

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

1. Aufgabenblatt

Strömungsbereiche, Hydrostatik

Aufgabe 1.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.1.1)

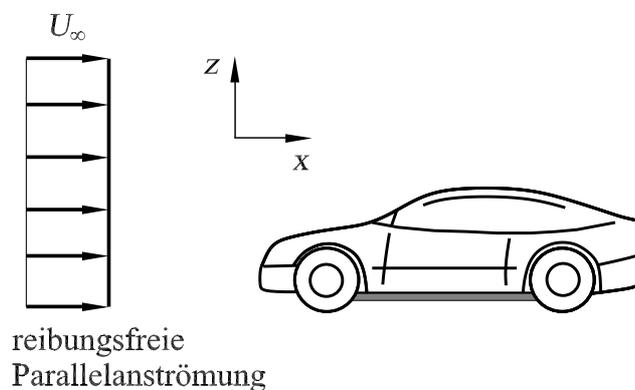


Abb. 1.1: Kraftfahrzeugumströmung

Ein Kraftfahrzeug wird von einer reibungsfreien Parallelströmung der Geschwindigkeit U_∞ angeströmt. Abbildung 1.1 zeigt das Kraftfahrzeug und die Parallelströmung im Mittelschnitt der (x, z) -Ebene. Unter Vernachlässigung von Bodeneinflüssen lässt sich die Umströmung des Kraftfahrzeug-Mittelschnittes in drei unterschiedliche Bereiche einteilen.

- Man benenne die drei unterschiedlichen Strömungsbereiche und gebe ihre charakteristischen Eigenschaften an.
- Man skizziere die Strömungsbereiche um das Kraftfahrzeug im Mittelschnitt und trage zusätzlich die Staupunkte sowie das Grenzschichtprofil auf dem Dach des Kraftfahrzeugs in die Skizze ein.

Gegeben: Skizzierte Anströmung des Kraftfahrzeuges

Aufgabe 1.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.1.4)

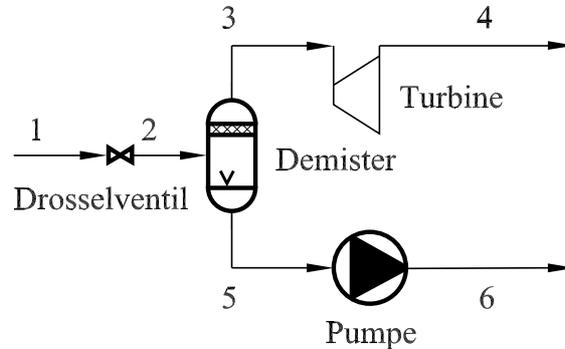


Abb. 1.2: Prinzipskizze eines Flüssigkeits-Dampfabscheiders

In Abbildung 1.2 ist eine vereinfachte Prinzipskizze eines Flüssigkeits-Dampfabscheiders dargestellt.

- In welchen Strömungsteilen liegt eine Flüssigkeitsströmung vor, in welchen eine Mehrphasenströmung und in welchen eine Gasströmung?
- Welche charakteristischen physikalischen Größen des Strömungsfeldes sind im Strömungsteil 3 und welche im Strömungsteil 5 zu berücksichtigen?
- Beschreiben Sie die Strömungsformen die im Strömungsteil 2 auftreten können.
- Von welchen Größen sind die Strömungsbereiche beim Übergang einer inkompressiblen Flüssigkeitsströmung zu einer kompressiblen Gasströmung abhängig?

Gegeben: Prinzipskizze eines Flüssigkeits-Dampfabscheiders

Aufgabe 1.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.2.2)

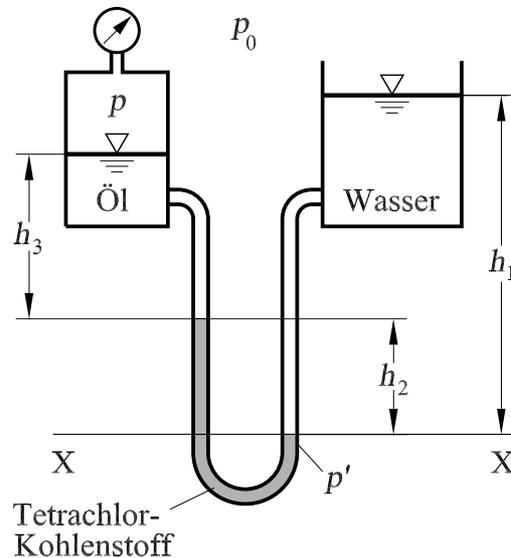


Abb. 1.3: CCl_4 -Füllung im U-Rohr

Ein offener Wasserbehälter (Dichte des Wassers: $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$) und ein durch ein Manometer gegen die Atmosphäre abgeschlossenes, mit Öl gefülltes Gefäß (Dichte des Öls: $\rho_{\text{Öl}} = 950 \text{ kg/m}^3$) sind durch ein U-Rohr verbunden (siehe Abb. 1.3), in dessen unterem Teil sich eine Tetrachlorkohlenstoff-Füllung (CCl_4) befindet. Die Höhe der Wassersäule beträgt $h_1 = 0,4 \text{ m}$, die Ölsäule hat die Höhe $h_3 = 0,13 \text{ m}$, und die Höhe h_2 der CCl_4 -Säule beträgt $h_2 = 0,1 \text{ m}$.

Wie groß ist die Dichte ρ_{Tck} der Tetrachlorkohlenstoff-Füllung, wenn am Manometer ein Überdruck gegen die Atmosphäre von 1200 N/m^2 abgelesen wird?

Gegeben: $h_1 = 0,4 \text{ m}$, $h_2 = 0,1 \text{ m}$, $h_3 = 0,13 \text{ m}$, $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{Öl}} = 950 \text{ kg/m}^3$,
 $p - p_0 = 1200 \text{ N/m}^2$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Gesucht: ρ_{Tck}

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

2. Aufgabenblatt

Hydrostatik, Aerostatik

Aufgabe 2.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.2.4)

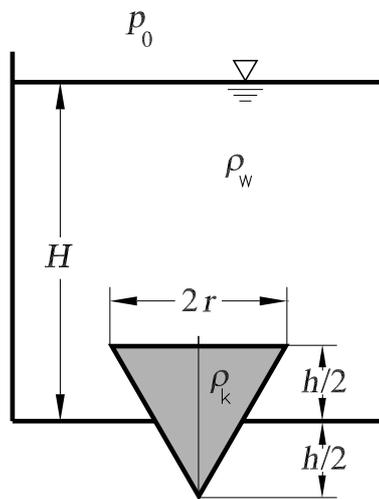


Abb. 2.1: Kegelventil als Verschluss

In Abbildung 2.1 ist ein bis zur Höhe $H = 0,5 \text{ m}$ mit Wasser (Dichte des Wassers: $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$) gefüllter Behälter dargestellt, dessen Bodenöffnung durch ein Kegelventil (Dichte des Kegelmaterials: $\rho_k = 3910 \text{ kg/m}^3$) abgedichtet ist. Der Durchmesser der Grundfläche des Kegelventils $2 \cdot r$ und dessen Höhe h betragen jeweils $2 \cdot r = h = 0,25 \text{ m}$ (siehe Abb. 2.1). Der Durchmesser der Bohrung im Behälterboden ist mit r bezeichnet. Welche Kraft $|F|$ ist zum Anheben des Ventils nötig?

Gegeben: $H = 0,5 \text{ m}$, $r = 0,125 \text{ m}$, $h = 0,25 \text{ m}$, $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_k = 3910 \text{ kg/m}^3$

Gesucht: $|F|$

Aufgabe 2.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.2.7)

Ein Ballon schwebt in einer isothermen Atmosphäre (Luftdruck am Boden $p_0 = 1,013 \text{ bar}$, Luftdichte am Boden $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$) in der Höhe $z_0 = 500 \text{ m}$. Um wie viel sinkt er ab, wenn sich die Luftdichte am Boden bei gleichbleibendem Luftdruck durch Witterungseinflüsse auf $\rho'_0 = 1,0 \text{ kg/m}^3$ ändert?

Hinweis: Das Volumen V des Ballons ändert sich bei dem Höhenwechsel nicht.

Gegeben: $p_0 = 1,013 \text{ bar}$, $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$, $z_0 = 500 \text{ m}$, $\rho'_0 = 1,185 \text{ kg/m}^3$

Gesucht: Δz

Aufgabe 2.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.2.8)

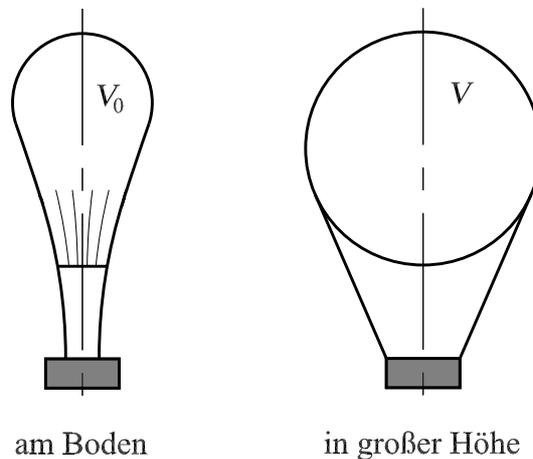


Abb. 2.2: Stratosphärenballon

Ein Stratosphärenballon wird am Boden nur zum Teil mit dem Traggas Wasserstoff H_2 gefüllt. Beim Aufsteigen bläht er sich durch Volumenzunahme der Füllung auf (siehe Abb. 2.2). Dadurch wird ein zusätzlicher Auftriebsgewinn erzielt. Am Boden besitzt der Ballon ein Volumen $V_0 = 450 \text{ m}^3$, sein maximales Volumen beträgt $V_1 = 1400 \text{ m}^3$.

- In welcher Höhe z_1 hat der Ballon sein größtes Volumen $V_1 = 1400 \text{ m}^3$ erreicht?
Am Boden herrscht der Luftdruck $p_0 = 1,013 \text{ bar}$ und die Luftdichte ρ_0 beträgt dort $\rho_0 = 1,234 \text{ kg/m}^3$. Die Wasserstoffdichte $\rho_{\text{H}_2,0}$ im Ballon besitzt am Boden den Wert $\rho_{\text{H}_2,0} = 0,087 \text{ kg/m}^3$. Weiterhin sind die Temperatur $T_{1 \text{ km}} = 280 \text{ K}$ in 1 km Höhe und die spezifische Gaskonstante der Luft $R = 287 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$ bekannt.
- Wie schwer darf die zu hebende Last G_{max} höchstens sein (die Ballonhülle ist ein Teil der Last, jedoch nicht das Traggas), wenn der Stratosphärenballon eine maximale Höhe von $z_{\text{max}} = 12 \text{ km}$ in einer polytropen Atmosphäre erreichen soll?

Hinweis: Bis zum Erreichen seines maximalen Volumens besitzt der Wasserstoff des Ballons in jeder Höhe die Temperatur und den Druck der Atmosphäre.

Gegeben: $p_0 = 1,013 \text{ bar}$, $\rho_0 = 1,234 \text{ kg/m}^3$, $R = 287 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$, $\rho_{\text{H}_2,0} = 0,087 \text{ kg/m}^3$, $T_{1 \text{ km}} = 280 \text{ K}$, $V_0 = 450 \text{ m}^3$, $V_1 = 1400 \text{ m}^3$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Gesucht: a) G_{max} , b) z_1

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

3. Aufgabenblatt

Stromlinien, Teilchenbahnen, Streichlinien

Aufgabe 3.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.1)

Ein zweidimensionales Strömungsfeld ist mit den Geschwindigkeitskomponenten $u = a \cdot x$ und $v = -a \cdot y$ beschrieben (a ist eine positive Konstante).

- Es sollen die Stromlinien des Strömungsfeldes berechnet und gezeichnet werden.
- Wie groß ist die Drehung des Strömungsfeldes?
- Ein Staubteilchen wird zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ auf den Punkt (x_0, y_0) einer beliebigen Stromlinie gelegt. Wie groß ist die Zeit t_e , bis das Staubteilchen den Punkt (x_1, y_1) der Stromlinie, auf die es anfangs gelegt wurde, erreicht? Es soll angenommen werden, dass das Staubteilchen eine sehr kleine Masse besitzt, so dass kein Schlupf zwischen ihm und der Strömung entsteht.

Gegeben: a) und b) $u = a \cdot x$, $v = -a \cdot y$, (x_0, y_0) , (x_1, y_1)

Gesucht: a) Stromlinien, b) Drehung des Strömungsfeldes, c) t_e

Aufgabe 3.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.4)

Gegeben ist die instationäre ebene Strömung eines inkompressiblen Fluids durch die Geschwindigkeitskomponenten:

$$u(t) = U_0 + U_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad , \quad v(t) = V_1 \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad ,$$

mit der Kreisfrequenz $\omega = \frac{\pi}{4} \text{ s}^{-1}$ und den Konstanten $U_0, U_1, V_1 > 0$.

- Man bestimme die Komponenten $x(t)$, $y(t)$ des Bahnkurvenvektors für jenes Fluidteilchen, das sich zum Zeitpunkt $t = 0$ im Punkt $P(x_P, y_P = 0)$ befindet. An welcher Stelle $Q(x_Q, y_Q)$ ist das Teilchen zur Zeit $t = 2 \text{ s}$?
- Man entwickle die Gleichung der Stromlinie, die durch den Punkt P geht, für einen festen Zeitpunkt $t = t_0$.
- Man skizziere den Verlauf dieser Stromlinie in der Umgebung des Punktes P für drei verschiedene Zeitpunkte $t_0 = 0 \text{ s}, 2 \text{ s}, 6 \text{ s}$ und gebe die jeweilige Strömungsrichtung an. Hierzu soll angenommen werden, dass $U_0 = U_1 = V_1 = 1 \text{ m/s}$ ist.

Gegeben: $\omega = \pi/4 \text{ s}^{-1}$, U_0, U_1, V_1, x_P, y_P

Gesucht: $x(t), y(t), Q(x_Q, y_Q)$, b) Stromlinie, c) Skizze



Aufgabe 3.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.5)

Ein zweidimensionales ebenes instationäres Strömungsfeld ist gegeben durch:

$$u = A \quad , \quad v = B \cdot x \cdot t \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad ,$$

mit $t \geq 0$ und den Konstanten A und B.

- Berechnen Sie die Stromliniengleichungen zum Zeitpunkt $t = 0$ und zu einem Zeitpunkt $t > 0$.
- Bestimmen Sie die Komponenten $x(t)$ und $y(t)$ des Bahnkurvenvektors für jenes Fluidteilchen, das sich zum Zeitpunkt $t = 0$ im Punkt $P(x_0, y_0)$ befindet.
- Bestimmen Sie die x - und y -Komponente $b_x(x, y, t)$ und $b_y(x, y, t)$ der substantiellen Beschleunigung im Stromfeld.

Gegeben: A, B, ω , x_0 , y_0

Gesucht: a) $y_s(t = 0) = f(x)$, $y_s(t > 0) = f(x)$, b) $x(t)$, $y(t)$, c) b_x , b_y

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

4. Aufgabenblatt

Stationäre und quasi-stationäre Bernoulli-Gleichung

Aufgabe 4.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.6)

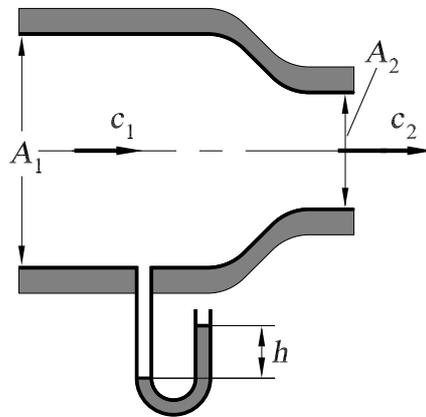


Abb. 4.1: Windkanaldüse

An eine Windkanaldüse mit dem Kontraktionsverhältnis $A_1/A_2 = 4$ ist vor der Verengung ein U-Rohrmanometer mit Wasserfüllung angeschlossen (siehe Abb. 4.1). Im Betrieb zeigt das Manometer eine Höhendifferenz von $h = 94 \text{ mmWS}$ (mmWS - Millimeter Wassersäule) an. Wie groß ist die Austrittsgeschwindigkeit c_2 im Querschnitt A_2 , wenn die Dichte des Wassers im U-Rohr $\rho_W = 1000 \text{ kg/m}^3$ und die Dichte der Luft $\rho_L = 1,226 \text{ kg/m}^3$ betragen?

Hinweis: Es soll die reibungsfreie Kernströmung angenommen werden.

Gegeben: $h = 0,094 \text{ m}$, $\rho_W = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_L = 1,226 \text{ kg/m}^3$, $A_1/A_2 = 4$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Gesucht: c_2

Aufgabe 4.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.7)

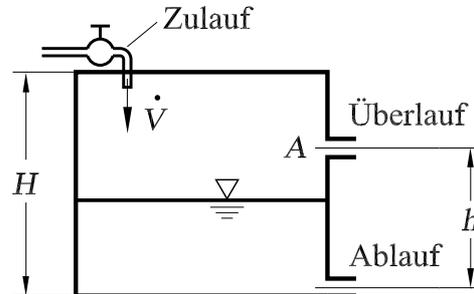


Abb. 4.2: Badewanne mit Überlauf

Eine Badewanne der Höhe $H = 0,6 \text{ m}$ besitzt in der Höhe $h = 0,5 \text{ m}$ einen Überlauf mit der Querschnittsfläche A (siehe Abb. 4.2). Der maximale Zulauf beträgt $\dot{V} = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$. Wie groß muss der Querschnitt A des Überlaufs bemessen werden, damit die Wanne bei geschlossenem Ablauf nicht überläuft?

Hinweis: Es soll die reibungsfreie Kernströmung angenommen werden.

Gegeben: $H = 0,6 \text{ m}$, $h = 0,5 \text{ m}$, $\dot{V} = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Gesucht: A

Aufgabe 4.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.8)

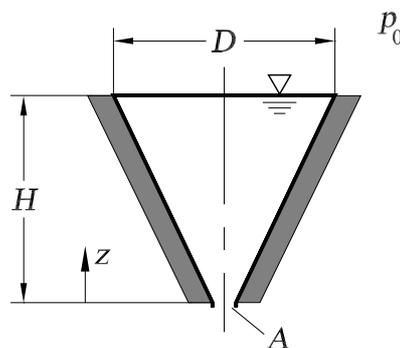


Abb. 4.3: Mit Wasser gefüllter Trichter

Wie lange sinkt der Wasserspiegel des in Abbildung 4.3 gezeigten Trichters von der Höhe $z = H$ bis zur Höhe $z = H/2$? Der Trichter besitzt die Höhe $H = 1 \text{ m}$ und am oberen Rand einen Durchmesser $D = 0,8 \text{ m}$. Die Ausflussöffnung hat die Querschnittsfläche $A = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$.

Hinweis: Die Ausflussströmung soll als reibungsfrei und als quasi-stationär angenommen werden (d. h. die zeitliche Ableitung der Geschwindigkeit in der Bernoulli-Gleichung für instationäre Strömungen kann vernachlässigt werden).

Gegeben: $H = 1 \text{ m}$, $D = 0,8 \text{ m}$, $A = 3 \text{ cm}^2$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Gesucht: Absinkdauer T

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

5. Aufgabenblatt

Instationäre Bernoulli-Gleichung, rotierende Strömung

Aufgabe 5.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.10)

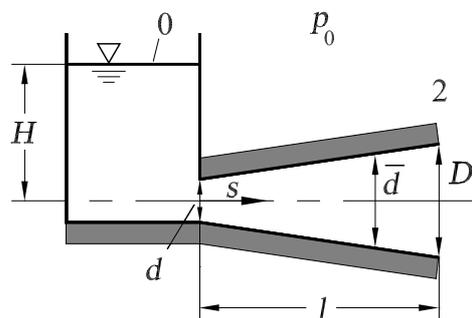


Abb. 5.1: Instationärer Ausfluss

Ein großer Behälter ist bis zur Höhe H mit Wasser gefüllt (siehe Abb. 5.1). An den Behälter ist ein langer Diffusor der Länge l angeschlossen. Der Durchmesser des Diffusoreintrittsquerschnitts bzw. Austrittsquerschnitts ist d bzw. D (siehe Abb. 5.1). Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist der Diffusor an der Austrittsstelle 2 (siehe Abb. 5.1) verschlossen.

Für $t > 0$ wird der Diffusor an der Stelle 2 schlagartig geöffnet, so dass das Wasser ausfließen kann. Nachfolgend soll folgendes berechnet werden:

- die stationäre Ausflussgeschwindigkeit $c_{2,e}$ an der Stelle 2, also $c_2(t)$ für $t \rightarrow \infty$.
- die Ausflussgeschwindigkeit $c_2(t)$ für $t > 0$.

Hinweis: Es soll eine reibungsfreie Kernströmung vorausgesetzt werden.

Gegeben: H, d, D, l, g

Gesucht: $c_{2,e}, c_2(t)$

Aufgabe 5.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.11)

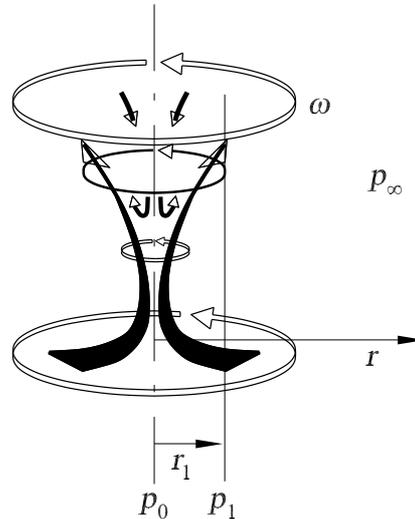


Abb. 5.2: Tornado

In einem Tornado werden Druckmessungen durchgeführt. Im Zentrum des Tornados wird an der Stelle 0 ein Druck $p_0 = 0,8 \text{ bar}$ gemessen (siehe Abb. 5.2). An einer zweiten Druckmessstelle 1 in der Entfernung $r_1 = 50 \text{ m}$ vom Zentrum wird ein Druck $p_1 = 0,85 \text{ bar}$ gemessen. Der Druck in weiter Entfernung vom Tornado beträgt $p_\infty = 1 \text{ bar}$.

- Wie groß ist die maximale Umfangsgeschwindigkeit c_{\max} die in dem Tornado auftritt und wie groß ist dort der Druck p_m ?
- In welcher Entfernung r_m vom Zentrum des Tornados tritt die maximale Umfangsgeschwindigkeit c_{\max} auf?

Hinweis: Die Strömung ist inkompressibel. Die Stromlinien sind konzentrische Kreise. Die äußere Strömung im Tornado ist reibungsfrei. Im Wirbelkern stellt sich eine reibungsbehaftete Starrkörperrotation mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ein. Die Schwerkraft soll nicht berücksichtigt werden.

Gegeben: $p_0 = 0,8 \text{ bar}$, $p_1 = 0,85 \text{ bar}$, $p_\infty = 1 \text{ bar}$, $\rho = 1,226 \text{ kg/m}^3$, $r_1 = 50 \text{ m}$

Gesucht: a) c_{\max} , p_m , b) r_m

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

6. Aufgabenblatt

Software, Navier-Stokes-Gleichung und Energiegleichung

Aufgabe 6.1

Sie berechnen in einem Softwarepaket mit der eindimensionalen Stromfadentheorie die reibungsfreie bzw. mit der eindimensionalen Navier-Stokes-Gleichung die reibungsbehaftete stationäre Umströmung der Oberseite eines Kraftfahrzeuges.

- Welcher Unterschied ergibt sich in der reibungsbehafteten Lösung im Vergleich mit der realen Geschwindigkeitsverteilung um ein Kraftfahrzeug, wenn ein Stromfaden in der Nähe der Staustromlinie betrachtet wird?
- Welcher Unterschied ergibt sich in der Geschwindigkeitsverteilung zwischen der reibungsfreien und der reibungsbehafteten Lösung?
- Sie berechnen die reibungsbehaftete Umströmung des Kraftfahrzeuges einmal mit einer Anströmgeschwindigkeit von $c_\infty = 100 \text{ km/h}$ und zum Vergleich mit einer Anströmgeschwindigkeit von $c_\infty = 150 \text{ km/h}$. Wie ändert sich die Druckverteilung auf der Fahrzeugoberseite?

Gegeben: stationäre Fahrzeugumströmung c_∞

Gesucht: a), b) Unterschied zwischen realer, reibungsfreier und reibungsbehafteter Lösung c) Unterschied der Druckverteilung für verschiedene Anströmgeschwindigkeiten

Aufgabe 6.2

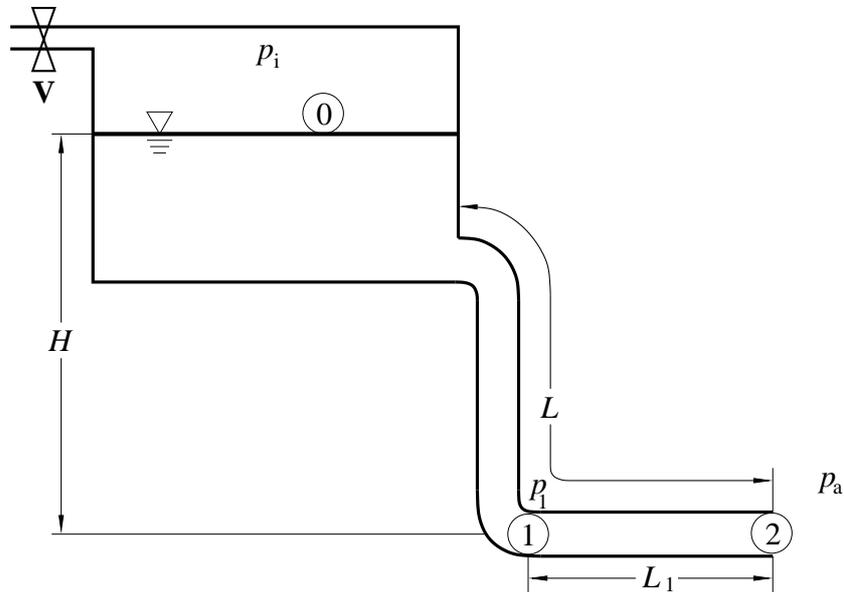


Abb. 6.1: Strömung aus einem Druckbehälter

An einem großen Behälter (siehe Abb. 6.1) ist ein zylindrisches Rohrleitungssystem mit dem konstanten Durchmesser $D = 2 \cdot r$ angeschlossen. Die Höhendifferenz zwischen dem konstanten Flüssigkeitsspiegel und dem Austritt aus der Rohrleitung beträgt H . Der Druck p_i auf der Flüssigkeitsoberfläche ist über ein Ventil V regelbar. Die Strömung durch das Rohrleitungssystem der Länge L ist verlustbehaftet. Die Flüssigkeit tritt am Ende der Rohrleitung in die Umgebung (Umgebungsdruck p_a) als Freistrah aus. Im Punkt 1 (siehe Abb. 6.1) ist im Abstand L_1 vom Rohrende eine Druckbohrung angebracht.

- Berechnen Sie unter Berücksichtigung der Reibungsverluste die gemittelte Geschwindigkeit $c_{2,m}$ mit der die Flüssigkeit am Rohrende in die Umgebung austritt, wenn das Ventil V geöffnet ist, so dass auf die Flüssigkeitsoberfläche der Umgebungsdruck p_a wirkt. Die kinematische Zähigkeit der Flüssigkeit ist ν .
Das Ventil V wird nun geschlossen und im Behälter ein konstanter Druck p_i angelegt.
- An der Druckbohrung im Punkt 1 wird ein Druck $p_1 = 2 \cdot p_a$ gemessen. Berechnen Sie unter Berücksichtigung der Reibungsverluste die gemittelte Geschwindigkeit $c_{2,m}$ am Austritt. Bestimmen Sie die Reynolds-Zahl Re_D der Strömung.
- Wie groß ist der Druck p_i ?

Hinweis: Die Strömung ist inkompressibel. Im gesamten Rohrleitungssystem kann die Strömung zur Berechnung der Reibungsverluste näherungsweise als Hagen-Poiseuille-Strömung betrachtet werden. Die Strömung im Behälter kann als verlustfrei angesehen werden.

Gegeben: $p_a, \rho, r, H, L, L_1, g, \nu$

Gesucht: a) $c_{2,m}$, b) $c_{2,m}, Re_D$, d) p_i

Aufgabe 6.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.12)

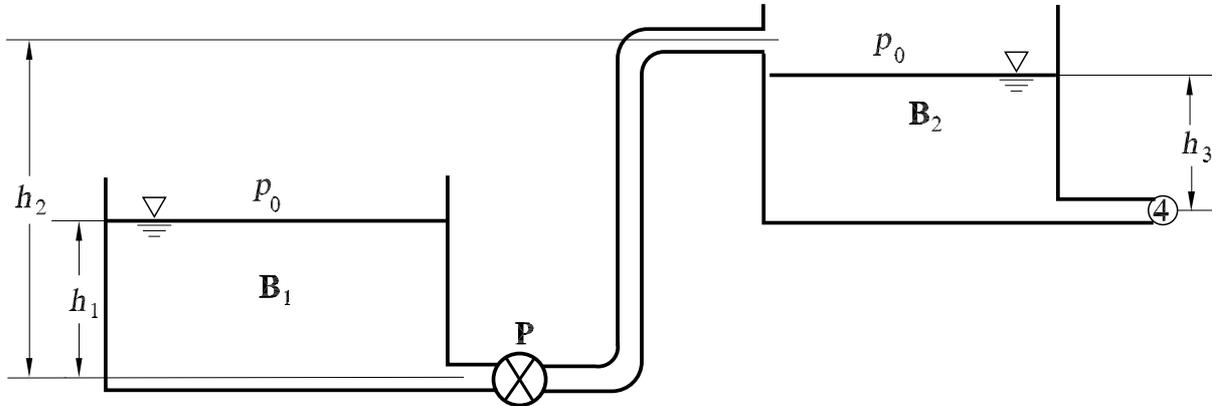


Abb. 6.2: Pumpanlage zur Bewässerung

Aus einem See B_1 wird mittels einer verlustfrei arbeitenden Pumpe Wasser in einen Behälter B_2 gefördert (siehe Abb. 6.2). Das Wasser tritt als Freistrahle in den Behälter B_2 oberhalb des Wasserspiegels auf der Höhe h_2 ein. Der Umgebungsdruck ist konstant p_0 . Das Wasser wird über ein Rohrleitungssystem mit dem konstanten Durchmesser D über eine Pumpe P , der Leistung L zum Behälter B_2 geführt. Der Einlauf der Rohrleitung ist in der Höhe h_1 unterhalb der Wasseroberfläche angebracht.

Am Behälter B_2 ist eine Leitung mit dem Durchmesser D zur Versorgung einer Bewässerungsanlage angeschlossen. Aus dem Behälter wird der Volumenstrom \dot{V} für die Bewässerungsanlage entnommen. Aus dem See wird jeweils soviel Wasser in den Behälter B_2 gefördert, dass die Höhe des Wasserspiegels h_3 konstant bleibt.

- Berechnen Sie die notwendige Höhe h_3 des Wasserspiegels im Behälter B_2 , wenn der Volumenstrom $\dot{V} = 100 \text{ m}^3/\text{h}$ in der Bewässerungsanlage benötigt wird und der Druck an der Stelle 4 (siehe Abbildung) $p_4 = 2 \text{ bar}$ betragen soll.
- Berechnen Sie die notwendige Leistung L der Pumpe.

Hinweis: Im gesamten Rohrleitungssystem und in der Bewässerungsleitung soll die reibungsfreie Kernströmung angenommen werden. Die Strömung in den Behältern ist ebenfalls reibungsfrei.

Gegeben: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $p_0 = 1 \text{ bar}$, $p_4 = 2 \text{ bar}$, $h_1 = 20 \text{ m}$, $h_2 = 41 \text{ m}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$, $D = 0,5 \text{ m}$, $\dot{V} = 100 \text{ m}^3/\text{h}$

Gesucht: a) h_3 , b) Leistung L der Pumpe

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

7. Aufgabenblatt

Aerodynamik

Aufgabe 7.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.13)

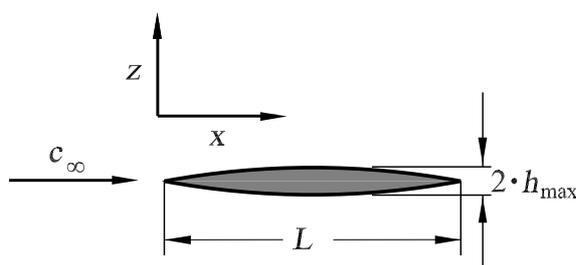


Abb. 7.1: Profilmströmung

Ein schlankes symmetrisches Profil (siehe Abb. 7.1) wird mit der Geschwindigkeit c_∞ angeströmt. Die Geschwindigkeit ist so gering, dass die gesamte Strömung um das Profil als inkompressibel angesehen werden kann. Die Strömung löst am Profil nicht ab. Das Profil hat die Länge L , die Tiefe T und die Dicke $2 \cdot h_{\max}$.

Die Geometrie des Profils ist gegeben durch die Funktion:

$$h(x) = d \cdot L \cdot \left[\frac{x}{L} - \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] , \quad d = 4 \cdot \frac{h_{\max}}{L} .$$

Die Geschwindigkeitsverteilung am Grenzschichttrand entlang des Profils kann durch die Funktion

$$c(x) = c_\infty \cdot \left[a \cdot \frac{x}{L} - b \cdot \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] ,$$

$$a = \left(3 + 10 \cdot \frac{h_{\max}}{L} \right) , \quad b = \left(2 + 10 \cdot \frac{h_{\max}}{L} \right)$$

näherungsweise beschrieben werden. Die Gleichung

$$\tau_w(x) = e \cdot \rho \cdot c_\infty^{\frac{3}{2}} \cdot \left[a \cdot \left(\frac{x}{L} \right)^{\frac{1}{2}} - b \cdot \left(\frac{x}{L} \right)^{\frac{3}{2}} \right] , \quad e = 0,332 \cdot \sqrt{\frac{\nu}{L}}$$

beschreibt näherungsweise die Wandschubspannung entlang der Profilloberfläche.

Wie groß ist der Widerstand W des Profils?

Hinweis: Die Strömung kann als ebene Strömung betrachtet werden. Die gesamte Strömung außerhalb der Grenzschicht ist reibungsfrei. Die Anströmung des Profils ist isoenergetisch.

Gegeben: $c_\infty, \rho, h_{\max}, L, T, h(x), c(x), \tau_w(x)$

Gesucht: W

Aufgabe 7.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.27)

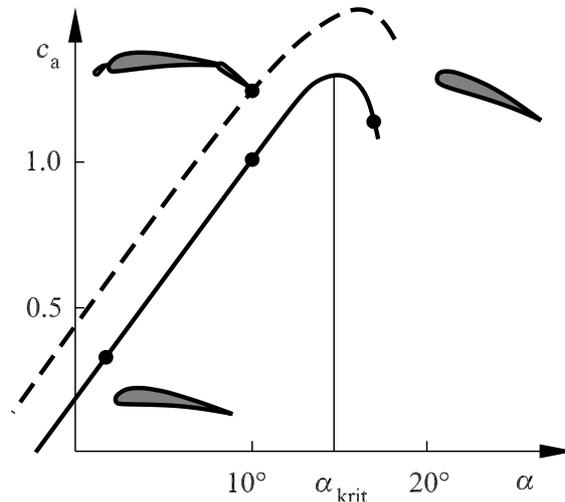


Abb. 7.2: Auftriebsbeiwert c_a in Abhängigkeit des Anstellwinkels α

Es wird ein Unterschallprofil bei der Anström-Mach-Zahl M_∞ betrachtet. In Abbildung 7.2 ist der zugehörige Auftriebsbeiwert c_a in Abhängigkeit des Anstellwinkels α aufgetragen. Durch Vergrößerung des Anstellwinkels wird der Auftriebsbeiwert erhöht.

- Wie lässt sich erklären, dass der Auftrieb für $\alpha > \alpha_{\text{krit}}$ zusammenbricht?
- Skizzieren Sie die Stromlinien und die Druckverteilungen auf der Ober- und Unterseite des Unterschallprofils für die Anstellwinkel $\alpha \approx 2^\circ$, $\alpha \approx 10^\circ$ und $\alpha > \alpha_{\text{krit}}$.
- Bei Start und Landung eines Verkehrsflugzeuges wird bei verringerter Fluggeschwindigkeit die Fläche des Flügels mit Landeklappen an der Vorder- und Hinterkante des Profils erhöht, um den Auftriebsbeiwert c_a zu vergrößern (siehe gestrichelte Kurve in Abbildung 7.2). Gleichzeitig wird der Anstellwinkel α des Profils auf $\alpha \approx 10^\circ$ vergrößert.

Skizzieren Sie die Stromlinien und die Druckverteilungen auf der Ober- und Unterseite dieser Hochauftriebskonfiguration.

Gegeben: Unterschallprofilumströmung

Gesucht: a) Ursache des Auftriebszusammenbruches bei sehr großen Anstellwinkeln, b) Skizze der Druckverteilungen für verschiedenen Anstellwinkel, c) Stromlinien und Druckverteilung einer Hochauftriebskonfiguration

Aufgabe 7.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.29)

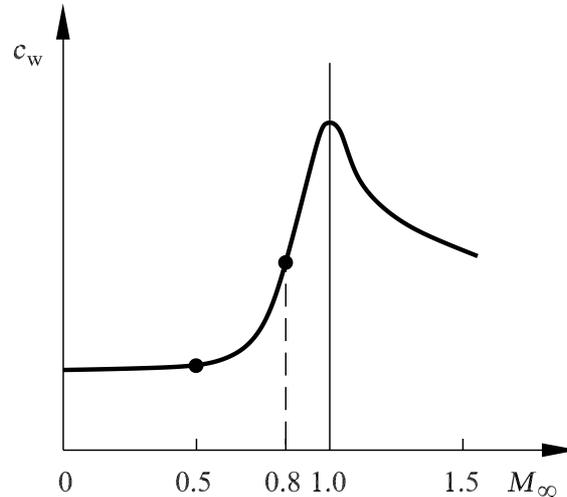


Abb. 7.3: Widerstandsbeiwert c_w in Abhängigkeit der Flug-Mach-Zahl M_∞

Es wird ein Unterschallprofil bei der Anström-Mach-Zahl M_∞ betrachtet. In Abbildung 7.3 ist der zugehörige Auftriebsbeiwert c_a in Abhängigkeit des Anstellwinkels α aufgetragen. Durch Vergrößerung des Anstellwinkels wird der Auftriebsbeiwert erhöht.

- Erklären Sie den Effekt der Pfeilung durch Betrachtung der lokalen Mach-Zahl des gepfeilten Tragflügels.
- Skizzieren Sie die Kurven des Widerstandsbeiwertes c_w in Abhängigkeit der Flug-Mach-Zahl M_∞ für die Pfeilwinkel $\Phi = 0^\circ$ und $\Phi = 45^\circ$

Gegeben: transsonische Profilmströmung

Gesucht: a) Effekt der Pfeilung, b) Skizze des Verlaufs des Widerstandsbeiwertes für zwei Pfeilwinkel

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

8. Aufgabenblatt

Laval-Düse und Verdichtungsstoß

Aufgabe 8.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.15)

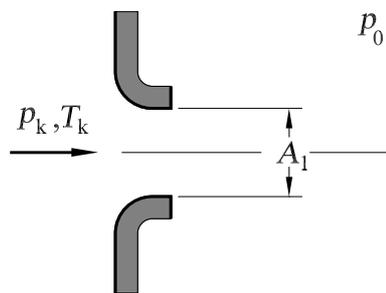


Abb. 8.1: Gasströmung durch die Kesselöffnung

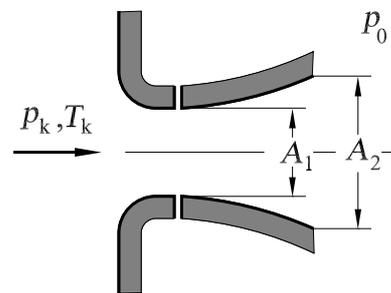


Abb. 8.2: Gasströmung durch die Laval-Düse

Ein großer Druckluftkessel (Kesseldruck p_k , Kesseltemperatur T_k) besitzt eine Ablassöffnung mit der Austrittsquerschnittsfläche A_1 (siehe Abb. 8.1). Es soll der sekundlich in die Atmosphäre (der Atmosphärendruck ist p_0) ausfließende Massenstrom \dot{m} berechnet werden. Dazu soll angenommen werden, dass

- die Strömung reibungsfrei und inkompressibel ist,
- die Strömung isentrop und kompressibel ist.

Vor die Ablassöffnung mit der Querschnittsfläche A_1 wird ein Erweiterungsstück mit der Austrittsquerschnittsfläche A_2 gesetzt (siehe Abb. 8.2). Wie groß ist mit dem Erweiterungsstück der sekundlich ausfließende Massenstrom wenn wieder angenommen werden soll, dass

- die Strömung reibungsfrei und inkompressibel ist,
- die Strömung isentrop und kompressibel ist.

Folgende Zahlenwerte sind für die Rechnung gegeben: $p_k = 3,7 \text{ bar}$, $p_0 = 1 \text{ bar}$, $T_k = 300 \text{ K}$, $A_1 = 17 \text{ cm}^2$, $A_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$, spezifische Gaskonstante $R = 287 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$, Isentropenexponent $\kappa = 1,4$.

Gegeben: p_k , p_0 , T_k , A_1 , A_2 , R , κ

Gesucht: Für a) - d) \dot{m}

Aufgabe 8.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.16)

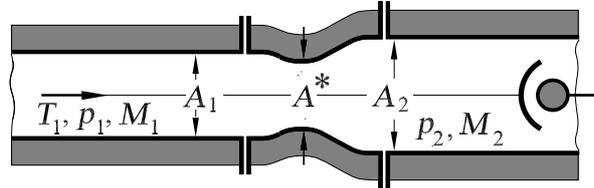


Abb. 8.3: Überschallversuchsanlage

Für den Betrieb einer Überschallmessstrecke wird eine Luftströmung unter dem Druck p_1 mit der Temperatur T_1 und der Mach-Zahl M_1 durch ein Rohr mit der Querschnittsfläche A_1 geleitet und einer Laval-Düse zugeführt (siehe Abb. 8.3). Sie entspannt die Strömung auf den Druck p_2 der Messstrecke, so dass dort ein Überschall-Parallelstrahl vorliegt. In diesen Parallelstrahl wird zu Versuchszwecken ein stumpfer Verdrängungskörper gehalten, wodurch sich ein Verdichtungsstoß einstellt, der im interessierenden Bereich vor dem Staupunkt des Verdrängungskörpers als senkrechter Verdichtungsstoß betrachtet werden kann. Die Düsenströmung ist stationär, eindimensional und abgesehen vom Verdichtungsstoß isentrop.

Folgende Zahlenwerte sind gegeben: $p_1 = 6,5 \text{ bar}$, $T_1 = 440 \text{ K}$, $M_1 = 0,5$, $A_1 = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$, $p_2 = 1,0 \text{ bar}$, spezifische Gaskonstante $R = 287 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$, Isentropenexponent $\kappa = 1,4$.

Für die Versuchsanlage sollen die nachfolgend aufgelisteten Größen ermittelt werden:

- Welche Mach-Zahl M_2 wird in der Messstrecke erreicht?
- Wie groß müssen die Flächen A^* und A_2 gewählt werden?
- Wie groß ist der Massenstrom durch die Versuchsanlage?
- Welche Werte haben die Mach-Zahl M_3 , der Druck p_3 und die Temperatur T_3 unmittelbar stromab des Verdichtungsstoßes und wie groß ist die Temperatur T_s im Staupunkt des Verdrängungskörpers?

Gegeben: $p_1, T_1, M_1, A_1, p_2, R, \kappa$

Gesucht: a) M_2 , b) A^*, A_2 , c) \dot{m}

Aufgabe 8.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.3.18)

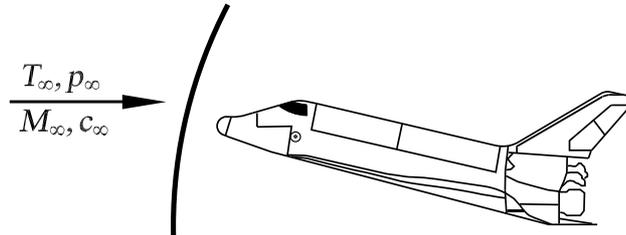


Abb. 8.4: Wiedereintrittsflugzeug

Vor einem Wiedereintrittsflugzeug bildet sich beim Eintritt in die Atmosphäre eine Kopfwelle aus. Diese kann näherungsweise als senkrechter Stoß behandelt werden (siehe Abbildung 8.4). Mit Ausnahme der Kopfwelle ist die Strömung isentrop. Die Atmosphäre ist als ideales Gas zu betrachten mit $\kappa = 1,4$ und $R = 287 \text{ J/kg/K}$. Die Strömung ist eben, adiabat und reibungsfrei.

- Berechnen Sie die Dichte ρ_∞ . Welche Mach-Zahl M_∞ sowie welche dazugehörige Geschwindigkeit c_∞ ist maximal erlaubt, damit die zulässige Temperatur $T_{0,\max}$ im Staupunkt des Orbiters nicht überschritten wird?
- Berechnen Sie für den Flugzustand aus der vorherigen Teilaufgabe die Mach-Zahl M_2 , die Geschwindigkeit c_2 , den Druck p_2 und die Dichte ρ_2 unmittelbar hinter dem Verdichtungsstoß. Ermitteln Sie dort den Staudruck $p_{0,2}$.

Gegeben: $\kappa = 1,4$, $R = 287 \text{ m}^2/(\text{s}^2 \cdot \text{K})$, $T_\infty = 200 \text{ K}$, $T_{0,\max} = 840 \text{ K}$, $p_\infty = 1000 \text{ Pa}$

Gesucht: a) ρ_∞ , $M_{\infty,\max}$, $c_{\infty,\max}$, b) M_2 , c_2 , p_2 , ρ_2 , $p_{0,2}$

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

9. Aufgabenblatt

Turbulente Strömungen

Aufgabe 9.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.1)

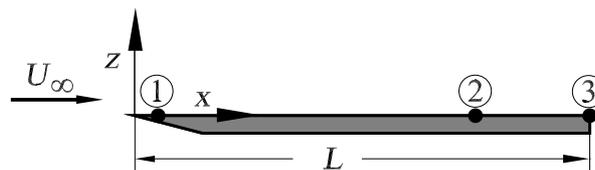


Abb. 9.1: Schichteneinteilung der Plattengrenzschicht

Luft (kinematische Zähigkeit ν , Dichte ρ) strömt mit der Geschwindigkeit U_∞ über eine dünne Platte der Länge L (siehe Abb. 9.1). Die Strömung ist eben, inkompressibel und reibungsbehaftet.

Auf der Platte bildet sich im vorderen Bereich eine laminare Grenzschicht und stromab, nach dem Überschreiten der kritischen Reynolds-Zahl $Re_{L_{\text{krit}}}$, eine turbulente Grenzschicht aus.

- Skizzieren Sie den Verlauf der Grenzschichtdicke δ auf der Plattenoberseite.
- Skizzieren Sie die Geschwindigkeitsprofile $u(z)$ auf der Oberseite der Platte an den Stellen x_1 und x_2 und begründen Sie Ihre Skizze.
- Skizzieren Sie das Geschwindigkeitsprofil und die Bereichseinteilung des Geschwindigkeitsprofils an der Stelle x_3 .
- Schätzen Sie die Dicke Δ der viskosen Unterschicht bei x_3 ab, wenn das Geschwindigkeitsprofil in der viskosen Unterschicht linear vom Wert Null auf den Wert $0,5 \cdot U_\infty$ ansteigt und für den lokalen Reibungsbeiwert auf der Platte bei turbulenter Strömung gilt:

$$c_f(x) = \frac{0,0577}{(Re_x)^{\frac{1}{5}}} .$$

- Aufgrund der geringen vertikalen Ausdehnung der Grenzschicht wird bei der numerischen Berechnung eine hohe Anzahl von Rechenzellen benötigt um diese aufzulösen. Deshalb wird die Grenzschicht häufig mit einem logarithmischen Wandgesetz modelliert. Das logarithmische Wandgesetz lautet:

$$\frac{\bar{u}(z)}{u_\tau} = 2,5 \cdot \ln(z^+) + 5,5 .$$

In welchem Bereich der Grenzschicht ist das logarithmische Gesetz gültig?

Gegeben: $U_\infty = 10 \text{ m/s}$, $\nu = 1,511 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, $L = 2 \text{ m}$, $x_1 = 0,05 \cdot L$, $x_2 = 0,75 \cdot L$, $x_3 = L$

Gesucht: a) Skizze $\delta(x)$, b) Skizze $u(x_1, z)$, Skizze $u(x_2, z)$, c) Skizze $u(x_3, z)$, Bereichseinteilung, d) $\Delta(x_3)$, e) Gültigkeitsbereich des logarithmischen Wandgesetzes

Aufgabe 9.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.2)



Abb. 9.2: Grenzschichtströmung

Luft (kinematische Zähigkeit ν , Dichte ρ) strömt mit der Geschwindigkeit U_∞ über eine dünne unendlich ausgedehnte Platte (siehe Abb. 9.2). Die Strömung ist eben, inkompressibel und reibungsbehaftet. Auf der Platte bildet sich im vorderen Bereich eine laminare Grenzschicht aus, die nach dem Erreichen der kritischen Reynolds-Zahl Re_{krit} in eine turbulente Grenzschicht übergeht.

Im Bereich der turbulenten Grenzschicht kann das Geschwindigkeitsprofil an einer Stelle x näherungsweise durch die Funktion

$$\bar{u}(z) = \frac{1}{2} \cdot U_\infty \cdot \frac{z}{\Delta} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{z}{\delta}\right)$$

beschrieben werden. Dabei ist δ die Grenzschichtdicke und Δ die Dicke der viskosen Unterschicht an der Stelle x .

Für den Mischungsweg l kann näherungsweise die Gleichung

$$l(z) = \frac{1}{2} \cdot z \cdot [1 - \exp(-k \cdot z)] \quad ,$$

mit der Konstanten $k > 0$ verwendet werden. Berechnen Sie die turbulente Zähigkeit $\mu_t(z)$ mit dem Prandtlschen Mischungswegansatz im Bereich $0 \leq z \leq \delta$ und skizzieren Sie qualitativ den Verlauf von $\mu_t(z)$.

Gegeben: U_∞ , k , ρ , Δ , δ

Gesucht: $\mu_t(z)$

Aufgabe 9.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.4)

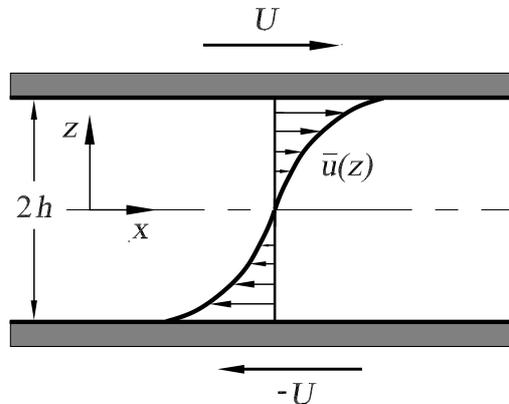


Abb. 9.3: Turbulente Couette-Strömung

Die turbulente Couette-Strömung konstanter Dichte ρ zwischen zwei mit der Geschwindigkeit U entgegengesetzt bewegter unendlich ausgedehnter Platten hat ein zeitlich gemittelt Geschwindigkeitsprofil $\bar{u}(z)$ (siehe Abb. 9.3). Die turbulenten Reynoldsschen scheinbaren Schubspannungen werden mit der Prandtlschen Mischungsweglänge berechnet:

$$l(z) = K \cdot (h^2 - z^2) \quad ,$$

mit der Konstanten K .

a) Man bestimme die Konstante K derart, dass die Bedingung

$$-\left. \frac{dl}{dz} \right|_{z=\pm h} = \pm k$$

erfüllt ist ($k = \text{konst.}$).

b) Man bestimme die Gleichung der turbulenten Schubspannung τ_t für die gegebene Verteilung der Prandtlschen Mischungsweglänge.

c) Für die turbulente Couette-Strömung gilt $\bar{p} = \text{konst.}$ Daraus resultiert, dass auch $\mu \cdot d\bar{u}/dz - \rho \cdot \overline{u' \cdot w'} = \text{konst.}$ ist. Außerhalb der viskosen Unterschicht kann die Reibungsschubspannung $\bar{\tau} = \mu \cdot d\bar{u}/dz$ gegenüber der turbulenten scheinbaren Schubspannung τ_t vernachlässigt werden. Man berechne das Geschwindigkeitsprofil $\bar{u}(z')$ bezüglich der oberen Wand ($z' = z + h$).

Gegeben: $h, k, \rho, l(z)$

Gesucht: a) K , b) $\tau_t(z), \bar{u}(z')$

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

10. Aufgabenblatt

Impulssatz und Drehimpulssatz

Aufgabe 10.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.9)

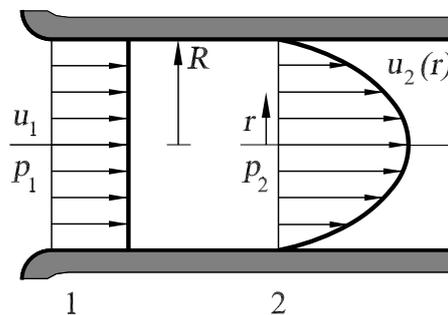


Abb. 10.1: Rohreinlaufströmung

Es ist mit Hilfe des Impulssatzes der Druckverlust $(p_1 - p_2)$ im Rohreinlauf eines Kreisrohres vom Radius R zu ermitteln. Im Einlaufquerschnitt 1 ist die Geschwindigkeit konstant über den Rohrquerschnitt. Im Querschnitt 2 herrscht die Geschwindigkeit der vollausbildeten laminaren Rohrströmung, die nach dem parabolischen Gesetz $u_2(r) = u_{2\max} \cdot [1 - (r/R)^2]$ verläuft.

Die Wandreibung wird bei der Rechnung vernachlässigt. Wie groß ist der Verlustkoeffizient der Einlaufströmung $\zeta_E = (p_1 - p_2)/((\rho/2) \cdot \bar{u}^2)$? (\bar{u} ist die über den Querschnitt gemittelte Geschwindigkeit).

Gegeben: ρ, R, u_1

Gesucht: $\zeta_E = 2 \cdot (p_1 - p_2)/(\rho \cdot \bar{u}^2)$

Aufgabe 10.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.12)

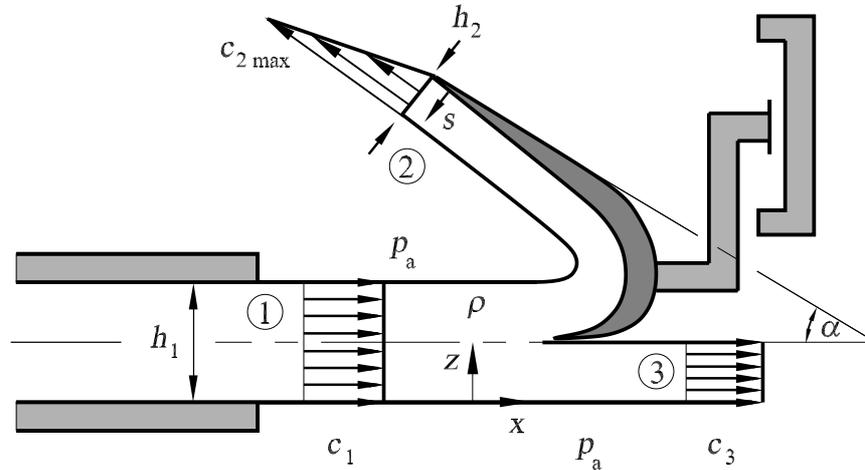


Abb. 10.2: Schubumkehr beim Triebwerk

Für Untersuchungen des Wirkprinzips einer Triebwerkschubumkehr zum Abbremsen von Flugzeugen wird der in Abbildung 10.2 skizzierte Versuchsstand aufgebaut. Ein Flüssigkeitsstrahl der konstanten Dichte ρ tritt mit der konstanten Geschwindigkeit c_1 aus einer rechteckigen Düse der Höhe h_1 und der Breite b senkrecht zur Zeichenebene in die freie Umgebung des Drucks p_a aus. Mittels einer in z -Richtung verschiebbar angeordneten Umlenkschaufel wird ein Teil des Strahles 1 umgelenkt und verlässt die Umlenkschaufel mit veränderter Richtung (Winkel α) und geändertem Rechteckquerschnitt (Höhe h_2 , Breite b). Das Geschwindigkeitsprofil an dieser Stelle 2 ist durch eine lineare Funktion mit den Werten $c_2 = 0$ an der Schaufelwand $s = 0$ und $c_{2,\max}$ an der Strahloberfläche $s = h_2$ modelliert. Der Teilstrahl 3 hat die variable Höhe z mit $0 \leq z \leq h_1$ und die Breite b senkrecht zur Zeichenebene. Die Geschwindigkeit c_3 ist konstant über dem Querschnitt an der Stelle 3. Die Strömung ist stationär und der Einfluss der Erdschwere ist vernachlässigbar.

- Bestimmen Sie die Teilstrahlgeschwindigkeit c_3 an der Stelle 3.
- Ermitteln Sie die Gleichung der Geschwindigkeitsverteilung $c_2(s)$ an der Stelle 2 als Funktion von s in Abhängigkeit des noch unbekanntes Parameters h_2 sowie des vorgegebenen Parameters $c_{2,\max}$.
- Bestimmen Sie die Höhe $h_2(z)$ des Strahlquerschnittes an der Stelle 2.
- Die Umlenkschaufel wird nun in einer gegebenen Position $z = h_3$ arretiert. Damit sind auch h_2 und $c_{2,\max}$ festgelegt. Bestimmen Sie in Abhängigkeit gegebener Größen die Horizontal- und Vertikalkomponente der Haltekraft \vec{F}_H nach Größe und Richtung, die an der Schaufel angreifen muss, damit sich diese im Gleichgewicht befindet.

Gegeben: $\rho, c_1, h_1, b, \alpha, c_{2,\max}$ für Teilaufgabe d) zusätzlich h_2, h_3

Gesucht: a) c_3 , b) $c_2(s)$, c) $h_2(z)$, d) \vec{F}_H

Aufgabe 10.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.15)

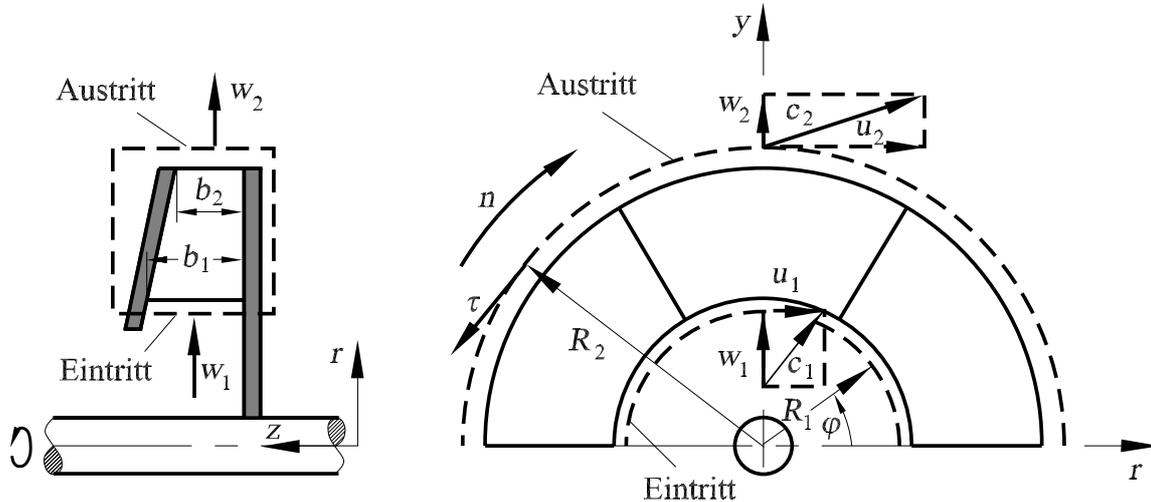


Abb. 10.3: Pumpenlaufrad

In Abbildung 10.3 ist ein radiales Pumpenlaufrad dargestellt. Bei dem geförderten Fluid handelt es sich um Wasser mit der konstanten Dichte $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Am Eintritt in das Laufrad kann die Absolutgeschwindigkeit c_1 in die Umfangsgeschwindigkeit u_1 und die Relativgeschwindigkeit w_1 zerlegt werden. Analog kann die Absolutgeschwindigkeit c_2 am Austritt in die Komponenten u_2 und w_2 zerlegt werden.

Das Laufrad dreht sich mit der konstanten Drehzahl $n = 3000 \text{ U/min}$. Der Eintritt liegt auf dem Radius $R_1 = 0,1 \text{ m}$, zusätzlich gilt: $R_1/R_2 = 0,5$, $b_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ und $b_1/b_2 = 1,5$. Die Relativgeschwindigkeit am Eintritt ist $w_1 = 2 \text{ m/s}$. Die Dicke der Schaufeln ist vernachlässigbar.

- Wie groß ist das von der Strömung auf die Welle übertragene Drehmoment?
- Wie groß ist das Moment, wenn am Austritt über den Umfang die Scherspannung

$$\tau(\varphi) = a \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{4}\right) \quad , \quad \varphi \in [0, 2 \cdot \pi]$$

angreift ($a = 2000 \text{ Pa}$, $\tau \neq f(b_2)$)? Die Scherspannung zeigt gegen die Drehrichtung.

Gegeben: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $w_1 = 2 \text{ m/s}$, $n = 3000 \text{ U/min}$, $R_1 = 0,1 \text{ m}$, $R_1/R_2 = 0,5$,
 $b_1 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$, $b_1/b_2 = 1,5$, $a = 2000 \text{ Pa}$

Gesucht: M_w

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

11. Aufgabenblatt

Rohrhydraulik und Nicht-Newtonsche Strömungen

Aufgabe 11.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.16)

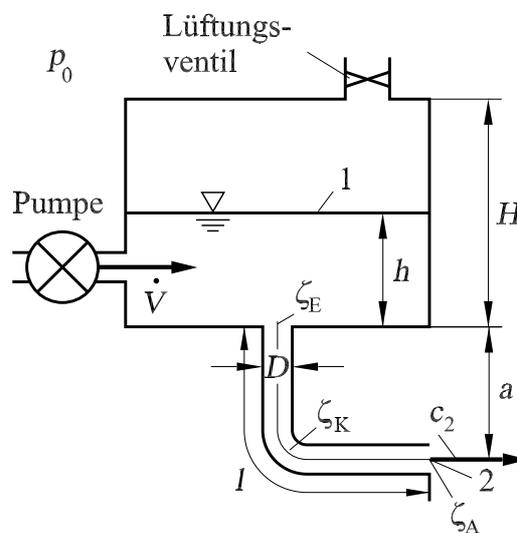


Abb. 11.1: Strömung aus einem Druckbehälter

In einem großen zylindrischen Behälter der Höhe H wird Wasser mit dem Volumenstrom \dot{V} gepumpt (siehe Abbildung 11.1). Von hier gelangt das Wasser (Dichte ρ , kinematische Viskosität ν) über ein gekrümmtes Ausflussrohr (Durchmesser D , Länge l , äquivalente mittlere Sandkornrauigkeit k_s , Abstand a vom Ausfluss bis zum Behälterboden) ins Freie. Dabei treten folgende Verluste auf: Eintrittsverluste (ζ_E), Austrittsverluste (ζ_A), Krümmerverluste (ζ_K) und Rohrreibungsverluste.

Hinweis: Der Wasserstand soll als konstant vorausgesetzt werden.

Das eingezeichnete Lüftungsventil ist zunächst geöffnet. Für diesen Fall soll folgendes ermittelt werden:

- Wie groß ist die Austrittsgeschwindigkeit c_2 des Wassers für den Volumenstrom \dot{V} ?
- Ist die Rohrwand hydraulisch glatt?
- Wie groß ist die Wasserspiegelhöhe h im Behälter?

Das Lüftungsventil schließt automatisch, wenn die Wasserspiegelhöhe überschritten werden sollte. Für einen solchen Fall, bei dem Wasser mit dem Volumenstrom $\dot{V}' = 2 \cdot \dot{V}$ in den Behälter gefördert wird und die neue Wasserspiegelhöhe sich nicht verändert, soll folgendes ermittelt werden:

- d) Wie groß ist jetzt die Rohrausflussgeschwindigkeit c'_2 ?
- e) Wie groß ist der Luftdruck p' im Behälter in Abhängigkeit von der Wasserspiegellhöhe h' unter der Annahme, dass das Gas isotherm verdichtet wird?
- f) Wie groß ist die Wasserspiegellhöhe h' für den vorliegenden Fall $\dot{V}' = 2 \cdot \dot{V}$ unter der Annahme, dass das Rohr hydraulisch glatt ist?
- g) Ist die unter f) getroffene Annahme "hydraulisch glatt" richtig?

Gegeben: $\dot{V} = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$, $D = 0,0276 \text{ m}$, $l = 2 \text{ m}$, $a = 1 \text{ m}$, $H = 6 \text{ m}$,
 $p_0 = 1 \text{ bar}$, $k_s = 10^{-6} \text{ m}$, $\zeta_E = 0,05$, $\zeta_A = 0,05$, $\zeta_K = 0,14$, $\nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$,
 $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ (p_0 ist der Atmosphärendruck)

Gesucht: a) c_2 , b) hydraulisch glatt?, c) h , d) c'_2 , e) $p' = f(h')$, f) h' , g) hydraulisch glatt für $\dot{V}' = 2 \cdot \dot{V}$?

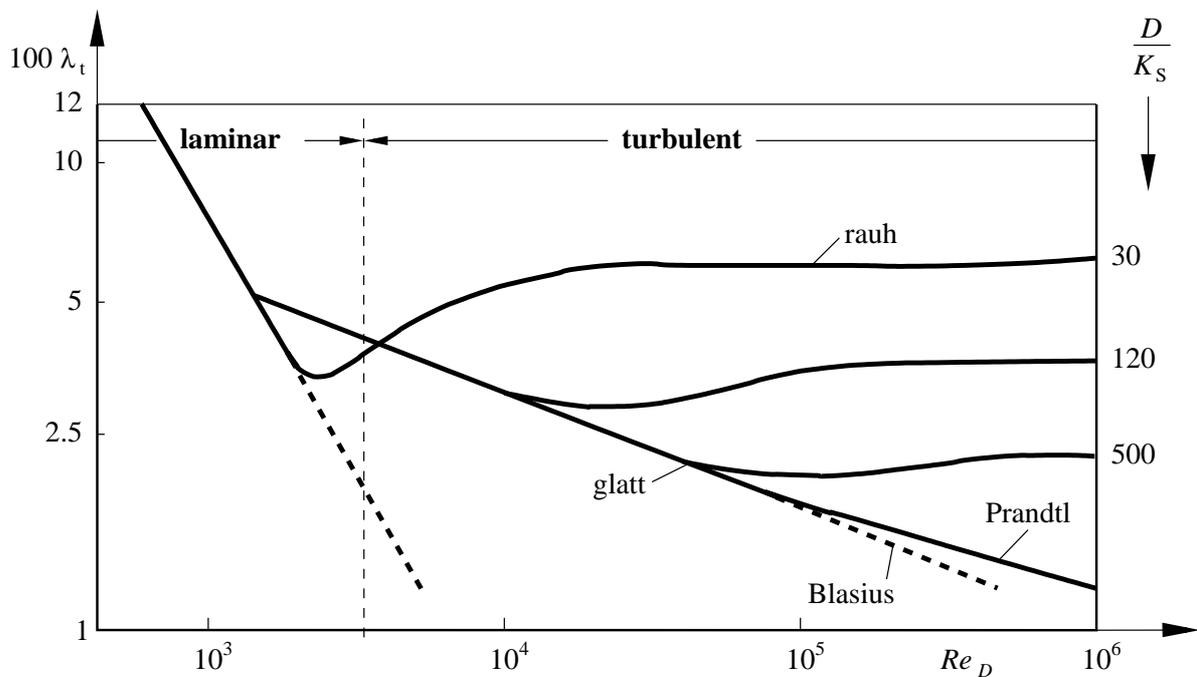


Abb. 11.2: Nikuradse-Diagramm

Aufgabe 11.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.19)

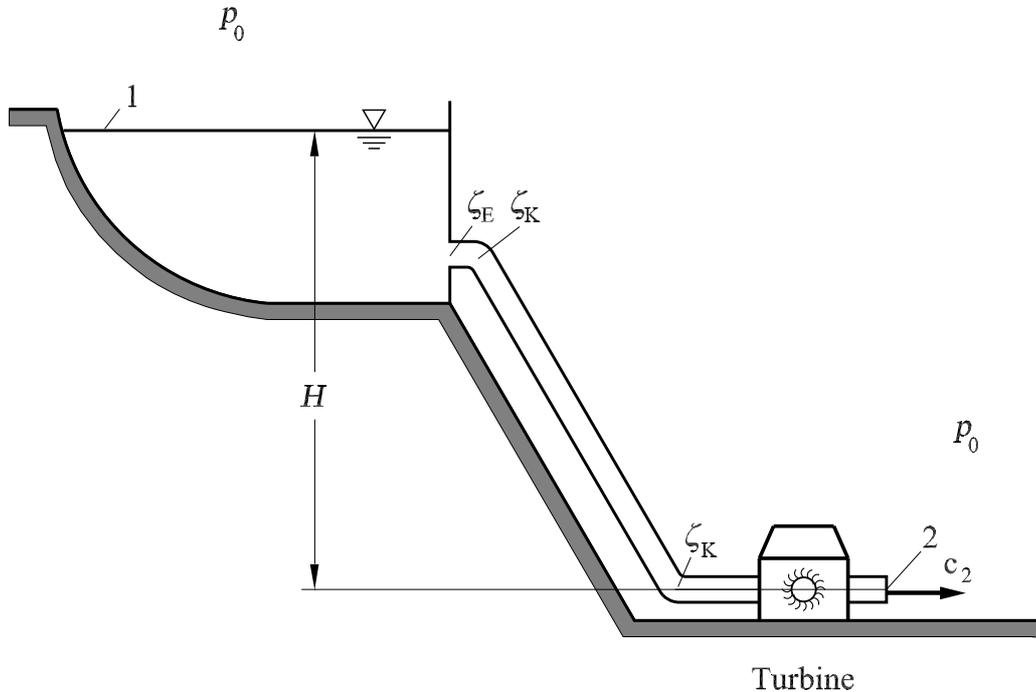


Abb. 11.3: Speicher-Wasserkraftwerk

In dem in Abbildung 11.3 skizzierten Speicher-Wasserkraftwerk wird Wasser der Dichte ρ und der kinematischen Viskosität ν aus einem sehr großen Speicherbehälter über eine Rohrleitung der Länge $l = 250 \text{ m}$ und der mittleren Sandkornrauigkeit k_s einer Turbine zugeführt, in der die kinetische Energie des Wasserstroms in elektrische Energie umgewandelt wird. Die Leistung L der Turbine soll $L = 10 \text{ MW} = 10^7 \text{ W}$ betragen.

Das Wasser strömt mit der Geschwindigkeit $c_2 = 5 \text{ m/s}$ ins Freie. Der Höhenunterschied H zwischen dem Wasserspiegel des Speicherbehälters und der Turbine beträgt $H = 200 \text{ m}$. In der Rohrleitung treten Einlauf- (ζ_E), Umlenk- (ζ_K) und Reibungsverluste (λ) auf.

- Welcher Rohrdurchmesser D ist unter diesen Bedingungen für das Fallrohr zu wählen?
- Es soll geprüft werden, ob der Zahlenwert λ richtig geschätzt wurde.

Gegeben: $l = 250 \text{ m}$, $H = 200 \text{ m}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $D/k_s = 200$,
 $\lambda = 0,03$, $\zeta_E = 0,25$, $\zeta_K = 0,15$, $L = 10 \text{ MW}$, $c_2 = 5 \text{ m/s}$

Gesucht: a) D , b) Schätzwert λ richtig?

Aufgabe 11.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.20)

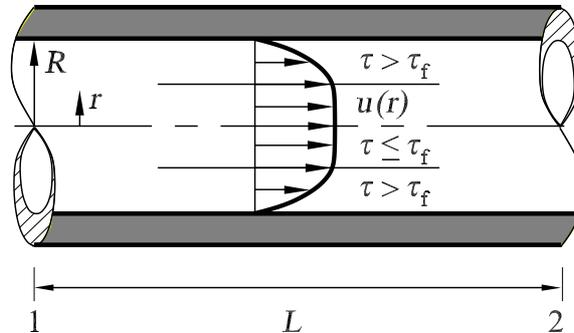


Abb. 11.4: Rohrströmung Nicht-Newtonscher Medien

Ein Rohr der Länge L wird von einem Nicht-Newtonschen Bingham-Medium durchströmt. Die Strömung ist inkompressibel, rotationssymmetrisch, laminar und in Strömungsrichtung ausgebildet. Die statischen Drücke p_1 und p_2 an den Stellen 1 und 2 sind konstant über den Querschnitt. Die Fließfunktion $du/dr = f(\tau)$ des Bingham-Mediums schreibt sich:

$$f(\tau) = 0 \quad \text{für} \quad 0 \leq \frac{\tau(r)}{\tau_f} \leq 1 \quad ,$$

$$f(\tau) = \frac{\tau_f}{\mu} \cdot \left(\frac{\tau(r)}{\tau_f} - 1 \right) \quad \text{für} \quad \frac{\tau(r)}{\tau_f} > 1 \quad ,$$

mit der konstanten Zähigkeit μ . Es gilt weiterhin $\tau(r = R) > \tau_f$. Das Fluid verhält sich unterhalb der Fließspannung τ_f wie ein fester elastischer Körper und oberhalb τ_f wie ein Newtonsches Medium. In der Randzone strömt das Newtonsche Medium mit einem parabolischen Geschwindigkeitsprofil. Die Kernzone verhält sich wie ein fester Körper.

- Man berechne den Volumenstrom \dot{V} in Abhängigkeit der allgemeinen Fließfunktion $f(\tau)$.
- Man setze für $f(\tau)$ die Fließfunktion des Bingham-Mediums ein und berechne den Volumenstrom \dot{V} .

Gegeben: $\mu, \tau_f, p_1, p_2, R, L$

Gesucht: \dot{V}

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

12. Aufgabenblatt

Umströmung und Strömungsablösung

Aufgabe 12.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.23)

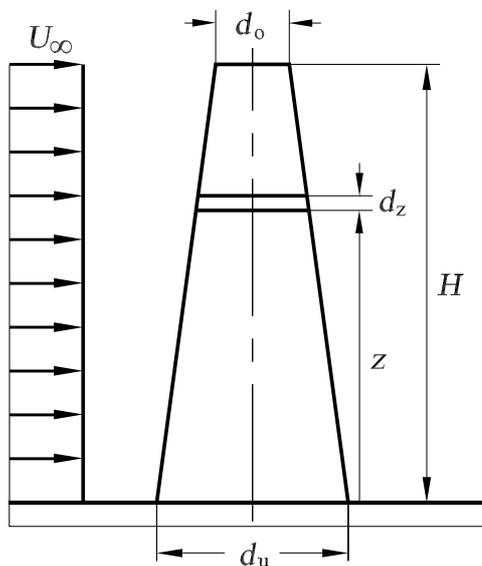


Abb. 12.1: Schornstein

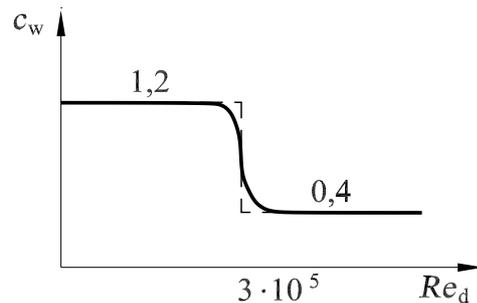


Abb. 12.2: c_w -Verlauf über Re_d

Ein Fabrikschornstein der Höhe $H = 100 \text{ m}$, dessen Durchmesser von unten ($d_u = 6 \text{ m}$) nach oben ($d_o = 0,5 \text{ m}$) linear abnimmt, wird mit einer längs der ganzen Höhe konstanten Anströmgeschwindigkeit $U_\infty = 1,6 \text{ m/s}$ (kinematische Zähigkeit der Luft $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, Dichte der Luft $\rho = 1,234 \text{ kg/m}^3$) angeströmt (siehe Abb. 12.1). Für den Widerstandsbeiwert c_w eines Segmentes der Höhe dz wird die Abhängigkeit $c_w = f(Re_d)$ des Kreiszyllinders zur Abschätzung der Windbelastung des Schornsteins zugrunde gelegt.

Unter der idealisierenden Annahme, dass der Widerstandsbeiwert für den unterkritischen Bereich ($Re_d < 3,5 \cdot 10^5$) den konstanten Zahlenwert $c_{w,u} = 1,2$ beträgt und nach sprunghaftem Übergang im überkritischen Bereich ($Re_d > 3,5 \cdot 10^5$) den konstanten Wert $c_{w,ü} = 0,4$ aufweist (siehe gestrichelter Verlauf in Abb. 12.2), soll die Windlast W auf den Schornstein ermittelt werden.

Gegeben: $d_u = 6 \text{ m}$, $d_o = 0,5 \text{ m}$, $H = 100 \text{ m}$, $U_\infty = 1,6 \text{ m/s}$, $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$,
 $\rho = 1,234 \text{ kg/m}^3$, $Re_{\text{krit}} = 3,5 \cdot 10^5$, $c_{w,u} = 1,2$, $c_{w,ü} = 0,4$

Gesucht: W



Aufgabe 12.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.25)

An einem angeströmten Draht setzt bei einer Reynolds-Zahl von $Re_{\text{krit}} = 40$ eine periodische Wirbelablösung ein. Beim Einsetzen der Wirbelstraße ist die Strouhal-Zahl $Str = 0,11$. Die Resonanzfrequenz des Drahtes beträgt 40 s^{-1} .

- Man berechne die Geschwindigkeit U_∞ , bei der die Frequenz der einsetzenden Wirbelablösung der Eigenfrequenz des Zylinders entspricht.
- Mit steigender Reynolds-Zahl steigt die Strouhal-Zahl auf den für einen weiten Bereich konstanten Wert $Str = 0,2$. Man dimensioniere den Drahtdurchmesser so, dass bis zu einer Strömungsgeschwindigkeit von 10 m/s keine Resonanz auftritt. (Die Strouhal-Zahl und die Resonanzfrequenz sind konstant). Der Drahtdurchmesser soll mindestens 10^{-2} m betragen.

Gegeben: $Re_{\text{krit}} = 40$, $Str = 0,2$, $f_R = 40 \text{ s}^{-1}$, $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ für b) $U_\infty \leq 10 \text{ m/s}$

Gesucht: a) U_∞ , b) D

Aufgabe 12.3 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 2.4.26)

Es wird ein Krümmer betrachtet, der über einen kleinen Radius eine vertikale Strömung in eine horizontale Strömung umlenkt. Im geraden vertikalen Rohrstück vor dem Krümmer wird eine stationäre ausgebildete Rohrströmung vorausgesetzt. Die Strömung wird durch einen Druckgradienten in Strömungsrichtung angetrieben. In den Rohrstücken stromauf und stromab des Krümmers wird ein konstanter Druck quer zur Strömung vorausgesetzt.

- Man skizziere qualitativ die Strömung in dem Krümmer mit den Ablösegebieten. Man erläutere die Ursachen für deren Entstehung.
- Welches zusätzliche Strömungsphänomen tritt bei der Krümmerströmung auf. Man skizziere qualitativ das Strömungsphänomen und erläutere dessen Ursache.
- Wie lautet das Ablösekriterium?

Gegeben: Krümmerströmung

Gesucht: a) Skizze Krümmerströmung, b) Skizze zusätzliches Strömungsphänomen, c) Ablösekriterium

Übungen zum Pflichtfach Strömungslehre für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

13. Aufgabenblatt

Kontinuitätsgleichung, Navier-Stokes-Gleichung und Energiegleichung dreidimensional

Aufgabe 13.1 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 3.2.2)

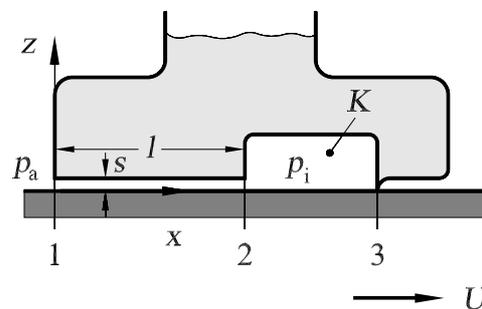


Abb. 13.1: Laminare Spaltströmung

Über einer horizontalen ebenen Wand, die sich mit der konstanten Geschwindigkeit U bewegt, ist ein ruhendes Maschinenteil so angeordnet (siehe Abb. 13.1), dass der linke Teil der Unterseite zusammen mit der bewegten Wand einen ebenen Spalt der Länge l , der Höhe s und der Breite b (senkrecht zur Zeichenebene) bildet. Im Spalt und in der sich anschließenden Kammer K befindet sich Öl (Newtonsches Medium mit konstanter dynamischer Zähigkeit μ), das im unteren Teil des Spalts infolge der bewegten Wand in die Kammer K geschleppt wird und im oberen Teil des Spalts aus der Kammer wieder ausströmt.

An der Dichtlippe (Stelle 3) kann kein Öl austreten. Der Druck am linken Ende des Spalts an der Stelle 1 ist p_a , am rechten Ende an der Stelle 2 herrscht der Kammerdruck p_i . Die Strömung ist über die gesamte Länge l ausgebildet und laminar.

- Wie sieht das Geschwindigkeitsprofil im Spalt qualitativ aus?
- Wie lautet die Differentialgleichung für die Geschwindigkeit $u(x, z)$ und wie lautet die Beziehung für den Druck p in Abhängigkeit von p_a und p_i ?
- Es sollen das Geschwindigkeitsprofil $u(z)$ und der Druck p_i berechnet werden.

Gegeben: U, s, l, p_a, μ

Gesucht: a) Skizze des Geschwindigkeitsprofils, b) Dgl. für u und Formel für p , c) $u(z), p_i$

Aufgabe 13.2 (Übungsbuch Strömungsmechanik Aufgabe 3.3.2)

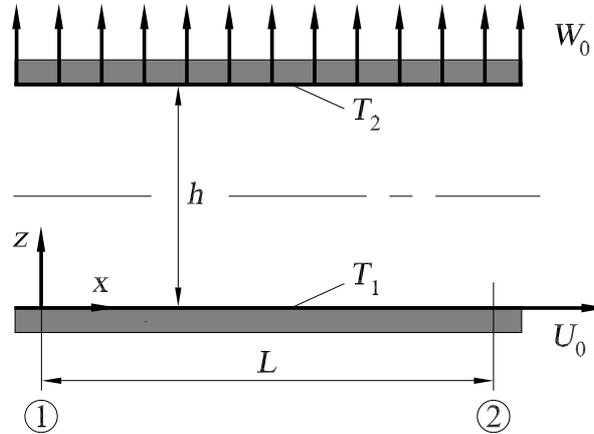


Abb. 13.2: Absaugung

Zwischen zwei horizontalen porösen Platten (Breite b senkrecht zur Zeichenebene) strömt im Spalt (konstante Spalthöhe h) ein Newtonsches Medium (konstante kinematische Zähigkeit ν , konstante Dichte ρ , konstante spezifische Wärmekapazität c_v) in ausgebildeter, stationärer und laminarer Strömung. Die untere Platte bewegt sich mit der Geschwindigkeit $U_0 > 0$ in positive x -Richtung, die obere Platte ist in Ruhe. Durch Druckabsenkung über der oberen porösen Platte wird Medium aus dem Spalt mit der konstanten Geschwindigkeit $W_0 > 0$ parallel zur z -Achse abgesaugt (siehe Abb. 13.2). Durch die poröse untere Platte kann Medium parallel zur z -Achse nachfließen. Der statische Druck im Spalt ändert sich in x -Richtung nicht. Die Querschnitte 1 und 2 im Spalt (siehe Abb. 13.2) haben den Abstand L voneinander. Die untere Wand wird auf der konstanten Temperatur T_1 gehalten, während die obere Wand die konstante Temperatur T_2 hat ($T_2 > T_1$). In Strömungsrichtung kann die Temperaturverteilung im Spalt ebenfalls als ausgebildet betrachtet werden. Es soll keine zusätzliche Energiezu- oder abfuhr durch Strahlung etc. stattfinden. Durch die Absaugung ändert sich die Wärmeleitfähigkeit λ nach der folgenden Funktion:

$$\lambda(z) = \lambda_0 + \rho \cdot W_0 \cdot c_v \cdot z \quad .$$

Wegen der porösen Wände ist die Haftbedingung an den Wänden nur für die Horizontalkomponente der Geschwindigkeit zu erfüllen. Die Schwerkraft kann vernachlässigt werden.

- Man vereinfache die dreidimensionale Kontinuitätsgleichung für inkompressible Strömungen unter den gegebenen Voraussetzungen und bestimme daraus die z -Komponente der Geschwindigkeit in Abhängigkeit gegebener Größen.
- Man vereinfache die dreidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen für inkompressible Strömungen unter den gegebenen Voraussetzungen und bestimme die Geschwindigkeitsverteilung $u(z)$ in Abhängigkeit gegebener Größen.
- Man berechne den Betrag der Kraft die durch Reibung von der Strömung auf die obere Platte zwischen den Querschnitten 1 und 2 ausgeübt wird.
- Welche Strömung ergibt sich für $W_0 \rightarrow 0$?



- e) Man vereinfache die dreidimensionale Energiegleichung für inkompressible Strömungen unter den gegebenen Voraussetzungen und bestimme unter Verwendung der Ergebnisse von Aufgabenteil a) die Temperaturverteilung $T(z)$ in Abhängigkeit gegebener Größen. Dabei kann die Dissipation gegenüber der Wärmeleitung durch den Temperaturgradienten vernachlässigt werden.

Gegeben: $W_0, U_0, \nu, \rho, T_1, T_2, h, L, b$

Gesucht: a) $w(x)$, b) $u(z)$, c) $|\vec{F}_R|$, d) $\lim_{W_0 \rightarrow 0} u(z)$, e) $T(z)$