

# **Auswertung und Charakterisierung dreidimensionaler Messdaten technischer Oberflächen mit Riefentexturen**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktors der Ingenieurwissenschaften**

von der Fakultät für Maschinenbau  
der Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

**Dissertation**

von

MSc Binjian Xin

aus Songjiang, China

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. C. Stiller

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. G. Bretthauer

Tag der mündlichen Prüfung: 26.03.2008



# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Karlsruhe (TH). Die Arbeit wurde von Professor Dr.-Ing. Christoph Stiller betreut. Ihm möchte ich herzlich danken für die Anregungen und Diskussionen am Institut. Außerdem bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing Franz Mesch, durch dessen Blockvorlesung in Shanghai mir der Weg nach Karlsruhe aufgezeigt hatte.

Herrn Prof. Dr. Ing. habil. Georg Bretthauer danke ich für die freundliche Übernahme des Korreferates und für sein Interesse an meiner Arbeit.

Den Kollegen schulde ich großen Dank. Die angenehme und kollegiale Atmosphäre am Institut hat im Wesentlichen meine Arbeit inspiriert. Insbesondere möchte ich mich bei Herrn Sören Kammel, Herrn Christoph Speck, Herrn Thao Dang sowie Herrn Frank-Stefan Müller für das Korrekturlesen des Manuskripts bedanken. Ebenso danke ich dem Sekretariat, Frau Erna Nagler, Frau Sieglinde Klimesch und Frau Silke Rittershofer, der Werkstatt, stellvertretend Herrn Manfred Hauser und Herrn Markus Hoffner, sowie Herrn Werner Paal für die Hilfe und die Unterstützung bei unzähligen Angelegenheiten.

Herrn Dipl.-Ing Tobias Hercke, Herrn Dr.-Ing Norbert Rau und Frau Adele Warzok von Daimler Stuttgart danke ich für die zahlreichen Diskussionen und die freundliche Unterstützung während der Arbeit.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei meiner Frau Yuan bedanken, die mein Leben in den vergangenen Jahren bereichert und verändert hat. Diese Arbeit ist meinen Eltern gewidmet.

早發竹下

范成大

結束晨粧破小寒  
跨鞍聊得散疲頑  
行衝薄薄輕輕霧  
看放重重疊疊山  
碧穗炊煙當樹直  
綠紋溪水趁橋彎  
清禽百轉似迎客  
正在有情無思間

獻给我的父亲忻善华

There the sun lighted me to hoe beans, pacing slowly backward and forward over that yellow gravelly upland, between the long green rows, fifteen rods, the one end terminating in a shrub oak copse where I could rest in the shade, the other in a blackberry field where the green berries deepened their tints by the time I had made another bout.

— Henry David Thoreau

## Kurzfassung

Die Oberflächenmesstechnik umfasst eine Menge von Informationen, die wertvoll für die Qualitätskontrolle sind. Werkstücke mit geschliffener, gehonter, geräumter oder gefräster Oberfläche weisen häufig Mikrotexturen auf, die aus stochastisch verteilten Riefen und Riefenscharen bestehen. Deshalb ist es für eine effiziente Auswertung nötig, diese Texturkomponenten zu zerlegen und die Riefentextur vom Hintergrund zu separieren. Im Rahmen dieser Arbeit werden 3D-Oberflächendaten genutzt, die mit optischen Messgeräten erfasst wurden. Ein Tiefenbild wird als eine Kombination aus Formanteil, Referenzfläche und Rauheit betrachtet. Durch Vorverarbeitungen werden zuerst der nominellen Formanteil und die Ausreißer eliminiert. Eine Interpolation in den undefinierten Bereichen wird dann durchgeführt. Anschließend wird die Referenzfläche berechnet und damit die Riefentextur herausgearbeitet. Es werden zwei Ansätze zur Separation von Riefentexturen vorgestellt, die auf einer geometrischen bzw. spektralen Modellierung beruhen. Diese Separation ermöglicht eine getrennte Auswertung von Komponenten der Oberfläche mit unterschiedlichen Funktionalitäten. Auf Basis der Separationsergebnisse wird die geometrische Charakterisierung der Oberflächen vorgestellt, deren robuste und zuverlässige Kenngrößen zur Beurteilung der Oberflächenqualität herangezogen werden können.

**Schlagerworte:** 3D-Oberflächendaten, Riefentextur, Bildverarbeitung.

## Abstract

Machine work pieces with ground, honed, broached or milled surfaces frequently have microtextures consisting of stochastically placed grooves and groove bands. In this work the depth data acquired by optical instruments are exploited for the surface analysis. The images are treated as a composition of nominal shape component, reference surface and roughness. As pre-processings, the nominal shape component and the outliers are eliminated and the undefined regions are interpolated. Two new algorithms are presented based on a spectral and geometric model respectively, for efficiently extracting groove textures from depth images. This decomposition enables a separate evaluation of different components of the surface data. The geometric characterization of the surface based on the separation is presented, which provides reliable and robust parameters for the evaluation of the surface quality.

**Keywords:** 3D-surface data, groove texture, image processing.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>vi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Geometrische Auswertung von Oberflächen . . . . .	1
1.2 Oberflächencharakterisierung . . . . .	5
1.2.1 Klassifikation der Oberflächen . . . . .	7
1.2.2 Rauheit und Riefenstrukturen . . . . .	8
1.3 Modellierung der Riefentextur . . . . .	9
1.3.1 Spektrale Modellierung . . . . .	9
1.3.2 Geometrische Modellierung . . . . .	10
1.4 Ziel der Arbeit . . . . .	11
1.5 Aufbau der Arbeit . . . . .	12
<b>2 Datenerfassung</b>	<b>15</b>
2.1 Konfokalmikroskopie . . . . .	18
2.2 Weißlicht-Interferometrie . . . . .	20
2.3 Messunsicherheit . . . . .	23
<b>3 Vorverarbeitung</b>	<b>25</b>
3.1 Entfernen von Ausreißern . . . . .	25
3.1.1 Explorative Statistik (Boxplot-Verfahren) . . . . .	29
3.1.2 Lokaler Ausreißer-Faktor (LOF) . . . . .	30
3.1.3 Modifiziertes Adaptives mittelgewichtetes Median-Filter . . . . .	32
3.2 Interpolation in undefinierten Bereichen . . . . .	34
3.2.1 Lokale lineare Interpolation . . . . .	35
3.2.2 Flächenregularisierung . . . . .	36

3.3	Datenausrichtung . . . . .	37
3.3.1	Parametrisierung der Zylinderfläche . . . . .	37
3.3.2	Least-Squares-Schätzung . . . . .	39
3.3.3	Qualität des Schätzers . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Referenzfläche</b>	<b>49</b>
4.1	Stand der Technik — Lineare 2D-Filterung . . . . .	50
4.1.1	2D-Gaußfilter . . . . .	50
4.1.2	2D-Wavelet-Filter . . . . .	51
4.2	Morphologische Filterung . . . . .	55
4.2.1	Morphologisches Füllen von Löchern . . . . .	56
4.3	Elastisches Kugel-Abroll-Verfahren . . . . .	58
4.4	Regularisierung . . . . .	60
4.4.1	Zweidimensionale Regressionssplines . . . . .	60
4.4.2	Energie-Modell . . . . .	63
4.4.2.1	Steifigkeit der Referenzfläche . . . . .	66
4.5	Vergleich der Verfahren . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Separation</b>	<b>69</b>
5.1	Spektrale Verfahren . . . . .	70
5.1.1	Fourier-Transformation . . . . .	70
5.1.2	2D-Wavelet-Transformation . . . . .	73
5.1.3	Spektrale Modellierung der Riefentextur . . . . .	75
5.1.4	Ridgelet-Paket-Transformation . . . . .	77
5.1.4.1	Diskrete Radon-Transformation . . . . .	79
5.1.4.2	Diskrete Ridgelet-Paket-Transformation . . . . .	84
5.1.4.3	Ergebnisse . . . . .	87
5.2	Geometrische Verfahren . . . . .	92
5.2.1	Separation von Riefenscharen . . . . .	92
5.2.1.1	Bestimmung der Orientierung von Riefenscharen . . . . .	94
5.2.1.2	Die Bresenham'sche Gerade . . . . .	95



Inhaltsverzeichnis	v
5.2.1.3 Schätzung von Riefenmustern . . . . .	96
5.2.2 Separation von einzelnen Riefen . . . . .	98
5.2.2.1 Normierte Radon-Transformation . . . . .	99
5.2.2.2 Detektion von Vertiefungen im Radon-Bereich . . . . .	102
5.3 Vergleich der Verfahren . . . . .	106
<b>6 Charakterisierung</b>	<b>109</b>
6.1 Riefen . . . . .	110
6.2 Plateaus . . . . .	112
6.3 Defekte . . . . .	112
<b>7 Zusammenfassung</b>	<b>115</b>
<b>A Fraktale Modellierung des Rauheitsprofils</b>	<b>119</b>
<b>B Anhang zu Kap. 3.3</b>	<b>122</b>
B.1 Linearisierung . . . . .	122
B.2 Bestimmung von $z$ . . . . .	123
B.3 Untere Grenze von Cramer-Rao . . . . .	124
<b>C Geodätische Transformationen</b>	<b>127</b>
C.1 Füllen von Löchern . . . . .	128
C.2 $h$ -Minima- und $h$ -konkave Transformation . . . . .	129
C.3 Dynamik der Minima . . . . .	129
C.4 Minimaauferlegung . . . . .	130
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>131</b>

# Symbolverzeichnis

## Operatoren

$\wedge$	Punktweise Minimum
$\vee$	Punktweise Maximum
$\cup$	Vereinigungsmenge
$ \cdot $	Amplitude einer komplexen Funktion
$\ \cdot\ $	Betrag eines Vektors
$(\mathbf{x}, \mathbf{y})$	Inneres Produkt von Vektor $\mathbf{x}$ und $\mathbf{y}$
**	Faltung (zweidimensional)
$\mathbf{A}^-$	(Moore-Penrose) Pseudoinverse von Matrix $\mathbf{A}$
$\mathbf{A} > \mathbf{B}$	$\mathbf{A} - \mathbf{B}$ ist eine positive semidefinite symmetrische Matrix
$\text{cov}(\boldsymbol{\theta})$	Kovarianzmatrix von Vektor $\boldsymbol{\theta}$
$E\{ \}$	Erwartungswert
$E[\chi \mathbf{x}]$	Bedingte Erwartung von $\chi$ unter der Bedingung $\mathbf{x}$
$E_{\mathcal{D}} [ \ ]$	Erwartung in Bezug auf den Datensatz $\mathcal{D}$
$\mathcal{F}\{ \cdot \}$	Fourier-Transformation
$\mathcal{F}^{-1}\{ \cdot \}$	Inverse Fourier-Transformation
$\mathcal{F}_1\{ \cdot \}$	1D-Fourier-Transformation
$\mathcal{F}_1^{-1}$	1D-inverse Fourier-Transformation
$\mathcal{F}_n$	n-dimensionale Fourier-Transformation
$\mathcal{R}$	Radon-Transformation
$\text{tr}[\cdot]$	Spur einer Matrix
$( \ )'$ oder $\frac{d}{dt}$	Ableitung
$\nabla g = \left( \frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}, \frac{\partial g}{\partial z} \right)^T$	Gradient
$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$	Laplace-Operator

## Abkürzungen

ACWM	Adaptive Center Weighted Median Filter
CG	Conjugate gradient method (Verfahren der konjugierten Gradienten)
CRLB	Cramer-Rao-Lower-Bound (die Untere Grenze von Cramer-Rao)
CRT	Continuous Ridgelet Transform
CWT	Continuous Wavelet Transform
DDA	Digital Differential Analyzer
DWT	Discrete Wavelet Transform
DRP	Discrete Ridgelet Packet Transform
EKA	Elastisches Kugel-Abroll Verfahren
FSS	Fast Slant Stack
FRAT	Finite Radon Transform
FRIT	Finite Ridgelet Transform
FT	Fourier transform
IFRAT	Inverse Finite Radon Transform
IFSS	Inverse Fast Slant Stack
$k$ -NN	$k$ Nearest Neighbors
LS	Least Squares
LSI	Linear space invariant (Linear ortsinvariant)
LTI	Linear time invariant (Linear zeitinvariant)
PFT	Pseudopolar Fourier Transform
RPY	Roll-Pitch-Yaw
SNR	Signal to Noise Ratio
SOR	successive over-relaxation
WDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
WP	Wavelet packet
WT	Wavelet transform

## Symbole

$a$	y-Achsenabschnitt der Geraden
$A$	Querschnittsfläche für EKA-Modellierung
$b$	z-Achsenabschnitt der Geraden
$a_{L_0 k ij}$	Skalierungskoeffizient der WT
$b_{lk ij}$	Waveletkoeffizient der WT
$B_i(u)$	Kubische uniforme B-Spline
$B_{kl}(x, y)$	Tensor-Produkt der B-Splines
$c_i$	Gewichtungsfaktor des i-ten Riefenschar
$d_{ij}$	Zufällige Position des j-ten Riefe der i-ten Schar
$d(p, o)$	Euklidischer Abstand zwischen $p$ und $q$
$D$	Datengenauigßit des Energiemodells
$\text{DYNMIN}(f)$	Geodätischer Operator „Dynamik eines Minimums“
$e(\cdot)$	Entropie
$E$	Elastizitätsmodul
$F$	Kraft
$f_m$	Markierungsbild der morphologischen Rekonstruktion
$\check{f}(\rho, \theta)$	Radon-Transformierte von $f$
$\check{f}(\rho_r, \theta_t)$	Diskrete Radon-Transformierte von $f$
$\check{f}_N(\rho_r, \theta_t)$	Normierte diskrete Radon-Transformierte
$(f_\rho, f_\varphi)$	Transformationsbereich zur Unterdrückung radialer Strahlen
$g(\mathbf{x})$	Rauheitsanteil
$G(\mathbf{f})$	Fourier-Transformierte des Rauheitsanteils
$\mathcal{G}_{\tau, \lambda}$	Knotengitter
$k$	Orientierung der Geraden
$h$	Steigung der Geraden in der Tiefenrichtung
$H$	Hurst-Exponent
$\mathbf{H}$	Designmatrix
$\text{HKONKAV}_h(f)$	Geodätische h-konkave Transformation
$I(z)$	Intensitätsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe $z$
$\mathbf{J}_\alpha$	Fisher-Informationsmatrix
$k$	Translation in der Wavelet-Transformation

$k$ -distance( $o$ )	Abstand zwischen $o$ und der $k$ -ten nächsten Nachbar
$l$	Stufe der Skalierung in der Wavelet Transformation oder Länge der Feder für EKA-Modellierung
$L = (w \times w - 1)/2$	Hälfte der betrachteten Fenstergröße $w \times w$
$L_0$	Anfangsskalierung in der Wavelet Transformation
$L_{k,l}$	Diskrete Linie für Berechnung der FRAT-Transformation. $k$ und $l$ sind jeweils die Steigung und der Achsenabstand.
$\mathcal{L}_{LS}$	Least-Squares-Maß
$l_\alpha$	Score-Funktion
$\text{LOF}_{\text{MinPts}}(p)$	Lokaler Ausreißer-Faktor (Local Outlier Factor) von $p$ bezüglich der <i>MinPts</i> -Nächsten-Nachbarn
$\text{Ird}_{\text{MinPts}}(p)$	Lokale Erreichbarkeitsdichte um $p$ in der <i>MinPts</i> -nächste Nachbarschaft
$M$	Momentmatrix
$M(f_\rho, f_\varphi)$	Kerbfiler auf der $f_\rho, f_\varphi$ -Ebene
$N_l^n(u)$	B-Spline n-ter Ordnung
$\mathbf{p} = [h, b]^T$	zu schätzende Geradenparameter
$\text{reach-dist}_k(p, o)$	Erreichbarkeitsabstand (engl. reachability distance) zwischen $p$ und $o$ bezüglich $k$ -distance( $o$ )
$P^{\text{prior}}(\omega)$	a priori Verteilung von $\omega$
$P(\chi \omega)$	Bedingten Verteilung von $\chi$ unter der Bedingung von $\omega$
$r_i(\xi_i, d_{ij})$	Ortsvariantes Riefenprofil
$R_f(\theta, s)$	Radon-Transformierte von $f$
$R_g(f)$	Morphologische Rekonstruktion durch Dilation
$R_g^*(f)$	Morphologische Rekonstruktion durch Erosion
$r_k(l)$	Finite-Radon-Transformation. $k$ und $l$ sind jeweils die Steigung und der Achsenabstand der diskreten Linie.
$R_x(t, s)$	Autokorrelationsfunktion des nichtstationären $x(t)$
$S$	Deformierungsterm des Energiemodells
$s_i(\xi_i)$	Der i-te Speiseprozess
$S_x(\omega)$	Leistungsdichtespektrum eines $1/f$ -Prozesses
$T$	Schwellwert
$T_{h_0}$	Schwellwert mit $h_0$

$t_i(\xi_i)$	Die i-te Riefenschar
$\mathbf{t} = (t_x, t_y, t_z)^T$	Verschiebungsvektor
$u_0, \dots, u_K$	Knotenvektor der B-Splines
$w$	Seitenlänge des betrachteten Fensters
$U^{\text{post}}(\omega \chi)$	Energiefunktion
$\bar{\mathbf{W}}_\alpha$	Gewichtungsmatrix
$w(\mathbf{x})$	zweidimensionale Gewichtungsfunktion der Filterung
$\mathbf{x} = (x, y)^T$	Koordinate in 2D-Raum
$\mathbf{x} = (x, y, z)^T$	Koordinate in 3D-Raum
$z(\mathbf{x})$	Messdaten
$\beta$	Nickwinkel
$\chi(\mathbf{x})$	Summe der Referenzfläche und der Rauheit
$\delta(x)$	Diracsche Delta-Funktion im Ortsbereich
$\Delta l$	Längenänderung der Feder für die EKA-Modellierung
$\delta^{(1)}(f)$	Elementare Dilatation
$\varepsilon_B(I)$	Erosion mit dem Strukturelement $B$
$\delta_{\check{B}}$	Dilatation mit dem gespiegelten Strukturelement $\check{B}$
$\delta_g^{(1)}(f)$	Geodätische Dilatation
$\varepsilon^{(1)}(f)$	Elementare Erosion
$\varepsilon_g^{(1)}(f)$	Geodätische Erosion
$\varepsilon$	Residuum
$\eta_i$	Die erste Achse des i-ten lokalen Koordinatensystems einer Riefenschar
$\gamma$	Rollwinkel
$\gamma_B(I)$	Morphologische Öffnung
$\lambda$	Gewichtung des Membranmodells
$\lambda(\rho)$	Riefenprofil
$\lambda_i$	Intensität des i-ten Poisson-Prozesses
$\{\lambda_1, \dots, \lambda_q\}$	Knotenvektor der zweiten Koordinate für $\mathcal{G}_{\tau, \lambda}$
$\mu$	Gewichtung des Plattenmodells
$\omega(\mathbf{x})$	Referenzfläche
$\phi_{Lok}(\xi_i)$	Skalierungsfunktion
$\varphi(\beta, \gamma)$	Rotationsmatrix
$\psi(\mathbf{x})$	Nominelle Form

$\psi_{lk}(\xi_i)$	Wavelet-Basisfunktionen
$\psi(x)$	1D-Wavelet-Funktion
$\psi_{a,b,\theta}(\mathbf{x})$	Kernfunktion der 2D-CRT
$\rho$	Ursprungsabstandsparameter der Radon-Transformation
$\rho(\cdot)$	$\rho$ -Funktion des M-Estimators
$\rho_B(f)$	Morphologische Top-Hat-Transformation
$\sigma$	Standardabweichung
$\sigma_n^2$	Varianz des Rauschens
$\hat{\sigma}_X^2$	lokale Varianz
$\Sigma$	Kovarianzmatrix
$\{\tau_1, \dots, \tau_q\}$	Knotenvektor der ersten Koordinate für $\mathcal{G}_{\tau,\lambda}$
$\theta$	Winkelparameter der Radon-Transformation
$\boldsymbol{\theta} = (\beta, \gamma, t_y, t_z, R)^T$	Parametervektor der Schätzung für die Zylinderfläche
$\boldsymbol{\xi}_i = (\xi_i, \eta_i)^T$	Das i-te Lokale Koordinatensystem einer Riefenschar
$\xi_i$	Die zweite Achse des i-ten lokalen Koordinatensystems einer Riefenschar





# 1 Einleitung

**A**ngesichts der ständig steigenden Anforderungen an Energieeinsparung und Umweltschutz wird die Industrie großem Wettbewerb ausgesetzt. Eines der wichtigsten Themen ist die Optimierung der Reibung auf technischen Oberflächen von Lagern, Führungen, Getrieben, Motoren und anderen Maschinenelementen. Dies betrifft insbesondere die Automobilindustrie, weil dort als Hauptantrieb Verbrennungsmotoren eingesetzt werden, die zahlreiche tribologische Oberflächen enthalten. Allerdings ist der Energieverbrauch in den Motoren nicht sehr effektiv. Nur ca. 12% der Energie im verbrauchten Kraftstoff wird für den Antrieb von Rädern umgewandelt, während ungefähr 60% davon in Form von Wärme entweder auf Zylinderwände abgeführt oder in Abgasen ausgestoßen wird [Tay98, Pri00]. Die Reibung stellt dabei den Hauptverlust des Energieverbrauchs im Motor dar [Tun04]. Deswegen ist eine effektive Schmierung durch tribologische Maßnahmen unter minimaler Umweltbelastung sehr erwünscht. Außer Beschichtung, Schmierstoff und Additiven spielt die Oberflächentopographie eine sehr wichtige Rolle.

## 1.1 Geometrische Auswertung von Oberflächen

Die Bedeutung von Oberflächentopographien industrieller Prozesse, wie z. B. Rauheit und Formabweichung, ist seit Langem Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen. Viele bedeutende Wissenschaftler wie Da Vinci, Amontons und Coulomb haben grundlegende Untersuchungen zur Reibung durchgeführt. Es ist leicht einzusehen, dass die Rauheit der Oberfläche eine Eigenschaft darstellt, die im Zusammenhang mit der Reibung steht. Die Beschreibung der Rauheit ist jedoch allgemein schwierig, weil sie sowohl von der Messmethode als auch von der Skala der Beobachtung abhängt [Tho99]. Erst im 20. Jahrhundert konnte man den Zusammenhang zwischen Reibung [Arc57] und Oberflächenstrukturen formulieren. Das Gleiche gilt für die Zusammenhänge zwischen Schmierung [Nor42], Verschleiß [Bur52, Bur57] und Oberflächenstrukturen.

Mit fortschreitender Entwicklung der Industrie ist auch der Bedarf an einer Qualitätskontrolle von Oberflächen kontinuierlich angewachsen. Dazu wurden eine Vielzahl von Fertigungsverfahren entwickelt, welche die Oberflächen auf verschiedene Art und Weise bearbeiten können. Dabei ist allerdings nicht genau bekannt, was eine

gute Oberfläche auszeichnet. Beispielsweise hatte der englische Autohersteller Bentley Racing-Car 1926 herausgefunden, dass ihre eigens produzierten Motoren, die exakte geometrische Toleranzen und strikte Rauheitswerte aufweisen, schlechter funktionierten als zugekaufte Teile [Whi00]. Inzwischen ist nun bekannt, dass das Defizit daran lag, dass das Laufverhalten von Kolbenringen und Kolben maßgeblich von der Mikrogeometrie der Laufbahn beeinflusst wird und die von Bentley gefertigten Zylinderlaufbahnen zu glatt für die Ölhaltung waren. Eine bekannte Bearbeitungsmethode zur Verbesserung der Oberflächentopographie für eine Vielzahl funktioneller Oberflächen, insbesondere Zylinderlaufflächen, ist das Honen. Eine Weiterentwicklung dieses Verfahrens ist das sogenannte Plateauhonen, bei dem die Rauheitsspitzen so abgearbeitet werden, dass Plateaus mit verringerter Rauheit entstehen, die durch tiefe Riefen voneinander getrennt sind [Bas04]. Darüber hinaus existieren eine Reihe weiterer Modifikationen des Honprozesses. Um den spezifischen Ölverbrauch zu reduzieren, werden Laserhönungen mit Spiral-, Taschen- oder Kreuzstrukturen und sehr fein strukturierte Honung verwendet. Dadurch verbessern sich die Motoreigenschaften erheblich [Kra00]. Zugleich entstehen jedoch komplexe Oberflächentexturen. Im Rahmen dieser Arbeit werden Analyse und Auswertung von Hontexturen auf Zylinderlaufbahnen untersucht.

Das gezielte Erzeugen bestimmter Oberflächentexturen wird als ein Wendepunkt der Oberflächenbearbeitung angesehen. Die auf diese Weise gewonnene Oberfläche wird als „Designer-Oberfläche“ bezeichnet, die anhand von Funktionalitäten wie Reibung, Glanz, Lackierbarkeit, Tragfähigkeit, Dichte usw. entworfen wurde. Jedoch konnten Oberflächen mit guten Laufeigenschaften überwiegend aufgrund von Erfahrungen gefertigt werden. Nach wie vor fehlt für die Beziehung zwischen den Eigenschaften der Zylinderlaufflächen und der Topographie der Oberflächen ein volles Verständnis, das für eine Optimierung der Motoren unentbehrlich ist. Ein weiterer Schritt, der den Regelkreis der Qualitätskontrolle abschließen kann, ist die systematische quantitative Auswertung der erfassten Oberflächendaten hinsichtlich der Funktionalitäten und die Repräsentation der Oberfläche durch aussagekräftige Merkmale. Dennoch basieren zur Zeit die Aussagen über den Zusammenhang zwischen den Oberflächenstrukturen und den Funktionalitäten im Wesentlichen noch auf Erfahrungen und Vermutungen von Experten [Kra00].

Die Nutzung eines parametrischen Modells zur Assoziation numerischer Werte mit gemessener Topographie wurde seit Langem diskutiert [Hum80]. Kenngrößen erlauben einen effizienten Vergleich verschiedener Oberflächen. Seit Jahrzehnten wächst die Anzahl unterschiedlicher parametrischer Modelle rasch an, die von verschiedenen nationalen und firmeneigenen Normen übernommen worden sind. Sie sind nach und nach durch internationale ISO-Normen [ISO98b, ISO98a, ISO96c, ISO96b] ersetzt worden. In [ISO98b] sind zum Beispiel 11 Kenngrößen für 2D-Messdaten definiert. Die Inhalte der ISO-Normen spiegeln die vielfältigen Ansprüche der verschiedenen

Länder wider. Während britische und amerikanische Hersteller den Schwerpunkt auf die Qualitätskontrolle legen, betonen deutsche und russische die Funktionalität der Oberflächen.

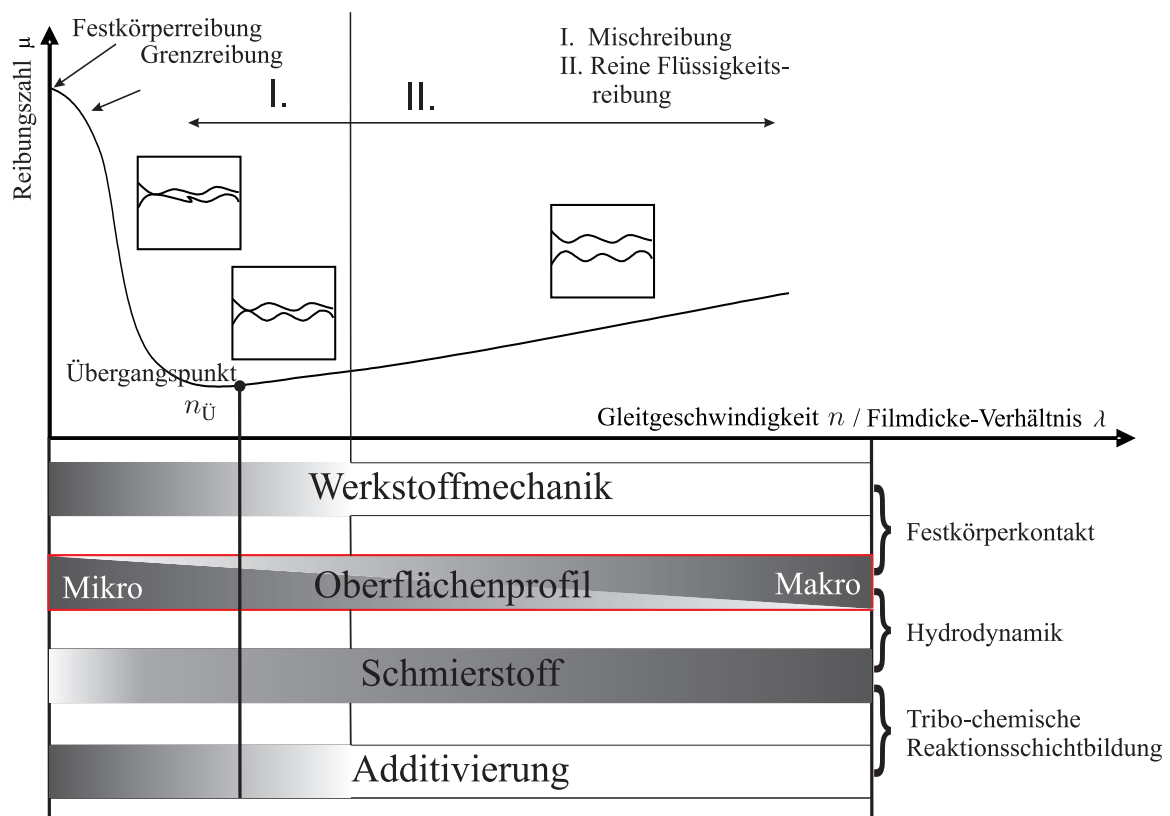
Ein großer Nachteil der genormten Kenngrößen besteht darin, dass sie die Oberflächen nicht vollständig beschreiben. So kann zum Beispiel dieselbe Rauheitskenngröße zu völlig unterschiedlichen Topographien führen. Das liegt daran, dass die Rauheitskenngrößen meist integrale Werte oder Extremwerte darstellen und somit die Geometrie der Topographie nicht direkt beschreiben.

Die Mehrdeutigkeit in den Kenngrößen ist ein weiteres Problem. Der Austausch von Informationen über eine Oberfläche durch einen definierten Parametersatz ist nur gültig, wenn die Parameter über eine präzise mathematische Definition verfügen. Ohne solche Definitionen werden verschiedene Interpretationen zugelassen, wie diese Parameter berechnet werden. Dies kann weiter zu diversen programmiertechnischen Implementierungen führen. [Lea02] zeigt am Beispiel des Parameters „ $RSm$ “ in [ISO98b], die mittlere Rillenbreite der Profilelemente, dass solche Mehrdeutigkeiten existieren. Dies gilt auch für andere Parameter wie die Spitzenanzahl „ $Pc$ “, die mittlere Höhe der Profilelemente „ $Sm$ “ etc. Die Mehrdeutigkeit schwächt die Nachweisbarkeit der gemessenen Oberflächentextur ab und erschwert die Interpretation der Oberflächenfunktionalität.

Nicht zuletzt fehlt den Parametersätzen eine Angabe über die Unsicherheiten der berechneten Kennwerte, ohne die eine Evaluierung anhand dieser Parameter keinen soliden Vergleich ermöglicht. All diese Nachteile gelten ebenso für die Parameter von 3D-Daten, sofern auch dort keine eindeutigen mathematischen Definitionen vorliegen.

Zur Optimierung von Reibungseigenschaften werden die sich zueinander bewegendenden Oberflächen geschmiert. Es ist bekannt, dass Energieverbrauch, Verschleiß und Dauerfestigkeit von tribologischen Systemen in zahlreichen technischen Anwendungen durch Mischreibungsvorgänge bestimmt werden, wobei die tribologischen Eigenschaften neben den Schmierstoffeigenschaften maßgeblich durch die Mikrostruktur der Oberflächen bestimmt werden.

Bild 1.1 zeigt die sogenannte Stribeckkurve, welche die Reibungszahl abhängig von der Gleitgeschwindigkeit bei hydrodynamischer Reibung (geschmiertem Kontakt) beschreibt. Mit zunehmender Relativgeschwindigkeit werden nacheinander Festkörperreibung, Grenzreibung, Mischreibung und reine Flüssigkeitsreibung durchlaufen. Die kleinste Reibungszahl  $\mu$  wird beim Übergangspunkt im Bereich der Mischreibung erzielt. Unter den Einflussgrößen spielt die Oberflächengeometrie in allen Phasen der Reibung eine wichtige Rolle. Während die Mikrogeometrie bei kleinerer Geschwindigkeit mitwirkt, bestimmt die Makrostruktur zusammen mit dem Schmierstoff bei einer vollständigen Hydrodynamik die Reibungsei-



**Bild 1.1:** Stribeckkurve (schematisch), Reibungsarten und Einflussgrößen [Lag00, Czi03]. Die dunkle Farbe entspricht einem großen Einfluss und die helle einem kleinen Einfluss.

genschaften. Dabei hängen die hydrodynamischen Traganteile und die lokalen Festkörpertraganteile im Mischreibungsbereich von dem mikrogeometrischen Oberflächenprofil ab [Lag00]. Im Mischreibungsbereich, in dem die optimalen tribologischen Eigenschaften erzielt werden, wird der Festkörperkontakt hauptsächlich von der Mikrostruktur bestimmt. Allgemein ist festzustellen [Whi97], dass die Reibung und die Oberflächenspannung größtenteils von der Rauheit im Mikrometer- und Nanometerbereich abhängen.

Mit der Entwicklung der Forschung für Schmierung wird immer öfter das sogenannte Filmdicke-Verhältnis (engl. film thickness ratio)

$$\lambda = \frac{h}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}} \quad (1.1)$$

als ein wichtiger Parameter benötigt [Tun04]. Dabei stellt  $h$  die Ölfilmdicke dar, die durch klassische Verfahren der Dünnfilmanalyse [Bub02] berechnet wird.  $\sigma_1^2$  und  $\sigma_2^2$  sind die Rauheitskenngrößen beider Kontaktflächen. Der Nenner  $(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}$  wird normalerweise als gemischte Rauheit bezeichnet. Die Stribeckkurve Bild 1.1

lässt sich auch mit  $\lambda$  als Abszisse darstellen. Damit wird die Bedeutung der Oberflächentopographie in der Tribologie hervorgehoben.

Die in den oben erwähnten Normen definierten Rauheitskennwerte wie  $R_{max}$ ,  $R_a$  und  $R_z$  können für eine einfache geometrische Charakterisierung verwendet werden. Für eine direkte Charakterisierung der hydrodynamischen Trag- und Reibungskräfte reichen diese Kennwerte jedoch nicht aus [Lag00], weil sich die klassische Oberflächenmesstechnik auf die Beschreibung der Topographie durch die Verteilung der Tiefenwerte und die sich daraus ergebenden statistischen Parameter konzentriert. Wichtige Informationen über die Topographie, die in einer direkten Verbindung zu der Tribologie stehen, gehen mit der Auswertung verloren. Die Oberflächentopographie ist sehr komplex und setzt sich aus verschiedenen Strukturen zusammen. Geschliffene oder gehonte Oberflächen weisen vorwiegend eine Riefentextur auf, darüber hinaus aber auch eine ganze Reihe von Defektstrukturen wie Blechmäntel, Risse, Lunker, Poren oder Schuppen. Diese sind in der Norm [ISO98a] durch Schaubilder definiert. Sie besitzen unterschiedliche Einflüsse auf die Oberflächenfunktionalität wie Ölverbrauch, Emissionsverhalten, Einlaufverhalten, Lebensdauer und Notlaufeigenschaften [Kra00]. Die Hontexturen z. B. dienen im tribologischen System als Kanäle für die Ölhaltung und -verbreitung. Die Herausforderung besteht darin, diejenigen Texturkomponenten voneinander zu trennen, die eine Oberflächenfunktion charakterisieren. Die Zerlegung kann eine weitere Auswertung der einzelnen Texturkomponenten bezüglich ihrer eigenen Einflüsse auf die Funktionalitäten ermöglichen, was dazu beiträgt, die Oberflächenstrukturen zu verstehen und die Qualität der Oberfläche quantitativ zu beurteilen.

## 1.2 Oberflächencharakterisierung

Unter Charakterisierung versteht man die Zerlegung der Oberflächengeometrie in grundlegende Anteile, die in der Regel auf funktionalen Anforderungen beruhen. Eine geeignete Zerlegung stellt die Grundlage einer sinnvollen Analyse einer Oberflächentextur dar und ermöglicht erst eine Prozessprognose. Traditionell werden Oberflächenkomponenten anhand ihrer Abweichungen von einer nominellen Gestalt eingeteilt. Dazu zählen [Whi94]:

- Langwelliger Anteil der Abweichung von der nominellen Form, der z. B. wegen Positionierungsfehlers von Werkzeugen entsteht.
- Welligkeit, die durch unsachgemäße Bearbeitung, beispielsweise wegen Vibration zwischen dem Werkstück und dem Werkzeug, verursacht wird.

- Kurzwelliger Anteil, der häufig als Rauheit bezeichnet und normalerweise durch Schleifen oder Honen erzeugt wird.

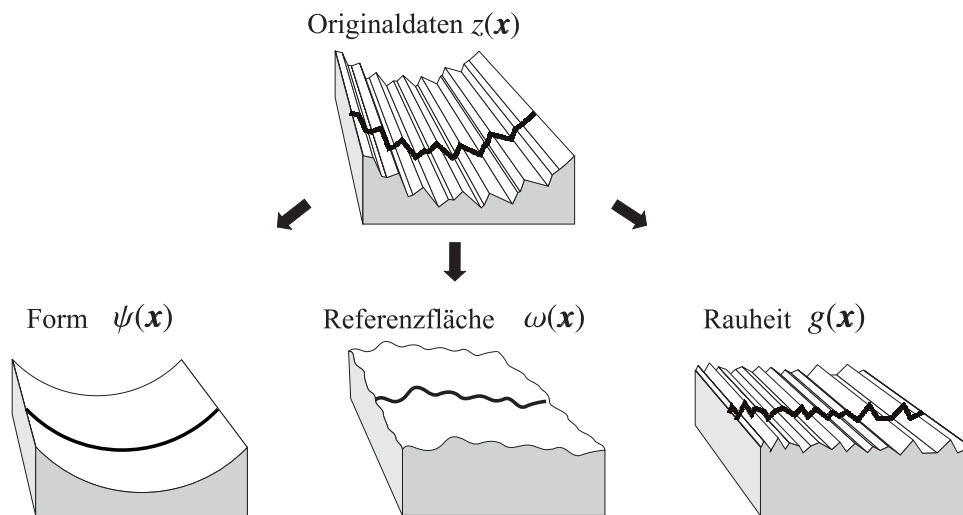
Die Extraktion der Welligkeit dient hauptsächlich zur Überwachung von Werkzeugen, weil sie normalerweise durch unsachgemäße Fertigung verursacht wird [Whi94]. Sie ist deshalb auf den meisten intakten technischen Oberflächen nicht vorhanden. Andererseits kann die Einführung der abgegrenzten Welligkeitsbereiche dazu führen, dass Artefakte nach Extraktion der als Bandpass-Signal aufzufassenden Welligkeit entstehen können. Weil die Rauheit wegen ihrer fraktalen Eigenschaft von der Skalierung und Abtastlänge abhängig ist [Tho99], sollte sie als eine relative Größe aufgefasst werden. Zur Auswertung der Rauheit anhand eines Profils wird in der Regel eine Referenzlinie eingeführt, die von den Spitzen und Tälern des Profils über bzw. unterschritten wird. Deswegen kommt man zu einer neuen Zerlegung der Oberfläche:

- Nomineller Formanteil, welcher normalerweise als elementare Fläche wie Kugel, Kegel, Zylinder usw. beschrieben wird.
- Referenzfläche, die den Formfehler und die eventuelle Welligkeit zusammenfasst.
- Rauheit, welche nach Abzug der ersten zwei Anteile noch übrig bleibt.

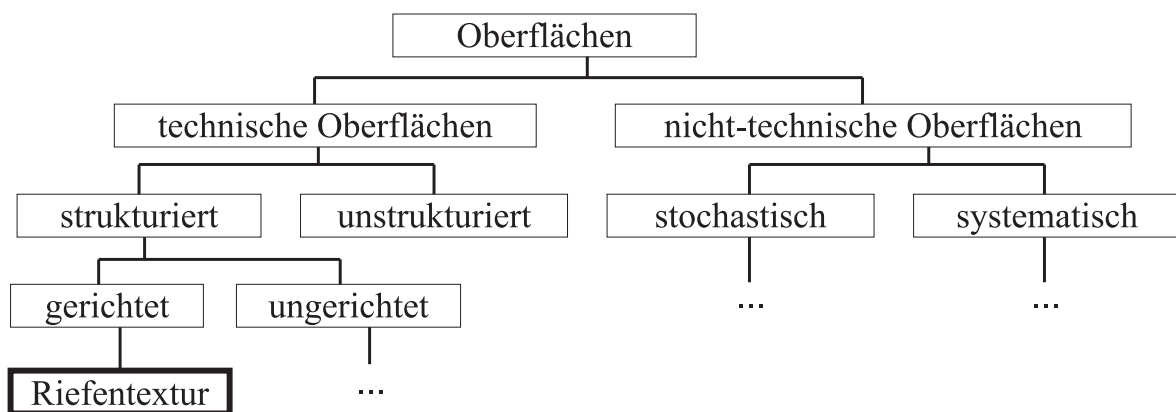
Der Formanteil kann üblicherweise mit einem einfachen geometrischen Parametersatz beschrieben werden. Zwischen Referenzfläche und Rauheit gibt es nun keine eindeutige Abgrenzung, da die Rauheit eine relative Größe darstellt. Anhand von hoch aufgelösten Messdaten kann man jedoch herausfinden, dass fast alle sichtbaren Riefen im Mikrometer-Bereich oder im noch kleineren liegen, der durchaus zur Rauheit-Dimension gehört. Deswegen besteht die Aufgabe der Referenzfläche darin, die Riefenstrukturen herausarbeiten. Die Referenzfläche soll aber mathematisch wohl definiert werden, damit die Zerlegung einen Vergleich von Kenngrößen verschiedener Oberflächen ermöglicht. In Kapitel 4 werden einige Verfahren zur Trennung der Referenzfläche und Rauheit vorgestellt, die nicht auf der Wellenlänge basieren. Bild 1.2 verdeutlicht die in dieser Arbeit eingeführte neue Charakterisierung am Beispiel einer bearbeiteten Zylinderfläche. Symbolisch wird die Oberfläche als Summe der Form  $\psi(\mathbf{x})$ , der Referenzfläche  $\omega(\mathbf{x})$  und der Rauheit  $g(\mathbf{x})$  modelliert:

$$z(\mathbf{x}) = \psi(\mathbf{x}) + \omega(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x}). \quad (1.2)$$

Damit kann man die Auswertung der Messdaten effektiver beschreiben. Mit optischen Messgeräten (siehe Kapitel 2) ist man nun in der Lage, die Rauheit weiter zu



**Bild 1.2:** Zylinderfläche wird in Form, Gestaltsabweichung und Rauheit zerlegt.



**Bild 1.3:** Hierarchie der Oberflächenklassifikation [Sto01]

unterteilen: Riefentexturen stellen die primäre Rauheit dar, das Mikrogefüge; das feiner als die Riefentexturen ist, wird dann als sekundäre Rauheit bezeichnet.

### 1.2.1 Klassifikation der Oberflächen

Im Rahmen dieser Arbeit werden technische Oberflächen mit Riefentexturen untersucht. Nach [Sto01] sind solche Oberflächen den gerichteten strukturierten technischen Oberflächen zuzuordnen. Bild 1.3 zeigt die Hierarchie der Oberflächenklassifikation.

## 1.2.2 Rauheit und Riefenstrukturen

Die Funktion einer Oberfläche wird größtenteils durch ihre Rauheit bestimmt. Die Rauheit ist durch Bearbeiten einer Oberfläche in weiten Bereichen variierbar: Der arithmetische Mittenrauwert beim feinsten Polierläppen liegt bei ca.  $0,006\mu\text{m}$  und reicht beim größten Hobeln bis  $50\mu\text{m}$  [Vol05]. Die Rauheit variiert selbst bei der spanenden Bearbeitung in einem sehr großen Bereich [Whi94]. Zum Messen und Vergleichen wird sie nach Kenngrößen genormt. Man versucht dabei, die Oberfläche mit einem einzigen Zahlenwert objektiv und zusammenfassend zu beschreiben. Es ist in der Praxis jedoch meist problematisch, von einer Kenngröße auf das zugehörige Profil zu schließen. Deswegen bieten moderne Oberflächenmessgeräte eine Reihe verschiedener Oberflächenkenngrößen an. In den DIN/ISO-Normen [ISO98b] und [Vol05] sind die üblichen international anerkannten Oberflächenkenngrößen, wie  $R_a$ ,  $R_z$ ,  $R_{max}$ ,  $R_k$ , beschrieben. Wünschenswert für die Kenngrößen sind folgende Eigenschaften:

- Eine Kenngröße soll eine einzige Eigenschaft der Oberfläche widerspiegeln, d.h. unterschiedliche Kenngrößen sollen bezüglich der Beschreibung der Funktionalität möglichst entkoppelt sein.
- Eine Kenngröße soll für Oberflächen mit unterschiedlichen Strukturen deutlich unterschiedliche Werte liefern.

Wegen der komplizierten Strukturen auf technischen Oberflächen vereinfacht die Zerlegung in unterschiedliche Komponenten die Suche nach entkoppelten Kenngrößen drastisch, weil verschiedene Oberflächenstrukturen unterschiedliche Funktionalitäten aufweisen.

Die Riefentextur auf einer tribologischen Oberfläche wie der Zylinderlaufläche ist eine der wichtigsten funktionalen Komponenten. Der Grund liegt vor allem daran, dass die Strukturgröße der Riefentextur genau dem Kernbereich der Rauheit entspricht. So ergibt sich in [Rud82] durch ein mathematisches Modell für die Zylinderlaufläche eine gemischte Rauheit (siehe Gl. (1.1)) von ungefähr  $0,1\mu\text{m}$ , die eine typische Tiefenamplitude der Riefentextur darstellt. Ferner dient sie als Ölreservoir und sorgt für eine gleichmäßige Ölverteilung. Demzufolge entscheidet die Riefentextur im Wesentlichen die Lebensdauer des Motors und hat einen großen Einfluss auf den Ölverbrauch und die Abgasemission. Die Extraktion von Riefenstrukturen stellt somit eine wichtige Voraussetzung der nachfolgenden Charakterisierung dar. Im folgenden Abschnitt werden zwei Modelle der Riefentextur vorgestellt, welche der Zerlegung der Oberflächen zugrunde liegen.



## 1.3 Modellierung der Riefentextur

Die Oberflächen, die in dieser Arbeit betrachtet werden, sind durch spanende Fertigungsverfahren entstanden, die sich in zwei Gruppen einteilen lassen: diejenigen mit geometrisch bestimmten Schneiden wie Bohren, Drehen und Fräsen und die mit geometrisch unbestimmten Schneiden wie Schleifen, Honen und Läppen. Bei der zweiten Gruppe sind die verwendeten Werkzeuge vielschneidig und deren Schneideteile, die Scheidstoffkörner, stochastisch angeordnet und geometrisch unbestimmt [Bei81, Klo05]. Die Bildung der Riefenstrukturen durch Spanen ist recht kompliziert. Nur wenig Scheidstoffkörner beteiligen sich am Spanen. Die meisten Körner reiben nur infolge ungenügender Schneidetiefe [Hou03]. Hinzu kommen noch elastische, viskoelastische und plastische Verformungen und der Verschleiß der Körner [Czi03], was die Bildung der Riefen dynamisch beeinflusst. Deswegen kann streng genommen das Riefenbild nicht als das Abbild der Schneidegeometrie betrachtet werden. Eine physikalische Modellierung solcher Zerspanvorgänge ist nur begrenzt möglich. [Hou03] betrachtet das Schleifen als stochastischen Prozess und bestimmt analytisch statistische Werte wie Anzahl der wirklich spanenden Körner oder minimalen Durchmesser der berührenden Körner.

Statt der Modellierung der Zerspanvorganges kann eine beschreibende Modellierung der Riefentextur eingesetzt werden. Die in der Literatur vorgestellten Methoden wie in [LH57a, LH57b] betrachteten aber nur die allgemeinen Eigenschaften der Oberfläche, beispielsweise das Energiespektrum und die Momente. Dazu zählen auch die statistischen Größen wie die Verteilung der Höhe, die Oberflächengradienten sowie die Länge und Richtung der Konturen auf einer vorgegebenen Höhe, Dichte der Minima und Maxima usw. In dieser Arbeit soll eine technische Oberfläche mit Riefenscharen beschrieben werden. In der Literatur [Bey94, Bey98, Kra00, Bey01] findet man Ansätze zur Auswertung und Modellierung der Riefentexturen mit klassischen LSI-Operatoren<sup>1</sup>. Zielsetzung dieser Verfahren und Modellierung ist eine vorwiegend pauschale Evaluierung der Oberflächen. Sie vermitteln ein grundlegendes Verständnis für die Bewertung der Riefentexturen. Weil die Riefentextur prinzipiell ein stochastisches Signal darstellt und in der Regel scharfe Kanten aufweist, kann die Geometrie der Riefen mit solchen Verfahren nicht hinreichend genau beschrieben werden.

### 1.3.1 Spektrale Modellierung

In [Bey94] wird eine Riefenschar als lineare Filterung modelliert. Die Riefenschar ergibt sich aus der Faltung eines impulsförmigen Speiseprozesses mit einem linearen

---

<sup>1</sup>LSI steht für „linear space invariant“.

ortsinvarianten Filter, dessen Impulsantwort das durchschnittliche Profil der Riefenschar darstellt. Das Modell kann an zwei Stellen erweitert werden, um allgemeine Oberflächen mit mehreren Riefenscharen genauer zu beschreiben.

Die erste Erweiterung des linearen Modells besteht darin, ein ortsvariantes Riefenprofil zu verwenden, weil die Riefen in einer Schar offenbar über unterschiedliche Profile verfügen. Die zweite Möglichkeit der Erweiterung liegt in der Modellierung des Profils. Traditionell wird meist die Fourier-Analyse herangezogen, um das Profil im Wellenlängenbereich zu zerlegen. Hinsichtlich des begrenzten und zerklüfteten Verlaufes des Riefenprofils ist die Verwendung von Sinuskurven als Basisfunktionen ungeeignet. Die Wavelet-Transformation [Str97, Bae02, Jen01] bietet hierbei eine Alternative zur Fourier-Transformation. Die eigentliche Aufgabe ist die Erweiterung der Anwendung von Methoden für die Verarbeitung eindimensionaler Signale auf zweidimensionale Bildverarbeitung.

### 1.3.2 Geometrische Modellierung

Eine Riefe mit beliebigem, entlang der Riefe konstantem Querschnitt kann als eine Regelfläche [Bro01], die durch Bewegung einer Geraden im Raum erzeugt wird, beschrieben werden. Wenn man die einzelne geradlinige Erzeugende als Primitiv der Messdaten ansieht, gelangt man zu einem geometrischen Modell der Riefentextur. Eine Gerade im 3D-Raum kann in Vektorschreibweise definiert werden als:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 + \mathbf{R} \cdot t, \quad (1.3)$$

wobei  $\mathbf{r}_1$  einen Punkt auf der Geraden,  $\mathbf{R}$  den Richtungsvektor der Geraden und „+“ die Vektorsumme darstellt. Weil eine Riefe mit beliebigem Querschnitt aus parallelen Geraden besteht, kann die Extraktion der Riefe mit der Schätzung der zugehörigen Geraden erfolgen. Mit diesem Modell kann auch beliebige Fläche mit sich kreuzenden Riefentexturen beschrieben werden, weil die Riefen durch nacheinander folgende Bearbeitungen einfach durch einen Minimum-Operator verknüpft werden können. Diese einfache geometrische Modellierung der Riefentexturen wird zwangsläufig zu einer komplexen lokalen Parametrisierung der Oberfläche führen, weil sich eine Riefe aus zahlreichen Geraden zusammensetzt wird. Bei Oberflächen mit Riefenscharen wird der Rechenaufwand infolge der identischen Orientierung für die Riefen innerhalb einer Schar erheblich reduziert. In Kap. 5.2.1 wird weiter auf das geometrische Modell eingegangen.

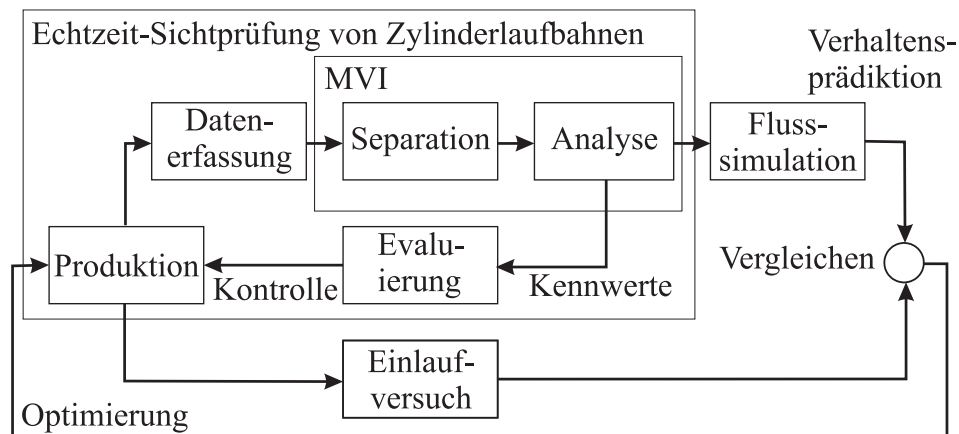


Bild 1.4: Einsatz vom Analysemodul MVI

## 1.4 Ziel der Arbeit

Mit der raschen Entwicklung der Messtechnik ist man nun in der Lage, innerhalb kurzer Zeit Tiefendaten der Oberflächen in Nanometer-Genauigkeit flächenhaft zu erfassen. Dies kann die Art und Weise, wie die Oberflächen ausgewertet werden, stark ändern. Insbesondere die Einführung von optischen Profilometern ermöglicht eine schnelle und hochgenaue Erfassung von Oberflächendaten und erleichtert damit erheblich die Charakterisierung, um Kennwerte zur fertigungsgerechten Oberflächenbeschreibung zu generieren. Allerdings gibt es noch keine Ansätze zur systematischen Auswertung dreidimensionaler Tiefendaten, die von optischen Messgeräten erfasst werden. In [His05a] wird zur Rekonstruktion von Tiefendaten aus der Weißlicht-Interferometrie ein Bayes'schen Ansatz vorgestellt, der lediglich als eine Vorverarbeitung zur Entfernung von Ausreißern betrachtet werden kann.

Zur Charakterisierung von 3D-Daten liegt der Schwerpunkt der aktuellen Forschung darin, die üblichen genormten Kenngrößen für Profildaten aus Tastschnittgeräten (wie z. B. [ISO98b]) auf 2D- oder 3D-Daten zu erweitern [Sto00a, Sto00b]. Die Strukturtrennung funktionaler Komponenten beschränkt sich in der Regel noch auf 1D-Profildaten. Dabei werden hauptsächlich die Fourier-Transformation oder die morphologischen Verfahren verwendet, um Profildaten in verschiedene Strukturgrößen zu zerlegen [Mal03, Raj02, Mur05]. Für 3D-Tiefendaten wird ein Ansatz in [Dec01] mit 3D-morphologischen Operatoren zur Oberflächencharakterisierung vorgestellt. [Jia00] setzt die 2D-Lifting-Wavelet-Transformation zur Zerlegung von Oberflächentiefendaten ein. Jedoch sind diese Ansätze nicht geeignet, Riefenstrukturen zu separieren. Das Verfahren zur Extraktion von Riefenstrukturen in [Bey98] ist auch nicht in der Lage, grobe Riefen zu extrahieren.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden zur systematischen Auswertung dreidimensionaler Oberflächendaten Verfahren entwickelt, mit denen geometrische Kennwerte für verschiedene funktionale Oberflächenkomponenten generiert werden. Die Grundlage der Charakterisierung ist die geometrische Zerlegung der unterschiedlichen Texturkomponenten der Oberflächentopographie, insbesondere die Extraktion von Riefenstrukturen und Defekten.

Die entwickelten Verfahren wurden in einem Modul MVI (siehe Bild 1.4) für die Analyse von Zylinderlaufflächen integriert. Es liefert geometrische Merkmale, die zum einen in der Evaluierung des Produktionsprozesses und des Bearbeitungswerkzeugs, zum anderen in der Beurteilung der Oberflächenqualität eingesetzt werden können. Außerdem kann eine rechnergestützte Fluss-Simulation auf den ermittelten Kennwerten aufsetzen, um bereits beim Entwurf eine Aussage über die kritischen Betriebszustände dynamischer Systeme zu liefern und somit zeit- und kostenintensive Prüfstandsversuche zu vermeiden.

## 1.5 Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 werden die Datenerfassung mit optischen Sensoren sowie deren Messprinzipien und Messunsicherheiten erläutert. Optische Messgeräte werden mit anderen, insbesondere dem Tastschnittgerät, in Bezug auf die Auflösung, den Messbereich und den Frequenzgang verglichen.

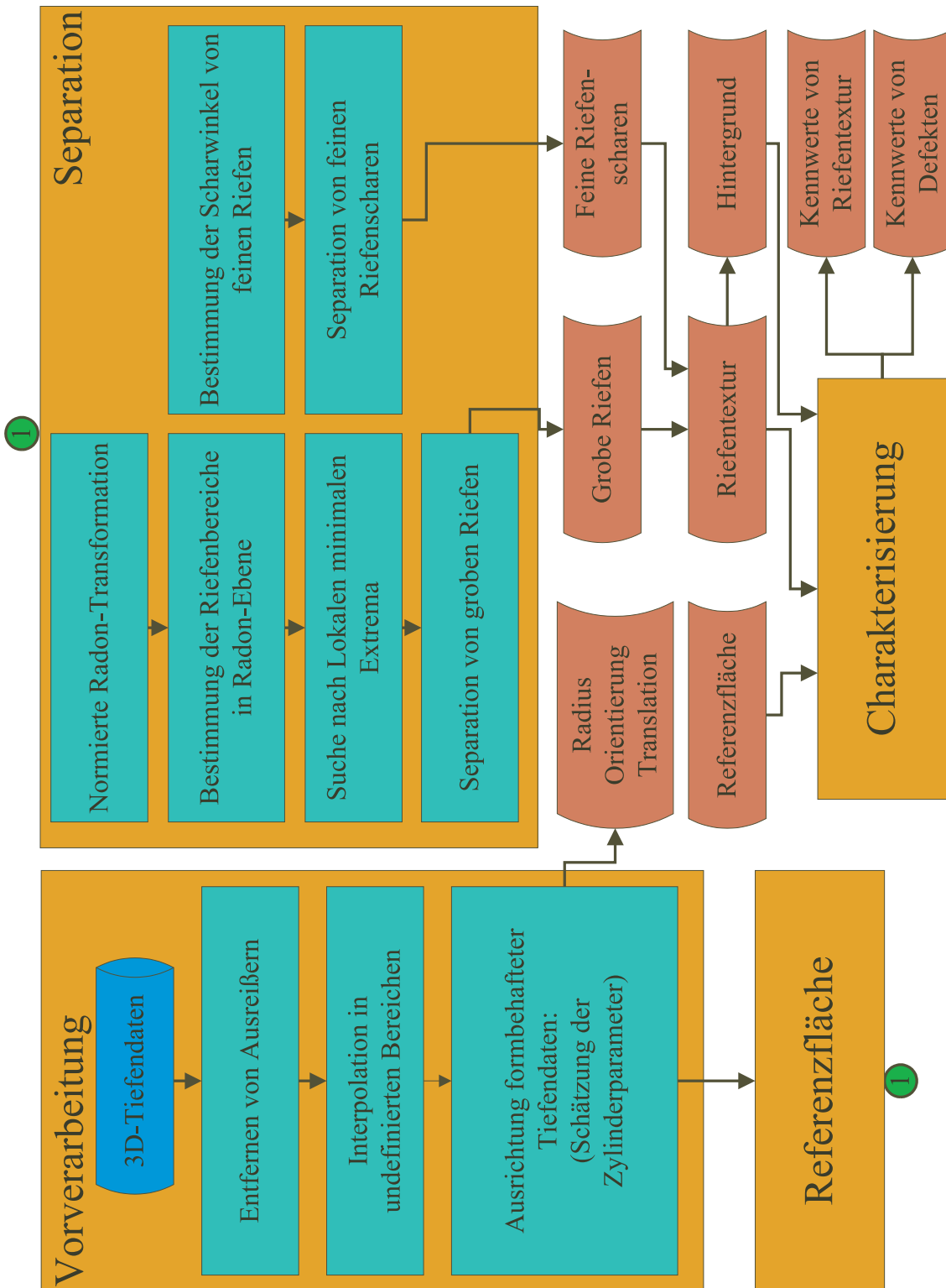
Danach werden die erfassten formbehafteten Oberflächendaten so aufbereitet, dass sie für getrennte Beurteilungen unterschiedlicher Komponenten geeignet sind. Diese Verfahren sind in Kapitel 3 beschrieben. Dazu sollen zuerst Ausreißer in den Messdaten eliminiert werden (Kap. 3.1). Die erfassten Daten enthalten wegen Unzulänglichkeiten der Sensorik häufig Bereiche, die keine Tiefeninformationen liefern. In Kap. 3.2 geht es um die Datenvervollständigung zur Gewinnung eines äquidistanten 2D-Datensatzes. In Kap. 3.3 wird der Formanteil der Messdaten durch Parameterschätzung entfernt.

In Kapitel 4 werden Methoden zur Bestimmung einer Gestaltsabweichung beschrieben, welche zugleich die Referenzfläche darstellt. Nach Abzug des Formanteils und der Gestaltsabweichung werden mit den Verfahren in Kapitel 5 die Oberflächendaten in den riefenfreien Hintergrund und die Riefentextur zerlegt. Dafür werden zwei Methoden, jeweils im spektralen Bereich und im Ortsbereich, vorgeschlagen.

Mit dem Ergebnis der Separation wird die Charakterisierung der Oberflächendaten in Kapitel 6 durchgeführt. Kenngrößen werden vorgestellt, die auf der Separation der

Riefentextur von der Hintergrundtextur basieren. Sie ermöglichen die erwünschte separate Evaluierung der unterschiedlichen Oberflächenkomponenten.

Bild 1.5 verdeutlicht den Zusammenhang zwischen den Kapiteln und gibt somit einen Überblick über das Gesamtverfahren.



**Bild 1.5:** Überblick über das Gesamtverfahren

## 2 Datenerfassung

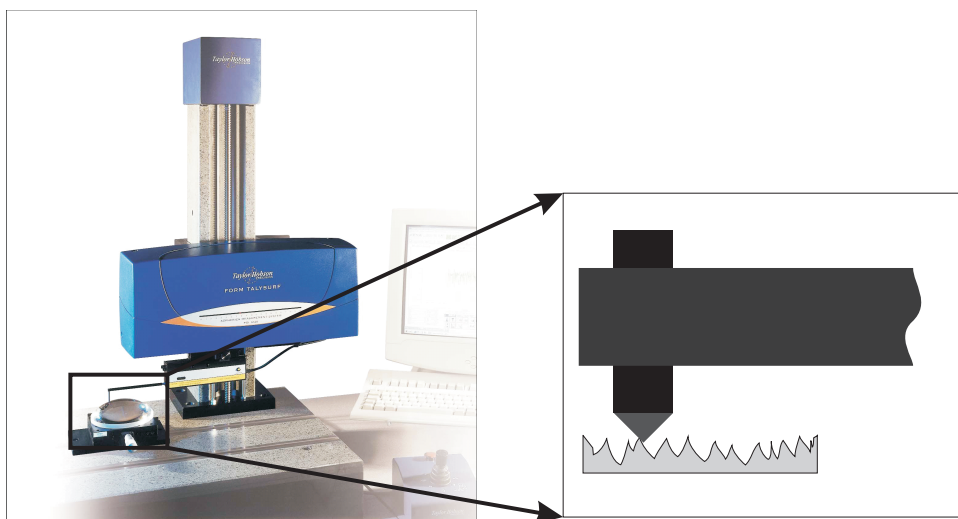
Surface characterization, the nature of surfaces and the measurement of surfaces cannot be separated from each other. A deeper understanding of the surface geometry produced by a better instrumentation often produces a new approach to characterization.

— David J. Whitehouse [Whi94]

Oberflächenmessverfahren lassen sich grob in zwei Gruppen einteilen: Tastschnittverfahren und berührungslose Methoden [Vol05]. Die in der Industrie gut etablierten Tastschnittgeräte sind die am häufigsten eingesetzten Messgeräte für Oberflächenrauheit. Bild 2.1 zeigt ein Tastschnittgerät. Es benötigt eine Tastspitze aus Diamant, die mit konstanter Geschwindigkeit über die Oberfläche einer Probe fährt. Dabei muss sichergestellt werden, dass die Erfassung der Oberflächentopographie nicht durch die Form und Abmessung der Tastspitze behindert wird.

Die Anforderungen an Tastschnittgeräte sind in der Norm [ISO96a] ausführlich beschrieben, damit Ergebnisse von Messgeräten unterschiedlicher Hersteller verglichen werden können. In der Praxis weisen sie jedoch folgende Nachteile auf:

- Bedingt durch das Messprinzip kommt die Tastspitze mit der zu messenden Oberfläche in Berührung, sodass es zur Wechselwirkung zwischen Mess-



**Bild 2.1:** Tastschnittgerät

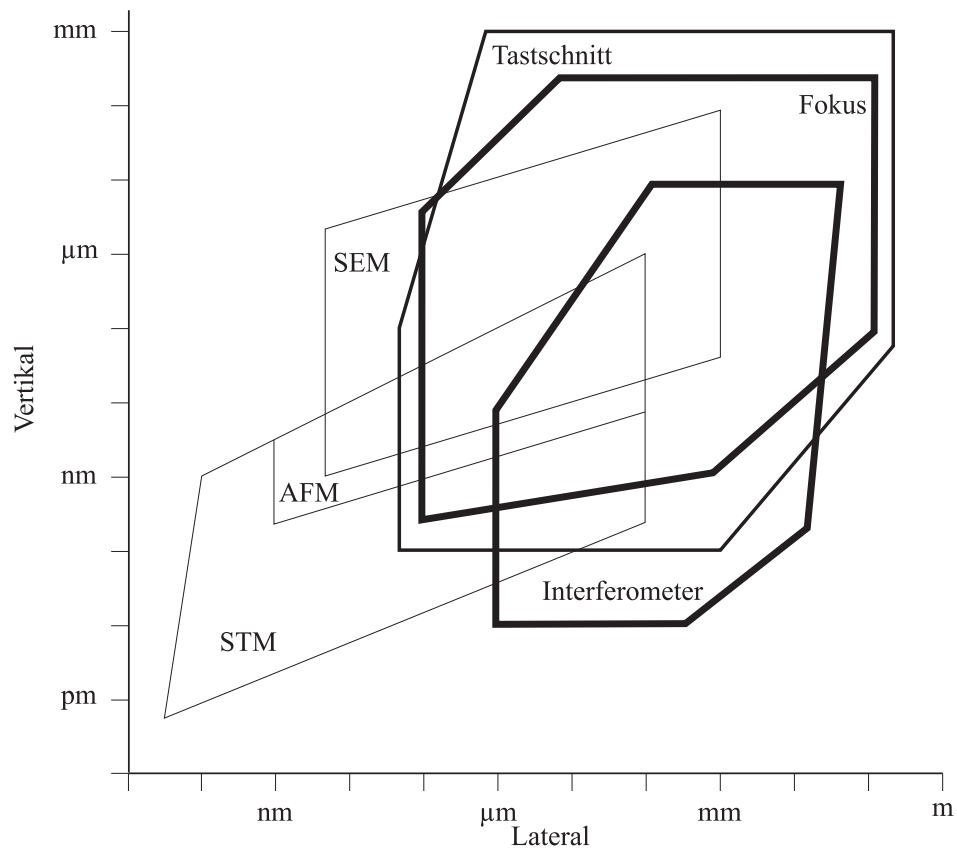
geräten und Oberflächen kommt. Zum Beispiel kann eine weiche Oberfläche selbst unter der nominellen Auflagekraft durch die Tastspitze beschädigt werden.

- Wegen der Berührung wird auch die Tastspitze bei der Nutzung abgetragen, was eine regelmäßige Nachkalibrierung notwendig macht. Die Kalibrierung des Tastschnittgeräts ist aber ein aufwendiger Prozess, wobei man häufig Rauheitsnormale, die von Institutionen wie der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) gefertigt werden, verwendet.
- Um die Ergebnisse unterschiedlicher Geräte vergleichen zu können, beschränkt man sich auf einen bestimmten Strukturgrößenbereich und führt eine Tiefpass-Filterung durch, welche die Messdaten verfälschen kann.
- Nur Profile der Oberfläche können untersucht werden.
- Die Messdauer kann wegen der mechanischen Trägheit nicht beliebig verringert werden.
- Messergebnisse sind von vielen Geräteparametern abhängig, was eine aufwendige Normung verlangt. Zu solchen Parametern zählen z. B. die der Spitzenform einschließlich des Winkels und des Durchmessers jeweils in  $x$ - und  $y$ -Richtung.
- Um die Position des Tastschriebs auswerten zu können, ist ein Wandler notwendig, der die Position in ein elektrisches Signal umwandelt. Dieser Wandler hat ebenfalls einen großen Einfluss auf die nachfolgende Auswertung.

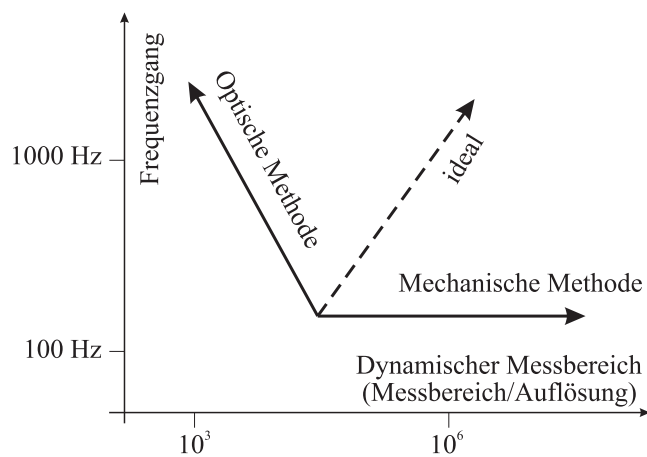
Bisher weniger verbreitet in der Oberflächenmesstechnik sind berührungslose Verfahren: Konfokale Mikroskopie (Fokus), Interferometrie, Raster-Elektronenmikroskopie (SEM), Rasterkraftmikroskopie (AFM), Rastertunnelmikroskopie (STM) u. a. Weil die mit diesen alternativen Verfahren bestimmten Kenngrößen mit denen des in [ISO96a] genormten Tastschnittverfahrens nur teilweise übereinstimmen, sind ihre Messergebnisse nicht direkt untereinander vergleichbar. Bild 2.2 zeigt die Messbereiche verschiedener Oberflächenmessgeräte in einem Amplitude-Wellenlänge-Diagramm. Es ist zu beachten, dass die Messbereichsgröße der konfokalen Mikroskopie und der Interferometrie eine große Überlappung mit der des Tastschnitts haben.

Neben dem Messbereich wird auch die Abhängigkeit des Frequenzgangs vom dynamischen Messbereich als ein wichtiges Kriterium [Whi97] betrachtet, siehe Bild 2.3. Der Frequenzgang bestimmt, wie schnell Messdaten erfasst werden können. Oft wird die Grenzfrequenz als Dynamik eines Messgerätes angegeben. Der dynamische





**Bild 2.2:** Messbereiche der Oberflächenmessgeräte in einem Amplitude-Wellenlänge-Diagramm [Sto00a]. SEM, AFM und STM stehen jeweils für Raster-Elektronenmikroskopie, Rasterkraftmikroskopie und Rastertunnelmikroskopie.



**Bild 2.3:** Dynamik und Frequenzgang der Messverfahren [Whi00]

Messbereich wird nach [Whi97] als der Verhältnis des Messbereiches zur Auflösung definiert. Ein großer dynamischer Bereich bedeutet, dass der langwellige und kurz-wellige Anteil gleichzeitig erfasst werden kann. Ein ideales Messgerät soll sowohl einen großen dynamischen Bereich als auch einen breiten Frequenzgang besitzen, siehe Bild 2.3. Mechanisch bedingt besitzen Tastschnittgeräte annäherungsweise einen konstanten Frequenzgang. Im Gegensatz dazu weisen die optischen Methoden zwar einen kleineren dynamischen Messbereich, dafür aber eine kürzere Messdauer infolge des breiteren Frequenzgangs auf. Die Einschränkung optischer Methoden liegt vor allem darin, dass sich sehr dunkle oder stark spiegelnde Oberflächen nur schwer optisch messen lassen.

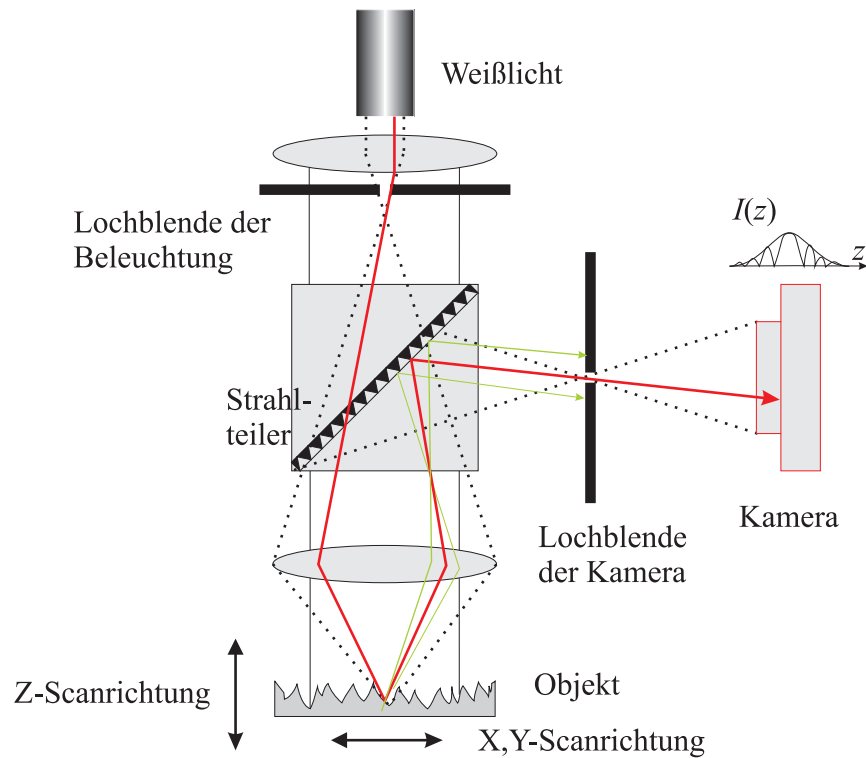
Die herkömmlichen Prüfungen technischer Oberflächen in der Automobilindustrie basieren auf der Datenerfassung mit Tastschnitten. Hingegen liefern die optischen Messverfahren zweidimensionale Tiefendaten und ermöglichen eine takthaltende und zerstörungsfreie Prüfung. Die gegenüber den Tastschnittgeräten höhere laterale Auflösung ermöglicht eine direkte geometrische Erfassung von stabilen Oberflächenmerkmalen wie z. B. Riefenstrukturen. Im Folgenden wird kurz auf zwei der wichtigen optischen Messverfahren eingegangen: die konfokale Mikroskopie und die Weißlicht-Interferometrie.

## 2.1 Konfokalmikroskopie

Die konfokale Mikroskopie gehört zu den Verfahren der sogenannten Fokusedektion, bei denen das Oberflächenprofil durch Erhalten der Fokussierung des optischen Systems gewonnen wird. Bild 2.4 skizziert schematisch den Aufbau eines konfokalen Weißlichtmikroskops. Dabei wird das zu messende Objekt in der Fokusebene mit einer Punktlichtquelle beleuchtet, die durch eine Lochblende der Beleuchtung mit endlichem Durchmesser nachgebildet wird. Der vom Objekt reflektierte Lichtstrahl wird dann durch einen Punktdetektor aufgezeichnet, der ebenfalls mittels einer Lochblende der Kamera realisiert wird. Zur flächenhaften Vermessung werden vorwiegend zwei Methoden verwendet:

- das Scannen in lateraler Richtung durch einen Schrittmotor oder ein piezoelektrisches Antriebsystem,
- das Tandem-Scan-Mikroskop (TSM), das eine Nipkow-Scheibe enthält [Pet68].

Die Erfassungszeit eines konfokalen Mikroskops beträgt typischerweise wenige Sekunden [Val05]. Bei dem TSM mit Nipkow-Scheibe können Messdaten in Echtzeit erfasst werden.



**Bild 2.4:** Weißlicht-Konfokalmikroskopie

Die Konfokalmikroskopie verstärkt die Fokussierung durch Eliminierung des gestreuten und reflektierten Lichts außerhalb der Fokusebene: Die optische Information, die nicht aus der Fokusebene kommt, wird zweifach durch die beiden Blenden unterdrückt. Die Intensität auf dem Sensor als Funktion der Höhe  $z$  ist gegeben durch [Wil89]

$$I(z) = \left( \frac{\sin(kz(1 - \cos \alpha))}{kz(1 - \cos \alpha)} \right)^2 I_0, \quad (2.1)$$

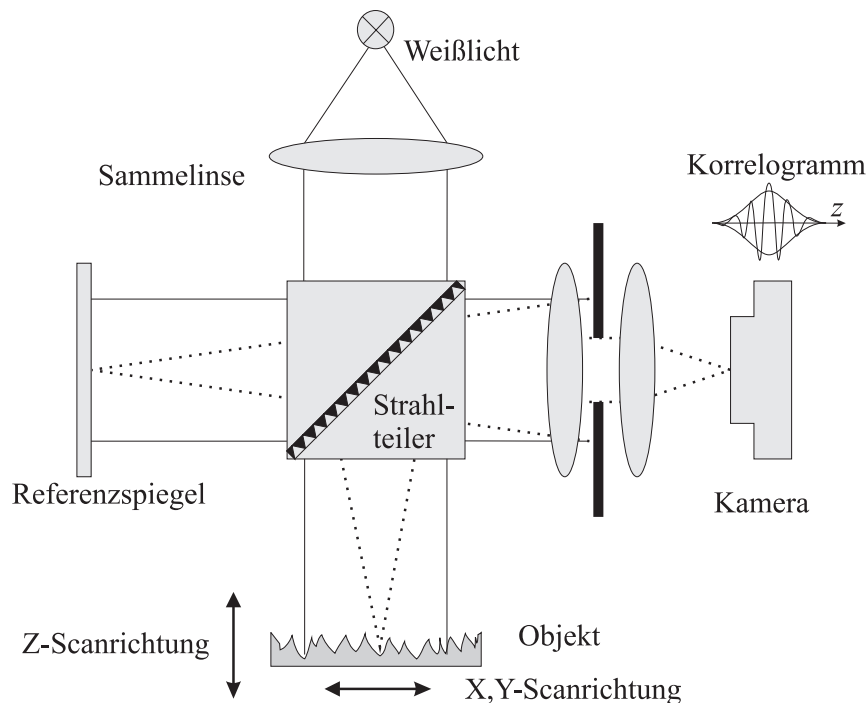
wobei  $\alpha$  den Winkel der numerischen Apertur des Objektivs,  $k$  die Wellenzahl und  $I_0$  die Intensität des einfallenden Lichts darstellt. Die vertikale Auflösung ist abhängig von der Halbwertsbreite (engl. Full Width at Half Maximum *FWHM*), die sich aus der Intensität berechnet. Sie beträgt [Jor96]:

$$FWHM \approx \frac{0.443\lambda}{1 - \cos(\alpha)}, \quad (2.2)$$

wobei  $\lambda$  die durchschnittliche Wellenlänge der Beleuchtung darstellt. Um einen kleinen *FWHM* zu erhalten, wird in der Regel das Weißlicht als Beleuchtung angewandt. Bei einem Konfokalmikroskop mit einer großen numerischen Apertur erzielt man eine oft deutlich höhere Auflösung als bei einem Weißlicht-Interferometer.

[Val05] berichten von einer vertikalen Auflösung von weniger als  $0,01\mu\text{m}$ . Die laterale Auflösung wird beschränkt durch die Größe des Lichtpunktes auf der Fokusebene. Sie beträgt zwischen  $0,1\mu\text{m}$  und  $2\mu\text{m}$  [Sto00a]. Der vertikale Messbereich beträgt bis zu einigen Millimetern, während der laterale Bereich vom montierten Objektiv abhängig ist und beispielsweise  $800\mu\text{m} \times 800\mu\text{m}$  beträgt. Die Messunsicherheit ist bestimmt durch die Positionierungseinrichtung, die in Kap. 2.3 diskutiert wird. Die konfokale Mikroskopie bringt bedingt durch ihr optisches Messprinzip auch Nachteile mit sich. Sie hat Probleme bei scharfen Übergängen und niedriger Reflektanz. Die Mikrogeometrie (kleine Spitzen, Poren oder scharfen Kanten) und Fremdkörper wie Staub oder Wasser können darüber hinaus das Ergebnis verfälschen.

## 2.2 Weißlicht-Interferometrie



**Bild 2.5:** Weißlicht-Interferometrie

Weißlicht-Interferometer werden seit Jahrzehnten in der Vermessung von Oberflächentopographien eingesetzt, beispielsweise bei optischen Komponenten oder Magnetbändern [Sto00a]. Ein typisches Michelson-Interferometer, das auch Kohärenzradar genannt und in der Regel zur Vermessung rauher Oberflächen eingesetzt wird, ist in Bild 2.5 schematisch dargestellt. Dabei wird ein kohärenter Lichtstrahl durch den Strahlteiler in zwei Anteile aufgeteilt. Ein Strahl wird auf den

Referenzspiegel reflektiert, während der andere auf die zu messende Oberfläche trifft. Nach der jeweiligen Reflektion findet eine interferometrische Überlagerung der Lichtstrahlen auf dem Detektor statt. Weil das Weißlicht-Interferometer eine kurzkohärente Lichtquelle, nämlich Weißlicht, verwendet, wird das Interferenzmuster nur dort erzeugt, wo die optischen Wege beider Strahlen nahezu identisch sind. Somit können Speckles beobachtet werden, die bei kohärenter Beleuchtung rauer Oberflächen wegen der Interferenz auf der Kameraebene entstehen. Innerhalb eines Speckles variiert die Phase nur langsam. Jedoch sind die Phasen wegen der kurzen Kohärenzlänge des Weißlichtes bei selbst benachbarten Speckles sehr unterschiedlich. Statt die Phase der Interferenz zu messen, werden deshalb die Speckles als Träger der Tiefeninformation betrachtet. Demzufolge wird nur der Intensitätsverlauf in Tiefenrichtung aufgenommen. Der ideale Intensitätsverlauf in Abhängigkeit von der Höhe  $z$  beträgt [Dre92]

$$I(z) = \bar{I} + A(z) \cos(2\bar{k}z + \phi(z)), \quad (2.3)$$

wobei  $\bar{k} = 2\pi/\bar{\lambda}$  mit der durchschnittlichen Wellenlänge  $\bar{\lambda}$ ,  $\bar{I}$  die inkohärente Intensität und  $A(z)$  die Einhüllende des Interferenzsignals ist. Der gemessene Verlauf wird auch als Korrelogramm oder Interferogramm bezeichnet, siehe Bild 2.5. Der Kosinus der Phase  $\phi(z)$  stammt aus der Interferenzmodulation. Da die Interferenz wegen der kurzen Kohärenzlänge nur innerhalb eines kurzen Abstandes stattfindet, ergibt sich eine sehr kleine Breite der Einhüllenden  $A(z)$ . Die Lage des Maximums entspricht der zu messenden Höhe des Profils. Je nach Ausführung der Optik gibt es verschiedene Interferometer. Eins davon ist der Mirau-Interferometer, das nur ein Mikroskop-Objektiv benötigt und damit die Problematik mit zwei Objektiven jeweils für die Referenz und das Objekt vermeidet [Kin90]. Die Details über Interferometrie findet man in [Hec02] sowie zusammengefasst in Kapitel 2 von [His05a]. Tab. 2.1 zeigt die Charakteristika drei handelsüblicher Interferometer, die auf dem Markt etabliert sind.

Die Nachteile der Interferometer sind folgende:

- Die zu messende Oberfläche muss konstante optische Eigenschaften aufweisen.
- Bei niedriger Reflektanz wird nicht genügendes Licht in das Objektiv reflektiert werden.
- Bei Oberflächen mit unterschiedlichen Reflektanz soll der Referenzspiegel auch gewechselt werden.
- Das Korrelogramm ist normalerweise photonisch und elektronisch verwechselt.

	Vertikale Auflösung	Laterale Auflösung	Vertikaler Messbereich	Lateraler Messbereich ohne Stitching	Vertikale RMS Wiederholpräzision / Genauigkeit	Vertikale Scangeschwindigkeit
BMT WLI	bis 1nm	bis 1 $\mu$ m	bis 10mm	bis 10mm $\times$ 10mm	*/*	*
Veeco WYKO NT9800	bis 0,1nm	0,1 $\mu$ m ~ 13,2 $\mu$ m	0,1nm ~ 10mm	0,05mm <sup>2</sup> ~ 10,8mm $\times$ 8,1mm	0,01 nm @ 1 $\sigma$ / bis 0,6%	80 $\mu$ m/Sek
Zygo New-View 5000	bis 0,1nm	0,45 $\mu$ m ~ 11,8 $\mu$ m	100 $\mu$ m ~ 15mm	0.04mm <sup>2</sup> ~ 17,5mm <sup>2</sup>	bis 0,001nm @ 1 $\sigma$ / bis 0,6%	bis 30 $\mu$ m/Sek

**Tabelle 2.1:** Charakteristika kommerziell erhältlicher Interferometer

Quelle: [Bre06, Vee02, Zyg04]

Die Interferometrie und die konfokale Mikroskopie haben bezüglich des Messbereiches eine große Überlappung. Sie sind deswegen bei Erfassung von Tiefendaten rauher Oberflächen gegeneinander beinahe ersetzbar. Werden sie miteinander verglichen, kann festgestellt werden, dass aufgrund der unterschiedlichen Messprinzipien die Interferometrie in der Regel eine höhere vertikale Auflösung aufweist, während die konfokale Mikroskopie Tiefendaten schneller erfassen kann.

## 2.3 Messunsicherheit

Neben der Auflösung spielen auch systematische Fehler und Messunsicherheit eine wichtige Rolle. Eine vollständige Untersuchung systematischer Fehler und der Messunsicherheit optischer Messgeräte ist sehr aufwendig, weil sie globale Parameter sind, die von der Positionierungseinrichtung, deren Regelung sowie der Optik bestimmt werden [McC91]. Es ist dabei zu beachten, dass bei optischen Geräten in der Regel sowohl die Messunsicherheit als auch der systematische Fehler sehr gering sind. Bei Bedarf können die Herstellerangaben für ein konkretes Gerät bei der Auswertung von Messdaten mit einbezogen werden. Die Messunsicherheit eines konfokalen Mikroskops oder eines Weißlicht-Interferometers wird z. B. von der Plattform, die durch einen Schrittmotor mit einer eventuellen Gewindespindel das vertikale und laterale Scannen durchführt, und vom piezoelektrischen Aktor bestimmt. Beim konfokalen Mikroskop mit einer Nipkow-Scheibe ist die Fertigung der Nipkow-Scheibe maßgebend für die Genauigkeit und Messunsicherheit. Für die Positionierungseinrichtungen wird normalerweise die Wiederholpräzision als Maß der Messunsicherheit angegeben, siehe Tab. 2.1. Sie ist die Standardabweichung  $\sigma$  nacheinander folgender Versuche unter denselben Bedingungen [NIS94].





## 3 Vorverarbeitung

Messdaten, die von optischen Messgeräten erfasst werden, sind in der Regel verrauscht (siehe Kapitel 2). Vor der eigentlichen Texturanalyse ist die Detektion und Beseitigung von Ausreißern in den Messdaten erforderlich (Kap. 3.1), weil die eingesetzte Separation von Riefentextur und Hintergrundtextur die 2D-Fourier-Transformation verwendet (siehe Kapitel 5), wodurch Ausreißer linear in die Texturbewertung eingehen würden. Da die 2D-Fourier-Transformation nur auf rechteckigen Bildbereichen definiert ist, ist es auch notwendig, Bereiche, in denen infolge der Beseitigung von Ausreißern oder der Unzulänglichkeit der Sensorik keine Messdaten vorliegen, äquidistant zu interpolieren (Kap. 3.2). Technische relevante Oberflächen, wie beispielsweise Zylinderlaufflächen von Verbrennungsmotoren, sind im Allgemeinen nicht eben. Soll die Textur einer solchen Oberfläche analysiert werden, muss der Formanteil der Oberfläche aus den Messdaten entfernt werden (Kap. 3.3).

### 3.1 Entfernen von Ausreißern

Optisch erfassten Tiefendaten technischer Oberflächen enthalten falsche Messungen, weil die von rauen Oberflächen reflektierte Lichtintensität eine Zufallsgröße ist, die der Exponentialverteilung gehorcht [His05a]. Außerdem sind Korrelogramme in der Regel photonisch und elektronisch verrauscht, siehe Kapitel 2. Häufig weisen einzelne gemessene Tiefendaten oft auch extreme Werte auf, die sich von ihrer Nachbarschaft sprunghaft unterscheiden. Sind die Korrelogramme an jedem Pixel gegeben, kann eine Bayessche Optimierung der Oberflächendaten durchgeführt werden [His05b]. Da handelsübliche Interferometer intern jedoch eine Vorverarbeitung durchführen und dem Benutzer keinen Zugriff auf die Korrelogramme ermöglichen, ist ein solches Verfahren leider nicht anwendbar. Daher wurde eine schnelle und zuverlässige Methode angewendet, welche ohne Kenntnisse der Datenerfassung Ausreißer detektieren kann.

Allgemein lassen sich Methoden zur Ausreißerdetektion in verteilungs-, tiefen-, abstands-, dichte- oder ballungs-basierte Verfahren einteilen [Pap02a]. Sie haben jeweils unterschiedliche Annahmen und Definitionen für Ausreißer.

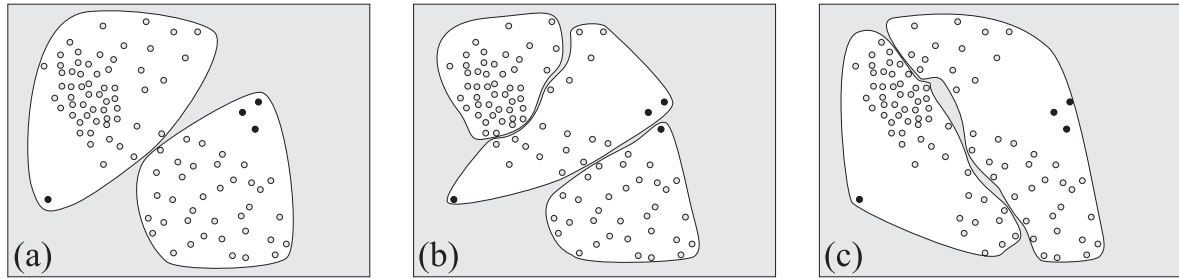
**Verteilungsbasierte Methoden** Die verteilungsbasierten Methoden sind Standardverfahren in der Statistik. Sie nehmen normalerweise an, dass die zu betrachtenden Daten einer Wahrscheinlichkeitsverteilung wie der Normal-, Poisson-, t-Verteilung usw. gehorchen. Als Ausreißer werden diejenigen Datenpunkte ausgewählt, die von diesen Modellen abweichen. Allerdings sind sie typischerweise eindimensionale Verfahren und ungeeignet für 2D- oder 3D-Daten.

Ferner soll die Verteilung vorher bekannt sein, die bei einem beliebigen Datensatz nur mit sehr aufwendigen statistischen Methoden bestimmbar ist. Bei den Oberflächendaten wird es dadurch noch schwieriger, dass sie eine schwer modellierbare Verteilung aufweisen, weil die Verteilung sowohl von der komplexen Geometrie der Körner auf der Honleiste als auch von ihrer sehr unterschiedlichen Bearbeitungsstärke bestimmt wird. Deshalb kann den Tiefendaten keine a priori Information zugeordnet werden.

Für Daten, über die nur geringes Vorwissen vorhanden ist, empfehlen sich Methoden der explorativen Statistik [Tuk77], die eine rudimentäre, aber schnelle Lösung (Kap. 3.1.1) bieten. Sie setzen jedoch eine vorhergehende Datenausrichtung voraus (siehe Kap. 3.3).

**Clusteranalyse** Mit der Clusteranalyse kann ein Datensatz in natürliche Gruppen (Cluster) partitioniert werden, deren Mitglieder, Datenpunkte in einem Cluster, bestimmte Ähnlichkeiten aufweisen [Jai99]. Dazu sollen Tiefendaten selbst als Merkmalspunkte im 3D-Vektorraum betrachtet werden. Weil sich Ausreißer in den Oberflächendaten durch ausgeprägte lokale Tiefenvarianzen von ihren Nachbarn unterscheiden, kann die Ausreißerdetektion durchgeführt werden, indem die Ausreißer und die gültigen Messdaten jeweils unterschiedlichen Clustern zugeordnet werden. Jedoch hat die Clusteranalyse einige Probleme:

- Da weder die Struktur der Daten noch irgendwelche statische Informationen vorhanden sind, kann kein parametrisches Modell angewendet werden.
- Die Anzahl der Cluster ist bei den meisten Verfahren der Clusteranalyse als Vorwissen vorausgesetzt. Bei rohen Messdaten ist die Clusteranzahl aber nicht vorgegeben.
- Ausreißer, die eigentlich zu detektieren sind, erschweren zugleich die Balungsanalyse.
- Die Clusteranalyse ist meist nicht für die Ausreißerdetektion optimiert, weil Ausreißer und deren Detektionskriterien nicht explizit berücksichtigt werden.



**Bild 3.1:** Drei Mögliche Clusterungen: (a) und (b) zeigen zwei Clusterungen mit dem k-means-Verfahren jeweils für  $c = 2$  und 3. (c) zeigt das Ergebnis mit der Zielfunktion  $J_f$ .

Bild 3.1 veranschaulicht mit drei Beispielen die Verfahren mit der Clusteranalyse. In Bild 3.1(a) und (b) werden zwei mögliche Clusterungen mit dem k-means-Verfahren [Dud01] gezeigt, wenn die Clusteranzahl  $c$  jeweils mit 2 und 3 angegeben wird. Der k-means-Algorithmus ist ein populäres partitionierendes Clusterverfahren. Es versucht, die Zentren natürlicher Cluster in einem Datensatz  $\mathcal{D}$  mit  $n$  Datenpunkten zu finden, sodass die Zielfunktion

$$J_e = \sum_{i=1}^c \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}_i} \|\mathbf{x} - \mathbf{m}_i\|^2 \quad \text{mit} \quad \mathbf{m}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}_i} \mathbf{x} \quad (3.1)$$

minimiert wird, wobei  $c$  die Clusteranzahl,  $\mathcal{D}_i$  den  $i$ -ten Cluster mit  $n_i$  Datenpunkten,  $\mathbf{x}$  einen Datenpunkt in  $\mathcal{D}_i$  und  $\mathbf{m}_i$  den Mittelwert von  $\mathcal{D}_i$  darstellt. Wie es in Bild 3.1(a) und (b) gezeigt ist, ergeben sich je nach der angenommenen Clusteranzahl und der Initialisierung sehr unterschiedliche Partitionierungen. Die schwarzen Punkte, die aufgrund ihres Abstands zu den anderen Punkten als Ausreißer betrachtet werden können, werden wegen der Minderheit nicht in eigenständige Cluster gruppiert, weil das k-means-Verfahren zu gleichmäßiger Partitionierung tendiert. Außerdem verursachen sie nicht kompakte Cluster.

Gl. (3.1) lässt sich umschreiben in

$$\begin{aligned} J_e &= \sum_{i=1}^c \text{tr} \left[ \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}_i} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T \right] \\ &\doteq \sum_{i=1}^c \text{tr}[\mathbf{S}_i] \doteq \text{tr}[\mathbf{S}_W] \\ \text{mit } \mathbf{S}_W &= \sum_{i=1}^c \mathbf{S}_i \quad \text{und} \quad \mathbf{S}_i = \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}_i} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^T, \end{aligned} \quad (3.2)$$

wobei  $\text{tr}[\cdot]$  die Spur einer Matrix bedeutet,  $\mathbf{S}_i$  als Streuungsmatrix (engl. scatter matrix) von  $\mathcal{D}_i$  und  $\mathbf{S}_W$  als Intrastreuungsmatrix (engl. within-cluster scatter matrix)

bezeichnet wird. Des Weiteren wird

$$\mathbf{S}_B = \sum_{i=1}^c n_i (\mathbf{m}_i - \mathbf{m})(\mathbf{m}_i - \mathbf{m})^T \text{ mit } \mathbf{m} = \frac{1}{n} \sum_{\mathbf{x} \in \mathcal{D}} \mathbf{x}$$

als Interstreuungsmatrix (engl. between-cluster scatter matrix) und

$$\mathbf{S}_T = \mathbf{S}_W + \mathbf{S}_B$$

als Gesamtstreuungsmatrix (engl. total scatter matrix) bezeichnet. Da die Streuungsmatrix die Datenstreuung eines Clusters auswertet, lassen sich weitere Zielfunktionen mittels der Streuungsmatrizen definieren. Zum Beispiel kann die Determinante von  $\mathbf{S}_W$

$$J_d = |\mathbf{S}_W| = \left| \sum_{i=1}^c \mathbf{S}_i \right| \quad (3.3)$$

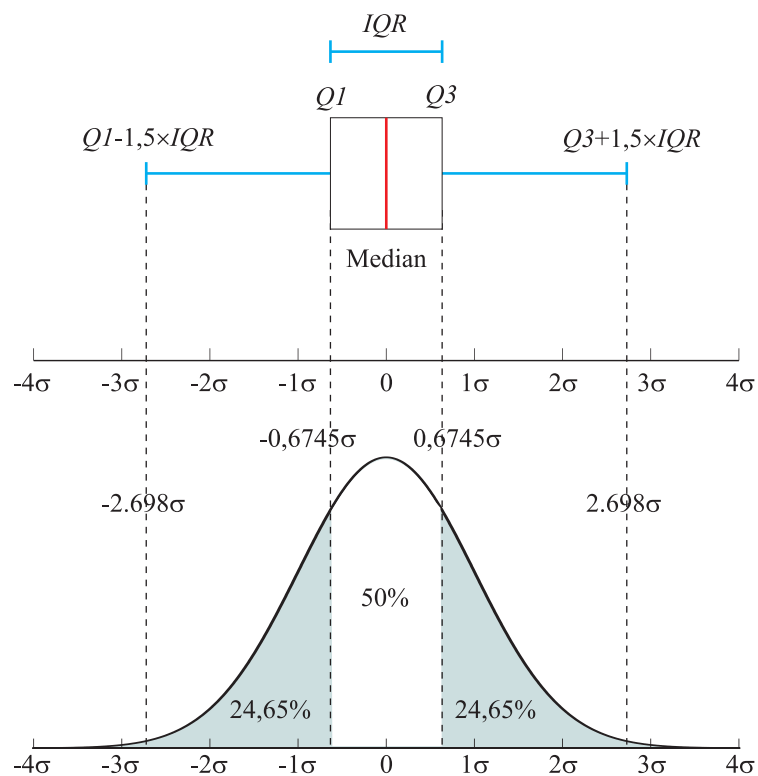
angewandt werden. Weil die Determinante proportional zu den Varianzen der Hauptachsen ist, wird mit dieser Zielfunktion das Volumen der Streuung minimiert. Wird die Spur von  $\mathbf{S}_T^{-1} \mathbf{S}_W$

$$J_f = \text{tr}[\mathbf{S}_T^{-1} \mathbf{S}_W] \quad (3.4)$$

verwendet, werden die Streuungen innerhalb der Cluster minimiert und zugleich die zwischen den Clustern maximiert [Dud01]. Während  $J_d$  ähnliche Ergebnisse wie  $J_e$  liefert, teilt  $J_f$  die Daten oft in Richtung der Hauptachsen in Cluster ein. Bild 3.1(c) zeigt ein weiteres Beispiel der Clusterung mit  $J_f$  für  $c = 2$ .

Die Clusteranalyse ist für die Ausreißerdetektion nicht geeignet, wenn keine sinnvolle Zielfunktion definiert wird. Die Clusterung von Ausreißern in eigenständige Cluster wird deswegen erleichtert, wenn für die Datenpunkte ein Merkmal vorliegt, das ihre Ausreißerhaftigkeit auswertet.

Eine wichtige Eigenschaft von Ausreißern ist, dass sie großen Unterschied zu ihrer Nachbarschaft aufweisen. Auf Basis dieser Erkenntnis werden zwei Merkmale definiert und in der Ausreißerdetektion eingesetzt. Kap. 3.1.2 stellt ein dichte-basiertes Verfahren vor. Das Verfahren beruht auf dem lokalen Ausreißer-Faktor, der ein objektives und natürliches Maß für Ausreißerhaftigkeit der Datenpunkte darstellt. Deshalb kann ein sinnvoller Schwellwert zur Entscheidung von Ausreißern leicht angegeben werden. Beim modifizierten adaptiven mittelgewichteten Median-Filter (ACWM) wird lokale Tiefenvarianz als Merkmal für Ausreißer verwendet (Kap. 3.1.3).



**Bild 3.2:** Boxplot-Diagramm für Normalverteilung

### 3.1.1 Explorative Statistik (Boxplot-Verfahren)

Bei der explorativen Statistik werden die Daten selbst zur Gewinnung von Hypothesen verwendet, statt vorgegebene Hypothesen beispielsweise über die Wahrscheinlichkeitsverteilung zu verifizieren [Tuk77]. Ein bekanntes Beispiel dafür ist das Histogramm. Zur Beschreibung beliebiger Daten verwendet man häufig eine Fünf-Punkte-Zusammenfassung, deren graphische Darstellung Boxplot-Diagramm genannt wird. Die fünf Punkte umfassen das mittlere Quartil (den Median), das untere Quartil  $Q1$ , das obere Quartil  $Q3$  und die beiden Extremwerte. Bild 3.2 veranschaulicht ein Boxplot-Diagramm für eine Normalverteilung. Der Interquartilsabstand (engl. interquartile range,  $IQR$ ) gibt ein Maß der Streuung an, während die Lage des Medians in der Box einen Eindruck von der Schiefe der den Daten zugrunde liegenden Verteilung vermittelt. Alle Beobachtungen, die kleiner als  $Q1 - 1,5 \cdot IQR$  oder größer als  $Q3 + 1,5 \cdot IQR$  sind, werden als milde Ausreißer gekennzeichnet. Als extreme Ausreißer werden die Beobachtungen bezeichnet, die kleiner als  $Q1 - 3 \cdot IQR$  oder größer als  $Q3 + 3 \cdot IQR$  sind.

Die graphische Darstellung der Daten mit diesen fünf Punkten gibt eine klare Übersicht über die zentrale Tendenz, Streuung und Schiefe. Durch Anwendung des Boxplot-Verfahrens auf mehrere bekannte Verteilungen, wie die Gleichverteilung,

die Normalverteilung, die t-Verteilung und die Chi-Quadrat-Verteilung zeigt [Hoa83], dass das Verfahren nur wenige extreme Werte identifiziert. Es ermöglicht als eine rudimentäre und zuverlässige Methode ein schnelles Ausmustern von Ausreißern mit extremen Tiefenwerten, wenn die Stationarität beobachteter Signale vorliegt. Daher muss der Formanteil vorher entfernt werden, siehe Kap. 3.3. In der nachfolgenden Verarbeitung wird es benötigt, um Extremwerte zu entfernen. Dabei werden zwei variable Quantile die festen Quantile ersetzen, damit eine Anpassung an die Datensätze möglich wird.

### 3.1.2 Lokaler Ausreißer-Faktor (LOF)

Obwohl das Boxplot-Verfahren kein Wissen über die Wahrscheinlichkeitsverteilung verlangt, trifft es implizit einige Annahmen. So werden z. B. bei der Normalverteilung immer 0,7% Beobachtungen als Ausreißer gekennzeichnet.

Für die Detektion von Ausreißern sind eigentlich lokale Eigenschaften von großer Bedeutung, genauso wie Menschen Ausreißer als Mensch intuitiv wahrnehmen, siehe Bild 3.3(a). In diesem Fall sind statistische Kenntnisse der Tiefen zur Erkennung von Ausreißern auch nicht nötig. Dazu sind Dichte-basierte Verfahren geeignet für die Detektion. Hierbei verwendet man den lokalen Ausreißer-Faktor, ein Merkmal, das die Ausreißerhaftigkeit eines Punktes angibt [Bre00]. Der Kernpunkt der Definition ist der Begriff des Erreichbarkeitsabstandes (engl. reachability distance) eines Punktes  $p$  in Bezug auf einen anderen Punkt  $o$ , siehe Bild 3.3(c):

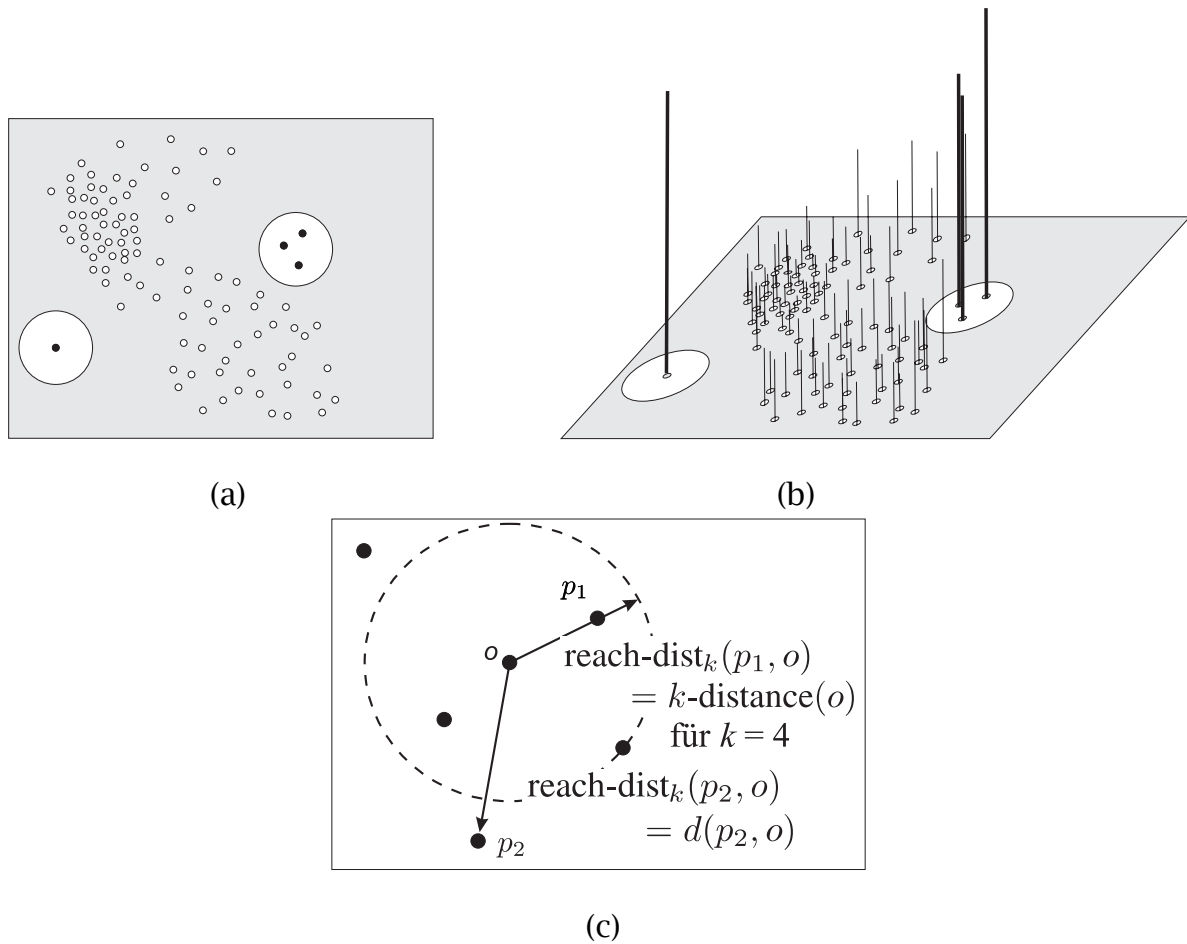
$$\text{reach-dist}_k(p, o) = \max\{k\text{-distance}(o), d(p, o)\}, \quad (3.5)$$

wobei  $k\text{-distance}(o)$  als der Abstand zwischen  $o$  und dem  $k$ -ten nächsten Nachbarn und  $d(p, o)$  als der euklidische Abstand zwischen  $p$  und  $o$  definiert ist, (Beispiel siehe Bild 3.3(c)). Dabei wird jeder Messpunkt der Oberflächendaten als ein Merkmalsvektor im 3D-Raum betrachtet:  $p = (x, y, z)^T$ , wobei  $x$  und  $y$  die horizontalen Koordinaten sind und  $z$  für die Tiefe steht.

$\text{reach-dist}_k(p, o)$  ist also eine Funktion von  $k$  bezüglich zweier Punkte. Mit  $\text{reach-dist}_k(p, o)$  lässt sich die lokale Erreichbarkeitsdichte eines Punktes  $p$  als den Kehrwert des durchschnittlichen Erreichbarkeitsabstandes seiner *MinPts* nächsten Nachbarn definieren:

$$\text{lrd}_{\text{MinPts}}(p) = 1 / \left( \frac{\sum_{o \in N_{\text{MinPts}}(p)} \text{reach-dist}_{\text{MinPts}}(p, o)}{|N_{\text{MinPts}}(p)|} \right). \quad (3.6)$$

Dies ergibt ein robustes Maß für die lokale Datendichte um  $p$ , da diese Definition auf der  $k$ -Nächsten-Nachbarschaft basiert.

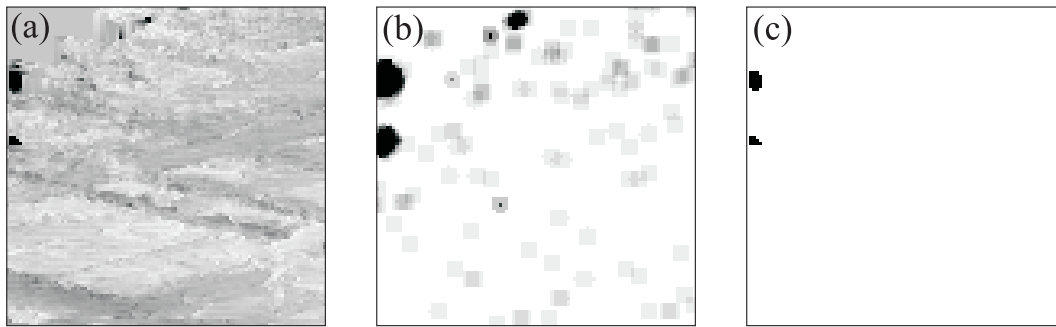


**Bild 3.3:** Ausreißerdetektion: (a) Punkte im unteren Bild in Kreisen weisen eine geringe lokale Dichte auf; (b) LOF-Werte in 3D-Ansicht; (c) lokale Erreichbarkeit. Der gestrichelte Kreis stellt  $k\text{-distance}(o)$  dar.

Für den Index wird statt  $k$  ausdrücklich  $MinPts$  verwendet, um den Sinn des Parameters zu verdeutlichen. Als Maß für die Ausreißerhaftigkeit kann der lokale Ausreißer-Faktor (engl, local outlier factor) eines Punktes  $p$  definiert werden als den Durchschnitt der Verhältnisse der lokalen Erreichbarkeitsdichten von  $p$  und seinen  $MinPts$  nächsten Nachbarn:

$$\text{LOF}_{MinPts}(p) = \frac{\sum_{o \in N_{MinPts}(p)} \frac{\text{lrd}_{MinPts}(o)}{\text{lrd}_{MinPts}(p)}}{|N_{MinPts}(p)|}. \quad (3.7)$$

$MinPts$  bestimmt dabei die Größe der zu detektierenden Clusterensembles, die noch als Inliers angesehen werden sollen. Man sieht in der Definition des LOFs, dass die Bestimmung der  $k$ -Nächsten-Nachbarn ( $k$ -NN) den meisten Rechenaufwand darstellt. Da es mit Tiefendaten im kartesischen 3D-Raum umgegangen wird, sollte die euklidische Distanz verwendet werden. Andere Distanzen wie die City-Block-Distanz stellen zwar eine Vereinfachung dar, können aber zu Abweichungen führen. Die



**Bild 3.4:** Das Ergebnis des LOF-Verfahrens: (a) Originalbild; (b) als Grauwert kodiertes LOF-Merkmalbild mit  $MinPts = 30$ ; (c) die Bereiche mit LOF-Werten, die größer als 1,0 sind.

Berechnung von  $k$ -NN ist demnach sehr rechenaufwendig. [Dud01] stellt z. B. drei Ansätze für die Berechnung des Abstandes zum nächsten Nachbarn ( $k = 1$ ) vor. Sie alle sind aber heuristische Verfahren und liefern u. U. falsche Lösungen. [Cui06] stellte eine Methode vor, die das  $D$ -dimensionale  $k$ -NN-Problem in eine Menge eindimensionaler Probleme zerlegt. Diese Methode wird in dieser Arbeit verwendet und in der Bestimmung des LOF-Merkmals eingesetzt.

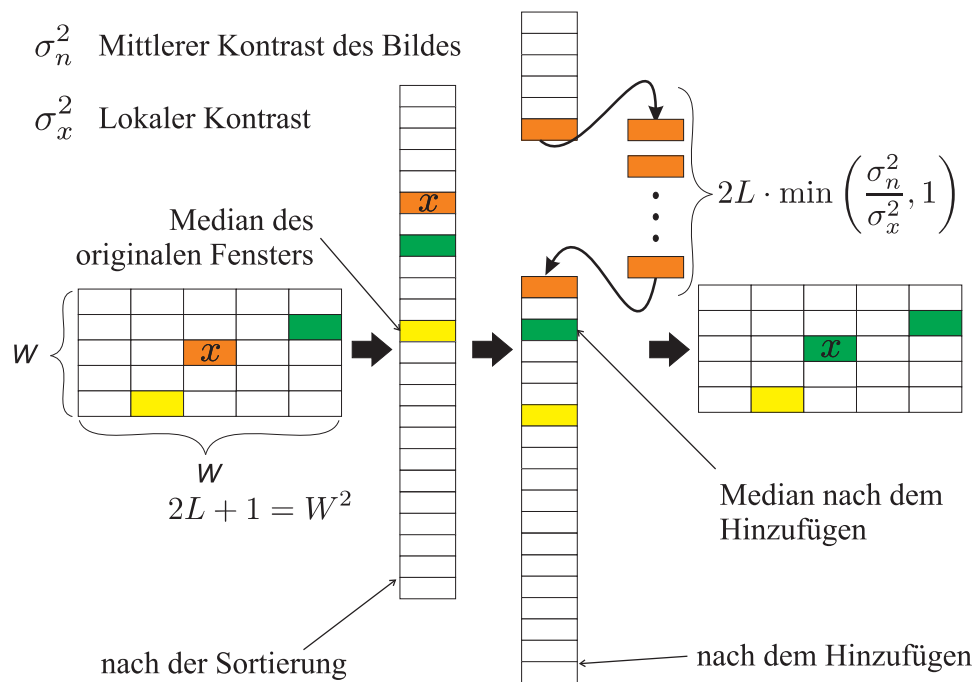
Bild 3.4(b) zeigt das LOF-Merkmalbild von Bild 3.4(a) mit  $MinPts = 30$ . Die Tiefe wird auf 16 Grauwertstufen reduziert, um den Rechenaufwand zu verringern. Gemäß der Definition deutet ein LOF größer als 1,0 eine niedrige Datendichte um die Nachbarschaft eines Punktes an. Der Punkt kann daher als ein Ausreißer durch einen Schwellwert identifiziert werden, siehe Bild 3.4(c). In diesem Beispiel sind die LOF-Werte zwischen 0,28 und 1,17 eingegrenzt. Es ist zu beachten, dass Inliers nahe Ausreißern auch kleine LOF-Werte aufweisen (Bild 3.4(b)). Zu einer genaueren Identifizierung von Ausreißern müssen der Schwellwert und der Parameter  $MinPts$  durch Feineinstellungen bestimmt werden.

Dieses Merkmals ist eine natürliches und objektives Maß für die Ausreißerhaftigkeit, das unabhängig von der Skalierung und der Dimension ist. Jedoch erweist sich dieses Merkmal wegen der Berechnung der  $k$ -nächsten Nachbarn als sehr rechenaufwendig.

### 3.1.3 Modifiziertes Adaptives mittelgewichtetes Median-Filter

Das adaptive mittelgewichtete Median-Filter (engl. adaptive center-weighted median filter (ACWM)) ist ein nichtlineares Filterverfahren, bei dem eine Ausreißerdetektion in die Filterstruktur eingebaut wird. Das einfache mittelgewichtete Median-Filter (CWM) ist ein erwartungstreuer Schätzer des Mittelwertes und kantenerhaltend





**Bild 3.5:** Modifiziertes adaptives mittelgewichtetes Median-Filter

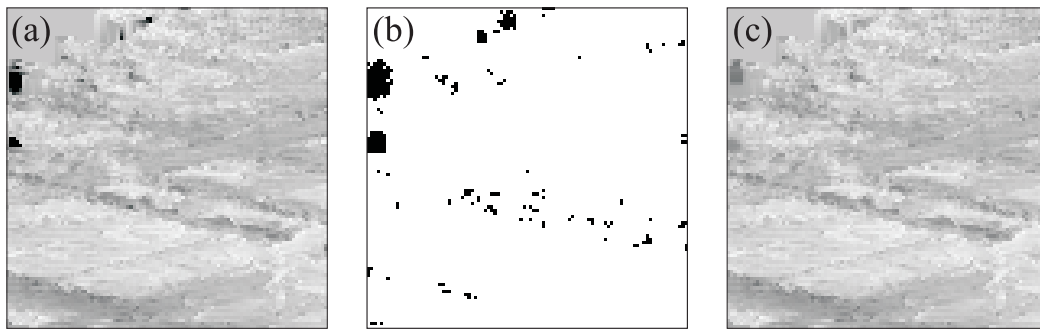
[Ko91]. Mit „adaptiv“ ist eine Anpassung der Gewichtung an die lokale Varianz gemeint. Das reguläre ACWM-Filter glättet ein Bild in den Bereichen, in denen das Rauschen dominiert, während Kanten und Impulse wegen großer lokaler Varianzen erhalten bleiben [Ko91]. Zur Ausreißerdetektion muss das ACWM-Filter modifiziert werden, weil die zu unterdrückenden Ausreißer große lokale Varianzen aufweisen. Für die Eingabe  $x(i, j)$  und eine Fenstergröße von  $w \times w = 2L + 1$  ist das modifizierte ACWM als Median-Filter definiert nach dem Hinzufügen von  $2L \cdot r(i, j)$  Kopien des Mittelpunktes mit

$$r(i, j) = \begin{cases} \frac{\sigma_n^2}{\hat{\sigma}_x^2(i, j)}, & \text{falls } \hat{\sigma}_x^2(i, j) > \sigma_n^2 \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}, \quad (3.8)$$

wobei  $\sigma_n^2$  die Varianz des Rauschens und  $\hat{\sigma}_x^2(i, j)$  die lokale Varianz darstellt. Das Filter schaltet zwischen einem Identitätsoperator bei  $\hat{\sigma}_x^2 \leq \sigma_n^2$  und einem regulären Median-Filter bei  $\hat{\sigma}_x^2 \gg \sigma_n^2$  um. Als Schätzer von  $\sigma_n^2$  kann der Mittelwert der lokalen Varianzen verwendet werden.

Bei einem vorgegebenen Fenster können nur Ausreißer mit einer vergleichbaren Größe detektiert werden. Deshalb ist es notwendig, eine Reihe von Fenstergrößen anzugeben, die den Größen der zu detektierenden Ausreißer entsprechen.

Bild 3.5 veranschaulicht das Filterverfahren, welches das Entfernen von Ausreißern durch Beobachtung der lokalen Varianzen umfasst. Hierbei ist Gl. (3.8) maßgebend für die Ausreißerdetektion. Der Rest ist ein reguläres Median-Filter.



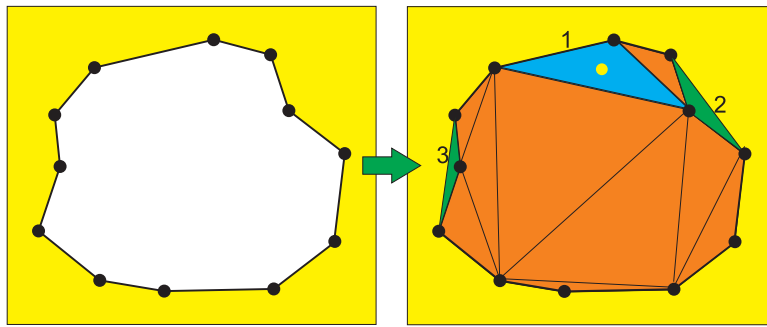
**Bild 3.6:** Ergebnis des modifizierten ACWM-Filters: (a) Originalbild; (b) detektierte Ausreißer (schwarzen); (c) Ergebnis der Filterung. (a) und (c) sind mit demselben Kontrast gezeigt.

Aus Bild 3.5 wird ersichtlich, dass der Bildmittelpunkt im betrachteten Fenster vor der Median-Filterung weniger gewichtet wird, wenn die lokale Varianz viel größer als die durchschnittliche Varianz ist. Wenn der lokale Kontrast hingegen nahe an der durchschnittlichen Varianz liegt, wird der Bildmittelpunkt stärker gewichtet, sodass der resultierende Median nahe am originalen Wert des Mittelpunktes liegt. Im Extremfall  $\hat{\sigma}_x^2(i, j) \leq \sigma_n^2$  erhält man ein Identitätsfilter. Auf diese Weise bleiben die normalen Werte unverändert, während die Ausreißer gemäß ihrer Ausreißerhaftigkeit durch den Median ersetzt werden.

Das modifizierte ACWM-Filter besteht aus der Ausreißerdetektion und dem adaptiven Median-Filter. Dies stellt einen weiteren Vorteil dar, da die detektierten Stellen in Abhängigkeit von der Ausreißerhaftigkeit interpoliert werden und keine weitere Interpolation (siehe Kap. 3.2) benötigt wird. Bild 3.6(b) zeigt die Positionen der detektierten Ausreißer vom Originalbild (a). Bild 3.6(c) zeigt das durch ACWM gefilterte Ergebnis.

## 3.2 Interpolation in undefinierten Bereichen

Optische Profilometer besitzen Nachteile besonders an steilen Kanten oder Spitzen, an denen nicht genügend Licht reflektiert wird. Somit entstehen undefinierte Bereiche, an denen die Sensoren die eigentliche Tiefe nicht bestimmen können. Demzufolge enthalten Bilder unregelmäßige Löcher, wie sie in Bild 3.8(a) dargestellt sind. Weil ein äquidistant abgetastetes Bild für eine effiziente Anwendung der Fourier-Transformation erforderlich ist, muss eine Interpolation nicht gemessener Bereiche durchgeführt werden. Die Werte in diesen Bereichen sollten sich ihren Nachbarn anpassen. Dabei sollten die Übergänge und die internen Bereiche möglichst glatt sein, weil scharfe Kanten und Sprünge hochfrequente Anteile enthalten und zur



**Bild 3.7:** Delaunay-Triangulierung. Links ist ein unregelmäßiger Loch mit Eckpunkten abgebildet. Rechts ist die Triangulierung und die resultierenden Dreiecke dargestellt. Die Tiefe eines beliebigen Punktes lässt sich durch lineare Interpolation bestimmen. Der Punkt auf Dreieck 1 wird linear interpoliert. Dreieck 2 und 3 werden vernachlässigt, da sie sich mit den Messdaten überlappen.

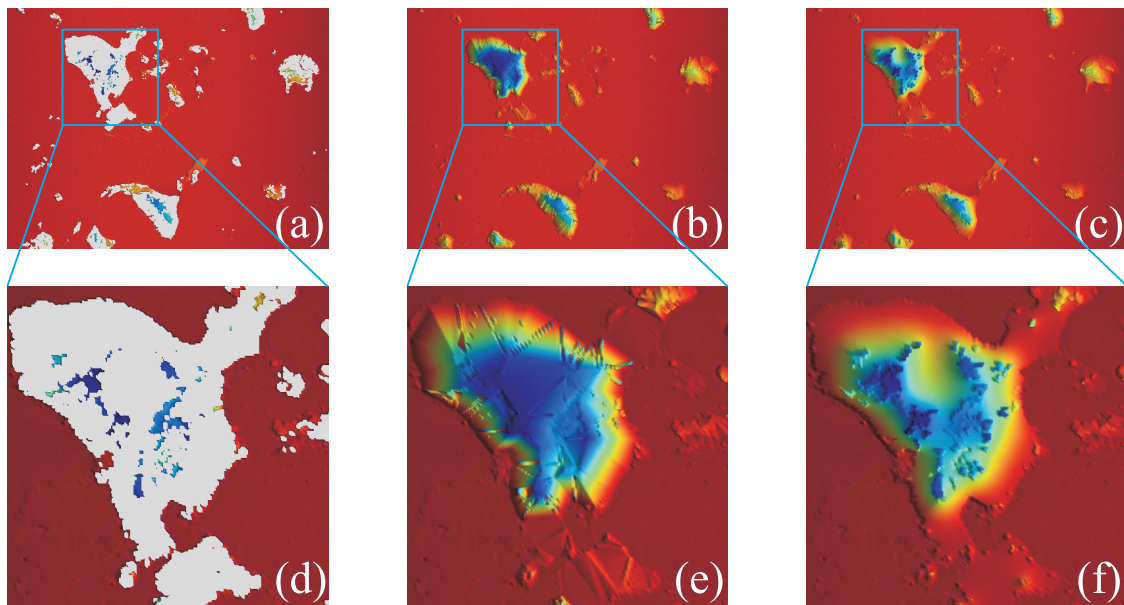
Verfälschung des Spektrums der Riefenscharen führen.

### 3.2.1 Lokale lineare Interpolation

Eine Interpolation anhand der Ränder der undefinierten Bereiche ist nahe liegend, wenn man Kantenartefakte vermeiden möchte. Dabei ist zu beachten, dass der Rand der zu interpolierenden Bereiche eine Raumkurve ist und in der Regel nicht in einer Ebene liegt. Eine Interpolation mit Freiformflächen mit z. B. Coonsflächen [Far02] setzt vier Berandungskurven voraus und kann nur bei künstlichem Brechen der Randkurve angewendet werden, was bei einem komplexen Verlauf, einer willkürlichen Konvexität und Krümmung der Randkurve nur mit Aufwand realisierbar ist.

Wenn die räumlich benachbarten Eckpunkte der Ränder zu Dreiecken gruppiert werden, können die zu interpolierenden Punkte ohne weiteres auf der zugehörigen Ebene linear interpoliert werden, siehe Bild 3.7. Ein gebräuchliches Verfahren zur Erstellung eines Dreiecksnetzes aus einer Punktemenge ist die Delaunay-Triangulierung [O'R94]. Weil sie die sogenannte Umkreisbedingung erfüllt (d. h. der Umkreis eines Dreiecks des Netzes enthält keine weitere Punkte der Punktemenge), kann der einzuteilende Bereich ohne Überlagerung und Lücke abgedeckt werden. Bei konkaven Bereichen stößt man eventuell auf Überlagerungen der Messwerten und des Dreiecksnetzes, weil die Berandung des Dreiecksnetzes eine konvexe Hülle bildet. In diesem Fall muss bei der Interpolation auf die entsprechenden Dreiecke verzichtet werden, siehe Bild 3.7.

Bild 3.8(b) zeigt ein Beispiel für eine lineare Interpolation. Bild 3.8(e) ist ein vergrößerter Ausschnitt. An einigen Stellen sind Unstetigkeiten zu sehen, was auf ab-



**Bild 3.8:** Interpolation in undefinierten Bereichen in 3D-Ansicht: (a) Originalbild mit undefinierten Bereichen; (b) lokale lineare Interpolation; (c) Flächenregularisierung; (d)-(f) vergrößerte Ausschnitte.

rupte Sprünge der Ränder zurückzuführen ist. Dies lässt sich vermeiden, indem einige Punkte innerhalb des Loches mit angemessenen Tiefenwerten wie dem lokalen Mittelwert hinzugefügt werden. Die Grundidee, dass bei einer Interpolation nicht nur die Randpixel sondern alle gemessenen Punkte miteinbezogen werden, führt zur Interpolation durch Regularisierung.

### 3.2.2 Flächenregularisierung

Die Aufgabe der Interpolation in undefinierten Bereichen kann als ein schlecht gestelltes inverses Problem (engl. ill-posed problem) aufgefasst werden [Ber89]: Die vollständigen Originaldaten verlieren durch einen Operator in den undefinierten Bereichen unwiederbringlich Messwerte. Wünschenswert ist die vollständige Rekonstruktion der Originaldaten. Wird ein Modell mit Regularisierungsbedingungen aufgestellt, kann eine glatte Fläche gewonnen werden. Zur Interpolation werden in den undefinierten Bereichen des Originalbildes nur Tiefenwerte eingetragen, die mit der Regularisierung berechnet werden. Näheres wird in Kap. 4.4.2 diskutiert. Bild 3.8(c) und (f) zeigen jeweils ein Beispiel der Interpolation mit der Flächenregularisierung und einen vergrößerten Ausschnitt. Im Vergleich zur lokalen linearen Interpolation liefert die Regularisierung einen glatteren Übergang. Sie wird bei Berechnung des Spektrums bevorzugt. Es ist auch zu beachten, dass Wölbungen zwischen starken Höhenänderungen entstehen. Diese sind auf die Unstetigkeit der zweiten Ableitun-

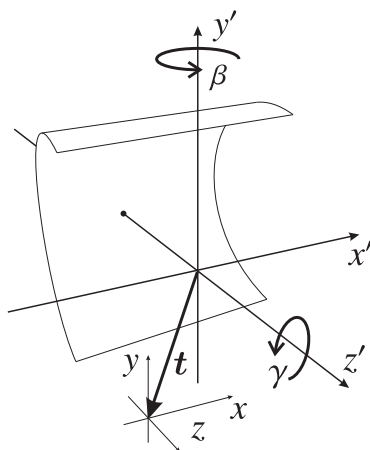
gen zurückzuführen.

### 3.3 Datenausrichtung

In Kap. 1.2 wurde die Oberfläche als eine Überlagerung der nominellen Form  $\psi(\mathbf{x})$ , der Referenzfläche  $\omega(\mathbf{x})$  und der Rauheit  $g(\mathbf{x})$  modelliert. Im Rahmen dieser Arbeit werden vorwiegend Hontexturen auf Zylinderlaufflächen von Verbrennungsmotoren untersucht. Bei der nominellen Form handelt es sich hierbei erwartungsgemäß um eine Zylinderfläche.

Die Datenausrichtung liefert zum einen Form-, in diesem Fall die Zylinder-, parameter, die für eine anschließende Kontrolle der Maßhaltigkeit verwendet werden. Zum anderen erleichtert sie die Bestimmung einer sogenannten Referenzfläche (siehe Kapitel 4).

#### 3.3.1 Parametrisierung der Zylinderfläche



**Bild 3.9:** Koordinatensystem für die Berechnung des Formanteils von Zylinderlaufflächen

Für die mathematische Beschreibung der in dieser Arbeit untersuchten Zylinderlaufflächen wird ein Koordinatensystem entsprechend Bild 3.9 verwendet. Die Transformation vom Koordinatensystem des Weißlicht-Interferometers in das des Zylinders lässt sich mit der folgenden Gleichung beschreiben:

$$\mathbf{x}' = \boldsymbol{\varphi}(\beta, \gamma) \cdot \mathbf{x} + \mathbf{t}, \quad (3.9)$$

wobei  $\mathbf{x}' = (x', y', z')^T$ ,  $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ .  $\boldsymbol{\varphi}(\beta, \gamma)$  ist eine Rotationsmatrix und  $\mathbf{t} = (t_x, t_y, t_z)^T$  ein Verschiebungsvektor. Als rotatorische Parameter wurden RPY-Winkel gewählt, damit die Rotation des Zylinders in diesem Koordinatensystem mit zwei Parametern vollständig dargestellt werden kann, nämlich

dem Nickwinkel (Pitch)  $\beta$  und dem Rollwinkel (Roll)  $\gamma$ :

$$\begin{aligned}\varphi(\beta, \gamma) &= \text{Rot}(z, \gamma) \cdot \text{Rot}(y, \beta) \\ &= \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \gamma \cdot \cos \beta - \sin \gamma \cos \gamma \cdot \sin \beta \\ \sin \gamma \cdot \cos \beta & \cos \gamma & \sin \gamma \cdot \sin \beta \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

Damit erhält man die Koordinatentransformation zwischen  $\mathbf{x}'$  und  $\mathbf{x}$  für die Berechnung des Formanteils von Zylinderlaufflächen

$$\begin{pmatrix} \cos \gamma \cdot \cos \beta - \sin \gamma \cos \gamma \cdot \sin \beta \\ \sin \gamma \cdot \cos \beta & \cos \gamma & \sin \gamma \cdot \sin \beta \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}, \quad (3.10)$$

die Gleichung der halben Zylinderfläche als die einzige geometrische Nebenbedingung

$$y'^2 + z'^2 = R^2 \quad \text{und} \quad z' < 0 \quad (3.11)$$

mit dem Zylinderradius  $R$  sowie die Beobachtungsgleichung

$$\varepsilon + z = \hat{z} \quad (3.12)$$

mit der Beobachtungsabweichung  $\varepsilon$ . Wird (3.10) in (3.11) eingesetzt, ergibt sich:

$$\begin{aligned}g(\boldsymbol{\theta}, x, y, z) &\doteq (\sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot x + \cos \gamma \cdot y + \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot z + t_y)^2 \\ &\quad + (-\sin \beta \cdot x + \cos \beta \cdot z + t_z)^2 - R^2 \\ &= 0\end{aligned} \quad (3.13)$$

mit dem Parametervektor  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5)^\top = (\beta, \gamma, t_y, t_z, R)^\top$ . Weil die Zylindergleichung nur zwei Koordinaten betrifft, wird der translatorische Parameter  $t_x$  nicht benötigt. Aus Gl. (3.13) ergibt sich eine implizite Funktion für die Tiefenmesswerte

$$z = f(\boldsymbol{\theta}, x, y). \quad (3.14)$$

Für die impliziten partiellen Ableitungen gilt:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial \beta} &= -\frac{\partial g}{\partial \beta} / \frac{\partial g}{\partial z}, & \frac{\partial f}{\partial \gamma} &= -\frac{\partial g}{\partial \gamma} / \frac{\partial g}{\partial z}, & \frac{\partial f}{\partial t_y} &= -\frac{\partial g}{\partial t_y} / \frac{\partial g}{\partial z}, \\ \frac{\partial f}{\partial t_z} &= -\frac{\partial g}{\partial t_z} / \frac{\partial g}{\partial z}, & \frac{\partial f}{\partial R} &= -\frac{\partial g}{\partial R} / \frac{\partial g}{\partial z}.\end{aligned} \quad (3.15)$$

Die Beschreibung der Rotation mit Winkeln führt zu einer nichtlinearen Parametrisierung in Gl. (3.14). Diese stellt zwar einen höheren Rechenaufwand als eine allgemeine Rotationsmatrix mit konstanten Einträgen dar, bringt aber einige Vorteile mit sich. Erstens ist diese Parametrisierung unempfindlich gegen Änderungen der Orientierung des Koordinatensystems [Dud73]. Somit wird auch die Messunsicherheit der geschätzten Parameter unabhängig davon. Zweitens wird die Schätzung mit einem beschränkten Winkelbereich numerisch stabiler. Drittens wird die Anzahl der zu schätzenden Parameter minimal, welche im Vergleich zu den linearen Parametern einer allgemeinen Rotationsmatrix darüber hinaus eine geometrische Bedeutung besitzen.

### 3.3.2 Least-Squares-Schätzung

Beim Least-Squares-Ansatz kann entweder der algebraische Abstand

$$\mathcal{L}_{LS}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=0}^N g^2(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i, z_i) \quad (3.16)$$

oder der geometrische Abstand

$$\mathcal{L}_{LS}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=0}^N (z_i - f(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i))^2 \quad (3.17)$$

für  $N$  gemessene Punkte minimiert werden. Zum einen unterliegt der algebraische Ansatz Gl. (3.16) trotz der Recheneffizienz Nachteilen wie der Nichtinvarianz unter Koordinatentransformation und dem Bias bei hoher Krümmung (engl. high curvature bias.) [Zha97]. Zum anderen muss nur die Tiefenschwankung in der z-Richtung berücksichtigt werden, da das Messrauschen von optischen Messgeräten sehr gering und im Vergleich zur Tiefenschwankung vernachlässigbar ist, siehe Kap. 2.3. Berücksichtigt man Gl. (3.15), so lässt sich Gl. (3.17) mit einem Gradient Weighted Least Squares Schätzer (GWLS) 1. Ordnung approximieren:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LS}(\boldsymbol{\theta}) &= \sum_{i=0}^N (z_i - f(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i))^2 \\ &= \sum_{i=0}^N \frac{1}{\left(\frac{\partial g}{\partial z}\Big|_i\right)^2} \left( \frac{\partial g}{\partial z}\Big|_i z_i - \frac{\partial g}{\partial z}\Big|_i f(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i) \right)^2 \\ &\approx \sum_{i=0}^N \frac{1}{\left(\frac{\partial g}{\partial z}\Big|_i\right)^2} \left( \frac{\partial g}{\partial x}\Big|_i \Delta x + \frac{\partial g}{\partial y}\Big|_i \Delta y + \frac{\partial g}{\partial z}\Big|_i \Delta z + \left( \frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\theta}}\Big|_i \right)^T \cdot \Delta \boldsymbol{\theta} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\approx \sum_{i=0}^N \frac{1}{\left(\frac{\partial g}{\partial z}\bigg|_i\right)^2} g^2(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i, z_i), \quad (3.18)$$

wobei die partiellen Ableitungen jeweils am  $i$ -ten Punkt  $(x_i, y_i, z_i)^\top$  berechnet werden.

Üblicherweise werden für die Parameterschätzung bei einem nichtlinearen Modell  $z = f(\boldsymbol{\theta}, x, y)$  nach Kap. 3.3.1 Gradientenverfahren verwendet. Zur Minimierung von Gl. (3.17) stehen beispielsweise das Verfahren des steilsten Abstiegs, die Gauss-Methode oder die Newton-Raphson-Methode zur Verfügung [Sor80]. Das Verfahren des steilsten Abstiegs leidet unter langsamer Konvergenz in der Nähe des Minimums, während die Newton-Raphson-Methode die Berechnung von mehreren partiellen Ableitungen zweiter Ordnung verlangt und deswegen einen sehr großen Rechenaufwand erfordert. Hier wird die Gauss-Methode verwendet. Dazu wird Gl. (3.14) linearisiert:

$$z \approx z_0 + \left( \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\theta}} \bigg|_{\substack{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0 \\ \mathbf{x}=\mathbf{x}_0}} \right)^\top \cdot \Delta \boldsymbol{\theta},$$

mit  $\mathbf{x} = (x, y)^\top$ ,  $z_0 = f(\boldsymbol{\theta}_0, x_0, y_0)$  und  $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \left( \frac{\partial f}{\partial \beta}, \frac{\partial f}{\partial \gamma}, \frac{\partial f}{\partial t_x}, \frac{\partial f}{\partial t_z}, \frac{\partial f}{\partial R} \right)^\top$ . Ersetzt man  $z_0$  mit dem Messwert  $\hat{z}$ , ergibt sich aufgrund der Tiefenschwankung  $\varepsilon$

$$\left( \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\theta}} \bigg|_{\substack{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0 \\ \mathbf{x}=\mathbf{x}_0}} \right)^\top \cdot \Delta \boldsymbol{\theta} - (z - \hat{z}) = \varepsilon. \quad (3.19)$$

Damit ist das linearisierte Modell für die LS-Schätzung gegeben. Werden

$$\mathbf{h}^\top = \left( \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\theta}} \bigg|_{\substack{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0 \\ \mathbf{x}=\mathbf{x}_0}} \right)^\top \text{ und } \mathbf{b} = z - z_0,$$

definiert, erhält man für  $N$  gemessene Punkte den Ansatz für die Schätzung der kleinsten Quadrate

$$\mathbf{b} = \mathbf{H} \cdot \Delta \boldsymbol{\theta} \quad (3.20)$$

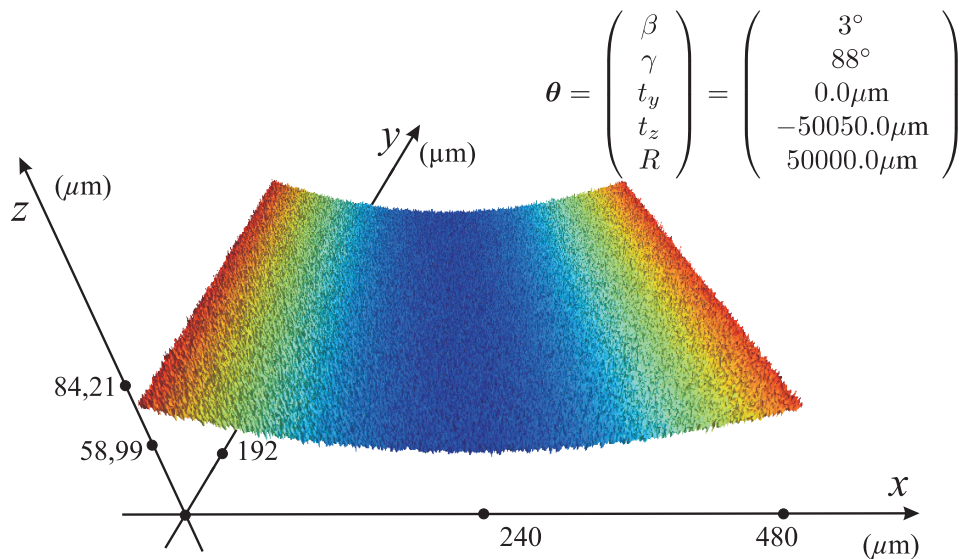
mit  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_N]^\top$  und  $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_N]^\top$ .

$\Delta \boldsymbol{\theta}$  lässt sich nach dem Kriterium der kleinsten Fehlerquadrate berechnen:

$$\Delta \boldsymbol{\theta} = (\mathbf{H}^\top \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^\top \mathbf{b}. \quad (3.21)$$

Es lässt sich nachweisen, dass Gl. (3.21) zugleich der Lösung zu Gl. (3.18) entspricht, wenn die impliziten partiellen Ableitungen  $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  in  $\mathbf{H}$  durch die entsprechenden expliziten Ableitungen  $\frac{\partial g}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  ersetzt werden [Zha97].





**Bild 3.10:** Eine synthetische Zylinderfläche, additiv überlagert mit gaußischem weißem Rauschen. Das Signal-Rauschleistungs-Verhältnis beträgt 12,7 dB.

### 3.3.3 Qualität des Schätzers

Der im letzten Abschnitt beschriebene WLS-Ansatz entspricht einer nichtlinearen Ausgleichsrechnung (engl. Fitting) im fünfdimensionalen Parameterraum. Im Folgenden werden die Eignung des Verfahrens untersucht [Pre02]. In diesem Abschnitt wird allgemein angenommen, dass das Rauschen unabhängig, identisch verteilt, mittelwertfrei und Gaußsch ist. Zur Untersuchung der Schätzungsqualität wird ein synthetisches Tiefenbild benutzt. Bild 3.10 zeigt eine Zylinderfläche mit  $\boldsymbol{\theta} = (3^\circ, 88^\circ, 0 \mu\text{m}, -50050.0 \mu\text{m}, 50000.0 \mu\text{m})^\text{T}$ , additiv überlagert mit Gaußischem weißem Rauschen der Standardabweichung  $1 \mu\text{m}^1$ . Diese Parameter erzeugen Oberflächen, die ungefähr den in der Praxis auftretenden interferometrischen Datensätzen entsprechen.

Mit unabhängigem, identisch verteiltem und mittelwertfreiem Gaußischem Rauschen ergibt sich die Likelihood-Funktion für  $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_N)^\text{T}$ :

$$\begin{aligned} p_{\mathbf{z}|\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{z}|\boldsymbol{\theta}) &= \prod_{i=1}^N p_{v_i}(z_i - f(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i)|\boldsymbol{\theta}) \\ &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{N/2} \exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2} \sum_{i=0}^N (z_i - f(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i))^2\right\} \end{aligned} \quad (3.22)$$

wobei  $v_i = z_i - f(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i)$  und  $\sigma$  die Standardabweichung des Rauschens ist. Der Maximum-Likelihood-Schätzer, der Gl. (3.22) maximiert, ist deswegen identisch mit

<sup>1</sup>In diesem Abschnitt wird die Einheit Grad für Winkel und  $\mu\text{m}$  für Länge verwendet.

dem Least-Squares-Schätzer. Weil ein Maximum-Likelihood-Schätzer asymptotisch optimal ist, ist der Least-Squares-Schätzer auch asymptotisch erwartungstreu und effizient [Kay93].

### Konvergenz

Für das iterative Least-Squares-Verfahren besteht kein allgemeines theoretisches Kriterium zur Entscheidung der Konvergenz oder der Geschwindigkeit der Konvergenz [Sor80, Fle87]. Hier kann man jedoch davon ausgehen, dass das einzige Minimum für  $\mathcal{L}_{LS}(\boldsymbol{\theta})$  um die wahre Orientierung der Fläche liegt, weil bei den interferometrischen Messdaten meist eine sehr kleine Fläche betrachtet wird. Zugleich ist das Rauschen verhältnismäßig gering. Die Initialisierung kann damit ebenfalls vereinfacht werden. Diese Aussagen konnten anhand von zahlreichen Beispielen experimentell bestätigt werden [Xin03a].

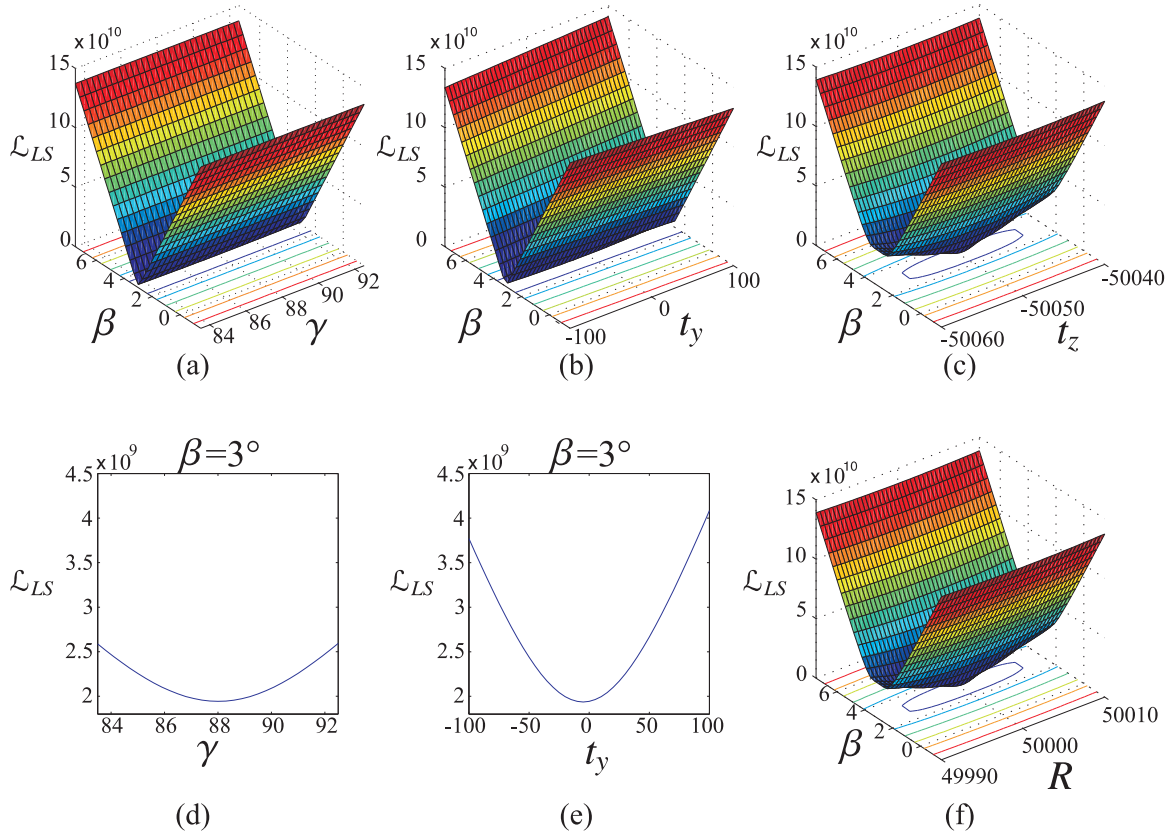
Die Konvergenzgeschwindigkeiten für die fünf Parameter sind allerdings sehr unterschiedlich. Zum Beispiel bewirkt der Nickwinkel  $\beta$  eine größere Änderung in  $\mathcal{L}_{LS}$  als der Rollwinkel  $\gamma$  (Bild 3.11(a)). Dies ist ebenfalls auf die kleine Fläche zurückzuführen, die sich als eine Ebene annähern lässt. Damit wirken sich  $\gamma$  und  $t_y$  auf  $\mathcal{L}_{LS}$  weniger als die anderen Parameter aus. Die Unterschiede der Konvergenzgeschwindigkeiten zwischen den anderen Parametern sind ähnlich und lassen sich wie in Bild 3.11 darstellen. Interessant ist das Zusammenwirken von  $t_z$  und  $R$  auf  $\mathcal{L}_{LS}$ . Mit wachsender Translation  $t_z$  muss auch der Radius  $R$  zunehmen, damit das Least-Square-Gütemaß gering bleibt, das Minimum wird jedoch verschoben.  $\mathcal{L}_{LS}$  konvergiert gegen  $t_z \approx -51600 \mu\text{m}$  und  $R \approx 51400 \mu\text{m}$ , siehe Bild 3.12. Der Maximum-Likelihood-Schätzer eines nichtlinearen Modells ist zwar asymptotisch erwartungstreu, hat aber in der Regel einen Bias. Ferner lässt sich der Bias  $\mathbf{B}(\boldsymbol{\theta})$  durch

$$\mathbf{B}(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{\sigma^2}{2} \left( \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i^T \text{tr} \left\{ \left( \sum_{i=1}^N \mathbf{J}_i^T \mathbf{J}_i \right)^{-1} \mathbf{H}_i \right\} \quad (3.23)$$

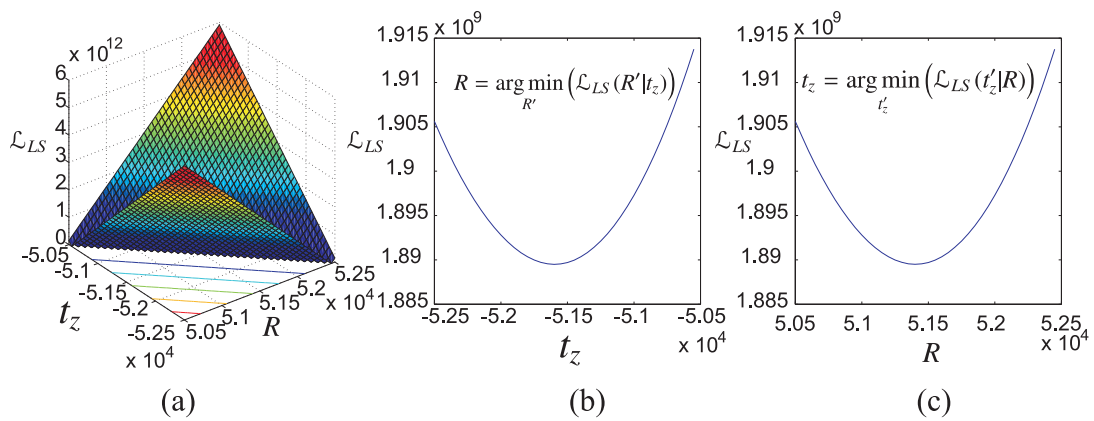
bestimmen [Sun08, Box71], wobei  $\mathbf{J}_i = \left. \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right|_{(x_i, y_i)}$ ,  $\mathbf{H}_i$  die Hessematrix  $\mathbf{H}_i = \left( \left. \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_k \partial \theta_l} \right) \right|_{(x_i, y_i)}$  und  $\sigma$  die Standardabweichung des Rauschens darstellen. Für die Datenausrichtung bildet  $\mathcal{L}_{LS}$  jedoch ein optimales Gütemaß.

### Abbruchkriterium

Wie auch bei anderen Least-Squares-Anwendungen wird als Abbruchkriterium eine sehr kleine Änderung des Parametersatzes oder des Gütemaßes selbst zwischen



**Bild 3.11:** Least-Squares-Gütemaß  $\mathcal{L}_{LS}(\theta)$  in Abhängigkeit von  $(\beta, \gamma)$  (a);  $(\beta, t_y)$  (b);  $(\beta, t_z)$  (c) und  $(\beta, R)$  (f); (d) und (e) zeigen jeweils den Schnitt durch das Tal von (a) und (b).



**Bild 3.12:** Least-Squares-Gütemaß  $\mathcal{L}_{LS}(\theta)$  in Abhängigkeit von  $R$  und  $t_z$  (a); (b) und (c) zeigen den Schnitt durch das Tal von (a) jeweils in Abhängigkeit von  $t_z$  und  $R$ .

zwei aufeinander folgenden Iterationen verwendet. Zusätzlich dient der Radius als Abbruchkriterium, da die Zylinderform bei sehr großen Radien wie eine Ebene behandelt werden kann.

### Effizienz

Zur Bewertung der Effizienz wird die mittlere quadratische Abweichung der Parameter verwendet [Pre02]. Für allgemeine nichtlineare Schätzer gilt [Bar74]:

$$\mathbf{V}[\hat{\boldsymbol{\theta}}] = E\{(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})(\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})^T\} > \mathbf{P}\mathbf{J}^{-1}\mathbf{P}^T,$$

wobei  $\mathbf{J}$  die Fisher-Informationsmatrix darstellt

$$\mathbf{J} = E\left\{\left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \ln p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})\right]\left[\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \ln p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})\right]^T\right\}.$$

$\mathbf{P}$  ist die Ableitung der Erwartung des Schätzers  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  nach dem Parameter  $\boldsymbol{\theta}$

$$\mathbf{P} = \frac{\partial \bar{\mathbf{h}}}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \int \mathbf{h}(\mathbf{x})p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})d\mathbf{x} = \int \mathbf{h}(\mathbf{x})\frac{\partial p}{\partial \boldsymbol{\theta}}d\mathbf{x}$$

Für erwartungstreue Schätzer ist  $\mathbf{P}$  gleich einer Einheitsmatrix. Deswegen repräsentiert  $\mathbf{P}$  den vom Bias verursachten Unsicherheitsfaktor. Die Abweichung der Schätzung besteht also aus dem Bias, der Messunsicherheit, die vom Bias verursacht, und die Messunsicherheit, die vom Rauschen allein bewirkt wird. Für asymptotisch erwartungstreue Schätzer gilt in der Nähe der wahren Parameter, dass die Inverse der Fisher-Informationsmatrix die minimale Varianz darstellt. Im Folgenden wird diese minimale Varianz bestimmt.

Zur Berechnung von  $\mathbf{P}$  und  $\mathbf{J}$  muss jedoch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Daten  $p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$  vorher bestimmt werden. Die Ermittlung dieser WDF ist aber sehr aufwendig, wenn es nicht unmöglich wäre.

In [Kan98] wird ein allgemeines Verfahren zur Bestimmung der unteren Grenze von Cramer-Rao (Cramer-Rao-Lower-Bound, CRLB) mit geometrischen Nebenbedingungen vorgestellt, wobei keine explizite Berechnung von  $p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$  benötigt wird. Dazu werden lokale WDF der Messdaten auf der tangentiellen Ebene projiziert. Die WDF  $p(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})$  wird also durch diese lokalen WDF approximiert. Weil Gl. (3.13) die einzige Nebenbedingung darstellt, kann der CRLB durch Minimierung von

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^N W_i \cdot \left(g(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i)\right)^2 \quad (3.24)$$

mit  $W_i = \left(\frac{\partial g}{\partial z}\bigg|_{x_i} \cdot \sigma_z\right)^{-2}$  annähernd erreicht werden, siehe Anhang B.3. Dabei wird unabhängiges weißes Gaußsches Rauschen angenommen, das nur in der Tiefenrichtung vorliegt. Da Gl. (3.17) die WLS-Schätzung Gl. (3.24) approximiert (siehe Gl. (3.18)), stellt diese den optimalen Schätzer in Approximation erster Ordnung dar. Die Kovarianzmatrix der geschätzten Parameter kann um die optimalen Parameter berechnet werden. Aus Gl. (3.21) ergibt sich die Kovarianzmatrix (damit auch der CRLB) in der Nähe des Minimums zu

$$\text{cov}(\Delta\boldsymbol{\theta}) = \hat{\sigma}_z^2 (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}, \quad (3.25)$$

siehe Anhang B.3. Dabei wird angenommen, dass die Varianz der Tiefen  $\hat{\sigma}_z^2$  an jedem Punkt identisch ist. Bild 3.13 zeigt ein Beispiel der berechneten Kovarianzen der geschätzten Parameter. Es ist zu sehen, dass die Kovarianzen schon nach 10 Iterationen in sehr guter Näherung gegen ihre Endwerte konvergieren. Während die Winkelschätzer sehr genau sind, weisen die Schätzer für die Translationen und den Radius große Varianzen auf. Die Tiefenvarianz liegt häufig im Mikrometer-Bereich. Dies entspricht beispielsweise für den Radius einer Standardabweichung von weniger als 1 mm.

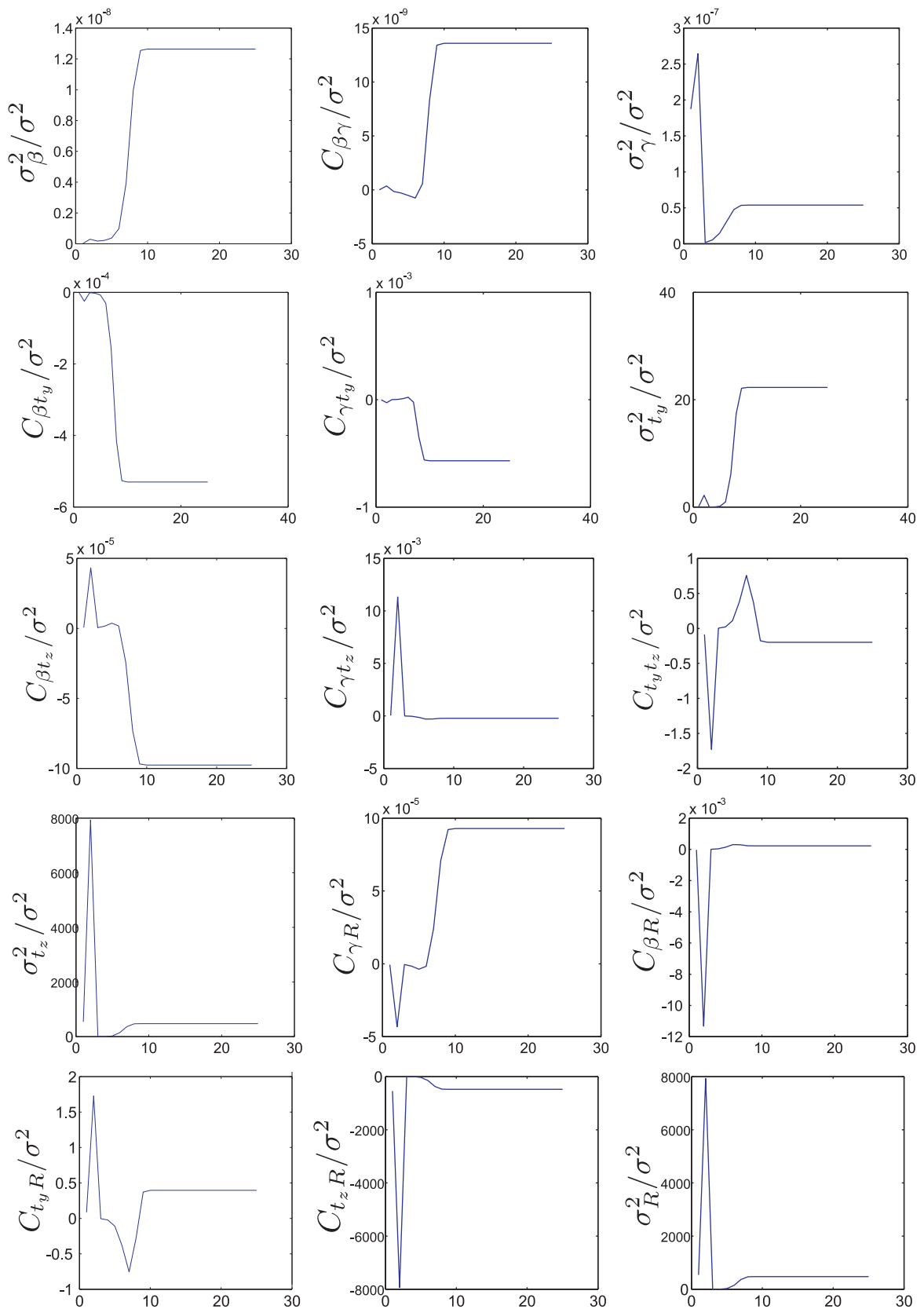
Die untere Fläche in Bild 3.14 zeigt die formbereinigten Tiefendaten der synthetischen Zylinderfläche in Bild 3.12. Weil Oberflächendaten in der Regel Poren und Schuppen enthalten, die Abweichungen von der erwarteten nominellen Form verursachen, soll eine robuste Implementierung von Least-Squares-Verfahren durchgeführt werden [Hub81]. Hierbei kann der M-Estimator zur robusten Schätzung angewendet werden, wobei statt Gl. (3.17)

$$\sum_{i=0}^N \rho(z_i - f(\boldsymbol{\theta}, x_i, y_i))^2 \quad (3.26)$$

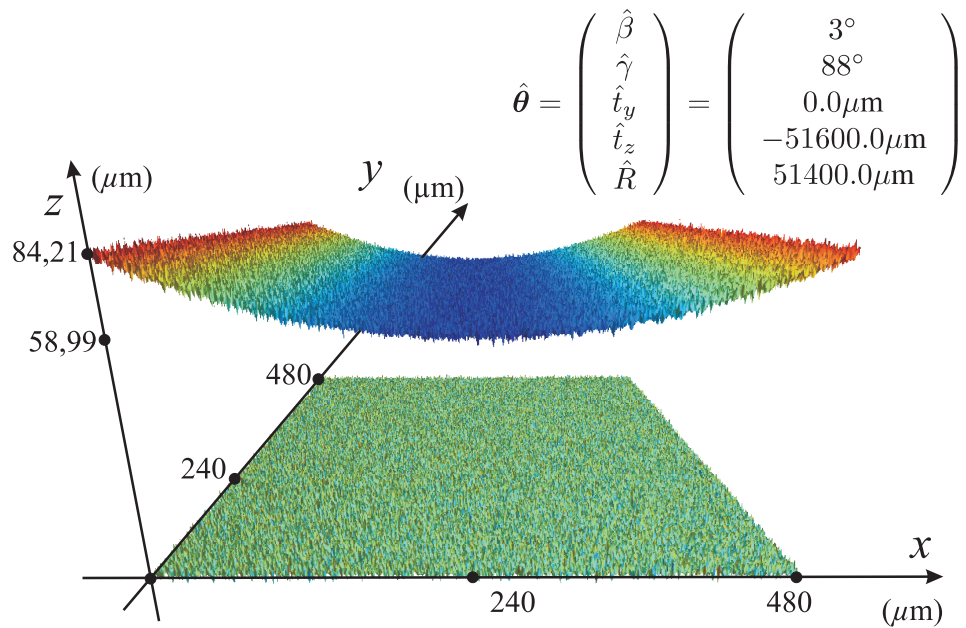
verwendet wird.  $\rho(\cdot)$  ist eine symmetrische Funktion mit einem einzigen Minimum um Null, die langsamer als quadratische Funktion steigt. Beispielsweise kann die Huber- oder Tukey-Funktion verwendet werden [Zha97].

Bild 3.15(a) und 3.15(b) zeigen ein weiteres Beispiel als grauwertkodierte Höhenbild. Das Bild hat eine Größe von  $84 \times 75 \mu\text{m}^2$ . Der Least-Squares-Schätzer liefert einen Radius von ungefähr 25 mm, der dem realen Wert der ganzen Zylinderfläche entspricht.

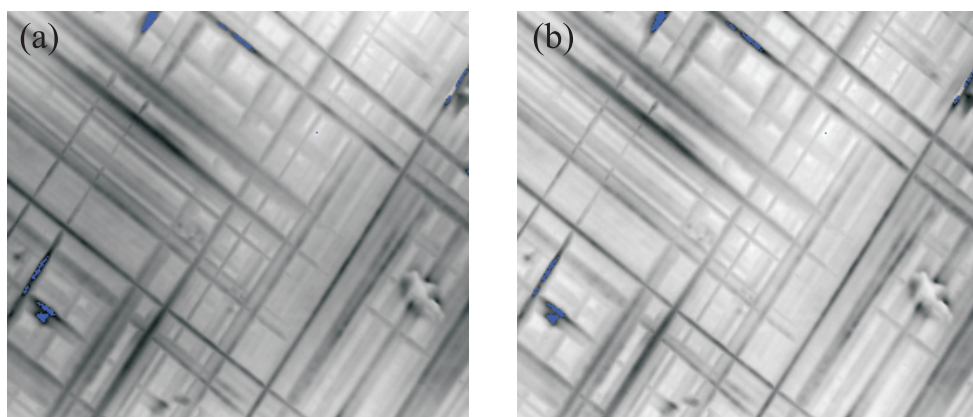
Es ist zu beachten, dass der geschätzte Zylinder nicht als Bezugsfläche zur Untersuchung des Ölhaltevolumens geeignet ist. Weil die Form aus einer robusten Schätzung stammt, wird die Auswirkung von erhabenen Komponenten wie Blechmäntel und Schuppen unterdrückt, welche die Kontaktfläche (und damit die Bezugsfläche) stark verändern. Dieser Effekt wird in Kapitel 4 diskutiert.



**Bild 3.13:** Kovarianzen aufgetragen über Iterationen und normalisiert auf Tiefenvarianzen  $\sigma^2$



**Bild 3.14:** Datenausrichtung in 3D-Ansicht mit den geschätzten Parametern: die obere Fläche und die untere Fläche sind jeweils die Zylinderfläche in Bild 3.10 und die formbereinigten Messdaten.



**Bild 3.15:** Datenausrichtung in Grauwertbild dargestellt: (a) Rohdaten; (b) ausgerichtete Daten.





## 4 Referenzfläche

Eine weit verbreitete Annahme ist es, dass funktionale Komponenten in unterschiedlichen Strukturgrößen auftreten, die durch Filterung voneinander getrennt werden. Dies ermöglicht einen unabhängigen Vergleich der Kenngrößen von verschiedenen Oberflächentexturen.

Im Rahmen dieser Arbeit werden darüber hinaus geometrische Kennwerte berechnet, die mit den bisher verwendeten Filterverfahren nicht bestimmbar sind. Dazu ist eine sogenannte Referenzfläche erforderlich. In Gl. (1.2) wird die Oberfläche als Summe der nominellen Form  $\psi(\mathbf{x})$ , der Referenzfläche  $\omega(\mathbf{x})$  und der Rauheit  $g(\mathbf{x})$  modelliert, siehe Kap. 1.2. Nach Entfernen des Formanteils  $\psi(\mathbf{x})$  mit dem Schätzverfahren entsprechend Kap. 3.3 erhält man die ausgerichteten Daten, die hierbei als  $\chi(\mathbf{x})$  bezeichnet werden:

$$\chi(\mathbf{x}) = \omega(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x}). \quad (4.1)$$

Mit der Referenzfläche soll zum einen der Rauheitsanteil  $g(\mathbf{x})$  herausgearbeitet werden, welcher der Texturanalyse zugrunde liegt, zum anderen eine Bezugsfläche zur Berechnung dreidimensionaler Kenngrößen gewonnen werden. [Raj02] gibt einen Überblick über den Stand der Berechnung von Referenzflächen bis 2002. Die Referenzfläche wird traditionell durch Filterung gewonnen. Allerdings weisen diese Filterungen entweder keine scharfe Frequenzselektivität auf, oder die gewonnene Referenzfläche ist empfindlich gegen isolierte große Spitzen. Deswegen soll eine gute Referenzfläche zwei Bedingungen erfüllen:

- Sie soll die langsame Veränderung der Messdaten verfolgen und glatt sein. Im Rahmen dieser Arbeit wird verlangt, dass sie mindestens die kontinuierliche erste Ableitung aufweist.
- Sie muss robust gegen einzelne Singularitäten auf der Oberfläche sein. Robustheit bezeichnet in der vorliegenden Anwendung, dass die Referenzfläche nur minimal von isolierten Peaks oder Tälern beeinflusst wird. Eine solche Referenzfläche wird als zuverlässige Referenzfläche bezeichnet.

In diesem Kapitel werden einige Ansätze zur Bestimmung einer robusten Referenzfläche betrachtet. Kap. 4.1 gibt einen Überblick über lineare 2D-Filterverfahren.

Kap. 4.2 stellt ein morphologisches Verfahren vor. In Kap. 4.3 wird ein physikalisches Feder-Modell präsentiert, das den Tastschrieb simuliert. Abschließend wird eine Regularisierungsmethode beschrieben.

## 4.1 Stand der Technik — Lineare 2D-Filterung

Die lineare Filterung ist der am weitesten verbreitete Ansatz zur Berechnung einer Referenzfläche. Aufgrund ihrer glatten und damit niederfrequenten Charakteristik kann eine Referenzfläche durch eine Tiefpass-Filterung erzeugt werden. In der Praxis werden bisher meist eindimensionale Profildaten verwendet. Sie benutzen als Gewichtsfunktion unterschiedliche Modifikationen der Gaußschen Glockenkurve, die in [ISO96c] genormt sind. Es existiert aber noch kein genormtes, zweidimensionales Filterverfahren zur Trennung von Form, Welligkeit und Rauheit. Neue, robuste zweidimensionale Verfahren zur Berechnung einer Bezugsfläche haben gute Chancen auf Akzeptanz in der Industrie, wenn sie in Anlehnung an genormte, eindimensionale Profilter erarbeitet werden.

### 4.1.1 2D-Gaußfilter

Die 2D-Gaußfilterung erfolgt als zweidimensionale Faltung

$$\omega(\mathbf{x}) = \chi(\mathbf{x}) ** w(\mathbf{x}), \quad (4.2)$$

mit der Tiefenfunktion  $\chi(\mathbf{x})$  und einer separierbaren zweidimensionalen Gewichtsfunktion

$$\begin{aligned} w(\mathbf{x}) &= w_{1D}(x) \cdot w_{1D}(y) \\ &= \frac{1}{\alpha\lambda_{co}} \exp\left[-\pi\left(\frac{x}{\alpha\lambda_{co}}\right)^2\right] \cdot \frac{1}{\alpha\lambda_{co}} \exp\left[-\pi\left(\frac{y}{\alpha\lambda_{co}}\right)^2\right], \end{aligned}$$

wobei eine Gaußsche Glockenkurve als eindimensionale Gewichtsfunktion  $w_{1D}(\cdot)$  normgemäß verwendet wird. Die Berechnung ist oft effizienter im Ortsfrequenzbereich, wo die Faltung einer Multiplikation entspricht:

$$\Omega(\mathbf{f}) = \mathcal{F}\{\omega(\mathbf{x})\} = X(\mathbf{f}) \cdot W(\mathbf{f}). \quad (4.3)$$

mit  $X(\mathbf{f}) = \mathcal{F}\{\chi(\mathbf{x})\}$  und

$$\begin{aligned} W(\mathbf{f}) &= W_{1D}(f_x) \cdot W_{1D}(f_y) \\ &= \exp\left[-\pi(\alpha\lambda_{co}f_x)^2\right] \cdot \exp\left[-\pi(\alpha\lambda_{co}f_y)^2\right]. \end{aligned}$$

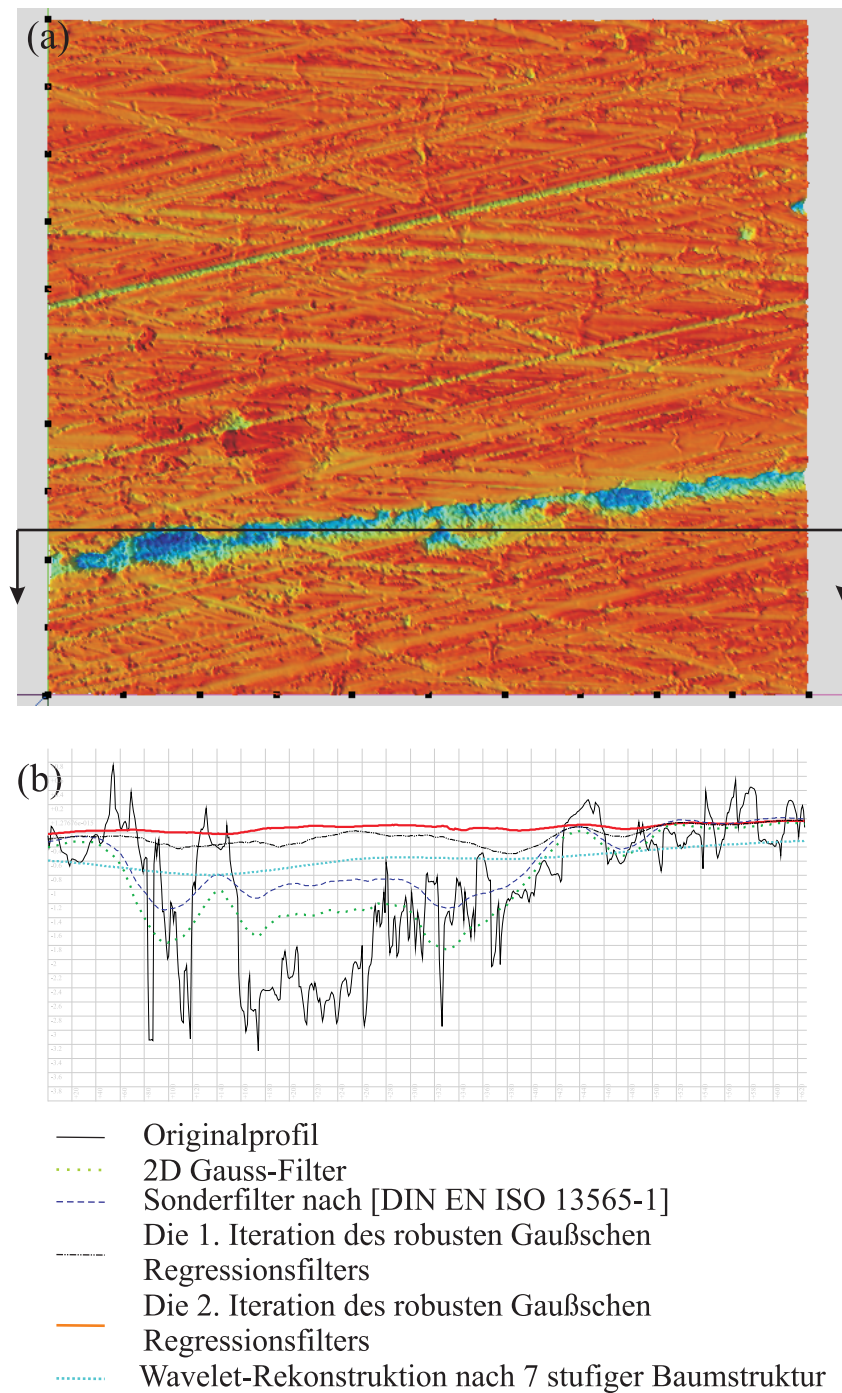
Mit der Grenzperiodenlänge  $\lambda_{co}$  kann die Breite der Glocke eingestellt werden. Die Konstante  $\alpha = \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}}$  gewährleistet  $W_{1D}(1/\lambda_{co}) = 0,5$ . Die Referenzfläche erhält man mit Hilfe der inversen Fouriertransformation:

$$\omega(\mathbf{x}) = \mathcal{F}^{-1}\{\Omega(\mathbf{f})\}. \quad (4.4)$$

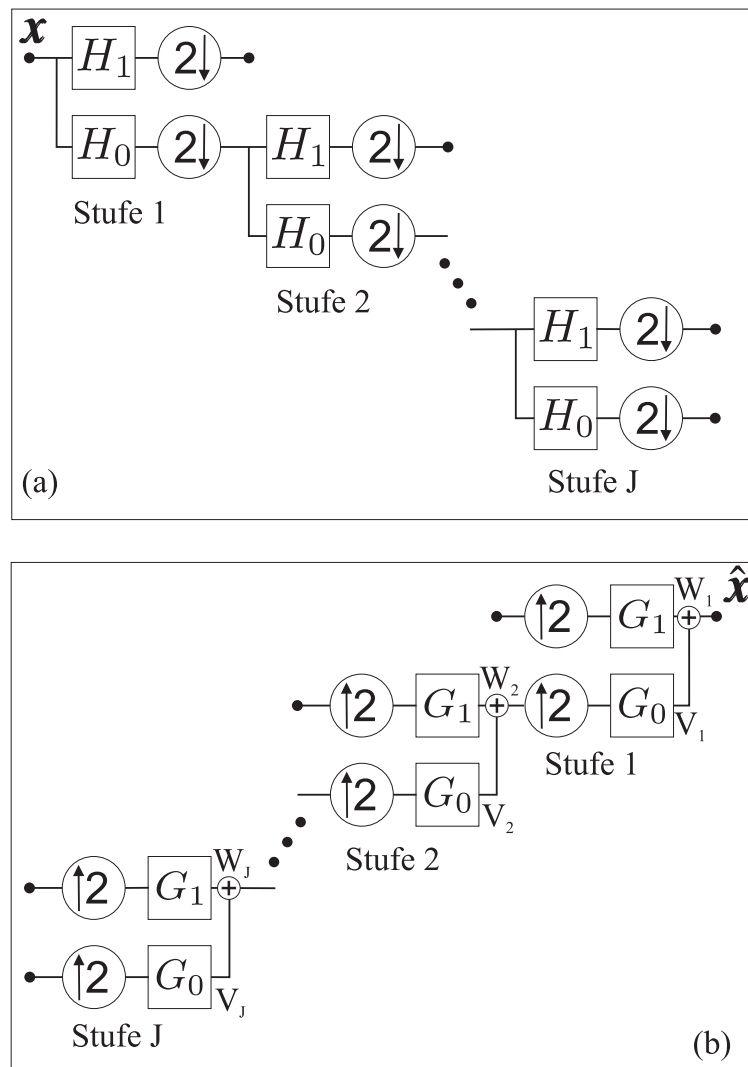
Das 2D-Gaußfilter ist separierbar, symmetrisch und deswegen linearphasig. Damit wird eine Phasenverzerrung vermieden. Es weist aber keine scharfe Selektivität im Ortsfrequenzbereich auf, da sein Übergangsbereich sehr breit ist. Eine Alternative ist das sogenannte Zonenfilter, das durch eine Fensterung auszulegen ist [Luo93]. Dies erzielt zwar einen schmalen Übergang, die notwendige Filterlänge wird aber deutlich größer. Die berechneten Filterflächen zeigen immer noch Verfälschungen in Bereichen besonders ausgeprägter Riefen. Es werden deshalb in der Regel mehrere Iterationen der Filterung unter Verwendung eines Gewichtsbandes durchgeführt (das Sonderfilter nach [DIN EN ISO 13565-1]). Mit Hilfe eines Regressionsansatzes kann ein iteratives Filterverfahren angegeben werden [Bod00]. In [See00, See05] wurde das robuste Regressionsfilter weiter entwickelt. Bild 4.1(b) zeigt ein Beispiel der verschiedenen 2D-Filterverfahren. Das robuste Regressionsfilter liefert schon nach der zweiten Iteration eine zuverlässige Referenzfläche. Es bringt jedoch einige Nachteile mit sich: erstens erfordert dieses Verfahren einen hohen Rechenaufwand; zweitens ist es nicht flexibel, weil die Filtergröße an die Messdaten angepasst werden muss.

### 4.1.2 2D-Wavelet-Filter

Die Wavelet-Transformation (WT) ist ein bewährtes Verfahren zur Rauschunterdrückung und Datenkompression. Die Betrachtung von Signalen im Skalenraum und die Verwendung von kompakten Basisfunktionen sind zwei große Vorteile, die zur Zerlegung und weiteren Auswertung genutzt werden können. Ein weiterer Vorteil ist die effiziente Implementierung der diskreten Wavelet-Transformation durch Filterbänke mit der Polyphasenzerlegung [Str97] sowie durch Faktorisierung der Filterbänke mittels Lifting-Verfahren [Dau98, Jen01]. Zum Einsatz der WT findet man viele kommerzielle und nichtkommerzielle Programme. Auch in der Oberflächenmesstechnik sieht man seit einigen Jahren erhebliche Fortschritte, weil die funktionalen Komponenten der Oberfläche, nämlich die Form, die Welligkeit und die Rauheit, in der Praxis in unterschiedlichen Skalen liegen. Außerdem sind die fraktalen Eigenschaften der Rauheit ein weiterer Grund, die Wavelet-Transformation heranzuziehen. [Whi92] untersuchten die Oberfläche im Ortsskalenraum unter Verwendung der „Wigner-Ville-Verteilung“, bei der ein Kompromiss zwischen der Reduzierung der Interferenz wegen der quadratischen Form der Verteilung und der

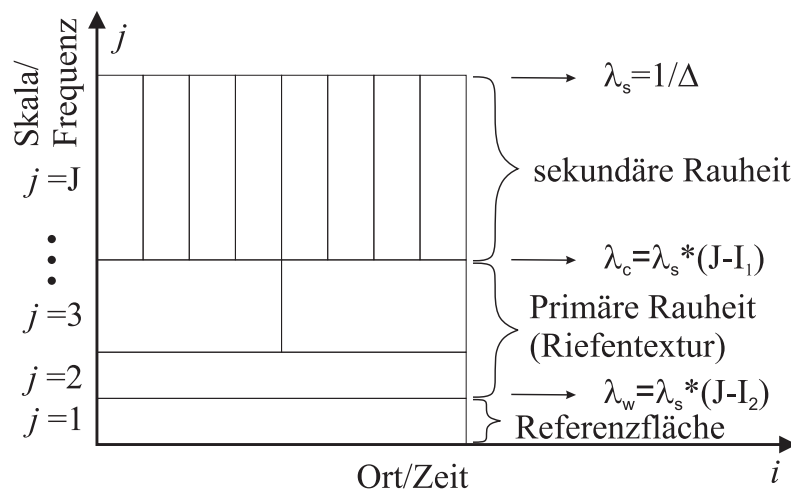


**Bild 4.1:** Ergebnisse der 2D-Filterungen: (a) Originaldaten einer Hontextur in 3D-Ansicht; (b) Profile einer Filterung in der markierten Zeile aus (a).



**Bild 4.2:** Baumstrukturierte Filterbänke der WT mit J Stufen: (a) Hintransformation / Analyse; (b) Rücktransformation / Synthese.

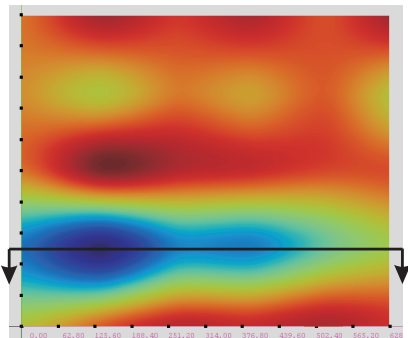
Auflösung im Ortsskalenraum eingegangen wird [Mal99]. [Che95] untersuchten zuerst die multiskalare Analyse von technischen Oberflächen mittels der diskreten Wavelet-Transformation (DWT). [Lee98] führten die kontinuierliche Wavelet-Transformation zur Analyse von 1D-Profildaten ein. In [Jia00] wurde die 2D-DWT mit einer Lifting-Implementierung auf 2D-Oberflächendaten angewendet. Bild 4.2(a) und Bild 4.2(b) stellen die Hin- und Rücktransformation der DWT mit J Stufen dar, die mit Filterbänken implementiert sind.  $H_0$  und  $H_1$  stellen jeweils den Tief- und Hochpass der Filterbank bei der Hintransformation bzw.  $G_0$  und  $G_1$  den Tief- und Hochpass der Filterbank bei der Rücktransformation dar.  $W_j$  und  $V_j$  sind die Skalenbereiche, die jeweils von der Skalierungsfunktion und der Wavelet-Funktion der  $j$ -ten Stufe durch Skalierung und Verschiebung generiert werden. Die 2D-WT wird in der Regel als separierbare Transformation implementiert. Bei jeder Stufe der Analy-



**Bild 4.3:** Ortsskalen-Ebene:  $i$ -Achse ist der Ortsachse und  $j$ -Achse ist die Frequenzachse.

se erhält man je nach Tief- oder Hochpass in vertikaler oder horizontaler Richtung vier Anteile, nämlich der Tiefpassanteil mit Tiefpass in beiden Richtungen sowie die Detailanteile jeweils in horizontaler, vertikaler und diagonaler Richtung. Die Ausgabe von  $H_1$  jeder Stufe in Bild 4.2(a) und die Eingabe von  $G_1$  in Bild 4.2(b) können daher im 2D-Fall als die drei Detailanteile aufgefasst werden.

Bild 4.3 verdeutlicht die Einteilung der Ortsskalen-Ebene in horizontaler oder vertikaler Richtung durch diese Transformation. Die Ortsskalen-Ebene wird in  $J$  Stufen eingeteilt. Die höchste Frequenz  $\lambda_s = 1/\Delta$  wird durch den Abtastschritt  $\Delta$  bestimmt, während die niedrigste Frequenz durch die Signallänge bestimmt wird. Zur Zerlegung der Signale in verschiedene Skalenbereiche liegt es nahe, zwei Schwellwerte zu definieren:  $\lambda_c$  zur Abgrenzung zwischen dem kurzwelligen und mittelwelligen Anteil (siehe Kap. 5.1.2) bzw.  $\lambda_w$  zur Abgrenzung zwischen dem mittelwelligen Anteil und der langwelligen Referenzfläche. In diesem Kapitel wird  $\lambda_w$  zur Generierung der Referenzfläche  $\omega(\mathbf{x})$  als Tiefpassanteil benötigt.



**Bild 4.4:** Die Referenzfläche, die durch die Filterbank „bior6.8“ mit  $J = 7, I_2 = 2, I_1 = 5$  gewonnen wurde. Das Profil an derselben markierten Stelle wird in Bild 4.1(b) eingezeichnet.

Die Filterbänke mit  $H_0$  und  $H_1$  bzw.  $G_0$  und  $G_1$  müssen zur sauberen Trennung des Skalenraums gewählt werden. Infolge der Anforderung an die Linearphasigkeit sind die unsymmetrischen Filterbänke, wie z. B. das Daubechies-Wavelet und das Coiflet, nicht einsetzbar. Während man aus Gründen der Kompaktheit nur FIR-Filterbänke verwendet, führt die Anforderung an einen steilen Übergang im Frequenzbereich zwangsläufig zu einer großen Länge des Filters. [Fu03] verglich vier übliche Filterbänke und die entsprechenden Übertragungsfunktionen im eindimensionalen Fall und konnte diese Aussagen bekräftigen. [Lin06] untersuchten die messtechnischen Eigenschaften von Wavelet-

Filtern und wies darauf hin, dass große Filterlänge zu Randproblemen führt. [Zen05] schlugen die sogenannte DT-CWT (engl. dual-tree complex wavelet transform) vor, die zwar einen steileren Übergang als das Gauß-Filter aufweist, aber immer noch entfernt weg vom idealen Sprung ist. Bei der Auslegung der Filterbank hat man dasselbe Problem wie bei einem Filter, nämlich einen Kompromiss zwischen der Kompaktheit und der Frequenzselektivität.

Bild 4.4 zeigt die Referenzfläche des Originalbildes Bild 4.1(a), die mit der separierbaren 2D-DWT gewonnen wurde. Dabei wurde die biorthogonale Filterbank „bior6.8“ mit  $J = 7, I_2 = 2$  verwendet, die über zwei Filter mit jeweils 17 und 11 Koeffizienten verfügt<sup>1</sup>. Zum Vergleich wurde das Profil an derselben markierten Stelle in Bild 4.1(b) eingezeichnet. Die gefundene Referenzfläche ist vergleichbar mit dem Ergebnis des robusten Gaußschen Regressionsfilters, während der Rechenaufwand wegen der effizienten Implementierung deutlich geringer ist. Die Referenzfläche ist definitionsgemäß eine Linearkombination der verschobenen Skalierungsfunktionen, die in diesem Fall die B-Splines elfter Ordnung darstellen.

## 4.2 Morphologische Filterung

In der Oberflächenmesstechnik werden dreidimensionale morphologische Verfahren als eine Erweiterung der Einhüllenden-Verfahren aus den 70er Jahren verwendet [Sri98]. Sie bieten eine nichtlineare Filterung zur Generierung der Referenzfläche

<sup>1</sup>Der Name „bior6.8“ für diese Filterbank wird in MATLAB® verwendet. Mit einer gezielten Faktorisierung erhält man bei dieser Filterbank Filter ähnlicher Länge.

an, die eine konforme Grenzfläche zwischen kooperativen Oberflächen wie der Zylinderlauffläche und des Dichtrings approximiert [Mal03]. Dabei sind Dilation und Erosion zwei elementare Operatoren, auf denen eine ganze Reihe von anderen morphologischen Operatoren wie Öffnung und Schließung beruhen. [Dec01, Dec02] verwendeten das abwechselnde sequentielle Filter (engl. Alternate sequential filter), das aufeinander folgende Öffnungen und Schließungen mit Strukturelementen steigender Größe darstellt, zur Zerlegung von 3D-Daten eines Tastschriebs in Riefen und Plateaus. Mit der morphologischen Granulometrie kann man eine ähnliche multiskalare Analyse wie bei der Wavelet-Transformation durchführen. In [Kum06] wird ein Teil eines Toroides als 3D-Strukturelement verwendet.

Die Nichtlinearität der morphologischen Filterung besitzt folgende Nachteile:

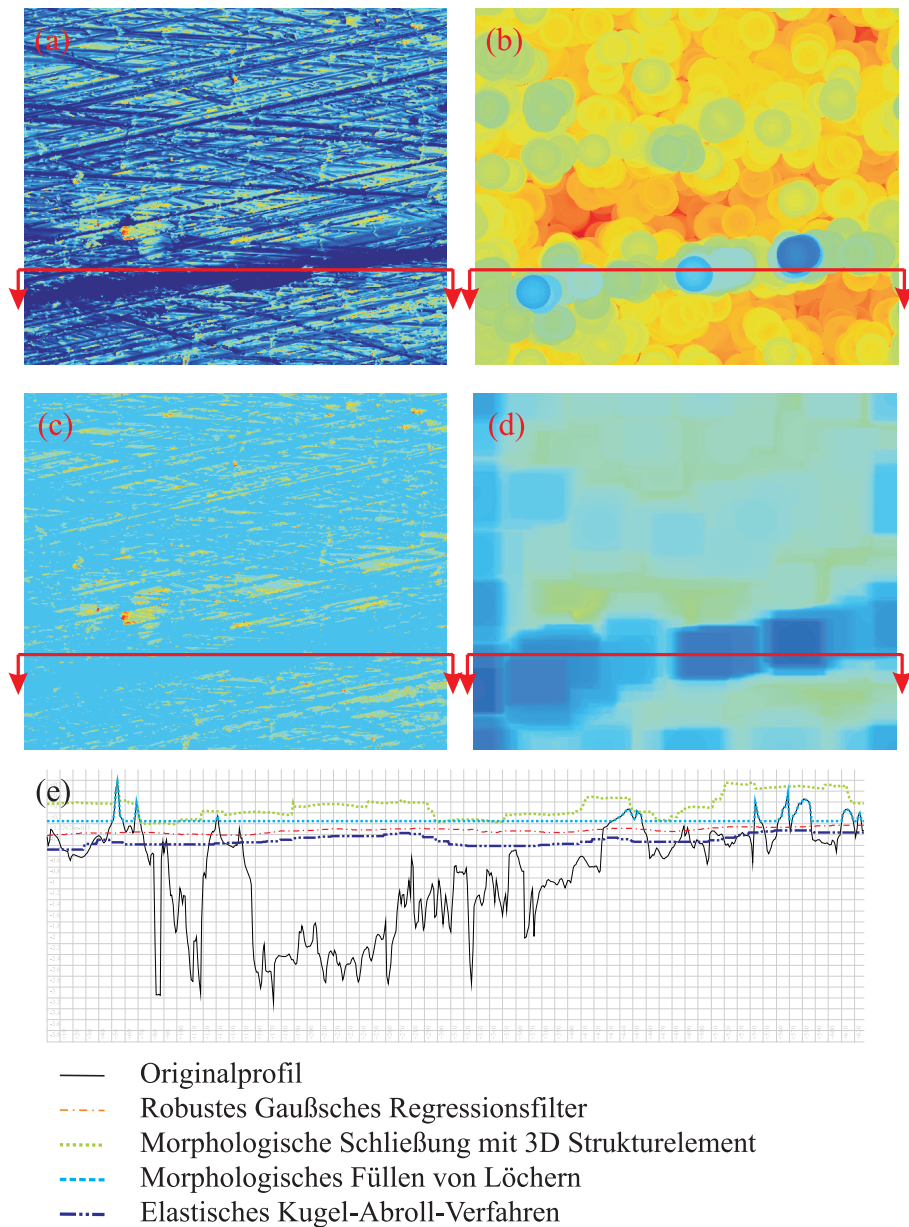
- Bei der einfachen Öffnung und Schließung entstehen Unstetigkeiten der Steigung.
- Die Übertragungsfunktion ist nicht nur von der Periodenlänge, d. h. der Größe des Strukturelements, bestimmt, sondern auch von der Amplitude der Oberfläche.
- Die morphologische Filterung ist empfindlich gegen isolierte große Spitzen.

Bild 4.5(b) und (e) zeigen das Ergebnis der dreidimensionalen morphologischen Schließung mit einem sphärischen Strukturelement, das eine Fläche von  $51 \times 51$  Pixeln und einen Krümmungsradius von 6000 Pixeln aufweist. Die Definition der morphologischen Schließung findet man in [Soi03, Har92].

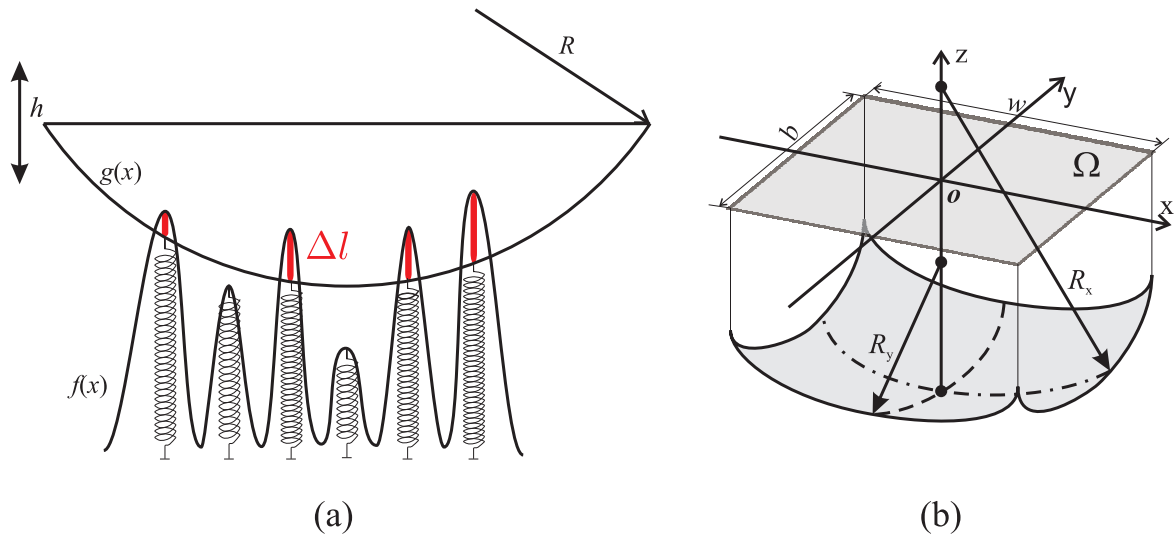
### 4.2.1 Morphologisches Füllen von Löchern

Geodätische Transformationen sind morphologische Operatoren, die keine Auswahl eines Strukturelementes, sondern ein geeignetes Paar von Masken- und Markierungsbildern benötigen [Soi03]. Dazu gehört das Füllen von Löchern, das als morphologische Rekonstruktion durch Erosion  $R_f^*(f_m)$  implementiert ist, siehe Anhang C. Dabei wird das zu betrachtende Signal  $f$  als Maskenbild verwendet. Das Markierungsbild  $f_m$  wird auf das Maximum des Bildes gesetzt. Lediglich Randbereiche werden gesondert behandelt. Hier werden die Werte des Originalbildes beibehalten. Das Ergebnis des Operators ist in Bild 4.5(c) und (e) zu sehen. Der Vorteil bei diesem Operator ist, dass das Ergebnis nicht von einer subjektiven Auswahl eines Strukturelements bezüglich der Größe und der Geometrie, sondern nur vom Bild selbst, insbesondere vom Bildrand, abhängt. Die gewonnene Referenzfläche ist robust gegen große Spitzen und Vertiefungen. Sie simuliert algorithmisch den Ölfilm, wenn kein Kontakt auf der Oberfläche stattfindet.





**Bild 4.5:** Referenzfläche: (a) Originalbild; (b) morphologische Schließung mit einem dreidimensionalen sphärischen Strukturelementen; (c) morphologisches Füllen von Löchern; (d) elastisches Kugel-Abroll-Verfahren; (e) Vergleich der Profile. Tiefenwerte in (a)-(d) werden mit identischer Farbkodierung dargestellt.



**Bild 4.6:** Elastisches Kugel-Abroll-Verfahren: (a) Prinzip; (b) Ein simulierter Taster.

### 4.3 Elastisches Kugel-Abroll-Verfahren

Die morphologische Schließung mit einem sphärischen Strukturelement entsprechend Kap. 4.2 simuliert das Abrollen einer gleitenden Kugelfläche, die einen starren Kontakt mit der untersuchten Oberfläche hat und demzufolge gegen große isolierte Spitzen empfindlich ist. Wenn die Oberfläche elastisch modelliert wird, was auch physikalisch realistisch ist, kann eine zuverlässige Referenzfläche erzeugt werden. Diese Idee führt zu dem sogenannten Elastischen Kugel-Abroll-Verfahren (EKA-Verfahren), das den Abrollvorgang auf einer verformungsfähigen Oberfläche simuliert [Sun05]. Dabei wird jedes Pixel als eine lineare Feder betrachtet, die dem Hoocheschen Gesetz gehorcht:

$$F = \frac{E \cdot A}{l} \cdot \Delta l, \quad (4.5)$$

wobei  $E$  den Elastizitätsmodul,  $A$  die Querschnittsfläche,  $l$  die Länge der Feder und  $\Delta l$  die Längenänderung darstellt. Wenn die Kugel auf der elastischen Oberfläche frei abrollt, werden Verformungen auf höheren Pixeln im Kontaktbereich verursacht, siehe Bild 4.6(a). Werden die Verformungskräfte aufsummiert, kann folgende Kräftebilanz aufgestellt werden:

$$F_{\text{Gesamt}} = \frac{E \cdot A}{l} \int_{\Omega: f-g \geq h} [f(x) - (g(x) + h)] dx, \quad (4.6)$$

wobei  $f(x)$  die Höhe der Oberfläche,  $g(x)$  die der Kugelfläche und  $h$  die vertikale Translation der Kugelfläche darstellt. Wird  $F_{\text{Gesamt}}$  durch das Eigengewicht oder eine

Material	Dichte $\rho_{\text{Stahl}}$	E-Modul $E$	Radius $R$	Messfläche $A$	Länge $l$
Stahl	7,8 g/cm <sup>3</sup>	216.000 N/mm <sup>2</sup>	10 mm	1×10 <sup>-3</sup> m <sup>2</sup>	1 μm

**Tabelle 4.1:** Ein realistischer Parametersatz für EKA-Verfahren*Quelle:* [Bei81]

aufgebrachte Kraft vorgegeben, kann  $h$  eindeutig bestimmt werden. Dabei kann eine Toroidfläche als simulierter Taster wie in [Kum06] verwendet werden, siehe Bild 4.6(b). Weil das Integrationsgebiet durch die Ungleichung  $f - g \geq h$ , in der sich die Integranden und die zu suchende  $h$  befinden, bestimmt wird, kann Gl. (4.6) nur numerisch aufgelöst werden. Für solche nicht differenzierbaren Gleichungen eignet sich Brent's Verfahren [Pre02]. Nach der Diskretisierung von Gl. (4.6) erhält man

$$\frac{F_{\text{Gesamt}} \cdot l}{E \cdot A} = \sum_{\{i|\Omega: f_i - g_i \geq h\}} [f(x_i) - (g(x_i) + h)] \doteq \sum_{\{i|\Omega: f_i - g_i \geq h\}} \Delta l_i. \quad (4.7)$$

Werden die realistischen Parameter aus Tabelle 4.1 verwendet, kann der physikalische Sinn erhalten werden. Dabei wird zuerst nur das Eigengewicht  $G_{\text{Kugel}}$  berücksichtigt und eine Kugelfläche mit  $R_x = R_y = R$  angenommen. Mit der Näherung

$$V_{\text{Kugel}} = A \cdot 2 \cdot R$$

ergibt sich Gl. (4.7) zu

$$\sum_{\{i|\Omega: f_i - g_i \geq h\}} \Delta l_i = \frac{G_{\text{Kugel}} \cdot l}{E \cdot A} = \frac{\rho_{\text{Stahl}} \cdot 2AR \cdot g \cdot l}{E \cdot A}. \quad (4.8)$$

Werden die Werte in Gl. (4.8) eingesetzt, erhält man

$$\sum_{\{i|\Omega: f_i - g_i \geq h\}} \Delta l_i = 70,78 \mu\text{m}.$$

Bild 4.5(d) und (e) zeigen das Ergebnis mit dem EKA-Verfahren, das robust gegen vereinzelte Spitzen ist. Die Position der Referenzfläche lässt sich durch Vorgabe einer aufzubringende Kraft flexibel einstellen. Dies ist zur Berechnung von volumetrischen Merkmalen bei Anwendungen mit unterschiedlichen Belastungen oft erwünscht.

## 4.4 Regularisierung

Die Suche nach der Referenzfläche kann als ein inverses Problem aufgefasst werden, wenn die gemessene Oberfläche  $\chi(\mathbf{x})$  in Gl. (4.9) als eine Beobachtung und die Referenzfläche  $\omega(\mathbf{x})$  als das von der Rauheit  $g(\mathbf{x})$  verrauschte, unbekanntes Signal betrachtet wird:

$$\chi(\mathbf{x}) = \omega(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x}). \quad (4.9)$$

Die Anforderung an die Stetigkeit der Referenzfläche kann als die Regularitätsnebenbedingung verwendet werden. Es gibt zwei Möglichkeiten [Cha03], die Regularitätsbedingung zur Lösung von Gl. (4.9) einzusetzen:

1. Durch explizite Einschränkung des Lösungsraumes auf z. B. eine glatte Polynomfläche. Mit Hilfe einer Projektion in diesen Raum erhält man dann eine reguläre Lösung.
2. Durch Formulierung einer a priori Verteilung  $P^{\text{prior}}(\omega)$  und einer bedingten Verteilung  $P(\chi|\omega)$ . Dabei enthält  $P^{\text{prior}}(\omega)$  die Regularitätsbedingung und  $P(\chi|\omega)$  wird durch die Verteilung des Rauschens  $g(\mathbf{x})$  bestimmt.

In Kap. 4.4.1 wird der erste Ansatz mit zweidimensionalen bikubischen Splines vorgestellt. Der zweite probabilistische Ansatz ist identisch mit einer energie-basierten Formulierung, die in Kap. 4.4.2 beschrieben wird.

### 4.4.1 Zweidimensionale Regressionssplines

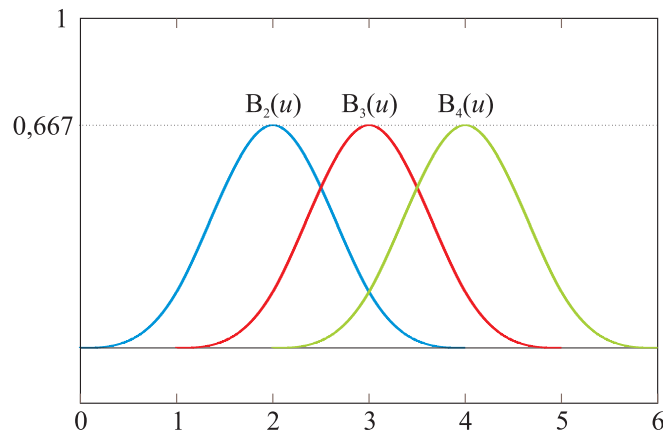
Die Glättung mit Spline-Funktionen ist eine bewährte Methode, die in vielen Bereichen verwendet wird. B-Splines sind durch einen Knotenvektor  $u_0, \dots, u_K$  rekursiv definiert [Far02]:

$$N_l^n(u) = \frac{u - u_{l-1}}{u_{l+m-1} - u_{l-1}} N_l^{n-1}(u) + \frac{u_{l+n} - u}{u_{l+n} - u_l} N_{l+1}^{n-1}(u), \quad (4.10)$$

mit

$$N_i^0(u) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } u_{i-1} \leq u \leq u_i, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.11)$$

Die uniformen B-Splines sind an einem äquidistanten Knotenvektor mit  $u_i - u_{i-1} = h$  für alle  $i$  gegeben. Sie können gleichbedeutend auch durch aufeinander folgende



**Bild 4.7:** Uniforme kubische B-Splines für  $h = 1$

Faltungen der Boxfunktion Gl. (4.11) definiert werden. Die kubischen uniformen B-Splines sind in Bild 4.7 veranschaulicht und folgendermaßen definiert:

$$B_i(u) = \begin{cases} (u - u_{i-2})^3, & \text{wenn } u \in [u_{i-2}, u_{i-1}), \\ h^3 + 3h^2(u - u_{i-1}) \\ \quad + 3h(u - u_{i-1})^2 - 3(u - u_{i-1})^3, & \text{wenn } u \in [u_{i-1}, u_i), \\ h^3 + 3h^2(u_{i+1} - u) \\ \quad + 3h(u_{i+1} - u)^2 - 3(u_{i+1} - u)^3, & \text{wenn } u \in [u_i, u_{i+1}), \\ (u_{i+2} - u)^3, & \text{wenn } u \in [u_{i+1}, u_{i+2}), \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.12)$$

Das auf dem Knotengitter  $\mathcal{G}_{\tau,\lambda} \doteq \{\tau_1, \dots, \tau_q\} \times \{\lambda_1, \dots, \lambda_q\}$  definierte Tensor-Produkt der B-Splines<sup>2</sup>

$$B_{kl}(x, y) = B_k^\tau(x) \cdot B_l^\lambda(y), \quad k, l = 0, \dots, q + 1,$$

bildet eine Basis und den entsprechenden Vektorraum, in dem man eine reguläre Lösung für Gl. (4.9) finden kann [Cha03]:

<sup>2</sup>Der Einfachheit halber wird im Folgenden die gleiche Anzahl von Knoten und Kanten gewählt.

- Modell:

$$\chi(\mathbf{x}) = \omega(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x}).$$

- Vorgegeben:

- $\chi_{ij} = \chi(x_i, y_j)$  für  $i, j = 1, \dots, n$ ,
- Knotengitter  $\mathcal{G}_{\tau, \lambda}$  mit  $\tau_1 = x_1, \tau_q = x_n, \lambda_1 = y_1$  und  $\lambda_q = y_n$ .

- Gesucht:

Eine Referenzfläche  $\omega(x_i, y_j)$  in Form der Linearkombination von  $B_{kl}(x, y)$

$$\omega(x_i, y_j) = \sum_{k=0}^{q+1} \sum_{l=0}^{q+1} \beta_{kl} B_k^\tau(x_i) \cdot B_l^\lambda(y_j).$$

Wird Gl. (4.9) nun in Matrizenform umgeschrieben, erhält man

$$\boldsymbol{\chi} = \mathbf{B}^\tau \boldsymbol{\beta} (\mathbf{B}^\lambda)^\top + \mathbf{g} \quad (4.13)$$

mit

$$\mathbf{B}^\tau = \mathbf{B}^\lambda = \begin{pmatrix} 4h^3 & h^3 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ h^3 & 4h^3 & h^3 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & h^3 & 4h^3 & h^3 & 0 & \dots \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & h^3 & 4h^3 & h^3 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & h^3 & 4h^3 \end{pmatrix}_{n \times (q+2)}$$

und  $\boldsymbol{\chi} = (\chi_{ij})$ ,  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_{kl})$ ,  $\mathbf{g} = (g_{ij})$ . Für Gl. (4.13) gilt der Least-Squares-Ansatz:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \|\boldsymbol{\chi} - \mathbf{B}^\tau \boldsymbol{\beta} (\mathbf{B}^\lambda)^\top\|^2. \quad (4.14)$$

Durch Ableitung nach  $\boldsymbol{\beta}$  erhält man die normale Gleichung [Cha03]

$$(\mathbf{B}^\tau)^\top \mathbf{B}^\tau \hat{\boldsymbol{\beta}} (\mathbf{B}^\lambda)^\top \mathbf{B}^\lambda = (\mathbf{B}^\tau)^\top \boldsymbol{\chi} \mathbf{B}^\lambda, \quad (4.15)$$

die in zwei Schritten nach  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  aufgelöst wird:

$$(\mathbf{B}^\tau)^\top \mathbf{B}^\tau \boldsymbol{\alpha} = (\mathbf{B}^\tau)^\top \boldsymbol{\chi} \mathbf{B}^\lambda, \quad \hat{\boldsymbol{\beta}} (\mathbf{B}^\lambda)^\top \mathbf{B}^\lambda = \boldsymbol{\alpha}.$$

Beide Matrixgleichungen stellen lineare Gleichungssysteme dar, die durch Singulärwertzerlegung numerisch stabil gelöst werden können.

Das 2D-Regressionsspline stellt die Erweiterung des 1D-Splines von [Kry96] dar. Bild 4.8(b) und (c) zeigen die Ergebnisse der 2D-Splinefläche mit jeweils einem groben und feinen Knotengitter. Es ist zu sehen, dass die Referenzfläche die Originaldaten mit steigender Dichte des Knotengitters genauer annähert. Um den Einfluss der großen Spitzen und Vertiefung zu verringern, ist es deswegen notwendig, die Referenzfläche durch geeignete Auswahl eines nicht-uniformen Knotengitters — Gl. (4.10) statt Gl. (4.12) — zu generieren. Gleichzeitig ist aus Gründen der Recheneffizienz darauf zu achten, dass die Knotenanzahl nicht zu groß wird.

#### 4.4.2 Energie-Modell

Das unparametrisierte Regressionsverfahren bietet eine Alternative zur Lösung des Regularisierungsproblems an, ohne ein Knotengitter explizit vorzugeben [Ter83, Bla87]. Es ist durch Minimierung einer Energiefunktion formuliert, die durch das Funktional  $U^{\text{post}}(\omega|\chi)$  definiert ist:

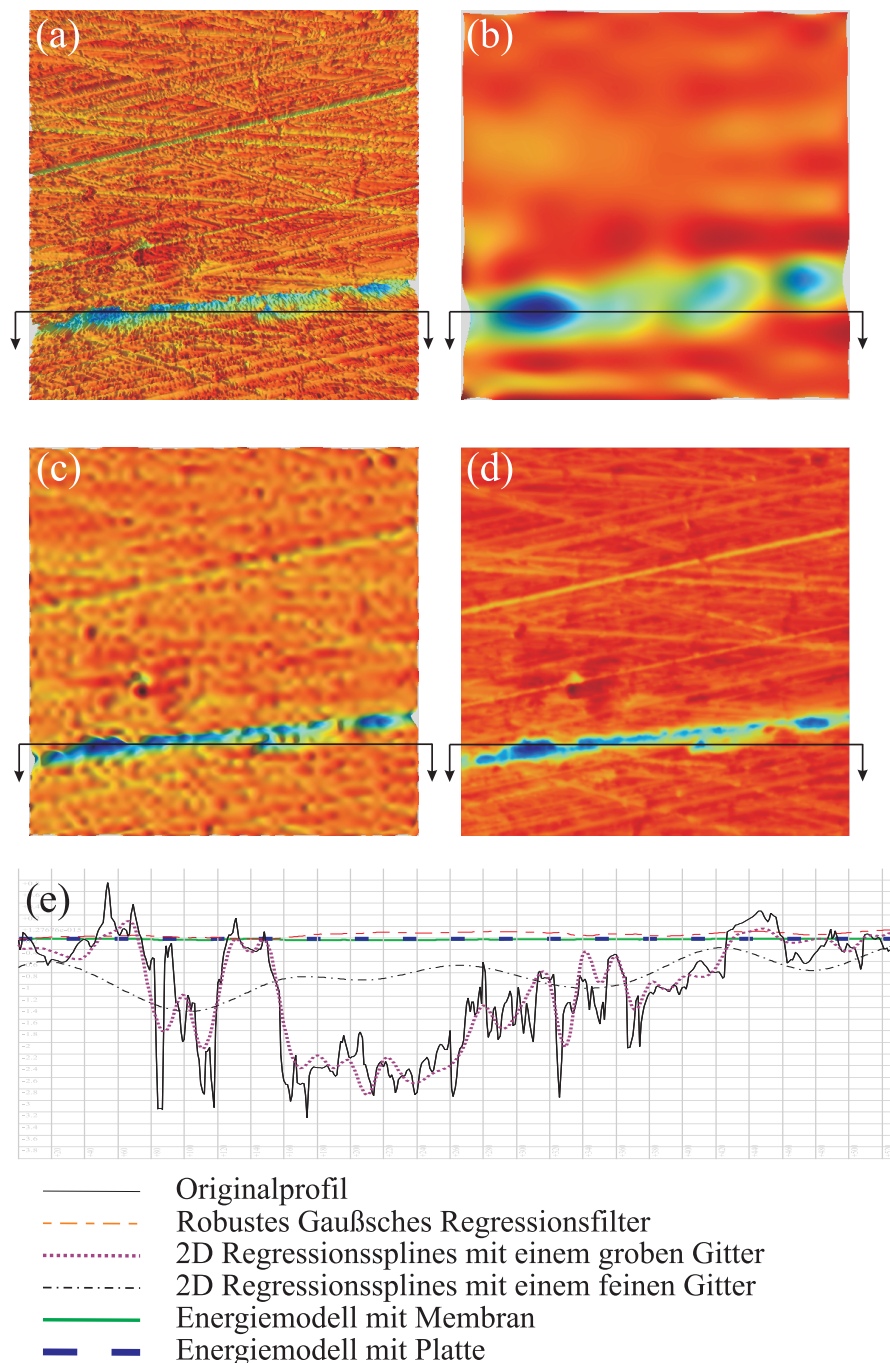
$$U^{\text{post}}(\omega|\chi) = D + S \doteq \int (\chi(x, y) - \omega(x, y))^2 + \lambda^2 \|\nabla \omega(x, y)\|^2 dx dy, \quad (4.16)$$

wobei  $D$  der Datengenauigkeit und  $S$  der Energie der Deformierung entspricht.  $S$  repräsentiert die Regularisierungsenergie, welche die Lösung stabilisiert.  $\lambda$  kontrolliert die Gewichtung der Oberflächendeformierung gegen die Datengenauigkeit. Gl. (4.16) ist gleichbedeutend mit dem probabilistischen Ansatz, der das Signal  $\chi(x, y)$  als eine Abtastung eines Markov-Zufallsfeldes betrachtet, wenn die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Zufallsfeldes  $\Pi$  als  $\Pi \propto e^{-U/T}$  modelliert wird [Gem84, Win03]. Hierbei wird die Energiemodellierung angenommen, weil der deterministische Ansatz eine sehr effiziente Berechnung anbietet. Nach Diskretisierung von Gl. (4.16) erhält man

$$\begin{aligned} U^{\text{post}}(\omega|\chi) &= D + S \\ &= \sum_{i,j} (\chi_{ij} - \omega_{ij})^2 + \lambda^2 \left( \sum_{i,j} (\omega_{i,j} - \omega_{i-1,j})^2 + \sum_{i,j} (\omega_{i,j} - \omega_{i,j+1})^2 \right). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Bei Oberflächen mit Löchern durchlaufen die Indizes  $i, j$  in  $D$  nur die definierten Pixel. Die Bedingung der Minimierung von Gl. (4.17) erhält man durch die Ableitung nach  $\omega_{ij}$ , die zu einem linearen Gleichungssystem führt:

$$\frac{\partial U}{\partial \omega_{ij}} = 0, \quad \forall i, j. \quad (4.18)$$



**Bild 4.8:** Referenzfläche: (a) Originalbild; (b) 2D-uniformen Regressionssplines mit einem  $11 \times 11$  Knotengitter; (c) 2D-uniforme Regressionssplines mit einem  $54 \times 54$  Knotengitter; (d) Energiemodell mit Platte; (e) Vergleich der Profile. Tiefenwerte in (a)-(d) werden mit identischer Farbkodierung dargestellt.



Dieses lineare Gleichungssystem kann mit dem CG-Verfahren (Verfahren der konjugierten Gradienten) oder dem Successiv-Over-Relaxation-Verfahren (SOR) schnell gelöst werden [Ter83]. Gl. (4.16) wird auch als Membranmodell bezeichnet, weil die Summe der Beträge der ersten Ableitungen minimiert wird [Bla87]. Werden die zweiten Ableitungen verwendet, erhält man das Plattenmodell:

$$U^{\text{post}}(\omega|\chi) = D + S = \int \{(\chi - \omega)^2 + \mu^4(\omega_{xx} + \omega_{yy})^2\} dx dy, \quad (4.19)$$

wobei der Laplace-Operator  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  verwendet wird. Nach Diskretisierung von Gl. (4.19) ergibt sich

$$U^{\text{post}}(\omega|\chi) = \sum_{i,j} (\chi_{i,j} - \omega_{i,j})^2 + \mu^4 \sum_{i,j} (\omega_{i,j-1} + \omega_{i,j+1} + \omega_{i-1,j} + \omega_{i+1,j} - 4\omega_{i,j})^2, \quad (4.20)$$

was wiederum ein lineares Gleichungssystem darstellt. Bild 4.8(d) zeigt das Ergebnis des Plattenmodells mit  $\lambda = 3$ . Das Ergebnis mit dem Membranmodell ist ähnlich wie mit dem Plattenmodell, siehe die Profile in Bild 4.8(e). Da das Ergebnis des Plattenmodells wegen der Verwendung der zweiten Ableitungen jedoch starrer ist, weist die Referenzfläche eine geringere Biegung auf. Dieser Unterschied wird bei der Bestimmung der Riefenbereiche deutlich: das Plattenmodell liefert eine zuverlässigere Bezugsfläche, siehe Kap. 6.1.

Die quadratische Funktion der Datengenauigkeit in Gl. (4.16) oder Gl. (4.19) kann durch eine robuste Funktion  $\phi(\cdot)$  wie z. B. die Huber-Funktion ersetzt werden, um die Anfälligkeit für Ausreißer zu verringern. Dies erfordert eine iterative Berechnung der Referenzfläche und deswegen erhöhten Aufwand. Bei den Anwendungen im Rahmen dieser Arbeit erwies sich die quadratische Funktion jedoch als ausreichend.

In [Rei67, Cha03] wurde gezeigt, dass die Minimierung von Gl. (4.16) oder Gl. (4.19) eine Polynomfläche ergibt. Für Gl. (4.16) stellt  $\omega(x, y)$  eine Polynomfläche zweiter Ordnung dar, deren ersten Ableitungen an den Punkten  $(x_i, y_i)$  stetig sind und deren zweiten Ableitungen unstetig sein können. Für Gl. (4.19) bekommt man entsprechend eine Polynomfläche dritter Ordnung mit höchstens zweiten stetigen Ableitungen. Es ist zu beachten, dass all die Ergebnisse der Verfahren in Kap. 4.1.2, Kap. 4.4.1 und Kap. 4.4.2 Polynomflächen darstellen. Dies besagt, dass die Referenzfläche als Polynomfläche definiert werden sollte. Das ist damit zu rechtfertigen, dass einerseits die langsam veränderliche Eigenschaft der Referenzfläche ausreichend mit einem 2D-Polynom erreicht werden kann, andererseits die Polynomfläche eine einfache Funktion darstellt, die mit wenigen Parametern beschrieben wird.

#### 4.4.2.1 Steifigkeit der Referenzfläche

Die Steifigkeit der gesuchten Referenzfläche wird durch die Parameter  $\lambda$  und  $\mu$  kontrolliert. Ein großes  $\lambda$  oder  $\mu$  führt zu einer glatten Referenzfläche. Um den Sinn der Parameter zu verdeutlichen, wird zunächst die probabilistische Formulierung von Gl. (4.19) betrachtet. Wird ein Datensatz  $\mathcal{D} = \{(\mathbf{x}_1, \chi_1), \dots, (\mathbf{x}_N, \chi_N)\}$  vorgegeben, sucht man für das Modell Gl. (4.9) eine Schätzung  $\omega(\mathbf{x}|\mathcal{D})$ . Die Effizienz der Schätzung kann mit der mittleren quadratischen Abweichung

$$E_{\mathcal{D}} \left[ (\omega(\mathbf{x}; \mathcal{D}) - E[\chi|\mathbf{x}])^2 \right] \quad (4.21)$$

beschrieben werden, wobei  $E_{\mathcal{D}}$  die Erwartung in Bezug auf den Datensatz  $\mathcal{D}$ ,  $\omega(\mathbf{x}; \mathcal{D})$  die Approximation und  $E[\chi|\mathbf{x}]$  die Erwartung der Messdaten  $\chi$  bedeutet. Gl. (4.21) kann in den Bias und die Varianz zerlegt werden [Gem92]:

$$\begin{aligned} E_{\mathcal{D}} \left[ (\omega(\mathbf{x}; \mathcal{D}) - E[\chi|\mathbf{x}])^2 \right] \\ = \left( E_{\mathcal{D}} [\omega(\mathbf{x}; \mathcal{D})] - E[\chi|\mathbf{x}] \right)^2 \quad \text{„Bias“} \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$+ E_{\mathcal{D}} \left[ \left( \omega(\mathbf{x}; \mathcal{D}) - E_{\mathcal{D}} [\omega(\mathbf{x}; \mathcal{D})] \right)^2 \right] \quad \text{„Varianz“} \quad (4.23)$$

$$\doteq \text{Bias}(\omega(\mathbf{x})) + \text{Var}(\omega(\mathbf{x})),$$

was in der Mustererkennung als Bias-Varianz-Dilemma bezeichnet wird. Für die Regression von Gl. (4.19) muss oft ein Kompromiss eingegangen werden: die Varianz steigt mit abnehmendem Bias oder umgekehrt [Cha03]. [Ric83] zeigten, dass für das Plattenmodell annäherungsweise gilt:

$$\int \text{Bias}(\omega(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \propto \mu^5 \quad \text{und} \quad \int \text{Var}(\omega(\mathbf{x})) d\mathbf{x} \propto \mu^{-1}.$$

Für eine Menge von Oberflächendaten, die einer identischen Wahrscheinlichkeitsverteilung gehorchen, verursacht ein abnehmendes  $\mu$  einen kleineren Bias und zugleich eine größere Varianz. Da man durch die Regression nicht die Erwartung  $E[\chi|\mathbf{x}]$ , sondern die Referenzfläche berechnen möchte, wird eher ein kleiner Parameter eingesetzt. Durch den Parameter  $\mu$  kann die Rauheit flexibel im erwünschten Skalenraum untersucht werden. Das ist der andere Grund, warum keine robuster Ansatz verwendet wird, da die Einflüsse der Spitzen und Täler bei Trennung von der primären Rauheit, nämlich der Riefenstrukturen (siehe Kap. 1.2), berücksichtigt werden müssen.

## 4.5 Vergleich der Verfahren

In der bisherigen Literatur wurden keine Kriterien aufgestellt, wie eine Referenzfläche berechnet werden soll. Konventionell wird akzeptiert, dass verschiedene Bildkomponenten von verschiedenen Bearbeitungsprozessen verursacht werden und die entsprechenden Funktionalitäten der Oberflächen beeinflussen. Auf Basis dieser Kenntnisse wurden eine Vielfalt von Filterverfahren zur Generierung von Referenzflächen entwickelt und einige davon genormt, welche die Oberflächendaten in unterschiedliche Skalenbereiche zerlegen. Im vorangegangenen Kapitel wurden zuerst neue robuste 2D-Filterverfahren vorgestellt, die auf genormten 1D-Filterverfahren beruhen und eine Chance auf industrielle Akzeptanz haben.

- Das Wavelet-Filter wird als eine logische Erweiterung der herkömmlichen Filterverfahren vorgestellt und mit dem robusten Gaußschen Regressionsfilter verglichen. Dabei zeichnet sich das Wavelet-Filter vor allem durch die schnelle und einfache Implementierung aus. Es sei erwähnt, dass man bei der Auswahl einer Filterbank den Kompromiss zwischen der Kompaktheit und der Frequenzselektivität eingehen muss.
- Die nichtlineare morphologische Filterung wird in der Literatur oft als Alternative zur konventionellen linearen Filterung untersucht. Kap. 4.2.1 stellt das morphologische Füllen von Löchern vor, das den Nachteil der üblichen morphologischen Filterungen vermeidet und eine robuste Referenzfläche liefert.

Anschließend wurden zwei neue Ansätze zur Gewinnung einer Referenzfläche vorgestellt:

- Das EKA-Verfahren ist wegen der realitätsnahen Modellierung besonders geeignet, da es eine lokale Anpassung mit einstellbarer Belastung darstellt. Dies wird in Kapitel 6 zur Generierung der Bezugsfläche in der Berechnung von volumetrischen Kenngrößen eingesetzt.
- Die durch das Energie-Modell gewonnene Referenzfläche schneidet sich optimal mit den Spitzen und Tälern der Oberfläche, weil die Summe der quadratischen Abstände zwischen der Referenzfläche und der Oberflächendaten minimiert wird. Dies wird in Kapitel 6 zur Eliminierung der langsam veränderlichen Gestaltsabweichung verwendet, um die Bildebene in Riefen- und Plateaubereichen einzuteilen.



## 5 Separation

Was schrumpfen soll  
muss zuvor gedehnt werden  
Was geschwächt werden soll  
muss zuvor gestärkt werden  
Was gestürzt werden soll  
muss zuvor erhöht werden  
Was genommen werden soll  
muss zuvor gegeben werden

— Lao-Tse

Strukturtrennung spielt eine wichtige Rolle bei der Auswertung von Oberflächendaten, weil die verschiedenen Bildkomponenten hinsichtlich der Oberflächeneigenschaften verschiedene Funktionalitäten aufweisen. Traditionell wird jedoch die Auswertung einer Oberfläche direkt auf den Rohdaten eines Tastschriebs durchgeführt, obwohl diese eigentlich aus einer Überlagerung der unterschiedlichen Komponenten bestehen, siehe [ISO98b]. Diese Komponenten können aus verschiedenen Prozessen stammen, wie Materialfehler, die beim Gießen entstanden sind, oder Texturierung, die bei der maschinellen Bearbeitung der Oberfläche entsteht. Eine der wichtigsten und häufigsten Strukturen sind Riefen. Sie treten auf geschliffenen, gefrästen und gehonten Oberflächen auf. Daher ist ihre Trennung von den übrigen Oberflächenkomponenten eine wichtige Voraussetzung zum Verständnis der komplexen Texturen. Durch die Separation wird eine Oberfläche in zwei Teile zerlegt: Der eine stellt die Riefentextur dar, während die Differenz zwischen dem Originalbild und der Riefentextur alle Riefendefekte wie die unregelmäßigen Riefenränder, Schuppen und Blehmäntel enthält.

Nach Kap. 1.3 bestehen zwei Möglichkeiten, eine Riefentextur zu modellieren. Dementsprechend können die Separationsverfahren auch in zwei Gruppen gegliedert werden: die spektralen Verfahren und die geometrischen Verfahren. In den folgenden Abschnitten werden beide Gruppen getrennt untersucht.

## 5.1 Spektrale Verfahren

Hierbei werden den spektralen Verfahren Methoden zugeordnet, die auf einer Betrachtung der Riefentextur im Ortsfrequenzbereich oder Skalenraum basieren. Während die üblichen Anwendungen von spektralen Verfahren meist in der Komprimierung oder der Rauschunterdrückung natürlicher Szenen bestehen, wird in diesem Abschnitt ihre Eignung zur Zerlegung und Analyse von Riefentexturen untersucht.

Die spektralen Verfahren konzentrieren Informationen der Riefentextur im spektralen oder Skalenraum durch eine oder eine Reihe von Transformationen. Anders gesagt sucht man dabei eine kompakte Formulierung der Riefentextur mit einer optimalen Basis, welche die Riefentextur mit wenigen Koeffizienten beschreibt. Liegt eine invertierbare Transformation vor, kann der im Frequenzbereich detektierte Anteil direkt in den Ortsbereich rücktransformiert werden.

### 5.1.1 Fourier-Transformation

Ein Algorithmus zur Extraktion linienhafter Strukturen von einem isotropen Hintergrund auf Basis eines linearen Modells im Fourier-Bereich wird in [Bey98] beschrieben. Dies wird im Folgenden hinsichtlich der Verwendbarkeit zur Analyse von Riefentexturen diskutiert.

Ein Bild  $g(\mathbf{x})$  mit  $\mathbf{x} = (x, y)^T$  wird als eine additive Überlagerung von Riefenstrukturen und einem isotropen Hintergrund  $b(\mathbf{x})$  modelliert:

$$g(\mathbf{x}) = \lambda(\mathbf{x}^T \mathbf{n} - d) + b(\mathbf{x}), \quad (5.1)$$

wobei  $\lambda(\cdot)$  das Querschnittsprofil einer Riefe und  $\mathbf{n} = (\cos \alpha, \sin \alpha)^T$  die Normale der Riefe mit dem Steigungswinkel  $\alpha$  bedeutet. Wegen der additiven Modellierung wird o. B. d. A statt einer Summe eine einzige Riefe verwendet. Der Betrag der Fourier-Transformierten von  $g(\mathbf{x})$  ergibt sich zu

$$|G(\mathbf{f})| = |\Lambda(\mathbf{f}^T \mathbf{n})| \delta(\mathbf{f}^T \mathbf{p}) + B(\|\mathbf{f}\|), \quad (5.2)$$

wobei  $\mathbf{f} = (f_1, f_2)^T$ ,  $\mathbf{p} = (-\sin \alpha, \cos \alpha)^T$ ,  $\delta(\cdot)$  die Stoßfunktion und  $G(\mathbf{f})$ ,  $\Lambda(\mathbf{f})$ ,  $B(\mathbf{f})$  die entsprechenden Transformaten von  $g(\mathbf{x})$ ,  $\lambda(\mathbf{x})$ ,  $b(\mathbf{x})$  darstellen.

Alle Riefen einer Richtung werden im Betragsspektrum auf einen um  $90^\circ$  gedrehten, schmalen Bereich durch den Frequenzsprung abgebildet. Das Betragsspektrum des Hintergrundes wird durch Unterdrückung der mit der Riefentextur korrespondierenden radialen Strahlen im Fourierbereich geschätzt. Anhand des Betragsspektrums des geschätzten Hintergrundes und des Originalbildes wird für jeden

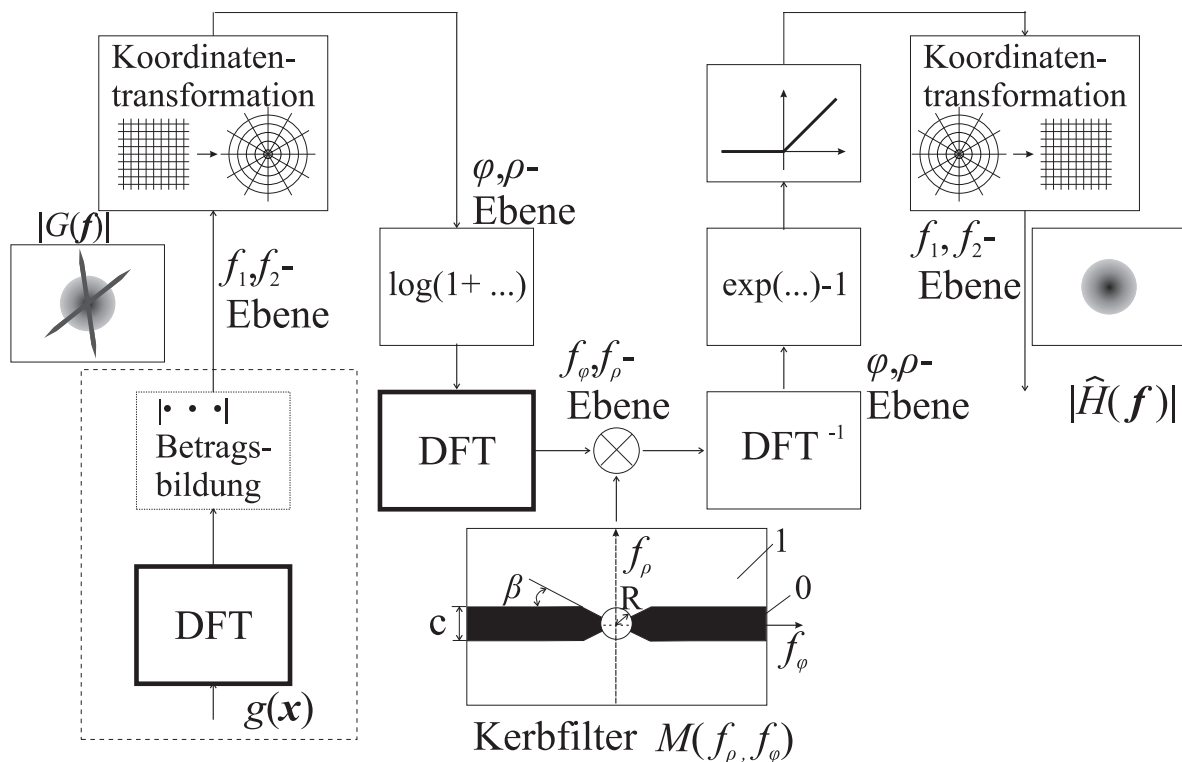
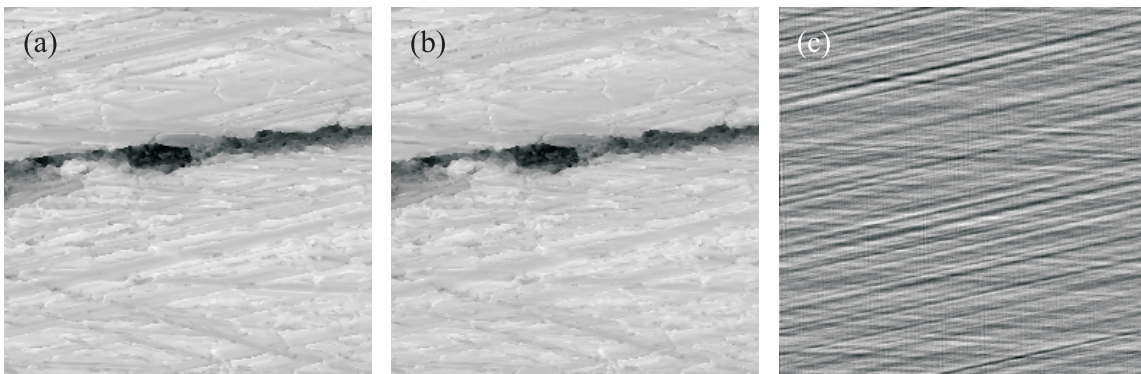


Bild 5.1: Unterdrückung radialer Strahlen

einzelnen Punkt von  $G(\mathbf{f})$  entschieden, ob die Frequenz eher zur Riefentextur oder eher zum Hintergrund beiträgt. Die Unterdrückung der radialen Strahlen spielt die Schlüsselrolle bei dieser spektralen Separation, siehe Bild 5.1. Zuerst werden die Riefentextur und der Hintergrund durch eine Hintransformation auf zwei nahezu disjunkte Bereiche in der  $f_\varphi, f_\rho$ -Ebene konzentriert:

1. Die Betragsbildung konzentriert Riefenscharen auf jeweils eine Gerade in  $f_1, f_2$ -Ebene.
2. Durch die Polarkoordinatentransformation von  $|G(\mathbf{f})|$  werden die durch den Ursprung verlaufenden Geraden im Ortsfrequenzbereich weitgehend auf eine einzige Geradenschar senkrecht zur  $\varphi$ -Achse in die  $\varphi, \rho$ -Ebene abgebildet. Der nachfolgende Logarithmus-Operator sorgt für eine Komprimierung der Dynamik.
3. Die nächste DFT konzentriert die einzige Geradenschar in der  $\varphi, \rho$ -Ebene auf eine Gerade, nämlich die  $f_\varphi$ -Achse, in der  $f_\varphi, f_\rho$ -Ebene.
4. Der Riefenanteil wird mit einem Kerbfilter unterdrückt. Die entsprechenden Rücktransformationen liefern schließlich das geschätzte Betragsspektrum des Hintergrundes.



**Bild 5.2:** Separation einer Oberfläche mit einer breiten Riefe ( $c = 9$ ): (a) Originalbild; (b) Hintergrundbild; (c) Riefenbild der Separation mit dem Fourier-Verfahren.

Weil das Riefenprofil eine separierbare Komponente der Riefe ist (siehe Gl. (5.2)), bleibt es nach zweimaliger zweidimensionaler Fourier-Transformation in der  $f_\varphi, f_\rho$ -Ebene bis auf einen eventuellen Normierungsfaktor unverändert. Das heißt, alle Riefenprofile konzentrieren und überlagern sich um die  $f_\varphi$ -Achse. Bild 5.1 zeigt die Parameter des Kerbfilters. Die Breite des Filters  $c$  sollte größer als die Breite aller Riefenprofile sein. Die Bedeutung von  $R$  und  $\beta$  wird in [Xin03c] diskutiert. Bild 5.2 zeigt ein Beispiel der Separation durch das Fourier-Verfahren mit  $c = 9$ .

Obwohl eine beliebige Anzahl von Riefen oder Riefenscharen beliebiger Orientierung mit diesem spektralen Verfahren extrahiert werden können, müssen allerdings folgende Einschränkungen beachtet werden:

1. Nur Riefen mit schmalen Profilen werden extrahiert, siehe Bild 5.2. Mit einer größeren Breite des Kerbfilters wird die Separation schlechter, weil dadurch mehr Anteil der Hintergrundtextur in die Riefentextur einfließt.
2. Die Trennung im Frequenzbereich ist nicht vollständig. Der Hintergrund stellt meist ein Tiefpasssignal dar. Enthält die Riefentextur auch niederfrequente Komponenten, was häufig der Fall ist, werden sich beide im Fourier-Bereich um den Ursprung überlappen. Somit wird eine saubere Zerlegung nicht möglich. Unter Umständen entstehen wellige Artefakte, siehe [Xin03c].
3. Die Geometrie der extrahierten Riefentexturen stimmt nicht mit den wirklichen Riefen überein. Erstens weisen Riefen oft scharfe Kanten auf, die nicht kompakt mit der Überlagerung von Sinuskurven beschrieben werden können. Ein bekanntes Beispiel ist das sogenannte Gibb'sche Phänomen [Str97], wobei Über- bzw. Unterschwingen an den Unstetigkeitsstellen erzeugt werden.
4. Durch die Polarkoordinatentransformation müssen entweder hochfrequente Anteile in den Ecken des Fourierbereiches weggeworfen oder die Anteile



zwischen den Ecken interpoliert werden. Des Weiteren ist die Diskretisierung der Polarkoordinatentransformation nur eine Approximation des kontinuierlichen Falls, siehe [Xin03c].

5. Riefen überlagern sich in der Realität nicht additiv, sondern, wenn mathematisch beschrieben, wegen nacheinander folgender Bearbeitungsschritte eher durch einen nichtlinearen Minimum-Operator.

Die ersten drei Punkte hängen mit der impliziten Auswahl von Sinuskurven als Basisfunktionen zusammen. Sie sind zwar im Frequenzbereich ideale Delta-Funktionen, aber im Ortsbereich unendlich ausgedehnt. Der vierte Punkt betrifft spezifisch die Polarkoordinatentransformation. Um eine umkehrbare Transformation zu ermöglichen, benötigt es eine sorgfältige Implementierung durch eventuelle Überabtastung und Zero-Padding. Allgemein basiert das Verfahren auf einer kontinuierlichen Modellierung, deren Diskretisierung nur eine Approximation darstellt und daher über keine algebraische Genauigkeit verfügt. Das letzte Problem existiert, solange eine lineare Transformation verwendet wird.

Im Vergleich zu Sinuskurven weisen die bekannten Wavelet-Basisfunktionen sowohl im Zeit- als auch im Frequenzbereich eine endliche Ausdehnung auf. Außerdem zeichnet sich die DWT durch effiziente Implementierungsmöglichkeiten aus.

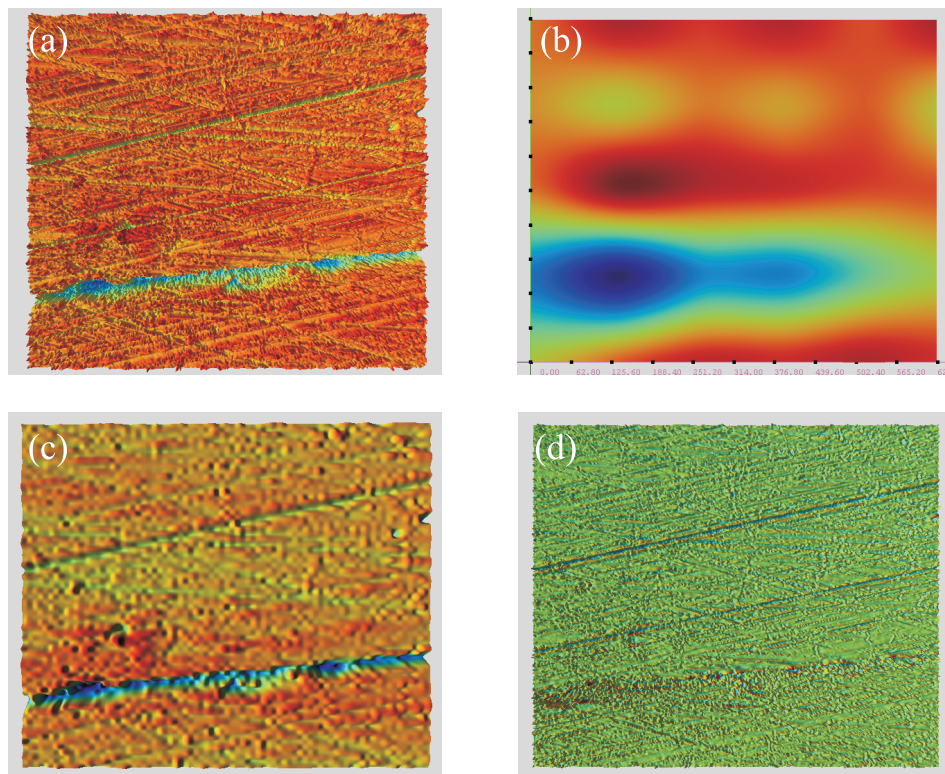
### 5.1.2 2D-Wavelet-Transformation

In Kap. 4.1.2 wurde die 2D-WT vorgestellt. Zur Zerlegung der Signale in verschiedene Skalenbereiche wurden dort zwei Schwellwerte definiert:  $\lambda_c$  zur Abgrenzung zwischen dem kurzwelligen und dem mittelwelligen Anteil bzw.  $\lambda_w$  zur Abgrenzung zwischen dem mittelwelligen Anteil und der langwelligen Referenzfläche. Hierbei wurde die 2D-WT in der Extraktion der Riefentextur eingesetzt, weil sich die als primäre Rauheit bezeichnete Riefentextur und die feinere Textur in unterschiedlichen Skalenbereichen befinden. Bild 5.3 zeigt ein Beispiel der Zerlegung durch die Wavelets „bior6.8“ mit  $J = 7, I_2 = 2, I_1 = 5$ <sup>1</sup>.

In Bild 5.3 ist zu sehen, dass die 2D-WT für die Extraktion der Riefentextur ungeeignet ist. Auch bei in der Literatur beschriebenen Untersuchungen wurden saubere Zerlegungen nur bei Profildaten nachgewiesen [Che95, Raj02, Lin06]. Obwohl viele Autoren die Anwendung der 2D-DWT auf 3D-Oberflächendaten als natürliche Erweiterung vermuteten, ist die Anwendung der 2D-WT auf 3D-Datensätze nicht zufriedenstellend. Dabei gibt es zwei Probleme. Erstens sind die Filterbänke mit endlicher Filterlänge nicht ideal, siehe Kap. 4.1.2. Zweitens kann die separierbare DWT

---

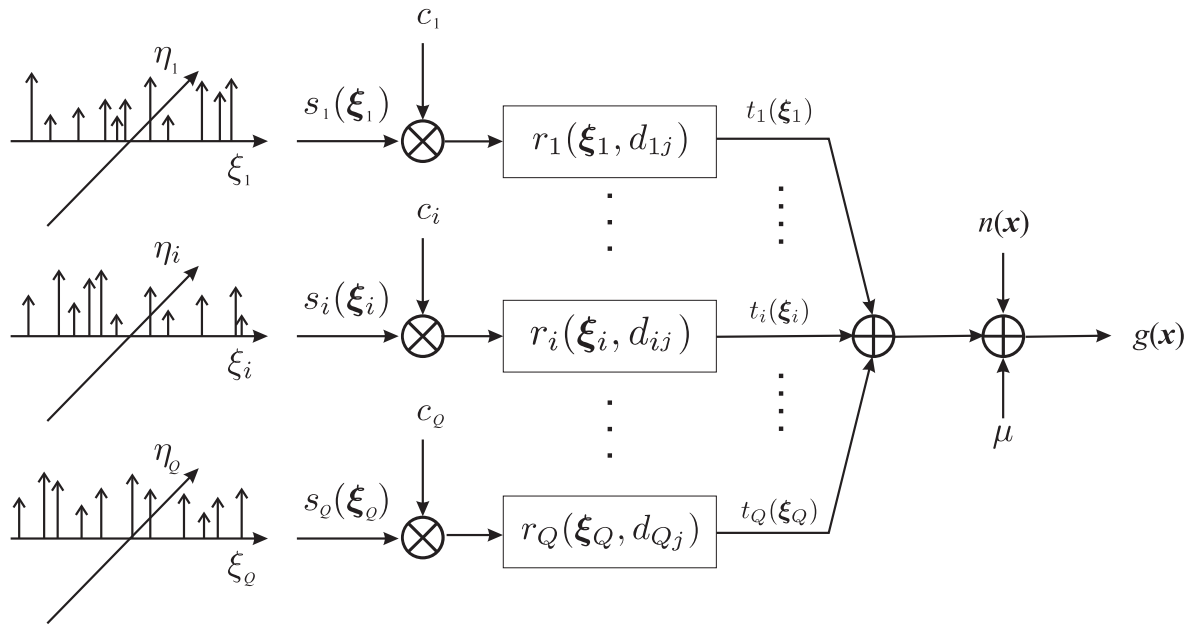
<sup>1</sup>Die Bedeutung der Parameter ist in Kap. 4.1.2. beschrieben.



**Bild 5.3:** Zerlegung der Oberflächendaten durch Filterbank „bior6.8“ mit  $J = 7$ ,  $I_2 = 2$ ,  $I_1 = 5$ : (a) Originalbild; (b) langwelliger Anteil (Referenzfläche); (c) mittelwelliger Anteil (primäre Rauheit); (d) kurzwelliger Anteil (sekundäre Rauheit).

im mehrdimensionalen Raum nur sogenannte nulldimensionale, also punktförmige, Singularitäten detektieren. Für ein- oder mehrdimensionale Singularitäten wie z. B. Riefen sind die als Tensor-Produkt definierten „punktförmigen“ Basisfunktionen der 2D-WT nicht geeignet [Can99].

Im Folgenden wird zuerst eine spektrale Modellierung vorgestellt, die eine kompakte Darstellung von Riefentexturen ermöglicht. Anschließend wird zur Separation eine entsprechende Transformation eingesetzt.



**Bild 5.4:** Signalmodell durch Faltung eines Punktprozesses mit ortsvarianten Riefenprofilen

### 5.1.3 Spektrale Modellierung der Riefentextur

Eine Riefenschar ergibt sich aus der linearen Faltung eines impulsförmigen nicht-periodischen Speiseprozesses mit einem linearen ortsvarianten Filter, dessen Impulsantwort das Querschnittsprofil einer Riefe an bestimmter Position darstellt. Bild 5.4 veranschaulicht das Modell. Jede Zeile entspricht der Generierung einer Riefenschar, die sich in einem lokalen Koordinatensystem  $\xi_i = (\xi_i, \eta_i)^T$  für  $i = 1, \dots, Q$  befindet, wobei  $Q$  die Anzahl der Riefenscharen ist. Der Speiseprozess

$$s_i(\xi_i) = \delta(\eta_i) \cdot \left[ \sum_{j=-\infty}^{\infty} A_{ij} \delta(\xi_i - d_{ij}) - \mu_{A_i} \lambda_i \right], \quad (5.3)$$

bewirkt die stochastische Lage der Riefen  $d_{ij}$ , wobei  $\delta(\cdot)$  ein Dirac-Stoß ist.  $d_{ij}$  bestimmt die Lage der  $j$ -ten Riefe in der  $i$ -ten Schar und wird üblicherweise mit einer Poissonschen Verteilung modelliert mit der Intensität des  $i$ -ten Poisson-Prozesses  $\lambda_i$ , welche die mittlere Anzahl der Punkte pro Längeneinheit darstellt. Für einen Punktprozess weist der Abstand der benachbarten Punkte eine Exponentialverteilung auf. Es ist leicht zu sehen, dass  $s_i(\xi_i)$  mittelwertfrei ist, nämlich  $E\{s_i(\xi_i)\} = 0$ . Der Mittelwert von  $g(\mathbf{x})$  stammt allein aus  $\mu$ .  $A_{ij}$  ist die Amplitude eines Stoßes und  $\mu_{A_i} = E\{A_{ij}\}$ .  $c_i$  ist der Gewichtungsfaktor der  $i$ -ten Riefenschar.  $r_i(\xi_i, d_{ij})$  stellt das ortsvariante Querschnittsprofil dar.  $n(\mathbf{x})$  ist ein mittelwertfreies Rauschen.

Das Modell ist identisch mit dem in [Bey94] bis auf die Stoßantwort des Filters  $r_i(\xi_i, d_{ij})$ . Weil die Riefen in einer Schar selbstverständlich über unterschiedliche

Profile verfügen, soll ein ortsvariantes Riefenprofil verwendet werden:

$$r_i(\boldsymbol{\xi}_i, d_{ij}) = r_i(\xi_i, d_{ij})1(\eta_i) = r_i(\xi_i, d_{ij}). \quad (5.4)$$

Der Parameter  $d_{ij}$  in Gl. (5.3) weist auf die Ortsvarianz des Profils hin. Wegen des ortsabhängigen Profils können LSI Operatoren nicht verwendet werden. Analytisch lässt sich dieses Modell schwer weiter verfolgen.

Traditionell wird die Fourier-Analyse zur Analyse von  $r_i(\xi_i, d_{ij})$  herangezogen, um das Profil im Wellenlängenbereich zu zerlegen. Hinsichtlich des begrenzten und zerklüfteten Verlaufes des Riefenprofils ist die Verwendung von Sinuskurven als Basisfunktionen ungeeignet. In [Tho99] wird gezeigt, dass das Rauheitssignal eine Selbstähnlichkeit aufweist. Solche Signale werden in der Regel als  $1/f$ -Prozess bezeichnet, der sich üblicherweise durch die gebrochene Brownsche Bewegung (engl. fractional Brownian motion, fBm) modellieren lässt [Ber94, Wor96]. Die Wavelet-Transformation [Str97, Bae02, Jen01] bietet hierbei eine Alternative zur Fourier-Transformation an. Dabei wird  $r_i(\xi_i, d_{ij})$  durch die Orthonormalbasis

$$\{\psi_{lk}(\xi_i), \phi_{L_0k}(\xi_i); l = L_0, \dots, L, k = 1, \dots, K\}$$

mit den Wavelet-Basisfunktionen  $\psi_{lk}(\xi_i)$ , der Skalierungsfunktion  $\phi_{L_0k}(\xi_i)$  approximiert:

$$r_i(\xi_i, d_{ij}) = \sum_{k=1}^K a_{L_0k|ij} \phi_{L_0k}(\xi_i) + \sum_{l=L_0}^L \sum_{k=1}^K b_{lk|ij} \psi_{lk}(\xi_i), \quad (5.5)$$

wobei  $b_{lk|ij}$ ,  $a_{L_0k|ij}$  als Wavelet-Koeffizienten durch eine baumartige Filterbank zu gewinnen sind und  $L_0$  die Anfangsskalierung bedeutet.  $l$  ist die Stufe und  $k$  die Translation in der Baumstruktur [Str97], siehe Bild 4.2(a). Der Index  $ij$  in den Koeffizienten  $a_{L_0k|ij}$  und  $b_{lk|ij}$  weist auf die Ortsabhängigkeit des Profils hin. Für eine Riefenschar ergibt sich das Riefenscharprofil aus der Summe der einzelnen Riefenprofilen:

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} r_i(\xi_i, d_{ij}). \quad (5.6)$$

Wegen der additiven Modellierung wird der Einfachheit halber die Summe in  $j$  weggelassen und  $r_i(\xi_i, d_{ij})$  direkt als das Riefenscharprofil betrachtet.

Gl. (5.3), Gl. (5.4) und Gl. (5.5) zusammen ergeben:

$$\begin{aligned}
t_i(\xi_i) &= c_i s_i(\xi_i) * r_i(\xi_i, d_{ij}) \\
&= \left( c_i \delta(\eta_i) \cdot \left[ \sum_{j=-\infty}^{\infty} A_{ij} \delta(\xi_i - d_{ij}) - \mu_{A_i} \lambda_i \right] \right) \\
&\quad * \left( \sum_{l=L_0}^L \sum_{k=1}^K b_{lk|ij} \psi_{lk}(\xi_i) + \sum_{k=1}^K a_{L_0 k|ij} \phi_{L_0 k}(\xi_i) \right) \\
&= c_i \delta(\eta_i) \cdot \left[ \sum_j \left( \sum_{l=L_0}^L \sum_{k=1}^K A_{ij} b_{lk|ij} \psi_{lk}(d_{ij}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sum_{k=1}^K A_{ij} a_{L_0 k|ij} \phi_{L_0 k}(d_{ij}) - \mu_{A_i} \lambda_i a_{L_0 k|ij} \right) \right]. \tag{5.7}
\end{aligned}$$

Die letzte Gleichung ergibt sich daraus, dass die Wavelet-Funktion  $\psi_{lk}(\xi_i)$  mittelwertfrei und die Skalierungsfunktion  $\phi_{L_0 k}(\xi_i)$  normiert ist:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{lk}(t) dt = 0, \quad \text{bzw.} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{L_0 k}(t) dt = 1.$$

Es lässt sich zeigen, dass die Zerlegung des Riefenprofils in Wavelet-Basen statistisch optimal ist, siehe Anhang A. Diese Zerlegung legt einen Ansatz zur Separation der Riefentexturen mit dem linearen Wavelet-Regressions-Estimator [Vid99] nahe, welcher sich mit der Wavelet-Shrinkage-Methode [Don93] oder dem Bayesschen Ansatz [Hua99] realisieren lässt. Allerdings beschränken sich die Verfahren auf eindimensionale Signale. Die 2D-Erweiterung ist nicht direkt ersichtlich. Im Folgenden wird die Ridgelet-Paket-Transformation verwendet, die durch ein Orthogonalsystem von 2D-riefenförmigen Basisfunktionen definiert ist. Mit diesem Orthogonalsystem lässt sich ein beliebiges Riefenprofil Gl. (5.4) auf die Weise approximieren, wie es in Gl. (5.7) beschrieben wird.

#### 5.1.4 Ridgelet-Paket-Transformation

Seit der rasanten Entwicklung der Wavelet-Theorie in den 90er Jahren geht der Trend der Untersuchung in Richtung mehrdimensionaler Erweiterungen der Wavelet-Transformation. In der Literatur ist eine Vielzahl neuer Basisfunktionen für 2D-Bilder beschrieben, wie 2D-Wavelets, 2D-Wavelet-Pakete, 2D-Cosinus-Pakete [Mal99], Brushlets [Mey03], Ridgelets [Can98, Doh03] und Curvelets [Don00]. Man strebt

nach Basisfunktionen, die mit höherdimensionalen Singularitäten, wie Kanten, Linien oder Hyperebenen effizient umgehen können.

Die Extraktion der Riefentextur ist mehr als eine Kantendetektion, bei der nur die Position der Kanten bestimmt werden soll. Vielmehr sollen hierbei die metrischen Eigenschaften der Riefen beibehalten werden. Durch eine neuartige Anwendung der Wavelet-Transformation ist es jedoch möglich, geeignete Basisfunktionen zu generieren, welche den Kanten oder Rippen ähneln, sodass Riefentexturen kompakt beschrieben werden können. Die Ridgelet-Transformation qualifiziert sich für diese Aufgabe.

Die kontinuierliche Ridgelet-Transformation (CRT) in  $\mathbb{R}^2$  ist definiert als [Can98]

$$\text{CRT}_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbb{R}^2} \psi_{a,b,\theta}(\mathbf{x}) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5.8)$$

mit den zweidimensionalen Funktionen  $\psi_{a,b,\theta}(\mathbf{x})$ , die durch eine 1D-Rippe-Funktion  $\psi(x)$  definiert ist:

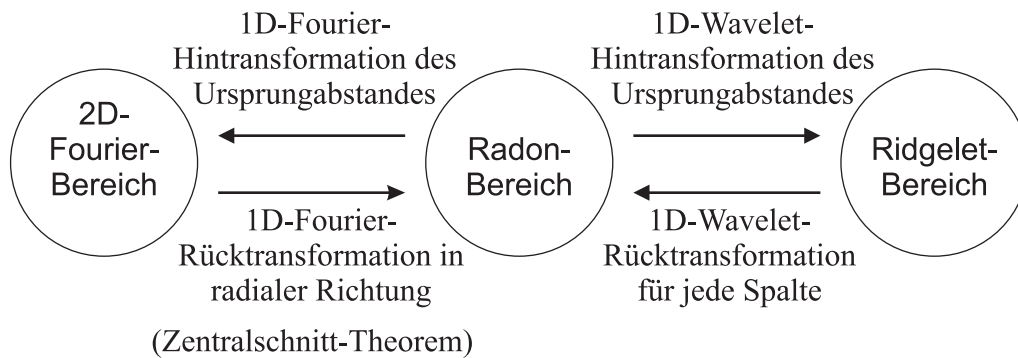
$$\psi_{a,b,\theta}(\mathbf{x}) = a^{-1/2} \psi\left((x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - b)/a\right). \quad (5.9)$$

$\psi(x)$  soll eine mittelwertfreie glatte eindimensionale Funktion mit hinreichend schnellem Abfall sein. Insbesondere die Wavelet-Funktionen, wie beispielsweise die Daubechies-, biorthogonalen Wavelet-Funktionen usw., sind wegen ihrer Zeit- und Frequenzlokalisierung als Rippe-Funktionen geeignet [Can99]. Damit ist  $\psi_{a,b,\theta}(\mathbf{x})$  eine natürliche Modellierung einer Riefe mit einem Wavelet-Profil. Dabei stellt  $\theta$  den Winkel,  $b$  den Ursprungsabstand und  $a$  die Skalierung der Riefe dar. Man sieht hierbei die Ähnlichkeit mit der Radon-Transformation, die definiert ist als

$$R_f(\theta, s) = \int_{\mathbb{R}^2} \delta(x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - s) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (5.10)$$

Statt eines Dirac-Stoßes  $\delta(\cdot)$ , der sich schwer analytisch verfolgen lässt, wird die Wavelet-Funktion  $\psi(\cdot)$  eingesetzt. Es lässt sich beweisen [Can98], dass Gl. (5.8) der Parsevalschen Gleichung gehorcht und die Rücktransformation für eine exakte Rekonstruktion existiert. Die Definition der Ridgelet-Transformation ist nicht nur ähnlich sondern auch direkt verbunden mit der Radon-Transformation: Wird die 1D-WT auf jede Spalte der Radon-Transformation angewendet, erhält man die Ridgelet-Transformation:

$$\text{CRT}_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbb{R}^2} \psi_{a,b}(s) R_f(\theta, s) ds. \quad (5.11)$$



**Bild 5.5:** Zusammenhang zwischen der zweidimensionalen Fourier-, Radon- und Ridgelet Transformation

Bild 5.5 verdeutlicht den Zusammenhang zwischen der zweidimensionalen Fourier-, Radon- und Ridgelet-Transformation.

Wird die Ridgelet-Transformation Gl. (5.8) mit der kontinuierlichen 2D-Wavelet-Transformation (CWT)

$$\text{CWT}_f(a_1, a_2, b_1, b_2) = \int_{\mathbb{R}^2} \psi_{a_1, a_2, b_1, b_2}(\mathbf{x}) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad (5.12)$$

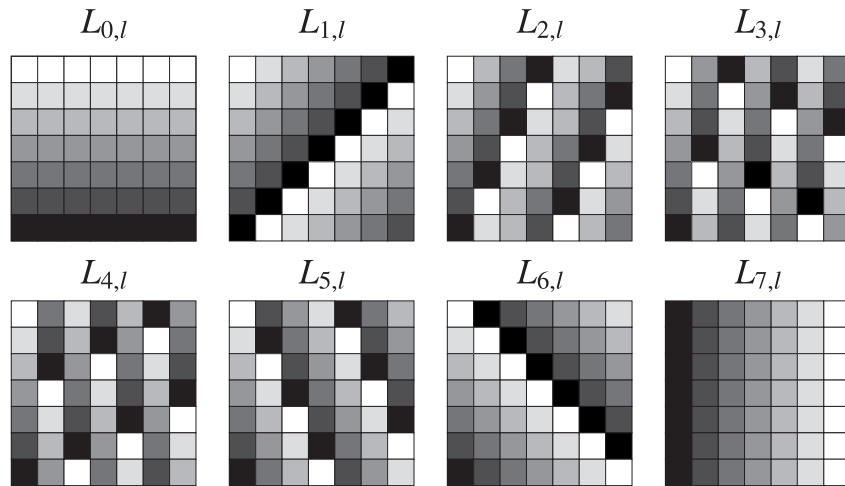
mit  $\psi_{a_1, a_2, b_1, b_2}(\mathbf{x}) = \psi_{a_1, b_1}(\mathbf{x}) \psi_{a_2, b_2}(\mathbf{x})$  verglichen, ist die Ähnlichkeit ebenfalls erkennbar. Die Parameter der Translation  $b_1$  und  $b_2$  werden in der Ridgelet-Transformation durch die Parameter der Geraden  $b$  und  $\theta$  ersetzt, die für die effektive Repräsentation von Geraden zuständig sind.

Weil die Wavelet-Paket-Transformation eine flexible Auswahl der Basisfunktionen erlaubt, wird diese statt der Wavelet-Transformation für die Spalten der Radon-Transformation durchgeführt. Das Gesamtverfahren wird als Ridgelet-Paket-Transformation bezeichnet.

#### 5.1.4.1 Diskrete Radon-Transformation

Gl. (5.11) zeigt zugleich einen Ansatz zur Implementierung der Ridgelet-Transformation, die aus der Radon-Transformation und der anschließenden 1D-WT besteht. Eine direkte Diskretisierung der Radon-Transformation Gl. (5.10) ist nicht praktikabel, weil sie in der Regel keine exakte Rekonstruktion erzielt.

**FRAT** In [Do03] wird die Finite-Radon-Transformation (FRAT) vorgestellt, welche diese Nachteile vermeidet. Die FRAT eines quadratischen Bildes  $I(i, j)$  mit  $(i, j) \in$



**Bild 5.6:** Diskrete Linien für  $7 \times 7$  FRAT. Die Bilder entsprechen unterschiedlichen Steigungen jeweils von  $k = 0$  bis  $k = 7$ . In jedem Bild werden die Linien mit verschiedenen  $l \in \{0, 1, \dots, 7\}$  mit den jeweiligen Grauwerten dargestellt.

$(0, 1, \dots, p - 1) \times (0, 1, \dots, p - 1)$  wird definiert als

$$r_k(l) = \text{FRAT}_I(k, l) = \frac{1}{p} \sum_{(i,j) \in L_{k,l}} I(i, j), \quad (5.13)$$

wobei  $L_{k,l}$  die diskrete Linie darstellt, entlang der die Summe berechnet wird. Sie ist definiert als

$$\begin{aligned} L_{k,l} &= \{(i, j) : j = ki + l \pmod{p}, i \in (0, 1, \dots, p - 1)\}, \quad 0 \leq k < p, \\ L_{p,l} &= \{(l, j) : j \in (0, 1, \dots, p - 1)\}, \end{aligned} \quad (5.14)$$

wobei „mod“ den Modulus-Operator bedeutet. Bild 5.6 zeigt die diskreten Linien für  $p = 7$ .

Die Basisfunktionen einer Transformation  $\mathfrak{F}$  werden als ein Frame (engl. tight frame) bezeichnet, wenn es zwei Konstanten  $0 < A, B < \infty$  gibt, sodass für einen beliebigen Vektor  $\mathbf{x}$  gilt

$$A \|\mathbf{x}\|^2 \leq \|\mathfrak{F}\{\mathbf{x}\}\|^2 \leq B \|\mathbf{x}\|^2.$$

Für  $A = B$  liefert  $\mathfrak{F}$  einen sogenannten straffen Frame. Für ein additives Modell mit weißem Rauschen ergibt der straffe Frame die minimale mittlere quadratische Abweichung bei linearer Rekonstruktion [Goy01]. In [Do03] wird gezeigt, dass die FRAT für mittelwertfreie Bilder straff ist. Das heißt, dass Riefenstrukturen im FRAT-Bereich möglichst kompakt konzentriert werden.



Wegen der Anforderung an die Orthogonalität muss die Anzahl der Projektionsrichtungen  $p$  eine Primzahl sein. Demzufolge sollte die Kantenlänge des quadratischen Bildes, die gleich  $p$  sein muss, auch eine Primzahl sein. Die nächsten Primzahlen zu den üblichen Bildgrößen in dieser Arbeit sind z. B. 257, 467, 479, 487 usw. Die FRAT liefert für mittelwertfreie Bilder eine orthonormale Basis [Do03]. Die inverse Transformation wird als IFRAT bezeichnet. Mit der nachfolgenden 1D-Wavelet-Transformation der Spalten von FRAT wird sie als Finite-Ridgelet-Transformation (FRIT) bezeichnet, die auch eine orthonormale Transformation darstellt.

Weil der Integrationspfad  $L_{k,l}$  nicht geometrisch sondern in Gl. (5.14) algebraisch definiert ist, liegen die Punkte der Linie meist gestreut auf der Bildebene (siehe Bild 5.6) und weist außer vertikaler, horizontaler und diagonaler Richtung den Wraparound-Effekt auf:  $L_{k,l}$  wird innerhalb des Definitionsbereiches zyklisch fortgesetzt.

**FSS** Eine Alternative, die sowohl die geometrische Genauigkeit von Linien erfüllt als auch eine exakte Rekonstruktion ermöglicht, stellt das diskrete Slant-Stack-Verfahren dar [Ave08b].

Die Slant-Stack-Transformation ist eine kontinuierliche Radon-Transformation, welche die Steigungen  $p, q$  und die Achsenabschnitte  $\tau, \eta$  bei der Parametrisierung statt  $\theta$  und  $s$  in Gl. (5.10) verwendet [Tof96]:

$$S_f(p, \tau) = \int_{\mathbb{R}^2} \delta(px + \tau - y) f(x, y) dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, px + \tau) dx \quad (5.15)$$

für  $-1 \leq p < 1$  (grundsätzlich horizontale Linien) und

$$S_f(q, \eta) = \int_{\mathbb{R}^2} \delta(qy + \eta - x) f(x, y) dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} f(qy + \eta, y) dy \quad (5.16)$$

für  $-1 < q \leq 1$  (grundsätzlich vertikale Linien). Mit dieser Parametrisierung lässt sich das Problem mit unendlich großer Steigung vermeiden.

Der Einfachheit halber wird im Folgenden angenommen, dass ein digitales Bild  $\{I(u, v) : -N/2 \leq u, v < N/2\}$  mit dem Ursprung in der Bildmitte vorgegeben wird. Entsprechend Gl. (5.15) ergibt sich die diskrete Slant-Stack-Transformation zu:

$$DS_I(\theta, \tau) = \sum_{u=-N/2}^{N/2-1} \tilde{I}^1(u, \tan \theta \cdot u + \tau), \quad (5.17)$$

für  $-\pi/4 \leq \theta < \pi/4$ , wobei

$$\tilde{I}^1(u, y) = \sum_{v=-N/2}^{N/2-1} I(u, v) D_M(y - v)$$

mit der interpolierenden Kernfunktion

$$D_M(t) = \frac{\sin(\pi t)}{M \sin(\pi t/M)}$$

für  $M = 2N$ . Da das 2. Argument in Gl. (5.17) nicht unbedingt ganzzahlig ist, ist hier eine Interpolation in der vertikalen Richtung nötig. Entsprechend Gl. (5.16) ergibt sich

$$DS_I(\phi, \eta) = \sum_{v=-N/2}^{N/2-1} \tilde{I}^2(\cot \phi \cdot v + \eta, v), \quad (5.18)$$

für  $\pi/4 < \phi \leq 3\pi/4$ , wobei

$$\tilde{I}^2(x, v) = \sum_{u=-N/2}^{N/2-1} I(u, v) D_M(x - u).$$

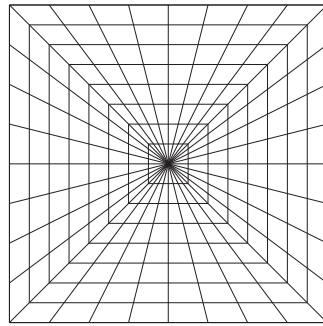
Nur Linien mit den Achsenabschnitten  $\tau$  und  $\eta$  im Bereich  $-N \leq \tau, \eta < N$  werden berücksichtigt. Für die grundsätzlich horizontalen Linien  $-\pi/4 \leq \theta < \pi/4$  wird die Winkelmenge  $\{\theta_l = \arctan(2l/N), -N/2 \leq l < N/2\}$  betrachtet. Entsprechend gilt für die grundsätzlich vertikalen Linien:  $\{\phi_l = \pi/4 + \arctan(2l/N), -N/2 \leq l < N/2\}$ . Die Linien sind nicht äquidistant im Winkel sondern in der Steigung. Es ist zu beachten, dass aus einem  $N \times N$  Bild ein  $2N \times 2N$  DS resultiert, was eine vierfache Überabtastung andeutet. Diese Überabtastung stellt beim Erhalt der geometrischen Genauigkeit von Linien die exakte Rekonstruktion sicher. Für die diskrete Slant-Stack-Transformation gilt das diskrete Zentralschnitt-Theorem [Ave08b]:

**Theorem 5.1 (Diskretes Zentralschnitt-Theorem)** Wird die 2D-Fourier-Transformierte eines Bildes

$$\{I(u, v) : -N/2 \leq u, v < N/2\}$$

definiert als

$$\hat{I}(\xi_1, \xi_2) = \sum_{u,v} I(u, v) \exp\{-i(u\xi_1 + v\xi_2)\}, \xi_1, \xi_2 \in [-\pi, \pi),$$



**Bild 5.7:** Pseudopolargitter für  $N = 8$

so bilden eine Spalte der digitalen Slant-Stack-Transformierten (Gl. (5.17)) für ein bestimmtes  $\theta$  und ein Zentralschnitt der 2D-Fourier-Transformierten ein 1D-FT-Paar

$$\mathcal{F}_1\{DS_I(\theta, \star)\} = \hat{I}\left(\pi \frac{k}{N} \cdot \tan(\theta), \pi \frac{k}{N}\right) \quad -N \leq k < N.$$

Entsprechend Gl. (5.18) gilt

$$\mathcal{F}_1\{DS_I(\phi, \star)\} = \hat{I}\left(\pi \frac{k}{N}, \pi \frac{k}{N} \cdot \cot(\phi)\right) \quad -N \leq k < N.$$

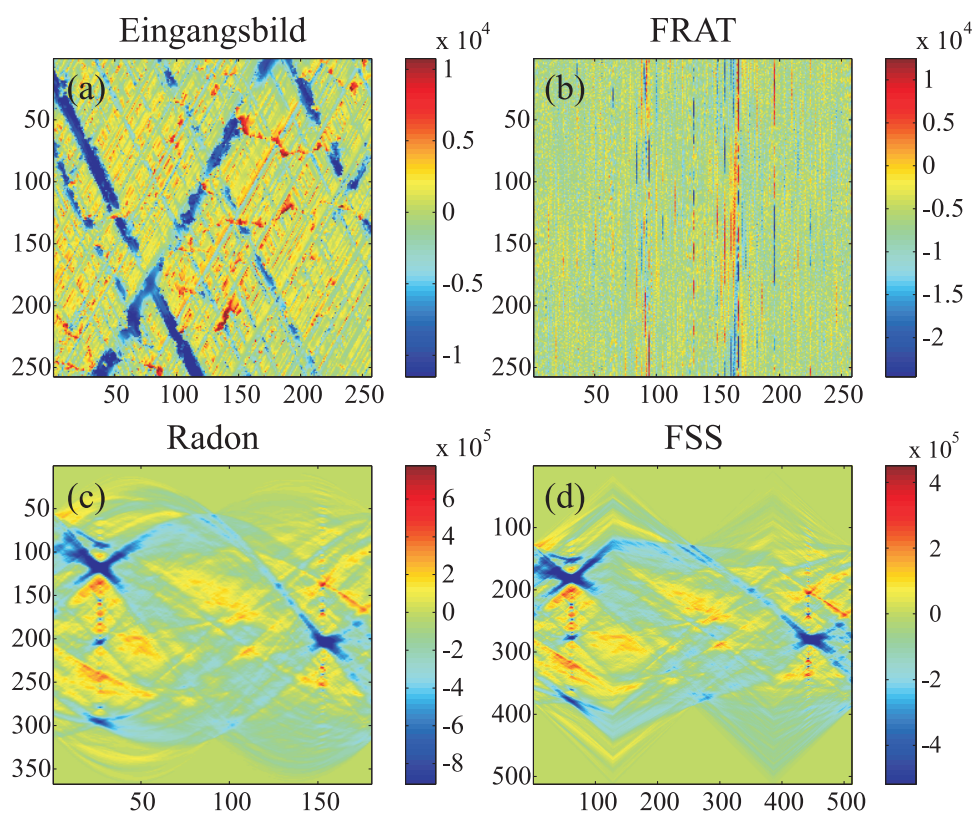
Dabei findet im Spektralbereich eine Überabtastung statt, die durch vorheriges Zero-Padding im Ortsbereich realisiert wird. Die hierbei benötigten Koordinaten der FT,  $(\pi \frac{k}{N} \cdot \tan(\theta), \pi \frac{k}{N})$  und  $(\pi \frac{k}{N}, \pi \frac{k}{N} \cdot \cot(\phi))$ , befinden sich auf einem Pseudopolargitter, siehe Bild 5.7. Die Auswertung der 2D-FT auf dem Pseudopolargitter ergibt die sogenannte Pseudopolar-Fourier-Transformation (PFT). Um  $N$  Punkte auf einer Zeile des Pseudopolargitters zu gewinnen, ist eine Interpolation von  $2N$  äquidistanten Punkten auf einer Zeile der 2D-DFT erforderlich. Diese Interpolation lässt sich nach [Ave08a] auch schnell berechnen.

Theorem 5.1 ermöglicht somit eine schnelle Berechnung der diskreten Slant-Stack-Transformation:

1. 2D-FT.
2. Koordinatentransformation vom kartesischen ins Pseudopolarkoordinatensystem der 2D-FT zur Gewinnung der PFT.
3. 1D-inverse Fourier-Transformation der Spalten der PFT.

Bild 5.8 zeigt drei diskrete Radon-Transformationen<sup>2</sup>. Als ein straffer Frame hat die FRAT den Vorteil, dass die Riefenscharen auf wenigen Spalten konzentriert sind. Im Vergleich dazu wird die FSS von breiten Riefen verschmiert. Allerdings zeigt die FSS deutliche Korrespondenzen mit dem Eingangsbild, während Abbildungen von Riefen in die FRAT wegen des Wraparound-Effekts schwer zu erkennen sind. Aufgrund der Parametrisierung weist die FSS um  $\pi/4$  und  $3\pi/4$  jeweils eine Knickstelle auf. Außerdem ist die Überabtastung der FSS zu beachten.

Für die inverse FSS (IFSS) wird in [Ave08b] zur schnellen Berechnung ein Algorithmus vorgestellt, der wie bei der Hin-Transformation auch auf der PFT und der 1D-FT beruht.

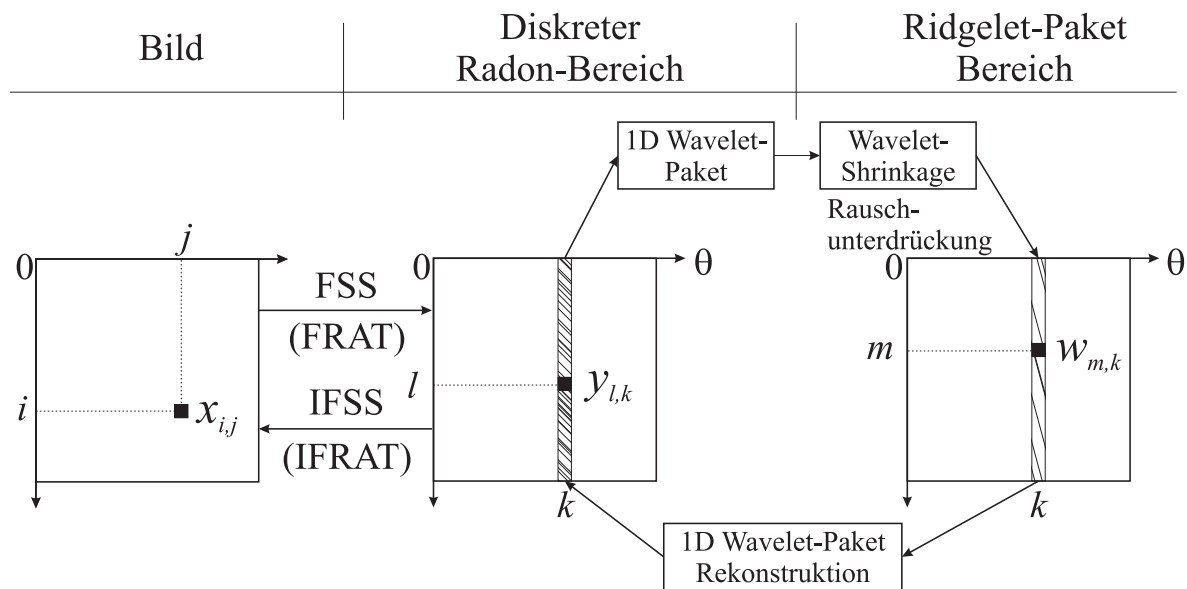


**Bild 5.8:** Diskrete Radon-Transformationen: (a) Eingangsbild  $256 \times 256$ ; (b) FRAT; (c) diskretisierte reguläre Radon-Transformation; (d) FSS.

#### 5.1.4.2 Diskrete Ridgelet-Paket-Transformation

Im diskreten Radon-Bereich werden die Riefenscharprofile in Spalten mit entsprechenden Scharwinkeln konzentriert. Gemäß der Modellierung in Kap. 5.1.3 liegt es

<sup>2</sup>Für FRAT werden die letzte Spalte und Zeile wiederholt, um die primzahlige Bildlänge 257 zu erhalten. Die FSS wird mit dem Steigungswinkel auf  $[-\pi/4, 3\pi/4)$  parametrisiert, während die diskretisierte Radon-Transformation mit dem Winkel der Normalen auf  $[0, \pi)$  definiert wird. Zum leichteren Vergleich wird die FSS nach der Winkelreihenfolge der regulären Radon-Transformation angeordnet.



**Bild 5.9:** Diskrete Ridgelet-Paket-Analyse

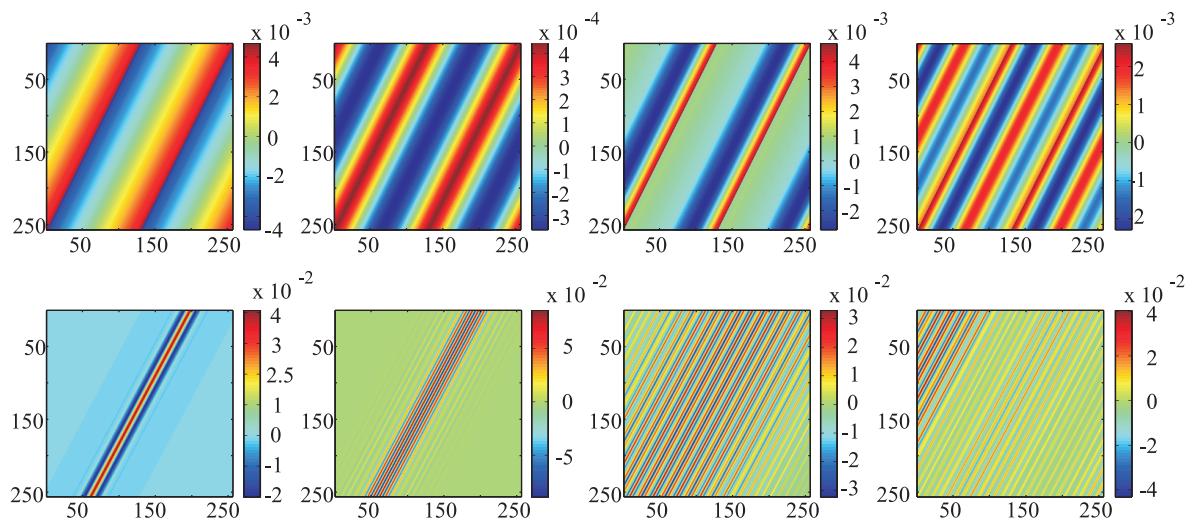
nahe, anschließend die Wavelet-Paket-Analyse durchzuführen. Die Gesamttransformation wird als diskrete Ridgelet-Paket-Transformation bezeichnet (DRP). Bild 5.9 zeigt schematisch den Algorithmus der diskreten Ridgelet-Paket-Transformation.

Bei der Suche nach dem optimalen Teilbaum für die 1D-Wavelet-Paket-Analyse jeder Spalte im diskreten Radon-Bereich wird die Shannon-Entropie

$$e(w_{m,k}) = -w_{m,k} \ln w_{m,k}$$

verwendet, damit die Riefentextur im Ridgelet-Paket-Bereich möglichst auf wenigen Koeffizienten konzentriert ist. Gemäß der spektralen Modellierung in Kap. 5.1.3 liefert die 1D-Wavelet-Paket-Analyse in diesem Fall annäherungsweise die Koeffizienten der Riefenprofile. Zur Rauschunterdrückung wird bei der Hintransformation das Verfahren „Wavelet-Shrinkage“ verwendet, das einen globalen weichen Schwellwert (engl. soft thresholding)  $T = \sigma_n \sqrt{2 \ln N}$  benötigt. Dabei bedeutet  $N$  die Spaltenlänge und  $\sigma_n^2$  die Varianz des Rauschens.  $\sigma_n$  kann als Median der Beträge der Wavelet-Koeffizienten (engl. median of absolute deviations (MAD)) auf der feinsten Stufe approximiert werden [Don94]. Für die 1D-Wavelet-Paket-Analyse wurden die symmetrischen biorthogonalen Basisfunktionen von „bior6.8“ gewählt, um die Phasenverzerrung der Ergebnisse der Wavelet-Filterung zu vermeiden. Bild 5.10 zeigt die ersten vier von insgesamt 256 Basisfunktionen der 8. Stufe der Wavelet-Paket-Analyse beim Winkel von ungefähr  $65^\circ$  jeweils mit der FRAT und FSS. Die zyklische Verschiebung mit der FRAT ist in der 1. Zeile von Bild 5.10 deutlich zu sehen.

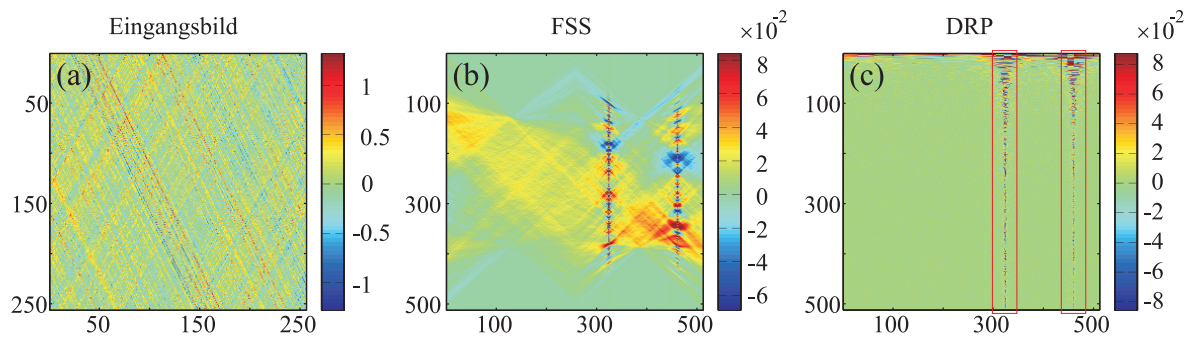
Eine Riefenschar wird auf eine Spalte des Ridgelet-Paket-Bildes, deren Projektionsrichtung dem Winkel der Riefenschar entspricht, abgebildet. über diese Spalte werden die ausgeprägten Komponenten des Riefenprofils nach ihren Skalen verteilt.



**Bild 5.10:** Die ersten 4 von insgesamt 256 Basisfunktionen in der 8. Stufe der Ridgelet-Paket-Transformation jeweils mit FRAT beim Steigungswinkel von  $64, 6^\circ$  und mit FSS beim Steigungswinkel von  $65, 7^\circ$

Bild 5.11(b) und (c) zeigen jeweils die FSS- und DRP-Transformierte eines Riefenbildes (a). Die Positionen der ausgeprägten Spalten können beispielsweise durch Berechnung der Spaltenvarianzen der Ridgelet-Paket-Transformierten bestimmt werden. Durch die Rücktransformation entsprechend Bild 5.9 erhält man für die Spalten jeweils eine Riefenschar.

Zur Extraktion einer Riefenschar reicht eine einzige Spalte im Ridgelet-Paket-Bereich allerdings nicht aus, weil die Basisfunktionen entsprechend benachbarter Spalten eine fast parallele Orientierung aufweisen und daher stark korreliert sind. Insbesondere können breite Riefen durch die Transformation auf mehreren Spalten verteilt werden. Des Weiteren zeigen Riefen in einer Schar bei realen Daten häufig Orientierungsschwankungen. Deshalb werden noch die Nachbarspalten symmetrisch um die gefundene Hauptspalte der Riefenschar berücksichtigt und gemeinsam rücktransformiert, wie es in Bild 5.11(c) mit Rechtecken markiert ist.



**Bild 5.11:** (a) Eingangsbild; (b) FSS; (c) Diskrete Ridgelet-Paket-Transformation. Die Riefenscharen sind in Spalten entsprechend den Scharwinkeln konzentriert. Die Spalten in den Rechtecken können zur Rekonstruktion verwendet werden.

### 5.1.4.3 Ergebnisse

Um die Qualität der Separation beurteilen zu können, wird das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR) berechnet, das definiert ist als [Vet95]

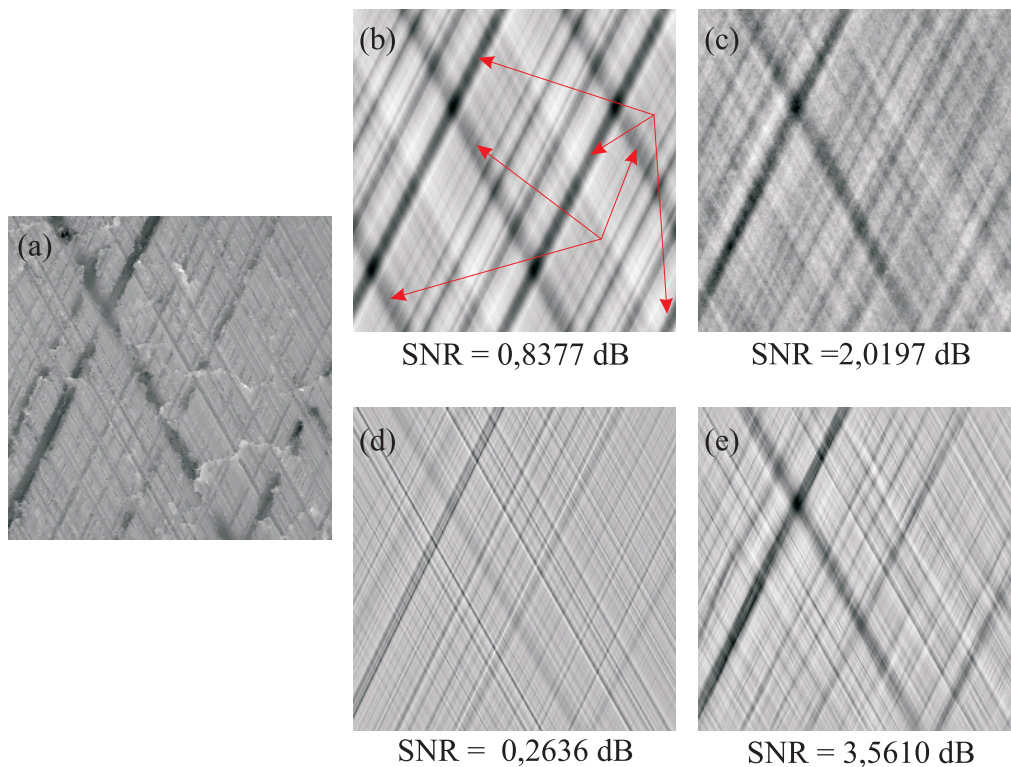
$$\text{SNR} = 10 \log_{10} \frac{\sigma^2}{D} \quad (5.19)$$

mit

$$D = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (x_i - \hat{x}_i)^2$$

und  $\sigma^2$  der Varianz des Signalanteils  $x_i$ . Die extrahierte Riefentextur wird als Schätzung  $\hat{x}_i$  eingesetzt. Bei realen Daten ist der Signalanteil  $x_i$  in der Regel nicht bekannt. Daher wird stattdessen das Originalbild als  $x_i$  betrachtet [Vet95]. Für ein bestimmtes Signal wie Riefentextur sollte der Signalanteil möglichst nur relevante Komponenten enthalten. Dies kann teilweise dadurch erzielt werden, indem eine alternative Schätzung annäherungsweise als das Signalanteil verwendet wird. Das geometrische Verfahren in Kap. 5.2 liefert hierbei eine Schätzung, welche Rauschen und andere irrelevante Bildkomponenten in der Schätzung unterdrückt und die Riefentextur herausarbeitet. Wird die geschätzte Riefentextur mit dem geometrischen Verfahren als der Signalanteil  $x_i$  verwendet, wird das Signal-Rausch-Verhältnis im Folgenden als SNR' bezeichnet.

Bild 5.12 vergleicht die Ergebnisse der Rekonstruktion durch die DRP jeweils mittels der FRAT und FSS an einem Beispiel mit 2 Riefenscharen. Dabei werden in Bild 5.12(b) und (d) 2 Spalten (je eine Spalte für eine Schar) im DRP-Bereich benötigt. Zum gerechten Vergleich sollen bei IFSS wegen der Überabtastung doppelt so viele Spalten zur Rekonstruktion benutzt werden. Daher werden in Bild 5.12(c) und (e)

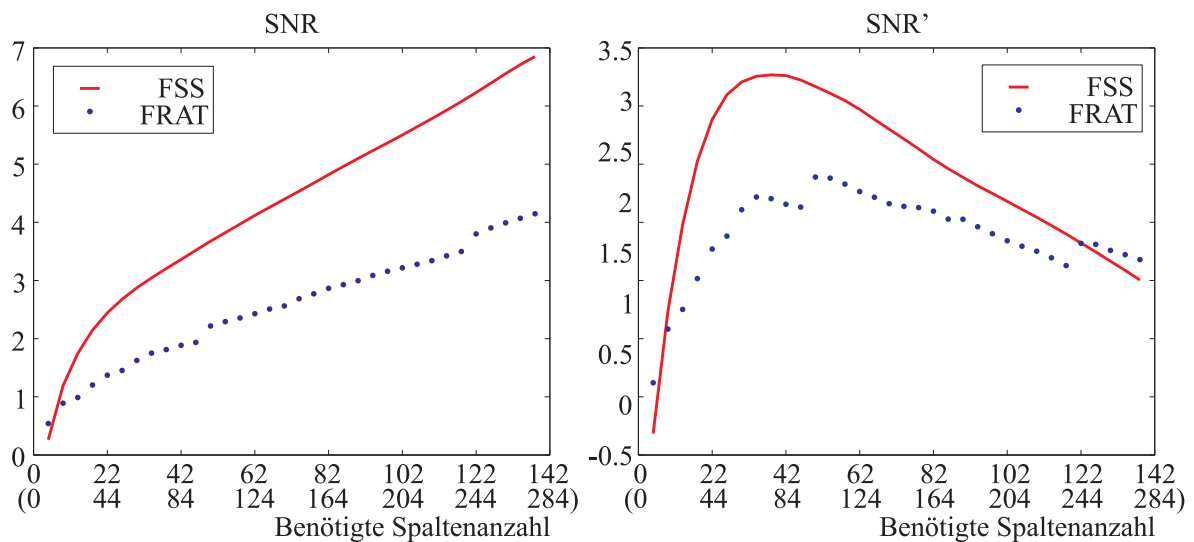


**Bild 5.12:** Vergleich der DRP jeweils durch FRAT und FSS: (a) Originalbild; (b) und (c) sind die Rücktransformierten mittels FRAT jeweils mit 2 Spalten (je einer Spalte für eine Schar) und mit 42 Spalten (je 21 Spalten) im DRP-Bereich; (d) und (e) sind die Rücktransformierten mittels FSS jeweils mit 2 Spalten (je einer Spalte für eine Schar) und mit 84 Spalten (je 42 Spalten) im DRP-Bereich. Die SNRs sind unter den Bildern gezeigt. Die Pfeile in (b) zeigen Artefakte wegen des Wraparound-Effekts der FRAT. Die Ergebnisse sind mit demselben Kontrast gezeigt.

jeweils 42 Spalten für das Ergebnis mit der FRAT und 84 Spalten für das Ergebnis mit der FSS (je die Hälfte der Spalten für eine Schar) benötigt. In Bild 5.12(b) mit der FRAT sind Artefakte wegen des Wraparound-Effekts deutlich zu sehen.

Das SNR wird mit steigender Anzahl der rücktransformierten Spalten immer größer, weil die DRP und inverse DRP ein algebraisches Transformationspaar bilden und das SNR das Originalbild als Signalanteil verwendet. Mit der vollständigen DRP-Transformierten wird das Eingangsbild bis auf das Rauschen rekonstruiert. Außerdem werden die Artefakte bei der DRP durch FRAT wegen Wraparound-Effekts mit zunehmender Spaltenanzahl verringert. Allerdings muss zugleich darauf geachtet werden, dass das rekonstruierte Signal möglichst Riefentexturen enthält: Bild 5.12 (c) und (e) weisen zwar ein höheres SNR als (b) und (d) auf, die rekonstruierten Riefentexturen sind aber weniger geradlinig. Hierbei muss auf einen Kompromiss zwischen der geometrischen Genauigkeit für Riefen und einem hohen SNR eingegangen werden. Zur Extraktion der Riefentextur soll deshalb eine angemessene





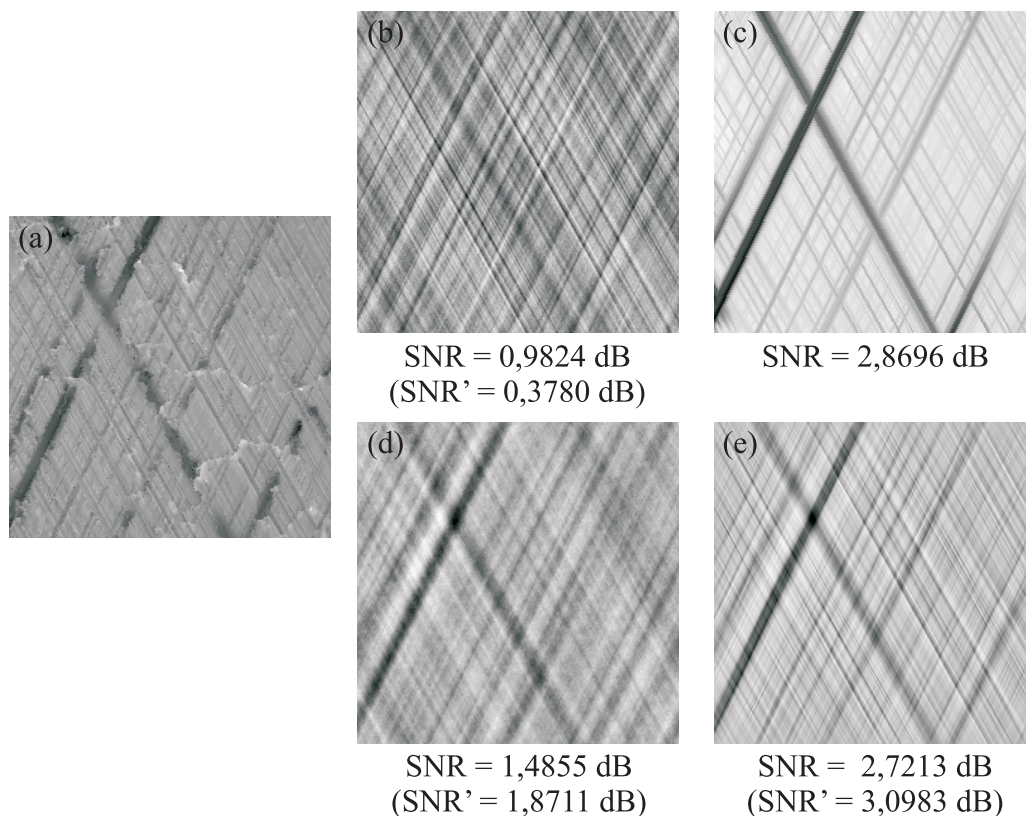
**Bild 5.13:** Vergleich von Signal-Rausch-Verhältnissen der DRP durch FRAT und FSS: links SNR; rechts SNR'. Die erste Zeile der Abszisse zeigt die benötigte Spaltenanzahl mit der FRAT, in Klammern die mit der FSS.

Anzahl der benötigten Spalten bestimmt werden.

Bild 5.12 zeigt zugleich, dass die DRP mit der FRAT mit 2 Spalten über ein höheres SNR als mit der FSS verfügt. Dies liegt daran, dass die FRAT ein straffer Frame ist. Die Riefentextur wird mit der FRAT im DRP-Bereich auf weniger Spalten als mit der FSS konzentriert, die mehr Spalten zur genauen Rekonstruktion braucht, siehe Bild 5.8. Mit zunehmender Anzahl der benötigten Spalten geht der Vorteil mit der FRAT jedoch verloren, weil die FRAT keine geometrische Genauigkeit aufweist und die hinzugefügten Spalten hauptsächlich dazu dienen, den Wraparound-Effekt zu verringern. Im Gegensatz dazu wird die Rekonstruktion mit mehreren Spalten bei der FSS verbessert.

Bild 5.13 zeigt das SNR und das SNR' der rekonstruierten Riefentextur in Abhängigkeit von der benötigten Spaltenanzahl jeweils mit der FRAT und der FSS.<sup>3</sup> Während SNR mit zunehmender Spaltenanzahl erwartungsgemäß monoton steigend ist, zeigt SNR' ein Maximum bei einer Spaltenanzahl von ungefähr 42 bei der FRAT und 84 bei der FSS. Das heißt, das Beispiel in Bild 5.12 gibt annäherungsweise die Rekonstruktion mit dem höchsten SNR'. Dabei ist zu beachten, dass die DRP mit der FSS im mittleren Bereich, der für die Extraktion der Riefentextur von Bedeutung ist, immer über ein größeres SNR' als mit der FRAT verfügt. Gemäß Bild 5.12 sollte die Anzahl bei der FSS jedoch kleiner als die Anzahl gewählt werden, welche der Maximumsposition entspricht, damit die Riefentextur mit hoher geometrischer

<sup>3</sup>Hinzugenommen werden immer die Spalten symmetrisch um die gefundenen Hauptspalten der Riefenscharen. über die Bildränder wird eine zyklische Fortsetzung angenommen.

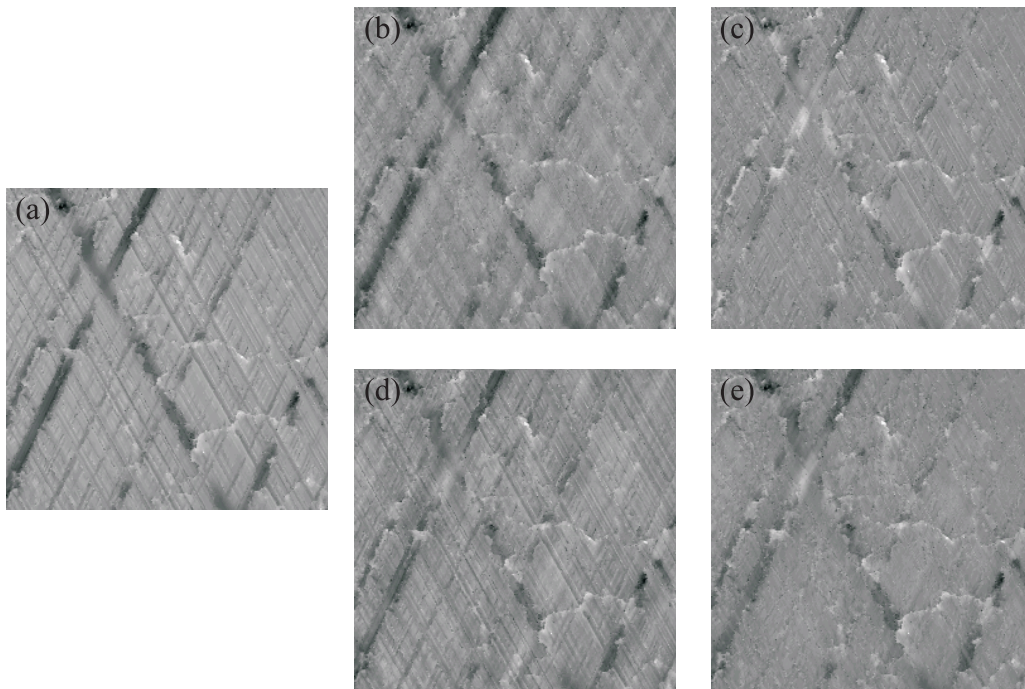


**Bild 5.14:** Vergleich der Separationsverfahren mit verschiedenen Verfahren: (a) Originalbild; (b) mit dem Fourier-Verfahren; (c) mit dem geometrischen Verfahren, (d) mit dem Ridgelet-Paket-Verfahren durch FRAT; (e) mit dem Ridgelet-Paket-Verfahren durch FSS. SNR und SNR' werden unter den Bildern gezeigt. Die Ergebnisse sind mit demselben Kontrast angezeigt.

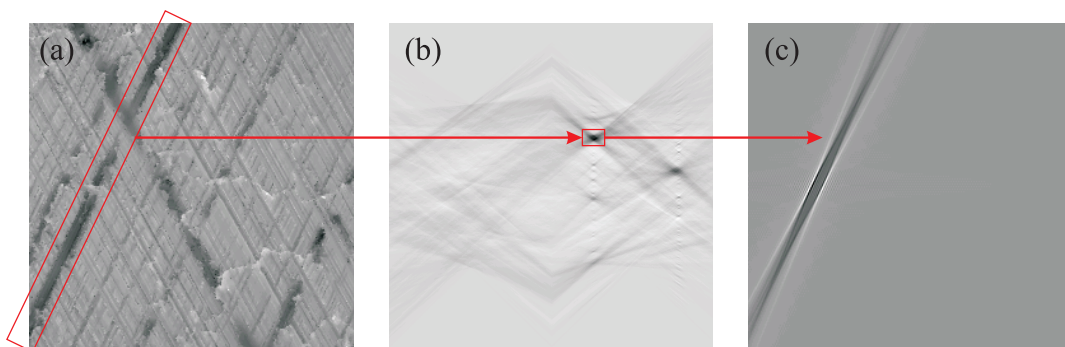
Genauigkeit gewonnen wird.

Bild 5.14 zeigt die Ergebnisse mit den verschiedenen Separationsverfahren am Beispiel in Bild 5.12. Beim DRP-Verfahren durch FRAT und FSS wurden jeweils 22 und 44 Spalten rücktransformiert. Unter den vier Verfahren erreicht das geometrische Verfahren das höchste SNR. Wird das Ergebnis des geometrischen Verfahrens nun als Signalanteil betrachtet, ist das SNR' beim DRP-Verfahren durch FSS höher als die beiden anderen Verfahren. In Bild 5.14(b) ist zu sehen, dass das Fourier-Verfahren grobe Riefen nicht effektiv extrahiert. Ein Vergleich von Bild 5.14(d) und (e) verdeutlicht, dass das DRP mit FSS eine Riefentextur mit wesentlich besserer Qualität als das DRP mit FRAT liefert. In den Restbildern nach der Riefenextraktion (Bild 5.15) hinterlässt das DRP-Verfahren durch FSS auch die geringsten Rückstände von feinen Riefenstrukturen. Insgesamt erweist sich die DRP durch FSS als das beste spektrale Verfahren zur Extraktion der Riefentextur.

In realen Daten treten oft sogenannte Streuriefen auf, deren Orientierung von al-

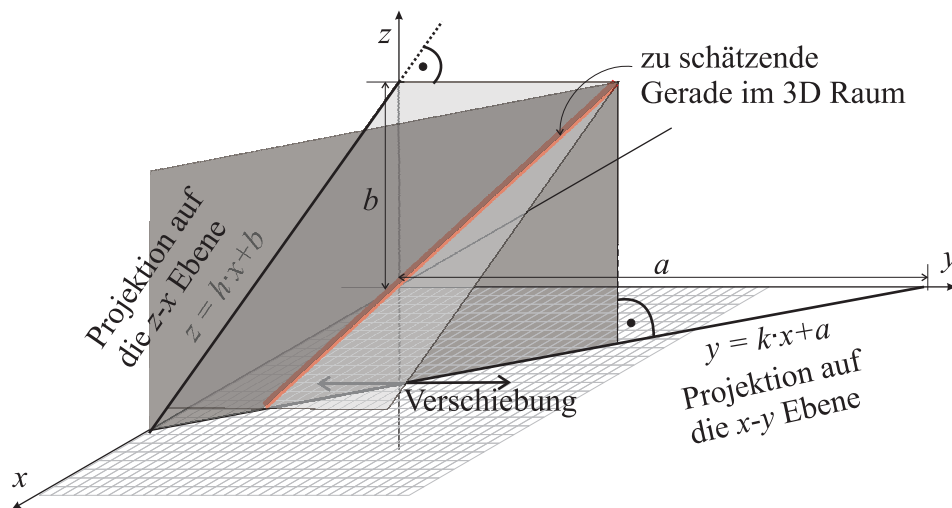


**Bild 5.15:** Vergleich der Restbilder der Separation: (a) Originalbild; (b), (c), (d) und (e) sind die Restbilder der Separation jeweils mit dem Fourier-Verfahren, dem geometrische Verfahren, dem Ridgelet-Paket-Verfahren durch FRAT und durch FSS. Die Ergebnisse sind mit demselben Kontrast gezeigt.



**Bild 5.16:** Rekonstruktion einer groben Riefe: (a) Originalbild; (b) FSS; (c) Rekonstruiertes Signal. Der benötigte Bereich der FSS-Transformierten mit einer Fenstergröße von  $17 \times 8$  ist in (b) mit dem Rechteck markiert. (a) und (c) sind mit demselben Kontrast angezeigt.

len Riefenscharen abweichen. Sie werden z. B. auf vereinzelte Punkte im FSS-Bereich abgebildet. Die FSS-Transformation könnte dazu verlocken, solche Bereiche zu bestimmen und die Riefen durch die inverse Transformation zu rekonstruieren. Das Ergebnis ist aber wegen hoher Korreliertheit horizontal benachbarter Punkte nicht zufriedenstellend, siehe Bild 5.16.



**Bild 5.17:** Geometrisches Geradenmodell für Approximation von Riefenscharen

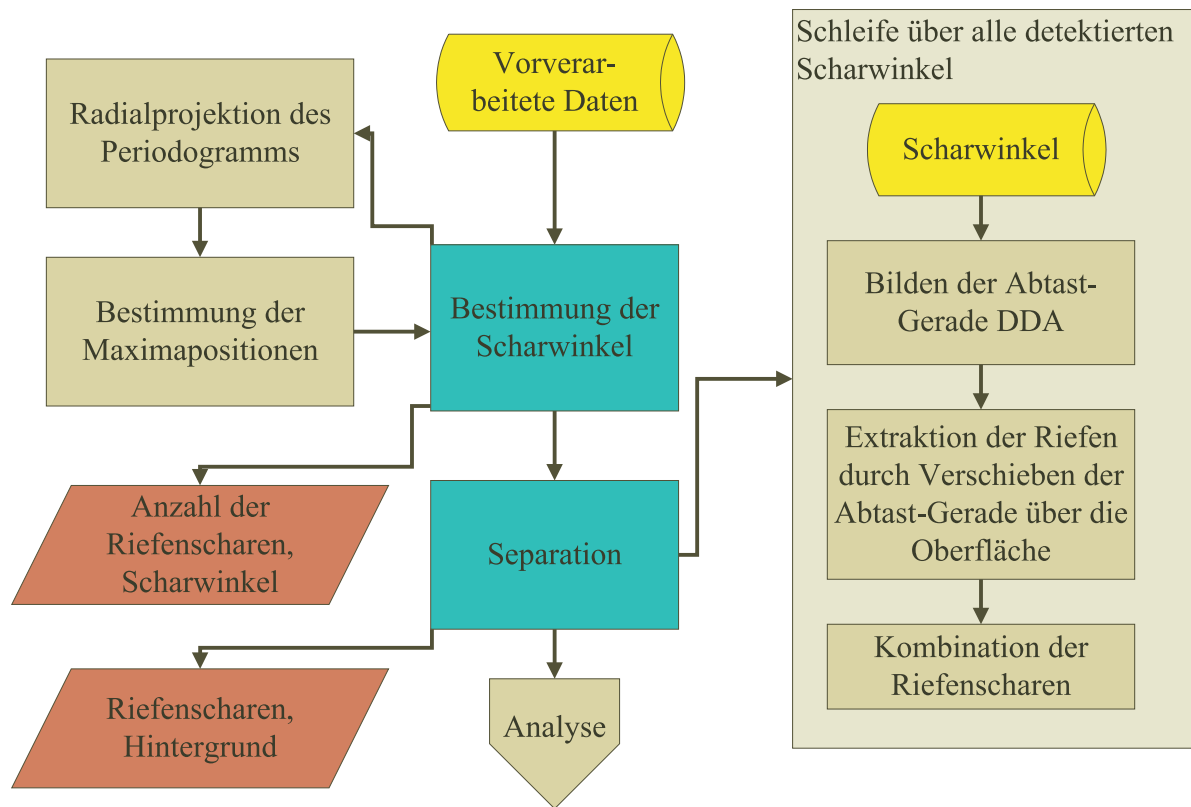
## 5.2 Geometrische Verfahren

Im vorhergehenden Abschnitt wurde gezeigt, dass die spektralen Verfahren vor allem für die Extraktion von Riefenscharen geeignet sind und einzelne grobe Streifen nicht effektiv extrahieren. Außerdem weisen spektrale Verfahren in der Regel einen Bias hinsichtlich ihrer Basisfunktionsmuster auf. Man erhält bei der Extraktion von Riefentexturen erst eine genaue Geometrie, wenn hinreichend viele Basisfunktionen benötigt werden. Um präzise volumetrische und flächige Kennwerte zu bekommen, welche besonders von groben Riefen beeinflusst werden, wird im Folgenden ein geometrisches Verfahren vorgeschlagen, das die Riefe als dimensionales graphisches Primitiv betrachtet und aus den Oberflächendaten extrahiert. Das so gewonnene Ergebnis ist plausibel und lässt sich leicht überprüfen. In Kap. 1.3.2 wurde die Riefentextur als eine Regelfläche und in diesem Zusammenhang die Gerade im 3D-Raum als Primitiv betrachtet, die mit den Parametern Tiefe, Achsen Schnittpunkt, Orientierung und Steigung beschrieben wird. In diesem Abschnitt wird dieses geometrische Modell für die Extraktion der in den Oberflächendaten enthaltenen Geraden verwendet. Die Strukturabweichungen werden als Riefendefekte bezeichnet.

### 5.2.1 Separation von Riefenscharen

Eine Riefentextur besteht aus sich überschneidenden Scharen paralleler Riefen. Statt der Vektorschreibweise wird hier die Gerade im 3D-Raum als Schnitt zweier Ebenen definiert. Sie wird mit  $k, h, a, b$  parametrisiert:

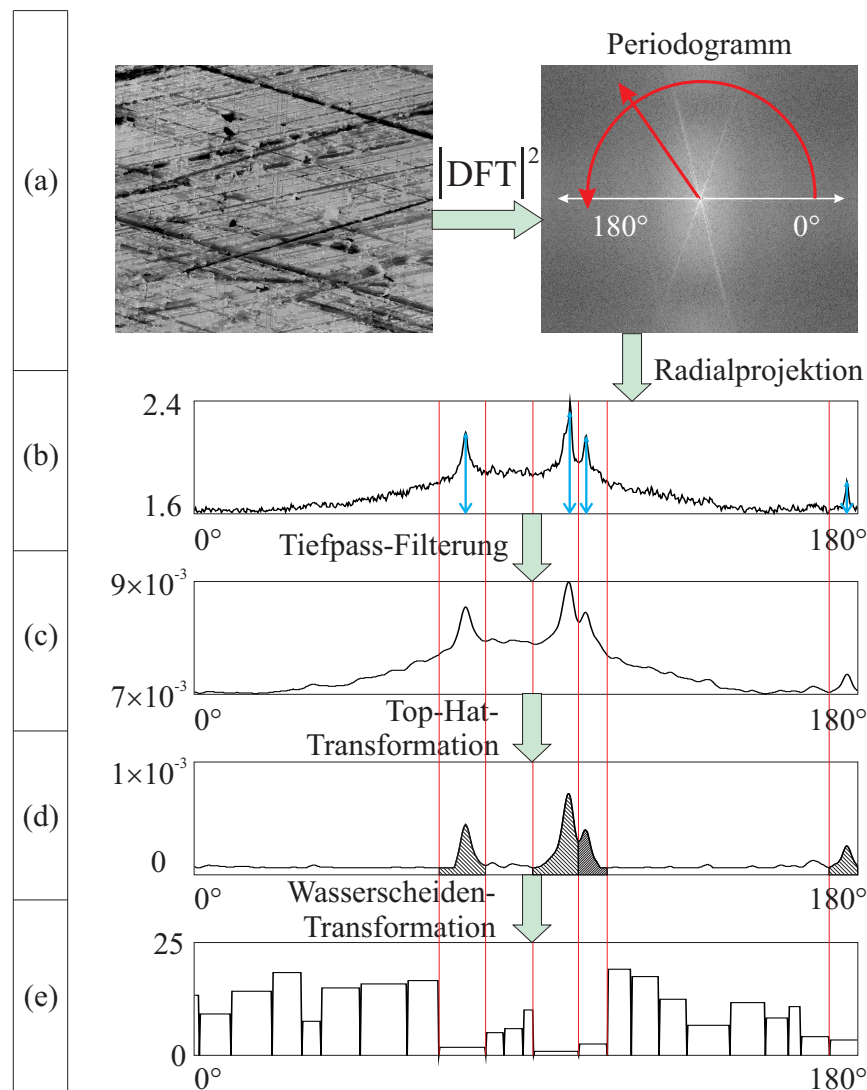
$$\begin{cases} y = kx + a \\ z = hx + b \end{cases} \quad (5.20)$$



**Bild 5.18:** Flussdiagramm für Separation von Riefenscharen

wobei die  $x, y$ -Ebene dem Definitionsbereich des Bildes und die  $z$ -Achse der Tiefen-Koordinate entspricht.  $k$  repräsentiert die Orientierung der Geraden,  $a$  den  $y$ -Achsenabschnitt,  $h$  die Steigung in Tiefenrichtung und  $b$  den  $z$ -Achsenabschnitt, siehe Bild 5.17.

Alle Riefen einer Schar verfügen über dieselbe Orientierung und bedecken in der Regel die gesamte Bildebene. Deswegen müssen nur  $h$  und  $b$  riefenindividuell geschätzt werden, wenn die Orientierung der Schar  $k$  im Voraus bestimmt wird und die Bildebene mit einem Abtastalgorithmus durchlaufen werden kann. Das Abtasten wird pixelweise durchgeführt. An jeder Abtastposition, die einem bestimmten  $a$  entspricht, werden die Geradenparameter  $h$  und  $b$  in Gl. (5.20) geschätzt. Die resultierende Gerade wird dann für die Generierung eines synthetischen Riefenbildes verwendet. Nachdem die ganze Bildebene durchlaufen ist, erhält man ein Riefenbild mit einer Riefenschar der vorgegebenen Orientierung. Bild 5.18 zeigt das Flussdiagramm des Algorithmus. Die Riefenextraktion wird für jede Schar unterschiedlicher Orientierung wiederholt. Die Teilergebnisse werden anschließend mit einem Minimum-Operator zu einem synthetischen Gesamtriefenbild verknüpft. Zum Schluss liefert die Differenz zwischen dem Originalbild und dem Riefenbild das Defektbild. Im Folgenden wird auf die einzelnen Schritte aus Bild 5.18 genauer eingegangen.



**Bild 5.19:** Bestimmung der Scharwinkel. Die Pfeile zeigen die zu bestimmenden Positionen ausgeprägter Maxima.

### 5.2.1.1 Bestimmung der Orientierung von Riefenscharen

Die Orientierung einer Schar wird aus der Radialprojektion des Periodogramms geschätzt, das zum quadrierten Betrag der Fourier-Transformation proportional ist. Bild 5.19(a) zeigt das Periodogramm eines Bildes mit vier Riefenscharen. Wird das Periodogramm radial projiziert (Bild 5.19(b)), sieht man, dass jede Riefenschar einem Maximum in der Radialprojektion entspricht. Die Lage des Maximums entspricht der Orientierung der Normalen zur korrespondierenden Riefenschar. Weil das Periodogramm einen Schätzer des Leistungsdichtespektrums darstellt [Pap02b], ist die Größe des Maximums ein Maß für die Ausprägung der Riefenschar. Dazu wird zuerst die Radialprojektion durch eine Tiefpass-Filterung geglättet (Bild 5.19(c)). Durch eine 1D-Top-Hat-Transformation, die durch die Differenz zwischen Original-

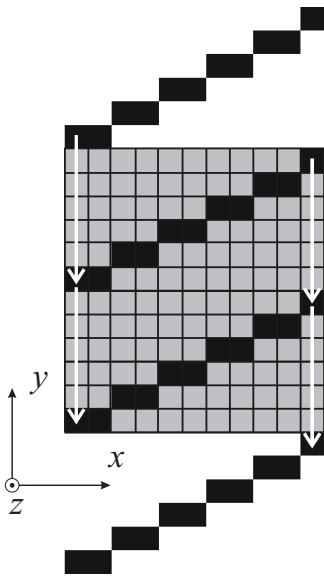
daten und der morphologischen Öffnung definiert ist [Soi03],

$$\rho_B(f) = f - \gamma_B(f), \quad (5.21)$$

wobei  $\gamma_B(f)$  die morphologische Öffnung mit dem Strukturelement  $B$  darstellt, können lokale Maxima extrahiert werden (Bild 5.19(d)). Dabei muss die Größe des Strukturelements  $B$  so gewählt werden, dass keine ausgeprägten Spitzen dadurch eliminiert werden. Als nächstes wird das gesamte Intervall in lokale Maxima mit der 1D-Wasserscheiden-Transformation [Soi03] eingeteilt (Bild 5.19(e)). Irrelevante lokale Maxima in Bild 5.19(d), deren Fläche kleiner als ein Schwellwert ist, werden eliminiert. Aus den Positionen der verbleibenden lokalen Maxima können die Scharwinkel berechnet werden.

### 5.2.1.2 Die Bresenham'sche Gerade

Nach der Bestimmung der Orientierung der Riefenscharen, soll nun ein Liniensegment in der  $x, y$ -Ebene generiert werden, das von einem nachfolgenden Abtastalgorithmus verwendet wird. Solch ein Segment soll eine diskrete Realisierung einer kontinuierlichen Geraden sein. Es muss die Bildebene beim Abtasten überlappungsfrei und nahtlos bedecken, sodass kein Bildpunkt unberücksichtigt bleibt. Dazu wird der Digital-Differential-Analysator (DDA) verwendet. Der DDA ist eine inkrementelle Methode zur Umwandlung einer Geraden von der kontinuierlichen Definition in diskrete Koordinaten, die auch als Rasterung bezeichnet wird [Fol96]. Der Liniensalgorithmus von Bresenham erweist sich als sehr leistungsfähige Methode für die Rasterung von Linien, da er nur ganzzahlige Arithmetik verwendet. Ferner kann bewiesen werden, dass die bresenham'sche Linie die beste diskrete Realisierung einer kontinuierlichen Linie liefert, indem der Fehler, nämlich der Abstand, zwischen den Pixeln und der kontinuierlichen Gerade im Vergleich zu den anderen Rasterung minimal ist [Bre77].



**Bild 5.20:** Bedeckung der Bildebene mit einem Geradenabschnitt mit dem Winkel von  $30^\circ$

Bild 5.20 zeigt eine bresenham'sche Gerade mit einem Steigungswinkel von  $30^\circ$ . Es ist zu sehen, dass die bresenham'sche Gerade eine 1-Pixel breite diskrete Gerade darstellt, deren Pixel miteinander in einer 8er-Nachbarschaft liegen. Sie erfüllt die Sehne-Eigenschaft, d. h. ein beliebiges Pixel auf dem Geradenabschnitt zwischen zwei beliebigen Punkten auf der diskreten Bresenham-Gerade höchstens 1 Pixel von der kontinuierlichen Gerade entfernt ist [Kle04, Soi00]. Das Separationsverfahren basiert auf einer lückenlosen Abtastung mit dieser Bresenham-Geraden. Der Geradenabschnitt wird pixelweise verschoben, damit das Bild durch die Verschiebung des Geradenabschnitts vollständig abgetastet wird. Bild 5.20 veranschaulicht die Verschiebung der Geraden und die Abtastung der Bildebene mit dieser Gerade.

### 5.2.1.3 Schätzung von Riefenmustern

Eine Gerade im 3D-Raum wird in Gl. (5.20) als Schnitt zweier Ebenen definiert. Der erste Teil dieser Gleichung ist die verschobene Bresenham-Gerade, aus dem zweiten Teil erhält man mit der zweiten Gleichung das lineare Modell für die LS-Schätzung:

$$\begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ \dots \\ z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 & 1 \\ x_1 & 1 \\ \dots & \dots \\ x_N & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h \\ b \end{bmatrix},$$

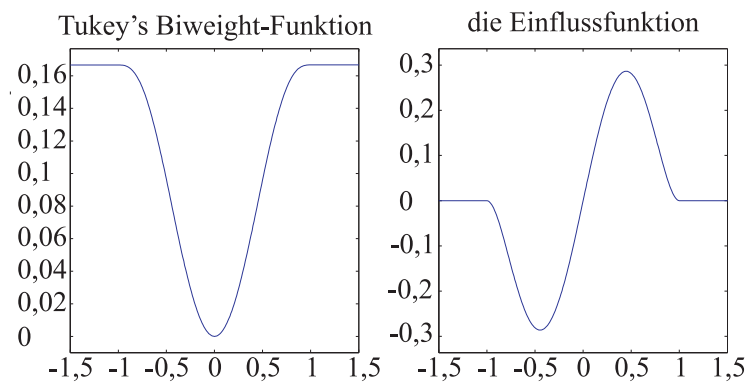
oder in vektorieller Schreibweise

$$\mathbf{z} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{p}, \quad (5.22)$$

wobei  $\mathbf{z}$  für die idealen Tiefenwerte,  $\mathbf{H}$  für die Designmatrix und  $\mathbf{p} = [h, b]^T$  für die zu schätzenden Parameter stehen. Ersetzt man  $\mathbf{z}$  mit dem Beobachtungsvektor  $\hat{\mathbf{z}}$ , bekommt man durch Minimierung des Residuums den Schätzwert  $\hat{\mathbf{p}}$  [Sti06]:

$$\min_{\hat{\mathbf{p}}} J(\hat{\mathbf{p}}) = \hat{\mathbf{e}}^T \hat{\mathbf{e}} = (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{p}})^T (\hat{\mathbf{z}} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{p}}) = \sigma_z^2 \sum_{i=0}^N \left( \frac{\hat{z}_i - hx_i - b}{\sigma_z} \right)^2, \quad (5.23)$$





**Bild 5.21:** Tukey's Biweight-Funktion mit  $c = 1$  und die entsprechende Einflussfunktion für den M-Estimator

wobei  $\sigma_z$  die Standardabweichung des Rauschens des Tiefenwertes darstellt und als konstant angenommen wird. Als die robuste Implementierung des Schätzers wird der M-Estimator angewendet:

$$\min_{\hat{p}} J^*(\hat{p}) == \sum_{i=0}^N \rho\left(\frac{\hat{z}_i - hx_i - b}{\sigma_z}\right) \quad (5.24)$$

mit der Tukey's Biweight-Funktion als  $\rho(\cdot)$

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{c^2}{6} (1 - [1 - (x/c)^2]^3) & \text{wenn } |x| \leq c \\ c^2/6 & \text{wenn } |x| > c \end{cases}, \quad (5.25)$$

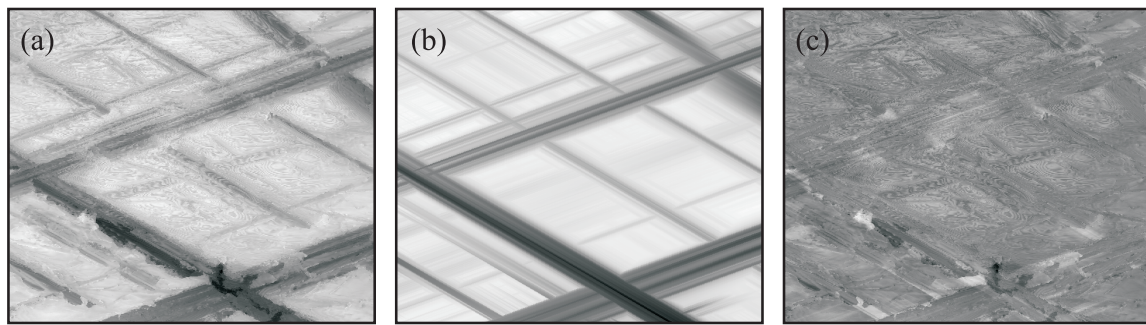
die in Bild 5.21 mit  $c = 1$  zusammen mit ihrer Einflussfunktion dargestellt ist. In der Einfluss-Funktion ist zu sehen, dass große Ausreißer vollständig unterdrückt werden. Für die hier betrachtete Approximation von Riefen wird  $c = 4,6851 \cdot \sigma_z$  gewählt, wodurch bei einer Normalverteilung die 95% asymptotische Effizienz erreicht wird [Zha97].

Mit dem RANSAC-Algorithmus [For03] kann die Robustheit noch erhöht werden [Xin04b]. Er erfordert aber deutlich mehr Aufwand als der M-Estimator.

Gl. (5.23) stellt das algebraische Least-Squares-Verfahren dar, bei dem nur die Summe der Fehlerquadrate in  $z$ -Richtung minimiert wird. Werden die orthogonalen Fehler der Messpunkte zur geschätzten Gerade minimiert, muss die Total-Least-Squares-Methode angewendet werden, die das folgende Residuum minimiert:

$$\min_{\hat{p}} J^*(\hat{p}) = \sum_{i=0}^N \rho\left(\frac{\hat{z}_i - hx_i - b}{\sqrt{\sigma_z^2 + h^2 \sigma_x^2}}\right), \quad (5.26)$$

wobei  $\sigma_x$  die Standardabweichung in  $x$ -Richtung darstellt. Das führt aber zu einer nichtlinearen Minimierung [Pre02], die mit einem iterativen Verfahren zu lösen ist



**Bild 5.22:** Riefenapproximation mit LS-Verfahren: (a) Originalbild, (b) Riefenbild, (c) Restbild.

und einen hohen Rechenaufwand bedeutet. Andererseits weisen die Riefen meist sehr geringe Steigung in der Tiefenrichtung auf, weil sie auf der Oberfläche des Werkstücks liegen. Deswegen ist der Least-Squares-Ansatz mit Gl. (5.24) fast optimal [Seu00]. Zudem ist die Messunsicherheit der Tiefendaten sehr gering, siehe Kapitel 2. Der hier als Rauschen betrachtete Anteil ist lediglich die Schwankung der Tiefenwerte.

Bei der Hontextur in Bild 5.22(a), die bei der mit einer großen Vergrößerung des Objektivs sehr grob ist, liefert das LS-Verfahren nach zwei Abtastungen das geschätzte Riefenbild, weil sie nur zwei Hauptrichtungen enthält. Die Differenz zeigt die Riefendefekte (Bild 5.22(b)). Man sieht, dass die Defekte besser zu erkennen sind, da der Beitrag der Riefen entfernt worden ist. In Bild 5.22(c) ist zu sehen, dass die Riefenstrukturen die Bildebene durchziehen und der Einfluss der Ausreißer mit dem M-Estimator unterdrückt werden kann. In Bild 5.14(d) ist das Separationsergebnis von der feinen Hontextur aus Bild 5.14(a) zum Vergleich mit den spektralen Verfahren gezeigt. Das geometrische Verfahren ist damit sowohl für die grobe als auch für die feine Riefentextur geeignet.

### 5.2.2 Separation von einzelnen Riefen

Der im vorangegangenen Abschnitt beschriebene Verfahren setzt eine vollständige Bedeckung der Bildebene von jeder Riefenschar voraus. Es kann daher einzelne Streuriefen, die eine Abweichung von den Hauptrichtungen der Riefentextur aufweisen, auch nicht effektiv extrahieren. Dazu müssen die Parameter der Streuriefen im Voraus bestimmt werden. Zur Detektion einzelner Geraden stellt die Radon-Transformation ein geeignetes Verfahren dar, welches geradenhafte Signalanteile nach der Transformation in ausgeprägte Minima oder Maxima konzentriert. In Kap. 5.1.4.3 wurde gezeigt, dass die Extraktion von Riefenstrukturen durch Rekonstruktion kein zufriedenstellendes Ergebnis erzeugt. Allerdings lassen sich wich-

tige Parameter von Riefen wie die Orientierung und Position durch die Radon-Transformation gewinnen. Darüber hinaus sollen bei der Separation der einzelnen Riefen auch die Ausdehnung und der Rand der Riefe bestimmt werden.

Die Finite-Radon-Transformation (FRAT) aus Kap. 5.1.4 ist aufgrund des Wrappings ungeeignet für die Bestimmung der Riefenparameter. Die FSS liefert mit etwas mehr Aufwand (eine zusätzliche PFT) ein ähnliches Ergebnis wie bei der diskreten regulären Radon-Transformation, siehe Bild 5.8. Daher wird im Folgenden die letztere zur Bestimmung der Riefenparameter verwendet.

Die früheren Anwendungen der Radon-Transformation zur Liniendetektion fanden bei der Auswertung von SAR-Aufnahmen (Synthetic Aperture Radar) statt [Mur86, Cop95]. Dabei wurde entweder nur die Mittellinie von Geraden mit endlicher Breite detektiert oder die Bildrestaurierung untersucht.

### 5.2.2.1 Normierte Radon-Transformation

Die Radon-Transformation kann mit Hilfe eines Dirac-Stoßes  $\delta(t)$  definiert werden als

$$\check{f}(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy, \quad (5.27)$$

oder als das Linienintegral [Dea83]:

$$\check{f}(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\rho \cos \theta - s \sin \theta, \rho \sin \theta + s \cos \theta) ds, \quad (5.28)$$

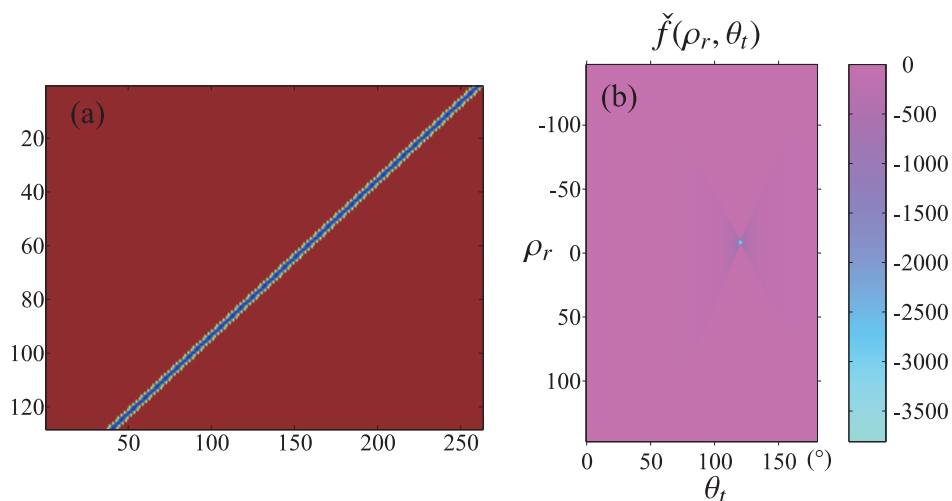
wobei die  $s$ -Achse parallel zur Geraden liegt. Normalerweise lässt sich die Radon-Transformation mit zwei Methoden implementieren. Gl. (5.28) kann direkt diskretisiert werden [Tof96]:

$$\check{f}(\rho_r, \theta_t) = \Delta s \sum_0^{J-1} f(\rho_r \cos \theta_t - s_j \sin \theta_t, \rho_r \sin \theta_t + s_j \cos \theta_t), \quad (5.29)$$

wobei  $s_j$  eine lineare Abtastung von  $s$  darstellt. Die andere Methode nutzt das Zentralschnitt-Theorem:

$$\mathcal{R}f = \mathcal{F}_1^{-1} \mathcal{F}_n f, \quad (5.30)$$

wobei  $\mathcal{R}$  die Radon-Transformation,  $\mathcal{F}_n$  die  $n$ -dimensionale Fourier-Transformation (hierbei zweidimensional) und  $\mathcal{F}_1$  die eindimensionale Fourier-Transformation in



**Bild 5.23:** Radon-Transformation einer Riefe: (a) im Ortsbereich, (b) Radon-Transformierte.

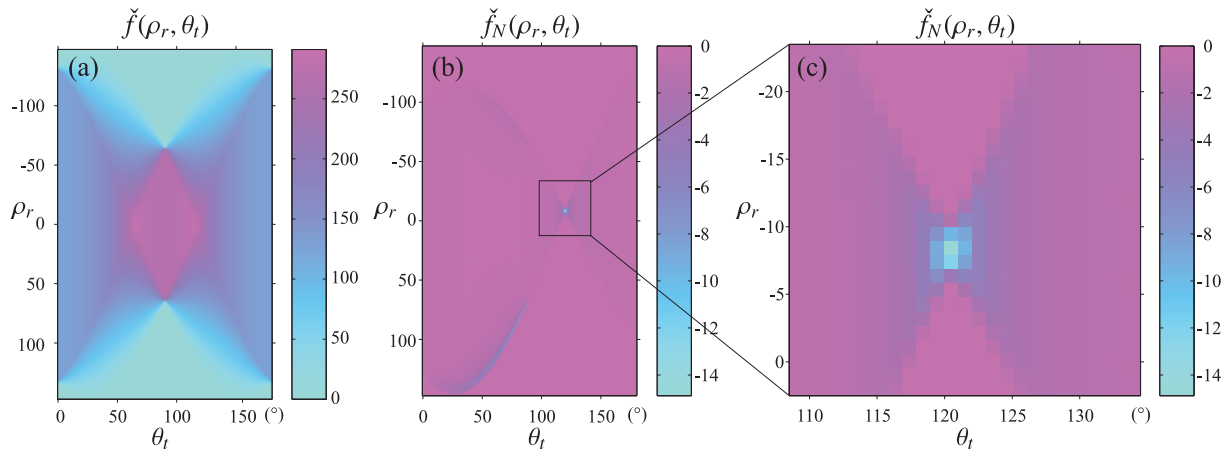
radialer Richtung darstellt. Der zweite Ansatz zeichnet sich durch eine hohe Recheneffizienz aus, weil auf die Fast-Fourier-Transformation (FFT) zurückgegriffen werden kann. Wegen des Leck-Effektes aufgrund der begrenzten Bildgröße wird jedoch eine Fensterung benötigt, wodurch wertvolle Informationen verloren geht. Weiterhin beinhaltet die Implementierung nach Gl. (5.30) eine Polarkoordinaten-Transformation, bei der ebenfalls Informationen verloren geht, siehe Kap. 5.1.1. Deshalb wird der erste Ansatz Gl. (5.29) mit der direkten Diskretisierung angewendet.

Die Quantisierung der  $\rho - \theta$  Radon-Ebene muss so gewählt werden, dass die einzelnen Riefen unter einem akzeptablen Rechenaufwand aufgelöst werden können. Weil anschließend eine Abtastung mit Bresenham-Linien erfolgt, sollte  $\Delta\rho$  höchstens 1 Pixel betragen. Die Winkelauflösung  $\Delta\theta$  hängt von  $\Delta\rho$  ab. Für die Hough-Transformation gilt [vV81]

$$\Delta\rho \simeq l \sin\left(\frac{1}{2} \Delta\theta\right), \quad (5.31)$$

wobei  $l$  die Länge des längsten Liniensegmentes bedeutet, wenn der  $\rho - \theta$  weder überabgetastet noch unterabgetastet wird. Wenn z. B. ein  $512 \times 512$  Bild vorliegt, ergibt sich  $\Delta\theta = 0,158^\circ$ . Für die Auswertung von Hontexturen reicht eine Winkelauflösung von  $\Delta\theta = 0,5^\circ$ , die einen maximalen Winkelfehler von  $0,25^\circ$  darstellt, völlig aus. Bild 5.23 zeigt die Radon-Transformation einer 7 Pixel breiten Riefe mit konstanter Tiefe.

Die Anwendung der Radon-Transformation Gl. (5.29) zur Liniendetektion führt zu einem Bias für beide Geradenparameter  $\rho$  und  $\theta$ , wenn die Gerade eine Ausdehnung



**Bild 5.24:** Normierte Radon-Transformation einer Riefe: (a) Träger (b) normierte Radon-Transformierte (c) ein Ausschnitt um das Minimum.

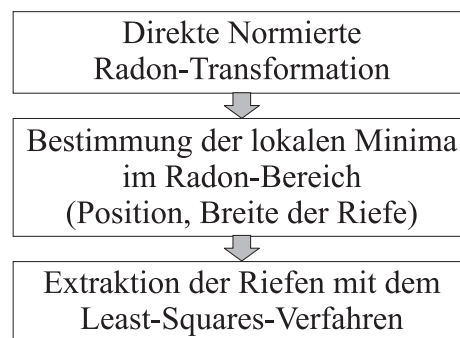
in Normalenrichtung aufweist: statt der Mittellinie wird die längere Diagonale detektiert [Han97, Zha07]. Eine Lösung bietet die Normierung der Radon-Transformation an, welche die Transformierte durch den Träger der jeweiligen Projektion dividiert [Han97].

$$\tilde{f}_N(\rho_r, \theta_t) = \frac{\Delta s}{l_{\rho_r, \theta_t}} \sum_0^{J-1} f(\rho_r \cos \theta_t - s_j \sin \theta_t, \rho_r \sin \theta_t + s_j \cos \theta_t), \quad (5.32)$$

wobei  $l_{\rho_r, \theta_t}$  die Länge des Trägers in Abhängigkeit von  $\rho_r$  und  $\theta_t$  bedeutet. Mit der Normierung wird zugleich eine gleichmäßige Liniendetektion ermöglicht, weil die kurzen Linienstücke am Rand dadurch auf der Radon-Ebene verstärkt werden [Han97].

Bild 5.23 zeigt die Radon-Transformation einer 7 Pixel breiten Riefe mit konstanter Tiefe. Die normierte Radon-Transformierte wird in Bild 5.24 gezeigt. Der vergrößerte Ausschnitt um das Minimum zeigt die typische Schmetterling-Struktur eines Minimums. In Bild 5.24(b) ist zu beachten, dass die Normierung die Artefakte dort erzeugt, wo der Träger beinahe Null beträgt.

Bild 5.25 zeigt das Flussdiagramm für die Extraktion einzelner Riefen. Die nachfolgende Aufgabe besteht nun darin, die ausgeprägten lokalen Minima aus der Radon-Ebene zu extrahieren. Man interessiert sich dabei nicht nur für die Position der Minima, sondern auch für den Bereich der erkennbaren Vertiefungen um die Minima, dessen Ausdehnung entlang der  $\rho$ -Achse ein Maß für die Riefenbreite ist.

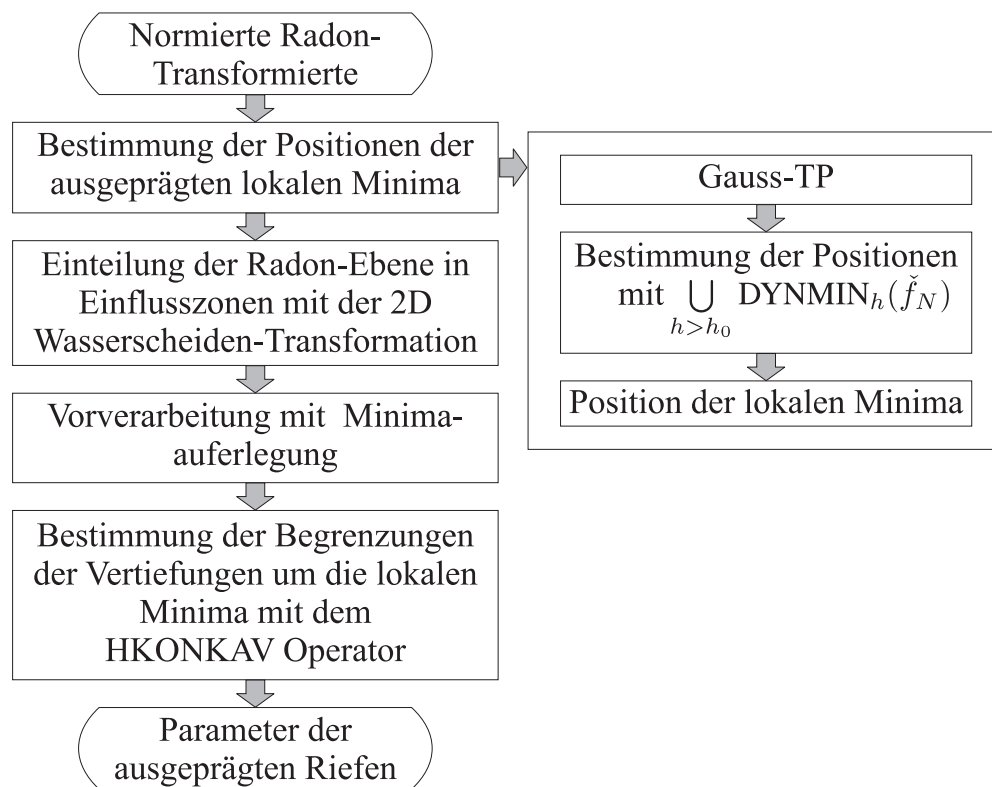


**Bild 5.25:** Separation einzelner Riefen

### 5.2.2.2 Detektion von Vertiefungen im Radon-Bereich

Wie in Bild 5.24(c) zu sehen ist, stellt ein lokales Minimum eine charakteristische schmetterlingförmige Struktur dar. Für 1-Pixel-breite Linien hat [Kam98] für die Hough-Transformation, welche der Radon-Transformation bei einem Binärbild gleicht, bezüglich der Schmetterlingflügel darauf hingewiesen, dass die Orientierung von  $\theta$  und die Breite von der Länge der Linie bzw. die Steigung von der Position der Linie abhängt. Das auf der Schmetterlingstruktur angepasste optimale Filter in [Lea92] zur Detektion der lokalen Minima ist offenbar nicht adaptiv. Hinzu kommt, dass eine Riefe aus mehreren verbundenen Linien besteht. Bei einer Riefe überlagern sich mehrere Schmetterlinge mit unterschiedlichen Tiefen, sodass eine Struktur wie in Bild 5.24(c) entsteht. Wegen der Normierung entspricht der Querschnitt durch das Minimum dem Riefenprofil und die Ausdehnung durch das Minimum wird von der Breite der Riefe bestimmt, wenn kein Bias von  $\theta$  vorliegt. Die bisherige Auswertung der Radon- oder Hough-Transformierten zielte darauf, die Mittellinie einer breiten Gerade zu finden [Mur86, Zel05, Zha07], während man bei der Riefenseparation eine zuverlässige Begrenzung bestimmen soll, die vom Rand der Vertiefung um das Minimum bestimmt wird. Das Hauptproblem liegt darin, dass der Rand meist wegen der in der Transformation implizierten Integration sehr glatt ist und deshalb keinen scharfen Kanten aufweist. Auf Gradientenberechnung basierende Kantendetektoren wie der Sobel-, Laplace- [JÖ2] oder Canny-Operator [Can86] sind deswegen nicht geeignet. Hier werden eine Reihe von nichtlinearen morphologischen Verfahren angewendet, die ausschließlich auf der Tiefe oder der Differenz der Tiefe basieren, siehe Anhang C. Bild 5.26 veranschaulicht den Prozess zur Detektion der Vertiefungen in der Radon-Ebene. Bild 5.27 zeigt das Ergebnis.

Zur Bestimmung lokaler Minima wird zuerst eine Tiefpass-Filterung durchgeführt, mit der zum einen irrelevanten Minima unterdrückt werden können, zum anderen der Bias reduziert werden kann [Zha07]. Ausgeprägte lokale Minima werden durch den geodätischen Operator „Dynamik eines Minimums“ [Soi03] bestimmt. Die aus-



**Bild 5.26:** Detektion von Vertiefungen im Radon-Bereich

geprägten Minima werden definiert als die Vereinigung der Minima, deren lokale Tiefen größer als  $h_0$  sind:

$$\bigcup_{h>h_0} \text{DYNMIN}_h(\check{f}_N) = T_{h_0} \left[ R_{\check{f}_N}^*(\check{f}_N + h_0) - \check{f}_N \right], \quad (5.33)$$

wobei  $T_{h_0}$  den Schwellwert-Operator mit  $h_0$  und  $R_g^*(f)$  die morphologische Rekonstruktion durch Erosion bedeutet, siehe Anhang C.3.  $[R_f^*(f + h) - f]$  liefert alle lokalen Minima, deren lokale Tiefen maximal  $h$  betragen. Mit  $T_{h_0} [R_f^*(f + h) - f]$  wird die Position jedes Extremums bestimmt. Anschließend werden die Begrenzungen der Vertiefungen um die Minima ermittelt.

Der Boden der lokalen Minima ist normalerweise nicht konstant, weil Riefen unterschiedliche Tiefen besitzen. Zudem bewirkt die Überlagerung der Schmetterlingsstrukturen eine komplizierte Topographie in der Radon-Ebene. Deshalb ist es sinnvoll, jede Vertiefung nur in ihrer eigenen Nachbarschaft zu betrachten. Dies erfolgt mit der Generierung der Einflusszonen jedes Minimums. Die Einflusszone eines Partikels  $K_p \in X = \bigcup_{i=1}^n K_i$  wird definiert als die Menge der Pixel, die näher an  $K_p$  liegen als jeder andere Partikel [Soi03]. Sie wird durch die 2D-Wasserscheiden-Transformation bestimmt. Bild 5.27(d) zeigt die gefundenen Minima mit den jewei-

ligen Einflusszonen. In jeder Einflusszone befindet sich nur ein ausgeprägtes Minimum. Außerhalb der Vertiefung um dieses Minimum existieren eventuell noch markante Schwankungen, insbesondere wenn der Flügel eines großen Schmetterlings andere Zonen schneidet, siehe Bild 5.27(c). Diese irrelevanten Vertiefungen können mit der Minimaauferlegung (siehe Anhang C.4) unterdrückt werden, die definiert ist als die morphologische Rekonstruktion

$$R_{(\check{f}_N+1)\wedge f_m}^*(f_m) \quad (5.34)$$

mit der Maskenfunktion

$$f_m(\rho, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } (\rho, \theta) \text{ dem Minimum entspricht,} \\ \max(\check{f}_N) & \text{sonst.} \end{cases} \quad (5.35)$$

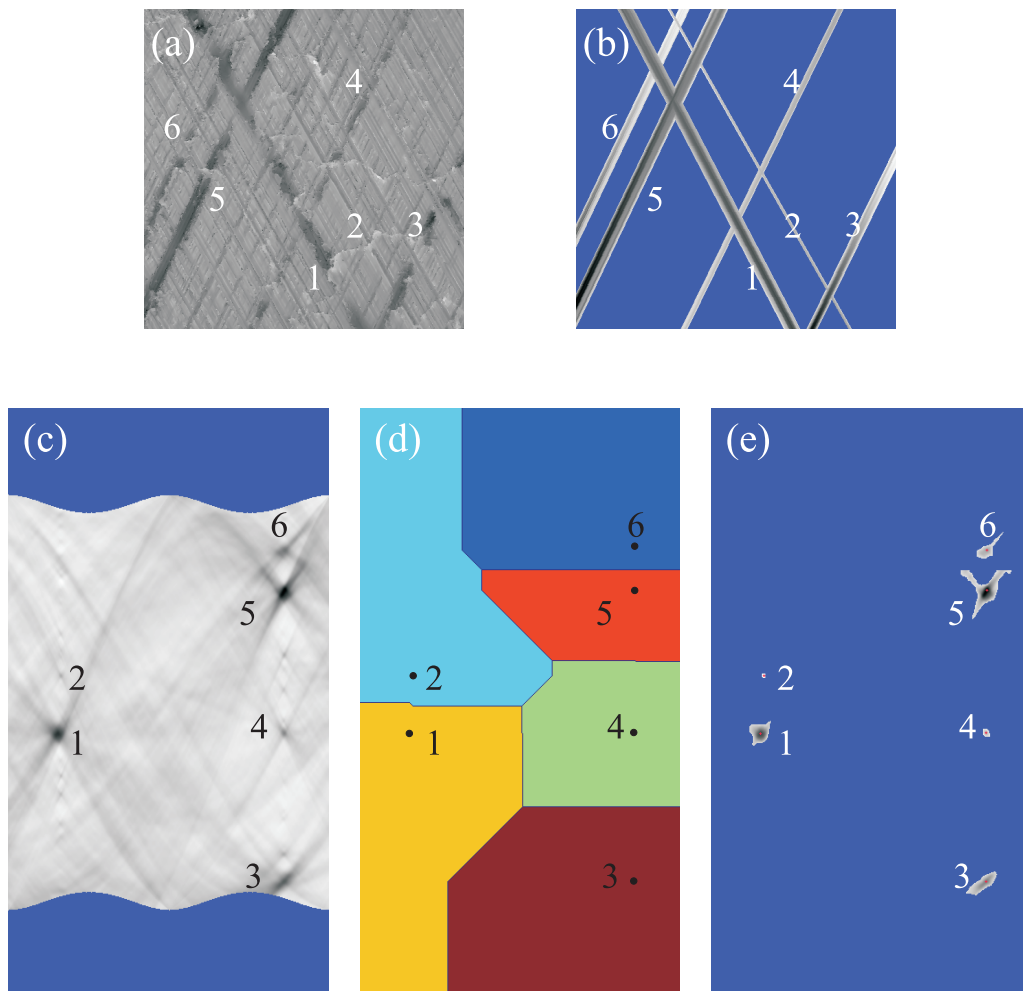
Nun können die Vertiefungen in jeder Zone mit dem  $\text{HKONKAV}_h(f)$  (siehe Anhang C.2) extrahiert werden. Bild 5.27(e) zeigt die Vertiefungen, die mit ausgeprägten Riefen im Ortsbereich korrespondieren. Es ist zu bemerken, dass Vertiefung Nummer 3 einer Riefe in der unteren rechten Ecke entspricht. Durch die Normierung der Transformaten werden solche Riefen im Radon-Bereich verstärkt.

Bild 5.27(e) zeigt die Position, Orientierung und die Begrenzungen der Riefen. Für die Bestimmung der Riefenbreite wird die Länge der Spalte, die das Minimum durchläuft, verwendet. Die Extraktion erfolgt mit dem Least-Squares-Verfahren entsprechend der Separation der Riefenscharen. Man betrachtet dabei aber nicht die gesamte Bildebene, sondern nur die Riefenbereiche, die mit den extrahierten Vertiefungen in der Radon-Ebene korrespondieren. Bild 5.27(b) zeigt die extrahierten ausgeprägten Riefen. In diesem Beispiel werden 6 Riefenbereiche betrachtet. Eventuell sind senkrechte Riefen vorhanden, deren entsprechende Minima am linken und rechten Rand der Radon-Ebene liegen. Die bessere Extraktion solcher Vertiefungen besteht darin, die Radon-Transformierte in der Winkel-Richtung periodisch fortzusetzen.

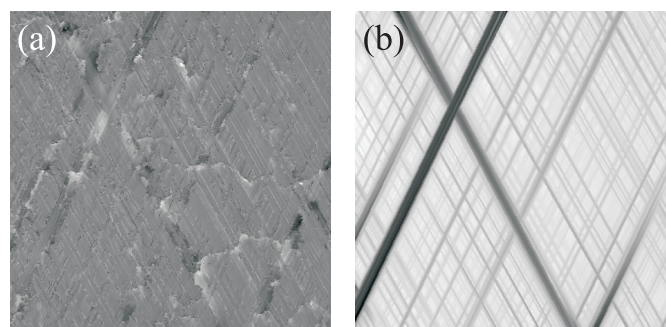
In Bild 5.27 ist zu sehen, dass die feinen Riefen wegen der Überlagerung der Schmetterlingstrukturen und des Rauschens keine deutlichen Minima im Radon-Bereich erzeugen. Mit dem Radon-Verfahren kann man also nur grobe Riefen separieren. Am Anfang dieses Abschnitts wurde erwähnt, dass das Ziel der Extraktion von einzelnen Riefen eigentlich die vorherige Extraktion von Streuriefen ist, die nicht mit der Separation der Scharen extrahiert werden können. In der Praxis entstehen Streuriefen meist wegen Materialbrüchen oder Fremdkörpern, die fast nur grobe Riefen verursachen. Feine Streuriefen sind daher in der Praxis vernachlässigbar.

Nach der Extraktion werden die Bereiche der ausgeprägten Riefen maskiert. Anschließend werden die Riefenscharen in den restlichen Bereichen mit dem Verfahren





**Bild 5.27:** Ergebnis der Minimadetection in der Radon-Ebene: (a) Originalbild, (b) extrahierte Riefen, (c) normierte Radon-Transformierte, (d) detektierte lokalen Minima; mit der Wasserscheiden-Transformation wird die Radon-Ebene in Einflusszonen der Minima eingeteilt, (e) lokale Minima. Die Nummerierung zeigt die Korrespondenzen zwischen den Riefen und den lokalen Minima.



**Bild 5.28:** Endergebnis der Separation mit den einzelnen groben Riefen und den Scharen: (a) Hintergrund, (b) Riefentextur.

in Kap. 5.2.1 separiert. Zum Schluss können die ausgeprägten Riefen mit den Riefenscharen durch den Minimum-Operator kombiniert werden, um ein endgültiges Riefenbild zu erhalten. Die Differenz des Originalbildes und der Riefentextur stellt das Restbild dar, das Defekte wie Blechmäntel und Poren enthält. Bild 5.28 zeigt das Endergebnis.

### 5.3 Vergleich der Verfahren

Ziel der Separation ist die Extraktion von Riefenstrukturen mit möglichst hohem SNR bezüglich des Nutzsignals. Da das Nutzsignal nicht bekannt ist, existiert kein absolutes Kriterium, mit dem die Qualität der Riefenextraktion beurteilt werden kann. Deshalb kann in der Praxis lediglich das Eingangsbild als Signalanteil in Gl. (5.19) eingesetzt werden. Dennoch ist der Vergleich mit Gl. (5.19) teilweise möglich, wenn die Separationsverfahren sicherstellen, dass die extrahierten Komponenten geradlinige Riefenstrukturen sind. Allerdings muss auf die jeweilige implizite Definition der Riefentextur geachtet werden: Riefentextur wird bei den spektralen Verfahren als additive Überlagerung von geradlinigen Ridgelet-Basisfunktionen modelliert, während sie beim geometrischen Verfahren als Regelfläche auf einem Bereich definiert ist, der durch die Kombination von DDA-Liniensegmenten gebildet wird.

Werden das spektrale Verfahren mit der DRP durch FSS und das geometrische Verfahren miteinander verglichen, kann festgestellt werden, dass beide Verfahren ein ungefähr gleiches SNR bei der Extraktion von Riefenscharen liefern, siehe Bild 5.14. Ferner lassen sich folgende Aspekte beim spektralen Verfahren feststellen:

- + schnelle und vollständige Rekonstruktion von Riefenscharen
- Artefakte an Kreuzungen von Riefen aufgrund der additiven Modellierung
- keine effiziente Extraktion von Streuriefen

Für das geometrische Verfahren ergeben sich folgende Punkte:

- + ein höheres SNR unter Berücksichtigung der Qualität der Riefentextur
- + genaue Extraktion grober Streuriefen
- + nichtlineare Überlagerung extrahierter Riefen
- Treppeneffekt (Aliasing) wegen Rasterung bei fast horizontalen oder vertikalen Riefen

- eventuelles Auftreten von Artefakten in Bildecken bei nicht ausreichenden Bildpunkten zur Schätzung einer Gerade

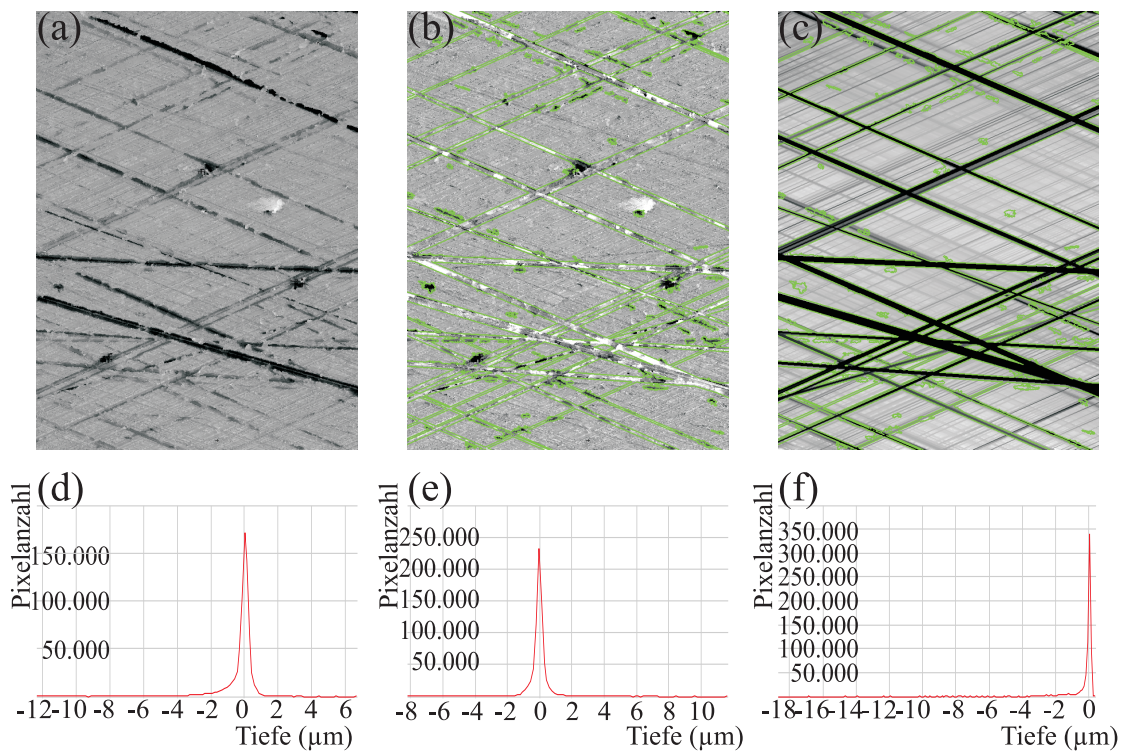
Weil Hontextur sehr selten in horizontaler oder vertikaler auftritt und der Randeffekt im Vergleich zur betrachteten Bildgröße vernachlässigbar ist, bietet das geometrische Verfahren eine praktische Lösung. Ein weiterer Vorteil beim geometrischen Verfahren ist, dass sich sowohl Riefenscharen als auch grobe Streuriefen extrahieren lassen. Zudem können Parameter wie Tiefe, Orientierung und Steigung der Riefen gewonnen werden. Insbesondere erhält man bei der Separation der einzelnen Riefen auch die Ränder der Riefen. Das vereinfacht die nachfolgende Berechnung der Kennwerte wie Riefenanzahl, Riefendichte, Querschnitt einer Riefe usw.



## 6 Charakterisierung

Mit optischen Messgeräten können hochgenaue 3D-Oberflächendaten erfasst werden. Zur Beurteilung der Oberflächenqualität ist es erforderlich, die Messdaten durch aussagekräftige Kennwerte zu charakterisieren. Den ersten Ansatz zur Charakterisierung von Oberflächendaten stellt die direkte Erweiterung der genormten Kennwerte, wie der Rauheitskennwerte in [ISO98b] oder [ISO97], auf 3D-Messdaten dar. Beispielsweise definiert [ISO97] einige Rauheitskenngrößen, die aus der Materialanteilkurve berechnet werden. Dabei stammt die Materialanteilkurve aus einem gefilterten Tastschnitt, der nur ein eindimensionales Profil erfasst. Mit den optischen Aufnahmen lässt sich die Vorgehensweise für Tastschnitte ohne weiteres auf zweidimensionale Datenfelder übertragen. Die aus zweidimensionalen Datenfeldern berechnete Materialanteilkurve stellt durch Einbeziehung von mehr Daten im Vergleich zu Profildaten eine wesentlich robustere Bewertungsmöglichkeit dar. Außerdem wird zur 3D-Charakterisierung in [Sto00a] ein primärer Parametersatz definiert, der auf Basis der genormten Kennwerte hergeleitet wird. Die Charakterisierung der Oberflächen ist jedoch sowohl mit den genormten Parametern als auch mit dem primären Parametersatz unzureichend. In [Sun05] wurde gezeigt, dass unterschiedliche Oberflächendaten nicht allein durch solche Kennwerte korrekt klassifiziert werden können. Kap. 1.1 hat gezeigt, dass eine Ursache darin liegt, dass die meisten erwähnten Parameter als integrale Werte oder Extremum-Werte definiert sind und somit die Topographie der Oberfläche, die für die Reibungseigenschaften von großer Bedeutung ist, nicht ausreichend beschreiben. Besonders vorteilhaft sind deshalb geometrische Kennwerte, welche die Funktionalität der Oberfläche detailliert beschreiben können. Außerdem ist die geometrische Beschreibung besser nachvollziehbar und lässt sich leichter visuell verifizieren.

Die Robustheit der Kenngrößen hängt im Wesentlichen davon ab, wie stark die gesuchten Texturkomponenten von anderen Texturkomponenten überlagert oder gestört werden. Durch die Separation entsprechend Kapitel 5 wird der wichtigste funktionale Anteil, die Riefentextur, vom Hintergrund getrennt. Dies ermöglicht eine separate Beschreibung der verschiedenen Komponenten. Es ist zu beachten, dass die Summe der Volumina von Riefenbild und Hintergrundbild das Volumen des Originalbildes ergibt. Das bedeutet, dass metrische Eigenschaften beibehalten werden. Es gilt nun, die Geometrie der funktionalen Komponenten zu spezifizieren und Kennwerte für die jeweiligen Komponenten zu erzeugen. In [Bö7] wird ein geometrischer Parametersatz definiert, aufbauend auf der Vorverarbeitung und Separation, die in

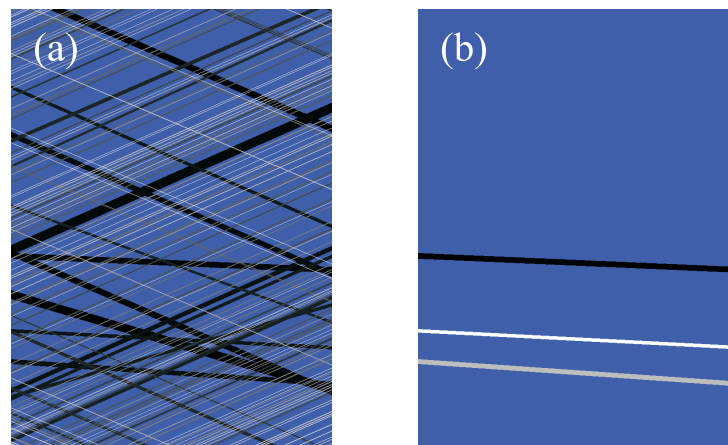


**Bild 6.1:** Separation von Hontexturen: (a) Originalbild; (b) Hintergrundbild; (c) Riefenbild. (d)-(f) zeigen die Histogramme für die jeweilige erste Bildzeile. Die Oberflächendefekte sind vollständig im Hintergrundbild enthalten.

dieser Arbeit vorgestellt werden. In diesem Kapitel wird nicht auf die Details der Definitionen eingegangen, sondern nur die Möglichkeiten zur Implementierung eines Parametersatzes erläutert.

## 6.1 Riefen

Der erste Schritt zur Charakterisierung der Riefen besteht darin, die Bildbereiche, welche Riefen enthalten, zu bestimmen. In Kapitel 4 wird eine Referenzfläche erzeugt, die sich mit den Spitzen und Tälern der Riefentextur schneidet. Sie kann zur Binarisierung der Riefen verwendet werden. Unter Binarisierung versteht man, dass die Gesamtbildebene in Riefenbereiche und Nicht-Riefenbereiche eingeteilt wird. Das ist z. B. besonders sinnvoll für plateaugehonte Oberflächen, um Riefenbereiche und Plateaubereiche zur Berechnung von flächigen und volumetrischen Merkmalen zu bestimmen. Während der Anteil unterhalb der Referenzfläche als Riefenbereich bezeichnet werden kann, wird der höher liegende Anteil den Plateaus zugeordnet. Damit können Riefen gezählt und einzeln betrachtet werden, was die Berechnung geometrischer Kennwerte für jede einzelne Riefe, wie Fläche, Volumen, Querschnitt



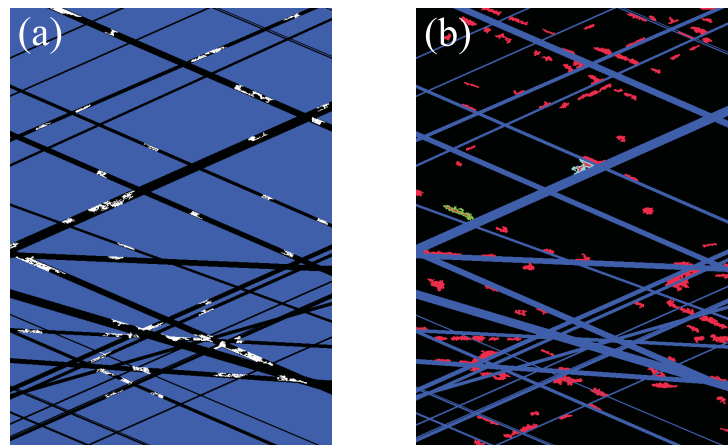
**Bild 6.2:** Binarisierte Riefenbilder: (a) Riefenbereiche; (b) Streuriefen.

oder durchschnittliche Tiefe, ermöglicht. Dabei spielt die Referenzfläche bei der Berechnung der volumetrischen und flächigen Kennwerte eine wichtige Rolle. Das Ölhaltevolumen wird als das Volumen zwischen der gemessenen Oberfläche und der Referenzfläche bestimmt. Durch Simulation des Verschleißprozesses durch die vertikale Verschiebung der Referenzfläche erhält man das Ölhaltevolumen als Funktion des Verschleißes.

Des Weiteren können statistische Größen, wie der Mittelwert und die Varianz der Riefenfläche oder des Riefenvolumens, aus der Verteilung der Kennwerte der einzelnen Riefen gebildet werden. Nachdem die Fläche und das Volumen der einzelnen Riefen bestimmt worden sind, können die Riefen nach Größe klassifiziert werden, je nachdem, welcher Kennwert als Kriterium gewählt wird. Für jede Klasse kann weiterhin die Dichte, d. h. die durchschnittliche Anzahl der Riefen, auf der Oberfläche bestimmt werden.

Eine zweite Möglichkeit zur Klassifikation der Riefen besteht in der Auswertung der Riefenorientierung. Bei strukturierten technischen Oberflächen sind die Hauptrichtungen der Riefentextur oft vorgegeben. Die Riefenklassifikation nach der Orientierung kann deswegen das Nutzsignal vom Störsignal trennen. Bei der Extraktion der Riefentextur erhält man bereits die Orientierung der Riefen. Während sie für die Riefen in einer Schar denselben Scharwinkel aufweist, der mit der Radialprojektion im Fourier-Bereich bestimmt wird<sup>1</sup>, werden die Riefenwinkel für die einzelnen Streuriefen im Radon-Bereich identifiziert, siehe Kap. 5.2. Die Qualität der Textur kann z. B. als das Verhältnis der Kennwerte für die Riefen jeweils in der Hauptrichtung und außerhalb der Hauptrichtung angegeben werden. Bild 6.1 zeigt die Separation einer Riefentextur. In Bild 6.2 ist das Ergebnis der Binarisierung für zwei Riefenscharen und Streuriefen dargestellt.

<sup>1</sup>Die Streuung der Orientierung innerhalb einer Schar wird vernachlässigt, da sie sehr klein ist.



**Bild 6.3:** Oberflächendefekte: (a) Blechmäntel; (b) Poren.

## 6.2 Plateaus

Mit der Binarisierung erhält man neben dem Riefenbereich noch den Nicht-Riefenbereich, der durch Riefen begrenzt ist. Bei plateauartigen Oberflächen beschreibt die Nicht-Riefenbereiche die Plateaus, auf denen sich die sekundäre Rauheit befindet, siehe Kap. 1.2. Weil man meist nur Riefen ab einer bestimmten Größe betrachten möchte, werden die feinen Riefen bei der Einteilung der Bildebene vernachlässigt. Dies ist mit der Markierungslinie in Bild 6.1(b) und (c) angedeutet. Die sekundäre Rauheit wird in der Regel von sehr feinen Strukturen verursacht, die für die tribologische Eigenschaft der Oberfläche von großer Bedeutung sind. Die Fläche der Plateaus selbst ist auch ein wichtiges Merkmal.

## 6.3 Defekte

In [ISO98a] und [Kra00] sind eine Reihe von Oberflächenunvollkommenheiten<sup>2</sup> definiert. Die Definitionen basieren jedoch nicht auf genauen mathematischen Beschreibungen, sondern auf subjektiven und vagen Beschreibungen bzw. Skizzen. Sie führen, wie in Kap. 1.1 erwähnt, zur Mehrdeutigkeit der Implementierung, sodass die Vergleichbarkeit verloren geht. Mit der Separation von Riefen und Hintergrund kann eine objektive Spezifizierung der Oberflächenunvollkommenheit erzielt werden. Zuerst können Defekte in den Riefenbereichen und in den Plateaubereichen unterschieden werden, weil ihre unterschiedlichen Auswirkungen von den Funktionalitäten der Riefen und Plateaus bestimmt werden. Ferner kann in den jeweiligen Bereichen zwischen Vertiefungen und Erhebungen unterschieden werden. Im

<sup>2</sup>Im Folgenden wird nicht zwischen Oberflächenunvollkommenheit und Defekt unterschieden.



Folgendes wird die Bestimmung der Kennwerte anhand von zwei wichtigen Oberflächendefekten, nämlich Blechmänteln und Poren, erläutert.

Defekte befinden sich im Hintergrundbild, da sie als Abweichung von der Riefentextur angesehen werden, siehe Bild 6.1(b). Während Blechmäntel Erhebungen im Hintergrund darstellen, werden die Vertiefungen dem Porenanteil zugeordnet. Es ist zu beachten, dass beide Defekte nur durch ihr Niveau von der Umgebung unterschieden werden können. Die Detektion beider Defekte beruht deshalb auf der Segmentierung mit Schwellwerten, die aus der Tiefenverteilung gewonnen werden. Betrachtet man das Histogramm in Bild 6.1(e), kommt man zu dem Schluss, dass Blechmäntel als Erhebungen am rechten Rand und die Poren als Vertiefungen am linken Rand der Verteilung liegen. Da Blechmäntel in den Plateaubereichen irrelevant sind, können diese bei der Berechnung ausgespart werden.

In Bild 6.3(a) und (b) werden Blechmäntel in den Riefen- bzw. Poren in den Plateaubereichen angezeigt. Mit einer anschließenden Konnektivitätsanalyse, welche die einzelnen verbundenen Bereiche bestimmt, lassen sich geometrische Kennwerte, wie z. B. flächige und volumetrische Kenngrößen in [ISO98a], für jeden Defekt berechnen. Auf die gleiche Weise wie bei der Spezifizierung von Riefen können statistische Größen aus der Verteilung der Kennwerte für sämtliche Defekte einer Art gebildet werden. Bei einem konkreten Defekt können außerdem spezifische Kenngrößen bezüglich seiner Geometrie oder der gewünschten Anwendung definiert werden. Bei Blechmänteln sind die herausragenden Spitzen wegen des Verschleißes besonders kritisch. Mit einer Referenzfläche können solche Blechmäntel festgestellt und mit entsprechenden Kenngrößen genau beschrieben werden. Die Dichte der Poren kann durch Berechnung des durchschnittlichen Abstands zwischen den Poren bestimmt werden: Wenn die Mittelpunkte der Poren als Knoten betrachtet werden, können die Kanten zwischen den Knoten als Verbindungen zwischen den Poren angesehen werden. Die Kanten können z. B. mit einer Triangulierung der Bildebene, die in Kap. 3.2.1 beschrieben worden ist, gefunden werden. Der durchschnittliche Länge der Kanten dient dann als ein zuverlässiges Merkmal zur Angabe der Porendichte.



## 7 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden Untersuchungen zur Auswertung von dreidimensionalen Oberflächendaten mit Riefentexturen durchgeführt. Eine neuartige Oberflächencharakterisierung wurde eingeführt, die eine geometrische Zerlegung funktionaler Komponenten und damit eine sinnvolle Beschreibung der Topographie einer technischen Oberfläche durch aussagekräftige Kennwerte ermöglicht.

Die Bedeutung der geometrischen Auswertung wurde im ersten Kapitel dargestellt, welche eine Zerlegung der Oberflächentopographie in grundlegende Anteile voraussetzt. Die Zerlegung wurde angepasst an die Verfahren dieser Arbeit und erwies sich als ein großer Vorteil bei der Charakterisierung. Sie unterscheidet sich von der traditionellen Charakterisierung von technischen Oberflächen anhand der Periodenlänge, welche Artefakte verursachen kann. Es wurde im zweiten Kapitel gezeigt, dass optische Messverfahren eine bessere zweidimensionale Datenerfassung mit höherer Auflösung und geringerer Messunsicherheit als das Tastschnittverfahren ermöglichen. Die Charakterisierung technischer Oberflächen wurde im Folgenden vorgestellt.

Vor der Extraktion von Riefenstrukturen wurden im dritten Kapitel Ausreißer detektiert, undefinierte Bereiche durch Flächenregularisierung interpoliert und der Formanteil durch Parameterschätzung eliminiert. Mit einer Referenzfläche wurde die Extraktion der Riefentextur verbessert, indem der langsam veränderliche Formfehler und die eventuell existierende Welligkeit im vierten Kapitel beseitigt wurden. Statt Filterverfahren anzuwenden, die bislang in der Oberflächenmesstechnik üblich sind, wurden zwei neue Ansätze zur Generierung der Referenzfläche vorgestellt und verglichen, welche die wichtigen Anforderungen erfüllt.

Im fünften Kapitel wurden zwei Signalmodelle aufgestellt, auf deren Basis die entsprechenden Ansätze zur Extraktion der Riefentextur vorgestellt wurden. Eine neuartige Anwendung der Wavelet-Transformation, die Ridgelet-Paket-Transformation, die hochdimensionale Singularitäten kompakt darstellen kann, wurde vorgestellt. Mit dem geometrischen Modell kam man zum Least-Squares-Ansatz, bei dem die lokale Anpassung einer Geraden im 3D-Raum durchgeführt wurde. Mit den spektralen und geometrischen Verfahren wurde ein deutlich höheres SNR in Bezug auf die Riefentextur als mit dem bisherigen Fourier-Verfahren erzielt. Des Weiteren konnte erstmals die Extraktion sämtlicher feiner und grober Riefenstrukturen vollständig ausgeführt werden.

Durch die Zerlegung der Messdaten wurde der Einfluss sämtlicher Reststrukturen, Riefenabweichungen und Oberflächendefekte auf die Auswertung der Riefentextur beseitigt. Entsprechend wurden im sechsten Kapitel eine Reihe von Kenngrößen vorgeschlagen, die physikalisch gut nachvollziehbar waren und sich leicht überprüfen ließen. Es ist aber zu beachten, dass die hohe Auflösung der Datenerfassung zwar eine genaue Beschreibung ermöglicht, aber die Gefahr besteht, dass viele Details nur mit einer hohen Vergrößerung zu sehen sind, was mit einer kleineren Betrachtungsfläche einhergeht.

Die beschriebenen Verfahren wurden im Rahmen eines Industrieprojekts implementiert und bereits zur Beurteilung technischer Oberflächen verwendet. Das Programm hat dabei robuste und zuverlässige Ergebnisse geliefert. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Charakterisierung technischer Oberflächen durch optische Messgeräte deutlich verbessert wird. Die funktionalen Strukturen der Oberflächentopographie, die bei den tribologischen Eigenschaften von großer Bedeutung sind, können mithilfe der Extraktion der Riefentextur sinnvoll beschrieben werden. Mathematisch wohl definierte Kenngrößen können dazu beitragen, die Oberflächentextur objektiv zu beurteilen und eine Grundlage für den Vergleich und Informationsaustausch zu schaffen.

Zum Schluss können angesichts der kontinuierlich wachsenden Anforderung an die Qualität der Auswertung 3D-Oberflächendaten folgende Verbesserungsmöglichkeiten vorgeschlagen werden:

- Bei Generierung der Referenzfläche ist zu beachten, dass beide Verfahren, das EKA-Verfahren und das Energiemodell, Elastizität in die Modelle einbauen. Während das EKA-Verfahren nur die vertikale Elastizität eines Pixels berücksichtigt und benachbarte Pixel als entkoppelt betrachtet, berücksichtigt das Energie-Modell umgekehrt ausschließlich die Wechselwirkung zwischen den Pixeln. Deswegen wäre es denkbar, Elastizität in beiden Richtungen gleichzeitig zu modellieren, um die Referenzfläche lokal an Messdaten anpassen zu können. Beispielsweise können in die Energiefunktion weiterer Terme integriert werden, die lokale Deformierungen in Form von Splines darstellen.
- In dieser Arbeit werden rein geometrische Aspekte der Messdaten untersucht. Eine physikalisch sinnvolle Betrachtung sollte auch tribologische Einflüsse zur Modellierung mit einbeziehen. Dies kann insbesondere bei der Bildung von Kennwerten wichtige Hinweise geben.
- Die Extraktion von Riefenstrukturen mit dem DRP-Verfahren ist eine aussichtsreiche Methode. In dieser Arbeit wird sie lediglich zur Extraktion von

Riefenscharen angewendet. Es wird zwar gezeigt, dass die Rekonstruktion einzelner Riefen aus Bereichen der FSS-Transformation wegen hoher Korreliertheit horizontal benachbarter Punkte keine geometrisch genaue Riefen liefert, im DRP-Bereich könnte aber durch eine geeignete Auslegung von Basisfunktionen eine höhere Konzentration von Riefenstrukturen erreicht werden. Somit könnte die Detektion und Extraktion im DRP-Bereich verbessert werden.

- Zu einer voll automatischen Beurteilung der Oberflächenqualität in der Industrie ist im Anschluss an der Generierung von Kennwerten noch eine Klassifikation erforderlich.
- Außer Blechmängel und Poren treten in den Oberflächendaten auch andere kritische Defekte wie Marmorierungen auf, die eine laterale Ausdehnung aufweisen. Zur Detektion solcher Defekte ist eine weitere Texturanalyse erforderlich.



# A Fraktale Modellierung des Rauheitsprofils

Wie in [Tho99] dargestellt ist, weisen raue Oberflächen eine Selbstähnlichkeit auf. Solche Signale werden in der Regel als  $1/f$ -Prozess bezeichnet, der sich üblicherweise durch die gebrochene Brownsche Bewegung (engl. fractional Brownian motion, fBm) modellieren lässt [Ber94, Wor96].

Die fBm  $x(t)$  ist ein gaußscher, mittelwertfreier und nichtstationärer Zufallsprozess mit dem Anfangszustand  $x(0) = 0$  und der Autokorrelationsfunktion

$$R_x(t, s) = E[x(t) \cdot x(s)] = \frac{\sigma_H^2}{2} \left( |s|^{2H} + |t|^{2H} - |t - s|^{2H} \right), \quad (\text{A.1})$$

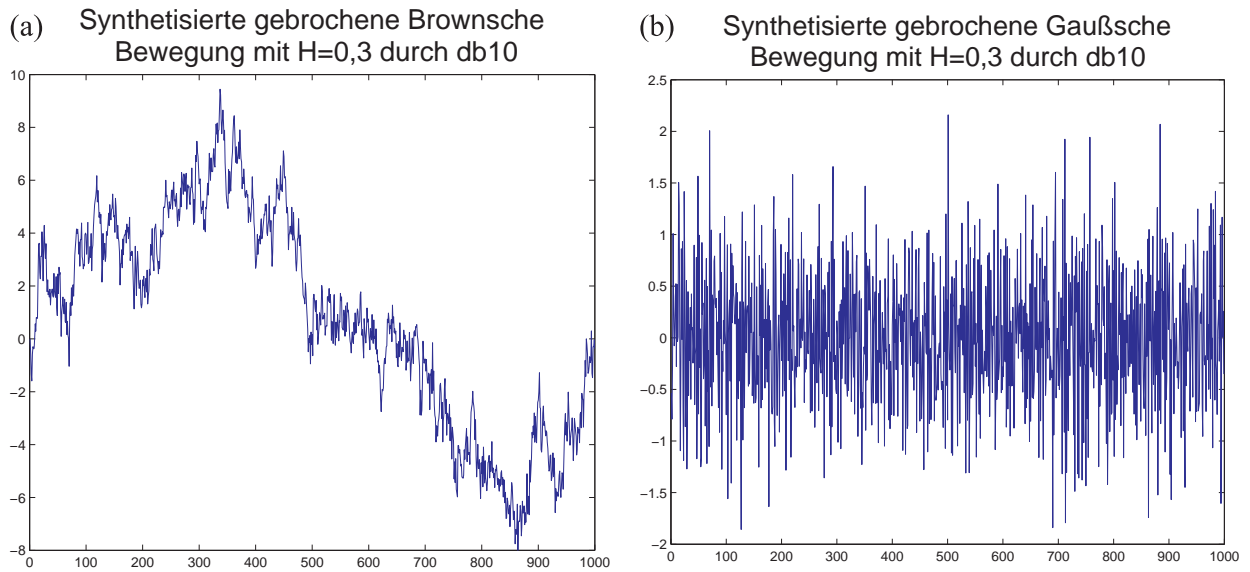
wobei  $H \in [0, 1]$  als Hurst-Exponent bezeichnet wird und  $\sigma_H^2 = \text{Var}[x(1)]$  die Varianz von  $x(t)$  bei  $t = 1$  darstellt, siehe [Vid99]. Sie ist deswegen nichtstationär, weil die Autokorrelationsfunktion nicht allein von der Zeitverschiebung  $|t - s|$  abhängig ist. Seine Ableitung  $x'(t) = \frac{d}{dt}x(t)$  ist jedoch stationär und wird als gebrochene Gaußsche Bewegung (engl. fractional Gaussian motion, fGm) bezeichnet. Trotz der Nichtstationarität der fBm kann ein Leistungsdichtespektrum durch die Wigner-Ville-Transformation gewonnen werden [Fla89]:

$$S_x(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x\left(t + \frac{\tau}{2}, t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (\text{A.2})$$

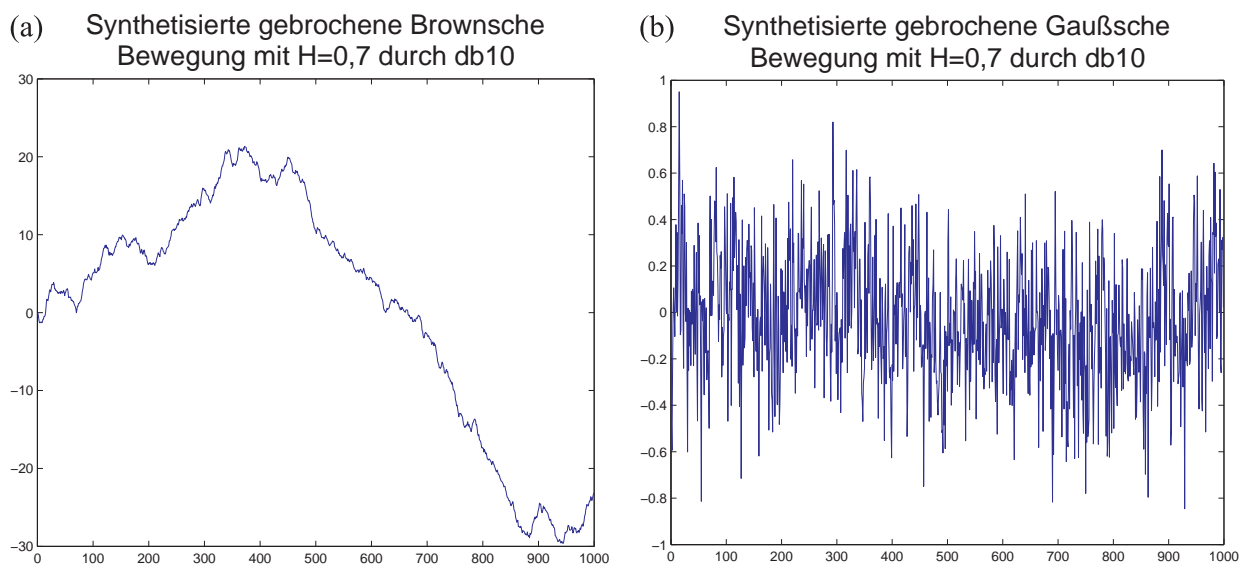
Daraus ergibt sich ein Pseudo-Spektrum durch Mittelung über ein Zeitintervall:

$$S_x(\omega) \sim \frac{\sigma_H^2}{|\omega|^{2H+1}}, \quad (\text{A.3})$$

das charakteristisch für den  $1/f$ -Prozess ist. Die Eigenschaft der fBm ist im Wesentlichen durch die Konstante  $H$  bestimmt. Das bekannte weiße Gaußsche Rauschen ergibt sich z. B. mit  $H = -1/2$ . Mit  $H = 1/2$  erhält man die klassische Brownsche Bewegung. Bild A.1 und Bild A.2<sup>1</sup> zeigen zwei Beispiele der fBm mit jeweils  $H = 0,3$  und  $H = 0,7$  und die dazugehörigen fGm. Mit  $H > 1/2$  weist die fBm ausgeprägte Korrelationen der Inkremente auf, während die Inkremente des Prozesses bei  $H < 1/2$  schwach korreliert sind.



**Bild A.1:** (a) Eine durch Wavelet-Basen synthetisierte gebrochene Brownsche Bewegung mit  $H=0,3$ ; (b) Die dazugehörige gebrochene Gaußsche Bewegung.



**Bild A.2:** (a) Eine durch Wavelet-Basen synthetisierte gebrochene Brownsche Bewegung mit  $H=0,7$ ; (b) Die dazugehörige gebrochene Gaußsche Bewegung.



Es ist darauf hinzuweisen, dass der  $1/f$ -Prozess mit einem LTI- oder LSI-System wie dem ARMA-Modell oder einer Reihenschaltung von RC-Gliedern nicht realisiert ist, es sei denn, dass das ARMA-Modell über unendliche Ordnung oder die Reihenschaltung über unendliche RC-Gliedern verfügt, die einer Zustandsraumbeschreibung mit unendlicher Zustandsvariablen entspricht [Wor96]. Deshalb liegt es nahe, dass realistische Rauheitstexturen nicht mit dem LTI-/LSI-System, sondern nur mit dem Modell der fBm generiert werden können. Beispielsweise können sehr realistische Riefentexturen mit Bild A.1(a) und Bild A.2(a) als Riefenprofil synthetisiert werden.

Für einen stationären Prozess ist die Wavelet-Transformation besonders sinnvoll, weil man durch die Transformation auf jeder Skala einen stationären Teilprozess erhält und die Wavelet-Koeffizienten in unterschiedlichen Skalen unkorreliert sind. In diesem Fall stellt die Wavelet-Transformation eine Approximation der Karhunen-Loève-Transformation dar, siehe [Vid99]. Für nichtstationäre Prozesse wie die fBm ergeben sich ähnliche Ergebnisse. In [Wor96] wurde bewiesen, dass die Projektion des fraktalen Signals auf eine orthonormale Wavelet-Basis statistisch optimal ist, da die Wavelet-Koeffizienten für einen  $1/f$ -Prozess schwach korreliert sind. Außerdem stellt die Wavelet-Transformation die Zerlegung eines nichtstationären Signals in stationäre Teilsignale in unterschiedlichen Skalenbereichen zu synchronen Zeitpunkten dar [Wor96]. Demzufolge legt der Ausdruck von Gl. (5.7) einen Ansatz zur Separation der Riefentexturen nahe. Dieser kann ferner mit dem linearen Wavelet-Regressions-Estimator [Vid99] formuliert werden, der sich mit der Wavelet-Shrinkage-Methode [Don93] oder dem Bayesschen Ansatz [Hua99] realisieren lässt. Die Koeffizienten  $b_{lk|ij}$  und  $a_{Lk|ij}$  werden die zu schätzenden Parameter, die ein Least-Square-Maß im Waveletbereich minimieren müssen.

In [Wor96] wird außerdem darauf hingewiesen, dass eine Linearkombination von orthonormalen Wavelet-Basen mit unkorrelierten und mittelwertfreien Gewichtungen wie in der Form von Gl. (5.7) nur näherungsweise einen  $1/f$ -Prozess (engl. nearly- $1/f$  process) darstellt. Eine bessere Synthese benötigt fraktionale Wavelet-Basen, die durch fraktionale Integrale gewonnen werden können, siehe [Abr96] und [Mey99]. Zur Analyse reicht in der Praxis jedoch Gl. (5.7) völlig aus, da die Oberflächendaten keinen idealen  $1/f$ -Prozess darstellen und die fraktale Eigenschaft ab einer bestimmten Skala aufhört.

---

<sup>1</sup>Diese Ergebnisse wurden mit der Wavelet-Toolbox von Matlab<sup>®</sup> erzeugt.

## B Anhang zu Kap. 3.3

### B.1 Linearisierung

Eine Zylinderfläche wird beschrieben durch

$$\begin{aligned} g(\boldsymbol{\theta}, x, y, z) &\doteq (\sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot x + \cos \gamma \cdot y + \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot z + t_y)^2 \\ &\quad + (-\sin \beta \cdot x + \cos \beta \cdot z + t_z)^2 - R^2 \\ &= 0 \end{aligned} \tag{B.1}$$

mit  $\boldsymbol{\theta} = (\beta, \gamma, t_y, t_z, R)^T$ , siehe Kap. 3.3.1.

Wenn die Tiefe  $z$  als Funktion der Position  $(x, y)$  dargestellt wird, tritt eine Quadratwurzel auf. Um den Rechenaufwand zu verringern und die Genauigkeit zu erhöhen, wird  $z = f(\boldsymbol{\theta}, x, y)$  als implizite Funktion dargestellt. Die Taylor-Entwicklung von  $z = f(\boldsymbol{\theta}, x, y)$  ist

$$f(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}) = f(\boldsymbol{\theta}_0, \mathbf{x}) + \left( \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\theta}} \Big|_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}_0} \right)^T \cdot \Delta \boldsymbol{\theta} + R(\|\Delta \boldsymbol{\theta}\|^2) \tag{B.2}$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\theta} &= \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_0 = (\beta - \beta_0, \gamma - \gamma_0, t_y - t_{y0}, t_z - t_{z0}, R - R_0)^T, \\ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\theta}} &= \left( \frac{\partial f}{\partial \beta}, \frac{\partial f}{\partial \gamma}, \frac{\partial f}{\partial t_y}, \frac{\partial f}{\partial t_z}, \frac{\partial f}{\partial R} \right)^T, \\ \mathbf{x} &= (x, y)^T, \end{aligned}$$

wobei  $R(\|\Delta \boldsymbol{p}\|^2)$  das Restglied der Approximation darstellt. Die partiellen Ableitungen werden nach dem Prinzip der Ableitung der impliziten Funktion berechnet:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \beta} &= -\frac{\partial g}{\partial \beta} / \frac{\partial g}{\partial z}, & \frac{\partial f}{\partial \gamma} &= -\frac{\partial g}{\partial \gamma} / \frac{\partial g}{\partial z}, & \frac{\partial f}{\partial t_y} &= -\frac{\partial g}{\partial t_y} / \frac{\partial g}{\partial z}, \\ \frac{\partial f}{\partial t_z} &= -\frac{\partial g}{\partial t_z} / \frac{\partial g}{\partial z}, & \frac{\partial f}{\partial R} &= -\frac{\partial g}{\partial R} / \frac{\partial g}{\partial z} \end{aligned} \tag{B.3}$$

mit

$$\begin{aligned}\frac{\partial g}{\partial \beta} &= 2P \cdot (-\sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot x + \sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot z) + 2Q \cdot (-\cos \beta \cdot x - \sin \beta \cdot z), \\ \frac{\partial g}{\partial \gamma} &= 2P \cdot (\cos \gamma \cdot \cos \beta \cdot x - \sin \gamma \cdot y + \cos \gamma \cdot \sin \beta \cdot z), \quad \frac{\partial g}{\partial t_y} = 2P, \\ \frac{\partial g}{\partial t_z} &= 2Q, \quad \frac{\partial g}{\partial R} = -2R, \quad \frac{\partial g}{\partial z} = 2P \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot k + 2Q \cdot \cos \beta \cdot k,\end{aligned}$$

wobei

$$\begin{aligned}P &= \sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot x + \cos \gamma \cdot y + \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot z + t_y, \\ Q &= -\sin \beta \cdot x + \cos \beta \cdot z + t_z.\end{aligned}$$

## B.2 Bestimmung von z

Für einen vorgegebenen  $\theta$  kann  $z$  gelöst werden aus Gl. (B.1). Man multipliziert Gl. (B.1) aus:

$$\begin{aligned}\sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \beta \cdot x^2 + \cos^2 \gamma \cdot y^2 + \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \beta \cdot z^2 + t_y^2 + 2 \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta \cdot x \cdot y \\ + 2 \sin^2 \gamma \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot x \cdot z + 2 \cos \gamma \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot y \cdot z \\ + 2 \sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot x \cdot t_y + 2 \cos \gamma \cdot y \cdot t_y + 2 \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot z \cdot t_y \\ + \sin^2 \beta \cdot x^2 + \cos^2 \beta \cdot z^2 + t_z^2 - 2 \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot x \cdot z \\ - 2 \sin \beta \cdot x \cdot t_z + 2 \cos \beta \cdot z \cdot t_z - R^2 \\ = 0.\end{aligned}$$

Umformung ergibt

$$\begin{aligned}z^2 [\sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \beta + \cos^2 \beta] + \\ z^1 [(2 \sin^2 \gamma \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot x + 2 \cos \gamma \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot y + 2 \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot t_y) \\ + (-2 \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot x + 2 \cos \beta \cdot t_z)] + \\ z^0 [(\sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \beta \cdot x^2 + \cos^2 \gamma \cdot y^2 + t_y^2 + 2 \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta \cdot x \cdot y \\ + 2 \sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot x \cdot t_y + 2 \cos \gamma \cdot y \cdot t_y) \\ + (\sin^2 \beta \cdot x^2 + t_z^2 + (-2 \sin \beta \cdot x \cdot t_z) + (-R^2))] \\ = 0.\end{aligned}$$

Definiert man dementsprechend  $A$ ,  $B$  und  $C$ ,

$$\begin{aligned} A &= \sin^2 \gamma \cdot \sin^2 \beta + \cos^2 \beta \\ B &= (2 \sin^2 \gamma \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot x + 2 \cos \gamma \cdot \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot y + 2 \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot t_y) \\ &\quad + (-2 \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot x + 2 \cos \beta \cdot t_z) \\ C &= (\sin^2 \gamma \cdot \cos^2 \beta \cdot x^2 + \cos^2 \gamma \cdot y^2 + t_y^2 + 2 \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta \cdot x \cdot y \\ &\quad + 2 \sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot x \cdot t_y + 2 \cdot \gamma \cdot y \cdot t_y) \\ &\quad + (\sin^2 \beta \cdot x^2 + t_z^2 + (-2 \sin \beta \cdot x \cdot t_z) + (-R^2)), \end{aligned}$$

ergibt sich

$$z^2 \cdot A + z \cdot B + C = 0. \quad (\text{B.4})$$

Löst man Gl. (B.4) nach  $z$ , erhält man zwei Lösungen:

$$z = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}.$$

Die Lösung muss sicherstellen, dass  $z' < 0$ , nämlich nach Gl. (3.11)

$$-\sin \beta \cdot x + \cos \beta \cdot z + t_z < 0.$$

### B.3 Untere Grenze von Cramer-Rao

Gl. (B.1) wird als die einzige Nebenbedingung für  $N$  Messgrößen  $\mathbf{x}_\alpha = (x, y, z)_\alpha^\top$ ,  $\alpha = 1, \dots, N$  aufgefasst. Der Parametervektor ist  $\boldsymbol{\theta} = (\beta, \gamma, t_y, t_z, R)^\top$ . Zuerst soll die Fisher-Informationsmatrix  $\mathbf{J}_\alpha = E[\mathbf{l}_\alpha \mathbf{l}_\alpha^\top]$  bestimmt werden, wobei  $\mathbf{l}_\alpha$  als Score-Funktion bezeichnet wird. Mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Messgrößen  $p_\alpha(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  wird die Score-Funktion definiert als  $\mathbf{l}_\alpha \doteq \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \log p_\alpha(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  mit den wahren Werten der Messgrößen  $\bar{\mathbf{x}}_\alpha$ . Es gilt nach [Kan96]

$$\mathbf{l}_\alpha \mathbf{l}_\alpha^\top = \mathbf{L}_\alpha \doteq -\nabla_{\boldsymbol{\theta}}^2 \log p_\alpha(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta}) = \left( \frac{\partial^2 \log p_\alpha(\mathbf{x}; \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right). \quad (\text{B.5})$$

Für Normalverteilung  $p(\mathbf{x}) = C e^{-\left(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})\right)/2}$  mit der Kovarianzmatrix  $\boldsymbol{\Sigma}$  vereinfacht sich  $\mathbf{J}_\alpha$  zu:

$$\mathbf{J}_\alpha = E[\mathbf{L}_\alpha] = \boldsymbol{\Sigma}^{-1}. \quad (\text{B.6})$$

Dabei bezeichnet  $(\ )^{-}$  die Pseudoinverse. Mit  $\mathbf{J}_\alpha$  erhält man die Gewichtungsmatrix  $\bar{\mathbf{W}}_\alpha$

$$\bar{\mathbf{W}}_\alpha = \left( \nabla_{\mathbf{x}} \bar{g}_\alpha, \mathbf{J}_\alpha^{-} \nabla_{\mathbf{x}} \bar{g}_\alpha \right) = \left( \nabla_{\mathbf{x}} \bar{g}_\alpha, \Sigma_\alpha \nabla_{\mathbf{x}} \bar{g}_\alpha \right)^{-}, \quad (\text{B.7})$$

wobei  $\nabla_{\mathbf{x}} \bar{g}_\alpha = \left( \frac{\partial g}{\partial x}, \frac{\partial g}{\partial y}, \frac{\partial g}{\partial z} \right)^{\text{T}} \Big|_{\bar{\mathbf{x}}_\alpha}$ . Für unabhängiges Rauschen, das nur in der Tiefenrichtung vorliegt, ergibt sich

$$\bar{\mathbf{W}}_\alpha = \left( \frac{\partial g}{\partial z} \Big|_{\bar{\mathbf{x}}_\alpha} \cdot \sigma_z \right)^{-2}. \quad (\text{B.8})$$

Da keine explizite Randbedingungen für den Parameterraum vorgegeben werden, erhält man die  $5 \times 5$  Momentmatrix

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \sum_{\alpha=1}^N \bar{\mathbf{W}}_\alpha (\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \bar{g}_\alpha) (\nabla_{\boldsymbol{\theta}} \bar{g}_\alpha)^{\text{T}} \\ &= \sum_{\alpha=1}^N \bar{\mathbf{W}}_\alpha \left( \frac{\partial g}{\partial \beta} \frac{\partial g}{\partial \gamma} \frac{\partial g}{\partial t_y} \frac{\partial g}{\partial t_z} \frac{\partial g}{\partial R} \right)^{\text{T}} \Big|_{\mathbf{a}_\alpha} \cdot \left( \frac{\partial g}{\partial \beta} \frac{\partial g}{\partial \gamma} \frac{\partial g}{\partial t_y} \frac{\partial g}{\partial t_z} \frac{\partial g}{\partial R} \right) \Big|_{\mathbf{a}_\alpha}. \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Wird Gl. (B.8) in Gl. (B.9) eingesetzt, ergibt sich die Momentmatrix unter Berücksichtigung der impliziten Ableitungen Gl. (B.3) zu

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \sum_{\alpha=1}^N \frac{1}{\sigma_z^2} \left( \frac{\partial f}{\partial \beta} \frac{\partial f}{\partial \gamma} \frac{\partial f}{\partial t_y} \frac{\partial f}{\partial t_z} \frac{\partial f}{\partial R} \right)^{\text{T}} \Big|_{\mathbf{a}_\alpha} \cdot \left( \frac{\partial f}{\partial \beta} \frac{\partial f}{\partial \gamma} \frac{\partial f}{\partial t_y} \frac{\partial f}{\partial t_z} \frac{\partial f}{\partial R} \right) \Big|_{\mathbf{a}_\alpha} \\ &\doteq \frac{1}{\sigma_z^2} \mathbf{H} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Nach [Kan98] gilt für die Kovarianzmatrix  $\mathbf{V}[\hat{\boldsymbol{\theta}}] = E[(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})^{\text{T}}]$  die Cramer-Rao-Ungleichung:

$$\mathbf{V}[\hat{\boldsymbol{\theta}}] \succ \mathbf{M}^{-}, \quad (\text{B.11})$$

mit

$$\mathbf{M}^{-} = \sigma_z^2 (\mathbf{H}^{\text{T}} \mathbf{H})^{-1}. \quad (\text{B.12})$$

Die Ungleichung  $\mathbf{A} \succ \mathbf{B}$  bedeutet, dass  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$  eine positive semidefinite symmetrische Matrix ist. Für  $\sigma_z^2$  kann die empirische Varianz der Tiefen  $\hat{\sigma}_z^2$  verwendet werden.

Nach [Kan96] kann die untere Grenze von Cramer-Rao annähernd erreicht werden mit dem Maximum-Likelihood-Schätzer durch Minimierung von

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{\alpha=1}^N W_{\alpha} \cdot g_{\alpha}^2(\boldsymbol{\theta}, x, y, z), \quad (\text{B.13})$$

was einer gewichteten Least-Squares-Schätzung entspricht.

## C Geodätische Transformationen

Geodätische Transformationen sind morphologische Operatoren, die keine Auswahl eines Strukturelementes, sondern ein geeignetes Paar von Masken- und Markierungsbildern benötigen. Aus zwei elementaren Operatoren, der geodätischen Dilatation  $\delta_g^{(1)}(f)$  und der geodätischen Erosion  $\varepsilon_g^{(1)}(f)$  lassen sich viele interessante Operatoren herleiten.  $\delta_g^{(1)}(f)$  ist definiert als das Minimum des Maskenbildes  $g$  und der elementaren Dilatation  $\delta^{(1)}(f)$  des Markierungsbildes  $f$ :

$$\delta_g^{(1)}(f) = \delta^{(1)}(f) \wedge g, \quad (\text{C.1})$$

wobei die elementare Dilatation  $\delta^{(1)}(f)$  für 1D-Signal ein 3 Pixel breites Liniestück und in 2D-Raum ein  $3 \times 3$  Rechteck als Strukturelement verwendet. Die geodätische Erosion der Größe 1  $\varepsilon_g^{(1)}(f)$  ist die duale Transformation von  $\delta_g^{(1)}(f)$  und ist definiert als

$$\varepsilon_g^{(1)}(f) = \varepsilon^{(1)}(f) \vee g, \quad (\text{C.2})$$

wobei  $\delta^{(1)}(f)$  die elementare Erosion bezeichnet. Wenn  $\delta_g^{(1)}(f)$  und  $\varepsilon_g^{(1)}(f)$  in dieser Art und Weise immer weiter wiederholt werden, bis das Ergebnis gegen ein konstantes Bild konvergiert, erhält man zwei idempotente Operatoren, die jeweils als morphologische Rekonstruktion durch Dilatation  $R_g(f)$  und durch Erosion  $R_g^*(f)$  bezeichnet werden:

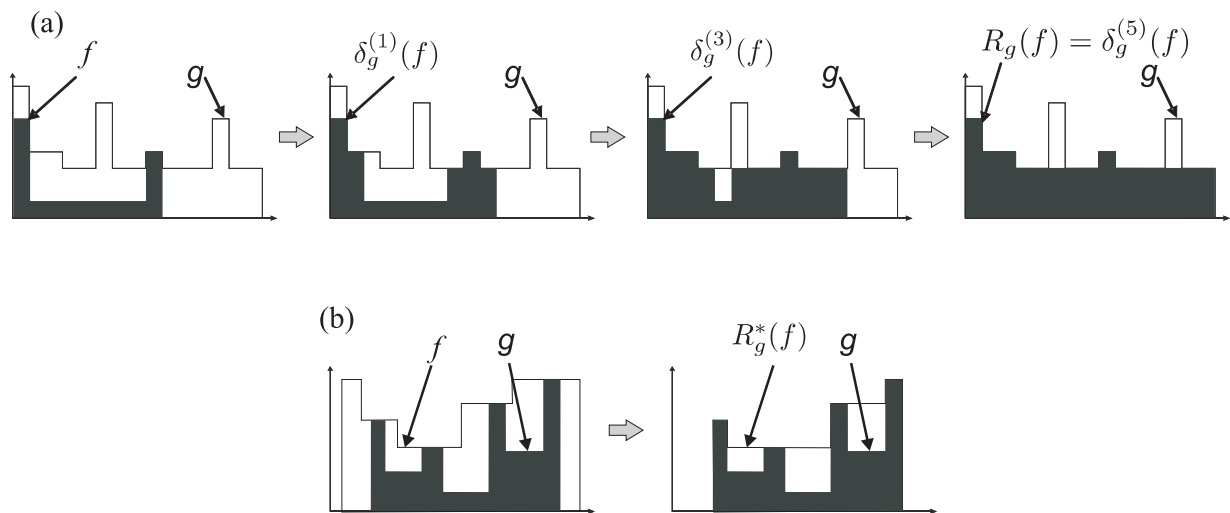
$$R_g(f) = \delta_g^{(i)}(f), \quad \text{mit } \delta_g^{(i)}(f) = \delta_g^{(i+1)}(f) \quad (\text{C.3})$$

und

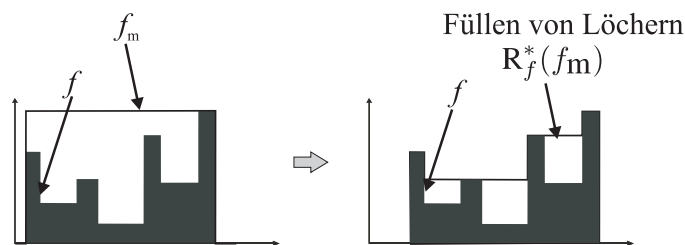
$$R_g^*(f) = \varepsilon_g^{(i)}(f), \quad \text{mit } \varepsilon_g^{(i)}(f) = \varepsilon_g^{(i+1)}(f). \quad (\text{C.4})$$

Bild C.1(a) veranschaulicht die morphologische Rekonstruktion durch Dilatation mit einem 1D-Signal und zeigt dabei auch die Zwischenergebnisse. Das zweite Teilbild wird mit  $\delta_g^{(1)}(f)$  erzeugt. Bild C.1(b) zeigt die morphologische Rekonstruktion durch Erosion. Es ist zu beachten, dass  $g$  als Maskenbild unverändert bleibt und  $f$  als Markierungsbild jeweils dilatiert oder erodiert wird.

Aufgrund des begrenzten Definitionsbereiches eines Bildes kann die Konvergenz nach endlichen Iterationen immer erreicht werden. Bei der Implementierung ist es algorithmisch jedoch möglich, das Endergebnis durch nur ein Vorwärts- und ein Rückwärtsabtasten zu erhalten [Soi03].



**Bild C.1:** Morphologische Rekonstruktion, (a) durch Dilatation  $R_g(f)$  und (b) durch Erosion  $R_g^*(f)$ .



**Bild C.2:** Morphologisches Füllen von Löchern, implementiert durch morphologische Rekonstruktion durch Erosion  $R_f^*(f_m)$

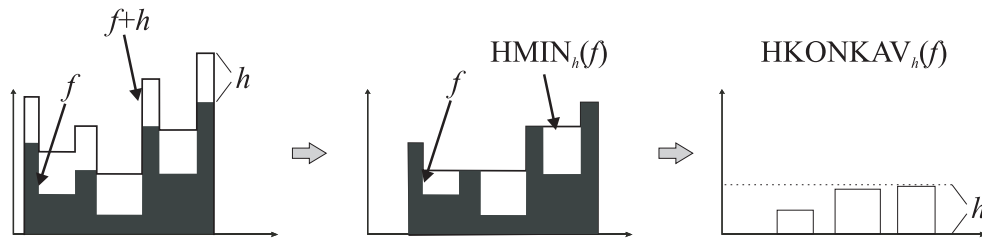
## C.1 Füllen von Löchern

Das Füllen von Löchern ist definiert als die morphologische Rekonstruktion durch Erosion

$$R_f^*(f_m), \tag{C.5}$$

siehe Bild C.2. Dabei wird das zu betrachtende Signal  $f$  als Maskenbild verwendet. Das Markierungsbild  $f_m$  wird auf das Maximum des Bildes gesetzt. Lediglich Randbereiche werden gesondert behandelt. Hier werden die Werte des Originalbildes beibehalten.



Bild C.3:  $h$ -Minima- und  $h$ -konkave Transformation

## C.2 $h$ -Minima- und $h$ -konkave Transformation

Die  $h$ -Extrema-Transformationen, welche die  $h$ -Maxima- und  $h$ -Minima-Transformation umfassen, entfernen die Bildextrema mit einem lokalen Kontrastkriterium. Sei  $h$  als Schwellwert des lokalen Kontrast gegeben, wird die  $h$ -Minima-Transformation durch die morphologische Rekonstruktion durch Erosion definiert als

$$HMIN_h(f) = R_f^*(f + h). \quad (C.6)$$

Dabei wird als Markierungsbild die um  $h$  erhobene Eingabe  $f + h$  verwendet. Damit werden annäherungsweise die lokalen Minima, deren Tiefe kleiner als  $h$  ist, unterdrückt. Die  $h$ -konkave Transformation ist dann definiert als die Differenz von  $h$ -Minima-Transformation und der Eingabe

$$HKONKAV_h(f) = HMIN_h(f) - f. \quad (C.7)$$

Damit werden die bei der  $h$ -Minima-Transformation unterdrückten Minima extrahiert. Bild C.3 veranschaulicht beide Operatoren.

## C.3 Dynamik der Minima

Mit  $HKONKAV_h(f)$  lässt sich die Dynamik eines Extremums definieren:

$$DYNMIN_h(f) = T_h[HKONKAV_h(f)] \setminus T_{h+1}[HKONKAV_{h+1}(f)], \quad (C.8)$$

wobei  $T_h[\cdot]$  den Schwellwert-Operator von  $h$  darstellt. Aus Gl. (C.8) ist zu entnehmen, dass  $DYNMIN_h(f)$  die Positionen der lokalen Minima detektiert, deren Tiefe gleich  $h$  sind. Die ausgeprägten Minima werden definiert als die Vereinigung der Minima, deren lokale Tiefe größer als  $h_0$  ist:

$$\bigcup_{h>h_0} DYNMIN_h(f) = T_{h_0}[HKONKAV_{h_0}(f)]. \quad (C.9)$$

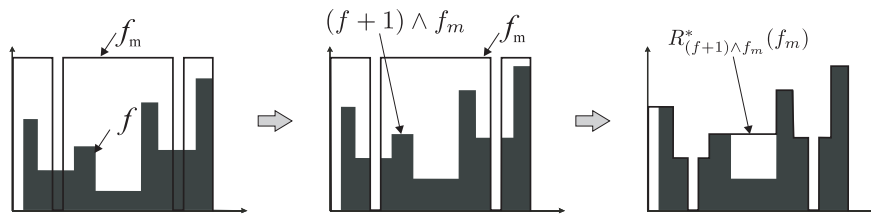


Bild C.4: Minimaauferlegung

## C.4 Minimaauferlegung

Die Minimaauferlegung ist definiert als die morphologische Rekonstruktion

$$R_{(f+1) \wedge f_m}^*(f_m) \quad (\text{C.10})$$

mit der Maskenfunktion

$$f_m(t) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } t \text{ markiert ist,} \\ \max(f) & \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{C.11})$$

Bild C.4 zeigt die Minimaauferlegung am Beispiel eines 1D-Signals. Es ist zu sehen, dass nur die Minima an den vorgegebenen Markierungen herausgearbeitet werden.

# Literaturverzeichnis

- [Abr96] P. Abry und F. Sellan: „The Wavelet-Based Synthesis for Fractional Brownian Motion Proposed by F. Sellan and Y. Meyer: Remarks and Fast Implementation“. *Applied and Computational Harmonic Analysis* **3** (4), S. 377–383(7), 1996. 121
- [Arc57] J. F. Archard: „Elastic Deformation and the Laws of Friction“. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **243** (1233), S. 190–205, December 1957. 1
- [Ave08a] A. Averbuch, R. R. Coifman, D. L. Donoho, M. Israeli und Y. Shkolnisky: „A Framework for Discrete Integral Transformations I—The Pseudopolar Fourier Transform“. *SIAM Journal on Scientific Computing* **30** (2), S. 764–784, 2008. 83
- [Ave08b] A. Averbuch, R. R. Coifman, D. L. Donoho, M. Israeli, Y. Shkolnisky und I. Sedelnikov: „A Framework for Discrete Integral Transformations II—The 2D Discrete Radon Transform“. *SIAM Journal on Scientific Computing* **30** (2), S. 785–803, 2008. 81, 82, 84
- [Bö7] J. Böhm, T. Hercke, B. Xin, N. Rau, S. Schweickert und A. Warzok: *Bewertung von Honstrukturen durch Trennung von Soll. und Fehlermerkmalen*. Patentanmeldung, DaimlerChrysler AG, Stuttgart, 2007. 109
- [Bae02] W. Baeni: *Wavelets - Eine Einführung für Ingenieure*. Oldenbourg Wissenschaftsverlag, München, 1. Aufl., 2002. 10, 76
- [Bar74] Y. Bard: *Nonlinear Parameter Estimation*. Academic Press, 1974. 44
- [Bas04] R. v. Basshuysen und F. Schäfer: *Lexikon Motorentechnik*. Vieweg, Wiesbaden, 1. Aufl., 2004. 2
- [Bei81] W. Beitz und K.-H. Küttner (Hrsg.): *Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer Verlag, Berlin, 14. Aufl., 1981. 9, 59
- [Ber89] M. Bertero: „Linear Inverse and Ill-Posed Problems“. *Advances in Electronics and Electron Physics* **75**, S. 1–120, 1989. 36

- [Ber94] J. Beran: *Statistics for Long-Memory Processes*, Bd. 61 d. Reihe *Monographs on Statistics and Applied Probability*. Chapman & Hall, New York, 1994. 76, 119
- [Bey94] J. Beyerer: *Analyse von Riefentexturen*, Bd. 8 d. Reihe *Meß-, Steuerungs- und Regelungstechnik*. VDI Verlag, Düsseldorf, 1994. 9, 75
- [Bey98] J. Beyerer und F. Puente León: „Adaptive separation of random lines and background“. *Optical Engineering* **37** (10), S. 2733–2741, Oktober 1998. 9, 11, 70
- [Bey01] J. Beyerer, D. Krahe und F. Puente León: *Characterization of cylinder bores*, Kap. 7, S. 243–281. Kluwer Academic Publisher, Boston, 2001. 9
- [Bla87] A. Blake und A. Zisserman: *Visual Reconstruction*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1987. 63, 65
- [Bod00] H. Bodschwinn: *Oberflächenmesstechnik zur Beurteilung und Optimierung technischer Funktionsflächen*. Berichte aus Institut für Mess- und Regelungstechnik der Universität Hannover. Shaker Verlag, Aachen, 2000. 51
- [Box71] M. Box: „Bias in Nonlinear Estimation“. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B* **33** (2), S. 171–201, 1971. 42
- [Bre77] J. Bresenham: „A linear algorithm for incremental digital display of circular arcs“. *Commun. ACM* **20** (2), S. 100–106, 1977. 95
- [Bre00] M. M. Breunig, H.-P. Kriegel, R. T. Ng und J. Sander: *LOF: Identifying Density-Based Local Outliers*. In: *2000 ACM SIGMOD. International Conference on Management of Data*, G. Inst. for Comput. Sci., Munich Univ. (Hrsg.), Bd. 29, S. 93–104, ACM, IEE, Dallas, TX, USA, 2000. 30
- [Bre06] M. Breitmeier: *Weisslicht-Interferometer WLI*. [www.breitmeier.de](http://www.breitmeier.de), Ettlingen, BW, Deutschland, 2006. 22
- [Bro01] I. Bronstein, K. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harrui Deutsch, Frankfurt am Main, 5. Aufl., 2001. 10
- [Bub02] H. Bubert und H. Jenett (Hrsg.): *Surface and Thin Film Analysis*. Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim, 2002. 4
- [Bur52] J. T. Burwell und C. D. Strang: „Metallic Wear“. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **212** (1111), S. 470–477, May 1952. 1

- [Bur57] J. T. J. Burwell: „Survey of possible wear mechanisms“. *Wear* **1** (2), S. 119–141, October 1957. 1
- [Can86] J. Canny: „A computational approach to edge detection“. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* **8** (6), S. 679–698, 1986. 102
- [Can98] E. J. Candès: *Ridgelets: Theory and Applications*. Dissertation, Stanford University, 1998. 77, 78
- [Can99] E. J. Candès und D. L. Donoho: „Ridgelets: a key to higher-dimensional intermittency?“. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A* **357**, S. 2495–2509, Sep. 1999. 74, 78
- [Cha03] B. Chalmond: *Modeling and Inverse Problems in Image Analysis*. Springer-Verlag, New York, 2003. 60, 61, 62, 65, 66
- [Che95] X. Chen, J. Raja und S. Simanapalli: „Multi-scale Analysis of Engineering Surface“. *International Journal of Machine Tools & Manufacture* **35** (2), S. 231–238, 1995. 53, 73
- [Cop95] A. C. Copeland, G. Ravichandran und M. M. Trivedi: „Localized Radon Transform-Based Detection of Ship Wakes in SAR Images“. *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing* **33** (1), S. 35–45, January 1995. 99
- [Cui06] O. Cuisenaire: *The Euclidean k-distance transformation in arbitrary dimensions: a separable implementation..* In: *2005 International Conference on Image Processing. IEEE. 2006, pp. II-658-61. Piscataway, NJ, USA.*, S. Signal Process. Inst., Ecole Polytech. Fed. de Lausanne (Hrsg.), S. 658–661, The Institution of Engineering and Technology, 2006. 32
- [Czi03] H. Czichos und K.-H. Habig: *Tribologie-Handbuch*. Werkstofftechnik. Vieweg Verlag, Wiesbaden, 2. Aufl., 2003. 4, 9
- [Dau98] I. Daubechies und W. Sweldens: „Factoring Wavelet Transforms into Lifting Steps“. *J. Fourier Anal. Appl.* **4** (3), S. 245–267, 1998. 51
- [Dea83] S. R. Deans: *The Radon Transform and Some of Its Applications*. John Wiley & Sons, 1983. 99
- [Dec01] E. Decenciére und D. Jeulin: „Morphological decomposition of the surface topography of an internal combustion engine cylinder to characterize wear“. *Wear* **249**, S. 482–488, 2001. 11, 56

- [Dec02] E. Decenci re und D. Jeulin: *Topography Characterization of Engineering Surfaces Using Mathematical Morphology*. In: *Mathematical Morphology Proceedings of the VI International Symposium ISMM2002*, H. Talbot und R. Beare (Hrsg.), S. 117–125, ISMM, 2002. 56
- [Do03] M. N. Do und M. Vetterli: „The finite ridgelet transform for image representation“. *IEEE Transactions on Image Processing* **12** (1), S. 16–28, January 2003. 79, 80, 81
- [Doh03] D. L. Dohono und A. Flesia: *Digital Ridgelet Transform based on True Ridge Functions*, Kap. 1, S. 1–30. Academic Press, New York, 2003. 77
- [Don93] D. Donoho: *Wavelet Shrinkage and W.V.D.: A 10-Minute Tour*. Techn. Ber., Stanford University, <http://www-stat.stanford.edu/donoho/reports.html>, 1993. 77, 121
- [Don94] D. L. Donoho und I. M. Johnstone: „Ideal Spatial Adaptation by Wavelet Shrinkage“. *Biometrika* **81**, S. 425–455, December 1994. 85
- [Don00] D. L. Donoho und M. R. Duncan: *Digital curvelet transform: strategy, implementation, and experiments*. In: *Proc. SPIE Vol. 4056, p. 12-30, Wavelet Applications VII, Harold H. Szu; Martin Vetterli; William J. Campbell; James R. Buss; Eds.*, H. H. Szu, M. Vetterli, W. J. Campbell und J. R. Buss (Hrsg.), Bd. 4056 d. Reihe *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, S. 12–30, Apr. 2000. 77
- [Dre92] T. Dresel, G. H usler und H. Venzke: „Three-dimensional sensing of rough surfaces by coherence radar“. *Applied Optics* **31** (7), S. 919–925, March 1992. 21
- [Dud73] R. O. Duda und P. E. Hart: *Pattern Classification and Scene Analysis*. John Wiley & Sons, INC., New York, 1. Aufl., 1973. 39
- [Dud01] R. O. Duda, P. E. Hart und D. G. Stork: *Pattern Classification*. John Wiley & Sons, INC., New York, 2. Aufl., 2001. 27, 28, 32
- [Far02] G. Farin: *Curves and Surfaces for CAGD*. The Morgan Kaufmann Series in Computer Graphics and Geometric Modeling. Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, 5. Aufl., 2002. 35, 60
- [Fla89] P. Flandrin: „On the Spectrum of Fractional Brownian Motions“. *IEEE Transaction on Information Theory* **35** (1), S. 197–199, January 1989. 119
- [Fle87] R. Fletcher: *Practical Methods of Optimization*. John Wiley & Sons, Chichester, 2. Aufl., 1987. 42

- [Fol96] J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner und J. F. Hughes: *Computer Graphics—Principles and Practice*. The Systems Programming Series. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 2. Aufl., 1996. 95
- [For03] D. A. Forsyth und J. Ponce: *Computer Vision A Modern Approach*. Prentice Hall Series in Artificial Intelligence. Prentice Hall, Upper Saddle River, 1. Aufl., 2003. 97
- [Fu03] S. Fu, B. Muralikrishnan und J. Raja: „Engineering surface analysis with different wavelet bases“. *Transactions of the ASME* **125**, S. 844–852, November 2003. 55
- [Gem84] S. Geman und D. Geman: „Stochastic Relaxation, Gibbs distribution, and Bayesian restoration of images“. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* **6** (6), S. 721–741, November 1984. 63
- [Gem92] S. Geman, E. Bienenstock und R. Doursat: „Neural Networks and the Bias/Variance Dilemma“. *Neural Computation* **4**, S. 1–58, 1992. 66
- [Goy01] V. K. Goyal und J. Kovacevic: „Quantized Frame Expansions with Erasures“. *Applied and Computational Harmonic Analysis* **10**, S. 203–233, 2001. 80
- [Han97] K. Hansen und J. D. Andersen: „Understanding the Hough transform: Hough cell support and its utilisation“. *Image and Vision Computing* **15** (3), S. 205–218, March 1997. 101
- [Har92] R. M. Haralick und L. G. Shapiro: *Computer and Robot Vision*, Bd. 1. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts, 1. Aufl., 1992. 56
- [Hec02] E. Hecht: *Optics*. Addison-Wesley, 2002. 21
- [His05a] M. Hissmann: *Bayesian Estimation for White Light Interferometry*. Dissertation, Combined Faculties for the Natural Sciences and for Mathematics of University of Heidelberg, Heidelberg, 2005. 11, 21, 25
- [His05b] M. Hissmann und F. A. Hamprecht: „Bayesian surface estimation for white light interferometry“. *Optical Engineering* **44** (1), S. 0156011–0156019, January 2005. 25
- [Hoa83] D. C. Hoaglin, F. Mosteller und J. W. Tukey: *Understanding robust and exploratory data analysis*. John Wiley & Sons, New York, 1983. 30

- [Hou03] Z. B. Hou und R. Komanduri: „On the mechanics of the grinding process - Part I. Stochastic nature of the grinding process“. *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **43**, S. 1579–1593, 2003. 9
- [Hua99] H.-C. Huang und N. Cressie: *Empirical Bayesian Spatial Prediction Using Wavelets*, Bd. 141 d. Reihe *Lecture Notes in Statistics*, Kap. 14, S. 203–223. Springer Verlag, New York, 1999. 77, 121
- [Hub81] P. J. Huber: *Robust statistics*. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, New York: Wiley, |c1981, 1981. 45
- [Hum80] K. Hume: *A History of Engineering Metrology*. Professional Engineering Publishing, London, 1980. 2
- [ISO96a] ISO: *Geometrical Product Specification—Surface texture: Profile method - Nominal characteristics of contact (stylus) instruments*. ISO 3274, Technical Committee ISO,TC 57, Geneve, Switzerland, 1996. 15, 16
- [ISO96b] ISO: *Geometrical Product Specification—Surface texture: Profile method; Surfaces having stratified functional properties—Part 1: Filtering and general measurement conditions*. ISO 13565-1, Technical Committee ISO,TC 57, Geneve, Switzerland, 1996. 2
- [ISO96c] ISO: *Geometrical Product Specification—Surface texture: Profile method—Metrological characteristics of phase correct filters*. ISO 11562, Technical Committee ISO,TC 57, Geneve, Switzerland, 1996. 2, 50
- [ISO97] ISO: *Geometrical Product Specification—Surface texture: Profile method; Surfaces having stratified functional properties—Part 1: Height characterization using the linear material ratio curve*. ISO 13565-2, Technical Committee ISO,TC 57, Geneve, Switzerland, 1997. 109
- [ISO98a] ISO: *Geometrical Product Specification—Surface imperfections*. ISO 8785, Technical Committee ISO,TC 57, Geneve, Switzerland, 1998. 2, 5, 112, 113
- [ISO98b] ISO: *Geometrical Product Specification—Surface texture: Profile method - Terms, definitions and surface texture paramters*. ISO 4287, Technical Committee ISO,TC 57, Geneve, Switzerland, 1998. 2, 3, 8, 11, 69, 109
- [JÖ2] B. Jähne: *Digitale Bildverarbeitung*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2002. 102
- [Jai99] A. K. Jain, M. N. Murty und P. J. Flynn: „Data clustering: a review“. *ACM Comput. Surv.* **31** (3), S. 264–323, 1999. 26



- [Jen01] A. Jensen und A. I. Cour-Harbo: *Ripples in Mathematics - The Discrete Wavelet Transform*. Springer Verlag, Berlin, 2001. 10, 51, 76
- [Jia00] X. Q. Jiang, L. Blunt und K. J. Stout: „Development of a lifting wavelet representation for surface characterization“. *Royal Society of London Proceedings Series A* **456**, S. 2283–2313, September 2000. 11, 53
- [Jor96] H.-J. Jordan: *Optische Mikrotopometrie und Rauheitsmessung*. Dissertation, Fakultät für Konstruktions- und Fertigungsgechnik der Universität Stuttgart, Stuttgart, 1996. 19
- [Kam98] S. Kamat und S. Ganesan: *A Robust Hough Transform Technique for Description of Multiple Line Segments in an Image*. In: *International Conference on Image Processing (ICIP '98)*, Bd. 1, S. 216–220, IEEE, Chicago, Illinois, 1998. 102
- [Kan96] K. Kanatani: *Statistical Optimization for Geometric Computation: Theory and Practice*, Bd. 18 d. Reihe *Machine Intelligence and Pattern Recognition*. Elsevier, Amsterdam, 1996. 124, 126
- [Kan98] K. Kanatani: „Cramer-Rao Lower Bounds for Curve Fitting“. *Graphical Models and Image Processing* **60** (2), S. 93–99, March 1998. 44, 125
- [Kay93] S. M. Kay: *Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1993. 42
- [Kin90] G. S. Kino und S. Chim: „Mirau correlation microscope“. *Applied Optics* **29** (26), S. 3775–3783, September 1990. 21
- [Kle04] R. Klette und A. Rosenfeld: „Digital straightness a review“. *Discrete Applied Mathematics* **139** (1-3), S. 197–230, April 2004. 96
- [Klo05] F. Klocke und W. König: *Fertigungsverfahren*, Bd. 2. Springer Verlag, Berlin, 2005. 9
- [Ko91] S.-J. Ko und Y. Lee: „Center weighted median filters and their applications to image enhancement.“. *IEEE Transactions on Circuits and Systems* **38** (9), S. 984–993, Sept. 1991. 33
- [Kra00] D. Krahe: *Zerstörungsfreie Prüfung der Textur gehobener und geschliffener Oberflächen*, Bd. 8 d. Reihe *Meß-, Steuerungs und Regelungstechnik*. VDI Verlag, Düsseldorf, 2000. 2, 5, 9, 112
- [Kry96] M. Krystek: „Discrete L-spline Filtering in Roundness Measurements“. *Measurement* **18** (2), S. 129–138, 1996. 63

- [Kum06] J. Kumar und M. Shunmugam: „Morphological operations on engineering surfaces using a 3D-structuring element of an appropriate size“. *Measurement Science and Technology* **17**, S. 2655–2664, 2006. 56, 59
- [Lag00] V. Lagemann: *Numerische Verfahren zur tribologischen Charakterisierung bearbeitungsbedingter rauher Oberflächen bei Mikrohydrodynamik und Mischreibung*. Dissertation, Institut für Maschinenelemente und Konstruktionstechnik, Universität Gh Kassel, 2000. 4, 5
- [Lea92] V. Leavers: *Shape Detection in Computer Vision Using the Hough Transformation*. Springer Verlag, London, 1992. 102
- [Lea02] P. M. Leach, Richard K. adn Harris: „Ambiguities in the definition of spacing paramters for surface-texture characterization“. *Measurement Science and Technology* **13**, S. 1924–1930, 2002. 3
- [Lee98] S.-H. Lee, H. Zahouani, R. Caterini und T. Mathia: „Morphological characterization of engineered surfaces by wavelet transform“. *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **38**, S. 581–589, 1998. 53
- [LH57a] M. Longuet-Higgins: „The Statistical Analysis of a Random, Moving Surface“. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **249** (966), S. 321–387, February 1957. 9
- [LH57b] M. Longuet-Higgins: „Statistical Properties of an Isotropic Random Surface“. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **250** (975), S. 157–174, October 1957. 9
- [Lin06] K. Lingadurai und M. Shunmugam: „Metrological characteristics of wavelet filter used for engineering surfaces“. *Measurement* **39**, S. 575, 584 2006. 55, 73
- [Luo93] N. L. Luo, R. J. Sullivan und K. J. Stout: *Gaussian filtering of three-dimensional engineering surface topography*. In: *Proc. SPIE Vol. 2101, Measurement Technology and Intelligent Instruments*, Li Zhu, Cao Hua-Min, Xiong You-Lun, Wu Zhen, Su Chang, Cheng Xian-Ping, and Yang Shu-Nian, Eds., p.527, Z. Li, H.-M. Cao, Y.-L. Xiong, Z. Wu, C. Su, X.-P. Cheng und S.-N. Yang (Hrsg.), Bd. 2101 d. Reihe *Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference*, S. 527–538, 1993. 51
- [Mal99] S. Mallat: *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press, San Diego, 2. Aufl., 1999. 53, 77

- [Mal03] M. C. Malburg: „Surface Profile Analysis for Conformable Interfaces“. *Journal of Manufacturing Science and Engineering* **125** (3), S. 624–627, August 2003. 11, 56
- [McC91] K. McCarthy: *Accuracy in Positioning Systems*. In: *The Motion Control Technology Conference Proceedings*, 1991. 23
- [Mey99] Y. Meyer, F. Sellan und M. S. Taquq: „Wavelets, generalized white noise and fractional integration: the synthesis of fractional brownian motion“. *The Journal of Fourier Analysis and Application* **5** (5), S. 465–494, 1999. 121
- [Mey03] F. G. Meyer und R. R. Coifman: *Brushlets: Steerable Wavelet Packets*, Kap. 1, S. 1–30. Academic Press, New York, 2003. 77
- [Mur86] L. M. Murphy: „Linear feature detection and enhancement in noisy images via the Radon transform“. *Pattern Recognition Letters* **4** (4), S. 279–284, September 1986. 99, 102
- [Mur05] B. Muralikrishnan und J. Raja: „Functional Filtering and Performance Correlation of Plateau Honed Surface Profiles“. *Journal of Manufacturing Science and Engineering* **127**, S. 193–197, February 2005. 11
- [NIS94] NIST: *NIST Technical Note 1297: Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results*. <http://physics.nist.gov/Pubs/guidelines/appd.1.html>, 1994. 23
- [Nor42] A. E. Norton: *Lubrication*. McGraw Hill, New York, 1942. 1
- [O’R94] J. O’Rourke: *Computational Geometry in C*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1. Aufl., 1994. 35
- [Pap02a] S. Papadimitriou, H. Kitagawa, P. B. Gibbons und C. Faloutsos: *LOCI: Fast Outlier Detection Using the Local Correlation Integral*. Technical report IRP-TR-02-09, Intel Research Pittsburgh, Pittsburgh, 2002. 25
- [Pap02b] A. Papoulis und S. U. Pillai: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering. McGraw Hill, Boston, 4. Aufl., 2002. 94
- [Pet68] M. Petráň, M. Hardravský, M. D. Egger und R. Galambos: „Tandem-Scanning Reflected-Light Microscope“. *Journal of the Optical Society of America* **58** (5), S. 661–664, May 1968. 18

- [Pre02] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling und B. P. Flannery: *Numerical Recipes in C++*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1. Aufl., 2002. 41, 44, 59, 97
- [Pri00] M. Priest und C. Taylor: „Automobile engine tribology — approaching the surface“. *Wear* **241**, S. 193–203, 2000. 1
- [Raj02] J. Raja, B. Muralikrishnan und S. Fu: „Recent advances in separation of roughness, waviness and form“. *Precision Engineering* **26**, S. 222–235, 2002. 11, 49, 73
- [Rei67] H. C. Reinsch: „Smoothing by Spline Functions“. *Numerische Mathematik* **10**, S. 177–183, 1967. 65
- [Ric83] J. Rice und M. Rosenblatt: „Smoothing Splines: Regression, Derivatives and Deconvolution“. *The Annals of Statistics* **11** (1), S. 141–156, March 1983. 66
- [Rud82] B. Ruddy, D. D. und P. Economou: *A review of studies of piston ring lubrication*. In: *Proceedings of 9th Leeds-Lyon Symposium on Tribology: Tribology of Reciprocating Engines*, S. 109–121, 1982. 8
- [See00] J. Seewig: *Praxisgerechte Signalverarbeitung zur Trennung der Gestaltabweichungen technischer Oberflächen*. Shaker Verlag, Aachen, 2000. 51
- [See05] J. Seewig: *Linear and robust gaussian regression filters*. In: *7. International Symposium on Measurement Technology and Intelligent Instruments*, Bd. 13, S. 254–257, Institut of Physics, 2005. 51
- [Seu00] M. Seul, L. O’Gorman und M. J. Sammon: *Practical Algorithms for Image Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000. 98
- [Soi00] P. Soille: *Morphological Operators with Discrete Line Segments*. In: *Discrete Geometry for Computer Imagery: 9th International Conference*, G. Borgefors, I. Nyström und G. S. di Baja (Hrsg.), Bd. 1953/2000 d. Reihe *Lecture Notes in Computer Science*, S. 78–98, Springer Verlag, Uppsala, Sweden, 2000. 96
- [Soi03] P. Soille: *Morphological Image Analysis - Principles and Applications*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2. Auflage. Aufl., 2003. 56, 95, 102, 103, 127
- [Sor80] H. W. Sorenson: *Parameter Estimation*. Control and Systems Theory. Marcel Dekker, INC., New York, 1980. 40, 42

- [Sri98] V. Srinivasan: *Discrete morphological filters for metrology*. In: *Proceedings of 6th ISMQC Symposium on Metrology for Quality Control in Production*, IMEKO, Wien, Austria, 1998. 55
- [Sti06] C. Stiller: *Grundlagen der Mess- und Regelungstechnik*. Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik. Shaker Verlag, Aachen, 2006. 96
- [Sto00a] K. Stout und L. Blunt: *Three-Dimensional Surface Topography*. Penton Press, London, 2. Aufl., 2000. 11, 17, 20, 109
- [Sto00b] L. u. M. E. Stout, Ken J. und Blunt: *Development of Methods for Characterisation of Roughness in Three Dimensions*. Ultra Precision Technology. Penton Press, London, 2000. 11
- [Sto01] K. Stout und L. Blunt: „A contribution to the debate on surface classifications—random, systematic, unstructured, structured and engineered“. *International Journal of Machine Tools and Manufacture* **41**, S. 2039–2044, 2001. 7
- [Str97] G. Strang und T. Nguyen: *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, MA, Revised. Aufl., 1997. 10, 51, 72, 76
- [Sun05] F. Sun: *Charakterisierung von gehonten Zylinderlaufbahn-oberflächen bei Verbrennungsmotoren*. Diplomarbeit, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe, Karlsruhe, 2005. 58, 109
- [Sun08] W. Sun, M. Hill und J. W. McBride: „An investigation of the robustness of the nonlinear least-squares sphere fitting method to small segment angle surfaces“. *Precision Engineering* **32**, S. 55–62, 2008. 42
- [Tay98] C. Taylor: „Automobile engine tribology — design considerations for efficiency and durability“. *Wear* **221**, S. 1–8, 1998. 1
- [Ter83] D. Terzopoulos: „Multilevel Computational Processes for Visual Surface Reconstruction“. *Computer Vision, Graphics and Image Processing* **24**, S. 52–96, 1983. 63, 65
- [Tho99] T. R. Thomas: *Rough Surfaces*. Imperial College Press, London, 2. Aufl., 1999. 1, 6, 76, 119
- [Tof96] P. Toft: *The Radon Transform - Theory and Implementation*. Dissertation, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, 1996. 81, 99

- [Tuk77] J. W. Tukey: *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley Series in Behavioral Science: Quantitative Methods. Addison Wesley, Reading, MA, 1977. 26, 29
- [Tun04] S. C. Tung und M. L. McMillan: „Automotive tribology overview of current advances and challenges for the future“. *Tribology International* **37**, S. 517–536, 2004. 1, 4
- [Val05] J. Valentin, M. Weber, R. Brodmann und A. Sharp: „3D-characterisation of Sheet Metal and Roller surfaces by Means of Confocal Microscopy“. *Advanced Material Research* **6-8**, S. 543–550, 2005. 18, 20
- [Vee02] Veeco: *White Light Optical Profiling: Problem-Solving Metrology for Automotive Component Manufacturing*. www.veeco.com, Tucson, AZ, USA, 2002. 22
- [Vet95] M. Vetterli und J. Kovacevic: *Wavelets and Subband Coding*. Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995. 87
- [Vid99] B. Vidakovic: *Statistical Modeling by Wavelets*. Wiley Series in Probability and Statistics, Applied Probability and Statistics Section. John Wiley and Sons, INC, New York, 1999. 77, 119, 121
- [Vol05] R. Volk: *Rauheitsmessung — Theorie und Praxis*. Beuth Verlag, Berlin, 2005. 8, 15
- [vV81] T. van Veen und F. Groen: „Discretization Errors in the Hough transform“. *Pattern Recognition* **14** (1-6), S. 137–145, 1981. 100
- [Whi92] D. J. Whitehouse und K. Zheng: „The use of dual space-frequency functions in machine tool monitoring“. *Measurement Science and Technology* **3**, S. 796–808, 1992. 51
- [Whi94] D. J. Whitehouse: *Handbook of Surface Metrology*. Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1994. 5, 6, 8, 15
- [Whi97] D. J. Whitehouse: „Surface Metrology“. *Measurement Science and Technology* **8**, S. 955–972, 1997. 4, 16, 18
- [Whi00] D. J. Whitehouse: *Surface Characterization and Roughness Measurement in Engineering*, Kap. 12, S. 413–461. Springer Verlag, Berlin, 2000. 2, 17
- [Wil89] T. Wilson: „Depth response of scanning microscopes“. *Optik* **81** (3), S. 113–118, 1989. 19

- [Win03] G. Winkler: *Image Analysis, Random Fields and Markov Chain Monte Carlo Methods - A Mathematical Introduction*. Nr. 27 in *Applications of Mathematics*. Springer Verlag, Berlin, 2. Aufl., 2003. 63
- [Wor96] G. Wornell: *Signal Processing with Fractals: A Wavelet-Based Approach*. Prentice Hall Signal Processing Series. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, 1996. 76, 119, 121
- [Xin02] B. Xin: *Analyse von Honstrukturen - Erster Zwischenbericht*. Techn. Ber. 1, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe (TH), 2002.
- [Xin03a] B. Xin: *Analyse von Honstrukturen - Abschlußbericht*. Techn. Ber. 4, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe (TH), 2003. 42
- [Xin03b] B. Xin: *Analyse von Honstrukturen - Dritter Zwischenbericht*. Techn. Ber. 3, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe (TH), 2003.
- [Xin03c] B. Xin: *Analyse von Honstrukturen - Zweiter Zwischenbericht*. Techn. Ber. 2, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe (TH), 2003. 72, 73
- [Xin03d] B. Xin und C. Stiller: *Optische Prüfung von Schleifdefekten am Beispiel von Getriebedeckeln*. In: *XVII. Messtechnisches Symposium des Arbeitskreises der Hochschullehrer für Messtechnik e.V.*, R. Werhtschützky (Hrsg.), S. 21-30, AHMT, Shaker Verlag, Aachen, 29.September-01.Oktober, 2003.
- [Xin04a] B. Xin: *Analyse von Honstrukturen - Fünfter Zwischenbericht*. Techn. Ber. AV 02/04, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe (TH), 2004.
- [Xin04b] B. Xin: *Analyse von Honstrukturen - Sechster Zwischenbericht*. Techn. Ber. AV 05/04, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Universität Karlsruhe (TH), 2004. 97
- [Xin04c] B. Xin, M. Heizmann, S. Kammel und C. Stiller: „Bildfolgenauswertung zur Inspektion geschliffener Oberflächen“. *tm - Technisches Mess* 71 (4), S. 218-226, 2004.
- [Xin07a] B. Xin: *Auswertung dreidimensionaler Oberflächendaten mit Riefentexturen*. In: *GMA-Kongress 2007 Automation im gesamten Lebenszyklus., V.-G. M. und Automatisierungstechnik* (Hrsg.), S. 835-844, VDI Verlag, Düsseldorf, 2007.

- [Xin07b] B. Xin: *Evaluation of two and a half-dimensional surface data with form component and groove bands*. In: *Machine Vision Applications in Industrial Inspection XV.*, F. Meriaudeau und K. S. Niel (Hrsg.), Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference, S. 65030D 1-10, SPIE, 2007.
- [Zel05] E. Zelniker und V. Clarkson: *Radon transformation processing for accurate centerline estimation of thick lines*. In: *The Eighth International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, S. 803-806, Sydney, Australia, 2005. 102
- [Zen05] W. Zeng, X. Jiang und P. Scott: „Metrological characteristics of dual-tree complex wavelet transform for surface analysis“. *Measurement Science and Technology* **16**, S. 1410-1417, 2005. 55
- [Zha97] Z. Zhang: „Parameter estimation techniques: a tutorial with application to conic fitting“. *Image and Vision Computing* **15** (1), S. 59-76, January 1997. 39, 40, 45, 97
- [Zha07] Q. Zhang und I. Couloigner: „Accurate Centerline Detection and Line Width Estimation of Thick Lines Using the Radon Transform“. *IEEE Transaction on Image Processing* **16** (2), S. 310-316, February 2007. 101, 102
- [Zyg04] Zygo: *NewView 5000 Specification*. [www.zygo.com](http://www.zygo.com), Middlefield, CT, USA, 2004. 22



