Anne von Vietinghoff

Nichtlineare Regelung von Kraftfahrzeugen in querdynamisch kritischen Fahrsituationen



Anne von Vietinghoff

Nichtlineare Regelung von Kraftfahrzeugen in querdynamisch kritischen Fahrsituationen

Nichtlineare Regelung von Kraftfahrzeugen in querdynamisch kritischen Fahrsituationen

von Anne von Vietinghoff



universitätsverlag karlsruhe

Dissertation, Universität Karlsruhe (TH) Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, 2008

Impressum

Universitätsverlag Karlsruhe c/o Universitätsbibliothek Straße am Forum 2 D-76131 Karlsruhe www.uvka.de



Dieses Werk ist unter folgender Creative Commons-Lizenz lizenziert: http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/de/

Universitätsverlag Karlsruhe 2008 Print on Demand

ISBN: 978-3-86644-223-8

Nichtlineare Regelung von Kraftfahrzeugen in querdynamisch kritischen Fahrsituationen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von Dipl.-Ing. Anne von Vietinghoff geb. in Karlsruhe

Tag der mündlichen Prüfung:11.02.2008Hauptreferent:Prof. Dr.-Ing. Uwe KienckeKorreferent:Prof. Dr.-Ing. habil. Ansgar Trächtler

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Industrielle Informationstechnik der Universität Karlsruhe (TH).

Herrn Prof. Dr. Uwe Kiencke, Leiter des Instituts für Industrielle Informationstechnik, danke ich für die Initiierung und Betreuung der Arbeit sowie für die Übernahme des Hauptreferates.

Für die Übernahme des Korreferates, das große Interesse an der Arbeit und die wertvollen Anregungen danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Ansgar Trächtler, Leiter des Lehrstuhls für Regelungstechnik und Mechatronik an der Universität Paderborn.

Allen Mitarbeitern, die zur guten Atmosphäre am Institut beitragen haben, möchte ich an dieser Stelle danken. Dieser Dank gilt insbesondere meinen ehemaligen Zimmerkollegen. Konrad Christ, Marcus Hiemer, Mario Pauli, Peter von Vietinghoff und Lena Webersinke danke ich für die sorgfältige und kritische Durchsicht des Manuskriptes.

Ohne das Engagement meiner Diplomanden und Studienarbeiter wäre die vorliegende Arbeit sicher nicht in dieser Form entstanden. Daher gilt mein Dank allen Studenten, die zum Gelingen dieser Dissertation beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt den Menschen in meinem privaten Umfeld, die mir während meiner Promotion ein ständiger Rückhalt waren. Stellvertretend für alle sei hier mein kleiner Neffe Paul genannt. Ein Kinderlachen ist unbezahlbar.

Anne von Vietinghoff

Karlsruhe, im Februar 2008

Für meinen Vater

Inhaltsverzeichnis

N	omer	ıklatur	V		
1	Ein	leitung	1		
	1.1	Stand der Technik	4		
	1.2	Zielsetzung und Gliederung der Arbeit	7		
2	Fah	rzeugmodell	9		
	2.1	Nichtlineares Zweispurmodell	10		
	2.2	Ermittlung der Reifenkräfte	14		
		kräfte	16 22		
	2.3	Nichtlineares Zweispurmodell in Zustandsdarstellung	28		
		2.3.1 Messgleichungen	30		
	2.4	Lineares Einspurmodell	32		
3	Fahrmanöver 35				
	3.1	Manöver ohne Fahrereinfluss	35		
		3.1.1 Sinuslenken mit Verzögerung	35		
		3.1.2 J-Turn	36		
		3.1.3 Pseudo-Spurwechsel (optional mit Haltezeit)	36		
		3.1.4 Fishhook	37		
	3.2	Manöver mit Fahrereinfluss	37		
		3.2.1 Ausweichmanöver nach ISO 3888-2	38		
		3.2.2 Slalom 18 m und 36 m	38		
	3.3	Bewertungskriterien für querdynamisch kritische Fahrmanöver	39		
4	Sch	ätzung des Schwimmwinkels	43		
	4.1	Theorie des Extended Kalman Filters	45		
	4.2	Extended Kalman Filter für das nichtlineare Zweispurmodell .	48		

		4.2.1	Dimensionierung der Kovarianzmatrizen	49
	4.3	Validi	erung des Extended Kalman Filters	52
		4.3.1	Messdaten des Versuchsfahrzeuges Opel Vita	52
		4.3.2	Testdaten der Software Car Maker^ ${\ensuremath{\mathbb R}}$	55
5	Erk	ennun	g kritischer Situationen	63
	5.1	Refere	enzmethoden	64
		5.1.1	Kammscher Kreis	64
		5.1.2	Radquergeschwindigkeit	65
	5.2	Erken	nungsmethoden auf Basis des linearen Einspurmodells .	67
		5.2.1	Gierverstärkungsfaktor	67
		5.2.2	Querbeschleunigung	68
		5.2.3	Eigenlenkgradient	69
		5.2.4	Kurvenradius	72
		5.2.5	Charakteristische Geschwindigkeit	74
		5.2.6	Zusammenfassung der Erkennungsmethoden auf Basis	
			des linearen Einspurmodells	76
	5.3	Zusta	ndsebene	79
	5.4	Vergle	eich der Erkennungsmethoden	86
6	Nic	htlinea	are Regelung der Kraftfahrzeugquerdynamik	99
	6.1	Regel	ziele und Stellgrößen	100
		6.1.1	Gierrate	100
		6.1.2	Schwimmwinkel	101
		6.1.3	Systemmodell	101
		6.1.4	Stellgrößen	102
	6.2	Regel	ung linearer zeitinvarianter Systeme	106
		6.2.1	Zustandsrückführung mittels Riccati-Entwurf	107
		6.2.2	PI-Zustandsregler	108
	6.3	Gain	Scheduling Regler	110
		6.3.1	Linearisierung um die stationäre Kreisfahrt	110
		6.3.2	Linearisierung um die Geradeausfahrt	123
	6.4	Güter	naßanpassung nach Sieber	142
	6.5	Zweis	purmodell in eingangslinearer Form	147
		6.5.1	Linearisierung um die Geradeausfahrt	148
		6.5.2	Formale Eingangslinearisierung	157
				-
		6.5.3	Transformation auf eine linear-ähnliche Struktur	164
	6.6	6.5.3 Vergle	Transformation auf eine linear-ähnliche Struktur eich von Gain Scheduling und Gütemaßanpassung	164 172

7	Vali	dierung des Gesamtkonzeptes	175
	7.1	Integration des Extended Kalman Filters	175
	7.2	Regleraktivierung mittels Zustandsebene	177
	7.3	Umrechnung der Bremskraft auf ein Rad	180
	7.4	Reduzierter Haftbeiwert	184
8	Zusa	ammenfassung	191
\mathbf{A}	Anh	ang	195
	A.1	Versuchsfahrzeuge	195
		A.1.1 Versuchsfahrzeug Opel Vita	195
		A.1.2 Virtuelles Fahrzeug CarMaker [®]	195
	A.2	Modellvalidierung	197
	A.3	Regelung des Manövers Sinuslenken mit Verzögerung	213
Lit	erat	urverzeichnis	223

Nomenklatur

Physikalische Größen und Parameter

Indizes

Index		Bedeutung
$(\cdot)_a$		ausgangsseitig
$(\cdot)_{ij}$:	$i = \{v, h\}$	Vorder-/Hinterachse,
	$j = \{l, r\}$	linke/rechte Seite
$(\cdot)_D$		Differential
$(\cdot)_e$		eingangsseitig
$(\ \cdot\)_G$		Getriebe
$(\cdot)_K$		Kupplung
$(\cdot)_M$		Motor
$(\cdot)_R$		Rad
$(\cdot)_S$		Schwerpunkt

Lateinische Symbole

Symbol	Einheit	Bedeutung
A_L	m^2	Querspantfläche
a_x	m/s^2	Längsbeschleunigung
a_y	m/s^2	Querbeschleunigung
b_v, b_h	m	Spurweite Vorder-/Hinterachse
c_{ij}	N/rad	Schräglaufsteifigkeiten
c_w	1	Luftwiderstandsbeiwert
c_w^*	$\rm kg/m$	resultierender Luftwiderstandsbeiwert
$d_{r,0}$	$N \cdot m$	Reibungskoeffizient im Antriebsstrang (konst. Anteil)
$d_{r,1}$	$N\cdot m\cdot s$	Reibungskoeffizient im Antriebsstrang (viskoser Anteil)
F_{aij}	Ν	Antriebskraft im radfesten Koordinatensystem
F_{bij}	Ν	Bremskraft im radfesten Koordinatensystem
F_{lij}	Ν	Radlängskraft im radfesten Koordinatensystem
F_{sij}	Ν	Radseitenkraft im radfesten Koordinatensystem
F_{wx}	Ν	Luftwiderstand
F_{xij}	Ν	Radlängskraft im fahrzeugfesten Koordinatensystem
F_{yij}	Ν	Radseitenkraft im fahrzeugfesten Koordinatensystem

F_{zij}	Ν	Radlast
g	m/s^2	Erdbeschleunigung
h_S	m	Abstand Fahrzeugschwerpunkt zu Fahrbahnoberfläche
i_D	1	Übersetzungsverhältnis des Differentials
i_G	1	Getriebeübersetzung
i_L	1	Lenkübersetzung
$J_{(\cdot)}$	$\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$	Trägheitsmoment
J_z	$\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$	Trägheitsmoment des Fahrzeuges um seine Hochachse
k_v, k_h	$N \cdot m/Pa$	Verhältnis Bremsmoment zu Bremsdruck vorne/hinten
l	m	Radstand
l_{DP}	m	Abstand Schwerpunkt zu Druckmittelpunkt
l_v, l_h	m	Abstand Schwerpunkt zu Vorder-/Hinterachse
$M(\cdot)$	$N \cdot m$	Moment
M_a	$N \cdot m$	Antriebsmoment an den Rädern
m	kg	Fahrzeugmasse
P	Pa	Bremsdruck
$r_{\rm dyn}$	m	dynamischer Halbmesser
S_B, S_T, S_s	1	Brems-, Treib-, seitlicher Schlupf
T_A	S	Abtastzeit
v	m/s	Fahrzeuggeschwindigkeit im Schwerpunkt
v_{ch}	m/s	charakteristische Geschwindigkeit
v_{ij}	m/s	translatorische Geschwindigkeit der Räder
v_{lij}, v_{sij}	m/s	translatorische Geschwindigkeit der Räder parallel und orthogonal zur Radlängsachse
v_x, v_y	m/s	Fahrzeuggeschwindigkeit im Schwerpunkt parallel und orthogonal zur Fahrzeuglängsachse
v_{xij}, v_{yij}	m/s	translatorische Geschwindigkeit der Räder parallel und orthogonal zur Fahrzeuglängsachse

Griechische Symbole

Symbol	Einheit	Bedeutung
α_g	rad	Gaspedalstellung
α_{ij}	rad	Schräglaufwinkel der Räder
α_K	rad	Kupplungspedalstellung
β	rad	Schwimmwinkel
δ_A	rad	Ackermannwinkel
δ_v, δ_h	rad	Radeinschlagwinkel Vorder-/Hinterräder
δ_L	rad	Lenkradwinkel
$\mu_{h,ij}$	1	Haftbeiwert
ρ	m	Krümmungsradius der Bahnkurve
$ ho_0$	$ m kg/m^3$	Luftdichte
$\omega_{(\cdot)}$	1/s	Drehzahl
ω_{ij}	1/s	Raddrehzahlen
$\dot{\psi}$	rad/s	Gierrate

System- und Regelungstheorie

Notation

Symbol	Bedeutung
$\underline{M} = (m_{ij})_{(a,b)}$	Matrix der Dimension (a, b) mit den Elementen m_{ij}
\underline{M}^+	Pseudoinverse der Matrix \underline{M}
$\underline{I}, \underline{I}_n$	Einheitsmatrix, Einheitsmatrix der Dimension $\left(n,n\right)$

Indizes

Symbol	Bedeutung
$(\cdot)^{-}$	Prädiktionsschritt des (Extended) Kalman Filters
$(\ \cdot\)_d$	zeitdiskretes System
$(\cdot)_k$	zeitdiskreter Wert zum Zeitpunkt $t = k \cdot T_A$ (T_A : Abtastzeit)
$(\cdot)_{\text{lin}}$	lineares System
$(\cdot)_r$	geregeltes System
$(\cdot)_{st}$	stationärer Zustand

Lateinische Symbole

Symbol	Bedeutung
<u>A</u>	Dynamikmatrix
<u>B</u>	Eingangsmatrix
<u>C</u>	Ausgangsmatrix
$f(\underline{x}, \underline{u})$	nichtlineare Zustandsfunktion
$\overline{\underline{h}}(\underline{x},\underline{u})$	nichtlineare Ausgangsfunktion
<u>K</u>	Filterverstärkung des (Extended) Kalman Filters
$\underline{P}_{x,k}$	Kovarianzmatrix des Schätzfehlers
$\underline{P}_{\theta,k}, \underline{P}_{\xi,k}$	Kovarianzmatrix des Mess- und Systemrauschens
Q_{S}	Steuerbarkeitsmatrix
$\underline{R}^{\mathcal{S}}$	Reglerverstärkung
$\underline{R}_x, \underline{R}_i, \underline{R}_p$	Reglerverstärkungen des PI-Zustandsreglers
$\underline{S}_x, \underline{S}_u$	Gewichtungsmatrizen für Regelungsentwurf nach Riccati
<u>u</u>	Eingangsvektor
$\underline{V}(\underline{x})$	Ljapunow-Funktion
<u>w</u>	Führungsvektor
<u>x</u>	Zustandsvektor
$\hat{\underline{x}}$	Schätzwert des Zustandsvektors
$\underline{\tilde{x}}$	Schätzfehler \underline{x} - $\underline{\hat{x}}$
<u>y</u>	Ausgangsvektor

Griechische Symbole

Symbol	Bedeutung
$\underline{\theta}$	Messrauschen
Θ	Eingangsmatrix des Messrauschens
<u>ξ</u>	Systemrauschen
Ξ	Eingangsmatrix des Systemrauschens
λ	Eigenwert
σ, σ^2	Standardabweichung, Varianz

Abkürzungen

ABS	Antiblockiersystem
ASR	Antriebsschlupfregelung
EKF	Extended Kalman Filter
ESP	Elektronisches Stabilitäts-Programm
GPS	Global Positioning System
ISO	Internationale Organisation für Normung
NHTSA	National Highway Traffic Safety Administration

1 Einleitung

Moderne Kraftfahrzeuge sind heute mit einer Vielzahl von Systemen zur Fahrerunterstützung ausgestattet. Dabei rückt insbesondere die Erhöhung der aktiven Sicherheit immer mehr in den Vordergrund. Während passive Sicherheitssysteme wie Anschnallgurt und Airbag die Folgen eines Verkehrsunfalls mindern sollen, ist das Ziel aktiver Sicherheitssysteme die Vermeidung eines Unfalls. Dazu greifen diese Systeme gezielt in die Dynamik des Fahrzeuges ein.

Das wohl bekannteste aktive Sicherheitssystem ist das Elektronische Stabilitäts-Programm (kurz ESP, auch DSC für Dynamic Stability Control oder ESC für Electronic Stability Control). Das ESP hat die Aufgabe, ein seitliches Ausbrechen des Fahrzeuges zu verhindern. Zahlreiche Analysen internationaler Unfallstatistiken zeigen, dass mindestens 25 % aller Unfälle ein Schleudervorgang vorausgeht, z.B. [7, 28, 43, 45, 46, 68]. Bei Unfällen mit Todesfolge erhöht sich die Zahl sogar auf 34 % bis 43 %. Unfälle, bei denen das Fahrzeug seitlich ausbricht und ins Schleudern kommt, sind fast immer besonders schwer wiegend. Wenn die empfindliche Flanke des Fahrzeuges gegen ein Hindernis prallt, kann dort die Energie wegen der fehlenden Knautschzone nicht absorbiert werden.



(a) Radindividuelles Bremsen

(b) Vorderachslenkung

(c) Hinterachslenkung

Abbildung 1.1: Eingriffsmöglichkeiten in die Fahrzeugquerdynamik Das ESP erzeugt ein stabilisierendes Moment um die Fahrzeughochachse, indem es einzelne Räder gezielt abbremst. Neben radindividuellen Bremseingriffen kann ein stabilisierendes Moment um die Hochachse auch durch aktive Lenkung der Vorder- oder Hinterräder erzeugt werden (siehe Abbildung 1.1). Das ESP ging 1995 in Serie. Mittlerweile gehört es in Europa und Japan zur Standardausstattung in Fahrzeugen der Oberklasse und setzt sich nach und nach in der Mittel- und Kompaktklasse durch. Auch in den USA findet ESP immer mehr Beachtung. Die nationale Sicherheitsbehörde für Straßenverkehr (NHTSA) geht davon aus, dass durch den Einsatz von ESP alleine in den USA jedes Jahr mehr als 10 000 Menschenleben gerettet werden könnten. Aus diesem Grund gab die NHTSA 2004 die Empfehlung heraus, die Automobilhersteller dazu zu verpflichten, bis 2012 alle Fahrzeuge mit ESP auszustatten [1].

Im Gegensatz zum ESP konnten sich die Aktivlenkungen in der Serie bisher nicht durchsetzen. Dabei ging die aktive Hinterachslenkung bereits Mitte der 80er Jahre in Japan [27] und 1992 auch in Deutschland [75] in Serie. Die Vorderachslenkung blieb lange Zeit lediglich Gegenstand der Forschung. Erst 2003 wurde sie bei BMW in der 5er Reihe eingeführt [41]. Das Hauptaugenmerk liegt hier aber in der Erhöhung des Fahrkomforts.

Charakteristische Größen der Kraftfahrzeug-Querdynamik

Ein Fahrsicherheitssystem soll immer dann eingreifen, wenn die Querdynamik eines Fahrzeuges kritisch wird. Dabei werden zwei kritische Fälle unterschieden: Untersteuern und Übersteuern (siehe Abbildung 1.2).



Abbildung 1.2: Untersteuern und Übersteuern

Fällt die Drehung um die Hochachse geringer aus, als vom Fahrer gewünscht,

spricht man von Untersteuern [21, 73]. Der Fahrer muss in diesem Fall stärker einlenken, um auf der gewünschten Bahn zu bleiben. Ursache untersteuernder Fahrsituationen ist der Verlust von Haftung an den Vorderrädern. Das Fahrzeug schiebt über die Vorderräder aus der Kurve hinaus. Geht dagegen die Haftung an den Hinterrädern verloren, dreht sich das Heck aus der Kurve heraus, das Fahrzeug übersteuert. Die Drehung um die Hochachse ist dann stärker als gewünscht und der Fahrer müsste den Lenkradwinkel verringern oder gar gegen die gewünschte Richtung lenken. Gerade dieses übersteuernde Verhalten ist für Normalfahrer besonders schwer zu kontrollieren.

Die Grundidee aktiver Sicherheitssysteme ist daher, den gewünschten Kurs des Fahrers mit dem tatsächlichen Kurs zu vergleichen und auf diese Abweichung entsprechend zu reagieren.

Gierrate Eine messtechnisch leicht zugängliche Größe zur Charakterisierung des Kurses ist die Gierrate, welche die Drehung um die Fahrzeughochachse beschreibt. Ist die gemessene Gierrate deutlich größer als die gewünschte Gierrate, liegt eine übersteuernde Fahrsituation vor und es muss ein Gegenmoment aufgebracht werden, um das Fahrzeug wieder aus der Kurve herauszudrehen. Beim radindividuellen Bremsen wird dazu das kurvenäußere Vorderrad abgebremst. Die zusätzliche Vorderachslenkung muss den Lenkradwinkel an den Vorderrädern verringern, während die Hinterachslenkung die Hinterräder nach kurveninnen lenken muss. Letzteres setzt allerdings voraus, dass die Hinterräder noch genügend Haftreibung aufweisen, dass sie also noch lenkbar sind. Umgekehrt muss bei Untersteuern das kurveninnere Vorderrad abgebremst werden. Der Vorderradeinschlagwinkel muss erhöht werden, sofern die Vorderräder noch lenkbar sind. Die Hinterräder müssen nach kurvenaußen gelenkt werden.

Die Gierrate bietet damit grundsätzlich eine einfache Beurteilungsmöglichkeit der Fahrsituation. Als alleinige Beurteilungsgröße reicht sie jedoch nicht aus. Neben der Bewegung eines Fahrzeuges ist nämlich auch seine Orientierung von entscheidender Bedeutung.

Schwimmwinkel In Abbildung 1.2 wird deutlich, dass sowohl im unterwie auch im übersteuernden Fall die Bewegungsrichtung des Fahrzeuges von der Fahrzeuglängsachse abweicht. Diese Abweichung wird als Schwimmwinkel bezeichnet und ist eine zentrale Größe der Querdynamik eines Kraftfahrzeuges. Wird der Schwimmwinkel sehr groß oder wächst er stark an, wird die Fahrsituation kritisch. Verantwortlich für den Aufbau des Schwimmwinkels sind vor allem die Seitenkräfte, die bei einer Kurvenfahrt auf das Fahrzeug wirken. Werden diese Seitenkräfte zu hoch, kann das Fahrzeug der Lenkvorgabe des Fahrers nicht mehr vollständig folgen und ein Schwimmwinkel baut sich auf. Wächst der Schwimmwinkel zu weit an, verliert der Fahrer die Kontrolle und das Fahrzeug bricht aus. Der Schwimmwinkel kann damit als Maß für die Beherrschbarkeit von Fahrzeugen herangezogen werden [21]. Große Absolutbeträge oder eine Tendenzänderung des Schwimmwinkels werden vom Fahrer als besonders ungünstig empfunden [48].

Im Gegensatz zur Gierrate ist die Ermittlung des Schwimmwinkels deutlich schwieriger. Eine Möglichkeit ist die Messung durch einen optischen Sensor. Seine Anbringung und Justierung sind aufwändig und der Sensor ist äußerst kostenintensiv, so dass an den Einsatz in einem Serienfahrzeug nicht zu denken ist. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Verwendung von GPS (z.B. [20, 60]). Da eine permanente Verfügbarkeit von GPS jedoch nicht gewährleistet werden kann, ist dieser Ansatz für sicherheitskritische Anwendungen wie aktive Sicherheitssysteme fragwürdig. Damit bleibt als dritte Möglichkeit die modellbasierte Ermittlung, die auch in dieser Arbeit eingesetzt wird.

1.1 Stand der Technik

Aktive Sicherheitssysteme wurden lange Zeit getrennt voneinander untersucht und entwickelt. Erst seit einigen Jahren gibt es verstärkte Bestrebungen, die Einzelsysteme zu einem Gesamtkonzept zusammenzufügen.

Radindividueller Bremseingriff

Das Elektronische Stabilitäts-Programm (ESP) ist die konsequente Weiterentwicklung der Bremsschlupfregelung ABS (Antiblockiersystem) und der Antriebsschlupfregelung ASR. Während ABS im Bremsfall durch Anpassung des Bremsdruckes ein Blockieren der Räder verhindert, reguliert ASR im Antriebsfall das Antriebsmoment am Reifen und gewährleistet so, dass der Reifen nicht durchdreht [11]. Die beiden Schlupfregelungssysteme greifen also in die Längsdynamik ein, um die Lenkbarkeit im Brems- und Antriebsfall aufrecht zu erhalten. Das ESP dagegen beeinflusst die Querdynamik durch gezieltes Abbremsen einzelner Räder. Das ESP ermittelt den dazu erforderlichen Reifenschlupf und reicht diese Vorgabe an ABS und ASR weiter. Dieser modulare Aufbau war unter anderem ausschlaggebend für die erfolgreiche Etablierung von ESP in der Serie. Es konnte auf die vorhandene Aktorik und teilweise auch Sensorik zurückgegriffen werden. Neu hinzu kamen je ein Sensor für den Lenkradwinkel, die Gierrate und die Querbeschleunigung. Eine gute Einführung in das Grundprinzip von ESP findet sich in [82], die konkrete Realisierung im Fahrzeug wird in [50] behandelt. Für eine ausführlichere Darstellung sei auf [21] oder [83] verwiesen.

Aktive Lenkung der Vorderachse

Die Aktivlenkung der Vorderachse ist nach wie vor hauptsächlich Gegenstand der Forschung. Die meisten Ansätze zielen auf die Erhöhung der Fahrstabilität, z.B. [36, 53] und [65]. Daneben gibt es auch Ansätze zur Kompensation von Störeinflüssen ([5, 61]).

In Serie eingeführt wurde die aktive Vorderachslenkung bei BMW erstmals 2003 in der 5er Reihe [41], 2005 dann auch in der 3er Reihe [62]. In erster Linie dient sie der Erhöhung des Fahrkomforts. Die variable Lenkübersetzung ist bei niedrigen Geschwindigkeiten sehr direkt ausgelegt, um das Parkieren und Wenden zu erleichtern. Bei hohen Geschwindigkeiten wird die Lenkung dann indirekter, um beispielsweise die Laufruhe bei Autobahnfahrten zu erhöhen. Darüber hinaus greift die Aktivlenkung in übersteuernden Fahrsituationen auch stabilisierend ein.

Aktive Lenkung der Hinterachse

Die aktive Hinterachslenkung ist schon sehr lange Gegenstand der Forschung und wurde bereits zehn Jahre vor ESP in Serie verbaut, zuerst in Japan später auch in Europa. Das Ziel der Hinterachslenkung ist neben einer Verbesserung des Gierverhaltens insbesondere die Reduktion des Schwimmwinkels. Die frühen Konzepte waren sehr einfach, zuerst wurden sie als reine Steuerungen ausgelegt, später wurde der Regelkreis teilweise auch geschlossen. Eine gute Ubersicht über die frühen in Serie umgesetzten Konzepte findet sich in [27]. Das System von Honda bestimmt beispielsweise den Hinterradeinschlagwinkel in Abhängigkeit des Vorderradeinschlagwinkels. Für kleine Winkel wird gleichsinnig gelenkt, für größere Winkel gegensinnig. Ein ähnliches Konzept verfolgt Mazda, hier wird für kleine Geschwindigkeiten gegensinnig eingelenkt und für größere gleichsinnig. Die Idee hinter beiden Konzepten liegt darin, beim Parkieren (großer Lenkradwinkel, kleine Geschwindigkeit) den Wendekreis zu verkleinern und damit die Manövrierfähigkeit zu erhöhen. Dagegen soll bei großen Geschwindigkeiten der Schwimmwinkel reduziert und die Dynamik verbessert werden. BMW realisiert eine ähnliche Strategie wie Mazda [75]. Allerdings wird die Hinterachslenkung erst ab 40 km/h aktiviert. Es wird ausschließlich gleichsinnig zur Vorderachse gelenkt und zwar um so stärker, je größer die Geschwindigkeit ist. Mitsubishi und Nissan schließen mit ihren Konzepten den Regelkreis über das Reifenrückstellmoment der Vorderräder.

Integrierte Systeme

Gegenüber radindividuellen Bremseingriffen haben aktive Lenksysteme den Vorteil, dass der Aufbau des Radeinschlagwinkels deutlich schneller erfolgen kann als der Druckaufbau der Bremsen. Insbesondere in hochdynamischen Fahrsituationen ist ein schneller Stabilisierungseingriff von großer Bedeutung. Darüber hinaus kann die Lenkung deutlich früher eingesetzt werden, weil sie vom Fahrer weniger wahrgenommen wird als ein Bremseingriff, der zudem noch die Geschwindigkeit verringert. Auf der anderen Seite hat der radindividuelle Bremseingriff den entscheidenden Vorteil, dass er auch an der Kraftschlussgrenze noch erfolgreich eingesetzt werden kann.

Es liegt damit auf der Hand, dass eine sinnvolle Kombination der einzelnen Systeme eine weitere Verbesserung der Fahrdynamik ermöglichen kann. So ist die Integration aktiver Sicherheitssysteme zu einem Gesamtkonzept derzeit von großem Interesse sowohl in der Forschung als auch in der Industrie. Meist handelt es sich dabei allerdings nicht um eine echte Integration, sondern lediglich um eine Kombination zuvor separat entwickelter Systeme. [34] realisiert die Kombination eines ESP-Systems und einer aktiven Vorderachslenkung über einen regelbasierten Ansatz, in [12] wird die Vorderachslenkung permanent aktiviert und nur bei Erreichen eines maximalen Lenkradwinkels das ESP-System hinzugeschaltet.

Daneben gibt es auch Ansätze, welche die einzelnen Regelungssysteme simultan herleiten. In [42] werden auf Basis eines linearen Fahrzeugmodells ein Entkopplungsregler und ein H_{∞} -Regler ermittelt, die radindividuelles Bremsen und aktive Vorderachslenkung gemeinsam realisieren. Der Entkopplungsregler scheitert jedoch aufgrund seiner Empfindlichkeit gegenüber Modellierungsungenauigkeiten und auch der H_{∞} -Regler zeigt nicht die erhofften Ergebnisse, wenn die Fahrmanöver kritisch werden und das Fahrzeugmodell keine ausreichende Beschreibung der Fahrzeugdynamik mehr ermöglicht.

In [69, 70, 72] wird dagegen eine integrierte Fahrdynamikregelung vorgeschlagen, die den radindividuellen Bremseingriff des ESP, eine aktive Überlagerungslenkung und eine Wankstabilisierung miteinander vereint. Kernstück dieses Ansatzes ist ein zentraler Querdynamikregler für die Gierrate. Ausgangsgröße des Reglers ist ein Sollgiermoment, das in Abhängigkeit von der aktuelle Fahrsituation je nach Bedarf auf die drei Stelleingriffe aufgeteilt wird. Jeder Aktor rechnet dabei den ihm zugedachten Anteil des Giermomentes in die aktorspezifische Sollgröße um.

Bei Orend [54] wird das nichtlineare Fahrzeugverhalten so formuliert, dass in einem ersten Schritt durch exakte Zustandslinearisierung die Radkräfte ermittelt werden können, welche die gewünschte Fahrzeugbewegung ermöglichen. Daraus lassen sich dann der erforderliche Schlupf und Radeinschlagwinkel für jedes Rad berechnen. Da die Zuordnung der Fahrzeugbewegung auf die Reifenkräfte nicht eindeutig ist, stehen zusätzliche Freiheitsgrade zu Verfügung. In einem zweiten Schritt werden daher die Reifenkräfte dahingehend optimiert, dass an jedem Reifen eine möglichst große Kraftschlussreserve bleibt. Das Verfahren setzt allerdings voraus, dass alle Räder einzeln gebremst, beschleunigt und gelenkt werden können und alle Bewegungsgrößen messbar sind.

1.2 Zielsetzung und Gliederung der Arbeit

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines aktiven Sicherheitssystems, welches das radindividuelle Bremsen, die aktive Vorder- und die aktive Hinterachslenkung gleichermaßen berücksichtigt. Das Regelungskonzept soll sowohl die Gierrate auf den vom Fahrer gewünschten Wert regeln als auch den Schwimmwinkel reduzieren.

Bisherige Ansätze gehen entweder von sehr einfachen Modellen aus und verwenden zuweilen sehr pragmatische Steuerungs- oder Regelungskonzepte. Oder es werden komplexere Modelle und Regelungsansätze gewählt, dann wird aber meist von idealisierten Voraussetzungen ausgegangen. Beispielsweise werden häufig alle benötigten Größen als bekannt angenommen.

In dieser Arbeit wird der Nichtlinearität der Fahrzeugdynamik bei der Modellierung berücksichtigt, gleichzeitig wird das Modell aber so einfach wie möglich gehalten. In Kapitel 2 wird ein Modell im Zustandsraum vorgestellt, das die ebene Bewegung des Fahrzeuges beschreibt. Das Modell benötigt die an den Reifen angreifenden Kräfte. Die Längskräfte werden maßgeblich durch den Antrieb und die Bremsen bestimmt und daher über ein einfaches Antriebsstrangmodell ermittelt, das in Kapitel 2.2.1 vorgestellt wird. Eine physikalische Modellierung der Seitenkräfte ist dagegen äußert aufwändig. Daher wird der charakteristische Verlauf der Seitenkräfte über dem Schräglaufwinkel in Kapitel 2.2.2 mit Hilfe der Magic Tyre Formula approximiert.

Kapitel 3 stellt sechs Testmanöver vor, mit denen die Fahrzeugquerdynamik gezielt angeregt werden kann. Diese Manöver werden für die Validierung der nachfolgenden Schwimmwinkelschätzung und Regelungskonzepte eingesetzt. Aufbauend auf dem nichtlinearen Fahrzeugmodell wird der Schwimmwinkel in Kapitel 4 über ein Extended Kalman Filter ermittelt.

In Kapitel 5 werden verschiedene Ansätze zur Erkennung kritischer Fahrsituationen untersucht. Ziel ist es, die Regler nur dann zu aktivieren, wenn eine kritische Situation vorliegt. So kann vermieden werden, dass der Fahrkomfort durch unnötige Reglereingriffe beeinträchtigt wird. Der Regelungsentwurf erfolgt in Kapitel 6 auf Basis des nichtlinearen Fahrzeugmodells. In einem ersten Schritt wird ein Gain Scheduling Konzept entworfen. Sein Vorteil liegt in der einfachen Regelungsstruktur. Von Nachteil ist allerdings, dass eine Linearisierung vorgenommen wird, die zu Ungenauigkeiten führen kann, wenn sich das System vom Linearisierungspunkt entfernt. In einem zweiten Schritt wird daher ein nichtlinearer Ansatz verfolgt. Dazu wird die Dynamik des nichtlinearen Reglers an die Dynamik eines linearen Reglers angepasst. Die Anpassung erfolgt mit Hilfe einer Ljapunow-Funktion über die Minimierung eines Gütemaßes. Die einzelnen Regelungskonzepte werden am virtuellen Versuchsfahrzeug CarMaker[®] ausgewertet.

In Kapitel 7 wird die Schätzung des Schwimmwinkels in das Regelungskonzept integriert. Darüber hinaus wird die Aktivierung der Regelung nur in kritischen Fahrsituationen untersucht. Der radindividuelle Bremseingriff an zwei Rädern, je einem pro Achse, wird dem Bremsen nur eines Rades gegenübergestellt. Abschließend wird das Regelungskonzept auf Fahrbahnoberflächen mit reduziertem Haftbeiwert überprüft.

2 Fahrzeugmodell

Für die Beschreibung der Querdynamik eines Kraftfahrzeuges interessiert in erster Linie die Bewegung des Fahrzeugaufbaus. Er besitzt drei translatorische und drei rotatorische Freiheitsgrade. In dieser Arbeit ist die seitliche Bewegung von Interesse, daher sind die vertikale Bewegung sowie das Wanken und Nicken von untergeordneter Bedeutung. Aus diesem Grund beschränkt sich das im Folgenden vorgestellte Fahrzeugmodell auf die beiden translatorischen Bewegungen in Längs- und Querrichtung sowie auf die Drehung des Fahrzeuges um die Hochachse. Die Anzahl der Freiheitsgrade reduziert sich damit auf drei.

Aus den Kräftebilanzen in Längs- und Querrichtung sowie der Momentenbilanz um die Hochachse wird in Kapitel 2.1 zunächst ein nichtlineares Modell der Kraftfahrzeugquerdynamik hergeleitet. Das Modell erfordert die Kenntnis des Reifen-Fahrbahn-Kontaktes. Da hier die Kraftübertragung auf die Straße stattfindet, ist eine möglichst genaue Modellierung der Reifenkräfte Voraussetzung für eine korrekte Beschreibung der Fahrzeugbewegung. Die Ermittlung der Radlängs- und der Radseitenkräfte erfolgt in dieser Arbeit über zwei verschiedene Modelle.

Die Radlängskräfte resultieren im Wesentlichen aus den Antriebskräften des Motors, die über den Antriebsstrang auf die Räder übertragen werden, sowie aus den Bremskräften. In Kapitel 2.2.1 wird ein einfaches physikalisches Modell des Antriebsstrangs vorgestellt. Damit können die Längskräfte bestimmt werden.

Dagegen ist eine physikalische Beschreibung des Seitenkraftaufbaus äußerst aufwändig. Er resultiert im Wesentlichen aus einer Verformung des Reifens. Um diese Verformung zu beschreiben, müssen die Materialeigenschaften und die Geometrie des Reifens detailliert modelliert werden. Darum werden üblicherweise empirische Modelle verwendet. Der typische Verlauf der Seitenkraft wird aus Messdaten extrahiert und entweder in Kennfeldern abgelegt oder über mathematische Modelle approximiert. Ein gängiges Modell ist die Magic Tyre Formula nach Pacejka, die in Kapitel 2.2.2 vorgestellt wird.

2.1 Nichtlineares Zweispurmodell

Werden alle vier Räder einzeln betrachtet, ergibt sich das nichtlineare Zweispurmodell. Abbildung 2.1 zeigt das Modell einschließlich der wichtigsten Fahrzeugparameter, Bewegungsgrößen und angreifenden Kräfte.



Abbildung 2.1: Nichtlineares Zweispurmodell

Der Schwerpunkt S des Fahrzeuges wird in Fahrbahnhöhe angenommen. Die Drehung des Fahrzeuges um die Hochachse wird durch den Gierwinkel ψ bzw. die Gierrate $\dot{\psi}$ beschrieben. Die Geschwindigkeit v im Schwerpunkt ist tangential zur Bahnkurve gerichtet und schließt mit der Fahrzeuglängsachse den Schwimmwinkel β ein. An den Rädern greifen die Kräfte F_{xvl} , F_{xvr} , F_{xhl} und F_{xhr} in Richtung der Fahrzeuglängsachse an, F_{yvl} , F_{yvr} , F_{yhl} und F_{yhr} orthogonal dazu. Der Reifennachlauf wird dabei vernachlässigt, es wird also angenommen, dass die Kräfte in Latschmitte angreifen. Die Berücksichtigung des Reifennachlaufs bringt nach [48] keinen wesentlichen Genauigkeitsgewinn, was sich auch durch Untersuchungen in dieser Arbeit bestätigt hat. Im Druckmittelpunkt DP, der sich auf der Fahrzeuglängsachse im Abstand l_{DP} vom Schwerpunkt befindet, greift der Luftwiderstand F_{wx} in Fahrzeuglängsrichtung an. Alle weiteren Kräfte werden vernachlässigt.

Damit können die Bewegungsgleichungen des Fahrzeuges unter Verwendung der Fahrzeugmasse m und des Trägheitsmomentes um die Hochachse J_z auf-

gestellt werden:

$$\sum_{k} \underline{F}_{k} = m \cdot \underline{a} \,, \tag{2.1}$$

$$\sum_{k} \underline{r}_{k} \times \underline{F}_{k} = J_{z} \cdot \frac{\ddot{\psi}}{\underline{\psi}}.$$
(2.2)

Darin bezeichnet $\sum_{k} \underline{F}_{k}$ die Summe aller angreifenden Kräfte, <u>a</u> die Querbeschleunigung und \underline{r}_{k} den jeweiligen Hebelarm, mit dem die Kraft \underline{F}_{k} bezüglich des Schwerpunktes S wirkt.

Das Fahrzeug rotiert um seine Hochachse gegenüber dem ortsfesten Inertialsystem mit der Gierrate $\dot{\psi}$. Die Basisvektoren sind damit zeitabhängig. Für ihre Ableitung gilt [54]:

$$\underline{\dot{e}}_x = \dot{\psi} \cdot \underline{e}_y, \quad \underline{\dot{e}}_y = -\dot{\psi} \cdot \underline{e}_x.$$
(2.3)

Die Ableitung des Geschwindigkeitsvektors \underline{v} der Länge $v=|\underline{v}|$ mit

$$\underline{v} = v_x \cdot \underline{e}_x + v_y \cdot \underline{e}_y = v \cos\beta \cdot \underline{e}_x + v \sin\beta \cdot \underline{e}_y \tag{2.4}$$

ergibt sich dann mit (2.3) zu:

$$\underline{a} = \underline{\dot{v}} = \left(\dot{v}_x - \dot{\psi} \cdot v_y\right) \cdot \underline{e}_x + \left(\dot{v}_y + \dot{\psi} \cdot v_x\right) \cdot \underline{e}_y$$

$$= \left(\dot{v}\cos\beta - v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right)\sin\beta\right) \cdot \underline{e}_x$$

$$+ \left(\dot{v}\sin\beta + v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right)\cos\beta\right) \cdot \underline{e}_y.$$
(2.5)

Der Term $v\dot{\psi}$, der zusätzlich zur Ableitung im unbewegten Koordinatensystem durch die Drehung der Achsen um den Koordinatenursprung entsteht, beschreibt die Zentripetalbeschleunigung, die im bewegten System wirkt. Die Kräftebilanz (2.1) kann in *x*- und *y*-Richtung aufgetrennt werden:

$$m \cdot \left(\dot{v} \cos \beta - v \left(\dot{\beta} + \dot{\psi} \right) \sin \beta \right) = \sum F_x \,, \tag{2.6}$$

$$m \cdot \left(\dot{v} \sin \beta + v \left(\dot{\beta} + \dot{\psi} \right) \cos \beta \right) = \sum F_y \,. \tag{2.7}$$

mit

$$\sum F_x = F_{xvl} + F_{xvr} + F_{xhl} + F_{xhr} - F_{wx}, \qquad (2.8)$$

$$\sum F_y = F_{yvl} + F_{yvr} + F_{yhl} + F_{yhr}, \qquad (2.9)$$

$$F_{wx} = c_w^* \cdot v^2, \ c_w^* = \frac{1}{2} c_w \cdot A_L \cdot \rho_0.$$
(2.10)

Für eine Auflösung nach \dot{v} und $\dot{\beta}$, wird Gleichung (2.6) mit $\cos\beta$ und Gleichung (2.7) mit $\sin\beta$ multipliziert und die beiden resultierenden Gleichungen addiert. Dann gilt:

$$m \cdot \dot{v} \cdot \underbrace{(\cos^2 \beta + \sin^2 \beta)}_{=1} = \cos \beta \cdot \sum F_x + \sin \beta \cdot \sum F_y.$$
(2.11)

Damit kann eine erste Gleichung für v aufgestellt werden:

$$\dot{v} = \frac{1}{m} \cdot \left\{ \cos\beta \cdot \sum F_x + \sin\beta \cdot \sum F_y \right\}.$$
(2.12)

Wird diese Gleichung in (2.7) eingesetzt, ergibt sich eine zweite Gleichung für β :

$$\dot{\beta} = \frac{1}{mv} \cdot \left\{ \cos\beta \cdot \sum F_y - \sin\beta \cdot \sum F_x \right\} - \dot{\psi} \,. \tag{2.13}$$

Wird nur die ebene Bewegung berücksichtigt, folgt eine dritte Gleichung für die Gierrate direkt aus der Momentenbilanz um die Hochachse nach Gleichung (2.2):

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z} \cdot \left[l_v (F_{yvl} + F_{yvr}) - l_h (F_{yhl} + F_{yhr}) + \frac{b_v}{2} (F_{xvr} - F_{xvl}) + \frac{b_h}{2} (F_{xhr} - F_{xhl}) \right].$$
(2.14)

Mit (2.12), (2.13) und (2.14) liegen drei Gleichungen für v, β und $\dot{\psi}$ vor, die eine Darstellung der Querdynamik durch ein Zustandsmodell erlauben. Dazu werden die drei Gleichungen zu einer vektoriellen Gleichung zusammengefasst:

$$\underline{\dot{x}} := \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \underline{f}(v, \beta, \dot{\psi}, F_{xij}, F_{yij}) .$$
(2.15)

Die Funktion <u>f</u> hängt dabei neben den drei Zustandsgrößen v, β und $\dot{\psi}$ von den Längs- und Querkräften F_{xij} und F_{yij} ab. Für eine weitere Modellierung dieser Radkräfte werden sie zunächst vom Fahrzeugkoordinatensystem in das Radkoordinatensystem transformiert.

Transformation der Radkräfte aus dem Fahrzeugkoordinatensystem in das Radkoordinatensystem

Bisher wurden die an den Rädern angreifenden Kräfte F_{xij} und F_{yij} im fahrzeugfesten Koordinatensystem \underline{e}_x und \underline{e}_y betrachtet. Das radfeste Koordinatensystem entsteht durch Drehung des fahrzeugfesten Koordinatensystems um den Radeinschlagwinkel δ_i (siehe Abbildung 2.2 und [15]):

 $F_{xij} = F_{lij}\cos\delta_i - F_{sij}\sin\delta_i, \quad F_{yij} = F_{lij}\sin\delta_i + F_{sij}\cos\delta_i.$ (2.16)



Abbildung 2.2: Kräfte eines mit δ_i rotierenden Rades

Werden die Radkräfte (2.16) in die drei Differentialgleichungen für Geschwindigkeit (2.12), Schwimmwinkel (2.13) und Gierrate (2.14) eingesetzt, dann folgt:

$$\dot{v} = \frac{1}{m} \cdot \left\{ (F_{lvl} + F_{lvr}) \cos(\delta_v - \beta) - (F_{svl} + F_{svr}) \sin(\delta_v - \beta) + (F_{lhl} + F_{lhr}) \cos(\delta_h - \beta) - (F_{shl} + F_{shr}) \sin(\delta_h - \beta) - c_w^* v^2 \cos\beta \right\},$$
(2.17)

$$\dot{\beta} = \frac{1}{mv} \cdot \left\{ (F_{lvl} + F_{lvr}) \sin(\delta_v - \beta) + (F_{svl} + F_{svr}) \cos(\delta_v - \beta) + (F_{lhl} + F_{lhr}) \sin(\delta_h - \beta) + (F_{shl} + F_{shr}) \cos(\delta_h - \beta) + c_w^* v^2 \sin\beta \right\} - \dot{\psi} , \qquad (2.18)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z} \cdot \left\{ l_v \cdot \left[(F_{lvl} + F_{lvr}) \sin \delta_v + (F_{svl} + F_{svr}) \cos \delta_v \right] - l_h \cdot \left[(F_{lhl} + F_{lhr}) \sin \delta_h + (F_{shl} + F_{shr}) \cos \delta_h \right] + \frac{b_v}{2} \cdot \left[(F_{lvr} - F_{lvl}) \cos \delta_v - (F_{svr} - F_{svl}) \sin \delta_v \right] + \frac{b_h}{2} \cdot \left[(F_{lhr} - F_{lhl}) \cos \delta_h - (F_{shr} - F_{shl}) \sin \delta_h \right] \right\}.$$
(2.19)

Die drei Differentialgleichungen hängen neben den Radeinschlagwinkeln δ_v und δ_h von den Längs- und Seitenkräften an den Rädern F_{lij} und F_{sij} ab. Diese Kräfte bestimmen im Wesentlichen die Bewegung des Fahrzeuges. Die Güte eines Modells, das die Fahrzeugbewegung möglichst exakt beschreiben soll, hängt damit entscheidend von der Modellierung des Reifen-Fahrbahn-Kontaktes ab.

2.2 Ermittlung der Reifenkräfte

Die Bewegung eines Luftreifens ist immer mit dem Aufbau von Kräften zwischen Reifen und Fahrbahn verbunden. Durch Beschleunigung oder Abbremsen und durch Lenken wird der Reifen verformt. Dadurch entsteht eine Relativbewegung des Reifens. Darüber hinaus treten partielle Gleitbewegungen in der Reifenaufstandsfläche (Latsch) auf, wenn der Kraftschluss zwischen einzelnen Latschelementen und der Fahrbahn überschritten wird (Gleitschlupf). Die Translationsgeschwindigkeit des Reifens weicht daher sowohl in ihrem Betrag als auch in ihrer Richtung von der Umfangsgeschwindigkeit ab.

Reifenschlupf Grundsätzlich definiert sich der Reifenschlupf als die Geschwindigkeit, welche die Abweichung zwischen translatorischer und rotatorischer Geschwindigkeit beschreibt bezogen auf eine Referenzgeschwindigkeit. In der Literatur finden sich verschiedene Definitionen, die sich in der Bezugsrichtung und -größe unterscheiden. Meist wird zwischen Längs- und Querschlupf und zusätzlich zwischen Antriebs- und Bremsschlupf unterschieden (z.B. [16, 44, 48, 79]). Hier wird die Definition nach [48] gewählt. Für den Längsschlupf am gebremsten Rad S_B bzw. am angetriebenen Rad S_T gilt:

$$S_B = \frac{v_{ij} - r_{\rm dyn} \cdot \omega_{ij}}{v_{ij}}, \quad S_T = \frac{r_{\rm dyn} \cdot \omega_{ij} - v_{ij}}{r_{\rm dyn} \cdot \omega_{ij}}.$$
 (2.20)

Der dynamische Halbmesser $r_{\rm dyn}$ ergibt sich aus dem Abrollumfang pro Radumdrehung $2\pi r_{\rm dyn}$.
Bei einer Kurvenfahrt rollt der Reifen unter dem Schräglaufwinkel α_{ij} relativ zu seiner Längsachse ab. Der seitliche Schlupf wird definiert als das Verhältnis der Geschwindigkeitskomponente v_{sij} , die durch die Seitenkraft hervorgerufen wird, und der Komponente v_{lij} in die kräftefreie Rollrichtung (siehe Abb. 2.3 (a)):

$$S_s = \frac{v_{sij}}{v_{lij}} = \tan \alpha_{ij} \,. \tag{2.21}$$



(b) Typischer Kraftverlauf

Abbildung 2.3: Unter dem Schräglaufwinkel α_{ij} schräg rollendes Rad und typischer Verlauf der Radkraft über dem Schlupf

Reifenmodelle Die Reifenkräfte wachsen mit zunehmendem Schlupf, bis die maximal übertragbaren Kräfte erreicht sind. Danach gleitet der Reifen über die Fahrbahn und die Kräfte nehmen wieder ab. Abbildung 2.3 (b) zeigt den typischen Verlauf der Radkraft über dem Schlupf. Um den Aufbau eines physikalischen Modells zu umgehen, wird dieser typische Kraftverlauf in der Regel über mathematische Funktionen approximiert. Die benötigten Parameter zur Anpassung des Kurvenverlaufs an den jeweiligen Reifen werden anhand von Messdaten identifiziert.

Für die Beschreibung der Seitenkraft ist dieses Vorgehen sinnvoll, da eine physikalische Modellierung des Seitenkraftaufbaus äußert aufwändig ist. Dazu müssen sowohl die Materialeigenschaften des Reifens als auch die Deformation des Reifens berücksichtigt werden. Diese Modelle sind nicht nur sehr komplex, sie benötigen auch eine Vielzahl von spezifischen Reifenparametern. Anders sieht das für die Längskräfte an den Reifen aus. Sie werden im Wesentlichen durch Antriebs- und Bremskräfte erzeugt, die über ein physikalisches Antriebsstrangmodell ermittelt werden können. Zudem erfordert die Approximation der Längskräfte eine genaue Kenntnis der translatorischen Geschwindigkeit und insbesondere eine zuverlässige und genaue Messung der

Raddrehzahlen. Bereits kleine Abweichungen führen zu starken Verfälschungen des berechneten Schlupfes.

2.2.1 Modell des Antriebsstrangs zur Ermittlung der Längskräfte

Für die Bestimmung der Längskräfte wird daher ein physikalisches Modell des Antriebsstrangs aufgestellt, um aus den Vorgaben des Fahrers die Radlängskräfte zu bestimmen. Hierfür werden die Stellung des Gas- und Kupplungspedals sowie der Bremsdruck als messbare Eingangsgrößen angenommen. Der Antriebsstrang lässt sich in einzelne Teile zerlegen, die separat betrachtet und anschließend zusammengefasst werden. Es wird von einem frontangetriebenen Fahrzeug mit manuellem Schaltgetriebe ausgegangen. Die betrachteten Teilsysteme sind somit Motor, Kupplung, Schaltgetriebe, Differential und die Antriebsräder.

Motor Das Motormodell (Abb. 2.4 (a)) berücksichtigt das Antriebsdrehmoment und das Trägheitsmoment. Das durch die Verbrennungszyklen ent-





stehende pulsförmige Antriebsmoment des Motors wird vereinfacht als Mittelwert angenommen und ist nur abhängig vom Luftmassenstrom im Motor und der Motordrehzahl ω_M . Unter der Annahme eines stöchiometrischen Benzin/Luft-Gemisches kann die Benzinmenge als bekannt vorausgesetzt werden. [29] schlägt für den Zusammenhang zwischen Gaspedalstellung α_g und Drosselklappenwinkel ein PT₂-Glied vor. Die Dynamik des Ansaugrohrs wird darin über nichtlineare Differentialgleichungen beschrieben. Um das Motormodell einfach zu halten, wird hier aber die Dynamik von Drosselklappe und Ansaugrohr vernachlässigt. Der Luftmassenstrom berechnet sich somit über einen konstanten Faktor aus der Gaspedalstellung. Der Zusammenhang zwischen den Eingangsgrößen des Motors und dem Antriebsmoment ist nichtlinear und wird typischerweise über ein Motorkennfeld dargestellt. Die Umrechnung von Gaspedalstellung auf Luftmassenstrom wird dem Motorkennfeld zugeschlagen. Für das Motormoment M_M ergibt sich somit:

$$M_M = f(\omega_M, \alpha_g). \tag{2.22}$$

Unter Berücksichtigung der trägen Masse des Motors J_M gilt für das Moment M_K , das zur Kupplung übertragen wird:

$$M_K = M_M - J_M \dot{\omega}_M \,. \tag{2.23}$$

Kupplung Die Kupplung besteht im Wesentlichen aus zwei Scheiben (2.4 (b)). Ist die Kupplung geschlossen, werden die Scheiben aufeinander gepresst und das volle Drehmoment kann übertragen werden. Ist die Kupplung geöffnet, können sich die beiden Seiten unabhängig voneinander drehen. Die Modellierung des Schließens und Öffnens kann sehr detailliert erfolgen. Ein genaues Modell müsste hier sowohl die verschiedenen Drehzahlen auf beiden Seiten berücksichtigen, als auch den nichtlinearen Zusammenhang zwischen Kupplungspedalstellung und der Momentenübertragung.

Da die Schaltvorgänge insgesamt nur einen kleinen Prozentsatz der Zeit darstellen, kann hier ein einfacherer Ansatz gewählt werden. Um eine zusätzliche Zustandsgröße zu vermeiden, werden die Drehzahlen auf beiden Seiten immer als identisch angenommen: $\omega_M = \omega_K$. Ein Angleichen der Drehzahlen beim Einkuppeln und das damit verbundene übertragene Drehmoment wird vernachlässigt. Die Momentenübertragung wird als proportional zur Kupplungspedalstellung α_K angenommen. Analog zum Gaspedal bedeutet $\alpha_K = 1$ ein voll durchgedrücktes Kupplungspedal. Die beiden Scheiben stellen träge Massen dar mit dem eingangsseitigen Trägheitsmoment $J_{K,e}$ und dem ausgangsseitigen Trägheitsmoment $J_{K,a}$. Das zum Schaltgetriebe übertragene Moment M_G ergibt sich somit zu:

$$M_G = (M_K - J_{K,e}\dot{\omega}_M)(1 - \alpha_K) - J_{K,a}\dot{\omega}_K.$$
 (2.24)

Schaltgetriebe Das Schaltgetriebe (Abb. 2.5) wird analog zu [29] als einfaches Proportionalglied mit vom eingelegten Gang abhängigen Übersetzungsverhältnis i_G modelliert. Das dynamische Verhalten der Zahnpaarungen wird dabei vernachlässigt. Die rotierenden Massen werden zu je einem Trägheitsmoment am Ein- und Ausgang zusammengefasst ($J_{G,e}$, $J_{G,a}$). Die Reibung, die zwischen Getriebe und Rädern auftritt, wird hier zusammengefasst und mit einem konstanten ($d_{r,0}$) und einem viskosen Anteil ($d_{r,1}$) berücksichtigt. Reibung, die zwischen Motor und Getriebe auftritt, kann bei Bedarf im Motorkennfeld berücksichtigt werden und soll deshalb hier nicht betrachtet wer-



Abbildung 2.5: Modell des Getriebes

den. Das zum Differential übertragene Moment M_D berechnet sich somit zu:

$$\omega_K = i_G \omega_G \,, \tag{2.25}$$

$$M_D = (M_G - J_{G,e}\dot{\omega}_K)i_G - d_{r,0} - d_{r,1}\omega_G - J_{G,a}\dot{\omega}_G.$$
(2.26)

Differential Bei Kurvenfahrten müssen die kurvenäußeren Räder einen weiteren Weg zurücklegen als die kurveninneren. Aufgabe des Differentials ist es, die Antriebskraft dennoch gleichmäßig auf die Räder zu verteilen. Eine Modellierung des Differentials kann entweder alle Zahnräder und damit Massen und Übersetzungen einzeln berücksichtigen (siehe [29]) oder die Massen und Übersetzungen funktional zusammenfassen. Aufgrund seiner geringeren Komplexität wurde hier das funktionale Modell gewählt (Abb. 2.6).



Abbildung 2.6: Differential und Räder

Die Massen werden wieder zu Trägheitsmomenten vor und nach der Übersetzung zusammengefasst. Für die Momente und Drehzahlen gelten folgende Gleichungen (für Frontantrieb):

$$M_l = M_r = \frac{1}{2} M_a = \frac{1}{2} \left((M_D - J_{D,e} \dot{\omega}_G) i_D - J_{D,a} \dot{\omega}_D \right), \qquad (2.27)$$

$$\omega_G = i_D \omega_D, \quad \omega_D = \frac{1}{2} (\omega_{vl} + \omega_{vr}). \tag{2.28}$$

Räder Auch die Räder besitzen ein Trägheitsmoment J_R , das berücksichtigt werden muss. Mit dem dynamischen Halbmesser r_{dyn} ergeben sich die Antriebskräfte an den Rädern zu:

$$F_{avl} = \frac{1}{r_{\rm dyn}} \left(M_l - J_R \dot{\omega}_{vl} \right), \quad F_{avr} = \frac{1}{r_{\rm dyn}} \left(M_r - J_R \dot{\omega}_{vr} \right) \,. \tag{2.29}$$

Antriebsstrangmodell Die einzelnen Teilsysteme müssen nun zu einem Gesamtsystem zusammengefasst werden. Dazu werden die Gleichungen (2.23), (2.24), (2.26) und (2.27) ineinander eingesetzt und die Drehzahlen über die Gleichungen (2.25) und (2.28) auf die Differentialdrehzahl ω_D umgerechnet. Als Ergebnis erhält man eine Gleichung für das Moment, das auf die Räder übertragen wird:

$$M_a = M'_M - d_{r,0}i_D - d_{r,1}i_D^2\omega_D - J_{\rm ges}\dot{\omega}_D$$
(2.30)

mit

$$J_{\text{ges}} = \left(\left((J_M + J_{K,e})(1 - \alpha_K) + J_{K,a} + J_{G,e} \right) i_G^2 + J_{G,a} + J_{D,e} \right) i_D^2 + J_{D,a},$$

$$M'_M = M_M \cdot (1 - \alpha_K) \cdot i_G \cdot i_D.$$
(2.31)

Antriebskräfte Das nichtlineare Zweispurmodell (2.17) - (2.19) benötigt die Summen und Differenzen der Antriebskräfte. Aus den Gleichungen (2.27) bis (2.29) erhält man:

$$M_a = M_l + M_r = (F_{avl} + F_{avr}) r_{dyn} + 2J_R \dot{\omega}_D.$$
 (2.32)

Mit Gleichung (2.30) folgt daraus:

$$M'_{M} - d_{r,0}i_{D} - d_{r,1}i_{D}^{2}\omega_{D} - J_{\text{ges}}\dot{\omega}_{D} = (F_{avl} + F_{avr})r_{\text{dyn}} + 2J_{R}\dot{\omega}_{D}.$$
 (2.33)

Somit ergibt sich für die Kräftesumme der angetriebenen Räder:

$$F_{avl} + F_{avr} = \frac{1}{r_{\rm dyn}} \left[M'_M - d_{r,0} i_D - d_{r,1} i_D^2 \omega_D - (J_{\rm ges} + 2J_R) \,\dot{\omega}_D \right] \,. \quad (2.34)$$

Für die Differenz der Antriebskräfte gilt mit (2.27) und (2.29):

$$F_{avr} - F_{avl} = \frac{M_r - M_l + J_R(\dot{\omega}_{vl} - \dot{\omega}_{vr})}{r_{\rm dyn}} = \frac{J_R}{r_{\rm dyn}}(\dot{\omega}_{vl} - \dot{\omega}_{vr}).$$
(2.35)

Bremse Die Modellierung der Bremse erfolgt über einen linearen Ansatz, wobei der verzögerte Druckaufbau vernachlässigt wird. Eingangsgröße ist der Bremsdruck P im Hauptzylinder, Ausgangsgrößen sind die Bremskräfte F_{bij} an den Rädern. Dabei wird eine gleichmäßige Druckverteilung links und rechts angenommen:

$$F_{bvl} = F_{bvr} = \frac{k_v}{r_{\rm dyn}} \cdot P, \quad F_{bhl} = F_{bhr} = \frac{k_h}{r_{\rm dyn}} \cdot P.$$
(2.36)

Damit gilt für die Summen und Differenzen der Kräfte:

$$F_{bvl} + F_{bvr} = \frac{2k_v}{r_{\rm dyn}} \cdot P, \quad F_{bhl} + F_{bhr} = \frac{2k_h}{r_{\rm dyn}} \cdot P, \qquad (2.37)$$

$$F_{bvl} - F_{bvr} = F_{bhl} - F_{bhr} = 0. (2.38)$$

Längskräfte an den Rädern Aus den Gleichungen (2.34), (2.35), (2.37) und (2.38) ergeben sich die Längskräfte, die an den Rädern wirken:

$$F_{lvl} + F_{lvr} = -\frac{d_{r,1}i_D^2(\omega_{vr} + \omega_{vl}) - (J_{ges} + 2J_R)(\dot{\omega}_{vr} + \dot{\omega}_{vl})}{2 \cdot r_{dyn}} + \frac{M'_M - d_{r,0}i_D}{r_{dyn}} - \frac{2k_v}{r_{dyn}} \cdot P, \qquad (2.39)$$

$$F_{lvr} - F_{lvl} = \frac{J_R}{r_{\rm dyn}} (\dot{\omega}_{vr} - \dot{\omega}_{vl}), \qquad (2.40)$$

$$F_{lhl} + F_{lhr} = -\frac{2k_h P}{r_{\rm dyn}}, \qquad (2.41)$$

$$F_{lhr} - F_{lhl} = 0. (2.42)$$

Die Abhängigkeit der Längsdynamik von den Raddrehzahlen ω_{vl} und ω_{vr} kann eliminiert werden, wenn die Raddrehzahlen in Abhängigkeit von den Zustandsgrößen v, β und $\dot{\psi}$ dargestellt werden. Um das Längsdynamik-Modell einfach zu halten, wird der Reifenschlupf in Radlängsrichtung vernachlässigt. Die Radumfangsgeschwindigkeit ist damit gleich der translatorischen Geschwindigkeit:

$$\omega_{ij} \cdot r_{\rm dyn} = v_{lij} \,. \tag{2.43}$$

Geschwindigkeit der Räder Bei der Berechnung der Radgeschwindigkeiten \underline{v}_{ij} aus der fahrzeugfesten Schwerpunktgeschwindigkeit \underline{v} muss die Rotation $\dot{\psi}$ der Räder bezüglich des fahrzeugfesten Koordinatensystems berücksichtigt werden (siehe Abbildung 2.1 und [47]):

$$\underline{v}_{ij} = \underline{v} + \underline{\omega} \times \underline{r}_{S,ij}, \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \cdot \cos \beta \\ v \cdot \sin \beta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}. \quad (2.44)$$

Dabei weist $\underline{\omega}$ aufgrund der als eben angenommenen Bewegung nur die Komponente $\dot{\psi}$ in <u>e</u>_z-Richtung auf. Die Vektoren <u>r</u>_{S,ij} vom Schwerpunkt S zum Radaufstandspunkt lauten im fahrzeugfesten Koordinatensystem:

$$\underline{r}_{S,vl} = \begin{bmatrix} l_v \\ \frac{1}{2}b_v \\ 0 \end{bmatrix}, \underline{r}_{S,vr} = \begin{bmatrix} l_v \\ -\frac{1}{2}b_v \\ 0 \end{bmatrix}, \underline{r}_{S,hl} = \begin{bmatrix} -l_h \\ \frac{1}{2}b_h \\ 0 \end{bmatrix}, \underline{r}_{S,hr} = \begin{bmatrix} -l_h \\ -\frac{1}{2}b_h \\ 0 \end{bmatrix}.$$
(2.45)

Damit folgt für die Geschwindigkeiten der einzelnen Räder im fahrzeugfesten Koordinatensystem:

$$v_{xvl} = v \cdot \cos\beta - \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi}, \quad v_{yvl} = v \cdot \sin\beta + l_v \cdot \dot{\psi}, \quad (2.46)$$

$$v_{xvr} = v \cdot \cos\beta + \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi}, \quad v_{yvr} = v \cdot \sin\beta + l_v \cdot \dot{\psi}, \qquad (2.47)$$

$$v_{xhl} = v \cdot \cos\beta - \frac{b_h}{2} \cdot \dot{\psi}, \quad v_{yhl} = v \cdot \sin\beta - l_h \cdot \dot{\psi}, \qquad (2.48)$$

$$v_{xhr} = v \cdot \cos\beta + \frac{b_h}{2} \cdot \dot{\psi}, \quad v_{yhr} = v \cdot \sin\beta - l_h \cdot \dot{\psi}.$$
(2.49)

Für die Berechnung des Längsschlupfes werden die Geschwindigkeiten in Radlängsrichtung benötigt. Analog zu den Radkräften in Kapitel 2.1 müssen die Geschwindigkeiten aus dem fahrzeugfesten Koordinatensystem in das radfeste transformiert werden:

$$v_{lij} = v_{xij} \cdot \cos \delta_i + v_{yij} \cdot \sin \delta_i , \qquad (2.50)$$

$$v_{sij} = -v_{xij} \cdot \sin \delta_i + v_{yij} \cdot \cos \delta_i \,. \tag{2.51}$$

Aus den Gleichungen (2.46) bis (2.50) ergeben sich die Geschwindigkeiten der einzelnen Räder in Radlängsrichtung:

$$v_{lvl} = v \cdot \cos(\delta_v - \beta) - \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \delta_v + l_v \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \delta_v , \qquad (2.52)$$

$$v_{lvr} = v \cdot \cos(\delta_v - \beta) + \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \delta_v + l_v \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \delta_v , \qquad (2.53)$$

$$v_{lhl} = v \cdot \cos(\delta_h - \beta) - \frac{b_h}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \delta_h - l_h \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \delta_h, \qquad (2.54)$$

$$v_{lhr} = v \cdot \cos(\delta_h - \beta) + \frac{b_h}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \delta_h - l_h \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \delta_h.$$
(2.55)

Mit den Geschwindigkeiten (2.52) und (2.53) ergeben sich die Raddrehzahlen an den angetriebenen Vorderrädern aus (2.43) zu:

$$\omega_{vl} = \frac{1}{r_{\rm dyn}} \left(v \cdot \cos(\delta_v - \beta) - \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\delta_v + l_v \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\delta_v \right) ,$$

$$\omega_{vr} = \frac{1}{r_{\rm dyn}} \left(v \cdot \cos(\delta_v - \beta) + \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\delta_v + l_v \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\delta_v \right) .$$
(2.56)

Nun ist es möglich, ein Gesamtmodell aufzustellen, das als zusätzliche Eingangsgrößen die Stellung des Gas- und Kupplungspedals sowie den Bremsdruck enthält. Dazu müssen die Beziehungen für die Raddrehzahlen (2.56) nach der Zeit abgeleitet werden und darin die Ableitungen der Zustandsgrößen nach den Gleichungen (2.17) bis (2.19) ersetzt werden. Die resultierenden Raddrehzahlen werden dann in die Beziehungen für die Summen und Differenzen der Radlängskräfte (2.39) und (2.40) eingesetzt. Schließlich können die resultierenden Gleichungen in das Zweispurmodell eingesetzt und das Gesamtmodell wieder nach den Ableitungen der drei Zustandsgrößen aufgelöst werden.

Prinzipiell ist diese Vorgehensweise möglich, sie führt allerdings zu komplexen Ausdrücken, die einen späteren Filter- oder Reglerentwurf deutlich erschweren. Aus diesem Grund wird das Gesamtmodell modular aufgebaut: Die Längskräfte an den Rädern werden separat berechnet und als bekannte Eingangsgrößen des nichtlinearen Zweispurmodells aufgefasst.

2.2.2 Magic Tyre Formula zur Ermittlung der Seitenkräfte

Im Gegensatz zu den Längskräften werden die Seitenkräfte nicht anhand eines physikalischen Modells ermittelt, sondern ihr charakteristischer Verlauf wird approximiert.

Ein besonders einfacher Ansatz besteht darin, den Verlauf der Seitenkraft als direkt proportional zum Schräglaufwinkel anzunehmen. Diese Annahme wird z.B. beim linearen Einspurmodell in Kapitel 2.4 getroffen und ist nur zulässig solange der Schräglaufwinkel sehr klein bleibt.

Magic Tyre Formula Eine sehr genaue Beschreibung der Seitenkraft liefert dagegen die Magic Tyre Formula nach Pacejka [55]. Die Formel wurde über mehrere Jahre hinweg weiterentwickelt. Die Grundformel lautet:

$$y = D \cdot \sin\left(C \cdot \arctan\left(B \cdot x - E \cdot (B \cdot x - \arctan(B \cdot x))\right)\right).$$
(2.57)

Abbildung 2.7 zeigt den typischen Verlauf einer mittels Magic Tyre Formula (2.57) erzeugten Kurve.



Abbildung 2.7: Magic Tyre Formula

Für die Approximation der Seitenkraft $Y = F_s$ wird als Eingangsgröße der Seitenschlupf $X = \tan \alpha$ gewählt. Die Faktoren B, C, D und E dienen zur Beeinflussung der Kurvencharakteristik. Die Verschiebungen S_H und S_V stellen einen Offset der Seitenkraft-Kurve gegenüber dem Ursprung dar und ermöglichen die Berücksichtigung der Ungleichförmigkeit eines Reifens. D repräsentiert den Maximalwert der Kurve (für $C \ge 1$). Das Produkt BCD entspricht der Steigung der Kurve im Ursprung. Aus der Höhe der Asymptote y_a und dem Maximum D wird der Formfaktor C bestimmt und der Krümmungsfaktor E hängt vom Steifigkeitsfaktor B, Formfaktor C sowie dem Abstand x_m ab.

Die vier Koeffizienten B, C, D und E hängen neben weiteren Parametern auch von der Radlast F_z und dem Haftbeiwert μ_h ab. In [55] wird das Grundmodell in verschiedenen Varianten ausführlich vorgestellt. Vereinfachte Form der Magic Tyre Formula Die Magic Tyre Formula ermöglicht eine sehr genaue Nachbildung des Seitenkraftverlaufs. Dazu müssen aber eine Reihe von Parametern identifiziert werden, was von Nachteil ist, wenn die Identifikation anhand eines eingeschränkten Datensatzes erfolgen muss. Aus diesem Grund wird hier noch eine vereinfachte Form der Magic Tyre Formula vorgestellt, die auf [54] zurückgeht und hier auf den Zusammenhang zwischen Schräglaufwinkel α_{ij} und Seitenkraft F_{sij} übertragen wurde:

$$F_{sij} = F_{\max,ij} \cdot \sin\left(C_{ij} \cdot \arctan\left(B_{ij}\frac{\alpha_{ij}}{\mu_{h,ij}}\right)\right)$$
(2.58)

mit

$$F_{\max,ij} = \mu_{h,ij} \cdot F_{zij} \left(1 + k_z \frac{F_{z0} - F_{zij}}{F_{z0}} \right) \,. \tag{2.59}$$

Hier wird nicht mehr der Seitenschlupf $\tan \alpha_{ij}$ als Eingangsgröße verwendet, sondern direkt der Schräglaufwinkel α_{ij} . Die Anpassung des Seitenkraftverlaufes für einen bestimmten Reifen erfolgt anhand der Reifenparameter B_{ij} <u>und C_{ij} , des Degressivitätsfaktors k_z und der nominellen Radlast F_{z0} . Der typische Verlauf der Seitenkraft und ihres Maximums sind in Abb. 2.8 dargestellt.</u>



Abbildung 2.8: Vereinfachte Form der Magic Tyre Formula

Die Seitenkraft wird maximal für

$$\alpha_{ij,0} = \frac{\mu_{h,ij}}{B_{ij}} \tan\left(\frac{\pi}{2C_{ij}}\right).$$
(2.60)

Die Tangenten an den Ursprung haben die Steigungen

$$\frac{\partial F_{sij}}{\partial \alpha_{ij}}\Big|_{\alpha ij=0} = \frac{F_{\max}}{\mu_{h,ij}} B_{ij} C_{ij} \quad \text{und} \quad \frac{\partial F_{\max,ij}}{\partial F_{zij}}\Big|_{F_{zij}=0} = \mu_{h,ij} (1+k_z) \,. \tag{2.61}$$

Neben den konstanten Parametern B_{ij} , C_{ij} , k_z und F_{z0} hängen die Approximationsformeln für die Bestimmung der Seitenkraft F_{sij} von den Eingangsgrößen Schräglaufwinkel α_{ij} , Radlast F_{zij} und Haftbeiwert $\mu_{h,ij}$ ab.

Schräglaufwinkel Die Schräglaufwinkel können über eine geometrische Beziehung aus den Zustandsgrößen v, β und $\dot{\psi}$ abgeleitet werden.



Abbildung 2.9: Unter dem Schräglaufwinkel α_{ij} schräg rollendes Rad

Nach Abb. 2.9 gilt:

$$\tan(\delta_i - \alpha_{ij}) = \frac{v_{yij}}{v_{xij}} \quad \Leftrightarrow \quad \alpha_{ij} = \delta_i - \arctan\left(\frac{v_{yij}}{v_{xij}}\right) \,. \tag{2.62}$$

Mit Hilfe der Beziehungen (2.46) bis (2.49) lassen sich die Schräglaufwinkel der einzelnen Räder in Abhängigkeit von den Zustandsgrößen und den Radeinschlagwinkeln ausdrücken:

$$\alpha_{vl} = \arctan\left(\frac{v\sin\beta + l_v\dot{\psi}}{v\cos\beta - \frac{1}{2}b_v\dot{\psi}}\right), \qquad (2.63)$$

$$\alpha_{vr} = \arctan\left(\frac{v\sin\beta + l_v\dot{\psi}}{v\cos\beta + \frac{1}{2}b_v\dot{\psi}}\right),\qquad(2.64)$$

$$\alpha_{hl} = \arctan\left(\frac{v\sin\beta - l_h\dot{\psi}}{v\cos\beta - \frac{1}{2}b_h\dot{\psi}}\right), \qquad (2.65)$$

$$\alpha_{hr} = \arctan\left(\frac{v\sin\beta - l_h\dot{\psi}}{v\cos\beta + \frac{1}{2}b_h\dot{\psi}}\right).$$
(2.66)

Diese Winkelbeziehungen lassen sich vereinfachen, wenn die Räder einer Spur zu einem resultierenden Rad zusammengefasst werden: $b_v = b_h = 0$. Dann fallen auch die Schräglaufwinkel links und rechts zusammen:

$$\alpha_v = \alpha_{vl} = \alpha_{vr} = \delta_v - \arctan\left(\frac{v\sin\beta + l_v\dot{\psi}}{v\cos\beta}\right), \qquad (2.67)$$

$$\alpha_h = \alpha_{hl} = \alpha_{hr} = \delta_h - \arctan\left(\frac{v\sin\beta - l_h\dot{\psi}}{v\cos\beta}\right).$$
(2.68)

Für kleine Schwimmwinkel β vereinfachen sich diese Ausdrücke zusätzlich unter Verwendung der Näherungen sin $\beta \approx \beta$ und $\cos \beta \approx 1$ zu:

$$\alpha_v = \delta_v - \beta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v}, \quad \alpha_h = \delta_h - \beta + \frac{l_h \dot{\psi}}{v}.$$
(2.69)

Radlast Die aktuellen Radlasten hängen von Längs- und Querbeschleunigung ab. Die Beschleunigung a_x in Richtung der Fahrzeuglängsachse bewirkt ein Nickmoment, durch das beim Anfahren die Vorderachse entlastet und die Hinterachse belastet wird [35] (siehe Abbildung 2.10 (a)).



Abbildung 2.10: Radlaständerung

Aus der Momentenbilanz um den Hinterachsaufstandspunkt folgt:

$$F_{zv} = m \cdot \left(\frac{l_h}{l}g - \frac{h_S}{l}a_x\right).$$
(2.70)

Bei einer Kurvenfahrt wirkt eine Beschleunigung a_y quer zur Fahrzeuglängsachse, durch welche die kurveninneren Räder entlastet werden. Zur Berechnung der resultierenden Radlasten werden Vorder- und Hinterachse getrennt betrachtet. Hierzu wird für beide Achsen eine virtuelle Masse m_v und m_h eingeführt. Für die Vorderachse ergibt sie sich aus Gleichung (2.70)) zu

$$m_v = \frac{F_{zv}}{g} = \frac{m}{g} \cdot \left(\frac{l_h}{l}g - \frac{h_S}{l}a_x\right).$$
(2.71)

Unter Verwendung dieser virtuellen Masse lassen sich die Radlasten für die Vorderräder berechnen. Abbildung 2.10 (b) zeigt die angreifenden Kräfte. Aus der Momentenbilanz um den Aufstandspunkt des rechten Vorderrades ergibt sich die Radlast vorne links zu

$$F_{zvl} = m_v \left(\frac{1}{2}g - \frac{h_S}{b_v}a_y\right) = m \cdot \left(\frac{l_h}{l}g - \frac{h_S}{l}a_x\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{h_S}{b_v} \cdot \frac{a_y}{g}\right). \quad (2.72)$$

Analog werden die Radlasten an den restlichen Rädern berechnet:

$$F_{zvr} = m \cdot \left(\frac{l_h}{l}g - \frac{h_S}{l}a_x\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{h_S}{b_v} \cdot \frac{a_y}{g}\right) , \qquad (2.73)$$

$$F_{zhl} = m \cdot \left(\frac{l_v}{l}g + \frac{h_S}{l}a_x\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{h_S}{b_h} \cdot \frac{a_y}{g}\right) , \qquad (2.74)$$

$$F_{zhr} = m \cdot \left(\frac{l_v}{l}g + \frac{h_S}{l}a_x\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{h_S}{b_h} \cdot \frac{a_y}{g}\right) .$$
(2.75)

Die Beschleunigungen können entweder als bekannte Messwerte aufgefasst werden oder nach Gleichung (2.5) aus den Zustandsgrößen ermittelt werden:

$$a_x = \dot{v}\cos\beta - v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right)\sin\beta, \ a_y = \dot{v}\sin\beta + v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right)\cos\beta.$$
 (2.76)

Haftbeiwert Der Haftbeiwert $\mu_{h,ij}$ wird in dieser Arbeit als bekannt vorausgesetzt. Seine Ermittlung ist Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen. In [9] beispielsweise wird der Haftbeiwert über einen einfachen Ansatz ermittelt. Die Seitenkräfte werden als Produkt des Haftbeiwertes mit einer festen nominellen Schräglaufsteifigkeit und dem Schräglaufwinkel angesetzt. Unter Verwendung des Einspurmodells wird der Haftbeiwert anhand der gemessenen Querbeschleunigung und der gemessenen Gierrate geschätzt. In [58] wird dagegen ein nichtlineares Fahrzeugmodell eingesetzt. Die Schätzung der Radkräfte erfolgt durch ein Extended Kalman Filter, das neben der Längs- und Quergeschwindigkeit, der Gier- und Rollrate, den Raddrehzahlen sowie dem Rollwinkel die vier Radlängskräfte und die Summe der Radseitenkräfte an einer Achse als Zustandsgrößen aufnimmt. Die damit geschätzten Radkräfte dienen als Referenz für ein nichtlineares Reifenmodell, das mit verschiedenen Haftbeiwerten parallel simuliert wird. Durch einen Vergleich der anhand des Extended Kalman Filter geschätzten Radkräfte und der Radkräfte der parallel simulierten Reifenmodelle kann dann auf den Haftbeiwert geschlossen werden.

2.3 Nichtlineares Zweispurmodell in Zustandsdarstellung

Die Seitenkräfte sollen nun in das nichtlineare Zweispurmodell integriert werden. Sie steigen für kleine Schräglaufwinkel bei konstanter Radlast und konstantem Haftbeiwert linear an [48]. In diesem Fall ist der Quotient von Seitenkraft und Schräglaufwinkel, die Schräglaufsteifigkeit

$$c_{ij} = \frac{F_{sij}}{\alpha_{ij}} \tag{2.77}$$

konstant. Daher kann anstelle der Seitenkraft das Produkt von Schräglaufwinkel und Schräglaufsteifigkeit verwendet werden. Die Schräglaufwinkel werden als Funktionen der Zustandsgrößen ausgedrückt und die Schräglaufsteifigkeiten aus modelltheoretischer Sicht als Konstanten aufgefasst. Sie können dann bei der Simulation und dem Reglerentwurf entweder vereinfachend als konstant angenommen werden oder über die Magic Tyre Formula berechnet werden. Damit werden zusätzliche Eingangsgrößen vermieden und die Abhängigkeit der Seitenkräfte von den Zustandsgrößen kann über die Schräglaufwinkel direkt im Modell berücksichtigt werden.

Unter Verwendung der vereinfachten Beziehung für die Schräglaufwinkel (2.69) gilt für die Seitenkräfte:

$$F_{svj} = c_{vj} \cdot \left(\delta_v - \beta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v}\right), \quad F_{shj} = c_{hj} \cdot \left(\delta_h - \beta + \frac{l_h \dot{\psi}}{v}\right). \quad (2.78)$$

Werden diese Beziehungen in die drei Differentialgleichungen (2.17) bis (2.19) eingesetzt, folgt das nichtlineare Zweispurmodell in seiner endgültigen Dar-

stellung:

$$\dot{v} = \frac{1}{m} \cdot \left\{ (F_{lvl} + F_{lvr}) \cos(\delta_v - \beta) + (F_{lhl} + F_{lhr}) \cos(\delta_h - \beta) - (c_{vl} + c_{vr}) \sin(\delta_v - \beta) \left(\delta_v - \beta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v} \right) - (c_{hl} + c_{hr}) \sin(\delta_h - \beta) \left(\delta_h - \beta + \frac{l_h \dot{\psi}}{v} \right) - c_w^* v^2 \cos \beta \right\}, \qquad (2.79)$$

$$\dot{\beta} = \frac{1}{mv} \cdot \left\{ (F_{lvl} + F_{lvr}) \sin(\delta_v - \beta) + (F_{lhl} + F_{lhr}) \sin(\delta_h - \beta) + (c_{vl} + c_{vr}) \cos(\delta_v - \beta) \left(\delta_v - \beta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v} \right) + (c_{hl} + c_{hr}) \cos(\delta_h - \beta) \left(\delta_h - \beta + \frac{l_h \dot{\psi}}{v} \right) + c_w^* v^2 \sin\beta \right\} - \dot{\psi} , \quad (2.80)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z} \left\{ l_v (F_{lvl} + F_{lvr}) \sin \delta_v + l_v (c_{vl} + c_{vr}) \cos \delta_v \left(\delta_v - \beta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v} \right) - l_h (F_{lhl} + F_{lhr}) \sin \delta_h - l_h (c_{hl} + c_{hr}) \cos \delta_h \left(\delta_h - \beta + \frac{l_h \dot{\psi}}{v} \right) + \frac{b_v}{2} (F_{lvr} - F_{lvl}) \cos \delta_v + \frac{b_v}{2} (c_{vl} - c_{vr}) \sin \delta_v \left(\delta_v - \beta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v} \right) + \frac{b_h}{2} (F_{lhr} - F_{lhl}) \cos \delta_h + \frac{b_h}{2} (c_{hl} - c_{hr}) \sin \delta_h \left(\delta_h - \beta + \frac{l_h \dot{\psi}}{v} \right) \right\}.$$
(2.81)

Werden die Geschwindigkeit, der Schwimmwinkel und die Gierrate als Zustandsgrößen

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} v & \beta & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T$$

und die Radlängskräfte sowie die Radeinschlagwinkel als Eingangsgrößen

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} F_{lvl} & F_{lvr} & F_{lhl} & F_{lhr} & \delta_v & \delta_h \end{bmatrix}^T$$

aufgefasst, dann lässt sich das Zweispurmodell als nichtlineares Zustandsmodell darstellen:

$$\underline{\dot{x}} = f(\underline{x}, \underline{u}) \,. \tag{2.82}$$

Für die vektorielle nichtlineare Funktion \underline{f} gelten dabei die Differentialgleichungen (2.79) bis (2.81).

Abbildung 2.11 veranschaulicht den modularen Aufbau des nichtlinearen Zweispurmodells. Der Radeinschlagwinkel an den Vorderrädern wird über



Abbildung 2.11: Modularer Aufbau des nichtlinearen Zweispurmodells

eine konstante Lenkübersetzung i_L aus dem Lenkradwinkel δ_L ermittelt. Die Lenkungssteifigkeit wird dabei vernachlässigt. Eine genauere Modellierung der Lenkung findet sich z.B. in [48]. Der Radeinschlagwinkel an den Hinterrädern wird direkt gemessen bzw. ist eine Reglerausgangsgröße.

Die Längskräfte der vier Räder werden aus den Zustandsgrößen, der Stellung des Gas- und Kupplungspedals, der Getriebeübersetzung sowie dem Bremsdruck über das in Kapitel 2.2.1 vorgestellte Antriebsstrangmodell berechnet. Die Radseitenkräfte treten nicht mehr explizit auf. Sie wurden durch das Produkt von Schräglaufwinkel α_{ij} und Schräglaufsteifigkeiten c_{ij} ersetzt. Die Schräglaufsteifigkeiten selbst werden systemtheoretisch als konstante Parameter aufgefasst. Tatsächlich werden sie aber über die vereinfachte Magic Tyre Formula nach Kapitel 2.2.2 an die aktuelle Fahrsituation angepasst. Durch die Berücksichtigung der Radlaständerung im Reifenmodell werden über die adaptierten Schräglaufsteifigkeiten indirekt die zusätzlichen Freiheitsgrade des Nickens und Wankens in das nichtlineare Zweispurmodell aufgenommen.

2.3.1 Messgleichungen

Für einen späteren Filterentwurf müssen die messbaren Größen und ihr Zusammenhang mit den Zustandsgrößen definiert werden. Ein besonders einfacher Zusammenhang ergibt sich, wenn lediglich die Gierrate als messbare Ausgangsgröße angenommen wird. Sie ist Zustandsgröße und damit ist die Messgleichung linear:

$$y_1 = \dot{\psi} = \underline{C}_1 \cdot \underline{x} \quad \text{mit } \underline{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
(2.83)

Die Zustandsschätzung wird aber um so besser ausfallen, je mehr Messgrößen einbezogen werden. In einem Serienfahrzeug, das mit ESP ausgestattet ist, stehen neben der Gierrate auch die Drehzahlen ω_{ij} an jedem Rad und die Querbeschleunigung a_y zur Verfügung.

Die Querbeschleunigung hängt nach Gleichung (2.5)

$$a_y = \dot{v}\sin\beta + v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right)\cos\beta \tag{2.84}$$

neben den Zustandsgrößen selbst auch von deren zeitlichen Ableitungen ab. Unter Verwendung von (2.79) bis (2.81) kann diese Abhängigkeit eliminiert werden:

$$a_{y} = \frac{1}{m} \left\{ (F_{lvl} + F_{lvr}) \sin \delta_{v} + (c_{vl} + c_{vr}) \cos \delta_{v} \left(\delta_{v} - \beta - \frac{l_{v} \dot{\psi}}{v} \right) + (F_{lhl} + F_{lhr}) \sin \delta_{h} + (c_{hl} + c_{hr}) \cos \delta_{h} \left(\delta_{h} - \beta + \frac{l_{h} \dot{\psi}}{v} \right) \right\}. \quad (2.85)$$

Für die Raddrehzahlen gilt nach den Gleichungen (2.43) und (2.52) bis (2.55):

$$\omega_{vl} = \frac{1}{r_{\rm dyn}} \left(v \cdot \cos(\delta_v - \beta) - \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\delta_v + l_v \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\delta_v \right) \,, \qquad (2.86)$$

$$\omega_{vr} = \frac{1}{r_{\rm dyn}} \left(v \cdot \cos(\delta_v - \beta) + \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\delta_v + l_v \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\delta_v \right) , \qquad (2.87)$$

$$\omega_{hl} = \frac{1}{r_{\rm dyn}} \left(v \cdot \cos(\delta_h - \beta) - \frac{b_h}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\delta_h - l_h \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\delta_h \right) , \qquad (2.88)$$

$$\omega_{hr} = \frac{1}{r_{\rm dyn}} \left(v \cdot \cos(\delta_h - \beta) + \frac{b_h}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\delta_h - l_h \cdot \dot{\psi} \cdot \sin\delta_h \right) \,. \tag{2.89}$$

Werden die Querbeschleunigung und die Raddrehzahlen als zusätzliche Messgrößen berücksichtigt, ergibt sich eine Messgleichung, die nichtlinear von den Zustands- und Eingangsgrößen abhängt:

$$\underline{y}_{2} = \begin{bmatrix} \omega_{vl} & \omega_{vr} & \omega_{hl} & \omega_{hr} & a_{y} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^{T} = \underline{h}_{2} (\underline{x}, \underline{u}) .$$
(2.90)

2.4 Lineares Einspurmodell

In industriellen Anwendungen wird die Kraftfahrzeugquerdynamik häufig durch das lineare Einspurmodell beschrieben. Durch eine Reihe von Vereinfachungen ermöglicht es eine einfache lineare Darstellung der Fahrzeugbewegung. Zunächst werden die Räder einer Spur zusammengefasst. Radlastschwankungen bei Kurvenfahrt werden damit ignoriert:

$$b_i = 0, \ F_{li} = F_{lil} + F_{lir}, \ F_{si} = F_{sil} + F_{sir} \Leftrightarrow c_i = c_{il} + c_{ir}, \ i = \{v, h\}.$$

Der Schwimmwinkel und die Radeinschlagwinkel werden linearisiert:

$$\overline{\sin \delta_i} = \delta_i, \ \cos \delta_i = 1 \ \sin(\delta_i - \beta) = \delta_i - \beta, \ \cos(\delta_i - \beta) = 1$$

Die Geschwindigkeit v im Schwerpunkt S wird als konstant angenommen $(\dot{v} = 0)$ und daher nicht mehr als Zustandsgröße, sondern als Parameter aufgefasst. Damit entfällt die Differentialgleichung für die Geschwindigkeit und das Einspurmodell kommt mit nur zwei Zustandsgrößen aus. Abbildung 2.12 zeigt das resultierende Einspurmodell einschließlich der angreifenden Kräfte.



Abbildung 2.12: Einspurmodell

Unter diesen Annahmen vereinfachen sich die Kräftebilanz in y-Richtung nach Gleichung (2.7) und die Momentenbilanz nach (2.14):

$$mv\left(\dot{\beta}+\dot{\psi}\right) = \sum F_y \quad \Leftrightarrow \quad \dot{\beta} = \frac{\sum F_y}{mv} - \dot{\psi},$$
(2.91)

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z} \left(l_v F_{yv} - l_h F_{yh} \right)$$
 (2.92)

Für die Radkräfte folgt aus Gleichung (2.16):

$$F_{yv} = F_{lv}\delta_v + F_{sv}, \quad F_{yh} = F_{lh}\delta_h + F_{sh}.$$

$$(2.93)$$

Unter der Annahme konstanter Schräglaufsteifigkeiten c_v, c_h können die Radseitenkräfte mit Hilfe von Gleichung (2.78) wie folgt ausgedrückt werden:

$$F_{sv} = c_v \cdot \left(\delta_v - \beta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v}\right), \quad F_{sh} = c_h \cdot \left(\delta_h - \beta + \frac{l_h \dot{\psi}}{v}\right).$$
(2.94)

Eingesetzt in die vereinfachte Kräfte- und Momentenbilanz (2.91) und (2.92) ergeben sich die Differentialgleichungen für den Schwimmwinkel und die Gierrate:

$$\dot{\beta} = \frac{F_{lv}\delta_v}{mv} + \frac{F_{lh}\delta_h}{mv} - \frac{c_v + c_h}{mv}\beta + \left(\frac{c_hl_h - c_vl_v}{mv^2} - 1\right)\dot{\psi} + \frac{c_v}{mv}\delta_v + \frac{c_h}{mv}\delta_h,$$
$$\ddot{\psi} = \frac{l_vF_{lv}\delta_v}{J_z} - \frac{l_hF_{lh}\delta_h}{J_z} + \frac{c_hl_h - c_vl_v}{J_z}\beta - \frac{c_vl_v^2 + c_hl_h^2}{J_zv}\dot{\psi} + \frac{c_vl_v}{J_z}\delta_v - \frac{c_hl_h}{J_z}\delta_h.$$

Um eine lineare Systemdarstellung zu erhalten, wird das Produkt aus Radlängskraft und Radeinschlagwinkel $F_{li}\delta_i$ vernachlässigt. Damit kann das Einspurmodell als lineares Zustandsmodell mit zwei Zustandsgrößen und zwei Eingangsgrößen dargestellt werden:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{c_v + c_h}{mv} & \frac{c_h l_h - c_v l_v}{mv^2} - 1 \\ \frac{c_h l_h - c_v l_v}{J_z} & -\frac{c_v l_v^2 + c_h l_h^2}{J_z v} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{c_v}{mv} & \frac{c_h}{mv} \\ \frac{c_v l_v}{J_z} & -\frac{c_h l_h}{J_z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_v \\ \delta_h \end{bmatrix}.$$
(2.95)

Das lineare Einspurmodell in der Darstellung (2.95) bildet die Grundlage der Methoden zur Erkennung kritischer Fahrsituationen in Kapitel 5.2.

3 Fahrmanöver

Für die Beurteilung der Schwimmwinkelschätzung und Fahrdynamik-Regelungen werden Fahrmanöver benötigt, die unterschiedliche kritische Fahrsituationen hervorrufen. Fahrmanöver lassen sich grundsätzlich in zwei Gruppen aufteilen:

In *open-loop* Manövern wird die Lenkradbewegung fest vorgegeben, um den Einfluss des Fahrers zu minimieren. Vorteil dieser Manöver ist ihre hohe Reproduzierbarkeit. Das Gefahrenpotential des Manövers kann unabhängig vom Fahrer beurteilt werden.

In *closed-loop* Manövern muss der Fahrer als Fahrzeugführer einen vorgegebenen Kurs absolvieren. Gegenüber open-loop Manövern haben diese Manöver den Nachteil, dass die Schwere des Manövers entscheidend von der Erfahrung des Fahrers abhängt. Andererseits entsprechen Manöver, die den Fahrer einbeziehen, weitaus mehr realen Fahrbedingungen als feste Lenkradwinkelvorgaben. Darüber hinaus erlauben diese Manöver eine Aussage darüber, wie der Fahrer auf die Eingriffe der Regler reagiert und welchen Einfluss die Fahrerreaktion auf die Regler selbst hat. Die gefahrene Trajektorie bietet neben typischen Kenngrößen wie dem Schwimmwinkel eine weitere Beurteilungsgröße für die Güte der Regler.

3.1 Manöver ohne Fahrereinfluss

Die NHTSA, die zivile US-Bundesbehörde für Straßen- und Fahrzeugsicherheit, untersucht seit einigen Jahren intensiv die Wirksamkeit der Fahrdynamikregelung ESP. Zu diesem Zweck hat die NHTSA eine Reihe von open-loop Fahrmanövern standardisiert. Vier dieser Manöver werden in dieser Arbeit verwendet und im Folgenden näher vorgestellt.

3.1.1 Sinuslenken mit Verzögerung

In diesem Manöver wird ein sinusförmiger Lenkradwinkel einer Periode vorgegeben. Der Verlauf des Lenkradwinkels ist in Abbildung 3.1 (a) dargestellt. Die Signalfrequenz beträgt 0,7 Hz. In der zweiten Halbwelle der Sinus-



Abbildung 3.1: Lenkvorgabe bei (a) Sinuslenken mit Verzögerung und (b) J-Turn

schwingung wird nach Erreichen des Minimums eine Wartezeit von 500 ms eingefügt. Damit wird erreicht, dass das Lenkrad erst dann in Gegenrichtung gedreht wird, wenn die Gierrate nahe an ihrem Maximalwert ist. Dieses Manöver wird von der NHTSA besonders häufig eingesetzt, weil es in der Praxis die beste Kombination von Gefahrenpotential der Fahrsituation und Reproduzierbarkeit darstellt [26].

3.1.2 J-Turn

Der J-Turn simuliert ein Manöver, in dem der Fahrer durch eine sehr schnelle Lenkbewegung einem Hindernis ausweichen möchte. Dieses Manöver wird bisher meist eingesetzt, um die Kipptendenz eines Fahrzeuges zu untersuchen [13]. Der Lenkradwinkel ist in Abbildung 3.1 (b) dargestellt. Der Anstieg der einleitenden Lenkbewegung beträgt 1000°/s.

3.1.3 Pseudo-Spurwechsel (optional mit Haltezeit)

Der Pseudo-Spurwechsel regt das instationäre Ansprechverhalten eines Fahrzeuges an [28]. Zuerst wird das Lenkrad eingeschlagen, der Lenkradwinkel gehalten, dann wird gegengelenkt und das Lenkrad schließlich zurück in die Ausgangsposition gebracht. Die Gegenlenkbewegungen erfolgen gerade dann, wenn der Betrag der Gierrate sein Maximum erreicht (siehe Abbildung 3.2 (a)). Fahrzeuge, die bei einem Lenkwinkelsprung ein stabiles Verhalten zeigen, könnten bei diesem Manöver aufgrund der Gegenlenkung am Maximum der Gierrate äußerst kritisch reagieren. Wenn der Vorderradeinschlagwinkel sein Vorzeichen ändert, dann ändert sich entsprechend auch das Vorzeichen der Seitenkraft der Vorderräder. Im Gegensatz dazu bleibt jedoch das Vorzeichen der Seitenkraft der Hinterräder aufgrund der Fahrzeugdynamik noch unverändert. Dieses Seitenkraft-Paar in zwei entgegengesetzten Richtungen erzeugt ein großes Drehmoment und das Fahrzeug übersteuert.



Abbildung 3.2: Lenkvorgabe bei (a) Pseudo-Spurwechsel, (b) Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit, (c) Fishhook

Bei diesem Manöver spielt die Lenkradwinkelrate eine entscheidende Rolle für das Fahrzeugverhalten. Je schneller gelenkt wird, desto stärker fällt der verzögerte Aufbau der Seitenkraft an den Hinterrädern ins Gewicht. In dieser Arbeit wird eine Lenkwinkelrate von 500°/s verwendet. Das Manöver kann variiert werden, indem nach Erreichen des zweiten Maximums der Gierrate eine zusätzliche Haltezeit eingeführt wird (siehe Abbildung 3.2 (b)).

3.1.4 Fishhook

Der Fishhook ist neben dem J-Turn ein weiteres häufig eingesetztes Manöver zur Untersuchung der Kipptendenz eines Fahrzeuges [13]. Wie beim Pseudo-Spurwechsel hängt der Zeitpunkt der Gegenlenkung von einer spezifischen Fahrzeuggröße ab, in diesem Fall der Wankwinkelrate (siehe Abbildung 3.2 (c)). Sobald die Wankwinkelrate nach ihrem ersten Maximum bis auf eine Schwelle von $1,5^{\circ}$ /s abgesunken ist, wird die Gegenlenkung eingeleitet. Die einleitende Lenkbewegung und die erste Gegenlenkung erfolgen mit einer Lenkwinkelrate von 720° /s.

3.2 Manöver mit Fahrereinfluss

In closed-loop Manövern muss der Fahrer einen vorgegebenen Kurs absolvieren. Meist wird der Kurs mit schrittweise ansteigender Geschwindigkeit durchfahren und die maximal mögliche Geschwindigkeit ermittelt, bei welcher der Fahrer den Kurs noch fehlerfrei absolvieren kann.

3.2.1 Ausweichmanöver nach ISO 3888-2

Ein Ausweichmanöver ist ein typisches querdynamisches Fahrmanöver, das häufig im Straßenverkehr auftritt, z.B. wenn unvermittelt Hindernisse auf der Fahrbahn auftauchen oder Personen auf die Fahrbahn treten. Ausweichmanöver dieser Art haben oft schwere Unfälle zur Folge, wenn der Fahrer die Kontrolle über sein Fahrzeug verliert. Bekannt wurde dieses Manöver als Elchtest, als 1997 die A-Klasse von Mercedes-Benz bei einer solchen Testfahrt in Schweden zur Seite kippte. In dieser Arbeit wird das Ausweichmanöver nach dem ISO 3888-2 Standard verwendet [2]. Abbildung 3.3 zeigt den Streckenaufbau.



Abbildung 3.3: Teststrecke für das Ausweichmanöver nach ISO 3888-2

Die Gassenbreite wird an die Fahrzeugbreite b_F angepasst:

 $b_1 = 1, 1 \cdot b_F + 0, 25 \text{ m},$ $b_2 = b_F + 1 \text{ m},$ $b_3 = \max\{1, 3 \cdot b_F + 0, 25 \text{ m}, 3 \text{ m}\}$

Dem Fahrer steht beim Wechsel zurück auf die ursprüngliche Spur ein Meter weniger zur Verfügung als beim Verlassen der Spur. Damit soll eine möglichst hohe Querbeschleunigung gegen Ende des Manövers erreicht werden.

3.2.2 Slalom $18 \,\mathrm{m}$ und $36 \,\mathrm{m}$

Bei Slalomfahrten, auch als Wedeln bezeichnet, wird die Querdynamik durch eine permanente sinusförmige Lenkbewegung angeregt. Diese Anregung kann entweder durch eine feste Lenkbewegung und damit open-loop erfolgen ([4, 12]) oder es wird eine feste Strecke vorgegeben. Der Abstand der Pylonen, die den Kurs abstecken, beträgt in der Regel 18 m oder 36 m.

3.3 Bewertungskriterien für querdynamisch kritische Fahrmanöver

Grundlegende Forderungen an querdynamische Regelungssysteme sind die Erhöhung der Stabilität und die Aufrechterhaltung der Lenkbarkeit bei möglichst hoher Fahrzeugagilität ([12, 26, 67, 78]). Diese Forderungen stehen im Widerspruch zueinander. So führt eine sicherheitsorientierte Auslegung zu einer verringerten Agilität, da bereits frühzeitig vor Erreichen kritischer Dynamikbereiche eingegriffen wird und so beispielsweise hohe Querbeschleunigungen nicht mehr zugelassen werden. Auf der anderen Seite können hohe Querbeschleunigungen aber notwendig sein, um eine schnelle und deutliche seitliche Fahrzeugbewegung zu ermöglichen z.B. beim Ausweichen vor Hindernissen. Je größer aber die zulässige Querbeschleunigung wird, desto näher kann das Fahrzeug an seine Stabilitätsgrenze kommen. Die Auslegung von Fahrsicherheitssystemen erfordert somit immer einen Kompromiss zwischen Stabilität, Lenkbarkeit und Agilität.

Wesentliche Kriterien zur Beurteilung der Schwere einer querdynamischen Fahrt sind:

Stabilität Der Schwimmwinkel kann als Maß für die Beurteilung der Fahrzeugstabilität herangezogen werden. [12] definiert unterschiedliche Forderungen an den Schwimmwinkel je nach Manöver. Während er in Anlehnung an [22] bei der stationären Kreisfahrt fordert, dass der Schwimmwinkel linear mit der Querbeschleunigung ansteigt, fordert er für alle dynamischen Testfahrten, dass der Maximalwert des Schwimmwinkels möglichst klein ist. In [67] wird dieses Kriterium leicht abgewandelt und stattdessen lediglich eine Begrenzung des Schwimmwinkels mit untersteuernder Tendenz gefordert. In [78] wird die Fahrzeugstabilität durch ein möglichst kleines Integral des Schwimmwinkels charakterisiert. In dieser Arbeit wird die Forderung übernommen, dass der maximale Schwimmwinkel möglichst klein sein soll.

Lenkbarkeit Das Fahrzeug soll der Fahrervorgabe möglichst schnell folgen. Kriterien dafür sind möglichst kurze Verzögerungszeiten zwischen dem Aufbau des Lenkradwinkels und der Antwort der Gierrate sowie der Querbeschleunigung ([12, 67]). Als Kriterien werden dazu der Zeitverzug $T_{\dot{\psi}}$ zwischen dem maximalen Lenkradwinkel und der maximalen Gierrate und der Zeitverzug T_{a_y} zwischen dem maximalen Lenkradwinkel und der maximalen Querbeschleunigung herangezogen (siehe Abbildung 3.4). Je kleiner die beiden Verzögerungszeiten sind, desto unmittelbarer folgt das Fahrzeug der



Abbildung 3.4: Definition (a) der Verzögerungszeiten T_{a_y} und $T_{\dot{\psi}}$ sowie (b) des Spinouts gemäß NHTSA

Lenkvorgabe.

Ein weiteres Kriterium für die Lenkbarkeit ist die drohende Gefahr eines Schleudervorgangs (Spinout). In diesem Fall sinkt die Gierrate nach Rücknahme des Lenkradwinkels nicht schnell genug ab und das Fahrzeug dreht sich weiter um seine Hochachse, obwohl der Fahrer eine Geradeausfahrt vorgibt. Die NHTSA hat ein Kriterium entwickelt, das die Gefahr eines Spinouts definiert. Dazu wird die Gierrate betrachtet, die eine Sekunde nach Rücknahme des Lenkradwinkels noch vorliegt. Dieser Wert wird in Bezug gesetzt zur maximalen Gierrate (siehe Abbildung 3.4 (b)):

$$F_{so} = \frac{\dot{\psi}(t_0 + 1)}{\dot{\psi}_{\max}} \,. \tag{3.1}$$

Ein Spinout tritt dann auf, wenn dieses Verhältnis größer als 0,6 ist, wenn also die Gierrate eine Sekunde nach Rücknahme des Lenkradwinkels um weniger als 40% ihres Maximalwertes gesunken ist.

Agilität Die Agilität eines Fahrzeuges steigt mit der maximal zulässigen Querbeschleunigung. Für hohe Agilität wird somit eine möglichst große maximale Querbeschleunigung gefordert.

Zusammenfassung der Kriterien Die einzelnen Kriterien sind in Tabelle 3.1 noch einmal zusammengefasst.

Kenngröße	$\max(\beta)$	$\max(a_y)$	$K_{\rm max}$	$K_{\rm int}$	T_{a_y}	$T_{\dot{\psi}}$	F_{so}
Forderung	min	max	\min	min	\min	min	< 60%

Tabelle 3.1: Bewertungskriterien für querdynamische Testfahrten

Dabei gelten folgende Abkürzungen:

$$K_{\max} = \frac{\max(|\beta|)}{\max(|a_y|)}, \quad K_{\text{int}} = \frac{\int |\beta| dt}{\int |a_y| dt}, \quad F_{so} = \frac{\dot{\psi}(t_0 + 1)}{\dot{\psi}_{\max}} \quad . \tag{3.2}$$

Neben den absoluten Maximalwerten von Schwimmwinkel und Querbeschleunigung wird auch ihr Quotient K_{max} betrachtet. Er soll möglichst klein sein. Für die Beurteilung eines Fahrmanövers sind aber nicht nur die Maximalwerte von Schwimmwinkel und Querbeschleunigung entscheidend, sondern auch ihre Größenordnung während des gesamten Manövers. Aus diesem Grund wird zusätzlich das Integral des Betrages beider Größen über das komplette Manöver gebildet und der Quotient K_{int} der resultierenden Integrale in die Betrachtung mit einbezogen.

4 Schätzung des Schwimmwinkels

Der Schwimmwinkel ist eine zentrale Größe der Fahrzeugdynamik. Wird der Schwimmwinkel sehr groß oder wächst er stark an, wird die Fahrsituation kritisch. Mit Standardsensoren ist er nach dem derzeitigen Stand der Technik nicht messbar. Neben GPS-gestützten Ansätzen (z.B. [20, 60]) finden sich in der Literatur zahlreiche Ansätze einer modellbasierten Schätzung. Bei rein kinematischen Ansätzen wird bewusst auf die Verwendung eines physikalischen Modells verzichtet. Nach Gleichung (2.5) kann der Schwimmwinkel allein in Abhängigkeit der Längs- und Querbeschleunigung sowie der Gierrate ausgedrückt werden:

$$a_x = \dot{v}_x - v_y \left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right) = \dot{v}\cos\beta - v \left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right)\sin\beta,\tag{4.1}$$

$$a_y = \dot{v}_y + v_x \left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right) = \dot{v}\sin\beta + v \left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right)\cos\beta.$$
(4.2)

Damit entfallen Fehler durch Parameterungenauigkeiten oder eine zu ungenaue Beschreibung des Reifen-Fahrbahn-Kontaktes. Ein besonders einfacher Ansatz findet sich in [40]. Wird die zeitliche Änderung der Quergeschwindigkeit vernachlässigt ($\dot{v}_y = 0$), kann der Schwimmwinkel nach (4.2) direkt aus den Messwerten Querbeschleunigung, Geschwindigkeit und Gierrate berechnet werden:

$$a_y = v_x \left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right) \Leftrightarrow \beta = \int \left(\frac{a_y}{v_x} - \dot{\psi}\right) \mathrm{d}t \,.$$
 (4.3)

Allerdings werden durch die Integration Messfehler mit der Zeit aufsummiert. Die direkte Integration führt somit zu großen Fehlern, wenn reale Messwerte verwendet werden.

In [23] wird ein linearer Zustandsbeobachter für das kinematische Modell vorgestellt. Dazu wird die zeitliche Änderung des Schwimmwinkels vernachlässigt:

$$\dot{v}_x = v_y \dot{\psi} + a_x, \quad \dot{v}_y = -v_x \dot{\psi} + a_y.$$
 (4.4)

Die Gierrate wird als Parameter aufgefasst. Als gemessene Ausgangsgröße wird die Geschwindigkeit v_x verwendet. Die Genauigkeit dieses einfachen Beobachters hängt entscheidend von der Messgenauigkeit der Beschleunigungen und der Gierrate ab. Alleine durch die Rückführung der gemessenen Längsgeschwindigkeit kann ein Offset der gemessenen Querbeschleunigung oder Gierrate nicht kompensiert werden.

Aufgrund der Ungenauigkeit der rein kinematischen Ansätze wird in den meisten Veröffentlichungen zusätzlich die Kinetik berücksichtigt. [37] erweitert dazu das Modell (4.4) um die Momentenbilanz um die Hochachse. Er entwirft einen Beobachter, der die Längsgeschwindigkeit mit Hilfe der gemessenen Raddrehzahlen, die Quergeschwindigkeit mit Hilfe der gemessenen Querbeschleunigung und die Momentenbilanz mit Hilfe der gemessenen Gierrate korrigiert.

In vielen Veröffentlichungen wird das lineare Einspurmodell nach Kapitel 2.4 eingesetzt. Der Beobachterentwurf gestaltet sich dann besonders einfach, wenn die Schräglaufsteifigkeiten als konstant angenommen werden ([8, 71]). Während in [71] die Gierrate als alleinige Ausgangsgröße betrachtet wird, korrigiert [8] die Schätzung zusätzlich anhand der gemessenen Querbeschleunigung.

Das Einspurmodell mit konstanten Schräglaufsteifigkeiten ist jedoch nur gültig, solange die Reifen auf den linearen Bereich beschränkt sind. In einer Reihe von Ansätzen wird die Genauigkeit des linearen Einspurmodells durch die Integration nichtlinearer Reifenmodelle verbessert. [40] adaptiert den linearen Beobachter durch eine zusätzliche Schätzung der Schräglaufsteifigkeiten. In [18] wird eine vereinfachte Form des Magic Tyre Formula Reifenmodells verwendet. Allerdings wird hier das Modell direkt ausgewertet und nicht durch einen Beobachter korrigiert. [57] setzt ebenfalls das Einspurmodell in Kombination mit einem einfachen nichtlinearen Reifenmodell ein. Er schließt den Kreis durch einen Linearisierungsbeobachter, der das Modell unter Verwendung der gemessenen Gierrate und Querbeschleunigung korrigiert.

Ein Linearisierungsbeobachter wird auch bei [14] und [35] eingesetzt. Beide verwenden ein nichtlineares Zweispurmodell, das im Wesentlichen dem Modell aus Kapitel 2.3 entspricht. [14] setzt die Geschwindigkeit als bekannt voraus. Die Radlängskräfte werden über einen einfachen Ansatz aus der Geschwindigkeit ermittelt. Die Seitenkräfte werden über einen rekursiven Least-Squares Ansatz geschätzt. Als Ausgangsgrößen verwendet er die Geschwindigkeit und die Gierrate. In [35] wird neben dem Linearisierungsbeobachter auch ein Beobachter mit Adaption eines Gütemaßes nach Sieber untersucht, der ähnliche Ergebnisse liefert wie der Linearisierungsbeobachter. Darüber hinaus wird ein Extended Kalman Bucy Filter entworfen. Als Ausgangsgrößen werden ebenfalls die Geschwindigkeit und die Gierrate verwendet.

Auch in [85] findet ein nichtlineares Zweispurmodell Verwendung. Die Längskräfte werden vernachlässigt, die Seitenkräfte werden über eine Exponentialfunktion approximiert. Die Gierrate wird als einzige Ausgangsgröße aufgefasst. Der Schwimmwinkel wird wie bei [35] über ein Extended Kalman Bucy Filter geschätzt.

In [59] wird ebenfalls ein nichtlineares Zweispurmodell eingesetzt, die Reifenkräfte werden mittels Magic Tyre Formula geschätzt. Das Reifenmodell wird direkt in die Zustandsdifferentialgleichungen eingesetzt. Sie können nicht mehr nach den Zuständen abgeleitet werden. Aus diesem Grund wird kein Extended Kalman Filter eingesetzt, sondern ein Unscented Kalman Filter, das zur Zustandsprädiktion mehrere repräsentative Punkte betrachtet und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung für jeden Abtastschritt approximiert.

Ausgangspunkt dieser Arbeit ist das nichtlineare Zweispurmodell nach Kapitel 2.3. Für die Schätzung des Schwimmwinkels in kritischen Fahrsituationen auf Basis des nichtlinearen Zweispurmodells ist das Extended Kalman Filter besser geeignet als ein Beobachter. Im Gegensatz zu einem Beobachter geht das Extended Kalman Filter von einem stochastischen Prozessmodell aus, das Modellungenauigkeiten und Messrauschen explizit berücksichtigt. Damit ist es möglich, die Ungenauigkeit des Kupplungsmodells aus Kapitel 2.2.1 während eines Schaltvorgangs zu modellieren. In kritischen Fahrsituationen wirkt sich darüber hinaus die Vernachlässigung des Reifenschlupfes in den Messgleichungen (2.86) bis (2.89) negativ aus. Diese Ungenauigkeit kann in Form von Messrauschen explizit berücksichtigt werden. Das vorgestellte Extended Kalman Filter verwendet nur Ausgangsgrößen, die in Serienfahrzeugen mit ESP zur Verfügung stehen: Die vier Raddrehzahlen, die Querbeschleunigung und die Gierrate.

4.1 Theorie des Extended Kalman Filters

Der Entwurf des Extended Kalman Filters kann auf den Entwurf eines Kalman Filters für lineare Systeme zurückgeführt werden. Dazu wird das nichtlineare Prozessmodell um den aktuell geschätzten Zustand linearisiert. Zunächst werden kurz die Grundlagen des Kalman Filters vorgestellt, um darauf aufbauend das Extended Kalman Filter herzuleiten.

Kalman Filter für lineare zeitdiskrete Systeme Aufgabe des Kalman Filters ist es, den Zustand \underline{x}_i eines linearen zeitdiskreten Systems zu schätzen. Während ein Beobachter davon ausgeht, dass das Prozessmodell exakt und die Messwerte fehlerfrei sind, können durch das Kalman Filter Modellungenauigkeiten und Messrauschen explizit berücksichtigt werden. Dazu geht

das Kalman Filter von einer stochastischen Beschreibung des Systems aus:

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{A}_d \, \underline{x}_k + \underline{B}_d \, \underline{u}_k + \underline{\xi}_k \,, \tag{4.5}$$

$$\underline{y}_k = \underline{C} \, \underline{x}_k + \underline{\theta}_k \,. \tag{4.6}$$

Die Zufallsvariablen \underline{x}_i , \underline{y}_i , $\underline{\xi}_i$ und $\underline{\theta}_i$ seien Gauß-verteilt. Das Systemrauschen $\underline{\xi}_i$ und das Messrauschen $\underline{\theta}_i$ werden zusätzlich als mittelwertfrei und untereinander unkorreliert vorausgesetzt. Die Eingangsgröße \underline{u}_i wird als deterministisch angenommen.

In der Literatur wurde das Kalman Filter auf verschiedenen Wegen hergeleitet. In seiner ursprünglichen Veröffentlichung greift Kalman [39] auf ein Orthogonalitätsprinzip zurück. Ein kompakter und anschaulicher Überblick einschließlich Extended Kalman Filter findet sich in [76], für eine ausführlichere Behandlung einschließlich Herleitung bieten sich [32] und [77] an.

Die Schätzung des Systemzustands \underline{x} erfolgt in zwei Schritten.

Im *Prädiktionsschritt* werden die Schätzwerte $\underline{\hat{x}}_{k+1}^-$ und die Kovarianz des Schätzfehlers \underline{P}_{k+1}^- anhand des Systemmodells berechnet:

$$\underline{\hat{x}}_{k+1}^{-} = \underline{A}_{d} \cdot \underline{\hat{x}}_{k} + \underline{B}_{d} \cdot \underline{u}_{k} , \qquad (4.7)$$

$$\underline{P}_{x,k+1}^{-} = \underline{A}_{d} \cdot \underline{P}_{x,k} \cdot \underline{A}_{d}^{T} + \underline{P}_{\xi,k} .$$

$$(4.8)$$

Darin bezeichnet $\underline{P}_{\xi,k} = \underline{E}\{\underline{\xi} \cdot \underline{\xi}^T\}$ die Kovarianzmatrix des Systemrauschens.

Im *Filterschritt* wird die Prädiktion anhand der Messwerte korrigiert:

$$\underline{\hat{x}}_{k+1} = \underline{\hat{x}}_{k+1}^- + \underline{K}_{k+1} \cdot \left(\underline{y}_{k+1} - \underline{C} \cdot \underline{\hat{x}}_{k+1}^-\right) \quad \text{mit}$$

$$(4.9)$$

$$\underline{K}_{k+1} = \underline{P}_{x,k+1}^{-} \cdot \underline{C}^{T} \cdot \left(\underline{C} \cdot \underline{P}_{x,k+1}^{-} \cdot \underline{C}^{T} + \underline{P}_{\theta,k+1}\right)^{-1}, \qquad (4.10)$$

$$\underline{P}_{x,k+1} = (\underline{I} - \underline{K}_{k+1} \cdot \underline{C}) \, \underline{P}_{x,k+1}^{-} \,. \tag{4.11}$$

Analog zu $\underline{P}_{\xi,k}$ bezeichnet $\underline{P}_{\theta,k} = \underline{E}\{\underline{\theta} \cdot \underline{\theta}^T\}$ die Kovarianzmatrix des Messrauschens.

Für den skalaren Fall lässt sich anhand dieser Gleichungen die Bedeutung des System- und Messrauschens veranschaulichen. Die Gleichungen (4.8) und (4.10) vereinfachen sich im skalaren Fall zu:

$$P_{x,k+1}^- = A_d^2 \cdot P_{x,k} + P_{\xi,k}, \quad K_{k+1} = 1 + \frac{P_{x,k+1}^- \cdot C}{P_{\theta,k+1}}.$$

Die prädizierte Schätzfehlerkovarianz $P_{x,k+1}^-$ wächst mit der Varianz des Systemrauschens $P_{\xi,k}$. Die anhand des Modells prädizierten Schätzwerte werden somit als umso weniger zuverlässig eingeschätzt, je größer das Systemrauschen ist. Der Korrekturterm K_{k+1} , der die Schätzung anhand der Messwerte korrigiert, wächst mit der Kovarianz des Schätzfehlers. Je unsicherer also das Modell ist, desto stärker wird es korrigiert. Mit steigender Varianz des Messrauschens dagegen sinkt der Korrekturterm. Je unsicherer also die Messwerte sind, desto weniger stark wird der anhand des Modells geschätzte Zustand korrigiert.

Dieser Sachverhalt lässt sich auf den vektoriellen Fall verallgemeinern: Je größer die Varianz des Systemrauschens ist, desto weniger verlässt sich das Kalman Filter auf das Systemmodell und desto stärker wird das Modell anhand der Messwerte korrigiert. Je größer dagegen die Varianz des Messrauschen ist, desto weniger verlässt sich das Filter auf die Messwerte und desto stärker werden die anhand des Modells prädizierten Zustände gewichtet.

Extended Kalman Filter Um den Systemzustand eines nichtlinearen Systems zu schätzen, wird in Analogie zum Kalman Filter ein nichtlineares stochastisches Systemmodell aufgestellt:

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{f}_d(\underline{x}_k, \underline{u}_k, \underline{\xi}_k),$$

$$\underline{y}_k = \underline{h}(\underline{x}_k, \underline{u}_k, \underline{\theta}_k).$$

$$(4.12)$$

Wie im linearen Fall werden $\underline{x}_i, \underline{y}_i, \underline{\xi}_i$ und $\underline{\theta}_i$ als Gauß-verteilte Zufallsvariablen aufgefasst. Systemrauschen $\underline{\xi}_i$ und Messrauschen $\underline{\theta}_i$ seien wieder mittelwertfrei, untereinander unkorreliert und besitzen die Kovarianzmatrizen

$$\underline{P}_{\xi,k} = E\left\{\underline{\xi}_k \cdot \underline{\xi}_k^T\right\}, \quad \underline{P}_{\theta,k} = E\left\{\underline{\theta}_k \cdot \underline{\theta}_k^T\right\}.$$
(4.13)

Für die Ermittlung einer geeigneten Filterverstärkung \underline{K} wird die nichtlineare Systemfunktion \underline{f}_d um den Schätzwert $\underline{\hat{x}}_k$ aus dem letzten Filterschritt und Systemrauschen null linearisiert:

$$\underline{x}_{k+1} \approx \underline{f}_d(\underline{\hat{x}}_k, \underline{u}_k, \underline{0}) + \underline{A}_{d,k} \cdot (\underline{x}_k - \underline{\hat{x}}_k) + \underline{\Xi}_k \cdot \underline{\xi} \quad \text{mit}$$
(4.14)

$$\underline{A}_{d,k} = \frac{\partial \underline{f}_{d}}{\partial \underline{x}} \Big|_{(\underline{\hat{x}}_{k},\underline{u}_{k}\underline{0})} \text{ und } \underline{\Xi}_{k} = \frac{\partial \underline{f}_{d}}{\partial \underline{\xi}} \Big|_{(\underline{\hat{x}}_{k},\underline{u}_{k},\underline{0})} .$$

$$(4.15)$$

Die Ausgangsfunktion \underline{h}_d wird um den aktuell prädizierten Schätzwert $\underline{\hat{x}}_k^-$

und Messrauschen null linearisiert:

$$\underline{y}_k \approx \underline{h}(\underline{\hat{x}}_k, \underline{u}_k, \underline{0}) + \underline{C}_k \cdot \left(\underline{x}_k - \underline{\hat{x}}_k^-\right) + \underline{\Theta}_k \cdot \underline{\theta} \quad \text{mit}$$
(4.16)

$$\underline{C}_{k} = \frac{\partial \underline{h}}{\partial \underline{x}} \Big|_{(\underline{\hat{x}}_{k}^{-}, \underline{u}_{k}, \underline{0})} \text{ und } \underline{\Theta}_{k} = \frac{\partial \underline{h}}{\partial \underline{\theta}} \Big|_{(\underline{\hat{x}}_{k}^{-}, \underline{u}_{k}, \underline{0})} .$$

$$(4.17)$$

Diese Linearisierung wird nur benötigt, um die Schätzfehlerkovarianz zu prädizieren und die Filterverstärkung <u>K</u> zu berechnen. Die Prädiktion des Systemzustands und die Berechnung der Ausgangsgröße \underline{y}_k erfolgt anhand des nichtlinearen Systemmodells.

Der Prädiktionsschritt des Extended Kalman Filters lautet damit:

$$\underline{\hat{x}}_{k}^{-} = \underline{f}_{d}(\underline{\hat{x}}_{k-1}, \underline{u}_{k-1}, \underline{0}), \qquad (4.18)$$

$$\underline{P}_{x,k}^{-} = \underline{A}_{d,k-1}\underline{P}_{x,k-1}\underline{A}_{d,k-1}^{T} + \underline{\Xi}_{k-1}\underline{P}_{\xi,k-1}\underline{\Xi}_{k-1}^{T}.$$
(4.19)

Im *Filterschritt* wird die Prädiktion anhand der Messwerte korrigiert:

$$\underline{\hat{x}}_{k} = \underline{\hat{x}}_{k}^{-} + \underline{K}_{k} \cdot \left(\underline{y}_{k} - \underline{h}(\underline{\hat{x}}_{k}^{-}, \underline{u}_{k}, \underline{0}) \right) , \qquad (4.20)$$

$$\underline{K}_{k} = \underline{P}_{x,k}^{-} \underline{C}_{k}^{T} \left(\underline{C}_{k} \underline{P}_{x,k}^{-} \underline{C}_{k}^{T} + \underline{\Theta}_{k} \underline{P}_{\theta,k} \underline{\Theta}_{k}^{T} \right)^{-1} , \qquad (4.21)$$

$$\underline{P}_{x,k} = (\underline{I} - \underline{K}_k \underline{C}_k) \underline{P}_{x,k}^- (\underline{I} - \underline{K}_k \underline{C}_k)^T + \underline{K}_k \underline{\Theta}_k \underline{P}_{\theta,k} \underline{\Theta}_k^T \underline{K}_k^T$$
(4.22)

$$= (\underline{I} - \underline{K}_{\underline{k}}\underline{C}_{\underline{k}}) \underline{P}_{\underline{x},\underline{k}}^{-} .$$

$$(4.23)$$

4.2 Extended Kalman Filter für das nichtlineare Zweispurmodell

Ausgangspunkt des Filterentwurfs ist das nichtlineare Zweispurmodell mit sechs Ausgangsgrößen:

$$\underline{\dot{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}), \quad \underline{y} = \begin{bmatrix} \omega_{vl} & \omega_{vr} & \omega_{hl} & \omega_{hr} & a_y & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T = \underline{h}_2(\underline{x}, \underline{u}) .$$
(4.24)

Für die nichtlineare Funktion $\underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$ gelten die Differentialgleichungen (2.79) bis (2.81), für die Messgleichung $\underline{h}_2(\underline{x}, \underline{u})$ gelten die Gleichungen (2.85) bis (2.89).

Bevor das Extended Kalman Filter entworfen werden kann, muss das System zunächst zeitlich diskretisiert werden. Hierzu wird die Zeitdiskretisierung nach Euler gewählt:

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{x}_k + T_A \cdot \underline{f}(\underline{x}_k, \underline{u}_k) \,. \tag{4.25}$$

Die Validierung des Extended Kalman Filters erfolgt sowohl für realen Messdaten als auch für virtuellen Testdaten der Software CarMaker[®]. In beiden Fällen beträgt die Abtastzeit $T_A = 1$ ms.

4.2.1 Dimensionierung der Kovarianzmatrizen

Das Verhalten des Extended Kalman Filters hängt wesentlich von den Kovarianzmatrizen des System- und Messrauschens ab. Je größer das Systemrauschen ist, desto weniger wird dem prädizierten Schätzwert vertraut und desto stärker wird auf Basis der Messwerte korrigiert. Dagegen sinkt das Vertrauen in die Messwerte mit steigender Kovarianz des Messrauschens und die prädizierten Werte werden weniger stark korrigiert.

Bei der Modellierung des Antriebsstrangs wird ein sehr einfaches Modell der Kupplung verwendet, das den Schaltvorgang nur unzureichend beschreibt. Aus diesem Grund wird die Kovarianzmatrix des Systemrauschens für die Geschwindigkeit während der Schaltvorgänge auf einen hohen Wert gesetzt. In diesen kurzen Zeiträumen verlässt sich das Extended Kalman Filter dann stärker auf die Messwerte.

Bei der Modellierung der Fahrzeugdynamik wird der Reifenschlupf vernachlässigt. Der Fehler, der aus dieser Vereinfachung resultiert, wirkt sich dann besonders stark aus, wenn stark beschleunigt oder gebremst wird und wenn an einzelnen Räder der Kraftschluss verloren geht. In diesen Fällen weichen die Schwerpunktgeschwindigkeiten, die sich nach den Gleichungen (2.52) bis (2.55) und der Beziehung $v_{lij} = \omega_{ij} \cdot r_{dyn}$ aus den Raddrehzahlen berechnen

$$v^{(vl)} = \frac{1}{\cos(\delta_v - \beta)} \left(\omega_{vl} + \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \delta_v - l_v \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \delta_v \right), \tag{4.26}$$

$$v^{(vr)} = \frac{1}{\cos(\delta_v - \beta)} \left(\omega_{vr} - \frac{b_v}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \delta_v - l_v \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \delta_v \right), \tag{4.27}$$

$$v^{(hl)} = \frac{1}{\cos(\delta_h - \beta)} \left(\omega_{hl} + \frac{b_h}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \delta_h + l_h \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \delta_h \right), \tag{4.28}$$

$$v^{(hr)} = \frac{1}{\cos(\delta_h - \beta)} \left(\omega_{hr} - \frac{b_h}{2} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \delta_h + l_h \cdot \dot{\psi} \cdot \sin \delta_h \right).$$
(4.29)

deutlich voneinander ab. Die Varianz der Schwerpunktgeschwindigkeiten $v^{(ij)}$ kann somit als Maß für die Zuverlässigkeit der Raddrehzahlen herangezogen

werden. Dazu wird zunächst eine mittlere Geschwindigkeit \bar{v} definiert, welche die tatsächliche Schwerpunktgeschwindigkeit möglichst exakt beschreiben soll. Bei starker Beschleunigung tritt an den angetriebenen Rädern ein großer Antriebsschlupf auf. In diesem Fall wird die mittlere Geschwindigkeit \bar{v} als Mittelwert der beiden Schwerpunktgeschwindigkeiten berechnet, die sich aus den Raddrehzahlen der nicht angetriebenen Räder ergeben. In allen anderen Fällen wird der Median der vier errechneten Schwerpunktgeschwindigkeiten $v^{(ij)}$ verwendet. Gegenüber einer einfachen Mittelwertbildung hat der Median den Vorteil, dass einzelne blockierende oder durchdrehende Räder aus der Berechnung herausfallen. Die Varianz der einzelnen Raddrehzahlen wird dann definiert als quadratische Abweichung der berechneten Schwerpunktgeschwindigkeit $\bar{v}^{(ij)}$ von der mittleren Geschwindigkeit \bar{v} :

$$\sigma_{\omega_{ij}}^2 = \left(v^{(ij)} - \bar{v}\right)^2. \tag{4.30}$$

Je größer der Schlupf an einem Rad ist, desto größer wird diese Varianz werden und desto weniger stark wird die entsprechende Raddrehzahl im Korrekturschritt des Extended Kalman Filters berücksichtigt.

Für die weitere Dimensionierung der Kovarianzmatrizen müssen die unterschiedlichen Wertebereiche der einzelnen Größen beachtet werden. Die Wertebereiche der Zustandsgrößen werden angenommen als

$$0 \text{ km/h} < v \le 200 \text{ km/h}, \quad |\beta| \le 20^\circ, \quad |\psi| \le 80^\circ/\text{s}.$$
 (4.31)

Unter der Annahme einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 60 km/h und einer Standardabweichung von 1% ergibt sich die Varianz der Geschwindigkeit zu $\sigma_v^2 = 0,028 \text{ m}^2/\text{s}^2$. Die Varianzen von Schwimmwinkel und Gierrate werden ausgehend von der Varianz der Geschwindigkeit ermittelt. Dabei werden die unterschiedlichen Wertebereiche berücksichtigt:

$$\sigma_{\beta} = \sigma_v \cdot \frac{\max(\beta) - \min(\beta)}{\max(v) - \min(v)} = 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ rad}, \qquad (4.32)$$

$$\sigma_{\dot{\psi}} = \sigma_v \cdot \frac{\max(\dot{\psi}) - \min(\dot{\psi})}{\max(v) - \min(v)} = 8.4 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$
(4.33)

$$\Rightarrow \sigma_{\beta}^{2} = 4,39 \cdot 10^{-6} \operatorname{rad}^{2}, \quad \sigma_{\psi}^{2} = 7,02 \cdot 10^{-5} \operatorname{rad}^{2}/\mathrm{s}^{2}.$$
(4.34)

Bei der Festlegung der Kovarianz des Messrauschens werden im Allgemeinen die Herstellerangaben der verwendeten Sensoren herangezogen.
Identifikation der Längsdynamik

Die zur Verfügung stehenden Messdaten sind nicht ausreichend, um das Antriebsstrangmodell nach Kapitel 2.2.1 zu identifizieren. Insbesondere das Motorkennfeld ist nicht bekannt. Bei der Validierung des Extended Kalman Filters anhand der Messdaten werden daher direkt die gemessenen Längskräfte eingesetzt.

Unter CarMaker[®] könnten die Parameter des Antriebsstrangs direkt aus dem Softwaremodell übernommen werden. Um die Realisierbarkeit des Antriebsstrangmodells zu überprüfen, werden sie aber aus Testdaten identifiziert. Dabei wird vorausgesetzt, dass das Motorkennfeld an einem Motorprüfstand bereits vermessen wurde und direkt übernommen werden kann. Die Bremskraftverteilung wird ebenfalls als bekannt vorausgesetzt. Zu identifizieren bleiben somit noch die Trägheitsmomente J_{ges} und J_R und die Reibungskoeffizienten $d_{r,0}$ und $d_{r,1}$.

Die Identifikation erfolgt anhand einer Geradeausfahrt ohne Bremseingriff. Bei Geradeausfahrt sind der Schwimmwinkel, die Gierrate und der Lenkradwinkel gleich null. Damit fallen die Geschwindigkeiten der einzelnen Räder nach (2.46) bis (2.49) zusammen und somit nach (2.43) auch die Raddrehzahlen:

$$\omega_{vl} = \omega_{vr} = \omega_{hl} = \omega_{hr} = \frac{v}{r_{\rm dyn}}.$$
(4.35)

Da kein Bremseingriff erfolgt, sind die Längskräfte an den nicht angetriebenen Hinterrädern gleich null, und die Kräftebilanz in Fahrzeuglängsrichtung nach (2.6) vereinfacht sich zu:

$$m\dot{v} = F_{lvl} + F_{lvr} - c_w^* v^2 \,. \tag{4.36}$$

Wird die Kräftebilanz nach der Kräftesumme aufgelöst und die Geschwindigkeit durch eine beliebige Raddrehzahl ausgedrückt

$$F_{lvl} + F_{lvr} = m\dot{v} + c_w^* v^2 = m\,\dot{\omega}_{vl}\,r_{\rm dyn} + c_w^*\,\omega_{vl}^2\,r_{\rm dyn}^2\,,\tag{4.37}$$

kann die Summe der Längskräfte in Gleichung (2.39) des Antriebsstrangmodells durch (4.37) ersetzt werden. Damit besteht die Möglichkeit, eine Differentialgleichung für die Raddrehzahl aufzustellen:

$$\dot{\omega}_{vl} = \frac{M'_M - d_{r,0}i_D - d_{r,1}i_D^2\omega_{vl} - c_w^*\omega_{vl}^2 r_{\rm dyn}^3}{mr_{\rm dyn}^2 + J_{\rm ges} + 2J_R}$$
(4.38)

Der Bremsdruck entfällt dabei, da der Bremseingriff ausgeschlossen wurde.

Bei einer Geradeausfahrt auf homogener Fahrbahnoberfläche haben alle Räder dieselbe translatorische Geschwindigkeit. Da in der Modellierung der Antriebsschlupf vernachlässigt wurde, wird für die Identifikation der Mittelwert der beiden Raddrehzahlen der nicht angetriebenen Räder verwendet. Das Gesamtträgheitsmoment des Fahrzeugs J_{ges} setzt sich aus den Trägheitsmomenten der einzelnen Komponenten Motor, Kupplung, Getriebe und Differential zusammen:

$$J_{\text{ges}} = \left(\left((J_M + J_{K,e})(1 - \alpha_K) + J_{K,a} + J_{G,e} \right) i_G^2 + J_{G,a} + J_{D,e} \right) i_D^2 + J_{D,a} \, .$$

Die einzelnen Trägheitsmomente lassen sich nur identifizieren, wenn sie unabhängig voneinander sind. Über die beiden veränderlichen Größen α_K und i_G lassen sich drei Trägheitsmomente trennen:

$$J_{\text{ges}} + 2J_R = \left(J_1(1 - \alpha_K) + J_2\right)i_D^2 i_G^2 + J_3.$$
(4.39)

Da bei geöffneter Kupplung ($\alpha_K = 1$) das System nur sehr schwach angeregt werden kann, ist es praktisch nicht möglich J_1 und J_2 zu trennen und es kann nur ihre Summe identifiziert werden. Es verbleiben somit zwei Trägheitsmomente, die getrennt voneinander ermittelt werden:

$$J_{\text{ges}} + 2J_R = J_1^* \cdot i_G^2 + J_2^* \,. \tag{4.40}$$

Die identifizierten Parameter für die beiden Trägheitsmomente und die beiden Reibungskoeffizienten finden sich in Tabelle A.2.

4.3 Validierung des Extended Kalman Filters

Das Extended Kalman Filter wurden sowohl mit Messdaten als auch mit Daten eines virtuellen Fahrzeuges validiert. Die wichtigsten Fahrzeugparameter der beiden Versuchsfahrzeuge finden sich in Anhang A.1 in den Tabellen A.1 und A.2.

4.3.1 Messdaten des Versuchsfahrzeuges Opel Vita

Für eine Identifizierung des Antriebsstrangmodells nach Kapitel 2.2.1 stehen keine ausreichenden Messdaten zur Verfügung. Daher verwendet das Extended Kalman Filter direkt die gemessenen Längskräfte. Die Seitenkraft wird über die vereinfachte Magic Tyre Formula nach (2.58) und (2.59) approximiert. Die erforderlichen Parameter wurden über einen nichtlinearen Least-Squares Ansatz identifiziert. **Wedelfahrt** Abbildung 4.1 zeigt den Lenkradwinkel und die drei Zustandsgrößen für eine Wedelfahrt, bei der das Lenkrad sinusförmig mit einer Frequenz von ca. 1 Hz angeregt wurde. Das Extended Kalman Filter folgt dem gemessenen Verlauf der drei Zustandsgrößen mit hoher Genauigkeit.



Abbildung 4.1: Extended Kalman Filter für die Wedelfahrt

Lenkwinkelrampe Bei der zweiten Messfahrt wurde der Lenkradwinkel in 1,5 s linear auf 525° erhöht. Das entspricht knapp eineinhalb Lenkradumdrehungen. Der Lenkradwinkel wurde für 2,5 s gehalten und anschließend in 1,5 s wieder linear auf null zurückgenommen (siehe Abbildung 4.2 (a)). Die resultierenden gemessenen und geschätzten Zustandsgrößen werden in Abbildung 4.3 verglichen. Das Kalman Filter kann den Schwimmwinkel und die Gierrate mit hoher Genauigkeit schätzen. Die Geschwindigkeit ist jedoch mit einem Offset behaftet. Die Ursache für diese Abweichung wird in Abbildung 4.2 (b) ersichtlich. Der Drehzahlsensor am linken hinteren Rad fällt nach 4,2 s aus, nach 6,6 s fällt zusätzlich noch der Sensor hinten rechts aus. In diesem Fall wird die Varianz der aus den Raddrehzahlen errechneten Schwerpunktgeschwindigkeiten sehr groß. Nach Kapitel 4.2.1 werden die gemessenen



Abbildung 4.2: Gemessener Lenkradwinkel und gemessene Raddrehzahlen für die Lenkwinkelrampe, Versuchsfahrzeug Opel Vita



Abbildung 4.3: Extended Kalman Filter für die Lenkwinkelrampe, Versuchsfahrzeug Opel Vita

Drehzahlen dann nur noch sehr gering gewichtet. Der Sensorausfall wirkt sich daher nicht negativ auf die beiden querdynamischen Größen Schwimmwinkel und Gierrate aus.

4.3.2 Testdaten der Software CarMaker®

CarMaker[®] ist ein kommerzielles Simulationstool, das hauptsächlich in der Industrie für die Entwicklung und den Test von Steuergeräten in Kraftfahrzeugen eingesetzt wird. Neben einem detaillierten realitätsnahen Fahrzeugmodell beinhaltet CarMaker[®] auch ein Fahrermodell. Das Fahrzeugmodell und die Umgebungsparameter (z.B. Fahrbahn, Hindernisse oder Störgrößen wie Seitenwind) sind frei konfigurierbar. Alternativ können auch vorimplementierte Fahrzeuge und Fahrmanöver verwendet werden.

Das Extended Kalman Filters unter CarMaker[®] ermittelt die Längskräfte über das Antriebsstrangmodell nach Kapitel 2.2.1. Die Seitenkraft wird wie bei der Validierung mit den Messdaten über die vereinfachte Magic Tyre Formula nach (2.58) und (2.59) approximiert.

Die Validierung unter CarMaker[®] erfolgt mit einem dem Opel Vita vergleichbaren Fahrzeug. Zunächst wird die Lenkwinkelrampe aus dem vorangegangenen Abschnitt unter CarMaker[®] realisiert.

Lenkwinkelrampe unter CarMaker[®] Abbildung 4.4 zeigt die Ergebnisse des Extended Kalman Filters für die Lenkwinkelrampe unter CarMaker[®]. Wie für die Messwerte liefert das Extended Kalman Filter auch unter CarMaker[®] genaue Schätzwerte für die beiden querdynamischen Zustandsgrößen. Zusätzlich kann nun auch die Geschwindigkeit genau geschätzt werden. Der prinzipielle Verlauf der Zustandsgrößen unter CarMaker[®] stimmt mit dem Verlauf im Falle der realen Messung sehr gut überein. Dies bestätigt die realitätsnahe Modellierung von CarMaker[®].

Im Folgenden werden die querdynamischen Manöver nach Kapitel 3 unter CarMaker[®] realisiert. Zusätzlich zur Beurteilung des Extended Kalman Filters werden die Fahrmanöver hinsichtlich querdynamisch kritischer Situationen beurteilt.

Sinuslenken mit Verzögerung Abbildung 4.5 zeigt die Ergebnisse der Schwimmwinkelschätzung für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung. Zusätzlich sind die wichtigsten Größen zur Beurteilung der Schwere des Manövers dargestellt. Die Anfangsgeschwindigkeit beträgt 80 km/h. Das Lenkrad wird um maximal 120° eingelenkt. Entsprechend den in Kapitel 3.3 formulierten Kriterien gibt die Verzögerungszeit zwischen den Maximalwerten von



Abbildung 4.4: Extended Kalman Filter für die Lenkwinkelrampe unter CarMaker[®]

Lenkradwinkel und Gierrate bzw. Querbeschleunigung Aufschluss darüber, wie schnell die Reaktion des Fahrzeuges auf die Lenkvorgabe erfolgt. Gierrate und Querbeschleunigung antworten auf die erste Sinushalbwelle mit Verzögerungszeiten von $T_{a_{y},1} = 38$ ms und $T_{\dot{\psi},1} = 138$ ms. Bei der darauffolgenden negativen Halbwelle betragen die Verzögerungszeiten $T_{a_{y},2} = 158$ ms und $T_{\dot{\psi},2} = 116$ ms. Die Verzögerungszeit der Querbeschleunigung steigt im Verhältnis zur ersten Halbwelle deutlich an. Die Querbeschleunigung hat dem Betrage nach kein eindeutiges Maximum mehr, sondern bleibt für etwa drei Sekunden auf einem annähernd gleich hohen Wert. Das Verhältnis der Gierrate eine Sekunde nach Rücknahme des Lenkradwinkels zu ihrem betragsmäßigen Maximum beträgt $F_{so} = 81,5$ %. Die Gierrate sinkt also um weniger als 20% ab, nach der Definition der NHTSA tritt damit Spinout auf.

Das Extended Kalman Filter ist in der Lage, den Verlauf des Schwimmwinkels für dieses kritische Manöver sehr gut nachzubilden. Die maximale Abweichung beträgt 1°. Der Abbau des Schwimmwinkels wird leicht verzögert geschätzt.



Abbildung 4.5: Sinuslenken mit Verzögerung

J-Turn Das J-Turn Manöver wird wie das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 80 km/h und einem maximalen Lenkradwinkel von 120° absolviert. Der Lenkradwinkel steigt zu Beginn des Manövers mit 1000°/s an. Abbildung 4.6 zeigt die wichtigsten Größen.

Die Verzögerungszeiten betragen $T_{a_y} = 632 \text{ ms}$ und $T_{\psi} = 358 \text{ ms}$. Der Anstieg des Lenkradwinkels erfolgt beim J-Turn deutlich schneller als beim Sinuslenken mit Verzögerung. Aus diesem Grund antworten beim J-Turn Gierrate und Querbeschleunigung deutlich langsamer. Spinout tritt nicht auf, die Gierrate sinkt in weniger als einer Sekunde nach Rücknahme des Lenkradwinkels wieder auf null. Während bei Sinuslenken mit Verzögerung die kritische Phase in der zweiten Halbwelle liegt, ist beim J-Turn der schnelle Anstieg des Lenkradwinkels zu Beginn des Manövers am kritischsten.

Wie beim Sinuslenken mit Verzögerung folgt der geschätzte Schwimmwinkel dem Verlauf des Referenzwertes sehr gut. Aber auch hier ist der Abbau des geschätzten Schwimmwinkels gegenüber dem Referenzwert leicht verzögert.



Abbildung 4.6: J-Turn Manöver

Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit Auch beim Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit wurden ein maximaler Lenkradwinkel von 120° und eine Anfangsgeschwindigkeit von 80 km/h gewählt. Abbildung 4.7 zeigt wichtigsten Größen sowie das Schätzergebnis des Extended Kalman Filters.

Die Verzögerungszeiten für den positiven Lenkradwinkel und die Gegenlenkung betragen

$$T_{a_y,1} = 390 \text{ ms}, \ T_{a_y,2} = 325 \text{ ms}, \ T_{\dot{\psi},1} = 311 \text{ ms}, \ T_{\dot{\psi},2} = 245 \text{ ms}.$$

Im Gegensatz zum Sinuslenken mit Verzögerung sinken die Verzögerungszeiten bei der Gegenlenkung. Die Fahrsituation ist somit wie beim J-Turn zu Beginn kritischer als gegen Ende des Manövers. Entsprechend tritt auch bei dieser Fahrt kein Spinout auf. Die Gierrate ist eine Sekunde, nachdem das Lenkrad wieder gerade steht, gerade auf null abgesunken.

Das Extended Kalman Filter bildet den Verlauf des Schwimmwinkels sehr genau nach. Die beiden Kurven sind nahezu identisch.



Abbildung 4.7: Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit

Fishhook Die letzte open-loop Testfahrt, die betrachtet wird, ist das Fishhook Manöver. Bisher wurden alle Testfahrten auf ideal trockener Fahrbahn $(\mu_h = 1)$ simuliert. Um die Güte des Extended Kalman Filters auf unterschiedlichen Fahrbahnoberflächen zu überprüfen, wird nun eine nasse Fahrbahn mit $\mu_h = 0.6$ simuliert. Die charakteristischen Größen sind in Abbildung 4.8 dargestellt.

Für die Verzögerungszeiten gilt

$$T_{a_y,1} = 183 \text{ ms}$$
, $T_{a_y,2} = 279 \text{ ms}$, $T_{\dot{\psi},1} = 234 \text{ ms}$, $T_{\dot{\psi},2} = 260 \text{ ms}$

Wie beim Sinuslenken mit Verzögerung antwortet die Querbeschleunigung auf die Gegenlenkbewegung langsamer als auf das erste Einlenken. Zusätzlich steigt auch die Verzögerungszeit der Gierrate. Der grundlegende Verlauf von Gierrate und Querbeschleunigung ist für diese beiden Testfahrten auffällig ähnlich, obwohl die Lenkbewegung sich deutlich unterscheidet. Während beim Sinuslenken mit Verzögerung der Lenkradwinkel nach der vorgegebenen Haltezeit genauso schnell wieder zurückgenommen wird, wie er aufgebaut wurde, wird beim Fishhook der betragsmäßig maximale Lenkradwinkel deutlich länger gehalten und sehr viel langsamer wieder zurückgenommen. Dieser



Abbildung 4.8: Fishhook Manöver auf nasser Fahrbahn ($\mu_h = 0,6$)

langsame Abbau des Lenkradwinkels bedingt, dass auch bei dieser Testfahrt die Gierrate eines Sekunde nach der vollständigen Rücknahme des Lenkradwinkels bereits auf null abgesunken ist. Es tritt also auch in diesem Fall kein Spinout auf.

Das Extended Kalman Filter kann auch für diese Testfahrt den Schwimmwinkel mit hoher Genauigkeit schätzen. Allerdings ist der Abbau des geschätzten Schwimmwinkel gegenüber der Referenz wieder leicht verzögert.

Ausweichmanöver nach ISO 3888-2 Das Ausweichmanöver nach ISO 3888-2 wurde mit verschiedenen Geschwindigkeiten durchfahren. Ab 52 km/h kann der Fahrer das Fahrzeug nicht mehr durch den abgesteckten Kurs führen, ohne eine oder mehrere Pylonen zu berühren. Abbildung 4.9 zeigt die Ergebnisse für eine Geschwindigkeit von 70 km/h. Neben den querdynamischen Kenngrößen ist auch die gefahrene Trajektorie gezeigt. Die Pylonen, die den Kurs markieren, sind als Punkte dargestellt. Der Fahrer kann zunächst die Spur erfolgreich wechseln, beim Wechsel zurück auf die ursprüngliche Spur verliert er jedoch die Kontrolle und fährt aus dem abgesteckten Parcours her-



Abbildung 4.9: Closed-loop Manöver: ISO 3888-2 Ausweichmanöver

aus. Die Querbeschleunigung erreicht bis zu 10 m/s^2 . Der Schwimmwinkel steigt auf 6° an. Das Extended Kalman Filter ist in der Lage, den Schwimmwinkel mit hoher Genauigkeit zu schätzen.

Slalom 36 m Für den Slalomkurs wurde einen Pylonenabstand von 36 Metern gewählt. Der größere Abstand ermöglicht höhere Geschwindigkeiten, Querbeschleunigungen und Schwimmwinkel. Der Kurs wurde mit einer Geschwindigkeit von 104 km/h durchfahren. Abbildung 4.10 zeigt die querdynamischen Kenngrößen und die Trajektorie.

Bei dieser Geschwindigkeit schafft es der Fahrer gerade nicht mehr, das Fahrzeug um die Pylonen zu führen. Der Lenkradwinkel steigt kontinuierlich an, die Gierrate und Querbeschleunigung wachsen ebenfalls an, jedoch deutlich weniger als der Lenkradwinkel. Nach der elften Pylone verliert der Fahrer schließlich die Kontrolle über das Fahrzeug. Der Schwimmwinkel erreicht Beträge bis knapp 7° und kann durch das Extended Kalman Filter mit sehr hoher Genauigkeit geschätzt werden.



Abbildung 4.10: Closed-loop Manöver: Slalom 36 m

5 Erkennung kritischer Situationen

Der Entwurf von Fahrsicherheitssystemen beinhaltet immer auch die Frage, wann der Eingriff in die Fahrdynamik erforderlich ist. Einerseits muss der Eingriff rechtzeitig erfolgen, solange das Fahrzeug noch stabilisiert werden kann, andererseits sinkt die Akzeptanz eines Sicherheitssystems erheblich, wenn zu früh eingegriffen wird. Der Eingriff sollte somit genau dann erfolgen, wenn die Fahrsituation kritisch wird.

Für die Erkennung kritischer Fahrsituationen wurden eine Reihe von Methoden entwickelt, die sich prinzipiell in zwei Kategorien aufteilen lassen:

Beim systemtheoretischen Ansatz wird ein möglichst genaues Modell der Fahrzeugdynamik aufgestellt und auf Stabilität untersucht. Bei der Methode der charakteristischen Geschwindigkeit wird dazu das lineare Einspurmodell eingesetzt. Hier gestaltet sich aufgrund der Linearität des Modells die Stabilitätsuntersuchung besonders einfach. Die Untersuchung in der $(\beta, \dot{\beta})$ -Zustandsebene erfolgt dagegen auf Basis des genaueren nichtlinearen Zweispurmodells.

Der zweite Ansatz basiert auf einem Vergleich des Fahrerwunsches mit der tatsächlichen Fahrzeugbewegung. Eine querdynamisch kritische Fahrsituation kündigt sich unter anderem dadurch an, dass das Fahrzeugverhalten nichtlinear wird. Kommen die Reifen in den Bereich der maximal übertragbaren Kraft, steigen die Reifenkräfte nicht mehr linear mit dem Schlupf an, sondern deutlich langsamer bis sie schließlich sogar absinken, sobald die Kraftschlussgrenze überschritten ist. Der Erfahrungsbereich eines Durchschnittsfahrers liegt im Allgemeinen im linearen Bereich und entsprechend erwartet der Fahrer ein lineares Fahrzeugverhalten. Der Fahrerwunsch kann somit anhand des linearen Einspurmodells ermittelt werden. Weichen die Messwerte charakteristischer querdynamischer Größen zu stark von den Referenzwerten des Einspurmodells ab, wird die Fahrsituation als kritisch bewertet.

Die Fahrsituation wird in sechs Kategorien aufgeteilt, denen die Stabilitätsindizes nach Tabelle 5.1 zugeordnet werden.

Alle Methoden erfordern die Wahl geeigneter Schwellwerte, mit denen die einzelnen Fahrsituationen unterschieden werden können. Ihre Einstellung erfolgt experimentell anhand der Manöver nach Kapitel 3. Die Beurteilung der

Fahrsituation	Stabilitätsindex
Stabile Geradeausfahrt	1
Stabile Kurvenfahrt Untersteuern	2
Übersteuern	4
Instabile Geradeausfahrt	5
Instabile Kurvenfahrt	6

Tabelle 5.1: Fahrsituationen und zugehörige Stabilitätsindizes

Fahrsituationen erfolgt dabei mit Hilfe zweier Referenzmethoden.

5.1 Referenzmethoden

Die Lenkbarkeit und Stabilität eines Fahrzeuges hängt entscheidend vom Kraftschluss zwischen Reifen und Fahrbahn ab. Wird die maximal übertragbare Kraft überschritten, rollt der Reifen nicht mehr ab, sondern er gleitet über die Fahrbahn. Wird die maximal übertragbare Kraft zuerst an den Vorderrädern überschritten, kann das Fahrzeug der Lenkvorgabe des Fahrers nicht mehr folgen, sondern schiebt über die Vorderachse geradeaus. Geht dagegen die Haftung zuerst an den Hinterrädern verloren, bricht das Heck aus und das Fahrzeug wird instabil.

5.1.1 Kammscher Kreis

Die maximal am Reifen übertragbare Kraft ist proportional zur Radlast [48]. Treten gleichzeitig Längs- und Seitenkräfte auf, ergibt sich die resultierende Gesamtkraft aus ihrer geometrischen Summe:

$$F_{ges} = \sqrt{F_{lij} + F_{sij}} \stackrel{!}{\leq} \mu_{h,ij} \cdot F_{zij} \,. \tag{5.1}$$

Diese Tatsache lässt sich mit Hilfe des Kammschen Kreises veranschaulichen (siehe Abbildung 5.1). Der Kammsche Kreis bietet eine einfache Referenz zur Detektion einer kritischen Fahrsituation: Überschreitet die Summe der Längs- und Seitenkraft eines Rades die maximal übertragbare Kraft, ist die Situation kritisch. Geht der Kraftschluss zuerst an den Vorderrädern verloren, untersteuert das Fahrzeug. Geht der Kraftschluss zuerst an den Hinterrädern verloren, übersteuert es.



Abbildung 5.1: Kammscher Kreis

5.1.2 Radquergeschwindigkeit

Als Radquergeschwindigkeit wird die Radgeschwindigkeit v_{sij} quer zur Radlängsachse definiert (siehe Abbildung 5.2 (a)):

$$v_{sij} = v_{ij}\sin(\alpha_{ij}). \tag{5.2}$$

Rollt das Rad über seine Längsachse ab, ist der Schräglaufwinkel und damit die Radquergeschwindigkeit null. Steigt der Schräglaufwinkel auf 90° an, rutscht der Reifen quer zu seiner Längsachse seitlich weg.



Abbildung 5.2: Geschwindigkeitskomponenten des schräg rollenden Rades und Radquergeschwindigkeiten bei Untersteuern (b) sowie Übersteuern (c)

Die Abbildungen 5.2 (b) und (c) veranschaulichen die Grundidee: Ist die Radquergeschwindigkeit an den Vorderrädern sehr viel größer als an den Hinterrädern, rutscht das Fahrzeug über seine Vorderräder, es untersteuert. Ist dagegen die Radquergeschwindigkeit an den Hinterrädern deutlich größer, rutscht es über die Hinterräder, es übersteuert. Werden die Radquergeschwindigkeiten einer Spur zusammengefasst, kann eine Differenzgeschwindigkeit berechnet werden:

$$\Delta v_s = \left| \frac{1}{2} \left(v_{svl} + v_{svr} \right) \right| - \left| \frac{1}{2} \left(v_{shl} + v_{shr} \right) \right| \,. \tag{5.3}$$

Ist diese Differenzgeschwindigkeit größer als ein oberer Schwellwert, wird auf Untersteuern geschlossen, unterhalb eines unteren Schwellwertes wird auf Übersteuern geschlossen.

Sind die Übergrundgeschwindigkeiten $|v_{ij}|$ der Vorder- und Hinterräder gleich groß, kann anstelle der Quergeschwindigkeitsdifferenz auch die Differenz der Schräglaufsteifigkeiten betrachtet werden:

$$|v_{svj}\sin\alpha_{vj}| > |v_{shj}\sin\alpha_{hj}| \quad \stackrel{v_{vj}=v_{hj}>0}{\longleftrightarrow} \quad |\sin\alpha_{vj}| > |\sin\alpha_{hj}|$$
$$\stackrel{|\alpha|<\frac{\pi}{2}}{\longleftrightarrow} \quad |\alpha_{vj}| > |\alpha_{hj}| \quad . \tag{5.4}$$

Die Unterscheidung von Unter- und Übersteuern anhand der Schräglaufwinkeldifferenz,

$$|\alpha_v| - |\alpha_h| > 0: \text{ Untersteuern},$$

$$|\alpha_v| - |\alpha_h| < 0: \ddot{\text{U}}\text{bersteuern},$$
(5.5)

findet sich in der Literatur z.B. bei [30], [48]. Werden die vereinfachten Beziehungen (2.69) für die Schräglaufwinkel eingesetzt, kann diese Beziehung weiter umgeformt werden. Ohne Hinterachslenkung gilt:

$$|\alpha_v| - |\alpha_h| = \begin{cases} \delta_v - \beta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v} + \beta - \frac{l_h \dot{\psi}}{v} &= \delta_v - \frac{l \dot{\psi}}{v} & \text{für } \alpha_j \ge 0\\ -\delta_v + \beta - \frac{l_v \dot{\psi}}{v} - \beta + \frac{l_h \dot{\psi}}{v} &= -\delta_v + \frac{l \dot{\psi}}{v} & \text{für } \alpha_j < 0. \end{cases}$$

Die Bedingungen (5.5) sind somit gleichbedeutend mit:

$$\begin{aligned} \left|\delta_{v}\right| - \left|\frac{l\dot{\psi}}{v}\right| &> 0: \text{ Untersteuern}, \\ \left|\delta_{v}\right| - \left|\frac{l\dot{\psi}}{v}\right| &< 0: \text{ Übersteuern}. \end{aligned}$$
(5.6)

5.2 Erkennungsmethoden auf Basis des linearen Einspurmodells

Das lineare Einspurmodell nach Kapitel 2.4 ermöglicht eine besonders einfache Beschreibung der Fahrzeugquerdynamik, die allerdings nur im linearen Bereich Gültigkeit hat. Diese Tatsache kann zur Erkennung kritischer Situationen genutzt werden. Kritische Fahrsituationen zeichnen sich durch ein nichtlineares Fahrzeugverhalten aus. Je stärker die Ergebnisse des linearen Einspurmodells von gemessenen Referenzwerten abweichen, desto ausgeprägter ist das nichtlineare Fahrzeugverhalten und desto gefährlicher wird die Fahrsituation.

Die nachfolgend aufgeführten Methoden orientieren sich im Wesentlichen an [35], die Implementierung unterscheidet sich allerdings bei den Methoden nach dem Kurvenradius und dem Eigenlenkgradienten.

Bei allen Methoden, die auf dem linearen Einspurmodell basieren, wird wie beim Einspurmodell selbst auch davon ausgegangen, dass die Geschwindigkeit bekannt ist. Sollen die Methoden einfach gehalten werden, kann sie beispielsweise aus den Raddrehzahlen und dem dynamischen Halbmesser ermittelt werden wie in Kapitel 4.2 beschrieben.

5.2.1 Gierverstärkungsfaktor

Die Gierrate gibt unmittelbar Aufschluss darüber, in welchem Maße das Fahrzeug der Lenkvorgabe des Fahrers folgt. Das Verhältnis von Gierrate zu Lenkradwinkel wird als Gierverstärkungsfaktor bezeichnet ([10, 49]). Ein durchschnittlicher Fahrer erwartet, dass die Gierrate näherungsweise proportional zum vorgegebenen Lenkradwinkel ansteigt. Es liegt daher nahe, die Gierrate des Einspurmodells, welche die gewünschte lineare Antwort auf die Fahrervorgabe beschreibt, mit der gemessenen Gierrate zu vergleichen. Ist die gemessene Gierrate $\dot{\psi}_{\text{mess}}$ größer als die Modellgierrate $\dot{\psi}_{\text{lin}}$, dreht sich das Fahrzeug stärker in die Kurve ein als erwünscht. Das Fahrzeug übersteuert. Ist die gemessene Gierrate dagegen geringer als die Modellgierrate, untersteuert das Fahrzeug:

$$\Delta \dot{\psi} = |\dot{\psi}_{\rm lin}| - |\dot{\psi}_{\rm mess}| \quad \begin{cases} > 0 : & \text{Untersteuern} \\ < 0 : & \text{Übersteuern}. \end{cases}$$
(5.7)

Das Bewertungsschema nach dem Gierverstärkungsfaktor ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Es wird unterschieden zwischen Geradeausfahrt und Kurvenfahrt. Steigt der Lenkradwinkel über 10°, wird von einer Kurvenfahrt



Abbildung 5.3: Bewertung der Fahrsituation nach dem Gierverstärkungsfaktor gemäß den Stabilitätsindizes nach Tabelle 5.1

ausgegangen. Eine unter- oder übersteuernde Situation wird detektiert, sobald die Differenz $\Delta \dot{\psi}$ zwischen Mess- und Modellgierrate einen vorgegebenen Schwellwert $\dot{\psi}_S$ überschreitet. Die Wahl des Schwellwertes ist von entscheidender Bedeutung für die Güte des Verfahrens. Der Schwellwert wurde experimentell anhand verschiedener Testfahrten unter Verwendung der beiden Referenzmethoden aus Kapitel 5.1 ermittelt. Eine gute Übereinstimmung mit den Referenzmethoden konnte mit einem Schwellwert in der Größenordnung von 2°/s bis 5°/s erzielt werden. Haben Mess- und Modellgierrate unterschiedliche Vorzeichen, gilt die Fahrt als instabil.

5.2.2 Querbeschleunigung

Neben der Gierrate ist die Querbeschleunigung eine weitere wichtige messbare Größe, welche die Fahrzeugquerdynamik entscheidend charakterisiert. Analog zur Gierverstärkungsfaktor-Methode kann die Querbeschleunigung aus dem Einspurmodell als Fahrerwunsch aufgefasst werden. Ist sie betragsmäßig deutlich kleiner als die gemessene Querbeschleunigung, fällt die Antwort des Fahrzeuges auf die Lenkvorgabe geringer aus als erwartet und das Fahrzeug untersteuert. Ist die gemessene Querbeschleunigung dagegen deutlich größer, reagiert das Fahrzeug stärker als gewünscht, es übersteuert. Das Bewertungsschema kann analog zum Gierverstärkungsfaktor gewählt werden und ist in Abbildung (5.4) dargestellt.

Die Querbeschleunigung des linearen Einspurmodells ergibt sich unmittelbar aus Gleichung (2.5) unter Berücksichtigung der Vereinfachungen $\dot{v} = 0$ und $\cos \beta = 1$:

$$a_y = v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right) \,. \tag{5.8}$$



Abbildung 5.4: Bewertung der Fahrsituation anhand der Querbeschleunigung gemäß den Stabilitätsindizes nach Tabelle 5.1

5.2.3 Eigenlenkgradient

Gierrate und Querbeschleunigung geben Aufschluss darüber, wie das Fahrzeug auf die Lenkvorgabe des Fahrers antwortet. Bei der Eigenlenkgradient-Methode wird das Lenkverhalten selbst untersucht. Für das lineare Einspurmodell kann der Lenkradwinkel nach [48] in Abhängigkeit der Zentripetalbeschleunigung ausgedrückt werden:

$$\delta_L = \frac{i_L l}{\rho} + m i_L \frac{c_h l_h - c_v l_v}{c_v c_h l} \cdot \frac{v^2}{\rho} \,. \tag{5.9}$$

Darin beschreibt ρ den Krümmungsradius der Bahnkurve. Unter Annahme einer festen Lenkübersetzung i_L gilt dann für den Vorderradeinschlagwinkel:

$$\delta_v = \frac{l}{\rho} + m \frac{c_h l_h - c_v l_v}{c_v c_h l} \cdot \frac{v^2}{\rho} \,. \tag{5.10}$$

Der Vorderradeinschlagwinkel setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: Für sehr niedrige Geschwindigkeiten ist die Zentripetalbeschleunigung näherungsweise null. Der Vorderradeinschlagwinkel, der sich in diesem Fall aus Gleichung (5.10) ergibt,

$$\delta_v = \frac{l}{\rho} =: \delta_A \,, \tag{5.11}$$

wird als Ackermannwinkel bezeichnet ([3, 48]). Er lässt sich auch graphisch anschaulich herleiten. Für Zentripetalbeschleunigung null sind die Seitenkräfte und Schräglaufwinkel ebenfalls gleich null und der Momentanpol liegt auf der Senkrechten der Räder, siehe Abbildung 5.5. Ist der Kreisradius ρ groß



Abbildung 5.5: Ackermannwinkel

gegenüber den Fahrzeugabmessungen, dann gilt:

$$\tan \delta_v = \frac{l}{\rho} \approx \delta_v \,. \tag{5.12}$$

Der zweite Anteil in Gleichung (5.10) beschreibt das Eigenlenkverhalten des Fahrzeuges. Der Faktor

$$m \cdot \frac{c_h l_h - c_v l_v}{c_v c_h l}$$

wird auch als Eigenlenkgradient EG bezeichnet [10]. Ist er positiv, vergrößert sich der Vorderradeinschlagwinkel bei konstantem Radius ρ mit steigender Geschwindigkeit. Der Fahrer muss also stärker einlenken, um den Kreisradius beizubehalten. In diesem Fall ist das Fahrzeug also untersteuernd. Ist der Faktor dagegen negativ, übersteuert das Fahrzeug:

EG > 0: Untersteuern,

EG < 0: Übersteuern.

In der Norm ISO 4138 ist der Eigenlenkgradient allgemeiner formuliert:

$$EG = \frac{1}{i_L} \cdot \frac{\partial \delta_L}{\partial a_y} - \frac{\partial \delta_A}{\partial a_y}.$$
(5.13)

Diese Definition findet sich auch in [80] und [84]. Für die stationäre Kreisfahrt vereinfacht sich der Gradient zu:

$$EG = \frac{\delta_v}{a_y} - \frac{\delta_A}{a_y}, \quad \delta_A = \frac{l}{\rho}.$$
(5.14)

Im Falle der stationären Kreisfahrt fallen die Querbeschleunigung und die Zentripetalbeschleunigung zusammen: Für die Zentripetalbeschleunigung gilt nach [31]

$$a_{ZP} = \frac{v^2}{\rho} \,. \tag{5.15}$$

Bewegt sich das Fahrzeug auf einer Kreisbahn, ist der Krümmungsradius ρ gleich der Wegänderung bezogen auf die Kurswinkeländerung:

$$\rho = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}(\beta + \psi)} = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}(\beta + \psi)} = \frac{v}{\dot{\beta} + \dot{\psi}}.$$
(5.16)

Damit gilt für die Zentripetalbeschleunigung:

$$a_{ZP} = v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right) \,. \tag{5.17}$$

Die Querbeschleunigung nach Gleichung (2.84) vereinfacht sich für die stationäre Kreisfahrt ($\dot{v} \approx 0$, $\cos \beta \approx 1$) zu:

$$a_y = v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right) \,, \tag{5.18}$$

was gerade der Zentripetalbeschleunigung (5.17) entspricht.

Werden die beiden Beziehung (5.16) für den Kreisradius und (5.18) für die Querbeschleunigung in (5.14) eingesetzt, vereinfacht sich der Eigenlenkgradient zu

$$EG = \frac{\delta_v}{a_y} - l \cdot \frac{\dot{\beta} + \dot{\psi}}{v} \cdot \frac{1}{v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right)} = \frac{\delta_v}{a_y} - \frac{l}{v^2}.$$
(5.19)

Das Bewertungsschema nach dem Eigenlenkgradienten ist in Abbildung 5.6 dargestellt.



Abbildung 5.6: Bewertungsschema nach dem Eigenlenkgradienten gemäß den Stabilitätsindizes nach Tabelle 5.1

Bleibt der Betrag des Eigenlenkgradienten kleiner EG_{S1} , gilt die Fahrsituation als stabil. Im Falle einer Kurvenfahrt wird für $EG_{S1} \leq |EG| \leq EG_{S2}$ auf Unter- bzw. Übersteuern geschlossen. Steigt der Betrag des Eigenlenkgradienten über EG_{S2} , wird eine instabile Kurvenfahrt detektiert. Eine Geradeausfahrt gilt für $|EG| \geq EG_{S1}$ als instabil. Modifiziertes Bewertungsschema Werden die Lenkwinkel nicht mehr auf die Querbeschleunigung bezogen, sondern direkt verglichen, kann alternativ auch ein Bewertungsschema analog zum Gierverstärkungsfaktor und der Querbeschleunigung aufgestellt werden. Dazu wird die Lenkvorgabe des Fahrers als Sollgröße betrachtet und mit dem Ackermannwinkel verglichen, der das Eigenlenkverhalten beschreibt:

$$\Delta \delta = |\delta_v| - |\delta_A| \begin{cases} > 0: \text{ Untersteuernd} \\ < 0: \text{ Übersteuernd} \end{cases}, \quad \delta_A = \frac{l \cdot a_y}{v^2}, \quad \delta_v = \frac{\delta_L}{i_L}. \quad (5.20)$$

Das resultierende Bewertungsschema ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Es hat



Abbildung 5.7: Modifizierte Bewertung der Fahrsituation anhand des Eigenlenkgradienten gemäß den Stabilitätsindizes nach Tabelle 5.1

auffällige Parallelen zur Referenzmethode Radquergeschwindigkeit in Kapitel 5.1.2. Der Ackermannwinkel kann mit Hilfe von Gleichung (5.18) in Beziehung mit der Gierrate gebracht werden:

$$\delta_A = \frac{l \cdot a_y}{v^2}, \ a_y = v \left(\dot{\beta} + \dot{\psi} \right) \implies \delta_A = \frac{l \left(\dot{\beta} + \dot{\psi} \right)}{v} \implies \delta_A = \frac{l \dot{\psi}}{v}.$$
(5.21)

Unter Vernachlässigung der zeitlichen Schwimmwinkeländerung entspricht der Vergleich des Vorderradeinschlagwinkels mit dem Ackermannwinkel gerade dem Vergleich der vereinfachten Schräglaufwinkel an Vorder- und Hinterachse nach Gleichung (5.6).

5.2.4 Kurvenradius

Die Kurvenradius-Methode entspricht im Wesentlichen der Querbeschleunigungsmethode in Kapitel 5.2.2. Anstelle der Querbeschleunigungen werden hier die Kurvenradien untersucht. Der Kurvenradius, der sich aus dem Einspurmodell ergibt, wird dabei mit dem realen Kurvenradius verglichen. Der Kurvenradius kann nach Gleichung (5.16) in Abhängigkeit von Gierrate und Schwimmwinkel ausgedrückt werden:

$$\rho = \frac{v}{\dot{\beta} + \dot{\psi}} \,. \tag{5.22}$$

Der Modellkurvenradius ergibt sich damit direkt aus dem Schwimmwinkel und der Gierrate des Einspurmodells. Der reale Kurvenradius kann nicht direkt ermittelt werden, da der Schwimmwinkel in Serienfahrzeugen messtechnisch nicht verfügbar ist. Prinzipiell besteht die Möglichkeit, das Extended Kalman Filter nach Kapitel 4.2 dazu einzusetzen, hier sollen aber bewusst nur Methoden vorgestellt werden, die in Serienfahrzeugen ohne großen zusätzlichen Aufwand eingesetzt werden können. [35] ermittelt den Kurvenradius über die Wegdifferenzen der beiden Räder der nicht angetriebenen Achse, die wiederum über eine Integration aus der Geschwindigkeit ermittelt werden. Alternativ kann auch die gemessene Querbeschleunigung verwendet werden. Unter Verwendung der Näherungen $\dot{v} \approx 0$ und $\cos \beta \approx 1$ gilt für die Querbeschleunigung nach (5.18):

$$a_y = v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right) \,. \tag{5.23}$$

Damit kann der Kurvenradius (5.22) in Abhängigkeit von Geschwindigkeit und Querbeschleunigung berechnet werden:

$$\rho = \frac{v^2}{a_y} \,. \tag{5.24}$$

Anstelle des Kurvenradius wird sein Kehrwert verwendet, um die Division durch Null bei Geradeausfahrten zu vermeiden:

$$\Delta \frac{1}{\rho} = \left| \frac{1}{\rho_{\text{lin}}} \right| - \left| \frac{1}{\rho_{\text{mess}}} \right| = \left| \frac{\dot{\beta}_{\text{lin}} + \dot{\psi}_{\text{lin}}}{v} \right| - \left| \frac{a_{y,\text{mess}}}{v^2} \right| \,. \tag{5.25}$$

Die Bewertung erfolgt analog zu den anderen Bewertungsmethoden,

$$\Delta \frac{1}{\rho} \begin{cases} > 0: \text{ Untersteuernd} \\ < 0: \text{ Übersteuernd}, \end{cases}$$
(5.26)

und ist in Abbildung 5.8 noch einmal veranschaulicht. Die Analogie zur Querbeschleunigungsmethode wird offensichtlich, wenn Gleichung (5.25) mit v^2 multipliziert wird:

$$\Delta \frac{1}{\rho} \cdot v^2 = \left| v(\dot{\beta}_{\rm lin} + \dot{\psi}_{\rm lin}) \right| - |a_{y,\rm mess}| = |a_{y,\rm lin}| - |a_{y,\rm mess}| .$$
 (5.27)



Abbildung 5.8: Bewertung der Fahrsituation anhand des Kurvenradius gemäß den Stabilitätsindizes nach Tabelle 5.1

5.2.5 Charakteristische Geschwindigkeit

Alle bisher vorgestellten Methoden vergleichen ausgewählte Größen des linearen Einspurmodells mit gemessenen Referenzen und schließen aus einer Abweichung, dass das Fahrzeug der Vorgabe des Fahrers nicht im gewünschten Maße folgt.

Die Methode der charakteristischen Geschwindigkeit dagegen untersucht das lineare Einspurmodell formal auf Stabilität. Dazu wird die charakteristische Gleichung des Zustandsmodells (2.95) aufgestellt:

$$\det(s\underline{I} - \underline{A}) = s^2 + a_1 s + a_0 = 0 \tag{5.28}$$

mit

$$a_1 = \frac{m(c_v l_v^2 + c_h l_h^2) + J_z(c_v + c_h)}{J_z m v}, \quad a_0 = \frac{c_v c_h l^2 - m v^2 (c_v l_v - c_h l_h)}{J_z m v^2}$$

Nach dem Hurwitz-Kriterium [25] ist das Einspurmodell genau dann stabil, wenn a_1 und a_0 positiv sind. Der Koeffizient a_1 ist aufgrund der stets positiven Schräglaufsteifigkeiten c_i immer positiv. Der Koeffizient a_0 ist genau dann positiv, wenn gilt:

$$\frac{c_v c_h l^2}{J_z m v^2} \left(1 + \frac{v^2}{v_{ch}^2} \right) > 0 \quad \text{mit } v_{ch}^2 = \frac{c_v c_h l^2}{m(c_h l_h - c_v l_v)} \,. \tag{5.29}$$

Die Abkürzung v_{ch} wird als charakteristische Geschwindigkeit bezeichnet. Der Term vor der Klammer in Ungleichung (5.29) ist stets positiv, die Stabilitätsuntersuchung beschränkt sich auf die Analyse des Klammerterms. Ist er positiv, ist das Einspurmodell stabil, andernfalls instabil. Für $v_{ch}^2 > 0$ ist die Ungleichung (5.29) immer erfüllt, für $v_{ch}^2 < 0$ liegt Stabilität nur dann vor, wenn v_{ch}^2 kleiner als $-v^2$ ist. Das Einspurmodell ist somit genau dann stabil, wenn das Quadrat der charakteristischen Geschwindigkeit v_{ch}^2 positiv ist oder kleiner als das negative Quadrat $-v^2$ der Schwerpunktgeschwindigkeit:

$$v_{ch}^2 > 0$$
 oder $v_{ch}^2 < -v^2$: Stabilität
 $-v^2 \le v_{ch}^2 \le 0$: Instabilität. (5.30)

Die charakteristische Geschwindigkeit hängt nach Gleichung (5.29) von den Schräglaufsteifigkeiten ab. Für eine Stabilitätsanalyse müssten sie beispielsweise mit Hilfe der Magic Tyre Formula ermittelt werden. Nach [48] kann die charakteristische Geschwindigkeit aber auch in Abhängigkeit von Gierrate und Vorderradeinschlagwinkel beschrieben werden:

$$v_{ch}^2 = \frac{v^2}{\frac{v\,\delta_v}{l\,\dot{\psi}} - 1}\,.\tag{5.31}$$

Diese Gleichung lässt sich umformen:

$$1 + \frac{v^2}{v_{ch}^2} = \frac{v\,\delta_v}{l\,\dot{\psi}}\,.$$
 (5.32)

Für Stabilität muss gerade dieser Ausdruck größer null sein (siehe Gleichung (5.29)). Da die Geschwindigkeit v und der Radstand l immer positiv sind, ist das Einspurmodell genau dann stabil, wenn der Vorderradeinschlagwinkel δ_W und die Gierrate $\dot{\psi}$ das gleiche Vorzeichen besitzen. Ein Fahrzeug ist nach der Methode der charakteristischen Geschwindigkeit somit genau dann instabil, wenn das Fahrzeug auf die Lenkvorgabe des Fahrers mit einer entgegengesetzten Gierbewegung antwortet.

Die charakteristische Geschwindigkeit ist eng mit dem Eigenlenkgradienten verknüpft. Mit Gleichung (5.29) kann die Beziehung für den Vorderradeinschlagwinkel (5.10) umgeformt werden:

$$\delta_v = \delta_A + \frac{l}{v_{ch}^2} \cdot \frac{v^2}{\rho} = \delta_A + EG \cdot \frac{v^2}{\rho} \quad \Rightarrow \quad \frac{l}{v_{ch}^2} = EG.$$
(5.33)

Der Eigenlenkgradient ist also gleich dem Kehrwert der quadratischen charakteristischen Geschwindigkeit gewichtet mit dem Radstand. Damit kann die Unterscheidung zwischen Unter- und Übersteuern in Analogie zur Eigenlenkgradienten-Methode erfolgen: Ist v_{ch}^2 positiv, muss der Fahrer stärker einlenken, um den Kreisradius beizubehalten. Das Fahrzeug untersteuert.

Ist v_{ch}^2 dagegen negativ, übersteuert das Fahrzeug:

$$v_{ch}^2 \begin{cases} > 0: \text{ Untersteuern} \\ < 0: \text{ Übersteuern}. \end{cases}$$
(5.34)

Mit (5.30) und (5.34) kann eine Bewertungsschema nach Abbildung 5.9 aufgestellt werden, das sich in ähnlichen Form auch bei [14] findet.



Abbildung 5.9: Bewertungsschema nach der charakteristischen Geschwindigkeit gemäß den Stabilitätsindizes nach Tabelle 5.1

Nach (5.30) ist das Fahrzeug auf jeden Fall stabil, wenn das Quadrat der charakteristischen Geschwindigkeit positiv ist. In diesem Fall ist das Fahrzeug nach (5.34) untersteuernd. Nach der Methode der charakteristischen Geschwindigkeit ist ein Fahrzeug also immer stabil, solange es untersteuert. Dabei muss allerdings berücksichtigt werden, dass diese Tatsache noch keine Aussage über die Lenkbarkeit liefert. Untersteuert das Fahrzeug zu stark, geht der Kraftschluss an der Vorderrädern verloren und das Fahrzeug reagiert nicht mehr auf die Lenkvorgabe des Fahrers. Übersteuert das Fahrzeug, ist es nach (5.30) nur dann stabil, wenn die Fahrzeuggeschwindigkeit kleiner ist als der Betrag von v_{ch}^2 .

Auch für diese Methode wird ein Toleranzband festgelegt. Der Fahrzustand bei Kurvenfahrt wird als stabil angesehen, wenn $v_{ch}^2 > k \cdot v^2$ oder $v_{ch}^2 < -k \cdot v^2$ gilt. Die Bewertung für die Geradeausfahrt wird auf die Gierverstärkungsfaktor-Methode zurückgeführt. Vereinfachend wird jetzt aber auf eine instabile Geradeausfahrt geschlossen, sobald der Betrag der Messgierrate eine festen Schwellwert von $3,5^{\circ}/s$ überschreitet.

5.2.6 Zusammenfassung der Erkennungsmethoden auf Basis des linearen Einspurmodells

Den Erkennungsmethoden anhand des Gierverstärkungsfaktors, der Querbeschleunigung, des Eigenlenkgradienten und des Kurvenradius ist gemein, dass sie eine lineare Fahrzeugreaktion auf die Lenkradwinkelvorgabe als Fahrerwunsch interpretieren. Diese lineare Fahrzeugreaktion wird anhand des linearen Einspurmodells ermittelt. Sie wird mit dem tatsächlichen gemessen Fahrzeugverhalten verglichen. Für diese Methoden lässt sich eine gemeinsame Aussage über Unter- und Übersteuern treffen:

$$\Delta x = |x_{\rm lin}| - |x_{\rm mess}| \begin{cases} > 0: & \text{Untersteuern} \\ < 0: & \text{Übersteuern} \end{cases}$$
(5.35)

Dabei gilt für die einzelnen Methoden:

$$\Delta x = \begin{cases} \Delta \dot{\psi} = |\dot{\psi}_{\rm lin}| - |\dot{\psi}_{\rm mess}| \\ \Delta a_y = |a_{y,\rm lin}| - |a_{y,\rm mess}| \\ \Delta \frac{1}{\rho} = |\frac{1}{\rho_{\rm lin}}| - |\frac{1}{\rho_{\rm mess}}| \\ \Delta \delta = |\delta_v| - |\delta_A| . \end{cases}$$
(5.36)

Die Gierrate ψ_{lin} ist eine Zustandsgröße des linearen Einspurmodells und somit direkt verfügbar. Die Querbeschleunigung und der Kurvenradius des linearen Einspurmodells lauten nach den Gleichungen (5.16) und (5.18)

$$a_{y,\text{lin}} = v \left(\dot{\beta}_{\text{lin}} + \dot{\psi}_{\text{lin}} \right), \quad \rho_{\text{lin}} = \frac{v}{\dot{\beta}_{\text{lin}} + \dot{\psi}_{\text{lin}}}.$$
 (5.37)

Bei der (modifizierten) Eigenlenkgradienten-Methode wird der Vorderradeinschlagwinkel direkt als Fahrerwunsch interpretiert. Eine feste Lenkübersetzung vorausgesetzt, folgt er unmittelbar aus dem Lenkradwinkel

$$\delta_v = \frac{\delta_L}{i_L} \,. \tag{5.38}$$

Die Gierrate $\dot{\psi}_{\text{mess}}$ und die Querbeschleunigung $a_{y,\text{mess}}$ sind direkt messbar. Der Kurvenradius ρ_{mess} und der Ackermannwinkel δ_A lassen sich nach den Gleichungen (5.20) und (5.24) berechnen:

$$\rho_{\rm mess} = \frac{v^2}{a_{y,\rm mess}}, \quad \delta_A = \frac{l \cdot a_{y,\rm mess}}{v^2}$$

Zur Unterscheidung zwischen stabiler und instabiler Fahrt werden um die Modellgröße x_{lin} Toleranzbänder gelegt. Bewegt sich die Messgröße x_{mess} innerhalb dieser Toleranzbänder, liegt eine stabile Fahrsituation vor. Liegt der Betrag der Messgröße bei Kurvenfahrt über der oberen Toleranzgrenze $x_{\text{lin}} + x_S$, wird auf Übersteuern geschlossen, liegt er unter der unteren Toleranzgrenze $x_{\text{lin}} - x_S$, auf Untersteuern. Haben die Modell- und Messgröße unterschiedliche Vorzeichen, wird die Fahrsituation als instabil angesehen. Bei Geradeausfahrt wird die Fahrsituation als instabil beurteilt, sobald die Messgröße das Toleranzband um die Modellgröße verlässt. Ist der Betrag des <u>Vord</u>erradeinschlagwinkels größer als eine festgelegte Schwelle, wird auf eine Kreisfahrt geschlossen, andernfalls auf eine Geradeausfahrt. Dieses Bewertungsschema ist in Abbildung 5.10 noch einmal allgemein dargestellt.



Abbildung 5.10: Bewertung der Fahrsituation durch Vergleich von Messund Modellgröße gemäß den Stabilitätsindizes nach Tabelle 5.1

Der Ansatz für die Methode der charakteristischen Geschwindigkeit weicht von dem der anderen Methoden ab. Hier wird die Stabilität des linearen Einspurmodells formal untersucht. Mit Hilfe der charakteristischen Geschwindigkeit v_{ch} kann zwischen Instabilität und Stabilität unterschieden werden:

$$v_{ch}^2 > 0$$
 oder $v_{ch}^2 < -v^2$: Stabilität
 $-v^2 \le v_{ch}^2 \le 0$: Instabilität. (5.39)

Die Unterscheidung zwischen Unter- und Übersteuern erfolgt analog zur Eigenlenkgradienten-Methode:

$$v_{ch}^{2} \begin{cases} > 0: \text{ Untersteuern} \\ < 0: \text{ Übersteuern}. \end{cases}$$
(5.40)

Für die Unterscheidung zwischen Unter-/Übersteuern und stabiler Fahrt wird ein Toleranzband um das Geschwindigkeitsquadrat gelegt. Solange v_{ch}^2 größer als $k \cdot v^2$ ist oder kleiner als $-k \cdot v^2$, wird von einer stabilen Kurvenfahrt ausgegangen. Die charakteristische Geschwindigkeit kann nach Gleichung (5.31) aus der gemessen Gierrate, der Geschwindigkeit und dem Vorderradeinschlagwinkel berechnet werden.

5.3 Zustandsebene

Die Methode der charakteristischen Geschwindigkeit analysiert formal die Stabilität eines Fahrzeugmodells. Je genauer das Modell die tatsächliche Fahrzeugdynamik beschreibt, desto realistischer sind die Ergebnisse dieser Analyse. Es liegt also nahe, anstelle des linearen Einspurmodells das genauere nichtlineare Zweispurmodell zu analysieren. Die Stabilitätsanalyse linearer Zustandsmodelle wie dem linearen Einspurmodell kann sehr einfach analytisch über ihre Pole oder charakteristische Funktion erfolgen. Im nichtlinearen Fall ist eine analytische Untersuchung im Allgemeinen nicht mehr möglich.

Ein pragmatischer Ansatz zur Stabilitätsanalyse wird in [14] vorgeschlagen: Wird das System um eine Ruhelage linearisiert, existiert eine Dynamikmatrix, die auf Stabilität überprüft werden kann. Da ein Fahrzeug aber keine feste Ruhelage besitzt, wird zunächst allgemein die partielle Ableitung der Zustandsdifferentialgleichungen nach den Zustandsgrößen gebildet. Während der Fahrt wird diese Dynamikmatrix dann für jeden Abtastschritt analysiert. Ist der Betrag ihrer Eigenwerte kleiner null, gilt die momentane Fahrsituation als stabil.

Für Systeme zweiter Ordnung kann jedoch auch eine sehr anschauliche generelle Stabilitätsuntersuchung in der Zustandsebene durchgeführt werden [24]. Dabei werden die zwei Zustandsgrößen des Systems als Koordinaten aufgefasst. Ausgehend von einem beliebigen Anfangswertepaar der Zustandsgrößen gewinnt man mit wachsender Zeit eine Trajektorie. Die verschiedenen Trajektorien in dieser Zustandsebene charakterisieren den dynamischen Zustand des Systems in anschaulicher Weise.

Das nichtlineare Zweispurmodell in Kapitel 2.3 besitzt nun nicht zwei sondern drei Zustandsgrößen. Für die Analyse der Querdynamik entscheidend sind die beiden Größen Schwimmwinkel und Gierrate. Wird die Geschwindigkeit wie beim linearen Einspurmodell als Parameter aufgefasst, kann die Fahrzeugdynamik in der Zustandsebene untersucht werden, die durch den Schwimmwinkel und die Gierrate aufgespannt wird. Dieser Ansatz findet sich z.B. in [33, 51] und [52]. Inagaki [38] schlägt dagegen vor, nicht die Gierrate über dem Schwimmwinkel aufzutragen, sondern die Ableitung des Schwimmwinkels. Dieser Ansatz findet sich auch in [19] und [66].

Während bisherige Veröffentlichungen das lineare Einspurmodell in Kombination mit einem nichtlinearen Reifenmodell in der Zustandsebene analysieren, wird hier das nichtlineare Zweispurmodell aus Kapitel 2 verwendet. Ausgangspunkt sind die beiden Differentialgleichungen (2.18) und (2.19) für den Schwimmwinkel und die Gierrate. Die Seitenkräfte werden mit Hilfe der vereinfachten Magic Tyre Formula (2.58) und (2.59) ermittelt. Die Zustandsebene $(\beta, \dot{\psi})$ lässt sich unmittelbar aus den beiden Differentialgleichungen erzeugen. Ausgehend von einem beliebigen Anfangswertepaar $(\beta_0, \dot{\psi}_0)$ folgt aus den beiden Differentialgleichungen durch Integration die zugehörige Zustandstrajektorie $(\beta(t), \dot{\psi}(t))$ (siehe Abbildung 5.11).



Abbildung 5.11: Ermittlung der Zustandsebenen

Neben den beiden Zustandsgrößen Schwimmwinkel und Gierrate hängt die Fahrzeugquerdynamik entscheidend von der Geschwindigkeit, dem Vorderund dem Hinterradeinschlagwinkel sowie dem Haftbeiwert ab. Diese vier Größen werden als konstante Parameter aufgefasst. Da von einer konstanten Geschwindigkeit ausgegangen wird, werden die Längskräfte und der Luftwiderstand vernachlässigt.

Um auch in der Zustandsebene $(\beta, \dot{\beta})$ für beliebige Anfangswertepaare die zugehörigen Trajektorien zu erzeugen, muss zunächst der Anfangswert $\dot{\psi}_0$ ermittelt werden. Danach kann aus dem Anfangswertepaar $(\beta_0, \dot{\psi}_0)$ über die Zustandsdifferentialgleichungen die Trajektorie ermittelt werden (siehe Abbildung 5.11). Die Differentialgleichung für den Schwimmwinkel unter Verwendung der vereinfachten Magic Tyre Formula kann nicht analytisch nach der Gierrate aufgelöst werden. Die Auflösung erfolgt daher für jedes Anfangswertepaar numerisch.

Abbildung 5.12 vergleicht die beiden Zustandsebenen für eine Geradeausfahrt mit 100 km/h. Das Fahrzeug besitzt eine stabile Ruhelage mit begrenztem Einzugsbereich im Ursprung, die mit einem Kreis markiert ist. Die Quadrate kennzeichnen die instabilen Ruhelagen, die als Sattelpunkte bezeichnet werden. Wird das Fahrzeug aus diesen Ruhelagen ausgelenkt, laufen die Zustandstrajektorien endgültig von ihnen weg. Die instabilen Bereiche sind grau hinterlegt. Beide Zustandsebenen sind symmetrisch zum Ursprung.

Im Gegensatz zur $(\beta, \dot{\psi})$ -Zustandsebene liegen die Ruhelagen in der $(\beta, \dot{\beta})$ -Zustandsebene zwangsläufig auf der $\dot{\beta}$ -Achse, da sich Ruhelagen gerade dadurch definieren, dass die zeitliche Ableitung der Zustandsgrößen dort null ist.



Abbildung 5.12: Zustandsebenen: $v = 100 \text{ km/h}, \mu = 1, \delta_v = 0^{\circ}, \delta_h = 0^{\circ}$

Der Schwimmwinkel beträgt an den Sattelpunkten $\pm 15,5^{\circ}$. Ist der Schwimmwinkel größer, stabilisiert sich das Fahrzeug nur, wenn die Ableitung des Schwimmwinkels negativ ist, der Schwimmwinkel also kleiner wird. Ist die Ableitung dagegen positiv, verkleinert sich der zulässige maximale Schwimmwinkel. Die Zustandsebene macht deutlich, dass nicht nur der Schwimmwinkel als Maß für die Stabilität eines Fahrzeuges herangezogen werden sollte, sondern auch seine zeitliche Änderung.

Einfluss der Geschwindigkeit Abbildung 5.13 zeigt die beiden Zustandsebenen, wenn die Geschwindigkeit auf 65 km/h reduziert wird.

Die stabile Ruhelage ist wieder mit einem Kreis markiert und die Sattelpunkte jeweils mit einem Quadrat. Zum Vergleich sind in dieser und allen folgenden Abbildungen die Sattelpunkte für die Geradeausfahrt mit 100 km/h jeweils mit einer Raute gekennzeichnet. Mit der Verringerung der Geschwindigkeit wird der stabile Bereich für den Schwimmwinkel etwas kleiner, dafür ist das Fahrzeug für größere Schwimmwinkeländerungen noch stabil.

Einfluss des Haftbeiwertes Wird der Haftbeiwert auf $\mu = 0.6$ verringert, verkleinert sich der stabile Bereich (siehe Abbildung 5.14).

Nach den Gleichungen des vereinfachten Magic Tyre Formula Reifenmodells (2.58) und (2.59) ist die Seitenkraft direkt proportional zum Haftbeiwert. Je kleiner also der Haftbeiwert ist, desto weniger Seitenkraft kann übertragen werden und desto früher wird das Fahrzeug instabil.

 $(\beta, \dot{\beta})$ -Zustandsebene (β, ψ) -Zustandsebene 100 100 5050 \dot{eta} in °/s $\dot{\psi}$ in °/s 0 0 -50 -50 -100 🛌 -30 -100 -30 30 -20 -10 0 10 20 -20 -10 10 20 30 0 β in ° β in °

Abbildung 5.13: Zustandsebenen: $v = 65 \text{ km/h}, \mu = 1, \delta_v = 0^\circ, \delta_h = 0^\circ$



Abbildung 5.14: Zustandsebenen: $v = 100 \text{ km/h}, \mu = 0.6, \delta_v = 0^\circ, \delta_h = 0^\circ$

Einfluss der Vorderachslenkung Werden die Vorder- oder Hinterräder eingeschlagen, geht die Symmetrie bezüglich des Ursprungs verloren. Abbildung 5.15 zeigt die Zustandsebenen für einen Vorderradeinschlagwinkel von 2,3°, was einem Lenkradwinkel von 45° entspricht.

Die stabile Ruhelage verschiebt sich im Vergleich zur Geradeausfahrt zu einer positiven Gierrate. Diese Ruhelage entspricht einer stationären Kreisfahrt, Bahnradius und Geschwindigkeit sind konstant. Das Fahrzeug antwortet wie von einem Durchschnittsfahrer erwartet auf den stationären positiven Radeinschlag mit einer stationären positiven Gierrate. Je größer der Radeinschlag ist, desto weiter wird sich die stabile Ruhelage in Richtung



Abbildung 5.15: Zustandsebene: $v = 100 \text{ km/h}, \mu = 1, \delta_v = 2,3^\circ, \delta_h = 0^\circ$

positiver Gierraten bewegen. Die obere Halbebene der $(\beta, \dot{\psi})$ -Zustandsebene entspricht für positive Lenkradwinkel dem Fahrzeugverhalten in Lenkrichtung. Die Sattelpunkte verschieben sich in die entgegengesetzte Richtung zu kleineren Gierraten hin und somit in Gegenlenkrichtung. Der stabile Bereich in Lenkrichtung verkleinert sich, in die Gegenlenkrichtung wird er größer. Wird der Lenkradwinkel weiter erhöht, dann verkleinert sich der stabile Bereich in die Lenkrichtung weiter, solange bis keine Ruhelage mehr existiert und das Fahrzeug immer instabil ist.

Einfluss der Hinterachslenkung Abschließend wird der Einfluss der Hinterachslenkung betrachtet. Abbildung 5.16 zeigt die Zustandsebenen, wenn die Hinterräder um 2,3° eingelenkt werden.

Die stabile Ruhelage verschiebt sich im Gegensatz zu einem positiven Vorderradeinschlagwinkel in Richtung negativer Gierraten und damit in die Gegenlenkrichtung. Ein positiver Hinterradeinschlagwinkel hat somit die entgegengesetzte Wirkung wie ein positiver Vorderradeinschlagwinkel. Durch eine zusätzliche Hinterachslenkung kann also der Verkleinerung des Stabilitätsbereiches in die Übersteuerrichtung entgegengewirkt werden.

Erkennungsmethode Der stabile Bereich in der Zustandsebene hängt von den vier Größen Geschwindigkeit, Vorder- und Hinterradeinschlagwinkel und Haftbeiwert ab. Um eine Erkennung im laufenden Betrieb zu ermöglichen, wird der Einzugsbereich der stabilen Ruhelage nicht exakt nachgebildet, sondern der stabile Bereich durch eine möglichst einfache Beschreibung approximiert. Inagaki [38] schlägt dazu vor, jeweils eine Gerade durch den Schnitt-



Abbildung 5.16: Zustandsebene: $v = 100 \text{ km/h}, \mu = 1, \delta_v = 0^\circ, \delta_h = 2, 3^\circ$

punkt der Stabilitätsgrenze mit der $\dot{\beta}$ -Achse und den zugehörigen Sattelpunkt zu legen (siehe Abbildung 5.17 (a)).



Abbildung 5.17: Ermittlung des stabilen Bereichs in der $(\beta, \dot{\beta})$ -Zustandsebene

Der komplette Bereich innerhalb der beiden Geraden wird als stabil definiert, außerhalb gilt das Fahrzeug als instabil. Für diese Verfahren müssen somit nur die beiden Grenzpunkte auf der $\dot{\beta}$ -Achse und die beiden Sattelpunkte ermittelt werden. Nachteilig an diesem Verfahren ist allerdings, dass das Fahrzeug auch für dem Betrage nach sehr große negative Schwimmwinkel noch als stabil angesehen wird, solange nur seine Ableitung groß genug ist. Chung [19] schlägt daher vor, nur den Bereich als stabil zu definieren, der durch das Viereck zwischen den beiden Grenzpunkten und den beiden Sattelpunkten begrenzt wird (siehe Abbildung 5.17 (b)). Für die Aktivierung einer Fahrdynamikregelung erscheint die Methode von Chung geeigneter, da der Regler für dem Betrage nach große Schwimmwinkel auf jeden Fall eingreifen soll.

Die konkrete Vorgehensweise der Zustandsebenenmethode ist in Abbildung 5.18 veranschaulicht. Die beiden Grenzpunkte und die beiden Sattel-



Abbildung 5.18: Erkennung kritischer Situationen anhand der $(\beta, \dot{\beta})$ -Zustandsebene

punkte werden offline für die vier Parameter Geschwindigkeit, Vorder- und Hinterradeinschlagwinkel sowie Haftbeiwert ermittelt und in einem Kennfeld abgelegt. Die einzelnen Parameter decken dabei die folgenden Bereiche ab:

$$v = 6 \text{ m/s}, 10 \text{ m/s}, \dots, 50 \text{ m/s},$$

$$\delta_v = -27^\circ, -26^\circ, \dots, 27^\circ,$$

$$\delta_h = -3^\circ, -2, 5^\circ, \dots, 3^\circ,$$

$$\mu_h = 0, 1, 0, 2, \dots, 1.$$
(5.41)

Für die Auswertung des Haftbeiwertes wird vereinfachend angenommen, dass alle vier Reifen den gleichen Reibwertbedingungen unterliegen. Fahrbahnoberflächen mit μ -Split werden nicht betrachtet.

Die Grenz- und Sattelpunkte werden online aus dem Kennfeld ausgelesen und der aktuelle Schwimmwinkel sowie seine Ableitung anhand des Extended Kalman Filters in Kapitel 4.2 ermittelt. Der stabile Bereich in der Zustandsebene wird um einen positiven Faktor k_s verkleinert, um kritische Situationen frühzeitig erkennen zu können. Je größer dieser Skalierungsfaktor gewählt wird, desto empfindlicher ist die Erkennungsmethode und desto früher wird auf eine kritische Fahrsituation geschlossen.

Zusätzliche Betrachtung von Unter- und Übersteuern Anhand der Zustandsebene kann nicht direkt zwischen Unter- und Übersteuern unter-

schieden werden. Um diese Information zusätzlich zu erhalten, wird auf den Gierverstärkungsfaktor zurückgegriffen:

$$\Delta \dot{\psi} = |\dot{\psi}_{\rm lin}| - |\dot{\psi}_{\rm mess}| \begin{cases} > 0: & \text{Untersteuern} \\ < 0: & \text{Übersteuern} \end{cases}$$

Die Untersuchung von Unter- und Übersteuern wird nur dann aktiviert, wenn nach der Zustandsebene eine instabile Fahrsituation detektiert wird.

5.4 Vergleich der Erkennungsmethoden

In den Kapiteln 5.2 und 5.3 wurden insgesamt sechs modellbasierte Erkennungsmethoden vorgestellt. Sie werden nun unter CarMaker[®] anhand ausgewählter Fahrmanöver aus Kapitel 3 verglichen. Die Bewertung der Verfahren erfolgt mit Hilfe der beiden Referenzmethoden Kammscher Kreis und Radquergeschwindigkeit nach Kapitel 5.1.

Für die Referenzmethode Kammscher Kreis und gelten die Stabilitätsindizes entsprechend Tabelle 5.2.

Kraftschlussgrenze erreicht	Stabilitätsindex
Kein Rad	0
Mind. ein Vorderrad	1
Mind. ein Hinterrad	2
Mind. ein Vorder- und mind. ein Hinterrad	3

Tabelle 5.2: Stabilitätsindizes der Methode Kammscher Kreis

Die Referenzmethode Radquergeschwindigkeit fasst die Radquergeschwindigkeiten einer Spur zusammen und analysiert die Differenzgeschwindigkeit nach Gleichung (5.3)

$$\Delta v_s = \left| \frac{1}{2} \left(v_{svl} + v_{svr} \right) \right| - \left| \frac{1}{2} \left(v_{shl} + v_{shr} \right) \right| \,. \tag{5.42}$$

Ist die Differenzgeschwindigkeit deutlich größer als null, untersteuert das Fahrzeug, ist sie deutlich kleiner als null, übersteuert es.

Die Stabilitätsindizes der Methoden, die auf dem linearen Einspurmodell basieren, wurden bereits in Tabelle 5.1 angegeben und sind in Tabelle 5.3 noch einmal aufgelistet. Für die Methode Zustandsebene gelten die Indizes nach Tabelle 5.4.
Fahrsituation	Stabilitätsindex
Stabile Geradeausfahrt	1
Stabile Kurvenfahrt	2
Untersteuern	3
Übersteuern	4
Instabile Geradeausfahrt	5
Instabile Kurvenfahrt	6

Tabelle 5.3: Stabilitätsindizes der Methoden auf Basis des Einspurmodells

Fahrsituation	Stabilitätsindex
Stabil Instabil, untersteuernd	0 1
Instabil, übersteuernd	2

Tabelle 5.4: Stabilitätsindizes der Methode $(\beta, \dot{\beta})$ -Zustandsebene

ISO 3888-2 Ausweichmanöver Abbildung 5.19 vergleicht die Stabilitätsindikatoren der sechs Methoden für ein ISO 3888-2 Ausweichmanöver mit 70 km/h auf trockener Fahrbahn mit einem Haftbeiwert von $\mu_h = 1$.

Die Bereiche, in denen nach dem Kammschen Kreis entweder an der Vorderoder der Hinterachse die Kraftschlussgrenze überschritten wird, sind grau hinterlegt. Nach 16,6 s geht der Kraftschluss am linken Vorderrad kurzfristig verloren. Dieser Bereich wird nur von der Zustandsebene zuverlässig erkannt. Die Methoden auf Basis des linearen Einspurmodells schließen zu früh auf Untersteuern, insbesondere die Methode der charakteristischen Geschwindigkeit. In der darauffolgenden unkritischen Phase detektieren alle Methoden auf Basis des Einspurmodells eine instabile Kurvenfahrt. Von 17,8 s bis 19 s und von 19,3 s bis 20,9 s treten zwei Bereiche auf, in denen das Fahrzeug stark untersteuert. In diesen Bereichen geht der Kraftschluss an den Vorderrädern verloren. Entsprechend steigt die Radquergeschwindigkeit an den Vorderrädern stark an. Diese Bereiche werden von allen Methoden erkannt, wobei die Methoden auf Basis des Einspurmodells wieder etwas zu früh auf Untersteuern schließen. In der unkritischen Phase zwischen 19 s und 19,3 s detektieren die Zustandsebene, die Gierverstärkungsfaktor-Methode und die Methode der charakteristischen Geschwindigkeit eine untersteuernde Situation. Nach der Querbeschleunigung, dem Eigenlenkgradienten und dem Kurvenradius wird zunächst noch auf eine instabile Kurvenfahrt geschlossen. Die übersteuernde Situation nach 18,7 s wird von allen Methoden etwas zu früh erkannt. Die Methoden auf Basis des Einspurmodells schließen beim Wechsel von Unter- auf



Abbildung 5.19: Anwendung der Erkennungsmethoden auf ein ISO 3888-2 Ausweichmanöver mit v=70 km/h und $\mu_h=1$

Übersteuern zunächst kurzzeitig auf eine stabile Kurvenfahrt. Nach 20,9 s ist die Fahrsituation unkritisch. Die Zustandsebene detektiert diesen Zeitpunkt sehr genau. Nach dem Gierverstärkungsfaktor wird die stabile Kurvenfahrt etwas zu spät erkannt. Querbeschleunigung, Eigenlenkgradient und Kurvenradius schließen noch einmal auf Übersteuern. Die Methode der charakteristischen Geschwindigkeit geht sogar noch einmal von einer instabilen Fahrt aus. Insgesamt erkennt die Methode Zustandsebene die instabilen Bereiche am zuverlässigsten.

Slalom 36 Meter Abbildung 5.20 zeigt die Ergebnisse für einen Slalom 36 Meter bei einer Geschwindigkeit von 104 km/h. Der Kraftschluss geht zunächst an den Vorderrädern verloren, dann auch an den Hinterrädern und die Zeiträume oberhalb der Kraftschlussgrenze werden immer länger. Die Radquergeschwindigkeit zeigt sehr deutlich, dass die Fahrsituation immer kritischer wird. In Abbildung 5.21 sind die Kraftschlussreserven

$$\Delta F_{ij} = \mu_{h,ij} \cdot F_{zij} - \sqrt{F_{lij}^2 - F_{sij}^2}$$
(5.43)

für jedes Rad separat dargestellt.

Hier wird deutlich, dass das Manöver auch in den kurzen Zeitpunkten kritisch bleibt, in denen an allen Reifen der Kraftschluss wiederhergestellt ist. Die Reifen bleiben nahe an der Kraftschlussgrenze.

Eigenlenkgradient, Querbeschleunigung, charakteristische Geschwindigkeit und Zustandsebene detektieren etwa gleichzeitig die erste instabile Situation. Gierverstärkungsfaktor und Kurvenradius schließen etwas später auf instabile Kurvenfahrt. Die Methoden auf Basis des Einspurmodells erkennen die instabilen Situationen nicht zuverlässig, zu Beginn wird häufiger auf eine instabile Kurvenfahrt geschlossen, gegen Ende des Manövers schließen sie nur noch auf Untersteuern. Die Zustandsebene erkennt die Bereiche, in denen die Fahrsituation kritisch ist, am zuverlässigsten.

Sinuslenken mit Verzögerung Abbildung 5.22 zeigt die Ergebnisse für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung. Der Kraftschluss geht im gesamten Bereich zwischen 4,6 s und 8,6 s verloren. Der Lenkradwinkel wird nach 6,2 s wieder zurück auf null genommen, die Gierrate bleibt aber weiter sehr groß. Das Fahrzeug dreht sich um seine Hochachse ein (siehe auch Kapitel 4.3.2). Die unter- und übersteuernden Bereiche können von allen Methoden detektiert werden abgesehen vom kurzen Übersteuern zwischen 5 s und 5,2 s. Alle Methoden, die auf dem Einspurmodell basieren, gehen zunächst wieder von einer stabilen Kurvenfahrt aus. Kurvenradius und Querbeschleunigung reagieren deutlich zu spät. Die Zustandsebene detektiert die kritische



Abbildung 5.20: Anwendung der Erkennungsmethoden auf den Slalom 36 Meter mit v = 104 km/h und $\mu_h = 1$



Abbildung 5.21: Kraftschlussreserven für den Slalom 36 Meter

Situation 0,1s zu früh. Sie erkennt die Instabilität aber zuverlässig bis zum Ende.

J-Turn Das Manöver J-Turn bewirkt in der Regel eine stark untersteuernde Fahrsituation. Der Lenkradwinkel wird so schnell aufgebaut, dass die Antwort des Fahrzeuges deutlich verzögert auftritt. Abbildung 5.23 zeigt die Ergebnisse für ein J-Turn Manöver mit 80 km/h und einem maximalen Lenkradwinkel von 120°. Die Fahrsituation ist zwischen 4,6 s und 8,7 s instabil. Der Beginn der untersteuernden Fahrsituation wird von allen Methoden etwa gleichzeitig erkannt. Die Methoden auf Basis des Einspurmodells gehen jedoch alle zu früh wieder von einer stabilen Kurvenfahrt aus. Nur die Zustandsebene kann die Dauer der kritischen Situation richtig detektieren.

Pseudo-Spurwechsel Das Manöver Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit wird auf einer Fahrbahn mit reduziertem Haftbeiwert von $\mu_h = 0.6$ simuliert. Wie beim Sinuslenken mit Verzögerung tritt aufgrund der schnellen Lenk- und Gegenlenkbewegung ein übersteuerndes Verhalten auf, siehe Abbildung 5.24. Die Fahrsituation ist zwischen 4,5 s und 8 s kritisch. Das Übersteuern in der zweiten Hälfte des Manövers wird von allen Methoden richtig erkannt. Der schnelle Wechsel zwischen Unter- und Übersteuern bei 5 s ist für die Methoden auf Basis des Einspurmodells wie schon beim Sinuslenken mit Verzögerung problematisch. Zunächst wird wieder eine stabile Kurvenfahrt detektiert. Insbesondere beim Kurvenradius wird die kritische Fahrt deutlich



Abbildung 5.22: Anwendung der Erkennungsmethoden auf das Sinuslenken mit Verzögerung ($v = 80 \text{ km/h}, \delta_{L,\max} = 120^{\circ}, \mu_h = 1$)



Abbildung 5.23: Anwendung der Erkennungsmethoden auf den J-Turn $(v = 80 \text{ km/h}, \delta_{L,\text{max}} = 120^{\circ}, \mu_h = 1)$



Abbildung 5.24: Anwendung der Erkennungsmethoden auf den Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit ($v = 80 \text{ km/h}, \delta_{L,\max} = 120^{\circ}, \mu_h = 0.6$)

verzögert erkannt. Die Zustandsebene ermittelt für diese Fahrt den instabilen Bereich zuverlässig.

Fishhook Abschließend sind in Abbildung 5.25 die Ergebnisse für das Manöver Fishhook gezeigt. Auch beim Fishhook bleibt die Fahrsituation über das gesamte Manöver hinweg kritisch, abgesehen von einem kurzen Abschnitt zwischen 3,5 s und 3,8 s. Das stark untersteuernde Verhalten wird von allen Methoden erkannt. Lediglich der Eigenlenkgradient geht gegen Ende des Manövers 0,1 s zu früh wieder von einer stabilen Fahrt aus. Der schnelle Wechsel von Unter- zu Übersteuern bei 3,2 s bereitet den Methoden auf Basis des Einspurmodells wieder Probleme. Wie beim Pseudo-Spurwechsel ist die Detektion anhand des Kurvenradius wieder am stärksten verzögert. Die Zustandsebene liefert auch für diese Testfahrt das beste Ergebnis.

Abschließender Vergleich Die Zustandsebene liefert von allen untersuchten Verfahren die zuverlässigsten Ergebnisse. Die Detektion erfolgt insbesondere für alle untersuchten Testfahrten vergleichbar gut, ist also sehr robust. Die anderen Methoden sind hinsichtlich der Erkennungszeitpunkte mehr oder weniger ungenau. Ihr größtes Problem ist der schnelle Wechsel zwischen Unter- und Übersteuern. Das Bewertungsschema nach Abbildung 5.10 bedingt, dass bei einem Wechsel immer das Toleranzband durchlaufen werden muss. In diesem Zeitraum wird die Fahrsituation zwangsläufig als stabil angenommen. Die vorangegangenen Untersuchungen machen deutlich, dass der Wechsel im Allgemeinen zu langsam erfolgt.

Ein weiterer Vorteil der Zustandsebene ist die einfache Parametrierung des Skalierungsfaktors. Die Methoden auf Basis des Einspurmodells reagieren sehr empfindlich auf eine Veränderung der Toleranzbandgrenzen. Es ist äußerst schwierig, Toleranzbandgrenzen zu finden, die nicht an eine Testfahrt überangepasst sind, sondern für möglichst viele Testfahrten zuverlässig arbeiten. Der Skalierungsfaktor der Zustandsebene hingegen kann sehr einfach angepasst werden. Je kleiner er ist, desto früher wird eine kritische Situation detektiert. Hier wurde er zu 0,55 gewählt. Es hat sich gezeigt, dass er unempfindlich gegen kleine Änderungen ist. Erst ab einem Wert von 0,3 wurden kritische Situationen früher erkannt.

Ein Nachteil der Zustandsebene ist allerdings der erheblich größere Aufwand. Zunächst muss ein möglichst genaues Reifenmodell identifiziert werden. Anschließend muss das Kennfeld mit Sattelpunkten und Grenzpunkten aufgestellt werden. Die Methoden auf Basis des Einspurmodell greifen auf ein einfaches Bewertungsschema zurück. Hier liegt der Aufwand in der Einstellung der Toleranzbänder. Im laufenden Betrieb ist der Rechenaufwand der



Abbildung 5.25: Anwendung der Erkennungsmethoden auf das Fishhook Manöver (v = 80 km/h, $\delta_{L,\max} = 120^{\circ}$, $\mu_h = 1$)

Zustandsebene jedoch nicht höher als bei den anderen Methoden, es wird lediglich mehr Speicher für das Kennfeld benötigt.

Der zweite Nachteil der Zustandsebene ist die Beschränkung auf eine homogene Fahrbahn mit gleichem Haftbeiwert an allen Reifen. Die Methode lässt sich erweitern, indem das Kennfeld nicht nur in Abhängigkeit von einem Haftbeiwert berechnet wird, sondern alle vier Haftbeiwerte der einzelnen Räder berücksichtigt werden. In dieser Arbeit beschränken sich die Betrachtungen aber auf eine homogene Fahrbahn.

Neben diesen Nachteilen überwiegt für diese Arbeit aber der Vorteil einer zuverlässigen Ermittlung kritischer Fahrsituationen. Die Aktivierung der Stabilisierungsregler erfolgt daher auf Basis der Zustandsebene. Soll zusätzlich zwischen Unter- und Übersteuern unterschieden werden, wird zusätzlich der Gierverstärkungsfaktor mit einbezogen. Dies ermöglicht, bei Übersteuern nur das kurvenäußere Vorderrad und bei Untersteuern nur das kurveninnere Hinterrad abzubremsen.

6 Nichtlineare Regelung der Kraftfahrzeugquerdynamik

Die Nichtlinearität des Zweispurmodells nach Kapitel 2.3 erfordert den Einsatz nichtlinearer Regelungsverfahren. Kapitel 6.1 definiert die Regelziele und eingesetzten Stellgrößen einschließlich der berücksichtigten Stellgrößenbeschränkungen. Das Regelungskonzept soll sowohl die Gierrate als auch den Schwimmwinkel einbeziehen und mehrere Stellgrößen berücksichtigen. Folglich muss ein nichtlinearer Mehrgrößenregler eingesetzt werden.

Für die Regelung nichtlinearer Systeme existiert eine Vielzahl von Verfahren, die meist auf Systeme spezieller Struktur beschränkt sind. In dieser Arbeit werden zwei Ansätze untersucht.

Der erste Ansatz in Kapitel 6.3 beruht auf der Methode der ersten Näherung. Bei diesem Verfahren wird das nichtlineare Systemmodell um einen festen Arbeitspunkt linearisiert. Für das lineare Modell kann dann ein linearer Regler entworfen werden. Das linearisierte Modell und somit auch der darauf basierende lineare Regler ist jedoch nur in einer bestimmen Umgebung um die Ruhelage gültig. Da das nichtlineare Zweispurmodell keine feste Ruhelage aufweist, wird es um eine Schar von Ruhelagen linearisiert. Für jede Ruhelage wird ein linearer Regler entworfen. In Abhängigkeit vom aktuellen Zustand des Fahrzeuges wird dann zwischen den linearen Reglern umgeschaltet.

Der zweite Ansatz in Kapitel 6.4 basiert auf einer Anpassung der nichtlinearen Systemdynamik an die Dynamik eines linearen Vergleichssystems. Die Anpassung erfolgt mit Hilfe einer Ljapunow-Funktion. Dieses Verfahren setzt ein Systemmodell voraus, in welches die Eingangsgrößen linear eingehen:

$$\underline{\dot{x}} = \underline{a}(\underline{x}) + \underline{B}(\underline{x}) \cdot \underline{u} \,. \tag{6.1}$$

Es werden drei Verfahren verglichen, um das nichtlineare Zweispurmodell in diese eingangslineare Form zu überführen. Zuerst wird das nichtlineare Zweispurmodell nach der Methode der ersten Näherung linearisiert. Durch die Einführung zusätzlicher Integratoren vor dem Systemeingang kann das System ebenfalls auf eine eingangslineare Form gebracht werden. Das dritte Verfahren basiert auf einer speziellen Transformation in eine linear-ähnliche Darstellung. Die Validierung der untersuchten Regelungskonzepte erfolgt unter CarMaker[®] anhand der in Kapitel 3 vorgestellten Manöver.

6.1 Regelziele und Stellgrößen

Die beiden zentralen Größen zur Beschreibung der Querdynamik eines Fahrzeuges sind die Gierrate $\dot{\psi}$ und der Schwimmwinkel β . Damit liegt es nahe, beide Größen in eine Querdynamik-Regelung einzubeziehen.

6.1.1 Gierrate

Für die Gierrate wird die Grundidee des ESP übernommen. Ein durchschnittlicher Fahrer erwartet, dass das Fahrzeug eine lineare Reaktion auf seine Lenkvorgabe zeigt. Die Gierrate, die sich aus dem linearen Einspurmodell ergibt, wird daher als Fahrerwunsch interpretiert. Um eine möglichst einfache Formel für diese Sollgierrate $\dot{\psi}_{soll}$ zu erhalten, wird von einer stationären Kreisfahrt ausgegangen, d.h. das Fahrzeug fährt mit konstanter Geschwindigkeit auf einem Kreis mit konstantem Radius. Unter dieser Annahme kann die Sollgierrate alleine in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit und dem Vorderradeinschlagwinkel ausgedrückt werden [48, 82]:

$$\dot{\psi}_{\text{soll}} = \frac{v \cdot \delta_v}{l \cdot \left(1 + \frac{v^2}{v_{ch}^2}\right)} \qquad \text{mit} \quad v_{ch}^2 = \frac{c_v c_h l^2}{m \left(c_h l_h - c_v l_v\right)} \quad . \tag{6.2}$$

Da das lineare Einspurmodell unter Verwendung konstanter Schräglaufsteifigkeiten c_v , c_h die Begrenzung der übertragbaren Reifenkräfte nicht berücksichtigt, muss die Sollgierrate (6.2) begrenzt werden. Nach dem Kammschen Kreis ist die maximal übertragbare Kraft gleich dem Produkt von Haftbeiwert und Aufstandskraft:

$$F_{\max} = \mu_h \cdot F_z \,. \tag{6.3}$$

Werden alle vier Räder zusammengefasst und die Fahrzeugmasse im Schwerpunkt konzentriert angenommen, kann die Aufstandskraft als Produkt von Fahrzeugmasse und Erdbeschleunigung ausgedrückt werden:

$$F_z = m \cdot g \quad \xrightarrow{(6.3)} \quad F_{\max} = \mu_h \cdot m \cdot g \,.$$
 (6.4)

Unter der Annahme einer Kreisfahrt mit konstanter Geschwindigkeit ist die Längsbeschleunigung gleich null und die maximal übertragbare Kraft hängt nur von der Querbeschleunigung ab:

$$|F|_{\max} = m \cdot |a_y|_{\max} \xrightarrow{(6.4)} |a_y|_{\max} = \mu_h \cdot g.$$
 (6.5)

Die Querbeschleunigung kann über Gleichung (2.5) mit der Gierrate in Verbindung gebracht werden:

$$a_y = \dot{v}\sin\beta + v\left(\dot{\beta} + \dot{\psi}\right)\cos\beta$$

Im stationären Zustand verschwinden die zeitlichen Ableitungen von Geschwindigkeit und Schwimmwinkel. Wird zusätzlich $\cos \beta \approx 1$ angenommen, gilt für die maximale Querbeschleunigung:

$$|a_y|_{\max} = v \cdot |\dot{\psi}|_{\max} \xrightarrow{(6.5)} |\dot{\psi}|_{\max} = \mu_h \cdot \frac{g}{v}.$$
 (6.6)

Die Sollgierrate muss somit begrenzt werden auf (siehe auch [21, 81]):

$$|\dot{\psi}_{\text{soll}}| \le \mu_h \cdot \frac{g}{v} \,. \tag{6.7}$$

6.1.2 Schwimmwinkel

Wird der Schwimmwinkel zu groß oder ändert er sich schnell, wird die Fahrsituation kritisch. Diese Erkenntnis aus [48] deckt sich auch mit der Analyse in der Zustandsebene nach Kapitel 5.3. Entsprechend wurde auch ein betragsmäßig möglichst kleiner Schwimmwinkel als Zielvorgabe in Tabelle 3.1 gefordert. Folglich wird als weiteres Regelziel die Minimierung des Schwimmwinkels vorgegeben:

$$\beta_{\rm soll} = 0. \tag{6.8}$$

Dieses Regelziel findet sich auch in der Literatur bei Konzepten für eine Hinterachslenkung, z.B. in [42, 63].

6.1.3 Systemmodell

Die Regelung der Fahrzeugquerdynamik erfolgt anhand des nichtlinearen Zweispurmodells nach Kapitel 2.3 in der Form (2.82). Für den Regelungsentwurf wird das Modell auf die beiden querdynamisch relevanten Zustandsgrößen Schwimmwinkel und Gierrate reduziert. Die Geschwindigkeit wird wie beim linearen Einspurmodell als zeitvarianter Parameter aufgefasst:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \underline{f}(\beta, \dot{\psi}, v, c_{ij}, \underline{u}), \ \underline{u} = \begin{bmatrix} F_{lvl} & F_{lvr} & F_{lhl} & F_{lhr} & \delta_v & \delta_h \end{bmatrix}^T.$$
(6.9)

Für die beiden Zustandsgrößen Schwimmwinkel und Gierrate gelten die Differentialgleichungen (2.80) und (2.81).

6.1.4 Stellgrößen

Eingangsgrößen des nichtlinearen Zweispurmodells (6.9) sind die Längskräfte an den vier Rädern und der Vorder- sowie der Hinterradeinschlagwinkel. Werden diese Eingangsgrößen als Stellgrößen einer Querdynamik-Regelung interpretiert, entsprechen die (negativen) Längskräfte der Räder den Stellgrößen von radindividuellem Bremsen (ESP), der Vorderradeinschlagwinkel der Stellgröße einer aktiven Vorderachslenkung und der Hinterradeinschlagwinkel der Stellgröße einer aktiven Hinterachslenkung.

Aktivlenkung Der zur Verfügung stehende Bauraum und die eingesetzte Aktorik geben realisierbare Maximalwerte vor. Die Stellwinkel von Vorderund Hinterachslenkung müssen somit für eine realitätsnahe Untersuchung begrenzt werden.

Die erste realisierte Hinterachslenkung von Honda begrenzt den Hinterradeinschlagwinkel auf 5° [74]. Die Aktive Hinterachskinematik von BMW arbeitet mit einem maximal zulässigen Hinterradeinschlagwinkel von nur 2° [75].

In [6] wird eine aktive Vorderachslenkung vorgestellt, die einen maximalen zusätzlichen Vorderradeinschlagwinkel von 3° erlaubt. [12] und [73] verwenden einen maximalen Zusatzwinkel von 5° .

In dieser Arbeit werden als Kompromiss sowohl der zusätzliche Vorderradeinschlagwinkel als auch der Hinterradeinschlagwinkel auf 3° begrenzt:

$$|\delta_{v,\text{Regler}}| \le 3^\circ, \quad |\delta_{h,\text{Regler}}| \le 3^\circ.$$
 (6.10)

Radindividuelles Bremsen Das Elektronische Stabilitäts-Programm (ESP) realisiert radindividuelles Bremsen durch eine Schlupfregelung. Dazu wird das erforderliche Giermoment in einen Sollschlupf für jedes Rad umgerechnet. Diese Sollwerte werden an das ABS-System und das ASR-System weitergereicht und dort verarbeitet. Diese beiden unterlagerten Systeme stellen sicher, dass der Bremseingriff nur so weit erfolgt, dass die Haftgrenze nicht überschritten wird.

Der Aufbau des erforderlichen Bremsdruckes kann nach [16] näherungsweise über ein Verzögerungsglied erster Ordnung beschrieben werden. Seine Zeitkonstante variiert je nach Hersteller. Nach [16] hat sich in der Praxis ein Wert von 60 ms bewährt. Kommerzielle ESP-Systeme ermöglichen neben radindividuellem Bremsen auch die Vorgabe von Antriebsmomenten. Dazu greift das System in das Motormanagement ein [82]. Diese Eingriffsmöglichkeit ist jedoch durch das maximal zulässige Antriebsmoment beschränkt.

Da eine Modellierung des eingeschränkten Eingriffs in das Motormanagement äußert aufwändig ist, werden in dieser Arbeit vereinfachend nur Bremseingriffe betrachtet. In das nichtlineare Zweispurmodell gehen die Radlängskräfte direkt als Eingangsgrößen ein. Ein Regler auf Basis des Zweispurmodells liefert somit direkt die Sollkräfte an den einzelnen Rädern. Multipliziert mit dem dynamischen Halbmesser ergibt sich das gewünschte Sollmoment. Das CarMaker[®]-Fahrzeugmodell ermöglicht eine direkte Subtraktion dieser Sollmomente von den einzelnen Radbremsmomenten. Für eine realitätsnahe Regelung wird zusätzlich der verzögerte Druckaufbau durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit einer Zeitkonstante von 60 ms berücksichtigt. Die Funktion des ABS/ASR wird idealisiert, indem die Radkräfte durch den Kammschen Kreis limitiert werden.

Eine Regelung auf Basis des nichtlinearen Zweispurmodells liefert Sollwerte für die Längskräfte an den vier Rädern. Sie müssen für eine realitätsnahe Modellierung des radindividuellen Bremseingriffes in Bremskräfte umgerechnet werden. Dazu gibt es mehrere Möglichkeiten:

Eine einfache, pragmatische Lösung besteht darin, nur den negativen Anteil der Stellgrößen des Reglers auf das System aufzuschalten. Die Güte der Regelung wird dadurch erheblich beeinträchtigt.

Aus diesem Grund wird eine andere Vorgehensweise gewählt: In den beiden Differentialgleichungen für Schwimmwinkel und Gierrate treten die Radlängskräfte nur als Summen oder Differenzen der Kräfte einer Achse auf. Für die Erzeugung eines Giermomentes sind die Differenzen ausschlaggebend. Daher werden die beiden Kräfte einer Achse zunächst zu einer resultierenden Kraftdifferenz zusammengefasst:

$$\Delta F_{lv} = F_{lvl} - F_{lvr}, \quad \Delta F_{lh} = F_{lhl} - F_{lhr}.$$
(6.11)

Ist die Differenz positiv, wird sie vollständig auf das rechte Rad gegeben, andernfalls vollständig auf das linke Rad:

$$F_{lil} = \begin{cases} 0 & \text{für } \Delta F_{li} \ge 0\\ \Delta F_{li} & \text{für } \Delta F_{li} < 0 \end{cases}, \ i = \{v, h\}, \tag{6.12}$$

$$F_{lir} = \begin{cases} -\Delta F_{li} & \text{für } \Delta F_{li} \ge 0\\ 0 & \text{für } \Delta F_{li} < 0 \end{cases}, \ i = \{v, h\}.$$

$$(6.13)$$

Auf diese Weise werden stets negative Kräfte erreicht. Eine explizite Berücksichtigung der Stellgrößenbeschränkung kann somit umgangen werden. Allerdings wird in Kauf genommen, dass durch die Umrechnung der Kräfte ihre Summen verfälscht werden. Sie werden gerade durch den negativen Betrag ihrer Differenzen ersetzt.

Zusätzlich wäre es denkbar, die Bremskräfte auf nur ein Rad umzurechnen. Damit kann sichergestellt werden, dass immer nur an der Achse gebremst wird, an der noch die größte Kraftschlussreserve vorhanden ist. Untersteuert das Fahrzeug, geht der Kraftschluss zuerst an der Vorderachse verloren. In diesem Fall wird daher nur ein Hinterrad gebremst. Umgekehrt bremst die Regelung in übersteuernden Fahrsituationen nur ein Vorderrad ab.

Das resultierende Giermoment aus den Bremskraftdifferenzen beträgt nach (2.81) näherungsweise:

$$M_{z,\text{res}} = \frac{b_v}{2} \Delta F_{lv} + \frac{b_h}{2} \Delta F_{lh} \,. \tag{6.14}$$

Untersteuert das Fahrzeug, wird die Kraft komplett auf die Hinterachse umgerechnet:

$$\Delta F_{lv,\text{untersteuern}} = 0, \ \Delta F_{lh,\text{untersteuern}} = \frac{b_v}{b_h} \Delta F_{lv} + \Delta F_{lh} \,. \tag{6.15}$$

Bei Übersteuern wird die Kraft entsprechend auf die Vorderachse umgerechnet:

$$\Delta F_{lv, \text{übersteuern}} = \frac{b_h}{b_v} \Delta F_{lv} + \Delta F_{lh}, \ \Delta F_{lh, \text{übersteuern}} = 0.$$
(6.16)

Allerdings hat diese Umrechnung den Nachteil, dass sich die Bremskraft entsprechend verstärkt, wenn sie komplett auf ein Rad umgerechnet wird. Darüber hinaus wäre es auch denkbar, bis zu einer festgelegten Bremskraft nur ein Rad abzubremsen und ein zweites Rad hinzuzunehmen, wenn eine größere Bremskraft gefordert wird.

In Kapitel 7 werden die beiden Ansätze, Bremsen nur eines Rades und Bremsen zweier Räder, verglichen. In den nachfolgenden Regelungskonzepten werden aber zunächst vereinfachend immer zwei Räder, eines pro Achse, abgebremst.

Zusammenfassung: Beschränkung und Umformung der Stellgrößen

Um reale Regelungssysteme zumindest näherungsweise nachzubilden, werden die folgenden Maßnahmen getroffen:

- Begrenzung des zusätzlichen Vorderrade
inschlagwinkels auf 3°
- Begrenzung des Hinterrade
inschlagwinkels auf 3°
- Berücksichtigung des Bremsdruckaufbaus durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit einer Zeitkonstanten von 60 ms
- Begrenzung der Bremskräfte anhand des Kammschen Kreises
- Umrechnung der Bremskräfte an einer Achse auf ein Rad pro Achse

Betrachtete Stellgrößen und -kombinationen Folgende Stellgrößen und deren Kombinationen werden in dieser Arbeit untersucht und verglichen:

- Radindividueller Bremseingriff
- Aktive Vorderachslenkung
- Aktive Hinterachslenkung
- Aktive Vorderachslenkung und radindividuelles Bremsen
- Aktive Hinterachslenkung und radindividuelles Bremsen
- Aktive Vorder- und Hinterachslenkung sowie radindividuelles Bremsen

Bewertungskriterien Die Bewertungskriterien, die in Tabelle 3.1 zur Beurteilung querdynamischer Testfahrten definiert wurden, werden für die Beurteilung der Regelungen entsprechend Tabelle 6.1 modifiziert.

Kenngröße	$\max(\beta)$	$\max(a_y)$	$K_{\rm max}$	$K_{\rm int}$	F_{so}	\overline{v}	$\int \Delta \dot{\psi} \mathrm{d}t$
Forderung	min	max	min	min	< 60%	max	min
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$				
Forderung	min	min	\min				

 Tabelle 6.1: Zielvorgaben f
 ür querdynamische Regelungssysteme

Dabei gelten folgende Abkürzungen:

$$K_{\max} = \frac{\max(|\beta|)}{\max(|a_y|)}, \quad K_{\text{int}} = \frac{\int |\beta| dt}{\int |a_y| dt}, \quad F_{so} = \frac{\dot{\psi}(t_0 + 1)}{\dot{\psi}_{\max}}, \quad (6.17)$$

$$\Delta \dot{\psi} = |\dot{\psi} - \dot{\psi}_{\text{soll}}|, \qquad (6.18)$$

$$F_b = F_{blv} + F_{blr} + F_{bhv} + F_{bhr} \,. \tag{6.19}$$

Bei Einsatz einer Regelung geht durch die Begrenzung der Gierrate die Aussagekraft der Verzögerungszeiten von Gierrate und Querbeschleunigung verloren. Ist der Lenkradwinkel zu groß, wird die Sollgierrate nach (6.7) durch den Kammschen Kreis begrenzt:

$$|\dot{\psi}_{\text{soll}}| \le \mu_h \cdot \frac{g}{v} \,. \tag{6.20}$$

Steigt der Lenkradwinkel weiter an, bleibt die Gierrate auf einen konstanten Wert beschränkt, sofern sich die Geschwindigkeit nicht ändert. Erst wenn der Lenkradwinkel wieder soweit abgesunken ist, dass die Haftgrenze nicht mehr überschritten wird, wird die Gierrate mit fallendem Lenkradwinkel wieder sinken. Die Verzögerungszeit zwischen maximalem Lenkradwinkel und maximaler Gierrate liefert somit keine Aussage mehr über die Schnelligkeit der Fahrzeugreaktion auf die Lenkvorgabe. Die Verzögerungszeiten entfallen damit als Bewertungskriterien.

Stattdessen werden weitere Kenngrößen ergänzt: Für die Beurteilung der Gierrate wird ihre Abweichung vom Sollwert über die gesamte Testfahrt integriert. Ein weiteres wichtiges Kriterium sind die benötigten Stellgrößen. Im Falle von radindividuellem Bremsen werden die Bremskräfte an den vier Rädern aufsummiert und über die Testfahrt integriert. Im Falle der Aktivlenkung werden die Beträge der Radeinschlagwinkel über die Testfahrt integriert. Zusätzlich wird noch die mittlere Geschwindigkeit \bar{v} aufgenommen. Sie sollte durch den Reglereingriff möglichst wenig reduziert werden.

6.2 Regelung linearer zeitinvarianter Systeme

Im Folgenden werden kurz die Grundlagen der linearen Regelungskonzepte vorgestellt, die beim Gain Scheduling Regler in Kapitel 6.3 Verwendung finden. Eine detaillierte und anschauliche Darstellung findet sich in [25].

6.2.1 Zustandsrückführung mittels Riccati-Entwurf

Ausgangspunkt des Reglerentwurfs nach Riccati ist ein lineares zeitinvariantes System der Form:

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}\,\underline{x} + \underline{B}\,\underline{u}, \quad \underline{y} = \underline{C}\,\underline{x} \tag{6.21}$$

mit $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$, $\underline{u} \in \mathbb{R}^p$ und $\underline{y} \in \mathbb{R}^q$. Dieses System wird als steuerbar bezeichnet, wenn der Zustand \underline{x} durch geeignete Wahl des Steuervektors \underline{u} in endlicher Zeit aus einem beliebigen Anfangszustand in den Endzustand $\underline{x}_{st} = \underline{0}$ überführt werden kann [25]. Die Steuerbarkeit kann beispielweise über das Kriterium von Kalman überprüft werden: Ein System der Form (6.21) ist genau dann steuerbar, wenn die Steuerbarkeitsmatrix

$$\underline{Q}_{S} = \begin{bmatrix} \underline{B} & \underline{A} \cdot \underline{B} & \cdots & \underline{A}^{n-1} \cdot \underline{B} \end{bmatrix}$$
(6.22)

Höchstrang n aufweist [25].

Die Bestimmung der Zustandsrückführung mittels Riccati-Entwurf erfolgt durch die Minimierung eines quadratischen Gütemaßes, welches die Zustandsgrößen und Stellgrößen gewichtet:

$$G = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{\infty} \left(\underline{x}(t)^T \underline{S}_x \underline{x}(t) + \underline{u}(t)^T \underline{S}_u \underline{u}(t) \right) \mathrm{d}t \,.$$
(6.23)

Die Gewichtungsmatrizen \underline{S}_x und \underline{S}_u müssen positiv definit sein und werden im Allgemeinen nur auf der Hauptdiagonalen besetzt. In diesem Fall gewichtet ihr *i*-tes Diagonalelement gerade das Quadrat der *i*-ten Zustandsbzw. Stellgröße. Je größer beispielsweise das Element $s_{x,ii}$ gewählt wird, desto stärker wird die Zustandsgröße x_i gewichtet und desto schneller wird x_i gegen Null gehen. Je stärker das Element $s_{u,ii}$ gewählt wird, desto kleiner wird die Stellgröße u_i bleiben und desto weniger Stellenergie wird benötigt. Die Minimierung des Gütemaßes (6.23) erfolgt durch Lösung der algebraischen Riccati-Gleichung

$$\underline{P}_{r}\underline{B}\,\underline{S}_{u}^{-1}\underline{B}^{T}\underline{P}_{r} - \underline{P}_{r}\underline{A} - \underline{A}^{T}\underline{P}_{r} - \underline{S}_{x} = \underline{0}\,.$$

$$(6.24)$$

Ist das System (6.21) steuerbar, dann existiert genau eine positive definite Lösung \underline{P}_r und die Zustandsrückführung ergibt sich zu

$$\underline{u} = -\underline{R} \cdot \underline{x} \quad \text{mit} \quad \underline{R} = \underline{S}_u^{-1} \underline{B}^T \underline{P}_r \,. \tag{6.25}$$

6.2.2 PI-Zustandsregler

Der PI-Zustandsregler erweitert die klassische Zustandsrückführung um einen PI-Regler, der die Abweichung zwischen Führungsvektor und Ausgangsvektor ausregelt. Die Struktur des PI-Zustandsreglers ist in Abbildung 6.1 dargestellt.



Abbildung 6.1: Struktur des PI-Zustandsreglers

Die Gleichungen des PI-Zustandsreglers lauten:

$$\frac{\dot{x}}{\dot{x}} = \underline{A} \underline{x} + \underline{B} \underline{u} + \underline{E} \underline{z},$$

$$\frac{\dot{e}}{\dot{e}} = \underline{w} - \underline{C} \underline{x},$$

$$u = -R_x x + R_i e + R_y \dot{e}.$$
(6.26)

Für die Reglerauslegung werden die äußeren Größen vernachlässigt: $\underline{w} = 0$, $\underline{z} = 0$. Dann kann das geregelte System in die Form einer klassischen Zustandsrückführung überführt werden:

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \underline{\dot{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ -\underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \underline{u}, \tag{6.27}$$

$$\underline{u} = -\left[\underline{R}_x + \underline{R}_p \underline{C} \quad -\underline{R}_i\right] \cdot \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{e} \end{bmatrix}.$$
(6.28)

Die erweiterte Strecke (6.27) ist genau dann steuerbar, wenn die ursprüngliche Strecke ($\underline{A}, \underline{B}$) steuerbar ist und zusätzlich gilt [25]:

$$\operatorname{rang} \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ -\underline{C} & \underline{0} \end{bmatrix} = n + q \,, \tag{6.29}$$

wobei n die Anzahl der Zustände und q die Anzahl der Regelgrößen bezeichnet. Ausgehend von der erweiterten Strecke kann eine klassische Zustandsrückführung berechnet werden, beispielsweise mittels Riccati-Entwurf. Anschließend muss die Summe $\underline{R}_x + \underline{R}_p \underline{C}$ in die beiden Reglermatrizen \underline{R}_x und \underline{R}_p zerlegt werden. Die Regelung soll so ausgelegt werden, dass im stationären Zustand die Ausgangsgrößen gleich den Führungsgrößen sind:

$$\underline{0} = \underline{A} \underline{x}_{st} + \underline{B} \underline{u}_{st} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{x}_{st} = -\underline{A}^{-1} \underline{B} \underline{u}_{st} , \qquad (6.30)$$

$$\underline{y}_{st} = \underline{C} \, \underline{x}_{st} = -\underline{C} \, \underline{A}^{-1} \underline{B} \, \underline{u}_{st} \stackrel{!}{=} \underline{w}_{st} \,. \tag{6.31}$$

Zusätzlich sollen die Reglermatrizen so gewählt werden, dass die Stellgrößen <u>u</u> ihren stationären Wert möglichst schon zum Zeitpunkt t = 0 annehmen. Unter der Annahme, dass der Zustandsvektor und die Störung die Anfangswerte <u>x</u>₀ = 0 und <u>z</u>₀ = 0 annehmen, gilt nach (6.26):

$$\underline{u}_0 = \underline{R}_p \underline{w}_0 \,. \tag{6.32}$$

Wird diese Beziehung in Gleichung (6.31) für \underline{u}_{st} eingesetzt und eine konstante Führungsgröße $\underline{w} = \underline{w}_{st} = \underline{w}_0$ angenommen, dann folgt:

$$-\underline{C}\underline{A}^{-1}\underline{B}\underline{R}_{p}\underline{w} \stackrel{!}{=} \underline{w} \quad \Leftrightarrow \quad -\underline{C}\underline{A}^{-1}\underline{B}\underline{R}_{p} \stackrel{!}{=} \underline{I}.$$

$$(6.33)$$

Damit liegt eine Beziehung für die Reglerverstärkung \underline{R}_p vor, die explizit nach \underline{R}_p aufgelöst werden kann, wenn die Anzahl p der Stellgrößen gleich der Anzahl q der Regelgrößen ist. Ist die Anzahl der Stellgrößen kleiner als die Anzahl der Regelgrößen, dann ist der PI-Zustandsreglerentwurf nicht möglich [25]. Ist die Anzahl der Stellgrößen dagegen größer als die Anzahl der Regelgrößen, muss im Einzelfall geprüft werden, ob eine Lösung \underline{R}_p existiert. Durch die Verwendung einer Pseudoinversen kann die Bedingung (6.33) zumindest näherungsweise erfüllt werden.

Gegenüber einem Vorfilterentwurf hat der PI-Zustandsregler den Vorteil, dass bei korrekter Reglerauslegung die Abweichung $\underline{\dot{e}}$ im stationären Zustand gleich null sein muss. Die Ausgangsgrößen sind also im stationären Zustand gleich den Führungsgrößen. Eine Störgrößenaufschaltung ist nicht mehr erforderlich. Während ein Vorfilterentwurf ein möglichst genaues Systemmodell erfordert, handelt es sich beim PI-Zustandsregler um eine strukturelle Maßnahme. Solange noch eine Abweichung zwischen Ausgangs- und Führungsgrößen existiert, wird der PI-Zustandsregler korrigierende Stellgrößen liefern. Der PI-Zustandsregler ist damit robuster gegenüber Parameterschwankungen und Modellungenauigkeiten als eine klassische Zustandsrückführung mit Vorfilter.

6.3 Gain Scheduling Regler

Um die Entwurfsverfahren der linearen Regelungstheorie auf das nichtlineare Zweispurmodell $\left(6.9\right)$

 $\underline{\dot{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$

anwenden zu können, muss das Modell zuerst auf eine lineare Form gebracht werden. Dazu wird das Modell um eine Ruhelage linearisiert. Die Ruhelage $(\underline{x}_{st}, \underline{u}_{st})$ ergibt sich aus der Bedingung

$$\underline{f}(\underline{x}_{st}, \underline{u}_{st}) \stackrel{!}{=} \underline{0}.$$
(6.34)

Die nichtlineare Systemfunktion wird in eine Taylorreihe um die Ruhelage entwickelt. Die Reihenentwicklung wird nach dem linearen Term abgebrochen:

$$\frac{\dot{x}_{\text{lin}} = \underline{A}_{\text{lin}} \underline{x}_{\text{lin}} + \underline{B}_{\text{lin}} \underline{u}_{\text{lin}} \quad \text{mit } \underline{x}_{\text{lin}} = \underline{x} - \underline{x}_{st}, \quad \underline{u}_{\text{lin}} = \underline{u} - \underline{u}_{st}, \\
\underline{A}_{\text{lin}} = \frac{\partial \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})}{\partial \underline{x}} \Big|_{\underline{x} = \underline{x}_{st}, \underline{u} = \underline{u}_{st}}, \quad \underline{B}_{\text{lin}} = \frac{\partial \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})}{\partial \underline{u}} \Big|_{\underline{x} = \underline{x}_{st}, \underline{u} = \underline{u}_{st}}.$$
(6.35)

Da ein Fahrzeug keine feste Ruhelage besitzt, wird das nichtlineare Zweispurmodell nicht um eine einzige Ruhelage linearisiert, sondern um eine Schar von Ruhelagen. Für jede Ruhelage wird dann ein linearer Regler entworfen und in einem Reglerkennfeld abgelegt. Im laufenden Betrieb wird die Ruhelage ausgewählt, die dem aktuellen Zustand am nächsten liegt und die zugehörige Reglerverstärkung aktiviert.

6.3.1 Linearisierung um die stationäre Kreisfahrt

Die Zustandsrückführung nach Kapitel 6.2.1 führt die Zustandsgrößen gegen null. Wird sie für das linearisierte Modell (6.35) entworfen, führt sie den linearisierten Systemzustand gegen null und damit den nichtlinearen Systemzustand in die Ruhelage \underline{x}_{st} , um die das System linearisiert wurde:

$$\underline{x}_{\text{lin}} = \underline{x} - \underline{x}_{st} \xrightarrow{t \to \infty} \underline{0} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{x} \xrightarrow{t \to \infty} \underline{x}_{st} \,. \tag{6.36}$$

Damit liegt es nahe, die Ruhelagen für die Gierrate und die Geschwindigkeit gleich ihren Sollwerten zu wählen. In einem ersten Schritt wird die Begrenzung der Sollgierrate durch den Kammschen Kreis zunächst vernachlässigt. In diesem Fall muss der Haftbeiwert im Regelungsentwurf nicht berücksichtigt werden:

$$\beta_{st} = 0, \qquad \dot{\psi}_{st} = \frac{v \cdot \delta_v}{l \cdot \left(1 + \frac{v^2}{v_{ch}^2}\right)}$$
(6.37)

Die stationäre Gierrate hängt somit vom Vorderradeinschlagwinkel δ_v und der Geschwindigkeit v ab. Da beide Größen die Querdynamik entscheidend beeinflussen, ist es nicht sinnvoll, nur einen festen Wert für jede Größe zu wählen. Stattdessen wird eine Schar von Ruhelagen betrachtet, die den physikalisch sinnvollen Bereich der beiden Größen abdeckt:

$$\begin{aligned}
 v_{st,i} &= i \cdot 1 \text{ m/s}, \quad i = 1, 2, \dots, 80, \\
 \delta_{v,st,j} &= j \cdot 1^{\circ}, \quad j = -27, -26, \dots, 27.
 \end{aligned}$$
(6.38)

Insgesamt ergeben sich damit $80 \cdot 55 = 4400$ Ruhelagen. Für jede Kombination von Geschwindigkeit $v_{st,i}$ und Vorderradeinschlagwinkel $\delta_{v,st,j}$ kann die zugehörige Ruhelage der Gierrate $\dot{\psi}_{st,i,j}(v_{st,i}, \delta_{v,st,j})$ aus Gleichung (6.37) ermittelt werden. Die Ruhelage des Hinterradeinschlagwinkels wird zu null gewählt. Die Schräglaufsteifigkeiten werden als konstant angenommen:

$$c_{vl} = c_{vr} = 40\,000, \quad c_{hl} = c_{hr} = 30\,000.$$
 (6.39)

Unbekannt sind damit noch die stationären Radlängskräfte. Sie müssen die Bedingung

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_{st}(\underline{x}_{st}, \underline{u}_{st}) \\ \ddot{\psi}_{st}(\underline{x}_{st}, \underline{u}_{st}) \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \underline{0}$$

$$(6.40)$$

erfüllen. Dabei können noch zwei weitere Ruhelagen frei gewählt werden. Vereinfachend werden die Längskräfte der rechten Räder gleich null gewählt: $F_{lvr,st} = F_{lhr,st} = 0$. Die verbleibenden beiden Ruhelagen folgen aus Bedingung (6.40) mit den beiden Zustandsdifferentialgleichungen (2.80) und (2.81). Abbildung 6.2 zeigt den Verlauf der resultierenden stationären Radlängskräfte in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit und der Gierrate.

Die Längskraft des linken Vorderrades steigt mit der Geschwindigkeit an und erreicht für 300 km/h knapp 550 kN. Die Längskraft des linken Hinterrades fällt mit wachsender Geschwindigkeit und sinkendem Vorderradeinschlagwinkel ab und erreicht bis zu -850 kN. Längskräfte in dieser Größenordnung sind auch in kritischen Fahrsituationen physikalisch nicht mehr sinnvoll. Das legt die Vermutung nahe, dass eine Regelung auf Basis dieser stationären Längskräfte nicht unproblematisch ist.



Abbildung 6.2: Stationäre Radlängskräfte bei Linearisierung des nichtlinearen Zweispurmodells um die stationäre Kreisfahrt

Um diese Annahme zu überprüfen, wird zunächst radindividuelles Bremsen betrachtet und eine Zustandsrückführung mittels Riccati-Entwurf nach Kapitel 6.2.1 entworfen.

Steuerbarkeit Vor dem Regelungsentwurf werden die linearisierten Systemmodelle für alle untersuchten Stellgrößen und -kombinationen auf Steuerbarkeit überprüft. Für diese linearen zeitinvarianten Modelle kann die Steuerbarkeit anhand der Steuerbarkeitsmatrix (6.22) überprüft werden. Sie weist bei allen betrachteten Stellgrößenkombinationen für alle linearisierten Modelle Höchstrang n = 2 auf. Damit sind alle linearisierten Modelle steuerbar.

Radindividuelles Bremsen: Zustandsrückführung Die Einstellung des Reglers erfolgt beim Riccati-Entwurf mit Hilfe der Gewichtungsmatrizen \underline{S}_x für die Zustandsgrößen und \underline{S}_u für die Stellgrößen. Um einen ersten Anhaltspunkt für ihre Wahl zu erhalten, werden zunächst die maximalen Werte festgelegt, welche die Zustandsgrößen und die Stellgrößen annehmen dürfen:

$$|\beta| < 2^{\circ} = 0,0349 \text{ rad},$$

 $|\dot{\psi} - \dot{\psi}_{st,i,j}| < 5^{\circ}/\text{s} = 0,0873 \text{ rad/s},$ (6.41)
 $|F_{lij} - F_{lij,st,i,j}| < 1000 \text{ N}.$

Die Elemente der Gewichtungsmatrizen werden gleich dem Kehrwert der entsprechenden Maximalwerte gesetzt:

$$\underline{S}_x = \begin{bmatrix} 28,65 & 0\\ 0 & 11,46 \end{bmatrix}, \quad \underline{S}_u = \frac{1}{1000} \cdot \underline{I}_4.$$
(6.42)

Abbildung 6.3 zeigt die Ergebnisse der Zustandsrückführung unter Verwendung dieser Gewichtungsmatrizen für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung. Der dargestellte Sollwert der Gierrate berücksichtigt die Begrenzung der Gierrate durch die maximal übertragbare Kraft nach Gleichung (6.7).

Der Regelung gelingt es nicht, den Schwimmwinkel zu reduzieren. Die Abweichung der Gierrate von ihrem Sollwert ist größer als im ungeregelten Fall. Nach den Untersuchungen in Kapitel 5.4 (Abbildung 5.22) ist die Fahrsituation nach ca. 4,6 s aufgrund der schnellen und heftigen Lenkbewegung zunächst stark untersteuernd. Folglich ist ein Abbremsen der kurveninneren linken Räder zu erwarten. Entgegen dieser Erwartung wird zunächst das kurvenäußere (rechte) Vorderrad stark abgebremst. Nach Abbildung 6.2 steigt die stationäre Längskraft des linken Vorderrades mit der Geschwindigkeit stark an. Folglich wird die stationäre Kraftdifferenz ΔF_{lv} sehr groß. Sie bedingt eine große Bremskraft am rechten Vorderrad. Das Versagen des Reglers kann somit auf die ungünstigen stationären Bremskräfte zurückgeführt werden.

Aus diesem Grund werden die stationären Bremskräfte im nächsten Schritt vernachlässigt und nur noch die Bremskräfte des Reglers aufgeschaltet. Mit den ursprünglichen Gewichtungsmatrizen nach (6.42) erreichen die Bremskräfte dann allerdings nur maximal 0,4 N. Die Gewichtungsmatrix \underline{S}_u wird daher soweit verringert, dass sich ein guter Kompromiss zwischen maximalen Bremskräften und der Regelung der Zustandsgrößen ergibt:

$$\underline{S}_{u,\text{neu}} = 2,9 \cdot 10^{-5} \cdot \underline{S}_u = 2,9 \cdot 10^{-8} \cdot \underline{I}_4.$$
(6.43)

Abbildung 6.4 zeigt die Ergebnisse des neuen Regleransatzes. Nun ist der Regler in der Lage, sowohl den Schwimmwinkel als auch die Gierratenabweichung zu reduzieren. Die Bremskräfte erreichen maximal 5 kN. Erwartungsgemäß wird zunächst in der untersteuernden Fahrsituation das linke (kurveninnere) Hinterrad abgebremst, unterstützt durch eine zusätzliche Bremskraft am linken Vorderrad. Kurz darauf werden die kurvenäußeren Räder abgebremst, um das Übersteuern zu reduzieren. Tabelle 6.2 vergleicht die Kenngrößen nach Tabelle 6.1 für den geregelten und den ungeregelten Fall. Neben der Reduktion von Schwimmwinkel und Gierratenabweichung wird die maximale Querbeschleunigung erhöht. Auch das Verhältnis von Schwimmwinkel zu Querbeschleunigung über den gesamten Zeitbereich K_{int} kann deutlich reduziert werden. Während die Gierrate im ungeregelten Fall eine Sekunde nach Rücknahme des Lenkradwinkels noch über 80% ihres Maximalwertes annimmt, hat die Regelung die Gierrate zu diesem Zeitpunkt auf weniger als 0,1% ihres Maximalwertes gesenkt. Die Geschwindigkeit wird durch den Bremseingriff um 3 km/h reduziert.



Abbildung 6.3: Zustandsrückführung unter Linearisierung um die stationäre Kreisfahrt: Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung 6.4: Zustandsrückführung unter Linearisierung um die stationäre Kreisfahrt, stationäre Bremskräfte vernachlässigt: Sinuslenken mit Verzögerung

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{K_{\rm int}}{{}^{\rm o}{\rm s}^2/{\rm m}}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$\frac{F_{so}}{\%}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt geregelt	$15,3 \\ 6,48$	$9,64 \\ 10,03$	$1,59 \\ 0,646$	$1,01 \\ 0,497$	97,7 23,8	81,5 0,0718	$64,7 \\ 64,8$
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t =$	= 3667 Ns					

Tabelle 6.2: Zustandsrückführung unter Linearisierung um die stationäreKreisfahrt: Kennwerte für Sinuslenken mit Verzögerung

Allerdings übersteigt die geregelte Gierrate immer noch die Sollgierrate. Die Begrenzung der Gierrate auf den maximal möglichen Wert, bei dem der Kraftschluss nicht verloren geht, wurde bisher im Regelungsentwurf nicht berücksichtigt.

Berücksichtigung der Gierratenbegrenzung: Zustandsrückführung

Wird die Begrenzung der Sollgierrate

$$|\dot{\psi}_{\text{soll}}| \le \mu_h \cdot \frac{g}{v}$$

in die Berechnung des stationären Zustands aufgenommen, geht der Haftbeiwert μ_h als weiterer Parameter in die Ruhelagen ein. Eine Diskretisierung des Haftbeiwertes über den Bereich 0,1 bis 1 in Schritten von 0,1 erhöht die Anzahl der Ruhelagen um den Faktor 10 auf 44 000.

Abbildung 6.5 zeigt die Ergebnisse für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung. Gegenüber der Regelung, welche die Sollgierrate nicht begrenzt, reduziert sich sowohl die Gierratenabweichung als auch der Schwimmwinkel. Darüberhinaus sinkt die maximale Bremskraft auf 4,5 kN ab.

Berücksichtigung der Gierratenbegrenzung: PI-Zustandsregler

Die Erhöhung der Anzahl von Ruhelagen bei Berücksichtigung der Gierratenbeschränkung kann umgangen werden, wenn anstelle einer statischen Zustandsrückführung ein PI-Zustandsregler eingesetzt wird. Die Berechnung der Ruhelagen erfolgt unter Verwendung der unbegrenzten Sollgierrate (6.2). Die Ruhelagen hängen somit nicht vom Haftbeiwert ab:

$$\beta_{st} = 0, \quad \dot{\psi}_{st} = \frac{v \cdot \delta_v}{l \cdot \left(1 + \frac{v^2}{v_{ch^2}}\right)} \quad . \tag{6.44}$$



Abbildung 6.5: Zustandsrückführung unter Linearisierung um die stationäre Kreisfahrt, Begrenzung der Sollgierrate berücksichtigt, stationäre Bremskräfte vernachlässigt: Sinuslenken mit Verzögerung

Die durch den Haftbeiwert begrenzte Sollgierrate (6.7) wird als Führungsgröße aufgefasst:

$$w = \dot{\psi}_{\text{soll}} = \begin{cases} -\mu_h \cdot \frac{g}{v} & \text{für } \dot{\psi}_{st} < -\mu_h \cdot \frac{g}{v} \\ \dot{\psi}_{st} & \text{für } |\dot{\psi}_{st}| < \mu_h \cdot \frac{g}{v} \\ \mu_h \cdot \frac{g}{v} & \text{für } \dot{\psi}_{st} > \mu_h \cdot \frac{g}{v} \end{cases}$$
(6.45)

Sie wird mit der Ist-Gierrate verglichen und die Abweichung $\dot{e} = \dot{\psi}_{\text{soll}} - \dot{\psi}$ über einen PI-Regler zusätzlich zur Zustandsrückführung auf das System zurückgeführt. Die Berechnung des PI-Zustandsreglers lässt sich auf die Berechnung eines statischen Zustandsreglers zurückführen (siehe Kapitel 6.2.2). Dazu wird die Abweichung e mit $\dot{e} = \dot{\psi}_{\text{soll}} - \dot{\psi}$ als zusätzlicher Zustand aufgenommen:

$$\underline{x}_{\text{erw}} = \begin{bmatrix} \underline{x}_{\text{lin}} \\ e \end{bmatrix} \text{ mit } \underline{x}_{\text{lin}} = \underline{x} - \underline{x}_{st} = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} - \dot{\psi}_{st} \end{bmatrix} \text{ und } \dot{e} = \dot{\psi}_{\text{soll}} - \dot{\psi} . \quad (6.46)$$

Steuerbarkeit Die Überprüfung der Steuerbarkeit erfolgt wie schon bei der statischen Zustandsrückführung für jedes linearisierte Modell einzeln. Nach Kapitel 6.2.2 ist die erweiterte Strecke genau dann steuerbar, wenn die ursprüngliche Strecke steuerbar ist und zusätzlich Bedingung (6.29) erfüllt ist. Die Steuerbarkeit der ursprünglichen Strecke wurde bereits bei der statischen Zustandsrückführung überprüft. Die zusätzliche Bedingung (6.29) ist bei allen betrachteten Stellgrößen und -kombinationen für jedes linearisierte Modell erfüllt.

Gewichtungsmatrizen Die Erweiterung der Strecke um die Gierratenabweichung $\dot{e} = \dot{\psi}_{\text{soll}} - \dot{\psi}$ bedingt, dass in der Gewichtungsmatrix \underline{S}_x des Zustandsvektors ein zusätzliches Gewicht für Abweichung e eingefügt werden muss. Es wird gleich dem Gewicht für die Abweichung der Gierrate von der stationären Ruhelage $\dot{\psi} - \dot{\psi}_{st}$ gesetzt:

$$\underline{S}_{x,\text{erw}} = \begin{bmatrix} 28,65 & 0 & 0\\ 0 & 11,46 & 0\\ 0 & 0 & 11,46 \end{bmatrix}, \quad \underline{S}_u = 2,9 \cdot 10^{-8} \cdot \underline{I}_4.$$
(6.47)

Ergebnisse Abbildung 6.6 zeigt die Ergebnisse des PI-Zustandsreglers für radindividuelles Bremsen am Beispiel des Manövers Sinuslenken mit Verzögerung. Die stationären Bremskräfte werden wieder vernachlässigt. Tabelle 6.3



Abbildung 6.6: PI-Zustandsregler unter Linearisierung um die stationäre Kreisfahrt, stationäre Bremskräfte vernachlässigt: Sinuslenken mit Verzögerung

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt statisch statisch (begrenzt) PI	$15,3 \\ 6,48 \\ 4,10 \\ 3,19$	$9,64 \\ 10,0 \\ 9,41 \\ 9,17$	$\begin{array}{c} 1,59\\ 0,646\\ 0,436\\ 0,348\end{array}$	$1,01 \\ 0,497 \\ 0,342 \\ 0,286$	97,7 23,8 14,3 13,5	64,7 64,8 65,0 68,7
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$					
statisch statisch (begrenzt) PI	$3667\ 3889\ 2063$					

Tabelle 6.3: Sinuslenken mit Verzögerung: Vergleich von PI- und statischerZustandsrückführung unter Linearisierung um die stationäre Kreisfahrt

vergleicht die Kenngrößen aller bisher vorgestellten Regler bei Vernachlässigung der stationären Bremskräfte für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung. F_{so} wird nicht mehr aufgeführt.

Alle Regler sind in der Lage, das Fahrzeug so zu stabilisieren, dass die Gierrate eine Sekunde nach Rücknahme des Lenkradwinkels nahezu auf null abgesunken ist. Der PI-Zustandsregler kann das Fahrzeugverhalten gegenüber der statischen Zustandsrückführung noch weiter verbessern. Lediglich die maximale Querbeschleunigung wird reduziert. Dies ist hauptsächlich auf die Tatsache zurückzuführen, dass die Lenkbewegung im ungeregelten Fall zu heftig ausfällt. Wird die Gierrate begrenzt, so dass der Kraftschluss gewährleistet werden kann, führt dies zwangsläufig zu einer Reduktion der maximal zulässigen Querbeschleunigung. Hier zeigt sich, dass Stabilität und Agilität widersprüchliche Zielvorgaben sind, die einen Kompromiss erfordern.

Ruhelagen mit $\underline{u}_{st} = 0$

Der PI-Zustandsregler erlaubt die explizite Vorgabe des Führungsverhaltens. Damit ist es nicht mehr notwendig, das nichtlineare Zweispurmodell um die Sollwerte der beiden Regelgrößen Schwimmwinkel und Gierrate zu linearisieren. Stattdessen kann eine Ruhelage gewählt werden, die zu günstigeren stationären Stellgrößen führt. Werden die stationären Bremskräfte und der stationäre Hinterradeinschlagwinkel gleich null gewählt und Vorderradeinschlagwinkel sowie Geschwindigkeit wieder über einen physikalisch sinnvollen Bereich diskretisiert

$$\begin{aligned}
 v_{st,i} &= i \cdot 1 \text{ m/s}, \quad i = 1, 2, \dots, 80, \\
 \delta_{v,st,j} &= j \cdot 1^{\circ}, \qquad j = -27, -26, \dots, 27,
 \end{aligned}$$
(6.48)

folgen die Ruhelagen für die beiden Zustandsgrößen Schwimmwinkel und Gierrate aus Bedingung (6.40)

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_{st}(\underline{x}_{st}, \underline{u}_{st}) \\ \vdots \\ \ddot{\psi}_{st}(\underline{x}_{st}, \underline{u}_{st}) \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \underline{0}$$

Die beiden Gleichungen lassen sich nicht mehr analytisch nach dem stationären Schwimmwinkel und der stationären Gierrate auflösen. Ihre Berechnung erfolgt numerisch für jede Ruhelage. Abbildung 6.7 zeigt den Verlauf der beiden stationären Zustandsgrößen über der Geschwindigkeit und dem Vorderradeinschlagwinkel.



Abbildung 6.7: Stationäre Zustandsgrößen bei Linearisierung des nichtlinearen Zweispurmodells um $\underline{u}_{st} = \underline{0}$

Beide stationäre Zustandsgrößen liegen für $\delta_{v,st} = 0$ im Ursprung und verlaufen symmetrisch zur Achse $\delta_{v,st} = 0$. Der Betrag des stationären Schwimmwinkels steigt mit dem Betrag des Vorderradeinschlagwinkels. Liegt die Geschwindigkeit unter 52 km/h, weist der stationäre Schwimmwinkel das gleiche Vorzeichen auf wie der Vorderradeinschlagwinkel. Oberhalb dieser Geschwindigkeit haben die beiden Größen umgekehrte Vorzeichen. Dieser Verlauf stimmt prinzipiell mit dem Verlauf des Schwimmwinkels überein, der sich für das lineare Einspurmodell bei stationärer Kreisfahrt einstellt [48]. Für sehr kleine Geschwindigkeiten ist der Schwimmwinkel in einer Linkskurve positiv und sinkt mit steigender Zentripetalbeschleunigung. Die Gierrate wächst mit positivem Vorderradeinschlagwinkel, mit negativem Vorderradeinschlagwinkel fällt sie ab. Ihren Extremwert von ±113°/s nimmt die stationäre Gierrate bei der Geschwindigkeit $v_{st} = 97,2$ km/h an. Für kleine Geschwindigkeiten sinkt sie bis auf null ab. Beide stationäre Zustandsgrößen sind klein für kleine Vorderradeinschlagwinkel und nehmen nur in extremen Fahrsituationen große Werte an. Sie erscheinen somit im Gegensatz zu den stationären Bremskräften bei Linearisierung um die Sollwerte der Zustandsgrößen physikalisch sinnvoll.

Steuerbarkeit Die Strecke $(\underline{A}, \underline{B})$ der linearisierten Modelle kann wie bei der Linearisierung um die Sollwerte der Zustandsgrößen mit Hilfe der Steuerbarkeitsmatrix (6.22) überprüft werden. Für alle Stellgrößen und Stellgrößenkombinationen weist die Steuerbarkeitsmatrix aller linearisierten Modelle Höchstrang auf. Alle linearisierten Modelle sind somit steuerbar.

Da eine statische Zustandsrückführung nun auch den Schwimmwinkel nicht mehr in ihren Sollwert überführt, werden sowohl die Sollgierrate als auch der Sollschwimmwinkel als Führungsgrößen aufgefasst. Die Anzahl der Regelgrößen erhöht sich damit auf zwei. Die Rangbedingung (6.29) wird in diesem Fall nur bei Einsatz von mindestens zwei Stellgrößen erfüllt. Durch eine aktive Vorder- oder Hinterachslenkung alleine können nicht beide Führungsgrößen geregelt werden. Diese Tatsache ist auf die generelle strukturelle Einschränkung des PI-Zustandsreglers zurückzuführen, dass die Anzahl der Stellgrößen mindestens gleich der Anzahl der Regelgrößen sein muss.

Gewichtungsmatrizen Durch die Einführung der zwei Führungsgrößen für Schwimmwinkel und Gierrate erhöht sich die Ordnung des erweiterten Systems von zwei auf vier:

$$\underline{x}_{\text{erw}} = \begin{bmatrix} \underline{x}_{\text{lin}} \\ \underline{e} \end{bmatrix} \text{mit } \underline{x}_{\text{lin}} = \underline{x} - \underline{x}_{st} = \begin{bmatrix} \beta - \beta_{st} \\ \dot{\psi} - \dot{\psi}_{st} \end{bmatrix}, \quad \underline{\dot{e}} = \begin{bmatrix} -\beta \\ \dot{\psi}_{\text{soll}} - \dot{\psi} \end{bmatrix}. \quad (6.49)$$

Die Gewichtungsmatrix $\underline{S}_{x,\text{erw}}$ für die Zustandsgrößen beinhalten somit vier Gewichte, zwei für die Abweichung der beiden Zustandsgrößen von ihrem stationären Wert und zwei für die Abweichung von ihrem Sollwert. Die Gewichtungsmatrizen wurden zu

$$\underline{S}_{x,\text{erw}} = \begin{bmatrix} 28,65 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 11,46 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 28,65 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 11,46 \end{bmatrix}, \quad \underline{S}_u = 10^{-8} \cdot \underline{I}_4 \tag{6.50}$$

gewählt.
Ergebnisse Die Wirkungsweise des Regelungsverfahrens wird wie in den vorangegangenen Abschnitten für den Fall des radindividuellen Bremsens vorgestellt. Abbildung 6.8 zeigt die Ergebnisse des resultierenden PI-Zustandsreglers für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung. Tabelle 6.6 vergleicht die Kenngrößen der beiden PI-Zustandsregler.

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt $\underline{x}_{st} = \underline{x}_{soll}$	15,3 3,19 2.07	9,64 9,166 0.07	1,59 0,348 0,228	1,01 0,286	97,7 13,5	64,7 68,7
$\underline{u}_{st} = \underline{0}$ Stellgröße	$\frac{3.07}{\int F_b \mathrm{d}t}$	9,07	0,338	0,256	11,32	65,2
$\underline{x}_{st} = \underline{x}_{soll}$ $\underline{u}_{st} = \underline{0}$	2063 4072					

Tabelle 6.4: Sinuslenken mit Verzögerung: Vergleich der PI-Zustandsregler bei Linearisierung um $\underline{x}_{st} = \underline{x}_{soll}$ und um $\underline{u}_{st} = \underline{0}$

Schwimmwinkel und Querbeschleunigung liegen bei beiden PI-Zustandsreglern in der gleichen Größenordnung. Die Gierratenabweichung wird beim zweiten PI-Zustandsregler, der auf der Linearisierung um $\underline{u}_{st} = \underline{0}$ basiert, etwas stärker reduziert. Allerdings benötigt er die doppelten Bremskräfte und reduziert die Geschwindigkeit entsprechend stärker als der erste PI-Zustandsregler. Der erste PI-Zustandsregler mit Linearisierung um $\underline{x}_{st} = \underline{x}_{soll}$ bietet somit den besseren Kompromiss zwischen dem Erreichen der Regelziele und den dafür benötigten Stellgrößen.

6.3.2 Linearisierung um die Geradeausfahrt

Eine deutlich einfachere Linearisierung ergibt sich, wenn das Modell um eine Geradeausfahrt mit konstanter Geschwindigkeit linearisiert wird. Dann sind der Schwimmwinkel, die Radeinschlagwinkel und die Gierrate gleich null. Aus der Bedingung $\underline{\dot{x}} = \underline{0}$ folgt für die stationären Radlängskräfte:

$$F_{lvl,st} = F_{lvr,st} \quad \text{und} \quad F_{lhl,st} = F_{lhr,st} \,. \tag{6.51}$$

Werden die stationären Längskräfte gleich null gesetzt, liegt die Ruhelage im Ursprung:

$$(\underline{x}_{st}, \underline{u}_{st}) = (\underline{0}, \underline{0}).$$
(6.52)



Abbildung 6.8: PI-Zustandsregler unter Linearisierung um $\underline{u}_{st} = \underline{0}$: Sinuslenken mit Verzögerung

Die Matrizen des resultierenden linearisierten Systemmodells hängen von der Geschwindigkeit und den Schräglaufsteifigkeiten ab. Um konstante Matrizen zu erhalten, werden die Schräglaufsteifigkeiten wie bei der Linearisierung um die Kreisfahrt als konstant angenommen und die Geschwindigkeit wird diskretisiert:

$$c_{vl} = c_{vr} = 40\,000, \quad c_{hl} = c_{hr} = 30\,000\,,$$
(6.53)

$$v_{st,i} = i \cdot 1 \text{ m/s}, \quad i = 1, 2, \dots, 80.$$
 (6.54)

Während die Linearisierung um die stationäre Kreisfahrt zu 4400 stationären Ruhelagen geführt hat, werden jetzt nur 80 Ruhelagen benötigt. Eine statische Zustandsrückführung regelt für die Linearisierung um die Geradeausfahrt sowohl den Schwimmwinkel als auch die Gierrate zu null. Daher wird wie in Kapitel 6.3.1 ein PI-Zustandsregler mit der Gierrate als Führungsgröße eingesetzt.

Steuerbarkeit Wie bei der Linearisierung um die Kreisfahrt kann die Steuerbarkeit der einzelnen linearisierten Systeme anhand der Steuerbarkeitsmatrix (6.22) überprüft werden. Auch im Falle der Linearisierung um die Geradeausfahrt sind bei allen betrachteten Stellgrößen und deren Kombinationen alle linearisierten Modelle steuerbar. Auch die Rangbedingung (6.29) für den PI-Zustandsregler ist bei allen Stellgrößen und -kombinationen für alle linearisierten Modelle erfüllt.

Radindividuelles Bremsen Abbildung 6.9 zeigt die Ergebnisse für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung. Tabelle 6.5 vergleicht die Kenngrößen des PI-Zustandsreglers bei Linearisierung um die Geradeausfahrt mit den Ergebnissen des PI-Zustandsreglers bei Linearisierung um die Kreisfahrt mit $\underline{u}_{st} = 0$. Bei Linearisierung um die Geradeausfahrt werden sowohl der Schwimmwinkel als auch die Gierratenabweichung stärker reduziert. Auch die Querbeschleunigung ist geringfügig größer. Allerdings werden höhere Stellgrößen benötigt als bei Linearisierung um die Kreisfahrt. Die Reduktion von Schwimmwinkel und Gierratenabweichung überwiegt aber die Erhöhung der Stellgrößen. Bei Linearisierung um die Geradeausfahrt bietet die Regelung somit den besseren Kompromiss zwischen Erreichen der Regelziele und dafür benötigter Stellgrößen als bei Linearisierung um die Kreisfahrt. Im Anhang A.2 werden die beiden Modelle mit dem nichtlinearen Zweispurmodell verglichen. Das um die Geradeausfahrt linearisierte Modell kann das nichtlineare Zweispurmodell mit höherer Genauigkeit beschreiben als die Modelle, die um die Kreisfahrt linearisiert werden. Neben der höheren Modellgenauigkeit bietet die Linearisierung um die Geradeausfahrt zwei weitere Vorteile:



Abbildung 6.9: Bremseingriff: PI-Zustandsregler mit Linearisierung um die Geradeausfahrt für Sinuslenken mit Verzögerung

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Kreis Geradeaus	$15,3 \\ 3,07 \\ 2,71$	$9,64 \\ 9,07 \\ 9,11$	$1,59 \\ 0,338 \\ 0,298$	$1,01 \\ 0,256 \\ 0,235$	97,7 11,32 9,81	64,7 65,2 63,4
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$					
Kreis Geradeaus	$\begin{array}{c} 4072\\ 5002\end{array}$					

Tabelle 6.5: Sinuslenken mit Verzögerung: Vergleich der PI-Zustandsregler bei Linearisierung um die Kreisfahrt und die Geradeausfahrt

Da nur noch die Geschwindigkeit diskretisiert wird, ergeben sich deutlich weniger Ruhelagen. Die Anzahl der Reglermatrizen und der damit verbundene Speicherbedarf reduziert sich somit erheblich. Die Modellvalidierung im Anhang A.2 zeigt, dass eine Schrittweite von 1 m/s ausreichend ist. Damit kann ein Geschwindigkeitsbereich von 3,6 km/h bis 288 km/h mit 80 Reglerverstärkungen abgedeckt werden. Der zweite Vorteil ist, dass die Ruhelagen im Ursprung liegen. Damit entfallen die stationären Stellgrößen. Die Linearisierung um die Geradeausfahrt ist somit der Linearisierung um die Kreisfahrt als Basis für den Regelungsentwurf vorzuziehen.

Im Folgenden werden die einzelnen Stelleingriffe und die Kombination von radindividuellem Bremsen und Vorderachslenkung, von radindividuellem Bremsen und Hinterachslenkung sowie radindividuellem Bremsen und Vorder- und Hinterachslenkung vorgestellt. Ausgangspunkt für den Entwurf der PI-Zustandsregler ist das um die Geradeausfahrt linearisierte Zweispurmodell. Wie bei der Linearisierung um die Kreisfahrt wird die durch den Kammschen Kreis beschränkte Gierrate $\dot{\psi}_{soll}$ (6.45) als Führungsgröße aufgefasst und die Abweichung e mit $\dot{e} = \dot{\psi}_{soll} - \dot{\psi}$ als zusätzlicher Zustand aufgenommen:

$$\underline{x}_{\text{erw}} = \begin{bmatrix} \underline{x}_{\text{lin}} \\ e \end{bmatrix} \text{ mit } \underline{x}_{\text{lin}} = \underline{x} = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \text{ und } \dot{e} = \dot{\psi}_{\text{soll}} - \dot{\psi} \,. \tag{6.55}$$

Der Schwimmwinkel β und die Abweichung e werden jeweils mit $1/1^{\circ}$ gewichtet. Zusätzlich erfordert die Linearisierung um die Geradeausfahrt eine Gewichtung der Gierrate $\dot{\psi}$ selbst. Ist das Gewicht der Gierrate zu groß, wird die Regelung versuchen, die Gierrate gegen null zu führen. Ist das Gewicht aber zu klein, wird die Gierrate bei der Berechnung des stabilisierenden Regleranteils \underline{R}_x in (6.26) nicht hinreichend berücksichtigt. In dieser Arbeit hat sich die Gewichtung $\underline{S}_x(2,2) = 1/9^{\circ}$ als guter Kompromiss herausgestellt. Die Gewichtungsmatrix für die Zustandsgrößen lautet somit:

$$\underline{S}_x = \begin{bmatrix} 57,30 & 0 & 0\\ 0 & 6,366 & 0\\ 0 & 0 & 57,30 \end{bmatrix} .$$
(6.56)

Die Stellgrößen werden wie folgt gewichtet:

• Radindividueller Bremseingriff:

$$\underline{S}_{u,\mathrm{B}} = 10^{-8} \cdot \underline{I}_4 \tag{6.57}$$

• Aktive Vorderachslenkung

$$S_{u,V} = \frac{1}{1,4^{\circ}} = 40,93 \tag{6.58}$$

• Aktive Hinterachslenkung

$$S_{u,\mathrm{H}} = \frac{1}{1,2^{\circ}} = 47,74 \tag{6.59}$$

• Aktive Vorderachslenkung und radindividuelles Bremsen:

$$\underline{S}_{u,\mathrm{VB}} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 10^{-7} \cdot \underline{I}_4 & \underline{0} \\ \underline{0} & 50 \end{bmatrix}$$
(6.60)

• Aktive Hinterachslenkung und radindividuelles Bremsen:

$$\underline{S}_{u,\mathrm{HB}} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 10^{-7} \cdot \underline{I}_4 & \underline{0} \\ \underline{0} & 55 \end{bmatrix}$$
(6.61)

• Aktive Vorder- und Hinterachslenkung sowie radindividuelles Bremsen:

$$\underline{S}_{u,\mathrm{HVB}} = \begin{bmatrix} 5 \cdot 10^{-7} \cdot \underline{I}_4 & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & 90 & 0 \\ \underline{0} & 0 & 90 \end{bmatrix}$$
(6.62)

Die Tabellen 6.6 bis 6.11 vergleichen die Kenngrößen der einzelnen Regler für die sechs Manöver aus Kapitel 3. Die Abbildungen 6.10 bis 6.15 zeigen die Ergebnisse jeder Testfahrt bei Kombination aller Stellgrößen. Für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung werden die Ergebnisse der übrigen Stellgrößenkombinationen im Anhang A.3 (Abbildungen A.14 bis A.17) aufgeführt. Alle Stellgrößenkombinationen reduzieren den Schwimmwinkel und verbessern gleichzeitig das Führungsverhalten bezüglich der Gierrate.



Abbildung 6.10: Bremsen, Vorder- und Hinterachslenkung: PI-Zustandsregler, Linearisierung um die Geradeausfahrt, Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung 6.11: Bremsen, Vorder- und Hinterachslenkung: PI-Zustandsregler, Linearisierung um Geradeausfahrt, Pseudospurwechsel mit Haltezeit



Abbildung 6.12: Bremsen, Vorder- und Hinterachslenkung: PI-Zustandsregler, Linearisierung um die Geradeausfahrt, J-Turn



Abbildung 6.13: Bremsen, Vorder- und Hinterachslenkung: PI-Zustandsregler, Linearisierung um die Geradeausfahrt, Fishhook





Abbildung 6.14: Bremsen, Vorder- und Hinterachslenkung: PI-Zustandsregler, Linearisierung um die Geradeausfahrt, ISO 3888-2 Ausweichmanöver



Abbildung 6.15: Bremsen, Vorder- und Hinterachslenkung: PI-Zustandsregler, Linearisierung um die Geradeausfahrt, Slalom 36 Meter

Konngröße	$\max \beta $	$\max a_y $	K_{\max}	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} dt$	\overline{v}
Renngroße	0	m/s^2	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	$\rm km/h$
ungeregelt	15,3	9,64	$1,\!59$	1,01	97,7	64,7
Bremsen	2,71	9,11	0,298	0,235	9,81	63,4
VL	$3,\!58$	8,79	$0,\!407$	0,316	$8,\!15$	$73,\!9$
HL	2,51	9,72	0,258	$0,\!187$	7,72	73,0
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	$3,\!85$	9,09	$0,\!424$	0,324	7,71	71,7
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	2,58	9,64	0,267	$0,\!195$	7,76	72,1
$\mathrm{Bremsen} + \mathrm{VL} + \mathrm{HL}$	$2,\!40$	9,26	0,259	$0,\!185$	$7,\!17$	72,2
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
Dieligioise	Ns	°s	$^{\circ}s$			
Bremseingriff	5002	-	-			
VL	-	3,28	-			
HL	-	-	$3,\!16$			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	915	$2,\!45$	-			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	471	-	2,77			
$\mathrm{Bremsen} + \mathrm{VL} + \mathrm{HL}$	517	0,54	2,32			

Tabelle 6.6: Sinuslenken mit Verzögerung: Vergleich der PI-Zustandsregler bei Linearisierung um die Geradeausfahrt

Kombination aller Stellgrößen Die Kombination aller Stellgrößen (Bremsen + VL + HL) erreicht diese beiden Regelziele für vier der sechs Manöver am besten. Für die beiden Manöver J-Turn und Fishhook wird durch den Einsatz aller Stelleingriffe aber lediglich der Schwimmwinkel am stärksten reduziert. Das beste Führungsverhalten wird dagegen durch den alleinigen Einsatz der Hinterachslenkung (HL) erreicht. Andererseits wird hier durch die Hinterachslenkung der Schwimmwinkel am geringsten reduziert. Werden der radindividuelle Bremseingriff und die Hinterachslenkung kombiniert, verringert sich der Schwimmwinkel gegenüber der alleinigen Hinterachslenkung. Im Gegenzug verschlechtert sich aber das Führungsverhalten. Hier zeigt sich sehr deutlich, dass die beiden Regelziele einen Kompromiss erfordern. Die Kombination aller drei Stellgrößen liefert für alle Testfahrten den besten Kompromiss zwischen beiden Regelzielen.

Stellgrößen einzeln Wird nur einer der drei Stelleingriffe verwendet, kann keine klare Aussage getroffen werden, welcher Eingriff die Regelziele am besten erfüllt. Bei den beiden Manövern Sinuslenken mit Verzögerung

Kenngröße	$\max \beta $	$\max a_y $	K_{\max}	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} dt$	\overline{v}
Renngroße	0	m/s^2	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	${\rm km/h}$
ungeregelt	8,57	9,82	0,874	0,622	55,0	69,3
Bremsen	$2,\!18$	8,66	0,252	0,215	8,28	64,5
VL	$3,\!98$	9,02	$0,\!442$	0,335	7,23	73,8
HL	$2,\!07$	9,87	0,210	0,172	7,04	73,8
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	3,26	7,84	$0,\!42$	0,302	$7,\!13$	72,9
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	$2,\!12$	9,68	0,219	0,173	$7,\!10$	72,6
$\mathrm{Bremsen} + \mathrm{VL} + \mathrm{HL}$	$1,\!99$	$9,\!17$	0,218	$0,\!163$	$6,\!59$	73,2
Stollgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
Stengroße	Ns	$^{\circ}s$	$^{\circ}s$			
Bremsen	4710	-	-			
VL	-	$3,\!25$	-			
HL	-	-	2,51			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	677	$2,\!17$	-			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	605	-	2,09			
${\rm Bremsen} + {\rm VL} + {\rm HL}$	383	0,542	1,78			

 Tabelle 6.7: Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit: Vergleich der PI-Zustands

 regler bei Linearisierung um die Geradeausfahrt

und Pseudo-Spurwechsel liefert die Hinterachslenkung die besten Ergebnisse. Durch das radindividuelle Bremsen kann bei diesen beiden Manövern der Schwimmwinkel stärker reduziert werden als durch die Vorderachslenkung (VL). Letztere ermöglicht aber das bessere Führungsverhalten. Bei den beiden Manövern J-Turn und Fishhook zeigt die Hinterachslenkung das beste Führungsverhalten, reduziert aber den Schwimmwinkel am geringsten. Durch den radindividuellen Bremseingriff werden die beiden Regelziele etwas besser erreicht als mit Vorderachslenkung. Das Ausweichmanöver nach ISO 3888-2 wird am besten durch das radindividuelle Bremsen geregelt. Die Hinterachslenkung zeigt etwas schlechtere Ergebnisse. Die Vorderachslenkung schneidet hier am schlechtesten ab. Auch beim Slalom 36 Meter reduziert das radindividuelle Bremsen den Schwimmwinkel am stärksten. Das Führungsverhalten wird jedoch deutlich schlechter geregelt als durch einen Lenkeingriff. Die Hinterachslenkung ermöglicht das bessere Führungsverhalten, die Vorderachslenkung reduziert dagegen den Schwimmwinkel stärker.

Die beiden Manöver mit Fahrereinfluss, ISO-38882 Ausweichmanöver und Slalom 36 Meter, verdeutlichen die Unterschiede zwischen radindividuellem Bremseingriff und Aktivlenkung: Das Ausweichmanöver kann durch eine Re-

Kanngröße	$\max \beta $	$\max a_y $	K_{\max}	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} dt$	\overline{v}
Rennerone	0	m/s^2	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	$\rm km/h$
ungeregelt	11,8	9,33	$1,\!27$	0,604	26,7	54,9
Bremsen	3,84	9,22	0,416	0,269	18,3	56,9
VL	4,51	9,22	$0,\!49$	$0,\!32$	$19,\!27$	61,7
HL	6,10	9,56	$0,\!638$	$0,\!441$	$9,\!68$	61,5
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	$3,\!97$	9,12	$0,\!435$	0,265	$18,\!4$	$58,\! 6$
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	5,46	9,21	0,593	0,384	9,94	59,3
${\rm Bremsen} + {\rm VL} + {\rm HL}$	2,49	$9,\!18$	0,272	$0,\!179$	14,1	61,4
Stollgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
Diengroße	Ns	°s	$^{\circ}s$			
Bremsen	3480	-				
VL	-	10,8	-			
HL	-	-	$7,\!45$			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	2293	8,73	-			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	1934	-	$6,\!63$			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL} + \operatorname{HL}$	1656	$2,\!39$	4,22			

Tabelle 6.8: J-Turn: Vergleich der PI-Zustandsregler bei Linearisierung um die Geradeausfahrt

duktion der Geschwindigkeit deutlich entschärft werden. Hier zeigt sich die Stärke des radindividuellen Bremseingriffes. Im Vergleich zur Hinterachslenkung reduziert das radindividuelle Bremsen die Geschwindigkeit um 14 %. Nachteilig daran ist jedoch, dass dadurch auch die Querbeschleunigung reduziert wird und das Fahrzeug somit an Agilität verliert. Auch beim Slalom 36 Meter wird die Geschwindigkeit reduziert, was hier jedoch keinen Vorteil bringt. Der Slalom 36 Meter wird durch die schnellen Lenk- und Gegenlenkbewegungen kritisch, das Fahrzeug schaukelt sich auf. In diesen hochdynamischen Fahrsituationen ist der schnellere Lenkeingriff vorteilhafter als der Bremseingriff, der durch den erforderlichen Druckaufbau verzögert auf die Fahrdynamik wirkt.

Aktivlenkung Der Vergleich der beiden Aktivlenkungen zeigt, dass die beiden Regelziele durch die Hinterachslenkung insgesamt besser erreicht werden als durch die Vorderachslenkung. Beim Sinuslenken mit Verzögerung wird die Gierratenabweichung durch die Hinterachslenkung im Vergleich zur Vorderachslenkung um 5,3 % reduziert und der Schwimmwinkel um 30 %. Die Querbeschleunigung erhöht sich um 11 %. Beim Pseudo-Spurwechsel erge-

Kenngröße	$\max \beta $	$\max a_y $	K_{\max}	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} dt$	\overline{v}
remsione	0	$\rm m/s^2$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	$\rm km/h$
ungeregelt	$15,\!8$	9,45	1,67	0,973	30,3	53,1
Bremsen	2,94	9,09	0,323	0,229	16,3	54,3
VL	$4,\!35$	9,22	$0,\!472$	0,340	19,0	64,0
HL	$5,\!23$	10,1	0,519	0,353	12,1	63,7
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	3,71	9,10	0,408	0,271	19,1	60,8
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	$5,\!20$	9,88	0,527	0,346	$12,\!3$	60,9
$\mathrm{Bremsen} + \mathrm{VL} + \mathrm{HL}$	$2,\!43$	9,24	0,263	$0,\!175$	13,7	63,0
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
Dicinground	Ns	°s	°s			
Bremsen	5794	-	-			
VL	-	8,70	-			
HL	-	-	$5,\!43$			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	2,171	$7,\!13$	-			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	1854	-	$5,\!31$			
$\mathrm{Bremsen} + \mathrm{VL} + \mathrm{HL}$	1472	2,07	4,34			

Tabelle 6.9: Fishhook: Vergleich der PI-Zustandsregler bei Linearisierungum die Geradeausfahrt

ben sich ähnliche Werte. Die Gierratenabweichung wird um 2,6% reduziert, der Schwimmwinkel um 48%. Die Querbeschleunigung steigt um 9,4%.

Bei den beiden Manövern Fishhook und J-Turn zeigt sich eine besonders deutliche Reduktion der Gierratenabweichung durch die Hinterachslenkung verglichen mit der Vorderachslenkung. Beim J-Turn beträgt sie 50%, beim Fishhook 36 %. Der Schwimmwinkel wird jedoch durch die Vorderachslenkung um 26 % beim J-Turn und 17 % beim Fishhook im Vergleich zur Hinterachslenkung reduziert. Die bessere Regelung der Gierrate durch die Hinterachslenkung erfordert einen höheren Schwimmwinkel, ermöglicht aber gleichzeitig eine höhere Querbeschleunigung. Bezogen auf die Vorderachslenkung beträgt die Erhöhung 3,7% beim J-Turn und 9,5% beim Fishhook. Bei den beiden Manövern mit Fahrereinfluss, Ausweichmanöver nach ISO-38882 und Slalom 36 Meter, fällt die Reduktion des Schwimmwinkels durch die Hinterachslenkung im Vergleich zur Vorderachslenkung mit 28% bzw. 45% sehr deutlich aus. Auch die Gierratenabweichung wird um 24% und 12% deutlich reduziert. Allerdings wird die Querbeschleunigung durch die Hinterachslenkung ebenfalls stärker reduziert als durch die Vorderachslenkung. Die Reduktion beträgt 2,2% bzw. 10%.

Konngröße	$\max \beta $	$\max a_y $	K_{\max}	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} dt$	\overline{v}
Reinigrowe	0	m/s^2	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	${\rm km/h}$
ungeregelt	5,91	10,3	0,575	0,321	41,5	$59,\!9$
Bremsen	2,46	8,75	0,281	$0,\!145$	$13,\!6$	55,1
VL	3,84	9,13	$0,\!421$	$0,\!210$	18,5	63,9
HL	2,77	8,93	0,311	$0,\!177$	14,1	64,2
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	4,36	8,97	$0,\!486$	$0,\!192$	$15,\!9$	61,7
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	$3,\!01$	8,90	0,338	$0,\!191$	$12,\!9$	62,9
$\mathrm{Bremsen} + \mathrm{VL} + \mathrm{HL}$	1,59	8,58	$0,\!186$	$0,\!0773$	$11,\!9$	$63,\!8$
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
	Ns	°s	$^{\circ}s$			
Bremsen	5478	-	-			
VL	-	$3,\!47$	-			
HL	-	-	$3,\!25$			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	1682	4,02	-			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	871	-	3,52			
${\rm Bremsen} + {\rm VL} + {\rm HL}$	779	$1,\!45$	$2,\!67$			

Tabelle 6.10: ISO 3888-2 Ausweichmanöver: Vergleich der PI-Zustandsregler bei Linearisierung um die Geradeausfahrt

Die Hinterachslenkung benötigt in allen Testfahrten in der Summe einen kleineren Radeinschlagwinkel als die Vorderachslenkung. Der Unterschied fällt beim Ausweichmanöver mit 6,8 % Prozent und beim Sinuslenken mit Verzögerung mit 3,7 % recht gering aus. Deutlicher wird er mit 17 % beim Slalom 36 Meter, 29 % beim Pseudo-Spurwechsel, 31 % beim J-Turn und 38 % beim Fishhook.

Insgesamt ermöglicht die Hinterachslenkung eine effektivere Beeinflussung der Fahrzeugdynamik als die Vorderachslenkung.

Radindividueller Bremseingriff und eine Aktivlenkung Die Kombination des radindividuellen Bremseingriffes mit der Hinterachslenkung kann das geregelte Fahrzeugverhalten insgesamt stärker verbessern als die Kombination von radindividuellem Bremsen mit der Vorderachslenkung. Für die Manöver Pseudo-Spurwechsel, Slalom 36 Meter und das Ausweichmanöver werden sowohl der Schwimmwinkel als auch die Gierratenabweichungen stärker reduziert. Beim Sinuslenken mit Verzögerung liegt zwar die Gierratenabweichung höher, allerdings nur um 0,6 %. Der Schwimmwinkel wird dagegen

Kenngröße	$\max \beta $	$\max a_y $	K_{\max}	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} \mathrm{d}t$	\overline{v}
псппетове	0	$\rm m/s^2$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	$\rm km/h$
ungeregelt	6,66	9,41	0,707	0,430	96,5	102
Bremsen	$2,\!61$	$7,\!89$	0,331	0,267	72,8	98,0
VL	$5,\!15$	9,16	0,562	0,395	47,7	104
HL	2,82	8,21	0,343	$0,\!275$	42,2	104
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	2,75	8,04	0,343	0,239	46,4	97,0
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	2,71	8,26	0,328	0,266	$33,\!5$	104
$\mathrm{Bremsen} + \mathrm{VL} + \mathrm{HL}$	2,41	8,08	0,299	0,234	29,2	104
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
	Ns	°s	°s			
Bremsen	12677	-	-			
VL	-	8,99	-			
HL	-	-	$7,\!47$			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	13932	$4,\!45$	-			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	1424	-	$7,\!37$			
Bremsen + VL + HL	2432	3,43	8,24			

Tabelle 6.11: Slalom 36 Meter: Vergleich der PI-Zustandsregler bei Linea-risierung um die Geradeausfahrt

um 33 % reduziert. Auch die Querbeschleunigung und die Gierrate sind bei Einsatz der Hinterachslenkung höher. Bei den beiden Manövern J-Turn und Fishhook ist der Schwimmwinkel bei Verwendung der Vorderachslenkung im Vergleich zur Hinterachslenkung um 27 % und 29 % höher. Die Gierrate wird aber durch Einsatz der Hinterachslenkung gegenüber der Vorderachslenkung um 46 % und 36 % gesenkt. Auch bei diesen beiden Manövern kann durch die Kombination mit der Hinterachslenkung eine höhere Querbeschleunigung und eine höhere Geschwindigkeit erzielt werden als durch die Kombination mit der Vorderachslenkung. Insgesamt bietet die Kombination von radindividuellem Bremsen und Hinterachslenkung einen besseren Kompromiss zwischen Dynamik, Agilität, Stabilität und erforderlicher Stellenergie als die Kombination von radindividuellem Bremsen und Vorderachslenkung.

Trajektorie Für die beiden Manöver mit Fahrereinfluss können die Regelungen neben den Kennwerten auch anhand der gefahrenen Trajektorie beurteilt werden. In Abbildung 4.10 ist die Trajektorie des ungeregelten Fahrzeuges für den 36 Meter Slalom dargestellt. Nach der zehnten Pylone verliert der Fahrer die Kontrolle und kann den Slalomkurs nicht mehr aufrecht erhalten. Alle untersuchten Stellgrößenkombinationen sind in der Lage, das Fahrzeug soweit zu stabilisieren, dass der Fahrer den Kurs vollständig absolvieren kann. Abbildung 6.15 zeigt exemplarisch die Ergebnisse für die Kombination aller Stellgrößen. Die Trajektorien unterscheiden sich für die einzelnen Stellgrößenkombinationen nur unwesentlich.

Abbildung 6.16 vergleicht die Trajektorien für das ISO 3888-2 Ausweichmanöver mit 70 km/h.



Abbildung 6.16: ISO 3888-2 Ausweichmanöver: Trajektorien des geregelten Fahrzeuges für die einzelnen Stellgrößenkombinationen

Hier zeigen sich deutliche Unterschiede. Durch die Kombination aller Stellgrößen wird die beste Trajektorie erzielt, gefolgt von der Kombination von radindividuellem Bremsen und Hinterachslenkung. In beiden Fällen bleibt das Fahrzeug innerhalb der abgesteckten Pylonen, die als Punkte dargestellt sind. Der Bremseingriff und die Hinterachslenkung alleine ermöglichen nahezu identische Trajektorien. Beim Wechsel zurück auf die ursprüngliche Fahrbahn überfährt das Fahrzeug leicht die rechte Begrenzung. Durch die Kombination von Vorderachslenkung und Bremseingriff verstärkt sich diese Kursabweichung weiter. Besonders ausgeprägt ist sie bei alleiniger Vorderachslenkung. Alle Stellgrößenkombinationen verbessern aber die Trajektorie im Vergleich zum ungeregelten Fahrzeug. Zusammenfassung Insgesamt zeigen die Simulationsergebnisse, dass durch die Kombination mehrerer Stellgrößen das Fahrzeugverhalten gegenüber einer Verwendung von nur einer Stellgröße generell verbessert werden kann. Die besten Ergebnisse werden erreicht, wenn alle Stellgrößen miteinander kombiniert werden. Ein Vergleich der einzelnen Stellgrößen zeigt, dass durch das radindividuelle Bremsen Fahrsituationen entschärft werden können, in denen die Fahrzeuggeschwindigkeit zu hoch ist. Andererseits eignen sich die aktiven Lenkeingriffe besser, um in hochdynamischen Situationen die Stabilität und die Lenkbarkeit des Fahrzeuges sicherzustellen. Folglich kann das Fahrzeugverhalten verbessert werden, wenn das radindividuelle Bremsen und die Aktivlenkung durch einen gemeinsamen Regler kombiniert werden. Soll nur an einer Achse aktiv gelenkt werden, ermöglicht die Wahl der Hinterachse eine größere Verbesserung des Fahrzeugverhaltens.

6.4 Gütemaßanpassung nach Sieber

Für Systeme, die linear in den Eingangsgrößen sind,

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}(\underline{x}) \cdot \underline{x} + \underline{B}(\underline{x}) \cdot \underline{u}, \qquad (6.63)$$

kann der Entwurf eines nichtlinearen Reglers

$$\underline{u} = -\underline{R}(\underline{x}) \cdot \underline{x} \tag{6.64}$$

auf den Entwurf eines linearen Reglers zurückgeführt werden. Dazu wird ein lineares Vergleichssystem erzeugt, indem das nichtlineare System um eine beliebige Ruhelage ($\underline{x}_{st}, \underline{u}_{st}$) linearisiert wird. Im Folgenden wird angenommen, dass die Ruhelage im Ursprung ($\underline{0}, \underline{0}$) liegt. Liegt die Ruhelage nicht im Ursprung, wird die Abweichung des Systemzustands von seiner Ruhelage als neuer Systemzustand betrachtet. Die Ruhelage des neuen Systems liegt dann im Ursprung [24]. Das lineare Vergleichssystem ergibt sich zu

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}_{\text{lin}} \cdot \underline{x} + \underline{B}_{\text{lin}} \cdot \underline{u} \tag{6.65}$$

mit

$$\underline{A}_{\text{lin}} = \frac{\partial \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})}{\partial \underline{x}} \Big|_{\underline{x}=\underline{0}, \underline{u}=\underline{0}}, \qquad \underline{B}_{\text{lin}} = \frac{\partial \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})}{\partial \underline{u}} \Big|_{\underline{x}=\underline{0}, \underline{u}=\underline{0}}$$

Für dieses System wird ein linearer Regler

$$\underline{u}_{\rm lin} = -\underline{R}_{\rm lin} \cdot \underline{x} \tag{6.66}$$

ermittelt, beispielsweise nach dem Entwurfsverfahren von Riccati. Für das geregelte System gilt dann:

$$\underline{\dot{x}} = \left(\underline{A}_{\rm lin} - \underline{B}_{\rm lin}\underline{R}_{\rm lin}\right) \cdot \underline{x} = \underline{A}_{\rm lin,r} \cdot \underline{x} \,. \tag{6.67}$$

Der lineare Regler wird so entworfen, dass die Pole des geregelten linearen Systems links der imaginären Achse liegen und der Zustandsvektor \underline{x} mit der Zeit schnell gegen null geht. Um nun die Dynamik des nichtlinearen geregelten Zustandsvektors

$$\underline{\dot{x}} = \left(\underline{A}(\underline{x}) - \underline{B}(\underline{x})\,\underline{R}(\underline{x})\right) \cdot \underline{x} = \underline{A}_r(\underline{x}) \cdot \underline{x} \tag{6.68}$$

an die Dynamik des geregelten linearen Vergleichssystems (6.67) anzupassen, wird die Direkte Methode nach Ljapunow angewandt. Dabei handelt es sich um ein Stabilitätskriterium aus der nichtlinearen Systemtheorie.

Direkte Methode nach Ljapunow zur Untersuchung des Stabilitätsverhaltens nichtlinearer Systeme

Die direkte Methode nach Ljapunow ermöglicht die Untersuchung eines nichtlinearen Systems der Form

$$\underline{\dot{x}} = \underline{f}(\underline{x})$$

auf die Stabilität seiner Ruhelage $\underline{x}_{st} = \underline{0}$. Diese Ruhelage wird als global asymptotisch stabil bezeichnet, wenn der Zustandsvektor $\underline{x}(t)$ aus einem beliebigen Anfangszustand $\underline{x}(t_0)$ mit der Zeit in die Ruhelage übergeht. Gilt dies nur für ein begrenztes Gebiet um die Ruhelage, spricht man von asymptotischer Stabilität mit begrenztem Einzugsbereich. Die Direkte Methode nach Ljapunow bietet nun ein Kriterium zur Beurteilung der Stabilität:

Satz 6.1 (Stabilitätskriterium nach Ljapunow) Das dynamische System $\underline{\dot{x}} = \underline{f}(\underline{x})$ besitze die Ruhelage $\underline{x}_{st} = 0$. Es gebe eine im gesamten Zustandsraum stetig differenzierbare und positiv definite Funktion $V(\underline{x})$, deren zeitliche Ableitung $\dot{V}(\underline{x})$ im gesamten Zustandsraum negativ definit ist. Strebt zusätzlich für $|x| \to \infty$ auch $V(\underline{x}) \to \infty$, dann ist die Ruhelage $\underline{x}_{st} = \underline{0}$ global asymptotisch stabil.

Als *positiv definit* wird die Funktion $V(\underline{x})$ genau dann bezeichnet, wenn gilt:

$$V(\underline{x}) > 0 \quad \forall \ \underline{x} \neq \underline{0} \quad \text{und} \quad V(\underline{x}) = 0 \quad \text{für} \ \underline{x} = \underline{0}.$$
 (6.69)

Entsprechend ist $V(\underline{x})$ negativ definit für

$$\dot{V}(\underline{x}) < 0 \quad \forall \quad \underline{x} \neq \underline{0} \quad \text{und} \quad \dot{V}(\underline{x}) = 0 \quad \text{für} \quad \underline{x} = \underline{0} \,.$$
 (6.70)

Der Begriff der Definitheit kann auch auf Matrizen angewandt werden. Nimmt die Funktion $V(\underline{x})$ die spezielle Form

$$V(\underline{x}) = \underline{x}^T \cdot \underline{P} \cdot \underline{x} \tag{6.71}$$

an, dann wird die Matrix <u>P</u> ebenfalls als positiv definit bezeichnet, falls $V(\underline{x})$ positiv definit ist. Entsprechendes gilt für die negative Definitheit.

Die Aussage von Satz 6.1 soll nun an einem Beispiel veranschaulicht werden. Abbildung 6.17 (a) zeigt eine quadratische Ljapunow-Funktion für ein System mit zwei Zuständen x_1 und x_2 in der Form

$$V(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2. (6.72)$$

Diese Funktion ist positiv, solange $\underline{x} = [x_1 \ x_2]^T \neq \underline{0}$ gilt, und nur an der Stelle $\underline{x} = \underline{0}$ nimmt sie den Wert V = 0 an. $V(\underline{x})$ ist damit positiv definit. Wenn zusätzlich für ihre zeitliche Ableitung $\dot{V}(\underline{x}) < 0$ gilt, bedeutet das, die Zustandstrajektorie $\underline{x}(t)$ muss sich in Richtung sinkender Funktionswerte $V(\underline{x})$ bewegen und damit zwangsläufig in den Ursprung $\underline{x} = \underline{0}$ hineinlaufen. Damit ist die Ruhelage $\underline{x}_{st} = \underline{0}$ global asymptotisch stabil. Abbildung 6.17 (b) zeigt den Verlauf einer möglichen Trajektorie $\underline{x}(t)$.



Abbildung 6.17: Quadratische Ljapunow-Funktion $V(\underline{x})$ für den zweidimensionalen Fall

Anpassung der nichtlinearen Dynamik an die lineare Dynamik

Um nun die Dynamik des nichtlinearen Zustandsvektors (6.68) an die des linearen Vergleichssystems (6.67) anzupassen, wird zuerst eine geeignete

Ljapunow-Funktion für das lineare Vergleichssystem festlegt. Sie wird als ideale Ljapunow-Funktion bezeichnet und lässt sich beschreiben durch

$$V(\underline{x}) = \underline{x}^T \underline{P} \underline{x} \quad \text{mit } \underline{P} = \sum_{i=1}^n \tilde{P}_{ii} \, \underline{w}_i \, \underline{w}_i^T \,. \tag{6.73}$$

Dabei bezeichnet \underline{w}_i die Linkseigenvektoren der Dynamikmatrix $\underline{A}_{\text{lin,r}}$ des linearen Reglers und \underline{w}_i das konjugierte Komplexe von \underline{w}_i . Die Koeffizienten \tilde{P}_{ii} sind frei wählbare positive Gewichtungsfaktoren. Nach [24] ist diese ideale Ljapunow-Funktion für alle \underline{x} positiv definit.

Für die Ableitung der Ljapunow-Funktion (6.73) gilt

$$\dot{V}_{\rm lin}(\underline{x}) = -\underline{x}^T \underline{Q}_{\rm lin} \underline{x} \tag{6.74}$$

mit

$$\underline{Q}_{\rm lin} = \left[\underline{R}_{\rm lin}^T \underline{B}_{\rm lin}^T - \underline{A}_{\rm lin}^T\right] \underline{P} + \underline{P} \left[\underline{B}_{\rm lin} \underline{R}_{\rm lin} - \underline{A}_{\rm lin}\right].$$
(6.75)

In [24] wird gezeigt, dass V_{lin} genau dann negativ definit ist, wenn die Eigenwerte der Dynamikmatrix $\underline{A}_{\text{lin,r}}$ des geregelten linearen Systems links der imaginären Achse liegen. Diese Forderung ist durch einen korrekten Reglerentwurf erfüllt. In diesem Fall nimmt \dot{V}_{lin} nach Art einer e-Funktion ab und die geregelte Zustandstrajektorie läuft in die Ruhelage $\underline{x}_{st} = \underline{0}$. Dabei erfolgt die Abnahme um so schneller, je weiter links die Eigenwerte liegen.

Die ideale Ljapunow-Funktion (6.73) wird nun auch für die nichtlineare Zustandsdifferentialgleichung (6.68) verwendet:

$$V(\underline{x}) = \underline{x}^T \underline{P} \underline{x} \quad \Rightarrow \quad \dot{V}(\underline{x}) = -\underline{x}^T \underline{Q} \underline{x} \tag{6.76}$$

mit

$$\underline{Q} = \left[\underline{R}^{T}(\underline{x})\underline{B}^{T}(\underline{x}) - \underline{A}^{T}(\underline{x})\right]\underline{P} + \underline{P}\left[\underline{B}(\underline{x})\underline{R}(\underline{x}) - \underline{A}(\underline{x})\right].$$
(6.77)

Da der Regler für das lineare System so entworfen wurde, dass das System schnell gegen null geführt wird, wird $\dot{V}_{\rm lin}$ ebenfalls schnell sinken. Um nun für das nichtlineare System eine ähnlich gute Dynamik zu erzielen, soll \dot{V} an $\dot{V}_{\rm lin}$ angeglichen werden und somit die *Dynamik* des nichtlinearen Systems an die des linearen Systems angepasst werden. Hierzu wird die Norm

$$N = \left\|\underline{Q}_{\rm lin} - \underline{Q}\right\| \tag{6.78}$$

durch geeignete Wahl der Reglermatrix $\underline{R}(\underline{x})$ minimiert [64]. Die Norm berechnet sich dabei aus

$$N = \sqrt{\sum_{i,j=1}^{n} (q_{ij}^{(\text{lin})} - q_{ij})^2},$$
(6.79)

wobei $q_{ij}^{(\text{lin})}$ das Element (i, j) der Matrix $\underline{Q}_{\text{lin}}$ und entsprechend q_{ij} das Element (i, j) der Matrix \underline{Q} bezeichnet. Unter Verwendung von (6.77) gilt:

$$\underline{Q}_{\rm lin} - \underline{Q} = \underline{Q}_{\rm lin} - \underline{R}^T(\underline{x})\underline{B}^T(\underline{x})\underline{P} + \underline{A}^T(\underline{x})\underline{P} - \underline{P}\underline{B}(\underline{x})\underline{R}(\underline{x}) + \underline{P}\underline{A}(\underline{x}) .$$
(6.80)

Dieses Gleichungssystem soll nun nach der gesuchten Reglermatrix $\underline{R}(\underline{x})$ aufgelöst werden. Hierzu werden neben den üblichen Rechenregeln der Matrizenrechnung noch weitere Operatoren benötigt:

Vektorisierungsoperator Der Vektorisierungsoperator vec (\underline{M}) setzt die Spaltenvektoren einer (p, q)-Matrix \underline{M} untereinander:

$$\underline{\underline{M}}_{(p,q)} = \begin{bmatrix} \underline{m}_1 & \underline{m}_2 & \cdots & \underline{m}_q \end{bmatrix} \implies \operatorname{vec}(\underline{\underline{M}}) = \begin{bmatrix} \underline{\underline{m}}_1 \\ \underline{\underline{m}}_2 \\ \vdots \\ \underline{\underline{m}}_q \end{bmatrix}.$$
(6.81)

Kroneckerprodukt Das Kroneckerprodukt \otimes einer beliebigen (m, n)-Matrix $\underline{A} = (a_{ij})$ und einer beliebigen (p, q)-Matrix \underline{B} ist definiert als

$$\underline{\underline{A}}_{(m,n)} \otimes \underline{\underline{B}}_{(p,q)} = \begin{bmatrix} a_{11}\underline{\underline{B}} & a_{12}\underline{\underline{B}} & \cdots & a_{1n}\underline{\underline{B}} \\ a_{21}\underline{\underline{B}} & a_{22}\underline{\underline{B}} & \cdots & a_{2n}\underline{\underline{B}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}\underline{\underline{B}} & a_{m2}\underline{\underline{B}} & \cdots & a_{mn}\underline{\underline{B}} \end{bmatrix} .$$

$$(6.82)$$

Permutationsmatrix Die Permutationsmatrix $\underline{U}_{p \times q}$ ist definiert als

$$\underline{U}_{(pq,pq)} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{E}}_{1,1} & \underline{\underline{E}}_{2,1} & \cdots & \underline{\underline{E}}_{q,1} \\ \underline{\underline{E}}_{1,2} & \underline{\underline{E}}_{2,2} & \cdots & \underline{\underline{E}}_{q,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{\underline{E}}_{1,p} & \underline{\underline{E}}_{2,p} & \cdots & \underline{\underline{E}}_{q,p} \end{bmatrix},$$
(6.83)

wobei das Element (i, j) der (q, p)-Matrix $\underline{E}_{i,j}$ gleich 1 ist, alle anderen Elemente sind 0.

Minimierung der Norm Mit Hilfe des Vektorisierungsoperators wird Gleichung (6.80) zunächst auf die Form

$$\operatorname{vec}\left(\underline{Q}_{\operatorname{lin}}\right) - \operatorname{vec}\left(\underline{Q}\right) = \operatorname{vec}\left(\underline{Q}_{\operatorname{lin}}\right) + \underline{J}\operatorname{vec}\left(\underline{A}(\underline{x})\right) - \underline{M}\operatorname{vec}\left(\underline{R}(\underline{x})\right) \quad (6.84)$$

gebracht. Dabei gilt unter Verwendung des Kroneckerproduktes und der Permutationsmatrix:

$$\underline{J} = (\underline{I}_n \otimes \underline{P}) + (\underline{P} \otimes \underline{I}_n) \underline{U}_{n \times n}, \qquad (6.85)$$

$$\underline{M} = \underline{I}_n \otimes (\underline{P}\,\underline{B}) + \left[(\underline{P}\,\underline{B}) \otimes \underline{I}_n\right] \underline{U}_{p \times n} \,. \tag{6.86}$$

Die Norm (6.78) wird zu null, falls

$$\underline{Q}_{\text{lin}} = \underline{Q}$$

$$\Leftrightarrow \quad \text{vec}\left(\underline{Q}_{\text{lin}}\right) = \text{vec}\left(\underline{Q}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad \underline{M}_{(n^2, np)} \cdot \text{vec}\left(\underline{R}(\underline{x})\right) = \text{vec}\left(\underline{Q}_{\text{lin}}\right) + \underline{J} \text{vec}\left(\underline{A}(\underline{x})\right) . \quad (6.87)$$

Damit liegen n^2 Gleichungen für die $n \cdot p$ unbekannten Koeffizienten der Reglermatrix $\underline{R}(\underline{x})$ vor. Falls die Anzahl der Zustandsgrößen nicht gleich der Anzahl der Stellgrößen ist, besitzt dieses Gleichungssystem im Allgemeinen keine oder zumindest keine eindeutige Lösung. Unter Verwendung der Pseudoinversen \underline{M}^+ der Matrix \underline{M} kann in diesem Fällen eine Näherungslösung angegeben werden:

$$\operatorname{vec}\left(\underline{R}(\underline{x})\right) = \underline{M}^{+} \left\{ \operatorname{vec}\left(\underline{Q}_{\operatorname{lin}}\right) + \underline{J}\operatorname{vec}\left(\underline{A}(\underline{x})\right) \right\}$$
 (6.88)

Die Reglermatrix nach Gleichung (6.88) stellt nach dem Penrose-Theorem [25] unter allen möglichen Verstärkungen diejenige dar, für welche die Norm

$$N = \left\| \underline{Q}_{\text{lin}} - \underline{Q} \right\| \tag{6.89}$$

minimal und damit die Dynamik des nichtlinearen geregelten Systems bestmöglich an diejenige des geregelten linearen Systems angepasst wird.

6.5 Zweispurmodell in eingangslinearer Form

Um das Verfahren der Gütemaßanpassung nach Kapitel 6.4 anwenden zu können, muss das nichtlineare Zweispurmodell

$$\underline{\dot{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$$

zunächst in einer eingangslinearen Form

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}(\underline{x})\underline{x} + \underline{B}(\underline{x})\underline{u}$$

dargestellt werden. Im Folgenden werden drei Verfahren vorgestellt: Zuerst wird das um die Geradeausfahrt linearisierte Modell verwendet. Im zweiten Schritt wird das nichtlineare Zweispurmodell formal auf eine eingangslineare Form gebracht. Dazu werden zusätzliche Integratoren vor das System geschaltet. Die dritte Möglichkeit besteht darin, das System gezielt umzuformen.

6.5.1 Linearisierung um die Geradeausfahrt

Wird das nichtlineare Zweispurmodell wie in Kapitel 6.3.2 um die Ruhelage $(\underline{0}, \underline{0})$ linearisiert, ergibt sich ein System der Form:

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}(v, c_{ij}) \cdot \underline{x} + \underline{B}(v, c_{ij}) \cdot \underline{u}.$$
(6.90)

Für die Berechnung konstanter Reglerverstärkungen werden in Kapitel 6.3.2 die Schräglaufsteifigkeiten als konstant angenommen und die Geschwindigkeit diskretisiert. Dadurch ergibt sich eine Schar von Reglerverstärkungen, zwischen denen umgeschaltet wird. Die Gütemaßanpassung nach Sieber ermöglicht es nun, Geschwindigkeit und Schräglaufsteifigkeiten als zeitvariante Parameter zu berücksichtigen und eine einzige Reglerverstärkung in Abhängigkeit dieser Parameter zu berechnen. Dieser Regler kann über die Ljapunow-Funktion, die während des Entwurfsverfahrens aufgestellt wurde, auf Stabilität hin untersucht werden.

Gütemaßanpassung nach Sieber Wie beim Gain Scheduling wird ein PI-Zustandsregler entworfen, der neben der Reduktion des Schwimmwinkels die Gierrate an ihren Sollwert anpasst. Für die lineare Vergleichsregelung wird die Geschwindigkeit willkürlich auf v = 17 m/s festgelegt. Die Schräglaufsteifigkeiten werden zu $c_{vl} = c_{vr} = 40\,000$ und $c_{hl} = c_{hr} = 30\,000$ angenommen. Das lineare Vergleichsmodell wird um die Abweichung der Gierrate von ihrem Sollwert erweitert:

$$\begin{bmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \ddot{\psi}_{\text{soll}} - \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}(v_{st}, c_{ij,st}) & \underline{0} \\ [0 \ 1] & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \dot{\psi}_{\text{soll}} - \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}(v_{st}, c_{ij,st}) \\ \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \underline{u} . \quad (6.91)$$

Mittels Riccati-Entwurf wird ein geeigneter Regler für das lineare Vergleichssystem ermittelt. Die Gewichtungsmatrizen werden von der Regelung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt übernommen. Die nichtlineare Reglermatrix für das erweiterte nichtlineare Modell wird mittels Gütemaßanpassung nach Kapitel 6.4 berechnet. Da die nichtlineare Matrix <u>B</u> von der Geschwindigkeit und den Schräglaufsteifigkeiten abhängt, muss die Berechnung der Pseudoinversen der Matrix \underline{M} nach Gleichung (6.86) symbolisch erfolgen. Ist \underline{M} zeilenregulär, gilt

$$\underline{M}^{+} = \underline{M}^{T} (\underline{M} \, \underline{M}^{T})^{-1} \,, \tag{6.92}$$

ist sie spaltenregulär, gilt:

$$\underline{M}^{+} = (\underline{M}^{T}\underline{M})^{-1}\underline{M}^{T}.$$
(6.93)

Andernfalls kann die Pseudoinverse über den Grenzwert

$$\underline{M}^{+} = \lim_{s \to 0} \underline{M}^{T} (\underline{M} \underline{M}^{T} + s\underline{I})^{-1} = \lim_{s \to 0} (\underline{M}^{T} \underline{M} + s\underline{I})^{-1} \underline{M}^{T}$$
(6.94)

berechnet werden [56]. In jedem Fall muss bei Verwendung aller sechs Stellgrößen eine symbolische Matrix der Dimension (9,9) invertiert werden. Diese äußerst rechen- und speicherintensive Inversion wurde in der vorliegende Arbeit mit Maple[™] durchgeführt.

Die resultierende nichtlineare Reglermatrix $\underline{R}_{erw}(v, c_{ij})$ wird gemäß (6.28)

$$\underline{R}_{\text{erw}}(v, c_{ij}) = \left[\underline{R}_x(v, c_{ij}) + \underline{R}_p(v, c_{ij}) \cdot \underline{C}, -\underline{R}_i(v, c_{ij})\right], \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

in die Anteile $\underline{R}_x(v, c_{ij}) + \underline{R}_p(v, c_{ij}) \cdot \underline{C}$ und $\underline{R}_i(v, c_{ij})$ zerlegt. Die Reglermatrix $\underline{R}_p(v, c_{ij})$ errechnet sich nach Gleichung (6.33) als Pseudoinverse von

$$-\underline{C}\cdot\underline{A}(v,c_{ij})^{-1}\cdot\underline{B}(v,c_{ij})$$

Ergebnisse Um die Ergebnisse der Gütemaßanpassung mit denen der Gain Scheduling Regler bei Linearisierung um die Geradeausfahrt zu vergleichen, werden die Regler sowohl mit konstanten als auch mit adaptierten Schräglaufsteifigkeiten simuliert. Die Ergebnisse werden beispielhaft für die Stellgrößenkombination von radindividuellem Bremsen und Hinterachslenkung gezeigt. Im Anhang A.3 zeigen die beiden Abbildungen A.18 und A.19 die Verläufe der wichtigsten Größen mit konstanten und adaptierten Schräglaufsteifigkeiten für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung. Die Tabellen 6.12 bis 6.17 vergleichen die Kenngrößen von Gain Scheduling, Gütemaßanpassung mit konstanten Schräglaufsteifigkeiten.

Für alle Testfahrten verschlechtern sich die Ergebnisse deutlich, wenn die adaptierten Schräglaufsteifigkeiten eingesetzt werden. Die Erhöhung der Modellgenauigkeit durch die Berücksichtigung der nichtlinearen Seitenkraftcharakteristik verbessert die Reglerperformance somit nicht. Der Einsatz der

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{^{ m o}{ m s}^2/{ m m}}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Gain Scheduling Gütemaß, c_{ij} konst. Gütemaß, c_{ij} ad.	$15,3 \\ 2,58 \\ 2,86 \\ 5,67$	$9,64 \\ 9,64 \\ 9,63 \\ 9,51$	1,59 0,267 0,297 0,596	1,01 0,195 0,239 0,420	97,7 7,76 8,28 24,5	64,7 72,1 69,0 65,9
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Gain Scheduling Gütemaß, c_{ij} konst. Gütemaß, c_{ij} ad.	$\begin{array}{c} 471 \\ 2144 \\ 5465 \end{array}$	2,77 3,69 6,48				

Tabelle 6.12: Sinuslenken mit Verzögerung: Vergleich der Regler auf Basisdes um die Geradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\max s^2 }$	$\frac{K_{\rm max}}{{}^{\circ}{\rm s}^2/{ m m}}$	$\frac{K_{\rm int}}{\sigma_{\rm s}^2/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$\frac{\overline{v}}{\mathrm{km/h}}$
		111/ 5	8 / III	8 / III		KIII/ II
ungeregelt	$8,\!57$	9,82	$0,\!874$	$0,\!622$	55,0	69,3
Gain Scheduling	2,12	$9,\!68$	0,219	$0,\!173$	7,10	$72,\! 6$
Gütemaß, c_{ij} konst.	$2,\!27$	9,75	0,233	0,207	6,81	70,3
Gütemaß, c_{ij} ad.	$3,\!54$	9,60	0,369	$0,\!305$	11,9	$68,\! 6$
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$				
Dicligione	Ns	$^{\circ}s$				
Gain Scheduling	605	2,09				
Gütemaß, c_{ij} konst.	1852	3,27				
Gütemaß, c_{ij} ad.	2719	4,64				

Tabelle 6.13: Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit: Vergleich der Regler aufBasis des um die Geradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells

zeitveränderlichen Schräglaufsteifigkeiten bewirkt eine schnelle zeitliche Änderung der Reglermatrizen, die sich offensichtlich nachteilig auf das Verhalten des Reglers auswirkt.

Werden die Schräglaufsteifigkeiten wie beim Gain Scheduling konstant gehalten, ermöglicht die Gütemaßanpassung insgesamt eine vergleichbare Reduktion von Schwimmwinkel und Gierratenabweichung bei ähnlicher Querbeschleunigung. Für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung wird der Schwimmwinkel um 11% und die Gierratenabweichung um 6,7% erhöht. Auch beim Pseudo-Spurwechsel steigt der Schwimmwinkel, hier um 7,1%.

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Gain Scheduling Gütemaß, c_{ij} konst. Gütemaß, c_{ij} ad.	$ 11,8 \\ 5,46 \\ 5,37 \\ 7,28 $	9,33 9,21 9,31 9,31	$\begin{array}{c} 1,27\\ 0,593\\ 0,577\\ 0,782 \end{array}$	$\begin{array}{c} 0,604 \\ 0,384 \\ 0,395 \\ 0,583 \end{array}$	26,7 9,94 9,59 12,4	54,9 59,3 58,3 55,5
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Gain Scheduling Gütemaß, c_{ij} konst. Gütemaß, c_{ij} ad.	$\begin{array}{c} 1934 \\ 6212 \\ 11929 \end{array}$	$6,63 \\ 5,26 \\ 8,79$				

Tabelle 6.14: J-Turn: Vergleich der Regler auf Basis des um die Geradeaus-fahrt linearisierten Zweispurmodells

Kenngröße	$\max \beta $	$\max a_y $	K_{\max}	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} \mathrm{d}t$	\overline{v}
Remigrobe	0	$\rm m/s^2$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	$\rm km/h$
ungeregelt	15,8	9,45	$1,\!67$	0,973	30,3	53,1
Gain Scheduling	$5,\!20$	9,88	0,527	0,346	12,3	60,9
Gütemaß, c_{ij} konst.	4,99	$10,\!0$	$0,\!499$	0,362	12,1	59,1
Gütemaß, c_{ij} ad.	$7,\!14$	9,59	0,744	$0,\!571$	18,3	$55,\!3$
Stollgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$				
	Ns	$^{\circ}s$				
Gain Scheduling	1854	5,31				
Gütemaß, c_{ij} konst.	5149	$5,\!34$				
Gütemaß, c_{ij} ad.	11472	9,74				

Tabelle 6.15: Fishhook: Vergleich der Regler auf Basis des um die Geradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells

Andererseits kann die Gierratenabweichung um 4,1% verringert werden. Auch beim 36 Meter Slalom wird der Schwimmwinkel erhöht (15,9%). Die Gierratenabweichung wird deutlich reduziert (55%).

Bei den restlichen drei Testfahrten werden sowohl der Schwimmwinkel als auch die Gierratenabweichung reduziert. Die stärkste Reduktion erfolgt dabei für das ISO 3888-2 Ausweichmanöver. Der Schwimmwinkel wird um 25%und die Gierrate um 6,2% reduziert. Mit 1,6% wird der Schwimmwinkel beim J-Turn etwas weniger reduziert als die Gierratenabweichung mit 3,5%. Umgekehrt senkt der Regler den Schwimmwinkel beim Fishhook mit 4%

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{^{ m o}{ m s}^2/{ m m}}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Gain Scheduling Gütemaß, c_{ij} konst. Gütemaß, c_{ij} ad.	$5,91 \\ 3,01 \\ 2,25 \\ 157$	10,3 8,90 8,77 9,00	0,575 0,338 0,258 17,5	$0,321 \\ 0,191 \\ 0,156 \\ 6,06$	41,5 12,9 12,1 176	59,9 62,9 58,9 41,4
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Gain Scheduling Gütemaß, c_{ij} konst. Gütemaß, c_{ij} ad.	871 8278 24901	$3,52 \\ 3,92 \\ 16,8$				

Tabelle 6.16: ISO 3888-2 Ausweichmanöver: Vergleich der Regler auf Basisdes um die Geradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt	$6,\!66$	9,41	0,707	0,430	96,5	102
Gain Scheduling	2,71	8,26	0,328	0,266	$33,\!5$	104
Gütemaß, c_{ij} konst.	$3,\!14$	7,77	$0,\!405$	$0,\!280$	15,2	84,8
Gütemaß, c_{ij} ad.	$4,\!12$	8,36	0,493	0,268	28,3	$91,\!9$
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Gain Scheduling	1424	$7,\!37$				
Gütemaß, c_{ij} konst.	46241	13,1				
Gütemaß, c_{ij} ad.	31524	$8,\!15$				

Tabelle 6.17: Slalom 36 Meter: Vergleich der Regler auf Basis des um dieGeradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells

stärker als die Gierratenabweichung mit 1,6%.

Der Vergleich der Trajektorien für das ISO 3888-2 Ausweichmanöver in Abbildung 6.18 verdeutlicht noch einmal, dass sich das Reglerverhalten durch die Adaption der Schräglaufsteifigkeiten verschlechtert. Die gefahrene Trajektorie ist allerdings immer noch geringfügig besser als die des ungeregelten Fahrzeuges. Die Gütemaßanpassung mit konstanten Schräglaufsteifigkeiten ermöglicht eine etwas bessere Trajektorie als der Gain Scheduling Regler, der Unterschied ist jedoch sehr gering.



Abbildung 6.18: ISO 3888-2 Ausweichmanöver: Trajektorien des geregelten Fahrzeuges für die Regler auf Basis des um die Geradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells

Stellgrößen Der auffälligste Unterschied zwischen beiden Regelungskonzepten liegt in den erforderlichen Stellgrößen. Der Regler mit Gütemaßanpassung benötigt deutlich höhere Bremskräfte als der Gain Scheduling Regler. Für das Manöver Slalom 36 Meter ist die Summe der benötigten Bremskräfte um den Faktor 32 größer, für das ISO 3888-2 Ausweichmanöver um den Faktor 9,5. Beim Sinuslenken mit Verzögerung beträgt der Faktor 4,5, beim Pseudo-Spurwechsel 3,1, beim J-Turn 3,2 und beim Fishhook fällt er mit 2,7 am geringsten aus. Der benötigte Hinterradeinschlagwinkel steigt bei allen Testfahrten außer dem J-Turn an, jedoch nicht so stark wie die Bremskräfte. Mit einem Faktor von 1,6 fällt der erhöhte Lenkbedarf für den Pseudo-Spurwechsel am größten aus. Beim J-Turn wird er um den Faktor 1,3 reduziert.

Reglermatrix Abbildung 6.19 vergleicht die Elemente der Reglermatrix \underline{R}_x des Gain Scheduling Reglers mit denen der Gütemaßanpassung. Die Schräglaufsteifigkeiten werden konstant gehalten und die Reglerelemente über der Geschwindigkeit aufgetragen. Bei der Gütemaßanpassung ändert



Abbildung 6.19: Vergleich der Reglermatrix \underline{R}_x bei Gain Scheduling und Gütemaßanpassung unter Linearisierung um die Geradeausfahrt

sich die Reglermatrix deutlich stärker über der Zeit als beim Gain Scheduling. Dass die Reglermatrix für letztere keineswegs konstant ist, verdeutlicht Abbildung 6.20. Hier sind die einzelnen Elemente der Reglermatrix des Gain Scheduling Reglers alleine aufgetragen.

Bei der Gütemaßanpassung variiert beispielsweise das Element $\underline{R}_x(1,1)$ zwischen $-2,35 \cdot 10^5$ für v = 1 m/s und $4,93 \cdot 10^4$ für v = 80 m/s. Beim Gain Scheduling dagegen lediglich zwischen -249 und -25,3. Beim Gain Scheduling bleiben die Reglerelemente, welche die Bremskräfte an den linken Rädern bestimmen, immer negativ. Diejenige, welche die Bremskräfte an den rechten Rädern bestimmen, sind immer positiv. Die Gütemaßanpassung dagegen resultiert in einer Reglermatrix, bei der die Elemente eine deutlich größeren Wertebereich durchlaufen, der sowohl einen positiven als auch einen negativen Anteil abdeckt.



Abbildung 6.20: Reglermatrix \underline{R}_x des Gain Scheduling Reglers auf Basis des um die Geradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells

Vergleich Die Ursache für den großen Unterschied zwischen beiden Reglermatrizen liegt in der unterschiedlichen Berechnung der Regler begründet. Beim Gain Scheduling wird für jede Geschwindigkeit eine Reglermatrix mittels Riccati-Entwurf berechnet. Durch dieses Entwurfsverfahren wird das Verhältnis zwischen einer schnellen Regelung der Zustandsgrößen und den dafür benötigten Stellgrößen vorgegeben. Da die dynamischen Eigenschaften eines Fahrzeuges entscheidend von der Geschwindigkeit abhängen, wird sich auch die Dynamik des geregelten Fahrzeuges mit der Geschwindigkeit ändern, wenn sie durch die Forderung nicht zu hoher Stellgrößen begrenzt wird. Die Eigenwerte des geregelten Fahrzeuges sind somit für jede Geschwindigkeit unterschiedlich.

Bei der Gütemaßanpassung dagegen findet ein Eigenwertangleich statt. Die Eigenwerte werden einmal beim Entwurf der linearen Vergleichsregelung festgelegt. Durch die Anpassung der Ljapunow-Funktionen werden diese Eigenwerte auch dem nichtlinearen System aufgeprägt. Abbildung 6.21 vergleicht die Eigenwerte des geregelten Systems für beide Entwurfsverfahren über der



Geschwindigkeit.

Abbildung 6.21: Vergleich der Eigenwerte λ_i des geregelten erweiterten Systems bei Gain Scheduling und Gütemaßanpassung

Die Eigenwerte werden durch die Gütemaßanpassung auf $\lambda_1 = -23,4$, $\lambda_2 = -8,65$ und $\lambda_3 = -2,66$ festgelegt. Diese Eigenwerte bleiben über den kompletten Geschwindigkeitsbereich konstant. Die Anpassung der geregelten nichtlinearen Systemdynamik an die des linearen Vergleichssystems ist somit vollständig gelungen. Diese vollständige Anpassung hat jedoch den Nachteil, dass eine feste Dynamik für den gesamten Geschwindigkeitsbereich vorgeben wird, unabhängig davon, welche Stellgrößen dafür erforderlich sind.

Der Gain Scheduling Regler weist dem geregelten Fahrzeug diese Eigenwerte genau für die Geschwindigkeit v = 17 m/s = 61,2 km/h zu. Für kleinere Geschwindigkeit liegen die ersten beiden Eigenwerte weiter links, für größere Geschwindigkeiten wandern sie in Richtung der reellen Achse. Der dritte Eigenwert wandert sowohl für größere als auch für kleinere Geschwindigkeiten in Richtung der reellen Achse. Die Eigenwerte ändern sich bei diesem Entwurfsverfahren zu Gunsten eines Kompromisses zwischen der Sicherstellung einer guten Dynamik und den dafür erforderlichen Stellgrößen.

Gütemaßanpassung der einzelnen Stellgrößenkombinationen

Abbildung 6.21 zeigt, dass die Gütemaßanpassung nach Sieber für die Kombination des radindividuellem Bremseingriffes und der Hinterachslenkung einen vollständigen Eigenwertangleich ermöglicht. Tabelle 6.18 vergleicht die Eigenwerte und die zu minimierende Norm (6.78) für alle untersuchten Stellgrößenkombinationen. Die drei Eigenwerte sind bei allen Stellgrößenkombinationen rein reell. Die Schräglaufsteifigkeiten gehen mit festen Werten ein und die Geschwindigkeit wird von 1 m/s bis 80 m/s in Schritten von 0,1 m/s diskretisiert. Für jede Geschwindigkeit werden die Eigenwerte $\lambda_{i,nl}$ des nichtlinearen geregelten Systems ermittelt und mit den Eigenwerten $\lambda_{i,\text{lin}}$ des geregelten linearen Vergleichssystems verglichen. Die dem Betrag nach größte prozentuale Abweichung

$$\Delta \lambda_i = \max_{v_k} \left(\left| \frac{\lambda_{i,\text{nl}} - \lambda_{i,\text{lin}}}{\lambda_{i,\text{lin}}} \right| \cdot 100 \right), \quad i = \{1, 2, 3\}$$
(6.95)

wird in der Tabelle 6.18 aufgeführt. Zusätzlich werden das Maximum der Norm N und der jeweils größte Eigenwert des geregelten nichtlinearen Systems sowie des geregelten linearen Vergleichssystems angegeben.

	$\max(N)$	$\Delta \lambda_1$	$\Delta \lambda_2$	$\Delta \lambda_3$	$\lambda_{ m max,nl}$	$\lambda_{ m max,lin}$
Bremsen	21,5	0,049	87,1	66,3	-1,05	-2,54
VL	69,5	$1,\!50$	89,3	109	-0,869	-2,26
HL	36,7	$0,\!699$	83,9	31,7	-1,37	-2,70
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	$5,1 \cdot 10^{-7}$	0,588	$1,\!83$	0,542	-2,26	-2,26
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	$2,8 \cdot 10^{-7}$	$0,\!15$	0,387	0,0675	-2,66	-2,66
Bremsen + VL + HL	$2,5 \cdot 10^{-12}$	0,0317	0,106	0,0218	-2,68	-2,68

Tabelle 6.18: Ergebnis der Gütemaßanpassung für die einzelnen Stellgrö

 ßenkombinationen

Für alle Stellgrößenkombinationen bleibt der größte Eigenwert des geregelten nichtlinearen Systems in der linken Halbebene. Alle Regler sind somit stabil. Die Minimierung der Norm gelingt jedoch bei Verwendung nur eines Stelleingriffes deutlich schlechter als bei Kombination mehrerer Stelleingriffe. Der beste Eigenwertangleich erfolgt bei Verwendung aller Stellgrößen, gefolgt von Hinterachslenkung und Bremseingriff sowie Vorderachslenkung und Bremseingriff. Bei diesen drei Kombinationen variieren die Eigenwerte mit der Geschwindigkeit um maximal 1,83 %. Wird nur ein Stelleingriff eingesetzt, wandert der größte Eigenwert in Richtung der imaginären Achse. Die Stabilität des geregelten Systems ist zwar nach wie vor sichergestellt. Eine gezielte Vorgabe der Dynamik kann aber nicht mehr gewährleistet werden.

6.5.2 Formale Eingangslinearisierung

Durch die Einführung zusätzlicher Integratoren vor dem Systemeingang ist es möglich, jedes System der Form $\underline{\dot{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$ in ein eingangslineares System zu überführen:

$$\underline{\dot{x}}_{\text{int}} = \begin{bmatrix} \underline{\dot{x}}\\ \underline{\dot{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{f(\underline{x},\underline{u})}\\ \underline{\dot{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{f(\underline{x},\underline{u})}\\ \underline{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0}\\ \underline{I} \end{bmatrix} \underline{\dot{u}} = \underline{a}(\underline{x}_{\text{int}}) + \underline{B}\,\underline{u}_{\text{int}} \,.$$

Gegenüber einer Linearisierung um eine oder mehrere Ruhelagen hat die formale Linearisierung den Vorteil, dass das System exakt bleibt. Für die Anwendung der Gütemaßanpassung ist es zudem von Vorteil, dass die Eingangsmatrix <u>B</u> konstant ist. Damit kann die Berechnung der Pseudoinversen der Matrix <u>M</u> nach Gleichung (6.86) numerisch erfolgen. Die äußerst aufwändige symbolische Berechnung entfällt. Das Verfahren hat jedoch zwei Nachteile: Zum einen erhöht sich die Systemordnung um die Anzahl der Eingangsgrößen. Zum anderen liefert der Regler nicht direkt die physikalischen Stellgrößen, sondern nur ihre Ableitung.

Formal linearisiertes nichtlineares Zweispurmodell Die sechs Eingangsgrößen des nichtlinearen Zweispurmodells erhöhen die Systemordnung von zwei auf acht. Die Gütemaßanpassung nach Sieber erfordert eine Darstellung der Vektorfunktion $\underline{a}(\underline{x}_{int})$ in der Form:

$$\underline{a}(\underline{x}_{\rm int}) = \underline{A}(\underline{x}_{\rm int}) \cdot \underline{x}_{\rm int} = \underline{A}(\underline{x}, \underline{u}) \cdot \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{u} \end{bmatrix} .$$
(6.96)

In den beiden Differentialgleichungen (2.80) und (2.81) können alle Summanden als Produkt einer Zustands- oder Eingangsgröße und einer Funktion $a_{ij}(\underline{x}, \underline{u})$ dargestellt werden bis auf eine Ausnahme: Der Term $c_w^* v^2 \sin \beta$, welcher den Luftwiderstand in Fahrzeuglängsrichtung beschreibt, muss vereinfacht werden:

$$c_w^* v^2 \sin \beta \approx c_w^* v^2 \beta = (c_w^* v^2) \cdot \beta.$$
(6.97)

Im Anhang A.2 wird das formal linearisierte Modell mit dem nichtlinearen Zweispurmodell verglichen. Die Verläufe von Schwimmwinkel und Gierrate sind für alle Testfahrten praktisch identisch. Die Vereinfachung (6.97) beeinträchtigt die Modellgüte somit nicht.

Die besondere Struktur des erweiterten Systems führt zu Problemen bei der Berechnung eines PI-Zustandsreglers. Die zusätzlichen Integratoren vor dem physikalischen Systemeingang bewirken, dass die Stellgröße $\underline{u}_{int} = \underline{\dot{u}}$ im stationären Zustand gleich null ist. Die Aufspaltung von $\underline{R}_x + \underline{R}_p \cdot \underline{C}$ in die beiden Regleranteile nach dem in Kapitel 6.2.2 vorgestellten Verfahren ist damit nicht mehr möglich. Im vorliegenden Fall wird die Aufteilung daher pragmatisch vorgenommen. Die Summe $\underline{R}_x + \underline{R}_p \cdot \underline{C}$ setzt sich wie folgt zusammen:

$$\underline{R}_{x}_{(p,n+p)} + \underline{R}_{p} \cdot \underline{C}_{(1,n+p)} = \left[\underline{r}_{x1}, \ \underline{r}_{x,2} + \underline{R}_{p}, \ \underline{r}_{x,3}, \ \cdots, \ \underline{r}_{x,n+p}\right] .$$
(6.98)

Die Aufspaltung ist somit nur für die zweite Spalte $\underline{r}_{x,2} + \underline{R}_p$ erforderlich. Sie erfolgt über einen festen Faktor. Im vorliegende Fall hat sich ein Faktor
von 0,4 als geeignet erweisen: $\underline{R}_p = 0, 4 \cdot \underline{r}_{x,2}$. Die Ruhelage für die lineare Vergleichsregelung wird von der Gütemaßanpassung für das um die Geradeausfahrt linearisierte System übernommen.

Im Folgenden werden exemplarisch die Ergebnisse der Stellgrößenkombination radindividuelles Bremsen und Hinterachslenkung vorgestellt. Die Gewichtungsmatrizen werden wie folgt gewählt:

$$\underline{S}_{x} = \begin{bmatrix} 57,3 & 0 & \underline{0} & 0 & 0 \\ 0 & 6,37 & \underline{0} & 0 & 0 \\ \underline{0} & \underline{0} & 10^{-12} \cdot \underline{I}_{4} & \underline{0} & 0 \\ \underline{0} & \underline{0} & 0 & 10^{-4} & \underline{0} \\ 0 & 0 & \underline{0} & 0 & 57,3 \end{bmatrix}, \ \underline{S}_{u} = \begin{bmatrix} 10^{-11} \cdot \underline{I}_{4} & \underline{0} \\ \underline{0} & 40 \end{bmatrix}. \ (6.99)$$

Die Schräglaufsteifigkeiten werden konstant gehalten.

Ergebnisse Abbildung A.20 in Anhang A.3 zeigt die Verläufe der wichtigsten Größen für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung. Die Tabellen 6.19 bis 6.22 vergleichen die Kenngrößen mit den Ergebnissen der Gütemaßanpassung für das um die Geradeausfahrt linearisierte Zweispurmodell.

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Integratoren	15,3 2,86 3,10	$9,64 \\ 9,63 \\ 8,71$	$1,59 \\ 0,297 \\ 0,355$	$1,01 \\ 0,239 \\ 0,262$	97,7 8,28 12,5	64,7 69,0 60,5
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Integratoren	$\frac{2}{7}\frac{144}{368}$	$3,\overline{69}$ 1,30				

Tabelle 6.19: Sinuslenken mit Verzögerung: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt und formaler Eingangslinearisierung am Beispiel Hinterachslenkung und Bremsen

Bei allen Manövern erhöht der Regler auf Basis der formalen Eingangslinearisierung die Abweichung der Gierrate von ihrem Sollwert. Besonders deutlich zeigt sich diese Verschlechterung beim hochdynamischen Manöver Slalom 36 Meter. Hier steigt die Abweichung um 252%. Auch der Schwimmwinkel steigt

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Integratoren	8,57 2,27 2,81	$9,82 \\ 9,75 \\ 7,60$	$0,874 \\ 0,233 \\ 0,369$	$0,622 \\ 0,207 \\ 0,279$	55,0 6,81 10,1	69,3 70,3 60,9
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Integratoren	1 852 7 232	3,27 1,22				

Tabelle 6.20: Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt und formaler Eingangslinearisierung am Beispiel Hinterachslenkung und Bremsen

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Integratoren	$11,8 \\ 5,37 \\ 3,90$	9,33 9,31 9,23	$1,27 \\ 0,577 \\ 0,423$	$0,604 \\ 0,395 \\ 0,274$	26,7 9,59 20,7	54,9 58,3 56,2
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Integratoren	$\begin{array}{c} 6212\\ 4303\end{array}$	$5,26 \\ 2,08$				

Tabelle 6.21: J-Turn: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt und formaler Eingangslinearisierung am Beispiel Hinterachslenkung und Bremsen

bei diesem Manöver, allerdings mit 6,7 % deutlich weniger als die Gierratenabweichung. Die angeforderten Stellgrößen reduzieren sich bei den Bremskräften um 52 % und beim Hinterradeinschlagwinkel um 35 %. Auch bei den beiden Manövern Sinuslenken mit Verzögerung und Pseudo-Spurwechsel steigen sowohl der Schwimmwinkel als auch die Gierratenabweichung. Beim Sinuslenken mit Verzögerung ist die Erhöhung der Gierratenabweichung mit 51 % wie beim Slalom deutlich größer als die Erhöhung des Schwimmwinkels mit 8,4 %. Beim Pseudo-Spurwechsel fällt der Anstieg der Gierratenabweichung mit 48 % vergleichbar aus. Hier wird aber der Schwimmwinkel mit

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Integratoren	15,8 4,99 2,92	$9,45 \\ 10,0 \\ 8,96$	$1,67 \\ 0,499 \\ 0,326$	$0,973 \\ 0,362 \\ 0,218$	30,3 12,1 18,3	$53,1 \\ 59,1 \\ 51,9$
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Integratoren	$5149\\8291$	$5,34 \\ 2,10$				

Tabelle 6.22: Fishhook: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt und formaler Eingangslinearisierung am Beispiel Hinterachslenkung und Bremsen

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Integratoren	$5,91 \\ 2,25 \\ 2,04$	10,3 8,77 8,52	$0,575 \\ 0,258 \\ 0,239$	$0,321 \\ 0,156 \\ 0,264$	$41,5 \\ 12,1 \\ 25,4$	59,9 58,9 49,5
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Integratoren	8 278 7 892	$3,92 \\ 2,67$				

Tabelle 6.23: ISO 3888-2 Ausweichmanöver: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt und formaler Eingangslinearisierung am Beispiel Hinterachslenkung und Bremsen

 $24\,\%$ stärker erhöht. Bei beiden Manövern steigen die angeforderten Bremskräfte, beim Sinuslenken um $244\,\%$ und beim Spurwechsel um $290\,\%$. Der benötigte Hinterradeinschlagwinkel sinkt dagegen um $65\,\%$ bzw. $63\,\%$. Infolge des erhöhten Bremseingriffes sinken sowohl Geschwindigkeit als auch Querbeschleunigung.

Bei den restlichen drei Manövern kann der Regler den Schwimmwinkel reduzieren. Die stärkste Reduktion erfolgt beim Fishhook mit 41 %, gefolgt vom J-Turn mit 27 %. Beim ISO 3888-2 Ausweichmanöver findet lediglich eine Reduktion um 9,3 % statt. Hier erhöht sich dagegen die Gierratenabweichung

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Eingangslinear	$6,66 \\ 3,14 \\ 3,35$	9,41 7,77 7,95	$0,707 \\ 0,405 \\ 0,421$	$0,430 \\ 0,280 \\ 0,253$	$96,5 \\ 15,2 \\ 53,6$	102 84,8 86,1
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Eingangslinear	46 241 22 181	$13,1 \\ 8,49$				

Tabelle 6.24: Slalom 36 Meter: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt und formaler Eingangslinearisierung am Beispiel Hinterachslenkung und Bremsen

mit 110% deutlich. Noch stärker ist die Erhöhung beim J-Turn mit 115%. Etwas schwächer fällt sie dagegen mit 51% beim Fishhook aus.

Beurteilung des Reglers Insgesamt überwiegt die Erhöhung der Gierratenabweichung gegenüber der Reduktion des Schwimmwinkels. Der Kompromiss zwischen guter Stabilität durch eine Schwimmwinkelreduktion und einem guten Führungsverhalten durch Anpassung der Gierrate an ihren Sollwert fällt bei Einsatz des Reglers auf Basis der formalen Eingangslinearisierung somit schlechter aus als bei Einsatz des Reglers auf Basis der Linearisierung um die Geradeausfahrt.

Für das schlechtere Abschneiden des Reglers bei formaler Eingangslinearisierung können im Wesentlichen drei Gründe ausgemacht werden: Durch die Einführung der Integratoren vor dem Systemeingang verlangsamt sich die Dynamik des Reglers. Bei Linearisierung um die Geradeausfahrt wirkt der Anteil \underline{R}_p des Reglers direkt auf den Systemeingang. Bei formaler Eingangslinearisierung müssen die Stellgrößen zunächst noch integriert werden. Daher erfolgt die Einstellung des Führungsverhaltens deutlich langsamer. Die Simulationsergebnisse zeigen dieses schlechtere Führungsverhalten sehr deutlich.

Ein weiterer Grund für die unzureichende Regelung der Gierrate auf ihren Sollwert liegt in der pragmatischen Wahl der Matrix \underline{R}_p begründet. Die Einführung der Integratoren vor dem Systemeingang bedingt, dass die Stellgrößen im stationären Zustand gleich null sind. Daher kann die Berechnung von \underline{R}_p nicht mehr über den Ansatz erfolgen, durch die richtige Wahl von \underline{R}_p den stationären Wert der Stellgrößen schon von Beginn an einzustellen und

somit das Führungsverhalten besonders schnell sicherzustellen. Stattdessen wird die erweiterte Reglermatrix \underline{R}_{erw} in einem festen Verhältnis auf die beiden Anteile \underline{R}_x und \underline{R}_p aufgeteilt, das empirisch ermittelt wird. Eine optimale Einstellung des P-Anteils kann folglich nicht gewährleistet werden. Wird der P-Anteil komplett vernachlässigt, verschlechtert sich das Führungsverhalten weiter. Der I-Anteil muss zwei Integratoren durchlaufen und ist damit zu langsam, um das Führungsverhalten einzustellen.

Der letzte Grund liegt in der Erhöhung der Systemordnung. Sie bedingt, dass die Gewichtungsmatrix des Zustandsvektors zusätzliche Anteile für die eigentlichen Stellgrößen enthält. Für die Kombination von radindividuellem Bremsen und Hinterachslenkung beispielsweise müssen statt bisher drei Gewichten nun acht Gewichte gewählt werden. Zusätzlich müssen für die Ableitungen der Stellgrößen, die nun als neue Stellgrößen aufgefasst werden, ebenfalls Gewichte festgelegt werden. Eine sinnvolle Wahl dieser Gewichte erweist sich als schwierig. Durch eine empirische Festlegung anhand von Simulationsergebnissen kann nicht sichergestellt werden, dass der Regler in allen Fahrsituationen ein sinnvolles Verhalten zeigt.

Gütemaßanpassung der einzelnen Stellgrößenkombinationen

Die Gütemaßanpassung gelingt bei formaler Eingangslinearisierung deutlich schlechter als bei Verwendung des um die Geradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells. Zwar bleiben bei allen Stellgrößenkombinationen die Pole immer in der linken Halbebene. Sie weichen jedoch zum Teil sehr stark von denen des linearen Vergleichssystems ab. Die Dynamikmatrix des formal eingangslinearisierten Zweispurmodells hängt neben der Geschwindigkeit auch vom Schwimmwinkel sowie dem Vorder- und dem Hinterradeinschlagwinkel ab. Diese Größen wurden über einen sinnvollen Bereich diskretisiert und für jeden diskreten Punkt wurden die geregelten Eigenwerte sowie die zu minimierende Norm berechnet. Für die Kombination aller Stellgrößen beispielsweise ergeben sich neun Eigenwerte. Am weitesten links liegt beim linearen Vergleichssystem das konjugiert komplexe Polpaar $\lambda_{1/2} = -21.9 + j \cdot 21.2$. Für das geregelte nichtlineare Modell variiert der Realteil dieses Polpaars zwischen -13,2 und -15,3 und der Imaginärteil zwischen -29,5 und -26,9. Für das lineare Vergleichssystem sind alle weiteren Eigenwerte reell. Beim nichtlinearen Modell hingegen variieren sie zwischen rein reellen Polen und komplexen Polpaaren. Der imaginären Achse am nächsten gelegen ist beim linearen Vergleichssystem der Eigenwert -0,0131. Für das nichtlineare Vergleichssystem liegt der dem Realteil nach größte Eigenwert bei -0.316. Die Norm N bleibt mit $6.2 \cdot 10^{10} \le N \le 1.1 \cdot 10^{11}$ sehr groß. Für die anderen Stellgrößenkombinationen ergeben sich ähnlich große Normen und Abweichungen der Eigenwerte. Die Gütemaßanpassung resultiert somit in Reglern, die lediglich die Stabilität des geregelten Systems sicherstellen. Eine gezielte Vorgabe der Dynamik erfolgt jedoch nicht.

6.5.3 Transformation auf eine linear-ähnliche Struktur

Ein nichtlineares System der allgemeinen Form

 $\underline{\dot{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$

kann auch durch eine geschickte Erweiterung und Zerlegung in eine linearähnliche Form überführt werden [17]. Dazu wird die Abweichung von einem beliebigen Punkt ($\underline{x}^*, \underline{u}^*$) betrachtet. Dieser Punkt kann entweder eine feste Ruhelage sein oder auch zeitveränderlich, solange er die Bedingung

$$f(\underline{x}^{*}(t), \underline{u}^{*}(t)) = \underline{\dot{x}}^{*}(t)$$
(6.100)

erfüllt. Dann kann ähnlich wie bei der Linearisierung zur Abweichung vom gewählten Punkt übergegangen werden:

$$\Delta \underline{\dot{x}} = \underline{\dot{x}} - \underline{\dot{x}}^* = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) - \underline{f}(\underline{x}^*, \underline{u}^*), \quad \Delta \underline{x} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 & \Delta x_2 & \dots & \Delta x_n \end{bmatrix}.$$

Die einzelnen Elemente $\Delta \dot{x}_i$ (i = 1, ..., n) werden durch Addition und Subtraktion geeigneter Terme erweitert. Diese Terme entstehen durch schrittweises Einsetzen des Punktes $(\underline{x}^*, \underline{u}^*)$ in die Systemfunktion f_i :

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}_{i} &= f_{i}(\underline{x}, \underline{u}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, \underline{u}^{*}) \\ &= f_{i}(\underline{x}, \underline{u}) - f_{i}(x_{1}^{*}, x_{2}, \dots, x_{n}, \underline{u}) \\ &+ f_{i}(x_{1}^{*}, x_{2}, \dots, x_{n}, \underline{u}) - f_{i}(x_{1}^{*}, x_{2}^{*}, x_{3}, \dots, x_{n}, \underline{u}) \\ &+ f_{i}(x_{1}^{*}, x_{2}^{*}, x_{3}, \dots, x_{n}, \underline{u}) - f_{i}(x_{1}^{*}, x_{2}^{*}, x_{3}^{*}, x_{4}, \dots, x_{n}, \underline{u}) \\ &+ \dots \\ &+ f_{i}(x_{1}^{*}, \dots, x_{n-1}^{*}, x_{n}, \underline{u}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, \underline{u}) \\ &+ f_{i}(\underline{x}^{*}, \underline{u}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, u_{2}, \dots, u_{p}) \\ &+ f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, u_{2}, \dots, u_{p}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, u_{2}^{*}, u_{3}, \dots, u_{p}) \\ &+ f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, u_{2}^{*}, u_{3}, \dots, u_{p}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, u_{2}^{*}, u_{3}^{*}, u_{4}, \dots, u_{p}) \\ &+ \dots \\ &+ f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, \dots, u_{p-1}^{*}, u_{p}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, \underline{u}^{*}) \,. \end{aligned}$$

$$(6.101)$$

Die Differenzen in jeder Zeile werden durch die Abweichung der Stellgröße oder des Systemzustands vom gewählten Punkt $(\underline{x}^*, \underline{u}^*)$ geteilt, um den sich die beiden Terme der Differenz unterscheiden:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x}_{i} &= \frac{f_{i}(\underline{x}, \underline{u}) - f_{i}(x_{1}^{*}, x_{2}, \dots, x_{n}, \underline{u})}{x_{1} - x_{1}^{*}} \cdot (x_{1} - x_{1}^{*}) \\ &+ \frac{f_{i}(x_{1}^{*}, x_{2}, \dots, x_{n}, \underline{u}) - f_{i}(x_{1}^{*}, x_{2}^{*}, x_{3}, \dots, x_{n}, \underline{u})}{x_{2} - x_{2}^{*}} \cdot (x_{2} - x_{2}^{*}) \\ &+ \dots \\ &+ \frac{f_{i}(x_{1}^{*}, \dots, x_{n-1}^{*}, x_{n}, \underline{u}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, \underline{u})}{x_{n} - x_{n}^{*}} \cdot (x_{n} - x_{n}^{*}) \\ &+ \frac{f_{i}(\underline{x}^{*}, \underline{u}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, u_{2}, \dots, u_{p})}{u_{1} - u_{1}^{*}} \cdot (u_{1} - u_{1}^{*}) \\ &+ \frac{f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, u_{2}, \dots, u_{p}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, u_{2}^{*}, u_{3}, \dots, u_{p})}{u_{2} - u_{2}^{*}} \cdot (u_{2} - u_{2}^{*}) \\ &+ \dots \\ &+ \frac{f_{i}(\underline{x}^{*}, u_{1}^{*}, \dots, u_{p-1}^{*}, u_{p}) - f_{i}(\underline{x}^{*}, \underline{u}^{*})}{u_{p} - u_{p}^{*}} \cdot (u_{p} - u_{p}^{*}) \,. \end{aligned}$$

$$(6.102)$$

Werden die resultierenden Quotienten als Elemente der System- und Eingangsmatrizen aufgefasst:

$$a_{ij} = \frac{f_i(x_1^*, \dots, x_{j-1}^*, x_j, \dots, x_n, \underline{u}) - f_i(x_1^*, \dots, x_j^*, x_{j+1}, \dots, x_n, \underline{u})}{x_j - x_j^*}$$

$$b_{ij} = \frac{f_i(\underline{x}^*, u_1^*, \dots, u_{j-1}^*, u_j, \dots, u_p) - f_i(\underline{x}^*, u_1^*, \dots, u_j^*, u_{j+1}, \dots, u_p)}{u_j - u_j^*}$$

(6.103)

führt Gleichung (6.102) unmittelbar auf die gesuchte Darstellung in eingangslinearer Form:

$$\Delta \dot{x}_i = \underline{a}_i^T(\underline{x}, \underline{x}^*, \underline{u}, \underline{u}^*) \cdot \Delta \underline{x} + \underline{b}_i^T(\underline{x}^*, \underline{u}, \underline{u}^*) \cdot \Delta \underline{u}, \quad i = 1, \dots, n \quad (6.104)$$

$$\Leftrightarrow \Delta \underline{\dot{x}} = \underline{A}(\underline{x}, \underline{x}^*, \underline{u}, \underline{u}^*) \cdot \Delta \underline{x} + \underline{B}(\underline{x}^*, \underline{u}, \underline{u}^*) \cdot \Delta \underline{u}, \qquad (6.105)$$
$$\Delta \underline{x} = \underline{x} - \underline{x}^*, \ \Delta \underline{u} = \underline{u} - \underline{u}^*.$$

Nach [17] konvergieren die Matrizen <u>A</u> und <u>B</u> für $\underline{x} \to \underline{x}^*$ und $\underline{u} \to \underline{u}^*$ gegen die Jakobimatrizen, die sich bei einer Linearisierung um den Punkt ($\underline{x}^*, \underline{u}^*$) ergeben:

$$\underline{A}(\underline{x}, \underline{x}^{*}, \underline{u}, \underline{u}^{*}) \xrightarrow{(\underline{x}, \underline{u}) \to (\underline{x}^{*}, \underline{u}^{*})} \frac{\partial \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})}{\partial \underline{x}} \Big|_{(\underline{x}, \underline{u}) = (\underline{x}^{*}, \underline{u}^{*})},$$

$$\underline{B}(\underline{x}^{*}, \underline{u}, \underline{u}^{*}) \xrightarrow{(\underline{x}, \underline{u}) \to (\underline{x}^{*}, \underline{u}^{*})} \frac{\partial \underline{f}(\underline{x}, \underline{u})}{\partial \underline{u}} \Big|_{(\underline{x}, \underline{u}) = (\underline{x}^{*}, \underline{u}^{*})}.$$
(6.106)

Im Gegensatz zu einer Linearisierung stellt die Transformation (6.103) und (6.104) keine Näherung dar. Sie behält ihre Gültigkeit für beliebig große Abweichungen $\Delta \underline{x}$ und $\Delta \underline{u}$. Die Transformation gilt auch für den Fall, dass $(\underline{x}^*, \underline{u}^*)$ zeitveränderlich ist.

Nichtlineares Zweispurmodell in linear-ähnlicher Darstellung Der Punkt ($\underline{x}^*, \underline{u}^*$) wird wie bei der Linearisierung um die Geradeausfahrt in den Ursprung gelegt. Dann ergibt sich eine besonders einfache Darstellung. Im Gegensatz zur Linearisierung kann sich das System beliebig weit vom Ursprung entfernen, die Transformation bleibt exakt.

Die Erweiterung des Systems wurde nach (6.103) so vorgenommen, dass die Matrix <u>B</u> im Gegensatz zur Matrix <u>A</u> nicht mehr vom Systemzustand <u>x</u> abhängt. In [17] wurde das System dagegen zuerst nach <u>u</u> entwickelt und dann nach <u>x</u>. In diesem Fall hängt die Matrix <u>B</u> dann noch vom Systemzustand ab, während er aus Matrix <u>A</u> herausfällt. Die Gütemaßanpassung nach Sieber in Kapitel 6.4 erfordert die Bildung der Pseudoinversen einer Matrix, die von <u>B</u> abhängt. Eine symbolische Berechnung der Pseudoinversen ist sehr rechenintensiv. Daher wird angestrebt, die Matrix <u>B</u> so einfach wie möglich zu halten.

Gütemaßanpassung nach Sieber Um das Verfahren nach Sieber anwenden zu können, müssen die Matrizen <u>A</u> und <u>B</u> so vereinfacht werden, dass sie nicht mehr von den Stellgrößen <u>u</u> abhängen. Dazu werden die Stellgrößen in den Matrizen <u>A</u> und <u>B</u> gleich ihrem stationären Wert gesetzt: $\underline{u} = \underline{u}^* = \underline{0}$. Das resultierende Modell hat die Form:

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}(\underline{x}, v, c_{ij}) \cdot \underline{x} + \underline{B}(v, c_{ij}) \cdot \underline{u}.$$
(6.107)

Anhang A.2 vergleicht dieses Modell für alle Testfahrten mit dem nichtlinearen Zweispurmodell. Unter Verwendung konstanter Schräglaufsteifigkeiten wirkt sich die Modellvereinfachung $\underline{u} = \underline{0}$ nicht negativ aus. Werden die adaptierten Schräglaufsteifigkeiten verwendet, treten bei den Manövern ISO 3888-2 Ausweichmanöver, J-Turn und Fishhook Abweichungen des maximalen Schwimmwinkels und der maximalen Gierrate auf. Der prinzipielle Verlauf der beiden Zustandsgrößen wird dennoch gut nachgebildet.

Für dieses Modell kann nun ein Regler mittels Gütemaßanpassung entworfen werden. Die lineare Vergleichsregelung wird wie im vorangegangenen Abschnitt von der Gütemaßanpassung für das um die Geradeausfahrt linearisierte System übernommen.

Die nichtlineare Matrix <u>B</u> hängt von der Geschwindigkeit und den Schräglaufsteifigkeiten ab. Damit muss die Berechnung der Pseudoinversen der Matrix <u>M</u> nach Gleichung (6.86) symbolisch erfolgen. Die resultierende nichtlineare Reglermatrix <u>R</u>_{erw} wird gemäß (6.28)

$$\underline{R}_{\text{erw}} = \begin{bmatrix} \underline{R}_x + \underline{R}_p \underline{C}, & -\underline{R}_i \end{bmatrix}, \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

in die Anteile $\underline{R}_x + \underline{R}_p \underline{C}$ und \underline{R}_i zerlegt. Die Reglermatrix \underline{R}_p kann wie bei der Gütemaßanpassung für das um die Geradeausfahrt linearisierte Modell nach Gleichung (6.33) als Pseudoinverse von

 $-\underline{C} \cdot \underline{A}(\underline{x}, v, c_{ij})^{-1} \cdot \underline{B}(v, c_{ij})$

ermittelt werden.

Die Gewichtungsmatrizen für die einzelnen Stellgrößenkombinationen werden von den Gain Scheduling Reglern basierend auf der Linearisierung um die Geradeausfahrt übernommen.

Gütemaßanpassung der einzelnen Stellgrößenkombinationen

Tabelle 6.25 vergleicht die drei geregelten Eigenwerte und die zu minimierende Norm (6.78) für alle untersuchten Stellgrößenkombinationen. Die drei Eigenwerte sind bei allen Stellgrößenkombinationen rein reell. Die Schräglaufsteifigkeiten werden als konstant angenommen. Damit hängen die nichtlinearen Reglermatrizen von der Geschwindigkeit und den beiden Zustandsgrößen Schwimmwinkel und Gierrate ab. Die Geschwindigkeit wird von 1 m/s bis 80 m/s in Schritten von 0,1 m/s diskretisiert, der Schwimmwinkel von -20° bis 20° in Schritten von 0,1° und die Gierrate von -50° /s bis 50°/s in Schritten von 0,2°/s. Für jeden diskreten Punkt werden die Eigenwerte $\lambda_{i,nl}$ des nichtlinearen geregelten Systems ermittelt und mit den Eigenwerten $\lambda_{i,lin}$ des geregelten linearen Vergleichssystems verglichen. Die dem Betrag nach größte prozentuale Abweichung

$$\Delta \lambda_i = \max_{\nu,\beta,\dot{\psi}} \left(\left| \frac{\lambda_{i,\text{nl}} - \lambda_{i,\text{lin}}}{\lambda_{i,\text{lin}}} \right| \cdot 100 \right), \quad i = \{1,2,3\}$$
(6.108)

	$\max(N)$	$\Delta\lambda_1$	$\Delta\lambda_2$	$\Delta\lambda_3$	$\lambda_{ m max,nl}$	$\lambda_{ m max,lin}$
Bremsen	21,9	0,049	87,7	67,6	-0,997	-2,54
VL	34,2	0,322	94,2	102	-0,470	-2,26
HL	16,0	0,045	56,9	$_{30,1}$	-1,89	-2,70
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	$1,\!4\cdot 10^{-7}$	0,089	0,277	0,084	-2,26	-2,26
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	$8,\!4\cdot 10^{-9}$	0,037	0,095	0,017	-2,66	-2,66
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL} + \operatorname{HL}$	$1,4 \cdot 10^{-12}$	0,021	0,072	0,015	$-2,\!68$	-2,68

wird in Tabelle 6.25 aufgeführt. Zusätzlich werden das Maximum der Norm N und der jeweils größte Eigenwert des geregelten nichtlinearen Systems sowie des geregelten linearen Vergleichssystems angegeben.

Tabelle 6.25: Linear-ähnliches Zweispurmodell: Ergebnis der Gütemaßan-
passung für die einzelnen Stellgrößenkombinationen

Für alle Stellgrößenkombinationen bleibt der größte Eigenwert des geregelten nichtlinearen Systems in der linken Halbebene. Alle Regler sind somit stabil. Wie bereits bei der Gütemaßanpassung basierend auf der Linearisierung um die Geradeausfahrt ist die Norm bei Verwendung nur eines Stelleingriffes deutlich größer als bei Kombination mehrerer Stelleingriffe. Der beste Eigenwertangleich erfolgt auch in diesem Fall bei Verwendung aller Stellgrößen, gefolgt von Hinterachslenkung und Bremseingriff sowie Vorderachslenkung und Bremseingriff. Bei diesen drei Kombinationen variieren die Eigenwerte mit der Geschwindigkeit um maximal 0,277 %. Wird nur ein Stelleingriff eingesetzt, wandert der größte Eigenwert in Richtung der imaginären Achse, bleibt aber in der linken Halbebene. Die Stabilität des geregelten Systems ist damit gewährleistet, die Vorgabe der Dynamik ist aber nur noch eingeschränkt gegeben.

Ergebnisse Die Tabellen 6.26 bis 6.31 vergleichen die Kennwerte der Gütemaßanpassung auf Basis des linear-ähnlichen Zweispurmodells mit den Ergebnissen der Gütemaßanpassung basierend auf der Linearisierung um die Geradeausfahrt. Die Ergebnisse werden wieder exemplarisch am Beispiel der Stellgrößenkombination radindividuelles Bremsen und Hinterachslenkung gezeigt. Die Schräglaufsteifigkeiten werden als konstant angenommen. Im Anhang A.3 zeigt die Abbildung A.21 den Verlauf der wichtigsten Größen für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung.

Die Gierratenabweichung wird bei allen Manövern durch den Regler auf Basis der linear-ähnlichen Form im Vergleich zur Linearisierung um die Geradeausfahrt erhöht. Die Verschlechterung des Führungsverhaltens ist jedoch nicht so ausgeprägt wie bei Verwendung der formalen Eingangslinearisierung

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s^2}}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Linear-ähnlich	15,3 2,86 2,86	9,64 9,63 9,30	$1,59 \\ 0,297 \\ 0,307$	$1,01 \\ 0,239 \\ 0,233$	97,7 8,28 9,57	64,7 69,0 69,8
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Linear-ähnlich	$\begin{array}{c} 2\ 144 \\ 1\ 952 \end{array}$	$3,69 \\ 2,48$				

Tabelle 6.26: Sinuslenken mit Verzögerung: Vergleich der Gütemaßanpas-sung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt und linear-ähnlicher Form

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt	8,57	9,82	0,874	0,622	55,0	69,3
Geradeausfahrt	2,27	9,75	0,233	$0,\!207$	6,81	70,3
Linear-ähnlich	$2,\!17$	9,32	0,233	0,196	$7,\!87$	70,9
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$				
Ducingrouse	Ns	$^{\circ}s$				
Geradeausfahrt	1852	$3,\!27$				
Linear-ähnlich	1641	2,31				

 Tabelle 6.27: Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt und linear-ähnlicher Form

im vorangegangenen Abschnitt. Die stärkste Erhöhung der Gierratenabweichung tritt mit 20 % beim ISO 3888-2 Ausweichmanöver auf. Es folgen die beiden Manöver Sinuslenken mit Verzögerung und Pseudo-Spurwechsel mit jeweils 16 %. Beim J-Turn liegt die Erhöhung bei 9,5 %, beim Fishhook bei 2,5 %. Am geringsten steigt die Gierratenabweichung beim Slalom 36 Meter mit lediglich 0,7 %.

Beim Slalom wird zudem der Schwimmwinkel um 28 % verringert. Hier bietet der Regler basierend auf der linear-ähnlichen Form den besseren Kompromiss zwischen Stabilität und Lenkbarkeit als der Regler basierend auf der Linearisierung um die Geradeausfahrt. Darüber hinaus benötigt der Regler bei linear-ähnlicher Form kleinere Stellgrößen. Die angeforderten Bremskräfte

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Linear-ähnlich	$11,8 \\ 5,37 \\ 5,41$	9,33 9,31 9,22	$1,27 \\ 0,577 \\ 0,586$	$0,604 \\ 0,395 \\ 0,411$	$26,7 \\ 9,59 \\ 10,5$	54,9 58,3 57,1
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Linear-ähnlich	$\begin{array}{c} 6212\\ 8477\end{array}$	$5,26 \\ 6,41$				

Tabelle 6.28: J-Turn: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linearisierungum die Geradeausfahrt und linear-ähnlicher Form

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{K_{\rm int}}{{}^{\rm \circ}{\rm s}^2/{\rm m}}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Linear-ähnlich	$15,8 \\ 4,99 \\ 4,79$	$9,45 \\ 10,0 \\ 9,54$	$1,67 \\ 0,499 \\ 0,502$	$0,973 \\ 0,362 \\ 0,358$	30,3 12,1 12,4	53,1 59,1 57,1
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Linear-ähnlich	$5149\6503$	$5,34 \\ 5,89$				

Tabelle 6.29: Fishhook: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linearisie-rung um die Geradeausfahrt und linear-ähnlicher Form

sind um 38 % geringer, der Hinterradeinschlagwinkel um 10 %.

Geringer fällt die Reduktion des Schwimmwinkels bei den beiden Manövern Pseudo-Spurwechsel und Fishhook mit 4,4% und 4,0% aus. Beim Pseudo-Spurwechsel werden ebenfalls niedrigere Stelleingriffe benötigt. Die Summe der Bremskräfte verringert sich um 11%, der Hinterradeinschlagwinkel um 29%. Beim Fishhook dagegen werden höhere Stellgrößen gefordert. Für die Bremskräfte liegt die Erhöhung bei 26%, für den Hinterradeinschlagwinkel bei 10%. Beim Pseudo-Spurwechsel überwiegt die Erhöhung der Gierratenabweichung mit 16% die Verringerung des Schwimmwinkels um 4,4%. Der Regler bei linear-ähnlicher Form ist somit dem Regler basierend auf der Geradeausfahrt unterlegen. Beim Fishhook dagegen kann keine klare Aussage

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Geradeausfahrt Linear-ähnlich	$5,91 \\ 2,25 \\ 2,53$	10,3 8,77 8,74	$0,575 \\ 0,258 \\ 0,289$	$0,321 \\ 0,156 \\ 0,163$	$ \begin{array}{c} 41,5\\ 12,1\\ 14,5 \end{array} $	59,9 58,9 59,7
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Linear-ähnlich	$\begin{array}{c} 8278\\ 3551 \end{array}$	$3,92 \\ 3,81$				

Tabelle 6.30: ISO 3888-2 Ausweichmanöver: Vergleich der Gütemaßanpas-sung bei Linearisierung um die Geradeausfahrt und linear-ähnlicher Form

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt	$6,\!66$	9,41	0,707	0,430	96,5	102
Geradeausfahrt	3,14	7,77	0,405	$0,\!280$	15,2	84,8
Linear-ähnlich	$2,\!25$	6,31	$0,\!357$	$0,\!159$	$15,\!3$	86,3
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$				
Geradeausfahrt Linear-ähnlich	$\frac{46241}{28734}$	$13,1 \\ 11,8$				

Tabelle 6.31: Slalom 36 Meter: Vergleich der Gütemaßanpassung bei Linea-risierung um die Geradeausfahrt und linear-ähnlicher Form

getroffen werden. Einerseits reduziert der Regler bei linear-ähnlicher Form den Schwimmwinkel stärker als die Gierratenabweichung erhöht wird. Andererseits werden dazu höhere Stellgrößen benötigt. Als Folge reduziert sich die Geschwindigkeit, allerdings nur geringfügig um 3,4 %.

Beim Manöver Sinuslenken mit Verzögerung ist der Regler basierend auf der linear-ähnlichen Form wie beim Pseudo-Spurwechsel dem Regler bei Linearisierung um die Geradeausfahrt unterlegen. Der Schwimmwinkel ist identisch. Die Gierratenabweichung wird aber um 16 % erhöht. Die angeforderten Stellgrößen sinken allerdings um 9 % bei den Bremskräften und 33 % beim Hinterradeinschlagwinkel.

Auch beim ISO 3888-2 Ausweichmanöver sinken die Stellgrößen. Der

Schwimmwinkel und die Gierratenabweichung steigen um 12% und 20%. Abbildung 6.22 vergleicht die Trajektorien der drei Regler mit Gütemaßanpassung für das ISO 3888-2 Ausweichmanöver.



Abbildung 6.22: ISO 3888-2 Ausweichmanöver: Trajektorien des geregelten Fahrzeuges für die Regler mit Gütemaßanpassung

Obwohl sowohl Schwimmwinkel als auch Gierratenabweichung bei Einsatz der linear-ähnlichen Form größer sind, kann der Fahrer dem vorgegebenen Kurs genauso gut folgen wie bei Einsatz des Reglers, der auf der Linearisierung um die Geradeausfahrt basiert. Wird die formale Eingangslinearisierung zu Grunde gelegt, verschlechtert sich die Trajektorie deutlich.

Insgesamt verbessert der Regler auf Basis des linear-ähnlichen Zweispurmodells das Fahrzeugverhalten für die beiden Manöver Fishhook und Slalom 36 Meter. Bei den anderen vier Manövern liefert dagegen der Regler basierend auf der Linearisierung um die Geradeausfahrt bessere Ergebnisse.

6.6 Vergleich von Gain Scheduling und Gütemaßanpassung

Beide Regelungsverfahren führen den Entwurf eines nichtlinearen Zustandsreglers auf den Entwurf eine linearen Reglers zurück. Dazu wird beim Gain Scheduling das nichtlineare Systemmodell um eine Schar von Ruhelagen linearisiert. Für jedes der resultierenden linearen Systeme wird ein linearer Regler entworfen. Dieses Verfahren liefert eine Schar von konstanten Reglermatrizen, zwischen denen in Abhängigkeit vom aktuellen Systemzustand hart umgeschaltet wird. Die Umschaltung bedingt, dass in den Stellgrößen Sprünge auftreten können. Die Stabilität kann nur für die einzelnen linearen Teilsysteme überprüft werden. Für den Umschaltvorgang zwischen zwei Reglermatrizen kann jedoch kein Stabilitätsnachweis erbracht werden.

Bei der Gütemaßanpassung dagegen wird die Dynamik des nichtlinearen geregelten Systems an die Dynamik einer linearen Referenzregelung angepasst. Diese Anpassung erfolgt mit Hilfe einer Ljapunow-Funktion und resultiert in einer einzigen zeitveränderlichen Reglermatrix, die von den Zustandsgrößen und zeitveränderlichen Parametern des nichtlinearen Systems abhängt. Anhand der Ljapunow-Funktion kann die Stabilität des resultierenden nichtlinearen Reglers untersucht werden.

Aus systemtheoretischer Sicht ist daher die Gütemaßanpassung vorzuziehen. Die Nichtlinearität des Systemmodells kann im Regelungsentwurf berücksichtigt werden, das Verfahren resultiert in einer einzigen Reglermatrix und die Stabilität des geregelten Systems kann formal überprüft werden.

Ein Nachteil der Gütemaßanpassung ist aber, dass das Verfahren nur auf Systeme angewandt werden kann, die linear in den Eingangsgrößen sind. Das nichtlineare Zweispurmodell erfüllt diese Voraussetzung aber nicht. Durch Einführung zusätzlicher Integratoren vor dem Systemeingang kann das Zweispurmodell formal eingangslinearisiert werden, die Systembeschreibung bleibt exakt. Dieses Verfahren erhöht jedoch die Systemordnung um die Anzahl der Stellgrößen. Der Regler auf Basis dieser Systembeschreibung liefert nicht mehr die physikalischen Stellgrößen sondern nur noch ihre Ableitungen. Die spezielle Struktur des formal eingangslinearisierten Modells bedingt, dass der Anteil \underline{R}_p des PI-Zustandsreglers empirisch festgelegt werden muss. Aufgrund des zusätzlichen Integrators vor dem Systemeingang erfolgt die Einstellung des Führungsverhaltens deutlich langsamer als bei Einsatz der anderen beiden eingangslinearisierten Modelle. Die Gütemaßanpassung liefert die besten Ergebnisse, wenn der Regelungsentwurf auf Basis der linear-ähnlichen Systemdarstellung erfolgt. Dieses Modell beschreibt das nichtlineare Einspurmodell jedoch nicht mehr exakt.

In der Praxis muss das Systemmodell also vereinfacht werden, um die Gütemaßanpassung anwenden zu können. Die linear-ähnliche Systemdarstellung, die der Gütemaßanpassung zu Grunde liegt, und das um die Geradeausfahrt linearisierte Modell, das dem Gain Scheduling zu Grunde liegt, weisen eine vergleichbare Genauigkeit auf. Die Modellvalidierung zeigt zudem, dass sich das harte Umschalten beim Gain Scheduling nicht negativ auf die Modellgenauigkeit auswirkt.

Nach Abbildung 6.20 ist der Verlauf der Schar von Reglermatrizen über der Geschwindigkeit bei Verwendung von 80 Matrizen glatt. Sprünge in den Stellgrößen treten bei keinem der untersuchten Gain Scheduling Regler auf.

Der Aufwand für den Entwurf der Regelung ist bei beiden Verfahren vergleichbar, sofern die Eingangsmatrix <u>B</u> konstant ist. Ist dies nicht der Fall, steigt der Aufwand bei der Gütemaßanpassung deutlich, da die Berechnung der Pseudoinversen der (n^2, np) -Matrix <u>M</u> symbolisch erfolgen muss. Die Anwendbarkeit der Gütemaßanpassung wird im Wesentlichen durch diese symbolische Inversion eingeschränkt.

Bezüglich des Realisierungsaufwandes unterscheiden sich die beiden Regelungskonzepte hinsichtlich Speicherbedarf und benötigter Rechenleistung: Die Gain Scheduling Regler liefern konstante Reglermatrizen, der Rechenbedarf ist somit gering. Da aber 80 Reglermatrizen abgelegt werden müssen, ist der Speicherbedarf höher als bei der Gütemaßanpassung, die nur eine Reglermatrix liefert. Ihre Elemente bestehen aus zum Teil komplexen Termen, die im Falle des linear-ähnlichen Systems von den beiden Zustandsgrößen Schwimmwinkel und Gierrate sowie der Geschwindigkeit abhängen. Da diese Terme in jedem Abtastschritt ausgewertet werden müssen, benötigt die Gütemaßanpassung deutlich mehr Rechenleistung als das Gain Scheduling.

Ein weiterer entscheidender Nachteil der Gütemaßanpassung resultiert aus dem Eigenwertangleich. Die Dynamik des geregelten nichtlinearen Systems wird beim Entwurf der linearen Vergleichsregelung festgelegt und dem nichtlinearen System aufgeprägt, unabhängig davon, welche Stellgrößen dafür erforderlich sind. Beim Gain Scheduling hingegen wird die Regeldynamik für jedes lineare Teilsystem festgelegt. Der Riccati-Entwurf ermöglicht dabei einen gezielten Kompromiss zwischen Regeldynamik und erforderlicher Stellenergie. Im vorliegenden Fall benötigen die Gain Scheduling Regler für eine vergleichbare Regelung der beiden Zustandsgrößen deutlich niedrigere Stellgrößen als die Regler mit Gütemaßanpassung.

Für die Regelung der Querdynamik eines Kraftfahrzeuges auf Basis des nichtlinearen Zweispurmodells ist daher das Gain Scheduling Verfahren vorzuziehen. Der höhere Speicherbedarf wird durch die niedrigere Rechenleistung aufgewogen. Bei geeigneter Wahl der Arbeitspunkte kann ein glatter Verlauf der Stellgrößen gewährleistet werden. Der Gain Scheduling Entwurf bietet im Gegensatz zur Gütemaßanpassung die Möglichkeit, einen Kompromiss zwischen der Forderung nach einer gewünschten Regeldynamik und möglichst geringen Stellgrößen gezielt einzustellen.

7 Validierung des Gesamtkonzeptes

Im vorangegangenen Kapitel wurden mit dem Gain Scheduling Verfahren und der Gütemaßanpassung zwei prinzipielle Regelungsverfahren untersucht. Für die Beurteilung der beiden Verfahren und ihrer Varianten wurde der exakte Schwimmwinkel verwendet und die Regler dauerhaft aktiviert. Im nachfolgenden Abschnitt 7.1 wird der Einfluss der Schwimmwinkelschätzung auf die Güte der Regelung untersucht. Daran anschließend wird die Regelung in Abschnitt 7.2 anhand der Zustandsebene aktiviert. In Abschnitt 7.3 wird das radindividuelle Bremsen von zwei Rädern gleichzeitig dem Bremsen immer nur eines Rades gegenübergestellt. Abschließend wird in Abschnitt 7.4 gezeigt, dass das vorgestellte Regelungskonzept auch auf Fahrbahnoberflächen mit reduziertem Haftbeiwert eine deutliche Verbesserung der Fahrzeugquerdynamik gewährleistet.

7.1 Integration des Extended Kalman Filters

Bisher erfolgt die Validierung der Regelungskonzepte unter Verwendung des Schwimmwinkels aus CarMaker[®]. Da der Schwimmwinkel mit den derzeit zur Verfügung stehenden Sensoren in Serienfahrzeugen nicht messbar ist, wurde in Kapitel 4.2 ein Extended Kalman Filter zur Schätzung des Schwimmwinkels entworfen. Dieses Filter wird nun in die Regelung integriert.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der Gain Scheduling Regler bei Linearisierung um die Geradeausfahrt nach Kapitel 6.3.2 für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung vorgestellt. Sie sind repräsentativ für die Ergebnisse der übrigen Testfahrten und Regelungskonzepte.

Abbildung 7.1 vergleicht den geschätzten geregelten Schwimmwinkel mit der Referenz aus CarMaker[®] bei Verwendung aller Stellgrößen. Das Extended Kalman Filter kann den Schwimmwinkel mit hoher Genauigkeit schätzen. Die maximale Abweichung beträgt 0,25°.

Tabelle 7.1 vergleicht die Kennwerte der verschiedenen Stellgrößen und deren Kombinationen unter Verwendung des geschätzten Schwimmwinkels mit den Ergebnissen bei Verwendung der Referenz aus CarMaker[®]. Die Ergebnisse mit geschätztem Schwimmwinkel sind mit $\hat{\beta}$ gekennzeichnet.

Varanaria	$\max \beta $	$\max a_y $	$K_{\rm max}$	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} \mathrm{d}t$	\overline{v}
Kenngroße	0	m/s^2	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	${\rm km/h}$
ungeregelt	15,3	9,64	1,59	1,01	97,7	64,7
Bremsen	2,71	9,11	0,298	0,235	9,81	63,4
Bremsen, $\hat{\beta}$	2,72	9,11	0,298	0,235	9,70	$63,\!3$
VL	$3,\!58$	8,79	$0,\!407$	0,316	8,15	73,9
$\mathrm{VL}, \hat{\beta}$	$3,\!56$	8,78	0,405	0,315	8,12	73,9
HL	$2,\!51$	9,72	0,258	0,187	7,72	73,0
$\operatorname{HL}, \hat{\beta}$	2,54	9,74	0,261	0,189	$7,\!60$	73,0
Bremsen + VL	$3,\!85$	9,09	0,424	0,324	7,71	71,7
Bremsen + VL, $\hat{\beta}$	$3,\!83$	9,08	0,422	0,323	7,54	71,8
Bremsen + HL	2,58	9,64	0,267	0,195	7,76	72,1
$\mathrm{Bremsen} + \mathrm{HL}, \hat{\beta}$	2,59	9,66	0,268	$0,\!197$	$7,\!69$	72,1
Bremsen + VL + HL	2,40	9,26	0,259	0,185	$7,\!17$	72,2
Bremsen + $VL + HL$,	§ 2,42	9,26	0,262	0,188	$7,\!15$	72,2
Stallgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
Stellgroße	Ns	°s	°s			
Bremsen	5002	-	-			
$\text{Bremsen}, \hat{\beta}$	5003	-	-			
VL	-	3,28	-			
VL,\hat{eta}	-	$3,\!29$	-			
HL	-	-	$3,\!16$			
HL,\hat{eta}	-	-	$3,\!16$			
Bremsen + VL	915	$2,\!45$	-			
Bremsen + VL, $\hat{\beta}$	911	$2,\!47$	_			
Bremsen + HL	471	_	2,77			
$\operatorname{Bremsen}+\operatorname{HL},\hat{\beta}$	473	-	2,76			
Bremsen + VL + HL	517	0,542	2,32			
$Bremsen + VL + HL, \beta$	$\dot{\beta}$ 517	0,558	$2,\!30$			

Tabelle 7.1: Sinuslenken mit Verzögerung: Vergleich der PI-Zustandsregler bei Linearisierung um die Geradeausfahrt mit und ohne Schwimmwinkelschätzung



Abbildung 7.1: Geschätzter Schwimmwinkel bei Einsatz des Gain Scheduling Reglers mit allen Stellgrößen, Manöver: Sinuslenken mit Verzögerung

Der Einsatz des geschätzten Schwimmwinkels beeinträchtigt die Regelgüte nicht. Die Gierratenabweichung wird bei allen Stellgrößenkombinationen sogar leicht verbessert. Die maximale Verbesserung fällt jedoch mit maximal 2,2 % bei der Stellgrößenkombination Vorderachslenkung und Bremseingriff sehr gering aus. Das Betragsmaximum des Schwimmwinkels weicht um maximal 1,2 % Prozent ab. Auch bei den benötigten Stellgrößen zeigen sich nur sehr geringfügige Unterschiede. Die größte Abweichung beträgt 2,95 % beim zusätzlichen Vorderradeinschlagwinkel der Stellgrößenkombination Vorder-, Hinterachslenkung und Bremseingriff. Alle anderen Stellgrößenabweichungen bleiben unter einem Prozent.

Das Extended Kalman Filter kann somit ohne Qualitätseinbuße in das Regelungskonzept integriert werden.

7.2 Regleraktivierung mittels Zustandsebene

Um die Akzeptanz eines Sicherheitskonzeptes zur Fahrzeugstabilisierung zu erhöhen, soll der Reglereingriff nur in kritischen Fahrsituationen erfolgen. In Kapitel 5 wurden verschiedene Methoden zur Erkennung kritischer Fahrsituationen untersucht. Die zuverlässigsten Ergebnisse liefert die Erkennung anhand der Zustandsebene aus Abschnitt 5.3. Die Gain Scheduling Regelung wird nun mittels dieser Erkennungsmethode aktiviert. Tabelle 7.2 beinhaltet die Kennwerte für die Stellgrößenkombination Vorder-, Hinterachslenkung und Bremseingriff bei Aktivierung mittels Zustandsebene (ZE) im Vergleich zu einer dauerhaften Aktivierung des Reglers.

Durch die Zustandsebene wird der Regler im Zeitraum von 4,5 s bis 8,7 s aktiviert. Die Stellgrößen reduzieren sich infolge der begrenzten Aktivierungs-

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s^2}}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
ungeregelt Immer aktiv ZE ZE für Bremsen	$ 15,3 \\ 2,42 \\ 2,44 \\ 2,43 $	9,64 9,26 9,25 9,26	$\begin{array}{c} 1,59\\ 0,262\\ 0,264\\ 0,262\end{array}$	$\begin{array}{c} 1,01 \\ 0,188 \\ 0,191 \\ 0,188 \end{array}$	97,7 7,15 8,13 7,15	64,7 72,2 72,4 72,3
Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_v \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$			
Immer aktiv ZE ZE für Bremsen	517 466 489	$0,558 \\ 0,460 \\ 0,560$	2,30 2,13 2.31			

Tabelle 7.2: Sinuslenken mit Verzögerung: Aktivierung mittels Zustands-ebene, Schwimmwinkel durch Extended Kalman Filters geschätzt

dauer. Aufgrund des reduzierten Bremseingriffes steigt die Durchschnittsgeschwindigkeit gegenüber einer permanenten Aktivierung aller Stellgrößen leicht an. Die Abweichung der Gierrate von ihrem Sollwert steigt jedoch um 14% an. Der Schwimmwinkel wird um 0.8% erhöht.

Die schlechteren Ergebnisse sind hauptsächlich auf die begrenzte Aktivierungsdauer der Lenkeingriffe zurückzuführen. Dies wird deutlich, wenn nur der Bremseingriff durch die Zustandsebene aktiviert wird, die Lenkeingriffe dagegen permanent aktiviert sind. Aus Tabelle 7.2 geht hervor, dass in diesem Fall (ZE für Bremsen) die Gierratenabweichung gegenüber einer permanenten Aktivierung aller Stellgrößen unverändert bleibt. Der Schwimmwinkel wird nur noch um 0,4% erhöht. Die Lenkeingriffe erhöhen sich leicht um 0,36% an der Vorderachse und um 0,43% an der Hinterachse. Die Bremskräfte werden dagegen um 5,4% gesenkt. Die Durchschnittsgeschwindigkeit steigt leicht an.

Noch deutlicher wird der Vorteil einer permanenten Aktivierung der Lenkeingriffe für das Ausweichmanöver nach ISO 3888-2. Tabelle 7.3 führt die Kennwerte für die Kombination aller Stellgrößen auf. Zunächst wird auch bei dieser Testfahrt der Einfluss der Schwimmwinkelschätzung durch das Extended Kalman Filter untersucht. Die Gierratenabweichung ändert sich nicht, der Schwimmwinkel wird um 0,62 % erhöht, die Radeinschlagwinkel werden leicht reduziert, während die Bremskräfte leicht ansteigen. Die Durchschnittsgeschwindigkeit ist unverändert.

Werden alle Stelleingriffe anhand der Zustandsebene aktiviert, vergrößert sich die Gierratenabweichung gegenüber einer permanenten Aktivierung aller Stellgrößen um 44%. Der Schwimmwinkel steigt um 5,6%. Die Stellgrö-

Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{ a_y }$	$\frac{K_{\text{max}}}{8\pi^2/m}$	$\frac{K_{\rm int}}{2\pi^2/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} \mathrm{d}t}{\circ}$	
	_	III/S ⁻	$^{-}S^{-}/m$	- S- / III	-	KIII/II
ungeregelt	$5,\!91$	10,3	0,575	0,321	41,5	59,9
Referenz, immer aktiv	1,59	$8,\!58$	$0,\!186$	0,077	11,9	$63,\!8$
EKF, immer aktiv	$1,\!60$	8,60	$0,\!187$	0,078	$11,\!9$	$63,\!8$
EKF, ZE	$1,\!69$	8,76	$0,\!193$	0,104	21,2	64,0
EKF, ZE für Bremser	n 1,61	8,66	0,198	0,0856	12,2	64,2
Stollgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
Stellgroße	Ns	$^{\circ}s$	$^{\circ}s$			
Referenz, immer aktiv	779	$1,\!45$	$2,\!67$			
EKF, immer aktiv	782	1,41	$2,\!64$			
EKF, ZE	533	0,896	2,05			
EKF, ZE für Bremser	n 437	1,49	2,91			

 Tabelle 7.3: ISO 3888-2 Ausweichmanöver: Aktivierung mittels Zustandsebene

ßen sinken, die Durchschnittsgeschwindigkeit wächst um 0,3% an. Bleiben dagegen die Lenkeingriffe dauerhaft aktiv, erhöhen sich die Gierratenabweichung und der Schwimmwinkel gegenüber einer permanenten Aktivierung aller Stellgrößen nur geringfügig um 2,5% und 0,63%. Die Bremskräfte reduzieren sich um 44\% während der zusätzliche Vorderradeinschlagwinkel um 5,7% und der Hinterradeinschlagwinkel um 10% ansteigen. Die Durchschnittsgeschwindigkeit steigt um 0,63%.

Die beiden Abbildungen 7.2 und 7.3 vergleichen die Stelleingriffe bei Aktivierung aller Stellgrößen und bei Aktivierung nur der Bremskräfte anhand der Zustandsebene mit den Ergebnissen für eine dauerhafte Aktivierung.

Die Bereiche, in denen die Stellgrößen aktiviert werden, sind grau hinterlegt. Für beide Varianten der Aktivierung werden drei kritische Bereiche detektiert. Die ersten beiden Bereiche sind in beiden Fällen nahezu identisch und liegen zwischen 16,5 s und 16,9 s sowie zwischen 17,8 s und 18,5 s. Der dritte Bereich ist im Falle einer Aktivierung aller Stellgrößen anhand der Zustandsebene größer als wenn der Lenkeingriff dauerhaft erfolgt. In diesem Fall steigen auch die Stelleingriffe stärker an. Der Regler muss somit stärker eingreifen und benötigt mehr Zeit, um die kritische Fahrsituation zu entschärfen.

Während Bremseingriffe vom Fahrer als negativ wahrgenommen werden können und daher möglichst nur in kritischen Fahrsituationen erfolgen sollten, beeinträchtigt ein kontinuierlicher Radeinschlagwinkel, dessen Betrag kleiner als 3° bleibt, den Fahrkomfort nicht. Aus diesem Grund wird empfohlen,



Abbildung 7.2: Aktivierung des Stelleingriffes mittels Zustandsebene, Gain Scheduling Regler mit allen Stellgrößen, ISO 3888-2 Ausweichmanöver

die Lenkeingriffe dauerhaft zu aktivieren und die Bremseingriffe anhand der Zustandsebene zu steuern.

7.3 Umrechnung der Bremskraft auf ein Rad

In Kapitel 6.1.4 wurde vorgestellt, wie die vier Radlängskräfte in Bremskräfte für je ein Vorder- und ein Hinterrad umgerechnet werden können. Die Regler bremsen somit immer zwei Räder gleichzeitig. Alternativ kann die resultierende Bremskraft auch nur auf ein Rad gegeben werden. In einer untersteuernden Fahrsituation geht der Kraftschluss zuerst an der Vorderachse verloren. Die Bremskraft wird daher komplett auf ein Hinterrad umgerechnet. Bei Übersteuern wird die Kraftschlussgrenze zuerst an den Hinterrädern erreicht. Folglich wird in diesem Fall die Bremskraft auf ein Vorderrad umgerechnet.



Abbildung 7.3: Aktivierung des Bremseingriffes mittels Zustandsebene, Gain Scheduling Regler mit allen Stellgrößen, ISO 3888-2 Ausweichmanöver

Tabelle 7.4 vergleicht die Kennwerte des Gain Scheduling Reglers auf Basis des um die Geradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells für das ISO 3888-2 Ausweichmanöver. Wie in den beiden vorangegangenen Abschnitten werden die Ergebnisse beispielhaft für die Kombination aller Stellgrößen vorgestellt. Verglichen werden sowohl die beiden Fälle, dass entweder zwei Räder gleichzeitig oder immer nur ein Rad abgebremst wird sowie eine permanente Aktivierung der Regler und die Aktivierung der Bremskräfte anhand der Zustandsebene.

Ist der Regler dauerhaft aktiviert, reduziert das Bremsen nur eines Rades die Gierratenabweichung gegenüber eines Bremseingriffes an zwei Rädern um 6,7%. Der Schwimmwinkel steigt um 15%. Die Summe der benötigten Bremskräfte sinkt um 7,5%, der erforderliche Hinterradeinschlagwinkel wächst um 5,3%. Die Geschwindigkeit steigt um 0,3% und die Querbeschleunigung um 1,3%. Das Fahrzeug wird durch Bremsen nur eines Rades somit agiler und

Kenngröße	$\max \beta $	$\max a_y $	K_{\max}	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} dt$	\overline{v}
	0	$ m m/s^2$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	$\rm km/h$
ungeregelt	5,91	10,3	0,575	0,321	41,5	$59,\!9$
2 Räder, immer aktiv	v 1,60	8,60	$0,\!187$	0,078	$11,\!9$	$63,\!8$
2 Räder, ZE	$1,\!61$	8,66	$0,\!198$	0,0856	12,2	64,2
1 Rad, immer aktiv	1,84	8,71	0,211	0,0876	11,1	64,0
1 Rad, ZE	$1,\!86$	8,72	0,214	0,0900	12,3	$64,\!5$
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
Stellglobe	Ns	$^{\circ}s$	$^{\circ}s$			
2 Räder, immer aktiv	v 782	1,41	2,64			
2 Räder, ZE	437	$1,\!49$	2,91			
1 Rad, immer aktiv	723	$1,\!25$	2,78			
1 Rad, ZE	324	$1,\!33$	2,91			

Tabelle 7.4: ISO 3888-2 Ausweichmanöver: Umrechnung der Bremskräfte auf ein Rad, Gain Scheduling Regler mit allen Stellgrößen, Verwendung des geschätzten Schwimmwinkels

das Führungsverhalten verbessert sich. Andererseits verschlechtert sich die Stabilität aufgrund des steigenden Schwimmwinkels.

Wird der Bremseingriff anhand der Zustandsebene aktiviert, erhöht das Bremsen nur eines Rades gegenüber eines Bremseingriffes an zwei Rädern sowohl den Schwimmwinkel, die Querbeschleunigung als auch die Gierratenabweichung. Der erforderliche Hinterradeinschlagwinkel bleibt gleich, die Bremskraft sinkt um 26 %.

Abbildung 7.4 vergleicht die Stellgrößen bei Umrechnung der Bremskräfte auf ein Rad für den Fall, dass der Regler permanent aktiviert ist und den Fall, dass die Bremseingriffe anhand der Zustandsebene aktiviert werden.

Das Fahrzeug beschreibt zunächst eine Linkskurve, um einem Hindernis auf der Fahrbahn auszuweichen. Nach 16,6 Sekunden wird eine untersteuernde Fahrsituation detektiert und das linke Hinterrad abgebremst. Die Fahrsituation geht nach 0,2 Sekunden in eine übersteuernde Fahrsituation über. Die Bremskraft am linken Hinterrad wird abgebaut und das rechte Vorderrad abgebremst. An die Linkskurve schließt sich eine Rechtskurve an, um wieder auf die ursprüngliche Fahrbahn zurückzukommen. Nach 17,8 Sekunden ist das Fahrzeug zunächst wieder untersteuernd und das rechte Hinterrad wird abgebremst. Auch in dieser Situation schließt sich eine übersteuernde Phase an. Folglich wird das linke Vorderrad gebremst. Zum Abschluss des Manövers gleicht der Fahrer das Überschwingen beim Wechsel zurück auf die



Abbildung 7.4: Umrechnung der Bremskräfte auf ein Rad, Gain Scheduling Regler mit allen Stellgrößen, ISO 3888-2 Ausweichmanöver

ursprüngliche Fahrbahn mit einer korrigierenden Lenkbewegung nach links aus. Wieder untersteuert das Fahrzeug zuerst, um kurz darauf in eine übersteuernde Fahrsituation überzugehen. Daher wird zunächst wieder das linke Hinterrad und kurz darauf das rechte Vorderrad abgebremst. Dieses Manöver macht deutlich, wie der Auf- und Abbau der Bremskraft einen gezielten Stelleingriff verzögert.

Die Umrechnung der Bremskraft auf nur ein Rad verringert die angeforderten Bremskräfte und erhöht damit die Durchschnittsgeschwindigkeit. Andererseits werden die Regelziele insgesamt weniger gut erreicht als bei Umrechnung der Bremskräfte auf ein Rad pro Achse.

In Tabelle 7.5 werden die Kennwerte für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung verglichen. Auch für dieses Manöver vergrößern sich Schwimmwinkel und Gierratenabweichung, falls die Bremskraft auf ein Rad umgerechnet wird. Die Erhöhung ist aber mit 1 % bei der Gierratenabweichung und 3 % beim Schwimmwinkel sehr gering. Die Bremskraft sinkt, der Hinterradeinschlag-

Kenngröße	$\max_{\alpha} \beta $	$\frac{\max a_y }{ a_y }$	$\frac{K_{\text{max}}}{2}$	$\frac{K_{\text{int}}}{2}$	$\int \Delta \dot{\psi} dt$	$\frac{\overline{v}}{1-\frac{1}{2}}$
	0	m/s^2	°s²/m	°s²/m	0	km/h
ungeregelt	$15,\!3$	9,64	$1,\!59$	1,01	97,7	64,7
2 Räder, immer aktiv	$2,\!42$	9,26	0,262	$0,\!188$	$7,\!15$	72,2
2 Räder, ZE	$2,\!43$	9,26	0,262	$0,\!188$	$7,\!15$	72,3
1 Rad, immer aktiv	2,50	9,35	0,268	$0,\!180$	7,07	72,4
1 Rad, ZE	2,50	$9,\!35$	0,268	0,181	7,08	$72,\!4$
Stollgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
Stellgroße	Ns	°s	$^{\circ}s$			
2 Räder, immer aktiv	517	0,558	2,30			
2 Räder, ZE	489	0,560	2,31			
1 Rad, immer aktiv	361	0,556	2,95			
1 Rad, ZE	334	0,556	2,95			

Tabelle 7.5: Sinuslenken mit Verzögerung: Umrechnung der Bremskräfte auf ein Rad, Gain Scheduling Regler mit allen Stellgrößen, Verwendung des geschätzten Schwimmwinkels

winkel steigt an. Geschwindigkeit und Querbeschleunigung werden leicht erhöht.

7.4 Reduzierter Haftbeiwert

Abschließend wird das Regelungskonzept auf seine Tauglichkeit im Falle einer nassen oder vereisten Fahrbahn überprüft. Die Validierung erfolgt für den Gain Scheduling Regler auf Basis des um die Geradeausfahrt linearisierten Zweispurmodells. Alle Stellgrößen werden verwendet, das Extended Kalman Filter zur Schätzung des Schwimmwinkels ist eingebunden und die Bremskräfte werden auf Basis der Zustandsebene aktiviert. Drei unterschiedliche Haftbeiwerte werden untersucht: $\mu_h = 0.6$, $\mu_h = 0.4$ und $\mu_h = 0.2$. Tabelle 7.6 vergleicht die Ergebnisse für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung.

Abbildung 7.5 zeigt die Ergebnisse für den Haftbeiwert $\mu_h = 0,4$. Die Ergebnisse für $\mu_h = 0,6$ und $\mu_h = 0,2$ finden sich im Anhang in den Abbildung A.22 und A.23.

Auch auf einer Fahrbahn mit reduziertem Haftbeiwert verbessert die Regelung das Fahrzeugverhalten deutlich. Für $\mu_h = 0.6$ verringert der Regler die Gierratenabweichung um 96 % im Vergleich zum ungeregelten Fahrzeug. Der Schwimmwinkel wird um 98 % reduziert. Die Querbeschleunigung wird mit



Abbildung 7.5: Sinuslenken mit Verzögerung, Haftbeiwert $\mu_h = 0,4$, Gain Scheduling Regler mit allen Stellgrößen

μ_h	Kenngröße	$\frac{\max \beta }{\circ}$	$\frac{\max a_y }{\mathrm{m/s}^2}$	$rac{K_{ m max}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$rac{K_{ m int}}{ m ^{\circ}s^{2}/m}$	$\frac{\int \Delta \dot{\psi} dt}{\circ}$	$rac{\overline{v}}{ m km/h}$
0,6	ungeregelt geregelt	$37,9 \\ 0,642$	$^{6,26}_{5,93}$	$6,05 \\ 0,108$	$3,65 \\ 0,0667$	$98,6 \\ 3,64$	$67,2 \\ 72,9$
0,4	ungeregelt geregelt	$38,1 \\ 0,296$	$4,08 \\ 4,06$	$9,35 \\ 0,0727$	$4,78 \\ 0,0348$	75,8 2,23	70,6 74,4
0,2	ungeregelt geregelt	$13,0 \\ 0,162$	$2,02 \\ 1,98$	6,42 0,0818	$3,85 \\ 0,0415$	$30,6 \\ 1,09$	74,5 75,5
μ_h	Stellgröße	$\frac{\int F_b \mathrm{d}t}{\mathrm{Ns}}$	$\frac{\int \delta_v \mathrm{d}t}{^{\circ}_{\mathrm{S}}}$	$\frac{\int \delta_h \mathrm{d}t}{^{\circ}\mathrm{s}}$			
0,6		854	1,28	2,44			
0,4		319	$1,\!17$	$2,\!26$			
$0,\!2$		97,1	0,903	$1,\!34$			

Tabelle 7.6: Sinuslenken mit Verzögerung, reduzierter Haftbeiwert

5,2% nur geringfügig verkleinert, die Geschwindigkeit steigt leicht um 8,4\%. Für noch niedrigere Haftbeiwerte zeigt der Regler ein ähnliches Verhalten. Bei $\mu_h = 0,2$ wird die Gierratenabweichung ebenfalls um 96\% reduziert, bei $\mu_h = 0,4$ liegt ist Reduktion mit 97% unwesentlich höher. Der Schwimmwinkel wird sowohl für $\mu_h = 0,4$ als auch für $\mu_h = 0,2$ um 99% reduziert. In beiden Fällen sinkt die maximale Querbeschleunigung leicht ab, während die Geschwindigkeit ansteigt.

Vergleich der einzelnen Stelleingriffe

Tabelle 7.7 vergleicht die Kenngrößen der einzelnen Stelleingriffe und ihre Kombinationen für das Manöver Sinuslenken mit Verzögerung auf nasser Fahrbahn mit einem reduzierten Haftbeiwert von $\mu = 0,4$. Abbildung 7.6 vergleicht die Ergebnisse der einzelnen Stelleingriffe für die beiden Regelgrößen Schwimmwinkel und Gierrate. Abbildung 7.7 zeigt die Ergebnisse bei Kombination des radindividuellen Bremseingriffes jeweils mit der Vorder- und Hinterachslenkung sowie bei Kombination aller drei Stelleingriffe.

Der radindividuelle Bremseingriff, die Vorder- und die Hinterachslenkung verbessern alle drei die Querdynamik gegenüber dem ungeregelten Fahrzeug. Im Gegensatz zu den Ergebnissen auf trockener Fahrbahn in Abschnitt 6.3.2 kann durch den alleinigen Einsatz eines der drei Stelleingriffe die Fahrsituation aber nicht zufriedenstellend entschärft werden. Während durch das

Konngröße	$\max \beta $	$\max a_y $	K_{\max}	$K_{\rm int}$	$\int \Delta \dot{\psi} dt$	\overline{v}
Remigrobe	0	m/s^2	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	$^{\circ}\mathrm{s}^{2}/\mathrm{m}$	0	${\rm km/h}$
ungeregelt	38,1	4,08	9,35	4,78	75,8	70,6
Bremsen	1,21	3,64	0,332	$0,\!248$	6,85	$69,\! 6$
VL	13,7	4,07	$3,\!36$	$2,\!209$	$47,\!5$	73,4
HL	$1,\!21$	$4,\!25$	0,285	$0,\!209$	$5,\!54$	74,7
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	$1,\!47$	3,78	0,388	$0,\!300$	4,31	73,4
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{HL}$	0,393	4,13	0,0953	0,0463	2,59	74,1
$\mathrm{Bremsen} + \mathrm{VL} + \mathrm{HL}$	0,296	4,06	0,0727	0,0348	2,23	74,4
Stellgröße	$\int F_b \mathrm{d}t$	$\int \delta_v \mathrm{d}t$	$\int \delta_h \mathrm{d}t$			
Dictigrobe	Ns	°s	$^{\circ}s$			
Bremseingriff	2717	-	-			
VL	-	3,28	-			
HL	-	-	$2,\!66$			
$\operatorname{Bremsen} + \operatorname{VL}$	990	4,66	-			
$\operatorname{Bremsen}+\operatorname{HL}$	399	-	$2,\!22$			
Bremsen + VL + HL	319	$1,\!17$	2,26			

Tabelle 7.7: Sinuslenken mit Verzögerung, Vergleich der einzelnen Stelleingriffe bei reduziertem Haftbeiwert $\mu = 0.4$

radindividuelle Bremsen und die Hinterachslenkung die Gierrate nach 7 s auf ihren Sollwert eingeregelt wird, kann die Vorderachslenkung das seitliche Ausbrechen des Fahrzeuges nur abschwächen aber nicht verhindern. Entsprechend steigt in diesem Fall der Schwimmwinkel noch über 10° an. Durch den Bremseingriff und die Hinterachslenkung kann der Schwimmwinkel dagegen auf unter 2° gesenkt werden. Die Gierrate weicht allerdings für beide Stelleingriffe deutlich von ihrem Sollwert ab. Beim radindividuellen Bremseingriff treten im Gegensatz zur Hinterachslenkung Schwankungen der Gierrate auf. Ursache hierfür ist eine starke Begrenzung der vom Regler geforderten Bremskräfte, da die Kraftschlussgrenze mehrfach überschritten wird.

Durch die Kombination des Bremseingriffes mit der Vorderachslenkung kann die Gierratenabweichung gegenüber dem alleinigen Bremseingriff um 37% gesenkt werden, der maximale Schwimmwinkel steigt aber um 21%. Die erforderlichen Bremskräfte können durch die zusätzliche Vorderachslenkung um 63% gesenkt werden. Als Folge steigt die Durchschnittsgeschwindigkeit um 5%. Abbildung 7.7 zeigt, dass die Gierrate aber noch deutlich von der Sollgierrate abweicht. Wird der Bremseingriff dagegen mit der Hinterachslenkung kombiniert, kann die Gierrate mit hoher Genauigkeit an ihren Sollwert



Abbildung 7.6: Sinuslenken mit Verzögerung, Haftbeiwert $\mu_h = 0,4$, Vergleich der einzelnen Stelleingriffe

angepasst werden. Auch der Schwimmwinkel wird weiter reduziert. Werden alle drei Stelleingriffe miteinander kombiniert, kann die Reglerperformance gegenüber der Kombination des radindividuellen Bremsens mit der Hinterachslenkung weiter verbessert werden.

Die Kombination des radindividuellen Bremseingriffes mit der Hinterachslenkung sowie mit der Hinter- und der Vorderachslenkung ermöglicht somit auch auf Fahrbahnoberflächen mit niedrigem Haftbeiwert eine deutliche Entschärfung kritischer Fahrsituationen und damit eine signifikante Verbesserung der Fahrzeugquerdynamik.



Abbildung 7.7: Sinuslenken mit Verzögerung, Haftbeiwert $\mu_h = 0,4$, Kombination der einzelnen Stelleingriffe

8 Zusammenfassung

Durch die Einführung aktiver Sicherheitssysteme konnte in den letzten Jahrzehnten die Anzahl tödlicher Unfälle deutlich gesenkt werden. Während sich bisher hauptsächlich der radindividuelle Bremseingriff in Serie durchgesetzt hat, gewinnen aktive Lenkeingriffe in letzter Zeit an Bedeutung. Bei der Weiterentwicklung vorhandener Systeme rückt insbesondere die Integration mehrerer Systeme in den Blickpunkt des Interesses.

In dieser Arbeit wurde ein nichtlineares Regelungskonzept zur Stabilisierung der Kraftfahrzeugquerdynamik vorgestellt, das eine beliebige Kombination von radindividuellem Bremseingriff, aktiver Vorderachslenkung sowie aktiver Hinterachslenkung ermöglicht. Damit lassen sich die Vorteile von radindividuellem Bremsen und Aktivlenkung vereinen. Während ein Bremseingriff bis an die Stabilitätsgrenze wirkungsvoll eingesetzt werden kann, ermöglicht die Aktivlenkung einen deutlich schnelleren Eingriff, der vom Fahrer als weniger störend wahrgenommen wird. Da sich die Geschwindigkeit nicht verringert, wird die Agilität des Fahrzeuges nicht beeinträchtigt.

Das Regelungskonzept berücksichtigt zwei Regelgrößen, den Schwimmwinkel und die Gierrate. Über die Gierrate wird die Fahrzeugbewegung an die Lenkvorgabe des Fahrers angepasst. Ist die tatsächliche Gierrate deutlich kleiner als die Referenzgierrate, muss ein eindrehendes Giermoment aufgebracht werden. Fällt die Gierbewegung dagegen stärker aus als gewünscht, ist ein ausdrehendes Giermoment erforderlich. Der Schwimmwinkel beschreibt die Orientierung des Fahrzeuges relativ zu seiner Bewegungsrichtung und gibt damit Aufschluss über die Stabilität des Fahrzeuges. Wächst der Schwimmwinkel stark an oder ändert er sich schnell, wird die Fahrsituation kritisch. Die Reduktion des Schwimmwinkels ist somit das zweite Ziel der Regelung.

Grundlage des Regelungskonzeptes ist ein nichtlineares Zweispurmodell zur Beschreibung der ebenen Fahrzeugbewegung, das in Kapitel 2 vorgestellt wurde. Um die Querdynamik bis an die Stabilitätsgrenze beschreiben zu können, muss der Reifen-Fahrbahn-Kontakt möglichst genau modelliert werden. Die Längskräfte werden maßgeblich durch den Antrieb und die Bremsen bestimmt. Sie können daher über ein einfaches Antriebsstrangmodell beschrieben werden. Eine physikalische Modellierung der Seitenkräfte ist dagegen äußert aufwändig. Stattdessen wird der charakteristische Verlauf der Seitenkräfte über dem Schräglaufwinkel anhand einer vereinfachten Form der Magic Tyre Formula von Pacejka approximiert. Neben dem Schräglaufwinkel hängt die Seitenkraft entscheidend von der Radlast ab. Sie wird über eine Momentenbilanz mit Hilfe der Längs- und Querbeschleunigung ermittelt. Über das Reifenmodell gehen somit die Wank- und die Nickbewegung indirekt in das nichtlineare Zweispurmodell ein.

Während die Gierrate messtechnisch erfasst werden kann, existiert bisher kein Sensor zur Messung des Schwimmwinkels, der sich für einen Serieneinsatz eignet. Aus diesem Grund wird der Schwimmwinkel über einen modellbasierten Ansatz ermittelt. Hierzu wurde in Kapitel 4 ein Extended Kalman Filter vorgestellt. Anhand von Messdaten und weiteren Testdaten der Software CarMaker[®] konnte gezeigt werden, dass das Extended Kalman Filter auch für kritische Testfahrten eine genaue und zuverlässige Schätzung des Schwimmwinkels ermöglicht.

Beim Regelungsentwurf können die Eingangsgrößen des nichtlinearen Zweispurmodells direkt als Stellgrößen interpretiert werden. In Anlehnung an bereits realisierte Sicherheitssysteme wurden die Stellgrößen in Kapitel 6 jedoch beschränkt. Für den radindividuellen Bremseingriff werden die Längskräfte an den beiden Rädern einer Achse in eine Bremskraft umgerechnet. Zusätzlich wird der verzögerte Aufbau des Bremsdruckes durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit einer Zeitkonstante von 60 ms berücksichtigt. Die Bremskräfte werden über den Kammschen Kreis limitiert. Der Betrag des zusätzlichen Vorder- und des Hinterradeinschlagwinkels ist auf 3° beschränkt.

Die Nichtlinearität des Zweispurmodells bedingt den Einsatz eines nichtlinearen Reglers. Da zwei Regelziele vorgegeben werden und mehrere Stellgrößen zum Einsatz kommen, fällt die Wahl auf einen nichtlinearen Mehrgrößenregler im Zustandsraum. Die gezielte Vorgabe der Sollgierrate wird durch den Einsatz eines nichtlinearen PI-Zustandsreglers erreicht. In Kapitel 6 wurden zwei Ansätze für den Regelungsentwurf vorgestellt. Beim Gain Scheduling wird das nichtlineare Zweispurmodell um eine Schar von Arbeitspunkten linearisiert. Für jeden Arbeitspunkt wird ein linearer Regler entworfen. In Abhängigkeit vom aktuellen Zustand des Fahrzeuges wird dann zwischen den linearen Reglern umgeschaltet. Für die Wahl der Ruhelagen existieren mehrere Möglichkeiten. Die besten Ergebnisse konnten durch die Linearisierung um die Geradeausfahrt erzielt werden. In diesem Fall unterscheiden sich die Ruhelagen nur durch die Geschwindigkeit. Wird sie in Schritten von 1 m/s diskretisiert, kann mit 80 Reglermatrizen ein Geschwindigkeitsbereich von 3,6 km/h bis 288 km/h abgedeckt werden. Der Gain Scheduling Ansatz liefert konstante Reglermatrizen. Die erforderliche Rechenzeit im laufenden Betrieb ist somit gering. Es muss jedoch Speicher für die 80 Reglermatrizen zur Verfügung gestellt werden. Darüber hinaus kann die Stabilität des Gain Scheduling Reglers während der Umschaltung zwischen zwei Reglermatrizen nicht gewährleistet werden.

Aus diesem Grund wurde ein zweiter nichtlinearer Regelungsansatz untersucht. Er basiert auf einer Anpassung der nichtlinearen Systemdynamik an die Dynamik eines linearen Vergleichssystems mit Hilfe einer Ljapunow-Funktion. Beim Gain Scheduling wird für jedes linearisierte Teilsystem über einen Riccati-Entwurf ein eigener Regler entworfen, der einen Kompromiss zwischen einer schnellen Regeldynamik und den dafür erforderlichen Stellgrößen garantiert. Bei der Gütemaßanpassung hingegen findet ein Eigenwertangleich statt. Die Dynamik des geregelten Systems wird für ein lineares Vergleichssystem festgelegt und dann dem nichtlinearen System aufgeprägt. Damit kann theoretisch eine gute Dynamik für das nichtlineare geregelte System sichergestellt werden. Da die Stellgrößenbeschränkungen im Regelungsentwurf jedoch nicht berücksichtigt sind, kann nicht sichergestellt werden, dass die erforderlichen Stellgrößen auch aufgebracht werden können. Im Gegensatz zum Gain Scheduling resultiert die Gütemaßanpassung in einem einzigen zeitveränderlichen Regler. Seine Stabilität kann mit Hilfe der Ljapunow-Funktion überprüft werden, auf welcher der Regelungsentwurf basiert. Im vorliegenden Fall konnte gezeigt werden, dass alle Regler stabil sind. Ein vollständiger Eigenwertangleich und damit eine gezielte Vorgabe der Dynamik gelingt jedoch nur, wenn mehr als ein Stelleingriff eingesetzt wird.

Beide Regelungsansätze liefern vergleichbare Ergebnisse im Hinblick auf die Regelung der beiden Zustandsgrößen Schwimmwinkel und Gierrate. Die Gütemaßanpassung erfordert jedoch deutlich höhere Stellgrößen als das Gain Scheduling.

Wird nur ein Stelleingriff eingesetzt, entschärft das radindividuelle Bremsen insbesondere Fahrsituationen mit hoher Geschwindigkeit und geringer Dynamik, während die Aktivlenkung in hochdynamischen Fahrsituationen besonders wirkungsvoll ist. Durch die Kombination von radindividuellem Bremsen und aktiver Lenkung kann die Regelung daher gegenüber den separaten Stelleingriffen weiter verbessert werden. Soll nur an einer Achse aktiv gelenkt werden, ist die Lenkung der Hinterachse der aktiven Vorderachslenkung überlegen.

Während auf trockener Fahrbahn jeder der drei Stelleingriffe alleine eine deutliche Verbesserung der Querdynamik ermöglicht, können auf nasser Fahrbahn kritische Fahrsituationen erst durch die Kombination mehrerer Stelleingriffe zufriedenstellend entschärft werden. Die Akzeptanz eines Sicherheitssystems kann erhöht werden, wenn unnötige Eingriffe in die Fahrzeugbewegung vermieden werden. Aus diesem Grund wurden in Kapitel 5 verschiedenen Methoden zur Erkennung kritischer Fahrsituationen untersucht. Die Methoden auf Basis des linearen Einspurmodells interpretieren das Fahrzeugverhalten als unkritisch, solange es durch das lineare Einspurmodell beschrieben werden kann. Weicht das Fahrzeugverhalten deutlich von dieser linearen Referenz ab, wird davon ausgegangen, dass der nichtlineare Bereich der Seitenkraftcharakteristik erreicht ist und sich das Fahrzeug der Stabilitätsgrenze nähert. Diese Methoden reagieren sehr empfindlich auf kleine Änderungen der Toleranzbandgrenzen. Eine Überanpassung an einzelne Testfahrten kann daher nicht ausgeschlossen werden. Ein weiterer Nachteil der Verfahren auf Basis des linearen Einspurmodells ist, dass bei einem Wechsel von Unter- nach Übersteuern und umgekehrt immer das Toleranzband durchlaufen werden muss. Ein schneller Wechsel zwischen beiden Fahrsituationen kann daher immer nur mit Verzögerung detektiert werden. Die Stabilitätsanalyse des nichtlinearen Zweispurmodells in der Zustandsebene ermöglicht dagegen eine genaue und zuverlässige Erkennung kritischer Fahrsituationen. Dieses Verfahren bestätigt zudem, dass große Schwimmwinkel und große Schwimmwinkeländerungen instabile Fahrsituationen ankündigen.

Werden die Stelleingriffe nur aktiviert, wenn in der Zustandsebene eine kritische Fahrsituation detektiert wird, reduzieren sich die Stelleingriffe. Allerdings können dann die beiden Regelziele weniger gut erreicht werden als bei dauerhafter Aktivierung des Reglers. Abhilfe schafft eine alleine Aktivierung der Bremseingriffe auf Basis der Zustandsebene, während die Lenkeingriffe dauerhaft aktiviert bleiben. Damit können die Vorteile beider Eingriffe optimal verbunden werden. Der Lenkeingriff sorgt für eine kontinuierliche Verbesserung der Fahrzeugdynamik. Er ist schnell und beeinträchtigt das Fahrgefühl nicht negativ. Nur wenn der aktive Lenkeingriff alleine eine kritische Fahrsituation nicht verhindern kann, aktiviert die Regelung den zusätzlichen Bremseingriff.

Mit dieser Arbeit liegt ein nichtlineares Regelungskonzept vor, das eine beliebige Kombination der drei Stelleingriffe radindividuelles Bremsen, Vorder- und Hinterachslenkung ermöglicht. Durch Gain Scheduling linearer PI-Zustandsregler können die beiden zentralen Größen der Fahrzeugquerdynamik, Schwimmwinkel und Gierrate, gemeinsam geregelt werden. Das Regelungskonzept beinhaltet neben einem Extended Kalman Filter zur Schwimmwinkelschätzung auch die Detektion kritischer Fahrsituationen anhand der $(\beta, \dot{\beta})$ -Zustandsebene, die eine gezielte Aktivierung der Bremseingriffe ermöglicht.
A Anhang

A.1 Versuchsfahrzeuge

Für die Validierung werden sowohl Messdaten als auch eine kommerzielle Software zur Simulation von Kraftfahrzeugen eingesetzt. Die wichtigsten Daten des realen und des virtuellen Fahrzeuges werden im Folgenden aufgelistet.

A.1.1 Versuchsfahrzeug Opel Vita

Das Testfahrzeug Opel Vita ist ein Fahrzeug der Kompaktklasse mit Frontantrieb. Die wichtigsten Fahrzeugparameter lauten:

Parameter	Variable	Wert	Einheit
Abstand Schwerpunkt - Vorderachse	l_v	1,09	m
Abstand Schwerpunkt - Hinterachse	l_h	$1,\!35$	m
Spurweite Vorderachse	b_v	$1,\!39$	m
Spurweite Hinterachse	b_h	$1,\!39$	m
Abstand Schwerpunkt - Fahrbahn	h_S	$0,\!470$	m
Dynamischer Halbmesser	$r_{\rm dyn}$	$0,\!270$	m
Fahrzeugmasse	m	1257	kg
Trägheitsmoment um die Hochachse	J_z	1446	$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$
Lenkübersetzung	i_L	16	-
Abtastzeit	T_A	1	ms

Tabelle A.1: Fahrzeugparameter des Versuchsfahrzeuges Opel Vita

A.1.2 Virtuelles Fahrzeug CarMaker®

CarMaker[®] ist ein kommerzielles Simulationstool, das neben einem detaillierten realitätsnahen Fahrzeugmodell auch ein Fahrermodell beinhaltet. Die

Validierung der Schwimmwinkelschätzung und der Regler erfolgt unter Verwendung des Fahrzeugmodells CompactCar, das wie das reale Versuchsfahrzeug Opel Vita frontgetrieben ist. Die wichtigsten Fahrzeugparameter sind in Tabelle A.2 aufgeführt.

Parameter	Variable	Wert	Einheit
Abstand Schwerpunkt - Vorderachse	l_v	0,992	m
Abstand Schwerpunkt - Hinterachse	l_h	$1,\!60$	m
Spurweite Vorderachse	b_v	$1,\!51$	m
Spurweite Hinterachse	b_h	$1,\!50$	m
Abstand Schwerpunkt - Fahrbahn	h_S	0,589	m
Dynamischer Halbmesser	$r_{\rm dyn}$	0,280	m
Fahrzeugmasse	\dot{m}	1194	kg
Trägheitsmoment um die Hochachse	J_z	1528	$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$
Lenkübersetzung	i_L	19,5	-
Abtastzeit	T_A	1	ms
Trägheitsmomente Antriebsstrang	J_1^*	$1,\!41$	$\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$
	J_2^*	$2,\!33$	$\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$
Reibungskoeffizient (konst. Anteil)	$d_{r,0}$	$9,\!99$	$N \cdot m$
Reibungskoeffizient (viskoser Anteil)	$d_{r,1}$	$8,4 \cdot 10^{-4}$	$N \cdot m \cdot s$

Tabelle A.2: Fahrzeug
parameter des virtuellen Car Maker[®] Fahrzeuges der Kompakt
klasse

A.2 Modellvalidierung

Alle in dieser Arbeit vorgestellten Regelungsverfahren erfordern eine Vereinfachung des nichtlinearen Zweispurmodells. Für die Anwendung linearer Regelungsverfahren wird das Modell um eine Schar von Ruhelagen linearisiert. Für die Gütemaßanpassung wird das nichtlineare Modell auf eine eingangslineare Form transformiert. Folgende Modellvereinfachungen werden vorgenommen:

Linearisierung um die stationäre Kreisfahrt nach Kapitel 6.3.1

Vorderradeinschlagwinkel und Geschwindigkeit werden über einen physikalisch sinnvollen Bereich diskretisiert:

$$\begin{aligned}
 v_{st,i} &= i \cdot 1 \text{ m/s}, \quad i = 1, 2, \dots, 80, \\
 \delta_{v,st,j} &= j \cdot 1^{\circ}, \qquad j = -27, -26, \dots, 27
 \end{aligned}$$
(A.1)

Damit ergeben sich 4400 Ruhelagen. Für den Gain Scheduling Regelungsentwurf werden die Schräglaufsteifigkeiten als konstant $c_{vl} = c_{vr} = 40\,000$ und $c_{hl} = c_{hr} = 30\,000$ angenommen.

Vorgabe der stationären Zustandsgrößen Im ersten Ansatz werden die Ruhelagen der beiden Zustandsgrößen zu

$$\beta_{st} = 0 \quad \text{und} \quad \dot{\psi}_{st} = \frac{v \cdot \delta_v}{l \cdot \left(1 + \frac{v^2}{v_{ch}^2}\right)} \tag{A.2}$$

gewählt. Die stationären Radlängskräfte der rechten Räder werden gleich null gesetzt: $F_{lvr,st} = F_{lhr,st} = 0$. Die verbleibenden beiden stationären Radlängskräfte folgen aus der Bedingung $\underline{\dot{x}}_{st} = \underline{0}$.

Vorgabe der stationären Eingangsgrößen Im zweiten Ansatz werden die Ruhelagen der Eingangsgrößen in den Ursprung gelegt: $\underline{u}_{st} = \underline{0}$. Die Ruhelagen der Zustandsgrößen folgen aus $\underline{\dot{x}}_{st} = \underline{0}$.

Linearisierung um die Geradeausfahrt nach Kapitel 6.3.2

Die Ruhelagen werden in den Ursprung gelegt. Für den Gain Scheduling Regelungsentwurf wird die Geschwindigkeit über einen physikalisch sinnvollen Bereich diskretisiert:

$$v_{st,i} = i \cdot 1 \text{ m/s}, \quad i = 1, 2, \dots, 80$$
 (A.3)

Damit ergeben sich 80 Ruhelagen. Die Schräglaufsteifigkeiten werden als konstant $c_{vl} = c_{vr} = 40\,000$ und $c_{hl} = c_{hr} = 30\,000$ angenommen.

Bei der Gütemaßanpassung entfällt die Diskretisierung der Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit und die Schräglaufsteifigkeiten können als zeitveränderliche Parameter in die Reglerverstärkung eingehen.

Formale Eingangslinearisierung nach Kapitel 6.5.2

Durch die Einführung zusätzlicher Integratoren vor dem Systemeingang kann das nichtlineare Zweispurmodell in ein eingangslineares System überführt werden:

$$\underline{\dot{x}}_{int} = \begin{bmatrix} \underline{\dot{x}} \\ \underline{\dot{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{f(x,\underline{u})} \\ \underline{\dot{u}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{f(x,\underline{u})} \\ \underline{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{I} \end{bmatrix} \underline{\dot{u}} = \underline{a}(\underline{x}_{int}) + \underline{B}\,\underline{u}_{int}$$

Die Gütemaßanpassung nach Sieber erfordert eine Darstellung der Vektorfunktion $\underline{a}(\underline{x}_{int})$ in der Form:

$$\underline{a}(\underline{x}_{\text{int}}) = \underline{A}(\underline{x}_{\text{int}}) \cdot \underline{x}_{\text{int}} = \underline{A}(\underline{x}, \underline{u}) \cdot \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{u} \end{bmatrix}$$
(A.4)

Dazu muss ein Summand vereinfacht werden: $c_w^* v^2 \sin \beta \approx (c_w^* v^2) \cdot \beta$. Von dieser Vereinfachung abgesehen bleibt die Systembeschreibung exakt.

Linear-ähnliche Struktur nach Kapitel 6.5.3

Das nichtlineare Zweispurmodell kann durch eine geschickte Erweiterung und Zerlegung in eine linear-ähnliche Form überführt werden:

$$\underline{\dot{x}} = \underline{A}(\underline{x}, \underline{u}, v, c_{ij}) \cdot \underline{x} + \underline{B}(\underline{u}, v, c_{ij}) \cdot \underline{u}$$
(A.5)

Für die Gütemaßanpassung werden die Stellgrößen \underline{u} in den Matrizen \underline{A} und \underline{B} gleich null gesetzt.

Vergleich der Modelle

Die Abbildungen A.2 bis A.13 vergleichen die Verläufe der beiden Zustandsgrößen Schwimmwinkel und Gierrate für die ungeregelten Testfahrten. Verglichen werden zum einen die Ergebnisse des nichtlinearen Zweispurmodells mit den Referenzwerten von CarMaker[®] und zum anderen die Ergebnisse der vereinfachten Modelle mit denen des nichtlinearen Zweispurmodells. Bei der Linearisierung um die Geradeausfahrt wird die Geschwindigkeit in Schritten von 1 m/s diskretisiert. Die Modelle werden sowohl für konstante als auch für adaptierte Schräglaufsteifigkeiten untersucht. Letztere werden mit Hilfe des Extended Kalman Filters aus Kapitel 4.2 ermittelt.

Das nichtlineare Zweispurmodell mit adaptierten Schräglaufsteifigkeiten liefert die genaueste Beschreibung der Referenzwerte für den Slalom 36 Meter. Werden konstante Schräglaufsteifigkeiten eingesetzt, sind beide Zustandsgrößen gegen Ende des Manövers überhöht. Bei allen anderen Manövern weicht das nichtlineare Zweispurmodell von den Referenzwerten ab. Besonders deutlich wird die Abweichung bei Verwendung der konstanten Schräglaufsteifigkeiten.

Die formale Eingangslinearisierung durch Einführung zusätzlicher Integratoren vor dem Systemeingang weist keine erkennbare Abweichung vom nichtlinearen Zweispurmodell auf. Die einzige Vereinfachung, die hier vorgenommen wird, ist die Linearisierung des Schwimmwinkeleinflusses auf den Luftwiderstand. Diese Vereinfachung beeinträchtigt die Modellgenauigkeit auch in kritischen Fahrsituationen nicht.

Bei Verwendung konstanter Schräglaufsteifigkeiten können auch das um die Geradeausfahrt linearisierte Modell und das Modell linear-ähnlicher Struktur das Zweispurmodell sehr genau beschreiben. Werden die Schräglaufsteifigkeiten dagegen adaptiert, sind Schwimmwinkel und Gierrate der beiden vereinfachten Modelle gegenüber dem Zweispurmodell dem Betrage nach überhöht. Beim Slalom 36 Meter ist die Abweichung sehr gering, deutlicher wird sie bei den kritischeren Manövern J-Turn und Fishhook.

Abbildung A.1 vergleicht das um die Geradeausfahrt linearisierte Modell für verschiedene Schrittweiten Δv der diskretisierten Geschwindigkeit bei Verwendung adaptierter Schräglaufsteifigkeiten. Dargestellt wird die Abweichung des linearisierten Modells vom nichtlinearen Zweispurmodell. Dabei wird die Abweichung des linearisierten Modells mit den Schrittweiten $\Delta v = 0.5 \text{ m/s}, \Delta v = 1 \text{ m/s}$ und $\Delta v = 2 \text{ m/s}$ jeweils mit der Abweichung bei Verwendung einer kontinuierlichen Geschwindigkeit verglichen. Die Schrittweite von $\Delta v = 0.5 \text{ m/s}$ liefert die gleichen Ergebnisse wie die Verwendung einer kontinuierlichen Geschwindigkeit. Wird die Schrittweite auf $\Delta v = 1 \text{ m/s}$ erhöht, treten geringe Abweichungen auf, deren Betrag für den Schwimmwinkel kleiner 0.18° und für die Gierrate kleiner 0.8° /s bleibt. Wird die Schrittweite weiter auf 2 m/s erhöht, steigen die Abweichungen deutlich an. Eine Schrittweite von 1 m/s bietet damit für den Reglerentwurf einen guten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Speicherbedarf.

Die größte Modellabweichung ergibt sich, wenn das nichtlineare Zweispurmodell um die stationäre Kreisfahrt linearisiert wird. Auffällig ist insbesondere, dass nicht nur die Größenordnung der beiden Zustandsgrößen abweicht, son-



Abbildung A.1: Diskretisierung der Geschwindigkeit für das ISO 3888-2 Ausweichmanöver, adaptierte Schräglaufsteifigkeiten, v = 70 km/h, $\mu_h = 1$

dern auch ihr prinzipieller Verlauf zeitlich versetzt ist. Die Linearisierung um die Kreisfahrt hat gegenüber der Geradeausfahrt den Vorteil, dass eine höhere Anzahl von Ruhelagen vorhanden ist. Das Modell befindet sich somit insbesondere für einen großen Vorderradeinschlagwinkel immer näher an einer Ruhelage als bei einer Linearisierung um die Geradeausfahrt. Diesem Vorteil steht aber der Nachteil gegenüber, dass neben der Geschwindigkeit auch der Vorderradeinschlagwinkel diskretisiert werden muss. Damit steigt zum einen die Anzahl der Ruhelagen und damit die Anzahl der Reglermatrizen beim Gain Scheduling. Zum anderen erhöht sich durch die Diskretisierung des Vorderradeinschlagwinkels auch die Modellungenauigkeit.



Abbildung A.2: Modellvergleich für das ISO 3888-2 Ausweichmanöver, adaptierte Schräglaufsteifigkeiten, v = 70 km/h, $\mu_h = 1$



Abbildung A.3: Modellvergleich für das ISO 3888-2 Ausweichmanöver, konstante Schräglaufsteifigkeiten, v = 70 km/h, $\mu_h = 1$



Abbildung A.4: Modellvergleich für den Slalom 36 Meter, adaptierte Schräglaufsteifigkeiten, $v = 104 \text{ km/h}, \mu_h = 1$



Abbildung A.5: Modellvergleich für den Slalom 36 Meter, konstante Schräglaufsteifigkeiten, v = 104 km/h, $\mu_h = 1$



Abbildung A.6: Modellvergleich für Sinuslenken mit Verzögerung, adaptierte Schräglaufsteifigkeiten, $\delta_{L,\max} = 120^{\circ}$, v = 80 km/h, $\mu_h = 1$



Abbildung A.7: Modellvergleich für Sinuslenken mit Verzögerung, konstante Schräglaufsteifigkeiten, $\delta_{L,\max} = 120^{\circ}$, v = 80 km/h, $\mu_h = 1$



Abbildung A.8: Modellvergleich für den Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit, adaptierte Schräglaufsteifigkeiten, $\delta_{L,\max} = 120^{\circ}$, v = 80 km/h, $\mu_h = 1$



Abbildung A.9: Modellvergleich für den Pseudo-Spurwechsel mit Haltezeit, konstante Schräglaufsteifigkeiten, $\delta_{L,\max} = 120^{\circ}$, v = 80 km/h, $\mu_h = 1$



Abbildung A.10: Modellvergleich für das Manöver J-Turn, adaptierte Schräglaufsteifigkeiten, $\delta_{L,\max} = 120^{\circ}$, v = 80 km/h, $\mu_h = 1$



Abbildung A.11: Modellvergleich für das Manöver J-Turn, konstante Schräglaufsteifigkeiten, $\delta_{L,\max} = 120^{\circ}$, v = 80 km/h, $\mu_h = 1$





Abbildung A.12: Modellvergleich für das Manöver Fishhook, adaptierte Schräglaufsteifigkeiten, $\delta_{L,\max} = 120^{\circ}$, v = 80 km/h, $\mu_h = 1$





Abbildung A.13: Modellvergleich für das Manöver Fishhook, konstante Schräglaufsteifigkeiten, $\delta_{L,\max} = 120^{\circ}$, v = 80 km/h, $\mu_h = 1$

Regelung des Manövers Sinuslenken mit A.3 Verzögerung



Abbildung A.14: Vorderachslenkung: PI-Zustandsregler mit Linearisierung um die Geradeausfahrt für Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung A.15: Hinterachslenkung: PI-Zustandsregler mit Linearisierung um die Geradeausfahrt für Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung A.16: Bremseingriff und Vorderachslenkung: PI-Zustandsregler mit Linearisierung um die Geradeausfahrt für Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung A.17: Bremseingriff und Hinterachslenkung: PI-Zustandsregler mit Linearisierung um die Geradeausfahrt für Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung A.18: Gütemaßanpassung: Linearisierung um Geradeausfahrt, konstante Schräglaufsteifigkeiten, Bremsen und Hinterachslenkung, Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung A.19: Gütemaßanpassung: Linearisierung um Geradeausfahrt, adaptierte Schräglaufsteifigkeiten, Bremsen und Hinterachslenkung, Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung A.20: Gütemaßanpassung: Formale Eingangslinearisierung, Bremsen und Hinterachslenkung, Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung A.21: Gütemaßanpassung: Linear-ähnliche Darstellung, Bremsen und Hinterachslenkung, Sinuslenken mit Verzögerung



Abbildung A.22: Sinuslenken mit Verzögerung, Haftbeiwert $\mu_h = 0,6$, Gain Scheduling Regler mit allen Stellgrößen



Abbildung A.23: Sinuslenken mit Verzögerung, Haftbeiwert $\mu_h = 0, 2$, Gain Scheduling Regler mit allen Stellgrößen

Literaturverzeichnis

- Federal Motor Vehicle Safety Standard (FMVSS) No. 126. Department of transportation, National Highway Traffic Safety Administration, 49 CFR Parts 571 and 585, Docket No. NHTSA-200727662, RIN: 2127AJ77.
- [2] Passenger cars Test track for a severe lane-change manoeuvre Part 2: Obstacle avoidance. ISO 3888-2 (2002-11-15).
- [3] Straßenfahrzeuge: Stationäre Kreisfahrt. DIN ISO 4138 (1984-07).
- [4] Straßenfahrzeuge: Testverfahren für querdynamisches Übertragungsverhalten. DIN ISO 7401 (1989-04).
- [5] ACKERMANN, J., T. BÜNTE, H. JEEBE, K. NAAB und W. SIENEL: Fahrsicherheit durch robuste Lenkregelung. Automatisierungstechnik, 5:219–225, 1996.
- [6] ACKERMANN, J., D. ODENTHAL und T. BÜNTE: Advantages of active steering for vehicle dynamics control. In: Proc. 32nd International Symposium on Automotive Technology and Automation, 1999.
- [7] AGA, M. und A. OKADA: Analysis of vehicle stability control (VSC)'s effectiveness from accident data. In: Proceedings of the 18th International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles, Nagoya, Japan, 2003.
- [8] AOKI, Y. und Y. HORI: Robust design of body slip angle observer for electric vehicles and its experimental demonstration. Electrical Engineering in Japan, 159:80–86, 2007.
- [9] ARNDT, C. und J. KARIDAS: Estimation of Tire-Road Contact for Integrated Control Applications in Current Vehicles. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications, 2006.

- [10] ARNOLD, A.: Analyse und Regelung eines nichtlinearen Bremssystems mit elektromechanischen Stellgliedern. Dissertation, Universität Regensburg, 2002.
- [11] BAUER, H.: Fahrsicherheitssysteme. Vieweg Verlag, Braunschweig, 1998.
- [12] BEIKER, S.: Verbesserungsmöglichkeiten des Fahrverhaltens von Pkw durch zusammenwirkende Regelsysteme. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 418. VDI Verlag, Düsseldorf, 2000.
- [13] BOYD, PATRICK L.: NHTSA's NCAP Rollover Resistance Rating System. Technischer Bericht, NHTSA, 2005.
- [14] BÖRNER, M.: Adaptive Querdynamikmodelle für Personenkraftfahrzeuge - Fahrzustandserkennung und Sensorfehlertoleranz. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 563. VDI Verlag, Düsseldorf, 2004.
- [15] BRONSTEIN, I. N., K. A. SEMENDJAJEW, G. MUSIOL und H. MÜH-LIG: Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 1999.
- [16] BURCKHARDT, MANFRED: Fahrwerktechnik: Radschlupf-Regelsysteme. Vogel Buchverlag, Würzburg, 1993.
- [17] CHE, G. und M. KÖHNE: Entwurf nichtlinearer Zustandsregler und beobachter mit Hilfe einer linear-ähnlichen Matrixstruktur. In: Entwurf nichtlinearer Regelungen. Oldenbourg Verlag, 1995.
- [18] CHUMSAMUTR, R., T. FUJIOKA und M. ABE: Sensitivity analysis of side-slip angle observer based on a tire model. Vehicle System Dynamics, 44(7):513–527, 2006.
- [19] CHUNG, T. und Y. KYONGSU: Design and Evaluation of Side Slip Angle-Based Vehicle Stability Control Scheme on a Virtual Test Track. In: IEEE Transactions on control systems technology, 14(2), 2006.
- [20] DAILY, R. und D. M. BEVLY: The Use of GPS for Vehicle Stability Control Systems. In: IEEE Transactions on Industrial Electronics, 51(2):270-277, 2004.
- [21] DIETSCHE, K. und M. KLINGEBIEL: *Kraftfahrtechnisches Taschenbuch*. Vieweg Verlag, Braunschweig, 2007.

- [22] DONGES, E., R. AUFFAMMER, P. FEHRER und T. SEIDENFUSS: Funktion und Sicherheitskonzept der Aktiven Hinterachskinematik von BMW. ATZ Automobiltechnische Zeitschrift, 92:580–587, 1990.
- [23] FARRELLY, J. und P. WELLSTEAD: Estimation of vehicle lateral velocity. In: Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications, 1996.
- [24] FÖLLINGER, O.: Nichtlineare Regelung I. Oldenbourg Verlag, München, 1993.
- [25] FÖLLINGER, O.: *Regelungstechnik, 8. Aufl.* Hüthig Verlag, Heidelberg, 1994.
- [26] FORKENBROCK, G. J.: An Overview of NHTSA's 2005 ESC Research Program. In: 19th International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles, 2005.
- [27] FURUKAWA, Y., N. YUHARA, S. SANO, H. TAKEDA und Y. MAT-SUSHITA: A review of four wheel steering studies from the viewpoint of vehicle dynamics and control. Vehicle system dynamics, 18:151–186, 1989.
- [28] GARROT, W. R.: The Status of NHTSA's ESC Research. Technischer Bericht, National Highway Traffic Safety Administration (NHT-SA), 2005.
- [29] GERMANN, S.: Modellbildung und modellgestützte Regelung der Fahrzeuglängsdynamik. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 309. VDI Verlag, Düsseldorf, 1997.
- [30] GILLESPIE, T.: Fundamentals of vehicle dynamics. Society of Automotive Engineers, Warrendale, 1992.
- [31] GREHN, J.: *Metzler Physik*. J.B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1992.
- [32] GREWAL, M. S. und A. P. ANDREWS: Kalman filtering: Theory and Practice using MATLAB. Wiley, New York, 2001.
- [33] GUO, K.-H.: A study of phase plane representation for identifying vehicle behavior. Vehicle System Dynamics, 15(6):152–167, 1986.

- [34] HE, J., A. CROLLA, M. LEVESLEY und W. J. MANNING: Integrated chassis control through coordination of active front steering and intelligent torque distribution. In: International Symposium on Advanced Vehicle Control, 2004.
- [35] HIEMER, M.: Model based detection and reconstruction of road traffic accidents. Universitätsverlag Karlsruhe, 2005.
- [36] HUH, K. und J. KIM: Active Steering Control Based on the Estimated Tire Forces. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 123:505–511, 2001.
- [37] IMSLAND, L., T. A. JOHANSEN, T. I. FOSSEN, J. C. KALKKUHL und A. SUISSA: Nonlinear observer for vehicle velocity estimation. In: SAE Transactions Journal of Passenger Cars: Mechanical Systems, SAE Paper 2006-01-1282, 2006.
- [38] INAGAKI, S., I. KSHIRO und M. YAMAMOTO: Analysis on vehicle stability in critical cornering using phase plane method. In: International Symposium on Advanced Vehicle Control, 1994.
- [39] KALMAN, R. E.: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. In: Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering, 82:35-45, 1960.
- [40] KAMINAGA, M. und G. NAITO: Vehicle Body Slip Angle Estimation Using an Adaptive Observer. In: International Symposium on Advanced Vehicle Control, 1998.
- [41] KÖHN, P., A. PAULY, R. FLECK und M. PISCHINGER: Die Aktivlenkung - Das fahrdynamische Lenksystem des neuen 5er. ATZ/MTZ. Sonderausgabe - Der neue BMW 5er, 8:96–105, 2003.
- [42] KITAJIMA, K. und H. PENG: H_{∞} Control for integrated side-slip, roll and yaw controls for ground vehicles. In: International Symposium on Advanced Vehicle Control, 2000.
- [43] KNOLL, P. M. und K. LANGWIEDER: Der Sicherheitseffekt von ESP in Realunfällen - Überlegungen zum volkswirtschaftlichen Nutzen von prädiktiven Fahrerassistenzsystemen. In: Tagung Aktive Sicherheit durch Fahrerassistenzsysteme, TU München, 2006.
- [44] KORTÜM, W. und P. LUGNER: Systemdynamik und Regelung von Kraftfahrzeugen. Springer Verlag, Berlin, 1994.

- [45] LANGWIEDER, K., J. GWEHENBERGER und T. HUMMEL: Sicherheitsgewinn durch ESP: Internationale Erfahrungen aus Realunfällen. In: Tagung Aktive Sicherheit durch Fahrerassistenzsysteme, TU München, 2004.
- [46] LIE, A., C. TINGVALL, M. KRAFFT und A. KULLGREN: The Effectiveness of Electronic Stability Control (ESC) in Reducing Real Life Crashes and Injuries. Traffic Injury Prevention, 7(1):38–43, 2006.
- [47] MAGNUS, K. und H. MÜLLER-SLANY: Grundlagen der technischen Mechanik. Teubner Verlag, Wiesbaden, 2005.
- [48] MITSCHKE, M. und H. WALLENTOWITZ: Dynamik der Kraftfahrzeuge, 4. Aufl. Springer Verlag, Berlin, 2004.
- [49] MITSCHKE, M., H. WALLENTOWITZ und E. SCHWARZ: Vermeiden querdynamisch kritischer Fahrzustände durch Fahrzustandsüberwachung. In: VDI-Berichte 916: Reifen, Fahrwerk, Fahrbahn. VDI-Verlag Düsseldorf, 1991.
- [50] MÜLLER, A., W. ACHENBACH, E. SCHINDLER, T. WOHLAND und F.-W. MOHN: Das neue Fahrsicherheitssystem Electronic Stability Program von Mercedes-Benz. ATZ Automobiltechnische Zeitschrift, 96:656– 670, 1994.
- [51] MOKHIAMAR, O. und M. ABE: Simultaneous Optimal Distribution of Lateral and Longitudinal Tire Forces for the Model Following Control. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 126(4):753– 763, 2004.
- [52] ONO, E., S. HOSOE, D. HOANG und S. DOI: Bifurcation in vehicle dynamics and robust front wheel steering control. In: IEEE Transactions on Control Systems Technology, 6(3):412-420, 1998.
- [53] ONO, E., S. HOSOE, H. TUAN und S. DOI: Robust stabilization of vehicle dynamics by active front wheel steering control. In: Proceedings of the 35th IEEE Decision and Control, 1996.
- [54] OREND, R.: Integrierte Fahrdynamikregelung mit Einzelradaktorik. Shaker Verlag, Aachen, 2007.
- [55] PACEJKA, H. B.: *Tyre and vehicle dynamics*. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2002.

- [56] PREUSS, H.: Entwurf stationär perfekter Zustandsregelungen durch fiktive Ausgangsvektorrückführung. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8, Nr. 42. VDI Verlag, Düsseldorf, 1981.
- [57] PRUCKNER, A.: Nichtlineare Fahrzustandsbeobachtung und -regelung einer PKW-Hinterradlenkung. Forschungsgesellschaft Kraftfahrwesen, Aachen, 2001.
- [58] RAY, L. R.: Nonlinear tire force estimation and road friction identification: Simulation and experiments. Automatica, 33:1819–1833, 1997.
- [59] REIF, K., K. RENNER und M. SAEGER: Fahrzustandsschätzung auf Basis eines nichtlinearen Zweispurmodells. ATZ Automobiltechnische Zeitschrift, 7:682–687, 2007.
- [60] RYU, J., E. J. ROSSETTER und J. CHRISTIAN GERDES: Vehicle Sideslip and Roll Parameter Estimation Using GPS. In: Proceedings of the 2002 AVEC Conference, 2002.
- [61] SACKMANN, M. und A. TRÄCHTLER: Nichtlineare Fahrdynamikregelung mit einer aktiven Vorderachslenkung zur Verbesserung des Seitenwindverhaltens. Automatisierungstechnik, 51(12):535–546, 2003.
- [62] SCHUSTER, M., M. GRUPP, T. RICHTER und M. PISCHINGER: Die Aktivlenkung des neuen BMW 3er - Einfach besser fahren. ATZ/MTZ. Sonderausgabe - Der neue BMW 3er, 5:132–138, 2005.
- [63] SHIBAHATA, Y., N. IRIE, H. ITOH und K. NAKAMURA: The development of an experimental four-wheel-steering vehicle. In: SAE World Congress, SAE Paper 860623, 1986.
- [64] SIEBER, U.: Ljapunow-Synthese nicht-linearer Systeme durch Gütemaßangleichung. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 250. VDI Verlag, Düsseldorf, 1991.
- [65] SIENEL, W.: Estimation Of The Cornering Stiffness And Its Application To Active Steering. In: Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control, San Diego, USA, 1997.
- [66] SMAKMAN, H.: Functional integration of slip control with active suspension for improved lateral vehicle dynamics. Herbert Utz Verlag, München, 2000.

- [67] SVENSON, ALRIK L. und ALEKSANDER HAC: Influence of chassis control systems on vehicle handling and rollover stability. Technischer Bericht, NHTSA, 2005.
- [68] TINGVALL, C., M. KRAFFT, A. KULLGREN und A. LIE: The effectiveness of ESP (Electronic Stability Programme) in reducing real life accidents. In: Proceedings of the 18th International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles, Nagoya, Japan, 2003.
- [69] TRÄCHTLER, A.: Integrated Vehicle Dynamics Control Using Active Brake, Steering, and Suspension Systems. International Journal of Vehicle Design, 1:1–12, 2004.
- [70] TRÄCHTLER, A.: Integrierte Fahrdynamikregelung mit ESP, aktiver Lenkung und aktivem Fahrwerk. at - Automatisierungstechnik, 53:11–19, 2005.
- [71] TSENG, H. E., B. ASHRAFI, D. MADAU, T. A. BROWN und D. RECKER: The Development of Vehicle Stability Control at Ford. In: IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 4:223-234, 1999.
- [72] VERHAGEN, A., S. FUTTERER, J. RUPPRECHT und A. TRÄCHTLER: Vehicle Dynamics Management - Benefits of Integrated Control of Active Brake, Active Steering and Active Suspension Systems. In: Fisita, Barcelona, 2004.
- [73] WAGNER, M.: Gleichzeitige Nutzung von längs-, quer- und vertikaldynamisch wirkenden Regelsystemen für Personenkraftwagen. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 12, Nr. 629. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2006.
- [74] WALLENTOWITZ, H.: Hydraulische Hinterachslenkungen: erkennbare Entwicklungstrends. In: Allradlenksysteme bei Personenkraftwagen, Referate der Fachtagung vom 28./29. November 1989 im Haus der Technik, Essen. Vieweg Verlag, Braunschweig, 1991.
- [75] WALLENTOWITZ, H., E. DONGES und J. WIMBERGER: Die aktive Hinterachskinematik (AHK) des BMW 850 Ci, 850 CSi. ATZ Automobiltechnische Zeitschrift, 94:618–628, 1992.
- [76] WELCH, G. und G. BISHOP: An Introduction to the Kalman Filter, Technical Report: TR95-041 (updated 2004). Technischer Bericht, University of North Carolina at Chapel Hill, 2004.
- [77] WENDEL, J.: Integrierte Navigationssysteme. Oldenbourg, München, 2007.

- [78] WEY, T.: Methoden und Kriterien zur objektiven Beurteilung der Sicherheit von Fahrstabilitätssystemen. In: TÜV-Tagung Aktive Sicherheit durch Fahrerassistenz, 11./12. März, 2004.
- [79] WIEGNER, P.: Über den Einfluss von Blockierverhinderern auf das Fahrverhalten von Personenkraftwagen bei Panikbremsungen. Dissertation, Universität Braunschweig, 1974.
- [80] WILLUMEIT, H.: Modelle und Modellierungsverfahren in der Fahrzeugdynamik. Teubner Verlag, Stuttgart, 1998.
- [81] ZANTEN, A. VAN: Bosch ESP Systems: 5 Years of Experience. In: SAE World Congress, SAE Paper 2000-01-1633, 2000.
- [82] ZANTEN, A. VAN, R. ERHARDT und G. PFAFF: FDR Die Fahrdynamikregelung von Bosch. ATZ Automobiltechnische Zeitschrift, 96:674– 689, 1994.
- [83] ZANTEN, A. VAN, R. ERHARDT, G. PFAFF, F. KOST, U. HARTMANN und T. EHRET: Control Aspects of the Bosch-VDC. In: International Symposium on Advanced Vehicle Control, 1996.
- [84] ZOMOTOR, A.: Fahrwerktechnik: Fahrverhalten. Vogel Buchverlag, Würzburg, 1987.
- [85] ZUURBIER, J. und P. BREMMER: State estimation for integrated vehicle dynamics control. In: International Symposium on Advanced Vehicle Control, Hiroshima, Japan, September 2002.

Eigene Veröffentlichungen

- [86] HIEMER, M., A. VON VIETINGHOFF, U. KIENCKE und T. MATSUN-AGA: Determination of the vehicle body side slip angle with non-linear observer strategies. In: SAE World Congress, Detroit, USA, SAE Paper 2005-01-0400, 2005.
- [87] VIETINGHOFF, A. VON, A. FEIST und M. HIEMER: Extended Kalman-Bucy Filter Design for Improved Lateral Vehicle Dynamics Description. Reports on Industrial Information Technology, Shaker Verlag, Aachen, 8:37–46, 2005.
- [88] VIETINGHOFF, A. VON, A. FEIST und M. HIEMER: Model-Based Lateral Vehicle Dynamics Control. Reports on Industrial Information Technology, Shaker Verlag, Aachen, 8:47–56, 2005.
- [89] VIETINGHOFF, A. VON und N. HE: Nonlinear Model Predictive Control of the Lateral Vehicle Dynamics. Reports on Industrial Information Technology, Shaker Verlag, Aachen, 10:17–28, 2007.
- [90] VIETINGHOFF, A. VON, M. HIEMER und U. KIENCKE: Nonlinear observer design for lateral vehicle dynamics. In: IFAC World Congress 2005, Prag, Tschechische Republik, 2005.
- [91] VIETINGHOFF, A. VON und U. KIENCKE: Gain Scheduling Control for Combined Four Wheel Steering and Individual Wheel Braking. In: Fifth IFAC Symposium on Advances in Automotive Control, Monterey Coast, USA, 2007.
- [92] VIETINGHOFF, A. VON, H. LU und U. KIENCKE: Detection of Critical Driving Situations using Phase Plane Method for Vehicle Lateral Dynamics Control by Rear Wheel Steering. Angenommen zu: IFAC World Congress 2008, Seoul, Korea, 2008.
- [93] VIETINGHOFF, A. VON, S. OLBRICH und U. KIENCKE: Extended Kalman Filter for Vehicle Dynamics Determination Based on a Nonlinear Model Combining Longitudinal and Lateral Dynamics. In: SAE World Congress, Detroit, USA, SAE Paper 2007-01-0834, 2007.
- [94] VIETINGHOFF, A. VON und L. WEBERSINKE: Comparison of Different Estimation Methods for the Vehicle Sideslip Angle. Reports on Industrial Information Technology, Shaker Verlag, Aachen, 9:31–41, 2006.
- [95] VIETINGHOFF, A. VON, L. WEBERSINKE und U. KIENCKE: Nonlinear Lateral Vehicle Dynamics Control via Adaptation of a Quality Function.
 In: SAE Transactions Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems, SAE Paper 2006-01-1018, 2006.
- [96] WEBERSINKE, L. und A. VON VIETINGHOFF: Stabilization of the Lateral Vehicle Dynamics via combination of an extended Kalman-Bucy-Filter and a nonlinear Controller. Reports on Industrial Information Technology, Shaker Verlag, Aachen, 9:65–71, 2006.

Betreute Studien- und Diplomarbeiten

[97] HE, N.: Nichtlineare prädiktive Regelung der Kfz-Querdynamik unter Anwendung der dynamischen Programmierung. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2007.

- [98] HUBER, T.: Stabilization of Lateral Vehicle Dynamics using Adaptive Nonlinear PI State Controllers. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2007.
- [99] ILLIG, J.: Entwurf von Zustandsreglern zur Stabilisierung der Kraftfahrzeug-Querdynamik unter Berücksichtigung von Störgrößen. Studienarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2007.
- [100] JAQUEMIN, F.: Modellbasierte Ermittlung der Kraftfahrzeug-Querdynamik mittels Extended Kalman Filter. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2007.
- [101] LU, H.: Kombination von radselektiven Bremseingriffen und aktiver Lenkung der Vorder- und Hinterachse. Studienarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2006.
- [102] LU, H.: Erkennung und Klassifizierung kritischer Fahrzustände. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2007.
- [103] OLBRICH, S.: Integration der Kraftfahrzeug-Längsdynamik in ein nichtlineares Fahrzeugmodell und Ermittlung der Querdynamik mittels Extended Kalman Filter. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2006.
- [104] WEBERSINKE, L.: Nichtlineare Regelung der Kraftfahrzeug-Querdynamik auf Basis des Schwimmwinkels. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2005.
- [105] WÖRN, I.: Regelung der Kraftfahrzeug-Querdynamik mittels Gain-Scheduling. Studienarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2006.
- [106] ZHANG, X.: Ermittlung des Reibwertes zwischen Fahrbahn und Fahrzeug-Reifen. Diplomarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2007.

ISBN: 978-3-86644-223-8

www.uvka.de