

Notizen zur
Berechnung synthetischer Seismogramme
mit der Reflektivitätsmethode

Thomas Forbriger¹

September 2003
BFO, Schiltach

¹Geophysikalisches Institut der Universität Karlsruhe
am
Geowissenschaftliches Gemeinschaftsobservatorium
der Universitäten Karlsruhe und Stuttgart
Heubach 206
77709 Wolfach
Tel. 07836 2151
Thomas.Forbriger@gpi.uni-karlsruhe.de

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie der Reflektivitätsmethode	5
1.1	Lösung der seismischen Wellengleichung in einem Medium mit rein tiefenabhängigen Eigenschaften	5
1.1.1	Separationsansatz	5
1.2	Elastische Potentiale in einem homogenen Medium	6
1.2.1	Die Lösung in einem homogenen Medium	6
1.2.2	Lösung in einem Stapel homogener Schichten	7
1.3	Matrixalgorithmen	7
1.3.1	Thomson-Haskell-Verfahren: Die Lösung für den Verschiebungs-Spannungs-Vektor	7
1.3.2	Reflektivitätsmethode: Die Lösung für die elastischen Potentiale	7
1.3.3	Die Rekursion in der Reflektivitätsmethode	8
2	Numerische Umsetzung	10
2.1	Verfügbare Programme	10
2.2	Homogene Schichten verlangen eine Diskretisierung a priori	10
2.3	Die begrenzenden Halbräume	10
2.4	Das Entwicklungsintegral	11
2.5	Artefakte durch die diskrete Fourier-Transformation	12
2.6	Nahfeld und Fernfeld	13
2.7	Abweichung von der sphärischen Erde	14
2.8	Dämpfung und frequenzabhängigkeit der Materialparameter	14
2.9	Effizienz	15
3	Anwendung auf eine sphärische Erde	16
4	Beispiele	18
4.1	Allgemeine Steuerdateien	18
4.2	Zwei Schichten über Halbraum	18
4.3	Flachseismik	20
4.3.1	Bietigheim	20
4.3.2	Berkheim	27
4.4	Globale Seismogramme	27
4.4.1	Westliches Brasilien 20/6/2003	30
4.4.2	Neuseeland 21/8/2003	30
A	Literaturhinweise	36

Literaturverzeichnis	37
B Anhänge	39
B.1 Koordinatensystem	39
B.2 Programme	39
B.2.1 refmet	39
B.2.2 syg	41
B.2.3 grepg	41
B.2.4 refract	43

Vorwort

Dieses Skriptum entstand als Begleitmaterial für den Kurs „Berechnung von synthetischen Seismogrammen und seismischen Strahlen mit praktischen Übungen“, der im September 2003 am SZGRF in Erlangen abgehalten wurde.

Insbesondere der Abschnitt 1 kann nur als Führer durch die verfügbare Literatur dienen. Er steckt nur den theoretischen Rahmen der Reflektivitätsmethode ab und bietet keine Herleitung. Alle die das Problem tiefer durchdringen wollen bitte ich das zu entschuldigen. Die im Anhang A angegebene Literatur wird für das hier fehlende entschädigen. Eine vollständige Darstellung von Theorie und Algorithmus findet man sowohl bei Müller (1985) also auch bei Ungerer (1990).

Abschnitt 1

Theorie der Reflektivitätsmethode

1.1 Lösung der seismischen Wellengleichung in einem Medium mit rein tiefenabhängigen Eigenschaften

Die Reflektivitätsmethode ist ein Verfahren zur Berechnung des seismischen Wellenfeldes in einem eben geschichteten Medium. Die seismische Wellengleichung lautet in einem Medium mit nur z -abhängigen Eigenschaften

$$\rho(z) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{u}(\vec{x}, t) + \mu(z) \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{u}(\vec{x}, t) + (\lambda(z) + 2\mu(z)) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u}(\vec{x}, t) + \vec{e}_z \frac{d\lambda(z)}{dz} \operatorname{div} \vec{u}(\vec{x}, t) + \frac{d\mu(z)}{dz} \left(2 \frac{\partial \vec{u}(\vec{x}, t)}{\partial z} + \vec{e}_z \times \operatorname{rot} \vec{u}(\vec{x}, t) \right) = -\vec{f}_V(\vec{x}, t), \quad (1.1)$$

wobei $\vec{u}(\vec{x}, t)$ das Verschiebungsfeld, $\rho(z)$ die Massendichte, $\vec{f}_V(\vec{x}, t)$ ein Kraftdichtefeld als seismische Quelle und $\lambda(z)$ und $\mu(z)$ die Laméschen Konstanten eines isotropen Mediums sind (Ben-Menahem und Singh, 1981, Gl. (1.107)). In einem homogenen Medium entfallen die Ableitungen der Materialeigenschaften nach z und es ergibt sich unmittelbar die bekannte vektorielle Wellengleichung für ein homogenes Medium.

1.1.1 Separationsansatz

Wegen der vorliegenden Symmetrie wählt man einen Produktansatz für die Lösung, der zwischen der Zeit-Abhängigkeit, der z -Abhängigkeit und der horizontal-Abhängigkeit der Lösung trennt. Da in der Regel nur Punktquellen $\vec{f}_V(\vec{x}, t) = \delta(\vec{x} - \vec{x}_0) \vec{f}_V(t)$ betrachtet werden, werden aus Symmetriegründen Zylinderkoordinaten r, ϕ und z gewählt (anstatt kartesischen Koordinaten). Die Abhängigkeit von r und ϕ wird unmittelbar (und unabhängig von den z -abhängigen Materialeigenschaften) durch eine Entwicklung des Verschiebungs- und Spannungsfeldes nach „Vector Surface Harmonics“ gelöst (Takeuchi und Saito, 1972, Abschnitt A.1). Für die Berechnung freier Eigenschwingungen (keine Punktquelle) können entsprechend ebene Welle gewählt werden (Aki und Richards, 2002, Gln. (7.19) und (7.25)). In beiden Fällen erhält man nach der Separation der Differentialgleichung ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen erster Ordnung

$$\frac{d\vec{y}(z)}{dz} = A(z)\vec{y}(z) - \vec{F}_V \delta(z - z_0) \quad (1.2)$$

für den Verschiebungs-Spannungsvektor $\vec{y}(z)$ (Takeuchi und Saito, 1972, Gl. (226)). Das Problem zerfällt zudem in zwei voneinander unabhängige Systeme der Form (1.2), welche im Fernfeld auf SH-Wellen und Lovewellen einerseits und PSV-Wellen und Rayleigh-Wellen andererseits führen. Der Vektor $\vec{y}(z)$ enthält die z - und frequenzabhängigen komplexen Entwicklungskoeffizienten der Verschiebung und Spannung bei einer gegebenen Wellenzahl und Ordnung der Vector-Surface-Harmonics. $A(z)$ ist eine Matrix deren Elemente von den z -abhängigen Materialeigenschaften $\rho(z)$, $\mu(z)$ und $\lambda(z)$ abhängen sowie von ω (Kreisfrequenz) und k (horizontale Wellenzahl) die sich aus den Separationskonstanten ergeben. \vec{F}_V enthält die entsprechenden Entwicklungskoeffizienten einer Quelle in der Tiefe z_0 .

Schlussfolgerungen: Bei der gegebenen Symmetrie kann das ganze Problem auf zwei voneinander unabhängige, rein z -abhängige Systeme von gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung reduziert werden. Aus Gl. (1.2) ist unmittelbar ersichtlich, dass die z -Abhängigkeit der Lösung in einem homogenen Medium ($A(z) = \text{konstant}$) einer Exponentialfunktion gehorchen muss.

1.2 Elastische Potentiale in einem homogenen Medium

In der Reflektivitätsmethode wird die Lösung nicht durch den Spannungs-Verschiebungs-Vektor dargestellt, sondern durch elastische Potentiale. Die Schlussfolgerungen aus dem vorangegangenen Abschnitt bleiben auch hier gültig. Das Verschiebungsfeld

$$\vec{u}(\vec{x}) = \text{grad}\phi(\vec{x}) + \text{rot}(\vec{e}_z\psi(\vec{x})) + \text{rotrot}(\vec{e}_z\chi(\vec{x})) \quad (1.3)$$

wird vollständig durch die Potentiale $\phi(\vec{x})$, $\psi(\vec{x})$ und $\chi(\vec{x})$ dargestellt. \vec{e}_z ist der Einheitsvektor in z -Richtung. Die Fernfeld-Lösung für $\phi(\vec{x})$ ergibt Kompressionswellen, die für $\psi(\vec{x})$ ergibt SV-polarisierte Scherwellen und die für $\chi(\vec{x})$ ergibt SH-polarisierte Scherwellen und Lovewellen. Rayleighwellen werden durch die Lösungen für $\phi(\vec{x})$ und $\psi(\vec{x})$ gebildet.

Da die Reflektivitätsmethode aber mit homogenen Schichten arbeitet, wir zunächst die Lösung der Wellengleichung im homogenen Vollraum betrachtet. Hier ist die Darstellung (1.3) von Vorteil, denn nun zerfällt die vektorielle Wellengleichung (1.1) in drei einzelne skalare Wellengleichungen

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \alpha^2\Delta\right)\phi(\vec{x},t) = \frac{L(\vec{x},t)}{\rho}, \quad (1.4a)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \beta^2\Delta\right)\psi(\vec{x},t) = \frac{M(\vec{x},t)}{\rho} \quad \text{und} \quad (1.4b)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \beta^2\Delta\right)\chi(\vec{x},t) = \frac{N(\vec{x},t)}{\rho}, \quad (1.4c)$$

wobei

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad \text{und} \quad \beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (1.5)$$

die Kompressionswellen- bzw. die Scherwellengeschwindigkeit sind. L , M und N sind der Darstellung (1.3) entsprechende Komponenten der Volumenkräftdichte f_V . Δ ist der räumliche Laplace-Operator.

1.2.1 Die Lösung in einem homogenen Medium

Mit einem geeigneten Produktansatz

$$\phi(r, \varphi, z, t) = R(r)P(\varphi)Z(z)T(t) \quad (1.6)$$

in Zylinderkoordinaten erhält man schließlich eine Entwicklung für die vollständige Lösung

$$\phi(r, \varphi, z, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} C_m^\pm(p, \omega, z) J_m(p\omega r) e^{\pm i\omega a z} e^{im\varphi} e^{i\omega t} dp d\omega \quad (1.7a)$$

mit

$$a^2 = \frac{1}{\alpha^2} - p^2 \quad (1.7b)$$

für das Kompressionspotential. Entsprechende Darstellungen erhält man für die Potentiale ψ und χ (Müller, 1985, Abschnitt 4.1). Dabei ergeben sich ω , p und m aus den Separationskonstanten des Produktansatzes. J_m ist die Besselfunktion der Ordnung m . Beide Vorzeichen in der ersten Exponentialfunktion liefern einen eigenen Beitrag. Die Lösung (1.7a) enthält jeweils einen Term für jedes Vorzeichen.

Das Wellenfeld ist nun vollständig durch die komplexwertigen Entwicklungskoeffizienten $C_m^\pm(p, \omega)$ beschrieben. Diese müssen aus den Anfangs- und Randwerten des gestellten Problems bestimmt werden.

1.2.2 Lösung in einem Stapel homogener Schichten

Aus geometrischen Gründen muss das Verschiebungsfeld stetig sein. Es dürfen durch die Verschiebung keine Lücken im Medium entstehen. Aus physikalischen Gründen (3. Newtonsches Gesetz: actio=reactio) müssen in einem einfach zusammenhängenden Medium außerhalb der seismischen Quellen auch die Spannungsgrößen stetig sein. Für die Lösung (1.7) im homogenen Vollraum ist dies der Fall. Besteht das Medium aus mehreren homogenen Schichten, so müssen die Lösungen darin so gewählt werden, dass an den Schichtgrenzen die Stetigkeit von Verschiebung und Normalspannung erfüllt ist. Durch diese Bedingung werden die Lösungen der Differentialgleichungen (1.4a) und (1.4b) miteinander gekoppelt. Sie bilden zusammen das PSV-System. Die Lösung der Differentialgleichung (1.4c) bleibt aber unabhängig von den anderen beiden. Sie bildet die SH-Wellen und Love-Wellen.

Außerdem wird verlangt, dass die Koeffizienten $C_m^\pm(p, \omega)$ so gewählt werden, dass die Lösung für $z \rightarrow \pm\infty$ regulär bleibt und keine Wellen aus den Richtungen $z \rightarrow \pm\infty$ in das Medium einfallen. Wellen sollen nur von der definierten Quelle ausgehen.

1.3 Matrixalgorithmen

Wird die Lösung in einer Schicht vorgegeben, so ergeben sich über die Stetigkeitsbedingungen an den Schichtgrenzen automatisch Bedingungen für die Lösung in der benachbarten Schicht. Die Lösung kann so durch einen ganzen Stapel homogener Schichten hindurchgereicht werden, so dass eine Gesamtlösung entsteht.

Fasst man die Entwicklungskoeffizienten der vollständigen Lösung in einer Schicht zu einem Vektor zusammen, so wird diese Lösung mit dem Vektor der benachbarten Schicht durch eine Matrix verknüpft. Die Elemente der Matrix (die Verknüpfungsfaktoren) ergeben sich aus den Anschlussbedingungen an der Schichtgrenze. Daher werden Verfahren, die mit homogenen Schichten arbeiten, häufig als „Matrixverfahren“ bezeichnet.

1.3.1 Thomson-Haskell-Verfahren: Die Lösung für den Verschiebungs-Spannungs-Vektor

Auch zur Lösung von Gl. (1.2) macht man sich die Aufteilung des Mediums in homogene Schichten nutzbar, wenn dieses aus großen, homogenen Bereichen besteht. Während Verfahren wie GEMINI das Gleichungssystem (1.2) numerisch integrieren müssen, kann hier die analytisch bekannte Lösung in den homogenen Bereichen unmittelbar benutzt werden. In der Regel startet man am oberen und unteren Rand des jeweiligen Mediums mit jeweils zwei voneinander unabhängigen Basislösungen, die aber die Randbedingungen dort (freie Oberfläche oder Regularität des Wellenfeldes) bereits erfüllen. Diese Basislösungen werden von beiden Seiten bis zur Quelle des Wellenfeldes bei $z = z_0$ weitergereicht. Dort wird eine geeignete Linearkombination der Basislösungen gesucht, welche den geforderten Sprung des Verschiebungs-Spannungs-Vektors an der Quelle ergibt.

Dieses Verfahren geht auf Darstellungen von Thomson (1950) und Haskell (1953) zurück. In seiner Rohform ist es allerdings numerisch problematisch, da an der Quelle aus den Basislösungen eine Determinante berechnet werden muss, deren Wert aufgrund der begrenzten Rechengenauigkeit verloren gehen kann. In der Literatur wurden daher verschiedene Verfahren vorgeschlagen, die dieses Problem numerisch stabil lösen. Einen guten Überblick geben Buchen und Ben-Hador (1996). Wang (1999) hat ein Verfahren vorgeschlagen, das im Vergleich zu anderen recht anschaulich nachvollziehbar ist.

1.3.2 Reflektivitätsmethode: Die Lösung für die elastischen Potentiale

Die Reflektivitätsmethode berechnet ebenfalls die Lösung der Wellengleichung in einem Stapel homogener Schichten. Sie verwendet dabei allerdings die Darstellung des Wellenfeldes durch elastische Potentiale. Erst nach vollständiger Berechnung wird an den Stellen, an denen die Lösung ausgegeben werden soll (Seismometerstandorte) mit Gl. (1.3) das Verschiebungsfeld berechnet.

Es ist eine **wesentliche Eigenschaft der elastischen Potentiale**, dass sie unmittelbar als im Medium propagierende Wellen aufgefasst werden können. Das Potential ϕ stellt immer eine Kompressionswelle dar. Diese hat eine eindeutige Ausbreitungsrichtung. In gewissem Sinne trifft das auch für die exponentiell mit z wachsenden oder abklingenden Lösungen zu, wenn a in Gl. (1.7b) imaginär wird. Eine physikalisch sinnvolle Interpretation lässt nur eine Lösung zu, die von der Quelle fort propagiert oder von der Quelle aus gesehen abklingt.

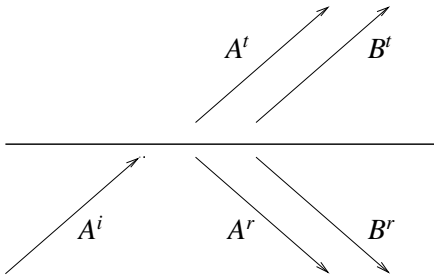


Abbildung 1.1: Entstehung reflektierter, transmittierter und konvertierter Wellen an einer Diskontinuität.

Es ist eine **wesentliche Eigenschaft der Reflektivitätsmethode**, dass sie sich dies zunutze macht. In jedem Stadium der Berechnung kann zwischen physikalisch sinnvollen Lösungen (von der Quelle fort propagierend bzw. abklingend) und physikalisch unsinnigen Lösungen (aus dem unendlichen einfallende Wellen bzw. exponentiell wachsende Lösungen) unterschieden werden. Dementsprechend schreitet der Algorithmus von der Quelle ausgehend voran (nicht wie bei den vom Thomson-Haskell-Verfahren abgeleiteten Algorithmen vom Rand). Der Algorithmus startet mit den Wellen, die unmittelbar von der Quelle in der Quellschicht angeregt werden. An der Diskontinuität zur nächsten Schicht werden aus den Anschlussbedingungen die in die nächste Schicht transmittierten Wellen und die in dieselbe Schicht zurückreflektierten Wellen berechnet. Die so entstandenen Wellen werden durch das Medium weiter propagiert, wobei an jeder Diskontinuität neue transmittierte und reflektierte Wellen entstehen. Fällt auf die Diskontinuität eine P-Welle mit der Amplitude A und eine SV-Welle mit der Amplitude B ein, so können daraus die Amplituden der reflektierten

$$\begin{pmatrix} A^r \\ B^r \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} A^i \\ B^i \end{pmatrix} \quad \text{und transmittierten} \quad \begin{pmatrix} A^t \\ B^t \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} A^i \\ B^i \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

Wellen berechnet werden (Abb. 1.1). Die Elemente der 4×4 Matrizen \mathbf{R} (Reflexionskoeffizienten) und \mathbf{T} (Transmissionskoeffizienten) ergeben sich aus den Anschlussbedingungen an der Diskontinuität (Müller, 1985, Tabellen 1 und 2).

Formal stehen zur Erfüllung der Anschlussbedingungen an der Grenze zwischen zwei Schichten vier (SH-Fall) bzw. acht (PSV-Fall) Wellen zur Verfügung. Dies sind die in beiden Schichten jeweils von der Grenze weg laufenden und die auf sie zulaufenden Wellen. Bei Vorgabe zweier einfallender Wellen (P und SV) genügt aber die Wahl von Werten für vier ausfallende Wellen, um die vier Stetigkeitsbedingung (zwei Verschiebungs- und zwei Spannungscomponenten) zu erfüllen. Entsprechend werden in der Reflektivitätsmethode nur drei (SH) bzw. sechs (PSV) Wellen benutzt, die restlichen werden implizit gleich null gesetzt. Es werden nur die in Richtung des fortschreitenden Algorithmus einfallenden und die beiden ausfallenden Wellen verwendet, wie dies physikalisch anschaulich sinnvoll ist. Auf diese Weise wird das im Thomson-Haskell-Verfahren auftretende Instabilitätsproblem von vornherein vermieden (Buchen und Ben-Hador, 1996, Abschnitt 8).

Da die Potentiale in der Quellschicht in der Regel auf die Oberkante der Schicht bezogen werden (unabhängig von der Ausbreitungsrichtung der damit verknüpften Wellen), besteht nur dort das Problem exponentiell anwachsender Terme. Numerische Probleme können dort aber verhindert werden, indem eine zusätzliche Schichtgrenze knapp über der Quelle eingeführt wird, die nicht zwingend mit einer Diskontinuität der Materialparameter verbunden ist.

Die Möglichkeit, die Lösung an jeder Stelle im Algorithmus als propagierende P- oder S-Wellen zu interpretieren, erlaubt es außerdem gezielt nur Teile des Wellenfeldes zu berechnen. Auf diese Weise können multiple Reflexionen ausgeblendet werden (indem man die entsprechenden Koeffizienten gleich null setzt unter bewusster Verletzung der Stetigkeitsbedingung) oder nur die Reflexion von einer Schichtgrenze berücksichtigt werden (indem die Koeffizienten aller anderen Reflektierten unter Verletzung der Stetigkeitsbedingung gleich null gesetzt werden).

1.3.3 Die Rekursion in der Reflektivitätsmethode

Da die an einer Schichtgrenze reflektierten Wellen an der gegenüberliegenden Schichtgrenze wieder reflektiert werden und so fort, würde der Algorithmus nie abbrechen, falls er in dieser direkten Weise unter Berücksichtigung aller multiplen Reflexionen vollzogen würde. Formal ergibt sich durch die multiplen Reflexionen eine unendliche, geometrische Reihe (Müller, 1985, Gl. (76)), die kompakt durch eine inverse Matrix (PSV-Fall) oder einen Kehrwert (SH-Fall) ausgedrückt werden kann (Müller, 1985, Gln. (30), (76) und (77)). Die Wirkung des Mediums auf das von

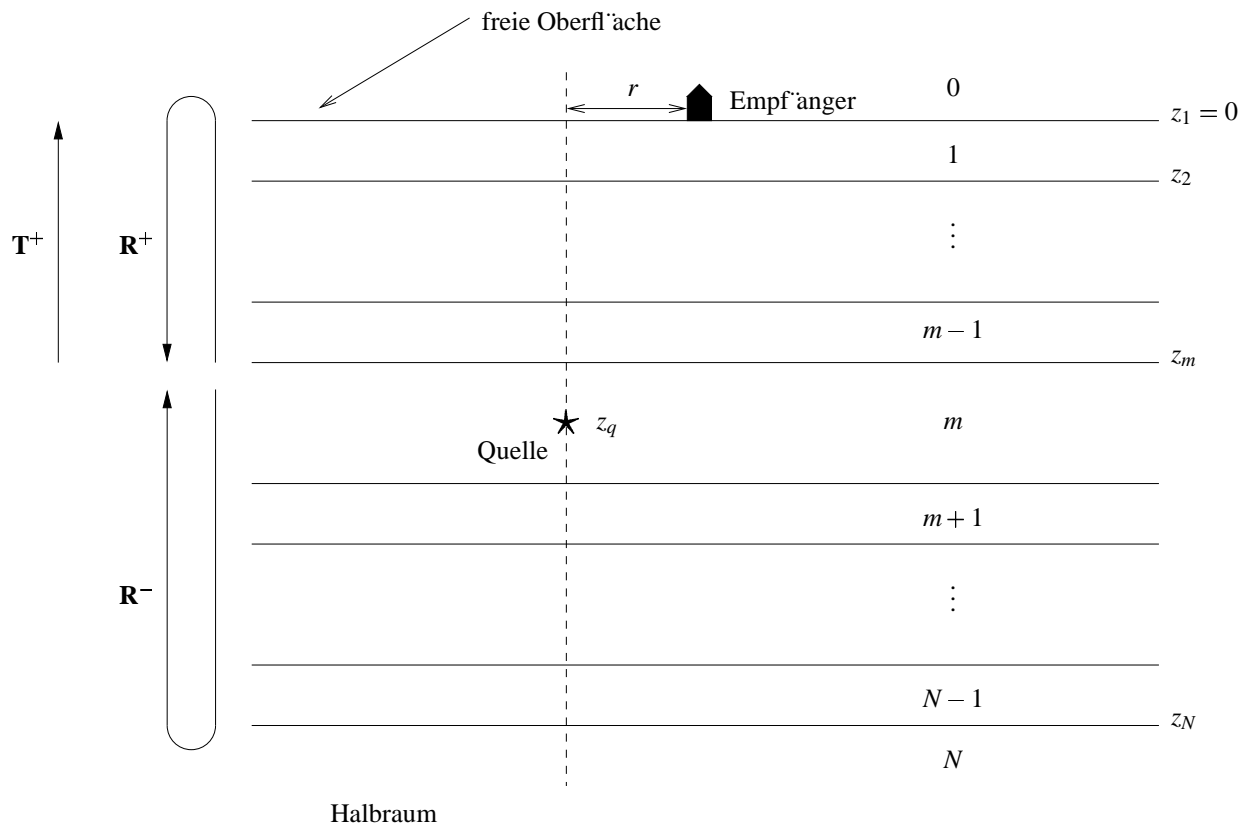


Abbildung 1.2: Schematische Darstellung der Reflektivitätsmethode. Die Eigenschaften ganzer Schicht-Stapel werden durch ihre Transmissivität T^+ und ihre Reflektivität R^+ bzw. R^- ausgedrückt.

der Quelle ausgehende Wellenfeld wird zu Transmissivitäten und Reflektivitäten zusammengefasst (Abb. 1.2), die als Faktor (SH-Fall) oder Matrix (PSV-Fall) die transmittierenden bzw. reflektierenden Eigenschaften eines ganzen Schichtstapels ausdrücken. Mit diesen Transmissivitäten und Reflektivitäten kann die Lösung der Wellengleichung sehr kompakt geschrieben werden (Müller, 1985, Gln. (83) und (84) und Abb. 3).

Abschnitt 2

Numerische Umsetzung

2.1 Verfügbare Programme

Weit verbreitet ist Quellcode, der auf Gerhard Müller (1985) zurückgeht und teilweise in leicht modifizierter Form vorliegt. Die Quelltexte heißen beispielsweise `psexpl.f`, `pswell.f` oder `shwell.f`.

Ebenso gibt es eine Reflectivity-Version von Rainer Kind (1978), die mir aber nicht näher bekannt ist. Vermutlich existiert außerdem ein von Brian Kennett geschriebenes Derivat (Kennett und Kerry, 1979; Kennett, 1983).

Die hier gezeigten Beispiele (Kapitel 4) wurden mit Code berechnet, der auf Joachim Ungerer (1990) zurückgeht. Das Originalprogramm von Ungerer heißt `refseis.f`. Der hier verwendete Code enthält einige Ergänzungen, insbesondere in Verbindung mit der Flache-Erde-Näherung (siehe Kapitel 3). Der Quellcode mit Beispielen und für Intel-Linux übersetzten Binaries ist unter

<http://www-gpi.physik.uni-karlsruhe.de/pub/forbriger/download/software/>
als Paket `refmet.1.0.tar.Z` bzw. `refmet.1.0.tgz` verfügbar.

2.2 Homogene Schichten verlangen eine Diskretisierung a priori

Der Matrixalgorithmus ist der Berechnung auf einem Computer ideal angepasst. Die Berechnung der Entwicklungskoeffizienten des Wellenfeldes erfolgt in einer endlichen Zahl von Rechenschritten, die sich direkt aus der Anzahl homogener Schichten im Erdmodell ergibt. Im Rahmen der numerischen Rechengenauigkeit kann diese Lösung (für ein Modell homogener Schichten) als exakt betrachtet werden.

Die Materialeigenschaften der Erde variieren allerdings über weite Tiefenbereiche kontinuierlich. Realistische Erdmodelle wie PREM (Dziewonski und Anderson, 1981) werden deshalb häufig durch stückweise stetige Parameterfunktionen gegeben. Diese Erdmodelle müssen vor Berechnungen mit der Reflektivitätsmethode durch ein Modell homogener Schichten dargestellt werden, die stetigen Parameterfunktionen werden durch eine Treppenfunktion genähert. Diese Näherung ist umso besser, je dünner die Schichten und je kleiner die künstlich eingeführten Diskontinuitäten sind. Als Faustregel dient die Richtlinie, dass die Schichtdicken deutlich kleiner als die kleinste Wellenlänge in der jeweiligen Schicht sein müssen, damit die Wellen die künstlichen Stufen nicht auflösen können. Die Reflektivitätsmethode selbst liefert allerdings kein Maß für die Qualität der Näherung in Bezug auf das berechnete Wellenfeld. Diese Qualität kann nur durch Vergleichsrechnungen für unterschiedliche Diskretisierungsintervalle abgeschätzt werden. Dieser Zwang zur Diskretisierung a priori ist ein klarer Nachteil der Methode.

2.3 Die begrenzenden Halbräume

Das Medium schließt oben und unten jeweils mit einem homogenen Halbraum ab. Müller (1985, Abschnitt 4.4) gibt explizite Ausdrücke für die Reflexion an einer freien Oberfläche an. (die oberste Diskontinuität ist die Erdoberfläche). Damit wird die Erdoberfläche numerisch robust berechnet, ist aber immer als Spezialfall im Unterschied zu den anderen Diskontinuitäten zu behandeln. Ungerer (1990) führt beide Halbräume voll aus. Die Erdoberfläche wird realisiert, indem der obere Halbraum die Materialeigenschaften von Luft und eine sehr kleine

S-Wellengeschwindigkeit ($\beta = 10^{-5} \text{ km s}^{-1}$) zugewiesen bekommt. Auch dieser Kontrast kann in der Regel numerisch robust berechnet werden. Wenn es bei ganz weichen Lockersedimenten sogar auf den Impedanzkontrast Lust/Sediment ankommt (max. 1% Einfluss auf die Amplitude), ist diese Lösung sogar realistischer. Außerdem lassen sich mit diesem Code Vollraum-Seismogramme berechnen, die bequem mit analytischen Lösung verglichen werden können, um beispielsweise die Korrektheit von Quelltermen zu überprüfen.

Beachtet werden muss immer, dass das Medium mit einem unendlich ausgedehnten unteren Halbraum abschließt. Wellen, die in diesen Halbraum eindringen verschwinden in der Tiefe. Das entspricht einer Wellensenke im Erdmittelpunkt. Auf einer realistischen Erde müssen alle Wellen irgendwann wieder an der Erdoberfläche auftauchen. Die Reflektivitätsmethode erfüllt diese Bedingung nicht. Das muss insbesondere bei der Berechnung von Kernphasen beachtet werden.

2.4 Das Entwicklungintegral

Nachdem die Reflectivity-Rekursion ausgeführt ist, liegen die Entwicklungskoeffizienten für die elastischen Potentiale in der Empfängerentiefe z_R vor (in der Regel ist $z_R = 0$, die Oberfläche des Mediums). Aus diesen wird nach Gl. (1.3) die seismische Verschiebung \vec{u} berechnet. Diese liegt dann auch in Form ihrer Fourier-Bessel Entwicklungskoeffizienten vor. Die Vertikalverschiebung, die von einer zylindersymmetrischen Quelle (vertikaler Hammerschlag oder Explosion) ausgelöst wird lautet dann beispielsweise

$$u_z(\omega, z, r, \varphi) = \int_0^{\infty} C(\omega, k, z) J_0(kr) k dk. \quad (2.1)$$

Sie ist besonders einfach, da sie nur die Besselfunktion der Ordnung 0 und keine φ -Abhängigkeit enthält. Die allgemeinen Ausdrücke findet man bei Müller (1985, Gl. (83) bis (85)). In Gl. (2.1) ist k die horizontale Wellenzahl. Müller integriert über die horizontale Langsamkeit $p = k/\omega$, die Müller mit u bezeichnet

Das Entwicklungintegral (2.1) muss numerisch berechnet, das heißt in irgendeiner Weise diskretisiert und als Summe genähert werden. Die üblichste, numerisch einfachste und zugleich schlechteste Methode ist die Anwendung der Trapezregel. Dazu ist folgendes zu bemerken:

- k ist der Integration angepasster als p . Einem definierten r entspricht aufgrund der Unschärferelation ein definiertes Δk , das noch aufgelöst werden kann. Mit $\Delta k < 2\pi/r$ wählt man in der Regel eine ausreichend kleine Schrittweite für die Integration. Bei Berechnung mehrerer Seismogramme gleichzeitig, können die einmal berechneten Koeffizienten natürlich zur Auswertung des Entwicklungintegrals bei allen Abständen r benutzt werden. Man wählt dann $\Delta k < 2\pi/r_{\max}$, wobei r_{\max} der größte Abstand zur Quelle ist, für den Seismogramme berechnet werden sollen.
- Werden frequenzunabhängige Materialparameter gewählt (siehe unten), so werden die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten an den Schichtgrenzen frequenzunabhängig, wenn man p als Entwicklungsparameter benutzt (Müller, 1985, Tabellen 1 und 2). Wählt man für die Integration bei jeder Frequenz dieselben p -Stützstellen, so können die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten vorab berechnet werden. Das kann die Rechenzeit halbieren. Das Reflectivity-Programm berechnet nach und nach die Entwicklungskoeffizienten für alle benötigten Frequenzen und Langsamkeiten. In diesem Fall ist die Schleife über die Langsamkeiten die äußere Programmschleife.
- Man wird bestrebt sein, die Integrationsschrittweite möglichst groß zu wählen, um möglichst wenige Entwicklungskoeffizienten berechnen zu müssen (in ihrer Berechnung liegt der größte numerische Arbeitsaufwand). Die Regel $\Delta k < 2\pi/r$ bezieht sich auf die Eigenschaften der Besselfunktionen. Sie ist aus der Unschärferelation der korrespondierenden Fourier-Transformation abgeleitet. Das muss aber nicht der Maßstab sein:
 - Bei großen r variiert $J_m(kr)$ viel schneller mit k als der Entwicklungskoeffizient selbst. Frazer und Gettrust (1984) und Frazer (1988) beschreiben sehr effiziente Verfahren, um Integrale der Form (2.1) mit hoher Genauigkeit numerisch zu lösen. Die Besselfunktion wird dann durch Amplitude (variiert nur langsam mit k) und Phase dargestellt. Die Phase wird in eine lineare Funktion von k und eine Abweichung von der linearen Funktion (variiert nur langsam mit k) getrennt. Die langsam variiierenden Anteile

¹Ich verwende p für die Horizontalkomponente der Phasenlangsamkeit, um Verwechslungen mit der seismischen Verschiebung u zu vermeiden. Das Symbol p wird für die Langsamkeit verwendet, um ihre Verwandtschaft mit dem Strahlparameter zu unterstreichen.

werden zu einem Produkt zusammengefasst, das leicht in größeren Schritten abgetastet und interpoliert werden kann. Man erhält so einen Ausdruck, der analytisch integriert werden kann und erhält schließlich eine Summenformel, die den tatsächlichen Wert der Entwicklung mit hoher Genauigkeit nähert, ohne die Besselfunktion und die Entwicklungskoeffizienten an vielen Stellen berechnen zu müssen.

- Adaptive Integrationsalgorithmen wie der Bulirsch-Stoer Algorithmus (Press et al., 1992) wählen ihre Schrittweite selbständig und problemangepasst. Sie garantieren eine vorgegebene Rechengenauigkeit. Allerdings können dann keine Koeffizienten vorab berechnet werden, da die Stützstellen a priori nicht bekannt sind. Außerdem muss die Reflectivity-Rekursion aus dem Inneren der Integrationsroutine aufgerufen werden.
- In rein elastischen Medien können Eigenschwingungen auftreten. Mögliche Eigenschwingungen sind an Dispersionsbeziehungen $p(\omega)$ gekoppelt. Für diese p, ω Werte werden die Entwicklungskoeffizienten in Gl. (2.1) singular, das heißt, der Integrand hat Pole. Diese Pole können mit keinem numerischen Algorithmus stabil integriert werden. Hier hilft nur ein kleines Q (große Dämpfung) im Medium oder die Ausführung der Berechnung für komplexwertige Frequenzen ω . Die Verwendung komplexwertiger ω entspricht gewissermaßen der Anwendung der Laplacetransformation. Die Pole liegen auf der reellen ω -Achse und werden so umgangen. Dieser Trick wird von Bouchon (1979) und Müller (1985, Abschnitt 5.3) beschrieben.
- Die Integration kann nicht bis $p = \infty$ ausgeführt werden. Sie muss an einer Obergrenze p_{\max} abgebrochen werden. Dies führt zum Auftreten eines Artefakts, einer numerischen Abschneidephase, die sich mit der Geschwindigkeit $1/p_{\max}$ in r -Richtung ausbreitet. Aufgrund der impliziten Periodizität der diskreten Fourier-Transformation tritt diese Phase auch am Ende der Seismogramme auf, von wo sie mit negativer Geschwindigkeit von hinten in die eigentliche seismische Wellenform läuft. Etwas gemildert werden kann dieses Artefakt durch geeignete Taper an den Integrationsgrenzen, wie das von der diskreten Spektralanalyse bekannt ist. Je weiter Quell- und Empfängertiefe auseinanderliegen, umso schneller konvergiert der Integrand in Gl. (2.1) jenseits der Fundamentalmode der Oberflächenwellen gegen null und umso unkritischer sind Abschneideeffekte. Am ungünstigsten ist die Situation bei der Berechnung der Verschiebung an der freien Oberfläche für eine Quelle direkt an der Oberfläche (z.B. Hammerschlagseismik).
- Die gezielte Wahl von Integrationsgrenzen p_{\min} und p_{\max} (eventuell sogar frequenzabhängig) erlaubt es Teile des Wellenfeldes isoliert zu berechnen. So kann beispielsweise eine einzelne Phase (eine Refraktierte oder P_{diff}) selektiv mit geringem Rechenaufwand berechnet werden. Auf diese Weise lässt sich aber auch die Berechnung der Oberflächenwellen unterdrücken, wodurch die Seismogramme kürzer werden. Solche Manipulationen sind aber heikel und bergen immer die Gefahr starke numerische Artefakte zu erzeugen, die möglicherweise nicht als solche erkannt werden.

Gängig ist das schlechteste aller denkbaren Verfahren: die Trapezregel. Dabei wird die Integration durch die Parameter $\Delta k, k_{\max}$ bzw. $\Delta p, p_{\max}$ gesteuert. Diese sind absolut kritische Parameter für die Qualität des Resultats. In jedem Fall ist es ratsam vor der Berechnung von Seismogrammen für ein neues Problem zunächst die Entwicklungskoeffizienten $C(\omega, k, z, \varphi)$ aus Gl. (2.1) selbst anzusehen. Abbildung 4.1 zeigt ein Beispiel. Anhand dieser Darstellung können in der Regel der Integrationsbereich und die Schrittweite sicher eingestellt werden.

2.5 Artefakte durch die diskrete Fourier-Transformation

Die Verwendung der schnellen Fourier-Transformation (FFT) für die diskrete Fourier-Transformation ist Standard. In der Regel werden die Entwicklungskoeffizienten nicht bis zur Nyquist-Frequenz f_{Ny} berechnet, sondern (um Rechenzeit zu sparen) nur bis zu einer vom jeweiligen Fall abhängigen interessierenden Maximalfrequenz $f_{\max} < f_{\text{Ny}}$. Koeffizienten für höhere Frequenzen werden gleich null gesetzt. Das führt in der Regel zu starken Abschneideeffekten, die durch geeignete Maßnahmen unterdrückt werden müssen:

- Am oberen Frequenzrand muss ein geeignetes Taper an die Entwicklungskoeffizienten angebracht werden.
- Besser ist es vor der FFT mit den Fourier-Koeffizienten eines definierten Tiefpassfilters zu multiplizieren, das Anteile für $f > f_{\max}$ unterdrückt.
- Noch besser ist es vor der FFT mit den Fourier-Koeffizienten einer geeigneten Quell-Zeit-Funktion zu multiplizieren, deren Bandbreite kleiner als f_{\max} ist. Die in `refmet` implementierte Funktion stammt von Brüstle und Müller (1983).

Die diskrete Fourier-Transformation macht sowohl das Spektrum, wie auch die Zeitserie implizit periodisch. Das führt zu Wrap-Around-Effekten. Wellen, die nicht ins berechnete Zeitfenster passen laufen auf der anderen Seite in das Zeitfenster hinein. Ist das Zeitfenster zu kurz gewählt, werden die Raumwellen von Oberflächenwellen überlagert, die eigentlich zu einem anderen, späteren Zeitpunkt auftreten. Gegen dieses Problem stehen verschiedene Maßnahmen zur Verfügung.

- Durch ein geeignet gewähltes p_{\max} können die Oberflächenwellen ausgeblendet werden.
- Unter Verwendung des Verschiebungstheorems kann das Zeitfenster der Quell-Empfänger-Distanz angepasst verschoben werden (Müller, 1985, Abschnitt 5.3).
- Durch Verwendung komplexer Frequenzen (Müller, 1985, Abschnitt 5.3) können Wellen, die hinten aus dem Zeitfenster laufen effektiv unterdrückt werden. Die Integration über p wird dann so geführt, dass $k = \omega p$ reell bleibt. So bleibt auch das Argument der Besselfunktion reell.

2.6 Nahfeld und Fernfeld

Das Verschiebungsfeld einer seismischen Quelle hat typischerweise mehrere Terme, deren Beiträge unterschiedlich rasch mit dem Abstand zur Quelle abnehmen. Man unterscheidet daher zwischen dem Nahfeld und dem Fernfeld der Quelle. Die Fernfeldterme dominieren für $r \rightarrow \infty$, die Nahfeldterme für $r \rightarrow 0$. Sowohl Müller (1985, Gln. (94) und (95) sowie (100) und (101)) als auch Ungerer (1990, Kapitel VII und VIII, insbesondere Abb. VII.2) unterscheiden zwischen den Nahfeld- und Fernfeldbeiträgen zum seismischen Wellenfeld. Ungerer vergleicht explizit die Nahfeld- und Fernfeldseismogramme für verschiedene Beispiele.

Bei der Diskussion von Nahfeld- und Fernfeldtermen muss beachtet werden, dass deren Auftreten von der gewählten Entwicklung abhängt. Während das von einer Einzelkraft angeregte Wellenfeld unmittelbar in Zylinderkoordinaten angegeben einen Nahfeldterm aufweist (Müller, 1969, Gl. (6)) (dasselbe gilt in Kugelkoordinaten), verschwindet dieser für eine vertikale Kraft, wenn das Verschiebungsfeld geeignet nach Besselfunktionen entwickelt wird (Müller, 1985, Abschnitt 4.3). Die Nahfeldeigenschaften sind dann vollständig in den Besselfunktionen enthalten.

Noch drastischer lässt sich das für das Verschiebungsfeld einer Explosion darstellen (Ungerer, 1990, Abschnitt VII.1.B). Eine Explosion erzeugt im homogenen Vollraum lediglich eine Kompressionswelle mit dem in Zylinderkoordinaten gegebenen Potential

$$\phi(r, \varphi, z, t) = \frac{1}{R} e^{i\omega(t-R/\alpha)} \quad (2.2)$$

mit $R^2 = r^2 + z^2$. Man kann die Radialkomponente des zugehörigen Verschiebungsfeldes auf zwei unterschiedliche, aber mathematisch identische Arten nach Zylinderfunktionen entwickeln. Sowohl

$$u_r(r, \varphi, z, t) = -\frac{1}{R} \left(\frac{1}{R} + \frac{i\omega}{\alpha} \right) e^{i\omega t} \int_0^\infty \frac{\omega}{ia} J_0(p\omega r) e^{-i\omega\alpha|z|} p dp \quad (2.3)$$

als auch

$$u_r(r, \varphi, z, t) = -e^{i\omega t} \int_0^\infty \frac{\omega^2 p}{ia} J_1(p\omega r) e^{-i\omega\alpha|z|} p dp \quad (2.4)$$

beschreiben die Radialkomponente der seismischen Verschiebung zu Gl. (2.2), wobei wieder $a^2 = 1/\alpha^2 - p^2$. Während Gl. (2.3) einen expliziten Nahfeldterm enthält, ist das in Gl. (2.4) nicht der Fall. Die Darstellung (2.3) wurde gewonnen, indem zunächst aus Gl. (2.2) die Verschiebung berechnet und diese dann in Zylinderfunktionen entwickelt wurde. Gl. (2.4) ergibt sich, wenn man Gl. (2.2) mit Hilfe der Sommerfeldintegrale (Sommerfeld, 1978, §31.14) nach Besselfunktionen entwickelt und aus diesem Ausdruck die Verschiebung berechnet wird.

Für große Argumente können die Zylinderfunktionen wegen

$$J_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left(\cos\left(x - \pi(2n+1)/4\right) + O(1/x) \right) \quad (2.5)$$

durch harmonische Funktionen genähert werden. Müller (1985, Gl. (103)) macht in seinem Code Gebrauch von dieser sogenannten „Fernfeldnäherung“.

2.7 Abweichung von der sphärischen Erde

Die Reflektivitätsmethode, wie sie von Müller (1985) und Ungerer (1990) beschrieben und hier skizziert wird, setzt von Anfang an eine ebene Geometrie des Mediums voraus. Entsprechend werden die Differentialgleichung und deren Lösung in Zylinderkoordinaten formuliert. Diese Geometrie ist einer Anwendung in der Flachseismik oder der Krustenseismik angepasst. Bei Anwendung auf globale Probleme führt diese Formulierung jedoch zu Defiziten im Wellenfeld:

- Bei gleicher Epizentraldistanz und gleicher Scheiteltiefe der Wellen, ist der geometrische Laufweg von Raumwellen auf einer flachen Erde größer, als in einer sphärischen Erde. Die Wellen kürzen quasi auf ihrem Weg quer durch die Kugel den Weg ab (im Verhältnis zum Weg entlang der Oberfläche). Deshalb stimmen die Laufzeiten der Wellen auf einer ebenen Erde nicht mit denen auf einer sphärischen Erde überein (bei gleicher Variation der Materialeigenschaften mit dem Abstand zur Oberfläche). Für Oberflächenwellen äußert sich dies in Differenzen der Phasengeschwindigkeiten zwischen ebener und sphärischer Geometrie.
- Auf einer sphärischen Erde können Wellen auch auf dem langen Weg um den Erdmittelpunkt herum zum Empfänger laufen (z.B. PKKP). Die Welle auf dem langen Weg trifft von der quellabgewandten Seite her beim Empfänger ein. Auf einer flachen Erde ist dies nicht möglich. Hier entstehen nur Wellen, die auf dem direkten Weg zum Empfänger laufen.
- Auf einer sphärischen Erde treten Wiederkehrwellen auf. Das sind insbesondere Oberflächenwellen, die mehrfach um den Globus laufen und dabei mehrmals den selben Empfänger passieren. Auf einer flachen Erde kann es solche Wellen nicht geben. Die Wellen laufen dort zur Seite weg und verschwinden im Unendlichen.

Diese Defizite können durch Tricks teilweise kompensiert werden, so dass auch mit der Reflektivitätsmethode Seismogramme für eine sphärische Erde berechnet werden können (siehe Kapitel 3).

Differentialgleichung und Randbedingungen können für eine sphärisch symmetrische Erde natürlich auch in Kugelkoordinaten formuliert werden. Die daran angepasste Darstellung der Lösung ist eine Entwicklung nach Kugelfunktionen oder „Vector Spherical Harmonics“ (Dahlen und Tromp, 1998, Kapitel 8.6.1). Es ist grundsätzlich denkbar auch in dieser Geometrie mit den seismischen Potentialen eine Reflexiviy-Rekursion aufzubauen. Mir ist allerdings keine Realisierung bekannt. Für Probleme bei denen die Kugelgestalt der Erde berücksichtigt werden muss, ist das Programmpaket GEMINI (Friederich und Dalkolmo, 1995) in jedem Fall zu bevorzugen.

2.8 Dämpfung und frequenzabhängigkeit der Materialparameter

Jedes realistische Material ist dissipativ, das heißt die elastische Energie der seismischen Welle wird nach und nach anelastisch in Wärme umgewandelt. Die Welle wird gedämpft. Die anelastischen Eigenschaften des Mediums werden im Erdmodell durch die Güte Q angegeben. Damit eine kausale Beziehung zwischen Spannung und Dehnung existiert, kann diese Beziehung nicht mehr zeitlich lokal sein. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung wird dann durch eine Faltung, nicht mehr durch ein einfaches Produkt beschrieben (Aki und Richards, 2002, Gl. (5.83)). Für die Fourier-entwickelte Darstellung der Bewegungsgleichung bedeutet das, dass die Materialparameter zwangsläufig komplexwertig und frequenzabhängig werden (Müller, 1985, Abschnitt 6.2). Dies kann sich deutlich als Dispersion in den berechneten Wellenformen ausdrücken und darf zur Berechnung realistischer Seismogramme nicht übersehen werden. In diesem Zusammenhang ist folgendes zu beachten:

- Durch die Frequenzabhängigkeit der Materialparameter werden die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten auch in der Entwicklung nach der Phasenlangsamkeit frequenzunabhängig. Die Schleife über die Langsamkeiten muss dann nicht mehr die äußere Schleife sein. Die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten können nicht mehr vorab berechnet werden.

Ein konstantes Materialgesetz kann zu einem Rechenzeitvorteil führen (Abschnitt 2.4). In manchen Anwendungen wird daher ein *unphysikalisches* Materialgesetz mit Dämpfung aber ohne Frequenzabhängigkeit verwendet, insbesondere dann, wenn keine realistischen Parameter für die Anelastizität des Materials bekannt sind. Es gibt Implementierungen der Reflektivitätsmethode, welche die Materialparameter für die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten als konstant annehmen, um sich den Rechenzeitvorteil zu sichern und innerhalb der homogenen Schicht mit voll frequenzabhängigen Parametern rechnen. Das kann zu starken Artefakten in den Wellenformen führen.

- Die Art der Frequenzabhängigkeit ist nicht a priori gegeben. Die Kausalitätsbedingung verlangt nur, dass die viskoelastischen Moduln die Kramers-Kronig-Dispersionrelationen erfüllen (Müller, 1983, Gln. (1) und (2)). In der Regel wird $Q = \text{konstant}$ angenommen, was für Mantelmaterialien gut der Realität entspricht (Brennan und Stacey, 1977). Dadurch ergibt sich zwingend die Form der Frequenzabhängigkeit. Dies ist aber eine spezifische Eigenschaft des jeweiligen Erdmodells und muss eigentlich mit diesem zusammen angegeben werden.
- Im Erdmodell sind die Parameterwerte für eine bestimmte Frequenz tabelliert. Diese Referenzfrequenz f_{ref} muss mit dem Erdmodell zusammen angegeben werden. Für PREM (Dziewonski und Anderson, 1981) ist beispielsweise $f_{\text{ref}} = 1 \text{ Hz}$.

2.9 Effizienz

Die Reflektivitätsmethode kann für Medien mit ausgedehnten homogenen Tiefenbereichen (also nur wenigen Schichten) sehr effizient sein, da die Lösung im homogenen Medium analytisch bekannt ist. Sie kann damit weit effizienter sein als Verfahren, die die Differentialgleichung numerisch integrieren müssen. Für Medien mit kontinuierlicher Tiefenabhängigkeit der Materialeigenschaften ist das nicht der Fall. Hier ist die Reflektivitätsmethode bestenfalls(!) genauso effizient wie andere Verfahren. Da in solchen Medien die Näherung des stetigen Mediums durch homogene Schichten kritisch ist (die Wellen dürfen die künstlich eingeführten Diskontinuitäten nicht auflösen können), wählt man eher zu viele und zu dünne Schichten, wodurch die Methode ineffizient wird. In solchen Medien bieten Verfahren wie GEMINI (Friederich und Dalkolmo, 1995) einen eindeutigen Vorteil, da sie die Diskretisierung des Mediums bei der Integration der Differentialgleichung problemangepasst selber wählen.

Abschnitt 3

Anwendung auf eine sphärische Erde

Durch eine „Flache-Erde-Näherung“ (Müller, 1977, Earth-Flattening-Approximation, kurz EFA) können die in Abschnitt 2.7 beschriebenen Defizite bei der Berechnung von Seismogrammen für eine sphärisch symmetrische Erde teilweise behoben werden. Dazu wird das für die sphärische Erde gegebene Erdmodell in ein ebenes Erdmodell umgerechnet, das die Eigenschaften für die Wellenausbreitung in der sphärischen Erde haben soll, so wie sie an der Oberfläche beobachtet wird. Kinematisch kann diese Transformation exakt erfolgen. Das heißt, die seismischen Geschwindigkeiten der flachen Erde können so gewählt werden, dass für alle Raumwellen-Phasen dieselben Laufzeiten auftreten wie in der korrespondierenden sphärischen Erde. Die dynamischen Eigenschaften (Amplituden der Wellen) müssen durch eine geeignete Transformation der Massendichte erzeugt werden. Leider kann keine eindeutige Transformation für die Massendichte angegeben werden, da diese auch die Phasengeschwindigkeiten der Oberflächenwellen beeinflusst. Es werden daher in der Literatur unterschiedliche Transformationsregeln für die Berechnung von Raumwellen, Rayleigh-Wellen und Love-Wellen angegeben (Chapman, 1973; Müller, 1977). Das heißt aber, dass mit der EFA keine in sich konsistenten Seismogramme berechnet werden können. Sind die Raumwellen optimal genähert, so treten Oberflächenwellen mit falscher Phasengeschwindigkeit auf und umgekehrt. Testrechnungen zeigen allerdings, dass die EFA, richtig angewandt, grundsätzlich bis 17° Epizentraldistanz und auch darüber hinaus recht erfolgreich sein kann (sie ist aber weiterhin durch alle weiteren in Abschnitt 2.7 genannten, grundsätzlichen Defizite beeinträchtigt). Die tatsächliche Qualität lässt sich aber nur durch Vergleich mit einem für die Kugel angepassten Verfahren wie GEMINI abschätzen, weshalb besser gleich letzteres verwendet wird.

Die EFA beinhaltet außerdem eine Konversion der geometrisch bedingten Amplitudenvariation („geometrical spreading“). Während die Amplitude einer an der Oberfläche des Halbraumes laufenden Welle ungefähr mit $\sqrt{1/r}$ abnimmt (siehe Fernfeldnäherung der Zylinderfunktion), gehen die Amplituden auf der Kugel mit $\sqrt{1/\sin(\Delta)}$. Dabei ist Δ die als Winkel angegebene Epizentraldistanz. Das Nahfeldverhalten der Besselfunktionen ist gleich dem von Kugelfunktionen. Diese können für kleine Argumente durch entsprechende Besselfunktionen genähert werden (Chapman, 1973, Gl. (8); Friederich, 1999, Gl. (38)). Daher kann die EFA in Quellnähe sehr gut sein. Auf einer sphärischen Erde hat die Quelle am Antipodenpunkt einen Fokus. Dort hat das Wellenfeld Nahfeldeigenschaften, die in der flachen Geometrie mit der Entwicklung nach Besselfunktionen nicht erzeugt werden können.

Die EFA manipuliert also im ersten Stadium das Erdmodell, welches der Seismogrammberechnung zugrunde liegt. Nach Abschluss der Berechnungen mit der Reflektivitätsmethode für eine flache Erde müssen noch die Amplituden der berechneten Wellen angepasst werden. Dies ist notwendig, da das von der Quelle angeregte Wellenfeld auch von den Materialparametern am Quellort abhängt.

Die Zerlegung in homogene Schichten sollte immer nach Anwendung der EFA durchgeführt werden. Für die saubere Näherung des Erdmodells ist die Diskretisierung im flachen Medium verantwortlich.

Die Wellensenke im Erdmittelpunkt aufgrund des unteren Halbraumes der Reflektivitätsmethode kann nicht beseitigt werden. Allerdings können viele Kernphasen mitgenommen werden, wenn das Modell sich bis in den inneren Kern erstreckt. Da der Erdmittelpunkt im flachen Modell einem Punkt in unendlich großer Tiefe entspricht, wird die Verzerrung der Parameter-Kurven mit wachsender Tiefe immer extremer. Im inneren Kern sprengen die Modellparameter schnell den numerisch handhabbaren Wertebereich. Für den Erdmittelpunkt ist die EFA singular.

Wellen, die auf dem langen Weg um den Erdmittelpunkt gelaufen sind und Wiederkehrwellen, können berücksichtigt werden, indem Seismogramme mit der EFA für entsprechende Epizentraldistanzen $> 180^\circ$ berechnet werden. Da diese Wellen den Fokus an der Antipode durchlaufen haben, müssen die Seismogramme Hilbert-transformiert werden. Außerdem ist zu beachten, dass die Wellen den Empfänger von der anderen Seite erreichen (bezüglich der

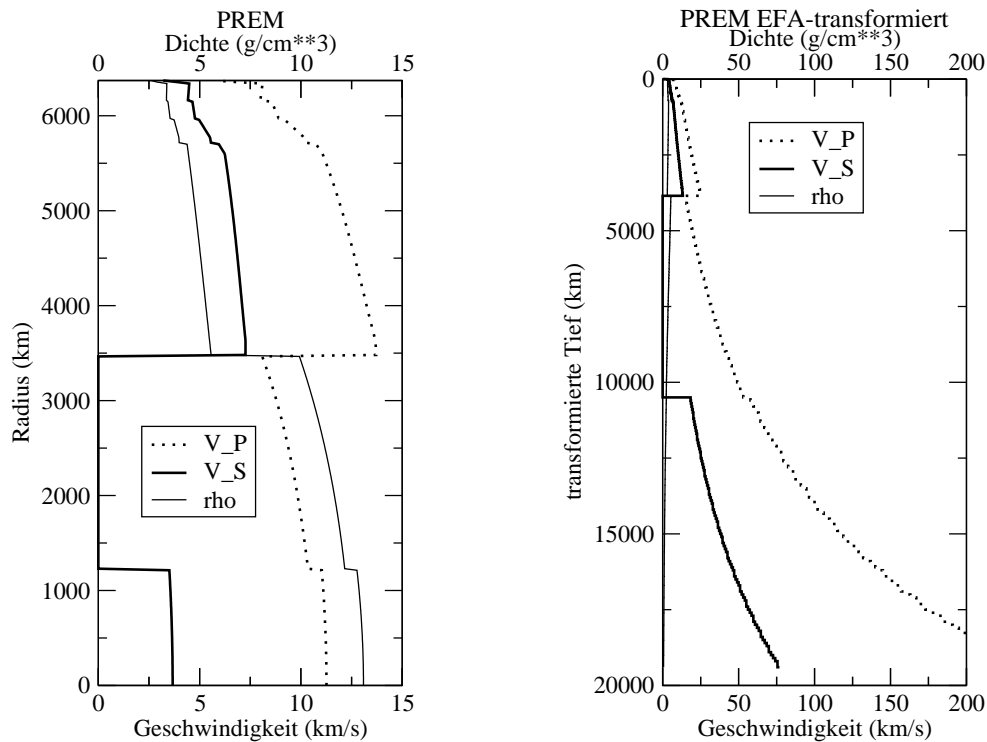


Abbildung 3.1: Graphische Darstellung der Flache-Erde-Näherung (EFA). Links dargestellt ist das sphärische PREM Modell vom Erdmittelpunkt bis zur Oberfläche. Der Ozean ist durch eine kontinentale Kruste ersetzt. Rechts dargestellt ist das Erdmodell nach der EFA-Transformation. Transformiert wurden die Modellparameter bis in den inneren Kern (Radius 300 km). Für weiter innen liegende Struktur existiert im flachen Modell nur ein homogenes Halbraum.

direkt gelaufenen Wellen). Entsprechend müssen die Koordinatenrichtungen der Quelle und die Komponenten des Seismogramms gedreht werden.

Die allgemeinen Transformationsregeln der EFA für das Erdmodell findet man bei Müller (1977, Gln. (7) und (9)). Diese lauten

$$z = R \ln \frac{R}{r}, \quad (3.1)$$

$$v_f(z) = \frac{R}{r} v_s(r) \quad (3.2)$$

und

$$\rho_f(z) = \left(\frac{R}{r}\right)^n \rho_s(r). \quad (3.3)$$

Dabei ist $R = 6371$ km der mittlere Erdradius, r der Radius an dem der Wert des sphärischen Modells genommen wird und z die Tiefe an der der korrespondierende Wert des flachen Modells angebracht wird. v_s und ρ_s stehen für die seismischen Geschwindigkeiten bzw. die Dichte im sphärischen Modell. v_f und ρ_f stehen für die jeweiligen Größen im flachen Modell. Die Dichtetransformation ist nicht eindeutig. Müller (1977; 1985) empfiehlt $n = -1$ für Raumwellen. Chapman (1973) gibt $n = -5$ für SH- und Love-Wellen (Biswas und Knopoff, 1970), $n = 1$ für den akustischen Fall und $n = -2$ für Rayleighwellen (Biswas, 1972) als Optimum an.

Ein Beispiel für $n = -1$ ist in Abbildung 3.1 gezeigt. Deutlich wird, dass die Geschwindigkeiten und Tiefen mit kleiner werdendem Radius stärker verzerrt werden, da die Gln. (3.1) und (3.2) im Erdmittelpunkt singular sind.

Abschnitt 4

Beispiele

4.1 Allgemeine Steuerdateien

Für die hier gezeigten Beispiele wurde das Programm `refmet` (Abschnitt B.2.1 Seite 39) benutzt, das auf dem Code `refseis` von Ungerer (1990) beruht. Dem Programm muss beim Aufruf der Name einer Steuerdatei übergeben werden, aus der es die Parameter für die Seismogrammberechnung entnimmt. Ein Beispiel für eine solche Datei wird in Tabelle 4.5 gegeben. In dieser Haupt-Steuerdatei werden die Namen weiterer Steuerdateien für das Erdmodell, die Konfiguration der Empfänger (Orte an denen Seismogramme berechnet werden sollen) und die seismische Quelle gegeben. Die Konfiguration ist (im Vergleich zu `refseis`) bewusst in mehrere Dateien getrennt worden, da beispielsweise die Parameter für die Quelle oder das Erdmodell unabhängig von den anderen Parametern bei verschiedenen Aufgabenstellungen benutzt werden können.

Einzelkraft: Die Datei `examples/zforce.src` (Tab. 4.1) enthält die Beschreibung einer vertikalen Einzelkraft an der Oberfläche des Mediums.

Explosion: Die Datei `examples/exp.src` (Tab. 4.2) definiert eine Explosion 5 m unter der Oberfläche des Mediums.

Geophonauslage: Die Datei `examples/lin.rcv` (Tab. 4.3) enthält die Beschreibung einer linearen Geophonauslage.

4.2 Zwei Schichten über Halbraum

Als einfachstes Beispiel zeige ich hier Seismogramme für eine flachseismische Anwendung. Die Verwendung eines flachen Modells ist hier angebracht. Das Medium besteht aus drei homogenen Bereichen, dafür ist die Reflektivitätsmethode prädestiniert. Zusätzlich zu den bereits oben angegebenen Steuerdateien werden noch benötigt:

Tabelle 4.1: Parameterdatei `examples/zforce.src`

Vertikale Einzelkraft an der Oberflaeche

```
typ, sig, src, Ts, Td, Zs  
2, 2, 1, 0., 0.02, 0.00
```

```
F0  
1.
```

```
units  
m/s
```

Tabelle 4.2: Parameterdatei `examples/exp.src`

Explosion 5 m unter der Oberflaeche

typ, sig, src, Ts, Td, Zs
 1, 2, 1, 0., 0.01, 0.005

M0, Mxx, Myy, Mzz, Mxy, Mxz, Myz
 1., 1., 1., 1., 0., 0., 0.

units
 m/s

Tabelle 4.3: Parameterdatei `examples/lin.rcv`

lineare Auslage

mode, Vred, Tl, Tr, Nr
 2, 0., 0., 0., 150

rmin, rmax, phi
 0.002, 0.300, 0.

Tabelle 4.4: Parameterdatei `examples/2lay/2lay.mod`

Zwei Schichten ueber Halbraum

number of layers: 3
 earth radius (km): 0.000 reference frequency (Hz): .000

Zb	alpha	beta	rho	Qalpha	Qbeta	Rb
.000	.33180	.00000	.001300	1000.000	-1.000	
0.0200000	1.0000	0.57700	1.500000	200.000	200.000	
0.0600000	1.5000	0.86660	1.800000	200.000	200.000	
halfspace:	3.2000	2.10000	2.700000	200.000	200.000	

par	units	description
Zb	km	bottom-of-layer depth
alpha	km/s	P-wave layer velocity
beta	km/s	S-wave layer velocity
rho	g/cm ³	layer density
Qalpha		quality factor related to alpha
Qbeta		quality factor related to beta
Rb	km	radius corresponding to bottom of layer

Tabelle 4.5: Parameterdatei `examples/2lay/2lay.main`

Steuerdatei fuer das Beispiel 2lay

Model taken from
examples/2lay/2lay.mod

Source taken from
examples/exp.src

Receivers taken from
examples/lin.rcv

umin, uwil, uwir, umax, Nu
0., 0., 2.5, 3.2, 800

fmin, fwil, fwir, fmax, dt, T
0., 0., 200., 250., 0.0010, 1.0

Untergrundmodell: Die Datei `examples/2lay/2lay.mod` (Tab. 4.4) definiert eine 20 m und eine 40 m mächtige homogene Schicht über einem homogenen Halbraum.

Haupt-Steuerdatei: Die Datei `examples/2lay/2lay.main` (Tab. 4.5) gibt die Steuerdateien für Erdmodell, Quelle und Empfänger an und definiert den Wertebereich der zu berechnenden Frequenzen und Langsamkeiten.

Sinnvollerweise wird zunächst in grober Rasterung ein Satz von Entwicklungskoeffizienten berechnet, um die Einstellungen für die zu berechnenden Frequenzen und Langsamkeiten zu überprüfen. Hierzu steht beispielsweise das Programm `syg` (Abschnitt B.2.2 Seite 41) zur Verfügung. In Abbildung 4.1 sind die Entwicklungskoeffizienten für die Vertikalverschiebung an der Oberfläche dargestellt, die durch eine Explosion knapp unter der Oberfläche ausgelöst wurde. Die Grauwerte geben die Amplitude der Entwicklungskoeffizienten an. Große Amplituden treten entlang mehrerer Kurven $p(\omega)$ auf. Dies sind die Dispersionskurven der freien Eigenschwingungen, der Oberflächenwellen. Die Kurve mit der größten Langsamkeit gibt die Dispersion der Fundamentalmode. Ein Vergleich mit der Steuerdatei in Tabelle 4.5 zeigt, dass die Grundmode im für die Seismogramme zu berechnenden Bereich enthalten ist. Die Abbildung 4.1 zeigt eine klare Struktur mit mehreren horizontalen Asymptoten. Diese Symptoten sind die Langsamkeiten der refraktierten Raumwellen, die man sich auch als Ergebnis einer Überlagerung mehrerer freier Eigenschwingungen denken kann (Abb. 4.2).

In Abbildung 4.3 ist eine Montage von Seismogrammen für den beschriebenen Fall dargestellt. Die überlagernden Geraden und Hyperbeln geben die theoretischen Laufzeitkurven für die refraktierten und reflektierten Wellen im Medium (Tabelle 4.4).

4.3 Flachseismik

Bei Forbriger (Forbriger, 2003) findet man zwei Fallbeispiele in denen synthetische Wellenformen mit Seismogrammen aus flachseismischen Experimenten verglichen werden. Für die dort angegebenen Modelle, die aus der Hammerschlagseismik invertierten Untergrundmodelle benutze ich hier, um synthetische Seismogramme zurechnen. Die hier verwendete Kraft Zeitfunktion für den Hammerschlag und damit auch die Bandbreite der Seismogramme entspricht allerdings nicht den Feldbeispielen.

4.3.1 Bietigheim

Untergrundmodell: Die Datei `examples/biet/biet.mod` (Tab. 4.6) beschreibt einen aus Muschelkalk bestehenden Halbraum, der von einer Schicht aus Lockersedimenten (hauptsächlich Lehm) überlagert wird. In den Lockersedimenten variieren die seismischen Geschwindigkeiten stark aber stetig mit der Tiefe.

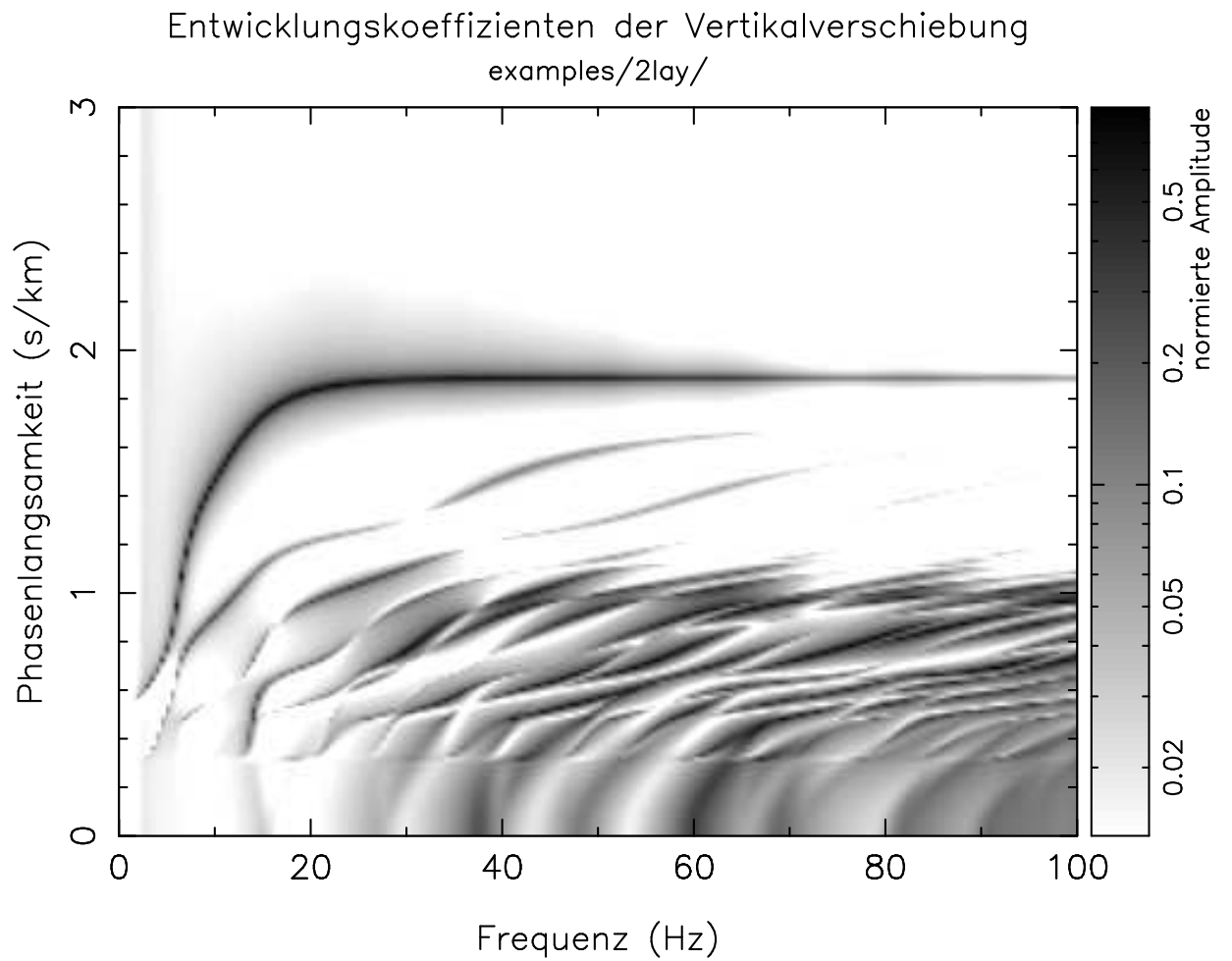
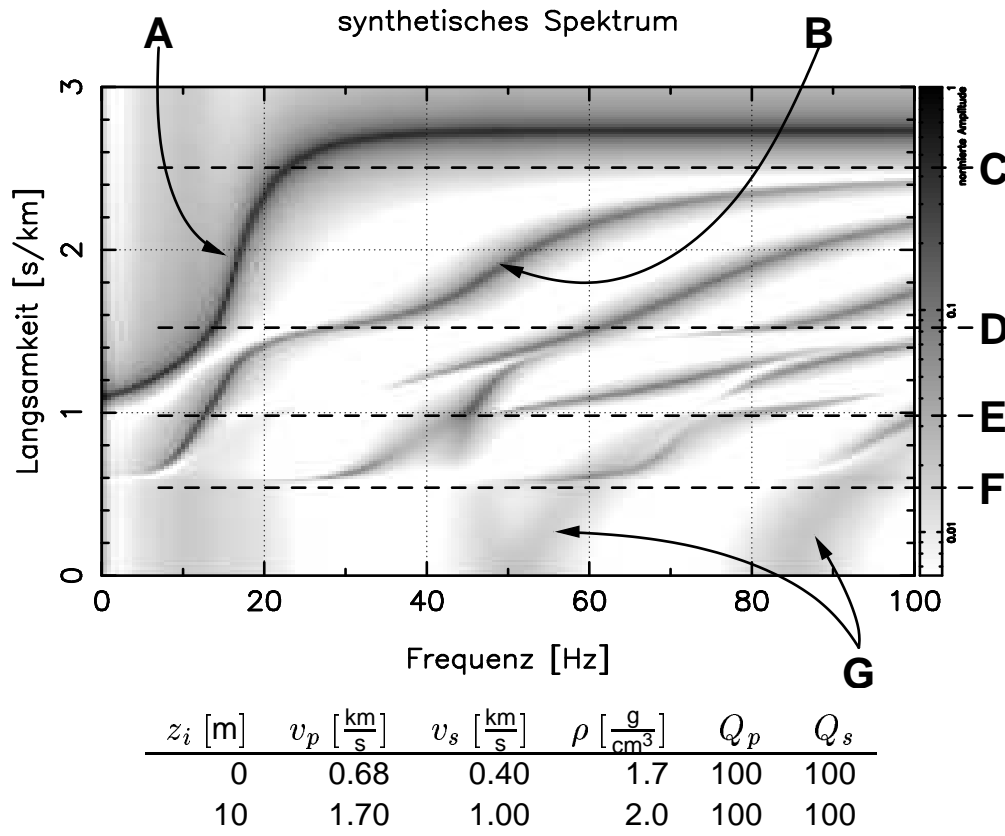


Abbildung 4.1: Entwicklungskoeffizienten der Vertikalverschiebung für das Beispiel „Zwei Schichten über Halbraum“. Die Kurven auf denen die großen Amplituden liegen, fallen mit den Dispersionskurven der freien Eigenschwingungen (Oberflächenwellen) zusammen.



Mit der Reflektivitätsmethode berechnetes Spektrum der Greenschen Funktion für das in der Tabelle angegebene Modell einer Schicht über einem Halbraum. Als Quelle wurde eine vertikale Einzelkraft bei $z = 0\text{m}$ an der Oberfläche des Mediums benutzt. Der Betrag der komplexen Koeffizienten $G(\omega, p)$ wird durch die Graustufe dargestellt.

A: Die Fundamentalmode nähert sich für hohe Frequenzen asymptotisch einem Wert, der ungefähr gleich der Scherwellen-Geschwindigkeit in der Schicht ist. Die Asymptote für kleine Frequenzen ist ungefähr gleich v_s im Halbraum. Die Frequenz, bei welcher die Mode von der einen zur anderen Asymptote wechselt, wird durch die Mächtigkeit der Schicht bestimmt.

B: Erste höhere Mode der Rayleigh-Wellen.

Die höheren Moden bauen mit ihren horizontalen Tangenten nicht dispergierte Raumwellen auf. Die Lage dieser Tangenten ergibt sich daher aus den Geschwindigkeiten des Modells. **C:** Direkte Scherwelle in der Schicht. **D:** Direkte Kompressionswelle in der Schicht. **E:** Refraktierte Scherwelle aus dem Halbraum. **F:** Refraktierte Kompressionswelle aus dem Halbraum.

G: Leaky-Moden, die als multiple Reflexionen in der Schicht verstanden werden können. Die reflektierten Signale interferieren konstruktiv, strahlen aber Energie in den Halbraum ab. Auch die Moden zwischen den Tangenten **E** und **F** sind verlustbehaftet. Sie strahlen Scherwellen-Energie in den Halbraum ab.

Abbildung 4.2: Anatomie der Entwicklungskoeffizienten. In der Struktur der Koeffizienten für die Fourier-Bessel-Entwicklung lassen sich die Signale von Raumwellen und Oberflächenwellen identifizieren.

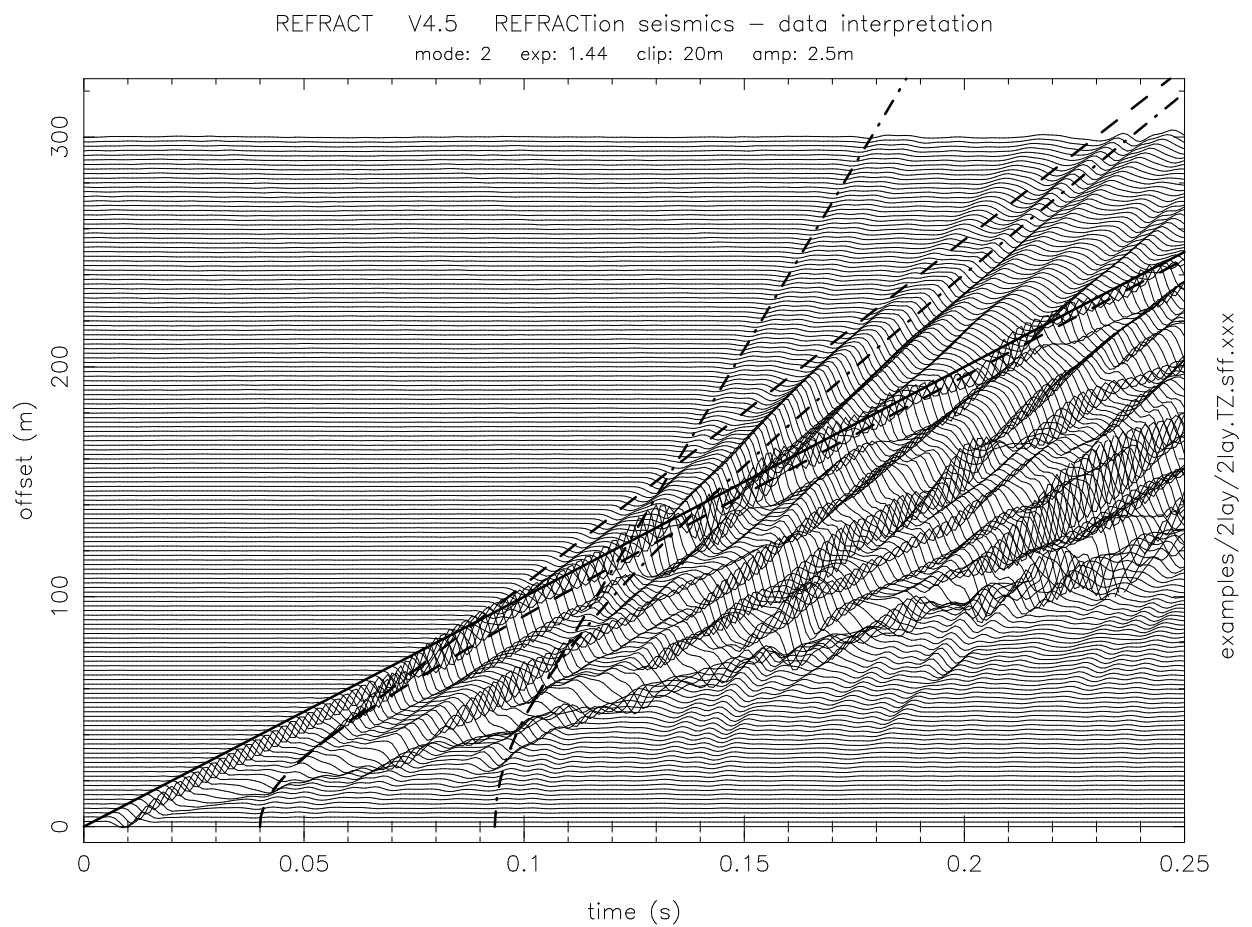


Abbildung 4.3: Seismogramme für das Beispiel „Zwei Schichten über Halbraum“. Die Geraden und Hyperbeln geben die theoretischen Laufzeitkurven der refraktierten und reflektierten Wellen an.

Tabelle 4.6: Parameterdatei `examples/biet/biet.mod`

```

MOCON  V1.2  Model CONversion

      number of layers:          26
      this is a flat model      -1.000  reference frequency (Hz):    .000

      Zb      alpha      beta      rho      Qalpha      Qbeta      Rb
-----
.0000000    .33180    .00000    .001300  1000.000    -1.000    -1.000
.0000382    .13383    .07251    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0000811    .14322    .07977    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0001293    .15361    .08775    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0001836    .16512    .09652    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0002451    .17789    .10618    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0003151    .19207    .11680    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0003953    .20785    .12849    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0004878    .22547    .14135    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0005958    .24522    .15550    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0007238    .26746    .17107    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0008790    .29274    .18822    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0010701    .32157    .20692    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0013042    .35382    .22645    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0016043    .38939    .24561    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0020303    .42885    .26197    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0021873    .45398    .26795    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0026643    .47273    .26514    1.600000  11.926     32.117    -1.000
.0044314    .49826    .27176    1.600000  50.733     32.117    -1.000
.0063751    .53032    .29894    1.600000  50.733     32.117    -1.000
.0085133    .56559    .32883    1.600000  50.733     32.117    -1.000
.0108652    .60439    .36171    1.600000  50.733     32.117    -1.000
.0134524    .64706    .39788    1.600000  50.733     32.117    -1.000
.0162983    .69400    .43767    1.600000  50.733     32.117    -1.000
.0163814    .71931    .45912    1.600000  50.733     32.117    -1.000
.0250000    3.70244    2.15075    2.300000  200.000    100.000    -1.000
halfspace:  3.70244    2.15075    2.300000  200.000    100.000    -1.000

      par  units  description
-----
      Zb   km    bottom-of-layer depth
      alpha km/s  P-wave layer velocity
      beta  km/s  S-wave layer velocity
      rho  g/cm^3 layer density
      Qalpha quality factor related to alpha
      Qbeta quality factor related to beta
      Rb   km    radius corresponding to bottom of layer

```

This file was generated by:

MOCON V1.2 Model CONversion

Minimum allowed relative parameter stepsize: .1000

A reference frequency of 0Hz means values are frequency independent.

This was and is still a flat model.

Tabelle 4.7: Parameterdatei `examples/biet/biet.main`

```

Steuerdatei fuer Bietigheim

Model taken from
examples/biet/biet.mod

Source taken from
examples/zforce.src

Receivers taken from
examples/lin70.rcv

umin, uwil, uwir, umax, Nu
0., 0., 10., 12.5, 1000

fmin, fwil, fwir, fmax, dt, T
0., 0., 200., 250., 0.0010, 3.0

```

Entwicklungskoeffizienten der Vertikalverschiebung
examples/biet/

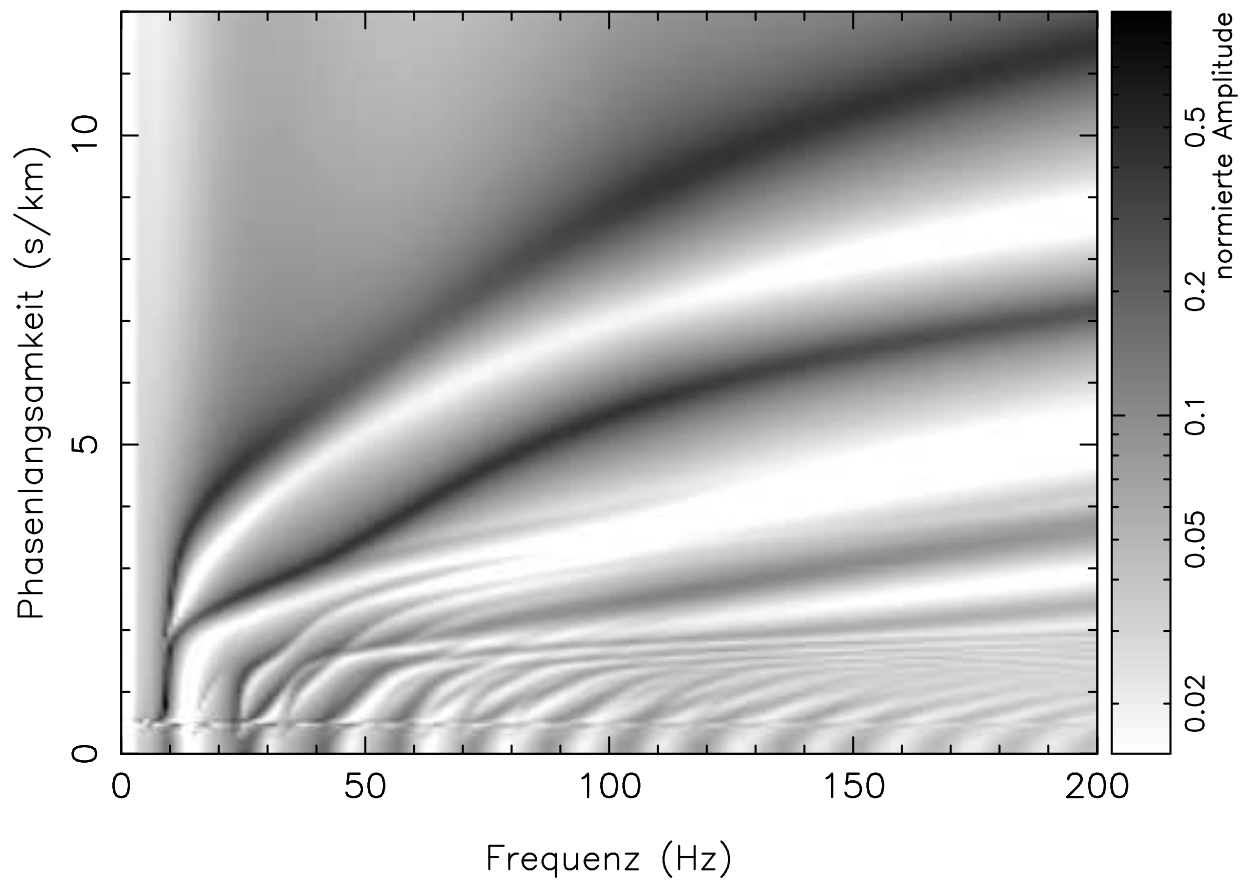


Abbildung 4.4: Entwicklungskoeffizienten der Vertikalverschiebung für das Beispiel Bietigheim. Deutlich zu erkennen sind die Fundamentalmode und die erste höhere Mode der Rayleigh-Wellen. Im Frequenzband $20\text{Hz} < f < 100\text{Hz}$ dominiert die höhere Mode.

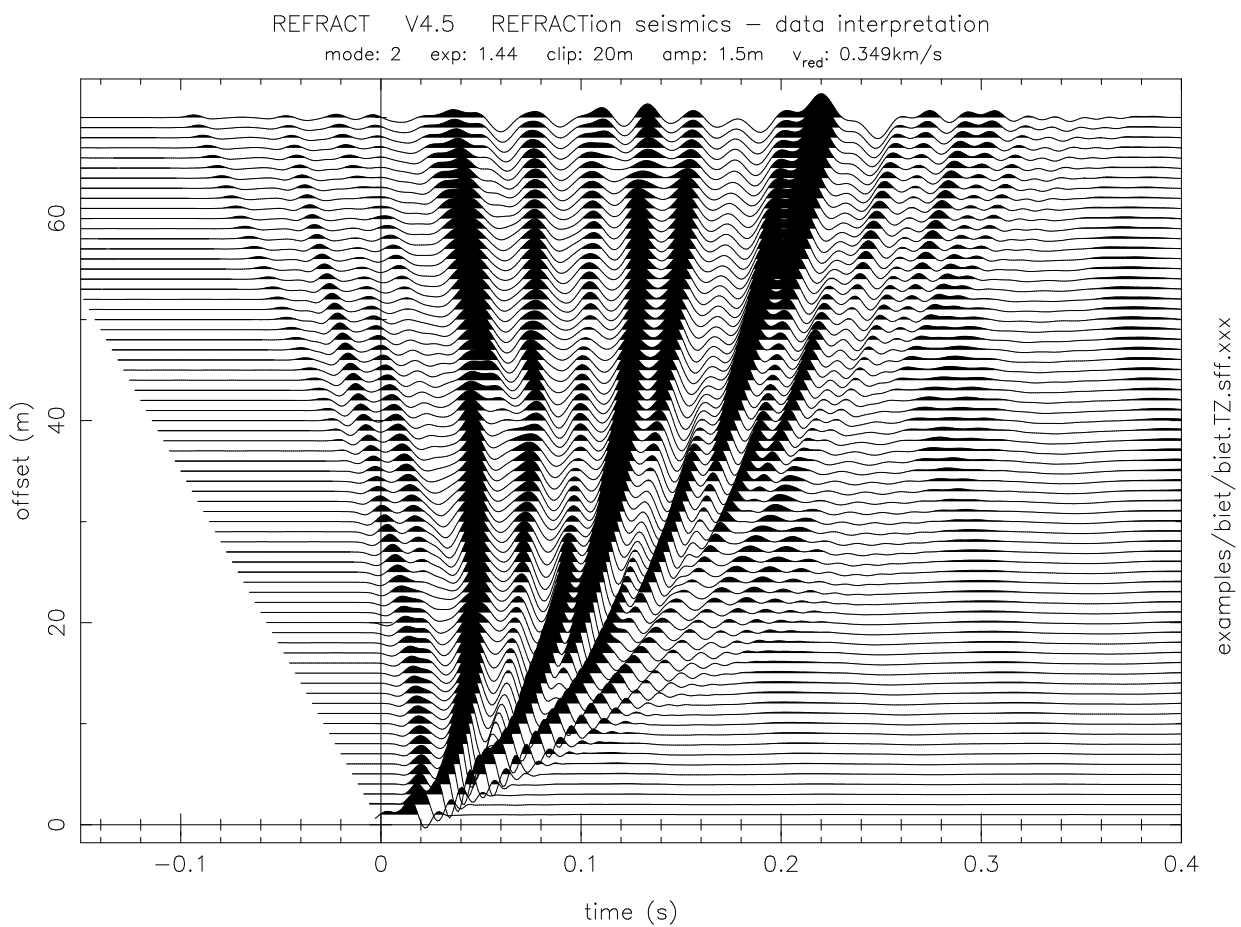


Abbildung 4.5: Seismogramme für das Beispiel Bietigheim. Die Wellenformen sind auf einer reduzierten Zeitskala aufgetragen. Im Zentrum der Abbildung stehen die Oberflächenwellen, die durch die erste höhere Mode der Rayleigh-Wellen dominiert werden.

Tabelle 4.8: Parameterdatei `examples/berk/berk.mod`

Modell fr Berkheim

```

      number of layers:          5
      this is a flat model      -1.000   reference frequency (Hz):      .000

      Zb      alpha      beta      rho      Qalpha      Qbeta      Rb
-----
      .0000000      .33180      .00000      .001300      1000.000      -1.000      -1.000
      .0002020      4.27889      1.28617      1.856715      10.158      20.862      -1.000
      .0008819      1.13043      .23325      1.963296      50.012      21.920      -1.000
      .0055024      .95902      .18409      1.967382      49.950      28.026      -1.000
      .0061846      3.48084      1.91681      2.300000      99.996      49.971      -1.000
      halfspace:      3.48084      1.91681      2.300000      99.996      49.971      -1.000

```

```

      par      units      description
-----
      Zb      km      bottom-of-layer depth
      alpha      km/s      P-wave layer velocity
      beta      km/s      S-wave layer velocity
      rho      g/cm^3      layer density
      Qalpha      quality factor related to alpha
      Qbeta      quality factor related to beta
      Rb      km      radius corresponding to bottom of layer

```

This file was generated by:

MOCON V1.2 Model CONversion

Minimum allowed relative parameter stepsize: .1000

A reference frequency of 0Hz means values are frequency independent.

This was and is still a flat model.

Haupt-Steuerdatei: Die Datei `examples/biet/biet.main` (Tab. 4.7) gibt die Steuerdateien für Erdmodell, Quelle und Empfänger an und definiert den Wertebereich der zu berechnenden Frequenzen und Langsamkeiten.

Die Entwicklungskoeffizienten sind in Abbildung 4.4 zu sehen, die Seismogramme in Abbildung 4.5.

4.3.2 Berkheim

Untergrundmodell: Die Datei `examples/berk/berk.mod` (Tab. 4.8) beschreibt einen geteerten Hartplatz. Die oberste dünne Schicht stellt den Schwarzbelaag dar. Darunter folgt ein Schotter und eine Lehmschicht. Das Modell wird unten durch einen Halbraum aus Sandstein (Lias α) abgeschlossen.

Haupt-Steuerdatei: Die Datei `examples/berk/berk.main` (Tab. 4.9) gibt die Steuerdateien für Erdmodell, Quelle und Empfänger an und definiert den Wertebereich der zu berechnenden Frequenzen und Langsamkeiten.

Die Entwicklungskoeffizienten sind in Abbildung 4.6 zu sehen, die Seismogramme in Abbildung 4.7.

4.4 Globale Seismogramme

Für drei Erdbeben wurden Seismogramme für das in Abbildung 3.1 gegebene Erdmodell berechnet.

Empfänger: Die Datei `examples/grnsnel.dat.mod` (Tab. 4.10) gibt die Koordinaten einer Auswahl von GRSN-Stationen für welche die Seismogramme berechnet wurden.

Tabelle 4.9: Parameterdatei `examples/berk/berk.main`

Steuerdatei fuer Berkheim

Model taken from
examples/berk/berk.mod

Source taken from
examples/zforce.src

Receivers taken from
examples/lin70.rcv

umin, uwil, uwir, umax, Nu
0., 0., 8.5, 11., 1000

fmin, fwil, fwir, fmax, dt, T
0., 0., 200., 250., 0.0010, 3.0

Entwicklungskoeffizienten der Vertikalverschiebung
examples/berk/

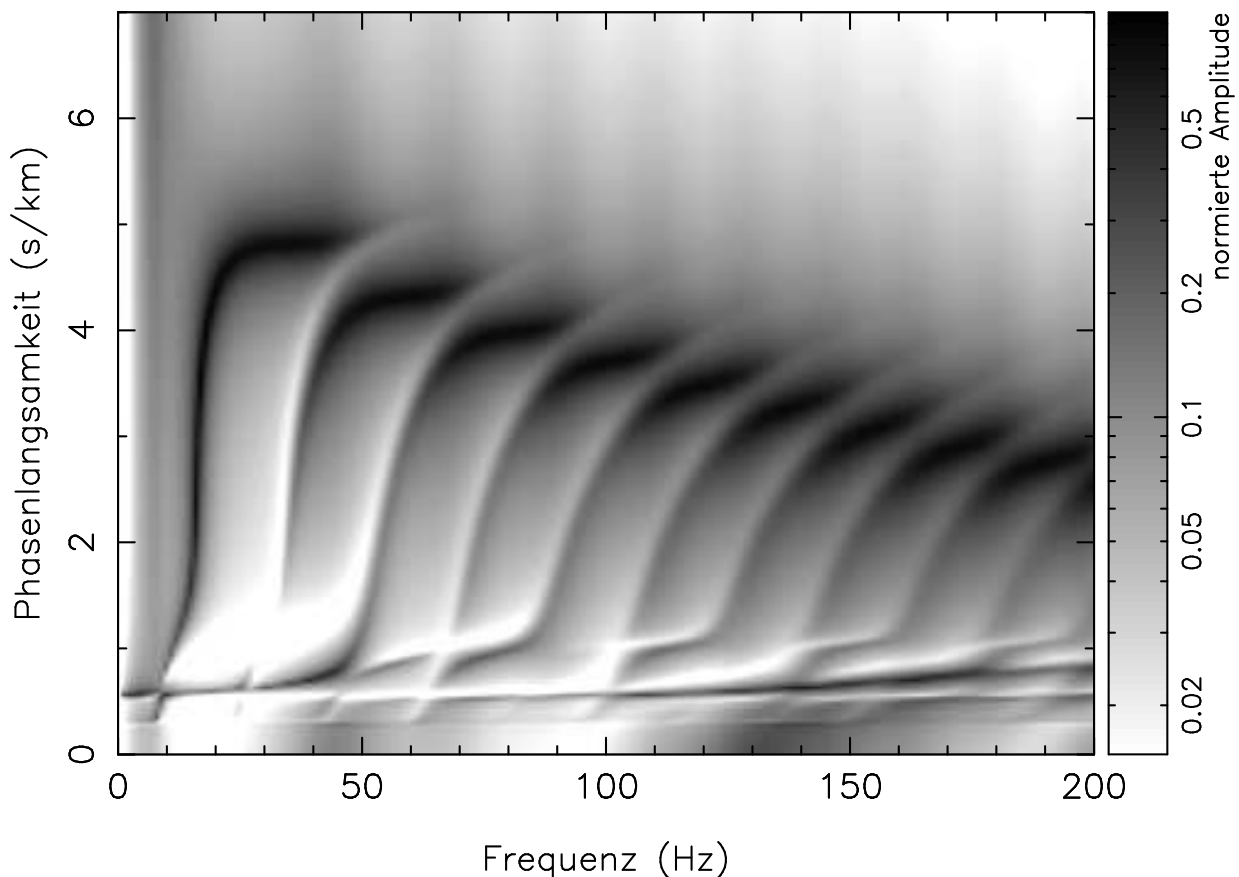


Abbildung 4.6: Entwicklungskoeffizienten der Vertikalverschiebung für das Beispiel Berkheim. Deutlich zu erkennen sind mehrere Moden der Rayleigh-Wellen, die sich im Spektralbereich abwechseln.

Tabelle 4.10: Parameterdatei `examples/grsnse1.dat.mod`

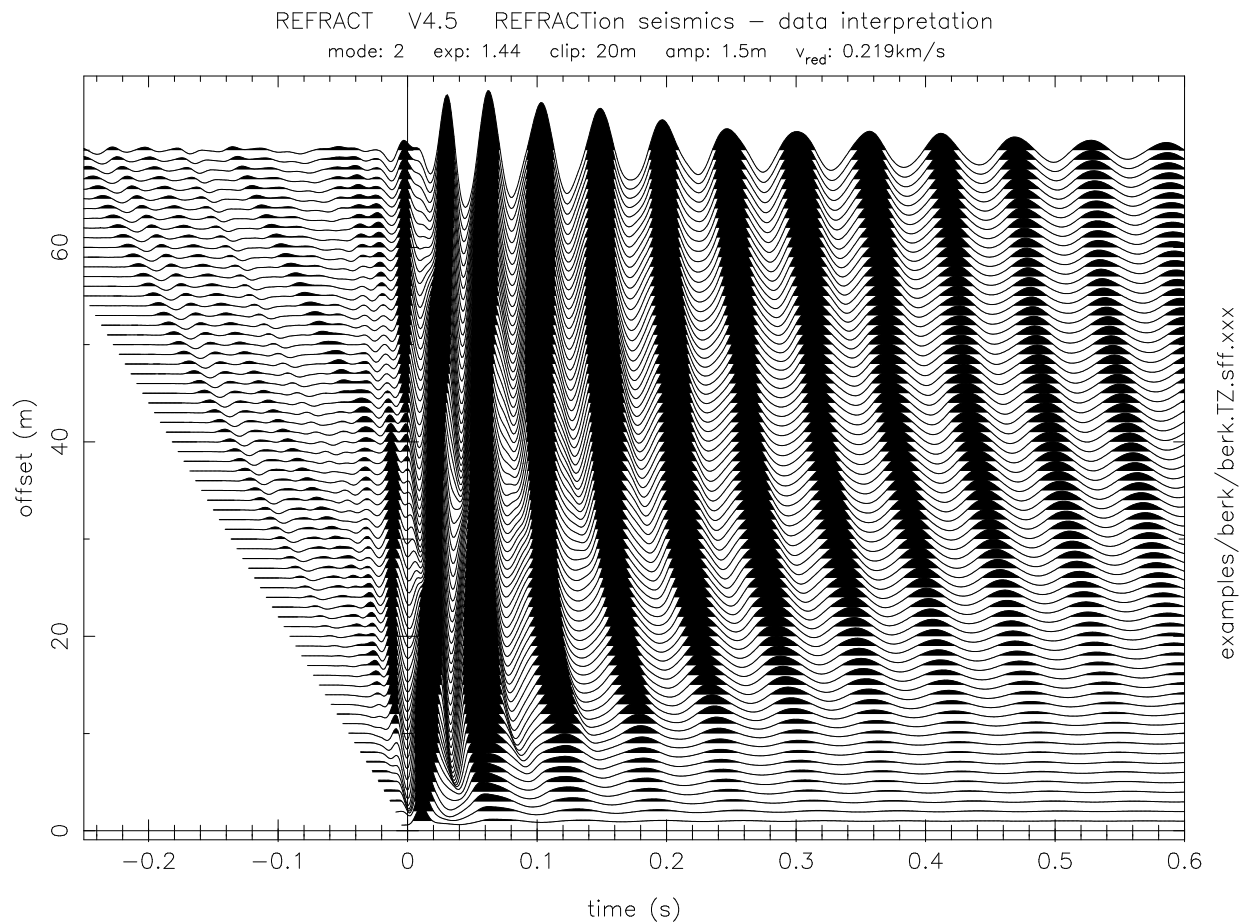


Abbildung 4.7: Seismogramme für das Beispiel Berkheim. Die Wellenformen sind auf einer reduzierten Zeitskala aufgetragen. Im Zentrum der Abbildung stehen die Oberflächenwellen, die durch eine Überlagerung mehrerer Moden der Rayleigh-Wellen entstehen. Die Wellen sind scheinbar invers dispergiert (hohe Frequenzen treffen früher am Empfänger ein). Dieser Effekt wird durch die seismisch schnelle Asphaltsschicht hervorgerufen, die oben auf dem Modell liegt.

Tabelle 4.11: Parameterdatei `examples/western_brazil/C062003G`

Tabelle 4.12: Parameterdatei `examples/western_brazil/mom.src`

```

C062003D WESTERN BRAZIL

      typ  outsig  srcsig   Tonset      Tdur      Zsrc
        1     2      2      .000      .000    556.200

      M0      Mxx      Myy      Mzz      Mxy      Mxz      Myz
    .10E+29   .460   3.570  -4.040   1.740   -.410   1.280

seismogram units will be:
nm/s

```

4.4.1 Westliches Brasilien 20/6/2003

CMT-Datei: Die Datei `examples/western_brazil/C062003G` (Tab. 4.11) gibt die CMT-Parameter für das Erdbeben.

Quellparameter: Die Datei `examples/western_brazil/mom.src` (Tab. 4.12) definiert die Parameter der Quelle, wie sie als Steuerparameter in der Reflektivitätsmethode erwartet werden. Die Komponenten des Momententensors sind in kartesische Koordinaten umgerechnet.

Empfänger: Die Datei `examples/western_brazil/western_brazil.rcv.xxx` (Tab. 4.13) definiert die Orte der Empfänger. Diese sind in Zylinderkoordinaten bezüglich des Momententensors am Ursprung des Koordinatensystems angegeben.

Haupt-Steuerdatei: Die Datei `examples/western_brazil/western_brazil.main` (Tab. 4.14) gibt die Steuerdateien für Erdmodell, Quelle und Empfänger an und definiert den Wertebereich der zu berechnenden Frequenzen und Langsamkeiten.

Die Seismogramme für dieses Beben sind in Abbildung 4.9 gezeigt. Koeffizienten eines Elements der TR-Matrix im Programm `resus.f` sind in Abbildung 4.8 dargestellt.

4.4.2 Neuseeland 21/8/2003

CMT-Datei: Die Datei `examples/new_zealand/C082103B` (Tab. 4.15) gibt die CMT-Parameter für das Erdbeben.

Tabelle 4.13: Parameterdatei `examples/western_brazil/western_brazil.rcv.xxx`

```

C062003 Western Brazil

      mode      Vred      Tli      Tre      NE
         4     22.00      .00     30.00      8

      delta      phi
    89.073     40.940
    93.097     39.072
    92.575     38.557
    91.052     37.758
    91.608     39.073
    93.237     35.376
    89.546     39.106
    92.170     40.685

```

Tabelle 4.14: Parameterdatei `examples/western_brazil/western_brazil.main`

Neuseeland-Beben

Datei mit Erdmodell:
`examples/emod/stutprem.icr.xxx`

Datei mit Quellmodell:
`examples/western_brazil/mom.src`

Datei mit Empfaenger-Positionen:
`examples/western_brazil/western_brazil.rcv.xxx`

Langsamkeiten (s/km) `umin, uwil, uwir, umax, Nu`:
`0., 0., 0.3, 0.40, 3000`

Frequenzen (Hz und s) `fmin, fwil, fwir, fmax, dt, gewünschte Dauer`
`0., 0.00, 0.099, .099, 5., 10000.`

phase-slowness/frequency – plot of `examples/western_brazil/western_brazil.qmat.xxx` component TR11

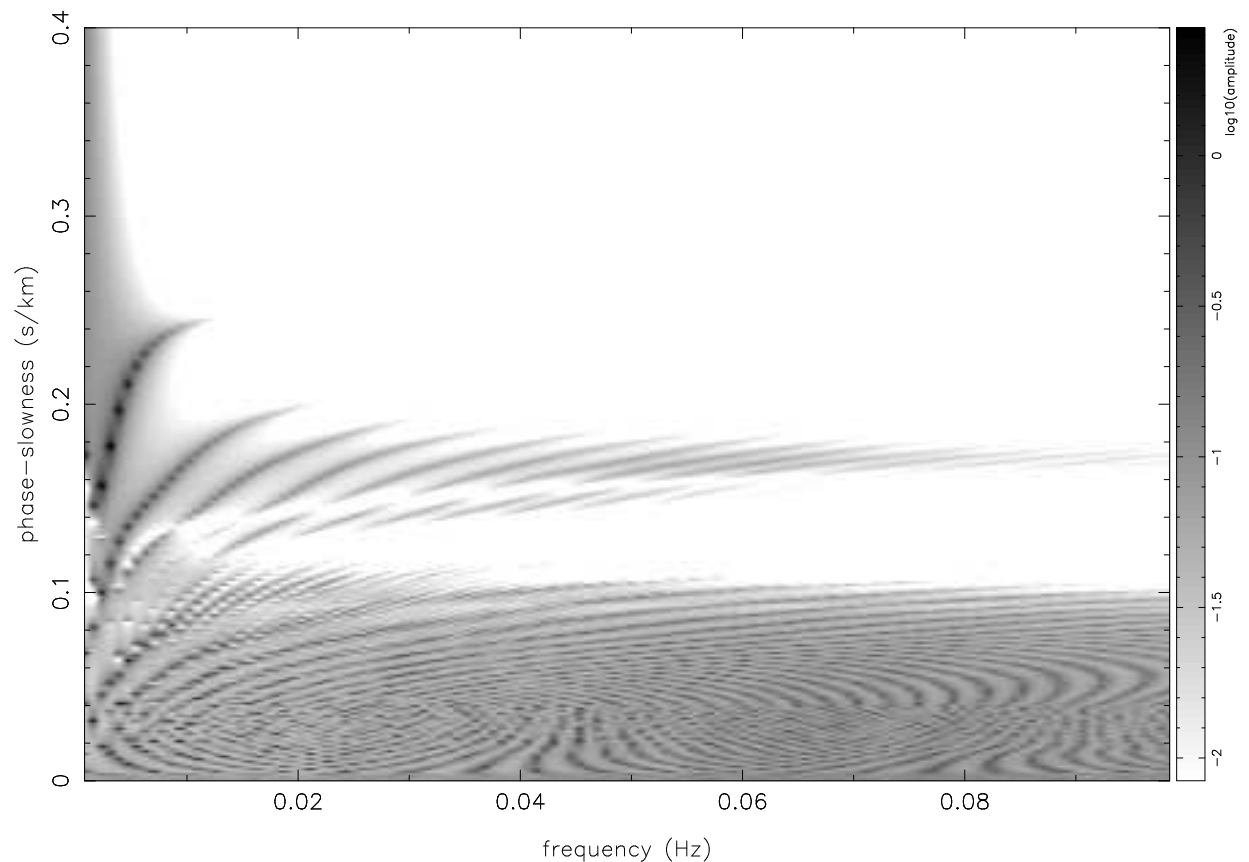


Abbildung 4.8: Werte des 1,1-Elements der TR-Matrix im Programm `resus.f` berechnet für eine Quelle in 556,2 km Tiefe. Aufgrund der tiefen Quelle dominieren die Raumwellen.

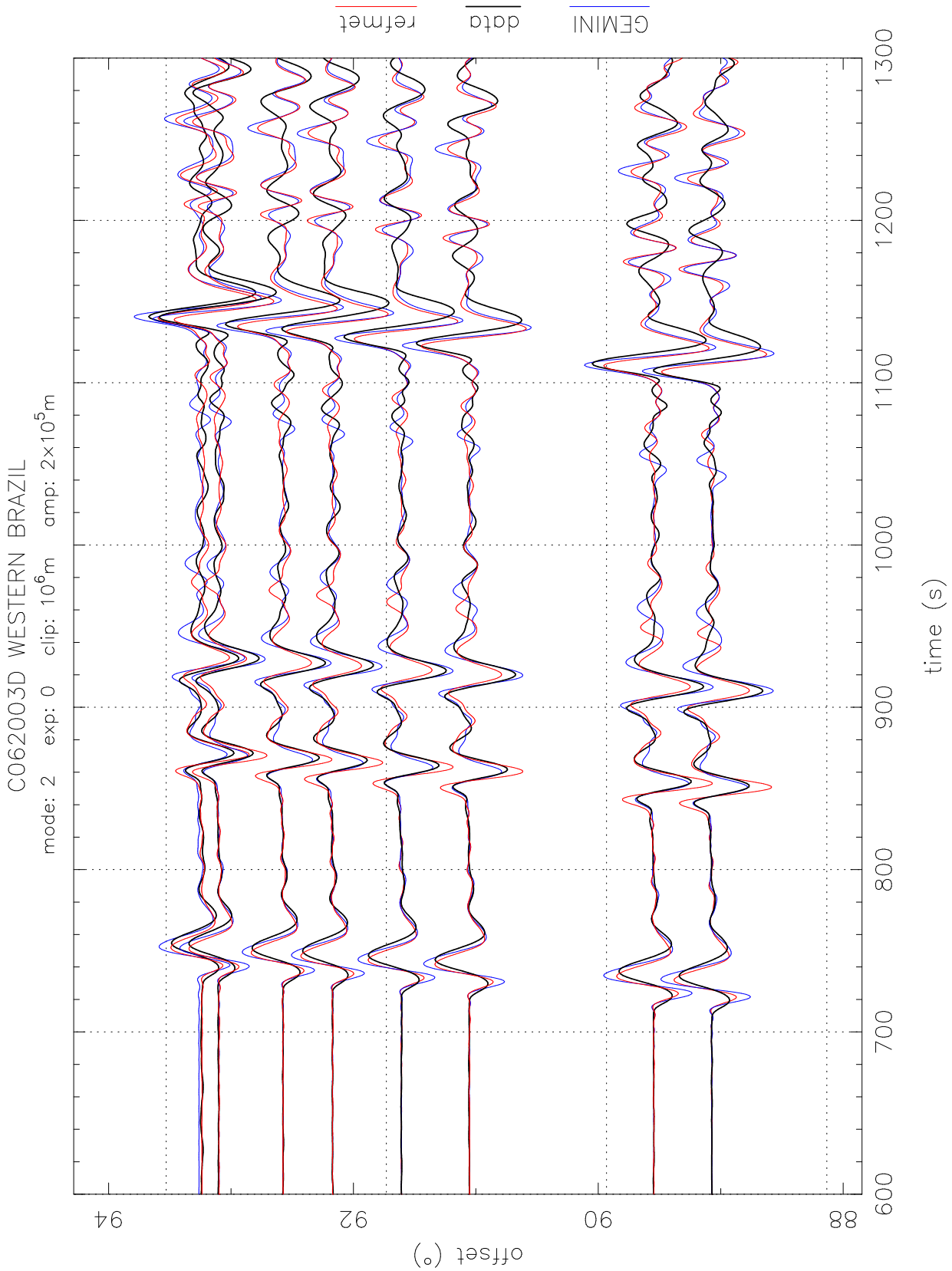


Abbildung 4.9: Seismogramme für das Beben in Westbrasilien am 20/6/2003. In der Abbildung werden die Ergebnisse der Reflektivitätsmethode mit denen des Programms GEMINI und mit den realen Daten verglichen. Alle Wellenformen wurden bei 35 mHz Tiefpass gefiltert. Die ersten vier großen Phasen sind (IASP91-Zeiten bei 90°): P (720 s), pP (842 s), sP (898 s) und PKiKP (1012s).

Tabelle 4.15: Parameterdatei `examples/new_zealand/C082103B`

```
C082103B 08/21/03 12:12:50.0 -44.97 166.91 33.97.07.0SOUTH ISLAND OF NEW ZEA
PDE BW:79189 45 MW:78195 135 DT= 10.0 0.1 -44.97 0.01 166.91 0.01 33.9 -1.0
DUR 9.8 EX 26 5.09 0.01 -1.03 0.01 -4.05 0.01 -2.72 0.02 -4.25 0.02 -2.81 0.00
1.74 72 83 0.02 2 178 -1.76 18 268 1.75 1 27 93 177 63 88
```

Tabelle 4.16: Parameterdatei `examples/new_zealand/mom.src`

```
C082103B SOUTH ISLAND OF NEW ZEA

      typ  outsig  srctyp  Tonset      Tdur      Zsrc
      1      2      2      .000      .000     33.900

      M0      Mxx      Myy      Mzz      Mxy      Mxz      Myz
      .10E+29 -1.030 -4.050  5.090  2.810 -4.250  2.720

seismogram units will be:
nm/s
```

Quellparameter: Die Datei `examples/new_zealand/mom.src` (Tab. 4.16) definiert die Parameter der Quelle, wie sie als Steuerparameter in der Reflektivitätsmethode erwartet werden. Die Komponenten des Momententensors sind in kartesische Koordinaten umgerechnet.

Empfänger: Die Datei `examples/new_zealand/new_zealand.rcv.xxx` (Tab. 4.17) definiert die Orte der Empfänger. Diese sind in Zylinderkoordinaten bezüglich des Momententensors am Ursprung des Koordinaten-Systems angegeben.

Haupt-Steuerdatei: Die Datei `examples/new_zealand/new_zealand.main` (Tab. 4.18) gibt die Steuerdateien für Erdmodell, Quelle und Empfänger an und definiert den Wertebereich der zu berechnenden Frequenzen und Langsamkeiten.

Die Seismogramme für dieses Beben sind in Abbildung 4.11 gezeigt. Koeffizienten eines Elements der TR-Matrix im Programm `resus.f` sind in Abbildung 4.10 dargestellt.

Tabelle 4.17: Parameterdatei `examples/new_zealand/new_zealand.rcv.xxx`

```
C082103B New Zealand

      mode      Vred      Tli      Tre      NE
      4      22.00      .00      30.00      8

      delta      phi
      164.971  290.559
      161.071  297.855
      161.589  299.475
      163.073  302.337
      162.561  297.825
      160.601  309.031
      164.622  297.660
      161.920  292.639
```

Tabelle 4.18: Parameterdatei `examples/new_zealand/new_zealand.main`

Neuseeland-Beben

Datei mit Erdmodell:
`examples/emod/stutprem.icr.xxx`

Datei mit Quellmodell:
`examples/new_zealand/mom.src`

Datei mit Empfaenger-Positionen:
`examples/new_zealand/new_zealand.rcv.xxx`

Langsamkeiten (s/km) `umin, uwil, uwir, umax, Nu`:
`0., 0., 0.3, 0.40, 3000`

Frequenzen (Hz und s) `fmin, fwil, fwir, fmax, dt, gewünschte Dauer`
`0., 0.00, 0.099, .099, 5., 10000.`

phase-slowness/frequency – plot of `examples/new_zealand/new_zealand.qmat.xxx` component TR11

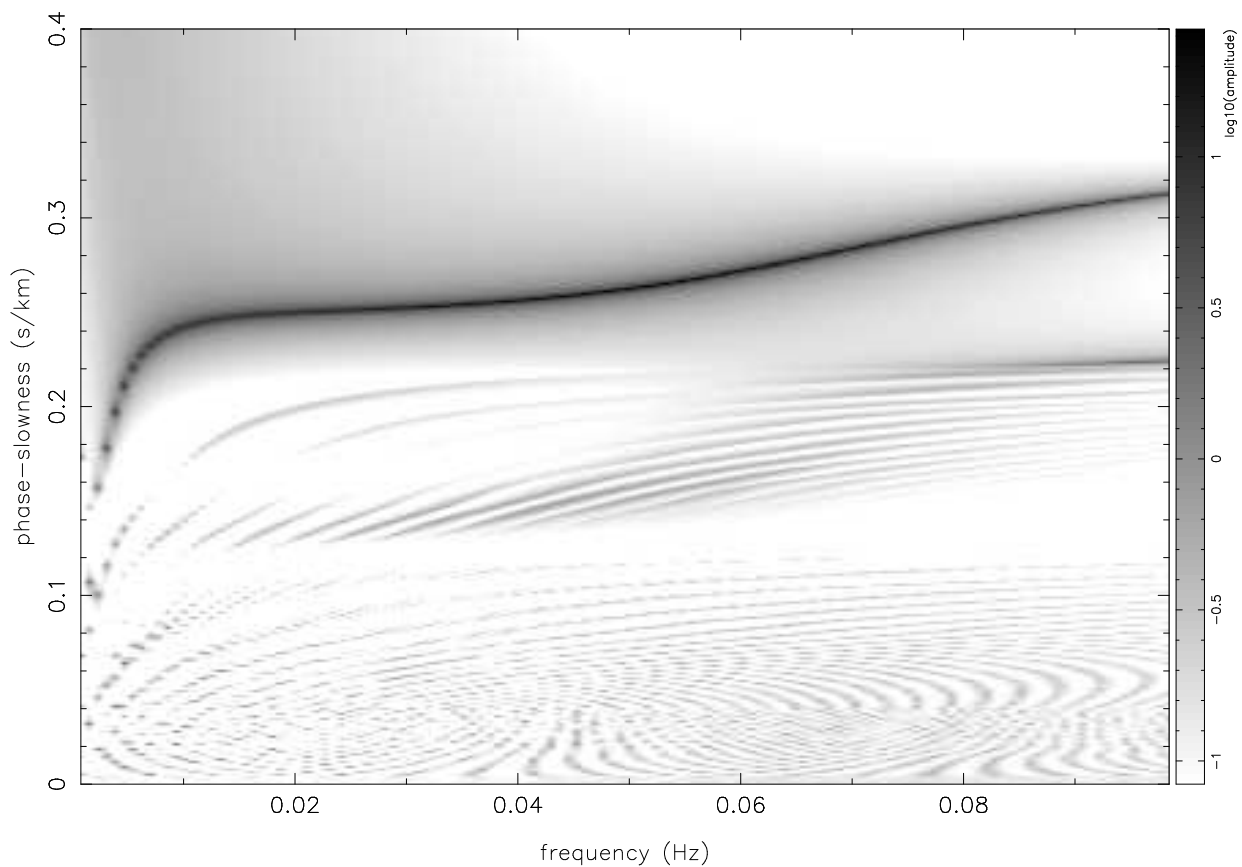


Abbildung 4.10: Werte des 1,1-Elements der TR-Matrix im Programm `resus.f` berechnet für eine Quelle in 33,9 km Tiefe. Aufgrund der flachen Quelle dominiert die Fundamentalmode der Oberflächenwellen.

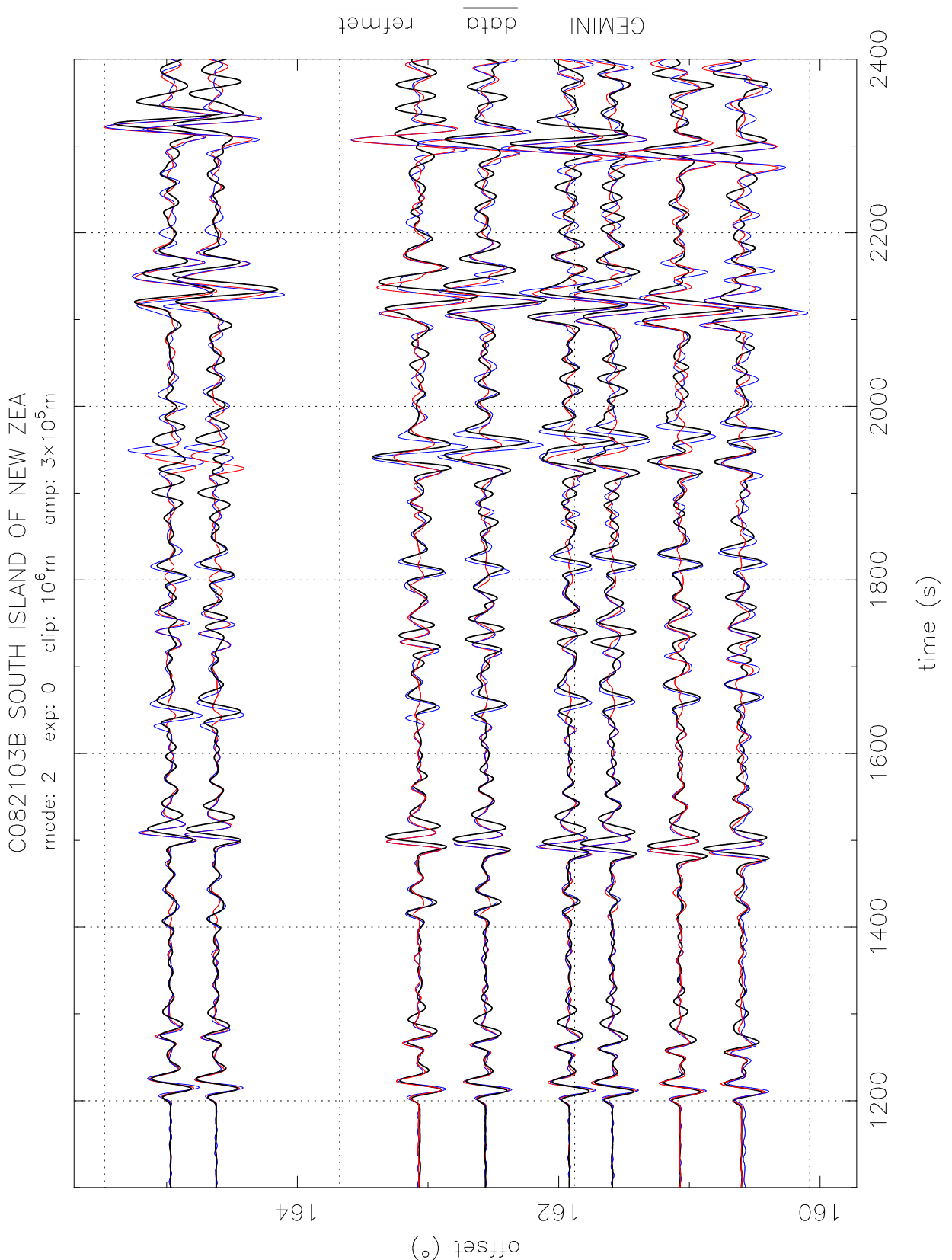


Abbildung 4.11: Seismogramme für das Beben in Neuseeland am 20/6/2003. In der Abbildung werden die Ergebnisse der Reflektivitätsmethode mit denen des Programms GEMINI und mit den realen Daten verglichen. Alle Wellenformen wurden bei 35 mHz Tiefpass gefiltert. Die größeren Phasen sind (IASP91-Zeiten bei 161°): PKPdf (1196 s), PKPab (1239 s), SKPdf (1405 s), PKSdf (1409 s), PP (1463 s), SKSdf (1618 s), SKKSac (1868 s), SKKSac (2042 s) und SKKSdf (2118 s). Bei ca. 1650 s und ca. 1800 s treten Phasen mit negativer Scheingeschwindigkeit auf. Es handelt sich um Wellen, die auf dem langen Weg um den Erdmittelpunkt gelaufen sind und von der Reflektivitätsmethode nicht erfasst werden. Bei ca. 1950 s interferiert eine solche Phase mit Wellen, die auf dem kurzen Weg laufen. Das führt zu einer starken Störung der Wellenformen, die mit der Reflektivitätsmethode berechnet wurden.

§Revision: 1.9 Date: 2003/09/21 10:42:12 §

Berechnung synthetischer Seismogramme

Anhang A

Literaturhinweise

- Die Reflektivitätsmethode geht in ihrer ursprünglichsten Form auf eine Arbeit von Fuchs (1968) zurück.
- Die erste Arbeit in der die Reflektivitätsmethode in der heute üblichen Weise benutzt und die Ergebnisse mit realen Seismogrammen verglichen werden, stammt von Fuchs und Müller (1971).
- Das Tutorial von Müller (1985) bietet eine umfassende Darstellung der Reflektivitätsmethode und ihrer numerischen Umsetzung. In der Einleitung gibt er einen ausführlichen Überblick über das Verhältnis der Reflektivitätsmethode zu anderen Methoden zur Berechnung synthetischer Seismogramme.
- Ungerer (1990) bietet ebenfalls gut verständliche und erschöpfende Darstellung des Themas. Außerdem diskutiert er numerische Artefakte und die Beiträge von Nah- und Fernfeld anhand von Seismogrammeispielen.
- Müller und Kind (1976) zeigen Vergleiche mit realen und numerisch berechneten Seismogrammen für die ganze Erde.
- Choy et al. (1980) vergleichen synthetische Seismogramme von Kernphasen, die mit verschiedenen Methoden (u.a. Reflektivitätsmethode) berechnet wurden.
- Von Dahm (1999) stammt das Skriptum „Methods to calculate synthetic seismograms“ in dem nicht nur die Reflektivitätsmethode beschrieben wird.
- Buchen und Ben-Hador (1996) vergleichen in einem empfehlenswerten Review-Artikel die mathematischen Eigenarten verschiedener vom Thomson-Haskell-Verfahren (Thomson, 1950; Haskell, 1953) abgeleiteter Methoden und der Reflektivitätsmethode.
- Wang (1999) gibt in der Einleitung eine gute Übersicht über die Entwicklung und Eigenheiten verschiedener Methoden zur Berechnung des seismischen Wellenfeldes in einem Stapel homogener Schichten.
- Chin, Hedstrom und Thigpen (1984) vergleichen verschiedene Matrixmethoden zur Seismogrammberechnung. Sie leiten die Reflectivity-Rekursion über das Gaußsche Eliminationsverfahren her.
- Die Theorie der Seismogrammberechnung in Medien, deren Parameter sich nur in eine Raumrichtung ändern (sphärische und flache Geometrie), wird erschöpfend von Takeuchi und Saito (1972) dargestellt.
- Müller (1983) diskutiert die Darstellung von kausalen, dämpfenden Medien und deren Eigenschaften.
- Frazer und Gettrust (1984) und Frazer (1988) diskutieren numerisch effiziente Verfahren zur Berechnung von Entwicklungsintegralen mit oszillierenden Integranden. In der Reflektivitätsmethode kann dies gewinnbringend auf die Bessel-Entwicklung angewandt werden.
- Biswas und Knopoff (1970), Chapman (1973) und Müller (1971; 1977) diskutieren die Flache-Erde-Näherung zur Berechnung von Seismogrammen auf einer sphärischen Erde mit Methoden für eine ursprünglich flache Geometrie.
- Friederich und Dalkolmo (1995) beschreiben die Methode der Wahl (GEMINI) zur Berechnung vollständiger, exakter Seismogramme für eine sphärische transversalisotrope Erde.

Die hier gegebenen Zitate sind bei weitem keine vollständige Bibliographie der Reflektivitätsmethode. Die Menge der mit diesem Verfahren durchgeführten Arbeiten ist dafür zu umfangreich.

Literaturverzeichnis

- Aki K. und Richards P.G., 2002. *Quantitative Seismology*. University Science Books, Sausalito, second Ausgabe.
- Ben-Menahem A. und Singh S.J., 1981. *Seismic Waves and Sources*. Springer, New York, Heidelberg, Berlin.
- Biswas N., 1972. Earth-flattening procedure for the propagation of Rayleigh wave. *Pure Appl. Geophys.*, 96: 61–74.
- Biswas N. und Knopoff L., 1970. Exact earth-flattening calculation for Love waves. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 60: 1123–1137.
- Bouchon M., 1979. Discrete wave number representation of elastic wave fields in three-space dimensions. *J. Geophys. Res.*, 84(B7): 3609–3614.
- Brennan B. und Stacey F., 1977. Frequency dependence of elasticity of rock — test of seismic velocity dispersion. *Nature*, 268: 220–222.
- Brüstle W. und Müller G., 1983. Moment and duration of shallow earthquakes from Love-wave modelling for regional distances. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 32: 312–324.
- Buchen P. und Ben-Hador R., 1996. Free-mode surface-wave computations. *Geophys. J. Int.*, 124: 869–887.
- Chapman C., 1973. The earth flattening transformation in body wave theory. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 35: 55–70.
- Chin R.C.Y., Hedstrom G.W. und Thigpen L., 1984. Matrix methods in synthetic seismograms. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 77: 483–502.
- Choy G.L., Cormier V.F., Kind R., Müller G. und Richards P.G., 1980. A comparison of synthetic seismograms of core phases generated by the full wave theory and by the reflectivity method. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 61: 21–39.
- Dahlen F.A. und Tromp J., 1998. *Theoretical Global Seismology*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Dahm T., 1999. Methods to calculate synthetic seismograms. lecture notes.
- Dziewonski A.M. und Anderson D.L., 1981. Preliminary reference earth model. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 25: 297–356.
- Forbriger T., 2003. Inversion of shallow-seismic wavefields. Part 2: Inferring subsurface properties from wavefield transforms. *Geophys. J. Int.*, ? : 1–14. in press.
- Frazer L.N., 1988. Quadrature of wavenumber integrals. In: D.J. Doornbos (Herausgeber), *Seismological Algorithms*, Academic Press, London, San Diego, Kapitel III.3, Seiten 279–290.
- Frazer L.N. und Gettrust J.F., 1984. On a generalization of Filon's method and the computation of the oscillatory integrals of seismology. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 76: 461–481.
- Friederich W., 1999. Propagation of seismic shear and surface waves in a laterally heterogeneous mantle by multiple forward scattering. *Geophys. J. Int.*, 136: 180–204.
- Friederich W. und Dalkolmo J., 1995. Complete synthetic seismograms for a spherically symmetric earth by a numerical computation of the Green's function in the frequency domain. *Geophys. J. Int.*, 122: 537–550.
- Fuchs K., 1968. The reflection of spherical waves from transition zones with arbitrary depth-dependent elastic moduli and density. *J. Phys. Earth*, 16: 27–41. special issue.

- Fuchs K. und Müller G., 1971. Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison with observations. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 23(4): 417–433.
- Haskell N., 1953. The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 43: 17–34.
- Kennett B.L.N., 1983. *Seismic wave propagation in stratified media*. Cambridge University Press.
- Kennett B.L.N. und Kerry N.J., 1979. Seismic waves in a stratified half space. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 57: 557–583.
- Kind R., 1978. The reflectivity method for a buried source. *J. Geophys.*, 44: 603–612.
- Müller G., 1969. Theoretical seismograms for some types of point-sources in layered media, part III: Single force and dipole sources of arbitrary orientation. *Zeitschr. f. Geoph.*, 35: 347–372.
- Müller G., 1971. Approximate treatment of elastic body waves in media with spherical symmetry. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 23: 435–449.
- Müller G., 1977. Earth-flattening approximation for body waves derived from geometric ray theory — improvements, corrections and range of applicability. *J. Geophys.*, 42: 429–436.
- Müller G., 1983. Rheological properties and velocity dispersion of a medium with power-law dependence of Q on frequency. *J. Geophys.*, 54: 20–29.
- Müller G., 1985. The reflectivity method: A tutorial. *J. Geophys.*, 58: 153–174.
- Müller G. und Kind R., 1976. Observed and computed seismogram sections for the whole earth. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 44: 699–716.
- Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T. und Flannery B.P., 1992. *Numerical recipes*. Cambridge University Press, second Ausgabe.
- Sommerfeld A., 1978. Partielle Differentialgleichungen der Physik, Band 6 von *Vorlesungen über Theoretische Physik*. Harri Deutsch, Thun, Frankfurt.
- Takeuchi H. und Saito M., 1972. Seismic surface waves. In: B.A. Bolt (Herausgeber), *Methods in Computational Physics, Seismology: Surface Waves and Earth Oscillations*, Academic Press, New York and London, Band 11, Seiten 217–295.
- Thomson W.T., 1950. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *J. Appl. Phys.*, 21: 89–93.
- Ungerer J., 1990. Berechnung von Nahfeldseismogrammen mit der Reflektivitätsmethode. Diplomarbeit, Institut für Geophysik, Universität Stuttgart, Germany.
- Wang R., 1999. A simple orthonormalization method for stable and efficient computation of Green's functions. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 89(3): 733–741.

Anhang B

Anhänge

B.1 Koordinatensystem

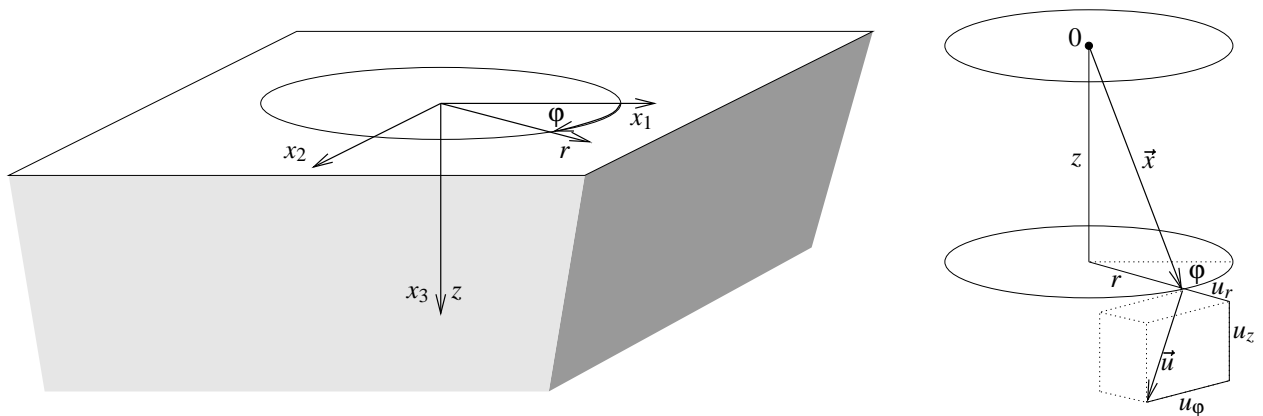


Abbildung B.1: Koordinatensystem das den Berechnungen mit der Reflexivitätsmethode zugrunde liegt.

B.2 Programme

B.2.1 refmet

```
REFMET V2.8 Reflectivity Method
Usage: refmet [-d] [-v level] [-o basenname] [-c]
           [-s select] [-1] [-2] [-p u] file
or: refmet -help

Reflectivity Method

1990 & 1997 University of Stuttgart, Institute of Geophysics

This program calculates synthetic seismograms using the
reflectivity method. The solution contains the full
wavefield including far- and nearfield for a moment
tensor point source. The original code comes from
J. Ungerer (refseis.f 1990). It was changed and
supplemented by T. Forbriger (refmet.f, refmat.f, resus.f 1997).

For general information look at:

Muller, G., 1985.
The reflectivity method: a tutorial,
J. Geophys., 58, 153--174.

Ungerer, J., 1990.
Berechnung von Nahfeldseismogrammen mit der
Reflexivitätsmethode, Diplomarbeit,
Institut für Geophysik der Universität Stuttgart.
```

commandline parameters are:

```
-d      Give debugging output.
-v level Set verbosity level. The parameter may be
any integer value. The higher the value
the more output will be produced.
-o basenname Define output files basenname.
(default is: refmet.out)
-c      Output will be sorted one component per file
instead of one receiver per file.
-s select This option selects components that should not
be written to the output files. The string select
is any set of two-character combinations that
specify components: TZ, TR, TT, FZ, FR, FT,
NZ, NR and NT are allowed. T stands for total
field, F for far field and N for near field.
Z means vertical component, R radial component
and T transverse component.
In the case of a vertical single force select
is set to TTFZFRFTNZNRNT by default, which
disables the transverse component and all
near field and far field output.
-1     use first Hankel function H'(1)_m instead of
Bessel function J_m for wavefield expansion.
-2     use second Hankel function H'(2)_m instead of
Bessel function J_m for wavefield expansion.
-p u   use Hankel functions only for slowness values
greater than 'u' (in s/km).
```

file Is the name of the main configuration file.
It contains the names of the three file containing the earth model, the source model and the receiver coordinates. In addition there must be given some numerical parameters for the calculation.

For complete information on the structure of the four input files look at the source code of refmet.f or at the provided example files.

- * A model with earth radius negative will be interpreted as a flat model (no amplitude correcting will be applied).
- * The model must contain a top halfspace and a bottom halfspace.

The physical units are:

```
layer velocity: km/s
density: g/cm^3
depth & distance: km
angle: degrees
time: seconds
frequency: Hz
slowness: s/km
displacement: m
particle velocity: m/s
acceleration: m/s^2
force: N
moment: N*m
```

Here are some essential comments on the source function, the source units and the corresponding seismogram units:

REFMET expects a source function in the form $A*s(t)$ with $s(t)$ defining the time dependence of the source and A being the amplitude. A is equal to $M0$ [$N*m$] for a moment tensor source and equal to $F0$ [N] for a single force source.

The function $hftk$ in the source code (or the read in time series) is expected to be $s'(t)$ which is the first time derivative of $s(t)$. In this case the seismograms (without any further source integration or derivation) will be particle velocity in meters per second. Integration will lead to displacement in meters. Derivation will lead to acceleration in meters per squaresecond.

If you give $s(t)$ as the time dependence $hftk$ the seismogram units will be $m*s$ (once integrated), m (unchanged source) or m/s (once derived).

The terms "derivation" and "integration" apply to your selection in the source configuration file.

Information on coordinate system:

The positive z-axis points downwards into the halfspace. The r-axis points away from the epicenter. The transverse component points to the right when looking in positive r-direction. Azimuthal angles are counted clockwise positive, when looking in positive z-direction. The r-direction falls onto the x-direction for azimuthal angle zero and falls onto the y-direction for azimuthal angle 90degrees.

All vector components point into the direction of the corresponding coordinate axis:

Positive forces point downward into the halfspace. Z-component seismograms are positive for downward movement. R-component seismograms are positive for outward movement. Transverse component seismograms are positive for rightward movements when looking outwards.

Information on velocity dispersion:

This program version is capable of velocity dispersion. This means that the complex layer velocities depend on frequency relative to a model given reference frequency. As one of the main advantages of the reflectivity method is that the interface coefficients are frequency independent and have to be calculated only once for each slowness. You will loose this advantage when using velocity dispersion.

Whether dispersion is calculated or not depends on your earth model. If there is a positive reference frequency set velocity dispersion will be used.

Verbosity levels are:

```
= 0 no output
> 0 report basic configuration
> 1 report reading and writing files
> 2 model, receivers and source are reported
> 3 report on results
```

The same values but with negative sign will cause a report on calculation progress.

Array dimensions compiled into this version:

```
maximum number of receivers: 150
maximum number of layers: 40
maximum number of samples: 4100
maximum number of frequencies: 2051
maximum number of PRE lines: 440
```

How to build a main configuration file

line contents

```
1 text
text (a72) any comment on main configuration

4 model
model (a80) name of file containing earth model
```

7 source

```
source (a80) name of file containing source configuration

10 rcv
rcv (a80) name of file containing receiver configuration

13 umin, uwil, uwir, umax, Nu
umin ( f) minimum slowness in s/km
uwil ( f) left edge of slowness taper (in s/km)
uwir ( f) right edge of slowness taper (in s/km)
umax ( f) maximum slowness in s/km
Nu ( i) Number of slownesses to be calculated

16 fmin, fwil, fwir, fmax, dt, T
fmin ( f) minimum frequency in Hz
fwil ( f) left edge of frequency taper (in Hz)
fwir ( f) right edge of frequency taper (in Hz)
fmax ( f) maximum frequency in Hz
dt ( f) seismogram sampling interval in seconds
T ( f) minimum length of seismogram in seconds
```

How to build an earth model file

line contents

```
1 text
text (a70) any comment on earth model

4 (30x,f10,30x,f10) radius, fref
radius (f10) earth radius (in km) to which flattened model
corresponds. A negative earth radius indicates that the
model was not transformed from spherical to flat geometry.
In this case there will be no amplitude correction applied.
fref (f10) reference frequency of model parameters to be
used when calculating velocity dispersion.

8 6(f10,lx) Zb, alpha, beta, rho, Qa, Qb
Zb (f10) depth of bottom of layer in km. The first depth
must be 0.km being the bottom of the top halfspace.
alpha (f10) compression wave velocity of layer in km/s
beta (f10) shear wave velocity of layer in km/s
rho (f10) density of layer in g/cm**3
Qa (f10) Quality factor for alpha
Qb (f10) Quality factor for beta

There must be one line for each layer down to the
bottom half space. The bottom halfspace has no bottom depth
and must be indicated by the keyword 'halfspace:' in
columns 1-10.
```

How to build a source configuration file

compiled source function is:

```
hftk(tvar,T1,T2)=0.75*pi*(T2-T1)*dsin(pi*(tvar-T1)/(T2-T1))**3
```

line contents

```
1 text
text (a72) any comment on source configuration

4 typ, sig, src, Ts, Td, Zs
typ ( i) =1: source given by moment tensor
=2: source given as single vertical force
=3: source given as single force (not supported)
sig ( i) =1: source signal will be once integrated
=2: source signal will be taken as is
=3: source signal will be once differentiated
src ( i) =1: take compiled source function
=2: use delta pulse as source
=3: read time series from file (not supported)
Ts ( f) time of source onset in seconds
is meaningless when using delta pulse
Td ( f) source signal duration in seconds
is meaningless when using delta pulse
The source-function parameters T1 and T2 are:
T1=Ts and T2=Ts+Td
Zs ( f) depth of source in km
```

moment tensor source:

```
7 M0, Mxx, Myy, Mzz, Mxy, Mxz, Myz
M0 ( f) scalar momentum in Nm
Mxx,... ( f) cartesian components of moment tensor
```

single vertical force:

```
7 F0
F0 ( f) scalar force in N

10 units
units ( a8) string will be written to output file
```

Comments on the Mueller-Bruestle-function

The Mueller-Bruestle-function is defined as:

```
0 if t <= T1
f(t) = 0.5-0.75*cos(pi*(t-T1)/(T2-T1))+
0.25*cos(pi*(t-T1)/(T2-T1))**3 if T1 < t < T2
1 if t >= T2
```


It is $f(t_1)=0$ and $f(t_2)=1$ and the function varies smoothly from 0 to 1 in the time interval $[T_1, T_2]$. It has vanishing first and second order derivatives at $t=T_1$ and $t=T_2$. It is therefore ideal to describe a (stress-drop) moment-function with a function that holds the nyquist condition of limited bandwidth.

Notice: The program contains only the first derivative $f'(t)$ in explicit form. The form $f(t)$ is derived by numerical integration in the frequency domain. It is non-unique due to an arbitrary integration constant. In the program the frequency 0Hz (DC) will be missing, resulting in $f(t)-0.5$ after integration.

Its first order derivative is

$$f'(t) = 0.75\pi / (T_2 - T_1) * \text{dsin}(\pi * (t - T_1) / (T_2 - T_1))^{**3}$$

in the time interval $[T_1, T_2]$ and else $f'(t)=0$. This is a one-sided positive impulse. It has its maximum at $t=T_1+0.5*(T_2-T_1)$. The value at the maximum is $f'_{\text{max}} = 0.75\pi / (T_2 - T_1)$.

Its second order derivative is

$$f''(t) = 9\pi^{**2} / (4 * (T_2 - T_1)^{**2}) * \sin(\pi * (t - T_1) / (T_2 - T_1))^{**2} * \cos(\pi * (t - T_1) / (T_2 - T_1))$$

in the time interval $[T_1, T_2]$ and else $f''(t)=0$. This is a two-sided pulse of vanishing mean value. It is $f''=0$ at $t=T_1+0.5*(T_2-T_1)$. It has a maximum at $t_{\text{max}} = \arctan(\sqrt{2}) * (T_2 - T_1) / \pi + T_1$ and a minimum at $t_{\text{min}} = T_2 - \arctan(\sqrt{2}) * (T_2 - T_1) / \pi$. The extreme values are $f''(t_{\text{max}}) = 8.550 / (T_2 - T_1)^{**2}$ and $f''(t_{\text{min}}) = -8.550 / (T_2 - T_1)^{**2}$ and

General comments on the application of the function

The source time function is given in the form of its first order derivative. If it is taken as it is ($\text{sig}=2$) the seismograms will be velocity waveforms as response to a unit moment step. If the scalar moment is given in N^*m the seismograms are in m/s . The receive displacement waveforms in m you have to select source function integration ($\text{sig}=1$), which will be performed in the Fourier domain. If you want to receive acceleration waveforms in m/s^{**2} you have to select source function differentiation ($\text{sig}=3$), which also will be done in the Fourier domain. Notice that the scalar momentum M_0 always refers to the step-function $f(t)$. Therefore $f'(t)$ and $f''(t)$ have normalizing amplitude factors to derive velocity and acceleration waveforms.

If you want to receive displacement waveforms as a

response to a one-sided force-impulse you may use $f'(t)$ ($\text{sig}=2$) as source function. However, then you have to scale the force value with $(T_2 - T_1) / (0.75\pi)$ to receive the correct displacement in meters according to the specified maximum force value. In other words: If your force-pulse should have an amplitude of F_p Newton you have to specify $F_0 = F_p * (T_2 - T_1) / (0.75\pi)$.

In the same way you may calculate the displacement response to the two-sided pulse $f''(t)$ of maximum force F_p when specifying $\text{sig}=3$ and $F_0 = F_p * (T_2 - T_1)^{**2} / 8.550$.

How to build a receiver configuration file

=====

line contents

```
1 text
    text (a72) any comment on receiver configuration
4 mode, Vred, Tl, Tr, Nr
    mode ( i)=1: specify each receiver individual
                =2: choose equidistant receivers in one directions by
                    a range given in km
                =3: choose equidistant receivers in one directions by
                    a range given in degrees (only for spherical models)
                =4: like 1 but distances are given in degrees in sphere
Vred ( f) traveltime reduction velocity in km/s
        (A value of 0 km/s means no reduction)
Tl ( f) time in seconds that seismogram should start before
        reduced time (left adjust)
Tr ( f) time in seconds that seismogram should start after
        reduced time (right adjust)
Nr ( i) number of receivers
```

individually specified receivers:

```
4 r, phi
    r ( f) epicentral distance of receiver one (in km)
    phi ( f) azimuth angle of receiver one in source
                coordinate system (in degrees)
append one other line for each receiver up to number Nr
```

equidistant receivers:

```
4 rmin, rmax, phi
    rmin ( f) epicentral distance of first receiver given
                in km or degrees (see mode selection)
    rmax ( f) epicentral distance of last receiver given
                in km or degrees (see mode selection)
    phi ( f) azimuth angle of all receivers in source
                coordinate system (in degrees)
```

B.2.2 syg

SYG V1.5 calculate synthetic greens matrix
Usage: syg modelfile sourcefile greenfile
-P nf,nu,fmax,umax | -P file [-r] [-x] [-v]
[-s sigma]

modelfile refmet style flat earth model
sourcefile refmet style flat source configuration
greenfile greda style greens matrix (output)

-P take parameters from command line
-F file choose parameters matching to greenfile 'file'

nf number of frequencies

nu number of phase slowness values
fmax maximum frequency (Hz)
umax maximum slowness (s/km)

-r calculate radial components coefficients
-x do NOT calculate static case
(i.e. 0Hz and 0s/km)
-v be verbose
-s sigma set imaginary part of angular frequency
to -sigma.

Notice: the source amplitude is ignored.

B.2.3 grepg

GREPG V2.37 plot green amplitudes
Usage: grepg filename [-d dev] [-i] [-c] [-r L,dx] [-R] [-L]
[-q] [-p p] [-g] [-l width] [-s] [-P] [-S]
[-m lim] [-G file] [-H ch] [-F file] [-v]
[-N c,w] [-T title] [-X label] [-Y label] [-W]
[-n value] [-A label] [-M lim] [-C] [-B label]
[-O i,m,s] [-a a,g] [-f n] [-t n,m] [-Q] [-e lim]
[-K o,t] [-b width] [-x R,G,B] [-y R,G,B] [-h]
[-Fc r,g,b,w] [-Ah h] [-t n,m] [-Ta anno]
[-FC n] [-Pl n] [-Pr] [-Ww w]
[-ff filename]

or: grepg -help

Plot amplitudes of a greens function matrix.

filename any tf-type file
you may read files with the following
'magic' signatures:
'1234' complex omega,p-spectra (aka green)
'1235' real weight values to be used as
inversion weights or taper factors
'123P' complex grereso coefficients which
use a test-slowness as abscissa

'123G' complex gabor matrix coefficients
which use a time as abscissa

data modification options

```
-S suppress all values for zero frequency
    and values for zero slowness
    (usefull for strange greda methods)
-I use just imaginary part
-R use just real part
-t n,m remove polynomial trend from data using
    Legendre polynomials up to order 'n'
    the mode value 'm' is a sum of:
    1: remove polynomial trend from real part
    2: remove polynomial trend from imag part
-Q remove moving average
-K o,t increase contrast by order o and threshold t
-E scale all coefficients with 1/omega**2
```

normalize data

```
-s scale frequencies individually
```

```

using maximum amplitude value
-N c,w Use a gaussian taper when calculating
normalization factors in order to scale
frequencies individually. c will be the
center of the taper in s/km. w is the
distance from the center to the value
where the taper is 0.1 (also in s/km).
-n value normalize maximum amplitude to value
-M lim use only coefficients for slowness being
greater than lim to find normalizing value
that is used to rescale data per frequency
(all coefficients will be scaled)
(default is 0. ).
-f n apply a smooth weighting function when
scaling frequencies individually - this is
done by applying a moving average to the
the weight, where 'n' is the filter length

scaling
-e lim use coefficients for slowness values being
greater than 'lim' to find maximum value
for amplitude plot scale
using this feature may result in amplitude
clipping
the value of 'lim' defaults to the value
given by '-M'
-m lim use only coefficients for slowness being
greater than 'lim' to find maximum value
that ist used to evaluate the normalizing
factor for the whole dataset
(default is 0. ).
-p p the depth of the amplitude grayscale will be
p powers of ten
-L use linear amplitude scaling rather than log10
-Pr plot phase for different Fourier sign
convention
greda and other define the Fourier
transformation to have a positive
imaginary factor in the transformation
from frequency to time domain
this switch changes the sign convention
of the data to the opposite

define data aspect
-----
-C colorfull plot with phase information
-a a,g just plot phase information as grayscale
a: (real value; 0.<= a <=360.) phase angle to
shift grayscale (given in degrees)
g: (real value; 0.<= g <=1.) grayify factor
values differing from 1. will result in
a grayscale that does not use all values
from black to white
-i plot isolines
amplitude values are still available to
isoline contour plots even if you plot
the signal phase
-O i,m,s label isoline contour
i: INTVAL integer value for PGCONL
will set the spacing between labels
m: MININT integer value for PGCONL
will set minimum contour length to be
labelled
s: integer setting number of significant
digits to be given in label

appearance of plot
-----
-g quick-mode does not smooth the data
-g plot grid
-l width set line width
-H ch character height for plot
-W plot black on white
ATTENTION: be sure to use this option
together with a postscript output device
as those don't know about 'white on black'
for grayscale plots: plot all picked curves
with color index 1 - place them on top of a
curve of width 'width' and color index 0
-Pr r,g,b,w plot dispersion curves with width 'w' and
color (r,g,b.).
-c plot colored resolution marks and
and colored grid

-T title define title string for plot
-X label define x-label for plot
-Y label define y-label for plot
-A label define amplitude wedge annotation label for plot
-Ta anno define subtitle annotations
-Ah h set amplitude wedge label character height
to 'h'
-B label define phase wedge annotation label for plot
-x R,G,B set foreground color to RGB-value
-y R,G,B set background color for color ramp to RGB-value
-h use HLS interpolation for color ramp
-FC n cycle curve color with period n
-Fl n cycle curve linestyle with period n
-Ww w plot wedges of width w (default is 3.)

additional information to be plotted
-----
-r L,dx plot resolution marks according
to a geophone-trace-stepwidth of
dx and a total length of the
geophone-line of L (in meters)
(this leads to bad results with
isolines)

input/output
-----
-d dev select output-device (see below for
a list of possible devices)
-G file writes one-column xyz-data to file
this file may be converted using xyz2grd.sh
-F file read dispersion curve picks from file
-ff filename read Fourier data for phasor walkout
from file 'filename'

user interaction
-----
-v verbose mode
-P pick aliasing (see below)

some inside-information:
-----
After modifying the read dataset the complex coefficients
may be smoothed. The raw or smoothed data is split into
a set of amplitude values (linear or logarithmic) and a set
of phase values. In case you decide to plot the phase or
the full colored complex information the amplitude values
are still available and may be used for a contour map.

picking:
<left button>, <P>, <p>: pick one point of active curve
<mid button>, <D>, <d>: delete nearest pint of active curve
<H>, <h>: pick a u/f-pair for hyperbola
<B>, <b>: pick a u/f-pair for flexural wave
dispersion
<SPACE>, < >: replot
<right button>, <X>, <x>: exit
<c>: plot a cross-section
<w>: plot a phasor walkout
<l>: read dispersion curves
<s>: save dispersion curves
<1>, <2>, <3>, <4>, <5>,
<6>, <7>, <8>, <9>, <0>: select dispersion curve to pick

=====
possible output devices:
To select an output device you may use one of the
following short cuts:
pgp choose your own pplot-device
def use default (set by PGPLOT_DEV)
x11 X-Windows Server
lp postscript to stdout
ps postscript to file pgp.ps
tek Tektronix-Terminal
lpls postscript to stdout
ppls postscript to file pgp.ps landscape

Or choose one of the official PGPLOT device names:

PGPLOT v5.2.0 Copyright 1997 California Institute of Technology
Interactive devices:
/XWINDOW (X window window@mode:display.screen/xw)
/XSERVE (A /XWINDOW window that persists for re-use)
Non-interactive file formats:
/NULL (Null device, no output)
/PS (PostScript file, landscape orientation)
/VPS (PostScript file, portrait orientation)
/CPS (Colour PostScript file, landscape orientation)
/VCPS (Colour PostScript file, portrait orientation)

=====
array dimensions:
maximum number of frequencies: 2000
maximum number of slowness steps: 2000

File Formats used by grepg:

omega,p-spectrum (magic number: 1234)
typically created by 'greda' or 'sysg'.

All frequencies are given as angular frequencies.
Their unit is 1/s. All phase slowness values are
given in ls/m=1.e3s/km.

Frequencies as well as slowness values are given
explicitly in the data file. However they may not
be set to arbitrary values. They may start and end
with any value, but must be sampled in equal
intervals that are calculated from the first
interval of frequencies and slownesses respectively.

omega,p-taper/weights (magic number: 123S)
as being used in 'gremlin'.

p,p-resolution (magic number: 123P)
as created by 'gresco'.

In the case of gresco files verbose messages
regarding frequency concern the test-slowness value.

Gabor matrix (magic number: 123G)
as created by 'gabor'.

In the case of gabor files verbose messages regarding
phase slowness concern time.
Time values (gabor matrix) are given in ls.

Wavenumber spectrum (magic number: 123K)
as used by 'flgevas'.

In the case of wavenumber Green files verbose
messages regarding slowness concern wavenumber.

magic number for Fourier data: SP34

```

\$Id: grepq.f,v 1.30 2002/09/20 15:18:47 forbrig Exp \$

B.2.4 refract

```

REFRACT V4.5 REFRACtion seismics - data interpretation
Usage: refract [-D] [-d dev] [-v] [-p]
[-Tt title] [-Tx label] [-Ty label] [-Tm T|F]
[-Ta label] [-Tl T|F] [-Ts factor] [-TM t,x]
[-Lw width] [-Lc] [-Lm max] [-Lt width]
[-Cb r,g,b] [-Cf r,g,b] [-CW] [-Cc] [-Cm max]
[-Eg] [-Ev] [-Eb] [-EP T|F] [-ES T|F] [-ET T|F]
[-En] [-Ew T|F] [-Et T|F] [-Ep T|F]
[-Fp file] [-Fa file] [-Pt file] [-Fm file]
[-Sx xl,x2] [-St t1,t2] [-Se exp] [-Sa lev]
[-Sc lev] [-Sm mode] [-Sr vel] [-Si] [-SM]
[-SR radius] [-SO minoff] [-Sh]
[-C] [-L] [-R radius] [-O minoff]
file [t:n,n-n] [o:s] [s:i,s,w] [n:name]
[h:h,l,s] [r:r,g,b]
[file ...]
or: refract -help

```

REFRACTION seismics - data interpretation
09/01/98 by Thomas Forbriger (IFG Stuttgart)

```

-D          debug
-d dev      output device
-v          verbose
-p          interactive mode

```

Titles, labels, legends

```

-Tt title   title string
-Tx label   x axis label
-Ty label   y axis label
-Ta label   replace mode setting annotations by 'label'
-Tm T|F     print mode settings (T: yes; F: no)
-Tl T|F     print standard legend (T: yes; F: no)
-Ts factor  character height factor
-TM t,x     plot model box at time t and offset x

```

Line options

```

-Lw width   standard line width
-Lc         use cycling line styles
-Lm max     maximum line style cycling index
-Lt width   width of synthetic traveltimes curves

```

Line options

```

-Cb r,g,b   background (index 0) RGB value
-Cf r,g,b   foreground (index 1) RGB value
-CW         swap color index 0 and 1 (black on white)
-Cc         use cycling line colors
-Cm max     maximum line color cycling index

```

Elements and style

```

-Eg         plot grid
-Ev         wiggle plot (variable area)
-Eb         bubble plot
-EP T|F     cycle styles for picks (T:yes; F:no)
-ES T|F     cycle styles for waveforms (T:yes; F:no)
-ET T|F     cycle styles for traveltimes (T:yes; F:no)
-Ew T|F     plot waveforms (T:yes; F:no)
-St T|F     plot synthetic traveltimes (T:yes; F:no)
-Ep T|F     plot picks (T:yes; F:no)
-En         label each trace with its number

```

File reading

```

-Fp file    read traveltime polygon values from file
-Fa file    read arrival time pick values from file
-Ft file    read taper pick values from file
-Fm file    read model values from file

```

Seismogram scaling

```

-Sx xl,x2   display offset range [xl,x2]
-St t1,t2   display time range [t1,t2]
-Se exp     set scaling exponent
-Sa lev     set scaling amplitude level
-Sc lev     set scaling clipping level
-Sm mode    set scaling mode
            1: scale traces individually
            2: scale all traces to first trace as reference
            3: scale all traces to first trace of input
               dataset as reference
-Sr vel     set traveltime reduction velocity
-Si         invert polarity
-SM         remove average
-SR radius  offset scale will be given in degrees on
            a sphere with radius [km].
-SO minoff  set minimum offset difference for two
            different receiver locations
-Sh         offset is distance to hypocenter (rather than
            epicenter)

```

The following options are supported for backward compatibility:

```

-C          colors
-L          line styles
-M mode     scaling mode
-e expo     scaling exponent
-R radius   offset scale will be given in degrees on
            a sphere with radius [km].
-O minoff  set minimum offset difference for two
            different receiver locations

```

File specific options that may be given:

Trace selection - t:

```

-----
Each datafile name may be followed by a list of
traces. This list selects a range of traces in
the file which will be processed. The list may
not contain blanks (which is the separator to the
next filename). The traces will always be processed
in the order they appear in the data file, not the
order in the list.

```

Examples:

```

t:2          will select only trace 2
t:4-6,2,4    will select traces 2, 4, 5 and 6
t:9,8,10,14  will select traces 8, 9, 10 and 14

```

Shift offsets - o:

```

You may shift all offsets within the file by 's' meters:
```

```
o:s
```

Plot style options - s:

```

You may set the color index, line style and line width
through a flag following the filename:
```

```
s:i,s,w
```

The integer values are:

```

i:   color index
s:   line style
w:   line width

```

Legend string - n:

```

You may set a legend string alternative to the filename
through:
```

```
n:string
```

RGB color - r:

```

You may set an explicit color to be used for that file:
(r,g,b are real values giving the RGB color triple)
```

```
r:r,g,b
```

HLS color - h:

```

You may set an explicit color to be used for that file:
(h,l,s are real values giving the HLS color triple)
```

```
h:h,l,s
```

Menus to be used in interactive picking mode:

top level keys:

```

-----
general
<?>      help
<x|X|q|Q> exit (and right mouse button)
<space>  replot
<R>      reset plot

```

navigating

```

<<<      shift viewport left
<>>      shift viewport right
<^>      shift viewport up
<v>      shift viewport down
<l>      set viewport left margin
<r>      set viewport right margin
<t>      set viewport top margin
<b>      set viewport bottom margin
<+>     zoom
<0>     set original (full) size

```

scaling

```

<+>/<-> increase/decrease
            exponent value
            or amplitude
            or clipping level

```

picking

```

<p|a|A>  add pick (and left mouse button)
<d|D>    delete pick (and right mouse button)

```

```

traveltime reduction
<T> toggle on/off
<V> select reduction velocity

checks
<$> find source location of air-coupled sound wave

menus
<S> select scaling mode
<H> do hardcopy
<P> select picking mode
<F> toggle flags
<E> set/toggle plot elements
<K> keyboard input
<R> read/write from/to files

scaling menu keys:
-----
<?> help
<A> change amplitude with <+> and <->
<C> change clipping level with <+> and <->
<E> change exponent with <+> and <->
<I> scale all traces individually
<2> scale all traces to one reference
<3> scale traces to a reference within each file

pick menu keys:
-----
<?> help
<T> pick travel time curve
<A> pick arrival time at trace
<1> pick time taper 1
<2> pick time taper 2
<3> pick time taper 3
<4> pick time taper 4

hardcopy menu keys:
-----
<?> help
<P> portrait color postscript to ppp.ps
<L> landscape color postscript to ppp.ps

flag toggle menu keys:
-----
<?> help
<I> reverse sign
<A> remove average
<V> variable area plot
<B> plot these nice bubbles
<C> use different colors
<L> use different linestyles
<P> use different styles for picks
<S> use different styles for seismograms
<T> use different styles for traveltimes
<G> plot grid
<V> be verbose
<D> give debug information

<#> label each trace with its number

keyboard menu keys:
-----
<?> help
<P> enter parameters
<F> toggle flags

elements menu keys:
-----
<?> help
<M> evaluate model and place model box
<M> plot model box
<S> plot individual scale boxes
<F> tell filenames
<V> tell program version
<A> tell annotations
<S> plot scales
<D> plot seismogram data
<T> plot synthetic traveltimes
<P> plot picks

read/write menu keys:
-----
<?> help
<T> write tapers to file
<T> read tapers from file
<M> write model to file
<M> read model from file
      (depth and velocity will be read!)
<P> write traveltimes to file
<P> read traveltimes from file
<A> write picks for trace arrivals to file
<A> read picks for trace arrivals from file

To select an output device you may use one of the
following short cuts:
ppp choose your own pplot-device
def use default (set by PGPLOT_DEV)
x11 X-Windows Server
lp postscript to stdout
ps postscript to file ppp.ps
tek Tektronix-Terminal
lpls postscript to stdout
psls postscript to file ppp.ps landscape

Or choose one of the official PGPLOT device names:

PGPLOT v5.2.0 Copyright 1997 California Institute of Technology
Interactive devices:
/XWINDOW (X window window@node:display.screen/xw)
/XSERVE (A /XWINDOW window that persists for re-use)
Non-interactive file formats:
/NULL (Null device, no output)
/PS (PostScript file, landscape orientation)
/VPS (PostScript file, portrait orientation)
/CPS (Colour PostScript file, landscape orientation)
/VCPS (Colour PostScript file, portrait orientation)

```