungen an der Kreiszyinderschale bestätigt wurde. Das R/t -Verhältnis wirkt sich dagegen nicht auf den Verlauf der Last-Verformungskurven dieser Strukturen aus. Ein weiterer Einflussfaktor ist die Steifigkeit des Stutzens. Der Stutzen ist annähernd steif, wenn der E-Modul E_r des Stutzens gleich dem E-Modul der Kreiszyinderschale ist und die Wanddicke t_r des Stutzens mindestens so groß wie die Wanddicke t des Mantelbleches ist. Dabei spielt die Länge des Stutzens keine Rolle, wenn die Verwölbung des freien Endes verhindert wird. Im FE-Modell wird dies erreicht, indem der Stutzen sehr lang ausgeführt ($l_r^* > 50$) oder die Verwölbung am freien Ende des Stutzens behindert wird.

Der lokale Charakter der Verformungen und Spannungen der Kugelkappe unter einer radialen Einzellast ist auch bei der Kreiszyinderschale vorhanden. Dies zeigt sich darin, dass die Biegestörung schnell abgeklungen ist.

Der Radialdruck aus dem Füllmedium wirkt sich stabilisierend auf das Tragverhalten der lokal beanspruchten Kreiszyinderschale aus, so dass die Kreiszyinderschale ohne Lagermedium den ungünstigsten Fall abdeckt.

Der Vergleich der Ergebnisse aus experimentellen, analytischen und numerischen Untersuchungen mit eigenen FE-Ergebnissen zeigt, dass die Kreiszyinderschale unter lokaler Belastung mit dem verwendeten FE-Modell zuverlässig abgebildet wird. Die in diesem Kapitel gewonnenen Erkenntnisse führen für weitere numerische Untersuchungen zu folgenden Schlussfolgerungen:

1. Die Lagerung der Schalenränder hat nur einen sehr geringen Einfluss auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale. Vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend kann eine gelenkige Lagerung (RB2) der Schalenränder angenommen werden.
2. Aufgrund des Abklingverhaltens der Biegestörung werden Kreiszyinderschalen mit zwei Stutzen, die in Umfangsrichtung einen Abstand von 180° haben, betrachtet. Dabei wird die Symmetrie ausgenutzt und nur ein Achtel der Kreiszyinderschale abgebildet.
3. Im Lasteinleitungsbereich wird die Kreiszyinderschale sehr fein vernetzt.

Aufgrund der Spannungsspitzen wird dort die maximale Elementlänge auf $0,25\sqrt{Rt}$ begrenzt. In den Bereichen der Kreiszyinderschale die einen Abstand ($d_n/2$) von mindestens $10\sqrt{Rt}$ zur Stutzenachse haben, können die Elemente eine Länge von bis zu \sqrt{Rt} haben.

Die Untersuchungen in diesem Abschnitt beschränkten sich auf den Lastfall radiale Einzellast P_x . Kreiszyinderschalen, die durch Momente in Umfangsrichtung (M_φ) oder Meridianrichtung (M_z) beansprucht werden, erfahren eine Biegestörung, deren Abklingverhalten identisch ist mit dem der Kreiszyinderschale unter radialer Einzellast. In Anbetracht dieses Sachverhaltes können die unter 1. bis 3. getroffenen Schlussfolgerungen auch auf Kreiszyinderschalen unter Einwirkung eines Moments in Umfang- oder Meridianrichtung angewandt werden. Die Bedingungen, die bei Erstellung des FE-Modells der Kreiszyinderschale eingehalten werden müssen, sind in Tabelle 5.23 zusammengefasst.

Die Einflüsse der Parameter L^* , d^* und R/t auf das Tragverhalten treffen dagegen nicht zwangsläufig auf die Lastfälle M_z und M_φ zu und müssen für den jeweiligen Lastfall gesondert untersucht werden.

Parameter	Bedingung
t_r/t	$\geq 1,0$
E_r/E	$\geq 1,0$
l_r	$\geq 50\sqrt{d_r t_r/2}$
d_n	$\geq 20\sqrt{Rt}$
Elementlänge	$\leq 0,25\sqrt{Rt}$
Randbedingungen	$u = 0; v = 0$
Anzahl der Stutzen	2

Tabelle 5.23: Bedingungen für das FE-Modell einer Kreiszyinderschale unter Einwirkung lokaler Lasten

6 Numerische Serienberechnungen von Kreiszyinderschalen unter lokaler Belastung

6.1 Umfang der Untersuchungen

Der Umfang der untersuchten Abmessungen orientiert sich an ausgeführten Tankbauwerken und den Mindestwanddicken der Mantelbleche in den gängigen Normen und Regelwerken. Es werden dünnwandige Kreiszyinderschalen im Bereich von $400 \leq R/t \leq 5000$ untersucht. Der bezogene Abstand L^* der Lasteinleitungsstelle zum Rand der Kreiszyinderschale resultiert aus den obengenannten R/t -Verhältnissen und in der Baupraxis relevanten Schalenlängen H . Daraus ergibt sich für L^* ein Parameterumfang zwischen 10 und 80. Aus den Abmessungsbereichen für Radius und Wanddicke ergibt sich für den Stutzen ein Parameterbereich von $0,5 \leq d^* \leq 3,5$. Es werden Baustähle mit linearelastisch-idealplastischem Werkstoffgesetz nach Abschnitt 3.5 untersucht, deren Streckgrenzen f_y zwischen 240 N/mm^2 und 690 N/mm^2 liegen. Im Rahmen der Serienberechnungen werden die Lastfälle radiale Einzellast P_x , Momente in Umfangsrichtung M_φ und Moment in Meridianrichtung M_z untersucht.

6.2 Berechnungskonzepte

Die numerischen Untersuchungen werden in Abhängigkeit von den berücksichtigten Nichtlinearitäten nach den Berechnungskonzepten in DIN V ENV 1993-1-6:2005-05 benannt. Diese sind:

- Lineare elastische Berechnung (LA): Den Berechnungen liegt die Annahme eines linear elastischen Werkstoffverhaltens und kleiner Verformungen zugrunde.
- Geometrisch nichtlineare elastische Berechnung (GNA): In den Berechnungen wird von einem elastischen Werkstoffverhalten ausgegangen. Es werden

große Verformungen berücksichtigt, und das Gleichgewicht wird am verformten System gebildet.

- Materiell nichtlineare Berechnung (MNA): In den Berechnungen wird von kleinen Verformungen und einem elasto-plastischen Wekstoffgesetz ausgegangen.
- Geometrisch und materiell nichtlineare Berechnung (GMNA): Den Berechnungen liegt die Annahme eines elasto-plastischen Wekstoffgesetzes und großer Verformungen zugrunde.

Laut DIN V ENV 1993-1-6:2005-05 sind zusätzlich geometrische Imperfektionen in GNIA und GMNIA Berechnungen zu berücksichtigen. Diese geometrische Imperfektion wird in den Berechnungen als Formabweichung von der idealen Schalenwand angesetzt, deren Größenordnung im Bereich der Schalenwanddicke t liegt. Die Verformungen, die durch die lokale Belastung senkrecht zur Schalenwand hervorgerufen werden, können dagegen selbst als Imperfektion betrachtet werden und sind zudem ein Vielfaches größer als die gemäß Regelwerk anzusetzenden Imperfektionen. Daher spielen diese Imperfektionen für die betrachteten Lastfälle eine untergeordnete Rolle und es werden in den folgenden Berechnungen keine zusätzlichen geometrischen Imperfektionen angesetzt.

6.3 Definition der kritischen Last bei geometrisch nichtlinearen Berechnungen

Die Charakteristik der Last-Verformungskurven kann anschaulich am Beispiel der radialen Einzellast in Abhängigkeit vom bezogenen Stützendurchmesser d^* anhand der Last-Verformungskurven in Abbildung 6.1 erläutert werden. Für große bezogene Stützendurchmesser d^* , die oberhalb eines Grenzwertes d_{gr}^* liegen, hat die Last-Verformungskurve einen linearen Anfangsbereich mit einer Anfangssteifigkeit c_i^* , die umso größer ist, je größer d^* ist. Unter großer Zunahme der Verformungen wird die Kurve nichtlinear, bis schließlich ein lokales Maximum auftritt. Nach Erreichen des Maximums fällt die Last ab und steigt schließlich wieder an. In diesem Fall liegt ein Stabilitätsproblem vor, wobei das lokale Maximum die kritische Last $S_{i,crit,k}^*$ im Sinne einer Durchschlagslast nach Abschnitt 2.1 ist. Der Index i steht in diesem Fall für den jeweiligen Lastfall, der Index k gibt die Berechnungsart an.

Für kleine bezogene Stützendurchmesser, d.h. wenn $d^* < d_{gr}^*$ ist, verläuft die Last-Verformungskurve zunächst linear. Die Steigung c_i^* im linearen Bereich ist dabei ebenfalls abhängig von d^* . Unter großer Verformungszunahme

wird die Kurve flacher und steigt nach einem Krümmungswechsel erneut steil an. Diese Kurven sind stets monoton steigend, was darauf hindeutet, dass kein Stabilitätsproblem auftritt und die Bestimmung einer Grenzlaster ein Spannungsproblem ist. In diesen Fällen erfolgt die Bestimmung der Grenzlaster indirekt über die normierten Last-Verformungskurven. Dazu werden zunächst die Last-Verformungskurven mit einem eindeutigen lokalen Maximum ($d^* > d_{gr}^*$) mit der kritischen Last $S_{i,crit,k}$ normiert. Dadurch fallen die Last-Verformungskurven im Vorbeulbereich annähernd zusammen (Abbildung 6.1(b)). Die Last, mit der eine Last-Verformungskurve ohne lokales Maximum ($d^* < d_{gr}^*$) in diese Einheitskurve überführt werden kann, ist die gesuchte Grenzlaster. Unabhängig davon, ob ein Stabilitäts- oder Spannungsproblem vorliegt, wird im Folgenden diese Grenzlaster als kritische Last $S_{i,crit,k}$ bezeichnet. Diese Bestimmung der kritischen Lastgröße wurde gewählt, da sie auf der Charakteristik der Lastverformungskurve basiert und daher einen Zusammenhang zwischen dem verformungskritischen Zustand beim Auftreten eines Stabilitätsproblems und dem entsprechenden Zustand nicht stabilitätsgefährdeter Strukturen herstellt. Das Abgrenzungskriterium ist eine frei gewählte verformungskritische Lastgröße, die die kritische Last zur sicheren Seite hin abschätzt.

Bereits beim Auftreten des lokalen Maximums betragen die maximalen Verformungen ein Vielfaches der Wanddicke. Aufgrund dieser großen Verformungen kommt dem Nachbeulbereich eine untergeordnete Bedeutung zu, er wird im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet. Da die Bezeichnung Vorbeulbereich nur im Zusammenhang mit einem Stabilitätsproblem zutreffend ist, wird der betrachtete Bereich im folgenden einheitlich als Anfangsbereich bezeichnet.

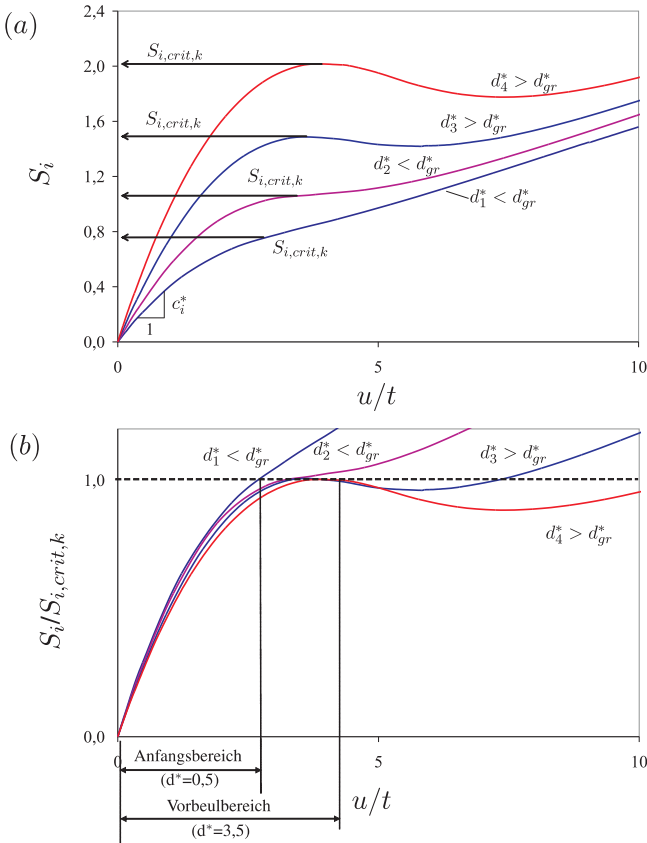


Abbildung 6.1: (a) Last-Verformungskurven; (b) Normierte Last-Verformungskurven

6.4 Kreiszyinderschalen unter radialen Einzella- sten P_x

6.4.1 Allgemeines

Für die Kreiszyinderschale, die durch radial gerichtete Einzellasten beansprucht wird, werden numerische Berechnungen gemäß den in Abschnitt 6.2 aufgeführten Berechnungskonzepten durchgeführt. Für die numerischen Berechnungen wird

das in Abschnitt 3.4 beschriebene FE-Modell verwendet. Die in Abschnitt 5.10 begründeten Vereinfachungen wurden dabei berücksichtigt. Die Ergebnisse der geometrisch linearen Berechnungen mit elastischem Werkstoffverhalten (P_x LA) werden als Spannungsverläufe im Querschnitt der Kreiszyinderschale mit der Stutzenachse entlang des Meridians und des Umfangs dargestellt. Dabei werden die Bogenlänge s_φ und die Längsachse z durch \sqrt{Rt} dividiert. Die Spannungen werden in dimensionsloser Form mit

$$\sigma_{P_x}^* = \sigma \frac{t^2}{P_x} = \frac{\sigma}{E} \frac{R}{t} \frac{1}{P_x^*} \quad (6.1)$$

dargestellt.

Die Ergebnisse der geometrisch nichtlinearen Berechnung ohne und mit Berücksichtigung des plastischen Werkstoffverhaltens (P_x GNA und P_x GMNA) werden als Last-Verformungskurven dargestellt. Dabei wird die dimensionslose Last

$$P_x^* = \frac{PR}{Et^3} \quad (6.2)$$

über der dimensionslosen Verschiebung

$$u^* = \frac{u}{t} \quad (6.3)$$

aufgetragen. Die Steigung der Last-Verformungskurven im linearen Bereich ist die dimensionslose Anfangssteifigkeit

$$c_{P_x}^* = \frac{P_x^*}{u^*} = \frac{P_x}{u} \frac{R}{Et^2} \quad (6.4)$$

Die Ergebnisse der geometrisch linearen Berechnungen bei Berücksichtigung plastischen Werkstoffverhaltens werden als Last-Verformungskurven dargestellt, wobei die dimensionslose plastische Last

$$\bar{P}_x = \frac{P_x}{f_y t^2} \quad (6.5)$$

über u^* aufgetragen wird.

6.4.2 Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (P_x LA)

In Abbildung 6.2 sind am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $d^* = 2,5$, $L^* = 30$ und $R/t = 400$ die dimensionslosen Umfangs- σ_φ^* und Längsspannungen σ_z^* entlang des normierten Umfangs s_φ/\sqrt{Rt} (a), (b) und entlang des normierten Meridians z/\sqrt{Rt} (c), (d) aufgetragen. Diese Spannungsverläufe sind typisch für den

in Abschnitt 6.1 definierten Parameterbereich. Die größten Spannungen sind dabei stets die Umfangsspannungen σ_φ^* , deren Maxima an der Außenseite der Kreiszyinderschale im Punkt B nach Abbildung 3.6 auftreten. Die Umfangsspannungen sind bedeutend größer als die Längsspannungen, wobei bei den Umfangsspannungen die Biegeanteile gegenüber den Membrananteilen dominieren. Entlang des Umfangs und in Längsrichtung klingen die Spannungen schnell ab. Da zudem die Längs- und Umfangsspannungen an der selben Stelle das gleiche Vorzeichen haben, was dazu führt, dass die Vergleichsspannungen an dieser Stelle kleiner als die Umfangsspannungen sind, werden im Folgenden vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend nur die Umfangsspannungen und das Spannungsmaximum $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ an der Stelle B betrachtet. Das Maximum ist dabei stets eine Druckspannung. Der Betrag kann aber auf der sicheren Seite liegend auch für die Zugspannungen verwendet werden.

Die Einflüsse der Geometrieparameter R/t , L^* und d^* auf den Verlauf der Spannungen und das Spannungsmaximum $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ wurden getrennt voneinander untersucht. Dabei wurden jeweils zwei Parameter konstant gehalten, während der dritte Parameter variiert wurde (vgl. Tabelle 6.1).

R/t	L^*	d^*
400-5000	80	2,5
400	10-80	2,5
400	80	0,5-3,5

Tabelle 6.1: Variationsparameter (P_x LA)

Wie sich in den Voruntersuchungen in Abschnitt 5.2 bereits gezeigt hat, beeinflusst das R/t -Verhältnis das Last-Verformungsverhalten der Kreiszyinderschale nur wenig. Der ungünstigste Fall wird dabei mit einer Kreiszyinderschale erfasst, deren R/t -Verhältnis bei 400 liegt. Dieser Sachverhalt wird durch die bezogene Umfangsspannung σ_φ^* , die in Abbildung 6.3 entlang des Umfangs der Kreiszyinderschale mit $L^* = 80$ und $d^* = 2,5$ aufgetragen sind, verdeutlicht. Da die Unterschiede sehr klein sind, kann im Folgenden darauf verzichtet werden, unterschiedliche R/t -Verhältnisse zu berücksichtigen.

Im nächsten Schritt wurde der Einfluss der bezogenen Länge L^* auf den Spannungsverlauf entlang des Umfangs untersucht. Am Beispiel des Spannungsverlaufs einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$ und $d^* = 2,5$ in Abbildung 6.4 wird ersichtlich, dass sich unterschiedliche bezogene Randabstände L^* auf den Spannungsverlauf auswirken. Für $L^* = 10$ liegt das Spannungsmaximum rund 30% unterhalb des Spannungsmaximums einer Kreiszyinderschale, deren bezogener Randabstand 80 beträgt. Für $L^* \geq 30$ sind die Unterschiede gegenüber dem

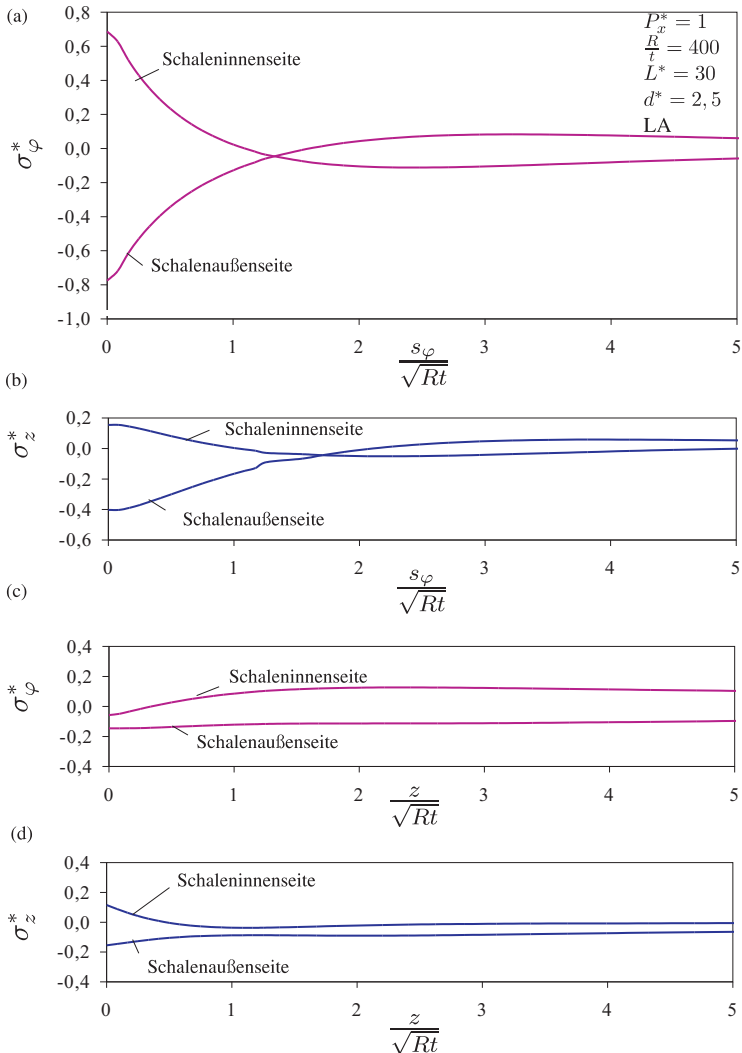


Abbildung 6.2: Verlauf von σ_{φ}^* (a) und σ_z^* (b) entlang des Umfangs und σ_{φ}^* (c) und σ_z^* (d) entlang des Meridians einer Kreiszylinderschale mit $L^* = 30$, $R/t = 400$ und $d^* = 2,5$ unter einer Last $P_x^* = 1$

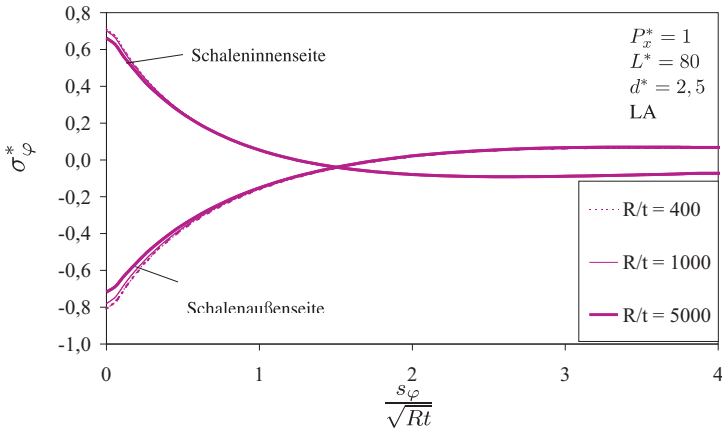


Abbildung 6.3: Verlauf von σ_{φ}^* entlang des Umfangs einer Kreiszyinderschale mit unterschiedlichen R/t -Verhältnissen

Spannungsmaximum $\sigma_{\varphi, max, P_x}^*$ einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 80$ so gering, dass sie vernachlässigt werden können.

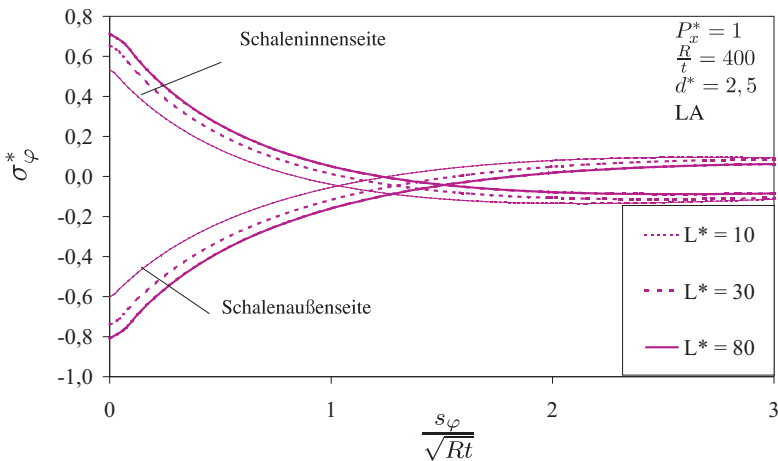


Abbildung 6.4: Verlauf von σ_{φ}^* entlang des Umfangs einer Kreiszyinderschale mit unterschiedlichen bezogenen Randabständen L^*

Für unterschiedliche bezogene Stützendurchmesser d^* sind die Auswirkungen auf den Spannungsverlauf und die Spannungsmaxima am Stützenanschluss deutlich vorhanden, wie aus Abbildung 6.5 ersichtlich ist. Dort sind für unterschiedliche d^* bei konstantem $L^* = 80$ und $R/t = 400$ die bezogenen Umfangsspannungen σ_φ^* entlang des Umfangs aufgetragen.

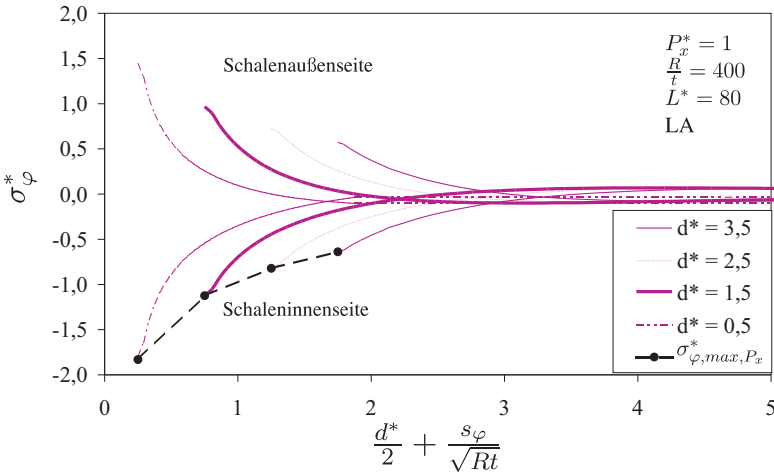


Abbildung 6.5: Verlauf von σ_φ^* entlang des Umfangs einer Kreiszyinderschale mit unterschiedlichen bezogenen Stützendurchmessern d^*

Wird nun jeweils nur der ungünstigste Fall ($L^* = 80$, $R/t = 400$) betrachtet und werden die Unterschiede, die sich für Kreiszyinderschalen mit $L^* < 80$ und $R/t > 400$ ergeben, vernachlässigt, so kann das Spannungsmaximum $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ in Abhängigkeit von d^* mit

$$\sigma_{\varphi,max,P_x}^* = -0,5d^* + 2,3\sqrt{d^*} - 3,2 \quad (6.6)$$

abgeschätzt werden.

Die maximalen Umfangsspannungen $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ an der Stelle B, die sich mit Gleichung 6.6 ergeben, sowie die mit Hilfe des WRCB 297 [29] ermittelten Spannungen $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ wurden in Abbildung 6.6 über d^* aufgetragen. Für die Spannungsermittlung nach WRCB 297 wurde von einem Stützen ausgegangen, dessen Wanddicke t_r mindestens so dick ist wie das Mantelblech der Kreiszyinderschale. Zusätzlich ist in Abbildung 6.6 die maximale Umfangsspannung $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ einer in [29] dokumentierten FE-Berechnung aufgeführt. Die Spannungsmaxima, die sich nach WRCB 297 ergeben, liegen um 10% bis 20% über den Spannungen, die mit Gleichung 6.6 ermittelt wurden. Das Ergebnis der FE-Berechnung

in [29] liegt dabei zwischen den numerisch ermittelten Spannungen und den mit Hilfe des WRCB 297 ermittelten Spannungen.

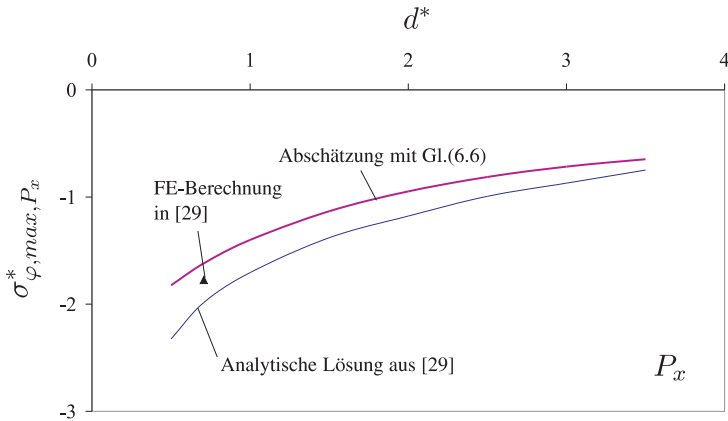


Abbildung 6.6: Vergleich der maximalen Umfangsspannungen nach Gleichung 6.6 und WRCB 297 [29]

Bei der Spannungsermittlung nach WRCB 297 wird nicht zwischen unterschiedlichen bezogene Randabstände L^* und R/t -Verhältnissen differenziert. Da Gleichung 6.6 bereits vom ungünstigsten Fall ($L^*= 80$ und $R/t > 400$) ausgeht, werden mit beiden Verfahren die Spannungen zur sicheren Seite hin abgeschätzt.

6.4.3 Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (P_x GNA)

Für die Berechnungen unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität bei elastischem Werkstoffverhalten sind die Variationsparameter in Tabelle 6.2 aufgeführt.

R/t	L^*	d^*
400-5000	20	2,5
400	10-80	2,5
400	20	0,5-3,5

Tabelle 6.2: Variationsparameter (P_x GNA)

Da der Einfluss des R/t -Verhältnisses auf die Tragfähigkeit sehr gering ist, wie bereits in Abschnitt 5.2 gezeigt wurde, wird dieser Parameter an dieser Stelle nicht untersucht und kann in den folgenden Untersuchungen einen beliebigen Wert zwischen 400 und 5000 annehmen.

Der bezogene Randabstand L^* wurde bei konstantem $d^* = 2,5$ und $R/t = 400$ zwischen 10 und 80 variiert. Im nächsten Schritt wurde bei konstantem $L^* = 20$ und $R/t = 400$ der bezogene Stützendurchmesser für $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ untersucht. Die Last-Verformungskurven dieser Berechnungen sind in Abbildung 6.7 und Abbildung 6.8 dargestellt. Die Steigung $c_{P_x}^*$ der Last-Verformungskurven im linearen Bereich nimmt mit zunehmendem L^* ab. Je größer d^* ist, umso größer ist auch die Steifigkeit der Last-Verformungskurven. Mit steigendem d^* stellt sich ein ausgeprägtes lokales Maximum im Kurvenverlauf ein. Dieses Maximum ist die kritische Last $P_{x,crit,GNA}^*$, die mit steigendem d^* zunimmt. Das gleiche Phänomen ist für kleiner werdende L^* zu beobachten.

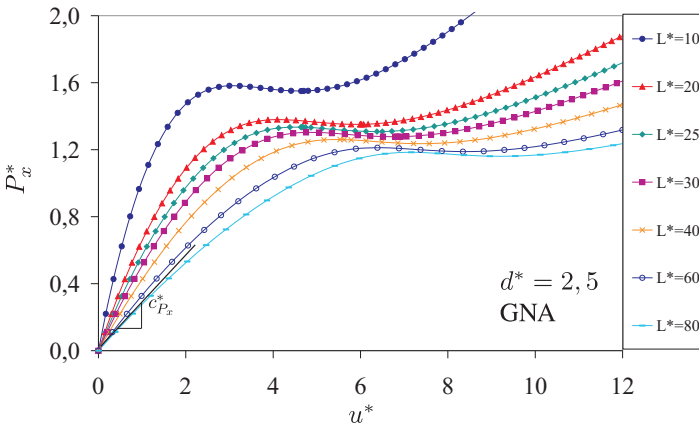


Abbildung 6.7: Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast P_x mit $d^* = 2,5$ und $10 \leq L^* \leq 80$

Da in Abhängigkeit von L^* und d^* sich auch die Charakteristik der Last-Verformungskurve ändert, erfolgt die Bestimmung der kritischen Last $P_{x,crit,GNA}^*$ nach dem in Abschnitt 6.3 beschriebenen Verfahren. Da die Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen mit $d^* < 2,5$ kein lokales Maximum besitzen, müssen diese Kurven zur Bestimmung der kritischen Last $P_{x,crit,GNA}^*$ zunächst normiert werden. In Abbildung 6.9 sind die mit $P_{x,crit,GNA}^*$ normierten Last-Verformungskurven beispielhaft für $L^* = 20$ und

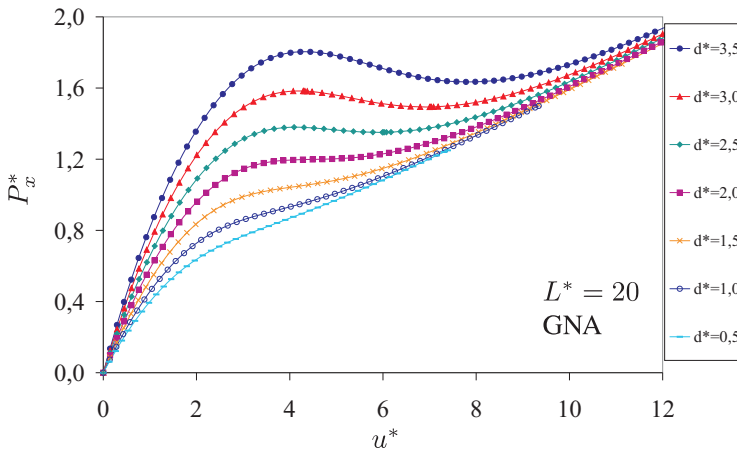


Abbildung 6.8: Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast P_x mit $L^* = 20$ und $0,5 \leq d^* \leq 3,5$

$0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und in Abbildung 6.10 für $d^* = 2,5$ und $10 \leq L^* \leq 80$ aufgetragen. Da kein Einfluss aus dem R/t -Verhältnis auf das Tragverhalten besteht, kann dieses beliebig innerhalb des untersuchten Bereichs gewählt werden.

Die kritischen Lasten $P_{x,crit,GNA}^*$ sind in Abbildung 6.11 und die Steigungen $c_{P_x}^*$ der Last-Verformungskurven im linearen Bereich sind in Abbildung 6.12 für den gesamten untersuchten Parameterbereich über L^* aufgetragen.

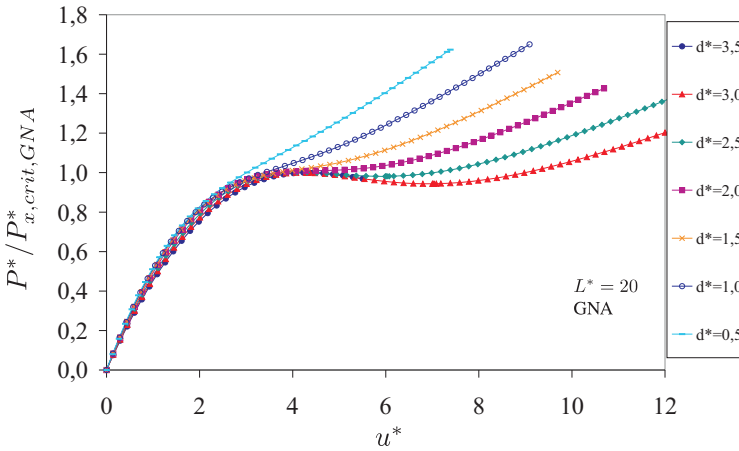


Abbildung 6.9: Normierte Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast P_x mit $L^* = 20$ und $0,5 \leq d^* \leq 3,5$

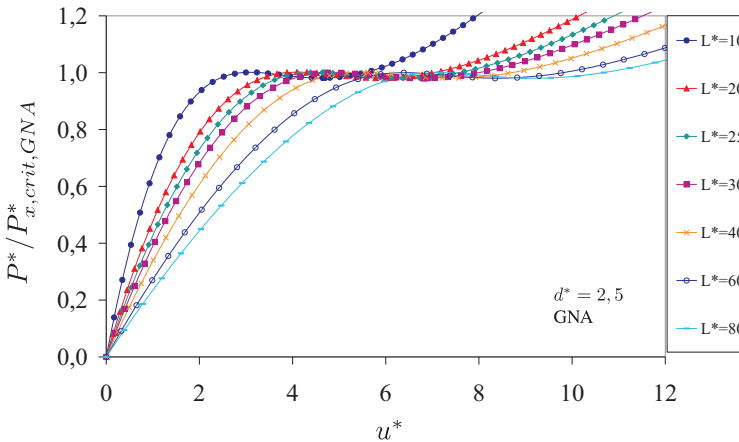


Abbildung 6.10: Normierte Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast P_x mit $d^* = 2,5$ und $10 \leq L^* \leq 80$

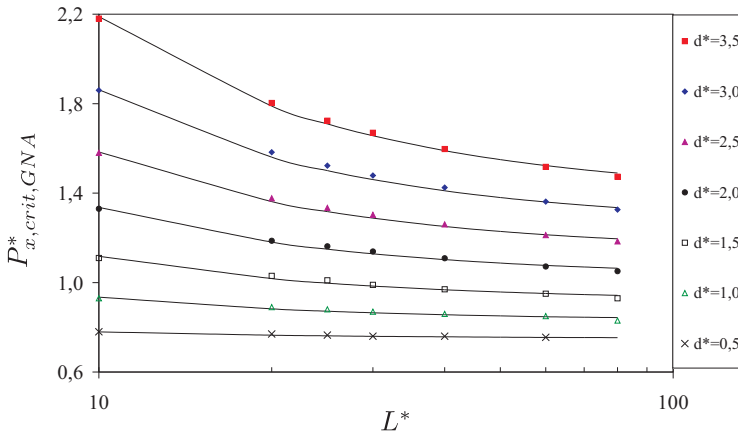


Abbildung 6.11: $P_{x,crit,GNA}^*$ in Abhängigkeit von d^* und L^*

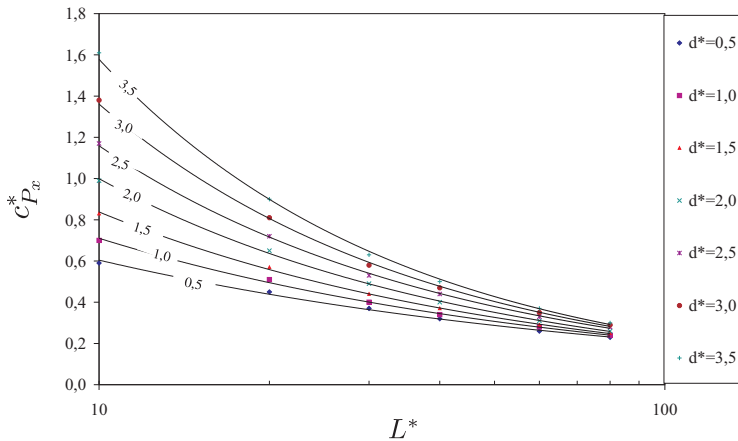


Abbildung 6.12: Anfangssteifigkeit $c_{P_x}^*$ in Abhängigkeit von d^* und L^*

6.4.4 Geometrisch lineare Berechnungen unter Berücksichtigung des plastischen Werkstoffgesetzes (P_x MNA)

Bei Kreiszyinderschalen mit kleinem R/t -Verhältnis und gleichzeitig geringer Streckgrenze f_y kann nicht mehr von rein elastischem Werkstoffverhalten im Bereich des Stutzenanschlusses ausgegangen werden. Unter Berücksichtigung des plastischen Werkstoffgesetzes nach Abschnitt 3.5 wurden geometrisch lineare Berechnungen durchgeführt. Dabei wurden die in Tabelle 6.3 aufgeführten Parameter variiert.

R/t	L^*	d^*	f_y
400-5000	20	2,5	240
400	20-80	2,5	240
400	20	0,5-3,5	240
1000	20	2,5	240-690

Tabelle 6.3: Variationsparameter (P_x MNA)

Die Schalenwand plastiziert im Stutzenanschlussbereich. Diese hat zur Folge, dass die Last bei sehr großen Verformungen nicht weiter gesteigert werden kann und sich asymptotisch einem Grenzwert nähert. Ein Fließlinienmodell zur Abschätzung der Grenzlasterlast kann in diesem Fall aufgrund der Schalenkrümmung und der Randbedingungen nicht herangezogen werden. Die Last-Verformungskurven mit der bezogenen Last $\bar{P}_x = P_x / (f_y t^2)$, die sich aus diesen Berechnungen ergeben, nähern sich asymptotisch einem Grenzwert $\bar{P}_{x,max,MNA}$. Dabei haben das R/t -Verhältnis, der bezogene Randabstand L^* und die Streckgrenze f_y des Werkstoffes nur einen sehr geringen Einfluss auf die Grenzlasterlast $\bar{P}_{x,max,MNA}$. Das Beispiel der in Abbildung 6.13 aufgetragenen Last-Verformungskurven der Kreiszyinderschalen mit $R/t = 400$, $d^* = 2,5$ und $20 \leq L^* \leq 80$ verdeutlicht zudem, dass die Grenzlasterlast $\bar{P}_{x,max,MNA}$ nur näherungsweise bestimmt werden kann. Aufgrund dieser Unsicherheiten wird auf eine weitere Differenzierung zwischen unterschiedlichen L^* , R/t und f_y bei der Abschätzung von $\bar{P}_{x,max,MNA}$ verzichtet.

Durch Variation der bezogenen Stutzendurchmesser d^* ändert sich die Grenzlasterlast $\bar{P}_{x,max,MNA}$, wie Abbildung 6.14 am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$, $L^* = 20$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ und unterschiedlichen d^* verdeutlicht. Dabei steigt die Grenzlasterlast $\bar{P}_{x,max,MNA}$ mit steigendem d^* deutlich an. Die Grenzlasterlast $\bar{P}_{x,max,MNA}$ kann mit

$$\bar{P}_{x,max,MNA} = 2 + 4d^* \tag{6.7}$$

zur sicheren Seite abgeschätzt werden.

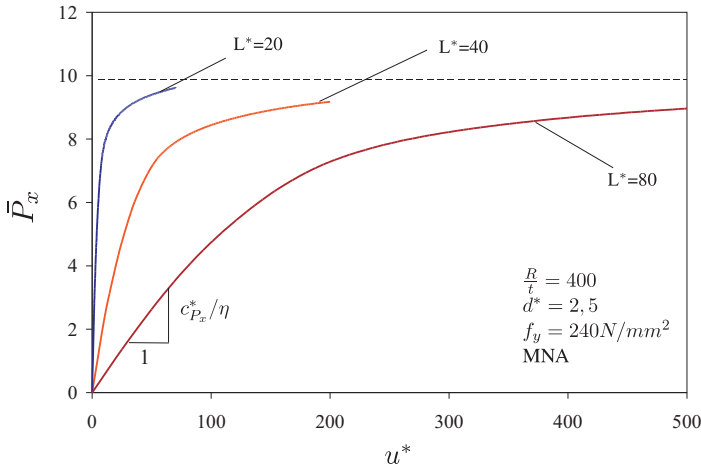


Abbildung 6.13: Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast \bar{P}_x mit $R/t = 400$ und $d^* = 2,5$ für unterschiedliche L^*

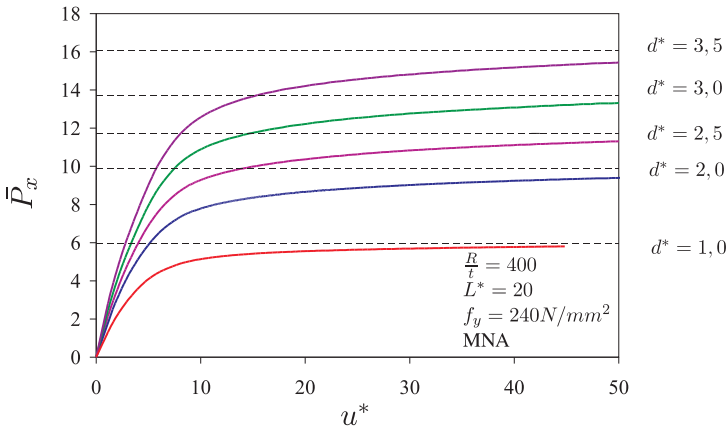


Abbildung 6.14: Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast \bar{P}_x mit $R/t = 400$, $L^* = 20$, $f_y = 240\text{ N/mm}^2$ für unterschiedliche bezogene Stützendurchmesser d^*

Die Anfangssteifigkeit $c_{P_x}^*$ im linearen Bereich ist unabhängig von der Streckgrenze f_y . Aufgrund der Normierung der Last P_x mit $f_y t^2$ ergibt sich die Steigung dieser Last-Verformungskurven durch Multiplikation mit $\frac{R}{t} \frac{f_y}{E}$. Im Folgenden wird der Zusammenhang zwischen Streckgrenze f_y , dem E-Modul und dem R/t -Verhältnis der Kreiszyinderschale als Plastizitätsfaktor

$$\eta = \frac{R}{t} \frac{f_y}{E} \tag{6.8}$$

bezeichnet.

Die mit der Grenzlast $\bar{P}_{x,max,MNA}$ normierten Kurven, die in Abbildung 6.15 aufgetragen sind, werden umso flacher, je größer η oder L^* ist. Die erste Abhängigkeit ergibt sich aus

$$\begin{aligned} \frac{\bar{P}_x}{P_{x,max,MNA} \cdot u^*} &= \frac{P_x \cdot t}{f_y t^2 \cdot (2 + 4d^*) \cdot u} \\ &= \frac{P_x R}{Et^2 \cdot u} \cdot \frac{Et}{f_y R \cdot (2 + 4d^*)} \\ &= c_{P_x}^* \cdot \frac{1}{\eta \cdot (2 + 4d^*)} \end{aligned}$$

und die zweite aus der Abnahme von $c_{P_x}^*$ mit L^* (vgl. Abbildung 6.12)

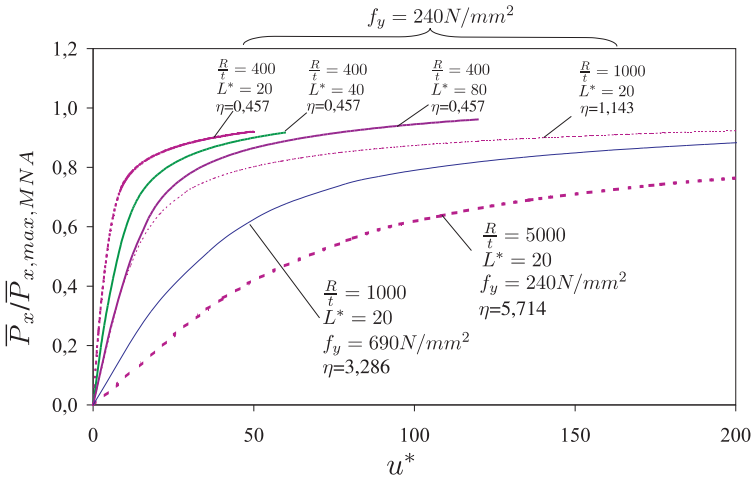


Abbildung 6.16: Normierte Last-Verformungskurven für $d^* = 2,5$ und unterschiedliche L^* , R/t und f_y

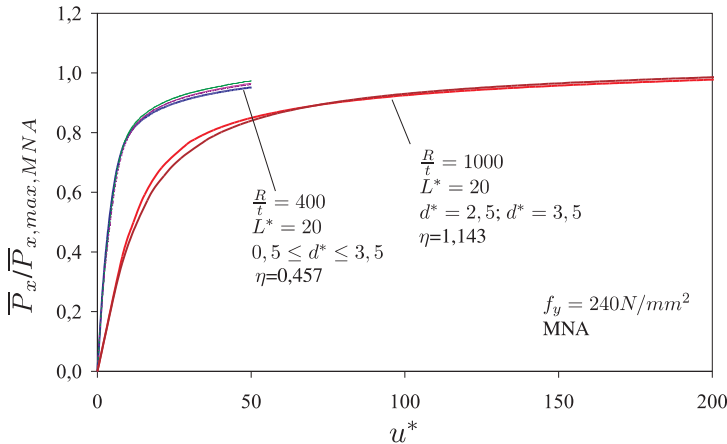


Abbildung 6.15: Normierte Last-Verformungskurven für $d^* = 2,5$, $L^* = 20$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ und unterschiedliche R/t

6.4.5 Geometrisch nichtlineare Berechnungen unter Berücksichtigung des plastischen Werkstoffgesetzes (P_x GMNA)

In vielen Fällen beeinflusst die geometrische und materielle Nichtlinearität gleichzeitig das Tragverhalten der Kreiszyinderschale. Dies bedeutet, dass neben dem Einfluss der Geometrieparameter L^* , R/t und d^* auch der Einfluss der Streckgrenze f_y des Stahls eine Rolle spielen kann. Dazu wurden Parameterstudien gemäß Tabelle 6.4 durchgeführt.

R/t	L^*	d^*	f_y
400	20-80	2,5	240
400-800	20	2,5	240
400	20	2,5	240-690
400	20	0,5-3,5	240

Tabelle 6.4: Variationsparameter (P_x GMNA)

Zunächst wurde für eine Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$ und $d^* = 2,5$ mit einer Streckgrenze von $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ der bezogene Randabstand L^* variiert. Wie Abbildung 6.17 deutlich zeigt, wird das Tragverhalten der Kreiszyinder-

schale deutlich vom bezogenen Randabstand L^* beeinflusst. Da diese Abhängigkeit auch für die Last-Verformungskurven aus Berechnungen ohne Berücksichtigung des plastischen Werkstoffverhaltens (GMNA) besteht, wurden die Streckgrenzen soweit erhöht, dass die maximalen Spannungen weit unterhalb der Streckgrenze f_y bleiben. Die Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen mit $f_y = 690 \text{ N/mm}^2$ sind daher ebenfalls in Abbildung 6.17 dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass f_y das Tragverhalten beeinflusst wenn ein bestimmtes Lastniveau überschritten ist. In diesem Fall plastizieren die Kreiszyinderschale im Stutzenanschlussbereich und die Steifigkeit der Last-Verformungskurven nimmt ab. Dies hat zur Folge, dass die kritische Lasten $P_{x,crit,GMNA}^*$ im vorliegenden Fall bei Kreiszyinderschalen mit einer Streckgrenze von $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ um rund 25% geringer sind, als die kritischen Lasten $P_{x,crit,GMNA}^*$ der Kreiszyinderschalen mit $f_y = 690 \text{ N/mm}^2$.

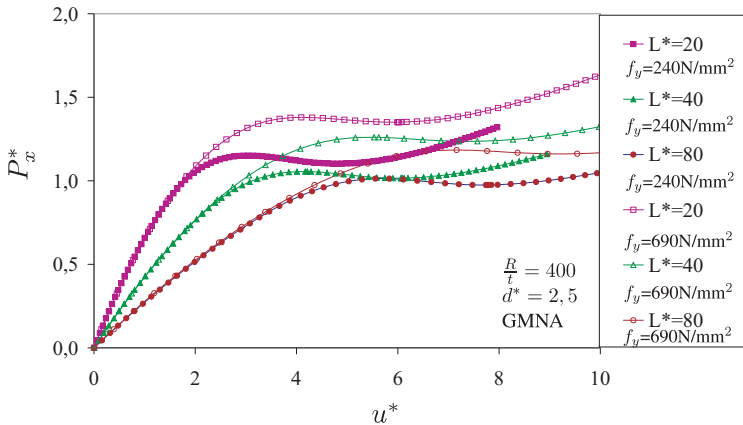


Abbildung 6.17: Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen mit $R/t = 400$, $d^* = 2,5$ mit L^* zwischen 20 und 80 und Streckgrenzen f_y zwischen 240 N/mm^2 und 690 N/mm^2

Im nächsten Schritt wurde eine Kreiszyinderschale mit konstantem $L^* = 20$ und $d^* = 2,5$ für unterschiedliche R/t und f_y untersucht. Die daraus resultierenden Last-Verformungskurven sind in Abbildung 6.18 dargestellt. Zusätzlich wurde die Tangente im linearen Anfangsbereich getrichelt eingezeichnet. Im dargestellten Fall zeigen sich die Effekte aus geometrischer Nichtlinearität ab einer Last von etwa $0,6P_x^*$. Unterhalb dieser Last sind die Kurven vollkommen linear. Für $P_x^* > 0,6$ weichen die Last-Verformungskurven von diesem linearen Verlauf ab

und sind für gleiche L^* und gleiche d^* bis zu einer Last von etwa $1,0P_x^*$ vollkommen identisch. Dies bedeutet, dass für Lasten $P_x^* > 0,6$ die geometrische Nichtlinearität eine Rolle spielt, die materielle Nichtlinearität dagegen erst ab einem Lastniveau von $1,0P_x^*$ einen Einfluss hat. Im geometrisch und materiell linearen Bereich der Last-Verformungskurven haben diese die Anfangssteifigkeit $c_{P_x}^*$. Der Zusammenhang zwischen R/t , dem E-Modul und der Streckgrenze f_y wird dabei mit η bezeichnet (vgl. Gleichung 6.8).

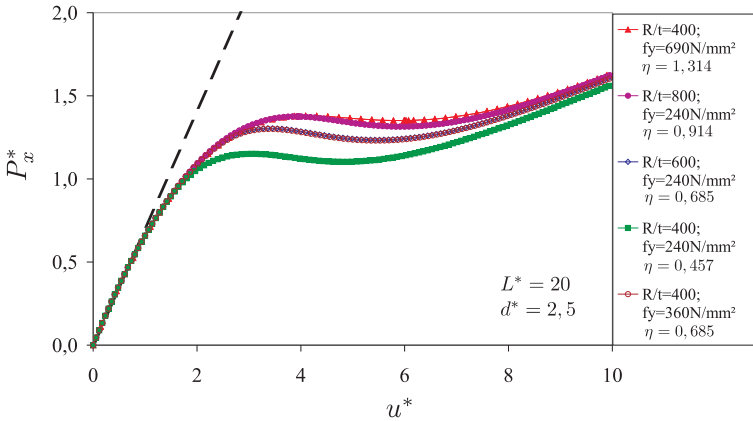


Abbildung 6.18: Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $d^* = 2,5$ für unterschiedliche R/t -Verhältnisse und Streckgrenzen f_y

Die Last-Verformungskurven in Abbildung 6.18 bestätigen den Zusammenhang zwischen kritischer Last und η . Bei konstantem d^* und L^* hängt $P_{x,crit,GMNA}^*$ nur von η ab. Schließlich wurde der Einfluss von unterschiedlichen bezogenen Stützendurchmessern d^* auf das Tragverhalten untersucht. Die Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $R/t = 400$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ und unterschiedlichen d^* sind in Abbildung 6.19 aufgetragen. Es zeigt sich, dass die kritischen Lasten $P_{x,crit,GMNA}^*$ und die Charakteristik der Last-Verformungskurven von d^* beeinflusst werden.

In der normierten Darstellung wurden die Last-Verformungskurven mit der kritischen Last $P_{x,crit,GMNA}^*$ dividiert und sind in Abbildung 6.20 für unterschiedliche R/t , L^* und Streckgrenzen f_y aufgetragen.

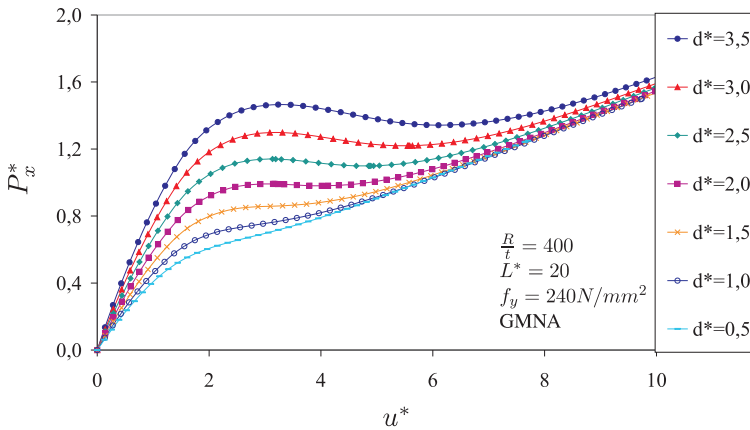


Abbildung 6.19: Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $R/t = 400$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ für unterschiedliche bezogenen Stützdurchmesser d^*

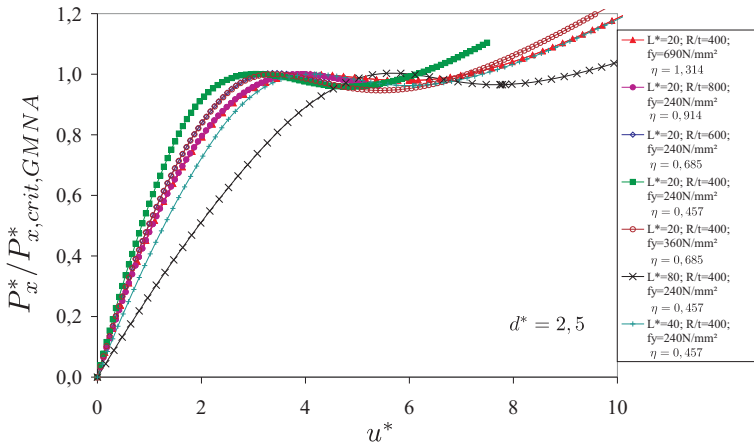


Abbildung 6.20: Normierte Last-Verformungskurven von Kreiszyinderschalen mit $d^* = 2,5$ für unterschiedliche R/t , L^* und f_y

6.4.6 Interaktion von geometrischer und materieller Nichtlinearität

Die normierten Last-Verformungskurven in den Abbildungen 6.9, 6.10, 6.15 6.16 und 6.20 zeigen, dass sich der geometrisch und/oder materiell nichtlineare Bereich deutlich vom linearen Bereich abgegrenzt. Für bezogene Lastgrößen kleiner als 0,4 verlaufen die normierten Last-Verformungskurven linear. Oberhalb dieser Last beginnt der nichtlineare Bereich der Kurven. Dies bedeutet, dass bei bezogenen Lasten P^* , die größer als $0,4P_{x,crit,GNA}^*$ sind, geometrisch nichtlineare Effekte und bei bezogenen Lasten \bar{P}_x , die größer sind als $0,4\bar{P}_{x,max,MNA}$ materiell nichtlineare Effekte eine Rolle spielen.

Die Interaktion der geometrischen und materiellen Nichtlinearität im Zusammenhang mit den bezogenen geometrischen Größen L^* und d^* , dem R/t -Verhältnis sowie der Streckgrenze f_y des Werkstoffes verdeutlicht das in Abbildung 6.21 dargestellte Interaktionsdiagramm. Darin ist das Verhältnis der kritischen Lasten $P_{x,crit,GMNA}^*$ zu $P_{x,crit,GNA}^*$ über dem Quotienten aus $P_{x,crit,GMNA}^*$ und $\bar{P}_{x,max,MNA}$ normiert mit η aufgetragen. Bei Kreiszyinderschalen mit großen R/t -Verhältnissen und hohen Streckgrenzen ist $P_{x,crit,GMNA}^*/P_{x,crit,GNA}^* = 1,0$. Das bedeutet, dass die kritischen Lasten im elastischen Bereich liegen. Mit abnehmendem R/t -Verhältnis und bei niedrigeren Streckgrenzen wird der Einfluss der materiellen Nichtlinearität auf die kritische Last größer ($P_{x,crit,GMNA}^*/P_{x,crit,GNA}^* < 1,0$), wobei gleichzeitig der Einfluss der geometrischen Nichtlinearität auf die kritischen Lasten abnimmt. Dabei liegen die Verhältniswerte für gleiche bezogene Stutzendurchmesser d^* entlang der gestrichelten Geraden in Abbildung 6.21.

Die Verhältniswerte $P_{x,crit,GMNA}^*/P_{x,crit,GNA}^*$ sind in Abbildung 6.22 über η aufgetragen. Dabei stellt die in Abbildung 6.22 an die aufgetragenen Werte angenäherte Kurve eine sichere Abschätzung der Verhältniswerte $P_{x,crit,GMNA}^*/P_{x,crit,GNA}^*$ dar. Für $\eta > 1,2$ besteht kein Einfluss aus dem plastischen Werkstoffverhalten auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschalen.

Die Abminderung der kritischen Lasten $P_{x,crit,GMNA}^*$ infolge des plastischen Werkstoffverhaltens kann mit

$$P_{x,crit,GMNA}^*/P_{x,crit,GNA}^* = -0,245\eta^2 + 0,66\eta + 0,56 \quad (6.9)$$

abgeschätzt werden.

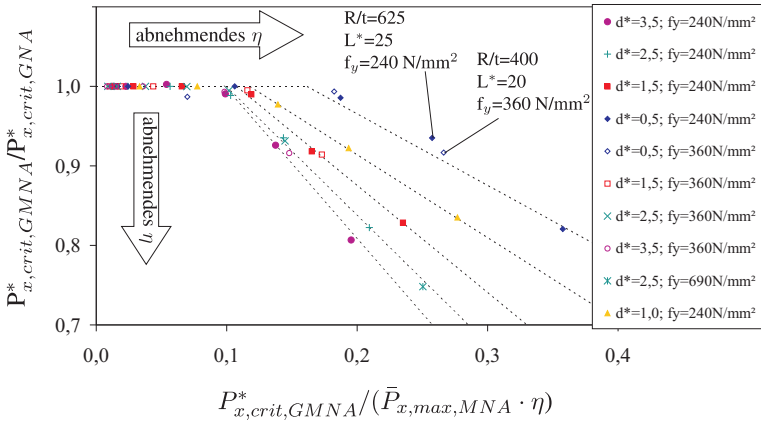


Abbildung 6.21: Interaktion der Grenzlasten $P_{x,crit,GMNA}^*$, $\bar{P}_{x,max,MNA}$ und $P_{x,crit,GNA}^*$

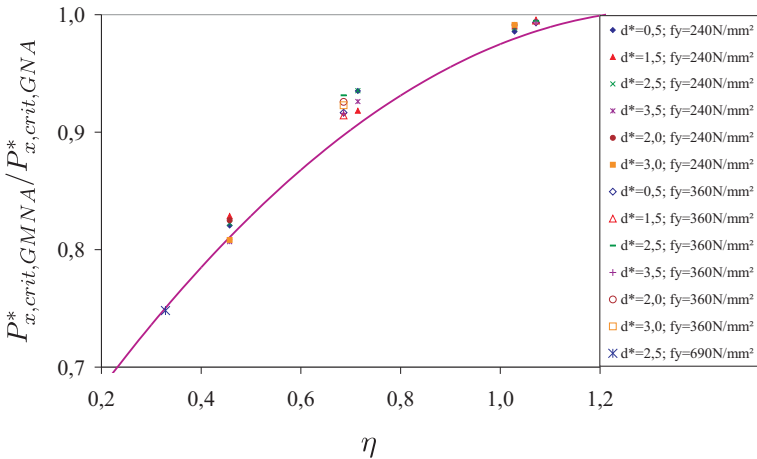


Abbildung 6.22: Einfluss von R/t und f_y auf die kritische Last $P_{x,crit,GMNA}^*$

6.5 Kreiszyinderschalen unter Momentenbelastung in Umfangsrichtung M_φ

6.5.1 Allgemeines

In diesem Abschnitt werden Kreiszyinderschalen untersucht, an deren Stutzenanschluss ein Moment M_φ in Umfangsrichtung angreift. Den Untersuchungen liegt das FE-Modell nach Abschnitt 3.4 zugrunde. Die in Abschnitt 5.10 aufgeführten Vereinfachungen wurden bei der Erstellung des FE-Modells berücksichtigt. Das Moment M_φ in Umfangsrichtung wird in dimensionsloser Form mit

$$M_\varphi^* = P_x^* d^* = \frac{M_\varphi}{Et^3} \sqrt{\frac{R}{t}} \quad (6.10)$$

dargestellt.

Die Ergebnisse der geometrisch linearen Berechnungen mit elastischem Werkstoffverhalten (M_φ LA) werden als Spannungsverläufe im Querschnitt der Kreiszyinderschale mit der Stutzenachse entlang des Meridians und des Umfangs dargestellt. Dabei wird die Bogenlänge s_φ und die Längsachse z durch \sqrt{Rt} dividiert. Die Spannungen werden in dimensionsloser Form mit

$$\sigma_{M_\varphi}^* = \sigma \frac{d_r t^2}{M_\varphi} = \frac{\sigma}{E} \frac{d^*}{M_\varphi^*} \frac{R}{t} \quad (6.11)$$

dargestellt.

Die Ergebnisse der geometrisch nichtlinearen Berechnung ohne und mit Berücksichtigung des plastischen Werkstoffverhaltens (M_φ GNA und M_φ GMNA) werden als Momenten-Rotationskurven dargestellt. Dabei wird das dimensionslose Moment M_φ^* über der dimensionslosen Verdrehung

$$\alpha^* = \frac{2u^*}{d^*} = \alpha \sqrt{\frac{R}{t}} \quad (6.12)$$

des Stutzenanschlusses aufgetragen.

Die Steigung der Momenten-Rotationskurven im linearen Bereich wird in dimensionsloser Form als Anfangssteifigkeit

$$c_{M_\varphi}^* = \frac{M_\varphi^*}{\alpha^*} = \frac{M_\varphi}{\alpha} \frac{1}{Et^3} \quad (6.13)$$

bezeichnet.

Bei Berücksichtigung nur materieller Nichtlinearität ergibt sich das Moment

M_φ in dimensionsloser Form aus

$$\bar{M}_\varphi = \bar{P}_\varphi d^* = \frac{M_\varphi}{f_y t^2 \sqrt{Rt}} \quad (6.14)$$

6.5.2 Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_φ LA)

Der Verlauf der Umfangs- und Längsspannungen einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 30$, $R/t = 1000$ und $d^* = 2,5$ unter einer Momentenbelastung von $M_\varphi^* = 1$ ist in den Abbildungen 6.23 (a) und (b) entlang des Umfangs und in den Abbildungen 6.23 (c) und (d) entlang des Meridians aufgetragen. Die Spannungen sind dabei als dimensionslose Umfangs- σ_φ^* und Längsspannungen σ_z^* dargestellt.

Die größten Spannungen sind dabei die Längsspannungen entlang des Meridians. Das Spannungsmaximum $\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ tritt an der Stelle A an der Außenseite der Kreiszyinderschale auf, wobei die Spannungen zu den Schalenrändern hin rasch abklingen. Die Biegespannungen überwiegen gegenüber den Membranspannungen. Da diese Spannungsverläufe für alle Kreiszyinderschalen im untersuchten Parameterbereich typisch sind, werden für die in Tabelle 6.5 aufgeführte Parameterstudien nur die Längsspannungen σ_z^* entlang des Meridians als maßgebende Spannungen betrachtet.

R/t	L^*	d^*
400-5000	30	2,5
1000	10-80	2,5
5000	80	0,5-3,5

Tabelle 6.5: Variationsparameter (M_φ LA)

Durch Variation des R/t -Verhältnisses einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 30$ und $d^* = 2,5$ ändern sich, wie Abbildung 6.24 zeigt, die Spannungsverläufe und Spannungsmaxima geringfügig in Abhängigkeit von R/t . Dabei ergeben sich die maximalen Spannungen $\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ für das größte untersuchte R/t -Verhältnis von 5000. Auf der sicheren Seite liegend werden bei den folgenden Untersuchungen nur Kreiszyinderschalen mit $R/t = 5000$ betrachtet und die Differenzen der dimensionslosen Spannungen, die aus unterschiedlichen R/t -Verhältnisse resultieren, vernachlässigt.

In Abbildung 6.25 ist der Verlauf der Längsspannungen σ_z^* entlang des Meridians einer Kreiszyinderschale mit $d^* = 2,5$, $R/t = 1000$ und variablem L^* aufgetragen. Dabei zeigt sich, dass die maximale Längsspannung $\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ vom bezogenen

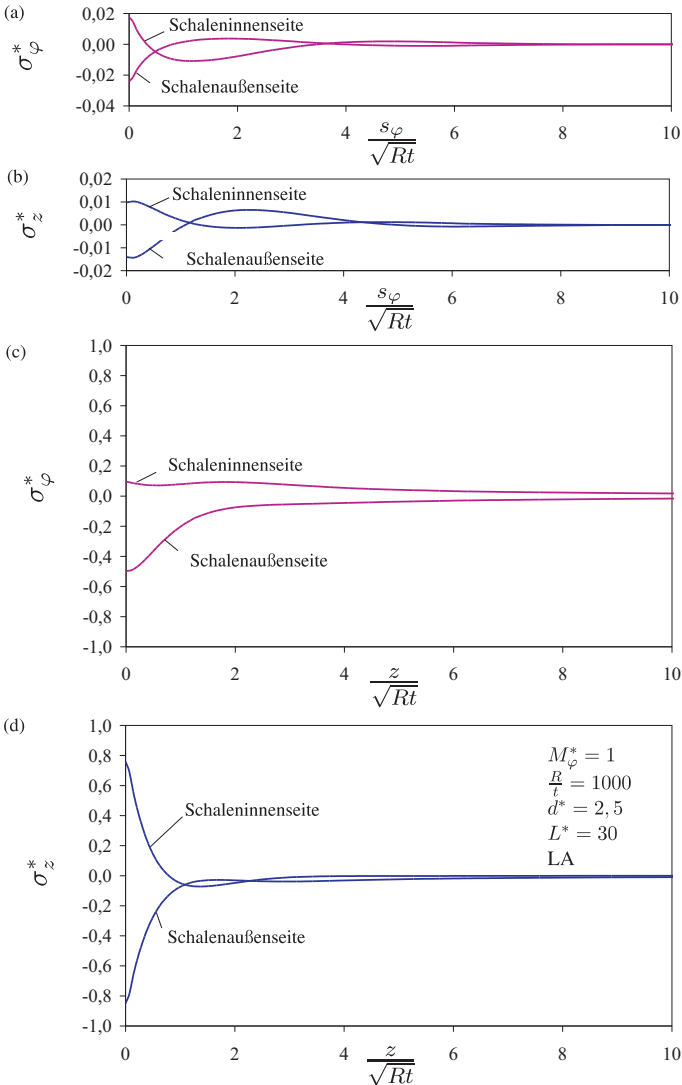


Abbildung 6.23: Verlauf von σ_{φ}^* (a) und σ_z^* (b) entlang des Umfangs und σ_{φ}^* (c) und σ_z^* (d) entlang des Meridians einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 1000$, $L^* = 30$ und $d^* = 2,5$ unter einem Moment von $M_{\varphi}^* = 1$

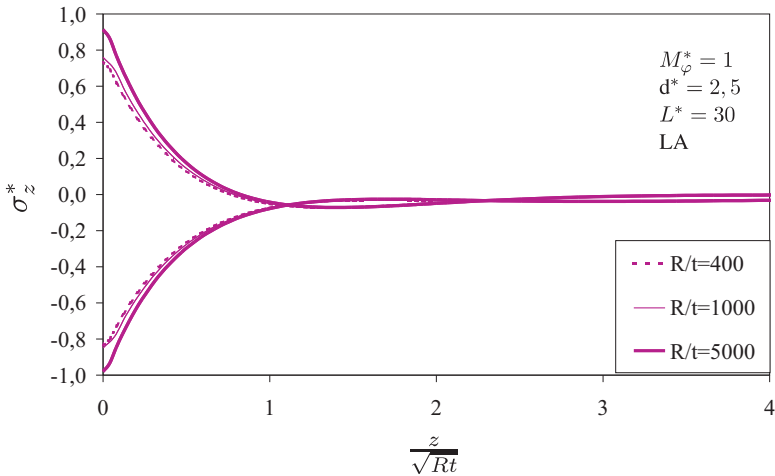


Abbildung 6.24: Verlauf von σ_z^* entlang des Meridians einer Kreiszylinderschale mit $d^* = 2,5$, $L^* = 30$ unter einem Moment von $M_\varphi^* = 1$ für unterschiedliche R/t

Randabstand L^* nicht beeinflusst wird, so dass L^* in den folgenden Berechnungen einen beliebigen Wert innerhalb des Parameterbereichs annehmen kann.

Der Verlauf der Längsspannungen σ_z^* entlang des Meridians einer Kreiszylinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$, der sich für unterschiedliche d^* ergibt, ist in Abbildung 6.26 dargestellt. Dabei zeigt sich, dass sich der bezogene Stutzen-durchmesser d^* deutlich auf den Spannungsverlauf und die Spannungsmaxima $\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ auswirkt.

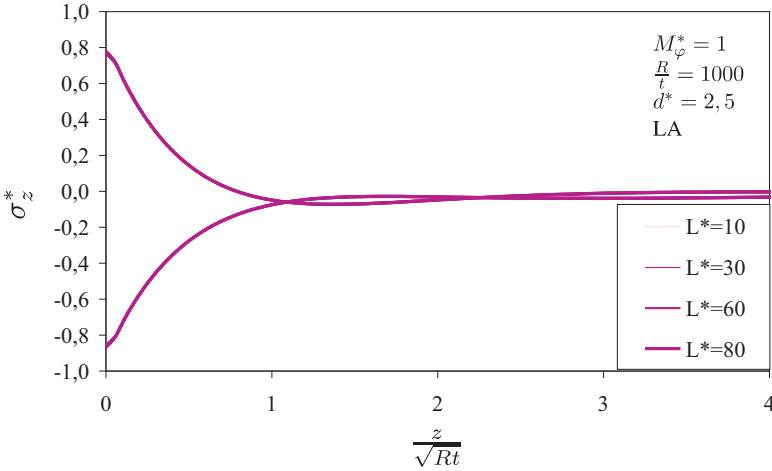


Abbildung 6.25: Verlauf von σ_z^* entlang des Meridians einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 1000$, $d^* = 2,5$ unter einem Moment $M_\varphi^* = 1$ für unterschiedliche L^*

Da der Biegeanteil gegenüber dem Membrananteil der Längsspannungen im Stutzenanschlussbereich überwiegt, unterscheiden sich die Spannungen an der Innen- und Außenseite der Kreiszyinderschale nur unwesentlich. Auf der sicheren Seite liegend werden daher nur die Maximalwerte der Längsspannungen $\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ auf der Schalenaußenseite betrachtet. Diese Spannungsmaxima $\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ sind in Abbildung 6.26 als Punkte eingetragen und können als Funktion von d^* mit

$$\sigma_{z,max,M_\varphi}^* = 0,69\sqrt{d^*} - 2,1 \tag{6.15}$$

abgeschätzt werden.

Die maximalen Spannungen infolge eines am Stutzenanschluss angreifenden Einheitsmomentes M_φ^* wurden nach WRCB 297 [29] an der Außenseite der Kreiszyinderschale ermittelt. Dabei wurde von einem steifen Stutzen ausgegangen, dessen Wanddicke t_r mindestens so dick ist wie das Mantelblech der Kreiszyinderschale. In Abbildung 6.27 sind die maximalen Spannungen $\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ aus [29] und aus einer in [29] dokumentierten FE-Berechnung, sowie die mit Gleichung 6.15 ermittelten Maximalspannungen über dem bezogenen Stutzendurchmesser d^* aufgetragen.

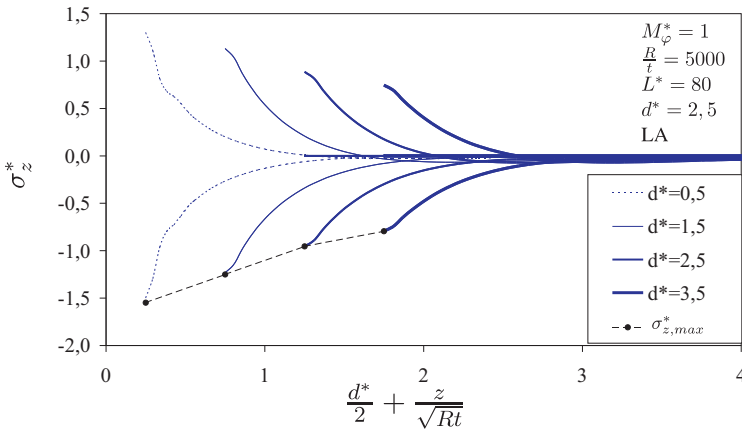


Abbildung 6.26: Verlauf von σ_z^* entlang des Meridians einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$ unter einem Moment $M_\varphi^* = 1$ für unterschiedliche d^*

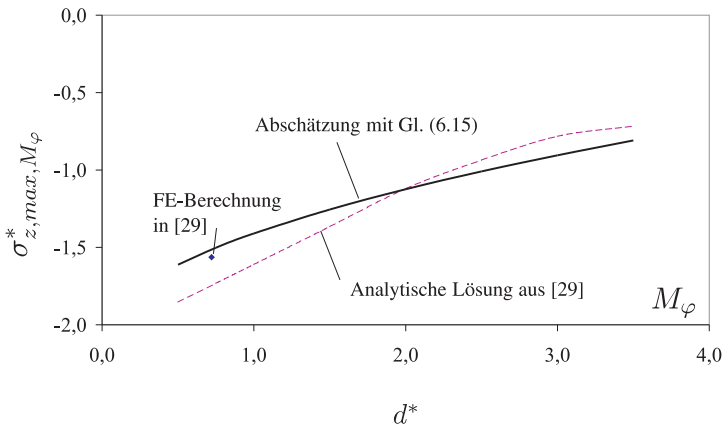


Abbildung 6.27: Maximale Spannungen $\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ nach Gleichung 6.15 und WRCB 297 [29]

Die mittels der FE-Methode ermittelten Spannungen aus [29] stimmen sehr gut mit der Abschätzung der eigenen numerischen Ergebnissen überein. Für $d^* > 2,0$ besteht auch eine gute Übereinstimmung zwischen numerisch und analytisch ermittelten Ergebnissen. Für $d^* < 2,0$ liegen die numerischen Ergebnisse dagegen rund 10% unterhalb der analytischen Ergebnisse aus [29].

6.5.3 Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_φ GNA)

Die Untersuchung der Einflüsse aus den Parametern L^* , R/t und d^* auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale erfolgte anhand des in Tabelle 6.6 aufgeführten Variationsschemas. Zunächst wurden die R/t -Verhältnisse der

R/t	L^*	d^*
400-5000	20	2,5
1000	20-80	2,5
400	20	0,5-3,5

Tabelle 6.6: Variationsparameter (M_φ GNA)

Kreiszyinderschale bei konstantem L^* und d^* variiert. Wie Abbildung 6.28 am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$ und $d^* = 2,5$ zeigt, wirken sich unterschiedliche R/t -Verhältnisse nicht auf den Kurvenverlauf im Anfangsbereich aus. Die Anfangssteifigkeit $c_{M_\varphi}^*$ ist wegen der Normierung der Verdrehung α mit $\sqrt{R/t}$ unabhängig vom R/t -Verhältnis der Kreiszyinderschale. Bei größeren Verdrehungen des Stutzenanschlussbereiches weichen die Kurven für unterschiedliche R/t vom gemeinsamen Verlauf im Anfangsbereich ab. Da für die Untersuchungen nur der Anfangsbereich mit kleinen und mittleren Verformungen relevant ist, kann daher der Einfluss des R/t -Verhältnisses auf das Tragverhalten vernachlässigt werden.

In Abbildung 6.29 sind die Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 1000$, $d^* = 2,5$ und $20 \leq L^* \leq 80$ aufgetragen. Dabei zeigt sich, dass der bezogene Randabstand L^* keinen Einfluss auf Tragverhalten der Kreiszyinderschalen hat.

Im nächsten Schritt wurde bei konstantem L^* und R/t der bezogene Stutzen-durchmesser d^* variiert. In Abbildung 6.30 sind die Momenten-Rotationskurven für unterschiedliche bezogene Stutzendurchmesser d^* einer Kreiszyinderschale

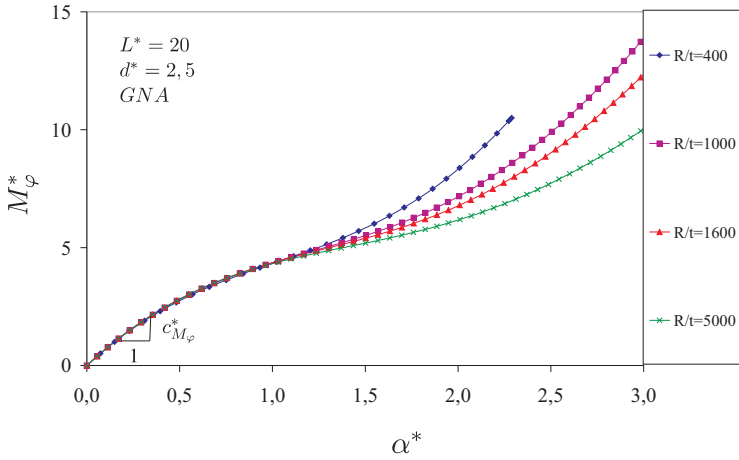


Abbildung 6.28: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit konstantem bezogenen Randabstand $L^* = 20$ und bezogenem Stützdurchmesser $d^* = 2,5$ für R/t zwischen 400 und 5000

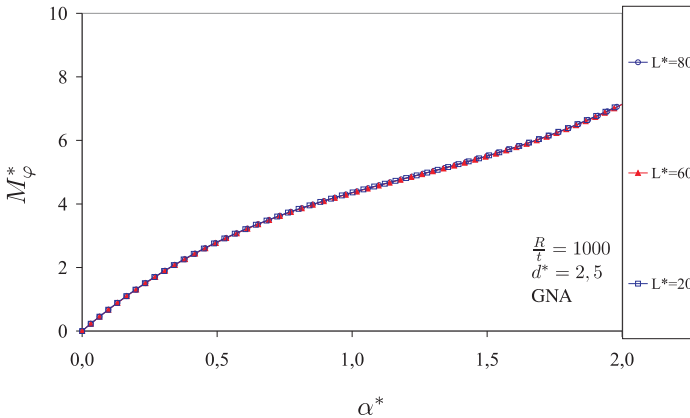


Abbildung 6.29: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $R/t = 1000$, $d^* = 2,5$ und unterschiedlichen L^*

mit $L^* = 20$ und $R/t = 400$ dargestellt. Es zeigt sich deutlich, dass das Tragverhalten wesentlich von d^* beeinflusst wird. Mit zunehmendem d^* steigt auch die Steifigkeit $c_{M_\varphi}^*$ der Kreiszyinderschale im linearen Bereich. Für $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ weisen die Kurven kein lokales Maximum im Sinne eines Stabilitätsproblems auf. Durch Erweiterung des Parameterumfangs von d^* zeigte sich, dass nur Kreiszyinderschalen, deren bezogener Stutzendurchmesser d^* größer als 5,0 ist ein lokales Maximum in den Momenten-Rotationskurven haben. Da zur Bestimmung eines kritischen Momentes gemäß dem in Abschnitt 6.3 beschriebenen Verfahren, mindestens eine Momenten-Rotationskurve ein lokales Maximum aufweisen muss, werden für diesen Lastfall zusätzlich zu dem in Abschnitt 6.1 definierten Parameterumfang auch Kreiszyinderschalen mit einem bezogenen Stutzendurchmesser von $d^* = 5$ untersucht.

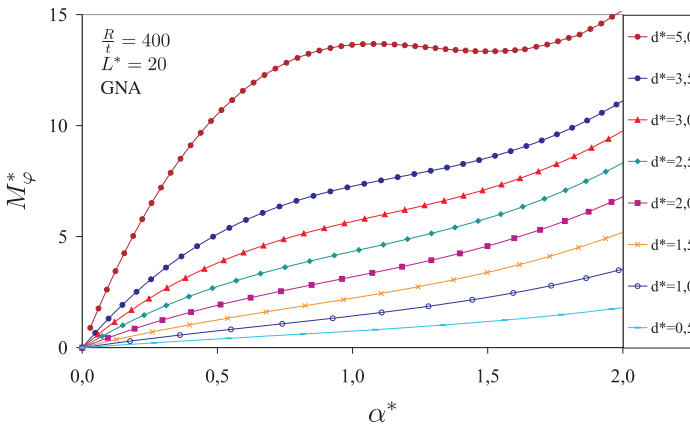


Abbildung 6.30: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $R/t = 400$ und bezogenen Stutzendurchmessern zwischen 0,5 und 5,0

Bei der Bestimmung des kritischen Moments $M_{\varphi,crit,GNA}^*$ können die Einflüsse des R/t -Verhältnisses auf das Tragverhalten vernachlässigt werden, da sie nicht im Anfangsbereich vorhanden sind. Dabei erfolgt die Bestimmung des kritischen Moments $M_{\varphi,crit,GNA}^*$ mit dem in Abschnitt 6.3 beschriebenen Verfahren. In Abhängigkeit von d^* ist $M_{\varphi,crit,GNA}^*$ in Abbildung 6.31 aufgetragen und kann mit

$$M_{\varphi,crit,GNA}^* = 0,57(d^*)^2 - 0,31d^* + 0,47 \quad (6.16)$$

abgeschätzt werden.

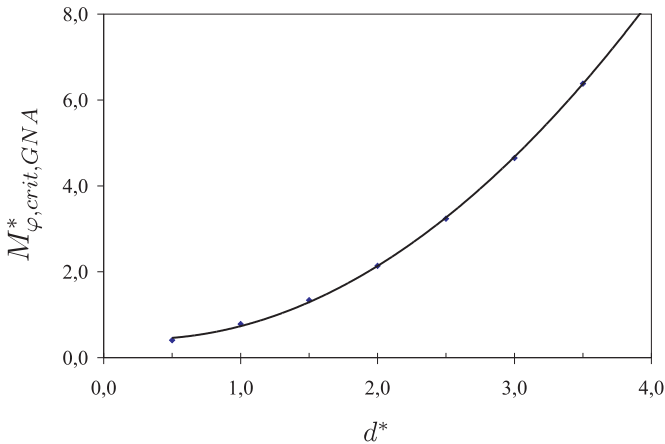


Abbildung 6.31: Kritisches Moment $M_{\varphi, crit, GNA}^*$ in Abhängigkeit von d^*

Beim Auftreten des kritischen Moments $M_{\varphi, crit, GNA}^*$ beträgt die dimensionslose Verdrehung α^* etwa 1,0. Dies entspricht einer maximalen radialen Verformung u^* der Schalenwand im Stutzenanschlussbereich von etwa $d^*/2$ und damit einer absoluten Verdrehung von etwa 1° bei $R/t=5000$ bis 3° bei $R/t=400$.

Die Anfangssteifigkeit $c_{M_\varphi}^*$ im linearen Bereich der Last-Verformungskurven kann in Abhängigkeit von d^* mit

$$c_{M_\varphi}^* = 1,17 (d^*)^2 - 0,64d^* + 0,96 \quad (6.17)$$

abgeschätzt werden.

Die mit dem kritischen Moment $M_{\varphi, crit, GNA}^*$ normierten Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$ und $L^* = 20$ sowie d^* zwischen 0,5 und 5,0 sind in Abbildung 6.32 aufgetragen.

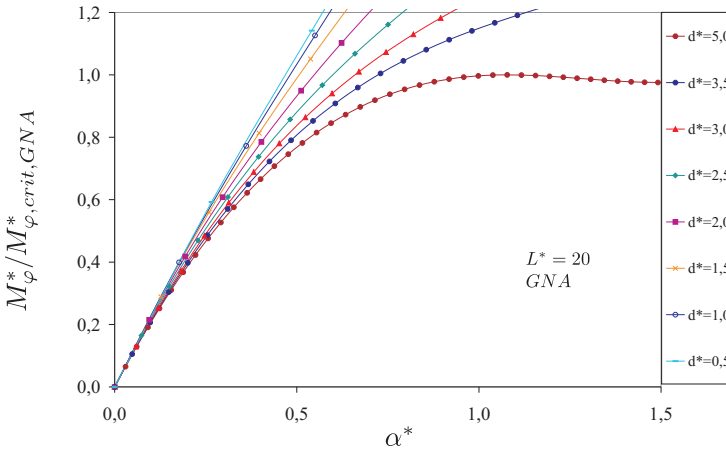


Abbildung 6.32: Normierte Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $R/t = 400$, $L^* = 20$ und bezogenen Stützdurchmessern d^* zwischen 0,5 und 5,0

6.5.4 Geometrisch lineare Berechnungen mit plastischem Werkstoffgesetz (M_φ MNA)

Den Berechnungen liegt das Werkstoffgesetz nach Abschnitt 3.5 zugrunde. Die Berücksichtigung der Streckgrenze f_y bei den Berechnungen bedeutet, dass neben den Geometrieparametern auch der Werkstoff einen Einfluss auf das Tragverhalten haben kann. Deshalb wurde in der Parameterstudie neben L^* , R/t und d^* auch die Streckgrenze f_y variiert (vgl. Tabelle 6.7).

R/t	L^*	d^*	f_y
400-5000	20	2,5	240
400	20	2,5	240-690
1150	20-80	2,5	240
1000	30	0,5-3,5	240

Tabelle 6.7: Variationsparameter (M_φ MNA)

Zunächst wurde der Einfluss von L^* , R/t und f_y gemäß der Schritte 1 bis 3 nach Tabelle 6.7 untersucht. Die in Abbildung 6.33 aufgetragenen Momenten-

Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $d^* = 2,5$, $R/t = 1150$ und $f_y = 240\text{N/mm}^2$ mit variablem L^* verdeutlichen, dass das Tragverhalten vollkommen unabhängig vom bezogenen Randabstand L^* ist.

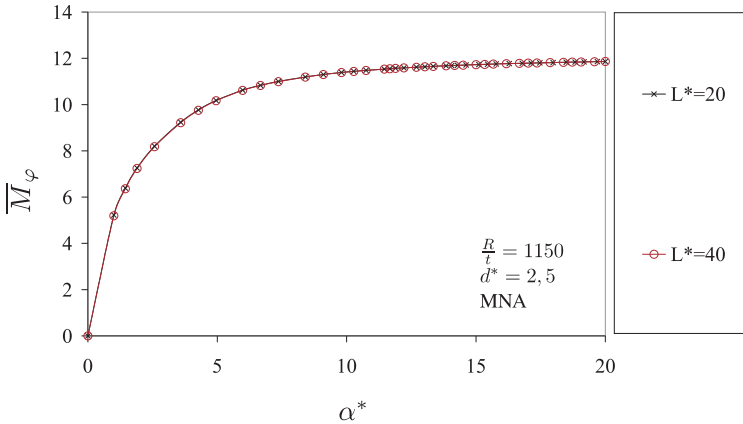


Abbildung 6.33: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $d^* = 2,5$, $R/t = 1150$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ und variablen L^*

Im nächsten Schritt wurde das R/t -Verhältnis und die Streckgrenze f_y variiert. Wie die Momenten-Rotationskurven in Abbildung 6.34 einer Kreiszyinderschale mit $d^* = 2,5$, beliebigem L^* und variablen R/t und f_y verdeutlichen, ist der Grenzwert $\bar{M}_{\varphi,max,MNA}$, dem sich die Kurven asymptotisch nähern, vollkommen unabhängig von L^* , R/t und f_y . Wegen der Normierung der Momente mit f_y und t^2 beträgt die Steigung der Kurven im linearen Bereich $c_{M_\varphi}^*/\eta$.

Im letzten Schritt wurde bei konstantem $R/t = 1000$, $L^* = 30$ und $f_y = 240\text{N/mm}^2$ der bezogene Stützendurchmesser d^* der Kreiszyinderschale variiert. Die in Abbildung 6.35 aufgetragenen Momenten-Rotationskurven dieser Kreiszyinderschalen zeigen, dass der Grenzwert $\bar{M}_{\varphi,max,MNA}$ umso größer ist, je größer d^* ist.

Das Grenzmoment $\bar{M}_{\varphi,max,MNA}$ ist unabhängig von L^* und η und kann in Abhängigkeit von d^* in Abbildung 6.36 dargestellt und mit

$$\bar{M}_{\varphi,max,MNA} = 2,1 (d^*)^2 - 1,4d^* + 2,6 \tag{6.18}$$

abgeschätzt werden.

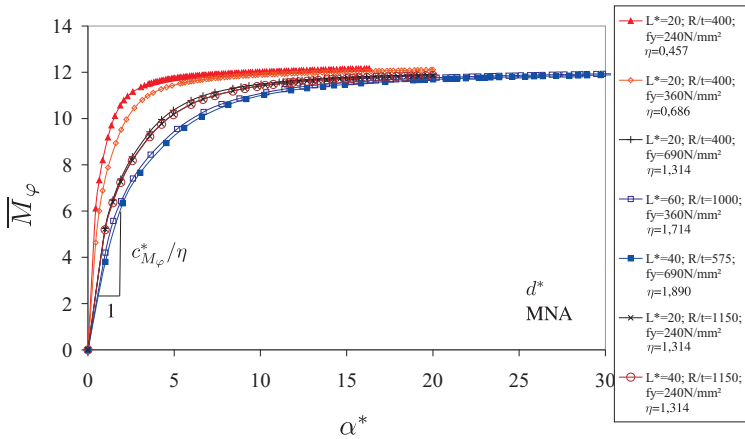


Abbildung 6.34: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $d^* = 2,5$ mit variablen L^* , R/t und f_y

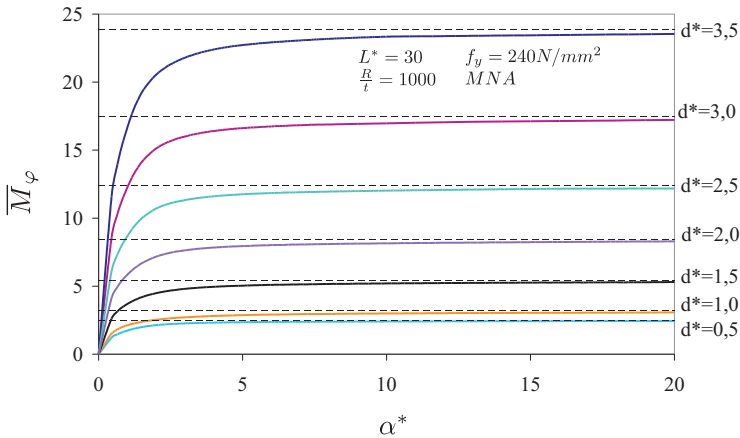


Abbildung 6.35: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $R/t = 400$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ und bezogenen Stützendurchmessern d^* zwischen 0,5 und 3,5

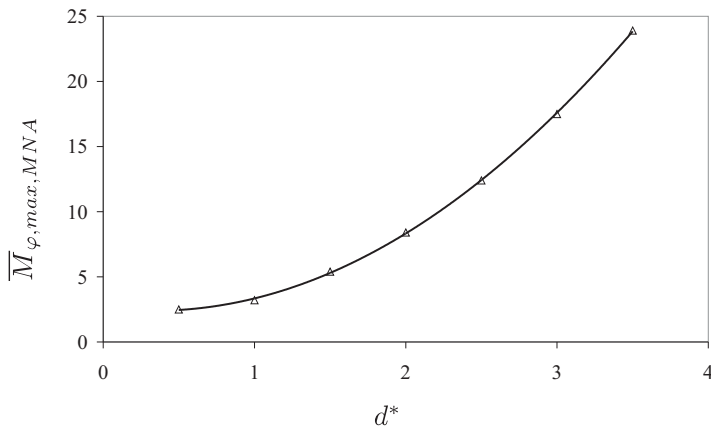


Abbildung 6.36: Maximales Moment $\bar{M}_{\varphi, max, MNA}$ in Abhängigkeit von d^*

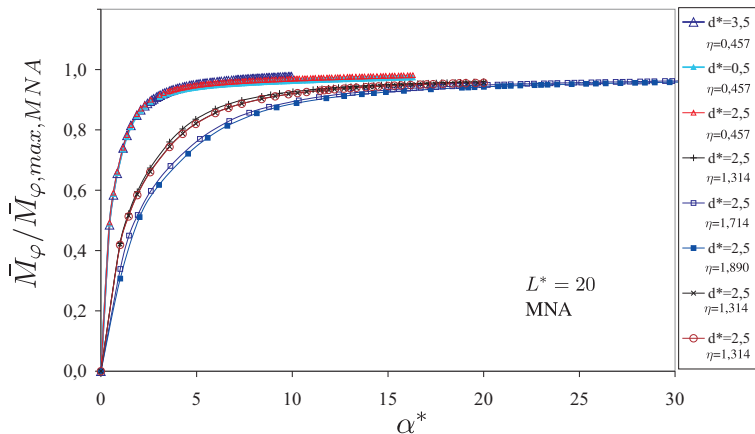


Abbildung 6.37: Normierte Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$ und unterschiedlichen d^* und η

Die mit dem Grenzmoment $\bar{M}_{\varphi,max,MNA}$ normierten Momenten-Rotationskurven sind für gleiche η nahezu identisch wie Abbildung 6.37 am Beispiel der Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$ und unterschiedlichen η sowie unterschiedlichen d^* verdeutlicht.

6.5.5 Geometrisch nichtlineare Berechnung mit plastischem Werkstoffgesetz (M_{φ} GMNA)

Da der bezogene Randabstand L^* im Lastfall M_{φ} bei Berücksichtigung nur geometrischer (Abschnitt 6.5.3) oder nur materieller (Abschnitt 6.5.4) Nichtlinearität keinen Einfluss auf das Tragverhalten hat, ist bei Berücksichtigung von geometrischer und materieller Nichtlinearität ebenfalls kein Einfluss von L^* zu erwarten. Folglich wird L^* in diesem Abschnitt nicht gesondert untersucht. Der Umfang der Untersuchungen beschränkt sich auf die in Tabelle 6.8 aufgeführten Parameter.

R/t	d^*	f_y
400-800	3,0	240
400	3,0	240-360
1000	0,5-5,0	240

Tabelle 6.8: Variationsparameter (M_{φ} GMNA)

In diesem Fall wurden die Ergebnisse der Schritte 1 bis 3 nach Tabelle 6.8 in einem Diagramm in Abbildung 6.38 aufgeführt. Dabei wird in den Untersuchungsschritten 1 und 2 der Faktor η variiert.

Die Kurven haben in Abhängigkeit von d^* die gleiche Steigung im linearen Bereich. Die Momenten-Rotationskurven der Kreiszyinderschalen mit $d^* = 5,0$ und unterschiedlichen η weichen ab einer Belastung von $M_{\varphi}^* = 7,5$ voneinander ab. Bei dieser Last beginnt die Kreiszyinderschale zu plastizieren und wird folglich weicher. Das bedeutet, das kritische Moment $M_{\varphi,crit,GMNA}$ wird vom plastischen Faktor η beeinflusst. Bei Kreiszyinderschalen mit kleinen bezogenen Stützendurchmessern $d^* < 5$ weichen die Kurven mit kleinem η unter großer Verformungszunahme von denen mit einem größeren η ab. Es tritt jedoch kein lokales Maximum auf. Das kritische Moment wird in diesen Fällen indirekt über die normierten Kurven bestimmt (vgl. Abschnitt 6.3). Das bedeutet, dass neben η auch der bezogene Stützendurchmesser d^* das kritische Moment $M_{\varphi,crit,GMNA}$ beeinflusst.

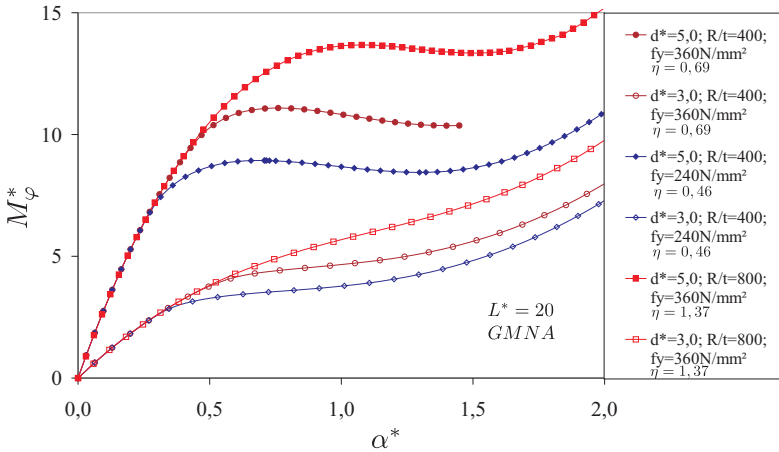


Abbildung 6.38: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $d^* = 3,0$ und $d^* = 5,0$ mit unterschiedlichen R/t und f_y

6.5.6 Interaktion von geometrischer und materieller Nichtlinearität

Im Interaktionsdiagramm in Abbildung 6.39 ist der Quotient aus $M_{\varphi,crit,GMNA}^*$ und $M_{\varphi,crit,GNA}^*$ über dem Quotienten aus $M_{\varphi,crit,GMNA}^*$ und $\bar{M}_{\varphi,max,MNA} \cdot \eta$ aufgetragen.

Der Einfluss der materiellen Nichtlinearität ist in dieser Darstellung auf der vertikalen Achse zu erkennen. Für $M_{\varphi,crit,GMNA}^*/(\bar{M}_{\varphi,max,MNA} \cdot \eta) < 0,25$ ist $M_{\varphi,crit,GMNA}^*/M_{\varphi,crit,GNA}^* = 1,0$, d.h. die Kreiszyinderschalen liegen im elastischen Bereich. Für $M_{\varphi,crit,GMNA}^*/(\bar{M}_{\varphi,max,MNA} \cdot \eta) > 0,25$ macht sich der Einfluss aus materieller Nichtlinearität auf die kritischen Momente bemerkbar, und die Verhältniszerte auf der vertikalen Achse sinken. Dies ist der Fall bei Kreiszyinderschalen mit kleinen R/t -Verhältnissen und gleichzeitig niedrigen Streckgrenzen f_y . Mit sinkendem η entlang der gestrichelten Geraden in Abbildung 6.39 nimmt der Einfluss der materiellen Nichtlinearität auf das kritische Moment zu. Gleichzeitig nimmt aber auch der Einfluss der geometrischen Nichtlinearität auf das kritische Moment ab, der auf der horizontalen Achse abgelesen werden kann. Der Einfluss der geometrischen Nichtlinearität ist umso kleiner, je weiter rechts sich die Verhältniszerte im Interaktionsdiagramm befinden, d.h. je

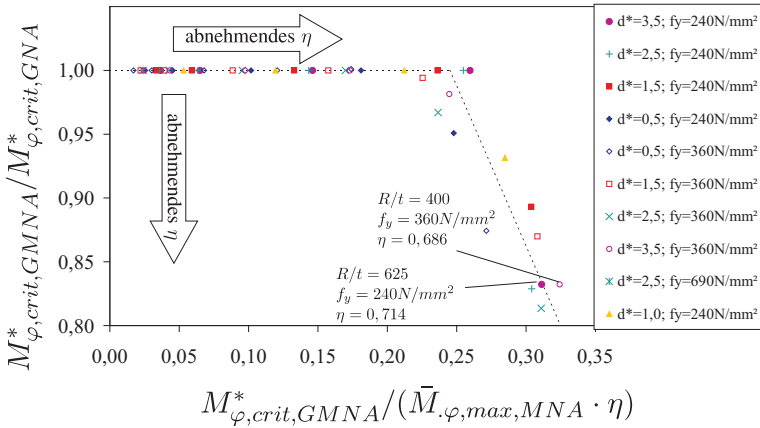


Abbildung 6.39: Interaktion von geometrischer und materieller Nichtlinearität für den Lastfall M_{φ}

kleiner das R/t -Verhältnis der Kreiszyinderschale bei konstantem f_y ist. In Abbildung 6.40 sind die Verhältniszahlen $M_{\varphi,crit,GMNA}^* / M_{\varphi,crit,GNA}^*$ über η aufgetragen. Für unterschiedliche d^* ergeben sich nur geringe Unterschiede in den Verhältniszahlen. Für Kreiszyinderschalen mit $\eta > 1,2$ bestehen keine Einflüsse aus plastischem Werkstoffverhalten. Die in Abbildung 6.40 eingezeichnete Kurve stellt dabei eine sichere Abschätzung der Verhältniszahlen dar und kann mit

$$M_{\varphi,crit,GMNA}^* / M_{\varphi,crit,GNA}^* = -0,56\eta^2 + 1,45\eta + 0,07 \quad (6.19)$$

abgeschätzt werden.

Die normierten Last-Verformungskurven aus den Abbildungen 6.32 und 6.37 zeigen, dass sich Kreiszyinderschalen für Lastgrößen, die kleiner als $0,4M_{\varphi,crit,GNA}^*$ sind, geometrisch linear verhalten. Unterhalb dieser Grenze sind die Kurven linear. Der plastische Bereich der Kreiszyinderschalen beginnt, wenn die Lastgrößen größer als $0,4\bar{M}_{\varphi,max,MNA}$ sind.

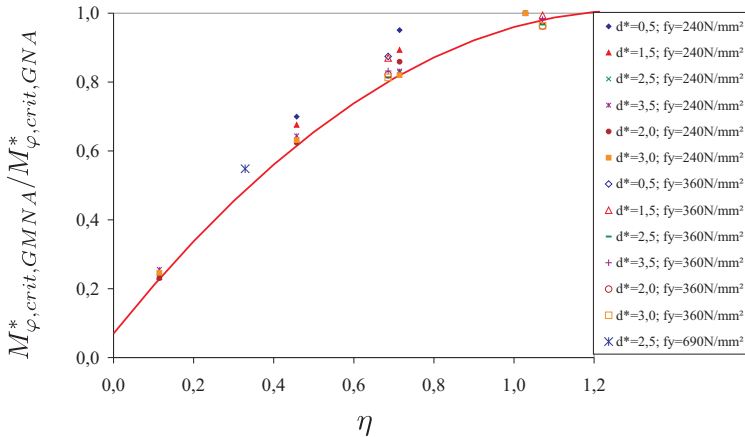


Abbildung 6.40: Einfluss der materiellen Nichtlinearität auf das kritische Moment $M_{\varphi, crit}^*$

6.6 Kreiszyinderschalen unter Momentenbelastung M_z in Meridianrichtung

6.6.1 Allgemeines

In diesem Abschnitt werden Kreiszyinderschalen untersucht, an deren Stutzenanschluss ein Moment M_z in Meridianrichtung angreift. Das Moment kann in dimensionsloser Form mit

$$M_z^* = P_x^* d^* = \frac{M_z}{Et^3} \sqrt{\frac{R}{t}} \quad (6.20)$$

ausgedrückt werden.

Die Ergebnisse der geometrisch linearen Berechnungen mit elastischem Werkstoffverhalten (M_z LA) werden als dimensionslose Spannungsverläufe im Querschnitt der Kreiszyinderschale mit der Stutzenachse entlang des Meridians und des Umfangs dargestellt. Dabei wird die Bogenlänge s_{φ} und die Längsachse z durch \sqrt{Rt} dividiert.

Die Spannungen werden in dimensionsloser Form mit

$$\sigma_{M_z}^* = \sigma \frac{d_r t^2}{M_z} = \frac{\sigma}{E} \frac{d^*}{M_z^*} \frac{R}{t} \quad (6.21)$$

dargestellt.

Die Steigung der Momenten-Rotationskurven im linearen Bereich wird in dimensionsloser Form als Anfangssteifigkeit

$$c_{M_z}^* = \frac{M_z^*}{\alpha^*} = \frac{M_z}{\alpha} \frac{1}{Et^3} \quad (6.22)$$

bezeichnet.

Die Ergebnisse der geometrisch nichtlinearen Berechnung ohne und mit Berücksichtigung des plastischen Werkstoffverhaltens (M_z GNA und M_z GMNA) werden als Momenten-Rotationskurven dargestellt. Dabei wird das dimensionslose Moment M_z^* über der dimensionslosen Verdrehung α^* aufgetragen.

Bei Berücksichtigung nur materieller Nichtlinearität ergibt sich das Moment M_z in dimensionsloser Form aus

$$\bar{M}_z = \bar{P}_x d^* = \frac{M_z}{f_y t^2 \sqrt{Rt}} \quad (6.23)$$

6.6.2 Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_z LA)

In Abbildung 6.41 wurde der Verlauf der dimensionslosen Umfangsspannungen σ_φ^* (a) und Längsspannungen σ_z^* (b) entlang des Umfangs einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$ und $d^* = 2,5$ aufgetragen. Die Kreiszyinderschale wurde dabei mit einem Einheitsmoment $M_z^* = 1,0$ belastet. Da die Längs- und Umfangsspannungen entlang des Meridians um ein Vielfaches kleiner sind als die entsprechenden Spannungen entlang des Umfangs wurde auf eine Darstellung der Spannungen entlang des Meridians verzichtet. Es zeigt sich, dass die maximalen Spannungen $\sigma_{\varphi, max, M_z}^*$ die Umfangsspannungen an der Außenseite der Kreiszyinderschalen sind. Da die Biegespannungen gegenüber den Membranspannungen dominieren, klingen die Spannungen entlang des Umfangs schnell ab. Der in Abbildung 6.41 dargestellte Verlauf der Spannungen ist typisch für Kreiszyinderschalen innerhalb des untersuchten Parameterbereichs. In den folgenden Untersuchungen werden nur die Umfangsspannungen σ_φ^* und das Maximum $\sigma_{\varphi, max, M_z}^*$ betrachtet.

Zur Untersuchung der Einflüsse der Geometrieparameter L^* , R/t und d^* auf

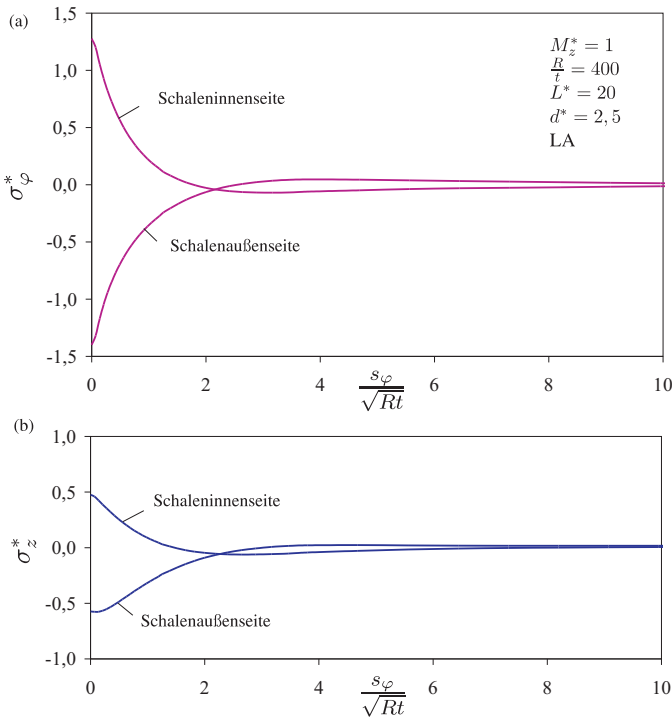


Abbildung 6.41: Verlauf von σ_{φ}^* (a) und σ_z^* (b) entlang des Umfangs einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$, $L^* = 20$, $d^* = 2,5$ unter einer Belastung von $M_z^* = 1,0$

R/t	L^*	d^*
1000	10-80	2,5
400-5000	20	2,5
5000	80	0,5-3,5

Tabelle 6.9: Variationsparameter (M_z LA)

den Spannungsverlauf der Kreiszyinderschale wird nach den in Tabelle 6.9 aufgeführten Schritten vorgegangen.

Zunächst wurde für eine Kreiszyinderschale mit $R/t = 1000$ und $d^* = 2,5$ die bezogenen Länge L^* variiert. In Abbildung 6.42 ist der Verlauf der aus diesen

Berechnungen resultierenden Umfangsspannungen entlang des Umfangs dargestellt. Dabei zeigte sich, dass L^* keinen Einfluss auf den Spannungsverlauf hat und L^* in den folgenden Untersuchungen beliebig innerhalb des Parameterbereichs gewählt werden kann.

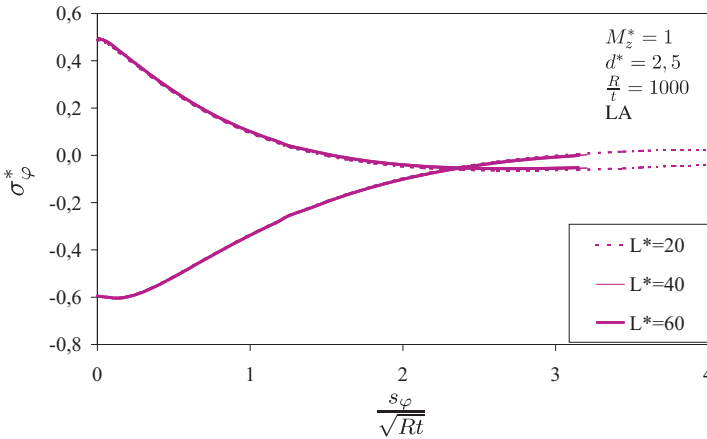


Abbildung 6.42: Verlauf von σ_φ^* entlang des Umfangs einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 1000$, $d^* = 2,5$ unter einer Belastung von $M_z^* = 1,0$ für unterschiedliche L^*

Das R/t -Verhältnis wirkt sich dagegen geringfügig auf den Spannungsverlauf aus, wie Abbildung 6.43 am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$ und $d^* = 2,5$ für unterschiedliche R/t -Verhältnisse verdeutlicht. Da die Auswirkungen unterschiedlicher R/t -Verhältnisse auf den Spannungsverlauf sehr klein sind, wird bei den weiteren Berechnungen auf eine Differenzierung unterschiedlicher R/t -Verhältnisse verzichtet. Auf der sicheren Seite liegend werden Kreiszyinderschalen mit $R/t = 5000$ untersucht, die auch den Bereich kleinerer R/t -Verhältnisse abdecken.

Im nächsten Schritt wurde der Einfluss der bezogenen Stützdurchmesser d^* auf den Spannungsverlauf untersucht. Dabei zeigte sich, dass d^* einen kleinen aber nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Spannungsmaxima $\sigma_{\varphi, max, M_z}^*$ hat, wie aus Abbildung 6.44 hervorgeht. Dabei wurde die Kreiszyinderschale mit dem ungünstigsten R/t -Verhältnis ($R/t = 5000$) und $L^* = 20$ betrachtet.

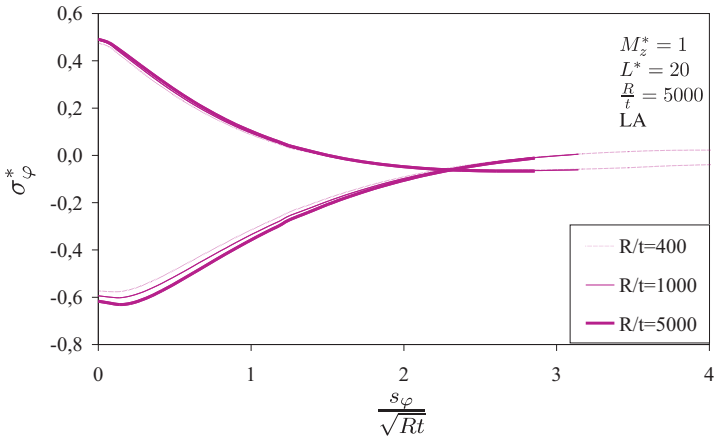


Abbildung 6.43: Verlauf von σ_{φ}^* entlang des Umfangs einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$, $d^* = 2,5$ unter einer Belastung von $M_z^* = 1,0$ für unterschiedliche R/t

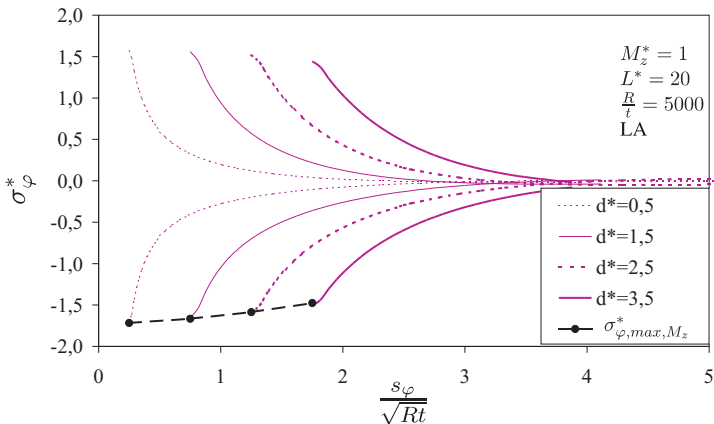


Abbildung 6.44: Verlauf von σ_{φ}^* entlang des Umfangs einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 5000$, $L^* = 20$ unter einer Belastung von $M_z^* = 1,0$ für unterschiedliche L^*

Die maximale Spannung $\sigma_{\varphi,max,M_z}^*$ wird mit zunehmendem d^* geringer und kann in Abhängigkeit von d^* mit

$$\sigma_{\varphi,max,M_z}^* = 0,015 (d^*)^2 + 0,02d^* - 1,73 \tag{6.24}$$

abgeschätzt werden.

Die mit WRCB 297 [29] ermittelten maximalen Spannungen am Stutzenanschluss unter einem Einheitsmoment $M_z^* = 1$ wurden in Abbildung 6.45 über d^* aufgetragen. Bei der Spannungsermittlung mit [29] wurde von einem steifen Stutzen mit einer Wanddicke $t_r \geq t$ ausgegangen. Dabei ist in Abbildung 6.45 auch das in [29] dokumentiert Ergebniss einer FE-Berechnung aufgeführt. Der Vergleich der numerisch ermittelten Spannungen, die mit Gleichung 6.24 abgeschätzt wurden, zeigt, dass diese Spannungen mit dem FE-Ergebnis aus [29] sehr gut übereinstimmen. Die Spannungen, die sich nach der analytischen Lösung in [29] ergeben, liegen dagegen rund 10% über den numerischen Ergebnissen.

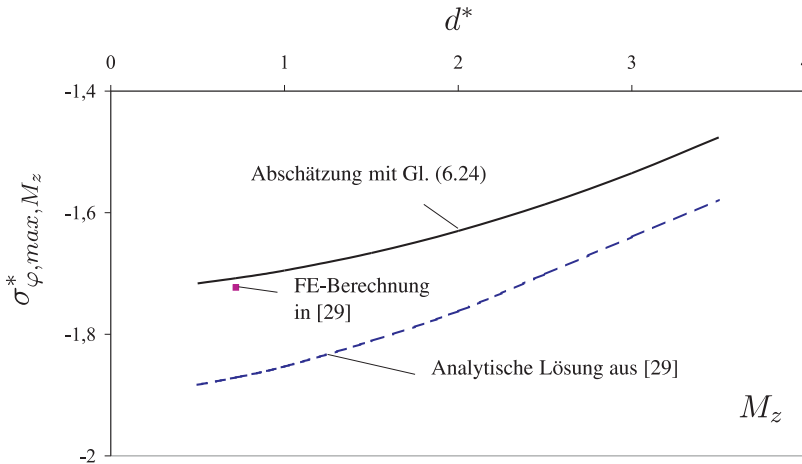


Abbildung 6.45: Maximale Umfangsspannungen nach Gleichung 6.24 und WRCB 297 [29]

6.6.3 Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_z GNA)

Die Untersuchung der Einflüsse der Parameter L^* , R/t und d^* auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale erfolgte anhand des in Tabelle 6.10 aufgeführten Variationsschemas.

R/t	L^*	d^*
400-5000	40	2,5
1000	10-80	2,5
400	20	0,5-3,5

Tabelle 6.10: Variationsparameter (M_z GNA)

Zunächst wurde der Einfluss des R/t -Verhältnisses auf das Tragverhalten untersucht. Wie in Abbildung 6.46 am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 40$ und $d^* = 2,5$ gezeigt wird, haben unterschiedliche R/t -Verhältnisse keine Auswirkungen auf den Verlauf der Momenten-Rotationskurve im Anfangsbereich. Mit zunehmender Verdrehung α^* weichen die Kurven vom gemeinsamen Verlauf ab.

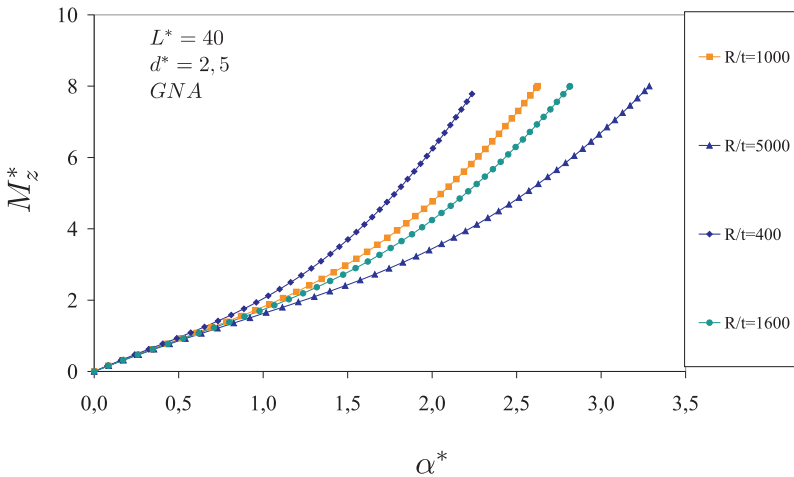


Abbildung 6.46: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 40$, $d^* = 2,5$ und $400 \leq R/t \leq 5000$

Im nächsten Schritt wurde der Einfluss des bezogenen Randabstandes L^* auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale untersucht. Wie in Abbildung 6.47 am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 1000$ und $d^* = 2,5$ gezeigt wird, haben unterschiedliche bezogene Randabstände L^* durchaus einen Einfluss auf das Tragverhalten im Anfangsbereich. Die Steigung $c_{M_z}^*$ der Kurven im linearen Bereich ist abhängig von L^* .

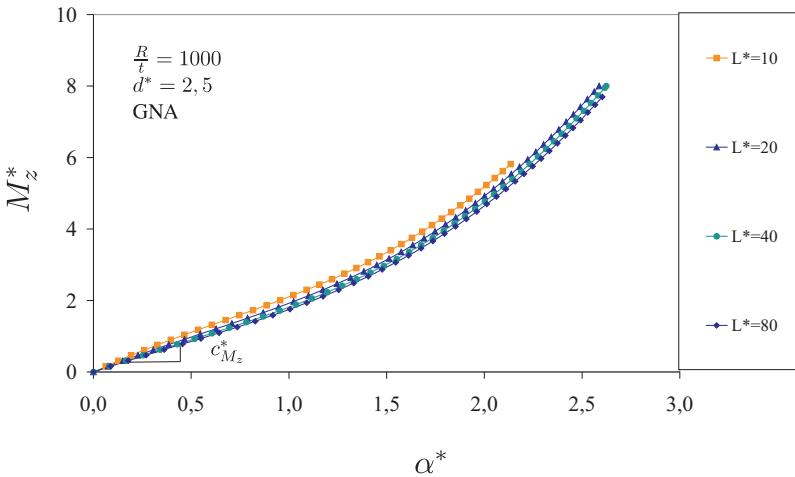


Abbildung 6.47: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $R/t = 1000$, $d^* = 2,5$ und $20 \leq L^* \leq 60$

Im letzten Schritt wurde bei konstantem L^* und R/t der bezogene Stützendurchmesser d^* variiert. Wie in Abbildung 6.48 am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$ und $R/t = 400$ mit d^* zwischen 0,5 und 3,5 deutlich zu erkennen ist, nimmt die Steigung der Momenten-Rotationskurven mit zunehmendem d^* zu.

Bei diesem Lastfall sind die Membrananteile gegenüber den Biegeanteilen äußerst klein, so dass auch bei sehr großen bezogenen Stützendurchmessern d^* kein Stabilitätsproblem auftritt. Daher gilt es, ein Abgrenzungskriterium zu finden, das nicht vollkommen willkürlich gewählt ist. In Anlehnung an Abschnitt 6.5.3 und Abschnitt 6.3 wird daher als dimensionslose Grenzverdrehung α^* ein Wert von 1,0 gewählt. Damit ist der Zusammenhang zwischen dem Last-Verformungsverhalten der Kreiszyinderschalen im Lastfall M_z und dem verformungskritischen Zustand beim Auftreten eines Stabilitätsproblems bei anderen Lastfällen gegeben. Die kritischen Momente werden in diesen Fällen stets zur sicheren Seite hin abgeschätzt. Fallen die normierten Momenten-Rotationskurven

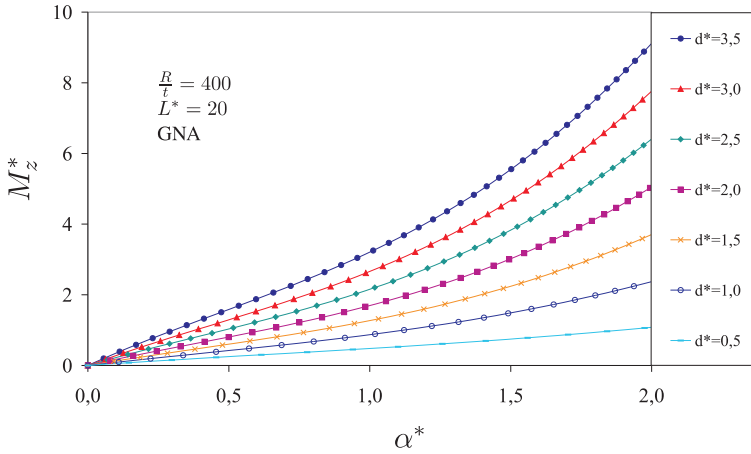


Abbildung 6.48: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $R/t = 400$ und $0,5 \leq d^* \leq 3,5$

des Lastfalls M_z mit den Kurven des Lastfalls M_φ zusammen, so entspricht die Normierungsgröße dem kritischen Moment bei einer Verdrehung α^* von etwa 1,0 (vgl. Abschnitt 6.3).

In Abbildung 6.49 sind die normierten Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$, $L^* = 20$ für $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ für den Lastfall M_z und für $d^* = 5,0$ für den Lastfall M_φ dargestellt. Da die Bestimmung des kritischen Momentes ausschließlich über die Anfangssteifigkeit erfolgt, hat das R/t -Verhältnis keinen Einfluss auf $M_{z,crit,GNA}^*$. Wie bereits gezeigt wurde, wirkt sich R/t nur auf den Bereich sehr großer Verformungen aus. Der bezogene Randabstand L^* beeinflusst dagegen das kritische Moment. $M_{z,crit,GNA}^*$ ist in Abhängigkeit von L^* und d^* in Abbildung 6.50 dargestellt. Dabei wird deutlich, dass mit zunehmendem d^* auch der Einfluss von L^* auf das kritische Moment $M_{z,crit,GNA}^*$ zunimmt. Die Anfangssteifigkeit $c_{M_z}^*$ der Momenten-Rotationskurven ist in Abbildung 6.51 über L^* für unterschiedliche d^* aufgetragen.

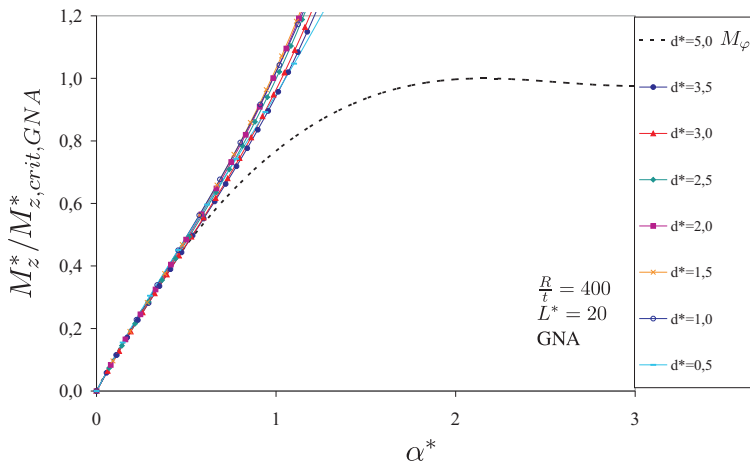


Abbildung 6.49: Normierte Momenten-Rotationskurven für den Lastfall M_z mit $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und den Lastfall M_φ für $d^* = 5,0$

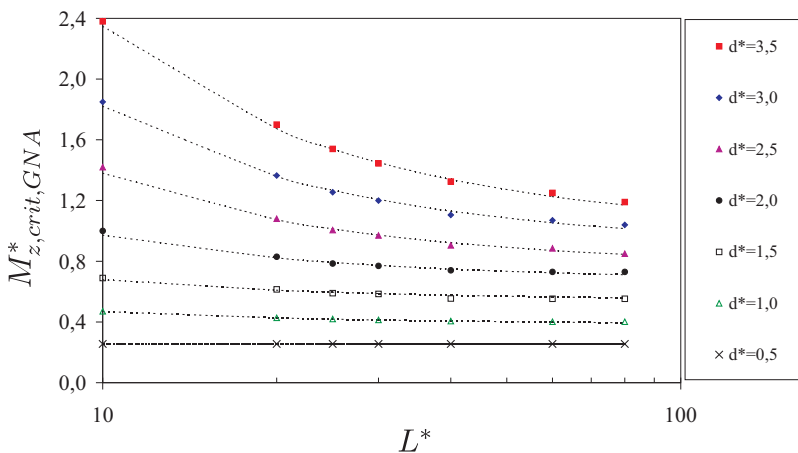


Abbildung 6.50: $M_{z,crit,GNA}^*$ in Abhängigkeit von L^* und d^*

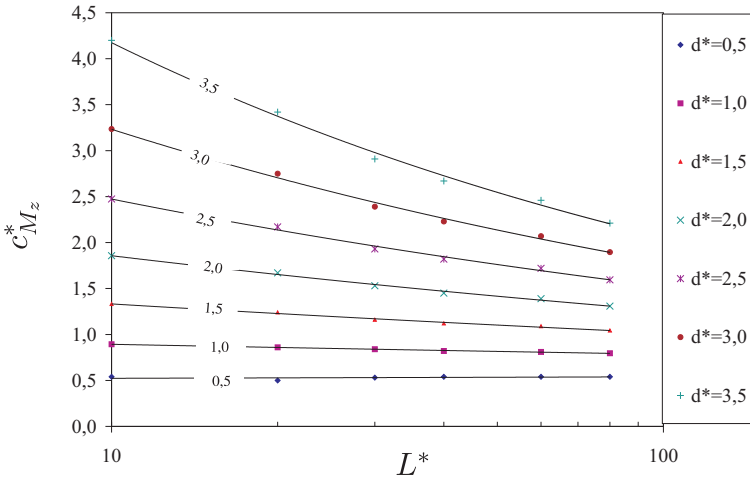


Abbildung 6.51: Anfangssteifigkeit $c_{M_z}^*$ in Abhängigkeit von L^* und d^*

6.6.4 Geometrisch lineare Berechnung mit plastischem Werkstoffgesetz (M_z MNA)

Den Berechnungen liegt das Werkstoffgesetz nach Abschnitt 3.5 zugrunde. In den Parameterstudien wurden die in Tabelle 6.11 aufgeführten Werte variiert.

R/t	L^*	d^*	f_y
1000	20-80	2,5	240
400	20	2,5	240-690
400-5000	20	2,5	360
1600	40	0,5-3,5	240

Tabelle 6.11: Variationsparameter (M_z MNA)

Zunächst wurde der bezogene Randabstand L^* bei konstantem d^* , R/t und f_y variiert. Wie Abbildung 6.52 am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$, $d^* = 2,5$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$ und unterschiedlichen L^* zeigt, nähern sich die Kurven asymptotisch einem Grenzwert $\bar{M}_{z,max,MNA}$, der umso größer ist, je größer L^* ist. Da dieser Grenzwert nur näherungsweise bestimmt werden

kann und die Unterschiede bei den Grenzmomenten, die sich für unterschiedliche L^* ergeben, sehr gering sind, wird der Einfluss von L^* auf das Grenzmoment vernachlässigt. Die Steigungen der Momenten-Rotationskurven sind für gleiche R/t , f_y und d^* vollkommen unabhängig von L^* . Da das Moment M_z mit f_y und t^2 normiert wurde, ergibt sich die Steigung der Momenten-Rotationskurven zu $c_{M_z}^*/\eta$.

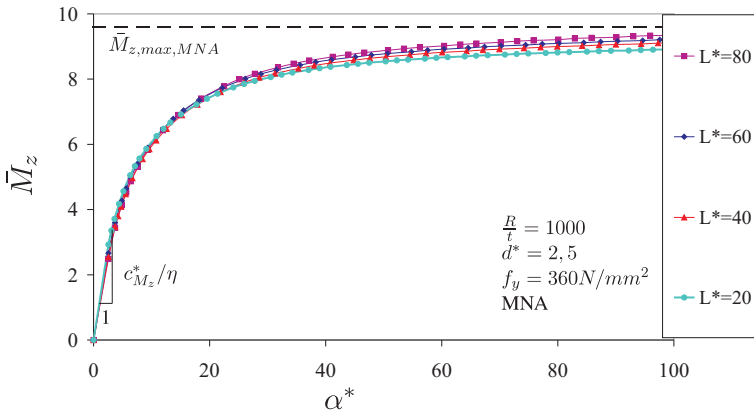


Abbildung 6.52: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $R/t = 400$, $d^* = 2,5$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$ und variablen bezogenen Randabständen L^*

In Abbildung 6.53 sind die Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$, $d^* = 2,5$ und veränderlichem R/t -Verhältnis sowie veränderlicher Streckgrenze f_y aufgetragen. Dabei wird deutlich, dass sich diese Kurven vollkommen unabhängig von f_y und R/t dem Grenzwert $\bar{M}_{z,max,MNA}$ nähern. Die Steigungen der Kurven, d.h. die Steifigkeit der Kreiszyinderschale wird dagegen von R/t und folglich η beeinflusst.

Im letzten Schritt wurden die bezogenen Stützdurchmesser d^* variiert. Die Momenten-Rotationskurven, die sich aus diesen Berechnungen ergeben, sind in Abbildung 6.54 für eine Kreiszyinderschale mit $L^* = 40$, $R/t = 1600$ und einer Streckgrenze $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ für unterschiedliche d^* dargestellt. Dabei zeigt sich, dass sich die Kurven in Abhängigkeit von d^* asymptotisch den Grenzwerten $\bar{M}_{z,max,MNA}$ nähern. Dieser Grenzwert ist umso größer, je größer d^* ist. Das Grenzmoment $\bar{M}_{z,max,MNA}$ in Abhängigkeit von d^* ist in Abbildung 6.55 dar-

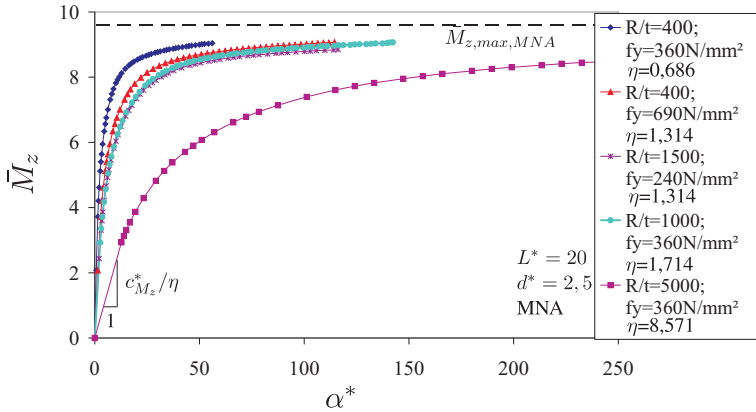


Abbildung 6.53: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $d^* = 2,5$ und variablen R/t und f_y

gestellt und kann mit

$$\bar{M}_{z,max,MNA} = 0,71 (d^*)^2 + 1,94d^* + 0,5 \quad (6.25)$$

abgeschätzt werden.

Die mit dem Grenzmoment $\bar{M}_{z,max,MNA}$ normierten Momenten-Rotationskurven sind in Abbildung 6.56 dargestellt.

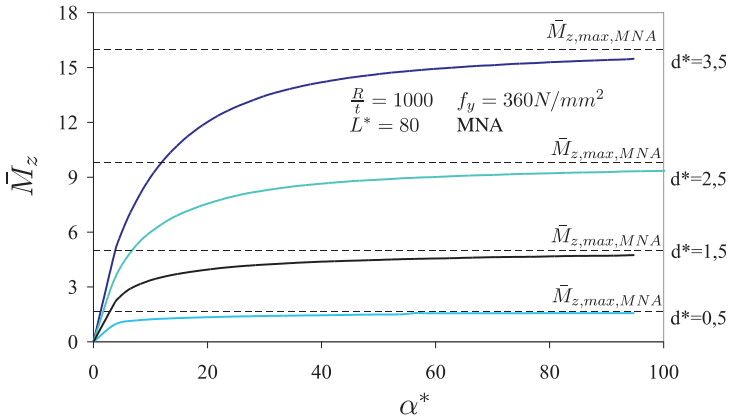


Abbildung 6.54: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $R/t = 400$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ und bezogenen Stützdurchmessern d^* zwischen 0,5 und 3,5.

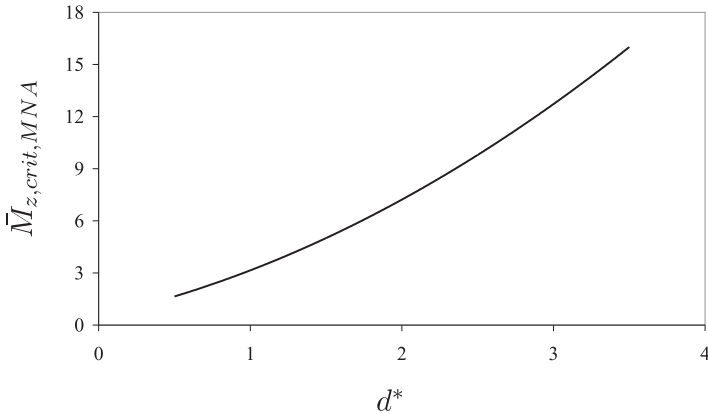


Abbildung 6.55: Kritisches Moment $\bar{M}_{z,max,MNA}$ in Abhängigkeit von d^*

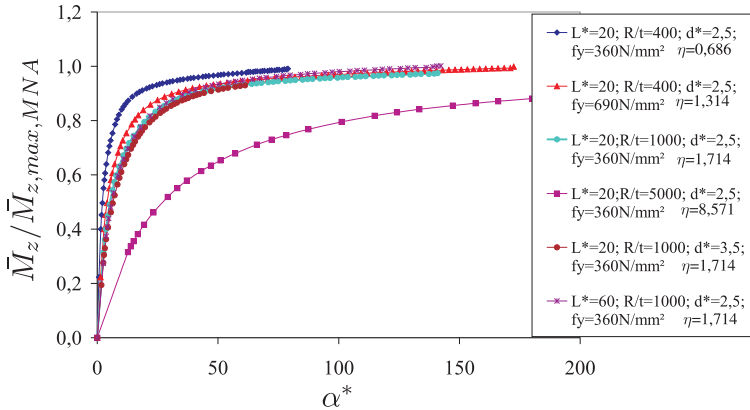


Abbildung 6.56: Normierte Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $R/t = 400$, $f_y = 240\text{N/mm}^2$ und bezogenen Stützendurchmessern d^* zwischen 0,5 und 3,5.

6.6.5 Geometrisch nichtlineare Berechnung mit plastischem Werkstoffgesetz (M_z GMNA)

Bei Berücksichtigung der geometrischen und materiellen Nichtlinearität kann das Tragverhalten der Kreiszyinderschale von L^* , R/t , d^* und von der Streckgrenze f_y beeinflusst werden. Der Einfluss dieser Parameter wird durch Variation der in Tabelle 6.12 aufgeführten Werte untersucht. Für eine Kreiszyinderschale mit

R/t	L^*	d^*	f_y
400	20-80	2,5	240
400	20	2,5	240-690
400-5000	20	2,5	240

Tabelle 6.12: Variationsparameter (M_z GMNA)

veränderlichem L^* bei konstantem $d^* = 2,5$, $R/t = 400$ und $f_y = 240\text{ N/mm}^2$ ergeben sich die in Abbildung 6.57 dargestellten Momenten-Rotationskurven. Dabei wird deutlich, dass das Tragverhalten der Kreiszyinderschale in sehr geringem Maße von L^* beeinflusst wird.

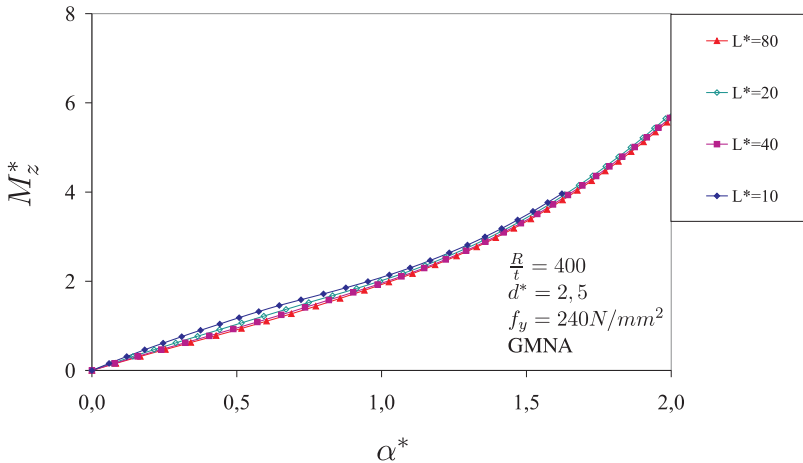


Abbildung 6.57: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $R/t = 400$, $d^* = 2,5$, $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$ mit unterschiedlichen L^*

Im nächsten Schritt wurden bei konstantem $L^* = 20$ und $d^* = 2,5$ die R/t -Verhältnisse und die Streckgrenze f_y der Kreiszyinderschalen variiert. Wie Abbildung 6.58 zeigt, unterscheiden sich die Kurven bei konstantem L^* und konstantem d^* nur im Bereich sehr großer Verformungen. Im linearen Anfangsbereich sind die Kurvenverläufe und damit die Steigungen identisch.

6.6.6 Interaktion von geometrischer und materieller Nichtlinearität

Analog zu den Lastfällen P_x und M_φ kann aus den normierten Last-Verformungskurven aus den Abbildungen 6.49 und 6.56 die Grenze zwischen linearem und nichtlinearem Bereich abgelesen werden. Der geometrisch lineare Bereich ist folglich auf Lastgrößen, die kleiner als $0,4\bar{M}_{z,crit,GNA}^*$ sind, beschränkt. Der elastische Bereich endet bei $0,4\bar{M}_{z,max,MNA}$.

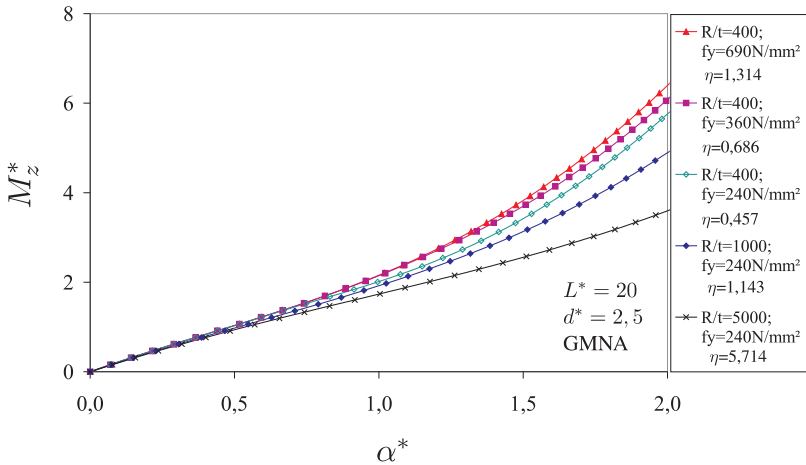


Abbildung 6.58: Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $d^* = 2,5$ mit unterschiedlichen R/t und f_y

6.7 Zusammenfassung der Ergebnisse

In den Untersuchungen an Kreiszyinderschalen, die durch ein radiale Einzella- sten oder durch Momente in Umfangs- oder Meridianrichtung beansprucht werden, wurde der Einfluss des R/t -Verhältnisses, des bezogenen Randabstandes L^* , des bezogenen Stützendurchmessers d^* sowie der Streckgrenze f_y auf das Tragverhalten analysiert. Das Tragverhalten von Kreiszyinderschalen, die durch eine radiale Einzellast P_x beansprucht werden, wird vom bezogenen Randabstand L^* und vom bezogenen Stützendurchmesser d^* beeinflusst. Bei einer Belastung durch ein Moment M_φ in Umfangsrichtung beeinflusst im wesentlichen der bezogene Stützendurchmesser d^* das Tragverhalten der Kreiszyinderschale. Bei beiden Lastfällen nimmt die Tragfähigkeit der Kreiszyinderschale in Abhängigkeit vom R/t -Verhältnis der Kreiszyinderschale und der Streckgrenze des Werkstoffes – ausgedrückt durch den Plastizitätsfaktor η – ab. Das Tragverhalten von Kreiszyinderschalen, die durch ein Moment M_z in Längsrichtung beansprucht werden, wird maßgeblich von L^* und d^* beeinflusst. Die Abminderung der Tragfähigkeit infolge des plastischen Werkstoffverhaltens zeigt sich jedoch erst im Bereich großer Verformungen.

7 Verstärkung der Kreiszyinderschale im Stutzenbereich

7.1 Varianten der Verstärkungsmaßnahmen

7.1.1 Hintergrund

Lokale Lasten, die durch den Stutzen in die Kreiszyinderschale eingeleitet werden, führen im Stutzenanschlussbereich zu großen Spannungen im Mantelblech. Wie die Untersuchungen zum Spannungsverlauf der unverstärkten Kreiszyinderschale für verschiedene Lastfälle in den Abschnitten 6.4.2, 6.5.2 und 6.6.2 gezeigt haben, sind die großen Spannungen lokal begrenzt, da die Biegespannungen gegenüber den Membranspannungen überwiegen und schnell abklingen. Zur Reduktion der großen Spannungen kann das Mantelblech der Kreiszyinderschale im Bereich des Stutzenanschlusses verstärkt werden. Für die Untersuchungen des Einflusses dieser Verstärkung des Mantelbleches auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale werden im Rahmen dieser Arbeit nur kreisrunde scheibenförmige Verstärkungen nach Abbildung 7.1 betrachtet, da für die in der Praxis üblicherweise ausgeführten rechteckigen Bleche der Rechenaufwand erheblich größer und das Verhalten nicht grundsätzlich anders ist. Dabei wird unterschieden zwischen auf das Mantelblech aufgesetzten und in das Mantelblech eingesetzten Verstärkungsblechen.

7.1.2 Aufgesetzte Verstärkungsbleche

Als scheibenförmige Verstärkung des Mantelbleches werden häufig Bleche in der Nähe des Stutzens auf das Mantelblech aufgesetzt. Der Schnitt durch den Stutzenanschluss einer Kreiszyinderschale, die durch ein aufgesetztes Blech mit der Dicke t_v und einem Durchmesser d_v verstärkt wird, ist beispielhaft in Abbildung 7.2 (a) dargestellt. Dabei wird das Verstärkungsblech am inneren Rand an den Stutzen und am äußeren Rand auf das Mantelblech geschweißt. Bei geometrisch

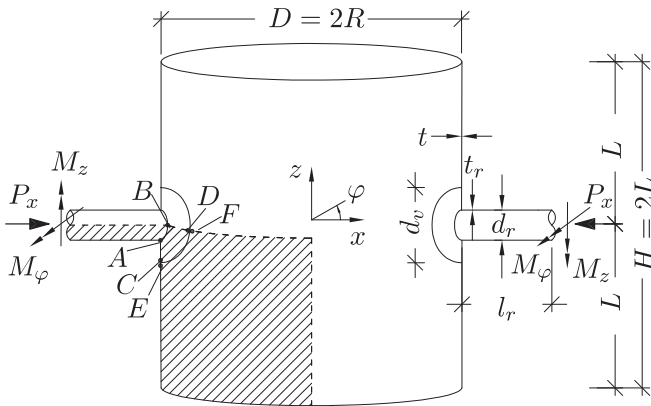


Abbildung 7.1: Kreiszyinderschale mit kreisrunden, scheibenförmigen Verstärkungsblechen im Bereich des Stutzenanschlusses

perfekten Strukturen liegt das aufgesetzte Bleche eben auf dem Mantelblech. Dabei können im verformten Zustand Druck- und Reibkräfte zwischen beiden Blechen übertragen werden.

Für die numerischen Untersuchungen an unverstärkten Kreiszyinderschalen wird das in den Abschnitten 3.4 und 5.10 beschriebene FE-Modell verwendet. Zusätzlich wird ein Verstärkungsblech, das ebenfalls mit Schalenelementen modelliert wird, auf die Kreiszyinderschale gelegt. Der Kontakt zwischen Verstärkungs- und Mantelblech wird durch ein Kontakt-Ziel-Elementenpaar simuliert, auf dessen Eigenschaften in Abschnitt 3.2 eingegangen wurde. Zur Modellierung der Kreiszyinderschalen und der Verstärkungsbleche werden Schalenelemente verwendet, deren Knoten in der Schalenmittelfläche liegen. Aus diesem Grund muss bei der Kontaktdetektion die Dicke der Schalenelemente berücksichtigt werden. Die Kontaktelemente werden auf die virtuelle Unterseite des Verstärkungsbleches gelegt. Auf die virtuelle Oberseite des Mantelbleches der Kreiszyinderschale werden die Zielelemente gelegt. Bei Kontakt zwischen diesen beiden Oberflächen werden Druckkräfte normal zur Kontaktfläche und Reibkräfte tangential zur Kontaktfläche in Abhängigkeit vom Reibkoeffizient μ übertragen. Die Schweißnähte an den Rändern der Platte werden berücksichtigt, indem alle translatorischen und rotatorischen Freiheitsgrade der Knoten am Plattenrand mit denen der Zylinderwand gekoppelt werden. Das Prinzip dieses FE-Modells ist in Abbildung 7.2 (b) dargestellt.

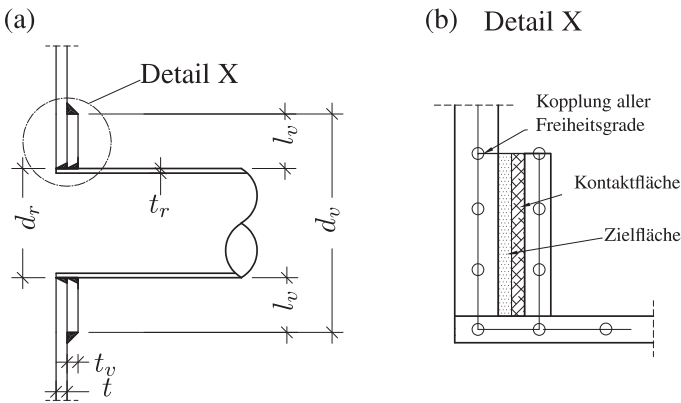


Abbildung 7.2: (a) Schnitt durch den Stutzenanschluss der Kreiszyklinderschale mit einem aufgesetzten Verstärkungsblech und (b) FE-Modell von Detail A

7.1.3 Eingesetzte Verstärkungsbleche

Eine andere Verstärkungsvariante besteht darin, ein Verstärkungsblech mit der Dicke t_v direkt in das Mantelblech einzusetzen. Dabei kann das Verstärkungsblech symmetrisch zur Schalenmittelfläche (Abbildung 7.3 (a)) des Mantelbleches eingesetzt werden. Aus Funktionsgründen wird dieses aber in der Regel exzentrisch (Abbildung 7.4 (a)) eingesetzt.

Da für die Kreiszyklinderschalen Schalenelemente verwendet werden, deren Knoten auf der Schalenmittelfläche liegen und Schalenelemente mit exzentrischer Schalenmittelfläche nicht zur Verfügung stehen, wird bei exzentrisch eingesetzten Verstärkungsblechen eine zusätzliche Schicht Schalenelemente modelliert. Die Mittellinie dieser Schalenelemente hat einen Abstand von

$$e_v = \frac{t_v}{2} \quad (7.1)$$

zur Mittellinie der Kreiszyklinderschale. Der Verbund zwischen den Schalenelementen wird durch das in Abschnitt 7.1.2 beschriebene Kontakt-Ziel-Elementenpaar hergestellt, wobei die Kontaktfläche Normal- und Schubkräfte voll übertragen muss. Die angeschrägten Kanten werden im FE-Modell nicht abgebildet. Auf der sicheren Seite liegend werden die abgeschrägten Anteile vernachlässigt und der in den Berechnungen angenommene Durchmesser d_v des Verstärkungsbleches durch das Ende der vollen Querschnittsverstärkung begrenzt.

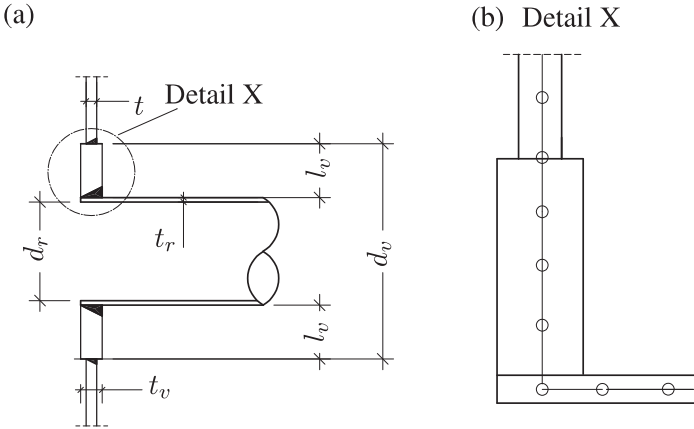


Abbildung 7.3: (a) Schnitt durch den Stutzenanschluss der Kreiszyinderschale mit einem symmetrisch zur Schalenmittelfläche des Mantelbleches eingesetzten Verstärkungsblech und (b) FE-Modell von Detail A

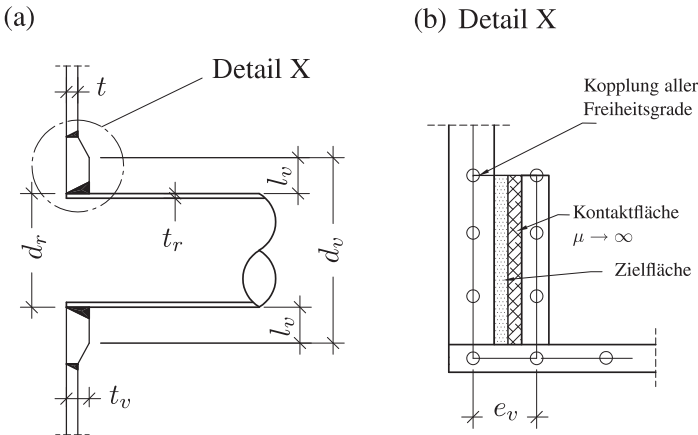


Abbildung 7.4: (a) Schnitt durch den Stutzenanschluss der Kreiszyinderschale mit einem exzentrisch zur Schalenmittelfläche eingesetzten Verstärkungsblech und (b) FE-Modell von Detail A

7.1.4 Einfluss unterschiedlicher Ausführungen von Verstärkungsblechen auf den Spannungsverlauf

Bei aufgesetzten Verstärkungsblechen werden in der Kontaktfuge zwischen Mantel- und Verstärkungsblech Druck- und Reibungskräfte übertragen, wenn beide Bleche eben aufeinander liegen. In der Realität ist allerdings oft ein Spalt zwischen den beiden Blechen vorhanden, so dass im ungünstigsten Fall die Kräfte nur über die Schweißverbindung übertragen werden. Die Reibung zwischen zwei Stahlblechen wird mit dem Reibbeiwert μ erfasst, der im Schrifttum mit Werten zwischen 0,3 und 0,5 angegeben ist. Aufgrund von Verschmutzungen oder Oberflächenbehandlungen kann der Reibbeiwert in der Kontaktfuge weitaus geringer sein, so dass kaum Reibkräfte übertragen werden und im ungünstigsten Fall eine schubweiche Verbindung zwischen Verstärkungsblech und Schalenwand besteht. Auf der sicheren Seite liegend wird in den folgenden Untersuchungen bei aufgesetzten Verstärkungsblechen von einer vollkommen schubweichen Verbindung ausgegangen. Dies wird durch Ansatz einer effektiven Verstärkungsblechdicke $t_{v,eff}$ berücksichtigt, die bei **aufgesetzten Verstärkungsblechen** auf die Addition der Trägheitsmomente basiert und sich aus der Dicke t_v mit

$$t_{v,eff} = t \sqrt[3]{\left(\frac{t_v}{t}\right)^3 + 1} \quad (7.2)$$

und bei **eingesetzten Verstärkungsblechen** mit

$$t_{v,eff} = t_v \quad (7.3)$$

ergibt. Der Einfluss der unterschiedlichen Ausführungen von Verstärkungsblechen auf den Spannungsverlauf im Stutzenanschlussbereich wird zunächst an einer Kreiszyinderschale unter einer Einzellast P_x untersucht. Dabei wurden folgende Ausführungsvarianten von Verstärkungsblechen betrachtet:

- (V1) Kreiszyinderschale mit symmetrisch zur Mittellinie des Mantelbleches eingesetztem Verstärkungsblech,
- (V2) Kreiszyinderschale mit exzentrisch zur Mittellinie des Mantelbleches eingesetztem Verstärkungsblech,
- (V3) Kreiszyinderschale mit aufgesetztem Verstärkungsblech mit schubweichem Verbund zwischen Verstärkungs- und Mantelblech,
- (V4) Kreiszyinderschale mit aufgesetztem Verstärkungsblech mit schubweichem Verbund und einem Spalt von $t/10$ zwischen Verstärkungsblech und Mantelblech.

Die Verstärkungsbleche haben bei allen Varianten eine effektive Wanddicke von $t_{v,eff} = 2,0t$. Die Verläufe der Umfangsspannungen, die sich für die Ausführungsvarianten (V1) bis (V4) ergeben, sind in Abbildung 7.5 entlang des Umfangs der Kreiszyinderschale aufgetragen. Dabei wurden die Umfangsspannungen $\sigma_{\varphi,ver}^*$ der verstärkten Kreiszyinderschale mit der maximalen Spannung $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ am Stutzenanschluss der unverstärkten Kreiszyinderschale normiert. Es sind die Spannungen an der Außenseite einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 1000$, $L^* = 30$, $d^* = 2,5$ und einem Durchmesser Verhältnis des Verstärkungsbleches zum Stutzen $d_v/d_r = 2,0$ mit einer effektiven Wanddicke $t_{v,eff} = 2,0t$ unter einer radialen Einzellast von $P_x^* = 1,0$ dargestellt.

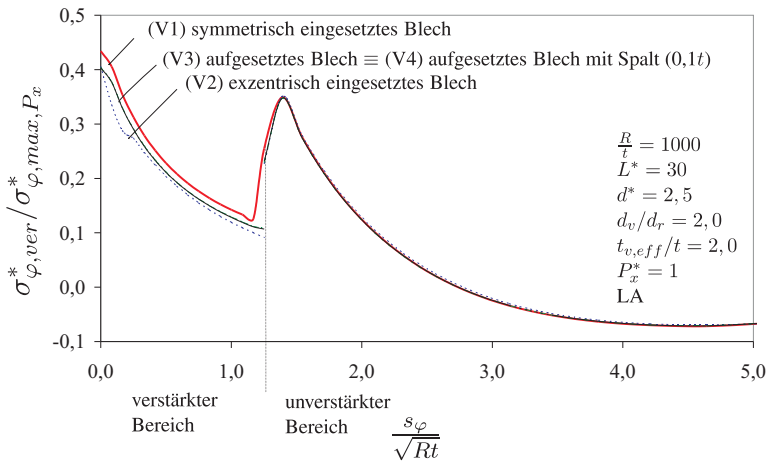


Abbildung 7.5: Verlauf der Spannungen $\sigma_{\varphi,ver}^* / \sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ für unterschiedliche Verstärkungsvarianten

Der Spannungsverlauf der Variante (V3) (aufgesetztes Blech mit schubweichem Verbund) ist vollkommen identisch mit dem der Variante (V4) (aufgesetztes Blech mit einem Spalt zwischen Verstärkungsblech und Schalenwand). Das bedeutet, dass die Kräfte nur über die Schweißnähte ins Mantelblech eingeleitet werden. Die maximalen Spannungen am Stutzenanschluss sind bei Variante (V1) um rund 7% größer als die Spannungen anderer Verstärkungsvarianten. Am Übergang zum unverstärkten Mantelblech steigen die Spannungen erneut an. Dabei sind keine wesentlichen Einflüsse der unterschiedlichen Verstärkungsvarianten auf die Spannungen im unverstärkten Mantelblech zu beobachten. Es zeigt sich, dass die Auswirkungen der unterschiedlichen Verstärkungsvarianten auf den Spannung-

verlauf gering sind. Aus diesem Grund werden in den folgenden Untersuchungen vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend nur Kreiszyinderschalen mit symmetrisch eingesetzten Verstärkungsblechen betrachtet. Da in der Nähe des Stutzenschlusses die Lastabtragung hauptsächlich über Biegung erfolgt und das Verhältnis der Membranspannungen zu den Biegespannungen bei maximal 1:10 liegt, werden in den folgenden Untersuchungen nur die Randspannungen an der Außenseite der Kreiszyinderschale betrachtet.

7.2 Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen unter radialen Einzellasten P_x

7.2.1 Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (P_x ver LA)

Wie in Abschnitt 6.4.2 für die unverstärkte Kreiszyinderschale gezeigt wurde, treten die größten Spannungen in Umfangsrichtungen entlang des Umfangs der Kreiszyinderschale auf. Da für die verstärkte Kreiszyinderschale ein grundsätzlich anderes Verhalten ausgeschlossen werden kann, werden in diesem Abschnitt ebenfalls nur Umfangsspannungen in Umfangsrichtung betrachtet. Diese Umfangsspannungen $\sigma_{\varphi,ver}^*$ werden mit dem Maximalwert der Spannungen $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ in der entsprechenden unverstärkten Kreiszyinderschale ins Verhältnis gesetzt.

Der Spannungsverlauf der verstärkten Kreiszyinderschale kann sowohl von den Geometrieparametern R/t , L^* und d^* als auch vom Verhältnis der effektiven Dicke $t_{v,eff}$ des Verstärkungsbleches zur Mantelblechdicke t , sowie vom Verhältnis des Verstärkungsblechdurchmessers d_v zum Stutzendurchmesser d_r beeinflusst werden. Anstelle des Verstärkungsblechdurchmessers d_v wird zunächst der Abstand l_v zwischen der Außenkante des Stutzens und dem Verstärkungsblechrand nach Abbildung 7.3 betrachtet. In dimensionsloser Form ist

$$l_v^* = \frac{l_v}{\sqrt{Rt_{v,eff}}} \quad (7.4)$$

Da sich bei der unverstärkten Kreiszyinderschale gezeigt hat, dass das R/t -Verhältnis und der bezogene Randabstand L^* den Spannungsverlauf nur unwesentlich beeinflussen, wird bei den verstärkten Kreiszyinderschalen auf die Variation dieser beiden Größen verzichtet, wobei stets von den ungünstigsten Werten

($R/t = 5000$ und $L^* = 80$) ausgegangen wird. Die Einflüsse von d^* , $t_{v,eff}/t$ und l_v^* werden jeweils durch Variation einer Größe nach dem in Tabelle 7.1 angegebenen Schema untersucht.

	R/t	L^*	d^*	$t_{v,eff}/t$	l_v^*
1	5000	80	3,5	2,0	0-20
2	5000	80	0,5-3,5	2,0	4,89
3	5000	80 </td <td>3,5</td> <td>1,0-2,0</td> <td>4,89</td>	3,5	1,0-2,0	4,89

Tabelle 7.1: Variationsparameter (P_x ver LA)

Durch Variation der bezogenen Länge l_v^* bei konstantem $R/t = 5000$, $L^* = 80$, $d^* = 3,5$ und $t_{v,eff}/t = 2,0$ ergeben sich die Spannungsverläufe nach Abbildung 7.6.

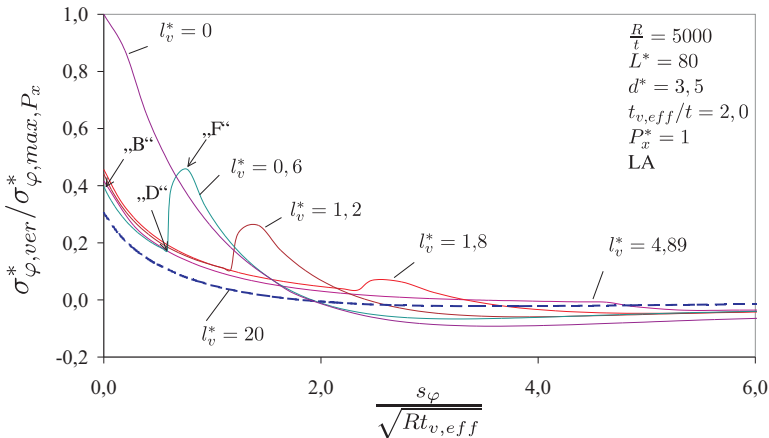


Abbildung 7.6: Verlauf von $\sigma_{\varphi,ver}^* / \sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ entlang des Umfangs einer Kreiszyllinderschale mit $R/t = 5000$, $L^* = 80$, $d^* = 3,5$, $t_{v,eff}/t = 2,0$ mit unterschiedlichen l_v^*

Am Stutzenanschluss (Stelle B) treten sehr hohe Spannungen auf, die entlang des Verstärkungsbleches schnell abklingen und am Rand des Verstärkungsbleches (Stelle D) sehr viel kleiner sind, als am Stutzenanschluss. Aufgrund der geringeren Blechdicke des unverstärkten Mantelbleches steigen die Spannungen dort erneut an (Stelle F). Mit zunehmendem l_v^* werden die Kreiszyllinderschalen steifer, was zur Folge hat, dass die Spannungen am Stutzenanschluss sinken.

Gleichzeitig gehen auch die Spannungen, die am Übergang zum unverstärkten Bereich auftreten zurück. Da die Biegespannungen in diesem Bereich um einen Faktor 10 größer sind als die Membranspannungen, entspricht der erneute Spannungsanstieg ungefähr dem Verhältnis der Widerstandsmomente $(t_{v,eff}/t)^2$ des Verstärkungsblechs zum Mantelblech.

Ziel einer sinnvollen Spannungsreduktion ist es, die Abmessungen der Verstärkungsbleche so zu wählen, dass die Spannungen am äußeren Rand (Stelle D) des Verstärkungsbleches soweit abgeklungen sind, dass die Spannungen im unverstärkten Mantelblech (Stelle F) kleiner sind als die Spannungen am Stutzenanschluss. Um diese Forderung zu erfüllen, müssen die Verstärkungsbleche mit einer Mindestlänge $l_{v,min}^*$ ausgeführt werden. Auf der sicheren Seite liegend ist $l_{v,min}^*$ erreicht, wenn die Spannungen am äußeren Rand des Verstärkungsbleches um den Faktor $(t_{v,eff}/t)^2$ gegenüber den Spannungen am Stutzenanschluss reduziert wurden.

Wie Abbildung 7.6 zudem zeigt, ist bei einer bezogenen Verstärkungsblechlänge l_v^* von 4,89 der erneute Anstieg der Spannungen im unverstärkten Mantelblech sehr gering. Dies geht einher mit der Abklinglänge der Biegestörung einer rotationssymmetrisch belasteten Kreiszyinderschale aus Stahl (vgl. Abschnitt 5.5).

Im nächsten Schritt wurde der Einfluss des bezogenen Stutzendurchmessers d^* auf den Spannungsverlauf untersucht. Dabei hatte das Verstärkungsblech der Kreiszyinderschale ein konstantes $t_{v,eff}/t$ -Verhältnis von 2,0 und eine bezogene Länge von $l_v^* = 4,89$.

Wie anhand der Spannungsverläufe in Abbildung 7.7 deutlich wird, beeinflusst der bezogene Stutzendurchmesser d^* den Spannungsverlauf der Kreiszyinderschale. Da der Spannungsunterschied für unterschiedliche d^* klein sind, ist es für eine überschlägige Dimensionierung der Verstärkungsbleche jedoch ausreichend, den ungünstigsten Fall, eine Kreiszyinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$ und $d^* = 3,5$ zu betrachten. Ausgehend von dieser Kreiszyinderschale wurden im nächsten Schritt die Auswirkungen unterschiedlicher Blechdickenverhältnisse $t_{v,eff}/t$ auf den Spannungsverlauf untersucht. Praktikable und wirtschaftliche Verstärkungsblechdicken ergeben Blechdickenverhältnisse zwischen 1, 2 und 2, 0. Die Spannungsverläufe, die sich durch Variation der Verstärkungsblechdicken ergeben, sind in Abbildung 7.8 entlang des Umfangs der Kreiszyinderschalen aufgetragen.

Dabei wird deutlich, dass die Reduktion der Spannungen umso größer ist, je größer das $t_{v,eff}/t$ -Verhältnis ist. Die Spannungen am Rand des Verstärkungsbleches („D“) können durch Abminderung der Spannungen am Stutzenan-

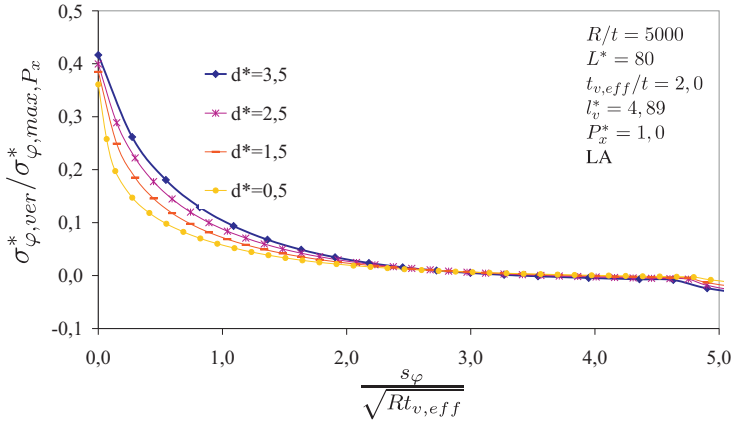


Abbildung 7.7: Spannungsverlauf $\sigma_{\phi,ver}^*/\sigma_{\phi,max,P_x}^*$ entlang des Umfangs einer Kreiszyllinderschale mit $R/t = 5000$, $L^* = 80$, $t_{v,eff}/t = 2,0$, $l_v^* = 4,89$ und $0,5 \leq d^* \leq 3,5$

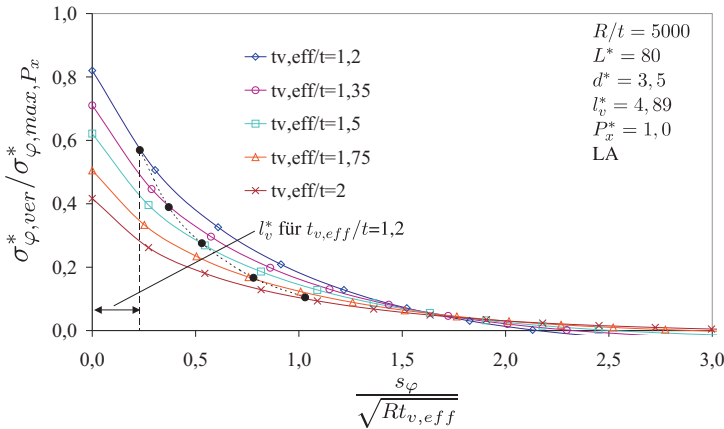


Abbildung 7.8: Spannungsverlauf $\sigma_{\phi,ver}^*/\sigma_{\phi,max,P_x}^*$ entlang des Umfangs einer Kreiszyllinderschale mit $R/t = 5000$, $L^* = 80$, $d^* = 3,4$, $l_v^* = 4,89$ und $1,2 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$

schluss („B“) mit $(t/t_{v,eff})^2$ ermittelt werden. Diese Spannungsverhältnisse $\sigma_{\varphi,ver}^*/\sigma_{\varphi,max,P_x}^* \cdot (t/t_{v,eff})^2$ sind in Abbildung 7.8 durch Punkte markiert. Die entsprechenden Stützstellen auf der horizontalen Achse des Diagramms sind dabei die minimalen Blechlängen $l_{v,min}^*$, die in Abhängigkeit von $t_{v,eff}/t$ mit

$$l_{v,min}^* = \left(\frac{t_{v,eff}}{t} \right) - 1 \quad (7.5)$$

abgeschätzt werden können. Das Verhältnis der Spannungen $\sigma_{\varphi,ver}^*/\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ am Stutzenanschluss und am Übergang zum unverstärkten Mantelblech kann überschlägig mit

$$\frac{\sigma_{\varphi,ver}^*}{\sigma_{\varphi,max,P_x}^*} = 1,16 \left(\frac{t}{t_{v,eff}} \right) - 0,16 \quad (7.6)$$

bestimmt werden.

Der Zusammenhang zwischen dem Verhältnis des Durchmessers d_v des Verstärkungsbleches zum Durchmesser d_r des Stutzens und der Länge l_v des Verstärkungsbleches ist mit

$$\frac{d_v}{d_r} = \frac{2l_v + d_r}{d_r} = \frac{2l_v^*}{d^*} \sqrt{\frac{t_{v,eff}}{t}} + 1 \quad (7.7)$$

gegeben.

Aus konstruktiven Gesichtspunkten liegen die Durchmesserhältnisse d_v/d_r in der Regel bei maximal 2,0. Das minimale Durchmesserverhältnisse $(d_v/d_r)_{min}$ ist mit $l_{v,min}^*$ nach Gleichung 7.5 und dem entsprechenden d^* vorgegeben. $(d_v/d_r)_{min}$ ist in Abhängigkeit vom bezogenen Stutzendurchmesser d^* und den Blechdickenverhältnissen $t_{v,eff}/t$ in Abbildung 7.9 aufgetragen. Die maximalen Spannungsverhältnisse $\sigma_{\varphi,ver}^*/\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$, die im Stutzenanschlussbereich auftreten, sind in Abbildung 7.10 über $t_{v,eff}/t$ aufgetragen.

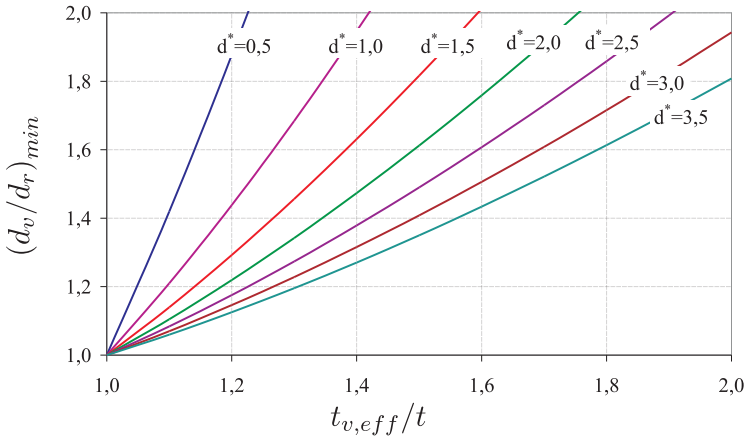


Abbildung 7.9: Mindestdurchmesserverhältnisse $(d_v/d_r)_{min}$ in Abhängigkeit von d^* und $t_{v,eff}/t$

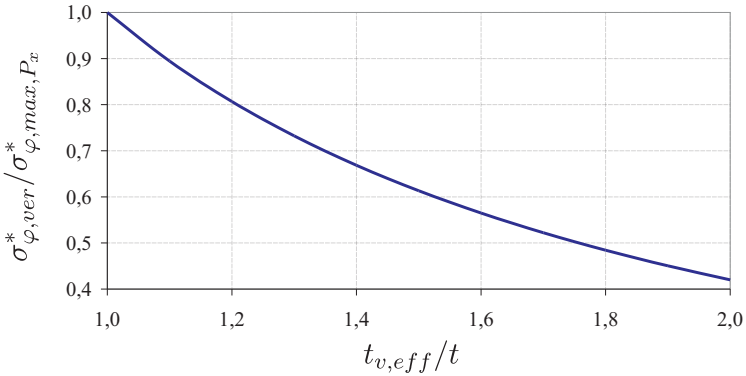


Abbildung 7.10: Spannungsverhältnis $\sigma^*_{\varphi,ver}/\sigma^*_{\varphi,max,P_x}$ in Anhängigkeit von $t_{v,eff}/t$

7.2.2 Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (P_x ver GNA)

In diesem Abschnitt werden Kreiszyinderschalen mit Durchmesserhältnissen d_v/d_r zwischen 1,0 und 2,0 und Blechdickenverhältnisse $t_{v,eff}/t$ bis 2,0 untersucht. Die Parameter R/t , L^* und d^* wirken sich in gleicher Weise, wie für die unverstärkten Kreiszyinderschale in Abschnitt 6.4.3 gezeigt wurde, auch auf das Tragverhalten der verstärkten Kreiszyinderschale aus. Der Einfluss der Parameter d_v/d_r und $t_{v,eff}/t$ wurden nach dem in Tabelle 7.2 aufgeführten Variationsschema untersucht.

R/t	L^*	d^*	d_v/d_r	$t_{v,eff}/t$
400	20	1,5	2,0	1,0 - 2,0
400	20	1,5	1,0 - 2,0	2,0

Tabelle 7.2: Variationsparameter (P_x ver GNA)

In Abbildung 7.11 sind die Last-Verformungskurven einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$, $R/t = 400$ und $d^* = 1,5$ mit einem Verstärkungsblech mit $d_v/d_r = 2,0$ und $t_{v,eff}/t$ zwischen 1,0 und 2,0 aufgetragen. Je größer $t_{v,eff}/t$ ist, umso deutlicher ist das lokale Maximum in den Last-Verformungskurven ausgeprägt. Durch die Verstärkungsbleche im Stutzenanschlussbereich nimmt die Steifigkeit der Kreiszyinderschale zu. Das hat zur Folge, dass die Lastabtragung über Biegung gegenüber der Membrantragwirkung abnimmt. Dieses Verhältnis wirkt sich auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale aus, das in Abschnitt 4.3 ausführlich erörtert wurde. Je größer das Blechdickenverhältnis $t_{v,eff}/t$ ist, umso weniger verformt sich der verstärkte Bereich der Kreiszyinderschale unter der Last P_x .

Für den Grenzfall, wenn das Verstärkungsblech unendlich steif ist, entspricht die Last-Verformungskurve der verstärkten Kreiszyinderschale der einer unverstärkten Kreiszyinderschale mit einem bezogenen Stutzendurchmesser

$$d^* = d_{ver}^* \cdot \frac{d_v}{d_r} = 1,5 \cdot 2,0 = 3,0 \quad (7.8)$$

In Abbildung 7.12 sind die Last-Verformungskurven einer Kreiszyinderschale dargestellt, deren Verstärkungsblechdurchmesser d_v/d_r zwischen 1,0 und 2,0 bei einem konstanten Blechdickenverhältnis $t_{v,eff}/t$ von 2,0 variiert wurden. Dabei zeigt sich, dass die kritischen Lasten von d_v/d_r abhängig sind und mit steigendem d_v/d_r ebenfalls ansteigen. Die Steigung $c_{P_x,ver}^*$ der Kurven im linearen Bereich ist ebenfalls umso größer, je größer $t_{v,eff}/t$ und d_v/d_r ist.

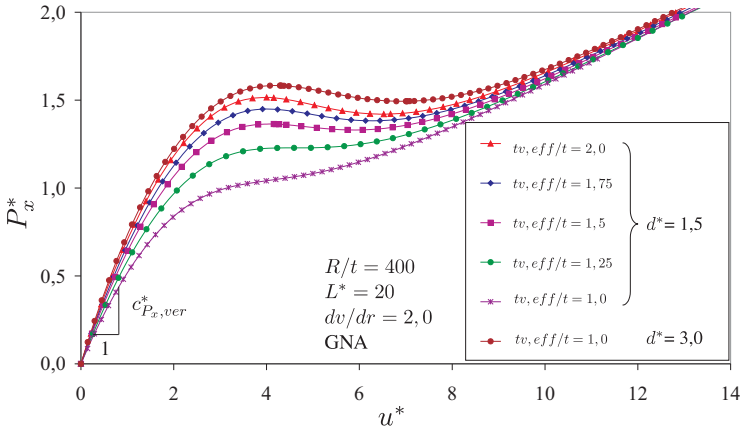


Abbildung 7.11: Last-Verformungskurve einer Kreiszyklinderschale mit $L^* = 20$, $R/t = 400$, $d^* = 1,5$ und einem Verstärkungsblech mit $d_v/d_r = 2,0$ und $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$, sowie einer unverstärkten Kreiszyklinderschale mit $d^* = 3,0$

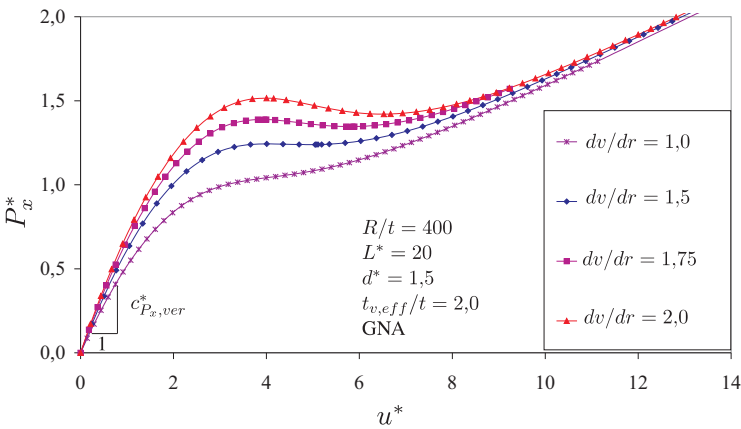


Abbildung 7.12: Last-Verformungskurve einer Kreiszyklinderschale mit $L^* = 20$, $R/t = 400$, $d^* = 1,5$ mit einem Verstärkungsblech mit $t_{v,eff}/t = 2,0$ und $1,0 \leq d_v/d_r \leq 2,0$

In umfangreichen Serienberechnungen wurden die Parameter L^* , R/t , d^* sowie d_v/d_r und $t_{v,eff}/t$ variiert und die kritischen Lasten $P_{crit,GNA,ver}^*$ und die Anfangssteifigkeiten $c_{P_x,ver}^*$ ermittelt. Die kritischen Lasten $P_{crit,GNA,ver}^*$ und die Anfangssteifigkeiten $c_{P_x,ver}^*$ der verstärkten Kreiszyinderschale steigen, wie in Abbildung 7.13 und Abbildung 7.14 für Verstärkungsbleche mit $d_v/d_r = 2,0$ und $t_{v,eff}/t = 2,0$ gezeigt wird, mit steigendem d^* und abnehmendem L^* an.

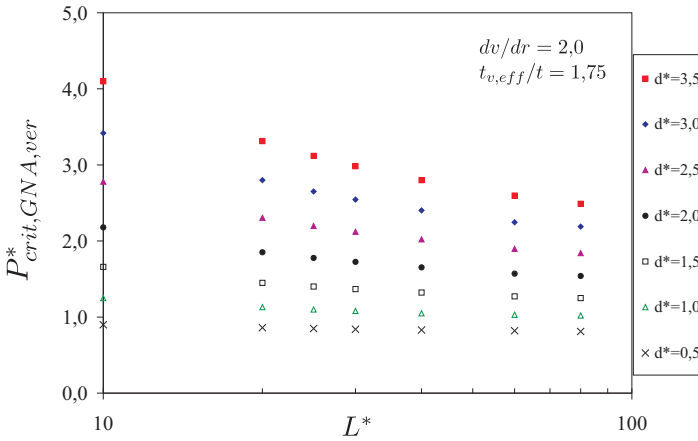


Abbildung 7.13: Kritische Lasten $P_{x,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $t_{v,eff}/t = 1,75$ und $d_v/d_r = 2,0$

Die kritischen Lasten $P_{x,crit,GNA,ver}^*$ in Abhängigkeit von den untersuchten Parametern L^* , R/t , d^* , d_v/d_r und $t_{v,eff}/t$ können mit

$$P_{x,crit,GNA,ver}^* = P_0^* + \frac{\psi}{L^*} \quad (7.9)$$

bestimmt werden. P_0^* ist in Abbildung 7.15 und ψ in Abbildung 7.16 für Verstärkungsbleche mit $d_v/d_r = 1,5$ aufgetragen. Für Verstärkungsbleche mit $d_v/d_r = 2,0$ sind diese Parameter in Abbildung 7.17 und Abbildung 7.18 angegeben. Liegen die Abmessungen der Kreiszyinderschalen zwischen den in Abbildung 7.15 bis 7.18 angegebenen Werten, so kann linear interpoliert werden.

Die Anfangssteifigkeiten $c_{P_x,ver}^*$ in Abhängigkeit von den untersuchten Parametern L^* , R/t , d^* , d_v/d_r und $t_{v,eff}/t$ können mit

$$c_{P_x,ver}^* = c_{0,P_x}^* \cdot (L^*)^\chi \quad (7.10)$$

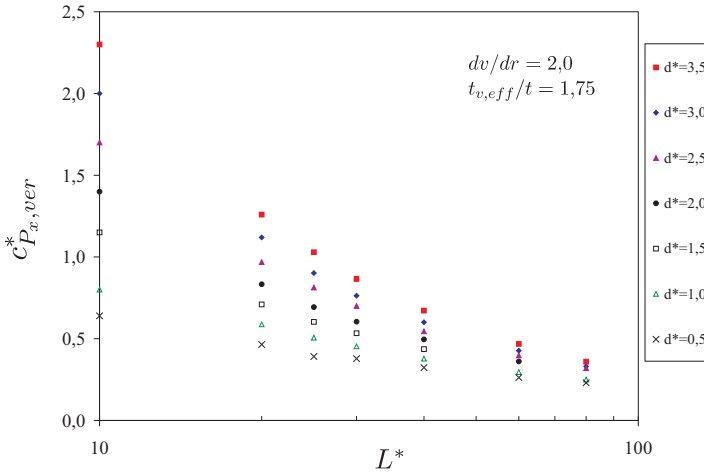


Abbildung 7.14: Anfangssteifigkeiten $c_{P_x, ver}^*$ von Kreiszyllinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $t_{v, eff}/t = 1,75$ und $d_v/d_r = 2,0$

bestimmt werden. c_{0, P_x}^* ist in Abbildung 7.19 und χ in Abbildung 7.20 für Verstärkungsbleche mit $d_v/d_r = 1,5$ aufgetragen. Für Verstärkungsbleche mit $d_v/d_r = 2,0$ sind diese Parameter in Abbildung 7.21 und Abbildung 7.22 angegeben. Liegen die Abmessungen der Kreiszyllinderschalen zwischen den in Abbildung 7.19 bis 7.22 angegebenen Werten, so kann linear interpoliert werden.

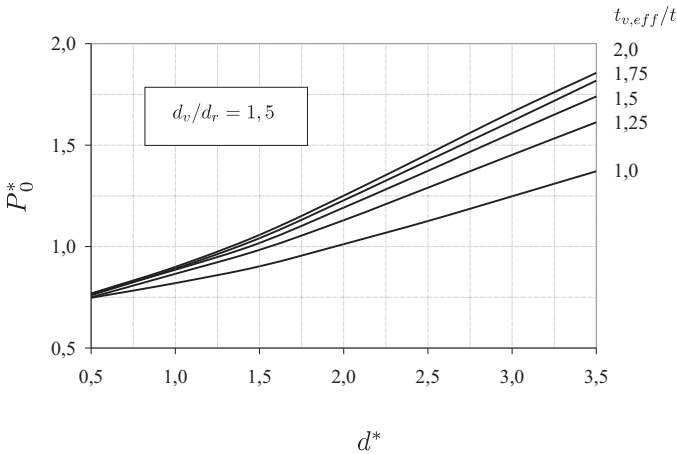


Abbildung 7.15: P_0^* zur Bestimmung der kritischen Lasten $P_{x,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 1,5$

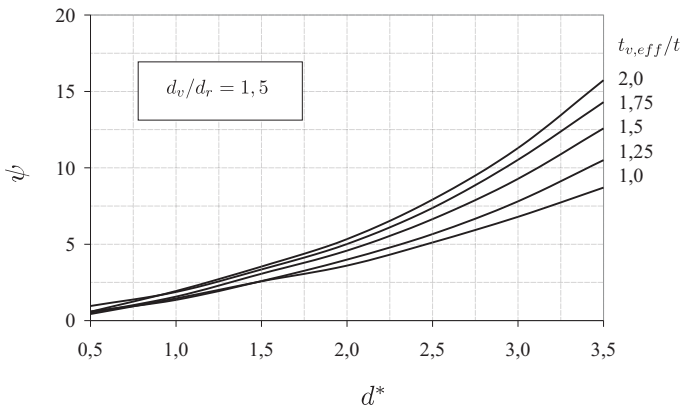


Abbildung 7.16: ψ zur Bestimmung der kritischen Lasten $P_{x,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 1,5$

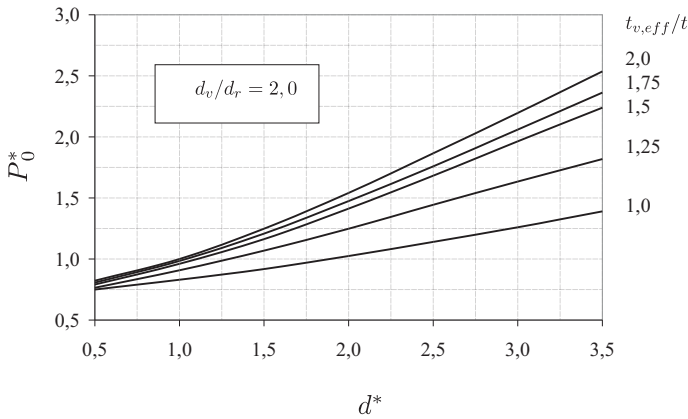


Abbildung 7.17: P_0^* zur Bestimmung der kritischen Lasten $P_{x,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 2,0$

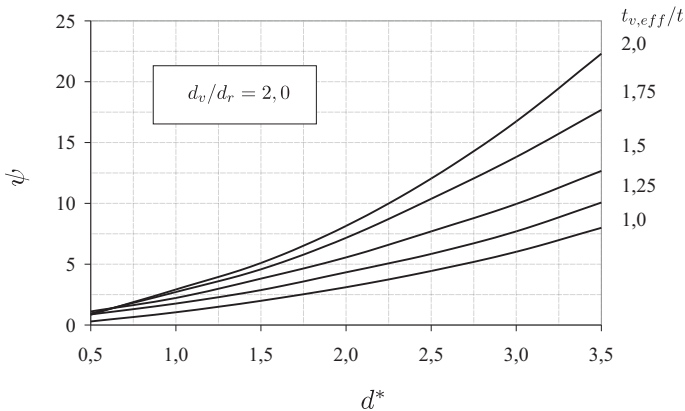


Abbildung 7.18: ψ zur Bestimmung der kritischen Lasten $P_{x,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 2,0$

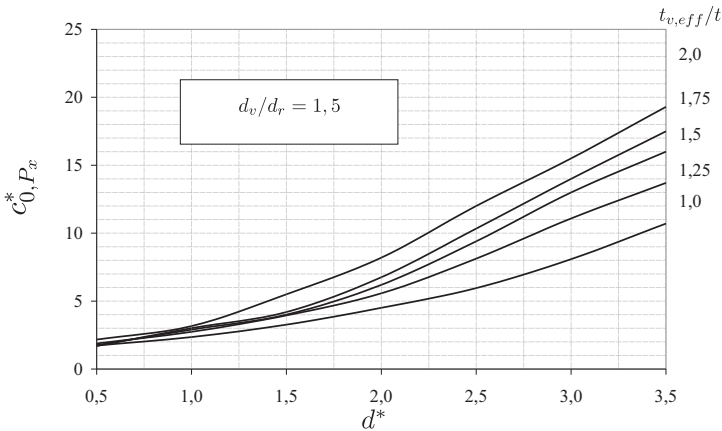


Abbildung 7.19: c_{0,P_x}^* zur Bestimmung der Anfangssteifigkeit $c_{P_x,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 1,5$

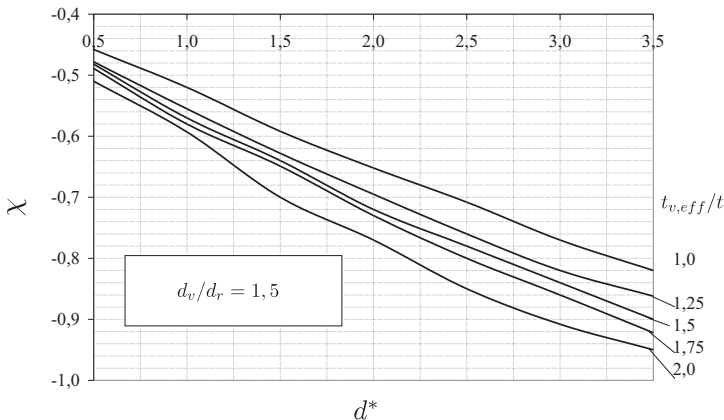


Abbildung 7.20: χ zur Bestimmung der Anfangssteifigkeit $c_{P_x,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 1,5$

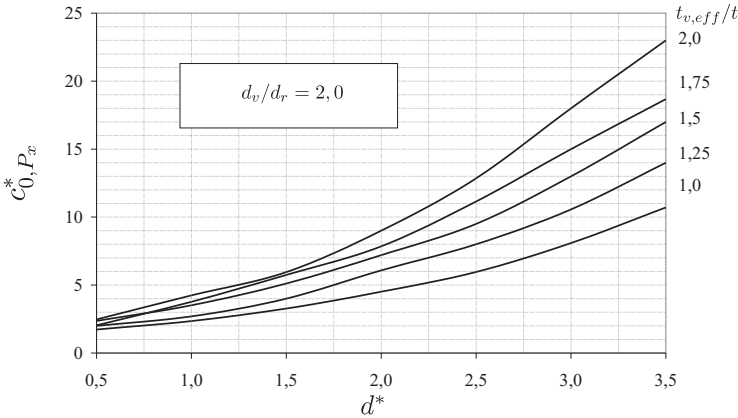


Abbildung 7.21: c_{0,P_x}^* zur Bestimmung der Anfangssteifigkeit $c_{P_x,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 2,0$

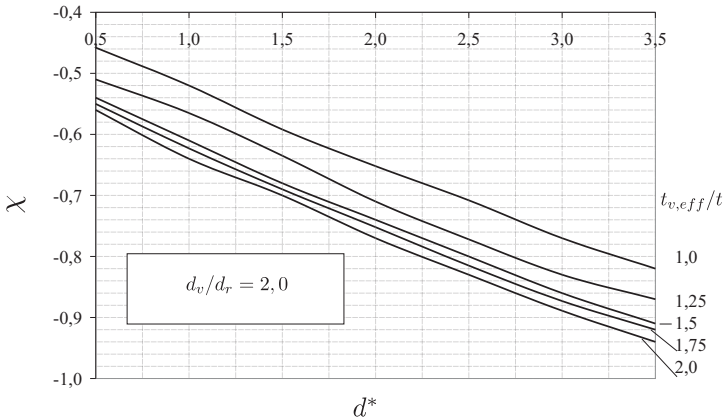


Abbildung 7.22: χ zur Bestimmung der Anfangssteifigkeit $c_{P_x,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit $10 \leq L^* \leq 80$, $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ und Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 2,0$

7.2.3 Einfluss materieller Nichtlinearität auf das Tragverhalten verstärkter Kreiszyinderschalen

Bei Berücksichtigung des plastischen Werkstoffverhaltens in den numerischen Berechnungen ist ein Einfluss der Streckgrenze des Werkstoffes zu erwarten. Wie sich bei den Untersuchungen zur unverstärkten Kreiszyinderschale in Abschnitt 6.4.5 gezeigt hatte, kann der Zusammenhang zwischen Streckgrenze und R/t -Verhältnis mit dem Faktor η erfasst werden. Der Einfluss der Parameter wurde nach dem in Tabelle 7.3 dargestellten Schema untersucht.

R/t	L^*	d^*	f_y	d_v/d_r	$t_{v,eff}/t$
400-800	20	1,5	360	2,0	2,0
400	20	1,5	240-360	2,0	2,0
400	20	1,5	240	2,0	1,25-2,0
400	20	1,5-3,0	240	1,0-2,0	2,0

Tabelle 7.3: Variationsparameter (P_x ver GMNA)

In den Schritten 1 und 2 wurde das R/t -Verhältnis und die Streckgrenze f_y , und damit der Faktor η variiert. Im dritten Schritt wurde das Blechdickenverhältnis variiert. Die Ergebnisse dieser Untersuchungsschritte sind in Abbildung 7.23 dargestellt.

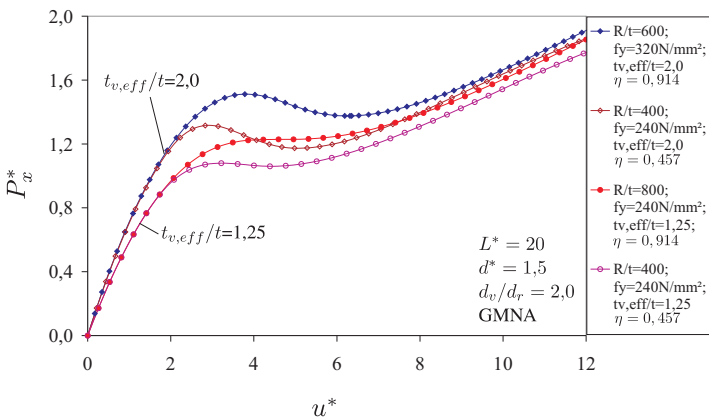


Abbildung 7.23: Last-Verformungskurven von verstärkten Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $d^* = 1,5$, $d_v/d_r = 2,0$) und unterschiedlichen R/t , f_y und $t_{v,eff}/t$

Es zeigt sich, dass die kritische Last $P_{x,crit,GMNA,ver}^*$ vom Blechdickenverhältnis $t_{v,eff}/t$ und von η beeinflusst wird. Je kleiner η oder $t_{v,eff}/t$ ist, desto geringer ist auch die kritische Last $P_{x,crit,GMNA,ver}^*$.

In Abbildung 7.24 sind die Last-Verformungskurve von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $d^* = 1,5$ und $t_{v,eff}/t = 2,0$ bei unterschiedlichen R/t -Verhältnissen, Streckgrenzen und Durchmesserhältnissen dargestellt. Es zeigt sich, dass die kritischen Lasten von d_v/d_r und von η beeinflusst werden. Je kleiner d_v/d_r oder η sind, desto geringer sind die kritischen Lasten.

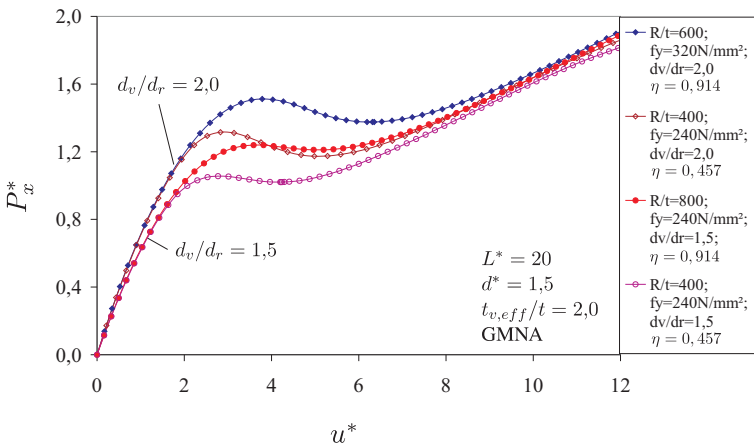


Abbildung 7.24: Last-Verformungskurven von verstärkten Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $d^* = 1,5$, $t_{v,eff}/t = 2,0$ und variablen R/t , f_y und d_v/d_r .

Die kritischen Lasten $P_{x,crit,GMNA,ver}^*$ der verstärkten Kreiszyinderschalen hängen auch vom bezogenen Randabstand L^* und dem bezogenen Stützendurchmesser d^* ab. Da sich das Tragverhalten verstärkter Kreiszyinderschalen in Abhängigkeit von diesen Parametern gegenüber unverstärkten Kreiszyinderschalen nicht grundsätzlich ändert, werden diese Last-Verformungskurven nicht gesondert dargestellt.

In Abbildung 7.25 wurde das Verhältnis der kritischen Lasten $P_{x,crit,GMNA,ver}^*$ zu $P_{x,crit,GNA,ver}^*$ der verstärkten Kreiszyinderschalen über η aufgetragen. Es zeigt sich, dass sich alle untersuchten Parameter auf das Tragverhalten auswirken. Es wird zudem deutlich, dass im untersuchten Bereich die Abminderung infolge plastischen Werkstoffverhaltens bei maximal 80% liegt. Vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend können die plastischen Abminderungskurven der un-

verstärkten Kreiszyinderschalen aus Abbildung 7.25 und die Abminderung nach Gleichung 6.9 auch für die verstärkten Kreiszyinderschalen angewandt werden.

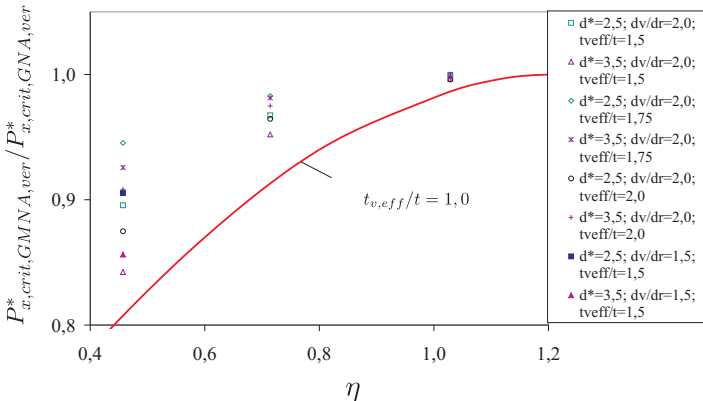


Abbildung 7.25: Verhältniswerte $P_{x,crit,GMNA,ver}/P_{x,crit,GNA,ver}$ der kritischen Lasten von verstärkten Kreiszyinderschalen

7.3 Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen unter Momentenbelastung M_φ in Umfangsrichtung

7.3.1 Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_φ ver LA)

Bei den geometrisch und materiell linearen Untersuchungen der unverstärkten Kreiszyinderschale unter einer Momentenbelastung in Umfangsrichtung in Abschnitt 6.5.2 hat sich gezeigt, dass der bezogene Randabstand L^* keinen Einfluss auf den Verlauf der Spannungen hat und der Einfluss von R/t vernachlässigt werden kann. Da ein wesentlicher Einfluss dieser Parameter auf den Spannungsverlauf einer verstärkten Kreiszyinderschale ausgeschlossen werden kann, wird bei allen Untersuchungen von einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 5000$ und $L^* = 80$ ausgegangen. Desweiteren hatte sich in Abschnitt 6.5.2 gezeigt, dass bei Einwirkung eines Moments M_φ in Umfangsrichtung die Längsspannungen an der Außenseite der Kreiszyinderschale entlang des Meridians die maßgebenden Spannungen

sind, so dass im Folgenden nur diese Spannungen betrachtet werden. Die Auswirkungen der Verstärkungsblechabmessungen l_v^* und $t_{v,eff}$ auf den Spannungsverlauf wurden gemäß dem in Tabelle 7.4 aufgeführten Variationschema untersucht.

R/t	L^*	d^*	$t_{v,eff}/t$	l_v^*
5000	80	3,5	2,0	0-1,25
5000	80	0,5-3,5	2,0	1,25
5000	80	3,5	1,0-2,0	1,25

Tabelle 7.4: Variationsparameter (M_φ ver LA)

In Abbildung 7.26 sind für eine Kreiszyinderschale mit $R/t = 5000$, $L^* = 80$ und $d^* = 3,5$ die normierten Längsspannungen $\sigma_{z,ver}^*/\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ an der Schalenaußenseite entlang des Meridians aufgetragen. Dabei wurde die bezogene Länge des Verstärkungsbleches l_v^* zwischen 1,0 und 1,25 variiert. Die Blechdickenverhältnisse $t_{v,eff}/t$ lagen konstant bei 2,0. Es zeigte sich, dass im Übergangsbereiche vom Verstärkungsblech zum unverstärkten Mantelblech (Stelle C und E) die Spannungen in Abhängigkeit von der Länge des Verstärkungsbleches ansteigen. Da in diesem Bereich die Biegespannungen gegenüber den Normalspannungen überwiegen, beträgt die Differenz zwischen den Spannungen am Rande des Verstärkungsbleches („B“) und den Spannungen im unverstärkten Mantelblech („E“) etwa $(t_{v,eff}/t)^2$. Im dargestellten Fall sind für $l_v^* < 0,3125$ die Spannungen im unverstärkten Mantelblech („E“) größer als die Spannungen am Stutzenanschluss. Mit zunehmendem l_v^* nehmen die Spannungen an der Stelle E ab. Für $l_v^* > 1,25$ sind die Spannungen am äußeren Rand des Verstärkungsbleches (Stelle C) soweit abgeklungen, dass der erneute Spannungsanstieg im unverstärkten Mantelblech (Stelle E) sehr gering ist.

Im nächsten Schritt wurde der Einfluss des bezogenen Stutzendurchmessers d^* auf das Spannungsverhältnis $\sigma_{z,ver}^*/\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ untersucht. Dazu wurde eine Kreiszyinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$, $l_v^* = 1,25$, $t_{v,eff}/t = 2,0$ und veränderlichem d^* untersucht. Der Spannungsverlauf, der sich aus diesen Berechnungen ergibt, ist in Abbildung 7.27 aufgetragen. Dabei zeigt sich, dass der Einfluss von d^* auf das Spannungsverhältnis $\sigma_{z,ver}^*/\sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ gering ist und vereinfachend vernachlässigt werden kann. Bei den folgenden Untersuchungen wird daher stets von einer Kreiszyinderschale mit $d^* = 3,5$ ausgegangen, die den ungünstigsten Fall berücksichtigt.

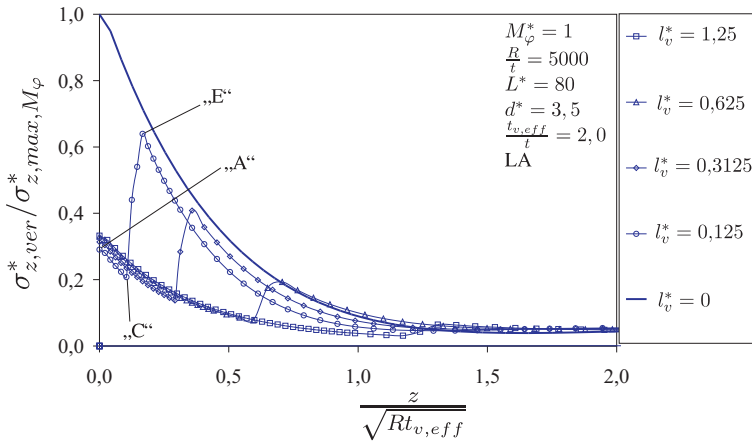


Abbildung 7.26: Spannungsverhältnis $\sigma_{z,ver}^* / \sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ entlang des Meridians einer Kreiszyllinderschale mit $L^* = 80$, $d^* = 3,5$ und einem Verstärkungsblech mit $t_{v,eff}/t = 2,0$ und $0 \leq l_v^* \leq 1,25$

Bei Variation der Dickenverhältnisse $t_{v,eff}/t$ des Verstärkungsbleches zeigt sich, dass die Spannungen am Anschluss des Stutzens an das Verstärkungsblech von $t_{v,eff}/t$ abhängig sind. Dies wird in Abbildung 7.28 am Beispiel einer Kreiszyllinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$, $d^* = 3,5$ und einer bezogenen Länge l_v^* der Verstärkungsbleche von 1,25 gezeigt.

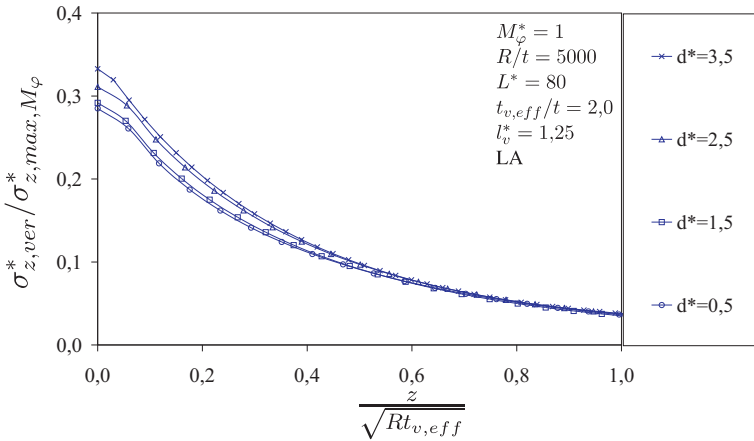


Abbildung 7.27: Spannungsverhältnis $\sigma_{z,ver}^* / \sigma_{z,max,M_\phi}^*$ entlang des Meridians einer Kreiszyllinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$ und $0,5 \leq d^* \leq 3,5$ mit einem Verstärkungsblech mit $l_v^* = 1,25$ und $t_{v,eff}/t = 2,0$

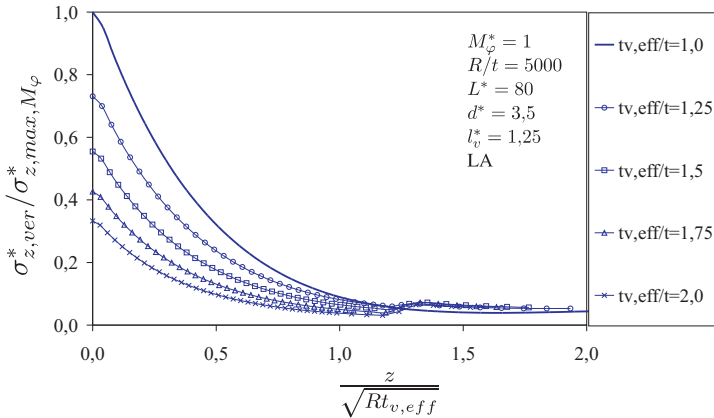


Abbildung 7.28: Spannungsverhältnis $\sigma_{z,ver}^* / \sigma_{z,max,M_\phi}^*$ entlang des Meridians einer Kreiszyllinderschale mit $L^* = 80$, $d^* = 3,5$, $R/t = 5000$, $l_v^* = 1,25$ und $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$

Das Verstärkungsblech muss eine Mindestlänge $l_{v,min}^*$ haben, damit die Spannungen im unverstärkten Mantelblech (Stelle E) kleiner sind, als die Spannungen am Stutzenanschluss. In Abhängigkeit von $t_{v,eff}/t$ kann die dimensionslose Verstärkungsblechlänge $l_{v,min}^*$ mit

$$l_{v,min}^* = -0,2 \left(\frac{t_{v,eff}}{t} \right)^2 + \left(\frac{t_{v,eff}}{t} \right) - 0,8 \quad (7.11)$$

abgeschätzt werden. Das Spannungsverhältnis $\sigma_{z,ver}^*/\sigma_{z,max,M\varphi}^*$ am Stutzenanschluss, das auftritt, wenn die Mindestlänge $l_{v,min}^*$ der Verstärkungsbleche eingehalten ist, kann mit

$$\frac{\sigma_{z,ver}^*}{\sigma_{z,max,M\varphi}^*} = 0,64 \left(\frac{t}{t_{v,eff}} \right) + 0,4 \left(\frac{t}{t_{v,eff}} \right) - 0,04 \quad (7.12)$$

abgeschätzt werden. Mit d^* und $l_{v,min}^*$ ergibt sich nach Gleichung 7.7 das erforderliche Durchmesser Verhältnis $(d_v/d_r)_{min}$, das aus konstruktiven Gründen auf $d_v/d_r \leq 3,0$ begrenzt ist. In Abhängigkeit von $t_{v,eff}/t$ und d^* können mit Abbildung 7.29 die Mindestwerte $(d_v/d_r)_{min}$ für die Durchmesser Verhältnisse ermittelt werden. Das maximale Spannungsverhältnis $\sigma_{z,ver}^*/\sigma_{z,max}^*$, das bei Einhalten der Mindestdurchmesser am Stutzenanschluss auftritt, kann aus Abbildung 7.30 in Abhängigkeit von $t_{v,eff}/t$ abgelesen werden.

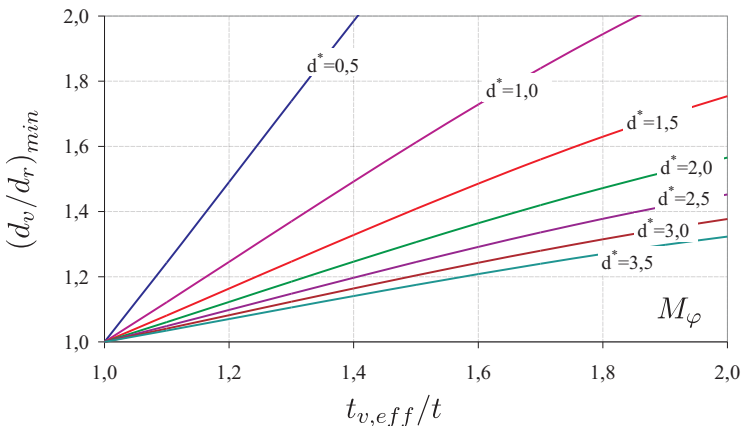


Abbildung 7.29: Durchmesser Verhältnis $(d_v/d_r)_{min}$ für den Lastfall M_φ in Abhängigkeit von d^* und $t_{v,eff}/t$

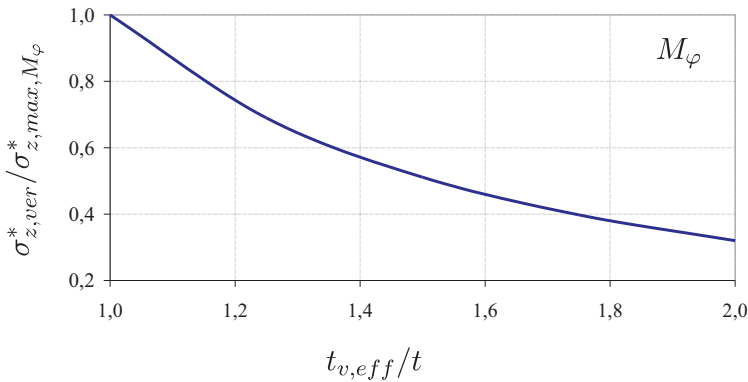


Abbildung 7.30: Spannungsverhältnis $\sigma_{z,ver}^* / \sigma_{z,max,M_\varphi}^*$ für den Lastfall M_φ in Abhängigkeit von $t_{v,eff}/t$

7.3.2 Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_φ ver GNA)

Wie sich in Abschnitt 6.5.3 gezeigt hat, wird das Tragverhalten der unverstärkten Kreiszyinderschale maßgeblich von d^* beeinflusst. Das R/t -Verhältnis beeinflusst das Tragverhalten nur im Bereich sehr großer Verformungen, wohingehen sich L^* in keinem Bereich auf das Tragverhalten auswirkt. Für verstärkte Kreiszyinderschalen ist kein grundsätzlich anderes Tragverhalten zu erwarten. Die Variationsparameter zur Untersuchung der Einflüsse der Verstärkungsbleche sind in Tabelle 7.5 aufgeführt.

R/t	L^*	d^*	d_v/d_r	$t_{v,eff}/t$
400	20	1,5	2,0	1,0 - 2,0
400	20	1,5	1,0 - 2,0	2,0

Tabelle 7.5: Variationsparameter (M_φ ver GNA)

Aus konstruktiven Gründen werden Durchmesserverhältnisse d_v/d_r von maximal 2,0 und Blechdickenverhältnisse $t_{v,eff}/t$ bis 2,0 untersucht.

In Abbildung 7.31 sind die Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$ und $R/t = 400$ dargestellt, deren Verstärkungsbleche ein Durch-

messerverhältnis von $d_v/d_r = 2,0$ und Blechdickenverhältnisse $t_{v,eff}/t$ zwischen 1,0 und 2,0 haben. Diese Momenten-Rotationskurven veranschaulichen, dass mit zunehmender Verstärkungsblechdicke die Steifigkeit $c_{M_{\varphi,ver}}^*$ der gesamten Kreiszyinderschale zunimmt. Dabei ist auch die Momenten-Rotationskurve einer unverstärkten Kreiszyinderschale mit einem bezogenen Stutzendurchmesser d^* von 3,0 dargestellt. Diese Kurve entspricht dem Grenzfall eines unendlich steifen Bleches.

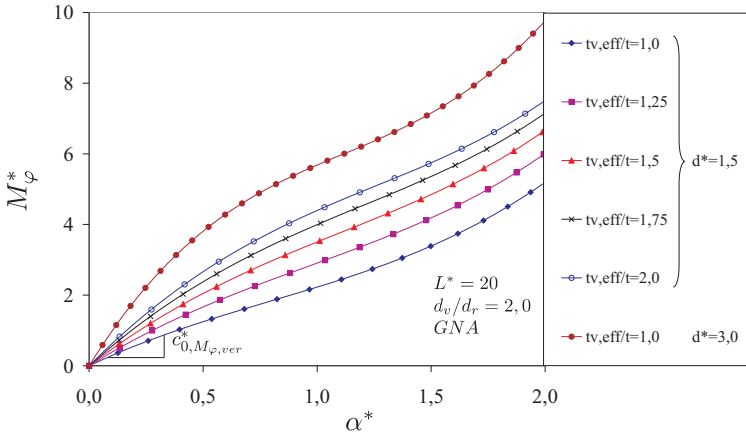


Abbildung 7.31: Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$, $R/t = 400$ und $d^* = 1,5$ mit Verstärkungsblechen mit $d_v/d_r = 2,0$ und unterschiedlichen Blechdickenverhältnisse $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$

Im nächsten Schritt wurden Kreiszyinderschalen mit variablen d_v/d_r -Verhältnissen untersucht. Die Steifigkeit $c_{M_{\varphi,ver}}^*$ dieser Kreiszyinderschalen mit $L^* = 20$, $d^* = 1,5$ und $t_{v,eff}/t = 2,0$ und unterschiedlichen Durchmesser-Verhältnissen d_v/d_r nimmt mit zunehmendem d_v/d_r zu, wie anhand der Momenten-Rotationskurven in Abbildung 7.32 verdeutlicht wird.

In Serienberechnungen wurden die kritischen Momente $M_{\varphi,crit,GNA,ver}^*$ in Abhängigkeit von d^* , d_v/d_r und $t_{v,eff}/t$ ermittelt. Da die Momenten-Rotationskurve von Kreiszyinderschalen, deren bezogene Stutzendurchmesser d^* kleiner als 3,5 sind, keine lokalen Maxima haben, werden die kritischen Momente $M_{\varphi,crit,GNA,ver}$ wie in Abschnitt 6.5.3 für die unverstärkte Kreiszyinderschale beschrieben, durch Berechnung einer Kreiszyinderschale mit $d^* = 5,0$ bestimmt. Das kritische Moment $M_{\varphi,crit,GNA,ver}^*$ ist in Abbildung 7.33 für Kreis-

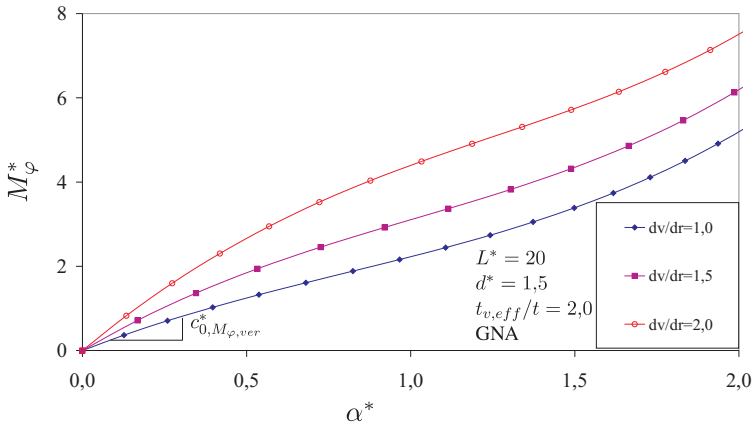


Abbildung 7.32: Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$, $R/t = 400$ und $d^* = 1,5$ mit Verstärkungsblechen mit $d_v/d_r = 2,0$ und unterschiedlichen Blechdickenverhältnisse $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$

zyinderschalen mit $d_v/d_r = 1,5$ und in Abbildung 7.34 für Kreiszyinderschalen mit $d_v/d_r = 2,0$ über d^* für unterschiedliche $t_{v,eff}/t$ aufgetragen.

Die Anfangssteifigkeit $c_{M_\varphi, ver}^*$ der verstärkten Kreiszyinderschale unter Einwirkung von M_φ ist ebenfalls abhängig von d^* , $t_{v,eff}/t$ und d_v/d_r . In Abbildung 7.35 ist $c_{M_\varphi, ver}^*$ für Verstärkungsbleche mit $d_v/d_r = 1,5$ und in Abbildung 7.36 für Verstärkungsbleche mit $d_v/d_r = 2,0$ für unterschiedliche $t_{v,eff}/t$ über d^* aufgetragen.

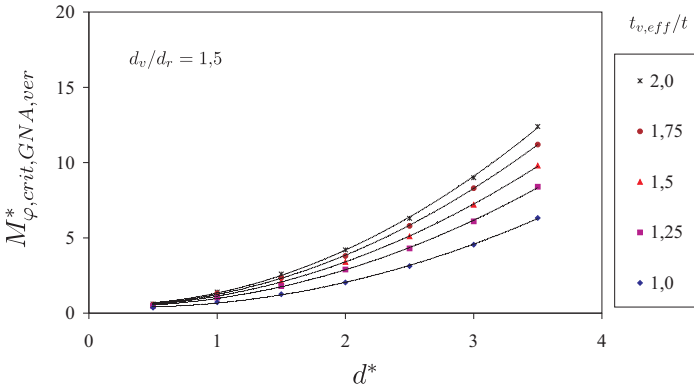


Abbildung 7.33: Kritisches Moment $M_{\varphi,crit,GNA,ver}^*$ in Abhängigkeit von d^* und $t_{v,eff}/t$ für Kreiszyllinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $d_v/d_r = 1,5$ und $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$

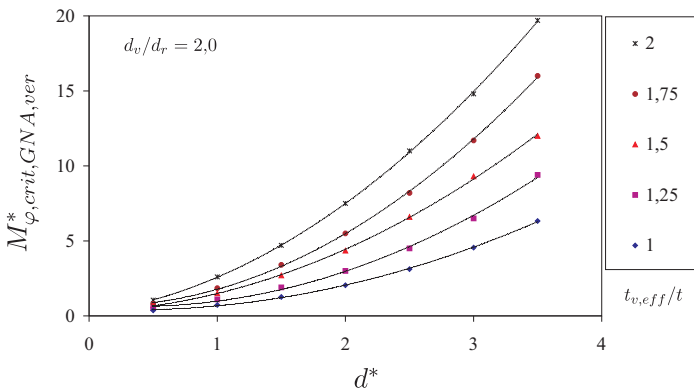


Abbildung 7.34: Kritisches Moment $M_{\varphi,crit,GNA,ver}^*$ in Abhängigkeit von d^* und $t_{v,eff}/t$ für Kreiszyllinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $d_v/d_r = 2,0$ und $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$

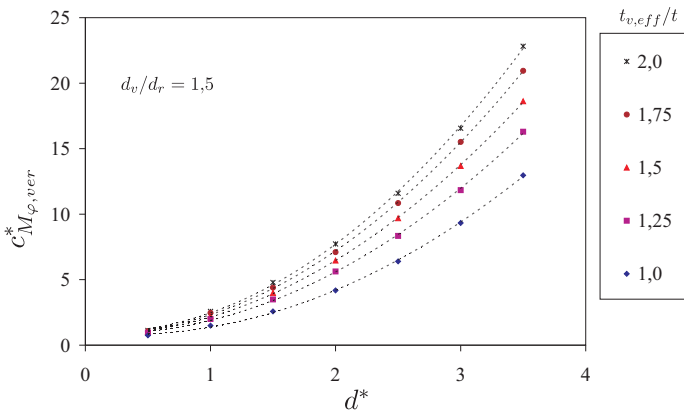


Abbildung 7.35: Anfangssteifigkeit $c_{M_{\varphi, ver}}^*$ in Abhängigkeit von d^* und $t_{v, eff}/t$ für Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $d_v/d_r = 1,5$ und $1,0 \leq t_{v, eff}/t \leq 2,0$

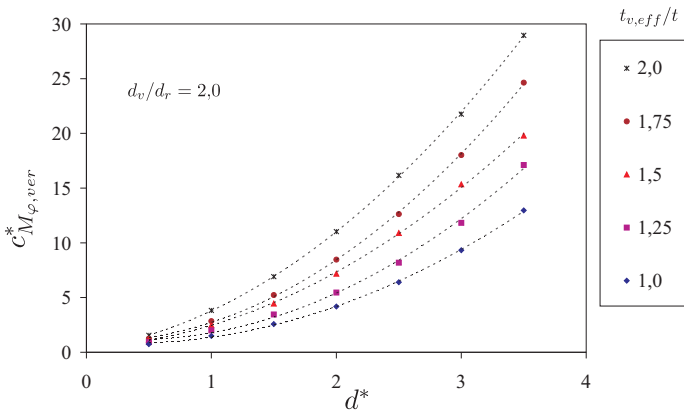


Abbildung 7.36: Anfangssteifigkeit $c_{M_{\varphi, ver}}^*$ in Abhängigkeit von d^* und $t_{v, eff}/t$ für Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $d_v/d_r = 2,0$ und $1,0 \leq t_{v, eff}/t \leq 2,0$

7.3.3 Einfluss materieller Nichtlinearität auf das Tragverhalten verstärkter Kreiszyinderschalen

Bei Berücksichtigung des plastischen Werkstoffverhaltens in den numerischen Berechnungen zeigt sich der Einfluss des plastischen Faktors η auf das Tragverhalten. Bei der verstärkten Kreiszyinderschale führen zudem unterschiedliche Blechdickenverhältnisse $t_{v,eff}/t$ und Durchmesserhältnisse d_v/d_r zu unterschiedlichen kritischen Momenten. Anhand von Parameterstudien mit den in Tabelle 7.6 aufgeführten Kreiszyinderschalen wurden diese Einflüsse untersucht.

R/t	L^*	d^*	f_y	d_v/d_r	$t_{v,eff}/t$
400	20	1,5	240-690	2,0	2,0
400	20	1,5	240	1,0-2,0	2,0
400	20	1,5	240	2,0	1,0-2,0

Tabelle 7.6: Variationsparameter (M_φ ver GMNA)

Die Ergebnisse der Untersuchungsschritte 1 und 2 sind in Abbildung 7.37 dargestellt. Dabei sind die Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit veränderlichem f_y und $t_{v,eff}/t$ aufgetragen. In Abbildung 7.38 sind die Momenten-Rotationskurven von Kreiszyinderschalen mit veränderlichem f_y und d_v/d_r dargestellt. Da das R/t -Verhältnis jeweils konstant und die Streckgrenze f_y variabel ist, haben diese Momenten-Rotationskurven variable η .

Aus beiden Abbildungen ist ersichtlich, dass das Plastizieren der Verstärkungsbleche zu einer Abminderung der Tragfähigkeit führt. Wie für den Lastfall P_x in Abschnitt 7.2.3 bereits gezeigt wurde, ist die Abminderung infolge des plastischen Werkstoffverhaltens von einer Vielzahl von Parametern abhängig. Im ungünstigsten Fall, wenn $t_{v,eff}/t = 1,0$ ist, beträgt die Abminderung 80%. Diese Sachverhalte gelten auch für den Lastfall M_φ , wobei die maximale Abminderung im untersuchten Parameterbereich maximal 60% beträgt. Vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend können daher die Abminderungskurven der unverstärkten Kreiszyinderschalen aus Abbildung 6.40 für das kritische Moment $M_{\varphi,crit,GMNA,ver}^*$ angewandt werden.

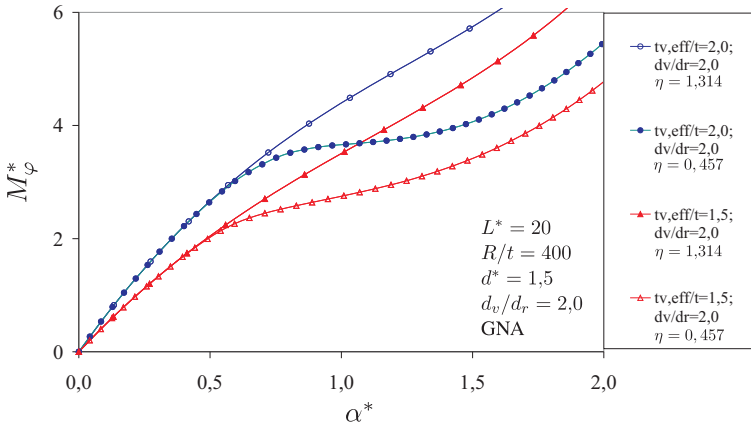


Abbildung 7.37: Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$, $R/t = 400$ und $d^* = 1,5$ mit Verstärkungsblechen mit $d_v/d_r = 2,0$ und unterschiedlichen Blechdickenverhältnisse $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$

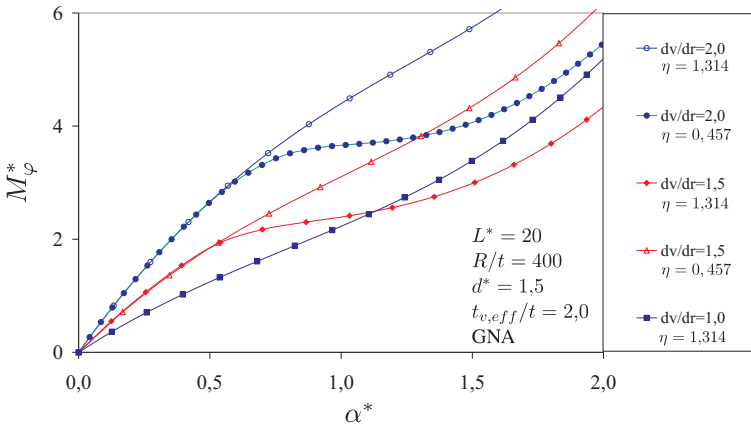


Abbildung 7.38: Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$, $R/t = 400$ und $d^* = 1,5$ mit Verstärkungsblechen mit $t_{v,eff}/t = 2,0$ und unterschiedlichen Blechdickenverhältnisse $1,0 \leq d_v/d_r \leq 2,0$

7.4 Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen unter Momentenbelastung M_z in Meridianrichtung

7.4.1 Geometrisch lineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_z ver LA)

Bei Kreiszyinderschalen, die durch ein Moment M_z in Meridianrichtung beansprucht werden, sind die maximalen Spannungen die Umfangsspannungen σ_φ^* in Umfangsrichtung. Die Längsspannungen sind gegenüber den Umfangsspannungen sehr klein und werden folglich nicht betrachtet. Dies wurde in Abschnitt 6.6.2 für die unverstärkte Kreiszyinderschale gezeigt und trifft auch für die verstärkte Kreiszyinderschale zu. Außerdem wurde in Abschnitt 6.6.2 gezeigt, dass der bezogene Randabstand L^* keinen Einfluss auf das Tragverhalten hat. Das R/t -Verhältnis hat nur einen geringen Einfluss auf den Spannungsverlauf. In den folgenden Untersuchungen werden die Einflüsse dieser Parameter vernachlässigt. Die Konstanten und Variablen der einzelnen Untersuchungsschritte sind in Tabelle 7.7 aufgeführt.

R/t	L^*	d^*	$t_{v,eff}/t$	l_v^*
5000	80	3,5	2,0	4,89
5000	80	0,5-3,5	2,0	4,89
5000	80	3,5	1,0-2,0	4,89

Tabelle 7.7: Variationsparameter (M_φ ver LA)

In Abbildung 7.39 wurde das Verhältnis der Umfangsspannungen $\sigma_{\varphi,ver}^*$ der verstärkten Kreiszyinderschale zur maximalen Umfangsspannung $\sigma_{\varphi,max,M_z}^*$ der unverstärkten Kreiszyinderschale für eine Kreiszyinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$ und $d^* = 3,5$ entlang des Umfangs aufgetragen. Die eingesetzten Verstärkungsbleche haben ein Blechdickenverhältnis von $t_{v,eff}/t = 2,0$. Die Länge des Verstärkungsbleches l_v^* wurde dabei zwischen 0 und 4,89 variiert. Dabei zeigt sich deutlich, dass die Spannungen im Verstärkungsblech schnell abklingen und in Abhängigkeit von l_v^* am Übergang zum unverstärkten Mantelblech wieder ansteigen. Für $l_v^* > 4,89$ sind die Spannungen am äußeren Rand (Stelle D) des Verstärkungsbleches soweit abgeklungen, dass die erneute Spannungszunahme im unverstärkten Mantelblech (Stelle F) sehr gering ist.

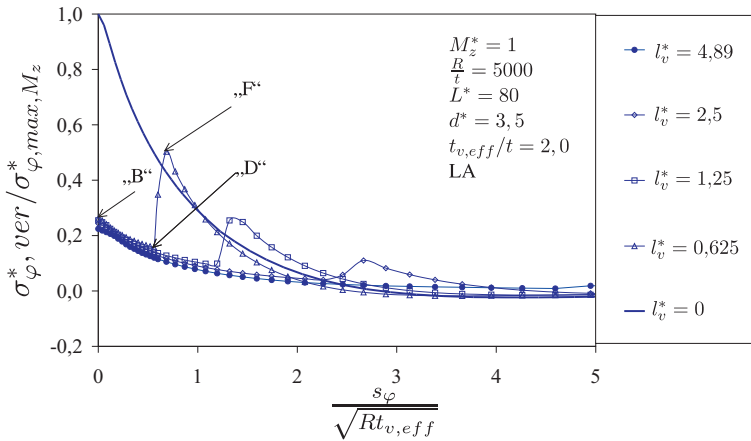


Abbildung 7.39: Spannungsverhältnis $\sigma_{\varphi, ver}^* / \sigma_{\varphi, max, M_z}^*$ entlang des Umfangs einer Kreiszyllinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$, $d^* = 3,5$ mit $t_{v, eff}/t = 2,0$ und $0 < l_v^* \leq 4,89$

Im nächsten Schritt wurde der bezogene Stützendurchmesser d^* einer Kreiszyllinderschale mit konstantem $L^* = 80$, $R/t = 5000$, $t_{v, eff}/t = 4,89$ und $d_v/d_r = 2,0$ variiert. In Abbildung 7.40 sind die Spannungsverläufe dieser Kreiszyllinderschalen aufgetragen. Dabei zeigt sich, dass unterschiedliche d^* nur einen sehr kleinen Einfluss auf das Spannungsverhältnis $\sigma_{\varphi, ver}^* / \sigma_{\varphi, max, M_z}^*$ haben und im Folgenden vernachlässigt werden können.

Das Spannungsverhältnis $\sigma_{\varphi, ver}^* / \sigma_{\varphi, max, M_z}^*$ am Stutzenanschluss wird maßgeblich vom Blechdickenverhältnis $t_{v, eff}/t$ beeinflusst, wie Abbildung 7.41 am Beispiel einer Kreiszyllinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$, $d^* = 3,5$ und einer Verstärkungsblechlänge l_v^* von 4,89 zeigt. Mit zunehmendem $t_{v, eff}/t$ werden die Spannungen am Stutzenanschluss geringer.

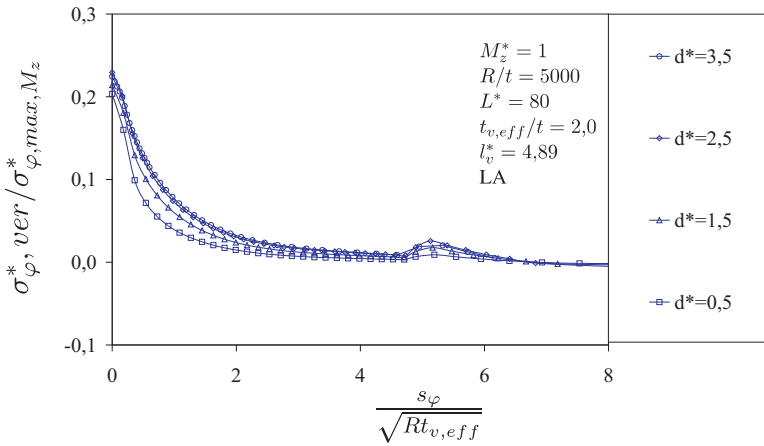


Abbildung 7.40: Spannungsverhältnis $\sigma_{\varphi,ver}^*/\sigma_{\varphi,max,M_z}^*$ entlang des Umfangs einer Kreiszyllinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$ und unterschiedlichen d^* , mit einem Verstärkungsblech mit $t_{v,eff}/t = 2,0$ und $l_v^* = 4,89$

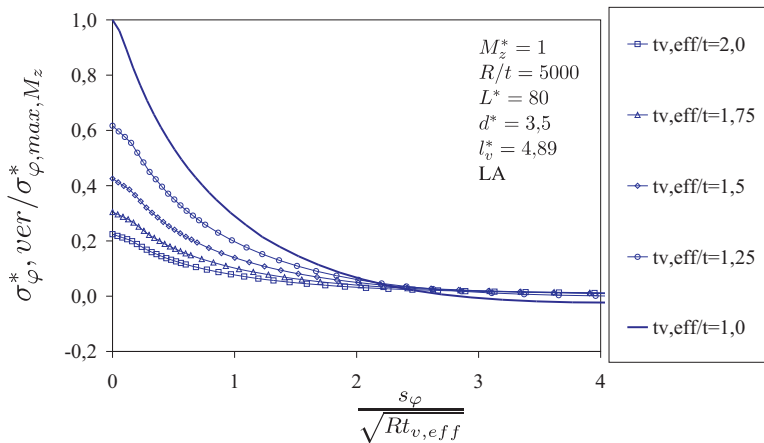


Abbildung 7.41: Spannungsverhältnis $\sigma_{\varphi,ver}^*/\sigma_{\varphi,max,M_z}^*$ entlang des Umfangs einer Kreiszyllinderschale mit $L^* = 80$, $R/t = 5000$, $d^* = 3,5$ mit $t_{v,eff}/t = 2,0$ und $0 < l_v^* \leq 4,89$

Die Abmessungen des Verstärkungsbleches werden so gewählt, dass die Spannungen im Übergang zum unverstärkten Mantelblech (Stelle F) kleiner sind als die Spannungen am Stutzenanschluss (Stelle B). Dies wird erreicht, indem die Verstärkungsbleche mit einer Mindestlänge $l_{v,min}^*$ ausgeführt werden. Diese Mindestlänge kann mit

$$l_{v,min}^* = 0,9 \left(\frac{t_{v,eff}}{t} \right)^2 - 1,5 \frac{t_{v,eff}}{t} + 0,6 \quad (7.13)$$

abgeschätzt werden kann. Das maximale Spannungsverhältnis am Stutzenanschluss und im unverstärkten Blech kann dabei mit

$$\frac{\sigma_{\varphi,ver,Mz}^*}{\sigma_{\varphi,max}^*} = 1,73 \left(\frac{t_{v,eff}}{t} \right) - 0,73 \quad (7.14)$$

überschlägig bestimmt werden. In Abbildung 7.42 ist dieses Spannungsverhältnis $\sigma_{\varphi,ver}^*/\sigma_{\varphi,max,Mz}^*$ in Abhängigkeit von $t_{v,eff}/t$ aufgetragen.

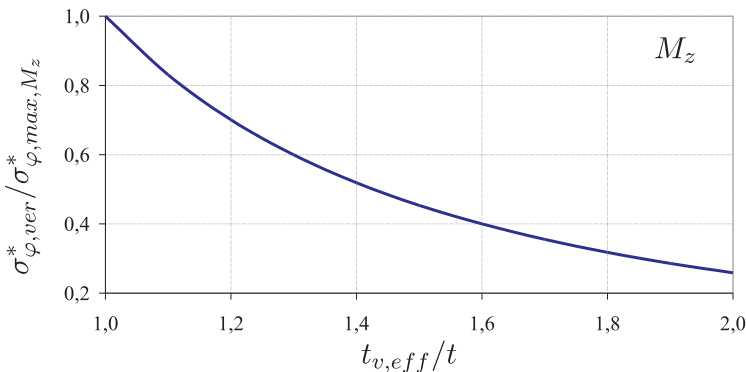


Abbildung 7.42: Spannungsverhältnis $\sigma_{\varphi,ver}^*/\sigma_{\varphi,max,Mz}^*$ in Anhängigkeit von $t_{v,eff}/t$ für den Lastfall M_z

Mit der Umrechnung der Mindestlänge l_v^* in das Durchmesser Verhältnis d_v/d_r nach Gleichung 7.7 und der Beschränkung, dass $d_v/d_r \leq 2,0$ ist, ergibt sich das Mindestdurchmesser Verhältnis $(d_v/d_r)_{min}$ in Abhängigkeit von d^* und $t_{v,eff}/t$ nach Abbildung 7.43.

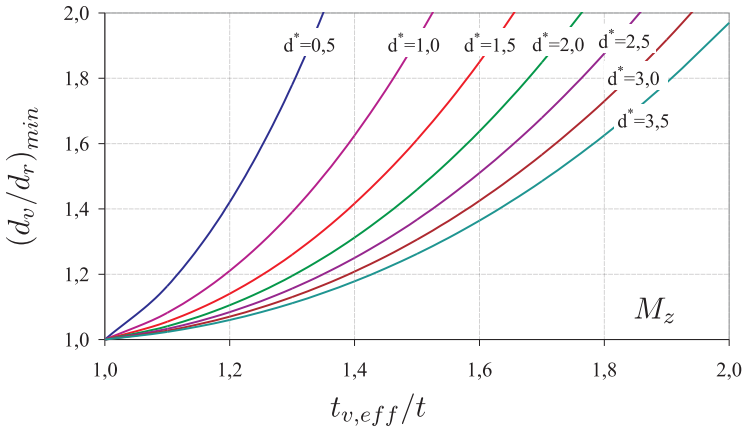


Abbildung 7.43: Durchmesser Verhältnis $(d_v/d_r)_{min}$ für den Lastfall M_z in Abhängigkeit von d^* und $t_{v,eff}/t$

7.4.2 Geometrisch nichtlineare Berechnungen mit elastischem Werkstoffgesetz (M_z ver GNA)

In diesem Abschnitt werden nur Kreiszyinderschalen untersucht, deren Verstärkungsbleche Durchmesser Verhältnisse d_v/d_r zwischen 1,0 und 2,0 und Blechdicken Verhältnisse $t_{v,eff}/t$ zwischen 1,0 und 2,0 haben. Zunächst wurde nur der Einfluss dieser beiden Parameter nach dem in Tabelle 7.8 angegebenen Variationsschema untersucht.

R/t	L^*	d^*	d_v/d_r	$t_{v,eff}/t$
400	20	1,5	2,0	1,0 - 2,0
400	20	1,5	1,0 - 2,0	2,0

Tabelle 7.8: Variationsparameter (M_z ver GNA)

Wie Abbildung 7.44 am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$, $L^* = 20$, $d^* = 1,5$ und Verstärkungsblechen mit $d_v/d_r = 2,0$ und $t_{v,eff}/t$ zwischen 1,0 und 2,0 zeigt, wirkt sich die lokale Steifigkeitszunahme im Stutzenbereich auch auf das globale Tragverhalten der Kreiszyinderschale aus. Mit zunehmendem $t_{v,eff}/t$ -Verhältnis steigt die Anfangssteifigkeit $c_{M_z,ver}^*$ der Kreiszyinderschalen. Eine Kreiszyinderschale mit einem vollkommen steifen Lasteinleitungs-

bereich entspricht einer unverstärkten Kreiszyinderschale, deren Stutzen einen bezogenen Stutzendurchmesser $d^*=3,0$ hat. Diese Kurve stellt den oberen Grenzfall dar. Ein Stabilitätsproblem tritt im untersuchten Parameterbereich für diesen Lastfall nicht auf.

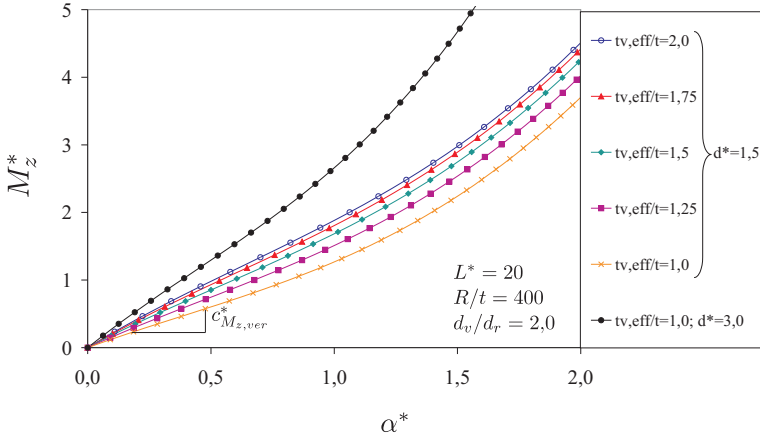


Abbildung 7.44: Momenten-Rotationskurve einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$, $L^* = 20$, $d^* = 1,5$ mit Verstärkungsblechen mit $d_v/d_r = 2,0$ und $t_{v,eff}/t$ zwischen 1,0 und 2,0

Im nächsten Schritt wurde das Durchmesser Verhältnis d_v/d_r variiert. Die Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$, $L^* = 20$, $d^* = 1,5$ und einem Verstärkungsblech mit $t_{v,eff}/t = 2,0$ und unterschiedlichen d_v/d_r sind in Abbildung 7.45 dargestellt. Es zeigt sich, dass d_v/d_r einen wesentlichen Einfluss auf das Tragverhalten der verstärkten Kreiszyinderschale hat.

Da im untersuchten Bereich im Lastfall M_z kein Stabilitätsproblem auftritt, wird als Abgrenzungskriterium die dimensionslose Grenzverdrehung $\alpha^*=1,0$ der unverstärkten Kreiszyinderschale herangezogen (vgl. Abschnitt 6.6.3). Die kritischen Momente $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ der verstärkten Kreiszyinderschale wurde gemäß Abschnitt 6.3 bestimmt. Dabei zeigt sich, dass $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ in Abhängigkeit von d_v/d_r und $t_{v,eff}/t$ zunimmt.

Wie die Untersuchungen an der unverstärkten Kreiszyinderschale in Abschnitt 6.6.3 gezeigt haben, wirken sich der bezogene Randabstand L^* und der Stutzendurchmesser d^* auf das Tragverhalten der verstärkten Kreiszyinderschale aus. Der Einfluss des R/t -Verhältnisses auf den Anfangsbereich der Momenten-Rotationskurven spielt dagegen keine Rolle und kann vernachlässigt werden.

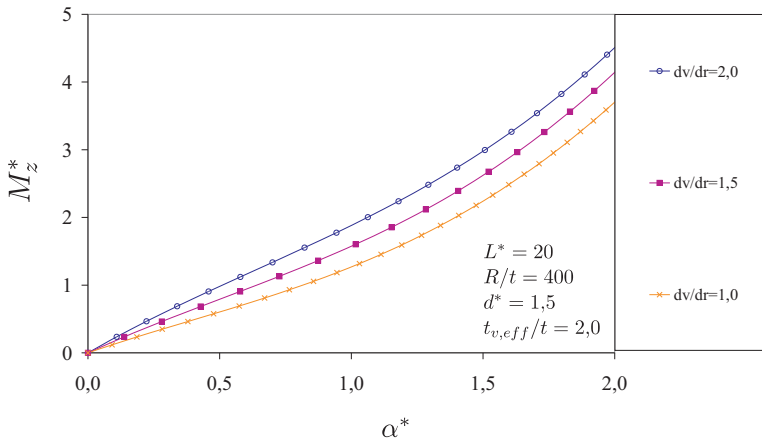


Abbildung 7.45: Momenten-Rotationskurve einer Kreiszyinderschale mit $R/t = 400$, $L^* = 20$, $d^* = 1,5$ mit Verstärkungsblechen mit $t_{v,eff}/t = 2,0$ und d_v/d_r zwischen 1,0 und 2,0

Da diese Sachverhalte auch für verstärkte Kreiszyinderschalen zutreffen, ist das kritische Moment $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ zudem abhängig von L^* und d^* . Für $t_{v,eff}/t = 2,0$ und $d_v/d_r = 2,0$ sind in Abbildung 7.46 beispielhaft die kritischen Momente $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ für unterschiedliche d^* über L^* aufgetragen.

Das kritische Moment $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ kann innerhalb des untersuchten Bereichs als Funktion von L^* , d^* , $t_{v,eff}/t$ und d_v/d_r mit

$$M_{z,crit,GNA,ver}^* = M_{z,0}^* + \frac{\xi}{L^*} \quad (7.15)$$

abgeschätzt werden. Dabei können die Werte $M_{z,0}^*$ aus Abbildung 7.47 und ξ aus Abbildung 7.48 für Kreiszyinderschalen mit $d_v/d_r = 1,5$ entnommen werden. Für Kreiszyinderschalen mit $d_v/d_r = 2,0$ kann $M_{z,0}^*$ aus Abbildung 7.49 und ξ aus Abbildung 7.50 abgelesen werden. Für d_v/d_r -Verhältnisse, die zwischen diesen Werten liegen, kann bei der Ermittlung von $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ linear interpoliert werden.

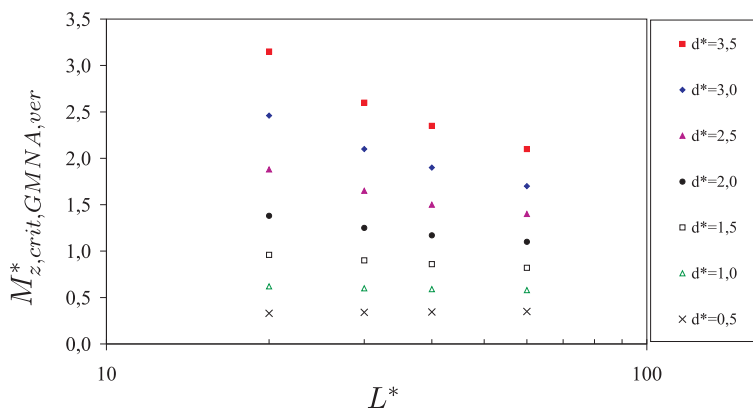


Abbildung 7.46: Kritisches Moment $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $t_{v,eff}/t = 2,0$ und $d_v/d_r = 2,0$

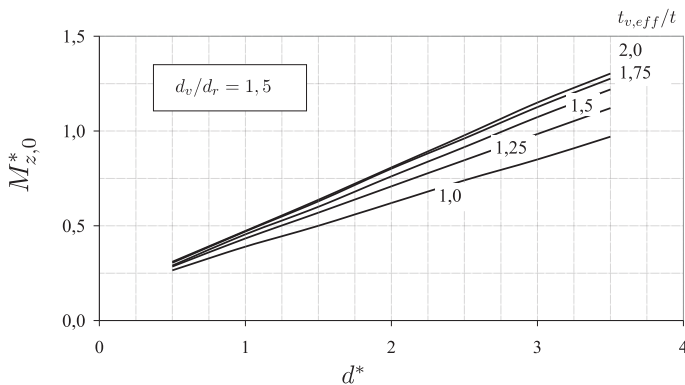


Abbildung 7.47: $M_{z,0}^*$ zur Bestimmung des kritischen Momentes $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 1,5$

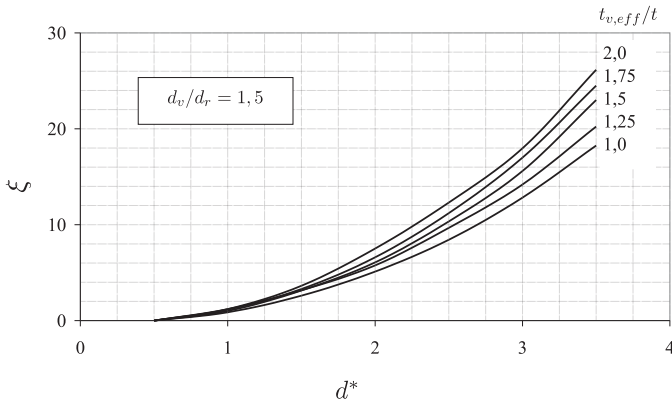


Abbildung 7.48: ξ zur Bestimmung des kritischen Momentes $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 1,5$

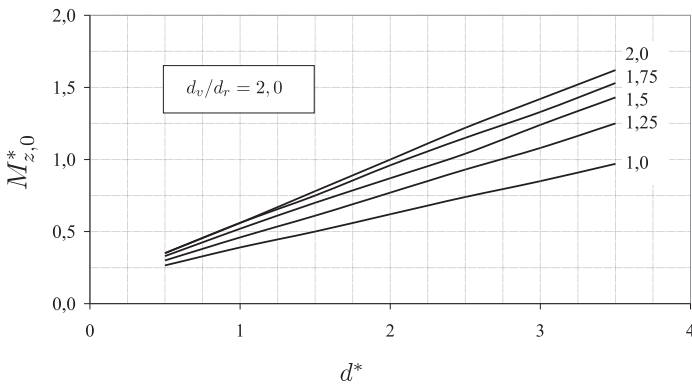


Abbildung 7.49: $M_{z,0}^*$ zur Bestimmung des kritischen Momentes $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 2,0$

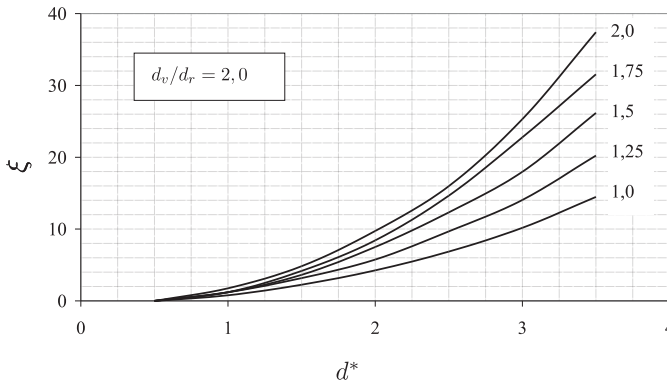


Abbildung 7.50: ξ zur Bestimmung des kritischen Momentes $M_{z,crit,GNA,ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 2,0$

Die Anfangssteifigkeit $c_{M_z,ver}^*$ der untersuchten Kreiszyinderschalen kann analog dazu mit

$$c_{0,M_z,ver}^* = c_{0,M_z}^* + \frac{\omega}{L^*} \quad (7.16)$$

bestimmt werden. Die Werte c_{0,M_z}^* können aus Abbildung 7.51 und ω aus Abbildung 7.52 für Kreiszyinderschalen mit $d_v/d_r = 1,5$ abgelesen werden. Für Kreiszyinderschalen mit $d_v/d_r = 2,0$ kann c_{0,M_z}^* aus Abbildung 7.53 und ω aus Abbildung 7.54 abgelesen werden. Für d_v/d_r -Verhältnisse, die zwischen diesen Werte liegen, kann bei der Ermittlung von $c_{M_z,ver}^*$ linear interpoliert werden.

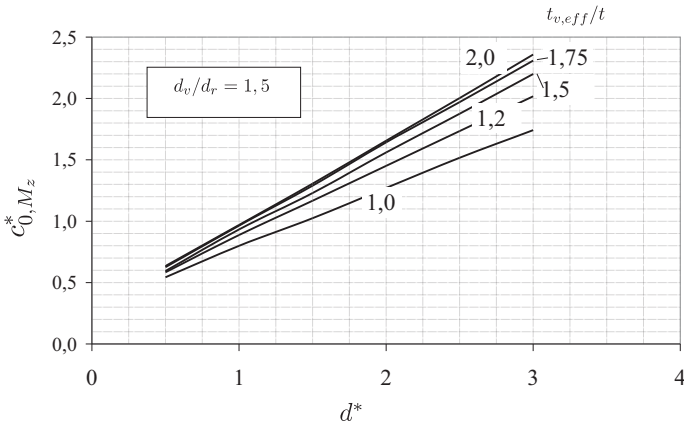


Abbildung 7.51: c_{0,M_z}^* zur Bestimmung der Anfangssteifigkeit $c_{M_z,ver}^*$ von Kreiszyllinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 1,5$

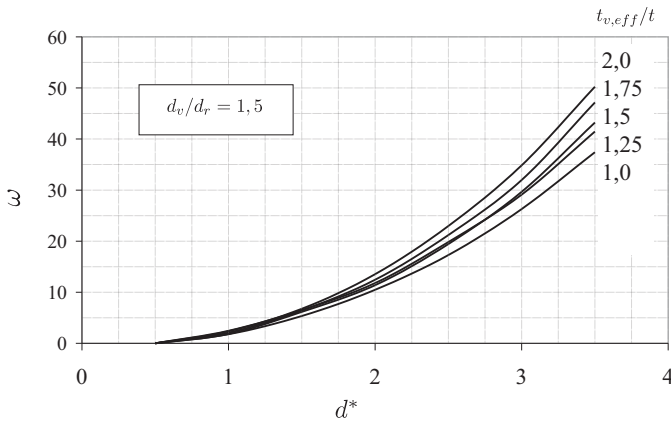


Abbildung 7.52: ω zur Bestimmung der Anfangssteifigkeit $c_{M_z,ver}^*$ von Kreiszyllinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 1,5$

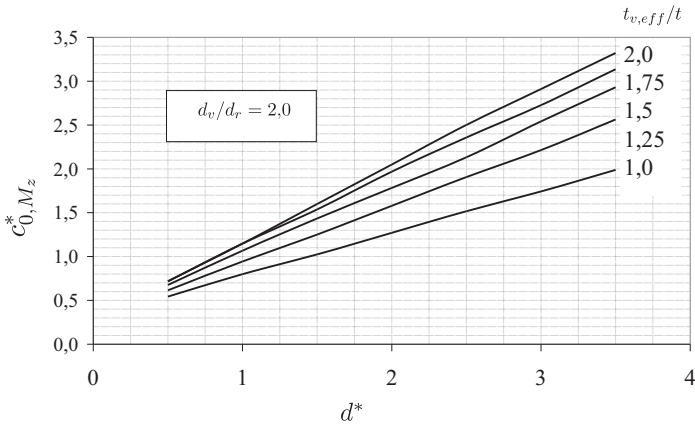


Abbildung 7.53: c_{0, M_z}^* zur Bestimmung der Anfangssteifigkeit $c_{M_z, ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 2,0$

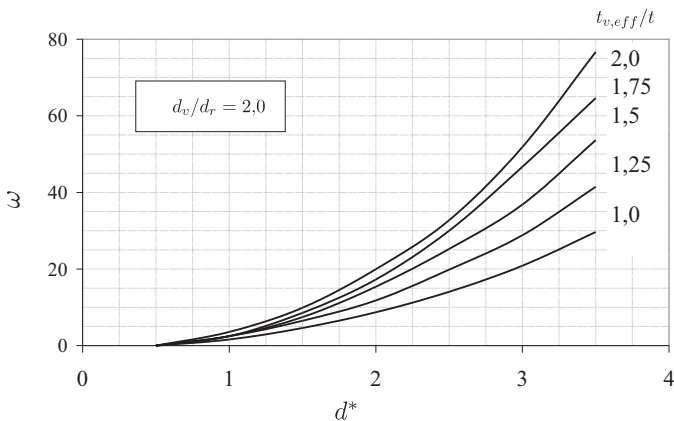


Abbildung 7.54: ω zur Bestimmung der Anfangssteifigkeit $c_{M_z, ver}^*$ von Kreiszyinderschalen mit Verstärkungsblechen mit $1,0 \leq t_{v,eff}/t \leq 2,0$ für $d_v/d_r = 2,0$

7.4.3 Der Einfluss materieller Nichtlinearität auf das Tragverhalten verstärkter Kreiszyinderschalen

Wie Abbildung 7.55 am Beispiel einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$, $R/t = 400$ und $d^* = 3,0$ mit einem Verstärkungsblech mit $d_v/d_r = 2,0$ für unterschiedliche Blechdickenverhältnisse $t_{v,eff}/t$ und unterschiedliche Streckgrenzen f_y zeigt, macht sich der Einfluss des plastischen Werkstoffverhaltens auf das Tragverhalten erst im Bereich sehr großer Verformungen bemerkbar. Eine Abminderung des kritischen Momentes $M_{z,crit,GMNA,ver}^*$ ist daher nicht erforderlich.

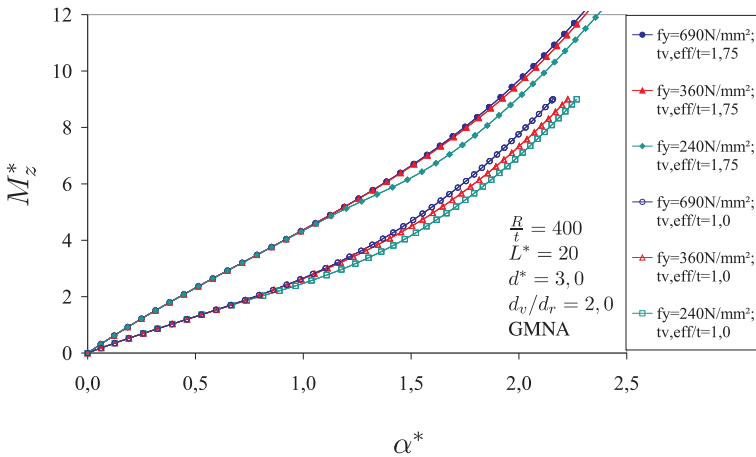


Abbildung 7.55: Momenten-Rotationskurven einer Kreiszyinderschale mit $L^* = 20$, $R/t = 400$ und $d^* = 3,0$ mit einem Verstärkungsblech mit $d_v/d_r = 2,0$ für unterschiedliche $t_{v,eff}/t$ und f_y

7.5 Zusammenfassung der Ergebnisse

Wie die Untersuchungen an scheibenförmig verstärkten Kreiszyinderschalen gezeigt haben, wird das Tragverhalten durch die Verstärkung erheblich beeinflusst. Unter Berücksichtigung der effektiven Blechdicke $t_{v,eff}$ ist es allerdings unerheblich, ob die Bleche in das Mantelblech eingesetzt oder auf das Mantelblech aufgesetzt werden. In Abhängigkeit vom Durchmesser Verhältnis d_v/d_r und Blechdickenverhältnis $t_{v,eff}/t$ der Verstärkungsbleche können die

Spannungen am Stutzenanschluss um bis zu 70% reduziert werden. Die Steifigkeit der Kreiszyinderschalen nimmt durch die Verstärkungsbleche um bis zu 250% zu. Bei Stabilitätsgefahr können die kritischen Lasten durch die Verstärkungsbleche um bis zu 300% gesteigert werden. Der Einfluss des plastischen Werkstoffverhaltens kann vereinfachend und auf der sicheren Seite liegen durch die Abminderungskurven der unverstärkten Kreiszyinderschalen berücksichtigt werden.

8 Anwendungsbeispiele

8.1 Tank mit einem Durchmesser von 8 m unter Einwirkung von P_x und M_φ

Die Anwendung der in dieser Arbeit erstellten Bemessungsvorlage wird am Beispiel eines Tanks betrachtet. Dazu wird der in Abbildung 8.1 dargestellte Tank mit einem Radius R von 4 m, einer konstanten Wanddicke t von 5 mm und einer Höhe H von 16 m betrachtet. Auf einer Höhe von 8 m ist ein Stutzen mit einem Durchmesser d_r von 400 mm und einer Wanddicke von 5 mm an den Tank angeschlossen. Der Abstand L des Stutzens zum Schalenrand beträgt daher jeweils 8 m. Am unteren Rand ist der Tank auf ein Bodenblech geschweißt. Am oberen Rand schließt der Tank durch ein festes Dach ab. Für Tank und Stutzen wird ein Baustahl S235 mit einer Streckgrenze f_y von 240 N/mm² und einem E-Modul von 210000 N/mm² verwendet. Der Stutzen wird durch eine radiale Einzellast P_x von 3 kN und ein Moment M_φ in Umfangsrichtung von 1 kNm beansprucht. Imperfektionen spielen eine untergeordnete Rolle und werden nicht berücksichtigt. Die Abmessungen und die bezogenen Größen sind in Tabelle 8.1 aufgeführt.

Abmessungen		
Radius	R	4000 mm
Wanddicke	t	5 mm
Stutzendurchmesser	d_r	400 mm
Wanddicke Stutzen	t_r	5 mm
Randabstand	L	8000 mm
Streckgrenze	f_y	240 N/mm ²
E-Modul	E	210000 N/mm ²
bezogene Größen		
R/t -Verhältnis	R/t	800
bezogener Stutzendurchmesser	d^*	2,83
bezogener Randabstand	L^*	56,6
Plastizitätsfaktor	η	0,914

Tabelle 8.1: Abmessungen Tank 1

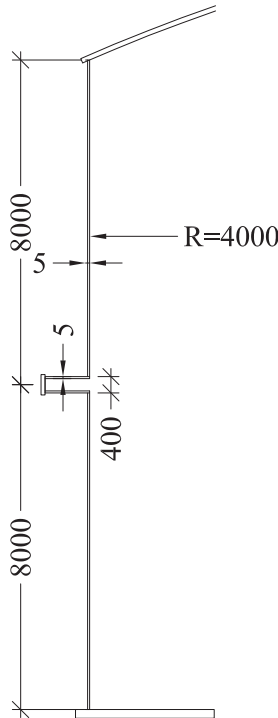


Abbildung 8.1: Schnitt durch Tank 1

Lastfall P_x

Die bezogene kritische Last $P_{x,crit,GNA}^*$ unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität ergibt sich aus Gleichung 7.9 mit

$$d^* = 2,83$$

$$L^* = 56,6$$

$$P_0^* = 1,2 \quad \text{aus Abbildung 7.15}$$

$$\psi = 7 \quad \text{aus Abbildung 7.16 zu}$$

$$P_{x,crit,GNA}^* = P_0^* + \frac{\psi}{L^*} = 1,2 + \frac{7}{56,6} = 1,32$$

Dies entspricht einer tatsächlichen kritischen Last von

$$P_{x,crit,GNA} = \frac{P^* E t^3}{R} = \frac{1,32 \cdot 210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (5 \text{ mm})^3}{4000} = 8,66 \text{ kN}$$

Alternativ dazu kann $P_{x,crit,GNA}^*$ auch aus Abbildung 6.11 abgelesen werden.

Die Abminderung der bezogenen kritischen Last $P_{x,crit,GNA}^*$ infolge des plastischen Werkstoffverhaltens ergibt sich aus Gleichung 6.9 und $\eta = 0,914$ zu

$$\begin{aligned} P_{x,crit,GMNA}^*/P_{x,crit,GNA}^* &= -0,245\eta^2 + 0,66\eta + 0,56 \\ &= -0,245 \cdot 0,914^2 + 0,66 \cdot 0,914 + 0,56 = 0,96 \end{aligned}$$

Die bezogene kritische Last $P_{x,crit,GMNA}^*$ beträgt folglich

$$P_{x,crit,GMNA}^* = 0,96 \cdot 1,32 = 1,27$$

Dies entspricht einer tatsächlichen kritischen Last von

$$P_{x,crit,GMNA} = \frac{P^* E t^3}{R} = \frac{127 \cdot 210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (5 \text{ mm})^3}{4000} = \mathbf{8,33 \text{ kN}}$$

Aus Abschnitt 6.4.6 folgt, dass bis zu einer bezogenen Last von

$$0,4 \cdot P_{x,crit,GNA}^* = 0,4 \cdot 1,32 = 0,53$$

die Last-Verformungsbeziehung des Tanks linear ist. Dies entspricht einer tatsächlichen Last P_x von

$$P_x = \frac{P^* E t^3}{R} = \frac{0,53 \cdot 210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (5 \text{ mm})^3}{4000} = 3,48 \text{ kN}$$

Die radiale Einzellast $P_x = 3 \text{ kN}$ ist demnach kleiner als die linear elastische Grenzlasterlast von 3,48 kN. Die maximalen bezogenen Spannungen $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ im Stutzenanschlussbereich werden mit Gleichung 6.6 und

$$d^* = 2,83$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi,max,P_x}^* &= -0,5d^* + 2,3\sqrt{d^*} - 3,2 \\ &= -0,5 \cdot 2,83 + 2,3\sqrt{2,83} - 3,2 = -0,746 \end{aligned}$$

ermittelt. Unter Einwirkung einer radialen Einzellasterlast P_x von 3 kN ergibt sich daraus eine tatsächliche maximale Spannung σ_{φ,max,P_x} von

$$\begin{aligned} \sigma_{\varphi,max,P_x} &= \sigma_{\varphi,max,P_x}^* \frac{P_x}{t^2} \\ &= -0,746 \frac{3000 \text{ N}}{(5 \text{ mm})^2} = \mathbf{-90 \text{ N/mm}^2} \end{aligned}$$

Der Betrag der Druckspannung kann näherungsweise und auf der sicheren Seite liegend dem Betrag der Zugspannungen gleichgesetzt werden.

Die Anfangssteifigkeit $c_{P_x}^*$ ergibt sich aus Gleichung 7.10 mit

$$d^* = 2,83$$

$$L^* = 56,6$$

$$c_{0,P_x}^* = 8 \quad \text{aus Abbildung 7.19}$$

$$\chi = -0,77 \quad \text{aus Abbildung 7.20 zu}$$

$$c_{P_x}^* = c_{0,P_x}^* \cdot (L^*)^\chi = 8 \cdot (56,6)^{-0,77} = 0,36$$

$c_{P_x}^*$ kann für eine unverstärkte Kreiszylinderschale auch aus Abbildung 6.12 abgelesen werden.

Die maximale radiale Verschiebung u_x unter einer Last P_x von 3 kN ergibt sich durch Umformung der Anfangssteifigkeit

$$\begin{aligned} c_{P_x}^* &= \frac{P_x^*}{u_x^*} = \frac{P_x}{u_x} \cdot \frac{R}{Et^2} \text{ zu} \\ u_x &= \frac{P_x}{c_{P_x}^*} \cdot \frac{R}{Et^2} \\ &= \frac{3000 \text{ kN}}{0,36} \cdot \frac{4000 \text{ mm}}{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (5 \text{ mm})^2} = \mathbf{6,35 \text{ mm}} \end{aligned}$$

Die Ergebnisse für den Lastfall P_x sind in Tabelle 8.2 zusammengefasst. Dazu sind auch die Ergebnisse aus einer FE-Berechnung aufgeführt. Diese stimmen gut mit den Werten aus den Bemessungstabellen überein.

	Bemessungsdiagramme	FEM
$P_{x,crit,GNA}$	8,66 kN	8,60 kN
$P_{x,crit,GMNA}$	8,33 kN	8,37 kN
$c_{P_x}^*$	0,36	0,38
$P_x = 3 \text{ kN}$		
σ_{φ,max,P_x}	-90 N/mm ²	-90 N/mm ²
u_x	6,35 mm	6,00 mm

Tabelle 8.2: Vergleich der mittels Bemessungsdiagrammen ermittelten Ergebnisse mit Ergebnissen aus FE-Berechnungen für den Lastfall P_x

Lastfall M_{φ}

Das bezogene kritische Moment $M_{\varphi,crit,GNA}^*$ unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität kann aus Abbildung 7.33 abgelesen werden:

$$M_{\varphi,crit,GNA}^* = 4,3$$

Das entsprechende tatsächlich Moment ergibt sich aus

$$\begin{aligned} M_{\varphi,crit,GNA} &= M^* \cdot Et^3 \cdot \sqrt{\frac{l}{R}} \\ &= 4,3 \cdot 210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (5 \text{ mm})^3 \cdot \frac{5}{4000} = \mathbf{4,00 \text{ kNm}} \end{aligned}$$

Die Abminderung des bezogenen kritischen Moments $M_{\varphi,crit,GNA}^*$ infolge des plastischen Werkstoffverhaltens ergibt sich aus Gleichung 6.19 und $\eta = 0,914$ zu

$$\begin{aligned} M_{\varphi,crit,GMNA}^*/M_{\varphi,crit,GNA}^* &= -0,56\eta^2 + 1,45\eta + 0,07 \\ &= -0,56 \cdot 0,914^2 + 1,45 \cdot 0,914 + 0,07 = 0,93 \end{aligned}$$

Das kritische Moment $M_{\varphi,crit,GMNA}$ beträgt folglich

$$M_{\varphi,crit,GMNA} = 0,93 \cdot 4,0 \text{ kNm} = \mathbf{3,72 \text{ kNm}}$$

Aus Abschnitt 6.5.6 folgt, dass die Kreiszyinderschale sich bis zu einem Moment von

$0,4 \cdot M_{\varphi, crit, GNA} = 0,4 \cdot 4,0 \text{ kNm} = 1,6 \text{ kNm}$
linear elastisch verhält.

Bei alleiniger Belastung des Tanks durch ein Moment M_{φ} in Umfangsrichtung von 1 kNm ergibt sich mit Gleichung 6.15 die maximale bezogene Spannung im Stutzenanschlussbereich von

$$\begin{aligned}\sigma_{z, max, M_{\varphi}}^* &= 0,69 \sqrt{d^*} - 2,1 \\ &= 0,69 \cdot \sqrt{2,83} - 2,1 = -0,94\end{aligned}$$

Dies entspricht einer tatsächlichen maximalen Spannung $\sigma_{z, max, M_{\varphi}}$ von

$$\begin{aligned}\sigma_{z, max, M_{\varphi}} &= \sigma_{z, max, M_{\varphi}}^* \frac{M_{\varphi}}{d_r \cdot t^2} \\ &= -0,94 \frac{1 \text{ kNm}}{400 \text{ mm} \cdot (5 \text{ mm})^2} = \mathbf{-94 \text{ N/mm}^2}\end{aligned}$$

Der Betrag der Druckspannung kann näherungsweise und auf der sicheren Seite liegend dem Betrag der Zugspannungen gleichgesetzt werden.

Die Anfangssteifigkeit $c_{M_{\varphi}}^*$ beträgt für diesen Lastfall gemäß Abbildung 7.35

$$c_{M_{\varphi}}^* = 8$$

Durch Umformung von

$$c_{M_{\varphi}}^* = \frac{M_{\varphi}^*}{\alpha^*} = \frac{M_{\varphi}}{\alpha} \cdot \frac{1}{Et^3}$$

ergibt sich eine maximale Verdrehung α des Stutzens von

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{M_{\varphi}}{c_{M_{\varphi}}^*} \cdot \frac{1}{Et^3} \\ &= \frac{100 \text{ kNcm}}{8} \cdot \frac{1}{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (5 \text{ mm})^3} \\ &= 0,005 \text{ rad}\end{aligned}$$

Diese Verdrehung entspricht einer maximalen radialen Verschiebung u_x der Tankwand am Stutzenanschluss von

$$u_x = \alpha \cdot \frac{d_r}{2} = \mathbf{1 \text{ mm}}$$

Die Ergebnisse für den Lastfall M_{φ} sind in Tabelle 8.3 aufgeführt. Dort sind auch die Ergebnisse aus einer FE-Berechnung angegeben. Diese stimmen sehr gut mit den Werten aus den Bemessungstabellen überein.

Überlagerung von P_x und M_{φ}

In den Abschnitten 6.4.2 und 6.5.2 wurden vereinfachend nur die maximalen Spannungen betrachtet. Für den Lastfall P_x sind dies die Umfangsspannungen $\sigma_{\varphi, max, P_x}$ und für den Lastfall M_{φ} die Längsspannungen $\sigma_{z, max, M_{\varphi}}$, die mit den Gleichungen 6.6 und 6.15 bestimmt werden können. Bei gleichzeitiger Einwirkung von P_x und M_{φ} kann bei der Spannungsüberlagerung als grobe Näherung der Betrag der Umfangsspannungen dem der Längsspannungen gleichgesetzt

	Bemessungsdiagramme	FEM
$M_{\varphi, GNA}$	4,0 kNm	4,66 kNm
$M_{\varphi, GMNA}$	3,7 kNm	4,43 kNm
$c_{M_{\varphi}}^*$	8,0	8,47
$M_{\varphi} = 1 \text{ kNm}$		
	Bemessungsdiagramme	FEM
$\sigma_{z, max, M_{\varphi}}$	-94 N/mm ²	-83 N/mm ²
α	0,005 rad	0,0045 rad

Tabelle 8.3: Vergleich der mittels Bemessungsdiagrammen ermittelten Ergebnisse mit Ergebnissen aus FE-Berechnungen für den Lastfall M_{φ}

werden.

Die überlagerte maximale Spannung σ_{max} am Stutzenanschluss beträgt folglich

$$\begin{aligned}\sigma_{max} &= \sigma_{\varphi, max, P_x} + \sigma_{z, max, M_{\varphi}} \\ &= -90 \text{ N/mm}^2 - 94 \text{ N/mm}^2 = \mathbf{-184 \text{ N/mm}^2}\end{aligned}$$

Bei Überlagerung der radialen Verschiebungen im Stutzenanschlussbereich ergibt sich eine maximale radiale Verschiebung

$$u_{x, max} = u_{x, P_x} + u_{x, M_{\varphi}} = 7,39 \text{ mm} + 1 \text{ mm} = \mathbf{7,39}$$

Aufgrund der oben getroffenen Vereinfachungen liegt die überlagerte Maximalspannung σ_{max} weit über der maximalen Spannung aus einer FE-Berechnung, wie der Vergleich der Ergebnisse in Tabelle 8.4 zeigt. Die maximale radiale Verschiebung $u_{x, max}$ stimmt dagegen sehr gut mit dem numerisch ermittelten Ergebnis überein.

$P_x = 3 \text{ kN}$ und $M_{\varphi} = 1 \text{ kNm}$		
	Bemessungsdiagramme	FEM
σ_{max}	-184 N/mm ²	-111 N/mm ²
$u_{x, max}$	7,39 mm	7,2 mm

Tabelle 8.4: Vergleich der mittels Bemessungsdiagrammen ermittelten Ergebnisse mit Ergebnissen aus FE-Berechnungen bei gleichzeitiger Einwirkung von P_x und M_{φ}

8.2 Tank mit einem Durchmesser von 20 m unter Einwirkung von P_x

Im zweiten Anwendungsbeispiel wird ein Tank mit einem Radius von 20 m, einer Höhe von 16 m und Mantelblechdicken zwischen 10 mm und 16 mm betrachtet. Am unteren Schuss ist ein Stutzen mit einem Außendurchmesser von 610 mm und einer Wanddicke von 16 mm angeschlossen. Der unterste Schuss hat eine Blechdicke von 16 mm. Der Abstand des Stutzens zum Bodenblech beträgt 880 mm. Der Tank wird durch ein sechseckiges, auf das Mantelblech aufgesetztes Verstärkungsblech mit einer Blechdicke t_v von 20 mm verstärkt. In Abbildung 8.2 (a) ist ein Schnitt durch den Tank dargestellt. In Abbildung 8.2 (b) ist eine detaillierte Darstellung des Stutzens abgebildet. Aufgrund der Stutzenanordnung sind abweichend vom Berechnungsmodell nach Abbildung 7.1 bei diesem Tank die Symmetriebedingungen nicht eingehalten. Das ausgeführte Verstärkungsblech entspricht nicht dem kreisrunden Blech des Berechnungsmodells. Das Verstärkungsblech wird daher mit einem in das Sechseck eingeschriebenen Kreisquerschnitt mit einem Durchmesser d_v von 1000 mm gedanklich ersetzt. Der Werkstoff des Tanks, des Stutzens und des Verstärkungsbleches ist ein S355 mit einer Streckgrenze von 360 N/mm^2 und einem E-Modul von 210000 N/mm^2 . Der Stutzen wird durch eine radiale Einzellast $P_x=10 \text{ kN}$ belastet. Aus den Abmessungen ergeben sich die in Tabelle 8.5 aufgeführten bezogenen Größen.

die effektive Blechdicke $t_{v,eff}/t$ ergibt sich aus Gleichung 7.2 zu

$$t_{v,eff} = t \sqrt[3]{\left(\frac{t_v}{t}\right)^3 + 1} = 16 \text{ mm} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{16 \text{ mm}}{16 \text{ mm}}\right)^3 + 1} = 20,16 \text{ mm}$$

Mit diesem Blechdickenverhältnis $t_{v,eff}/t = 1,26$ kann bei einem bezogenen Stutzendurchmesser d^* von 1,08 aus Abbildung 7.9 ein Mindestdurchmesserverhältnis

$$(d_v/d_r)_{min} = 1,5$$

abgelesen werden. Da

$$d_v/d_r = (1,64)_{vorh} > (d_v/d_r)_{min} = 1,5$$

ist die Forderung erfüllt, dass die Spannungen im unverstärkten Mantelblech geringer sind als im Verstärkungsblech.

Die Abminderung der Spannung infolge des Verstärkungsbleches ergibt sich aus Gleichung 7.6 zu

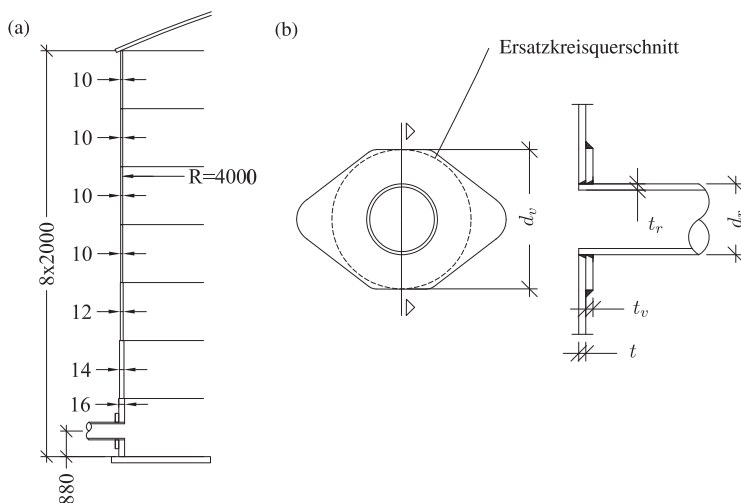


Abbildung 8.2: Schnitt durch Tank 2

Abmessungen		
Radius	R	20000 mm
Wanddicke	t	10 ÷ 16 mm
Stützendurchmesser	d_r	610 mm
Wanddicke Stützen	t_r	16 mm
Randabstand	L	880 mm
Verstärkungsblechdurchmesser	d_v	1000 mm
Verstärkungsblechdicke	t_v	16 mm
Streckgrenze	f_y	360 N/mm ²
E-Modul	E	210000 N/mm ²
bezogene Größen		
R/t -Verhältnis	R/t	1250
bezogener Stützendurchmesser	d^*	1,08
bezogener Randabstand	L^*	1,56
Durchmesserverhältnis	d_v/d_r	1,64
Plastizitätsfaktor	η	2,14

Tabelle 8.5: Abmessungen Tank 2

$$\frac{\sigma_{ver,P_x}^*}{\sigma_{\varphi,max,P_x}^*} = 1,16 \left(\frac{t}{t_{v,eff}} \right) - 0,16$$

$$= 1,16 \cdot \frac{16mm}{20,16mm} - 0,16 = 0,76$$

Nach Gleichung 6.6 beträgt die maximale bezogene Spannung $\sigma_{\varphi,max,P_x}^*$ am Stutzenanschluss eines **unverstärkten** Tanks

$$\sigma_{\varphi,max,P_x}^* = -0,5d^* + 2,3\sqrt{d^*} - 3,2$$

$$= -0,5 \cdot 1,08 + 2,3\sqrt{1,08} - 3,2 = -1,35$$

Unter Einwirkung einer radialen Einzellast P_x von 10 kN entspricht dies einer tatsächlichen maximalen Spannung $\sigma_{P_x,max}$ am Stutzenanschluss eines **unverstärkten** Tanks von

$$\sigma_{\varphi,max,P_x} = \sigma_{\varphi,max,P_x}^* \frac{P_x}{t^2}$$

$$= -1,35 \frac{10000N}{16mm^2} = -53 \text{ N/mm}^2$$

Die abgeminderte Spannung σ_{ver,P_x} im Verstärkungsblech beträgt folglich

$$\sigma_{ver,P_x} = 0,76 \cdot (-53 \text{ N/mm}^2) = -40 \text{ N/mm}^2$$

Bei der Ermittlung der kritischen bezogenen Last $P_{x,crit,GNA}^*$ unter Berücksichtigung der geometrischen Nichtlinearität wird auf der sicheren Seite liegend mit einem Durchmesserverhältnis d_v/d_r von 1,5 gerechnet. Da der randnahe Stutzen mit einem bezogenen Randabstand L^* von 1,56 zu weitaus größeren kritischen Lasten führt, als mit der in den Bemessungsdiagrammen angegebene untere Grenze von $L^*=10$, wird auf der sicheren Seite liegend mit $L^*=10$ gerechnet. Mit einem Blechdickenverhältnis $t_{v,eff}/t$ von 1,26 und einem bezogenen Stutzendurchmesser $d^*=1,08$ wird $P_{x,crit,GNA}^*$ mit Gleichung 7.9 ermittelt. Mit

$$L^*=10$$

$$P_0^*=0,9 \quad \text{aus Abbildung 7.15}$$

$$\psi=0,2 \quad \text{aus Abbildung 7.16 folgt}$$

$$P_{x,crit,GNA}^* = P_0^* + \frac{\psi}{L^*} = 0,9 + \frac{0,2}{10} = 0,92$$

Da der Plastizitätsfaktor $\eta = 2,14$ größer als 1,2 ist, hat das plastische Werkstoffverhalten keinen Einfluss auf das Tragverhalten des Tanks.

9 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird das Tragverhalten von Schalentragerwerken unter Einwirkung von radialen Einzellasten und Momenten untersucht. Der Schwerpunkt der Arbeit liegt dabei auf der numerischen Untersuchung lokal beanspruchter Kreiszyinderschalen wobei auch kreisförmige Verstärkungsmaßnahmen im Lasteinleitungsbereich der Kreiszyinderschale berücksichtigt werden.

Der in dieser Arbeit zusammengetragene Wissenstand zum Last-Verformungsverhalten lokal beanspruchter Kreiszyinderschalen geht aus zahlreichen experimentellen und theoretischen Untersuchungen der vergangenen 70 Jahre hervor. Die theoretischen Arbeiten basieren dabei auf der Annahme, dass nur kleine Verformungen auftreten, was zur Folge hat, dass der Anwendungsbereich der Bemessungsregeln auf Kreiszyinderschalen mit $R/t < 1250$ beschränkt ist. Da das Tragverhalten von Kugelkappen in vielen Punkten dem der Kreiszyinderschale ähnlich ist und zudem die theoretischen und experimentellen Untersuchungen über die lokal beanspruchten Kugelkappe geometrisch nichtlineares Tragverhalten berücksichtigen, werden auch diese Untersuchungen beschrieben und deren Ergebnisse im Vergleich dargestellt.

Am Beispiel der Kugelkappe unter einer im Scheitel angreifenden Einzellast wird das Tragverhalten in Abhängigkeit vom Schlankheitsgrad λ , vom bezogenen Stützdurchmesser d^* und vom R/t -Verhältnis grundlegend mit der FE-Methode untersucht. Der Vergleich des Tragverhaltens der Kugelkappe mit dem einer elastisch gebetteten Kreisplatte und eines Stabzweischlages zeigt ein analoges Tragverhalten dieser Strukturen in Abhängigkeit von den Geometrieparametern. Die Ergebnisse aus eigenen numerischen Berechnungen werden durch Vergleiche mit experimentellen und analytischen Ergebnissen verifiziert. Die numerische Nachberechnung von Versuchsergebnissen zeigt aber auch, dass die Ausführung der Lasteinleitungsstelle einen weitaus größeren Einfluss hat, als in vielen theoretischen und experimentellen Arbeiten angenommen wurde.

Wie Studien mit der FE-Methode an Kreiszyinderschalen unter radialen Einzellasten zeigen, können die Zusammenhänge zwischen dem Tragverhalten

der Kugelkappe und den Parametern λ , d^* und R/t auch auf die Kreiszylinderschale übertragen werden. Dabei ist der Schlankheitsgrad λ der Kugelkappe dem bezogenen Randabstand L^* der Lasteinleitungsstelle der Kreiszylinderschale äquivalent. Der lokale Charakter des Problems wird dadurch bestätigt, dass die Abklinglängen der Verformungen und Spannungen kleiner als $10\sqrt{Rt}$ sind. Das bedeutet auch, dass der Einfluss der Randbedingungen auf das Last-Verformungsverhalten der Kreiszylinderschalen sehr gering ist und in den Berechnungen stets von einer gelenkigen Lagerung (RB2) ausgegangen werden kann. Bei gefüllten Kreiszylinderschalen wirkt sich der Radialdruck stabilisierend auf das Tragverhalten aus. Beim Vergleich der Ergebnisse eigener FE-Berechnungen mit den Ergebnissen aus experimentellen, analytischen und numerischen Untersuchungen zeigt sich eine gute Übereinstimmung. Die Abweichungen zwischen experimentellen und numerischen Ergebnissen sind dadurch zu erklären, dass die Messpunkte in den Versuchsbeschreibungen nicht ausreichend genau dokumentiert sind. Die Vergleichsberechnungen zeigen zudem, dass die Abschätzung der Spannungen und Verformungen mit analytischen Methoden gegenüber den numerischen Ergebnissen weit auf der sicheren Seite liegt und damit äußerst unwirtschaftlich ist.

In den numerischen Serienberechnungen werden Kreiszylinderschalen untersucht, deren R/t -Verhältnisse zwischen 400 und 5000 liegen. Die untersuchten bezogenen Stutzendurchmesser d^* umfassen einen Bereich von 0,5 bis 3,5 bei einem bezogenen Randabstand L^* zwischen 10 und 80. Es werden Kreiszylinderschalen unter Einwirkung radialer Einzellasten P_x , Momentenbelastung M_φ in Umfangsrichtung und M_z in Meridianrichtung unter Berücksichtigung geometrisch und physikalisch nichtlinearer Effekte untersucht. Es zeigte sich, dass unabhängig vom Lastfall das Tragverhalten der Kreiszylinderschale wesentlich vom bezogenen Stutzendurchmesser d^* beeinflusst wird. Das Tragverhalten von Kreiszylinderschalen, die durch eine radiale Einzellast P_x oder ein Moment M_z in Meridianrichtung beansprucht werden, wird zudem vom bezogenen Randabstand L^* beeinflusst. Im Lastfall M_φ hat L^* dagegen keinen Einfluss auf das Tragverhalten. Die Kombination aus R/t -Verhältnis und Streckgrenze f_y des Werkstoffes wird mit dem Faktor η erfasst. Die Abminderung des Tragverhaltens der Kreiszylinderschalen im plastischen Bereich steht in direktem Zusammenhang mit η . Bei Kreiszylinderschalen, die durch eine radiale Einzellast P_x oder ein Moment M_φ in Umfangsrichtung beansprucht werden, wirkt sich das plastische Werkstoffverhalten nur dann auf das Tragverhalten aus, wenn $\eta < 1,2$ ist. Bei Belastung durch ein Moment M_z in Meridianrichtung erfährt das kritische Moment im betrachteten Bereich keine Abminderung durch Plastizierung. Bei allen betrachteten Lastfällen ist der Einfluss des bezogenen Randabstandes L^* auf

das plastische Tragverhalten im plastischen Bereich sehr gering. Der Einfluss des bezogenen Stützendurchmessers d^* auf die kritische Last $P_{x,crit,GMNA}^*$ und das kritische Moment $M_{\varphi,crit,GMNA}^*$, kann durch eine konservative Abgrenzung des plastischen Bereichs abgedeckt werden (vgl. Abbildung 6.22 und Abbildung 6.39). Die Grenze zwischen diesen beiden Bereich ist folglich nur eine Funktion von R/t und der Streckgrenze f_y des Werkstoffes. In Abbildung 9.1 ist diese Grenzkurve für Kreiszyinderschalen unter Einzellast P_x oder Moment M_{φ} in Umfangsrichtung in Abhängigkeit von der Streckgrenze f_y des Werkstoffes und des R/t -Verhältnisses angegeben. D.h. die kritischen Lasten und Momente von Kreiszyinderschalen, die unterhalb dieser Grenzkurve liegen, erfahren eine Abminderung infolge der Plastizierungen. Die kritischen Momente von Kreiszyinderschalen, die durch ein Moment M_z in Meridianrichtung beansprucht werden, erfahren dagegen keine Abminderung durch Plastizierungen, da diese erst im Bereich großer Verformungen auftreten.

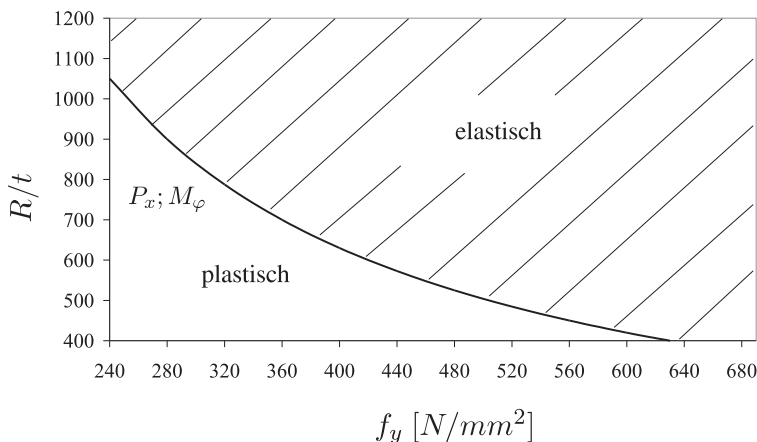


Abbildung 9.1: Elastische und plastische Bereiche der Kreiszyinderschalen unter radialer Einzellast oder Momentenbelastung in Umfangsrichtung

In den Untersuchungen über die scheibenförmig verstärkten Kreiszyinderschalen wird die Dicke der Verstärkungsmaßnahme als effektive Blechdicke $t_{v,eff}$ nach Gleichung 7.2 erfasst. Die effektive Blechdicke $t_{v,eff}$ berücksichtigt bereits den Unterschied zwischen Blechen, die in das Mantelblech eingesetzt oder auf das Mantelblech gesetzt sind. Die Exzentrizität der Bleche zum Mantelblech spielt eine untergeordnete Rolle und wird in den Berechnungen vernachlässigt. Die Abmessungen der Verstärkungsbleche sind an die Forderungen geknüpft, dass die

Spannungen im unverstärkten Mantelblech immer kleiner sind, als die Spannungen im verstärkten Bereich. Aus konstruktiven Gesichtspunkten wird das Verhältnis des Verstärkungsblechdurchmessers zum Stützendurchmesser auf $d_v/d_r < 2,0$ und das Blechdickenverhältnis $t_{v,eff}/t$ auf maximal 2,0 beschränkt. Die Dimensionierung der Verstärkungsbleche beruht auf der Annahme geometrischer und physikalischer Linearität und kann mit den in Tabelle 9.1 aufgeführten Diagrammen erfolgen. Dort sind auch die Gleichungen zur Ermittlung der Spannungssteigerung $\sigma_{ver}^*/\sigma_{max,i}^*$ aufgeführt. Die maximalen Spannungen $\sigma_{max,i}^*$ am Stützenanschluss der unverstärkten Kreiszyinderschale können mit den in Tabelle 9.2 aufgeführten Gleichungen ermittelt werden.

Lastfall i	$(d_v/d_r)_{min}$	$\sigma_{ver}^*/\sigma_{max,i}^*$
P_x	Abb. 7.9	$1,16 \left(\frac{t}{t_{v,eff}} \right) - 0,16$
M_φ	Abb. 7.29	$0,64 \left(\frac{t}{t_{v,eff}} \right) + 0,4 \left(\frac{t}{t_{v,eff}} \right) - 0,04$
M_z	Abb. 7.43	$1,73 \left(\frac{t_{v,eff}}{t} \right) - 0,73$

Tabelle 9.1: Gleichungen und Bemessungsdiagramme zur Ermittlung der Spannungssteigerung durch Verstärkungsbleche und des Durchmesserverhältnisses $(d_v/d_r)_{min}$

Lastfall i	$\sigma_{max,i}^*$
P_x	$-0,5d^* + 2,3\sqrt{d^*} - 3,2$
M_φ	$0,69\sqrt{d^*} - 2,1$
M_z	$0,015 (d^*)^2 + 0,02d^* - 1,73$

Tabelle 9.2: Gleichungen zur Ermittlung der maximalen Spannungen im unverstärkten Mantelblech

Im linearen Bereich der Last-Verformungskurven haben die Kreiszyinderschale eine Anfangssteifigkeit c_k^* . Diese Anfangssteifigkeit kann in Abhängigkeit von den Abmessungen des Verstärkungsbleches $t_{v,eff}/t$ und d_v/d_r mit den in Tabelle 9.3 aufgeführten Gleichungen und Diagrammen ermittelt werden.

Die kritischen Lasten $S_{i,crit,k}^*$ und Grenzgrößen $\bar{S}_{i,max,MNA}$ verstärkter und unverstärkter Kreiszyinderschalen können unter Berücksichtigung geometrischer und/oder physikalischer Nichtlinearitäten mit den in Tabelle 9.4 zusammengefassten Bemessungsdiagrammen und Gleichungen ermittelt werden. Die maximale

$c_{P_r}^* = c_{0,P_r}^* \cdot (L^*)^\chi$	mit Abb. 7.19 bis Abb. 7.22
$c_{M_\varphi}^*$	aus Abb. 7.35 und 7.36
$c_{M_z}^* = c_{0,M_z}^* + \frac{\omega}{L^*}$	mit Abb. 7.51 bis 7.54

Tabelle 9.3: Gleichungen und Bemessungsdiagramme zur Bestimmung der Anfangssteifigkeit

Verschiebung oder Verdrehung, die auftritt, wenn die kritische Last erreicht wird, ist dort ebenfalls angegeben.

Für die Grenzen des geometrisch und physikalisch linearen Bereichs gilt:

- Geometrisch nichtlineare Effekte können für Lastgrößen S_i^* , die kleiner als $0,4S_{i,crit,k}^*$ vernachlässigt werden
- Plastisches Werkstoffverhalten beeinflusst das Tragverhalten der Kreiszylinderschale, wenn die Lastgrößen \bar{S}_i größer als $0,4\bar{S}_{i,max,MNA}$ sind.

Lastfall P_x	
$P_{x,crit,GNA}^* = P_0^* + \frac{\psi}{L^*} \text{ mit Abb. 7.15 bis 7.18}$ $\bar{P}_{x,max,MNA} = 2 + 4d^*$ $\frac{P_{x,crit,GMNA}^*}{P_{x,crit,GNA}^*} = -0,245\eta^2 + 0,66\eta + 0,56$	$u_{grenz}^* \approx 4$
Lastfall M_φ	
$M_{\varphi,crit,GNA}^* \text{ mit Abb. 7.33 und 7.34}$ $\bar{M}_{\varphi,max,MNA} = 2,1(d^*)^2 - 1,4d^* + 2,6$ $\frac{M_{\varphi,crit,GMNA}^*}{M_{\varphi,crit,GNA}^*} = -0,56\eta^2 + 1,45\eta + 0,07$	$\alpha_{grenz}^* \approx 1$
Lastfall M_z	
$M_{z,crit,GNA,ver}^* = M_{z,0}^* + \frac{\xi}{L^*} \text{ mit Abb. 7.47 bis 7.50}$ $\bar{M}_{z,max,MNA} = 0,71(d^*)^2 + 1,94d^* + 0,5$ $\frac{M_{z,crit,GMNA}^*}{M_{z,crit,GNA}^*} = 1$	$\alpha_{grenz}^* \approx 1$

Tabelle 9.4: Zusammenstellung der kritischen Lasten und Grenzlaster

Schrifttum

- [1] REISSNER, E.: Stresses and small displacements of shallow spherical shells. I. In: *Journal of mathematics and physics* 25 (1946), S. 80–85
- [2] REISSNER, E.: Stresses and small displacements of shallow spherical shells. II. In: *Journal of mathematics and physics* 26 (1947), S. 279–300
- [3] REISSNER, E.: On axisymmetrical deformations of thin shells of revolution. In: *Proceedings of symposia in applied Mathematics* Bd. 3, 1950, S. 27–52
- [4] BIJLAARD, P.P.: Computation of the stresses from local loads in spherical vessels or pressure vessel heads. In: *Welding research council bulletin* 34 (1957)
- [5] BIJLAARD, P.P.: Local stresses in spherical shells from radial or moment loadings. In: *Welding journal* 36 (1957), S. 240–243
- [6] BIJLAARD, P.P.: Stresses in a spherical vessel from radial loads acting on a pipe. In: *Welding research council bulletin* 49 (1959), S. 1–30
- [7] BIJLAARD, P.P.: Stresses in a spherical vessel from external moments acting on a pipe. In: *Welding research council bulletin* 49 (1959), S. 31–62
- [8] WICHMAN, K.R. ; HOPPER, A.G. ; MERSHON, J.L.: Local Stresses in Spherical and Cylindrical Shells due to External Loadings. In: *Welding research council bulletin* 107 (1979)
- [9] BIEZENO, C.B.: Über die Bestimmung der Durchschlagkraft einer schwachgekrümmten, kreisförmigen Platte. In: *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik* 15 (1935), S. 10–22
- [10] CHIEN, W.Z. ; HU, H.C.: On the snapping of a thin spherical cap. In: *Proceedings 9th international congress of applied mechanics* 6 (1956), S. 309–337
- [11] ASHWELL, D.G.: On the large deflexion of a spherical shell with an inward point load. In: *Proceedings of the I.U.T.A.M symposium on the theory of thin elastic shells, Delft, 1959*, S. 43–63

- [12] EVAN-IWANOWSKI, R.M. ; CHENG, H.S. ; LOO, T.C.: Experimental investigation of deformations and stability of spherical shells subjected to concentrated load at the apex. In: *Proceedings of the fourth U.S. national congress of applied mechanics*, 1962, S. 563–575
- [13] ARCHER, R.R.: On the numerical solution of the nonlinear equations for shells of revolution. In: *Journal of mathematics and physics* XLI (1965), Nr. 3, S. 165–178
- [14] MESCALL, J.F.: Large deflections of spherical shells under concentrated loads. In: *Transactions of the ASME* (1965), S. 936–938
- [15] PENNING, F.A. ; THURSTON, G.A.: The stability of shallow spherical shells under concentrated load / National aeronautics and space administration NASA. 1965 (CR-265). – Forschungsbericht
- [16] SANDERS, J.L.: Nonlinear theories of thin shells / Harvard University. 1961 (10). – Forschungsbericht
- [17] PENNING, F.A.: Experimental buckling modes of clamped shallow shells under concentrated load. In: *Journal of applied mechanics* 33 (1966), S. 297–304
- [18] FITCH, J.R.: The buckling and post-buckling behavior of spherical caps under concentrated load. In: *International journal of solids and structures* 4 (1968), S. 421–446
- [19] ROARK, R.J.: The strength and stiffness of cylindrical shell under concentrated loading. In: *Journal of applied mechanics* 57 (1935), S. A147 – A152
- [20] SCHOESSOW, G.J. ; KOOISTRA, L.R: Stresses in a cylindrical shell due to nozzle or pipe connection. In: *Journal of applied mechanics* 12 (1945), S. A107–A112
- [21] YUAN, S.W.: Thin cylindrical shells subjected to concentrated loads. In: *Quarterly of applied mathematics* 4 (1946), Nr. 1, S. 13–26
- [22] DONELL, J.H.: Stability of thin-walled tubes under torsion / NACA. Washington, D.C, 1933 (479). – Technical report
- [23] YUAN, S.W. ; TING, L.: On radial deflections of a cylinder subjected to equal and opposite concentrated radial loads. In: *Journal of applied mechanics* 24 (1957), S. 278–282
- [24] FLÜGGE, W.: *Statik und Dynamik der Schalen*. Springer-Verlag, 1934

- [25] BIJLAARD, P.P.: Stresses from local loadings in cylindrical pressure vessels. In: *Transaction of the ASME* 8 (1955), S. 805–816
- [26] BIJLAARD, P.P.: Stresses from radial loads in cylindrical pressure vessels. In: *Welding journal* 33 (1954), S. 615–623
- [27] BIJLAARD, P.P.: Stresses from radial loads and external moments in cylindrical pressure vessels. In: *Welding journal* 34 (1955), S. 608–617
- [28] CRANCH, E.T.: An experimental investigation of stresses in the neighborhood of attachments to a cylindrical shell. In: *Welding research council bulletin* 60 (1960), S. 1–44
- [29] MERSHON, J.L. ; MOKHTARIAN, K. ; RANJAN, G.V. ; RODABAUGH, E.C.: Local stresses in spherical and cylindrical shells due to external loadings on nozzles - supplement to WRC bulletin No. 107. In: *Welding research council bulletin* 297 (1987)
- [30] STEELE, C.R. ; STEELE, M.L.: Reinforced openings in large pressure vessels: Effect of nozzle wall thickness / SHELLTECH. Stanford, California, 1981 (81-5). – Forschungsbericht
- [31] STEELE, C.R. ; STEELE, M.L.: Stress analysis of nozzles in cylindrical vessels with external load. In: *Journal of pressure vessel technology* 105 (1983), S. 191–200
- [32] STEELE, C.R.: Reinforced openings in large pressure vessels / SHELLTECH. Stanford, California, 1983. – Forschungsbericht
- [33] STEELE, C.R. ; STEELE, M.L.: Reinforced openings in large steel pressure vessels: Solution of large openings / SHELLTECH. Stanford, California, 1984 (84-1). – Forschungsbericht
- [34] FLÜGGE, W. ; CONRAD, D.A.: Thermal singularities for cylindrical shells. In: *Proceedings of the third U.S. national congress of applied mechanics*, 1958, S. 321–328
- [35] SANDERS, J. ; LYELL, J. ; SIMMONDS, J.G.: Concentrated forces on shallow cylindrical shells. In: *ASME journal of applied mechanics* 37 (1970)
- [36] CBI (Hrsg.): *Experimental testing program for nozzle connections in cylindrical shells*. Chicago bridge and iron company, 1979 (74-9453)

- [37] GWALTNEY, R.C. ; CORUM, J.M. ; BOLT, S.E. ; BRYSON, J.W.: Experimental stress analysis of cylinder-to-cylinder shell models and comparisons with theoretical prediction. In: *Journal of pressure vessel technology* (1976), S. 283–290
- [38] MORLEY, L.S.D.: An improvement on Donnell's approximation for thin-walled circular cylinders. In: *Quarterly journal of mechanics and applied mathematics* 12 (1959), S. 89
- [39] MORLEY, L.S.D.: The thin-walled circular cylinder subjected to concentrated radial loads. In: *Quarterly journal of mechanics and applied mathematics* 13.1 (1960), S. 24–37
- [40] KUPFER, W.: Spannungen in Zylinderschalen mit radialen Stützen infolge äußerer Belastungen nach der Elastizitätstheorie. In: *Stahlbau* (1990), S. 237–245
- [41] WORDSWORTH, A.C.: Stresses in cylindrical pressure vessels due to local loads. In: *Structural integrity assessment, Elsevier Applied Science* (1992), S. 299–401
- [42] DEKKER, C.J.: Comparison of local load stress calculation methods for nozzles on cylinders. In: *The international journal of pressure vessels and piping* 59 (1994), S. 203–213
- [43] RUDOLPH, J.: *Nachweis der Ermüdungsfestigkeit von Behälter-Stützen-Verbindungen unter Einwirkung von Innendruck und Rohrleitungslasten*. VDI-Verlag, 1997 (206)
- [44] JOOST, H.: *Nachweis der Tragfähigkeit von Behälter-Stützen-Verbindungen unter Einwirkung von Innendruck und Rohrleitungslasten*, Fachbereich Chemietechnik der Universität Dortmund, Diss., 1998
- [45] RAUTH, M.: *FE-integrierendes Berechnungskonzept für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis von Behälter-Stützen-Verbindungen unter Berücksichtigung von Innendruck und Rohrleitungslasten*, Fachbereich Chemietechnik der Universität Dortmund, Diss., 2002
- [46] GILLIE, M. ; ROTTER, J.M.: The effects of patch loads on thin-walled steel silos. In: *Thin-walled structures* 40 (2002), S. 835–852
- [47] SONG, C.Y.: Effects of patch loads on structural behavior of circular flat-bottomed steel silos. In: *Thin-walled Structures* 42 (2004), S. 1519–1542

- [48] GUGGENBERGER, W. ; GREINER, R. ; ROTTER, J.M.: The behaviour of locally-supported cylindrical shells: unstiffened shells. In: *Journal of constructional steel research* 56 (2000), S. 175–97
- [49] GILLIE, M. ; HOLST, J.M.F.G. ; MÜNCH, M. ; ROTTER, J.M.: Behaviour of silos supported on discrete brackets. In: *Journal of structural stability and dynamics* 2 (2002), S. 45–62
- [50] GILLIE, M. ; HOLST, J.M.F.G.: Structural behaviour of silos supported on discrete, eccentric brackets. In: *Journal of constructional steel research* 59 (2003), S. 887–910
- [51] *ANSYS Release 7.1; Documentation*, 2004
- [52] RIKS, E.: The application of Newton's method to the problem of elastic stability. In: *Journal of applied mechanics* 39 (1972), S. 1060–1066
- [53] RIKS, E.: An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems. In: *International journal of solids structures* 15 (1979), S. 529–551
- [54] CRISFIELD, M.A.: A fast incremental/iterative solution procedure that handles snap-through. In: *Computers and structures* 13 (1980), S. 55–62
- [55] Institut für Statik und Mechanik der Universität Hannover: *ROTASS 1.34, Programm zur Berechnung rotationssymmetrischer Schalen*. 2005
- [56] PFLÜGER, A.: *Elementare Schalenstatik*. 4. Auflage. Springer-Verlag, 1967

Zitierte Normen und Richtlinien

AD 2000-Merkblatt B9 Oktober 2000. Ausschnitte in Zylindern, Kegeln und Kugeln, Verband der Technischen Überwachungs-Vereine e.V.

AD 2000-Merkblatt S3/9 September 2001. Allgemeiner Standsicherheitsnachweis für Druckbehälter; Behälter mit Stützen unter Zusatzbelastung, Verband der Technischen Überwachungs-Vereine e.V.

API Standard Oktober 1998. Welded steel tanks for oil storage, American petroleum institute.

BS 5500 Januar 1985. Specification for unfired, fusion welded pressure vessels, British standard institution.

DIN 1055 Teil 6 März 2005. Einwirkungen auf Tragwerke - Einwirkungen auf Silos und Flüssigkeitsbehälter. Deutsches Institut für Normung.

DIN 4119 Teil 2 Februar 1980. Oberirdische zylindrische Flachboden-Tankbauwerke aus metallischen Werkstoffen; Berechnung, Deutsches Institut für Normung.

DIN EN 14015 Februar 2005. Auslegung und Herstellung standortgefertigter, oberirdischer, stehender, zylindrischer, geschweißter Flachboden-Stahl tanks für die Lagerung von Flüssigkeiten bei Umgebungstemperatur und höheren Temperaturen, Deutsches Institut für Normung.

DIN 18800 Teil 4 November 1990. Stahlbauten - Stabilitätsfälle, Schalenbeulen, Deutsches Institut für Normung.

DIN V ENV 1993 Teil 4-2 Mai 2002. Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten. Silos, Tankbauwerke und Rohrleitungen - Tankbauwerke, Deutsches Institut für Normung.

DIN V ENV 1993 Teil 1-6 Mai 2005: Allgemeine Bemessungsregeln; Ergänzende Regeln für Schalenkonstruktionen; Deutsche Fassung ENV 1993-1-6:1999, Deutsches Institut für Normung.

Richtlinie für die Herstellung von Flachbodentanks mit besonderen Anforderungen, Vereinbarung 2002/1 zwischen FDBR und VdTÜV, 2002.