

Universität Karlsruhe (TH)

Schriftenreihe des Instituts für Technische Mechanik
Bd. 10

Christian Rudolf

**Piezoelektrische Self-sensing-
Aktoren zur Korrektur statischer
Verlagerungen**



universitätsverlag karlsruhe

Christian Rudolf

**Piezoelektrische Self-sensing-Aktoren
zur Korrektur statischer Verlagerungen**

Universität Karlsruhe (TH)

Schriftenreihe des Instituts für Technische Mechanik

Band 10

Piezoelektrische Self-sensing- Aktoren zur Korrektur statischer Verlagerungen

von
Christian Rudolf



universitätsverlag karlsruhe

Dissertation, Universität Karlsruhe (TH)
Fakultät für Maschinenbau
Tag der mündlichen Prüfung: 25. April 2008
Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Jörg Wauer
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Prof. E.h. Peter Eberhard
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann

Impressum

Universitätsverlag Karlsruhe
c/o Universitätsbibliothek
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe
www.uvka.de



Dieses Werk ist unter folgender Creative Commons-Lizenz
lizenziert: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/de/>

Universitätsverlag Karlsruhe 2008
Print on Demand

ISSN: 1614-3914
ISBN: 978-3-86644-267-2

Dank

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Technische Mechanik an der Universität Karlsruhe (TH).

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Jörg Wauer danke ich herzlich für die wissenschaftliche Betreuung dieser Arbeit sowie für seine wohlwollende Förderung und das mir entgegengebrachte Vertrauen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann danke ich für sein Interesse an meiner Arbeit, seine Anregungen zu den experimentellen Untersuchungen und seine kritischen Anmerkungen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Für die freundliche Übernahme des Korreferats danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard vom Institut für Technische und Numerische Mechanik der Universität Stuttgart. Dem Vorsitzenden des Prüfungsausschusses, Herrn Prof. Dr.-Ing. Volker Schulze vom Institut für Werkstoffkunde I der Universität Karlsruhe (TH), gilt ebenfalls mein Dank.

Allen Mitarbeitern und Kollegen am Institut für Technische Mechanik danke ich herzlich für die angenehme Arbeitsatmosphäre. Ein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Frank Dienerowitz, Herrn Dr.-Ing. Hartmut Hetzler, Herrn Dr.-Ing. Günther Stelzner sowie Herrn Dipl.-Ing. Aydin Boyaci für die zahlreichen wissenschaftlichen Gespräche und Diskussionen, welche die vorliegende Arbeit stark geprägt haben.

Ein Dank geht auch an Herrn Dipl.-Ing. Thomas Martin vom Institut für Angewandte Informatik am Forschungszentrum Karlsruhe, Herrn Dipl.-Ing. Viktor Aul vom Lehrstuhl für Maschinenelemente und Getriebetechnik der Universität Kaiserslautern und Herrn Nicolai Stegmaier. Ihre Fragen und die gemeinsamen Diskussionen im Rahmen ihrer Studien- und Diplomarbeiten trugen in besonderem Maße zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Aus tiefstem Herzen danke ich meinen Eltern Gerlinde und Jürgen für das Vertrauen, das sie mir entgegen brachten, und für den Rückhalt, die Unterstützung und die Geborgenheit, die ich von ihnen erfahren habe.

Meiner lieben Ehefrau Melanie gilt mein ganz besonderer Dank. Mit viel Geduld und Unterstützung begleitete sie mich bei dieser Arbeit, auch wenn dies mit manchem persönlichen Verzicht verbunden war.

Karlsruhe, im September 2008
Christian Rudolf

Für Melanie und Florian

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| Einleitung | I |
| Motivation für die Arbeit | II |
| Aufbau der Arbeit | III |
| | |
| 1. Grundlagen und experimentelle Untersuchungen | 1 |
| | |
| 1. Piezoelektrische Materialien | 3 |
| 1.1. Direkter und inverser piezoelektrischer Effekt | 3 |
| 1.2. Domänenprozesse | 5 |
| 1.3. Elektromechanisches Verhalten | 7 |
| 1.4. Piezoelektrische Stapelwandler | 11 |
| 1.5. Piezoelektrische Biegewandler | 12 |
| 1.6. Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) | 15 |
| | |
| 2. Lineare Theorie piezoelektrischer Materialien | 17 |
| 2.1. Elektrodynamische Feldgleichungen | 17 |
| 2.2. Mechanische Feldgleichungen | 19 |
| 2.3. Thermodynamische Betrachtungen | 21 |
| 2.4. Konstitutive Gleichungen | 24 |
| 2.5. Piezoelektrische Stapelwandler | 26 |
| 2.6. Piezoelektrische Biegewandler | 27 |
| | |
| 3. Nichtlineare Modellierung piezoelektrischer Wandler | 33 |
| 3.1. Analytische Modellierung | 33 |
| 3.2. Rheologische Modellierung | 34 |
| 3.3. Geschwindigkeitsabhängige Modelle | 35 |
| 3.4. Operatorbasierte Modelle | 35 |
| 3.4.1. Elementare Superpositionsoperatoren | 36 |
| 3.4.2. Elementare Hystereseoperatoren | 37 |
| 3.4.3. Prandtl-Ishlinskii-Operatoren | 39 |
| 3.4.4. Inversion | 41 |
| 3.4.5. Identifikation | 42 |
| 3.4.6. Ansteuerung | 43 |
| 3.5. Experimentelle Untersuchungen | 43 |
| 3.5.1. Helixbalken | 44 |
| 3.5.2. Adaptronische Strebe | 48 |
| | |
| 4. Nichtlineare gekoppelte Balkenschwingungen | 49 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 4.1. | Grundlegendes | 49 |
| 4.2. | Herleitung der Bewegungsgleichungen | 51 |
| 4.3. | Lagerungsbedingungen | 56 |
| 4.4. | Parameterwahl | 57 |
| 4.5. | Simulationsrechnungen | 58 |
| 4.5.1. | Eigenschwingungen | 59 |
| 4.5.2. | Anregung in Querrichtung ohne Vorspannung | 62 |
| 4.5.3. | Anregung in Querrichtung mit Vorspannung | 64 |
| 5. | Self-sensing-Aktoren | 67 |
| 5.1. | Allgemeines | 67 |
| 5.1.1. | Self-Sensing – Definition und Begriffsbestimmung | 67 |
| 5.1.2. | Self-Sensing – Vorteile | 68 |
| 5.1.3. | Self-Sensing – Historische Entwicklung der Verfahren | 68 |
| 5.2. | Elektrisches Ersatzschaltbild für piezoelektrische Wandler | 69 |
| 5.3. | Brückenschaltungen | 70 |
| 5.3.1. | Kapazitive Brückenschaltungen | 72 |
| 5.4. | Sawyer-Tower-Schaltung | 75 |
| 5.5. | Ähnliche Schaltungen | 78 |
| 5.6. | Versuchsstand | 79 |
| 5.6.1. | Aufbau | 79 |
| 5.6.2. | Charakterisierung der Biegewandler | 81 |
| 5.6.3. | Ansteuerung | 82 |
| 5.6.4. | Auswertung | 83 |
| 5.7. | Dimensionierung der elektrischen Schaltungen | 85 |
| 5.7.1. | Brückenschaltungen | 85 |
| 5.7.2. | Sawyer-Tower-Schaltung | 87 |
| 5.8. | Experimentelle Ergebnisse | 88 |
| 5.8.1. | Ermittlung der Wandlerauslenkung | 88 |
| 5.8.2. | Frequenzmessung | 92 |
| II. | Anwendungen | 95 |
| 6. | Adaptronische Strebe | 97 |
| 6.1. | Aufbau | 97 |
| 6.2. | Modellierung | 100 |
| 6.2.1. | Flexibles Mehrkörpermodell | 100 |
| 6.2.2. | Dreimassenschwinger | 102 |
| 7. | Reglerentwurf | 103 |
| 7.1. | Analytische Beschreibung | 103 |
| 7.2. | Optimale Zustandsregelung | 104 |
| 7.2.1. | Simulationsergebnisse | 105 |
| 7.2.2. | Zustandsbeobachter (Luenberger Beobachter) | 107 |
| 7.2.3. | Numerische Untersuchung | 108 |
| 7.2.4. | Übertragung auf flexibles Mehrkörpermodell | 109 |

| | |
|--|------------|
| 7.3. Regler sechster Ordnung | 110 |
| 7.3.1. Simulationsergebnisse | 112 |
| 8. Einsatz als lineare Positioniereinheit | 113 |
| 9. Einsatz in einer Werkzeugmaschine mit PKM | 117 |
| 9.1. Charakterisierung und Modellbildung der Beispielmachine | 117 |
| 9.1.1. Aufbau | 117 |
| 9.1.2. Bearbeitungsprozesse | 119 |
| 9.1.3. Antrieb | 120 |
| 9.1.4. Modell | 120 |
| 9.2. Einfluss geometrischer Fehler | 124 |
| 9.2.1. Einfluss der Position des Fehlers | 124 |
| 9.2.2. Einfluss der Position im Arbeitsraum | 125 |
| 9.3. Positionierung der Strebe(n) | 127 |
| 9.3.1. Integration einer einzelnen adaptronischen Strebe | 128 |
| 9.3.2. Integration von zwei adaptronischen Streben | 131 |
| 9.4. Fehlerreduktion durch Regelung | 134 |
| Zusammenfassung | 141 |
| Anhang | 149 |
| A. Elektrotechnische Grundlagen | 149 |
| A.1. Frequenzfilter | 149 |
| Butterworth-Filter | 151 |
| Tschebyscheff-Filter | 151 |
| Bessel-Filter | 151 |
| A.2. Frequenzzähler | 151 |
| A.3. Phasenregelkreise | 153 |
| A.3.1. Geschichte und Anwendungen | 153 |
| A.3.2. Aufbau | 154 |
| A.3.3. Kenngrößen | 156 |
| A.3.4. Frequenzmessung | 157 |
| B. Versuchsaufbau zum piezoelektrischen Self-Sensing | 159 |
| B.1. Technisches Zubehör | 159 |
| B.2. Matlab-Codes zur Auswertung | 160 |
| Abbildungen | 162 |
| Literaturverzeichnis | 167 |

Einleitung

Mit der Entdeckung neuer intelligenter Materialien, sogenannter ‚smart materials‘, haben sich auf dem Gebiet der Sensorik und Aktorik viele neue Möglichkeiten eröffnet. Diese intelligenten Materialien, zu denen unter anderem piezoelektrische Keramiken, piezoelektrische Polymere oder Formgedächtnislegierungen gehören, können sowohl als Sensor als auch als Aktor eingesetzt werden. In den letzten Jahrzehnten wurde diese Doppelfunktion immer wieder genutzt, sogenannte adaptronische Systeme zu entwickeln. Dies sind mechanische Systeme, die sich elektrisch beeinflussen lassen und sich somit adaptiv an einen neuen Zustand des Systems, der beispielsweise durch veränderte Umgebungseinflüsse hervorgerufen wird, anpassen können [43]. Dies führte soweit, dass die intelligenten Materialien gleichzeitig sensorisch und aktorisch betrieben wurden und der sogenannte Self-sensing-Aktor geboren war [35]. Es entstanden für solche Systeme noch viele weitere Begrifflichkeiten, doch hat sich der englische Ausdruck des Self-Sensings am meisten durchgesetzt.

Die parallele Nutzung eines einzigen Elementes sowohl als Sensor als auch als Aktor eröffnete eine Vielzahl neuer Möglichkeiten. Zum einen war nur noch ein einziges Element zur Messung und Stellung in einem Regelkreis erforderlich. Der materielle Aufwand konnte damit reduziert werden, kleinere Bauräume reichten aus [131]. Zum anderen konnte an der gleichen Position innerhalb eines Systems gemessen und gestellt werden, wodurch die Stabilität des Regelkreises erheblich verbessert werden konnte. Mit diesen Vorzügen hielten die intelligenten Materialien Einzug in technische Anwendungen. Hierzu zählen die aktive Schwingungsdämpfung, z. B. bei Scheibenbremsen in Kraftfahrzeugen oder bei der Lärmreduktion in schwingenden Strukturen, oder der Einsatz in der Strukturüberwachung großer Systeme, wie z. B. Rohrleitungen, Gebäude usw. [65, 84].

Im Rahmen dieser Arbeit stehen die piezoelektrischen Wandler im Vordergrund. Sie sind in der Lage, einerseits große Stellkräfte zu erzeugen oder andererseits bei kleinen Belastungen hochfrequente Längenänderungen herbeizuführen und entsprechend schnelle Wegänderungen zu realisieren. Sie zeichnen sich insbesondere durch ihre geringe Größe aus, wodurch sie nur einen sehr kleinen Bauraum beanspruchen. Aus diesem Grund eignen sie sich hervorragend für die Integration als Aktoren oder Sensoren in mechanischen Systemen. Für sie spricht außerdem die einfache Handhabung, da sie nur auf eine einfache elektrische Ansteuerung angewiesen sind und, beispielsweise im Gegensatz zu magnetostriktiven oder magnetorheologischen Aktoren, keine größeren konstruktiven Maßnahmen, wie z. B. Permanentmagnete oder aufwändige Dichtungen, erfordern.

Motivation für die Arbeit

In mechanischen Systemen mit Schleifenstruktur, zu denen beispielsweise ebene Viergelenke, Schubkurbelgetriebe oder auch räumliche Mechanismen mit parallelkinematischer Struktur zählen, können aufgrund äußerer Einflüsse (hoch- und niederfrequente Kräfte und Momente) oder geometrischer Fehler innerhalb der Struktur (abweichende Längen oder Winkel aufgrund von Fertigungstoleranzen, Lagerspiel, ...) Verlagerungen auftreten. Diese Verlagerungen können zu einem unerwünschten Systemverhalten führen, weil sie die Gesamtübertragungsfunktion zwischen Ein- und Ausgangssignalen verändern. Wird z. B. bei Werkzeugmaschinen der Bearbeitungspunkt des Werkzeugs aufgrund geometrischer Komponentenfehler translatorisch oder rotatorisch aus der gewünschten Sollposition verschoben, resultiert dieser Versatz in einer Verminderung der Güte der Bearbeitung und damit der Werkstückqualität. Durch die Integration eines aktiven Elements an einer ausgewählten Stelle in solch eine Struktur kann der fehlerhafte Einfluss reduziert, vielleicht sogar vollständig kompensiert werden.

Im Rahmen dieser Dissertation wird vorgestellt, wie die Integration piezoelektrischer Wandler in ein gegebenes System eine Reduzierung statischer oder auch quasi-statischer Verlagerungen innerhalb dieser größeren mechanischen Struktur ermöglicht. Hierbei ist zu beachten, dass die piezoelektrischen Materialien einen inneren Leckwiderstand besitzen, wodurch die Erfassung statischer und langsam veränderlicher Signale, wozu die durch geometrische Fehler hervorgerufenen Spannungen zählen, nicht bzw. nur sehr eingeschränkt möglich ist [121]. Um diesen Nachteil zu beheben, wird das Funktionsprinzip einer Schwingensaitenwaage übernommen. Hierbei wird der Zusammenhang zwischen der Eigenfrequenz einer schwingenden Saite und der Vorspannkraft der Saite ausgenutzt. Ändert sich die Vorspannkraft, so folgt eine Änderung der Eigenfrequenz der Saite. Das schwingende, hochfrequente Signal kann durch den piezoelektrischen Wandler gemessen werden. Eine anschließende Auswertung dieses Messsignals bezüglich seiner Frequenz führt zu der entsprechenden anliegenden Vorspannung und damit auch zu der zu messenden statischen Last, deren Einfluss auf das Gesamtsystem schließlich reduziert werden soll. Neben dem erforderlichen Umweg zur Erfassung statischer Lasten ist bei der Aktuation der piezoelektrischen Wandler ihr nichtlineares, hysteretisches Übertragungsverhalten zwischen der Ansteuerspannung und dem angestrebten Ausgangssignal einer Kraft bzw. eines Hubes zu berücksichtigen. Hierzu soll auf der Basis mathematischer Operatoren eine Vorschrift zur Modifikation des entsprechenden Ansteuersignals gefunden werden, sodass ein lineares Übertragungsverhalten zwischen Ein- und Ausgangssignal des Wandlers vorliegt.

Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist in zwei Abschnitte und einen ergänzenden Anhang unterteilt. Im ersten Teil werden Grundlagen, Simulationsrechnungen und experimentelle Basisuntersuchungen vorgestellt. Die Erkenntnisse des ersten Teils bilden das Fundament für den zweiten Teil der Arbeit, der die praktische Umsetzung dieser Erkenntnisse und eine entsprechende Anwendung vorstellt. Im Anhang werden schließlich weitere elektrotechnische Grundlagen aufgeführt und ergänzende Angaben zu den experimentellen Untersuchungen aufgelistet.

Im ersten Kapitel wird die Physik des piezoelektrischen Materialverhaltens aufgeführt. Beginnend mit der Struktur auf mikroskopischer Ebene werden Aufbau und funktionelle Eigenschaften piezoelektrischer Materialien dargelegt. Die mathematische Beschreibung ihres Materialverhaltens, und wie es bei konkreten Anwendungen wie z. B. bei Stapel- oder Biegewandlern zu berücksichtigen ist, folgen im zweiten Kapitel. Zur Beschreibung des nichtlinearen piezoelektrischen Materialverhaltens werden im dritten Kapitel verschiedene allgemein übliche Ansätze vorgestellt. Der Ansatz der Nutzung mathematischer Operatoren zur Erfassung des hysteretischen Verhaltens wird dabei als Beispiel auch im Detail erläutert, da er eine sehr gute Grundlage schafft, die nichtlinearen Zusammenhänge durch eine geeignete Modifikation des Ansteuersignals weitestgehend zu eliminieren. Die Vorgehensweise wird anhand einer experimentellen Untersuchung vorgestellt. Im vierten Kapitel werden grundlegende Betrachtungen zum Funktionsprinzip der Schwingsaitenwaage vorgestellt. Ausgangspunkt ist ein EULER-BERNOULLI-Balken, dessen Längs- und Biegeschwingungen miteinander gekoppelt sind. Nach der Herleitung und Diskretisierung der Bewegungsgleichungen über das RAYLEIGH-RITZ-Verfahren werden gezielte Simulationsrechnungen und deren Ergebnisse vorgestellt. Es zeigt sich hierbei der später genutzte Zusammenhang zwischen sich verändernden Eigenkreisfrequenzen der Biegeschwingungen und Veränderungen der anliegenden Vorspannung. Den Abschluss des ersten Abschnitts bildet Kapitel fünf, in dem der piezoelektrische Self-sensing-Effekt betrachtet wird. Hierzu werden verschiedene elektrische Schaltkreise auf der Basis der linearen elektromechanischen Zusammenhänge vorgestellt, die die Separation eines gesuchten Messsignals bei gleichzeitiger aktorischer Ansteuerung ermöglichen. Neben den theoretischen Betrachtungen werden auch die Ergebnisse der entsprechenden experimentellen Untersuchungen präsentiert, die letztlich eine Beurteilung und eine Auswahl der einzelnen Methoden erlauben. Es zeigt sich, dass unter bestimmten Voraussetzungen das nichtlineare Verhalten vernachlässigbar ist.

Im zweiten Abschnitt dieser Dissertation werden die Erkenntnisse der elementaren Voruntersuchungen aus dem ersten Teil in einem neuen System kombiniert. Motiviert von der Absicht, Verlagerungen in einer Werkzeugmaschine mit parallelkinematischer Struktur zu reduzieren, wird in Kapitel sechs zunächst eine Strebe vorgestellt, die die Ergebnisse der vorangestellten Betrachtungen in sich vereint. Um einen optimalen Nutzen dieser entwickelten Einheit zu erhalten, wird ein Regelungskonzept für diese Strebe gesucht. Hierzu werden in Kapitel sieben zwei mögliche Entwürfe eines geeigneten Regelkreises vorgestellt. Die Grundlage bildet hierfür das sehr einfache, mechanische Modell eines Dreimassenschwingers. Nachdem das Regelungskonzept vollständig entwickelt worden ist, wird es für zwei verschiedene Modelle der Werkzeugmaschinenstrebe

untersucht. Hierbei wird zunächst die sterile Umgebung eines Versuchsstands mit unterschiedlichen Betriebsbedingungen betrachtet, bevor in Kapitel acht der Einsatz der Strebe als lineare Positioniereinheit als Beispiel für eine mögliche Anwendung genauer vorgestellt wird. Abschließend wird in Kapitel neun der Einsatz der Strebe in einem komplexen Modell einer ausgewählten Werkzeugmaschine untersucht. Ausgehend von einer idealen kinematischen Struktur werden ausgewählte geometrische Fehler in das Modell der Maschine eingebaut, die zu translatorischen und rotatorischen Verlagerungen des Bearbeitungspunktes führen. Anhand verschiedener Simulationen wird getestet, ob der Einbau einer solchen entwickelten adaptronischen Strebe unter Verwendung des vorgestellten Regelungskonzepts die gewünschte Reduktion der auftretenden statischen Verlagerungen ermöglicht.

Ausgehend von den gewonnenen Erkenntnissen werden abschließend verschiedene Betrachtungen angestellt, inwieweit das neuentwickelte mechanische System auch in anderen Anwendungsgebieten eingesetzt werden kann.

Im Anhang werden schließlich noch elektrotechnische Grundlagen vorgestellt, die für einige der experimentellen Untersuchungen von Bedeutung sind und ein besseres Verständnis ermöglichen sollen. Daneben finden sich dort ergänzende Angaben zu den in den Versuchsständen eingesetzten Geräten und Apparaturen sowie Programmiercodes, die für die Auswertung und Weiterverarbeitung der in den Experimenten gewonnenen Ergebnisse genutzt wurden.

Teil I

Grundlagen und experimentelle Untersuchungen

1. Piezoelektrische Materialien

In diesem Kapitel werden die Eigenschaften piezoelektrischer¹ Materialien beschrieben. Zu Beginn werden Ursache und Entstehung des direkten und des inversen piezoelektrischen Effekts mit Hilfe der Kristallstruktur piezokeramischer Werkstoffe dargestellt. Diese beiden Effekte bilden die Grundlage zum Einsatz piezoelektrischer Keramiken oder Polymere als Sensoren und Aktoren. Es werden Domänenprozesse betrachtet, die innerhalb der Keramik ablaufen, wenn sie den Einfluss einer äußeren mechanischen Belastung oder eines elektrischen Feldes erfährt. Von diesen Eigenschaften ausgehend, werden Aufbau und Funktionsweise piezoelektrischer Stapel- und Biege wandler beschrieben. Zum Abschluss dieses Kapitels wird insbesondere auf Blei-Zirkonat-Titanat-Keramiken (PZT) eingegangen, die aufgrund ihres ausgeprägten piezoelektrischen Effekts in vielen technischen Gebieten zum Einsatz kommen.

1.1. Direkter und inverser piezoelektrischer Effekt

Bei bestimmten Arten von Kristallen treten an der Oberfläche positive und negative elektrische Ladungen auf, wenn diese Kristalle mit einem mechanischen Druck beaufschlagt werden. Dieser Effekt, der als direkter piezoelektrischer Effekt bezeichnet wird, wurde im Jahr 1880 von den Brüdern Pierre und Jacques CURIE entdeckt [24]. Diese Entdeckung war jedoch nicht zufällig. Die seltsame Eigenschaft von Turmalinkristallen war schon vor einigen Jahrhunderten im indischen Raum bekannt. Wenn Turmalin in heiße Asche gelegt wird, so werden auf der einen Seite der Oberfläche die Ascheteilchen angezogen und auf der gegenüberliegenden Seite werden die Ascheteilchen abgestoßen. Nach einiger Zeit kehrte sich dieser Effekt um. Zu Beginn des 18. Jahrhunderts brachten Händler Turmalinkristalle erstmals nach Europa. Im 19. Jahrhundert versuchten Forscher, den Zusammenhang zwischen Elektrizität und mechanischem Druck zu ergründen. Im Jahre 1877 konnte Lord KELVIN schließlich den Zusammenhang zwischen Pyroelektrizität² und Piezoelektrizität ermitteln. Ein Großteil der pyroelektrischen Ladung der Turmalinkristalle resultierte aus der elastischen Deformation aufgrund der Temperaturänderungen. Auf der Basis thermodynamischer Betrachtungen sagte LIPPMANN [90] die Existenz des inversen piezoelektrischen Effekts voraus, der besagt, dass eine an einem piezoelektrischen Material angelegte äußere elektrische Spannung eine Deformation des Materials hervorruft. Im Jahr 1881 wurde dieser Effekt von den Brüdern CURIE experimentell nachgewiesen.

¹griech. piezein = drücken

²griech. pyr = Feuer

In Keramiken konnte der piezoelektrische Effekt erstmals 1947 festgestellt werden, ein außergewöhnlich hoher Piezoeffekt wurde 1954 in Blei-Zirkonat-Titanat-Keramiken beobachtet [80].

Der piezoelektrische Effekt wird nur in Kristallen beobachtet, die kein Symmetriezentrum bezüglich der negativen und positiven Ionen innerhalb des Kristallgitters besitzen [52]. Diese Voraussetzung ist bei natürlich vorkommenden piezoelektrischen Materialien wie z. B. Quarz (SiO_2), Berlinit (AlPO_4) oder Mineralien der Turmalingruppe gegeben. In technischen Anwendungen werden meist keramische, polykristalline Werkstoffe wie z. B. Bariumtitanat (BaTiO_3), Blei-Zirkonat-Titanat ($\text{PbZr}_x\text{Ti}_{1-x}\text{O}_3$) und Blei-Magnesium-Niobat ($\text{PbMg}_{1/3}\text{Nb}_{2/3}\text{O}_3$) eingesetzt. Der Begriff *polykristallin* scheint zunächst einen Widerspruch darzustellen, da polykristalline Materialien aufgrund der statistischen Orientierung der einzelnen piezoelektrischen Körner ein isotropes Verhalten aufweisen. Makroskopisch sind diese Materialien daher zunächst nicht piezoelektrisch. Erst durch Anlegen eines äußeren elektrischen Feldes kann die spontane Polarisation der einzelnen Körner einheitlich ausgerichtet werden. Diese Eigenschaft wird auch als Ferroelektrizität bezeichnet [150]. Die einheitliche Polarisation bleibt ohne äußeres elektrisches Feld bestehen und gibt dem Material auch makroskopisch ein piezoelektrisches Verhalten.

Neben den geringen Herstellungskosten und der Möglichkeit, sie in beliebig unterschiedlichen Formen herzustellen, sind die polykristallinen Werkstoffe Bariumtitanat und PZT vor allem aufgrund ihres hohen Piezoeffekts besonders für den Einsatz als Aktoren oder Sensoren geeignet [156]. Diese Materialien weisen eine ferroelektrische Kristallstruktur des Typs ABO_3 auf, die auch als Perowskit-Struktur bezeichnet wird. Diese Gitterstruktur setzt sich aus einem zweifach positiv geladenem Ion A (Barium, Blei), aus einem vierfach positiv geladenem Ion B (Titan, Zirkonium) und aus drei doppelt negativ geladenen Sauerstoffionen O zusammen. Wie Abbildung 1.1(a) zeigt, ist die Perowskit-Struktur kubisch, wenn die Temperatur oberhalb der sogenannten CURIE-Temperatur T_C liegt. In diesem Temperaturbereich ist das Material nicht piezoelektrisch, da ein Symmetriezentrum in Bezug auf die elektrischen Ladungen vorliegt. Liegt die Temperatur unterhalb der CURIE-Temperatur T_C , wandelt sich die Gitterstruktur aus energetischen Gründen spontan in die tetragonale Anordnung um [51]. Dabei wird das Sauerstoffionengitter in Richtung der kristallographischen c -Achse verschoben. Gleichzeitig wird das positive Ionengitter in die entgegengesetzte Richtung verschoben, woraus die in Abbildung 1.1(b) dargestellte Verlängerung der Elementarzelle entlang der c -Achse und die Verkürzungen in beiden Richtungen senkrecht dazu folgen. Diese Verzerrung, die beim Übergang von der paraelektrischen Phase in die ferroelektrische Phase entsteht, wird als spontane Deformation

$$S_s^{(T)} = \frac{c}{a} - 1 \quad (1.1)$$

bezeichnet, die ein Maß für die Abweichung von der kubischen Referenzstruktur darstellt [79]. Aufgrund der bei der spontanen Deformation entstehenden Asymmetrie der tetragonalen Einheitszelle entsteht ein Dipolmoment parallel oder entgegengesetzt parallel zur c -Achse, das als spontane Polarisation \mathbf{P}_s bezeichnet wird.

Wird ein äußeres elektrisches Feld an den piezoelektrischen Werkstoff angelegt, so wirken elektrische Kräfte auf die Ladungsschwerpunkte und es entsteht eine zusätzliche induzierte Polarisation und Deformation der Elementarzelle. Je mehr Parallelität zwischen den Richtungen des äußeren elektrischen Feldes und der spontanen Polarisation

besteht, desto größer ist diese Deformation. Dieses Verhalten wird inverser piezoelektrischer Effekt genannt.

Erfährt die Elementarzelle eine äußere mechanische Belastung, so führt das entstehende mechanische Spannungsfeld zu einer Verschiebung der Ladungsschwerpunkte und damit ebenfalls zu einer zusätzlichen Polarisierung und Verformung der Elementarzelle. Dieses Verhalten wird direkter piezoelektrischer Effekt genannt.

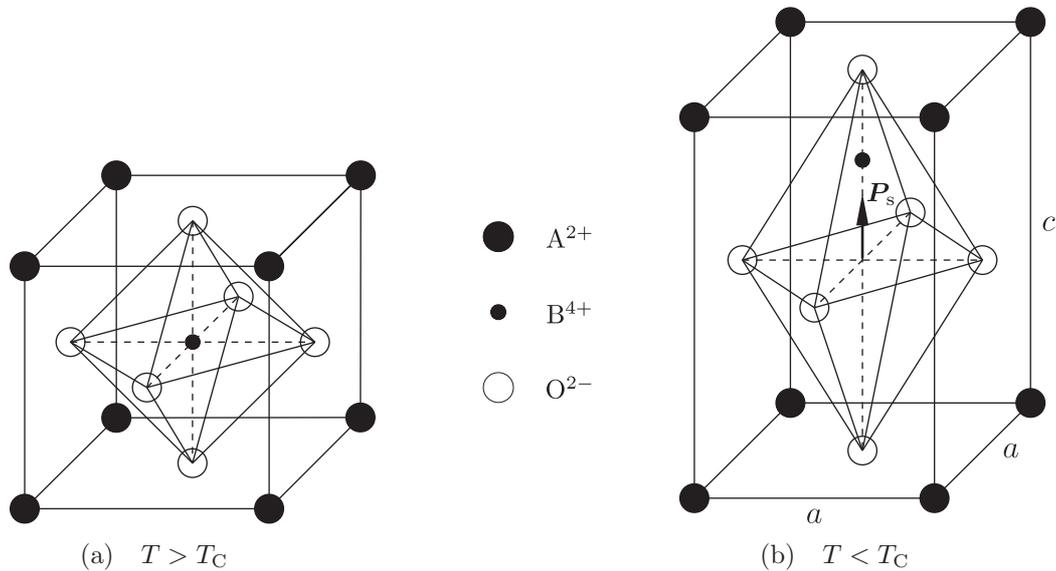


Abbildung 1.1.: Perowskit-Struktur piezoelektrischer Kristalle des Typs ABO₃ – (a) Kubisches Gitter oberhalb der CURIE-Temperatur; (b) Tetragonales Gitter unterhalb der CURIE-Temperatur [8]

Um das elektromechanische Verhalten piezoelektrischer Materialien besser zu verdeutlichen, wird etwas näher auf die Entstehung von Bereichen einheitlicher Dipolausrichtung eingegangen. Solche Bereiche werden als WEISSsche Bezirke oder Domänen bezeichnet.

1.2. Domänenprozesse

Die spontane Polarisierung in ferroelektrischen Einkristallen wie z. B. Quarz ist nicht einheitlich über den gesamten Kristall ausgerichtet. Aufgrund der gegenseitigen Beeinflussung der Dipole der Elementarzellen bilden sich Bereiche mit einheitlicher Orientierung der Dipole, sogenannte WEISSsche Bezirke oder Domänen, die durch sogenannte Domänenwände getrennt sind. Die Orientierungen, die die spontane Polarisierung der Elementarzelle annehmen kann, sind durch die kristallographischen Achsen der Kristallstruktur vorgegeben. Bei der tetragonalen Struktur ergeben sich entsprechend den möglichen Polarisationsrichtungen 90°- und 180°-Domänen. Bei den 90°-Domänen stehen die Polarisationsrichtungen benachbarter Bereiche senkrecht aufeinander, wohingegen bei 180°-Domänen die Polarisationsrichtungen benachbarter Bereiche entgegengesetzt ausgerichtet sind. Unterhalb der CURIE-Temperatur existieren innerhalb der

ferroelektrischen Materialien sehr viele Domänen unterschiedlicher spontaner Polarisation. Die Ferroelektrika sind damit unpolarisiert, was Abbildung 1.2(a) schematisch darstellt. Wird ein äußeres elektrisches Feld angelegt, wie in Abbildung 1.2(b) gezeigt ist, so können die Domänen in Feldrichtung umorientiert werden. Der Kristall besitzt damit auch makroskopisch eine Polarisation. Bei der Umorientierung der Domänen werden zwei Domänenprozesse unterschieden. Bei dem sogenannten 180° -Domänenprozess klappt die antiparallele spontane Polarisation bei wachsendem äußeren elektrischen Feld direkt um 180° um, bei dem 90° -Domänenprozess klappt die spontane Polarisation zunächst in eine energetisch günstigere Orientierung orthogonal zum angelegten äußeren Feld um, bevor sie sich mit wachsender Feldstärke nach der Feldrichtung ausrichtet. Zur vollständigen Umorientierung einer spontanen Polarisation antiparalleler Richtung sind somit zwei 90° -Domänenprozesse erforderlich. Im Gegensatz zu den 180° -Domänenprozessen bewirken die 90° -Domänenprozesse aufgrund der unterschiedlichen Orientierungen und der verschiedenen Längen der a -Achsen und der c -Achse eine Formänderung des Kristalls.

Erfährt der ferroelektrische Kristall eine äußere mechanische Spannung, so treten nur 90° -Domänenprozesse auf. Dies führt zu einer Depolarisation des Kristalls, wie Abbildung 1.2(c) zeigt. Eine Umpolarisation des Kristalls kann allein mit mechanischen Lasten nicht erreicht werden.

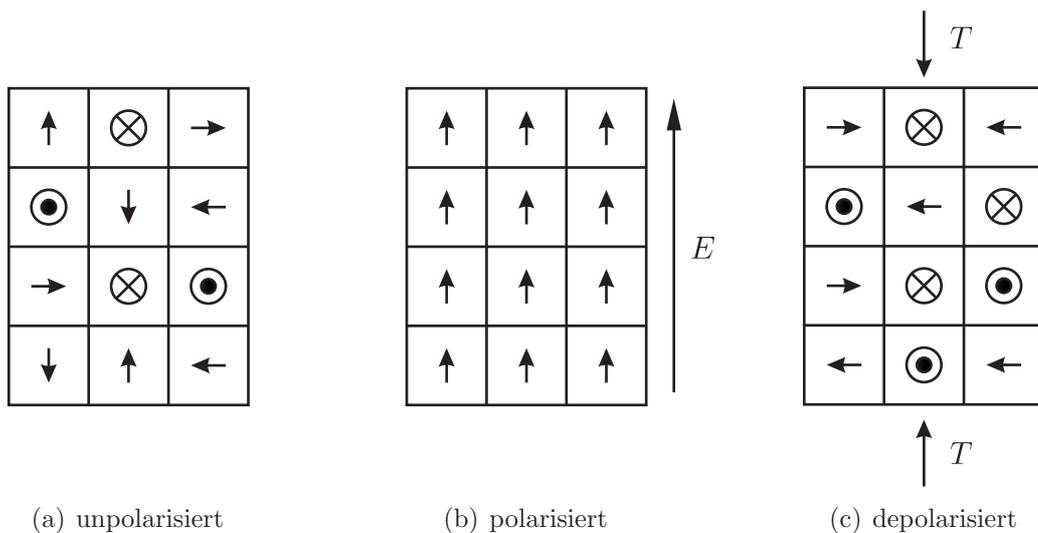


Abbildung 1.2.: Domänenorientierungen im Kristall – (a) unpolarisierter Kristall, (b) polarisierter Kristall, (c) depolarisierter Kristall [128]

Die Gefügestruktur ferroelektrischer Materialien unterhalb der CURIE-Temperatur ist in Abbildung 1.3 schematisch dargestellt. In polykristallinen Keramiken ist die Polarisation aufgrund der unterschiedlich orientierten Kristalle, die durch Korngrenzen voneinander abgegrenzt sind, statistisch in allen Raumrichtungen verteilt, wie Abbildung 1.4(a) schematisch zeigt. Da die Polarisationsrichtung direkt mit dem Kristallachsensystem der einzelnen Kristalle verknüpft ist, ist eine exakte Ausrichtung der Domänen parallel zu einem äußeren elektrischen Feld nicht möglich. Sie erfolgt nur noch in einem Bereich um die Feldrichtung, was in Abbildung 1.4(b) dargestellt ist. Im depolarisierten Zustand, der in Abbildung 1.4(c) gezeigt ist, sind die Domänen senkrecht zur Druckrichtung in der Nähe der Äquatorialebene ausgerichtet.

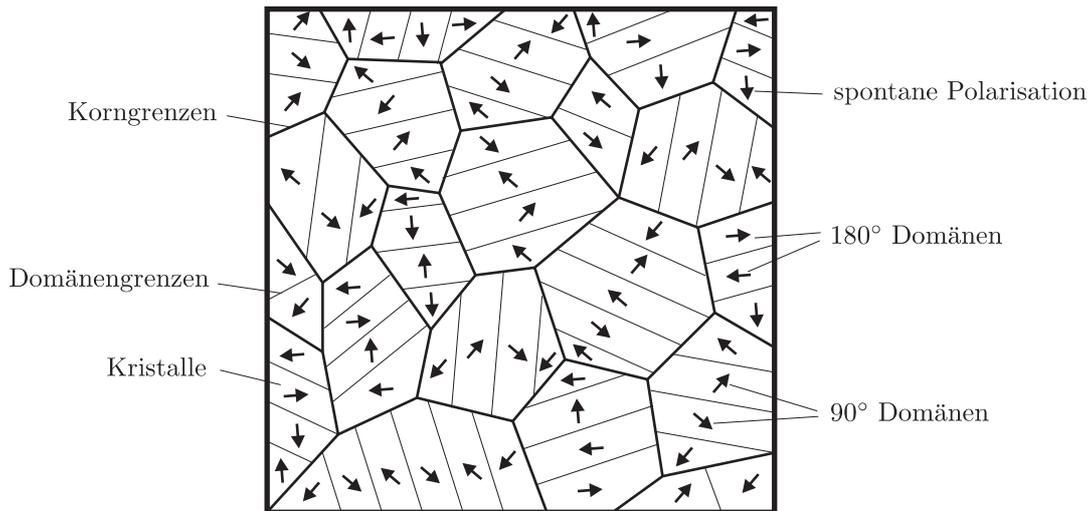


Abbildung 1.3.: Schematische Darstellung einer polykristallinen Gefügestruktur ferroelektrischer Materialien unterhalb der CURIE-Temperatur

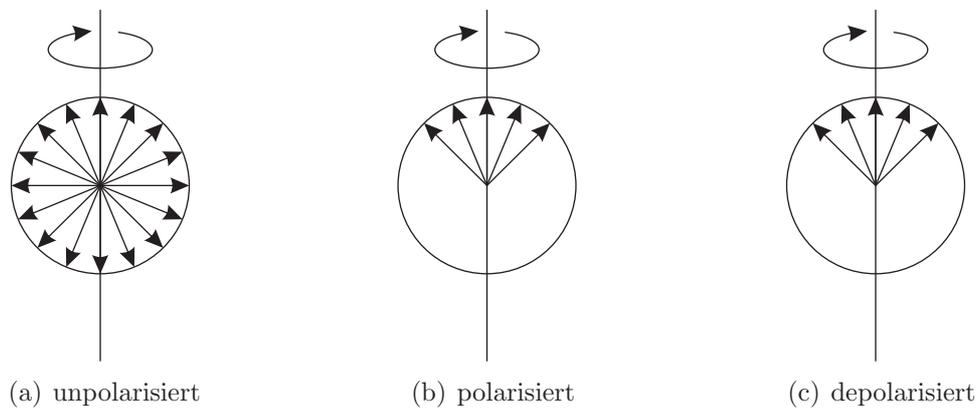


Abbildung 1.4.: Domänenorientierung in der Keramik [128] – (a) unpolarisierte Keramik, (b) polarisierte Keramik, (c) depolarisierte Keramik

1.3. Elektromechanisches Verhalten

Die Domänenprozesse, die in einer ferroelektrischen Keramik unter dem Einfluss eines äußeren elektrischen Feldes auftreten, werden dem dielektrischen und inversen piezoelektrischen Verhalten überlagert. Aufgrund dieser Domänenprozesse ist der Zusammenhang zwischen der Polarisation P und der Feldstärke E des äußeren elektrischen Feldes nichtlinear. Abhängig von der Belastungsvorgeschichte der Keramik existiert eine Vielzahl an möglichen Domänenkonfigurationen, sodass für einen bestimmten Wert der elektrischen Feldstärke unterschiedliche Polarisationswerte auftreten können. Der daraus resultierende hysteresebehaftete Zusammenhang zwischen Polarisation und elektrischer Feldstärke wird in Abbildung 1.5 verdeutlicht. Der Ursprung des Koordinatensystems der P - E -Ebene stellt den unpolarisierten Zustand der Keramik dar. Wird die elektrische Feldstärke erhöht, so orientieren sich die Domänen in Richtung des eingepprägten elektrischen Feldes. Die Polarisation erfolgt entlang der in Abbildung 1.5

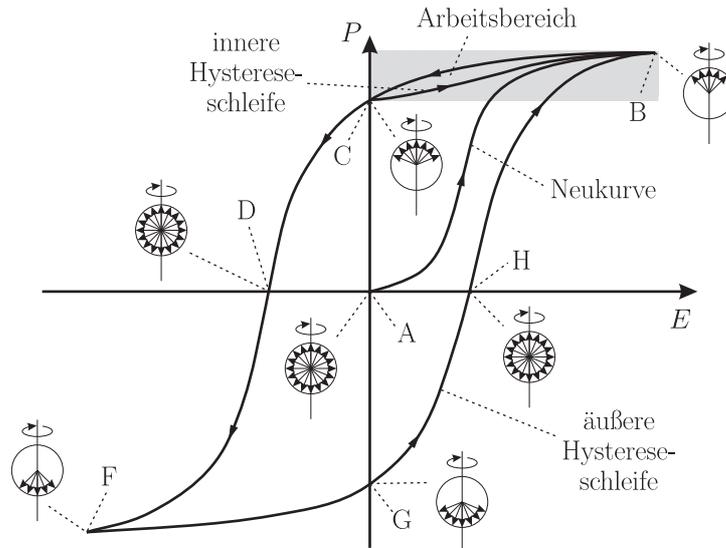


Abbildung 1.5.: Dielektrische Polarisation P über elektrischer Feldstärke E [80]

gezeigten Neukurve zwischen den Punkten A und B. Im Punkt B sind alle Domänen ausgerichtet, sodass die Zunahme der Polarisation nur noch durch die dielektrische Polarisation erfolgen kann. Geht das elektrische Feld E danach wieder auf den Wert null, so wird nur ein Anteil der Domänen aufgrund der mechanischen Spannungen im Innern der Keramik wieder zurückgeklappt. Es bleibt die sogenannte remanente Polarisation zurück, die nur etwa 90 % der spontanen Polarisation erreicht. Dieser Vorgang wird durch den Kurvenabschnitt zwischen den Punkten B und C dargestellt. Dem weiteren Kurvenverlauf C-D-F folgt die Polarisation P , wenn ein elektrisches Feld in entgegengesetzter Richtung angelegt wird. Die Domänen klappen nach und nach um, bis erneut alle Domänen entlang der Feldrichtung orientiert sind. Die Feldstärke am Punkt D, an dem die Polarisation nach außen hin null ist, wird als Koerzitivfeldstärke bezeichnet. Ändert sich die Feldrichtung erneut, erfolgt wiederum eine Umorientierung der Domänen. Die Polarisation folgt der Kurve F-G-H-B. Die Kurven entlang der Punkte B-C-D-F und F-G-H-B bilden die äußere Hystereseschleife. Erfolgt eine Richtungsänderung des elektrischen Feldes bevor alle Domänen ausgerichtet sind, bildet sich eine innere Hystereseschleife aus, die innerhalb der äußeren Schleife liegt.

Auch der Zusammenhang zwischen der makroskopischen Dehnung S und der elektrischen Feldstärke E einer ferroelektrischen Keramik ist hysteresehaftet. Er ist in Abbildung 1.6 dargestellt. Aufgrund des charakteristischen Kurvenverlaufs wird diese Darstellung auch als Schmetterlingskurve bezeichnet.

Ausgehend von derselben Belastungsvorgeschichte wie bei der Hysteresekurve in Abbildung 1.5 ist die unpolarisierte Keramik wiederum der Ausgangspunkt der Betrachtungen. Wird ein äußeres elektrisches Feld angelegt, führt dies aufgrund der resultierenden Domänenprozesse zu einer Dehnung S der Keramik. Die Kurve folgt dem Pfad zwischen den Punkten A und B. Am Punkt B sind alle Domänen entlang des elektrischen Feldes ausgerichtet. Eine weitere Erhöhung der Dehnung ist nur durch den inversen piezoelektrischen Effekt möglich. Nimmt das elektrische Feld danach auf den Wert null ab, werden nicht alle Domänen wieder zurückgeklappt, sodass die sogenannte remanente Dehnung zurückbleibt. Dieser Vorgang wird durch den Kurvenabschnitt

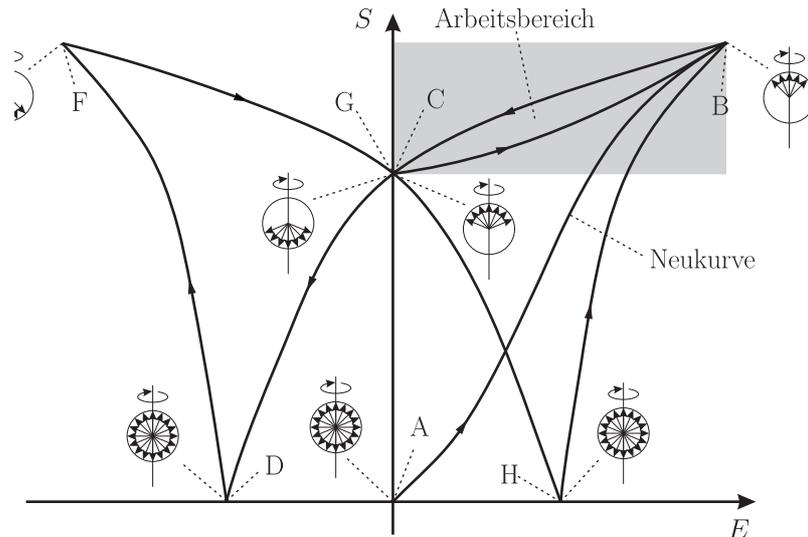


Abbildung 1.6.: Dehnung S über elektrischer Feldstärke E [72]

B-C dargestellt. Wird ein elektrisches Feld in entgegengesetzter Richtung angelegt, laufen Domänenprozesse ab, bis am Punkt D die Domänenrichtungen statistisch über den Kristall verteilt sind. Danach findet eine erneute Orientierung der Domänen entlang der entgegengesetzten Feldrichtung statt, so lange bis alle Domänen am Punkt F vollständig umgeklappt sind. Im Verlauf dieses Vorgangs kommt es zu einer großen Gestaltänderung des Kristalls. Wird die Richtung des äußeren elektrischen Feldes erneut geändert, klappen die Domänen wiederum nach und nach in Feldrichtung um, bis alle Domänen in Feldrichtung orientiert sind. Die Kurve folgt dem Verlauf F-G-H-B und formt dadurch die charakteristische Schmetterlingskurve.

Das in den Abbildungen 1.5 und 1.6 grau unterlegte Gebiet kennzeichnet den Arbeitsbereich, in dem piezoelektrische Aktoren üblicherweise betrieben werden. Die elektrischen Feldstärken reichen von 0 kV/mm bis 2 kV/mm . Zum einen ist der piezoelektrische Effekt des Materials in diesem Bereich am größten, weil die Domänen einheitlich ausgerichtet sind, zum anderen ist dort das durch Domänenprozesse verursachte Hystereseverhalten verringert. Um die Keramiken auf diesen Arbeitsbereich abzustimmen, werden sie zum Abschluss des Herstellungsprozesses knapp unterhalb der CURIE-Temperatur mit einem starken, statischen elektrischen Feld ($E > 3 \text{ kV/mm}$) in der gewünschten Richtung beaufschlagt.

Um den Arbeitsbereich auf elektrische Feldstärken $E < 0$ auszuweiten, werden die piezoelektrischen Wandler in einzelnen Fällen mit einer mechanischen Vorspannung versehen. Diese Vorspannung verzögert die Umpolarisation in gewissen Grenzen.

Bei der Untersuchung der mechanisch induzierten Domänenprozesse werden üblicherweise nur Druckbelastungen betrachtet, da Keramiken sehr empfindlich auf Zugbelastungen reagieren und bereits geringe Lasten zu Schädigungen oder zur Zerstörung führen können [68, 80]. Aus diesem Grund sind in den Abbildungen 1.7 und 1.8 nur die durchgezogenen Linien relevant, die gestrichelten Linien hingegen sind als theoretische Ergänzungen zu sehen.

Abbildung 1.7 zeigt den Zusammenhang zwischen der Dehnung S einer piezoelektrischen Keramik und der äußeren mechanischen Spannung T sowohl im unpolarisierten als auch im polarisierten Zustand. Unter einer mechanischen Last überlagern sich, wie

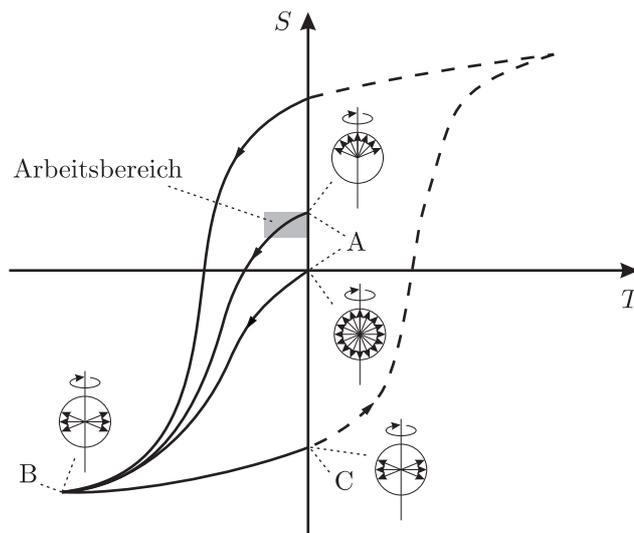


Abbildung 1.7.: Dehnung S über mechanischer Spannung T [128]

auch unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes, das elastische Materialverhalten und die Domänenprozesse in der Keramik. Wenn alle Domänen senkrecht zur Belastungsrichtung umgeklappt sind, erfolgt die Verformung der Keramik allein aufgrund des elastischen Verhaltens der Keramik. Während dieses Prozesses folgt die S - T -Kurve dem Abschnitt A-B. Sind die Domänenprozesse in diesem Abschnitt reversibel, so geht die Keramik nach der Entlastung von Punkt B wieder in ihren ursprünglichen Ausgangszustand in A zurück. Sind die Domänenprozesse hingegen nicht reversibel, sodass ein Teil der Domänen nach der Entlastung umgeklappt bleibt, folgt die S - T -Kurve dem Verlauf B-C. Im Punkt C ist die Keramik depolarisiert und es bleibt eine remanente Deformation der Keramik zurück.

Der Zusammenhang zwischen der mechanischen Spannung T und der Polarisation P in einer unpolarisierten und einer polarisierten piezoelektrischen Keramik wird in Ab-

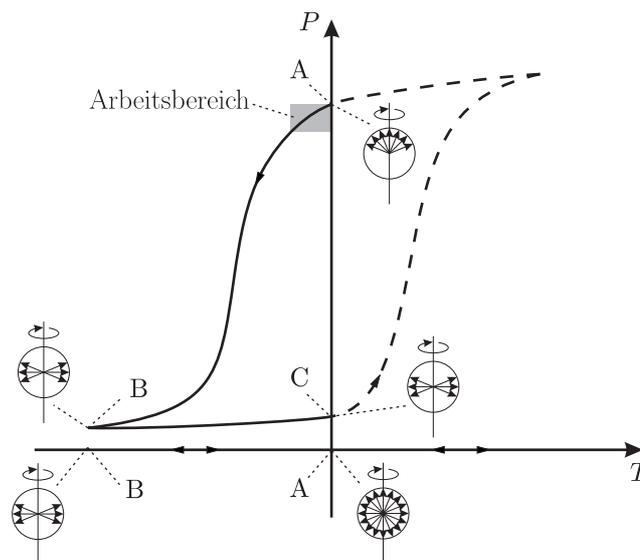


Abbildung 1.8.: Polarisation P über mechanischer Spannung T [128]

bildung 1.8 dargestellt. Bei einer unpolarisierten Keramik, in der die Domänen makroskopisch gesehen statistisch verteilt sind, ändert sich die Polarisation unter einer mechanischen Last nicht, da die Wirkungen entgegengesetzt orientierter Domänen sich gegenseitig kompensieren. Die Polarisation folgt dem Kurvenverlauf A-B entlang der T -Achse. Eine polarisierte Keramik wird durch eine mechanische äußere Belastung depolarisiert, bis alle Domänen umgeklappt sind und senkrecht zur Belastungsrichtung stehen. Die Polarisation folgt dem Kurvenabschnitt A-B oberhalb der T -Achse. Wird die Keramik entlastet, klappen nicht alle Domänen zurück, was zu der sogenannten remanenten Depolarisation in Punkt C führt. Der Arbeitsbereich, in denen piezoelektrische Keramiken unter äußerer mechanischer Belastung üblicherweise eingesetzt werden, ist in den Abbildungen 1.7 und 1.8 grau unterlegt.

1.4. Piezoelektrische Stapelwandler

Die Nutzung des direkten piezoelektrischen Effekts als Grundlage für Sensoranwendungen ist in Abbildung 1.9 gezeigt. Wird eine in P -Richtung polarisierte Scheibe durch eine äußere Kraft F belastet, so bildet sich aufgrund des piezoelektrischen Effekts auf der Stirnfläche der Keramik eine Polarisationsladung q aus, die über eine geeignete elektrische Kontaktierung erfasst werden kann. Erfolgt der Betrieb in dem in Abbildung 1.8 grau unterlegten Arbeitsbereich, so gestaltet sich der Zusammenhang zwischen der Polarisationsladung q und der aufgebrachten Kraft F annähernd linear.

Abbildung 1.10 zeigt eine in P -Richtung polarisierte Scheibe, an die über elektrische Kontakte eine elektrische Spannung U angelegt wird. Aufgrund des inversen piezoelektrischen Effekts verlängert sich die Scheibe um die Auslenkung s und bildet somit die Grundlage für Aktoranwendungen von Piezokeramiken.

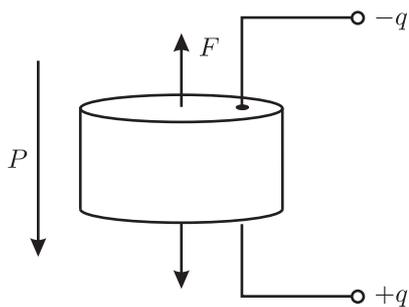


Abbildung 1.9.: Direkter piezoelektrischer Effekt für Sensoranwendung

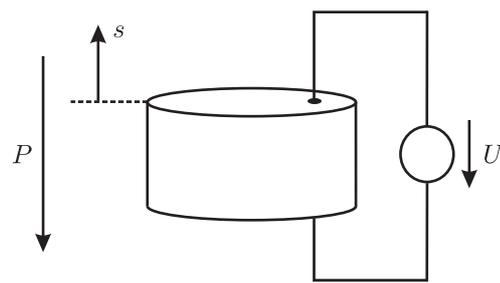


Abbildung 1.10.: Inverser piezoelektrischer Effekt für Aktoranwendung

Da zum einen die Auslenkung s auch bei großen angelegten Spannungen U nur 0.1 - 0.5% der Scheibendicke erreicht und zum anderen eine sehr große elektrische Spannung U erforderlich ist, um bei langen Keramiken eine große elektrische Feldstärke zu erzeugen, werden mehrere dünne Scheiben in Stapeln übereinander angebracht und miteinander verklebt, wie in Abbildung 1.11 dargestellt ist. Die Anordnung der Scheiben erfolgt derart, dass je zwei aufeinanderfolgende Scheiben in umgekehrter Richtung polarisiert sind. Durch diese serielle Anordnung summieren sich die Auslenkungen der

einzelnen Scheiben zu der Gesamtauslenkung des Wandler, während gleichzeitig die anzulegende elektrische Spannung klein bleibt.

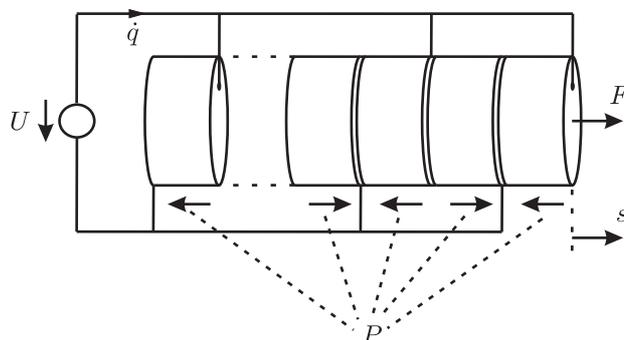


Abbildung 1.11.: Piezoelektrischer Wandler in Stapelbauweise

1.5. Piezoelektrische Biegewandler

Erfährt eine polarisierte Keramik den Einfluss eines elektrischen Feldes, das parallel zur remanenten Polarisation ausgerichtet ist, so verändert sich ihre Gesamtdehnung. Stimmen Feldrichtung und Richtung der Polarisation überein, so verlängert sich die Keramik. Sind die beiden Richtungen entgegengesetzt ausgerichtet, verkürzt sich die Keramik. In beiden Fällen geht die Längenänderung mit einer Längenänderung in Querrichtung senkrecht zur Polarisation einher. Wird die Keramik länger, so nimmt ihre Breite ab, wird sie kürzer, so nimmt ihre Breite zu.

Diese Eigenschaft piezoelektrischer Keramiken kann genutzt werden, um die monomorphe Struktur, die in Abbildung 1.12 dargestellt ist, zu realisieren.

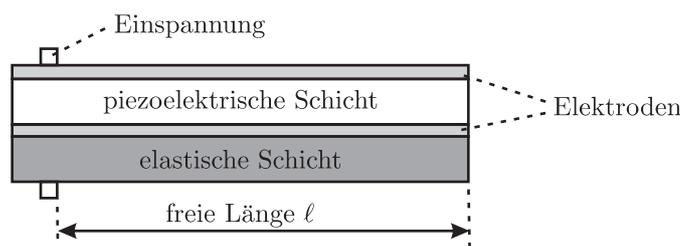


Abbildung 1.12.: Anordnung der Schichten in einem Monomorph

Der Monomorph besteht aus einer dünnen, aktiven, piezoelektrischen Schicht, die stoffschlüssig mit einer elastischen, passiven Schicht verbunden ist. Wird eine elektrische Spannung an die piezoelektrische Schicht angelegt, dehnt, expandiert oder kontrahiert sich diese Schicht. Diese Dehnung wird durch die passive elastische Schicht eingeschränkt, sodass ein inneres Biegemoment entsteht, das zu der in Abbildung 1.13 dargestellten Verformung führt. Dabei ist die Gesamtverformung in Biegerichtung viel größer als die piezoelektrische Verformung in Längsrichtung.

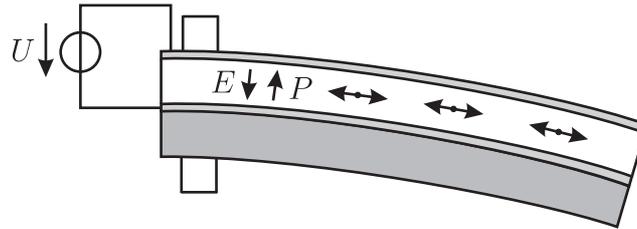


Abbildung 1.13.: Monomorph unter dem Einfluss einer elektrischen Spannung U , sodass elektrisches Feld E und Polarisation P antiparallel sind

Anstelle der passiven elastischen Schicht kann eine zweite aktive, piezoelektrische Schicht eingesetzt werden, sodass die in Abbildung 1.14 dargestellte Struktur entsteht, die auch Bimorph genannt wird. Die Polarisationen der beiden piezoelektrischen Schichten können dabei parallel oder antiparallel ausgerichtet sein.

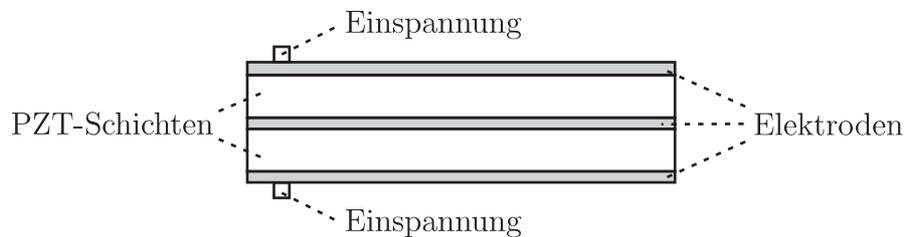
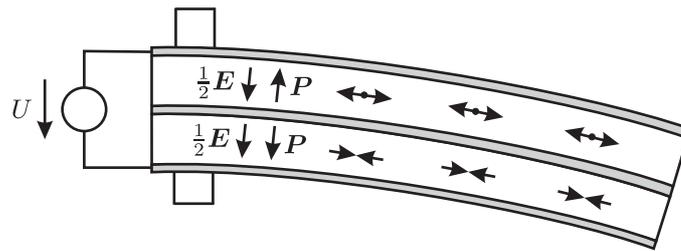


Abbildung 1.14.: Anordnung der Schichten in einem Bimorph

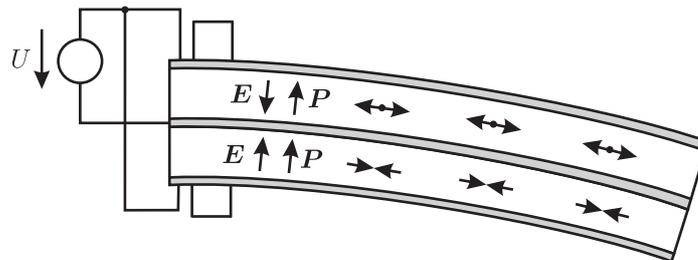
Es gibt für diese Anordnung verschiedene Varianten der elektrischen Ansteuerung. Sind die Polarisationsrichtungen der beiden piezoelektrischen Schichten entgegengesetzt, so erfolgt die elektrische Ansteuerung seriell, wie in Abbildung 1.15(a) dargestellt ist. Der Bimorph wird als serieller Bimorph bezeichnet. Wird eine elektrische Spannung angelegt, so kontrahiert sich diejenige piezokeramische Schicht, deren Polarisationsrichtung parallel zur Richtung des elektrischen Feldes ist. Die andere Schicht hingegen expandiert, da die beiden Richtungen antiparallel zueinander sind. Als Folge stellt sich die gewünschte Biegeverformung ein. Da beim seriellen Bimorph mindestens eine der piezoelektrischen Schichten ein elektrisches Feld entgegen ihrer Polarisationsrichtung erfährt, besteht die Gefahr der Depolarisation dieser Schicht. Da aus diesem Grund die Betriebsspannung beschränkt werden muss, sind auch die erreichbaren Auslenkungen begrenzt.

Sind die Polarisationsrichtungen der beiden Schichten identisch, kann der Bimorph über eine elektrische Parallelschaltung angesteuert werden, wie Abbildung 1.15(b) zeigt. Der Bimorph wird dann als paralleler Bimorph bezeichnet. Auch bei dieser Ansteuerung besteht die Gefahr der Depolarisation einer der beiden piezoelektrischen Schichten.

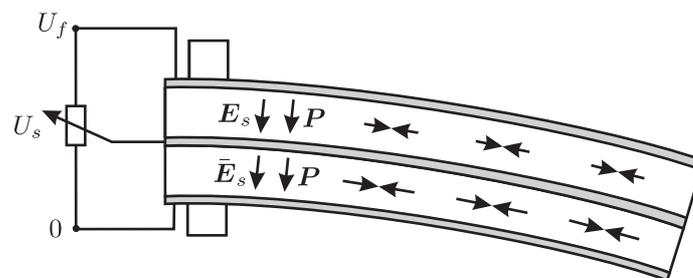
Die Gefahr der Depolarisation kann abgewendet werden, indem die Ansteuerung der piezoelektrischen Biege wandler differenziell erfolgt. Diese Ansteuerung ist in Abbildung 1.15(c) dargestellt. An den beiden äußeren Elektroden werden das minimale und das maximale Potenzial angelegt, das Potenzial an der mittleren Elektrode kann dazwischen variiert werden. Das elektrische Feld ist in dieser Anordnung stets parallel zur Polarisationsrichtung der piezoelektrischen Schichten ausgerichtet, wodurch beide



(a) Serielle Ansteuerung



(b) Parallele Ansteuerung



(c) Differenzielle Ansteuerung

Abbildung 1.15.: Bimorph unter dem Einfluss einer elektrischen Spannung – (a) parallele Ansteuerung; (b) serielle Ansteuerung; (c) differenzielle Ansteuerung

Schichten sich kontrahieren. Die Dehnungen der beiden Schichten sind aufgrund der unterschiedlichen elektrischen Feldstärken in den beiden Schichten verschieden, was in der gewünschten Biegeverformung resultiert. Weitere Ansteuerungsarten finden sich bei Sakamoto [123] und in [109].

Setzen sich die Wandler aus mehr als zwei Schichten zusammen, so spricht man von Multimorphen oder Multilayer-Biegeaktoren. Ist der Aufbau analog zu dem Aufbau eines Monomorphen, so sind die aktiven piezoelektrischen Schichten mit passiven elastischen Schichten verbunden. Alle aktiven Schichten werden mit der gleichen Spannung angesteuert.

Werden nur aktive piezoelektrische Schichten verwendet, so sind diese in beiden Hälften des Wandlers jeweils mit abwechselnder Polarisierung übereinander angeordnet. Dazwischen und an den Oberflächen befinden sich dünne Elektrodenschichten. Die Ansteuerung eines solchen Multimorphen, die in differenzieller Anordnung über drei elektrische Anschlüsse erfolgt, und die interne Verschaltung der einzelnen Elektrodenschichten sind exemplarisch in Abbildung 1.16 dargestellt. Die Verformung erfolgt analog zur Verformung bei den Bimorphen. Die Richtungen der Polarisierung und des elektrischen Feldes sind parallel, es tritt eine Kontraktion auf. Aufgrund der unterschiedlichen elektrischen

Feldstärken in der oberen und der unteren Hälfte des Wandlers sind die Kontraktionen verschieden, was zu der gewünschten Biegeverformung führt.

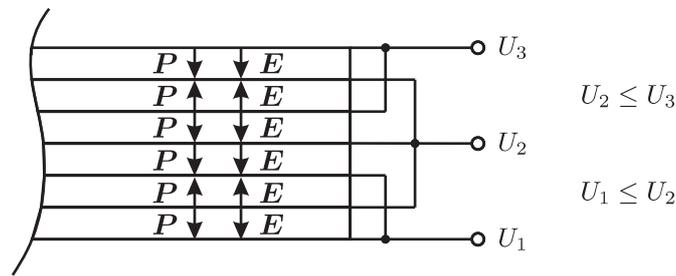


Abbildung 1.16.: Aufbau und Ansteuerung eines Multilayer-Biegeaktors

1.6. Blei-Zirkonat-Titanat (PZT)

Die ferroelektrischen Eigenschaften von PZT-Keramiken wurden im Jahr 1952 zum ersten Mal beobachtet, 1954 wurden PZTs auch als piezoelektrisches Material erkannt [156]. Das binäre Mischkristallsystem, das sich aus dem antiferroelektrischen Bleizirkonat PbZrO_3 und dem ferroelektrischen Bleititanat PbTiO_3 zusammensetzt, zeichnet sich durch die lückenlose Mischbarkeit der beiden Materialien aus. Abbildung 1.17 stellt das binäre Phasendiagramm dieses Systems dar. Die T_C -Linie stellt den Verlauf der CURIE-Temperatur in Abhängigkeit des Zirkonium/Titan-Verhältnisses dar. Die CURIE-Temperatur von Blei-Zirkonat liegt bei 230°C und wird durch Substitution der Zirkoniumionen durch Titanionen bis auf 490°C angehoben [150]. Oberhalb der T_C -Linie kristallisiert PZT in der kubischen, paraelektrischen Perowskit-Struktur. Wird diese Temperatur unterschritten, so kommt es zu einer spontanen Verzerrung der Gitterstruktur. Die entstehende Gitterstruktur ist abhängig von der Zusammensetzung des Mischkristalls. Zirkoniumreiche Mischkristalle unter 6 mol-% PbTiO_3 zeigen antiferroelektrische, orthorhombische und tetragonale Strukturen, zwischen 6 und 47 mol-% PbTiO_3 stellen sich zwei ferroelektrische, rhomboedrische Phasen ein, eine Hochtemperaturphase $F_R(\text{HT})$ und eine Tieftemperaturphase $F_R(\text{LT})$. Titanreiche Bereiche über 47 mol-% PbTiO_3 bilden bei Raumtemperatur eine ferroelektrische, tetragonale Phase F_T . Die tetragonale Phase und die rhomboedrische Phase werden durch die morphotrope Phasengrenze (morphotropic phase boundary, MPB) getrennt. Diese Grenze ist ein schmaler Koexistenzbereich der beiden ferroelektrischen Phasen [108, 132]. Viele technisch eingesetzte PZT besitzen ein Zirkonium/Titan-Verhältnis nahe der morphotropen Phasengrenze. Dies beruht zum einen auf der Temperaturunabhängigkeit der MPB, zum anderen sind die Werte der relativen Dielektrizitätszahl und der elektromechanischen Kopplungsfaktoren der PZT-Keramiken in der Nähe der MPB maximal [63, 64]. Diese Maximalwerte der piezoelektrischen Eigenschaften sind auf das Maximum der möglichen Polarisationsrichtungen, sechs polare Achsen in der tetragonalen und acht polare Achsen in der rhomboedrischen Phase, zurückzuführen [37, 53].

Um in den unterschiedlichsten Anwendungen stets ein bestmögliches Verhalten der PZT zu erzielen, kann die Lage der morphotropen Phasengrenze durch Dotierungen gezielt

verschoben werden. So führt beispielsweise eine Lanthandotierung zu einer Verschiebung der MPB zu höheren Zirkoniumgehalten und damit zu einer Stabilisierung der tetragonalen Phase [53]. Weitere Auswirkungen verschiedener Dotierungen auf PZT-Keramiken beschreiben Pferner [108], Wehr [150] und Zhou [156].

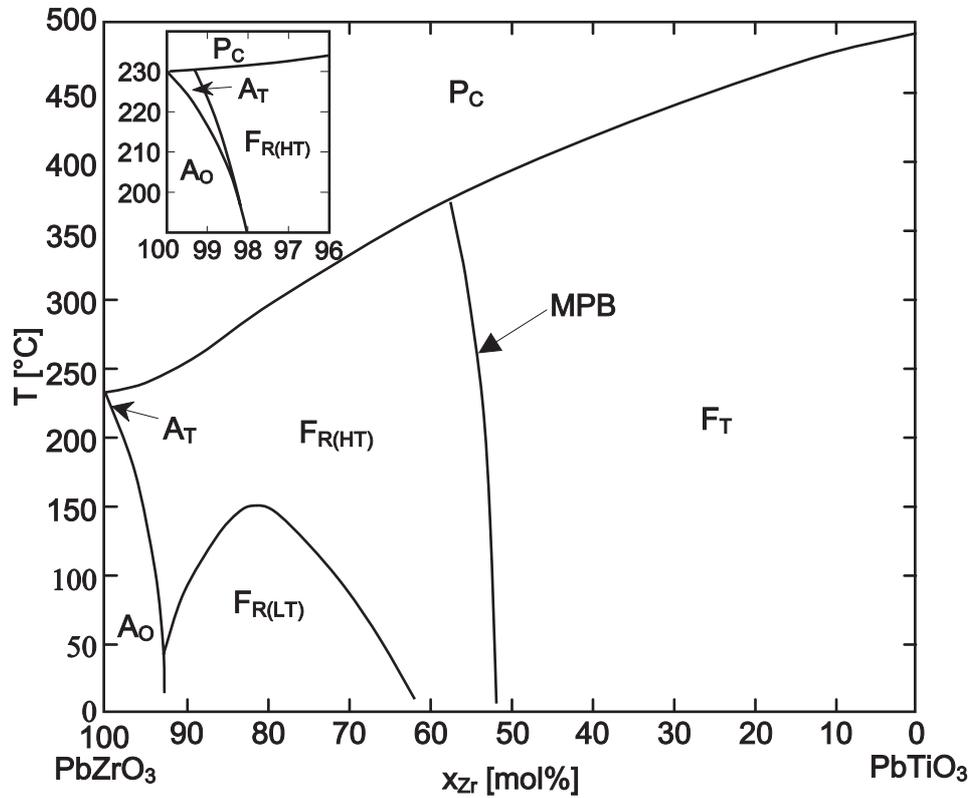


Abbildung 1.17.: Quasibinäres Phasendiagramm $PbZrO_3 - PbTiO_3$ nach Jaffe et al. [64]

2. Lineare Theorie piezoelektrischer Materialien

Aus den physikalischen Grundgleichungen werden in diesem Kapitel zunächst die linearen elektromechanischen Zusammenhänge zur Beschreibung des piezoelektrischen Materialverhaltens abgeleitet. Daran folgt die Anwendung dieser Gleichungen auf einen piezoelektrischen Stapelwandler. Zum Abschluss folgt eine Betrachtung piezoelektrischer Biege wandler, in der gezeigt wird, dass unter bestimmten Voraussetzungen auch bei einer resultierenden Biegeverformung lineare Zusammenhänge zwischen den einzelnen Zustandsgrößen vorliegen können.

2.1. Elektrodynamische Feldgleichungen

Die MAXWELLSchen Gleichungen beschreiben die Zusammenhänge zwischen elektrischen und magnetischen Feldern. Üblicherweise erfolgt die Darstellung dieser Gleichungen unter Verwendung unterschiedlichster Einheitensysteme wie z. B. natürliche Einheiten, GAUSSSche Einheiten oder HEAVISIDE-LORENTZ-Einheiten. Im Folgenden wird jedoch das SI-Einheitensystem verwendet, das allen Betrachtungen in dieser Arbeit zugrunde gelegt ist. Die Darstellung in gebräuchlichen Einheitensystemen ist z. B. bei Jackson et al. [62], Panofsky und Phillips [102] oder Tiersten [140] zu finden. In SI-Einheiten, in denen dem Zusammenhang

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (2.1)$$

zwischen der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c , der absoluten Dielektrizitätskonstanten ϵ_0 und der magnetischen Feldkonstante μ_0 eine besondere Bedeutung zukommt, lauten sie schließlich

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad \Longleftrightarrow \quad \oint_{(A)} \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, dA = \int_{(V)} \frac{1}{\epsilon_0} \rho \, dV = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \oint_{(A)} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, dA = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{(A)} \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} \, dA, \quad (2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{j} \quad \Longleftrightarrow \quad c^2 \oint_{\Gamma} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{r} = \int_{(A)} \left(\frac{1}{\epsilon_0} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} \right) \cdot \mathbf{n} \, dA. \quad (2.5)$$

Der linke Teil der Gleichungen (2.2)-(2.5) stellt die differenzielle Form dar, der rechte Teil folgt nach Anwenden des GAUSSSchen Integralsatzes auf Gleichungen (2.2) und (2.3) und des STOKESSchen Integralsatzes auf Gleichungen (2.4) und (2.5). Zudem wurden auf der rechten Seite die im Vakuum geltenden Beziehungen $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ und $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ berücksichtigt. In der integralen Form beschreibt Γ die geschlossene Kurve (Schleife) um die Fläche A , \mathbf{n} ist der Normalenvektor auf dem differenziellen Flächenelement dA .

Gleichung (2.2) beschreibt das GAUSSSche Gesetz. Der Fluss des elektrischen Feldes \mathbf{E} durch eine geschlossene Fläche A ist gleich der Summe aller Ladungen im Innern des betrachteten Volumens bezogen auf die Dielektrizitätskonstante des Vakuums ϵ_0 . Das Nichtvorhandensein freier magnetischer Ladungen wird durch Gleichung (2.3) wiedergegeben, der magnetische Fluss \mathbf{B} durch eine geschlossene Fläche ist somit null. Gleichung (2.4) gibt das FARADAYSche Induktionsgesetz wieder. Das Linienintegral des elektrischen Feldes \mathbf{E} entlang einer Schleife Γ ist gleich der negativen zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses \mathbf{B} durch diese Schleife. Die vierte MAXWELLSche Gleichung (2.5) stellt das AMPÈRESche Durchflutungsgesetz dar. Der magnetische Fluss \mathbf{B} entlang einer Schleife Γ wird durch die Summe des durch die Schleife fließenden Stromes und des sich ändernden elektrischen Feldes \mathbf{E} hervorgerufen [44, 58, 62].

Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit der mechanischen Wellen in piezoelektrischen Materialien viel kleiner ist als die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen [38, 140, 147], kann ein elektrostatisches Feld angenommen werden. Die Gleichungen (2.2) und (2.4) vereinfachen sich somit zu den Differenzialgleichungen

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{und} \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0. \quad (2.7)$$

Nach Gleichung (2.7) ist hierbei das elektrische Feld \mathbf{E} wirbelfrei und somit nach [115, 137] konservativ. Damit ist \mathbf{E} der Gradient eines Potentials φ , was zu der Feldgleichung

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi = -\operatorname{grad} \varphi \quad (2.8)$$

führt. Werden die zwei Gleichungen (2.6) und (2.8) zusammengefasst, so resultiert daraus die partielle Differenzialgleichung

$$\nabla \cdot \nabla \varphi = \nabla^2 \varphi = \operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (2.9)$$

die auch als als POISSONSche Gleichung bekannt ist. Verschwindet die Raumladungsdichte ρ , so geht die POISSONSche Gleichung in die LAPLACESche Gleichung

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (2.10)$$

mit dem LAPLACE-Operator ∇^2 über.

Werden die MAXWELLSchen Gleichungen (2.2) - (2.5) nicht für das Vakuum sondern

für ein bestimmtes Material betrachtet, so sind die einzelnen Größen \mathbf{E} , \mathbf{B} , \mathbf{D} und \mathbf{H} mittels Polarisation \mathbf{P} und Magnetisierung \mathbf{M} des betrachteten Materials über

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad \text{und} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (2.12)$$

miteinander verknüpft. Die Polarisation \mathbf{P} beschreibt dabei denjenigen Anteil der elektrischen Verschiebungsdichte \mathbf{D} , der aus der Ladungsdichte ρ_{geb} aller im Material gebundenen Ladungen resultiert. Die Gesamtladungsdichte ρ setzt sich dementsprechend aus einem Anteil ρ_{geb} der gebundenen Ladungen und einem Anteil ρ_{frei} der freien Ladungen zusammen. Mit

$$\rho_{\text{geb}} = -\text{div } \mathbf{P} \quad (2.13)$$

wird das GAUSSsche Gesetz (2.6) zu

$$\text{div } \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{\text{frei}} + \rho_{\text{geb}}}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{\text{frei}} - \text{div } \mathbf{P}}{\epsilon_0} \quad (2.14)$$

beziehungsweise zu

$$\text{div } (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \text{div } \mathbf{D} = \rho_{\text{frei}}. \quad (2.15)$$

Für piezoelektrische Materialien reduziert sich Gleichung (2.15) zu

$$\text{div } \mathbf{D} = 0, \quad (2.16)$$

da freie Ladungen nur an den angeschlossenen Elektroden auftreten [44, 62].

2.2. Mechanische Feldgleichungen

Neben den elektrodynamischen Gleichungen sind zur Beschreibung des Verhaltens piezoelektrischer Materialien die mechanischen Feldgleichungen erforderlich, die den Zusammenhang zwischen dem mechanischen Spannungszustand und dem Verzerrungszustand des Materials darstellen. Für ein Kontinuum lässt sich diese Beziehung über den Impulssatz

$$\text{div } \mathbf{T} + \mathbf{f} = \rho \frac{d}{dt} \dot{\mathbf{u}} \quad (2.17)$$

angeben. Hierbei stellen $\mathbf{T} = (T_{ij})$, $i, j \in \{1, 2, 3\}$ bzw. $i, j \in \{x, y, z\}$ den Spannungstensor, $\mathbf{u} = (u_i)$, $i \in \{1, 2, 3\}$ den Verschiebungsvektor eines materiellen Punktes, \mathbf{f} die Volumenkräfte und ρ die Massendichte dar. Die Beziehungen zwischen den Verschiebungen und den Verzerrungen lassen sich über

$$S_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (2.18)$$

beschreiben, wobei $\mathbf{S} = (S_{ij})$ den Verzerrungstensor bezeichnet, und $(\)_{,i}$ die partielle Ableitung nach der Koordinate i bedeutet. Die in Gleichung (2.18) dargestellten linearen Zusammenhänge gelten nur, solange die maximal auftretenden Verzerrungen klein sind. Ein detaillierterer Überblick über die Kontinuumsmechanik ist z. B. bei Marsden und Hughes [95] oder Willner [153] zu finden.

Voigtsche Notation

Um den Zusammenhang zwischen den mechanischen Feldgleichungen und den elektrodynamischen Feldgleichungen herzuleiten und darzustellen, wird für die nachfolgenden Betrachtungen eine vereinfachte Schreibweise eingeführt. Nach dem *Satz von der Gleichheit der einander zugeordneten Schubspannungen* [42, 74] ist der Spannungstensor symmetrisch. Da auch der Verzerrungstensor Symmetrie aufweist [74, 115], hat sich in der technischen Literatur und speziell auch in der Literatur zur Piezoelektrizität die Verwendung der kürzeren Matrixindizes gegenüber der konsequenten Bezeichnung durch die längeren Tensorindizes durchgesetzt. Die symmetrischen Tensordoppelindizes werden durch Matrixeinzelnindizes mit den Werten 1 bis 6 ersetzt, die üblicherweise mit griechischen Buchstaben angegeben werden. Die Zuordnung, die auch als VOIGTSche Notation bekannt ist, ist aus Tabelle 2.1 ersichtlich.

Tabelle 2.1.: VOIGTSche Notation:

| | | | | | | |
|----------------------|----|----|----|----|----|----|
| ij oder kl | 11 | 22 | 33 | 23 | 31 | 12 |
| | | | | 32 | 13 | 21 |
| λ oder μ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

Die Koordinaten des Spannungstensors \mathbf{T} werden nach Tabelle 2.1 mit $T_{ij} = T_\lambda$ schließlich zu

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \hat{=} \begin{pmatrix} T_1 & T_6 & T_5 \\ T_6 & T_2 & T_4 \\ T_5 & T_4 & T_3 \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Bei der Beschreibung des Verzerrungstensors \mathbf{S} mit den Matrixeinzelnindizes nach Tabelle 2.1 wird üblicherweise noch $2S_{ij} = (1 + \delta_{ij})S_\lambda$ gesetzt. Die Scherungen S_4 , S_5 und S_6 bezeichnen also die doppelten Werte der entsprechenden Koordinaten des Verzerrungstensors. Der Matrizenvergleich lautet somit

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} \hat{=} \begin{pmatrix} S_1 & \frac{1}{2}S_6 & \frac{1}{2}S_5 \\ \frac{1}{2}S_6 & S_2 & \frac{1}{2}S_4 \\ \frac{1}{2}S_5 & \frac{1}{2}S_4 & S_3 \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

2.3. Thermodynamische Betrachtungen

Nach dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik ändert sich die Energie eines Systems nur durch einen Energietransport über die Systemgrenze [25]. Der Energieaustausch bei Systemen mit materiedichten Grenzen erfolgt dabei über die Verrichtung mechanischer oder elektrischer Arbeit oder über einen Wärmetransport. Die Änderung der inneren Energie ist gleich der Summe der Beiträge aller voneinander unabhängiger Energieformen. Dabei sind nur diejenigen Energieformen voneinander unabhängig, deren zugeordnete Variablen unabhängig sind. Unter Verwendung der EINSTEINSchen Summationskonvention [115] lässt sich somit für ein elastisches Dielektrikum die infinitesimale Änderung der inneren Energie durch

$$dU = \Theta d\sigma + E_i dD_i + T_\lambda dS_\lambda \quad (2.21)$$

angeben [139]. Hierbei sind Entropie σ , elektrische Flussdichte D_i und mechanische Deformation S_λ die extensiven und Temperatur Θ , elektrische Feldstärke E_i und mechanische Spannung T_λ die intensiven Zustandsgrößen. Die Dichte der inneren Energie U ist also ein thermodynamisches Potenzial, das sich durch die unabhängigen Variablen σ , D_i und S_i darstellen lässt. Die übrigen Größen Θ , E_i und T_λ können durch partielle Ableitung der inneren Energiedichte über

$$\Theta = \left(\frac{\partial U}{\partial \sigma} \right)_{D,S}, \quad E_i = \left(\frac{\partial U}{\partial D_i} \right)_{\sigma,S}, \quad T_\lambda = \left(\frac{\partial U}{\partial S_\lambda} \right)_{\sigma,D} \quad (2.22)$$

bestimmt werden. Die Indizes bei den partiellen Ableitungen kennzeichnen die bei der Berechnung der Ableitungen konstant gehaltenen Zustandsgrößen.

Die abhängigen Größen Θ , E_i und T_λ sind im allgemeinen Fall Funktionen aller unabhängigen Variablen, hier also σ , D_i und S_λ . Bei vielen Kristallen ist hierfür ein linearer Zusammenhang

$$\Delta\Theta = \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\sigma} \right)_{D,S} \Delta\sigma + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial D_k} \right)_{\sigma,S} \Delta D_k + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial S_\mu} \right)_{\sigma,D} \Delta S_\mu, \quad (2.23)$$

$$\Delta E_i = \left(\frac{\partial E_i}{\partial\sigma} \right)_{D,S} \Delta\sigma + \left(\frac{\partial E_i}{\partial D_k} \right)_{\sigma,S} \Delta D_k + \left(\frac{\partial E_i}{\partial S_\mu} \right)_{\sigma,D} \Delta S_\mu \quad \text{und} \quad (2.24)$$

$$\Delta T_\lambda = \left(\frac{\partial T_\lambda}{\partial\sigma} \right)_{D,S} \Delta\sigma + \left(\frac{\partial T_\lambda}{\partial D_k} \right)_{\sigma,S} \Delta D_k + \left(\frac{\partial T_\lambda}{\partial S_\mu} \right)_{\sigma,D} \Delta S_\mu \quad (2.25)$$

hinreichend genau. Die Beziehungen (2.23) bis (2.25) werden als lineare Zustandsgleichungen bezeichnet. Im Referenzzustand ist $D_k = 0$ und $S_\mu = 0$. Die Temperaturänderung gegenüber dem Referenzzustand wird mit $\Delta\Theta$, die Änderung der Entropiedichte wird mit $\Delta\sigma$ bezeichnet. Die auftretenden partiellen Ableitungen stellen Materialkonstanten dar. Werden zudem die Zusammenhänge (2.22) berücksichtigt, können sie auch als partielle Ableitungen zweiter Ordnung des entsprechenden thermodynamischen Potenzials aufgefasst werden. Aus diesem Grund werden die in den linearen Zustandsgleichungen auftretenden Materialkonstanten auch Materialkonstanten zweiter Ordnung genannt.

Tabelle 2.2.: Thermodynamische Potenziale [139]

| Unabhängige Zustandsgrößen | Name und Definition des thermodynamischen Potentials | Totales Differenzial des thermodynamischen Potentials |
|----------------------------|---|--|
| σ, D_k, S_μ | innere Energie U | $dU = \Theta d\sigma + E_k dD_k + T_\mu dS_\mu$ |
| Θ, D_k, S_μ | freie Energie $F = U - \sigma\Theta$ | $dF = -\sigma d\Theta + E_k dD_k + T_\mu dS_\mu$ |
| σ, E_k, T_μ | Enthalpie $H = U - D_k E_k - S_\mu T_\mu$ | $dH = \Theta d\sigma - D_k dE_k - S_\mu dT_\mu$ |
| σ, D_k, T_μ | elastische Enthalpie $\tilde{H} = U - S_\mu T_\mu$ | $d\tilde{H} = \Theta d\sigma + E_k dD_k - S_\mu dT_\mu$ |
| σ, E_k, S_μ | elektrische Enthalpie $\tilde{\tilde{H}} = U - D_k E_k$ | $d\tilde{\tilde{H}} = \Theta d\sigma - D_k dE_k + T_\mu dS_\mu$ |
| Θ, E_k, T_μ | GIBBSSches Potenzial $G = U - \sigma\Theta - D_k E_k - S_\mu T_\mu$ | $dG = -\sigma d\Theta - D_k dE_k - S_\mu dT_\mu$ |
| Θ, D_k, T_μ | elastisches GIBBSSches Potenzial $\tilde{G} = U - \sigma\Theta - S_\mu T_\mu$ | $d\tilde{G} = -\sigma d\Theta + E_k dD_k - S_\mu dT_\mu$ |
| Θ, E_k, S_μ | elektrisches GIBBSSches Potenzial $\tilde{\tilde{G}} = U - \sigma\Theta - D_k E_k$ | $d\tilde{\tilde{G}} = -\sigma d\Theta - D_k dE_k + T_\mu dS_\mu$ |

In manchen Fällen ist es von Vorteil, andere unabhängige Zustandsgrößen zu wählen. Bei den bisher eingeführten Größen $\Theta, \sigma, E_i, D_i, T_\lambda$ und S_λ sind acht verschiedene Kombinationen von Dreiergruppen möglich, die unabhängigen Variablen zu wählen. Für jede Kombination kann ein thermodynamisches Potenzial definiert werden, das ebenfalls als Energiedichte verstanden und aus der Dichte der inneren Energie über die sogenannte LEGENDRE-Transformation [16, 22] abgeleitet werden kann. In Tabelle 2.2 sind die verschiedenen thermodynamischen Potenziale zusammengefasst. In der ersten Spalte stehen jeweils die unabhängigen Zustandsgrößen, die zweite Spalte enthält den Namen des entsprechenden thermodynamischen Potentials und die zugehörige LEGENDRE-Transformation, und in der dritten Spalte stehen die Ausdrücke für die totalen Differenziale dieser Potenziale. Die zugehörigen linearen Zustandsgleichungen sind bei Tichý und Gautschi [139] zu finden.

Werden in den linearen Zustandsgleichungen (2.23) bis (2.25) für die innere Energiedichte U die partiellen Ableitungen, die die Materialkonstanten definieren, durch diese Materialkonstanten ersetzt, führt dies zu

$$\Delta\Theta = \frac{\Theta}{\rho c^{D,S}} \Delta\sigma - \Theta q_k^S \Delta D_k - \Theta \gamma_\mu^D \Delta S_\mu, \quad (2.26)$$

$$\Delta E_i = -\Theta q_i^S \Delta\sigma + \beta_{ik}^{\sigma,S} \Delta D_k - h_{i\mu}^\sigma \Delta S_\mu \quad \text{und} \quad (2.27)$$

$$\Delta T_\lambda = -\Theta \gamma_\lambda^D \Delta\sigma - h_{k\lambda}^\sigma \Delta D_k + c_{\lambda\mu}^{\sigma,D} \Delta S_\mu. \quad (2.28)$$

Hierbei bezeichnen die sechs Materialkonstanten die spezifische Wärmekapazität $c^{D,S}$ bei konstanter elektrischer Verschiebung D und konstanter Verzerrung S , den pyro-

elektrischen Modul q_i , den thermoelastischen Spannungsmodul γ_μ , die dielektrische Impermittivität β_{ik} , den piezoelektrischen Modul $h_{i\mu}$ und den Elastizitätsmodul $c_{\lambda\mu}$. Weitere Materialkonstanten, die sich aus den verschiedenen thermodynamischen Potenzialen ableiten lassen, sind bei Ikeda [60] oder Tichý und Gautschi [139] zu finden. Der Zustand eines dielektrischen Kristalls kann durch die Angabe seiner thermischen, elektrischen und elastischen Zustandsgrößen angegeben werden. Die thermische Größe ist ein Skalar, die elektrische ein Vektor und die elastische Größe ein symmetrischer Tensor zweiter Stufe. Es sind somit zehn unabhängige Variablen (eine skalare thermische Größe, drei Vektorkoordinaten für die elektrische Größe und sechs Tensorkoordinaten für die elastische Größe) notwendig, um den Zustand eindeutig zu bestimmen. Im allgemeinen Fall ergibt sich somit eine Matrix von 10×10 Materialkonstanten, von denen jedoch maximal 55 voneinander unabhängig sind. Diese Verringerung der unabhängigen Materialkonstanten resultiert zum einen aus den existierenden Symmetrien, die von Ballato [10] genauer erläutert werden, und zum anderen aus der Eigenschaft, dass der direkte und der inverse piezoelektrische Effekt durch die gleiche Materialkonstante dargestellt werden können. Mathematisch ist diese Tatsache ein Resultat aus dem *Satz von Schwarz*, der besagt, dass partielle Ableitungen in der zweiten Ableitung einer Funktion, in diesem Falle des thermodynamischen Potenzials, vertauscht werden können [16]. Somit bleiben eine thermische, drei pyroelektrische, sechs dielektrische, sechs thermoelastische, 18 piezoelektrische und 21 elastische Materialkonstanten. Das in Abbildung 2.1 dargestellte Diagramm von Heckmann [54] veranschaulicht die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Zustandsgrößen und den verschiedenen Materialkonstanten graphisch. Die extensiven Zustandsgrößen stehen in den Ecken des inneren Dreiecks, die intensiven Zustandsgrößen sind in den Ecken des äußeren Dreiecks zu finden. Die Pfeile geben die Richtung von der unabhängigen zur abhängigen Zustandsgröße an.

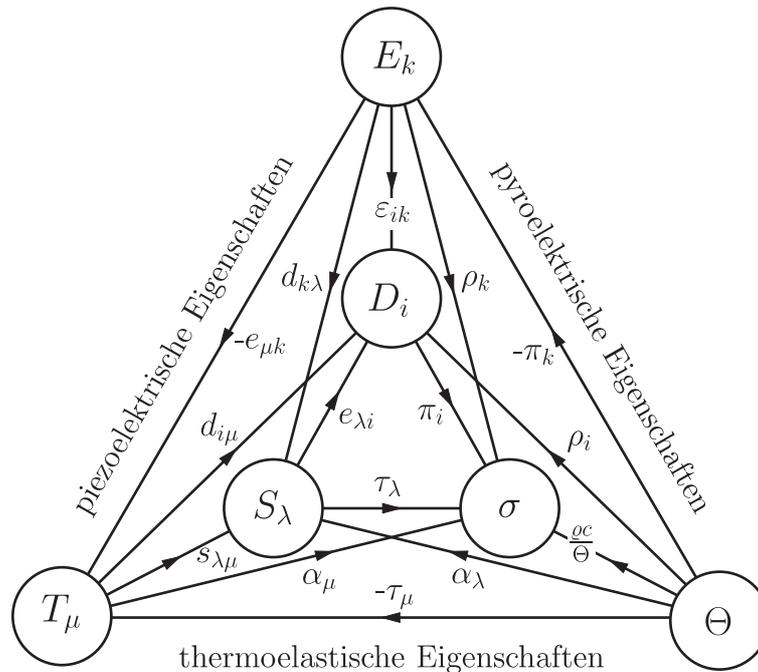


Abbildung 2.1.: HECKMANN-Diagramm [54]

2.4. Konstitutive Gleichungen

Für die Betrachtung der piezoelektrischen Zusammenhänge, der Wechselwirkung zwischen den mechanischen Zustandsgrößen T_μ bzw. S_μ und den elektrischen Zustandsgrößen E_k bzw. D_i , werden üblicherweise reversible Zustandsänderungen angenommen, bei denen entweder die Temperatur Θ oder die Entropie σ konstant gehalten wird. Die Materialkonstanten können entsprechend als isotherm oder adiabatisch betrachtet werden. Aus diesem Grund wird im Folgenden auf eine explizite Kennzeichnung z. B. durch entsprechende Indizes verzichtet. Werden auf diese Weise die thermischen Bedingungen ausgeklammert, reduziert sich das HECKMANN-Diagramm aus Abbildung 2.1 auf den speziellen Fall der elektromechanischen Zusammenhänge, der in Abbildung 2.2 dargestellt ist.

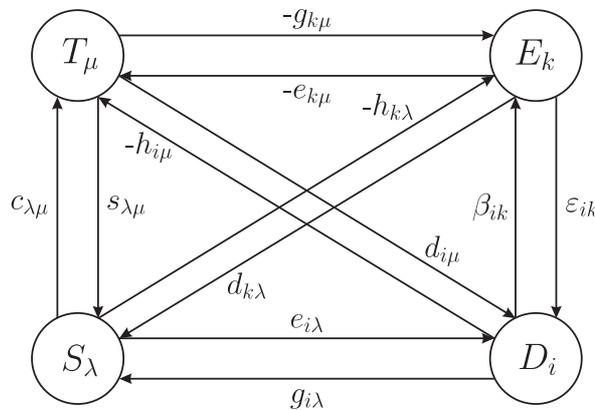


Abbildung 2.2.: Lineare Zusammenhänge zwischen den elektrischen und den mechanischen Zustandsgrößen bei piezoelektrischen Materialien

Weiterhin reduziert sich die Zahl der möglichen Zustandsgleichungen von 24 auf die acht Gleichungen

$$D_i = \epsilon_{ik} E_k + d_{i\mu} T_\mu, \quad S_\lambda = d_{k\lambda} E_k + s_{\lambda\mu} T_\mu, \quad (2.29)$$

$$E_k = \beta_{ik} D_i - g_{k\mu} T_\mu, \quad S_\lambda = g_{i\lambda} D_i + s_{\lambda\mu} T_\mu, \quad (2.30)$$

$$D_i = \epsilon_{ik} E_k + e_{i\lambda} S_\lambda, \quad T_\mu = -e_{k\mu} E_k + c_{\lambda\mu} S_\lambda \quad \text{und} \quad (2.31)$$

$$E_k = \beta_{ik} D_i - h_{k\lambda} S_\lambda, \quad T_\mu = -h_{i\mu} D_i + c_{\lambda\mu} S_\lambda. \quad (2.32)$$

Die Zustandsgleichungen in der linken Spalte beschreiben den direkten, die Gleichungen in der rechten Spalte beschreiben den inversen piezoelektrischen Effekt. Je nach Wahl der unabhängigen Variablen kann der piezoelektrische Effekt durch vier verschiedene Materialkonstanten beschrieben werden. Abbildung 2.2 zeigt graphisch die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Zustandsgrößen, die dargestellten Pfeile sind von der unabhängigen zur abhängigen Zustandsgröße gerichtet.

Da bei der Betrachtung piezoelektrischer Wandler üblicherweise nur elektrische und mechanische Größen betrachtet werden, wird als Energieausdruck die elektrische Enthalpiedichte

$$H = U - E_i D_i \quad (2.33)$$

verwendet. Das totale Differenzial ist nach Tabelle 2.2

$$dH = dU - E_i dD_i - D_k dE_k = T_\mu dS_\mu - D_k dE_k. \quad (2.34)$$

Der Zusammenhang zwischen den Konstanten

$$T_\mu = \frac{\partial H}{\partial S_\mu} \quad \text{und} \quad D_k = -\frac{\partial H}{\partial E_k} \quad (2.35)$$

lässt sich nach dem bereits erwähnten *Satz von Schwarz* der Vertauschbarkeit der partiellen Ableitungen [16] zu

$$\frac{\partial T_\mu}{\partial E_k} = -\frac{\partial D_k}{\partial S_\mu} \quad (2.36)$$

angeben. Werden die extensiven Zustandsgrößen Verzerrung S_μ und elektrische Feldstärke E_i als unabhängige Variablen gewählt, so ergeben sich die linearen konstitutiven Gleichungen

$$T_\mu = \left(\frac{\partial T_\mu}{\partial S_\lambda} \right)_E S_\lambda + \left(\frac{\partial T_\mu}{\partial E_i} \right)_S E_i \quad \text{und} \quad (2.37)$$

$$D_k = \left(\frac{\partial D_k}{\partial S_\lambda} \right)_E S_\lambda + \left(\frac{\partial D_k}{\partial E_i} \right)_S E_i. \quad (2.38)$$

Fällt die Wahl der unabhängigen Variablen auf die Zustandsgrößen mechanische Spannung T_μ und elektrisches Feld E_i , führt dies zu den linearen konstitutiven Gleichungen

$$S_\lambda = \left(\frac{\partial S_\lambda}{\partial T_\mu} \right)_E T_\mu + \left(\frac{\partial S_\lambda}{\partial E_i} \right)_T E_i \quad \text{und} \quad (2.39)$$

$$D_k = \left(\frac{\partial D_k}{\partial T_\mu} \right)_E T_\mu + \left(\frac{\partial D_k}{\partial E_i} \right)_T E_i. \quad (2.40)$$

Die partiellen Ableitungen in den Gleichungen (2.37) bis (2.40) sind Materialkonstanten, die die elastischen, piezoelektrischen und dielektrischen Zusammenhänge beschreiben. Für eine vereinfachte Schreibweise werden folgende Abkürzungen eingeführt:

elastische Konstanten:

$$c_{\mu\lambda}^E = \left(\frac{\partial T_\mu}{\partial S_\lambda} \right)_E, \quad (2.41a)$$

$$s_{\lambda\mu}^E = \left(\frac{\partial S_\lambda}{\partial T_\mu} \right)_E, \quad (2.42a)$$

piezoelektrische Konstanten:

$$e_{k\lambda} = \left(\frac{\partial D_k}{\partial S_\lambda} \right)_E, \quad (2.41b)$$

$$d_{k\lambda} = \left(\frac{\partial D_k}{\partial T_\lambda} \right)_E, \quad (2.42b)$$

dielektrische Konstanten:

$$\varepsilon_{ki}^S = \left(\frac{\partial D_k}{\partial E_i} \right)_S, \quad (2.41c)$$

$$\varepsilon_{ki}^T = \left(\frac{\partial D_k}{\partial E_i} \right)_T. \quad (2.42c)$$

Damit werden die konstitutiven Gleichungen zu

$$T_\mu = c_{\mu\lambda}^E S_\lambda - e_{\lambda i} E_i \quad \text{und} \quad (2.43)$$

$$D_k = e_{k\lambda} S_\lambda + \varepsilon_{ki}^S E_i \quad (2.44)$$

beziehungsweise zu

$$S_\lambda = s_{\lambda\mu}^E T_\mu + d_{\lambda k} E_k \quad \text{und} \quad (2.45)$$

$$D_k = d_{k\lambda} T_\lambda + \varepsilon_{ki}^T E_i. \quad (2.46)$$

Das zugehörige thermodynamische Potenzial zu diesen konstitutiven Gleichungen ergibt sich unter Berücksichtigung der Integrabilitätsbedingung (2.36) zu

$$H = \frac{1}{2} c_{\mu\lambda}^E S_\mu S_\lambda - e_{i\lambda} E_i S_\lambda - \frac{1}{2} \varepsilon_{ki}^S E_k E_i. \quad (2.47)$$

Die elektrische Enthalpiedichte ist quadratisch im Falle eines linearen Materialgesetzes. Ein ausführlicher Überblick über die weiteren grundlegenden Eigenschaften piezoelektrischer Kristalle ist bei Tichý und Gautschi [139] zu finden.

2.5. Piezoelektrische Stapelwandler

Aufgrund der Korn- und Domänenstruktur besitzen piezoelektrische Materialien eine hohe Anisotropie. Wird ein äußeres elektrisches Feld angelegt, so treten abhängig von der Polarisationsrichtung piezoelektrische Längs-, Quer- und Schereffekte auf. Um bei einem technischen Einsatz der piezoelektrischen Materialien die Effektivität des Aktors bzw. des Sensors zu erhöhen, werden Translationswandler in Stapelbauweise gefertigt. Hierbei wird der piezoelektrische Längseffekt ausgenutzt, der Aufbau solcher Wandler ist in Abbildung 1.11 gezeigt. In dieser Bauweise sind mechanische Spannung, Verzerrung und elektrisches Feld in Querrichtung ohne Bedeutung [147], sodass bei der Modellierung sowohl die Schubspannungen und die Schubverformungen als auch die mechanischen Spannungen und das elektrische Feld in Querrichtung vernachlässigt werden können. Formal ergeben sich diese Vereinfachungen zu

$$T_{11} = T_{22} = T_{12} = T_{23} = T_{31} = 0, \quad (2.48)$$

$$S_{12} = S_{23} = S_{31} = 0 \quad \text{und} \quad (2.49)$$

$$E_1 = E_2 = 0. \quad (2.50)$$

Mit den Abkürzungen

$$\alpha = \frac{1}{s_{33}^E} = \left(c_{33}^E - \frac{2(c_{13}^E)^2}{c_{11}^E + c_{12}^E} \right), \quad (2.51)$$

$$\beta = \frac{d_{33}}{s_{33}^E} = \left(e_{33} - \frac{2c_{13}^E e_{31}}{c_{11}^E + c_{12}^E} \right) \quad \text{und} \quad (2.52)$$

$$\gamma = \varepsilon_{33}^T - \frac{d_{33}^2}{s_{33}^E} = \left(\varepsilon_{33}^S - \frac{2(e_{31})^2}{c_{11}^E + c_{12}^E} \right) \quad (2.53)$$

vereinfachen sich die linearen konstitutiven Gleichungen (2.43) bis (2.46) zu

$$T_3 = \alpha S_3 - \beta E_3, \quad (2.54)$$

$$D_3 = \beta S_3 + \gamma E_3 \quad \text{bzw.} \quad (2.55)$$

$$S_3 = d_{33}E_3 + s_{33}^E T_3, \quad (2.56)$$

$$D_3 = \varepsilon_{33}^T E_3 + d_{33} T_3. \quad (2.57)$$

Um weiterhin die Geometrie des Wandlers in den Gleichungen zu berücksichtigen, werden unter Vernachlässigung der Dynamik des Wandlers nach Dosch et al. [35] die mechanischen bzw. elektrischen Zusammenhänge

$$T_3 = \frac{F}{A}, \quad S_3 = \frac{s}{b}, \quad E_3 = \frac{U_p}{b} \quad \text{und} \quad D_3 = \frac{q}{A} \quad (2.58)$$

eingeführt. Hierbei sind die Kraft F , die Aktorauslenkung s , die elektrische Spannung U_p und die Ladung q die Zustandsgrößen, die auf die Geometrieparameter Elektrodenfläche A und Elektrodenabstand b bezogen sind. Mit den Koeffizienten

$$k_{F1} = \frac{\alpha A}{b}, \quad k_{F2} = -\frac{\beta A}{b}, \quad C_p^s = \frac{\gamma A}{b}, \quad k_s = \frac{s_{33}^E b}{A} \quad \text{und} \quad C_p^F = \frac{\varepsilon_{33}^T A}{b} \quad (2.59)$$

ergeben sich die linearen konstitutiven Gleichungen

$$F = k_{F2} U_p + k_{F1} s, \quad (2.60)$$

$$q = C_p^s U_p - k_{F2} s \quad \text{bzw.} \quad (2.61)$$

$$s = d_{33} U_p + k_s F, \quad (2.62)$$

$$q = C_p^F U_p + d_{33} F. \quad (2.63)$$

Dabei bezeichnen die Koeffizienten C_p^s die elektrische Kapazität des Piezowandlers, die bei konstanter Wanderauslenkung gemessen werden kann, und C_p^F die elektrische Kapazität bei konstanter Kraft.

2.6. Piezoelektrische Biege wandler

Für Stapelwandler, die den piezoelektrischen Längseffekt ausnutzen, wurde gezeigt, dass nach den Gleichungen (2.60) bis (2.63) lineare Zusammenhänge zwischen den Zustandsgrößen Kraft F , Wanderauslenkung s , elektrische Spannung U_p und Ladung q gelten. Im nachfolgenden Abschnitt wird gezeigt, dass auch für Multilayer-Biege wandler, deren Funktionsweise auf dem piezoelektrischen Quereffekt beruht, entsprechende lineare Zusammenhänge bestehen.

Ausgangspunkt bildet der in Abbildung 2.2 gezeigte Multilayer-Biegewandler. Er besteht aus n übereinander angeordneten Schichten der gleichen Länge ℓ , jedoch mit unterschiedlichen Schichtdicken h_i und Breiten w_i . Der Wandler wird durch ein äußeres Biegemoment M um die y -Achse belastet. Ballas [8] legt seinen Betrachtungen dieses mehrschichtigen Wandlers zugrunde, dass alle Schichten mit derselben elektrischen Spannung angesteuert werden und die Biegebewegung analog zum Unimorphen aus der Wechselwirkung mit passiven elastischen Schichten resultiert. Als Verallgemeinerung werden im Folgenden die n Schichten in zwei zusammenhängende Gruppen unterteilt, die aus u bzw. v Schichten bestehen, wobei $n = u + v$ gilt. Die Schichten $i = 1 \dots u$ werden mit der elektrischen Spannung U_u angesteuert, die restlichen Schichten $i = u + 1 \dots n$ werden mit der elektrischen Spannung U_v angesteuert.

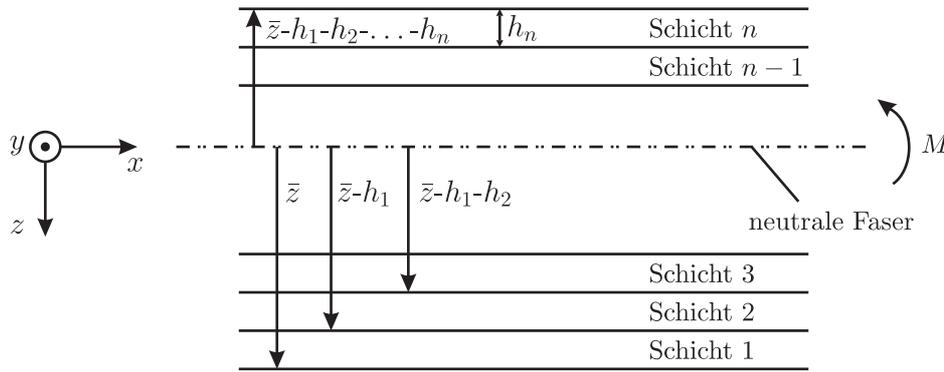


Abbildung 2.3.: n -schichtiger Biegewandler [8]

Mit der von Ballas [8] vorgestellten Vorgehensweise kann die Gesamtenergie des Biegewandlers

$$\begin{aligned}
 W_{\text{ges}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{u+v} \int_0^{\ell} [\varepsilon_{33,i}^T E_{3,i}^2 w_i h_i] dx - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{u+v} \int_0^{\ell} \left[\frac{w_i h_i}{s_{11,i}^E} d_{31,i}^2 E_{3,i}^2 \right] dx \\
 &+ \int_0^{\ell} \left[\frac{M^2}{2C} + \frac{M M_{\text{Piezo}}}{C} + \frac{M_{\text{Piezo}}^2}{2C} \right] dx.
 \end{aligned} \tag{2.64}$$

bestimmt werden. Hierbei beschreiben

$$C = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{s_{11,i}^E} \left[3h_i \left(\bar{z} - \sum_{j=1}^i h_j \right) \left(\bar{z} - \sum_{j=1}^{i-1} h_j \right) + h_i^3 \right] \tag{2.65}$$

die Gesamtbiegesteifigkeit des Wandlers und

$$\bar{z} = - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{w_i}{s_{11,i}^E} h_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{s_{11,i}^E} h_i \sum_{j=1}^i h_j}{2 \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{s_{11,i}^E} h_i} \tag{2.66}$$

die Position der neutralen Achse. Das piezoelektrische Biegemoment M_{Piezo} ergibt sich mit der Beziehung $E_{3,i} = U_i/h_i$ als

$$\begin{aligned}
M_{\text{Piezo}} &= \sum_{i=1}^u \frac{w_i}{2s_{11,i}^E} d_{31,i} E_{3,i} \left[2\bar{z}h_i - 2h_i \sum_{j=1}^i h_j + h_i^2 \right] \\
&\quad + \sum_{i=u+1}^{u+v} \frac{w_i}{2s_{11,i}^E} d_{31,i} E_{3,i} \left[2\bar{z}h_i - 2h_i \sum_{j=1}^i h_j + h_i^2 \right] \\
&= U_u \sum_{i=1}^u \frac{w_i d_{31,i}}{2s_{11,i}^E h_i} \left[2\bar{z}h_i - 2h_i \sum_{j=1}^i h_j + h_i^2 \right] \\
&\quad + U_v \sum_{i=u+1}^{u+v} \frac{w_i d_{31,i}}{2s_{11,i}^E h_i} \left[2\bar{z}h_i - 2h_i \sum_{j=1}^i h_j + h_i^2 \right] \\
&= U_u m_{\text{Piezo},u} + U_v m_{\text{Piezo},v},
\end{aligned} \tag{2.67}$$

mit

$$m_{\text{Piezo},u} = \sum_{i=1}^u \frac{w_i d_{31,i}}{2s_{11,i}^E h_i} \left[2\bar{z}h_i - 2h_i \sum_{j=1}^i h_j + h_i^2 \right] \quad \text{und} \tag{2.68}$$

$$m_{\text{Piezo},v} = \sum_{i=u+1}^{u+v} \frac{w_i d_{31,i}}{2s_{11,i}^E h_i} \left[2\bar{z}h_i - 2h_i \sum_{j=1}^i h_j + h_i^2 \right]. \tag{2.69}$$

Für den mehrschichtigen piezoelektrischen Biegewandler können nach [8] die Zusammenhänge zwischen den in Abbildung 2.4 dargestellten mechanischen Zustandsgrößen Kraft F und Auslenkung s und den elektrischen Zustandsgrößen Spannung U_u bzw. U_v und Ladung q_u bzw. q_v über das Prinzip der minimalen potenziellen Energie hergeleitet werden.

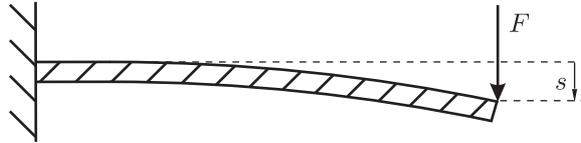


Abbildung 2.4.: Kraft F und Auslenkung s bei einem einseitig eingespannten piezoelektrischen Biegewandler

Die potenzielle Gesamtenergie ergibt sich mit der durch die Kraft F geleisteten Arbeit

$$W_a = F s \quad |_{x=\ell} \tag{2.70}$$

zu

$$\Pi = W_{\text{ges}} - W_a. \tag{2.71}$$

Mit einem Ansatz nach dem Verfahren von RITZ [115] kann die Auslenkung an der Stelle x als

$$s(x) = \sum_{j=1}^k a_j s_j(x) \quad (2.72)$$

dargestellt werden. Die Bedingung

$$\frac{\partial \Pi}{\partial a_i} = 0 \quad (2.73)$$

für ein Minimum der potenziellen Gesamtenergie führt mit der Differentialgleichung der Biegelinie

$$M = -C \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \quad (2.74)$$

zu einem linearen Gleichungssystem für die k Koeffizienten a_j . Werden die Ansatzfunktionen für (2.72) zu $s_j(x) = x^j$ gesetzt, ergibt sich für $k = 4$ die Wandlerauslenkung

$$s(x) = \frac{1}{6C} (3\ell x^2 - x^3) F + \frac{m_{\text{Piezo},u}}{2C} x^2 U_u + \frac{m_{\text{Piezo},v}}{2C} x^2 U_v. \quad (2.75)$$

Am freien Ende ist die Auslenkung schließlich

$$s(\ell) = \frac{\ell^3}{3C} F + \frac{m_{\text{Piezo},u}}{2C} \ell^2 U_u + \frac{m_{\text{Piezo},v}}{2C} \ell^2 U_v. \quad (2.76)$$

Derselbe Ansatz wird verwendet, um die Ladung q für eine Schichtengruppe zu bestimmen. Am Beispiel der Ladung q_u der Schichten $i = 1 \dots u$ wird im Folgenden die Vorgehensweise gezeigt, für die Ladung q_v der Schichten $i = u + 1 \dots n$ erfolgt die Berechnung analog.

Da die elektrische Spannung U_u einer Schichtengruppe an jeder einzelnen Schicht anliegt, kann der Zusammenhang zwischen den Ladungen q_i und den Kapazitäten C_i jeder einzelnen Schicht und der Ladung q_u und der Kapazität C_u der gesamten Schichtengruppe nach [8] als

$$U_u = \frac{q_i}{C_i} = \frac{\sum_{i=1}^u q_i}{\sum_{i=1}^u C_i} = \frac{q_u(x)}{C_u(x)} \quad (2.77)$$

angegeben werden. Aus dem Zusammenhang

$$q_u = \frac{\partial W_{\text{ges}}}{\partial U_u} \quad (2.78)$$

ergibt sich für die Kapazität C_u der Schichtengruppe

$$C_u = \frac{\partial q_u}{\partial U_u} = \frac{\partial^2 W_{\text{ges}}}{\partial U_u^2}. \quad (2.79)$$

Die im Biegewandler enthaltene Gesamtenergie

$$\begin{aligned}
W_{\text{ges}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^u \int_0^\ell \left[\frac{\varepsilon_{33,i}^T w_i}{h_i} U_u^2 \right] dx + \frac{1}{2} \sum_{i=u+1}^{u+v} \int_0^\ell \left[\frac{\varepsilon_{33,i}^T w_i}{h_i} U_v^2 \right] dx \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^u \int_0^\ell \left[\frac{d_{31,i}^2 w_i}{s_{11,i}^E h_i} U_u^2 \right] dx - \frac{1}{2} \sum_{i=u+1}^{u+v} \int_0^\ell \left[\frac{d_{31,i}^2 w_i}{s_{11,i}^E h_i} U_v^2 \right] dx \\
&\quad + \int_0^\ell \frac{1}{2C} (M + U_u m_{\text{Piezo},u} + U_v m_{\text{Piezo},v})^2 dx,
\end{aligned} \tag{2.80}$$

lässt sich als Funktion der angelegten Spannungen U_u und U_v schreiben. Damit ergibt sich die Kapazität C_u als

$$C_u = \frac{\partial^2 W_{\text{ges}}}{\partial U_u^2} = \left[\sum_{i=1}^u \frac{\varepsilon_{33,i}^T w_i}{h_i} - \sum_{i=1}^u \frac{d_{31,i}^2 w_i}{s_{11,i}^E h_i} + \frac{m_{\text{Piezo},u}^2}{C} \right] \ell = C'_{\text{Piezo},u} \ell \tag{2.81}$$

mit der Kapazität pro Einheitslänge

$$C'_{\text{Piezo},u} = \sum_{i=1}^u \frac{\varepsilon_{33,i}^T w_i}{h_i} - \sum_{i=1}^u \frac{d_{31,i}^2 w_i}{s_{11,i}^E h_i} + \frac{m_{\text{Piezo},u}^2}{C}, \tag{2.82}$$

sodass sich die elektrische Spannung an der Schichtengruppe als

$$U_u = \frac{\partial q_u}{\partial C_u} = \frac{\partial q_u}{\partial x} \frac{1}{\frac{\partial C_u}{\partial x}} = \frac{1}{C'_{\text{Piezo},u}} \frac{\partial q_u}{\partial x}. \tag{2.83}$$

darstellen lässt. Schließlich wird damit die im ganzen Wandler enthaltene Gesamtenergie als Funktion der Ladung q_u

$$\begin{aligned}
W_{\text{ges}} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^u \int_0^\ell \left[\frac{\varepsilon_{33,i}^T w_i}{h_i C_{\text{Piezo},u}'^2} \left(\frac{\partial q_u}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \sum_{i=u+1}^{u+v} \int_0^\ell \left[\frac{\varepsilon_{33,i}^T w_i}{h_i} U_v^2 \right] dx \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^u \int_0^\ell \left[\frac{d_{31,i}^2 w_i}{s_{11,i}^E h_i C_{\text{Piezo},u}'^2} \left(\frac{\partial q_u}{\partial x} \right)^2 \right] dx - \frac{1}{2} \sum_{i=u+1}^{u+v} \int_0^\ell \left[\frac{d_{31,i}^2 w_i}{s_{11,i}^E h_i} U_v^2 \right] dx \\
&\quad + \int_0^\ell \frac{1}{2C} \left(M + \frac{m_{\text{Piezo},u}}{C'_{\text{Piezo},u}} \left(\frac{\partial q_u}{\partial x} \right) + U_v m_{\text{Piezo},v} \right)^2 dx.
\end{aligned} \tag{2.84}$$

Das Biegemoment M resultiert aus der an der Position $x = \ell$ angreifenden Biegekraft F und ergibt sich somit zu

$$M = M(x) = -F(\ell - x). \tag{2.85}$$

Die durch die angelegte Spannung U_u verrichtete Arbeit wird nach Ballas [8] zu

$$W_a = \int_0^{q_{u,\text{ges}}} U_u dq_u = U_u \int_0^\ell \left(\frac{\partial q_u}{\partial x} \right) dx, \tag{2.86}$$

die gesamte potenzielle Energie ergibt sich wiederum nach Gleichung (2.71) als

$$\Pi = W_{\text{ges}} - W_{\text{a}}.$$

Wird für die Ladung $q_u(x)$ analog zu Gleichung (2.72) mit $q_j = x^j$ ein RITZ-Ansatz der Form

$$q_u(x) = \sum_{j=1}^k a_j x^j \quad (2.87)$$

verwendet, kann aus der Bedingung für ein Minimum der potenziellen Energie (2.73) die Ladung q_u bestimmt werden. Für $k = 3$ wird die Ladung q_u über die gesamte Länge des Biegewandlers zu

$$q_u(\ell) = \frac{\ell^2 m_{\text{Piezo},u}}{2CC'_{\text{Piezo},u}} F + C'_{\text{Piezo},u} \ell U_u - \frac{\ell m_{\text{Piezo},u} m_{\text{Piezo},v}}{C} U_v. \quad (2.88)$$

Entsprechend gilt für die Ladung q_v der anderen Schichtengruppe

$$q_v(\ell) = \frac{\ell^2 m_{\text{Piezo},v}}{2CC'_{\text{Piezo},v}} F - \frac{\ell m_{\text{Piezo},v} m_{\text{Piezo},u}}{C} U_u + C'_{\text{Piezo},v} \ell U_v. \quad (2.89)$$

Die Zusammenhänge zwischen den elektrischen und den mechanischen Zustandsgrößen eines Multilayer-Biegewandlers sind somit nach Gleichungen (2.76), (2.88) und (2.89) linear. Wird der gesamte Biegewandler mit einer Gesamtspannung U_{ges} versorgt, die einzelnen Schichten jedoch differenziell angesteuert, gilt für die jeweiligen Spannungen weiterhin

$$U_{\text{ges}} = U_u + U_v. \quad (2.90)$$

Mit entsprechenden Koeffizienten ergeben sich somit für den mehrschichtigen Biegewandler, dessen Funktionsweise auf dem piezoelektrischen Quereffekt beruht, die linearen Gleichungen

$$F = k_1 s + k_2 U_u + k_3 U_{\text{ges}}, \quad (2.91)$$

$$q_u = k_4 s + k_5 U_u + k_6 U_{\text{ges}}, \quad (2.92)$$

$$q_v = k_7 s + k_8 U_u + k_9 U_{\text{ges}}. \quad (2.93)$$

Weitere analytische Modellierungen zum statischen und dynamischen Verhalten piezoelektrischer Bimorphe und piezoelektrischer Multilayer-Biegewandler finden sich beispielsweise bei Ballas et al. [9], DeVoe und Pisano [31], Ha und Kim [50], Lee et al. [89], Smits und Dalke [133] und Weinberg [151].

3. Nichtlineare Modellierung piezoelektrischer Wandler

Im vorangegangenen Kapitel wurden die linearen konstitutiven Gleichungen für piezoelektrische Stapel- und Biege wandler hergeleitet. Solange diese Wandler im Kleinsignalbetrieb arbeiten, also während des Aktorbetriebs mit hinreichend geringen Spannungen angesteuert werden bzw. im Sensorbetrieb hinreichend kleine Dehnungen erfahren und dabei nicht resonant betrieben werden, ist die lineare Betrachtung legitim. Häufig treten beim Aktoreinsatz jedoch hohe Ansteuerspannungen auf, weil hohe Aktorkräfte oder große Stellwege gefordert werden. In diesem Großsignalbetrieb ist das nichtlineare Materialverhalten zu berücksichtigen. Als Nichtlinearitäten sind insbesondere Hysterese- und Krieeffekte zu nennen. In diesem Kapitel werden verschiedene Ansätze zur Modellierung dieser Nichtlinearitäten vorgestellt, wobei insbesondere die Erfassung des hysteretischen Verhaltens im Vordergrund steht. Aus diesen Beschreibungen folgt eine Methode, mit der die nichtlinearen, piezoelektrischen Zusammenhänge kompensiert werden können, sodass letztendlich ein lineares Betriebsverhalten erreicht wird.

3.1. Analytische Modellierung

Die analytische Modellierung von piezokeramischen Wandlern beruht auf der Beschreibung der elektromechanischen Zusammenhänge mit Hilfe der konstitutiven Gleichungen. Über energetische Betrachtungen lassen sich die Bewegungsgleichungen der Wandler herleiten, die numerisch gelöst werden können. Die Art der Verwendung als Sensor oder Aktor wird bei dieser Methode in den Randbedingungen der beschreibenden Gleichungen berücksichtigt.

Ausgangspunkt der Betrachtungen sind bei dieser Methode stets die konstitutiven Gleichungen und das Prinzip von HAMILTON, das sich für piezoelektrische Materialien durch

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L(u_i, \varphi) dt + \int_{t_0}^{t_1} \delta W(u_i, \varphi) dt = 0 \quad (3.1)$$

angeben lässt. Hierbei ist die LAGRANGE-Funktion L durch

$$L = \int_{(V)} (T - H) dV = \int_{(V)} \left(\frac{1}{2} \rho \dot{u}_i^2 - H \right) dV \quad (3.2)$$

mit der auf das Volumen bezogenen kinetischen Energiedichte T und der Enthalpiedichte H gegeben, δW ist die am System verrichtete Arbeit der potenziallosen Größen. Für eine lineare Betrachtung lassen sich die elektromechanischen Zusammenhänge über die linearen konstitutiven Gleichungen (2.37) und (2.38) bzw. (2.39) und (2.40) darstellen. Daraus ergibt sich die Enthalpiedichte nach Gleichung (2.47) zu

$$H = \frac{1}{2} c_{\mu\lambda}^E S_\mu S_\lambda - e_{i\lambda} E_i S_\lambda - \frac{1}{2} \varepsilon_{ki}^S E_k E_i.$$

Die auftretenden Zustandsgrößen werden hierbei nur als Größen maximal zweiter Ordnung betrachtet, sodass sich aus den differenziellen Zusammenhängen schließlich die linearen konstitutiven Gleichungen ergeben.

Bei der Erweiterung auf nichtlineare Zusammenhänge zwischen den elektromechanischen Zustandsgrößen gibt es verschiedene Ansätze. Gausmann [44] nimmt z. B. die linearen konstitutiven Gleichungen als Grundlage und betrachtet die auftretenden Koeffizienten nicht mehr als konstant sondern als Funktion der gewählten Zustandsgrößen. Diese Funktionen können beliebig gewählt werden, solange sie die Kompatibilitätsbedingung (2.36) erfüllen. Dieser Ansatz ermöglicht somit eine große Flexibilität der Beschreibung.

Eine verbreitete Vorgehensweise zur Beschreibung der piezoelektrischen Nichtlinearitäten ist die Einführung weiterer Koeffizienten zur Erhöhung der Ordnung bei der Betrachtung der Enthalpiedichte. Dieser Ansatz wird z. B. von Parashar et al. [104, 105] bei der Betrachtung von schubinduzierten Balkenschwingungen verwendet. Weiterhin findet er seinen Einsatz bei Altay und Dökmeci [2], Guyomar et al. [49], Wauer [149] und von Wagner [147] zur Untersuchung des nichtlinearen Schwingungsverhaltens von Piezokeramiken.

Beide Ansätze erfordern die Kenntnis sämtlicher verwendeter Koeffizienten. Die Bestimmung dieser Koeffizienten, insbesondere bei Ansätzen höherer Ordnung, bei denen auch ihre Anzahl rapide wächst, erweist sich für manche Betrachtungen als sehr aufwändig. Eine mögliche Vorgehensweise zur Bestimmung dieser Koeffizienten stellt Beige [11, 12] vor. Diese Methode basiert auf der Untersuchung des Frequenzverhaltens des betrachteten piezoelektrischen Materials.

Neben diesen makroskopischen Betrachtungen existieren auch Ansätze, das nichtlineare Verhalten piezoelektrischer Materialien über die Modellierung der Domänenprozesse zu erfassen. Diese Vorgehensweise erfordert große Rechenleistungen, da die Modellierung auf der Mikroebene erfolgt, und hierbei die Körner mit ihren einzelnen Domänen sowie die Übergänge an den Korn- und Domänengrenzen zu berücksichtigen sind. Als Beispiele wird an dieser Stelle auf die Arbeiten von Ball et al. [7], Delibas et al. [29] und Kamlah [72] verwiesen.

3.2. Rheologische Modellierung

Die Grundlage der rheologischen Modellierung piezoelektrischer Wandler bilden einfache Elemente, die das Verhalten eines Materials beschreiben. Hierzu zählen z. B. bei der Betrachtung mechanischer Eigenschaften der HOOKE-Körper zur Beschreibung

linear-elastischer Zusammenhänge, der NEWTON-Körper zur Beschreibung geschwindigkeitsproportionaler Kräfte oder der ST. VENANT-Körper zur Beschreibung von Haftreibungseffekten [113]. Um ein komplexeres Stoffverhalten, wie z. B. den nichtlinearen hysteretischen Zusammenhang bei piezoelektrischen Materialien, zu beschreiben, werden diese Grundkörper in serieller und paralleler Anordnung miteinander kombiniert. Bekannte Vertreter solcher Kombinationen sind beispielsweise der KELVIN-VOIGT-Körper oder der MAXWELL-Körper, die beide zur Modellierung von Reibeffekten verwendet werden. Eine ausführliche Darstellung dieser Modelle ist bei Reiländer [113] und Ashrafi und Smyth [5] zu finden.

3.3. Geschwindigkeitsabhängige Modelle

Die geschwindigkeitsabhängigen Modelle werden insbesondere zur Modellierung des nichtlinearen, hysteretischen Materialverhaltens von Elastomeren eingesetzt. Colak und Dusunceli [19] beschreiben mit diesem Ansatz beispielsweise die Viskoplastizität von hochdichtem Polyethylen, Sause et al. [124] nutzen diesen Ansatz zur Untersuchung von Elastomeren im Einsatz als Gebäudeisolatoren zum Schutz vor Erdbeben. Der wohl bekannteste Vertreter der geschwindigkeitsabhängigen Modelle, das sogenannte BOUC-WEN-Modell, besitzt ein breites Einsatzgebiet, sobald Hystereseeffekte in den betrachteten Systemen auftreten. Hierzu zählen beispielsweise magnetorheologische Dämpfer [122], Verbindungen und Gelenke aus Holz [61] sowie die in dieser Arbeit im Vordergrund stehenden piezoelektrischen Wandler.

3.4. Operatorbasierte Modelle

Die zuvor vorgestellten Modelle werden insbesondere zur Modellierung und Untersuchung des bei piezoelektrischen Materialien auftretenden, nichtlinearen, hysteretischen Verhaltens eingesetzt. Eine Vorhersage des Systemverhaltens ist damit sehr gut zu erhalten. Sie eignen sich jedoch nur bedingt zur Entwicklung einer Vorschrift, die zur Kompensation dieser nichtlinearen Zusammenhänge genutzt werden kann. An dieser Stelle treten die operatorbasierten Modelle in den Vordergrund, die im Folgenden genauer betrachtet werden sollen. Diese Art von Modellen zählt zu den phänomenologischen Modellen. Sie basieren auf einer rein mathematischen Beschreibung des nichtlinearen Hystereseeffekts, deren Grundlage elementare Operatoren darstellen, die einen formellen Zusammenhang zwischen einem konkreten Eingangssignal und dem Ausgangssignal beschreiben und über sogenannte Schaltfunktionen definiert werden. Der Einsatz dieser Modelle beschränkt sich nicht auf piezoelektrisches Materialverhalten, sie können auf beliebige hysteresebefahene Systeme wie z. B. Formgedächtnislegierungen, magnetostruktive Materialien oder magnetorheologische Systeme übertragen werden. Im Folgenden werden zunächst die elementaren Operatoren vorgestellt, auf deren Basis sich komplexe Übertragungsglieder zusammensetzen lassen, mit denen sich die unterschiedlichsten nichtlinearen Effekte darstellen lassen. Das Augenmerk der Betrachtung

liegt in dieser Arbeit jedoch ausschließlich auf der Beschreibung von Hystereseeffekten. Die ebenfalls bei piezoelektrischen Materialien auftretenden Kriecheffekte werden außer Acht gelassen. Daher begrenzt sich die Betrachtung auf Superpositionsoperatoren und Hystereseoperatoren.

Die Umsetzung der nachfolgenden Beschreibung erfolgt mit Hilfe digitaler Signalprozessoren (DSP). Aus diesem Grund werden die aufgeführten Operatoren in diskreter Schreibweise vorgestellt. Da ein kontinuierliches Signal nur begrenzt diskretisiert werden kann, wird als begrenzende Größe eine konstante Zeitschrittweite $T_S > 0$ eingeführt, die z. B. bei Messvorgängen der Abtastschrittweite eines Abtasthalteglieds entspricht. Ein kontinuierliches Signal, beispielsweise das Eingangssignal $x(t)$ der Operatoren, lässt sich somit über

$$x(k) := x(kT_S) \quad \text{mit} \quad kT_S \leq t < (k+1)T_S \quad (3.3)$$

diskretisieren. Für eine detaillierte Beschreibung der kontinuierlichen Darstellung wird an dieser Stelle auf Kuhnen [80] verwiesen.

3.4.1. Elementare Superpositionsoperatoren

Superpositionsoperatoren zeichnen sich durch ein gedächtnisloses Übertragungsverhalten aus. Ihr Ausgangssignal $y(k)$ zum Zeitpunkt k ist ausschließlich vom Eingangssignal $x(k)$ zum gleichen Zeitpunkt k abhängig. Der einfachste Superpositionsoperator ist der sogenannte Identitätsoperator $I[x]$, der das Eingangssignal $x(k)$ über

$$I[x](k) = x(k) \quad (3.4)$$

auf sich selbst abbildet. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

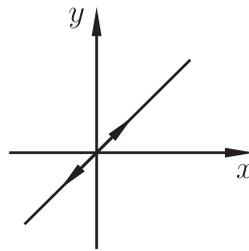


Abbildung 3.1.: Übertragungsverhalten des Identitätsoperators I

Einen weiteren Superpositionsoperator stellt der einseitige Totzoneoperator dar, der auch als Sättigungsoperator bekannt ist. Er ist durch einen Schwellwert r_S gekennzeichnet und lässt sich durch

$$S_{r_S}[x](k) := S(x(k), r_S) \quad (3.5)$$

beschreiben. Er wird durch die Funktion

$$S(x(k), r_S) = \begin{cases} \max\{x(k) - r_S, 0\} & ; \quad r_S > 0 \\ \min\{x(k) + r_S, 0\} & ; \quad r_S < 0 \\ 0 & ; \quad r_S = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

definiert. Der Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangssignal des Sättigungsoperators für Schwellwerte $r_S < 0$ und $r_S > 0$ ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

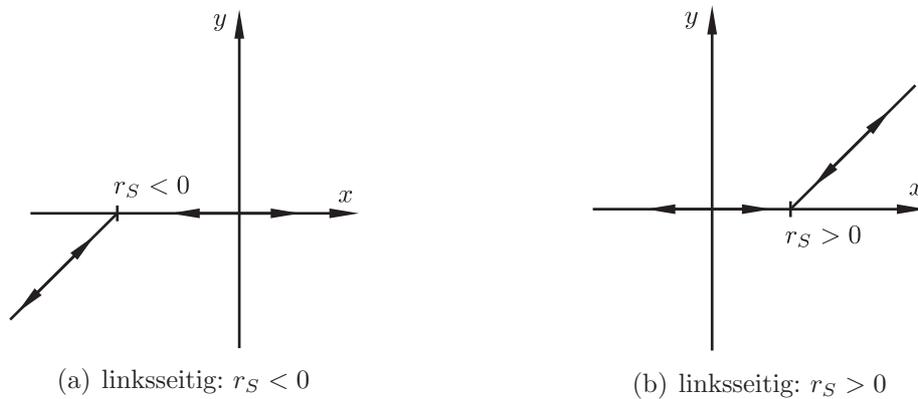


Abbildung 3.2.: Übertragungsverhalten des einseitigen Totzoneoperators S : (a) linksseitig für $r_S < 0$ und (b) rechtsseitig für $r_S > 0$

3.4.2. Elementare Hystereseoperatoren

Der einfachste Operortyp zur Beschreibung einer Hysterese ist der Relayoperator. Der Verlauf zwischen Ein- und Ausgangssignal dieses Zwei-Punkt-Schalters ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Die Schaltpunkte dieses Operators sind der Aufwärtsschwel-

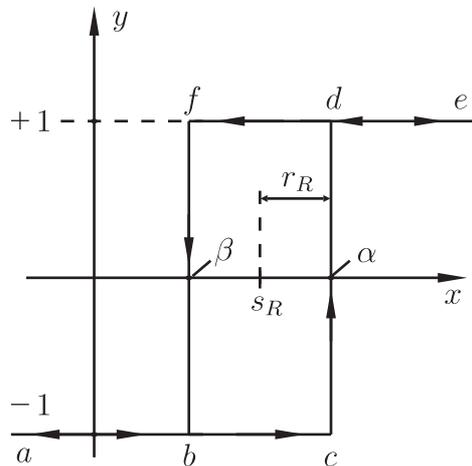


Abbildung 3.3.: Beziehung zwischen Ein- und Ausgangssignal des Relayoperators R

wert α und der Abwärtsschwelwert β . Der Mittelwert dieser beiden Schwellwerte ist der Mittelwert $s_R = (\alpha + \beta)/2$ des Relayoperators. Bei einem Wert $x < \beta$ (a) gilt für das Ausgangssignal $y = -1$. Wird das Eingangssignal erhöht (b), so bleibt $y = -1$ bis der Schwellwert α überschritten wird (c). An diesem Punkt (c) springt das Ausgangssignal auf $y = +1$ und bleibt konstant solange x konstant bleibt oder weiter erhöht wird (e). Fällt das Eingangssignal wieder (d), so bleibt das Ausgangssignal $y = +1$

bis der Abwärtsschwellwert β bei (f) unterschritten wird. Der Ausgangswert springt auf $y = -1$. In Übereinstimmung mit [80] lässt sich der Relayoperator durch die Gleichung

$$y(k) = \begin{cases} +1 & : & x(k) \geq \alpha \\ -1 & : & x(k) \leq \beta \\ y(k-1) & : & \beta < x(k) < \alpha \\ y_{R0} & : & \beta < x(0) < \alpha \end{cases} \quad (3.7)$$

beschreiben. Hierbei stellt y_{R0} den Anfangszustand des Operators dar, der für $x \notin [\beta, \alpha]$ eindeutige Ausgangswerte $y(k)$ besitzt. Innerhalb dieses Intervalls ist der Ausgangswert $y(k)$ von dem vorangegangenen Wert $y(k-1)$ abhängig. Somit erlaubt dieser Operator die Modellierung eines Gedächtnisses. In Operator Schreibweise ergibt sich Gleichung (3.7) mit der halben Hysteresebreite $r_R = (\alpha - \beta)/2$ zu

$$y(k) = R_{s_R, r_R} [x, y_{R0}] (k). \quad (3.8)$$

Der Relayoperator bildet das grundlegende Element für das von Preisach [110] für die Modellierung magnetischer Hysteresen vorgestellte, nach ihm benannte PREISACH-Modell. Hierbei werden mehrere Relayoperatoren unterschiedlicher Schwellwerte mit verschiedenen Gewichten versehen und aufsummiert. Durch eine geeignete Gewichtung der ausgewählten Relayoperatoren lässt sich das gemessene, nichtlineare Verhalten nachbilden. Für eine ausführliche Beschreibung des PREISACH-Modells sei an dieser Stelle auf die Arbeiten von Mayergoz [97, 98] verwiesen.

Aufgrund der Übergänge an den Schwellwerten α und β ist der Relayoperator nicht stetig. Werden seine Flanken um 45° geneigt und $s_R = 0$ gesetzt, ergibt sich daraus der sogenannte Playoperator, der in Abbildung 3.4 dargestellt ist. Dieser zum Ursprung symmetrische Operator, der durch den Schwellwert r_H charakterisiert wird, ist stetig für alle zeitdiskreten Eingangssignale $x(k)$.

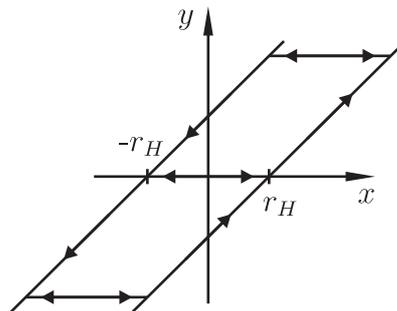


Abbildung 3.4.: Beziehung zwischen Ein- und Ausgangssignal des Playoperators H

Das Ausgangssignal des Playoperators lässt sich für ein diskretes, stückweise monotonen, zeitdiskretes Eingangssignal $x(k)$ durch

$$y(k) = H(x(k), y(k-1), r_H) \quad (3.9)$$

darstellen. Hierbei beschreibt

$$H(x(k), y(k), r_H) = \max\{x(k) - r_H, \min\{x(k) + r_H, y(k)\}\} \quad (3.10)$$

einen symmetrischen Totzonebereich, für den zu Beginn der Betrachtung

$$y(0) = H(x(0), y_{H0}, r_H) \quad (3.11)$$

gilt. Der Anfangszustand y_{H0} des Playoperators ist vom Eingangssignal unabhängig. Aufgrund der enthaltenen Totzone eignet sich der Playoperator zur Modellierung von spielbehafteten Systemen, zu denen beispielsweise Zahnradgetriebe zu zählen sind. Mit dem in Abbildung 3.5 gezeigten System bestehend aus Zylinder und Kolben lässt sich das Übertragungsverhalten des Playoperators auf einfache Weise veranschaulichen.

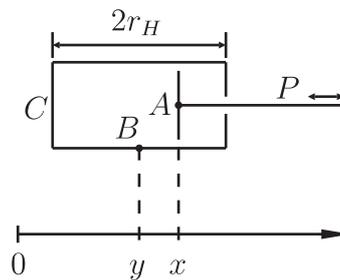


Abbildung 3.5.: Kolben-Zylinder-System zur Veranschaulichung des Playoperators [78]

Die Position eines Zylinders der Länge $2r_H$ wird durch die Koordinate y eines Punktes B beschrieben. In dem Zylinder kann sich ein Kolben P frei bewegen, seine Stange kann an einem Ende aus dem Zylinder herausgeführt werden. Die Position des Kolbens wird durch die Koordinate x des Punktes A beschrieben. Die Bewegung des Kolbens P ist das Eingangssignal des Systems, die Bewegung des Zylinders ist sein Ausgangssignal. Bewegt sich der Kolben in dem Zylinder, so bleibt die Position des Zylinders konstant, solange $x \in [y - r_H, y + r_H]$. Verlässt x dieses Intervall, so ist die Änderung der Position y identisch mit der Änderung von x . Dieses Verhalten bleibt solange bestehen, bis x seine Richtung umkehrt. Die gesamte Trajektorie dieses Verhaltens entspricht dem in Abbildung 3.4 dargestellten Verlauf.

3.4.3. Prandtl-Ishlinskii-Operatoren

Die in den beiden vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Elementaroperatoren bilden die Grundlage für eine komplexere Modellierung des hysteretischen Materialverhaltens. Durch eine lineare, gewichtete Überlagerung der elementaren Operatoren ergeben sich die sogenannten PRANDTL-ISHLINSKII-Operatoren. Zwei dieser Operatoren werden im Folgenden vorgestellt.

Der zeitdiskrete PRANDTL-ISHLINSKII-Superpositionsoperator resultiert aus der Superposition gewichteter, schwellwertbehafteter, elementarer Totzoneoperatoren und des Identitätsoperators. Diese Linearkombination lässt sich vektoriell durch

$$S[x](k) = \mathbf{w}_S^T \cdot \mathbf{S}_{r_s}[x](k) \quad (3.12)$$

darstellen. Hierbei enthält der Vektor

$$\mathbf{w}_S^T = (w_{S,-l} \ \dots \ w_{S,-1} \ \nu_S \ w_{S,1} \ \dots \ w_{S,l}) \quad (3.13)$$

die Gewichte der einseitigen Totzoneoperatoren und des Identitätsoperators, die in dem Vektor

$$\mathbf{S}_{r_S}[x](k)^T = (S_{r_{S,-l}}[x](k) \ \dots \ S_{r_{S,-1}}[x](k) \ I[x](k) \ S_{r_{S,1}}[x](k) \ \dots \ S_{r_{S,l}}[x](k)) \quad (3.14)$$

zusammengefasst sind. Der Vektor

$$\mathbf{r}_S^T = (r_{S,-l} \ \dots \ r_{S,-1} \ 0 \ r_{S,1} \ \dots \ r_{S,l}) \quad (3.15)$$

enthält die zu den einseitigen Totzoneoperatoren zugehörigen Schwellwerte.

Analog kann der zeit- und schwellwertdiskrete PRANDTL-ISHLINSKII-Hystereseeoperator definiert werden. Mit dem Gewichtevektor

$$\mathbf{w}_H^T = (\nu_H \ w_{H,1} \ \dots \ w_{H,n}) \quad (3.16)$$

und dem Vektor

$$\mathbf{r}_H^T = (0 \ r_{H,1} \ \dots \ r_{H,n}) \quad (3.17)$$

der Schwellwerte der einzelnen elementaren Playoperatoren lässt er sich durch

$$H[x](k) = \mathbf{w}_H^T \cdot \mathbf{H}_{r_H}[x, z_{H0}](k) \quad (3.18)$$

darstellen. Hierbei sind im Vektor

$$\mathbf{H}_{r_H}[x, z_{H0}](k)^T = (I[x](k) \ H_{r_{H,1}}[x, z_{H0}(r_{H,1})](k) \ \dots \ H_{r_{H,n}}[x, z_{H0}(r_{H,n})](k)) \quad (3.19)$$

der Identitätsoperator I und die einzelnen Playoperatoren $\mathbf{H}_{r_{H,i}}$ enthalten. Der Vektor

$$\mathbf{z}_{H,0}^T = (0 \ z_{H,0}(r_{H,1}) \ \dots \ z_{H,0}(r_{H,n})) \quad (3.20)$$

fasst die entsprechenden Anfangswerte der einzelnen Playoperatoren zusammen.

Die beiden vorgestellten PRANDTL-ISHLINSKII-Operatoren können linear überlagert werden. Die Verkettung von H und S führt zu dem modifizierten PRANDTL-ISHLINSKII-Hystereseeoperator

$$\Gamma[x](k) = S[H[x]](k). \quad (3.21)$$

Die Linearkombination von mehreren gewichteten dieser modifizierten Operatoren lässt sich mit Hilfe von Vektoren durch

$$\Gamma[x](k) = \mathbf{w}_S^T \cdot \mathbf{S}_{r_S}[\mathbf{w}_H^T \cdot \mathbf{H}_{r_H}[x, \mathbf{z}_{H,0}]](k) \quad (3.22)$$

darstellen.

3.4.4. Inversion

Kuhnen [80] hat bewiesen, dass die drei vorgestellten PRANDTL-ISHLINSKII-Operatoren für ein monotoneres Eingangssignal LIPSCHITZ-stetig sind und ein streng monotoneres Ausgangssignal liefern. Sie erfüllen somit die mathematischen Voraussetzungen für die Bildung der zugehörigen Umkehroperatoren. Diese ergeben sich als

$$S^{-1}[y](k) = \mathbf{w}'_S{}^T \cdot \mathbf{S}_{r'_S}[y](k), \quad (3.23)$$

$$H^{-1}[y](k) = \mathbf{w}'_H{}^T \cdot \mathbf{H}_{r'_H}[y](k) \quad \text{und} \quad (3.24)$$

$$\Gamma^{-1}[y](k) = \mathbf{w}'_H{}^T \cdot \mathbf{H}_{r'_H}[\mathbf{w}'_S \cdot \mathbf{S}_{r'_S}[y]](k). \quad (3.25)$$

Die Parameter, die die einzelnen Operatoren charakterisieren, sind hierbei wiederum in Vektoren zusammengefasst. Es sind die Schwellwertvektoren

$$\mathbf{r}'_S{}^T = (r'_{S,-l} \ \dots \ r'_{S,-1} \ 0 \ r'_{S,1} \ \dots \ r'_{S,l}) \quad \text{und} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{r}'_H{}^T = (0 \ r'_{H,1} \ \dots \ r'_{H,n}), \quad (3.27)$$

die Gewichtevektoren

$$\mathbf{w}'_S{}^T = (w'_{S,-l} \ \dots \ w'_{S,-1} \ \nu'_S \ w'_{S,1} \ \dots \ w'_{S,l}) \quad \text{und} \quad (3.28)$$

$$\mathbf{w}'_H{}^T = (\nu'_H \ w'_{H,1} \ \dots \ w'_{H,n}), \quad (3.29)$$

der Vektor der Anfangswerte der Playoperatoren

$$\mathbf{z}'_{H,0}{}^T = (0 \ z'_{H,0}(r'_{H,1}) \ \dots \ z'_{H,0}(r'_{H,n})), \quad (3.30)$$

sowie die Vektoren der einzelnen Umkehroperatoren

$$\mathbf{S}'_{r'_S}[y](k)^T = \left(S_{r'_{S,-l}}[y](k) \ \dots \ S_{r'_{S,-1}}[y](k) \ I[y](k) \ S_{r'_{S,1}}[y](k) \ \dots \ S_{r'_{S,l}}[y](k) \right)$$

und

$$\mathbf{H}'_{r'_H}[y, \mathbf{z}'_{H,0}](k)^T = \left(I[y](k) \ H_{r'_{H,1}}[y, \mathbf{z}'_{H,0}(r'_{H,1})](k) \ \dots \ H_{r'_{H,n}}[y, \mathbf{z}'_{H,0}(r'_{H,n})](k) \right).$$

Es besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den Gewichten, Schwell- und Anfangswerten der Operatoren und den entsprechenden inversen Operatoren, der über

die nachfolgenden Transformationsgleichungen dargestellt werden kann. Nach [81] sind das für die Superpositionsoperatoren

$$\nu'_S = \frac{1}{\nu_S}, \quad (3.31)$$

$$w'_{S,i} = \frac{w_{S,i}}{\left(\nu_S + \sum_{j=1}^i w_{S,j}\right) \left(\nu_S + \sum_{j=1}^{i-1} w_{S,j}\right)} ; i = 1 \dots l \quad \text{und} \quad (3.32)$$

$$w'_{S,i} = \frac{w_{S,i}}{\left(\nu_S + \sum_{j=i}^{-l} w_{S,j}\right) \left(\nu_S + \sum_{j=i+1}^{-1} w_{S,j}\right)} ; i = -l \dots -1, \quad (3.33)$$

und für die Hystereseoperatoren

$$\nu'_H = \frac{1}{\nu_H}, \quad (3.34)$$

$$w'_{H,i} = \frac{w_{H,i}}{\left(\nu_H + \sum_{j=1}^i w_{H,j}\right) \left(\nu_H + \sum_{j=1}^{i-1} w_{H,j}\right)} ; i = 1 \dots n \quad \text{und} \quad (3.35)$$

$$z'_{H,0}(r'_{H,i}) = \left(\nu_H + \sum_{j=1}^i w_{H,j}\right) z_{H,0}(r_{H,i}) + \sum_{j=i+1}^n w_{H,j} z_{H,0}(r_{H,j}) ; i = 1 \dots n. \quad (3.36)$$

Für die zugehörige Rücktransformation sind in den oben stehenden Gleichungen (3.31) bis (3.36) die ungestrichenen Größen in gestrichene Größen und die gestrichenen Größen in ungestrichene Größen umzuwandeln.

3.4.5. Identifikation

Nachdem die Modellierungsvorschriften bekannt sind, müssen schließlich die einzelnen Gewichte \mathbf{w}_S und \mathbf{w}_H bestimmt werden. Hierzu wird Gleichung (3.21) mit $\Gamma[x](k) = y(k)$ in

$$S^{-1}[y](k) = H[x](k) \quad (3.37)$$

umgewandelt. Die Zahl der eingeführten Operatoren $n = n_H + n_S$, die Summe der Anzahl der Superpositionsoperatoren n_S und der Anzahl der Playoperatoren n_H , ist in den meisten Fällen weit geringer als die Anzahl der Messpunkte N . Die Gleichung (3.37) ist jedoch nur für $n = N$ eindeutig. Diese Gleichung für alle Messpunkte zu erfüllen, ist sehr aufwändig und nicht praktikabel. Aus diesem Grund wird der Fehleroperator

$$E[x, y](k) = H[x](k) - S^{-1}[y](k) \quad (3.38)$$

für eine Kombination an Operatoren zu einem diskreten Zeitpunkt k eingeführt. In vektorieller Schreibweise für mehr als einen Operator wird der Fehler

$$E[x, y](k) = \mathbf{w}_H^T \cdot \mathbf{H}_{r_H}[x, z_{H0}](k) - \mathbf{w}'_S \cdot \mathbf{S}_{r'_S}[y](k). \quad (3.39)$$

Eine optimale Nachbildung der gemessenen Hysterese mit einer eingeschränkten Anzahl an Operatoren wird erreicht, wenn die Summe der Fehlerquadrate für alle Operatoren an allen Messpunkten minimal wird, also

$$\sum_{k=1}^N \{E[x, y](k)\}^2 \longrightarrow \min. \quad (3.40)$$

Geeignete Optimierungsverfahren hierfür sind beispielsweise bei Alt [1], Jarre und Stoer [67] oder Papageorgiou [103] zu finden.

3.4.6. Ansteuerung

Mit Hilfe der in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten mathematischen Zusammenhänge lässt sich das nichtlineare Übertragungsverhalten eines hysteresebehafteten Systems, wozu auch piezoelektrische Wandler gehören, aus den gemessenen Daten nachbilden. Um ein lineares Übertragungsverhalten zwischen dem gewünschten Sollwert und dem Istwert des hysteresebehafteten Systems zu erhalten, kann das Ansteuersignal des hysteresebehafteten Systems modifiziert werden. Hierzu wird der Sollwert, beispielsweise die zeitdiskrete Veränderung der Wanderauslenkung $s(k)$, als gewünschtes Ausgangssignal des Superpositionsoperators $\Gamma[x](k)$ betrachtet. Um genau diesen gewünschten Verlauf trotz des hysteresebehafteten Systems zu erhalten, muss über die Inversion von Γ das erforderliche modifizierte Eingangssignal, beispielsweise die Ansteuerspannung U , ermittelt werden. Dieses Eingangssignal ergibt sich dann zu

$$U[x](k) = \Gamma^{-1}[s](k). \quad (3.41)$$

Im Idealfall wird die hysteretische Nichtlinearität vollständig kompensiert, in der Realität bleiben jedoch kleinere Abweichungen, wie die experimentellen Untersuchungen im nachfolgenden Abschnitt zeigen.

3.5. Experimentelle Untersuchungen

Die in den vorangegangenen Kapiteln dargestellte operatorbasierte Modellierung und Invertierung von Hysteresen wurde für zwei unterschiedliche piezoelektrische Wandler experimentell untersucht. Zum einen wurde der von Dienerowitz [32] vorgestellte Helixbalken betrachtet. Hierbei werden auf einen vorverwundenen Balken piezoelektrische Macro Fiber Composites (MFC) aufgeklebt, die durch eine angelegte Ansteuerspannung sich und damit den Balken verformen und somit zu einer zweidimensionalen Verschiebung der Balkenspitze führen. Zum anderen wird das Übertragungsverhalten des piezoelektrischen Stapelwandlers untersucht, der in der von Fleischer et al. [39, 40] vorgestellten adaptronischen Strebe eingesetzt wird.

3.5.1. Helixbalken

Das Übertragungsverhalten des in Abbildung 3.6 dargestellten vorverwundenen Biegewandlers zwischen der Ansteuerspannung des MFC und der Auslenkung der Balkenspitze weist sowohl Hysterese- als auch Kriecheffekte auf. Die Kriecheffekte sollen bei den nachfolgenden Betrachtungen vernachlässigt werden. Außerdem wirken während der experimentellen Untersuchungen keine äußeren Kräfte auf das System.



Abbildung 3.6.: Vorverwundener Biegewandler [33]

In Abbildung 3.7 sind die Ergebnisse dargestellt, die zur Identifikation der Parameter, der Gewichte der zur Modellierung verwendeten Operatoren, genutzt werden. Das Sollsignal in Abbildung 3.7(a) zeigt den gewünschten Verlauf der Auslenkung w der Spitze des Biegewandlers in die horizontale x -Richtung senkrecht zur Stabachse. Bei einem linearen Zusammenhang gemäß Abbildung 3.7(d) zwischen Ein- und Ausgang des Systems erfordert dieser Auslenungsverlauf die in Abbildung 3.7(c) gezeigte Ansteuerspannung U_{soll} der MFC auf dem Helixbalken. Beim Anlegen dieser Spannung wird über die angebrachten Laserpositionsmessgeräte die in Abbildung 3.7(e) dargestellte x -Auslenkung gemessen. Werden Ist- und Sollauslenkung gegeneinander aufgetragen, so zeigt sich ein nichtlinearer, hysteresebehafteter Zusammenhang, wie in Abbildung 3.7(b) zu sehen ist. Diese Hysterese tritt ebenfalls in Abbildung 3.7(f) zwischen der Istauslenkung und der Ansteuerspannung U_{soll} auf.

Mit $n_H = 12$ Playoperatoren sowie je fünf links- und fünf rechtsseitige Totzoneoperatoren, also $n_S = 11$ unter Berücksichtigung des Identitätsoperators, wurde die gemessene Hysterese nachgebildet. Es konnte durch die Optimierung der Gewichte für diese Operatoren eine sehr gute Übereinstimmung zwischen dem Messverlauf und dem modellierten Zusammenhang zwischen der Istauslenkung w_{ist} und der Ansteuerspannung U_{soll} erzielt werden, wie in Abbildung 3.7(f) zu erkennen ist.

Nach der erfolgreichen Identifikation der zu den gewählten Operatoren zugehörigen Gewichtungen kann die Inversion der benötigten Größen durchgeführt werden. Damit ist schließlich eine inverse, gezielte Ansteuerung des hysteresebehafteten Helixbalkens möglich, sodass ein lineares Übertragungsverhalten zwischen Soll- und Istwert erzielt werden kann.

Die Ergebnisse der inversen Ansteuerung des Helixbalkens sind in Abbildung 3.8 dargestellt. Den gewünschten Verlauf der Auslenkung der Balkenspitze, eine harmonische Funktion der Frequenz $f = 0.05$ Hz mit Amplitude $A = 0.8$ mm zeigt Abbildung 3.8(a). Die aus den Inversionsvorschriften mit Γ^{-1} berechnete Eingangsspannung U_{soll} ist in Abbildung 3.8(c) dargestellt. Wird der Helixbalken gemäß dieses Spannungsverlaufs angesteuert, ergibt sich der in Abbildung 3.8(e) gezeigte gemessene Verlauf der Auslenkung der Balkenspitze. Die aufgrund der Näherung auftretenden Abweichungen zum idealen Verlauf sind insbesondere an den Stellen maximaler Amplitude zu erkennen. Dies zeigt sich auch sehr gut beim Vergleich von Ist- und Sollwert, der in Abbildung 3.8(b) dargestellt ist. Lediglich an den Umkehrpunkten des harmonischen Signals sind geringfügige Abweichungen zu erkennen. Ansonsten ist das Übertragungsverhalten des invers angesteuerten Systems linear. Zuletzt sind in den Abbildungen 3.8(d) und 3.8(f) die hysteresebefahenen Zusammenhänge zwischen dem Soll- bzw. dem Istverlauf der Auslenkung und der erforderlichen Ansteuerspannung U_{soll} abgebildet.

Die Methodik des vorgestellten operatorbasierten Verfahrens ist sehr gut zu sehen, wenn die Abbildungen 3.7(d) und 3.8(d) sowie die Abbildungen 3.7(b) und 3.8(b) einander gegenüber gestellt werden. Bei einem gegebenen Sollverlauf führt eine lineare Ansteuerung eines hysteresebefahenen Systems zu einem entsprechenden hysteretischen Ausgangssignal. Um ein lineares Ausgangssignal zu erreichen, muss das hysteretische Übertragungsverhalten auf den Zusammenhang zwischen dem Sollwert und dem Ansteuersignal verschoben werden.

Wie zu erwarten ist, hängt die Genauigkeit der Hysteresemodellierung von der gewählten Anzahl der Hysterese- und Superpositionsoperatoren ab. Eine kleine Zahl liefert in den meisten Fällen nur eine grobe Annäherung, während für eine große Zahl an Operatoren die Abweichungen des Modells von der Messung nur gering sind. Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, dass die Rechenzeit zur Lösung des erforderlichen Optimierungsproblems und für die anschließende Invertierung mit der Anzahl der Operatoren zunimmt. Daher ist ein Kompromiss zwischen Aufwand und Güte zu finden.

Ein möglicher Ansatz hierfür ist die Änderung der Zusammensetzung der Operatoren. Anstelle einer linearen Aufteilung der Schwellwerte über den Bereich des Eingangssignals, wie er im Rahmen dieser Arbeit gewählt wurde, könnte beispielsweise für die Sättigungsoperatoren eine feinere Diskretisierung im Bereich der Umkehrpunkte und eine grobe Diskretisierung im Übergangsbereich der Hysterese gewählt werden, um die in Abbildung 3.8(b) gezeigten Abweichungen an den Umkehrpunkten zu reduzieren.

In den meisten Anwendungsfällen ist eine sehr genaue Modellierung der auftretenden Hysterese jedoch nicht erforderlich, da, z. B. im Falle piezoelektrischer Wandler, ein Einsatz in einem geschlossenen Regelkreis vorliegt. Eine grobe Erfassung des Übertragungsverhalten ist ausreichend, um durch die gegebenen Inversionsvorschriften ein Ansteuerungssignal zu erhalten, das ein weitestgehend lineares Übertragungsverhalten des Systems liefert. Die verbleibenden Abweichungen können als Regelabweichungen aufgefasst werden, die über den eingesetzten Regler eliminiert werden können. Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit auch auf die Verwendung von Kriechoperatoren verzichtet. Für eine entsprechende Berücksichtigung wird auf [80] verwiesen.

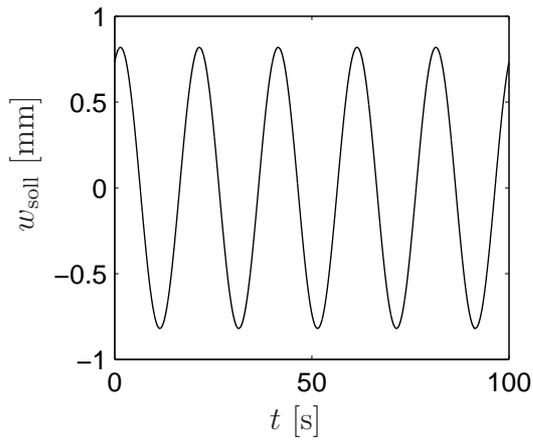
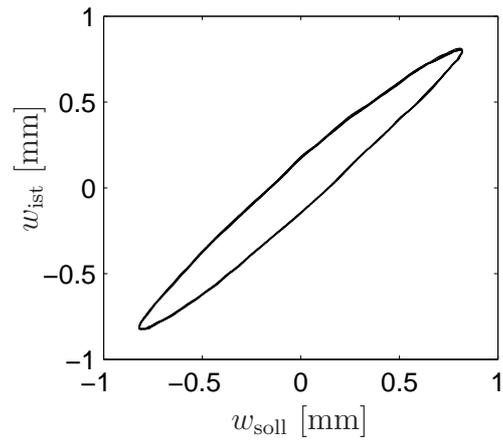
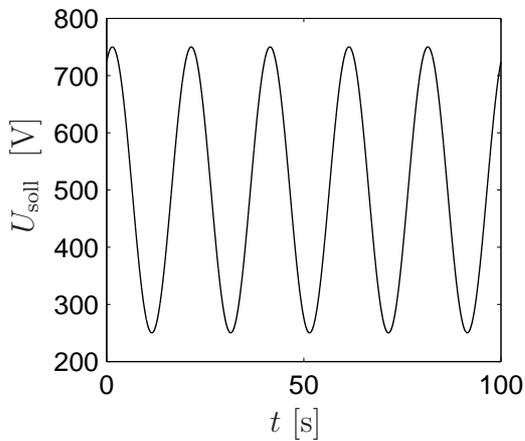
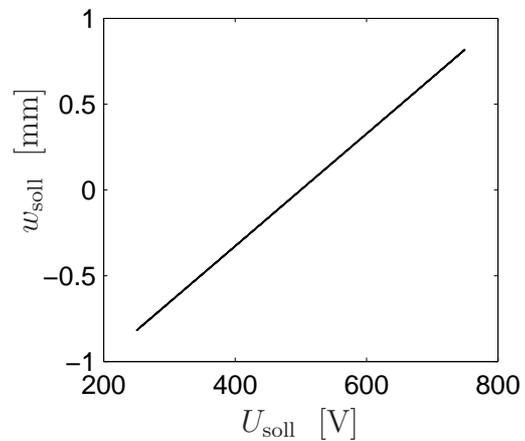
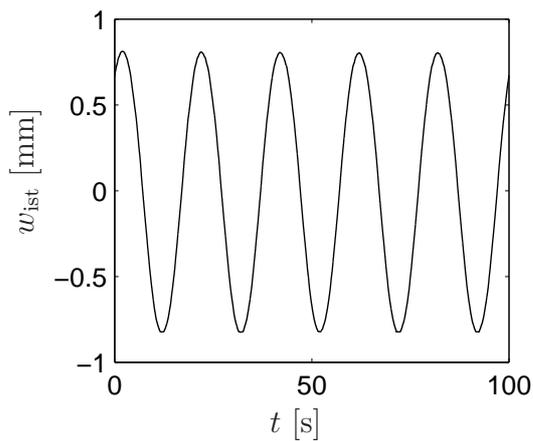
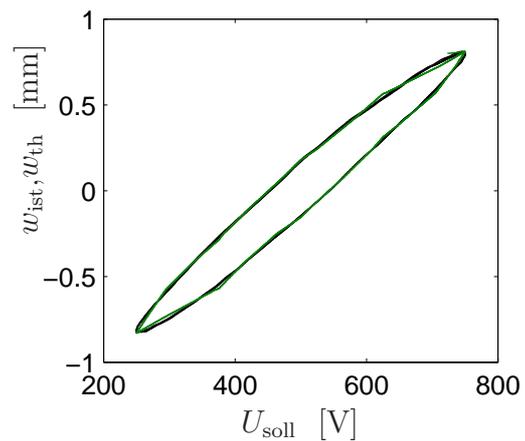
(a) Sollauslenkung w_{soll} (b) $w_{\text{ist}}-w_{\text{soll}}$ -Trajektorie(c) Spannungssignal U_{soll} (d) $w_{\text{soll}}-U_{\text{soll}}$ -Trajektorie(e) Istausslenkung w_{ist} (f) Nachbildung der $w_{\text{ist}}-U_{\text{soll}}$ -Trajektorie

Abbildung 3.7.: Nichtlineares Übertragungsverhalten des Helixbalkens (b,e,f) und operatorbasierte Nachbildung mit $n_H = 12$ und $n_S = 11$ (f) bei linearer Beziehung zwischen Sollwert und Ansteuerung (a,c,d)

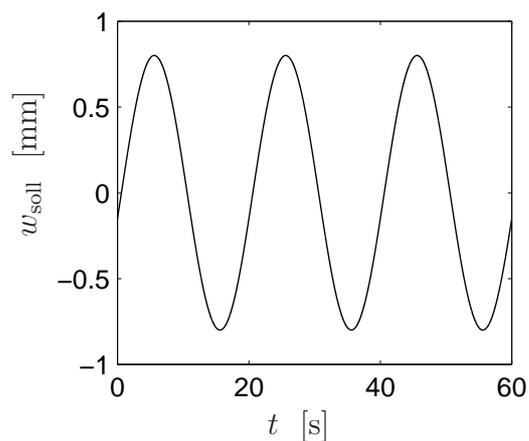
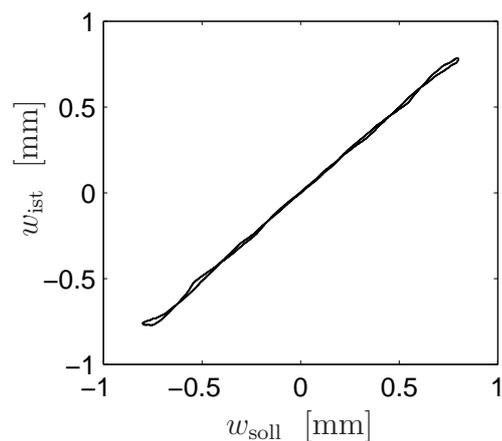
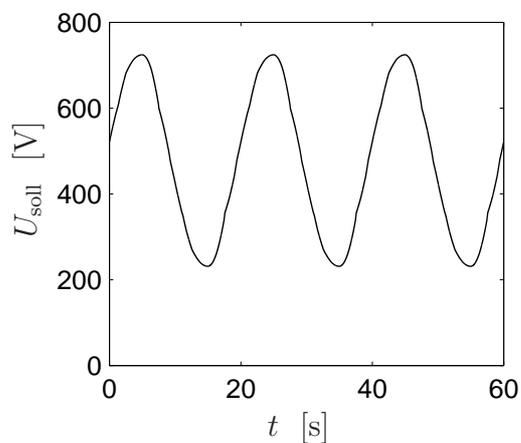
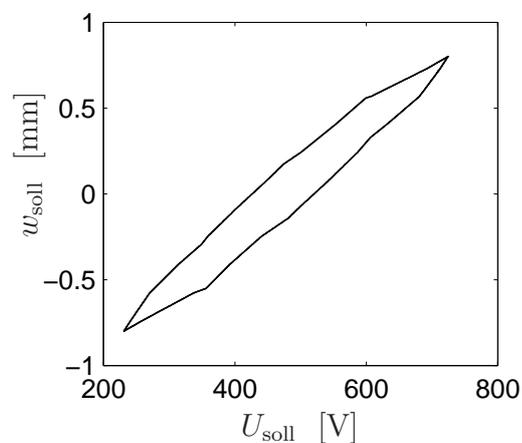
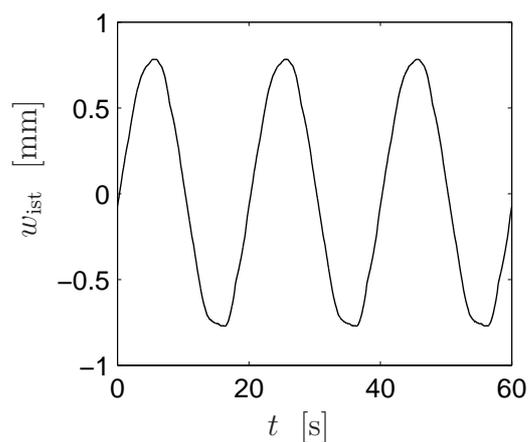
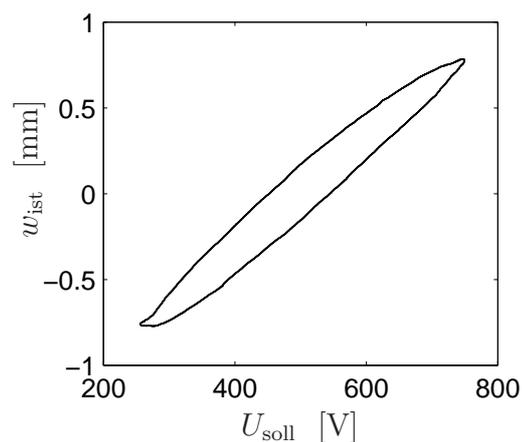
(a) Sollauslenkung w_{soll} (b) w_{ist} - w_{soll} -Trajektorie(c) Spannungssignal U (d) w_{soll} - U_{soll} -Trajektorie(e) Istausslenkung w_{ist} (f) w_{ist} - U_{soll} -Trajektorie

Abbildung 3.8.: Linearisiertes Übertragungsverhalten des Helixbalkens (b) durch Berücksichtigung des hysteresebehafteten Wandlerverhaltens (e,f) bei der Ermittlung der Ansteuerung (a,c,d) mit $n_{\text{H}} = 12$ und $n_{\text{S}} = 11$

3.5.2. Adaptronische Strebe

Neben dem Helixbalken wurde das Hystereseverhalten des piezoelektrischen Aktors betrachtet, der in der von Fleischer et al. [39, 40] vorgestellten adaptronischen Strebe integriert ist. Eine detaillierte Beschreibung dieser Strebe ist in Kapitel 6 zu finden. Die Messung erfolgte mit Hilfe eines Laborversuchsstands, dessen Aufbau in [101] detailliert beschrieben ist. Im Gegensatz zu der Untersuchung am Helixbalken ist der in die Strebe integrierte Aktor vorgespannt und unterliegt damit dem Einfluss einer konstanten Last.

Abbildung 3.9(a) zeigt den Verlauf des Wandlerhubs w_{ist} des piezoelektrischen Aktors als Funktion der angelegten Ansteuerspannung sowie die operatorbasierte Nachbildung mit $n_H = 7$ Hysterese- und $n_S = 3$ Sättigungsoperatoren. Trotz der kleinen Anzahl an Operatoren weist die Nachbildung nur geringfügige Abweichungen von der Messung auf, was in dem direkten Vergleich der beiden Verläufe in Abbildung 3.9(b) zu sehen ist. Auf die Darstellung einer inversen Ansteuerung des piezoelektrischen Wandlers soll an dieser Stelle verzichtet werden. Sie erfolgt analog zu der in Abschnitt 3.5.1 für den Helixbalken vorgestellten Vorgehensweise.

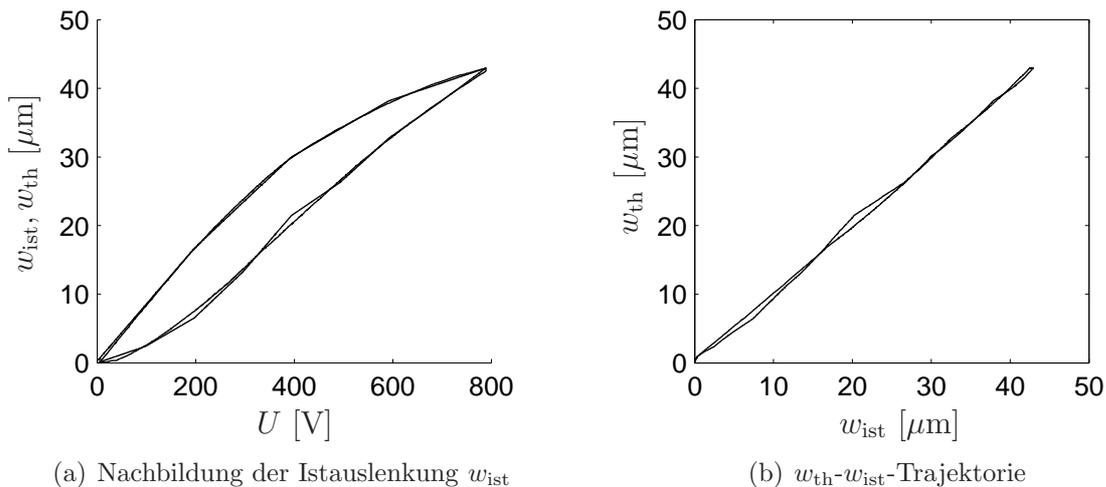


Abbildung 3.9.: Nichtlineares Übertragungsverhalten des in die Strebe integrierten piezoelektrischen Stapelwandlers mit operatorbasierter Nachbildung mit $n_H = 7$ und $n_S = 3$

Somit kann schließlich ein beliebiges, hysteresehaftetes Stellglied trotz seines nichtlinearen Übertragungsverhaltens weitestgehend problemlos in einen Regelkreis integriert werden, da die vorgeschaltete Inversion eine Modifikation des Ansteuersignals und damit eine Linearisierung der Übertragungsfunktion zur Folge hat.

4. Nichtlineare gekoppelte Balkenschwingungen

Piezoelektrische Wandler können aufgrund ihres inneren Ableitwiderstands nicht zur Messung statischer oder sehr langsam veränderlicher Signale eingesetzt werden [121]. Um dennoch eine Erfassung solcher statischen Lasten zu ermöglichen, kann das Funktionsprinzip einer Schwingensaitenwaage adaptiert werden. Über eine geeignete Konstruktion, wie sie z. B. Munzinger [101] vorstellt, lässt sich über eine in das System integrierte schwingende Saite ein dynamisches Signal auf den piezoelektrischen Wandler übertragen, das dieser problemlos erfassen kann. Ändert sich die statische Belastung des Systems, so erfährt auch die schwingende Saite diese Laständerung, wodurch sich die Eigenkreisfrequenz der Saite in Biegerichtung ändert. Das vom piezoelektrischen Wandler erfasste Signal kann auf seine Frequenz untersucht werden. Über die Frequenzänderung dieses Signals und den Zusammenhang zwischen der Vorspannung einer Saite und ihrer Eigenkreisfrequenz kann nun über diesen Umweg auch mit dem piezoelektrischen Wandler das anliegende statische Signal ermittelt werden.

Anstelle einer Saite kann auch ein dünner Blechstreifen betrachtet werden. Dieser hat gegenüber einer Klaviersaite den Vorteil, dass er eine ausgezeichnete Schwingungsrichtung in Richtung des geringsten Biege widerstands besitzt. In diesem Kapitel sollen die gekoppelten Längs- und Biegeschwingungen dieses Blechstreifens unter Verwendung der EULER-BERNOULLI-Balkentheorie hinsichtlich des Funktionsprinzips der Schwingensaitenwaage untersucht werden. Trotz des Balkenformats des untersuchten Körpers soll der Begriff der *Saitenschwingung* beibehalten werden.

4.1. Grundlegendes

Die Grundlage der Betrachtungen bildet der in Abbildung 4.1 dargestellte Balken der Länge ℓ mit dem rechteckigen Querschnitt A , der Breite b und der Dicke h . Aus der Balkengeometrie lässt sich das Flächenträgheitsmoment um die y -Achse $I_y = I$ bestimmen. Der Balken besteht aus einem Material mit Elastizitätsmodul E , Querkontraktionszahl ν und Dichte ρ , woraus sich die Masse des Balkens m bestimmen lässt. Nach der EULER-BERNOULLI-Balkentheorie wird den nachfolgenden Betrachtungen zugrunde gelegt, dass die Querschnitte des Balkens auch nach einer Verformung eben bleiben, die Rotationsträgheit des Balkens $d\Theta_i$ ($i \in \{x, y, z\}$) vernachlässigt und der Balken

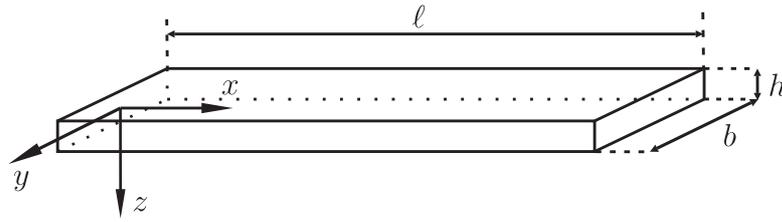


Abbildung 4.1.: Balkengeometrie

mit Schubmodul G als schubstarr angesehen werden kann, nach [115] also

$$\frac{GA\ell^2}{EI} \gg 1 \quad (4.1)$$

gilt. Diese Annahme trifft bei schlanken Balken mit $\ell \gg h, b$ hinreichend zu. Neben den elastischen Eigenschaften werden bei den vorgestellten Betrachtungen ebenfalls die Dämpfungseigenschaften des Materials berücksichtigt. Hierzu wird der Zähigkeitskoeffizient R eingeführt, der den Zusammenhang zwischen der Dehnungsgeschwindigkeit des Balkens und der dadurch entstehenden Spannung beschreibt. Die parallele Anordnung von Elastizität und viskosem Dämpfungselement ist auch als KELVIN-VOIGT-Modell [75, 100] bekannt.

Zur Beschreibung der Verformung des Balkens werden die in Abbildung 4.2 dargestellten Verschiebungen $u(x, t)$ in x -Richtung und $w(x, t)$ in z -Richtung eingeführt. Für eine

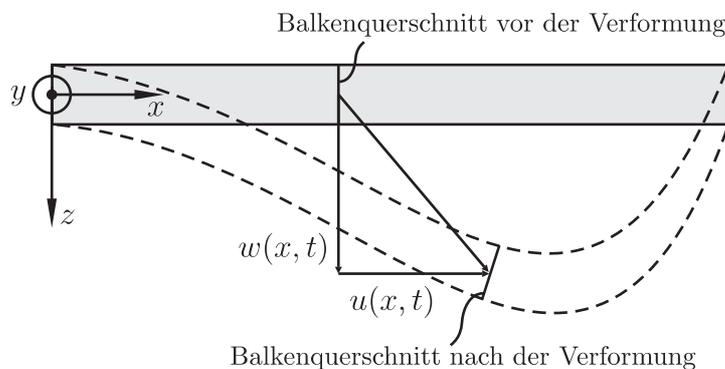


Abbildung 4.2.: Koordinaten zur Beschreibung der Balkenverformung

übersichtliche Darstellung werden für die analytischen Betrachtungen die vereinfachten Schreibweisen

$$u := u(x, t), \quad w := w(x, t), \quad \text{sowie} \quad \frac{\partial}{\partial q} (\cdot) := (\cdot)_q$$

mit $q \in \{x, t\}$ verwendet.

Zur Lösung der im Verlauf der Untersuchung ermittelten Bewegungsgleichungen wird das RITZ-Verfahren angewandt [115]. Es setzt eine Ergebnisstruktur voraus, bei der

die Veränderlichen Ort x und Zeit t getrennt werden. Die Verschiebungen in Längs- und Biegerichtung werden durch

$$u(x, t) = u_{\text{stat}}(x) + \sum_{i=1}^N \rho_i(t) u_i(x) \quad \text{und} \quad (4.2)$$

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^M \nu_i(t) w_i(x) \quad (4.3)$$

angenähert. Hierbei werden die ortsabhängigen Anteile $u_i(x)$ und $w_i(x)$ durch geeignete Ansatzfunktionen vorgegeben. Diese Ansatzfunktionen sind von der Art der Einspannung abhängig, da sie die geometrischen und die dynamischen Randbedingungen der Einspannung erfüllen sollen. Der stationäre Anteil $u_{\text{stat}}(x)$ dient zur Berücksichtigung etwaiger Vorspannungen, wie in Kapitel 4.3 dargestellt ist.

Als äußere Anregung werden bei den Untersuchungen drei unterschiedliche Fälle betrachtet, die durchaus auch gleichzeitig auftreten können. Sie sind in Abbildung 4.3 dargestellt. Die konstante Kraft F_h in x -Richtung dient zur Modellierung einer axialen

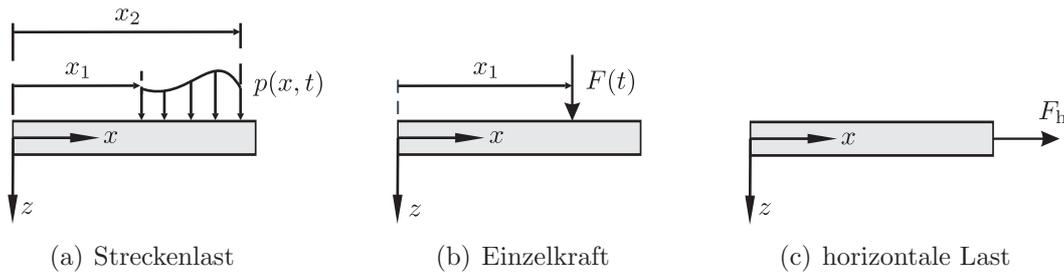


Abbildung 4.3.: Unterschiedliche äußere Belastungen

Vorspannung des Balkens. Die zeitlich veränderliche Streckenlast $p(x, t)$ ist über der Breite b des Balkens konstant und wirkt nur innerhalb des Intervalls $x \in [x_1, x_2]$ auf den Balken. Hierbei sind $x_1 = b_1 \ell$ und $x_2 = b_2 \ell$ mit $b_1 < b_2$ und $b_1, b_2 \in [0, 1]$. Der Grenzfall $b_1 = b_2 = a$ kann durch die zeitlich veränderliche Einzelkraft $F(t)$ vereinfacht werden, die an der Stelle $x_1 = a \ell$ für $a \in [0, 1]$ auf den Balken wirkt.

4.2. Herleitung der Bewegungsgleichungen

Unter Verwendung des Prinzips von HAMILTON

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt + \int_{t_0}^{t_1} \delta W dt = 0 \quad (4.4)$$

werden die nichtlinearen, gekoppelten Bewegungsgleichungen des Balkens hergeleitet. Bei dieser rein mechanischen Betrachtung ergibt sich das kinetische Potenzial

$$L = T - V \quad (4.5)$$

aus der Differenz der kinetischen Energie T und der inneren potenziellen Energie V des Balkens. Mit dem Balkenquerschnitt $A = bh$ und der Längendichte $\mu = \rho A$ ergibt sich nach Riemer et al. [115] die kinetische Energie des Balkens

$$T = \frac{1}{2} \int_0^\ell \mu (u_t^2 + w_t^2) dx, \quad (4.6)$$

das innere Potenzial berechnet sich als

$$V = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^\ell EA \left(u_x + \frac{1}{2} w_x^2 \right)^2 dx + \int_0^\ell EI w_{xx}^2 dx \right\}. \quad (4.7)$$

Die Variation des gesamten kinetischen Potentials ergibt nach Produktintegration schließlich

$$\begin{aligned} \delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \int_0^\ell -EA \left(u_x + \frac{1}{2} w_x^2 \right) (\delta u_x + w_x \delta w_x) dx \right. \\ \left. + \int_0^\ell (-\mu u_{tt} \delta u - \mu w_{tt} \delta w) dx - \int_0^\ell EI w_{xx} \delta w_{xx} dx \right\} dt. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Mit den Gleichungen (4.2) und (4.3) wird Gleichung (4.8) zu

$$\begin{aligned} \delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = \int_{t_0}^{t_1} \left\{ - \int_0^\ell \left[\mu \sum_{i=1}^N \rho_{i,tt} u_i \sum_{j=1}^N u_j \delta \rho_j + \mu \sum_{i=1}^M \nu_{i,tt} w_i \sum_{j=1}^M w_j \delta \nu_j \right] dx \right. \\ - \int_0^\ell EA \left[\left(u_{\text{stat},x} + \sum_{i=1}^N u_{i,x} \rho_i \right) \sum_{j=1}^N u_{j,x} \delta \rho_j \right. \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M w_{i,x} \nu_i \sum_{j=1}^M w_{j,x} \nu_j \sum_{k=1}^N u_{k,x} \delta \rho_k \\ + \left(u_{\text{stat},x} + \sum_{i=1}^N u_{i,x} \rho_i \right) \sum_{j=1}^M w_{j,x} \nu_j \sum_{k=1}^M w_{k,x} \delta \nu_k \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M w_{i,x} \nu_i \sum_{j=1}^M w_{j,x} \nu_j \sum_{k=1}^M w_{k,x} \nu_k \sum_{l=1}^M w_{l,x} \delta \nu_l \right] dx \\ \left. - \int_0^\ell EI \sum_{i=1}^M w_{i,xx} \nu_i \sum_{j=1}^M w_{j,xx} \delta \nu_j dx \right\} dt. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Wird Gleichung (4.9) nach den darin auftretenden Variationen $\delta \rho_i$ und $\delta \nu_i$ sortiert und dabei berücksichtigt, dass aufgrund der Linearität des Integral- und des Sum-

menoperators eine Vertauschung dieser beiden Operatoren möglich ist, so lässt sich Gleichung (4.9) zu

$$\begin{aligned}
\delta \int_{t_0}^{t_1} L dt = \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \sum_{i=1}^N \left[- \sum_{j=1}^N \int_0^\ell \mu u_i u_j dx \rho_{j,tt} - \sum_{j=1}^N \int_0^\ell EA u_{i,x} u_{j,x} dx \rho_j \right. \right. \\
- \int_0^\ell EA u_{i,x} u_{\text{stat},x} dx \\
\left. \left. - \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \int_0^\ell \frac{1}{2} EA u_{i,x} w_{j,x} w_{k,x} dx \nu_j \nu_k \right] \delta \rho_i + \right. \\
\sum_{i=1}^M \left[- \sum_{j=1}^M \int_0^\ell \mu w_i w_j dx \nu_{j,tt} - \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N \int_0^\ell EA w_{i,x} w_{j,x} u_{k,x} dx \nu_j \rho_k \right. \\
- \sum_{j=1}^M \int_0^\ell EA w_{i,x} w_{j,x} u_{\text{stat},x} dx \nu_j \\
- \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M \int_0^\ell \frac{1}{2} EA w_{i,x} w_{j,x} w_{k,x} w_{l,x} dx \nu_j \nu_k \nu_l \\
\left. \left. - \sum_{j=1}^M \int_0^\ell EI w_{i,xx} w_{j,xx} dx \nu_j \right] \delta \nu_j \right\} dt \quad (4.10)
\end{aligned}$$

umschreiben.

Neben der Variation des kinetischen Potentials ist für das Prinzip von HAMILTON (4.4) noch die am System verrichtete virtuelle Arbeit der potenziallosen Kräfte zu bestimmen. Allgemein wird sie für einen beliebigen Kraftvektor \mathbf{F} durch

$$\delta W = \mathbf{F} \cdot \delta \mathbf{r} \quad (4.11)$$

definiert. Am Beispiel des betrachteten Balkens setzt sie sich aus der Summe der nachfolgenden Anteile zusammen, die unter Berücksichtigung der Ansatzfunktionen (4.2) und (4.3) angegeben werden. Der Anteil der virtuellen Arbeit der Erregerkraft $F(t)$ in Querrichtung des Balkens an der Stelle $x_1 = a\ell$ ergibt sich als

$$\delta W_1 = F(t) \delta w(x = a\ell) = \sum_{i=1}^M F(t) w_i(a\ell) \delta \nu_i. \quad (4.12)$$

Für die Streckenlast $p(x, t)$ ergibt sich ein Anteil an der virtuellen Arbeit von

$$\delta W_2 = \int_{b_1\ell}^{b_2\ell} p(x, t) \delta w dx = \sum_{i=1}^M \int_{b_1\ell}^{b_2\ell} p(x, t) w_i dx \delta \nu_i. \quad (4.13)$$

Der Anteil an der virtuellen Arbeit durch eine in Längsrichtung wirkende Kraft F_h lässt sich analog zu (4.12) bestimmen. Mit dem zugehörigen RITZ-Ansatz ergibt sich

$$\delta W_3 = F_h \delta u(\ell) = F_h \sum_{i=1}^N u_i(\ell) \delta \rho_i. \quad (4.14)$$

Neben den äußeren anregenden Lasten tragen auch Dämpfungseffekte einen Teil zur gesamten am System verrichteten virtuellen Arbeit bei. Hierbei wird die äußere Dämpfung, die beispielsweise durch den Luftwiderstand hervorgerufen wird, vernachlässigt, und es wird nur die Materialdämpfung berücksichtigt. Dazu wird das KELVIN-VOIGT-Modell [75] zur Beschreibung des Materialverhaltens herangezogen, in dem die Materialdämpfung als viskose Dämpfung modelliert wird. Der grundlegende Zusammenhang zwischen der Dehnungsgeschwindigkeit und der durch die Dämpfungseigenschaften des Materials induzierten Normalspannung ist durch

$$\sigma_D = -R\dot{\varepsilon} = -R \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (4.15)$$

gegeben [100]. Die virtuelle Arbeit berechnet sich damit als

$$\delta W_4 = \int_{(V)} \sigma_D \delta \varepsilon dV, \quad (4.16)$$

wobei zur Auswertung von Gleichung (4.16) noch die Dehnung ε und die virtuelle Dehnung $\delta \varepsilon$ in Abhängigkeit von den Verschiebungen u und w und deren zeitlichen und örtlichen Ableitungen zu berechnen sind.

In einem allgemeinen Verformungszustand ist der Balken sowohl gebogen als auch gestreckt bzw. gestaucht. In y -Richtung ist die Dehnung konstant, während in z -Richtung die Dehnung linear über den Querschnitt verteilt ist. Nach [154] lässt sich die Gesamtdéhnung schließlich in Abhängigkeit der Koordinaten x und z über

$$\varepsilon = \varepsilon(x, z) = u_x + \frac{1}{2} w_x^2 - w_{xx} z \quad (4.17)$$

beschreiben. Daraus folgt für die Variation der Dehnung

$$\delta \varepsilon = \delta u_x + w_x \delta w_x - \delta w_{xx} z \quad (4.18)$$

und für die Dehnungsrate

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} = u_{x,t} + w_x w_{x,t} - w_{xx,t} z. \quad (4.19)$$

Mit Gleichungen (4.17) bis (4.19) erhält man die durch die Materialdämpfung geleistete virtuelle Arbeit

$$\begin{aligned} \delta W_4 &= \int_{(V)} -R \frac{d\varepsilon}{dt} \delta \varepsilon dV = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_0^\ell -R \frac{d\varepsilon}{dt} \delta \varepsilon \, dz \, dy \, dx \\ &= \int_0^\ell \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} bR [(-u_{x,t} - w_x w_{x,t} + w_{xx,t} z) (\delta u_x + w_x \delta w_x - \delta w_{xx} z)] \, dz \, dx. \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung der auftretenden Symmetrien bei der Integration über z ergibt sich

$$\delta W_4 = \int_0^\ell Rbh \left[-u_{x,t} \delta u_x - w_x w_{x,t} \delta u_x - u_{x,t} w_x \delta w_x - w_x^2 w_{x,t} \delta w_x - \frac{h^2}{12} w_{xx,t} \delta w_{xx} \right] dx. \quad (4.20)$$

Mit den Ansatzfunktionen (4.2) und (4.3) kann die virtuelle Arbeit der inneren Dämpfung nach Umsortieren schließlich in der Form

$$\begin{aligned} \delta W_4 = & \sum_{i=1}^N \left[- \sum_{j=1}^N \int_0^\ell Rbh u_{j,x} u_{i,x} dx \rho_{j,t} - \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \int_0^\ell Rbh w_{j,x} w_{k,x} u_{i,x} dx \nu_j \nu_{k,t} \right] \delta \rho_i \\ & \sum_{i=1}^M \left[- \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M \int_0^\ell Rbh u_{j,x} w_{k,x} w_{i,x} dx \rho_{j,t} \nu_k - \sum_{j=1}^M \frac{Rbh^3}{12} w_{j,xx} w_{i,xx} dx \nu_{j,t} \right. \\ & \left. - \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M \int_0^\ell Rbh w_{j,x} w_{k,x} w_{l,x} w_{i,x} dx \nu_j \nu_k \nu_{l,t} \right] \delta \nu_i \end{aligned} \quad (4.21)$$

geschrieben werden. Die gesamte am System verrichtete virtuelle Arbeit ist die Summe der einzelnen Anteile

$$\delta W = \sum_{i=1}^4 \delta W_i \quad (4.22)$$

gemäß den Gleichungen (4.12), (4.13), (4.14) und (4.21). Gemeinsam mit der Variation des kinetischen Potenzials nach Gleichung (4.10), eingesetzt in das Prinzip von HAMILTON (4.4), lassen sich schließlich die mittels RITZ-Ansätzen approximierten Bewegungsgleichungen ermitteln. Hierzu wird der Gesamtausdruck auf der linken Seite nach den auftretenden Variationen $\delta \rho_i$ und $\delta \nu_i$ sortiert. Nach dem Fundamentallema der Variationsrechnung [115] kann die resultierende Gleichung nur erfüllt werden, wenn alle Koeffizienten vor den auftretenden Verschiebungen verschwinden. Dies trifft zu, wenn das aus $N + M$ Gleichungen bestehende, nichtlineare Differenzialgleichungssystem

$$\begin{aligned} 0 = & \sum_{j=1}^N \int_0^\ell \mu u_i u_j dx \rho_{j,tt} + \sum_{j=1}^N \int_0^\ell EA u_{i,x} u_{j,x} dx \rho_j + \int_0^\ell EA u_{i,x} u_{\text{stat},x} dx \\ & + \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \int_0^\ell \frac{1}{2} EA u_{i,x} w_{j,x} w_{k,x} dx \nu_j \nu_k - F_h u_i(\ell) \\ & + \sum_{j=1}^N \int_0^\ell Rbh u_{j,x} u_{i,x} dx \rho_{j,t} + \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \int_0^\ell Rbh w_{j,x} w_{k,x} u_{i,x} dx \nu_j \nu_{k,t}, \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned}
0 = & \sum_{j=1}^M \int_0^\ell \mu w_i w_j dx \nu_{j,tt} + \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N \int_0^\ell EA w_{i,x} w_{j,x} u_{k,x} dx \nu_j \rho_k \\
& + \sum_{j=1}^M \int_0^\ell EA w_{i,x} w_{j,x} u_{\text{stat},x} dx \nu_j \\
& + \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M \int_0^\ell \frac{1}{2} EA w_{i,x} w_{j,x} w_{k,x} w_{l,x} dx \nu_j \nu_k \nu_l \\
& + \sum_{j=1}^M \int_0^\ell EI w_{i,xx} w_{j,xx} dx \nu_j - F(t) w_i(al) - \int_{b_1 \ell}^{b_2 \ell} p(x,t) w_i dx \\
& + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^M \int_0^\ell Rbh u_{j,x} w_{k,x} w_{i,x} dx \rho_{j,t} \nu_k + \sum_{j=1}^M \int_0^\ell \frac{Rbh^3}{12} w_{j,xx} w_{i,xx} dx \nu_{j,t} \\
& + \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M \int_0^\ell Rbh w_{j,x} w_{k,x} w_{l,x} w_{i,x} dx \nu_j \nu_k \nu_{l,t}. \tag{4.24}
\end{aligned}$$

erfüllt ist.

4.3. Lagerungsbedingungen

Es werden zwei unterschiedliche Befestigungsarten untersucht. Zum einen wird der beidseitig gelenkig gelagerte Balken ohne Vorspannung in Längsrichtung betrachtet. Für diese Art der Lagerung gelten die Randbedingungen

$$u(0, t) = u(\ell, t) = w(0, t) = w(\ell, t) = 0 \quad \text{und} \tag{4.25}$$

$$w_{xx}(0, t) = w_{xx}(\ell, t) = 0. \tag{4.26}$$

Auch bei der nichtlinearen Betrachtung sind die Eigenfunktionen der linearen Schwingungsgleichungen mit den Randbedingungen (4.25) und (4.26) geeignete Ansatzfunktionen. Diese ergeben sich nach Gross et al. [48] als

$$u_{\text{stat}}(x) = 0, \tag{4.27}$$

$$u_i(x) = \sin\left(\pi i \frac{x}{\ell}\right), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad \text{und} \tag{4.28}$$

$$w_i(x) = \sin\left(\pi i \frac{x}{\ell}\right), \quad i = 1, 2, \dots, M. \tag{4.29}$$

Zum anderen wird der beidseitig starr eingespannte Balken betrachtet, der durch eine horizontale Kraft F_h vorgespannt ist.

Für diese Lagerung lauten die Randbedingungen

$$u(0, t) = w(0, t) = w(\ell, t) = 0, \quad (4.30)$$

$$w_x(0, t) = w_x(\ell, t) = 0 \quad \text{sowie} \quad (4.31)$$

$$u_x(\ell, t) = \frac{F_h}{EA} \quad (4.32)$$

zur Berücksichtigung der Vorspannung. Geeignete Ansatzfunktionen, die alle Randbedingungen (4.30) bis (4.32) erfüllen, sind nach [48] und [130]

$$u_{\text{stat}}(x) = \frac{F_h}{EA}x, \quad (4.33)$$

$$u_i(x) = \sin\left(\pi i \frac{x}{\ell}\right), \quad i = 1, \dots, N \quad \text{und} \quad (4.34)$$

$$w_i(x) = \hat{C}_i [\sin(\kappa_i x) - \sinh(\kappa_i x)] - \cos(\kappa_i x) + \cosh(\kappa_i x), \quad (4.35)$$

$$i = 1, \dots, M$$

mit

$$\hat{C}_i = \frac{\cosh(\kappa_i \ell) - \cos(\kappa_i \ell)}{\sinh(\kappa_i \ell) - \sin(\kappa_i \ell)}. \quad (4.36)$$

Die auftretenden Parameter κ_i stellen die Lösungen der zugehörigen charakteristischen Gleichung

$$1 - \cos(\kappa \ell) \cosh(\kappa \ell) = 0 \quad (4.37)$$

dar. Nach [48] berechnen sich die ersten drei κ_i näherungsweise zu

$$\kappa_1 = \frac{4.73}{\ell}, \quad \kappa_2 = \frac{7.8532}{\ell} \quad \text{und} \quad \kappa_3 = \frac{10.9956}{\ell}. \quad (4.38)$$

4.4. Parameterwahl

Als Werkstoff für den betrachteten Balken wird Stahl gewählt, sodass mit der ausgewählten Balkenform den Simulationen schließlich die in Tabelle 4.1 aufgelisteten Geometrie- und Werkstoffparameter zugrunde liegen. Zu den letzten drei Einträgen sind noch folgende Anmerkungen zu machen: Die axiale Vorspannung des Balkens ist nicht beliebig einstellbar. Wird durch diese axiale Vorspannung die Streckgrenze R_e des Materials überschritten, so gelten aufgrund des eintretenden plastischen Materialverhaltens die den Betrachtungen zugrunde gelegten elastischen Zusammenhänge nicht mehr. Die maximal erlaubte Vorspannung berechnet sich daher für den betrachteten Querschnitt zu

$$F_h \leq F_{h,\text{max}} = R_e b h = 14 \text{ kN}. \quad (4.39)$$

Der für den Verlustfaktor η angegebene Bereich wurde [23] entnommen. Er ist für die Bestimmung des Zähigkeitskoeffizienten R nach dem von Cremer und Heckl [23] angegebenen Zusammenhang

$$R = \frac{E\eta}{2\pi f} \quad (4.40)$$

zwischen R , E , η und der Frequenz f erforderlich. Da für die betrachteten Untersuchungen keine konkrete Angabe zur Frequenz f gemacht werden kann, wurde der in Tabelle 4.1 angegebene Wert für den dynamischen Zähigkeitskoeffizienten abgeschätzt. Er ist relativ groß, befindet sich jedoch noch im Rahmen der experimentellen Ergebnisse von [23].

Tabelle 4.1.: Parameter zur Simulation des Balkens

| | | | |
|-----------|-----------------------------|-------------------|-----------------------|
| ℓ | 0.120 | m | Länge |
| b | 0.020 | m | Breite |
| h | 0.002 | m | Dicke |
| ϱ | 7850 | kg/m ³ | Dichte |
| E | $2.1 \cdot 10^{11}$ | N/m ² | Elastizitätsmodul |
| R_e | $3.5 \cdot 10^8$ | N/m ² | Streckgrenze |
| R | 10^6 | Ns/m ² | Zähigkeitskoeffizient |
| η | $0.2 \dots 3 \cdot 10^{-4}$ | – | Verlustfaktor |

4.5. Simulationsrechnungen

Zur Untersuchung des Funktionsprinzips der Schwingsaitenwaage unter Verwendung eines dünnen Blechstreifens werden in diesem Abschnitt einige Simulationsergebnisse präsentiert, die einen prinzipiellen Einblick in das Verhalten eines Balkens ermöglichen, der sowohl in Längs- als auch in Querrichtung schwingt. Neben dem statischen Anteil $u_{\text{stat}}(x)$ werden jeweils drei Ansatzfunktionen für die Verschiebungen in Längs- und Querrichtung u_i und w_i mit $i \in \{1, 2, 3\}$ gemacht, sodass das gewonnene Differenzialgleichungssystem schließlich sechs Freiheitsgrade ν_i und ρ_i mit $i \in \{1, 2, 3\}$ besitzt.

Die numerische Lösung des Differenzialgleichungssystem erfolgt mit Hilfe von MATLAB. Für die Messung der Frequenz wird ein Frequenzzähler eingesetzt, der ebenfalls in MATLAB realisiert wurde.

Zunächst werden die gekoppelten Eigenschwingungen ohne externe Anregung untersucht. Im Anschluss wird das Systemverhalten unter dem Einfluss einer Kraft in Querrichtung sowohl mit als auch ohne axiale Vorspannung betrachtet. Auf eine Anregung in Querrichtung durch eine Streckenlast wird verzichtet, da sich bei Voruntersuchungen gezeigt hat, dass durch eine ausgewählte Punktlast eine äquivalente Anregung erzielt werden kann. Daher werden ausschließlich Einzelkräfte in Querrichtung und horizontale Vorspannungen als externe Lasten betrachtet. Der Angriffspunkt der Anregung in Querrichtung wird in der Mitte des Balkens $x_1 = a\ell$ mit $a = 1/2$ gewählt.

4.5.1. Eigenschwingungen

Zunächst wird der beidseitig gelenkig gelagerte Balken betrachtet. Der Balken erfährt zur Untersuchung des Eigenschwingungsverhaltens keine äußere Anregung, der Einfluss der Materialdämpfung wird vernachlässigt. Zu Beginn der Untersuchung befindet sich der Balken in der unverformten Ausgangslage

$$\rho_1(0) = \rho_2(0) = \rho_3(0) = \nu_1(0) = \nu_2(0) = \nu_3(0) = 0. \quad (4.41)$$

Des Weiteren besitzt nur die erste Ansatzfunktion für die Verschiebung in Querrichtung eine nichtverschwindende Anfangsgeschwindigkeit, also $\nu_{1,t}(0) \neq 0$. Das Simulationsergebnis für $\nu_{1,t}(0) = 0.01 \text{ m/s}$ ist in Abbildung 4.4 dargestellt.

Es ist zu sehen, dass neben der erwarteten Schwingung der ersten Ansatzfunktion in Querrichtung ν_1 des Weiteren Schwingungen der zweiten Ansatzfunktion in Längsrichtung ρ_2 sowie der dritten Ansatzfunktion in Querrichtung ν_3 auftreten. Die Ursache hierfür ist in den nichtlinearen Kopplungen der Systemgleichungen zu suchen. Für ρ_2 beispielsweise ergibt sich gemäß Gleichung (4.23)

$$0 = \mu\ell\rho_{2,tt} + 4\frac{EA\pi^2}{\ell}\rho_2 + \frac{1}{2}\frac{EA\pi^3}{\ell^2}\nu_1^2 + 3\frac{EA\pi^3}{\ell^2}\nu_1\nu_3. \quad (4.42)$$

Für $\nu_1\nu_3 \ll \nu_1^2$ lässt sich diese Gleichung zu

$$\mu\ell\rho_{2,tt} + 4\frac{EA\pi^2}{\ell}\rho_2 = -\frac{1}{2}\frac{EA\pi^3}{\ell^2}\nu_1^2 \quad (4.43)$$

umstellen, was der Bewegungsgleichung eines ungedämpften Einmassenschwingers mit äußerer Anregung entspricht. Die Schwingung von ν_1 regt somit die Schwingung von ρ_2 an. Die Frequenz der Schwingung von ρ_2 ist dabei doppelt so groß wie die Frequenz der Schwingung von ν_1 , da die Anregung auf der rechten Seite von Gleichung (4.43) quadratisch in ν_1 ist. Anschaulich ist dieser Zusammenhang auch in Abbildung 4.5 gemacht. In der ersten Hälfte der Schwingung ist die Auslenkung in Querrichtung positiv, wodurch eine Längung in axialer Richtung und nach dem HOOKEschen Gesetz damit eine Zugspannung entsteht, da die Gesamtlänge der Biegelinie größer als die direkte Verbindung der beiden Lagerpunkte ist. Das gleiche trifft auch in der zweiten Hälfte der Schwingung zu, in der die Auslenkung in Querrichtung negativ ist. Auch hier tritt eine Verlängerung des Balkens und somit eine Zugspannung auf, sodass die Frequenz der Schwingung in Längsrichtung doppelt so groß ist wie die Frequenz der Schwingung in Querrichtung.

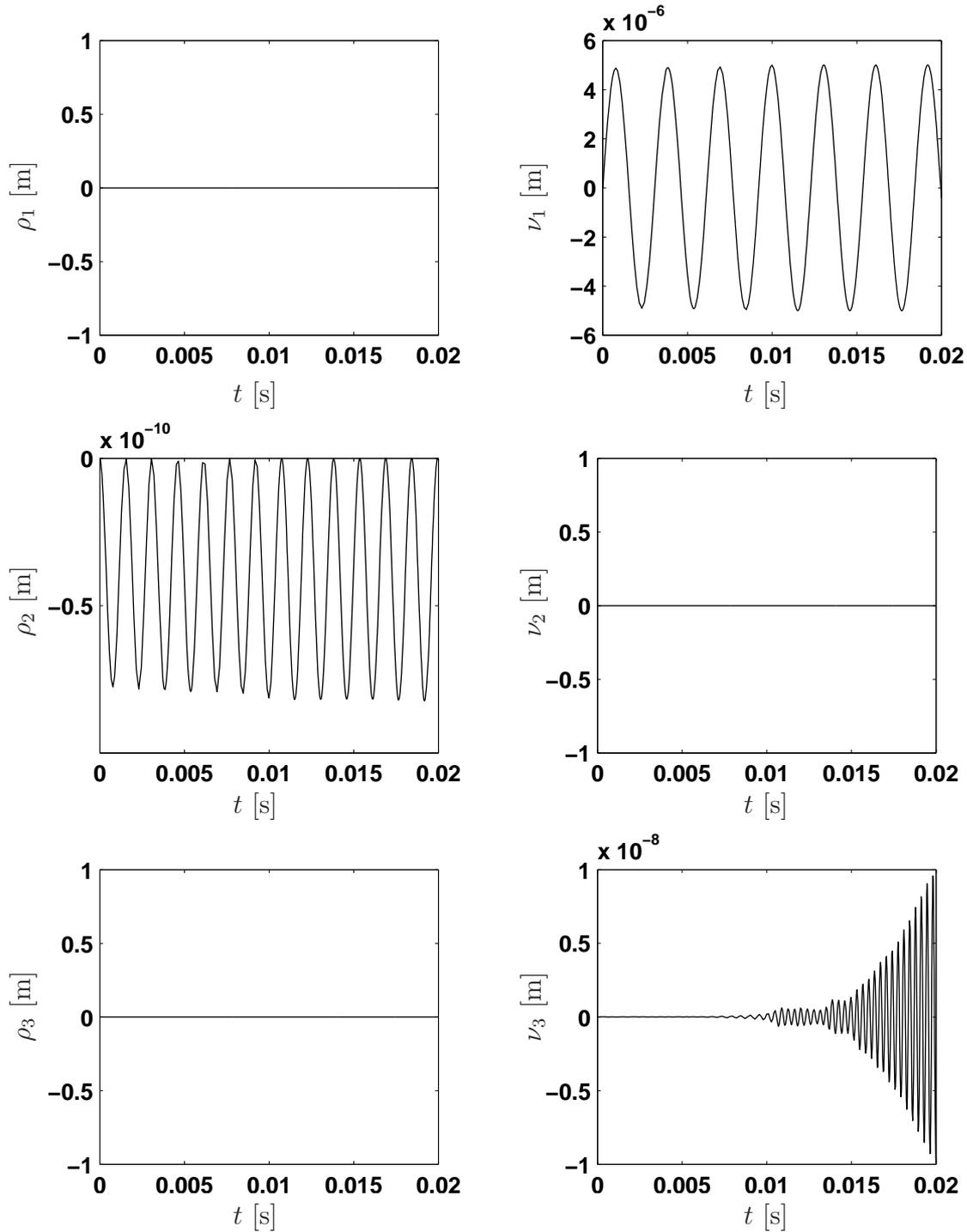


Abbildung 4.4.: Eigenschwingungen des beidseitig gelenkig gelagerten Balkens für $\nu_{1,t}(0) = 0.01 \text{ m/s}$

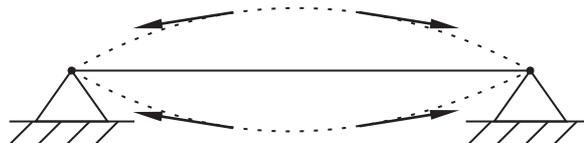


Abbildung 4.5.: Längsverformungen und Zugspannungen aufgrund von Querauslenkungen

Über eine vergleichbare Betrachtung lässt sich das Aufschwingen von ν_3 erklären. Die Bewegungsgleichung für ν_3 ergibt sich gemäß Gleichung (4.24) zu

$$0 = \mu \ell \nu_{3,tt} + 81 \frac{EI\pi^4}{\ell^3} \nu_3 + 3 \frac{EA\pi^3}{\ell^2} \nu_1 \rho_2 + 3 \frac{EA\pi^3}{\ell^2} \nu_2 \rho_1 + \frac{3}{8} \frac{EA\pi^4}{\ell^3} \nu_1^3 + \frac{27}{4} \frac{EA\pi^4}{\ell^3} \nu_1^2 \nu_3 + \frac{9}{2} \frac{EA\pi^4}{\ell^3} \nu_1 \nu_2^2 + 27 \frac{EA\pi^4}{\ell^3} \nu_2^2 \nu_3 + \frac{243}{8} \frac{EA\pi^4}{\ell^3} \nu_3^3. \quad (4.44)$$

Da die Moden ρ_1 , ρ_3 und ν_2 zu Anfang verschwinden, vereinfacht sich diese Gleichung zu

$$0 = \mu \ell \nu_{3,tt} + 81 \frac{EI\pi^4}{\ell^3} \nu_3 + 3 \frac{EA\pi^3}{\ell^2} \nu_1 \rho_2 + \frac{3}{8} \frac{EA\pi^4}{\ell^3} \nu_1^3 + \frac{27}{4} \frac{EA\pi^4}{\ell^3} \nu_1^2 \nu_3 + \frac{243}{8} \frac{EA\pi^4}{\ell^3} \nu_3^3. \quad (4.45)$$

Die Ansatzfunktion ν_3 erfährt durch die Koppelterme in Gleichung (4.45) viele verschiedene Anregungen, unter anderem auch eine Anregung aufgrund eines kubischen Rückstellterms. Durch trigonometrische Beziehungen kann gezeigt werden, dass dieser Anteil dritter Ordnung sich in mehrere harmonische und subharmonische Signale aufspalten lässt, von denen ein Signal die Frequenz der Ansatzfunktion ν_3 trifft, sodass es zu einer resonanten Anregung von ν_3 kommt. Man spricht bei diesem Phänomen von innerer Resonanz, da keine äußeren Anregungen auf das System wirken. Außerdem ist das System aufgrund der fehlenden äußeren Einwirkungen konservativ. Es erfolgt ein Energietransport von der Bewegung der mit einer Anfangsgeschwindigkeit versehenen Ansatzfunktion ρ_1 sowohl auf die resonante Anregung von ν_3 als auch auf die Anregung von ρ_2 . Vergleichbare Phänomene für den Energieaustausch der einzelnen Schwingungsmoden eines Systems tauchen beispielsweise beim WILBERFORCE-Pendel [152] oder bei dem von Mettler [99] und Magnus und Popp [93] behandelten elastischen Schwerependel auf.

Für die Anfangsgeschwindigkeit von $\nu_{1,t}(0) = 0.01$ m/s, die der vorangegangenen Untersuchung zugrunde liegt, wurden für den Schwingungsmoden ν_1 eine maximale Amplitude $\nu_{1,\max} \approx 5 \mu\text{m}$ und die Frequenz $f_{0,\nu_1} \approx 324$ Hz ermittelt. Wird die Anfangsgeschwindigkeit $\nu_{1,t}(0)$ erhöht, erhöht sich auch die kinetische Energie des Systems. Da das System ohne äußere Lasten und ohne Einflüsse von Reibung konservativ ist, wird somit auch die maximale Auslenkung $\nu_{1,\max}$ größer.

Wie Abbildung 4.6 zeigt, steigt mit der Erhöhung der maximalen Auslenkung auch die Frequenz des betrachteten Schwingungsmoden ν_1 . Steigt die Auslenkungsamplitude des Balkens in Querrichtung, so erhöhen sich aufgrund der Kopplung ebenfalls die Dehnung und damit die induzierte Zugspannung in Längsrichtung, was wiederum die Schwingungsfrequenz in Querrichtung erhöht. Dieses Verhalten ist vom Beispiel einer vorgespannten Saite bereits bekannt, bei der im Rahmen einer linearen Theorie nach [48] der Zusammenhang

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \omega_n = \frac{1}{2\pi} n\pi \sqrt{\frac{T}{\rho A \ell^2}} = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{T}{\rho A}} \quad (4.46)$$

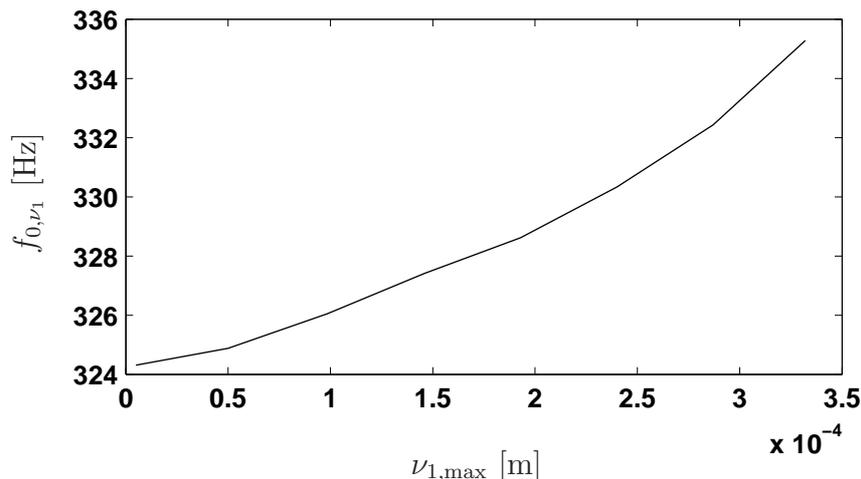


Abbildung 4.6.: Abhängigkeit der Frequenz f_{0,ν_1} von der Auslenkungsamplitude $\nu_{1,\max}$

zwischen den Eigenfrequenzen f_n bzw. den Eigenkreisfrequenzen ω_n und der Vorspannung T der Saite in axialer Richtung gilt. Ausgenutzt wird dieser Zusammenhang beispielsweise beim Stimmen von Musikinstrumenten wie z. B. Gitarre, Harfe oder Klavier.

4.5.2. Anregung in Querrichtung ohne Vorspannung

In diesem Abschnitt wird das Verhalten des beidseitig gelenkig gelagerten Balkens unter dem Einfluss einer äußeren Anregung in Querrichtung ohne Vorspannung in Längsrichtung betrachtet. Die Anregung erfolgt über eine harmonische Einzelkraft $F(t) = F_{\max} \sin(2\pi ft)$ an der Stelle $x = a\ell$ mit $a = 1/2$. Aufgrund der im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Zusammenhänge ist die erste Ansatzfunktion ν_1 der Verschiebung in Querrichtung Gegenstand der Betrachtung. Die Frequenz f_{0,ν_1} stellt hierbei diejenige Anregungsfrequenz dar, für die die Amplitude A_{ν_1} der Schwingung von ν_1 maximal wird.

Abbildung 4.7 zeigt den Verlauf der maximalen Auslenkung von ν_1 für verschiedene Amplituden der Erregerkraft $F(t)$ in Abhängigkeit von der wachsenden Anregungsfrequenz f . Hierbei sind vier Beobachtungen hervorzuheben. Zum einen erhöht sich die maximale Auslenkung von ν_1 , wenn die Amplitude der Erregerkraft erhöht wird. Zum anderen zeigt sich die bekannte Abhängigkeit der Auslenkungsamplitude von der Erregerfrequenz, aus deren Kurvenverlauf sich die Eigenfrequenz des Systems ermitteln lässt. Im Gegensatz zu der üblichen linearen Betrachtung zeigt sich jedoch, dass sich die Eigenfrequenz mit zunehmender Erregerkraftamplitude erhöht. Für den betrachteten Fall berechnet sie sich nach der linearen Theorie nach [48] zu 325 Hz, während sie beispielsweise für eine Anregungsamplitude $F_{\max} = 1$ N bei $f_{0,\nu_1} = 342$ Hz, für $F_{\max} = 10$ N bei $f_{0,\nu_1} = 395$ Hz liegt. Diese Abhängigkeit zwischen der Frequenz f_{0,ν_1} und der Erregerkraftamplitude F_{\max} zeigt Abbildung 4.8. Dieses Verhalten lässt sich auf dieselben Ursachen zurückführen, wie der in Abbildung 4.6 dargestellte Zusammenhang bei den Untersuchungen des Eigenschwingungsverhaltens. Wird die Erregerkraftamplitude

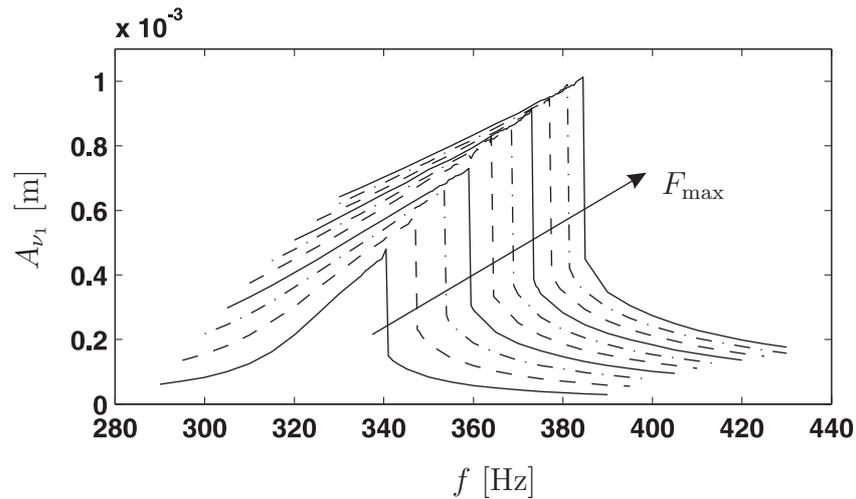


Abbildung 4.7.: Abhängigkeit der Auslenkungsamplitude A_{ν_1} von der Anregungsfrequenz f für verschiedene Erregerkraftamplituden $F_{\max} = 1, \dots, 10$ N

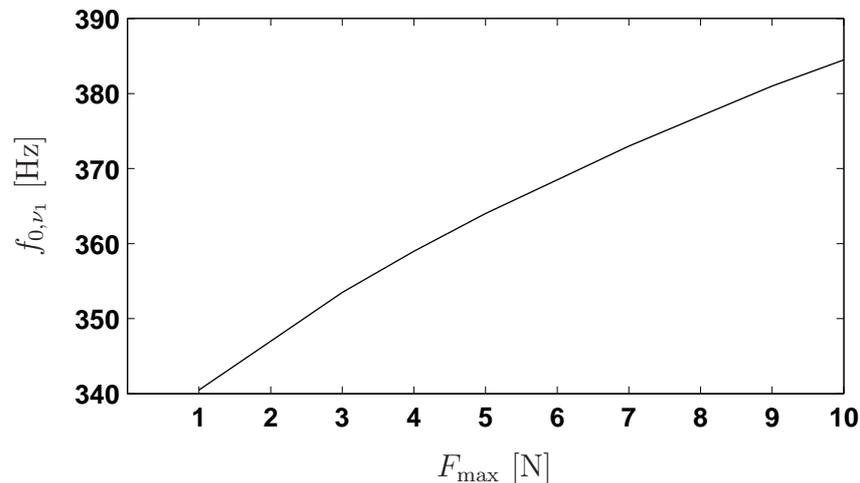


Abbildung 4.8.: Abhängigkeit der Frequenz f_{0,ν_1} von der Erregerkraftamplitude F_{\max}

erhöht, so vergrößert sich die Auslenkung in Querrichtung. Dies hat zur Folge, dass die induzierte Spannung in Längsrichtung steigt, wodurch wiederum die Eigenfrequenz der Schwingung in Querrichtung erhöht wird. Auffällig an den in Abbildung 4.7 dargestellten Amplitudenverläufen ist der sprunghafte Amplitudenabfall beim Überschreiten einer Frequenz f_0 . Dieses Springen, das auch als ‚Kippen‘ bekannt ist, zeigt sich in vielen nichtlinearen Systemen. Eines der bekanntesten Beispiele für dieses Phänomen ist der 1918 von Duffing [36] vorgestellte und nach ihm benannte DUFFING-Schwinger, der sich mit den Koeffizienten $\alpha > 0$ und β durch die nichtlineare Bewegungsgleichung

$$x_{tt} + \alpha x_t + x(1 + \beta x^2) = f(t) \quad (4.47)$$

beschreiben lässt. Charakteristisch für den DUFFING-Schwinger ist der in Gleichung (4.47) auftretende kubische Rückstellterm, auf den die Sprünge in der Amplituden-Frequenz-Trajektorie zurückzuführen sind [93]. Wie in Gleichung (4.45) zu sehen ist,

treten bei dem untersuchten Balken ebenfalls kubische Terme auf, die zu den in Abbildung 4.7 gezeigten Amplitudensprüngen führen.

4.5.3. Anregung in Querrichtung mit Vorspannung

Zum Abschluss dieses Kapitels wird der Balken, der beidseitig fest eingespannt ist, mit einer Vorspannung in axialer Richtung durch eine konstante Kraft F_h versehen. Die Anregung erfolgt wiederum über eine harmonische Einzelkraft $F(t) = F_{\max} \sin(2\pi ft)$ an der Stelle $x = a\ell$ mit $a = 1/2$. Die Amplitude der Erregerkraft wird zu $F_{\max} = 10$ N gewählt, Gegenstand der Betrachtung ist wiederum die Verschiebung ν_1 in Querrichtung.

Abbildung 4.9 zeigt den Verlauf der maximalen Amplitude der Verschiebung ν_1 in Abhängigkeit der Erregerfrequenz f für verschiedene Vorspannungen F_h . Mit zunehmender Vorspannung steigt die Resonanzfrequenz f_0 von ν_1 , während die maximale Auslenkung A_{ν_1} kleiner wird. Beide Eigenschaften sind wiederum auf die durch die axiale Vorspannung resultierende Versteifung des Balkens zurückzuführen und bestätigen somit die Ergebnisse aus den beiden vorangegangenen Abschnitten 4.5.1 und 4.5.2.

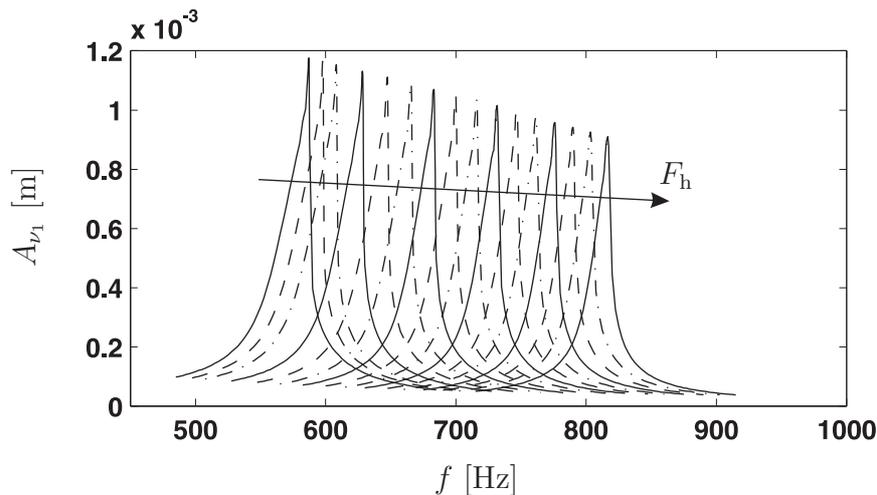


Abbildung 4.9.: Abhängigkeit der Auslenkungsamplitude A_{ν_1} von der Anregungsfrequenz f für verschiedene Vorspannungen $F_h = 0, \dots, 14$ kN

Wird der Verlauf der maximalen Auslenkung von ν_1 durch eine lineare Funktion der axialen Kraft F_h

$$A_{\nu_1}(F_h) = mF_h + k \quad (4.48)$$

approximiert, lassen sich die Koeffizienten m und k gemäß Abbildung 4.10(b) zu

$$k = A_{\nu_1}(0) = 1.17 \text{ mm} \quad \text{und} \quad m = \frac{0.91 \text{ mm} - k}{14 \text{ kN}} \quad (4.49)$$

bestimmen. Dieser lineare Zusammenhang (4.48) ist in Abbildung 4.11(b) dargestellt. Er wird mit der von Thomson [138] vorgestellten Beziehung

$$f_n^* = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \left(1 + \frac{3}{8} \frac{\pi^2 n^2 E}{\ell^2 \sigma} w^2 \right) \quad (4.50)$$

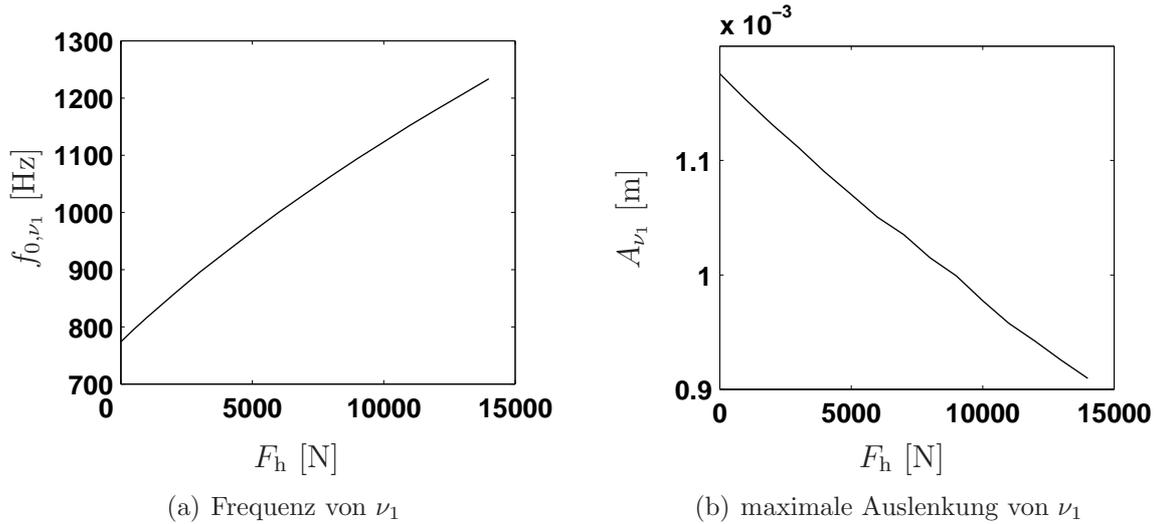


Abbildung 4.10.: Einfluss der Vorspannung auf Frequenz und Auslenkung von ν_1 (Simulationsergebnisse)

zwischen den Eigenfrequenzen f_n^* einer schwingenden Saite und ihrer axialen Spannung σ kombiniert. Die auftretenden Konstanten sind die Dichte ρ und der Elastizitätsmodul E des Saitenmaterials sowie die Länge ℓ der Saite. Die Amplitude der Querschwingung wird durch w beschrieben. Für die Betrachtung der ersten Ansatzfunktion ν_1 in Querrichtung gilt die Näherung $w \approx A_{\nu_1}$. Die Spannung σ teilt sich hierbei in

$$\sigma = \frac{F_h}{A} + \frac{Z_q}{A} \quad (4.51)$$

auf. Der konstante Anteil F_h/A resultiert aus der axialen Vorspannkraft F_h der Saite, der Anteil Z_q/A rührt von der durch die Auslenkung in Querrichtung induzierten Längsspannung, die sich nach [138] über

$$Z_q = \frac{3}{16} \frac{\pi^2 n^2}{\ell^2} EA w^2 \quad (4.52)$$

annähern lässt. Hierbei sind A die Querschnittsfläche der Saite und es gilt $n = 1$, da die erste Ansatzfunktion in Querrichtung ν_1 und damit die Grundschwingung betrachtet wird. Wird zu f^* aus Gleichung (4.50) eine konstante Grundfrequenz f_0 hinzugefügt, ergibt sich der Zusammenhang

$$f_n = f_0 + \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \left(1 + \frac{3}{8} \frac{\pi^2 n^2 E}{\ell^2} \frac{w^2}{\sigma} \right), \quad (4.53)$$

der für die in Tabelle 4.1 aufgeführten Parameter des untersuchten EULER-BERNOULLI-Balkens in Abbildung 4.11(a) dargestellt ist. Für große Auslenkungen $w = A_{\nu_1}$ entstehen nach Gleichung (4.52) große axiale Kräfte Z_q in dem Balken bzw. in der Saite. Damit lässt sich Gleichung (4.53) zu

$$f_n = f_0 + \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \quad (4.54)$$

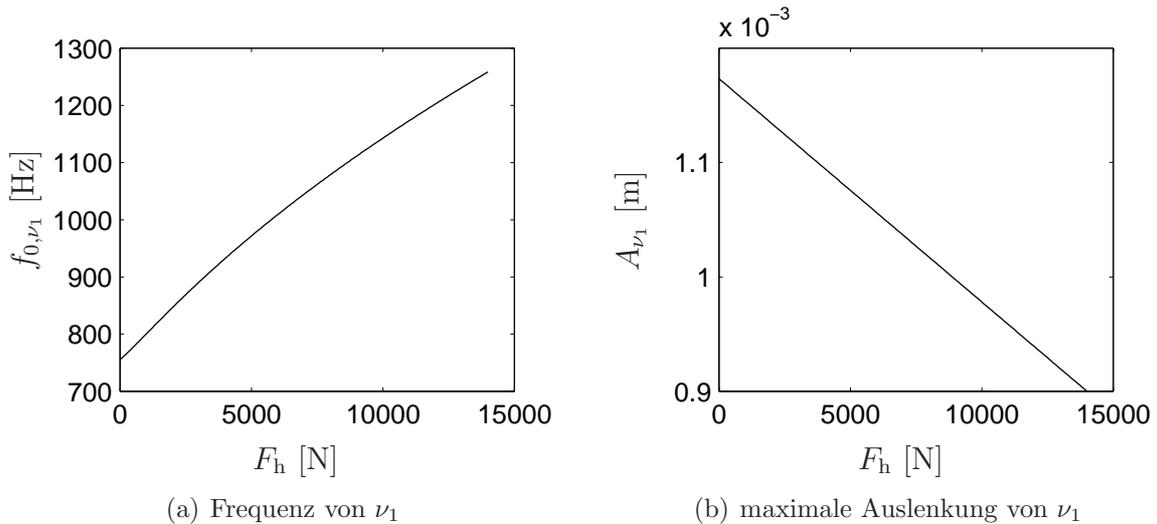


Abbildung 4.11.: Einfluss der Vorspannung auf Frequenz und Auslenkung von ν_1 (Approximation der Simulationsergebnisse)

vereinfachen. Dies gilt ebenfalls für große axiale Vorspannkräfte F_h . Mit Hilfe der vorgestellten Zusammenhänge (4.53) und (4.54) kann der in Abbildung 4.10(a) dargestellte Zusammenhang angenähert und analytisch beschrieben werden. Einen Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Näherungsformeln zeigt Abbildung 4.12. Die durchgezogene Linie entspricht der in Abbildung 4.10(a) gezeigten Trajektorie des Simulationsergebnisses, die gepunktete Linie ist die Annäherung dieser Trajektorie unter Verwendung der Gleichung (4.53), und die gestrichelte Linie ist die vereinfachte Annäherung nach Gleichung (4.54). Es zeigt sich, dass beide Formeln für die Beschreibung der Beziehung zwischen Eigenfrequenz und Vorspannung einer schwingenden Saite auch auf einen dünnen Blechstreifen übertragen werden können.

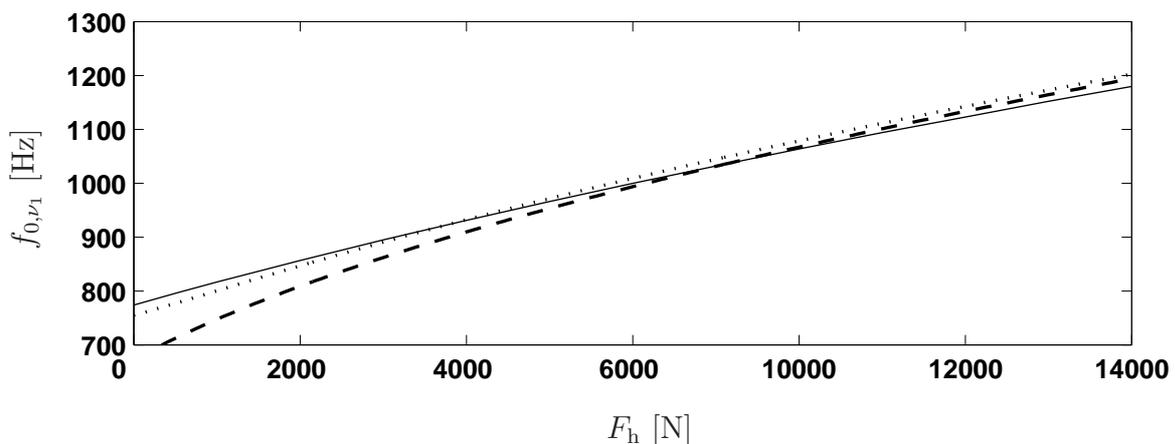


Abbildung 4.12.: Einfluss der Vorspannung F_h auf die Frequenz von ν_1 : durchgezogen - Simulationsergebnis, gepunktet - Näherung nach Gleichung (4.53), gestrichelt - Näherung nach Gleichung (4.54)

5. Self-sensing-Aktoren

Das vorliegende Kapitel beschäftigt sich mit Methoden zur gleichzeitigen Verwendung piezoelektrischer Wandler sowohl als Aktoren als auch als Sensoren. Das Hauptaugenmerk liegt hierbei auf der Trennung des Ansteuersignals und des Messsignals. Neben den theoretischen Betrachtungen werden auch experimentelle Ergebnisse präsentiert. Für eine mögliche Kombination des piezoelektrischen Self-Sensings mit dem in Kapitel 4 vorgestellten Funktionsprinzip der Schwingsaitenwaage ist insbesondere der Frequenzverlauf des Messsignals von Interesse.

5.1. Allgemeines

5.1.1. Self-Sensing – Definition und Begriffsbestimmung

Piezoelektrische Wandler werden in konventionellen Systemen entweder als Aktoren oder als Sensoren eingesetzt. Beim Einsatz als Aktor wird der inverse piezoelektrische Effekt, für den sensorischen Einsatz der direkte piezoelektrische Effekt ausgenutzt. Da beide Effekte stets gleichzeitig in piezoelektrischen Materialien auftreten, können sie auch gleichzeitig als Sensor und Aktor eingesetzt werden. Ansätze zur Ausnutzung dieser Doppelfunktion wurden in der Vergangenheit von verschiedenen Forschergruppen entwickelt. Hier zu nennen sind insbesondere Anderson et al. [3], Carabelli und Tonoli [18], Dosch et al. [35], Jones et al. [69] und Kuhnen et al. [65, 84]. Jones und Garcia [70] definieren den Begriff ‚Self-Sensing‘ wie folgt:

Self-sensing is any technique involving the extraction of a sensing signal from an actuator the resultant of which is independent of any command signal to the actuator.

Das Messsignal soll also unabhängig von der aktorischen Ansteuerung des Wandlers sein.

In der englischsprachigen Literatur treten neben ‚Self-Sensing‘ auch andere Bezeichnungen auf. Viperman und Clark [144] sprechen z. B. vom ‚sensuator‘, bei Jones und Garcia [70] ist von ‚sensoriactuator‘, und ‚simultaneous sensing and actuation‘, bei De Boer [28] ist von ‚motional feedback‘ die Rede. Weiterhin taucht bei Janocha et al. [66] der Begriff ‚smart actuators‘ auf, der auch Neudeutsch als ‚smarte Aktoren‘ [82] vorkommt. In der deutschen Literatur finden sich bei [82, 107] weiterhin ‚sensorlose

Aktorsysteme“ oder „sensorlose Positionsmessung“.

Da der Begriff ‚Self-Sensing‘ jedoch bei fast allen genannten Autoren vorkommt, wird auch im Rahmen dieser Arbeit diese Namensgebung verwendet.

5.1.2. Self-Sensing – Vorteile

Durch den Einsatz eines einzelnen piezoelektrischen Wandlers sowohl als Aktor als auch als Sensor kann die Zahl der erforderlichen Systemkomponenten reduziert werden, da ein zusätzliches Sensorelement nicht erforderlich ist. Als Folge ergibt sich in einzelnen Fällen ein geringerer Bauraumbedarf innerhalb des Systems und ein reduziertes Gewicht [131]. Zu berücksichtigen ist bei der Umsetzung des Self-Sensings jedoch der für die Signalverarbeitung und für die Ansteuerung erforderliche zusätzliche Aufwand, sodass die Vor- und Nachteile im einzelnen Anwendungsfall gegeneinander abgewogen werden müssen.

Durch die räumliche Integration der Sensor- und der Aktorfunktion an der exakt gleichen Position ist eine echte kollozierte Regelung (collocated control) möglich [84]. Die Stellbewegung kann somit räumlich am selben Ort ausgeführt werden, an dem das Messsignal aufgenommen wird. Dadurch kann die kapazitive Kopplung zwischen Sensor und Aktor eliminiert werden [35], was sich insbesondere bei der Schwingungsregelung oder bei der Schwingungsdämpfung als Vorteil erweist. Zudem wird durch die kollozierte Anordnung von Sensor und Aktor die Stabilität der Regelung verbessert [35, 84, 131].

5.1.3. Self-Sensing – Historische Entwicklung der Verfahren

Einen der ersten Ansätze für den Einsatz von Self-sensing-Aktoren beschrieb De Boer [28] bereits im Jahr 1961 für einen elektromagnetischen Wandler. Das Ziel war dabei die Dämpfung von Resonanzfrequenzen eines Lautsprechers, um Klangverzerrungen bei der Schallwandlung zu erhöhen. Hierfür wurde eine Brückenschaltung entworfen, die ein Signal lieferte, das proportional zur Bewegungsgeschwindigkeit der Schwingspule war. In den 70er Jahren entstand der Begriff der sogenannten ‚geberlosen‘ bzw. ‚sensorlosen‘ Regelungen (sensorless control). Diese für Elektromotoren entwickelten Self-sensing-Verfahren beruhen beispielsweise auf der Auswertung von Strom- und Spannungsverläufen, um die Drehzahl des Motors zu bestimmen [70].

Konzepte zum Self-Sensing von piezoelektrischen Wandlern wurden erstmals im Jahr 1992 in Form von Brückenschaltungen von Anderson et al. [3] und Dosch et al. [35] präsentiert. Das Self-Sensing wurde damals aufgrund des den Brückenschaltungen zugrunde liegenden Funktionsprinzips zunächst als Separation von Aktor- und Sensorsignalen verstanden. Im Jahr 1997 interpretierten Jones und Garcia [70] das Self-Sensing von piezoelektrischen Wandlern als Beobachtungsproblem von Zustandsgrößen (Observer Based Self-Sensing = OBSS). Mit Hilfe eines aus den konstitutiven Gleichungen abgeleiteten Beobachtungsmodells werden hierbei die mechanischen Zustandsgrößen aus den elektrischen Zustandsgrößen geschätzt. Kuhnen und Janocha [82] bezeichnen die-

se Methode als „Rekonstruktion“, wobei das Beobachtungsmodell durch die Inversion eines Wandlermodells bestimmt wird. Im Jahr 1998 erwähnen Janocha et al. [66] erstmals die SAWYER-TOWER-Schaltung zur Erfassung der elektrischen Zustandsgrößen. Diese Schaltung wurde bereits 1930 von Sawyer und Tower [125] für ihre Untersuchungen von Rochellesalz als Dielektrikum entwickelt. Im Jahr 2005 wurde sie von Kuhnen und Janocha [84] im Hinblick auf die Anwendung für Self-sensing-Aktoren aus mess- und steuerungstechnischer Sicht untersucht.

Anwendung findet das piezoelektrische Self-Sensing in vielen Bereichen. Zu nennen sind insbesondere der Einsatz in der Schwingungsdämpfung (vibration control) [47, 71, 112], die aktive Schalldämpfung (acoustic noise control) [131], die Strukturdämpfung [6, 136], die Strukturüberwachung (SHM = structural health monitoring) [88, 106], die Regelung von Magnetlagerungen [146] und der Einsatz bei Positionieraufgaben [69]. Die jüngeren experimentellen Untersuchungen von Janocha und Kuhnen [65, 83, 84] zielen auf keine konkrete Anwendung ab, die Ergebnisse eröffnen jedoch ein breites Einsatzfeld.

5.2. Elektrisches Ersatzschaltbild für piezoelektrische Wandler

Um das piezoelektrische Self-Sensing genauer untersuchen zu können, sind die Eigenschaften piezoelektrischer Materialien in einem elektrischen Ersatzschaltbild abzubilden. Geeignet sind hierfür die in Abbildung 5.1 gezeigten Ersatzschaltbilder des Piezowandlers als Ladungs- oder Spannungsquelle, die sich nach [35] direkt aus den linearen konstitutiven Gleichungen ableiten lassen. Für das in Abbildung 5.1(a) gezeigte La-

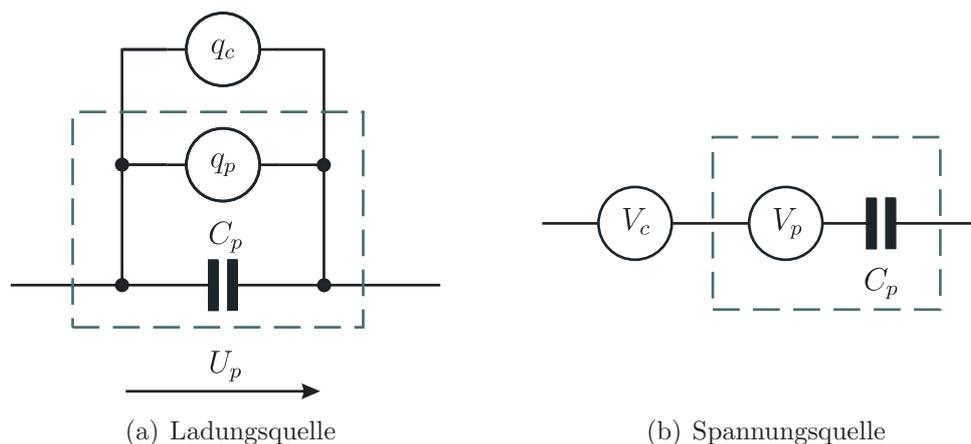


Abbildung 5.1.: Elektrisches Ersatzschaltbild eines piezoelektrischen Wandlers als (a) Ladungsquelle oder (b) Spannungsquelle.

dungsquellemodell ergibt sich aus den Gleichungen (2.61) und (2.63) die Gesamtladung q auf dem Piezowandler als

$$q = C_p U_p + q_p. \quad (5.1)$$

Hierbei ist U_p die am Wandler anliegende Spannung. Wird der Wandler zur Messung der Auslenkung eingesetzt, gilt für die Kapazität $C_p = C_p^s$. Wird die Kraft gemessen, ist $C_p = C_p^F$. Entsprechend wird die durch die Auslenkung des Wandlers induzierte Ladung q_p im Folgenden mit q_s , die durch die Kraft induzierte Ladung mit q_F bezeichnet. Das in Abbildung 5.1(b) gezeigte Spannungsmodell resultiert direkt aus der Äquivalenz einer zu einem Kondensator parallel geschalteten Stromquelle mit einer zu einem Kondensator in Reihe geschalteten Spannungsquelle [35, 77].

5.3. Brückenschaltungen

Der grundsätzliche Aufbau von Brückenschaltungen ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Sie bestehen aus dem Messzweig, der zur Untersuchung des piezoelektrischen Self-Sensings den piezoelektrischen Wandler und die Messimpedanz Z_m enthält, und dem Referenzzweig mit der Referenzimpedanz Z_{pr} sowie einer weiteren Messimpedanz Z_{mr} . Zur Darstellung des piezoelektrischen Wandlers wird das elektrische Ersatzschaltbild verwendet, das in Abbildung 5.1(a) dargestellt ist. Ergänzend wurde hier noch der Widerstand R_p zur Berücksichtigung des inneren Ableitwiderstands der piezoelektrischen Materialien hinzugefügt.

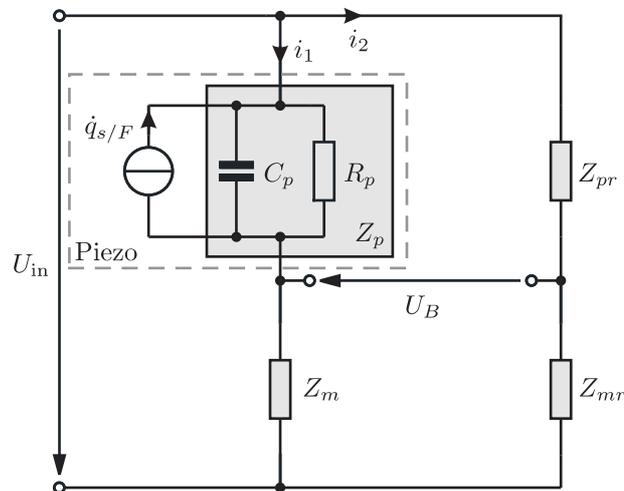


Abbildung 5.2.: Allgemeiner Aufbau von Brückenschaltungen zum piezoelektrischen Self-Sensing mit linearem elektrischem Ersatzschaltbild des Piezowandlers

Die Berechnung der Brückenspannung U_B erfolgt über die Anwendung des 2. KIRCHHOFFSchen Satzes von der Erhaltung der Energie¹ [25]. Bezeichnen U_{in} die Eingangs- oder Steuerspannung, q_s/F den auslenkungs- bzw. kraftproportionalen Anteil der im Piezowandler induzierten Ladung, i_1 den Strom, der durch den Brückenzweig mit dem

¹Spannungs-Maschengleichung

Piezowandler fließt, und i_2 den Strom, der durch den Referenzzweig fließt, so führt dies zu den Gleichungen

$$U_{\text{in}} = i_1(Z_p + Z_m) + Z_p \dot{q}_{s/F} = i_2(Z_{pr} + Z_{mr}) \quad \text{und} \quad (5.2)$$

$$U_B = i_2 Z_{mr} - i_1 Z_m. \quad (5.3)$$

Die Brückenspannung ergibt sich damit in Übereinstimmung mit [65] im Frequenzbereich als

$$U_B(j\omega) = \left(\frac{Z_{mr}}{Z_{pr} + Z_{mr}} - \frac{Z_m}{Z_p + Z_m} \right) U_{\text{in}}(j\omega) + \frac{Z_p Z_m}{Z_p + Z_m} \dot{q}_{s/F}(j\omega). \quad (5.4)$$

Um die Brückenspannung unabhängig von der Steuerspannung zu machen, müssen die Impedanzen derart abgeglichen werden, dass

$$\frac{Z_{mr}}{Z_{pr} + Z_{mr}} - \frac{Z_m}{Z_p + Z_m} = 0 \quad (5.5)$$

gilt. Die Brückenspannung

$$U_B(j\omega) = \frac{Z_p Z_m}{Z_p + Z_m} \dot{q}_{s/F}(j\omega) = \frac{Z_p Z_m}{Z_p + Z_m} j\omega q_{s/F}(j\omega) \quad (5.6)$$

hängt somit nur noch von dem im Piezowandler induzierten Ladungsanteil $q_{s/F}$ oder dessen Ableitungen nach der Zeit ab. Zu welcher zeitlichen Ableitung der mechanischen Zustandsgrößen die Brückenspannung proportional ist, wird durch die verwendete Messimpedanz bestimmt. Werden kapazitive Messimpedanzen verwendet, ergibt sich eine Proportionalität zu s bzw. F , bei resistiven Messimpedanzen zu \dot{s} bzw. \dot{F} und bei induktiven Messimpedanzen zu \ddot{s} bzw. \ddot{F} [47]. In Tabelle 5.1 sind die verschiedenen Messgrößen und die zugehörigen Messimpedanzen für diese Brückenschaltungen zusammengefasst.

Tabelle 5.1.: Zusammenhang zwischen der Brückenspannung und der verwendeten Messimpedanz und der Art des Abgleichs

| Messimpedanzen Z_m, Z_{mr} | Abgleich mit $C_p = C_p^s$ | Abgleich mit $C_p = C_p^F$ |
|------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| kapazitiv | $U_B \sim q_s \sim s$ | $U_B \sim q_F \sim F$ |
| resistiv | $U_B \sim \dot{q}_s \sim \dot{s}$ | $U_B \sim \dot{q}_F \sim \dot{F}$ |
| induktiv | $U_B \sim \ddot{q}_s \sim \ddot{s}$ | $U_B \sim \ddot{q}_F \sim \ddot{F}$ |

Ein großer Nachteil der Brückenschaltungen für das piezoelektrische Self-Sensing ist der notwendige Abgleich der Brücke, der oft nur schwierig durchzuführen und zeitlich auch instabil ist [131]. Ursachen hierfür sind in der Abhängigkeit der Wandlerparameter von den Umgebungsbedingungen wie z. B. der Temperatur [66, 131] oder in Nichtlinearitäten wie z. B. den von Kuhnen [80] beschriebenen Kriecheffekten zu finden. Sodano [134] führt zudem piezoelektrische Alterungseffekte als Ursache an.

Bei Brückenschaltungen muss weiterhin berücksichtigt werden, dass die beiden Messzweige der Brücke durch die Reihenschaltung der einzelnen Impedanzen wie Spannungsteiler wirken und somit die am piezoelektrischen Wandler anliegende Spannung nicht der Steuerspannung entspricht. Außerdem ist im allgemeinen Fall die Übertragungsfunktion zwischen Brückenspannung und Steuerspannung frequenzabhängig.

5.3.1. Kapazitive Brückenschaltungen

Zur Bestimmung der Kraft F auf den Wandler oder der Auslenkung s des Wandlers eignen sich nach Tabelle 5.1 kapazitive Brückenschaltungen. Abbildung 5.3 zeigt den einfachsten Fall dieser Art mit konstanten kapazitiven Referenz- und Messimpedanzen. Um den endlichen Isolationswiderstand des piezoelektrischen Wandlers und der verwendeten kapazitiven Bauteile zu berücksichtigen, werden die Impedanzen als Parallelschaltung einer Kapazität C und eines Widerstands R modelliert. Die einzelnen

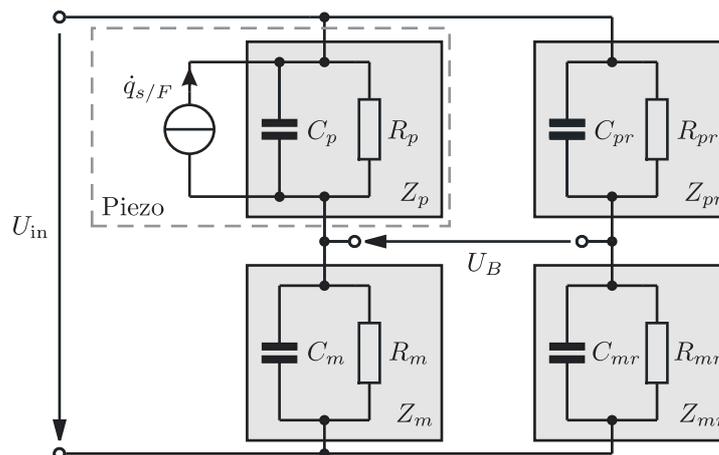


Abbildung 5.3.: Kapazitive Brückenschaltung

Impedanzen ergeben sich mit der Impedanz eines idealen Widerstands $Z_R = R$ und einer idealen Kapazität $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$ als

$$Z_p = \frac{R_p}{j\omega C_p R_p + 1}, \quad (5.7a)$$

$$Z_m = \frac{R_m}{j\omega C_m R_m + 1}, \quad (5.7b)$$

$$Z_{pr} = \frac{R_{pr}}{j\omega C_{pr} R_{pr} + 1} \quad \text{und} \quad (5.7c)$$

$$Z_{mr} = \frac{R_{mr}}{j\omega C_{mr} R_{mr} + 1}. \quad (5.7d)$$

Um diese lineare kapazitive Brückenschaltung abzugleichen, muss die nach Gleichung (5.5) notwendige Bedingung

$$\frac{Z_{mr}}{Z_{pr} + Z_{mr}} = \frac{Z_m}{Z_p + Z_m} \quad (5.8)$$

erfüllt sein. Diese Bedingung kann auf zwei verschiedenen Wegen erfüllt werden. Beim sogenannten *trivialen Abgleich* werden die Impedanzen der einander entsprechenden Bauteile im Referenz- und im Wandlerzweig identisch gewählt, sodass $Z_{pr} = Z_p$ und $Z_{mr} = Z_m$. Entsprechend ergeben sich die Kapazitäten und Widerstände als

$$C_{pr} = C_p, \quad R_{pr} = R_p, \quad C_{mr} = C_m \quad \text{und} \quad R_{mr} = R_m. \quad (5.9)$$

Als Nachteil zeigt sich hierbei, dass zwei Kapazitätswerte abgeglichen werden müssen. Beim *nichttrivialen Abgleich* unterscheiden sich die in Mess- und Referenzzweig entsprechenden Impedanzen durch einen einheitlichen, konstanten Skalierungsfaktor c , also $Z_{pr} = cZ_p$ und $Z_{mr} = cZ_m$. Die Kapazitäts- und Widerstandswerte ergeben sich mit

$$Z_{pr} = \frac{1}{j\omega C_{pr} + \frac{1}{R_{pr}}} = \frac{1}{j\omega \frac{C_p}{c} + \frac{1}{cR_p}} = cZ_p \quad \text{und} \quad (5.10)$$

$$Z_{mr} = \frac{1}{j\omega C_{mr} + \frac{1}{R_{mr}}} = \frac{1}{j\omega \frac{C_m}{c} + \frac{1}{cR_m}} = cZ_m \quad (5.11)$$

als

$$C_{pr} = \frac{1}{c}C_p, \quad R_{pr} = cR_p, \quad C_{mr} = \frac{1}{c}C_m \quad \text{und} \quad R_{mr} = cR_m. \quad (5.12)$$

Im Fall $c = 1$ folgt aus dem nichttrivialen Abgleich der triviale Abgleich und die Gleichungen (5.12) gehen in die Gleichungen (5.9) über. Ist der Skalierungsfaktor $c \neq 1$, ergibt sich aus den Gleichungen (5.12) als nichttriviale Abgleichbedingung

$$\frac{C_p}{C_{pr}} = \frac{R_{pr}}{R_p} = \frac{C_m}{C_{mr}} = \frac{R_{mr}}{R_m} = c. \quad (5.13)$$

Es können nun drei Kapazitätswerte und zwei Widerstandswerte beliebig gewählt werden. Um die Abgleichbedingung (5.13) zu erfüllen, müssen im Anschluss lediglich eine Kapazität und zwei Widerstandswerte abgeglichen werden. Hier zeigt sich ein wesentlicher Vorteil gegenüber dem trivialen Abgleich, da sich der Abgleich von Kapazitäten in der Praxis als sehr aufwändig gestaltet. Dies gründet auf den hohen Kapazitätswerten von piezoelektrischen Wandlern im Mikrofaradbereich, die mit handelsüblichen, stufenlos einstellbaren Kondensatoren nur über aufwändige Parallelschaltungen der einzelnen Kondensatoren erreicht werden können. Der Abgleich der Widerstände hingegen erweist sich als unproblematisch, da Potenziometer bis in den oberen Megaohmbereich zur Verfügung stehen.

Um den einfachen Abgleich von Widerständen auszunutzen, wurde eine vereinfachte Version der linearen kapazitiven Brücke entworfen, die in Abbildung 5.4 dargestellt ist.

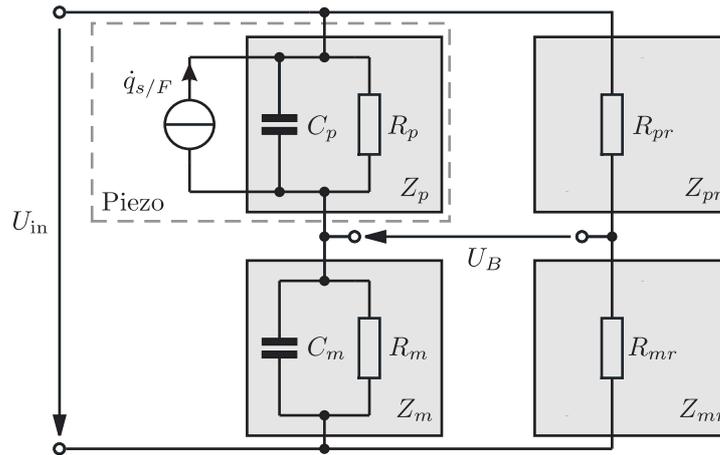


Abbildung 5.4.: Kapazitive Brückenschaltung mit resistivem Referenzweig

Die Impedanzen im Referenzweig sind rein resistiv, also $Z_{pr} = R_{pr}$ und $Z_{mr} = R_{mr}$. Die Brückenabgleichbedingung (5.8) vereinfacht sich somit auf

$$\frac{R_{mr}}{R_{pr} + R_{mr}} = \frac{Z_m}{Z_p + Z_m}. \quad (5.14)$$

Mit einer ersten Abgleichbedingung

$$\frac{R_m}{R_p} = \frac{C_p}{C_m} \quad (5.15)$$

vereinfacht sich Gleichung (5.14) zu

$$\frac{R_{mr}}{R_{pr} + R_{mr}} = \frac{C_p}{C_p + C_m}, \quad (5.16)$$

woraus mit Gleichung (5.15) die zweite Abgleichbedingung

$$\frac{R_{mr}}{R_{pr}} = \frac{R_m}{R_p} = \frac{C_p}{C_m} \quad (5.17)$$

als notwendige Bedingung folgt. Die Kapazitäten C_p und C_m können nun als unabhängige Größen gewählt werden, sodass zum Abgleich der kapazitiven Brücke mit resistivem Referenzweig lediglich Widerstandswerte eingestellt werden müssen und ein aufwändiger Abgleich von Kapazitäten wegfällt.

Da nichtlineare Effekte bei der Erstellung des elektrischen Ersatzschaltbilds für Piezowandler zur Auslegung der Brückenschaltungen nicht einbezogen wurden, entstehen bei einigen Betriebszuständen des Wandlers Fehler bei der Rekonstruktion der mechanischen Zustandsgrößen. Anderson et al. [3] sowie Spangler Jr. und Hall [136] berücksichtigen die nichtlinearen Effekte als eine sich verändernde Kapazität C_p im elektrischen Ersatzschaltbild, die entsprechend den Hysterese-, Sättigungs- und Krieeffekten sowie äußeren Temperatureinflüssen [131] und den Frequenzanteilen der Zustandsgrößen [134] unterliegt.

Um diese nichtlinearen Einflüsse mit einzubeziehen, stehen verschiedene Ansätze zur Verfügung. Simmers Jr. et al. [131] konnten beispielsweise den durch eine Temperaturänderung herbeigeführten Abgleichfehler reduzieren, indem sie die effektive Kapazität C_p des Piezowandlers in der Brückenschaltung durch parallel oder in Serie geschaltete Kondensatoren erhöhten bzw. verringerten. Auf diese Weise konnte der relative Fehler des Brückenabgleichs bei bestimmten Änderungen der Kapazität reduziert werden. Der Nachteil dieses Ansatzes liegt jedoch in der damit verbundenen Absenkung der Amplitude des Messsignals, sodass der Messfehler nicht beliebig reduziert werden kann. Law et al. [87] nutzten erfolgreich einen adaptiven Filter-Algorithmus zur Schwingungsdämpfung, ein ähnlicher Ansatz ist in [20, 145] zu finden. Eine Übersicht über weitere Ansätze zur Berücksichtigung des nichtlinearen piezoelektrischen Verhaltens bei Self-Sensing-Verfahren wird in [131] gegeben.

Ein theoretisch sehr einfacher Ansatz zur Berücksichtigung der Nichtlinearitäten ist die Verwendung eines zweiten baugleichen Piezowandlers anstelle der konstanten Referenzimpedanz Z_{pr} . Das nichtlineare Verhalten ist dabei direkt implementiert, es sind hierbei jedoch verschiedene Randbedingungen zu berücksichtigen. Wird die Brückenschaltung zur Messung der Kraft F auf den Piezowandler verwendet, so sollte der Referenzwandler unbelastet sein, um die Randbedingung konstanter Belastung ($F = 0$) vorzugeben. Soll die Auslenkung s gemessen werden, sollte der Referenzwandler fest eingespannt sein, um die Randbedingung konstanter Auslenkung ($s = 0$) einzuhalten. Da die Nichtlinearitäten nun im Wandlerzweig und im Referenzzweig gleichermaßen auftreten, heben sich ihre Wirkungen in der Brückenschaltung idealerweise quasi gegenseitig auf. Anzumerken ist jedoch, dass dennoch Fehler im Messsignal erhalten bleiben, weil die nichtlinearen Änderungen in einem Piezowandler auch von der äußeren Kraft F abhängig sind und damit nur in einem der beiden Wandler auftreten. Hinzu kommen höhere Kosten für die Realisierung dieser Brückenschaltung, da ein weiterer Piezowandler *identischer* Bauart benötigt wird, der zudem noch gegebenenfalls eine Klemmvorrichtung erfordert.

5.4. Sawyer-Tower-Schaltung

Die SAWYER-TOWER-Schaltung wurde bereits im Jahr 1930 erwähnt. Damals nutzten Sawyer und Tower [125] diese Schaltung für ihre Untersuchungen von Rochellesalz als Dielektrikum. Im Zusammenhang mit dem piezoelektrischen Self-Sensing wurde sie erstmals von Janocha et al. [66] erwähnt und von Kuhnen und Janocha [84] weiter untersucht.

Bei den Brückenschaltungen sind die Messung der elektrischen Zustandsgrößen und die Rekonstruktion der mechanischen Zustandsgrößen direkt in eine einzige Schaltung integriert. Im Gegensatz hierzu können bei der SAWYER-TOWER-Schaltung beide Funktionen, Messung und Rekonstruktion, getrennt voneinander umgesetzt werden, was die Untersuchung verschiedener Rekonstruktionsmodelle mit einer einzigen Messschaltung erlaubt. Diesen Vorteil nutzen Janocha und Kuhnen [65] bei ihren Untersuchungen des Self-Sencings bei Wandlern mit Nichtlinearitäten aus.

Den Aufbau der SAWYER-TOWER-Schaltung, mit der die elektrischen Zustandsgrößen

Polarisationsladung q und Spannung U_p des Piezowandlers gemessen werden können, zeigt Abbildung 5.5. Im Wesentlichen besteht sie aus einer Reihenschaltung des Piezowandlers und einer kapazitiven Messimpedanz mit endlichem Isolationswiderstand. Die Messimpedanz Z_m wird, wie bei den Brückenschaltungen, nach Gleichung (5.7b)

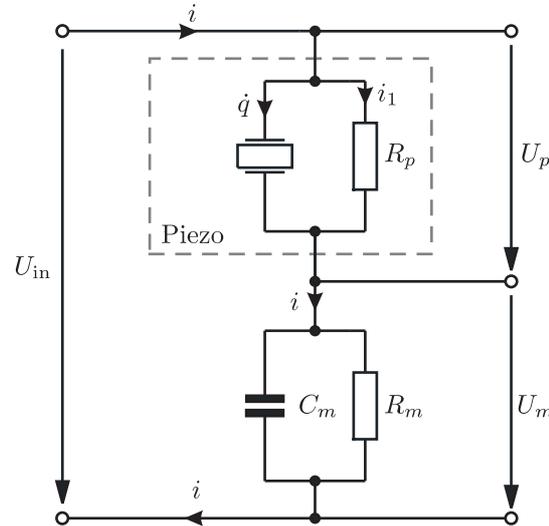


Abbildung 5.5.: SAWYER-TOWER-Schaltung zur Messung von Ladung und Spannung

bestimmt. Der Piezowandler hingegen wird jedoch nicht über ein auf den linearen konstitutiven Gleichungen basierendes elektrisches Ersatzschaltbild modelliert sondern als komplexes elektrisches Element betrachtet. Bei den nachfolgenden Betrachtungen wird daher anstelle der durch eine äußere Kraft bzw. durch die Verformung des Wandlers hervorgerufene Ladung $q_{s/F}$ die gesamte Polarisationsladung q auf dem Piezowandler betrachtet. Die Änderung dieser Gesamtladung wird entsprechend mit \dot{q} bezeichnet. Der Leckwiderstand des Piezowandlers, über den der Leckstrom i_1 abfließt, wird durch R_p modelliert.

Mit Hilfe der KIRCHHOFFSchen Sätze und der bei der Transformation in den Frequenzbereich geltenden Ableitungsregel

$$\frac{d}{dt}(\quad) \circ \bullet \rightarrow j\omega(\quad) \quad (5.18)$$

kann die Messspannung im Frequenzbereich als

$$U_m(j\omega) = \frac{R_m R_p^{-1}}{1 + j\omega R_m C_m} U_p(j\omega) + \frac{j\omega R_m}{1 + j\omega R_m C_m} q(j\omega) \quad (5.19)$$

berechnet werden. Sie hängt also von einem Anteil der Wandlerspannung U_p und einem Anteil der Polarisationsladung q ab. Die Grenzfrequenz¹ f_g ergibt sich aus Gleichung (5.19) als

$$f_g = \frac{1}{2\pi} \omega_g = \frac{1}{2\pi R_m C_m}. \quad (5.20)$$

¹Unter Grenzfrequenz versteht man diejenige Frequenz, bei der das Ausgangssignal gegenüber dem Eingangssignal um 3 dB abgeschwächt ist [141].

Für $f \gg f_g$ wird die Wandler­spannung U_p aufgrund des Tiefpass­verhaltens ihres Koeffizientens unterdrückt, und die Messspannung U_m ist mit

$$U_m \approx \frac{1}{C_m} q \quad \forall f \gg f_g \quad (5.21)$$

annähernd proportional zur Polarisationsladung q . Gilt für die Frequenz $f \ll f_g$, wird die Ladung q aufgrund des Hochpass­verhaltens ihres Koeffizientens unterdrückt, und die Messspannung U_m ist nach

$$U_m \approx \frac{R_m}{R_p} U_p \quad \forall f \ll f_g \quad (5.22)$$

annähernd proportional zur Wandler­spannung U_p . Es können somit nur Ladungsanteile hinreichend großer Frequenz gemessen werden. Anteile der Wandler­spannung im Bereich oder unterhalb der Grenzfrequenz müssen zudem aus dem Messsignal entfernt werden. Liegt eine konstante Wandler­spannung vor, kann diese durch eine Offset­Korrektur des Messsignals U_m oder durch eine geeignete Hochpass­filterung erreicht werden.

Für hohe Frequenzen des Messsignals kann mit der Gleichung (5.21) aus der Messspannung U_m die Ladung q auf dem Piezowandler ermittelt werden. Mit der am Wandler anliegenden Spannung U_p , die direkt am Wandler über ein Voltmeter erfasst werden kann, können schließlich aus den Gleichungen (2.60) bis (2.63) bzw. für Biege­wandler aus den Gleichungen (2.91) bis (2.93) die mechanischen Zustandsgrößen des Wandlers rekonstruiert werden. Sollten für die Rekonstruktion der übrigen Zustandsgrößen die linearen konstitutiven Gleichungen nicht ausreichen, können die Messdaten aus der SAWYER­TOWER­Schaltung problemlos auch für nichtlineare Rekonstruktionsmodelle verwendet werden, wie sie z. B. von Janocha und Kuhnen [65] vorgestellt werden. Diese Eigenschaft stellt gegenüber den Brückenschaltungen einen großen Vorteil dar.

Ansteuerung

Bei der SAWYER­TOWER­Schaltung ist, ähnlich wie bei den kapazitiven Brückenschaltungen, der piezoelektrische Wandler in Reihe mit einer Messimpedanz geschaltet. Diese Anordnung wirkt sich wie ein Spannungsteiler aus, sodass die Wandler­spannung U_p geringer ist als die angelegte Steuerspannung U_{in} . Um eine gewünschte Wandler­spannung zu gewährleisten, ist gegebenenfalls eine Regelung der Wandler­spannung über die Steuerspannung erforderlich [65].

Die Ansteuerung des Piezowandlers in der SAWYER­TOWER­Schaltung birgt zudem noch eine weitere Schwierigkeit in sich. Üblicherweise werden piezoelektrische Wandler mit einem konstanten Gleichanteil der Wandler­spannung U_p angesteuert, um einen gewünschten Betriebspunkt des Wandlers einzustellen. Dieser Gleichanteil ist dabei größer oder zumindest gleich der maximal auftretenden Wechselspannungsamplitude, sodass die resultierende Wandler­spannung nicht negativ wird und der Wandler somit vor einer möglichen Depolarisation geschützt wird. Bei der SAWYER­TOWER­Schaltung hingegen kann aufgrund des komplexen Spannungsteilers das Verhältnis von Gleich- zu Wechselspannungsanteil in der Wandler­spannung U_p beliebig verändert werden, da hoch- und niederfrequente Anteile der Ansteuerspannung U_{in} mit unterschiedlichen

Faktoren auf die Wandlerspannung übertragen werden. Die Amplitude des niederfrequenten Anteils der Wandlerspannung wird maßgeblich durch die Widerstände R_p und R_m bestimmt, während die Kapazitäten C_p des Piezowandlers und C_m der Messimpedanz den hinreichend hochfrequenten Anteil der Wandlerspannung bestimmen. Aus diesem Grund kann der Gleichanteil der Wandlerspannung U_p kleiner als die Amplitude des Wechselspannungsanteils sein, selbst wenn dies für die Ansteuerspannung U_{in} nicht der Fall ist. Als Lösung bieten sich hierfür zwei Möglichkeiten an. Einerseits kann der Gleichanteil der Ansteuerspannung soweit erhöht werden, dass er in allen Fällen größer als die auftretenden Wechselspannungsamplituden ist. Dieser Ansatz kann jedoch in einzelnen Fällen die Qualität des Wechselspannungssignals herabsetzen, wenn dessen Amplitude relativ zum Gleichanteil der Wandlerspannung klein wird. Andererseits kann der komplexe Spannungsteiler passend dimensioniert werden, sodass der Gleichanteil hinreichend groß wird. Dies kann zum einen durch eine Veränderung der Messkapazität C_m und zum anderen durch eine Anpassung des Widerstandsverhältnisses von R_p zu R_m erzielt werden. In beiden Fällen ist jedoch zu berücksichtigen, dass sowohl C_m als auch R_m die Grenzfrequenz f_g beeinflussen.

5.5. Ähnliche Schaltungen

Die in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Schaltungen sind aus passiven Bauteilen aufgebaut. Es ist jedoch durchaus möglich, die Schaltungen um aktive Elemente zu erweitern bzw. passive Abschnitte durch aktive Abschnitte auszutauschen. So stellen Anderson et al. [3] für das piezoelektrische Self-Sensing eine den Brückenschaltungen ähnliche Schaltung vor, die in Abbildung 5.6 dargestellt ist. Der Unterschied

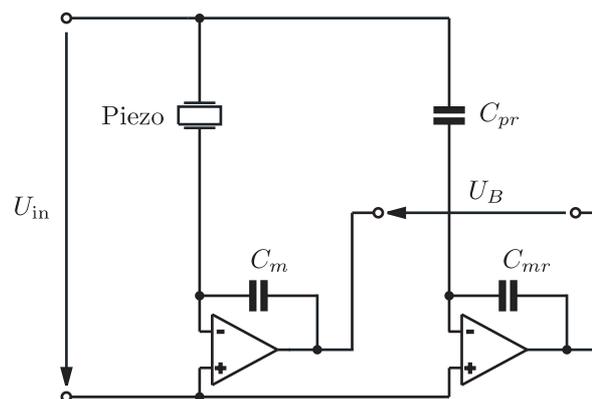


Abbildung 5.6.: Brückenähnliche Self-sensing-Schaltung [3]

ist darin zu sehen, dass die Messimpedanzen durch Ladungsverstärker oder alternativ Spannungsverstärker ersetzt werden. Die Differenz der Verstärkerausgänge ergibt die entsprechende Brückenspannung. Die verwendeten Operationsverstärker müssen für den bei Piezowandlern üblichen Hochspannungsbetrieb geeignet sein. Sie werden hierfür entweder konkret ausgeführt oder die Wahl fällt auf speziell integrierte Operationsverstärkerschaltungen für den Hochspannungsbetrieb. Wie zu sehen ist, ist der

Aufwand für die Realisierung dieser Art von brückenähnlichen Schaltungen höher als für die bisher dargestellten Brücken. Außerdem ist kein Vorteil gegenüber den passiven Brückenschaltungen zu erkennen. Daher werden diese Schaltungen im weiteren Verlauf dieser Arbeit nicht weiter berücksichtigt.

Abbildung 5.7 zeigt eine Schaltung, die der SAWYER-TOWER-Schaltung ähnlich ist. Sie

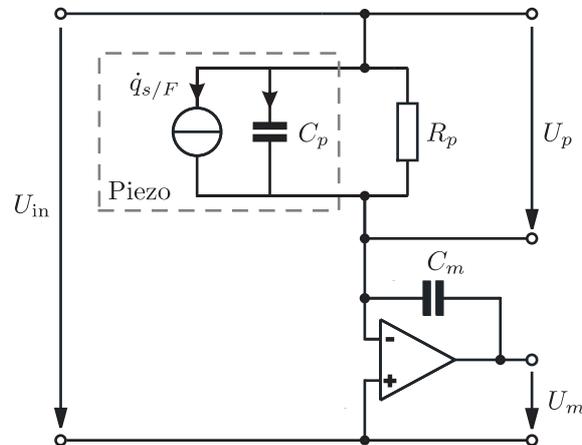


Abbildung 5.7.: Eine der SAWYER-TOWER-Schaltung ähnliche Schaltung mit Ladungsverstärker zur Messung von Ladung und Spannung [34]

kann ebenfalls zur Messung der Polarisationsladung q und der Wandlerspannung U_p eingesetzt werden. Die kapazitive Messimpedanz ist hierbei, analog zu der brückenähnlichen Schaltung in Abbildung 5.6, durch einen Ladungsverstärker ersetzt. Auch hier gibt es aufgrund des endlichen Isolationswiderstands des Kondensators eine untere Grenzfrequenz f_g , die bei der Ladungsmessung zu berücksichtigen ist. Die Operationsverstärker können wiederum entweder diskret ausgeführt werden, oder es werden spezielle integrierte Operationsverstärkerschaltungen für den bei Piezowandlern üblichen Hochspannungsbetrieb eingesetzt. Da sich auch bei diesem Aufbau kein nennenswerter Vorteil gegenüber der konventionellen SAWYER-TOWER-Schaltung ergibt, der schaltungstechnische Aufwand jedoch deutlich höher ist, wird auch diese Schaltung im weiteren Verlauf dieser Arbeit nicht mehr berücksichtigt.

5.6. Versuchsstand

5.6.1. Aufbau

Zur experimentellen Untersuchung des Self-sensing-Verhaltens piezoelektrischer Wandler wurde ein Versuchsstand aufgebaut, der in Abbildung 5.8 dargestellt ist. Anstelle piezoelektrischer Stapelwandler wurden piezoelektrische Biege wandler verwendet. Der Vorteil von Biege wandlern ist in den vergleichsweise geringen Ansteuerspannungen unter 100 V zu sehen, während bei translatorischen Stapelwandlern die Betriebsspannungen üblicherweise im Bereich von 800 V bis 1000 V liegen. Durch den Einsatz von Biege wandlern werden somit die Anforderungen an die einzelnen elektrischen Bauteile

in den untersuchten Schaltungen reduziert. In den Versuchsstand wurden drei baugleiche Biegewandler integriert, von denen ein Wandler über die gesamte Länge geklemmt wurde, um eine konstante Auslenkung $s = 0$ zu gewährleisten. Die anderen beiden Wandler wurden gegeneinander verspannt, sodass sie sich in jeder möglichen Kombination von Auslenkungszuständen berühren. Der eine dieser Wandler dient zur Modellierung der äußeren Anregung, während der andere als Self-sensing-Wandler eingesetzt wird. Die Ansteuerungen sowohl des erregenden Biegewandlers, der die äußere Last auf

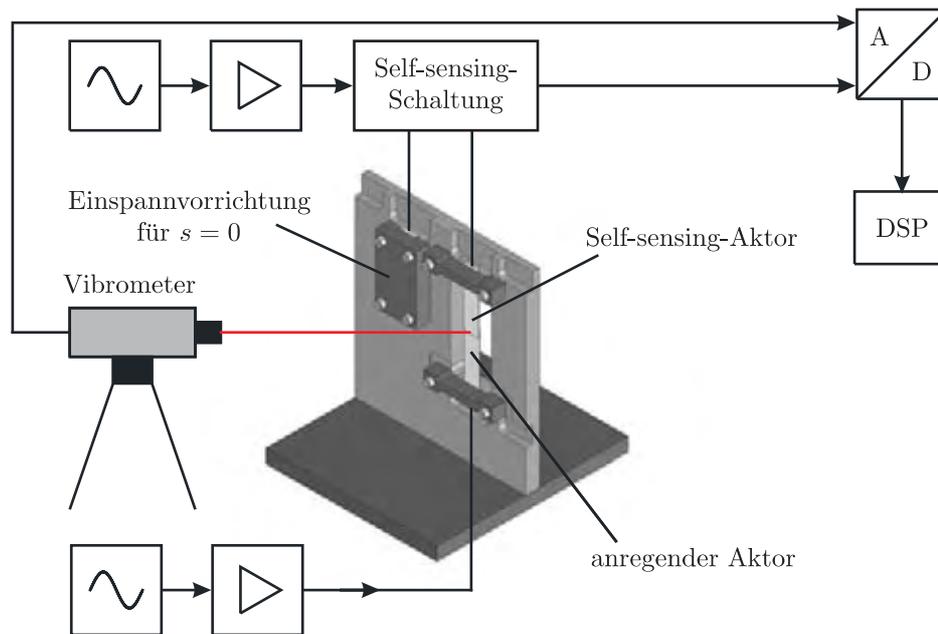


Abbildung 5.8.: Gesamtaufbau des Versuchsstands

den Self-sensing-Wandler und damit die zu erfassende Messgröße erzeugt, als auch des Self-sensing-Wandlers erfolgte über einen Leistungsverstärker, dessen Eingangssignal von einem Arbiträrsignalgenerator geliefert wurde. Im Gegensatz zu der direkten Ansteuerung des erregenden Wandlers wurde der Self-sensing-Wandler jedoch über die in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Self-sensing-Schaltungen angesteuert. Die auftretenden Messsignale wurden durch einen Analog-Digital-Wandler (AD) erfasst, dem ein passiver Tastkopf mit einem Dämpfungsfaktor von zehn vorgeschaltet wurde, um die Eingangsimpedanz des AD-Wandlers zu erhöhen. So konnte die Belastung der Signalquellen reduziert werden. Über den AD-Wandler wurde des Weiteren das Signal des Laservibrometers erfasst, mit dem die Auslenkung s der Spitze des Self-sensing-Wandlers gemessen wurde. Die digitalen Signale wurden vom AD-Wandler über eine LAN-Anbindung auf einen digitalen Signalprozessor (DSP) übertragen, der die Signale für eine weitere Verarbeitung in Form eines MATLAB-Vektors zwischenspeichert. Die lineare Rekonstruktion, die Frequenzfilterung und die Frequenzmessung erfolgten schließlich im Anschluss an die Messung im Rechner. Eine Auflistung der eingesetzten Geräte sowie eine Abbildung des Gesamtaufbaus des Versuchsstands ist im Anhang B.1 zu finden.

5.6.2. Charakterisierung der Biegewandler

Da die Herstellertoleranzen bei der Angabe der Materialeigenschaften bis zu 20 % betragen können, wurden, um ein akzeptables Rekonstruktionsmodell für das Self-Sensing zu erstellen, die Parameter der verwendeten Biegewandler im Einzelnen gemessen. Unter verschiedenen Randbedingungen wurde die Kapazität des als Self-sensing-Aktor eingesetzten Wandlers zu $C_p = 4.5 \mu\text{F}$ bestimmt. Dabei wurde die beim Self-Sensing eingesetzte Hälfte der Wandler-schichten an den zugehörigen Elektrodenanschlüssen vermessen. Bei der SAWYER-TOWER-Schaltung wurde für das lineare Rekonstruktionsmodell ein Kapazitätswert von $C_p^s = 4.7 \mu\text{F}$ ermittelt, der letztlich auch zum Abgleich der untersuchten Brückenschaltungen verwendet wurde. Der Isolationswiderstand der einzelnen Biegewandler wurde über die Messung des Leckstroms im Wandler näherungsweise zu ca. $R_p = 5 - 20 \text{ G}\Omega$ bestimmt.

Neben der Bestimmung der elektrischen Größen des zum Self-Sensing eingesetzten piezoelektrischen Biegewandlers wurde auch sein Verhalten unter Klein- und Großsignalbedingungen untersucht. Hierzu wurde der Zusammenhang zwischen der Ladung q des Wandlers und der am Wandler anliegenden Spannung U_p ermittelt. Die beiden Größen wurden über die in Abbildung 5.5 dargestellte SAWYER-TOWER-Schaltung gemessen. Die Amplituden der angelegten, sinusförmigen Steuerspannung U_{in} betragen hierbei einmal 2 V und einmal 20 V, die Frequenz der Steuerspannung lag bei 50 Hz. Als mechanische Randbedingungen wurden zum einen eine konstante äußere Kraft $F = 0$, und zum anderen eine konstante Wanderauslenkung $s = 0$ vorgegeben. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Abbildung 5.9 dargestellt.

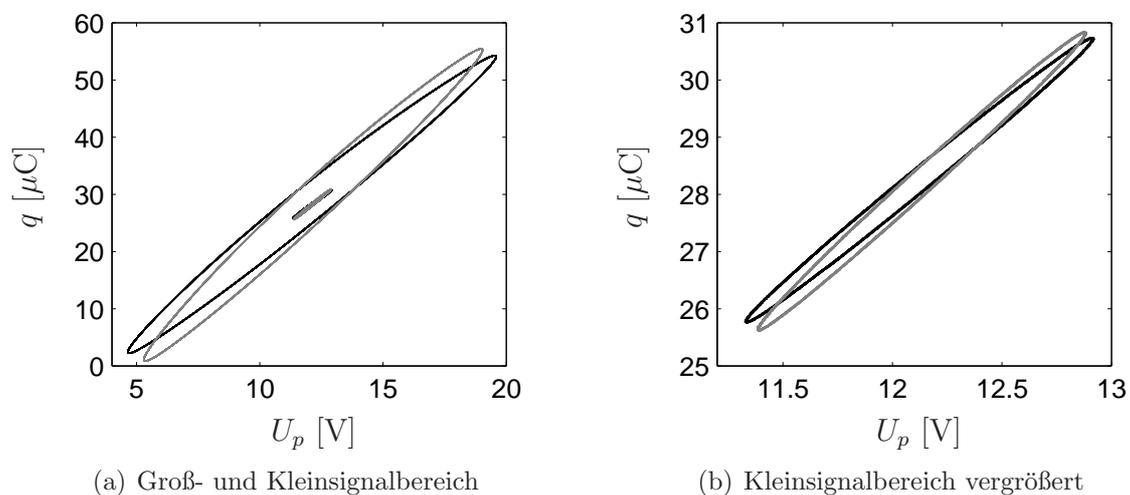


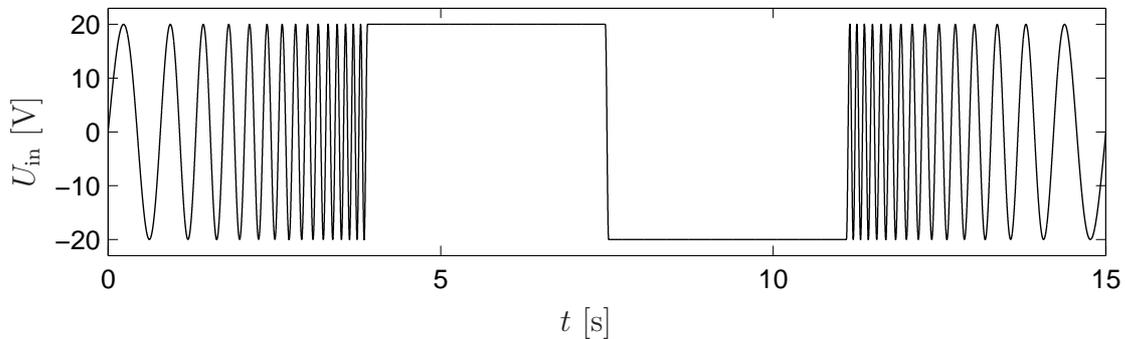
Abbildung 5.9.: Gemessener $q-U_p$ -Zusammenhang im (a) Klein- und Großsignalbetrieb und (b) im Kleinsignalbetrieb bei geklemmten ($s = 0$, hell) und unbelastetem ($F = 0$, dunkel) Piezowandler

In Abbildung 5.9(a) sind die Kurven jeweils bei Klein- und Großsignalansteuerung bei unterschiedlichen mechanischen Randbedingungen dargestellt. Hierbei zeigt sich eine deutliche Hysterese, die auch bei kleinen Amplituden der Steuerspannung auftritt, wie die Vergrößerung in Abbildung 5.9(b) zeigt. Des Weiteren ist die mittlere Steigung des $q-U_p$ -Zusammenhangs bei dem geklemmten Biegewandler ($s = 0$), in der Abbildung 5.9

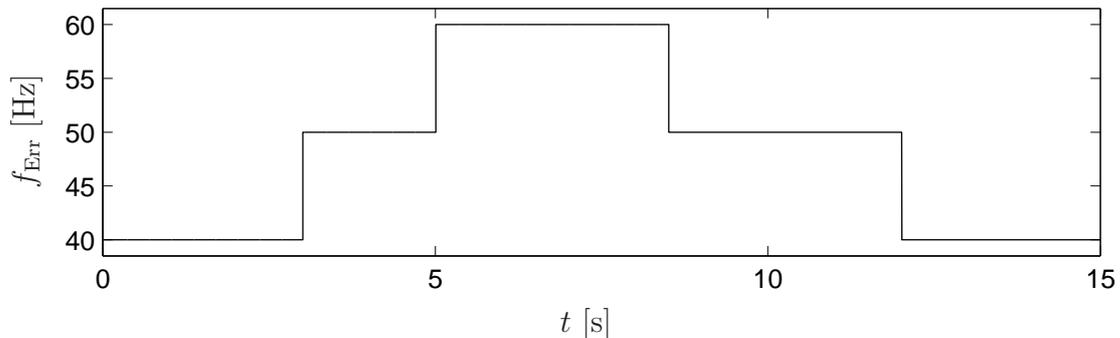
hell dargestellt, größer als beim freien Wandler ($F = 0$), in der Abbildung 5.9 dunkel dargestellt. Ein lineares Rekonstruktionsmodell ist somit auch im Kleinsignalbereich nur eingeschränkt gültig.

5.6.3. Ansteuerung

Um die Ergebnisse besser vergleichen zu können, wurden die Wandler in allen durchgeführten Versuchen mit einheitlichen, synchronisierten Testsignalen angesteuert. Die beiden Testsignale, die in Abbildung 5.10 gezeigt sind, sind periodisch mit einer Periodendauer von $T = 15$ s. Mit dem in der Abbildung 5.10(a) gezeigten Signal wurde der



(a) Amplitudenverlauf der Ansteuerung des Self-sensing-Aktors



(b) Frequenzverlauf der Ansteuerung des anregenden Aktors

Abbildung 5.10.: Verwendete Testsignale: (a) Amplitudenverlauf der aktorischen Ansteuerung des Self-sensing-Aktors, (b) Frequenzverlauf der Ansteuerung des anregenden Aktors

Self-sensing-Wandler angesteuert. Im ersten Abschnitt handelt es sich hierbei um einen von 1 mHz bis 10 Hz gewobbelten Sinus, dem eine Gleichspannung folgt. Mittels einer halben Cosinus-Periode mit einer Frequenz von 10 Hz wird das Vorzeichen des Gleichspannungsverlaufs gewechselt, dem zum Abschluss der Periode ein von 10 Hz bis 1 mHz gewobbelter Sinus folgt. Das Signal ist somit punktsymmetrisch gestaltet, sein Mittelwert ist null. Der Übergang zwischen den einzelnen Perioden ist derart gestaltet, dass die Signale und ihre Ableitungen stetig sind, wodurch Sprungeffekte im Ansteuersignal

vermieden werden können. Im Gegensatz zum Self-sensing-Wandler wurde der erregende Aktor mit einem Sinussignal konstanter Amplitude (15 V) und abschnittsweise konstanter Frequenz angesteuert. Der Frequenzverlauf dieses Testsignals ist in Abbildung 5.10(b) dargestellt. Die Zeitpunkte der Frequenzsprünge sind dabei so gelegt, dass sie zu unterschiedlichen Signalbedingungen der Ansteuerung des Self-sensing-Wandlers auftreten.

Um das gesamte Frequenzband des Ansteuerungssignals des Self-sensing-Wandlers inklusive des Gleichspannungsanteils zu übertragen, wurde der in Abbildung 5.11 dargestellte Leistungsverstärker für die aktorische Ansteuerung entworfen. Den Grundbaustein dieser Schaltung bildet der integrierte Operationsverstärker OPA544 der Firma Texas Instruments.

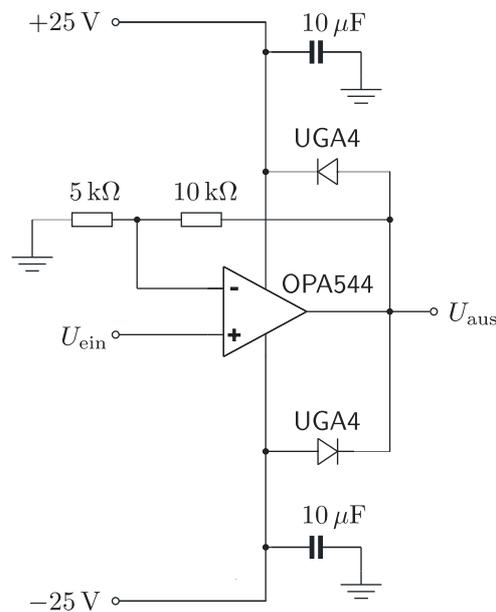


Abbildung 5.11.: Schaltplan des für die aktorische Ansteuerung des Self-sensing-Aktors entworfenen Verstärkers

5.6.4. Auswertung

Die gemessenen Daten werden zur weiteren Auswertung in einem Rechner zwischengespeichert, der zur Auswertung der Ergebnisse in digitaler Weise mit Hilfe des kommerziellen Softwarepakets MATLAB beziehungsweise MATLAB/SIMULINK eingesetzt wird. Die elektrotechnischen Grundlagen, die für die Auswertung der Messungen relevant sind, werden in Anhang A vorgestellt, die zugehörigen MATLAB-Codes sind im Anhang B.2 zu finden. Zu den einzelnen Auswertevorgänge zählen im Folgenden:

Rekonstruktion der Aktorauslenkung

Die Rekonstruktion der Aktorauslenkung s der Spitze des Biegewandlers erfolgt auf der Basis des linearen Zusammenhangs zwischen s und der am Wandler anliegenden

Spannung U_p seiner Ladung q , der sich aus den Zustandsgleichungen (2.91) bis (2.93) in einer allgemeinen Form zu

$$s = c_1 U_p + c_2 q + c_3 \quad (5.23)$$

bestimmen lässt. Um eine gute Annäherung an alle Messpunkte zu erreichen, erfolgte die Bestimmung der Koeffizienten c_i mit $i \in \{1, 2, 3\}$ mittels einer Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate [1] unter Verwendung der mit dem Laservibrometer gemessenen Auslenkung s_{gem} . Die rekonstruierte Auslenkung s_{rek} lässt sich schließlich aus Gleichung (5.23) über die gemessenen Zustandsgrößen U_p und q ermitteln.

Frequenzfilterung

Zur Frequenzfilterung der gemessenen Signale wurde ein Bandpassfilter vierter Ordnung mit BUTTERWORTH-Struktur eingesetzt. Seine Eckfrequenzen wurden zu $f_1 = 35$ Hz und $f_2 = 65$ Hz gewählt, sodass alle Frequenzanteile der auf den Self-sensing-Aktor induzierten Schwingung zwischen 40 Hz und 60 Hz enthalten sind. Es zeigte sich während der Auswertung, dass durch den eng gesetzten Frequenzbereich des Bandpassfilters unerwünschte Signalanteile, wie z. B. hochfrequente Oberschwingungen oder Messrauschen, sehr gut unterdrückt werden konnten.

Frequenzmessung

Zunächst erfolgte die Bestimmung der Signalfrequenz mit Hilfe eines Frequenzzählers nach der reziproken Methode. Über die Zählung der Pulse eines getakteten Referenzsignals wurde die Zeit zwischen zwei Nulldurchgängen, die halbe Periodendauer, bestimmt. Nach Gleichung (A.10) lässt sich somit die Frequenz berechnen. Als Taktfrequenz wurde die Abtastrate des digitalen Signals $f_{\text{Takt}} = 25600$ Hz verwendet. Im Anschluss wurde eine Mittelwertbildung der berechneten Frequenz über einen Zeitraum von $\Delta t = 50$ ms durchgeführt. Durch diese Mittelung wurde eine Glättung des Frequenzverlaufs und damit eine Reduktion des Messfehlers erzielt. Sie resultierte jedoch in einer Verlangsamung der Frequenzmessung. Der Wert für $\Delta t = 50$ ms erwies sich für die durchgeführten Untersuchungen letztlich als geeigneter Kompromiss zwischen Messgenauigkeit und Reduktion der Messgeschwindigkeit.

Als alternative Methode zur Bestimmung der Signalfrequenz wurde der in Abbildung 5.12 dargestellte hybride Phasenregelkreis eingesetzt. Er wurde in der MATLAB/SIMULINK-Umgebung realisiert. Um eine schnelle Ermittlung der Frequenz des Messsignals zu erreichen, ist eine schnelle Nachführung der Frequenz durch den Phasenregelkreis erforderlich. Der PLL sollte daher für alle Signale immer im Fangbereich arbeiten können, da der Ziehvorgang nach einem Ausrasten nur sehr langsam vonstatten geht. Es sollte folglich ein großer Fangbereich vorliegen. Der Fangbereich wird im Wesentlichen von dem Phasendetektor bestimmt. Aus diesem Grund wurde ein Phasen-Frequenz-Detektor (PFD) eingesetzt, der im Vergleich zu beispielsweise Analogmultiplizierern, dem EXOR-Gatter oder dem flankengetriggerten JK-Flipflop den größten Fangbereich besitzt. Zudem weist der PFD einen unendlichen Ziehbereich auf. Sollte es während des Betriebs doch zum Ausrasten kommen, so kann das Frequenzsignal wieder eingefangen

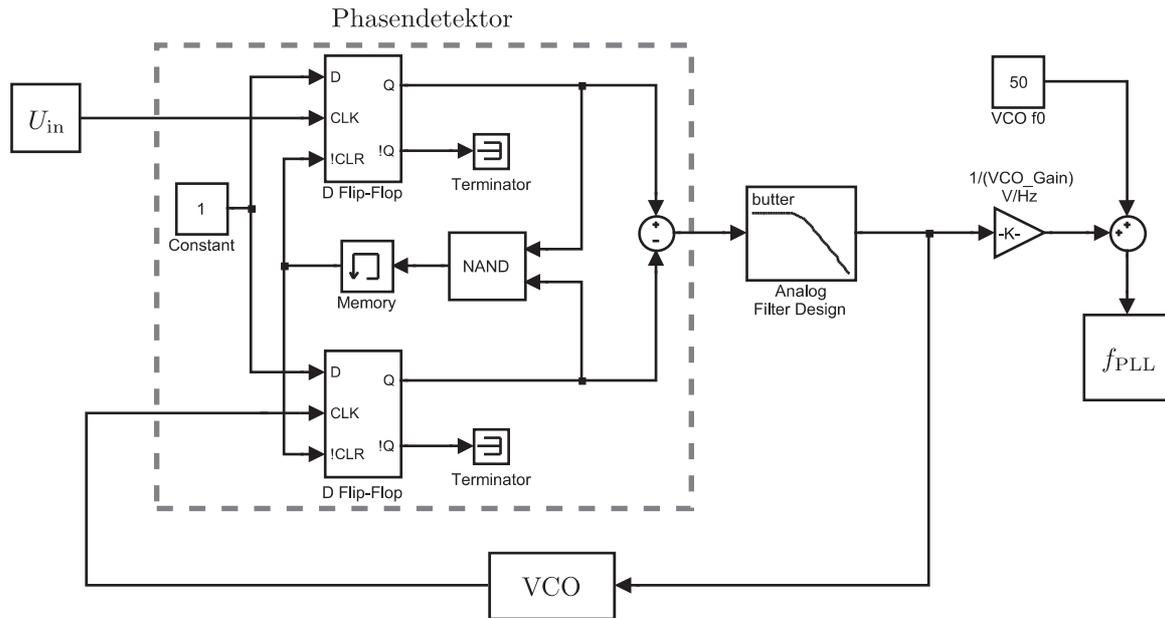


Abbildung 5.12.: Blockdiagramm des zur Frequenzmessung eingesetzten Phasenregelkreises

werden. Der Phasendetektor ist eine digitale Schaltung, die im Wesentlichen aus zwei D-Flipflops und einem logischen NAND-Gatter besteht.

Die sonstigen Komponenten des Phasenregelkreises sind analog. Die Tiefpassfilterung erfolgt durch einen BUTTERWORTH-Filter zweiter Ordnung, dessen Grenzfrequenz zu $\omega_g = 40 \text{ rad/s}$ bzw. $f_g = 6.4 \text{ Hz}$ eingestellt ist. Der spannungsgesteuerte Oszillator (voltage controlled oscillator = VCO) besitzt eine Verstärkung $K_0 = 10.7 \text{ Hz/V}$, seine Mittelfrequenz wurde auf $f_0 = 50 \text{ Hz}$ gesetzt.

5.7. Dimensionierung der elektrischen Schaltungen

Die im Versuchsaufbau eingesetzten piezoelektrischen Biegewandler des Typs PL-140 der Firma Physik Instrumente (PI) sind durch eine differenzielle Ansteuerung charakterisiert, wie sie in den Abbildungen 1.15(c) und 1.16 dargestellt ist. Aus diesem Grund wird in den nachfolgend präsentierten Schaltungen nur die Hälfte der Anzahl der Wandlerschichten effektiv zum piezoelektrischen Self-Sensing verwendet. Um jedoch eine symmetrische Ansteuerung des Self-sensing-Wandlers zu erreichen, wird auch die zweite Hälfte des Biegewandlers mit einer identischen Impedanz in Reihe geschaltet.

5.7.1. Brückenschaltungen

Die untersuchten linearen, kapazitiven Brückenschaltungen sind in den Abbildungen 5.13 bis 5.15 dargestellt. Für die vollkapazitive Brücke in Abbildung 5.13 wurde als

Messimpedanz ein Kondensator mit der Kapazität $C_m = 2.2 \mu\text{F}$ verwendet, sodass die Kapazitäten der Messimpedanz und des Self-sensing-Wandlers in derselben Größenordnung liegen. Hierdurch wird die am Wandler anliegende Spannung U_p nicht zu sehr verringert, sodass die aktorische Nutzung nicht allzu sehr negativ beeinflusst wird. Weiterhin sind durch diese Wahl die Messspannungen hinreichend groß für die Erfas-

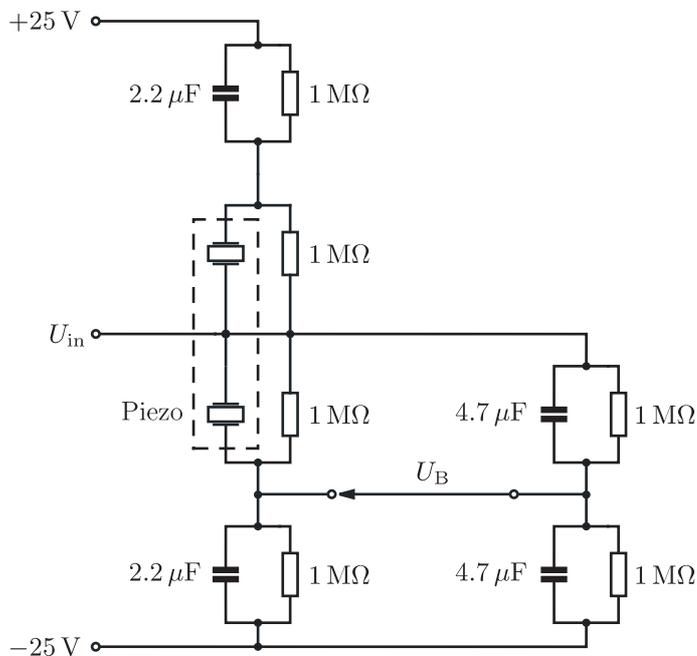


Abbildung 5.13.: Untersuchte lineare, kapazitive Brückenschaltung mit kapazitivem Referenzweig

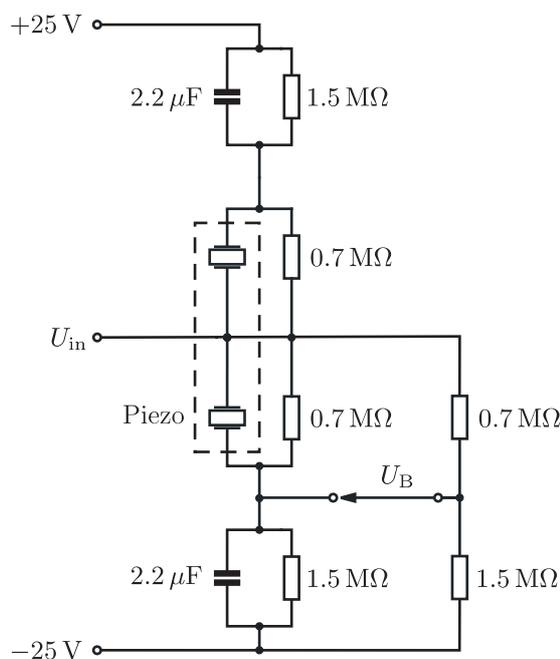


Abbildung 5.14.: Untersuchte lineare, kapazitive Brückenschaltung mit resistivem Referenzweig

sung mit dem AD-Wandler. Allen Kapazitäten wurde ein Widerstand $R = 0.5\text{-}1.5\text{ M}\Omega$ parallel geschaltet, wodurch der Einfluss der Isolationswiderstände der Kondensatoren und des Self-sensing-Wandlers reduziert wurde. Die Kapazitäten und Widerstände im Referenzweig wurden über den in Abschnitt 5.3.1 beschriebenen trivialen Abgleich bestimmt. Die untersuchte kapazitive Brückenschaltung mit rein resistivem Referenzweig ist in Abbildung 5.14 gezeigt. Die Kapazität im Messzweig wurde analog zur vollkapazitiven Brückenschaltung gewählt, die erforderlichen Widerstände wurden über die Abgleichbedingung (5.17) bestimmt.

Als Alternative zu einer konstanten Kapazität im Referenzweig wurden des Weiteren die Auswirkungen eines dem Self-sensing-Aktor baugleichen piezoelektrischen Wandlers im Referenzweig auf das Betriebsverhalten der Messbrücke untersucht. Den zugehörigen Aufbau dieser Brücke zeigt Abbildung 5.15.

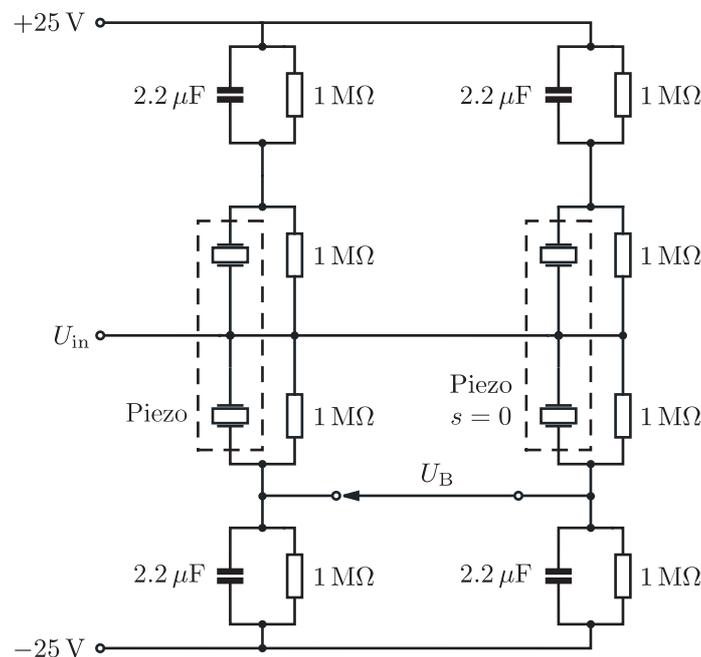


Abbildung 5.15.: Untersuchte lineare, kapazitive Brückenschaltung mit fest eingespanntem, baugleichem piezoelektrischen Wandler im Referenzweig

5.7.2. Sawyer-Tower-Schaltung

Die zur Messung der elektrischen Zustandsgrößen im Self-sensing-Wandler verwendete SAWYER-TOWER-Schaltung ist in Abbildung 5.16 dargestellt. Die Messimpedanz setzt sich aus einer Kapazität $C_m = 2.2\ \mu\text{F}$ und einem parallel geschalteten Widerstand $R_m = 10\ \text{M}\Omega$ zusammen. Diese Parameterwahl erlaubt wiederum eine für den AD-Wandler hinreichend große Messspannung U_m , ohne dass die am Wandler anliegende Spannung U_p zu sehr reduziert wird. Durch den Widerstand reduziert sich weiterhin der Einfluss des Isolationswiderstands des Kondensators, sodass sich das Verhältnis zwischen dem Gleichspannungsanteil und dem Wechselspannungsanteil der Wandlerspan-

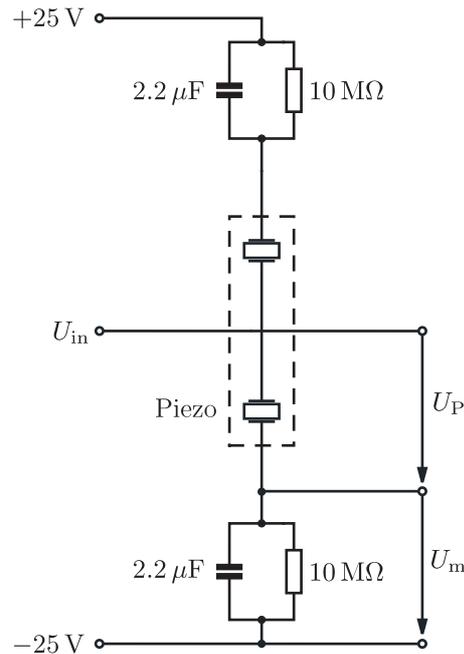


Abbildung 5.16.: Untersuchte SAWYER-TOWER-Schaltung

nung U_p erhöht. Die untere Grenzfrequenz f_g der SAWYER-TOWER-Schaltung ergibt sich nach Gleichung (5.20) zu

$$f_g = \frac{1}{2\pi R_m C_m} = 7.2 \text{ mHz} \quad (5.24)$$

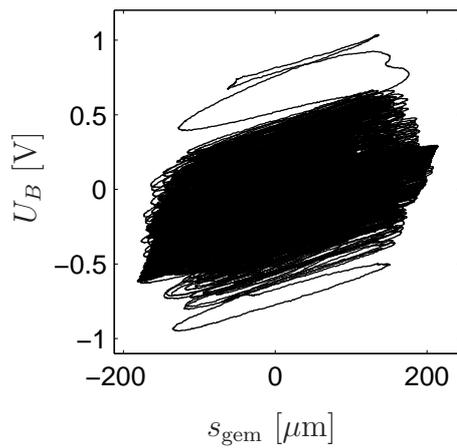
und liegt damit noch weit unterhalb den in Abbildung 5.10(b) dargestellten zu messenden Frequenzen des Testsignals.

5.8. Experimentelle Ergebnisse

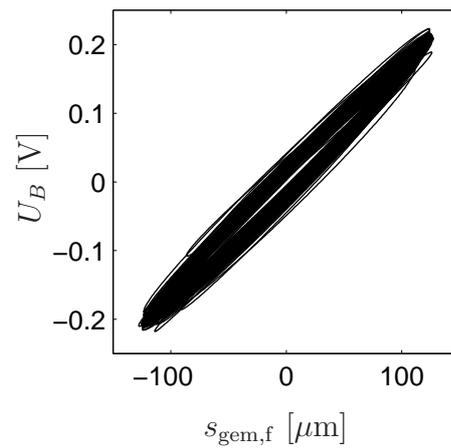
Die experimentellen Untersuchungen sollen die Grundlagen für eine Bewertung der einzelnen Self-sensing-Konzepte und der verschiedenen Methoden zur Frequenzermittlung schaffen. Hierbei werden zunächst die Zusammenhänge zwischen den gemessenen elektrischen Größen und der gemessenen bzw. der rekonstruierten Auslenkung der Wandlerspitze betrachtet. Im Anschluss folgt eine Charakterisierung der beiden verschiedenen Methoden zur Ermittlung der Frequenz des Messsignals, bevor abschließend die einzelnen Lösungsansätze miteinander kombiniert betrachtet werden.

5.8.1. Ermittlung der Wanderauslenkung

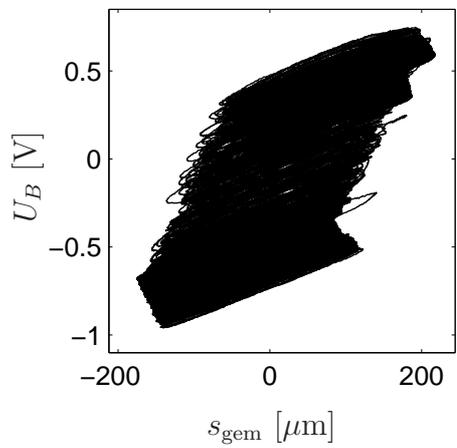
In der Abbildung 5.17 sind für verschiedene Referenzzweige in der kapazitiven Brückenschaltung die Brückenspannungen U_B über den zugehörigen gemessenen Auslenkungen der Wandlerspitze s_{gem} aufgetragen. In der rechten Spalte sind dieselben Zu-



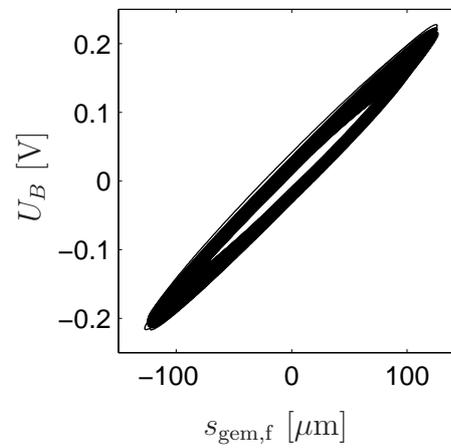
(a) kapazitiver Referenzzweig



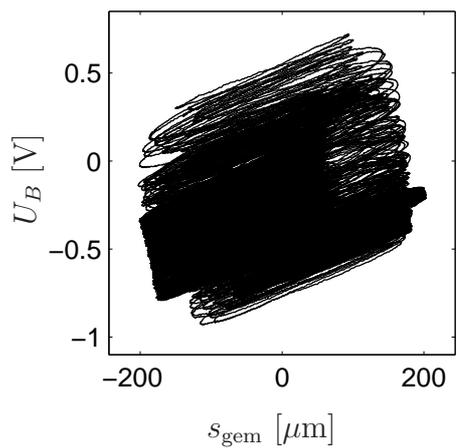
(b) kapazitiver Referenzzweig



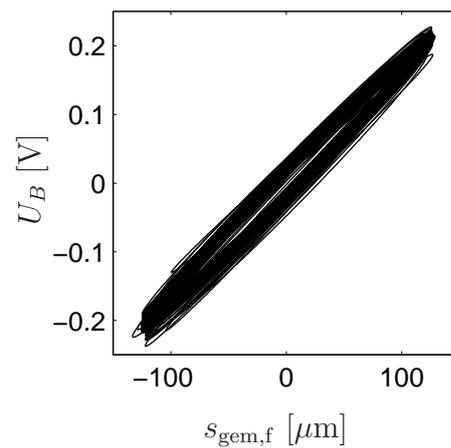
(c) Baugleicher Wandler in Referenzzweig



(d) Baugleicher Wandler in Referenzzweig



(e) resistiver Referenzzweig



(f) resistiver Referenzzweig

Abbildung 5.17.: Gemessene Brückenspannungen U_B über gemessenen Auslenkungen s_{gem} ohne Frequenzfilterung (a,c,e) und mit Frequenzfilterung (b,d,f) für kapazitive Brückenschaltungen mit kapazitivem (a,b) Referenzzweig, baugleichem Wandler im Referenzzweig (c,d) und resistivem Referenzzweig (e,f)

sammenhänge nach der Filterung mit dem Bandpass vierter Ordnung dargestellt. Die gemessenen Daten sind zunächst wenig aussagekräftig, wie in der linken Spalte von Abbildung 5.17 zu sehen ist. Dies gilt sowohl für die Brückenschaltungen mit kapazitivem oder resistivem Referenzweig als auch für die Brückenschaltung mit baugleichem piezoelektrischen Wandler im Referenzweig. In den Abbildungen 5.17(c) und 5.17(e) sind Drifteffekte zu erkennen, die auf den Zeitabschnitt der konstanten Ansteuerspannung zurückzuführen sind. Werden die Messsignale mit dem Bandpass frequenzgefiltert, ergeben sich die in der rechten Spalte von Abbildung 5.17 dargestellten Zusammenhänge zwischen der Brückenspannung und der Wandlerauslenkung. Alle Trajektorien weisen eine Hysterese auf, die Drifteffekte sind verschwunden. Bei den Brückenschaltungen mit kapazitivem bzw. resistivem Referenzweig ist dieser hysteretische Zusammenhang zu erwarten gewesen, da beim Abgleich der Brücken das lineare elektrische Ersatzschaltbild des piezoelektrischen Wandlers verwendet und das nichtlineare Übertragungsverhalten außer Acht gelassen wurde. Um diesem Materialverhalten Rechnung zu tragen, wurde anstelle der diskreten elektrischen Bauteile der baugleiche, piezoelektrische Wandler in den Referenzweig integriert. Wie Abbildung 5.17(d) zeigt, ist die Hysterese schmaler geworden, sie konnte jedoch nicht vollständig kompensiert werden. Die Ursache hierfür ist zum einen in den unterschiedlichen Betriebsbedingungen der beiden miteinander wirkenden Wandler zu finden. Während der als Self-sensing-Aktor betriebene Wandler sich unter den äußeren Einflüssen frei verformen kann, ist der Wandler im Referenzweig geklemmt, sodass keine Verformung erfolgen kann. Zum anderen kann aus produktionstechnischen Gründen nicht sichergestellt werden, dass die beiden eingesetzten Wandler zu 100 % identisch sind, sodass mit Abweichungen im Verhalten gerechnet werden muss.

Um die Wandlerauslenkung mit Hilfe der SAWYER-TOWER-Schaltung nach Gleichung (5.23) zu bestimmen, sind zunächst die elektrischen Zustandsgrößen des piezoelektrischen Wandlers, die anliegende Spannung U_p und die Ladung q , zu bestimmen. Abbildung 5.18 zeigt den gemessenen Zusammenhang zwischen der Ladung q und der Spannung U_p . In der ungefilterten Darstellung in Abbildung 5.18(a) ist zum einen der erwartete hysteretische Zusammenhang zwischen diesen beiden elektrischen Zustandsgrößen zu erkennen. Zum anderen zeigt sich, ähnlich wie in den Abbildungen 5.17(c) und 5.17(e) dargestellten Erscheinungen, an den beiden Enden der Hysterese eine Drift. Der Drifteffekt ist auf die Unterschreitung der unteren Grenzfrequenz nach Gleichung (5.20) durch das Ansteuersignal zurückzuführen, wodurch gemäß Gleichung (5.19) die Gleichanteile der Wandlerspannung U_p auf die Messspannung U_m durchgreifen.

Nach der Filterung von U_p und q mit dem ausgewählten Bandpassfilter ergibt sich der in Abbildung 5.18(b) dargestellte Zusammenhang. Die durch die Gleichspannung verursachte Drift ist verschwunden. Durch den Bandpass wurde weiterhin der niederfrequente Anteil der Ansteuerspannung und damit die große Amplitude der Ladung q herausgefiltert. Entsprechend ist die damit verbundene Hysterese verschwunden. Es besteht jedoch weiterhin ein hysteretischer Zusammenhang zwischen den beiden Zustandsgrößen. Senkrecht zur Winkelhalbierenden sind Hystereseschleifen zu erkennen, die durch die am Self-sensing-Aktor wirkende äußere Kraft verursacht werden. Die Position dieser Hystereseschleifen ist jedoch nicht konstant, sie verändert sich innerhalb des q - U_p -Diagramms, sodass ein breiter Streifen entsteht. Die Ursache hierfür ist in dem linearen Zusammenhang zwischen den piezoelektrischen Zustandsgrößen nach den Gleichungen (2.60) bis (2.63) und der daraus folgenden Wechselwirkung zwischen Kraft

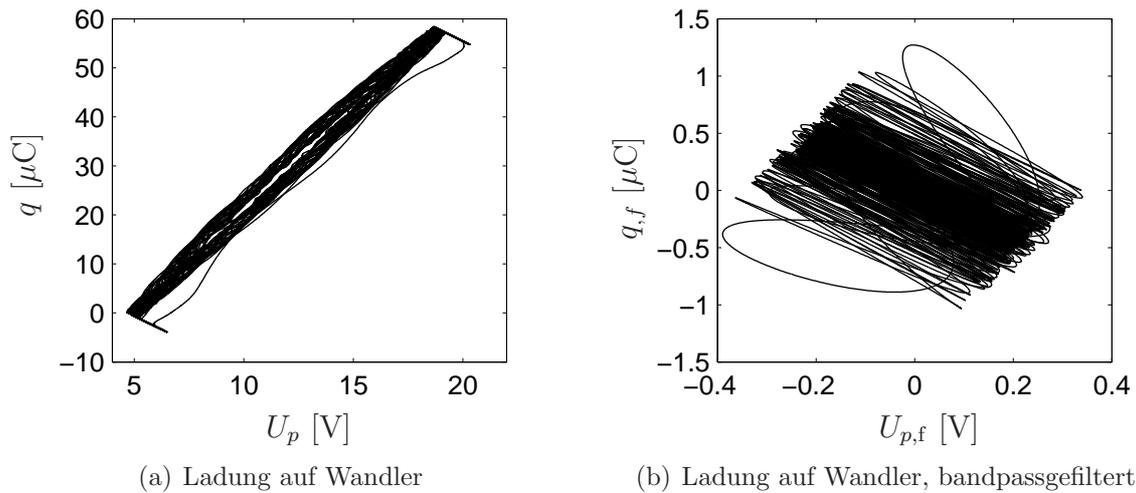


Abbildung 5.18.: Mit der SAWYER-TOWER-Schaltung gemessene Ladung q über der am Wandler anliegenden Spannung U_p , original (a) und mit Bandpass gefiltert (b)

und Auslenkung zu finden.

Für die Rekonstruktion der mechanischen Zustandsgrößen des piezoelektrischen Wandlers aus den mit einer SAWYER-TOWER-Schaltung gemessenen elektrischen Zustandsgrößen ist eine Frequenzfilterung der Messdaten erforderlich, sofern der Frequenzbereich der Ansteuerspannung nach Gleichung (5.19) auf die Messspannung durchgreift, wie es in den vorliegenden Untersuchungen der Fall ist. Die Frequenzfilterung kann dabei sowohl vor als auch erst nach der Rekonstruktion der mechanischen Zustandsgrößen durchgeführt werden. Abbildung 5.19 zeigt den Vergleich zwischen der aus den gemessenen

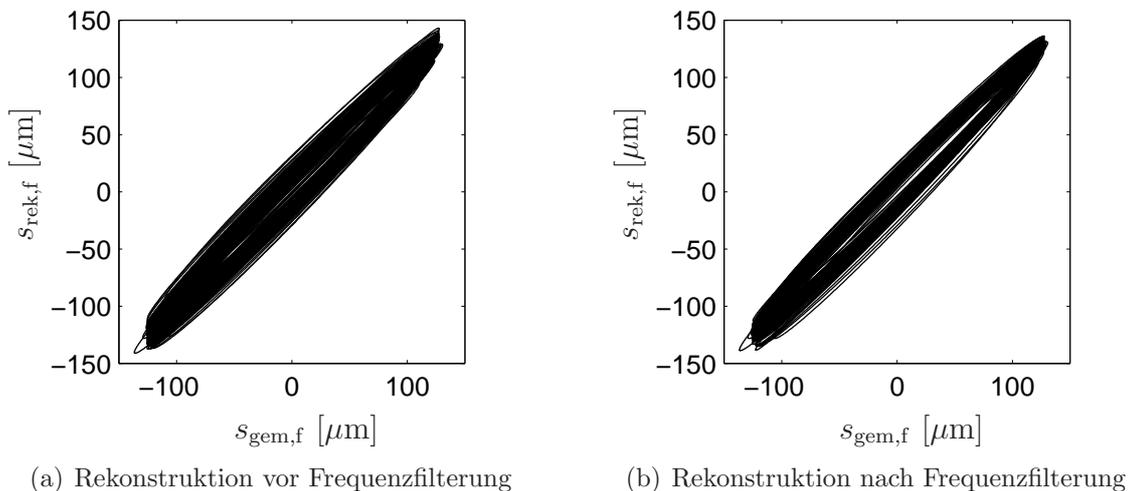


Abbildung 5.19.: Rekonstruierte, frequenzgefilterte Auslenkung $s_{\text{rek},f}$ über gemessener, frequenzgefilterter Auslenkung $s_{\text{gem},f}$

senen elektrischen Zustandsgrößen rekonstruierten Auslenkung der Wandlerspitze und der mit dem Laservibrometer gemessenen Auslenkung. Dabei erfolgte bei der in Abbildung 5.19(a) dargestellten Trajektorie die Rekonstruktion der Auslenkung direkt aus den gemessenen Daten, erst im Anschluss folgte die erforderliche Bandpassfilterung. Bei

der Trajektorie in Abbildung 5.19(b) wurde die Reihenfolge vertauscht. Hier erfolgte die Rekonstruktion der Wandlerauslenkung aus den gefilterten Messdaten. In beiden Fällen belief sich der maximale relative Fehler zwischen Rekonstruktion und Messung auf $e \approx 20\%$ bis 25% .

Da die Rekonstruktion nach der linearen Vorschrift (5.23) durchgeführt wird, ist in beiden Abbildungen 5.19(a) und 5.19(b) eine Hysterese zu erkennen. Für eine exakte Rekonstruktion der Auslenkung ist eine nichtlineare Vorschrift erforderlich, wie sie in Kapitel 3.4 vorgestellt wird. An dieser Stelle soll auf die nichtlineare Rekonstruktion jedoch nicht weiter eingegangen werden. Eine detaillierte Betrachtung zur nichtlinearen Rekonstruktion ist in [65] vorgestellt.

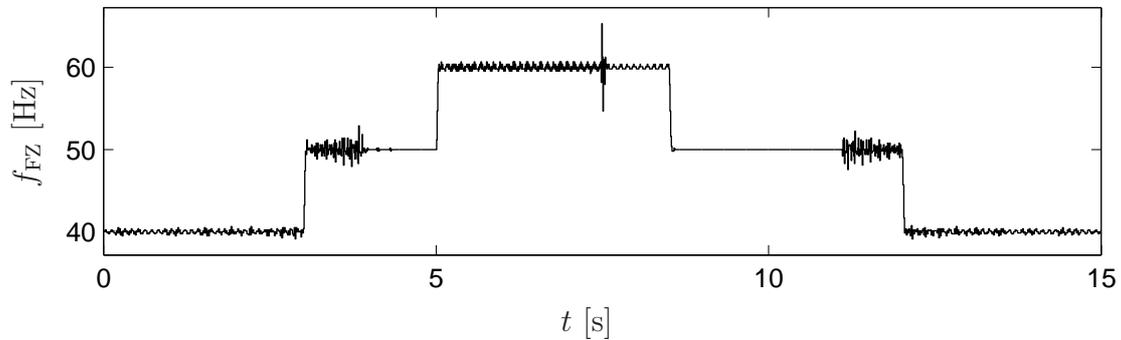
5.8.2. Frequenzmessung

Nach der Bestimmung der Auslenkung der Wandler Spitze über die gemessene Brückenspannung bzw. durch die Rekonstruktion aus den mit der SAWYER-TOWER-Schaltung gemessenen elektrischen Zustandsgrößen werden in diesem Abschnitt die Frequenzverläufe dieser Messsignale untersucht. Da sich für alle drei untersuchten Konfigurationen von Brückenschaltungen ähnliche Resultate ergaben, wird für die Frequenzbestimmung des Messsignals der einfachste Aufbau ausgewählt, die Schaltung mit rein resistivem Referenzweig. In Abbildung 5.20 ist der Frequenzverlauf der bandpassgefilterten Brückenspannung $U_{B,f}$ dargestellt. Unter Verwendung eines reziproken Frequenzzählers ergibt sich die in Abbildung 5.20(a) dargestellte Trajektorie, die insbesondere an den Zeitpunkten großer Frequenzänderungen im Ansteuer- oder im Anregungssignal große Fehler aufweist. Durch eine Mittelung, die durch ein Schieberegister erzielt werden kann, konnte die Qualität der Frequenzbestimmung deutlich angehoben werden, wie in Abbildung 5.20(b) sehr gut zu sehen ist. Allerdings wurden durch diese Mittelung die Flanken an den Übergangsstellen des Anregungssignals abgeflacht. Eine vergleichbare Beobachtung wird bei der Frequenzbestimmung mit Hilfe eines Phasenregelkreises gemacht, wie Abbildung 5.20(c) zeigt. Im Gegensatz zu dem Frequenzzähler weist er geringere Fehler auf, was ihn im Vergleich mit dem Frequenzzähler weniger anfällig für Störungen macht. Bei sprunghaftigen Frequenzänderungen besitzt er jedoch eine geringere Nachführgeschwindigkeit, sodass die Flanken weniger steil sind als bei den Frequenzzählern.

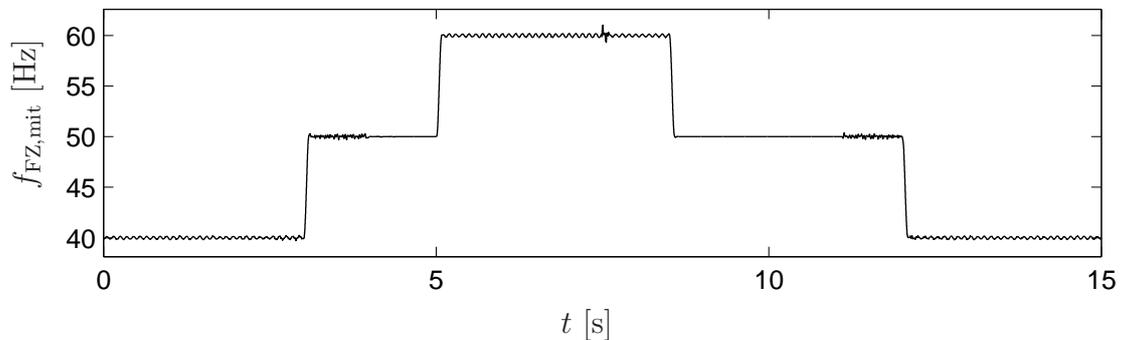
Die gleichen Methoden zur Frequenzbestimmung wurden bei dem durch die SAWYER-TOWER-Schaltung gemessenen, bandpassgefilterten und rekonstruierten Signal der Wandlerauslenkung $s_{\text{rek},f}$ angewandt. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.21 dargestellt. Es treten die gleichen Erscheinungen auf. Die Anwendung eines Frequenzzählers mit anschließender Mittelung führt zu einer sehr guten Erfassung des Frequenzverlaufs, der bei der alleinigen Verwendung eines Frequenzzählers sehr fehlerbehaftet ist. Es zeigt sich weiterhin, dass die Frequenzbestimmung mit einem Phasenregelkreis kaum störanfällig ist. Bei Sprüngen im Frequenzverlauf sind die Flanken an den Übergangsstellen jedoch wiederum weit weniger steil als bei der Verwendung eines Frequenzzählers.

Es zeigt sich bei allen Untersuchungen, dass bei der Ermittlung des Frequenzverlaufs das nichtlineare, hysteretische Verhalten des piezoelektrischen Wandlers keinen Einfluss hat. Wenn der Messanteil des Self-sensing-Aktors nur hinsichtlich seiner Frequenz

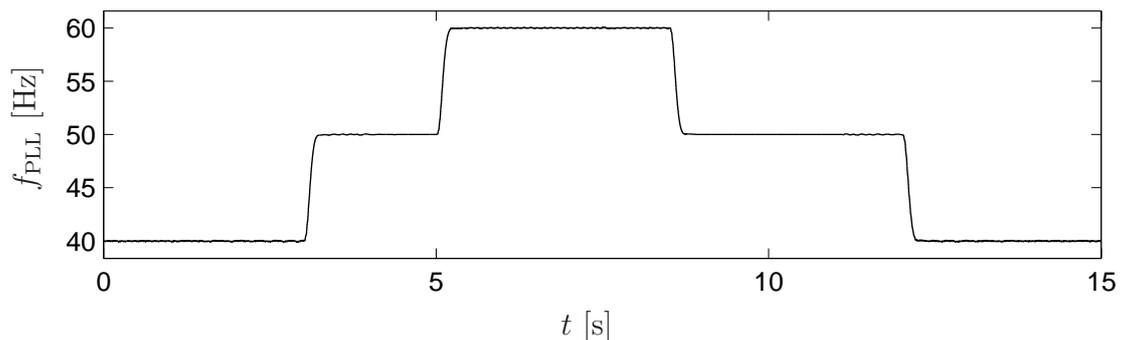
untersucht wird, sind die lineare Modellierung, das zugehörige lineare elektrische Ersatzschaltbild und die damit aufgebauten Messschaltungen ausreichend.



(a) Frequenzbestimmung mit Frequenzzähler

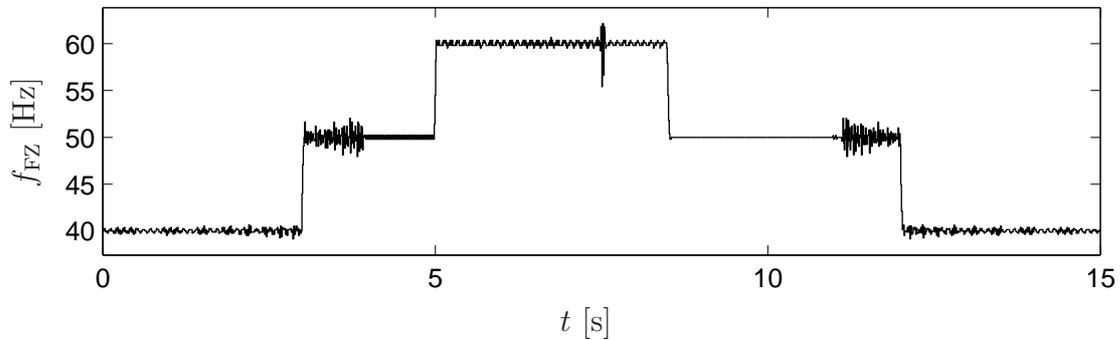


(b) Frequenzbestimmung mit Frequenzzähler mit Mittelung über Schieberegister

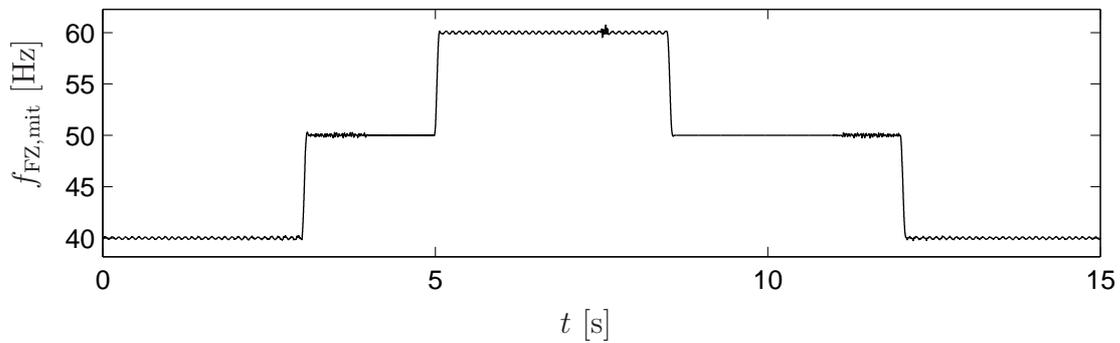


(c) Frequenzbestimmung mit Phasenregelkreis

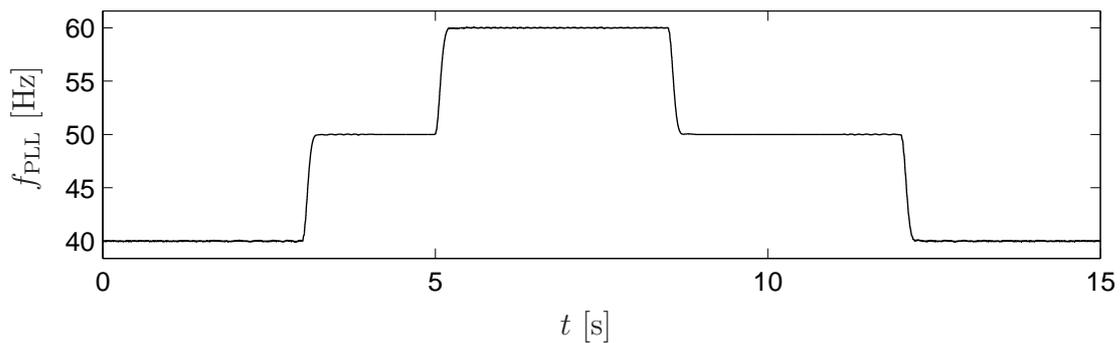
Abbildung 5.20.: Frequenzverlauf der frequenzgefilterten Brückenspannung $U_{B,f}$ der kapazitiven Brücke mit resistivem Referenzzweig, bestimmt mit Hilfe (a) eines Frequenzzählers, (b) eines Frequenzzählers und nachfolgender Mittelung und (c) eines Phasenregelkreises



(a) Frequenzbestimmung mit Frequenzzähler



(b) Frequenzbestimmung mit Frequenzzähler mit Mittelung über Schieberegister



(c) Frequenzbestimmung mit Phasenregelkreis

Abbildung 5.21.: Frequenzverlauf der aus den mit der SAWYER-TOWER-Schaltung gemessenen und bandpassgefilterten elektrischen Zustandsgrößen rekonstruierten Wandlerauslenkung, bestimmt mit Hilfe (a) eines Frequenzzählers, (b) eines Frequenzzählers und nachfolgender Mittelung und (c) eines Phasenregelkreises

Teil II

Anwendungen

6. Adaptronische Strebe

In diesem Abschnitt wird eine adaptronische Einheit vorgestellt, die in Zusammenarbeit mit dem Institut für Produktionstechnik (wbk) der Universität Karlsruhe (TH) auf Basis der in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Grundlagen und experimentellen Ergebnissen entwickelt wurde. Es handelt sich um eine Strebe aus einer Werkzeugmaschine mit parallelkinematischer Struktur. Das Ziel der Entwicklung dieser Strebe ist die Reduktion statischer und quasi-statischer Fehler innerhalb dieser Werkzeugmaschine, die beispielsweise auf geometrische Fehler aufgrund von Fertigungstoleranzen zurückzuführen sind. Es zeigt sich jedoch, dass die adaptronische Kompensationseinheit sich darüberhinaus auch für den Einsatz in einem Bereich höherer Frequenzen oder beispielsweise im Einsatz als lineare, adaptronische Stelleinheit eignet. Im Folgenden wird der Aufbau der adaptronischen Strebe vorgestellt, der die Grundlage für die weiterführenden Untersuchungen bildet, die in den nachfolgenden Kapiteln vorgestellt werden. Eine detaillierte Charakterisierung der adaptronischen Strebe ist bei Munzinger [101] zu finden.

6.1. Aufbau

Abbildung 6.1(a) zeigt einen Prototyp der entwickelten Strebe, die zugehörige Explosionszeichnung des Aufbaus ist in Abbildung 6.1(b) dargestellt. Die Gestalt der Strebe orientiert sich an der Form einer längenunveränderlichen Strebe aus einer handelsüblichen Werkzeugmaschine, die in zwei Hälften geteilt ist. Die beiden Teile sind über ein Schneidenlager gegeneinander gelagert und über eine Dehnschraube und eine Vorspannung miteinander verbunden. Die Vorspannung wird durch einen dünnen Blechstreifen realisiert, der eine geringe Biegesteifigkeit besitzt. Zwischen den beiden Strebenhälften ist eine piezoelektrische Sensor-Aktor-Einheit integriert, die momentenfrei gelagert und koaxial zur Strebenlängsachse ausgerichtet ist und eine weitere Verbindung zwischen Ober- und Unterteil darstellt. Durch diese neue Anordnung wird in Längsrichtung der Strebe ein zusätzlicher Freiheitsgrad eingeführt, sodass der Abstand zwischen den beiden Anlenkpunkten der Lagerungen über eine gezielte aktorische Ansteuerung des piezoelektrischen Wandlers beeinflusst werden kann. Der Gesamtwandler setzt sich aus zwei getrennten piezoelektrischen Stapelwandlern zusammen, sodass zunächst Sensorik und Aktorik getrennt voneinander betrachtet werden können. Nach ersten Untersuchungen wird der zunächst sensorische Teil nun jedoch auch aktorisch genutzt, sodass größere Stellwege erreicht werden. Um das Messsignal von dem Ansteuersignal zu trennen, wurde eine lineare kapazitive Brückenschaltung mit resistivem Widerstandszweig

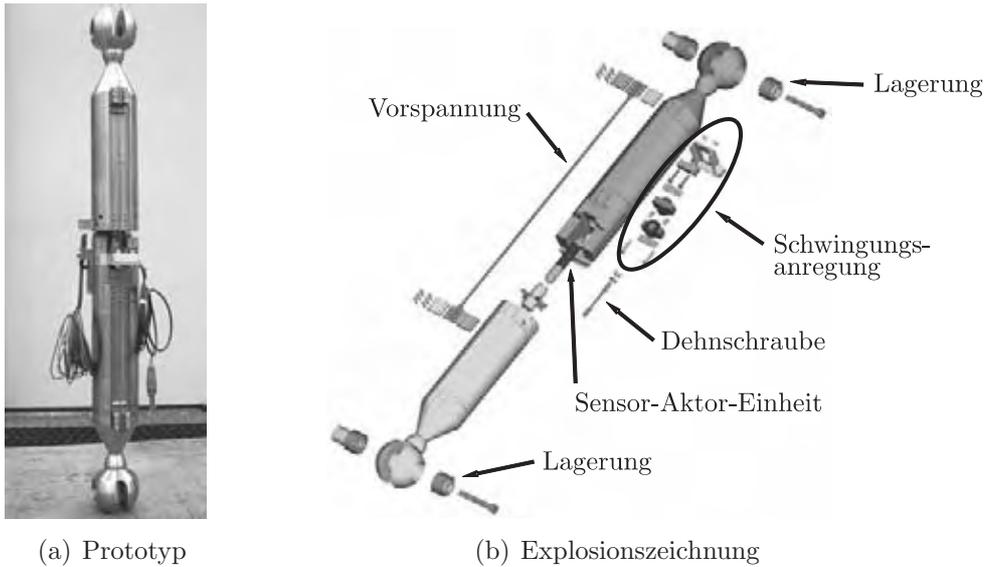


Abbildung 6.1.: Prototyp (a) und Explosionszeichnung (b) der entwickelten adaptronischen Strebe [39]

aufgebaut, wie sie in Abbildung 5.4 gezeigt ist. Der Abgleich der Brücke erfolgte gemäß Gleichung (5.13) mit Hilfe des nichttrivialen Abgleichs.

In dieser Konstellation ist bereits ein adaptronischer Betrieb der Strebe möglich, solange die Frequenz des Messsignals hinreichend groß ist. Wie Abbildung 6.2 zeigt, ist die Empfindlichkeit piezoelektrischer Sensoren abhängig von der Frequenz des zu messenden Signals.

Für das angestrebte Ziel der Reduktion statischer und sich langsam verändernder Lasten können piezoelektrische Wandler daher nicht direkt eingesetzt werden, da die zu kompensierenden Signale entsprechend Abbildung 6.2 nicht erfasst werden können. Um einen adaptronischen Betrieb der gesamten Einheit auch für den Bereich niedriger Frequenzen zu ermöglichen, wurde das Funktionsprinzip einer Schwingsaitenwaage

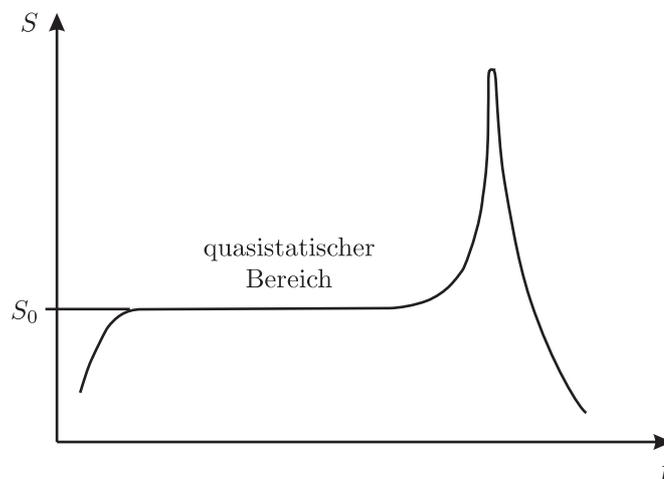


Abbildung 6.2.: Empfindlichkeit piezoelektrischer Sensoren abhängig von der Frequenz des Messsignals [121]

übernommen [126], das bereits in Kapitel 4 angesprochen wurde. Hierbei werden die Zusammenhänge

$$f_n = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{\sigma}{\varrho}} \left(1 + \frac{3}{8} \frac{\pi^2 n^2 E}{\ell^2 \sigma} w^2 \right) \quad (6.1)$$

zwischen den Eigenfrequenzen f_n und der Vorspannung σ einer schwingenden, biegesteifen Saite der Länge ℓ_0 , Dichte ϱ und Elastizitätsmodul E ausgenutzt, die nach Gleichung (4.52) zudem von der Querauslenkung w beeinflusst werden [138]. Mit wachsenden Vorspannungen σ sinkt die Querauslenkung, sodass sich Gleichung (6.1) für große Vorspannungen zu der Beziehung

$$f_n = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{\sigma}{\varrho}} \quad (6.2)$$

reduziert, die den Berechnungen bei der Schwingsaitenwaage zugrunde liegt [25]. Eine Änderung der Vorspannung der Saite resultiert damit in einer Änderung der Eigenfrequenz. Im Umkehrschluss kann somit aus der Ermittlung der Frequenz bzw. der Frequenzänderung die Vorspannung der Saite bzw. die Änderung der Vorspannkraft bestimmt werden. Unter Verwendung des HOOKEschen Gesetzes $\sigma = E\varepsilon = E\frac{\Delta\ell}{\ell_0}$ kann mit

$$f_n = \frac{n}{2(\ell_0 + \Delta\ell)} \sqrt{\frac{E \Delta\ell}{\varrho \ell_0}} \quad (6.3)$$

gleichermaßen neben der Änderung der Vorspannung auch die Änderung der Saitenlänge bestimmt werden.

Anstelle einer Saite wurde bei der Anwendung dieses Funktionsprinzips der dünne Blechstreifen verwendet, der bereits zur Vorspannung des gesamten Systems genutzt wird. Im Gegensatz zu einer Saite, die üblicherweise einen kreisrunden Querschnitt besitzt und dadurch in allen Richtungen gleichermaßen schwingt, konnte durch die Verwendung des Blechstreifens eine eindeutige Schwingungsrichtung erreicht werden. Wie die Untersuchungen in Kapitel 4 gezeigt haben, sind die in den Gleichungen (6.1) und (6.2) dargestellten Zusammenhänge näherungsweise auch auf den dünnen Blechstreifen übertragbar. Sie können der weiteren Auswertung zugrunde gelegt werden. Hierzu sei insbesondere auf die in den Abbildungen 4.9, 4.10 und 4.12 dargestellten Abhängigkeiten und Beziehungen verwiesen.

Um die in Abbildung 6.1(b) dargestellte Vorspannung, die im Nachfolgenden in Anlehnung an das Funktionsprinzip der Schwingsaitenwaage als ‚Saite‘ bezeichnet wird, zu Schwingungen anzuregen, wurde ein Elektromagnet in die Strebe integriert, der in der Abbildung als Schwingungsanregung gekennzeichnet ist. Im Gegensatz zu alternativen externen Anregungsmethoden, die z. B. auf Basis pneumatischer oder seismischer Wirkprinzipien [57] beruhen, zeichnet sich der Elektromagnet zum einen durch eine kompakte Bauweise aus, sodass für den Einbau in der Strebe nur ein geringer Bauraum benötigt wird. Zum anderen ist für die Ansteuerung des Magneten eine einfache elektrische Spannungsversorgung ausreichend. Es ist denkbar, dass die Saite beim Einsatz der Strebe in einem größeren Gesamtsystem zu Schwingungen angeregt wird, beispielsweise in Werkzeugmaschinen durch die beim Zerspanungsprozess auftretenden Prozesskräfte.

Ein stabiler Betrieb der adaptronischen Strebe kann jedoch auf diese Art und Weise aufgrund der im Gesamtsystem vorhandenen Dämpfung nicht garantiert werden. Daher sollte auf eine externe Anregung der Saite, z. B. durch einen Elektromagneten, nicht verzichtet werden [101].

Durch die Querauslenkung der schwingenden Saite entsteht schließlich eine Längsverformung, die zu einer Zugkraft in den Verbindungsstellen zwischen Saite und Strebenober- bzw. Strebenunterteil führt. Über einen Hebelarm wird diese Kraft auf den piezoelektrischen Wandler übertragen. Da dieses von der Saitenschwingung induzierte Signal hochfrequent ist, kann es problemlos von dem piezoelektrischen Sensor erfasst werden. Eine anschließende Auswertung des Frequenzverlaufs führt schließlich zu der gesuchten Last- bzw. Verformungsinformation.

Die Saite muss durch den Elektromagneten während des gesamten Betriebs kontinuierlich zu Schwingungen angeregt werden. Die Anregung sollte dabei stets in Resonanz erfolgen, sodass die resultierenden großen Auslenkungen zu großen Kraftsignalen führen und auftretende Änderungen der Vorspannkraft der Saite und die damit einhergehenden Frequenzänderungen gut zu detektieren sind. Hierzu ist es jedoch erforderlich, dass die Frequenz der Anregung kontinuierlich der Eigenfrequenz des neuen Systemzustands angepasst und entsprechend nachgeführt wird. Dies wurde durch eine elektrische Rückkopplung des Sensorsignals auf die Ansteuerspannung des Elektromagneten erreicht. In der Rückkopplung ist insbesondere darauf zu achten, dass die auftretenden Frequenzvervielfachungen berücksichtigt werden, wie sie z. B. in Kapitel 4.5.1 hinsichtlich der Umwandlung von Längs- in Querauslenkung des schwingenden Balkens diskutiert wurden. Eine detaillierte Beschreibung der elektrischen Ansteuerung der integrierten elektrischen Bauteile sowie der Auswertung der erfassten Messsignale ist bei Munzinger [101] zu finden. Eine hierzu alternative Anregungsmethode unter Verwendung von Phasenregelkreisen wird in [116] vorgestellt.

6.2. Modellierung

Für die in Kapitel 6.1 vorgestellte adaptronische Strebe wurden verschiedene Modelle erstellt, von denen zwei im Folgenden vorgestellt werden. Diese sind zum einen ein ausführliches, flexibles Mehrkörpermodell, das den weiterführenden Simulationsrechnungen zugrunde liegt, und zum anderen ein auf Massenpunkte reduziertes Modell, das die Grundlage zum Entwurf eines Regelungskonzepts für die Strebe bildet.

6.2.1. Flexibles Mehrkörpermodell

Das flexible Mehrkörpermodell wurde in dem kommerziellen Softwarepaket ADAMS der Firma MSC erstellt. Es besteht im Wesentlichen aus drei flexiblen Körpern, die miteinander verbunden sind, dem piezoelektrischen Wandler sowie der oberen und der unteren Hälfte der Strebe. Alle anderen Bauteile, wie z. B. Schrauben oder Muttern, wurden bei der Modellierung einer dieser beiden Hälften als Erweiterung zugefügt, wo-

durch die Modellierung ohne größere Verluste hinsichtlich der Genauigkeit vereinfacht wurde. Die flexiblen Körper wurden aus den bekannten CAD-Daten in dem kommerziellen Finite-Elemente-Programm (FE-Programm) PATRAN der Firma MSC aufgebaut. Über eine modale Reduktion auf eine begrenzte Anzahl an Schwingungsformen konnten die flexiblen Körper nach ADAMS exportiert werden, wo sie schließlich zu dem endgültigen Modell zusammengefügt wurden, das in Abbildung 6.3 dargestellt ist. Auf der linken Seite sind die flexiblen Körper als Vollkörper dargestellt, in der Darstellung auf der rechten Seite ist die Diskretisierung der einzelnen Körper aufgrund der Vernetzung zu sehen. Bei der Verbindung zwischen Ober- und Unterteil der adap-

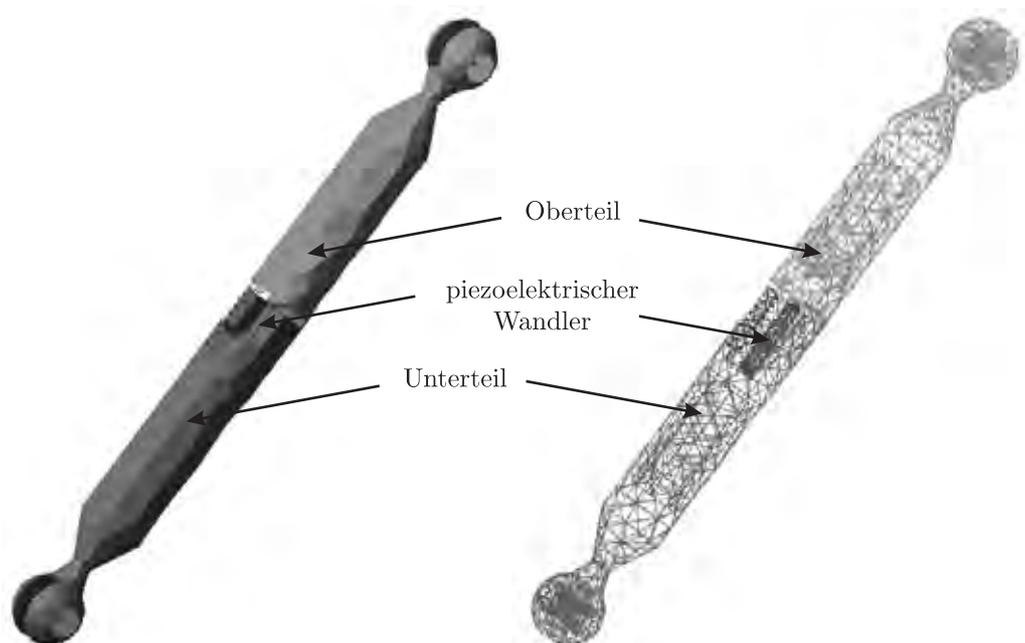


Abbildung 6.3.: Flexibles Mehrkörpermodell der adaptiven Strebe aus CAD-Daten

trischen Strebe wurde die Kombination aus Dehnschraube und Schneidenlager, die eine Trennung der beiden Körper verhinderte, durch ein einfaches Drehgelenk ersetzt. Anstelle des dünnen Blechstreifens wurde ein Feder-Dämpfer-Element eingebaut, das die mechanischen Eigenschaften des Blechstreifens abbildet. Bei der Modellierung des piezoelektrischen Wandlers konnten in dem FE-Programm nur die mechanischen Eigenschaften des piezoelektrischen Materials berücksichtigt werden. Zur zusätzlichen Berücksichtigung der elektromechanischen Eigenschaften in dem flexiblen Mehrkörpermodell wurden Kraftelemente hinzugefügt, die über eine mathematische Beschreibung die elektromechanischen Zusammenhänge einbinden. So konnte die durch eine angelegte Ansteuerspannung erzeugte Aktorkraft bzw. -auslenkung erzeugt werden. Über die gleiche Methode wurden die erforderlichen Vorspannungen auf die einzelnen Elemente berücksichtigt. Die Anbindung des piezoelektrischen Wandlers an die beiden Strebenteile erfolgte über Kugelgelenke, die die erforderliche momentenfreie und axiale Lagerung des Wandlers in der Strebe abbilden.

6.2.2. Dreimassenschwinger

Das einfachste mechanische Modell, auf das die vorgestellte Strebe reduziert werden kann, ist der in Abbildung 6.4 dargestellte Dreimassenschwinger. Hier werden

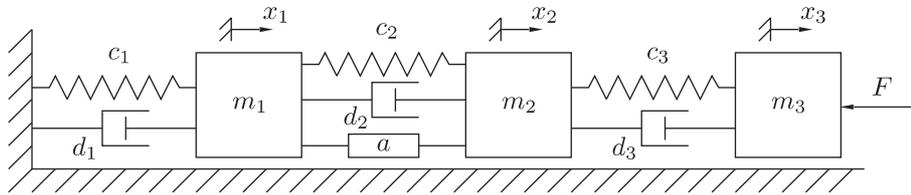


Abbildung 6.4.: Dreimassenschwinger mit Aktor unter dem Einfluss einer äußeren Kraft

die beschreibenden Systemgrößen in konzentrierten Parametern zusammengefasst. Der Schwinger besteht aus den drei Massen m_i mit $i \in \{1, 2, 3\}$, deren Positionen durch die zugehörigen Koordinaten x_i beschrieben werden. Die Massen m_1 und m_3 beschreiben Unter- und Oberteil der Strebe, die Masse m_2 repräsentiert das integrierte piezoelektrische Sensor-Aktor-Element. Die Materialdämpfung der Körper wird durch die Parameter d_i beschrieben. Die Federsteifigkeiten c_1 und c_3 der beiden Strebenteile lassen sich aus dem HOOKEschen Gesetz zu $c_i = \frac{E_i A_i}{\ell_i}$ bestimmen. Hierbei beschreiben E den Elastizitätsmodul des Materials, A die Querschnittsfläche und ℓ die Länge der Strebenteile. Bei der Bestimmung der Federsteifigkeit c_2 der piezoelektrischen Einheit müssen zwei verschiedene Anwendungsfälle unterschieden werden. Wird die Self-sensing-Eigenschaft des piezoelektrischen Materials mit den in Kapitel 5 beschriebenen Methoden ausgenutzt, so kann die Steifigkeit mit $c_2 = \frac{E_2 A_2}{\ell_2}$ angenähert werden. Werden jedoch Sensor- und Aktorfunktion durch den Einsatz von zwei piezoelektrischen Wandlern getrennt, so ergibt sich c_2 als Ersatzsteifigkeit der seriell geschalteten Steifigkeiten $c_{2,a}$ des Aktors und $c_{2,s}$ des Sensors aus

$$\frac{1}{c_2} = \frac{1}{c_{2,a}} + \frac{1}{c_{2,s}} \quad \text{zu} \quad c_2 = \frac{c_{2,a} c_{2,s}}{c_{2,a} + c_{2,s}}. \quad (6.4)$$

Die Steifigkeit $c_{2,a}$ des Aktors lässt sich ebenfalls über $c = \frac{EA}{\ell}$ annähern, bei der Bestimmung der Sensorsteifigkeit müssen jedoch die elektromechanischen Kopplungseffekte berücksichtigt werden. Hierzu wird ein in axialer Richtung polarisierter Stapelwandler betrachtet, dessen Elektroden ideal isoliert sind. Zudem werden die Leckströme innerhalb des piezoelektrischen Sensors vernachlässigt. Die Ladungsdichte auf der Oberfläche und somit die elektrische Verschiebung sind null [113, 129]. Mit den piezoelektrischen Gleichungen wird die mechanische Ersatzsteifigkeit des Sensors nach [118] schließlich

$$c_{2,s} = \frac{E_2 A_2}{\ell_2} + \frac{A_2 \beta^2}{\ell_2 \gamma}. \quad (6.5)$$

Die Abkürzungen β und γ fassen die piezoelektrischen Materialeigenschaften entsprechend den Gleichungen (2.52) und (2.54) zusammen.

Das System wird durch eine äußere Kraft F gestört, die die auf die Gesamtstrebe wirkenden Kräfte aufgrund von Spannungen innerhalb der Maschinenstruktur oder von im Bearbeitungsprozess auftretenden Lasten repräsentiert. Das betrachtete System kann durch den integrierten piezoelektrischen Wandler aktorisch beeinflusst werden. Die Aktorkraft, die zwischen den beiden Körpern m_2 und m_1 wirkt, wird mit F_r bezeichnet.

7. Reglerentwurf

In diesem Abschnitt werden zwei Regelungskonzepte für die adaptronische Strebe vorgestellt. Die Grundlage für beide Reglerentwürfe bildet die analytische Betrachtung des Massenpunktmodells des Dreimassenschwingers.

7.1. Analytische Beschreibung

Die Bewegungsgleichungen des in Abbildung 6.4 dargestellten Dreimassenschwingers ergeben sich in Matrixschreibweise zu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{f}F_r + \mathbf{f}_S F. \quad (7.1)$$

Hierbei sind $\mathbf{M} = \text{Diag}(m_i)$ mit $i \in \{1, 2, 3\}$,

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_1 + d_2 & -d_2 & 0 \\ -d_2 & d_2 + d_3 & -d_3 \\ 0 & -d_3 & d_3 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix}$$

Massen-, Dämpfungs- und Steifigkeitsmatrix. Der Vektor $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3]^T$ enthält die Positionen x_i der drei Massen, die Vektoren der auftretenden Kräfte ergeben sich zu $\mathbf{f} = [-1, 1, 0]^T$ der Aktorkraft F_r und $\mathbf{f}_S = [0, 0, -1]^T$ der Störung F . Die Koeffizienten d_i der Dämpfungsmatrix werden so gewählt, dass die Bequemlichkeitshypothese

$$\mathbf{D} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{C} \quad (7.2)$$

mit konstanten Koeffizienten α und β erfüllt wird.

Wird der Zustandsvektor $\mathbf{z}^T = [\dot{\mathbf{x}}^T, \mathbf{x}^T]$ eingeführt, lassen sich die Bewegungsgleichungen (7.1) mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f}_S \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

und $u = F_r$ bzw. $u_S = F$ in die Zustandsform

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{b}u + \mathbf{b}_S u_S, \quad (7.4)$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{z} + du + d_S u_S \quad (7.5)$$

umschreiben. Im Folgenden wird die Position x_3 der Masse m_3 als Ausgangsgröße des Systems betrachtet, sodass sich der Beobachtungsvektor zu $\mathbf{c} = [0, 0, 0, 0, 0, 1]^T$ ergibt. Der Durchgang des Systems ist null, sodass $d = d_S = 0$ gilt. Somit wird $y = \mathbf{c} \cdot \mathbf{z} = x_3$.

7.2. Optimale Zustandsregelung

Das im vorangegangenen Abschnitt beschriebene System ist ein Eingrößensystem mit der Eingangsgröße $u = F_r$ und der äußeren Störung $u_S = F$. Wird für dieses System eine Zustandsregelung aufgebaut, so lassen sich die Zusammenhänge der auftretenden Größen durch das in Abbildung 7.1 gezeigte Blockschaltbild darstellen. Aus Gründen

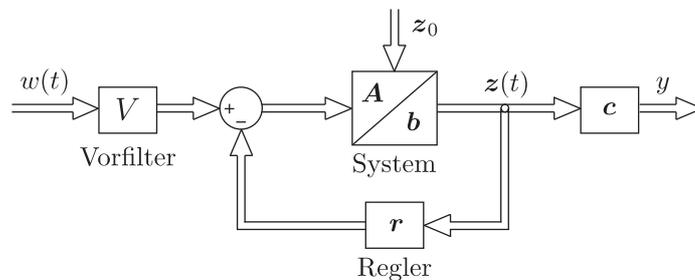


Abbildung 7.1.: Blockdiagramm einer Zustandsregelung ohne Durchgang

der Vollständigkeit wurde hierbei ein Vorfilter hinter das Eingangssignal $w(t)$ geschaltet, das jedoch in den nachfolgenden Betrachtungen zu $V = 1$ gesetzt wird. Wird die Eingangsgröße $w(t)$ auf null gesetzt, so wird die Reglerkraft

$$F_r = -\mathbf{r}z. \quad (7.6)$$

Die Reglerparameter \mathbf{r} der linearen Zustandsrückführung werden nach der LQR-Methode (Linear Quadratic Regulator) so bestimmt, dass das Gütefunktional

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left[z^T(t) \mathbf{Q} z(t) + \frac{1}{\kappa} F_r^2 \right] dt \quad (7.7)$$

minimal wird. Als Lösung dieses Minimierungsproblems folgt nach Föllinger [41] und Lunze [92] für die Reglerparameter

$$\mathbf{r} = \kappa \mathbf{b}^T \mathbf{P}. \quad (7.8)$$

Die Matrix \mathbf{P} ist die eindeutige, positiv definite Lösung der algebraischen RICCATI-Gleichung

$$\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} - \kappa \mathbf{P} \mathbf{b} \mathbf{b}^T \mathbf{P} = 0. \quad (7.9)$$

Die skalare Konstante $\kappa > 0$ ist hierbei ein Maß für die Reglerkosten dieses Eingrößensystems [111]. Je größer ihr Wert ist, desto mehr Energie muss für den Regler aufgebracht werden. Die positiv semi-definite Matrix \mathbf{Q} wird so gewählt, dass das Produkt $z^T \mathbf{Q} z$ eine Modifikation der gesamten kinetischen und potenziellen Energie des Systems darstellt. Mit dem Zustandsvektor $z^T = [\dot{\mathbf{x}}^T, \mathbf{x}^T]$ wird sie

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} w_{\text{kin}} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} + \mathbf{C}^* \end{bmatrix}. \quad (7.10)$$

Der Skalar w_{kin} ist ein Maß für die Gewichtung der kinetischen Energie in dem quadratischen Gütefunktional (7.7). Je größer sein Wert, desto mehr wird bei der Bestimmung der Reglerparameter die Bewegung des Systems berücksichtigt. Somit kann w_{kin} auch als Maß für die Dämpfungseigenschaften des Zustandsreglers angesehen werden.

Mit der Matrix \mathbf{C}^* können die Positionen x_1, x_2 und x_3 der drei Massen beeinflusst werden. Da im betrachteten System insbesondere die Position x_3 des Körpers m_3 als Regelgröße von Interesse ist, wird die Matrix

$$\mathbf{C}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C^* \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

gesetzt. Für $w_{\text{kin}} = 1$ und $C^* = 0$ entspricht das Produkt $\mathbf{z}^T \mathbf{Q} \mathbf{z}$ der Gesamtenergie des Dreimassenschwingers.

7.2.1. Simulationsergebnisse

Die nachfolgenden Ergebnisse zeigen den Einfluss der Parameter w_{kin} und C^* , die über die Matrix \mathbf{Q} die Reglerparameter \mathbf{r} modifizieren, auf das geregelte Verhalten des Dreimassenschwingers. Um die Dämpfungseigenschaften des Reglers zu untersuchen, wurde die Systemdämpfung in allen Simulationen zu null gesetzt, sodass also $\mathbf{D} = (d_{ij}) = \mathbf{0}$ gilt. Zu Beginn der Betrachtungen befindet sich das System in Ruhe, für die Positionen der drei Massen m_i gilt $x_i(t = 0) = 0$. Nach $t_0 = 0.050$ s erfährt der Dreimassenschwinger eine sprunghafte äußere Störung der Form

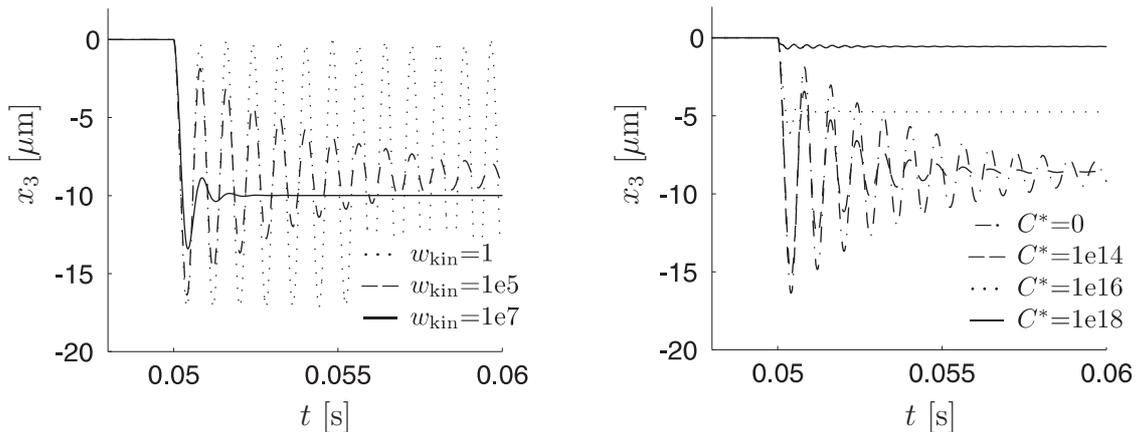
$$F(t) = 2 \text{ kN } \sigma(t - 0.05 \text{ s}). \quad (7.12)$$

In Abbildung 7.2(a) ist der Einfluss des Faktors w_{kin} auf die geregelte Position x_3 des Körpers m_3 dargestellt. Für den Fall $w_{\text{kin}} = 1$ schwingt der Körper um einen Mittelwert x_m , der sich aus der statischen Auslenkung bei einer konstanten äußeren Kraft F zu

$$x_m = \frac{F}{c_{\text{ges}}} = F \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} \right) \quad (7.13)$$

bestimmen lässt. Das System weist keine Dämpfungseffekte auf. Wird der Wert von w_{kin} erhöht, so steigt die Dämpfung des Systems. Die Position x_3 konvergiert gegen einen Mittelwert $x_e \neq 0$, der ein Maß für die bleibende Regelabweichung darstellt.

Der Einfluss der Gewichtung C^* auf die Eigenschaften des Zustandsreglers sind in Abbildung 7.2(b) gezeigt. Für diese Untersuchungen wurde $w_{\text{kin}} = 1e5$ gesetzt, sodass der beschriebene Dämpfungseffekt auftritt. Wird nun C^* größer, führt dies zu zwei Ergebnissen. Zum einen werden die Dämpfungseigenschaften des Systems erhöht, die durch die sprunghafte Kraft angeregte Schwingung klingt schneller ab, wie es bereits bei der Erhöhung von w_{kin} festgestellt wurde. Zum anderen reduziert sich mit wachsendem C^* die bleibende Regelabweichung, da aufgrund der Struktur der Matrix \mathbf{C}^* die interessierende Position x_3 stärker gewichtet wird.



(a) Einfluss von w_{kin} mit $C^* = 0$ und $D = \mathbf{0}$ (b) Einfluss von C^* mit $w_{\text{kin}} = 1e5$ und $D = \mathbf{0}$

Abbildung 7.2.: Einfluss der Gewichte w_{kin} und C^* auf das Regelverhalten

Es bleibt jedoch in allen Simulationen eine Regelabweichung zurück. Um diese bleibende Regelabweichung zu eliminieren, muss der Regler erweitert werden. Abbildung 7.3 zeigt hierfür einen möglichen Ansatz, bei dem neben dem Systemzustand \mathbf{z} die Regelgröße x_3 zurückgeführt wird. Das oben vorgestellte zustandsgeregelte System $(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{r})$ lässt sich unter Verwendung der neuen Zustandsmatrix $\mathbf{A}^* = \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{r}$ als Gesamtsystem $(\mathbf{A}^*, \mathbf{b}, \mathbf{c})$ mit der Übertragungsfunktion $G = G(s)$ darstellen. Die restlichen Elemente des Regelkreises sind das Vorfilter $V = V(s)$, das nicht berücksichtigt und daher zu eins gesetzt wird, ein Kompensationsglied $C = C(s)$ im Vorwärtspfad und ein Block $H = H(s)$ in der Rückführung, der beispielsweise als Übertragungsfunktion eines Messelements interpretiert werden kann.

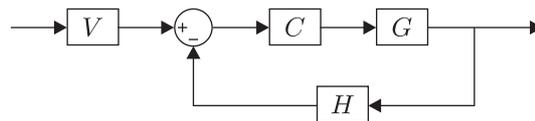


Abbildung 7.3.: Positionsrückführung mit integrierendem Element in der Rückführung

Um das Gesamtsystem einfach zu gestalten, wird für den Block H ein Integrator mit $H(s) = 1/s$ angenommen, die Kompensation soll ausschließlich durch ein Proportionalelement erfolgen mit $C(s) = P$. Mit Hilfe des Wurzelortskurvenverfahrens nach Lunze [91] konnte für diese Regelkreisanordnung für den Verstärkungsfaktor P ein Wert ermittelt werden, der zu einem optimal geregelten Verhalten des Gesamtsystems führt. Die dominanten Nullstellen sind ausreichend weit entfernt von der Imaginärachse, und der Stabilitätsrand nach dem NYQUIST-Verfahren ist hinreichend groß [120]. Das damit erzielte Reglerverhalten zeigt Abbildung 7.4. Die zuvor zurückbleibende Regelabweichung verschwindet, und die maximale Auslenkung von x_3 ist geringer als bei der alleinigen Verwendung der oben vorgestellten LQR-Zustandsreglern, wie beim Vergleich der Abbildungen 7.2 und 7.4 zu sehen ist.

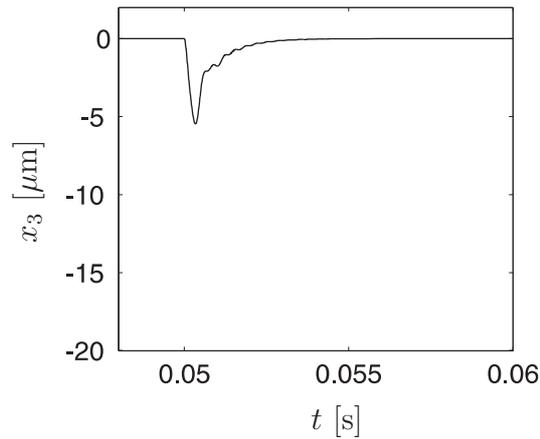


Abbildung 7.4.: Position x_3 des Dreimassenschwingers geregelt mit LQR-Zustandsregler und P-I-Erweiterung mit $w_{\text{kin}} = 1e5$, $C^* = 1e16$, $D = \mathbf{0}$ und $C = 1e12$

7.2.2. Zustandsbeobachter (Luenberger Beobachter)

Die analytische Beschreibung des Dreimassenschwingers im Zustandsraum nach Gleichung (7.4) erlaubt jederzeit einen Einblick in den gesamten Systemzustand. Üblicherweise wird jedoch nur ein Anteil der Systemzustände messtechnisch erfasst. Eine vollständige Zustandsbestimmung ist, sofern sie überhaupt zu realisieren ist, insbesondere bei komplexen Systemen sehr aufwändig und teuer.

Aus diesem Grund wird der Zustand eines betrachteten Systems (\mathbf{A}, \mathbf{b}) häufig aus einer einzelnen, gemessenen Größe y geschätzt. Hierzu werden sogenannte Zustandsschätzer wie beispielsweise das KALMAN-Filter oder der im folgenden vorgestellte LUENBERGER-Beobachter [92] eingesetzt. Wird der Beobachtervektor $\boldsymbol{\ell}$ eingeführt, lässt sich der Zustandsvektor des betrachteten Systems mit

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{b}u + \boldsymbol{\ell}(\hat{y} - y) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{b}u + \boldsymbol{\ell}\mathbf{c}(\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{z}) \quad (7.14)$$

schätzen. Hierbei sind \hat{y} die Schätzung der gemessenen Größe y und $\hat{\mathbf{z}}$ der geschätzte Zustandsvektor. Nach Föllinger [41] verändern sich die Eigenwerte eines geschlossenen Systems nicht, wenn zusätzlich ein Beobachter in das System integriert wird. Es erhöht sich nach dem *Separationstheorem* [92] lediglich die Gesamtzahl der Eigenwerte des neuen Gesamtsystems um die Zahl der Eigenwerte des beobachteten Systems. Da der betrachtete Dreimassenschwinger sowohl steuerbar als auch beobachtbar ist, können letztlich die Eigenwerte $\lambda_{\mathbf{L}^*}$ der Systemmatrix $\mathbf{L}^* = \mathbf{A} - \boldsymbol{\ell}\mathbf{c}$ des Beobachters und die Eigenwerte $\lambda_{\mathbf{A}^*}$ der Matrix $\mathbf{A}^* = \mathbf{A} - \mathbf{b}\mathbf{r}$ des Regelkreises mit Zustandsrückführung ohne Beobachter beliebig eingestellt werden.

Nachdem der Zustandsregler als Optimalregler (LQR) ausgelegt wurde, bleibt schließlich nur noch die Bestimmung der Komponenten der Beobachtermatrix $\boldsymbol{\ell}$ übrig. Der Beobachter muss dabei schneller als der Regler sein. Um diese Forderung zu erfüllen, müssen die Realteile der Eigenwerte $\lambda_{\mathbf{L}^*}$ des beobachteten Systems weiter von der Imaginärachse entfernt sein als die Realteile der Eigenwerte $\lambda_{\mathbf{A}^*}$ des Regelkreises mit Zustandsrückführung, also

$$\Re\{\lambda_{\mathbf{L}^*}\} < \Re\{\lambda_{\mathbf{A}^*}\}. \quad (7.15)$$

Das Verhalten des Regelkreises mit Zustandsrückführung und integriertem Beobachter wird im nachfolgenden Abschnitt im Rahmen eines rein numerischen Modells untersucht.

7.2.3. Numerische Untersuchung

Neben der vorgestellten analytischen Untersuchung wurde der in Abbildung 6.4 dargestellte Dreimassenschwinger zusätzlich in dem kommerziellen Software-Paket ADAMS der Firma MSC modelliert. Der Regler wurde in MATLAB/SIMULINK aufgebaut und über die Schnittstelle von ADAMS zu SIMULINK im Rahmen einer Co-Simulation in das ADAMS-Modell implementiert. Das Kommunikationsintervall dieser beiden Programme wurde auf $\Delta t = 0.1$ ms gesetzt, was der maximalen Schrittweite des in SIMULINK verwendeten BDF-Integrators (Backwards Differentiation Formulae) entsprach. Weitere Details zur Umsetzung finden sich in [120].

Für die Untersuchungen des rein numerischen Modells wurden die gesamten Systemzustände zu Beginn der Simulation auf null gesetzt. Ausgehend von $z_i(t = 0) = 0$ wird das System ebenfalls von der äußeren Kraft F nach Gleichung (7.12) gestört. Die Parameter für Regler und Beobachter werden nach der LQR-Methode bestimmt. Das System wird wiederum ohne Dämpfung betrachtet, sodass $\mathbf{D} = (d_{ij}) = \mathbf{0}$ gilt, die weiteren Parameter werden zu $w_{\text{kin}} = 1e5$, $C^* = 1e16$ und $C = 1e12$ gewählt.

Die Simulationsergebnisse des geregelten Dreimassenschwingers mit Beobachter sind in Abbildung 7.5 dargestellt. Es zeigt sich, dass wiederum eine bleibende Regelabweichung

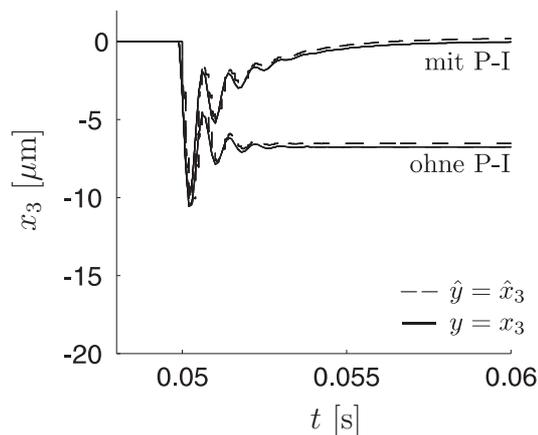


Abbildung 7.5.: Vergleich der geschätzten Position \hat{x}_3 mit der tatsächlichen Position x_3 geregelt mit LQR-Zustandsregler und P-I-Erweiterung mit $w_{\text{kin}} = 1e5$, $C^* = 1e16$, $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ und $C = 1e12$

auftritt, wenn ausschließlich der optimale Zustandsregler verwendet wird. Bei der Erweiterung um eine zusätzliche Positionsrückführung mit entsprechender Platzierung von Proportional- und Integratorglied verschwindet diese Regelabweichung. Weiter ist zu sehen, dass die durch den Beobachter geschätzte Position \hat{x}_3 von der

tatsächlichen Position x_3 nur geringe Abweichungen aufweist, sodass die Beobachtergeschwindigkeit hinreichend groß bestimmt ist. Ein Vergleich der Verläufe der Position x_3 aus der Anfangslage im analytischen Modell in Abbildung 7.4 und im numerischen Modell in Abbildung 7.5 zeigt, dass die maximale Auslenkung im numerischen Modell größer ist. Dieses Verhalten ist auf das vorgegebene, konstante Austauschintervall Δt bei der Co-Simulation des numerischen Modells zurückzuführen.

7.2.4. Übertragung auf flexibles Mehrkörpermodell

Das in Kapitel 6.2.1 vorgestellte flexible Mehrkörpermodell der entwickelten adaptiven Strebe hat eine Vielzahl an Freiheitsgraden, die insbesondere durch die Zahl der modalen Freiheitsgrade der flexiblen Körper bestimmt wird. Der Entwurf eines Reglers für dieses Modell ist sehr aufwändig, sodass für dieses komplexe Modell der für den Dreimassenschwinger entwickelte optimale Zustandsregler mit additiver Positionsrückführung adaptiert wird. Als Regelgröße wird anstelle der Auslenkung x_3 der Masse m_3 die Abweichung dy des oberen Anlenkpunkts der Strebe von der Ausgangslage betrachtet.

Zu Beginn der Betrachtung befindet sich die Strebe im Gleichgewichtszustand und besitzt keine Anfangsgeschwindigkeiten. Das System wird zum Zeitpunkt $t_0 = 0.05$ s durch eine äußere, sprungartige Kraft F gestört. Es zeigt sich, dass bei einer Kraftamplitude von $\hat{F} = 2$ kN das geregelte System instabil wird. Die Kompensation einer solchen Störung mit dem entwickelten Reglerkonzept erfolgt nicht. Ist die Amplitude der Störung jedoch geringer, so kann der Regler diesen Einfluss aus dem System entfernen. Als Grenzwert der Kraftamplitude ergibt sich ca. $\hat{F}_{\max} = 1$ kN. Die Reaktion des geregelten Systems auf diese äußere Störung zeigt Abbildung 7.6. Der Regler kann die Störung kompensieren, sodass es keine bleibende Regelabweichung gibt. Das Überschwingen kurz nach Einsetzen der Gegensteuerung des Reglers deutet bereits auf eine Stabilitätsgrenze dieses geregelten Systems hin.

Die Ursache für dieses eingeschränkt stabile Regelverhalten ist im Aufbau des komplexen Modells zu finden. Beim Dreimassenschwinger, der dem Auslegen des Reglers zugrunde lag, bewegen sich alle drei Körper entlang einer gemeinsamen Achse, in deren Richtung ebenfalls die Reglerkraft wirkt. Dagegen rotiert aufgrund des Schneidenlagers bei dem flexiblen Mehrkörpermodell die obere Strebenhälfte um die untere Strebenhälfte, sodass eine lineare Betrachtung nur für kleine Drehwinkel näherungsweise gültig ist. In diesem Bereich arbeitet der Regler stabil. Überschreitet jedoch die Amplitude \hat{F} der sprungartigen Störungskraft einen Grenzwert, so verlässt der Drehwinkel zwischen Ober- und Unterteil der Strebe den Bereich, in dem eine Linearisierung gültig ist. Der Regler kann diese Überschreitung nicht kompensieren, und das System wird instabil. Aus diesem Grund wird in Kapitel 7.3 ein alternativer Regler vorgestellt, der ebenfalls auf der Grundlage eines einfachen Dreimassenschwingers entworfen wird und dennoch ohne weitreichende Einschränkungen auch auf das komplexe Modell der Strebe übertragen werden kann.

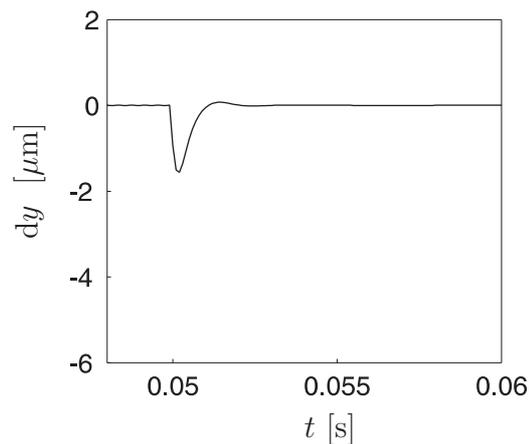


Abbildung 7.6.: Abweichung der Spitze des LQR-P-I geregelten Modells aus CAD-Daten unter dem Einfluss einer äußeren Kraft $F(t) = 2 \text{ kN } \sigma(t - 0.05 \text{ s})$

7.3. Regler sechster Ordnung

Bei der Übertragung des im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Zustandsreglers auf das flexible Mehrkörpermodell der adaptronischen Strebe zeigt sich, dass dieses Regelkonzept nur bedingt funktioniert. Zudem ist für die Realisierung des Reglers ein Beobachter erforderlich, der den Zustand des Gesamtsystems schätzt. Aufgrund der vorliegenden Einschränkungen wird in diesem Abschnitt ein alternatives Reglerkonzept vorgestellt, das ebenfalls auf der Betrachtung des Dreimassenschwingermodells beruht.

Ausgehend von den Bewegungsgleichungen in Zustandsform (7.4) wird die LAPLACE-transformierte Übertragungsfunktion $G(s)$ des Dreimassenschwingers bestimmt. Das Eingangssignal in das System ist die Aktorkraft F_r , das Ausgangssignal und gleichzeitig die Regelgröße ist die Position x_3 der Masse m_3 . Die von außen auf das System einwirkende Kraft F ist die Störgröße. Zur Bestimmung des Reglers wird die Störgröße zunächst auf null gesetzt, die Struktur des geschlossenen Regelkreises wird, wie in Abbildung 7.7 dargestellt, angenommen. Darin ist $G(s)$ die Übertragungsfunktion des

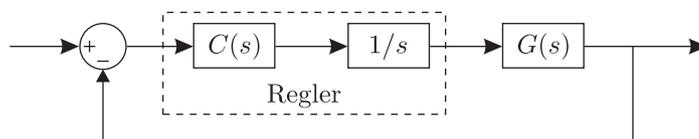


Abbildung 7.7.: Blockdiagramm des alternativen Reglerkonzepts

Dreimassenschwingers. Der Regler besteht aus einem idealen Integrator $I(s) = 1/s$, der wiederum der Vermeidung zurückbleibender Regelabweichungen dient, und einem Kompensationsglied $C(s)$. Es wird sowohl auf ein Vorfilter als auch auf ein Übertragungsglied in der Rückführung verzichtet.

Die Übertragungsfunktion des Kompensators $C(s) = k C^*(s)$ wird mit Hilfe der Wurzelortskurve (WOK) nach D'Azzo et al. [26] ermittelt. Hierzu wird die Wurzelortskurve

des geschlossenen Regelkreises betrachtet, deren Verlauf durch das gezielte Hinzufügen von Nullstellen und Polstellen verändert werden kann. Durch die Veränderung der Verstärkung k kann weiterhin die Größe des Stabilitätsrandes des geschlossenen Regelkreises festgelegt werden.

Für das betrachtete System wurde die Übertragungsfunktion des Kompensationsglieds zu

$$\begin{aligned} C(s) &= k \frac{s^2 + b_1 s + b_0}{(s + a_1)(s^2 + b_2 s + a_2)(s^2 + b_3 s + a_3)} \\ &= k \frac{s^2 + b_1 s + b_0}{s^5 + k_4 s^4 + k_3 s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + k_0} \end{aligned} \quad (7.16)$$

bestimmt. Der vorliegende Regler entspricht damit einem realen PID-Regler, der mit zwei PT₂-Gliedern in Reihe geschaltet ist. Diese Wahl resultiert in der in Abbildung 7.8 dargestellten Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises. Da die Wurzelortskurve

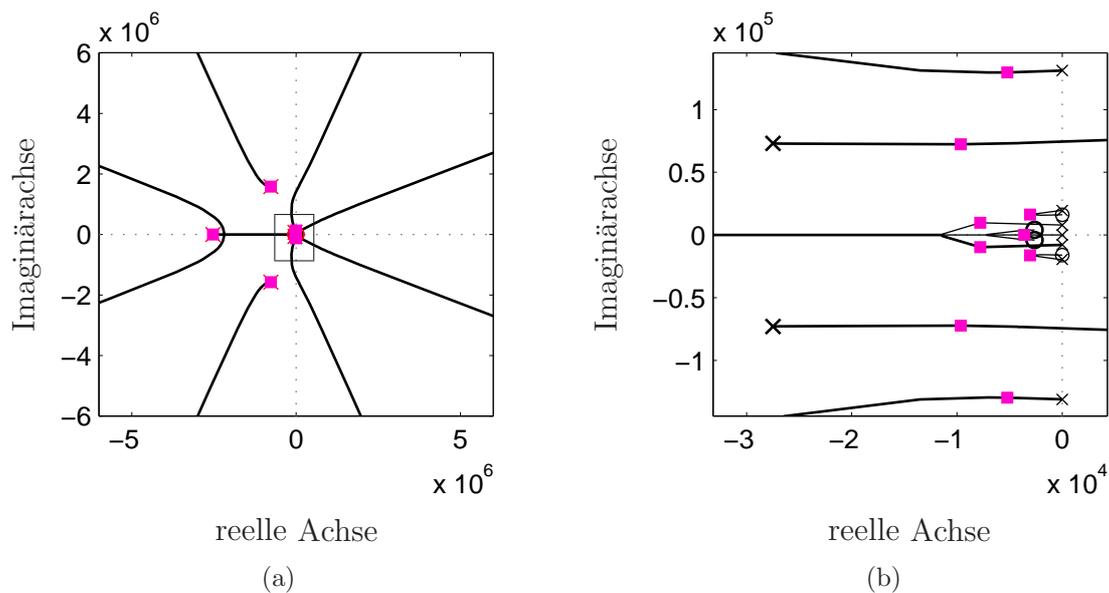


Abbildung 7.8.: Wurzelortskurve (a) des geschlossenen Systems mit Regler und vergrößerte Darstellung des eingerahmten Ausschnitts (b)

Abschnitte besitzt, die in der Halbebene der positiven reellen Achse verlaufen, ist die Wahl des Verstärkungsfaktors k für die Stabilität des geschlossenen Regelkreises entscheidend. Abbildung 7.8(b) zeigt den vergrößerten Ausschnitt der Wurzelortskurve in der Nähe der Imaginärachse mit den dominanten Pol- und Nullstellen. Die Polstellen des geschlossenen Regelkreises für den gewählten Verstärkungsfaktor k sind in Abbildung 7.8 durch die Quadrate markiert. Sie liegen alle in der linken Halbebene, der Regelkreis ist somit stabil.

7.3.1. Simulationsergebnisse

Zum Test des alternativen Reglers werden die gleichen Untersuchungen wie in den Abschnitten 7.2.3 und 7.2.4 durchgeführt. Eine äußere Kraft $F(t) = 2 \text{ kN } \sigma(t - 0.05 \text{ s})$ wirkt auf den Körper m_3 des Dreimassenschwingers bzw. auf den oberen Anlenkpunkt des flexiblen Mehrkörpermodells der Strebe. Als Regelgrößen werden wiederum die Auslenkung x_3 der Masse m_3 bzw. die axiale Verschiebung dy des Anlenkpunkts betrachtet. In beiden Fällen ist der gewünschte Sollwert $x_3 = dy = 0$. Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.9 dargestellt.

Ein Vergleich der Abbildungen 7.4 und 7.9(a) zeigt, dass der alternative Regler schneller als der Zustandsregler mit P-I-Erweiterung ist. Zum einen ist bei der alternativen Regelung der gewünschte Sollwert $x_{3,\text{soll}}$ schneller erreicht, zum anderen ist hier der Betrag der maximalen Auslenkung $x_{3,\text{max}}$ geringer. Eine weitere Verbesserung des Reglers ist bei der Übertragung auf das flexible Mehrkörpermodell festzustellen. Während der Zustandsregler, übertragen auf das flexible Modell, nur sprunghafte Kräfte mit maximaler Amplitude $\hat{F} = 1 \text{ kN}$ kompensieren kann, wie in Abbildung 7.6 dargestellt, ist es mit dem alternativen Reglerkonzept möglich, auch höhere Kraftamplituden zu kompensieren, was in Abbildung 7.9(b) gezeigt ist. Die Kompensation der sprungarti-

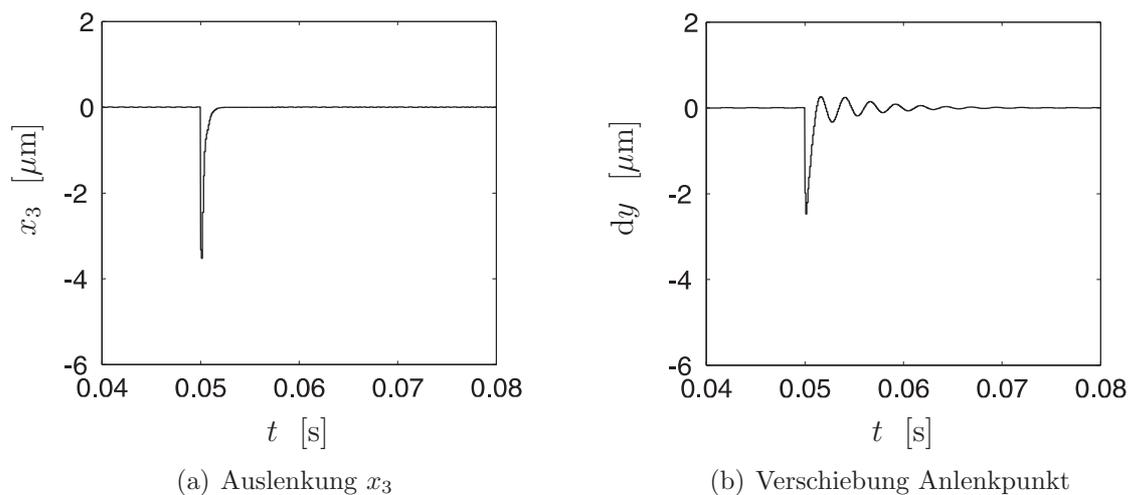


Abbildung 7.9.: Test des alternativen Regelungskonzepts für (a) Dreimassenschwinger und (b) flexibles Mehrkörpermodell unter Einfluss der Störgröße $F = 2 \text{ kN } \sigma(t - 0.05 \text{ s})$

gen Störungskraft $F(t)$ erfolgt nicht ideal. Während des Regelvorgangs kommt es zum Überschwingen, bevor nach einem Zeitraum von $\Delta t \approx 20 \text{ ms}$ der vorgegebene Sollwert erreicht ist. Im Hinblick auf das ursprüngliche Ziel der Reduktion von statischen bzw. quasi-statischen und langsam veränderlichen Größen ist die benötigte Zeit jedoch zu vernachlässigen. Der Regler sechster Ordnung stellt daher eine sehr gute Alternative zu dem zunächst vorgestellten Zustandsregler dar.

8. Einsatz als lineare Positioniereinheit

Aufgrund des Aufbaus der in Kapitel 6 vorgestellten adaptronischen Strebe ist es möglich, durch eine gezielte Ansteuerung des piezoelektrischen Wandler eine gewünschte Auslenkung des oberen Anlenkpunkts der Strebe zu erzielen. Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel die adaptronische Strebe für den Einsatz als lineare Positioniereinheit untersucht, da sie eine mögliche Realisierungsvariante des vorgestellten adaptronischen Konzepts mit piezoelektrischem Wandler und integriertem Funktionsprinzip der Schwingensaitenwaage ist.

Eine geeignete Lagerung für diese Anwendung zeigt Abbildung 8.1. Die Auslenkung des oberen Anlenkpunkts, die durch die Koordinate w beschrieben wird, ist axial zur Längsachse der Strebe und des piezoelektrischen Wandler ausgerichtet. Etwaige auftretende Störungen werden durch die äußere Kraft $F(t)$ modelliert.

Bei den folgenden Ausführungen wurde bei der Simulation zum einen das auf den CAD-Daten basierende Mehrkörpermodell und zum anderen stets der alternative Reglerentwurf mit dem Regler sechster Ordnung eingesetzt. Der Zustandsregler erwies sich für diese Anwendung als nicht geeignet. Sofern nicht explizit bei der Untersuchung erwähnt, erfährt das System keine äußeren Störungen.

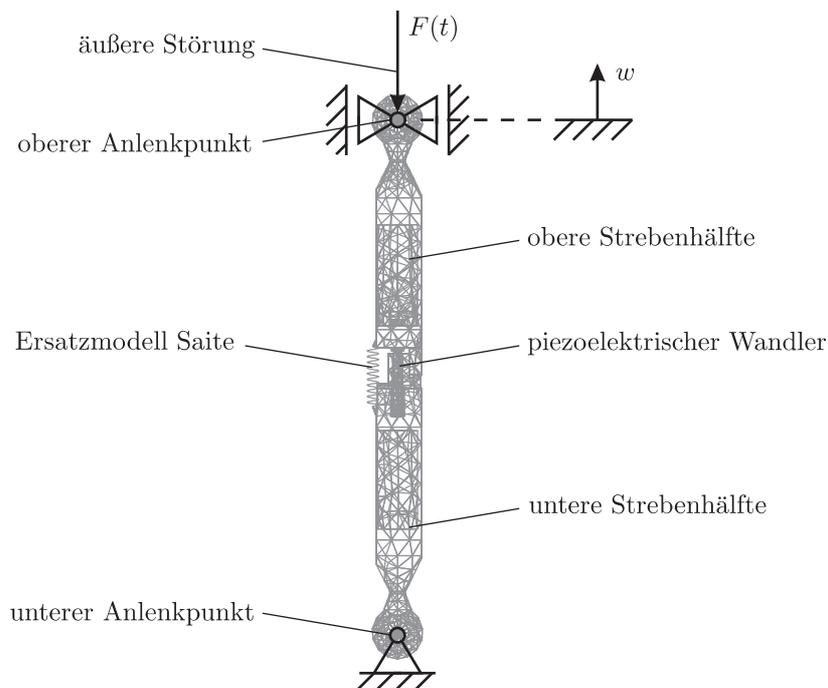


Abbildung 8.1.: Lageranordnung der adaptronischen Strebe für den Einsatz als lineare Positioniereinheit

Rampenartige Sollwertfolge

Abbildung 8.2(a) zeigt den rampenartigen Sollverlauf der Auslenkung des oberen Anlenkpunkts der linearen Positioniereinheit. Der simulierte Istwertverlauf der Auslenkung ist in Abbildung 8.2(b) dargestellt. Der Verlauf der Aktorkraft, die für diesen Istwertverlauf von dem piezoelektrischen Wandler aufgebracht werden muss, ist in Abbildung 8.2(c) dargestellt. Die erforderliche Ansteuerspannung $U(t)$ lässt sich damit schließlich aus den linearen konstitutiven Gleichungen (2.60) bzw. (2.61) oder mit Hilfe der in Kapitel 3.4 beschriebenen nichtlinearen Modelle bestimmen.

Es zeigt sich, dass die Nachführung der tatsächlichen Auslenkung an die gewünschte Vorgabe sehr gut ist. Der Verlauf der Abweichung zwischen Soll- und Istwert ist in Abbildung 8.2(d) dargestellt. Die maximale Abweichung liegt dabei unter $0.4 \mu\text{m}$. Für die beiden Abschnitte des linearen Sollwertverlaufs wird dieser Fehler durch den Regler nicht kompensiert, er kann jedoch aufgrund seiner Größenordnung vernachlässigt werden. Lediglich für einen konstanten Sollwert kann die Abweichung auf null reduziert werden.

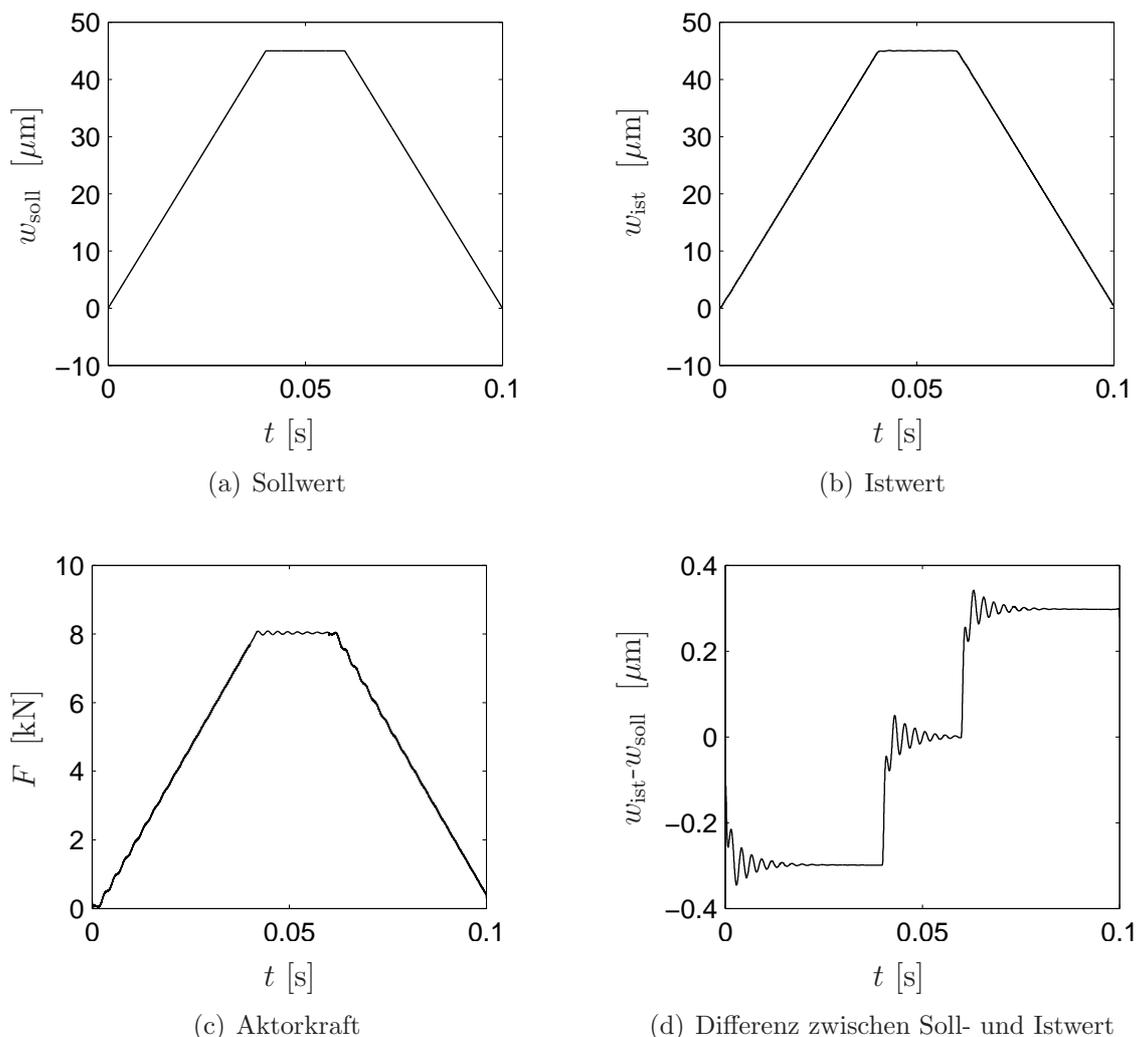


Abbildung 8.2.: Rampenartige Sollwertvorgabe für die adaptronische Strebe als lineare Positioniereinheit ohne äußere Störungen

Sinusförmige Sollwertfolge

Neben der rampenförmigen Sollwertvorgabe wurde auch der in Abbildung 8.3(a) dargestellte sinusförmige Verlauf des Sollwerts untersucht, der nach $t = 20$ ms einsetzt und einen Offset von $\Delta w = 10 \mu\text{m}$ besitzt. Durch diesen Offset ist der Sollwertverlauf nicht stetig. Den Verlauf des Istwerts zeigt Abbildung 8.3(b), die hierfür erforderliche Aktorkraft ist in Abbildung 8.3(c) dargestellt. Die Abweichung zwischen Ist- und Sollwert zeigt Abbildung 8.3(d). In den Verläufen der Aktorkraft und der Abweichung ist der Einfluss der Unstetigkeit des Sollwertverlaufs zu erkennen, da in beiden Trajektorien Spitzen auftreten. Eine stetige Sollwertvorgabe ist daher anzustreben. In Abbildung 8.3(d) zeigt sich darüber hinaus, dass bei einer sinusförmigen Sollwertvorgabe eine vollständige Kompensation der Regelabweichung auf null nicht erreicht wird. Ein Vergleich der Größenordnungen des Sollwerts und der Regelabweichung zeigt jedoch, dass die auftretende Abweichung für die meisten Anwendungsfälle vernachlässigt werden kann.

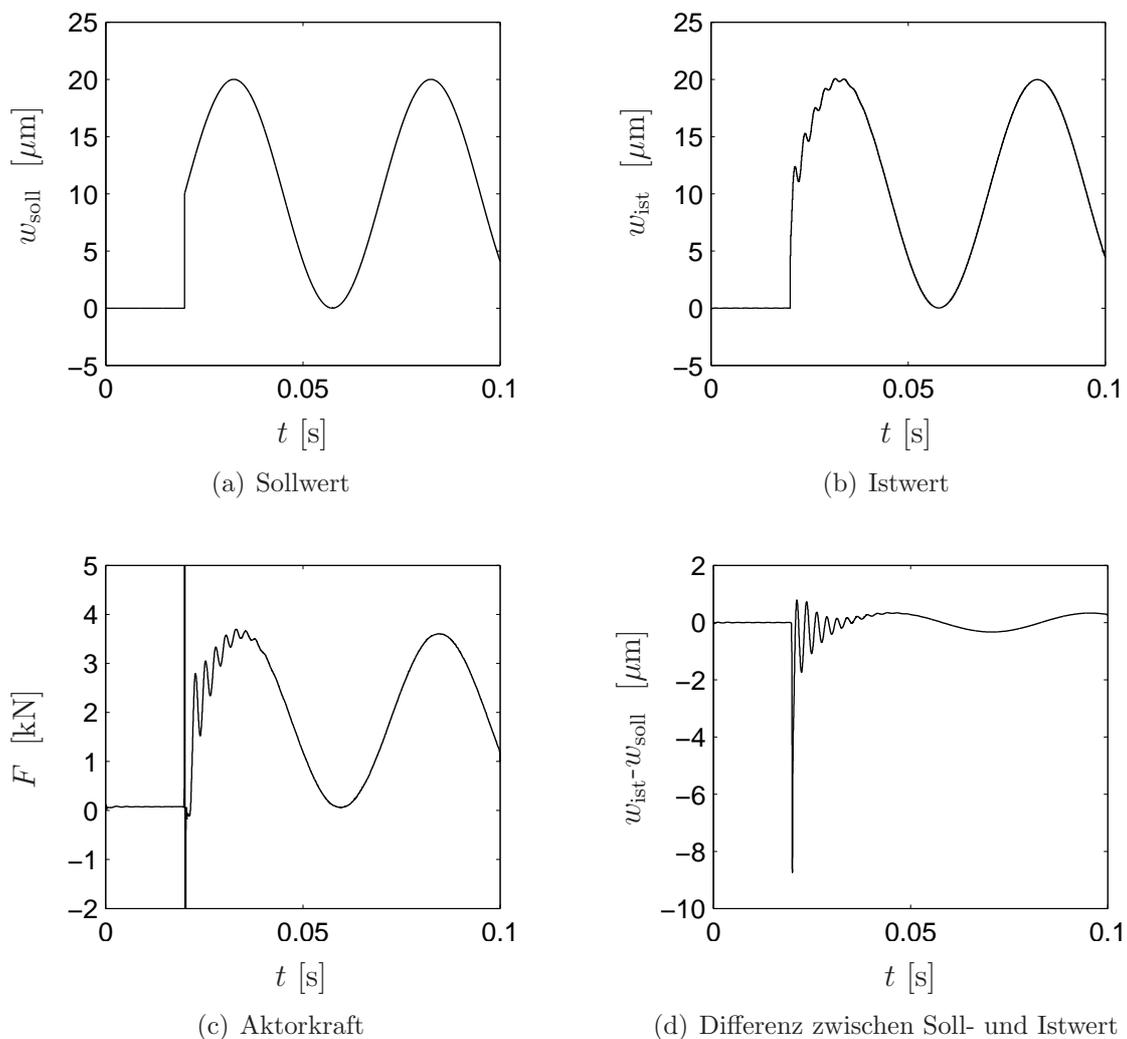


Abbildung 8.3.: Sinusförmige Sollwertvorgabe für die adaptronische Strebe als lineare Positioniereinheit ohne äußere Störungen

Sollwertfolge als Kombination verschiedener Anteile

Zum Abschluss der Untersuchungen soll eine Kombination aller bisher vorgestellten Anteile des Sollwertverlaufs untersucht werden. Hierzu zählen eine Rampe der Steigung $s = 200 \mu\text{m}/\text{s}$, die zum Zeitpunkt $t = 10 \text{ ms}$ beginnt, sowie die im vorangegangenen Abschnitt betrachtete Kombination aus sinusförmigem Verlauf mit Offset. Der Sollverlauf dieser Kombination ist in Abbildung 8.4(a) gezeigt. Das System erfährt zudem eine äußere Störkraft $F(t) = 2 \text{ kN } \sigma(t - 50 \text{ ms})$. Den Istwertverlauf des geregelten Systems zeigt Abbildung 8.4(b). In der Betrachtung der hierfür erforderlichen Aktorkraft, die in Abbildung 8.4(c) dargestellt ist, und der in Abbildung 8.4(d) gezeigten Regelabweichung spiegeln sich die bereits zuvor vorgestellten Erkenntnisse wider. Bei sprunghaftigen äußeren Störungen und sprunghaftigen Änderungen des Sollwerts fordert das geregelte System eine kurze Einschwingzeit. Des Weiteren tritt bei zeitlich veränderlichen Sollwertverläufen eine Regelabweichung auf, die aufgrund ihrer Größenordnung weitestgehend vernachlässigt werden kann.

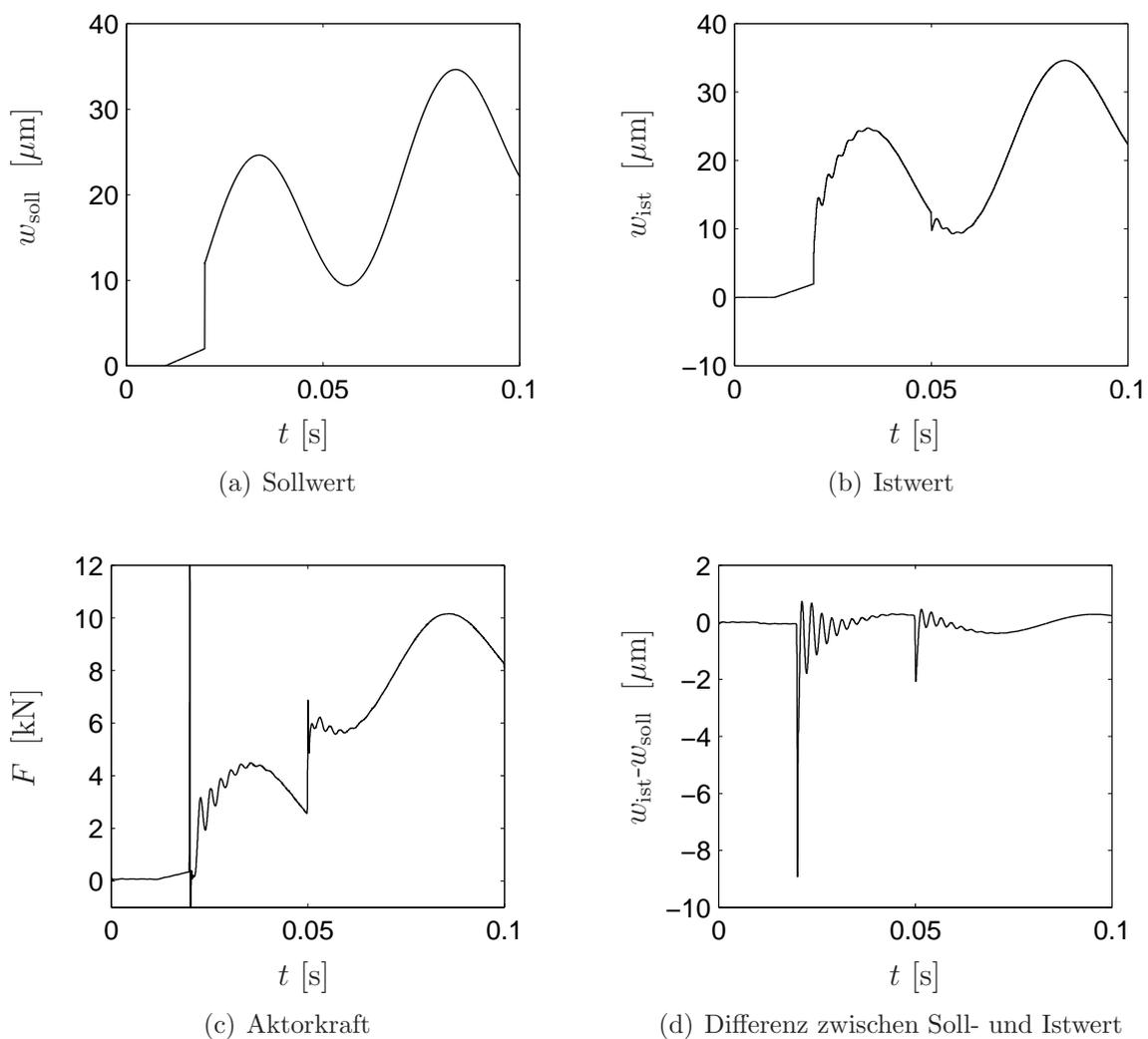


Abbildung 8.4.: Sollwertvorgabe als Kombination verschiedener Anteile

9. Einsatz in einer Werkzeugmaschine mit parallelkinematischer Struktur

Parallelkinematiken (PKM) weisen aufgrund ihres Aufbaus im Vergleich zu seriell angeordneten Strukturen gleicher Größenordnung ein höheres Steifigkeitsverhalten auf. Darüber hinaus erreichen sie höhere Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, da viele Massenanteile auf den Rand der Struktur gelegt werden können, wie z. B. Antriebe, die somit im Betrieb nicht mitbewegt werden müssen. Diese Kombination aus erzielbarer Präzision und Geschwindigkeit begründet das stetig wachsende Interesse, parallelkinematische Strukturen verstärkt im Werkzeugmaschinenbau einzusetzen. Dieser parallele Aufbau bringt jedoch auch Nachteile mit sich. Die kinematischen Schleifen erfordern häufig eine aufwändige Ermittlung der Stellwege, die zur Positionierung der Struktur nach einem gewünschten Verlauf notwendig sind. Des Weiteren wirken sich Abweichungen in der Geometrie sehr auf das Maschinenverhalten aus, da sie zu Spannungen in der Struktur und damit zu Verlagerungen führen.

Die in Kapitel 6 vorgestellte adaptronische Strebe wurde für die Reduktion der Einflüsse solcher geometrischer Fehler und Verlagerungen entwickelt. In diesem Kapitel soll anhand der Betrachtung einer Werkzeugmaschine mit parallelkinematischem Aufbau untersucht werden, ob und, wenn ja, wie genau dieses Ziel erreicht werden kann.

9.1. Charakterisierung und Modellbildung der Beispielmachine

9.1.1. Aufbau

Der Aufbau der betrachteten Werkzeugmaschine ist in Abbildung 9.1 dargestellt. Das zentrale Element der Maschine ist der Spindelstock, auf dem die Werkzeugspindel befestigt ist. Der Spindelstock wird von sechs baugleichen Streben getragen, die paarweise über drehbar gelagerte Achsen auf der einen Seite mit dem Spindelstock und auf der anderen Seite mit drei Schlitten verbunden sind. Die Schlitten sind über Schubgelenke mit dem Maschinengestell verbunden. Sie werden über Linearantriebe entlang der Hochachse bewegt, wodurch über die kinematischen Beziehungen eine gewünschte Position des Spindelstocks eingestellt werden kann. Aufgrund der Struktur kann der Spindelstock nur translatorisch beeinflusst werden, eine Rotation ist nicht möglich. Entsprechend sind damit ausschließlich drei translatorische Freiheitsgrade einstellbar.

Der Kontaktpunkt zwischen Werkzeug und Werkstück während der Bearbeitung wird

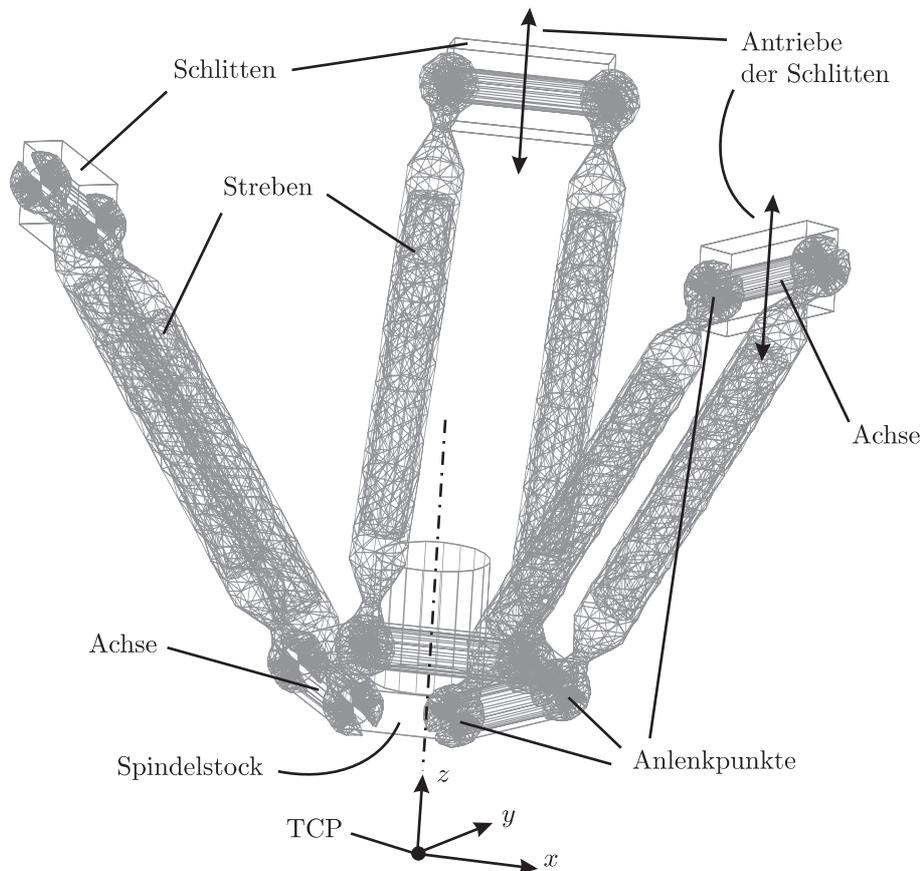


Abbildung 9.1.: Flexibles Mehrkörpermodell einer Werkzeugmaschine mit Parallelkinematik

als Werkzeugbearbeitungspunkt (Tool Center Point = TCP) bezeichnet. Seine Lage ergibt sich im Einzelnen aus den verschiedenen Geometrien der Werkzeuge. Für eine davon unabhängige, generalisierte Betrachtung wird seine Lage jedoch nach Abbildung 9.2 bestimmt. Dabei liegt er auf der zentralen Hochachse des Spindelstocks in dem Punkt, in dem sich in der rotationssymmetrischen Ausgangslage der Werkzeugmaschine die drei Ebenen schneiden, die von den Parallelogrammen der drei Strebenpaare

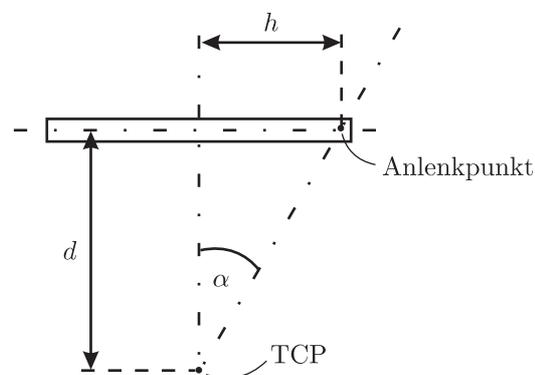


Abbildung 9.2.: Lage des Bearbeitungspunktes (TCP)

und den zugehörigen Verbindungsachsen aufgespannt werden. Die genaue Position d des TCP auf der zentralen Hochachse wird berechnet als

$$d = \frac{h}{\tan \alpha}, \quad (9.1)$$

wobei α den Anstellwinkel der Streben zu der zentralen Hochachse und h den Abstand zwischen der Hochachse und den Drehachsen beschreiben.

Für die in diesem Kapitel vorgestellten Betrachtungen werden die einzelnen Elemente der Parallelkinematik indiziert. Abbildung 9.3 zeigt schematisch die Ansicht des Spindelstocks von oben gesehen. Die Streben werden der Reihe nach im Uhrzeigersinn von

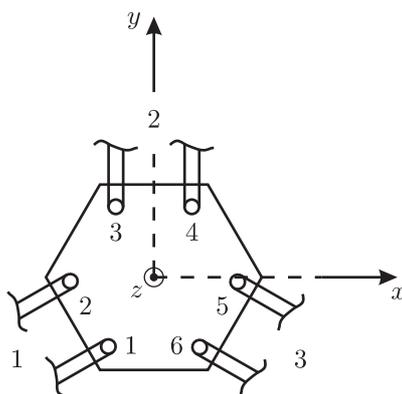


Abbildung 9.3.: Raumfestes $(x-y-z)$ -Koordinatensystem sowie Nummerierung der Streben und Schlitten

eins bis sechs, die Schlitten von eins bis drei durchnummeriert. Beginn der Nummerierung ist jeweils die entsprechende Komponente links unten. Zur Beschreibung der Ausrichtung bzw. Orientierung wird zudem ein $(x-y-z)$ -Koordinatensystem eingeführt. Das Koordinatensystem ist raumfest und befindet sich an demjenigen Punkt, der mit dem TCP der Werkzeugmaschine in der rotationssymmetrischen Ausgangslage des Spindelstocks zusammenfällt.

9.1.2. Bearbeitungsprozesse

Da die Werkzeugmaschine lediglich drei translatorische Freiheitsgrade besitzt, findet sie hauptsächlich im Bereich der Dreh- und Fräsbearbeitung von Werkstücken ihren Einsatz. Beim Fräsen wird das Werkzeug, der Fräskopf, in den Spindelstock eingespannt und durch die motorbetriebene Spindel in Rotation versetzt. Für die Bearbeitung wird der Fräskopf durch eine gezielte Bewegung des Spindelstocks über das unter dem Spindelstock eingespannte Werkstück geführt. Im Gegensatz hierzu wird bei der Drehbearbeitung nicht das Werkzeug sondern das Werkstück in den Spindelstock eingespannt und in Rotation versetzt. Das Werkzeug, der Drehmeißel, befindet sich an einer festgelegten Position unterhalb des Spindelstocks. Das Werkstück wird über dem Werkzeug positioniert und in den meisten Fällen verfährt der Spindelstock bei der Bearbeitung ausschließlich in vertikaler Richtung.

9.1.3. Antrieb

Aufgrund der parallelkinematischen Struktur erfolgt die Bewegung des Spindelstocks durch die gleichzeitige Bewegung der drei Schlitten. Um einen gewünschten $x(t)$ -, $y(t)$ - und $z(t)$ -Verlauf des Spindelstocks und damit des TCP zu erreichen, muss über eine inverse kinematische Analyse die Antriebsfunktion für die Bewegung aus der Anfangslage $z_{0,i}$ der drei Schlitten bestimmt werden. Hierbei wird vorausgesetzt, dass die Struktur der PKM ideal ist und keine Fehler aufweist. Mit dem Ansatz, dass der Abstand zwischen dem oberen und dem unteren Anlenkpunkt einer Strebe sich unabhängig von der Position im Arbeitsraum nicht verändert, berechnet sich die Antriebsbewegung Δz_i mit $i \in \{1, 2, 3\}$ der drei Schlitten zu

$$\Delta z_i = \sqrt{\ell^2 - [x_{0,i} - x(t)]^2 - [y_{0,i} - y(t)]^2} - \ell \cos \alpha + z(t). \quad (9.2)$$

Dabei beschreiben die Konstanten ℓ und α die ideale Länge und den Anstellwinkel der einzelnen Streben, $x_{0,i}$ und $y_{0,i}$ geben die jeweiligen Abstände zwischen dem oberen und dem unteren Anlenkpunkt der einzelnen Streben in x - bzw. y -Richtung in der Ausgangslage $x(0) = y(0) = z(0) = 0$ an.

Die Antriebsgleichung (9.2) gibt das schleifenbehaftete Verhalten der betrachteten Werkzeugmaschine wieder. Für die Bewegung des Spindelstocks in der $(x-y)$ -Ebene ist ein komplexes Zusammenspiel der Bewegung der drei Antriebsschlitten erforderlich, während eine Verschiebung in z -Richtung einfach durch eine synchrone Bewegung der drei Schlitten erreicht werden kann.

9.1.4. Modell

Aufgrund der parallelkinematischen Anordnung treten viele kinematische Schleifen in der Struktur auf. Zur Modellierung wurde daher das kommerzielle Programmpaket für Mehrkörpersysteme (MKS) ADAMS der Firma MSC eingesetzt. Die Werkzeugmaschine wurde als hybrides Mehrkörpersystem aufgebaut, das sowohl flexible Körper als auch Starrkörper beinhaltet. Als Starrkörper wurden der Spindelstock, die Antriebsschlitten sowie die Drehachsen zwischen den Streben und den Schlitten bzw. zwischen den Streben und dem Spindelstock modelliert. Das Maschinengestell wurde ebenfalls als starr betrachtet, sodass eine ideale Verbindung mit der starren Umgebung besteht. Dagegen wurden die sechs Streben der Werkzeugmaschine aufgrund ihrer schlanken Form als flexible Körper modelliert. Hierzu wurde aus den vorliegenden CAD-Daten der Streben ihre Geometrie in dem kommerziellen Finite-Elemente-Programm (FE) PATRAN der Firma MSC erstellt und vernetzt. Über eine modale Reduktion wurden die Schwingungsmoden der Strebengeometrie ermittelt und für die Nutzung in ADAMS bereitgestellt. Dieselbe Vorgehensweise wurde zur Erstellung des flexiblen Mehrkörpermodells der adaptronischen Strebe angewandt, wie bereits in Kapitel 6 vorgestellt wurde. Zur Beschreibung des Systemverhaltens der Werkzeugmaschine wurde das in den Abbildungen 9.1 und 9.3 dargestellte raumfeste $(x-y-z)$ -Koordinatensystem verwendet.

Um einen Einblick in das Eigenschwingungsverhalten der betrachteten Werkzeugma-

schine zu geben, sind in den Abbildungen 9.4 bis 9.9 die ersten drei Eigenschwingungsformen des Spindelstocks dargestellt.

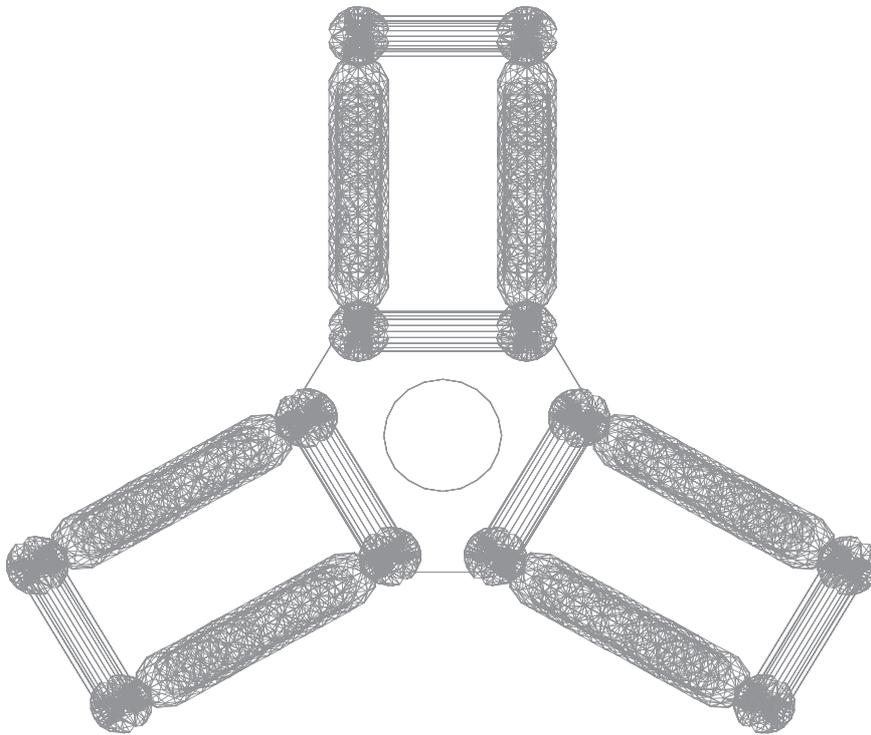


Abbildung 9.4.: Draufsicht der PKM in Ausgangslage



Abbildung 9.5.: Draufsicht der PKM, Rotation des Spindelstocks um die z-Achse

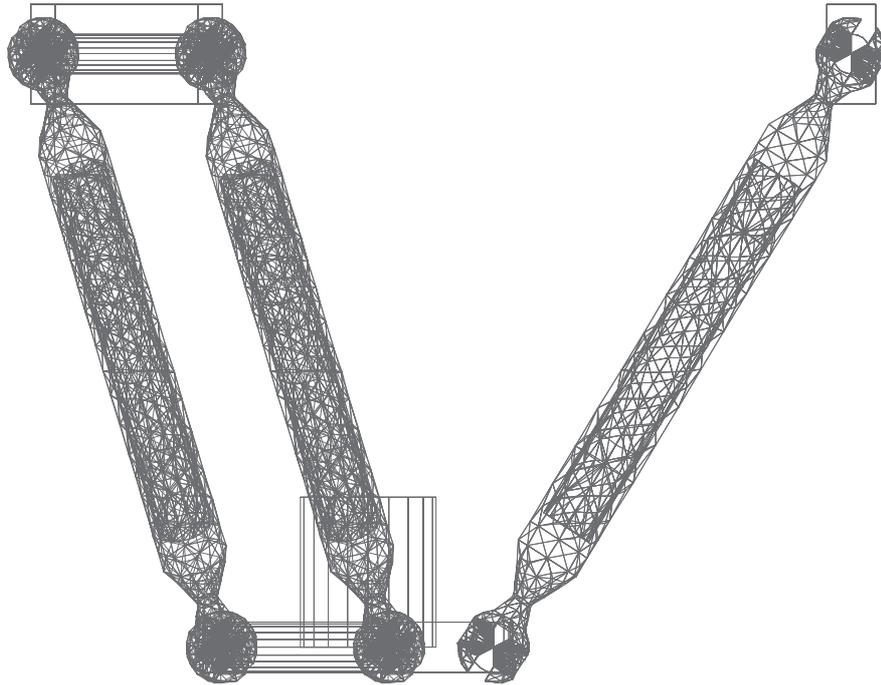


Abbildung 9.6.: Seitenansicht der PKM in Ausgangslage entgegengesetzt der x -Achse

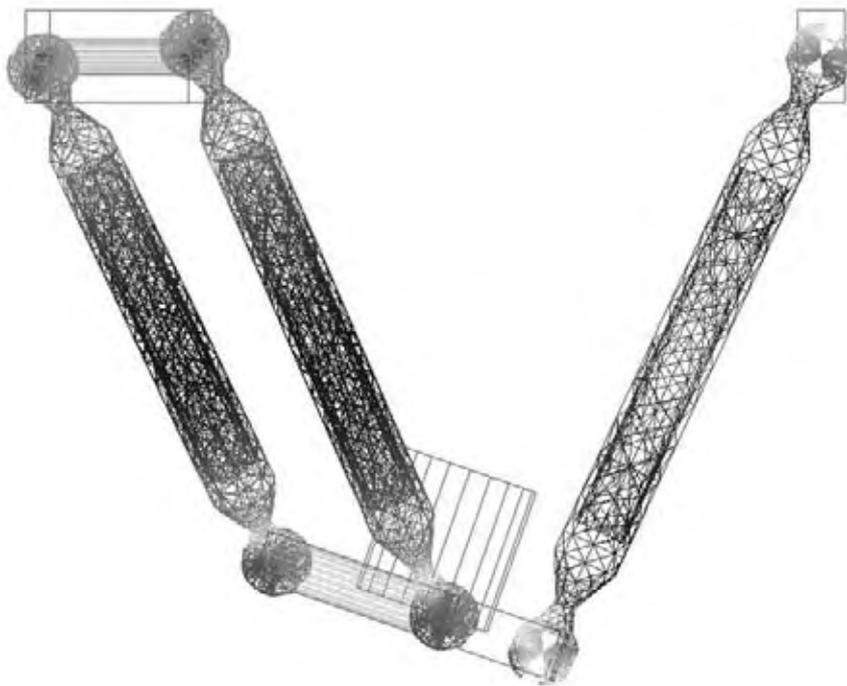


Abbildung 9.7.: Seitenansicht der PKM, Rotation des Spindelstocks um die x -Achse

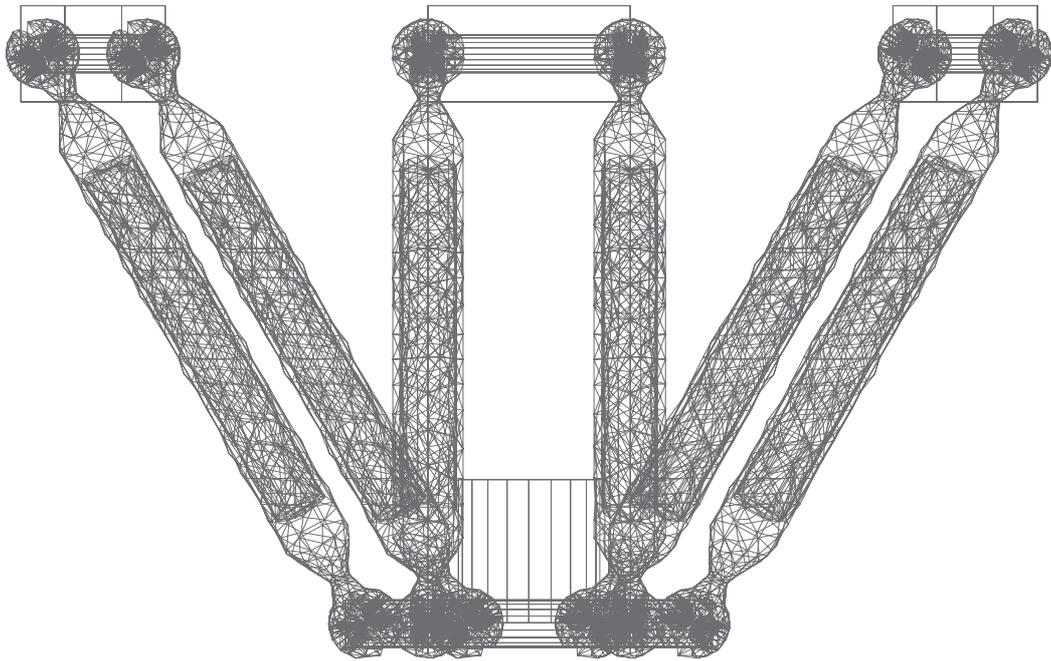


Abbildung 9.8.: Seitenansicht der PKM in Ausgangslage entlang der y -Achse

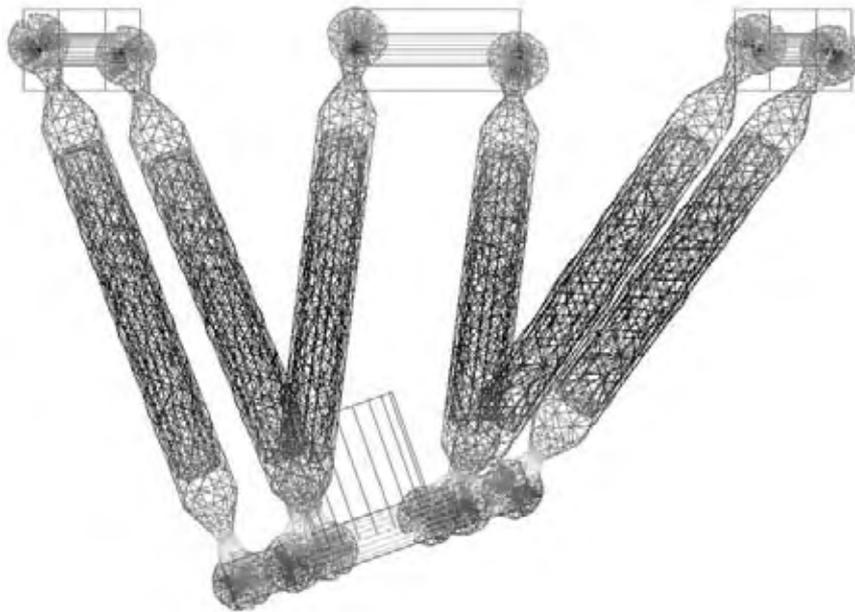


Abbildung 9.9.: Seitenansicht der PKM, Rotation des Spindelstocks um die y -Achse

9.2. Einfluss geometrischer Fehler

Eine ideale Struktur ist aufgrund einer endlichen Bearbeitungsgenauigkeit nicht zu fertigen. Die realen Strukturen weichen stets von der idealen Struktur ab. Diese Abweichungen werden im Folgenden als geometrische Fehler bezeichnet. Hierzu zählen beispielsweise unterschiedliche Strebenlängen, der Versatz von Anlenkpunkten, Winkelfehler der Führungsschienen der Schlitten oder auch das Lagerspiel. All diese Fehler beeinflussen den Systemzustand der Werkzeugmaschine. So können beispielsweise unterschiedlich lange Streben zu Spannungen innerhalb der Werkzeugmaschine führen, die wiederum in Verlagerungen des Spindelstocks und damit des Werkzeugbearbeitungspunktes resultieren. Diese Verlagerungen führen letztendlich zu einer unerwünschten Verminderung der Werkstückqualität.

In den nachfolgenden Abschnitten soll daher untersucht werden, wie geometrische Fehler sich auf das System auswirken. Aufgrund der Vielfalt der möglichen Fehlertypen muss jedoch für eine prinzipielle Untersuchung eine Einschränkung erfolgen. Aus diesem Grund wird im Folgenden ausschließlich der Einfluss einer Strebe untersucht, deren Länge sich von den Längen der übrigen Streben unterscheidet. Die vorgestellten Erkenntnisse können ohne Weiteres auf die Betrachtung anderer geometrischer Fehler übertragen werden. Für das Beispiel des Versatzes eines Anlenkpunktes einer Strebe sei auf [117] verwiesen.

Gegenstand der Betrachtungen sind im Folgenden die translatorischen Verschiebungen Δx und Δy sowie die rotatorischen Abweichungen um die entsprechenden Achsen φ_x und φ_y des TCP. Aufgrund des Aufbaus der Beispielmachine ist eine Betrachtung von Verlagerungen entlang und um die z -Achse nicht von Interesse. Ein translatorischer Versatz Δz kann problemlos durch einen additiven, identischen Verfahrensweg der drei Antriebsschlitten kompensiert werden. Eine Drehung des TCP um die z -Achse ist zu vernachlässigen, da die z -Achse identisch mit der Hochachse und damit mit der Drehachse der Spindel ist.

9.2.1. Einfluss der Position des Fehlers

Zunächst soll der Einfluss der Position der Strebe abweichender Länge in der Werkzeugmaschine untersucht werden. Hierzu wird ausgehend von der Ideallänge ℓ_0 die Länge einer einzelnen Strebe in einem Toleranzbereich $\ell_0 - \Delta\ell \leq \ell \leq \ell_0 + \Delta\ell$ mit $\Delta\ell = 40 \mu\text{m}$ variiert. Diese Strebe wird an den einzelnen Positionen in der Werkzeugmaschine eingesetzt und der Einfluss der Längenänderung auf die Position und Orientierung wird untersucht. Die Werkzeugmaschine befindet sich für diese Betrachtung in der rotationsymmetrischen Ausgangslage, in der der TCP mit dem Ursprung des raumfesten Koordinatensystems zusammenfällt.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 9.10 dargestellt. Abhängig von der Längenabweichung $\Delta\ell_i$ der Strebe an Position i mit $i \in \{1, \dots, 6\}$ zeigen die Abbildungen 9.10(a) bis 9.10(d) die Verlagerungen des TCP in x - und y -Richtung bzw. um die x - und die y -Achse. Welche Position der fehlerhaften Strebe schließlich zu welcher Verlagerung führt, ist durch die Nummerierung innerhalb der Abbildungen deutlich gemacht. In allen Dar-

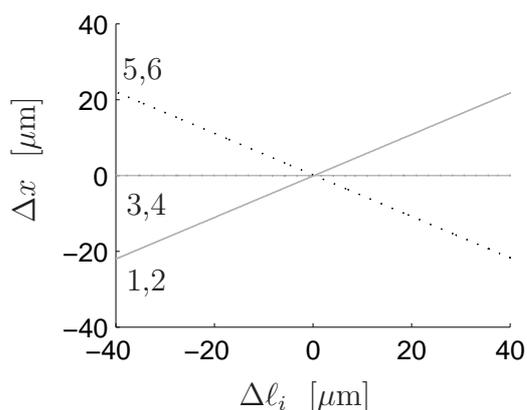
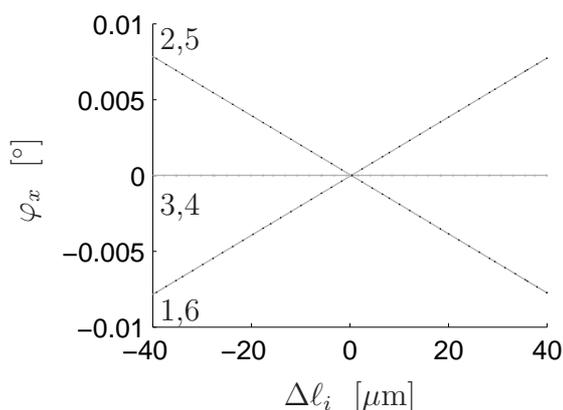
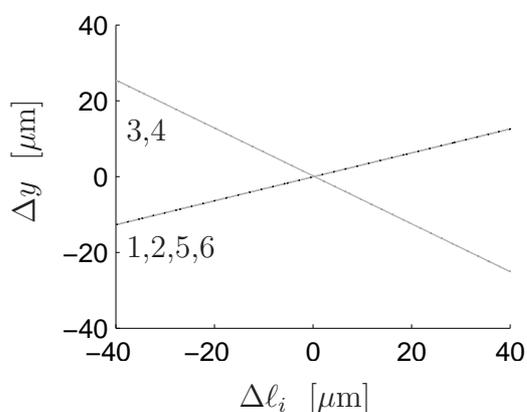
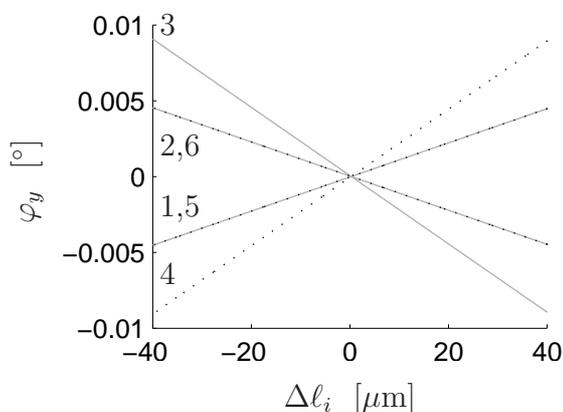
(a) Abweichung des TCP in x -Richtung(b) Winkelabweichung des TCP um die x -Achse(c) Abweichung des TCP in y -Richtung(d) Winkelabweichung des TCP um die y -Achse

Abbildung 9.10.: Einfluss von Position i mit $i \in \{1, \dots, 6\}$ und Abweichung der Länge Δl_i einer Strebe auf Position und Lage des TCP

stellungen ist der Einfluss der rotationssymmetrischen Struktur der Werkzeugmaschine in der Ausgangslage erkennbar, da die Streben mindestens paarweise gleiche oder gegenläufige identische Auswirkungen zeigen. Zur besseren Unterscheidung wurden die Einflüsse einer fehlerhaften Strebe auf den Positionen eins, zwei und drei durch helle, durchgezogene Linien dargestellt, während die Einflüsse einer solchen Strebe auf den Positionen vier, fünf und sechs durch dunkle, gestrichelte Linien markiert sind.

9.2.2. Einfluss der Position im Arbeitsraum

Neben der Betrachtung der Position der fehlerhaften Strebe innerhalb der Maschinenstruktur soll für einen ausgewählten Fehler untersucht werden, wie sich der TCP abhängig von seiner Position im Arbeitsraum aufgrund dieses Fehlers verlagert. Hierzu wurde auf Position vier eine Strebe eingebaut, die $\Delta l_4 = 10 \mu\text{m}$ länger ist als die restlichen fünf Streben in der Werkzeugmaschine. Es wurden keine weiteren Abweichungen

von der idealen Struktur betrachtet. Für einen quadratischen Arbeitsraum der Abmessungen $360 \text{ mm} \times 360 \text{ mm}$ mit dem raumfesten $(x-y-z)$ -Koordinatensystem im Zentrum sind die rotatorischen Verlagerungen φ_x und φ_y des TCP abhängig von der Position des TCP innerhalb dieses Arbeitsraums in den Abbildungen 9.11 und 9.12 dargestellt. Auf die Darstellung der translatorischen Verlagerungen wird im Weiteren verzichtet, da sie durch additive Stellbewegungen der drei Schlitten korrigiert werden können.

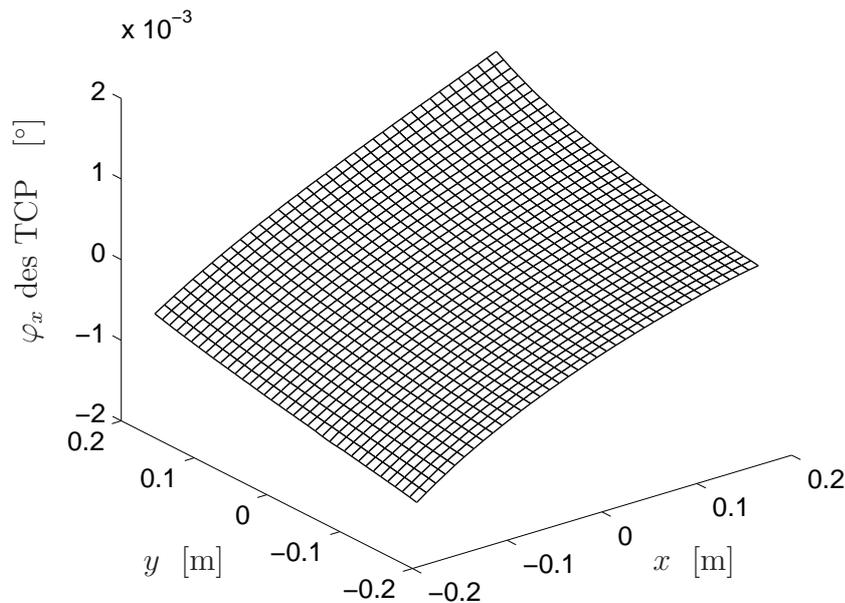


Abbildung 9.11.: Verlauf der rotatorischen Verlagerung φ_x des TCP abhängig von der Position des Spindelstocks im Arbeitsraum

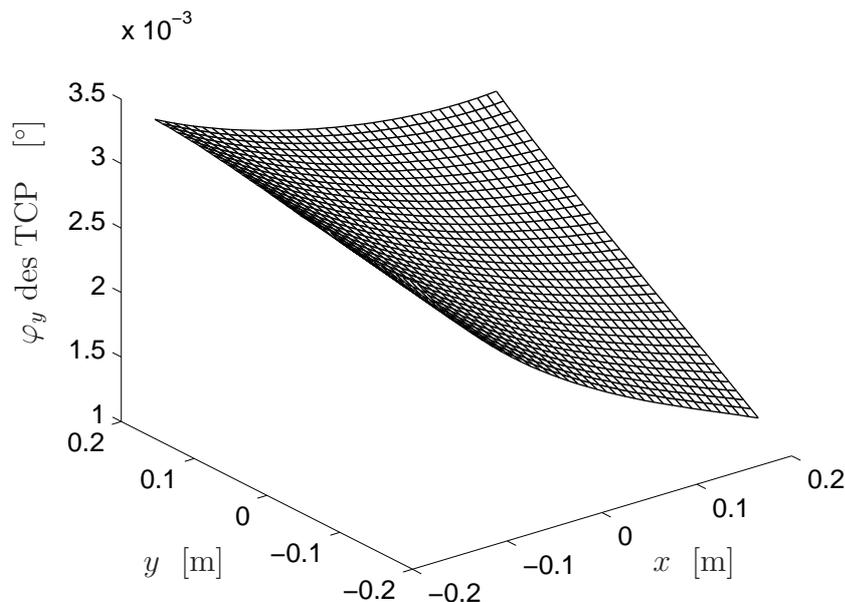


Abbildung 9.12.: Verlauf der rotatorischen Verlagerung φ_y des TCP abhängig von der Position des Spindelstocks im Arbeitsraum

9.3. Positionierung der Strebe(n)

Um den Einfluss fehlerhafter Komponenten zu reduzieren, wurde die in Kapitel 6 vorgestellte adaptronische Strebe entwickelt. In Abhängigkeit der konkreten Anordnung der fehlerhaften Komponenten in der Parallelkinematik stellt sich die Frage, wo die adaptronische Strebe platziert werden muss, um die beste Korrekturwirkung zu erzielen. Des Weiteren ist zu diskutieren, ob die Verwendung einer einzelnen adaptronischen Strebe genügt, oder ob noch eine oder zwei weitere Streben erforderlich und in welcher Kombination diese Streben dann letztlich anzuordnen sind.

Eine pauschale Aussage lässt sich über die Betrachtung der Systemfreiheitsgrade machen. Aufgrund der drei durch die Maschinenstruktur gegebenen translatorischen Freiheitsgrade können die Einflüsse fehlerbehafteter Komponenten auf die translatorische Verlagerung des TCP reduziert und teilweise auch kompensiert werden. Für eine Reduktion der rotatorischen Verlagerungen des TCP sind weitere Stellmöglichkeiten erforderlich. Da die adaptronischen Streben in ihrer Länge aktiv verändert werden können, führt der Einbau jeder adaptronischen Strebe zu einem weiteren Freiheitsgrad, der genutzt werden kann. Da Verlagerungen in Richtung der Hochachse und um die Hochachse nicht relevant sind, ist die Integration zweier adaptronischer Streben ausreichend bzw. erforderlich, um eine Kompensation der fehlerhaften Einflüsse zu erzielen.

Bei der Integration der adaptronischen Streben in die Werkzeugmaschine ist darauf zu achten, dass diese aufgrund der Teilung in zwei Hälften hinsichtlich ihrer Biegeverformungen weniger steif sind als die originalen Streben. Dies wirkt sich auf das Steifigkeitsverhalten der gesamten Struktur aus, was bei der Anordnung mehrerer adaptronischer Streben innerhalb der Maschine zu berücksichtigen ist. So wurde beispielsweise in [119] gezeigt, dass der Einbau zweier adaptronischer Streben an einem Schlitten nicht zu empfehlen ist, sondern dass pro Schlitten maximal eine Strebe ausgetauscht werden sollte.

Üblicherweise existieren in einer realen Werkzeugmaschine mit parallelkinematischer Struktur viele verschiedene Abweichungen in den Geometrien der einzelnen Komponenten, die alle sowohl sich gegenseitig als auch die Position des TCP beeinflussen. Die auftretenden geometrischen Abweichungen sind in den meisten Fällen nicht bekannt, da die Vermessung der einzelnen Komponenten sehr aufwändig und teuer ist. Dagegen lässt sich das Gesamtverhalten der Maschine sehr einfach ermitteln, indem die Abweichungen von Position und Orientierung des TCP vom Sollwert in Abhängigkeit von der Position des Spindelstocks im Arbeitsraum gemessen werden. Durch den Vergleich dieser gemessenen Ergebnisse mit berechneten Ergebnissen aus einem Simulationsmodell der Maschine, wie sie in den Abschnitten 9.2.1 und 9.2.2 für ein Beispiel auszugsweise vorgestellt wurden, können die geometrischen Fehler abgeschätzt werden. Gemeinsam mit den Ergebnissen aus den nachfolgenden Abschnitten 9.3.1 und 9.3.2 kann schließlich festgelegt werden, wie viele adaptronische Streben an welchen Positionen in die Maschine eingebaut werden müssen, um eine optimale Reduzierung der auftretenden Verlagerungen zu erzielen.

Die prinzipielle Vorgehensweise zur Reduzierung der negativen Einflüsse ist für alle möglichen Kombinationen von geometrischen Abweichungen dieselbe, sodass eine Beschränkung auf die Untersuchung einer fehlerbehafteten Komponente ausreichend ist. Daher wird für die nachfolgenden Untersuchungen die Beispielmachine mit Ausnahme

der Strebe vier, die um $\Delta\ell_4 = 10 \mu\text{m}$ länger als die restlichen fünf Streben ist, als ideal angenommen. Es lässt sich somit sehr gut der Einfluss der Anzahl und der Position der adaptronischen Streben bestimmen, die zur Reduktion der Auswirkungen fehlerhafter Elemente erforderlich sind.

9.3.1. Integration einer einzelnen adaptronischen Strebe

Zunächst wird nur eine einzelne adaptronische Strebe in die Werkzeugmaschine eingesetzt, um den Einfluss der verlängerten Strebe vier zu reduzieren. Hierzu wurde untersucht, inwieweit sich eine Längenveränderung der übrigen Streben auf Position und Lage des TCP auswirkt. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 9.13 und 9.14 dargestellt, in denen die translatorischen und rotatorischen Verlagerungen des TCP in Abhängigkeit von einer Längenänderung $\Delta\ell_i$ der entsprechenden Strebe gezeigt werden. Hierbei beschreiben die durchgezogenen Linien den jeweiligen Einfluss auf die x -Komponente und die gestrichelten Linien zeigen den Einfluss auf die y -Komponente. Das angestrebte Ziel ist, eine Längenänderung $\Delta\ell_i$ einer Strebe zu finden, für die zum einen der Schnittpunkt der beiden Trajektorien von $\varphi_{x,i}$ und $\varphi_{y,i}$ auf der horizontalen Nulllinie liegt. In diesem Fall werden die beiden rotatorischen Verlagerungen um die x - und die y -Achse durch die Stellbewegung reduziert. Idealerweise sind für diesen Wert $\Delta\ell$ ebenfalls die translatorischen Verschiebungen entlang dieser beiden Achsen gleich null. Falls dies nicht zutrifft, sind additive Stellbewegungen der Schlitten erforderlich, um die translatorischen Abweichungen zu reduzieren. Zum anderen sollte der Stellwert $\Delta\ell_i$ für den betrachteten Schnittpunkt positiv sein, da der Abstand der beiden Anlenkpunkte der Strebe durch den piezoelektrischen Wandler nur vergrößert werden kann. Aus den dargestellten Resultaten ergibt sich somit, dass bei einer Beschränkung auf eine einzelne adaptronische Strebe diese zur Reduktion des ausgewählten Fehlereinflusses an Position drei eingebaut und um $\Delta\ell_3 = 16.1 \mu\text{m}$ verlängert werden muss. Die Auswirkungen einer solchen Einstellung werden in Abschnitt 9.4 vorgestellt.

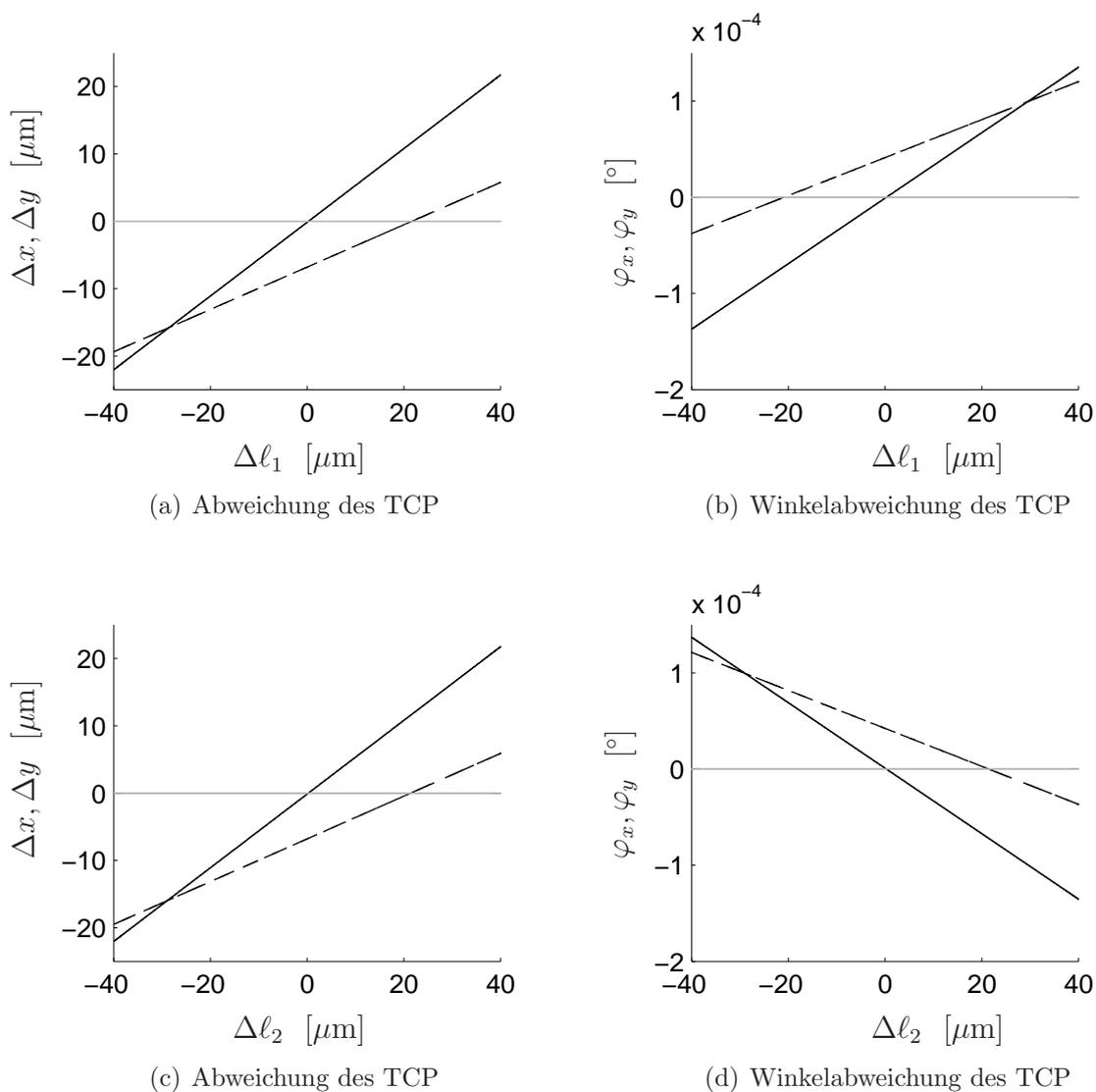


Abbildung 9.13.: Einfluss einer Längenänderung (a,b) der Strebe eins und (c,d) der Strebe zwei auf die translatorischen (links) und rotatorischen (rechts) Verlagerungen des TCP, durchgezogene Linie x -Komponente, gestrichelte Linie y -Komponente

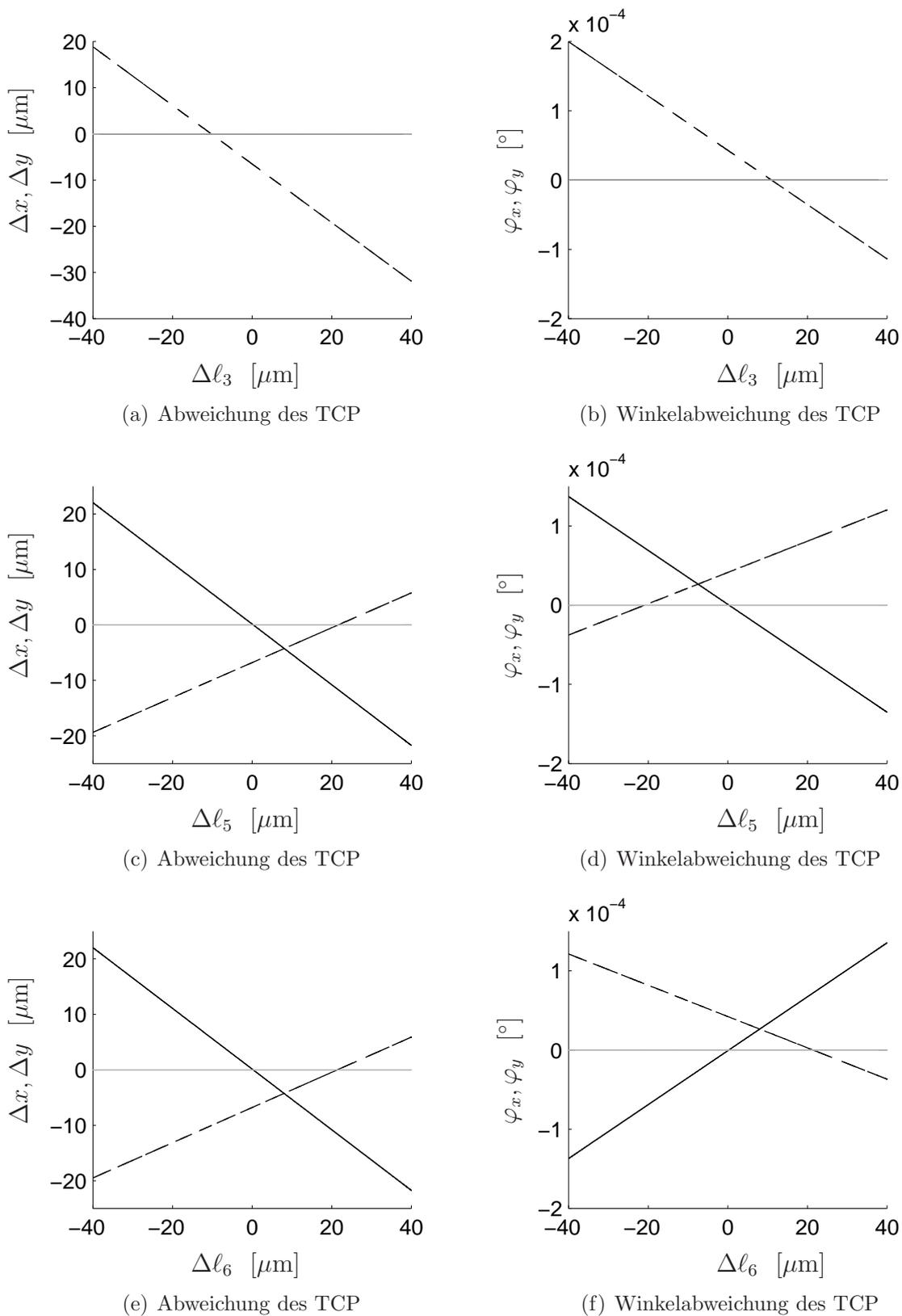


Abbildung 9.14.: Einfluss einer Längenänderung der Strebe drei (a,b), der Strebe fünf (c,d) und der Strebe sechs (e,f) auf die translatorischen (links) und rotatorischen (rechts) Verlagerungen des TCP, durchgezogene Linie x -Komponente, gestrichelte Linie y -Komponente

9.3.2. Integration von zwei adaptronischen Streben

Die Vorgehensweise bei der Integration von zwei adaptronischen Streben in die Werkzeugmaschine erfolgt analog zu den im vorangegangenen Abschnitt vorgestellten Betrachtungen. Mit einer zweiten Strebe ergibt sich eine weitere Stellmöglichkeit, sodass sich die in den Abbildungen 9.13 und 9.14 dargestellten Trajektorien auf entsprechende Raumflächen erweitern. Für die Kombinationen (3,1), (3,6), (2,6) und (2,5) zur Positionierung der Streben sind diese Raumflächen für die rotatorischen Verlagerungen φ_x und φ_y des TCP in den Abbildungen 9.15 bis 9.18 dargestellt. Auf die Betrachtung der translatorischen Verlagerungen wird verzichtet, da sie zum einen ganz entsprechend erfolgt und zum anderen translatorische Abweichungen des TCP durch additive Stellwege der drei Antriebsschlitten kompensiert werden können. Ein Beispiel hierfür wird in Kapitel 9.4 vorgestellt.

Angestrebt ist erneut der Zustand ohne rotatorische Abweichungen des TCP, der in den vorgestellten Abbildungen durch die Ebene mit $\varphi = 0$ gekennzeichnet ist. Die hierfür erforderliche Verlängerung $\Delta\ell_i$ und damit die Stellbewegung der beiden eingebauten adaptronischen Streben wird durch den Schnittpunkt der drei jeweils dargestellten Ebenen bestimmt, da an diesem Punkt beide rotatorischen Verlagerungen des TCP zu null werden, also $\varphi_x = \varphi_y = 0$. Es wird wiederum gefordert, dass die beiden Verlängerungen $\Delta\ell_i$ positiv sind. Diese Forderung wird von den vorgestellten Kombinationen (3,1), (3,6) und (2,6) erfüllt, nicht jedoch durch die Anordnung der adaptronischen Streben auf den Positionen zwei und fünf, da für $\varphi_x = \varphi_y = 0$ die Bedingung $\Delta\ell_5 = -10.5 \mu\text{m} < 0 \mu\text{m}$ erfüllt werden muss. Damit zeigt sich, dass selbst bei dem betrachteten Fehler $\Delta\ell_{4,0} = 10 \mu\text{m}$ die Positionen der adaptronischen Streben nicht komplett frei gewählt werden können. In der Realität, in der mehrere fehlerhafte Geometrien gleichzeitig auftreten, sind die Positionen der beiden Austauschstreben entsprechend mit Bedacht zu wählen. Aus diesem Grund ist der alleinige Austausch einer einzelnen adaptronischen Strebe für eine weitreichende Fehlerreduktion nicht zu empfehlen.

Für die vorgestellten Kombinationen ergeben sich die in Tabelle 9.1 aufgeführten Längenveränderungen der adaptronischen Streben, um $\varphi_x = \varphi_y = 0$ des TCP durch die Reduktion des geometrischen Fehlers $\Delta\ell_4 = 10 \mu\text{m}$ zu erreichen.

Tabelle 9.1.: Angenäherte Stellwerte für die adaptronischen Streben für $\varphi_x = \varphi_y = 0$

| | | |
|-------|-----------------------------------|------------------------------------|
| (3,1) | $\Delta\ell_3 = 10.0 \mu\text{m}$ | $\Delta\ell_1 = 0 \mu\text{m}$ |
| (3,6) | $\Delta\ell_3 = 11.5 \mu\text{m}$ | $\Delta\ell_6 = 0.5 \mu\text{m}$ |
| (2,6) | $\Delta\ell_2 = 13.0 \mu\text{m}$ | $\Delta\ell_6 = 10.5 \mu\text{m}$ |
| (2,5) | $\Delta\ell_2 = 12.0 \mu\text{m}$ | $\Delta\ell_5 = -10.5 \mu\text{m}$ |

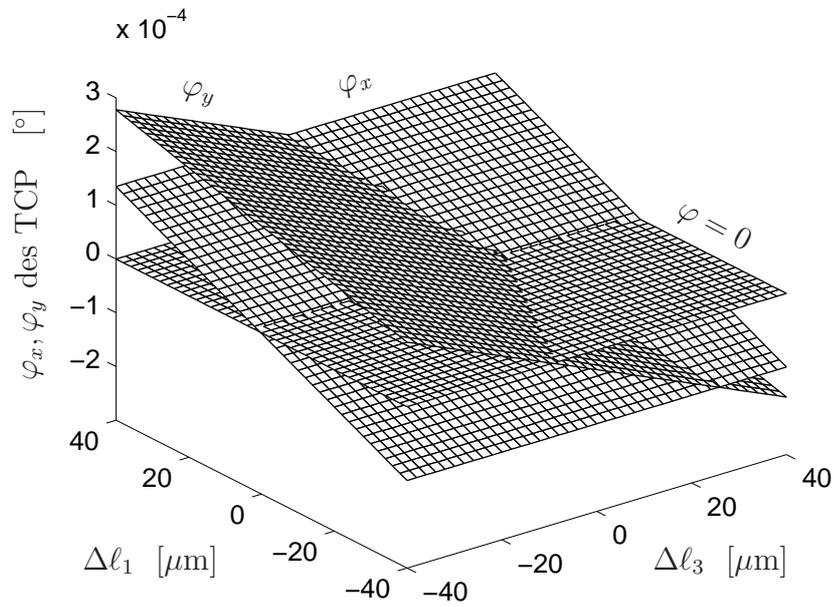


Abbildung 9.15.: Einfluss der aktiven Stellung der adaptronischen Streben eins und drei auf die Winkelverlagerungen φ_x und φ_y des TCP

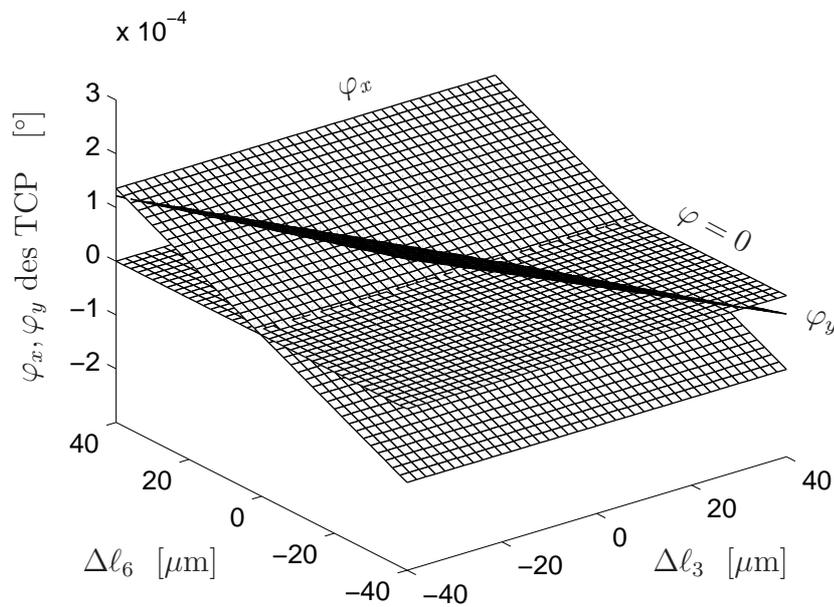


Abbildung 9.16.: Einfluss der aktiven Stellung der adaptronischen Streben sechs und drei auf die Winkelverlagerungen φ_x und φ_y des TCP

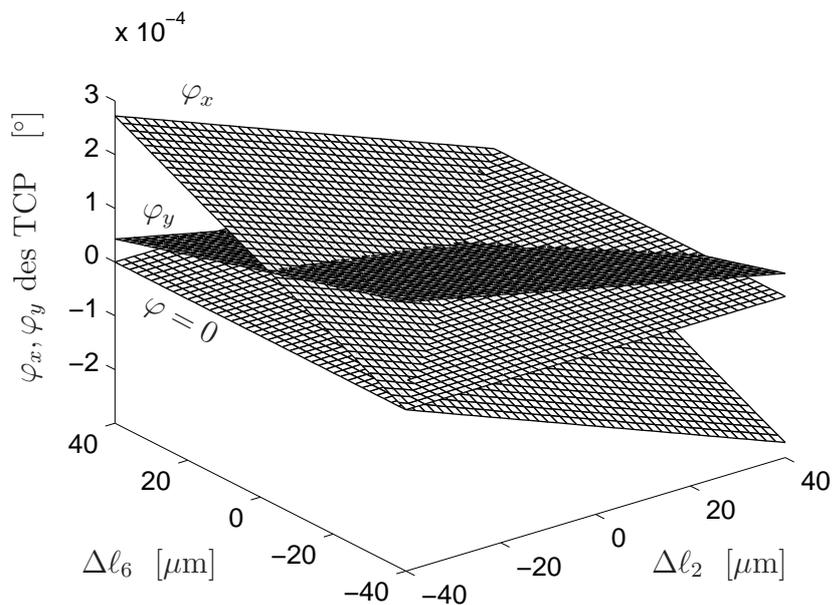


Abbildung 9.17.: Einfluss der aktiven Stellung der adaptiven Streben sechs und zwei auf die Winkelverlagerungen φ_x und φ_y des TCP

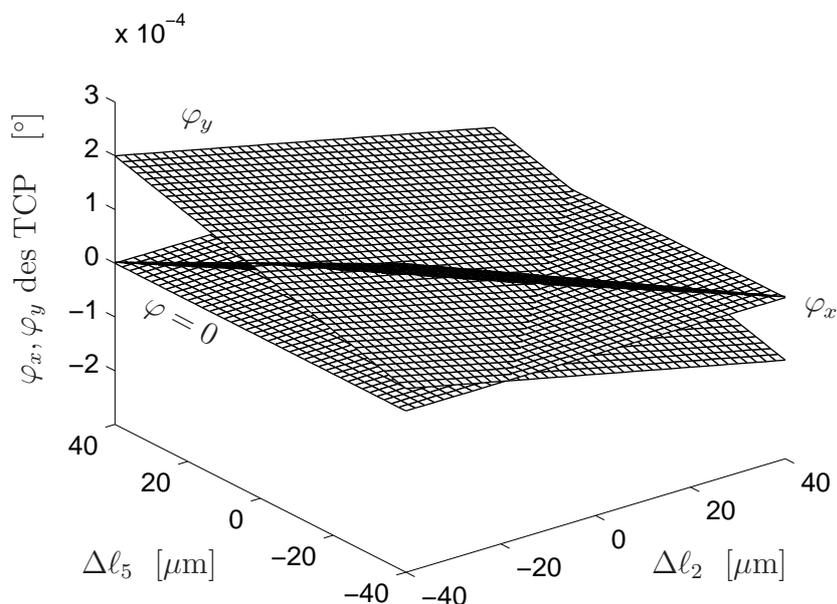
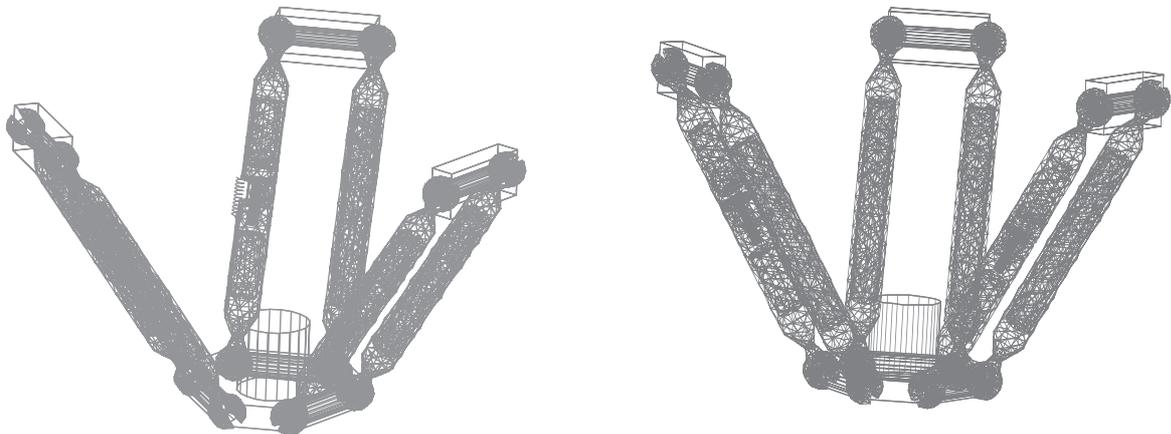


Abbildung 9.18.: Einfluss der aktiven Stellung der adaptiven Streben fünf und zwei auf die Winkelverlagerungen φ_x und φ_y des TCP

9.4. Fehlerreduktion durch Regelung

Die Ergebnisse der in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Untersuchungen sollen zum Abschluss zu einer konkreten Fehlerreduktion verwendet werden. Hierzu wurde das flexible Mehrkörpermodell der idealen Werkzeugmaschine modifiziert. Zunächst wurde Strebe vier um $\Delta\ell_4 = 10\ \mu\text{m}$ verlängert. Zur Reduzierung des Einflusses dieses geometrischen Fehlers auf den Werkzeugbearbeitungspunkt wurden des Weiteren adaptronische Streben in das Modell integriert. Zunächst erfolgte der Austausch der Strebe drei, was in Abbildung 9.19(a) dargestellt ist, anschließend wurden, wie Abbildung 9.19(b) zeigt, die Streben auf den Positionen zwei und sechs ausgetauscht. Die adaptronischen Streben wurden mit dem in Kapitel 7.3 vorgestellten Regler sechster Ordnung geregelt. Da sich jedoch durch den Einbau der Strebe in das Modell der Werkzeugmaschine das Übertragungsverhalten zwischen Aktorkraft und Strebenlänge änderte, wurde die Verstärkung k des Reglers aus Gleichung (7.16) auf $k^* = k/100$ reduziert.



(a) Adaptronische Strebe auf Position drei

(b) Adaptronische Streben auf Positionen zwei und sechs

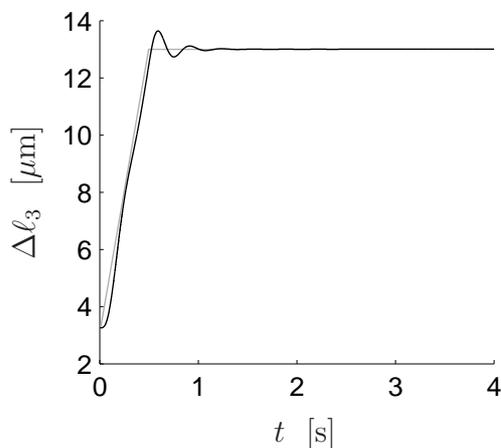
Abbildung 9.19.: Flexible Mehrkörpermodelle der PKM Werkzeugmaschine mit (a) einer an Position drei integrierten adaptronischen Strebe und (b) mit zwei an den Positionen zwei und sechs eingebauten adaptronischen Streben

Einbau einer einzelnen längenveränderlichen Strebe auf Position 3

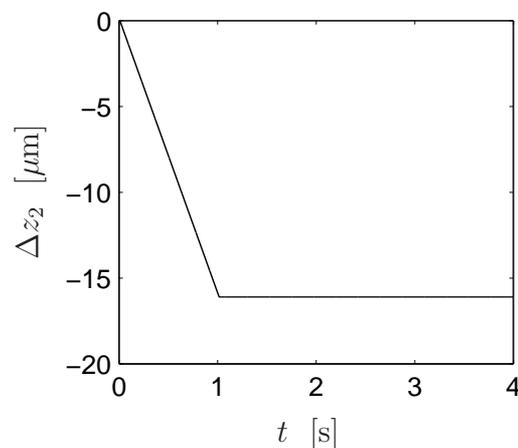
Zunächst wurde das Modell mit einer einzelnen adaptronischen Strebe untersucht. Das System unterliegt neben der Schwerkraft, der Stellkraft des Aktors und den aus dem geometrischen Fehler von Strebe vier resultierenden Verspannungen keinen weiteren Einflüssen. Aus Abbildung 9.14(b) ist herauszulesen, dass für die bestmögliche Reduktion des Fehlers Strebe drei um $\Delta\ell_3 = 16.1\ \mu\text{m}$ verlängert werden muss. Um diesen Zielwert über eine stetige Sollwertfolge anzufahren, wurde dieser Wert über eine Rampe eingestellt. Der Verlauf des Sollwerts ist in Abbildung 9.20(a) als helle Linie dargestellt. Die dunkle Linie in der gleichen Abbildung zeigt den tatsächlichen Verlauf von $\Delta\ell_3$, wie er von dem Regler eingestellt wird. Der Stellbewegung durch den Aktor in Strebe

drei wird in einer zweiten Untersuchung eine additive Stellbewegung von Schlitten zwei überlagert. Den Verlauf dieser Schlittenbewegung zeigt Abbildung 9.20(b).

Wie bereits in den Abbildungen 9.14(a) und 9.14(b) zu erkennen ist, bleibt der Einfluss einer geregelten Strebe drei im betrachteten Fall ohne größere Auswirkungen auf die Verlagerungen entlang und um die x -Achse. Dies spiegelt sich auch in den Abbildungen 9.20(c) und 9.20(d) wider. Auch eine additive Stellbewegung des Schlittens zwei bleibt hierauf ohne große Auswirkungen. Ein ähnliches Verhalten zeigt sich bei der Betrachtung der rotatorischen Verlagerung des TCP um die x -Achse, wie die Abbildungen 9.21(c) und 9.21(d) zeigen. Dagegen können sowohl die translatorischen als auch die rotatorischen Verlagerungen des TCP entlang der und um die y -Achse durch die Regelung der Strebe drei mit der vorgestellten additiven Stellbewegung des Schlittens zwei nahezu auf null reduziert werden, was in den Abbildungen 9.21(a) und 9.21(b) sowie 9.21(e) und 9.21(f) zu sehen ist.



(a) Längenänderung der Strebe 3



(b) additive Bewegung von Schlitten 2

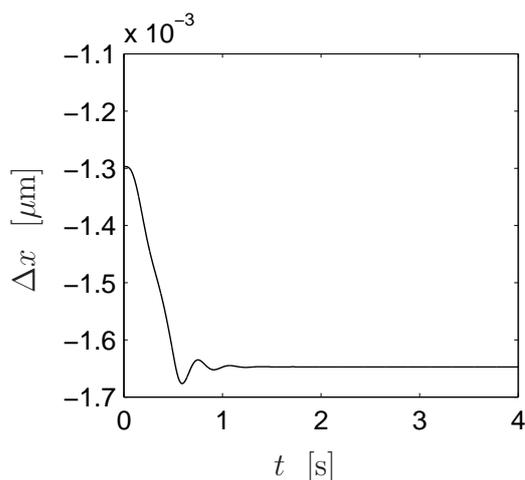
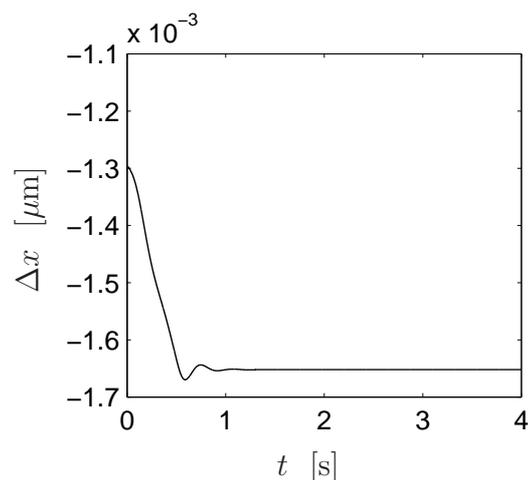
(c) Verlagerung des TCP in x -Richtung mit Schlittenbewegung(d) Verlagerung des TCP in x -Richtung mit Schlittenbewegung

Abbildung 9.20.: (a) Soll- (hell) und Istverlauf (dunkel) der Längenänderung der geregelten Strebe drei, (b) additive Stellbewegung des Schlittens zwei sowie die resultierende Auswirkung auf die Verlagerung des TCP in x -Richtung (a) ohne und (b) mit additiver Bewegung des Schlittens zwei

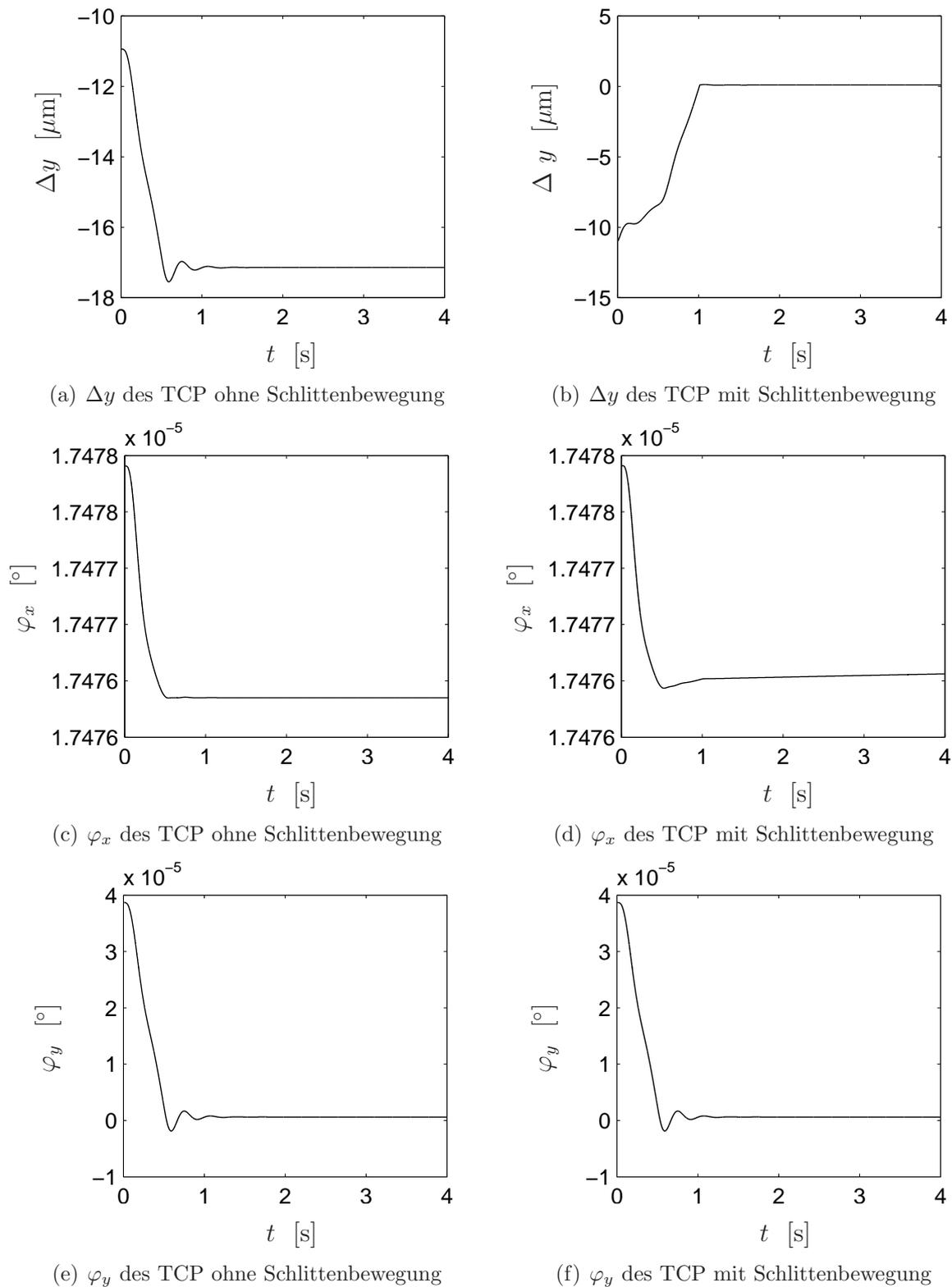


Abbildung 9.21.: Einfluss der geregelten Stellbewegung von Strebe drei auf (a,b) die translatorische Abweichung des TCP in y -Richtung, sowie auf die rotatorischen Abweichungen des TCP (c,d) um die x - und (e,f) um die y -Achse jeweils ohne (links) und mit (rechts) additiver Stellbewegung des Schlittens 2

Einbau zweier langenveranderlicher Streben auf Positionen zwei und sechs

Für den betrachteten geometrischen Fehler der um $\Delta\ell_4 = 10\ \mu\text{m}$ längeren Strebe vier können durch eine Stellbewegung zweier langenveranderlicher Streben auf den Positionen zwei und sechs die durch den Fehler induzierten rotatorischen Abweichungen des TCP reduziert werden. Die Einstellung der nach Tabelle 9.1 erforderlichen Verlängerungen $\Delta\ell_2 = 13.0\ \mu\text{m}$ und $\Delta\ell_6 = 10.5\ \mu\text{m}$ erfolgt wiederum mit dem Regler sechster Ordnung aus Kapitel 7.3, wobei erneut die Verstärkung nach Gleichung (7.16) zu $k^* = k/100$ reduziert wurde. Um dem Regler einen stetigen Sollwertverlauf für die Strebenlangungen vorzugeben, werden die beiden Zielwerte wiederum über eine Rampe eingestellt.

Neben der Regelung der Strebenlangen werden zur Reduktion der auftretenden translatorischen Verlagerungen des TCP die Schlitten zwei und drei mit additiven Stellwegen versehen. Die Anfahrt auf die Zielwerte $\Delta z_2 = -0.5\ \mu\text{m}$ und $\Delta z_3 = 3\ \mu\text{m}$ erfolgt über Rampen der Steigungen $s_2 = -20\ \mu\text{m/s}$ bzw. $s_3 = 20\ \mu\text{m/s}$.

Nach Abschluss der Fehlerkorrektur erfolgt außerdem eine Belastung des TCP mit einer konstanten Kraft

$$\mathbf{F}(t) = \begin{pmatrix} 1\ \text{kN} \\ 1\ \text{kN} \\ 1\ \text{kN} \end{pmatrix}_{x,y,z} \sigma(t - 3\ \text{s}), \quad (9.3)$$

wie sie z. B. beim Beginn eines Drehprozesses am TCP auf die Werkzeugmaschine wirkt. In Abbildung 9.22 sind durch die hellen Linien die Sollverlaufe der Verlängerungen der beiden Streben zwei und sechs dargestellt. Die dunklen Linien markieren die Istverlaufe dieser Regelgrößen. Nach etwa $t = 1.5\ \text{s}$ sind beide Sollwerte eingestellt. In den Abbildungen 9.22(c) und 9.22(d) ist zudem zu sehen, dass auch der Einfluss der sprunghaften Kraft nach Gleichung (9.3) auf die Regelgrößen kompensiert wird.

Die Ergebnisse der simulativen Untersuchungen sind in den Abbildungen 9.23 und 9.24 dargestellt. In der oberen Zeile sind die translatorischen und rotatorischen Verlagerungen des TCP für den unbelasteten Fall dargestellt, die Schlitten bleiben in ihrer ursprünglichen Lage. Es zeigt sich, dass die rotatorischen Verlagerungen mit den gewählten Sollwerten nahezu auf null reduziert werden können. Dagegen bleibt bei den translatorischen Verlagerungen eine konstante Regelabweichung zurück. Diese kann jedoch durch eine additive Stellbewegung der Schlitten kompensiert werden, wie die Abbildungen 9.23(c) und 9.23(d) in der mittleren Zeile zeigen. Eine Veränderung der rotatorischen Verlagerungen aufgrund der Schlittenbewegung ist in den Abbildungen 9.24(c) und 9.24(d) nicht zu erkennen. Die letzte Zeile in den beiden Abbildungen zeigt zudem den Einfluss einer Prozesslast nach Gleichung (9.3) auf die Verlagerungen des TCP. Während die Abbildungen 9.23(f) und 9.24(f) keine merklichen Verlagerungen entlang und um die y -Achse zeigen, wirkt sich der Kraftsprung auf die Komponenten entlang und um die x -Achse aus. Wie aus den Abbildungen 9.23(e) und 9.24(e) jedoch zu erkennen ist, kann der Einfluss der äußeren Kraft von den beiden geregelten adaptronischen Streben kompensiert werden.

Aus den vorgestellten Simulationsergebnissen zeigt sich weiterhin, dass die Regler der beiden adaptronischen Streben sich nicht merklich gegenseitig beeinflussen. Die Adaption des in Kapitel 7.3 vorgestellten Reglers sechster Ordnung für die beiden Streben ist auch im parallelen Einsatz in der Werkzeugmaschine möglich. Eine Erweiterung des

Reglerkonzepts auf eine Mehrgrößenregelung ist daher nicht erforderlich. In den vorangegangenen Abschnitten konnte gezeigt werden, dass die Einflüsse geometrischer Abweichungen durch eine geeignete Positionierung und Regelung einer oder mehrerer der entwickelten adaptronischen Streben reduziert und vereinzelt auch kompensiert werden können. Für einen konkreten Anwendungsfall sind für eine festgelegte Anordnung der Streben schließlich die Sollwerte für die Regler und die additiven Stellwege der Schlitten zu ermitteln, sodass sie für den Bearbeitungsprozess zur Verfügung stehen. Hierbei sind die Verlagerungen des TCP in z -Richtung entsprechend zu berücksichtigen. Diese Untersuchung muss für den gesamten Arbeitsraum der Maschine erfolgen. Zusammengefasst können diese Daten schließlich als Kennfeld der betrachteten Werkzeugmaschine hinterlegt werden. Um den Aufwand der Kennfeldermittlung zu reduzieren, kann diese Untersuchung auf ausgewählte Punkte im Arbeitsraum beschränkt werden. Eine Erweiterung der Kennfelddaten auf den gesamten Arbeitsraum kann durch eine geeignete Interpolation zwischen den ausgewählten Messpunkten erreicht werden.

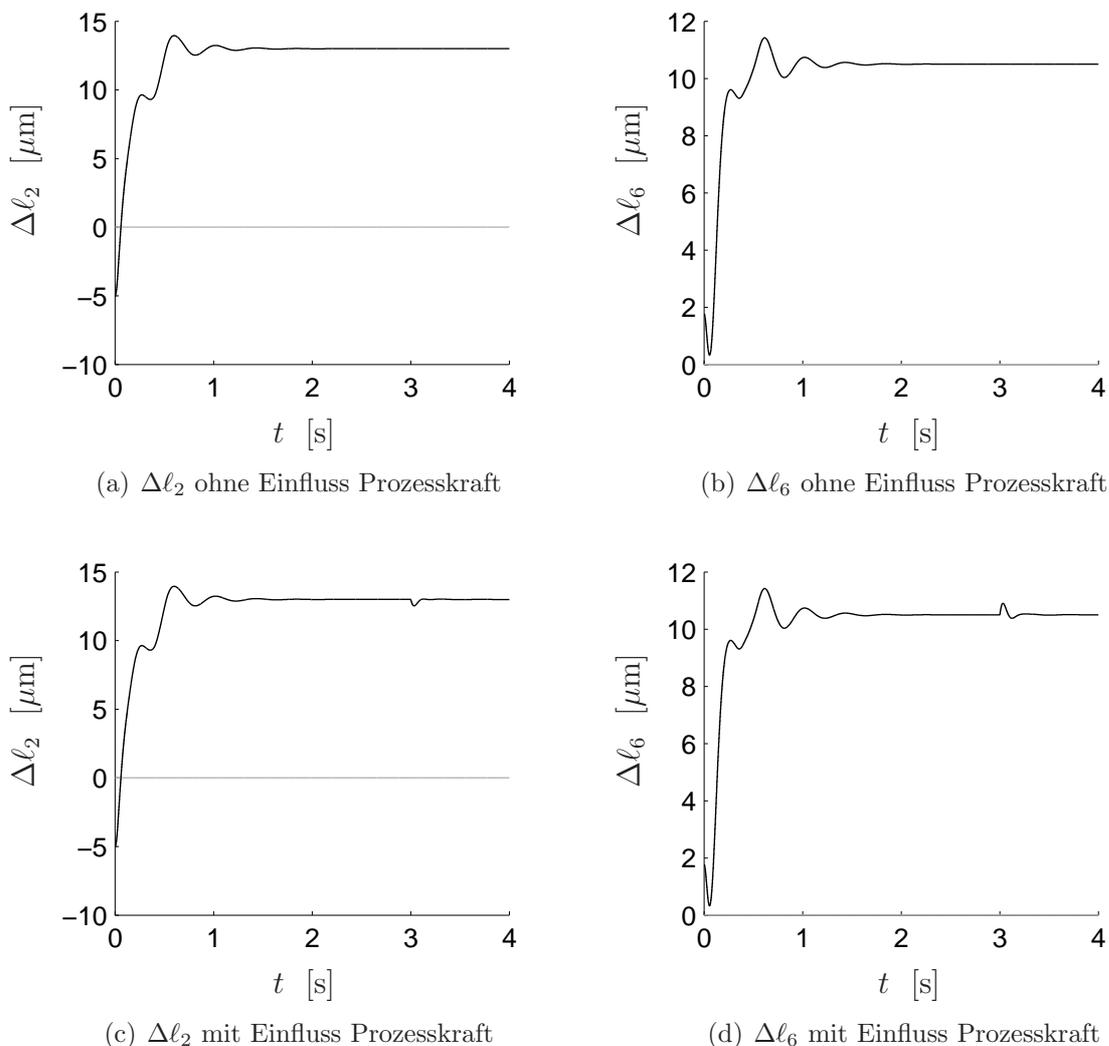
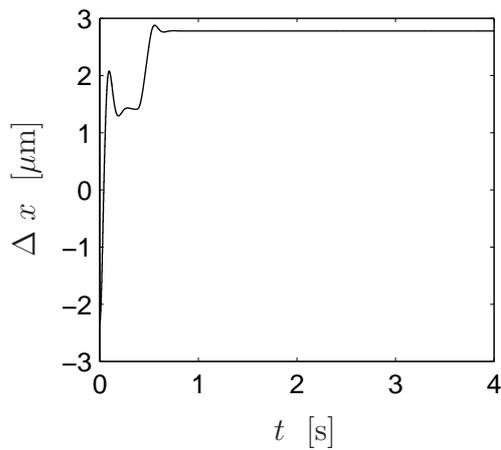
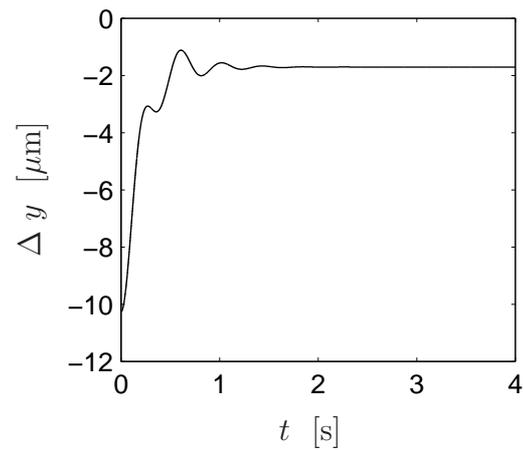


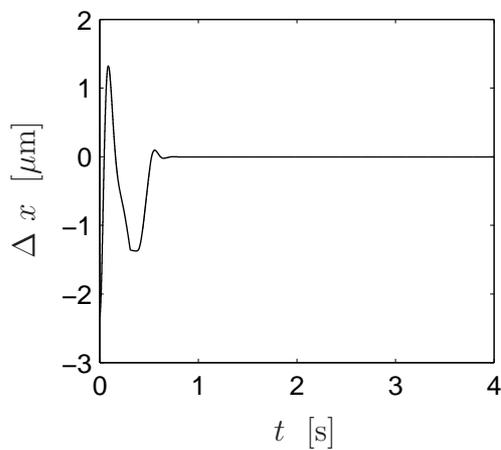
Abbildung 9.22.: Vergleich zwischen (hell) Soll- und (dunkel) Istverlauf der Verlängerungen der Streben zwei und sechs (a,b) ohne und (c,d) mit Beaufschlagung der äußeren Kraft \mathbf{F}



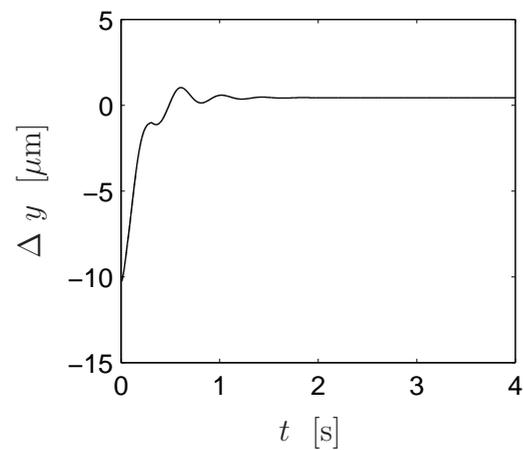
(a) Streben ohne Schlitten ohne Kraft



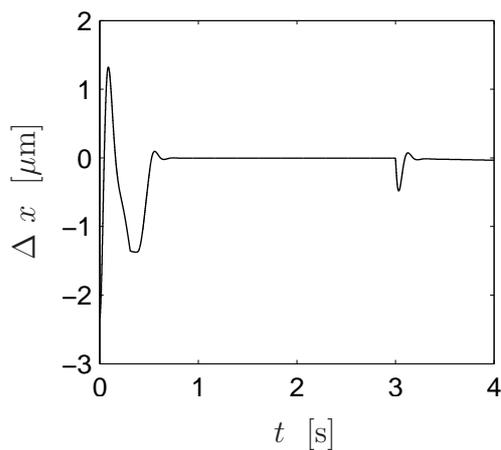
(b) Streben ohne Schlitten ohne Kraft



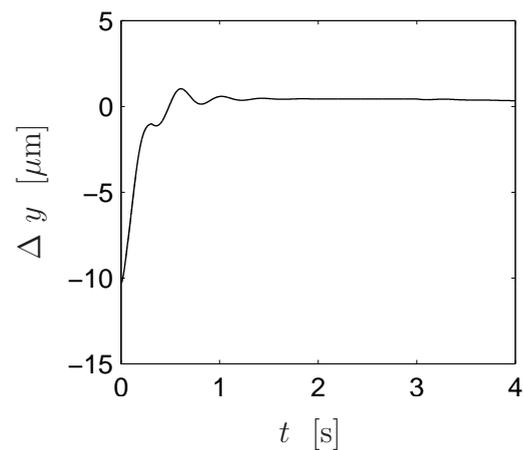
(c) Streben mit Schlitten ohne Kraft



(d) Streben mit Schlitten ohne Kraft

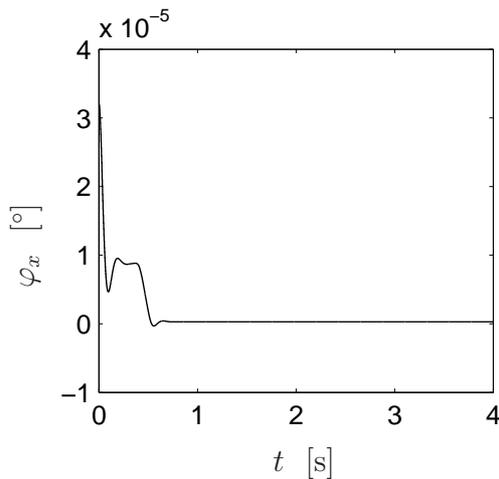


(e) Streben mit Schlitten mit Kraft

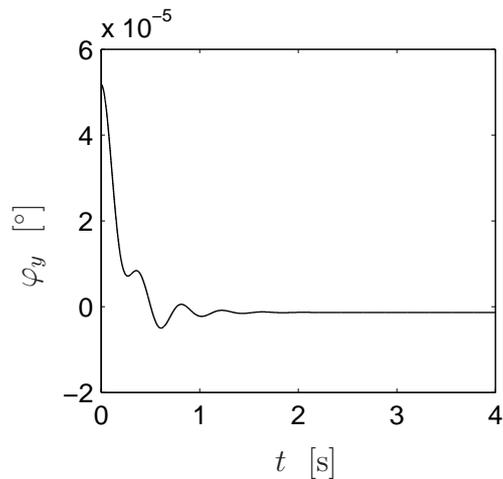


(f) Streben mit Schlitten mit Kraft

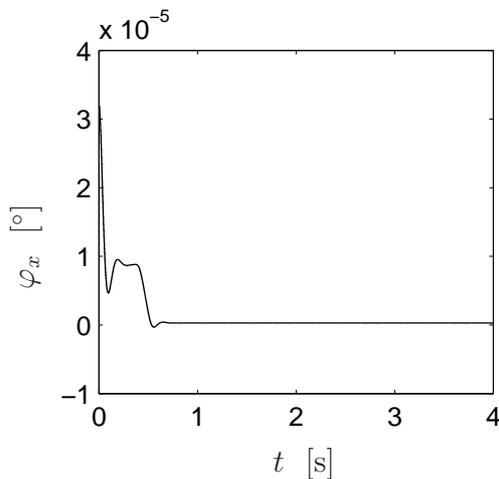
Abbildung 9.23.: Translatorische Verlagerungen des TCP (a,c,e) in x -Richtung und (b,d,f) in y -Richtung mit (a,b) Regelung ausschließlich der längenveränderlichen Streben zwei und sechs, (c,d) mit einer additiven Stellbewegung durch die Schlitten zwei und drei sowie (e,f) unter dem zusätzlichen Einfluss einer Prozesslast F



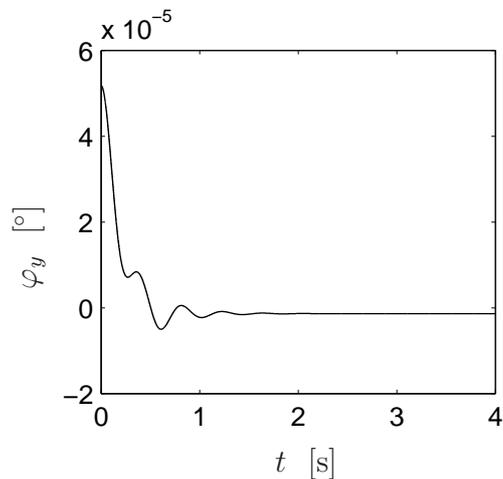
(a) Streben ohne Schlitten ohne Kraft



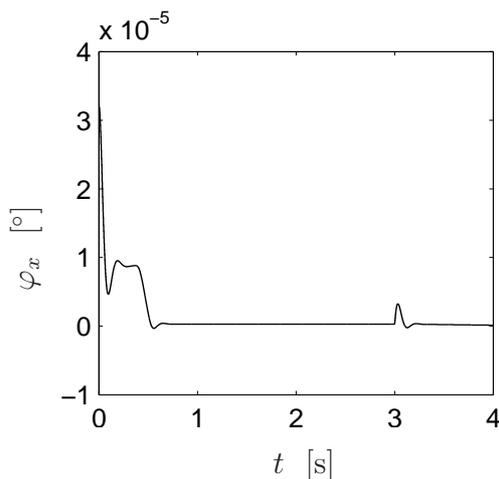
(b) Streben ohne Schlitten ohne Kraft



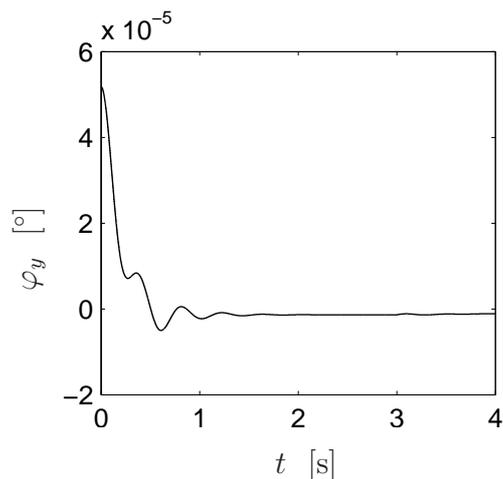
(c) Streben mit Schlitten ohne Kraft



(d) Streben mit Schlitten ohne Kraft



(e) Streben mit Schlitten mit Kraft



(f) Streben mit Schlitten mit Kraft

Abbildung 9.24.: Rotatorische Verlagerungen des TCP (a,c,e) um die x -Achse und (b,d,f) um die y -Achse mit (a,b) Regelung ausschließlich der längenveränderlichen Streben zwei und sechs, (c,d) mit einer additiven Stellbewegung durch die Schlitten zwei und drei sowie (e,f) unter dem zusätzlichen Einfluss einer Prozesslast \mathbf{F}

Zusammenfassung

Die vorliegende Dissertation zum Thema „Piezoelektrische Self-sensing-Aktoren zur Korrektur statischer Verlagerungen“ gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Abschnitt werden der Aufbau und die Eigenschaften piezoelektrischer Materialien sowie mathematische Methoden zur Beschreibung des piezoelektrischen Materialverhaltens vorgestellt. Einzelne Betrachtungen, wie z. B. das hysteresebehaftete Großsignalverhalten und die Eigenschaft des piezoelektrischen Self-Sensings, werden dabei von experimentellen Versuchsreihen begleitet. Der zweite Abschnitt stellt eine adaptronische Strebe für Werkzeugmaschinen vor, die auf Basis der bei den Voruntersuchungen gewonnenen Erkenntnisse und Zusammenhänge in Zusammenarbeit mit dem Institut für Produktionstechnik (wbk) der Universität Karlsruhe (TH) entwickelt wurde. Der Anhang rundet diese Arbeit mit einer kurzen Einführung in die erforderlichen elektrotechnischen Grundlagen sowie mit ergänzenden Angaben zu Versuchsaufbau und Versuchsauswertung für das piezoelektrische Self-Sensing ab.

Zu Beginn der Arbeit werden die physikalischen Grundlagen piezoelektrischer Materialien vorgestellt. Über eine Betrachtung des atomaren Aufbaus der Materialien lassen sich die elektromechanischen Zusammenhänge und damit die Grundlagen für den Einsatz als Aktoren oder Sensoren ermitteln. Das erste Kapitel schließt mit verschiedenen Bauweisen piezoelektrischer Wandler.

Im zweiten Kapitel wird auf der Basis der MAXWELLSchen Gleichungen das piezoelektrische Materialverhalten mathematisch beschrieben. Über thermodynamische Betrachtungen lassen sich damit die linearen konstitutiven Gleichungen für piezoelektrische Wandler herleiten. Zum Abschluss werden diese Gleichungen an die geometrischen Gegebenheiten bei Stapel- und Biegewandlern angepasst.

Nach der Vorstellung der linearen elektromechanischen Zusammenhänge stellt Kapitel drei verschiedene Ansätze zur Modellierung nichtlinearer Zusammenhänge vor. Das Hauptaugenmerk liegt dabei in der rein mathematischen Beschreibung von hysteretischem Übertragungsverhalten unter Verwendung von überlagerten, gewichteten Superpositions- und Hystereseoperatoren. Diese Modellierung bildet die Grundlage zur Ermittlung einer mathematischen Inversionsvorschrift, mit der das Ansteuersignal eines piezoelektrischen Wandlers modifiziert werden kann, um ein lineares Übertragungsverhalten zwischen Ein- und Ausgangssignal des Wandlers zu erreichen. Diese Vorgehensweise wurde anhand eines am Institut für Technische Mechanik der Universität Karlsruhe (TH) entwickelten Versuchsstandes überprüft.

Kapitel vier stellt das Funktionsprinzip einer Schwingsaitenwaage auf der Basis von Simulationsergebnissen zu nichtlinearen, gekoppelten Balkenschwingungen vor. Hierzu wurden die nichtlinearen Bewegungsgleichungen für Längs- und Biegeschwingungen eines EULER-BERNOULLI-Balkens über das Prinzip von HAMILTON angegeben. Zur

Lösung der Bewegungsgleichungen wurde das System mit Hilfe des RITZschen Verfahrens diskretisiert und der Einfluss verschiedener Lagerungen und Belastungsarten anhand von Simulationen untersucht.

Den Abschluss des ersten Abschnitts bilden die experimentellen Untersuchungen zum piezoelektrischen Self-Sensing. Hierfür wurde ein piezoelektrischer Biegewandler mit einem vorgegebenen Spannungssignal angesteuert, während er gleichzeitig über eine äußere Kraft beeinflusst wurde. Zur Trennung des Ansteuersignals und des induzierten Messsignals wurden verschiedene elektrische Schaltungen vorgestellt und experimentell untersucht. Im Hinblick auf die Kombination des Self-Sensings mit dem in Kapitel vier vorgestellten Funktionsprinzip einer Schwingsaitenwaage wurden die mit dem piezoelektrischen Self-sensing-Aktor gemessenen Signale vordergründig nur hinsichtlich ihrer Frequenz untersucht. Zur Bestimmung dieser Frequenz, die mit Hilfe eines Arbeitsplatzrechners durchgeführt wurde, wurden Modelle für Frequenzzähler und Phasenregelkreise erstellt.

Der zweite Teil dieser Arbeit stellt eine adaptronische Strebe für Werkzeugmaschinen vor, die in Zusammenarbeit mit dem Institut für Produktionstechnik (wbk) entwickelt wurde. Das Ziel dieser Entwicklung war die Schaffung einer adaptronischen Einheit zur Kompensation von Einflüssen geometrischer Maschinenfehler. Geometrische Abweichungen der einzelnen Maschinenkomponenten von den Idealmaßen führen bei Strukturen mit parallelem Aufbau zu Spannungen. Diese Spannungen resultieren in Verlagerungen des TCP, des Werkzeugbearbeitungspunktes, was wiederum zu einer verminderten Bearbeitungsqualität und damit zu einer minderwertigen Werkstückqualität führt. Durch die Integration einer adaptronischen Strebe, deren Aufbau in Kapitel sechs vorgestellt wird, sollen diese Abweichungen reduziert werden.

Die adaptronische Strebe muss längenveränderlich sein, um Einfluss auf die Verlagerungen des Spindelstocks der Werkzeugmaschine und damit des TCPs nehmen zu können. Zur Realisierung einer hochpräzisen, aktiven Stellung wurde in die Strebe ein piezoelektrischer Wandler integriert. In einem adaptronischen Betrieb soll dieser Wandler sowohl aktorisch als auch sensorisch verwendet werden, sodass die Ansteuerung dieses Wandlers über eine ausgewählte Self-sensing-Schaltung erfolgt. Da die Korrektur geometrischer und damit statischer Verlagerungen angestrebt ist, statische Signale jedoch von piezoelektrischen Wandlern nicht erfasst werden können, wurde das Funktionsprinzip der Schwingsaitenwaage adaptiert, das in Kapitel vier beschrieben wird. Die technische Umsetzung dieses Prinzips erfolgte durch einen dünnen Blechstreifen, der am Außendurchmesser der Strebe angebracht und über einen Elektromagneten zu Schwingungen angeregt wird. Die hochfrequenten Signale dieser Schwingung können schließlich von dem piezoelektrischen Self-sensing-Aktor erfasst und über einen geeigneten Frequenzzähler ausgewertet werden.

Für den technischen Einsatz der adaptronischen Strebe ist ein geeigneter Regler für die Ansteuerspannung des piezoelektrischen Self-sensing-Aktors erforderlich. In Kapitel sieben werden zwei Reglerkonzepte, ein optimaler Zustandsregler und ein Regler sechster Ordnung, vorgestellt, die beide auf einem Modell der Strebe mit reduzierten Massen basieren. Die Reaktion der Regler auf impulsartige externe Störungen und die Übertragbarkeit der Regelkonzepte von dem reduzierten Modell auf ein flexibles Mehrkörpermodell der adaptronischen Strebe waren hierbei die Bewertungskriterien für die Auswahl des Reglers.

Kapitel acht beschreibt eine erste Anwendungsmöglichkeit der adaptronischen Strebe als lineare Positioniereinheit. Hierfür wurde der Regler sechster Ordnung eingesetzt. Die Funktionalität der Strebe und des Reglers wurde anhand unterschiedlicher Sollwertfolgen unter dem Einfluss externer Störungen untersucht.

Das abschließende Kapitel behandelt den Einsatz der adaptronischen Strebe in einer Werkzeugmaschine, die Komponenten fehlerhafter Geometrie enthält. Als Beispiel diente hierbei eine Werkzeugmaschine mit parallelkinematischer Struktur, deren Spindelstock ausschließlich translatorisch über die Bewegung von drei angetriebenen Schlitzen bewegt werden kann. Rotatorische Verlagerungen des TCP können von der Bewegung der Antriebsschlitzen nicht beeinflusst werden. An einem flexiblen Mehrkörpermodell dieser Beispielmachine wurde zunächst der Einfluss einer ausgewählten geometrischen Abweichung auf die Verlagerungen des Werkzeugbearbeitungspunkts untersucht. Daran anschließend wurde diskutiert, wie viele längenveränderliche Streben erforderlich sind, und wo sie innerhalb der Werkzeugmaschine positioniert werden müssen, um diese Verlagerungen des TCP zu reduzieren bzw. zu kompensieren. Hierbei zeigte sich bereits für den Fall eines einzelnen geometrischen Fehlers, dass zumindest der Einbau zweier adaptronischer Streben erforderlich ist, um eine hinreichend gute Fehlerkorrektur zu erzielen. Für ein ausgewähltes Beispiel wurden zum Abschluss des Kapitels zwei geregelte adaptronische Streben in das flexible Mehrkörpermodell integriert. Anhand verschiedener Simulationsrechnungen wurde das Potenzial der Streben und des eingesetzten Reglerkonzepts im Hinblick auf die Reduktion geometrischer Verlagerungen betrachtet.

Für die Anwendung der geregelten adaptronischen Strebe in einer realen Maschine mit vergleichbarem Aufbau müssen die geometrischen Abweichungen der Maschinenkomponenten von der idealen Geometrie bestimmt werden, woraus schließlich das Maschinenverhalten in Abhängigkeit von der Position im Arbeitsraum ermittelt werden kann. Damit lassen sich abhängig von den Bearbeitungsprozessen, die mit der Werkzeugmaschine durchgeführt werden sollen, Anzahl und Position der längenveränderlichen Streben bestimmen, die für eine Reduktion der statischen Verlagerungen erforderlich sind. Hierbei ist durchaus möglich, dass zwei adaptronische Streben für die gewünschte Korrektur nicht ausreichen und eine Erweiterung auf drei adaptronische Streben erforderlich ist. An dem Vergleich der beiden Bearbeitungsprozesse Drehen und Fräsen lassen sich diese Anforderungen konkretisieren. Bei Drehprozessen berühren sich Werkzeug und Werkstück in einem Punkt, an der Spitze des Drehmeißels. Beim Fräsen hingegen besteht ein Linienkontakt zwischen dem Fräskopf und dem Werkzeug, da mehrere Schneiden gleichzeitig im Eingriff sind. Aus diesem Grund ist der Drehprozess gegen etwaige Winkelabweichungen weniger empfindlich als der Fräsprozess, bei dem Winkelverlagerungen zwischen Werkzeug und Werkstück zu großen Verminderungen in der Bearbeitungsqualität und damit der Qualität des Werkstücks führen. Durch den Einbau von drei längenveränderlichen Streben bekommt das System drei weitere Freiheitsgrade, sodass im Fall des betrachteten Beispiels der Spindelstock der Werkzeugmaschine insgesamt sechs Freiheitsgrade besitzt. Diese Freiheitsgrade können alle aktiv beeinflusst werden, sodass Position und Lage des TCP sowohl translatorisch als auch rotatorisch vollständig eingestellt werden können. Das Einsatzgebiet der adaptronischen Strebe lässt sich problemlos auf andere Strukturen ausdehnen, in denen geometrische Fehler zu ungewünschten Verlagerungen führen. Mögliche weitere Einsatzbeispiele sind ebene

Viergelenke, STEWART-Plattformen mit ursprünglich längenunveränderlichen Streben-
elementen oder Schubkurbelgetriebe.

Durch den Einbau eines piezoelektrischen Wandlers in eine Werkzeugmaschinenstrebe in Kombination mit dem Funktionsprinzip einer Schwingsaitenwaage geht zudem eine adaptronische Einheit hervor, die Messungen im gesamten Frequenzbereich durchführen kann. Aufgrund des dynamischen Verhaltens piezoelektrischer Materialien können hochfrequente Messsignale problemlos erfasst werden. Diese Eigenschaft wird bereits in vielen technischen Anwendungen ausgenutzt, beispielsweise im Einsatz als Beschleunigungssensoren [149]. Dagegen eignen sie sich zur Messung quasi-statischer und langsamveränderlicher Signale aufgrund ihrer frequenzabhängigen Empfindlichkeit nur bedingt, statische Signale können nicht erfasst werden. Durch die Verknüpfung mit der schwingenden Saite, die die Information eines statischen Signals in ein dynamisches Signal wandelt, wird diese Einschränkung überwunden. Anstelle der Adaption des Funktionsprinzips einer Schwingsaitenwaage könnte parallel und damit kolloziert zu dem piezoelektrischen Wandler ein Dehnmessstreifen angebracht werden, der anstatt des Wandlers die niederfrequenten Signale erfasst. Im Vergleich hierzu erscheint die Nutzung einer schwingenden Saite als konstruktiver Mehraufwand. Bei der vorliegenden Strebe jedoch dient die eingebaute Saite neben der Wandlung der statischen Signale in dynamische Signale gleichzeitig zur Vorspannung des piezoelektrischen Wandlers, sodass dieser Mehraufwand gerechtfertigt ist. Diese Druckvorspannung ist erforderlich, um Zugbelastungen des piezoelektrischen Wandlers zu vermeiden und diesen so vor Schädigungen zu schützen. Der Mehraufwand für den Einbau des Elektromagneten, der für die Schwingungsanregung erforderlich ist, ist vernachlässigbar.

Beim Einsatz der beiden kombinierten Messprinzipien ist darauf zu achten, dass äußere hochfrequente Signale, die beispielsweise im Einsatz in einer Werkzeugmaschine durch die Prozesskräfte beim Zerspanungsvorgang auftreten, nicht als Information der Saite ausgewertet werden. Hierzu sollte zum einen der Frequenzverlauf des durch die Saite erfassten Messsignals beobachtet werden, sodass beim Überschreiten einer zuvor festgelegten Grenzfrequenz, die abhängig von der Resonanzfrequenz der Saite ist, ein Umschalten auf die direkte Messung mittels des piezoelektrischen Sensors erfolgt. Im Falle von Systemen mit auftretenden Frequenzsprüngen, wie sie z. B. beim Zerspanungsprozess beim Einfahren in das Werkstück auftreten können, könnte zudem ein zweites Kontrollsignal zur Sicherstellung der korrekten Auswertung des Messsignals genutzt werden. Hierfür eignen sich bei Werkzeugmaschinen beispielsweise die Motorströme der Spindel, die sich bei der Bearbeitung abhängig von der Belastung verändern und sehr einfach zu messen sind.

Alternativ zu der Kombination beider Messprinzipien kann auf die direkte Messung mit dem piezoelektrischen Sensor verzichtet werden, wenn die Betriebsfrequenz der schwingenden Saite zu höheren Frequenzen verschoben wird. Hierzu kann einerseits die erste Eigenfrequenz durch eine Erhöhung der Vorspannung auf die Saite erhöht werden. Bei diesem Ansatz werden jedoch sehr schnell die Grenzen des Materials der Saite erreicht, sodass auf diese Weise nur eine eingeschränkte Erweiterung des Messfrequenzbereichs erzielt werden kann. Eine Alternative ist der Betrieb der Saite in einer höheren Eigenfrequenz. Hierbei sind jedoch die Auslenkungsamplituden der Saite und damit die induzierten Längsspannungen weit geringer als im Betrieb in der Grundfrequenz, sodass eine aufwändigere Verarbeitung des Messsignals erforderlich ist, um störende Einflüsse

wie z. B. das Messrauschen zu eliminieren.

Durch die in der Strebe eingesetzte Brückenschaltung kann der piezoelektrische Wandler gleichzeitig sensorisch und aktorisch eingesetzt werden, sodass nur eine einzelne Komponente zur Messung und Stellung in die Strebe eingebaut werden muss. Hierdurch kann entweder der erforderliche Bauraum verkleinert oder der zur Verfügung stehende Bauraum optimal ausgenutzt werden. Zudem sind Sensor und Aktor an der gleichen Stelle im System angeordnet, wodurch die Stabilität des entwickelten Regelkreises einfacher aufrechtzuerhalten ist. Bei den experimentellen Untersuchungen der in der vorliegenden Dissertation vorgestellten Brückenschaltungen zeigte sich, dass der in der Literatur übliche Aufbau einer vollkapazitiven Brücke mit Kapazitäten sowohl im Messzweig als auch im Referenzzweig [65, 135], mit dem ein dem piezoelektrischen Wandler ähnliches Verhalten modelliert werden kann, einen aufwändigen Abgleich von mindestens einer Kapazität erfordert. Dagegen sind bei der in dieser Arbeit vorgestellten Vereinfachung der Brücke durch einen rein resistiven Referenzzweig lediglich Widerstände abzugleichen, was wesentlich einfacher durchzuführen ist. Ein Vergleich der Messergebnisse dieser beiden Methoden zeigte keinen merklichen Unterschied bei der Erfassung der piezoelektrischen Zustandsgrößen. Bei der anschließenden Bestimmung des Frequenzverlaufs war schließlich kein Unterschied mehr festzustellen, sodass diesbezüglich die beiden Messmethoden gleichwertig sind. Der Einsatz einer vollkapazitiven Brücke mit aufwändigem Abgleich ist daher nicht erforderlich, und es kann der vorgestellte vereinfachte Aufbau mit rein resistivem Referenzzweig eingesetzt werden.

Zur Ausnutzung des Funktionsprinzips einer Schwingsaitenwaage wurde somit das mittels der vereinfachten Brückenschaltung mit rein resistivem Referenzzweig erfasste Messsignal hinsichtlich seines Frequenzverlaufs untersucht. Hierbei zeigte sich, dass der mit Frequenzzählern bestimmte Frequenzverlauf des Messsignals sehr große Schwankungen aufweist, der durch den gleichzeitigen Einsatz eines Schieberegisters zwar verringert, aber nicht vollständig beseitigt werden konnte. Eine Verbesserung konnte durch den Einsatz von Phasenregelkreisen erzielt werden. Der Frequenzverlauf zeigte sich dabei als stabiles Signal ohne Schwankungen. Als Herausforderung für den Einsatz von Phasenregelkreisen erwiesen sich die zunächst unterschiedlichen Frequenzbereiche. Phasenregelkreise, die insbesondere in der Kommunikations- und Nachrichtentechnologie eingesetzt werden, werden üblicherweise im Bereich >100 kHz betrieben. Dagegen findet die Schwingung der Saite, deren Frequenz zu ermitteln ist, maximal im unteren kHz-Bereich statt. Jedoch kann durch den Einsatz eines geeigneten digitalen Phasen-Frequenz-Detektors (PFD) und die Einstellung der zugehörigen Parameter entsprechend den Betriebsbedingungen im Zielsystem der adaptronischen Strebe der Frequenzbereich des Phasenregelkreises dem Frequenzbereich der schwingenden Saite angepasst werden. Für den ausgewählten Aufbau des PFD konnte die untere Grenzfrequenz des Fangbereichs des Phasenregelkreises zu unter 1 Hz eingestellt werden.

Während den Untersuchungen konnte schließlich gezeigt werden, dass die gesuchten Frequenzinformationen für das Funktionsprinzip einer Schwingsaitenwaage trotz einer aktorischen Ansteuerung im Frequenzbereich unter 10 Hz mit der vorgestellten einfachen kapazitiven Brückenschaltung und einer nachgeschalteten Frequenzfilterung ermittelt werden können. Somit kann die gleichzeitige Messung und Korrektur äußerer statischer und langsam veränderlicher Signale mit der adaptronischen Strebe durchgeführt werden, was in [101] auch experimentell nachgewiesen ist.

Eine Ausweitung auf die gleichzeitige Messung und Stellung im hochfrequenten Betrieb

wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht vorgenommen. Wird bei höheren Frequenzen jedoch von der Auswertung der Saitenschwingung hin zu der direkten Messung mit piezoelektrischen Wandlern übergegangen, so lassen sich mit der integrierten Self-sensing-Schaltung auch dynamische äußere Einflüsse kompensieren. Dies wurde bereits von verschiedenen Forschergruppen nachgewiesen [56, 71, 87, 134], sodass ein adaptiver Einsatz der vorgestellten Strebe für Anwendungen im gesamten Frequenzbereich möglich ist.

Anhang

A. Elektrotechnische Grundlagen

Das vorliegende Kapitel stellt die elektrotechnischen Grundlagen für die theoretischen Überlegungen und die experimentellen Untersuchungen vor, die im Rahmen dieser Arbeit getätigt wurden. Hierbei stehen insbesondere analoge Frequenzfilter, Frequenzzähler und Phasenregelkreise im Vordergrund.

A.1. Frequenzfilter

Filter sind analoge oder digitale Schaltungen, die bestimmte Frequenzbereiche des Eingangssignals unterdrücken und andere bevorzugt übertragen. Je nachdem, ob der sogenannte Durchlassbereich im Frequenzspektrum unterhalb, zwischen, oberhalb oder um den sogenannten Sperrbereich herum liegt, wird zwischen Tiefpass, Bandpass, Hochpass und Bandsperre unterschieden. Im Falle von Allpässen, die keinen Sperrbereich besitzen, wird das gesamte Frequenzspektrum mit konstanter Verstärkung übertragen. Allpässe verursachen jedoch frequenzabhängige Phasenverschiebungen, weshalb sie z. B. zur Phasenentzerrung oder zur Signalverzögerung eingesetzt werden [141].

Eine Klassifizierung der Filter erfolgt nach verschiedenen Kriterien. So wird beispielsweise unterschieden zwischen analogen und digitalen, diskreten und kontinuierlichen, aktiven und passiven Filtern. Weitere Aspekte sind z. B. der Verlauf der Filterkurve, die Art der Rückkopplung oder die Filterordnung, die von der Anzahl der Zeitkonstanten τ bestimmt wird. Filter höherer Ordnung können durch geeignete Anordnungen, wie z. B. Kaskadierungen, aus einfachen Filtern zusammengesetzt werden. Im Folgenden soll die prinzipielle Funktionsweise eines Frequenzfilters zunächst anhand der analogen Tiefpass- und Hochpassfilter erläutert werden. Eine Übertragung der Vorgehens- und Betrachtungsweise auf andere Filtertypen ist ohne Probleme möglich.

Analoge Filter

Abbildung A.1 zeigt die Schaltungen eines passiven, analogen Tief- bzw. Hochpasses erster Ordnung. Mit Hilfe der KIRCHHOFFSchen Gesetze lässt sich für das Tiefpassfilter das Verhältnis der Ausgangsspannung U_a zur Eingangsspannung U_e im Frequenzbereich zu

$$A(j\omega) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (\text{A.1})$$

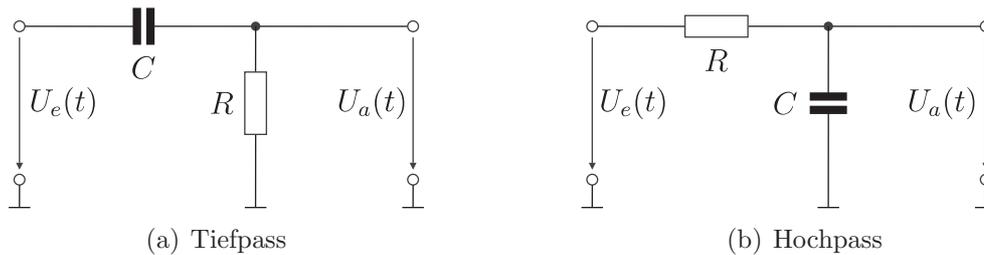


Abbildung A.1.: Passive, analoge Filter 1. Ordnung

bestimmen. Wird $j\omega$ durch $j\omega + \sigma = s$ ersetzt, folgt daraus die Übertragungsfunktion

$$A(s) = \frac{\mathcal{L}\{U_a(t)\}}{\mathcal{L}\{U_e(t)\}} = \frac{1}{1 + sRC}, \quad (\text{A.2})$$

die das Verhältnis der LAPLACE-Transformierten der Ein- und Ausgangsspannung angibt. Üblicherweise wird die LAPLACE-Variable s mit der Grenzkreisfrequenz $\omega_g = 2\pi f_g$ zu

$$s_n = \frac{s}{\omega_g} \quad (\text{A.3})$$

normiert. Mit der Grenzfrequenz des in Abbildung A.1(a) gezeigten Tiefpassfilters erster Ordnung, die sich über $f_g = 1/2\pi RC$ berechnet, ergibt sich für das Amplitudenverhältnis (A.1) die Beziehung

$$|A(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega_n^2}. \quad (\text{A.4})$$

Für hinreichend große Frequenzen $f \gg f_g$ wird $|A| = 1/\omega_n$. Die Verstärkung nimmt also bei großen Frequenzen um 20 dB pro Frequenzdekade ab [141]. Um eine steilere Abnahme der Verstärkung zu erhalten, können n Tiefpassfilter in Reihe geschaltet werden, man erhält einen Tiefpass n -ter Ordnung. Seine Übertragungsfunktion ergibt sich mit den reellen, positiven Koeffizienten α_i , $i = 1 \dots n$ als

$$A(s_n) = \frac{1}{(1 + \alpha_1 s_n)(1 + \alpha_2 s_n) \dots (1 + \alpha_n s_n)}. \quad (\text{A.5})$$

Allgemein lässt sich die Übertragungsfunktion eines Tiefpassfilters n -ter Ordnung als

$$A(s_n) = \frac{A_0}{1 + c_1 s_n + c_2 s_n^2 + \dots + c_n s_n^n} \quad (\text{A.6})$$

oder im Falle eines faktorisierten Nennerpolynoms als

$$A(s_n) = \frac{A_0}{(1 + a_1 s_n + b_1 s_n^2)(1 + a_2 s_n + b_2 s_n^2) \dots} \quad (\text{A.7})$$

darstellen. Die Koeffizienten a_i , b_i und c_i sind wiederum reell und positiv. Ist n ungerade, so wird $b_1 = 0$.

Im Folgenden werden die wichtigsten analogen Filtertypen mit ihren speziellen Eigenschaften vorgestellt. Eine detaillierte Untersuchung der einzelnen Eigenschaften, tabellarische Übersichten der verschiedenen Filterkoeffizienten sowie verschiedene Entwurfsbeispiele zur Realisierung der einzelnen Filter mit passiven oder aktiven Schaltungen sind in [55] und [141] zu finden.

Butterworth-Filter zeichnen sich durch einen langen horizontalen Verlauf der Verstärkung im Durchlassbereich aus, der im Idealfall bis an die Grenzfrequenz heranreicht. Das BUTTERWORTH-Filter weist ein sehr ungünstiges Impulsverhalten auf.

Tschebyscheff-Filter besitzen im unteren Durchlassbereich ($f \ll f_g$) einen horizontalen Verlauf des Amplitudenfrequenzgangs, der jedoch mit wachsender Frequenz noch unterhalb der Grenzfrequenz mit einer vorgegebenen Welligkeit schwankt, bevor er oberhalb der Grenzfrequenz sehr steil abfällt. Je steiler dieser Abfall ist, desto höher ist die Welligkeit. Das TSCHEBYSCHJEFF-Filter weist ebenfalls ein sehr ungünstiges Impulsverhalten auf.

Bessel-Filter die auch THOMSON-Filter genannt werden, weisen ein günstiges Impulsverhalten auf. Dies beruht auf einer frequenzunabhängigen, konstanten Gruppenlaufzeit für alle Frequenzen, wodurch die Phasenverschiebung proportional zur Frequenz ist. Im Gegensatz zu den BUTTERWORTH- und den TSCHEBYSCHJEFF-Filtern knickt der Amplitudengang jedoch nicht so scharf ab.

Eine vergleichbare Vorgehensweise kann für die Betrachtung des in Abbildung A.1(b) dargestellten Hochpassfilters 1. Ordnung durchgeführt werden. Es zeigt sich damit, dass der Amplitudenfrequenzgang eines Hochpassfilters n -ter Ordnung aus dem Amplitudenfrequenzgang eines Tiefpasses gleicher Ordnung durch Substitution von ω_n durch $1/\omega_n$ bzw. s_n durch $1/s_n$ als

$$A(s_n) = \frac{A_\infty}{\prod_i \left(1 + \frac{a_i}{s_n} + \frac{b_i}{s_n^2} \right)} \quad (\text{A.8})$$

ermittelt werden kann.

A.2. Frequenzzähler

Die verschiedenen Funktionsweisen von Frequenzzählern basieren auf der Erfassung der Periodendauer T eines zu untersuchenden Signals. Die gesuchte Frequenz ergibt sich daraus über den reziproken Zusammenhang $f = 1/T$. Die Periodendauer, die als doppelte Zeit zwischen den Nulldurchgängen eines Signals definiert ist, wird beim konventionellen Verfahren [96] über die Erfassung der Anzahl der Nulldurchgänge n_{Null} in einer definierten Torzeit t_{Tor} bestimmt. Daraus ergibt sich die Frequenz als

$$f = \frac{n_{\text{Null}}}{2t_{\text{Tor}}}. \quad (\text{A.9})$$

Beim Verhältniszahlverfahren [96] wird die Zeit zwischen zwei Nulldurchgängen, der halben Periodendauer, mit Hilfe eines Referenzsignals mit vorgegebener Taktfrequenz

f_{Takt} ermittelt. Hierzu wird die Anzahl der Pulse n_{Puls} dieses Taktsignals zwischen zwei Nulldurchgängen bestimmt. Die Frequenz ergibt sich damit als

$$f = \frac{f_{\text{Takt}}}{2n_{\text{Puls}}}. \quad (\text{A.10})$$

Beim reziproken Verfahren wird über eine ganze Periode gezählt. Mit der Anzahl der Pulse n_{Puls} eines Referenzsignals zwischen drei Nulldurchgängen ergibt sich die Frequenz als

$$f = \frac{f_{\text{Takt}}}{n_{\text{Puls}}}. \quad (\text{A.11})$$

Der strukturelle Aufbau zur Messung einer ganzen Periode ist in Abbildung A.2 dargestellt. Die Signalquelle beschreibt das Messsignal mit der unbekanntem Frequenz.

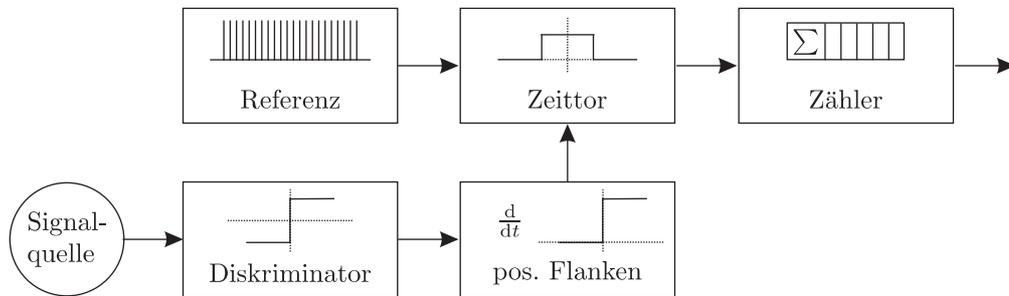


Abbildung A.2.: Strukturbild zur Frequenzmessung [76]

Über den Diskriminator, z. B. einen SCHMITT-Trigger, wird das analoge Signal in ein Rechtecksignal überführt, dessen positive Flanken erfasst werden. Die Zeit zwischen zwei positiven Flanken bestimmt die Torzeit, in der die Anzahl der Pulse eines Referenzsignals gezählt werden, womit schließlich die Periodendauer T_{ges} und damit die Frequenz f_{ges} des Messsignals bestimmt werden. Der relative Quantisierungsfehler des Verfahrens lässt sich aus

$$n \frac{1}{f_{\text{Takt}}} \leq T_{\text{ges}} \leq (n+1) \frac{1}{f_{\text{Takt}}} \iff \frac{1}{n} f_{\text{Takt}} \geq f_{\text{ges}} \geq \frac{1}{n+1} f_{\text{Takt}} \quad (\text{A.12})$$

zu

$$F_{\text{rel}} = \frac{f_{\text{ges}} - \frac{1}{n+1} f_{\text{Takt}}}{f_{\text{ges}}} = 1 - \frac{1}{n+1} \frac{f_{\text{Takt}}}{f_{\text{ges}}} \leq \frac{1}{n(n+1)} \frac{f_{\text{Takt}}}{f_{\text{ges}}} \quad (\text{A.13})$$

bestimmen. Um den Quantisierungsfehler möglichst gering zu halten, sollte nach (A.13) die Taktfrequenz f_{Takt} deutlich über der Signalfrequenz liegen.

A.3. Phasenregelkreise

A.3.1. Geschichte und Anwendungen

Bei der Betrachtung zweier Pendeluhren, die an derselben Wand befestigt waren, beobachtete Christiaan HUYGENS im 17. Jahrhundert das erste Mal das Phänomen des Phasenangleichs (engl. engl. phase-lock). Verschiedene Untersuchungen zeigten, dass die Synchronisation der Phasen der beiden Uhren auf die Kopplung durch die gemeinsame Wand erfolgte [59]. Seither wurde dieses Phänomen mehrfach in natürlichen Vorgängen beobachtet. Hierzu sind beispielsweise die Abstimmung zwischen *Herzschlag und Atmung* [127] oder die Synchronisation des Blinkens von Leuchtkäfern [17, 21] zu nennen. Erste experimentelle Untersuchungen zur Synchronisation elektrischer Schwingungen wurden 1919 von Vincent [143] und 1922 von Appleton [4] durchgeführt, bevor 1932 de Bellescize [27] dieses Prinzip des Phasenregelkreises (Phase-Locked Loop = PLL) erstmals in einer technischen Anwendung, einem Radioempfänger, umsetzte. Um das Antennensignal direkt in den hörbaren Bereich umzuwandeln, musste der Oszillator exakt mit der Trägerfrequenz des Eingangssignals synchronisiert sein.

Seither werden Phasenregelkreise in vielen unterschiedlichen Gebieten verwendet, insbesondere, wenn dies die automatische Regelung von Frequenz oder Phase eines Signals beinhaltet. Seit vielen Jahrzehnten werden sie z. B. in der Nachrichtenübertragung zur Demodulation von Signalen aus einem Trägersignal eingesetzt. Sie stellen wichtige Bauteile für Frequenzsynthesizer sowie AM- oder FM-Empfänger dar [14, 46]. In militärischen Kommunikationsgeräten, bei denen beim sogenannten ‚frequency hopping‘ die Frequenz des Trägersignals zufällig verändert wird, um die Übertragung gegen Störseiner zu schützen, spielen sie eine bedeutende Rolle. Die hierfür auf der Basis von Phasenregelkreisen entwickelten Empfänger können Frequenzen und Frequenzänderungen des Trägersignals innerhalb weniger Mikrosekunden erfassen und verfolgen. Auch im zivilen Bereich wird die Nutzung solcher Frequenzsprünge in Kombination mit Phasenregelkreisen immer deutlicher. Sie ist z. B. in den jüngeren Generationen von Mobiltelefonen zu finden [14]. Weitere Einsatzgebiete der PLL in der Kommunikationstechnologie sind Farbfernsehgeräte [45, 114] und Stereodecoder [46].

Außerhalb der Kommunikationstechnologie werden Phasenregelkreise unter anderem als Laserentfernungsmesser [86], in der Telemetrie, als Phasenschieber in der Messtechnik [46], zur Taktrückgewinnung [142, 148] oder in Ultraschallmotoren [73, 85] eingesetzt, in denen sie für die Einhaltung der erforderlichen Phasenverschiebung zwischen den Resonanzanregungen der Longitudinal- und der Torsionsbewegung sorgen. Es gibt verschiedene Typen von Phasenregelkreisen, die sich im Wesentlichen aufgrund der Bauart ihrer Komponenten unterscheiden. Neben dem linearen PLL gibt digitale Phasenregelkreise (DPLL, digital PLL), vollständig digitale Phasenregelkreise (ADPLL, all-digital PLL) und software-unterstützte Phasenregelkreise (SPLL, software PLL). Der lineare PLL besteht aus linearen, analogen Komponenten, der hybride DPLL, an dem im folgenden Abschnitt das Funktionsprinzip der Phasenregelkreise dargestellt wird, setzt sich sowohl aus analogen als auch aus digitalen Komponenten zusammen, der ADPLL besteht ausschließlich aus digitalen Bausteinen und der SPLL wird von einem digitalen Signalprozessor (DSP) unterstützt [14].

In den folgenden Abschnitten werden ausschließlich lineare Phasenregelkreise vorgestellt. Eine Diskussion des nichtlinearen PLL-Verhaltens findet sich bei den Dulk [30] und Margaris [94].

A.3.2. Aufbau

Die Struktur eines Phasenregelkreises ist in Abbildung A.3 dargestellt. Er setzt sich hauptsächlich aus den drei folgenden, grundlegenden Bausteinen zusammen:

- einem spannungsgesteuerten Oszillator (VCO, voltage controlled oscillator),
- einem Phasendetektor (PD) und
- einem Schleifenfilter (F).

In manchen Phasenregelkreisen wird anstelle des VCO ein stromgesteuerter Oszillator (CCO, current-controlled oscillator) verwendet. Das Funktionsprinzip bleibt hierbei erhalten, das Ausgangssignal des Phasendetektors ist dann jedoch ein Stromsignal. Der Frequenzteiler in der Rückführung ist optional. Sollte er nicht benötigt werden, so gilt $N = 1$ und es sind somit $U_2'(t) = U_2(t)$ und $\omega_2' = \omega_2$.

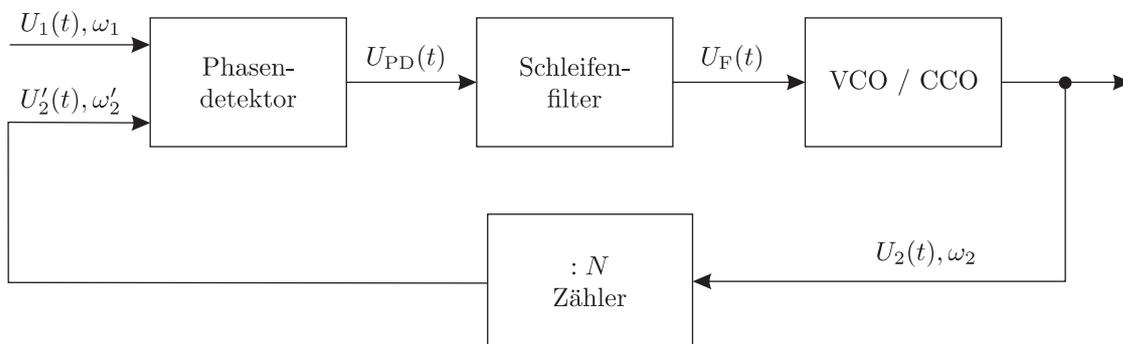


Abbildung A.3.: Blockdiagramm eines Phasenregelkreises (PLL)

Spannungsgesteuerter Oszillator

Der spannungsgesteuerte Oszillator liefert ein Spannungssignal $U_2(t)$ mit der Kreisfrequenz ω_2 , die mit dem Ausgangssignal des Schleifenfilters U_F über

$$\omega_2(t) = \omega_0 + K_0 U_F(t) \quad (\text{A.14})$$

linear zusammenhängt. Hierbei sind ω_0 die Mittenkreisfrequenz und K_0 die Verstärkung des VCO.

Phasendetektor

Der Phasendetektor vergleicht die Phasenlage θ_1 des Eingangssignals $U_1(t)$ mit der Phasenlage θ_2 des Referenzsignals U_2' . Das Ausgangssignal des Phasendetektors ist die Spannung U_{PD} , die Informationen zur Phasendifferenz $\theta_e = \theta_1 - \theta_2$ der beiden Eingangssignale enthält. In einem eingeschränkten Bereich ist der Zusammenhang linear durch

$$U_{PD} = K_{PD}\theta_e \quad (\text{A.15})$$

zu beschreiben, wobei K_{PD} ein Maß für die Verstärkung des Phasendetektors ist. Die am häufigsten eingesetzten Typen von Phasendetektoren werden im Folgenden vorgestellt. Hierzu zählen die in Abbildung A.4 dargestellten Bausteine für hybride und vollständig digitale PLL: das EXOR-Gatter, der flankengetriggerte JK-Flipflop und der Phasen-Frequenz-Detektor. Eine detaillierte Beschreibung der einzelnen Funktionsweisen ist bei Best [14] zu finden.

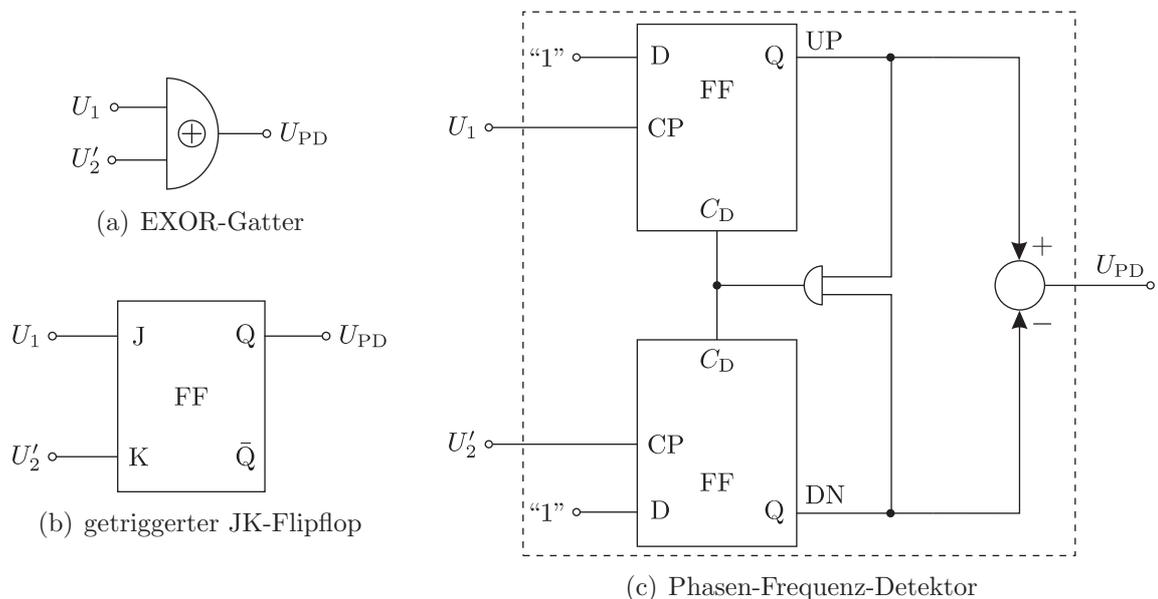


Abbildung A.4.: Häufig verwendete digitale Phasendetektoren: (a) EXOR-Gatter, (b) Flankengetriggertes JK-Flipflop, (c) Phasen-Frequenzdetektor (PFD)

Weitere gängige Typen von Phasendetektoren sind der Vierquadranten-Multiplizierer, der GILBERT-Multiplizierer, der zweifach abgeglichenen Multiplizierer, der auch Dioden-Ring-Multiplizierer bezeichnet wird, der Flipflop-Zähler-PD, der Nyquist-Rate-PD, der Hilbert-Transformations-PD oder der Digital-Averaging-PD [14, 15, 155].

Schleifenfilter

Das Ausgangssignal U_{PD} des Phasendetektors setzt sich aus einer Reihe von Signalen unterschiedlicher Frequenz zusammen. Der Signalanteil mit der kleinsten Frequenz

ist ungefähr proportional zur Phasendifferenz der beiden Eingangssignale $U_1(t)$ und $U_2(t)$, wie Gleichung (A.15) zusammenfasst. Die restlichen Signale sind unerwünschte, hochfrequente Anteile, die durch ein geeignetes Schleifenfilter unterdrückt werden müssen. Das Schleifenfilter muss somit die Charakteristiken eines Tiefpasses aufweisen. Abbildung A.5 zeigt die drei gebräuchlichsten Varianten und die zugehörigen Übertragungsfunktionen.

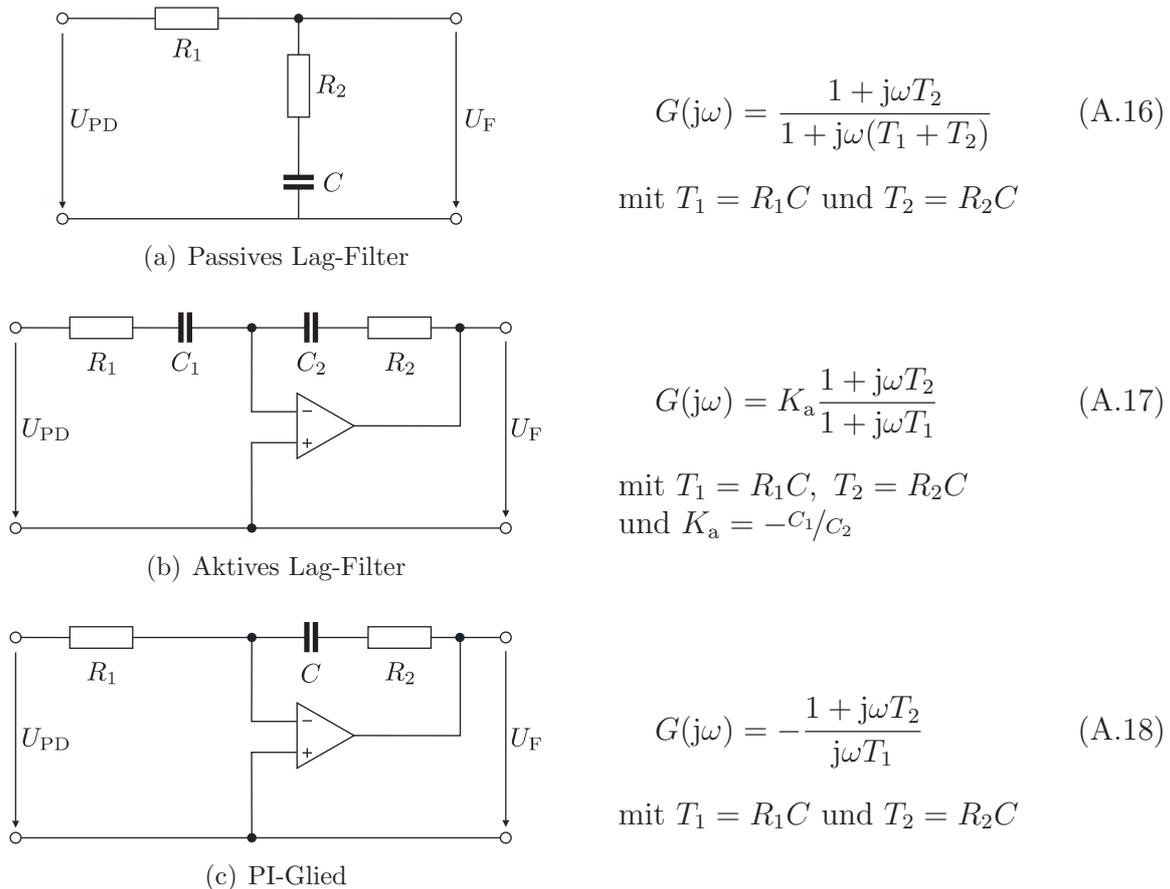


Abbildung A.5.: In Phasenregelkreisen üblicherweise eingesetzte Schleifenfilter

A.3.3. Kenngrößen

Das Ausgangssignal U_F des Schleifenfilters ist proportional zur Phasendifferenz der Signale $U_1(t)$ und $U_2'(t)$. Sind die Kreisfrequenzen ω_1 und ω_2' dieser beiden Signale identisch, so bleibt die Phasendifferenz konstant und der Phasenregelkreis ist eingerastet. In diesem Zustand ist der PLL-Betrieb stabil. Ist der Phasenregelkreis ausgerastet, so ist der Betrieb nur unter bestimmten Bedingungen stabil. Um die unterschiedlichen Betriebszustände zu beschreiben, werden die Kenngrößen Haltebereich, Fangbereich, Ziehbereich und Ausrastbereich eingeführt.

Der *Haltebereich* (engl. hold range) ist der Frequenzbereich, in dem der Phasenregel-

kreis statisch stabil arbeiten kann. Er kann durch die Differenz der Kreisfrequenzen $\Delta\omega_{\text{H}} = \omega_1 - \omega_0$ beschrieben werden. Dieses Intervall lässt sich nach [13] als

$$\Delta\omega_{\text{H}} = \frac{K_0 K_{\text{d}} G(0) \frac{\pi}{2}}{N} \quad (\text{A.19})$$

bestimmen. Hierbei ist $G(0)$ die Gleichspannungsverstärkung des Schleifenfilters und N der Untersetzungsfaktor des Frequenzteilers. Der Haltebereich ist somit von der Wahl der Bausteine des Phasenregelkreises abhängig. Die Kenntnis des Haltebereichs spielt für reale Anwendungen jedoch keine Rolle. Verlässt der PLL den Haltebereich, rastet er aus und kann nicht mehr in einen stabilen Betrieb zurückgeführt werden.

Der *Fangbereich* (engl. lock range) ist über diejenige Kreisfrequenzdifferenz $\omega_1 - \omega'_2$ definiert, bei der ein Phasenregelkreis innerhalb der Periodendauer einer Schwebung zwischen U_1 und U'_2 einrastet. Die Größe des Fangbereichs $\Delta\omega_{\text{L}}$ wird genauso wie der Haltebereich von den verwendeten Regelkreiskomponenten bestimmt, wobei insbesondere der gewählte Typ des Schleifenfilters hervorzuheben ist. Eine Übersicht über die Fangbereiche der einzelnen PLL-Konfigurationen ist bei Best [13] zu finden.

Um den *Ausrastbereich* (engl. pull-out range) eines Phasenregelkreises zu definieren, wird der PLL zunächst im eingerasteten Zustand mit der Mittenkreisfrequenz ω_0 betrachtet. Die Kreisfrequenz ω_1 des Eingangssignals wird nun sprunghaft erhöht. Ist die Änderung der Kreisfrequenz gering, so kann der PLL problemlos auf die neue Eingangskreisfrequenz einrasten. Überschreitet der Frequenzsprung jedoch einen bestimmten Wert ω_{PO} , so rastet der Phasenregelkreis vorübergehend aus. Dieser Kreisfrequenzoffset wird als Ausrastbereich bezeichnet. Die Bestimmung von $\Delta\omega_{\text{PO}}$ gestaltet sich sehr aufwändig, sodass an dieser Stelle auf [13] verwiesen wird.

Zur Definition des *Ziehbereichs* (engl. pull-in) wird zunächst der Phasenregelkreis im ausgerasteten Zustand betrachtet. Die Mittenkreisfrequenz des VCO ist $N\omega_0$, das Eingangssignal hat die Kreisfrequenz $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$, wobei $\Delta\omega < \Delta\omega_{\text{L}}$, sodass kein Fangvorgang stattfinden kann. Ist der Kreisfrequenzoffset $\Delta\omega$ zu Beginn kleiner als ein kritischer Wert $\Delta\omega_{\text{P}}$, der Ziehbereich, so verändert sich die Kreisfrequenz des zweiten Eingangssignals $U'_2(t)$ des Phasendetektors in Form eines asymmetrischen Sinussignals. Der Mittelwert $\bar{\omega}'_2$ dieser asymmetrischen Schwingung liegt zwischen der anfänglichen Kreisfrequenz ω'_2 und der Kreisfrequenz ω_1 des Eingangssignals. Wird die Asymmetrie noch größer, so nähert sich ω'_2 immer mehr an die Eingangskreisfrequenz ω_1 an, bis die Differenz dieser beiden Kreisfrequenzen kleiner als ω_{L} wird und der Fangvorgang startet.

A.3.4. Frequenzmessung

Wird der Phasenregelkreis zur Messung der Frequenz eines Signals eingesetzt, so kann auf den optionalen Frequenzteiler in der Rückführung verzichtet werden. Ausgehend von der Mittenkreisfrequenz ω_0 des VCO rastet der Phasenregelkreis nach einer bestimmten Zeit auf die Kreisfrequenz ω_1 des Eingangssignals ein, sofern die Differenz $\Delta\omega$ dieser beiden Kreisfrequenzen zumindest im Ziehbereich liegt. Der Einrastvorgang dauert umso länger, je weiter die beiden Kreisfrequenzen auseinander liegen, insbesondere, wenn er einen Ziehvorgang beinhaltet. Ist die Kreisfrequenz des Eingangssignals

konstant, so spielt die Dauer des Einrastvorgangs in vielen Anwendungen keine Rolle. Verändert sich ω_1 jedoch mit der Zeit, so sollte der Phasenregelkreis zunächst auf die anfängliche Kreisfrequenz des Eingangssignals eingerastet sein, sodass die auftretenden Kreisfrequenzänderungen stets innerhalb des Fangbereichs oder zumindest des Ziehbereichs liegen.

Die gesuchte Frequenzinformation ist im eingerasteten Zustand somit im Ausgangssignal des VCO zu finden. Über die Beziehung $\omega = 2\pi f$ lässt die Frequenz f aus der Kreisfrequenz bestimmen. Abschließend ist noch anzumerken, dass Phasenregelkreise eine vorgegebene Phasenbeziehung zwischen den beiden Eingangssignalen $U_1(t)$ und $U_2(t)$ des Phasendetektors einstellen. Im Einsatz eines Phasenregelkreises als Frequenzmesser ist daher noch die Beziehung

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \iff \theta(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau \quad (\text{A.20})$$

zu berücksichtigen. Ausgehend vom eingerasteten Zustand mit $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ führt beispielsweise ein Frequenzsprung $\Delta\omega$ des Eingangssignals zu einer additiven Phasenrampe $\Delta\theta_1 = \Delta\omega t$, eine Frequenzrampe resultiert in einem additiven, quadratischen Phasenanteil $\Delta\theta_1 = \Delta\omega t^2$.

B. Versuchsaufbau zum piezoelektrischen Self-Sensing

In diesem Kapitel werden ergänzende Daten zur Durchführung der Versuchsreihen zum piezoelektrischen Self-Sensing angeführt. Hierzu zählen einerseits das eingesetzte technische Zubehör, mit dem die Versuchsanordnung realisiert wurde. Andererseits sind alle MATLAB-Codes enthalten, die zur Auswertung der Messsignale eingesetzt wurden.

B.1. Technisches Zubehör

Zur Realisierung des in Abbildung 5.8 dargestellten Versuchsaufbaus zur Untersuchung des piezoelektrischen Self-Sensings wurden die folgenden Komponenten und Geräte eingesetzt:

- drei piezoelektrische Biegewandler vom Typ PL-140 der Fa. Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG,
- ein Laservibrometer OFV 505 der Fa. Polytec mit Vibrometer Controller OFV-5000,
- zwei Funktions- und Arbiträrsignalgeneratoren 33220A der Fa. Agilent,
- ein Festspannungsnetzgerät E3649A der Fa. Agilent,
- ein Oszilloskop TDS 3034B der Fa. Tektronik,
- ein Operationsverstärker OPA544 der Fa. Texas Instruments, sowie
- ein AD-Wandler E1432A der Fa. Hewlett-Packard mit LAN-Anschluss an einen
- PC mit der Software MATLAB/SIMULINK.

Der Gesamtaufbau des Versuchsstands ist in Abbildung B.1 dargestellt.

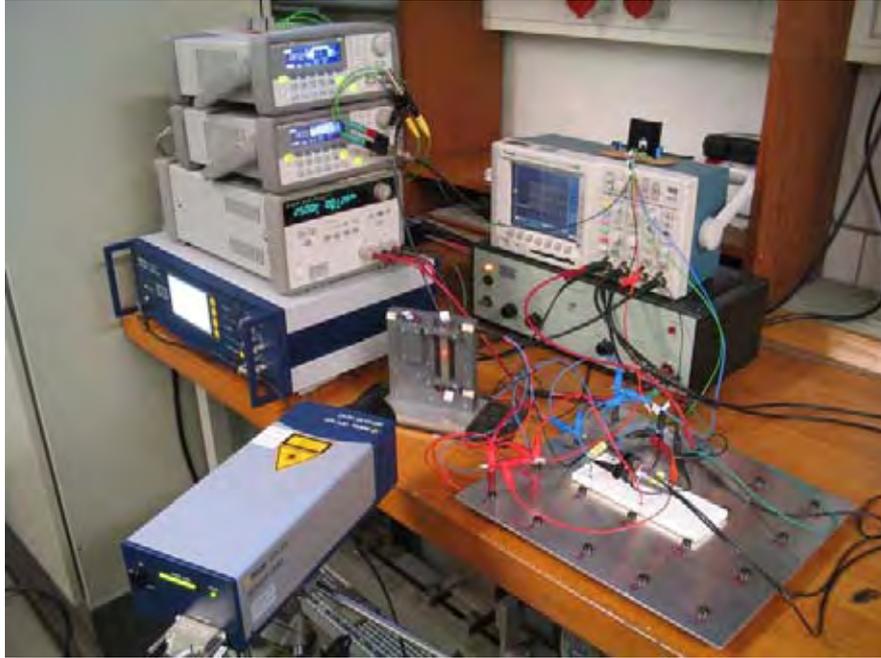


Abbildung B.1.: Versuchsstand zum piezoelektrischen Self-Sensing im Labor des Instituts für Technische Mechanik

B.2. Matlab-Codes zur Auswertung

Die Auswertung der experimentell erfassten Daten erfolgte mit der Software MATLAB. Hierfür wurden die nachfolgenden Programmcodes eingesetzt.

Rekonstruktion der Aktorauslenkung

```
% Parameter schätzen aus s_gem nach Methode kleinster Fehlerquadrate
Koeff=[U_p q ones(size(U_p))]\s_gem;

% s_rek berechnen
s_rek=Koeff(1)*U_p+Koeff(2)*q+Koeff(3);
```

Frequenzfilterung

MATLAB-Code für die Umsetzung des Bandpassfilters 4. Ordnung zur Frequenzfilterung:

```
% PARAMETER:
% Sampling-Frequenz der Daten [Hz]
FS=25600;
% Filterordnung Bandpass (Ordnung=2n)
n=2;
% Filtereckfrequenz [Hz] Bandpass
```

```

f_c=[35 65]
% Samples für Filterstartverbesserung Bandpass
nzi=2*round(FS/f_c(1))

% Frequenzfilterung
% Bandpass-Filter entwerfen
[b,a]=butter(n,f_c/(FS/2));
% s_rek vorfiltern
s_rek_filt=filter(b,a,s_rek(nzi:-1:2));
% Startbedingungen für Bandpassfilter berechnen
zis_rek=filtic(b,a,s_rek_filt(nzi-1:-1:1),s_rek(2:nzi));
% s_rek filtern (Hauptdurchgang)
s_rek_filt=filter(b,a,s_rek,zis_rek);

```

Frequenzmessung

MATLAB-Code des Frequenzzählers:

```

% Sampling-Frequenz der Daten [Hz]
FS=25600;

% Frequenzzähler ungemittelt (Eingangssignal hier U)
f_FZ=zeros(1,length(U)); n_Puls=1; for i=2:length(U)
    if (((U(i) == 0) & (U(i-1) ~= 0)) | ((U(i) > 0) & (U(i-1) < 0))...
        | ((U(i) < 0) & (U(i-1) > 0)))) % Bedingung für nulldurchgang des Signals
        f_FZ(i)=FS/(2*n_Puls); % Neue Frequenz berechnen
        n_Puls=1; % Zähler n_Puls zurücksetzen
    else
        n_Puls=n_Puls+1; % Zähler n_Puls erhöhen
        f_FZ(i)=f_FZ(i-1); % Frequenz beibehalten
    end
end

% Mittelwertbildung

% Sampling-Frequenz der Daten [Hz]
FS=25600;
% Sekunden für Mittelwertbildung der Frequenz
sf=0.050;

sf=round(FS*sf); % Zeitfenster der Mittelwertbildung in Samples umrechnen
for i=sf:length(f_FZ) % Schleife über alle Samples des Signals
    k=0;
    for j=(i-sf+1):i % Schleife über alle Sample, die für das aktuelle Sample
        % zur Mittelwertbildung herangezogen werden
            k=k+f_FZ(j); % Frequenzwerte aufsummieren
        end
    f_FZ_gemitt(i)=k/sf; % Mittelwert für das aktuelle Sample bilden
end
end

```


Abbildungsverzeichnis

| | |
|---|----|
| 1.1. Perowskit-Struktur piezoelektrischer Kristalle des Typs ABO_3 – (a) Kubisches Gitter oberhalb der CURIE-Temperatur; (b) Tetragonales Gitter unterhalb der CURIE-Temperatur [8] | 5 |
| 1.2. Domänenorientierungen im Kristall – (a) unpolarisierter Kristall, (b) polarisierter Kristall, (c) depolarisierter Kristall [128] | 6 |
| 1.3. Schematische Darstellung einer polykristallinen Gefügestruktur ferroelektrischer Materialien unterhalb der CURIE-Temperatur | 7 |
| 1.4. Domänenorientierung in der Keramik [128] – (a) unpolarisierte Keramik, (b) polarisierte Keramik, (c) depolarisierte Keramik | 7 |
| 1.5. Dielektrische Polarisierung P über elektrischer Feldstärke E [80] | 8 |
| 1.6. Dehnung S über elektrischer Feldstärke E [72] | 9 |
| 1.7. Dehnung S über mechanischer Spannung T [128] | 10 |
| 1.8. Polarisierung P über mechanischer Spannung T [128] | 10 |
| 1.9. Direkter piezoelektrischer Effekt für Sensoranwendung | 11 |
| 1.10. Inverser piezoelektrischer Effekt für Aktoranwendung | 11 |
| 1.11. Piezoelektrischer Wandler in Stapelbauweise | 12 |
| 1.12. Anordnung der Schichten in einem Monomorph | 12 |
| 1.13. Monomorph unter dem Einfluss einer elektrischen Spannung U , sodass elektrisches Feld E und Polarisierung P antiparallel sind | 13 |
| 1.14. Anordnung der Schichten in einem Bimorph | 13 |
| 1.15. Bimorph unter dem Einfluss einer elektrischen Spannung – (a) parallele Ansteuerung; (b) serielle Ansteuerung; (c) differenzielle Ansteuerung | 14 |
| 1.16. Aufbau und Ansteuerung eines Multilayer-Biegeaktors | 15 |
| 1.17. Quasibinäres Phasendiagramm $PbZrO_3$ – $PbTiO_3$ nach Jaffe et al. [64] | 16 |
| 2.1. HECKMANN-Diagramm [54] | 23 |
| 2.2. Lineare Zusammenhänge zwischen den elektrischen und den mechanischen Zustandsgrößen bei piezoelektrischen Materialien | 24 |
| 2.3. n -schichtiger Biegewandler [8] | 28 |
| 2.4. Kraft F und Auslenkung s bei einem einseitig eingespannten piezoelektrischen Biegewandler | 29 |
| 3.1. Übertragungsverhalten des Identitätsoperators I | 36 |
| 3.2. Übertragungsverhalten des einseitigen Totzoneoperators S : (a) linksseitig für $r_S < 0$ und (b) rechtsseitig für $r_S > 0$ | 37 |
| 3.3. Beziehung zwischen Ein- und Ausgangssignal des Relayoperators R | 37 |
| 3.4. Beziehung zwischen Ein- und Ausgangssignal des Playoperators H | 38 |
| 3.5. Kolben-Zylinder-System zur Veranschaulichung des Playoperators [78] | 39 |
| 3.6. Vorverwundener Biegewandler [33] | 44 |

| | | |
|-------|---|----|
| 3.7. | Nichtlineares Übertragungsverhalten des Helixbalkens (b,e,f) und operatorbasierte Nachbildung mit $n_H = 12$ und $n_S = 11$ (f) bei linearer Beziehung zwischen Sollwert und Ansteuerspannung (a,c,d) | 46 |
| 3.8. | Linearisiertes Übertragungsverhalten des Helixbalkens (b) durch Berücksichtigung des hysteresebefahenen Wandlerverhaltens (e,f) bei der Ermittlung der Ansteuerspannung (a,c,d) mit $n_H = 12$ und $n_S = 11$ | 47 |
| 3.9. | Nichtlineares Übertragungsverhalten des in die Strebe integrierten piezoelektrischen Stapelwandlers mit operatorbasierter Nachbildung mit $n_H = 7$ und $n_S = 3$ | 48 |
| 4.1. | Balkengeometrie | 50 |
| 4.2. | Koordinaten zur Beschreibung der Balkenverformung | 50 |
| 4.3. | Unterschiedliche äußere Belastungen | 51 |
| 4.4. | Eigenschwingungen des beidseitig gelenkig gelagerten Balkens für $\nu_{1,t}(0) = 0.01 \text{ m/s}$ | 60 |
| 4.5. | Längsverformungen und Zugspannungen aufgrund von Querauslenkungen | 60 |
| 4.6. | Abhängigkeit der Frequenz f_{0,ν_1} von der Auslenkungsamplitude $\nu_{1,\max}$ | 62 |
| 4.7. | Abhängigkeit der Auslenkungsamplitude A_{ν_1} von der Anregungsfrequenz f für verschiedene Erregerkraftamplituden $F_{\max} = 1, \dots, 10 \text{ N}$ | 63 |
| 4.8. | Abhängigkeit der Frequenz f_{0,ν_1} von der Erregerkraftamplitude F_{\max} | 63 |
| 4.9. | Abhängigkeit der Auslenkungsamplitude A_{ν_1} von der Anregungsfrequenz f für verschiedene Vorspannungen $F_h = 0, \dots, 14 \text{ kN}$ | 64 |
| 4.10. | Einfluss der Vorspannung auf Frequenz und Auslenkung von ν_1 (Simulationsergebnisse) | 65 |
| 4.11. | Einfluss der Vorspannung auf Frequenz und Auslenkung von ν_1 (Approximation der Simulationsergebnisse) | 66 |
| 4.12. | Einfluss der Vorspannung F_h auf die Frequenz von ν_1 : durchgezogen - Simulationsergebnis, gepunktet - Näherung nach Gleichung (4.53), gestrichelt - Näherung nach Gleichung (4.54) | 66 |
| 5.1. | Elektrisches Ersatzschaltbild eines piezoelektrischen Wandlers als (a) Ladungsquelle oder (b) Spannungsquelle. | 69 |
| 5.2. | Allgemeiner Aufbau von Brückenschaltungen zum piezoelektrischen Self-Sensing mit linearem elektrischem Ersatzschaltbild des Piezowandlers | 70 |
| 5.3. | Kapazitive Brückenschaltung | 72 |
| 5.4. | Kapazitive Brückenschaltung mit resistivem Referenzzweig | 74 |
| 5.5. | SAWYER-TOWER-Schaltung zur Messung von Ladung und Spannung | 76 |
| 5.6. | Brückenähnliche Self-sensing-Schaltung [3] | 78 |
| 5.7. | Eine der SAWYER-TOWER-Schaltung ähnliche Schaltung mit Ladungsverstärker zur Messung von Ladung und Spannung [34] | 79 |
| 5.8. | Gesamtaufbau des Versuchsstands | 80 |
| 5.9. | Gemessener $q-U_p$ -Zusammenhang im (a) Klein- und Großsignalbetrieb und (b) im Kleinsignalbetrieb bei geklemmten ($s = 0$, hell) und unbelastetem ($F = 0$, dunkel) Piezowandler | 81 |

| | |
|---|-----|
| 5.10. Verwendete Testsignale: (a) Amplitudenverlauf der aktorischen Ansteuerung des Self-sensing-Aktors, (b) Frequenzverlauf der Ansteuerung des anregenden Aktors | 82 |
| 5.11. Schaltplan des für die aktorische Ansteuerung des Self-sensing-Aktors entworfenen Verstärkers | 83 |
| 5.12. Blockdiagramm des zur Frequenzmessung eingesetzten Phasenregelkreises | 85 |
| 5.13. Untersuchte lineare, kapazitive Brückenschaltung mit kapazitivem Referenzzweig | 86 |
| 5.14. Untersuchte lineare, kapazitive Brückenschaltung mit resistivem Referenzzweig | 86 |
| 5.15. Untersuchte lineare, kapazitive Brückenschaltung mit fest eingespanntem, baugleichem piezoelektrischen Wandler im Referenzzweig | 87 |
| 5.16. Untersuchte SAWYER-TOWER-Schaltung | 88 |
| 5.17. Gemessene Brückenspannungen U_B über gemessenen Auslenkungen s_{gem} ohne Frequenzfilterung (a,c,e) und mit Frequenzfilterung (b,d,f) für kapazitive Brückenschaltungen mit kapazitivem (a,b) Referenzzweig, baugleichem Wandler im Referenzzweig (c,d) und resistivem Referenzzweig (e,f) | 89 |
| 5.18. Mit der SAWYER-TOWER-Schaltung gemessene Ladung q über der am Wandler anliegenden Spannung U_p , original (a) und mit Bandpass gefiltert (b) | 91 |
| 5.19. Rekonstruierte, frequenzgefilterte Auslenkung $s_{\text{rek},f}$ über gemessener, frequenzgefilterter Auslenkung $s_{\text{gem},f}$ | 91 |
| 5.20. Frequenzverlauf der frequenzgefilterten Brückenspannung $U_{B,f}$ der kapazitiven Brücke mit resistivem Referenzzweig, bestimmt mit Hilfe (a) eines Frequenzzählers, (b) eines Frequenzzählers und nachfolgender Mittelung und (c) eines Phasenregelkreises | 93 |
| 5.21. Frequenzverlauf der aus den mit der SAWYER-TOWER-Schaltung gemessenen und bandpassgefilterten elektrischen Zustandsgrößen rekonstruierten Wandlerauslenkung, bestimmt mit Hilfe (a) eines Frequenzzählers, (b) eines Frequenzzählers und nachfolgender Mittelung und (c) eines Phasenregelkreises | 94 |
| 6.1. Prototyp (a) und Explosionszeichnung (b) der entwickelten adaptronischen Strebe [39] | 98 |
| 6.2. Empfindlichkeit piezoelektrischer Sensoren abhängig von der Frequenz des Messsignals [121] | 98 |
| 6.3. Flexibles Mehrkörpermodell der adaptronischen Strebe aus CAD-Daten | 101 |
| 6.4. Dreimassenschwinger mit Aktor unter dem Einfluss einer äußeren Kraft | 102 |
| 7.1. Blockdiagramm einer Zustandsregelung ohne Durchgang | 104 |
| 7.2. Einfluss der Gewichte w_{kin} und C^* auf das Regelverhalten | 106 |
| 7.3. Positionsrückführung mit integrierendem Element in der Rückführung | 106 |
| 7.4. Position x_3 des Dreimassenschwingers geregelt mit LQR-Zustandsregler und P-I-Erweiterung mit $w_{\text{kin}} = 1e5$, $C^* = 1e16$, $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ und $C = 1e12$. | 107 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 7.5. | Vergleich der geschätzten Position \hat{x}_3 mit der tatsächlichen Position x_3 geregelt mit LQR-Zustandsregler und P-I-Erweiterung mit $w_{\text{kin}} = 1e5$, $C^* = 1e16$, $D = \mathbf{0}$ und $C = 1e12$ | 108 |
| 7.6. | Abweichung der Spitze des LQR-P-I geregelten Modells aus CAD-Daten unter dem Einfluss einer äußeren Kraft $F(t) = 2 \text{ kN } \sigma(t - 0.05 \text{ s})$ | 110 |
| 7.7. | Blockdiagramm des alternativen Reglerkonzepts | 110 |
| 7.8. | Wurzelortskurve (a) des geschlossenen Systems mit Regler und vergrößerte Darstellung des eingerahmten Ausschnitts (b) | 111 |
| 7.9. | Test des alternativen Regelungskonzepts für (a) Dreimassenschwinger und (b) flexibles Mehrkörpermodell unter Einfluss der Störgröße $F = 2 \text{ kN } \sigma(t - 0.05 \text{ s})$ | 112 |
| 8.1. | Lageranordnung der adaptronischen Strebe für den Einsatz als lineare Positioniereinheit | 113 |
| 8.2. | Rampenartige Sollwertvorgabe für die adaptronische Strebe als lineare Positioniereinheit ohne äußere Störungen | 114 |
| 8.3. | Sinusförmige Sollwertvorgabe für die adaptronische Strebe als lineare Positioniereinheit ohne äußere Störungen | 115 |
| 8.4. | Sollwertvorgabe als Kombination verschiedener Anteile | 116 |
| 9.1. | Flexibles Mehrkörpermodell einer Werkzeugmaschine mit Parallelkinematik | 118 |
| 9.2. | Lage des Bearbeitungspunktes (TCP) | 118 |
| 9.3. | Raumfestes (x - y - z)-Koordinatensystem sowie Nummerierung der Streben und Schlitten | 119 |
| 9.4. | Draufsicht der PKM in Ausgangslage | 121 |
| 9.5. | Draufsicht der PKM, Rotation des Spindelstocks um die z -Achse | 121 |
| 9.6. | Seitenansicht der PKM in Ausgangslage entgegen der x -Achse | 122 |
| 9.7. | Seitenansicht der PKM, Rotation des Spindelstocks um die x -Achse | 122 |
| 9.8. | Seitenansicht der PKM in Ausgangslage entlang der y -Achse | 123 |
| 9.9. | Seitenansicht der PKM, Rotation des Spindelstocks um die y -Achse | 123 |
| 9.10. | Einfluss von Position i mit $i \in \{1, \dots, 6\}$ und Abweichung der Länge $\Delta\ell_i$ einer Strebe auf Position und Lage des TCP | 125 |
| 9.11. | Verlauf der rotatorischen Verlagerung φ_x des TCP abhängig von der Position des Spindelstocks im Arbeitsraum | 126 |
| 9.12. | Verlauf der rotatorischen Verlagerung φ_y des TCP abhängig von der Position des Spindelstocks im Arbeitsraum | 126 |
| 9.13. | Einfluss einer Längenänderung (a,b) der Strebe eins und (c,d) der Strebe zwei auf die translatorischen (links) und rotatorischen (rechts) Verlagerungen des TCP, durchgezogene Linie x -Komponente, gestrichelte Linie y -Komponente | 129 |
| 9.14. | Einfluss einer Längenänderung der Strebe drei (a,b), der Strebe fünf (c,d) und der Strebe sechs (e,f) auf die translatorischen (links) und rotatorischen (rechts) Verlagerungen des TCP, durchgezogene Linie x -Komponente, gestrichelte Linie y -Komponente | 130 |
| 9.15. | Einfluss der aktiven Stellung der adaptronischen Streben eins und drei auf die Winkelverlagerungen φ_x und φ_y des TCP | 132 |

| | |
|---|-----|
| 9.16. Einfluss der aktiven Stellung der adaptronischen Streben sechs und drei auf die Winkelverlagerungen φ_x und φ_y des TCP | 132 |
| 9.17. Einfluss der aktiven Stellung der adaptronischen Streben sechs und zwei auf die Winkelverlagerungen φ_x und φ_y des TCP | 133 |
| 9.18. Einfluss der aktiven Stellung der adaptronischen Streben fünf und zwei auf die Winkelverlagerungen φ_x und φ_y des TCP | 133 |
| 9.19. Flexible Mehrkörpermodelle der PKM Werkzeugmaschine mit (a) einer an Position drei integrierten adaptronischen Strebe und (b) mit zwei an den Positionen zwei und sechs eingebauten adaptronischen Streben . . | 134 |
| 9.20. (a) Soll- (hell) und Istverlauf (dunkel) der Längenänderung der geregelten Strebe drei, (b) additive Stellbewegung des Schlittens zwei sowie die resultierende Auswirkung auf die Verlagerung des TCP in x -Richtung (a) ohne und (b) mit additiver Bewegung des Schlittens zwei | 135 |
| 9.21. Einfluss der geregelten Stellbewegung von Strebe drei auf (a,b) die translatorische Abweichung des TCP in y -Richtung, sowie auf die rotatorischen Abweichungen des TCP (c,d) um die x - und (e,f) um die y -Achse jeweils ohne (links) und mit (rechts) additiver Stellbewegung des Schlittens 2 | 136 |
| 9.22. Vergleich zwischen (hell) Soll- und (dunkel) Istverlauf der Verlängerungen der Streben zwei und sechs (a,b) ohne und (c,d) mit Beaufschlagung der äußeren Kraft \mathbf{F} | 138 |
| 9.23. Translatorische Verlagerungen des TCP (a,c,e) in x -Richtung und (b,d,f) in y -Richtung mit (a,b) Regelung ausschließlich der längenveränderlichen Streben zwei und sechs, (c,d) mit einer additiven Stellbewegung durch die Schlitten zwei und drei sowie (e,f) unter dem zusätzlichen Einfluss einer Prozesslast \mathbf{F} | 139 |
| 9.24. Rotatorische Verlagerungen des TCP (a,c,e) um die x -Achse und (b,d,f) um die y -Achse mit (a,b) Regelung ausschließlich der längenveränderlichen Streben zwei und sechs, (c,d) mit einer additiven Stellbewegung durch die Schlitten zwei und drei sowie (e,f) unter dem zusätzlichen Einfluss einer Prozesslast \mathbf{F} | 140 |
| A.1. Passive, analoge Filter 1. Ordnung | 150 |
| A.2. Strukturbild zur Frequenzmessung [76] | 152 |
| A.3. Blockdiagramm eines Phasenregelkreises (PLL) | 154 |
| A.4. Häufig verwendete digitale Phasendetektoren: (a) EXOR-Gatter, (b) Flankengetriggter JK-Flipflop, (c) Phasen-Frequenzdetektor (PFD) . | 155 |
| A.5. In Phasenregelkreisen üblicherweise eingesetzte Schleifenfilter | 156 |
| B.1. Versuchsstand zum piezoelektrischen Self-Sensing im Labor des Instituts für Technische Mechanik | 160 |

Literaturverzeichnis

- [1] W. Alt. *Nichtlineare Optimierung*. Vieweg, 2002. ISBN 3-528-03193-X.
- [2] G. A. Altay und M. C. Dökmeçi. *A non-linear rod theory for high-frequency vibrations of thermopiezoelectric materials*. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 37:225–243, 2002. doi: 10.1016/S0020-7462(00)00108-6.
- [3] E. H. Anderson, N. W. Hagood und J. M. Goodliffe. *Self-Sensing Piezoelectric Actuation: Analysis and Application to Controlled Structures*. In *33rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, S. 2141–2155 (AIAA-92-2465-CP), Dallas, TX, USA, April 1992.
- [4] E. V. Appleton. *The Automatic Synchronization of Triode Oscillators*. *Proc. Cambridge Phil. Society*, 21:231–248, 1922-1923.
- [5] S. A. Ashrafi und A. W. Smyth. *Generalized Masing Approach to Modeling Hysteretic Deteriorating Behavior*. *Journal of Engineering Mechanics*, 133(5): 495–505, Mai 2007. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:5(495).
- [6] V. Babuška und R. P. O'Donnell. *Self-Sensing Actuators for Precision Structures*. In *Proc. of IEEE Aerospace Conference*, Vol. 1, S. 179–187, Snowmass at Aspen, CO, USA, 21.-28. März 1998. doi: 10.1109/AERO.1998.686817.
- [7] B. L. Ball, R. C. Smith, S.-J. Kim und S. Seelecke. *A Stress-dependent Hysteresis Model for Ferroelectric Materials*. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 18(1):69–88, 2007. doi: 10.1177/1045389X07070937.
- [8] R. G. Ballas. *Piezoelectric Multilayer Beam Bending Actuators*. Springer, 2007. ISBN 978-3-540-32641-0.
- [9] R. G. Ballas, H. F. Schlaak und A. J. Schmid. *Closed Form Analysis of Piezoelectric Multilayer Bending Actuators using Constituent Equations*. S. 788–791, Seoul, Korea, 5.-9. Juni 2005. IEEE.
- [10] A. Ballato. *Piezoelectricity: Old Effect, New Thrusts*. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 42(5):916–926, September 1995.
- [11] H. Beige. *Elastic and Dielectric Nonlinearities of Piezoelectric Ceramics*. *Ferroelectrics*, 51:113–119, 1983.
- [12] H. Beige und G. Schmidt. *Electromechanical Resonances for Investigating Linear and Nonlinear Properties of Dielectrics*. *Ferroelectrics*, 41:39–49, 1982.

- [13] R. E. Best. *Theorie und Anwendungen des Phase-Locked-Loops*. vde-Verlag, 5., vollst. überarb. und stark erw. Auflage, 1993. ISBN 3-8007-1980-0,3-85502-132-5.
- [14] R. E. Best. *Phase-Locked Loops – Design, Simulation, and Applications*. McGraw-Hill, 5. Auflage, 2003.
- [15] P. V. Brennan. *Phase-Locked Loops*. Macmillan, 1996. ISBN 0-333-65571-0.
- [16] I. N. Bronstein, K. A. Semendjaev, G. Musiol und H. Mühlig. *Taschenbuch der Mathematik*. Deutsch, 6. vollst. überarb. und erg. Auflage, 2005.
- [17] J. B. Buck. *Synchronous Rhythmic Flashing of Fireflies*. *The Quarterly Review of Biology*, 13(3):301–314, 1938. doi: 10.1126/science.159.3821.1319.
- [18] S. Carabelli und A. Tonoli. *System Properties of Flexible Structures with Self-Sensing Piezoelectric Transducers*. *Journal of Sound and Vibration*, 235(1):1–23, August 2000. doi: 10.1006/jsvi.1999.2913.
- [19] O. U. Colak und N. Dusunceli. *Modeling Viscoelastic and Viscoplastic Behavior of High Density Polyethylene (HDPE)*. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 128(4):572–578, Oktober 2006. doi: 10.1115/1.2345449.
- [20] D. G. Cole und R. L. Clark. *Adaptive compensation of piezoelectric sensoriaactuators*. *Journal of Intelligent Materials and Structures*, 5:665–672, 1994.
- [21] J. Copeland und A. Moisef. *Flash Precision at the Start of Synchrony in *Photuris frontalis**. *Integrative and Comparative Biology*, 44:259–263, 2004.
- [22] R. Courant und D. Hilbert. *Methoden der mathematischen Physik II*. Springer, 1968.
- [23] L. Cremer und M. Heckl. *Körperschall*. Springer, 1967.
- [24] J. Curie und P. Curie. *Contractions et dilations produits par des tensions électriques dans les cristaux hémieédres à faces inclinées*. *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences*, 93:1137–1140, 1881.
- [25] H. Czichos, (Hrsg.). *Hütte - Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*. Springer, 31. neubearb. und erw. Auflage, 2000. ISBN 3-540-66882-9.
- [26] J. J. D’Azzo, C. H. Houpis und S. N. Sheldon. *Linear control system analysis and design with Matlab*. Dekker, 5., überarb. und erw. Auflage, 2003. ISBN 0-8247-4038-6.
- [27] H. de Bellescize. *La Réception Synchrone*. *L’Onde Électrique*, 11:230–240, Juni 1932.
- [28] E. De Boer. *Theory of motional feedback*. *IRE Transactions on Audio*, 9:15–21, Januar-Februar 1961.

- [29] B. Delibas, A. Arockiarajan und W. Seemann. *Rate dependent properties of perovskite type tetragonal piezoelectric materials using micromechanical model. International Journal of Solids and Structures*, 43(3-4):697–712, Februar 2006. doi: 10.1016/j.ijsolstr.2005.04.030.
- [30] R. C. den Dulk. *An approach to systematic phase-lock loop design*. Universität Delft, Niederlande, Dissertation, 1989.
- [31] D. L. DeVoe und A. P. Pisano. *Modeling and Optimal Design of Piezoelectric Cantilever Microactuators. Journal of Microelectromechanical Systems*, 6(3):266–270, September 1997. doi: 10.1109/84.623116.
- [32] F. Dienerowitz. *Der Helixaktor - Zum Konzept eines vorverwundenen Biegeaktors*. Universitätsverlag, 2008. ISBN 978-3-86644-232-0.
- [33] F. Dienerowitz und W. Seemann. *Proposing a Pretwisted Bending Actuator*. In *Proc. of III Ecomas Thematic Conference on Smart Structures and Materials*, Gdansk, Polen, 9.-11. Juli 2007. (P11).
- [34] W. Dong und B. Sun. *Study on observer based piezoelectric self-sensing actuator*. In Y. Zhou und S. Xu, (Hrsg.), *Proc. of SPIE: Int. Conf. on Sensor Technology (ISTC)*, Vol. 4414, S. 472–475, 2001.
- [35] J. J. Dosch, D. J. Inman und E. Garcia. *A Self-Sensing Piezoelectric Actuator for Collocated Control. Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 3:166–185, Januar 1992.
- [36] G. Duffing. *Erzwungene Schwingungen bei veränderlicher Eigenfrequenz und ihre technische Bedeutung*. Vieweg, 1918.
- [37] A. Endriss. *Reorientierungsverhalten von Domänen und mikroskopische Gitterdeformation in piezoelektrischen PZT-Keramiken*. Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen, Dissertation, 1996. ISBN 3-930803-01-1.
- [38] R. P. Feynman, R. B. Leighton und M. Sands. *Vorlesungen über Physik, Band II: Elektromagnetismus und Struktur der Materie*. Oldenbourg, 1987. ISBN 3-486-20020-8.
- [39] J. Fleischer, C. Munzinger, W. Driess, M. Strümper, J. Wauer und C. Rudolf. *Adaptronische Strebe zur Genauigkeitssteigerung. wt Werkstattstechnik online*, 9: 632–636, 9 2005.
- [40] J. Fleischer, C. Munzinger, J. Wauer und C. Rudolf. *Ansätze zur adaptronischen Kompensation geometrischer Maschinenfehler*. In *Konferenz Einzelbericht, Adaptronic Congress*, Göttingen, 31.05.-01.06. 2005.
- [41] O. Föllinger. *Regelungstechnik*. Hüthig, 8., überarb. Auflage, 1994. ISBN 3-7785-2915-3.
- [42] A. Föppl. *Vorlesungen über Technische Mechanik, 3. Bd: Festigkeitslehre*. Teubner, 1922.

- [43] U. Gabbert, (Hrsg.). *Smart Mechanical Systems - Adaptronics*, Vol. 11. VDI-Verlag, 1997. ISBN 3-18-324411-X.
- [44] R. Gausmann. *Nichlineares dynamisches Verhalten von piezoelektrischen Stabaktoren bei schwachem elektrischen Feld*. Cuvillier Verlag Göttingen, Universität Karlsruhe (TH), Fakultät für Maschinenbau, Dissertation, 2005.
- [45] T. S. George. *Analysis of Synchronizing Systems for Dot-Interlaced Color Television*. In W. C. Lindsey und K. Simon, Marvin, (Hrsg.), *Phase-Locked Loops & Their Application*. IEEE Press, 1978.
- [46] H. Geschwinde. *Einführung in die PLL-Technik*. Vieweg, 1978. ISBN 3-528-04077-7.
- [47] G. L. Ghiringhelli. *Some experiences on vibrations and noise suppression with piezoelectric active control systems*. *Journal of Structural Control*, 6(2):235–256, Januar 2007. doi: 10.1002/stc.4300060204.
- [48] D. Gross, W. Hauger, W. Schnell und P. Wriggers. *Technische Mechanik 4*. Springer, 4. Auflage, 2002. ISBN 3-540-41595-5.
- [49] D. Guyomar, N. Aurelle und L. Eyraud. *Piezoelectric Ceramics Nonlinear Behavior. Application to Langevin Transducer*. *Journal de Physique III*, 7:1197–1208, Juni 1997. doi: 10.1051/jp3:1997183.
- [50] S. Ha und Y. Kim. *Analysis of a piezoelectric multimorph in extensional and flexural motions*. *Journal of Sound and Vibration*, 253(5):1001–1014, 2002. doi: doi:10.1006/jsvi.2001.4040.
- [51] S. Hackemann. *Ortsaufgelöste röntgendiffraktometrische Charakterisierung von Domänenumklappvorgängen in ferroelektrischen Keramiken*. Universität Karlsruhe (TH), Dissertation, 2001.
- [52] G. H. Haertling. *Ferroelectric Ceramics: History and Technology*. *Journal of the American Ceramic Society*, 82 [4]:797–818, 1999.
- [53] M. Hammer. *Herstellung und Gefüge-Eigenschaftskorrelationen von PZT-Keramiken*. Universität Karlsruhe, Dissertation, 1996.
- [54] G. Heckmann. *Die Gittertheorie der festen Körper*. *Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften*, 4:100–153, 1925.
- [55] J. Hoffmann, (Hrsg.). *Handbuch der Messtechnik*. Hanser, 3., neu bearb. Auflage, 2007. ISBN 978-3-446-40750-3.
- [56] J. Holterman und T. J. de Vries. *Active and Passive Damping based on Piezoelectric Elements - Controllability Issues -*. In *Proc. 3rd Workshop on European Scientific and Industrial Collaboration*, S. 179–188, Enschede, Niederlande, 27.-29. Juni 2001.

- [57] W. Holzapfel, W. Settgast und W. Baetz. *Schwingsaitenwaage: Literatur- und Patentrecherche*. IMAT-Bericht, Universität Gesamthochschule Kassel, 1994. ISBN 3-88122-923-X.
- [58] W. F. Hughes und F. J. Young. *The Electromagnetodynamics of Fluids*. Krieger, 1989. ISBN 0-89464-307-X.
- [59] C. Huygens. *Die Pendeluhr - Horologium oscillatorium*. Engelmann, 1913 (1673).
- [60] T. Ikeda. *Fundamentals of Piezoelectricity*. Oxford University Press, 1990. ISBN 0-19-856339-6.
- [61] F. Ikhouane, V. Mañosa und J. Rodellar. *Dynamic properties of the hysteretic Bouc-Wen model*. *Systems & Control Letters*, 56(3):197–205, März 2007. doi: 10.1016/j.sysconle.2006.09.001.
- [62] J. D. Jackson, K. Müller und C. Witte. *Klassische Elektrodynamik*. De Gruyter, 4. überarb. Auflage, 2006. ISBN 978-3-11-018970-4.
- [63] B. Jaffe, R. Roth und S. Marzullo. *Piezoelectric Properties of Lead Zirconate-Titanate Solid-Solution Ceramics*. *Journal of Applied Physics*, 25(6):809–810, 1954.
- [64] B. Jaffe, W. R. Cook und H. Jaffe. *Piezoelectric ceramics*. Academic Press, 1971. ISBN 0-12-379550-8.
- [65] H. Janocha und K. Kuhnen. *Self-Sensing Effects in Solid-State Actuators*. In C. Grimes, E. Dickey und M. Pishko, (Hrsg.), *Encyclopedia of Sensors*, Vol. 9, S-Sk, S. 53–73. American Scientific Publishers, 2006. ISBN 1-58883-065-9.
- [66] H. Janocha, K. Kuhnen und B. Clephas. *Inherent Sensory Capabilities of Solid State Actuators*. In *Fortschritt-Berichte VDI*, Reihe 11 Nr. 268, S. 33–42. VDI-Verlag, 1998.
- [67] F. Jarre und J. Stoer. *Optimierung*. Springer, 2004. ISBN 3-540-43575-1.
- [68] D. Jendritza. *Piezoaktoren für den Großsignalbetrieb*. Universität des Saarlandes, Technische Fakultät, Dissertation, 1995.
- [69] L. Jones, E. Garcia und H. B. Waites. *Self-sensing control as applied to a PZT stack actuator used as a micropositioner*. In N. W. Hagood, (Hrsg.), *Proc. of SPIE – Smart Structures and Materials: Smart Structures and Intelligent Systems*, Vol. 2190, S. 228–237, Mai 1994.
- [70] L. D. Jones und E. Garcia. *Novel Approach to Self-sensing Actuation*. In M. E. Regelbrugge, (Hrsg.), *Proc. of SPIE, Smart Structures and Materials: Smart Structures and Integrated Systems*, Vol. 3041, S. 305–314, Juni 1997.
- [71] N. Kahima und N. Tanaka. *Active vibration control of a cantilever beam using self-sensing actuator*. S. 937–942, Daejeon, Korea, 27.-30. August 2006.

- [72] M. Kamlah. *Review Article: Ferroelectric and ferroelastic piezoceramics – modeling of electromechanical hysteresis phenomena*. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 13(4):219–268, 2001.
- [73] K. Kato, T. Sase und M. Chiba. *An ultrasonic motor using an injection-molded plastic rotor and its application to motor-driven potentiometers*. *Electronics and Communications in Japan, Part II: Electronics*, 83(8):8–17, Juli 2000. doi: 10.1002/1520-6432(200008)83:8<8::AID-ECJB2>3.0.CO;2-Q.
- [74] H. Kauderer. *Nichtlineare Mechanik*. Springer, 1958.
- [75] R. Keppler. *Zur Modellierung und Simulation von Mehrkörpersystemen unter Berücksichtigung von Greifkontakt bei Robotern*. Universitätsverlag, 2007. ISBN 978-3-86644-092-0.
- [76] U. Kiencke und R. Eger. *Messtechnik*. Springer, 6., durchges. u. korr. Auflage, 2005. ISBN 3-540-24310-0.
- [77] R. Kories und H. Schmidt-Walter. *Taschenbuch der Elektrotechnik*. Deutsch, 3., überarb. und erw. Aufl. Auflage, 1998. ISBN 3-8171-1563-6.
- [78] M. A. Krasnosel'skij und A. V. Pokrovskij. *Systems with hysteresis*. Springer, 1989. ISBN 3-540-15543-0.
- [79] G. Krüger. *Untersuchung der Domänenprozesse und der Koerzitivkraft ferroelektrischer PLZT-6/65/35-Keramik*. Universität Karlsruhe (TH), Karlsruhe, Dissertation, 1975.
- [80] K. Kuhnen. *Inverse Steuerung piezoelektrischer Aktoren mit Hysterese-, Kriech- und Superpositionsoperatoren*. Shaker, 2001. ISBN 3-8265-9635-8.
- [81] K. Kuhnen. *Modeling, Identification and Compensation of Complex Hysteretic Nonlinearities: A Modified Prandtl-Ishlinskii Approach*. *European Journal of Control*, 9:407–418, 2003.
- [82] K. Kuhnen und H. Janocha. *Nutzung der inhärenten sensorischen Eigenschaften von piezoelektrischen Aktoren*. *tm - Technisches Messen*, 66:132–138, 1999.
- [83] K. Kuhnen und H. Janocha. *Self-Sensing Solid-State Actuators*. Eolss Publishers, Oxford, UK, 2004.
- [84] K. Kuhnen und H. Janocha. *Integrierte Mess- und Leistungselektronik für piezoelektrische Self-Sensing Aktoren*. In *VDI-Berichte 1892.2*, Vol. 1892.2, S. 1137–1156, Wiesloch, 2005.
- [85] Y. Kyodo. *New control method of ultrasonic motor-constant current drive and equivalent circuit*. *Proc. of the 41st SICE Annual Conference*, 2:944–946, August 2002. doi: 10.1109/SICE.2002.1195292.
- [86] H.-J. Larisch. *Die Entwicklung eines Laserentfernungsmessers mit einem Phasenvergleichssystem nach dem Prinzip des phase-locked loop*. Universität Bonn, Geodätisches Institut, Dissertation, 1979.

- [87] W. W. Law, W.-H. Liao und J. Huang. *Vibration control of structures with self-sensing piezoelectric actuators incorporating adaptive mechanisms*. *Smart Materials and Structures*, 12:720–730, September 2003. doi: 10.1088/0964-1726/12/5/008.
- [88] S. J. Lee und H. Sohn. *Active Self-sensing scheme development for structural health monitoring*. *Smart Materials and Structures*, 15:1734–1746, 2006. doi: 10.1088/0964-1726/15/6/028.
- [89] S.-Y. Lee, B. Ko und W. Yand. *Theoretical modeling, experiments and optimization of piezoelectric multimorph*. *Smart Materials and Structures*, 14:1343–1352, 2005. doi: 10.1088/0964-1726/14/6/026.
- [90] M. Lippmann. *Principe de la conversation de l'électricité*. *Annales de Chimie et de Physique*, 24:145–178, 1881.
- [91] J. Lunze. *Regelungstechnik 1*. Springer, 4., erw. und überarb. Auflage, 2004. ISBN 3-540-20742-2.
- [92] J. Lunze. *Regelungstechnik 2*. Springer, 3., neu bearb. Auflage, 2005. ISBN 3-540-22177-8.
- [93] K. Magnus und K. Popp. *Schwingungen*. Teubner, 7., durchges. Auflage, 2005. ISBN 3-519-52301-9.
- [94] N. I. Margaris. *Theory of the Non-linear Analog Phase Locked Loop*. Springer, 2004. ISBN 3-540-21339-2.
- [95] J. E. Marsden und T. J. R. Hughes. *Mathematical foundations of elasticity*. Dover Publications, 1994. ISBN 0-486-67865-2.
- [96] O. Marti und A. Plettl. *Vorlesungsskript Physikalische Elektronik und Messtechnik*. Universität Ulm, 2007.
- [97] I. D. Mayergoyz. *Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view*. *Journal of Applied Physics*, 57(8):3803–3805, April 1985. doi: 10.1063/1.334925.
- [98] I. D. Mayergoyz. *Mathematical models of hysteresis and their applications*. Elsevier, 2003. ISBN 0-12-480873-5.
- [99] E. Mettler. *Stabilitätsfragen bei freien Schwingungen mechanischer Systeme*. *Ingenieur Archiv, (Archive of Applied Mechanics)*, 28(1):213–228, Januar 1959. doi: 10.1007/BF00536114.
- [100] R. Müller. *Berechnung harmonisch erregter Schwingungen kontinuierlicher Systeme unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Ansätze für die Materialdämpfung am Beispiel des „Timoshenko-Balkens“*. TU München, Institut für Bauingenieurwesen I, Dissertation, 1977.
- [101] C. Munzinger. *Adaptronische Strebe zur Steifigkeitssteigerung von Werkzeugmaschinen*. Shaker, 2007. ISBN 978-3-8322-5871-9.

- [102] W. K. H. Panofsky und M. Phillips. *Classical Electricity and Magnetism*. Addison-Wesley, 2. Auflage, 1962.
- [103] M. Papageorgiou. *Optimierung*. Oldenbourg, 2., erw. u. verb. Auflage, 1996. ISBN 3-486-23775-6.
- [104] S. K. Parashar, U. von Wagner und P. Hagedorn. *A Modified Timoshenko Beam Theory for Nonlinear Shear-Induced Flexural Vibrations of Piezoceramic Continua*. *Nonlinear Dynamics*, 37(3):181–205, August 2004. doi: 10.1023/B:NODY.0000044678.78930.cb.
- [105] S. K. Parashar, A. DasGupta, U. von Wagner und P. Hagedorn. *Non-linear shear vibrations of piezoceramic actuators*. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 40:429–443, Juni 2005. doi: 10.1016/j.ijnonlinmec.2004.05.001.
- [106] G. Park, H. Sohn, C. R. Farrar und D. J. Inman. *Overview of Piezoelectric Impedance-Based Health Monitoring and Path Forward*. *The Shock and Vibration Digest*, 35(6):451–463, November 2003.
- [107] D. Pawelczak. *Nutzung inhärenter Messeffekte von Aktoren und Methoden zur sensorlosen Positionsmessung im Betrieb*. Universität der Bundeswehr München, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Dissertation, 2005.
- [108] R. A. Pferner. *Mechanische Eigenschaften von PZT-Keramiken mit definiertem Gefüge*. Universität Stuttgart, Dissertation, 1997.
- [109] *Piezoelectric bending actuators, Disk translators, Piezoelectric tubes*. Piezomechanik GmbH, München, 2005. URL <http://www.piezomechanik.com>.
- [110] F. Preisach. *Über die magnetische Nachwirkung*. *Zeitschrift für Physik A*, 94(5-6):277–302, Mai 1935. doi: 10.1007/BF01349418.
- [111] A. Preumont. *Vibration Control of Active Structures*. Kluwer Academic Publishers, 2. Auflage, 2002. ISBN 0-306-48422-6.
- [112] J. Qiu und M. Haraguchi. *Vibration Control of a Plate using a Self-sensing Piezoelectric Actuator and an Adaptive Control Approach*. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 17:661–669, August-September 2006. doi: 10.1177/1045389X06055760.
- [113] U. Reiländer. *Das Großsignalverhalten piezoelektrischer Aktoren*. VDI-Verlag, 2003. ISBN 3-18-398508-X.
- [114] D. Richman. *Color-Carrier Reference Phase Synchronization Accuracy in NTSC Color Television*. In W. C. Lindsey und K. Simon, Marvin, (Hrsg.), *Phase-Locked Loops & Their Application*. IEEE Press, 1978.
- [115] M. Riemer, J. Wauer und W. Wedig. *Mathematische Methoden der Technischen Mechanik*. Springer, 1993. ISBN 3-540-55741-5.

- [116] C. Rudolf und W. Seemann. *Resonant Excitation of a Composite Beam Using Piezoelectric MFC Actuators*. In *Proc. of Actuator 2008, 11th International Conference on New Actuators*, S. 915–918, Bremen, Deutschland, 09.-11. Juni 2008. (P110), HVG.
- [117] C. Rudolf und J. Wauer. *Compensation of Geometric Errors in a PKM Machine Tool*. unveröffentlicht, 2008.
- [118] C. Rudolf, J. Wauer, J. Fleischer und C. Munzinger. *An approach for compensation of geometric faults in machine tools*. In *Proc. of IDETC/CIE*, Long Beach, CA, USA, 24.-28. September 2005. ASME, (DETC2005-84312).
- [119] C. Rudolf, T. Martin und J. Wauer. *Piezoelectric control of a machine tool with parallel kinematics*. In *Proc. of III Eccomas Thematic Conference on Smart Structures and Materials*, Danzig, Polen, 9.-11. Juli 2007. Eccomas, P17.
- [120] C. Rudolf, J. Wauer, C. Munzinger und M. Weis. *Piezoelectric control of a machine tool with parallel kinematics*. In *Proc. of Smart Structures and Materials & Nondestructive Evaluation and Health Monitoring Conference*, San Diego, CA, USA, 18.-22. März 2007. SPIE (6527-15). doi: 10.1117/12.714464.
- [121] K. Ruschmeyer. *Piezokeramik*. expert verlag, 1995.
- [122] P. M. Sain, M. K. Sain und B. Spencer. *Models for Hysteresis and Application to Structural Control*. In *Proc. of American Control Conference*, Vol. 1, S. 16–20, 4.-6. Juni 1997. doi: 10.1109/ACC.1997.611746.
- [123] H. Sakamoto. *Driving Circuit for Piezo-Electric Multimorph Transducer*. United States Patent Nr. 4237399, 2. Dezember 1980.
- [124] R. Sause, K.-S. Lee und J. Ricles. *Rate-Independent and Rate-Dependent Models for Hysteretic Behavior of Elastomers*. *Journal of Engineering Mechanics*, 133(11):1162–1170, November 2007. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2007)133:11(1162).
- [125] C. B. Sawyer und C. H. Tower. *Rochelle Salt as Dielectric*. *Physical Review*, 35(3):269–273, Februar 1930. doi: 10.1103/PhysRev.35.269.
- [126] O. Schaefer. *Die schwingende Saite als Dehnungsmesser*. *VDI-Z*, 63(41):1008–1009, Oktober 1919.
- [127] C. Schäfer, M. G. Rosenblum, J. Kurths und H.-H. Abel. *Heartbeat synchronized with ventilation*. *Nature*, 392:239–240, März 1998. doi: 10.1038/32567.
- [128] A. Schäufele. *Ferroelastische Eigenschaften von Blei-Zirkonat-Titanat-Keramiken*. Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 5: Grund- und Werkstoffe, Nr. 445, VDI-Verlag, 1996. ISBN 3-18-344505-0.
- [129] M. Schugt. *Aktor-Sensorverhalten von Piezoelementen in Kfz-Diesel-Einspritzsystemen*. Shaker, 2002. ISBN 3-8322-0636-1.

- [130] W. Seemann. *Technische Schwingungslehre*. Skript zur Vorlesung, Universität Karlsruhe (TH), 2007.
- [131] G. E. Simmers Jr., J. R. Hodgkins, D. D. Mascarenas, G. Park und H. Sohn. *Improved Piezoelectric Self-sensing Actuation*. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 15:941–953, Dezember 2004. doi: 10.1177/1045389X04046308.
- [132] A. Singh, S. Mishra, R. Lal und D. Pandey. *Coexistence of tetragonal and rhombohedral phases at the morphotropic phase boundary in PZT powders I. X-ray diffraction studies*. *Ferroelectrics*, 163(1-4):103–113, 1995.
- [133] J. G. Smits und S. I. Dalke. *The Constituent Equations of Piezoelectric Bimorphs*. In *Proc. of IEEE, Ultrasonics Symposium*, Vol. 2, S. 781–784, Montreal, Kanada, 3.-6. Oktober 1989. doi: 10.1109/ULTSYM.1989.67092.
- [134] H. A. Sodano. *Macro-Fiber Composites for Sensing, Actuation and Power Generation*. Master's thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003.
- [135] H. A. Sodano, G. Park und D. J. Inman. *An investigation into the performance of macro-fiber composites for sensing and structural vibration applications*. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18:683–697, 2004. doi: 10.1016/S0888-3270(03)00081-5.
- [136] R. L. Spangler Jr. und S. R. Hall. *Broadband active structural damping using positive real compensation and piezoelectric simultaneous sensing and actuation*. *Smart Materials and Structures*, 3:448–458, Dezember 1994. doi: 10.1088/0964-1726/3/4/007.
- [137] H. Stöcker. *Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren*. Deutsch, 4. Auflage, 1999. ISBN 3-8171-1573-3.
- [138] B. Thomson. *Ein Beitrag zur Präzisionskraftmessung nach dem Prinzip der schwingenden Saite*. TU Berlin, Dissertation, 1969.
- [139] J. Tichý und G. Gautschi. *Piezoelektrische Meßtechnik*. Springer, 1980. ISBN 3-540-09448-2.
- [140] H. F. Tiersten. *Linear Piezoelectric Plate Vibrations*. Plenum Press, 1969.
- [141] U. Tietze und C. Schenk. *Halbleiter-Schaltungstechnik*. Springer, 12. Auflage, 2002. ISBN 3-540-42849-6.
- [142] C. C. Timmermann. *Hochfrequenztechnik mit CAD*. Profund, 1997.
- [143] J. H. Vincent. *On Some Experiments in Which Two Neighboring Maintained Oscillatory Circuits Affect a Resonating Circuit*. *Proc. Royal Society*, 32(2):84–91, 1919-1920.

- [144] J. S. Vipperman und R. L. Clark. *Hybrid Analog and Digital Adaptive Compensation of Piezoelectric Sensoriactuators*. In *36th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference and AIAA/ASME Adaptive Structures Forum*, S. 2854–2859, (AIAA–95–1098–CP), New Orleans, LA, USA, April 1995.
- [145] J. S. Vipperman und R. L. Clark. *Implementation of an adaptive piezoelectric sensoriactuator*. *AIAA Journal*, 34:2102–2109, 1996.
- [146] D. Vischer und H. Bleuler. *Self-sensing active magnetic levitation*. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2):1276–1281, März 1993. doi: 10.1109/20.250632.
- [147] U. von Wagner. *Nichtlineare Effekte bei Piezokeramiken unter schwachem elektrischen Feld: Experimentelle Untersuchung und Modellbildung*. GCA-Verlag, 2003. ISBN 3-89863-126-5.
- [148] C. Ware. *Récupération d’horloge par boucle à verrouillage de phase utilisant le mélange à quatre ondes dans un amplificateur optique à semi-conducteurs*. École Nationale Supérieure des Télécommunications, Dissertation, Paris, 2003.
- [149] J. Wauer. *Vibration Theory of Piezoceramic Rods*. In *Proc. of 8th International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC)*, S. 288–293, (MA3–4), Daejeon, Korea, 27.-30. August 2006.
- [150] J. Wehr. *Temperaturabhängige Untersuchungen zum mikroskopischen und makroskopischen Dehnungsverhalten von akzeptor- und donatordotierten PZT-Keramiken*. Universität Karlsruhe (TH), Fakultät für Maschinenbau, Dissertation, 2003.
- [151] M. S. Weinberg. *Working Equations for Piezoelectric Actuators and Sensors*. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 8(4):529–533, Dezember 1999.
- [152] L. R. Wilberforce. *On the Vibrations of a Loaded Spiral Spring*. *Philosophical Magazine*, 38:386–392, 1894.
- [153] K. Willner. *Kontinuums- und Kontaktmechanik*. Springer, 2003. ISBN 3-540-43529-8.
- [154] J. Wittenburg und E. Pestel. *Festigkeitslehre*. Springer, 3., neu bearb. und erw. Auflage, 2001. ISBN 3-540-42099-1.
- [155] D. H. Wolaver. *Phase-Locked Loop Circuit Design*. Prentice Hall, 1991. ISBN 0-13-662743-9.
- [156] D. Zhou. *Experimental investigation of non-linear constitutive behavior of PZT piezoceramics*. Forschungszentrum Karlsruhe GmbH, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6869, Dissertation, 2003.

Schriftenreihe des Instituts für
Technische Mechanik



ISSN: 1614-3914

ISBN: 978-3-86644-267-2

www.uvka.de