

Entwicklung eines zeitreferenzierten 4-D-Kalibrier- und Prüfsystems  
für kinematische optische Messsysteme

Zur Erlangung des akademischen Grades einer  
DOKTOR-INGENIEURIN  
von der Fakultät für  
Bauingenieur-, Geo und Umweltwissenschaften

der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)  
genehmigte  
DISSERTATION

von  
Dipl.-Ing. Claudia Depenthal  
aus Karlsruhe

Tag der mündlichen  
Prüfung: 14. Februar 2008

Referentin: Prof. Dr.-Ing. Maria Hennes  
Korreferenten: Apl. Prof. Dr.-Ing.habil. Hansbert Heister  
Prof. Dr.-Ing.habil. Dr.h.c. Bernhard Heck

Karlsruhe 2008



## Kurzfassung

Werden kinematische optische Messsysteme zur raumzeitlichen Positionsbestimmung eingesetzt, erfordert dieses zwangsläufig eine Synchronisation aller beteiligten Sensoren der Messsysteme. Ist dies jedoch nicht der Fall, führen vorhandene Verzögerungszeiten in einem Messsystem bei jeder kinematischen Messung zu Differenzen in der Raum-Zeit-Position, die je nach Messsystem in ihrer Größenordnung variieren. Um die Auswirkungen einer fehlenden oder mangelhaften Synchronisation innerhalb eines Messsystems zu kompensieren, muss ein Kalibriersystem in der Lage sein, zeitreferenzierte Messungen mit einem Prüfling durchzuführen, um dann vorhandene Verzögerungszeiten nachzuweisen. Stellvertretend für die kinematischen Messsysteme werden in dieser Arbeit der Lasertracker, das Robottachymeter, das iGPS und der LaserTracer vorgestellt und in erster Linie hinsichtlich ihrer kinematischen Aspekte und Anforderungen an ein Kalibriersystem beurteilt.

In dieser Arbeit wird ein zeitreferenziertes 4-D-Kalibriersystem für kinematische optische Messsysteme vorgestellt, das für jedes trackende optische Messsystem geeignet ist. Die Basis dieses Kalibriersystems bildet ein schwenkbarer Dreharm, der durch einen rotativen Direktantrieb bewegt wird. Direktantriebe sind für diesen Einsatz durch ihre kompakte Bauform und gute Gleichlaufeigenschaft sowie hohe Beschleunigung besonders prädestiniert. In seiner jetzigen Konzeption werden mit dem Dreharm Tangentialgeschwindigkeiten bis zu 6 m/s erreicht. Ergänzt wird der Dreharm durch einen weiteren rotativen Direktantrieb, der auf einem frei beweglichen Stativ montiert ist und über eine Aufnahme für einen Prüfling verfügt, so dass dieser eine zusätzliche Drehung erfährt. Diese Kombination aus zwei Drehungen erweitert speziell für polare Messsysteme den Horizontalwinkelprüfbereich. Die beiden Direktantriebe sind in einem echtzeitfähigen Antriebssystem integriert. Die zeitliche Referenzierung erfolgt über eine serielle Schnittstelle oder einen externen Trigger.

Die in dieser Arbeit entwickelte Modellierung zur Bestimmung von Verzögerungszeiten basiert auf der Quaternionen-Algebra. Der Grundgedanke der Modellbildung entspricht der Tatsache, dass jeder zu einem bestimmten Zeitpunkt entstandenen Messgröße eines Prüflings eine eindeutige Position am Dreharm zugeordnet werden kann. Für jedes einzelne Messverfahren der vorgestellten Messsysteme wird ein Modell entwickelt, das als einzige Unbekannte einen Drehwinkel am Dreharm enthält, aus dem bei bekannter Dreharmwinkelgeschwindigkeit eine Verzögerungszeit abgeleitet wird. Ein weiterer Modellansatz behandelt die kombinierte Drehung von Dreharm und zusätzlichem Drehmotor für den Prüfling. Die Messunsicherheit der Verzögerungszeit wird streng modelliert und zeigt die Abhängigkeit von einer jeweils diskreten Position am Dreharm auf.

Anhand von exemplarischen Messungen wird einerseits die hohe Qualität des Kalibriersystems aufgezeigt und andererseits, dass durch die zeitliche Referenzierung und dem entsprechenden Modell jedem einzelnen Messwert einer Messgröße eine Verzögerungszeit mit zugehöriger Messunsicherheit zugeordnet werden kann.

## Abstract

By using kinematic optical measuring systems in spatiotemporal positioning all involved sensors of the measuring systems have to be necessarily synchronized. Otherwise existing delay times in a measuring system will lead to system-dependent differences in the spatiotemporal position. In order to compensate for the effects of a missing or insufficient synchronization within a measuring system, a calibration system must be capable for time-referenced measurements with a test item proving existing delay times. Representing kinematic measuring systems, lasertracker, robot-tacheometer, iGPS and lasertracer are presented and evaluated in regard to kinematic aspects and calibration system requirements.

In this thesis a time-referenced 4D calibration system is developed, that is qualified for kinematic optical measuring systems of any kind. The base of this calibration system is built up by a tilting rotating arm being moved by a rotary direct drive. For this application direct drives are especially predestinated because of their compact design and smooth motion as well as a high final speed. In its present conceptual design the rotating arm achieves tangential velocities till 6 m/s. The rotating arm is supplemented by a further rotary direct drive mounted on a freely movable tripod with an adapter for a test item allowing it to apply an additional rotation. This combination of two rotations extends the horizontal angle test range especially for polar measuring systems. Both direct drives are integrated in a real-time capable drive system. The time-reference is carried out by a serial interface or an external trigger.

The developed modeling for the determination of delay times is based on the theory of quaternions. The fundamental idea of modeling is equivalent to the fact that every measurand of the test item can be attached to an explicit position of the rotation arm. In addition, a model was developed for every measuring method of the presented measuring systems. The model has an angular positioning on the rotating arm as only unknown, from which the delay time is deduced. A further modeling deals with the combined rotation of the rotating arm and the test item's rotary direct drive. The measurement uncertainty of the delay time shows the dependency in respect of a discrete position on the rotating arm.

The test measurements show the high quality of the calibration system and that the time-reference and the adequate modeling can assign a delay time with measurement uncertainty to every single measurement value of a measurand.

# Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen.....	8
1 Einleitung .....	11
2 Begriffe, Voraussetzungen und Randbedingungen .....	13
2.1 Kinematische Messverfahren .....	13
2.2 Zeitliche Referenzierung eines Kalibriersystems mit einem Prüfling.....	14
2.2.1 Zeitliche Referenzierung durch einen externen Trigger .....	16
2.2.2 Zeitliche Referenzierung durch eine serielle Schnittstelle.....	16
2.2.3 Standardbetriebssysteme.....	17
2.3 Prüfung und Kalibrierung .....	17
2.4 Stand der Kalibrierung kinematischer Messsysteme .....	19
2.5 Bereichsabgrenzung .....	20
2.6 Theorie der Quaternionen .....	21
3 Messsysteme.....	26
3.1 Lasertracker.....	26
3.1.1 Aufbau und Funktionsweise .....	26
3.1.2 Kalibrieranforderungen.....	28
3.2 Robottachymeter .....	28
3.2.1 Aufbau und Funktionsweise .....	29
3.2.2 Kalibrieranforderung .....	30
3.3 iGPS .....	30
3.3.1 Aufbau und Funktionsweise .....	31
3.3.2 Kalibrieranforderungen.....	33
3.4 LaserTracer .....	33
3.4.1 Aufbau und Funktionsweise .....	33
3.4.2 Kalibrieranforderungen.....	35
3.5 Zusammenfassung der Kalibrieranforderungen.....	35
4 Modellierung .....	36
4.1 Anforderungen an ein Modell .....	36
4.1.1 Allgemeine Grundlagen der Modellbildung .....	36
4.1.2 Diskrete Positionsbestimmung .....	36
4.2 Linearbewegung versus Rotation .....	37
4.2.1 Linearbahn .....	37

---

4.2.2	Kreisbahn .....	40
4.2.3	Fazit .....	42
4.3	Modellierung eines 3-D-Kreises als Prüftrajektorie.....	43
4.3.1	3-D-Kreisbahnmodell .....	43
4.3.2	3-D-Kreisbahnanalyse .....	46
4.4	Systemübergang vom Dreharmreferenzsystem zum Prüflingssystem .....	47
4.4.1	Quaternionentransformation .....	47
4.4.2	Statische versus kinematische Transformationsbestimmung.....	50
4.5	Verzögerungszeiten.....	50
4.5.1	Zeitreferenzierter Dreharm .....	51
4.5.2	Standpunkt des Prüflings .....	52
4.6	Modellerweiterung durch eine zusätzliche Rotation.....	52
4.6.1	Räumliche Bewegung infolge zweier Rotationen.....	53
4.6.2	Sonderfall: Lineare Bewegung infolge zweier Rotationen .....	56
4.6.3	Trajektorie aus Linearbewegung und Rotation.....	57
4.6.4	Fazit .....	60
5	Modellierung kinematischer Messsysteme.....	61
5.1	Messunsicherheit der Verzögerungszeiten.....	61
5.2	Anwendung Lasertracker, Robottachymeter.....	62
5.2.1	Polares Modell .....	62
5.2.2	Simulationsberechnungen.....	67
5.3	Anwendung iGPS.....	72
5.3.1	3-D-Vorwärtsschnitt-Modell .....	72
5.3.2	Simulationsberechnungen.....	77
5.4	Anwendung LaserTracer.....	81
5.4.1	3-D-Bogenschlag-Modell .....	81
5.4.2	Simulationsberechnungen.....	83
6	Technische Umsetzung des 4-D-Kalibriersystems.....	87
6.1	Konzeption .....	87
6.1.1	Grundsätzliche Anforderungen.....	87
6.1.2	Genauigkeitsanforderungen für die Positionierung des Dreharms .....	88
6.1.3	Genauigkeitsanforderungen an die Drehbewegung des Prüflings .....	89
6.1.4	Anforderungen an die zeitliche Referenzierung .....	91
6.1.5	Zusammenfassung der Anforderungen.....	91

---

6.2	Umsetzung des Kalibriersystems .....	92
6.2.1	Mechanischer Dreharmaufbau .....	92
6.2.2	Mechanischer Stativaufbau für den Prüfling .....	93
6.2.3	Drehmotoren mit Messsystem .....	93
6.2.4	Ansteuerung des Kalibriersystems.....	95
6.2.5	Ablauf eines Kalibriervorgangs .....	96
6.3	Realisierung der Genauigkeitsanforderungen .....	97
6.3.1	Kalibrierung der Direktantriebe.....	97
6.3.2	Messung der Dreharmbiegung.....	100
6.3.3	Zeitliche Referenzierung.....	101
6.3.4	Positionsabweichung, Planlauf und Exzentrizität.....	102
6.3.5	Zusammenfassung der Anforderung und Realisierung.....	104
7	Exemplarische Bestimmung zeitkritischer Kalibrierparameter.....	106
7.1	Lasertracker.....	106
7.1.1	Messkonfiguration .....	106
7.1.2	Ergebnisse.....	107
7.1.3	Fazit .....	112
7.2	Robottachymeter .....	113
7.2.1	Messkonfiguration .....	113
7.2.2	Ergebnisse.....	114
7.2.3	Fazit .....	125
8	Zusammenfassung und Ausblick.....	126
9	Literaturverzeichnis .....	128
10	Anhang .....	132
11	Lebenslauf .....	136

## Verzeichnis der wichtigsten Formelzeichen

$\gamma_i$	Drehwinkel im Prüflingssystem
$\varepsilon_i$	Elevation
$\Theta$	Richtungswinkel
$\xi$	Zenitwinkel
$\hat{\sigma}$	a posteriori Standardabweichung
$\sigma_0$	a priori Standardabweichung
$\varphi_i$	Drehwinkel im Dreharmreferenzsystem
$\omega_D$	Dreharmwinkelgeschwindigkeit
$\omega_P$	Winkelgeschwindigkeit Drehmotor unter dem Prüfling
$\Phi_i$	Azimut
$\Delta \mathbf{x}_i, \Delta \mathbf{X}_i$	Vektor der Schwerpunktskoordinaten
<b>A</b>	Designmatrix
<b>B</b>	Bedingungsmatrix
<b>M</b>	Bedingungsmatrix der Restriktionen
$\mathbf{P}_{D,i}$	Punkt im Dreharmsystem, Vektor
$\mathbf{P}_{F,i}$	Lotfußpunkt, Vektor
$\mathbf{P}_M$	Kreismittelpunkt, Vektor
$\mathbf{P}_{P,i}$	Punkt im Prüflingssystem, Vektor
$\mathbf{P}_{tr}$	Translationsvektor
<b>R</b>	Rotationsmatrix
Q, L, N	Quaternionenmatrizen
$U_{k=2}$	erweiterte Messunsicherheit mit Faktor 2
$X_i, Y_i, Z_i$	Koordinaten im Prüflingskoordinatensystem



---

<b>b</b>	Absolutgliedvektor (GHM-Modell)
<b>b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub></b>	Richtungseinheitsvektoren
<b>d<sub>E</sub></b>	Abstand der Kreisebene vom Koordinatenursprung
<b>d<sub>K</sub></b>	Abstand eines Punktes von der Kreisebene
<b>d<sub>T</sub></b>	tangentialer Abweichungen in der Kreisebene
<b>d<sub>r</sub></b>	radiale Abweichungen in der Kreisebene
<b>n<sub>0</sub></b>	Normaleneinheitsvektor der Kreisebene
<b>p<sub>tr</sub></b>	Translationsquaternion
<b>q<sub>i</sub>, p<sub>i</sub></b>	Quaternion, reine Quaternion
<b>q<sub>R</sub></b>	Rotationsquaternion
<b>r</b>	Dreharmradius
<b>s<sub>i</sub></b>	Strecke
<b>t<sub>i</sub></b>	relative Zeit
<b>u</b>	Vektor der Unbekannten
<b>u<sub>c</sub></b>	kombinierte Standardunsicherheit
<b>u<sub>i</sub></b>	Standardunsicherheit
<b>v</b>	Geschwindigkeit
<b>v</b>	Verbesserungsvektor
<b>w</b>	Widerspruchsvektor
<b>x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>, z<sub>i</sub></b>	Koordinaten im Dreharmkoordinatensystem



# 1 Einleitung

Kinematische Messsysteme haben sich in den letzten Jahren rasant weiterentwickelt. Der bis heute bevorzugte Einsatz ist die Baumaschinensteuerung und die Automatisierung von Bauprozessen (Stempfhuber, 2007). Die Tendenz weist aber auch in den Bereich des Maschinenbaus, in dem immer mehr Echtzeitkalibrierung gefordert wird (Hennes, 2007b). Werden raumzeitliche Positionen bestimmt, müssen zwangsläufig alle beteiligten Sensoren eines Messsystems synchronisiert sein, damit ein einheitlicher Bezugspunkt entsteht. Es ist bekannt, dass in einigen Multisensorsystemen eine Synchronisation nicht verwirklicht werden kann. In bisherigen Arbeiten wurden bereits Latenzzeiten bei Robottachymetern aufgezeigt, wobei der Begriff der *Latenzzeit* oft nicht einheitlich verwendet wird. Solche Latenzzeitbestimmungen wurden bisher meist aus geometrischen Sollfiguren – wie dem Kreis eines Dreharms – abgeleitet oder auf eine lineare Bewegung reduziert. Eine echte zeitliche Referenzierung sowie die Diskretisierung der Trajektorien wurden bisher nicht verwirklicht. Um ein Messsystem bezüglich seines kinematischen Verhaltens zu beurteilen und mögliche Kalibrierfunktionen zu entwickeln ist eine eindeutige Referenz nötig, die in der vorliegenden Arbeit der Zeitpunkt der Messanfrage bildet, da dieser Zeitpunkt derjenige ist, zu dem ein Messergebnis erwartet wird. Die zeitlichen Differenzen, die zum Messzeitpunkt jeder einzelnen Messgröße entstehen, werden allgemein als *Verzögerungszeiten* bezeichnet, um hier einen eindeutigen Bezug zu schaffen. Anhand solcher Verzögerungszeiten kann festgestellt werden, ob ein entstandener Messwert sich auf einen Zeitpunkt vor oder nach der eigentlichen Messanfrage bezieht. Bei kinematischen Messungen ist weiterhin jeder einzelne Messpunkt von Interesse, um auf diese Weise beispielsweise einen Zusammenhang zwischen der Verfolgungsgeschwindigkeit eines Messsystems und einer vorhandenen Verzögerungszeit aufzudecken. Aus diesen Überlegungen bzw. Zusammenhängen heraus entstand das Ziel, ein zeitreferenziertes 4-D-Kalibriersystem zu entwickeln, das nicht nur für Robottachymeter, sondern allgemein für optisch kinematische Messsysteme geeignet ist. Dabei stehen auf der einen Seite die Anforderungen und die Entwicklung eines solchen Kalibriersystems und auf der anderen Seite muss eine geeignete Modellierung gefunden werden, um die Verzögerungszeiten der einzelnen Messgrößen, inklusive ihrer Messunsicherheiten, für jeden einzelnen Messpunkt zu bestimmen.

In Kapitel 2 werden die kinematischen Messverfahren sowie der Stand der kinematischen Kalibriersysteme beleuchtet. Weiterhin werden die Begriffe *Prüfen* und *Kalibrierung* definiert und es wird auf die *Messunsicherheit*, die eng mit dem Begriff der *Kalibrierung* verknüpft ist, eingegangen. Einen wichtigen Abschnitt bildet die zeitliche Referenzierung des Kalibriersystems mit einem Prüfling. Es werden zwei Möglichkeiten – Trigger und serielle Schnittstelle – vorgestellt und die Bedeutung der Echtzeit dargelegt. Am Ende des Kapitels wird auf die Theorie der Quaternionen eingegangen, auf der die Modellbildung in dieser Arbeit basiert.

Der Aufbau und die Funktionsweise des Lasertrackers, des Robottachymeters, des LaserTracer sowie iGPS werden in Kapitel 3 erklärt, wobei der Fokus auf den kinematischen Einsatz gerichtet ist. Abschließend werden zu jedem System die Kalibrieranforderungen aufgezeigt.

Kapitel 4 stellt die Grundlagen für die Modellierung bereit. Es wird eine Linearbewegung gegenüber der Rotation eines Dreharms betrachtet, sowie die Modellierung eines 3-D-Kreises als Prüftrajektorie, ein Systemübergang auf der Basis der Quaternion-Algebra und explizit die Bestimmung von Verzögerungszeiten vorgestellt. Speziell für den Richtungswinkel polarer Messsysteme wurde das Kalibriersystem um eine erzwungene Drehbewegung des Prüflings erweitert, so dass eine resultierende Trajektorie aus zwei Drehbewegungen entsteht. Diese erzwungene Rotation des Prüflings kann ebenso mit einer Linearbahn kombiniert werden, wodurch das Spektrum an möglichen Trajektorien erweitert werden kann.

Für jedes Messverfahren der beschriebenen Messsysteme wird in Kapitel 5 ein Modell entwickelt, das als einzige Unbekannte die Verzögerungszeit enthält, wobei diese sich aus einer bekannten Dreharmwinkelgeschwindigkeit und dem Drehwinkel selbst zusammensetzt. Hierbei wird der Vorteil der Quaternionen gegenüber den Euler-Winkeln sehr deutlich, da beispielsweise eine Interpolation einer räumlichen Position bei der Euler Rotation – Rotation um die drei Koordinatenachsen – nicht möglich ist, während dies für eine Quaternionen-Rotation kein Problem darstellt. Der Modellentwicklung vorangestellt ist ein Ansatz zur Bestimmung der Messunsicherheit der jeweiligen ermittelten Verzögerungszeit. Für jedes

Modell werden Simulationsberechnungen durchgeführt, die sowohl die Funktionstüchtigkeit des Modells als auch die erreichbare Messunsicherheit der diskreten Messpositionen darlegt.

In Kapitel 6 wird die technische Umsetzung des 4-D-Kalibriersystems aufgezeigt. Dieses Kapitel gliedert sich in drei Abschnitte. Zuerst werden die Anforderungen an das Kalibriersystem vorgestellt. Anschließend werden der mechanische Aufbau sowie die Ansteuerung und der Kalibriervorgang selbst erläutert. Der letzte Abschnitt bezieht sich dann auf die Realisierung der Genauigkeitsanforderungen und endet mit einem Vergleich zwischen Anforderung und Realisierung.

Anhand von exemplarischen Messungen mit einem Lasertracker und Robottachymeter werden in Kapitel 7 die ermittelten Verzögerungszeiten inklusive der Messunsicherheiten vorgestellt. Diese Messungen verdeutlichen sowohl die hohe Qualität des Kalibriersystems als auch die erfolgreiche Modellierung. Den Abschluss der Arbeit bildet Kapitel 8 mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick auf potenzielle Verbesserungen bzw. Erweiterungen des 4-D-Kalibriersystems.

## 2 Begriffe, Voraussetzungen und Randbedingungen

In diesem Kapitel sollen einige grundlegende Begriffe und Verfahrensweisen aus dem Bereich der Messtechnik erläutert und ein kurzer Überblick über den aktuellen Stand der kinematischen Kalibriersysteme gegeben werden. Eine kurze Einführung zur Theorie der Quaternionen erfolgt am Ende des Kapitels.

### 2.1 Kinematische Messverfahren

Unter *Kinematik* versteht man die Lehre vom geometrischen und zeitlichen Ablauf von Bewegungen ohne Berücksichtigung von Ursachen und Wirkungen. Die Kinematik basiert auf den Größen *Weg*, *Geschwindigkeit* und *Beschleunigung* in Abhängigkeit von der *Zeit*. Werden die Bewegungen von Massen und die Wechselwirkungen von Kräften untersucht, so handelt es sich hierbei um den Bereich der *Kinetik*. Wird die Kinetik um die *Statik*, also die Lehre vom Gleichgewicht ruhender Körper erweitert, umfasst dies die *Dynamik* (Dankert und Dankert 2006). Ein Bewegungsvorgang lässt sich stets vollständig beschreiben, wenn die Weg-Zeit-Funktion bekannt ist. Eine Bahnkurve oder Trajektorie stellt die zeitliche Abfolge von kontinuierlichen oder diskreten Positionen eines sich bewegenden Objektes dar.

Mittels kinematischer Messverfahren werden folglich Bewegungsabläufe erfasst, die die Einbeziehung der Zeitkomponente aufgrund der Bewegung des Objektes erforderlich machen. Die dazu eingesetzten Messsysteme bestehen in der Regel aus mehreren Sensoren zur Erfassung der geometrischen Größen und sind in der Lage, ein Ziel optisch zu verfolgen. Um das Bewegungsverhalten von Objektpunkten zu beschreiben, werden kinematische (Ursachen bleiben unberücksichtigt) und je nach Bedarf dynamische (Ursachen werden berücksichtigt) Modellbildungen zugrunde gelegt, wie sie z. B. in Welsch et al. (2000) oder Kuhlmann (2004) vorgestellt werden. Der Begriff *dynamisch* bezieht sich dabei auf den funktionalen Zusammenhang zwischen Ursache und Bewegung. Im Bereich der Messtechnik ist der Begriff *dynamisch* stets in Zusammenhang mit der Trägheit eines Messsystems zu sehen, da das Ausgangssignal des Systems dem Eingangssignal nicht in einer beliebig kurzen Zeit folgen kann, wodurch ein so genannter *dynamischer Fehler* entsteht (Hoffmann 2007). In der Regelungstechnik beschreiben solche dynamischen Modelle die zeitliche Entwicklung von Prozessgrößen (Tröster 2005).

Die Auswertemethoden müssen entsprechend der Modellbildung sowohl in Hinblick auf die Echtzeitfähigkeit oder post-processing-Auswertung, als auch durch Einbeziehung des Zeitparameters angeglichen werden. Zu den echtzeitfähigen Auswertemethoden zählt das Kalman-Filter, während Regression und Kollokation aufgrund ihres Auswerteansatzes als nicht echtzeitfähig eingestuft werden müssen. Die genannten Methoden werden u. a. in Kuhlmann (2004) beschrieben.

Zum breit gefächerten Einsatzgebiet für kinematische Messsysteme gehört der Bereich der Baumaschinensteuerung. In Stempfhuber (2007) werden die Herausforderungen der 3-D-Baumaschinensteuerung aufgezeigt. Schwieger und Beetz (2007) behandeln die Optimierung von Regelalgorithmen zur Baumaschinensteuerung, wobei Informationen aus einer Solltrajektorie zur Vorsteuerung und eine Echtzeitfilterung verwendet werden, um die Synchronisationsprobleme der Robottachymeter zu minimieren und eine bessere Regelgüte zu erreichen.

Gläser (2007) befasst sich mit dem Entwurf eines modularen Systems zur Automatisierung von Bauprozessen. Ein Ziel seiner Arbeit war es, die Integration eines Robottachymeters als 3-D-Positionssensor in die Regelkreise des Automatisierungssystems zu optimieren, um Führungsqualität auch bei höheren Bewegungsgeschwindigkeiten zu gewährleisten.

Weitere Arbeiten im Bereich der kinematischen Messmethoden sind in der Schriftenreihe 45/2004 des DVW (Gesellschaft für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement) zusammengefasst. Auffallend dabei ist, dass die Schwerpunkte dieser Arbeiten hauptsächlich im Bereich der Modellierung liegen und das Gebiet der Kalibrierung kinematischer Messsysteme kaum behandelt wird (siehe auch Kapitel 2.4).

Zur Bestimmung von 3-D-Koordinaten eines bewegten Objekts sollten alle mitwirkenden Sensoren synchronisiert sein und zeitgleich ausgelesen werden. Zusätzlich müssen die Ansprech- und Messzeiten ausreichend kurz gehalten werden, um hohe Verfolgungsgeschwindigkeiten zu realisieren. Wird der 3-D-Koordinate die 4. Komponente *Zeit* zugeordnet, entsteht eine 4-D-Koordinate bzw. eine raumzeitliche Position. Der Begriff der *Zeit* wird in dieser Arbeit als eine relative Zeit bzw. ein Zeitintervall verstanden. Die Messunsicherheit (siehe Kapitel 2.3) einer 4-D-Koordinate ist somit nicht nur aufgrund von Synchronisationsproblemen und Messunsicherheiten der einzelnen Subsysteme limitiert, sondern auch aufgrund der Messunsicherheit in der Zeitbestimmung bzw. zeitlichen Zuordnung.

Für kinematisch durchgeführte Messungen sind Messrate, Bewegungsgeschwindigkeit, Zeiterfassung sowie Objektgeschwindigkeit die qualitätsbestimmenden Faktoren. Die Messrate als maximal mögliche Anzahl von Messungen pro Sekunde ist aufgrund der technischen Kapazitäten eines Messsystems vorgegeben. Die Verfolgungsgeschwindigkeit eines Messsystems hängt von der Geschwindigkeit des zu verfolgenden Objektes sowie von der Entfernung zwischen Messsystem und Objekt ab. Dabei wird die mögliche Objektgeschwindigkeit durch die maximal mögliche Verfolgungsgeschwindigkeit eines Messsystems limitiert. Wie genau eine Trajektorie erfasst werden kann, hängt einerseits von der Messrate und Objektgeschwindigkeit ab und andererseits davon, wie gut eine zeitgleiche Erfassung möglich ist. Beispielsweise ermöglicht eine niedrige Messrate in Verbindung mit einer hohen Objektgeschwindigkeit nur eine grobe Erfassung der Trajektorie.

Die raumzeitliche Positionsbestimmung erfordert zwangsläufig eine Synchronisation aller beteiligten Sensoren. In Gläser und Schollmeyer (2004) werden dazu zwei in der Praxis etablierte Verfahren zur Synchronisation im Zusammenhang mit Multisensorsystemen vorgestellt. Eines der beiden Verfahren bedient sich dabei eines zentral erzeugten Triggers, der die Generierung der Messwerte auslöst. Alternativ dazu lässt sich der Erfassungszeitpunkt auch über sensorspezifische Module unter Zuhilfenahme eines modulübergreifenden Zeitmessers registrieren.

Die für die statischen Messsysteme bekannten Genauigkeitsangaben lassen sich für kinematische Messsysteme oft nicht mehr pauschal angeben, denn sie hängen nicht nur vom Messsystem selbst ab, sondern sind auch im Zusammenhang mit der Messaufgabe und der Objektgeschwindigkeit zu sehen. Darüber hinaus lassen sich die herkömmlichen Messstrategien infolge der technischen Entwicklungen nicht mehr anwenden. Beispielsweise muss beim Einsatz von Robottachymetern auf die klassische Zwei-Lagen-Messung verzichtet werden, oder es kann wegen nicht vorhandener Redundanz in den Messwerten keine Ausgleichung durchgeführt werden.

## 2.2 Zeitliche Referenzierung eines Kalibriersystems mit einem Prüfling

Im Idealfall würde ein kinematischer Messvorgang einem sich bewegenden Objekt eine exakte raumzeitliche Position zuweisen können. Realistischerweise ergeben sich jedoch bei jeder kinematischen Messung Differenzen zu der gemessenen Raum-Zeit-Position, die je nach Messsystem in ihrer Größenordnung variieren. Die Aufgabe eines zeitreferenzierten Kalibriersystems ist es daher, diese Differenzen, verursacht durch Latenzzeiten und Totzeiten, aufzudecken und ihre Größe zu benennen. Eine *zeitliche Referenzierung* bedeutet dabei die Vorgabe einer Zeit-Achse, auf der bestimmte Vorgänge zu gleichen Zeitpunkten registriert werden, während eine *zeitliche Synchronisation* das Herstellen eines Gleichlaufs zwischen zwei Bewegungsvorgängen oder Mess- und Bewegungsvorgang charakterisiert. Da in beiden Fällen die Komponente *Zeit* eine große Rolle spielt, führt dies unweigerlich auf den Einsatz von Echtzeitsystemen.

Während es bei Nicht-Echtzeitsystemen auf eine logische Korrektheit ankommt, wird von Echtzeitsystemen zusätzlich die zeitliche Korrektheit gefordert. Wörn und Bringschulte (2005) liefern eine allgemeingültige Aussage für alle Echtzeitsysteme: "Das Ergebnis von Echtzeit-Datenverarbeitung ist nur dann korrekt, wenn es logisch und zeitlich korrekt ist."

Je nach erforderlicher Qualität der Zeitmessungen erfolgt die Einteilung in *harte*, *feste* und *weiche Echtzeitsysteme*. Nach Wörn und Bringschulte (2005) müssen bei einer *harten Echtzeit* die Zeitbedingungen auf jeden Fall eingehalten werden und ein Überschreiten der Zeitschranke ist nicht tolerierbar, da sonst ein

Schaden droht. Bei einer *festen Echtzeit* wird die durchgeführte Aktion nach Überschreiten der Zeitbedingung wertlos und kann folglich abgebrochen werden, wodurch kein unmittelbarer Schaden droht. Die *weiche Echtzeitbedingung* ist nach Wörn und Bringschulte (2005) als Richtlinie anzusehen, die in gewissem Rahmen überschritten werden darf. Als Grundlage eines zeitreferenzierten Kalibriersystems kann nur die Kategorie *hart* Verwendung finden, da in dieser Kategorie die Genauigkeitstoleranzen der Zeitbestimmung am niedrigsten sind.

Zusätzlich zur zeitlichen Korrektheit werden an ein Echtzeitsystem weitere Anforderungen gestellt: Die Rechtzeitigkeit, die Gleichzeitigkeit und die Verfügbarkeit (Wörn und Bringschulte 2005). Dabei bedeutet Rechtzeitigkeit, dass die Aus- und Eingabedaten rechtzeitig zur Verfügung stehen bzw. abgeholt werden müssen, womit die Angabe eines genauen Zeitpunktes verbunden ist. Werden mehrere Aktionen gleichzeitig ausgeführt, bezieht sich die Anforderung der Gleichzeitigkeit darauf, dass die Rechtzeitigkeit für mehrere Aktionen zum gleichen Zeitpunkt gewährleistet sein muss. Die Forderung nach Verfügbarkeit beinhaltet die unterbrechungsfreie Betriebsbereitschaft eines Echtzeitsystems, um Fehler bei der Zeitnahme zu verhindern (Wörn und Bringschulte 2005). Wird für ein System Echtzeit garantiert, muss es sich zeitlich deterministisch verhalten, auch wenn es mit voller Auslastung betrieben wird. Unter zeitlichem Determinismus ist die Berechenbarkeit des Zeitverhaltens eines Systems zu verstehen (Mächtel 2000).

Um das Zeitverhalten der Messgröße eines Messsystems zu analysieren, bedarf es der Festlegung und Definition von Zeitparametern, mit deren Hilfe die Messgrößen eines Messsystems bezüglich ihres Zeitverhaltens modelliert werden können. Aus dem Bereich der Steuerungs- und Regelungstechnik stammt der Begriff des *Totzeit-Verhalten* eines Systems: Eine gemessene Eingangsgröße tritt um die Totzeit verspätet am Ausgang auf (Tröster 2005). Im VIM (1984) wird ein "Wertebereich, innerhalb dessen eine Eingangsgröße geändert werden kann, ohne dass dies eine Änderung der Ausgangsgröße eines Messgerätes bewirkt, als Totzone" bezeichnet und bezieht sich damit im Unterschied zur Totzeit auf ein Intervall der Messgröße, aber nicht der Zeit. Im Zusammenhang mit Multisensorsystemen setzt sich die Totzeit eines Messkanals nach Gläser und Schollmeyer (2004) als Summe unbekannter Zeitintervalle, wie etwa die Dauer des Verbindungsaufbaus oder die Messwerterzeugung im Sensor, zusammen.

Im Gegensatz zu den Totzeiten treten *Latenzzeiten* immer dann auf, wenn ein Messsystem aus verschiedenen Subsystemen besteht, die einzelne Messwerte zu unterschiedlichen Zeitpunkten erzeugen, wie z. B. der zeitliche Versatz zwischen Winkel- und Streckenmessung bei einem Robottachymeter. Auch der Begriff der *Latenzzeit* wird unterschiedlich verwendet. In Echtzeitanwendungen stellt die Latenzzeit nach Wörn und Bringschulte (2005) die Zeit zwischen Beginn des Versands und Ende des Empfangs einer Nachricht dar. Gläser (2007) versteht unter der Latenzzeit im Rahmen von Multisensorsystemen den Zeitraum zwischen den Informationsbereitstellungen der verschiedenen Subsysteme in einem Gesamtsystem. Stempfhuber (2004) definiert die Latenzzeit als die Verzögerung vom Zeitpunkt der tatsächlichen Messung bis zur Verfügbarkeit während der Echtzeitmessung.

Im Zusammenhang mit einem Kalibriersystem bzw. einer Kalibrierung ist die Verwendung der Latenzzeit zu überdenken. Anhand einer Latenzzeit allein kann nicht festgestellt werden, wann ein Messwert in Bezug zur Messanfrage entstanden ist. Ebenso lässt sich keine Aussage darüber treffen, ob der Messwert tatsächlich gemessen wurde, oder ob es sich um einen bereits gespeicherten bzw. durch Mittelung entstandenen Wert handelt. Folglich ist es sinnvoller, allgemeine Verzögerungszeiten als Zeitdifferenz zwischen einem Bezugszeitpunkt und dem Entstehungszeitpunkt der jeweiligen Messwerte zu bestimmen (vgl. Kapitel 4.5). Danach können bei Bedarf und soweit es per Definition möglich ist, diese Verzögerungszeiten als Totzeiten oder Latenzzeiten eingeordnet werden. Mit einem zeitreferenzierten Kalibriersystem lassen sich die Zeitpunkte der messungsauslösenden Anfrage und der entsprechenden Antwort exakt bestimmen und bieten sich somit als Bezugszeitpunkte an. In den folgenden Kapiteln werden für die zeitliche Referenzierung zwei Verfahren vorgestellt, die je nach Art des Messsystems eingesetzt werden.

Ein weiterer häufig verwendeter Begriff im Zusammenhang mit kinematischen Messungen ist der des *Zeitstempels*. Ein Zeitstempel ordnet dabei ganz allgemein einem Ereignis einen Zeitpunkt zu. Maßgebend ist hierbei mit welcher Auflösung und Genauigkeit ein Zeitstempel zur Verfügung steht. Beispielsweise verfügt der Controller des Leica Lasertrackers über einen Zeitstempel mit einer Auflösung von 1  $\mu$ s (vgl. Kapitel 3.1.1), während ein Robottachymeter meist nur über einen Zeitstempel mit einer Auflösung von 1 ms bis zu 1 s verfügt. Zeitstempel sind im Zusammenhang mit einer Synchronisation von Bedeutung, wenn

diese über verschiedene Zeiterfassungen erfolgt und unterschiedliche Driften berücksichtigt werden müssen. Im Zusammenhang mit einer zeitlichen Referenzierung werden keine Zeitstempel benötigt und folglich müssen weder verschiedene Zeitsysteme noch Driften berücksichtigt werden. Sind Verzögerungszeiten eines Messsystems ermittelt besteht die Möglichkeit diese an den Zeitstempel entsprechend anzubringen, wobei das dem Zeitstempel zugeordnete Ereignis bekannt sein muss.

### 2.2.1 Zeitliche Referenzierung durch einen externen Trigger

Verfügt ein Messsystem über einen externen Triggereingang, so kann zur zeitlichen Referenzierung ein extern erzeugtes Triggersignal zum Einsatz kommen. Das Triggersignal wird üblicherweise mit Hilfe eines Funktionsgenerators realisiert, indem die steigende oder fallende Flanke eines Rechtecksignals als Trigger (Auslöser) verwendet wird. Maßgeblich für die Qualität der Referenzierung ist zum einen die Steilheit der Flanke und zum anderen die Eingangsgatterlaufzeit sowohl des Mess- als auch des Kalibriersystems. Bild 2-1 zeigt eine TTL-Schaltung (Transistor-Transistor-Logik) für eine steigende Flanke mit einer Steilheit von  $1 \mu\text{s}$ . Innerhalb des High-Pegel-Bereiches erkennt sowohl das Messsystem als auch das Kalibriersystem den Trigger, jedoch nicht zwangsläufig an derselben Stelle (Bild 2-1, 1 und 2). Eine zeitliche Verschiebung erfolgt durch die jeweiligen Eingangsgatterlaufzeiten der getriggerten Systeme (Bild 2-1, 3 und 4). Die Zeitdifferenz  $\Delta t$  (Bild 2-1) in der Referenzierung setzt sich aus der Differenz zwischen den um die Eingangsgatterlaufzeit verschobenen Triggerzeitpunkten (Bild 2-1, 4 - 3) des Mess- und Kalibriersystems zusammen. Dabei ist die Eingangsgatterlaufzeit eines Messsystems nur sehr selten bekannt und damit der größte Unsicherheitsfaktor für die Referenzierung. Die Taktrate des Triggersignals muss so gewählt werden, dass alle Abläufe des Mess- und Kalibriersystems innerhalb eines Taktes abgeschlossen werden können.

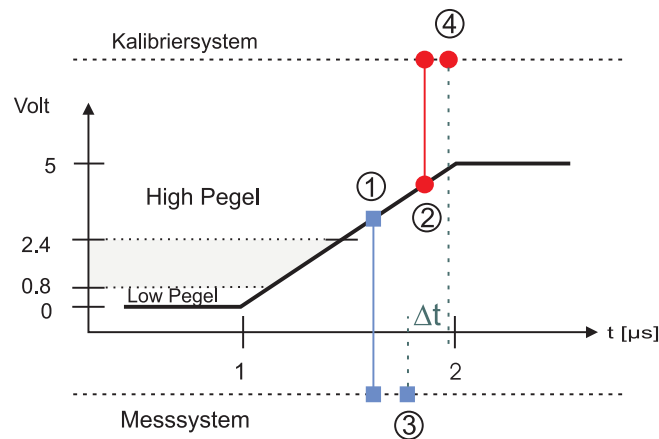


Bild 2-1: steigende Flanke eines Triggersignals mit Mess- (blau) und Kalibriersystem (rot)

### 2.2.2 Zeitliche Referenzierung durch eine serielle Schnittstelle

Besteht keine Möglichkeit, das Messsystem über einen externen Trigger anzusprechen, erfolgt die zeitliche Referenzierung von Mess- und Kalibriersystem über eine serielle Schnittstelle. Dabei wird jeweils die fallende Flanke des Startbits der Datenzeile einer messungsauslösenden Anfrage und der Antwort des Messsystems verwendet. Bei einer angenommenen Datenübertragungsrate von 19200 Baud liegt die Zeitspanne zwischen zwei fallenden Flanken bei  $103 \mu\text{s}$ , was bedeutet, dass die fallende Flanke des Startbits innerhalb dieser Zeit erkannt werden muss (Bild 2-2). Dem jeweiligen Startbit wird im Kalibriersystem eine Position mit zeitlicher Lokalisierung zugeordnet, wodurch zwei raumzeitliche Positionen entstehen,



innerhalb derer eine Messung stattgefunden hat bzw. die Messergebnisse vom Messsystem bereitgestellt wurden.

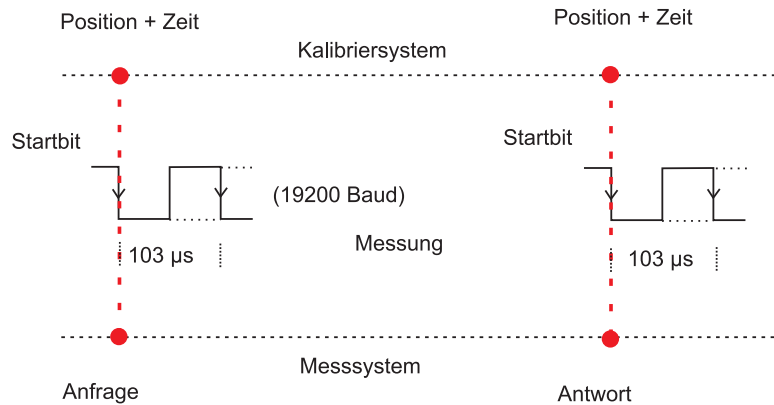


Bild 2-2: Synchronisation auf die fallende Flanke des Startbits der Datenübertragung

### 2.2.3 Standardbetriebssysteme

Für den Einsatz von Betriebssystemen im Zusammenhang mit der zeitlichen Referenzierung muss zuvor geklärt werden, inwieweit ein PC mit seinem Standardbetriebssystem den technischen Erfordernissen genügt. Jeder PC besitzt einen Systemtimer PIT (Programmable Interval Timer), der für die Aktualisierung der Systemuhr sorgt. Der am meisten verwendete PIT 8254 Chip mit einem 16-Bit breiten Zähler wird mit einem Takt von 1.193180 MHz betrieben, also rund  $0.8 \mu\text{s}$ . Bei jedem Überlauf erzeugt er den Timer-Interrupt (IRQ), wodurch alle 55 ms die Systemuhr aktualisiert wird. Bei einer Zeitmessung würde das einer Auflösung von 55 ms entsprechen. Eine feinere Auflösung lässt sich durch die Verkürzung des Aktualisierungsintervalls der Systemuhr erreichen. Unter reinem DOS lässt sich diese Verkürzung mit einem Eingriff in die Systemregister bewerkstelligen, ist aber bei den heute eingesetzten Programmen für Steuerungen, Datenverwaltung etc. nicht mehr praktikabel. Bei PCs mit modernen Betriebssystemen wie Windows NT, 2000, XP oder Vista lassen sich diese Register zwar manipulieren, so dass theoretisch eine Auflösung von 1 ms erzielt werden könnte, aber aufgrund der Performance der Betriebssysteme tatsächlich nur 2 - 10 ms erreicht werden (Microsoft 2002). Zusätzlich sind solche Betriebssysteme nicht deterministisch und somit für eine zeitliche Referenzierung, wie sie oben aufgezeigt wurde, ungeeignet.

## 2.3 Prüfung und Kalibrierung

Die Nomenklatur der Messtechnik ist in etlichen Normen (z.B. DIN 1319 Reihe) erläutert und in verschiedenen Publikationen teilweise vereinfacht dargestellt. Allgemeine Übersichten sind z. B. in Dutschke und Keferstein (2005), Staiger (2001) und Heister (2000) zu finden.

Ist von *Prüfen* die Rede, so wird mittels eines geeigneten Prüfverfahrens festgestellt, ob ein Prüfgegenstand die festgelegten Anforderungen erfüllt, beispielsweise die Herstellerangaben eines Messgerätes. Bei einer *Kalibrierung* wird der Zusammenhang zwischen gemessenem Wert und richtigem Wert einer Messgröße unter bekannten Bedingungen ermittelt. Aus dem Ergebnis können Kalibrierwerte oder Kalibrierfunktionen abgeleitet werden. Eine *rückführbare Kalibrierung* ist eine Kalibrierung, bei der der richtige Wert durch ein Normal angegeben wird. Das VIM (1984) definiert die Rückführbarkeit als die "Eigenschaft eines Messergebnisses, durch eine ununterbrochene Kette von Vergleichsmessungen auf geeignete Normale, im allgemeinen internationale oder nationale Normale, bezogen zu sein." Eine *rückgeführte Kalibrierung* sichert

somit die Vergleichbarkeit von Messwerten. Für die Entwicklung eines Kalibriersystems ist es daher unabdingbar, dem Anspruch der Rückführbarkeit Rechnung zu tragen.

Prüfen und Kalibrieren sind schon lange feste Bestandteile der geodätischen Messtechnik und daher scheint sich ein Umbruch hin zu aktuelleren bzw. dem technischen Standard angepassten Kalibrieremethoden und Genauigkeitsangaben nur langsam zu entwickeln und von den Anwendern angenommen zu werden. Folglich kam erst vor einigen Jahren die Diskussion über die Komponenten- oder Systemkalibrierung auf. Dabei wird vorausgesetzt, dass eine Komponente oder das System überhaupt kalibrierbar ist und dass eine Abweichung vom Soll-Verhalten zumindest in systematischer Weise auftritt und somit reproduzierbar ist (Hennes und Ingensand 2000). Während Hennes und Ingensand (2000) empfehlen, die Vor- und Nachteile der Komponenten- bzw. Systemkalibrierung im Einzelfall gegeneinander abzuwägen, plädieren Brunner und Woschitz (2001) dafür, dass nur eine Systemkalibrierung sinnvoll sei. Ohne in diese Diskussion einzusteigen, bleibt doch festzuhalten, dass die heutige schnell fortschreitende Entwicklung der Messsysteme und die teilweise sehr dürftigen Informationen seitens der Hersteller ein Messsystem immer mehr zur "black box" werden lassen. Es müssen daher Kalibriersysteme und -verfahren entwickelt bzw. angewendet werden, die sich dieser Weiterentwicklung anpassen. Dabei ist nicht nur der statische Aspekt, sondern auch der immer stärker anwachsende kinematische Bereich mit der zusätzlichen Messkomponente *Zeit* zu berücksichtigen.

Eng verknüpft mit dem Begriff *Kalibrierung* ist der Begriff der *Messunsicherheit*. Weise und Wöger (1999) definieren die Messunsicherheit wie folgt: "Die (Mess-)Unsicherheit einer Messgröße ist ein Parameter, der dem Messergebnis beigeordnet ist und der die Streuung derjenigen Schätzwerte kennzeichnet, die der Messgröße auf der Basis vorliegender Information vernünftigerweise zugewiesen werden können." Um eine vollständige Information über das Zustandekommen der Unsicherheitsangaben zu erhalten und eine internationale Vergleichbarkeit von Messergebnissen sowie eine gegenseitige Anerkennung von Messergebnissen zu erreichen, wurde 1993 der *Guide of the expression of Uncertainty in Measurement* (kurz: GUM) eingeführt, der seit 1999 in der deutschen Fassung ENV 13005 als *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen* (DIN 1999) vorliegt.

Zur Bestimmung von Messunsicherheiten ist nicht nur das mathematische Modell für die Messung aufzustellen, sondern es gilt, alle Komponenten zu berücksichtigen, die geeignet sind, das Messergebnis zu beeinflussen. Für die quantitative Ermittlung von Messunsicherheiten unterscheidet der GUM die beiden Kategorien *Typ A* und *Typ B*. Die Ermittlungsmethoden zu *Typ A* sind die statistischen Berechnungsmethoden zur empirischen Standardabweichung, die als Standardunsicherheit vom *Typ A* bezeichnet wird. Die Messunsicherheiten nach *Typ B* werden nicht statistisch ermittelt, sondern es werden Näherungen für diese Werte aus allen verfügbaren Informationen bestimmt. Hierzu zählen beispielsweise Herstellerangaben, Daten aus Kalibrierscheinen oder früheren Messungen, aber auch Erfahrungen oder allgemeine Kenntnisse über Verhalten und Eigenschaften der Messgeräte oder Materialien können berücksichtigt werden. Bei der Bestimmung der Messunsicherheit nach *Typ B* wird in den meisten Fällen eine obere und untere Grenze für die Eingangsgröße festgelegt und zur Ermittlung der Messunsicherheiten verschiedene Verteilungen angenommen. Sind die Messunsicherheiten der einzelnen Eingangsgrößen nach *Typ A* und *Typ B* ermittelt, lassen sie sich zu einer kombinierten Standardmessunsicherheit zusammenfassen, die sich als positive Quadratwurzel aus der Summe der einzelnen Varianzen ergibt, unter der Voraussetzung, dass keine Korrelationen zwischen den einzelnen Komponenten bestehen. Der unterschiedliche Einfluss der Messunsicherheiten auf den zu ermittelnden Wert der Messgröße wird durch den Sensitivitätskoeffizienten, der den partiellen Ableitungen des Modells nach den Einflussparametern entspricht, berücksichtigt. Das Messergebnis wird zusammen mit der positiven Messunsicherheit als Maß einer Streuung angegeben. Wird eine höhere Sicherheitswahrscheinlichkeit gefordert, führt die Multiplikation mit einem Erweiterungsfaktor zur erweiterten Messunsicherheit. Je größer der Faktor gewählt wird, umso größer ist die Überdeckungswahrscheinlichkeit, wobei dieser in der Regel zu  $k = 2$  gesetzt wird, was bei großem Stichprobenumfang einem Signifikanzniveau von 95 % entspricht. Die erweiterte Messunsicherheit wird immer als Intervall ( $\pm$ ) angegeben. Die Grundlagen des GUM mit Beispielen sind u. a. in Pesch (2003) zusammengefasst.

Während in den meisten Nachbardisziplinen der Begriff der Messunsicherheit fest eingeführt wurde (siehe Schaller 1999), ist im Bereich der Geodäsie die Anwendung und Akzeptanz des GUM recht zögerlich. Auf

diesen Umstand weist Heister (2005a) hin und überträgt die grundlegenden Aspekte des GUM auf die geodätische Messpraxis (Heister 2005b). In Krickel (2004) werden die Leistungskriterien von Robottachymetern auf der Grundlage des GUM beurteilt, wobei der rein kinematische Aspekt unberücksichtigt bleibt. Eine Übersicht zur Interpretation von Genauigkeitsmaßen gibt Schwarz (2004). Hennes (2007a) veranschaulicht die Bedeutung und Nützlichkeit unterschiedlicher Genauigkeitsangaben aus der Sicht des Anwenders. Auch die kritische Auseinandersetzung mit dem GUM bleibt nicht aus; so analysieren Kutterer und Schön (2004) die Vorgehensweise des GUM und behandeln alternative bzw. teilweise ergänzende Methoden.

Gerade im Bereich der kinematischen Messungen versagen die statistischen Aussagen, die auf dem Prinzip der häufigen Wiederholung basieren. Die Stationarität als Eigenschaft stochastischer Prozesse ist bei kinematischen Messungen nicht mehr erfüllt. Folglich können Wiederholungsmessungen nicht zur Erhöhung der Redundanz beitragen, um auf diese Weise Positionsunsicherheiten zu minimieren. Unter der Annahme, dass eine Messgröße fest ist und nur der Messwert, der der Messgröße zugeordnet ist, streut, lautet die von Weise (2007) aufgeworfene metrologische Fragestellung: "Liegt die Messgröße mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit im durch a und b begrenzten Intervall, welches wir Messunsicherheit nennen?" Wird vorhandenes Wissen über den Messprozess a priori eingebracht, verhilft die Vorgehensweise des GUM zu einer nachvollziehbaren Aussage über die erreichte Messunsicherheit.

## 2.4 Stand der Kalibrierung kinematischer Messsysteme

Die kinematischen Messsysteme haben sich in den letzten Jahren rasant weiterentwickelt. Höhere Messraten ermöglichen eine detailliertere Erfassung von schnellen Bewegungen. Gleichzeitig werden die Messsysteme immer komfortabler, so dass am Ende eines Messvorgangs dem Anwender das Ergebnis meist in Form von 3-D-Koordinaten zur Verfügung steht. Eine Einschätzung der Messunsicherheit erfolgt meist auf Grundlage eines einzelnen Sensors innerhalb des Messsystems, z. B. beim Robottachymeter über die Angabe der Streckengenauigkeit im Tracking-Modus. Um einerseits die Genauigkeit der Messsysteme durch eine entsprechende Kalibrierung zu steigern und andererseits dem Anwender bessere Abschätzungen zur erreichbaren Genauigkeit an die Hand zu geben, sind Kalibriersysteme und -verfahren für den kinematischen Einsatz von Messsystemen unerlässlich.

Mit dem Aufkommen der Robottachymetrie wurden etliche wissenschaftliche Arbeiten über die Leistungsfähigkeit der Systeme verfasst und Synchronisationsfehler durch Kreisformtests nachgewiesen. In Hennes und Krickel (2000) werden die kinematischen Problemstellungen in einem Prüfkatalog aufgezeigt und Umsetzungen für Prüfverfahren vorgeschlagen. Im Bereich der Kalibrierung und Untersuchung von Robottachymetern sind als aktuelle Arbeiten die von Krickel (2004) und Stempfhuber (2004) zu erwähnen. Als neue Merkmale der *Leistungskriterien zur Qualitätskontrolle von Robottachymetern* nennt Krickel (2004) beim kinematischen Einsatz die maximale Geschwindigkeit des Zieles und den auftretenden Zeitversatz zwischen den Messwerten. Für die Untersuchungen entwickelte er eine Kreisbahn (maximale Geschwindigkeit 1.4 m/s) mit Lichtschranke. Die zeitliche Abweichung der Soll- und Ist-Positionen erfolgte mittels Interpolation der von der Lichtschranke gelieferten Durchgangszeiten. Somit konnte eine zeitliche Referenzierung – wie in Kapitel 2.2 definiert – nicht realisiert werden. Eine weitere Einschränkung ergab sich aus der Verwendung der PC-Zeit und des Tachymeter-Zeitstempels, da beide verwendeten Zeiten nicht als echtzeitfähig einzustufen sind (vgl. Kapitel 2.2.3 und 3.2.1). Die Ableitung einer Totzeit konnte aufgrund der fehlenden Zuordnung zum Zeitpunkt der Messanfrage ebenfalls nicht realisiert werden. Der Messaufbau kann nicht frei gewählt werden, sondern ist auf einen Horizontal- bzw. Vertikalkreis abgestimmt, so dass sich ein 3-D-Messpunkt auf einen 2-D-Messpunkt reduziert. Für die Bestimmung eines Zeitversatzes wurden aus den gemessenen Kreisbahnen Ellipsenparameter durch eine Ausgleichung berechnet und aus diesen über Simulationsrechnungen auf den Zeitversatz geschlossen. Somit wird eine kinematische Messung auf eine Ausgleichung und Formbestimmung reduziert und nicht der diskrete raumzeitliche Aspekt betrachtet. Durch eine fehlende eindeutige Referenz, wie beispielsweise der Messanfragezeitpunkt, erfolgt keine Aussage über ein Streuungsverhalten bzw. in welchem Bezug der Zeitversatz zur Messanfrage steht.

Stempfhuber (2004) entwickelte ein echtzeitfähiges Hybridmesssystem – bestehend aus GPS und Robottachymeter – für den hauptsächlichlichen Einsatz zur Baumaschinensteuerung und für den präzisen Ackerbau. Dabei verwendete er eine Kombination aus GPS und Robottachymeter für kinematische Messaufgaben im Zentimeterbereich. Die Synchronisation zwischen GPS und Robottachymeter wurde über das GPS-Zeitsignal (PPS-Event) vorgenommen. Die anschließende Datenerfassung erfolgte jedoch auch über einen PC, wobei Stempfhuber (2004) deutlich die Probleme bei der Verwendung von PC-Zeitsystemen aufzeigt, sich aber auf die Millisekunde als ausreichend beschränkt. Wie in Kapitel 2.2.2 gezeigt wurde, reicht bei einer Erfassung von Datenstrings über die RS232 die Millisekunde jedoch nicht aus. Bei der Bestimmung der Latenzzeiten des Robottachymeters erfolgte zwar die zeitliche Zuordnung des Prüfsystems über das PPS-Event, aber eine zeitliche Referenzierung zwischen Prüfsystem und Robottachymeter wurde nicht realisiert; die Latenzzeiten wurden über einen iterativen Algorithmus aus einem linearen Versuchsaufbau bestimmt. Für die Anwendung der bereitgestellten Korrekturformeln muss zuerst der zugehörige Geschwindigkeitsvektor einer Trajektorie abgeschätzt werden. In Gläser (2007) wird diese Korrekturformel, die bei guten Sichtbedingungen und langsam bewegten Objekten eingesetzt werden kann, verwendet und festgestellt, dass eine Genauigkeit  $< 1$  cm nur bei ungefähr einem Zehntel der maximalen Drehgeschwindigkeit des Tachymeters erreicht werden kann.

Die Kalibrierung kinematischer Messsysteme bei den Herstellern basiert meist nur auf statischen Grundlagen. Beispielsweise wurde für die Bestimmung der Winkelmessgenauigkeit eine neue Theodolit-Prüfmaschine von Leica Geosystems entwickelt (Lippuner und Scherrer 2005). Einzig der *Ball-Bar Test* (NPL 2001) wurde zur Prüfung der Verfolgungsgenauigkeit bei Lasertrackern herangezogen, wobei die Residuen aus der Kreisberechnung innerhalb einer vorgegebenen Toleranz liegen müssen. Eine zeitliche Zuordnung erfolgte hierbei nicht.

Auch in der Nachbardisziplin, dem Maschinenbauwesen, sind zeitreferenzierte Kalibrierungen bis jetzt nicht anzutreffen, es stehen vor allem Kreisbahnmessungen im Vordergrund. Auf diese Weise beschreibt Wiest (2001, 2004) die kinematische Kalibrierung von Industrierobotern mit der Zielsetzung, die absolute Positioniergenauigkeit zu steigern und eine zyklische Kalibrierung zu erreichen. Ein Beispiel für den Einsatz einer *Double-Ball-Bar* wird bei der Kalibrierung von Parallelkinematiken in Kauschinger et al. (2006) gezeigt.

Allerdings zeigt Hennes (2007b) auf, dass im Bereich des Maschinenbauwesens immer mehr die "Echtzeitkalibrierungen verlangt werden, um aktiv in die Steuerprozesse der Roboter einzugreifen – was allerdings noch Forschungspotential sowohl auf der Roboterseite als auch auf der Vermessenseite birgt." Eine Echtzeitkalibrierung setzt auch voraus, dass ein für die Kalibrierung eingesetztes Messsystem selbst kinematisch kalibriert ist bzw. die kinematischen Anforderungen erfüllen kann.

## 2.5 Bereichsabgrenzung

In Kapitel 2.1 wurde aufgezeigt, dass kinematische Messaufgaben einhergehen mit einem kinematischen oder dynamischen Modellansatz. Die raumzeitliche Positionsbestimmung korreliert dabei mit der Objektgeschwindigkeit und der relativen Positionierung eines Messsystems gegenüber dem zu verfolgenden Objekt. Kalibrierungen bzw. Bestimmungen von Latenzzeiten – wie in Kapitel 2.4 aufgezeigt – basieren nicht auf diskreten Positionsbestimmungen bei der jeweiligen Trajektorie und können der in Kapitel 2.2.2 dargelegten Anforderung an eine zeitliche Referenzierung nicht standhalten.

Im Vordergrund dieser Arbeit steht die zeitliche Zuordnung eines Messwertes der jeweiligen Messgröße, aus der sich dann eine Verzögerungszeit in Bezug auf den Messanfragezeitpunkt des Messsystems ableiten lässt. Die Voraussetzung für diese Bestimmung ist die Diskretisierung der Trajektorie (Kapitel 4.1.2). Aus den Verzögerungszeiten lassen sich entsprechende Tot- und Latenzzeiten ableiten. Dabei werden soweit wie möglich Ursachen bzw. Zusammenhänge der Entstehung aufgezeigt; es wird aber darauf verzichtet, die einzelnen Systemkomponenten der Messsysteme auf ihre statischen Eigenschaften zu untersuchen. Die höchsten Anforderungen an die Messsysteme liegen im Nahbereich, in dem auch die höchsten statischen Genauigkeiten erwartet werden. Deshalb konzentriert sich diese Arbeit auf den Nahbereich zwischen 1 m und 10 m. Die Kalibrieranforderungen werden aus den Systemspezifikationen der Prüflinge in Kapitel 3 abgeleitet und in Kapitel 3.5 zusammengestellt.

Ist vom Nahbereich die Rede, wird oft der Begriff der *Large-scale Metrology* (LSM) verwendet. Die LSM beschäftigt sich mit 3-dimensionalen industriellen Messungen von 10  $\mu\text{m}$  bis Submillimeter Genauigkeit über einen Bereich bis zu einigen 10 Metern (Kyle 2005). Bezeichnend für die LSM ist, dass das Messsystem zum Objekt gebracht wird und nicht das Objekt zum Messsystem wie im Fall der Koordinatenmessgeräte. Die in dieser Arbeit aufgeführten Messsysteme lassen sich alle der LSM zuordnen. Bezieht sich ein Messbereich auf das gesamte Arbeitsvolumen, wird dieser Bereich als *Large-volume Metrology* bezeichnet.

Um optimale Voraussetzungen zu schaffen, kommen nur Laborbedingungen in Frage, da hier die äußeren Einflüsse auf ein Messsystem sehr gering gehalten werden können. Auf diese Weise lassen sich z. B. Temperaturgradienten bestimmen (siehe z. B. Eschelbach 2007) und die temperaturbedingten Auswirkungen nötigenfalls korrigieren.

## 2.6 Theorie der Quaternionen

Die für das Kalibriersystem entwickelte Modellierung basiert auf der Anforderung der Diskretisierung der Trajektorie – eine räumliche Kreisbewegung – und auf der Bestimmung einer Verzögerungszeit. Die unbekannte Verzögerungszeit lässt sich zusammen mit einer bekannten Winkelgeschwindigkeit als Drehwinkel ausdrücken. Folglich darf eine Rotation im  $\mathfrak{R}^3$  nur einen unbekanntem Drehwinkel enthalten, wenn für jeden diskreten Messpunkt eine unbekannte Verzögerungszeit bestimmt wird. Rotationen mittels Euler-Winkel sind durch eine Rotation um jede Koordinatenachse gekennzeichnet, wobei die Reihenfolge der Rotationen zur Eindeutigkeit festgelegt sein muss. Auf diese Weise sind drei Euler-Winkel für eine Rotation im  $\mathfrak{R}^3$  erforderlich. Eine alternative Form für Rotationsoperatoren stellen die Quaternionen dar, die sich wesentlich von den bekannten Rotationen mittels Rotationsmatrizen unterscheiden und für die Analyse gewisser Situationen, die Rotationen im  $\mathfrak{R}^3$  einbeziehen, sehr leistungsstark sein können (Kuipers, 1999). Weiterhin erfüllen Quaternionen die Anforderung der Modellierung, dass nur ein Drehwinkel für eine Rotation im  $\mathfrak{R}^3$  vorhanden ist.

1843 entwickelte Sir William Rowan Hamilton die so genannte hyper-komplexe Zahl vom Rang 4 und gab ihr den Namen *Quaternion*. In Anlehnung an die komplexen Zahlen, die aus einem Realteil und einem Imaginärteil bestehen, besitzen Quaternionen neben ihrem Realteil drei Imaginärteile. Eingesetzt werden sie vor allem in der Navigation und Computergrafik, aber auch in geodätischen Arbeiten sind sie immer häufiger anzutreffen. Quaternionen eignen sich besonders gut für die Beschreibung von Rotationsbewegungen und zeigen ihre Vorteile z. B. bei der räumlichen Helmertransformations (vgl. Kapitel 4.4.1). Quaternionen drücken eine Rotation über einen Rotationswinkel und eine beliebige Rotationsachse aus, wobei dies eine natürlichere Art darstellt, eine Rotation darzustellen, als über die Euler-Winkel (Dam et al. 1998). Eine Rotation wird durch 4 Parameter beschrieben, wobei der verbleibende Freiheitsgrad durch die Verwendung einer Einheitsquaternion eliminiert wird. Ein Vorteil der Quaternionen-Methode ist die effiziente Verkettung mehrerer Rotationen miteinander.

An dieser Stelle werden nur die wichtigsten Regeln aufgeführt, die zum Verständnis im Rahmen dieser Arbeit benötigt werden. Für weitergehende Informationen sei auf Kuipers (1999) und Dam et al. (1998) hingewiesen. In dieser Arbeit werden Quaternionen durch  $q$  bzw.  $p$  und die Quaternionenmatrix durch  $Q$  mit entsprechenden Indizes dargestellt, der zugeordnete 3-D-Vektor dagegen durch  $\mathbf{q}$  und  $\mathbf{p}$ .

Da Quaternionen 4-Tupel sind, beschreiben sie Punkte im  $\mathfrak{R}^4$ . Eine Quaternion ist wie folgt definiert

$$q = q_0 + \mathbf{q} = q_0 + i q_x + j q_y + k q_z \quad (2-1)$$

mit  $q_0, q_x, q_y, q_z$  aus der Menge der reellen Zahlen.  $i, j, k$  sind imaginäre Einheiten, für die folgende Beziehungen gelten

$$\begin{aligned}
i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \\
ij = k = -ji \quad jk = i = -kj \quad ki = j = -ik
\end{aligned} \tag{2-2}$$

Eine weitere Darstellungsform ist die des vierdimensionalen Vektors mit einem Skalar  $q_0$  und einem dreidimensionalen Vektor  $\mathbf{q}$

$$q = (q_0, \mathbf{q}) = \left( q_0, \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} \right) \sim \begin{pmatrix} q_0 \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} . \tag{2-3}$$

Die Addition (analog Subtraktion) zweier Quaternionen  $q_1$  und  $q_2$  erfolgt komponentenweise für Skalar- und Vektorteile

$$q_1 + q_2 = (q_{1,0} + q_{2,0}, \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) . \tag{2-4}$$

Die Multiplikation zweier Quaternionen ist nicht kommutativ und setzt die Regeln aus (2-2) voraus. Werden dabei die Linearkombinationen aus Gleichung (2-1) für  $q_1$  und  $q_2$  ausmultipliziert und in einer Vektornotation zusammengefasst, stellt sich die Multiplikation folgendermaßen dar

$$q_1 q_2 = (q_{1,0} q_{2,0} - \mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_1 \times \mathbf{q}_2 + q_{1,0} \mathbf{q}_2 + q_{2,0} \mathbf{q}_1) . \tag{2-5}$$

Das involvierte Kreuzprodukt  $\mathbf{q}_1 \times \mathbf{q}_2$  verdeutlicht die Nichtkommutativität. Das Produkt zweier Quaternionen ist wieder eine Quaternion.

Gleichung (2-5) lässt sich übersichtlicher in Matrix-Notation darstellen

$$q_1 q_2 = \begin{pmatrix} q_{1,0} & -q_{1,x} & -q_{1,y} & -q_{1,z} \\ q_{1,x} & q_{1,0} & -q_{1,z} & q_{1,y} \\ q_{1,y} & q_{1,z} & q_{1,0} & -q_{1,x} \\ q_{1,z} & -q_{1,y} & q_{1,x} & q_{1,0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{2,0} \\ q_{2,x} \\ q_{2,y} \\ q_{2,z} \end{pmatrix} = L_1 q_2 = q_3 . \tag{2-6}$$

Werden  $q_1$  und  $q_2$  vertauscht, ergibt die Multiplikation unter Verwendung von  $q_1$  für die Matrix  $\tilde{L}_1$

$$q_2 q_1 = \begin{pmatrix} q_{1,0} & -q_{1,x} & -q_{1,y} & -q_{1,z} \\ q_{1,x} & q_{1,0} & q_{1,z} & -q_{1,y} \\ q_{1,y} & -q_{1,z} & q_{1,0} & q_{1,x} \\ q_{1,z} & q_{1,y} & -q_{1,x} & q_{1,0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{2,0} \\ q_{2,x} \\ q_{2,y} \\ q_{2,z} \end{pmatrix} = \tilde{L}_1 q_2 \tag{2-7}$$

wobei die untere rechte 3 x 3 Submatrix von  $\tilde{L}_1$  aus der transponierten Submatrix von  $L_1$  entsteht.

Die Konjugierte einer Quaternion ist wie folgt definiert

$$q^* = (q_0, \mathbf{q})^* = (q_0, -\mathbf{q}), \quad (2-8)$$

woraus sich nachstehende Zusammenhänge ableiten lassen

$$(q^*)^* = q \quad (q_2 q_1)^* = q_1^* q_2^* . \quad (2-9)$$

Das Quadrat der Norm einer Quaternion berechnet sich zu

$$|q|^2 = qq^* = q_0^2 + \mathbf{q} \cdot \mathbf{q} = q \cdot q . \quad (2-10)$$

Die Inverse einer Quaternion ist allgemein definiert als

$$q^{-1} = \frac{q^*}{|q|^2}, \quad (2-11)$$

wobei allgemein für die Inverse gilt

$$q^{-1}q = qq^{-1} = 1 . \quad (2-12)$$

Ist  $q$  eine Einheitsquaternion, dann folgt für (2-10)

$$|q|^2 = q_0^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 = 1 \quad (2-13)$$

und die Inverse (2-11) vereinfacht sich zu

$$q^{-1} = q^* . \quad (2-14)$$

Um eine Rotation im  $\mathfrak{R}^3$  darzustellen verbleibt ein Freiheitsgrad, der durch die Bedingung, dass die Quaternion eine Einheitsquaternion ist, beseitigt wird. Im Folgenden wird vorausgesetzt, dass die Quaternionen Einheitsquaternionen sind. Wird ein Vektor  $\mathbf{p} = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \in \mathfrak{R}^3$  in Verbindung mit einer Quaternionen-Multiplikation gebracht, muss er zuerst in eine reine Quaternion, bei der der Skalarteil gleich 0 ist, überführt werden

$$p = \left( 0, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) \sim (0, \mathbf{p}) . \quad (2-15)$$

Ein Tripelprodukt mit einer Quaternion  $q$ , der konjugierten Quaternion  $q^*$  und einer reinen Quaternion  $p$  liefert als Ergebnis eine Quaternion  $w$ , die wiederum eine reine Quaternion ist

$$\mathbf{w} = q p q^* = (q_0 + \mathbf{q})(0 + \mathbf{p})(q_0 - \mathbf{q}) = \left(0, (2q_0^2 - 1)\mathbf{p} + 2(\mathbf{q} \cdot \mathbf{p})\mathbf{q} + 2q_0(\mathbf{q} \times \mathbf{p})\right). \quad (2-16)$$

Werden die drei Terme aus Gleichung (2-16) ausmultipliziert und zusammengefasst, ergibt sich ein vereinfachter Algorithmus mit dem Vektorteil

$$\mathbf{w} = q p q^* = Q \mathbf{p}, \quad (2-17)$$

wobei sich die Matrix  $Q$  aus den einzelnen Komponenten der Quaternion  $q$  zusammensetzt.

$$Q = \begin{pmatrix} 2q_0^2 - 1 + 2q_x^2 & 2q_x q_y - 2q_0 q_z & 2q_x q_z + 2q_0 q_y \\ 2q_x q_y + 2q_0 q_z & 2q_0^2 - 1 + 2q_y^2 & 2q_y q_z - 2q_0 q_x \\ 2q_x q_z - 2q_0 q_y & 2q_y q_z + 2q_0 q_x & 2q_0^2 - 1 + 2q_z^2 \end{pmatrix}. \quad (2-18)$$

Für die konjugierte Form ergibt sich

$$\mathbf{w} = Q^T \mathbf{p}. \quad (2-19)$$

Die Einheitsquaternion hat den Betrag 1 und lässt sich mit dem trigonometrischen Zusammenhang

$$\cos^2(\alpha/2) + \sin^2(\alpha/2) = 1 \quad (2-20)$$

in der trigonometrischen Form

$$q = q_0 + \mathbf{q} = \cos(\alpha/2) + \mathbf{u} \sin(\alpha/2) \quad \text{mit} \quad (2-21)$$

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{q}}{|\mathbf{q}|} = \frac{\mathbf{q}}{\sin(\alpha/2)} \quad (2-22)$$

darstellen, wobei  $\mathbf{u}$  ein Einheitsvektor ist, der die Richtung des Vektors  $\mathbf{q}$  repräsentiert und  $\alpha$  dem Drehwinkel entspricht.

Für jede Quaternion (2-21) und einen Vektor  $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^3$  kann das Tripelprodukt (2-16) geometrisch als eine Rotation des Vektors  $\mathbf{p}$  mit einem Winkel  $\alpha$  um  $\mathbf{q}$  als Rotationsachse interpretiert werden (Bild 2-3). Bei einem positiven Winkel  $\alpha$  beschreibt Gleichung (2-16) eine Punktrotation (point rotation) gegenüber einem festen Koordinatensystem. Die konjugierte Form in Gleichung (2-19) mit einem negativem Winkel ( $-\alpha$ ) stellt dagegen eine Koordinatensystemrotation (frame rotation) für einen raumfesten Punkt dar. Für die Herleitung dieser Zusammenhänge sei auf Kuipers (1999) Kapitel 5 verwiesen.

Werden für Drehungen im Raum die so genannten *elementaren Drehmatrizen* verwendet, die jeweils eine Drehung um eine Koordinatenachse mit einem Drehwinkel festlegen, können die Eulerschen Drehwinkel aus der entsprechenden Matrix  $Q$  (2-18) transformiert werden. Ausgehend von den in der Luftfahrt üblichen Bezeichnungen der Cardan-Winkel als Kurswinkel  $\Psi$ , Nickwinkel  $\theta$  und Rollwinkel  $\Phi$  ergeben sich für eine Drehmatrix  $\mathbf{R}$  (siehe Kuipers (1999), Kapitel 7.7)



$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_x(\Phi)\mathbf{R}_y(\Theta)\mathbf{R}_z(\Psi)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \Psi \cos \Theta & \sin \Psi \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \cos \Psi \sin \Theta \sin \Phi - \sin \Psi \cos \Phi & \sin \Psi \sin \Theta \sin \Phi + \cos \Psi \cos \Phi & \cos \Theta \sin \Phi \\ \cos \Psi \sin \Theta \cos \Phi + \sin \Psi \sin \Phi & \sin \Psi \sin \Theta \cos \Phi - \cos \Psi \sin \Phi & \cos \Theta \cos \Phi \end{pmatrix} \quad (2-23)$$

die folgenden Zusammenhänge

$$\tan \Psi = \frac{2q_x q_y + 2q_0 q_z}{2q_0^2 + 2q_x^2 - 1} \quad (2-24)$$

$$\sin \Theta = -2q_x q_z + 2q_0 q_y \quad (2-25)$$

$$\tan \Phi = \frac{2q_y q_z + 2q_0 q_x}{2q_0^2 + 2q_z^2 - 1} \quad (2-26)$$

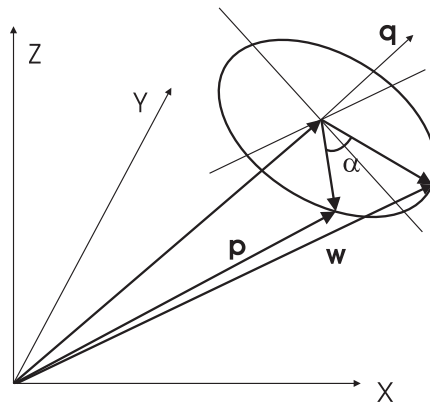


Bild 2-3: Darstellung einer Rotation durch Quaternionen

### 3 Messsysteme

Aus dem Bereich der optischen Messsysteme werden im Folgenden vier Messsysteme basierend auf unterschiedlichen Messmethoden – polar, reine Winkel- und Streckenmessung – vorgestellt. Dabei wird der Fokus vor allem auf den kinematischen Anwendungsbereich gelegt. Eine Ausnahme bildet der LaserTracer, da er in seiner jetzigen Konzeption noch nicht für den kinematischen Einsatz vorgesehen ist.

In den folgenden Kapiteln werden für jedes Messsystem Aufbau und Funktionsweise kurz erklärt, potenziell vorhandene Tot- und Latenzzeiten aufgezeigt und auf die Möglichkeiten einer zeitlichen Referenzierung im Zusammenhang mit einem Kalibriersystem hingewiesen. Im Anschluss daran werden die Kalibrieranforderungen, die zur Bestimmung von Verzögerungszeiten zu erfüllen sind, dargestellt. Dabei wird hier gefordert, dass das Kalibriersystem mindestens um den Faktor 3 genauer sein sollte als das zu kalibrierende Messsystem, da mit dem Faktor 3, gegenüber dem sonst üblicherweise geforderten Faktor 10, eine reale Chance besteht, eine Rückführung mit geeignetem Equipment zu erreichen. Weiterhin haben heutige Messsysteme eine Auflösung und Genauigkeit erreicht, die generell diesen bislang geforderten Faktor 10 in Frage stellen könnten. Für die Abschätzung einer geforderten Positionsunsicherheit des Kalibriersystems ist die Messunsicherheit, die das Messsystem bei einer angenommenen Entfernung erreicht maßgebend. Um eine geforderte Messunsicherheit  $u_t$  bei der Bestimmung von Verzögerungszeiten abzuschätzen, wird ihr derselbe Beitrag wie derjenigen der statischen Messunsicherheit  $u_{stat}$  an der Gesamtunsicherheit zugebilligt, womit für die maximale Bewegungsgeschwindigkeit  $v_{max}$  folgt:

$$u_t = \frac{u_{stat}}{v_{max}} \quad (3-1)$$

#### 3.1 Lasertracker

Lasertracker als flexible hochgenaue polare Messsysteme werden sowohl im statischen als auch im kinematischen Bereich eingesetzt. Dabei können bewegliche Ziele mit Geschwindigkeiten bis zu 6 m/s und einem Messradius von bis zu 35 m erfasst werden. Die bevorzugten Einsatzgebiete sind die Automobilbranche, die Luftfahrt und die Maschinensteuerung. Lasertracker werden von API, Faro und Leica hergestellt.

##### 3.1.1 Aufbau und Funktionsweise

Der Aufbau und die Funktionsweise werden am Beispiel eines Leica-Lasertrackers (Bild 3-1) erläutert. Der Lasertracker verfügt über je einen Winkelencoder (5) für die beiden Winkelmessungen (Hz, V), einen in zwei Richtungen beweglich gelagerten Spiegel (1) und einen zweidimensionalen Positionsdetektor (PSD) (3). Das vom Laserinterferometer (2) ausgesandte Licht gelangt über den Spiegel (1) zum Reflektor (7) und als parallel reflektierter Strahl wiederum über den Spiegel (1) zurück in den Messkopf, wo anschließend ein Teil des reflektierten Laserstrahls mit Hilfe eines halbdurchlässigen Spiegels auf den PSD umgeleitet wird, während der restliche Anteil des Strahls zur Messung der Distanz dient. Der Versatz des Laserstrahls auf dem PSD dient als Eingangsgröße in den Regelalgorithmus für die Richtungsnachführung und somit zur Steuerung der Motoren (4) für die Spiegelbewegung und des Messkopfes. Die beiden Richtungsmesswerte ergeben sich aus den jeweiligen Winkelencoderwerten, die um den entsprechenden Versatz auf dem PSD korrigiert werden, damit der Bezug zum Reflektorzentrum hergestellt ist. Die automatische Reflektorverfolgung wird hauptsächlich durch die Winkelencoder und die direkt angetriebenen Motoren (4) in beide Richtungen gewährleistet. Der Messablauf erfordert eine exakte Abstimmung von Winkelencodern, Motoren und PSD (Loser 2004). Die meisten Lasertracker verfügen zusätzlich zum Interferometer noch über einen Absolut-Distanz-Messer (6), wodurch in jeder beliebigen Reflektorposition die absolute Distanz neu bestimmt werden kann.

Die interne Abfrage der Sensorwerte benötigt 1 bis 2  $\mu\text{s}$  (Loser 2004), was in Verbindung mit der Bewegungsgeschwindigkeit und den übrigen Messunsicherheiten die erreichbare kinematische Messunsicherheit vorgibt. Ein wichtiger Bestandteil der Systemfunktionalität ist der Regelalgorithmus. So zeigt Loser (2004) auf, dass ein optimal eingestelltes Regelsystem einen definierten Störimpuls bereits nach 90 ms kompensiert hat, während kritisch eingestellte Regelparameter länger als 300 ms zum Ausgleich des Störimpulses benötigen. Die Empfindlichkeit des PSD spielt im Zusammenhang mit der erreichbaren Richtungsmessgenauigkeit eine entscheidende Rolle. Dabei muss die Schwerpunktverteilung des reflektierten Laserstrahls äußerst konstant sein und darf sich nicht in Abhängigkeit von der Distanz ändern (Loser 1993). Beim Einsatz des Lasertrackers erfolgt während jeder Initialisierung die automatische Bestimmung des Nullpunktes des PSD. Dazu befindet sich ein zusätzliches Prisma in der Stütze neben dem Austrittspunkt des Laserstrahls aus der Stehachse (Loser 2004). Ebenso muss eine einmal justierte Einstellung zwischen dem elektrischen und geometrischen Nullpunkt innerhalb sehr geringer Toleranzen stabil bleiben.

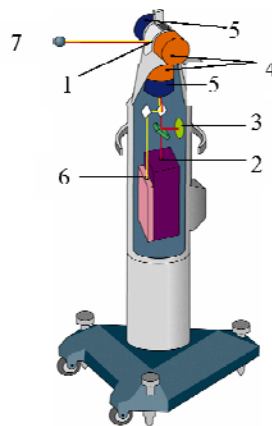


Bild 3-1: Leica-Lasertracker (Prinzipiskizze)

Über Tot- und Latenzzeiten bei Lasertrackern ist bisher nichts bekannt, was durchaus auch mit einer fehlenden zeitreferenzierten Kalibrierung begründet sein kann, die in der Lage wäre, potenziell vorhandene Verzögerungszeiten aufzudecken. Um Verzögerungszeiten zu ermitteln und zu analysieren, bedarf es einer genauen Kenntnis der internen Zusammenhänge z. B. zwischen Regelkreis und PSD, wobei die Hersteller diesbezüglich oft keine Auskünfte liefern. Insofern bleibt nur der Weg, über ein zeitreferenziertes Kalibriersystem mögliche Verzögerungszeit aufzudecken und indem Bewegungsabläufen so gestaltet werden, dass die entstehenden Abweichungen auf eine Ursache schließen lassen. Eine mögliche Ursache für die Entstehung einer Latenzzeit liegt in einer möglichen Nichtlinearität des PSD und lässt sich wie folgt begründen. Jede Bewegung des Reflektors bewirkt eine Verschiebung des einfallenden Lichtspots auf dem PSD. Hohe Reflektorgeschwindigkeiten führen je nach Art der verfolgten Trajektorie zu variierenden Messkopfbeschleunigungen, die ein ständiges Nachregeln verursachen. Das hat zur Folge, dass die auf dem PSD bestimmte Ablage und die tatsächliche Reflektorposition nicht mehr übereinstimmen und folglich die Winkelencoderwerte um einen verfälschten Versatz korrigiert werden.

Für kinematische Messungen sind die maximal erlaubte Objektgeschwindigkeit und Messrate der Messsysteme von Bedeutung. Während die maximal zulässige Objektgeschwindigkeit für alle Lasertracker bei 4-6 m/s und die maximale Beschleunigung bei  $< 2g$  liegen, weisen die Messraten einzelner Lasertracker größere Unterschiede auf. So liegt die Systemabtastgeschwindigkeit eines Faro Trackers bei 1000 Hz, die Punktmessrate wird jedoch mit 350 Punkten pro Sekunde angegeben (Faro 2007). Bei API Lasertrackern liegen die interne Messrate bei 1000 Hz und der externe Abgriff bei 500 Hz. Bei Leica-Lasertrackern kann eine Koordinate mit 1000 Hz ausgegeben werden, wohingegen die interne Messrate bei 3000 Hz liegt (Leica 2005).

Die zeitliche Referenzierung zwischen einem Leica Lasertracker und einem Kalibriersystem kann mit einem externen Trigger erfolgen, wie in Kapitel 2.2.1 beschrieben wurde. Dazu wird beispielsweise ein "LT Controller Base" eingesetzt, der in der Lage ist, getriggerte Messungen durchzuführen. Zum Zeitpunkt des Triggers werden die Messwerte, die mit einer Messrate von 3000 Hz erfasst werden, interpoliert. Die Interpolation bezieht sich dabei auf das Zeitsystem des Trackers, das eine Auflösung von 1  $\mu$ s aufweist. Die interpolierten Messwerte werden zusammen mit dem Zeitstempel, der dem Triggerzeitpunkt im internen Zeitsystem des Tracker entspricht, ausgegeben. Im Zusammenhang mit der zeitlichen Referenzierung wird dieser Zeitstempel nicht benötigt, sondern es sind lediglich die auf den jeweiligen Triggerzeitpunkt interpolierten Messwerte zu verwenden. Ob sich eventuell vorhandene Interpolationsfehler bemerkbar machen hängt von der Art der Interpolation ab, die jedoch selten von Herstellern offen gelegt wird.

### 3.1.2 Kalibrieranforderungen

Der limitierende Faktor bei Lasertracker-Messungen ist die Genauigkeit der Winkelmessung ( $2\sigma$  Standardabweichung 2.1"), da die Standardabweichung von  $\pm 2.5$  ppm ( $2\sigma$ ) der interferometrischen Streckenmessung vergleichbar gering ist und sie somit bei der folgenden Betrachtung nicht berücksichtigt werden muss. Durch die Genauigkeit der Winkelmessung sind quer zur Zielrichtung die größten Abweichungen zu erwarten. Voraussetzung zum Erreichen hoher Genauigkeiten ist jedoch, dass die atmosphärischen Bedingungen genau bekannt sind bzw. konstant gehalten werden. Aufgrund der hohen Messrate und Drehbeschleunigung, mit der ein Lasertracker sein Ziel verfolgen kann, sind auch die Anforderungen an ein Kalibriersystem entsprechend hoch: Ausgehend von einer spezifizierten Standardabweichung der Koordinate von  $\pm 40$  ppm ( $2\sigma$ ) bei der Zielverfolgung und z. B. einem Abstand zum Ziel von 3 m muss ein Kalibriersystem eine Position mit einer Messunsicherheit besser als 40  $\mu$ m ( $2\sigma$ ) vorgeben und gleichzeitig eine Geschwindigkeit bis zu 6 m/s erreichen. Mit diesen Vorgaben lassen sich allerdings nur die Herstellerangaben überprüfen. Um jedoch potenziell vorhandene Verzögerungszeit aufzudecken, muss ein Kalibriersystem möglichst den statischen Genauigkeiten eines Lasertrackers entsprechen. Das bedeutet bei einem Abstand von 3 m und einer Standardabweichung der Koordinate von  $\pm 10$  ppm ( $2\sigma$ ) eine Messunsicherheit im Kalibriersystem von  $\pm 10$   $\mu$ m ( $2\sigma$ ).

Eine weitere Anforderung wird durch die Messrate gestellt. Auch wenn ein Messwert mit 1000 Hz ausgegeben wird, so ist zumindest von Leica-Lasertrackern bekannt, dass das interne Zeitmesssystem des Controllers auf einer Auflösung von 1  $\mu$ s basiert. Ausgehend von einer statischen Messunsicherheit von  $\pm 10$   $\mu$ m und einer maximalen Objektgeschwindigkeit von 6 mm/ms muss eine Verzögerungszeit nach Gleichung (3-1) mit einer Messunsicherheit von  $\pm 1.6$   $\mu$ s bestimmt werden. Das bedeutet für ein Kalibriersystem, dass die zeitliche Zuordnung einer Position innerhalb von 0.5  $\mu$ s erfolgen muss.

## 3.2 Robottachymeter

Zielverfolgende Tachymeter, so genannte Robottachymeter, zeichnen sich durch die Fähigkeit aus, kinematische Prozesse zu beobachten und zu steuern. Sie gehören, wie die Lasertracker auch, zu den polar messenden Systemen und haben sich inzwischen neben den klassischen Tachymetern als Standardinstrument im Vermessungsbereich etabliert. Der kinematische Einsatzbereich der Robottachymeter liegt vor allem in der Maschinensteuerung für den Straßen- und Tunnelbau.

Robottachymeter werden von allen drei großen Herstellern (Leica, Topcon und Trimble) in unterschiedlicher Ausstattung angeboten. Im Folgenden wird auf eine ausführliche Beschreibung der Robottachymeter verzichtet, da diese in Standardwerken wie Deumlich und Staiger (2002) und in zahlreichen anderen Publikationen behandelt werden. Der Fokus der Beschreibung richtet sich daher auf den rein kinematischen Aspekt. Die Systemeigenschaften einiger Robottachymeter speziell im Nahbereich werden in Hennes (2003) aufgezeigt.

### 3.2.1 Aufbau und Funktionsweise

Das Messsystem Robottachymeter lässt sich in mehrere unabhängige Baugruppen (Hennes und Krickel 2000) oder Subsysteme (Stempfhuber 2004), wie z. B. Zielerfassung mit Winkelmessung, EDM oder Datenpool mit Berechnungen, unterteilen. Beim Einsatz der Robottachymeter wird prinzipiell zwischen automatischer Zielerfassung und automatischer Zielerfolgung (Lock) unterschieden. Im Lock-Modus wird ein Prisma verfolgt, die Messung selbst jedoch im statischen Modus durchgeführt. Im Gegensatz dazu werden beim kinematischen Messen zeitgleich mit der Prismenverfolgung Messwerte erzeugt (Tracking). Für kinematische Messungen stellt dieser Tracking-Mode die technisch höchsten Ansprüche an die Robottachymeter.

Am Beispiel der Leica TPS-Systeme wird im Folgenden das Prinzip der Zielerfassung bzw. Verfolgung kurz erläutert; grundlegende Beschreibungen hierzu sind z. B. in Bayer (1997), Haag et al. (1997), Zeiske (1999) oder Stempfhuber (2004) zu finden. Für ausführlichere Erläuterungen zum Funktionsprinzip MagDrive des Robottachymeters S6 von Trimble sei auf Köhler (2006) und Lemmon und Jung (2005) verwiesen.

Die automatische Zielerfassung ATR (Automatic Target Recognition) ist ebenso wie der EDM (elektronischer Distanzmesser) im Fernrohr des Instruments integriert. Nach dem Aussenden eines Infrarot-Laserstrahls in Richtung der Zielachse und Reflexion am Prisma, trennt ein Strahlteiler die reflektierte Strahlung der ATR von der Strahlung des EDM und dem visuellen Licht, wobei der ATR-Strahl über Umlenkspiegel und Vergrößerungslinsen dem CCD-Array (Video Sensor) zugeführt wird. Für die anschließende Bildauswertung spielen Belichtungszeiten, Eliminierung von Störreflexionen, Bildfrequenzen und Ansprechzeiten des CCD-Sensors eine elementare Rolle (Stempfhuber 2004). Die Auswertung des Spots auf dem CCD-Array erfolgt über eine einfache Summenbildung der Intensität in Zeilen- und Spaltenrichtung, woraus der Schwerpunkt des Spots und seine horizontalen und vertikalen Ablagewinkel relativ zur visuellen Zielachse bestimmt werden. Diese Ablagen werden im Feinzielmodus verwendet, um das Fernrohr mit Hilfe der Servomotoren auf die Prismenmitte mit einer vorgegebenen Toleranz zu positionieren und um nach einer erneuten Messung mit den verbleibenden Ablagen die gemessenen Winkelwerte zu korrigieren. Die ATR selbst eignet sich jedoch nicht für eine Zielerfolgung, da sie nicht für eine Echtzeitbestimmung ausgelegt ist.

Ausgehend von einem bereits durch die Grobsuche erfassten Ziel läuft die Zielerfolgung (Lock-Modus) mittels eines Regelkreises ab, dessen Aufgabe es ist, die Ablagen unabhängig von der Zielgeschwindigkeit zu minimieren. Dabei werden die Ablagen zwischen Bildmittelpunkt und detektiertem Spot in Echtzeit berechnet und über die Servomotoren das Instrumentenfernrohr dem Ziel selbständig nachgeführt. Werden gleichzeitig zur Zielerfolgung Messungen im EDM-Mode Tracking ausgelöst, kann die Position bewegter Ziele bestimmt werden. Wird jedoch z. B. bei hohen Geschwindigkeiten nicht der komplette Spot auf dem CCD-Array abgebildet, verschiebt sich der Schwerpunkt und eine falsche Position wird bestimmt.

Für die kinematische 3-D-Positionsbestimmung müssen Winkel- und Streckenmessungen auf einen identischen Zeitpunkt bezogen werden können, was durch die vorhandene Latenzzeit zwischen Winkel- und Streckenmessung nicht möglich ist.

Maßgeblich für die Bestimmung der Genauigkeiten sind aber auch vorhandene Totzeiten, wenn es sich um Echtzeitprozesse handelt. Ebenso muss die Fragestellung geklärt werden, ob ein Messwert überhaupt als neu gemessen betrachtet werden kann, oder ob dieser möglicherweise nur aus dem internen Speicher des entsprechenden Subsystems reaktiviert wurde. Aufschluss darüber kann wiederum nur ein zeitreferenziertes Kalibriersystem geben. Da Robottachymeter nicht über die Möglichkeit einer direkten Triggerung, wie z. B. beim Lasertracker, verfügen, muss die zeitliche Referenzierung über eine serielle Schnittstelle erfolgen (vgl. Kapitel 2.2.2). Somit kann jedem Messbefehl an das Robottachymeter und der dazugehörigen Antwort eine raumzeitliche Position im Kalibriersystem zugewiesen werden. Voraussetzung ist jedoch, dass das Robottachymeter über eine entsprechende Befehlsstruktur unmittelbar angesprochen werden kann. Hersteller wie Leica und Topcon geben solche Befehlsstrukturen weitgehend frei, während Trimble für den S6 eine Befehlsstruktur bzw. externe Möglichkeit der Ansprache bis jetzt nicht frei gibt.

Zu den Fehlereinflüssen im kinematischen Messmodus kommen noch die klassisch-bekanntesten aus statischen Messungen hinzu, z. B. Instrumentenfehler oder Prismenorientierung. Ebenso muss die Instrumentenauf-

stellung berücksichtigt werden, da je nach Stativwahl die Rotation der Instrumente zu entsprechenden Stativneigungen führen können (Depenthal 2004a, 2004b). Die Rotationen um die Stehachse beeinflussen auch den Kompensator, so dass Messungen verzögert oder verfälscht werden können. Folglich muss stets entschieden werden, in welchem Kompensatormodus gearbeitet wird. Hersteller bieten hier meist die Möglichkeiten Neigungen direkt zu erfassen, aus einer vorherigen Messung zu bestimmen oder auf die Neigungsmessungen ganz zu verzichten. Dabei stellt sich die Frage, ob sich der Geodät nicht auch hier von den "Klassikern": Horizontierung, Zwangszentrierung und DreifüÙe, so wie Hennes (2007b) es im Zusammenhang mit der Integration ingenieurgeodätischer Methoden in den Fertigungsprozess aufzeigt, verabschieden muss.

### 3.2.2 Kalibrieranforderung

Im Gegensatz zum Lasertracker liegt die Stärke der Tachymeter in der Winkelmessung. Bezogen auf eine Messdistanz bis 150 m ist die Richtungsmessung der Streckenmessung an Genauigkeit deutlich überlegen. Die Messunsicherheit in der Winkelmessung nimmt linear mit der Entfernung zu und ist gleichbedeutend mit einer Abweichung quer zur Zielrichtung. Die Unsicherheit in der Streckenmessung setzt sich aus einem konstanten und einem streckenproportionalen Anteil zusammen.

Allgemeine Angaben zur kinematischen Positionsgenauigkeit von Robottachymetern werden von den Herstellern meist nur über die Angabe der Genauigkeit der Distanzmessung im Tracking-Mode gegeben. So liegt diese z. B. für einen Leica Typ 1201 bei 5 mm + 2 ppm und Trimble S6 bei 10 mm + 2 ppm. In Bezug auf ein geeignetes Kalibriersystem entsprechen diese Angaben einer Positionsunsicherheit besser als 1.7 mm. Wird die statische Genauigkeit miteinbezogen und hierbei die Winkelmessgenauigkeit betrachtet, ergibt sich bei einer Standardabweichung der Winkelmessung von 1" und einem minimalen Abstand von 5 m eine theoretische Messunsicherheit von 24 µm. Obwohl die Standardabweichung der Entfernungsmessung im statischen Modus meist bei 1-2 mm liegt, ist erst eine Messunsicherheit von ±16 µm ( $2\sigma$ ) für ein Kalibriersystem ausreichend, um bei einer kinematischen Anwendung die Winkelmessgenauigkeit voll ausschöpfen zu können.

Die Geschwindigkeit, mit der sich ein im Kalibriersystem integrierter Reflektor bewegen muss, hängt von der maximalen Dreh- bzw. Tracking-Geschwindigkeit des Prüflings ab. So verfügt ein Leica-Instrument der TPS1200 Serie zwar über eine Drehgeschwindigkeit von 45°/s, kann aber im Tracking-Mode lediglich mit 5 m/s (bei 20 m) bzw. 14.3°/s verfolgen. Der Trimble S6 ist mit einer Drehgeschwindigkeit von 115°/s zwar sehr schnell, über die Geschwindigkeit im Tracking-Mode werden jedoch keine Angaben gemacht. Ausgehend von einem Leica-Instrument ist eine maximal trackbare Geschwindigkeit eines Kalibriersystems von 1.3 m/s bei einem Abstand von 5 m ausreichend.

Die bisher kleinsten bekannten Latenz- oder Totzeiten liegen bei wenigen ms. Ausgehend von Gleichung (3-1) mit einer maximalen Geschwindigkeit von 1.3 mm/ms und einer Positionsunsicherheit von 0.02 mm muss die Messunsicherheit für die Bestimmung der Verzögerungszeit besser als 16 µs sein. Wird zusätzlich die zeitliche Referenzierung betrachtet (siehe Kapitel 2.2.2), bei der die Messunsicherheit besser als 33 µs vorausgesetzt wird, bedeutet dies für ein Kalibriersystem, dass die Messunsicherheit in der Zeiterfassung besser als 16 µs sein sollte.

## 3.3 iGPS

Ein neueres Messsystem ist das so genannte iGPS der Firma Metris, wobei der Name nicht sehr passend erscheint, denn mit GPS verbindet das System nur die Tatsache, dass mehrere Sender kontinuierlich Signale ausstrahlen, die von Sensoren empfangen und an Empfänger übermittelt werden und schließlich 3-D-Koordinaten berechnet werden. Während bei GPS die Positionsbestimmung über eine Trilateration erfolgt, nutzt iGPS das Verfahren der Triangulation. Laut Hersteller sei das System aufgrund der Genauigkeit, Schnelligkeit und Reichweite ideal für Anwendungen im Nahbereich zwischen 2 – 40 m. Eingesetzt werden soll es im Industriebereich für die diskrete Punkt- und Orientierungsbestimmung sowie für die Verfolgung

und Positionsbestimmung bewegter Objekte. Jedoch gibt es bisher nur wenige veröffentlichte Untersuchungen sowohl zum statischen als auch kinematischen Einsatz dieses Systems (siehe Krautschneider und Kelm 2007).

### 3.3.1 Aufbau und Funktionsweise

Das Messsystem selbst besteht aus mehreren Komponenten, wobei die Grundlage mindestens zwei Laser-Transmitter und ein Sensor sowie ein Verstärker und Receiver bilden. Ergänzt wird das System durch eine Messsoftware, den so genannten WorkSpace, der die einzelnen Systemkomponenten konfiguriert und die eingehenden Winkelwerte in 3-D-Koordinaten umrechnet. Die von den Transmittern gesendeten Signale werden vom Sensor empfangen, mit Hilfe des Amplifiers in digitale Signale gewandelt und vom Receiver zu Winkelwerten (Azimut, Elevation) berechnet. Bei zwei bekannten Transmitterpositionen wird die 3-D-Koordinate des Sensors über einen räumlichen Vorwärtsschnitt bestimmt. Je nach Einsatzgebiet und Empfangsbereich können unterschiedliche Sensoren, zylindrisch oder flach, und unterschiedliche Ausführungen von Transmittern verwendet werden.

Zu Beginn eines Messungsablaufs muss ein sogenanntes "Setup" durchgeführt werden, um die Transmitterpositionen und Orientierungen zu bestimmen. Dabei wird der Algorithmus der Bündelblockausgleichung zu Grunde gelegt und die Position der Transmitter als "Best-Fit"-Modell berechnet (ArcSecond 2005). Zusätzlich zur relativen Positionierung und Orientierung der Transmitter muss für die Skalierung des Koordinatensystems mindestens eine bekannte Strecke eingeführt werden. Von der Genauigkeit des "Setups" hängt die Genauigkeit aller weiteren Messungen ab.

Jeder Transmitter emittiert drei verschiedene Signale, zwei Infrarot-Laserfächer und einen Infrarot LED-Impuls. Die Frequenzen der Transmitter liegen zwischen 40 und 50 Hz und unterscheiden sich zur eindeutigen Identifizierung bei gleichzeitigem Einsatz. Die Laserfächer mit einem Öffnungswinkel von  $\pm 30^\circ$  sind so angeordnet, dass sie in einer horizontalen Ebene einen Winkel von rund  $90^\circ$  bilden. Jeder Fächer ist zusätzlich um einen Winkel von etwa  $30^\circ$  zur Vertikalachse nach außen geneigt (Bild 3-2). Durch diese Anordnung der Fächer wird der Winkel zwischen je zwei Fächerstrahlen gleicher Elevation oberhalb der Horizontalebene größer als  $90^\circ$  und unterhalb entsprechend kleiner. Das dritte Signal, der Laserimpuls, dient einerseits als Zeitsignal für den Receiver und andererseits als Referenzsignal bzw. Nullrichtung für das Azimut, da er bei jeder zweiten Umdrehung an einer festen Position im Transmitterkopf ausgelöst und von allen Sensoren empfangen wird. Der Bezug zu jeder einzelnen Rotation des Transmitterkopfes wird softwaremäßig interpoliert. Durch die bekannte Anordnung der Laserfächer und des Laserimpulses werden über die Zeitdifferenzen und die bekannte Rotationsgeschwindigkeit der Laserfächer Azimut und Elevation von Transmitter zu Sensor bestimmt. Ausgehend von einer fortlaufenden Zeitmessung wird zuerst die Zeit des Laserimpulses  $t_0$  gemessen, gefolgt von  $t_1$  für den ersten und  $t_2$  für den zweiten Fächer (Bild 3-3). Die Elevation kann direkt über die gemessene Zeitdifferenz ( $t_2 - t_1$ ), in der die beiden schräg zueinander stehenden Laserfächer auf den Sensor auftreffen, bestimmt werden. Für das Azimut (Bild 3-3, Az) wird die Nullrichtung benötigt, so dass hier zusätzlich die Zeitdifferenz zwischen dem Auftreffen des letzten Fächers und dem Laserimpuls am Sensor  $t_0$  bestimmt wird. Die Zeitdifferenz für die Bestimmung des Azimuts setzt sich somit aus dem Mittel von  $t_1$  und  $t_2$  abzüglich der Laserpulszeit  $t_0$  zusammen.

Sind jeweils Orientierung und Position der Transmitter bekannt, bilden Azimut und Elevation jeweils eine Standlinie, die sich als windschiefe Geraden präsentieren, woraus die Position des Sensors – unter Berücksichtigung des kleinsten Abstands der Geraden zum Messpunkt – eindeutig bestimmt werden kann.

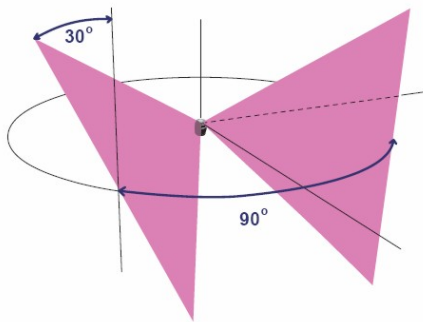


Bild 3-2: Fächerstellung

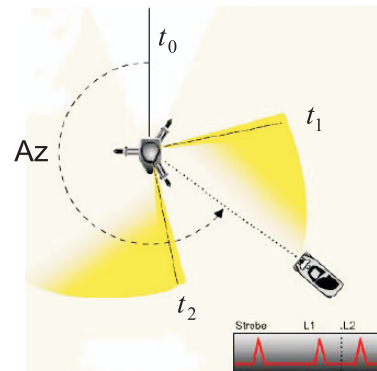


Bild 3-3: Laserfächer und Azimut (Az)

Die systeminternen Fehlerquellen in ihrer Größenordnung und ihren Auswirkungen auf die Messelemente bzw. das "Setup" sind in einem *White Paper* (ArcSecond 2002) des Herstellers zusammengefasst. Dabei wird von einer Mittelbildung über 100 Messungen ausgegangen, was einer Messdauer von etwa 2 s entspricht, ebenso von der Verwendung von vier Transmittern und einem günstigen Konvergenzwinkel am Sensor zwischen  $60^\circ$  und  $120^\circ$  zwischen jeweils zwei Transmittern. Für einen Arbeitsbereich bis 10 m wird der 3-D-Punkt mit einer Unsicherheit von 0.2 mm ( $2\sigma$ ) angegeben. Für kinematische Messungen kommen allerdings nur Einzelmessungen in Frage, so dass diese Unsicherheitsabschätzung nicht gehalten werden kann. Die betragsmäßig größten Einflüsse sind das Messrauschen infolge der nicht reibungsfreien Rotation des Transmitterkopfes und eine Verzerrung des Laserpulses, ausgelöst durch den Verstärker des Sensors, wenn dieser sich näher als 10 m zum Transmitter befindet. Bei einer Einzelmessung fließen die Fehlereinflüsse vollständig in die Bestimmung der Messunsicherheit mit ein, so dass die Messunsicherheit auf 0.5 mm ( $2\sigma$ ) ansteigt. Unsicherheitsangaben oder Grenzen des Systems hinsichtlich seines kinematischen Verhaltens werden von Seiten des Herstellers nicht genannt.

Da das Grundprinzip des iGPS auf Zeitmessungen beruht, bedeutet dies für eine kinematische Messung, dass sich während der Zeitmessungen der Sensor mit dem Objekt weiterbewegt hat und somit Tot- und Latenzzeiten entstehen können, die die Bestimmung von Azimut und Elevation verfälschen. Zur Zeit besteht seitens des Herstellers keine Möglichkeit, eine zeitreferenzierte Messung durchzuführen, daher wird für die Betrachtung möglicher Tot- und Latenzzeiten davon ausgegangen, dass die Zeitreferenzierung über eine Schnittstelle zum Zeitpunkt der Datenanfrage (siehe Kapitel 2.2.2) realisiert wird.

Eine Totzeit entsteht bei dieser Konstellation zwischen dem Zeitpunkt der Datenanfrage und dem Registrieren des Laserpulses am Sensor. Latenzzeiten entstehen einmal zwischen dem Zeitpunkt des Laserpulses und dem ersten Fächerdurchgang am Sensor, sowie zwischen Laserpuls und zweitem Fächerdurchgang. Wird eine 3-D-Position des Sensors bestimmt, werden Elevation und Azimut durch das Mittel aus den beiden Latenzzeiten verfälscht. Eine 4-D-Positionsbestimmung, die sich auf den Zeitpunkt der Datenanfrage bezieht, wird zusätzlich durch den Einfluss der Totzeit verfälscht. Bei einer angenommenen Frequenz von 40 Hz kann die Totzeit eine Größenordnung bis kleiner als 25 ms erreichen. Die Latenzzeit kann im Bereich von etwa 5 ms bis 20 ms liegen. Wie groß die Positionsabweichung letztendlich ausfällt, hängt ab von der Geschwindigkeit des Objekts bzw. des Sensors, seiner räumlichen Position und seiner Bewegungsrichtung relativ zum Transmitter. Bei einer Objektgeschwindigkeit von 1 mm/ms kann im so genannten "worste case" eine Positionsabweichung von rund 45 mm entstehen. Eine weitere nicht zu vernachlässigende Latenzzeit entsteht durch eine fehlende Synchronisation der einzelnen Transmitter untereinander, d. h. der jeweils erste Laserfächer der Transmitter trifft nicht zum gleichen Zeitpunkt auf den Sensor, folglich hat sich der Sensor, mit obiger Annahme, um maximal 18 mm weiterbewegt. Diese Betrachtungen zeigen auf, dass bei kinematischem Einsatz eine Kalibrierung dringend angebracht ist, selbst wenn das "worste case"-Szenario nicht eintritt.



### 3.3.2 Kalibrieranforderungen

Für iGPS liegen bisher nur wenige Untersuchungen im statischen Messmodus vor und daher sollte bei der Beurteilung der Anforderung zur kinematischen Kalibrierung die statische mit einbezogen werden. Die Positionsunsicherheit wird für Mehrfachmessungen vom Hersteller mit 0.25 mm ( $2\sigma$ ) angegeben. Somit muss das Kalibriersystem für statische Kalibrierungen eine Messunsicherheit von etwa 80  $\mu\text{m}$  aufweisen.

Hinsichtlich der maximal erreichbaren Geschwindigkeiten werden vom Hersteller keine Angaben gemacht, so dass hier nur ein sukzessives Herantasten als empirische Untersuchungsmethode weiterhilft. Testmessungen haben bisher gezeigt, dass die Obergrenze der maximalen Geschwindigkeit bei etwa 1.5 m/s liegt, wofür ein Kalibriersystem mit Geschwindigkeiten von 2 m/s zunächst ausreichend erscheint.

Die Messunsicherheit für die Bestimmung von Verzögerungszeiten, ausgehend von Gleichung (3-1) mit einer statischen Positionsunsicherheit von 0.2 mm und einer maximalen Geschwindigkeit von 2 m/s sollte besser als 0.1 ms sein. Wäre eine zeitliche Referenzierung (vgl. Kapitel 2.2.2) möglich, läge die erforderliche Messunsicherheit auch hier  $< 0.1$  ms. Für ein Kalibriersystem bedeutet dies, dass die Messunsicherheit in der Zeiterfassung besser als 33  $\mu\text{s}$  sein sollte (vgl. Kapitel 3.2.2).

## 3.4 LaserTracer

Ein recht neues, von der PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt) und dem NPL (National Physical Laboratory, England) entwickeltes interferometrisches System ist der LaserTracer, der inzwischen von der Firma Etalon vertrieben und weiterentwickelt wird. Mit ihm werden ausschließlich hochgenaue interferometrische Längenmessungen durchgeführt, wobei die spezielle Nachführung des Laserstrahls beim Verfolgen eines Reflektors für eine hohe Genauigkeit sorgt. Eingesetzt wird der LaserTracer bis jetzt vor allem zur Genauigkeitssteigerung und zur Bestimmung und Korrektur der systematischen Abweichungen von Koordinatenmessgeräten und Fertigungsmaschinen. Dazu wurde von der PTB zusammen mit dem NPL ein spezielles Verfahren (TRAC-CAL) entwickelt. Die Anwendung des LaserTracers bezieht sich bisher auf die reine Zielverfolgung mit statischer Messung, wobei die Weiterentwicklung für den kinematischen Einsatz des LaserTracers angestrebt wird.

### 3.4.1 Aufbau und Funktionsweise

Der LaserTracer (Bild 3-4) ist ein sehr kleines (Höhe 230 mm) und mit hoher Genauigkeit trackendes Interferometer ( $0.3 \mu\text{m} + 0.3 \mu\text{m/m}$  ( $2\sigma$ )). Diese hohe Genauigkeit wird vor allem durch den besonderen Aufbau erreicht, bei dem das Interferometer (Bild 3-5, (3)) sich in einer kardanischen Aufhängung um eine feste Reflektorkugel (Bild 3-5, (2)) als Referenzspiegel bewegt. Aufgrund dieses Prinzips wird die Messgenauigkeit nicht signifikant durch die radialen und lateralen Abweichungen der mechanischen Rotationsachsen beeinflusst (Schneider 2004). Die Reflektorkugel aus Invarstahl hat eine Formabweichung von  $< 50$  nm, keinerlei mechanische Funktion und ist thermisch vom Nachführungsmechanismus entkoppelt, so dass ihre Position stabil bleibt (bei  $\Delta T = \pm 1$  K,  $\pm 0.3 \mu\text{m}$ , (Etalon 2007)). Die Drehachse mit einem Winkelbereich von  $\pm 200^\circ$  und die Schwenkachse mit  $-20^\circ$  bis  $+85^\circ$  werden von Zahnriemen angetrieben (Bild 3-5 (1)). Dabei liegt bei einem Messbereich von 0-6 m die maximal zulässige Geschwindigkeit eines Reflektors bei 500 mm/s und die Beschleunigung darf 500 mm/s<sup>2</sup> nicht übersteigen.

Das Interferometer verwendet einen externen He-Ne-Laser, der durch eine Glasfaser (Bild 3-6) zugeführt wird und über eine Auflösung von 1 nm bei einer maximalen Messlänge von 6 m verfügt. Die gemessene relative Strecke bezieht sich auf den Mittelpunkt der Reflektor- bzw. Referenzkugel und den angemessenen Retroreflektor (Bild 3-5 (4)). Durch Temperatur-, Druck- und Feuchtefühler sollen Einwirkungen infolge der atmosphärischen Umgebungsbedingungen weitgehend kompensiert werden. Einen schematischen Verlauf des Laserstrahls zeigt Bild 3-6. Der Strahl wird aufgeteilt in einen Referenzstrahl, der direkt zu einer optisch-elektronischen Detektoreinheit durchgelassen wird, und einen Messstrahl, der von der Referenzkugel reflektiert und direkt zum externen Reflektor gelenkt wird. Der von dort reflektierte Strahl wird mit dem

Referenzstrahl überlagert und ein weiterer Strahlteiler lenkt einen Teil dieses reflektierten Strahls zu einer Vier-Quadranten-Diode, die die Ausrichtungsabweichung Interferometer und externem Reflektor ermittelt. Dabei wird die Stellung des Interferometers so geregelt, dass der reflektierte Strahl wieder auf das Zentrum der Diode fällt (Härtig et al. 2004). Dieser Regelkreis macht es möglich, dass der LaserTracer in der Lage ist, einen Retroreflektor im Raum zu verfolgen.

Beim Einsatz des LaserTracers für die Kalibrierung z. B. eines Koordinatenmessgeräts (KMG) wird der LaserTracer nacheinander an mindestens vier verschiedenen Positionen auf dem KMG aufgestellt, während der Reflektor in den Tastkopf eingespannt wird. Das KMG fährt ein räumliches Muster ab, dem der Laser automatisch folgt und an jeder Stützstelle im Stillstand eine Längenmessung durchführt. Ein spezielles Auswerteverfahren analysiert dabei die systematischen Abweichungen aller Maschinenachsen. Weiterführende Details sind in Schwenke et al. (2005), Schneider (2004), Härtig et al. (2004) oder Hughes et al. (2000) zu finden.

Um über eine Trilateration 3-D-Koordinaten zu bestimmen, werden für einen räumlichen Bogenschlag mindestens drei Streckenbeobachtungen von bekannten Standpunkten benötigt. Somit müssten drei LaserTracer gleichzeitig auf einen Reflektor oder ein Reflektorsystem ausgerichtet sein und durch eine externe Triggerung müsste der Messzeitpunkt ausgelöst werden. Im kinematischen Messmodus könnte die Prüfzeit einer KMG um ein Vielfaches (schätzungsweise Faktor 3 bis 5) reduziert werden, wodurch das Verfahren erst effizient einsetzbar wäre. Somit werden derartige Weiterentwicklungen erwartet. Bisher existiert keine Publikation über den rein kinematischen Einsatz dieses Systems, wobei während der Zielverfolgung auch die Messwerte registriert werden.



Bild 3-4: LaserTracer

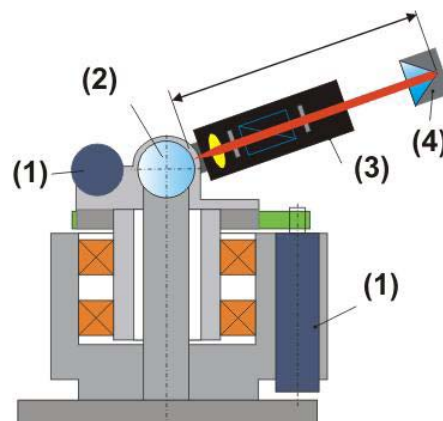


Bild 3-5: LaserTracer Prinzipskizze

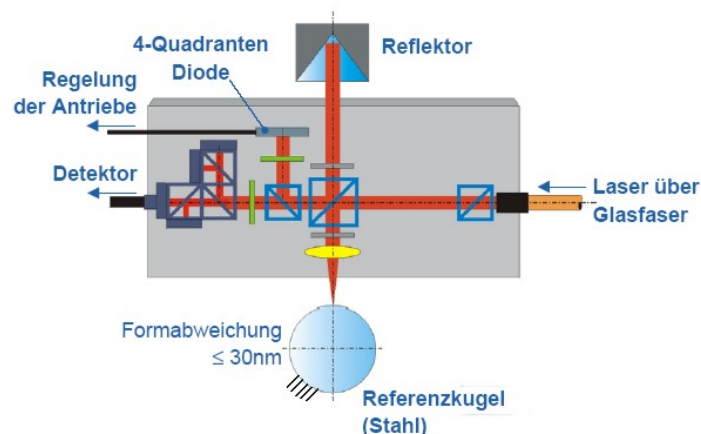


Bild 3-6: LaserTracer Strahlengang (Kniel 2003)

### 3.4.2 Kalibrieranforderungen

Die vom LaserTracer erreichte Messunsicherheit stellt an ein Kalibriersystem extrem hohe Anforderungen. Da der LaserTracer in erster Linie für die Genauigkeitssteigerung von KMG und Fertigungsmaschinen entwickelt wurde und ein spezieller Ablauf der Messanordnung durchgeführt wird, sollte eine Prüfung diesem Umfeld entsprechend erfolgen. Dazu muss ein hochgenaues KMG in entsprechend gut klimatisierter Laborumgebung eingesetzt werden. Ebenso erfordert das als Reflektor eingesetzte Cateye eine optische Rundheit von  $< 0.4 \mu\text{m}$  (Schwenke et al. 2004). Die Bestimmung aller systematischen Abweichungen der Maschinenachsen des KMG mit dem LaserTracer kann durch eine unabhängige konventionelle Methode verglichen werden. Dabei konnten bisher gute Übereinstimmungen innerhalb von  $1 \mu\text{m}$  für die Position und Geradheit, sowie  $0.4''$  für die Rotationen erreicht werden (Schwenke et al. 2004). Eine weitere Verifizierung der Genauigkeit des LaserTracers kann mit einem Horizontalarm-KMG erfolgen, wobei hier bevorzugt der Längenmessbereich geprüft werden kann.

Da zu erwarten ist, dass der LaserTracer zukünftig kinematisch arbeiten wird, stellt sich die herausfordernde Frage nach einer Synchronisation mit einem Kalibriersystem. Für eine Positionsbestimmung müssen mindestens drei LaserTracer zeitgleich messen und folglich untereinander synchronisiert sein, um Latenzzeiten zwischen den einzelnen Streckenmessungen zu vermeiden. Für ein Kalibriersystem folgt aus der kleinen interferometrischen Streckenmessunsicherheit von  $0.3 \mu\text{m} + 0.3 \mu\text{m}/\text{m}$  ( $2\sigma$ ) des LaserTracers, dass dieses eine Positionsunsicherheit von  $0.1 \mu\text{m}$  aufweisen muss. Sollen eventuelle Verzögerungszeiten aufgedeckt werden, muss die zeitliche Zuordnung, ausgehend von  $0.3 \mu\text{m}$  und einer Geschwindigkeit von  $0.5 \text{ mm}/\text{ms}$ , bei  $0.2 \mu\text{s}$  liegen.

Da der LaserTracer gerade im Nahbereich eine wesentlich höhere Genauigkeit gegenüber einem Lasertracker aufweist, ist zu untersuchen, ob und wie der LaserTracer für die Kalibrierung eines kinematischen Kalibriersystems eingesetzt werden kann, wobei die Verfolgungsgeschwindigkeit des LaserTracers bis jetzt sicher nicht ausreichen wird, um den kinematischen Arbeitsbereich eines Prüflings abzudecken.

## 3.5 Zusammenfassung der Kalibrieranforderungen

In den vorhergehenden Kapiteln wurden für jedes vorgestellte Messsystem die Kalibrieranforderungen, die zur Bestimmung von Verzögerungszeiten zu erfüllen sind, aufgezeigt. Tabelle 3.1 zeigt eine Zusammenfassung dieser Kalibrieranforderungen, wobei bereits davon ausgegangen wird, dass das Kalibriersystem um den Faktor 3 genauer ist als das jeweilige Messsystem. Diese Werte bilden die Grundlage für die Konzeption eines Kalibriersystems (vgl. Kapitel 5).

Tabelle 3.1: Anforderungen an ein Kalibriersystem

Messsystem	Positionierung ( $2\sigma$ )	Referenzierung	zeitliche Anforderung	Geschwindigkeit
Lasertracker	$\pm 10 \mu\text{m}$ (bei 3 m)	Trigger (nur Leica)	$0.5 \mu\text{s}$	6.0 m/s
Robottachymeter	$\pm 16 \mu\text{m}$ (bei 5 m)	serielle Schnittstelle	$16 \mu\text{s}$	1.3 m/s
iGPS	$\pm 80 \mu\text{m}$	unbekannt Annahme: serielle Schnittstelle	$33 \mu\text{s}$	2.0 m/s
LaserTracer	$\pm 0.1 \mu\text{m}$	unbekannt Annahme: Trigger	$0.2 \mu\text{s}$	0.5 m/s

## 4 Modellierung

Bei der Entwicklung eines zeitreferenzierten Kalibriersystems zur raumzeitlichen Positionsbestimmung bedarf es eines funktionalen Modells, das *Soll-Ist*-Abweichungen beschreibt und vorhandene Verzögerungszeiten ermitteln kann. Dabei gibt das Kalibriersystem eine zeitreferenzierte Solltrajektorie vor, die vom jeweiligen Prüfling bestimmt werden muss.

Im folgenden Kapitel werden allgemeine Vereinbarungen bezüglich der Modellierung getroffen sowie eine Abschätzung für den Einsatz eines linearen oder rotativen Kalibriersystems gegeben. Auf Grundlage dieser Abschätzung fiel die Entscheidung zur Entwicklung eines Dreharmsystems als 4-D-Kalibriersystem aus. Die Konzeption und Umsetzung des Kalibriersystems, bestehend aus einem Dreharm und einer zusätzlich erzwungenen Drehung des Prüflings, wird in Kapitel 6 beschrieben und hier nur soweit erwähnt wie es zum besseren Verständnis nötig ist.

Im Zusammenhang mit der Modellierung muss ein Systemübergang zwischen Kalibrier- und Prüflingssystem geschaffen werden und letztendlich für jede einzelne Messmethode der Prüflinge ein adäquates Modell entwickelt werden (siehe Kapitel 5).

### 4.1 Anforderungen an ein Modell

Ein Modell zur raumzeitlichen Positionsbestimmung muss in der Lage sein jedem einzelnen Messwert eines Prüflings eine raumzeitliche Position zuzuweisen. Weiterhin müssen a priori einheitliche Definitionen bezüglich der Koordinatensysteme und des Systemübergangs festgelegt werden, um eine reproduzierbare Messbasis zu bilden.

#### 4.1.1 Allgemeine Grundlagen der Modellbildung

Für die Bestimmung von Verzögerungszeiten muss bei der Modellierung der raumzeitlichen Positionsbestimmung ein Zusammenhang zwischen der für die Bestimmung maßgeblichen Messgröße eines Kalibriersystems und der Messgröße eines Prüflings hergestellt werden. Die Grundlage bilden einheitlich definierte lokale Koordinatensysteme sowohl für das Kalibriersystem als auch für das Prüflingssystem.

Die Verbindung zwischen den beiden Koordinatensystemen erfolgt durch eine Koordinatentransformation. Anhand der Messunsicherheit der Transformationsparameter kann geprüft werden, mit welcher Qualität ein Systemübergang erfolgt. Da die Messsysteme im statischen Messmodus immer höhere Genauigkeiten aufweisen, erfolgt ein Systemübergang auf der Basis der statischen Messungen.

#### 4.1.2 Diskrete Positionsbestimmung

Kinematische Messungen zeichnen sich durch die Eigenschaft aus, dass keine Wiederholungsmessungen entstehen. Wird eine bestimmte Trajektorie mehrmals durchlaufen und vom Messsystem verfolgt, wird die raumzeitliche Position niemals mit der aus einem vorherige Durchlauf identisch sein, sondern sich höchstens in der *Nähe* befinden, ohne diesen Begriff *Nähe* genauer zu beleuchten. Das Verhalten eines Messsystems ist meist abhängig von Geschwindigkeit, Beschleunigung und Weg des zu verfolgenden Objektes.

In Folge der Diskretisierung der Trajektorie wird jede mit einem Prüfling gemessene Position einer zeitreferenzierten Sollposition gegenübergestellt. Auf diese Weise kann jedem einzelnen Messwert eines Prüflings eine Verzögerungszeit in Bezug auf den Messanfragezeitpunkt zugeordnet werden. Durch die raumzeitliche Positionsbestimmung lassen sich einerseits Variationen in den Verzögerungszeiten selbst aufdecken und andererseits kann dies die Analyse der Ursache für die Entstehung unterstützen.

## 4.2 Linearbewegung versus Rotation

Für alle Prüfungen im Raum-Zeit-Bereich muss eine zeitreferenzierte Solltrajektorie realisiert werden. Dabei bieten sich als Untersuchungseinrichtungen die klassische Linearbahn und die Kreisbahn, realisiert durch einen rotierenden Dreharm, an. Zu 4-D-Kalibriersystemen werden die Linear- und Kreisbahnsysteme durch die Erweiterung um die Zeitkomponente und die Möglichkeit einer zeitlichen Referenzierung zwischen der Kalibriereinrichtung und einem Prüfling. Für die Kalibrierung der Prüflinge muss individuell abgeschätzt werden, welche Geschwindigkeit oder Beschleunigung erforderlich ist und welche Kalibriereinrichtung für den geforderten Untersuchungsansatz geeignet erscheint.

Die Realisierung einer solchen Kalibriereinrichtung ist technisch sehr anspruchsvoll, wenn kleine Messunsicherheiten und hohe Reproduzierbarkeit erwartet werden. Im Folgenden werden jedoch lediglich die Aspekte zur Aufdeckung vorhandener Verzögerungszeiten in den Messgrößen der Prüflinge für die unterschiedlichen Kalibriereinrichtungen betrachtet.

Ein Problem bei der Realisierung solcher Kalibriereinrichtungen stellen oft die Räumlichkeiten dar, die meist nicht in den gewünschten Abmessungen zur Verfügung stehen, so dass hier von vornherein Einschränkungen für den Messbereich hinzunehmen sind.

In Bezug auf die zu bestimmenden Verzögerungszeiten muss der Prüfling gegenüber dem Kalibriersystem idealerweise so ausgerichtet werden können, dass einerseits maximale Positionsabweichungen entstehen und andererseits der Prüfling an die Grenzen seiner Verfolgungsgeschwindigkeit und Beschleunigung gelangen kann. Ein Rückschluss auf vorhandene Verzögerungszeiten des Prüflings lässt sich einfacher verifizieren, wenn das Kalibriersystem in der Lage ist, über einen längeren Zeitraum konstante Geschwindigkeiten zu halten. Eine Beurteilung der Vor- und Nachteile von Linearbahn und Dreharm erfolgt auf der Grundlage hypothetisch angenommener Latenzzeiten zwischen der Winkel- und Streckenmessung in Form von *Soll-Ist* Differenzen, die sich in den 4-D-Koordinaten zeigen.

### 4.2.1 Linearbahn

Horizontale Linearbahnen in Form von interferometrisch gestützten Messbahnen sind schon lange bekannt und im Einsatz. Am Geodätischen Institut der Universität Karlsruhe (GIK) wurde 2005/06 erstmals auf Grundlage der klassischen Linearbahn eine **Präzisions-High-Speed-Linear**messbahn (PHIL) entwickelt. Der Antrieb erfolgt über einen doppelt parallel geführten Zahnriemen, der Bahngeschwindigkeiten bis zu 8 m/s ermöglicht. In Hennes (2006) sind weitere Einzelheiten und Spezifikationen erläutert.

Eine Linearbahn ist als Kalibriersystem dann prädestiniert, wenn längere Wegstrecken gefordert sind, da sich Längen von 20-25 m sehr gut realisieren lassen. Aufgrund räumlicher Gegebenheiten sind oft keine großen Variationen im seitlichen Abstand zur Messbahn möglich, so dass dieses Manko durch eine geeignete Positionierung des Prüflings kompensiert werden muss. Ausgehend von einer horizontalen Linearbahn sind in Bezug auf die Höhe und somit auf die Variation im Vertikalwinkel ebenfalls Grenzen gesetzt, da ein Prüfling nicht beliebig hoch über der Bahn aufgebaut werden kann. Je nach Prüfling bedeutet das, dass die jeweiligen Messgrößen unterschiedlich gewichtet in eine Kalibrierung einfließen.

Eine Einschränkung bei kinematischen Prüfungen liegt in der verfügbaren Messzeit, da sich diese aus der Objektgeschwindigkeit bzw. Beschleunigung in Kombination mit der Bahnlänge bestimmt. Bei einer hohen Geschwindigkeit kann eine komplette Messung in wenigen Sekunden abgeschlossen sein und zusammen mit einer niedrigen Datenrate des Prüflings entstehen auf diese Weise meist nur wenige Messwerte. Wird eine konstante Zielgeschwindigkeit gefordert, muss das Zielobjekt in kürzester Zeit beschleunigt werden, wobei die maximale Verfolgungsgeschwindigkeit des Prüflings nicht überschritten werden darf. Entsprechendes gilt am Ende der Bahn, da das Zielobjekt rechtzeitig abgebremst werden muss. Somit steht für einen effektiven Fahrweg mit konstanter Geschwindigkeit nicht die gesamte Bahnlänge, sondern eine um die Beschleunigungs- und Abbremswege verkürzte Strecke zur Verfügung. Wird jeweils der Hin- und Rückweg betrachtet, müssen sich die Auswirkungen durch vorhandene gleich bleibende Latenzzeiten in einem

gespiegelten Effekt zeigen, aber nicht zwangsläufig an der gleichen Bahnposition, sondern nur in nahe beieinander liegenden Positionen.

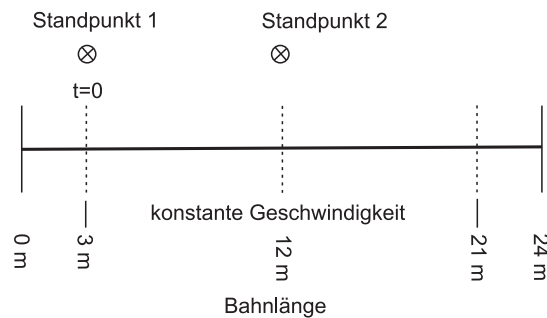


Bild 4-1: Simulation Linearbahn mit 2 Standpunkten

Anhand von Simulationsberechnungen werden im Folgenden die möglichen Standpunkte des Prüflings untersucht. Dargestellt werden Simulationen eines polaren Messsystems, wobei hier auf die Simulation einer Verzögerungszeit zwischen Vertikal- und Horizontalwinkel, auf Grund der Übersichtlichkeit, verzichtet wurde. Folglich wird eine Latenzzeit nur zwischen der Winkelmessung (Vertikal- und Horizontalwinkel) und der Streckenmessung angesetzt. Wird ein polar messender Prüfling in Verlängerung der Linearbahn positioniert, wird primär der Streckenmessteil beurteilt und eine Latenzzeit zwischen Winkel- und Streckenmessung kann nicht bestimmt werden, sondern nur eine Totzeit. Wird der Prüfling jedoch seitlich zur Linearbahn an einen End- oder Anfangspunkt positioniert (Standpunkt 1, Bild 4-1), verursacht die Latenzzeit zwischen Strecken- und Winkelmessung eine Differenz zwischen den berechneten Koordinaten und den Sollkoordinaten. In Bild 4-2 sind angenommene Latenzzeiten von 10, 50 und 100 ms zwischen Winkel- und Streckenmessung simuliert für eine Zielgeschwindigkeit von 1 m/s. Der simulierte Prüflingsstandpunkt 1 (Bild 4-1) liegt 3 m seitlich und 0,8 m über der Bahn, wobei die Y-Achse eines lokalen Koordinatensystems in Bahnrichtung orientiert ist. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird eine konstante Zielgeschwindigkeit angenommen. Wie zu erwarten war, entstehen die größten Koordinatendifferenzen im Y-Wert und zwar mit zunehmender Bahnlänge, während die Differenzen im X- und Z-Werte nur im ersten Drittel stärker abweichen und dann gegen Null tendieren. Bei höheren Zielgeschwindigkeiten bleibt die Tendenz der Koordinatendifferenzen erhalten, lediglich der Betrag vergrößert sich.

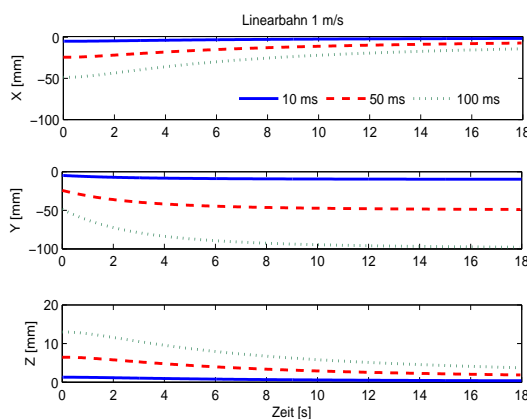


Bild 4-2: Standpunkt 1, Koordinatendifferenzen verursacht durch Latenzzeiten, Zielgeschwindigkeit 1 m/s

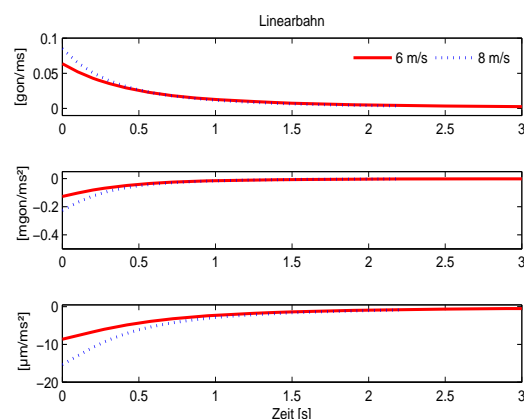


Bild 4-3: Standpunkt 1, Winkelgeschwindigkeit, -beschleunigung, Beschleunigung senkrecht zum Zielstrahl bei 6 m/s und 8 m/s

Wie in Kapitel 3.1.1 aufgezeigt wurde, können zu große Beschleunigungen bzw. Beschleunigungsänderungen des Messkopfs eines Lasertrackers zu verfälschten Winkelencoderwerten führen. Um solche Zusammenhänge aufzudecken, muss eine definierte Beschleunigungsänderung herbeigeführt werden. Bild 4-3 zeigt für 6 m/s und 8 m/s in Horizontalrichtung die Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung sowie die Beschleunigung senkrecht zum Zielstrahl, wobei diese Werte als Grenzwerte für die maximale Zielbeschleunigung eines Prüflings angesehen werden können, denn beim Lasertracker liegt dieser Wert meist bei  $< 2g$  ( $19.6 \mu\text{m/ms}^2$ ). In Bild 4-3 wird deutlich, dass dieser Grenzwert selbst bei einer Geschwindigkeit von 8 m/s nur in den ersten ms annähernd erreicht wird.

Ein etwas anderes Grenzwertverhalten ergibt sich, wenn der Prüfling alternativ in der Mitte der Linearbahn (seitlicher Abstand 3 m, Höhe 0.8 m, Standpunkt 2 Bild 4-1) positioniert wird (Bild 4-4). Hierbei wird der Grenzwert der Beschleunigung bei einer Zielgeschwindigkeit von 8 m/s an zwei Positionen erreicht. Darüber hinaus sind in dieser Prüflingsposition größere Variationen in der Winkelgeschwindigkeit bzw. -beschleunigung vorhanden, wodurch ein Prüfling stärker herausgefordert wird und seine Schwachstellen folglich besser aufgedeckt werden können. Bild 4-5 zeigt die Differenzen in den Koordinaten zwischen der *Soll-* und *Ist-*Position bei simulierten Latenzzeiten von 10, 50 und 100 ms bei einer Zielgeschwindigkeit von 1 m/s. Befindet sich das Zielobjekt in der Mitte der Bahn, d. h. die Zielrichtung ist annähernd senkrecht zur Bahn, fallen die Streckenänderungen am geringsten aus, so dass die Auswirkung der Latenzzeit am kleinsten ist und die Koordinatendifferenzen gegen Null tendieren.

Eine Analyse der einzelnen Messwerte des Prüflings im Zusammenhang mit variierenden Zielgeschwindigkeiten und den dadurch ausgelösten Verfolgungsgeschwindigkeiten des Prüfling kann einen Aufschluss über die möglichen Ursachen der Entstehung von Latenzzeiten begünstigen. Bild 4-6 und Bild 4-7 zeigen die *Soll-Ist*-Differenz des Horizontalwinkels bei unterschiedlichen Zielgeschwindigkeiten und simulierten Latenzzeiten in den beiden Prüflingspositionen. Dabei wird deutlich, dass die Mittelstellung des Prüflings die größeren Variationen aufzeigt und somit sensitiver ist.

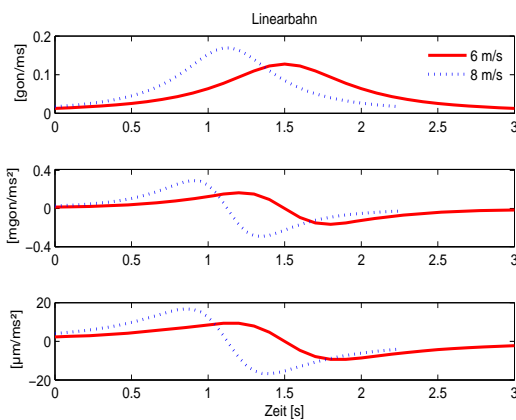


Bild 4-4: Standpunkt 2, Winkelgeschwindigkeit, -beschleunigung, Beschleunigung senkrecht zum Zielstrahl bei 6 m/s und 8 m/s

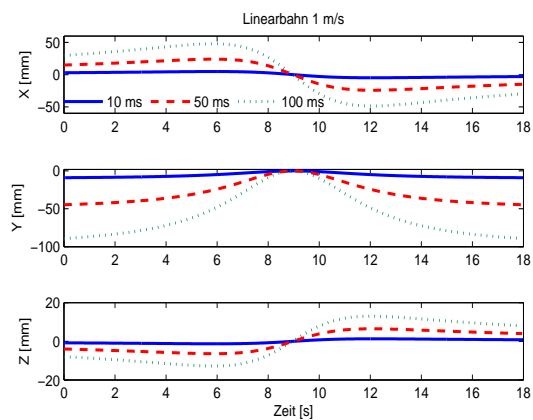


Bild 4-5: Standpunkt 2, Koordinatendifferenzen verursacht durch Latenzzeiten, Zielgeschwindigkeit 1 m/s

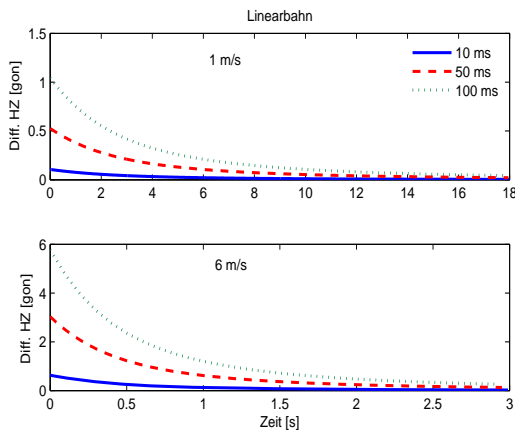


Bild 4-6: Standpunkt 1, Soll-Ist Horizontalwinkel bei simulierten Latenzzeiten und Zielgeschwindigkeit von 1 m/s und 6 m/s

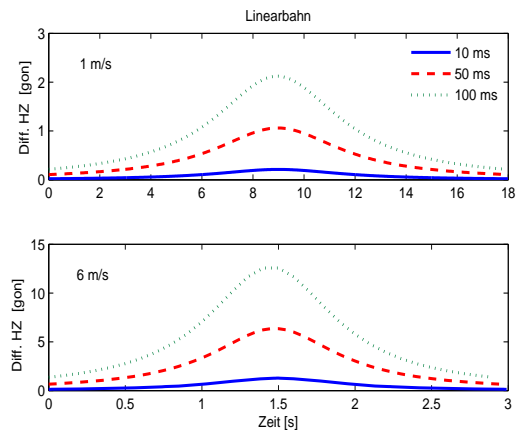


Bild 4-7: Standpunkt 2, Soll-Ist Horizontalwinkel bei simulierten Latenzzeiten und Zielgeschwindigkeit von 1 m/s und 6 m/s

### 4.2.2 Kreisbahn

Eine weitere eindeutig und ideal bestimmbare Solltrajektorie liefert die Kreisbewegung eines Dreharms. Zwar ist ein Dreharm durch die Wahl des Radius in seinem Umfang beschränkt, doch hat er gegenüber der Linearbahn den Vorteil, dass durch eine endlose Rotation eine zeitlich unbegrenzte Verfolgung durch einen Prüfling möglich ist. Ebenso kann bei entsprechend langsamer Beschleunigung des Dreharms ein Prüfling bis auf seine maximale Verfolgungsgeschwindigkeit gebracht werden, um ihn dann bei konstanter Rotationsgeschwindigkeit auf vorhandene Verzögerungszeiten über mehrere Umläufe hinweg zu untersuchen. Wird ein Dreharm in seinen räumlichen Bewegungen schwenkbar gehalten und nicht ausschließlich horizontal bzw. vertikal fixiert, so lassen sich weitere räumliche Solltrajektorien erzeugen.

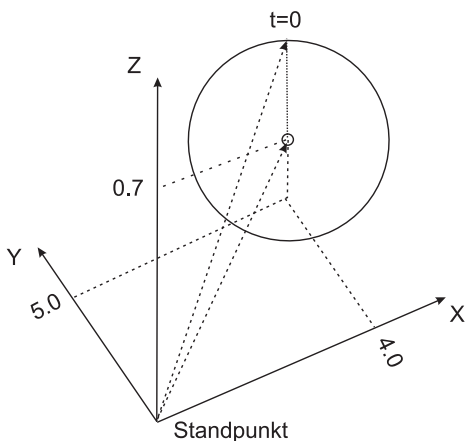


Bild 4-8: Simulation vertikale Dreharmstellung im Prüflingskoordinatensystem

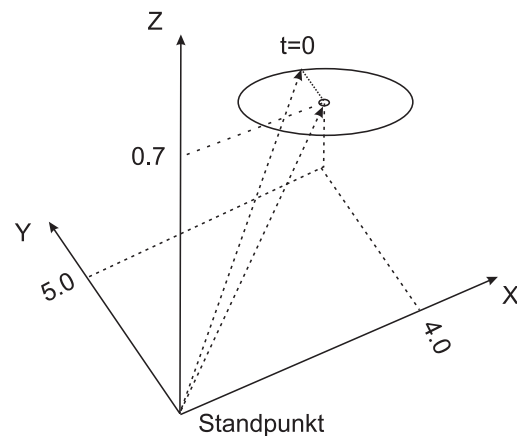


Bild 4-9: Simulation horizontale Dreharmstellung im Prüflingskoordinatensystem

Die unterschiedlichen Positionierungen von Prüfling und Dreharm lassen zusätzlich eine entsprechende Kombination der Messgrößen zu. Beispielsweise kann bei einem polar messenden Prüfling in Kombination mit einer vertikalen Position des Dreharms und einer Ausrichtung in Verlängerung der Rotationsachse der Einfluss der Streckenmessung eliminiert werden, da zu allen Positionen die gleiche Strecke gemessen wird.



Wird der Prüfling entsprechend seitlich positioniert, so sind alle polaren Messelemente beteiligt. Ein geringer Abstand zwischen Prüfling und Dreharm, einhergehend mit einer hohen Dreharmgeschwindigkeit, bewirkt eine sich permanent schnell ändernde Messkopfbewegung des Prüflings und ist gleichbedeutend mit einer hohen Verfolgungsbeanspruchung.

Anhand von Simulationsberechnungen werden, wie zuvor bei der Linearbahn, auch hier die Auswirkungen von Latenzzeiten auf die Koordinaten aufgezeigt. Die Darstellungen beziehen sich auf ein polares Messsystem und es wird von einer vorhandenen Latenzzeit zwischen der Streckenmessung und der Winkelmessung ausgegangen. Auf die Darstellung einer Latenzzeit zwischen Vertikal- und Horizontalwinkel wird an dieser Stelle verzichtet. Bild 4-10 zeigt die Koordinatendifferenzen für einen polar messenden Prüfling bei einer Dreharmgeschwindigkeit von 1 m/s mit simulierten Latenzzeiten zwischen Strecken- und Winkelmessung von 10, 50 und 100 ms. Dabei weist der Dreharm eine vertikale Stellung auf und der Prüfling befindet sich in einer seitlichen Position im Abstand von 4 m und 5 m, wobei die X/Z-Ebene des Prüflingskoordinatensystems als Parallele zur Vertikalebene des Dreharms definiert ist (Bild 4-8). Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird eine konstante Dreharmgeschwindigkeit vorausgesetzt. Wie bei einer Kreisbewegung zu erwarten ist, zeigen sich sinusförmige Abweichungen in den X- und Y-Koordinaten, die mit zunehmender Dreharmgeschwindigkeit größer werden. Werden wie bei der Linearbahn die Winkelgeschwindigkeit und -beschleunigung untersucht (Bild 4-11), wird hier die maximale Beschleunigung des Lasertrackers von  $< 2g$  bei einer Dreharmgeschwindigkeit von 6 m/s bereits überschritten und der Prüfling somit bis an seine Grenze gefordert.

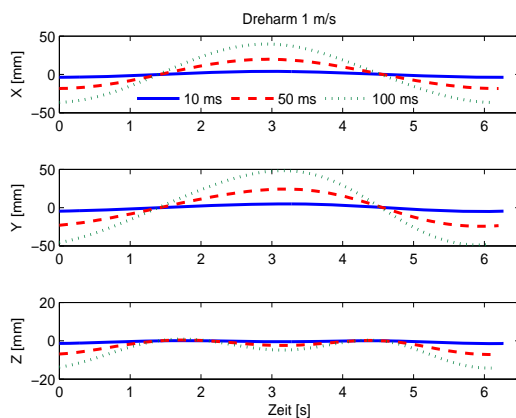


Bild 4-10: vertikal: Koordinatendifferenzen verursacht durch Latenzzeiten, tangentielle Zielgeschwindigkeit 1 m/s

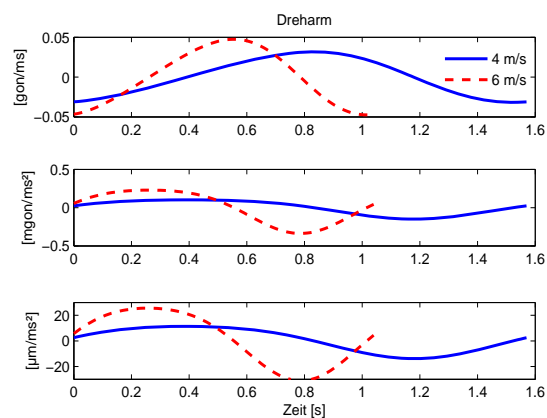


Bild 4-11: vertikal: Winkelgeschwindigkeit, -beschleunigung, Beschleunigung senkrecht zum Zielstrahl bei 4 m/s und 6 m/s

Wird in beibehaltener Prüflingsposition der Dreharm in einer horizontalen Stellung (Bild 4-9) betrieben, vervielfachen sich die Koordinatendifferenzen für X- und Y-Werte im Vergleich zur vertikalen Stellung aufgrund der größeren Streckenvariation, wobei die sinusförmige Tendenz der Abweichungen erhalten bleibt (Bild 4-12 mit 1 m/s). In horizontaler Lage des Dreharms ändert sich die Entfernung zwischen Prüfling und Zielobjekt permanent, wodurch Verfolgungsgeschwindigkeit und -beschleunigung anwachsen. In dieser Kombination und bei einer Dreharmgeschwindigkeit von 6 m/s ist allerdings eine Verfolgung selbst durch einen Lasertracker nicht mehr möglich.

Wie zuvor für die Linearbahn kann auch für die unterschiedlichen Dreharmstellungen eine *Soll-Ist* Differenz für den Horizontalwinkel der Prüflingsposition bei unterschiedlichen Zielgeschwindigkeiten sowie den simulierten Latenzzeiten aufgezeigt werden. Bild 4-14 und Bild 4-15 machen deutlich, dass zwischen horizontaler und vertikaler Stellung des Dreharms nur in Bezug auf den Horizontalwinkel kein relevanter Unterschied besteht. Bei mittleren Rotationsgeschwindigkeiten liegen die Abweichungen unterhalb von 1 gon und wachsen erst bei hohen Dreharmgeschwindigkeiten auf etwa 5 gon an.

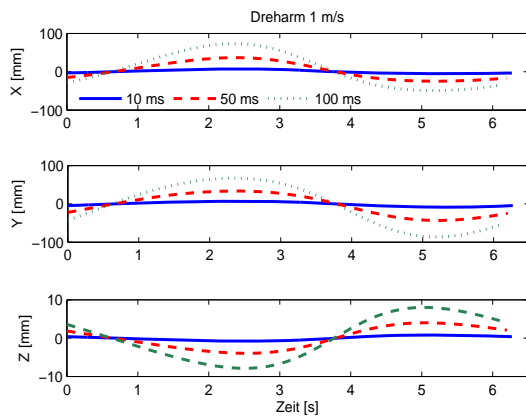


Bild 4-12: horizontal: Koordinatendifferenzen verursacht durch Latenzzeiten, tangentielle Zielgeschwindigkeit 1 m/s

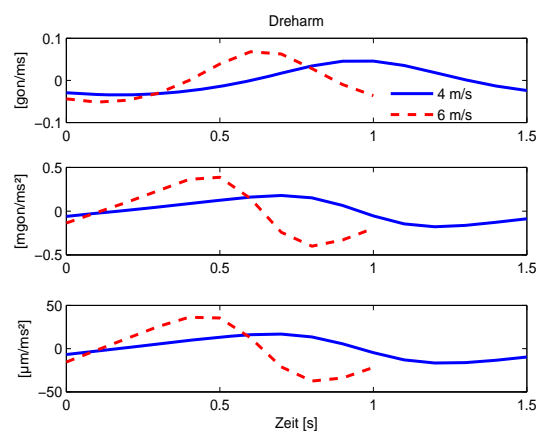


Bild 4-13: horizontal: Winkelgeschwindigkeit, -beschleunigung, Beschleunigung senkrecht zum Zielstrahl bei 4 m/s und 6 m/s

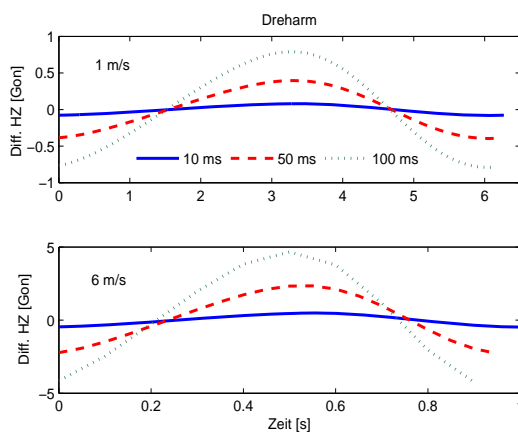


Bild 4-14: vertikal: Soll-Ist Horizontalwinkel bei simulierten Latenzzeiten und tangentielle Zielgeschwindigkeit von 1 m/s und 6 m/s

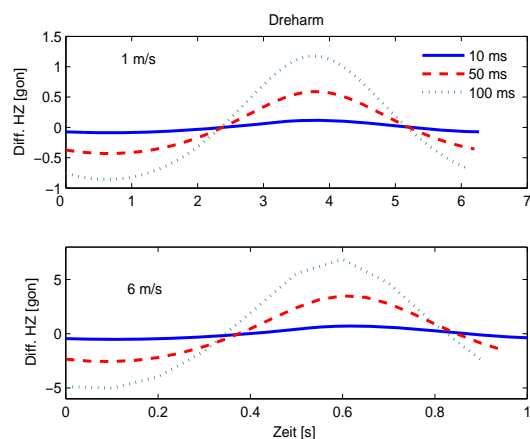


Bild 4-15: horizontal: Soll-Ist Horizontalwinkel bei simulierten Latenzzeiten und tangentielle Zielgeschwindigkeit von 1 m/s und 6 m/s

### 4.2.3 Fazit

Die Simulationsberechnungen verdeutlichen die jeweiligen Vor- und Nachteile der Anordnung eines Kalibriersystems in Form einer Linearbahn oder eines Dreharms. Generell weist die Linearbahn eine größere Streckenvariation auf, ist aber durch ihre endliche Länge wiederum nur eingeschränkt nutzbar. Demgegenüber zeigt sich der Vorteil des Dreharms in seiner quasi endlosen Rotation und größeren Variationsmöglichkeit beim Austesten des Vertikalwinkels eines Prüflings. Wird der Dreharm schwenkbar gehalten ergeben sich Trajektorien, die nicht nur auf eine horizontale bzw. vertikale Ebene beschränkt sind, wodurch diverse Variationen in den Messgrößen möglich sind. Ein weiterer Vorteil des Dreharms besteht in seiner über einen längeren Zeitraum konstanten Drehgeschwindigkeit, wodurch der Prüfling vermehrt Messwerte liefert, die bei jeder Umdrehung unterschiedliche Positionen auf der Kreisbahn am Dreharm aufweisen. Je nach Art des Prüflings und der zu erwartenden Verzögerungszeiten ist dem Dreharm oder der Linearbahn als Kalibriersystem der Vorzug zugeben, wobei auch eine Kombination aus beiden Kalibriersystemen empfehlenswert sein kann. Eine Entscheidung welches Kalibriersystem bzw. Setting für

den Prüfling in Frage kommt, sollte an Hand von Simulationsberechnungen im Vorfeld einer Messung erfolgen. Maßgebend ist dabei, wie gut sich eine zeitliche Referenzierung zwischen Kalibriersystem und Prüfling realisieren lässt und welche Messunsicherheit für das Kalibriersystem verwirklicht werden kann.

Eine Erweiterung der Linearbahn und des Dreharms für polar messende Prüflinge ist durch eine erzwungene Rotation des Prüflings selbst möglich. Auf diese Weise wird der Horizontalwinkelbereich des Prüflings vergrößert und folglich eine veränderte Trajektorie erzeugt. In Kapitel 4.6 wird diese Erweiterung im Zusammenhang mit einem Dreharm und einer Linearbahn vorgestellt.

### 4.3 Modellierung eines 3-D-Kreises als Prüftrajektorie

Wird bei einem Dreharm am Ende des Auslegers ein Sensor oder Reflektor befestigt, ist die Position des Reflektors/Sensors durch Drehwinkel und Radius eindeutig festgelegt und beschreibt per se eine zwei-dimensionale Bewegung, die als 2-D-Kreis bezeichnet wird. Wird diese Kreisbewegung im räumlichen Zusammenhang gesehen, wobei der Kreis zur Unterscheidung von einem 2-D-Kreis als 3-D-Kreis bezeichnet wird, entspricht diese Kreisbewegung der räumlichen Solltrajektorie des Dreharms. Im Folgenden werden der in dieser Arbeit verwendete Ausgleichungsansatz zur Bestimmung der 3-D-Kreisparameter und die zur Beurteilung der Parameter verwendeten Kriterien vorgestellt. Dabei wird auf die Grundzüge der Ausgleichungsrechnung nicht näher eingegangen, da diese in Standardwerken wie Niemeier (2002) oder Jäger et al. (2005) beschrieben werden.

#### 4.3.1 3-D-Kreisbahnmodell

Ausgehend von einem beliebig gelagerten Kreis im  $\mathfrak{R}^3$  mit dem Kreisradius  $r$  kann eine Kugel um den Kreismittelpunkt  $\mathbf{P}_M = (X_M, Y_M, Z_M)$  mit demselben Kugelradius  $r$  gebildet werden. Schneidet man diese Kugel mit der Ebene, in der der Kreis liegt, so resultiert wiederum der ursprüngliche Kreis; diese Ebene ist mit dem Kreismittelpunkt  $\mathbf{P}_M$  und dem Normalenvektor eindeutig gegeben.

Ausgehend vom Prüflingskoordinatensystem (Bild 4-16) setzt sich die Kugelgleichung aus den Mittelpunktskoordinaten  $(X_M, Y_M, Z_M)$  und dem Kreisradius  $r$  zusammen

$$(X_i - X_M)^2 + (Y_i - Y_M)^2 + (Z_i - Z_M)^2 - r^2 = 0 . \quad (4-1)$$

Eine Ebene im  $\mathfrak{R}^3$  lässt sich eindeutig über die Hesse-Normalform definieren

$$n_X X_i + n_Y Y_i + n_Z Z_i - d_E = 0 , \quad (4-2)$$

wobei  $n_X, n_Y, n_Z$  die Komponenten des Normaleneinheitsvektors darstellen und  $d_E$  den Abstand zum Koordinatenursprung definiert. Zur eindeutigen Beschreibung der Ebene muss über das Vorzeichen des Abstands  $d_E$  die Richtung des Normaleneinheitsvektors bestimmt werden. Die mathematische Konvention besagt hierbei, dass  $d_E$  immer positiv sein soll, wobei der Normaleneinheitsvektor dann stets vom Koordinatenursprung zur Ebene zeigt.

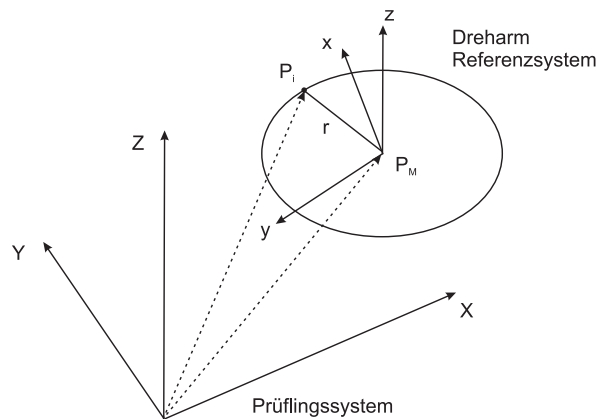


Bild 4-16: Kreis im  $\mathfrak{R}^3$ , Radius  $r$ , Kreismittelpunkt  $\mathbf{P}_M$ , im Prüflingssystem gemessener Kreisbogenpunkt  $\mathbf{P}_i$

Ausgehend vom mathematischen Modell der Kugel (4-1) und der Ebene (4-2) müssen zwei Restriktionen eingeführt werden, damit ein Kreis im  $\mathfrak{R}^3$  bestimmt werden kann. Zum einen wird gefordert, dass der Kreismittelpunkt immer in der Kreisebene liegen muss (4-3) und zum anderen, dass der Betrag des Normaleneinheitsvektors gleich 1 ist (4-4).

$$n_X X_M + n_Y Y_M + n_Z Z_M - d_E = 0 \quad (4-3)$$

$$n_X^2 + n_Y^2 + n_Z^2 - 1 = 0 \quad (4-4)$$

Werden in einem frei gewählten Koordinatensystem, hier das Prüflingssystem, redundante Messungen zu den Kreisbogenpunkten  $\mathbf{P}_i = (X_i, Y_i, Z_i)$  durchgeführt, können die gesuchten Kreisparameter (Mittelpunkt, Radius, Normaleneinheitsvektor) in einer Ausgleichung über das Gauß-Helmert-Modell (GHM) mit Restriktionen bestimmt werden.

Das allgemeine lineare funktionale Modell lautet

$$\mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{B}\mathbf{v} + \mathbf{w} = \mathbf{0} \quad (4-5)$$

Dabei bilden die Beobachtungen und Parameter bzw. Unbekannten  $\mathbf{u}$  des Gleichungssystems einen impliziten funktionalen Zusammenhang. Die notwendigen Linearisierungen unterteilen sich in die partiellen Ableitungen an der Stelle der Näherungswerte nach den Unbekannten (Designmatrix  $\mathbf{A}$ ) und in die partiellen Ableitungen nach den Beobachtungen (Bedingungsmatrix  $\mathbf{B}$ ). Der Verbesserungsvektor  $\mathbf{v}$  enthält die Zuschläge zu den Beobachtungen. Der Widerspruchsvektor  $\mathbf{w}$  folgt aus den Funktionswerten an der Stelle der geschätzten Unbekannten.

Die Restriktionen bezüglich der Parameter werden durch Bedingungsgleichungen (Bedingungsmatrix  $\mathbf{M}$ ) formuliert und sind ebenfalls an der Stelle der Näherungswerte der Unbekannten zu linearisieren. Das funktionale Modell wird wie folgt angegeben

$$\mathbf{M}\mathbf{u} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (4-6)$$

Die Gleichungen (4-1) und (4-2) enthalten die gesuchten Unbekannten des funktionalen Modells: die Koordinaten des Kreismittelpunkts, den Kreisradius, den Normaleneinheitsvektor und den Abstand der

Kreisebene zum Koordinatenursprung. Um die Designmatrix  $\mathbf{A}$  aufzustellen, werden die partiellen Ableitungen der Gleichungen (4-1) und (4-2) nach den Unbekannten gebildet und analog die Bedingungsmatrix  $\mathbf{B}$  über die partiellen Ableitung nach den Beobachtungen  $X_i, Y_i, Z_i$  (siehe Anhang (A-1), (A-2)). Mit den Gleichungen (4-3) und (4-4) lassen sich die Matrix  $\mathbf{M}$  und der Absolutgliedvektor  $\mathbf{b}$  aus Gleichung (4-6) mit den Näherungswerten aufstellen (siehe Anhang (A-3), (A-4)).

(4-5) und (4-6) ergeben zusammengefasst die nach der Methode der kleinsten Quadrate zu minimierende Zielfunktion

$$\mathbf{v}^T \mathbf{G} \mathbf{v} - 2\mathbf{k}_1^T (\mathbf{A}\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{B}\mathbf{v} + \mathbf{w}) - 2\mathbf{k}_2^T (\mathbf{M}\hat{\mathbf{u}} + \mathbf{b}) \rightarrow \min, \quad (4-7)$$

deren totales Differential zum Normalgleichungssystem

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B}\mathbf{Q}_{\parallel}\mathbf{B}^T & \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}^T & \mathbf{0} & \mathbf{M}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{k}_1 \\ \hat{\mathbf{u}} \\ \mathbf{k}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\mathbf{w} \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{b} \end{pmatrix} \quad (4-8)$$

führt.

Das dazugehörige stochastische Modell lautet

$$\mathbf{C}_{\parallel} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\parallel} = \sigma_0^2 \mathbf{G}^{-1}, \quad (4-9)$$

mit  $\mathbf{C}_{\parallel}$  als Kovarianzmatrix der Beobachtungen,  $\mathbf{Q}_{\parallel}$  als Kofaktormatrix,  $\mathbf{G}$  als Gewichtsmatrix und der a-priori Standardabweichung  $\sigma_0$ .

Ausgehend von den Näherungswerten der Unbekannten werden die gesuchten Zuschläge nach Inversion der Normalgleichungsmatrix aus dem entsprechenden Teil des Lösungsvektors entnommen. Je nach Güte der Näherungswerte muss iteriert werden, damit die Zuschläge entsprechend klein werden und die Forderung nach einem Minimum erfüllen.

Die Kofaktormatrix kann als entsprechende Submatrix aus der Inversen der Normalgleichungsmatrix entnommen werden. Die a-posteriori Standardabweichung berechnet sich üblicherweise aus

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{G} \mathbf{v}}{m - u + g}, \quad (4-10)$$

wobei  $m-u+g$  der Redundanz entspricht, mit  $u$  Unbekannten,  $m$  Bedingungsgleichungen und  $g$  Restriktionsgleichungen.

Damit sind alle Voraussetzungen erfüllt, um aus zu diskreten Dreharmpositionen berechneten Koordinaten die Parameter des Dreharms und seine räumliche Lage in einem Koordinatensystem zu schätzen und ihre Messunsicherheit anzugeben.

### 4.3.2 3-D-Kreisbahnanalyse

Die Bestimmung des 3-D-Kreises ist von grundlegender Bedeutung, da er einerseits die Solltrajektorie eines Dreharms liefert und andererseits bei kinematischen Messungen ein erstes Prüfungskriterium für die Abweichungen der gemessenen Trajektorie gegenüber einer geschätzten Solltrajektorie – dem Referenzkreis – darstellt. Die Analyse des 3-D-Kreises geschieht unabhängig davon, ob der Kreis statisch mit einem Messsystem übergeordneter Genauigkeit wie z. B. der Lasertracker (Kapitel 3.1) gemessen wird, oder ob die gemessene Kreistrajektorie anhand von kinematischen Messungen beurteilt werden soll. Ein Rückschluss auf die Größe eventuell vorhandener Verzögerungszeiten an diskreten Positionen lässt sich an Hand der Kreisbahnanalyse nicht ziehen. Die folgenden Ausführungen werden allgemein gehalten und stellvertretend wird von einem gemessenen Kreispositionsvektor  $\mathbf{P}_i$  ausgegangen.

Die aus der Ausgleichung erhaltenen Verbesserungen der Koordinaten sind Raumvektoren, die die Richtung und den Betrag der Abweichungen zum Referenzkreis angeben. Eine aussagekräftigere Analyse in Bezug auf den Kreis und eventuell vorhandene systematische Abweichungen liefert die Bestimmung von lotrechten, radialen und tangentialen Abweichungen gegenüber dem der Referenzkreis.

Lotrechte Abweichungen werden als Abstand  $d_K$  (Bild 4-17) eines gemessenen Punktes  $\mathbf{P}_i$  in Bezug auf die Kreisebene definiert und berechnen sich über die Hesse-Normalform der Ebene (4-2) mit  $\mathbf{n}_0$  als Normaleneinheitsvektor und  $d_E$  als Abstand der Ebene zum Koordinatenursprung

$$d_K = \mathbf{n}_0 \mathbf{P}_i - d_E . \quad (4-11)$$

Für  $d_K > 0$  liegen Messpunkt und Koordinatenursprung auf verschiedenen Seiten der Kreisebene.

Radiale Abweichungen liegen in der Kreisebene und werden als Differenz zum Radius des Referenzkreises gebildet. Für ihre Bestimmung muss zuerst der Lotfußpunkt  $\mathbf{P}_{F,i}$  von  $\mathbf{P}_i$  über

$$\mathbf{P}_{F,i} = \mathbf{P}_i - d_K \mathbf{n}_0 \quad (4-12)$$

berechnet werden. Der radiale Abstand  $d_r$  (Bild 4-17) ergibt sich anschließend über

$$d_r = r - |\mathbf{P}_{F,i} - \mathbf{P}_M| , \quad (4-13)$$

mit  $\mathbf{P}_M$  als Ortsvektor des Kreismittelpunkts, wobei mit  $d_r > 0$  der gemessene Punkt  $\mathbf{P}_i$  außerhalb des Kreises liegt.

Für die Bestimmung der tangentialen Abweichung  $d_T$  muss der zur Messung gehörende Referenzdrehwinkel  $\varphi_D$  am Dreharm bekannt sein, damit die Differenz  $\Delta\varphi$  aus dem Drehwinkel  $\varphi_D$  als Sollposition und dem Drehwinkel  $\varphi_F$  des Lotfußpunktes berechnet werden kann (Bild 4-17). Da es sich bei  $\Delta\varphi$  meist um sehr kleine Winkel handelt, kann die Berechnung wie folgt verkürzt werden

$$d_T = r \tan \Delta\varphi = r \Delta\varphi . \quad (4-14)$$

$d_T$  liegt in der Kreisebene, wobei das Vorzeichen in der Konvention *Soll-Ist* zu interpretieren ist.

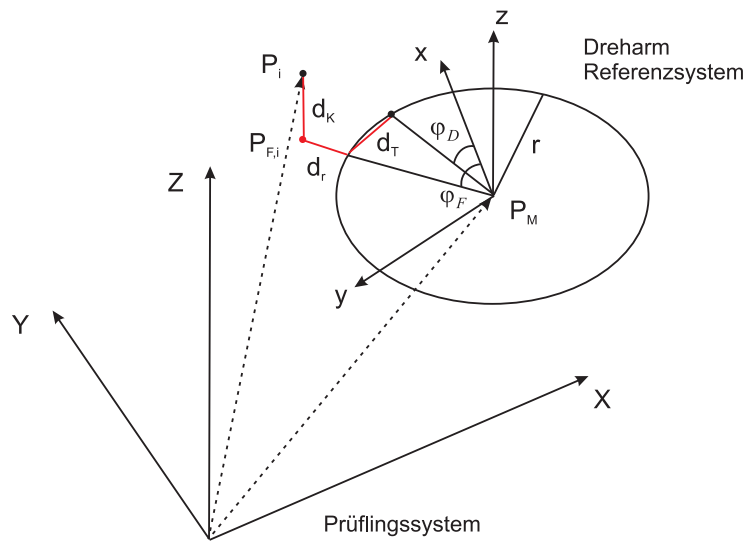


Bild 4-17: Kreis im  $\mathbb{R}^3$ : Radius  $r$ , Kreismittelpunkt  $P_M$ , im Prüflingssystem gemessener Kreisbogenpunkt  $P_i$ , Lotfußpunkt  $P_{F,i}$ , tangentielle Abweichung  $d_T$ , radiale Abweichung  $d_r$ , lotrechte Abweichung  $d_K$

## 4.4 Systemübergang vom Dreharmreferenzsystem zum Prüflingssystem

Der Dreharm und der Prüfling verfügen jeweils über ein eigenes lokales Koordinatensystem, wobei das Koordinatensystem des Dreharms das Referenzsystem bildet. Ein Bezug zwischen den beiden Koordinatensystemen erfolgt durch eine Koordinatentransformation, mit deren Hilfe jeder beliebige Punkt von einem in das andere System überführt werden kann. Die Grundlage der Modellierung zur raumzeitlichen Positionsbestimmung bildet die Theorie der Quaternionen. Um den Vorteil der Verkettung von Quaternionen bei der Modellierung zu nutzen, wird auch die Koordinatentransformation über Quaternionen gelöst.

### 4.4.1 Quaternionentransformation

Beim Übergang vom Koordinatensystem des Dreharms in das Koordinatensystem des jeweiligen Prüflings wird von einer orthogonalen Transformation ausgegangen. Die Transformationsparameter sind in der Regel unbekannt und müssen über die Koordinaten identischer Punkte numerisch bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird üblicherweise eine räumliche Helmerttransformation verwendet, mittels derer die Quadratsumme der Klaffungen zwischen den transformierten Systemen minimiert wird (z. B. Heck 2003).

Die allgemeine Form der räumlichen Helmerttransformation stellt sich dar als

$$\mathbf{X}_i = m\mathbf{R}\mathbf{x}_i + \mathbf{X}_{tr} \quad , \quad (4-15)$$

mit den Koordinaten des Ausgangssystems  $\mathbf{x}_i$  ("altes" System), dem Zielsystem  $\mathbf{X}_i$  ("neues" System), einem konstantem Translationsvektor  $\mathbf{X}_{tr}$  und einem Maßstab  $m$ . Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$  setzt sich üblicherweise aus dem Produkt dreier elementarer Drehmatrizen zusammen, z. B. nach Cardan oder Euler, wobei nacheinander Rotationen um die jeweils mitdrehenden Koordinatenachsen durchgeführt werden. Dabei treten mehrere Probleme auf. Zum einen ist die Reihenfolge der Drehungen nicht beliebig und muss daher beachtet werden. Die gegenseitige Beeinflussung der Euler-Winkel kann zu dem so genannten *gimbal lock*, dem Verlust eines Freiheitsgrades führen. Weiterhin sind die Informationen der Rotationsmatrix redundant, d. h.

es werden 9 Elemente benötigt, um 3 Freiheitsgrade zu beschreiben, da die Orthogonalitätsbeziehungen 6 unabhängige Bedingungen enthalten.

Eine praktikable Lösung für die Koordinatentransformation in geschlossener Form unter Verwendung von Quaternionen nach der Methode der kleinsten Quadrate liefert Horn (1987). Ein Vorteil dieses Lösungsansatzes ist, dass keine Näherungswerte und Iterationen benötigt werden. Im Folgenden ((4-15)-(4-26)) wird dieser Lösungsweg in Anlehnung an Horn (1987) in den wichtigsten Schritten dargestellt. Shen et al. (2006) zeigen ebenfalls einen Lösungsweg für die Quaternionentransformation auf, lehnen sich aber an den Aufbau von Horn an.

Ausgehend vom allgemeinen Ansatz (4-15) mit den Koordinaten des Dreharms  $\mathbf{x}_i$  als Ausgangssystem und den Koordinaten des Prüflingssystems  $\mathbf{X}_i$  lassen sich die Residuen aus einer Transformation zu

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{X}_i - m\mathbf{R}\mathbf{x}_i - \mathbf{X}_{tr} \quad (4-16)$$

bestimmen und für die Minimierung folgt

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i^T \mathbf{v}_i \rightarrow \min. \quad (4-17)$$

Dabei erweist es sich als sinnvoll, alle Koordinaten auf den jeweiligen Koordinatenschwerpunkt zu beziehen, wobei sich die Koordinatendifferenzen des Ausgangssystems zu  $\Delta\mathbf{x}_i$  und die des Zielssystems zu  $\Delta\mathbf{X}_i$  ergeben. Für (4-17) folgt dann

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (\Delta\mathbf{X}_i - m\mathbf{R}\Delta\mathbf{x}_i - \Delta\mathbf{X}_{tr})^T (\Delta\mathbf{X}_i - m\mathbf{R}\Delta\mathbf{x}_i - \Delta\mathbf{X}_{tr}) = \\ \sum_{i=1}^n \underbrace{|\Delta\mathbf{X}_i - m\mathbf{R}\Delta\mathbf{x}_i|^2}_{a1} - \underbrace{2\Delta\mathbf{X}_{tr} \sum_{i=1}^n (\Delta\mathbf{X}_i - m\mathbf{R}\Delta\mathbf{x}_i)}_{a2} + \underbrace{n|\Delta\mathbf{X}_{tr}|^2}_{a3} \end{aligned} \quad (4-18)$$

Die Bestimmung der Transformationsparameter lässt sich in Maßstab, Translation und Rotation unterteilen. Da die Summe der Schwerpunktskoordinaten gleich Null ist, wird der mittlere Summenterm  $a2$  in (4-18) zu Null. Der Term  $a3$  kann nicht negativ werden und kann somit für die Minimierung ebenfalls zu Null gesetzt werden, so dass nur das Minimum des Terms  $a1$  aus (4-18) gesucht wird. Nach weiteren Umformungen lässt sich der Maßstab durch

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta\mathbf{X}_i \mathbf{R} \Delta\mathbf{x}_i}{\sum_{i=1}^n |\Delta\mathbf{X}_i|^2} \quad (4-19)$$

darstellen.

Zur Berechnung der Rotationsmatrix wird (4-19) in den Term  $a1$  von (4-18) eingesetzt und nach Umformung ergibt sich



$$\sum_{i=1}^n |\Delta \mathbf{X}_i|^2 - \frac{\overbrace{\left( \sum_{i=1}^n \Delta \mathbf{X}_i \cdot \mathbf{R} \Delta \mathbf{x}_i \right)^2}^{a^4}}{\sum_{i=1}^n |\Delta \mathbf{x}_i|^2} \rightarrow \min \mathbf{R} \quad (4-20)$$

Die geforderte Minimierung für die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$  in (4-20) führt zu einer Maximierung des Terms  $a^4$

$$\sum_{i=1}^n \Delta \mathbf{X}_i \cdot \mathbf{R} \Delta \mathbf{x}_i \rightarrow \max \mathbf{R} \quad (4-21)$$

Die Lösung dieser Aufgabe erfolgt über den Einsatz von Quaternionen. Unter Verwendung von (2-17) und der Überführung von  $\Delta \mathbf{x}_i$  und  $\Delta \mathbf{X}_i$  in reine Quaternionen lässt sich (4-21) wie folgt darstellen

$$\sum_{i=1}^n (q \Delta x_i q^*) \cdot \Delta X_i = \sum_{i=1}^n (q \Delta x_i) \cdot (\Delta X_i q) \quad (4-22)$$

Somit muss lediglich diejenige Einheitsquaternion gefunden werden, die für (4-22) ein Maximum liefert.

Mit (2-6) und (2-7) wird (4-22) umgeformt zu

$$\sum_{i=1}^n (q \Delta X_i) \cdot (\Delta x_i q) = \sum_{i=1}^n (\tilde{L}_{\Delta x_i} q) \cdot (L_{\Delta X_i} q) = \sum_{i=1}^n q^T \tilde{L}_{\Delta x_i}^T L_{\Delta X_i} q = q^T \left( \sum_{i=1}^n \tilde{L}_{\Delta x_i}^T L_{\Delta X_i} \right) q = q^T N q \quad (4-23)$$

Da sich jede Matrix  $L$ ,  $\tilde{L}$  aus einer skalierten Einheitsmatrix und einer schiefssymmetrischen Matrix zusammensetzt (siehe Kapitel 2.6), ist jede Matrix  $N_i$  symmetrisch und folglich  $N$  eine symmetrische 4 x 4 Matrix. Die Elemente von  $N$  setzen sich aus den Summen der einzelnen Schwerpunktskoordinaten des Ausgangs- und Zielsystems zusammen, wobei sich 9 Möglichkeiten ergeben, von denen hier zwei beispielhaft angeführt sind

$$\begin{aligned} n_{xx} &= \sum_{i=1}^n \Delta X_i \Delta x_i \\ n_{xy} &= \sum_{i=1}^n \Delta X_i \Delta y_i \end{aligned} \quad (4-24)$$

Für  $N$  ergibt sich dann folgende Form

$$N = \begin{pmatrix} n_{xx} + n_{yy} + n_{zz} & n_{yz} - n_{zy} & n_{zx} - n_{xz} & n_{xy} - n_{yx} \\ n_{yz} - n_{zy} & n_{xx} - n_{yy} - n_{zz} & n_{xy} + n_{yx} & n_{zx} + n_{xz} \\ n_{zx} - n_{xz} & n_{xy} + n_{yx} & -n_{xx} + n_{yy} - n_{zz} & n_{yz} + n_{zy} \\ n_{xy} - n_{yx} & n_{zx} + n_{xz} & n_{yz} + n_{zy} & -n_{xx} - n_{yy} + n_{zz} \end{pmatrix} \quad (4-25)$$

Die gesuchte Quaternion  $q$  aus (4-23) entspricht dem Eigenvektor von  $N$ , der mit dem maximalen positiven Eigenwert von  $N$  korrespondiert.

Die Rotationsmatrix  $\mathbf{R}$  aus Gleichung (4-15) kann nun mit dieser Quaternion  $q$  nach Regel (2-18) berechnet werden. Die Berechnung des Translationsvektors erfolgt durch

$$\mathbf{X}_{tr} = \bar{\mathbf{X}} - m \mathbf{R} \bar{\mathbf{x}}, \quad (4-26)$$

mit den Mittelwerten  $\bar{\mathbf{X}}$  und  $\bar{\mathbf{x}}$ . Für die Verkettung von Quaternionen wird der Translationsvektor in eine reine Quaternion  $p_{tr}$  überführt. Der Maßstab  $m$  kann durch (4-19) bestimmt werden, wird jedoch in dieser Arbeit zu  $m = 1$  gesetzt.

Die Genauigkeit der Transformation lässt sich anhand der Restklaffungen in den Koordinaten bestimmen. Dabei werden die Standardabweichungen in den drei Koordinatenrichtungen analog zu (4-10) bestimmt, wobei für die Redundanzbestimmung von 4 unbekanntem Quaternionenelementen und 3 unbekanntem Translationen ausgegangen wird.

#### 4.4.2 Statische versus kinematische Transformationsbestimmung

Der Übergang von einem Prüflingssystem in das Dreharmreferenzsystem erfolgt über die oben aufgeführte Transformation und verbunden damit stellt sich die Frage, ob die bei der Transformation verwendeten Koordinaten der identischen Punkte aus statischen oder kinematischen Messungen einfließen sollen.

Aus Kapitel 3 geht hervor, dass die aufgeführten Messsysteme im statischen Modus eine höhere Genauigkeit aufweisen, und folglich sollten diese auch für die Bestimmung der Transformationsparameter verwendet werden. Durch eine Steigerung der Redundanz lässt sich die Standardabweichung der transformierten Koordinaten weiter verringern. Wird eine Transformation anhand von statischen Messungen durchgeführt, ist diese unabhängig vom kinematischen Verhalten des jeweiligen Messsystems. Im Gegensatz dazu wären bei einer Transformation anhand von kinematischen Messungen die Koordinaten des Prüflingssystems mit Verzögerungszeiten behaftet und würden folglich zu einer größeren Messunsicherheit bei der Bestimmung der Transformationsparameter führen. Eine weitere Variante bei der Bestimmung der Transformationsparameter wäre diese direkt in das Modell zur raumzeitlichen Positionsbestimmung mit einzubeziehen. Das hätte jedoch zur Folge, dass sich in dem Modell die Anzahl der Unbekannten erhöht und somit ein Ausgleichungsansatz durchgeführt werden müsste, der aber dem Ziel einer Verzögerungszeitbestimmung auf der Basis diskreter raumzeitlicher Positionen entgegensteht. Aus diesen Überlegungen heraus wird der Apriori-Bestimmung von Transformationsparametern auf der Grundlage von statischen Messungen der Vorzug gegeben.

### 4.5 Verzögerungszeiten

In Kapitel 2.2 wurde aufgezeigt wie eine zeitliche Referenzierung zwischen einem Kalibrier- und Messsystem realisiert werden kann und die Bestimmung von Verzögerungszeiten in Bezug mit einer Diskretisierung der Trajektorie vorgeschlagen. Im Folgenden wird nun dargelegt, inwieweit Verzögerungszeiten mit Hilfe eines zeitreferenzierten Kalibriersystems bestimmt werden können und welche Bedeutung in diesem Zusammenhang die Bestimmung von Latenz- und Totzeiten hat. Die Basis des Kalibriersystems bildet ein Dreharm, der durch einen Motor angetrieben wird und dadurch in der Lage ist, sich mit konstanten Winkelgeschwindigkeiten zu drehen. Der Prüfling verfolgt einen Reflektor/Sensor, der am Ende des Dreharms fixiert wird. Durch eine Referenzmessung wird ein Systemübergang wie in Kapitel 4.4 beschrieben zwischen den beiden Koordinatensystemen hergestellt. Auf diese Weise besteht die Möglichkeit, einen Zusammenhang zwischen den jeweiligen Messgrößen eines Prüflings und den berechneten Sollgrößen herzustellen.

### 4.5.1 Zeitreferenzierter Dreharm

Bei einem zeitreferenziertem Dreharm ist jedem Zeitpunkt  $t_i$ , ausgehend von einer Referenzposition (*Homepoint*) zum Zeitpunkt  $t_0$ , ein Drehwinkel  $\varphi_i$  zugeordnet (Bild 4-18). Diese Zeit- und Winkelangaben bilden gemeinsam mit einer fixen Ausrichtung, Position und Radius des Systems die jeweiligen Sollwerte des Dreharms als Kalibriersystem.

In Kapitel 2.2 wurden zwei praktikable Möglichkeiten der zeitlichen Referenzierung eines Kalibriersystems mit einem Prüfling aufgezeigt. Anhand der zeitlichen Referenzierung über eine Schnittstelle wird im Folgenden die Bestimmung von Verzögerungszeiten durch den Dreharm erläutert. Erhält zu einem Zeitpunkt  $t_1$  der Prüfling die Anweisung mittels eines Datenstrings, eine Messung auszuführen, wird zeitgleich der diesem Zeitpunkt zugehörige Winkel  $\varphi_1$  des Dreharms erfasst. Hat der Prüfling die Messung beendet, wird ein Datenstring ausgegeben, dem wiederum eine Zeit  $t_5$  und ein Dreharmwinkel  $\varphi_5$  zugeordnet wird (Bild 4-18). Somit sind zwei zeitreferenzierte Sollpositionen am Dreharm bekannt, innerhalb derer im Idealfall eine Messung des Prüflings stattgefunden hat. Eine Modellierung, wie sie in den Kapiteln 5.2 bis 5.4 vorgestellt wird, ist in der Lage, jedem einzelnen Messwert des Prüflings eine Position am Dreharm zuzuordnen. Damit lässt sich der zugehörige Drehwinkel  $\varphi_i$  bestimmen, beispielsweise bei einem polar messendem System  $\varphi_2$  für einen Richtungswinkel,  $\varphi_3$  für einen Vertikalwinkel und  $\varphi_4$  für eine Streckenmessung (Bild 4-18).

Wird der Dreharm mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_D$  betrieben, lassen sich über den Zusammenhang zwischen  $\varphi_i$  und  $\omega_D$  mit (4-27) die Zeiten bestimmen, zu denen die Messung tatsächlich stattgefunden hat, also  $t_2$ ,  $t_3$  und  $t_4$

$$t_i = \frac{\varphi_i}{\omega_D} . \quad (4-27)$$

Aus diesen Zeiten lassen sich in Bezug auf den Zeitpunkt der Messanfrage die einzelnen Verzögerungszeiten bestimmen, z. B.  $t_{Hz}$  für die Verzögerungszeit zwischen der Messanfrage und dem vom Messsystem ausgegebenen Richtungswinkel. Analog werden die Verzögerungszeiten  $t_V$  für den Vertikalwinkel und  $t_S$  für die Strecke bestimmt (Bild 4-18). Durch die Bestimmung der einzelnen Verzögerungszeiten ergibt sich ein chronologischer Ablauf einer Messung, der beispielsweise auch darüber Aufschluss geben kann, ob ein Messwert vom Messsystem ausgegeben wurde, der vor der eigentlichen Messanfrage entstanden ist. Der Fall einer Verzögerungszeit die größer als die eigentliche Messzeit – Differenz zwischen Messanfrage und Messantwort – sollte nicht auftreten, da ein solcher Messwert sonst einem vorherbestimmten Wert entsprechen würde.

Aus den Verzögerungszeiten können bei Bedarf einzelne Latenzzeiten zwischen den Messgrößen und eine Totzeit, als Verzögerungszeit zwischen der Messanfrage und der ersten gemessenen Messgröße ermittelt werden (Bild 4-18).

Für die in Kapitel 2.2 aufgezeigte Referenzierung über einen externen Trigger kann die Bestimmung ähnlich erfolgen, allerdings mit der Einschränkung, dass hier pro Messung von nur einem Triggerzeitpunkt, z. B.  $t_1$  mit  $\varphi_1$  als Sollposition des zeitreferenzierten Dreharmsystems ausgegangen werden kann.

Die Messunsicherheit der Verzögerungszeiten hängen zum einen davon ab, mit welcher Messunsicherheit die Positionierung des Dreharms und die zeitliche Referenzierung erfolgen und zum anderen, welche Messunsicherheit der jeweilige Messwert bei der Positionsbestimmung am Dreharm aufweist.

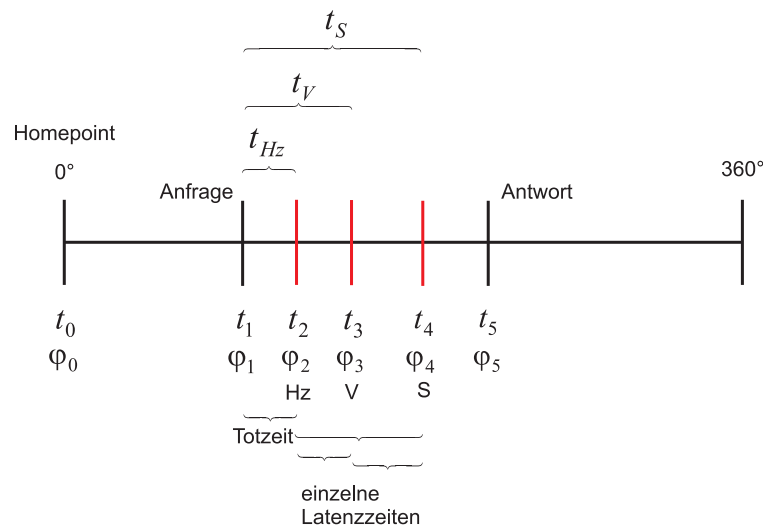


Bild 4-18: Bestimmung von Verzögerungszeiten am Dreharm

#### 4.5.2 Standpunkt des Prüflings

Wird ein Systemübergang zwischen dem Referenzsystem des Dreharms und dem Prüflingssystem durchgeführt (siehe Kapitel 4.4.1), kann jede zeitreferenzierte Sollposition des Dreharms in das Prüflingssystem transformiert werden. Aus dieser Sollposition im Prüflingssystem lassen sich *Soll*-Messwerte der dem Messsystem zugeordneten Messgrößen bestimmen und diese vergleichend den *Ist*-Messwerten des Prüflings gegenüberstellen. Dieser *Soll-Ist* Vergleich der Messgrößen kann in Zusammenhang mit den im Referenzsystem bestimmten Verzögerungszeiten gebracht werden.

Weiterhin liefert ein *Soll-Ist* Vergleich der Messwerte im Zusammenhang mit den Verzögerungszeiten Erkenntnisse über das kinematische Verhalten eines Messsystems, beispielsweise durch das Vor- oder Nacheilen der gemessenen *Ist*- gegenüber der zeitreferenzierten *Soll*-Messgröße. Bei zielverfolgenden Messsystemen kann eine *Soll-Ist* Differenz der Messgrößen in Zusammenhang mit der jeweiligen Zielverfolgungsgeschwindigkeit oder Beschleunigung einen Hinweis auf die Entstehung der Verzögerungszeiten liefern. Ebenso kann dabei beurteilt werden, an welchen Positionen und bei welchen Geschwindigkeiten des Dreharms ein zielverfolgendes Messsystem seine Grenze erreicht hat.

#### 4.6 Modellerweiterung durch eine zusätzliche Rotation

In Kapitel 4.2.1 und 4.2.2 wurden die Möglichkeiten der Messungen eines Prüflings im Zusammenhang mit einer Linearbahn und einem Dreharm dargestellt. Eine Einschränkung für polar messende Systeme besteht dabei im Winkelbereich, der von der Länge eines Dreharms bzw. der Linearbahn begrenzt wird. Um den geprüften Winkelbereich eines polaren Messsystems zu vergrößern, muss dem Messsystem eine größere Drehbewegung vorgetauscht werden, als würde es beispielsweise in der Mitte eines Kreises stehen und ein Reflektor sich auf diesem Kreis bewegen. Auf diese Weise kann eine komplette Drehbewegung des Prüflings erzwungen werden. Da es sich räumlich wie auch technisch sehr aufwändig gestalten würde, einen ein Messsystem umkreisenden Reflektor zu konstruieren, muss der Einfachheit halber das Messsystem "drehbar" gemacht werden.

Wird das Messsystem auf einem Drehmotor mit Aufnahme befestigt, auf den Reflektor ausgerichtet und eingelockt, sollte bei einer solchen externen Drehung des Prüflings dieser immer dem Reflektor folgen. Bei einer zusätzlichen Drehung des Dreharms entstehen in Abhängigkeit von den beiden Drehgeschwindigkeiten

und der Dreharmpositionierung recht unterschiedliche Raumtrajektorien. Sind beide Drehungen raumzeitlich definiert, kann daraus eine 4-D-Sollposition bestimmt werden. Wird die zusätzlich Drehung des Messsystems mit der Bewegung auf einer Linearbahn kombiniert, entstehen weitere Raumtrajektorien, die bei bekannter raumzeitlicher Drehung bzw. Linearbewegung wiederum eine 4-D-Sollposition liefern.

#### 4.6.1 Räumliche Bewegung infolge zweier Rotationen

Ausgehend davon, dass der Drehmotor über eine Aufnahme für den Prüfling verfügt, wird bei einer Drehung des Motors der Prüfling mitgedreht. Für die erste Rotation befindet sich der Dreharm mit dem Reflektor an seinem *Homepoint* im Stillstand und der Prüfling ist auf den Reflektor ausgerichtet und eingelockt. Wird nun der Drehmotor im Uhrzeigersinn gedreht (Bild 4-19, 1), muss der Prüfling gegen diese Drehbewegung steuern, um den Reflektor nicht aus seinem Blickfeld zu verlieren. Das bedeutet für den Prüfling, dass er eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn ausführen muss (Bild 4-19, 2). Somit sind die Drehung des Motors und die des Prüflings immer als gegenläufige Drehungen zu betrachten. Aus der Sicht des Prüflings entsteht bei diesen Messungen ein Kreis, bei dem der Prüfling selbst in der Mittelpunktnormalen steht. Die Richtungsmessungen des Prüflings können mit den Winkelwerten des Drehmotors gleichgesetzt werden und die Streckenmessungen entsprechen dem Radius des entstehenden Kreises.

Dabei sollten die Drehachse des Motors und die Stehachse des Prüflings möglichst parallel und die Exzentrizität nicht signifikant ist. Ebenso darf der Planlauf des Motors bzw. die Auswirkung durch die Aufnahme des Prüflings sich nicht signifikant auf die Messungen auswirken. Zusätzlich sollte der Drehmotor über eine Referenz verfügen, so dass eindeutige Startwerte für den Motor und Prüfling entstehen und eventuelle Korrekturfunktionen für Exzentrizität und Planlauf angebracht werden können.

Eine Kontrolle, wie gut diese Voraussetzungen erfüllt sind bzw. ob Korrekturfunktionen angebracht werden müssen, kann durch eine Messung im quasi statischen Modus (*stop and go*) des Prüflings erfolgen. Da die Drehung des Motors einer Kreismessung des Prüflings entspricht, kann anhand der Kreisanalyse, wie sie in Kapitel 4.3.2 vorgestellt wurde, die Qualität der Kreisebene und die Größe der Abweichungen zwischen der Sollposition des Drehmotors gegenüber dem Richtungswinkel des Prüflings beurteilt werden. Eine weitere Beurteilung der Kreismessung kann im kinematischen Modus erfolgen (permanente Drehung). Da sich eine gemessene Strecke nur innerhalb der Messunsicherheit ändern sollte, wirken sich vorhandene Verzögerungszeiten bei der Kreisbestimmung nicht aus.

Wird der Reflektor an eine andere Position bewegt und der Prüfling wiederum auf dem Drehmotor gedreht, entsteht erneut eine Kreismessung, jedoch mit einem anderen Radius, der sich durch die Streckenmessung des Prüflings ergibt. Folglich verursacht eine Bewegung des Reflektors in Bezug auf die Streckenmessung eine permanente Änderung der Radien. Die Richtungsmessungen des Prüflings können wie zuvor den Winkelwerten des Drehmotors gleichgesetzt werden, wenn wiederum vom Stillstand des Dreharms ausgegangen wird.

Kommt als zweite Rotation eine Drehung des Dreharms hinzu (Bild 4-19, 3), bedeutet das für den Prüfling eine zusätzliche Änderung des Richtungswinkels, während sich die Radien – infolge der Streckenänderung – permanent ändern. Eine aus den beiden Drehungen resultierende Trajektorie (Bild 4-19) liegt folglich nicht mehr auf der Kreisbahn des Dreharms, sondern außerhalb und ist in ihrer Form abhängig von der jeweiligen Winkelgeschwindigkeit des Drehmotors sowie des Dreharms.

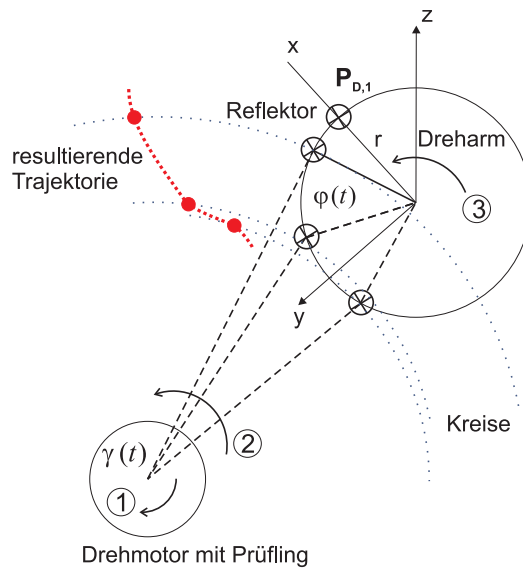


Bild 4-19: Prinzipskizze für 2 Drehbewegungen: Dreharm, Prüfling mit Drehmotor und resultierende Trajektorie im Prüflingssystem

Die Bestimmung dieser Solltrajektorie wird durch Anwendung der Quaternionentheorie formuliert. Für die Drehungen des Drehmotors unter dem Prüfling wird das Koordinatensystem des Prüflings zugrunde gelegt und die Z-Achse des Prüflingssystems entspricht somit in erster Näherung der Drehachse. Der bestimmende Drehwinkel zum Zeitpunkt  $t$  sei mit  $\gamma(t)$  bezeichnet (Bild 4-19) und die dazugehörige Quaternion  $q_1$  ergibt sich zu

$$q_1 = q_{1,0} + \mathbf{q}_1 = \left( \cos\left(\frac{\gamma(t)}{2}\right), \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sin\left(\frac{\gamma(t)}{2}\right) \right). \quad (4-28)$$

Zu beachten ist hierbei, dass sich die Drehrichtung auf den Richtungswinkel des Prüflings (Bild 4-19, 2) bezieht und folglich der Winkel  $\gamma$  das richtige Vorzeichen erhalten muss (vgl. Kapitel 2.6).

Für die Drehung im Dreharmssystem wird ebenfalls die z-Achse als Rotationsachse und  $\varphi(t)$  als jeweiliger Drehwinkel zum Zeitpunkt  $t$  verwendet (Bild 4-19, 3); die Quaternion  $q_2$  setzt sich dann wie folgt zusammen

$$q_2 = q_{2,0} + \mathbf{q}_2 = \left( \cos\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right), \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sin\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right) \right). \quad (4-29)$$

Der Ausgangspunkt für die Drehungen muss sowohl am Dreharm als auch am Drehmotor unter dem Prüfling beispielsweise durch Referenzmarken definiert sein. Der Ausgangspunkt  $\mathbf{P}_{D,1}$ , mit dem Reflektor auf den der Prüfling eingelockt ist, liegt auf der x-Achse des Dreharmreferenzsystems mit dem Radius  $r$  als x-Wert. Der Vektor  $\mathbf{P}_{D,1}$  bildet sich somit zu  $(r, 0, 0)^T$ . Über das Tripelprodukt (2-16) wird die reine Quaternion  $p_{D,1}$  mit  $q_2$  in die neue Position  $p_{D,2}$  gedreht

$$p_{D,2} = q_2 p_{D,1} q_2^* \quad . \quad (4-30)$$

Sind durch eine Quaternionentransformation (siehe Kapitel 4.4.1) zuvor aus einer statischen Messung die Quaternionen  $q_R$  für die Rotation und  $p_{tr}$  für die Translation bestimmt, lässt sich die Quaternion  $p_{D,2}$  in das Koordinatensystem des Prüflings überführen und wird zu

$$p_{P,2} = q_R p_{D,2} q_R^* + p_{tr} = q_R (q_2 p_{D,1} q_2^*) q_R^* + p_{tr} \quad . \quad (4-31)$$

Zusätzlich erfährt die Quaternion  $p_{P,2}$  noch die Drehung des Drehmotors mit der Quaternion  $q_1$  (4-28) und wird somit zu

$$p_{P,3} = q_1 p_{P,2} q_1^* = q_1 (q_R (q_2 p_{D,1} q_2^*) q_R^* + p_{tr}) q_1^* \quad . \quad (4-32)$$

Gleichung (4-32) lässt sich zusammenfassen zu

$$p_{P,3} = (q_1 q_R q_2) p_{D,1} (q_1 q_R q_2)^* + q_1 p_{tr} q_1^* = q_3 p_{D,1} q_3^* + q_1 p_{tr} q_1^* \quad , \quad (4-33)$$

wobei sich  $q_3$  aus der schrittweisen Multiplikation von  $(q_1 q_R q_2)$  berechnet. Gemäß (2-17) kann für  $q_1$  bzw.  $q_3$  die Matrix  $Q_1$  bzw.  $Q_3$  aufgestellt werden und (4-33) vereinfacht sich allgemein zu

$$\mathbf{P}_{P,i} = Q_3 \mathbf{P}_{D,1} + Q_1 \mathbf{P}_{tr} \quad , \quad (4-34)$$

wobei  $\mathbf{P}_{P,i}$  die raumzeitlichen Vektoren der resultierenden Trajektorie darstellen. In (4-34) sind die Vektoren  $\mathbf{P}_{D,1}$  und  $\mathbf{P}_{tr}$  bekannt, die Unbekannten sind dabei die Drehwinkel in  $Q_1$  und  $Q_3$ , die sich aus der entsprechenden Winkelgeschwindigkeit  $\omega_D$ ,  $\omega_P$  und der Zeit  $t$  zusammensetzen. Der Drehwinkel am Dreharm bestimmt sich zu

$$\varphi(t) = \omega_D t \quad (4-35)$$

und der Drehwinkel des Drehmotors unter dem Prüfling zu

$$\gamma(t) = \omega_P t \quad . \quad (4-36)$$

Mit (4-34) können zu jedem Zeitpunkt Sollwerte für die Trajektorien bestimmt werden. Entscheidend für die entstehende Trajektorie sind die räumliche Stellung des Dreharms, die Position des Prüflings gegenüber dem Dreharm sowie die Winkelgeschwindigkeiten des Dreharms und des Drehmotors.

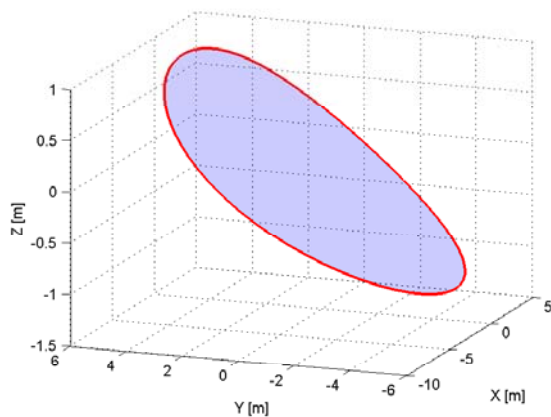


Bild 4-20: vertikaler Dreharm: Dreharm und Drehmotor  $\omega_P = \omega_D = 30^\circ/\text{s}$ , Dreharmradius 1 m, Distanz zwischen Prüfling und Dreharmmittelpunkt 5 m

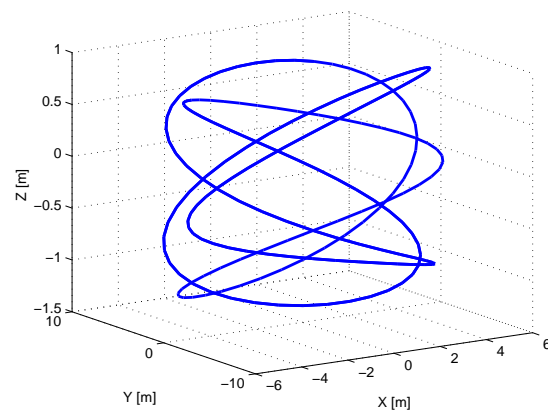


Bild 4-21: vertikaler Dreharm: Drehmotor  $\omega_P = 50^\circ/\text{s}$  Dreharm  $\omega_D = 30^\circ/\text{s}$ , Dreharmradius 1 m, Distanz zwischen Prüfling und Dreharmmittelpunkt 5 m, 3 Umläufe des Dreharms

Durch Simulationen kann die jeweils entstandene Trajektorie beurteilt werden. Beispielsweise zeigt Bild 4-20 die Trajektorie bei einem vertikalen Dreharm, einer jeweiligen Winkelgeschwindigkeit von  $30^\circ/\text{s}$ , einem Dreharmradius von 1 m und einer Distanz vom Dreharmmittelpunkt zum Prüfling von 5 m, wobei sich die entstandene Figur mit jedem Dreharmumlauf wiederholt. Werden für Dreharm und Drehmotor unterschiedliche Geschwindigkeiten angesetzt, ergibt sich eine helixähnliche Struktur, wobei sich die Trajektorie nach drei Dreharmumläufen reproduziert (Bild 4-21).

Die maximalen Dimensionen, die eine Trajektorie durch die zwei Drehungen erreichen kann, ist einerseits durch die größte angenommene Strecke zwischen Prüfling und Reflektor begrenzt und andererseits durch den Durchmesser des Dreharms.

#### 4.6.2 Sonderfall: Lineare Bewegung infolge zweier Rotationen

Die Verfolgungsqualität eines Messsystems kann mit der zu verfolgenden Bewegungsspur – geradlinige oder gekrümmte Trajektorie – korrelieren. Insofern scheint eine Trajektorie, die beide Anteile enthält, eine geeignete Sollvorgabe zu sein. Durch die Kombination der Bewegungen von Dreharm und Drehmotor unter dem Prüfling lassen sich stückweise annähernd lineare Bewegungen realisieren. Hierbei ist von Vorteil, dass diese Bewegung nicht wie bei einer Linearbahn endlich ist, sondern die geradlinigen Anteile sich permanent wiederholen. Erreicht werden kann diese Bewegung durch die Wahl der jeweiligen Drehgeschwindigkeiten des Dreharms und des Drehmotors unter dem Prüfling, sowie der räumlichen Stellung des Dreharms. Der in Kapitel 4.6.1 beschriebene Modellansatz bildet die Voraussetzung für eine entsprechende Optimierung.

Ein Beispiel für eine stückweise lineare Bewegung zeigt Bild 4-22 mit einer horizontalen Dreharmstellung und Dreharmwinkelgeschwindigkeit von  $32^\circ/\text{s}$  gegenüber der langsameren Drehmotorbewegung von  $10^\circ/\text{s}$ , mit insgesamt 7 Umdrehungen des Dreharms. Wird die Anzahl der Umläufe erhöht, entsteht bei jedem Umlauf ein neues geradliniges Trajektorienstück mit den jeweiligen Kurvenansätzen. Wird aus der gleichen Prüflingsposition heraus der Dreharm vertikal positioniert und die Drehgeschwindigkeiten beibehalten, geht die Geradlinigkeit in einen Bogen über (Bild 4-23). Für die Ausdehnung des Messvolumens gelten dieselben Grenzen wie im vorhergehenden Kapitel.



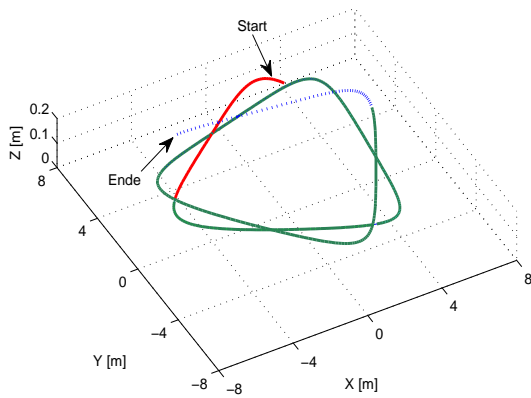


Bild 4-22: horizontaler Dreharm: Dreharm  $\omega_D = 32^\circ/s$   
 Drehmotor  $\omega_P = 10^\circ/s$ , Dreharmradius 1m,  
 Distanz zwischen Prüfling und Dreharm-  
 mittelpunkt 5 m, 7 Umläufe des Dreharms

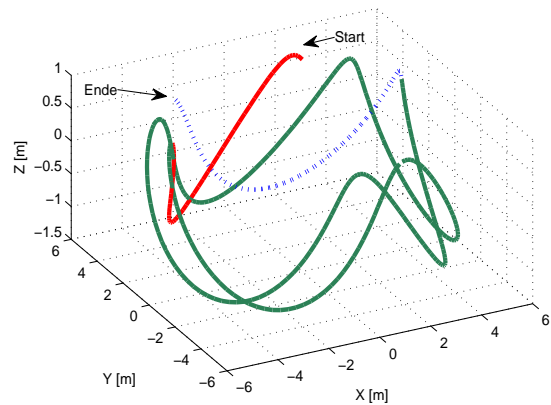


Bild 4-23: Dreharm vertikal: Dreharm  $\omega_D = 32^\circ/s$   
 Drehmotor  $\omega_P = 10^\circ/s$ , Dreharmradius 1m,  
 Distanz zwischen Prüfling und Dreharm-  
 mittelpunkt 5 m, 7 Umläufe des Dreharms

### 4.6.3 Trajektorie aus Linearbewegung und Rotation

In Kapitel 4.6.1 wurde die Kombination aus Dreharm und Drehmotor mit Prüfling vorgestellt. Im Folgenden wird der Dreharm durch die Linearbahn ersetzt, so dass die resultierende Trajektorie aus einer Linearbewegung und einer Rotation entsteht. Die in Kapitel 4.6.1 getroffenen Annahmen über den Prüfling auf dem Drehmotor bleiben bestehen. Wird der Drehmotor unter dem Prüfling gedreht und befindet sich der Reflektor auf der Linearbahn noch im Stillstand, muss der Prüfling gegensteuern um den Reflektor nicht zu verlieren. Die Richtungsmessungen des Prüflings können mit den Winkelwerten des Drehmotors gleichgesetzt werden und die Streckenmessung entspricht dem Radius des entstehenden Kreises. Die Kontrolle bei der Drehung des Prüflings auf dem Drehmotor erfolgt analog zu Kapitel 4.6.1. Bewegt sich der Reflektor auf der Linearbahn, während sich gleichzeitig der Drehmotor dreht, entsteht eine Trajektorie, die sich aus der Rotation des aktuellen Bahnpunktes ergibt, wie es in Bild 4-24 skizziert ist.

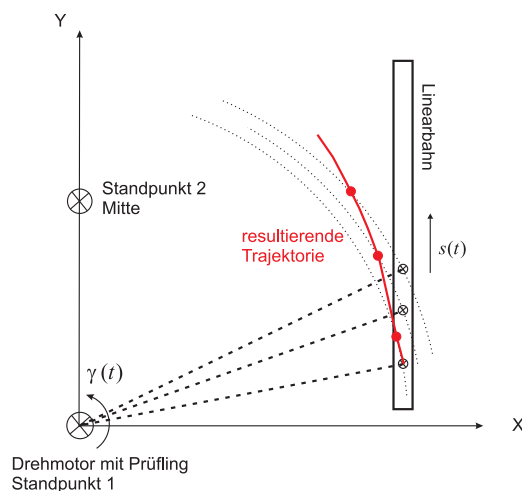


Bild 4-24: Prinzipskizze für Linearbewegung und Rotation: Linearbahn mit Reflektor, Prüflingsstandpunkt mit Drehmotor, resultierende Trajektorie aus Linearbewegung und Rotation

Die Solltrajektorie wird durch Anwendung der Quaternionentheorie formuliert. Das Koordinatensystem des Prüflings wird so festgelegt, dass die Y-Achse parallel zur Linearbahn liegt und die Z-Achse in erster Näherung der Drehachse des Prüflings bzw. Drehmotors entspricht. Es wird davon ausgegangen, dass die Linearbahn parallel zur X/Y-Ebene verläuft. Inwieweit dieses tatsächlich bei einer Linearbahn zu trifft, muss jeweils verifiziert und entsprechend berücksichtigt werden. Die Drehung des Prüflings ist definiert über den Drehwinkel  $\gamma$  zum Zeitpunkt  $t$  und die dazugehörige Quaternion  $q$  ergibt sich zu

$$q = q_0 + \mathbf{q} = \left( \cos\left(\frac{\gamma(t)}{2}\right), \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sin\left(\frac{\gamma(t)}{2}\right) \right) = \left( \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right), \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sin\left(\frac{\omega t}{2}\right) \right). \quad (4-37)$$

Den Startpunkt  $\mathbf{P}_S$  für die Drehung bildet der Punkt auf der Linearbahn, an dem eine konstante Bahngeschwindigkeit erreicht ist. Unter den für die Linearbahn getroffenen Annahmen bewegt sich ein Reflektor ab diesem Startpunkt mit einer konstanten Geschwindigkeit  $v$ , so dass eine resultierende Bewegung in Y-Richtung in der Höhe des Startpunktes erfolgt und der Bahnvektor  $\mathbf{P}_L$  sich zu  $(0, vt, 0)^T$  bildet. Die jeweils resultierende Position  $\mathbf{P}_i$  der Solltrajektorie bildet sich über das Tripelprodukt (2-16), indem die Summe aus den reinen Quaternionen  $p_S$  und  $p_L$  mit der Quaternion  $q$  gedreht wird

$$p_i = q(p_S + p_L)q^* . \quad (4-38)$$

Mit (2-18) kann für  $q$  die Matrix  $Q$  aufgestellt werden und (4-38) vereinfacht sich dann zu

$$\mathbf{P}_i = Q(\mathbf{P}_S + \mathbf{P}_L) . \quad (4-39)$$

Sind die Startposition, die Bahngeschwindigkeit  $v$  und die Drehwinkelgeschwindigkeit  $\omega$  bekannt, dann ist die Position einzig von der Zeit abhängig. (4-39) bestimmt die Positionen der Trajektorie ausgehend davon, dass der Prüfling im Ursprung des Koordinatensystems steht, wie in Bild 4-24 angedeutet. Ändert sich die Position des Prüflings, muss (4-39) um die entsprechenden Vektoren erweitert werden.

Durch Simulation kann die jeweils entstehende Trajektorie vorab beurteilt werden. Bild 4-25 bis Bild 4-30 zeigen Beispiele für mögliche Trajektorien bei unterschiedlichen Dreh- bzw. Bahngeschwindigkeiten und Prüflingsstandpunkten. Für beide Prüflingsstandpunkte und Drehwinkelgeschwindigkeit wurde die Bahngeschwindigkeit mit 1 m/s bis 6 m/s in Schritten von 1 m/s simuliert. Der erste Prüflingsstandpunkt bezieht sich auf den Ursprung des Koordinatensystems und steht seitlich am Anfang der Linearbahn (vgl. Bild 4-24, Standpunkt 1). Bei der Darstellung der Trajektorien wurde auf die Z-Achse verzichtet, da bei einer parallel zur X/Y-Ebene liegenden Bahn, die entstehende Solltrajektorie sich ebenfalls in dieser Ebene befindet. Bei einer Drehwinkelgeschwindigkeit von 6 °/s (Bild 4-25) wirkt sich die Rotation noch nicht stark auf die Trajektorie aus. Mit steigender Drehwinkelgeschwindigkeit wird die erzwungene Drehung in einer annähernden Spiralbewegung bei niedrigen Bahngeschwindigkeiten deutlich (Bild 4-26, Bild 4-27). Je schneller sich der Reflektor auf der Bahn bewegt, desto geringer wird die Spiralbewegung und durch die kurze Messzeit nimmt folglich die Anzahl der Messpunkte ab. Wird der Prüfling auf der Y-Achse in die Mitte der Bahn positioniert (vgl. Bild 4-24, Standpunkt 2) und werden die gleichen Drehwinkel- und Bahngeschwindigkeiten wie zuvor verwendet, ergeben sich wiederum neue Trajektorien, die in Bild 4-28, Bild 4-29 und Bild 4-30 dargestellt sind.

Die Dimension, die eine Trajektorie erreichen kann, ist einerseits durch die Strecke zwischen Prüfling und Bahnposition beschränkt und andererseits durch die erzwungene Rotation des Prüflings. Eine weitere Einschränkung ergibt sich durch die endliche Bahnbewegung, wodurch je nach Bahngeschwindigkeiten nur wenige Messpunkte erzeugt werden können.

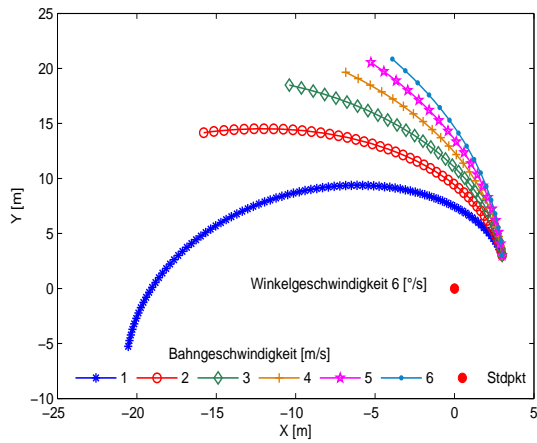


Bild 4-25: Prüfling Standpunkt 1, Drehwinkelgeschwindigkeit 6 °/s, Bahngeschwindigkeit von 1 m/s bis 6 m/s

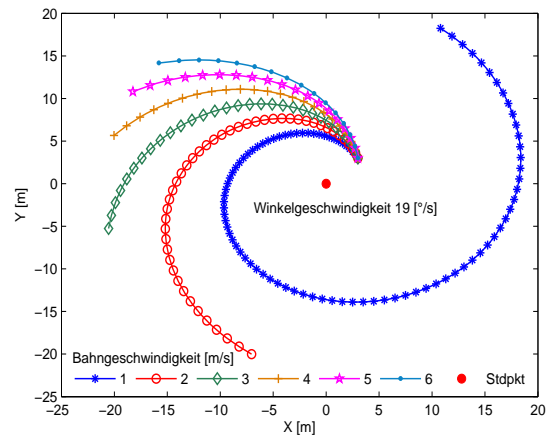


Bild 4-26: Prüfling Standpunkt 1, Drehwinkelgeschwindigkeit 19 °/s, Bahngeschwindigkeit von 1 m/s bis 6 m/s

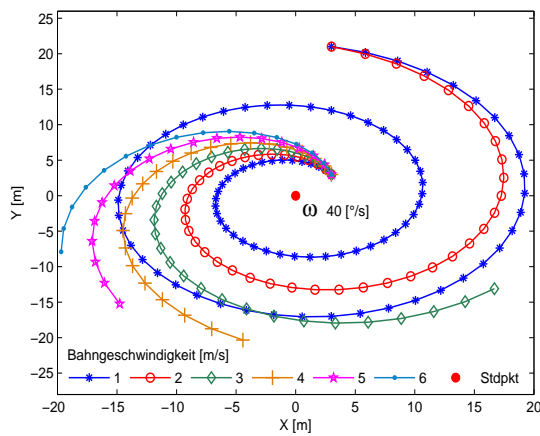


Bild 4-27: Prüfling Standpunkt 1, Drehwinkelgeschwindigkeit 40 °/s, Bahngeschwindigkeit von 1 m/s bis 6 m/s

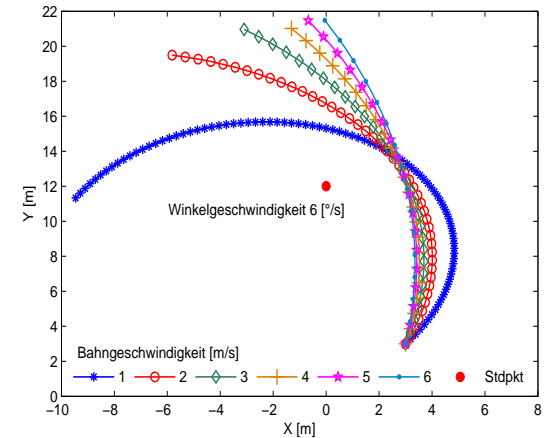


Bild 4-28: Prüfling Standpunkt 2, Drehwinkelgeschwindigkeit 6 °/s, Bahngeschwindigkeit von 1 m/s bis 6 m/s

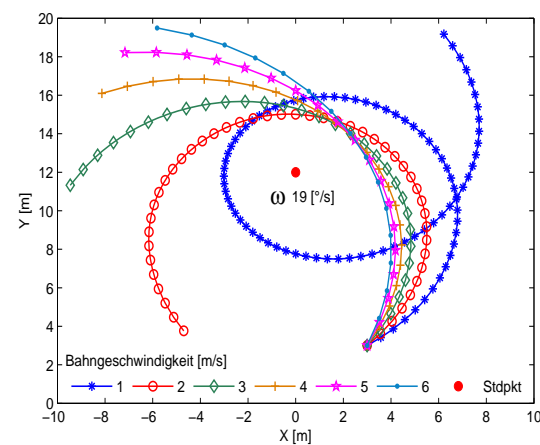


Bild 4-29: Prüfling Standpunkt 2, Drehwinkelgeschwindigkeit 19 °/s, Bahngeschwindigkeit von 1 m/s bis 6 m/s

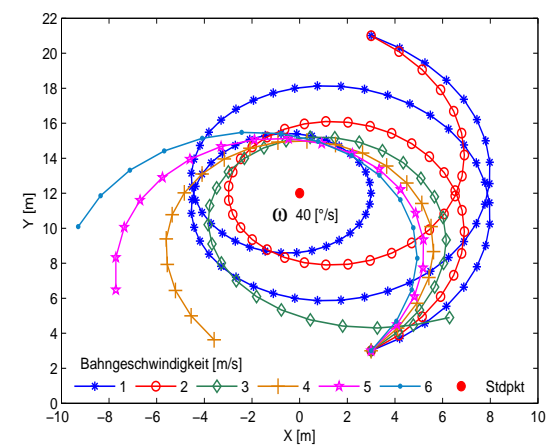


Bild 4-30: Prüfling Standpunkt 2, Drehwinkelgeschwindigkeit 40 °/s, Bahngeschwindigkeit von 1 m/s bis 6 m/s

#### 4.6.4 Fazit

In Kapitel 4.2.3 wurde ein Fazit über die Verwendung einer Linearbahn und eines Dreharm als Kalibriersystem gezogen. Dieses Fazit wird durch den Einsatz einer zusätzlichen Rotation für den Prüfling erweitert. Räumliche Einschränkungen im Zusammenhang mit dem Aufbau eines Kalibriersystems haben zur Folge, dass nicht der komplette Messbereich eines Messsystems abdeckt werden kann. Abhilfe, speziell für polare Messsysteme, besteht durch die erzwungene Rotation des Prüflings, indem dieser auf einem Drehmotor befestigt wird. Hat der Prüfling ein Ziel eingelockt, muss er bei einer Rotation des Drehmotors gegensteuern, um sein Ziel nicht zu verlieren. Auf diese Weise kann erreicht werden, dass der gesamte Horizontalwinkelbereich des Prüflings verwendet wird.

Die Kombination aus der Rotation des Prüflings und der Bewegung des zu verfolgenden Ziels bietet eine große Variation an resultierenden Trajektorien. Abhängig sind diese Trajektorien jeweils von der gewählten Drehwinkel- bzw. Bahngeschwindigkeit. Der Vorteil der Linearbahn kombiniert mit der zusätzlichen Prüflingsrotation liegt in der größeren Abdeckung des Streckenbereichs, der beispielsweise mit einer kompletten Rotation des Prüflings einhergehen kann. Der Nachteil dieser Kombination liegt in der Dauer der Messung, da durch die begrenzte Länge einer Linearbahn, je nach Geschwindigkeit nur wenige Messungen entstehen können. Weiterhin bleibt in dieser Kombination der Vertikalwinkelbereich des Prüflings sehr eingeschränkt. Die Kombination aus Prüflingsrotation und Dreharm weist den größten Vorteil in den quasi endlosen Trajektorie bzw. Messungen auf, die selbst bei einer sich wiederholenden Trajektorie jeweils unterschiedliche Messungspositionen ergeben.

In Bezug auf die Bestimmung der Verzögerungszeiten lässt sich keine eindeutige Präferenz für eine bestimmte Kombination setzen. Eine Entscheidung welche Kombination die geeignet ist, sollte über Simulationen vorab ermittelt werden. Insgesamt bietet die Erweiterung der Linearbahn bzw. des Dreharms durch die erzwungene Rotation des Prüflings ein größeres Spektrum an Trajektorien und folglich mehr Möglichkeiten Verzögerungszeiten zu ermitteln. Weiterhin besteht die Möglichkeit, durch spezielle Trajektorien eventuelle Zusammenhänge zwischen vorhandenen Verzögerungszeiten und der Bewegung des Prüflings abzuleiten.

## 5 Modellierung kinematischer Messsysteme

In Kapitel 4 wurden allgemeine Vereinbarungen bezüglich der Modellierung vorgestellt. Im Folgenden Kapitel werden drei Modelle aufgezeigt, die für die Bestimmung von Verzögerungszeiten der in Kapitel 3 vorgestellten Messsysteme bzw. Messverfahren geeignet sind. Für die jeweilige Modellbildung wird der Dreharm als Kalibriersystem (Kapitel 6) angenommen und die Umsetzung der zeitlichen Referenzierung zwischen dem Kalibriersystem und einem Prüfling wie in Kapitel 2.2 beschrieben vorausgesetzt.

### 5.1 Messunsicherheit der Verzögerungszeiten

Die Bestimmung der Verzögerungszeiten basiert auf der Diskretisierung der Trajektorie und ist abhängig von der Winkelgeschwindigkeit des Dreharms, der Positionierung zwischen Prüfling und Dreharm und von der jeweiligen Modellierung mit der sie bestimmt wird. Durch die Angabe einer Messunsicherheit zu der jeweils diskret bestimmten Verzögerungszeit, kann eine Aussage über die Qualität der ermittelten Verzögerungszeit getroffen werden. Die im Folgenden beschriebene Vorgehensweise bei der Ermittlung der Messunsicherheit wird für alle Messgrößen in den entwickelten Modellierungen verwendet.

Die Genauigkeit mit der die Verzögerungszeiten an einer diskreten Dreharmposition bestimmt werden können leitet sich aus dem statisch bestimmten Systemübergang ab (Kapitel 4.4). In den Residuen des Systemübergangs sind sowohl die Messunsicherheiten des Dreharms, als auch die des jeweiligen Messsystems enthalten. Aus diesen Residuen lassen sich die Standardunsicherheiten für die einzelnen Messgrößen des jeweiligen Messsystems bestimmen. Diese Standardunsicherheiten werden im Weiteren als Grenzwerte bei der Bestimmung der Messunsicherheit der Verzögerungszeiten betrachtet.

Im Weiteren wird als Bezugsgröße für die Verzögerungszeit  $\Delta t$  1 ms angenommen. Mit einer vorgegebenen Dreharmwinkelgeschwindigkeit  $\omega_D$  lässt sich der Zeitbereich  $t_i$  im Intervall von  $(0, 2\pi/\omega_D)$  mit Schritten von 1 ms für eine komplette Umdrehung des Dreharms angeben. Ein zugehöriger Drehwinkel  $\varphi_i$  am Dreharm bestimmt sich aus

$$\varphi_i = \omega_D t_i \quad (5-1)$$

und ist auf Grund der vorgegebenen Schrittweite von 1 ms abhängig von der Dreharmwinkelgeschwindigkeit. Jede Winkelposition weist einen zeitlichen Abstand von 1 ms auf und zusammen mit dem bekannten Dreharmradius lassen sich Koordinaten im Dreharmsystem berechnen, die anschließend in das Prüflingskoordinatensystem transformiert werden. Diese Koordinaten lassen sich dann in die entsprechenden Messgrößen des jeweiligen Messsystems umwandeln. Auf diese Weise liegen Messwerte der einzelnen Messgrößen im zeitlichen Abstand von 1 ms vor, die hier stellvertretend für die Messgrößen mit  $m_w$  bezeichnet werden.

Im nächsten Schritt werden Differenzen zwischen den einzelnen Messwerten gebildet

$$\Delta m_{w,i} = m_{w,i+1} - m_{w,i} \quad (5-2)$$

Diese Differenzen ergeben, auf Grund der kreisförmigen Dreharmtrajektorie, eine Sinusschwingung

$$f_{D,w}(\varphi(t_i)) = \sum_{j=1}^n a_{j,w} \sin(k_{j,w} \omega_D t_i + b_{j,w}) \quad (5-3)$$

Sind die Kreisfrequenzen  $k_{j,w}$  mit den entsprechenden Amplituden  $a_{j,w}$  und Phasenverschiebungen  $b_{j,w}$  ermittelt, entspricht der Funktionswert  $f_{D,w}(\varphi(t_i))$  einer Messwertabweichung pro ms an einer jeweiligen Dreharmposition  $\varphi(t_i)$ . Eine solche Sinusfunktion wird für jede Messgröße eines Prüflings bestimmt.

Eine ermittelte Verzögerungszeit bezieht sich immer auf eine diskrete Dreharmposition  $\varphi(t_i)$  und folglich kann über (5-3) der zugehörige Funktionswert berechnet werden. Die Standardunsicherheit  $u_t$  der Verzögerungszeit bestimmt sich nun aus dem Quotienten

$$u_t = \frac{u_{Gr}}{f_{D,w}(\varphi(t_i))} \quad (5-4)$$

wobei  $u_{Gr}$  die oben erwähnte Standardunsicherheit der Messgrößen, als Grenzwert bei der Bestimmung der Verzögerungszeit, darstellt. Durch Erweiterung mit dem Faktor 2 (vgl. Kapitel 2.3) ergibt sich dann die Messunsicherheit der Verzögerungszeit

$$U_{k=2} = \pm 2u_t . \quad (5-5)$$

Die auf diese Weise ermittelte Messunsicherheit der Verzögerungszeit zeigt die Abhängigkeit von der jeweiligen diskreten Position am Dreharm im Zusammenhang mit der Modellierung auf. Der eingeführte Grenzwert bezieht sich zwar auf die statische Messung, aber es wird deutlich, welche Messunsicherheit mit der gesamten Konstellation überhaupt erreicht werden kann. Es besteht durchaus die Möglichkeit, die aus dem Systemübergang ermittelten Standardunsicherheiten mit einem zusätzlichen Faktor für die kinematische Messung zu gewichten. Für Simulationsberechnungen werden die Standardunsicherheiten aus einem Systemübergang vorgegeben.

Bei der Ermittlung der einzelnen Verzögerungszeiten kann durch die Bestimmung der Messunsicherheit für jede diskrete Position entschieden werden, ob die ermittelte Verzögerungszeit für gültig erklärt wird. Wird quasi eine Obergrenze für die Messunsicherheit vorgegeben, können automatisch alle diskreten Positionen, die diese Grenze überschreiten, herausgefiltert werden.

## 5.2 Anwendung Lasertracker, Robottachymeter

Die Messgrößen der polaren Messsysteme sind die Strecke und zwei Winkel, die zusammen mit dem Messzeitpunkt eine raumzeitliche Koordinate ergeben. Durch die vorhandenen Verzögerungszeiten (vgl. Kapitel 3.1, 3.2 und 4.5) ist diese 4-D-Position verfälscht. Im Folgenden wird das Modell für die polaren Messelemente beschrieben und anhand von Simulationen werden die Stärken und Schwächen des Modells aufgezeigt.

### 5.2.1 Polares Modell

Der Grundgedanke für die Erstellung des Modells basiert auf der Annahme, dass jedes polar bestimmte Element des Prüflings zu einem bestimmten Zeitpunkt gemessen wurde und auf diese Weise einer eindeutigen raumzeitlichen Position am Dreharm zugeordnet werden kann. Durch die bekannte Winkelgeschwindigkeit des Dreharms ist somit ein Rückschluss auf die gesuchte Zeit möglich. Folglich darf das Modell als einzige Unbekannte nur die den polaren Elementen zugehörigen Drehwinkel enthalten. Die Grundlage für die Modellbildung liefert die Theorie der Quaternionen (Kapitel 2.6).

In einer statischen Referenzmessung wird vorab der Radius des Dreharms bestimmt (Kapitel 4.3.1), die Ausrichtung der Koordinatensysteme festgelegt und eine Transformation durchgeführt (Kapitel 4.4.1), die die Rotationsquaternion  $q_R$  und die Translationsquaternion  $p_{tr}$  liefert. Die Rotationsachse des Dreharms

entspricht der z-Achse des Dreharmkoordinatensystems  $(x,y,z)$ , wobei die x-Achse durch einen gleichbleibenden Referenzpunkt orientiert wird. Das Koordinatensystem des Prüflings  $(X,Y,Z)$  repräsentiert sein internes Koordinatensystem mit der Stehachse als Z-Achse (Bild 5-1). Bei konstanter Dreharmgeschwindigkeit  $\omega_D$  lässt sich über den Drehwinkel  $\varphi(t)$  die gesuchte Zeit  $t$  bestimmen (Kapitel 4.5.1).

Die polaren Elemente des Prüflings berechnen sich aus Koordinaten wie folgt:

Der Richtungswinkel  $\Theta$ , ausgehend von der Y-Achse (Bild 5-1)

$$\Theta = \arctan\left(\frac{X}{Y}\right) = \arcsin\left(\frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right) = \arccos\left(\frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2}}\right). \quad (5-6)$$

Für den Zenitwinkel gilt

$$\xi = \arccos\left(\frac{Z}{s}\right) = \arctan\left(\frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{Z}\right) \quad (5-7)$$

und die Strecke bestimmt sich zu

$$s = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}. \quad (5-8)$$

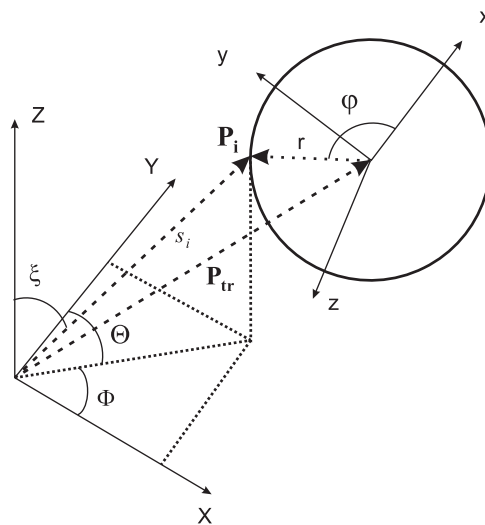


Bild 5-1: Koordinatensysteme des Prüflings und Dreharms mit entsprechenden Winkeln und Vektoren

Das Ziel ist es nun, die Koordinaten des Prüflings in eine Funktion des Winkels  $\varphi(t)$  zu überführen, was im Folgenden beschrieben wird.

Den Ausgangspunkt bildet der Startvektor  $\mathbf{P}_{D,1} = (r,0,0)^T$ , mit  $r$  als Dreharmradius. Jede neue Kreisposition wird durch einen Drehwinkel  $\varphi(t)$  in der Kreisebene gebildet. Die Rotationsachse entspricht dabei der z-Achse des Dreharmsystems und die dazugehörige Quaternion  $q_1$  wird wie folgt gebildet

$$q_1 = \left( \cos\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right), \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sin\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right) \right). \quad (5-9)$$

Im Weiteren wird vorausgesetzt, dass die Quaternionen Einheitsquaternionen sind und Vektoren bei Bedarf zu reinen Quaternionen erweitert werden (vgl. Kapitel 2.6).

Die neue Position  $\mathbf{P}_{D,2}$  des um den Winkel  $\varphi$  in positiver Richtung gedrehten Startvektors bestimmt sich nach (2-16) zu

$$p_{D,2} = q_1 p_{D,1} q_1^* \quad (5-10)$$

Mit den Rotations- und Translationsquaternionen ( $q_R$  und  $p_{tr}$ ) wird  $p_{D,2}$  vom Dreharmkoordinatensystem in das Prüflingskoordinatensystem übertragen und nach Einsetzen von (5-10) und Umformung mit Hilfe von (2-9) entsteht

$$p_{P,2} = q_R p_{D,2} q_R^* + p_{tr} = q_R q_1 p_{D,1} q_1^* q_R^* + p_{tr} = q_R q_1 p_{D,1} (q_R q_1)^* + p_{tr} \quad (5-11)$$

Die beiden Quaternionen  $q_R$  und  $q_1$  lassen sich nach Regel (2-5) bzw. (2-6) in  $q_2$  überführen und durch (2-16) bzw. (2-17) wird (5-11) zu

$$\mathbf{P}_{P,2} = Q_2 \mathbf{P}_{D,1} + \mathbf{P}_{tr} \quad (5-12)$$

Da  $Q_2$  eine 3 x 3 Matrix ist und  $p_{D,1}$  sowie  $p_{tr}$  reine Quaternionen sind, kann  $\mathbf{P}_{P,2}$  direkt als Vektor im  $\mathfrak{R}^3$  angegeben werden

$$\mathbf{P}_{P,2} = \begin{pmatrix} (2(q_{R,0}q_{1,0} - q_{R,z}q_{1,z})^2 - 1 + 2(q_{R,x}q_{1,0} + q_{R,y}q_{1,z})^2)r + p_{tr,x} \\ (2(q_{R,x}q_{1,0} + q_{R,y}q_{1,z})(q_{R,y}q_{1,0} - q_{R,x}q_{1,z}) + 2(q_{R,0}q_{1,0} - q_{R,z}q_{1,z})(q_{R,z}q_{1,0} + q_{R,0}q_{1,z}))r + p_{tr,y} \\ (2(q_{R,x}q_{1,0} + q_{R,y}q_{1,z})(q_{R,z}q_{1,0} + q_{R,0}q_{1,z}) - 2(q_{R,0}q_{1,0} - q_{R,z}q_{1,z})(q_{R,y}q_{1,0} - q_{R,x}q_{1,z}))r + p_{tr,z} \end{pmatrix} \quad (5-13)$$

Die einzige Unbekannte in (5-13) ist hierbei die Quaternion  $q_1$  aus (5-9), deren einzelne Elemente

$$q_{1,0} = \cos\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right) \quad q_{1,x} = 0 \quad q_{1,y} = 0 \quad \text{und} \quad q_{1,z} = \sin\left(\frac{\varphi(t)}{2}\right) \quad (5-14)$$

in (5-13) eingesetzt werden. Somit ist das Ziel, die Position eines diskreten Messpunktes einzig in Abhängigkeit vom Drehwinkel  $\varphi(t)$  auszudrücken, erreicht und Gleichung (5-13) kann für jeden beliebigen Drehwinkel  $\varphi(t)$  verwendet werden.

Im nächsten Schritt wird dem Messwert des Prüflings die jeweilige Position am Dreharm zugewiesen, an der die Messgröße entstanden ist, um den Winkel  $\varphi(t_i)$  zu bestimmen. Dafür werden aus (5-13) die einzelnen Messgrößen nach (5-6), (5-7) und (5-8) berechnet. Die entstehenden nichtlinearen Gleichungen lassen sich dabei nicht analytisch lösen, sondern können z. B. über das Newton-Verfahren numerisch gelöst werden.



Die Ausgangsfunktion für das Newton-Verfahren lautet

$$f(\varphi(t_i)) = 0 \quad , \quad (5-15)$$

wobei mit  $\varphi(t_i)$  der Winkel zu den verschiedenen Messzeitpunkten bezeichnet wird.

Die iterative Lösung erfolgt nach der Rekursionsvorschrift der Newton-Iteration (Bronstein und Semendjajew 1991)

$$\varphi(t_i)_{k+1} = \varphi(t_i)_k - \frac{f(\varphi(t_i)_k)}{\dot{f}(\varphi(t_i)_k)}, \quad \dot{f}(\varphi(t_i)_k) \neq 0, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad . \quad (5-16)$$

Als Startwert für  $\varphi(t_i)$  wird der zum Zeitpunkt der Messanfrage bekannte Wert eingesetzt, da sich dieser in guter Näherung zum gesuchten Wert befindet und folglich nach wenigen Iterationsschritten zu einer Lösung führt.

Für die Streckenmessung  $s$  (5-8) zu einem unbekanntem Zeitpunkt  $t_4$  (Bild 5-3) ergibt sich mit (5-13) folgende Ausgangsfunktion

$$f(\varphi(t_4)) = p_{P,2,X}^2 + p_{P,2,Y}^2 + p_{P,2,Z}^2 - s(t_4)^2 = 0 \quad (5-17)$$

und mit (5-14) wird (5-17) nach einigen Umformungen zu

$$f(\varphi(t_4)) = a_1 \cos(\varphi(t_4)) + a_2 \sin(\varphi(t_4)) + a_3 - s(t_4)^2 = 0 \quad , \quad (5-18)$$

wobei sich die Koeffizienten  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  (siehe Anhang (A-5) bis (A-7)) aus den bekannten Komponenten von  $q_R$ ,  $p_{tr}$  und dem Radius  $r$  zusammensetzen.

Die partielle Ableitung von (5-18) nach  $\varphi(t_4)$  stellt sich wie folgt dar

$$\dot{f}(\varphi(t_4)) = -a_1 \sin(\varphi(t_4)) + a_2 \cos(\varphi(t_4)) \quad . \quad (5-19)$$

Ausgehend davon, dass die Richtungsmessung zu einem unbekanntem Zeitpunkt  $t_2$  (Bild 5-3) erfolgt, wird die Ausgangsfunktion mit (5-6) zu

$$f(\varphi(t_2)) = \frac{p_{P,2,X}}{p_{P,2,Y}} - \tan(\Theta(t_2)) = 0 \quad . \quad (5-20)$$

Unter Verwendung von (5-14) sowie dem Zusammenfassen bekannter Komponenten in die Koeffizienten  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ , und  $b_5$  (siehe Anhang (A-8) bis (A-12)) lässt sich (5-20) verkürzt darstellen

$$f(\varphi(t_2)) = \frac{b_1 \sin(\varphi(t_2)) + b_2 \cos(\varphi(t_2)) + b_3}{b_4 \sin(\varphi(t_2)) + b_5 \cos(\varphi(t_2)) + p_{tr,y}} - \tan(\Theta(t_2)) \quad . \quad (5-21)$$

Die partielle Ableitung nach  $\varphi(t_2)$  wird zu

$$\begin{aligned} \dot{f}(\varphi(t_2)) &= \frac{b_1 \cos(\varphi(t_2)) - b_2 \sin(\varphi(t_2))}{b_4 \sin(\varphi(t_2)) + b_5 \cos(\varphi(t_2)) + p_{r,y}} - \\ &\frac{(b_1 \sin(\varphi(t_2)) + b_2 \cos(\varphi(t_2)) + b_3)(b_4 \cos(\varphi(t_2)) - b_5 \sin(\varphi(t_2)))}{(b_4 \sin(\varphi(t_2)) + b_5 \cos(\varphi(t_2)) + p_{r,y})^2} \end{aligned} \quad (5-22)$$

Analog dazu erfolgt für den Zenitwinkel nach (5-7) mit einem angenommenen Zeitpunkt  $t_3$  (Bild 5-3) die Ausgangsfunktion zu

$$f(\varphi(t_3)) = \frac{p_{P,2,Z}^2}{p_{P,2,X}^2 + p_{P,2,Y}^2 + p_{P,2,Z}^2} - \cos(\xi(t_3))^2 = 0 \quad (5-23)$$

und mit (5-14) folgt

$$f(\varphi(t_3)) = \frac{c_1 \sin(\varphi(t_3)) + c_2 \cos(\varphi(t_3)) + c_3 \cos(2\varphi(t_3)) + c_4 \sin(2\varphi(t_3)) + c_5}{a_1 \cos(\varphi(t_3)) + a_2 \sin(\varphi(t_3)) + a_3} - \cos(\xi(t_3))^2, \quad (5-24)$$

wobei in den Koeffizienten  $c_1$  bis  $c_5$  (siehe Anhang (A-13) bis (A-17)) wiederum die bekannten Komponenten von  $q_R$ ,  $p_{r,y}$  und  $r$  zusammengefasst sind und durch die Streckenformel im Nenner sich die Koeffizienten  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  aus (5-18) wiederholen. Die Ableitung von (5-24) ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \dot{f}(\varphi(t_3)) &= \frac{c_1 \cos(\varphi(t_3)) - c_2 \sin(\varphi(t_3)) - 2c_3 \sin(2\varphi(t_3)) + 2c_4 \cos(2\varphi(t_3))}{a_1 \cos(\varphi(t_3)) + a_2 \sin(\varphi(t_3)) + a_3} \\ &- \frac{(c_1 \sin(\varphi(t_3)) + c_2 \cos(\varphi(t_3)) + c_3 \cos(2\varphi(t_3)) + c_4 \sin(2\varphi(t_3)) + c_5)(-a_1 \sin(\varphi(t_3)) + a_2 \cos(\varphi(t_3)))}{(a_1 \cos(\varphi(t_3)) + a_2 \sin(\varphi(t_3)) + a_3)^2} \end{aligned} \quad (5-25)$$

Sind die drei gesuchten Winkel nach (5-16) iterativ bestimmt, erfolgt die Zeitzuordnung über die bekannte Winkelgeschwindigkeit  $\omega_D$  des Dreharms mit

$$t_i = \frac{\varphi(t_i)}{\omega_D} \quad \text{mit } i = 2, 3, 4 \quad (5-26)$$

Die vorgestellten Modellgleichungen sind so allgemein gehalten, dass sie für fast jede Dreharmgeschwindigkeit und räumliche Position des Dreharms ihre Gültigkeit bewahren. Der Startwert für die Iteration wird durch den zeitreferenzierten Sollwert am Dreharm gebildet. Zu einer Einschränkung in der iterativen Bestimmung kann es im Umkehrpunkt der einzelnen Messgrößen des Prüflings beim Verfolgen des Zielpunktes kommen. Liegt der Startwert für die Iteration im Umkehrpunkt kann durch die Iteration nicht unterschieden werden, ob die gesuchte Position "links" oder "rechts" des Startwertes liegt, da zu beiden Seiten ein ähnlicher Messwert vorliegt. Aufgrund der Streuung der Messwerte kann die berechnete Kreisposition im Bereich der Umkehrpunkte außerhalb des durch den Dreharm gebildeten Sollkreises liegen, so dass die Iteration nicht erfolgreich sein wird. Die Umkehrpunkte zeigen sich in der schlechten Genauigkeit der bestimmten Verzögerungszeiten. Eine weitere Einschränkung liegt in der Konstellation zwischen Prüfling und Dreharm. Wird hierbei eine Konstellation gewählt, in der sich die Messwerte einer

einzelnen Messgröße von einem diskreten Messpunkt zum Nächsten nicht signifikant unterscheiden, darf eine solche Messgröße nicht in die Ermittlung einer Verzögerungszeit einbezogen werden. Ersichtlich wird diese Problematik an einer zu großen Messunsicherheit der Verzögerungszeit. Diese kritischen Konstellationen können von vornherein vermieden, bzw. einzelne Messgrößen bei solchen Konstellationen ausgeschlossen werden, da eine zu erwartende Messunsicherheit der Verzögerungszeit bereits vorab in einer Simulation ermittelt werden kann (vgl. Kapitel 5.1).

Als Kontrollansatz für die numerische Berechnung besteht die Möglichkeit, die entsprechenden Funktionen aus (5-6) und (5-7) über einen alternativen Berechnungsansatz aufzustellen, beispielsweise für den Richtungswinkel nicht die Tangensfunktion des Drehwinkels sondern dessen Kosinusfunktion anzusetzen. Eventuelle Differenzen in den theoretisch gleichen Ergebnissen lassen sich durch entsprechende Programmierung automatisch erkennen und zuordnen.

Der gleiche Modellansatz lässt sich ebenfalls auf die kombinierten Drehungen, wie in Kapitel 4.6.1 vorgestellt, übertragen. Für den aus zwei Drehungen bestimmten Punkt in Gleichung (4-34) sind jedoch zwei Drehwinkel vorhanden (vgl. Bild 4-19). Für den Modellansatz wird der Drehwinkel  $\gamma(t)$  des Drehmotors unter dem Prüfling durch Gleichung (4-36) ersetzt und  $\omega_p$  als bekannt vorausgesetzt. Wird der Drehwinkel  $\varphi(t)$  des Dreharms durch Gleichung (4-35) ersetzt, bleibt bei bekannter Winkelgeschwindigkeit  $\omega_D$  als einzige Unbekannte die Zeit  $t$ . Zur Lösung kann unter Berücksichtigung der Gleichungen (4-35) und (4-36) der gleiche Ansatz verwendet werden, wobei statt des Vektors (5-13) der Vektor (4-34) (vgl. Kapitel 4.6.1) eingesetzt wird.

### 5.2.2 Simulationsberechnungen

In der nachfolgenden Simulation wird von einem Robottachymeter mit vorhandenen Verzögerungszeiten ausgegangen. Die simulierten Messwerte bilden zusammen mit den zeitreferenzierten Positionen die Eingangswerte für das polare Modell. Um die allgemeine Funktionsfähigkeit des Modells aufzuzeigen, werden unverrauschte Messwerte angenommen. Die Bestimmung der Messunsicherheit der Verzögerungszeiten erfolgt wie in Kapitel 5.1 beschrieben. Liefert das Modell als Ergebnis die simulierten Verzögerungszeiten zusammen mit der Messunsicherheit, kann es als funktionsfähig angenommen werden.

(Bild 5-2) zeigt die für die Simulation gewählte Konstellation zwischen Prüfling und Kalibriersystem. Dabei wird der Translationsvektor zwischen den beiden Koordinatensystemen zu  $(3.0, 6.0, 1.0)^T$  angenommen, d. h. das Robottachymeter befindet sich seitlich des Dreharms, der nicht nur vertikal sondern auch horizontal positioniert wird. Der Homepoint entspricht der  $0^\circ$ -Position am Dreharm.

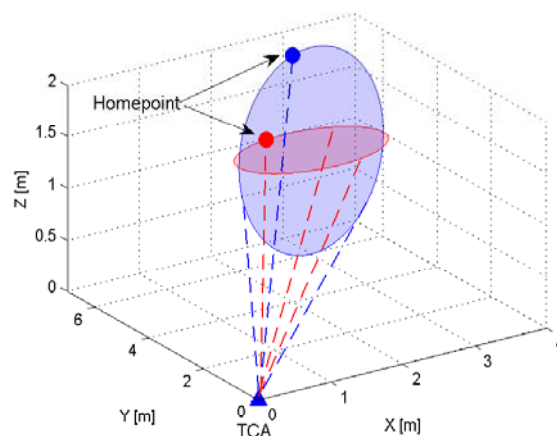


Bild 5-2: Simulation einer horizontalen (rot) und vertikalen (blau) Dreharmposition im Prüflingskoordinatensystem

Um sowohl eine langsamere als auch schnellere Verfolgungsgeschwindigkeit zu simulieren, wird die Dreharmgeschwindigkeit mit  $v_D = 0.6 \text{ m/s}$  ( $\omega_D = 30 \text{ }^\circ/\text{s}$ ) und  $v_D = 1.4 \text{ m/s}$  ( $\omega_D = 80 \text{ }^\circ/\text{s}$ ) angesetzt. Der Radius

des Dreharms wird mit 1 m festgelegt. Durch die zeitliche Referenzierung (Kapitel 2.2) sind der Zeitpunkt  $t_1$  der messungsauslösenden Anfrage (Bild 5-3) sowie der zugehörige Winkel  $\varphi(t_1)$  bekannt. Ebenso bekannt ist der Zeitpunkt  $t_5$  mit  $\varphi(t_5)$ , zu dem die Antwort erfolgt. Die Länge des Datenstrings bleibt für die Simulation unberücksichtigt, da diese hierauf keine Auswirkung hat. In Bezug auf den Anfragezeitpunkt wird die Verzögerungszeit für die Richtungsmessung mit 40 ms, für den Vertikalwinkel mit 50 ms und die Streckenmessung mit 80 ms simuliert (Bild 5-3). Für die Bestimmung der Messunsicherheit der Verzögerungszeiten wird davon ausgegangen, dass nach einem Systemübergang eine Standardunsicherheit für die Richtungs- und Vertikalwinkelmessung von 3 mgon und die Streckenmessung von 1 mm erreicht wird. Der Erweiterungsfaktor wird zu  $k = 2$  gesetzt (siehe Kapitel 2.3).

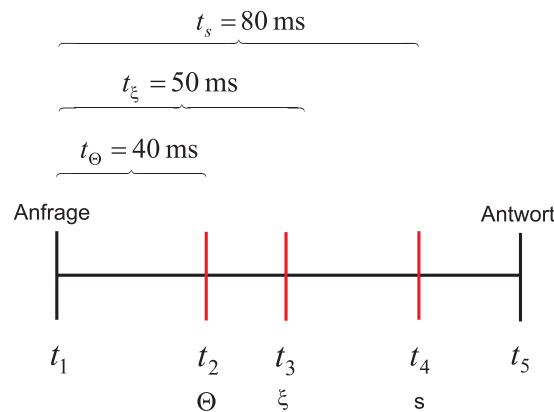


Bild 5-3: Simulation, Verzögerungszeiten für Richtungswinkel  $\Theta$ , Zenitwinkel  $\xi$ , Strecke  $s$  in Bezug zum Zeitpunkt der Messanfrage  $t_1$

Für jede der vier Konstellationen wird zuerst eine Übersicht über die erreichbare Messunsicherheit der Verzögerungszeiten dargestellt (Bild 5-4, Bild 5-8, Bild 5-12, Bild 5-16), wodurch deutlich wird, welche Dreharmpositionen für die Bestimmung der diskreten Verzögerungszeiten verwendet werden können. Wie erwartet zeigt sich, dass die Umkehrpunkte eine große Messunsicherheit aufweisen und folglich für die Bestimmung von Verzögerungszeiten nicht verwendet werden sollten. Die weiteren Darstellungen beziehen sich auf die mit dem Modell bestimmten Verzögerungszeiten der einzelnen Messgrößen in der jeweiligen Konstellation. Die in den Darstellungen ersichtliche Asymmetrie entsteht durch die Konstellation zwischen Prüfling und Dreharm, da sich bei jeder Änderung der Konstellation sowohl die Umkehrpunkte als auch die Messwerte der einzelnen Messgrößen ändern.

Bei einer vertikalen Dreharmstellung ist bei der Streckenmessung, in Abhängigkeit der Reflektorposition am Dreharm, teilweise eine Differenz von wenigen Zentimetern in aufeinander folgenden Streckemessungen vorhanden, was sich in der größeren Messunsicherheit zeigt (Bild 5-4 und Bild 5-8). Folglich sollte auf eine Bestimmung der Verzögerungszeit für die Streckenmessung in dieser Konstellation verzichtet werden, oder es können nur sehr eingeschränkte diskrete Positionen verwendet werden, die z. B. in Bild 5-4 und Bild 5-8 an Hand der kleinsten Messunsicherheit für diese Konstellation entnommen werden können. Ein Vergleich zwischen Bild 5-4 und Bild 5-8 verdeutlicht, dass mit zunehmender Dreharmgeschwindigkeit die Messunsicherheit der Verzögerungszeiten deutlich kleiner wird, die Umkehrpunkte der einzelnen Messgrößen sich jedoch immer durch eine große Messunsicherheit zeigen. Bild 5-5 bis Bild 5-7 für eine Dreharmgeschwindigkeit von 0.6 m/s zeigen, dass die Verzögerungszeiten an jeder Position korrekt bestimmt werden. Wird eine Grenze für eine zulässige Messunsicherheit gezogen, können automatisch die diskreten Positionen ausgeschlossen werden, die diese Grenze überschreiten. Wird die Dreharmgeschwindigkeit erhöht, verringert sich erwartungsgemäß die Anzahl der diskreten Positionen (Bild 5-9, Bild 5-11) und die Messunsicherheit der Verzögerungszeiten ist teilweise kleiner als 1 ms. Im Bereich der Umkehrpunkte kann es modellbedingt zu einer falschen Verzögerungszeitbestimmung kommen (siehe Datenlücke in Bild 5-10 und Bild 5-11), die jedoch einher geht mit einer großen Messunsicherheit und somit von vorneherein ausgeschlossen wird.

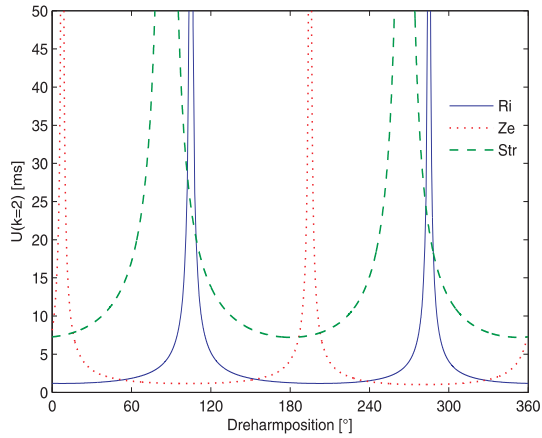


Bild 5-4: vertikaler Dreharm,  $v_D=0.6$  m/s, Messunsicherheit ( $k=2$ ) der Verzögerungszeiten

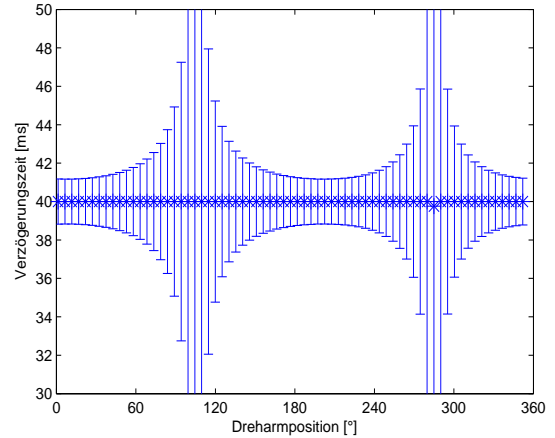


Bild 5-5: vertikaler Dreharm,  $v_D=0.6$  m/s, Verzögerungszeit Richtungswinkel mit Messunsicherheit ( $k=2$ )

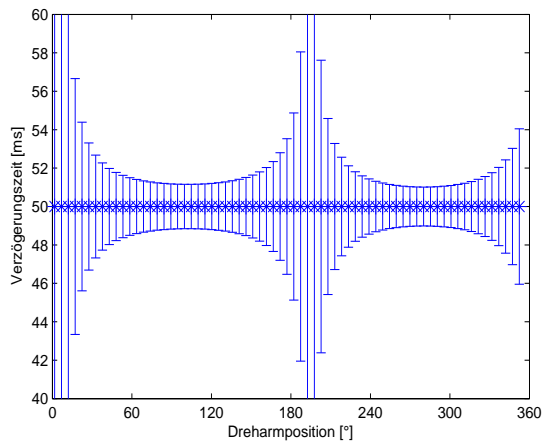


Bild 5-6: vertikaler Dreharm,  $v_D=0.6$  m/s, Verzögerungszeit Zenitwinkel mit Messunsicherheit ( $k=2$ )

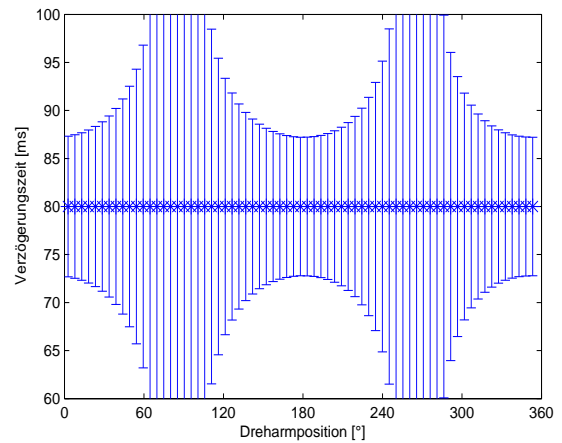


Bild 5-7: vertikaler Dreharm,  $v_D=0.6$  m/s, Verzögerungszeit Strecke mit Messunsicherheit ( $k=2$ )

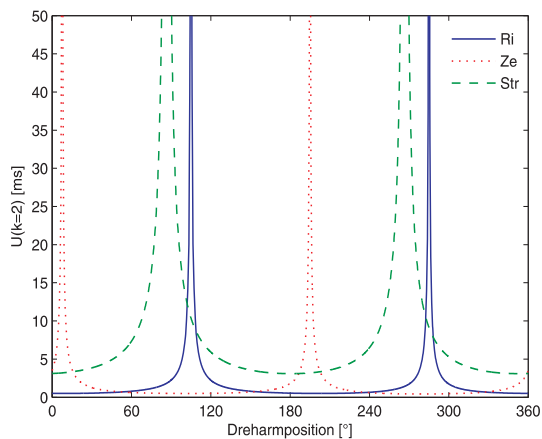


Bild 5-8: vertikaler Dreharm,  $v_D=1.4$  m/s, Messunsicherheit ( $k=2$ ) der Verzögerungszeiten

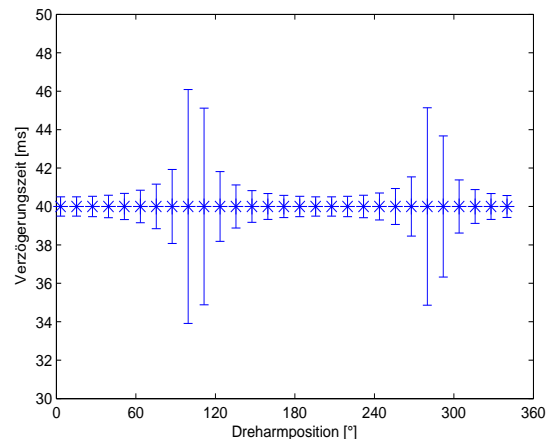


Bild 5-9: vertikaler Dreharm,  $v_D=1.4$  m/s, Verzögerungszeit Richtungswinkel mit Messunsicherheit ( $k=2$ )

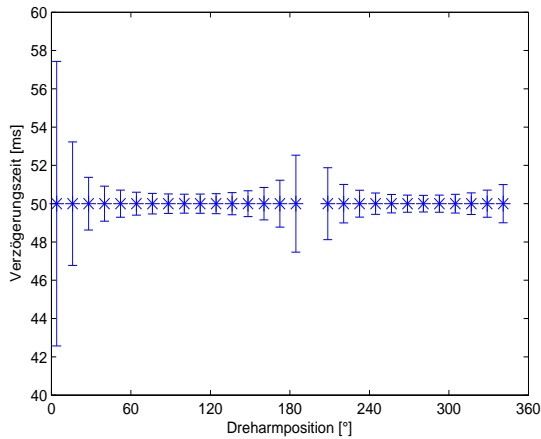


Bild 5-10: vertikaler Dreharm,  $v_D=1.4$  m/s,  
Verzögerungszeit Zenitwinkel mit  
Messunsicherheit ( $k=2$ )

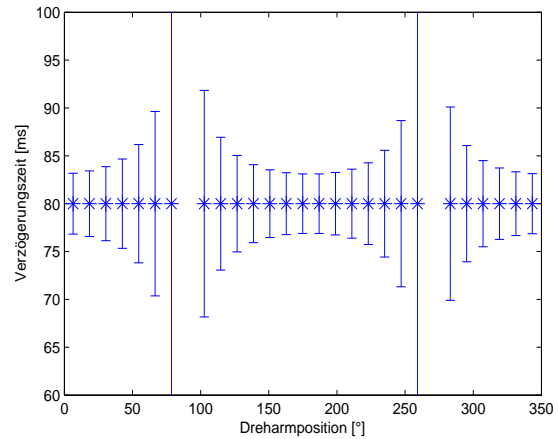


Bild 5-11: vertikaler Dreharm,  $v_D=1.4$  m/s,  
Verzögerungszeit Strecke mit  
Messunsicherheit ( $k=2$ )

Bild 5-12 bis Bild 5-19 zeigen die Bestimmung der Verzögerungszeiten mit den entsprechenden Messunsicherheiten für eine horizontale Dreharmstellung. In dieser Konstellation weist der Zenitwinkel eine Winkeländerung zwischen den diskreten Positionen von wenigen mgon bis maximal 3 gon auf, wodurch die Verzögerungszeitbestimmung nur sehr eingeschränkt möglich ist bzw. nicht durchgeführt werden sollte. Dieses wird durch die stark anwachsende Messunsicherheit im Bereich der Umkehrpunkte deutlich (Bild 5-12 und Bild 5-14), selbst wenn sie mit zunehmender Dreharmgeschwindigkeit kleiner wird (Bild 5-16 und Bild 5-18). Die Bestimmung der Verzögerungszeit für die Richtungs- und Streckenmessung weist nur in den jeweiligen Umkehrpunkten eine größere Messunsicherheit auf (Bild 5-13, Bild 5-14), die wiederum mit zunehmender Dreharmgeschwindigkeit kleiner wird (Bild 5-17, Bild 5-18). Wie zuvor bei der vertikalen Dreharmstellung werden die Verzögerungszeiten, bis auf wenige Ausnahmen bei den Umkehrpunkten, korrekt bestimmt.

Insgesamt zeigt die Simulation, dass die Modellbildung geeignet ist durch die Diskretisierung der Trajektorie für einzelne Messgrößen eine Verzögerungszeit in Bezug zum Abfragezeitpunkt zu bestimmen. Die aufgezeigten Problemstellen – Umkehrpunkt und zu geringe Variationen im Messwert – können an Hand der Messunsicherheit für die jeweilige Verzögerungszeit definiert und somit ausgeschlossen werden. An Hand von Simulationen lassen sich vorab geeignete Messkonstellationen finden und eine zu erwartende Messunsicherheit abschätzen.

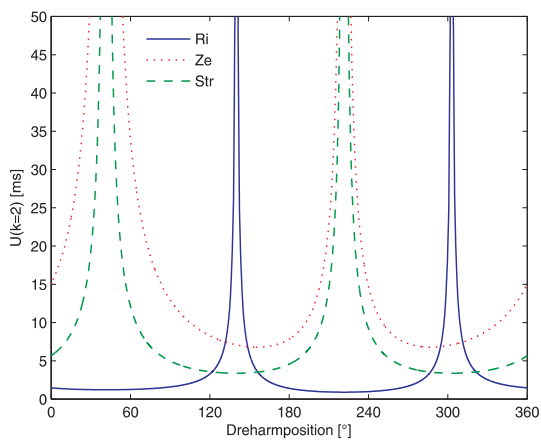


Bild 5-12: horizontaler Dreharm,  $v_D=0.6$  m/s,  
Messunsicherheit ( $k=2$ ) der  
Verzögerungszeiten

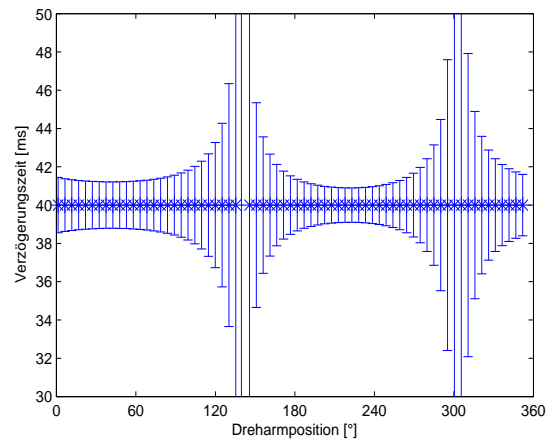


Bild 5-13: horizontaler Dreharm,  $v_D=0.6$  m/s,  
Verzögerungszeit Richtungswinkel mit  
Messunsicherheit ( $k=2$ )

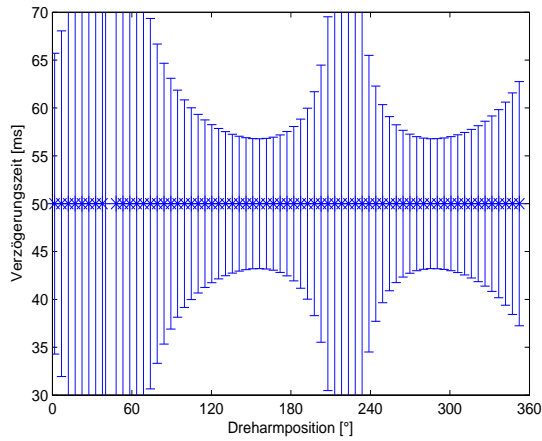


Bild 5-14: horizontaler Dreharm,  $v_D = 0.6$  m/s, Verzögerungszeit Zenitwinkel mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

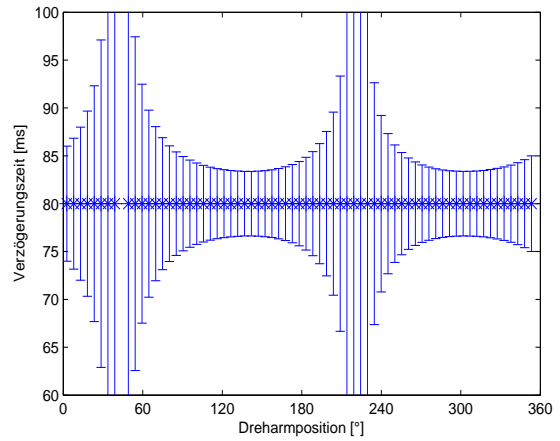


Bild 5-15: horizontaler Dreharm,  $v_D = 0.6$  m/s, Verzögerungszeit Strecke mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

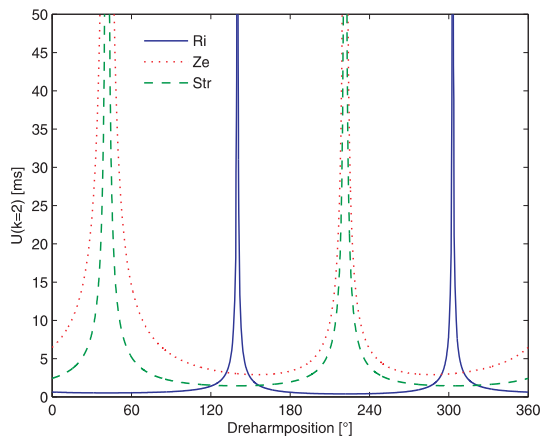


Bild 5-16: horizontaler Dreharm,  $v_D = 1.4$  m/s, Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeiten

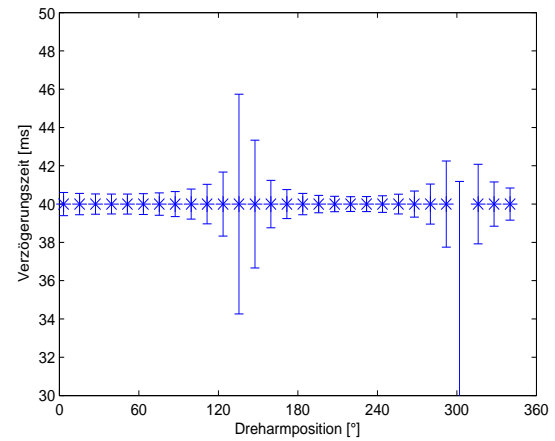


Bild 5-17: horizontaler Dreharm,  $v_D = 1.4$  m/s, Verzögerungszeit Richtungswinkel mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

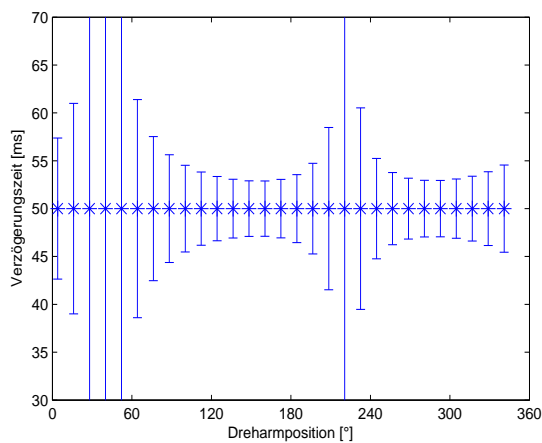


Bild 5-18: horizontaler Dreharm,  $v_D = 1.4$  m/s, Verzögerungszeit Zenitwinkel mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

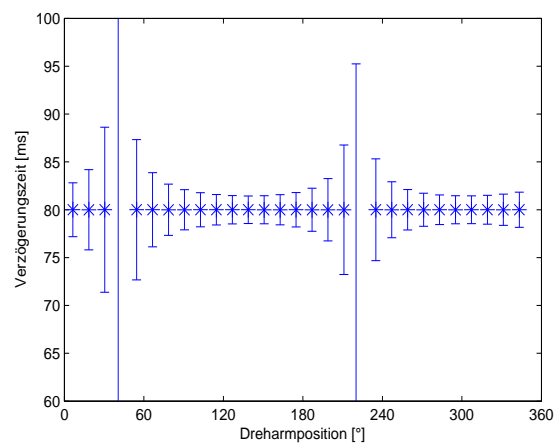


Bild 5-19: horizontaler Dreharm,  $v_D = 1.4$  m/s, Verzögerungszeit Strecke mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

### 5.3 Anwendung iGPS

Für die Koordinatenbestimmung auf der Grundlage reiner Winkelmessungen werden mindestens zwei Instrumentenstandpunkte benötigt, um auf der Basis von üblicherweise vier Messelementen die 3-D-Koordinaten über einen räumlichen Vorwärtsschnitt zu bestimmen. Ein Messsystem, das auf diese Weise Koordinaten berechnet, ist das in Kapitel 3.3 beschriebene iGPS. Um die bei einer kinematischen Messung entstehenden Verzögerungszeiten zu bestimmen, ist eine zeitliche Referenzierung, wie sie in Kapitel 2.2 beschrieben wird, erforderlich. Mit dem im Folgenden vorgestellten Modell lassen sich die Dreharmwinkel berechnen, die dann, wie in Kapitel 4.5.1 aufgezeigt, zur Bestimmung gesuchter Verzögerungszeiten herangezogen werden können.

#### 5.3.1 3-D-Vorwärtsschnitt-Modell

Für die Bestimmung der Koordinaten über einen räumlichen Vorwärtsschnitt bietet sich ein vektorielles Modell als "Schnitt zweier windschiefer Geraden" an. Dabei wird der kürzeste Abstand zwischen den windschiefen Geraden bestimmt, wobei der Mittelpunkt dieser Verbindungsgeraden der beiden Fußlotpunkte, bei gleicher Gewichtung, die 3-D-Position als wahrscheinlichsten "Schnittpunkt" liefert.

Als Ausgangssituation für das vektorielle Modell werden zwei Standpunkte  $\mathbf{P}_1$  und  $\mathbf{P}_2$  festgelegt. Standpunkt  $\mathbf{P}_1$  bildet den Ursprung des Prüflingskoordinatensystems, Standpunkt  $\mathbf{P}_2$  liegt auf dessen positiver X-Achse in Entfernung der Basislänge  $s_{1,2}$  mit einem Höhenunterschied  $h_{1,2}$  (Bild 5-20). Diese Festlegung stellt keinerlei Einschränkung dar, sondern führt lediglich zu einfacheren Formeln. Weiterhin wird vorausgesetzt, dass die beiden Geraden  $g_1$  und  $g_2$  nicht parallel verlaufen bzw. nicht identisch sind. Die Geraden besitzen mit den Parametern  $m_1$  und  $m_2$  die Parameterdarstellung

$$g_1 : \quad \mathbf{p}_1 = \mathbf{P}_1 + m_1 \mathbf{b}_1 \quad (5-27)$$

$$g_2 : \quad \mathbf{p}_2 = \mathbf{P}_2 + m_2 \mathbf{b}_2 \quad (5-28)$$

mit  $\mathbf{b}_1$  und  $\mathbf{b}_2$  als Richtungseinheitsvektoren, die über die beiden Messgrößen Azimut ( $\phi$ ) und Elevation ( $\varepsilon$ ) bestimmt werden

$$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon_1 \cos \phi_1 \\ \cos \varepsilon_1 \sin \phi_1 \\ \sin \varepsilon_1 \end{pmatrix} \quad (5-29)$$

$$\mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon_2 \cos \phi_2 \\ \cos \varepsilon_2 \sin \phi_2 \\ \sin \varepsilon_2 \end{pmatrix} \quad (5-30)$$

Der Abstand  $d$  zweier windschiefer Geraden wird bestimmt durch

$$d = \frac{|(\mathbf{P}_2 - \mathbf{P}_1) \cdot (\mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2)|}{|(\mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2)|} \quad (5-31)$$



Auf den beiden Geraden liefert der kürzeste Abstand  $d$  die beiden Lotfußpunkte  $\mathbf{P}_{F1}$  und  $\mathbf{P}_{F2}$ , wodurch der Verbindungsvektor  $\mathbf{p}_3$  erzeugt wird. Dieser Verbindungsvektor lässt sich über die Differenz von  $g_1$  und  $g_2$  darstellen

$$\mathbf{p}_3 = \mathbf{P}_{F1} - \mathbf{P}_{F2} = \mathbf{P}_1 + m_1 \mathbf{b}_1 - \mathbf{P}_2 - m_2 \mathbf{b}_2 \quad . \quad (5-32)$$

Wird Gleichung (5-32) mit  $\mathbf{b}_1$  bzw.  $\mathbf{b}_2$  skalar multipliziert, folgt wegen der Orthogonalität von  $\mathbf{p}_3$  mit  $\mathbf{b}_1$  und  $\mathbf{b}_2$

$$\mathbf{b}_1 \mathbf{p}_3 = \mathbf{b}_1 \mathbf{P}_1 + m_1 \mathbf{b}_1 \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_1 \mathbf{P}_2 - m_2 \mathbf{b}_1 \mathbf{b}_2 = 0 \quad (5-33)$$

$$\mathbf{b}_2 \mathbf{p}_3 = \mathbf{b}_2 \mathbf{P}_1 + m_1 \mathbf{b}_2 \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2 \mathbf{P}_2 - m_2 \mathbf{b}_2 \mathbf{b}_2 = 0 \quad . \quad (5-34)$$

Aus (5-33) und (5-34) lassen sich  $m_1$  und  $m_2$  bestimmen. Mit der Kenntnis, dass  $\mathbf{b}_1$  und  $\mathbf{b}_2$  Einheitsvektoren sind, sowie unter Anwendung des Skalarprodukts folgt nach wenigen Umformungen

$$m_1 = \frac{1}{\sin^2 \tau} (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) (\mathbf{b}_2 \cos \tau - \mathbf{b}_1) \quad (5-35)$$

$$m_2 = \frac{1}{\sin^2 \tau} (\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2) (\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1 \cos \tau) \quad . \quad (5-36)$$

mit  $\cos \tau$  als Skalarprodukt von  $\mathbf{b}_1$  und  $\mathbf{b}_2$ .

Mit den zuvor getroffenen Annahmen über  $\mathbf{P}_1$  und  $\mathbf{P}_2$  vereinfacht sich (5-35) und (5-36) zu

$$m_1 = \frac{1}{\sin^2 \tau} (s_{1,2} (b_{1,x} - b_{2,x} \cos \tau) + h (b_{1,z} - b_{2,z} \cos \tau)) \quad (5-37)$$

$$m_2 = \frac{1}{\sin^2 \tau} (s_{1,2} (b_{1,x} \cos \tau - b_{2,x}) + h (b_{1,z} \cos \tau - b_{2,z})) \quad . \quad (5-38)$$

Der gesuchte Schnittpunkt liegt auf der Verbindungsgeraden und bestimmt sich als Mittelpunkt der beiden Lotfußpunkte

$$\mathbf{P}_{F1} = \mathbf{P}_1 + m_1 \mathbf{b}_1 \quad (5-39)$$

$$\mathbf{P}_{F2} = \mathbf{P}_2 + m_2 \mathbf{b}_2 \quad . \quad (5-40)$$

Für das Modell wird vorausgesetzt, dass aus einer statischen Messung die Transformationsparameter  $q_R$  und  $p_{tr}$  (Kapitel 4.4.1), der Dreharmradius  $r$  (Kapitel 4.3.1), sowie die Basislänge  $s_{1,2}$  und der Höhenunterschied

$h_{1,2}$  zwischen den beiden Standpunkten bekannt sind. Weiterhin wird angenommen, dass die Messgrößen Azimut und Elevation für jeden Mess- und Standpunkt verfügbar sind.

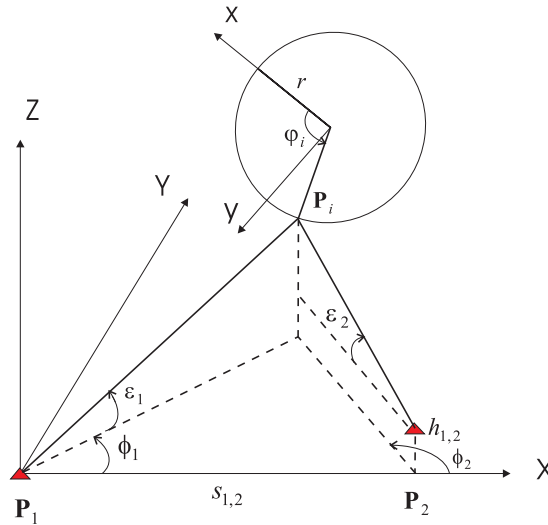


Bild 5-20: 3-D Vorwärtsschnitt, Prüflingskoordinatensystem (X,Y,Z), Dreharmebene (x,y), Messelemente bei sich schneidenden Geraden

Der Grundgedanke des Modells ist, ähnlich dem in Kapitel 5.2.1 beschriebenen, dass jedem Messwert einer Messgröße des Prüflings eine eindeutige Position und Zeit am Dreharm zugeordnet werden kann. Enthält das entwickelte Modell nur den unbekanntem Drehwinkel  $\varphi(t)$ , können wiederum die unbekanntem Verzögerungszeiten bestimmt werden.

In einem ersten Schritt wird die Position am Dreharm ausgehend von Standpunkt 1 und Standpunkt 2 in Abhängigkeit des Drehwinkels  $\varphi(t)$  entwickelt. Da Standpunkt 1 dem Ursprung des Prüflingskoordinatensystems entspricht, entsteht die gleiche Situation wie im polaren Modell, so dass an dieser Stelle Bezug auf die Gleichungen aus Kapitel 5.2.1 genommen werden kann.

Der Startvektor  $\mathbf{P}_{D,1}$  liegt auf der x-Achse mit dem Dreharmradius  $r$  und wird durch die Rotation mit der Quaternion  $q_1$  (5-9) an eine neue Position  $\mathbf{P}_{D,2}$  (5-10) gedreht. Die anschließende Transformation in das Prüflingskoordinatensystem erfolgt durch (5-11), so dass sich der Vektor  $\mathbf{P}_{P,2}$  durch (5-12) bzw. (5-13) darstellen lässt.

Für die Bestimmung des gleichen Punktes am Dreharm ausgehend von Standpunkt 2 muss obiger Ansatz um den Vektor  $\mathbf{P}_{\text{basis}}$

$$\mathbf{P}_{\text{basis}} = (s_{1,2} \quad 0 \quad h_{1,2})^T \quad (5-41)$$

erweitert werden, der hier dem Vektor des Standpunktes 2 entspricht, so dass ein Vektor  $\mathbf{P}_{P,2B}$  zwischen Standpunkt 2 und der Dreharmposition entsteht

$$\mathbf{P}_{P,2B} = \mathbf{P}_{P,2} - \mathbf{P}_{\text{basis}} \quad (5-42)$$

Somit stellen (5-13) und (5-42) auf der Basis der Quaternionen-Algebra zwei Vektoren im  $\mathfrak{R}^3$  dar, die sich auf die gleiche Dreharmposition beziehen und als einzige Unbekannte den Drehwinkel  $\varphi(t)$  enthalten.

Die vier Messgrößen  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$ ,  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$  (Bild 5-20) lassen sich über die Koordinaten von (5-13) und (5-42) wie folgt bestimmen

$$\tan \Phi_1 = \frac{P_{P,2,y}}{P_{P,2,x}} , \quad (5-43)$$

$$\tan \varepsilon_1 = \frac{P_{P,2,z}}{\sqrt{P_{P,2,x}^2 + P_{P,2,y}^2}} , \quad (5-44)$$

$$\tan \Phi_2 = \frac{P_{P,2B,y}}{P_{P,2B,x}} , \quad (5-45)$$

$$\tan \varepsilon_2 = \frac{P_{P,2B,z}}{\sqrt{P_{P,2B,x}^2 + P_{P,2B,y}^2}} . \quad (5-46)$$

Für die Modellentwicklung werden die Messgrößen selbst verwendet und nicht die aus dem räumlichen Vorwärtsschnitt erzeugten Koordinaten. Auf diese Weise kann für das Modell von einem idealen Schnittpunkt ausgegangen werden und ein zusätzlicher Term für die Windschiefe muss nicht berücksichtigt werden. Sind Verzögerungszeiten in einem Messsystem vorhanden, wird jede Messgröße sich auf eine unterschiedliche raumzeitliche Position am Dreharm beziehen. Folglich müssen die nichtlinearen Gleichungen (5-43) bis (5-46) über das Newton-Verfahren numerisch gelöst werden, um den Drehwinkel  $\varphi(t)$  aus den Messwerten zu erhalten. Mit der Ausgangsfunktion (5-15) erfolgt die iterative Lösung nach der Rekursionsvorschrift (5-16). Als Startwert für  $\varphi(t)$  wird der aus der zeitlichen Referenzierung bekannte Wert eingesetzt.

Ausgehend davon, dass das Azimut am Standpunkt 1 (5-43) zum unbekanntem Zeitpunkt  $t_4$  (Bild 5-22) bestimmt wurde, folgt für die Ausgangsfunktion

$$f(\varphi(t_1)) = \frac{P_{P,2,y}}{P_{P,2,x}} - \tan(\Phi(t_4)) = 0 . \quad (5-47)$$

Über den Drehwinkel  $\varphi(t_1)$  ausgedrückt wird (5-47) zu

$$f(\varphi(t_1)) = \frac{b_4 \sin(\varphi(t_4)) + b_5 \cos(\varphi(t_4)) + p_{tr,y}}{b_1 \sin(\varphi(t_4)) + b_2 \cos(\varphi(t_4)) + b_3} - \tan(\Phi(t_4)) = 0 , \quad (5-48)$$

wobei sich die Koeffizienten  $b_1$  bis  $b_5$  aus den einzelnen Komponenten von  $q_R$ ,  $p_{tr}$  und dem Radius  $r$  zusammensetzen und den Koeffizienten aus dem polaren Modell entsprechen (siehe Anhang (A-8) bis (A-12)).

Die partielle Ableitung nach  $\varphi(t_4)$  stellt sich wie folgt dar

$$\begin{aligned} \dot{f}(\varphi(t_1)) &= \frac{b_4 \cos(\varphi(t_4)) - b_5 \sin(\varphi(t_4))}{b_1 \sin(\varphi(t_4)) + b_2 \cos(\varphi(t_4)) + b_3} - \\ & \frac{(b_4 \sin(\varphi(t_4)) + b_5 \cos(\varphi(t_4)) + p_{w,y})(b_1 \cos(\varphi(t_4)) - b_2 \sin(\varphi(t_4)))}{(b_1 \sin(\varphi(t_4)) + b_2 \cos(\varphi(t_4)) + b_3)^2} . \end{aligned} \quad (5-49)$$

Die Ausgangsfunktion für das Azimut von Standpunkt 2 (5-42) zum angenommenen Zeitpunkt  $t_5$  (Bild 5-22) wird zu

$$f(\varphi(t_2)) = \frac{P_{P,2B,Y}}{P_{P,2B,X}} - \tan(\Phi(t_5)) = 0 , \quad (5-50)$$

wobei der Unterschied zu (5-48) nur im Basisvektor und dem geänderten Zeitpunkt besteht. Daher können (5-48) und (5-49) bis auf den Koeffizienten  $b_3$  übernommen werden, wenn statt  $\varphi(t_4)$  der Winkel  $\varphi(t_5)$  eingesetzt wird. Der Koeffizient  $b_3$  wird durch  $b_3 - s_{1,2}$  ersetzt.

Nach analoger Vorgehensweise wird die Ausgangsfunktion für die Elevation am Standpunkt 1 (5-44) zum Zeitpunkt  $t_2$  angesetzt

$$f(\varphi(t_3)) = \frac{P_{P,2,Z}^2}{P_{P,2,X}^2 + P_{P,2,Y}^2} - \tan(\varepsilon(t_2))^2 = 0 \quad (5-51)$$

und mit (5-13) und (5-14) folgt

$$f(\varphi(t_3)) = \frac{e_1 \cos(\varphi(t_2)) + e_2 \cos(2\varphi(t_2)) + e_3 \sin(\varphi(t_2)) + e_4 \sin(2\varphi(t_2)) + e_5}{e_6 + e_7 \cos(\varphi(t_2)) + e_8 \cos(2\varphi(t_2)) + e_9 \sin(\varphi(t_2)) + e_{10} \sin(2\varphi(t_2))} - \tan(\varepsilon(t_2))^2 = 0 . \quad (5-52)$$

Die Koeffizienten  $e_1$  bis  $e_{10}$  setzen sich wiederum aus den bekannten Werten des Rotations- und Translationsquaternion, sowie dem Radius des Dreharms zusammen (Anhang (A-18) bis (A-27)). Für die Durchführung der Newton- Iteration wird die Ableitung von (5-52) nach  $\varphi(t_2)$  benötigt

$$\begin{aligned} \dot{f}(\varphi(t_3)) &= \frac{-e_1 \sin(\varphi(t_2)) - 2e_2 \sin(2\varphi(t_2)) + e_3 \cos(\varphi(t_2)) + 2e_4 \cos(2\varphi(t_2))}{e_6 + e_7 \cos(\varphi(t_2)) + e_8 \cos(2\varphi(t_2)) + e_9 \sin(\varphi(t_2)) + e_{10} \sin(2\varphi(t_2))} \\ & - \frac{(e_1 \cos(\varphi(t_2)) + e_2 \cos(2\varphi(t_2)) + e_3 \sin(\varphi(t_2)) + e_4 \sin(2\varphi(t_2)) + e_5)}{(e_6 + e_7 \cos(\varphi(t_2)) + e_8 \cos(2\varphi(t_2)) + e_9 \sin(\varphi(t_2)) + e_{10} \sin(2\varphi(t_2)))^2} \\ & \frac{(-e_7 \sin(\varphi(t_2)) - 2e_8 \sin(2\varphi(t_2)) + e_9 \cos(\varphi(t_2)) + 2e_{10} \cos(2\varphi(t_2)))}{(e_6 + e_7 \cos(\varphi(t_2)) + e_8 \cos(2\varphi(t_2)) + e_9 \sin(\varphi(t_2)) + e_{10} \sin(2\varphi(t_2)))^2} \end{aligned} \quad (5-53)$$

Als letzte Messgröße wird die Elevation von Standpunkt 2 aus (5-46) zum Zeitpunkt  $t_3$  mit folgender Ausgangsfunktion angesetzt

$$f(\varphi(t_4)) = \frac{P_{P,2B,Z}^2}{P_{P,2B,X}^2 + P_{P,2B,Y}^2} - \tan(\varepsilon(t_3))^2 = 0. \quad (5-54)$$

Da sich (5-51) und (5-54) wiederum nur durch den zusätzlich eingeführten Basisvektor unterscheiden, bleiben die Ansätze von (5-52) und (5-53) erhalten, wobei sich jedoch wegen der zusätzlichen Basisstrecke  $s_{1,2}$  und dem Höhenunterschied  $h_{1,2}$  die Koeffizienten  $e_1$  bis  $e_{10}$  vollständig ersetzt werden müssen. Ebenso muss die Zeit  $t_2$  auf  $t_3$  abgeändert werden. Auf eine nochmalige Darstellung wird verzichtet.

Anhand der Modellgleichungen kann nun für jede Position ein Drehwinkel numerisch bestimmt werden und über die Drehgeschwindigkeit die dazugehörige Zeit mit

$$t_i = \frac{\varphi(t_i)}{\omega_D} \quad \text{mit } i = 2, 3, 4, 5. \quad (5-55)$$

Die gesuchten Verzögerungszeiten werden als Differenz zum jeweiligen zeitreferenzierten Startwert gebildet und mit einer wie in Kapitel 5.1 vorgestellte Messunsicherheit angegeben.

### 5.3.2 Simulationsberechnungen

Die folgende Simulation soll das im vorhergehenden Kapitel beschriebene Modell bestätigen, aber auch seine bekannten Schwachstellen aufzeigen. Die Ausgangssituation zeigt Bild 5-21 mit den beiden Standpunkten der Prüflinge und der angenommen horizontalen und vertikalen Dreharmposition mit dem Homepoint als 0°-Position. Der Translationsvektor zwischen den beiden Koordinatensystemen wird zu  $(3,5,1)^T$  angenommen. Als zeitliche Referenzierung wird davon ausgegangen, dass sich eine Synchronisation über eine externe Triggerung (Kapitel 2.2.1) realisieren lässt und somit für jede Messung ein zeitreferenzierter Startwert für die Iteration gegeben ist. Für die simulierten Messwerte wurde angenommen, dass eine Verzögerungszeit von 5 ms zwischen dem Triggerzeitpunkt und der gemessenen Elevation am Standpunkt 1 entsteht. Nach 10 ms erfolgt die Messung der Elevation an Standpunkt 2 und – in Anlehnung an das iGPS (Kapitel 3.3) – die Azimutmessungen nach einer Verzögerungszeit von 20 ms bzw. 25 ms nach dem Triggerzeitpunkt (siehe Bild 5-22). Da keinerlei Auswirkungen auf das Modell zu befürchten sind, wird der nächste Triggerzeitpunkt 100 ms später simuliert. Die Dreharmgeschwindigkeiten sind mit 0.3 m/s und 1.2 m/s angenommen. Die Bestimmung der Messunsicherheit der Verzögerungszeit für die einzelnen Messgrößen erfolgt wie in Kapitel 5.1 vorgestellt, wobei für die Standardunsicherheit der Messgrößen aus einem Systemübergang mit 3 mgon angenommen wird. Der Erweiterungsfaktor wird zu  $k = 2$  gesetzt (siehe Kapitel 2.3).

Wie zuvor bei der polaren Modellbildung wird für jede der vier Konstellationen zuerst eine Übersicht über die erreichbare Messunsicherheit der Verzögerungszeiten dargestellt (Bild 5-23, Bild 5-26, Bild 5-29, Bild 5-32). Die weiteren Darstellungen beziehen sich auf die mit dem Modell bestimmten Verzögerungszeiten der einzelnen Messgrößen – Azimut und Elevation pro Standpunkt – in der jeweiligen Konstellation. Die in den Darstellungen ersichtliche Asymmetrie entsteht durch die Konstellation zwischen Prüfling und Dreharm, da sich bei jeder Änderung der Konstellation sowohl die Umkehrpunkte als auch die Messwerte der einzelnen Messgrößen ändern.

Bei einer vertikalen Dreharmstellung ist die Variation in den Messgrößen von einer zur nächsten Position ausreichend, um über das Newton-Verfahren die gesuchten Drehwinkel zu bestimmen. Lediglich der Bereich der jeweiligen Umkehrpunkte muss ausgeschlossen werden, was an Hand der anwachsenden Messunsicherheit der Verzögerungszeit sichtbar wird (Bild 5-23 und Bild 5-26). Bild 5-24 für Standpunkt 1 und Bild 5-25 für Standpunkt 2 bei einer langsamen Dreharmgeschwindigkeit von 3 m/s zeigen, dass die Verzögerungszeiten für Azimut und Elevation korrekt bestimmt werden und die Messunsicherheit in den Bereichen außerhalb der Umkehrpunkte kleiner als 3 ms ist. Wird die Dreharmgeschwindigkeit auf 1.2 m/s

erhöht, verkleinert sich der Bereich der Umkehrpunkte (Bild 5-26) und die Messunsicherheit liegt im Bereich außerhalb der Umkehrpunkte unter 1 ms (Bild 5-27, Bild 5-28). In Bild 5-28 zeigt sich bei der Elevation im Standpunkt 2 eine falsche Bestimmung der Verzögerungszeit, die dem Umkehrpunkt zugeordnet werden kann und bei einer Messunsicherheit von 88 ms automatisch als nicht verwendbar selektiert wird.

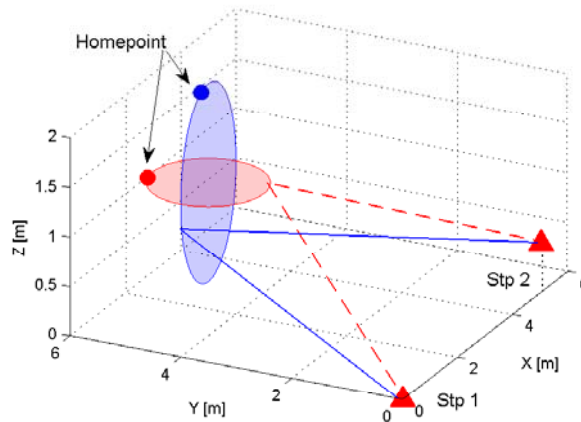


Bild 5-21: simulierte Ausgangssituation mit 2 Standpunkten im Prüflingskoordinatensystem, horizontaler (rot) und vertikaler (blau) Dreharmstellung

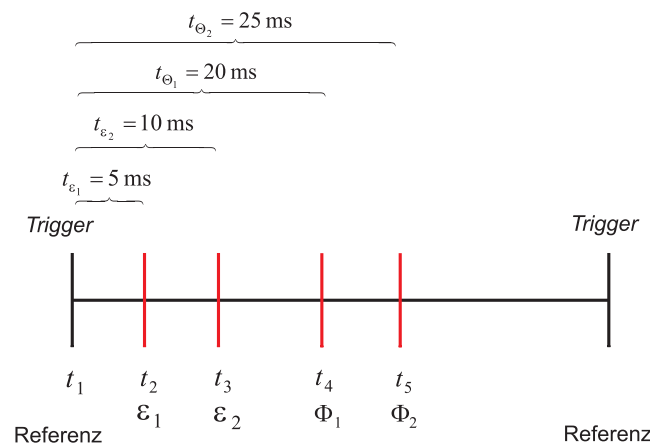


Bild 5-22: simulierte Zeitskala mit den Verzögerungszeiten der jeweiligen Messgröße Elevation  $\epsilon$ , Azimut  $\Phi$  für Standpunkt 1 und 2 in Bezug zum Triggerzeitpunkt

Die horizontale Dreharmstellung bewirkt, dass sich die Elevation von einem Messpunkt zum nächsten nur sehr wenig ändert und folglich die Schwachstelle des Modells herbeiführt. Durch die Iteration und den vorgegeben zeitreferenzierten Startwert wird derjenige iterierte Wert als zutreffend angenommen, der als erster ein vorgegebenes Abbruchkriterium, nämlich die Unterschreitung einer festgelegten Schranke bei einer Änderung in der Näherungslösung, erfüllt. In Bild 5-29 zeigt sich dieses Verhalten durch eine Messunsicherheit für die Verzögerungszeit der Elevation die größer als 10 ms ist. Bei unverrauschten Messwerten kann das Modell diese Verzögerungszeiten zwar korrekt bestimmen (Bild 5-30, Bild 5-31), aber die Größenordnung der Messunsicherheit macht deutlich, dass in dieser Konstellation bei verrauschten Messwerten keine Bestimmung der Verzögerungszeit erfolgen sollte. Wird die Dreharmgeschwindigkeit auf 1.2 m/s erhöht wird die Messunsicherheit zwar wiederum kleiner, aber die Tendenz bleibt erhalten (Bild 5-32). Die Bestimmung der Verzögerungszeit für das Azimut weist ein ähnliches Verhalten zur vertikalen Dreharmposition auf. Die Zeiten werden korrekt durch die Modellierung ermittelt, nur die Umkehrpunkte

weisen eine zu große Messunsicherheit auf (Bild 5-30, Bild 5-31), die mit zunehmender Dreharmgeschwindigkeit wiederum kleiner wird (Bild 5-33, Bild 5-34).

Insgesamt lassen sich durch eine Simulation sehr gut diejenigen Bereiche aufzeigen, die zu einer eindeutigen Bestimmung der Verzögerungszeiten geeignet sind. Die aus der Konstellation zwischen Prüfling und Dreharm heraus entstehenden Schwachstellen des Modells können an Hand der Messunsicherheit als nicht verwendbar herausgefiltert werden. Durch eine geeignete Wahl der Dreharm- und Prüflingskonstellation zusammen mit einer höheren Dreharmgeschwindigkeit sind, bis auf die Umkehrpunkte, alle diskreten Positionen zur Verzögerungszeitbestimmung geeignet.

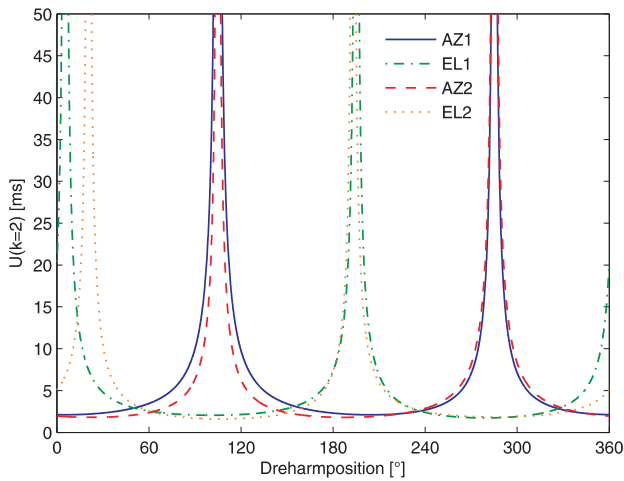


Bild 5-23: vertikaler Dreharm,  $v_D = 0.3$  m/s, Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeiten

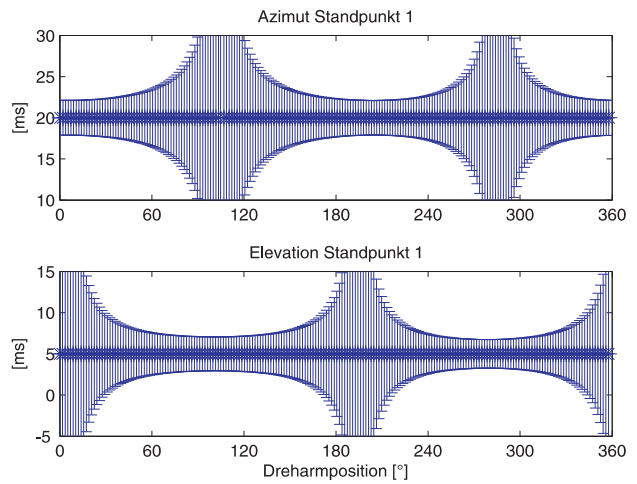


Bild 5-24: vertikaler Dreharm,  $v_D = 0.3$  m/s, Standpunkt 1, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) für Azimut, Elevation

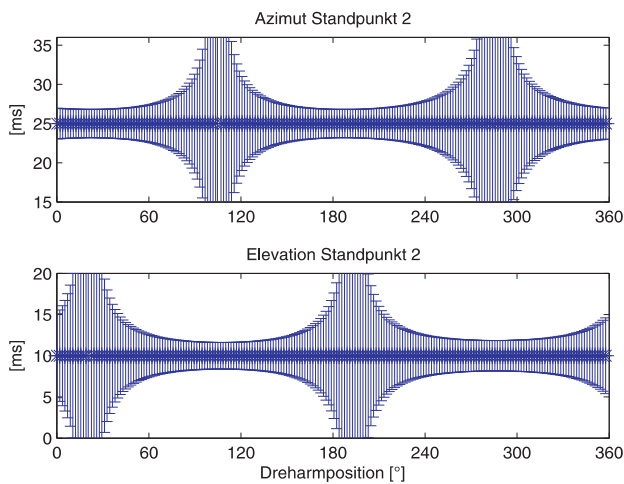


Bild 5-25: vertikaler Dreharm,  $v_D = 0.3$  m/s, Standpunkt 2, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) für Azimut, Elevation

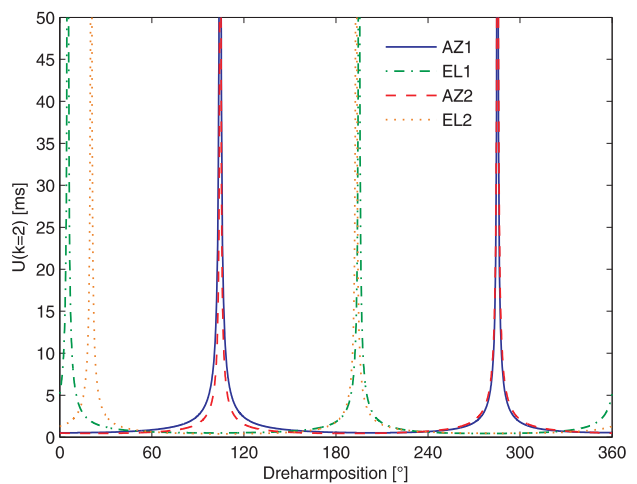


Bild 5-26: vertikaler Dreharm,  $v_D = 1.2$  m/s, Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeiten

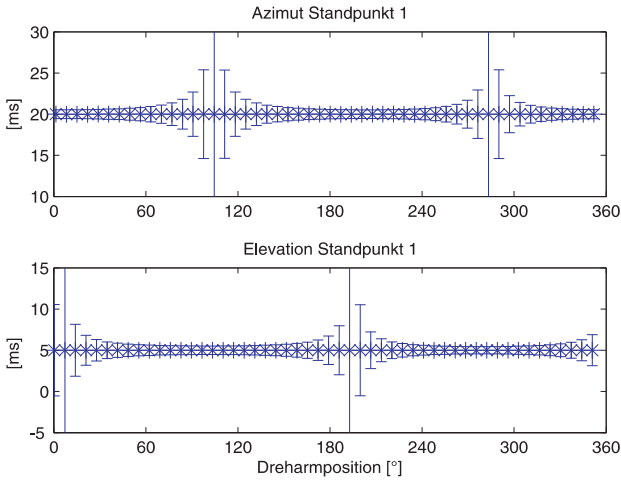


Bild 5-27: vertikaler Dreharm,  $v_D=1.2$  m/s, Standpunkt 1, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) für Azimut, Elevation

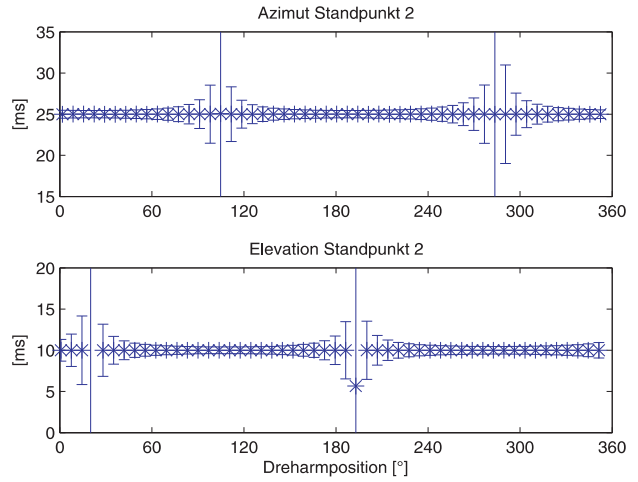


Bild 5-28: vertikaler Dreharm,  $v_D=1.2$  m/s, Standpunkt 2, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) für Azimut, Elevation

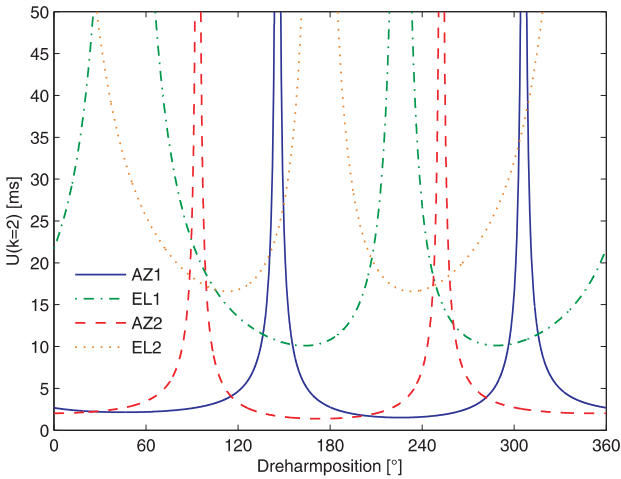


Bild 5-29: horizontaler Dreharm,  $v_D=0.3$  m/s, Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeiten

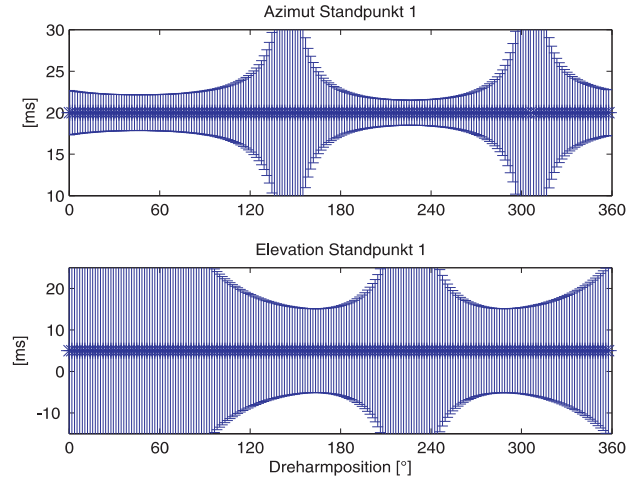


Bild 5-30: horizontaler Dreharm,  $v_D=0.3$  m/s, Standpunkt 1, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) für Azimut, Elevation

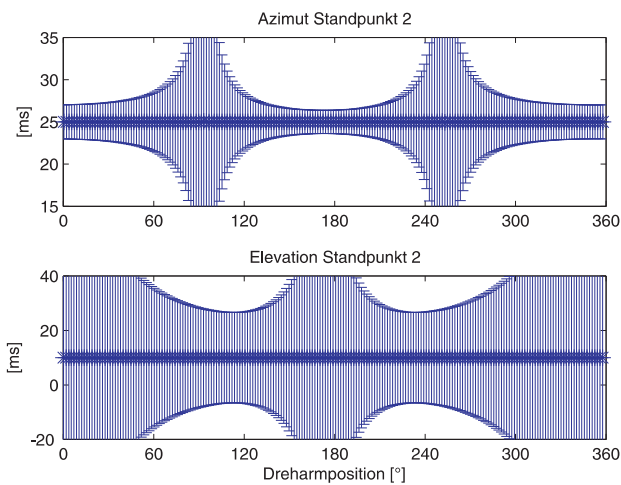


Bild 5-31: horizontaler Dreharm,  $v_D=0.3$  m/s, Standpunkt 2, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) für Azimut, Elevation

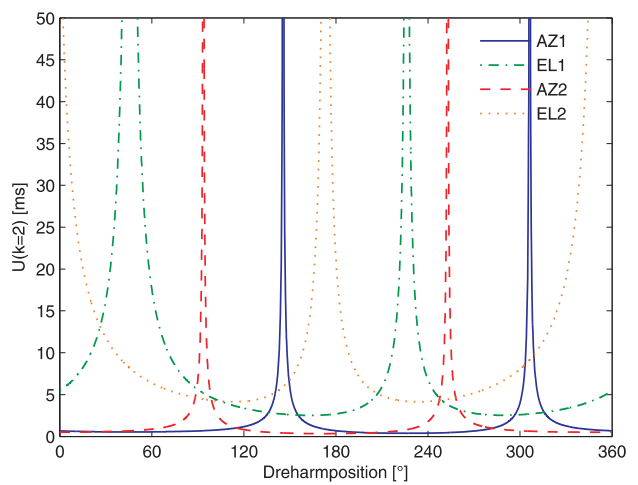


Bild 5-32: horizontaler Dreharm,  $v_D=1.2$  m/s, Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeiten



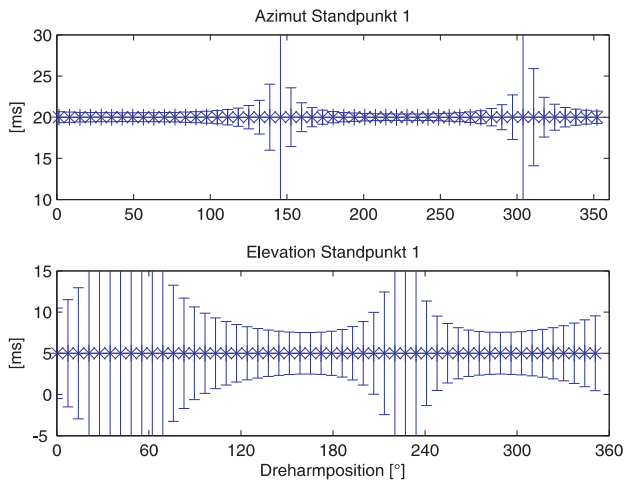


Bild 5-33: horizontaler Drearm,  $v_D = 1.2 \text{ m/s}$  Standpunkt 1, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) für Azimut, Elevation

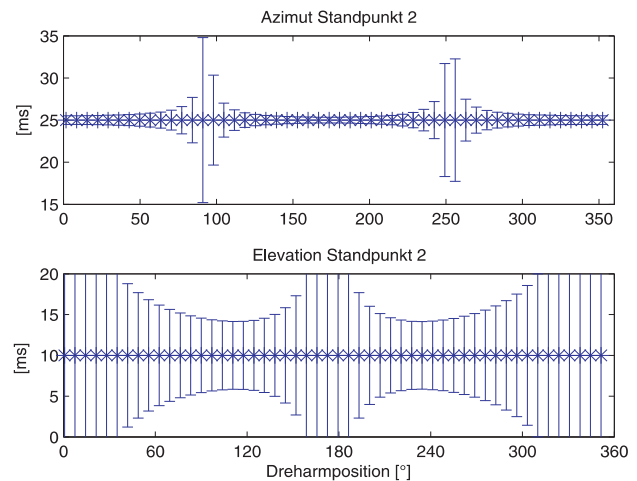


Bild 5-34: horizontaler Drearm,  $v_D = 1.2 \text{ m/s}$  Standpunkt 2, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) für Azimut, Elevation

## 5.4 Anwendung LaserTracer

Messsysteme wie beispielsweise der in Kapitel 3.4 beschriebene LaserTracer verfügen nur über eine Messgröße: die Strecke. Eine 3-D-Positionsbestimmung aus reinen Streckenmessungen erfordert mindestens drei bekannte Standpunkte. Werden die drei Streckenmessungen dabei als Kugelradien aufgefasst, bestimmt sich die 3-D-Position als Schnitt dreier Kugeln, wobei einer der beiden entstehenden Schnittpunkte immer ausgeschlossen werden kann, da er außerhalb des Objektbereichs liegen wird. Ist das Problem der zeitlichen Referenzierung für ein solches Messsystem gelöst, können damit zeitreferenzierte kinematische Messungen durchgeführt werden. Vorhandene Verzögerungszeiten lassen sich mit dem nachfolgenden Modell mit Hilfe des Drearms als zeitreferenziertes Kalibriersystem aufdecken.

### 5.4.1 3-D-Bogenschlag-Modell

Für Entwicklung eines 3-D-Bogenschlag-Modells werden drei Standpunkte, die Transformationsparameter zwischen Prüfling- und Kalibriersystem und der Drearmradius als bekannt vorausgesetzt. Die Koordinaten eines beliebigen 3-D-Punktes lassen sich mit drei bekannten Standpunkten und den dazugehörigen gemessenen Strecken analytisch über den 3-D-Bogenschlag bestimmen. Folglich müssen zu Beginn die Standpunktkoordinaten in einem frei gewählten Prüflingskoordinatensystem ( $X, Y, Z$ ) statisch ermittelt werden. In Takatsuji et al. (2000) wird für die Bestimmung der drei Standpunkte und einer Anfangsposition eines Reflektors ein so genannter Selbstkalibrierungs-Algorithmus bei interferometrischer Streckenmessung vorgestellt, der auf der Einführung eines weiteren Standpunktes basiert. Während einer Standpunktbestimmung werden im Drearmkoordinatensystem bekannte Drearmpositionen im Prüflingskoordinatensystem ermittelt. Eine anschließende 3-D-Kreisgleichung (Kapitel 4.3.1) liefert den Drearmradius und die Transformationsparameter für den Systemübergang werden wie in Kapitel 4.4.1 vorgestellt berechnet. Damit sind die Voraussetzungen für die Modellentwicklung und einer kinematischen Messung erfüllt, d. h. die Standpunktkoordinaten, die Rotations- sowie Translationsquaternion und der Drearmradius sind bekannt.

Die Ausgangsbasis bildet die allgemeine Kugelgleichung

$$(\mathbf{P}_{P,i} - \mathbf{P}_{S,j})^2 = s_{i,P_i}^2 \quad (5-56)$$

mit  $\mathbf{P}_{P,i}$  als jeweiliger Messpunkt am Dreharm,  $\mathbf{P}_{S,j}$  als Mittelpunkt der Kugel bzw. Standpunkt und  $s_{j,Pp,i}$  für die gemessene Strecke zwischen Standpunkt und Dreharmposition (Bild 5-35). Der im Modell in den Kapiteln 5.2.1 und 5.3.1 aufgezeigte Grundgedanke wird auch in diesem Modell beibehalten: jede vom Prüfling zum Dreharm ausgelöste Streckenmessung erfolgt zu einem bestimmten Zeitpunkt. Durch Verzögerungszeiten wird dieser Zeitpunkt bei drei Prüflingen nicht identisch sein. Kann aus der Streckenmessung ein Rückschluss auf die Position am Dreharm gezogen werden, lässt sich dieser Position ein Drehwinkel  $\varphi(t)$  zuordnen und über die konstante Dreharmgeschwindigkeit  $\omega_D$  die gesuchte Zeit bestimmen (vgl. Kapitel 4.5.1). Die zeitliche Referenzierung zwischen Prüfling und Dreharm liefert einen geeigneten Startwert, der in der Nähe des gesuchten Wertes liegen wird.

In Kapitel 5.2.1 wurde aufgezeigt, wie sich aus einem Ausgangsvektor  $\mathbf{P}_{D,1}$  im Dreharmkoordinatensystem über Quaternionen-Algebra die Koordinate des Prüflings in eine Funktion des Drehwinkels  $\varphi(t)$  überführen lässt. Der dabei entstandene Vektor  $\mathbf{P}_{P,2}$  (siehe (5-13)) im Prüflingskoordinatensystem entspricht einem diskreten Messpunkt ( $\mathbf{P}_{P,i}$ ) am Dreharm und enthält als einzige Unbekannte den jeweils gesuchten Drehwinkel  $\varphi(t)$ .

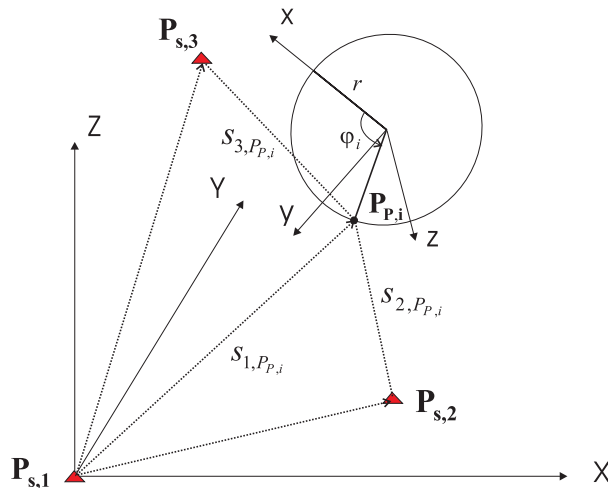


Bild 5-35: 3-D-Bogenschlag, Prüflingssystem (X,Y,Z), Dreharmsystem (x,y,z), 3 Standpunkte mit Streckenmessung

Im Unterschied zum polaren Modell, bei dem der gesuchte Drehwinkel für die Streckenmessung direkt über den Vektor  $\mathbf{P}_{P,2}$  bestimmt wird (vgl. (5-17)), muss bei dem 3-D-Bogenschlag-Modell noch der Vektor  $\mathbf{P}_{S,j}$  des Prüflingsstandpunkt miteinbezogen werden. Aus der Differenz dieser beiden Vektoren – Dreharmposition  $\mathbf{P}_{P,i}$  und Standpunkt  $\mathbf{P}_{S,j}$  – entsteht der Vektor

$$\mathbf{P}_{P,s,j} = \mathbf{P}_{P,i} - \mathbf{P}_{S,j} \quad , \quad j=1,2,3 \text{ (bei 3 Standpunkten)} \quad (5-57)$$

dessen Länge der Strecke zwischen Standpunkt und Dreharmposition entspricht. Dieser Vektor  $\mathbf{P}_{P,s,j}$  steht hier stellvertretend für die jeweiligen Dreharmpositionen. Da der Standpunkt des Prüflings bekannt ist, bleibt die einzige Unbekannte der Drehwinkel  $\varphi(t)$ .

Wie bei den beiden Modellen zuvor erfolgt die Bestimmung des Drehwinkels über das Newton-Verfahren wie in Kapitel 5.2.1 mit (5-15) und (5-16) beschrieben. Die Ausgangsfunktion zum unbekanntem Zeitpunkt  $t_i$  stellt sich wie folgt dar

$$f(\varphi(t_i)) = P_{P,s,j,X}^2 + P_{P,s,j,Y}^2 + P_{P,s,j,Z}^2 - s(t_i)_{j,P_{P,i}}^2 = 0 \quad (5-58)$$

Durch Einsetzen der Elemente der Quaternion  $q_I$  (5-14) vereinfacht sich (5-58) zu

$$f(\varphi(t_i)) = k_1 \cos(\varphi(t_i)) + k_2 \sin(\varphi(t_i)) + k_3 - s(t_i)_{j,P_{P,i}}^2 = 0 \quad (5-59)$$

Die Koeffizienten  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k_3$  setzen sich aus den bekannten Komponenten von  $q_R$ ,  $p_{lr}$ , dem Radius  $r$  und den Koordinaten des Standpunktes zusammen (siehe Anhang (A-28) bis A(30)).

Die partielle Ableitung nach  $\varphi(t_i)$  wird zu

$$\dot{f}(\varphi(t_i)) = -k_1 \sin(\varphi(t_i)) + k_2 \cos(\varphi(t_i)) \quad (5-60)$$

Die Gleichungen (5-58), (5-59) und (5-60) lassen sich für jeden Standpunkt und zu jedem gemessenen Dreharmpunkt mit entsprechend angepassten Koeffizienten aufstellen, und auf diese Weise lässt sich jeder gesuchte Drehwinkel  $\varphi(t_i)$  numerisch bestimmen. Aus dem Zusammenhang (5-61) zwischen der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_D$  des Dreharms und dem ermittelten Drehwinkel  $\varphi(t_i)$  folgt die zugehörige Verzögerungszeit

$$t_i = \frac{\varphi(t_i)}{\omega_D} \quad \text{mit } i = 2,3,4 \quad (5-61)$$

Das Modell ist wiederum so allgemein gehalten, dass es für jede Streckenmessung zwischen den Standpunkten der Prüflinge und der entsprechenden Dreharmpositionen verwendet werden kann. Bei der Anordnung der Prüflinge in Bezug auf das Kalibriersystem muss beachtet werden, dass das Modell nur aussagekräftig ist, wenn durch die Bewegung des Dreharms eine Streckenänderung hervorgerufen wird, so dass die Messunsicherheit der ermittelten Verzögerungszeit klein bleibt bzw. eine gewählte Vorgabe nicht überschreitet.

## 5.4.2 Simulationsberechnungen

Im Folgenden werden anhand von angenommenen Verzögerungszeiten Streckenmessungen simuliert, um anschließend mit dem vorgestellten Modell die Drehwinkel  $\varphi(t_i)$  zu bestimmen und daraus die gesuchten Zeiten abzuleiten. Die Ausgangssituation wird durch drei Standpunkte gebildet, die zuvor statisch bestimmt wurden. Ebenso wird von bekannten Transformationsparametern ausgegangen und einem Dreharmradius der Länge 1 m. In die Simulation werden horizontale und vertikale Dreharmstellungen einbezogen (Bild 5-36).

Für die Simulation der zeitlichen Referenzierung wird davon ausgegangen, dass sich für das Messsystem eine Synchronisation über einen externen Trigger, wie in Kapitel 2.2.1 beschrieben, realisieren lässt. Auf diese Weise ist eine raumzeitliche Position am Dreharm bekannt und bildet somit die Referenz und den Startwert für die Iteration des Modells. Weiterhin wird angenommen, dass, ausgehend von diesem Referenzzeitpunkt, nach einer Verzögerungszeit von 5 ms eine Streckenmessung vom Prüfling auf Standpunkt 1 erfolgt (Bild 5-37). Nach einer Verzögerungszeit von 15 ms und 20 ms erfolgt die Streckenmessung des

Prüflings auf Standpunkt 2 und 3 (Bild 5-37). Zwischen den einzelnen Triggerpunkten wird eine Zeit von 100 ms angenommen.

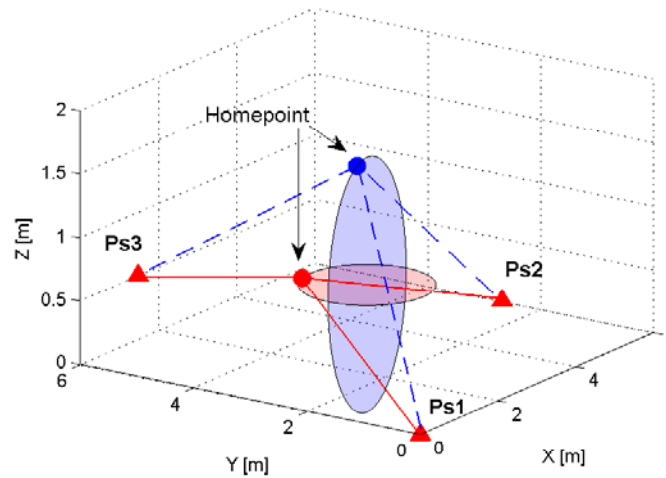


Bild 5-36: Ausgangssituation mit drei Standpunkten, horizontaler (rot) und vertikaler (blau) Dreharmstellung mit jeweiligem Homepoint ( $0^\circ$ ).

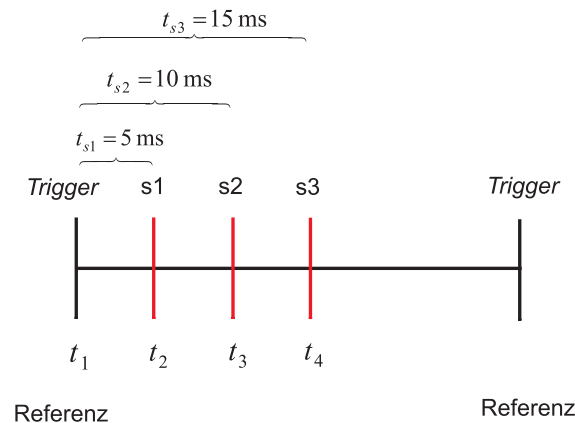


Bild 5-37: simulierte Zeitskala, Verzögerungszeiten zur Streckenmessung des jeweiligen Standpunktes

Die gewählten Dreharmgeschwindigkeiten werden mit 0.4 m/s und 1.2 m/s festgelegt, um einerseits eine langsame Verfolgungsgeschwindigkeit, wie beispielsweise für den in Kapitel 3.4 beschriebenen LaserTracer anzusetzen, und andererseits darzustellen, welche Auswirkungen bei einer schnelleren Bewegung zu erwarten sind. Die Messunsicherheit der jeweils bestimmten Verzögerungszeit wird wie in Kapitel 5.1 beschrieben ermittelt. Dabei wird von einer Standardunsicherheit für die Streckenmessung von 0.5 mm ausgegangen und der Erweiterungsfaktor zu  $k = 2$  gesetzt.

Die erste Simulation beschreibt eine horizontale Dreharmstellung mit einer Dreharmgeschwindigkeit von 0.4 m/s. Ähnlich wie bei der Simulation für die Streckenmessung im polaren Modell zeigt sich hier der Umkehrpunkt wiederum durch eine große Messunsicherheit der bestimmten Verzögerungszeit (Bild 5-38). Die Verzögerungszeiten selbst werden durch das Modell alle ermittelt und die Messunsicherheiten der Verzögerungszeiten sind kleiner als 4 ms außerhalb des ansteigenden Bereichs der Umkehrpunkte (Bild 5-39). Eine Erhöhung der Dreharmgeschwindigkeit auf 1.2 m/s lässt wie erwartet den Bereich der Umkehrpunkte kleiner werden und die Messunsicherheit verringert sich auf 1 ms (Bild 5-40). Bild 5-41

verdeutlicht, dass an alle Position des Dreharms die Verzögerungszeiten korrekt bestimmt wurden und durch die höhere Dreharmgeschwindigkeit zwar insgesamt weniger Positionen zu Bestimmung verwendet werden können, aber wie Bild 5-40 zeigt ein insgesamt größerer Dreharmpositionsbereich mit einer kleinen Messunsicherheit zur Verfügung steht.

Ein etwas anderes Bild ergibt sich für die vertikale Dreharmstellung, bei der die Differenzen zwischen aufeinander folgenden Streckenmessungen, je nach Standpunkt, nur wenige Zentimeter betragen. In Kapitel 5.1 wurde aufgezeigt, dass die Messunsicherheit der Verzögerungszeit sowohl von der Konstellation zwischen Prüfling und Dreharm als auch von der Dreharmgeschwindigkeit abhängig ist. Bei einer Dreharmgeschwindigkeit von 0.4 m/s zeigt sich diese Abhängigkeit in der unterschiedlichen Größenordnung der Messunsicherheit der Verzögerungszeiten (Bild 5-42). Die Verzögerungszeiten selbst werden zwar korrekt bestimmt, aber besonders Standpunkt 3 zeigt, dass die Messunsicherheit an allen Positionen einen Wert größer als 5 ms aufweist (Bild 5-43). Eine Erhöhung der Dreharmgeschwindigkeit auf 1.2 m/s hat zur Folge, dass die Messunsicherheit und der Bereich der Umkehrpunkte für alle Standpunkte kleiner werden (Bild 5-44 und Bild 5-45). Bei einer vertikalen Dreharmstellung sind folglich der jeweilige Standpunkt und die Dreharmgeschwindigkeit zu beachten. Zusammen mit der aus dem Systemübergang ermittelten Standardunsicherheit der Streckenmessung, ermöglicht die daraus abgeleitete Messunsicherheit eine Beurteilung hinsichtlich der Verwendbarkeit bzw. Ungültigkeit der jeweils an diskreten Positionen bestimmten Verzögerungszeit.

Insgesamt hat auch diese Simulation gezeigt, dass das Modell zur eindeutigen Bestimmung von Verzögerungszeiten an diskreten Dreharmpositionen geeignet ist. An Hand der Messunsicherheit der Verzögerungszeiten lassen sich problematische Positionen, wie der Umkehrpunkt, herausfiltern. Weiterhin wird deutlich, dass Konstellationen mit geringen Variationen in den Messgrößen in Verbindung mit einer niedrigen Dreharmgeschwindigkeit nicht sehr geeignet sind und dass mit höheren Dreharmgeschwindigkeiten kleinere Messunsicherheiten der Verzögerungszeiten erreicht werden können.

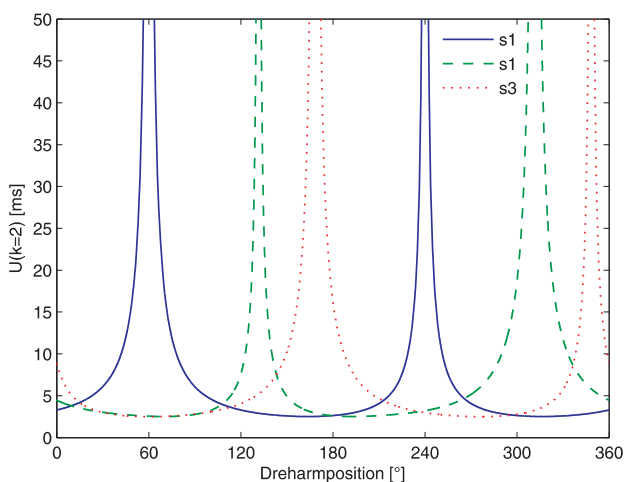


Bild 5-38: horizontaler Dreharm,  $v_D = 0.4$  m/s, Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeiten

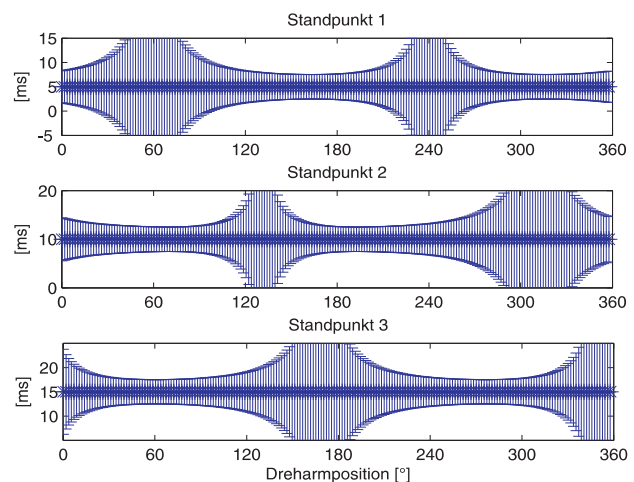


Bild 5-39: horizontaler Dreharm,  $v_D = 0.4$  m/s, Standpunkte 1 bis 3, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

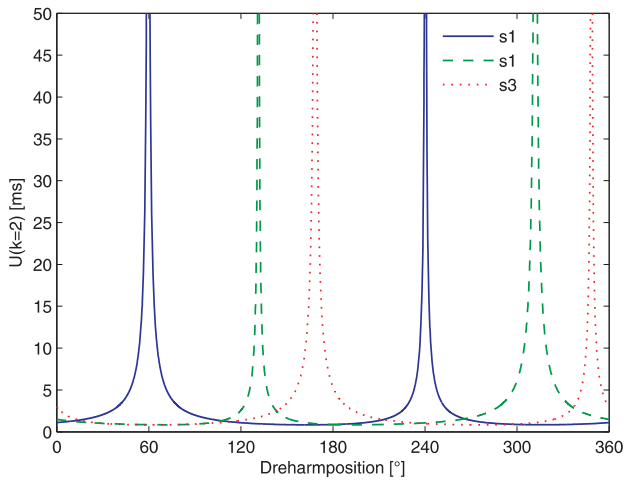


Bild 5-40: horizontaler Drehrm,  $v_D = 1.2$  m/s, Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeiten

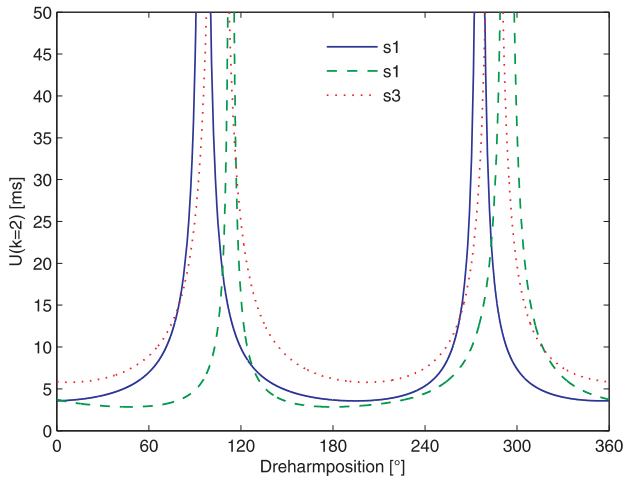


Bild 5-42: vertikaler Drehrm,  $v_D = 0.4$  m/s, Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeiten

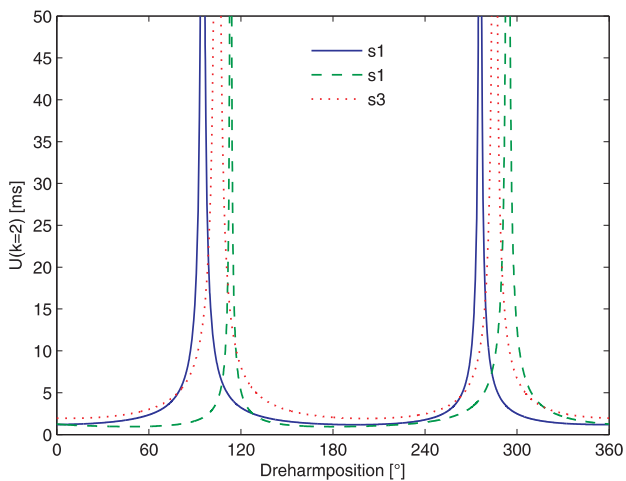


Bild 5-44: vertikaler Drehrm,  $v_D = 1.2$  m/s, Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeiten

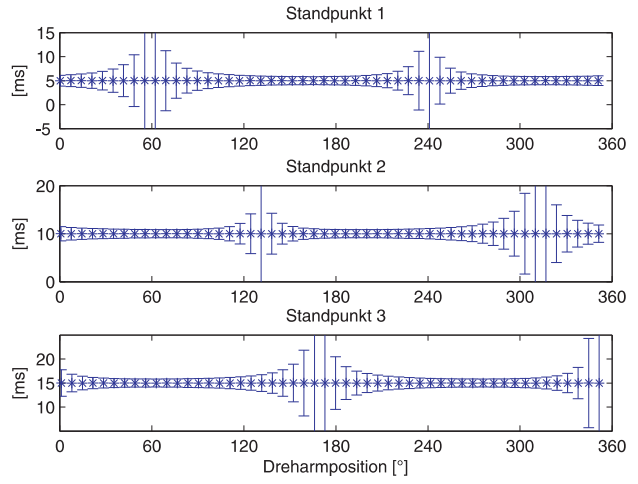


Bild 5-41: horizontaler Drehrm,  $v_D = 1.2$  m/s, Standpunkte 1 bis 3, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

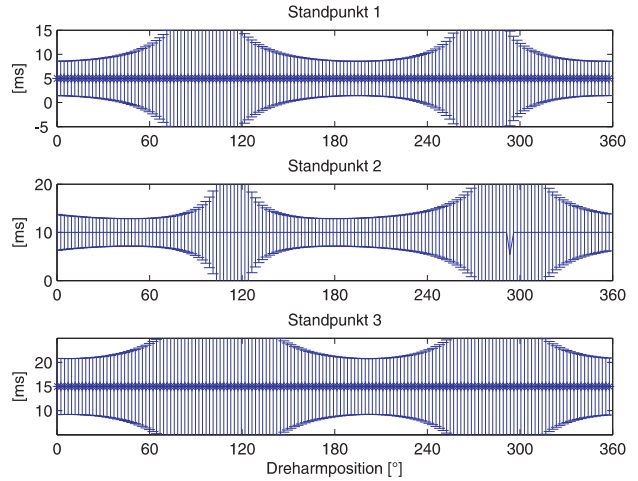


Bild 5-43: vertikaler Drehrm,  $v_D = 0.4$  m/s, Standpunkte 1 bis 3, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

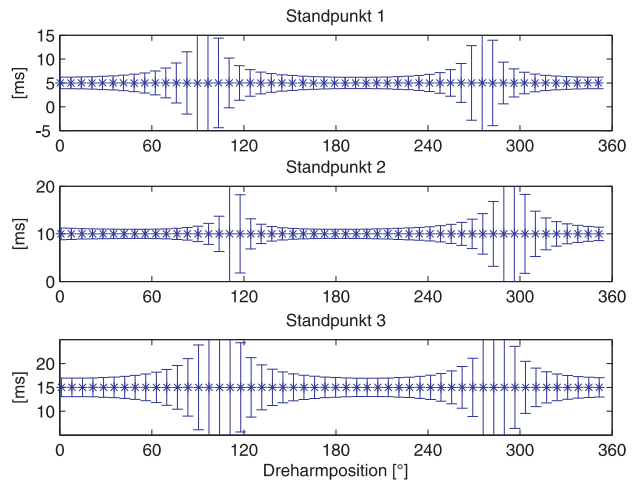


Bild 5-45: vertikaler Drehrm,  $v_D = 1.2$  m/s, Standpunkte 1 bis 3, Verzögerungszeiten mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

## 6 Technische Umsetzung des 4-D-Kalibriersystems

In Kapitel 4.2.2 wurde aufgezeigt, dass ein Dreharmsystem als Grundlage für die Entwicklung eines zeitreferenzierten Kalibriersystems zur Bestimmung von Verzögerungszeiten geeignet ist. Die Einschränkung des Winkelbereichs, der dabei für polare Messsysteme entsteht, kann durch eine zusätzliche erzwungene Drehung des Prüflings selbst aufgehoben werden. Dieses Zusammenspiel zweier Drehungen wurde in Kapitel 4.6.1 und 4.6.2 erläutert. Die benötigten Modelle zur Bestimmung der Verzögerungszeiten für die unterschiedlichen Prüflingssysteme (siehe Kapitel 3) wurden in den Kapitel 5 vorgestellt.

Im nun vorliegenden Kapitel wird aufgezeigt, welche theoretischen Anforderungen an ein 4-D-Kalibriersystem, bestehend aus Dreharm und einem zusätzlichen Drehmotor für die Drehung des Prüflings, gestellt werden müssen. Im Anschluss daran wird beschrieben, wie diese Anforderungen in die Praxis umgesetzt und welche Genauigkeiten der einzelnen Komponenten des Systems realisiert werden können.

### 6.1 Konzeption

Die Konzeption eines Kalibriersystems muss vor allem die in Kapitel 3 für jedes Messsystem beschriebenen Kalibrieranforderungen berücksichtigen. Dabei lassen sich drei elementare Problemstellungen unterscheiden:

- Wie muss das System grundsätzlich aufgebaut sein?
- Welche Genauigkeitsanforderungen sind für die Positionierung einzuhalten?
- Welche Qualität muss die zeitliche Referenzierung aufweisen?

#### 6.1.1 Grundsätzliche Anforderungen

Ein Kalibriersystem muss in der Lage sein, eine statische Position mit hoher Genauigkeit zu liefern, damit ein Systemübergang (siehe Kapitel 4.4) als Grundlage für die Modellierung durchgeführt werden kann, und gleichzeitig sollte es diese Genauigkeit bei kinematischen Anwendungen beibehalten. Ebenso besteht die Forderung nach hohen Geschwindigkeiten, um den kinematischen Leistungsfähigkeiten der Messsysteme standzuhalten bzw. sie zu übertreffen.

Die Bewegungen des Dreharms und die einer zusätzlichen Rotation des Prüflings basieren auf dem Einsatz von Drehmotoren. Von der Qualität dieser Drehmotoren hängen sowohl die erreichbaren Positionierungsgenauigkeiten als auch die maximalen Drehgeschwindigkeiten ab. Folglich muss bei der Auswahl beachtet werden, dass diese Motoren über ein ruhiges Laufverhalten sowie geringe Rund- und Planlaufabweichungen verfügen. Ebenso sollte die Auflösung der Positionsbestimmung entsprechend hoch und die geforderten Geschwindigkeiten erreichbar sein. Da die Drehmotoren in das Gesamtkonzept eingebunden werden, sollte die Bauweise entsprechend kompakt sein. Darüber hinaus muss der jeweilige Drehmotor in der Lage sein, das Gewicht des Prüflings sowie das Gewicht des Dreharms erschütterungsfrei zu tragen, wobei hier noch die zusätzlich Forderung besteht, dass der Drehmotor des Dreharms auch in einer senkrechten Position uneingeschränkt funktionstüchtig bleibt.

Die Konstruktion des Dreharms selbst muss ebenfalls einige grundlegende Kriterien erfüllen. Die in Kapitel 5 vorgestellten Modelle sind so allgemein gehalten, dass sie nicht an eine bestimmte räumliche Position des Dreharms gekoppelt sind. Werden anhand von Simulationen optimale Dreharmausrichtungen bestimmt, müssen diese durch den Dreharm selbst realisierbar sein. Folglich sollte auch die Raumbewegung des Dreharms flexibel gehalten werden, d. h. nicht nur eine horizontale und vertikale Stellung, sondern möglichst viele Zwischenpositionen. Bei der Befestigung des Dreharms auf dem Drehmotor sollte berücksichtigt werden, dass der Drehwinkel des Drehmotors in mathematisch-physikalischen Zusammenhang mit der Bewegung des Dreharms gebracht werden muss. Die Länge des Dreharms selbst wird einerseits durch die räumlichen Vorgaben beschränkt, andererseits muss eine Korrelation zwischen Länge, Stabilität sowie

Geschwindigkeit des Dreharms beachtet werden. Ein am Ende des Dreharms fixierter Reflektor oder Sensor muss aus allen Positionen des Prüflings sichtbar sein.

Ein weiteres maßgebliches Kriterium für die Qualität des Kalibriersystems ist die Stabilität des Dreharms. Bei hohen Geschwindigkeiten darf der Arm weder flattern noch in Schwingung geraten. Was sich nicht vermeiden, aber durch eine Kalibrierung bestimmen lässt, ist eine mechanische Verbiegung des Arms aufgrund des Gewichts des Reflektors bzw. Sensors am äußeren Ende des Dreharms. Eine wünschenswerte, aber nicht zwingend erforderliche Eigenschaft wäre die Flexibilität des Systemaufbaus, so dass der Aufbau einerseits sehr stabil, aber andererseits auch transportabel gehalten werden kann, um das Kalibriersystem auch in anderer Laborumgebung einzusetzen.

Die konstruktive Anforderung an den Drehmotor-Unterbau für einen Prüflingsstandpunkt beschränkt sich auf ein stabiles und in der Positionsausrichtung flexibles Stativ. Um eine optimale Variation zwischen Dreharm und Prüflingsstandpunkt realisieren zu können, sollte der Aufbau in der Höhe verstellbar sein.

Zusätzlich zu den konstruktiven Anforderungen an den Aufbau des Kalibriersystems muss ein Steuerungssystem vorhanden sein, das beide Motoren ansteuert, eine Verbindung zum Prüfling aufbaut sowie die erforderliche zeitliche Referenzierung unterstützt.

### 6.1.2 Genauigkeitsanforderungen für die Positionierung des Dreharms

Die Position eines Reflektors/Sensors am Dreharm lässt sich in drei mögliche Abweichungsrichtungen für die Genauigkeitsbetrachtung aufteilen: lotrecht, radial und tangential (siehe auch Kapitel 4.3.2). Je nach Art des Messsystems und relativer Positionierung zwischen Dreharm und Messsystem haben diese Abweichungen unterschiedliche Auswirkungen auf eine Messgröße. Ausgehend von einer im Grundriss skizzierten Situation wie in Bild 6-1 dargestellt und unter Annahme einer horizontalen Dreharmstellung würde beispielsweise eine radiale Abweichung bei der Position 270° eine maximale Verfälschung eines Richtungswinkels herbeiführen, während die gleiche radiale Abweichung bei Position 0° bzw. 180° minimale Auswirkungen aufweisen würde. Von den maximalen Auswirkungen ausgehend und in Zusammenhang mit den in Kapitel 3 aufgestellten Kalibrieranforderungen muss die Genauigkeitsanforderung an die Positionierung formuliert werden. Dabei wird von einem Dreharmradius von 1 m ausgegangen.

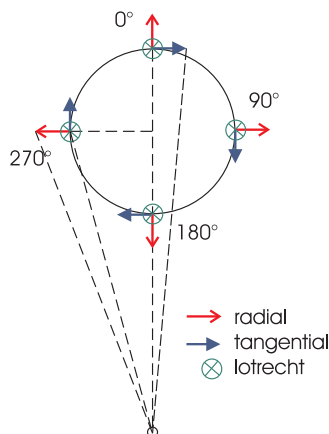


Bild 6-1: Einteilung der Abweichungen am Dreharm

Die in Kapitel 3 aufgezeigten Kalibrieranforderungen an die Positionierung schwanken je nach Messsystem zwischen  $\pm 0.1 \mu\text{m}$  und  $\pm 60 \mu\text{m}$ . Für die Entwicklung des Kalibriersystems muss jedoch ein Mittelweg zwischen Genauigkeitsanforderungen und tatsächlicher Umsetzung gefunden werden. Für die folgenden Genauigkeitsbetrachtungen wird von einer Messunsicherheit von  $\pm 10 \mu\text{m}$  ( $k = 2$ ) in der Position am Dreharm ausgegangen. Die Grundlage bei der Modellierung zur Ermittlung von Verzögerungszeiten bildet die



Bestimmung des Drehwinkels  $\varphi$ , so dass letztendlich alle entstehenden Messunsicherheiten am Dreharm in ihrer Auswirkung auf die Bestimmung des Drehwinkels zu berücksichtigen sind.

Eine tangentielle Abweichung der Position am Dreharm wird durch die Messunsicherheit des Drehwinkels  $\varphi$  hervorgerufen. Da es sich dabei um sehr kleine Winkel handelt, ist die tangentielle Abweichung gleichbedeutend mit dem Bogenstück des Dreharm-Kreisbogens. Ausgehend von  $d_T = 10 \mu\text{m}$  (Bild 4-17) folgt mit Formel (4-15)  $\Delta\varphi = 2.06''$ , d. h. bei einer Messunsicherheit des Drehwinkels von  $2''$  entsteht am Dreharm eine tangentielle Abweichung von  $10 \mu\text{m}$ .

Für die kinematische Betrachtung einer zeitreferenzierten Position des Reflektors/Sensors müssen die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_D$  und die Zeit  $t$  mit einbezogen werden. Wird aus einer bekannten Drehwinkel-differenz  $\Delta\varphi$  eine Zeit  $t$  ermittelt, muss die Zeitbestimmung eine der Winkelgeschwindigkeit adäquate Auflösung vorweisen. Aus dem Zusammenhang

$$t = \frac{\Delta\varphi}{\omega_D} \quad (6-1)$$

und der Forderung  $\Delta\varphi = 2''$  lässt sich die erforderliche zeitliche Messunsicherheit abschätzen. Ausgehend von einer langsamen Drehung mit  $\omega_D = 2.8 \text{ }^\circ/\text{s}$  ( $v = 0.05 \text{ m/s}$ ) ergibt sich eine Messunsicherheit von  $0.2 \text{ ms}$  und bei  $\omega_D = 57.3 \text{ }^\circ/\text{s}$  ( $v = 1.0 \text{ m/s}$ ) folgt aus (6-1) eine Messunsicherheit von  $10 \mu\text{s}$ . Bei einer maximalen Winkelgeschwindigkeit von  $\omega = 343.0 \text{ }^\circ/\text{s}$  ( $v = 6 \text{ m/s}$ ) muss die zeitliche Messunsicherheit  $1.7 \mu\text{s}$  betragen. Davon ausgehend sollte die Messunsicherheit in der Zeitbestimmung kleiner als  $\pm 1.7 \mu\text{s}$  ( $k = 2$ ) sein.

Die Forderung einer Messunsicherheit von  $10 \mu\text{m}$  in der Position am Dreharm lässt sich direkt auf die lotrechten und radialen Abweichungen am Dreharm übertragen und beurteilen. Ausgehend von einer in Bild 6-1 skizzierten Situation zwischen Dreharm und Prüfling wirken die maximalen radialen Abweichungen auf die Winkel- und Streckenmessung jeweils im Umkehrpunkt der Messgröße selbst. Übertragen auf eine Winkelmessung des Prüflings im Abstand von  $2 \text{ m}$ , würde sich eine Abweichung von  $0.6 \text{ mgon}$  ergeben. Da der unmittelbare Bereich um die Umkehrpunkte auf Grund einer großen Messunsicherheit in der Modellierung ausgeschlossen wird (siehe Kapitel 5.1), sind die radialen Abweichungen kleiner  $10 \mu\text{m}$  als unkritisch einzustufen.

Lotrechte Abweichungen von der Dreharme ebene wirken bei einer vertikalen Dreharmstellung vor allem auf die Streckenmessung. Ausgehend von einer lotrechten Messunsicherheit von  $10 \mu\text{m}$  muss das Messsystem in der Lage sein, Strecken mit einer Messunsicherheit von  $10 \mu\text{m}$  zu erfassen; erst dann wird sich dieser Betrag unmittelbar in der Streckenmessung bemerkbar machen.

Da die lotrechten und radialen Abweichungen in ihren Auswirkungen mit der Messgröße des Prüflings sowie der relativen Position zwischen Dreharm und Prüfling korrelieren, beschränkt sich die Anforderung an die Messunsicherheit auf  $\pm 10 \mu\text{m}$  ( $k = 2$ ), wobei die maßgebende Forderung bleibt, dass der Drehwinkel eine Messunsicherheit von  $\pm 2''$  ( $k = 2$ ) aufweisen sollte.

### 6.1.3 Genauigkeitsanforderungen an die Drehbewegung des Prüflings

In Kapitel 4.6.1 wurde im Zusammenhang mit der Kombination aus zwei Drehungen der Einsatz eines Drehmotors unter dem Prüfling vorgestellt. Bei der Anwendung des polaren Modells (Kapitel 5.2.1) im Zusammenhang mit zwei Drehungen wird der Drehwinkel  $\gamma$  des Drehmotors unter dem Prüfling als bekannt vorausgesetzt. Daraus ergeben sich die Bedingungen, dass der gemessene Richtungswinkel eines Prüflings und der Drehwinkel  $\gamma$  gleichgesetzt werden müssen und somit die Drehachsen möglichst parallel verlaufen sollten. Eine verbleibende Rest-Exzentrizität, wie in Bild 6-3 dargestellt, lässt sich allerdings fertigungs-technisch nicht vermeiden. Diese Exzentrizität entsteht einerseits durch den Rundlauf des Drehmotors und andererseits führt die Aufnahme des Prüflings am Drehmotor immer zu einer Abweichung in der Parallelität der Drehachsen. Je nach Größe der entstehenden Exzentrizität (Bild 6-3,  $e$ ) und in Abhängigkeit der

Entfernung (Bild 6-3,  $s$ ) zum Zielpunkt wirkt sich eine daraus resultierende Winkelabweichung (Bild 6-3,  $\alpha$ ) auf die Richtungsmessung des Prüflings aus. In Bild 6-2 ist dargestellt, welche maximalen Abweichungen durch eine vorhandene Exzentrizität zum Tragen kommen. Wird die Exzentrizität bereits durch den Aufbau sehr gering gehalten, kann eine Korrektur der Richtungsmessung unterbleiben. Die Auswirkung auf die Bestimmung der Verzögerungszeit hängt von der Entfernung zwischen Dreharm und Prüflingsstandpunkt und der Dreharmgeschwindigkeit ab. Ausgehend von einer vorhandenen Verzögerungszeit beim Richtungswinkel von 1 ms bei einer Dreharmgeschwindigkeit von 0.5 m/s und einem Abstand von 5 m zwischen Prüfling und Zielpunkt, entspricht dieses einer maximalen Abweichung im Richtungswinkel von 6 mgon. Nach Bild 6-2 ergibt sich bei einer Exzentrizität von 200  $\mu\text{m}$  und einer Entfernung zum Zielpunkt von 5 m eine Richtungswinkelabweichung von 2.6 mgon, also ein kleinerer Wert als die 6 mgon und folglich entsprechen die 6 mgon einer wesentlich größeren Exzentrizität. Die Abweichung von 2.6 mgon würde dementsprechend auf eine vorhandene Verzögerungszeit von 0.4 ms weisen. Inwieweit eine Exzentrizität zulässig ist bzw. nicht berücksichtigt werden muss, muss für jede Dreharmgeschwindigkeit und Zielentfernung ermittelt werden.

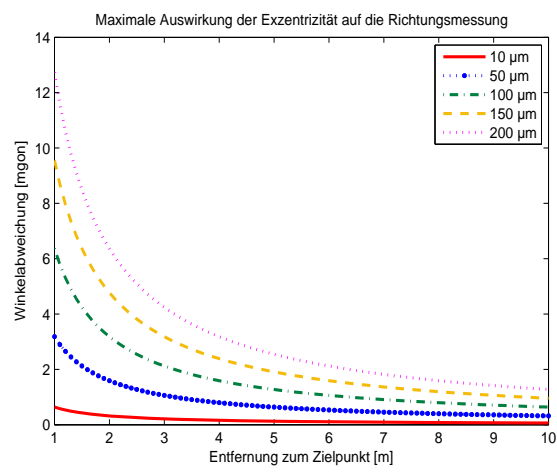


Bild 6-2: Drehmotor, unterschiedliche Exzentrizitäten mit ihren maximalen Auswirkungen auf den Richtungswinkel bei verschiedenen Distanzen zum Zielpunkt

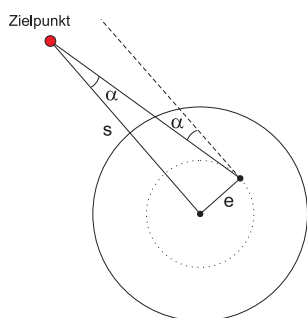


Bild 6-3: Drehmotor, Exzentrizität  $e$ , maximaler Winkel  $\alpha$  bei Entfernung  $s$  zum Zielpunkt

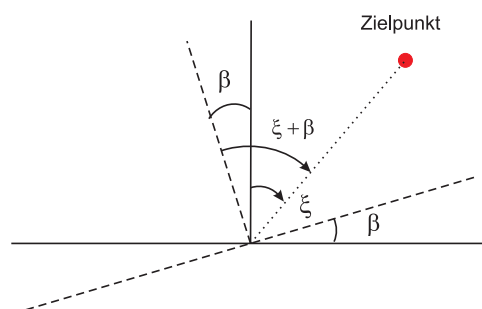


Bild 6-4: Drehmotor, Planlauf mit Winkel  $\beta$ , Auswirkung auf Zenitwinkel  $\xi$  zum Zielpunkt

Generell weisen Drehmotoren einen Planlauf auf, der wie ein Taumelfehler auf die Drehachse wirkt und somit die Zenitwinkelmessung des Prüflings beeinflusst (Bild 6-4). Zusätzlich zum Planlauf entsteht durch die Aufnahme des Prüflings auf den Drehmotor eine weitere Auswirkung auf die Größenordnung des Taumelfehlers. Bei einem angenommen Planlauf des Drehmotors (Radius 100 mm) von 10  $\mu\text{m}$  entsteht eine Winkelabweichung von 20" (6 mgon) (Bild 6-4,  $\beta$ ). Kommt noch der Einfluss des Aufbaus hinzu, so wird hier eine Größenordnung erreicht, die nicht vernachlässigt werden darf, sondern bestimmt und als

Korrekturfunktion an den gemessenen Zenitwinkel angebracht werden muss. Übertragen auf eine Positionsanforderung von  $10\ \mu\text{m}$  und bei einem minimalen Abstand von  $2\ \text{m}$  zwischen Dreharm und Prüfling ist dies gleichbedeutend mit einer Abweichung  $\beta$  von  $1''$  ( $0.3\ \text{mgon}$ ) gegenüber der Rotationsachse des Drehmotors. Wie zuvor bei der Exzentrizität zeigen wiederum die Dreharmgeschwindigkeit und die Entfernung zwischen Dreharm und Prüfling eine Auswirkung auf die Bestimmung der Verzögerungszeit. Wird von einer vorhandenen Verzögerungszeit von  $1\ \text{ms}$  beim Zenitwinkel ausgegangen, entspricht diese Verzögerungszeit bei einem Abstand zum Zielpunkt von  $2\ \text{m}$  und einer Dreharmgeschwindigkeit von  $0.5\ \text{m/s}$  einer Abweichung im Zenitwinkel von  $16\ \text{mgon}$ . Vergrößert sich der Abstand beispielsweise auf  $5\ \text{m}$ , so beträgt die Abweichung  $6\ \text{mgon}$ . Folglich muss auch bei der Auswirkung des Planlaufs auf die Unsicherheit der Zenitwinkelbestimmung, die Dreharmgeschwindigkeit und die Entfernung zum Zielpunkt im Zusammenhang mit einer kleinsten angenommenen Verzögerungszeit betrachtet und explizit bestimmt werden.

#### 6.1.4 Anforderungen an die zeitliche Referenzierung

In Kapitel 3 wurde aufgezeigt, welche zeitlichen Anforderungen der einzelnen Messsysteme bezüglich der Verzögerungszeiten an ein Kalibriersystem gestellt werden. Hierbei liegt die Mindestforderung bei  $\pm 0.2\ \mu\text{s}$  für den LaserTracer (vgl. Tabelle 3-1).

Erfolgt die zeitliche Referenzierung zwischen Mess- und Kalibriersystem über einen externen Trigger wie in Kapitel 2.2.1 aufgezeigt, ist dabei maßgebend, mit welchem internen Zeitstempel ein Messsystem arbeitet. Bei einem Leica-Lasertracker ist bekannt, dass die Systemuhr des Controllers eine Auflösung von  $1\ \mu\text{s}$  aufweist. In Bild 2-1 ist das Beispiel einer steigenden Flanke mit einer Steilheit von  $1\ \mu\text{s}$  dargestellt. Damit das Triggersignal innerhalb des High-Pegel Bereichs erkannt wird, muss die zeitliche Messunsicherheit kleiner als  $0.5\ \mu\text{s}$  sein. Erfolgt die zeitliche Referenzierung dagegen über eine serielle Schnittstelle und somit durch die Erfassung einer fallenden Flanke eines Startbits, muss bei einer Datenübertragungsrate von  $19200\ \text{Baud}$  die fallende Flanke des Startbits innerhalb von  $103\ \mu\text{s}$  erfasst werden (vgl. Kapitel 2.2.2). Werden bei der zeitlichen Referenzierung noch die Anforderungen der Messsysteme, wie in Kapitel 3 beschrieben, berücksichtigt, bedeutet dieses, dass die zeitliche Referenzierung eine Messunsicherheit von kleiner  $\pm 0.2\ \mu\text{s}$  ( $k = 2$ ) aufweisen sollte.

#### 6.1.5 Zusammenfassung der Anforderungen

In den vorhergehenden Kapiteln wurde aufgezeigt, welche Anforderungen an die Entwicklung eines Kalibriersystems gestellt werden. Diese Anforderungen wurden auf der Grundlage der Kalibrieranforderungen der einzelnen Messsysteme gebildet (vgl. Tabelle 3-1). Um Verzögerungszeiten aufdecken zu können, ist es maßgebend, welche Genauigkeit der entwickelte zeitreferenzierte Dreharm aufweist. In Tabelle 6-1 sind die Anforderungen an den Dreharm zusammengefasst.

Tabelle 6-1: Anforderung an den Dreharm

Geschwindigkeit	$v = 6\ \text{m/s}$
Winkel Direktantrieb	$U_{k=2} = \pm 2''$
Positionsabweichung: radial, lotrecht	$U_{k=2} = \pm 10\ \mu\text{m}$
zeitliche Referenzierung	$U_{k=2} = \pm 0.2\ \mu\text{s}$

Die Anforderung an den Aufbau des Stativs mit dem Drehmotor lassen sich nicht pauschal formulieren, da sie abhängig sind von der jeweiligen Entfernung zwischen Dreharm und Prüflingsstandpunkt, sowie der Dreharmgeschwindigkeit und sollten folglich für jeden Kalibriervorgang abgeschätzt werden. Ausgehend davon, dass eine minimale Verzögerungszeit von  $1\ \text{ms}$  aufgedeckt werden soll, sowie von einer minimalen

Entfernung zwischen Dreharm und Prüfling von 5 m und einer Dreharmgeschwindigkeit von 0.5 m/s darf die Exzentrizität nicht größer als 200  $\mu\text{m}$  sein. Die Auswirkung des Planlauf und der Prüflingsaufnahme auf den Zenitwinkel sollte kleiner als 6 mgon sein. Werden diese Werte überschritten, muss eine Korrekturfunktion angebracht werden.

## 6.2 Umsetzung des Kalibriersystems

Basierend auf den konzeptionellen Überlegungen wurde der Aufbau des Kalibriersystems realisiert. Im Folgenden wird zunächst der rein mechanische Aufbau beschrieben, anschließend werden die eingesetzten Drehmotoren vorgestellt. Abschließend wird erläutert, wie die Ansteuerung des gesamten Kalibriersystems umgesetzt wurde.

### 6.2.1 Mechanischer Dreharmaufbau

Die mechanische Konstruktion des Dreharms besteht aus zwei Edelstahl T-Trägern, die auf einer quadratischen Grundplatte befestigt und durch eine seitliche Strebe verstärkt wurden (Bild 6-5). Um einen stabilen Stand der Konstruktion zu erreichen, wurde die Grundplatte mit einem am Boden verankerten Gegenstück verschraubt. Der Antriebsmotor des Dreharms lagert in einer Achshöhe von rund 1 m und ist derzeit von horizontal bis vertikal in 3 Stufen kippbar. Der Dreharm selbst hat eine gesamte Länge von ca. 2 m und besteht aus zwei Aluminium-Rechtkantrohren. Um die Vibrationsfreiheit zu gewährleisten, wurde der Hohlraum zwischen diesen beiden Rohren mit Moosgummi ausgefüllt und anschließend mit stabilisierendem Gewebekband verschlossen. Die Halterung für einen Reflektor bzw. Sensor am Ende des Arms ist ebenfalls drehbar, um auf diese Weise eine optimale Position für die Verfolgbarkeit durch das Messsystem zu erreichen (Bild 6-6). Bedingt durch die Doppelrohrkonstruktion muss der Aufbau des Reflektors/Sensors entsprechend hoch sein, um ein uneingeschränktes Sichtfeld zu ermöglichen. Je nach Messsystem und relativer Position zum Dreharm besteht aber auch die Möglichkeit, hierfür eine sehr kurze Halterung zu wählen, beispielsweise für einen Corne-Cube-Reflector (CCR) des Lasertrackers, wenn der Dreharm sich in einer vertikalen Stellung befindet. Entsprechend des Gewichts des jeweiligen Reflektors/Sensors wird auf der gegenüberliegenden Seite des Dreharms ein Gegengewicht befestigt, um ein Gleichgewicht bei frei beweglichem Dreharm zu erreichen (Bild 6-5).

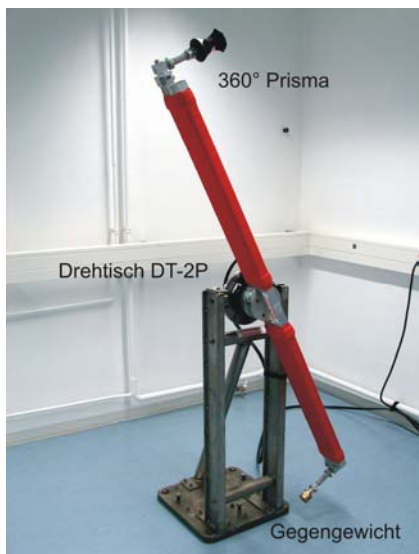


Bild 6-5: zeitreferenzierter Dreharm in vertikaler Stellung, mit Prisma und Gegengewicht



Bild 6-6: drehbare Reflektoraufnahme

### 6.2.2 Mechanischer Stativaufbau für den Prüfling

Die hauptsächliche Anforderung an den Aufbau des Stativs für den Prüfling richtet sich an dessen Stabilität und Höhenverstellbarkeit. Als Grundgerüst wurde für den Aufbau der Unterbau eines schweren Industriestativs verwendet, da dieses eine hohe Stabilität aufweist (Depenthal 2004a) und dennoch verhältnismäßig einfach in seiner Position verändert werden kann. Aufgrund des hohen Gewichts eines Drehmotors (ca. 12 kg) wurde die Höhenverstellung durch einen mechanischen Federhub realisiert. Bedingt durch den geringen Hubweg von rund 40 cm besteht die Möglichkeit, die Höhe des Stativs mittels einfügbarer Zwischenstücke zu variieren (Bild 6-7).

Etwas aufwändiger gestaltet sich der Aufbau zur Aufnahme eines Prüflings. In einem ersten Ausbaustadium ist diese Aufnahme für ein Robottachymeter mit seinem Dreifuß realisiert. Wie in Kapitel 6.1.2 aufgezeigt, muss die Exzentrizität zwischen Drehachse des Motors und Stehachse des Prüflings sehr gering gehalten werden. Das hat zur Folge, dass die Aufnahmekonstruktion für den Dreifuß in gewissen Grenzen beweglich bleiben muss. Erreicht wird dies durch eine Konstruktion, die auf der einen Seite fest mit dem Drehmotor verbunden ist und auf der anderen Seite eine über Stellschrauben bewegliche Aufnahmeplatte für den Dreifuß liefert. Wird die Stehachse eines Robottachymeters durch einen Träger mit Aufnahmezapfen simuliert, kann mit Hilfe einer Messuhr die Aufnahmeachse parallel zur Drehachse des Motors verschoben werden (Bild 6-8).



Bild 6-7: fahrbares Stativ mit Drehmotor und Prüfling (Robottachymeter)



Bild 6-8: Drehmotor mit Aufnahme zur Messung der Exzentrizität

### 6.2.3 Drehmotoren mit Messsystem

Unter den möglichen rotativen Motoren kommt für den Antrieb des Dreharms und für den Motor des Stativaufbaus nur ein Direktantrieb (Servoantrieb) in Frage. Direktantriebe zeichnen sich durch gute Gleichlaufeigenschaften, hohe Positioniergenauigkeit bei vergleichsweise hohen Rotationsbeschleunigungen und Drehzahlen aus. Weiterhin weisen sie eine kompakte Bauform auf, so dass sie gut in eine bestehende Konstruktion eingebunden werden können.

Für den erforderlichen Einsatz wurde ein Antriebssystem der Firma präTec® (Präzisionstechnik GmbH, seit 2004 eingegliedert bei IDAM (INA – Drives & Mechatronics)) ausgewählt (siehe auch Kapitel 6.2.4). In das Antriebssystem eingebunden sind zwei Drehtische (Drehmotoren) als Direktantriebe.

Für den Antrieb des Dreharms wurde der luftgelagerte Drehtisch (Typ DT-2P-180x55-SATKU18000) mit einem Gewicht von 4.2 kg ausgewählt. Der DT-2P ist ein 2-phasiger AC-Synchronmotor, der wie ein Elektronikmotor kommutiert wird und dadurch im DC-Mode das Verhalten eines Gleichstrommotors erlangt. Der Motor und die Kommutierungsbaugruppe bilden eine funktionelle Einheit, deren Komponenten optimal aufeinander abgestimmt sind (präTec 2001). Der ebenfalls luftgelagerte 3-phasige AC-Synchronmotor DT-3P (Typ DT-3P-180x110-SADAOU18000) für den Stativaufbau weist ein Gewicht von 12 kg auf.

Beide Direktantriebe werden unter Verwendung eines inkrementalen Messsystems in Geschwindigkeit und Orientierung geregelt. Das Encoder-Kit R (RS 92,4/70/18000) von Numerik Jena ist eine Minimal-konfiguration eines Winkelmesssystems und besteht aus einer Aluminium-Rasterscheibe und dem EPIFLEX Messmodul (Numerik Jena 2000). Die Rasterscheibe wird vom Messmodul opto-elektronisch abgetastet und weist eine Strichzahl von 18000 auf sowie eine 4-fach Auswertung im Zähler. Lediglich bei dem Interpolationsfaktor unterscheiden sich die Messsysteme für die jeweiligen Drehtische. Der DT-2P verfügt werkseitig über eine 50-fache Interpolation und der DT-3P über eine 80-fache Interpolation. Somit erreicht der DT-2P des Dreharms eine Auflösung von 0.36" und der DT-3P des Prüflingsstativs eine Auflösung von 0.22". Weiterhin befindet sich auf der Rasterscheibe eine Referenzmarke, so dass der Anschluss an ein absolutes Bezugssystem erfolgen kann.

Die Toleranz für die Planlauf- und Rundlaufgenauigkeiten der Drehtische liegt lt. Herstellerangabe bei  $\pm 10 \mu\text{m}$ . Das mitgelieferte Messprotokoll zeigt die eingehaltenen Toleranzen auf, deren Werte in Darstellung Bild 6-9 und Bild 6-10 übertragen wurden.

Die Drehtische können mit der jeweiligen Winkelauflösung eine maximale Drehzahl von 2 U/s erreichen. Höhere Drehzahlen gehen mit einer schlechteren Winkelauflösung einher. Allerdings ist weder der Dreharm für 2 Umdrehungen pro Sekunde ausgelegt, noch könnten die in Kapitel 3 beschriebenen Messsysteme dieser Geschwindigkeit folgen, so dass die Drehzahl völlig ausreichend ist.

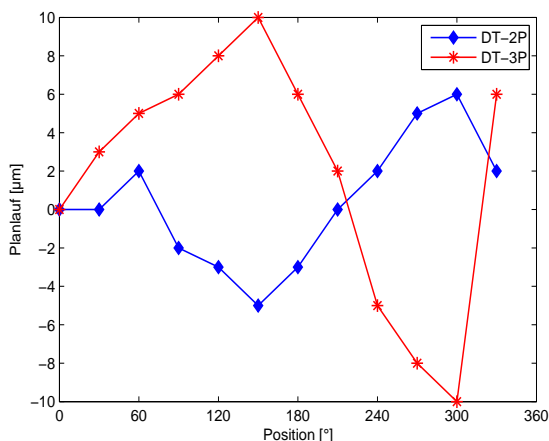


Bild 6-9: Planlauf, übertragen aus dem Messprotokoll des Herstellers

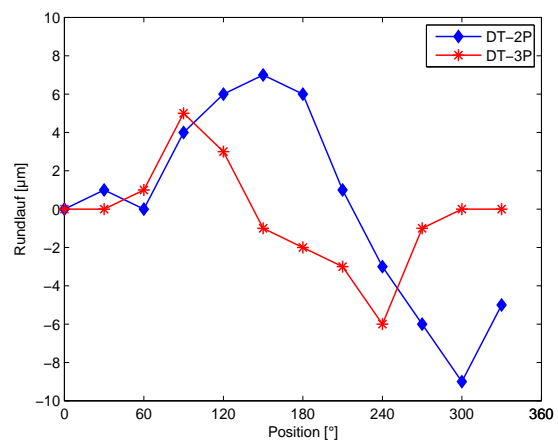


Bild 6-10: Rundlauf übertragen aus dem Messprotokoll des Herstellers

### 6.2.4 Ansteuerung des Kalibriersystems

In diesem Antriebssystem sind nicht nur die beiden Direktantriebe (Kapitel 6.2.3) integriert, sondern u. a. für jeden Direktantrieb ein Servomodul, das für die Stromregelung und Kommutierung sorgt. Die gesamte Elektronik sowie Sicherungen, Netz- und Motorfilter sind in einem offenen Schaltschrank untergebracht. Das Kernstück des Antriebssystems bildet die PMAC (**P**rogrammable **M**ulti-**A**xes **C**ontroller)-Turbo-Karte, die in den PC eingebaut wird. Das System wurde von präTec® speziell für diesen Antrieb parametrisiert, so dass an den grundlegenden Einstellungen keine Veränderungen vorgenommen werden müssen, solange das System in sich nicht verändert wird. Direktantriebe reagieren in ihrem Bewegungsverhalten jedoch weitaus stärker auf Lastschwankungen als konventionelle Antriebe mit Bewegungswandlern und Getrieben. Daher müssen einzig die Reglerparameter belastungsabhängig optimiert werden, um bestmögliche Bewegungsabläufe zu erzielen. Über die PMAC-Steuerung wurden die Regler auf die Konstruktion, das Gewicht des Dreharms sowie den belastungsabhängigen Einsatz des Stativaufbaus abgestimmt.

Die PMAC-Karten der Firma Delta Tau sind Servo Motion Controller, die in der Lage sind, bis zu 8 Achsen simultan zu steuern. Die Leistungsfähigkeit und Rechengeschwindigkeit des PMAC erlaubt die parallele Bedienung von komplexen Bewegungsabläufen und dient vor allem zur Positions- und Geschwindigkeitsregelung. Die im Antriebssystem eingesetzte Turbo-PMAC-PC-Karte verwendet als CPU einen Motorola Digital Signal Processor (DSP56309) mit 80 MHz und verfügt über eine Quarzuhr mit einer Nominalfrequenz von 19.6608 MHz.

Die Positionserfassungsfunktion des PMACs ist in der Lage, die aktuellen Encoderpositionen der Drehtische zum Zeitpunkt eines externen Triggers in speziellen Registern zu speichern. Diese Aktion wird hardwaremäßig ausgeführt, so dass die einzige Zeitverzögerung durch die Eingangsgatterlaufzeit entsteht, die jedoch < 100 ns ist (Delta Tau 2003). Der echtzeitfähige PMAC erfüllt die Anforderungen an die zeitliche Referenzierung (vgl. Kapitel 2.2).

Für die korrekte Umsetzung der zeitlichen Referenzierung über eine serielle Schnittstelle muss die fallende Flanke des Startbits innerhalb von 103  $\mu$ s erkannt werden (siehe Kapitel 2.2.2) und gleichzeitig muss ein Triggersignal an den PMAC erfolgen, damit jedem Startbit ein Encoderwert zugeordnet werden kann. Da dies eine hohe Anforderung an den Determinismus (siehe Kapitel 2.2) stellt, kommt wiederum nur eine Echtzeitlösung in Frage. Ein Modul, das diese Anforderung erfüllt, ist das FPGA Modul (**F**ield **P**rogrammable **G**ate **A**rray) von LabView in Kombination mit unterstützender rekonfigurierbarer FPGA-Hardware. Untergebracht ist der FPGA auf einer digitalen Datenerfassungskarte. Die Synchronisation der I/O Signale und alle Erfassungen zeitlicher Vorgänge erfolgen mit einer Auflösung von 25 ns. Eine Verzögerung zwischen Triggersignal und der dazugehörigen Zeiterfassung im Zähler kann maximal einen Takt betragen, also 25 ns.

Damit eine Flanke der seriellen Schnittstelle mit dem FPGA erfasst werden kann, muss noch ein Pegelwandler dazwischen geschaltet werden, da die Schnittstelle (RS232) eine Spannung von  $\pm 15$  Volt aufweist, während der FPGA und auch der PMAC eine Spannung von 5 Volt benötigen. Der Pegelwandler (MAX3222) weist eine Übertragungsverzögerung von 50 ns auf.

Um die Ansteuerung unterschiedlicher Computer-Hardware sowie der Drehtische und Prüflinge aus einer einzigen Software heraus zu vollziehen, wird LabView von National Instruments (2007), das eine leistungsstarke grafische Entwicklungsumgebung für Signalerfassung, Messwertanalyse und Datenpräsentation darstellt, eingesetzt. Die offene Architektur von LabView erlaubt die unkomplizierte Anbindung unterschiedlichster Mess-Hardware. Mit der Erstellung von so genannten Virtuellen Instrumenten (VI) können eigene Mess- und Automatisierungssysteme realisiert werden. Jedes VI besteht aus einem Frontpanel und einem zugehörigen Blockdiagramm. Das Frontpanel stellt die grafische Benutzeroberfläche dar, von welcher aus die Applikation durch Schalter, Regler oder benutzerspezifische Eingabelemente bedient werden kann. Ebenso lassen sich Messwerte oder Ergebnisse visualisieren. Die eigentliche Programmierung findet im so genannten Blockdiagramm statt, indem einzelne Funktionen, z. B. Datenerfassung, Gerätesteuerung, Dateifunktionen oder bereits bestehende VIs wie in einem Schaltplan verdrahtet werden. Diese Verdrahtung legt auch gleichzeitig den Ablauf im VI fest.

### 6.2.5 Ablauf eines Kalibriervorgangs

In Bild 6-11 ist der Aufbau des Kalibriersystems qualitativ dargestellt. Im Folgenden wird der Ablauf des Kalibriervorgangs für die zeitliche Referenzierung über die Schnittstelle zu einem Robottachymeter vorgestellt. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich sowohl der Dreharm als auch der Stativmotor unter dem Prüfling drehen und das Robottachymeter den Reflektor permanent verfolgt. Die Ansteuerung des Leica Robottachymeters erfolgt über die ASCII-Codes der Befehlsstruktur GeoCom und wird durch die Abkürzungen RPC (Anfrage) und GRC (Antwort) dargestellt. Der FPGA befindet sich in Bereitschaft und wartet auf die fallende Flanke des Startbits des RPC Datenstrings. Hat er sie erfasst, wird der Zählwert des FPGA in einem Register gespeichert. Gleichzeitig erhält der PMAC ein Triggersignal und speichert beide Encoderwerte (DT-2P und DT-3P) in seinen Registern. Nach der Messung und internen Datenverarbeitung des Robottachymeters gibt dieser den Datenstring GRC aus. Der FPGA erfasst wiederum die fallende Flanke des Startbits sowie den Zählwert und analog der PMAC die entsprechenden Encoderwerte. Danach werden die Registerwerte über das LabView-Programm ausgelesen und auf der Festplatte des PC gespeichert. Auf diese Art wird jedem Startbit eine eindeutige zeitreferenzierte Position am Dreharm wie auch am Stativmotor zugewiesen. Begrenzt durch das 24 bit Register des PMACs kann es hierbei zu Überläufen kommen, die rechenstechnisch berücksichtigt werden.

Erfolgt die zeitliche Referenzierung zwischen Mess- und Kalibriersystem über einen externen Trigger – einen Funktionsgenerator –, wird der Trigger direkt vom PMAC registriert und die Encoderwerte werden in sein Register zum Zeitpunkt des Triggersignals geschoben. Den zeitlichen Takt gibt somit der Funktionsgenerator vor.

In seiner jetzigen Konzeption weist das Kalibriersystem eine zeitliche Referenzierung von  $1 \mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 0.1 \mu\text{s}$  auf (siehe Kapitel 6.3.3). Für die Positionierung liefern die Encoder der Drehtische eine Auflösung von  $0.36''$  am Dreharm (DT-2P) und  $0.22''$  am Prüflingsstativ (DT-3P).

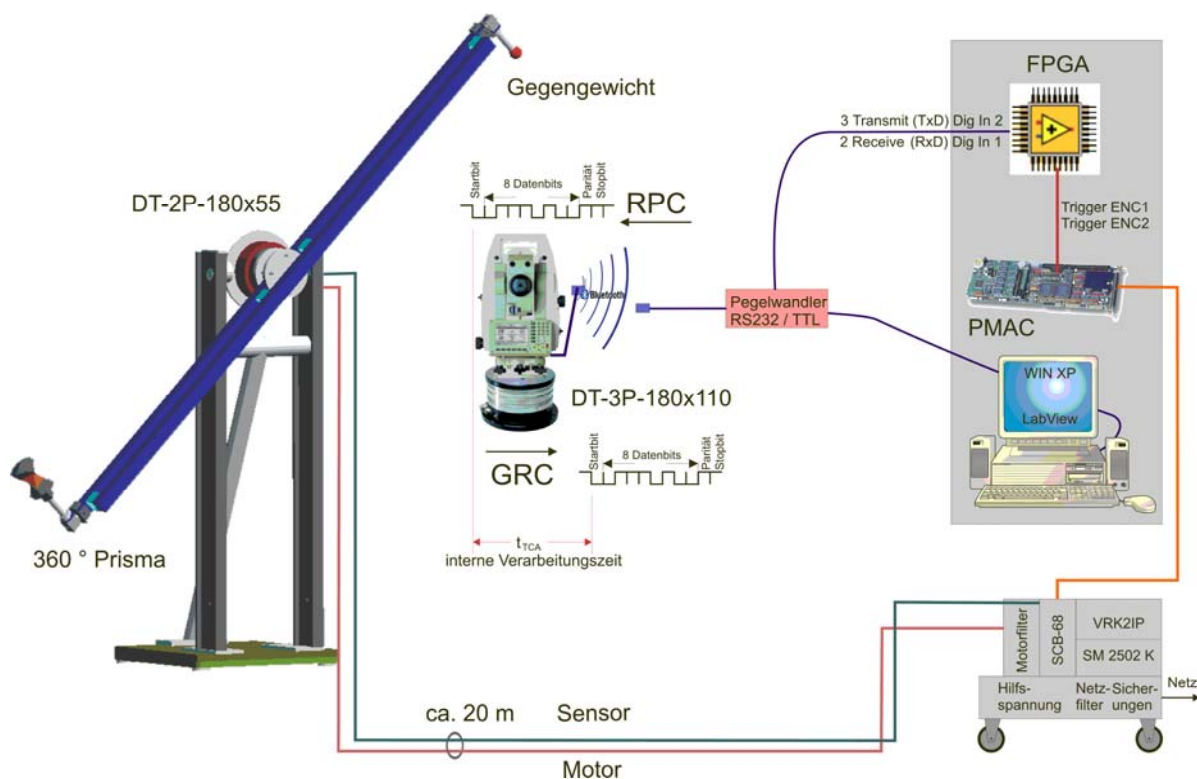


Bild 6-11: Aufbau des Kalibriersystems mit den einzelnen Komponenten am Beispiel des Robottachymeters als Prüfling



## 6.3 Realisierung der Genauigkeitsanforderungen

Bei der Entwicklung eines Kalibriersystems stehen auf der einen Seite die Genauigkeitsanforderungen an das System und auf der anderen Seite die tatsächlich mögliche Umsetzung durch den Aufbau des Systems selbst und die damit effektiv erreichbaren Genauigkeiten. Im Folgenden wird aufgezeigt, welche Messunsicherheiten die einzelnen Komponenten des Kalibriersystems aufweisen.

### 6.3.1 Kalibrierung der Direktantriebe

In Kapitel 6.2.3 wurden die beiden eingesetzten Drehtische (DT-2P und DT-3P) und das zugehörige Messsystem beschrieben. Für die Modelle zur Bestimmung der Verzögerungszeiten ist der Drehwinkel  $\varphi$  maßgebend. Weiterhin muss für das Koordinatensystem des Dreharms und des Prüflings sowie für den Systemübergang (Kapitel 4.4) eine eindeutige Orientierung festgelegt werden. Dazu wird die Referenzmarke auf der Rasterscheibe des Encoders verwendet, die im Weiteren als *Homepoint* bezeichnet wird. Um den Winkelfehler der Drehtische möglichst klein zu halten, muss eine Kalibrierung durchgeführt werden. Nach Anbringung der Kalibrierfunktion kann die Winkelposition mit einer zugehörigen Messunsicherheit angegeben werden.

Ein Standardverfahren für die Kalibrierung von Winkelmesssystemen ist das so genannte Rosettenverfahren (Noch und Steiner 1966). Als Ergebnis liefert das Rosettenverfahren u. a. den Summenteilungsfehler des zu kalibrierenden Prüflings (Drehmotor). Der Messaufbau erfolgt über Autokollimation, um Zentrierabweichungen bei der Generierung einzelner Drehlagen unschädlich zu machen. Dabei wird beispielsweise ein 12-flächiges Spiegelpolygon zentrisch über dem Drehmotor positioniert und die Richtungsabweichungen der Flächennormalen in den Winkelpositionen des Drehtischs werden mit einem Autokollimator erfasst (Bild 6-12). Dabei ist das Verfahren auf die Anzahl der Spiegelflächen als Stützpunkte beschränkt.

Mit einem kalibrierten Spiegelpolygon können Summenteilungsfehler des Drehtischs über Autokollimation und einen Soll-Ist-Vergleich direkt bestimmt werden. Dabei lässt sich die Anzahl der Stützstellen erhöhen, wenn das Verfahren der "eingehängten Messreihe", verwendet wird. Eine Messreihe besteht dabei aus Messungen zu jeder Spiegelfläche während einer Umdrehung des Motors. Beginnen diese Messreihen an unterschiedlichen Startpunkten innerhalb eines ersten Spiegelintervalls, können auf diese Weise die Stützstellenabstände auf beispielsweise  $5^\circ$  erhöht werden. Das Verfahren ist in Depenthal (2006 und 2007) ausführlich beschrieben, so dass hier nur die Ergebnisse der Kalibrierung und die Bestimmung der Messunsicherheit vorgestellt wird.



Bild 6-12: Kalibrierung des Drehtisch DT-2P am Dreharm, Spiegelpolygon und Autokollimator

Nachdem die einzelnen Summenteilungsfehler bestimmt sind, lässt sich eine Kalibrierfunktion für den Drehtisch DT-2P des Dreharms mit

$$f_D(\varphi) = \sum_{i=1}^n a_{i,D} \sin(k_{i,D} \varphi + b_{i,D}), \quad k_{i,D} \in \mathbb{N} \quad (6-2)$$

und für den Drehtisch DT-3P des Stativs mit

$$f_P(\gamma) = \sum_{i=0}^m a_{i,P} \sin(k_{i,P} \gamma + b_{i,P}), \quad k_{i,P} \in \mathbb{N} \quad (6-3)$$

aufstellen. Die Amplituden  $a_{i,D}$  bzw.  $a_{i,P}$  sowie die Phasenverschiebungen  $b_{i,D}$  bzw.  $b_{i,P}$  lassen sich zu den über eine Fourieranalyse ermittelten Kreisfrequenzen ( $k_{i,D}$  bzw.  $k_{i,P}$ ) mittels der Methode der kleinsten Quadrate (Gauß-Markov-Modell) schätzen.

Bild 6-13 und Bild 6-14 stellen das Ergebnis der Kalibrierfunktionen für die beiden Drehtische und die verbleibenden Restabweichungen dar. Die aus der Ausgleichung erhaltene Standardunsicherheit beträgt für den DT-2P  $\hat{\sigma} = 0.73''$  und für den DT-3P  $\hat{\sigma} = 0.75''$ .

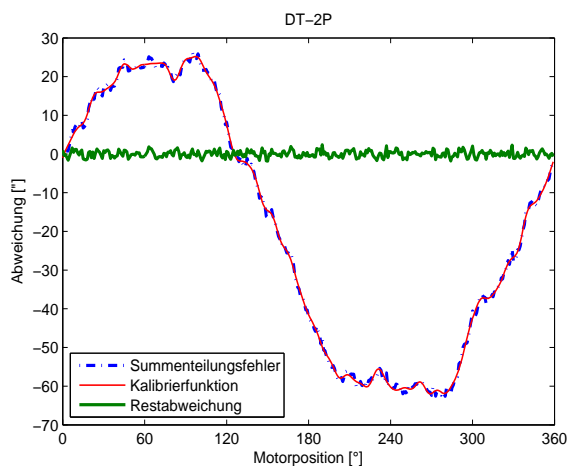


Bild 6-13: Drehtisch DT-2P, Kalibrierfunktion und verbleibende Restabweichung

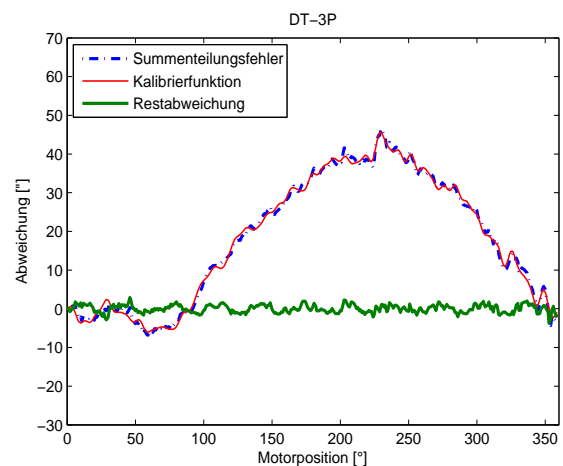


Bild 6-14: Drehtisch DT-3P, Kalibrierfunktion und verbleibende Restabweichung

Ein weiteres Kriterium für die Bestimmung der Messunsicherheit der Drehtische ist die Positionsstreuung, die sich ergibt, wenn eine Position am Drehtisch mehrfach angefahren wird. Bild 6-15 und Bild 6-16 zeigen die Positionsstreuung für beide Drehtische, wobei hier der *Homepoint* insgesamt hundertmal von derselben Seite angefahren wurde. Ein Anfahren aus verschiedenen Drehrichtungen oder auch an anderen Positionen des Drehtisches liefert ähnliche Werte. Auffällig ist dabei die unterschiedliche Streuung bzw. das zyklische Verhalten beim DT-3P, das sich auf die unterschiedlichen Wälzlager der Drehtische zurückführen lässt (DT-2P Dünnringlager, DT-3P Kreuzrollenlager). Diese Positionsstreuung muss bei der Bestimmung der Messunsicherheit berücksichtigt werden und auf der Grundlage der exemplarischen Messungen werden die Grenzen für den DT-2P mit  $\pm 3.4''$  und den DT-3P mit  $\pm 1.8''$  festgelegt. Diese Grenzen bilden die Schranken für eine Rechteckverteilung zur Bestimmung der Messunsicherheit nach Typ B (siehe GUM (1999) S. 19, 6).

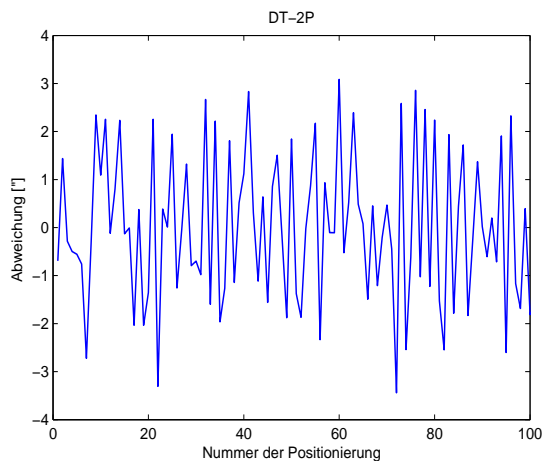


Bild 6-15: Positionsstreubreite am Homepoint DT-2P

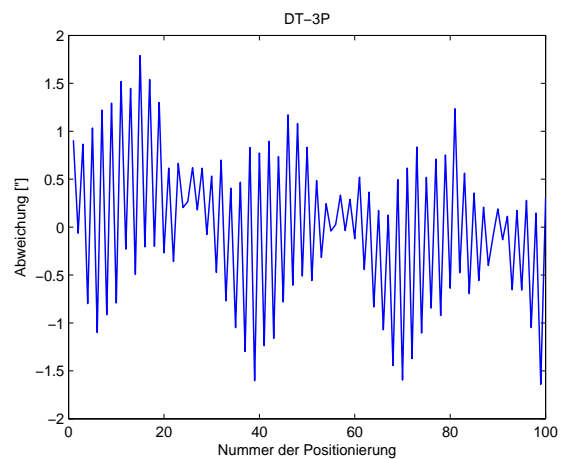


Bild 6-16: Positionsstreubreite am Homepoint DT-3P

Für die Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM lässt sich das in Tabelle 6-2 und

Tabelle 6-3 beschriebene Unsicherheitsbudget aufstellen. Dabei wird davon ausgegangen, dass sich ein Drehwinkel  $\varphi$  aus dem kalibrierten Drehwinkel  $\varphi_k$  und einem Zuschlag  $\Delta\varphi$  aus der Positionsstreubreite zusammensetzt. Die kombinierte Messunsicherheit  $u_c$  (GUM (1999) S. 25, 10) lässt sich mit dem Faktor  $k=2$  als erweiterte Messunsicherheit  $U_{k=2}$  darstellen. Somit liegt für jeden Drehtisch die Messunsicherheit des Drehwinkels vor.

Tabelle 6-2: Messunsicherheitsbudget für Drehwinkel des DT-2P

Messgröße	Typ	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheit $u$	Quelle
$\varphi_k$	A	Normal	1	0.73"	Ausgleichung
$\Delta\varphi$	B	Rechteck	1	1.96"	Messung
$U_{k=2} = \pm 4.2''$			$u_c = 2.09''$		

Tabelle 6-3: Messunsicherheitsbudget für Drehwinkel des DT-3P

Messgröße	Typ	Verteilung	Sensitivitätskoeffizient	Unsicherheit $u$	Quelle
$\varphi_k$	A	Normal	1	0.75"	Ausgleichung
$\Delta\varphi$	B	Rechteck	1	1.04"	Messung
$U_{k=2} = \pm 2.6''$			$u_c = 1.28''$		

### 6.3.2 Messung der Dreharmbiegung

Bei der Konstruktion des Dreharms musste ein Gleichgewicht zwischen Stabilität und Gewicht gefunden werden, so dass der Direktantrieb den Arm aus jeder Position heraus gleichmäßig drehen kann. Der am Ende des Arms fixierte Reflektor/Sensor führt aufgrund seines Gewichtes zu einer Durchbiegung des Arms. Je nach Dreharmstellung hat diese Biegung eine Auswirkung auf die zu bestimmende Dreharmposition, da der Encoderwert des DT-2P und die tatsächliche Dreharmposition nicht mehr übereinstimmen.

Wird der Dreharm in einer horizontalen Stellung betrieben, so biegt sich der Arm an beiden Enden gleichmäßig, unter der Voraussetzung, dass das Gegengewicht dem Gewicht des Reflektors/Sensors entspricht. Auf den Drehwinkel hat diese Biegung keinen Einfluss, da sie einen parallelen Versatz entlang der Drehachse darstellt.

Wird der Dreharm jedoch in einer nicht horizontalen Stellung betrieben, macht sich diese Biegung bei einer Positionsbestimmung am Dreharm bemerkbar, da der Encoderwert des DT-2P nicht mehr zur tatsächlichen Position des Dreharms passt. Aufgrund der unterschiedlichen Materialien des Dreharms lässt sich diese Biegung nicht ohne weiteres auf eine Biegungsformel der Mechanik zurückführen. Daher wurde zur empirischen Bestimmung der Biegung der Leica Lasertracker LTD500 (siehe Kapitel 3.2) eingesetzt.

Von unterschiedlichen Standpunkten aus wurden mehrere statische Messungen bei einer vertikalen Dreharmstellung mit Dreharm-Schrittweiten von  $1^\circ$  und  $5^\circ$  durchgeführt. Aus dem *Soll-Ist*-Vergleich der kalibrierten Encoderwerte des DT-2P gegenüber den aus der Messung bestimmten Drehwinkeln wurde für den Biegungseinfluss auf den Drehwinkel eine Sinusfunktion über die Methode der kleinsten Quadrate geschätzt (vgl. Kapitel 6.3.1). Das Ergebnis bestätigt das Biegungsverhalten des Dreharms, nämlich keine Biegung bei einer senkrechten Lage des Auslegers und maximale Biegung, wenn sich der Ausleger einer horizontalen Lage befindet (vgl. Bild 6-5). Da der *Homepoint* des DT-2P die Nullposition darstellt, wird auch die Biegungsfunktion auf den *Homepoint* reduziert, so dass ein um die Biegung verbesserter kalibrierter Encoderwert im *Homepoint*  $0^\circ$  aufweist und somit eine Dreharmlage im *Homepoint* als x-Achse des Dreharmreferenzsystems verwendet werden kann.

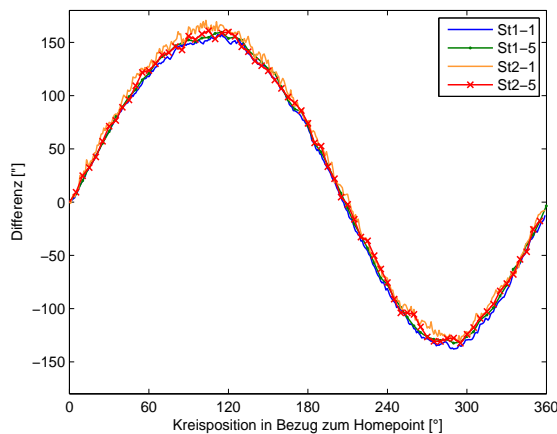


Bild 6-17: Dreharmbiegung aus Differenz LTD-Messung gegenüber Encoderwerten des DT-2P, bei verschiedenen Standpunkten,  $0^\circ$  entspricht dem *Homepoint*

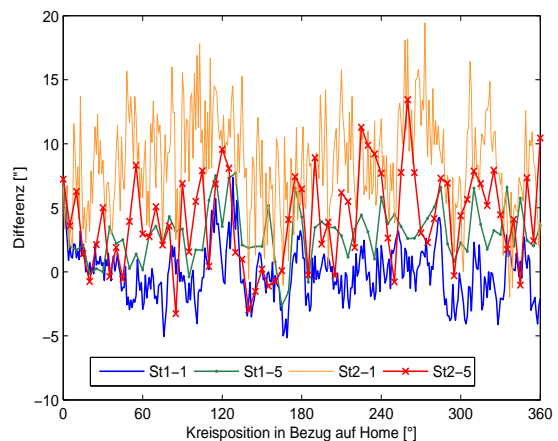


Bild 6-18: Abweichungen bei Anwendung der Biegungsfunktion bei verschiedenen Standpunkten,  $0^\circ$  entspricht dem *Homepoint*

Bild 6-17 zeigt die Differenz aus der LTD-Messung gegenüber den Encoderwerten des DT-2P bei zwei Standpunkten und einer Stützstellenweite von  $1^\circ$  und  $5^\circ$ . Dabei liegen die beiden Standpunkte in Drehachsrichtung in einer Entfernung von 2 m bzw. 5.5 m. Die geschätzten Amplituden und Phasen der Sinusfunktion weisen einen in etwa gleichen Betrag für alle Messungen auf. Aufgrund der besseren inneren Genauigkeit des LTD bei kurzen Entfernungen wurde für die Festlegung der Biegungsfunktion Standpunkt 1

mit  $1^\circ$  Stützstellen verwendet. Die Standardunsicherheit aus der Ausgleichung ergab sich zu  $\hat{\sigma} = 2.1''$ . Dieser Wert entspricht der Messunsicherheit des Drehwinkels am Dreharm (vgl. Tabelle 6-2,  $u_c$ ), was durch die Verwendung der kalibrierten Encoderwerte und durch die Standpunktwahl des Lasertrackers zu erwarten war.

Bild 6-18 zeigt die Abweichungen nach Anwendung der Biegungsfunktion auf die Encoderwerte gegenüber den LTD-Messungen auf beiden Standpunkten. Dabei zeigt lediglich Standpunkt 2 mit  $1^\circ$  Stützstellen eine größere und überwiegend positive Abweichung auf. Dieser systematische Effekt lässt sich nicht ohne weiteres zuordnen, da der Dreharm zwischen den einzelnen Messungen nicht verändert wurde, sondern nur die Entfernung des Lasertrackers und die Anzahl der Stützstellen.

Eine Biegungsfunktion muss für jedes Reflektor- oder Sensorgewicht und für jede Dreharmstellung (außer in horizontaler Lage) bestimmt und angebracht werden. Zusätzlich muss die Drehrichtung für die Anbringung der Kalibrierfunktion festgelegt werden.

### 6.3.3 Zeitliche Referenzierung

Der Einsatz von Echtzeitsystemen wie PMAC und FPGA mit ihrer hohen zeitlichen Auflösung garantieren eine zeitliche Referenzierung  $< 1 \mu\text{s}$ . In Kapitel 6.2.4 wurde aufgezeigt, dass die möglichen Zeitverzögerungen beim PMAC  $< 100 \text{ ns}$  sind. Die Zeitverzögerung des FPGA liegt bei  $25 \text{ ns}$  und die des Pegelwandlers bei  $50 \text{ ns}$ . Eine Überprüfung dieser Zeiten ist nur mit hohem instrumentellem Einsatz wie beispielsweise einem Logicanalyser durchführbar, der zum Zeitpunkt des Aufbaus jedoch nicht zur Verfügung stand.

Für die zeitliche Referenzierung mittels einer seriellen Schnittstelle, wie sie in Kapitel 2.2.2 beschrieben wird, kann eine Funktions- bzw. Plausibilitätsprüfung mit einem analogen Oszilloskop im parallelen Betrieb durchgeführt werden. Dabei werden die Datenleitungen der seriellen Schnittstelle jeweils an einen Eingang des Oszilloskops angeschlossen. Bei der Durchführung einer referenzierten Messung werden die jeweils fallenden Flanken der entsprechenden Startbits – Anfrage und Antwort – am Oszilloskop dargestellt. Die Differenz zwischen den Startbits kann am Oszilloskop abgelesen und mit dem Ergebnis des FPGA verglichen werden. Mit dem am GIK vorhandenen Oszilloskop kann die Überprüfung nur im Bereich von  $1 \text{ ms}$  erfolgen, so dass es sich hier nur um eine reine Plausibilitätsprüfung handelt.

Bei der zeitlichen Referenzierung über ein externes Triggersignal wurde ein Funktionsgenerator eingesetzt. Da es hierbei nur auf die Flankensteilheit ankommt (vgl. Kapitel 2.2.1), ist die Anstiegszeit der Flanke des Funktionsgenerators für die Genauigkeit entscheidend. Der verwendete Agilent 33250A weist eine Anstiegszeit  $< 8 \text{ ns}$  auf.

Bei der Bestimmung der kombinierten Standardunsicherheit der zeitlichen Referenzierung muss zwischen der seriellen Schnittstelle und dem externen Triggersignal unterschieden werden. Bei der seriellen Schnittstelle setzt sich die Messunsicherheit aus den Werten des PMAC und FPGA, sowie des Pegelwandlers zusammen. Werden diese Werte als Grenze einer Rechteckverteilung nach Typ B (GUM, 1999) angesehen, ergibt sich eine kombinierte Standardunsicherheit von  $u_c = 0.066 \mu\text{s}$ . Erfolgt die zeitliche Referenzierung über den externen Trigger setzt sich die Messunsicherheit aus den Werten des PMAC und des Funktionsgenerators zusammen und die kombinierte Standardunsicherheit ergibt sich zu  $u_c = 0.058 \mu\text{s}$ . Den größten Einfluss auf die Messunsicherheit liefert der PMAC und infolgedessen kann für die zeitliche Referenzierung die Messunsicherheit für beide Arten mit  $U_{k=2} = \pm 0.1 \mu\text{s}$  angegeben werden.

Die Festlegung der zeitlichen Auflösung richtet sich nach den Anforderungen der Prüflinge. Bei der Verwendung des externen Triggers ist zum jetzigen Zeitpunkt der Lasertracker maßgebend, dessen zeitliche Auflösung bei  $1 \mu\text{s}$  liegt. Wird die serielle Schnittstelle verwendet, muss das Startbit innerhalb von  $103 \mu\text{s}$  erfasst werden. Folglich ist es ausreichend das Zählerinkrement des PMAC und des FPGA auf  $1 \mu\text{s}$  zu beschränken, obwohl beide über eine kleiner Reaktionszeit verfügen. Insgesamt erfolgt daher die zeitliche Referenzierung mit einem Zählerinkrement von  $1 \mu\text{s}$  und einer Messunsicherheit von  $U_{k=2} = \pm 0.1 \mu\text{s}$ .

### 6.3.4 Positionsabweichung, Planlauf und Exzentrizität

Um das Verhalten des Dreharms in Bezug zur Dreharme ebene zu beurteilen, wurden verschiedene statische Messungen mit einem Leica Lasertracker LTD500 (siehe Kapitel 3.1) bei einer vertikalen Dreharmstellung durchgeführt. Bild 6-19 zeigt die lotrechten, radialen und tangentialen Abweichungen nach einer 3-D-Kreisausgleichung (vgl. Kapitel 4.3) bei einer Entfernung von 2 m zwischen LTD und Dreharm. Die Standardunsicherheiten ( $\hat{\sigma}$ ) ergeben sich zu  $16.9 \mu\text{m}$  (lotrecht),  $9.9 \mu\text{m}$  (radial) und  $8.7 \mu\text{m}$  (tangential). Der Radius des Dreharms wurde mit einer Standardunsicherheit von  $\hat{\sigma} = 4 \mu\text{m}$  bestimmt.

Für den Systemübergang wurden die benötigten Transformationsparameter (vgl. Kapitel 4.4) ermittelt, die Restklaffungen sind in Bild 6-20 dargestellt, wobei die x-y-Ebene der Dreharme ebene entspricht. Die Standardunsicherheiten weisen ebenfalls kleine Werte auf:  $\hat{\sigma}_x = 8.8 \mu\text{m}$ ,  $\hat{\sigma}_y = 16.9 \mu\text{m}$  und  $\hat{\sigma}_z = 11.1 \mu\text{m}$ .

Bei kinematischen Messungen zeigte sich, dass der Dreharm auch bei höheren Geschwindigkeiten ein insgesamt ruhiges Laufverhalten aufweist (siehe Depenthal und Barth (2007)). Beispielsweise liegt bei einer Dreharmgeschwindigkeit von 5.5 m/s und einem Abstand von 3 m zwischen Lasertracker und Dreharm die Standardunsicherheit ( $\hat{\sigma}$ ), berechnet aus lotrechten Abweichungen zu einer ausgleichenden Kreisebene, bei mehreren gemessenen Dreharmrunden zwischen  $31 \mu\text{m}$  und  $60 \mu\text{m}$ .

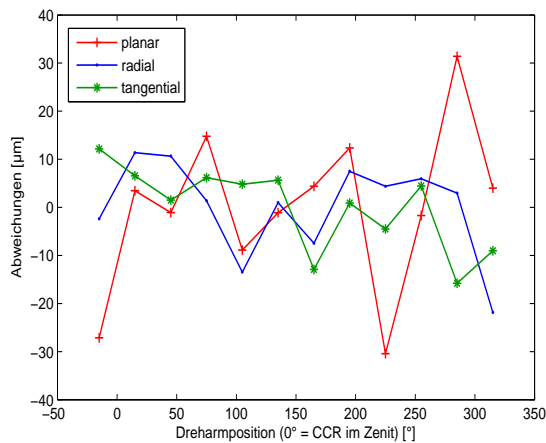


Bild 6-19: Dreharm: statische Abweichung lotrecht, radial und tangential

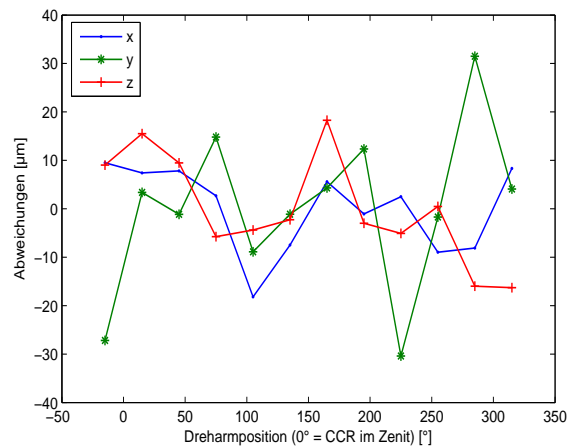


Bild 6-20: Restklaffungen nach der Koordinatentransformation

Entscheidend für die Genauigkeit des Drehwinkels  $\varphi$  sind die Abweichungen zwischen dem aus der Transformation berechneten Drehwinkel gegenüber dem Soll-Drehwinkel aus den kalibrierten und biegunskorrigierten Encoderwerten. Die in Bild 6-21 gezeigten Abweichungen entsprechen einer Standardunsicherheit von  $\hat{\sigma} = 1.7''$ , die etwas kleiner ist als die Standardunsicherheit der Encoderwerte des DT-2P und folglich innerhalb eines zu erwartenden Ergebnisses liegt.

Die konstante Winkelgeschwindigkeit  $\omega_D$ , mit der sich der Dreharm bewegen soll, wird über die Ansteuerung des Kalibriersystems (PMAC) vorgegeben. Wie sehr diese Angabe streut, kann über die zeitreferenzierten Drehwinkel ermittelt werden. Bild 6-22 zeigt diese Streuung für eine Winkelgeschwindigkeit von  $120 \text{ }^\circ/\text{s}$  ( $432 \text{ }''/\text{ms}$ ) über eine Umlaufdauer von 24 s, wobei sich eine Standardunsicherheit von  $\hat{\sigma} = 0.25 \text{ }''/\text{ms}$  ergibt.

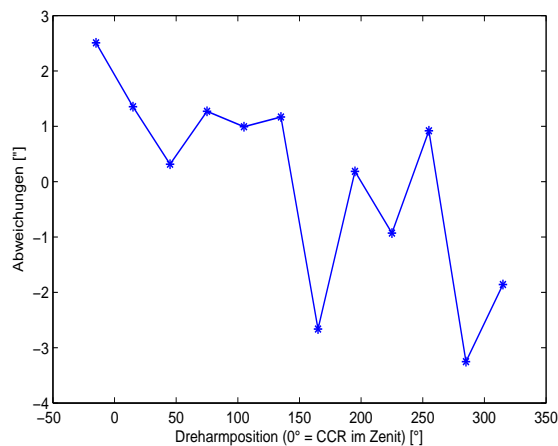


Bild 6-21: Abweichung zwischen Soll-Drehwinkel und Drehwinkel aus der Transformation

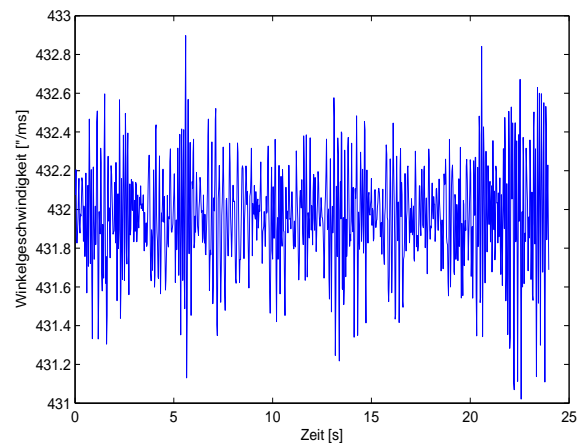


Bild 6-22: Streuung der Winkelgeschwindigkeit bei 432 °/ms (120 °/s)

Die Überprüfung der Genauigkeitsanforderungen an den Stativaufbau zusammen mit dem DT-3P und der Prüflingsaufnahme beziehen sich auf die Exzentrizität und den Planlauf. Die Exzentrizität wurde mit einer Messuhr bestimmt (Bild 6-8) und durch die verschiebbare Aufnahme des Dreifußes kann die Abweichung mechanisch auf 30 µm reduziert werden. Diese Abweichung entspricht bei einer Distanz von 2 m zum Zielpunkt einer Abweichung von 1 mgon im Richtungswinkel (vgl. Bild 6-2). Die Auswirkung auf die Bestimmung der Verzögerungszeit ist abhängig von der Dreharmgeschwindigkeit und der Position zwischen Zielposition am Dreharm und dem Prüfling. Bei einer angenommenen Dreharmgeschwindigkeit von 0.5 m/s entspricht das in diesem Fall einer Abweichung in der Verzögerungszeit von maximal 62 µs. Weiterhin wirkt die Exzentrizität direkt auf die Streckenmessung und ist bei 30 µm bei Prüflingen geringer Genauigkeit vernachlässigbar.

Die Auswirkung des Planlaufs kann durch den verwendeten Prüfling selbst bestimmt werden. Der Drehtisch mit seiner Prüflingsaufnahme realisiert eine Ebene. Bei einer Drehung und gleichzeitigen Messung eines Prüflings zu einem festen Ziel sollte sich der Zenitwinkel nicht signifikant verändern oder es muss eine Korrekturfunktion bestimmt werden. Bei einer angenommenen Verzögerungszeit von 1 ms, einem Abstand zwischen Dreharm und Prüfling von 5 m sowie einer Dreharmgeschwindigkeit von 0.5 m/s ist eine Änderung im Zenitwinkel von 6 mgon noch zulässig. Die Messungen wurden mit einem Leica Robottachymeter TCRA1201 durchgeführt, indem ein 360°-Reflektor am Dreharm fixiert und der DT-3P mit einer Schrittweite von 10° im "stop and go"-Modus gefahren wurde. Die Ergebnisse aus der Zenitwinkelmessung bei einer Entfernung von 5.8 m zeigen eine eindeutige Sinusschwingung, die auf Abweichungen im Planlauf zurückzuführen ist (Bild 6-23). Durch eine anzubringende Korrekturfunktion wird der jeweils gemessene Zenitwinkel des Robottachymeters korrigiert, wobei der eindeutige Bezug zum *Homepoint* und die jeweilige Drehrichtung beachtet werden müssen. In Bild 6-23 ist die verbleibende Streuung des korrigierten Zenitwinkels dargestellt und weist eine Standardunsicherheit von 1.1 mgon auf.

Bei der gleichen Messung lagen die Änderungen in der Strecke bei 0.3 mm, einem Messwert der für den Nahbereich in die Größenordnung der Standardunsicherheit einer Präzisionsmessung kommt. Bei der Streckenmessung muss ein vorhandener Planlauf in Bezug zur Kippachshöhe des Prüflings gesehen werden. Bei einer Kippachshöhe von 250 mm und einer maximalen unkorrigierten Abweichung im Zenitwinkel von 70 mgon ergibt sich eine Streckenänderung von 0.3 mm. Auf die Anbringung einer Korrekturfunktion wurde jedoch verzichtet, da der kinematische Messmodus größere Standardunsicherheiten in der Streckenmessung aufweist. Bei Bedarf kann jedoch auch hier diese Streckenänderung durch eine Korrekturfunktion reduziert werden. Ein Vergleich der gemessenen Richtungswinkel des Prüflings mit den Encoderwerten des Drehmotors (DT-3P) zeigt eine Abweichung ebenfalls in Form einer Sinusschwingung mit einer maximalen Amplitude von 20". Diese Abweichung ist zwar größer als die Wirkung der mit der Messuhr bestimmten Exzentrizität, dennoch wurde auf die Anbringung einer Korrekturfunktion erstmal verzichtet, da hier noch

weitere Detailuntersuchungen auch hinsichtlich der verwendeten Reflektoren durchzuführen sind. Für die kinematische Anwendung sind diese Abweichungen in einem ersten Testschritt als nicht signifikant einzustufen, wobei generell aber auch der Richtungswinkel mit einer Korrekturfunktion versehen werden kann.

Eine Beurteilung der Auswirkung der Exzentrizität und des Planlauf bei einer permanenten Drehung des DT-3P kann durch die gleiche Art der Messung wie im statischen Fall gezeigt werden. Die Messung der Exzentrizität bestätigte sich mit  $30\ \mu\text{m}$ . Der Zenitwinkel wurde bei zwei anwendungsrelevanten Winkelgeschwindigkeiten ( $12.5\ \text{°/s}$  und  $25.0\ \text{°/s}$ ) gemessen und korrigiert. In Bild 6-24 sind die beiden korrigierten Zenitwinkel zusammen mit dem Ergebnis der statischen Messung dargestellt. Es zeigt sich, dass keine signifikanten Abweichungen durch die permanente Drehung zu erwarten sind, da die Standardunsicherheit nicht größer als  $1.1\ \text{mgon}$  wird.

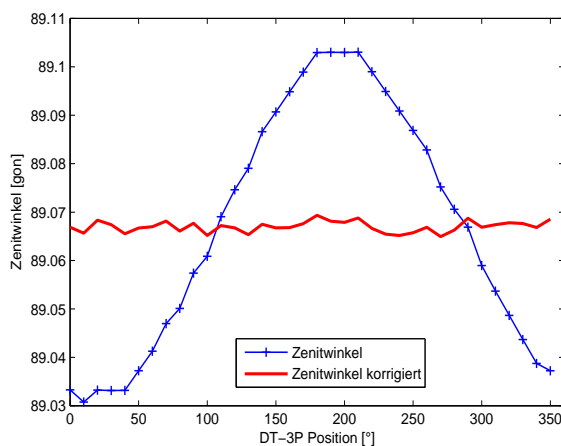


Bild 6-23: DT-3P, statisch: Abweichungen im Zenitwinkel, Restabweichung nach Anbringung der Korrekturfunktion

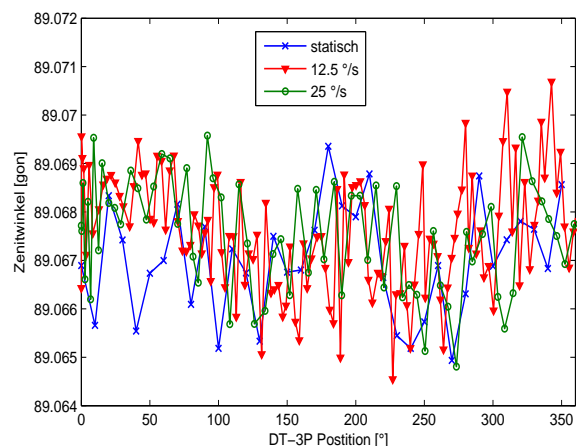


Bild 6-24: DT-3P: Restabweichungen, Zenitwinkel statisch und kinematisch

### 6.3.5 Zusammenfassung der Anforderung und Realisierung

Nachdem die Genauigkeitsanforderungen sowie die Realisierung dieser Anforderungen aufgezeigt wurden, wird abschließend ein Vergleich gezogen. In Tabelle 6-4 sind sowohl die Anforderungen aus Tabelle 6-1 als auch die erreichten Genauigkeiten des Dreharms dargestellt. Die Anforderungen an den Winkel des Direktantriebs und die Positionsabweichungen aus der Dreharme Ebene konnten nicht ganz erreicht werden. Für den ersten Aufbau und momentanen Zustand des Kalibriersystems sind diese Ergebnisse jedoch zufrieden stellend.

Die realisierten Genauigkeiten zeigen sich in einem statischen Systemübergang (vgl. Kapitel 4.4) zusammen mit den Messunsicherheiten des Prüflings. In Kapitel 5.1 wurde aufgezeigt wie sich daraus die Messunsicherheit der Verzögerungszeiten ableiten lässt, wobei sowohl die Dreharmgeschwindigkeit als auch die Konstellation zwischen Dreharm und Prüfling einfließen.

In Kapitel 6.1.5 wurde dargelegt, dass eine Anforderung an den Stativaufbau mit Drehmotor für den Prüfling nicht explizit gestellt werden kann. Die erreichte Exzentrizität von  $30\ \mu\text{m}$  und eine Standardunsicherheit von  $1.1\ \text{mgon}$  für die Korrektur des Zenitwinkels, sowie die maximale Amplitude von  $20''$  beim Richtungswinkel müssen jeweils bezüglich ihres Einflusses auf die Bestimmung der Verzögerungszeit abgeschätzt werden.



Tabelle 6-4: Vergleich Genauigkeitsanforderung und Realisierung am Dreharm

	Anforderung	Realisation
Geschwindigkeit	$v = 6 \text{ m/s}$	$v = 10 \text{ m/s}$
Winkel Direktantrieb	$U_{k=2} = \pm 2''$	$U_{k=2} = \pm 4.2''$
Positionsabweichung: radial, lotrecht	$U_{k=2} = \pm 10 \mu\text{m}$	$U_{k=2} = \pm 20 \mu\text{m}$ (radial) $U_{k=2} = \pm 34 \mu\text{m}$ (lotrecht)
zeitliche Referenzierung	$U_{k=2} = \pm 0.2 \mu\text{s}$	$U_{k=2} = \pm 0.1 \mu\text{s}$

## 7 Exemplarische Bestimmung zeitkritischer Kalibrierparameter

Im Zusammenhang mit kinematischen Messungen sind entstehende Verzögerungszeiten eines Messsystems als zeitkritische Kalibrierparameter einzustufen. In Kapitel 4.5.1 wurde aufgezeigt, wie sich mit einem zeitreferenzierten Dreharm Verzögerungszeiten durch unterschiedliche Drehwinkel am Dreharm mit bekannter konstanter Winkelgeschwindigkeit ermitteln lassen.

In Kapitel 5.2 bis 5.4 wurden Modelle vorgestellt, mit denen jedem einzelnen Messwert einer Messgröße des Prüflings ein entsprechender Drehwinkel am Dreharm zugeordnet werden kann. Diese Drehwinkel sind maßgebend für die Bestimmung der Verzögerungszeiten. Die Bestimmung der Messunsicherheit der einzelnen Verzögerungszeiten wurde in Kapitel 5.1 beschrieben.

Im Folgenden wird an exemplarischen Messungen die Bestimmung der Verzögerungszeiten auf der Grundlage des polaren Modells aufgezeigt. In erster Linie sollen diese exemplarischen Messungen die erfolgreiche Realisierung des Kalibriersystems zusammen mit der polaren Modellbildung belegen. Eine grundlegende Analyse der Ergebnisse in Bezug auf mögliche Ursachen zur Entstehung der Verzögerungszeiten sowie eine damit verbundene Anbringung von Kalibrierfunktionen wird in dieser Arbeit nicht verfolgt, sondern ist in weiteren Untersuchungen noch durchzuführen.

### 7.1 Lasertracker

Der in Kapitel 3.1 vorgestellte Leica Lasertracker LTD500 wurde eingesetzt, um die statische Qualität des Dreharms aufzuzeigen. Inwieweit der Dreharm in der kinematischen Anwendung seiner statischen Qualität entspricht, kann zur Zeit ebenfalls nur unter Verwendung eines Lasertrackers geprüft werden, da dieser in der Lage ist, den Geschwindigkeiten des Dreharms zu folgen. Andererseits kann ein Lasertracker ebenso Verzögerungszeiten aufweisen, so dass eine Differenzierung der aus unterschiedlichen Systemen stammenden und korrelierten Fehlereinflüsse erschwert wird. In der jetzigen Konzeption des Kalibriersystems erfolgt noch keine Drehung des Lasertrackers selbst.

#### 7.1.1 Messkonfiguration

Für die Messungen wurde der LTD in einer Entfernung von etwa 2 m (Standpunkt 1) und 5 m (Standpunkt 2) positioniert (Bild 7-1). Als Reflektor wurde ein Corner-Cube (CCR) verwendet. Zur Gewährleistung der Verfolgbarkeit befand sich der Dreharm in vertikaler Stellung. Die zeitliche Referenzierung wurde, wie in Kapitel 2.2.1 gezeigt, mit einem Funktionsgenerator bei einer Taktrate von 40 Hz durchgeführt.

Der Systemübergang erfolgte durch die Koordinatentransformation (Kapitel 4.4), wobei die Residuen sowohl die Messunsicherheit des Dreharms, als auch die des Lasertrackers enthalten. Aus diesen Residuen wurde die Standardunsicherheit der polaren Messgrößen bestimmt und als Grenzwert für die Bestimmung der Messunsicherheit der Verzögerungszeiten verwendet (vgl. Kapitel 5.1). Für die Messungen selbst wurde der Dreharm langsam beschleunigt bis zum Erreichen einer vorgegebenen konstanten Endgeschwindigkeit, die dann über mehrere Umläufe beibehalten wurde. Die Streuung der Endgeschwindigkeit lag bei durchschnittlich 2 "/ms, wobei diese Streuung vernachlässigt werden kann, da für die Bestimmung der Verzögerungszeiten jeweils die der Dreharmposition zugeordnete Dreharmwinkelgeschwindigkeit verwendet wurde.

Die Berechnungsgrundlage zur Bestimmung der Drehwinkel aus den Messwerten des LTD bildet das polare Modell (Kapitel 5.2.1). Zu jedem Triggerzeitpunkt werden die Messwerte des LTD und die Encoderwerte des DT-2P registriert. Die zeitreferenzierten Encoderwerte liefern die Startwerte für die Modellberechnung, wobei die Iteration nach wenigen Schritten zu einem Ergebnis führt. Aus der Differenz zwischen den Soll-Drehwinkeln (Encoderwerte) und den Drehwinkeln, die jeweils einer Messgröße zugeordnet sind, lassen sich zusammen mit der zugehörigen Dreharmwinkelgeschwindigkeit die diskreten Verzögerungszeiten bestimmen.

Um einerseits die Genauigkeit des Dreharms bei hohen Geschwindigkeiten zu überprüfen und andererseits den Lasertracker bis an seine Grenzen zu führen, wurde das Messverhalten bei Dreharmwinkelgeschwindigkeiten bis zu 290 °/s getestet. Die folgenden Ergebnisse resultieren aus durchgeführten Messungen von Standpunkt 1 mit einer Dreharmwinkelgeschwindigkeit von 120 °/s und 230 °/s und von Standpunkt 2 mit 160 °/s und 290 °/s. Diese Kombination wurde unter der Prämisse gewählt, dass der Messkopf des Lasertrackers in etwa gleiche Geschwindigkeiten und Beschleunigungen auf beiden Standpunkten aufweist und folglich ein ähnliches Verhalten aufzeigen sollte.

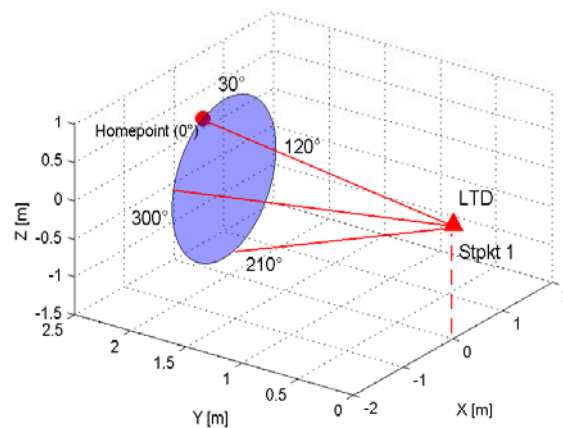


Bild 7-1: vertikale Dreharmposition mit *Homepoint* (0°) und Lasertracker (LTD) im Standpunkt 1

## 7.1.2 Ergebnisse

Die statische Referenzmessung auf den Standpunkten 1 und 2 ergab nach der Koordinatentransformation für die polaren Messgrößen des LTD die in Tabelle 7-1 aufgeführten Standardunsicherheiten. Diese Standardunsicherheiten bilden die Grenzwerte für die in Kapitel 5.1 beschriebene Bestimmung der Messunsicherheit der Verzögerungszeiten.

Tabelle 7-1: Standardunsicherheit der polaren Messgrößen aus der statischen Referenzmessung

	Richtungswinkel	Zenitwinkel	Strecken
Standpunkt 1	0.21 mgon	0.35 mgon	0.016 mm
Standpunkt 2	0.16 mgon	0.17 mgon	0.018 mm

Die Verzögerungszeiten für jede Messgröße beziehen sich auf den jeweiligen Triggerzeitpunkt, der den Zeitpunkt der messungsauslösenden Anfrage darstellt, wie in Bild 5-3 für die Simulationsberechnung dargestellt ist. Die vertikale Dreharmstellung und die Position des Lasertrackers bilden für die Bestimmung der Verzögerungszeit der Streckenmessung eine ungünstige Konfiguration, da sich die Streckenmessung von einem diskreten Messpunkt zum Anderen nur geringfügig ändert. Für jeden Standpunkt mit der jeweiligen Dreharmwinkelgeschwindigkeit wurde die Verzögerungszeit der Messgrößen über das polare Modell zusammen mit der jeweiligen Messunsicherheit ermittelt. Weiterhin wurden die Soll-Positionen zum Triggerzeitpunkt vom Dreharmkoordinatensystem in das Prüflingssystem transformiert und ein direkter Soll-Ist-Vergleich der polaren Messgrößen vorgenommen. Dieser Soll-Ist-Vergleich enthält sowohl die Messunsicherheiten des Dreharms und des Lasertrackers, sowie die Abweichungen aus vorhandenen

Verzögerungszeiten. Bild 7-2 und Bild 7-6 zeigen diese Soll-Ist-Abweichungen für den Standpunkt 1, über alle gemessenen Runden des Dreharms, bei 120 °/s und 230 °/s.

Selbst wenn es bei kinematischen Messungen keine direkten Wiederholungsmessungen gibt, so liegen die diskreten Messpunkte bei den verwendeten Dreharmwinkelgeschwindigkeiten zumindest nahe beieinander und die gute Übereinstimmung der Ergebnisse aus mehreren Dreharmrunden deuten folglich auf ein annähernd gleiches Verhalten des LTD bei den Messungen hin. Die Abweichungen in allen drei Messgrößen zeigen eine sehr ähnliche Größenordnung für die beiden Dreharmwinkelgeschwindigkeiten.

Ausgehend davon, dass der Dreharm sich bei den einzelnen Dreharmwinkelgeschwindigkeiten gleich verhält, muss die Abweichung im Richtungs- und Zenitwinkel auf Standpunkt 2 entsprechend kleiner werden. Bild 7-10 und Bild 7-14 bestätigen diese Erwartung. Die Abweichung in der Streckenmessung entsteht primär aus den zur Dreharnebene lotrechten Abweichungen des Dreharms und ist folglich nicht abhängig von der Entfernung des Standpunkts, sondern ist im Zusammenhang mit der Dreharmwinkelgeschwindigkeit zu sehen. Bild 7-14 mit 290 °/s zeigt eine Schwingung, die bei kleineren Dreharmwinkelgeschwindigkeiten nicht so deutlich sichtbar ist. Die Abweichungen von kleiner 0.2 mm weisen jedoch insgesamt auf ein ruhiges Laufverhalten des Dreharms bei dieser hohen Geschwindigkeit hin.

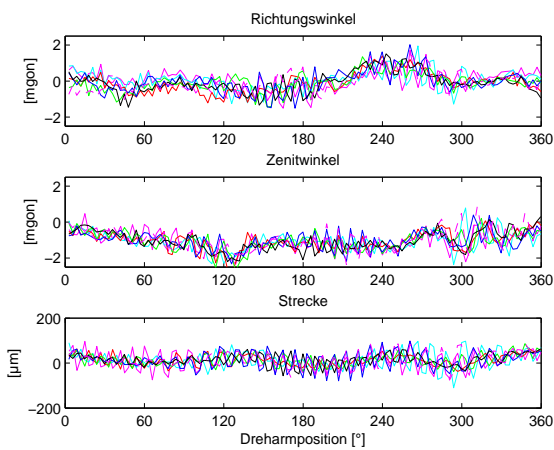


Bild 7-2: Differenzen der polaren Messgrößen (Soll – Ist) im Standpunkt 1 über 7 Runden bei Dreharmwinkelgeschwindigkeit 120 °/s

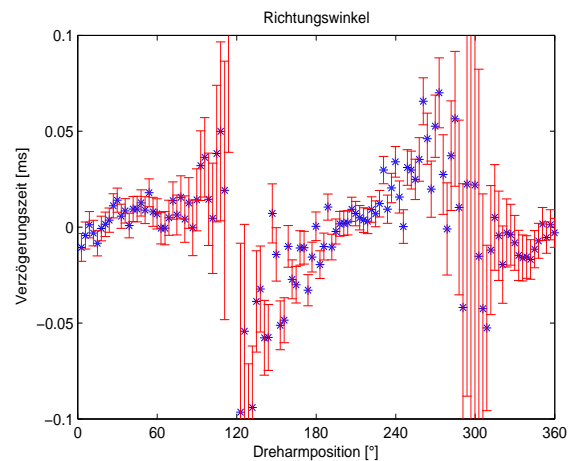


Bild 7-3: Verzögerungszeit Richtungswinkel Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 120 °/s, Standpunkt 1, Messunsicherheit ( $k = 2$ )

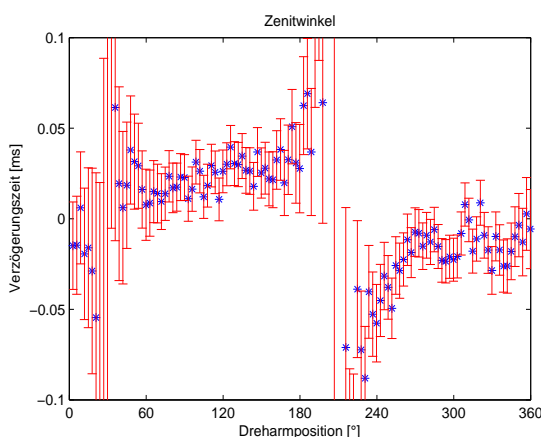


Bild 7-4: Verzögerungszeit Zenitwinkel Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 120 °/s, Standpunkt 1, Messunsicherheit ( $k = 2$ )

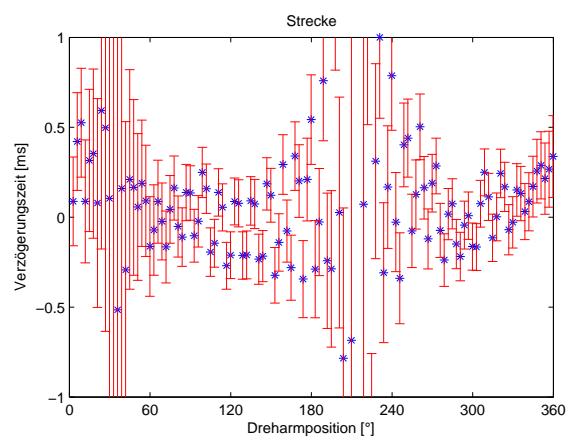


Bild 7-5: Verzögerungszeit Strecke Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 120 °/s, Standpunkt 1, Messunsicherheit ( $k = 2$ )

Ein Kriterium für die Gültigkeit einer Verzögerungszeit ist die Messunsicherheit, mit der sie bestimmt wurde. An den jeweiligen Umkehrpunkten einer Messgröße wird deutlich, dass eine Verzögerungszeit zwar durch das polare Modell bestimmt werden kann, da aber die Messunsicherheit größer als die Verzögerungszeit selbst ist, wird die Verzögerungszeit für ungültig erklärt bzw. sollte sie nicht in eine Beurteilung einfließen. Für die dargestellten Verzögerungszeiten wurde jeweils eine Runde aus den mehrfachen Umdrehungen des Dreharms gewählt, wobei sich die Ergebnisse aus den weiteren Runden nicht wesentlich unterscheiden. Bild 7-3 zeigt die Verzögerungszeiten des Richtungswinkels gemessen auf Standpunkt 1 bei 120°/s. Je nach Dreharmposition steigen die Verzögerungszeiten von -57  $\mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 19 \mu\text{s}$  auf 70  $\mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 18 \mu\text{s}$  an. Deutlich zeigen sich die Umkehrpunkte des Richtungswinkels durch eine Messunsicherheit, die größer als die eigentlich ermittelte Verzögerungszeit ist. Eine negative Verzögerungszeit ist gleichbedeutend damit, dass die Richtungsmessung in Bezug auf den Triggerzeitpunkt voreilt, während eine positive Verzögerungszeit einem Nachlaufen der Richtungsmessung entspricht. Der Wechsel zwischen negativer und positiver Verzögerungszeit kann mit der Bewegung des Messkopfes des Lasertrackers in Zusammenhang gebracht werden. An den Umkehrpunkten (120° und 300° am Dreharm) entsteht die maximale Beschleunigung des Messkopfes, während bei 30° und 210° (am Dreharm) maximale Geschwindigkeit und keine Beschleunigung vorherrscht. Dazwischen entsteht ein Ansteigen bzw. Abfallen der Beschleunigung, das sich mit einer positiven bzw. negativen Verzögerungszeit deckt. Wie in Kapitel 3.1.1 aufgezeigt verursachen variierende Messkopfbeschleunigungen ein ständiges Nachregeln auf dem PSD und die Winkelencoderwerte werden folglich um eine verfälschte Ablage korrigiert, die sich dann in Form einer Verzögerungszeit bemerkbar machen kann. Der Lasertracker arbeitet mit einer Messrate von 3 kHz und einem Zeitstempel von 1 MHz. Die Messwerte selbst werden auf den Zeitpunkt des externen Triggers interpoliert. Die ermittelten Verzögerungszeiten fallen folglich in den zeitlichen Bereich der Interpolation.

Bild 7-11 für Standpunkt 2 mit 160 °/s weist in Bezug auf den Wechsel zwischen positiven und negativen Verzögerungszeiten ein ähnliches Verhalten wie Standpunkt 1 mit 120 °/s auf. Die Verzögerungszeiten steigen von -48  $\mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 23 \mu\text{s}$  auf 45  $\mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 23 \mu\text{s}$  an. Wird die Dreharmwinkelgeschwindigkeit auf beiden Standpunkten erhöht, werden die Verzögerungszeiten insgesamt kleiner. Standpunkt 1 mit 230 °/s weist Verzögerungszeiten zwischen -28  $\mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 10 \mu\text{s}$  und 20  $\mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 5 \mu\text{s}$  auf (Bild 7-7) und Standpunkt 2 mit 290 °/s Verzögerungszeiten zwischen -14  $\mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 4 \mu\text{s}$  und 14  $\mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 10 \mu\text{s}$  (Bild 7-15). Der Wechsel zwischen positiven und negativen Verzögerungszeiten ist auf Standpunkt 2 nicht mehr deutlich erkennbar. Weiterhin zeigt sich auf diesem Standpunkt, dass an den überwiegenden Dreharmpositionen die Messunsicherheiten der bestimmten Verzögerungszeiten zu groß sind und folglich dürfen diese Verzögerungszeiten nicht in eine Beurteilung miteinbezogen werden.

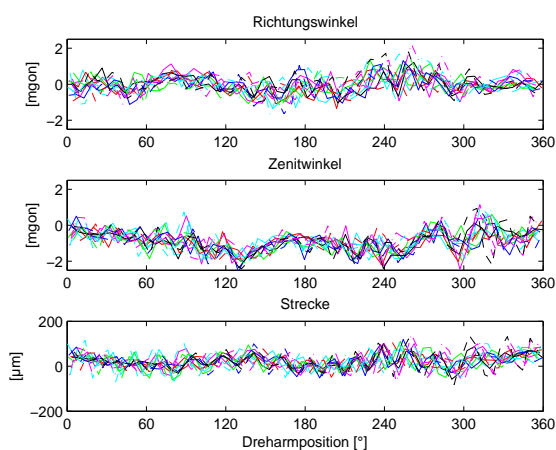


Bild 7-6: Differenzen der polaren Messgrößen (Soll – Ist) im Standpunkt 1 über 14 Runden bei Dreharmwinkelgeschwindigkeit 230 °/s

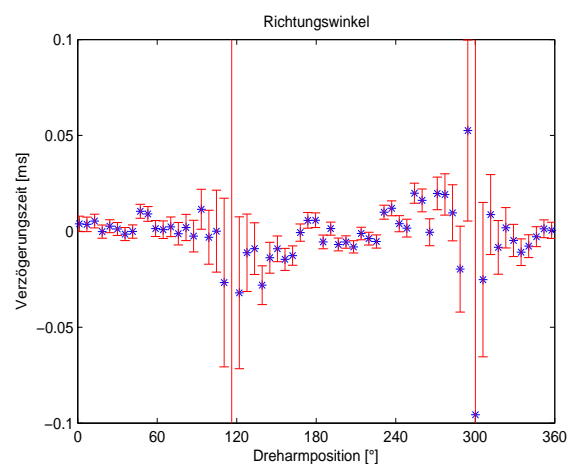


Bild 7-7: Verzögerungszeit Richtungswinkel Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 230 °/s, Standpunkt 1, Messunsicherheit ( $k = 2$ )

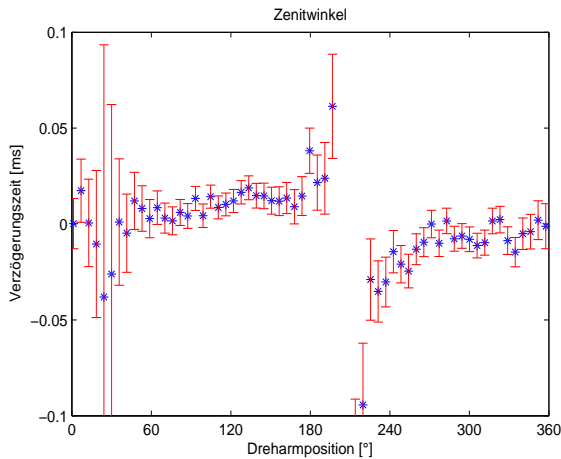


Bild 7-8: Verzögerungszeit Zenitwinkel Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 230 °/s, Standpunkt 1, Messunsicherheit (k = 2)

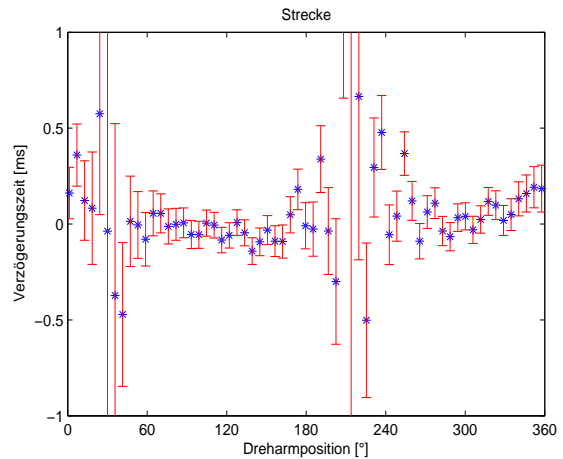


Bild 7-9: Verzögerungszeit Strecke Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 230 °/s, Standpunkt 1, Messunsicherheit (k = 2)

Die Verzögerungszeiten für den Zenitwinkel auf Standpunkt 1 mit 120 °/s erreichen im Umfeld der Umkehrpunkte Größenordnungen von 70  $\mu$ s,  $U_{k=2} = \pm 30 \mu$ s und -88  $\mu$ s,  $U_{k=2} = \pm 28 \mu$ s (Bild 7-4). Der Wechsel zwischen positiven und negativen Verzögerungszeiten zeigt sich hier im Zusammenhang mit den Umkehrpunkten. Die Verzögerungszeit ist positive, wenn der Zenitwinkel von der höchsten Dreharmposition zu niedrigsten entsprechend kleiner wird, während bei einem ansteigenden Zenitwinkel die Verzögerungszeit negativ ist. Das gleiche Verhalten bestätigt sich bei einer Dreharmwinkelgeschwindigkeit von 230 °/s, wobei hier die Verzögerungszeiten mit 38  $\mu$ s,  $U_{k=2} = \pm 11 \mu$ s und -35  $\mu$ s,  $U_{k=2} = \pm 16 \mu$ s insgesamt kleiner sind (Bild 7-8). Ein Zusammenhang lässt sich hierbei mit in der Nachführung des Kippspiegels des Lasertrackers vermuten, der in Abhängigkeit von einer Zu- oder Abnahme des Zenitwinkels seine Bewegungsrichtung ändert. Wie zuvor bei der Richtungsmessung kann auch hier das ständige Nachregeln des PSD in den Randbereichen zu verfälschten Winkelencoderwerten und auf diese Weise zu Verzögerungszeiten führen. Ein anderes Bild vermitteln die Verzögerungszeiten des Zenitwinkels auf Standpunkt 2. Bis auf wenige Ausnahmen liegen die Verzögerungszeiten durchweg im negativen Bereich, wobei die größten Werte im Umfeld der Umkehrpunkte zu finden sind, z. B. bei 160 °/s mit -93  $\mu$ s,  $U_{k=2} = \pm 32 \mu$ s (Bild 7-12) und bei 290 °/s mit -35  $\mu$ s,  $U_{k=2} = \pm 8 \mu$ s (Bild 7-16). Zu beachten ist hierbei, dass der Zenitwinkel auf Standpunkt 2 einen kleineren Winkelbereich aufweist. Insgesamt liegen alle bestimmten Verzögerungszeiten des Zenitwinkels innerhalb der Interpolationszeit des LTD.

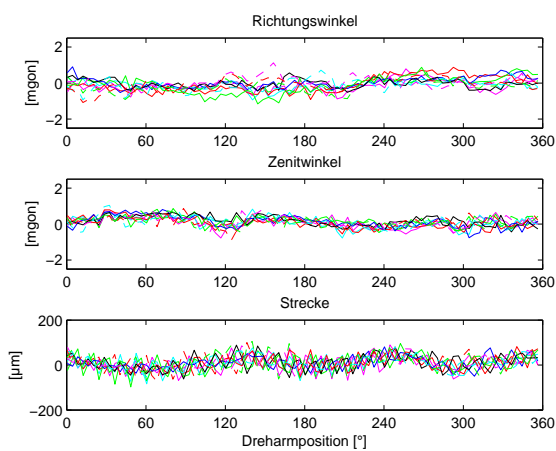


Bild 7-10: Differenzen der polaren Messgrößen (Soll - Ist) im Standpunkt 2 über 10 Runden bei Dreharmwinkelgeschwindigkeit 160 °/s

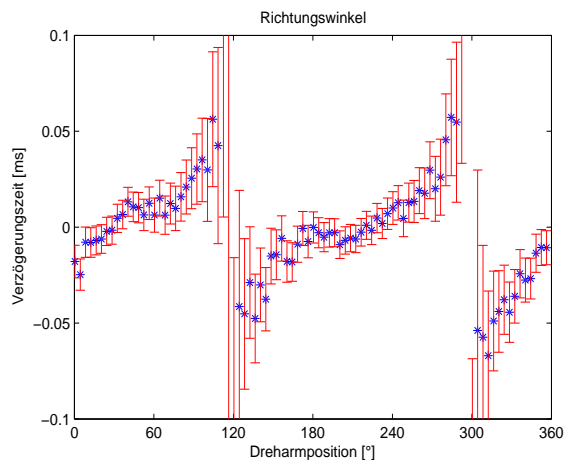


Bild 7-11: Verzögerungszeit Richtungswinkel Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 160 °/s, Standpunkt 2, Messunsicherheit (k = 2)

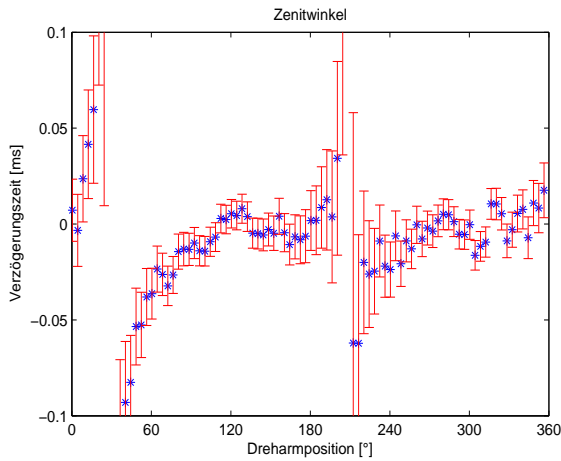


Bild 7-12: Verzögerungszeit Zenitwinkel Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 160 °/s, Standpunkt 2, Messunsicherheit (k = 2)

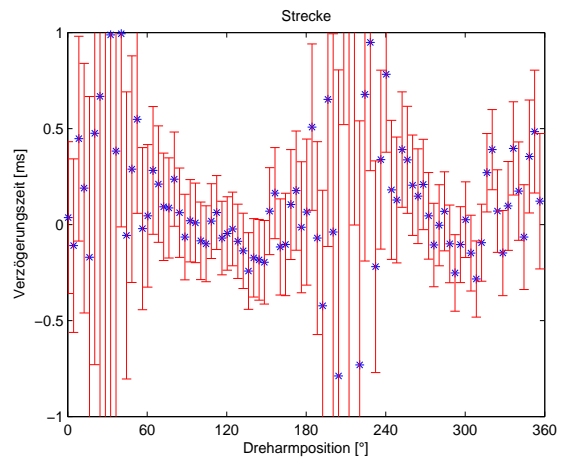


Bild 7-13: Verzögerungszeit Strecke Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 160 °/s, Standpunkt 2, Messunsicherheit (k = 2)

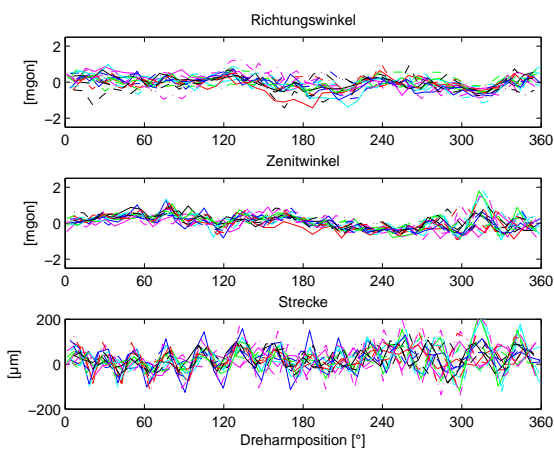


Bild 7-14: Differenzen der polaren Messgrößen (Soll - Ist) im Standpunkt 2 über 18 Runden bei Dreharmwinkelgeschwindigkeit 290 °/s

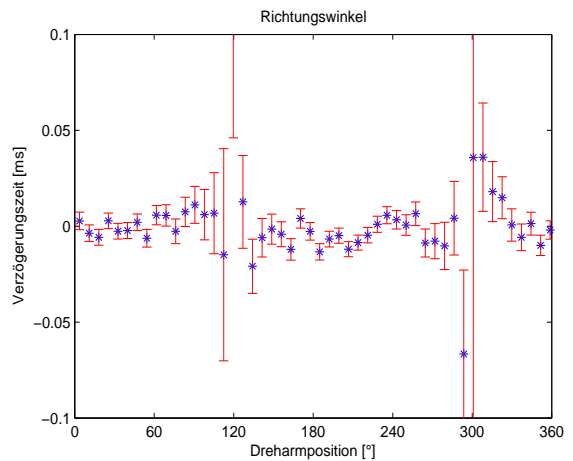


Bild 7-15: Verzögerungszeit Richtungswinkel Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 290 °/s, Standpunkt 2, Messunsicherheit (k = 2)

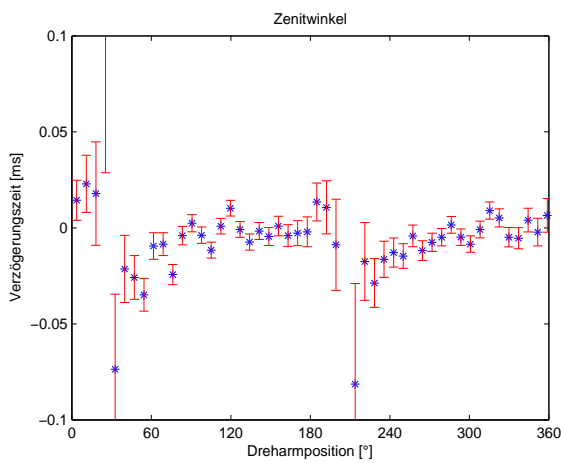


Bild 7-16: Verzögerungszeit Zenitwinkel Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 290 °/s, Standpunkt 2, Messunsicherheit (k = 2)

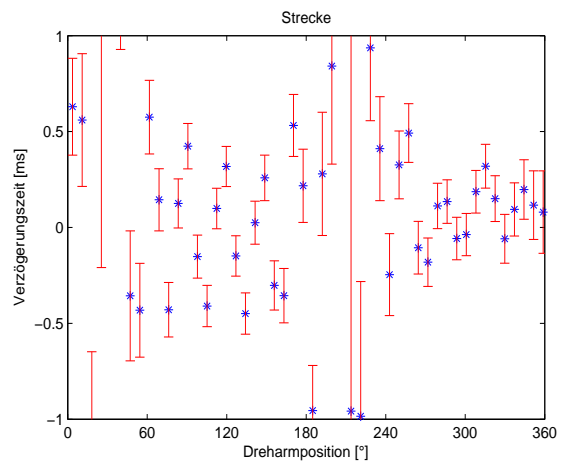


Bild 7-17: Verzögerungszeit Strecke Runde 5, Dreharmwinkelgeschwindigkeit 290 °/s, Standpunkt 2, Messunsicherheit (k = 2)

Bei der Berechnung der Verzögerungszeit der Streckenmessung zeigt sich die ungünstige Konstellation zwischen Dreharm und Prüfling. Das polare Modell kann die Verzögerungszeiten zwar noch bestimmen, aber die Messunsicherheit der Verzögerungszeit ist an den überwiegenden Dreharmpositionen größer als die Verzögerungszeit selbst. Dieses Verhalten zeigt sich auf dem Standpunkt 1 bei beiden Dreharmwinkelgeschwindigkeiten, sowie auf Standpunkt 2 bei 160 °/s (Bild 7-5, Bild 7-9, Bild 7-13). Folglich sollte eine Verzögerungszeit der Streckenmessung aus diesen Messwerten nicht beurteilt werden. Bild 7-17 zeigt die Verzögerungszeit der Streckenmessung für Standpunkt 2 mit 290 °/s. Die Verzögerungszeiten liegen hier zwischen  $-450 \mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 108 \mu\text{s}$  und  $630 \mu\text{s}$ ,  $U_{k=2} = \pm 252 \mu\text{s}$ . Auffällig ist der permanente Wechsel zwischen einer positiven und negativen Verzögerungszeit, sowie die im Schnitt um Faktor 10 größere Verzögerungszeit gegenüber der Verzögerungszeit des Richtungs- und Zenitwinkels. Hierbei wird die Problematik zwischen einerseits Prüfling mit vorhandenen Verzögerungszeiten und andererseits Messsystem zur kinematischen Prüfung des Dreharms deutlich. Es stellt sich jedoch auch die Frage, ob die ermittelten Verzögerungszeiten der Streckenmessung bei dieser hohen Dreharmgeschwindigkeit tatsächlich Verzögerungszeiten sind. Bild 7-14 zeigt eine deutliche Schwingung in den Differenzen der Streckenmessungen, die durch eine Vibration des Dreharms bei dieser Dreharmgeschwindigkeit entstanden sein kann. Eine Schwingung in den Differenzen des Richtungs- und Zenitwinkels ist in Bild 7-14 nicht erkennbar. Eine vorhandene Vibration wirkt sich folglich nur lotrecht zur Dreharme ebene aus und hat keine Auswirkung auf die Verzögerungszeit der Winkel. Weitere Prüflingsstandpunkte mit größeren Streckenvariationen und weitere eng gerasterte Dreharmgeschwindigkeiten können in nachfolgenden Untersuchungen Aufschluss über diese Frage geben.

### 7.1.3 Fazit

Die Problematik, dass die kinematische Genauigkeit des Kalibriersystems mit einem Messsystem aufgezeigt wird, dass gleichzeitig auch als Prüfling des Kalibriersystems fungiert, zeigt sich teilweise in den erreichten Ergebnissen. Durch die hohe Genauigkeit der zeitlichen Referenzierung und mit Hilfe des polaren Modells können zu jedem diskreten Messpunkt Verzögerungszeiten einer Messgröße ermittelt werden. Ob eine durch das Modell bestimmte Verzögerungszeit als gültig angesehen wird, hängt von der zugehörigen Messunsicherheit ab, die dann kleiner als die Verzögerungszeit sein sollte. Inwieweit die Verzögerungszeit tatsächlich durch den Lasertracker selbst entstanden ist, oder ob die Ursache im Bewegungsverhalten des Dreharms liegt, konnte in diesen ersten Messungen ansatzweise dargelegt werden und sollte durch weiteren detaillierten Messungen verifiziert werden.

Die Größenordnung der ermittelten Verzögerungszeiten liegen alle unterhalb der Messrate des Lasertrackers und fallen in den zeitlichen Bereich der Interpolation der Messwerte. Auffallend ist das systematische Verhalten von positiven und negativen Verzögerungszeiten des Richtungswinkels, dass einer variierenden Beschleunigung des Messkopfes des Lasertrackers und dem ständigen Nachregeln auf dem PSD zugeordnet werden kann. Die Verzögerungszeiten des Zenitwinkels deuten ebenfalls auf einen Zusammenhang mit dem Bewegungsverhalten des Spiegels im Kopf des Lasertrackers und einem daraus entstehenden permanentem Nachregeln des PSD. Selbst wenn die Anordnung zwischen Dreharm und Lasertracker für die Bestimmung einer Verzögerungszeit der Streckenmessung nicht optimal ist, kann das Modell Verzögerungszeiten bestimmen. Auffällig sind die Ergebnisse bei der höchsten Dreharmgeschwindigkeit, die durch den permanenten Wechsel zwischen positiver und negativer Verzögerungszeit, jedoch eher auf eine Ursache im Bewegungsverhalten des Dreharms bei bestimmten hohen Geschwindigkeiten weisen.

Die hier vorgestellten ersten Ergebnisse zeigen bereits, dass der Dreharm ein ruhiges Laufverhalten aufweist und dass Messungen über mehrere Dreharmrunden ähnliche Ergebnisse liefern. Der Dreharm selbst wird sich, in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit, immer gleich verhalten, so dass weitere verschiedene Instrumentenstandpunkte und eng gerasterte Winkelgeschwindigkeiten eine Differenzierung der Ursache erleichtern können.

Die Messunsicherheit der Verzögerungszeit ist ein Kriterium dafür, ob eine Verzögerungszeit an den diskreten Messpunkten für gültig erklärt wird. Da die Ermittlung der Messunsicherheit auf die statische Referenzmessung zurückgeführt wird, ist diese Messunsicherheit sicherlich zu optimistisch angesetzt und es muss hier ein weiterer Unsicherheitsanteil, der den kinematischen Aspekt berücksichtigt, verwendet werden.



Insgesamt haben diese ersten Messungen jedoch gezeigt, dass das 4-D-Kalibriersystem mit der zeitlichen Referenzierung, dem Dreharm und der entsprechenden Modellbildung eine gute Basis für weitere differenzierte Untersuchungen bzw. Kalibrierungen bildet.

## 7.2 Robottachymeter

Für die exemplarischen Messungen mit einem Robottachymeter wurde ein Leica TCRA1201 eingesetzt (kurz: TCA). Die im Folgenden vorgestellten Ergebnisse der Messungen sollen aufzeigen, dass mit dem Kalibriersystem und der entsprechenden polaren Modellbildung Verzögerungszeiten mit den dazugehörigen Messunsicherheiten für jeden diskreten Messpunkt bestimmt werden können. Um den kompletten Richtungswinkelbereich des Robottachymeters abzudecken wurde bei diesen Messungen die Erweiterung des Kalibriersystems durch den zweiten Direktantrieb unter dem Robottachymeter eingesetzt. Eine Darstellung des Zusammenhangs zwischen den ermittelten Verzögerungszeiten und ihrer Entstehung, sowie der Auswirkung durch den verwendeten Reflektor und der eingesetzten GeoCom Befehle wird an dieser Stelle nicht erfolgen, sondern wird in weiteren Arbeiten analysiert werden.

### 7.2.1 Messkonfiguration

Der Messaufbau des TCA wurde so gewählt, dass möglichst alle Messgrößen variieren konnten. Die zeitliche Referenzierung erfolgte über die serielle Schnittstelle wie in Kapitel 2.2.2 beschrieben. Für den Systemübergang wurde eine Referenzmessung in nur einer Fernrohrlage durchgeführt, da sich die anschließenden kinematischen Messungen generell nur auf eine Lage beziehen. Der Kompensator wurde für alle Messungen ausgeschaltet und als Reflektor ein 360° Prisma eingesetzt. Die Ansteuerung des TCA erfolgte über die ASCII-Befehlsstruktur GeoCom.

In Kapitel 6.2.5 wurde der Kalibriervorgang für die zeitliche Referenzierung eines Robottachymeters beschrieben. Dabei veranlassen zwei GeoCom-Befehle den TCA eine Messung auszuführen. Der Datenstring für die "Anfrage" wird mit RPC und der der "Antwort" mit GRC bezeichnet. In Bild 7-18 sind die entstehenden Zeiten, Drehwinkel und resultierenden Verzögerungszeiten dargestellt. Die Drehwinkel  $\varphi_{RPC}$  und  $\varphi_{GRC}$  mit den Zeiten  $t_{RPC}$  und  $t_{GRC}$  stellen die zeitlich referenzierten Soll- bzw. Startwerte dar. Die Drehwinkel  $\varphi_{\Theta}$ ,  $\varphi_{\xi}$  und  $\varphi_s$  sowie die Verzögerungszeiten  $t_{\Theta}$ ,  $t_{\xi}$  und  $t_s$  werden aus dem polaren Modell bestimmt (siehe Kapitel 5.2). Die Datenstringlänge des RPC-Befehls weist in den vorgestellten Ergebnissen eine konstante Zeit von 9.88 ms auf und wird entsprechend berücksichtigt, so dass sich die Verzögerungszeiten jeweils auf das Ende der Datenstrings RPC beziehen.

Vom Standpunkt des TCA aus wurden bei verschiedenen Dreharmgeschwindigkeiten Messungen mit einer horizontalen und vertikalen Dreharmpositionierung durchgeführt (Bild 7-19). Bezugspunkt ist jeweils der *Homepoint* des DT-2P. Aufgezeigt werden die Ergebnisse mit einem negativen Drehsinn und einer Dreharmwinkelgeschwindigkeit von 20 °/s und 40 °/s, sowie den für die Verfolgbarkeit maximalen Dreharmwinkelgeschwindigkeiten von 60 °/s (vertikal) und 80 °/s (horizontal). Zusätzlich werden die Ergebnisse für 40 °/s bei positivem Drehsinn für beide Dreharmpositionen vorgestellt.

Die Verwendung der zweiten Drehung unter dem TCA bezieht sich ebenfalls auf beide Dreharmpositionen und unterschiedliche Winkelgeschwindigkeiten, um entsprechende Variationen in der resultierenden Trajektorie zu erhalten. Dargestellt werden hier drei Kombinationen. Die Trajektorie bei horizontaler Dreharmposition entsteht bei einer Dreharmwinkelgeschwindigkeit von 35 °/s und 10 °/s für den Stativmotor. In der vertikalen Dreharmposition werden die Ergebnisse aus einer Dreharmwinkelgeschwindigkeit von 30 °/s und 40 °/s mit einer jeweiligen Stativmotorwinkelgeschwindigkeit von 30 °/s dargestellt.

Vor der eigentlichen Messung wurde eine statische Referenzmessung durchgeführt, um den Radius des Dreharms und die Transformationsparameter zu bestimmen. Aus der Referenzmessung für den zweiten Direktantrieb (DT-3P) des Stativs wurde die Korrekturfunktion für den Zenitwinkel ermittelt und an den jeweiligen kinematischen Messungen angebracht.

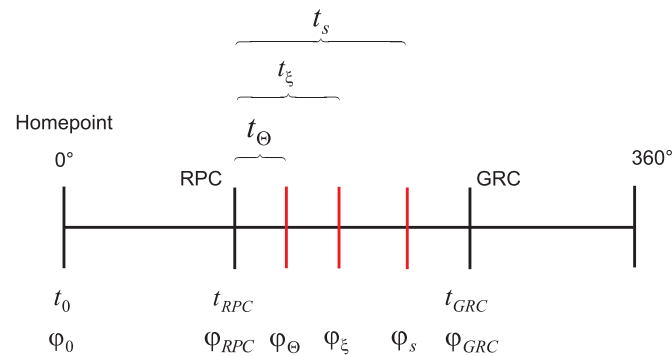


Bild 7-18: Verzögerungszeiten des TCA: Messanfrage (RPC), Antwort (GRC)

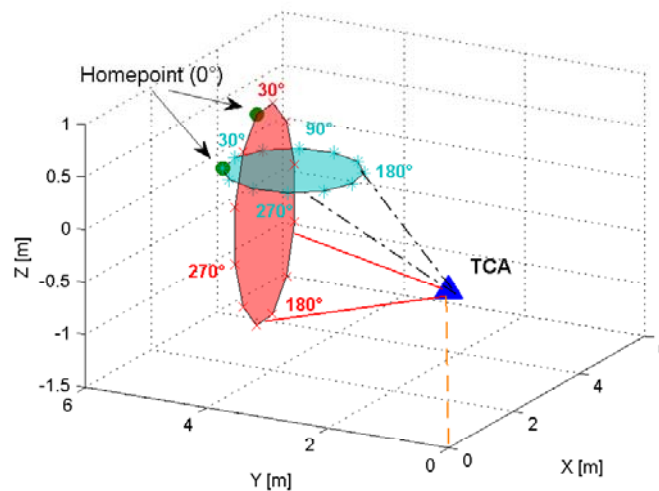


Bild 7-19: Standpunkt TCA mit vertikaler (rot) und horizontaler (blau) Dreharmpositionierung sowie dem jeweiligen Homepoint (0°-Position) als Bezugspunkt

## 7.2.2 Ergebnisse

Die statische Referenzmessung für beide Dreharmpositionen ergab nach der Koordinatentransformation die in Tabelle 7-2 aufgeführten Standardunsicherheiten für die polaren Messgrößen des TCA. Diese Standardunsicherheiten bilden die Grenzwerte für die in Kapitel 5.1 beschriebene Bestimmung der Messunsicherheit der Verzögerungszeiten. Die auffallend große Differenz zwischen den Standardunsicherheiten der horizontalen und vertikalen Dreharmposition muss auf das 360°-Prisma zurückzuführen sein, da dieses in der vertikalen Dreharmposition zwangsläufig auf dem Kopf steht. Die guten Ergebnisse aus der Lasertrackermessung (vgl. Tabelle 7-1) zeigen, dass die Ursache nicht am Dreharm selbst zu suchen ist. Die Verwendung von Rundprismen kombiniert mit einer entsprechenden Standpunktwahl wird hier weiteren Aufschluss liefern.

Durch das polare Modell können generell alle Verzögerungszeiten ermittelt werden, wenn die Iteration ein Ergebnis liefert. Inwieweit die Verzögerungszeit für gültig erklärt wird, hängt von der zugehörigen Messunsicherheit ab. Ist die Verzögerungszeit kleiner als die Messunsicherheit, wird die Verzögerungszeit für ungültig erklärt und sollte in eine Beurteilung nicht einfließen.

Tabelle 7-2: Standardunsicherheit der polaren Messgrößen aus der statischen Referenzmessung

Dreharmposition	Richtungswinkel	Zenitwinkel	Strecken
horizontal	13 mgon	12 mgon	0.3 mm
vertikal	26 mgon	31 mgon	0.8 mm

Einen Überblick wie sich die Messunsicherheiten bei unterschiedlicher Dreharmwinkelgeschwindigkeit und Dreharmpositionierung für die einzelnen Messgrößen verhalten gibt Bild 7-20 und Bild 7-21. Die Messunsicherheit für die Verzögerungszeit des Zenitwinkels bei einer horizontalen Dreharmstellung ist in Bild 7-20 nicht dargestellt, da sie auf Grund der Konstellation zwischen Dreharm und Prüfling zu groß wird und die Verzögerungszeiten keine Gültigkeit aufweisen werden. Der Zusammenhang zwischen Messunsicherheit und Dreharmwinkelgeschwindigkeit, sowie den Bereichen der Umkehrpunkte der Messgrößen, werden deutlich sichtbar.

Bei allen folgenden Darstellungen der Verzögerungszeiten entspricht die Dreharmposition  $0^\circ$  dem *Homepoint* des DT-2P. Die Verzögerungszeit Null entspricht der RPC Anfrage mit Berücksichtigung der Datenstringlänge. Die jeweilige GRC-Zeit bezieht sich auf den Zeitpunkt der Messantwort des TCA und stellt folglich die Messdauer an jeder diskreten Position dar. Ist ein Messwert im Zeitraum zwischen der Messanfrage und -antwort entstanden, muss die Verzögerungszeit größer als Null und kleiner als die GRC-Zeit sein. Bei allen Messungen streut die Messdauer (GRC-Zeit) überwiegend zwischen 80 ms und 170 ms. Eine Abhängigkeit von der Dreharmposition oder -winkelgeschwindigkeit ist nicht zu erkennen.

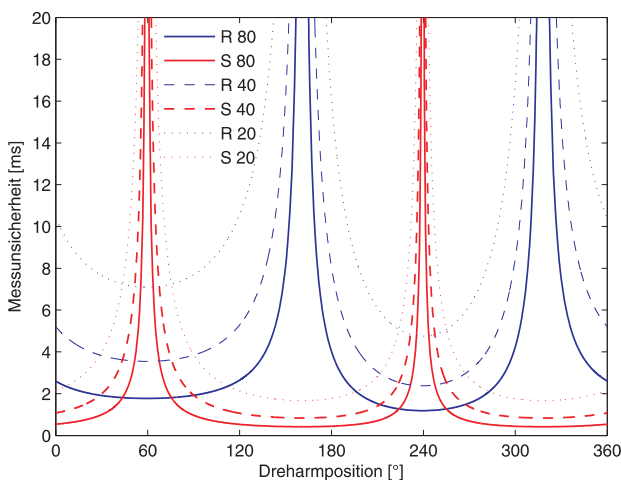


Bild 7-20: horizontal: Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeit bei 20 °/s, 40 °/s, 80 °/s für Richtungswinkel (R), Streckenmessung (S)

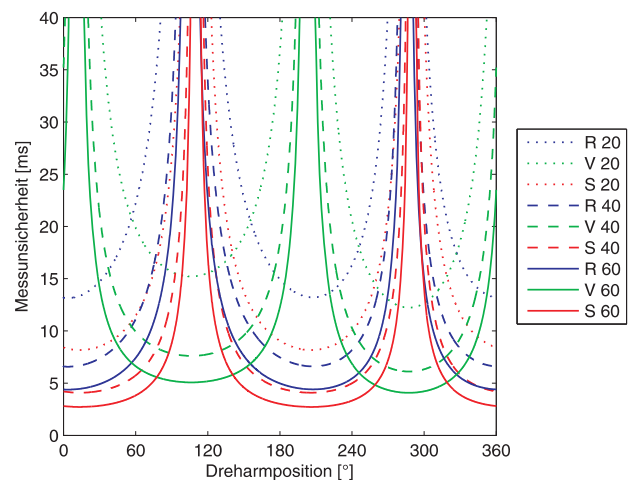


Bild 7-21: vertikal: Messunsicherheit ( $k = 2$ ) der Verzögerungszeit bei 20 °/s, 40 °/s, 60 °/s für Richtungswinkel (R), Streckenmessung (S), Zenitwinkel (V)

Bild 7-22 bis Bild 7-29 beziehen sich auf eine horizontale Dreharmpositionierung ohne zusätzliche Drehung des Stativmotors unter dem TCA. Die ermittelten Verzögerungszeiten für den Richtungswinkel streuen überwiegend im positiven Bereich zwischen 11 ms,  $U_{k=2} = \pm 3$  ms (Bild 7-28, 40 °/s) und 102 ms,  $U_{k=2} = \pm 2$  ms (Bild 7-26, 80 °/s). Alle Verzögerungszeiten sind kleiner als die GRC-Zeit. Die Umkehrpunkte des Richtungswinkels sind an der großen Messunsicherheit der Verzögerungszeit ersichtlich. Bei 80 °/s und drei dargestellten Dreharmrunden kommen vereinzelt negative Verzögerungszeiten vor (Bild 7-26), das bedeutet, dass der Messwert bereits vor der eigentlichen Messung entstanden ist, wobei der TCA bei dieser Geschwindigkeit bereits an die Grenzen seiner Zielverfolgung stößt. Ein Wechsel des Drehsinns des Dreharms bewirkt keine wesentliche Änderung bei der Bestimmung der Verzögerungszeit der Richtungsmessung (Bild 7-28).

Ein anderes Verhalten liegt bei der Bestimmung der Verzögerungszeiten der Streckenmessung vor. Bei 20°/s und 80°/s zeigen sich an wenigen diskreten Dreharmpositionen Verzögerungszeiten im positiven Bereich bis zu 50 ms,  $U_{k=2} = \pm 6$  ms (Bild 7-23) und 48 ms,  $U_{k=2} = \pm 2$  ms (Bild 7-27). An den überwiegenden Dreharmpositionen, vor allem bei 40°/s, wurden negativ streuende Verzögerungszeiten bis zu -180 ms,  $U_{k=2} = \pm 1$  ms bestimmt (Bild 7-27). Eine negative Verzögerungszeit bedeutet, dass der Messwert der Streckenmessung vor der eigentlichen Messanfrage entstanden ist. Bei einem positiven Drehsinn des Dreharms streuen die ermittelten Verzögerungszeiten zwischen 90 ms,  $U_{k=2} = \pm 4$  ms und -147 ms,  $U_{k=2} = \pm 3$  ms (Bild 7-29). In dem Dreharmpositionsbereich zwischen 145° und 175° sind die Verzögerungszeiten nur negativ, aber eine Systematik lässt sich daraus noch nicht ableiten. Während bei allen Messungen die Verzögerungszeit kleiner als die GRC-Zeit war, liegt hier die einzige Ausnahme bei Dreharmposition 108°. Ein Ansatz zur Entstehung der negativen Verzögerungszeiten lässt sich in der Dauer der Streckenmessung vermuten, muss aber in weiteren Untersuchungen verifiziert werden.

Ein Vorteil des Dreharms als Kalibriersystem ist die permanente Rotation, durch die einerseits ein enges Raster an diskreten Messpunkten erfolgen kann und andererseits bei mehreren Dreharmrunden nahe beieinander gelegenen Positionen als quasi Wiederholungsmessungen angesehen werden können. Bild 7-26 und Bild 7-27 zeigen für 80°/s die Verzögerungszeiten des Richtungswinkels und der Streckenmessung über drei Dreharmrunden. Es wird deutlich, dass sowohl die Verzögerungszeiten als auch die GRC-Zeiten auch an nahe beieinander liegenden Positionen streuen. Dieses Verhalten wird die Bestimmung einer Kalibrierfunktion wesentlich erschweren.

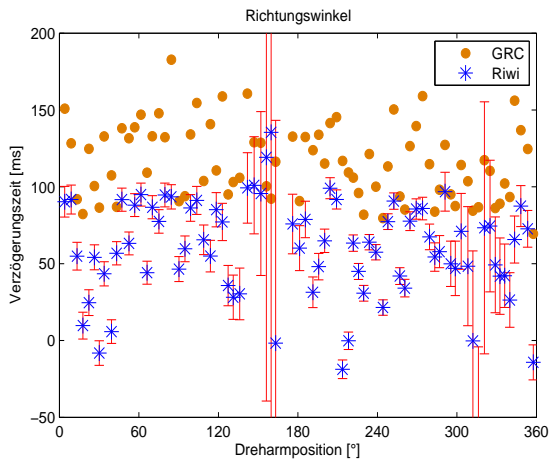


Bild 7-22: horizontal 20°/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Richtungswinkel

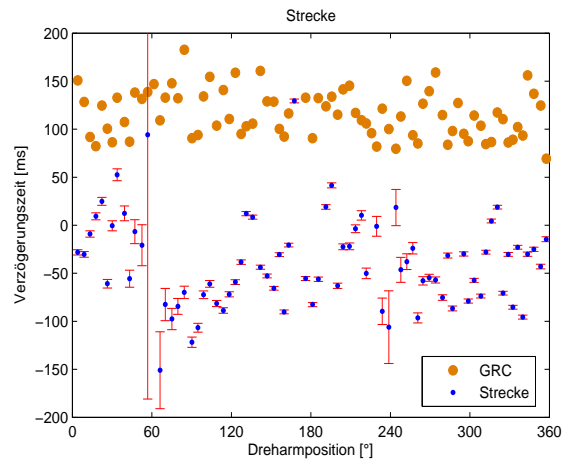


Bild 7-23: horizontal 20°/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Streckenmessung

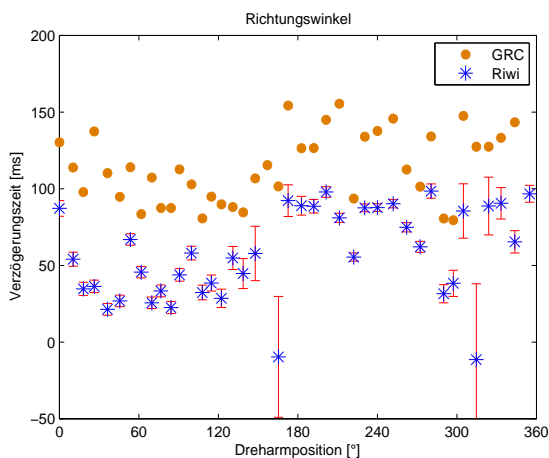


Bild 7-24: horizontal 40°/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Richtungswinkel

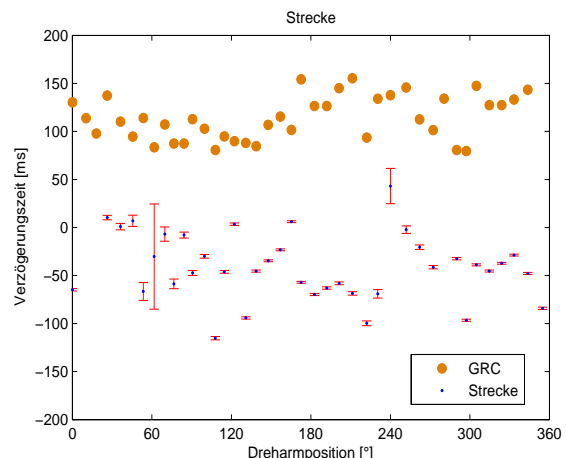


Bild 7-25: horizontal 40°/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Streckenmessung

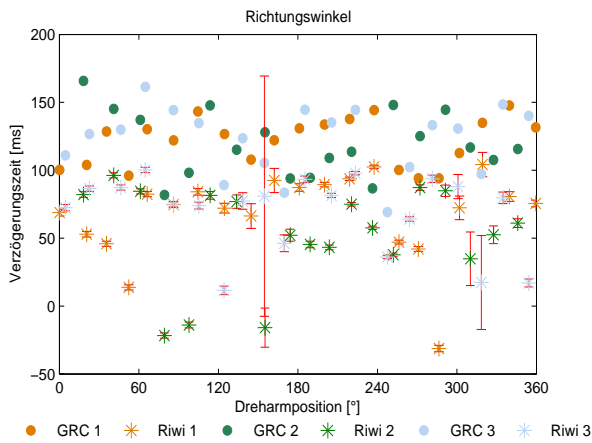


Bild 7-26: horizontal 80 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Richtungswinkel über 3 Dreharmrunden

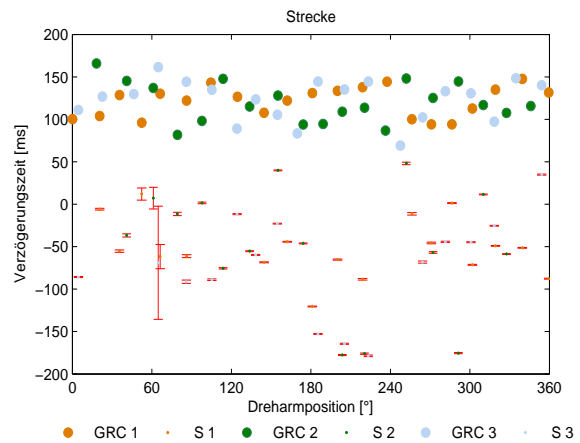


Bild 7-27: horizontal 80 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Streckenmessung über 3 Dreharmrunden

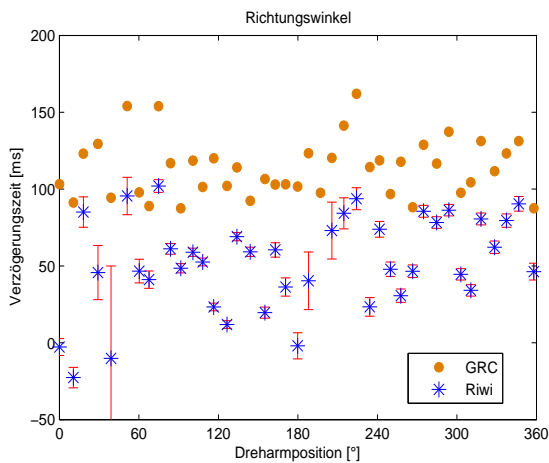


Bild 7-28: horizontal 40 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) Richtungswinkel, positiver Drehsinn

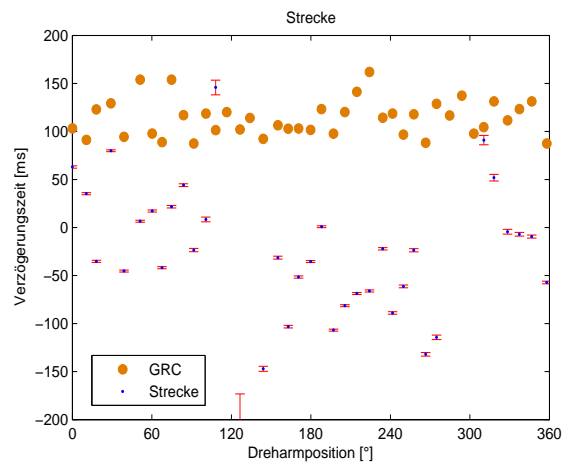


Bild 7-29: horizontal 40°/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Streckenmessung, positiver Drehsinn

Bild 7-30 bis Bild 7-41 beziehen sich auf die Bestimmung der Verzögerungszeiten bei einer vertikalen Dreharmposition, wobei auch hier die zweite Drehung unter dem TCA noch nicht verwendet wurde. Diese Konstellation zwischen Prüfling und Kalibriersystem ermöglicht die Einbeziehung des Zenitwinkels. Die Verzögerungszeiten des Richtungswinkels zeigen, wie zuvor bei der horizontalen Dreharmposition, eine Streuung bis zu 100 ms (Bild 7-30, Bild 7-33, Bild 7-36, Bild 7-39). Die Verzögerungszeiten bleiben überwiegend positiv und sind immer kleiner als die GRC-Zeit. Die Umkehrpunkte der Richtungsmessung zeigen sich wiederum an der großen Messunsicherheit. Die maximale negative Verzögerungszeit liegt bei  $-48$  ms,  $U_{k=2} = \pm 11$  ms und im nahen Bereich des Umkehrpunktes (Bild 7-39). Eine Änderung der Drehrichtung des Dreharms liefert keine deutliche Änderung der Verzögerungszeiten. Beispielsweise zeigt sich in Bild 7-33 bei einem negativen Drehsinn für den Dreharmbereich zwischen  $180^\circ$  und  $210^\circ$  eine von 94 ms auf 12 ms kleiner werdende Verzögerungszeit. Bei einem positiven Drehsinn entspricht dieser Bereich einer Dreharmposition von  $110^\circ$  bis  $140^\circ$  und die berechnete Verzögerungszeit steigt von 102 ms auf 34 ms ab (Bild 7-39).

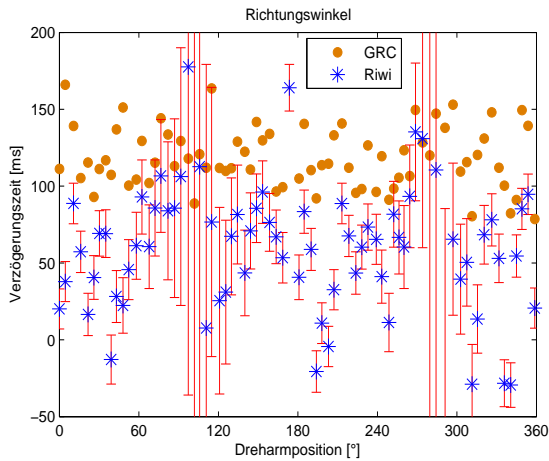


Bild 7-30: vertikal 20 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Richtungswinkel

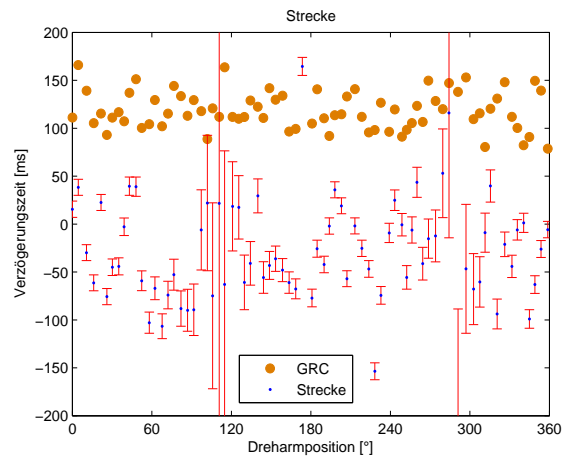


Bild 7-31: vertikal 20 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Streckenmessung

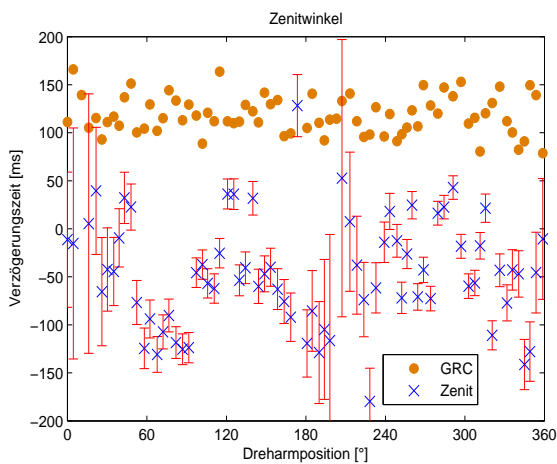


Bild 7-32: vertikal 20 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Zenitwinkel

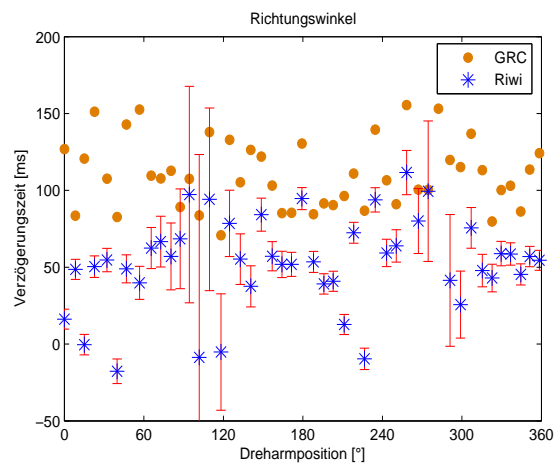


Bild 7-33: vertikal 40 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Richtungswinkel

Die Verzögerungszeiten für die Streckenmessung streuen bei 20°/s überwiegend zwischen 48 ms,  $U_{k=2} = \pm 10$  ms und -106 ms,  $U_{k=2} = \pm 13$  ms (Bild 7-31). Wird die Dreharmwinkelgeschwindigkeit auf 40 °/s erhöht zeichnen sich zwei unterschiedliche Bereiche ab (Bild 7-34). Zwischen 140° und 270° ist die Verzögerungszeit negativ mit -52 ms,  $U_{k=2} = \pm 4$  ms bis -160 ms,  $U_{k=2} = \pm 6$  ms, während im Bereich von 307° bis 87°, bis auf zwei Ausnahmen, die Verzögerungszeiten positive Werte bis maximal 143 ms,  $U_{k=2} = \pm 6$  ms aufweisen, jedoch nicht größer als die GRC-Zeit werden. Diese positiven Verzögerungszeiten deuten auf eine Streckenmessung zwischen der Messanfrage und -antwort hin, während die negative Verzögerungszeit auf eine Streckenmessung vor der eigentlichen Messanfrage hinweist. Auffallend ist, dass diese zwei Bereiche jeweils zwischen den Umkehrpunkten liegen (vgl. Bild 7-21). Wird der Dreharm bei gleicher Winkelgeschwindigkeit im positiven Drehsinn gedreht ist diese Bereichseinteilung nicht mehr vorhanden und die Verzögerungszeiten sind bis auf zwei Werte durchweg negativ bis zu maximal -121 ms,  $U_{k=2} = \pm 4$  ms (Bild 7-40). Eine weitere Erhöhung der Dreharmwinkelgeschwindigkeit auf 60 °/s weist wie zuvor überwiegend negativ streuende Verzögerungszeiten bis zu -180 ms,  $U_{k=2} = \pm 3$  ms auf (Bild 7-37).

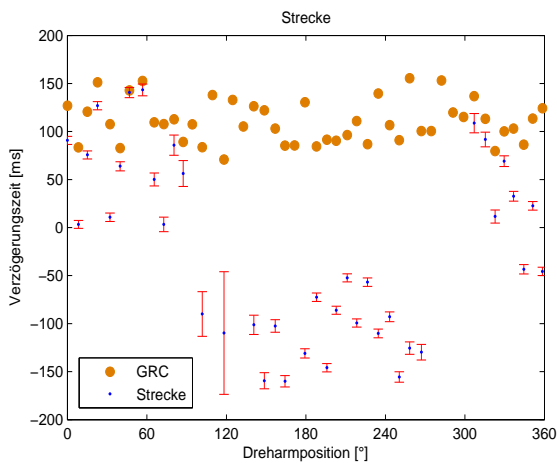


Bild 7-34: vertikal 40 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Streckenmessung

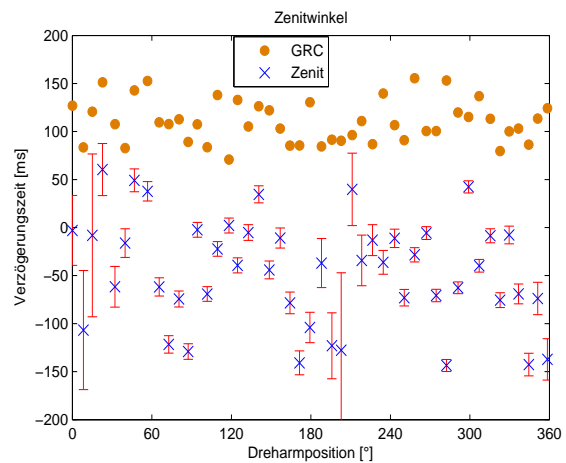


Bild 7-35: vertikal 40 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Zenitwinkel

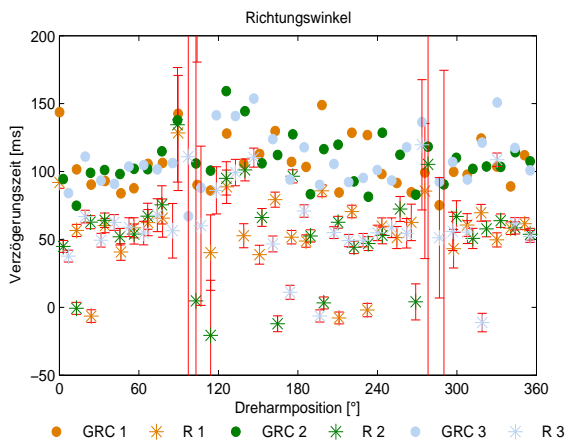


Bild 7-36: vertikal 60 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Richtungswinkel über 3 Dreharmrunden

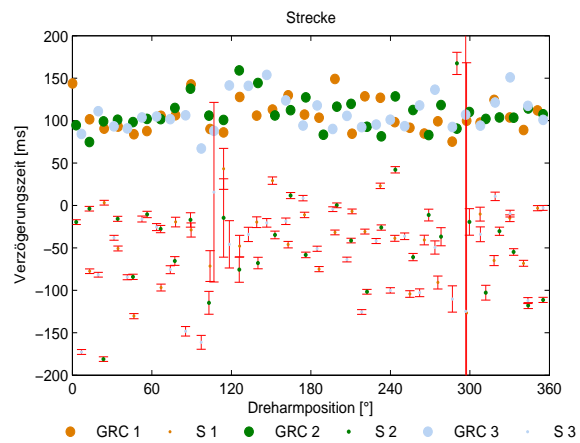


Bild 7-37: vertikal 60 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Streckenmessung über 3 Dreharmrunden

Ein etwas unerwartetes Ergebnis weisen die Verzögerungszeiten des Zenitwinkels bei allen Dreharmwinkelgeschwindigkeiten im negativen sowie im positiven Drehsinn auf. Erwartungsgemäß sollten die Verzögerungszeiten des Zenitwinkels in einer ähnlichen Größenordnung wie die Verzögerungszeiten des Richtungswinkels sein. Die Streuung der vorwiegend negativen Verzögerungszeiten des Zenitwinkels zeigen jedoch Ähnlichkeit zu den Verzögerungszeiten der Streckenmessung, beispielsweise bei 20 °/s im Dreharmbereich von 60° bis 90° (Bild 7-31 und Bild 7-32). Dieses Verhalten legt die Vermutung nahe, dass der Zenitwinkel zum Zeitpunkt der Streckenmessung fixiert wurde, obwohl die Einstellung am Robottachymeter als mitlaufender Zenitwinkel gewählt wurde. Dies macht deutlich, dass hier eine genauere Analyse zwischen Befehlsstruktur und Instrumenteneinstellung erfolgen muss.

Bild 7-36 bis Bild 7-38 stellen die Verzögerungszeiten der polaren Messgrößen bei 60 °/s über drei Dreharmumläufe dar. Wie zuvor bei der horizontalen Dreharmposition zeigt sich, dass bei nahe beieinander liegenden Dreharmpositionen sowohl die Verzögerungszeiten als auch die GRC-Zeiten variieren. Somit wird ein Rückschluss zwischen Dreharmposition und Verzögerungszeit erschwert.

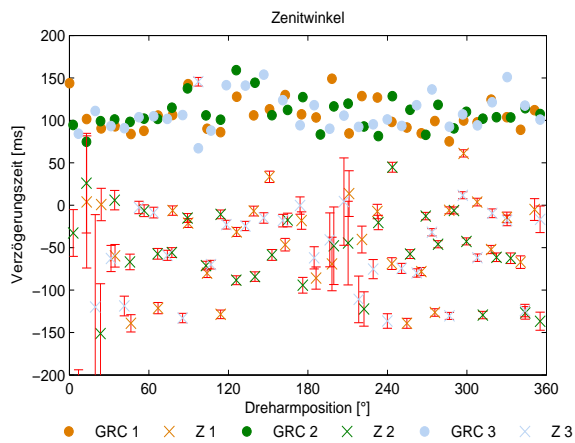


Bild 7-38: vertikal 60 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) Zenitwinkel, über 3 Dreharmrunden

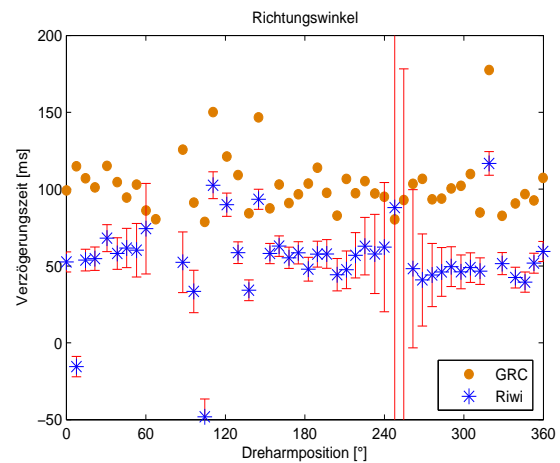


Bild 7-39: vertikal 40 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Richtungswinkel, positiver Drehsinn

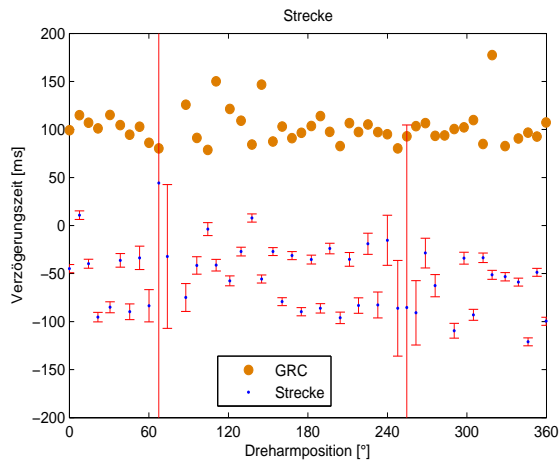


Bild 7-40: vertikal 60 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ) Streckenmessung, positiver Drehsinn

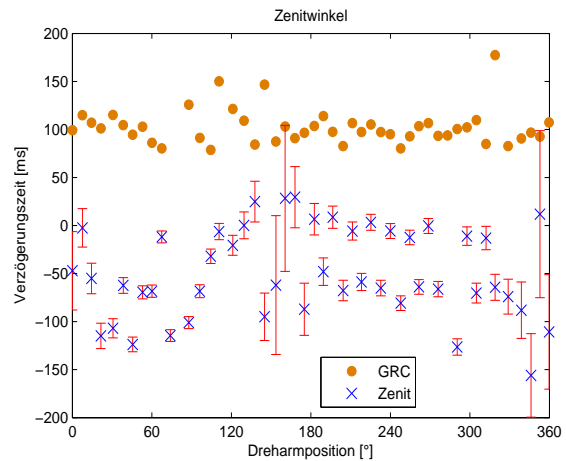


Bild 7-41: vertikal 40 °/s, Verzögerungszeit mit Messunsicherheit ( $k = 2$ ), Zenitwinkel, positiver Drehsinn

Im Folgenden werden einige Ergebnisse aus den Messungen der Kombination zweier Drehungen vorgestellt. Bei einer horizontalen Dreharmposition mit einer Dreharmwinkelgeschwindigkeit von 35 °/s im negativen Drehsinn und einer Drehung des DT-3P von 10 °/s ebenfalls im negativen Drehsinn entsteht eine Trajektorie mit geradlinigen Anteilen wie in Kapitel 4.6.2 vorgestellt. In Bild 7-42 und Bild 7-43 sind die Solltrajektorie und die Abweichungen (10-fach überhöht) zur Ist-Position für Runde 1 und Runde 2 dargestellt. Eine Runde bezieht sich hierbei auf den Richtungswinkel, das heißt auf den Bereich von 0 bis 400 gon. Die gesamte Trajektorie besteht aus 7 Dreharmrunden, wobei jeder geradlinige Anteil in etwa einer Dreharmrunde entspricht. Die Startposition in Runde 1 entspricht dem Zeitpunkt, zu dem eine konstante Dreharmwinkelgeschwindigkeit erreicht ist. In dieser Konstellation kann der TCA den Reflektor problemlos verfolgen.

Bild 7-44 und Bild 7-45 zeigen die Verzögerungszeiten des Richtungswinkels für die jeweilige Runde. Die Verzögerungszeiten streuen zwischen -30 ms,  $U_{k=2} = \pm 3$  ms und 100 ms,  $U_{k=2} = \pm 5$  ms und sind jeweils kleiner als die GRC-Zeit. Die negativen Verzögerungszeiten deuten auf einen nicht aktuell entstandenen Richtungswinkel hin und treten im Vergleich zu dem eingeschränkten Richtungswinkelbereich bei der alleinigen Drehung des Dreharms wesentlich häufiger auf (vgl. Bild 7-24, 40 °/s). Die Verzögerungszeiten für die Streckenmessung (Bild 7-46, Bild 7-47) zeigen über beide Runden eine Streuung im Bereich von



überwiegend -125 ms,  $U_{k=2} = \pm 2$  ms bis 61 ms,  $U_{k=2} = \pm 1$  ms. Auffallend ist, dass hier wesentlich mehr positive Verzögerungszeiten auftreten gegenüber dem eingeschränkten Richtungswinkelbereich (vgl. Bild 7-25). Ein Zusammenhang zwischen den ermittelten Verzögerungszeiten an den jeweiligen diskreten Messpositionen und der Richtungswinkelposition lässt sich aus den bisherigen Daten noch nicht ermitteln und muss durch weitere Messungen verifiziert werden. Generell liefert die aus den kombinierten Drehungen entstandene Trajektorie aber eine gute Grundlage.

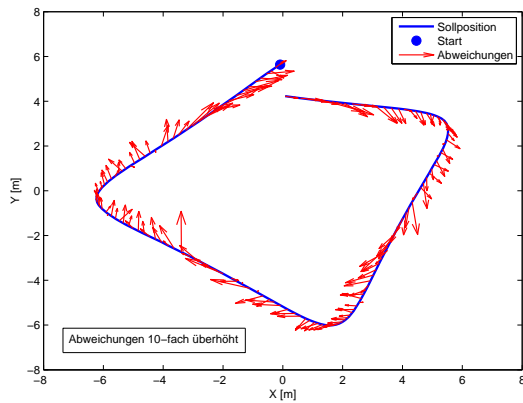


Bild 7-42: horizontal: Trajektorie DT-2P 35 °/s und DT-3P 10 °/s, Runde 1, Abweichungen in der X-Y Ebene zur Solltrajektorie

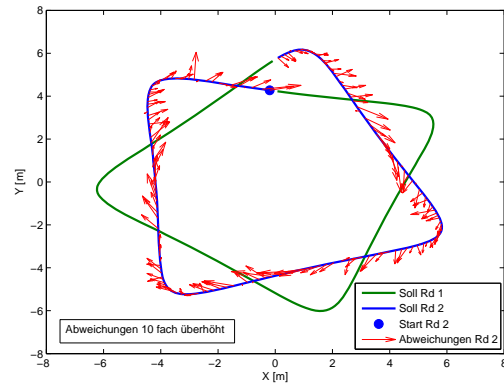


Bild 7-43: horizontal: Trajektorie DT-2P 35 °/s und DT-3P 10 °/s, Runde 2, Abweichungen in der X-Y Ebene zur Solltrajektorie

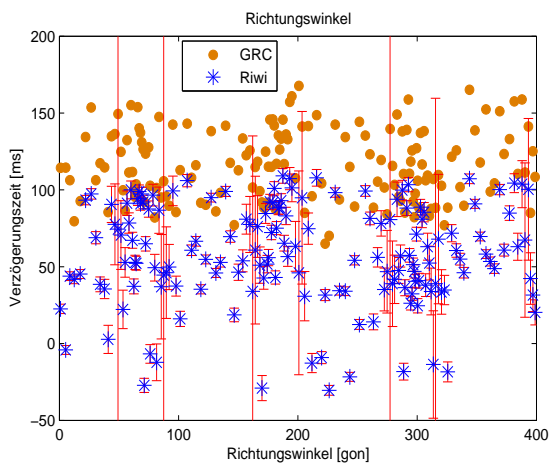


Bild 7-44: horizontal: Trajektorie DT-2P 35 °/s und DT-3P 10 °/s, Runde 1, Verzögerungszeit Richtungswinkel mit Messunsicherheit (k = 2)

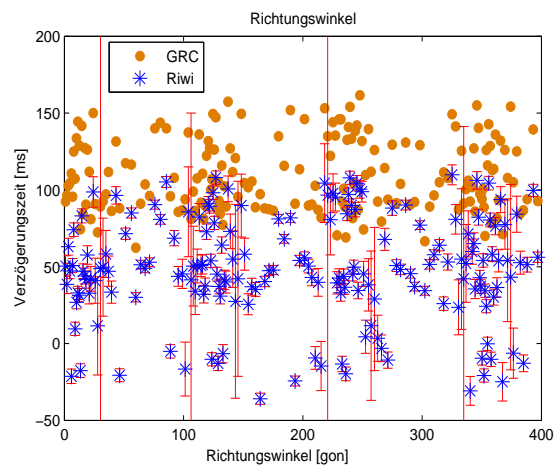


Bild 7-45: horizontal: Trajektorie DT-2P 35 °/s und DT-3P 10 °/s, Runde 2, Verzögerungszeit Richtungswinkel mit Messunsicherheit (k = 2)

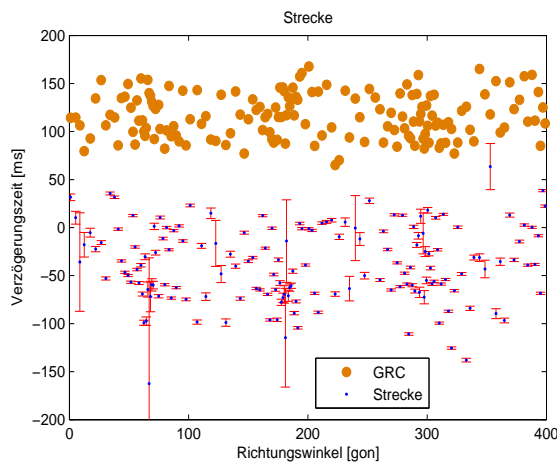


Bild 7-46: horizontal: Trajektorie DT-2P 35 °/s und DT-3P 10 °/s, Runde 1, Verzögerungszeit Strecke mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

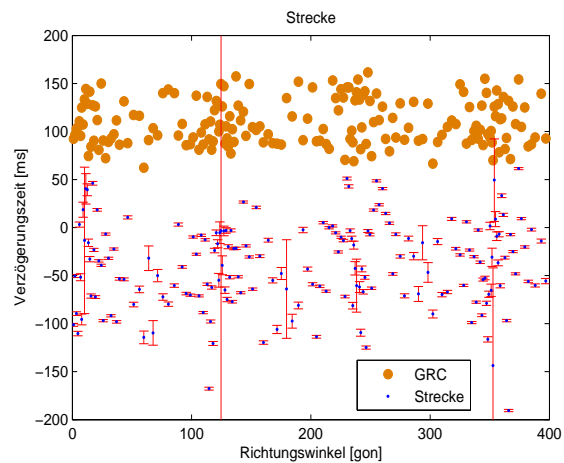


Bild 7-47: horizontal: Trajektorie DT-2P 35 °/s und DT-3P 10 °/s, Runde 2, Verzögerungszeit Strecke mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

Eine für das Robottachymeter anspruchsvollere Trajektorie entsteht wenn sich der Dreharm in einer vertikalen Position befindet und eine helix ähnliche Trajektorie, wie in Kapitel 4.6.1 vorgestellt, entsteht. Der Dreharm bewegt sich dabei mit 40 °/s im negativen Drehsinn und der Drehmotor DT-3P dreht sich mit 30 °/s im positiven Drehsinn. Bild 7-47 und Bild 7-48 stellen die Soll- und Ist-Trajektorie für beide Richtungswinkel Runden dar. Es lässt sich erkennen, dass das Robottachymeter zwar folgen kann, aber die Abweichungen teils doch recht groß sind und bis zu 30 cm in der X/Y-Ebene annehmen können.

Die Verzögerungszeiten des Richtungswinkels streuen, bis auf drei Ausnahmen, im Bereich von 24 ms,  $U_{k=2} = \pm 9$  ms bis 110 ms,  $U_{k=2} = \pm 7$  ms und sind kleiner als die ebenfalls streuende GRC-Zeit (Bild 7-50 und Bild 7-51). Auffallend ist, dass bei dieser Trajektorie so gut wie keine negativen Verzögerungszeiten über den gesamten Richtungswinkelbereich vorkommen und folglich alle Richtungswinkel dem Messzeitraum zugeordnet werden können. Die Umkehrpunkte des Richtungswinkels sind an Hand der großen Messunsicherheit erkennbar.

Für die Streckenmessung scheint die vorgegebene Trajektorie problematisch zu sein. Es entstehen in beiden Runden Verzögerungszeit bis zu  $\pm 400$  ms und somit erstmals auch Verzögerungszeiten die größer als die maximale GRC-Zeit von 170 ms sind (Bild 7-52, Bild 7-53). Eine Verzögerungszeit größer als die GRC-Zeit bedeutet, dass der Messwert quasi vorbestimmt ist, was nicht sein sollte. Auffallend ist, dass es zwei Bereiche gibt, Runde 1 bei 200 gon bis 270 gon und Runde 2 bei 80° gon bis 160 gon, in denen die Verzögerungszeit der Streckenmessung sich so verhält wie es eigentlich erwartet werden könnte, nämlich größer Null und kleiner als GRC. Insgesamt betrachtet scheint hier eine Systematik vorzuliegen, die noch weiter verifiziert werden muss.

Die Verzögerungszeiten für den Zenitwinkel korrelieren in dieser Kombination von Drehungen nicht mit den Verzögerungszeiten der Streckenmessung. Bild 7-54 und Bild 7-55 zeigt für beide Runden eine streuende Verzögerungszeit von -180 ms,  $U_{k=2} = \pm 6$  ms bis 56 ms,  $U_{k=2} = \pm 8$  ms. Eine annähernde Systematik lässt sich bei Abständen von ungefähr 30 gon erkennen, wenn die Verzögerungszeiten vom Negativen ins Positive steigen. Um diese angedeutete Systematik zu bestätigen bzw. zuzuordnen, müssen auch hier weitere Untersuchungen folgen.

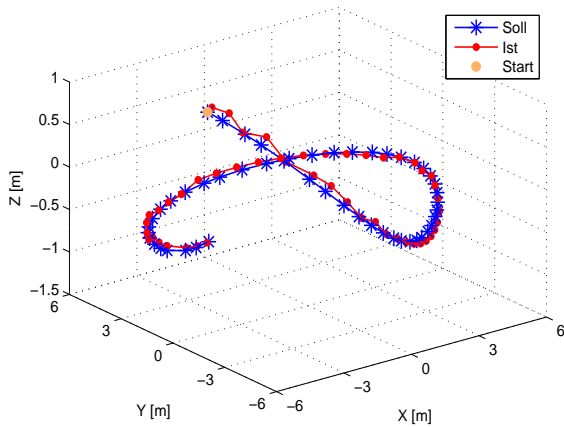


Bild 7-48: vertikal, Trajektorie DT-2P 40 °/s und DT-3P 30°/s, Runde 1, Soll- und Ist-Trajektorie

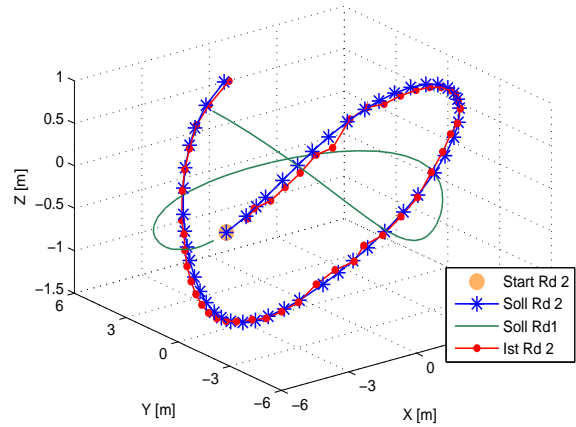


Bild 7-49: vertikal: Trajektorie DT-2P 40 °/s und DT-3P 30°/s, Runde 2, Soll- und Ist-Trajektorie

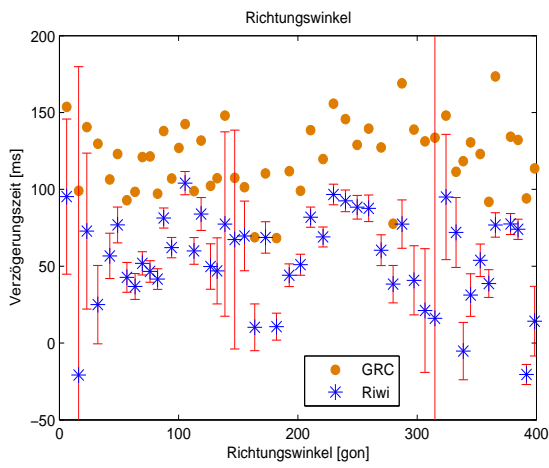


Bild 7-50: vertikal, Trajektorie DT-2P 40 °/s und DT-3P 30 °/s, Runde 1, Richtungswinkel mit Messunsicherheit (k = 2)

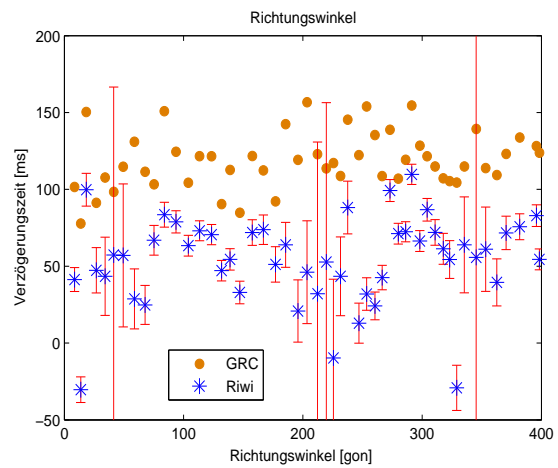


Bild 7-51: vertikal: Trajektorie DT-2P 40 °/s und DT-3P 30 °/s, Runde 2, Richtungswinkel mit Messunsicherheit (k = 2)

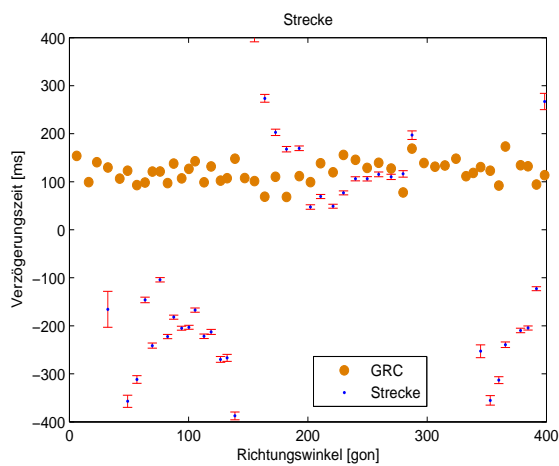


Bild 7-52: vertikal, Trajektorie DT-2P 40 °/s und DT-3P 30 °/s, Runde 1, Streckenmessung mit Messunsicherheit (k = 2)

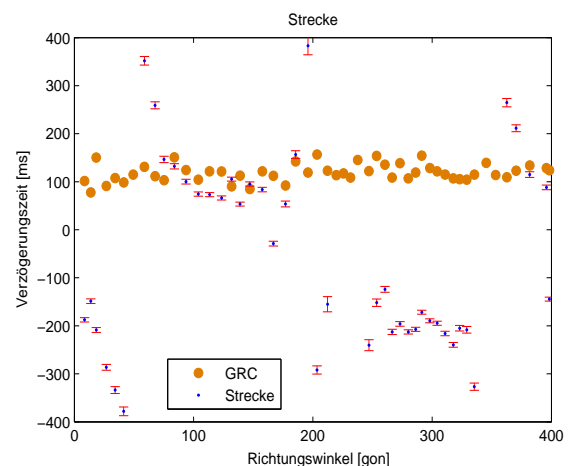


Bild 7-53: vertikal: Trajektorie DT-2P 40 °/s und DT-3P 30 °/s, Runde 2, Streckenmessung mit Messunsicherheit (k = 2)

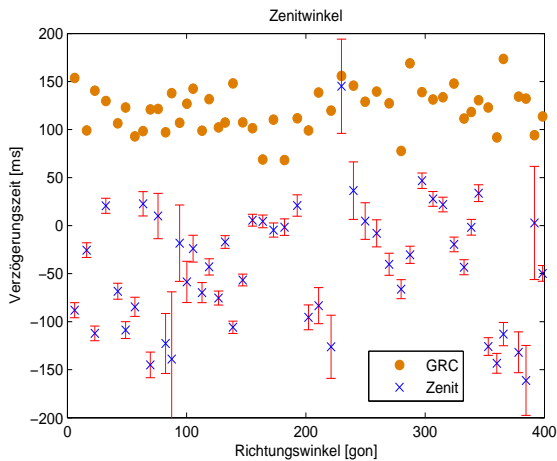


Bild 7-54: vertikal, Trajektorie DT-2P 40 %s und DT-3P 30 %s, Runde 1, Zenitwinkel mit Messunsicherheit (k = 2)

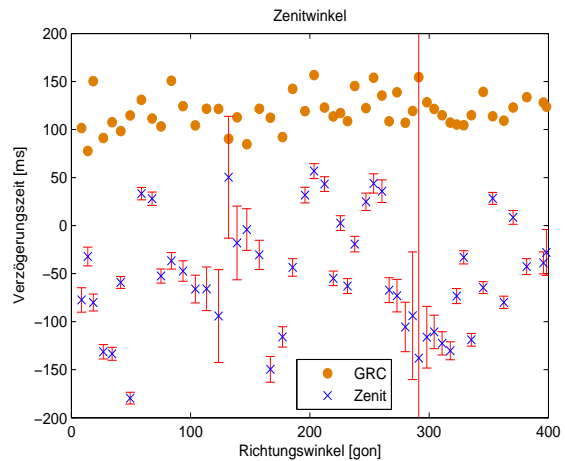


Bild 7-55: vertikal: Trajektorie DT-2P 40 %s und DT-3P 30 %s, Runde 2, Zenitwinkel mit Messunsicherheit (k = 2)

Mit einer weiteren Kombination aus zwei Drehungen – Dreharm und Stativmotor – kann eine annähernde Kreistrajektorie erzeugt werden, die bei einer gleichen Winkelgeschwindigkeit von 30 %s und einem negativen Drehsinn für den Dreharm und positiven Drehsinn für den Stativmotor entsteht. Bild 7-56 zeigt die Soll- und Ist-Trajektorie aus dieser Kombination, in der Abweichungen in der X/Y-Ebene bis maximal ±30 cm auftreten können. Eine Zielverfolgung ist jedoch insgesamt unproblematisch gewesen.

Die berechneten Verzögerungszeiten der polaren Messgrößen zeigen eine – inzwischen bekannte – Größenordnung. Die Verzögerungszeiten des Richtungswinkels liegen zwischen -40 ms und 100 ms (Bild 7-57) und die Verzögerungszeiten der Streckenmessung zwischen -160 ms und 42 ms (Bild 7-58). Für die Verzögerungszeiten des Zenitwinkels, zwischen -125 ms und 100 ms, zeigt sich wiederum ein systematisches Verhalten, bei dem etwa alle 40 gon eine ins positive steigende Verzögerungszeit zu beobachten ist (Bild 7-59).

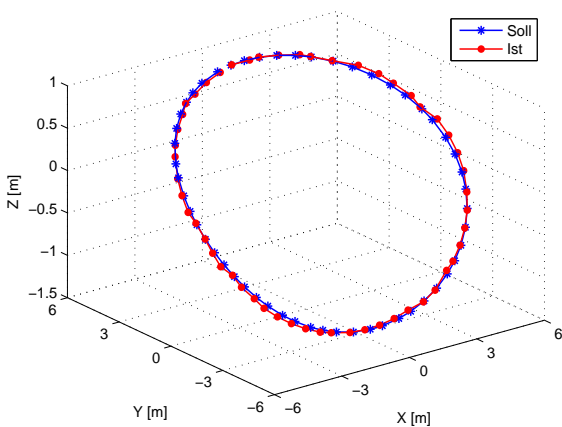


Bild 7-56: vertikal, Trajektorie DT-2P 30 %s und DT-3P 30 %s, Runde 1, Soll- und Ist-Trajektorie

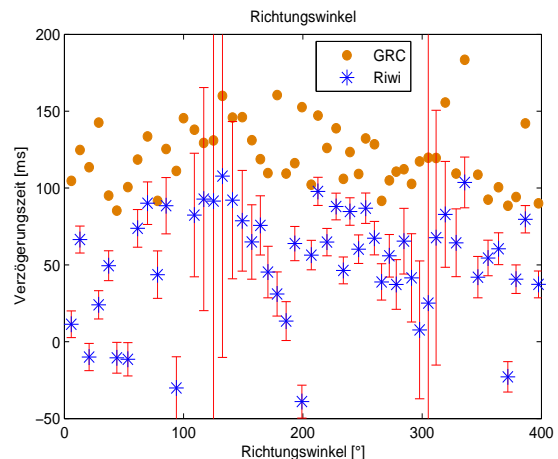


Bild 7-57: vertikal: Trajektorie DT-2P 30 %s und DT-3P 30 %s, Runde 1, Richtungswinkel mit Messunsicherheit (k = 2)

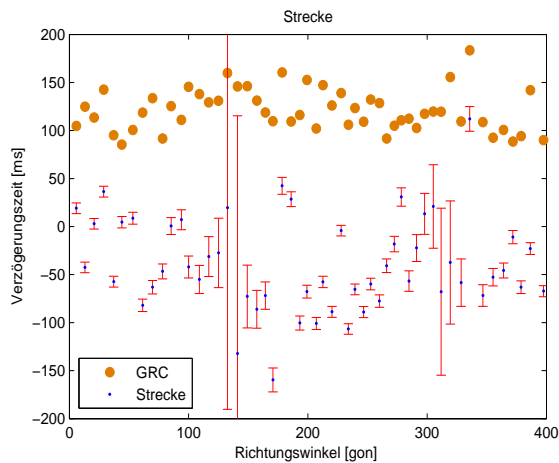


Bild 7-58: vertikal, Trajektorie DT-2P 30 °/s und DT-3P 30 °/s, Runde 1, Streckenmessung mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

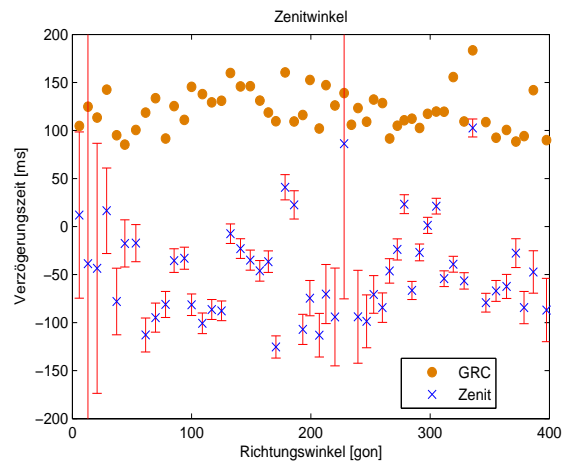


Bild 7-59: vertikal: Trajektorie DT-2P 30 °/s und DT-3P 30 °/s, Runde 2, Zenitwinkel mit Messunsicherheit ( $k = 2$ )

### 7.2.3 Fazit

Die hohe Genauigkeit des Kalibriersystems hat sich in den Messungen mit dem Lasertracker bestätigt, so dass die Anforderungen für den Einsatz eines Robottachymeters ohne weiteres erfüllt werden. Das bedeutet auch, dass die Ergebnisse aus den Messungen mit dem Robottachymeter nicht auf eine Ursache durch das Kalibriersystem zurückgeführt werden müssen.

Diese ersten exemplarischen Messungen haben gezeigt, dass mit dem zeitreferenzierten Kalibriersystem an diskreten Positionen unterschiedlicher Trajektorien Verzögerungszeiten der polaren Messgrößen des Robttachymeters bestimmt werden können. Der Fokus dieser Messungen lag darin, unterschiedliche Dreharmwinkelgeschwindigkeiten und die Möglichkeiten der Kombination zweier Drehungen zu testen. Durch die statische Referenzmessung und die jeweiligen Dreharmwinkelgeschwindigkeit wird jeder ermittelten Verzögerungszeit eine Messunsicherheit zugeordnet, an Hand derer über eine Gültigkeit der aus dem polaren Modell berechneten Verzögerungszeit entschieden wird. Die zeitliche Referenzierung ermöglicht eine diskrete Betrachtungsweise jeweils auf den Bezugszeitpunkt der Messanfrage, wodurch erstmals die Möglichkeit besteht festzustellen, dass ein Messwert vor der eigentlichen Messanfrage entstanden ist.

Die erreichten Ergebnisse zeigen, dass sowohl das Kalibriersystem mit der kombinierten Drehung, als auch das polare Modell geeignet sind, Verzögerungszeiten zu jedem diskreten Zeitpunkt zu bestimmen. In Bezug auf die Verzögerungszeiten selbst weisen diese ein deutlich streuendes Ergebnis auf und zeigen kaum Systematiken. Während der Richtungswinkel meistens einen Wert innerhalb des jeweiligen Messvorgangs aufweist, zeigt sich für die Streckenmessung, dass hier Messwerte vorliegen, die auf den Zeitpunkt vor Beginn der Messung zurückzuführen sind. Ein unerwartetes Ergebnis lieferte der Messwert des Zenitwinkels, wobei hier die Ursache in einer Diskrepanz zwischen Ansteuerungssoftware und dem internen Messmodus liegen könnte.

Die folgenden Arbeiten werden sich mit der Entstehung der Verzögerungszeit und einem möglichen Kalibrieransatz beschäftigen müssen. Die Streuung der Verzögerungszeiten und die wenigen systematischen Anhaltspunkte werden die Bestimmung einer Kalibrierfunktion für Instrumente mit der untersuchten Bauweise jedoch erschweren. Andererseits haben die kombinierten Drehungen gezeigt, dass hier noch weiteres Potential für definierte Trajektorien vorhanden ist, die dann explizit Zusammenhänge klären können. Für diese folgenden Arbeiten liefert das Kalibriersystem, die Erweiterung durch die zweite Drehung und die polare Modellbildung eine gute Grundlage.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der vorliegenden Arbeit war es, ein zeitreferenziertes 4-D-Kalibriersystem für kinematische optische Messsysteme zu entwickeln. Dabei sollte zum einen ein System entwickelt werden, das eine raumzeitliche Position mit hoher Genauigkeit vorgibt und zum anderen sollten geeignete Modelle entstehen, die in der Lage sind, jedem einzelnen Messwert der Messgröße eines Messsystems eine Verzögerungszeit zuzuweisen. Die Diskretisierung der Soll-Trajektorie liefert für jeden Messpunkt Verzögerungszeiten, anhand derer systematische Effekte untersucht werden können, die sowohl durch die Form der Trajektorie als auch in der Funktionsweise und dem Zusammenwirken der Systemkomponenten des Prüflings begründet sein können.

Aus dem Bereich der optischen Messsysteme wurden in der Arbeit vier Systeme, die auf drei Messprinzipien basieren vorgestellt: für das polare Prinzip der Lasertracker und das Robottachymeter, für den 3-D-Vorwärtsschnitt das iGPS und der LaserTracer für das Prinzip des 3-D-Bogenschlags. Der Fokus lag hierbei auf dem kinematischen Einsatz der Messsysteme und den Genauigkeitsanforderungen an das zu entwickelnde Kalibriersystem. Die höchsten Anforderungen an die Positionierung und zeitliche Referenzierung stellt der LaserTracer mit  $\pm 0.1 \mu\text{m}$  ( $2\sigma$ ) und  $0.2 \mu\text{s}$ . Die höchste geforderte Dreharmgeschwindigkeit liegt bei  $6 \text{ m/s}$  und wird durch den Lasertracker vorgegeben.

Es wurde aufgezeigt, dass eine raumzeitliche Referenzierung nur auf der Basis von Echtzeitsystemen erfolgen kann, da nur diese einen zeitlichen Determinismus aufweisen. In Anpassung an das jeweilige Messsystem wurden zwei technische Realisierungen der zeitlichen Referenzierung – unabhängiges Trigger-signal und serielle Schnittstelle – vorgestellt. Maßgebend für die Zuordnung von Verzögerungszeiten ist eine eindeutige Referenz, wie der Zeitpunkt der Messanfrage, da dieser den Zeitpunkt bildet, für den ein Messergebnis erwartet wird.

Die Basis des entwickelten Kalibriersystems bildet ein schwenkbarer Dreharm, der durch einen rotativen Direktantrieb positioniert wird. Der Direktantrieb wiederum ist in ein Antriebssystem eingebunden, dessen Kernstück ein echtzeitfähiger Servo-Motion-Controller (PMAC) bildet. Für die zeitliche Referenzierung über eine serielle Schnittstelle wurden zusätzlich ein echtzeitfähiges FPGA-Modul und ein Pegelwandler eingesetzt. Die Auflösung der zeitlichen Referenzierung richtet sich nach den Anforderungen der Prüflinge und wurde zum jetzigen Zeitpunkt auf  $1 \mu\text{s}$  beschränkt. Die Messunsicherheit der zeitlichen Referenzierung setzt sich aus den einzelnen Modulen zusammen, wobei der PMAC den größten Einfluss liefert und ergibt sich zu  $U_{k=2} = \pm 0.1 \mu\text{s}$ .

Um bei polaren Messsystemen den durch den Dreharm beschränkten Richtungswinkelbereich zu erweitern, wurde das Kalibriersystem um einen weiteren Drehmotor, der auf einem stabilen Stativ befestigt ist und über eine Aufnahme für ein Messsystem verfügt, ergänzt. Durch die Drehung des Motors wird der aufmontierte Prüfling zu einer gegenläufigen Drehung veranlasst, während er gleichzeitig das Ziel am Dreharm verfolgt. Für beide Drehmotoren musste vor Inbetriebnahme eine Kalibrierfunktion für die Positionierung ermittelt werden. Dazu wurde das Rosettenverfahren der Winkelkalibrierung, durch das "Verfahren der eingehängten Messreihe" erweitert. Nach Anbringung einer geeigneten Kalibrierfunktion konnten Messunsicherheiten in der Positionierung von  $U_{k=2} = \pm 4.2''$  für den Dreharmmotor und  $U_{k=2} = \pm 2.6''$  für den Stativmotor erreicht werden. Aufgrund des flexibel gehaltenen Dreharmaufbaus und der verwendeten Materialien wurde eine Biegungsfunktion in Abhängigkeit der Dreharmstellung bestimmt. Beim Einsatz der zweiten Rotation durch den Stativmotor zeigte sich, dass hierbei aufgrund des Planlaufs des Motors und der Prüflingaufnahme eine Korrekturfunktion für den Zenitwinkel des Prüflings angebracht werden musste.

Die in dieser Arbeit entwickelten Modelle zur Bestimmung von Verzögerungszeiten nutzen die Quaternionen-Algebra. Es hat sich dabei gezeigt, dass Quaternionen besonders geeignet sind, eine Verzögerungszeit zu bestimmen. Eine räumliche Rotation wird bei Quaternionen durch einen einzigen Drehwinkel um eine Rotationsachse beschrieben, während bei der bekannteren Euler-Rotation je ein Drehwinkel pro Koordinatenachse erforderlich ist. Da die vorgegebenen Trajektorien aus Rotationen entstehen, enthält die gesuchte Verzögerungszeit für jede diskrete Position einen zunächst unbekanntem Drehwinkel. Dieser wird durch Quaternionen ausgedrückt. Die Verzögerungszeit ist dann aus der bekannten Dreharmwinkelgeschwindigkeit und dem Drehwinkel ableitbar. Für jedes in der Arbeit vorgestellte Messprinzip eines Messsystems wurde ein spezielles Modell entwickelt. Der Grundgedanke der

Modellbildung basiert auf der Tatsache, dass jeder zu einem bestimmten Zeitpunkt gemessenen Messgröße eines Prüflings eine eindeutige Position am Dreharm zugeordnet werden kann. Alle Modelle wurden so konzipiert, dass sie als einzige Unbekannte denjenigen Drehwinkel – ausgedrückt über Dreharmwinkelgeschwindigkeit und Verzögerungszeit – des Dreharms enthalten, an dessen Stelle der Messwert einer Messgröße zeitgleich bestimmt wurde. Die numerische Bestimmung dieser Drehwinkel erfolgt über das Newton-Verfahren, wobei der benötigte Startwert durch die Referenz – dem Zeitpunkt der Messanfrage – geliefert wird. Die Messunsicherheit der bestimmten Verzögerungszeit ist abhängig von der gewählten Dreharmwinkelgeschwindigkeit und der Konstellation zwischen Prüfling und Dreharm sowie der in einem statischen Systemübergang ermittelten Standardunsicherheit der einzelnen Messgrößen. In einer Simulation kann bereits vorab die zu erwartende Messunsicherheit für jede einzelne diskrete Dreharmposition ermittelt werden.

Anhand der in dieser Arbeit exemplarisch vorgestellten Ergebnisse der Kalibrierung konnte aufgezeigt werden, dass durch die zeitliche Referenzierung und mit Hilfe des polaren Modells zu jedem einzelnen Messwert einer Messgröße eine Verzögerungszeit mit zugehöriger Messunsicherheit bestimmt werden konnte. Anhand der Messunsicherheiten konnten jeweils die Positionen am Dreharm ausgeschlossen werden, die für die Bestimmung der Verzögerungszeit auf Grund einer zu großen Messunsicherheit ungeeignet sind. Die Messungen mit dem Lasertracker bestätigen einerseits die hohe Qualität des Kalibriersystems und andererseits konnte aufgrund der erreichbaren hohen Umlaufgeschwindigkeiten des Dreharmsystems gezeigt werden, dass auch bei einem Lasertracker Verzögerungszeiten vorhanden sind, die jedoch unterhalb der Messrate des Lasertrackers liegen. Erste Interpretationen der Ergebnisse deuten auf einen Zusammenhang zwischen dem Bewegungsverhalten des Lasertrackerkopfes bzw. Spiegels im Kopf des Lasertrackers das ein Nachregeln auf den PSD verursacht und der ermittelten Verzögerungszeit. Ein etwas anderes Ergebnis präsentieren die ermittelten Verzögerungszeiten mit den zugehörigen Messunsicherheiten für das Robottachymeter, indem diese durchweg eine große Streuung aufweisen. Die Verzögerungszeiten für die Streckenmessungen zeigen überwiegend negative Werte auf, die darauf hindeuten, dass der Zeitpunkt der Messwertentstehung vor dem eigentlichen Messanfragezeitpunkt liegt. Ein solches Ergebnis kann nur mittels Zeitreferenzierung ermittelt werden.

Das zeitreferenzierte 4-D-Kalibriersystem mit den entsprechenden Modellen liefert eine gute Basis, um Verzögerungszeiten im Bereich weniger  $\mu\text{s}$  mit einer hohen Genauigkeit zu bestimmen. Die Messungen mit dem Lasertracker haben gezeigt, dass der größte Unsicherheitsbeitrag die Stabilität des Dreharms bildet, obwohl diese bereits im  $\mu\text{m}$ -Bereich liegt. Um hier weitere Verbesserungen zu erreichen, müsste entweder der Rotor des Dreharms anhand der bisher erlangten Erkenntnisse neu konzipiert werden oder die Anbringung von Korrekturfunktionen erweitert werden. Dabei ergibt sich jedoch das Problem, dass der Lasertracker einerseits – als derzeit genauestes kinematisches Messsystem – für die Bestimmung solcher Korrekturfunktionen geeignet wäre, andererseits der Lasertracker selbst Verzögerungszeiten aufweist, die durch das Kalibriersystem ermittelt werden sollen. Es werden folglich Messungen benötigt, die Korrekturfunktionen für das Kalibriersystem liefern können, ohne dass das Messsystem selbst zum Prüfling wird. Eine weitere Möglichkeit wäre eine Modellierung in Hinblick auf eine Simultankalibrierung zu entwickeln, wobei hier die Problematik in den variierenden Verzögerungszeiten an den diskreten Positionen liegen wird.

Auch im Bereich der Zeitreferenzierung sind weitere Verbesserungen zu erzielen. Die Auflösung der zeitlichen Referenzierung wurde momentan auf  $1 \mu\text{s}$  beschränkt. Änderungen im Auslesen der Register des Servo-Motion-Controllers, die jedoch sehr aufwändig wären, können hier Steigerungen um eine Zehnerpotenz liefern. Bei den jetzigen Messsystemen ist vorhandene Auflösung jedoch erstmal als ausreichend zu erachten.

Im Hinblick auf die Analyse der exemplarischen Prüflingsergebnisse müssen hier weitere Untersuchungen angestrebt werden, die sich mit den Ursachen und Zusammenhängen bei der Entstehung von Verzögerungszeiten befassen, so dass mit den Ergebnissen aus einer 4-D-Kalibrierung detailliertere, Ursachen bezogene und damit qualitativ hochwertigere Kalibrierfunktionen angegeben werden können.

## 9 Literaturverzeichnis

- ArcSecond (2002): Constellation 3D-I - Error budget and specifications. White paper 063102, ArcSecond, Inc. Dulles, VA, USA.
- ArcSecond (2005): iGPS, Workspace Advanced Metrology Edition, Benutzerhandbuch Version 6.0
- Bayer G (1997): Dynamic Aspects of the TCA1800 Automatic Total Station. In: A Gruen, H Kahmen (Hrsg.): Optical 3-D Measurement Techniques IV, Wichmann Verlag, Karlsruhe
- Brunner F K, Woschitz H (2001): Kalibrierung von Messsystemen: Grundlagen und Beispiele In: Heister H, Staiger R (Hrsg) Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Schriftenreihe des DVW Band 42 S 70-90
- Dankert J, H Dankert (2006): Technische Mechanik – Statik, Festigkeitslehre, Kinematik/Kinetik. 4. Auflage B.G. Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden
- Dam E B, M Koch, M Lillholm (1998): Quaternions, Interpolation and Animation. Department of Computer Science, University of Copenhagen, Technical Report DIKU-TR-98/5
- Delta TAU (2003): PMAC Panel User Manual, Delta TAU Data Systems Inc.
- Depenthal C (2004a): Stativbewegungen bei der Verwendung von Robottachymetern, Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN) Heft 6 S 227-233
- Depenthal C (2004b): Twists and Tilts of Tripods Using Robot Tacheometers, Proceedings 3rd Intern. Conference on Engineering Surveying and FIG Regional Conference for Central and Eastern Europe, INGENEO2004, Bratislava, Slovakia, S 289-295
- Depenthal C (2006): Automatisierte Kalibrierung von Richtungsmesssystemen in rotativen Direktantrieben. Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN) Heft 8/9 S 305-309
- Depenthal C (2007): Direktantriebe absolut positioniert - Ein Beitrag zur Kalibrierung rotativer Messsysteme in Direktantrieben. Antriebstechnik Heft 5 S 36-39
- Depenthal C, M Barth (2007): Zur Leistungsfähigkeit eines zeitreferenzierten Dreharms als Prüfmittel für 4D-Messsysteme in Hochgeschwindigkeitsanwendungen. Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN) Heft 7 S 244-249
- Deumlich F, R Staiger (2002): Instrumentenkunde der Vermessungstechnik. 9. Auflage, Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe
- DIN V ENV 13005 (1999): Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen. ENV 13005, Beuth-Verlag Berlin
- Dutschke W, C P Keferstein (2005): Fertigungsmesstechnik, 5. Auflage Teubner-Verlag Wiesbaden
- Eschelbach C (2007): Störanfälligkeit geodätischer Präzisionsmessungen durch lokale Temperaturschwankungen. In: Brunner, F. (Hrsg): Ingenieurvermessung 07, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg, S 169-180
- Etalon (2007): Datenblatt LaserTracer, Etalon AG Braunschweig, [www.etalon-ag.com](http://www.etalon-ag.com)
- Faro (2007): Faro CAM2, Faro Laser Tracker Benutzerhandbuch, FARO Technologies Inc. 2002-2007
- Gläser A, R Schollmeyer (2004): Messwerterfassung und -synchronisation in Multisensorsystemen. In: Beiträge zum 58. DVW Seminar, Kinematische Messmethoden – Vermessung in Bewegung
- Gläser A (2007): Modulares System zur Automatisierung hochgenauer geometrischer Positionierung und Bahnführung im Bauwesen. Dissertation Universität Stuttgart, Institut für Anwendungen der Geodäsie im Bauwesen, elektronische Veröffentlichung, <http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2007/3169/>



- Haag R, G Bayer, R Zimmermann, R Scherrer 1997: Vermessen mit der automatischen Feinzielung des TCA 1800 von Leica. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik Heft 7
- Härtig F, C Keck, K Kniel, H Schwenke, F Wäldele, K Wendt (2004): Selbstnachführendes Laserinterferometer für die Koordinatenmesstechnik. Technisches Messen 71 Heft 4 S 227-232
- Horn B K P (1987): Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. Journal of the Optical Society of America A, Vol.4, No.4 S 629-642
- Heck B (2003): Rechenverfahren und Auswertemodelle der Landesvermessung. 3. Auflage, Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg
- Hennes M, B Krickel (2000): Zur Entwicklung von Untersuchungsverfahren zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Robot-Tachymetern. Flächenmanagement und Bodenordnung (FUB) S 26-33
- Hennes M, H Ingensand (2000): Komponentenkalibrierung versus Systemkalibrierung. In: Schnädelbach K, Schilcher M (Hrsg.): Ingenieurvermessung 2000, Wittwer Verlag, Stuttgart, S 166-177
- Hennes M. (2003): Systemeigenschaften von Robottachymetern im Nahbereich – Untersuchungen am Beispiel von Leica-Instrumenten. Flächenmanagement und Bodenordnung (FUB) Heft 6 S 300-310
- Hennes M (2006): Präzises und kinematisches Prüfen. Zeitschrift für Vermessungswesen (ZfV) Heft 6 S 352-358
- Hennes M (2007a): Konkurrierende Genauigkeitsmaße - Potential und Schwächen aus der Sicht des Anwenders, Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN) Heft 4 S 136-146
- Hennes M (2007b): Potentiale der Ingenieurgeodäsie im Maschinenbau. 3. Dresdener Ingenieurgeodäsietag, Industriemesstechnik, Geodätisches Institut TU Dresden
- Heister H (2000): Zur Überprüfung geodätischer Instrumente, In: Caspary W, Heister H, Schödlbauer A, Welsch W (Hrsg), 25 Jahre Institut für Geodäsie Schriftenreihe Studiengang Geodäsie und Geoinformation, UniBW München, Heft 60-1 S 69-89
- Heister H (2005 a): Zur Messunsicherheit im Vermessungswesen (I), Geomatique Suisse Heft 11 S 604-607
- Heister H (2005 b): Zur Messunsicherheit im Vermessungswesen (II), Geomatique Suisse Heft 11 S 670-673
- Hoffmann J (2007): Handbuch der Messtechnik 3. Auflage Carl Hanser Verlag München
- Hughes E B, A Wilson, G N Peggs (2000): Design of a High-Accuracy CMM Based on Multi-Lateration Techniques, Annals of the CIRP Vol 49/1 391-394
- Jäger R, T Müller, H Saler, R Schwäble (2005): Klassische und robuste Ausgleichungsverfahren. Wichmann Verlag Heidelberg
- Kauschinger B, V Möbius, S Szatmari (2006): Effiziente Kalibrierung von Parallelkinematiken einfacher Bauart mit dem Double-Ball-Bar. [http://tu-dresden.de/die\\_tu\\_dresden/fakultaeten/fakultaet\\_maschinenwesen/iwm/forschung/kalibrierung\\_parallelkin](http://tu-dresden.de/die_tu_dresden/fakultaeten/fakultaet_maschinenwesen/iwm/forschung/kalibrierung_parallelkin)
- Kyle S (2005): Large-scale Metrology. In: Handbook of Measuring System Design, 3 Volume set, Sydenham H and R Thorn (Editor in Chief), J Wley & Sons Ltd., 194: S 1287-1303
- Kniel K (2003): Selbstnachführendes Laserinterferometer für die Koordinatenmesstechnik. Wissenschaftliches Kolloquium zur 54. Kuratoriumstagung über aktuelle Forschungsarbeiten der PTB
- Köhler M (2006): Die Trimble S6 Totalstation – Neue Technologien in der Tachymeterentwicklung. Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN) Heft 3 S 97-106
- Krauschneider R, A Kelm (2007): Untersuchungen zur Leistungsfähigkeit des Messsystems iGPS. VDV-Vermessung und Geoinformation, Heft 3 S 186-192

- Krickel B (2004): Leistungskriterien zur Qualitätskontrolle von Robottachymetern. Mitteilungen aus den Geodätischen Instituten der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität, Bonn Nr. 92
- Kuhlmann H (2004): Mathematische Modellbildung zu kinematischen Prozessen. In: Beiträge zum 58. DVW Seminar, Kinematische Messmethoden
- Kuipers J B (1999): Quaternions and Rotation Sequences - A Primer with Applications to Orbits, Aerospace, and Virtual Reality. Princeton University Press
- Kutterer H, S Schön, 2004: Alternativen bei der Modellierung der Unsicherheit beim Messen, Zeitschrift für Vermessungswesen (ZfV) Heft 6 S 389-398
- Leica (2005): Hardware Guide, Leica Laser Tracker. Metrology Division, Leica Geosystems AG
- Lemmon T, R Jung (2005): Trimble S6-Totalstation mit Magdrive Servotechnologie. Trimble White Paper, Westminster Colorado, USA, [http://trimble.com/magdrive\\_wp.asp](http://trimble.com/magdrive_wp.asp)
- Lippuner H, R Scherrer (2005): Die neue Theodolit-Prüfmaschine TPM-2 von Leica Geosystems. Allgemeine Vermessungsnachrichten (AVN) Heft 5 S 170-176
- Loser R (1993): Laser-Tracking-System für 3D-Messungen bewegter Objekte. Technisches Messen 60 Heft 5 S 198-202
- Loser R (2004): Kinematische Messmethoden im industriellen Nahbereich. Kinematische Messmethoden "Vermessung in Bewegung", DVW- Schriftenreihe Band 45 S 233-243
- Mächtel M (2000): Entstehung von Latenzzeiten in Betriebssystemen und Methoden zur Messtechnischen Erfassung. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8 Nr. 808, VDI-Verlag Düsseldorf
- Microsoft (200): Guidelines for Providing Multimedia Timer Support, <http://www.microsoft.com/whdc/system/CEC/mm-timer.msp>
- National Instruments (2007): NI LabView – Intuitive Graphical Programming Language, <http://www.ni.com/labview/whatis/>
- Niemeier W (2002): Ausgleichsrechnung. De-Gruyter-Lehrbuch, Berlin
- Noch R, O Steiner (1966): Die Bestimmung von Kreisteilungsfehlern nach dem Rosettenverfahren. Zeitschrift für Instrumentenkunde Heft 10 S 307-316
- NPL (2001): Best Practice for non-contacting CMMs. Project 2.3.1/2/3 – Large Scale Metrology. University College London, National Physical Laboratory Leica UK. <http://www.sigma3d.de/core/pdf/nmspu-best-practice-guide.pdf>
- Numerik Jena (2000): Encoder-Kit-R, Bausatz für Winkelmessung. Anbauvorschrift Kit R-A-d-07/00
- Pesch B (2003): Bestimmung der Messunsicherheit nach GUM. Books on Demand GmbH, Norderstedt Alamogordo, New Mexico, USA
- pratec® (2001): Betriebsanleitung Elektrik. Stand: Juli 2001
- Schaller M (1999): Bedeutung des Leitfadens zur Angabe der Unsicherheit beim Messen (GUM) für die industrielle Meßpraxis – Umsetzung des GUM an Beispielen aus der Längenmeßtechnik, DIN Mitteilungen 78, Nr. 11 S 795-801
- Schneider C (2004): LaserTracer – A New Type of Self Tracking Laser Interferometer, Proceedings of the 8th International Workshop on Accelerator Alignment (IWAA 2004) <http://www.slac.stanford.edu/econf/C04100411/>
- Schwarz W (2004): Genauigkeitsmaße richtig interpretieren. Beiträge zum 61. DVW-Fortbildungsseminar am 27. und 28. September 2004 an der Bauhaus-Universität Weimar. Schriftenreihe des DVW, Band 46, Wißner Verlag, Augsburg, S 77-96

- Schwieger V, A Beetz (2007): Optimierung von Regelalgorithmen zur Baumaschinensteuerung am Beispiel eines Simulators. In: Brunner, F. (Hrsg): Beiträge zum 15. Internationalen Ingenieurvermessungskurs, Graz, Wichmann Verlag, S 355-368
- Schwenke H, M Franke, J Hannaford (2005): Error mapping of CMM's and machine tools by a single tracking interferometer, CIRP Annals, Vol 49/1 S 475-479
- Shen Y Z, Y Chen, D H Zheg (2006): A quaternion-based geodetic datum transformation algorithm. Journal of Geodesy (80) S 233-239
- Staiger R (2001): Motivation und Strategie zur Prüfung Geodätischer Instrumente In: Heister H, Staiger R (Hrsg) Qualitätsmanagement in der geodätischen Messtechnik, Schriftenreihe des DVW Band 42
- Stempfhuber W, (2004): Ein integritätswahrendes Messsystem für kinematische Anwendungen. Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Nr.576, München
- Stempfhuber W (2007): Herausforderungen der 3D-Baumaschinensteuerung In: Brunner, F. (Hrsg): Beiträge zum 15. Internationalen Ingenieurvermessungskurs, Graz, Wichmann Verlag, S 343-354
- Takatsuji T, M Goto, A Kirita, T Kurosawa, Y Tanimura (2000): The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration. Meas. Sci. Technol. 11 S 477-483
- Tröster F (2005): Steuerungs- und Regelungstechnik für Ingenieure. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH
- VIM (1984): Internationales Wörterbuch der Metrologie. Hrsg: Deutsches Institut für Normung e.V., 1. Auflage, Beuth Verlag
- Weise H (2007): Messunsicherheit nach GUM – ein Paradigmenwechsel in der Messtechnik? 3. Dresdner Ingenieurgeodäsietag, Industriemesstechnik 2007. Schriftenreihe des Geodätischen Instituts TU Dresden, Heft 4
- Weise K, W Wöger (1999): Messunsicherheit und Messdatenauswertung. Wiley-VCH Verlag, Weinheim
- Welsch W, O Heunecke, H Kuhlmann (2000): Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen, Handbuch der Ingenieurgeodäsie Wichmann Verlag
- Wiest U, (2001): Kinematische Kalibrierung von Industrierobotern. Berichte aus der Automatisierungstechnik, Shaker Verlag
- Wiest U (2004): Kinematische Kalibrierung von Industrierobotern. <http://www.wiest-ag.de>
- Wörn H, U Bringschulte (2005): Echtzeitsysteme. Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- Zeiske K (1999): TPS1100 Professional Series – Eine neue Tachymetergeneration. Vermessungswesen und Raumordnung 61/2 S 82-90

## 10 Anhang

### Zu Kapitel 4.3.1

Designmatrix **A**, Bedingungsmatrix **B** und **M** und Absolutgliedvektor **b**

$$\underline{\mathbf{A}}_{(2i,8)} = \begin{pmatrix} -2(X_i - X_M) & -2(Y_i - Y_M) & -2(Z_i - Z_M) & -2r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & -1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-1})$$

$$\underline{\mathbf{B}}_{(2i,3i)} = \begin{pmatrix} 2(X_i - X_M) & 2(Y_i - Y_M) & 2(Z_i - Z_M) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ n_X & n_Y & n_Z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-2})$$

$$\underline{\mathbf{M}}_{(2,8)} = \begin{pmatrix} n_X & n_Y & n_Z & 0 & X_M & Y_M & Z_M & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2n_X & 2n_Y & 2n_Z & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-3})$$

$$\underline{\mathbf{b}}_{(2,1)} = \begin{pmatrix} n_X X_M + n_Y Y_M + n_Z Z_M - d \\ n_X^2 + n_Y^2 + n_Z^2 - 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-4})$$

Der Index i entspricht der Anzahl der gemessenen Punkte.

### Zu Kapitel 5

Die Berechnungen wurden mit *maple* durchgeführt und sind im Folgenden jeweils als Auszug dargestellt.

$qr0$ ,  $qrx$ ,  $qry$ ,  $qrz$  entsprechen den Komponenten des Rotationsquaternions,  $ptrx$ ,  $ptry$ ,  $ptrz$  des Translationsquaternions und  $r$  entspricht dem Radius des Dreharms.

### Zu Kapitel 5.2 Polares Modell

Koeffizienten  $a_1$ ,  $a_2$  und  $a_3$  für (5-18)

$$\begin{aligned} a_1 := & 2 r^2 q r 0^4 + 4 r q r x q r y p t r y + 2 r^2 q r z^2 + 2 r^2 q r y^2 \\ & + 4 r^2 q r 0^2 q r x^2 - 2 r^2 q r x^2 - 2 r^2 q r 0^2 - 4 r^2 q r z^2 q r y^2 \\ & + 4 r q r x q r z p t r z - 2 r^2 q r y^4 - 2 r^2 q r z^4 - 4 r q r y q r 0 p t r z \\ & + 2 r q r 0^2 p t r x - 2 r q r z^2 p t r x + 2 r q r x^2 p t r x - 2 r q r y^2 p t r x \\ & + 2 r^2 q r x^4 + 4 r q r 0 q r z p t r y \end{aligned} \quad (\text{A-5})$$

$$\begin{aligned}
a2 := & 4 r qrx qr0 ptrz + 4 r qry qrz ptrz + 2 r qry^2 ptry \\
& + 2 r qr0^2 ptry - 2 r qrz^2 ptry - 4 r^2 qr0 qrz^3 + 4 r^2 qr0 qrz \\
& - 4 r^2 qrx qry - 2 r qrx^2 ptry + 4 r^2 qr0^2 qrx qry \\
& - 4 r^2 qr0 qrz qrx^2 - 4 r^2 qr0 qrz qry^2 + 4 r^2 qrz^2 qrx qry \\
& + 4 r^2 qrx^3 qry + 4 r^2 qrx qry^3 - 4 r qr0 qrz ptrx \\
& + 4 r qrx qry ptrx - 4 r^2 qr0^3 qrz
\end{aligned} \tag{A-6}$$

$$\begin{aligned}
a3 := & 2 r qrx^2 ptrx + 2 r qrz^2 ptrx + 2 r qr0^2 ptrx + r^2 - 2 r ptrx \\
& + ptrx^2 + ptry^2 + ptrz^2 + 2 r^2 qr0^4 - 2 r^2 qr0^2 + 2 r^2 qrz^4 \\
& - 2 r^2 qrz^2 - 2 r^2 qrx^2 - 2 r^2 qry^2 + 2 r^2 qrx^4 + 2 r^2 qry^4 \\
& + 4 r^2 qr0^2 qrz^2 + 4 r^2 qr0^2 qrx^2 + 4 r^2 qr0^2 qry^2 \\
& + 4 r^2 qrz^2 qrx^2 + 4 r^2 qrz^2 qry^2 + 4 r^2 qrx^2 qry^2 \\
& + 2 r qry^2 ptrx
\end{aligned} \tag{A-7}$$

Koeffizienten  $b_1$  bis  $b_5$  für (5-21) und (5-48) aus Kapitel 5.3.1

$$b1 := 2 r qrx qry - 2 r qr0 qrz \tag{A-8}$$

$$b2 := r qr0^2 + r qrx^2 - r qrz^2 - r qry^2 \tag{A-9}$$

$$b3 := -r + r qr0^2 + r qry^2 + r qrz^2 + r qrx^2 + ptrx \tag{A-10}$$

$$b4 := -r qrx^2 + r qry^2 - r qrz^2 + r qr0^2 \tag{A-11}$$

$$b5 := 2 r qr0 qrz + 2 r qrx qry \tag{A-12}$$

Koeffizienten  $c_1$  bis  $c_5$  für (5-24)

$$c1 := 4 r qrx qr0 ptrz + 4 r qry qrz ptrz \tag{A-13}$$

$$c2 := -4 r qry qr0 ptrz + 4 r qrx qrz ptrz \tag{A-14}$$

$$\begin{aligned}
c3 := & 2 r^2 qr0^2 qry^2 + 2 r^2 qrz^2 qrx^2 - 2 r^2 qrz^2 qry^2 \\
& - 2 r^2 qr0^2 qrx^2 - 8 r^2 qr0 qrz qrx qry
\end{aligned} \tag{A-15}$$

$$\begin{aligned}
c4 := & 4 r^2 qr0 qrz qrx^2 - 4 r^2 qr0^2 qrx qry - 4 r^2 qr0 qrz qry^2 \\
& + 4 r^2 qrz^2 qrx qry
\end{aligned} \tag{A-16}$$

$$\begin{aligned}
c5 := & 2 r^2 qr0^2 qrx^2 + 2 r^2 qrz^2 qrx^2 + ptrz^2 + 2 r^2 qr0^2 qry^2 \\
& + 2 r^2 qrz^2 qry^2
\end{aligned} \tag{A-17}$$

### Zu Kapitel 5.3 3-D-Vorwärtsschnitt-Modell

Koeffizienten  $e_1$  bis  $e_{10}$  für (5-52)

$$e1 := -4 r qry qr0 qtrz + 4 r qrx qrz qtrz \quad (A-18)$$

$$e2 := 2 r^2 qrx^2 qrz^2 - 2 r^2 qrx^2 qr0^2 - 2 r^2 qry^2 qrz^2 + 2 r^2 qry^2 qr0^2 - 8 r^2 qrx qrz qry qr0 \quad (A-19)$$

$$e3 := 4 r qrx qr0 qtrz + 4 r qry qrz qtrz \quad (A-20)$$

$$e4 := 4 r^2 qr0 qrz qrx^2 + 4 r^2 qrz^2 qrx qry - 4 r^2 qr0^2 qrx qry - 4 r^2 qr0 qrz qry^2 \quad (A-21)$$

$$e5 := 2 r^2 qrx^2 qr0^2 + qtrz^2 + 2 r^2 qry^2 qrz^2 + 2 r^2 qrx^2 qrz^2 + 2 r^2 qry^2 qr0^2 \quad (A-22)$$

$$e6 := r^2 - 2 r qtrx + qtrx^2 + qtry^2 + 2 r^2 qrx^2 qr0^2 + 2 r^2 qry^2 qrz^2 + 2 r^2 qry^2 qr0^2 + 2 r^2 qrx^2 qrz^2 + 2 r^2 qr0^4 - 2 r^2 qr0^2 + 2 r^2 qrz^4 - 2 r^2 qrz^2 - 2 r^2 qrx^2 - 2 r^2 qry^2 + 2 r^2 qrx^4 + 2 r^2 qry^4 + 4 r^2 qr0^2 qrz^2 + 4 r^2 qrx^2 qry^2 + 2 r qr0^2 qtrx + 2 r qrz^2 qtrx + 2 r qrx^2 qtrx + 2 r qry^2 qtrx \quad (A-23)$$

$$e7 := 4 r qrx qry qtry + 4 r qr0 qrz qtry + 4 r^2 qrx^2 qr0^2 - 4 r^2 qry^2 qrz^2 + 2 r^2 qr0^4 - 2 r^2 qr0^2 - 2 r^2 qrz^4 + 2 r^2 qrz^2 - 2 r^2 qrx^2 + 2 r^2 qry^2 + 2 r^2 qrx^4 - 2 r^2 qry^4 + 2 r qr0^2 qtrx - 2 r qrz^2 qtrx + 2 r qrx^2 qtrx - 2 r qry^2 qtrx \quad (A-24)$$

$$e8 := 2 r^2 qrx^2 qr0^2 + 2 r^2 qry^2 qrz^2 - 2 r^2 qry^2 qr0^2 - 2 r^2 qrx^2 qrz^2 + 8 r^2 qrx qrz qry qr0 \quad (A-25)$$

$$e9 := -4 r qr0 qrz qtrx + 4 r qrx qry qtrx + 2 r qry^2 qtry - 2 r qrx^2 qtry + 2 r qr0^2 qtry - 2 r qrz^2 qtry - 4 r^2 qr0^3 qrz - 4 r^2 qr0 qrz^3 + 4 r^2 qr0 qrz - 4 r^2 qrx qry + 4 r^2 qr0^2 qrx qry - 4 r^2 qr0 qrz qrx^2 - 4 r^2 qr0 qrz qry^2 + 4 r^2 qrz^2 qrx qry + 4 r^2 qrx^3 qry + 4 r^2 qrx qry^3 \quad (A-26)$$

$$e10 := -4 r^2 qrz^2 qrx qry - 4 r^2 qr0 qrz qrx^2 + 4 r^2 qr0^2 qrx qry + 4 r^2 qr0 qrz qry^2 \quad (A-27)$$

## Zu Kapitel 5.4 3-D-Bogenschlag-Modell

Koeffizienten  $k_1$  bis  $k_3$  für (5-59)

Die Variablen  $p3x$ ,  $p3y$  und  $p3z$  stehen stellvertretend für die Koordinaten des jeweiligen Standpunktes.

$$\begin{aligned}
 k1 := & -2 r^2 qr0^2 + 4 r^2 qr0^2 qrx^2 - 4 r^2 qrz^2 qry^2 - 2 r^2 qrx^2 \\
 & + 2 r^2 qr0^4 - 2 r^2 qrz^4 + 2 r^2 qrz^2 + 2 r^2 qry^2 + 2 r^2 qrx^4 \\
 & - 4 r qry qr0 ptrz + 4 r qrx qrz ptrz - 4 r qrx qrz p3z \\
 & + 4 r qry qr0 p3z + 4 r qrx qry ptry - 4 r qrx qry p3y \\
 & + 4 r qr0 qrz ptry - 4 r qr0 qrz p3y + 2 r qr0^2 ptrx \\
 & - 2 r qr0^2 p3x - 2 r qrz^2 ptrx + 2 r qrz^2 p3x + 2 r qrx^2 ptrx \\
 & - 2 r qrx^2 p3x - 2 r qry^2 ptrx + 2 r qry^2 p3x - 2 r^2 qry^4
 \end{aligned} \tag{A-28}$$

$$\begin{aligned}
 k2 := & -2 r qrx^2 ptry - 4 r^2 qrx qry + 4 r^2 qr0 qrz + 2 r qr0^2 ptry \\
 & - 2 r qry^2 p3y - 4 r qrx qry p3x + 4 r qrx qry ptrx \\
 & - 4 r qr0 qrz ptrx + 4 r qr0 qrz p3x + 4 r^2 qr0^2 qrx qry \\
 & - 4 r^2 qr0 qrz qrx^2 - 4 r^2 qr0 qrz qry^2 + 4 r^2 qrz^2 qrx qry \\
 & + 4 r qrx qr0 ptrz - 4 r qrx qr0 p3z + 4 r qry qrz ptrz \\
 & - 4 r qry qrz p3z - 2 r qrz^2 ptry + 4 r^2 qrx qry^3 \\
 & - 4 r^2 qr0 qrz^3 + 2 r qrz^2 p3y + 4 r^2 qrx^3 qry + 2 r qrx^2 p3y \\
 & - 4 r^2 qr0^3 qrz - 2 r qr0^2 p3y + 2 r qry^2 ptry
 \end{aligned} \tag{A-29}$$

$$\begin{aligned}
 k3 := & -2 r^2 qr0^2 + 4 r^2 qr0^2 qrx^2 + 4 r^2 qr0^2 qry^2 + 4 r^2 qrz^2 qrx^2 \\
 & + 4 r^2 qrz^2 qry^2 + r^2 - 2 r ptrx + 2 r p3x + ptrx^2 - 2 ptrx p3x \\
 & + p3x^2 + ptry^2 - 2 ptry p3y + p3y^2 - 2 r^2 qrx^2 + 2 r^2 qr0^4 \\
 & + 2 r^2 qrz^4 - 2 r^2 qrz^2 - 2 r^2 qry^2 + 2 r^2 qrx^4 + 4 r^2 qr0^2 qrz^2 \\
 & + 4 r^2 qrx^2 qry^2 + 2 r qr0^2 ptrx - 2 r qr0^2 p3x + 2 r qrz^2 ptrx \\
 & - 2 r qrz^2 p3x + 2 r qrx^2 ptrx - 2 r qrx^2 p3x + 2 r qry^2 ptrx \\
 & - 2 r qry^2 p3x + ptrz^2 - 2 ptrz p3z + p3z^2 + 2 r^2 qry^4
 \end{aligned} \tag{A-30}$$

## 11 Lebenslauf

**Name:** Claudia Depenthal

**Geburtsdatum:** 19. September 1957 in Karlsruhe

### Schulbildung:

1964 - 1968 Grundschule in Karlsruhe  
1968 - 1974 Gymnasium in Karlsruhe  
1974 - 1976 Realschule in Karlsruhe  
1988 - 1992 Abendgymnasium in Karlsruhe, Abschluss Abitur

### Ausbildung:

1977 - 1980 Ausbildung zur Vermessungstechnikerin in Karlsruhe

### Hochschulbildung:

1992 - 2000 Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH) Studium des Vermessungswesen  
Thema der Diplomarbeit: *Einfluß der Atmosphäre auf GPS-Ergebnisse am Beispiel des BMBF Verbundprojektes Referenznetz Antarktis II*  
Abschluss: Vermessungs-Ingenieurin

### Berufstätigkeit:

1981 - 1987 Selbständig, Gewerbebetrieb in Karlsruhe und Bobenthal  
1989 - 1997 Freie Mitarbeiterin bei einem ÖbVI in Karlsruhe  
2000 - 2001 wissenschaftliche Mitarbeiterin am Geodätischen Institut der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH) (DFG-Projekt)  
seit 5/2001 wissenschaftliche Mitarbeiterin am Geodätischen Institut der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)