

Forschungsberichte



Stefan Hauser

**Konzepte zur Validierung geometrischer
Charakteristika von Mikroverzahnungen und
-getrieben**

Concepts for the validation of geometrical features of
micro gearings and gear boxes

Band 27

Herausgeber: o. Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. A. Albers

Copyright: Institut für Produktentwicklung
Universität Karlsruhe

Alle Rechte vorbehalten

Druck und Bindung: E & B printware, D-76131 Karlsruhe
Tel.: (0721) 9 62 26 900

ISSN 1615-8113

Konzepte zur Validierung geometrischer Charakteristika von Mikroverzahnungen und -getrieben

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften
von der Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe

genehmigte
Dissertation
von

Dipl.-Ing. Stefan Hauser
aus Heidelberg

Tag der mündlichen Prüfung: 17.12.2007

Hauptreferent o. Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Albert Albers

Koreferent o. Prof. Dr.-Ing. Bernd-Robert Höhn

Vorwort des Herausgebers

Wissen ist einer der entscheidenden Faktoren in den Volkswirtschaften unserer Zeit. Der Unternehmenserfolg wird in der Zukunft mehr denn je davon abhängen, wie schnell ein Unternehmen neues Wissen aufnehmen, zugänglich machen und verwerten kann. Die Aufgabe eines Universitätsinstitutes ist es, hier einen wesentlichen Beitrag zu leisten. In den Forschungsarbeiten wird ständig Wissen generiert. Dieses kann aber nur wirksam und für die Gemeinschaft nutzbar werden, wenn es in geeigneter Form kommuniziert wird. Diese Schriftenreihe dient als eine Plattform zum Transfer und macht damit das Wissenspotenzial aus aktuellen Forschungsarbeiten am IPEK Institut für Produktentwicklung Karlsruhe (ehemals: Institut für Maschinenkonstruktionslehre und Kraftfahrzeugbau) verfügbar.

Die Forschungsfelder des Institutes sind die methodische Entwicklung und das Entwicklungsmanagement, die rechnergestützte Optimierung von hochbelasteten Strukturen und Systemen, die Antriebstechnik mit einem Schwerpunkt auf den Gebieten Antriebsstrang-Engineering und Tribologie von Lager- und Funktionsreibsystemen, die Mikrosystemtechnik mit dem Focus auf die zugehörigen Entwicklungsprozesse sowie die Mechatronik. Die Forschungsberichte werden aus allen diesen Gebieten Beiträge zur wissenschaftlichen Fortentwicklung des Wissens und der zugehörigen Anwendung — sowohl den auf diesen Gebieten tätigen Forschern als auch ganz besonders der anwendenden Industrie — zur Verfügung stellen. Ziel ist es, qualifizierte Beiträge zum Produktentwicklungsprozess zu leisten.

Albert Albers

Vorwort zu Band 27

Die Technologien im Maschinenbau haben sich in den vergangenen drei Dekaden enorm weiterentwickelt. Ein Megatrend ist die Miniaturisierung. Dieser Trend besagt, dass durch zunehmende Verkleinerung von maschinenbaulichen Systemen neue Anwendungsfelder und Lösungen erschlossen werden. Diese zunehmende Verkleinerung ist zunächst in einer Steigerung der Leistungsdichte im Bereich der klassischen Maschinensysteme zu beobachten gewesen. In den letzten 15 Jahren ist durch Übertragung von Technologien aus der Halbleitertechnik und der Erzeugung elektronischer Schaltungen in den Maschinenbau ein neuer Sprung in der Miniaturisierung eingeleitet worden. Nun werden mikromechanische Systeme in Abmessungsskalen von einigen 10 Mikrometern erzeugt und erfolgreich eingesetzt. Die Anwendungsgebiete dieser Mikrosysteme sind zunächst einmal die Bereiche Sensorik und Messtechnik. Hier ergeben sich durch die Verkleinerung völlig neue mechatronische Lösungen. Ein einfaches, doch wichtiges Beispiel ist die Sensorik des Airbags im Kraftfahrzeugbau. Zunehmend werden aber auch Arbeitsmaschinen auf der Mikroskala entwickelt. So können mit Mikrodosierpumpen kleinste Stoffmengen gezielt dosiert werden. Ein Beispiel hierzu sind Druckköpfe im Bereich der Drucktechnologie. Diese Mikroarbeitsmaschinen benötigen auch Mikrokräftmaschinen, also Antriebe. Die Entwicklung der Elektromotoren, die hier die vorwiegende Klasse der Kraftmaschinen sind, hat in den letzten Jahren erhebliche Fortschritte gemacht. Die Verkleinerung der Dimensionen ist gelungen. Diese ist aber prinzipbedingt verbunden mit einer stark steigenden Drehzahl. Um für konkrete Arbeitsprozesse eine entsprechende Drehmoment-Drehzahl-Charakteristik zur Verfügung zu haben, gibt es einen stark steigenden Bedarf an Drehmoment-Drehzahl-Wandlern, im klassischen Sinne also Getriebe. Im Bereich der Mikrogetriebe sind in den letzten Jahren erhebliche neue Lösungen entstanden. Zumeist werden dabei die Verzahnungen durch abbildende Technologien der Mikrotechnik hergestellt. Der zunehmende Bedarf an Leistungssteigerung führt zur Weiterentwicklung der verwendeten Materialien. An dieser Stelle setzt der Sonderforschungsbereich „SFB 499 — Entwicklung, Produktion und Qualitätssicherung urgeformter Mikrobauteile aus metallischen und keramischen Werkstoffen“ an der Universität Karlsruhe (TH) an. Er

hat sich zum Ziel gesetzt, mikromechanische Systeme auf der Basis keramischer und metallischer Werkstoffe durch werkzeuggebundene Mikrotechniken darzustellen. Erste Untersuchungen versprechen hier eine erhebliche Leistungssteigerung. Die Entwicklung und Konstruktion solcher Mikrosysteme ist zwingend verbunden mit einem neuen Entwicklungsprozess. Dies wird insbesondere durch den starken fertigungstechnischen Einfluss auf die Entwicklungsprozesse der Systeme begründet. Wesentliches Element im Rahmen dieses Entwicklungsprozesses ist die Validierung, d. h. der Abgleich der Charakteristika sowohl in Geometrie als auch im Verhalten mit den Vorgaben des Zielsystems durch entsprechende Vorgehensweisen und Methoden. Bei Getrieben kommt der geometrischen Charakteristik sowohl der Einzelverzahnung als auch des Zahnradpaars dabei eine besondere Bedeutung zu. Die bisher vorliegenden Methoden und Messprozesse reichen für diesen neuen Bereich der Miniatur-Zahnräder nicht aus. Für diesen Bereich neue Ansätze zur Validierung zu finden und diese konzeptionell zu erproben, sind die Herausforderungen, denen sich Herr Dr.-Ing. Stefan Hauser in seiner Arbeit gestellt hat. Auf der Basis eines entwicklungsorientierten grundlegenden Vorgehensmodells, dem Contact & Channel-Modell, entwickelt er eine konzeptionelle Vorgehensweise für die Messung von Mikroverzahnungen. Die Idee beruht dabei auf einer Messung im Zahnradpaar, bei der Formabweichungen durch eine geschickte Messdatenauswertung ermittelt werden können. Herr Hauser erarbeitet ein Vorgehensmodell für die Messungen auf der Basis des C&CM-Modells und validiert dieses mit geeigneten Prüfaufbauten. Die Arbeit leistet einen wichtigen Beitrag zur entwicklungsmethodisch basierten Konzeption von Funktions- und Qualitätssicherungaktivitäten in Produktentstehungsprozessen von mechanischen Mikrosystemen.

Albert Albers

Kurzfassung

Diese Arbeit befasst sich mit Methoden zur Qualitätssicherung von Verzahnungen mit einem Modul im Bereich zwischen $1\ \mu\text{m}$ und $1\ \text{mm}$. Kernstück dabei ist die Erfassung funktionsrelevanter geometrischer Charakteristika. Aufgrund der kleinen Abmessungen sind viele herkömmliche Messverfahren für diesen Anwendungsfall nicht geeignet, da es an geeigneten Lehrträgern fehlt und direkte Messungen nur unter Laborbedingungen möglich sind.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Ansätze dazu entwickelt. Beide basieren auf einem Mikrotriebeprüfstand, der eine Aufspannung von Zahnrädern an kleinen Wellen mit einem Durchmesser $d_W = 0,25 \dots 6\ \text{mm}$ ermöglicht. Diese werden dabei analog zu einer Stirnradstufe betrieben, wobei es möglich ist, sie in beliebiger Winkellage ohne minimalen Achsabstand zueinander auszurichten.

Der erste Ansatz benutzt die am Prüfstand aufgezeichneten Drehwinkel beider gepaarter Zahnräder analog zu einer Einflanken-Wälzprüfung. Allerdings ist bei dieser das Messergebnis immer von beiden geprüften Rädern abhängig, eine Zuordnung zu den Einzelrädern ist nicht direkt möglich. Um dieses zu Erreichen wurde auf Basis des Contact & Channel Models ein Modell zur Entstehung dieser kombinierten Abweichung entwickelt und daraus ein Verfahren abgeleitet, aus mehreren Umdrehungen der Prüfling in unterschiedlicher Kombination der Zahnflanken auf die Abweichungen der Einzelräder getrennt schließen zu können. Der zweite Ansatz nutzt einen am Prüfstand angebrachten optischen Abstandssensor, der in der Lage ist, direkt die Geometrie eines Zahnrads zu erfassen. Diese kann mit der Originalkontur verglichen werden und daraus Kenngrößen abgeleitet werden.

Eine Einordnung dieser Methoden in den allgemeinen und den mikrospezifischen Produktentstehungsprozess ergänzt diese und erlaubt die qualitätsgesicherte Entwicklung und Optimierung von Mikrotrieben.

Abstract

This thesis deals with methods for the quality assurance of toothed gear wheels within a size range between a module of $1\ \mu\text{m}$ and $1\ \text{mm}$, mainly by acquisition of geometric features which are relevant to the function of the system. Due to the small dimensions most of the traditional gear measuring methods are not suitable, because there is a lack of master gear wheels and direct measurements are only reliable within lab environments.

In this work two possibilities were investigated. Both use a micro gear test rig, which is able to bear gear wheels on small shafts with a diameter in the range of $d_W = 0.25 \dots 6\ \text{mm}$. They are operated similar to a spur gear pair. A special mimic allows an arbitrary angular alignment and a center distance down to $0\ \text{mm}$.

The first approach is based on the rotation angles of both gear wheels which can be measured on the test rig. It is partly similar to the tangential composite inspection. But in the latter case the result depends always on both gear wheels and their combination. It is not possible to map directly the measured deviation to only one wheel. Therefore a model was developed how this combined deviation evolves based on the Contact & Channel Model. Via this a method is described to separate the influence of both single gear wheels by evaluation of multiple turns with different mating tooth flanks. The second approach uses a distance sensor mounted to the test rig which is able to directly measure the shape of all teeth. They can be compared with a theoretical design and thus a quality measure can be derived.

An integration of these methods into the general and micro specific product development process enhances those. It permits a quality controlled development and optimization of micro gears.

Verwendete Formelzeichen

Achsabstand	a
Zweiflankenwälzabstand	a''
Zahnbreite	b
Teilkreisdurchmesser	d
Grundkreisdurchmesser	d_b
Wälzkreisdurchmesser	d_w
Einzelabweichung	f
Funktion von ...	$f(\dots)$
Außermittigkeit	f_e
Profillinien-Formabweichung	$f_{f\alpha}$
Flankenlinien-Formabweichung	$f_{f\beta}$
Profillinien-Winkelabweichung	$f_{H\alpha}$
Flankenlinien-Winkelabweichung	$f_{H\beta}$
Einflanken-Wälzabweichung	f'_i
Zweiflanken-Wälzabweichung	f''_i
Kurzwellige Anteile der Einflankenwälzabweichung	f'_k
Langwelliger Anteil der Einflankenwälzabweichung	f'_l
Profillinien-Welligkeit	$f_{w\alpha}$
Flankenlinien-Welligkeit	$f_{w\beta}$
Eingriffsstrecke	g
Länge der Austritt-Eingriffsstrecke	g_a
Länge der Eintritt-Eingriffsstrecke	g_f
Länge der Eingriffsstrecke (gesamte)	g_α
Übersetzung	i
Evolventenfunktion	inv
Drehflankenspiel	j_t
Modul	m
Drehzahl	n
Radius allgemein	r
Teilkreisradius	r
Grundkreisradius	r_b
Zähnezahlverhältnis	u
Zähnezahl	z
Wälzpunkt	C
Einflanken-Wälzabweichung	F'_i
Zweiflanken-Wälzabweichung	F''_i

Rundlaufabweichung	F_r
Profil-Gesamtabweichung	F_α
Flankenlinien-Gesamtabweichung	F_β
qualitätsrelevantes Maß	Q
Verzahnungsqualität nach DIN 3961	Q
Überlaufzahl	Ü.Z.
Eingriffswinkel	α
Wälzabweichung als Bogenlänge am Wälzkreis	Δs
Wälzabweichung als Winkel	$\Delta \varphi$
bezogen auf Zahnrad 2	$\Delta \varphi_{21}$
Überdeckung	ϵ
Profilüberdeckung	ϵ_α
Sprungüberdeckung	ϵ_β
Gesamtüberdeckung	ϵ_γ
Drehwinkel	φ
Stufensprung	φ

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand der Forschung und Technik	3
2.1	Contact & Channel Model	3
2.2	Qualitätsanforderungen an Zahnräder	4
2.2.1	Qualitätsnormen	4
2.2.2	Anwendbarkeit bei Mikroverzahnungen	5
2.3	Verfahren zur Qualitätsermittlung bei Zahnrädern	7
2.3.1	Geometrieorientierte Verfahren	7
2.3.2	Funktionsorientierte Verfahren	11
2.4	Prüfverfahren für Mikrozahnräder	15
2.4.1	Geometrieorientierte Verfahren	15
2.4.2	Spezielle Prüfstände für Mikrogetriebe	17
2.5	Zusammenhang zwischen Geometrie und Einflanken-Wälzprüfung	18
2.5.1	Theoretische Untersuchungen	18
2.5.2	Anwendung in der Messtechnik	19
2.6	Zusammenfassung der Mess- und Prüfverfahren	20
2.7	Produktentstehungsprozess bei Mikrogetrieben	22
3	Zielsetzung und Motivation	25
4	Messung mit unbekannter Wirkfläche	29
4.1	Weitere Festlegungen zum Contact & Channel Model	29
4.2	Beschreibung der Einflanken-Wälzprüfung im Contact & Channel Model	31
4.3	Einflanken-Wälzprüfung für Mikrozahnräder	33
4.3.1	Modellbildung der Einflanken-Wälzprüfung	33
4.3.2	Bestimmung der Eigenschaften einzelner Wirkflächen	37
4.4	Übertragung auf die Einflanken-Wälzprüfung	40
4.4.1	Beschreibung der Wirkflächen(paare) am Zahnrad	40
4.4.2	Durchführung der Wälzprüfung im Makrobereich	43
4.4.3	Durchführung der Wälzprüfung im Mikrobereich	43

4.5	Wälzvorgang bei Profilüberdeckung $1 < \epsilon_\alpha < 2$	46
5	Messung mit optischer Wirkfläche	49
5.1	Geometriebestimmung mit optischer Wirkfläche	49
5.1.1	Abtastmethoden	49
5.1.2	Messprinzip konfokale Weißlichtsensoren	50
5.1.3	Berechnung der Zahnradkontur	51
6	Mikrotriebeprüfstand (MGP)	55
6.1	Konzept des Prüfstands	55
6.2	Aufbau des Prüfstands	57
6.2.1	Mechanik	57
6.2.2	Messwerterfassung	60
6.2.3	Steuerung	60
6.3	Bestimmung der Position der Zahnräder zueinander	60
6.3.1	Definition der Koordinatensysteme	61
6.3.2	Mathematische Beschreibung der Koordinatentransformation	61
6.3.3	Transformation am MGP	62
6.3.4	Zusammenhang der Koordinatensysteme bzgl. W_1 und W_2	63
6.3.5	Bestimmung der Koeffizienten der Matrizen	64
6.3.6	Bezugspunkte	66
6.4	Kennwerte	67
6.4.1	Dynamisches Verhalten	67
6.4.2	Betriebsbereich	69
7	Versuche	71
7.1	Versuchstechnische Ermittlung der Eigenschaften des Prüfstands	71
7.1.1	Reibung	71
7.1.2	Schwingungen	74
7.1.3	möglicher Betriebsbereich	75
7.2	Einflanken-Wälzprüfung	76
7.2.1	Versuchsprogramm	76
7.2.2	Durchführung am MGP	77
7.2.3	Auswertung der Messdaten	77
7.2.4	Ergebnisse	78
7.3	Simulation	90
7.4	Optische Vermessung	91
7.4.1	Test unterschiedlicher Sensoren	91
7.4.2	Ergebnisse	92

8	Ergebnisse und Diskussion	95
8.1	Qualität und Funktionsfähigkeit	95
8.2	Modifizierte Einflanken-Wälzprüfung	96
8.3	Prozess	97
8.3.1	Validierung in der Entwicklung	97
8.3.2	Rückwirkung auf die Gestaltung	99
8.4	Prüfstand für Mikroverzahnungen	101
9	Zusammenfassung und Ausblick	103
9.1	Zusammenfassung	103
9.2	Weitere Möglichkeiten am MGP	105
9.2.1	Geometriebestimmung mit bekannter Festkörperwirkfläche . . .	105
9.2.2	Untersuchungen des Betriebsverhaltens	105
A	Anhang	107
A.1	Übersicht der verwendeten Prüflinge	107
A.1.1	Mikrozahnräder aus SFB 499	108
A.2	Extrapolierte Toleranzen nach DIN 3961	109
A.2.1	Berechnungsgleichungen	109
A.2.2	Extrapolierte Größen für geprüfte Verzahnungen	110
A.3	Technische Daten MGP	112
A.4	Ausrichtung der Zahnräder	113
A.4.1	Ausrichtung am MGP	113
A.4.2	Ausrichtung am KMG	114
A.5	Ausrichten des Abstandssensors	115
	Literaturverzeichnis	117

1 Einleitung

In jedem Produktentstehungsprozess ist eine Validierung des gestalteten Systems notwendig. Dies ist auf unterschiedlichsten Ebenen möglich. Angefangen von rein theoretischen Ansätzen mit mathematischen Modellen, über reale Versuche mit Elementen, Komponenten oder vollständigen Systemen bis hin zur Überprüfung des über den Produktentstehungsprozess hin generierten Zielsystems und dessen Erfüllung beim Kunden. In dieser Reihenfolge steigt im Allgemeinen nicht nur die Zuverlässigkeit des Ergebnisses, sondern auch der mit der Validierung verbundene Aufwand und damit deren Kosten. In der mechanischen Mikrotechnik verhält es sich prinzipiell genau so. Allerdings gibt es — wie bei allen neuen Technologien — nur wenige mathematische Modelle und entsprechende Erfahrungswerte, die die besonderen Größeneinflüsse berücksichtigen. Daher ist diese Methode mit großen Unsicherheiten verbunden. Eine zuverlässige Aussage über die Funktionsfähigkeit eines Systems erhält man so nur über reale Versuche mit Komponenten oder Systemen.

Besonders für werkzeuggebundene Mikrotechniken beschreibt Marz¹ die Besonderheiten des Produktentstehungsprozesses. Es wird ein Sichelmodell vorgeschlagen, das die gleichzeitige Entwicklung auf drei Abstraktionsebenen darstellt, auf System, Komponenten und Strukturebene. Aufgrund der beschränkten Fähigkeiten des Produktionsprozesses können diese drei Ebenen nicht nacheinander definiert werden, sondern haben einen großen Einfluss aufeinander. Beispielsweise führt für den Formenbau bei einem Spritzgussprozess der minimal verfügbare Fräserdurchmesser zu einem kleinstmöglichen Kopfradius eines Zahnrads (Strukturdetail), damit zu einem Mindestmodul (Komponentenebene) und schließlich zu einem erforderlichen Durchmesser des Getriebes auf Systemebene. Andererseits können Anforderungen an das System, wie z.B. Laufruhe, den Einsatz eines speziellen Werkzeugs erfordern, das besonders gute Oberflächenqualitäten ermöglicht, aber nur in bestimmten Größen verfügbar ist. Diese Anpassungen wirken sich nicht nur geometrisch aus, sondern natürlich auch auf die Funktion und funktionale Größen, z.B. das übertragbare Drehmoment. Da es keine Normen und Richtlinien für mikromechanische

¹s. Marz (2005), Albers u. a. (2007d), Albers u. a. (2005a), Albers u. a. (2005b)

Systeme gibt und diese genauso wie die Herstellungsverfahren größtenteils noch Gegenstand der Forschung sind, ist deren Entwicklung von vielen Schleifen zwischen Entwurf funktionell wichtiger Elemente, Entwicklung des Herstellprozesses und Validierung des so entstandenen Systems geprägt.

Die Validierung ist im Produktentstehungsprozess nach der Gestaltungsphase und noch vor der Produktionsvorbereitung eingeordnet.² An dieser Stelle dient sie dazu, das entworfene Produkt auf Erfüllung des Zielsystems zu überprüfen. Dabei wird erst einmal davon ausgegangen, dass das später gefertigte Produkt der bis dahin festgelegten Gestalt innerhalb der erlaubten Toleranzen entspricht. Besonders in der Mikrotechnik ist dies aber nicht immer gegeben, was zu starken Wechselwirkungen zwischen den Phasen Gestaltung, Validierung, Fertigungsvorbereitung und Produktion führt, wie sie auch im Sichelmodell beschrieben sind. Da die geometrische Überprüfung sehr aufwendig ist, kann auch eine funktionsorientierte Validierung zur Prüfung der Produktion angebracht sein. Außerdem können dann die Ergebnisse direkt in die Gestaltung zurückübertragen werden.

Die in dieser Arbeit vorgestellten Ansätze zur Prüfung von Mikrozahnrädern beziehen sich nur auf eine geometrische Prüfung. Diese kann zum einen zur Kontrolle des Fertigungsprozesses eingesetzt werden, zum anderen aber auch in der Entwicklung zur Überprüfung bestimmter Eigenschaften eines Mikrogetriebes verwendet werden, die dann aber geometrischer Natur sein oder aus anderen geometrischen Eigenschaften folgen müssen. Beispielsweise die Übertragungsgenauigkeit bei kleinen Lasten oder auch die auftretende Schwingungsanregung gehören zu letzteren. Eine Prüfung auf Belastbarkeit oder bestimmte Werkstoffeigenschaften / -kennwerte soll im Rahmen dieser Arbeit nicht erfolgen. Hierzu gibt es bereits andere Forschungsaktivitäten.³

²Albers u. a. (2004)

³z.B. in Höhn u. a. (2006), Braykoff (2007), Dallner u. a. (2007), Albers u. a. (2007a), Sonderforschungsbereich 499 (2005)

2 Stand der Forschung und Technik

2.1 Contact & Channel Model

Eine Möglichkeit, Funktionen eines technischen Systems zu beschreiben und besonders deren Zusammenhang mit der Gestalt darzustellen, bietet das *Contact & Channel Model*¹. Die Beschreibung greift dabei auf die einfachsten Elemente zurück, aus denen Systeme aufgebaut sein können — *Wirkflächen*, *Wirkflächenpaare* und *Leitstützstrukturen*. Sie sind wie folgt definiert².

*„**Wirkflächen** sind feste Oberflächen von Körpern oder generalisierte Grenzflächen von Flüssigkeiten, Gasen oder Feldern, die dauernd oder zeitweise im Kontakt zu einer weiteren Wirkfläche stehen und am Energie-, Stoff- und Informationsaustausch des technischen Systems beteiligt sind.“*

*„**Wirkflächenpaare** werden aus genau zwei Wirkflächen gebildet, die zeitweise, ganz oder teilweise, in Kontakt stehen und zwischen denen Energie, Stoff und Information übertragen wird.“*

*„Der **Funktionskontakt** ist der Teil des Wirkflächenpaars, in dem aktuell die Wechselwirkung stattfindet.“*

*„**Leitstützstrukturen** sind Volumina von Körpern, Flüssigkeiten, Gasen oder felddurchsetzte Räume, die genau zwei Wirkflächenpaare verbinden und dauernd oder zeitweise eine Leitung von Energie, Stoff oder Information zwischen den Wirkflächen eines Körpers, einer Flüssigkeit, eines Gases oder eines Feldes ermöglichen.“*

Jedes technische System lässt sich aus diesen Elementen aufbauen. Das kleinste denkbare System, das noch eine (Teil-)Funktion erfüllen kann, besteht aus zwei

¹„Elementmodell“ nach Albers und Matthiesen (2002), Matthiesen (2002), Albers u. a. (2003), Albers u. a. (2004)

²Matthiesen (2002) Kap. 3.1

Wirkflächenpaaren und einer sie verbindenden Leitstützstruktur.³

2.2 Qualitätsanforderungen an Zahnräder

2.2.1 Qualitätsnormen

Für den deutschen Raum bestehen drei unterschiedliche Toleranzsysteme für Verzahnungen. Das gängigste ist aus der Normenreihe DIN 3961ff.⁴, die allgemein für Makroverzahnungen mit einem Modul $m \geq 1$ mm gilt. Da diese Norm aber Formeln zur Berechnung der Toleranzwerte enthält, wird sie in der Praxis auch auf kleinere Verzahnungen angewandt. Für diese existiert zusätzlich eine spezielle Feinwerknorm, die größtenteils den Bereich $0,2 \text{ mm} \leq m \leq 1 \text{ mm}$ abdeckt⁵. International gibt es zudem noch eine ISO-Norm mit einem Geltungsbereich $m \geq 0,5$ mm, in Teilen auch $m \geq 0,2$ mm.⁶ Abbildung 2.1 zeigt den Gültigkeitsbereich der einzelnen Vorschriften. Exemplarisch erfolgt die Darstellung hier für die Zweiflanken-Wälzabweichung F_i'' an einem Zahnrad mit $z = 12$ Zähnen und damit einem konstanten Verhältnis von $\frac{d}{m} = 12$. Daher sind in Abbildung 2.2 die Toleranzwerte lediglich in Abhängigkeit des Moduls dargestellt. Die Zweiflanken-Wälzabweichung wurde gewählt, da sie zusammen mit dem Zweiflanken-Wälzsprung f_i'' als einziges in allen drei Normen vorhanden und gleich definiert ist. Es ist ersichtlich, dass ab einem Modul $m = 0,417$ mm die zulässige Zweiflanken-Wälzabweichung F_i'' sowohl nach ISO 1328-2 wie auch nach DIN 58405 definiert ist. Dabei sind die erlaubten Toleranzen in der ISO immer gleich oder größer als in der DIN. Ab einem Modul von $m = 1$ mm ist diese Abweichung auch in der DIN 3963 enthalten. Die dort tabellierten Werte liegen unterhalb der beiden vorgenannten Normen. Bei einer Extrapolation der „Makronormen“ ISO 1328-2 und DIN 3963 in den Mikrobereich bleibt dieses Verhältnis bestehen.

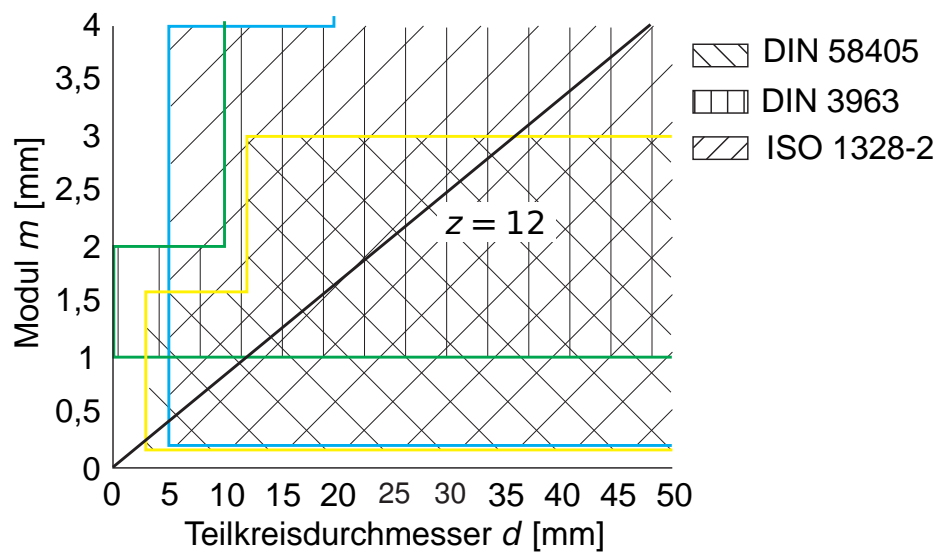


Abbildung 2.1: Gültigkeitsbereich der Normen DIN 58405, DIN 3961 ff. und ISO 1328 am Beispiel der Zweiflanken-Wälzabweichung. Die Gerade zeigt ein geometrisch ähnliches Zahnrad mit $z = 12$ Zähnen.

2.2.2 Anwendbarkeit bei Mikroverzahnungen

Die im vorigen Abschnitt aufgeführten Normen befassen sich mit Zahnrädern im Makro- und Feinwerkbereich. Für die betrachtete Beispielverzahnung mit $z = 12$ Zähnen ergibt sich ein möglicher Anwendungsbereich ab ca. $m = 0,2$ mm. Für die ISO 1328 und DIN 3961ff. sind Berechnungsvorschriften als Formel angegeben. Damit lassen sich theoretisch auch die Toleranzwerte für beliebig kleine Verzahnungen ermitteln, allerdings ist dann nicht unbedingt der Zusammenhang zwischen Qualitätsstufe, Funktion und Fertigungsaufwand gegeben, der den Normen zugrunde liegt. Außerdem haben die Toleranzen einen konstanten Anteil, zu dem dann noch ein modul- und/oder durchmesserabhängiger kommt. Dadurch ergibt sich für kleine Größen ein konstanter Wert, der nicht mehr größenabhängig ist und so für extrem kleine Verzahnungen relativ gesehen immer größere Toleranzen zulässt. Abbildung 2.3 zeigt diesen Zusammenhang. Eine Folge des nach unten begrenzten minimalen Toleranzwerts (in μm) ist, dass die Drehwinkelabweichung in Grad immer größer wird.

³vgl. Matthiesen (2002), S. 54: „Grundhypothese II“

⁴DIN 3961 (1978), DIN 3962 T1 (1978), DIN 3962 T2 (1978), DIN 3962 T3 (1978) und DIN 3963 (1978)

⁵DIN 58405 T1 (1972), DIN 58405 T2 (1972), DIN 58405 T3 (1972) und DIN 58405 T4 (1972)

⁶ISO 1328-1 (1995), ISO 1328-2 (1997)

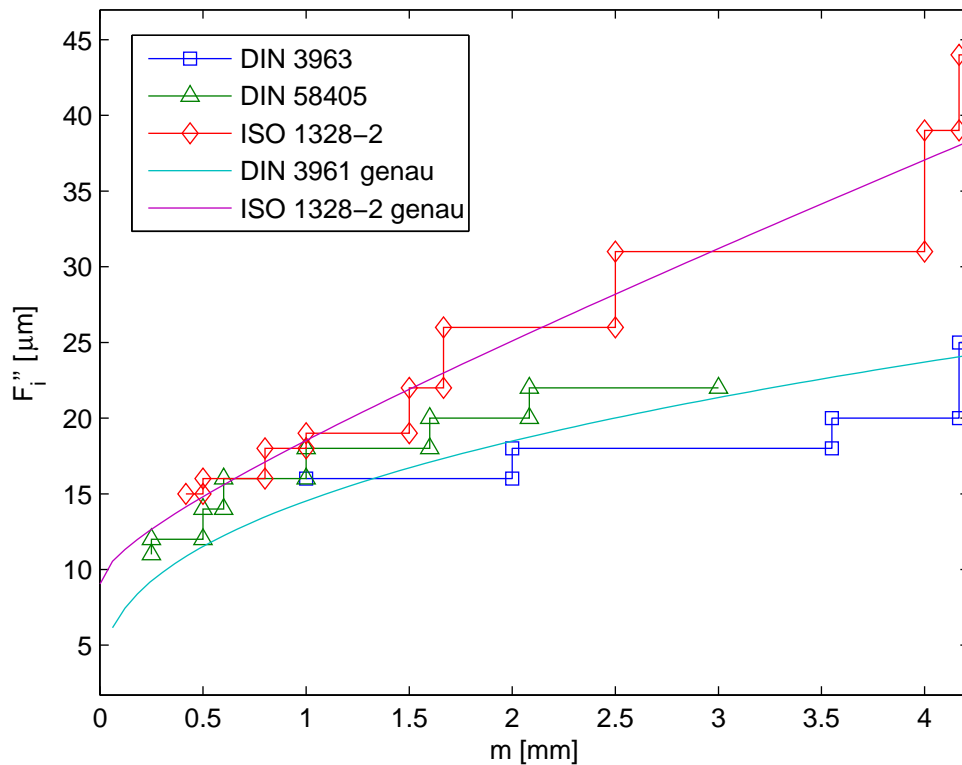


Abbildung 2.2: Vergleich der Toleranzen von DIN 3961 ff., DIN 58405 und ISO 1328-2 am Beispiel der Zweiflanken-Wälzabweichung F''_i für geometrisch ähnliche Zahnräder mit $z = 12$ Zähnen. Dargestellt sind jeweils die tabellierten Werte für die betreffenden Durchmesser- und Modulbereiche und die nach den angegebenen Formeln exakt berechneten Werte (nur DIN 3961 und ISO 1328-2).

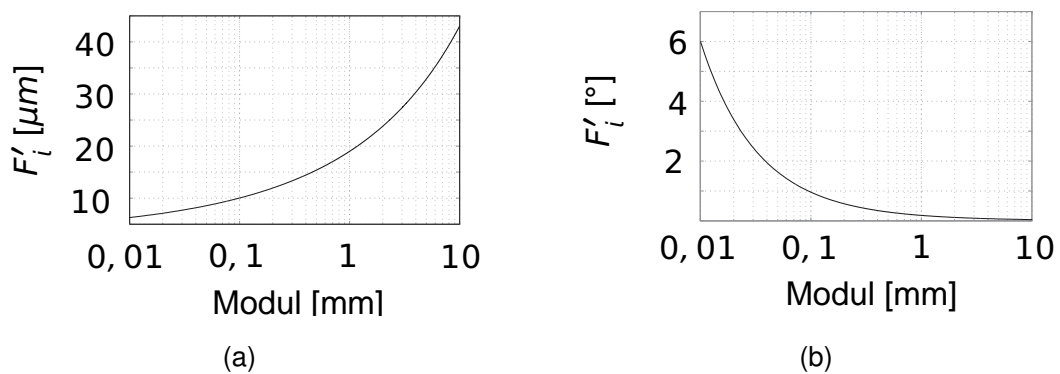


Abbildung 2.3: Einflanken-Wälzabweichung (extrapoliert) nach DIN 3961 für ein Zahnrad mit $z = 12$ Zähnen

2.3 Verfahren zur Qualitätsermittlung bei Zahnrädern

Zur Ermittlung der Qualität von Zahnrädern haben sich mehrere verschiedene Verfahren etabliert. Grob lassen sie sich in zwei Hauptgruppen unterteilen. Die erste fasst Verfahren zusammen, bei denen die Geometrie des Zahnrads im Vordergrund steht und daher durch Messung erfasst werden soll. Danach wird die so gemessene Kontur oder einzelne Punkte dieser mit der theoretischen Sollkontur des Zahnrads verglichen und ausgewertet. Die Verfahren der zweiten Gruppe stellen mehr oder weniger den normalen Betrieb eines Zahnrades nach. Dadurch bedingt sind für diese Verfahren immer mindestens zwei Zahnräder vonnöten. Sie unterscheiden sich hinsichtlich der gemessenen Eigenschaften dieses Prüfgetriebes und der getroffenen Vereinfachungen und Veränderungen gegenüber dem späteren Betriebszustand.

2.3.1 Geometrieorientierte Verfahren

Die Gruppe unterteilt sich nochmal in rasternde und kontinuierlich messende Verfahren. Bei den kontinuierlich messenden Verfahren wird ein Messtaster in Kontakt mit der Zahnflankemittels gebracht und mittels einer geeigneten Mechanik oder durch CNC-geregelte Antriebe entlang der idealen Kontur — meist eine Evolvente — verfahren.⁷ Dabei wird der Abstand kontinuierlich gemessen und die Extremwerte erfasst. Diese Verfahren sind aber wegen des hohen Aufwands und der geringen Flexibilität der Mechaniken nicht mehr weit verbreitet. Außerdem stehen nur die Maximalabweichungen zu einer weiteren Auswertung zur Verfügung.

Heute finden hauptsächlich rasternde Verfahren Anwendung, bei denen einzelne Punkte der Zahnradgeometrie erfasst werden. Die werden dann entweder in bestimmte Formelemente (z.B. Kreis, Zylinder) eingepasst oder direkt mit einer Sollkontur verglichen. Letzteres wird bei den evolventischen Zahnflanken angewendet. Üblicherweise werden dort Punkte entlang zweier Linien erfasst. Die erste, die so genannte Profillinie liegt in einer Ebene senkrecht zur Drehachse des Zahnrads, die zweite auf einem zur Drehachse konzentrischen Zylindermantel. Dabei werden Ebene und Zylinder so gewählt, dass sie durch den Wälzpunkt der Verzahnung gehen. Erfasst werden sollen mindestens 20 Punkte pro Linie mit einem Abstand von $\leq 0,1 \text{ mm}$ bzw. $\leq 0,2 \text{ mm}$.⁸ Daran schließt sich eine mathematische Auswertung

⁷vgl. dazu VDI/VDE 2612 (2000)

⁸vgl. VDI/VDE 2607 (2000) Absch. 3.4

an, mit Hilfe der die folgenden Größen ermittelt werden können:⁹

- Profil-Gesamtabweichung F_α
- Profil-Winkelabweichung $f_{H\alpha}$
- Profil-Formabweichung $f_{f\alpha}$
- Profil-Welligkeit $f_{w\alpha}$
- Flankenlinien-Gesamtabweichung F_β
- Flankenlinien-Winkelabweichung $f_{H\beta}$
- Flankenlinien-Formabweichung $f_{f\beta}$
- Flankenlinien-Welligkeit $f_{w\beta}$

Dies erfolgt heutzutage automatisch mittels entsprechender Softwareprogramme.¹⁰

Zur Erfassung der nötigen Messpunkte sind verschiedene Geräte kommerziell verfügbar. Allen gemeinsam ist, dass das Messobjekt, also das Zahnrad, mit einem „Tastelement“ abgetastet wird und bei jeder Berührung die exakte Position dieses Elements erfasst wird. Aus der bekannten Geometrie des Elements kann dann auf die Lage des Berührungspunkts geschlossen werden. „Tastelement“ ist hierbei aber sehr allgemein zu verstehen. Es kann sich dabei nicht nur um kugelförmige Körper handeln, sondern beispielsweise auch um Licht oder Röntgenstrahlung. Die Positionsbestimmung kann dabei sowohl direkt, d.h. durch einen das ganze Messvolumen erfassenden Sensor, der das Antastelement registrieren kann, oder indirekt, indem die Verschiebung des Antastelements gegenüber dem Prüfling an den einzelnen Achsen gemessen wird, erfolgen.

2.3.1.1 Taktile Verfahren

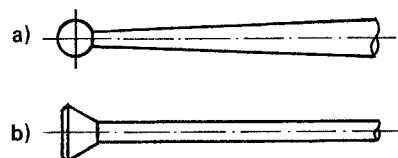


Abbildung 2.4: Kugeln (a) und Kreisschneiden (b) als Antastelemente für die taktile Verzahnungsmessung¹¹

⁹vgl. VDI/VDE 2607 (2000) Absch. 4.1

¹⁰Buschhoff (2005)

¹¹aus VDI/VDE 2607 (2000), Bild 1, S. 5

Taktile Verfahren beruhen auf einem Festkörperkontakt zwischen einem Antastelement und der zu messenden Oberfläche. Die Maschine registriert diesen Kontakt und erfasst zeitgleich die Position des Elements. Für Verzahnungsmessungen werden dafür sowohl Kugeln als auch Kreisschneiden verwendet. Zur Positionierung des Tasters relativ zum Zahnrad gibt es zwei unterschiedliche Systeme. Auf der einen Seite die speziellen Zahnradmessmaschinen. Auf diesen ist das Zahnrad drehbar eingespannt, der Taster kann zusätzlich noch in zwei Richtungen (parallel zur Achse und radial) bewegt werden. Für die Messung von Schrägverzahnungen kommen auch Maschinen mit drei Linearachsen zum Einsatz.¹² Andererseits werden auch Koordinatenmessgeräte verwendet. Ihr Vorteil liegt darin, dass sie universell einsetzbar sind und nicht auf Verzahnungen beschränkt. Bei diesen wird meist der Taster mittels drei Linearachsen in einem kartesischen System bewegt. Selten kommen auch Drehtische zum Einsatz, die wiederum eine Drehung des Zahnrads ermöglichen.

Die Größe eines auf diese Weise messbaren Zahnrads ist nach beiden Seiten begrenzt. Nach oben durch den maximalen Verfahrenweg der Maschine, da alle Zähne erreichbar sein müssen. Eine weitere Restriktion ist das maximale Gewicht, da das Zahnrad selbst auch positioniert werden muss. Eine Beschränkung nach unten besteht durch die Größe des Antastelements. Wird eine Kugel verwendet, muss deren Durchmesser d_K etwas kleiner sein als der Modul des Zahnrads.

$$d_K = 0,9 \cdot m \quad (2.1)$$

Mit kleiner werdender Tastkugel wird auch deren Befestigung schwieriger und damit unzuverlässiger. Außerdem muss diese Kugel eine gewisse Mindestkraft auf die Oberfläche ausüben, so dass die Maschine den Kontakt registrieren kann. Kommerziell verfügbare Tastelemente für Standard-Koordinatenmessgeräte haben bei den meisten Herstellern einen minimalen Durchmesser von etwa 0,3 mm,¹³ bei Spezialherstellern von 0,2 mm und darunter.¹⁴ Nach Gleichung 2.1 sind damit Zahnräder mit einem Modul von $m \geq 0,333$ mm bzw. $m \geq 0,222$ mm messbar. Speziell für die Vermessung von Mikrobauanteilen ausgelegte Koordinatenmessgeräte werden in Abschnitt 2.4 behandelt.

¹²Goch (2005), S. 265

¹³Renishaw (2007)

¹⁴Nüssler (2006)

2.3.1.2 Optische Verfahren

Der Hauptvorteil der optischen Verfahren gegenüber den taktilen liegt in der Geschwindigkeit, mit der die Messpunkte erfasst werden können. Hier sind bis zu 10.000 Punkte in einer Sekunde möglich.¹⁵ Dabei wird ein Bild des zu vermessenden Bauteils aufgenommen und Punkte entlang erkennbarer Merkmale (z.B. Kanten) registriert. Es sind so Genauigkeiten im Bereich weniger Mikrometer erreichbar.¹⁶ Voraussetzung ist natürlich, dass das Merkmal von der Kamera gesehen werden kann, es also nicht durch etwas anderes verdeckt wird (z.B. ein Hinterschnitt). Prinzipiell ist die Messung im Auflicht oder Durchlicht möglich, d.h. dass die Beleuchtung aus Richtung der Kamera erfolgt und diese das reflektierte Licht aufnimmt, bzw. von der gegenüberliegenden Seite des Messobjekts und so der Schattenwurf erfasst wird. Daher wird im ersten Fall die Geometrie der Oberseite (der Kamera zugewandten Seite) erfasst, im zweiten die Maximalkontur senkrecht zur Beleuchtungsachse.¹⁷

Es werden bei diesen Geräten unterschiedliche Sensoren eingesetzt:

- Bildverarbeitungssensor mit Video-Autofokus
- Color-Fokus-Sensor
- Mikro-Streifenprojektor
- Weisslichtinterferometer
- Konfokales Mikroskop

Andere optische Verfahren arbeiten nicht mit einer Bilderkennung, sondern mit einer direkten Abstandsmessung einzelner Punkte oder eines Bildausschnitts zum Sensor. Dieser wird relativ zum Bauteil bewegt und so der interessierende Bereich abgerastert. Hier finden unterschiedliche Prinzipien Anwendung.¹⁸

- Foucault-Sensor
- Spectrales Kohärenz-Interferometer (SCI)
- Chromatischer Weisslichtsensor

¹⁵Goch (2002b), S. 171

¹⁶Mitutoyo (a)

¹⁷Neuschaefer-Rube (2005)

¹⁸Neuschaefer-Rube (2005)

2.3.1.3 Optisch-Taktile Verfahren

Der optisch-taktile Sensor wurde entwickelt, um die Vorteile der optischen Verfahren und der taktilen Verfahren zu kombinieren. Es wird wie bei letzteren eine Tastkugel verwendet, durch die eine 3D-Struktur begrenzt erfasst werden kann, da auch einzelne Punkte z.B. in Bohrungen angetastet werden können. Die Positionserfassung der Kugel erfolgt dann aber optisch und nicht (wie bei den taktilen Verfahren) über die Erfassung der mechanischen Auslenkung der Kugel. Durch die optische Ermittlung der Position der Kugel über die Bildverarbeitung können sehr kleine Kugeln verwendet werden, die praktisch kraftfrei antasten.¹⁹

2.3.1.4 Röntgenbasierte Verfahren

Ähnlich wie bei den optischen Verfahren kann die Bauteilgeometrie nicht nur mit Licht sondern auch mit Röntgenstrahlung erfasst werden. Der Unterschied liegt darin, dass die Strahlung nun nicht mehr vollständig reflektiert oder absorbiert wird, sondern auch einen Festkörper teilweise durchdringen kann. Beim Röntgen werden dazu elektromagnetische Wellen mit Energien bis zu ca. 400 keV eingesetzt. Diese werden beim Durchstrahlen abhängig von der Dichte abgeschwächt und von einem Detektor registriert. Einfache Bauteile bzw. einzelne Stellen davon wie zum Beispiel Schweißnähte können auf diese Weise direkt beurteilt werden. Für komplexere Bauteile werden bei der Computer-Tomographie (CT) mehrere solche Bilder unter verschiedenen Winkeln aufgenommen. Daraus kann dann ein dreidimensionales Abbild des Körpers inklusive seiner inneren Struktur rekonstruiert werden.²⁰

2.3.2 Funktionsorientierte Verfahren

Bei den funktionsorientierten Verfahren wird direkt die Funktionsfähigkeit eines Zahnrads beurteilt, indem es mit einem Gegenrad als Zahnradstufe betrieben wird und funktionsrelevante Messgrößen aufgezeichnet werden. Es haben sich zwei Verfahren etabliert, die Einflanken- und die Zweiflanken-Wälzprüfung.²¹

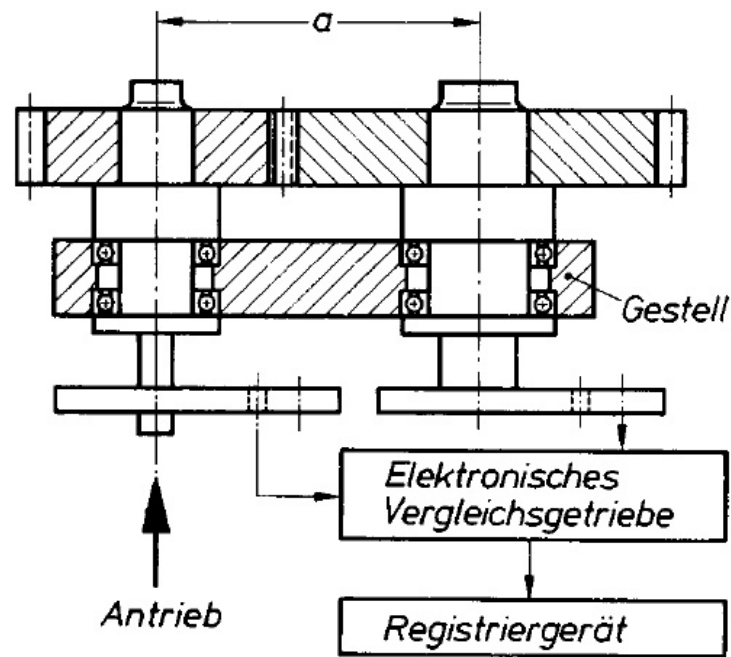


Abbildung 2.5: Prinzip der Einflanken-Wälzprüfung: Beide Zahnräder wälzen mit einem vorgegebenen Achsabstand a ab. Gemessen wird der Drehwinkelunterschied zwischen der berechneten idealen Position des zweiten Zahnrads und der gemessenen tatsächlichen.²²

2.3.2.1 Einflanken-Wälzprüfung

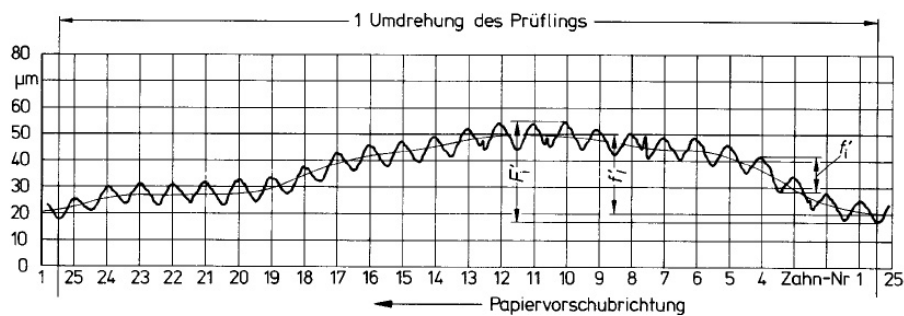


Abbildung 2.6: Beispielhaftes Ergebnis der Einflanken-Wälzprüfung. Eingezeichnet sind die Einflanken-Wälzabweichung F'_i , der langwellige Anteil der Einflanken-Wälzabweichung f'_i und der Einflanken-Wälzsprung f'_i .²³

Bei der Einflanken-Wälzprüfung werden zwei Zahnräder mit dem nominellen Achsabstand montiert. Das Antriebsrad wird mit niedriger Drehzahl gedreht, das Abtriebs-

¹⁹Rauh (2006), Tutsch (2005)

²⁰Rauh (2006)

²¹DIN 3960 (1987)

²²aus DIN 3960 (1987), S. 48, Bild 44

²³aus DIN 3960 (1987), S. 48, Bild 45

rad leicht gebremst, so dass immer ein Flankenkontakt sichergestellt ist. Erfasst wird die Drehwinkelabweichung des zweiten Zahnrads gegenüber dem berechneten Drehwinkel, der sich aus dem Drehwinkel des ersten Zahnrads und dem Übersetzungsverhältnis ergibt.

$$\Delta\varphi_{21} = \varphi_2 - i \cdot \varphi_1 \quad (2.2)$$

Die nach Gleichung 2.2 gemessene Abweichung ist von beiden Zahnrädern abhängig. Um den Einfluss nur eines Zahnrads, des Prüflings, zu erhalten, wird als Gegenrad ein sog. Lehrrad verwendet, ein Zahnrad, das 3 Qualitätsstufen besser ist als der Prüfling und daher gegenüber ihm nur vernachlässigbare Abweichungen hat.

Ist die Prüfung mit einem Lehrrad nicht möglich, können zwei Prüflinge genutzt werden und die Wälzabweichung für diesen Radsatz ermittelt werden. Die zulässige Abweichung lässt sich dann mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz aus den zulässigen Einzelabweichungen berechnen.

$$F'_i = \sqrt{F'_{i1}{}^2 + F'_{i2}{}^2} \quad 24 \quad (2.3)$$

Eine fehlerhafte Aufspannung der Zahnräder wirkt sich direkt auf das Messergebnis aus und erzeugen Übertragungsfehler, die nicht in der Verzahnung begründet sind. Taumelfehler sind dabei kaum zu erfassen und damit auch nicht korrigierbar. Eine exzentrische Aufspannung bei Zylinderrädern ist hingegen ermittelbar (Gl. 2.4).

$$\begin{aligned} f'_{IR} &= \frac{e}{\cos \alpha_0} \cdot \sin(\varphi + \alpha_0) && \text{für rechte Flanke} \\ f'_{IL} &= \frac{e}{\cos \alpha_0} \cdot \sin(\varphi - \alpha_0) && \text{für linke Flanke} \end{aligned} \quad 25 \quad (2.4)$$

Wird die Prüfung für Links- und Rechtsflanken durchgeführt, resultiert daraus eine um $2\alpha_0$ verschobene Grundschiwingung mit $\lambda = 2\pi$ in beiden Ergebnissen. Dies kann als Hinweis auf eine fehlerhafte Einspannung der Zahnräder genutzt werden.

Für die Auswertung wird das Ergebnis nach Gleichung 2.2 in ein Diagramm als Bogenlänge auf einem Referenzdurchmesser — meistens der Teilkreisdurchmesser des Prüfrads — über den Umdrehungen oder den Zahneingriffen des Prüfrads aufgetragen (s. Abbildung 2.6). Die über das gesamte Diagramm maximal auftretende Differenz ist die Einflanken-Wälzabweichung F'_i . Deren langwelliger Anteil f'_i wird

²⁴VDI/VDE 2608 (2001), Kap. 4.1, S. 7

²⁵VDI/VDE 2608 (2001), Kap. 4.4.1, S. 9

durch Tiefpassfilterung mit einer Grenzwellenlänge von drei Zahnteilungen berechnet.²⁶

$$\begin{aligned} \frac{d_2}{2} \Delta\varphi_{21} &= \frac{d_2}{2} \varphi_2 - \frac{d_2}{2} \cdot i \cdot \varphi_1 \\ &= \frac{d_2 \cdot \varphi_2 - d_1 \cdot \varphi_1}{2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$F'_i = \max \left(\frac{d_2}{2} \Delta\varphi_{21} \right) - \min \left(\frac{d_2}{2} \Delta\varphi_{21} \right) \quad (2.6)$$

2.3.2.2 Zweiflanken-Wälzprüfung

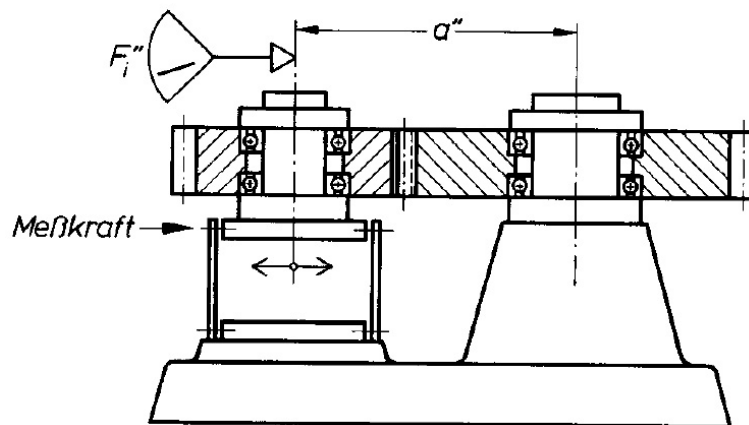


Abbildung 2.7: Prinzip der Zweiflanken-Wälzprüfung: Beide Zahnräder wälzen mit variablem Achsabstand a'' ab. Dieser stellt sich unter einer Anpresskraft in Abhängigkeit der Zahndicke und Lückeweite ein.²⁷

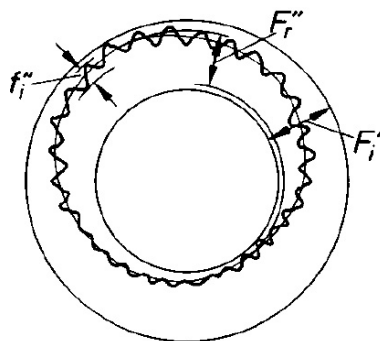


Abbildung 2.8: Beispielhaftes Ergebnis der Zweiflanken-Wälzprüfung. Eingezeichnet sind die Zweiflanken-Wälzabweichung F_i'' , die Wälzrundlaufabweichung F_r'' und der Zweiflanken-Wälzsprung f_i'' .²⁸

²⁶VDI/VDE 2608 (2001)

²⁷aus DIN 3960 (1987), S. 49, Bild 46

²⁸aus DIN 3960 (1987), S. 49, Bild 47

Bei der Zweiflanken-Wälzprüfung ist eines der beiden Zahnräder entlang der Mittellinie verschiebbar und wird durch eine Anpresskraft ständig in Zweiflanken-Kontakt mit dem Gegenrad gehalten. Durch Schwankungen der Zahndicke und Lückenweite wird sich der tatsächliche Wälz-Achsabstand a'' kontinuierlich verändern. Die Messung erfolgt analog zur Einflanken-Wälzprüfung optimaler Weise gegen ein Lehrad. Bei Nutzung zweier Werkräder kann die zulässige Toleranz für das Paar ebenfalls nach der Fehlerfortpflanzung berechnet werden (Gl. 2.3). Wird eine Umdrehung des Prüfrads gegen ein Lehrad gemessen, kann das Ergebnis in einem Kreisdiagramm (Abbildung 2.8) dargestellt werden. Dabei ist die Zweiflanken-Wälzabweichung F_i'' wieder der maximale Unterschied des Wälz-Achsabstands und der Zweiflanken-Wälzsprung f_i'' der größte Unterschied innerhalb einer Zahnteilung. Die Wälz-Rundlaufabweichung F_r'' erhält man durch Tiefpassfilterung des Signals a'' . Die Amplitude der sinusförmigen Grundschiwingung mit $\lambda = 2\pi$ ist die Exzentrizität f_e . Sie ist der Abstand zwischen der Drehachse des Zahnrads und der theoretischen Achse der Verzahnung.²⁹

2.4 Prüfverfahren für Mikrozahnräder

Im folgenden soll ein kurzer Überblick über bereits verfügbare Methoden und Messmaschinen gegeben werden, die geeignet sind Mikrozahnräder zu vermessen.

2.4.1 Geometrieorientierte Verfahren

Bei den geometrieorientierten Verfahren der Koordinatenmesstechnik bietet sich für den Mikrobereich vor allem die optischen Verfahren an, da hier mit Licht als Antastelement kaum Größenbeschränkungen bestehen. Allerdings können so nur sehr begrenzt dreidimensionale Körper vermessen werden. Bei Mikrozahnradern ist daher nur eine Messung der Profil- und Teilungsparameter an geradverzahnten Rädern möglich. Ergänzend sind mittlerweile auch optisch-taktile und taktile Geräte im Einsatz.³⁰

Optisch-taktile Mikromessmaschinen Seit kurzem sind auch optisch-taktile 3D-Taster verfügbar, die eine echte dreidimensionale Vermessung von Bauteilen ermög-

²⁹DIN 3960 (1987), ISO 1328-2 (1997), VDI/VDE 2608 (2001)

³⁰s. Härtig u. a. (2002)

³¹aus Härtig u. a. (2002), S. 252, Bild 4

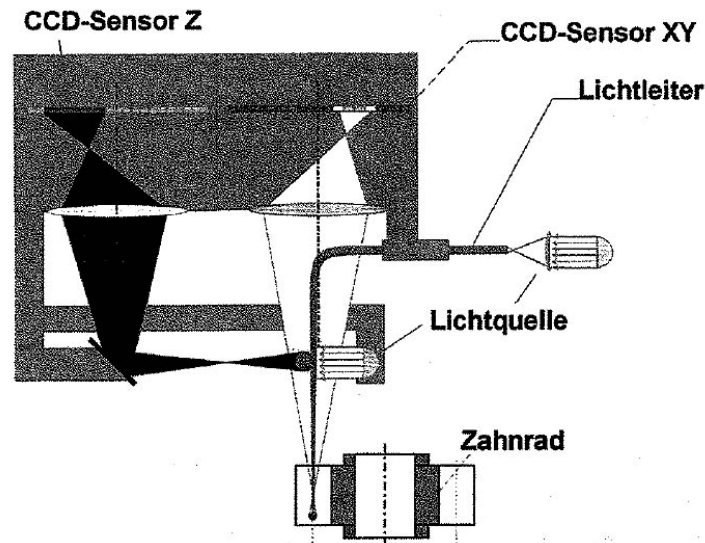


Abbildung 2.9: Prinzip des 3D-Fasertasters³¹

lichen. Dabei werden Glasfasern mit einer angeschmolzenen Kugel als Tastelement eingesetzt. So sind Kugeldurchmesser von bis zu $25\ \mu\text{m}$ möglich³². Gemäß Gleichung 2.1 sind damit theoretisch Zahnräder mit $m \geq 28\ \mu\text{m}$ messbar. Das Prinzip dieses Sensors zeigt Abbildung 2.9. Die Kugel wird durch den Lichtleiter (Schaft) beleuchtet und dieser Punkt über eine Optik auf eine CCD-Kamera abgebildet. Damit lässt sich die XY-Position bestimmen. Die Z-Höhe wird über eine weitere Lichtquelle und eine zusätzliche Kugel am Schaft auf einen zweiten CCD-Sensor abgebildet.³³

Taktile Mikromessmaschine Weiterhin sind auch Messmaschinen mit einem rein taktilen Taster verfügbar. Bei ihnen erfolgt die Positionsmessung über die Achsen der Maschine. Für die Ermittlung eines Antastvorgangs gibt es unterschiedliche Prinzipien³⁴. Sobald die Tastspitze das Werkstück berührt, wird sie ausgelenkt. Dies kann von kapazitiven, piezoresistiven Sensoren³⁵ oder auch induktiven Sensoren registriert werden. Ein anderes Prinzip ist es, die Tastspitze in Resonanzschwingung zu versetzen.³⁶ Bei Annäherung an die Werkstückoberfläche verändert sich diese Schwingung und der Antastvorgang kann erfasst werden. Durch diese speziell für Mikrovermessungen ausgelegten Verfahren sind auch bei kleinen Bauteilen

³²Härtig u. a. (2002)

³³Tutsch (2005), Rauh (2006)

³⁴Neuschaefer-Rube (2005)

³⁵de Campos Porath und Seitz (2005)

³⁶Mitutoyo (b)

höchste Genauigkeiten³⁷ möglich.³⁸

2.4.2 Spezielle Prüfstände für Mikrogetriebe

An der TU München wurde die Gültigkeit der DIN 3990³⁹ bzw. deren Extrapolation auf Zahnräder mit einem Modul $m \leq 1$ mm untersucht. Dazu wurde in Anlehnung an die FZG-Zahnrad-Verspannungs-Prüfmaschine⁴⁰ ein Kleingetriebesprüfstand aufgebaut. Sowohl theoretische wie auch experimentelle Untersuchungen lassen gegenüber der Norm eine erhöhte Tragfähigkeit erwarten. Eine Bestimmung der Geometrie oder Verzahnungsqualität ist an diesem Prüfstand nicht vorgesehen.⁴¹

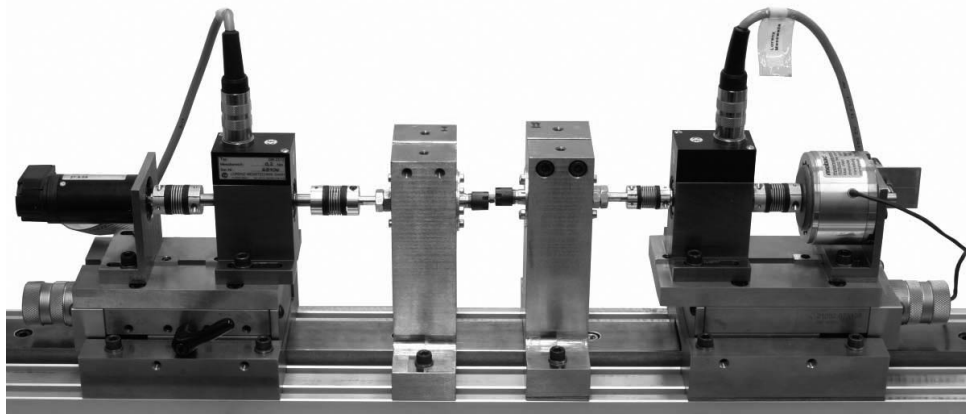


Abbildung 2.10: Prüfstandsordnung zum Test einzelner Zahnräder an der Universität Erlangen-Nürnberg⁴²

Am Lehrstuhl für Kunststofftechnik der Universität Erlangen-Nürnberg wird die Tribologie von Mikrokunststoffgetrieben und besonders fertigungstechnische Einflüsse darauf untersucht. Dazu wurde ein Prüfstand konstruiert, der in der Lage ist Mikrogetriebe aufzunehmen (s. Abbildung 2.10). Dabei kann das Getriebe gegen eine Bremse belastet und die an An- und Abtriebsseite anliegenden Drehmomente erfasst werden. Die Geometrie als Qualitätsgröße wird ebenfalls nicht erfasst.⁴³

³⁷ $MPE_p = 0,3 \mu m$, Zeiss (2007)

³⁸de Campos Porath und Seitz (2006), Thalmann u. a. (2006), Büttgenbach u. a. (2006)

³⁹DIN 3990 T1 (1987): Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern

⁴⁰DIN 51354 (1990)

⁴¹Höhn u. a. (2006), Braykoff (2007)

⁴²aus Dallner u. a. (2007) (Bild 3.1, S. 4)

⁴³Dallner u. a. (2007)

2.5 Zusammenhang zwischen Geometrie und Einflanken-Wälzprüfung

2.5.1 Theoretische Untersuchungen

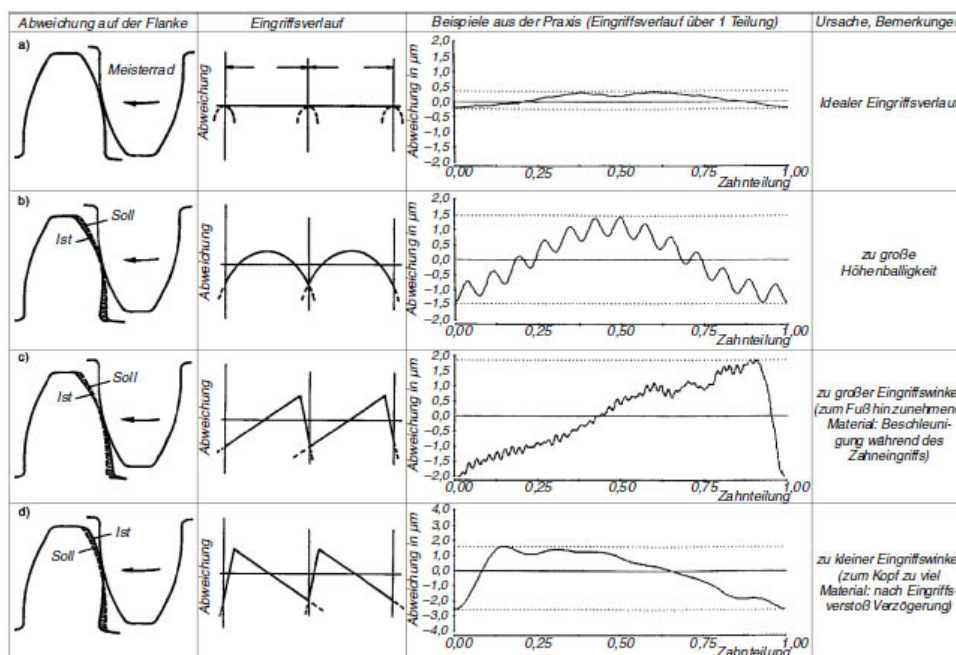


Abbildung 2.11: Gegenüberstellung typischer Profilabweichungen und der daraus resultierenden Wälzabweichungen⁴⁴

In der VDI-Richtlinie 2608⁴⁶ sind typische Profilabweichungen und die daraus resultierenden Eingriffsverläufe bzw. Einflanken-Wälzschriebe zusammengestellt (Abbildung 2.11). Sie basieren auf theoretischen Untersuchungen und Simulationen. Für letzteres hat Naescher in Rahmen seiner Dissertation ein Verfahren entwickelt.⁴⁷ Dabei wird für jede Zahnflanke die Wälzabweichung getrennt berechnet. Die Zahnflanke des Prüflings liegt in diskreten Punkten vor. Für eine Wälzprüfung gegen ein Lehrad kann die Flanke des Gegenrads nach der Evolventengleichung berechnet werden. Ansonsten wird sie ebenfalls durch einzelne Punkte beschrieben. Ein Zahnrad wird dann in kleinen, definierten Winkelschritten weitergedreht und für jeden Schritt die Gegenflanke angelegt. Dazu werden um deren Drehpunkt konzentrische Kreise durch alle Punkte der Flanke geschlagen und mit der (gemessenen

⁴⁴aus VDI/VDE 2608 (2001), Bild 8, S. 17

⁴⁵aus Naescher (1977), Bild 2.11, S. 17

⁴⁶VDI/VDE 2608 (2001)

⁴⁷Naescher (1977)

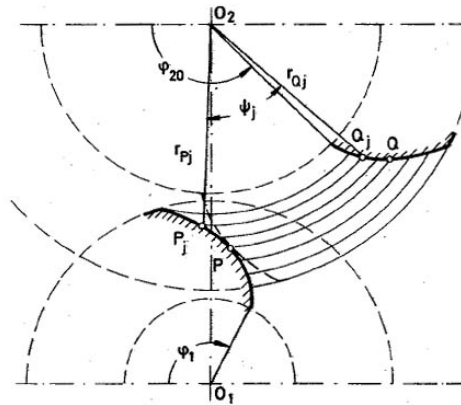


Abbildung 2.12: Simulation der Wälzabweichung nach Naescher. Von jedem Punkt der Zahnflanke von Rad 2 werden konzentrische Kreise um O_2 gelegt und mit der Flanke von Rad 1 geschnitten. Der Kreisbogen mit dem kleinsten Winkel gehört zum momentanen Berührungspunkt.⁴⁵

oder berechneten) Flanke des ersten Rads geschnitten. Der Kreisbogen, der dabei den kleinsten Winkel einschließt, schneidet die Flanken in den momentanen Berührungspunkten, vgl. Abbildung 2.12.

2.5.2 Anwendung in der Messtechnik

Das in einer Einflanken-Wälzprüfung ermittelte Abweichungsdiagramm ist eine direkte Folge der geometrischen Abweichungen der Wirkflächen der Zahnflanken. Daher ist es umgekehrt auch möglich, aus der Einflanken-Wälzprüfung auf die Geometrie der Zahnräder schließen zu können. Voraussetzung dafür ist jedoch, dass jeder Punkt des Wälzprüfdiagramms einem eindeutigen abweichungsbehafteten Punkt einer Zahnflanke zuordnen lässt, d.h. dass es zum einen immer nur einen einzigen Zahnflankenkontakt zu jedem Zeitpunkt geben darf und zum anderen in diesem Kontakt nur eine der beiden Wirkflächen abweichungsbehaftet sein darf.

Bei dem sogenannten „Wälzscannen“ wird dies durch die Verwendung spezieller *Wälzmeister* erreicht. Diese sind in ihrer Form hinreichend bekannt und so konstruiert, dass sie mit dem Gegenrad — dem Prüfling — ein Getriebe mit einer Überdeckung $\epsilon < 1$ bilden. Dadurch sind die einzelnen Zahnflankenkontakte durch kurze Transportstrecken von einander getrennt und lassen sich eindeutig zuordnen. Aus den gemessenen Drehwinkeln beider Räder lässt sich dann die Profilform des Prüflings in einem 2D-Schnitt berechnen. Um eine entsprechende Auflösung in Flankenrichtung zu erhalten, ist der Wälzmeister entweder als Scheibenrad mit einer gegenüber dem Prüfling sehr geringen Breite ausgeführt oder als „Igelrad“, das kei-

ne flächigen Zahnflanken mehr hat, sondern nur aus kleinen Erhebungen gebildete einzelne Messspuren.⁴⁸

2.6 Zusammenfassung der Mess- und Prüfverfahren

Zusammenfassend lassen sich die vorhandenen Verfahren zur Qualitätsermittlung für Mikrozahnräder in zwei Gruppen aufteilen. Einmal die „normalen“ Verfahren für Makrozahnräder, die sich mehr oder weniger auch für kleinere Zahnräder anwenden lassen, und Verfahren zur Messung für Mikrostrukturen, die sich auch für Zahnräder eignen. Spezielle Prüfverfahren für die Qualität von Mikrozahnrädern sind nicht bekannt. Die extra für Mikrogetriebe aufgebauten Prüfstände befassen sich mit der Charakterisierung von Werkstoffeigenschaften und der Untersuchung der Belastbarkeit oder Lebensdauer von Getrieben. Die fertigungstechnische Qualität wird in allen Fällen in separaten Messungen beurteilt.

Außerdem befassen sich alle Methoden entweder direkt mit einer Geometrieerfassung und dem Vergleich mit genormten Abweichungen, oder es werden, wie beispielsweise bei der Einflanken-Wälzprüfung, eigentlich funktionsorientierte Größen erfasst, diese dann aber wieder mit genormten Werten abgeglichen und so eine an der Geometrie orientierte Verzahnungsqualität bestimmt. Tabelle 2.1 zeigt eine Zusammenstellung einiger typischer Verzahnungsmessverfahren mit den ungefähren Messzeiten und bestimmbareren Größen. Da sie von einem Hersteller bestimmter Messgeräte übernommen ist, sind die absoluten Zahlen sicherlich nicht allgemein gültig, bestimmt aber die erkennbaren deutlichen Unterschiede. Die Messungen auf Verzahnungsmessmaschinen oder allgemeineren Koordinatenmessgeräten ermöglichen eine vollständige Erfassung der Geometrie und damit eine komplette Bewertung des Prüflings. Dafür sind die Messzeiten auch verhältnismäßig lang und die nötigen Investitionskosten entsprechend hoch. Wälzprüfverfahren sind dagegen sehr schnell und auch die Maschinen günstiger. Allerdings sind hier nur spezielle Größen bestimmbar, die über die Normen auch mit Geometrieabweichungen in Verbindung gebracht werden können, aber direkt keine Aussagen für z.B. eine Korrektur in dem Fertigungsprozess ermöglichen.

Eine Rückrechnung von Wälzergebnissen auf Geometrien wiederum weisen deutlich größere Unsicherheiten auf als die direkte Vermessung mittels eines Koordinatenmessgeräts.

⁴⁸Frenco (2006), Beulker (2002)

⁴⁹nach Frenco (2006)

Methode	Wälzmeister	Details	Prüfergebnis	Prüfzeit
Zweiflankenwälzprüfung	Lehrzahnrad	1 Umdrehung	Summenfehler F''_i , Rundlauf	5 s
Einflankenwälzprüfung	Lehrzahnrad, $\epsilon > 1$	Umdrehung links, Umdrehung rechts	Summenfehler F'_i für linke und rechte Flanken, Rundlauf	12 s
Treibwälzscannen	Scheibenwälzmeister	2 Achsen Umdrehung links u. rechts, 10 Ebenen	alles, Flankenlinie in 10 Ebenenschnitten	4 min
Treibwälzscannen	Igelwälzmeister	2 Achsen, Umdrehung links u. rechts, ca. 10 Ebenen	alles, Flankenlinie über ca. 10 Ebenenschnitte	4 min
Treibwälzscannen	Igelwälzmeister	3 Achsen, Umdrehung simultan, ca. 10 Ebenen	alles, Flankenlinie über ca. 10 Ebenenschnitte	2 min
Verzahnungsmessmaschine	Kugeltaster	Profil u. Flanke von 4 Zähnen, Teilung und Rundlauf, 1 Ebene	alles an 4 Zähnen und in bestimmten Schnitten	20 min
Verzahnungsmessmaschine	Kugeltaster	alle Zähne topologisch messen	alles	ca. 4 h

Tabelle 2.1: Messergebnisse und Messzeiten bei der Verzahnungsmessung⁴⁹

2.7 Produktentstehungsprozess bei Mikrogetrieben

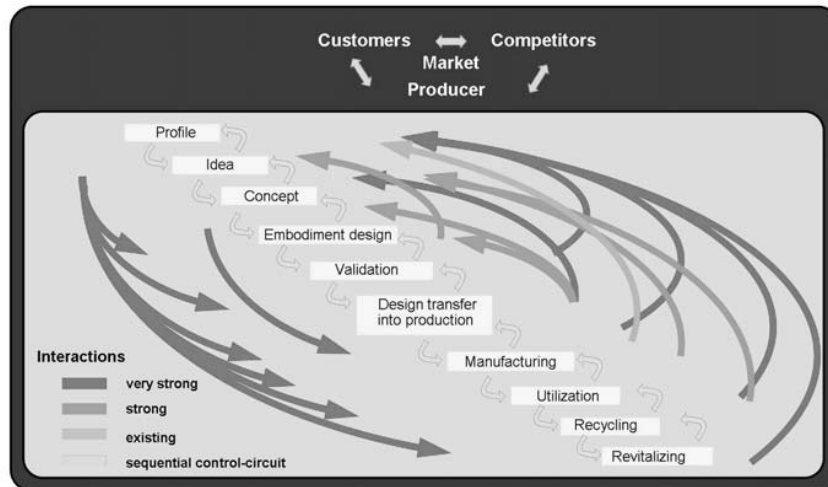


Abbildung 2.13: Produktentstehungsprozess⁵⁰

Der allgemeine Produktentstehungsprozess nach Albers ist in Abbildung 2.13 dargestellt. Er geht von einer inhaltlich ideal sequentiellen Abfolge der einzelnen Phasen aus. Da diese aber auch durch unterschiedlich starke Wechselwirkungen nicht nur an den Phasengrenzen verbunden sind, ist eine zeitlich streng sequentielle Abarbeitung der Phasen getrennt nacheinander nicht möglich, da beispielsweise die Ergebnisse der Produktvalidierung Auswirkung auf die Gestaltung haben werden. Gleichzeitig ist diese zeitliche Trennung auch nicht gewünscht. Um die Entwicklungszeit zu verkürzen, werden die einzelnen Phasen stellenweise parallelisiert.

Für die werkzeuggebundene Herstellung mikromechnischer Systeme ist eine Spezialisierung des allgemeinen Produktentstehungsprozesses entwickelt worden.⁵² Darin wird ein *Sichelmodell* vorgeschlagen, das eine gleichzeitige Entwicklung auf drei Abstraktionsniveaus — System, Komponente und Struktur — in ebenfalls drei Schritten — Konzeption, Grobentwurf und Feinentwurf — beschreibt, vgl. Abbildung 2.14. Dies wird dadurch motiviert, dass die Entwicklung solcher Systeme starken Einschränkungen hinsichtlich der Fertigungsmöglichkeiten unterliegen. Daher muss bereits bei der Konzeption des Systems (z.B. Getriebe) die Gestaltung der Struktur (z.B. Zahnflanke, Kopfkantenrundung) berücksichtigt werden, da diese sonst eventuell nicht herstellbar ist oder mit einer herstellbaren Form der Struktur das Gesamtsystem seine Funktion nicht mehr erfüllen kann.

⁵⁰aus Albers u. a. (2004)

⁵¹aus Marz (2005), Abb. 4.10, S. 94

⁵²vgl. Marz (2005), Albers u. a. (2007d)

⁵³aus Marz (2005), Abb. 4.12, S. 99

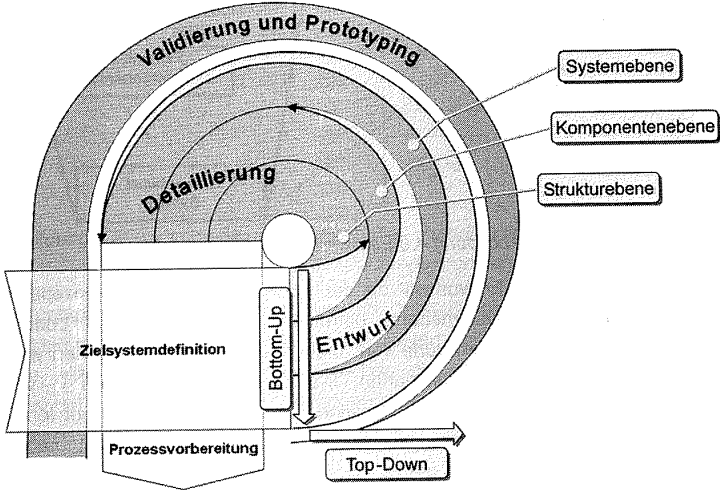


Abbildung 2.14: Sichelmodell nach Marz⁵¹

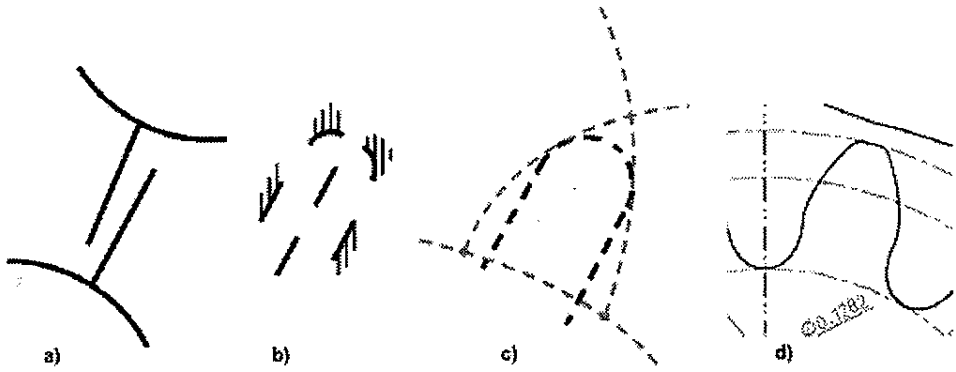


Abbildung 2.15: Festlegung von Strukturmerkmalen an einem Mikrogetriebe⁵³

Das in dieser Arbeit untersuchte Beispielsystem „Mikrogetriebe“ wird durch Mikropulverspritzguß in gefräßten Formeinsätzen hergestellt. Die dabei auftretenden fertigungstechnischen Restriktionen sind in sogenannten Konstruktionsregeln abgelegt.⁵⁴ Sie führen unter anderem dazu, dass Außenkanten nicht scharf gestaltet werden können, sondern immer eine Mindestverrundung in der Größe des Fräserradius aufweisen. Für ein Zahnrad bedeutet dies, dass ausgehend von dem Konzept, eine Kraft über ein formschlüssiges tangenciales Wirkflächenpaar zu übertragen, die Gestalt sowohl von der Funktion wie von der Fertigung beeinflusst wird. Für die Funktion sollen die Wirkflächen als möglichst lange Evolventen geformt sein, für die Fertigung sind Rundungen am Zahnkopf und -fuß nötig, s. Abbildung 2.15.

⁵⁴vgl. Deigendesch (2004)

3 Zielsetzung und Motivation

Von den in Kapitel 2 vorgestellten Verfahren und Geräten zur Validierung von Mikrosystemen lassen sich drei Defizite ableiten.

- Zum einen sind die vorhandenen Systeme und Verfahren zur Prüfung von Mikrogetrieben in ihren Möglichkeiten noch weit hinter denen für Makrogetriebe zurück. Koordinatenmessgeräte, die speziell für Mikroanwendungen konstruiert wurden, können zwar relativ kleine Strukturdetails erfassen, die relative Messunsicherheit liegt aber immer noch deutlich höher, genauso wie die Inverstitionskosten.
- Die Toleranznormen, die zulässige geometrische Abweichungen festlegen, bei denen die Funktionserfüllung noch nicht beeinträchtigt wird, sind für Mikrogetriebe nicht definiert. Eine Extrapolation der Berechnungsvorschriften führt zu utopisch kleinen Toleranzen, die — zumindest nach derzeitigem Stand der Technik — nicht mit vertretbarem Aufwand herstellbar sind. Weiterhin steht dann immer noch der Nachweis der Funktionserfüllung aus.
- Entwicklungsprozesse, die speziell für den Mikrobereich erstellt wurden, berücksichtigen die hauptsächlich durch die Fertigungsverfahren verursachten Einschränkungen bei der Gestaltung. Sie berücksichtigen aber nicht die Validierung mit ihren begrenzten Möglichkeiten und helfen daher nicht bei der Problemstellung, trotz dieser Einschränkungen und der obigen beiden Punkte, ein funktionsfähiges System zu gestalten und in der Fertigung sicherzustellen.

Wie bereits im vorigen Kapitel ausgeführt ist das Messen eines Zahnrads selbst auch eine Funktion. Daher lässt sich dieser Vorgang auch mittels des Contact & Channel Model beschreiben. Das Modell dieser Messung lässt sich in zwei Teilsysteme zerlegen, dem *Messsystem* und dem *Messobjekt*, wobei als Ergebnis vor allem natürlich die Eigenschaften des letzteren interessieren. Die Verbindung wird durch geeignete Wirkflächenpaare dargestellt. Besteht bei mechanischen Systemen das Messobjekt nur aus einem einzigen Bauteil oder einer starren Baugruppe, sind die inneren Leitstützstrukturen und Wirkflächenpaare für die Messung irrelevant. Es

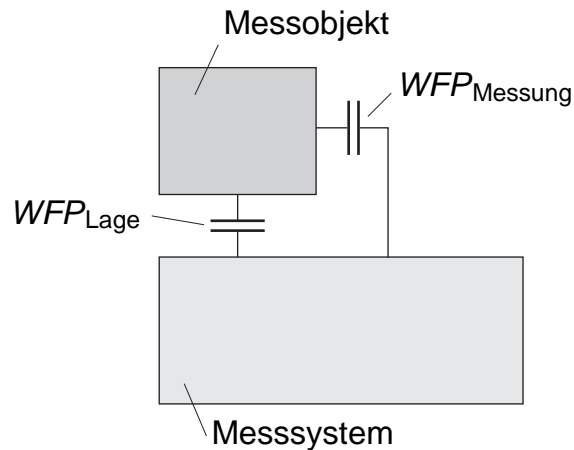


Abbildung 3.1: Modell einer Messung aus Messsystem und Messobjekt

werden im weiteren daher nur die Wirkflächenpaare zwischen dem Messobjekt und dem Messsystem betrachtet. Davon gibt es mindestens zwei, eines legt die Lage zwischen beiden Systemen fest, das zweite ermöglicht die eigentliche Messung. Bei Zahnradmessungen wird der Prüfling normalerweise in seiner Drehachse eingespannt (1. *WFP*), danach werden die Zahnflanken abgetastet (2. *WFP*). Bei diesem zweiten Wirkflächenpaar liegen in der Konstruktion von Messgeräten die meisten Schwierigkeiten. Zum einen müssen die es bildenden Wirkflächen klein genug sein, zum anderen ist der Bauraum für die verbindende Leitstützstruktur auf der Seite des Messsystems auch beschränkt, da sie nicht mit dem Messobjekt kollidieren darf.

Da bei Messungen nur die Eigenschaften (z.B. Form) der Wirkfläche des Messobjekts bestimmt werden sollen, werden meist auf der Seite des Messsystems Wirkflächen mit bekannter Form eingesetzt. Diese können sehr unterschiedlich sein, bei den vorgestellten Koordinatenmesssystemen beispielsweise kugelförmige, bei Wälzprüfgeräten evolventische Flächen, aber immer mit vernachlässigbarer Formabweichung. Auch bei optischen Verfahren bildet das Licht eine Wirkfläche mit der reflektierenden Wirkfläche des Messobjekts. In diesem Fall ist sie zwar nicht ideal, passt sich aber in der Form immer an die andere Wirkfläche an und ist daher nach der Messung ebenfalls bekannt. Sie bietet dabei auch den Vorteil, dass sie sehr klein werden kann und die sie mit dem Messsystem verbindende Leitstützstruktur (elektromagnetisches Feld des Lichts) auch keinen größeren Querschnitt aufweisen muss.¹

¹Nach Matthiesen (2002), Kap. 3.9 kann auch ein Feld, das in Wechselwirkung mit einem Körper oder anderen Feld steht, als Leitstützstruktur aufgefasst werden. Diese verbindet dann Wirkflächenpaare an der Ursache des Felds und dem Ort seiner (technischen) Wirkung.

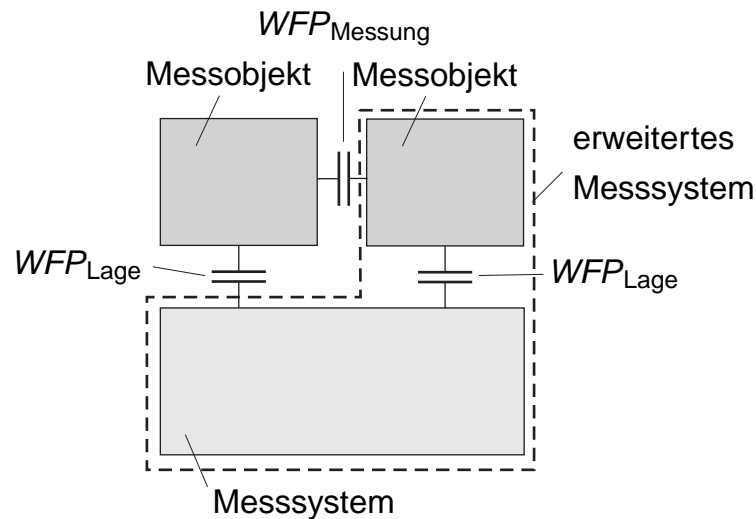


Abbildung 3.2: Modell mit erweitertem Messsystem und zwei Messobjekten

In dieser Arbeit sollen daher zwei Ansätze verfolgt und auch die Anwendbarkeit bei Mikroverzahnungen untersucht werden. Zum einen ein Messsystem, bei dem das messende Wirkflächenpaar aus zwei Festkörperoberflächen besteht. Diese werden von zwei Messobjekten realisiert, wobei je nach Betrachtung eines davon eigentlich einem erweiterten Messsystem zuzuordnen ist (Abbildung 3.2). Durch Vergleiche der Messungen unterschiedlicher Wirkflächenpaare kann das dem Messsystem zugeordnete Messobjekt kalibriert und das andere dadurch bestimmt werden. Beim zweiten Ansatz soll aufgrund der genannten Vorteile eine optische Wirkfläche auf Seiten des Messsystems eingesetzt werden.

Zur Realisierung dieser Ansätze ist weiterhin das geeignete Messsystem zu entwickeln und aufzubauen, damit daran die entwickelten Methoden getestet werden können. Die damit gewonnenen neuen Möglichkeiten bei der Validierung von Mikrogetrieben müssen zudem noch in den bestehenden Produktentwicklungsprozess eingeordnet werden.

4 Messung mit unbekannter Wirkfläche

4.1 Weitere Festlegungen zum Contact & Channel Model

Zur Benennung der Elemente erfolgt zunächst eine Unterteilung des betrachteten Systems in einzelne Baueinheiten. Je nach aktueller Auflösung der Betrachtung kann dies ein einzelnes Bauteil, eine Baugruppe oder ein ganzes Teilsystem sein, das in dieser Betrachtung nicht weiter unterteilt werden soll. Jede Einheit wird mit einem Buchstaben bezeichnet. Mit diesem und einer fortlaufenden Zahl kann jede Wirkfläche einer solchen Einheit gekennzeichnet werden, z.B. WF_{A2} , WF_{C11} . Die Wirkflächenpaare und Leitstützstrukturen werden durch die beiden Wirkflächen bezeichnet, die sie bilden bzw. verbinden, z.B. WFP_{A2-C11} . Da nach obiger Definition eine Leitstützstruktur nur in einer Einheit liegen kann, wird für diese der Buchstabe nur einmal angegeben, z.B. LSS_{A2-4} . Diese Benennung erfolgt nur innerhalb der betrachteten Systemgrenze. Wirkflächen außerhalb dieser werden immer mit „x“ bezeichnet, so ist LSS_{B1-x} eine Leitstützstruktur, die die WF_{B1} innerhalb des Systems mit einer Wirkfläche außerhalb der Systemgrenze verbindet.

Während Leitstützstrukturen – zumindest bei aus Festkörpern bestehenden mechanischen Systemen – permanent als Verbindung existieren, wenn sie auch zeitweise nicht an der Funktion beteiligt sind, sind bei Wirkflächenpaaren bezüglich des zeitlichen Verlaufs drei Typen zu unterscheiden. Dabei soll eine Wirkfläche genau dann als *aktiv* und ein Wirkflächenpaar als *vorhanden* bezeichnet werden, wenn sie bzw. es einen Funktionskontakt beinhaltet. In Zeitabschnitten ohne Funktionskontakt wird es dann *inaktiv* bzw. *aufgehoben* genannt. Zwei aktive Wirkflächen, die in Kontakt miteinander stehen, bilden genau ein Wirkflächenpaar. Mehrere Wirkflächen, die aufgrund ihrer Beschaffenheit mit der selben Gegenwirkfläche zu unterschiedlichen Zeiten ein Wirkflächenpaar bilden können, das die gleiche Funktion erfüllt, werden

zueinander als *ähnlich* bezeichnet. Dazu müssen sie bei den hier betrachteten Systemen eine geeignete Form und Lage besitzen, so dass sie mit der betreffenden Wirkfläche auch tatsächlich in Kontakt kommen können.

Diese zeitlichen Abschnitte können eher kurzfristig sein, also z.B. eine periodische Bewegung während der Nutzung des Systems darstellen, aber auch längerfristig, so dass sie beispielsweise über ganze Phasen des Produktlebenszykluses auftreten. Während der Fertigung und der Montage sind andere Wirkflächenpaare vorhanden als während der Nutzung. Wieder andere Wirkflächenpaare sind eventuell nur für die Validierung von Bedeutung. Da im folgenden die Validierung eines Systems betrachtet werden soll, d.h. die Sicherstellung, dass das System während der Nutzung seine vom Anwender gewünschte Funktion erfüllt, wird hier nur der Zeitabschnitt der Nutzung betrachtet.

- *Statische Wirkflächenpaare* sind während der betrachteten Phase immer vorhanden. Ihre beiden Wirkflächen bewegen sich nicht oder nur minimal, z.B. aufgrund elastischer Verformungen, relativ zueinander. Der Funktionskontakt nimmt das ganze Wirkflächenpaar ein oder es hat keine Auswirkungen auf die Funktion, wenn er in verschiedenen Teilbereiche liegt. Ein Beispiel hierfür ist die Klemmfuge einer Schraubenverbindung.
- *Relativ bewegte Wirkflächenpaare* sind zwar auch immer vorhanden, jedoch bewegen sich beide Wirkflächen relativ zueinander. Das kann sowohl eine oszillierende Bewegung wie auch eine Rotation sein. Daher ändern sich auch die Eigenschaften des Wirkflächenpaares. Der Funktionskontakt nimmt immer zumindest einen Teil beider Wirkflächen ein. Durch die Bewegung der beiden Wirkflächen zueinander werden sie nicht immer deckungsgleich sein, so dass auch die vom Funktionskontakt eingenommene Fläche variieren kann. Bei räumlich geformten Wirkflächenpaaren wird die Lage des Funktionskontakts durch die Lastrichtung beeinflusst. Handelt es sich um eine periodische Bewegung bzw. eine konstante Rotationsgeschwindigkeit, findet diese Eigenschaftsänderung mit eben dieser Frequenz statt. Gleitlager gehören beispielsweise in diese Gruppe.
- *Dynamische Wirkflächenpaare* verhalten sich vergleichbar mit relativ bewegten Wirkflächenpaaren mit dem Unterschied, dass das Wirkflächenpaar nicht immer einen Funktionskontakt hat. D.h. die Wirkflächen trennen sich zeitweilig vollständig, werden inaktiv und können dann mit ähnlichen Wirkflächen neue Wirkflächenpaare bilden, wie es zum Beispiel bei aufeinander abwälzenden Zahnflanken der Fall ist. Eine besondere Untergruppe hierzu sind *pseudo-*

statische Wirkflächenpaare. Diese sind zwar auch dynamische Wirkflächenpaare, die nur zeitweise einen Funktionskontakt haben. Solange sie vorhanden sind, verhalten sie sich aber wie statische Wirkflächenpaare, d.h. es tritt keine Relativbewegung in ihnen auf. Z.B. ein Stuhlbein bildet mit dem Boden ein solches Wirkflächenpaar.

Wirkflächenpaare des untersuchten Modells, die sich nicht eine der drei Kategorien einordnen lassen, können so weit unterteilt werden, dass nur noch eindeutig zuordenbare Wirkflächenpaare vorhanden sind.

4.2 Beschreibung der Einflanken-Wälzprüfung im Contact & Channel Model

Bei einer normgerechten Einflanken-Wälzprüfung (EWP) erfolgt die Prüfung eines Zahnrads (Werkrad) mittels eines Normals (Lehrrad) auf einer speziellen Prüfmaschine.¹ Letztere beide sind hinreichend genau gefertigt, so dass sie keinen bzw. einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Messergebnis haben.

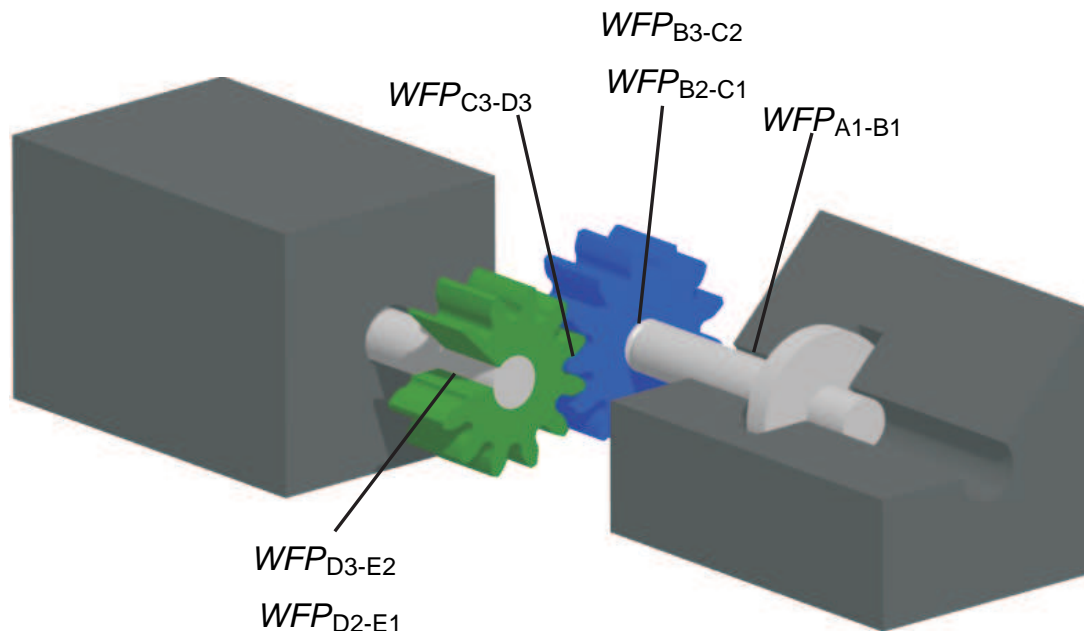


Abbildung 4.1: Wirkflächenpaare bei der Einflanken-Wälzprüfung

Abbildung 4.1 zeigt die relevanten Wirkflächen bei einer Einflanken-Wälzprüfmaschine. Wenn alle außer auf dem Werkrad (WF_{D1} , WF_{D2} , WF_{D3}) als optimal und damit

¹DIN 3960 (1987)

Wirkflächenpaar	Art	Funktion
Leitstützstruktur		
WFP_{A1-B1}	rel.	Lagerung Welle 1
WFP_{B2-C1}	stat.	Zentrierung Zahnrad 1 - Welle 1
WFP_{B3-C2}	stat.	Drehmoment- und Drehwinkelübertragung Welle 1 - Zahnrad 1
WFP_{C3-D3}	dyn.	Drehmoment- und Drehwinkelübertragung Zahnrad 1 - Zahnrad 2
WFP_{D2-E3}	stat.	Drehmoment- und Drehwinkelübertragung Zahnrad 2 - Welle 2
WFP_{D1-E2}	stat.	Zentrierung Zahnrad 2 - Welle 2
WFP_{E1-A2}	rel.	Lagerung Welle 2
LSS_{B1-2}		Übertragung Position und radiale Kräfte
LSS_{C2-3}		Übertragung Drehwinkel und -moment
LSS_{C1-3}		Übertragung Radialkräfte
LSS_{D1-3}		Übertragung Radialkräfte
LSS_{D2-3}		Übertragung Drehwinkel- und moment
LSS_{E1-2}		Übertragung Position und radiale Kräfte
LSS_{B3-x}		Drehmoment- und Drehwinkelübertragung vom Antrieb
LSS_{E3-x}		Drehmoment- und Drehwinkelübertragung zum Abtrieb

Tabelle 4.1: Wirkflächenpaare und Leitstützstrukturen bei der Einflanken-Wälzprüfung

für das Ergebnis vernachlässigbar angenommen werden, müssen nur die Wirkflächen und Leitstützstrukturen des Werkrads betrachtet werden. Weiterhin findet die Prüfung bei niedrigen Drehzahlen und Drehmomenten statt. Daher sind die Eigenschaften der LSS_{D1-3} und LSS_{D2-3} , hauptsächlich Steifigkeit und Massenträgheit, ebenfalls nicht relevant. So bleiben noch die Wirkflächen zur Welle WF_{C1} , WF_{C2} und an den Zahnflanken WF_{C3} übrig. Da das Zahnrad mit der Welle statische Wirkflächenpaare (WFP_{D2-E3} , WFP_{D1-E2}) hat, kann es nur auf den Rundlauf Einfluss nehmen, nicht jedoch auf Abweichungen höherer Ordnung. Diese können nur durch die Wirkflächen der Zahnflanken WF_{D3} verursacht werden. Daher sollen auch diese näher betrachtet werden.

4.3 Einflanken-Wälzprüfung für Mikrozahnräder

Bei der Einflanken-Wälzprüfung für Mikrozahnräder ist eine Prüfung mit einem Lehrad nicht möglich, da diese nicht verfügbar sind. Daher findet die Prüfung mit zwei Werkrädern statt, was dazu führt, dass sowohl die Wirkfläche WF_{D3} wie auch WF_{C3} einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf das Messergebnis haben. Dadurch ist nun nicht mehr direkt zu bestimmen, welche der beiden Wirkflächen für gemessene Qualitätsabweichungen im WFP_{C3-D3} verantwortlich ist.

4.3.1 Modellbildung der Einflanken-Wälzprüfung

Der Einfachheit halber soll zunächst nur ein geradverzahntes Stirnradpaar mit einer Profilüberdeckung $\epsilon_\alpha = 1$ betrachtet werden. Am einzelnen Zahnrad sind neben den Wirkflächen zur Aufnahme der Welle die Wirkflächen an den Zahnflanken von Interesse. Letztere bilden mit den entsprechenden Wirkflächen des Gegenrads dynamische Wirkflächenpaare. Es gibt dabei immer genau einen Funktionskontakt. Dieser wandert von einem Wirkflächenpaar zum nächsten. Er liegt für jedes Zahnrad auf dem Schnittpunkt von Eingriffslinie und Zahnflanke. Zur Beschreibung der Position beider Zahnräder werden die beiden absoluten Drehwinkel $\varphi_1, \varphi_2 \in [0; 2\pi)$ benutzt. In dem beschriebenen Fall kennzeichnen diese Winkel eindeutig die derzeit aktiven Wirkflächen, d.h. die, die den Funktionskontakt momentan haben. Für jede Wirkfläche wird das ein Bereich von $\frac{2\pi}{z}$ sein. Von einer definierten Startposition ausgehend, kann das aktive Wirkflächenpaar als Kombination der beiden Drehwinkel, oder — wenn die Winkel fortlaufend gezählt werden, d.h. $\varphi_1, \varphi_2 \in (-\infty; \infty)$ — direkt aus dem ersten Drehwinkel bestimmt werden.

Bei ungleicher Zähnezahl wird sich nach einer Umdrehung eine andere Kombination der Zahnflanken ergeben und damit auch andere Wirkflächenpaare bei jedoch gleichen Wirkflächen. Nach einer sog. *Überlaufperiode*² ergibt sich wieder die gleiche Kombination und damit auch die gleichen Wirkflächenpaare. Die Länge der Überlaufperiode gibt die *Überlaufzahl* *Ü.Z.* in Radumdrehungen an.

$$\text{Ü.Z.} = \frac{\text{kgV}(z_1, z_2)}{z_2} \quad [\text{Radumdrehungen}]^3 \quad (4.1)$$

Da die Einflanken-Wälzabweichung eine funktionale Größe ist, hängt sie direkt von den Wirkflächenpaaren und Leitstützstrukturen ab. Die in Abschnitt 4.1 eingeführten Unterscheidungen in zeitlicher Hinsicht haben auch in diesem Anwendungsfall unterschiedliche Wirkungen auf das Messergebnis.

Statische Wirkflächenpaare haben zeitlich konstante Eigenschaften. Sie wirken sich daher auch konstant auf die Einflanken-Wälzabweichung aus. Da diese nur eine Abweichung gegenüber einem Mittelwert angibt, haben solche WFPs auf das Messergebnis direkt keinen Einfluss. Allerdings können Abweichungen in deren Wirkflächen zu einer Verschiebung des Bezugspunkts der verbundenen Leitstützstruktur führen. So lässt sich im Normalfall eine Kette zu Wirkflächenpaaren anderer Art bilden, auf deren Verhalten dann wiederum diese Abweichung Einfluss nimmt.

Relativ bewegte Wirkflächenpaare haben zeitlich variable Eigenschaften, die sich in Abhängigkeit der relativen Position der beiden Wirkflächen zueinander ändern. Zylindrischen Wirkflächenpaaren mit einer konstanten Drehbewegung ändern ihre Eigenschaften beispielsweise periodisch mit der gleichen Frequenz wie die Drehbewegung. Da es bei der Einflanken-Wälzprüfung nur solche relativ bewegten Wirkflächenpaare gibt, kann ihr Einfluss im Messergebnis anhanden der Drehfrequenz und Phasenlage bestimmt werden.

Dynamische Wirkflächenpaare existieren nur zeitweise und haben daher auch nur in bestimmten Zeitabschnitten einen Einfluss auf das Messergebnis. Allerdings kann dieser dann auch beliebig sein. Da aber nach einer (zeitweiligen) Aufhebung des Wirkflächenpaares die beiden Wirkflächen wieder „frei“ sind, können sie mit anderen Wirkflächen neue dynamische Wirkflächenpaare bilden. Diese haben dann

²s. VDI/VDE 2608 (2001), 4.4.3

³Mit *Rad* wird das größere der beiden gepaarten Zahnräder bezeichnet, s. DIN 3960 (1987), 4.1.1

natürlich prinzipiell auch andere Eigenschaften. Wenn bei zwei unterschiedlichen Wirkflächenpaare zu anderen Zeitpunkten die gleiche Wirkfläche beteiligt ist, ist aber auch zu vermuten, dass deren Eigenschaften in irgendeiner Form in Verbindung miteinander stehen.

Leitstützstrukturen haben bei der Einflanken-Wälzprüfung vor allem die Aufgabe, den geometrischen Ort der beiden durch sie verbundenen Wirkflächen relativ zueinander festzulegen. Da diese Prüfungen bei niedrigen Drehzahlen und kleinen Momenten durchgeführt werden, sind von der Leitstützstruktur bestimmte Trägheits- und Elastizitätseffekte zu vernachlässigen. Die einzige mögliche relevante Abweichung ist daher ein Positionsfehler einer Wirkfläche. Dieser kann aber auch direkt der Wirkfläche selbst zugeschrieben werden, was im folgenden auch gemacht wird. Daher bleiben die Leitstützstrukturen im weiteren unberücksichtigt, auch wenn ihr Vorhandensein Grundvoraussetzung dafür ist, dass überhaupt eine Funktion stattfinden kann.

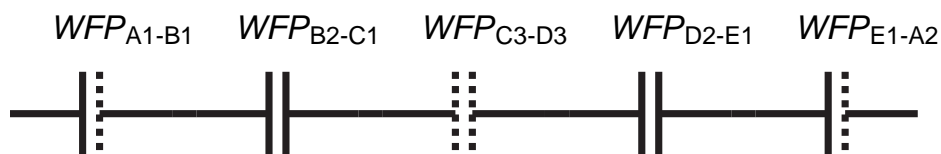


Abbildung 4.2: Momentaufnahme der bei der Einflankenwälzprüfung funktionsbestimmenden Reihenschaltung von Wirkflächenpaaren: relativ (Lagerung) – statisch (WNV) – dynamisch (Zahnkontakt) – statisch (WNV) – relativ (Lagerung). Die Benennung entspricht der in Abbildung 4.1.

Abbildung 4.2 stellt die Reihenschaltung der funktionsbestimmenden Wirkflächenpaare bei der Einflanken-Wälzprüfung dar. Ziel dieser Prüfung ist die Messung der Eigenschaften des Zahnkontakts, also des WFP_{C3-D3} . Für einen idealen Prüfstand und eine ideale Aufnahme des Zahnrads ist dies auch identisch mit dem erhaltenen Messergebnis. In der Realität haben aber auch die anderen Wirkflächenpaare einen Einfluss, der im folgenden diskutiert werden soll. Da das Modell symmetrisch ist, wird nur die erste Hälfte betrachtet.

Das Wirkflächenpaar WFP_{A1-B1} (Lagerung) sowie das seriell nachgeschaltete WFP_{B2-C1} (Welle-Nabe-Verbindung) bestimmen die Position der Wirkfläche WF_{C3} (Zahnflanke). Da es sich bei ersterem um ein relativ bewegtes Wirkflächenpaar handelt, kann es mit der Drehzahl synchrone Effekte verursachen. Das zweite ist ein statisches WFP und hat daher nicht diese Möglichkeit, durch die Reihenschaltung kann es aber die zeitlich von WFP_{A1-B1} bestimmten Effekte verändern. Konkret bedeutet

dies, dass die Lagerung einen Rundlauffehler verursachen kann. Dies äußert sich durch eine periodische radiale Verschiebung des WFP_{B2-C1} , welches wiederum die WF_{C3} positioniert. Durch eine exzentrische Aufspannung (zur Verzahnungsachse) im WFP_{B2-C1} kann diesem Effekt noch eine sinusförmige Funktion überlagert werden. Für die Frequenz ist aber wiederum WFP_{A1-B1} verantwortlich. Die Koppelung beider Zahnräder erfolgt im WFP_{C3-D3} . Da dieses ein dynamische Wirkflächenpaar ist, können hier beliebige unregelmäßige Effekte auftreten. Allerdings müssen sie sich nach einer Überlaufperiode nach Gl. 4.1 wiederholen.

Zusammenfassend bedeutet dies, dass die Einflanken-Wälzabweichung aus nachfolgenden Komponenten besteht. Da beide Seiten symmetrisch sind, werden die Elemente nur einmal aufgelistet, es gilt aber genauso für die zweite Seite.

- Lauffehler durch WFP_{A1-B1} (Rundlauf, Taumelfehler, synchron mit Drehbewegung)
- Positionsfehler der WF_{C3} durch Abweichungen bei WFP_{A1-B1} , WFP_{B2-C1} , LSS_{B1-2} und LSS_{C2-3}
- Formabweichung der WF_{C3}

Da die meisten Abweichungen — abgesehen von der nach Gleichung 2.4 erfassbaren Exzentrizität — sicherlich in der Form der WF_{C3} zu finden sind, werden sich die weiteren Ausführungen auf diese Wirkfläche konzentrieren. Bei einer Prüfung der Verzahnung auf einem Messgerät oder Prüfstand kann der Lauffehler minimal gehalten werden, so dass er vernachlässigt werden kann. Der Positionsfehler (z.B. Exzentrizität) wird für die weitere Betrachtung der WF_{C3} zugeschlagen, so dass sie nicht mehr in ihrer exakten geometrischen Form betrachtet wird, sondern in der *funktional wirksamen* Form. Mit der Gegenwirkfläche WF_{D3} bildet sie das dynamische Wirkflächenpaar WFP_{C3-D3} , dessen Eigenschaften unter den genannten Bedingungen messbar sind. Um Rückschlüsse auf die Form oder die Qualität der einzelnen Wirkfläche ziehen zu können, müssen aber noch deren Einflüsse getrennt bestimmt werden. Da das dynamische Wirkflächenpaar zeitlich veränderliche Eigenschaften hat, ist das nur schwer möglich. Daher werden im Modell die Wirkflächen WF_{C3} und WF_{D3} weiter in kleinere Wirkflächen unterteilt, so dass die damit auch resultierenden Wirkflächenpaare so klein werden, dass sie als pseudo-statisch betrachtet werden können. D.h., dass sie für einen infinitesimal kleinen Augenblick den Funktionskontakt haben und in diesem Zeitraum ihre Eigenschaften nicht ändern. Dann geht der Funktionskontakt an das nächste Wirkflächenpaar über, das wiederum andere Eigenschaften haben kann.

4.3.2 Bestimmung der Eigenschaften einzelner Wirkflächen

Eine besondere Eigenschaft von Zahnrädern ist es, dass ihre Zahnflanken mehrere theoretisch gleiche Wirkflächen bilden. Dadurch kann auch jede dieser Wirkflächen des ersten Rades mit jeder des zweiten zu einem Wirkflächenpaar kombiniert werden, es handelt sich hier also um ähnliche Wirkflächen. Im folgenden soll diese Eigenschaft ausgenutzt werden, um den Einfluss der einzelnen Wirkfläche auf das Paar zu bestimmen. Wenn eine bestimmte interessierende funktionale Eigenschaft \mathbf{Q} , die maßgeblich von einem Wirkflächenpaar dargestellt wird, z.B. durch Messung ermittelbar ist, kann sie als Funktion des Wirkflächenpaares dargestellt werden. Da ein Wirkflächenpaar wiederum lediglich aus zwei Wirkflächen besteht, müssen diese allein genauso in der Lage sein, die Funktion zu bestimmen:

$$\mathbf{Q}(WFP_{1-2}) = f(WFP_{1-2}) = f(WF_1, WF_2) \quad (4.2)$$

Da \mathbf{Q} eine funktionale Größe sein soll, kann sie nur in Kombination beider Wirkflächen, also dem Wirkflächenpaar, vollständig dargestellt werden. Es ist aber möglich, dass es Anteile an \mathbf{Q} gibt, die nur von einer Wirkfläche abhängen, also in jedem Wirkflächenpaar, an dem z.B. WF_1 beteiligt ist, auftreten. Genauso wird es aber auch Anteile geben, die nur von dieser speziellen Kombination beider Wirkflächen verursacht werden. Gleichung 4.2 lässt sich also dahingehend erweitern, dass \mathbf{Q} als Linearkombination von Funktionen, die jeweils nur von einer Wirkfläche abhängen, und einer Funktion, die vom Wirkflächenpaar abhängt, darstellen. Diese Aufteilung ist dann maximal, wenn der gekoppelte Anteil minimal ist.

$$\mathbf{Q}(WFP_{1-2}) = f_1(WF_1) + f_2(WF_2) + f_3(WF_1, WF_2) \quad (4.3)$$

$$\text{mit } \|f_3(WF_1, WF_2)\| \text{ minimal}$$

Die Funktionen f_i hängen dabei von der Art des Wirkflächenpaares ab. Bei statischen Wirkflächenpaaren sind es konstante Funktionen, bei relativ bewegten hängen sie von der Position der beiden Wirkflächen zueinander ab und bei dynamischen zusätzlich noch von der Zeit. Pseudo-statische Wirkflächenpaare verhalten sich ähnlich wie statische, d.h. der Funktionswert ist konstant, aber nur für bestimmte Zeitabschnitte, in denen das Wirkflächenpaar existiert, definiert.

Abbildung 4.3 zeigt sechs verschiedene ähnliche Wirkflächen in zwei Gruppen, beispielsweise auf zwei Bauteilen. Aus diesen lassen sich maximal neun unterschiedliche dynamische Wirkflächenpaare bilden. Dementsprechend lassen sich auch maximal neun verschiedene \mathbf{Q} ermitteln. Gemäß Gleichung 4.4 lässt sich für die dar-

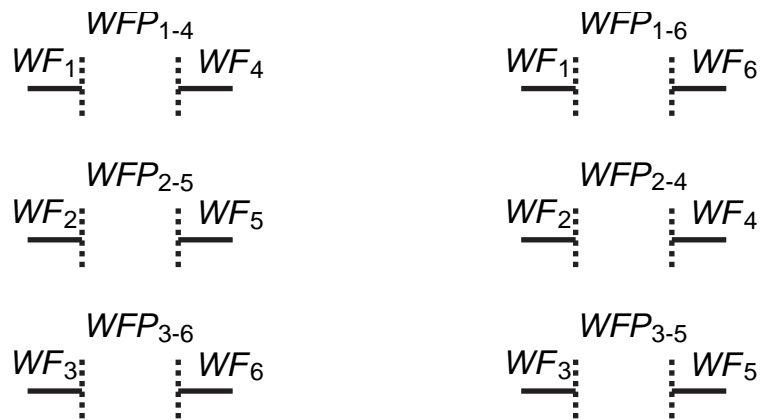


Abbildung 4.3: Modell dynamischer Wirkflächenpaare durch unterschiedliche Kombination von Wirkflächen. Bei zwei Gruppen ähnlicher Wirkflächen können daraus unterschiedliche Wirkflächenpaare gebildet werden.

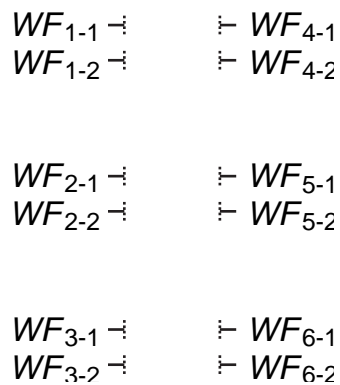


Abbildung 4.4: Bei einer weiteren Unterteilung der Wirkflächen sind nicht mehr alle Wirkflächen einer Gruppe ähnlich. Es sind daher nicht mehr alle Kombinationen möglich.

gestellten sechs Wirkflächenpaare folgendes Gleichungssystem formulieren:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Q}(WFP_{1-4}) &= f_{1,1}(WF_1) + f_{2,4}(WF_4) + f_{3,14}(WF_1, WF_4) \\
 \mathbf{Q}(WFP_{2-5}) &= f_{1,2}(WF_2) + f_{2,5}(WF_5) + f_{3,25}(WF_2, WF_5) \\
 \mathbf{Q}(WFP_{3-6}) &= f_{1,3}(WF_3) + f_{2,6}(WF_6) + f_{3,36}(WF_3, WF_6) \\
 \mathbf{Q}(WFP_{1-6}) &= f_{1,1}(WF_1) + f_{2,6}(WF_6) + f_{3,16}(WF_1, WF_6) \\
 \mathbf{Q}(WFP_{2-4}) &= f_{1,2}(WF_2) + f_{2,4}(WF_4) + f_{3,24}(WF_2, WF_4) \\
 \mathbf{Q}(WFP_{3-5}) &= f_{1,3}(WF_3) + f_{2,5}(WF_5) + f_{3,35}(WF_3, WF_5)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Für statische oder pseudo-statische Wirkflächenpaare WFP_{i-j} ergibt Gleichung 4.4 ein lineares Gleichungssystem, das allerdings deutlich unterbestimmt ist, da sechs Gleichungen zwölf Unbekannten gegenüberstehen. Die Funktionen f_i und \mathbf{Q} werden dann zu Konstanten.

$$\begin{aligned}
 c_j &= f_{i,j}(WF_j) \\
 q_{ij} &= \mathbf{Q}(WFP_{i-j})
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Auch die Ergänzung der restlichen drei möglichen Wirkflächenpaare bringt keine Verbesserung, da mit ihnen auch als jeweils dritter Summand eine neue Unbekannte eingeführt wird. Ist allerdings die gekoppelte Funktion $f_{3,ij}$ vernachlässigbar (Gl. 4.6), fallen sechs der Unbekannten weg.

$$c_{ij} = f_{3,ij}(WF_i, WF_j) \ll \mathbf{Q}(WFP_{i-j}) \tag{4.6}$$

Das Gleichungssystem ist dann aufgrund der linearen Abhängigkeit einer der Gleichungen bis auf einen Freiheitsgrad lösbar. In Matrixschreibweise wird das Gleichungssystem dann zu:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} q_{14} \\ q_{25} \\ q_{36} \\ q_{16} \\ q_{24} \\ q_{35} \end{pmatrix}}_{\mathbf{Q}} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \\ c_5 \\ c_6 \end{pmatrix}}_{\mathbf{C}} \tag{4.7}$$

Wenn die in Abbildung 4.3 dargestellten Wirkflächenpaare nicht statisch sind, ist es unter Umständen möglich, die Auflösung derart zu ändern, dass jede der n Wirkfläche in k kleinere unterteilt wird, die dann zumindest pseudo-statisch sind. Der Grad

der Auflösung bestimmt sich dabei nach der Messaufgabe und den Randbedingungen. Je feiner die Auflösung ist, also je größer k ist, desto größere Unterschiede des ursprünglichen Wirkflächenpaares lassen sich abbilden. Dann ist es aber nicht mehr möglich, die Wirkflächen beider Gruppen beliebig zu kombinieren. Mit den Unterteilungen nimmt dadurch auch die Freiheitsgrade des Linearen Gleichungssystems nach 4.7 zu. Kennzeichen dafür ist die Matrix A . Ihr Rang gibt an, wieviele linear unabhängige Zeilen sie hat und damit viele der Konstanten c_i sich in Abhängigkeit der übrigen berechnen lassen.⁴

$$\text{rg}(A) = (n - 1) \cdot k \quad (4.8)$$

Eine eindeutige Lösung lässt sich erhalten, indem zusätzliche Randbedingungen an die c_i gestellt werden. Möglich ist beispielsweise, eine Lösung mit einer kleinstmöglichen Quadratsumme aller Konstanten zu fordern, also

$$c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_{n \dots k}^2 = \|C\|^2 \longrightarrow \text{minimal} \quad (4.9)$$

4.4 Übertragung auf die Einflanken-Wälzprüfung

4.4.1 Beschreibung der Wirkflächen(paare) am Zahnrad

Die Position der Zahnräder in einem Getriebe lässt sich eindeutig über ihre Drehwinkel beschreiben. Bei der hier betrachteten Stirnradstufe sind dies die zwei Winkel φ_1 und φ_2 ⁵. Nach Gleichung 4.10 stehen beide Winkel in einem festen Verhältnis, so reicht einer zur vollständigen Beschreibung aus. Da sich aber nach einer Umdrehung die Kombination der Wirkflächen im Allgemeinen ($i \neq 1$) ändert, müssen die Winkel fortlaufend gezählt werden.

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = i \quad (4.10)$$

Das in Abbildung 4.1 dargestellte dynamische Wirkflächenpaar WFP_{C3-D3} hat den Funktionskontakt nur für eine bestimmte Zeit bzw. einen bestimmten Drehwinkelbereich. Wird dieses Wirkflächenpaar noch weiter in k Teile unterteilt, reduziert sich der Winkelbereich weiter, bis eine ausreichend genaue Winkelauflösung erreicht ist. Für die praktische Messung wird diese bestimmt durch die gewünschte Auflösung des

⁴vgl. Merziger und Wirth (1995) S. 170

⁵in Abweichung zu DIN 3960 (1987) wird hier das erste (in der Darstellung linke) Zahnrad mit dem Index 1 bezeichnet, das zweite (rechte) mit dem Index 2

berechneten Ergebnisses, die Auflösung der zur Verfügung stehenden Messdaten und die erlaubte Rechenzeit zur Lösung des entstehenden Gleichungssystems.

$$\Delta\varphi_1 = \varphi_1(\text{Ende}) - \varphi_1(\text{Anfang}) = \frac{2\pi \cdot \epsilon_\alpha}{z_1 \cdot k} \quad (4.11)$$

Für $\epsilon_\alpha = 1$ hat immer genau ein Wirkflächenpaar den Funktionskontakt. Es gibt daher dann eine eindeutige Zuordnung nicht nur jedes Wirkflächenpaars zu einem Drehwinkelbereich, sondern auch jeden Drehwinkelbereichs zu genau einem Wirkflächenpaar. Ist dieser klein genug, kann zur Beschreibung auch ein mittlerer Drehwinkel $\overline{\varphi}_1$ genutzt werden.

$$\overline{\varphi}_1 = \frac{\varphi_1(\text{Ende}) - \varphi_1(\text{Anfang})}{2} \quad (4.12)$$

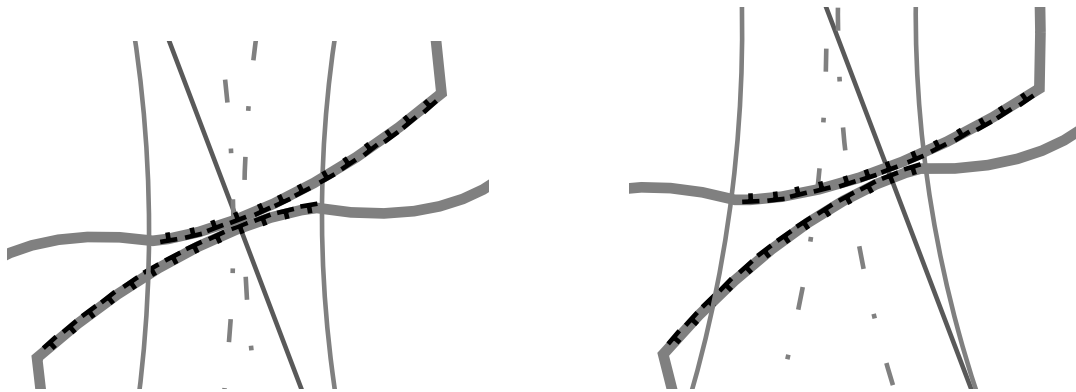


Abbildung 4.5: Der Funktionskontakt wandert bei Drehung des Zahnradpaares von einem Wirkflächenpaar zum nächsten. Er besteht immer zwischen den Wirkflächen, die auf der Eingriffslinie liegen.

Für ein im folgenden beispielhaft betrachteten, rein theoretischen Stirnradpaar mit $z_1 = z_2 = 3$ Zähnen und einer Unterteilung der Zahnflanken in je $k = 2$ Wirkflächen lässt sich die in Abbildung 4.2 gezeigte Momentaufnahme entsprechend Abbildung 4.6 erweitern. Neben der Wellenlagerung (WFP_{A1-B1} und WFP_{E1-A2}) und der Verbindung von Zahnrad und Welle (WFP_{B2-C2} und WFP_{D1-E2}) sind die Wirkflächen der Zahnflanken dargestellt ($WF_{C3-1} - WF_{C5-2}$ und $WF_{D3-1} - WF_{D5-2}$). Dabei können jeweils die Wirkflächen WF_{Ci-1} mit WF_{Di-1} und WF_{Ci-2} mit WF_{Di-2} in beliebigen Kombinationen Wirkflächenpaare bilden. Welche Wirkfläche auf beiden Zahnradern davon aktiv ist, ist durch den Drehwinkel des Zahnrads zu bestimmen. Da es sich dabei um pseudo-statische Wirkflächenpaare handelt, die konstante Eigenschaften aufweisen, ist eine Beschreibung dieser Eigenschaften ebenfalls durch den Drehwinkel möglich. Gemäß den in Abschnitt 4.3.2 getroffenen Annahmen kann dieses Modell immer noch als reine Reihenschaltung von Wirkflächenpaaren betrachtet

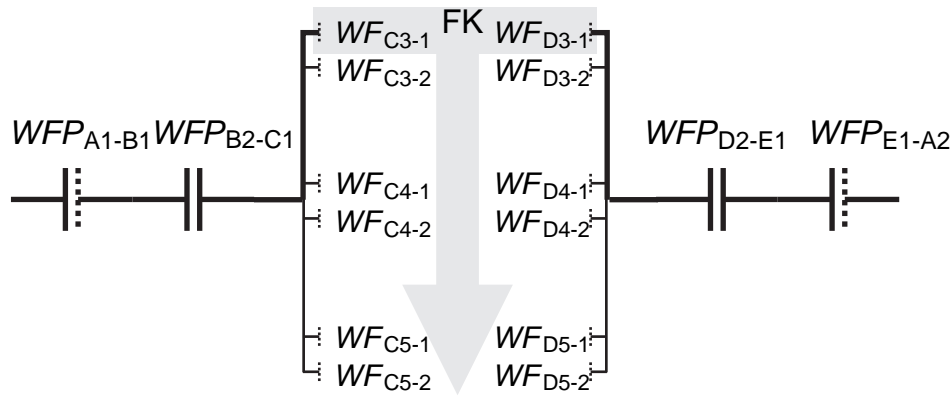


Abbildung 4.6: Vollständige Darstellung der betrachteten Wirkflächen(paare) einer theoretischen Stirnradpaarung mit $z_1 = z_2 = 3$ Zähnen und je $k = 2$ Wirkflächen / Zahnflanke. Der Funktionskontakt wechselt von einer Wirkfläche zur nächsten.

werden, da die parallel geschalteten Wirkflächen nie gleichzeitig aktiv sein können. Für die interessierende Eigenschaft \mathbf{Q} , hier die Einflanken-Wälzabweichung, ergeben sich damit die folgenden Anteile, die nur für die linke Seite aufgeführt werden. Für die rechte ergeben sie sich analog.

- Eine Abweichung erzeugt durch das relativ bewegte Wirkflächenpaar WFP_{A1-B1} , die vom Drehwinkel abhängt (Gl. 4.13).
- Eine Abweichung, die durch das statische Wirkflächenpaar WFP_{B2-C2} verursacht wird. Die Wirkung wird auch von dem in Reihe direkt davorgeschalteten relativen Wirkflächenpaar bestimmt. Da in dem Wirkflächenpaar selbst keine Bewegung stattfindet, ist aber nur eine sinusförmige Abhängigkeit vom Drehwinkel zu erwarten (Gl. 4.14).
- Die pseudo-statischen Wirkflächenpaare im Zahnkontakt. Wenn die Bedingung aus Gl. 4.6 erfüllt ist (Koppelterm vernachlässigbar), können hier auch direkt die Wirkflächen angesetzt werden (Gl. 4.15).

$$\mathbf{Q}_1(WFP_{A1-B1}) = f_1(\varphi_1) \quad (4.13)$$

$$\mathbf{Q}_2(WFP_{B2-C2}) = f_2(\varphi_1) = e_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_0) \quad (4.14)$$

$$\mathbf{Q}_3(WF_{Ci-j}) = f_3(\varphi_1) = f_3^*(i, j) \quad , \text{ mit: } i = 1 \dots z, \quad j = 1 \dots k \quad (4.15)$$

Insgesamt ergibt sich somit für die Wälzabweichung des Getriebes:

$$\mathbf{Q} = \Sigma \mathbf{Q}_i = f_1(\varphi_1) + e_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + f_3(\varphi_1) + f_4(\varphi_2) + e_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_{20}) + f_6(\varphi_2) \quad (4.16)$$

Da so — für jedes Zahnrad betrachtet — alle mit den Wirkflächen WF_{Ci-j} verbundenen Eigenschaften in direkter Abhängigkeit des Drehwinkel stehen, ist auf diese Weise keine getrennte Bestimmung möglich. Daher können sämtliche Abweichungen den Wirkflächen WF_{Ci-j} an den Zahnflanken zugeschrieben, oder das Signal erster Ordnung komplett WFP_{B2-C2} als Exzentrizität e zugeordnet werden. Die Anteile von Rad 1 und 2 lassen sich aber sehr wohl unterscheiden, solange nicht $\varphi_1 \equiv \varphi_2$ gilt.

4.4.2 Durchführung der Wälzprüfung im Makrobereich

Bei Wälzprüfungen im Makrobereich ist es üblich, den Prüfling (Werkrad) gegen ein als Abtastelement benutztes Lehrrad wälzen zu lassen. Dies geschieht auf einer hochgenauen Vorrichtung, dem Wälzprüfgerät. Bezugnehmend auf das Modell in Abbildung 4.6 sind somit alle dem Prüfstand und dem zweiten Zahnrad (Lehrad) zuzuordnenden Wirkflächen sehr genau, so dass von ihnen keine nennenswerte Abweichung in Gleichung 4.16 eingeht. Sie reduziert sich damit zu Gleichung 4.17.

$$\mathbf{Q} = \Sigma \mathbf{Q}_i = f_3(\varphi_1) \quad (4.17)$$

Die Wälzabweichung wird also nur noch von den Wirkflächen WF_{Ci-j} bestimmt, den Zahnflanken des Prüfrades. Eine weitere Auswertung, wie in Abschnitt 4.3.2 vorgestellt, ist gar nicht mehr nötig.

4.4.3 Durchführung der Wälzprüfung im Mikrobereich

Im Mikrobereich sind nicht immer Lehräder verfügbar. Da von ihnen gefordert wird, dass sie mehrere Genauigkeitsklassen besser sind als die Prüflinge⁶, kann die oben beschriebene Prüfung nur mit Zahnradern durchgeführt werden, die einige Klassen schlechter sind als das, was maximal hergestellt werden kann. Wenn man im Mikrobereich zu den derzeit fertigungstechnisch kleinstmöglichen Zahnradern vordringt, sind diese nur noch in einer Qualität herstellbar. Daher können dann keine Lehräder mit vernachlässigbaren Abweichungen eingesetzt werden. Um die Einflussgrößen aus Gl. 4.16 trotzdem gering zu halten, ist auch weiterhin ein hochgenauer Prüfstand nötig, der in die Wirkflächenpaare WFP_{B2-C2} und WFP_{D1-E2} nur vernachlässigbare Abweichungen einbringt. Da sich eine hochgenaue Aufspannung der Zahnräder im

⁶s. DIN 3960 (1987)

Mikrobereich ebenfalls als sehr schwierig erweist, ist aber weiterhin mit Abweichungen in den Wirkflächenpaaren WFP_{B2-C2} und WFP_{D1-E2} zu rechnen. Es ergibt sich somit

$$\mathbf{Q} = \Sigma \mathbf{Q}_i = e_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_{1,0}) + f_3(\varphi_1) + f_4 \varphi_2 + e_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_{2,0}) \quad (4.18)$$

Dabei lassen sich die Anteile 1. Ordnung e_1 und e_2 bestimmen und von \mathbf{Q} abziehen.

$$\check{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} - (e_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_0) + e_2 \cdot \cos(\varphi_2 - \varphi_2 0)) \quad (4.19)$$

Gemäß Gl. 4.7 kann so ein lineares Gleichungssystem gefunden werden. Dabei wird in der Indizierung der Verweis auf die einzelnen Wirkflächen und Wirkflächenpaare durch die äquivalenten Drehwinkel ersetzt. Da für dieses Beispiel $z_1 = z_2 = 3$ Zähne und $k = 2$ Punkte pro Zahnflanke angenommen wurden, macht das $n = 6$ Messpunkte pro Radumdrehung. Die dazugehörigen Winkel werden mit $\varphi_1(1)$, $\varphi_2(1)$, $\varphi_1(2)$, ... bezeichnet.

$$\check{\mathbf{Q}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \quad (4.20)$$

$$\begin{pmatrix} q(\varphi_1(1), \varphi_2(1)) \\ q(\varphi_1(2), \varphi_2(2)) \\ q(\varphi_1(3), \varphi_2(3)) \\ q(\varphi_1(4), \varphi_2(4)) \\ q(\varphi_1(5), \varphi_2(5)) \\ q(\varphi_1(6), \varphi_2(6)) \\ q(\varphi_1(1), \varphi_2(3)) \\ q(\varphi_1(2), \varphi_2(4)) \\ q(\varphi_1(3), \varphi_2(5)) \\ q(\varphi_1(4), \varphi_2(6)) \\ q(\varphi_1(5), \varphi_2(1)) \\ q(\varphi_1(6), \varphi_2(2)) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_1(\varphi(1)) \\ c_1(\varphi(2)) \\ c_1(\varphi(3)) \\ c_1(\varphi(4)) \\ c_1(\varphi(5)) \\ c_1(\varphi(6)) \\ c_2(\varphi(1)) \\ c_2(\varphi(2)) \\ c_2(\varphi(3)) \\ c_2(\varphi(4)) \\ c_2(\varphi(5)) \\ c_2(\varphi(6)) \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Für eine Bestimmung der Wälzabweichung der beiden Prüflinge ist daher die Messung des Zahnradpaares erforderlich und die Erfassung der Drehwinkel beider Zahnräder. Daraus lässt sich die Wälzabweichung als Weg am Teilkreis bestimmen:

$$\Delta s(\varphi_1) = \frac{m \cdot z_1}{2} \varphi_1 - \frac{m \cdot z_2}{2} \varphi_2 \quad (4.22)$$

In den hier durchgeführten Tests wird diese Wälzabweichung Δs als Qualitätsmerkmal \mathbf{Q} verwendet. Diese kann für beide Zahnräder gemeinsam an dem aufgebauten Prüfstand (s. Kapitel 6) ermittelt werden. Eine Aufteilung für beide Zahnräder erfolgt in der beschriebenen Weise.

$$\Delta s_{12}(\varphi_1, \varphi_2) = A \cdot \begin{pmatrix} \Delta s_1(\varphi_1) \\ \Delta s_2(\varphi_2) \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

4.5 Wälzvorgang bei Profilüberdeckung $1 < \epsilon_\alpha < 2$

Geradverzahnte Stirnradgetriebe haben in der Regel eine Profilüberdeckung zwischen 1 und 2. $\epsilon_\alpha < 1$ ist zu vermeiden, da es dann Bereiche gibt, in denen die Drehmomentübertragung nicht von den dafür vorgesehenen Wirkflächenpaaren (evolventische Zahnflanken) übernommen wird, sondern von Wirkflächen, die eigentlich im regulären Betrieb nur Begrenzungsflächen sein sollten. Somit ist dann keine konstante Drehübertragung mehr gegeben. Überdeckungsgrade $\epsilon > 2$ sind mit geradverzahnten Stirnrädern und den hier betrachteten kleinen Zähnezahlen kaum erreichbar.

Im Bereich des Zahnwechsels (Abbildung 4.7) geht der Funktionskontakt von einem Wirkflächenpaar zu einem nächsten über. Bei einem Überdeckungsgrad $\epsilon > 1$ gibt es dabei einen Abschnitt, in dem es theoretisch zwei Funktionskontakte auf unterschiedlichen Wirkflächenpaaren gibt (Abbildung 4.7(b)). Bei der Einflanken-Wälzprüfung mit mindestens einem Werkrad wird dieser Zustand nicht eintreten, da durch geometrische Abweichungen immer ein Wirkflächenpaar den Funktionskontakt haben wird, das das Gegenrad weiter vorantreibt. Da sich aber nur über diese Abweichungen entscheidet, welches der beiden Wirkflächenpaare dies ist, kann bei unbekannter Zahnradgeometrie dieses nicht eindeutig bestimmt werden. Es ist sogar möglich, dass der Funktionskontakt mehrmals zwischen beiden springt. Im Betrieb unter Last ist es dagegen tatsächlich möglich, dass sich aufgrund elastischer Verformungen die Formabweichungen ausgleichen und das Drehmoment — zu unterschiedlichen Teilen — über beide parallel geschalteten Wirkflächenpaare übertragen wird.

Um eine eindeutige Zuordnung zu erhalten, welches Wirkflächenpaar aktuell den Funktionskontakt hält und zu verhindern, dass zwei gleichzeitig auftreten, ist es daher notwendig, in den Zahnwechsel Zwischenphasen einzufügen, bei dem zusätzliche Wirkflächenpaare die Funktion vollständig übernehmen, d.h. alleine den Funktionskontakt haben, und die sich messbar von den regulären Wirkflächenpaaren unterscheiden. Dies ist beispielsweise dadurch zu erreichen, dass jede zweite Wirkfläche ein so großes Untermaß hat, dass sie nie den Funktionskontakt übernimmt, solange ein zweites Wirkflächenpaar noch vorhanden sein kann.

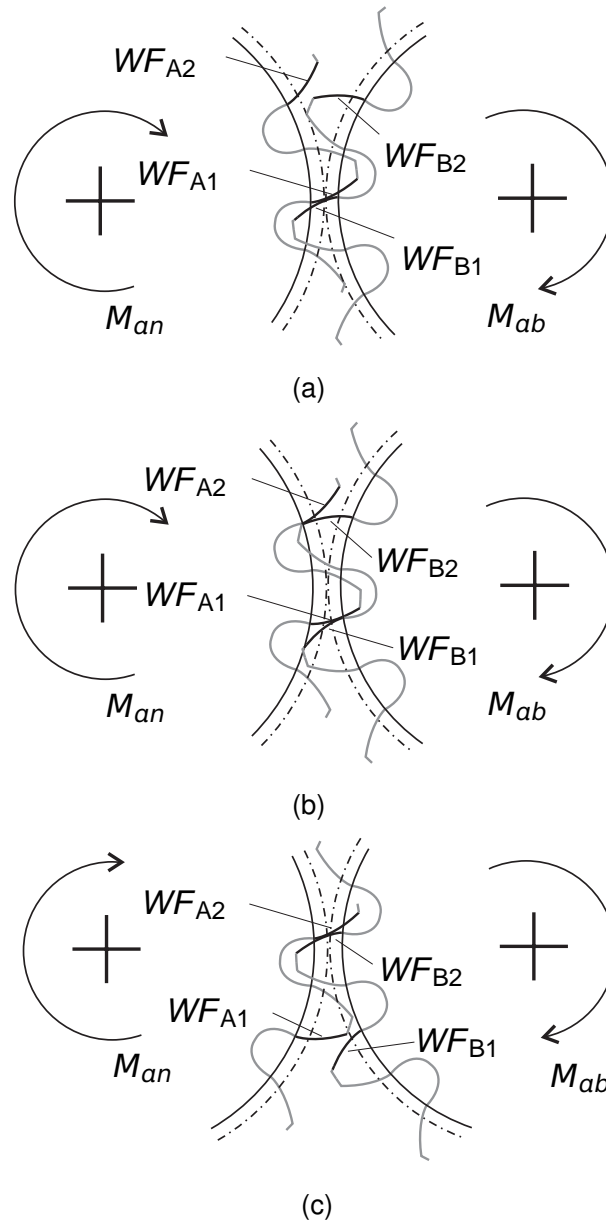


Abbildung 4.7: In der ersten Phase (a) ist das Wirkflächenpaar WFP_{A1-B1} alleine aktiv. Im Übergang schließt sich eine kurze Phase an, in der zusätzlich das WFP_{A2-B2} aktiv wird und das Drehmoment über zwei räumlich getrennte Funktionskontakte übertragen wird (b). Schließlich wird das WFP_{A1-B1} aufgehoben und WFP_{A2-B2} hat alleine den Funktionskontakt.

5 Messung mit optischer Wirkfläche

5.1 Geometriebestimmung mit optischer Wirkfläche

Anstatt die Form einer Wirkfläche durch mechanisches Abtasten mit einer anderen Wirkfläche zu bestimmen, ist es genauso auch möglich, dass diese zweite Wirkfläche die generalisierte Oberfläche eines Feldes, also z.B. Licht, ist. Mittels eines optischen Abstandssensors ist es somit möglich, einerseits ein solches „Fest-Feld“ Wirkflächenpaar herzustellen, andererseits gleichzeitig dessen Lage im Raum zu bestimmen. Da sich die Form der Wirkfläche des Feldes an die des Festkörpers anpasst, kann sie im weiteren außer Acht gelassen werden.

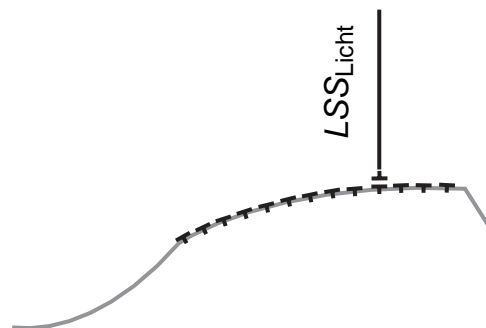


Abbildung 5.1: Abtasten der Zahnradkontur. Die Leitstützstruktur des Lichts (LSS_{Licht}) kann mit den Wirkflächen des Zahnrads Wirkflächenpaare bilden. So kann der Abstand zu einer Bezugsebene ermittelt werden.

5.1.1 Abtastmethoden

Da der optische Sensor immer entlang einer geraden Linie misst, ist auch immer das Wirkflächenpaar auf dieser Linie. Die Wirkfläche des Lichts bewegt sich so auf der Achse des Sensors. Um eine Geometrie zu erfassen, muss daher diese Achse über die gesamte zu messende Oberfläche geführt werden. Dabei ist es für das Ergebnis gleich, ob der Sensor oder das Messobjekt bewegt wird. Allerdings bildet der

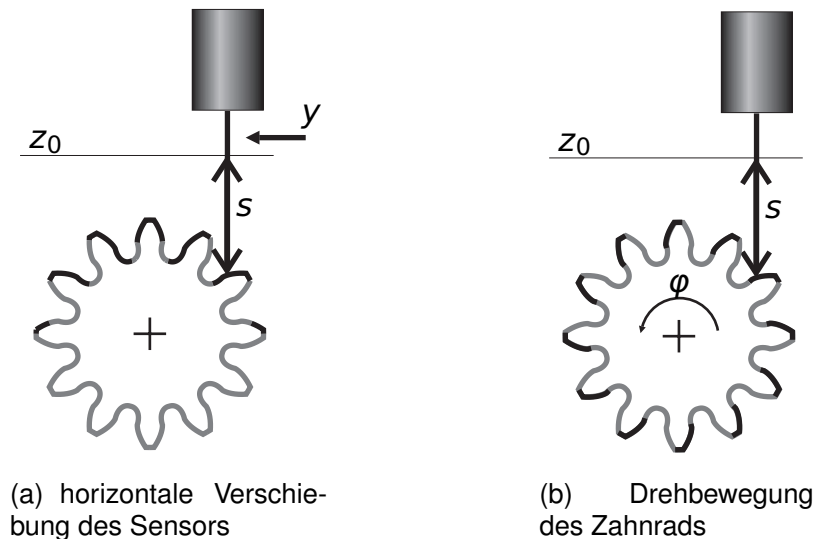


Abbildung 5.2: Abtasten der Zahnradkontur durch relative Bewegung des Zahnrads zum Sensor. Nur ein Teil der Kontur (schwarz dargestellt) kann erfasst werden. Bei der Drehbewegung ((b)) können bei geschickter Positionierung des Sensors alle aktiven Zahnflanken gemessen werden.

Lichtstrahl mit der ersten Festkörperwirkfläche ein Wirkflächenpaar, die er erreicht. Somit kann nur die Lage von Wirkflächen bestimmt werden, die von dem Sensor aus direkt gesehen werden. In Abbildung 5.2 sind zwei mögliche Bewegungsarten dargestellt. Es liegt jeweils ein großer Teil des Zahnrads im Schatten und kann damit nicht erfasst werden. Dazu muss der Sensor noch in einer zweiten Bewegung verstellt werden.

Aus dieser Abbildung ist ebenfalls zu erkennen, dass mit der Variante (a) der obere Zahn fast vollständig und die beiden benachbarten Zahnlücken größtenteils erfasst werden können. Die übrigen Zähne können entweder gar nicht oder nur zum Teil bestimmt werden. Bei der Variante (b) kann immer nur eine Flanke abgetastet werden. Dafür ist dies für jeden Zahn möglich. Somit können in einer Schnittebene zur Wellenachse bis auf das Wirkflächenpaar zur Welle sämtliche für eine Momentenrichtung funktionsrelevanten Wirkflächen erfasst werden.

5.1.2 Messprinzip konfokale Weißlichtsensoren

Konfokale Weißlichtsensoren nutzen die chromatische Aberration von Linsen aus. Da die Lichtgeschwindigkeit außerhalb des Vakuums von der Wellenlänge abhängt, hat eine optische Linse für jede Wellenlänge eine etwas andere Brennweite. Beispielsweise bei Fotoobjektiven versucht man, das durch eine Anordnung mehrerer

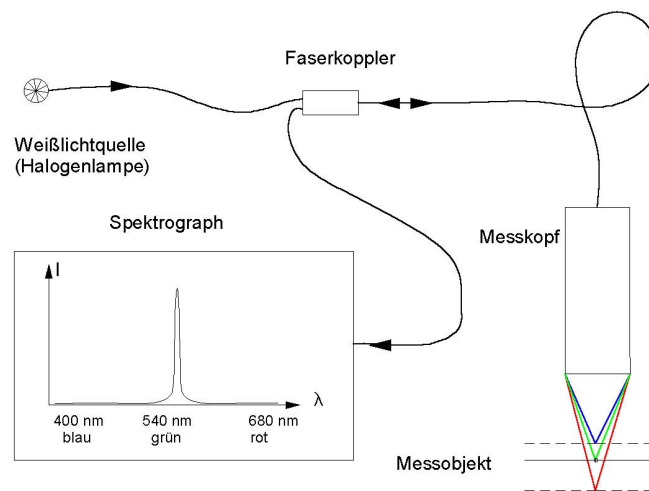


Abbildung 5.3: Funktionsprinzip eines konfokalen Weißlichtsensors¹

Linien zu korrigieren. Bei den hier verwendeten Sensoren wird dieser Effekt bewusst ausgenutzt. Das weiße Licht verfügt über ein kontinuierliches Farbspektrum. Durch die unterschiedlichen Brechungszahlen hat jede Farbe einen anderen Brennpunkt auf der optischen Achse des Sensors, deren Abstände durch Kalibrierung exakt bestimmt werden können. Befindet sich nun ein reflektierendes Objekt genau einem Brennpunkt, wird besonders viel Licht dieser Farbe in den Sensor zurückgeworfen. Ein im Gerät eingebauter Spektrometer kann das Maximum im Spektrum ermitteln und daraus den Abstand berechnen.²

In Gegensatz zu anderen optischen Sensoren, wie zum Beispiel einem Interferometer, ist so eine absolute Abstandsmessung möglich. Es muss zu Beginn keine Referenzposition angefahren werden, auch führen steile Kanten oder Sprünge nicht zu falschen Ergebnissen.

5.1.3 Berechnung der Zahnradkontur

Durch zeitgleiches Erfassen des Drehwinkels des Zahnrads und des Abstandssignals kann der Messpunkt in einem zahnradfesten xy -Koordinatensystem bestimmt werden. Dazu wird zuerst die Koordinaten des Punktes P' im ortsfesten Koordinatensystem berechnet und anschließend in das mitdrehende Koordinatensystem des

¹Fries (2006), Lehmann (2006)

²aus Fries Research & Technology (FRT)

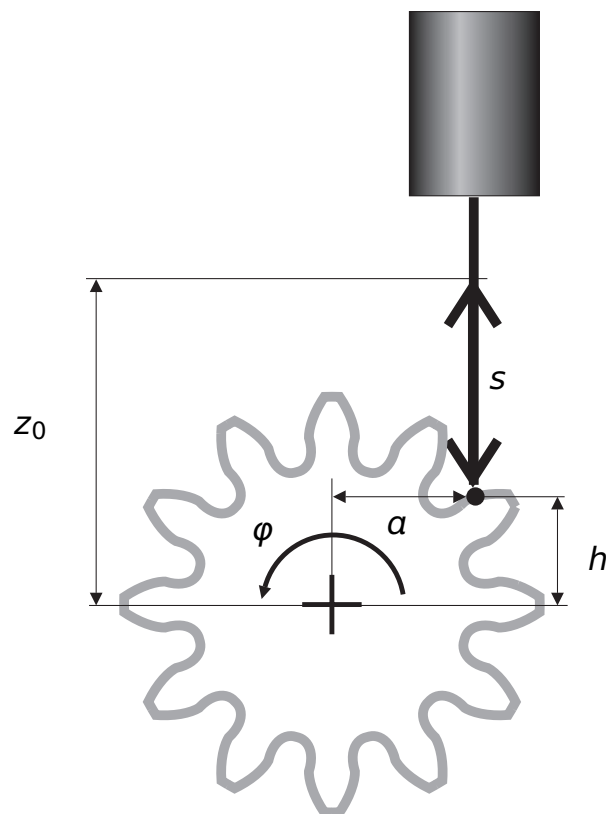


Abbildung 5.4: Aus dem Signal des Abstandssensors s und dem Drehwinkel φ lässt sich die Kontur des Zahnrads berechnen.

Zahnrads transformiert.

$$P' = \begin{pmatrix} a \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ z_0 - s \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

$$P = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot P'$$

$$P = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ z_0 - s \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Die Genauigkeit der Messung ergibt sich aus der Genauigkeit der Drehwinkelmessung und der Abstandsmessung. Die fehlerbehafteten Einflussgrößen in Gleichung 5.2 sind also

- der Abstand zur Drehachse a ,
- die Referenzhöhe z_0 ,
- die Abstandsmessung s ,
- und der Drehwinkel φ .

Die jeweiligen partiellen Ableitungen der Transformationsgleichung 5.2 sind:

$$\frac{\partial P}{\partial a} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z_0} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial s} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \varphi \\ -\cos \varphi \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \varphi} &= \begin{pmatrix} -\sin \varphi & -\cos \varphi \\ \cos \varphi & -\sin \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ z_0 - s \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -a \sin \varphi - z_0 \cos \varphi + s \cos \varphi \\ a \cos \varphi - z_0 \sin \varphi + s \sin \varphi \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Daraus ergibt sich für die Abweichung des Punktes P :

$$dP = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & \sin \varphi & -a \sin \varphi - (z_0 - s) \cos \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi & -\cos \varphi & a \cos \varphi - (z_0 - s) \sin \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} da \\ dz_0 \\ ds \\ d\varphi \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

$$\|dP\|^2 = \underbrace{(d\varphi(z_0 - s) - da)^2}_{\text{Abweichung in x}} + \underbrace{((dz_0 - ds) + d\varphi a)^2}_{\text{Abweichung in y}} \quad (5.8)$$

Nach Gleichung 5.8 lässt sich für jede Einstellung des Messaufbaus a , z_0 und erwarteten bzw. maximal möglichem Messbereich s der Betrag der Abweichung dP in Abhängigkeit der Einzelabweichungen da , dz_0 , ds und $d\varphi$ bestimmen. Die maximal auftretende Abweichung ist durch die Genauigkeit der eingesetzten Sensoren bestimmbar. Symmetrische Abweichungen vorausgesetzt kann Gleichung 5.8 so formuliert werden, das der worst-case angenommen wird und somit der maximale Fehlerbetrag erreicht:

$$\|dP_{\max}\|^2 = (d\varphi_{\max} (z_0 - s) + da_{\max})^2 + ((dz_{0, \max} + ds_{\max}) + d\varphi_{\max} a)^2 \quad (5.9)$$

6 Mikrotriebeprüfstand (MGP)

6.1 Konzept des Prüfstands

Als hauptsächliche Prüfmethode soll eine für Mikrozahnräder angepasste Einflanken-Wälzprüfung¹ Verwendung finden. Hauptforderung des Zielsystems für den im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Mikrotriebeprüfstand (MGP) ist daher die Erfassung aller dafür relevanten Größen. Gegenüber früher sind heutzutage im Makrobereich solche Geräte für gewöhnlich mit einem sogenannten elektronischen Vergleichgetriebe ausgestattet, es werden also die Drehwinkel beider Zahnräder elektronisch erfasst und aus beiden zusammen mit der nominellen Übersetzung die Wälzabweichung berechnet. Im Unterschied zu kommerziell eingesetzten Einflanken-Wälzprüfgeräten ergeben sich hier aus der Kleinheit der Prüflinge weitere Anforderungen:

- Minimal möglicher Achsabstand $\leq 0,5$ mm
- Rundlaufabweichung der Zahnradaufnahme $\leq 0,003$ mm
- Reibmoment der Wellen $\leq 0,1$ mNm

Zusätzlich zu einer an DIN 3960 angelehnten Einflanken-Wälzprüfung soll außerdem eine Betriebs-Wälzprüfung und die Untersuchung des Verhaltens der Zahnräder in einem abweichungsbehafteten Getriebe möglich sein. Daher muss der Prüfstand in der Lage sein, für solche Getriebe typische Drehzahlen und Drehmomente zu erreichen. Bei am Markt verfügbaren einstufigen Planetengetrieben mit Außendurchmessern im Bereich 6–10 mm liegen diese zwischen 5.000 und 40.000 rpm bzw. 2 und 60 mNm, d.h. für eine einzelne Zahnradpaarung bei maximal ca. 25–30 mNm.²

Eine weitere wichtige Komponente eines jeden Mikrotriebes nach den Zahnrädern ist das Gehäuse. Es stellt die Verbindung der Lagerstellen beider Wellen dar und

¹vgl. DIN 3960 (1987) und VDI/VDE 2608 (2001)

²Faulhaber (2003), Maxon (2006)

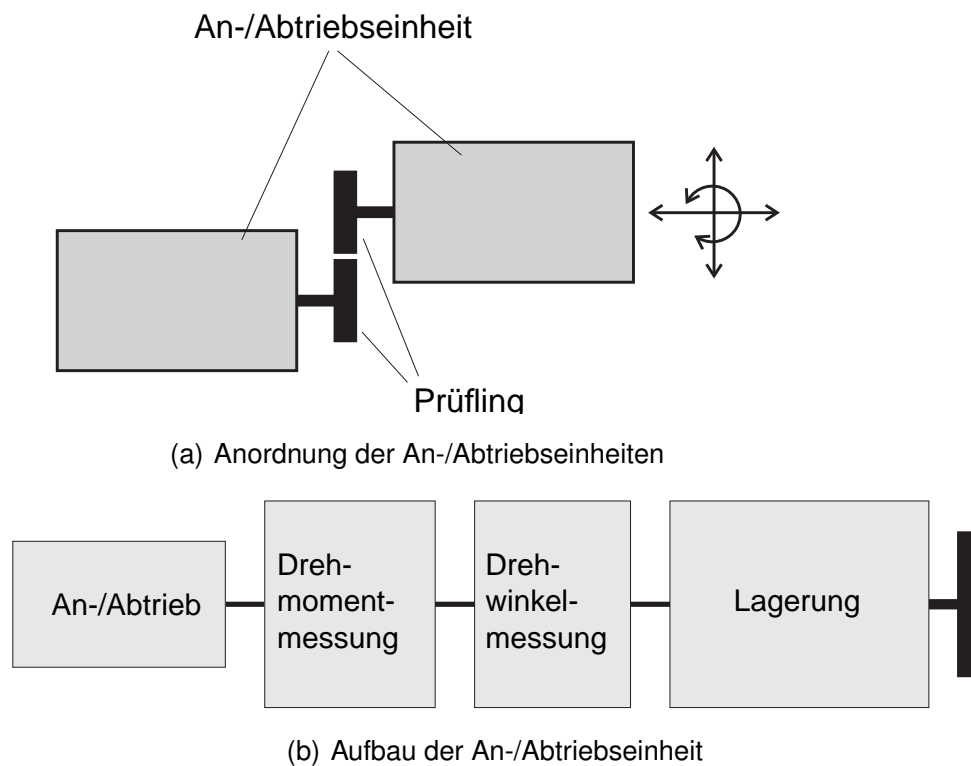


Abbildung 6.1: Der MGP besteht aus zwei identisch aufgebauten An-/Abtriebseinheiten. Eine davon ist in fünf Achsen bewegbar, so dass Achsabstand, Breitenüberdeckung, Achswinkel und Verschränkung der Zahnräder beliebig einstellbar sind.

definiert über die dort liegenden Wirkflächen den Abstand und die Ausrichtung der Achsen. Fertigungs- und Montageabweichungen führen so zu veränderten Achsabständen, Achswinkel und Verschränkungen. Diese müssen sich am Prüfstand durch eine entsprechende Bewegung der Wellen zueinander nachstellen lassen.

6.2 Aufbau des Prüfstands

6.2.1 Mechanik

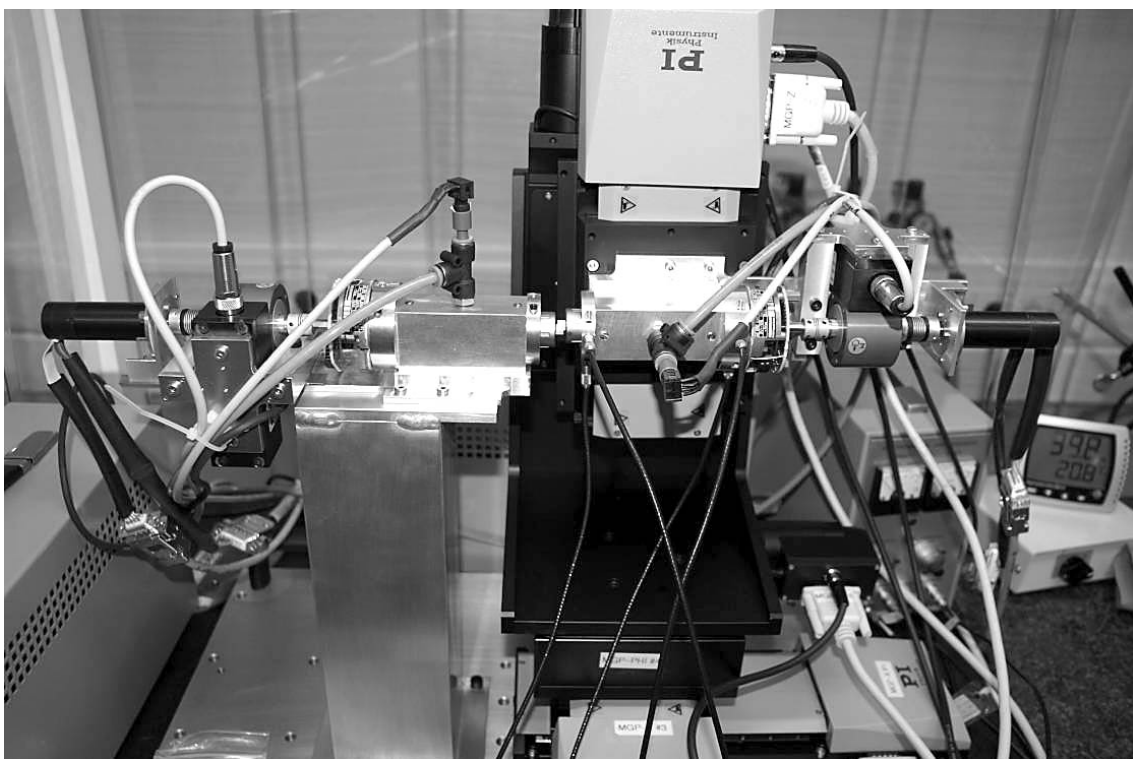


Abbildung 6.2: Mikrogetriebeprüfstand (MGP)

Abbildung 6.2 zeigt den Mikrogetriebeprüfstand (MGP). Der mechanische Teil ist in drei Hauptbaugruppen eingeteilt:

- An-/Abtriebseinheit 1
- An-/Abtriebseinheit 2
- Verstellsystem

Die beiden An-/Abtriebseinheiten sind identisch aufgebaut. Sie bekommen ihre jeweilige Funktion über die Einstellung der Steuerparameter zugewiesen. Das Ver-

stellsystem hat die Aufgabe, beide Wellen des Prüfstands in eine definierte Lage zueinander zu bringen.

6.2.1.1 An-/Abtriebseinheit

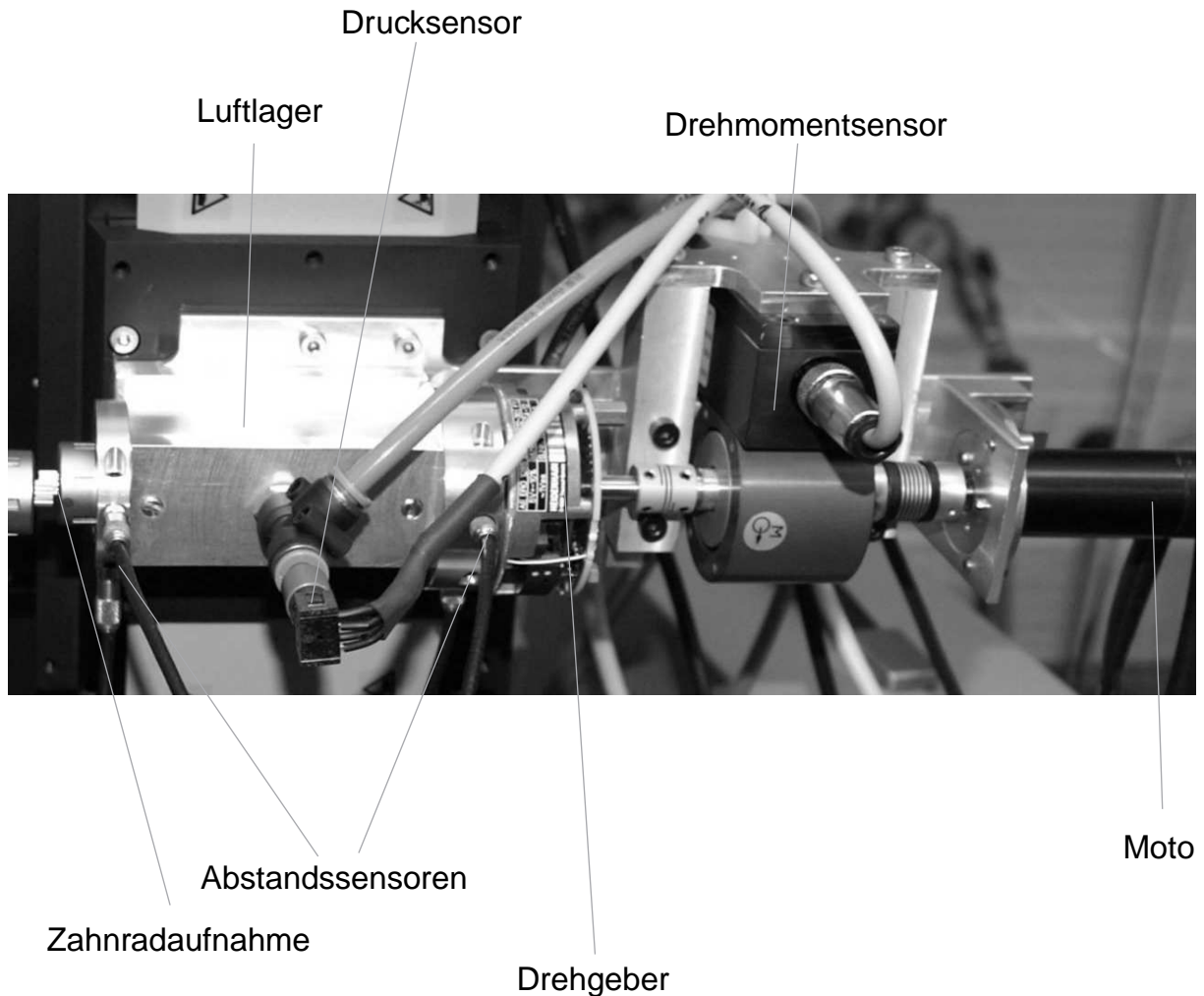


Abbildung 6.3: Aufbau der An- und Antriebseinheiten des MGP

In Abbildung 6.3 ist die Antriebsseite des Mikrogetriebeprüfstands detailliert abgebildet. Die Aufnahme der Zahnräder erfolgt in Spannzangen. Radial ist die Welle in einem aerostatischen Lager gelagert. Dieses weist eine ausreichende Tragfähigkeit auf, auch für die bei Luftlagern ungünstige Belastung außerhalb der Lagerfläche. Da die Reaktionskräfte bei diesem Lagertyp durch eine Veränderung des Luftspalts zwischen Welle und Lagergehäuse entstehen, besitzen sie prinzipbedingt nur eine geringe Steifigkeit. Um die Verlagerung der Welle relativ zu dem Lagergehäuse zu erfassen, sind vier Abstandssensoren am Lager angebracht. Die Messung des Dreh-

winkels erfolgt über einen berührungslosen optischen Winkelgeber. Die Teilscheibe ist auf der Welle befestigt, die Abtasteinheit am Lager. Ihm folgt eine ebenfalls berührungslose Drehmomentmesswelle. Die Messung des Drehmoments erfolgt an einer Torsionswelle über Dehnmessstreifen. Die Signalübertragung zwischen Welle und Sensorgehäuse erfolgt digital über eine Funkstrecke. Um auch hier die Reibung gering zu halten, wurde ebenfalls eine lagerlose Ausführung gewählt. D.h. diese Welle ist mit elastischen Kupplungen direkt zwischen der Prüfstandswelle und dem Elektromotor befestigt. Letzterer bildet den Abschluss der An-/Abtriebseinheit. Es ist ein elektrisch kommutierter hochdynamischer Servomotor.

6.2.1.2 Verstellsystem

Das Verstellsystem ist sequentiell aufgebaut und besteht aus fünf Mikropositioniereinheiten, drei Lineareinheiten und zwei Dreheinheiten. Mit ihnen kann die Breitenüberdeckung, der Achsabstand, der Achswinkel und die Verschränkung beider zu prüfender Zahnräder eingestellt werden. Der Aufbau ist auf die feststehende An-/Abtriebseinheit 1 grob ausgerichtet. Die Feinausrichtung erfolgt über die Ansteuer- software (s. Abschnitt 6.3). Der erste Lineartisch³ ‚X‘ ist parallel zur Welle angeordnet, der zweite ‚Y‘ senkrecht dazu. Beide liegen in einer horizontalen Ebene. Ihnen folgt ein Drehtisch⁴ mit vertikaler Drehachse (‚A‘) und rechtwinklig dazu der zweite mit horizontaler Achse (‚B‘). Der dritte Lineartisch ‚Z‘ folgt als letztes mit einer in der Grundstellung vertikalen Bewegungsrichtung. Diese Reihenfolge der Achsen wurde gewählt, da die Drehtische ein recht hohes Gewicht aufweisen⁵ und sonst die vertikale Achse nur unnötig belasten würde.

Vom gleichen Hersteller wird auch ein parallelkinematisches Sechs-Achs-Positioniersystem (‚Hexapod‘) angeboten, das am Arbeitspunkt eine höhere Genauigkeit und Steifigkeit aufweist⁶, außerdem mit einer vollständigen Steuerungssoftware geliefert wird. Leider war diese Lösung aus Kostengründen nicht möglich.

³M-505 PD von PI

⁴M-062 PD von PI

⁵Masse des Drehtisches 2,76 kg bei 50 N maximaler Belastung des Lineartisches, s. Physik Instrumente (PI) (2005) S. 7-45 und 7-67

⁶C-840 von PI, s. Physik Instrumente (PI) (2005), S. 7-23

6.2.2 Messwerterfassung

Da bei dem bestehenden Aufbau keine gesonderten Messwerte in eine Prüfstandsregelung zurückgegeben werden müssen, erfolgt die Aufnahme der Messwerte direkt am PC. Dazu wird eine 32-Kanal A/D-Wandler-Karte und zusätzlich eine damit synchronisierte 2-Kanal Zählerkarte verwendet. Somit können die Impulse der Drehwinkelgeber erfasst, gezählt und registriert werden, sowie alle als 10V-Spannungssignal ausgegebenen Messwerte der Sensoren bzw. Messgeräte. Die Messwerte werden zunächst hardwareseitig gepuffert und dann in Blöcken von der Steuersoftware ausgelesen und auf die Festplatte des PCs gespeichert. Die Skalierung der aufgezeichneten Daten und die eigentliche Auswertung erfolgt später offline.

6.2.3 Steuerung

Die Steuerung des Prüfstands erfolgt mit der Software SIRIUS⁷. Diese startet nicht nur die Messwerterfassung und koordiniert die Speicherung der Daten, sondern übernimmt auch die Steuerung des Prüfstands. Dazu werden die Soll-Werte für Drehzahl, Drehmoment oder Drehwinkel an die beiden Antriebsmotoren gesendet. Die Kommunikation erfolgt per CAN-Bus. Die Regelung der Antriebe (Position, Drehzahl oder Drehmoment) erfolgt nach der Vorgabe der Soll-Werte hardwareseitig durch die Motorsteuerungen.

6.3 Bestimmung der Position der Zahnräder zueinander

Durch die Montage der Zahnräder in Spannzangen ist ihre Lage zentrisch zu den Prüfstandswellen festgelegt. Ihre axiale Position kann gemessen werden. Aufgrund der Verstellbarkeit der zweiten Seite (s. Abschnitt 6.2.1.2) ist aber eine Transformation der Koordinaten des zweiten Zahnrads relativ zum ersten notwendig. Durch die nicht vermeidbaren Fertigungs- und Montagefehler ist diese aber nicht nur auf Basis der Zeichnungsmaße möglich. Vielmehr muss ein Modell erstellt werden, dessen Parameter dann durch Vermessung des Prüfstands ermittelt werden. Das mathematische Modell folgt dem physikalischen Aufbau des MGP. Es benutzt eine Abfolge

⁷s. Schyr (2006)

von zwei linearen Translationsbewegungen, zwei Rotationen und wieder einer Translation.

6.3.1 Definition der Koordinatensysteme

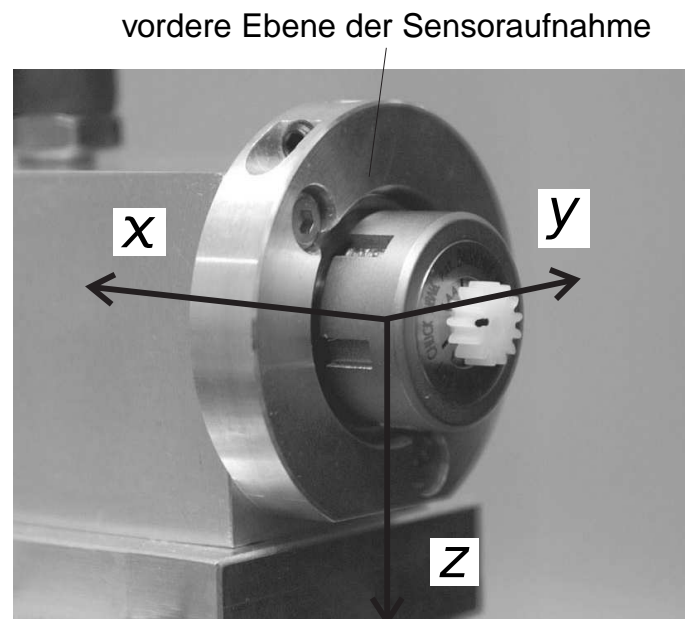


Abbildung 6.4: Ausrichtung des Koordinatensystems an der Welle 1

Die Lage der beiden Prüfzahnräder am MGP zueinander wird mit Hilfe zweier Koordinatensysteme bestimmt. Diese sind relativ zu den beiden Wellen festgelegt, rotieren aber nicht mit ihnen mit. Daher sind sie genau genommen über deren Lager bestimmt. Der Einfachheit halber wird aber im weiteren nur von den Wellen gesprochen werden. Der Ursprung befindet sich im Schnittpunkt aus Wellenachse und vorderer Ebene der Sensoraufnahme. Die x-Achse liegt parallel zur Welle, die z-Achse verläuft in neutraler Position nach unten.

6.3.2 Mathematische Beschreibung der Koordinatentransformation

Die Koordinatentransformation, also die Verschiebung und Drehung eines Koordinatensystems, lässt sich auf unterschiedliche Weise darstellen. Ein Punkt im Raum ist in einem Koordinatensystem eindeutig durch seinen Ortsvektor $P = (x, y, z)^T \in R^3$

beschreiben. Eine Verschiebung entspricht einer Addition mit dem Verschiebungsvektor $V = (\Delta x, \Delta y, \Delta z) \in R^3$, eine Drehung um den Ursprung eine Matrizenmultiplikation mit der Drehmatrix $D \in R^{3 \times 3}$.

Durch die Benutzung von 4×4 Matrizen lassen sich beide Operationen zusammenfassen und so alle möglichen Transformationen eines Koordinatensystems in einer Matrix $T \in R^{4 \times 4}$ beschreiben. Sie besteht aus der Drehmatrix und dem Verschiebungsvektor als 4. Spalte; die 4. Zeile ist immer $(0, 0, 0, 1)$ (s. Gl. 6.1).

$$T = \begin{pmatrix} & & & \\ & D & & V \\ & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & \Delta x \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & \Delta y \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 & \Delta z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

6.3.3 Transformation am MGP

Am MGP werden zwei Koordinatensysteme benutzt, Koordinaten bezüglich der ersten Welle (W_1) und bzgl. der zweiten (W_2). Die Transformationsmatrix zur Überführung beider ist von der Montage der Komponenten und der aktuellen Position der Achsen abhängig.

- Punkt in W_1 -Koordinaten P^{W_1}
- Punkt in W_2 -Koordinaten P^{W_2}
- Transformation T

$$P^{W_1} = T \cdot P^{W_2} \quad (6.2)$$

$$T \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ A \\ B \end{pmatrix} = T_X(X) \cdot T_Y(Y) \cdot T_A(A) \cdot T_B(B) \cdot T_Z(Z) \quad (6.3)$$

Zur Ausrichtung der zweiten Welle des MGP ist diese mit fünf Achsen beweglich, drei Linearachsen X, Y, Z und zwei Drehachsen A, B. Die eingesetzten Mikrostelltische erreichen eine so hohe Präzision, dass von einer idealen Verstellung ausgegangen werden kann. Abweichungen vom idealen Modell entstehen dann nur durch eine fehlerhafte Ausrichtung der jeweiligen Bewegungsachsen. Diese Ausrichtung kann wiederum als eine Verdrehung und Verschiebung eines Koordinatensystems betrachtet und somit durch eine Transformationsmatrix dargestellt werden. Dabei kann die reale Verschiebung, die beim Verstellen einer Achse erzeugt wird, durch eine Drehung

und Verschiebung des Koordinatensystems in die jeweilige reale Bewegungsachse, die Ausführung der Bewegung und die Rücktransformation des Koordinatensystems dargestellt werden.

Zur Vereinfachung werden die ideale Verschiebung immer in x-Richtung und die ideale Drehung um die z-Achse beschrieben. Die tatsächlichen Achsen werden durch die Ausrichtungsmatrizen A_i dargestellt. Zur Vereinfachung der Berechnung der Koeffizienten wird noch eine Matrix T_0 vorangestellt, die den Offset beider Koordinatensysteme bei Nullstellung aller Bewegungsachsen ausgleicht.

$$T \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ A \\ B \end{pmatrix} = T_0 \cdot A_X T_{Videal}(X) A_X^{-1} \cdot A_Y T_{Videal}(Y) A_Y^{-1} \\ \cdot A_A T_{Dideal}(A) A_A^{-1} \cdot A_B T_{Dideal}(B) A_B^{-1} \cdot A_Z T_{Videal}(Z) A_Z^{-1} \quad (6.4)$$

Dabei ergibt sich die ideale Verschiebungs- und Drehmatrix zu:

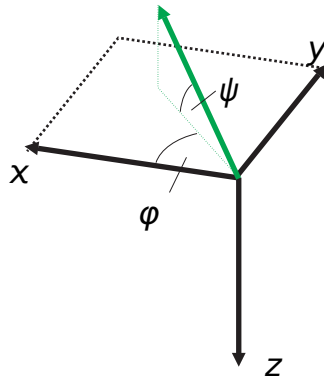
$$T_{Videal} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Verschiebung entlang lokaler X-Achse} \quad (6.5)$$

$$T_{Dideal} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Drehung um lokale Z-Achse} \quad (6.6)$$

Für die Matrizen T_0 , A_X , A_Y , A_Z , A_A , A_B kann die allgemeine Transformationsmatrix (6.1) verwendet werden. Die Koeffizienten müssen durch Messung am MGP bestimmt werden.

6.3.4 Zusammenhang der Koordinatensysteme bzgl. W_1 und W_2

Die Verdrehung des Koordinatensystems W_2 gegenüber W_1 wird durch die ersten beiden Eulerwinkel beschrieben. Auf den dritten kann verzichtet werden, da es sich dabei um eine Rotation um die Wellenachse des Prüfstands handelt. Diese ist hier nicht in die Transformation mit einbezogen und kann auch nicht gesondert positioniert werden. Die gesamte Verdrehung kann als Abfolge zweier einzelner Drehungen dargestellt werden:

Abbildung 6.5: Definition der Winkel zur Ausrichtung von W_2

1. Drehung um z-Achse (Winkel φ)

$$D_1 = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

2. Drehung um neue y-Achse (Winkel ψ)

$$D_2 = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

Außerdem erfolgt eine Verschiebung des Ursprungs zwischen beiden Koordinatensystemen. Insgesamt ergibt sich damit folgende Transformation:

$$T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \varphi \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ D_1 D_2 & y \\ z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

6.3.5 Bestimmung der Koeffizienten der Matrizen

Die ideale Verschiebungsmatrix (Gl. 6.5) und Drehmatrix (Gl. 6.6) werden zur Einheitsmatrix I^4 für $x = 0$ bzw. $\varphi = 0$. Damit wird auch der Term mit der (unbekannten) Ausrichtungsmatrix zur Einheitsmatrix:

$$A_i T_{Videal}(x_i = 0) A_i^{-1} = I^4 \quad (6.10)$$

$$A_i T_{Dideal}(\varphi_i = 0) A_i^{-1} = I^4 \quad (6.11)$$

Durch Nullsetzen aller Bewegungsachsen reduziert sich Gleichung 6.4 zu

$$T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = T_0 \quad (6.12)$$

Die Verschiebungsgleichung für $x \neq 0$ inkl. der Ausrichtungsmatrix ist

$$A_i T_{Videal}(x) A_i^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha_1 x \\ 0 & 1 & 0 & \alpha_2 x \\ 0 & 0 & 1 & \alpha_3 x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

Es gehen also nur drei Koeffizienten α_1 , α_2 und α_3 in die Koordinatentransformation ein, die anderen können als 0 angenommen werden. Bei der Drehung ist das aber nicht möglich, so dass alle 12 Koeffizienten in der Matrix bestimmt werden müssen. Insgesamt sind somit 45 Koeffizienten zu bestimmen.

6.3.5.1 Getrennte Bestimmung

Da es sich hierbei im allgemeinen um ein nichtlineares Problem mit 45 Unbekannten handelt, ist eine genaue Lösung ohne geeignete Startwerte schwierig. Daher werden die Koeffizienten zuerst näherungsweise über ausgewählte Punkte bestimmt. Nach Gleichung 6.12 kann die Matrix T_0 aus drei Punkten bestimmt werden, wenn alle Bewegungsachsen auf 0 stehen. Dazu kann die Position der Punkte $P_1 = (0, 0, 0)^{W_2^T}$, $P_2 = (1, 0, 0)^{W_2^T}$ und $P_3 = (0, 1, 0)^{W_2^T}$ bzgl. W_1 gemessen werden. Damit ergibt sich das lösbare lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} P_1^{W_1} & P_2^{W_1} & P_3^{W_1} \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = T_0 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

Alle anderen Messpunkte lassen sich über Gleichung 6.15 in ein Koordinatensystem $W_{1,0}$ umrechnen, in dem $T_0 = I^4$ ist. Damit lässt sich jede Ausrichtungsmatrix einzeln bestimmen, wenn alle anderen Bewegungsachsen auf 0 sind.

$$P^{W_1} = T_0 \cdot P^{W_{1,0}} \quad (6.15)$$

Gemäß Gleichung 6.13 können nun die Koeffizienten für die A_i der Verschiebeachsen ebenfalls durch Messung eines beliebigen Punktes bestimmt werden. Der Einfachheit halber wird der Punkt $P_1 = (0, 0, 0)^{W_2^T}$ genommen, allerdings bei einer Verschiebung der Achse $x \neq 0$. Die Koeffizienten ergeben sich dann zu:

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{x} P_1^{W_{1,0}} \quad (6.16)$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten für die Drehachsen wird die Bahn des Punktes $P_1 = (0, 0, 0)^{W_2^T}$ bei einer Drehung um die Achse A bzw. B bestimmt. Dazu wird zunächst eine Ausgleichsebene durch alle Punkte $P_1(A)^{W_1}$ mit dem Normalenvektor \vec{n} , anschließend ein Ausgleichskreis nach dem Gauss-Newton-Verfahren durch diese Punkte mit dem Mittelpunkt M bestimmt. Da nach Gl. 6.6 für die Drehachsen immer eine Drehung um die z-Achse angenommen wird, stellt die Ausrichtungsmatrix A_A eine Verdrehung der Achse $(0, 0, 1)$ auf \vec{n} und eine Verschiebung des Ursprungs auf M dar. Die Bestimmung von A_B erfolgt analog.

6.3.5.2 Kombinierte Bestimmung zur Feinausrichtung

Mit den nach Abschnitt 6.3.5.1 bestimmten Lösung für die Koeffizienten der Transformationsmatrix als Startwerte kann eine weitere Optimierung der Koeffizienten erfolgen. Benutzt wird dazu ein erweitertes numerisches Gauss-Newton-Verfahren.⁸ Dabei wird nach Gl. 6.2 und Gl. 6.4 die Abweichung zwischen berechneten und gemessenen Punkten minimiert.

$$\|P^{W_{1,i, \text{gemessen}}} - T \cdot P^{W_2}\| \longrightarrow \text{minimal} \quad (6.17)$$

6.3.6 Bezugspunkte

Da der Aufbau des Prüfstands möglichst variabel gehalten werden soll und somit sehr unterschiedliche Zahnräder in den Prüfstandswellen fixiert werden müssen, können auf den Zahnrädern selbst keine Bezugspunkte festgelegt werden. Daher sind die Ursprünge der beiden Koordinatensysteme bezüglich W_1 und W_2 auf den Sensorring an den Luftlagern der Wellen bezogen. Als Bezugspunkt jedes Zahnrads wird der Wälzpunkt in der Mitte der Zahnflanke gewählt. Der Versatz zum jeweiligen Bezugspunkt der Prüfstandswelle wird in den lokalen Koordinaten erfasst. Damit

⁸Optim TB

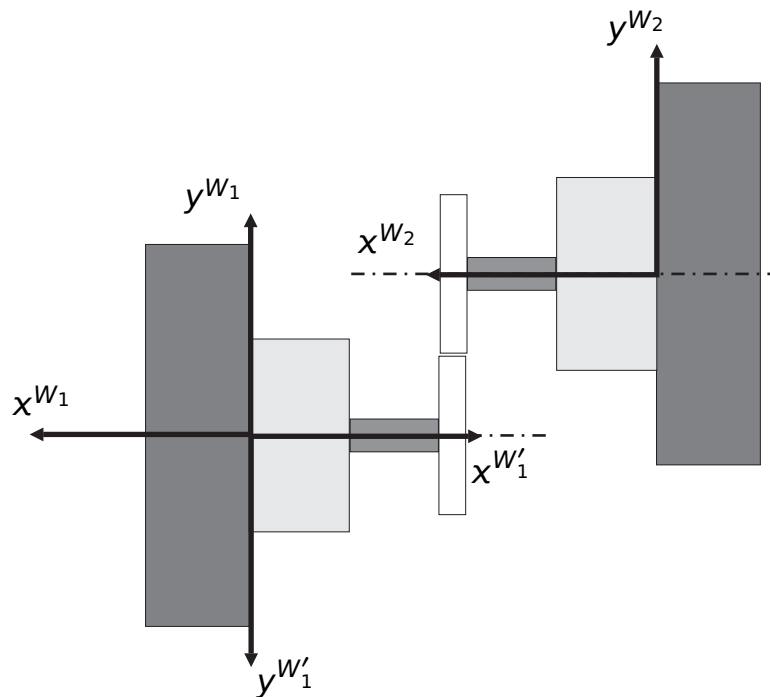


Abbildung 6.6: Zur vereinfachten Positionierung werden Bezugspunkte für jede Welle definiert. Diese liegen auf dem Wälzzyclinders bei halber Zahnbreite.

befindet sich der Prüfstand auf Position $(0, 0, 0, 0, 0)^T$, wenn die beiden Zahnräder mit parallelen Achsen auf nominellem Achsabstand kämmen.

6.4 Kennwerte

Bei der Konzipierung des Mikrogetriebeprüfstands können bereits aus den technischen Daten der Komponenten erwartete Kennwerte berechnet werden.

6.4.1 Dynamisches Verhalten

Tabelle 6.1 zeigt die Trägheiten der rotierenden Teile des Mikrogetriebeprüfstands. Sie können alle als steif miteinander verbunden betrachtet werden bis auf die Drehmomentmesswelle, die nur über eine geringe Steifigkeit verfügt. Für eine schwingungstechnische Untersuchung können die Prüfstandswellen für sich als Zweimassenschwinger betrachtet werden. Die sich daraus ergebende Resonanzfrequenz

	J [10^{-6} kg s^2]	c [Nm/rad]
Motor	0,42	
Kupplung 1	0,26	
Drehmomentmesswelle Antriebsseite	1,1	
Drehmomentmesswelle Messseite	0,013	0,54
Kupplung 2	0,1	
Drehgeber	2,15	
Welle	5,6996	
Gesamt	9,74	

Tabelle 6.1: Trägheiten der An- und Abtriebswelle des Mikrotriebepprüfstands

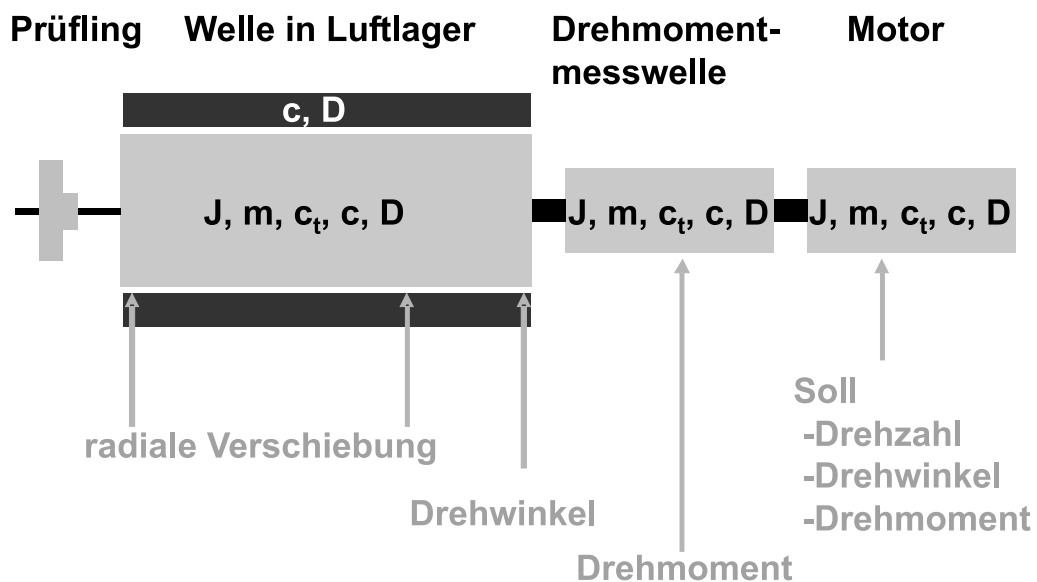


Abbildung 6.7: Dynamisches Modell der Antriebseinheit des MGP mit den relevanten Eigenschaften und Messstellen

kann nach Gleichung 6.18 berechnet werden.

$$\omega_e = \sqrt{c \cdot \frac{J_1 + J_2}{J_1 \cdot J_2}} \quad (6.18)$$

$$\omega_e = 609,2 \text{ rad/s} \quad (6.19)$$

$$\Rightarrow f_e = 97,0 \text{ Hz} \quad (6.20)$$

Dieses analytische Ergebnis lässt sich auch in einer Mehrkörpersimulation bestä-

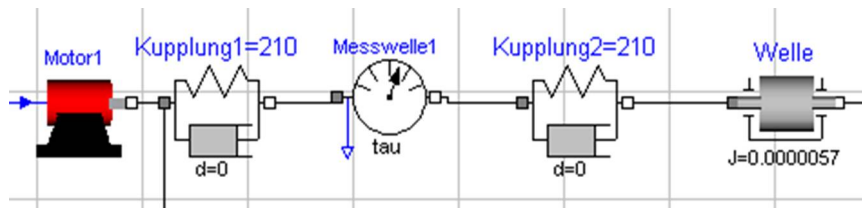


Abbildung 6.8: Simulationsmodell der Antriebseinheit des MGP in Dymola

tigen. Dazu wurde der Antriebstrang des Prüfstands in Dymola modelliert. Diesmal muss das Modell nicht auf zwei Massen reduziert werden, sondern es können alle Steifigkeiten exakt berücksichtigt werden. Das Ergebnis zeigt eine ähnliche Eigenfrequenz von $f_e = 102 \text{ Hz}$. Da über die Reibung in den Wälzlagern des Antriebsmotors sowie im Luftlager sehr klein ist und keine hinreichend genaue Werte vorliegen, können sie nicht für die Dämpfung berücksichtigt werden. Genauso ist die von den elastischen Komponenten erzeugte innere Dämpfung unbekannt und kann erst im Versuch ermittelt werden.

6.4.2 Betriebsbereich

Der mögliche Betriebsbereich des Mikrotriebepfstands wird durch die maximalen Drehzahlen und Drehmomente der eingesetzten Komponenten bestimmt. Diese sind in Tabelle 6.2 zusammengefasst. Daraus ist ersichtlich, dass die maximale Drehzahl und Drehmoment, die die Motorsteuerung bzw. der Motor anfahren kann, auch mechanisch von allen Komponenten ausgehalten werden kann. Die maximale elektrische Drehzahl des Drehgebers ist keine harte Grenze, sie bedeutet nur, dass das Ausgangssignal darüber hinaus signifikant schwächer wird. Die daran angeschlossene Auswerteelektronik kann deutlich höhere Frequenzen von mindestens $f_{max} = 500 \text{ kHz}$ bzw. $n_{max} = 14.650 \text{ rpm}$ verarbeiten. Ob der Signalpegel dann noch für eine zuverlässig Messung ausreicht, ist in Tests abzuklären.

⁹vgl. Maxon (2006), Lorenz Messtechnik GmbH (2006), Heidenhain (2006)

	n_{max} [rpm]	M_{max} [mNm]
Motor	50.000	36,6
Motorsteuerung	25.000	40
Drehmomentmesswelle	30.000	50
Welle	–	–
Drehgeber (mechanisch)	25.000	–
(elektrisch -3 dB)	5.275	–

Tabelle 6.2: Maximal zulässige Drehzahlen und Drehmomente⁹

Hinzukommt, dass die erwarteten Effekte von der Datenerfassung zeitlich auch aufgelöst werden können. Die eingesetzte Zählerkarte¹⁰ und der A/D-Wandler¹¹ ermöglichen sehr hohe Abtastraten von 10 kS/s bzw. 100 kS/s, jedoch reicht der interne Puffer dann nur für eine Messzeit von ca. 0,8 s bzw. 2,5 ms aus. Die tatsächlich erreichbare Abtastrate wird also hauptsächlich von der Geschwindigkeit bestimmt, mit der die erfassten Daten auf dem Messrechner gespeichert werden können. Aufgrund der Erfahrungen mit anderen Prüfständen ist davon auszugehen, dass sie höchstens bei 5000 S/s liegen wird.

¹⁰PC-Zählerkarte IK 220 Heidenhain (2003)

¹¹Measurement Computing (2005)

7 Versuche

7.1 Versuchstechnische Ermittlung der Eigenschaften des Prüfstands

7.1.1 Reibung

Wie bereits im Abschnitt 6.1 dargelegt, ist eine wesentliche Anforderung an einen Prüfstand für Mikrogetriebe und -zahnräder, dass die Messungen bei einer minimalen Reibung durchgeführt werden können. Daher ist die Welle in einem aerostatischen Luftlager gelagert und für die Messung von Drehwinkel und -moment sind lagerlose Sensoren eingesetzt. Einzig der An- und Abtriebsmotor verfügen über Wälzlager. Allerdings besitzt auch Luft eine gewisse Zähigkeit, was bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten auch zu Reibung führt. Außerdem sind nicht alle drehenden Teile perfekt rund, so z.B. die Wellenkupplungen und Zahnräder. Diese tragen ebenfalls zu einem Luftwiderstand und damit zur Reibung bei.

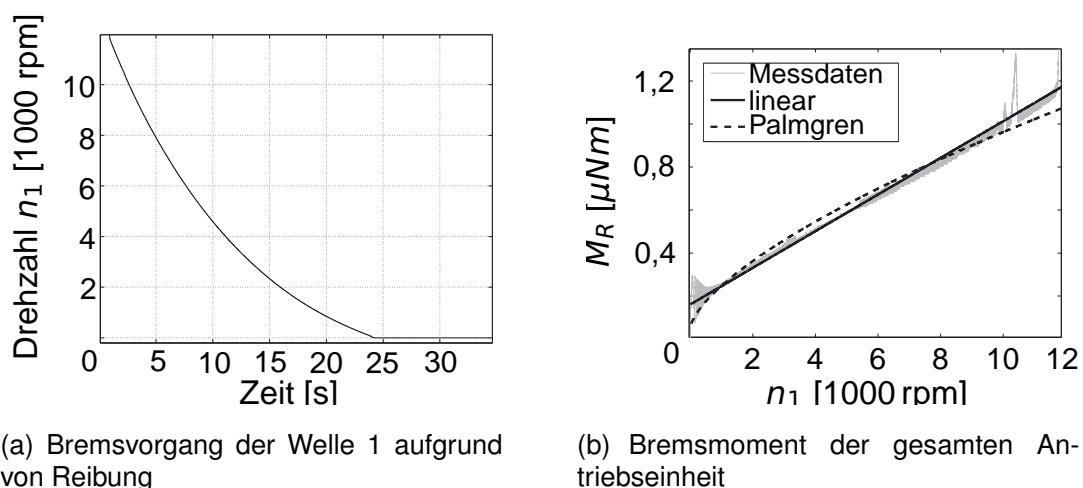


Abbildung 7.1: Reibungsbestimmung durch Auslaufversuch

Um den Betrag des Reibmoments bei drehender Welle und unterschiedlichen Geschwindigkeiten zu ermitteln, können prinzipiell zwei verschiedene Arten von Mes-

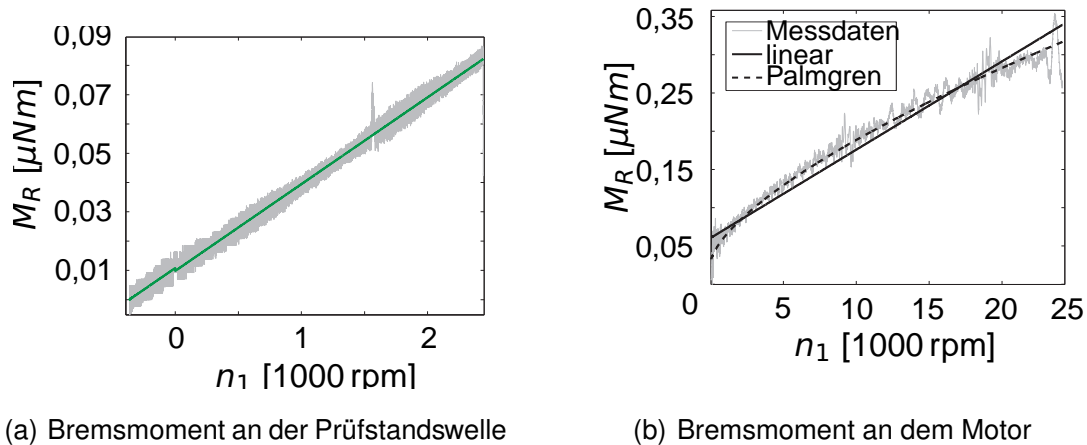


Abbildung 7.2: Auslaufversuch an den Komponenten des MGP

sungen durchgeführt werden. Einmal wird die Welle bei konstanter Drehzahl vom Motor angetrieben. An der Drehmomentenmesswelle kann das auf die Welle übertragene Drehmoment direkt gemessen werden. Bei einer freien, konstanten Drehung der Welle ist dieses lediglich das Reibmoment der Welle. Außerdem kann die Reibung des gesamten Triebstrangs ermittelt werden, indem Auslaufversuche durchgeführt werden. D.h. die Welle wird auf eine bestimmte Drehzahl beschleunigt und dann der Antrieb abgestellt, der Motor dreht stromlos — und damit ohne Drehmoment — mit. Die Welle wird durch die Reibung gebremst und verliert an Geschwindigkeit bis zum Stillstand. Nach Gleichung 7.1 kann das Reibmoment indirekt aus der Beschleunigung ermittelt werden.

$$M = -J \cdot \ddot{\varphi} \quad (7.1)$$

Schon die Durchführung des Auslaufversuchs zeigt, dass die am Prüfstand auftretende Reibung sehr gering ist. In Abbildung 7.1(a) ist die Drehzahl der Welle 1 dargestellt. Diese dreht nach Abstellen des Antriebs noch für ca. 25 s. Daraus lässt sich nach Gleichung 7.1 bei bekannter Trägheit J (s. Tabelle 6.1) das momentane Reibmoment bei jeder Geschwindigkeit ermitteln (Abbildung 7.1(b)).

Als Ursache des Reibmoments kommt sowohl der Luftwiderstand der rotierenden Welle im Luftlager sowie an den freien Teilen in Frage wie auch die Reibung der gedichteten Wälzlager des Antriebsmotors. Es liegt die Vermutung nahe, das letztere die größere Auswirkung hat. Um dies zu kontrollieren wurde der Versuch für beide Komponenten getrennt wiederholt. Da die Drehmomentmesswelle über keine Eigenlagerung verfügt, konnte sie in diesen Versuch nicht mit einbezogen werden.

Wenn die Reibung der Wälzlager des Motors das Verhalten der gesamten Welle

dominiert, kann die Reibung nach Palmgren berechnet werden (s. Gleichung 7.2)¹.

$$M_0 = f_0 d_m^3 (\nu n)^{\frac{2}{3}} \quad \text{Leerlaufmoment (drehzahlabhängig)} \quad (7.2)$$

$$M_1 = f F d_m \left(\frac{F}{C_0} \right)^c \quad \text{Belastungsmoment (lastabhängig)}$$

Daraus ist ersichtlich, dass es für eine spezielle Lagerkombination und Belastungsfall — hier nur das Eigengewicht — einen konstanten Reibmomentenanteil M_1 und einen mit $n^{\frac{2}{3}}$ drehzahlabhängigen M_0 gibt.

Eine Einpassung dieser Annahme in die Messergebnisse nach der Methoden der kleinsten Fehlerquadrate ergibt aber größere Abweichungen ($\sqrt{\Sigma \Delta y^2} = 10,4 \mu Nm$) als eine lineare Anpassung ($\sqrt{\Sigma \Delta y^2} = 8,9 \mu Nm$). So wurde letztere verwendet, um daraus das statische (drehzahlunabhängige) M_1 und das dynamische (drehzahlabhängige) Reibmoment M_0 zu bestimmen.

$$M_0 = 8.503 \cdot 10^{-11} \text{ Nm/rpm} \cdot n \quad (7.3)$$

$$M_1 = 1.622 \cdot 10^{-7} \text{ Nm} \quad (7.4)$$

$$M_R = M_0 + M_1 \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ Nm} = 1 \mu Nm \quad \text{für } n = 10.000 \text{ rpm} \quad (7.5)$$

Eine genauere Erklärung, warum die Reibung mehr einem lineare Verlauf folgt als dem von Palmgren beschriebenen, zeigen die Ergebnisse der Einzelversuche mit Motor und Welle (Abbildung 7.2). Hier lassen sich die ermittelten Momente in Abhängigkeit der Drehzahl für die luftgelagerte Welle wieder sehr gut linear einpassen. Das Reibmoment des wälzgelagerten Motors folgt aber nach Palmgren der Drehzahl mit $n^{\frac{2}{3}}$. Zudem ist zu erkennen, dass im Luftlager zusätzlich ein konstantes Moment auf die Welle ausgeübt wird, dass sie dazu veranlasst, nach einer Abbremsphase mit einer konstanten Geschwindigkeit (ca. $n = 370 \text{ rpm}$) weiterzudrehen. Es liegt etwa bei $M_{Luft} = 10 \text{ nNm}$ und wird vermutlich durch die Luftströmung innerhalb des Lagers erzeugt. Die Ergebnisse zeigen weiterhin, dass die in den beiden Lagern auftretenden Reibungen nicht das gesamte Reibmoment der montierten Welle erklären können. Mögliche weitere Quellen sind der Luftwiderstand der restlichen rotierenden Teile — der Drehmomentmesswelle und der beiden Balgkupplungen — und die innere Reibung, die durch Verformung der Balgkupplungen aufgrund des minimalen Radial- und Winkelversatzes der angrenzenden Wellen entsteht.

Insgesamt ergeben sich hier aber für den gesamten Antriebsstrang Reibmomente, die in den meisten Betriebsfällen unter $1 \mu Nm$ liegen. Die Wiederholbarkeit der eingesetzten Drehmomentmesswelle liegt mit 0,02 % des Messbereichs, also $10 \mu Nm$,

¹Palmgren (1957)

eine Größenordnung darüber. Die andere beschriebene Methode, das Reibmoment der Prüfstandswelle allein durch Messung des Antriebsmoments im Leerlauf zu bestimmen, ist daher am Mikrogetriebeprüfstand nicht durchführbar. Allerdings bedeutet dies auch, dass Reibungseinflüsse des Prüfstands bei Drehmomentmessungen an der Verzahnung vernachlässigbar sind. Sie werden daher hier auch nicht weiter betrachtet.

7.1.2 Schwingungen

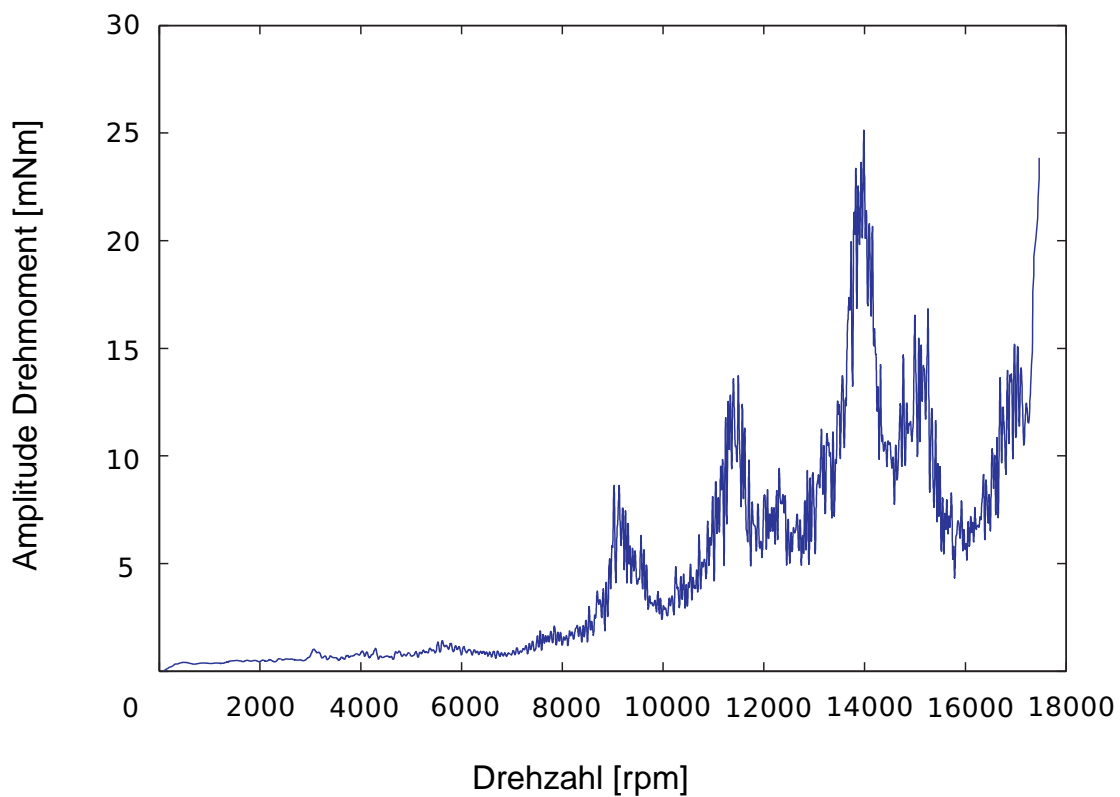


Abbildung 7.3: Resonanzen im Drehmomentsignal bei freier Welle

Als schwingungsfähiges System neigen die Antriebseinheiten des Prüfstands vor allem, wenn sie in der Nähe ihrer Resonanzfrequenzen angeregt werden, zu Torsionsschwingungen. Abbildung 7.3 zeigt den Verlauf der Amplitude des Drehmomentsignals, wenn die Welle von Stillstand aus hochgefahren wird. Neben einer deutlichen Zunahme der Schwingungen mit höheren Drehzahlen sind einzelne Resonanzstellen deutlich erkennbar. Bei den für die Qualitätsmessungen benutzten Drehzahlen im Bereich $n = 5 - 100$ rpm treten praktisch keine Schwingungen auf,

dagegen sehr starke ab ca. $n = 9000$ rpm. Die Resonanzen entsprechen Frequenzen von ca. $f = 153$ Hz, 192 Hz und 233 Hz.

7.1.3 möglicher Betriebsbereich

Der mögliche Betriebsbereich des Mikrotriebepfprüfstands ergibt sich aus den Möglichkeiten der Antriebe wie der eingesetzten Messtechnik und der Aufzeichnungstechnik. Aufgrund der Menge der registrierten Daten (insgesamt 34 Kanäle) ist ein dauerhafter Betrieb nur bis zu einer Abtastrate von 2500 Hz möglich. Das bedeutet, dass abhängig von der Drehzahl nur eine begrenzte Zahl an Messwerten pro Umdrehung aufgenommen werden kann. Den Zusammenhang zeigt Abbildung 7.4. Bei einer angestrebten Auflösung der Messdaten von 3000 $\%$ ergibt sich bei 2500 Hz eine maximale Drehzahl von 50 rpm.

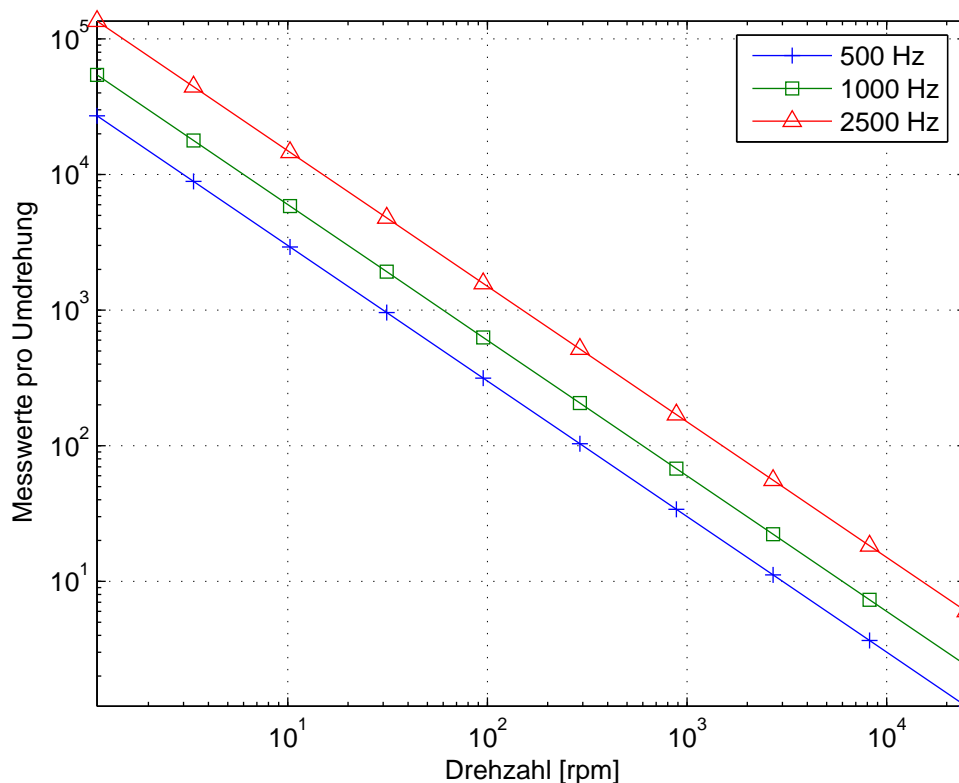
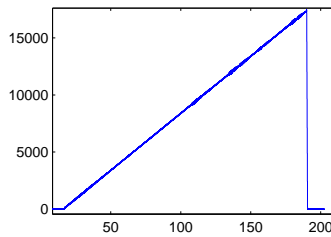


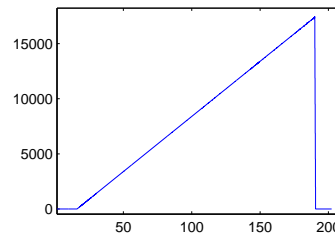
Abbildung 7.4: Zusammenhang zwischen erfassten Messwerten pro Umdrehung und Drehzahl bei unterschiedlichen Abtastraten

Weiterhin muss geklärt werden, bis zu welcher Drehzahl die Winkelsensoren der beiden Wellen zuverlässig arbeiten (s. Abschnitt 6.4.2). Dazu wird am Prüfstand langsam die Drehzahl erhöht und die über die Winkelsensoren sowie am Motor gemess-

sene Drehzahl aufgezeichnet. Abbildung 7.5 zeigt die Messwerte. Es ist deutlich zu



(a) Drehzahlsignal des F/U-Wandlers



(b) Drehzahl durch Differentiation des Drehgebersignals

Abbildung 7.5: Drehzahlmessung über den Motordrehgeber und einen F/U-Wandler und über die Winkelsensoren und eine Zählerkarte

erkennen, dass der Drehgeber in Kombination mit der Zählerkarte die Herstellerangaben weit übertrifft und mindestens bis zu einer Drehzahl von $n = 18.000$ rpm ein zuverlässiges Signal liefert und so auch zur Drehzahlmessung eingesetzt werden kann.

7.2 Einflanken-Wälzprüfung

7.2.1 Versuchsprogramm

Zum Nachweis der Anwendbarkeit der in Abschnitt 4.3 vorgeschlagenen Methode werden am Mikrotriebeprüfstand mehrere Versuche durchgeführt. Damit soll nachgewiesen werden, dass der größte Anteil der Wälzabweichung von den beteiligten Wirkflächen unabhängig verursacht wird, und nur geringfügig von deren Kombination im Wirkflächenpaar. Ein direkter Nachweis der Übereinstimmung des so berechneten Ergebnisses für die Wälzabweichung des Einzelrads mit der mittels einer normgerechten Prüfung (Wälzprüfung eines Prüflings mit einem Lehrad) erfassten kann hier nicht erbracht werden. Für Zahnräder in dem am MGP benutzten Größenbereich sind keine Lehräder verfügbar.

Ziel ist es hier daher, zu zeigen, dass sich aus der auf die Wirkflächen beider Zahnräder verteilten Wälzabweichung wieder die für die Wirkflächenpaare am Prüfstand gemessene Wälzabweichung zusammensetzen lässt. Die dabei auftretende Abweichung zum Originalsignal muss klein gegenüber der Wälzabweichung sein. Weiterhin kann ein Vergleich zwischen verschiedenen Zahnradpaarungen gezogen werden. Wenn ein bestimmtes Zahnrad mit mehreren anderen gepaart wird, wird die dabei gemessene Wälzabweichung für jedes Paar anders sein. Bei einer Berechnung

der Einzelanteile soll aber mit einem geringen Fehler für ein und dasselbe Zahnrad auch das gleiche Ergebnis erzielt werden.

7.2.2 Durchführung am MGP

Der Prüfstand verfügt über Drehwinkelsensoren an beiden Wellen. Damit ist die zeitgleiche Erfassung des Drehwinkels beider Wellen mit bis zu 2.500 Hz möglich. Für die hier vorgestellten Messergebnisse wurde nur eine Abtastfrequenz von 1.000 Hz genutzt. Dabei werden die Zahnräder mit geringer Drehzahl ($n = 5 - 20$ rpm) gedreht und mit einem kleinen Drehmoment ($M = 1$ mNm) belastet, um ein Abheben der Zahnflanken und damit eine Flugphase zu vermeiden. Dadurch ergibt sich ein mittleres Abtastintervall von 12.000 - 3.000 s/u Messwerten pro Umdrehung.

7.2.3 Auswertung der Messdaten

Die Auswertung der am Prüfstand aufgezeichneten Daten der Einflanken-Wälzprüfung erfolgt nach dem in Abschnitt 4 beschriebenen Modell. Von den erfassten Messwerten sind für die Auswertung die Drehwinkel beider Wellen von Bedeutung. Da für beide die Nullstellung in Relation zum Zahnrad festgelegt ist, kann der nach Gleichung 4.22 bestimmte Unterschied Δs_{12} einen Offset enthalten, der keine eigentliche Wälzabweichung darstellt. Letztere wird nur durch die Änderung von Δs_{12} beschrieben. Im folgenden wird aber zunächst trotzdem der gesamte Unterschied betrachtet, die Kennwerte nach DIN 3960 (1987) beinhalten in der Auswertung aber immer nur die Änderung über eine oder mehrere Radumdrehungen. Im einzelnen sind das:

- F'_i – Einflanken-Wälzabweichung: Die maximale Differenz des Signals Δs_{12} während einer Umdrehung ($\Delta\varphi_1 = 2\pi$) oder Überlaufperiode ($\Delta\varphi_1 = 2\pi \cdot \frac{kgV(z_1, z_2)}{z_1}$)
- f'_i – Einflanken-Wälzsprung: Die maximale Differenz des Signals Δs_{12} während einer dem Zahneingriff entsprechenden Periode ($\Delta\varphi_1 \approx \frac{2\pi \cdot \epsilon_\alpha}{z_1}$)
- f'_l – Der langwellige Anteil der Einflanken-Wälzabweichung, gemittelt über drei Teilungsperioden. Er wird über einen Tiefpassfilter (gleitender Durchschnitt) mit einer Grenzwellenlänge von $\lambda = \frac{3 \cdot 2\pi}{z_1}$ bestimmt.
- f'_k – Der kurzwellige Anteil, berechnet als Differenz zwischen dem Originalsignal Δs_{12} und dem langwelligen Anteil f'_l .

Die Berechnung erfolgt in mehreren Schritten:

1. Erfassen der Drehwinkel beider Zahnräder φ_1 und φ_2
2. Festlegen der Auflösung des Modells in $\frac{\text{Einzelwirkflächen}}{\text{Zahnflanke}}$
3. Zuordnen der einzelnen Messwerte zu Wirkflächenpaaren WF_{Ai} und WF_{Bj} anhand der absoluten Drehwinkel der Zahnräder
4. Berechnung der Wälzabweichung Δs_{12} und Ausgleich über ganze Teilungen
5. Berechnen der Wälzabweichungsanteile beider Zahnräder gemäß Gl. 4.23
6. Berechnen des zusammengesetzten Signals aus Schritt 5 und des Residuums zum Originalsignal

Die Anzahl der Einzelwirkflächen, die in dem Modell zur Berechnung der Wälzabweichung genutzt werden (Schritt 2), ist nach unten durch die benötigte Auflösung des Ergebnisses, nach oben durch die zur Verfügung stehenden Eingangsdaten und Rechenkapazitäten bestimmt. Dabei muss sichergestellt sein, dass jeder so definierten Wirkfläche auch im folgenden Schritt mindestens ein Messwert zugeordnet werden kann. Andernfalls wird die Wälzabweichung in diesem Punkt fälschlicherweise zu 0 berechnet. Bei der Versuchsdurchführung sind zwei Fälle zu unterscheiden. Haben beide Zahnräder teilerfremde Zähnezahlen, so ergeben sich über mehrere Umdrehungen automatisch verschiedene Kombinationen von Zahnflanken. Ein Ausgleich nach Schritt 4 ist nicht notwendig. In anderen Fällen kann es notwendig sein, ein Zahnrad zu versetzen, d.h. beide Zahnräder außer Eingriff zu bringen, eines eine Teilung weiterzudrehen und beide wieder in Eingriff zu bringen. In der Auswertung werden diese Messwerte wie ein durchlaufender Versuch behandelt. Daher wird davon ausgegangen, dass der Betrag der Abweichung $|\Delta s_{12}|$ immer kleiner als die halbe Teilung p ist. Ergibt sich rechnerisch eine größere Abweichung für einen einzelnen Messwert, wird diese durch Addition eines ganzzahligen Vielfachen der Teilung korrigiert.

$$\Delta s_{12 \text{ kor.}}(i) = \Delta s_{12}(i) + k \cdot p, \quad k \in \mathbb{Z}, \text{ so dass } |\Delta s_{12 \text{ kor.}}| \leq \frac{p}{2} \quad (7.6)$$

7.2.4 Ergebnisse

7.2.4.1 Veranschaulichung der Überlegungen aus Kapitel 4

Die in Kapitel 4 theoretisch angestellten Überlegungen zur Zerlegung des Signals der Einflanken-Wälzprüfung in einzelne Anteile, die jeweils nur von einem Zahn-

rad beeinflusst werden, sollen im folgenden anhand beispielhafter Messergebnisse nochmals veranschaulicht werden. Abbildung 7.6 zeigt das Messergebnis der

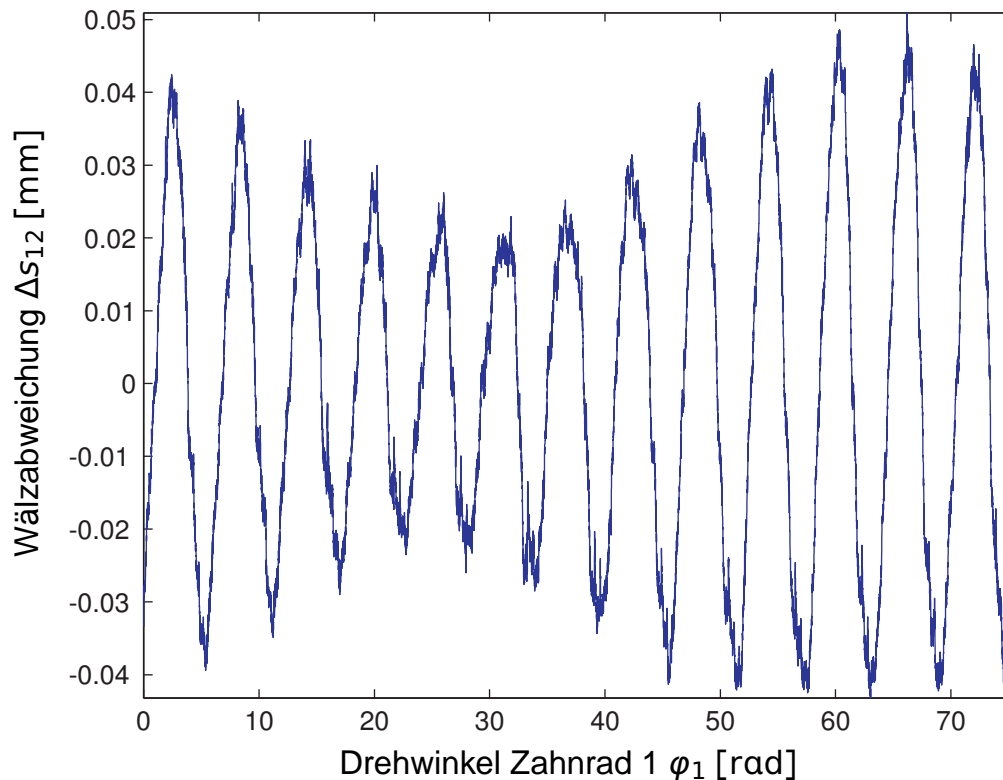


Abbildung 7.6: Wälzabweichung dargestellt in Abhängigkeit des momentan aktiven Wirkflächenpaars (bestimmt durch den Drehwinkel φ_1)

Einflanken-Wälzprüfung zweier Werkräder mit ungleicher Zähnezahl. Daher ist eine ganze Überlaufperiode aufgenommen worden. Wie bereits ausgeführt, lässt sich dasjenige Wirkflächenpaar, das momentan den Funktionskontakt hat, eindeutig über den fortlaufend gezählten Drehwinkel eines der beiden kämmenden Zahnräder bestimmen. Nach einer Überlaufperiode liegt der Funktionskontakt wieder im ersten Wirkflächenpaar. Hier sind bereits zwei typische Effekte zu sehen. Es bildet sich eine Grundschwingung aus mit einer Wellenlänge von ca. $\lambda \approx 2\pi$ und eine Schwebung mit $\lambda = \text{Ü.Z.} \cdot 2\pi$ (vgl. Gl. 4.1). Diese ergeben sich daraus, dass die Hauptabweichungen der eingesetzten Zahnräder in einer Exzentrizität der Verzahnungsachse und der Drehachse besteht. Dadurch ergibt sich ein sinusförmiges Signal für beide Zahnräder, jeweils mit deren Drehfrequenz. Da beide sehr ähnliche Zähnezahlen ($z_1 = 13$ und $z_2 = 12$) haben, liegen diese Frequenzen auch sehr nahe zusammen, was sich in der erwähnten Schwingung mit überlagerter Schwebung äußert.

In Abbildung 7.7 ist eine reduzierte Anzahl der Messpunkte aus Abbildung 7.6 dar-

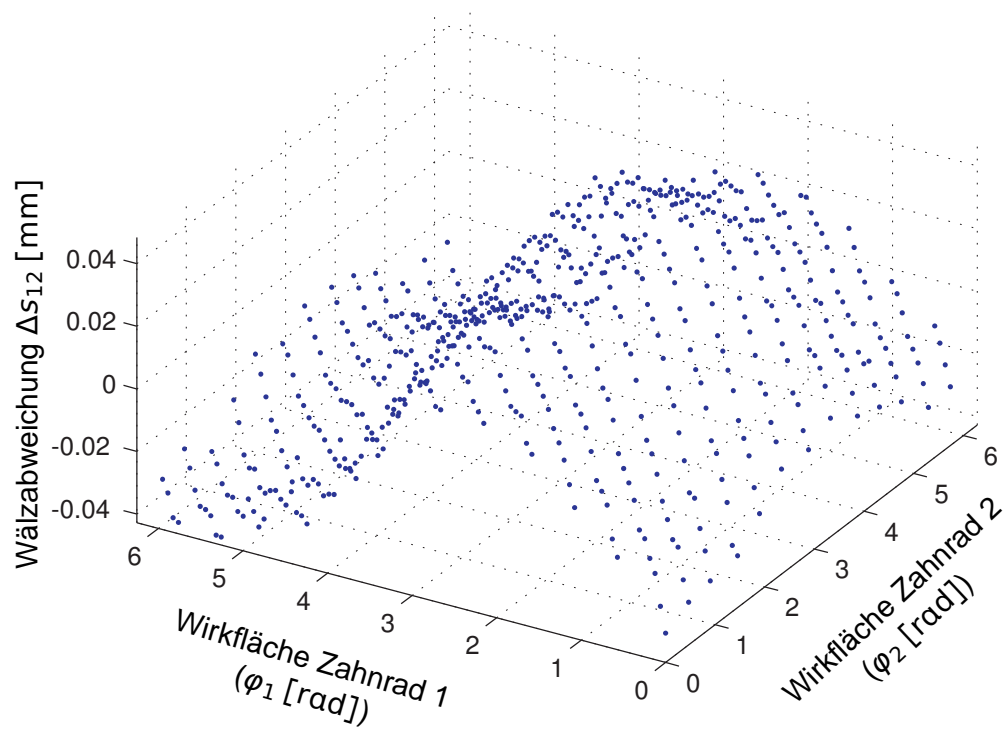


Abbildung 7.7: Wälzabweichung dargestellt in Abhängigkeit der beiden momentan aktiven Wirkflächen (bestimmt durch die Drehwinkel φ_1 und φ_2)

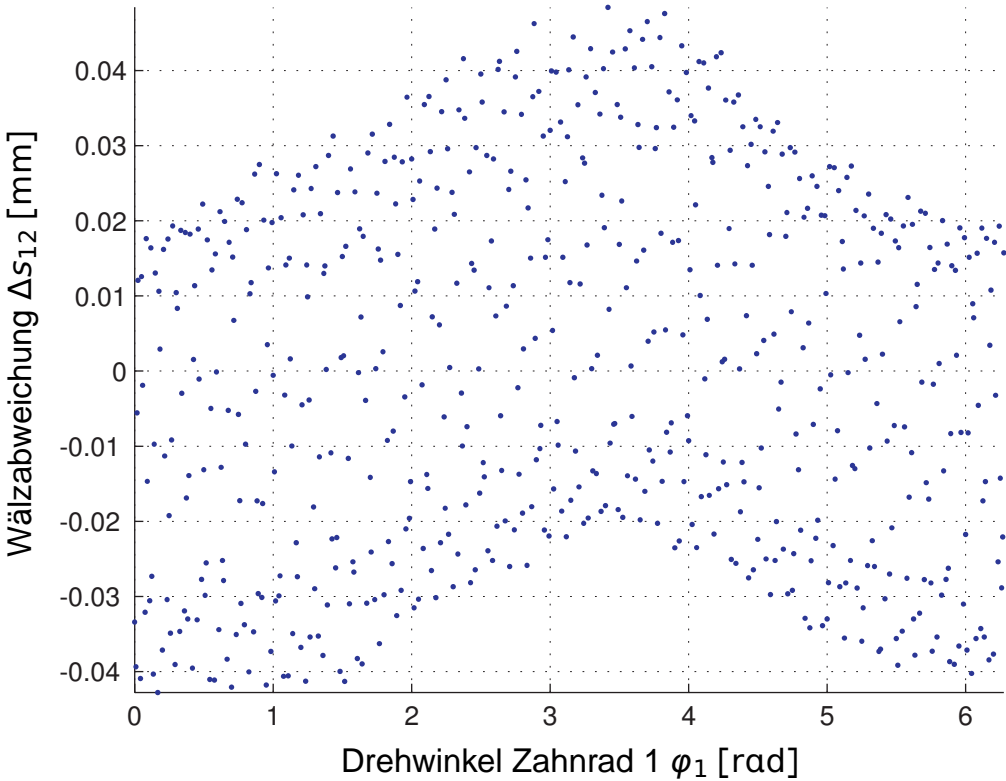


Abbildung 7.8: Projektion der Abbildung 7.7

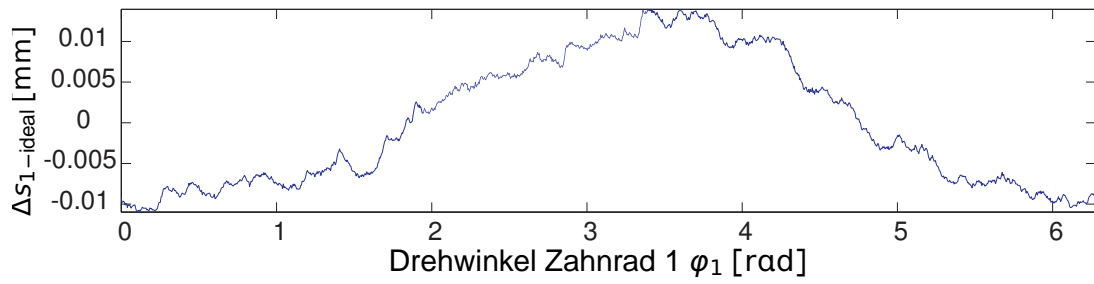
gestellt. Diesmal aber nicht in Abhängigkeit des Wirkflächenpaares bzw. des fortlaufenden Drehwinkels, sondern in Abhängigkeit der Wirkflächen der beiden Zahnräder, die momentan den Funktionskontakt innehaben. Die Wirkflächen lassen sich getrennt voneinander durch den absoluten Drehwinkel des jeweiligen Zahnrads φ_1 , $\varphi_2 \in [0; 2\pi)$ bestimmen. Es ist zu erkennen, dass zu jeder Wirkfläche sehr unterschiedliche Wälzabweichungen gemessen werden können, je nach dem welche Gegenwirkfläche in diesem Moment aktiv ist. In der Projektion (Abbildung 7.8) wird dies nochmal deutlich. Aber man sieht auch, dass es ein bestimmtes Muster gibt, wie sich die Wälzabweichung über den Drehwinkel φ_1 entwickelt, unabhängig von der Gegenwirkfläche. Dies führt zu dem in Gleichung 4.23 beschriebenen Ansatz, der unter der Voraussetzung verwendet werden kann, dass der nur durch das Zusammenspiel im Wirkflächenpaar bestimmte Anteil vernachlässigbar ist (vgl. Gl. 4.6).

7.2.4.2 Ergebnisse für Mikrozahnräder

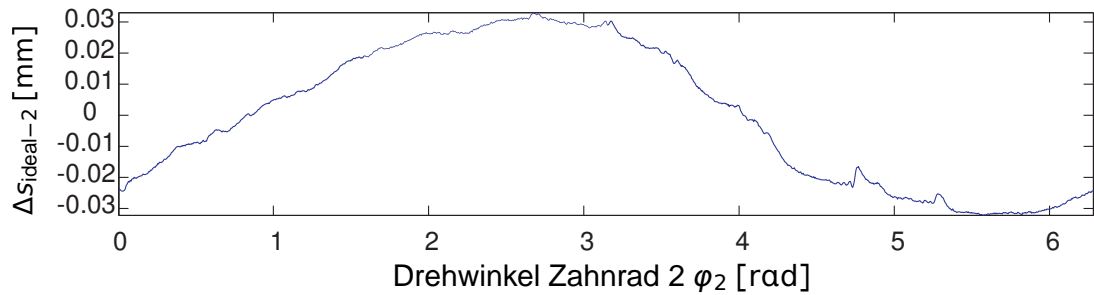
Spritzgegossene Zahnräder aus Kunststoff Zur weiteren Überprüfung der verwendeten Methode wurde folgender Versuch durchgeführt: Ein Zahnrad (F02) wird mit mehreren unterschiedlichen Zahnrädern nominell gleicher Qualität gepaart. Die so gewonnenen Wälzabweichungen für die unterschiedlichen Paarungen werden gemäß dem Modell ausgewertet und die einzelnen Wälzabweichungen der Zahnräder berechnet. Abbildung 7.10 zeigt die berechnete Wälzabweichung der verwendeten Gegenräder F11 – F18. Wie nicht anderst zu erwarten, ist sie für jedes Rad unterschiedlich. Dagegen ist die Abweichung des über den ganzen Versuch immer gleich verwendeten Zahnrads F02 (Abbildung 7.11) zwischen den einzelnen Versuchen minimal. Daraus ist ersichtlich, dass über die vorgeschlagene Methode zumindest ein für ein einzelnes Zahnrad charakteristischer Verlauf ermittelt werden kann, und das unabhängig von dem eingesetzten Gegenrad und dessen Abweichungen.

Der für dieses Zahnrad gemessene Verlauf der Einflanken-Wälzabweichung lässt sich ebenfalls nach DIN 3960 auswerten. Zusätzlich wurden die geometrischen Abweichungen mit einem Koordinatenmessgerät ermittelt². Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.1 zusammengefasst. Da es sich hierbei um spritzgegossene Zahnräder aus Acetalharz handelt, sind die relativ großen Abweichungen zu erwarten. Es zeigt sich aber, dass die Qualitäten, die mit den einzelnen definierten Abweichungen ermittelt wurden, durchaus in einem ähnlichen Gebiet liegen.

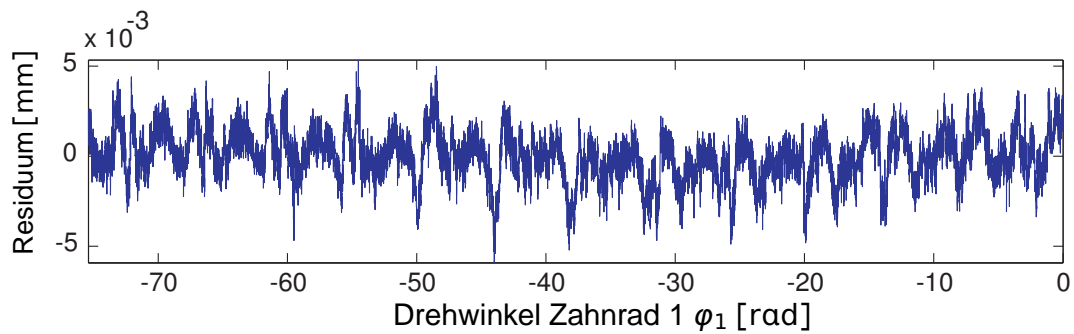
²Mitutoyo Crysta Apex C544 mit Softwarepaket „GEARPAK“



(a) Wälzabweichung Zahnrad 1



(b) Wälzabweichung Zahnrad 2



(c) Residuum Orginalsignal - Rekonstruiertes Signal

Abbildung 7.9: Lösung der Gleichung 4.23: Getrennt Wälzabweichungen für Zahnrad 1 (a) und Zahnrad 2 (b). Der Fehler zum Orginalsignal ist recht gering (c).

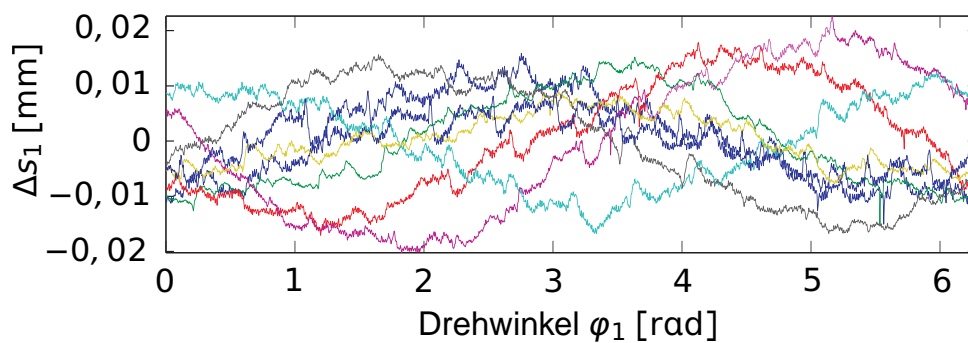


Abbildung 7.10: Wälzabweichung der Gegenräder

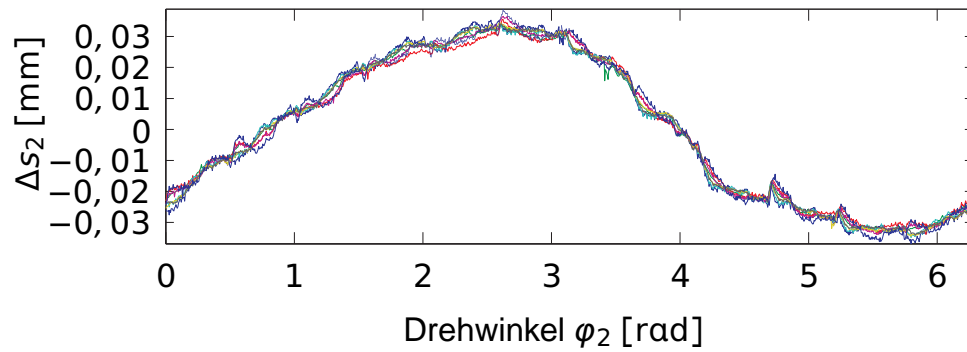
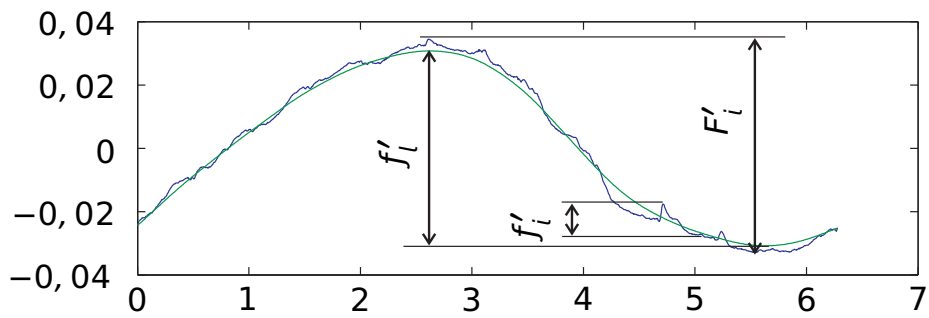
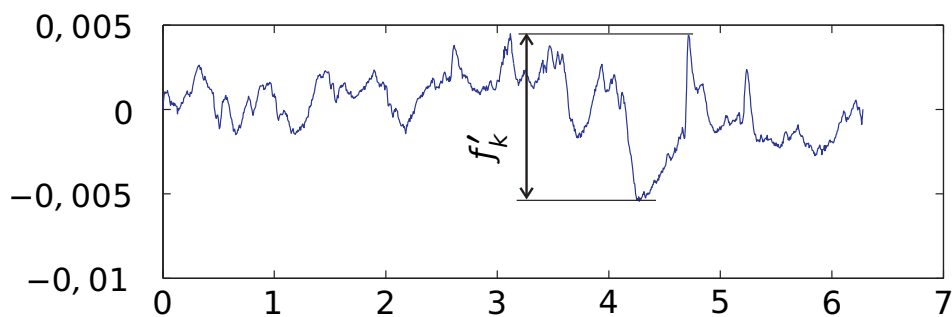


Abbildung 7.11: Wälzabweichung des Prüfrads F02 in Tests mit verschiedenen Gegenrädern



(a) Gesamtverlauf und langwelliger Anteil



(b) kurzwelliger Anteil

Abbildung 7.12: Bestimmungsgrößen für das Zahnrad F02 bei der Einflanken-Wälzprüfung

<i>Wälzprüfung</i>			<i>geometrische Messung</i>		
	[mm]	Q		[mm]	Q
F'_i	0,068	11	F_p	0,085	10
f'_i	0,024	10	f_p	0,026	10
f'_l	0,062		f_u	0,023	10
f'_k	0,010		F_α	0,049	12
			$f_{f\alpha}$	0,036	12
			$f_{H\alpha}$	0,050	>12

Tabelle 7.1: Messergebnisse für das Zahnrad F02 und Vergleich der extrapolierten Qualitäten nach DIN 3961

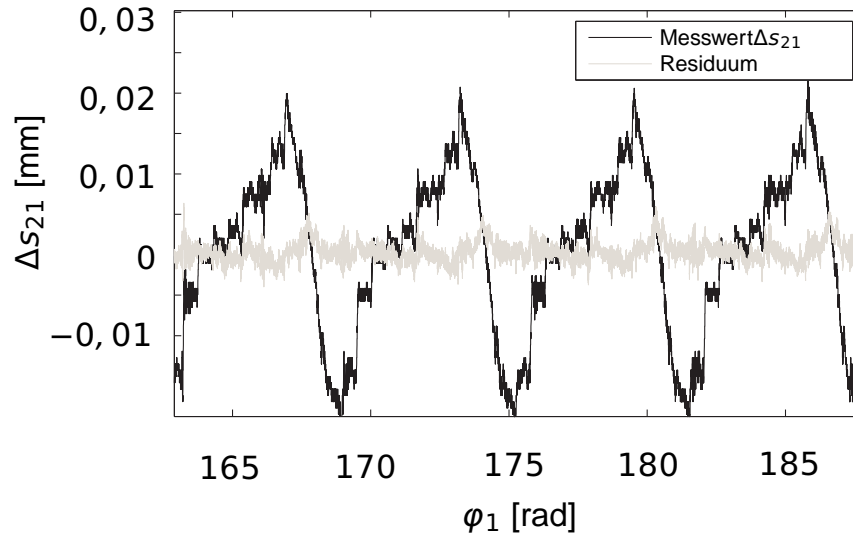
Keramische Zahnräder aus dem SFB 499 Mit diesem Verfahren wurden unterschiedliche Mikrozahnräder untersucht. Im SFB 499 werden aus Zirkonoxid (ZrO_2) keramische Zahnräder im Pulverspritzgußverfahren hergestellt. Sie haben $z = 12$ Zähne und einen Modul $m = 0,169$ mm.

Abbildung 7.13 zeigt die Messergebnisse für eine Paarung solcher Stirnzahnräder. Da es sich hierbei um eine Paarung zweier Zahnräder mit gleichen Zähnezahlen handelt, wird die Einflanken-Wälzprüfung nacheinander für verschiedene Orientierungen der Räder zueinander durchgeführt. Daraus kann der Verlauf der Wälzabweichung für die einzelnen Zahnräder berechnet werden und schließlich diese Diagramme normgerecht⁴ ausgewertet werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.2 dargestellt.

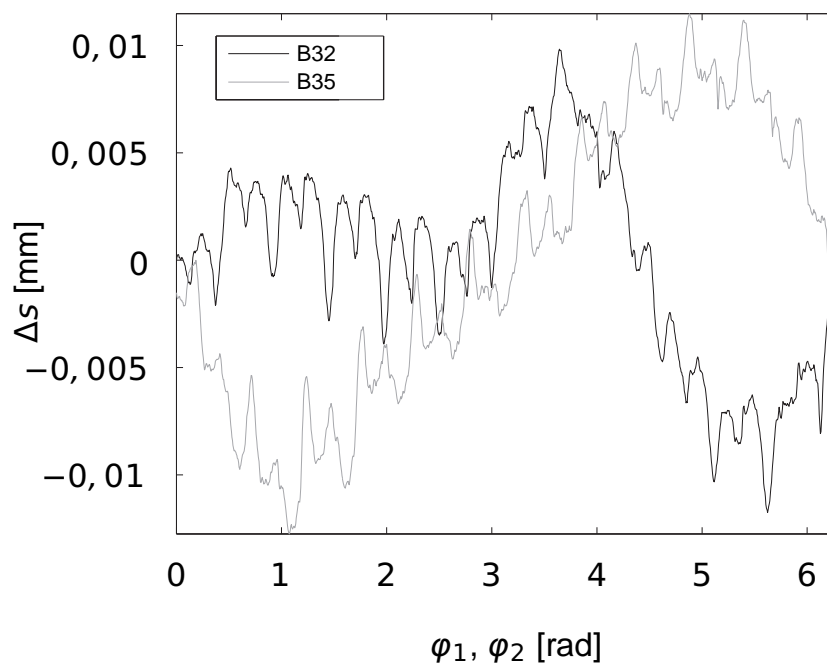
Für diese Zahnradpaarung ergibt sich nach DIN 3960 ein rechnerischer Achsabstand von $a = 1,977$ mm bei einer Profilüberdeckung $\epsilon_\alpha = 1,23$. Letztere nimmt mit wachsendem Achsabstand ab (s. Abbildung 7.14), bis ab einem Achsabstand $> 2,03$ mm die Profilüberdeckung bei $\epsilon_\alpha < 1$ liegt. Dadurch entstehen sogenannte Eingriffstörungen, es ist also nicht mehr mit einer gleichmäßigen Winkelübertragung zu rechnen, vgl. auch Abschnitt 4.5. Die in Abbildung 7.15 und Abbildung 7.16 dargestellten Ergebnisse für die Einflanken-Wälzabweichung und das Verdrehflankenspiel zeigen allerdings schon bei kleineren Achsabständen deutliche Eingriffstörungen in Form von „Zacken“ im Abstand von jeweils einer Teilung im Diagramm. Daher liegt die Vermutung nahe, dass diese Zahnradpaarung eine kürzere Eingriffstrecke hat und damit auch die tatsächlich vorhandene Evolvente an den Zahnflanken kürzer ist. Außerdem zeigt das Ergebnis ein größeres Verdrehspiel, was ein Hinweis auf eine

³Die geometrische Vermessung der Einzelzahnräder wurde vom Institut für Produktionstechnik durchgeführt. Zur Zuordnung der Abweichungen zu Qualitätsstufen siehe Abschnitt A.2.2

⁴DIN 3960 (1987), VDI/VDE 2608 (2001)



(a) Messergebnis für das Zahnradpaar und Residuum nach Anpassung nach dem Modell



(b) Einzelne Wälzabweichungen beider Zahnräder

Abbildung 7.13: Messergebnisse für die Prüfradpaarung B32 und B35

Prüfling	Wälzprüfung			
	B32		B35	
	[mm]	Q	[mm]	Q
F'_i	0,022	7	0,024	8
f'_i	0,011	6	0,010	6
f'_l	0,014		0,018	
f'_k	0,009		0,007	

Prüfling	geometrische Messung			
	B32		B35	
	[mm]	Q	[mm]	Q
F_α	0,013	10	0,013	10
$f_{f\alpha}$	-0,013	10	-0,011	10
$f_{H\alpha}$	0,003	5	0,007	7

Tabelle 7.2: Ergebnis der getrennten Auswertung der Einflanken-Wälzabweichung und Formabweichungen der Prüflinge B32 und B35. Angegeben ist jeweils die Abweichung in mm und die dazugehörige Qualität bei einer Extrapolation der DIN 3961.³

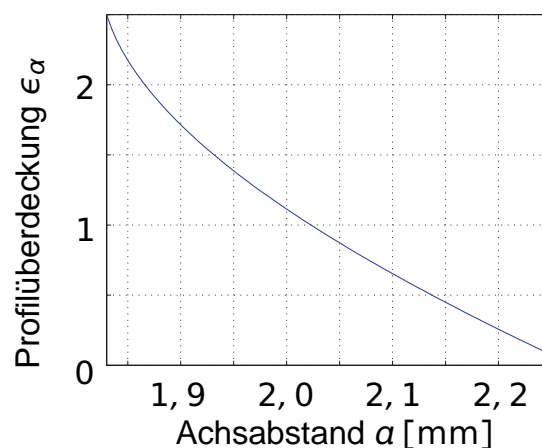


Abbildung 7.14: Theoretische Profilüberdeckung ϵ_α bei unterschiedlichen Achsabständen eines Stirnradgetriebes aus zwei Planeten des SFB-Getriebes

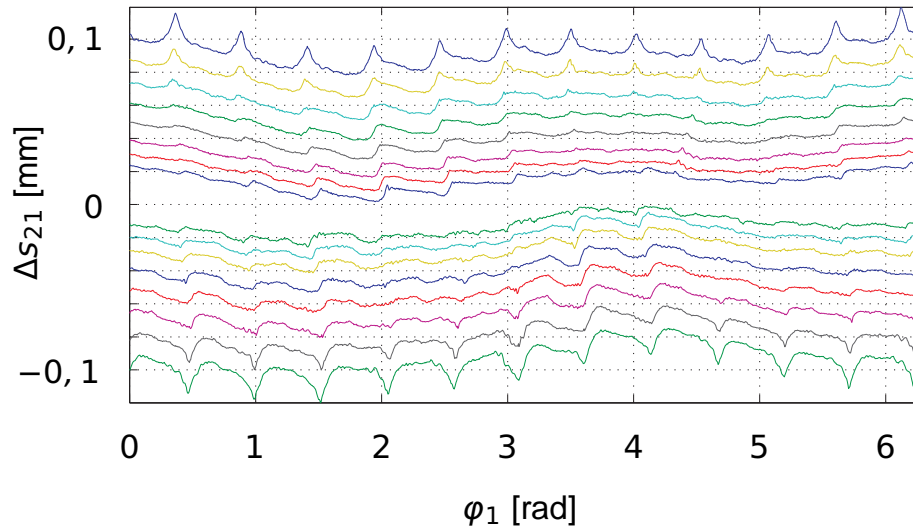


Abbildung 7.15: Einflanken-Wälzprüfung (jeweils Links- und Rechtsflanken) bei unterschiedlichem Achsabstand. Von innen nach außen: $\alpha = 1,86 \text{ mm}$, $1,88 \text{ mm}$, $1,9 \text{ mm}$, $1,925 \text{ mm}$, $1,95 \text{ mm}$, $1,975 \text{ mm}$, $2,0 \text{ mm}$ und $2,025 \text{ mm}$

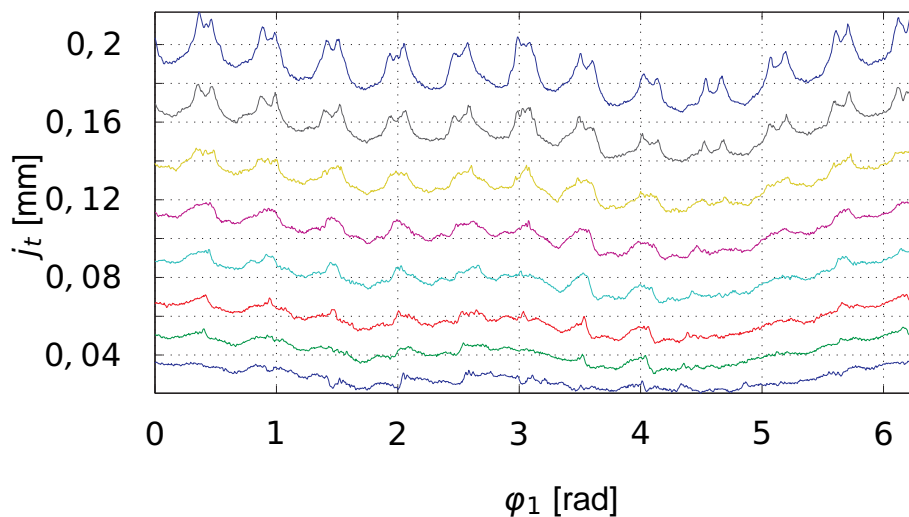


Abbildung 7.16: Kontinuierliches Verdrehflankenspiel bei unterschiedlichem Achsabstand. Mit größerem Achsabstand nimmt auch das Verdrehspiel zu. Von unten nach oben: $\alpha = 1,86 \text{ mm}$, $1,88 \text{ mm}$, $1,9 \text{ mm}$, $1,925 \text{ mm}$, $1,95 \text{ mm}$, $1,975 \text{ mm}$, $2,0 \text{ mm}$ und $2,025 \text{ mm}$

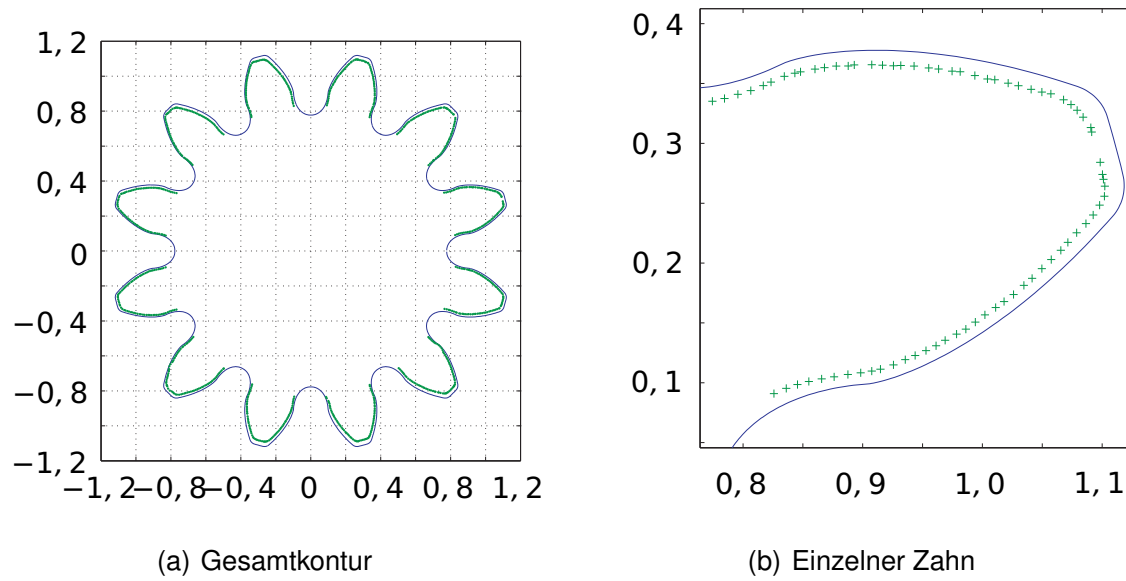


Abbildung 7.17: Vergleich der gemessenen Kontur mit der berechneten des Zahnrads B25

reduzierte Zahndicke ist. Ein Vergleich der erfassten Zahnkontur mit der theoretischen, berechneten Zahnradkontur bestätigt diese Vermutungen (Abbildung 7.17).

7.3 Simulation

Nach dem von Naescher⁵ vorgeschlagenen Verfahren lässt sich die Wälzabweichung einer Zahnradpaarung aus der Geometrie der Wirkflächen simulieren. Dafür wird nach folgenden Schritten vorgegangen:

1. Zerlegen der Zahnradgeometrie in einzelne Zahnflanken
2. Berechnen der Abfolge der einzelnen Zahnkontakte
3. Berechnung der Winkelposition beider Zahnräder bei allen (geometrisch möglichen) Funktionskontakten
4. Beseitigung von Phasensprüngen im Ergebnis
5. Zusammenfassen der Ergebnisse für die einzelnen Zahnflanken. Bei abweichungsbehafteten Zahnrädern ohne Last wird es immer nur ein Funktionskontakt geben. Es wird derjenige ausgewählt, der das getriebene Zahnrad weiter dreht.
6. Berechnung der Wälzabweichung

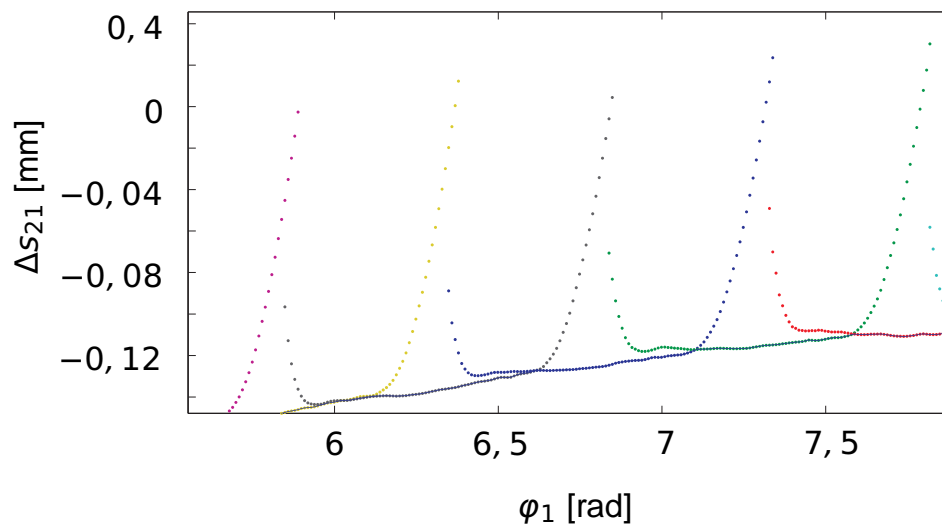


Abbildung 7.18: Simulation der Wälzprüfung für einzelne Zahnkontakte (dynamische Wirkflächenpaare)

In Abbildung 7.18 ist ein Ergebnis der Simulation dargestellt. Dabei wird für jede auftretende Zahnpaarung (dynamische Wirkflächenpaare) das Abwälzverhalten so bestimmt, als ob die anderen Wirkflächenpaare nicht vorhanden wären. Es ergibt

⁵Naescher (1977), s. Abschnitt 2.5.1

sich über jeden Zahneingriff ein Verlauf, bei dem zunächst eine sehr große Wälzabweichung vorhanden ist, danach reduziert sie sich auf einen Bereich mit relativ kleiner Abweichung und steigt schließlich wieder stark an. Ein Überlagern mit den Diagrammen für die anderen Zähne zeigt, dass nur der mittlere Bereich eigentlich in Eingriff kommt, bei dem die Wälzabweichung ihre kleinsten Werte hat. In den äußeren Bereichen wird der Funktionskontakt von den benachbarten Zahnflankenpaaren übernommen. Für die Simulation wird bestimmt, welches Wirkflächenpaar den kleinsten Winkel(unterschied) erzeugt und dieser Wert für das ganze Zahnrad übernommen.

7.4 Optische Vermessung

7.4.1 Test unterschiedlicher Sensoren

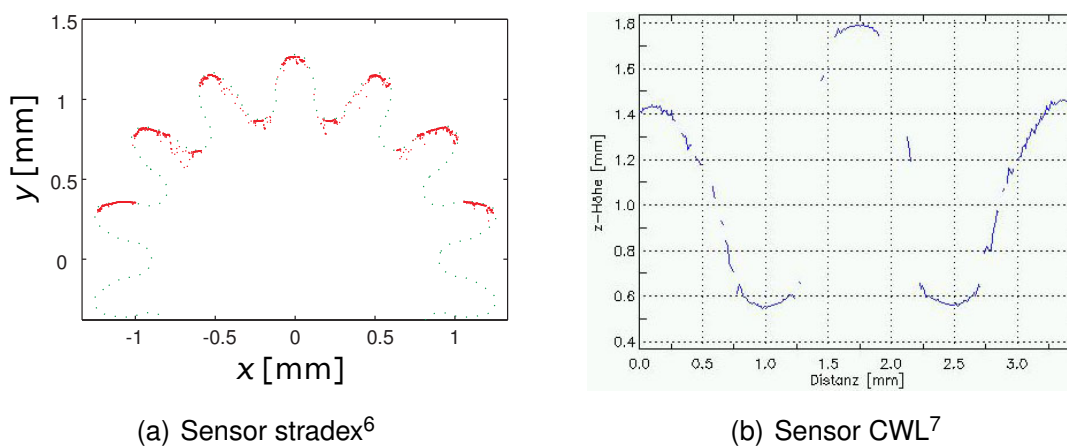


Abbildung 7.19: Vergleich zweier Sensoren beim Scannen eines Zahnrads mit $m = 0,169$ mm (a) und $m = 0,5$ mm (b)

Es wurden bei den Herstellern unterschiedlicher Abstandssensoren Tests durchgeführt, in wie weit der jeweilige Sensor für die Abtastung eines Mikrozahnrad geeignet ist. Da dabei nur Verschiebevorrichtungen in der xy-Ebene zur Verfügung standen, wurden die Zahnräder in einer Ebene senkrecht zur Verzahnungsachse linear abgescannt (Abbildung 7.19). Beide Sensoren lieferten zufriedenstellende Ergebnisse. Aus preislichen Gründen ist die Entscheidung für den Sensor der Fa. FRT (b) gefallen.

⁶Messung von Fa. ISIS durchgeführt

⁷Messung und Auswertung von Fa. FRT

7.4.1.1 Ermittlung der Genauigkeit der Messung

Die maximal mögliche Abweichung eines Punktes von der ermittelten Position lässt sich nach Gleichung 5.9 ermitteln. Die als Eingangsgrößen dafür notwendigen Messfehler der einzelnen Sensoren sind in Tabelle 7.3 zusammengefasst. Damit ergibt

<i>Messwert</i>	<i>Abweichung</i>
Abstand (FRT-CWL)	100 nm (Auflösung)
Position (PI-System)	1 μm
Drehwinkel (ERO 1285)	0,446 mrad

Tabelle 7.3: Genauigkeit der am MGP zur Konturmessung eingesetzten Sensoren

sich für einen eingestellten Achsabstand $\alpha = 3 \text{ mm}$ und einen Nullabstand $z_0 = 3 \text{ mm}$ in Abhängigkeit des ermittelten Messwerts folgender maximaler Fehler:

$$\|dP_{\max}\|^2 = (2,34 \mu\text{m} - 0,446 \text{ mrad} \cdot s)^2 + (2,44 \mu\text{m})^2 \quad (7.7)$$

Bei einem Messbereich von 0–3 mm ergibt sich so ein maximaler Fehler $\|dP_{\max}\|$ am Messbereichsanfang bei $s = 0 \text{ mm}$:

$$\|dP_{\max}\| = 3,38 \mu\text{m} \quad (7.8)$$

Dabei liegen die Anteile von Positioniersystem und Drehwinkelsensor in der gleichen Größenordnung bei 1–2 μm , der des Abstandssensors eine Größenordnung darunter.

7.4.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse der Messung mit dem optischen Sensor auf dem MGP haben gezeigt, dass nicht die ganze Zahnradkontur erfasst werden kann. Durch Positionieren in der Mitte genau auf der Verzahnungsachse ist es aber möglich, sowohl den Zahnkopf wie auch -fuß vollständig zu erfassen. Bei einem Achsversatz zwischen dem halben Grundkreis- und Teilkreisdurchmesser können jeweils eine Seite der Zahnflanken in etwa zwischen dem Kopfkreis und dem Grundkreis erfasst werden, so dass mit diesen Messungen fast alle funktionsrelevanten Stellen des Zahnrads gemessen werden können.

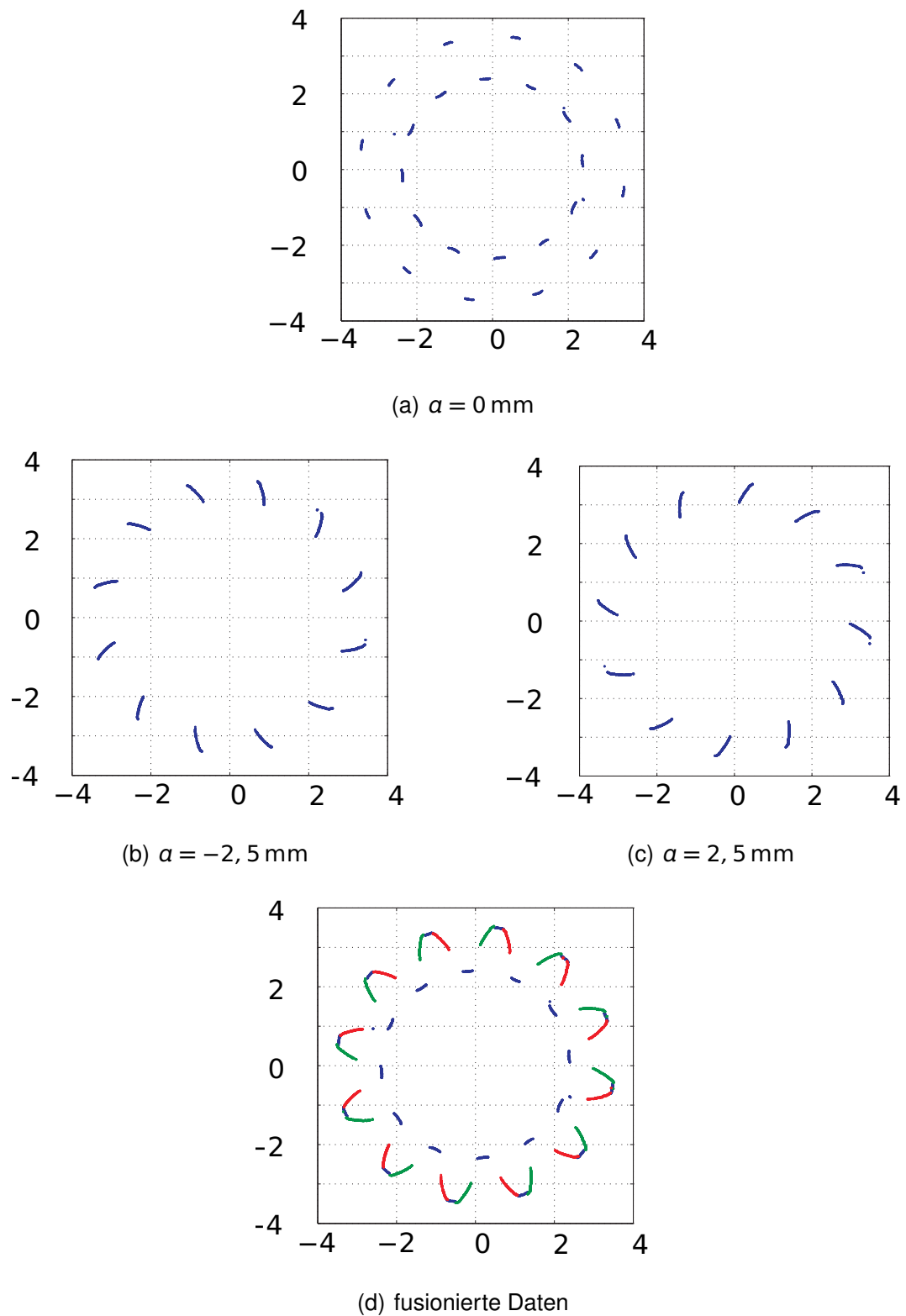


Abbildung 7.20: Mittels optischem Sensor gemessene Kontur eines Zahnrads mit $m = 0,5 \text{ mm}$. Der Sensor befindet sich einmal mittig über der Drehachse, dann im Abstand von $2,5 \text{ mm}$

8 Ergebnisse und Diskussion

8.1 Qualität und Funktionsfähigkeit

Der Begriff ‚Qualität‘ beschreibt im eigentlichen Wortsinn nur die Beschaffenheit einer Sache. Sprachlich wird er aber meistens positiv gebraucht, d.h. ein ‚qualitatives‘ Produkt ist in irgendeinem Sinn ‚gut‘. Hier soll die Qualität eines Elements, Bauteils oder Systems ein Maß sein für dessen Vermögen, eine bestimmte Funktion zu erfüllen. Welche Funktion erfüllt werden muss, wird im Zielsystem des zu untersuchenden Produkts spezifiziert (z.B. Drehmoment von $M = 5 \text{ mNm}$ übertragen). Ohne diese Festlegung, kann eine Validierung nicht durchgeführt und auch keine Qualität angegeben werden. Allerdings kann eine technische Funktion nur von dem gesamten System mittels allen vorhandenen Wirkflächenpaaren und Leitstützstrukturen erfüllt werden. Eine Bestimmung der Qualität eines einzelnen Bauteils oder Elements (z.B. Zahnflanke) im hier verwendeten Sinn ist somit nicht direkt möglich. Dazu soll ein theoretische System definiert werden, das nur aus idealen Elementen (WFP und LSS) besteht. Dieses erfüllt seine Funktion natürlich optimal und hat damit die höchstmögliche Qualität. Um die Funktion ‚Drehwinkel übertragen‘ in einem Zahnradgetriebe darzustellen, lassen sich die idealen Wirkflächen beispielsweise mathematisch als Evolvente beschreiben.

Um nun die Qualität einer einzelnen realen Komponente zu bestimmen, wird diese in das ideale System eingebracht, d.h. einige der idealen WF und LSS durch die realen ersetzt. Der dabei entstehende Qualitätsverlust des Gesamtsystems beschreibt dann die Qualität der eingesetzten realen Komponente. In der Realität wird das hier geforderte ideale System durch einen Prüfstand angenähert. Dabei muss dieser die idealen Wirkflächen(paare) und Leitstützstrukturen so gut nachbilden, dass durch ihn kein nennenswerter Qualitätsverlust des Gesamtsystems entsteht. Ist dies doch der Fall und aus technischen Gründen nicht zu vermeiden, ist dieser zusätzliche Verlust exakt zu bestimmen und bei der Angabe der Qualität der gemessenen Komponente zu berücksichtigen.

Die Definition der Qualität einer Verzahnung analog zu DIN 3961 über Toleranzen für einzelne geometrische Merkmale ist hier hingegen nicht zielführend. Extrapoliert man die Berechnungsvorschriften¹, so ergeben sich Toleranzwerte, die teilweise mit den gängigen Fertigungsverfahren nicht erreicht werden können. Zu noch kleineren Zahnradgrößen hin ergeben sich auch unzulässig hohe Toleranzen, da die Einzelabweichungen alle über einen konstanten Anteil verfügen, der bei kleinsten Moduln überwiegt und so zu konstanten Toleranzwerten führt. Außerdem sind die Toleranzen als Längen definiert. Daher steigt der für die Funktion hauptsächlich relevante Fehler hinsichtlich einer Schwingungsanregung oder Übertragungsgenauigkeit, die Winkelabweichung, nochmals deutlich an. D.h. die so bestimmte Qualität eines Bauteils kann in einem idealen System zu wesentlich größeren Einschränkungen bei der Funktionsfähigkeit führen, als die in DIN 3961ff. beschriebenen Verzahnungsqualitäten es beschreiben.

8.2 Modifizierte Einflanken-Wälzprüfung

Die in Abschnitt 7.2 präsentierten Messergebnisse zeigen, dass die modifizierte Einflanken-Wälzprüfung mit zwei abweichungsbehafteten Werkkrädern zuverlässige Ergebnisse liefern kann und so auch eine Qualitätsbeurteilung der Einzelräder möglich ist. Die vorgestellte Methode (s. Kapitel 4) liefert vor allem gute Ergebnisse mit kleinen Abweichungen, wenn die einzelnen Wirkflächen deutliche Unterschiede aufweisen. Daher sind die Eigenschaften der Einzelräder bei Prüflingen, die im Spritzgußverfahren oder Pulverspritzguß hergestellt sind, besonders gut zu bestimmen. Bei Zahnrädern, deren Zähne fertigungsbedingt alle ähnliche Abweichungen haben, da sie alle von den gleichen Schneiden des Werkzeugs hergestellt sind, ist die Aufsplittung auf die beiden gepaarten Zahnräder schwieriger und mit größeren Fehlern verbunden. Dennoch ist auch für solche Zahnräder eine Bestimmung der gemeinsamen Wälzabweichung beider Räder möglich.

Das Modell ermöglicht aber nicht nur eine Aufteilung der gemessenen Eigenschaften auf die einzelnen Wirkflächen beider Räder, sondern auch umgekehrt, die Berechnung der Eigenschaften des Systems aus den einzelnen Wirkflächen. Damit ist es auf die Einflanken-Wälzprüfung bezogen möglich, aus den Einzelabweichungen der Räder den Abweichungsverlauf für das Radpaar zu ermitteln. Im Gegensatz zu dem klassischen Verfahren, das nur die Abschätzung des Summenfehlers F'_i nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz kennt, sind so deutlich mehr Informationen verfü-

¹s. auch Abschnitt A.2

bar. So kann aus vielen verfügbaren Zahnrädern mit bekannten Eigenschaften eine optimale Kombination gefunden werden. Weiterhin kann bei gleichen oder zumindest nicht teilerfremden Zähnezahlen, wenn also in Abhängigkeit der Ausrichtung bei der Montage nur bestimmte Kombinationen aus Wirkflächen tatsächlich Wirkflächenpaare bilden, eine Konfiguration in der Art ermittelt werden, dass die Auswirkungen auf die gewünschte Funktion minimal sind.

8.3 Prozess

8.3.1 Validierung in der Entwicklung

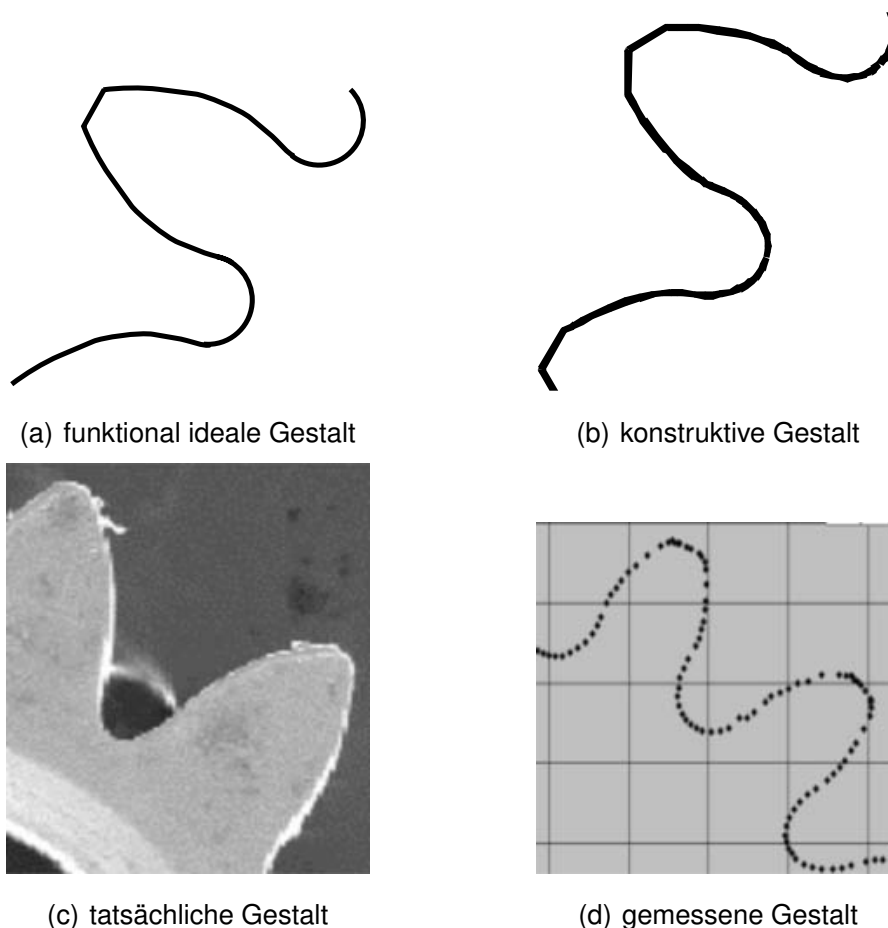


Abbildung 8.1: Entwicklung von Abweichungen bei der Herstellung und Prüfung von Mikrozahnradern

Der in Abschnitt 2.7 angesprochene Entwicklungsprozess für Mikrosysteme kann mit den vorgestellten Verfahren ergänzt werden. Die in der Zielsystemdefinition geforderten Eigenschaften können in Validierungsschritten überprüft werden. Dabei

werden für die Objektsysteme der einzelnen Phasen deren Qualität ermittelt. Dies ist im oben beschriebenen Sinne erstmals nach der Konzeptphase möglich, da ab hier die Funktion des Systems nach dem Contact & Channel Model modelliert werden kann. An dieser Stelle kann auch der im Zielsystem geforderten Funktion und deren zulässigen Abweichungen Toleranzen der modellierten Wirkflächenpaare zugeordnet werden. Diese werden im weiteren Entwicklungsprozess als geometrische Toleranzen auf einzelne Wirkflächen verteilt.

Über den Prozess ist im Sinne einer Funktionsabsicherung von vier unterschiedlichen Zuständen des Funktionsträgers, in diesem Beispiel also vor allem der Wirkflächen an den Zahnflanken, auszugehen. Diese sind in Abbildung 8.1 dargestellt. Aus der Funktionsbeschreibung im anfänglichen Zielsystem („Drehbewegung übertragen“) kann eine ideale Form der Wirkflächen in der Konzeptphase ermittelt werden. Für Verzahnungen ist dies in der Regel eine lange Evolvente, da so ein gleichmäßiges Übertragungsverhalten sichergestellt ist (a). Während der Gestaltungsphase wird die Form der Wirkfläche verändert, sie muss beispielsweise aus Gründen des Bauraumes und der Kosten räumlich begrenzt oder aufgrund von Fertigungsrestriktionen gemäß vorher ermittelter Konstruktionsregeln² angepasst werden. Dies führt zu einer fertigen Konstruktion (b). Deren Funktionsfähigkeit und damit die Erfüllung des Zielsystems kann an dieser Stelle beispielsweise durch Simulation nachgewiesen werden. Dabei ist nicht nur die Nenngestalt zu berücksichtigen, sondern auch die dabei zulässigen Toleranzen. Hier können aber lediglich einige Möglichkeiten exemplarisch untersucht werden, z.B. Grenzfälle oder zufällige Kombinationen. Eine vollständige Abdeckung aller theoretisch möglichen Gestaltabweichungen und deren Kombinationen ist nicht möglich.

In der folgenden Produktion werden reale Bauteile hergestellt. Diese können innerhalb ihrer Toleranzen von der konstruierten Nennform abweichen. Besonders in der Mikrotechnik, in der die Produktionsprozesse noch nicht so lange erprobt sind und teilweise eher experimentellen Charakter haben, kann es auch immer vorkommen, dass die tatsächliche Gestalt (c) außerhalb der Toleranzen liegt. Hier bieten sich nun zwei Möglichkeiten: Die Erfüllung des ursprünglichen Zielsystems kann direkt durch eine Funktionsprüfung — z.B. Einflanken-Wälzprüfung — nachgewiesen werden. Weiterhin ist eine Überprüfung der Form der Wirkfläche durch Messung möglich (d) und ein Vergleich mit der konstruierten einschließlich der zulässigen Toleranzen. Für einen Funktionsnachweis treten hier aber zwei zusätzliche Unsicherheiten auf: Zum einen ist die Erfassung der Form mit Messabweichungen behaftet, zum anderen ist die Funktionsfähigkeit der toleranzbehafteten konstruierten Form nicht vollständig

²vgl. Marz (2005), Deigendesch (2004)

gesichert.

Die Besonderheiten in der Mikrotechnik liegen hier nun darin, dass in den einzelnen beschriebenen möglichen Gestaltänderungen deutlich größer ausfallen als im Makrobereich. Sowohl die im Vorfeld bekannten Fertigungsrestriktionen wie auch die statistisch auftretenden Fertigungsabweichungen sind im Verhältnis und teilweise auch absolut größer. Zudem ist nach aktuellem Stand der Messtechnik die bei der Vermessung von Mikrostrukturen auftretenden Unsicherheiten größer als bei makroskopischen Formelementen. Auch sind für weite Bereiche keine Normen oder allgemeingültige empirische Untersuchungen vorhanden, die einen Zusammenhang zwischen den geometrischen Messergebnissen einzelner Bauteile und der Qualität in der oben definierten Form beschreiben.

Als Alternative zu der üblichen geometrischen Prüfung bietet sich bei Mikrogetrieben ein Funktionstest des (Teil-)Systems an. Dieser ermöglicht direkte Aussagen über die Qualität des Systems im Vergleich zum ursprünglichen Zielsystem. Die mit Unsicherheiten verbundenen Schritte der Festlegung und Verteilung der Toleranzen und der geometrischen Messung werden so übersprungen.

8.3.2 Rückwirkung auf die Gestaltung

Die Funktion eines Systems wird durch die es bildenden Wirkflächenpaare und Leitstützstrukturen bestimmt. Dabei müssen mindestens zwei Wirkflächenpaare und eine verbindende Leitstützstruktur vorhanden sein³. Diese bestimmen zusammen die erzielte Funktion. Umgekehrt kann gewünschte Funktion aber oft auch nicht nur von kleinen Abweichungen eines Wirkflächenpaars „verhindert“ werden. Durch geeignete Gestaltung des zweiten Wirkflächenpaars können letztere wieder ausgeglichen werden. An dem Teilsystem „Zahnradpaar“ mit der Funktion „Drehmoment und -winkel gleichmäßig übertragen“ sind beispielsweise fünf Wirkflächenpaare beteiligt. Zwei an den Lagerstellen der Zahnräder (WFP_{A1-C1} , WFP_{B1-D1}), zwei zur Drehmomentübertragung (WFP_{A2-C2} , WFP_{B2-D2} , werden hier nicht weiter betrachtet) und eines an dem Kontakt der Zahnräder (WFP_{A3-B3}) miteinander. Klassischerweise sind die Lagerstellen (WFP_{A1-C1} , WFP_{B1-D1}) kreisrund, die Drehmomentübertragung erfolgt beispielsweise über Passfedern und damit ebene Wirkflächenpaare und die Zahnflanken (WF_{A3} , WF_{B3}) sind evolventisch. Dies ist wohl auch der geometrisch einfachste Fall. Allerdings wird diese Anordnung nur gewählt, weil so der Funktionskontakt im WFP_{A3-B3} entlang einer Geraden (der Eingriffslinie) wandert und so

³vgl. „Grundhypothese II“ in Matthiesen (2002)

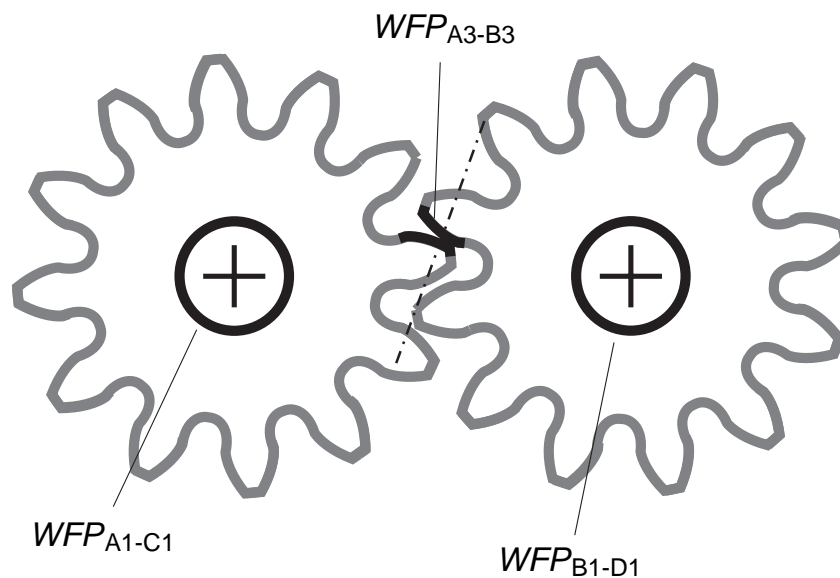
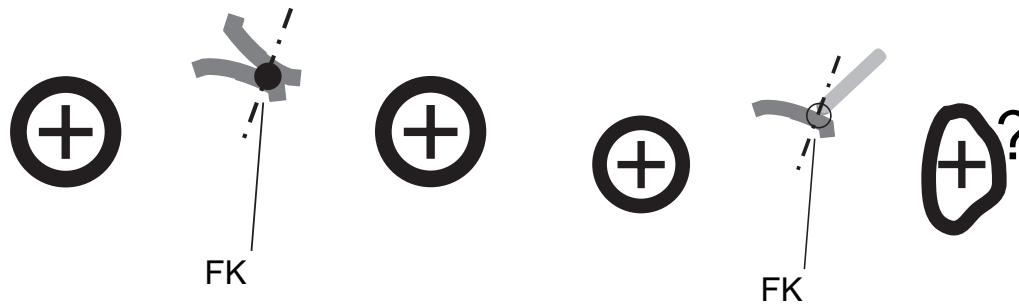


Abbildung 8.2: Wirkflächenpaare an einem Zahnradpaar

eine gleichmäßige Drehmomentübertragung gewährleistet ist. Das kann aber auch bei einer fast beliebig geformten Wirkfläche WF_{B3} erreicht werden, indem sie durch geeignete Gestaltung des Wirkflächenpaares WFP_{B1-D1} entsprechend geführt wird. Beispielsweise kann eine nadelförmige „Zahnflanke“ so bewegt werden, dass ihre Spitze, eine halbkreisförmige Wirkfläche, die gegenüberliegende evolventische Zahnflanke immer auf der Eingriffslinie berührt.

In der Praxis wird dieses extreme Beispiel kaum Anwendung finden. Allerdings ist es unter Umständen durchaus sinnvoll, Positionsfehler der Wirkflächen WF_{A3} oder WF_{B3} durch eine Lageänderung der WFP_{A1-C1} bzw. WFP_{B1-D1} zu kompensieren, also — beim Beispiel des Getriebes — den Achsabstand anzupassen. Dies bietet sich vor allem an, wenn einige der Systemkomponenten nur mit relativ großen Toleranzen gefertigt werden können. So ist besonders bei mehrstufigen Produktionsprozessen wie für Sinterkeramiken oder -metalle aufgrund der komplexen Form eines Zahnrads der Schwund nicht exakt vorherbestimmbar. Allerdings kann die Herstellung der Werkzeuge bereits so kostenintensiv sein (z.B. mehrere 10.000 Euro bei LIGA-Formeinsätzen), dass Versuche zur Ermittlung des Schrumpfes nicht mit vertretbarem Aufwand möglich sind. Es entstehen so Bauteile, die sehr große Toleranzen im Sinne einer Abweichung vom Zeichnungsmaß aufweisen, gleichzeitig aber im Vergleich dazu nur eine sehr geringe Streuung der Maße untereinander. Hier kann durch Tests der ideale Achsabstand am Prüfstand so bestimmt werden, dass



(a) Beide Zahnflanken als Evolventen

(b) Eine Zahnflanke nadelförmig

Abbildung 8.3: Wenn sich zwei evolventischen Wirkfläche um den Mittelpunkt ihres erzeugenden Grundkreises, bewegt sich der Funktionskontakt FK auf einer Geraden. Eine nicht-evolventische Wirkfläche muss eine andere, komplexere Bewegung ausführen.

das Getriebe trotzdem noch seine Funktion erfüllen kann. Das Gehäuse, das diesen Abstand dann für das fertige Getriebe bestimmt, kann anschließend und aufgrund seiner einfacheren Form auch mit geringeren Unsicherheiten gestaltet und hergestellt werden.

Aufgrund der in Abbildung 7.15 gezeigten Messergebnisse ist ersichtlich, dass das Getriebe eine deutlich bessere Qualität im Sinne einer kleineren Einflanken-Wälzabweichung aufweist, wenn statt des theoretischen Nennachsabstands $\alpha = 1,98$ mm ein verkleinerter Abstand von $\alpha = 1,86$ mm verwendet wird. Kann diese Untersuchung vor der endgültigen Gestaltung und Produktion der Getriebegehäuse gemacht werden, ist eine entsprechende Anpassung mit minimalem Aufwand möglich.

8.4 Prüfstand für Mikroverzahnungen

Die Konstruktion des Mikrogetriebeprüfstands und die in der Inbetriebnahme gemachten Messungen haben gezeigt, dass mit der realisierten Baugröße die Grenze erreicht ist, bei der noch ein so vielseitig einsetzbarer Prüfstand sinnvoll ist. Die hauptsächlichen Ziele der Optimierung der Konstruktion — minimale Reibung, präzise Drehmomentmessung, Eignung für hohe Drehzahlen — bilden einen Widerspruch, der sich bei noch kleineren Baugrößen wohl nicht mehr lösen lässt. Aero-statische Lager, die fast keine Reibung erzeugen, benötigen eine große projizierte Lagerfläche und damit einen relativ großen Wellendurchmesser. Um hohe Drehzahlen zu ermöglichen muss wiederum die Trägheit der Bauteile möglichst klein sein,

da sonst große Momente zu deren Beschleunigung und Verzögerung aufgewandt werden müssen. Die eingesetzte hochgenaue Drehmomentmesswelle hat prinzipbedingt eine sehr geringe Steifigkeit. Zusammen mit dem nahezu reibungslosen Lager und der relativ großen Trägheit der Welle bildet sich so ein fast ungedämpftes Schwingungssystem, das bei entsprechender Anregung durch hohe Drehzahlen auch zu schwingen anfängt und dort präzise Messungen unmöglich macht.

Bei dem aktuellen Aufbau ist es daher auf alle Fälle erforderlich, die Regelparameter der Antriebsmotoren (PI-Regler) an den jeweiligen Anwendungsfall (Drehzahlen, dynamische Veränderung der Lasten, ...) anzupassen. Darüber hinaus kann bei zukünftigen Entwicklungen eventuell Drehmomentmesstechnik mit geringerer Genauigkeit eingesetzt werden, dafür mit größerer Steifigkeit (höhere Eigenfrequenzen) und eventuell bewusst eingebrachter Dämpfung in Form von innerer Reibung an den drehelastischen Stellen des Antriebsstangs oder äußerer Reibung in den Lagern.

9 Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit war es, geometrische Charakteristika von Mikroverzahnungen prüfbar zu machen und diese Erkenntnisse im Produktentstehungsprozess dazu verwenden zu können, zielsystemkonforme Mikrogetriebe herzustellen. Im allgemeinen kann ein Messvorgang dadurch charakterisiert werden, welcher Art die Wirkflächenpaare zwischen dem Messgerät und dem zu messenden Objekt sind. Hauptsächlich maßgebend dabei ist das Wirkflächenpaar, das die eigentliche Messung darstellt. Bei der Übertragung von im Makrobereich erfolgreichen Messverfahren in den Mikrobereich bestehen dabei vor allem zwei Probleme. Zum einen müssen die Wirkflächen zum Messgerät hin entsprechend klein sein, um an die Größe der Wirkflächen des Prüflings angepasst zu sein, zum anderen müssen sie in ihrer Form bekannt sein, dass aus dem Messergebnis — das immer vom Wirkflächenpaar abhängt — auf die zu messende Wirkfläche geschlossen werden kann.

Hierzu wurden zwei Ansätze verfolgt. Das messende Wirkflächenpaar kann aus Wirkflächen zweier Messobjekte gebildet werden. Das erfüllt die Forderung, dass beide die gleiche Größe haben. Allerdings sind auch beide in ihrer Form unbekannt. Um trotzdem auf die Eigenschaften jeder einzelnen Wirkfläche schließen zu können, werden die Wirkflächen in unterschiedlichen Kombinationen zu Wirkflächenpaaren verbunden. Durch ein hierfür entwickeltes Modell kann der Anteil jeder Wirkfläche berechnet werden. Das zweite Verfahren benutzt ein optisches Wirkflächenpaar, in dem die Wirkfläche des Messsystems durch das elektromagnetische Feld des Lichts erzeugt wird und sich so in Größe und Form immer der Wirkfläche des Prüflings anpasst.

Zur Realisierung der beiden Verfahren und deren Erprobung wurde ein Mikrogetriebeprüfstand entwickelt und aufgebaut. An ihm werden Mikroverzahnungen als Stirnradstufe montiert. Er zeichnet sich besonders dadurch aus, dass Mikrozahnräder an kleinen Wellen mit einem Durchmesser $d_W = 0,25 \dots 6$ mm aufgenommen werden

können. Es ist möglich, sie in beliebiger Winkellage ohne minimalen Achsabstand zueinander auszurichten. Die An-/Abtriebseinheiten sind so aufgebaut, dass sie nur eine minimale Reibung aufweisen ($M_R < 1 \mu Nm$). Dazu wird die Welle in aerostatischen Luftlagern aufgenommen, für die Drehwinkel- und Drehmomentsensoren sind lagerlose Bauarten verwendet worden.

Die an diesem Prüfstand gewonnenen Ergebnisse haben gezeigt, dass beide Ansätze in der Lage sind, Informationen über die Geometrie von Mikrozahnradern zu liefern. Es konnte dargestellt werden, dass es mit der vorgestellten Methode möglich ist, charakteristische Größen für ein Zahnrad zu ermitteln. Wenn dieses Zahnrad mit verschiedenen Gegenrädern gepaart wird, lassen sich trotzdem konstante Ergebnisse erzielen. Außerdem kann mit dem benutzten Modell aus den ermittelten Einzelabweichungen die Summenabweichung der gemessenen Radpaarung rekonstruiert werden und weißt dabei nur kleine Fehler auf. Versuche mit dem optischen Sensor ergaben, dass die Kontur eines Zahnrads größtenteils gemessen werden kann, vor allem ist es möglich die aktiven Zahnflanken in einer Aufspannung zu erfassen.

Bei Einbindung dieser Methoden in einen Produktentstehungsprozess für Mikrosysteme ist es nicht nur möglich, das Ergebnis des Prozesses auf seine Funktionsfähigkeit zu testen und die Produktion zu überwachen bzw. Abweichungen darin festzustellen. Es bietet sich weiterhin die Möglichkeit, bei der Montage des Systems die funktionellen Eigenschaften deutlich zu verbessern, indem entsprechende Paarungen von Zahnradern, deren Eigenschaft als Paar sich nach dem vorgestellten Modell aus den Einzeleigenschaften beider Räder ableiten lassen, ausgewählt werden oder durch Anpassung der verbindenden Gehäuseteile — beispielsweise durch Optimierung des Achsabstands auf die tatsächliche Form der Zahnräder — deren Abweichungen teilweise ausgeglichen werden.

9.2 Weitere Möglichkeiten am MGP

9.2.1 Geometriebestimmung mit bekannter Festkörperwirkfläche

Wenn das zum Messen verwendete Wirkflächenpaar aus der zu bestimmenden Wirkfläche WF_1 und einer geeigneten Gegenwirkfläche WF_{Sonde} besteht, kann durch Kalibrierung der Einfluss von WF_{Sonde} berücksichtigt werden und somit direkt WF_1 bestimmt werden. Besonders dafür geeignet sind geometrisch einfache Wirkflächen, wie zum Beispiel eine Kugel, da diese auch hochgenau mit kleinen Formabweichungen hergestellt werden können. Nach diesem Prinzip arbeiten auch Koordinatenmessgeräte oder Verzahnungsprüfmaschinen.

In Verbindung mit dem in Kapitel 6 beschriebenen Prüfstand lässt sich so eine Messung mit einem modifizierten Lehrrad darstellen. Statt den im Mikrobereich nur mit begrenzter Genauigkeit herstellbaren evolventischen Zahnflanken kann stattdessen ein Rad mit Kugeln verwendet werden. Ein Wirkflächenpaar mit einer evolventischen Wirkfläche und einer kugelförmigem besitzt nur einen punktförmigen Funktionskontakt. D.h. die gemessene Funktion ist so immer nur von einem Punkt abhängig. So kann eine klassische Einflanken-Wälzprüfung durchgeführt werden. Die sich dabei ergebende Kurve kann mit einer idealen verglichen werden, die beispielsweise durch Simulation dieser Prüfung unter Verwendung eines geometrisch exakten Lehrads erstellt wurde.

9.2.2 Untersuchungen des Betriebsverhaltens

Mit dem im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Prüfstand ist nicht nur eine geometrische Charakterisierung der Zahnräder möglich, es kann auch das Verhalten eines Zahnradpaares im Betrieb erforscht werden. Mit Hilfe des optischen Sensors kann im Betrieb am Prüfstand die Geometrie des Zahnrads vermessen werden und so beispielsweise der Verschleiß über eine längere Laufzeit. Ähnliches ist über die Winkelsensoren möglich. Nach jeder Überlaufperiode befindet sich der Funktionskontakt wieder im gleichen Wirkflächenpaar. Eine Veränderung in der Einflanken-Wälzabweichung Δs_{21} deutet auf eine Veränderung in dem Wirkflächenpaar hin. Bei einem Teilkreisdurchmesser von $d = 2$ mm kann mit einer Winkelauflösung von $0,5$ mrad theoretisch eine Verlagerung senkrecht zur Wirkfläche von $0,5 \mu\text{m}$ aufgelöst werden. Diese kann z.B. durch Verschleiß aber auch durch den Einfluss eines Schmiermediums entstehen. Um eine entsprechende Auflösung zu erreichen, kön-

nen diese Messungen aber nur bei begrenzten Drehzahlen durchgeführt werden. Eine absolute Schmierfilmdicke kann dann bestimmt werden, indem ein Referenzlauf ohne Schmierung oder bei sehr niedrigen Drehzahlen, die eine vollständige Verdrängung des Schmiermediums erwarten lassen, durchgeführt wird.

A Anhang

A.1 Übersicht der verwendeten Prüflinge

Nummer	Modul [mm]	Zähnezahl	Material	Hersteller
B25, B31, B35	0,169	12	ZrO ₂	SFB 499
F02	0,5	12	Acetalharz	Mädler
F11 – F19	0,5	13	Acetalharz	Mädler
G02	0,5	13	Messing	Mädler
G11	0,5	12	Messing	Mädler
G17	0,5	12	Stahl	Mädler

A.1.1 Mikrozahnräder aus SFB 499

Verzahnungsdaten

Normalmodul	m_n	0,169mm
Schrägungswinkel	β	0°
Zähnezahl	z	12
Zahnbreite	b	0,156mm
Bezugsprofil	$h_{aP}^*/h_{fP}^*/\rho_{fP}^*$	1,0/1,25/0,25
Eingriffswinkel	α_t	26,0°
Profilverschiebungsfaktor	x	-0,142
Kopfkantenrundung	ρ_{an}	0,039mm
Teilkreisdurchmesser	d	2,028mm
Grundkreisdurchmesser	d_b	1,823mm
Kopfkreisdurchmesser	d_a	2,301mm
Fußkreisdurchmesser	d_f	1,558mm
Profilwinkel am Kopfzylinder	α_{an}	37,6° ¹
Kopf-Formkreisdurchmesser	d_{Fa}	2,271mm ²

Eigenpaarung

Achsabstand	a	1,977mm
Betriebseingriffswinkel	α_w	22,8°
Profilüberdeckung	ϵ_α	1,23

¹ $\tan \alpha_{at} = \left(\frac{z}{|z|} \cdot \sqrt{\left(\frac{d_a}{d_b}\right)^2 - 1} \right)$ nach Gl. 3.3.07 aus DIN 3960 (1987)

² $d_{Fa} = d_a - 2 \cdot \rho_{an} \cdot (1 - \sin \alpha_{an})$ Gl. 3.6.07 aus DIN 3960 (1987)

A.2 Extrapolierte Toleranzen nach DIN 3961

A.2.1 Berechnungsgleichungen

Nach DIN 3961³ sind folgende Gleichungen zur Berechnung der Toleranzwerte in Abhängigkeit des Qualitätsgrads, des Durchmessers und des Moduls vorgesehen. Sie sind gültig in einem Bereich zwischen $m \geq 1$ mm und $m \leq 70$ mm bei einem Durchmesser $d \leq 10000$ mm und gelten für die fünfte Verzahnungsqualität.

$$f_f = 1,5 + 0,25 \left(m_n + 9 \cdot \sqrt{m_n} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$f_{H\alpha} = 2,5 + 0,25 \left(m_n + 3 \cdot \sqrt{m_n} \right) \quad (\text{A.2})$$

$$F_f = \sqrt{f_{H\alpha}^2 + f_f^2} \quad (\text{A.3})$$

$$f_p = 4 + 0,315 \left(m_n + 0,25 \cdot \sqrt{d} \right) \quad (\text{A.4})$$

$$f_u = 5 + 0,4 \left(m_n + 0,25 \cdot \sqrt{d} \right) \quad (\text{A.5})$$

$$F_p = 7,25 \cdot \frac{d^{\frac{1}{3}}}{z^{\frac{1}{7}}} \quad (\text{A.6})$$

$$F'_i = 0,8 \cdot (F_p + F_f) \quad (\text{A.7})$$

$$f'_i = 0,7 \cdot (f_p + F_f) \quad (\text{A.8})$$

Die Toleranzen für die anderen Qualitätsstufen ergeben sich durch Multiplikation der vorhergehenden Stufen mit dem Stufensprung φ . Dieser beträgt

$$\varphi = 1,4 \quad \text{bis Verzahnungsqualität 9} \quad (\text{A.9})$$

$$\varphi = 1,6 \quad \text{ab Verzahnungsqualität 9} \quad (\text{A.10})$$

³DIN 3961 (1978)

A.2.2 Extrapolierte Größen für geprüfte Verzahnungen

In den folgenden Tabellen sind die extrapolierten Toleranzen (Genauwerte) nach DIN 3961 in μm angegeben.

A.2.2.1 $m = 0,5 \text{ mm}, z = 12$

Q	f_f	$f_{H\alpha}$	F_f	f_p	f_u	F_p	F'_i	f'_i
5	4,5	3,2	3,2	9,2	4,4	5,4	11,0	6,2
6	6,3	4,5	4,4	12,9	6,1	7,6	15,4	8,7
7	8,8	6,3	6,2	18,1	8,5	10,7	21,5	12,2
8	12,4	8,8	8,7	25,3	11,9	14,9	30,2	17,0
9	17,3	12,4	12,1	35,5	16,7	20,9	42,2	23,8
10	27,7	19,8	19,4	56,8	26,7	33,5	67,6	38,1
11	44,3	31,6	31,0	90,8	42,8	53,5	108,1	61,0
12	70,9	50,6	49,6	145,4	68,5	85,7	173,0	97,5

A.2.2.2 $m = 0,169 \text{ mm}, z = 12$

Q	f_f	$f_{H\alpha}$	F_f	f_p	f_u	F_p	F'_i	f'_i
5	3,8	2,5	2,9	6,4	4,2	5,2	8,2	5,6
6	5,3	3,5	4,0	9,0	5,8	7,3	11,4	7,8
7	7,4	4,8	5,6	12,6	8,2	10,2	16,0	10,9
8	10,3	6,8	7,8	17,7	11,4	14,3	22,4	15,2
9	14,5	9,5	11,0	24,7	16,0	20,0	31,4	21,3
10	23,2	15,2	17,5	39,6	25,6	32,0	50,2	34,1
11	37,1	24,3	28,0	63,3	41,0	51,2	80,3	54,6
12	59,3	38,8	44,9	101,3	65,5	82,0	128,5	87,4

A.2.2.3 $m = 0,1 \text{ mm}, z = 12$

Q	f_f	$f_{H\alpha}$	F_f	f_p	f_u	F_p	F'_i	f'_i
5	3,6	2,2	2,8	5,4	4,1	5,1	7,2	5,4
6	5,0	3,1	3,9	7,6	5,8	7,2	10,0	7,5
7	7,0	4,4	5,4	10,6	8,1	10,1	14,0	10,5
8	9,8	6,1	7,6	14,8	11,3	14,1	19,7	14,7
9	13,7	8,6	10,6	20,8	15,8	19,8	27,5	20,6
10	21,8	13,7	17,0	33,2	25,3	31,7	44,0	33,0
11	35,0	22,0	27,2	53,1	40,5	50,6	70,5	52,8
12	55,9	35,2	43,5	85,0	64,8	81,0	112,7	84,5

A.3 Technische Daten MGP

Achsabstand, -winkel

max. Achsabstand	a_{max}	25	mm
min. Achsabstand	a_{min}	0	mm
Positioniergenauigkeit		2	μm
		60	μrad

An-/Abtrieb

max. Drehzahl	n_{max}	25000	rpm
max. Drehmoment	M_{max}	50	mNm
Reibmoment Luftlager	$M_{Reib, Luft}$	< 0,1	μNm
ges. Reibmoment Antrieb	M_{Reib}	≈ 1	μNm
Rundlauf in Spannzange		< 3	μm
Steifigkeit an Zahnradaufnahme	c	771	N/mm
	c_{φ}	51,8	N/mrad

Sensorik

Wiederholbarkeit Drehmoment		± 10	μNm
Genauigkeit Drehmoment		50	μNm
Messrate Drehmoment		10	kS
Auflösung Drehwinkel		0,75	μrad
Teilungsgenauigkeit Drehwinkel		29	μrad

A.4 Ausrichtung der Zahnräder

A.4.1 Ausrichtung am MGP

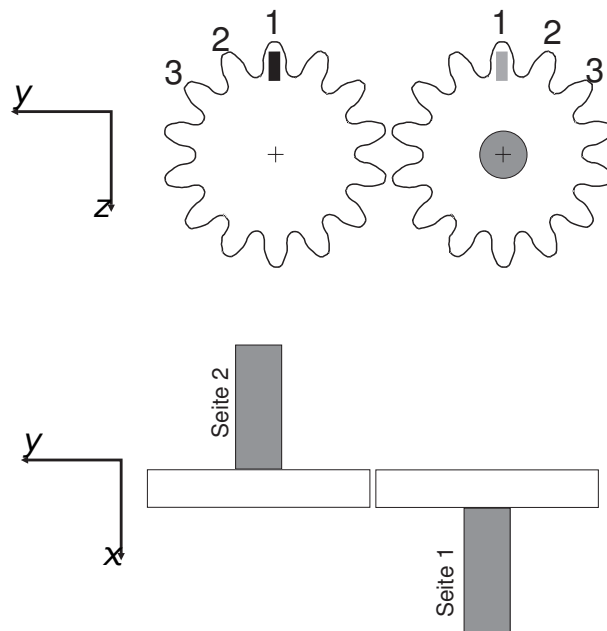


Abbildung A.1: Ausrichtung der Zahnräder am MGP: Beide werden so montiert, dass bei Nullstellung der Wellen Zahn „1“ nach „oben“, also in Richtung der negativen z-Achse zeigt.

A.4.2 Ausrichtung am KMG

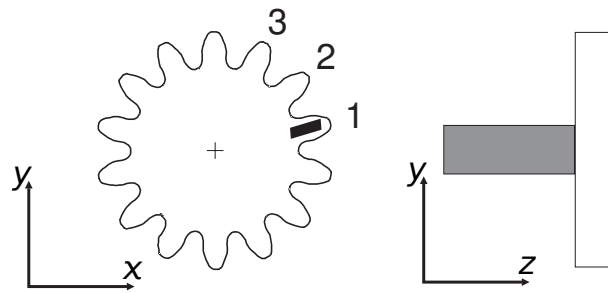


Abbildung A.2: Ausrichtung der Zahnräder am KMG: Das Zahnrad wird in der xy-Ebene aufgespannt. Die x-Achse läuft durch die Mitte der Zahnluke rechts von Zahn „1“.

A.5 Ausrichten des Abstandssensors

Nach der Montage des Sensors am MGP ist dieser zunächst auf die Verstellmechanik und das dafür verwendete Koordinatensystem auszurichten. Dazu wird ein Prüfstift mit bekanntem Durchmesser im MGP befestigt und an bestimmten Positionen vermessen. Daraus lässt sich die Achse und der Messbereichsanfang des Sensors bestimmen. Abbildung A.3 zeigt die an zwei Positionen y_1 und y_2 gemessenen

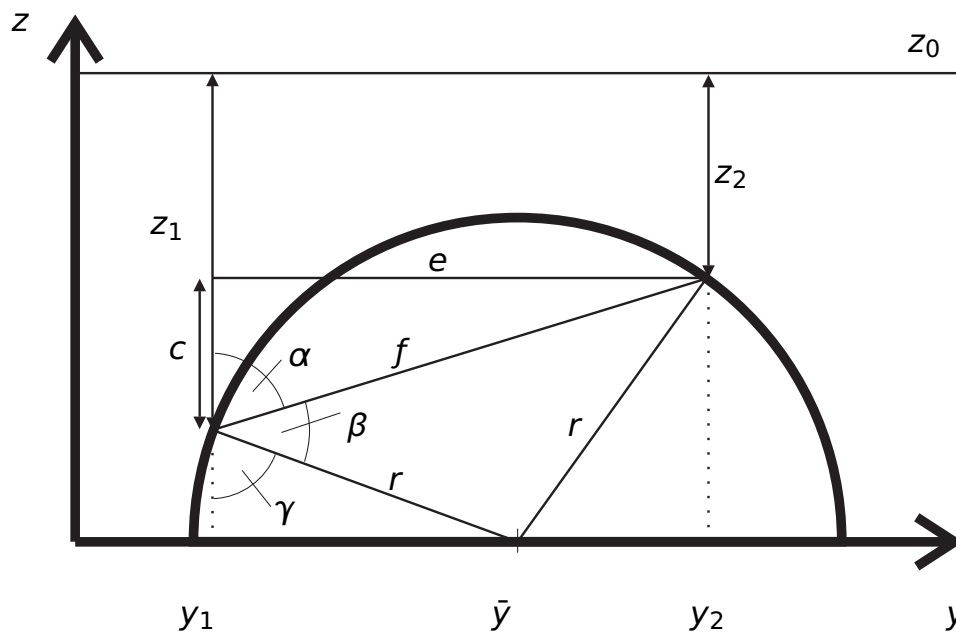


Abbildung A.3: Ausrichten des Abstandssensors mittels zweier Messungen eines Prüfstifts mit bekanntem Radius r

senen Abstände z_1 bzw. z_2 zum Radius des Prüfstifts r . Die gesuchte Mitte des

Stifts berechnet sich wie folgt:

$$f^2 = \underbrace{(z_1 - z_2)^2}_{c^2} + \underbrace{(y_1 - y_2)^2}_{e^2} \quad (\text{A.11})$$

$$\tan \alpha = \frac{e}{c} \quad (\text{A.12})$$

$$\cos \beta = \frac{f}{2r} \quad (\text{Cosinus-Satz}) \quad (\text{A.13})$$

$$\sin \gamma = \frac{\bar{y} - y_1}{r} \quad (\text{A.14})$$

$$\pi = \alpha + \beta + \gamma \quad (\text{A.15})$$

$$\Rightarrow \bar{y} = y_1 + \sin \left(\arctan \frac{y_1 - y_2}{z_1 - z_2} + \arccos \frac{\sqrt{(z_1 - z_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}{z_1 - z_2} \right) \quad (\text{A.16})$$

Literaturverzeichnis

[VDI1950 2006] : *Messtechnik für Mikro- und Nano-Engineering*. Düsseldorf : VDI — Verein deutscher Ingenieure, 2006

[Albers u. a. 2007a] ALBERS, Albert ; BURKARDT, Norbert ; DEIGENDESCH, Tobias ; ELLMER, Claudia ; HAUSER, Stefan: Validation of Micromechanical Systems. In: *7th International Workshop on High-Aspect-Ratio Micro-Structure-Technology (HARMST)*. Besancon, 2007

[Albers u. a. 2005a] ALBERS, Albert ; BURKARDT, Norbert ; DEIGENDESCH, Tobias ; MARZ, Jochen: Micro-specific Design for Tool-based Micromachining. In: *Proceedings of the AEDS 2005 Workshop, Pilsen, Czech Republic, 2005*

[Albers u. a. 2005b] ALBERS, Albert ; BURKARDT, Norbert ; DEIGENDESCH, Tobias ; MARZ, Jochen: Micro-specific Design for Tool-based Microtechnologies. In: *Proceedings of the High Aspect Ratio Micro Structure Technology Workshop (HARMST)*, 2005

[Albers u. a. 2005c] ALBERS, Albert ; BURKARDT, Norbert ; HAUSER, Stefan: Design Rules for Ceramic Microcomponents. In: *Handbook for Design and Manufacturing of Ceramic Micro Components*, 4M Network of Excellence, 2005

[Albers u. a. 2007b] ALBERS, Albert ; BURKARDT, Norbert ; HAUSER, Stefan: Inspection of Micro Gear Wheels with a Modified Tangential Composite Inspection. In: *10th CIRP Conference on Computer Aided Tolerancing*. Erlangen, 2007

[Albers u. a. 2007c] ALBERS, Albert ; BURKARDT, Norbert ; HAUSER, Stefan: Validation of Micromechanical Systems. In: *International Conference on Engineering Design (ICED) '07*, 2007

[Albers u. a. 2004] ALBERS, Albert ; BURKARDT, Norbert ; OHMER, Manfred: Principles for Design on the Abstract Level of the Contact & Channel Model. In: HORVÁTH (Hrsg.) ; XIROUCHAKIS (Hrsg.): *Proceedings of the TMCE 2004*. Lausanne : Millpress, 2004

- [Albers u. a. 2007d] ALBERS, Albert ; DEIGENDESCH, Tobias ; MARZ, Jochen: Micro-specific design flow for tool-based micro technologies. In: *Microsystem Technologies* 13 (2007), Nr. 3-4
- [Albers u. a. 2006] ALBERS, Albert ; FLEISCHER, Jürgen ; BURKARDT, Norbert ; BEHRENS, Ivesa ; HAUSER, Stefan: Integration von Funktionsprüfung und dimensioneller Messtechnik zu einer optimierten QS-Strategie für Mikroverzahnungen. In: *VDI-Berichte 1950*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 2006
- [Albers und Matthiesen 2002] ALBERS, Albert ; MATTHIESEN, Sven: Konstruktionsmethodisches Grundmodell zum Zusammenhang von Gestalt und Funktion technischer Systeme — Das Elementmodell „Wirkflächenpaare & Leitstützstrukturen“ zur Analyse und Synthese technischer Systeme. In: *Konstruktion, Zeitschrift für Produktentwicklung* 54 (2002), Nr. 7/8, S. 55–60
- [Albers u. a. 2003] ALBERS, Albert ; MATTHIESEN, Sven ; OHMER, Manfred: An innovative new basic model in design methodology for analysis and synthesis of technical systems. In: *14th International Conference on Engineering Design ICED 03*, 2003
- [Beulker 2002] BEULKER, K.: Wälzscannen von Verzahnungen. In: (VDI-Bericht 1673, 2002)
- [Braykoff 2007] BRAYKOFF, Christo: *Zur Tragfähigkeit kleinmoduliger Zahnräder im Modulbereich von 0,3 ... 1,0 mm — Einflüsse der Baugröße und des Werkstoffs auf die Zahnfuß-, Grübchen-, und Fresstragfähigkeit sowie auf das Verschleißverhalten kleinmoduliger Zahnräder*, Institut für Maschinen- und Fahrzeugtechnik — Lehrstuhl für Maschinenelemente, Technische Universität München, Dissertation, 2007
- [Büttgenbach u. a. 2006] BÜTTGENBACH, S. ; BRAND, U. ; BÜTEFISCH, S. ; HERBST, Ch. ; KRAH, T. ; PHATARALAOHA, A. ; TUTSCH, R.: Taktile Sensoren für die Mikromesstechnik. Siehe (VDI1950, 2006), S. 109–118
- [Buschhoff 2005] BUSCHHOFF, K.: Grafikunterstützte Zahnradmessung mit CAD-Anbindung. In: (VDI-Bericht 1880, 2005)
- [de Campos Porath und Seitz 2005] CAMPOS PORATH, M. de ; SEITZ, K.: Koordinatenmesstechnik für mikromechanische Bauteile: Herausforderungen und Lösungen – Innovative Entwicklungen für eine effiziente Qualitätssicherung mikromechanischer Produktionsprozesse mit einem neuartigen Koordinatenmessgerät. In: *VDI-Berichte Nr. 1914*, 2005, S. 239–247

- [de Campos Porath und Seitz 2006] CAMPOS PORATH, M. de ; SEITZ, K.: Untersuchungen zum Genauigkeitsnachweis an einem Koordinatenmessgerät für mikro-mechanische Bauteile. Siehe (VDI1950, 2006), S. 77–85
- [Dallner u. a. 2007] DALLNER, Claus M. ; FEULNER, Robert W. ; KOBES, Michael O. ; SCHMACHTENBERG, Ernst: Einfluss der Morphologie auf die tribologischen Eigenschaften montagespritzgegossener Mikrogetriebe. In: *Tribologie Fachtagung 2007*. Göttingen : Gesellschaft für Tribologie, 2007
- [Deigendesch 2004] DEIGENDESCH, Tobias: *Konstruktionsregeln als methodisches Hilfsmittel zur durchgängigen Unterstützung des Entwurfprozesses in der Mikrotechnik*, Institut für Produktentwicklung, Universität Karlsruhe, Diplomarbeit, 2004
- [DIN 3960 1987] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 3960 Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1987
- [DIN 3960 Beibl.1 1980] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *Beiblatt 1 zu DIN 3960 Begriffe und Bestimmungsgrößen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1980
- [DIN 3961 1978] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 3961 Toleranzen für Stirnradverzahnungen – Grundlagen*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1978
- [DIN 3962 T1 1978] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 3962 Teil 1 Toleranzen für Stirnradverzahnungen – Toleranzen für Abweichungen einzelner Bestimmungsgrößen*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1978
- [DIN 3962 T2 1978] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 3962 Teil 2 Toleranzen für Stirnradverzahnungen – Toleranzen für Flankenlinienabweichungen*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1978
- [DIN 3962 T3 1978] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 3962 Teil 3 Toleranzen für Stirnradverzahnungen – Toleranzen für Teilungs-Spannenabweichungen*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1978

- [DIN 3963 1978] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 3963 Toleranzen für Stirnradverzahnungen – Toleranzen für Wälzabweichungen*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1978
- [DIN 3990 T1 1987] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 3990 Teil 1 Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern – Einführung und allgemeine Einflussfaktoren*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1987
- [DIN 3999 1974] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 3969 Kurzzeichen für Verzahnungen*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1974
- [DIN 51354 1990] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 51354 Prüfung von Schmierstoffen: FZG-Zahnrad-Verspannungs-Prüfmaschine: Allgemeine Arbeitsgrundlagen*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1990. – textbfEintrag prüfen!!
- [DIN 58400 1984] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 58400 Bezugsprofile für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern für die Feinwerktechnik*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1984
- [DIN 58405 T1 1972] FACHNORMENAUSSCHUSS FEINMECHANIK UND OPTIK (Hrsg.) ; AUSSCHUSS VERZAHNUNGEN (Hrsg.): *DIN 58405 Teil 1 Stirnradgetriebe der Feinwerktechnik — Geltungsbereich, Bestimmungsgrößen, Begriffe, Einteilung*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1972
- [DIN 58405 T2 1972] FACHNORMENAUSSCHUSS FEINMECHANIK UND OPTIK (Hrsg.) ; AUSSCHUSS VERZAHNUNGEN (Hrsg.): *DIN 58405 Teil 2 Stirnradgetriebe der Feinwerktechnik — Getriebepassungsauswahl, Toleranzen, Abmaße*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1972
- [DIN 58405 T3 1972] FACHNORMENAUSSCHUSS FEINMECHANIK UND OPTIK (Hrsg.) ; AUSSCHUSS VERZAHNUNGEN (Hrsg.): *DIN 58405 Teil 3 Stirnradgetriebe der Feinwerktechnik — Angaben in Zeichnungen, Berechnungsbeispiele*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1972
- [DIN 58405 T4 1972] FACHNORMENAUSSCHUSS FEINMECHANIK UND OPTIK (Hrsg.) ; AUSSCHUSS VERZAHNUNGEN (Hrsg.): *DIN 58405 Teil 4 Stirnradgetriebe der Feinwerktechnik — Tabellen*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1972

- [DIN 867 1986] NORMENAUSCHUSS ANTRIEBSTECHNIK (NAN) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 867 Bezugsprofile für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern (Zylinderrädern) für den allgemeinen Maschinenbau und den Schwermaschinenbau*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1986
- [DIN 868 1976] AUSCHUSS VERZÄHNUNGEN (AV) IM DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. (Hrsg.): *DIN 868 Allgemeine Begriffe und Bestimmungsgrößen für Zahnräder, Zahnradpaare und Zahnradgetriebe*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 1976
- [DIN ISO 14635-1 2006] NORMENAUSSCHUSS MASCHINENBAU (NAM) IM DIN (Hrsg.) ; FACHAUSSCHUSS MINERALÖL- UND BRENNSTOFFNORMUNG (FAM) DES NMP (Hrsg.) ; NORMENAUSSCHUSS MATERIALPRÜFUNG (NMP) IM DIN (Hrsg.): *DIN ISO 14635-1 Zahnräder — FZG-Prüfverfahren — Teil 1: FZG-Prüfverfahren A/8,3/90 zur Bestimmung der relativen Fresstragfähigkeit von Schmierölen (ISO 14635-1:2000)*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2006
- [DIN ISO 14635-1 Berichtigung 1 2007] NORMENAUSSCHUSS MASCHINENBAU (NAM) IM DIN (Hrsg.) ; FACHAUSSCHUSS MINERALÖL- UND BRENNSTOFFNORMUNG (FAM) DES NMP (Hrsg.) ; NORMENAUSSCHUSS MATERIALPRÜFUNG (NMP) IM DIN (Hrsg.): *DIN ISO 14635-1 Zahnräder — FZG-Prüfverfahren — Teil 1: FZG-Prüfverfahren A/8,3/90 zur Bestimmung der relativen Fresstragfähigkeit von Schmierölen (ISO 14635-1:2000), Berichtigungen zu DIN ISO 14635-1:2006-05*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2007
- [DIN ISO 14635-2 2007] NORMENAUSSCHUSS MASCHINENBAU (NAM) IM DIN (Hrsg.): *DIN ISO 14635-2 (Entwurf) Zahnräder — FZG-Prüfverfahren — Teil 2: FZG-Prüfverfahren A10/16,6R/120 zur Bestimmung der relativen Fresstragfähigkeit von hoch EP-legierten Schmierölen (ISO 14635-2:2004)*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2007
- [DIN ISO 14635-3 2007] NORMENAUSSCHUSS MASCHINENBAU (NAM) IM DIN (Hrsg.) ; NORMENAUSSCHUSS MATERIALPRÜFUNG (NMP) IM DIN (Hrsg.) ; FACHAUSSCHUSS MINERALÖL- UND BRENNSTOFFNORMUNG (FAM) DES NMP (Hrsg.): *DIN ISO 14635-3 (Entwurf) Zahnräder — FZG-Prüfverfahren — Teil 3: FZG-Prüfverfahren A/2,8/50 zur Bestimmung von relativer Fresstragfähigkeit und Verschleißverhalten von Getriebefließfetten (ISO 14635-3:2005)*. Berlin : Beuth Verlag GmbH, 2007
- [Faulhaber 2003] FAULHABER: *Antriebssysteme*. 2003

- [Faulstich 1968] FAULSTICH, Hans I.: *Zusammenhänge zwischen Einzelfehlern, kinematischem Einflanken-Wälzfehler und Tragbild evolventenverzahnter Stirnräder*, Fakultät für Maschinenwesen, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 1968
- [Faulstich 2002] FAULSTICH, I.: Anwendungsorientierte Auswertung von Zahnradmessungen. In: (VDI-Bericht 1673, 2002)
- [Frenco 2006] FRESCO: *Wälzscannen*. 2006
- [Fries 2006] FRIES, Th.: Multi Sensor Oberflächenmesstechnik für die Nano- und Mikrotechnik. Siehe (VDI1950, 2006), S. 163–172
- [Fries Research & Technology (FRT)] FRIES RESEARCH & TECHNOLOGY (FRT): *Datenblatt FRT CWL 3mm*
- [Goch 2002a] GOCH, Gert: Bedeutung der Verzahnungsmesstechnik. In: (VDI-Bericht 1673, 2002), S. 259–276
- [Goch 2002b] GOCH, Gert: Optische Messung von Zahnrädern. In: (VDI-Bericht 1673, 2002), S. 171–193
- [Goch 2005] GOCH, Gert: Verzahnungsmesstechnik - unverzichtbarer Bestandteil einer Schlüsseltechnologie. In: *VDI-Berichte Nr. 1880*, 2005, S. 1–23
- [Gravel 2002] GRAVEL, G.: Die Meßunsicherheit bei Verzahnungsmessungen. In: *VDI-Berichte Nr. 1673*, 2002
- [Haupt und Wilhelms 1978] HAUPT, Ulrich ; WILHELMS, Werner: Aussagen zur Ein- und Zweiflanken-Wälzprüfung von Zahnrädern aufgrund der rechnerischen Simulation des Meßvorgangs. In: *VDI-Z 120* (1978), Nr. 21, S. 969–972
- [Hausmann und Plieninger 1961] HAUSMANN, Benno ; PLIENINGER, Hermann: Messen der Ungleichförmigkeit der Drehbewegung bei Zahnrädern. In: *VDI-Berichte Nr. 47*, 1961, S. 179–182
- [Heidenhain 2003] HEIDENHAIN: *Benutzer-Handbuch IK220*. 2003
- [Heidenhain 2006] HEIDENHAIN: *Messgeräte für elektrische Antriebe*. 2006
- [Herzog 1971] HERZOG, Klaus: Dynamische Messung von Drehübertragungsfehlern mit fotoelektrischen Anbaumeßsystemen. In: *Werkstatt und Betrieb 104* (1971), Nr. 11, S. 811–816

- [Höhn u. a. 2006] HÖHN, B.R. ; OSTER, P. ; BRAYKOFF, Ch.: Versuchstechnische Überprüfung der Tragfähigkeit nach DIN 3990 für Stirnräder mit Modul < 1mm. In: *Forschungsreport 2006*. Würzburg : Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. (FVA), 2006, S. 26–1 – 26–22. – Abschlussbericht
- [Hoppen 1963] HOPPEN, Johannes: *Die Einflankenwälzprüfung von Zahnrädern und Getrieben mit seismischen Drehschwingungs-Aufnehmern*, Fakultät für Maschinenwesen, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, Dissertation, 1963
- [Härtig u. a. 2002] HÄRTIG, F. ; SCHWENKE, H. ; WEISKIRCH, Ch.: Messung von Mikroverzahnungen. In: *VDI-Berichte Nr. 1673*, 2002
- [Hultsch 1966] HULTZSCH, E.: Einzel- und Sammelfehlermessung mit neueren Meßgeräten aus der DDR und SU für Kleinzahnräder, Teil I. In: *Feingerätetechnik* 15 (1966), Nr. 9, S. 394–407
- [ISO 1328-1 1995] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (Hrsg.): *Cylindrical gears — ISO system of accuracy — Part 1: Definitions and allowable values of deviations relevant to corresponding flanks of gear teeth*. Genève, Switzerland : International Organization for Standardization, 1995
- [ISO 1328-2 1997] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (Hrsg.): *Cylindrical gears — ISO system of accuracy — Part 2: Definitions and allowable values of deviations relevant to radial composite deviations and runout information*. Genève, Switzerland : International Organization for Standardization, 1997
- [Jaekel 1961] JAEKEL, Kurt: Verfahren zur Deutung von Drehfrequenzen bei Geräusch- und Schwingungsanalysen von Zahnradgetrieben. In: *VDI-Berichte Nr. 47*, 1961, S. 91–93
- [Jäger u. a. 2006] JÄGER, Gerd ; MANSKE, Eberhard ; HAUSOTTE, Tino ; MASTYLO, Rostyslav ; DOROZHOVETS, Natalja ; HOFMANN, Norbert: Taktile und optische Sensorsysteme für Nanomess- und Nanopositioniermaschinen. Siehe (VDI1950, 2006), S. 55–65
- [Kästner u. a. 2005] KÄSTNER, M. ; MEESS, K. ; SEEWIG, J. ; REITHMEIER, E.: Optische Geometrieerfassung von Zahnrädern – Flächenhafte Detektion von Verzahnungsabweichungen. In: *VDI-Berichte Nr. 1880*, 2005, S. 155–163

- [Lehmann 2006] LEHMANN, P.: Geometrieerfassung an Mikrobautteilen mittels Weißlichtinterferometrie und konfokaler Mikrosensoren — Messprinzipien, Anwendungen, Einschränkungen. Siehe (VDI1950, 2006), S. 119–128
- [Lorenz Messtechnik GmbH 2006] LORENZ MESSTECHNIK GMBH: *Technische Dokumentation Drehmomentsensor DR-2500*. 2006
- [Marquardt 1990a] MARQUARDT, R.: Heutiger Stand der Einflanken-Wälzprüfung. In: *wt Werkstatttechnik* 80 (1990), S. 509–513
- [Marquardt 1990b] MARQUARDT, R.: Industrieller Einsatz der Einflanken-Wälzprüfung – Anwendungsbereich und praktische Erfahrungen. In: *wt Werkstatttechnik* 80 (1990), S. 637–641
- [Marquardt 1991] MARQUARDT, R.: Probleme und Lösungsmöglichkeiten der Bewertung von Ausreißern bei der Einflanken-Wälzprüfung. In: *wt Werkstatttechnik* 81 (1991), S. 295–299
- [Marz 2005] MARZ, Jochen: *Mikrospezifischer Produktentwicklungsprozess (μ PEP) für werkzeuggebundene Mikrotechniken*, Insitut für Produktentwicklung, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2005. – Fortschrittsberichte des Insituts für Produktentwicklung
- [Matthiesen 2002] MATTHIESEN, Sven: *Ein Beitrag zur Basisdefinition des Elementmodells „Wirkflächenpaare & Leitstützstrukturen“ zum Zusammenhang von Funktion und Gestalt technischer Systeme*, Insitut für Maschinenkonstruktionslehre und Kraftfahrzeugbau, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2002. – mkl Forschungsberichte Band 6
- [Maurer u. a. 2005] MAURER, D. ; BAUMANN, S. ; LEIPRECHT, A.: Rauheitsprüfung an Zahnrädern unter Berücksichtigung der neuen VDI/VDE 2615. In: *VDI-Berichte Nr. 1880*, 2005, S. 45–54
- [Maurer und Bendix 2005] MAURER, D. ; BENDIX, M.: Messunsicherheit in der Praxis der Verzahnungsmessung. In: *VDI-Berichte Nr. 1880*, 2005, S. 179–185
- [Maxon 2006] MAXON: *Produktkatalog*. 2006
- [Measurement Computing 2005] MEASUREMENT COMPUTING: *User's Guide PCI-DAS6031 & PCI-DAS6033*. 2005
- [Merziger und Wirth 1995] MERZIGER, Gerhard ; WIRTH, Thomas: *Repetitorium der Höheren Mathematik*. Hannover : Binomi-Verlag, 1995

- [Meyer 2005] MEYER, W.: VDI Richtlinie 2617 Blatt 8 - Prüfprozesseignung – Das Verhältnis von Messunsicherheit zu Toleranz. In: *VDI-Berichte Nr. 1914*, 2005, S. 85–89
- [Mikoleizig 2005] MIKOLEIZIG, G.: Aktuelle Tendenzen bei der Einzelfehlerbestimmung an Verzahnungen: Maschinentechnologie, Anwendungsspektrum, Auswertesoftware. In: *VDI-Berichte Nr. 1880*, 2005, S. 31–43
- [Mitutoyo a] MITUTOYO: *Bildverarbeitungsmessgeräte*
- [Mitutoyo b] MITUTOYO: *UMAP Vision System*
- [Naescher 1977] NAESCHER, Jürgen: *Die rechnerische Simulation und die Messung der Einflanken-Wälzabweichung geradzahnter Stirnräder*, Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik der Technischen Universität Braunschweig, Dissertation, 1977
- [Neuschaefer-Rube 2005] NEUSCHAEFER-RUBE, U.: Sensoren und Geräteprinzipien für kleine Merkmale. In: *VDI-Berichte Nr. 1914*, 2005, S. 225–238
- [Nguyen 2003] NGUYEN, Phong D.: Beitrag zur Diagnostik der Verzahnung in Getrieben mittels Zeit-Frequenz-Analyse. In: *Fortschrittsberichte VDI Reihe 11*. Düsseldorf : VDI Verlag, 2003
- [Niemann 1983] NIEMANN, G.: *Maschinenelemente Band 3 — Schraubrad-, Kegelrad-, Schnecken-, Ketten-, Riemen-, Reibradgetriebe, Kupplungen, Bremsen, Freiläufe*. Springer, 1983
- [Niemann und Winter 1983] NIEMANN, G. ; WINTER, H.: *Maschinenelemente Band 2 — Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe – Grundlagen, Stirnradgetriebe*. Springer, 1983
- [Nüssler 2006] NÜSSLER: *Tastelemente und Zubehör*. 2006
- [Opitz 1961] OPITZ, Herwart: Fertigungsgenauigkeit und Geräusch. In: *VDI-Berichte Nr. 47*, 1961, S. 71–82
- [Opitz und Faulstich 1969] OPITZ, Herwart ; FAULSTICH, Hans-Ingo: *Zusammenhänge zwischen Einzelfehlern, Einflanken-Wälzfehler und Tragbild evolventenverzahnter Stirnräder*. Köln und Opladen : Westdeutscher Verlag, 1969
- [Optim TB] THE MATHWORKS (Hrsg.): *MatLab Optimization Toolbox*

- [Palmgren 1957] PALMGREN, Arvid: Neue Untersuchungen über Energieverluste in Wälzlagern. In: *VDI-Berichte Band 20*. Düsseldorf : VDI-Verlag, 1957, S. 117 – 121
- [Peschel und Röske 2004] PESCHEL, D. ; RÖSKE, D.: Messunsicherheiten bei der Drehmomentmessung. In: *VDI-Berichte Nr. 1867*, 2004, S. 173–202
- [Pfeifer und Napierala 2002] PFEIFER, T. ; NAPIERALA, A.: Entwicklung einer funktionsorientierten Bewertung modifizierter Zahnflankengeometrien. In: *VDI-Berichte Nr. 1673*, 2002, S. 235–246
- [Pfeiffer u. a. 2002] PFEIFFER, T. ; NAPIERALA, A. ; MANDT, D.: Function-Oriented Evaluation of Modified Tooth Flanks. In: (VDI-Bericht 1665, 2002), S. 769 – 783
- [Physik Instrumente (PI) 2005] PHYSIK INSTRUMENTE (PI): *Gesamtkatalog*. 2005
- [Pommer 2002] POMMER, A.: Gear ROLLSCAN for High Speed Gear Measurement. A Revolutionary New Method for a Complete Topographical Inspection of Gears. In: (VDI-Bericht 1665, 2002), S. 785 – 796
- [Rank 2005] RANK, B.: Verzahnungsmesstechnik aus Anwendersicht – ein Erfahrungsbericht. In: *VDI-Berichte Nr. 1880*, 2005, S. 65–76
- [Rauh 2006] RAUH, Wolfgang: Messung von Mikrostrukturen mit Multisensor-Koordinatenmessgeräten. Siehe (VDI1950, 2006), S. 173–184
- [Renishaw 2007] RENISHAW: *Tastereinsätze und Zubehör*. 2007. – Ausgabe 12-C
- [Sachse 1961] SACHSE, H.: Verschleißprobleme an Kunststoffzahnradern. In: *VDI-Berichte Nr. 47*, 1961, S. 175–178
- [Schade und Lechner 1987] SCHADE, V. ; LECHNER, G.: Neues Verfahren zur Einflanken-Wälzprüfung. In: *Antriebstechnik* 26 (1987), Nr. 1, S. 46–49
- [Schade 1985] SCHADE, Volker: *Entwicklung eines Verfahrens zur Einflanken-Wälzprüfung und einer rechnergestützten Auswertemethode für Stirnräder*, Fakultät Fertigungstechnik der Universität Stuttgart, Dissertation, 1985
- [Schyr 2006] SCHYR, Christian: *Modellbasierte Methoden für die Validierungsphase im Produktentwicklungsprozess mechatronischer Systeme am Beispiel der Antriebsstrangentwicklung*, Insitut für Produktentwicklung, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2006. – Forschungsberichte Band 22

- [Smith 1986] SMITH, Robert E.: Analyse von Zahnradlaufgeräuschen durch Einflanken-Wälzprüfung. In: *Werkstatt und Betrieb* 119 (1986), Nr. 8, S. 707–714
- [Sonderforschungsbereich 499 2005] SONDERFORSCHUNGSBEREICH 499 (Hrsg.): *Entwicklung, Produktion und Qualitätssicherung urgeformter Mikrobauteile aus metallischen und keramischen Werkstoffen — Finanzierungsantrag 2006, 2007, 2008*. Universität Karlsruhe (TH), 2005
- [Stadtfeld 2002] STADTFELD, H. J.: Messen relevanter Größen zur Beurteilung von Betriebsgeräuschen. In: *VDI-Berichte Nr. 1673*, 2002, S. 101–112
- [Thalmann u. a. 2006] THALMANN, Rudolf ; MELI, Felix ; KÜNG, Alain: Taktile Koordinatenmesstechnik an den Grenzen. Siehe (VDI1950, 2006), S. 67–76
- [Thoen 1961] THOEN, Richard L.: Präzisions-Zahnradgetriebe der Feinwerktechnik. In: *VDI-Berichte Nr. 47*, 1961, S. 163–170
- [Toppe 1966] TOPPE, Arthur: *Untersuchung über die Geräuschanregung bei Stirnrädern unter besonderer Berücksichtigung der Fertigungsgenauigkeit*, Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Dissertation, 1966
- [Trapp 1975] TRAPP, Hans-Jürgen: *Analyse von Diagrammen der Zweiflanken-Wälzprüfung evolventischer Zahnräder mit Hilfe der rechnerischen Simulation des Wälzvorgangs*, Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik der Technischen Universität Braunschweig, Dissertation, 1975
- [Trylinkski 1964] TRYLINKSKI, Wladyslaw: Wirklicher Überdeckungsgrad der Evolventenkleinverzahnungen. In: *Feingerätetechnik* 13 (1964), Nr. 4, S. 163–167
- [Tutsch 2005] TUTSCH, R.: Neue Trends bei berührungslosen und Multisensor Koordinatenmeßgeräten. In: *VDI-Berichte Nr. 1914*, 2005, S. 147–154
- [Unterberger 1961] UNTERBERGER, Michael: Geräuschuntersuchung an geradzahnten Zahnrädern. In: *VDI-Berichte Nr. 47*, 1961, S. 89–90
- [VDI-Bericht 1665 2002] VDI-BERICHT 1665 (Hrsg.): *International Conference on Gears*. Düsseldorf : VDI — Verein deutscher Ingenieure, 2002
- [VDI-Bericht 1673 2002] VDI-BERICHT 1673 (Hrsg.): *Verzahnungsmesstechnik — Von der Praxis in die Zukunft*. Düsseldorf : VDI — Verein deutscher Ingenieure, 2002

- [VDI-Bericht 1880 2005] VDI-BERICHT 1880 (Hrsg.): *Verzahnungsmessung — Praktische Anwendung und neue Lösungen*. Düsseldorf : VDI — Verein deutscher Ingenieure, 2005
- [VDI/VDE 2607 2000] VDI/VDE-GESELLSCHAFT AUTOMATISIERUNGSTECHNIK (GMA) (Hrsg.): *VDI/VDE 2607: Rechnerunterstützte Auswertung von Profil- und Flankenlinienmessungen an Zylinderrädern mit Evolventenprofil*. Düsseldorf : Verein Deutscher Ingenieure, 2000
- [VDI/VDE 2608 2001] VDI/VDE-GESELLSCHAFT AUTOMATISIERUNGSTECHNIK (GMA) (Hrsg.): *VDI/VDE 2608: Einflanken- und Zweiflankenwälzprüfung an Zylinderrädern, Kegelrädern, Schnecken und Scheckenrädern*. Düsseldorf : Verein Deutscher Ingenieure, 2001
- [VDI/VDE 2612 2000] VDI/VDE-GESELLSCHAFT AUTOMATISIERUNGSTECHNIK (GMA) (Hrsg.): *VDI/VDE 2612: Profil- und Flankenlinienprüfung an Zylinderrädern mit Evolventenprofil*. Düsseldorf : Verein Deutscher Ingenieure, 2000
- [Walter 1983] WALTER, Fritz: Prüfen der Sammelabweichungen von Zahnrädern. In: *Werkstatt und Betrieb* 116 (1983), Nr. 3, S. 155–157
- [Wäldele und Härtig 2002] WÄLDELE, F. ; HÄRTIG, F.: Tendenzen in der Verzahnungsmesstechnik. In: *VDI-Berichte Nr. 1673*, 2002, S. 113–123
- [Zeiss 2007] ZEISS: *Produktinformation Präzisionskoordinatenmessgerät F25*. 2007