

Direktantriebe absolut positioniert

Kalibrierung von rotativen Messsystemen in Direktantrieben

Claudia Depenthal

Die Anwendung von rotativen Motoren als Direktantriebe wird von den Herstellern immer dann empfohlen, wenn höchste Dynamik und Genauigkeit gefordert sind, wie dies z. B. bei Drehtischen der Fall ist. Da die Direktantriebe bei den Drehtischen zur absoluten Positionierung verwendet werden, kann der dabei zu erwartende Winkelfehler zu groß werden. Wenn dies der Fall ist, muss eine Kalibrierung durchgeführt werden. Um hierbei auch hochfrequente Teilungsfehler zu erfassen und verbleibende Restfehler deutlich zu minimieren, wurde eine Erweiterung des Standardverfahrens für die Kalibrierung von Winkelmesssystemen entwickelt, die die Bestimmung einer Kalibrierfunktion mit hoher Stützpunktzahl garantiert.



Autorin: Dipl.-Ing Claudia Depenthal ist Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Geodätischen Institut der Universität Karlsruhe (TH).

Unter den rotativen Direktantrieben ist der Drehtisch prädestiniert für hochpräzise und dynamische Positionierungsaufgaben. Im Labor des Geodätischen Instituts der Universität Karlsruhe (GIK) kommen zwei Drehtische von IDAM (INA – Drives & Mechatronics) zum Einsatz, die als Direktantrieb ausgeführt sind und zwar ein DT-3P-180x110 und DT-2P-180x55 mit Plan- und Rundlaufgenauigkeiten von <math><10\ \mu\text{m}</math>. Dabei wird der DT-2P für den Antrieb eines schwenkbaren Drehrhums eingesetzt. Bei beiden Drehtischen ist die Zuordnung zu einer absoluten Position erforderlich und daher wird eine hohe Winkelgenauigkeit gefordert. Die Drehtische sind mit dem Messsystem Encoder Kit R von Numerik Jena ausgestattet, das über eine Auflösung von 0.22" bzw. 0.36" verfügt. Die Messsysteme arbeiten nach dem inkrementalen Messverfahren. Für den Anschluss an ein absolutes Bezugssystem befindet sich auf der Rasterscheibe eine Referenzmarke. Die Genauigkeit der Winkelpositionsmessung wird unter anderem durch die Teilungsgenauigkeit der Rasterscheibe, die Exzentrizität der Teilung zur Lagerung, die Lageabweichung zwischen Rasterscheibe und Messmodul und durch den Interpolationsfehler beeinflusst. Für den zu erwartenden Winkelfehler $\Delta\varepsilon$ in der Einheit s wird vom Hersteller folgende Abschätzung angegeben

$$\Delta\varepsilon = \pm 412 \frac{e}{D} \quad (1)$$

mit D [mm] als Teilungsdurchmesser der Rasterscheibe und e [μm] für die Exzentrizität der Teilung zur Drehachse einschließlich

Rundlaufabweichung der Lagerung [5]. Ist nach einer solchen Abschätzung der Winkelfehler zu groß, muss eine Kalibrierung durchgeführt und eine Kalibrierfunktion bestimmt werden. Die Kalibrierfunktion wird in Form einer Sinusreihe angesetzt, die die Abweichungen an der Teilkreisstelle x modelliert

$$F_{\text{Kali}}(x) = \sum_{l=1}^n A_l \sin(f_l x + \varphi_l) \quad (2)$$

Die Frequenzen f_l der Schwingungen werden über eine Fourieranalyse ermittelt. Amplituden A_l und Phasen φ_l zu den entsprechenden Frequenzen werden anschließend durch die „Methode der kleinsten Quadrate“ (Gauß-Markov-Modell) geschätzt und die Amplituden werden mit Hilfe des Hypothesentests auf Signifikanz geprüft [3].

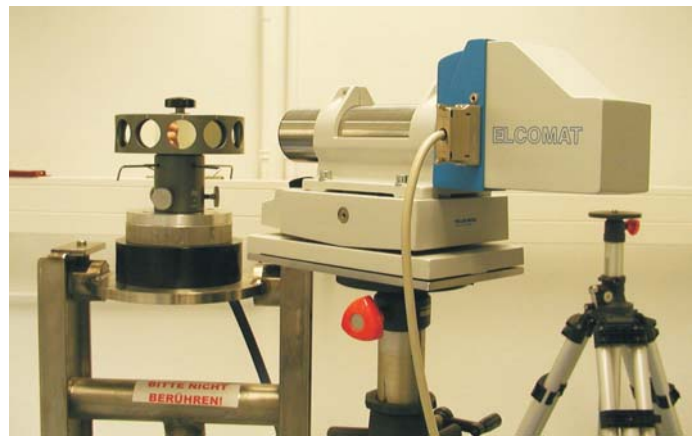
Rosettenverfahren

Ein seit langem bekanntes Standardverfahren für die Kalibrierung von Winkelmesssystemen ist das so genannte Rosettenverfahren [4]. Es beruht auf einem Vergleich aller möglichen $360^\circ/n$ Teilungswinkel von zwei Kreisteilungen in allen möglichen $n \times n$ Relativlagen zueinander. Der Teilungsfaktor n ergibt sich aus der Anzahl der betrachteten Kreisteilungsstellen. In jeder Drehlage wird die Summe der beiden Winkelabweichungen beider Kreisteilungen nacheinander an allen n Positionen gemessen. Aus den n^2 Messergebnissen ergibt sich ein Gleichungssystem mit n^2 Gleichungen und $2n$ Unbekannten für die n Teilungsabweichungen beider Teilungen. Daraus werden die Teilungsfehler beider Systeme berechnet und zwar unabhängig vom Teilungsfehler der jeweils anderen Teilung. Ein Einzelteilungsfehler stellt den Teilungsfehler eines Einzelteilungswinkels dar, der wiederum als Winkel zwischen benachbarten Winkelschenkeln zu verstehen ist. Die Addition der Einzelteilungsfehler bezogen auf eine Anfangsposition wird als Summenteilungsfehler bezeichnet. Diese Summenteilungsfehler entsprechen somit den fortlaufenden Winkelfehlern des Prüflings und können durch die Kalibrierfunktion (Gleichung 2) dargestellt werden.

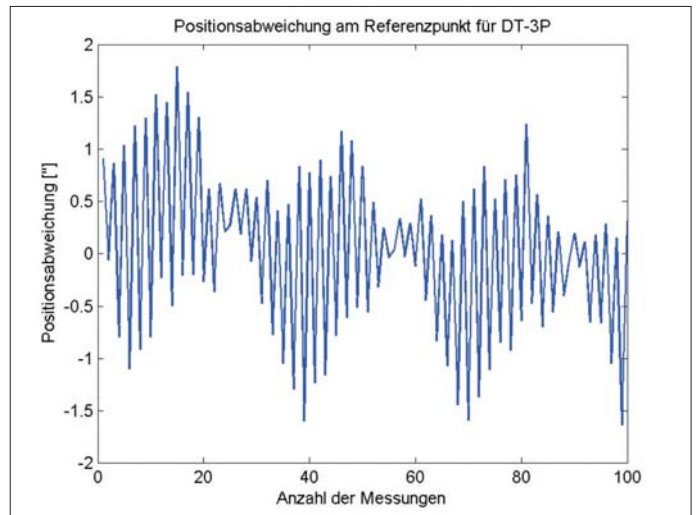
Bei der Realisierung des Messaufbaus wird Autokollimation genutzt. Dabei wird ein n -flächiges Spiegelpolygon zentrisch über dem rotativen Direktantrieb positioniert und die Richtungsabweichungen der Flächennormalen in den Winkelpositionen des Drehtischs werden mit einem Autokollimator erfasst (Bild 2). Mittels Autokollimation werden Zentrierabweichungen bei der Generierung der einzelnen Drehlagen unschädlich gemacht. Durch die hohe innere mechanische Stabilität des Spiegelpolygons wird eine hohe Genauigkeit erreicht. Andererseits ist das Verfahren aber immer auf die Anzahl der Spiegelflächen als Stützpunkte beschränkt. Folglich können z. B. bei einem 12er Spiegelpolygon nur Teilungsfehler für die 30° -Winkel bestimmt werden. Damit wird die Maximalfrequenz der Kalibrierfunktion auf $n/2$ (hier 6) wegen Einhaltung der Nyquist-Frequenz beschränkt. Spiegelpolygone mit mehr als 12 Flächen sind meist sehr teuer und daher eher Einrichtungen wie der PTB vorbehalten.

Erweiterung durch „eingehängte Messreihen“

Mit einem kalibrierten Spiegelpolygon können direkt Einzelteilungs- oder Summenteilungsfehler eines Drehtischs über Autokollimation und einem Soll-Ist-Vergleich bestimmt werden. Dieser direkte Weg der Teilungsfehlerbestimmung liefert eine Möglichkeit, die Anzahl der diskreten Messpunkte zu erhöhen und führt zu dem Verfahren der „eingehängten Messreihen“, das für zwei Messreihen in [6] vorgeschlagen wird. Eine Messreihe besteht immer aus den Messungen an jeweils allen Spiegelflächen während einer vollständigen Umdrehung. Es werden nun mehrere Messreihen jeweils an unterschiedlichen Startpunkten begonnen und zwar so, dass diese innerhalb des ersten Spiegelintervalls $\Delta x = 2\pi/n$ zwischen Fläche 1 und 2 liegen. Sollen z. B. mit einem zwölfseitigen Polygon 5° -Intervalle ($2\pi/t = 5^\circ$, $t = \text{Anzahl der Stützstellen über einen Vollkreis}$) be-



2: Drehtisch mit Spiegelpolygon und Autokollimator.

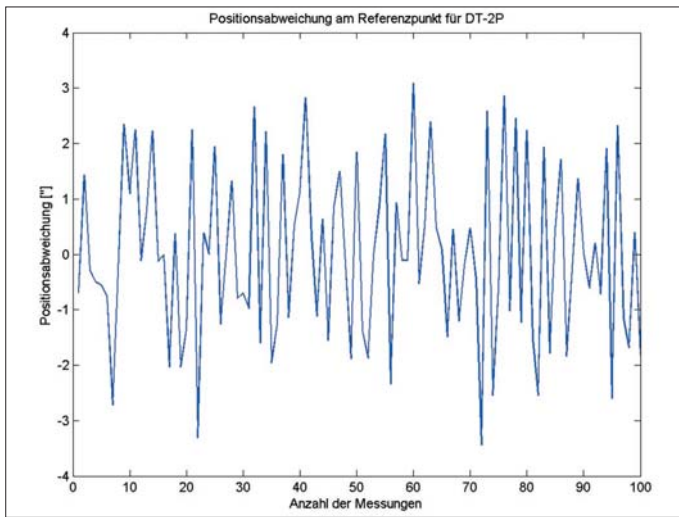


3: Positionsabweichung DT-3P.

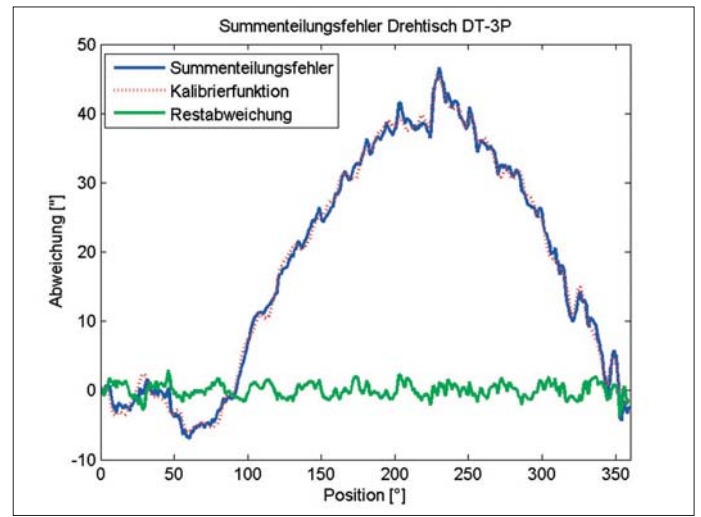
stimmt werden, so wird die erste Messreihe ($m = 0$) an der Nullposition des Drehtischs mit Spiegelfläche 1 begonnen und für jede Messung wird der Drehtisch um Δx (hier 30°) weitergedreht. Die zweite Messreihe ($m = 1$) beginnt nun bei der 5° -Position des Drehtischs mit Polygonfläche 1 und es werden wiederum alle 30° -Intervalle gemessen. Somit ergeben sich Positionen von $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, \dots, 360^\circ$ in der ersten Messreihe und $5^\circ, 35^\circ, 65^\circ, \dots, 365^\circ$ in der zweiten Messreihe. Dieses Schema wird soweit fortgesetzt bis eine Redundanz durch einen Startpunkt an der $360^\circ/n$ -ten Position (hier 30°) erreicht wird. Somit sind die Stützstellen $> t$ redundant bestimmt und können zur Überprüfung der Messung herangezogen werden. Das Verfahren kann je nach Aufwand auf kleinere Intervallschritte (z. B. 1°) erweitert werden. Die Anzahl m der einzelnen Messreihen richtet sich nach den gewählten Intervallschritten $2\pi/t$.

Durch einen Soll-Ist-Vergleich werden für jede einzelne Messreihe die Summenteilungsfehler bestimmt, die somit die Beobachtungen an den Kreisteilungsstellen x für die Bestimmung der Kalibrierfunktion (Gleichung 2) liefern. Im Weiteren werden dem Begriff Messreihe nun die einzelnen Summenteilungsfehler subsumiert. Da sich Summenteilungsfehler $\sum_{m,m=0}^{2\pi/k\Delta x}$ immer auf eine Anfangsposition beziehen, ergibt sich hier definitionsgemäß, dass an den jeweiligen Startpositionen der Messreihen kein Teilungsfehler bestimmbar ist. Folglich haben alle Messreihen gegenüber der ersten Messreihe (Startposition 0°) einen Versatz, der wegen der Periodizität über den Vollkreis durch Zentrierung beseitigt werden kann, was im Folgenden bewiesen wird.

Für den Nachweis können ohne Beschränkung der Allgemeinheit für die Kalibrierfunktion (Gleichung 2) folgende Werte angenommen werden $A_1 = 1$, $\varphi_1 = 0$ und $f_1 = 1$. Die erste Messreihe mit n Stützpunkten und Startpunkt 0° lässt sich dann als folgende Sinusreihe darstellen



4: Positionenabweichung DT-2P.



5: Summenteilungsfehler mit $F_{\text{Kali}}(x)$ und Restabweichung für DT-3P.

$$\sum_{k=0}^{n-1} \sin\left(k \frac{2\pi}{n}\right) \quad (3)$$

Besteht eine Sinusreihe über ein Intervall $[0 \ 2\pi]$ aus mn Stützpunkten, so lässt sich diese aus m Messreihen mit entsprechenden Intervallschritten zusammensetzen und mit dem Additionstheorem umformen (Gleichung 4). Es lässt sich zeigen, dass sowohl die gesamte Sinusreihe, als auch jede einzelne Messreihe zu Null wird [1].

$$\sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^{n-1} \sin\left(k \frac{2\pi}{n} + j \frac{2\pi}{t}\right) = \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^{n-1} \left(\sin k \frac{2\pi}{n} \cos j \frac{2\pi}{t} + \cos k \frac{2\pi}{n} \sin j \frac{2\pi}{t} \right) = \sum_{j=0}^m \left(\cos j \frac{2\pi}{t} \sum_{k=0}^{n-1} \sin k \frac{2\pi}{n} + \sin j \frac{2\pi}{t} \sum_{k=0}^{n-1} \cos k \frac{2\pi}{n} \right) = 0 \quad (4)$$

Daher können Messreihen, die zu einer gleichen periodischen Funktion gehören, über eine rechnerische Zentrierung in Bezug auf die erste Messreihe aneinandergehängt werden, ohne dass periodische Anteile eliminiert werden

$$S_{m, m \frac{2\pi}{t} + k \Delta x}^Z = S_{m, m \frac{2\pi}{t} + k \Delta x} - (\bar{S}_m - \bar{S}_1) \quad (5)$$

Dazu wird für jede Messreihe ein Mittelwert der Summenteilungsfehler gebildet

$$\bar{S}_m = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} S_{m, m \frac{2\pi}{t} + k \Delta x} \quad (6)$$

Würden zuvor mit dem Rosettenverfahren Summenteilungsfehler bestimmt, sollte die erste Messreihe durch die Ergebnisse aus dem Rosettenverfahren ersetzt werden, da diese eine höhere Genauigkeit aufweisen. Voraussetzung ist jedoch, dass sich beide Messungen auf die Referenzposition oder einen anderen eindeutigen Bezugspunkt des Drehtisches als ersten Startpunkt beziehen. Bei der Zentrierung wird dann der Mittelwert der Summenteilungsfehler aus dem Rosettenverfahren verwendet.

Um bei der Kalibrierfunktion mehrere Oberschwingungen, also Frequenzen f_j zu bestimmen, muss die Sinusreihe (Gleichung 3) entsprechend erweitert werden. Folglich muss im Weiteren noch verifiziert werden, ob bei einer Zentrierung alle Frequenzen bestimmt werden können. Dazu werden die zwei Fälle $f = n$ und $f \neq n$ bezüglich der Mittelwerte untersucht. Der Mittelwert einer aus den einzelnen Messreihen zusammengesetzten Sinusreihe mit der Frequenz f ergibt sich allgemein zu

$$\bar{y} = \frac{1}{nm} \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^{n-1} \sin\left(fk \frac{2\pi}{n} + j \frac{2\pi}{t}\right) \quad (7)$$

Der Mittelwert einer jeweiligen Messreihe m stellt sich dann allgemein folgendermaßen dar

$$\bar{y}_m = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \sin\left(fk \frac{2\pi}{n} + m \frac{2\pi}{t}\right) \quad (8)$$

Unter der Annahme $f \neq n$ werden beide Mittelwerte zu Null, da die Sinusreihe nur um einen konstanten Anteil erweitert wird. Für den Fall $f = n$ wird Gleichung 8 zu $\bar{y}_{m=0} = 0$ (1. Messreihe), da der 1. Term im Argument zu $2k\pi$ wird. Für alle weiteren Messreihen, also $m \neq 0$ ergibt sich der Mittelwert zu

$$\bar{y}_m = \sin\left(m \frac{2\pi}{t}\right) \quad (9)$$

Da immer gilt $m \neq t$ folgt aus Gleichung 9, dass $\bar{y}_m \neq 0$ ist. Durch die Zentrierung werden somit alle Frequenzen $f = n$ und ihre Vielfachen eliminiert.

Eine Möglichkeit, dieses Manko auszugleichen ist die gezielte Bestimmung von Amplitude und Phase zu der Frequenz $f = n$. Dazu müssen über einen Bereich $\Delta x = 2\pi/n$ kontinuierlich Messwerte erfasst werden. Werden die über den Soll-Ist-Vergleich direkt bestimmten Summenteilungsfehler zuerst um die Funktionswerte aus der zuvor bestimmten Kalibrierfunktion $F_{\text{Kali}}(x)$ (für $f \neq n$) reduziert, so enthält die verbleibende Restfunktion $F_{\text{Rest}}(x)$ neben den zufälligen Fehlern nur noch Sinusschwingungen mit den Frequenzen $f = kn$ ($k \neq 0$). Beide Funktionen $F_{\text{Kali}}(x)$ und $F_{\text{Rest}}(x)$ können dann zu einer Kalibrierfunktion zusammengefasst werden [1].

Anwendung des Verfahrens

Das GIK verfügt über einen elektronischen Zwei-Achs-Autokollimator Elcomat 3 000 von Möller-Wedel mit einer Genauigkeit von $\pm 0,1''$ über den gesamten Messbereich von $\pm 1000''$ und innerhalb eines Bereichs von $20''$ von $\pm 0,01''$. Als Spiegelpolygon wird ein 12-flächiges Leitz Spiegelpolygon eingesetzt, das die Eigenschaft besitzt, dass die Polygonachse des Glaskörpers parallel zur Drehachse des Messobjekts ausgerichtet werden kann. Die Ansteuerung der Drehtische und des Autokollimators erfolgt über LabView (National Instruments).

Der tatsächliche Grad der Parametrisierung der Kalibrierfunktion sollte im Zusammenhang mit der jeweiligen Positionenabweichung [7] des Direktantriebs abgeschätzt werden, da diese den Summenteilungsfehler überlagert. Für die Bestimmung werden unterschiedliche Positionen mehrfach beidseitig angefahren und die Abweichungen über Autokollimation bestimmt. Diese Positionenabweichung wird als Grenze bei der Bestimmung signifikanter Frequenzen für die Kalibrierfunktion eingesetzt. Für die beiden Drehtische wurde der Referenzpunkt wiederholt angefahren und die Positionenabweichung zu $4''$ für den DT-3P (Bild 3) und $7''$ für den DT-2P (Bild 4) bestimmt. Auffällig ist dabei die unterschiedliche Streuung

bzw. das zyklische Verhalten beim DT-3P, welches sich auf die unterschiedlichen Wälzlager der Drehtische zurückführen lässt (DT-3P Kreuzrollenlager, DT-2P Dünnringlager).

Exemplarisch wird hier das Ergebnis der Kalibrierung für den Drehtisch DT-3P vorgestellt. Für das Verfahren der „eingehängten Messreihe“ wurden vier Messzyklen durchgeführt, drei mit 1°-Intervallschritten und einer mit 2°-Intervallschritten. Alle vier wurden jeweils auf den Mittelwert aus dem Rosettenverfahren zentriert. Die Abweichungen der einzelnen Summenteilungsfehler gegenüber den Gemittelten lagen unterhalb von 4“, also innerhalb der Positionsabweichung. Aus den 360 Summenteilungsfehlern lässt sich eine Kalibrierfunktion $F_{\text{kali}}(x)$ schätzen (hier: 24 Frequenzen mit entsprechenden Parameterpaaren) und als Restabweichung verbleiben $< \pm 3''$ (Bild 5).

Die Bestimmung der Messunsicherheit erfolgt gemäß GUM [2], wobei die einzelnen Messunsicherheiten zur kombinierten Messunsicherheit

$$u_c = \sqrt{u_c^2(x) + u_c^2(p)} \quad (10)$$

zusammengefasst werden. Die Unsicherheit bei der Schätzung der Kalibrierfunktion $F_{\text{kali}}(x)$ beträgt $u_c(x) = 0,29''$. Die Positionsabweichung liefert die Schranken bei der Bestimmung der Messunsicherheit nach Typ B und folgt zu $u_c(p) = 1,16''$. Für die erweiterte Messunsicherheit ergibt sich mit dem Erweiterungsfaktor 2.

$$U = \pm 2u_c = \pm 2,40'' \quad (11)$$

Zusammenfassung

Werden rotative Direktantriebe zur absoluten Positionierung ver-

wendet, sollte eine Kalibrierung durchgeführt werden, wenn durch die vorgegebenen Spezifikationen ein zu großer Winkelfehler zu erwarten ist. Das Rosettenverfahren als Standardverfahren sollte daher durch das Verfahren der „eingehängten Messreihen“ erweitert werden. Dadurch sind die Stützstellen nicht mehr beschränkt auf die Anzahl der Spiegelpolygonflächen, sondern sie können auf beliebige Winkelintervalle erweitert werden, was die Bestimmung hochfrequenter Anteile erlaubt. Maßgebend für ein gutes Messergebnis ist außerdem die Positionswiederholgenauigkeit der einzelnen Direktantriebe. Diese muss zuvor bestimmt werden und sollte bei der Parametrisierung einer Kalibrierfunktion berücksichtigt werden. Eine weitgehende Automatisierung des Verfahrens lässt sich erreichen, indem ein Indextisch zwischen dem Prüfling (Drehtisch) und Spiegelpolygon montiert wird.

Literaturhinweise:

- [1] Depenthal, C.: *Automatisierte Kalibrierung von Richtungsmesssystemen in rotativen Direktantrieben*. Huethig Fachverlage, AVN Heft 8-9 (2006).
- [2] DIN: *Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen*. 1. Auflage 1995, Beuth Verlag GmbH.
- [3] Hennes, M.: *Simultane Selbstkalibrierung periodischer Fehleranteile von Theodoliten*. Fred. Dümmers Verlag, VR 53/5 (1991), S. 218-229.
- [4] Noch, R., Steiner, O.: *Die Bestimmung von Kreisteilungsfehlern nach dem Rosettenverfahren*. ZfJ Heft 10 (1966), S. 307-316.
- [5] Numerik Jena, *Encoder-Kit-R, Bausatz für Winkelmessung*. Anbauvorschrift Kit R-A-d-07/00.
- [6] Peglow, M.: *Optischer Teilkopf und Spiegelpolygon*. Leitz-Mitt. Wiss. U. Tech., Bd. II, Nr.7 (1964), S. 198-206.
- [7] VDI/DGQ 3441, 1977-03, *Statistische Prüfung der Arbeits- und Positionsgenauigkeit von Werkzeugmaschinen - Grundlagen*.

English Summaries: Our readers will find an English summary of this report under www.vfmz.de/summaries

BESUCHEN SIE UNS!



SENSOR + TEST 2007
DIE MESSTECHNIK-MESSE

22.-25. Mai 2007
Halle 8
(Aktionshalle)

Vereinigte Fachverlage GmbH