

Thomas Lischer

**Modifikation von statistischen
Turbulenzmodellen zur verbesserten
Beschreibung des turbulenten
Geschwindigkeits- und Mischungs-
feldes bei der Querstrahleinmi-
schung**



Thomas Lischer

Modifikation von statistischen Turbulenzmodellen zur verbesserten Beschreibung des turbulenten Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes bei der Querstrahleinmischung

Modifikation von statistischen Turbulenzmodellen zur verbesserten Beschreibung des turbulenten Geschwindigkeits- und Mischungs- feldes bei der Querstrahleinmischung

von
Thomas Lischer



universitätsverlag karlsruhe

Dissertation, Universität Karlsruhe (TH)

Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik, 2009

Impressum

Universitätsverlag Karlsruhe
c/o Universitätsbibliothek
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe
www.uvka.de



Dieses Werk ist unter folgender Creative Commons-Lizenz
lizenziert: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>

Universitätsverlag Karlsruhe 2009
Print on Demand

ISBN: 978-3-86644-384-6

Modifikation von statistischen Turbulenzmodellen zur verbesserten Beschreibung des turbulenten Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes bei der Querstrahleinmischung

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Ingenieurwissenschaften
(Dr.-Ing.)

von der Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik
der
Universität Fridericana Karlsruhe (TH)
genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Thomas Lischer
aus Neustadt an der Weinstrasse

Referent: Prof. Dr.-Ing. Nikolaos Zarzalis
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. habil. Hermann Nirschl
eingereicht am: 16.02.2009
Tag des Kolloquiums: 24.04.2009

Die Suche nach Wahrheit ist viel köstlicher, als ihr gesichertes Wissen
- *Lessing* -

Meinen Eltern gewidmet

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand am Lehrstuhl für Verbrennungstechnik des Engler-Bunte-Instituts der Universität Karlsruhe (TH).

An erster Stelle gilt mein herzlicher Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Nikolaos Zarzalis für die Anregung zu dieser Arbeit, die Betreuung, sowie die für mich sehr wertvollen fachlichen Diskussionen, welche maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Meinem Korreferenten, Herrn Prof. Dr.-Ing. Hermann Nirschl möchte ich an dieser Stelle für die Übernahme des Korreferats danken.

Die freundschaftliche, wenn nicht sogar familiäre Atmosphäre am Institut hat mein Leben sehr bereichert. Meinem Bürokollegen und langjährigen Freund Frank Wetzels und seiner Frau Judith möchte ich für ihre Freundschaft und ihren Rückhalt danken.

Innerhalb der Theoriegruppe herrschte immer eine freundschaftlicher und diskussionsfreudiger Geist, wobei man sich der gegenseitigen Unterstützung sicher sein konnte. An dieser Stelle möchte ich mich für die schöne Zusammenarbeit besonders bei Matthias Hettel, Walter Pfeffinger, Gerd Knochenhauer, Dirk Großschmidt, Oliver Brunn, Manuel Schmitt, Torsten Voigt und nicht zuletzt bei Peter Habisreuther bedanken. Sein großes Fachwissen und seine Freude an der Diskussion fachlicher und programmiertechnischer Aspekte hat nicht nur meine Arbeit bereichert.

Auch auf Seiten der Experimentatoren möchte ich mich bei Paris Fokaides, Neda Djordjevic, Max Weiss und Georg Donnert für die freundschaftliche Zusammenarbeit bedanken. Georg Donnert hat mit seiner experimentellen Untersuchung des Strahls in Querströmung einen großen Teil der messtechnischen Datenbasis geschaffen, anhand welcher die Validierung des entwickelten Modells möglich war.

Allen voran möchte ich meinen Eltern für ihre Unterstützung und ihren Rückhalt danken.

Thomas Lischer
Neustadt, im März 2009

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemdarstellung	1
1.2	Zielsetzung	3
1.3	Gliederung der Arbeit	3
2	Grundlagen der Turbulenzmodellierung	5
2.1	Die turbulente Strömung	6
2.1.1	Charakterisierung der Turbulenz	8
2.1.2	Das Energiespektrum	11
2.2	Bilanzgleichungen	15
2.2.1	Bilanz der Gesamtmasse	16
2.2.2	Bilanz des Impulses	16
2.2.3	Bilanz einer erhaltenen passiven skalaren Größe	18
2.2.4	Bilanz der Wirbelstärke	19
2.3	Statistische Behandlung turbulenter Strömungsvorgänge	19
2.3.1	Die Reynoldsmittelung	20
2.3.2	Die Reynoldsgleichungen	22
2.3.3	Die mittlere Skalargleichung	24
2.4	Wirbelviskositäts- und Gradienten- Diffusions- Hypothese	25
2.5	Ein-Gleichungs-Wirbelviskositätsmodell	26
2.6	Zwei-Gleichungs-Wirbelviskositätsmodelle	29
2.6.1	Das $k - \epsilon$ Modell	29
2.6.2	$k - \omega$ Modell	30
2.6.3	Das $k - \omega - SST$ Model	32
2.7	Grobstruktursimulation	34
2.7.1	Die gefilterte Navier-Stokes Gleichung	34
2.7.2	Schließungsproblem der LES	36
2.7.3	Das Smagorinsky Modell	37
2.8	Detached Eddy Simulation	38
2.8.1	DES Modell basierend auf dem Spalart-Allmaras Modell	39
2.8.2	DES Modell basierend auf dem Menter $k - \omega$ SST Modell	41
2.9	Modellierung der Strömung in Wandnähe	42

2.9.1	Skalierbare Wandfunktion	44
3	Die Querstrahleinmischung	47
3.1	Das Impulsverhältnis	49
3.2	Strömungsvorgänge des Jet-in-Crossflow	50
3.2.1	Ringförmige Wirbel	51
3.2.2	Gegensinnig rotierendes Wirbelpaar	55
3.2.3	Hufeisen-Wirbelsystem	57
3.2.4	Nachlaufbereich	59
3.3	Modellierung des Strahls in Querströmung	62
3.3.1	Empirische Modelle	63
3.3.2	Integrale Modelle	65
3.3.3	Numerische Modelle	66
4	Testfälle	69
4.1	Literaturfall nach Andreopoulos et al.	70
4.2	Strömungskanal des eigenen Instituts	74
4.3	Direkter Vergleich der experimentellen Testfälle	80
5	Problemidentifikation am Fall R=2	83
5.1	Einfluß des numerischen Fehlers	84
5.1.1	Einfluß der Gitterauflösung	84
5.2	Vergleich bereits existierender RANS-Modelle	85
5.3	Variation des Anisotropieparameters C_μ	87
5.4	Die Detached-Eddy Simulation	92
6	Modellentwicklung und Implementierung	95
6.1	Das $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell nach Menter	95
6.1.1	Herleitung des Modells	95
6.1.2	Betrachtung der Wandgrenzschicht	99
6.1.3	Allgemeine Form des Modells	99
6.2	Entwicklung und Implementierung des $k - \epsilon - vt$ Modells	100
7	Ergebnisse und Diskussion	105
7.1	Ergebnisse für den Anwendungsfall R=2	105
7.2	Ergebnisse für den Anwendungsfall R=1	137
7.3	Ergebnisse für die Anwendungsfälle R=4 und R=6	139

INHALTSVERZEICHNIS

8 Zusammenfassung und Ausblick	143
8.1 Zusammenfassung	143
8.2 Ausblick	146
Literaturverzeichnis	149
Abbildungsverzeichnis	162
Tabellenverzeichnis	167
Index	169

Nomenklatur

Lateinische Symbole

a	–	Konstante in der Trajektorienformel
a_1	–	Modellkonstante des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells
b	–	Konstante in der Trajektorienformel
c	–	Konstante in der Trajektorienformel
c	–	Konstante beim TKE-Eingleichungsmodell
d_w	m	Wandabstand bei der DES
\mathbf{g}	m/s ²	Gravitationskraft
k	m ² /s ²	turbulente kinetische Energie
k_r	m ² /s ²	residual-kinetic Energy der LES
\hat{k}	1/m	Wellenzahl
l	m	Längenskala der großen Wirbel
\tilde{l}	m	Längenskala auf Basis der lokalen Gitterweite bei der DES
$l_{k-\omega}$	m	Längenskala auf Basis von k und ω bei der DES
ℓ^*	m	Charakteristische Länge für die Wirbelviskosität
ℓ_0	m	Längenskala der energietragenden Wirbel
ℓ_m	m	Mischungslänge des Mischungslängenmodells
ℓ_S	m	Smagorinski Längenskala
\vec{n}	–	Normalenvektor
p	N/m ²	modifizierter Druck ($p \equiv P + \Psi$)
p'	N/m ²	Druckschwankung
s'_{ij}	1/s	Schwankung des Deformationstensors
t	s	Zeitpunkt
u	m/s	typische Geschwindigkeit der großen Wirbel
u^*	m/s	Charakteristische Geschwindigkeit für die Wirbelviskosität
u^+	–	normierte Wandreibungsgeschwindigkeit
u^*	–	alternative normierte Wandreibungsgeschwindigkeit bei der skalierbaren Wandfunktion
u_0	m/s	Geschwindigkeitsskala der energietragenden Wirbel

NOMENKLATUR

u_τ	m/s	Wandreibungsgeschwindigkeit ($\sqrt{\tau_w/\nu}$)
\mathbf{u}, u_i	m/s	Geschwindigkeitsvektor
$\overline{u'_i u'_j}$	m ² /s ²	Reynoldsspannungen
$\overline{u'_i \phi'}$	m/s	Reynoldsflüsse
u_{ref}	m/s	Referenzgeschwindigkeit
\mathbf{v}	m/s	typische Geschwindigkeit der kleinsten Wirbel
\mathbf{x}, x_i	m	Ortsvektor im kartesischen Koordinatensystem
\mathbf{x}_0	m	Koordinate eines festen Punktes
y^+	–	normierter Wandabstand
y^*	–	alternativer normierter Wandabstand bei der skalierbaren Wandfunktion
\tilde{y}^*	–	limitiertes y^* ($\max(y^*, 11.06)$)
\bar{C}	m/s	mittlere Molekülgeschwindigkeit
C_D	–	Modellkonstante des TKE Eingleichungsmodell
C_μ	–	Anisotropieparameter
C_1	–	Modellkonstante des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells
C_2	–	Modellkonstante des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells
C_3	–	Modellkonstante des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells
C_{1IP}	–	Modellkonstante des LRR-IP Modells
C_{2IP}	–	Modellkonstante des LRR-IP Modells
$C_{\epsilon 1}$	–	Modellkonstante der ϵ -Transportgleichung
$C_{\epsilon 2}$	–	Modellkonstante der ϵ -Transportgleichung
C_{DES}	–	Modellkonstante der DES
C_S	–	Smagorinski Konstante
D	m	Durchmesser des Strahlauslasses
D_1	–	Dämpfungsfunktion des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells
D_2	–	Dämpfungsfunktion des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells
E_{BB}	m ² /s ²	Destruktionsterm des Baldwin-Barth Modells
$E_{k-\epsilon}$	m ² /s ²	Destruktionsterm auf Basis der von Karman Längeskala
$E_{1\epsilon}$	m ² /s ²	durch E_{BB} limitierter Destruktionsterm des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells
F_1	–	Blending Funktion des SST Modells
F_2	–	Blending Funktion des SST Modells
J	–	Impulsverhältniss ($J \equiv \sqrt{(\rho_{jet} U_{jet}^2) / (\rho_{cross} U_{cross}^2)}$)
L_{vk}	m	von Karman Längenskala

NOMENKLATUR

P	N/m^2	Druck
R	–	Geschwindigkeitsverhältnis ($R = U_{jet}/U_{cross}$)
Re	–	Reynolds Zahl
Re_{cross}	–	Reynoldszahl der Querströmung
Re_{jet}	–	Reynoldszahl des Strahls
S_ν	m^2/s^2	Quellterm der Viskosität
S_{ij}	$1/\text{s}$	Streckungsraten Tensor
\bar{S}_{ij}	$1/\text{s}$	Mittlere Streckungsrate
\tilde{S}_{ij}	$1/\text{s}$	gefilterte Streckungsrate
T'_i	m^3/s^3	Energieflußtensor
T_{kij}	m^3/s^3	Gesamtfluss der Reynoldsspannungen
$T_{kij}^{(p)}$	m^3/s^3	Transport der Reynoldsspannungen auf Grund von Druckschwankungen
$T_{kij}^{(u)}$	m^3/s^3	Transport der Reynoldsspannungen auf Grund der turbulenten Konvektion
$T_{kij}^{(\nu)}$	m^3/s^3	Transport der Reynoldsspannungen durch den diffusiven Anteil
Tu	–	Turbulenzgrad

Lateinisch kaligraphische Symbole

\mathcal{A}	m^2	Begrenzungsfläche
\mathcal{C}_{ij}^0	m^2/s^2	Cross stresses
$\mathcal{D}_{k,RANS}$	m^2/s^3	Destruktionsterm der turbulenten kinetischen Energie bei der RANS
$\mathcal{D}_{k,DES}$	m^2/s^3	Destruktionsterm der turbulenten kinetischen Energie bei der DES
\mathcal{E}		Energie-Spektralfunktion
\mathcal{G}	–	Filterfunktion des LES
\mathcal{L}	m	Charakteristische Länge
\mathcal{L}_{ij}^0	m^2/s^2	Leonard stresses
\mathcal{O}	–	Ordnung
\mathcal{P}_{ij}	m^2/s^3	Produktionstensor
\mathcal{R}_{ij}	m^2/s^3	Druck-Scherraten Tensor

NOMENKLATUR

\mathcal{R}_{ij}^0	m^2/s^2	SGS reynolds stresses
\tilde{S}	$1/\text{s}$	Charakteristische gefilterte mittlere Streckungsrate
\mathcal{U}	m/s	Charakteristische Geschwindigkeit
\mathcal{V}	m^3	Kontrollvolumen

NOMENKLATUR

Griechische Symbole

β^*	–	Modellkonstante bei der DES
δ_{ij}	–	Kronecker Delta
δ_t	m	turbulente Längenskala
δ_x	m	Gitterweite in x-Richtung bei der DES
δ_y	m	Gitterweite in y-Richtung bei der DES
δ_z	m	Gitterweite in z-Richtung bei der DES
ϵ	m^2/s^3	Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie
ϵ_{ij}	m^2/s^3	Dissipationstensor
η_k	m	Kolmogorov Skala – Längenskala der kleinsten Wirbel
ϑ	m^3/kg	spezifisches Fluidvolumen ($\vartheta(\vec{x}, t) = 1/\rho(\vec{x}, t)$)
κ	–	von Karman Konstante
λ	m	mittlere freie Weglänge
μ	$\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$	dynamische Viskosität
μ_T	$\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$	dynamische Wirbelviskosität
ν	m^2/s	kinematische Viskosität ($\nu = \mu/\rho$)
ν_{eff}	m^2/s	effektive kinematische Viskosität ($\nu_{eff} = \nu + \nu_T$)
ν_T	m^2/s	kinematische Wirbelviskosität
ρ	kg/m^3	Dichte
σ	–	turbulente Prandtl-Zahl
σ_k	–	turbulente Prandtl-Zahl der turbulenten kinetischen Energie
σ_ϵ	–	turbulente Prandtl-Zahl der Dissipationsrate
σ_ω	–	turbulente Prandtl-Zahl der spezifischen Dissipationsrate
τ	s	Zeitmaß ($\tau = k/\epsilon$)
τ_k	s	Kolmogorov Zeitskala – Zeitskala der kleinsten Wirbel
τ_w	$\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s}^2)$	Wandschubspannung
τ_{ij}	$\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s}^2)$	Spannungstensor
τ_{ij}^r	m^2/s^2	anisotroper residual-stress Tensor der LES
τ_{ij}^R	m^2/s^2	residual-stress Tensor der LES
ϕ	–	Passives Skalar
$\vec{\omega}$	$1/\text{s}$	Wirbelstärke ($\vec{\omega} \equiv \nabla \times \mathbf{u}$)
ω	$1/\text{s}$	spezifische Dissipationsrate
Δ	–	Differenz

Δ	m	lokale Gitterweite bei der DES
Γ	kg/(m.s)	molekulare Diffusivität
Γ_T	kg/(m.s)	turbulente Diffusivität
Γ_{eff}	kg/(m.s)	effektive Diffusivität ($\Gamma_{eff} = \Gamma + \Gamma_T$)
Π	m ² /s ³	Transferrate der Energie über die Turbulenzkaskade
Π_{ij}	m ² /s ³	Geschwindigkeits-Druck-Gradienten Tensor
Ψ	m ² /s ²	Gravitationspotential

Subskripte

$(\cdot)_{1E}$	One-Equation
$(\cdot)_{cross}$	die Querströmung betreffend
$(\cdot)_{i,j}$	Indices der Einsteinschen Notation
$(\cdot)_{eff}$	effektiv
$(\cdot)_{jet}$	den Strahl betreffend
$(\cdot)_{max}$	Maximalwert
$(\cdot)_{min}$	Minimalwert
$(\cdot)_r$	residual-Anteil der LES bei skalaren Größen
$(\cdot)_{ref}$	Referenzwert
$(\cdot)_{rms}$	Root-Mean-Square ($(\cdot)_{rms} \equiv \sqrt{(\cdot)^2}$)
$(\cdot)_T$	turbulente Größen betreffend
$(\cdot)_x$	in x-Richtung
$(\cdot)_y$	in y-Richtung
$(\cdot)_z$	in z-Richtung

Superskripte

$(\cdot)^r$	anisotroper residual Anteil der LES bei Tensoren
$(\cdot)^R$	residual Anteil der LES bei Tensoren

NOMENKLATUR

Operatoren

D/Dt	substantielle Ableitung ($\partial/\partial t + u_i\partial/\partial x_i = \partial/\partial t + \vec{u} \cdot \nabla$)
$\bar{D}/\bar{D}t$	mittlere substantielle Ableitung ($\partial/\partial t + \vec{u} \cdot \nabla$)
$\text{div}()$	Divergenz
$\text{grad}()$	Gradient
$\text{rot}()$	Rotation
$\bar{\phi}$	Reynolds-Mittelwert der Feldgröße ϕ
ϕ'	Reynolds-Schwankungsterm der Feldgröße ϕ
$\tilde{\phi}$	Gefilterter, grobskaliger Anteil der Größe ϕ der LES
ϕ''	modellierter, kleinskaliger Anteil der Größe ϕ der LES

Abkürzungen

BB	Baldwin-Barth Modell
DES	Detached Eddy Simulation
DNS	Direct Numerical Simulation
JIC	Jet in Crossflow
$k - \epsilon - vt$	$k - \epsilon -$ viscosity Transport
LES	Large Eddy Simulation
LRR-IP	Lauder-Reece-Rodi isotropization of Production Model
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes
SGS	Sub-grid scale
STKE	Standard $k - \epsilon$
V/STOL	Vertical/Short Take-Off and Landing

1

Einleitung

1.1 Problemdarstellung

Die Querstrahleinmischung ist in Natur und Technik in unzähligen Anwendungsfällen anzutreffen. Als Beispiele für das natürliche Vorkommen der Querstrahleinmischung kann sowohl die Einleitung kleinerer Flüsse in größere Ströme, als auch die Verbreitung des Ascheauswurfes von Vulkanen durch die vorherrschenden Windbedingungen angeführt werden.

Im Fokus dieser Arbeit steht jedoch die weitaus bedeutendere technische Anwendung der Querstrahleinmischung. Bedingt durch ihre hohe Mischungseffizienz, einhergehend mit relativ geringen Strömungsverlusten, wird diese Strömungskonfiguration im technischen Gebrauch häufig bei der Vermischung gasförmiger oder flüssiger Stoffe verwendet. Hierdurch ist dieses Mischungskonzept in vielen verfahrenstechnischen Apparaten, aber auch bei thermischen Strömungsmaschinen anzutreffen.

Bei den thermischen Strömungsmaschinen wird die Querstrahleinmischung in unterschiedlichster Weise eingesetzt, da sich die geringen Strömungsverluste der Querstrahleinmischung nur wenig auf den Wirkungsgrad der Maschine auswirken. Zum Einen dient sie hierbei dem Schutz der durch die Verbrennungsgase thermisch extrem belasteten Bauteile. Zum Anderen wird sie zur Beeinflussung des Mischungs- und Temperaturfeldes innerhalb der Brennkammer eingesetzt, um hierdurch zu einer Reduktion der Stickoxidemissionen zu gelangen.

Seitens des Schutzes der thermisch extrem belasteten Bauteile, wie zum Beispiel der Turbinenschaufel oder der Brennkammerwände, findet man die Querstrahleinmischung bei der so genannten *Filmkühlung* wieder. Hierbei wird über kleine Bohrungen ein Luftstrom mit relativ kleinem Impuls aus dem zu schützenden Bauteil ausgedüst, welcher sich dann als kühlender Puffer zwischen das Bauteil und die heiße Hauptströmung legt (siehe z.B. [81, 11, 138]). Zum Anderen wird die Querstrahleinmischung innerhalb der Gasturbinenbrennkammer auch zur Beeinflussung

des Temperaturprofils innerhalb der Brennkammer verwendet.

Für die Beeinflussung des Mischungs- und Temperaturfeldes innerhalb der Gasturbinenbrennkammer wird ein Luftstrom mit einem, im Vergleich zur Filmkühlung, erheblich höheren Impulsverhältnis eingedüst. Hierdurch kann zum Beispiel eine *Fett-Mager-Stufung* innerhalb der Brennkammer realisiert werden. Bei dieser Fett-Mager-Stufung wird zunächst eine brennstoffreiche Reaktionszone generiert, welche sich unter Anderem durch eine sehr gute Flammenstabilität auszeichnet. Anschließend wird mittels der Querstrahleinmischung die Sekundärluft in der Brennkammer eingebracht. Durch die sehr schnelle Vermischung der fetten Verbrennungsgase mit der Sekundärluft kann ein sehr schneller Übergang zur mageren Ausbrandzone erreicht werden. Hierdurch ist eine Minimierung der Aufenthaltszeit des Reaktionsgemisches im stöchiometrischen Bereich möglich. Da im stöchiometrischen Bereich die Stickoxid-Bildungsraten am größten sind, kann durch den Einsatz der Querstrahleinmischung bei der Fett-Mager-Stufung innerhalb der Brennkammer eine erhebliche Minimierung der Stickoxidemissionen der thermischen Strömungsmaschine erreicht werden (siehe z.B.[137, 119]).

Am Beispiel der thermischen Strömungsmaschine wird klar, daß eine quantitativ korrekte Vorausberechnung der Strömungs- und Mischungsprozesse der Querstrahleinmischung von besonderem Interesse ist. Durch den Einsatz der robusten RANS Modelle könnte der Entwicklungsprozess neuer und schadstoffärmerer Turbinengenerationen erheblich beschleunigt und vergünstigt werden, da der Einsatz von kosten- und zeitintensiven Experimenten reduziert werden könnte. Dies kann jedoch nur erreicht werden, wenn diese Modelle eine verlässliche quantitative Vorausberechnung der Strömungs- und Mischungsverhältnisse innerhalb der Gasturbinenbrennkammer zulassen, da nur hierdurch eine korrekte Vorausberechnung unter anderem der Emissionen erreicht werden kann.

Leider zeigen die momentan vorhandenen RANS-Turbulenzmodelle bei der quantitativen Berechnung des Strömungs- und Mischungsfeldes im Zusammenhang mit der Querstrahleinmischung erhebliche Schwächen, da die Mischungsprozesse in der Realität erheblich schneller ablaufen, als dies von diesen Modellen wiedergegeben wird. Die Verwendung weiterführender Modelle, wie zum Beispiel der Large-Eddy-Simulation oder der Detached-Eddy-Simulation ist im industriellen Rahmen immer noch nicht denkbar, da die Berechnungszeiten trotz der gestiegenen Rechnerleistung aktuell nicht praktikabel sind.

1.2. ZIELSETZUNG

1.2 Zielsetzung

Durch die zuvor erwähnten Probleme bei der quantitativen Voraussage der Strömungs- und Mischungsvorgänge bei der Querstrahleinmischung mittels der industriell einsetzbaren RANS Modelle ergibt sich auch die Zielsetzung dieser Arbeit.

Durch eine geeignete Modifikation der RANS Methodik soll diese für die quantitative Vorhersage des Strömungs- und Mischungsfeldes bei der Einmischung eines Strahls in eine Querströmung ertüchtigt werden.

Hierzu werden zunächst die Schwächen der bereits existierenden Modelle untersucht. Beim Vergleich der Berechnungsergebnisse der RANS-Modelle mit bereits existierenden Messungen aus der Literatur, als auch mit Messungen aus der parallel laufenden experimentellen Untersuchung, soll ein Anhaltspunkt zur Verbesserung der Beschreibung der Querstrahleinmischung durch die RANS Modelle aufgezeigt werden.

Basierend auf den Erkenntnissen der vorangegangenen Problemanalyse soll die RANS Methodik weiterentwickelt werden, um zu einer quantitativ zuverlässigen Beschreibung der Querstrahleinmischung unter Verwendung der industriell einsetzbaren RANS Modelle zu gelangen.

1.3 Gliederung der Arbeit

Da das Hauptziel der Arbeit in der Verbesserung der RANS Modellierung für die quantitative Beschreibung der Querstrahleinmischung besteht, wird in *Kapitel 2* zunächst auf die Grundlagen der Turbulenzmodellierung eingegangen.

Hieran schließt sich in *Kapitel 3* die Beschreibung der Querstrahleinmischung an. Hierbei wird zum Einen auf die Vorgänge innerhalb des Strömungsfeldes eines Strahls in Querströmung eingegangen werden, als auch auf die verschiedenen Modellierungsstrategien, welche bislang für diese Strömungskonfiguration angewendet wurden.

Zum Vergleich der bereits vorhandenen Modelle, als auch des neu zu entwickelnden Modells mit Messdaten, werden Testfälle benötigt. Diese Testfälle werden in *Kapitel 4* vorgestellt.

Im Vergleich mit diesen Testfällen werden dann in *Kapitel 5* die Probleme der bereits existierenden RANS Modelle aufgezeigt und analysiert werden.

Auf Basis dieser Erkenntnisse erfolgt anschließend die Entwicklung eines neuen Modells zur quantitativen Beschreibung der Querstrahleinmischung. Die Entwick-

lung und Implementierung dieses Modells ist in *Kapitel 6* gezeigt.

Dieses zuvor entwickelte Modell wird in *Kapitel 7* auf seine Fähigkeiten bei der quantitativen Beschreibung des Strömungs- und Mischungsfeldes des Strahls in einer Querströmung für unterschiedliche Geschwindigkeitsverhältnisse untersucht. Hierzu werden seine Ergebnisse sowohl mit Messungen, als auch mit dem Standard- $k - \epsilon$ Modell als Referenz zu den bereits existierenden Modellen verglichen.

Abschließend erfolgt in Kapitel 8 die Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit, sowie ein Ausblick auf Möglichkeiten zur Weiterentwicklung des hier vorgestellten Modells zur quantitativen Beschreibung der Strömungs- und Mischungsvorgänge beim Strahl in Querströmung.

2

Grundlagen der Turbulenzmodellierung

Das Hauptziel dieser Arbeit besteht in der Verbesserung der quantitativen Beschreibung des turbulenten Strömungs- und Mischungsfeldes bei der Querstrahleinmischung. Aus diesem Grund wird zunächst auf die Grundlagen der Turbulenzmodellierung eingegangen, bevor nachfolgend die Querstrahleinmischung beschrieben wird.

Hierzu bedarf es zunächst der Beschreibung der Eigenschaften und Prozesse innerhalb einer turbulenten Strömung. Nach einer Charakterisierung der Turbulenz folgt die Darstellung des Energiespektrums einer turbulenten Strömung, wobei auch auf die Transfermechanismen der Energie zwischen den einzelnen Skalen der Turbulenz eingegangen wird. Um die Turbulenz mathematisch beschreiben zu können müssen Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und den Skalar des Mischungsfeldes definiert werden.

Da es sich bei einer turbulenten Strömung um ein stark ungeordnetes System handelt, ist für die mathematische Beschreibung eine geeignete Betrachtungsweise wichtig. Wie schon bei der Charakterisierung der Turbulenz gezeigt wird, ist hierzu eine statistische Beschreibung der Turbulenz von besonderem Vorteil, da hierdurch reproduzierbare Ergebnisse bei der Betrachtung des stark ungeordneten Systems erhalten werden. Diese statistische Betrachtungsweise der Turbulenz lässt sich auch auf die Erhaltungsgleichungen transferieren, worauf auch in diesem Kapitel eingegangen wird.

Auf Basis dieser Grundlagen werden dann unterschiedlichste Modellierungsansätze der Turbulenz vorgestellt. Die Basis vieler Modelle bildet die Wirbelviskositätshypothese, deren Grundzüge zunächst dargestellt werden. Nachfolgend werden einige 1-Gleichungs- und 2-Gleichungsmodelle auf Basis dieser Modellannahme erläutert.

Weiterführende Modelle sind die Grobstruktursimulation, sowie die Detached-

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

Eddy Simulation. Auch für diese Modelle wird ein kurzer Abriss der Grundgedanken hinter den jeweiligen Modellierungsansätzen gegeben. Den Abschluss bildet die Darstellung der Modellierung der Strömung in der Nähe fester Wände.

2.1 Die turbulente Strömung

Eine turbulente Strömung ist gekennzeichnet durch dreidimensionale, scheinbar zufällige, instationäre Bewegungen von Fluidelementen, welche zu einer zufälligen örtlichen und zeitlichen Variation der Strömungsgrößen führen. Ursache hierfür sind Ungleichmäßigkeiten innerhalb des Strömungsfeldes, genauer genommen Geschwindigkeitsgradienten. Dies bedeutet jedoch nicht, daß jeder Geschwindigkeitsgradient automatisch zu einer turbulenten Strömung führen muß. Auch in laminaren Strömungen sind örtliche Gradienten durchaus vorhanden. Diese Strömungen bleiben jedoch laminar, da der Einfluss der molekularen Viskosität stark genug ist, den Einflüssen der Geschwindigkeitsgradienten entgegen zu wirken und hierdurch die Strömung stabil zu halten, also die Ausbildung dreidimensionaler chaotischer Strukturen innerhalb des Strömungsfeldes zu unterdrücken.

Die Möglichkeit der Einordnung einer Strömung in laminar oder turbulent anhand charakteristischer Größen wurde schon früh untersucht. Die erste erfolgreiche Untersuchung diesbezüglich wird dem Physiker Osborne Reynolds im Jahre 1883 [110] zugeschrieben. Hierzu führte er einen Färbeversuch mittels einer Wasserströmung in einer Rohrleitung durch.

Bis zu einer gewissen Geschwindigkeit bildete das auf der Rohrachse zugegebene Färbemittel eine gerade Linie innerhalb der Rohrströmung aus, wie in Abbildung 2.1a zu erkennen. Die Strömung ist in diesem Bereich als laminar zu bezeichnen, da keine Störungen vorliegen. Ab einer gewissen Geschwindigkeit der Rohrströmung konnte Reynolds jedoch erkennen, daß das Färbemittel beinahe plötzlich den kompletten Rohrquerschnitt einfärbte, wie in Abbildung 2.1b dargestellt. Bei genauere Betrachtung erkannte er, daß dieses Phänomen durch Fluktuationsbewegungen oder auch Wirbel innerhalb der Rohrströmung hervorgerufen wird, wie in Abbildung 2.1c illustriert. Anhand der von ihm beobachteten kritischen Geschwindigkeit der Rohrströmung, sowie der geometrischen Abmessungen formulierte er die heute¹ als *Reynoldszahl* bekannte Gesetzmäßigkeit für die Unterscheidung zwischen laminarer

¹Die Terminologie 'Reynolds Zahl' wurde bis 1908 nicht verwendet, 25 Jahre nach Reynolds berühmter Publikation

2.1. DIE TURBULENTE STRÖMUNG

und turbulenter Strömung. Diese ist wie folgt definiert

$$Re = \frac{U\mathcal{L}}{\nu} \quad (2.1)$$

wobei U der Betrag der charakteristischen Strömungsgeschwindigkeit, \mathcal{L} die charakteristische Länge, sowie ν die kinematische Viskosität des Fluids ist.

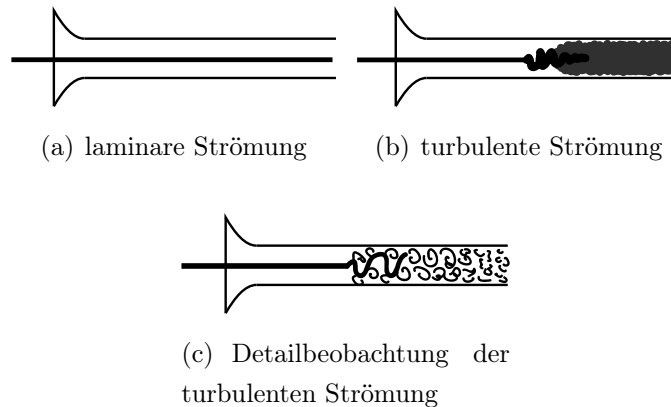


Abbildung 2.1: Skizzen der Beobachtungen von Osborne Reynolds (nach [110])

Durch die erhöhten Fluktuationsbewegungen innerhalb des Strömungsfeldes besitzt eine turbulente Strömung zwei weitere charakteristische Eigenschaften, welche für die technische Anwendung von entscheidender Bedeutung sind. Zum Einen führt die Turbulenz zu einer erhöhten Durchmischung des Fluids, zum Anderen wird durch die Turbulenz kinetische Energie der Strömung dissipiert. Die durch die Turbulenz hervorgerufene Vermischung führt dazu, daß der Strömung zugeführte Stoff- oder Wärmeströme erheblich schneller mischen, als dies bei einer laminaren Strömung der Fall wäre. Bei letzterer würden die zugegebenen Stoff- oder Wärmeströme entlang der Stromlinien der laminaren Strömung transportiert und nur durch den molekularen Transport innerhalb der Strömung diffundieren.

Die angesprochene dissipative Eigenschaft der Turbulenz führt zu einem erhöhten Widerstand bei der Durchströmung von Rohren, oder der Umströmung von Festkörpern, wodurch der Energieaufwand für die Aufrechterhaltung der Strömung erheblich ansteigt. Die erhöhte Dissipation kinetischer Energie resultiert aus den in der turbulenten Strömung enthaltenen kleinen Wirbeln, welche große Geschwindigkeitsgradienten besitzen. Diese starken lokalen Geschwindigkeitsgradienten sind im Zusammenspiel mit der molekularen Viskosität für die Dissipation der kinetischen Energie verantwortlich.

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

Bei genauerer Betrachtung enthält die turbulente Strömung jedoch nicht nur eine Wirbelgröße, sondern eine kontinuierliche Verteilung an Wirbelskalen, was eine weitere charakteristische Eigenschaft turbulenzbehafteter Strömungen ist. Die größten Wirbelskalen besitzen den größten Anteil an kinetischer Energie. Die großen Wirbel zerfallen zu kleineren Wirbeln, welche ihrerseits wieder zu kleineren Wirbeln zerfallen, und so fort, bis hin zur viskosen Dissipation. Diese Vorstellung über den Zerfallsprozess der turbulenten Wirbel wurde von L. F. RICHARDSON [112] im Jahre 1922 formuliert und im nachfolgenden oft zitierten Vers illustriert.

*Big whirls have little whorls,
which feed on their velocity;
and little whirls have smaller whorls,
and so on to viscosity (in the molecular sense).*
- Lewis Fry Richardson -

Mit seiner wegweisenden Vorstellung zur Ursache des Phänomens legte er die Grundlage für die weitere Erforschung der Turbulenz. Der fortlaufende Zerfall der Wirbel hin zu immer kleineren Wirbeln und die letztendliche viskose Dissipation wird auch als *Energiekaskade* bezeichnet. Dieses Konzept wird in Kapitel 2.1.2 eingehender erläutert.

Richardson's Vorstellung der Turbulenzkaskade wurde von A. N. KOLMOGOROV in seinen Arbeiten von 1941² [77, 76, 78] und 1962 [80] aufgegriffen, erweitert und quantifiziert. Er identifizierte hierbei zum Beispiel die heute nach ihm benannten kleinsten Skalen am dissipativen Ende der Turbulenzkaskade, als auch die Herleitung des sog. Kolmogorov-5/3-Gesetzes auf Basis einer Ähnlichkeitsbetrachtung. Einen sehr guten Einblick in Kolmogorov's Theorie, sowie die daraus folgenden Gesetzmäßigkeiten ist in FRISCH [50] zu finden.

2.1.1 Charakterisierung der Turbulenz

Wie bereits dargestellt wurde, weist das turbulente Geschwindigkeitsfeld eine starke zeitliche Fluktuation auf und ist auch örtlich stark ungeordnet. Des Weiteren ist innerhalb des turbulenten Strömungsfeldes ein weiter Bereich an Längenskalen zu finden, welcher maßgeblich durch die turbulenten Wirbel bestimmt wird.

²Zwei dieser Artikel wurden in einer englischen Übersetzung von V. Levin (1991) in einer Spezialausgabe der Proceedings of the Royal Society, anlässlich des 50ten Jahrestages der Originalpublikation, veröffentlicht.

2.1. DIE TURBULENTE STRÖMUNG

Diese mehr oder weniger starken Schwankung des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes kann man bei einfachen Experimenten, wie zum Beispiel bei der Messung des Geschwindigkeitsfeldes hinter einem mit konstanter Geschwindigkeit umströmten Zylinders erkennen. Bei der Erfassung des Geschwindigkeitsfeldes an einem festen Punkt \mathbf{x}_0 im turbulenten Nachlaufbereich des umströmten Zylinders, wird man eine starke Fluktuation der Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit erkennen. Die so aufgenommene Funktion des Geschwindigkeitsfeldes $\mathbf{u}(\mathbf{x}_0, t)$ wird bei wiederholten Versuchen stets unterschiedlich sein, da unweigerlich auftretende minimale Schwankungen innerhalb der konstanten Zuströmung des Zylinders durch die Turbulenz angefacht werden und zu einer vollkommen anderen Funktion $\mathbf{u}(\mathbf{x}_0, t)$ führen. Das turbulente Geschwindigkeitsfeld ist somit zufällig und nicht vorhersagbar, da eine minimale Änderung der Einlaßbedingungen zu einer starken Änderung der resultierenden turbulenten Strömung führt.

Eine andere Realisierung des Experimentes ist hingegen, das Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{u}(\mathbf{x}_0, t)$ im Nachlaufbereich über eine angemessen lange Zeit zu messen, und anschließend das zeitliche Mittel der Geschwindigkeit $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_0, t)$ zu berechnen. So oft man diese Vorgehensweise wiederholt, wird man immer wieder zu der gleichen zeitlich mittleren Funktion $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_0, t)$ des Geschwindigkeitsfeldes gelangen, wie es in Abbildung 2.2 illustriert ist.

Aus diesen zwei ähnlichen, wenn auch in einem wichtigen Punkt unterschiedlichen Realisierungen des Experiments ergibt sich, daß das turbulente Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ selbst nicht vorhersagbar ist, seine statistischen Größen hingegen sehr wohl. Die Eigenschaften der statistischen Größen werden nur durch die Anfangsbedingungen, sowie die Randbedingungen der Strömung bestimmt. Vergleichbare Messungen führen somit immer zu vergleichbaren Ergebnissen bei den statistischen Größen der turbulenten Strömung. Weiterhin resultiert eine minimale Störung in den Anfangs- und Randbedingungen der Strömung ebenfalls in einer nur minimalen Änderung der statistischen Eigenschaften der Strömung.

Die statistische Beschreibung der turbulenten Strömung ist somit ein hilfreiches Werkzeug zur Charakterisierung der Strömung. Hierauf wird in Kapitel 2.3 noch näher eingegangen.

Für das zuvor beschriebene Experiment von Reynolds existiert innerhalb des Rohrs eine mittlere axiale Strömung. Das Zeitmittel der Geschwindigkeit wird nachfolgend mit einem Strich über der Größe gekennzeichnet werden. An jeder Stelle innerhalb der im Mittel konstanten Strömung gilt dann für den Momentanwert der Geschwindigkeit:

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

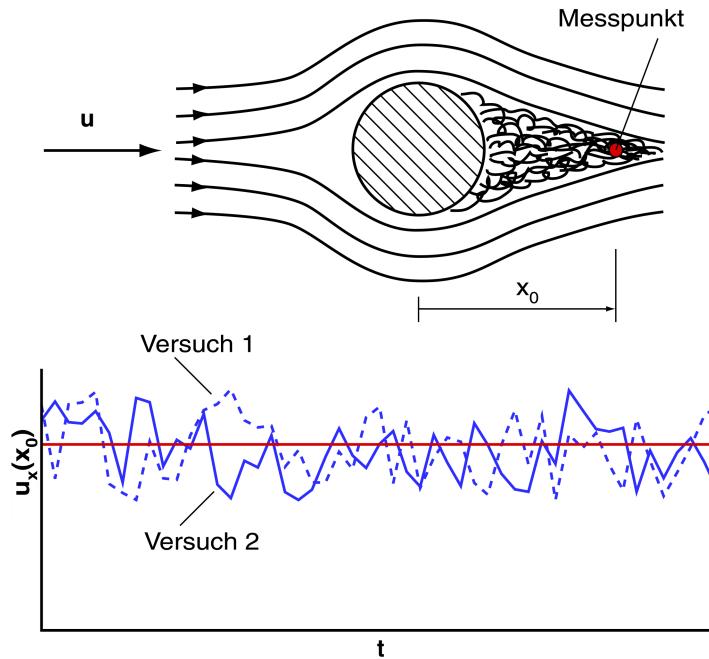


Abbildung 2.2: Skizze der Messung des Geschwindigkeitsfeldes im Nachlaufbereich einer Zylinderumströmung

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \quad (2.2)$$

wobei \mathbf{u}' die zufällige Schwankungskomponente der Strömung beinhaltet. Obwohl es sich um eine turbulente Strömung handelt, ist die mittlere Geschwindigkeit $\bar{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$ eine glatte und geordnete Funktion des Ortes, wohingegen \mathbf{u} und somit auch \mathbf{u}' stark ungeordnet in Raum und Zeit sind.

Die Störungen innerhalb von \mathbf{u}' entstammen einer zufälligen Überlagerung von turbulenten Wirbeln. Die Abmessungen der größten Wirbel werden durch die geometrischen Randbedingungen der mittleren Strömung, wie zum Beispiel des Rohrdurchmessers bei der Rohrdurchströmung, festgelegt. Natürlich sind die meisten Wirbel viel kleiner, als diese großen Wirbel. Die geometrischen Abmessungen der kleinsten Wirbel hängen von der Reynoldszahl Re der Strömung ab.

Man kann nun Gleichung 2.2 entnehmen, daß sich die in der Strömung enthaltene kinetische Energie durch die statistische Behandlung in zwei Anteile unterteilen läßt. Der erste Anteil entstammt der kinetischen Energie der mittleren Strömung und der zweite Anteil der kinetischen Energie in der überlagerten Schwankungsbewegung, welche auch als *turbulente kinetische Energie* bezeichnet wird. Der Trans-

2.1. DIE TURBULENTE STRÖMUNG

fermechanismus der turbulenten kinetischen Energie bis hin zur Dissipation wird im nachstehenden Kapitel 2.1.2 beschrieben.

2.1.2 Das Energiespektrum

Das breite Spektrum an Skalen, sowohl zeitlich, als auch örtlich, ist eine der Haupteigenschaften einer turbulenten Strömung. Die sich in dieser Strömung befindlichen individuellen Strukturen werden häufig auch als *turbulente Wirbelfäden* (engl. *turbulent eddies*) oder auch kurz als *Wirbel* bezeichnet.

Der im Nachfolgenden beschriebene Transfermechanismus der Turbulenzenergie zwischen diesen Strukturen kann auch anhand der Transportgleichung der Wirbelstärke (Gl. 2.29) veranschaulicht werden.

Die Breite dieses Spektrums hängt von der Reynoldszahl der Strömung ab. Die größten Wirbelfäden hängen zumeist von den charakteristischen Abmessungen der Strömung, wie zum Beispiel der Dicke einer Scherschicht, ab. Diese größten Wirbel innerhalb des Spektrums werden durch die Viskosität des Fluids nicht beeinflusst, wenn die Reynoldszahl der Strömung hinreichend groß ist. Sie interagieren lediglich mit der mittleren Strömung und mit Wirbeln vergleichbarer Abmessungen. Die Streckungsrate der mittleren Strömung ist dann verantwortlich für die Energieversorgung der turbulenten Bewegungen durch die Dehnung der größten Wirbel innerhalb des Turbulenzfeldes, wenn die Wirbelstärke eines solchen Wirbels passend zur Streckungsrate des mittleren Strömungsfeldes ausgerichtet wird. Die großen Wirbel sind im Allgemeinen stark anisotrop, da die mittlere Streckungsrate bestimmte Richtungen bevorzugt. Die Streckung der großen Wirbel verstärkt hierbei die Wirbelstärke der gedehnten Wirbel, da der Drehimpuls gemäß des *1. Helmholtzschen Wirbelsatzes* erhalten bleiben muß, wodurch sich gleichzeitig der Querschnitt der gestreckten Wirbel verringern muss. Auf diesem Wege erhalten die turbulenten Wirbel fortwährend Energie aus der gescherten mittleren Strömung, weshalb dieser Bereich des Spektrums auch als **Produktionsbereich** bezeichnet wird.

Gleichermaßen erfahren die Wirbel auch untereinander eine Streckung, da sie Wirbelstärke und Streckungsraten unterschiedlichster Richtungen enthalten. Bedingt durch die gegenseitige Streckung dieser Wirbel entstehen neue, kleinere Wirbel, deren Energie den größeren Wirbelskalen entstammt. Dieser Kaskadeneffekt, auch als *Turbulenzkaskade* oder *Energiekaskade* bezeichnet, setzt sich nun immer weiter fort. Dieser Bereich des Spektrums wird als **Trägheitsbereich** bezeichnet. Die im Produktionsbereich in die Kaskade eingespeiste Energie wird über diesen Träg-

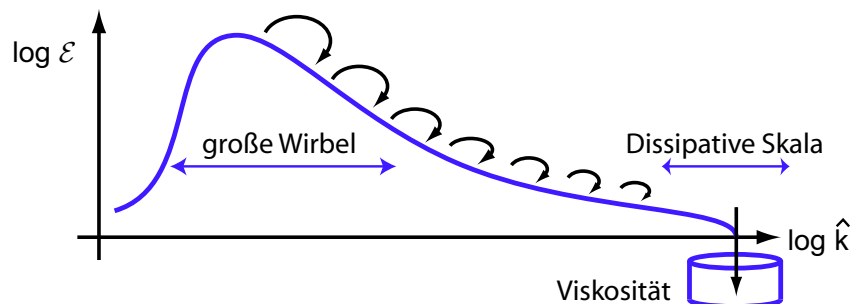
2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

heitsbereich bis zum unteren Ende der Turbulenzkaskade transportiert. Für eine ausgebildete turbulente Strömung muss diese Transferrate mit der *Dissipationsrate* ϵ am unteren Ende der Turbulenzkaskade im Gleichgewicht stehen.

Die zuvor beschriebene Energiekaskade kann jedoch nicht bis ins unendliche fortgeführt werden, da sie durch die viskosen Kräfte innerhalb des Fluids begrenzt wird. Dies bedeutet, je kleiner ein turbulenter Wirbel wird, desto größer werden die Geschwindigkeitsgradienten innerhalb eines Wirbels. Hierdurch nehmen die viskosen Spannungen zu, welche der eigentlichen Wirbelbewegung entgegenwirken. Hieraus folgt, daß es eine Grenze geben muß, bei welcher die Energie der kleinsten Wirbelskalen durch die viskosen Reibungskräfte in innere Energie der Strömung überführt wird. Dieser Bereich des Turbulenzspektrums, in welchem die Turbulenzenergie in innere Energie umgewandelt wird, wird auch als **Dissipationsbereich** bezeichnet.



(a) Schematische Darstellung der Energiekaskade (nach Frisch)



(b) Energiekaskade als Funktion der Energie über der Wellenzahl

Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Energiekaskade (nach Frisch [50])

2.1. DIE TURBULENTE STRÖMUNG

Der Einfluss der molekularen Viskosität spielt somit bei ausreichend großen Reynolds-Zahlen $Re = ul/\nu$ innerhalb der Turbulenzkaskade eine vernachlässigbare Rolle. Die Turbulenzkaskade kommt erst zu einem Ende, wenn die Abmessung der kleinsten Wirbel so klein wird, daß die Reynolds-Zahl basierend auf der Größe der kleinsten Wirbel in der Größenordnung von $\mathcal{O}(Re_\eta) = 1$ liegt. In diesem Bereich wird dann der Einfluss der molekularen Viskosität ausschlaggebend und die Dissipation wird wichtig. Für die Bestimmung der kleinsten Abmessungen innerhalb einer turbulenten Strömung kann man somit eine Unterteilung in die typische Geschwindigkeit der großen Wirbel u und der kleinsten Wirbel v vornehmen. Genauso ist auch eine Unterteilung in die Längenskala der großen Wirbel l und der kleinsten Wirbel η_k möglich.

Die Zeitskala der Wirbelzerfalls liegt im Bereich der Umdrehungszeit der Wirbel. Somit ist die Rate, mit welcher die Energie (pro Masseneinheit) von den größten Wirbeln über die Kaskade hinab zu den kleinsten Wirbeln transportiert wird

$$\Pi \sim u^2 / (l/u) = u^3/l \quad (2.3)$$

Für eine stationäre Strömung muss diese Bedingung auch auf die Dissipationsrate der Energie bei den kleinsten Wirbeln zutreffen. Die Dissipationsrate der Energie bei den kleinsten Skalen ist:

$$\epsilon \sim \nu S_{ij} S_{ij} \quad (2.4)$$

worin S_{ij} die Streckungsrate innerhalb der kleinsten Wirbel $S_{ij} \sim v/\eta_k$ ist. Dies führt zu

$$\epsilon \sim \nu (v^2/\eta_k^2) \quad (2.5)$$

Da die Dissipation der turbulenten kinetischen Energie ϵ gleich der Rate Π sein muß, mit welcher die Energie der Kaskade zugeführt wird, ergibt sich

$$u^3/l \sim \nu (v^2/\eta_k^2) \quad (2.6)$$

Des Weiteren ist bekannt, daß die Reynoldszahl $Re_\eta = \frac{v\eta_k}{\nu}$ basierend auf der charakteristischen Geschwindigkeit der kleinsten Wirbel v , sowie deren charakteristischen Abmessung η_k von der Größenordnung $\mathcal{O}(Re_\eta) = 1$ sein muß

$$v\eta_k/\nu \sim 1 \quad (2.7)$$

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

Aus der Kombination der vorangegangenen Definitionen und Bedingungen ergibt sich für die kleinst mögliche Wirbelskala, welche im Allgemeinen als *Kolmogorov Skala* bezeichnet wird, eine Abschätzung für die Längenskala η_k sowie deren Geschwindigkeit v unter Verwendung der turbulenten Reynoldszahl $Re_t = \frac{u \cdot l}{\nu}$ und der Annahme, daß die größten Skalen mit $\epsilon \propto u^3/l$ skalieren:

$$\eta_k \sim l Re_t^{-3/4} \quad \text{oder} \quad \eta_k \sim (\nu^3/\epsilon)^{1/4} \quad (2.8)$$

$$v \sim u Re_t^{-1/4} \quad \text{oder} \quad v \sim (\nu\epsilon)^{1/4} \quad (2.9)$$

Für diese kleinsten Wirbel kann ebenfalls eine korrespondierende Zeitskala angegeben werden, die *Kolmogorov Zeitskala*.

$$\tau_k = \frac{\nu^{1/2}}{\epsilon^{1/2}} \quad (2.10)$$

Die üblicherweise im Fourierraum dargestellte Verteilung der Turbulenzenergie in Abhängigkeit der Wellenzahl wird als *Turbulenzenergiespektrum* \mathcal{E} bezeichnet. Der Zusammenhang zwischen der *Energie-Spektralfunktion* \mathcal{E} und der *Turbulenzenergie* k beziehungsweise der *Dissipationsrate* ϵ kann wie folgt dargestellt werden:

$$k = \int_0^{\infty} \mathcal{E} \, d\hat{k} \quad (2.11)$$

$$\epsilon = 2\nu \int_0^{\infty} \hat{k}^2 \mathcal{E} \, d\hat{k} \quad (2.12)$$

Die Einheit der *Wellenzahl* ist $[\hat{k}] = m^{-1}$, weshalb die großen Wirbelstrukturen, welche ca. 90% der Turbulenzenergie beinhalten, bei kleinen Wellenzahlen liegen.

In Abbildung 2.4 ist eine übliche Verteilung der Energie-Spektralfunktion \mathcal{E} als Funktion der Wellenzahl \hat{k} schematisch dargestellt. Aus der Lage des Spektralmaximums kann die *integrale Länge* bestimmt werden, welche die Abmessungen der energiereichsten Wirbel charakterisiert. Da die großen Wirbelstrukturen meist recht langlebig sind, kann der Abszissenwert sowohl als Zeitmaß, als auch als Längenmaß interpretiert werden. Die Abbildung veranschaulicht des Weiteren die Unterteilung des Spektrums in die sich aus der Energiekaskade ergebenden Bereiche.

2.2. BILANZGLEICHUNGEN

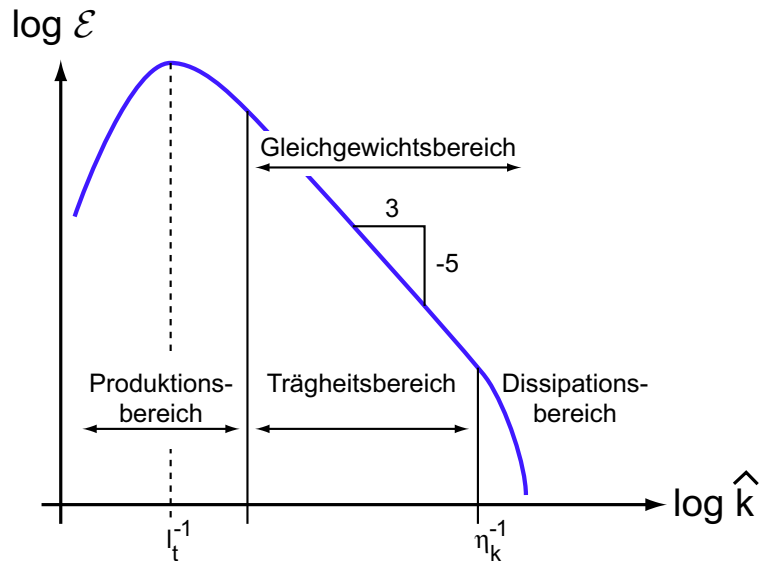


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung des Energiespektrums im Wellenzahlenbereich bei doppelt logarithmischer Auftragung

2.2 Bilanzgleichungen

Grundlage der Berechnung der turbulenten Strömung, sowie der turbulenten Mischung bilden die Bilanzgleichungen der Kontinuumsmechanik. Anhand der Bilanzen für die Gesamtmasse und den Impuls können sowohl das Geschwindigkeitsfeld, als auch das Druckfeld der turbulenten Strömung abgeleitet werden. Über die Bilanzgleichung des passiven und erhaltenen Skalars ist das Mischungsfeld zugänglich, insofern dieses Skalar keinen Einfluß auf die Materialeigenschaften, wie zum Beispiel die Dichte oder die Viskosität, besitzt. Diese Annahme ist bei geringer Zugabe eines Dotierungsstoffes gleicher Temperatur gegeben, wovon im weiteren Verlauf dieser Arbeit ausgegangen wird, da dies auch mit den zu Grunde liegenden Vergleichsmessungen im Einklang ist. Hierdurch kann der Einfluß von Dichteunterschieden auf das Strömungs- und Mischungsfeld vernachlässigt werden, was die mathematische Beschreibung und Modellierung vereinfacht, da dies die Zahl der zu betrachtenden Einflußparameter reduziert. Ausführlichere Herleitungen, sowie weiterführende Bilanzgleichungen, zum Beispiel für dichteänderliche reagierende Strömungen, finden sich in BIRD, STEWART & LIGHTFOOD [15], BUGGISCH [22], INCROPERA & DEWITT [64], POINSOT & VEYNANTE [104], LIN [90] oder WILLIAMS [144].

2.2.1 Bilanz der Gesamtmasse

Die *Massenbilanz* bzw. *Kontinuität* ist gegeben durch

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.13)$$

Betrachtet man diese Gleichung unter Verwendung des spezifischen Fluidvolumens $\vartheta(\mathbf{x}, t) = 1/\varrho(\mathbf{x}, t)$, so folgt

$$\frac{D \ln \vartheta}{Dt} = \nabla \cdot \vec{u} \quad (2.14)$$

Die linke Seite in Gl. (2.14) stellt die logarithmische Zuwachsrate des spezifischen Volumens dar, wohingegen die rechte Seite in Gl. (2.14) die *Dilatation* $\nabla \cdot \mathbf{u}$ repräsentiert, welche die logarithmische Zuwachsrate des Volumens eines infinitesimalen materiellen Volumenelements wiedergibt. Die Kontinuitätsgleichung kann somit auch als Konsistenzbedingung zwischen der Änderung des spezifischen Volumens eines Fluidpartikels und der Änderung des Volumens eines materiellen Volumenelements betrachtet werden.

2.2.2 Bilanz des Impulses

Die auf dem *2ten Newtonschen Gesetz* basierende Impulsgleichung setzt die Beschleunigung eines Fluidelements $D\mathbf{u}/Dt$ mit den Flächen- und Körperkräften in Verbindung.

Die Flächenkräfte sind molekularen Ursprungs und werden durch den *Spannungstensor* $\tau_{ij}(\mathbf{x}, t)$ beschrieben. Die angreifende Körperkraft entstammt dem Einfluss der Gravitation. Mit Hilfe des *Gravitationspotentials* Ψ ergibt sich diese Körperkraft pro Masseneinheit zu

$$\mathbf{g} = -\nabla \Psi \quad (2.15)$$

Unter Voraussetzung eines konstanten Gravitationsfeldes \mathbf{g} resultiert das Gravitationspotential Ψ zu

$$\Psi = \mathbf{g}z \quad (2.16)$$

Diese Kräfte implizieren eine Beschleunigung des Fluidelements entsprechend der Impulsgleichung

$$\rho \frac{Du_j}{Dt} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \quad (2.17)$$

2.2. BILANZGLEICHUNGEN

Für den Spezialfall der Impulsgleichung der Strömung eines *Newtonschen Fluids* mit konstanten Materialeigenschaften resultiert der Spannungstensor zu

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.18)$$

Betrachtet man nun die Massenerhaltungsgleichung in Gl. (2.13) unter der Voraussetzung konstanter Dichte, degeneriert diese Gleichung zu einer kinematischen Bedingung,

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.19)$$

wodurch die *Quellenfreiheit* des Geschwindigkeitsfeldes für die Strömung eines Fluids konstanter Dichte vorausgesetzt werden kann (vgl. [10]). Man erkennt nun in Gl. (2.18), daß sich die Spannung aus einem isotropen Anteil und einem deviatorischen (um den hydrostatischen Beitrag reduzierten) Anteil zusammensetzt.

Durch Einsetzen von Gl. (2.18) in Gl. (2.17) und der Verwendung der Substitutionsregel

$$\begin{aligned} \delta_{ij}x_j &= x_i \\ \text{bzw.} & \\ x_j &= \delta_{ij}x_i, \text{ da } \delta_{ij} = 1/\delta_{ij} \end{aligned} \quad (2.20)$$

folgt die *Navier-Stokes Gleichung*

$$\varrho \frac{Du_j}{Dt} = \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_i} - \frac{\partial P}{\partial x_j} - \varrho \frac{\partial \Psi}{\partial x_j} \quad (2.21)$$

Unter Verwendung der Nebenrechnung

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \left(e_i \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \cdot \left(e_j \frac{\partial}{\partial x_j} \right) \quad (2.22)$$

$$= \delta_{ij} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \quad (2.23)$$

sowie der Einführung eines *modifizierten Drucks* p , welcher die isotropen Anteile zusammenfasst,

$$p \equiv P + \varrho \Psi \quad (2.24)$$

als auch der *kinematischen Viskosität* ν ,

$$\nu \equiv \mu/\varrho \quad (2.25)$$

folgt eine vereinfachte Schreibweise der Navier-Stokes Gleichung zu

$$\frac{Du_j}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{u} \quad (2.26)$$

2.2.3 Bilanz einer erhaltenen passiven skalaren Größe

Neben der Bilanz des Impulses ist auch die Betrachtung der Erhaltung einer skalaren Größe von Bedeutung. Für eine Strömung mit konstanten Eigenschaften ergibt sich die Erhaltungsgleichung des Skalars ϕ zu:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \Gamma\nabla^2\phi \quad (2.27)$$

worin Γ die Diffusivität des Skalars darstellt. Der Skalar wird erhalten, da weder ein Quellen- noch ein Senkenterm in Gleichung Gl.(2.27) existiert. Des Weiteren ist der Skalar passiv, da sein Wert keinen Einfluß auf die Materialeigenschaften der Strömung, wie zum Beispiel die Dichte oder die Viskosität, hat und somit auch keinen Einfluß auf das Strömungsfeld besitzt. Dieser Skalar kann nun verschiedenste physikalische Eigenschaften in der Strömung repräsentieren. Als Beispiel ist hier zum Einen die Einmischung eines Spurenstoffes zu nennen, dessen Konzentration hinreichend klein ist, so daß die Annahme gerechtfertigt ist, daß dieser Spurenstoff keinen Einfluß auf die Materialeigenschaften der Strömung hat. Im Falle des Spurenstoffes stellt dann das Verhältnis ν/Γ die *Schmidt-Zahl* dar. Zum Anderen ist es auch möglich mittels dieses Skalars die Verteilung einer kleinen Temperaturabweichung in der Strömung zu untersuchen. Hierbei muß wiederum gelten, daß diese Temperaturabweichung nicht zu groß ist, um die Strömung maßgeblich zu beeinflussen. In diesem Fall stellt dann das Verhältnis ν/Γ die *Prandtl-Zahl* dar.

Eine weitere wichtige Eigenschaft des erhaltenen, passiven Skalars ist seine Beschränkung zwischen einer oberen und einer unteren Grenze, welche durch die Anfangs- und Randbedingungen des Skalars definiert werden und im Bereich

$$\phi_{min} \leq \phi \leq \phi_{max} \quad (2.28)$$

liegen. Werte des Skalars außerhalb dieses Bereiches können per Definition nicht existieren. Dieses Verhalten bedingt sich durch die Quellen- und Senkenfreiheit der Erhaltungsgleichung des Skalars. Ohne eine Quelle kann der Skalar keine größeren Werte als ϕ_{max} annehmen, welche durch die Anfangs- und Randbedingungen definiert werden. Durch das Fehlen eines Senkenters gilt gleiches auch für das Unterschreiten der unteren Schranke ϕ_{min} .

2.2.4 Bilanz der Wirbelstärke

Eine Haupteigenschaft turbulenter Strömungen besteht darin, daß sie rotationsbehaftet sind [105, 33, 143]. Die Rotation des turbulenten Geschwindigkeitsfeldes, auch als *Wirbelstärke* oder *Vorticity* bezeichnet, definiert sich als $\omega \equiv \nabla \times \mathbf{u}$ und ist der schief-symmetrische Anteil des Geschwindigkeitsgradienten Tensors. Sie stellt genau die doppelte Rotationsrate des Fluids am Punkt (\mathbf{x}, t) dar.

Unter Anwendung der mathematischen Operation $\text{rot}()$ auf die Navier-Stokes Gleichung folgt die Transportgleichung der Wirbelstärke, wobei für eine Strömung mit konstanter Dichte der Druckterm $(-\nabla \times \nabla p / \rho)$ verschwindet. Diese Transportgleichung kann unter vorstehender Annahme konstanter Dichte wie folgt geschrieben werden:

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \underbrace{\vec{\omega} \cdot \nabla \mathbf{u}}_{\text{Wirbelstreckungsterm}} + \underbrace{\nu \nabla^2 \vec{\omega}}_{\text{viskose Dissipation}} \quad (2.29)$$

Gemäß dieser Gleichung besitzt die Vorticity innerhalb des Fluids keine Quelle, sondern wird nur transportiert und erfährt hierbei Dehnung und Streckung.

2.3 Statistische Behandlung turbulenter Strömungsvorgänge

Das Problem bei der Berechnung turbulenter Strömungen ist nicht durch die physikalischen Gesetze gegeben, sondern durch die Beschreibung des Problems. Turbulenz ist der Zustand eines Fluids, welcher durch bekannte Gesetze wie die Navier-Stokes Gleichung beschrieben werden kann. Im Allgemeinen könnte die Beschreibung der Turbulenz durch die einfache Lösung dieser Gesetze vorgenommen werden. Die Herausforderung bei der Beschreibung ist jedoch die zeitliche und örtliche Komplexität der chaotischen turbulenten Strömung, welche gleichermaßen zu einer komplexen Lösung der bekannten Gesetze führen würde. Hierdurch wird dieser Weg der Beschreibung für die wissenschaftliche und ingenieurstechnische Betrachtung turbulenter Strömung uninteressant. Weiterhin liefert diese Art der Berechnung der turbulenten Strömung, bedingt durch die chaotische Natur der Turbulenz, keine reproduzierbaren Ergebnisse, was jedoch gerade bei der Untersuchung und Vorhersage ihrer Eigenschaften von eminenter Bedeutung ist.

In Kapitel 2.1.1 wurde bereits dargestellt, daß eine statistische Betrachtung zu reproduzierbaren Ergebnissen bei der Untersuchung der chaotischen turbulenten Strömung führt. Diese Vorgehensweise wird in den nachfolgenden Unterkapiteln

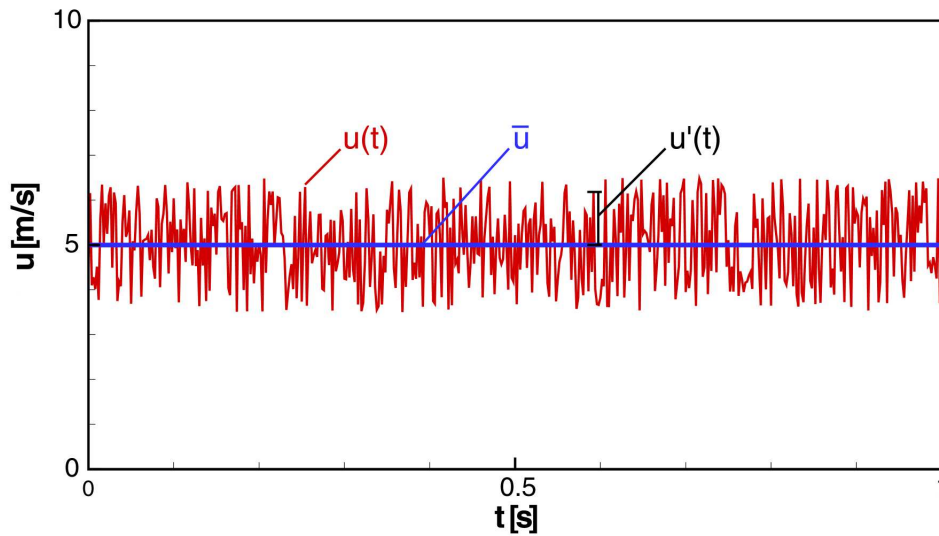


Abbildung 2.5: Illustration der Zerlegung einer turbulenten Feldgröße am Beispiel der Geschwindigkeit

dargestellt.

2.3.1 Die Reynoldsmittelung

Wie schon in Kapitel 2.1.1 vorgestellt, ist es für die statistische Behandlung der Turbulenz sinnvoll, die turbulente Größe ϕ in einen *mittleren Anteil* $\bar{\phi}$ und einen *Schwankungsanteil* ϕ' aufzuteilen. Diese Vorgehensweise wurde von REYNOLDS [111] bereits 1895 vorgeschlagen, und ist zur Verdeutlichung in Abbildung 2.5 illustriert.

Gemäß der Theorie sollte das Zeitintervall Δt für die Mittelung gegen unendlich gehen. Für praktische Anwendungen ist es jedoch hinreichend groß, wenn Δt die Zeitskala der langsamsten Schwankungen der Größe ϕ , hervorgerufen durch die größten Wirbel, übersteigt. Diese Definition für den Mittelwert einer Feldgröße ist jedoch nur für im Mittel stationäre Strömungen angebracht. Bei zeitabhängigen Strömungen entstammt der Mittelwert einer Größe zum Zeitpunkt t der Mittelung der Momentanwerte der Größe über eine große Anzahl von wiederholt gleichen Experimenten, dem so genannten *Ensamble-Mittel*.

Der formelmäßige Ausdruck für die *Reynolds-Zerlegung* ist wie folgt gegeben:

$$\phi(t) = \bar{\phi} + \phi'(t) \quad (2.30)$$

2.3. STATISTISCHE BEHANDLUNG TURBULENTER STRÖMUNGSVORGÄNGE

Zur Vereinfachung wird nachfolgend die Zeitabhängigkeit der Größen ϕ und ϕ' nicht mehr explizit angegeben, wodurch sich die Notation vereinfacht zu:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.31)$$

Der Mittelwert der turbulenten Feldgröße ist definiert als:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{t+\Delta t} \phi(t) dt \quad (2.32)$$

Das zeitliche Mittel des Schwankungsanteils ist per Definition identisch null:

$$\bar{\phi'} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{t+\Delta t} \phi'(t) dt \equiv 0 \quad (2.33)$$

Informationen bezüglich des fluktuierenden Anteils können jedoch zum Beispiel vom *root-mean-square* (rms) der Fluktuationen erhalten werden.

$$\phi_{rms} = \sqrt{\overline{(\phi')^2}} = \left[\frac{1}{\Delta t} \int_0^{t+\Delta t} (\phi')^2 dt \right]^{1/2} \quad (2.34)$$

Die RMS-Werte der Geschwindigkeitskomponenten sind von besonderer Bedeutung, da sie recht einfach durch Hitzdrahtmessungen oder Laser-Doppler-Anemometrie Messungen erhalten werden können. Hierdurch besteht wiederum ein recht einfacher Zugang zur turbulenten kinetische Energie k (pro Masseneinheit) der Strömung, da diese mit den rms-Werten der Geschwindigkeitskomponenten gekoppelt ist.

$$k \equiv \frac{1}{2} \overline{(u'^2 + v'^2 + w'^2)} = \frac{1}{2} (u_{rms}^2 + v_{rms}^2 + w_{rms}^2) \quad (2.35)$$

Eine weitere wichtige Größe zur Charakterisierung der turbulenten Strömung ergibt sich, wenn man die so erhaltene turbulente kinetische Energie k mit der charakteristischen mittleren Geschwindigkeit u_{ref} der Strömung kombiniert. Diese Größe wird als *Turbulenzgrad* Tu bezeichnet und ist definiert als

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{u_{ref}} \quad (2.36)$$

Für die Ableitung der gemittelten Strömungsgrößen in den nachfolgenden Kapiteln bedarf es noch einiger Rechenregeln für die Mittelung der fluktuierenden Größen $\phi = \bar{\phi} + \phi'$ und $\psi = \bar{\psi} + \psi'$ und ihrer Kombinationen, Ableitungen und Integrale. Diese Rechenregeln sind:

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

$$\begin{aligned}
 \overline{\phi'} &= \overline{\psi'} = 0; & \overline{\overline{\phi}} &= \overline{\phi} \\
 \overline{\frac{\partial \phi}{\partial s}} &= \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial s}; & \overline{\int \phi \, ds} &= \int \overline{\phi} \, ds \\
 \overline{\phi + \psi} &= \overline{\phi} + \overline{\psi}; & \overline{\phi\psi} &= \overline{\phi}\overline{\psi} + \overline{\phi'\psi'}; & \overline{\phi\overline{\psi}} &= \overline{\phi}\overline{\psi}; & \overline{\phi'\overline{\psi}} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Da die Operationen $\text{div}()$ und $\text{grad}()$ Differentiationen darstellen, können die obigen Definitionen erweitert werden auf eine fluktuierende vektorielle Größe $\mathbf{a} = \overline{\mathbf{a}} + \mathbf{a}'$ in Kombination mit einer fluktuierenden skalaren Größe $\phi = \overline{\phi} + \phi'$

$$\begin{aligned}
 \overline{\text{div } \mathbf{a}} &= \text{div } \overline{\mathbf{a}}; & \overline{\text{div}(\phi \mathbf{a})} &= \text{div}(\overline{\phi \mathbf{a}}) = \text{div}(\overline{\phi} \overline{\mathbf{a}}) + \text{div}(\overline{\phi'} \mathbf{a}'); \\
 \overline{\text{div grad } \phi} &= \text{div grad } \overline{\phi}
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

2.3.2 Die Reynoldsgleichungen

Für das zuvor beschriebene turbulente Geschwindigkeitsfeld $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ können, basierend auf der Navier-Stokes Gleichung, gemittelte Gleichungen hergeleitet werden. Die grundlegende Arbeit hierzu wurde bereits 1895 durch OSBORNE REYNOLDS [111] für das mittlere Geschwindigkeitsfeld $\overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}$ vorgestellt.

Die Zerlegung des instantanen Geschwindigkeitsfeldes $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ in seinen Mittelwert $\overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}$ und seinen Schwankungswert

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \equiv \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)} \tag{2.39}$$

ist gegeben zu:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)} + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \tag{2.40}$$

Aus der Kontinuitätsgleichung (Gl. (2.13))

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} + \mathbf{u}') = 0 \tag{2.41}$$

folgt, daß sowohl der Mittelwert $\overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}$, als auch der Schwankungswert $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$ quellenfrei sind. Für den Mittelwert dieser Gleichung ergibt sich

$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{u}} = 0 \tag{2.42}$$

und durch Subtraktion erhält man

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0 \tag{2.43}$$

2.3. STATISTISCHE BEHANDLUNG TURBULENTER STRÖMUNGSVORGÄNGE

Unter Anwendung der Mittelung, sowie der oben genannten Definitionen, folgen die mittleren Impulsgleichungen beziehungsweise *Reynolds-Gleichungen*:

$$\frac{\overline{D}u_j}{\overline{D}t} = \nu \nabla^2 \overline{u}_j - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} \quad (2.44)$$

In ihrer Form sind die Reynolds-Gleichungen (Gl. (2.44)) und die Navier-Stokes Gleichungen (Gl. (2.21)) vergleichbar. Der maßgebliche Unterschied zeigt sich in den so genannten *Reynolds-Spannungen* $\overline{u'_i u'_j}$.

Es ist leicht ersichtlich, daß die Reynolds-Spannungen $\overline{u'_i u'_j}$ einen wesentlichen Beitrag in der Gleichung für das mittlere Geschwindigkeitsfeld $\overline{\mathbf{u}}$ haben. Für den Fall verschwindender Reynolds-Spannungen wären die Gleichungen für $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ und $\overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}$ identisch. Das unterschiedliche Verhalten von $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ und $\overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}$ ist demnach dem Einfluss der Reynolds-Spannungen zuzuschreiben.

Interpretation als Spannungen

Die zuvor hergeleiteten Reynoldsgleichungen können umgeschrieben werden zu:

$$\rho \frac{\overline{D}u_j}{\overline{D}t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\mu \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{p} \delta_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (2.45)$$

Diese Formulierung entspricht der allgemeinen Form der Impulserhaltungsgleichung (vgl. Gl. (2.17)), wobei der Term in eckigen Klammern der Summe aus drei Spannungen entspricht. Diese Spannungen sind die *viskosen Spannungen*, die *isotrope Spannung* $-\overline{p} \delta_{ij}$ aus dem mittleren Druckfeld, sowie die zusätzlichen Spannungen $-\rho \overline{u'_i u'_j}$, welche sich aus den Schwankungen des Geschwindigkeitsfeldes ergeben. Aus diesem Grund werden die Anteile $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ im Allgemeinen auch als *Reynolds-Spannungen* bezeichnet.

Das Schließungsproblem

Für eine allgemeine statistisch drei-dimensionale Strömung existieren vier unabhängige Gleichungen, welche das mittlere Geschwindigkeitsfeld beschreiben. Diese Gleichungen sind die drei Anteile der Reynolds-Gleichungen (siehe Gl. (2.44)) sowie entweder die mittlere Kontinuitätsgleichung (Gl. (2.42)) oder die *Poisson-Gleichung*

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \nabla^2 \overline{p} &\equiv \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \\ &= \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_i \partial x_j} \end{aligned} \quad (2.46)$$

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

für das mittlere Druckfeld \bar{p} .

Für diese vier Bestimmungsgleichungen des mittleren Geschwindigkeitsfeldes existieren jedoch mehr als vier unbekannte Größen. Die Unbekannten sind neben den drei mittleren Geschwindigkeitskomponenten $\bar{\mathbf{u}}$ und dem mittleren Druck \bar{p} die Reynolds-Spannungen.

Hierdurch resultiert das *Schließungsproblem der Reynolds-Gleichungen*. Solange keine Bestimmungsgleichungen für die Reynolds-Spannungen aufgestellt werden, bleiben die Reynolds-Gleichungen ungeschlossen.

2.3.3 Die mittlere Skalargleichung

Die Schwankung des skalaren Feldes ist definiert als

$$\phi'(\mathbf{x}, t) = \phi(\mathbf{x}, t) - \overline{\phi(\mathbf{x}, t)} \quad (2.47)$$

Mit dieser Definition folgt die Reynoldszerlegung des skalaren Feldes als

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \overline{\phi(\mathbf{x}, t)} + \phi'(\mathbf{x}, t) \quad (2.48)$$

Die Erhaltungsgleichung für $\phi(\vec{x}, t)$ kann wie folgt geschrieben werden

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{u}\phi) = \Gamma \nabla^2 \phi \quad (2.49)$$

Diese Gleichung beinhaltet nur einen nicht-linearen Term für den konvektiven Fluß $\mathbf{u}\phi$, dessen Mittel definiert ist als

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{u}\phi} &= \overline{(\bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}')(\bar{\phi} + \phi')} \\ &= \bar{\mathbf{u}}\bar{\phi} + \overline{\mathbf{u}'\phi'} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Bei der Geschwindigkeits-Skalar Kovarianz $\overline{\mathbf{u}\phi'}$ handelt es sich um einen Vektor, welcher auch als *skalärer Fluß* bezeichnet wird und den durch das schwankende Geschwindigkeitsfeld hervorgerufenen Fluß des Skalars über die Begrenzungsfläche des Fluidelements widerspiegelt. Durch Mittelung der Gleichung (Gl. (2.49)) erhält man als mittlere substantielle Ableitung

$$\frac{\overline{D\phi}}{\overline{Dt}} = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \bar{\phi} + \overline{\mathbf{u}'\phi'}) \quad (2.51)$$

In voranstehender Gleichung des mittleren Skalars spielt der skalare Fluß die gleiche Rolle, wie die Reynolds-Spannungen in den Reynolds-Gleichungen (Gl. (2.48)).

2.4 Wirbelviskositäts- und Gradienten- Diffusions- Hypothese

Wie in Kapitel 2.3.2 dargestellt wurde, sind die Reynoldsgleichungen ungeschlossen. Daher bedarf es eines Modellansatzes zur Schließung dieser Gleichungen. Zur Schließung der Reynoldsgleichungen formulierte BOUSSINESQ 1877 [17] seine turbulente *Wirbelviskositätshypothese*. Entsprechend der Definition des Spannungstensors eines Newtonschen Fluids (Gl. (2.18)) setzt die turbulente Wirbelviskositätshypothese die Reynolds'schen deviatorischen Spannungen $(-\overline{\rho u'_i u'_j} + \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij})$ proportional zur mittleren Streckungsrate \bar{S}_{ij} ,

$$\begin{aligned} -\overline{\rho u'_i u'_j} + \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} &= \rho \nu_T \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \\ &= 2\rho \nu_T \bar{S}_{ij} \end{aligned} \quad (2.52)$$

worin der positive skalare Koeffizient ν_T die *turbulente Viskosität* oder auch *Wirbelviskosität* (aus dem engl. *eddy viscosity*) darstellt..

Die Reynolds-Gleichungen beinhalten die Reynolds'schen Spannungen $\overline{u'_i u'_j}$ als unbekannte Größen. Durch Einsetzen von Gleichung Gl. (2.52) in Gleichung Gl. (2.44) folgt

$$\frac{\bar{D}}{Dt} \bar{u}_j = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\nu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\bar{p} + \frac{2}{3}\rho k \right) \quad (2.53)$$

worin

$$\nu_{eff}(\mathbf{x}, t) = \nu + \nu_T(\mathbf{x}, t) \quad (2.54)$$

die *effektive Viskosität* darstellt. Diese Beziehung ist direkt analog zur Beziehung der Spannungen in einem Newton'schen Fluid:

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.55)$$

Dieser Spannungstensor setzt sich aus einem vom Druck stammenden isotropen Anteil und einem von den Geschwindigkeitsgradienten herrührenden deviatorischen Anteil zusammen (siehe z.B. [105]).

Es stellt sich nun die Frage, wie die turbulente Viskosität $\nu_T(\mathbf{x}, t)$ bestimmt werden kann. Durch eine einfache dimensionsanalytische Betrachtung kann man die

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

turbulente Viskosität als das Produkt aus einer Geschwindigkeit $u^*(\mathbf{x}, t)$ und einer Länge $\ell^*(\mathbf{x}, t)$ darstellen. Bei algebraischen Modellen, wie dem Mischungslängenmodell, wird ℓ^* auf Basis der Geometrie der Strömung bestimmt. Bei den 2-Gleichungsmodellen, wie dem $k-\epsilon$ -Modell (siehe Kapitel 2.6.1) werden u^* und ℓ^* mit k und ϵ in Beziehung gesetzt, für welche zwei Transportgleichungen gelöst werden müssen.

Neben den Reynoldsspannungen existieren auch in den Transportgleichungen beliebiger skalarer Größen ungeschlossene Terme. Hierbei handelt es sich um den turbulenten Flußvektor $\overline{\mathbf{u}'\phi'}$ des Skalars. Der Flußvektor eines Skalars $\overline{\mathbf{u}'\phi'}$ gibt sowohl die Richtung, als auch die Größe des turbulenten Transports eines erhaltenen Skalars ϕ an. Analog zu Fourier's Gesetz der Wärmeleitung oder Fick's Gesetz der molekularen Diffusion geht die *Gradienten-Diffusionshypothese* davon aus, daß der Transport des Skalars entlang des mittleren Gradienten des Skalars, also in Richtung $-\nabla\bar{\phi}$, erfolgt. Entsprechend der Gradienten-Diffusionshypothese existiert ein positiver Skalar $\Gamma_T(\mathbf{x}, t)$, der turbulenten Diffusivität, so daß folgende Definition gilt:

$$\overline{\mathbf{u}'\phi'} = -\Gamma_T \nabla \bar{\phi} \quad (2.56)$$

Da der turbulenten Diffusion auch noch die molekulare Diffusion überlagert ist, ergibt sich die effektive Diffusivität aus der Summe der beiden Anteile

$$\Gamma_{eff}(\mathbf{x}, t) = \Gamma + \Gamma_T(\mathbf{x}, t) \quad (2.57)$$

Unter Anwendung der Gradienten-Diffusions Hypothese (Gl. (2.56)) auf die mittlere skalare Erhaltungsgleichung (Gl. (2.51)) folgt

$$\frac{\overline{D\phi}}{\overline{Dt}} = \nabla \cdot (\Gamma_{eff} \nabla \bar{\phi}) \quad (2.58)$$

2.5 Ein-Gleichungs-Wirbelviskositätsmodell

Wie bereits im vorangegangenen Kapitel dargestellt wurde, kann man die turbulente Viskosität in folgender Form ausdrücken:

$$\nu_T = \ell^* u^* \quad (2.59)$$

2.5. EIN-GLEICHUNGS-WIRBELVISKOSITÄTSMODELL

Beim *Mischungslängenmodell* ist die Längenskala $\ell^* = \ell_m$ und die Geschwindigkeitsskala ergibt sich bei einfachen Scherströmungen zu

$$u^* = \ell_m \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (2.60)$$

KOLMOGOROV [79] und PRANDTL [106] fanden unabhängig voneinander, daß die Bestimmung der Geschwindigkeitsskala besser auf Basis der turbulenten kinetischen Energie k erfolgen sollte. Hieraus ergibt sich die Definition der Geschwindigkeitsskala

$$u^* = ck^{1/2} \quad (2.61)$$

worin c eine Konstante ist. Die Längenskala wird bei diesem Modell wiederum der Mischungslänge gleichgesetzt, wodurch für die turbulente Viskosität nachfolgende Definition resultiert

$$\nu_T = ck^{1/2}\ell_m \quad (2.62)$$

Um nun die turbulente Wirbelviskosität bestimmen zu können, muß der Wert der Variablen $k(\mathbf{x}, t)$ in Gl. (2.62) bestimmt werden. Hierfür wurde von Kolmogorov und Prandtl die Lösung einer modellierten Transportgleichung für k vorgeschlagen, weshalb dieses Modell auch als *1-Gleichungsmodell* bezeichnet wird, da nur eine modellierte Transportgleichung für eine Turbulenzgröße gelöst werden muss. Die Berechnung der turbulenten Strömung mit Hilfe des 1-Gleichungsmodells besteht somit aus folgenden Komponenten:

- die Mischungslänge $\ell_m(\mathbf{x}, t)$ muss angegeben werden
- eine modellierte Transportgleichung für $k(\mathbf{x}, t)$ muß gelöst werden
- die turbulente Viskosität ist definiert als $\nu_T = ck^{1/2}\ell_m$
- die Reynolds-Spannungen werden mit Hilfe der turbulenten Wirbelviskositäts-hypothese (Gl. (2.52)) berechnet
- die Reynoldsgleichungen werden gelöst für $\overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}$ und $\overline{p(\mathbf{x}, t)}$

Ausgangspunkt für die Herleitung des 1-Gleichungsmodells ist die exakte Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie.

$$\begin{aligned} \frac{\overline{D}k}{\overline{D}t} &\equiv \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla k \\ &= -\epsilon - \nabla \cdot \mathbf{T}' + \mathcal{P} \end{aligned} \quad (2.63)$$

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

In dieser Gleichung sind alle Terme bis auf ϵ und $\nabla \cdot \mathbf{T}'$ geschlossen. Um nun auch zu einer geschlossenen Formulierung der Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie zu gelangen müssen die beiden unbekanntenen Terme modelliert werden.

Der erste unbekanntene Term in Gl. (2.63) ist die Dissipationsrate ϵ . Für hohe Reynoldszahlen skaliert die Dissipationsrate ϵ mit u_0^3/ℓ_0 , wobei u_0 und ℓ_0 die Geschwindigkeits- bzw. Längenskalen der energietragenden Bewegung darstellen. Hieraus ergibt sich, daß die Dissipationsrate wie folgt modelliert werden kann,

$$\epsilon = C_D k^{3/2} / \ell_m \quad (2.64)$$

worin C_D eine Modellkonstante darstellt. Gl.(2.62) kann nun mit Gl. (2.64) kombiniert werden, um die Mischungslänge ℓ_m zu eliminieren. Hierdurch ergibt sich die Bestimmungsgleichung der Dissipationsrate ϵ zu

$$\nu_t = c C_D k^2 / \epsilon \quad (2.65)$$

beziehungsweise

$$\frac{\nu_t \epsilon}{k^2} = c C_D \quad (2.66)$$

Für einfache Scherströmungen kann man nun k , ϵ und $\nu_T = -\overline{u'v'}/(\partial\bar{u}/\partial y)$ messen, so dass die Modellannahmen direkt getestet werden können. Aus Messungen ist zu erkennen, daß diese Größe mit einem Wert von $c C_D \approx 0.09$ bei dieser Strömungsart in der Tat ungefähr konstant ist.

Der zweite unbekanntene Term in Gl. (2.63) ist der *Energiefluß* \mathbf{T}' . Die exakte Gleichung für diese Größe kann wie folgt ausgedrückt werden,

$$T'_i = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j u'_j} + \overline{u'_i p'} / \rho - 2\nu \overline{u'_j s'_{ij}} \quad (2.67)$$

worin $p' = p - \bar{p}$ das fluktuierende Druckfeld, sowie s'_{ij} die Schwankung des Deformationstensors darstellen. Die Problematik bei der Beschreibung dieser Größe ergibt sich aus der unbekanntenen Tripel-Korrelation $\overline{u'_i u'_j u'_j}$. Mit Hilfe der in Kapitel 2.4 eingeführten Gradienten-Diffusionshypothese kann Gl. (2.67) modelliert werden.

$$\mathbf{T}' = -\frac{\nu_T}{\sigma_k} \nabla k \quad (2.68)$$

Nach Anwendung der Gradienten-Diffusionshypothese auf Gl. (2.67) wird sofort ersichtlich, daß der *Energiefluß* \mathbf{T}' für eine Verteilung der turbulenten kinetischen Energie k sorgt und somit als Diffusion von k interpretiert werden kann. In Gleichung

2.6. ZWEI-GLEICHUNGS-WIRBELVISKOSITÄTSMODELLE

chung (2.68) stellt σ_k die turbulente Prandtl Zahl der kinetischen Energie³ dar, welche im Allgemeinen zu $\sigma_k = 1.0$ bestimmt wird.

Die abschließende Formulierung dieses 1-Gleichungsmodells basiert auf der Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie k ,

$$\frac{\bar{D}k}{\bar{D}t} = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \nabla k \right) + \mathcal{P} - \epsilon \quad (2.69)$$

mit $\nu_t = ck^{1/2}\ell_m$ und $\epsilon = C_D k^{3/2}/\ell_m$.

2.6 Zwei-Gleichungs-Wirbelviskositätsmodelle

Eine weitere Klasse von Turbulenzmodellen sind die so genannten *Zwei-Parameter-Wirbelviskositätsmodelle* oder *Zweigliedungsmodelle* und basieren ursprünglich auf dem isotropen Wirbelviskositätsprinzip. Bei diesen werden im Unterschied zu den zuvor behandelten Modellen zwei gekoppelte partielle Differentialgleichungen, oder auch Transportgleichungen, für turbulente Strömungsgrößen wie die *turbulente kinetische Energie* k , die *Dissipationsrate* ϵ oder die Frequenz der turbulenten Wirbel $\omega = \epsilon/k$ gelöst. Anhand der gewählten abhängigen Turbulenzvariablen wie k , ϵ oder ω lassen sich diese Modelle klassifizieren, wobei die in der Literatur vorhandenen Formulierungen weitestgehend äquivalent sind und sich auch prinzipiell ineinander überführen lassen.

Aus diesen so berechneten Turbulenzgrößen lassen sich im Allgemeinen weitere Feldgrößen wie zum Beispiel ein *Längenmaß* ($L = k^{3/2}/\epsilon$), ein *Zeitmaß* ($\tau = k/\epsilon$) oder weitere dimensionsbehaftete Größen wie die *turbulente Wirbelviskosität* ($\nu_t = k^2/\epsilon$) ableiten. Auf Grund ihrer Einfachheit und in den meisten Fällen hinreichende Genauigkeit werden diese Modelle in fast allen kommerziellen Strömungsprogrammen verwendet. In den nachfolgenden Unterkapiteln wird auf die wichtigsten Modelle näher eingegangen.

2.6.1 Das $k - \epsilon$ Modell

Das am weitesten verbreitete Zwei-Gleichungsmodell ist das so genannte $k - \epsilon$ -Modell. Die Entwicklung dieses Modells wird JONES & LAUNDER [65] zugeschrieben

³Das Symbol σ_k ist das Standard-Symbol für diese Größe. Hierbei handelt es sich um eine skalare Größe, wobei der Indize 'k' für die turbulente kinetische Energie steht und in keinsten Weise mit dem Indize der kartesischen Index-Notation verwechselt werden sollte.

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

und es wird häufig auch als 'Standard'- $k - \epsilon$ -Modell genannt. Später wurde der Konstantensatz dieses Modells von LAUNDER & SHARMA [83] modifiziert. Wie schon der Name des Modells besagt, wurde hierbei für die modellierten Transportgleichungen der abhängigen Turbulenzvariablen die *Turbulenzenergie* k sowie die *Dissipationsrate* ϵ gewählt.

Die Schließung der abhängigen Transportgleichungen bedarf nun einer Berechnungsvorschrift für die isotrope Dissipationsrate ϵ . Die exakte Transportgleichung dieser Größe ist inakzeptabel komplex und enthält eine Vielzahl an nicht geschlossenen Beiträgen. Die nötige Modellierung dieser Gleichung geht, wie schon zuvor erwähnt, auf JONES & LAUNDER in Jahre 1972 [65] zurück. Diese modellierte Gleichung ähnelt in ihrer Formulierung stark der Modellgleichung der Turbulenzenergie k (Gl. (2.69))

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \nabla \cdot \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla \epsilon \right) + C_{\epsilon 1} \frac{\mathcal{P}_k \epsilon}{k} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (2.70)$$

Diese Gleichung gilt ausdrücklich nur für voll-turbulente (so genannte High-Reynolds Number) Bereiche in hinreichender Entfernung fester Wände.

Die in der Transportgleichung der Dissipationsrate enthaltenen Koeffizienten wurden von LAUNDER & SHARMA [83] wie folgt angegeben

$$C_\mu = 0.09, C_{\epsilon 1} = 1.44, C_{\epsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3 \quad (2.71)$$

Häufig ist für die Berechnung von Nichtgleichgewichts-Zuständen eine Variation des Koeffizienten $C_{\epsilon 1}$ notwendig. Von vielen Autoren wird hierzu in ähnlicher Art und Weise der dimensionslose Scherratenparameter $S = (k/\epsilon) \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ herangezogen um eine Modifikation dieses Koeffizienten vorzunehmen.

2.6.2 $k - \omega$ Modell

Wie bereits gezeigt wurde, kann mit Hilfe von k und ϵ das Zeitmaß $\tau = k/\epsilon$ bestimmt werden. Es wäre nun eine logische Schlußfolgerung, die turbulente kinetische Energie direkt mit dem Zeitmaß zu verknüpfen und hierfür je eine Transportgleichung für k und τ zu lösen.

Diese Formulierung ist jedoch nachteilig, da der Diffusionsterm der Transportgleichung des Zeitmaßes in bestimmten Situationen negativ werden muß, um ein Gleichgewicht zwischen Produktion und Dissipation zu erhalten (siehe [43]). Ein negativer Diffusionsterm ist zum Einen physikalisch nicht sinnvoll und zum Anderen ergeben sich hierdurch erhebliche numerische Probleme.

2.6. ZWEI-GLEICHUNGS-WIRBELVISKOSITÄTSMODELLE

Eine bessere Vorgehensweise besteht darin, neben der Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie k , eine Transportgleichung für das *inverse Zeitmaß* $\tau^{-1} = \epsilon/k = \omega$ zu lösen, da hier der Diffusionsterm positiv bleibt. Das inverse Zeitmaß ist in diesem Zusammenhang auch als spezifische Dissipationsrate zu interpretieren. Modelle, welche neben der Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie k auch eine Transportgleichung für die *spezifische Dissipationsrate* ω lösen, werden als $k-\omega$ Modelle bezeichnet, deren Modellgleichungen wie folgt zu schreiben sind:

$$\frac{\bar{D}k}{\bar{D}t} = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \nabla k \right) + \mathcal{P}_k - C_{k1} k \omega \quad (2.72)$$

$$\frac{\bar{D}\omega}{\bar{D}t} = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\omega} \nabla \omega \right) + C_{\omega 1} \frac{\mathcal{P}_k \omega}{k} - C_{\omega 2} \omega^2 \quad (2.73)$$

Es stellt sich nun die Frage, worin der Unterschied zwischen dem $k-\epsilon$ Modell und dem $k-\omega$ Modell besteht. Um diesen Unterschied genauer zu betrachten, startet man von den Modellgleichungen des $k-\epsilon$ Modells und bezieht in diese die Definition der spezifischen Dissipationsrate $\omega = \epsilon/k$ mit ein. Hierdurch gelangt man zu folgender Transportgleichung für die spezifische Dissipationsrate:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{D}\omega}{\bar{D}t} &= \nabla \cdot \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \nabla \omega \right) + (C_{\epsilon 1} - 1) \frac{\mathcal{P}_\omega}{k} - (C_{\epsilon 2} - 1) \omega^2 \\ &+ C_\mu \left(\frac{1}{\sigma_\epsilon} + \frac{1}{\sigma_k} \right) \frac{1}{\omega} \nabla \omega \cdot \nabla k \\ &+ C_\mu \left(\frac{1}{\sigma_\epsilon} - \frac{1}{\sigma_k} \right) \left(\nabla^2 k + \frac{1}{k} \nabla k \cdot \nabla k \right) \end{aligned} \quad (2.74)$$

Trifft man nun ferner noch die vereinfachende Annahme, daß $\sigma_k = \sigma_\epsilon = \sigma_\omega$ ist, so reduziert sich diese Gleichung zu

$$\begin{aligned} \frac{\bar{D}\omega}{\bar{D}t} &= \nabla \cdot \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\omega} \nabla \omega \right) + (C_{\epsilon 1} - 1) \frac{\mathcal{P}_\omega}{k} - (C_{\epsilon 2} - 1) \omega^2 \\ &+ 2 \frac{\nu_T}{\sigma_\omega k} \nabla \omega \cdot \nabla k \end{aligned} \quad (2.75)$$

In dieser Gleichung ist zu erkennen, daß der einzige Unterschied zwischen Gl. (2.73) und Gl. (2.75) im letzten Term von Gl. (2.75) besteht. Dieser Term wird in der Literatur meist als so genannter *Cross Diffusion* Term bezeichnet, welcher sowohl vom Gradienten der turbulenten kinetischen Energie k , als auch vom Gradienten der spezifischen Dissipationsrate ω abhängt. Bei freien Scherströmungen verstärkt der

Cross Diffusion Term die Produktion von ω , was wiederum die Dissipation von k verstärkt. Der Gesamteffekt des Cross-Diffusion Terms liegt somit in der Verminderung der Nettoproduktion der turbulenten kinetischen Energie (siehe [143]).

2.6.3 Das $k - \omega - SST$ Model

Die von MENTER [93] formulierte Grundlage des $k - \omega - SST$ Modells besteht in der Kombination der Vorteile des $k - \epsilon$ Modells und des $k - \omega$ Modells. Hierdurch können aus aerodynamischer Sicht, die Vorteile der beiden 2-Gleichungsmodelle genutzt und zugleich die Nachteile der jeweiligen Modelle vermieden werden.

So besitzt das $k - \omega$ Modell erhebliche Vorteile bei der Beschreibung wandnaher Bereiche und zeigt speziell bei der Wiedergabe von Ablösungen eine erhebliche Verbesserung gegenüber dem $k - \epsilon$ Modell. Das $k - \epsilon$ Modell bietet hingegen bei der Berechnung freier Strömungen einen erheblichen Vorteil gegenüber dem $k - \omega$ Modell, da bei letzterem die Berechnung der Wirbelviskosität stark von der gewählten Randbedingung für ω abhängig ist.

Beim von MENTER formulierten *Baseline Blending* Modell werden nun die Vorteile der beiden Modelle dadurch kombiniert, daß der innere Teil der Grenzschicht durch das $k - \omega$ Modell berechnet wird und der äußere Teil, sowie der Rest des Strömungsgebietes durch das $k - \epsilon$ Modell behandelt wird.

Für die Kombination der beiden Gleichungen bedarf es der Überführung der $k - \epsilon$ Gleichungen in die Form der Gleichungen des $k - \omega$ Modells. Bei dieser Überführung der $k - \epsilon$ Gleichungen entsteht auch der schon im vorigen Kapitel angesprochene *Cross-Diffusion Term* $D_{k\omega}$. Die Gleichungen werden mit einer *Blending-Funktion* multipliziert und addiert, wonach sie die nachstehende Form haben:

$$\frac{Dk}{Dt} = \nabla \cdot \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \nabla k \right) + P_k + \beta^* k \omega \quad (2.76)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \nabla \cdot \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \nabla \omega \right) + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 + D_{k\omega} \quad (2.77)$$

Die turbulente Viskosität wird berechnet zu:

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (2.78)$$

Die in den Gleichungen (2.76) und (2.77) enthaltenen Koeffizienten werden mittels einer Blending-Funktion aus den Konstanten-Sätzen der beiden Basismodelle (Indizes 1 und 2) gemäß der nachfolgenden Gleichung für den Koeffizienten ϕ berechnet:

2.6. ZWEI-GLEICHUNGS-WIRBELVISKOSITÄTSMODELLE

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (2.79)$$

Der in Gleichung (2.77) enthaltene Cross-Diffusion Term berechnet sich zu

$$D_{k\omega} = 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2.80)$$

Die eigentliche *Blending*-Funktion dieses Modells variiert mit dem Wandabstand y . Sie nimmt hierbei an der festen Wand den Wert 1 an und klingt bis zu einem gewissen Abstand zur Wand auf den Wert 0 ab. Sie ist wie folgt formuliert:

$$F_1 = \tanh(\Phi^4) \quad (2.81)$$

mit

$$\Phi = \min \left[\max \left[\frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega} \right]; \frac{4\rho k\sigma_{\omega 2}}{D_{k\omega}y^2} \right] \quad (2.82)$$

Das voran dargestellte *Baseline Blending Modell* kombiniert zwar die Vorteile des $k - \epsilon$ Modells mit jenen des $k - \omega$ Modells, hat jedoch weiterhin Probleme bei der Vorhersage von Ablösungen an glatten Wänden. Bedingt durch die den Modellen zu Grunde liegende Boussinesq-Hypothese, missachten beide Modelle innerhalb einer turbulenten Grenzschicht die Bedingung, daß die turbulenten Schubspannungen proportional zu k sein müssen. Diese Tatsache wird hingegen von Modellen erfüllt, welche Transportgleichungen für die turbulenten Schubspannungen lösen. Um nun das Baseline Blending Modell in seinem Verhalten den Modellen mit Transportgleichungen für die turbulenten Schubspannungen anzugleichen, wird für das **Shear-Stress-Transport** $k - \omega$ Modell eine modifizierte Berechnung der turbulenten Viskosität eingeführt. Diese Berechnungsvorschrift in Gleichung (2.83) stellt sicher, daß die turbulente Viskosität nicht schneller anwächst, als die turbulente kinetische Energie k

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega; S F_2)} \quad (2.83)$$

Hierin stellt S die Invariante des Streckungsraten Tensors dar und F_2 ist wiederum eine *blending* Funktion in gleicher Form wie F_1 , auf welche hier nicht weiter eingegangen werden soll.

2.7 Grobstruktursimulation

Der maßgebliche Erfolg der Grobstruktursimulation (im Englischen bezeichnet als LES: *Large-Eddy Simulation*) ist in der Tatsache begründet, daß sowohl die Energie, als auch die Information über den Zustand der turbulenten Strömung dazu tendiert, entlang der Turbulenzkaskade hinab zu den kleinen Skalen transportiert zu werden, und nicht in entgegengesetzter Richtung. Die kleinen Skalen sind somit in gewisser Hinsicht passiv und verarbeiten alles was an Energie oder Information zu ihnen über die Turbulenzkaskade transportiert wird. Möchte man die Energiekaskade nun an einem Punkt zwischen den großen Skalen und den kleinen Skalen abschneiden, so muß man einen geeigneten Abflußmechanismus (siehe Abbildung 2.6) für den Energiefluß bereitstellen, so daß die Abwesenheit der kleinen Skalen am unteren Ende der Turbulenzkaskade keinen Einfluß auf die großen Skalen hat.

An Stelle der zeitlichen Mittelung tritt bei der LES eine zeitliche und örtliche Tiefpassfilterung. Dies hat zur Folge, daß die großskaligen, energietragenden Phänomene transient simuliert werden, während der Beitrag der kleinskaligen Phänomene, welche in ihren Abmessungen ungefähr der Gittergröße entsprechen, weiterhin modelliert werden muss, um einen geeigneten Abflußmechanismus für die über die Turbulenzkaskade transportierte Energie bereitzustellen. Obwohl verwandte Modellierungsprobleme auftreten, verspricht die Grobstruktursimulation bei höherem Rechenaufwand eine bessere Beschreibung der Turbulenz als die statistischen Methoden, da zumindest ein Teil der turbulenten Schwankungen wiedergegeben wird.

Da es sich sowohl bei der Grobstruktursimulation, als auch bei der späterhin beschriebenen Detached-Eddy-Simulation, um neuere Forschungsfelder auf dem Gebiet der Turbulenzmodellierung handelt, haben sich viele Begriffe aus dem anglikanischen Sprachraum etabliert. Deshalb wird nachfolgend auf eine Übersetzung dieser Begriffe ins Deutsche verzichtet, zumal die englischsprachigen Begriffe meist zutreffender sind, als ihre deutsche Übersetzung.

2.7.1 Die gefilterte Navier-Stokes Gleichung

Ausgehend von der nicht gefilterten Navier-Stokes Gleichung für inkompressible Strömungen

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.84)$$

2.7. GROBSTRUKTURSIMULATION

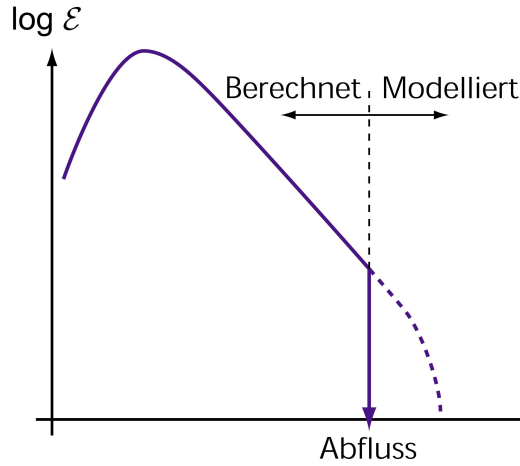


Abbildung 2.6: Einteilung des Turbulenzspektrums bei der LES

erfolgt die Zerlegung der Strömungsgröße in einen aufgelösten grobskaligen Anteil $\tilde{\phi}$ und einen nicht aufgelösten, modellierten kleinskaligen Anteil ϕ'' . Den grobskaligen Anteil $\tilde{\phi}$ erhält man durch die Anwendung der allgemeinen Filteroperation, welche ursprünglich durch LEONARD [87] vorgeschlagen wurde.

$$\tilde{\phi}(\mathbf{x}, t) = \int_V \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{x}) \phi(\mathbf{x} - \mathbf{r}, t) d\mathbf{r} \quad (2.85)$$

Hierbei muss die Filterfunktion folgende Normierungsbedingung erfüllen:

$$\int \mathcal{G}(\mathbf{r}, \mathbf{x}) d\mathbf{r} = 1 \quad (2.86)$$

Nach Anwendung der Filterung auf die Navier-Stokes Gleichung resultiert die gefilterte Version der Impulsgleichung in konservativer Form:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\widetilde{u_i u_j})}{\partial x_i} = \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_j}{\partial x_i \partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_j} \quad (2.87)$$

wobei $\tilde{p}(x_i, t)$ das gefilterte Druckfeld darstellt. Diese Gleichung unterscheidet sich von der Navier-Stokes Gleichung, da sich das gefilterte Produkt $\widetilde{u_i u_j}$ vom Produkt der gefilterten Geschwindigkeiten $\tilde{u}_i \tilde{u}_j$ unterscheidet. Der Unterschied besteht im *residual-stress Tensor*, welcher definiert ist als

$$\tau_{ij}^R \equiv \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (2.88)$$

Dieser ist analog zum Reynolds-Spannungs Tensor

$$\overline{u'_i u'_j} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (2.89)$$

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

Entsprechend der Reynolds-Mittelung läßt sich auch bei der Filterung sowohl die *residual kinetic Energy*,

$$k_r \equiv \frac{1}{2} \tau_{ii}^R \quad (2.90)$$

als auch der *anisotropic residual-stress tensor*

$$\tau_{ij}^r \equiv \tau_{ij}^R - \frac{2}{3} k_r \delta_{ij} \quad (2.91)$$

auf Basis des residual-stress Tensors (Gl. (2.88)) definieren.

Der isotrope residual-stress ist genau wie bei der Reynolds-Mittelung im modifizierten gefilterten Druck enthalten

$$\tilde{p} = \tilde{P} - \frac{2}{3} \rho k_r \quad (2.92)$$

Mit diesen Definitionen kann die gefilterte Impulsgleichung (Gl. (2.87)) umgeschrieben werden zu

$$\frac{\tilde{D}\tilde{u}_j}{\tilde{D}t} = \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_j}{\partial x_i \partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}^r}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_j} \quad (2.93)$$

wobei die substantielle Ableitung basierend auf der gefilterten Geschwindigkeit gegeben ist zu

$$\frac{\tilde{D}}{\tilde{D}t} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \quad (2.94)$$

2.7.2 Schließungsproblem der LES

Das Schließungsproblem der LES ergibt sich aus dem nicht-linearen konvektiven Term in der Navier-Stokes Gleichung. Dieser Anteil kann mit Hilfe der Gleichungen Gl. (2.88) und Gl. (2.91) aufgespalten werden in

$$\widetilde{u_i u_j} = \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \tau_{ij}^R = \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \tau_{ij}^r + \frac{2}{3} k_r \delta_{ij} \quad (2.95)$$

LEONARD [87] führte die Zerlegung von τ_{ij}^R in drei Komponenten ein. Später wurde durch SPEZIALE [131] nachgewiesen, daß zwei dieser Komponenten nicht Galilei-Invariant sind, was jedoch eine wichtige Forderung für die Formulierung eines Turbulenzmodells ist. Heute wird im Allgemeinen die Galilei-Invariante Zerlegung von τ_{ij}^R nach GERMANO [52] angewendet:

$$\tau_{ij}^R = \mathcal{L}_{ij}^o + \mathcal{C}_{ij}^o + \mathcal{R}_{ij}^o \quad (2.96)$$

Hierbei sind \mathcal{L}_{ij}^o die *leonard stresses*,

$$\mathcal{L}_{ij}^o \equiv \widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (2.97)$$

2.7. GROBSTRUKTURSIMULATION

\mathcal{C}_{ij}^o die *cross stresses*

$$\mathcal{C}_{ij}^o \equiv \widetilde{u}_i u_j'' + u_i'' \widetilde{u}_j - \widetilde{u}_i u_j'' - u_i'' \widetilde{u}_j \quad (2.98)$$

und \mathcal{R}_{ij}^o die *SGS reynolds stresses*

$$\mathcal{R}_{ij}^o \equiv \widetilde{u_i'' u_j''} - \widetilde{u_i''} \widetilde{u_j''} \quad (2.99)$$

Somit ist der einzige noch nicht geschlossene Term in Gl. (2.95) im Anteil des anisotropen residual-stress Tensors τ_{ij}^r zu sehen. Das einfachste Modell zur Beschreibung dieses Terms wurde von SMAGORINSKY [125] vorgeschlagen.

2.7.3 Das Smagorinsky Modell

Zur Modellierung des anisotropen residual-stress Tensors τ_{ij}^r verwendet das *Smagorinsky Modell* einen linearen Wirbelviskositäts-Ansatz:

$$\tau_{ij}^r = -2\nu_r \tilde{S}_{ij} \quad (2.100)$$

zur Verknüpfung der residual stresses mit der *gefilterten Streckungsrate* \tilde{S}_{ij} , welche wiederum definiert ist als:

$$\tilde{S}_{ij} \equiv \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.101)$$

Der Proportionalitätsfaktor $\nu_r(\mathbf{x}, t)$ stellt die Wirbelviskosität der residual Bewegungen dar. Analog zur Mischungslängen Hypothese $\nu_T = \ell_m (2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij})^{1/2} = \ell_m^2 \mathcal{S}$, welche von SMAGORINSKY [125] als algebraisches Mischungslängenmodell vorgeschlagen wurde, wird die Wirbelviskosität modelliert als

$$\begin{aligned} \nu_r &= \ell_S^2 \tilde{\mathcal{S}} \\ &= (C_S \Delta)^2 \tilde{\mathcal{S}} \end{aligned} \quad (2.102)$$

Hierin ist $\tilde{\mathcal{S}}$ die charakteristische gefilterte mittlere Streckungsrate, welche wie folgt geschrieben werden kann:

$$\tilde{\mathcal{S}} \equiv \left(2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij} \right)^{1/2} \quad (2.103)$$

Des Weiteren ist ℓ_S die *Smagorinsky Längenskala* (analog zur Mischungslänge), welche zusammen mit dem *Smagorinsky Koeffizienten* C_S proportional zur Filterweite Δ ist.

Da die Grobstruktursimulation mittlerereweile ein sehr weites Forschungsfeld geworden ist, wird an dieser Stelle auf weiterführende Literatur [46, 118, 88] verwiesen, welche tiefere Einblicke in die subgrid scale Modelle, die Filterung und die Diskretisierung liefert.

2.8 Detached Eddy Simulation

Bei ingenieurtechnischen Strömungen existieren meist große Bereiche mit dünnen turbulenten Wandgrenzschichten. In diesen Schichten kommen fast ausschließlich kleine (“attached”) Wirbel vor, deren lokale Größe ℓ viel kleiner ist, als die Grenzschichtdicke δ . Dies führt dazu, daß die verfügbaren Rechenkapazitäten bei weitem überschritten werden, wenn man die zuvor in Kapitel 2.7 beschriebene LES anwendet. Hierdurch ist die LES für die Anwendung auf komplexe ingenieurtechnische Problemstellungen in naher Zukunft relativ uninteressant.

Auf der anderen Seite ist nicht zu erwarten, daß die konventionellen RANS-Modelle, wie sie in Kapitel 2.6 vorgestellt wurden, das Ablöseverhalten bei komplexen Strömungen wie zum Beispiel Automobil- und Tragflügelumströmungen in naher Zukunft hinreichend zuverlässig beschreiben können. Diese Annahme wird durch den Fakt verstärkt, daß die abgelösten Wirbel in massiv abgelösten Strömungen stark geometrieabhängig sind, was wenig mit den nahezu universellen Wirbel der typischen dünnen Scherschichten, welche für die Kalibrierung der RANS-Modelle verwendet werden, zu tun hat. Daher bleibt die LES wohl auf lange Sicht das einzig zuverlässige Werkzeug zur Vorhersage von massiv abgelösten Strömungen, mit den damit einhergehenden Nachteilen.

Der Versuch die Vorteile beider Methoden zu vereinen, führt zwangsweise zu einem Modell, welches die Fähigkeiten einer gut angepassten RANS in den anliegenden Grenzschichten mit der Fähigkeit der LES in den abgelösten Bereichen kombiniert. Hierdurch werden die in den Grenzschichten enthaltenen und hinsichtlich des Rechenaufwandes teuren Wirbel modelliert, während die größeren abgelösten Wirbel durch die LES aufgelöst werden. Die kleineren Wirbel in den abgelösten Bereichen werden zwar ebenfalls modelliert, haben jedoch einen viel kleineren Einfluß auf die Strömung, als es die kleinen Wirbel in den Grenzschichten haben.

Aus diesem Grund wird dieser von SPALART [129] formulierte Modellansatz auch als “Detached-Eddy Simulation” bezeichnet, da die abgelösten Wirbel direkt simuliert werden. Einen Überblick über die grundsätzlichen Eigenschaften der DES, und bis dahin ungelöste Probleme werden von SPALART [126, 127] in zwei Übersichtsartikeln gegeben, welche ein weites Spektrum der Turbulenzmodellierung abdecken.

Die von SPALART [129] zuerst verfasste Formulierung der Detached-Eddy Simulation basierte auf seinem Spalart-Almaras Turbulenzmodell [128] für die Modellierung der kleinen Wirbel. Später wurde diese Idee dann von TRAVAIN ET AL. [141] allgemeingültiger, sprich unabhängig von einem Turbulenzmodell, formuliert.

2.8. DETACHED EDDY SIMULATION

Gemäß der hierin verfassten *allgemeinen Definition* der DES ist diese eine dreidimensionale, instationäre Berechnung, welche nur ein Turbulenzmodell verwendet. Dieses Turbulenzmodell dient zum einen als Subgrid-Scale Modell in Bereichen, wo das Berechnungsgitter hinreichend fein ist, um eine LES durchzuführen. In Bereichen, wo die Gitterauflösung für eine LES nicht fein genug ist, dient das Modell der RANS-Simulation der Strömung. Ein hinreichend feines Gitter zeichnet sich dadurch aus, daß in allen drei Dimensionen die Gitterweite Δ viel kleiner ist, als die turbulente Längenskala δ_t der Strömung. Daher hat das Turbulenzmodell in fein aufgelösten Bereichen einen relativ kleinen Einfluß auf die Berechnung der großen, meist geometrieabhängigen Wirbel, da diese durch die LES direkt aufgelöst werden.

Im Gegensatz hierzu ist in Bereichen mit einem für die LES zu groben Gitter, die Kontrolle der Lösung komplett auf der Seite des Turbulenzmodells. Die Lösung bleibt jedoch auch in diesen Regionen instationär und dreidimensional, selbst wenn die Geometrie hier zweidimensional ist. Dies ist der typische Bereich der dünnen Scherschichten, bei welchen die RANS Modelle ihren besten Einsatzbereich hinsichtlich des numerischen Aufwandes, der Robustheit und ihrer Zuverlässigkeit besitzen.

Die wichtigste Eigenschaft der DES ist jedoch, daß sie nicht zonal ist. Dies bedeutet, daß die von ihr berechnete Lösung nur ein Geschwindigkeits- und Wirbelviskositätsfeld beinhaltet und es keinen Übergang zwischen den RANS und LES Bereichen der Lösung gibt.

Im Allgemeinen kann der Anwender somit die Gitterauflösung nur in Bereichen von speziellem Interesse erhöhen und somit diese Bereiche für die Berechnung mittels der LES markieren.

Im Nachfolgenden werden nun zwei Formulierungen der DES, basierend auf zwei unterschiedlichen RANS Modellen dargestellt. Beim ersten Modell handelt es sich um die von SPALART [129] definierte DES, basierend auf dem Spalart-Allmaras Modell, bei welchem nur eine Transportgleichung für die turbulente Viskosität ν_t gelöst wird. Die zweite Formulierung geht auf STRELETS [134] zurück, welcher als RANS Modell das $k - \omega - SST$ Modell von Menter benutzt.

2.8.1 DES Modell basierend auf dem Spalart-Allmaras Modell

Das Spalart-Allmaras RANS-Modell gehört zur Gruppe der Eingleichungsmodelle. Bei diesem Modell wird nur eine einzige zusätzliche Transportgleichung für die turbulente Viskosität ν_t gelöst. Die Transportgleichung der turbulenten Wirbelviskosität

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

ist von der Form:

$$\frac{\bar{D}\nu_t}{\bar{D}t} = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\nu} \nabla \nu_t \right) + S_\nu \quad (2.104)$$

Der Quellterm S_ν hängt von der laminaren und der turbulenten Viskosität ν und ν_t , der Rotationsrate Ω , dem Gradienten der turbulenten Viskosität $|\nabla \nu_t|$, sowie der Distanz zur nächstgelegenen Wand d_w ab. Die Details des Modells sind recht kompliziert, weshalb an dieser Stelle auf den Originalartikel von SPALART&ALLMARAS [128] verwiesen wird.

Speziell die Abhängigkeit des Spalart-Allmaras Modells von der Distanz zur nächstgelegenen Wand d_w macht die Modifizierung dieses RANS Modells für die DES so attraktiv. Die Modifikation besteht darin, den Abstand zur nächsten Wand d_w in allen Gleichungen durch die neu definierte DES-Längenskala \tilde{l} zu ersetzen. Diese Längenskala wird auf Basis der lokalen Gitterweite Δ definiert zu,

$$\tilde{l} \equiv \min(d_w, C_{DES}\Delta) \quad (2.105)$$

worin C_{DES} die einzige anzupassende Modellkonstante der DES, und Δ die größte Abmessung der lokalen Gitterzelle

$$\Delta \equiv \max(\delta_x, \delta_y, \delta_z) \quad (2.106)$$

darstellen.

Zur Vereinfachung ist dieser Zusammenhang für ein strukturiertes Gitter (siehe auch Abbildung 2.7) dargestellt, da hier die Koordinaten mit der Abmessung der Gitterzelle direkt verknüpft sind. Eine Verallgemeinerung für beliebige Zellgeometrien ist natürlich möglich.

Für wandgebundene Strömungen funktioniert dieses hybride Modell somit als Standard-RANS Spalart-Allmaras Modell innerhalb der wandanliegenden Bereiche und als subgrid scale Modell im restlichen Bereich, einschließlich der abgelösten Strömungsbereiche.

Befindet man sich weit genug entfernt der Wand ($d_w > C_{DES}\Delta$), so wird die Längenskala \tilde{l} des Modells gitterabhängig. Hierdurch erhält man, wie bereits angesprochen, durch eine geeignete Gitterauflösung implizit Kontrolle darüber, wo das Modell als RANS Modell dient, und wo es als subgrid scale Modell verwendet wird.

2.8. DETACHED EDDY SIMULATION

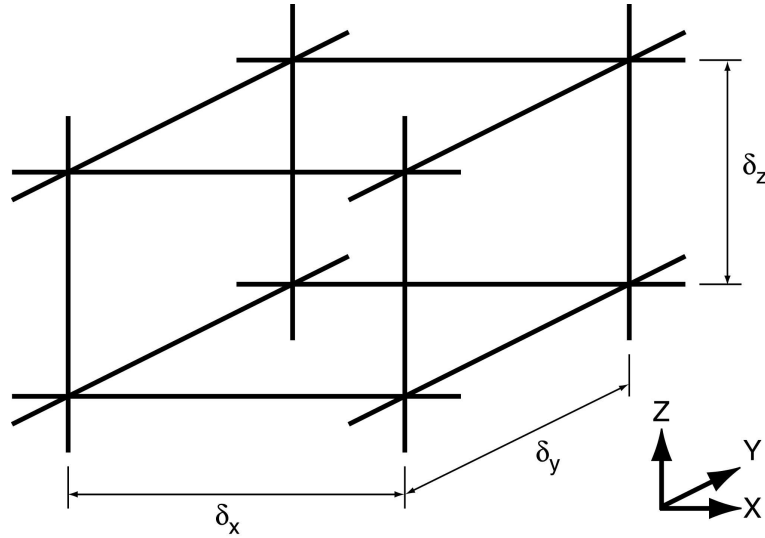


Abbildung 2.7: Skizze der Gitterabmessung einer Rechenzelle

2.8.2 DES Modell basierend auf dem Menter $k - \omega$ SST Modell

Die Notwendigkeit einer genauen Berechnung der Wandgrenzschichten ist bei der DES genau so wichtig wie bei der RANS Methodik. Da bei der DES gerade diese Bereiche vom RANS Modell berechnet werden, sollte hier auch ein Modell eingesetzt werden, welches diese hinreichend genau berechnen kann. Das Spalart-Allmaras Modell kann jedoch bei einigen Strömungen bei der exakten Vorhersage der Ablösung versagen und diese nicht genau genug vorhersagen. Deshalb bestand Strelets Idee darin, das $k - \omega$ SST Modell von Menter als RANS Modell einzusetzen, da es als eines der besten RANS Modelle anerkannt ist.

Durch die voran gegebene allgemeine Definition der DES ist es möglich, jedes beliebige RANS Modell in die DES einzubauen, solange eine passende Modifikation der Längenskala, welche explizit oder implizit im Modell enthalten ist, vorgenommen werden kann. Beim $k - \omega$ SST Modell ist die Längenskala in Abhängigkeit von k und ω definiert als

$$l_{k-\omega} = k^{1/2} / (\beta^* \omega) \quad (2.107)$$

Es stellt sich nun die Frage, in welchem Term des RANS Modells die Längenskala durch die DES Definition der Längenskala

$$\tilde{l} = \min(l_{k-\omega}, C_{DES}\Delta) \quad (2.108)$$

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

ersetzt werden soll. Diese Modifikation des Modells muß so vorgenommen werden, daß das Modell beim Einsatz als subgrid scale Modell einen Smagorinsky-Modell ähnlichen Charakter erhält. Dies bedeutet, daß die Wirbelviskosität proportional zur Größenordnung des Deformationstensors und proportional zum Quadrat des Gitterabstandes bleibt. Basierend auf dieser Betrachtung ist somit der einzige Term im $k - \omega$ SST Modell, welcher modifiziert werden muß, der Dissipationsterm in der Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie k .

$$\mathcal{D}_{k,RANS} = \rho\beta^*k\omega = \rho k^{3/2}/l_{k-\omega} \quad (2.109)$$

Die Modifikation besteht hierbei in der einfachen Ersetzung von $l_{k-\omega}$ (Gl. (2.107)) durch \tilde{l} (Gl. (2.108)). Hierdurch ergibt sich der Dissipationsterm in der Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie bei der DES Formulierung zu

$$\mathcal{D}_{k,DES} = \rho k^{3/2}/\tilde{l} \quad (2.110)$$

2.9 Modellierung der Strömung in Wandnähe

Im nachfolgenden Kapitel wird auf die mathematische Behandlung der Strömung in der Nähe von Wänden behandelt. In Wandnähe existieren sehr große Gradienten der abhängigen Variablen. Eine volle Auflösung dieses wandnahen Bereiches wäre sehr rechenintensiv, da eine hohe Anzahl an Rechenknoten in diesem Bereich benötigt würde. Daher ist ein allgemein üblicher Ansatz zur Lösung dieses Problems die Einführung eines so genannten Wandgesetzes. Eine qualitative Darstellung des Geschwindigkeitsprofils im wandnahen Bereich ist in Abbildung 2.8 gegeben.

Im Allgemeinen existieren zwei Ansätze zur Modellierung des wandnahen Bereiches:

- Low-Reynolds Modelle
- Die Wandfunktion

Bei den low-Reynolds Modellen bedarf es der Auflösung der viskosen Unterschicht mittels eines sehr feinen Gitters. Hierdurch zeigt sich direkt, daß durch die Verwendung einer empirischen Wandfunktion eine erhebliche Einsparung an Rechenzeit und Rechenkapazität resultiert.

Mittels der Wandfunktion werden für die viskos beeinflusste Unterschicht empirische Formulierungen eingesetzt, um die wandnahen Randbedingungen für die

2.9. MODELLIERUNG DER STRÖMUNG IN WANDNÄHE

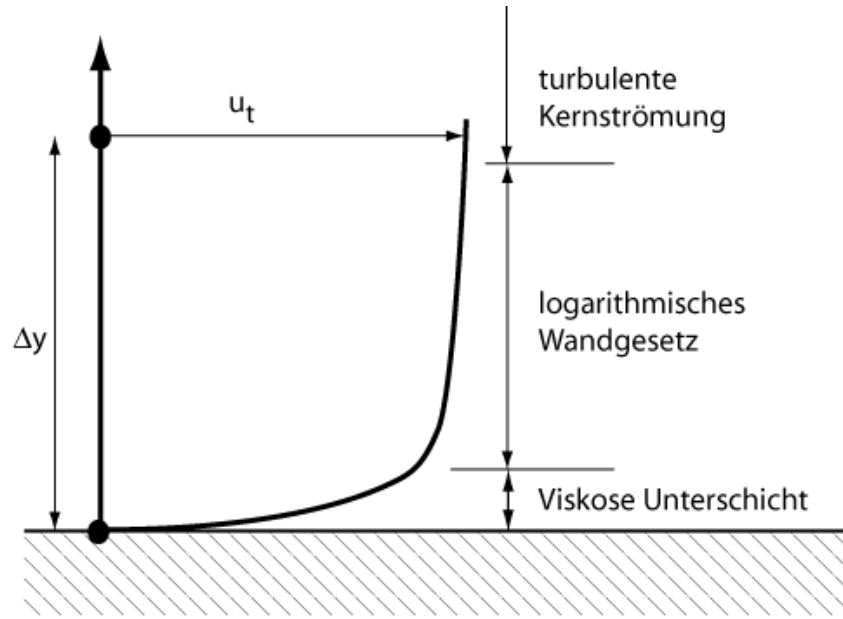


Abbildung 2.8: Wandnaher Bereich

mittlere Strömung, als auch die turbulenten Transportgleichungen zur Verfügung zu stellen. Diese Formeln verbinden die wandnahen Bedingungen, wie zum Beispiel jene für die Wandschubspannung, mit den abhängigen Variablen der wandnahen Gitterknoten, bei welchen vorausgesetzt wird, daß sie in der voll turbulenten Region der Grenzschicht liegen.

An der Wand diktiert die Haftbedingung $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = 0$, daß alle Reynolds Spannungen verschwinden müssen. Hierdurch bedingt ergibt sich, daß die Wandschubspannung nur durch den viskosen Beitrag bestimmt wird

$$\tau_w \equiv \rho \nu \left(\frac{d\bar{u}}{dy} \right)_{y=0} \quad (2.111)$$

Die logarithmische Beziehung für die wandnahe Geschwindigkeit ist gegeben durch (vgl. LAUNDER & SPALDING [84]).

$$u^+ = \frac{u_t}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (2.112)$$

mit:

$$y^+ = \frac{\rho \Delta y u_\tau}{\mu} \quad (2.113)$$

$$u_\tau = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2} \quad (2.114)$$

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

$$u_\tau = \frac{u_t}{\frac{1}{\kappa} \ln(y^*) + C} \quad (2.115)$$

Hierin ist u^+ die wandnahe Geschwindigkeit, u_τ die *Schubspannungsgeschwindigkeit*, u_t ist die bekannte wandparallele Geschwindigkeit im Abstand von Δy zur Wand. Des Weiteren stellen y^+ den dimensionslosen Wandabstand, τ_w die Wandschubspannung, κ die von Karman Konstante und C die von der Wandrauigkeit anhängende Konstante des logarithmischen Wandgesetzes dar.

Bei Ablösepunkten besteht das Problem, daß die wandnahe Geschwindigkeit u_t zu null werden kann, wodurch es bei Gl. (2.112) zu einer Singularität kommen kann. Daher ist es besser eine alternative Geschwindigkeitsskala u^* einzuführen, welche u^+ ersetzt:

$$u^* = C_\mu^{1/4} k^{1/2} \quad (2.116)$$

Hierdurch resultiert der Absolutwert der Wandschubspannung zu

$$\tau_w = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k^{1/2} u_t}{\frac{1}{\kappa} \ln(y^*) + C} \quad (2.117)$$

Der Hauptnachteil der Wandfunktion besteht in ihrer Abhängigkeit vom wandnormalen Abstand des wandnächsten Gitterknotens. Dies bedeutet, daß bei der Verwendung einer Wandfunktion eine Erhöhung der Gitterauflösung in Wandnähe nicht zwangsläufig zu einer Erhöhung der Genauigkeit des Ergebnisses führt. Diese Inkonsistenz läßt sich mittels der in Kapitel 2.9.1 beschriebenen skalierbaren Wandfunktion beheben. Mit Hilfe dieser skalierbaren Wandfunktion ist es möglich, beliebig feine Gitter im wandnahen Bereich unabhängig von der Reynoldszahl zu verwenden.

2.9.1 Skalierbare Wandfunktion

Bei der normalen Wandfunktion muß, in Abhängigkeit von ihrer Formulierung, sichergestellt werden, daß der wandnächste Punkt die Bedingung in der Form $y^+ > Y_{lox}^+$ mit $Y_{low}^+ = 20$ einhält. Hierdurch ergibt sich für niedrige Reynolds-Zahlen das Problem, daß die wandnächste Zelle eigentlich relativ grob sein müsste. Das restliche Gitter hingegen muß zur Erfassung der interessanten Prozesse sehr viel feiner sein. Bei den meisten Anwendungen liegt jedoch ein weiter Bereich an Reynolds-Zahlen vor. Hierdurch wird die Einhaltung der Bedingung $Y^+ > Y_{low}^+$ erheblich erschwert, wenn nicht sogar unmöglich.

2.9. MODELLIERUNG DER STRÖMUNG IN WANDNÄHE

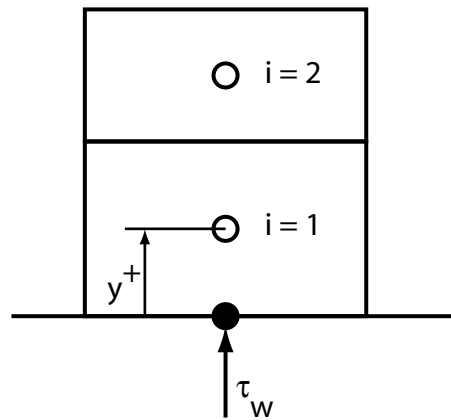


Abbildung 2.9: Skizze der wandnächsten Zellen

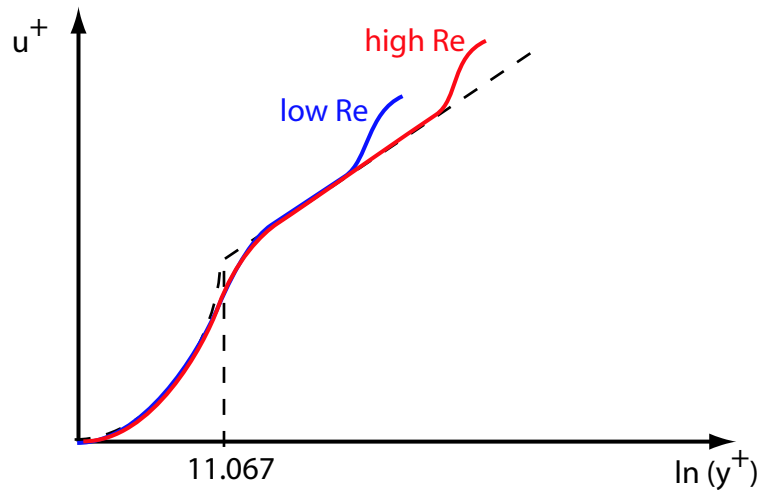


Abbildung 2.10: Skizze der Abhängigkeit der Wandfunktion von der Reynoldszahl

Das wandnächste Gitter ist in Abbildung 2.9 dargestellt.

Für die Erhaltungsgleichungen wird über das Kontrollvolumen integriert. Der fehlende Fluß an der Wand muß über eine Randbedingung zur Verfügung gestellt werden. Im Falle der Wandfunktion geschieht dies durch ein logarithmisches Profil, wobei davon ausgegangen wird, daß der erste Gitterpunkt ($i=1$) noch innerhalb dieses logarithmischen Bereichs der Wandgrenzschicht liegt.

Wird diese Bedingung durch ein zu feines Gitter verletzt, nimmt die Genauigkeit der Wandfunktion ab. Im schlimmsten Falle wird die Funktion für $y^+ = 0$ singular (vgl. Gl. 2.112). Der Einfluß unterschiedlicher Reynoldszahlen auf die Wandgrenzschicht ist in Abbildung 2.10 skizziert.

2. GRUNDLAGEN DER TURBULENZMODELLIERUNG

Hierbei ist zu erkennen, daß für beide Reynoldszahlen das y^+ des logarithmischen Bereiches gleich ist.

Um nun die Abhängigkeit der Wandformulierung vom dimensionslosen Wandabstand zu beseitigen, wird ein limitierender Wert $Y_{lim}^+ = 11.067$ eingeführt. Dieser Wert stellt den Übergangspunkt zwischen logarithmischem und linearem Profil dar und hängt von der Art der Implementierung der Wandfunktion ab, wodurch sich bei unterschiedlichen Programmen unterschiedliche Werte ergeben. Es folgt für die Gleichung der Wandschubspannungsgeschwindigkeit:

$$u_\tau = \frac{u_t}{\frac{1}{\kappa} \ln(\tilde{y}^+) + C} \quad (2.118)$$

mit

$$\tilde{y}^+ = \max(y^+, Y_{lim}^+) \quad (2.119)$$

Für feine Gitter wird hierdurch die Definition von \tilde{y}^+ vom Gitterabstand entkoppelt. Diese Formulierung erlaubt es beliebig feine Gitter in wandnähe zu verwenden, ohne die Annahme des logarithmischen Profils zu verletzen.

3

Die Querstrahleinmischung

Die ersten Untersuchungen auf dem Gebiet der Querstrahleinmischung befassten sich in den Anfängen des 20ten Jahrhunderts zunächst mit der Verteilung des Rauchgases, welches durch Schornsteine in die Umgebung eingeleitet und vom Wind verteilt wird [136, 16, 114]. Weitere Untersuchungsobjekte in den Anfängen der Querstrahleinmischung waren auch die Analyse der Ausbreitung von Aschewolken aus Vulkanen wie dem Vulkan Augustine in Alaska der in Abbildung 3.1 gezeigt ist.



Abbildung 3.1: Vulkan Augustine in Alaska. Mit freundlicher Genehmigung des U.S. Geological Survey [142]

Eine anderes Beispiel für das Vorkommen der Querstrahleinmischung ist die Einleitung von Abwässern in eine Strömung. Hierbei steht vor allem die Verbreitung von Schadstoffen oder Kühlwässern im Fokus der Untersuchungen. Bei dieser untersuchten Querstrahleinmischung wird der Strahl entweder durch die eingeleiteten Abwässer oder durch kleinere Gewässer repräsentiert, welche in eine größere Quer-

3. DIE QUERSTRAHLEINMISCHUNG

strömung wie zum Beispiel einen Fluss oder See eingeleitet werden.

Auch im Luftfahrtbereich ist die Querstrahleinmischung weit verbreitet. In diesem Anwendungsbereich wird die Einmischung eines Strahls senkrecht zur Hauptströmung mit einem kleinen Impulsverhältnis auf der einen Seite zur Kühlung der thermisch extrem belasteten Bauteilkomponenten, wie zum Beispiel den Turbinenschaufeln, innerhalb der Turbine verwendet. Auf der anderen Seite wird der Strahl in Querströmung dazu verwendet, um mittels geeigneter Luftpindüsung innerhalb der Gasturbinenbrennkammer Einfluß auf das lokale Mischungsfeld innerhalb der Brennkammer zu nehmen. Hierdurch kann einerseits über eine gezielte Steuerung der lokalen Brennstoff-/Luftbedingungen Einfluß auf die Abgasemissionen, hierbei speziell die Stickoxidemissionen, genommen werden (siehe zum Beispiel BOUTAZAKHTI ET AL. [18] oder HATCH ET AL. [58, 57]). Andererseits läßt sich auch das Temperaturprofil am Auslaß der Brennkammer steuern, um die thermische Bauteilbelastung am Eintritt zur Turbine zu minimieren. Auf Seiten der Bauteilkühlung innerhalb der Gasturbine wird die Querstrahleindüsung meist bei so genannten *Filmkühlungen* verwendet. Hierbei wird an thermisch extrem belasteten Bauteilen wie der Brennkammerwand, aber auch speziell bei den Turbinenschaufeln eine kühlende Luftströmung ausgedüst. Abgelenkt durch die Hauptströmung legen sich diese Strahlen dann an das Bauteil an und bilden eine kühlende Schicht um das Bauteil, wodurch die thermische Belastung maßgeblich reduziert werden kann.

Zu Beginn der Forschung auf dem Gebiet des Strahls in Querströmung wurde dieses Thema zunächst jedoch in anderen Bereichen der Luftfahrttechnik weit vorangebracht. Diese Bereiche der Luftfahrttechnik sind hier speziell die so genannten V/STOL Flugzeuge (*aus dem engl.: V/STOL - vertical/short take-off and landing*), als auch die Lage- und Reaktionskontrolldüsen im Bereich der Raketenforschung. Aber auch bei den Fluggasturbinen Brennkammern begann man schon in den 1940ern mit der Untersuchung der Eindüsung von Luftstrahlen in Gasturbinenbrennkammern (s. [24, 23, 25, 117, 116]). Zu dieser Zeit entstand auch das bis dahin allgemeingültigste analytische Modell von WOOLER [145] für die Berechnung eines Strahls in einer Querströmung.

Neuere Untersuchungen beschäftigen sich mit der aktiven Kontrolle des Einmischverhaltens der Querstrahlkonfiguration. Auch, wenn noch immer nicht alle Mechanismen zur Ausbildung des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares verstanden sind, so zeigen diese Untersuchungen doch, daß durch eine gezielte Anregung der Strahlströmung ein erhöhtes Eindringen des Strahls in die Querströmung, als auch ein erhöhtes Entrainment mit einhergehender verbesserter Mischung erzielt werden

3.1. DAS IMPULSVERHÄLTNIS

kann. So zeigten zum Beispiel NARAYANAN ET AL. [100], das eine niederfrequente Anregung der Strahlströmung zu genau diesen Effekten führt. Ebenso untersuchten KARAGOZIAN ET AL. [71] die akustische Anregung des Strahls in Querströmung. HAVEN ET AL. [59] wiederum verwenden Einbauten innerhalb des Rohres des Strahls, um Einfluß auf den Wirbelzusammenbruch des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares zu nehmen.

Die Eindüsung eines Jets in eine Querströmung ruft ein sehr komplexes Strömungsfeld hervor. Beim Verlassen der Öffnung des Strahls wird dieser von der freien Strömung abgelenkt und folgt hierdurch einem gekrümmten Pfad stromab der Querströmung, wobei sich die Querschnittsfläche des Strahls kontinuierlich ändert. Gleichzeitig erfolgt durch die von der Querströmung hervorgerufene Ablenkung des Strahls eine Scherung des Strahls an den seitlichen Kanten seines Auslasses. Hierdurch wird eine nierenförmige Verformung seiner Querschnittsfläche hervorgerufen, die im Nachfolgenden auch als gegensinnig rotierendes Wirbelpaar bezeichnet und in Kapitel 3.2.2 näher beschrieben wird. Mit diesem Wirbelpaar ist auch eine so genannte Nachlaufströmung verbunden, welche sich hinter dem Strahl innerhalb der Querströmung ausbildet. An dieser Stelle sei angemerkt, daß der Begriff Nachlaufströmung historisch bedingt ist. Zu Beginn der Forschung hinsichtlich des Strahls in Querströmung wurde in diesem Bereich der Strömung ein Wirbelsystem gefunden, welches der Nachlaufströmung hinter einem festen Zylinder ähnelt. Wie jedoch in Kapitel 3.2.4 gezeigt wird, sind diese Phänomene von unterschiedlicher Natur.

Wie schon durch BROADWELL & BREIDENTHAL [21] ausgeführt wurde, scheint die Querstrahleinmischung eine erheblich verbessertes Mischungsverhalten aufzuweisen, als ein normaler Freistrahle. Hierdurch begründet sich auch seine weite Verbreitung in verfahrenstechnischen Anwendungen. Welche Prozesse für die verbesserte Mischung verantwortlich sind, als auch die bisherigen Versuche zur Modellierung des Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes des Strahls in einer Querströmung werden in den nachfolgenden Unterkapiteln vorgestellt.

3.1 Das Impulsverhältnis

Die wohl wichtigste Größe zur Charakterisierung des Strahls in einer Querströmung ist das Impulsverhältnis J

$$J \equiv \sqrt{\frac{\rho_{jet} U_{jet}^2}{\rho_{cross} U_{cross}^2}} \quad (3.1)$$

3. DIE QUERSTRAHLEINMISCHUNG

Hierbei werden der Impuls des Strahls und der Impuls der Querströmung ins Verhältnis gesetzt. Die voranstehende Formulierung besitzt des Weiteren den Vorteil, daß sie bei gleichen Dichten des Strahls und der Querströmung zum so genannten Geschwindigkeitsverhältnis

$$R \equiv \frac{U_{jet}}{U_{cross}} \quad (3.2)$$

reduziert.

Anhand dieser Größen läßt sich der Strahl in einer Querströmung in unterschiedliche Bereiche unterteilen. Bei Geschwindigkeitsverhältnissen von $R < 0.5$ ist der Impuls des Strahls so klein, daß es ihm nicht möglich ist, die Wandgrenzschicht der Querströmung zu durchdringen. Hierdurch spielt der Strahl eher die Rolle eines Hindernisses. Das Fernfeld des Strahls wird hierdurch hauptsächlich durch die ankommende Grenzschicht der Querströmung bestimmt. Die Querstrahleinmischung wird somit bei diesen kleinen Geschwindigkeitsverhältnissen zusätzlich maßgeblich durch die Grenzschichtdicke der Querströmung mitbestimmt. Diese Geschwindigkeitsverhältnisse finden im Allgemeinen bei der Kühlung von Turbinenschaufeln ihre Anwendung.

Bei größeren Geschwindigkeitsverhältnissen kann der Strahl die Wandgrenzschicht durchdringen und mit der freien Turbulenz der Querströmung interagieren.

Ab einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R > 3$ kommt es gemäß KELSO ET AL. [74] zu einem Wirbelzusammenbruch des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares an der stromab gelegenen Seite des Strahlauslasses. Hierdurch wird die Modellierung des Strahls in einer Querströmung zusätzlich erschwert. Mit immer weiter zunehmendem Geschwindigkeitsverhältnis gelangt man letztendlich für $R \rightarrow \infty$ zum Grenzfall, dem Freistrahls, bei welchem die Geschwindigkeit der Querströmung gleich null.

Wie eine lineare Stabilitätsanalyse von ALVES ET AL. [3] zeigte, ist das Impuls- bzw. Geschwindigkeitsverhältnis einer der wichtigsten Einflußparameter auf die Instabilitäten des Strahls in einer Querströmung ist.

3.2 Strömungsvorgänge des Jet-in-Crossflow

Die Eindüsung eines Strahls quer zu einer Hauptströmung stellt grundsätzlich eine freie turbulente Scherströmung dar. Die Querstrahlkonfiguration bildet jedoch ein sehr komplexes Wirbelsystem aus, welches die numerische Vorhersage des Strömungs- und Mischungsfeldes erheblich erschwert. In Abbildung 3.2 sind die wichtigsten Wir-

3.2. STRÖMUNGSVORGÄNGE DES JET-IN-CROSSFLOW

belformen illustriert, welche nachfolgend diskutiert werden.

Eine der für den Strahl in Querströmung charakteristische Wirbelform ist das gegensinnig rotierende Wirbelpaar (engl. *counter-rotating vortex pair*), welches schon relative früh von SCORER [124] bei der Queranströmung eines Strahls erwähnt wurde. Neben dem gegensinnig rotierenden Wirbelpaar sind bei der ersten Betrachtung des Strahls in Querströmung auch die ringähnlichen Wirbel (engl.: *ring-like vortices*) sofort erkennbar. Auch diese Wirbelstrukturen sind maßgeblich für die guten Mischungseigenschaften der Querstrahleinmischung verantwortlich, da durch diese Fluid der Querströmung in das Fluid des Strahls eingemischt wird. Zusätzlich zu diesen einfach zu erkennenden Wirbelformen des Strahls in Querströmung existiert noch zwei weitere Wirbelsysteme, welche schwerer zu erkennen und auch zu analysieren sind. Direkt am Auslaß des Strahls, in Wandnähe, bildet sich ein Hufeisen Wirbelsystem (engl.: *horse-shoe vortex*) aus, welches sich um den Strahl herumlegt und auf der Rückseite mit dem Nachlaufbereich interagiert. In diesem Nachlaufbereich befinden sich tornadoähnliche Wirbel die im englischen auch als *upright vortices* bezeichnet werden. Diese beiden letzten Wirbelsysteme des Strahls in Querströmung sind messtechnisch sehr schwer zu analysieren, weshalb speziell bei diesen Wirbelsystemen noch immer erheblicher Forschungsbedarf hinsichtlich ihres Bildungsmechanismuses, als auch ihrer gegenseitigen Interaktion und ihrer Interaktion mit dem gegensinnig rotierenden Wirbelpaar, besteht.

Die extreme Verknüpfung zwischen den einzelnen Strukturen macht es nicht immer einfach, diese streng getrennt zu betrachten, als auch ihr Entstehen zu beschreiben. Daher kann es in den nachfolgenden Unterkapiteln zu Überschneidungen bei der Beschreibung der Entstehungsmechanismen der einzelnen Strukturen kommen. Speziell die Ausbildung der ringförmigen Wirbel und das Entstehen des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares sind stark miteinander gekoppelt.

3.2.1 Ringförmige Wirbel

Die ringähnlichen Wirbel dominieren den ersten Abschnitt des den Auslaß verlassenden Strahls. Sie entstammen einer *Kelvin-Helmholtz Instabilität* der ringförmigen Scherschicht des Strahls, welche sich an den Kanten des Auslasses ablöst. Diese Wirbelstrukturen des Strahls in Querströmung sind zumindest im unteren Bereich mit den ringförmigen Wirbelstrukturen bei einem regulären Freistrahls ([13, 45]) zu vergleichen. Die sich aufrrollenden Wirbel auf der dem Querstrahl zugewandten Seite des Jets sind in Abbildung 3.3 a) sehr gut zu erkennen. Die sich ausbildenden

3. DIE QUERSTRAHLEINMISCHUNG

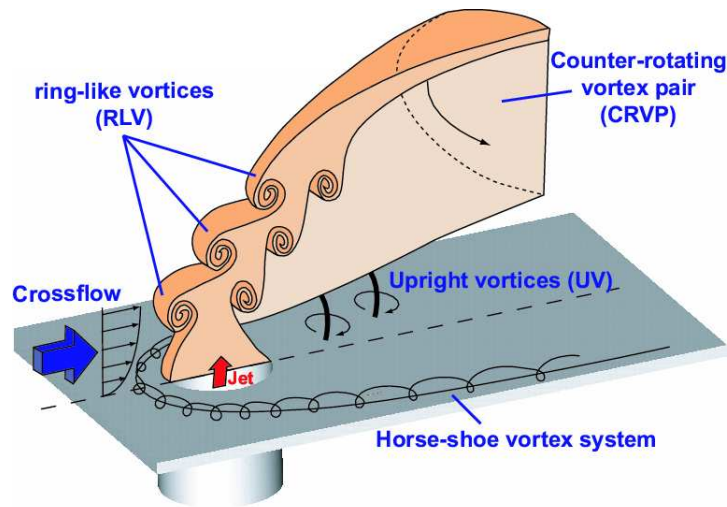


Abbildung 3.2: Das Wirbelsystem des Jet in Crossflow

Instabilitäten am Auslaß des Strahls sind jedoch nicht die einzigen Wirbelformen, welche im Nahbereich des Auslasses zu finden sind. Hierdurch kommt es auch zu einer Interaktion zwischen den hier beschriebenen ringförmigen Wirbel des Jets und dem nachfolgend in Kapitel 3.2.3 beschriebenen Hufeisenwirbelsystem, welches sich im wandnahen Bereich um den Strahl legt.

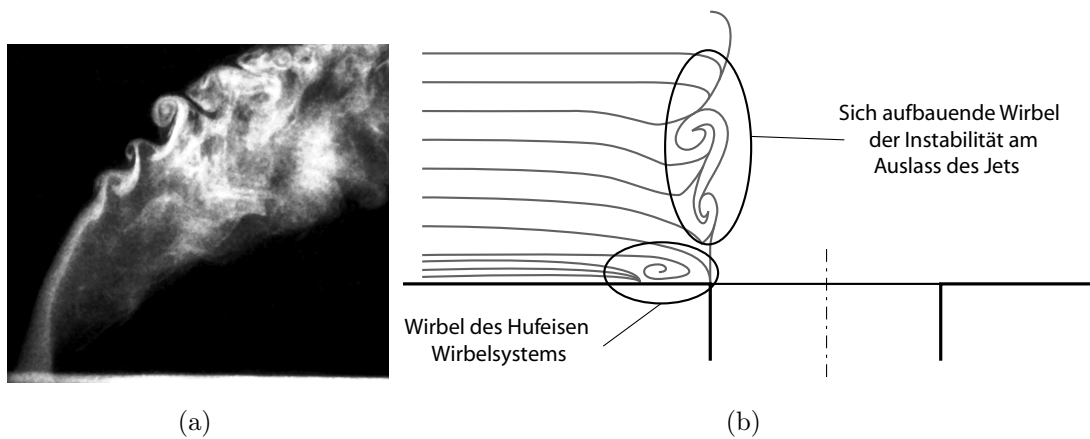


Abbildung 3.3: a) Sichtbarmachung des Wirbelsystems beim Jet in Crossflow (Quelle: CARDÉNAS [29]) – b) Skizze der Interaktion zwischen den sich aufbauenden Instabilitäten am Jet Auslaß und dem Hufeisenwirbel.

Eine sehr detaillierte numerische Untersuchung hinsichtlich der Bildung der ringförmigen Wirbel wurde von CORTELEZZI & KARAGOZIAN [32] durchgeführt. Sie verwendeten hierzu eine so genannte *Wirbelmethode* um den Mechanismus der

3.2. STRÖMUNGSVORGÄNGE DES JET-IN-CROSSFLOW

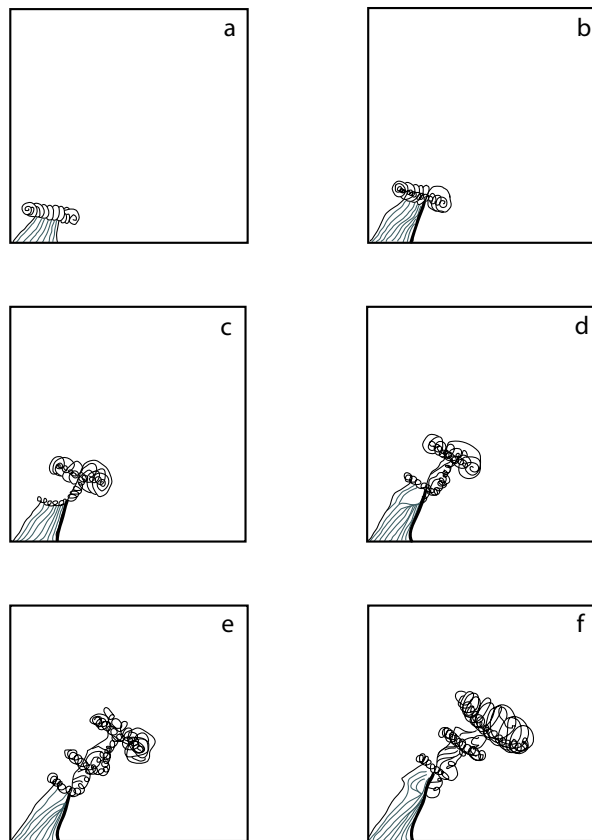


Abbildung 3.4: Skizzierte seitliche Betrachtung der Entwicklung des Strahls in einer Querströmung. (nach CORTELEZZI & KARAGOZIAN 2001[32])

Ausbildung der ringförmigen Wirbel zu analysieren. Bei der Wirbelmethode werden diskrete Lagrange'sche Wirbelpartikel beziehungsweise Wirbelfilamente benutzt, um das Feld der Wirbelstärke zu berechnen. Das Geschwindigkeitsfeld wird hierbei unter Verwendung des *Biot-Savart'schen Gesetzes* an jeder Partikel- oder Filamentposition berechnet. Die diskreten Lagrange'schen Wirbelpartikel beziehungsweise Wirbelfilamente werden dann konvektiv durch das sich ergebende lokale Geschwindigkeitsfeld transportiert.

Die zeitliche Entwicklung des Entstehungsmechanismus der ringähnlichen Wirbel ist in Abbildung 3.4 dargestellt. Die das Rohr des Strahls verlassende Wirbelschicht ist zunächst zylinderförmig. An der Oberkante kommt es zur Ausbildung eines Wirbelringes. Wie in Abbildung 3.4a zu sehen ist, wird dieser Wirbelring durch die Einwirkung der Querströmung gekippt. Des Weiteren ist die Aufrollung dieses Wirbelringes an der stromauf gelegenen Seite der Strahlkante viel enger. Mit dem weiteren Voranschreiten nimmt der Kippwinkel und die Asymmetrie der Aufrollung

3. DIE QUERSTRAHLEINMISCHUNG

zwischen der stromauf und der stromab gelegenen Seite dieses ersten Wirbels immer weiter zu, wie in Abbildung 3.4b zu erkennen. Gemäß den Ergebnissen von CORTELEZZI & KARAGOZIAN ist gerade dieser Kippwinkel und die Asymmetrie bei der Aufrollung des Wirbelringes für die Deformation der zylindrischen Wirbelschicht, welche diesen Wirbel mit dem Auslaß des Strahls verbindet, verantwortlich. Hierdurch entsteht eine Streckung dieser zylindrischen Wirbelschicht an der stromauf gelegenen Seite und eine Faltung an der stromab gelegenen Seite. Gerade aber diese Faltung ist ein erstes Anzeichen für die Ausbildung des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares, wie es von KELSO ET AL. [74] beschrieben wurde (siehe Kapitel 3.2.2). Im nächsten Schritt der Ausbildung der ringähnlichen Wirbel löst dieses Auffalten ein Aufrollen der zylindrischen Wirbelschicht aus und es kommt zur Bildung eines sekundären Wirbels (siehe Abbildung 3.4c). In Abbildung 3.4d ist die Ausbildung dieses zweiten Wirbelringes abgeschlossen. Gegenüber seiner ursprünglichen Form ist er nun um 90 Grad in zwei Teile gebogen. Diese Teile sind der stromauf liegende Teil, welcher mit der mittleren Krümmung des Strahls kippt, und der stromab liegende Teil, dessen Ebene genau in Strahlrichtung liegt. Gemäß KELSO ET AL. tragen hierbei die seitlichen Teile des stromab liegende Anteils dieses gebogenen Ringwirbels zur Zirkulation des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares bei, wie es in der Skizze Abb. 3.5 dargestellt ist.

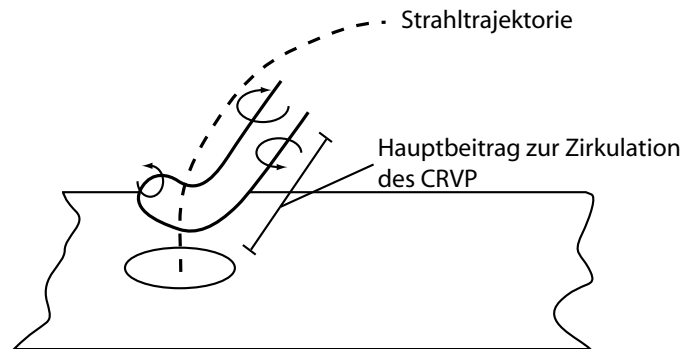


Abbildung 3.5: Skizze zum Beitrag des Wirbelsrings zur Zirkulation des CRVP

Abbildung 3.4d zeigt nun, daß der Strahl sich um den stromab liegenden Teil eines sich neu bildenden Wirbelrings zu winden beginnt. Die Asymmetrie des sich gerade gebildeten sekundären Wirbels führt also wiederum zu einer Deformation der zylindrischen Wirbelschicht, welche jetzt den sekundären Wirbel mit dem Auslaß des Strahls verbindet und wiederum zu einer Auffaltung gerader dieser Wirbelschicht führt. Hieraus resultiert ein sich selbst erhaltender Mechanismus aus Faltung

3.2. STRÖMUNGSVORGÄNGE DES JET-IN-CROSSFLOW

der zylindrischen Wirbelschicht und nachfolgender Bildung neuer sekundärer Ringwirbel. Die Anwendung der Lagrange'schen Wirbelmethode durch CORTELEZZI & KARAGOZIAN konnte somit zum Einen die zuvor durch KELSO ET AL. beschriebenen Vorgänge bei der Bildung der ringähnlichen Wirbel wiedergeben und hat auch weiteren Einblick in die Bildungsmechanismen geliefert.

3.2.2 Gegenseitig rotierendes Wirbelpaar

Der abgelenkte Strahl bildet als wichtigstes Strömungsmerkmal das so genannte *counter-rotating vortex pair* (CRVP) aus, welches die Strömung dominiert und auch noch weit stromab zu finden ist (s. KEFFER & BAINES [72], PRATTE & BAINES [107]). Dieses Phänomen ist vornehmlich am Transport von Masse, Impuls und Wärme beteiligt, wodurch auch der Mischungsprozess dominiert wird (s. KAMOTAMI & GREBER [67]).

Die maßgeblichen Mechanismen für die Entstehung des gegenseitig rotierenden Wirbelpaares sind noch nicht abschließend geklärt. Gemäß der Untersuchung von BROADWELL & BREIDENTHAL [21] resultiert die Entstehung des gegenseitig rotierenden Wirbelpaares aus dem senkrecht zur Querströmung stehenden Impuls des Strahls. Weiterhin scheint die Ausbildung des gegenseitig rotierenden Wirbelpaares schon innerhalb des Rohres zu beginnen, kurz bevor der Strahl mit der Querströmung interagiert (s. COELHO ET AL [31] oder CAMUSSI ET AL.[27]). Für die Strömung innerhalb des Rohres existierten nur sehr wenige experimentelle Daten (z. B. [85, 86]), so daß bislang noch keine abschließenden Aussagen getroffen werden konnten, zumal einige Messungen für sehr kurze Einleitungsstrecken des Strahls vorgenommen wurden ([102, 103])

Von HAVEN ET AL. [60] konnte nachgewiesen werden, daß die Lochgeometrie des Strahlauslasses einen starken Einfluß auf die Geometrie des auch als "nierenförmig" beschriebenen Wirbelpaares hat. Der Abstand der gegenseitig rotierenden Wirbel zueinander wird hierbei durch die Lochgeometrie beeinflusst. Dieser Abstand wiederum verursacht ein unterschiedliches Eindring- und Einmischverhalten des Strahls. Für nähere Informationen sei hier auf den voran genannten umfangreichen Artikel von HAVEN ET AL. verwiesen.

Neuere Untersuchungen von KELSO ET AL. [74] zeigen jedoch einen detaillierteren Mechanismus für die Bildung des gegenseitig rotierenden Wirbelpaares auf. Dieser Mechanismus wurde später auch von LIM ET AL. [89] experimentell bestätigt.

Abbildung 3.6(a) zeigt die Reorientierung der Wirbelstärke der Scherschicht.

3. DIE QUERSTRAHLEINMISCHUNG

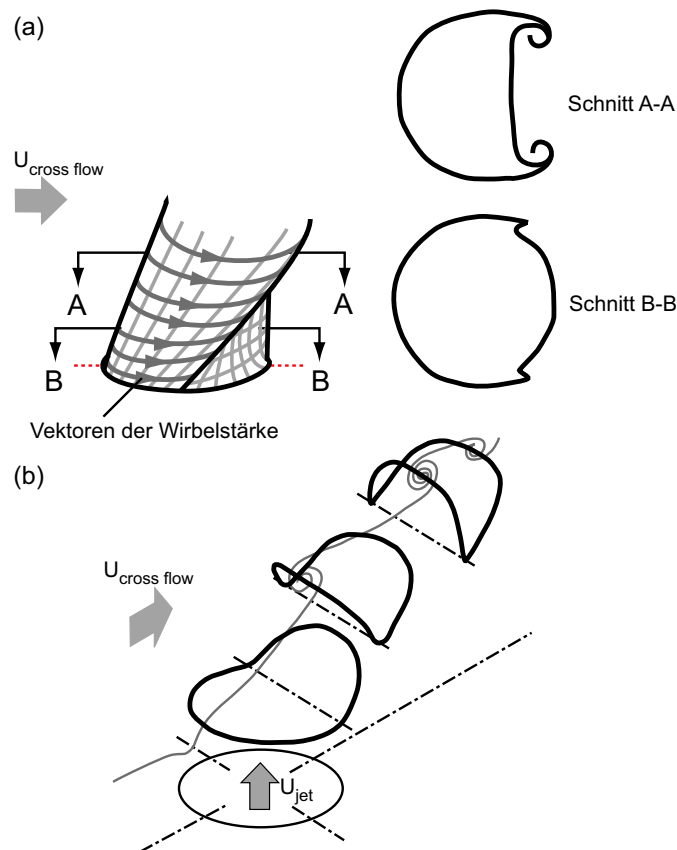


Abbildung 3.6: Skizze der Entstehung des CRVP nach KELSO ET AL. (nach [74]):
 (a) Reorientierung der Scherschicht Wirbelstärke – (b) Kelso's Interpretation des Kippens und Faltens der Scherschicht Wirbelringe

Diese Reorientierung ist zumindest teilweise für die Ausbildung des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares verantwortlich und überlagert sich mit der Ausbildung der ringförmigen Wirbel. Diese Wirbel werden durch den Überlagerungsprozess in zwei unterschiedliche Anteile aufgefaltet. Die Ebene des stromauf liegenden Anteils der ringförmigen Wirbel kippt mit der mittleren Krümmung des Strahl. Die Ebene des stromab liegenden Anteils ist mit der Ausrichtung des Strahls verknüpft, wodurch die Seiten des stromab befindlichen Anteils zur Zirkulation des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares beitragen. Dieser Mechanismus konnte von CORTELEZZI & KARAGOZIAN [32] unter der Verwendung eines Lagrange'schen Wirbelverfahrens numerisch bestätigt werden (siehe hierzu auch Kapitel 3.2.1). CORTELEZZI & KARAGOZIAN fanden bei ihrer numerischen Untersuchung des Weiteren heraus, daß der Ursprung für die Ausbildung des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares im Aufrollen und Biegen der Wirbelschicht zu sehen ist. Die zuvor in Kapitel 3.2.1 gezeigten Vor-

3.2. STRÖMUNGSVORGÄNGE DES JET-IN-CROSSFLOW



Abbildung 3.7: Skizzierte Darstellung des Strahls in Querströmung nach CORTELEZZI & KARAGOZIAN 2001. Die skizzierten grauen Isoflächen der Wirbelstärke, welche zusätzlich mit Pfeilen markiert sind, spiegeln die Kerne des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares wieder. (nach CORTELEZZI & KARAGOZIAN 2001 [32])

gänge, welche zu Ausbildung der ringähnlichen Wirbelstrukturen führen, sind mit verantwortlich für die Bildung des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares. Anhand einer Ensemble gemittelten Betrachtung des Feldes der Wirbelstärke konnten CORTELEZZI & KARAGOZIAN zeigen, daß das Aufrollen und Kippen der in Kapitel 3.2.1 beschriebenen sekundären Wirbel auch zur Ausbildung zweier enger säulenförmigen Isoflächen mit hoher Wirbelstärke im Nahfeld des Strahlauslasses führt. Diese Isoflächen hoher Wirbelstärke umschließen hierbei augenscheinlich die Wirbelkerne des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares, wie in Abbildung 3.7 zu erkennen ist.

Des Weiteren wurde durch KELSO ET AL. [74] beobachtet, daß es ab einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R > 3$ ein *Wirbelzusammenbruch* des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares in der Nähe des Strahlaustritts kommt. Die Anwesenheit einer Region mit negativen Geschwindigkeiten, welche normalerweise mit einem Wirbelzusammenbruch einhergeht, kann zumindest teilweise für die erheblich besseren Mischungseigenschaften des Querstrahls, gegenüber einem einfachen Freistrahls, verantwortlich gemacht werden.

3.2.3 Hufeisen-Wirbelsystem

Ähnlich der Umströmung fester, auf einer Platte montierter Körper, bildet sich beim Strahl in Querströmung ein Hufeisen-Wirbelsystem aus (engl. *horseshoe-vortex system*), wie dies in Abbildung 3.2 dargestellt wurde. Dieses Wirbelsystem ist schon

3. DIE QUERSTRAHLEINMISCHUNG

in den Messungen von BERGELES ET AL. [14] erkennbar, wobei diesem Phänomen damals noch keine Beachtung geschenkt wurde. Trotz seiner Ähnlichkeit mit dem Wirbelsystem eines umströmten Zylinders, wie es von FRIC & ROSHKO [48] für ein Geschwindigkeitsverhältnis $R=2$ dargestellt wurde, zeigt der Hufeisenwirbel des quer angeströmten Strahls erhebliche Unterschiede (s. KELSO & SMITS [75]). Die zunächst vermeintliche Ähnlichkeit zwischen dem Hufeisen-Wirbelsystem eines auf einer Platte montierten Zylinders und jenem des Strahls in einer Querströmung läßt sich bei niedrigen Geschwindigkeitsverhältnissen erkennen. Hier erstreckt sich das Wirbelsystem in Wandnähe um den Jet herum, und vereinigt sich dahinter wieder, ähnlich, wie es für die Zylinderumströmung zum Beispiel von THOMAS [139] berichtet wurde. Bei zunehmenden Geschwindigkeitsverhältnissen ($R>4$) gewinnt jedoch die in Kapitel 3.2.4 beschriebene Nachlaufströmung immer mehr an Bedeutung und das Wirbelsystem des Hufeisenwirbels kann sich hinter dem Strahl nicht mehr vereinigen. Es kommt bei diesen größeren Geschwindigkeitsverhältnissen vielmehr zu einer Vereinigung des Hufeisen-Wirbelsystems mit den Wirbeln der Nachlaufströmung welche sich hinter dem Strahl aufrollen und von der Platte ablösen.

Bedingt durch andere beim quer angeströmten Strahl vorkommende Wirbelstrukturen wird die Strömungstopologie stromauf des Strahlaustritts verändert, wodurch auch die Ausbildung des Hufeisenwirbels beeinflusst wird.

So wirkt sich zum Beispiel das periodische Aufrollen der Strahlscherschicht zu den ringähnlichen Wirbeln auf das Hufeisen-Wirbelsystem aus und führt zu einer geringfügigen Oszillation bei stationären Hufeisen-Wirbelsystemen. Des Weiteren ist eine starke Kopplung zwischen dem Hufeisen-Wirbelsystem und dem nachfolgend in Kapitel 3.2.4 beschriebenen Nachlaufbereichs des Jets zu erkennen. Die periodische und sich wiederholende Natur des Hufeisen-Wirbelsystems steht hierbei im Kontrast zu den intermittierend periodischen Bewegungen des Nachlaufbereiches, was darauf schließen läßt, daß das Hufeisen-Wirbelsystem selbst nicht sonderlich stark durch den Nachlaufbereich beeinflusst wird. Es ist jedoch eine Tendenz zu erkennen, daß sich die Bewegungen des Hufeisen-Wirbelsystems und die des Nachlaufbereiches synchronisieren. Da das Hufeisen-Wirbelsystem, wie bereits dargestellt, nicht oder nur wenig vom Nachlaufbereich beeinflusst wird, ist anzunehmen, daß sich die Wirbelsysteme des Nachlaufbereichs an die periodische Schwingung des Hufeisen-Wirbelsystems ankoppeln, um dann je nach Ausbildung des Hufeisen-Wirbels mit seiner Frequenz oder einer subharmonischen Frequenz zu oszillieren.

3.2. STRÖMUNGSVORGÄNGE DES JET-IN-CROSSFLOW

3.2.4 Nachlaufbereich

Frühe Untersuchungen zur Querstrahleinmischung gingen davon aus, daß sich der stromab liegende Bereich zwischen Strahl und Querstrahlwand ähnlich wie die Nachlaufströmung hinter festen Körpern, wie zum Beispiel einem endlichen Zylinder, verhält. Bedingt durch die vermeintliche Ähnlichkeit dieses Bereichs der Querstrahleinmischung und dem Nachlaufbereich fester Zylinder wird dieser Bereich der Strömung auch heute noch als solcher bezeichnet. Dieser so genannte Nachlaufbereich befindet sich stromab des Strahlauslasses, zwischen der Wand der Querströmung und dem Bereich des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares.

Neuere Untersuchungen (siehe FRIC & ROSHKO [49]) konnten jedoch zeigen, daß sich erhebliche Unterschiede zwischen der Nachlaufströmung eines festen Körpers und der Nachlaufströmung des Querstrahls, sowohl beim Bildungsmechanismus, als auch bei der Ausformung der Wirbel, identifizieren lassen.

Im stromauf gelegenen Nahfeld des Strahls bewirkt dieser eine Ablösung der Wandgrenzschicht der Querströmung. Diese Ablösung induziert sowohl das in Kapitel 3.2.3 beschriebene Hufeisen-Wirbelsystem, als auch die in diesem Kapitel behandelten Wirbel des Nachlaufgebiets. Die eigentliche Ursache für diese Ablösung ist im entgegengerichteten Druckgradienten im stromab liegenden Nahfeld des Strahls zu sehen (siehe [73, 49]).

Jene Stromlinien der Wandgrenzschicht des Querstrahls, welche nicht zum Hufeisen-Wirbelsystem aufrollen, fließen zunächst zu beiden Seiten, in der Ebene der Querstrahlwand, um den Strahl herum. Auf der Lee-Seite des Strahls kommt es zu einer Ablösung dieser Stromlinien. FRIC & ROSHKO [49] gehen gemäß ihrer experimentellen Untersuchung davon aus, daß dieses Ablöseereignis ein wichtiges Element für die Ausbildung des Wirbelsystems im Nachlaufbereich ist. Nach der Ablösung ist die Wirbelstärke der Wandgrenzschicht frei, um konvektiv und diffusiv transportiert, als auch gedehnt zu werden. FRIC & GHARIB [47] konnten in einer weiterführenden Untersuchung experimentell nachweisen, daß das Vorhandensein der Wandgrenzschicht die maßgebliche Ursache für die Ausbildung der Nachlaufströmung ist, und auch den Unterschied zum umströmten Zylinder darstellt. Hierzu wurde die Wandgrenzschicht unterdrückt und sowohl der quer angeströmte Strahl, als auch der umströmte Zylinder untersucht. Beim Strahl in einer Querströmung bildete sich keine Nachlaufströmung mehr aus, wenn die Wandgrenzschicht unterdrückt wurde, beim umströmten Zylinder hingegen war dieses Phänomen weiter zu beobachten.

3. DIE QUERSTRAHLEINMISCHUNG

Um nun zu verstehen, worin die Quelle dieser Wirbelstrukturen und ihrer Wirbelstärke liegt, bedarf es des Verständnisses der Generierung der Wirbelstärke. Hierzu muss zunächst noch eine geeignete Transportgleichung für die Wirbelstärke eingeführt werden. Für die hier betrachtete isotherme und inkompressible Strömung eines Newton'schen Fluids ohne Einwirkung äußerer Körperkräfte ergibt sich die Transportgleichung der Wirbelstärke zu

$$\frac{D\omega}{Dt} = \omega \cdot \nabla \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \omega \quad (3.3)$$

Im Allgemeinen wird dieser Gleichung keine explizite Quelle zugeschrieben (s. [95] bzw. Kapitel 2.2.4) und sie stellt somit nur den Transport der Wirbelstärke auf Grund von Streckung, Drehung und Diffusion der Wirbel dar. Da diese Gleichung jedoch keinen expliziten Quellterm aufweist, kann neue Zirkulation nur über die Einlaßbedingungen oder die festen Wände zur Strömung hinzukommen. Dies stellt den maßgeblichen Punkt bei der Betrachtung des Nachlaufbereiches des quer angeströmten Strahls dar, da nach dieser Betrachtung innerhalb der Querstrahlströmung keine Quelle für die Wirbelstärke existent ist. Vielmehr kann es innerhalb der Strömung nur zu einer Umverteilung der bereits vorhandenen Wirbelstärke durch Streckung, Drehung und Diffusion kommen. Neue produzierte Wirbelstärke würde auch die lokale Zirkulation ändern, wohingegen eine reine Streckung oder Drehung der Wirbelstärke einem Erhalt der Wirbelstärke gleichkommt, was in Übereinstimmung mit *Kelvin's Theorem* ist.

Die der Strahlachse am nächsten liegenden Anteile der Wirbelstärke werden vom Strahl mitgerissen und somit durch diesen konvektiv entlang seiner Trajektorie transportiert. Diese vertikale Erweiterung des Aufrollens des Ablöseereignisses in Richtung des Strahls induziert die Ausbildung der Wirbel im Nachlaufbereich, da der untere Teil der Wirbelstruktur weiterhin mit der Wand verknüpft bleibt, da die Wirbelschicht der Wandgrenzschicht nicht zerteilt werden kann. Die Ablösung der Wandgrenzschicht sowie das nachfolgende Umformen der Wirbelstärke in die Nachlaufstrukturen erlaubt es der Wirbelstärke tangential zur Wand zu bleiben (siehe Abbildung 3.8).

Jede Nachlaufstruktur induziert eine wandnormale Komponente der Wirbelstärke, da bei der spiralförmigen Wirbelströmung, welche senkrecht zur Wand stehen, ist der wandnormale Anteil Wandschubspannungsgradienten $\vec{n} \cdot (\nabla \times \tau_w)$ ungleich null (siehe FRIC & ROSHKO [49]). Gemäß WU & WU [146] ist gerade dieser Quellterm dafür verantwortlich, daß sich große wandnormalen Wirbelstrukturen ausbilden, welche mit *tornadoähnlichen Wirbeln*, wie die so genannten *Upright-*

3.2. STRÖMUNGSVORGÄNGE DES JET-IN-CROSSFLOW

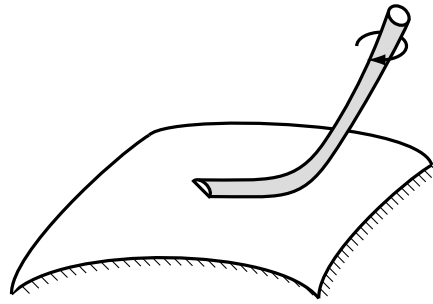


Abbildung 3.8: Verknüpfung der Wirbelstruktur mit der Wandgrenzschicht

Vortices auch beschrieben werden können, einhergeht. Durch diesen Prozess besitzen die Nachlaufstrukturen nicht nur Wirbelstärke aus der Wandgrenzschicht, sondern diese wandnormalen Strukturen werden zusätzlich kontinuierlich durch die von der Wand generierte Wirbelstärke versorgt. GOPALAN ET AL. [53] konnten zumindest für $R > 2$ experimentell nachweisen, daß die Nachlaufstrukturen der Grenzschicht der Querströmung entstammen.

Die Nähe des abgelenkten Strahls zur Wand des Querstrahls scheint somit ein ausschlaggebender Faktor für die Ausbildung der Nachlaufstrukturen zu sein. Durch diese Nähe des Strahls können Teile der Grenzschichtablösung durch den Strahl mitgerissen werden, wodurch eine Verbindung zwischen dem Strahl und den Nachlaufstrukturen entsteht. Durch die weiterhin bestehende Verbindung dieser Strukturen wird ein sich zum Teil selbst erhaltender Mechanismus hervorgerufen, da erst hierdurch eine Neubildung an Wirbelstärke möglich ist, welche dann kontinuierlich den Nachlaufstrukturen zugeführt wird.

Mit dem Weitertransport des Strahls weiter stromab nimmt dessen Abstand zur Wand zu, wodurch die Ausdehnung der Nachlaufstrukturen mit der Entfernung des Strahls zur Querstrahlwand wächst.

Eine grundlegende Untersuchung hinsichtlich des Unterschiedes zwischen einem Strahl in Querströmung, welcher aus einer Wand kommt und einer Querströmung, welche aus einem Rohr über der Kanalwand entstammt wurden von MOUSSA ET AL. [96] durchgeführt. Die Autoren fanden heraus, daß die Anwesenheit beziehungsweise Abwesenheit der Wand in der Ebene des Strahlaustritts einen erheblichen Einfluß auf das Verhalten des gesamten Strömungsfeldes hat, da die Wand die Wirbelstrukturen des Nachlaufs von jenen des Rohres trennen.

Der Einfluss der Querstrahlwand auf die Nachlaufstrukturen wurde später durch FRIC & ROSHKO [49] in einem sehr aufschlussreichen Experiment nachgewie-

sen. Hierzu wurde nur die Wandgrenzschicht der Querströmung markiert und eine Analyse vorgenommen. Das Ergebnis dieser Analyse zeigte, daß sich die der Wandgrenzschicht der Querströmung zugegebene Markierung nur innerhalb des Nachlaufbereiches nachweisen lies, jedoch nicht im Bereich des Strahls. Hierdurch ist anzunehmen, daß es zwar eine Interaktion zwischen Strahl und Nachlaufströmung gibt, es jedoch nicht zu einem Austausch von Fluid zwischen diesen beiden Bereichen kommt. Eine spätere Untersuchung von RIVERO ET AL. [113] konnte nachweisen, daß die senkrecht zur Wand stehenden Wirbelstrukturen des Nachlaufbereichs mit dem gegensinnig rotierenden Wirbelpaar verbunden sind und hauptsächlich für die Modulation des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares verantwortlich sind.

3.3 Modellierung des Strahls in Querströmung

Bei der Modellierung des Strahls in einer Querströmung wurden in der Vergangenheit unterschiedlichste Vorgehensweisen verfolgt. Diese Vorgehensweisen zur mathematischen Beschreibung des Strahls in einer Querströmung lassen sich in drei verschiedene Gruppen unterteilen, welche in den nachfolgenden Unterkapiteln behandelt werden. Diese Gruppen für die Modellierung des Strahls in Querströmung lassen sich entsprechend ihrer Komplexität in *empirische Modelle*, *integrale Modelle* und *numerische Modelle* unterteilen.

Unter diesen Modellen sind die empirischen Modelle die einfachsten. Sie basieren im wesentlichen auf Korrelationen experimenteller Befunde und dienen im ingenieurstechnischen Alltag der schnellen und einfachen Abschätzung der globalen Eigenschaften der Querströmung wie zum Beispiel der Strahltrajektorie und somit der Eindringtiefe des Strahls in die Querströmung.

Neben den empirischen Modellen wurden später dann die integralen Modelle entwickelt, welche auf gewöhnlichen Differentialgleichungen der Erhaltungsgesetze basieren. Diese Modelle benötigen jedoch eine ausgeprägte empirische Kalibrierung, weshalb ihr allgemeingültiger Einsatz im Allgemeinen nicht gegeben ist. Ihr Vorteil besteht jedoch darin, daß sich hierdurch im Vergleich zu den empirischen Modellen mehr Details des Strömungsfeldes berechnen lassen.

Die numerischen Modelle basieren auf den Erhaltungsgleichungen in differentieller Form. Diese Modelle bedürfen relative geringer empirischer Eingaben und haben unter den vorgestellten Modellen den allgemeingültigsten Charakter. Ein möglicher Nachteil dieser Modelle ist im etwaigen hohen Berechnungsaufwand zu sehen. Obwohl diese Modelle viele Eigenschaften des Strahls in Querströmung sowohl qua-

3.3. MODELLIERUNG DES STRAHLS IN QUERSTRÖMUNG

litativ, als auch quantitativ wiedergeben können besteht auch bei diesen Modellen weiterhin Entwicklungsbedarf, da die Genauigkeit der Vorhersage der Eigenschaften des Strahl in Querströmung durch viele Einflußfaktoren wie zum Beispiel die Gitterauflösung oder das gewählte Turbulenzmodell beeinflusst werden kann.

3.3.1 Empirische Modelle

Die empirischen Modelle stellen die einfachsten Modelle zur Vorhersage der Eigenschaften des Strahls in einer Querströmung dar und dienen im Allgemeinen der Vorhersage der globalen Eigenschaften dieser Strömungskonfiguration. Meist basieren die Modelle auf den Erkenntnissen experimentell gewonnener Daten, welche anschließend in einer entsprechenden Korrelation komprimiert wurden. Hierdurch sind diese Modelle sehr einfach, schnell und dadurch auch günstig zu verwenden, um zu einer Abschätzung der globalen Eigenschaften des Strahls in einer Querströmung zu gelangen.

Bei der Verwendung dieser Modelle ist die Strahltrajektorie der am häufigsten berechnete Parameter, da er im Konstruktionsalltag beim Einsatz dieser Strömungskonfiguration eine ausschlaggebende Größe ist, um die den Strahl umgebenden Bauteile dimensionieren zu können. Die unkomplizierte Art dieser Modelle zeigt sich in der von DEMUREN [35] angegebenen Formel zur Berechnung der Strahltrajektorie,

$$\frac{z}{D} = a \cdot J^b \left(\frac{x}{D} \right)^c \quad (3.4)$$

welche ihren Gültigkeitsbereich für Impulsverhältnisse zwischen $J = 2$ und $J = 2.000$ hat. In dieser Formel ist D der Durchmesser des Strahlauslasses, x die Richtungsordinate der Querströmung und z die Richtungsordinate des Querstrahls. Die zulässigen Wertebereiche der Konstanten, als auch der beste Kompromiss bei den Konstanten für einen mittleren Bereich des Impulsverhältnisses ist in Tabelle 3.1 gegeben. Diese Formel ist auch für eingeschlossene Strahlen in einer Querströmung gültig, solange sichergestellt ist, daß der Querstrahl keinen Kontakt zu der über ihm liegenden Wand bekommt. Ebenso kann diese Formel bei einer Mehrstrahlkonfiguration angewendet werden, wenn sichergestellt ist, daß der Abstand zwischen den Strahlen hinreichend groß ist.

Neben der Strahltrajektorie lassen sich gemäß PRATTE & BAINES [107] auch die physikalischen Grenzen des Strahls in einer Querströmung berechnen, wenn ein modifizierter Konstantensatz für die Ober- und Untergrenze, sowie die Mittellinie des Strahls verwendet wird. Als Ober- und Untergrenze ist hierbei der in wandnormaler

3. DIE QUERSTRAHLEINMISCHUNG

Konstante	Wertebereich	optimaler Wert
a	0.70–1.30	0.85
b	0.36–0.52	0.47
c	0.28–0.40	0.36

Tabelle 3.1: Werte der Konstanten für die Berechnung der Strahltrajektorie mittels eines empirischen Modells

Richtung vom Strahlauslass gesehene obere und untere Rand des Querstrahls. Diese Konstantensätze sind in Tabelle 3.2 gegeben.

Konstante	untere Grenze	Mittellinie	obere Grenze
a	1.35	2.05	2.63
b	0.36		
c	0.28		

Tabelle 3.2: Konstantensätze für die Berechnung der oberen und unteren Strahlgrenze, als auch der Mittellinie mit Hilfe eines empirischen Modells

Basierend auf Photographien eines Wasserdampf beladenen Strahls leitete MARGASON [91] sowohl ein empirisches Modell für die Vorhersage der Strahltrajektorie bei einer senkrechten Eindüsung des Strahls ab, als auch ein empirisches Modell für die Berechnung der Strahltrajektorie bei nicht rechtwinkliger Eindüsung. Des Weiteren gibt MARGASON eine kurze Übersicht der bis dahin entwickelten empirischen Modelle unterschiedlicher Autoren, welche zum Teil auch in [1] zu finden sind.

KAMOTANI & GREBER [67, 68] erweiterten die Untersuchungen von KEFFER & BAINES [72] für Regionen weiter stromab. Sie lieferten neben einer empirischen Korrelation für die Geschwindigkeits-Trajektorie auch einen empirischen Ausdruck die Temperatur-Trajektorie des Querstrahls.

Für die Vorhersage der Stärke des gegensinnig rotierende Wirbelpaars entlang der Strahltrajektorie entwickelte DURANDO [42] ein semi-empirisches Modell.

STOY & BEN-HAIM [132] entwickelten anhand eigener Messungen ein eindimensionales Modell zur Vorhersage der Strahltrajektorie, sowie des Aufprallpunkts eines eingeschlossenen Querstrahls.

SUCEC & BOWLEY [135] entwickelten ein semi-analytisches Modell zur Vor-

3.3. MODELLIERUNG DES STRAHLS IN QUERSTRÖMUNG

hersage der Strahltrajektorie. Das Modell wurde sowohl bei unterschiedlichen Eindüsungswinkeln (sowohl vorwärts, als auch rückwärts gerichtet), als auch bei der Vorhersage der Strahltrajektorie bei einer eingeschlossenen Querstrahlanordnung getestet. Bei der eingeschlossenen Anordnung wurde der Kontaktpunkt der Strahltrajektorie mit der gegenüber dem Auslaß liegenden festen Wand jedoch nicht richtig erfasst. Bei der rückwärts gerichteten Eindüsung des Strahls wurden ebenfalls Defizite des Modells bei der Vorhersage der Strahltrajektorie sichtbar.

Auch heute noch werden einfache Skalierungsgesetze für den Strahl in Querströmung auf Basis neuer Erkenntnisse und Methoden entwickelt. Ein Beispiel hierfür ist die Arbeit von HASSELBRINK ET AL. [55, 56], welche auch umfangreiche Geschwindigkeits- und Konzentrationsmessungen zur Verfügung stellt. Weiterhin wird auf Basis einer Ähnlichkeitsbetrachtung ein Skalierungsgesetz für die Geschwindigkeit und die Skalarkonzentration, als auch die Strahltrajektorie gegeben.

3.3.2 Integrale Modelle

Für die Vorhersage der Eigenschaften des Strahl in einer Querströmung waren die integralen Modelle die ersten detaillierten Kalkulationsmethoden zur Vorhersage des Verhaltens des Strahls in einer Querströmung. Bei diesen Modellen werden integrale Gleichungen unter Einbeziehung der Bilanzgleichungen der Kräfte, sowie der Änderung des Impulses über ein Kontrollvolumen des Strahls gelöst. Hierdurch entsteht ein Satz gewöhnlicher Differentialgleichung, welche zum Einen analytisch oder zum Anderen numerisch gelöst werden können. Diese Modelle benötigen jedoch auch ein gewisses Maß an empirischen Eingaben, wie zum Beispiel dem Druckwiderstand, den Einmischungsraten, als auch der Ausbreitungsraten. Ihren Haupteinsatzbereich fanden diese Modelle zwischen den 1960ern und den 1980ern, speziell immer dann, wenn mehr und flexiblere Informationen benötigt wurden, als diese durch die empirischen Modelle geliefert werden konnten. Mit der heutigen Zunahme der Rechnerleistung, als auch der stetigen Steigerung der Genauigkeitsanforderung an die Modelle verlieren die integralen Modelle heutzutage immer mehr an Bedeutung. Speziell die frühen Modelle basierten auf der Annahme eines konstanten Impulses entweder in Strahlrichtung, Querstrahlrichtung oder in axialer Richtung. Die Ablenkung des Strahls durch die Querströmung wurde dann durch eine Druck Widerstandskraft oder die Einsaugung des den Strahl umgebenden Mediums berechnet. Keines dieser Modelle war jedoch in der Lage die Strahltrajektorie korrekt über einen größeren Bereich des Geschwindigkeitsverhältnisses R wiederzugeben, weshalb diese

3. DIE QUERSTRAHLEINMISCHUNG

Modelle den einfachen empirischen Modellen nicht überlegen waren. Die Weiterentwicklung der integralen Modellen bestand darin, daß diese Modelle sowohl die Druck-Widerstandskraft, durch welche der Strahl zur Seite gedrückt wird, als auch die Einsaugung des umgebenden Mediums berücksichtigten.

ADLER & BARON [2] entwickelten sowohl ein integrales Modell, welches die quasi-3dimensionalen Geschwindigkeitsprofile, als auch ein Modell zu Wiedergabe des Strahlwachstums zur Beschreibung des gekrümmten Strahls, basierend auf der von SCHWARTZ & TULIN [123] formulierten Idee, daß das lokale Strahlwachstum durch eine Wirbelpaar repräsentiert werden kann. Das Modell von ADLER & BARON war hierbei in der Lage, den nierenförmigen Querschnitt des Strahls auf Grund der Verteilung der Wirbelstärke entlang der Grenzen des Strahls in Langrange'scher Weise zu berechnen. Einen ähnlichen Weg zur Beschreibung wählte auch STRAUBER [133], welcher die Ablenkung einzelner Wirbelringe dazu verwendet, die Konturen des Strahls in Querströmung zu berechnen.

3.3.3 Numerische Modelle

Die numerischen Modelle sind die allgemeingültigsten Modelle für die Vorhersage des Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes bei der Querstrahleinmischung. Diese Modelle benötigen die geringsten empirischen Eingaben, um das ganze Spektrum der Querstrahlkonfigurationen, wie eingeschlossene und frei Querstrahlen bei hohen oder niedrigen Geschwindigkeitsverhältnissen in Einfach- oder Mehrfachanordnung etc., berechnen zu können. Die Analyse des Querstrahls geht hierbei von der Berechnung der allgemeinen Erhaltungsgleichungen in partieller Differentialgleichungsform aus. Diese Erhaltungsgleichungen sind zum Einen die Navier-Stokes Gleichungen für das Geschwindigkeitsfeld und die entsprechenden Erhaltungsgleichungen für die Energie oder Spezies zur Berechnung des Temperatur- und Mischungsfeldes.

Bei der Verwendung der Reynolds-gemittelten Formulierungen kommt es zu dem in Kapitel 2.3.2 beschriebenen Schließungsproblem für die nicht-linearen Korrelationen der Geschwindigkeits-, Temperatur- und Konzentrationsschwankungen. Die meisten Turbulenzmodelle benutzen zur Schließung des Gleichungssystem das so genannte Wirbelviskositätsprinzip (siehe Kapitel 2.4). Das am weitesten verbreitete Modell, welches das Wirbelviskositätsprinzip zur Schließung der unbekanntenen Terme verwendet ist das $k - \epsilon$ Modell. Unter den ersten Forschern, welche eine Variante dieses Modells zur Beschreibung des Strahls in Querströmung anwendeten waren PATHANKAR ET AL. [101]. Sie erzielten eine relativ gute Übereinstimmungen mit

3.3. MODELLIERUNG DES STRAHL IN QUERSTRÖMUNG

experimentellen Daten der Strahltrajektorie und der Querströmungsgeschwindigkeit.

Die experimentellen Analysen der Querströmung von ANDREOPOULOS & RODI [8] haben jedoch gezeigt, daß gerade dieser Wirbelviskositätsansatz in signifikanten Bereichen des Querstrahls versagt.

Die Anwendung der Reynolds-Spannungsmodelle hinsichtlich der Vorhersage der Eigenschaften des Strahls in einer Querströmung wurde von DEMUREN [34] untersucht. Hierbei verglich er das Standard $k - \epsilon$ Modell mit dem Launder-Reece-Rodi Reynolds-Spannungsmodell [82] und fand heraus, daß dieses Modell bei der Vorhersage der Reynolds-Spannungen eine wesentlich bessere Übereinstimmung mit den experimentellen Werten liefert, als das RANS Modell.

HODA ET AL. [62] untersuchten sieben unterschiedliche Turbulenzmodelle hinsichtlich ihrer Güte bei der Vorhersage von Filmkühlungsstrahlen in einer Querströmung. Die analysierten Turbulenzmodelle ließen sich in high-Reynolds Modelle, low-Reynolds Modelle, nichtlineare Modelle sowie ein DNS basiertes low-Reynolds Modell klassifizieren. Es zeigte sich, daß die nichtlinearen Modelle keine besseren Vorhersagen als die linearen Modelle lieferten. Die eingeführten nichtlinearen quadratischen Terme in der stress-strain Relation können die Effekte der starken Stromlinienkrümmung nicht erfassen. Des Weiteren zeigten sich die low-Reynolds Modelle als überlegen.

Durch die gestiegene Rechnerleistung werden heute auch Wirbelmethoden (siehe [92]), die Detached-Eddy Simulation (siehe [69, 70, 115]), die Large-Eddy Simulation (siehe [66, 122, 109, 108, 120, 121, 130, 148, 147]), als auch die Direkte Numerische Simulation (siehe [63, 99, 98, 97]) auf den Strahl in Querströmung angewendet, um den einzelnen Phänomene innerhalb des Strömungsfeldes des Strahls in Querströmung, als auch des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares zu analysieren und deren Herkunft zu untersuchen. Deren einzelne ausführliche Beschreibung würde diesen Rahmen übersteigen, weshalb die Referenzen hier nur der Vollständigkeit halber angegeben wurden.

4

Testfälle

Um die vorhandenen Turbulenzmodelle auf ihre Güte hinsichtlich der quantitativen Vorhersage des Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes bei der Querstrahleinmischung testen, und die neu entwickelten Modelle validieren zu können, wurde ein geeigneter experimentell untersuchter Testfall benötigt. Da zu Beginn der Arbeit bei der parallel laufenden experimentellen Untersuchung der Querstrahleinmischung noch keine Messergebnisse vorhanden waren, wurden die numerischen Untersuchungen zunächst mit einem vermessenen Fall aus der Literatur verglichen. Des Weiteren diente dieser Literaturfall, welcher in Kapitel 4.1 vorgestellt wird, auch der Validierung der Messergebnisse der parallel laufenden experimentellen Untersuchung. Der am Institut für Verbrennungstechnik vermessene Strömungskanal wird in Kapitel 4.2 vorgestellt. Der direkte Vergleich zwischen der Geschwindigkeitsmessungen aus dem Literaturfall, welche mittels einer dreifach Hitzdrahtsonde gewonnen wurden, und den internen Messungen, welche mit modernen nichtinvasiven laseroptischen Messmethoden erhalten wurden, zeigten eine gute Übereinstimmung. Da die beiden Kanäle jedoch unterschiedliche Abmessungen und auch unterschiedliche Reynoldszahlen aufweisen, konnte experimentell, als auch numerisch nachgewiesen werden, daß bei geeigneter Normierung der Größen, im turbulenten Bereich eine *Unabhängigkeit von der Reynoldszahl* besteht. Der einzige Einflußparameter bei der Querstrahleinmischung ist somit das Impulsverhältnis oder, im Falle gleicher Dichten der beiden Strömungen, das Geschwindigkeitsverhältnis.

Hierdurch war es möglich die Messergebnisse der beiden Konfigurationen für ein jeweiliges Geschwindigkeitsverhältnis zu kombinieren, wodurch eine breitere experimentelle Datenbasis zur Verfügung stand. Die Berechnung des Literaturfalls beschränkte sich somit auf die anfänglichen Untersuchungen der bereits existierenden Turbulenzmodelle, sowie die recht langwierigen Detached-Eddy Simulation. Die Modellentwicklung wurde später mit den Messdaten der hauseigenen Untersuchung verglichen, da hierbei das Berechnungsgitter bei den kleineren Abmessungen das komplette Strömungsgebiet abdecken konnten und somit der Einfluß etwaiger An-

nahmen bei den Randbedingungen, wie sie für das große Gitter des Literaturfalls zur Reduktion der Rechenzeiten getroffen werden mussten, ausgeschlossen werden konnte.

Bei beiden Testfällen wurde bei der Erstellung der Berechnungsgitter darauf geachtet, daß die Zuleitung des Strahls in hinreichender Länge mitberechnet wurde, damit sich das Geschwindigkeitsprofil am Strahlauslaß einstellen kann. Die Vorgabe eines Geschwindigkeitsprofils unter Vernachlässigung der Strahlzuführung wäre eine Rechenzeit sparende Lösung gewesen, da in der Zuleitung des Strahl ein großer Anteil der Gitterpunkte wiederzufinden ist. Es wurde jedoch in einer Untersuchung von CAMPOLO ET AL. [26] nachgewiesen, daß es bei der Ausströmung des Strahls zu einer Rückwirkung der Querströmung in die Rohrströmung des Strahl kommt, wodurch das Geschwindigkeitsprofil des Strahls am Auslaß mitbestimmt wird und hierdurch die Güte der Simulation beeinflusst wird. Da speziell das Gitter für den hauseigenen Testfall für verschiedene Geschwindigkeitsverhältnisse genutzt werden sollte, wurde von der Vorgabe des Geschwindigkeitsprofils am Strahlauslaß Abstand genommen und ein Teil des Rohres mitberechnet, um zu genaueren Ergebnissen zu gelangen.

4.1 Literaturfall nach Andreopoulos et al.

Der Strahl in einer Querströmung wurde von ANDREOPOULOS ET AL. [4, 7, 8, 6] unter Verwendung der Hitzdrahtmesstechnik sehr ausführlich vermessen. Hierdurch wurde er in der Literatur zu einem häufig verwendeten Testfall zur Validierung numerischer Modelle hinsichtlich der qualitative bzw. quantitativen Vorhersage des Strömungs- und Mischungsfeldes bei der Querstrahleinmischung (siehe z.B. [120, 122]). Es wurden Geschwindigkeitsverhältnisse R von 0.5, 1.0 und 2.0 untersucht, wobei die Geschwindigkeit der Querströmung konstant gehalten wurde. Die Hitzdrahtmessungen stellen neben den drei mittleren Geschwindigkeitskomponenten auch die turbulente kinetische Energie und die drei Schubspannungskomponenten des symmetrischen Reynolds'schen Spannungstensors zur Verfügung.

Die Messungen wurden in einem geschlossenen Windkanal am Institut für Hydromechanik der Universität Karlsruhe (TH) im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 80 durchgeführt. Die Messstrecke hat eine achteckig geformte Querschnittsfläche mit einem Durchmesser von 1.5 m, sowie eine Länge von 6 m. Die genauen Charakteristika des Windkanals sind in ERMSHAUS & NAUDASCHER [44] beschrieben. Die Abmessungen des Kanals können Abbildung 4.1 entnommen werden.

4.1. LITERATURFALL NACH ANDREOPOULOS ET AL.

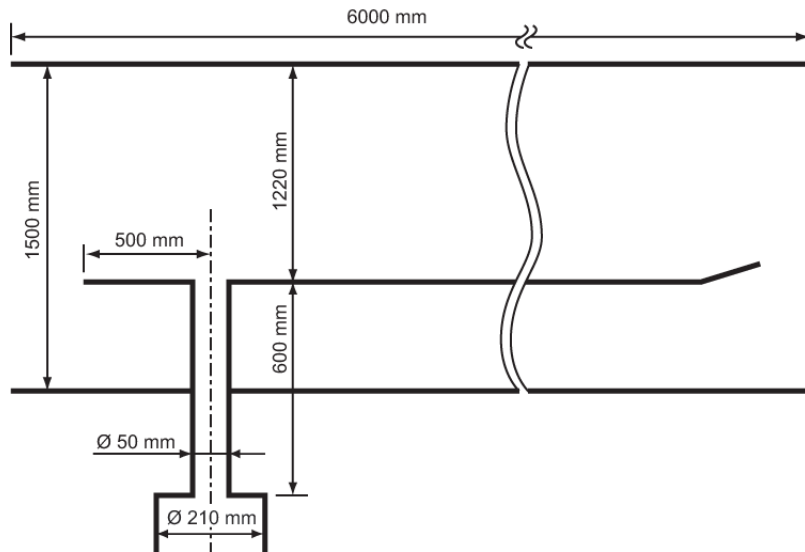


Abbildung 4.1: Abmessungen des Kanals nach ANDREOPOULOS ET AL.

	$R = 1$	$R = 2$
u_{jet}	13.9 m/s	27.7 m/s
u_{cross}	13.9 m/s	13.9 m/s
Re_{jet}	41 000	82 000

Tabelle 4.1: Randbedingungen des Kanals nach ANDREOPOULOS ET AL.

In der Messstrecke ist eine Platte mit einem Abstand von 0.28 m vom Boden der Messstrecke entfernt eingebaut, welche auch die Austrittsöffnung des Strahls beinhaltet. Dieser Austritt des Strahls liegt 10 Strahldurchmesser von der Vorderkante der Platte entfernt. Der Durchmesser der Öffnung, aus welcher der Strahl in die Querströmung eingedüst wird, beträgt 50 mm. Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Randbedingungen, welche durch ANDREOPOULOS ET AL. untersucht wurden sind in Tabelle 4.1 gegeben.

Auf Seiten der Messtechnik wurde eine dreifach Hitzdraht-Sonde eingesetzt, um die Geschwindigkeitsmessungen durchzuführen. Mit dieser Messsonde wurden sowohl die mittleren Geschwindigkeitskomponenten, als auch die Schwankungsgeschwindigkeiten ermittelt.

Eine Skizze der Messstrecke ist in Abbildung 4.2 gegeben. Bedingt durch die großen Abmessungen des Kanals ist eine komplette Berechnung der Geometrie nicht empfehlenswert, da dies zu ineffizienten Rechenzeiten führen würde. Deshalb

wurde für das Berechnungsgitter ein Ausschnitt der Kanalströmung gewählt, wie in Abbildung 4.2 schematisch dargestellt.

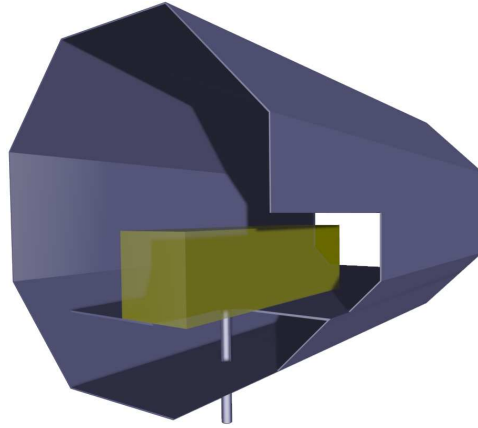


Abbildung 4.2: Kanal nach Andreopoulos et al. mit eingezeichnetem Ausschnitt für das Gitter (gelb)

Grundannahme dieser Vorgehensweise ist die Tatsache, daß die Querströmung in ausreichendem Abstand von der Interaktionszone zwischen Strahl und Querströmung unbeeinflusst bleibt. In diesem unbeeinflussten Bereich handelt es sich dann um eine Parallelströmung, bei welcher unter Verwendung geeigneter Randbedingungen ein Ausschnitt der Strömung berechnet werden kann. Für die Berechnung sind zunächst die allgemeinen Randbedingungen für die Einlässe der Querströmung und des Strahls zu definieren, wie sie in Abbildung 4.3 a) und 4.3 b) dargestellt sind. Nachfolgend werden auch die Wand Randbedingungen für die untere Wand der Querströmung und das Zuleitungsrohr des Strahls benötigt, welche Abbildung 4.3 c) entnommen werden können. Neben diesen generell benötigten Randbedingungen werden nun für die Begrenzungen des Ausschnitts zusätzliche Randbedingungen benötigt. Dies ist zum Einen die in Abbildung 4.3 d) dargestellten translatorisch periodische Randbedingung, welche die seitlichen Begrenzungsflächen des Ausschnitt definieren. Diese Vorgehensweise spiegelt experimentelle Befunde wieder, bei welchen seitliche Oszillationen des Querstrahls diagnostiziert wurden. Zum Anderen wird die obere Begrenzungsfläche, wie in Abbildung 4.3 e) gezeigt, durch eine Wand Randbedingung ohne Haftbedingung wiedergegeben. Bei dieser Randbedingung sind die wandparallelen Geschwindigkeitsgradienten gleich null. Die wandnormale Geschwindigkeitskomponente ist gleich null, die Wand also nicht permeabel. Da dieser Testfall hauptsächlich der instationären Untersuchung unter Verwendung der Detached Eddy

4.1. LITERATURFALL NACH ANDREOPOULOS ET AL.

Simulation diente, sollte durch diese Vorgehensweise eine indirekte Dämpfung seitlicher Schwankungen des Strahl durch die vorgegebenen Randbedingungen vermieden werden. Aus diesem Grund wurden die translatorisch periodischen Randbedingungen für die seitlichen Begrenzungen gewählt. Da die obere Begrenzungsfläche hinreichend weit vom Interaktionsbereich zwischen Strahl und Querströmung entfernt ist, und hierdurch, wie schon gezeigt, von einer Parallelströmung ausgegangen werden kann, ist die Wahl einer Wand-Randbedingung ohne Einfluß der Wandreibung an dieser Stelle hinreichend genau.

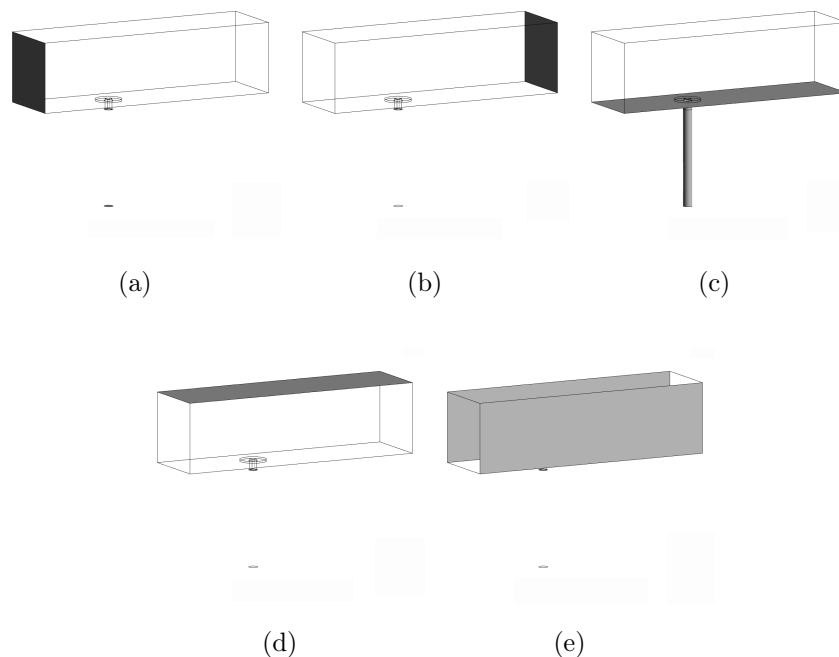


Abbildung 4.3: Randbedingungen des Gitters für den Testfall nach ANDREOPOULOS ET AL. – a) Einlässe, b) Auslaß, c) Wand Randbedingung, d) Wand Randbedingung ohne Haftbedingung, e) translatorisch periodische Randbedingung

Wie bereits angedeutet wurde, wurde dieses Gitter hauptsächlich für die Simulation mit der Detached Eddy Simulation verwendet. In Kapitel 2.8 wurde gezeigt, daß bei der Detached-Eddy Simulation eine Unterscheidung zwischen dem Einsatz der RANS Berechnung und der LES Berechnung auf Basis der Gitterweite im Vergleich zum integralen turbulenten Längenmaß getroffen wird. Da der Wandbereich am Strahlauslaß für die Berechnung mit der Detached Eddy Simulation von besonderem Interesse ist, wurde in diesem Bereich die in Abbildung 4.4 dargestellte lokale Verfeinerung des Gitters vorgenommen, um das DES Modell in diesem Bereich

gezielt zur Verwendung der LES zu bringen.

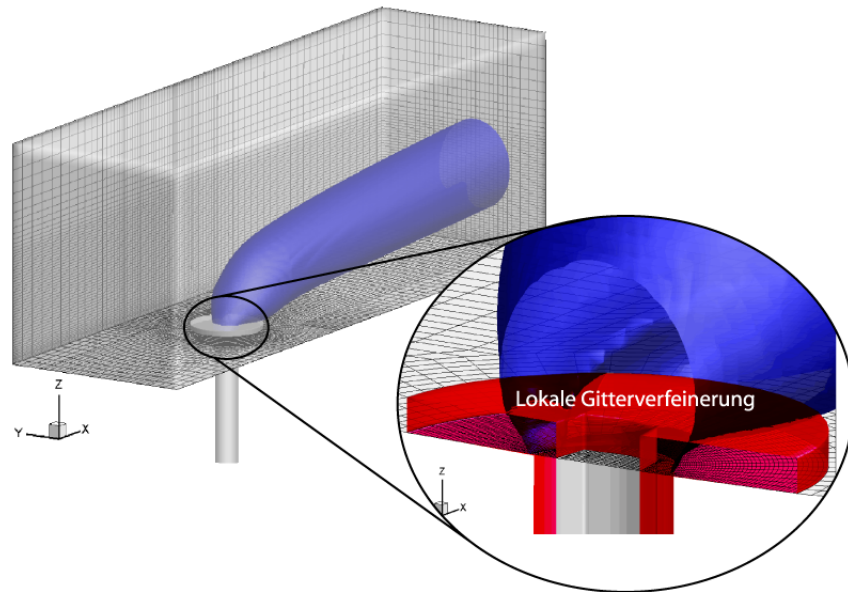


Abbildung 4.4: Darstellung der lokalen Gitterverfeinerung am Strahlauslaß

4.2 Strömungskanal des eigenen Instituts

In Abbildung 4.5 ist eine Explosionszeichnung des am Bereich Verbrennungstechnik gebauten und vermessenen Strömungskanals zu sehen. Der Strömungskanal besteht aus den folgenden fünf Hauptkomponenten: Diffusor, Beruhigungs- und Siebstrecke, Düse, Messstrecke und Auslaufstrecke (siehe [30]).

Die vom Gebläse kommende Versorgungsluft der Querströmung gelangt zunächst in den Diffusor. Die gewählte Form des Diffusors stellt sicher, daß eine gleichmäßige Verteilung des Luftstroms realisiert wird, was gleichbedeutend mit einer gleichmäßigen Verteilung, der zuvor beigemischten Partikel ist. Diese Partikel müssen für die Particle-Image-Velocimetry (PIV) sowie die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) Messungen zugegeben werden.

An den Diffusor schließt sich die Beruhigungs- und Siebstrecke an, welche der Minimierung der örtlichen Geschwindigkeitsunterschiede der Strömung dient. Diese Vergleichmäßigung der Strömung in Betrag und Richtung wird durch einen Satz von Gleichrichtern und Sieben bewerkstelligt.

Im Anschluss an die Beruhigungsstrecke befindet sich die Düse, welche das gewünschte kolbenförmige Strömungsprofil am Einlaß der Messstrecke sicherstellt,

4.2. STRÖMUNGSKANAL DES EIGENEN INSTITUTS

wodurch auch bei der Simulation mit hinreichender Genauigkeit von einem kolbenförmigen Profil als Randbedingung am Einlaß der Messstrecke ausgegangen werden kann. Die Düse verringert durch die geometrisch vorgegebene Kontraktion die Geschwindigkeitsunterschiede in der Strömung, die auf Unterschieden in der spezifischen Energie der nebeneinander strömender Luftschichten beruhen, die wiederum durch unterschiedliche Reibungseinflüsse, z.B. durch das Umlenken der Strömung in den Zuleitungen oder durch Einbauten, entstehen können (BÖRGER [20]). Mit einer optimierten Düsenkontur und einem groß gewählten Kontraktionsverhältnis (Verhältnis aus Querschnittsabmessung beim Eintritt in die Düse zu dem beim Austritt) kann von einer gleichmäßigen Verteilung der Geschwindigkeit in der Messstrecke ausgegangen werden (BÖRGER [20]). Mit Hilfe eines FORTRAN-Programms wurde von CARDENAS [28] eine optimierte Düsengeometrie berechnet und anschließend gefertigt.

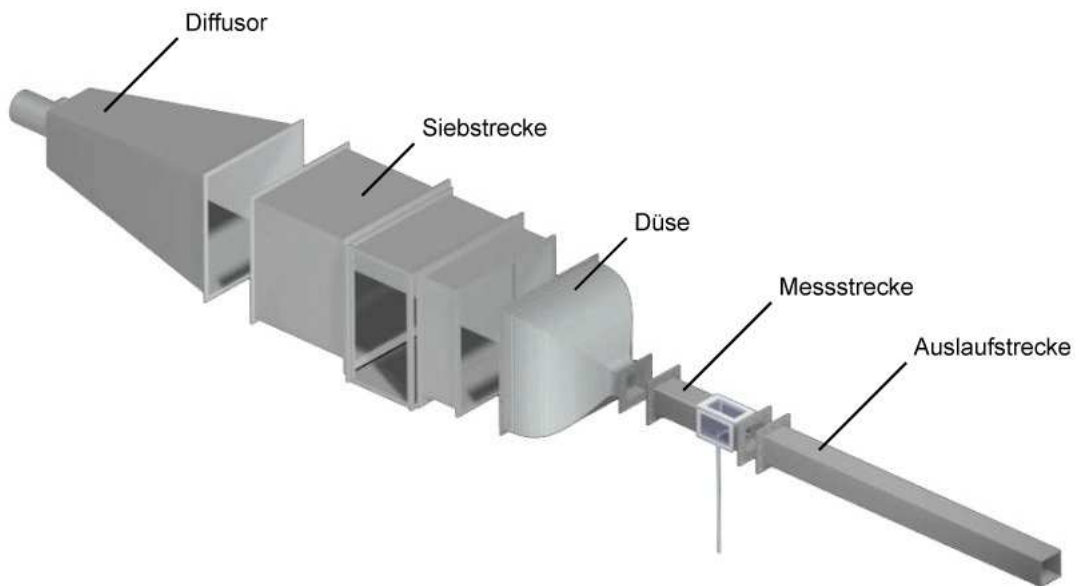


Abbildung 4.5: Explosionszeichnung des Versuchskanals

An die Düse schließt sich nun die eigentliche Messstrecke an. Diese Messstrecke ist zum Einen mit Quarzglasfenstern ausgestattet, welche den optischen Zugang für die laseroptischen Messmethoden gewährleisten und zum Anderen enthält die Messstrecke auch den Auslaß des Strahls. Der Durchmesser des Strahlauslasses beträgt bei diesem Testfall 8 mm.. Die Messstrecke hat eine quadratische Querschnittsabmessung vom 108 x 108 mm. Dieser quadratische Querschnitt der Mess-

4. TESTFÄLLE

strecke bewirkt, daß das Geschwindigkeitsprofil, welches durch die vorangegangenen Einrichtungen eingestellt wurde, in horizontaler und vertikaler Querschnittsrichtung gleich ist.

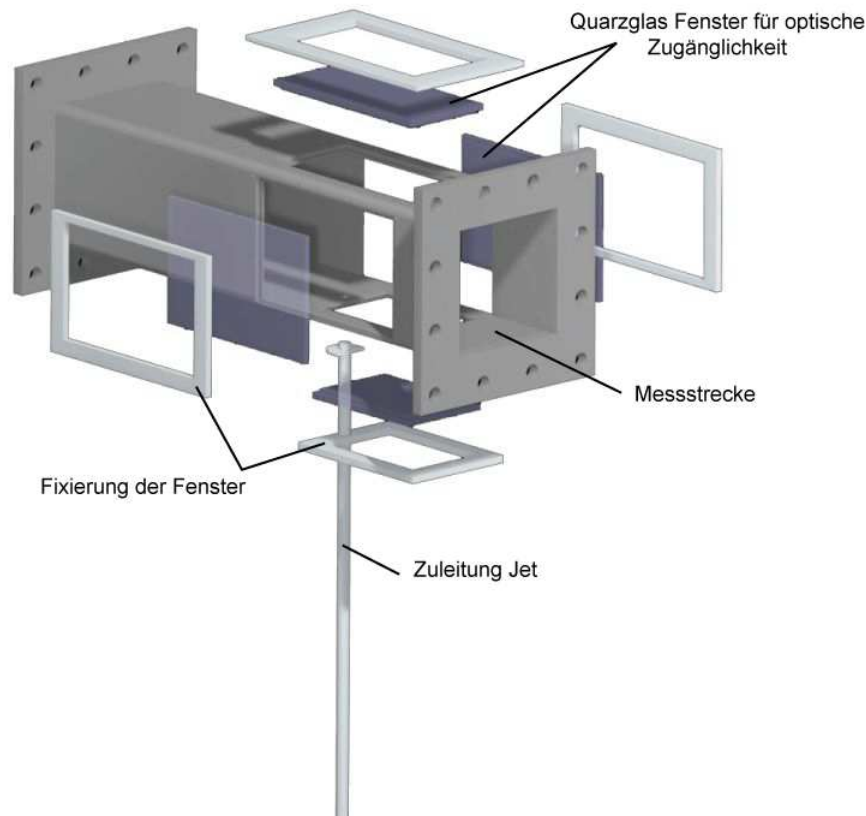


Abbildung 4.6: Explosionszeichnung der Messstrecke

Bei den hauseigenen Untersuchungen wurden, im Gegensatz zu den Messungen von Andreopoulos et al., höhere Geschwindigkeitsverhältnisse gewählt, welche den Bedingungen innerhalb einer Gasturbinenbrennkammer näher kommen. So wurden Geschwindigkeitsverhältnisse R von 2, 4 und 6 vermessen. Anders, als bei ANDREOPOULOS ET AL. wurde auch nicht die Geschwindigkeit der Querströmung konstant gehalten, sondern die Geschwindigkeit des Strahls. Diese Vorgehensweise bietet auf seiten der experimentellen Untersuchung einen extrem wichtigen Vorteil. Für den Einsatz der PIV Messtechnik ist die Reynoldszahl ein limitierender Faktor. Gemäß DONNERT [36] sind oberhalb einer vom eingesetzten Messsystem abhängigen Reynoldszahl keine zuverlässigen Messergebnisse zu erwarten. Hierdurch muss

4.2. STRÖMUNGSKANAL DES EIGENEN INSTITUTS

sichergestellt werden, daß diese Grenze bei der Variation der Geschwindigkeitsverhältnisse nicht überschritten wird und das Messsystem in einem hinsichtlich der vorliegenden Reynoldszahlen zuverlässigen Bereich betrieben wird. Da der Querstrahl das zu untersuchende Objekt innerhalb der Strömung darstellt, empfiehlt es sich für den Querstrahl eine konstante Austrittsgeschwindigkeit zu wählen und somit dessen Reynoldszahl konstant zu halten.

Bezüglich der Variation des Geschwindigkeitsverhältnisses zwischen Strahl und Querströmung stellt diese Vorgehensweise einen weiteren wichtigen Vorteil dar. Mit Erhöhung des Geschwindigkeitsverhältnisses muß bei konstanter Strahlgeschwindigkeit die Geschwindigkeit der Querströmung reduziert werden. Hierdurch liegt beim kleinsten Geschwindigkeitsverhältnis die größte Reynoldszahl der Querströmung vor. Diese Reynoldszahl reduziert sich dann mit der Vergrößerung des Geschwindigkeitsverhältnisses. Hierdurch wird auch für die Querströmung sichergestellt, daß die Reynoldszahl niemals oberhalb der kritischen Reynoldszahl liegt, welche durch das verwendete Messsystem vorgegeben wird. Die Geschwindigkeit des Strahls wurde unter der Prämisse der Einsatzgrenzen des PIV Systems so gewählt, daß eine größt mögliche Reynoldszahl des Strahls erreicht werden konnte.

Bedingt durch die viel kleineren Abmessungen des hauseigenen Kanals, im Vergleich zur von ANDREOPOULOS ET AL. eingesetzten Messstrecke, konnten die Reynoldszahl des Strahls von ANDREOPOULOS ET AL. hier jedoch nicht erreicht werden. Für die drei untersuchten Geschwindigkeitsverhältnisse ergeben sich die in Tabelle 4.2 dargestellten Randbedingungen. Aus der bekannten Querschnittsfläche des Strahleintritts und der durch das Geschwindigkeitsverhältnis geforderten Strahlgeschwindigkeit lässt sich direkt der Volumenstrom ableiten, welcher der Strahlzuleitung aufgeprägt werden muss. Dieser Volumenstrom wurde unter Kenntnis der Fluidichte mittels eines Massflow Controllers bei der experimentellen Untersuchung aufgeprägt. Bei der numerischen Untersuchung wurde am Einlaß des Strahleintritts ein Kolbenstromprofil mit der für den Strahl geforderten Geschwindigkeit aufgegeben, wodurch wiederum der geforderte Volumenstrom resultierte. Sowohl beim Experiment, als auch bei der numerischen Untersuchung wurde durch die Länge der Strahlzuleitung sichergestellt, daß sich eine ausgebildete Rohrströmung einstellen konnte.

Da dem Eintritt der Querströmung eine Düse vorgeschaltet ist, welche für die Unterdrückung der Wandgrenzschicht optimiert ist, konnte bei der experimentellen Untersuchung für den Eintritt der Querströmung von einem Kolbenstromprofil ausgegangen werden. Aus der bekannten Querschnittsfläche des Eintritts der Mess-

	$R = 2$	$R = 4$	$R = 6$
U_{jet}	37.75 m/s	37.75 m/s	37.75 m/s
U_{cross}	18.88 m/s	9.44 m/s	6.292 m/s
Re_{jet}	19 954	19 954	19 954
Re_{cross}	135 000	65 000	44 500

Tabelle 4.2: Randbedingungen der hauseigenen Messungen [41]

strecke kann aus der geforderten Geschwindigkeit der Querströmung der einzustellende Volumenstrom abgeleitet werden. Dieser Volumenstrom wurde unter Verwendung einer Venturi-Düse eingestellt. Die so eingestellte Geschwindigkeit der Querströmung wurde anschließend mittels der LDA Messtechnik stromauf des Strahleintritts an mehreren Punkten entlang der Z-Koordinate kontrolliert. Hierdurch konnte eine genaue Geschwindigkeitseinstellung sichergestellt werden. Auf Seiten der numerischen Untersuchung wurde die Querstrahlgeschwindigkeit als Kolbenstromprofil am Eintritt der Messstrecke aufgegeben, da die experimentelle Untersuchung gezeigt hatte, daß die Annahme eines Kolbenstromprofils am Eintritt der Messstrecke gerechtfertigt ist.

Wie bereits angesprochen wurde, bleiben beide Testfälle direkt vergleichbar, da das Problem im turbulenten Bereich bei geeigneter Normierung eine Selbstähnlichkeit aufweist und somit von der Reynoldszahl unabhängig ist. Diese Unabhängigkeit von der Reynoldszahl konnte von DONNERT [37] unter Einsatz der robusten und zuverlässigen LDA Messtechnik experimentell bestätigt werden, indem die Messwerte des hauseigenen Strömungskanals mit den Messdaten von Andreopoulos verglichen wurden.

Für das Berechnungsgitter des hauseigenen Strömungskanals wurde im Gegensatz zum Gitter für den Testfall nach ANDREOPOULOS ET AL. ein unstrukturiertes Gitter verwendet, wie es in Abbildung 4.7 dargestellt ist. Dies begründet sich zum Einen darin, daß für die RANS Berechnung, im Gegensatz zur DES, kein strukturiertes Gitter benötigt wird. Zum Anderen ergab eine durchgeführte Gitterunabhängigkeitsuntersuchung (vgl. GALLEAZZO [51]), daß durch ein unstrukturiertes Gitter schneller eine Sättigung hinsichtlich der benötigten Anzahl an Gitterpunkten erreicht werden kann, bei welcher eine weitere Verfeinerung des Gitters keinen weiteren Einfluß auf die Berechnungsgüte mehr hat.

Im Allgemeinen wurden bei diesem unstrukturierten Gitter tetraedrische Git-

4.2. STRÖMUNGSKANAL DES EIGENEN INSTITUTS

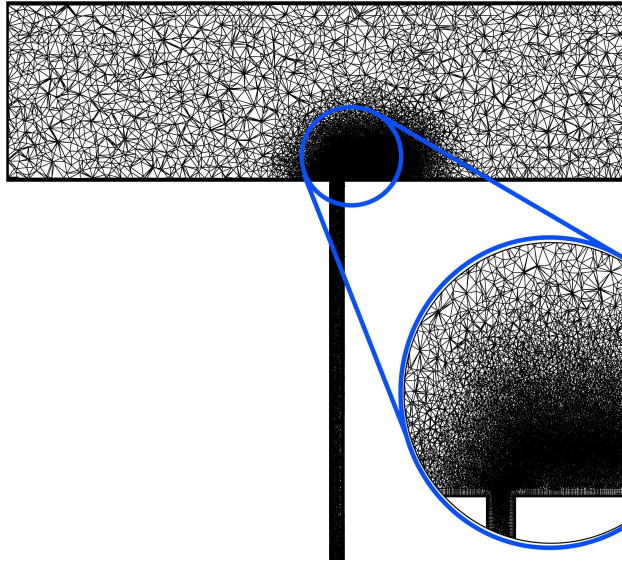


Abbildung 4.7: Unstrukturiertes Berechnungsgitter für den hauseigenen Strömungskanal mit Detaildarstellung des Auslaßbereiches des Strahls

terelemente verwendet. Im Bereich des Strahlauslasses wurde die Anzahl dieser Elemente erheblich erhöht, um im direkten Interaktionsbereich zwischen Strahl und Querströmung eine erhöhte Gitterauflösung zu erhalten, da gerade hier die größten Gradienten im Geschwindigkeits- und Konzentrationsfeld anzutreffen sind.

Im wandnahen Bereich wurden prismenförmige Elemente verwendet, um hier zu einer definierten Auflösung des wandnahen Strömungsbereiches zu gelangen. Die Anzahl der einzelnen Gitterelemente, als auch die Anzahl der Berechnungsknoten kann der Gitterstatistik in Tabelle 4.3 entnommen werden.

Typ	Anzahl
Gesamtzahl der Knoten	326868
Gesamtzahl der Elemente	1612426
Gesamtzahl Tetraeder	1467970
Gesamtzahl Prismen	144456

Tabelle 4.3: Gitterstatistik des unstrukturierten Gitters für den hauseigenen Strömungskanal

Abschließend soll nun noch das verwendete Koordinatensystem dargestellt

werden, welches sowohl bei der Simulation, als auch bei der experimentellen Untersuchung verwendet wurde. Wie in Abbildung 4.8 zu erkennen, ist der Ursprung des Koordinatensystems direkt im Mittelpunkt des Strahlauslass gelegen. Die x-Koordinate zeigt stromab der Querströmung und die z-Koordinate stromab des Strahls. Die verbleibende y-Koordinate steht senkrecht auf den beiden zuvor genannten.

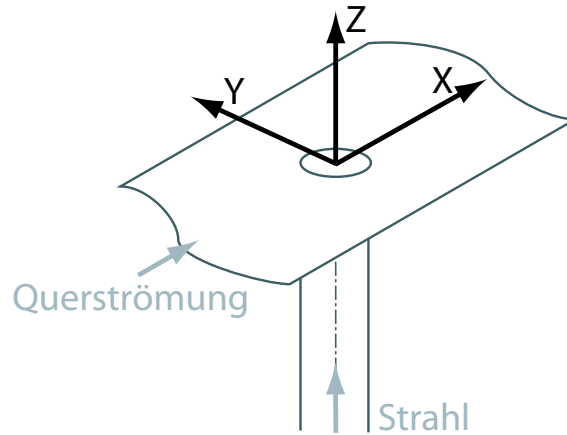


Abbildung 4.8: Verwendetes Koordinatensystem

4.3 Direkter Vergleich der experimentellen Testfälle

Zu Beginn dieses Kapitels wurde bereits vorweggenommen, daß die hier verwendeten experimentellen Ergebnisse der Testfälle untereinander kombiniert werden können, obwohl bei den Testfällen unterschiedliche geometrische Abmessungen verwendet wurden, und auch die Absolutwerte der Einlaßgeschwindigkeiten von Strahl und Querströmung nicht vergleichbar sind. Auf Basis der unterschiedlichen Geometrien, sowie der unterschiedlichen Einlaßgeschwindigkeiten ergeben sich auch unterschiedliche Reynoldszahlen für Strahl und Querströmung der experimentell untersuchten Strömungskanäle. Durch die Unterschiede in den eingestellten Reynoldszahlen sollte also nicht a priori auf eine direkte Vergleichbarkeit der experimentell untersuchten Testfälle schließen lassen.

Es kann jedoch Abbildung 4.9 entnommen werden, daß diese Vergleichbarkeit sehr wohl gegeben ist. Die Testfälle können untereinander verglichen werden, wenn man eine geeignete Normierung der zu vergleichenden Variablen vornimmt. Durch diese Normierung kann erreicht werden, daß durch die bereits angesprochene

4.3. DIREKTER VERGLEICH DER EXPERIMENTELLEN TESTFÄLLE

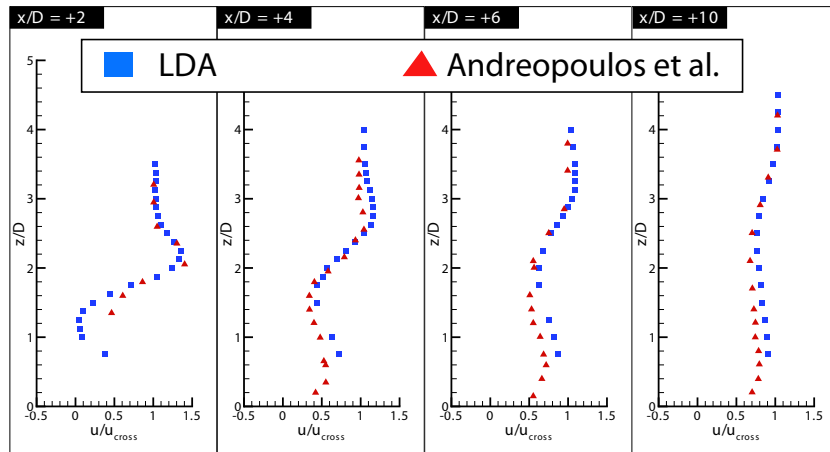


Abbildung 4.9: Vergleich der Messungen

Selbstähnlichkeit des Problems eine von der Reynoldszahl unabhängige Darstellung gegeben ist. Das Problem ist durch diese Vorgehensweise nur noch vom eingestellten Geschwindigkeitsverhältnis, beziehungsweise dem eingestellten Impulsverhältnis bei dichteveränderlichen Strömungen, abhängig. Somit steht für die Validierung der Modelle eine erheblich breitere Datenbasis zur Verfügung, da jede experimentelle Analyse des turbulenten Strömungs- und Mischungsfeldes bei einem gegebenen Geschwindigkeitsverhältnis, unabhängig von den vorhandenen Geometrie- und Strömungsrandbedingungen, zum Vergleich herangezogen werden kann.

5

Problemidentifikation am Fall $R=2$

Für die Identifikation der Ursache für die fehlerhafte quantitative Vorhersage der Querstrahleinmischung unter Verwendung der RANS Modelle, wurde das Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$ gewählt, da hier eine breite experimentelle Vergleichsbasis zur Verfügung stand. Zum Einen konnte hier auf die Geschwindigkeits- und Konzentrationsmessungen von ANDREOPOULOS ET AL. [4, 7, 5, 8, 6], als auch auf die hauseigenen Geschwindigkeitsmessungen auf Basis von Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) Messungen von DONNERT [38] zurückgegriffen werden.

Zunächst wurde der Einfluß des numerischen Fehlers auf die Lösung untersucht, um diesen als Einflußparameter für die spätere Modellentwicklung ausschließen zu können. Im Rahmen einer Gitterunabhängigkeitsstudie erfolgte hierzu die Erstellung eines Berechnungsgitters, bei welchem die Lösung nicht mehr von der Gitterauflösung abhängt. Da auch die Konvergenz der Rechnung einen maßgeblichen Anteil auf das Berechnungsergebnis hat, schloss sich eine Analyse der Berechnungsergebnisse bei unterschiedlichen Konvergenzgraden an, um einen Anhaltspunkt zu erhalten, ab welchem Konvergenzkriterium keine Änderung der Lösung erkennbar ist. Dies geschah wiederum auf Basis der Motivation, den numerischen Fehler als Einflußparameter bei der späteren Modellentwicklung ausschließen zu können.

Auf Basis dieses so generierten Gitter, sowie unter Einhaltung der erforderlichen Konvergenz der Lösung, erfolgte der Vergleich der bereits vorhanden RANS Modelle, um deren Güte bei der Beschreibung des Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes bewerten und können. Gleichzeitig konnten hier erste Hinweise auf die Ursache für die Probleme der Modelle bei der Beschreibung der Querstrahleinmischung gewonnen werden.

Um dieses Verdachtsmoment für eine erfolgreiche Weiterentwicklung der RANS Methodik für die quantitativ korrekte Beschreibung der Querstrahleinmischung weiter bestätigen zu können, erfolgte nun die Analyse des Einflusses des Anisotropieparameters C_μ auf die Lösung. Hierbei zeigte sich, daß eine modifizierte Beschreibung der Wirbelviskosität, welche durch den Anisotropieparameter beeinflusst wird, eine

verbesserte quantitative Beschreibung des Problems ermöglichen kann. Die Modifikation des Anisotropieparameters ist jedoch nicht unabhängig vom zu berechnenden Geschwindigkeitsverhältnis, weshalb für die abschließende Modellmodifikation eine andere Vorgehensweise gewählt werden musste.

5.1 Einfluß des numerischen Fehlers

Eine erfolgreiche Modellentwicklung kann nur vorgenommen werden, wenn die Einflußparameter auf die Lösung auf ein minimales Maß reduziert werden können. Einen maßgeblichen Einfluß auf die Lösung besitzt hierbei der numerische Fehler. Dieser wird zum Einen vom verwendeten Berechnungsgitter hervorgerufen, zum Anderen jedoch auch vom gewählten Konvergenzkriterium der Lösung. Sowohl eine unzureichende Konvergenz, als auch ein zu grobes Berechnungsgitter zeigen, daß die bereits vorhandenen RANS Modelle das Problem vermeintlich quantitativ korrekt wiedergeben können. Dies wird jedoch nur durch die vom numerischen Fehler hervorgerufenen numerischen Diffusion erreicht. Die vorhandenen Modelle beschreiben unter Einfluß des numerischen Fehlers somit in keiner Weise die physikalischen Vorgänge beim Strahl in einer Querströmung.

Der Einfluss des Konvergenzkriteriums kann recht schnell untersucht werden, indem verschiedene Zwischenstadien der Lösung verglichen werden. Ab einem gewissen Residuum der Lösung können dann keine Veränderungen dieser mehr festgestellt werden. Dieser so gefundene Punkt wurde dann als minimal nötige Konvergenz definiert.

5.1.1 Einfluß der Gitterauflösung

Wie schon angeführt wurde, ist es für weiterführende Untersuchungen und die Entwicklung eines verbesserten Modells zur quantitativen Beschreibung der Querstrahlmischung unabdingbar, die numerischen Einflußparameter, welche die Qualität der Lösung verfälschen können, zu minimieren. Ausgehend von dieser Motivation wurde von GALEAZZO [51] eine Gitterunabhängigkeitsstudie für das Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$ durchgeführt.

Hierbei zeigte sich, daß bei unstrukturierten Gittern relativ schnell eine Sättigung an für eine gitterunabhängige Lösung benötigten Gitterpunkten zu erreichen ist. Hierzu wurde von einem sehr feinen Gitter ausgegangen, welches nach und nach vergrößert wurde. Eine Vergrößerung des Gitters hatte zunächst keinen Einfluß auf

5.2. VERGLEICH BEREITS EXISTIERENDER RANS-MODELLE

die Lösung. Ab einer bestimmten Grobheit des Gitter beginnt die Lösung jedoch zunehmend von der Ausgangslösung abzuweichen. Ab hier kann dann von einer Gitterabhängigkeit der Lösung ausgegangen werden. Da die Gitterauflösung jedoch auch in die Berechnungszeit der Problems eingeht, wurde für die weiterführenden Untersuchungen und die Modellentwicklung das letzte noch von der Auflösung unabhängige Gitter verwendet, da dies den besten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Effizienz darstellt.

Die Berechnung unter Verwendung des $k - \epsilon$ Modells auf dem größten Gitter kann zunächst die Messergebnisse recht gut wiedergeben. Eine zunehmende Verfeinerung des Gitters führt anschließend dazu, daß die Berechnungsergebnisse des $k - \epsilon$ Modells zunehmend von den Messwerten abweichen, bis der Sättigungspunkt an Gitterpunkten erreicht ist, ab welchem keine merkwürdige Änderung der Lösung mehr zu erkennen ist. Von diesem Punkt an kann dann von einer Gitterunabhängigkeit der Lösung ausgegangen werden.

Dieses Verhalten zeigt jedoch, daß die Querstrahleinmischung stark durch den numerischen Fehler, welcher bei zu groben Gittern induziert wird, beeinflusst werden kann. Im Speziellen kann eine zu grobe Gitterauflösung zu einer vermeintlich physikalisch richtigen Lösung führen, obwohl diese nur durch den Einfluß des numerischen Fehlers hervorgerufen wurde und in keiner Weise die physikalischen Prozesse bei der Querstrahleinmischung widerspiegelt.

5.2 Vergleich bereits existierender RANS-Modelle

Die bereits existierenden RANS Modelle zeigen erhebliche Probleme bei der quantitativen Vorhersage des Strömungsfeldes eines Strahles in einer Querströmung. Um diese Problematik quantifizieren zu können wurden zunächst die vorhandenen RANS-Formulierungen wie das $k - \epsilon$ Modell, das $k - \omega$ Modell und das $k - \omega - SST$ Modell mit den LDA Messdaten von DONNERT verglichen. Dieser Vergleich ist in Abbildung 5.1 gegeben. Hierbei stellte sich heraus, daß das $k - \epsilon$ Modell am schlechtesten bei der Vorhersage des Geschwindigkeitsfeldes abschneidet. Das $k - \omega - SST$ Modell stellt das zur Zeit beste vorhandene RANS-Modell dar. Wie in Abbildung 5.1 zu erkennen ist, sind sich die Ergebnisse der einzelnen Modelle von $x/D = -1.5$ bis zu $x/D = 0.0$ relativ ähnlich. Ab einer Position von $x/D = +0.5$ beginnen die Abweichungen zwischen den einzelnen Modellen immer größer zu werden. Wie schon in Kapitel 4.2 eingeführt, ist die Position $x/D = 0.0$ hierbei gleichbedeutend mit der Achse der Strahlzuleitung und die $x/D = +0.5$ Position stellt die stromab

5. PROBLEMIDENTIFIKATION AM FALL $R=2$

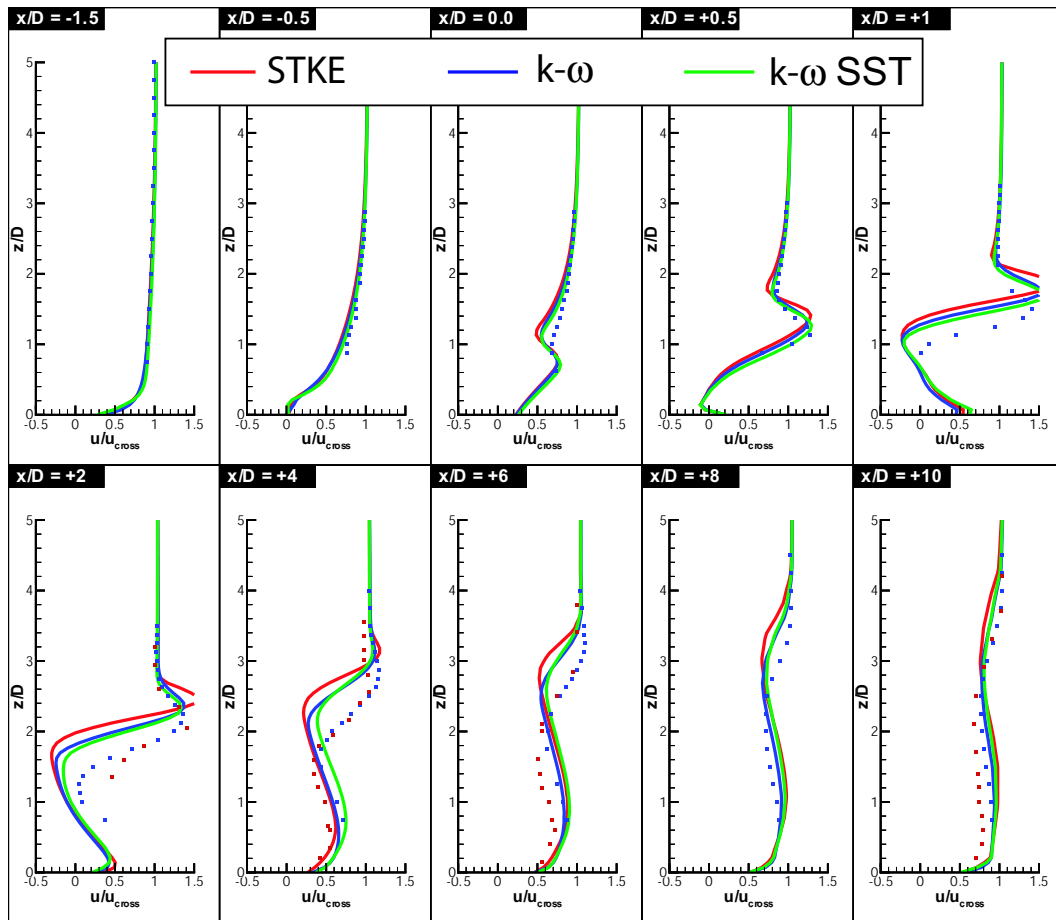


Abbildung 5.1: Vergleich der Standardmodelle mit den Messungen der LDA. Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$

gelegene Kante des Strahlauslasses dar. Die starken Abweichungen der Modelle existieren somit erst hinter dem Auslaß des Strahls, wo zum Einen die Scherschicht zwischen dem Strahl und der Scherströmung vorzufinden ist, zum Anderen jedoch auch der Nachlaufbereich hinter dem Strahl, welcher durch die Standardformulierungen der RANS-Modelle schlecht wiedergegeben wird. Hierbei ist speziell die von den RANS Modellen vorhergesagte Rückströmzone bei $x/D = 2.0$ zu nennen. Diese Rückströmzone ist zwar auch bei den experimentellen Daten bei $x/D = 1.0$ sichtbar, da sie mit dem Ablöseereignis an der Hinterseite des Strahls in Verbindung gebracht werden kann. Sie hat aber nicht die gleiche große räumliche Ausprägung, wie es die existierenden RANS Modelle wiedergeben. Bei den experimentellen Daten ist diese Rückströmung bei $x/D = 2.0$ nicht mehr zu erkennen.

5.3 Variation des Anisotropieparameters C_μ

Wie bereits in Kapitel 5.2 gezeigt, versagen die bereits existierenden Reynolds gemittelten Turbulenzmodelle bei der Wiedergabe des Geschwindigkeitsfeldes des Strahls in einer Querströmung.

Die Voruntersuchungen legen nahe, daß das $k - \epsilon$ Modell die turbulente Diffusion bei der Querstrahleinmischung zu gering berechnet. Ein ähnlicher Befund ist bei HE ET AL. [61] zu finden. Die Autoren zeigen, daß eine turbulente Schmidt-Zahl von $Sc_t = 0.2$ den besten Wert zur Berechnung des Konzentrationsfeldes darstellt. Dieser Wert der Schmidt-Zahl ist jedoch unphysikalisch, weshalb hier ein anderer Weg begangen wird. Um diesen Einfluß der zu niedrig wiedergegebenen turbulenten Diffusion des $k - \epsilon$ Modell bei der Querstrahleinmischung zu untersuchen, erfolgte zunächst eine Variation des Anisotropieparameters C_μ . Der Standardwert des Anisotropieparameters von $C_\mu = 0.09$ ist für eine turbulente Scherströmung abgeleitet und kann mit einer durchschnittlichen Anisotropie der Strömung von 9% gleichgesetzt werden. Die Ergebnisse der durchgeführten Variation des Anisotropieparameters C_μ für ein Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2.0$ ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Es ist zu erkennen, daß ein Wert des Anisotropieparameters von $C_\mu = 0.29$ die Geschwindigkeitsprofile bei diesem Geschwindigkeitsverhältnisses sehr gut wiedergeben können.

Der direkte Vergleich zwischen der Berechnung der Querstrahleinmischung bei einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2.0$ mit dem Standardwert des Anisotropieparameters $C_\mu = 0.09$, sowie dem optimierten Wert dieses Parameters von $C_\mu = 0.29$ ist in Abbildung 5.3 gezeigt. Zum besseren Vergleich des modifizierten Wertes des Anisotropieparameters mit dem Standardwert, wurde hierzu die Berechnung mit dem Standardwert von $C_\mu = 0.09$ um die x-Achse nach unten gespiegelt, da hierdurch eine direkte Gegenüberstellung der Ergebnisse entlang der x-Achse ermöglicht wird. Bei dieser Darstellung ist nur der Bereich der Querströmung dargestellt und die Zuleitung des Strahls vernachlässigt. Die Pfeile stellen die Austrittsrichtung des Strahls beziehungsweise die Fließrichtung der Querströmung dar. Man kann erkennen, daß der ursprüngliche Wert des Anisotropieparameters zu einer viel größeren Rezirkulationszone (blauer Wertebereich) stromab des Strahlauslasses führt. Auch die oben gelegene Scherzone zwischen dem Strahl und der Querströmung (roter Wertebereich) zeigt im Nahbereich des Strahlauslasses beim Standardwert des Anisotropieparameters einen viel zu langen Bereich mit hohen Geschwindigkeiten in Querstrahlrichtung. In der weiter stromab liegenden Region ab $x/D \approx 7$ unter-

5. PROBLEMIDENTIFIKATION AM FALL $R=2$

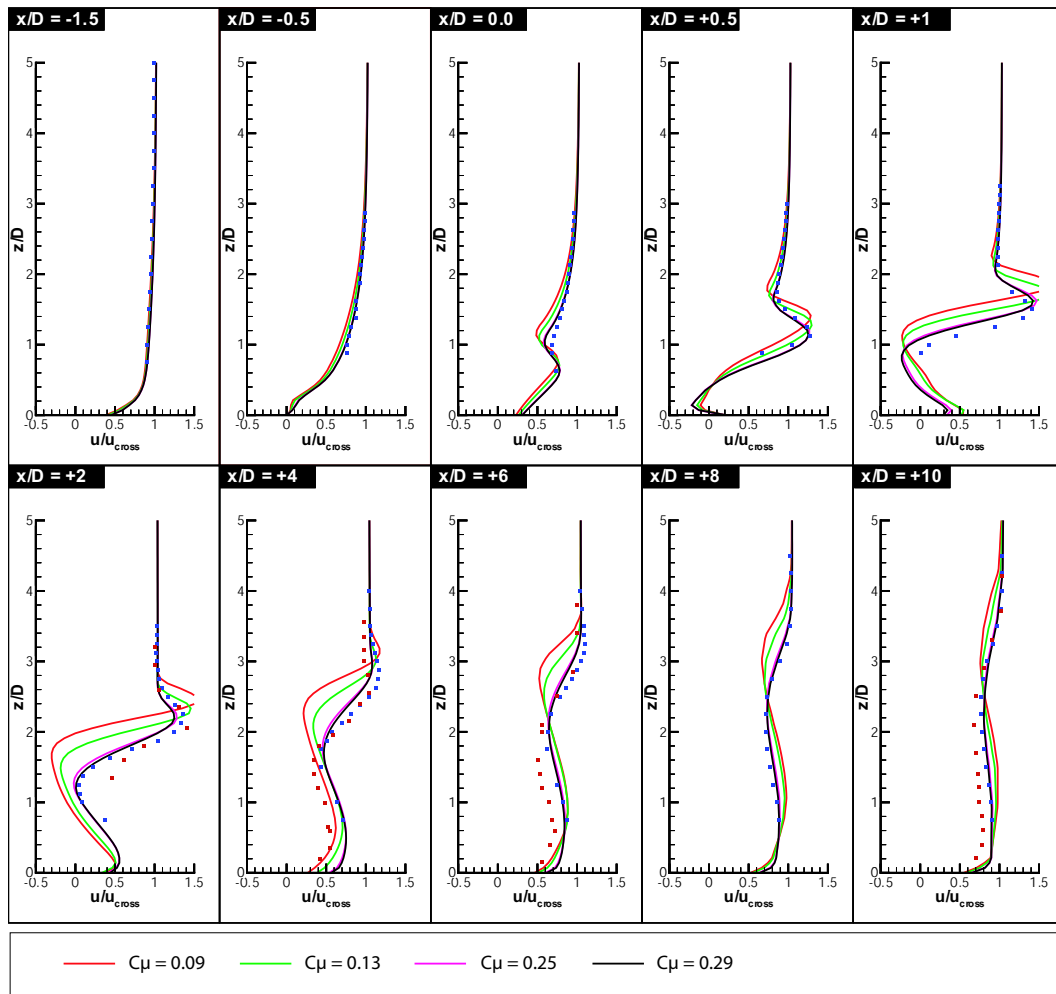


Abbildung 5.2: Vergleich des Standard $k - \epsilon$ Modells mit Vorgabe unterschiedlicher Werte der Konstante C_μ . Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$.

scheiden sich die Ergebnisse zwischen beiden Anisotropieparametern nur noch in Wandnähe.

Ab $x/D \approx 7$ ist bei der Berechnung mit dem Standard $k - \epsilon$ Modell (STKE) im Bereich zwischen $z/D = 1 - 2$ noch ein hellgrüner Bereich mit höherer Geschwindigkeit zu erkennen. Dieser Bereich existiert in der Berechnung mit dem modifizierten Anisotropieparameter in der oberen Abbildungshälfte nicht mehr. In dieser Region befindet sich der in Kapitel 3.2.4 beschriebene Nachlaufbereich, bei welchem die tornadoähnlichen Wirbel zu einem erhöhten Austausch innerhalb des Nachlaufbereiches führen. Diese Erhöhung des turbulenten Austausches wird durch die Erhöhung des Anisotropieparameters in gleicher Weise, wie bei der Rückströmzone, sehr gut wiedergegeben.

5.3. VARIATION DES ANISOTROPIEPARAMETERS C_μ

Ein weiterer Vergleich zwischen dem STKE Modell und dem $k - \epsilon$ Modell mit dem optimierten Anisotropieparameter ist Abbildung 5.4 zu entnehmen. Bei diesem Vergleich wurde die Berechnungsergebnisse einander in gleicher Weise wie in Abbildung 5.3 gegenübergestellt. Hier ist nun eine weitere Ursache für die verbesserte Berechnung des Strahls in einer Querströmung unter Verwendung des optimierten Anisotropieparameters beim Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2.0$ zu sehen. Die Erhöhung des Anisotropieparameters führt dazu, daß sich im Nachlaufbereich eine erheblich größere Zone mit einer hohen Wirbelviskosität ausbildet. Diese Wirbelviskosität wird bei erhöhtem C_μ auch viel weiter stromab transportiert und klingt in Querströmungsrichtung nicht so schnell ab, wie es bei der Standardformulierung der Fall ist.

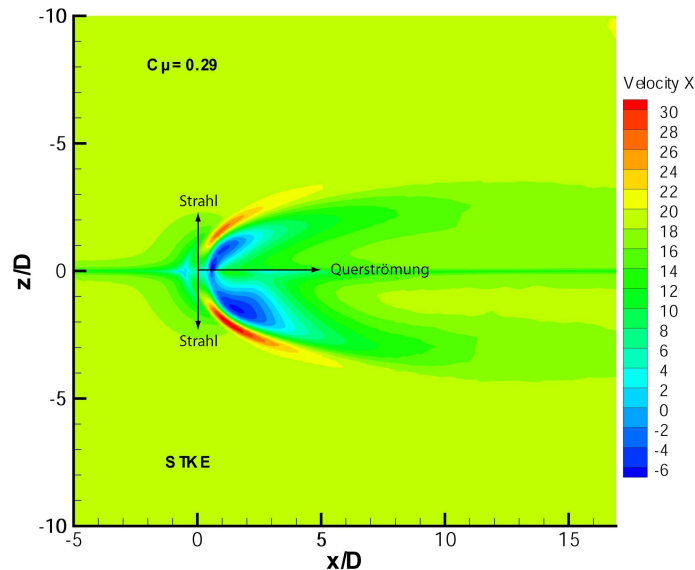


Abbildung 5.3: x-z-Ebenen durch die Strahlachse. Vergleich zwischen dem $k - \epsilon$ Modell mit dem Standardwert $C_\mu = 0.09$ (untere Hälfte) und mit $C_\mu = 0.29$ (obere Hälfte). Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$

Um dieses Ergebnis der Berechnung mit dem modifizierten Anisotropieparameter nun auch mit den LDA-Messdaten von Donnert räumlich vergleichen zu können, wurden diese eindimensionalen Messdaten zunächst mittels Interpolation in eine zweidimensionale Darstellung gebracht. Anschließend wurden diese Messungen der Rechnung überlagert, wie in Abbildung 5.5 zu erkennen. Die Messdaten befinden sich bei dieser Überlagerung innerhalb des mit einer schwarzen Linie eingegrenzten Bereichs. Bedingt durch diese Interpolation ergibt sich bei der Darstellung

5. PROBLEMIDENTIFIKATION AM FALL $R=2$

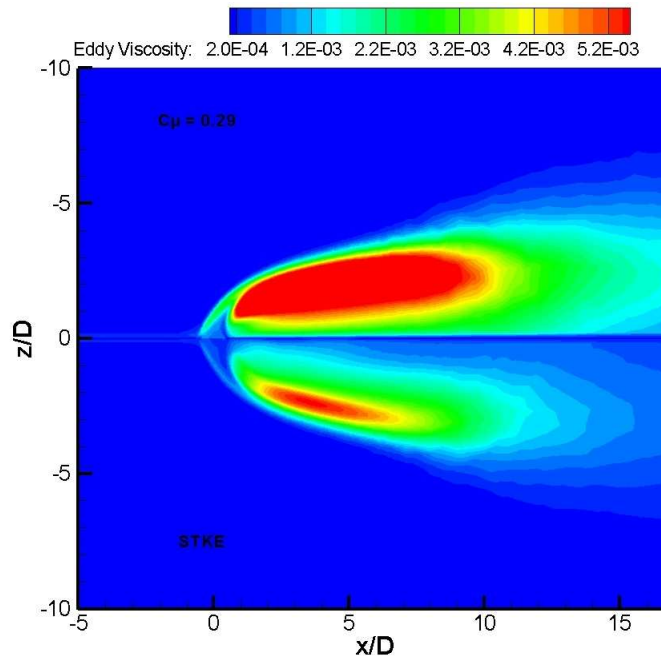


Abbildung 5.4: x - z -Ebenen durch die Strahlachse. Vergleich zwischen dem $k - \epsilon$ Modell mit dem Standardwert $C_\mu = 0.09$ (untere Hälfte) und mit $C_\mu = 0.29$ (obere Hälfte). Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$

im zweidimensionalen innerhalb des Messbereiches ein gewisser Darstellungsfehler, wie es anhand des roten Bereiches der Scherzone zu erkennen ist.

An der linken und rechten Begrenzung des Messbereiches (senkrechte schwarze Linien am linken und rechten Rand des überlagerten Messbereichs) ist jedoch in z -Richtung kein Interpolationsfehler vorhanden, da hier die Messdaten direkt vorliegen. Diese Darstellung in Abbildung 5.5 wurde so gewählt, daß sich hierdurch das Eindringverhalten des Strahls in der durch die Strahlachse verlaufenden x - z -Ebene direkt mit den Messungen vergleichen lassen. An der linken und rechten Begrenzung des Messbereiches ist ersichtlich, daß sich die Konturlinien der Geschwindigkeit in Querströmungsrichtung von Messung und Rechnung genau am gleichen Punkt treffen. Diese Punkte sind durch den linken und den rechten Pfeil markiert. Das Eindringverhalten des Strahls kann somit bei einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2.0$ mit Hilfe eines modifizierten Anisotropieparameters von $C_\mu = 0.29$ sehr gut wiedergegeben werden.

Zusätzlich wird der Nachlaufbereich stromab des Strahlauslasses durch diesen modifizierten Anisotropieparameter besser wiedergegeben. Wie in Abbildung

5.3. VARIATION DES ANISOTROPIEPARAMETERS C_μ

5.5 durch den unteren Pfeil markiert, treffen sich auch hier die Konturlinien der Geschwindigkeit in Querströmungsrichtung mit hinreichender Genauigkeit.

Ausgehend von diesen Ergebnissen, führt die Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes beim Strahl in Querströmung mit einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2.0$ unter Verwendung eines Anisotropieparameters von $C_\mu = 0.29$ zu einer erheblich verbesserten quantitativen Beschreibung des Strömungsfeldes.

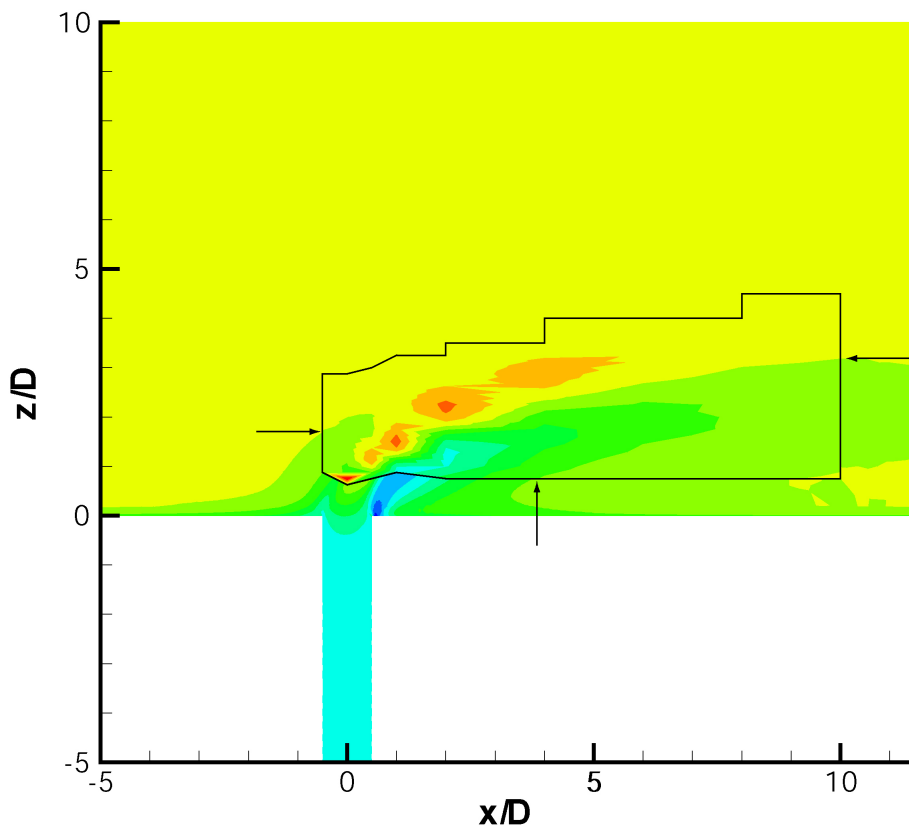


Abbildung 5.5: x-z-Ebene durch die Strahlachse. Ergebnis des $k-\epsilon$ Modells mit $C_\mu = 0.29$ (außerhalb der schwarzen Umrandung) mit Überlagerung der LDA Messungen von DONNERT (innerhalb der schwarzen Umrandung). Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$

Diese zuvor gezeigte Modifikation des $k-\epsilon$ Modells über den modifizierten Anisotropieparameter C_μ ist jedoch nicht allgemeingültig. Aus diesem Grund wurde eine allgemeingültige Modifikation der turbulenten Wirbelviskosität gesucht. Deren

Herleitung und Implementierung wird im nachfolgenden Kapitel 6 vorgestellt.

5.4 Die Detached-Eddy Simulation

Die Detached-Eddy Simulation wurde mittels des in Kapitel 4.1 vorgestellten strukturierten Gitters für den Kanal nach ANDREOPOULOS ET AL. durchgeführt. Die mittleren Geschwindigkeiten, welche aus dieser Simulation resultieren, sind in Abbildung 5.6 dargestellt. Zusätzlich sind in diesem Vergleich die Geschwindigkeitsmessungen von ANDREOPOULOS ET AL. unter Verwendung der Hitzdrahtmesstechnik, als auch die LDA Messungen von DONNERT dargestellt, um die Berechnungsergebnisse der DES bewerten zu können. Es ist ersichtlich, daß die DES als höherwertiges Modell die gleichen Probleme aufzeigt, welche schon bei den einfacheren RANS Modellen erkennbar waren. Diese Abweichung der Berechnungsergebnisse unter Verwendung des DES zeigen, wie auch die RANS Modelle, im Nahbereich des Strahlausses bei $x/D = 1$ und $x/D = 2$ erhebliche Abweichungen von den Meßwerten. Erst wieder weiter stromab kann die DES, genau wie zuvor auch die Standard-RANS Modelle, das Geschwindigkeitsfeld des Strahls in einer Querströmung hinreichend exakt beschreiben.

Bei der DES werden nur die großen Skalen aufgelöst und die kleineren Skalen mittels eines RANS Modells modelliert. Beim Strahl in Querströmung wird somit beim Einsatz DES ein Großteil der Zuströmungen, im Besonderen jedoch auch große Bereiche des Nachlaufbereiches außerhalb des abgelenkten Strahls mittels des RANS Modells beschrieben. Dies legt die Vermutung nahe, daß die Schwächen der RANS Modelle bei der quantitativen Beschreibung der Vorgänge beim Strahl in einer Querströmung die DES Methodik negativ beeinflussen, wodurch die zuvor beschriebenen Schwächen der DES resultieren.

Zieht man den enormen Berechnungsaufwand der Detached-Eddy Simulation in Betracht, so scheidet auch diese Methodik im ingenieurstechnischen Alltag aus, um den Strahl in Querströmung besser beschreiben zu können. Wie jedoch im Rahmen dieser Arbeit (siehe HABISREUTHER ET AL. [54]) gezeigt werden konnte, kann die DES bei der Berechnung und Identifikation von Wirbelprozessen wertvolle Dienste leisten, da sie wiederum im Vergleich zur LES eine erhebliche Verkürzung des Berechnungsprozesses und eine viel geringere Speicheranforderung bietet.

5.4. DIE DETACHED-EDDY SIMULATION

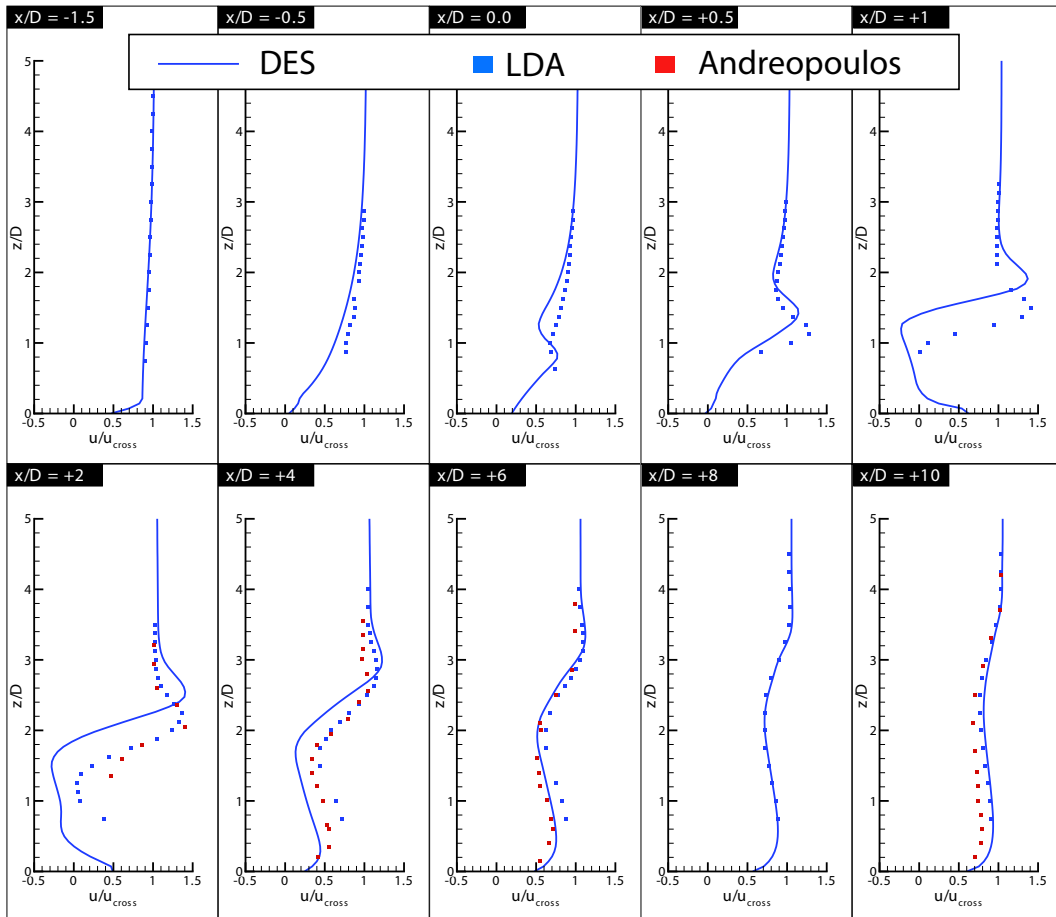


Abbildung 5.6: Vergleich der aus DES resultierenden mittleren Geschwindigkeiten in Querströmungsrichtung bei einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2$ mit dem LDA Messdaten und den Hitzdrahtmessungen von ANDREOPOULOS ET AL.

6

Modellentwicklung und Implementierung

Im Nachfolgenden wird die Ableitung und Implementierung des im Rahmen dieser Arbeit entstandenen 3-Gleichungsmodells dargestellt. Bei diesem Modell wird anstelle der bekannten algebraischen Formulierung für die Wirbelviskosität eine Transportgleichung für diese Turbulenzgröße gelöst und mit dem $k-\epsilon$ Modell in geeigneter Form gekoppelt. Durch diese Formulierung resultiert ein Modell bei welchem sich die Wirbelviskosität, und somit der turbulent-diffusive Austausch, besser auf die lokal vorherrschenden Geschwindigkeitsgradienten einstellen kann.

6.1 Das $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell nach Menter

6.1.1 Herleitung des Modells

Ausgehend von den Transportgleichungen des in Kapitel 2.6.1 dargestellten $k-\epsilon$ Modells zeigte MENTER [94] einen Formalismus auf, wie die Transportgleichungen des 2-Gleichungsmodells in ein 1-Gleichungsmodell überführt werden können. Hierdurch resultiert ein guter Einblick in den Zusammenhang zwischen der Wirbelviskosität mit der turbulenten kinetischen Energie k , sowie deren Dissipationsrate ϵ . Basierend auf den Modellkonstanten des 2-Gleichungsmodells kann dann unter Einführung weiterer Modellannahmen das 1-Gleichungsmodell hergeleitet werden, dessen Konstantensatz mit dem $k - \epsilon$ Modell konsistent bleibt.

Zur einfachen Herleitung werden die Transportgleichungen des $k - \epsilon$ Modells zunächst in Wandgrenzschicht-Koordinaten betrachtet. Diese schreiben sich dann zu

$$\frac{Dk}{Dt} = \nu_T \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \epsilon + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) \quad (6.1)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \nu_T \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) \quad (6.2)$$

6. MODELLENTWICKLUNG UND IMPLEMENTIERUNG

mit der Definition der kinematischen Wirbelviskosität

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (6.3)$$

Um nun zum 1-Gleichungsmodell zu gelangen, bedarf es einer geeigneten Kopplung der k - und der ϵ - Transportgleichungen. Eine geeignete Vorgehensweise schreibt sich wie folgt:

$$\frac{D\nu_T}{Dt} = C_\mu \left(2 \frac{k}{\epsilon} \frac{Dk}{Dt} - \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{D\epsilon}{Dt} \right) \quad (6.4)$$

Hierbei entsteht wiederum ein Schließungsproblem, da diese Transportgleichung drei Unbekannte enthält. Um diese Gleichung schließen zu können bedarf es der Einführung von zwei weiteren Beziehungen.

Die Dissipationsrate ϵ läßt sich durch folgende Beziehung ersetzen:

$$\epsilon = C_\mu \frac{k^2}{\nu_T} \quad (6.5)$$

Hierdurch werden noch keine Modellannahmen in das abzuleitende Modell eingeführt und das Modell bleibt konsistent mit dem $k - \epsilon$ Modell.

Weiterhin wird eine Beziehung benötigt, um die turbulente kinetische Energie aus der Transportgleichung Gl. (6.4) zu eliminieren. Hierzu muss eine Relation eingeführt werden, welche die turbulente kinetische Energie k mit der kinematischen Wirbelviskosität in Verbindung setzt. Eine solche Relation ist:

$$|-\overline{u'v'}| = \nu_T \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| = a_1 k \quad (6.6)$$

worin a_1 eine Konstante und $|-\overline{u'v'}|$ die turbulente Scherspannung dargestellt.

Diese Relation wurde durch zahlreiche experimentell ermittelte Wandgrenschicht Daten bestätigt und von BRADSHAW ET AL. [19] eingesetzt (vgl. auch [140]).

Hierbei ist anzumerken, daß der Zusammenhang zwischen der turbulenten Scherspannung und der turbulenten kinetischen Energie, welcher aus den 2-Gleichungsmodellen entstammt, wie folgt gegeben ist:

$$|-\overline{u'v'}| = \sqrt{\frac{Produktion_k}{Dissipation_k}} a_1 k \quad (6.7)$$

unter Verwendung von $a_1 = \sqrt{C_\mu}$. Diese Gleichung ist experimentell nicht bestätigt. Es kann daher erwartet werden, daß die Einführung von Gl. (6.6) zu einer verbesserten Vorhersage von Strömungen führen wird, welche sich nicht im Gleichgewicht ($Produktion_k \neq Dissipation_k$) befinden.

6.1. DAS $(K - \epsilon)_{1E}$ MODELL NACH MENTER

Da nun der komplette Gleichungssatz vorhanden ist, kann das 1-Gleichungsmodell abgeleitet werden:

$$\begin{aligned} \frac{D\nu_T}{Dt} = & C_1\nu_T |-\overline{u'v'}| - C_2\nu_T^2 \left(\frac{\frac{\partial}{\partial y} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|}{\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \nu_t}{\partial y} \right) \\ & + 2 \frac{(\sigma_\epsilon - \sigma_k)}{\sigma_k \sigma_\epsilon} \left(\nu_T \frac{\partial^2 \nu_T}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial \nu_T}{\partial y} \right)^2 + 3\nu_T \frac{\partial \nu_T}{\partial y} \left(\frac{\frac{\partial}{\partial y} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|}{\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|} \right) \right. \\ & \left. + \nu_T^2 \frac{1}{\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \right) \end{aligned} \quad (6.8)$$

Eine Variation der Schmidt-Zahlen beim $k - \epsilon$ Modell zeigte, daß sich die Ausbreitungsrate einer freien Scherschicht nur um ca. 3% ändert, wenn die Schmidt-Zahl der ϵ Gleichung um 30% variiert wird. Aus diesem Ergebnis leitete MENTER ab, daß die Schmidt-Zahlen der k - und ϵ -Gleichungen mit hinreichender Genauigkeit gleichgesetzt werden können

$$\sigma_k = \sigma_\epsilon = \sigma \quad (6.9)$$

Hierdurch entfallen dann die entsprechenden Terme in Gl. (6.8) und es resultiert die Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität in Wandgrenzschicht-Koordinaten:

$$\frac{D\nu_T}{Dt} = C_1\nu_T \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| - C_2 \frac{\nu_t^2}{L_{vk}^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\sigma} \frac{\partial \nu_t}{\partial y} \right) \quad (6.10)$$

Um dieses neue Modell von anderen Modellen unterscheiden zu können, wird es nachfolgend als $(k - \epsilon)_{1E}$ bezeichnet.

In Gl. (6.10) ist auch noch die Inverse der von Karman Längenskala L_{vk} beinhaltet:

$$\frac{1}{L_{vk}} = \frac{\frac{\partial}{\partial y} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|}{\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|} \quad (6.11)$$

Die Verwendung der von Karman Längenskala war bei der Anwendung in Mischungslängen Modellen nicht sehr erfolgreich, da immer dann einen Singularität auftritt, wenn der Nenner gegen null strebt. Im hier dargestellten Modell stellt die Singularität der inversen von Karman Längenskala kein Problem dar, da der Destruktionsterm, welcher diese Größe enthält in geeigneter Weise limitiert werden kann, wie später noch gezeigt wird.

6. MODELLENTWICKLUNG UND IMPLEMENTIERUNG

Die in Gl. (6.10) enthaltenen Koeffizienten des neuen Modells können direkt aus dem Konstantensatz des $k - \epsilon$ Modells hergeleitet werden und ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} C_1 &= (C_{\epsilon 2} - C_{\epsilon 1}) \sqrt{C_\mu} = 0.144; & \sigma &= \sigma_k = 1 \\ C_2 &= \frac{C_1}{\kappa^2} + \frac{1}{\sigma} = 1.86 \end{aligned} \quad (6.12)$$

wobei hier der Standard-Konstantensatz des $k - \epsilon$ Modells $C_{\epsilon 1} = 1.44$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$, $C_\mu = 0.09 = a_1^2$ und $\sigma_k = 1.0$ verwendet wurde.

Um einen besseren Einblick in das $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell zu erhalten, bedarf es eines Vergleichs der Gleichungen Gl. (6.6) und Gl. (6.7). Für Strömungen, die sich im Gleichgewicht befinden ($Produktion_k = Dissipation_k$) sind beide Formulierungen äquivalent und das $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells wird sich annähernd wie das $k - \epsilon$ Modell verhalten. Für Strömungen im Ungleichgewicht mit entgegengesetztem Druckgradienten wird Bradshaw's Relation in Gl. (6.6) besser durch Messungen bestätigt, als Gl. (6.7). Für diese Strömungen wird das Verhältnis von $Produktion_k/Dissipation_k > 1$ im äußeren Bereich der Grenzschicht und das $k - \epsilon$ Modell wird eine größere Scherspannungen vorhersagen, als das $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell.

Ähnlich der Herleitung des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell wurde von BALDWIN & BARTH [12] ein 1-Gleichungsmodell für die Wirbelviskosität, das so genannte Baldwin-Barth (BB) Modell, hergeleitet.

$$\frac{D\nu_T}{Dt} = \hat{C}_1 \nu_T \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| - \hat{C}_2 \frac{\partial \nu_T}{\partial y} \frac{\partial \nu_T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\nu_T}{\hat{\sigma}} \frac{\partial \nu_T}{\partial y} \right) \quad (6.13)$$

Der Hauptunterschied zwischen dem $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell und dem BB-Modell ist im Destruktionsterm (C_2 Term) zu sehen. Obwohl auch das BB-Modell ausgehend vom $k - \epsilon$ Modell hergeleitet wurde, entstammt der Destruktionsterm dieses Modells nicht aus der Transformation und somit ist der Zusammenhang zwischen dem $k - \epsilon$ Modell und dem BB-Modell durch die Einführung dieses Terms aufgehoben, weshalb sich beide Modelle sehr unterschiedlich verhalten. Im Gegensatz zum $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell, welches an dieser Stelle die Inverse der von Karman Längenskala enthält, muß dieser Term nicht gesondert behandelt werden, für den Fall, daß die Geschwindigkeitsgradienten verschwinden. Aus diesem Grund wird der Destruktionsterm des BB-Modells für die zuvor schon genannte Begrenzung des Destruktionsterms des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells im Falle verschwindender Geschwindigkeitsgradienten bei der abschließenden Formulierung des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells eingesetzt.

6.1. DAS $(K - \epsilon)_{1E}$ MODELL NACH MENTER

6.1.2 Betrachtung der Wandgrenzschicht

Voraussetzung für das Modell ist, daß die Wirbelviskosität in Wandnähe zur molekularen Viskosität werden muß. Deshalb bedarf es der Einführung zweier Dämpfungsfunktionen, welche den Produktionsterm im Wandbereich begrenzen. Hierzu wird eine korrigierte kinematische Wirbelviskosität $\hat{\nu}_T$

$$C_1 \nu_T \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \rightarrow D_1 C_1 \nu_t \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (6.14)$$

$$\hat{\nu}_T = D_2 \nu_T \quad (6.15)$$

auf Basis folgender Dämpfungsfunktionen

$$D_1 = \frac{\hat{\nu}_T + \nu}{\nu_T + \nu} \quad (6.16)$$

$$D_2 = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\nu_T}{A^+ \kappa \nu} \right) \right] \quad (6.17)$$

eingeführt. Der Koeffizient A^+ ist gleich $A^+ = 13.5$ und die *von Karman Konstante* $\kappa = 0.41$.

6.1.3 Allgemeine Form des Modells

Um nun ausgehend von der in Wandgrenzschicht Koordinaten hergeleiteten Gl. (6.10) zu einer invarianten Formulierung zu gelangen werden die Streckungsraten durch den Absolutbetrag der Wirbelstärke $|\vec{\omega}| = \Omega$ ersetzt:

$$\left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \rightarrow \Omega \quad (6.18)$$

Der Destruktionsterm, welcher die Inverse der von Karman Längenskala enthält schreibt sich dann zu:

$$E_{k-\epsilon} = \nu_T^2 \left(\frac{1}{L_{vk}} \right)^2 = \nu_T^2 \left(\frac{\frac{\partial \Omega}{\partial x_j} \frac{\partial \Omega}{\partial x_j}}{\Omega^2} \right) \quad (6.19)$$

Gleichermaßen wurden hierbei alle Ableitungen in y-Richtung durch ihre komplette invariante Form ersetzt.

Wie zuvor schon angesprochen wurde, kann die Inverse der von Karman Längenskala singular werden, wenn Ω gegen null geht, was zu einem gegen unendlich strebenden Destruktionsterm $E_{k-\epsilon}$ führt. Um dies zu verhindern, wird der Destruktionsterm durch ein vielfaches des Baldwin-Barth Destruktionsterms limitiert:

$$E_{1e} = C_3 E_{BB} \tanh \left(\frac{E_{k-\epsilon}}{C_3 E_{BB}} \right) \quad (6.20)$$

mit der Konstanten $C_3 = 7$. E_{BB} ist hierbei definiert als:

$$E_{BB} = \frac{\partial \nu_T}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \nu_T}{\partial x_j} \quad (6.21)$$

Gleichung Gl. (6.20) liefert hierbei einen glatten Übergang zwischen beiden Formulierungen, wenn $E_{k-\epsilon}$ gegen unendlich geht. Für die meisten Strömungen ist $E_{k-\epsilon} \ll C_3 E_{BB}$ und die Originalformulierung wird beibehalten.

Die abschließende Transportgleichung des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells ist:

$$\frac{D\nu_T}{Dt} = C_1 D_1 \nu_T \Omega - C_2 E_{1\epsilon} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma} \right) \frac{\partial \nu_T}{\partial x_j} \right] \quad (6.22)$$

6.2 Entwicklung und Implementierung des $k - \epsilon - vt$ Modells

Wie in Kapitel 5 gezeigt, ist die erfolgreiche Modellierung der Wirbelviskosität maßgeblich dafür verantwortlich, daß eine quantitativ richtige Beschreibung des Strömungs- und Mischungsfeldes der Querstrahleinmischung erreicht werden kann. Die gezeigte Modifikation des Anisotropieparameters ist jedoch nicht empfehlenswert, da dieser Parameter in Abhängigkeit vom zu berechnenden Geschwindigkeitsverhältnis angepasst werden müsste, um die quantitativ korrekte Berechnung des Strömungs- und Mischungsfeldes erreichen zu können.

Ein im industriellen Rahmen anwendbares Modell erfordert jedoch, daß das Modell für einen weiten Bereich der zu berechnenden Geschwindigkeitsverhältnisse ohne weitere Modifikationen zu einem quantitativ richtigen Ergebnis gelangt. Eine Möglichkeit hierzu wäre die aufwendige Anpassung des Anisotropieparameters für verschiedene Geschwindigkeitsverhältnisse und die anschließende Implementierung eines algebraischen Zusammenhanges zwischen dem Geschwindigkeitsverhältnis und dem zu wählenden Anisotropieparameter. Eine weitaus bessere Möglichkeit ist jedoch die physikalisch richtige Beschreibung des Problems. Hierdurch wird das Modell für beliebige Geschwindigkeitsverhältnisse das Strömungs- und Mischungsfeld quantitativ richtig wiedergeben.

Für den Strahl in Querströmung stellt sich nun die Frage, wie der Modellierungsansatz auszusehen hat, damit sich die Wirbelviskosität entsprechend der physikalischen Vorgänge innerhalb der turbulenten Strömung, unabhängig vom eingestellten Geschwindigkeitsverhältnis, von selbst einstellt. Diese Wirbelviskosität

6.2. ENTWICKLUNG UND IMPLEMENTIERUNG DES $k - \epsilon - VT$ MODELLS

beeinflusst dann im Rückschluss die turbulenten Diffusionsterme in den Transportgleichungen für Masse, Impuls, sowie der transportierten Turbulenzgrößen wie zum Beispiel die turbulente kinetische Energie k oder die turbulente Dissipationsrate ϵ .

Wie die Voruntersuchung in Kapitel 5 gezeigt hat, ist eine algebraische Berechnung der Wirbelviskosität nicht vorteilhaft, da hierbei eine universelle Beschreibung des Problems, unabhängig vom Geschwindigkeitsverhältnis, nicht gegeben ist. Deshalb bietet es sich an dieser Stelle an, die Wirbelviskosität ebenfalls als transportierte Größe zu betrachten. Nach Vorgabe passender Randbedingungen an den Einlaßrändern wird die Wirbelviskosität dann durch das turbulente Strömungsfeld transportiert und neben den konvektiven und diffusiven Austauschtermen maßgeblich durch Quellen- und Senkenterme beeinflusst.

Da es sich bei der Wirbelviskosität um eine einfache skalare Größe handelt, kann die Transportgleichung formell geschrieben werden zu:

$$\frac{\bar{D}\nu_T}{\bar{D}t} = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_T}{\sigma_\nu} \nabla \nu_T \right) + \mathcal{P} + \mathcal{S} \quad (6.23)$$

Die hier eingeführte Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität ν_T muß nun noch geschlossen werden, da sowohl der Produktionsterms \mathcal{P} , als auch der Senkenterms \mathcal{S} unbekannte Größen darstellen. Bei der Schließung dieser unbekanntenen Größen werden im Allgemeinen Modellannahmen benötigt, bei welchen auch Modellkonstanten eingeführt werden. Für die Bestimmung dieser Konstanten müssen diese anhand geeigneter Testfälle kalibriert werden. Eine bessere Vorgehensweise wäre jedoch die Bestimmung dieser Konstanten auf Basis der Konstantensätze bereits existierender Modelle, da diese schon umfangreich getestet wurden und der Gültigkeitsbereich dieser Modelle weitestgehend bekannt ist. Durch diese Vorgehensweise würden aufwendige Kalibrierungsrechnungen entfallen.

Eben diese Vorgehensweise wurde von MENTER [94] gewählt, um aus dem bekannten $k - \epsilon$ Modell mit seinen zwei Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und deren Dissipationsrate ϵ ein 1-Gleichungsmodell für den Transport der kinematischen Wirbelviskosität ν_T herzuleiten. Dieses von Menter entwickelte $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell wurde bereits in Kapitel 6.1 vorgestellt.

Durch das $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell werden somit alle nötigen Modellannahmen für die Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität zur Verfügung gestellt. Des Weiteren basiert der Konstantensatz der Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität auf den Modellkonstanten des $k - \epsilon$ Modells.

Mit dem $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell steht hierdurch eine Transportgleichung für die kinematische Wirbelviskosität zur Verfügung, welche mit dem $k - \epsilon$ Modell gekoppelt

6. MODELLENTWICKLUNG UND IMPLEMENTIERUNG

werden kann.

Das hier neu entwickelte Modell koppelt die Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität mit dem $k - \epsilon$ Modell. Hierdurch wird erreicht, daß sich die Wirbelviskosität auf das lokal vorliegende Turbulenzfeld einstellen kann. Durch die Kopplung mit dem $k - \epsilon$ Modell folgt, daß der turbulent diffusive Austausch bei der Querstrahleinmischung besser beschrieben werden kann.

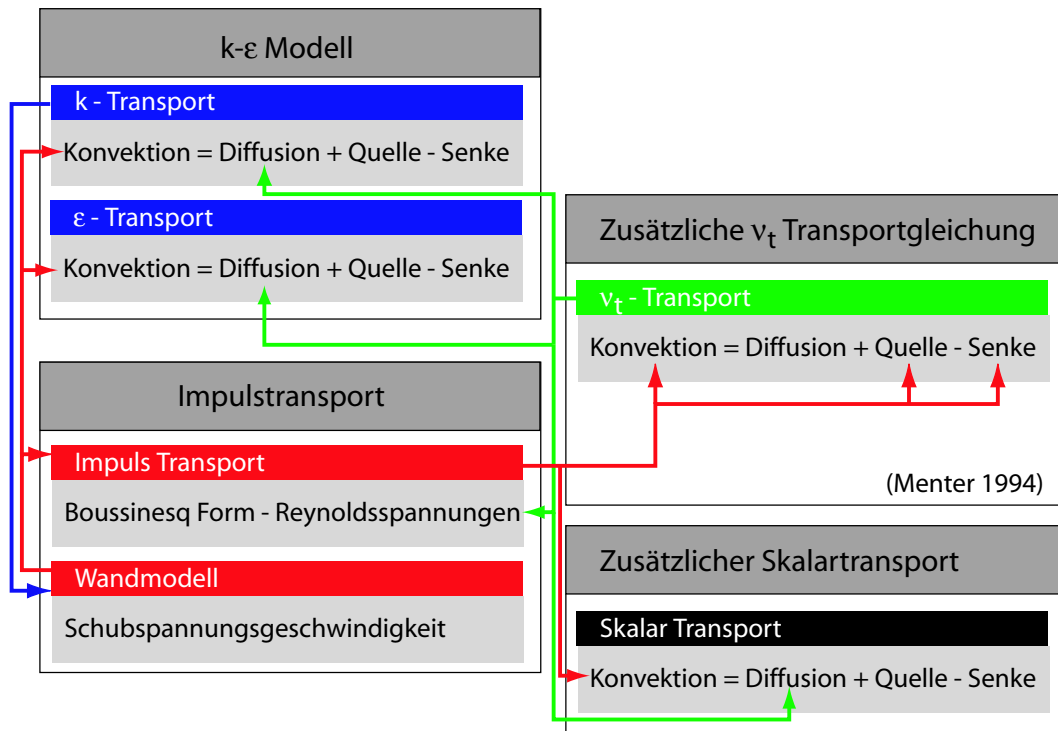


Abbildung 6.1: Prinzipskizze der Implementierung des $k - \epsilon - vt$ Modells

In Abbildung 6.1 ist schematisch die Implementierung des neuen Modells dargestellt. Dieses im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Modell wird im Nachfolgenden als $k - \epsilon - vt$ Modell bezeichnet, wobei vt für “viscosity transport” steht. In Abbildung 6.1 ist das Zusammenspiel der einzelnen Transportgleichungen dargestellt, welche sich beim $k - \epsilon - vt$ Modell gegenseitig beeinflussen. Die in blau markierten Gleichungen stellen den Anteil des $k - \epsilon$ Modells dar. Daneben ist in grün die zusätzliche Transportgleichung für die kinematische Wirbelviskosität zu sehen, welche nach der Formulierung von MENTER in das Strömungsprogramm ANSYS-CFX implementiert wurde. In rot sind die Gleichungen des Impulstransports, inklusive des Wandmodells, zu sehen. Der skalare Transport wiederum ist in schwarz gekennzeichnet.

6.2. ENTWICKLUNG UND IMPLEMENTIERUNG DES $k - \epsilon - \nu_T$ MODELLS

Zunächst ist zu erkennen, daß der Transport eines passiven Skalars keinerlei Einfluß auf die anderen Gleichungen besitzt, sondern nur von diesen beeinflusst wird. Dies entspricht der Definition des passiven Skalars.

Für das neue $k - \epsilon - \nu_T$ Modell ist nun das Zusammenspiel der verbleibenden Transportgleichungen von besonderem Interesse. Die bei diesem Modell zusätzlich hinzugekommene Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität ν_T nimmt Einfluß auf die Diffusionsterme der beiden Transportgleichungen der turbulenten kinetischen Energie k , als auch deren Dissipationsrate ϵ . Weiterhin wird auch der Diffusionsterm des zusätzlichen passiven, erhaltenen Skalars durch die zusätzliche Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität ν_T beeinflusst.

Es bleibt nun noch zu klären, welchen Einfluß die zusätzlich hinzugekommene Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität auf den Impulstransport nimmt. Auch bei der Impulstransportgleichung geht die Wirbelviskosität in die Diffusion des Impulses mit ein, wie in Gleichung Gl. 2.53 zu erkennen ist (vgl. hierzu auch [9, 105]). Des Weiteren wird indirekt Einfluß auf das Wandmodell genommen, da durch die modifizierte turbulente Diffusion das Feld der turbulenten kinetischen Energie modifiziert wird. Die turbulente kinetische Energie geht wiederum in die Berechnung der Wandschubspannung τ_w ein (siehe Gl. 2.117). Die so modifizierte Impulstransportgleichung wirkt dann wiederum über die konvektiven Anteile auf die zuvor beschriebenen Transportgleichungen ein, wodurch die Rückkopplung der Modifikation mittels der zusätzlichen Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität ν_T erfolgt.

Durch die Beschreibung der kinematischen Wirbelviskosität ist somit ein 3-Gleichungsmodell entstanden welches ein erhebliches Verbesserungspotential bei der Beschreibung der Querstrahleinmischung vermuten läßt. Diese Vermutung begründet sich in der Formulierung der Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität, welche in diesem Modell verwendet wird. Im Gegensatz zur algebraischen Formulierung des Standard $k - \epsilon$ Modells wird die kinematische Wirbelviskosität bei der Transportgleichung in Gleichung Gl. 6.22 maßgeblich durch die lokal vorliegenden Geschwindigkeitsgradienten beeinflusst. Sowohl der Quellterm, als auch der in Gleichung Gl. 6.20 dargestellte Destruktionsterm der Transportgleichung hängen, neben der kinematischen Wirbelviskosität selbst, nur von den lokal vorliegenden Geschwindigkeitsgradienten ab. Gerade diese Geschwindigkeitsgradienten bestimmen jedoch die maßgeblichen Vorgänge bei der Querstrahleinmischung. Hierdurch können die lokalen Geschwindigkeitsgradienten in der Scherzone zwischen Strahl und Querströmung bei dem hier gezeigten neuen Modell erheblichen Einfluß auf die Ausbildung

6. MODELLENTWICKLUNG UND IMPLEMENTIERUNG

der kinematischen Wirbelviskosität und somit den turbulent diffusiven Austausch nehmen. Hierdurch begründet sich auch, daß durch das neue Modell eine erhebliche Verbesserung bei der Beschreibung der Querstrahleinmischung zu erwarten ist.

Welche quantitative Verbesserung durch dieses neue 3-Gleichungsmodell zu erwarten ist, wird im Nachfolgenden Kapitel anhand des Vergleichs mit Messdaten untersucht.

7

Ergebnisse und Diskussion

Nachfolgend werden nun die Berechnungsergebnisse des neuen $k - \epsilon - vt$ Modells im Vergleich mit den Messungen von ANDREOPOULOS ET AL. [4, 7, 5, 8, 6], sowie den LDA Untersuchungen von DONNERT [38, 39, 40] verglichen. Des Weiteren wird ein Vergleich zwischen den Ergebnissen des neuen Modells, sowie der bereits existierenden Modellen angestellt. Die Darstellung der Ergebnisse, als auch deren Diskussion erfolgt zunächst anhand der Berechnungsergebnisse des Anwendungsfalles mit einem Geschwindigkeitsverhältnisses von $R = 2$, da hier die umfangreichste Datenbasis vorhanden ist. Anschließend werden Vergleiche für weiterführende Anwendungsfälle mit anderen Geschwindigkeitsverhältnissen vorgenommen, als auch diskutiert, um den Gültigkeitsbereich des Modells zu demonstrieren. Die gezeigten Anwendungsfälle lassen sich in zwei Gruppen untergliedern, welche ungefähr durch ein Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 3$ unterteilt werden. Die erste Gruppe wird durch ein relativ niedriges Geschwindigkeitsverhältnis der Anwendungsfälle charakterisiert, wie es zum Beispiel im Bereich der Film- und Schaufelkühlung bei Gasturbinenbrennkammern seine Anwendung findet. Die zweite Gruppe der Anwendungsfälle zeichnet sich durch ein höheres Geschwindigkeitsverhältnis aus, welches üblicherweise dem Anwendungsbereich der Sekundärlufteinmischung innerhalb einer Gasturbinenbrennkammer zugeordnet werden kann. Diese Unterteilung ist für die spätere Einordnung der Ergebnisse wichtig, um den Gültigkeitsbereich des Modells genauer abgrenzen zu können.

7.1 Ergebnisse für den Anwendungsfall $R=2$

Das Geschwindigkeitsfeld

In Abbildung 7.1 ist der direkte Vergleich zwischen Simulation und Messung dargestellt. Die Simulationen werden in dieser Abbildung durch Linien repräsentiert und die Messungen durch Symbole dargestellt. Die durchgezogene Linie zeigt hierbei das Berechnungsergebnis unter Verwendung des neuen $k - \epsilon - vt$ Modells und die ge-

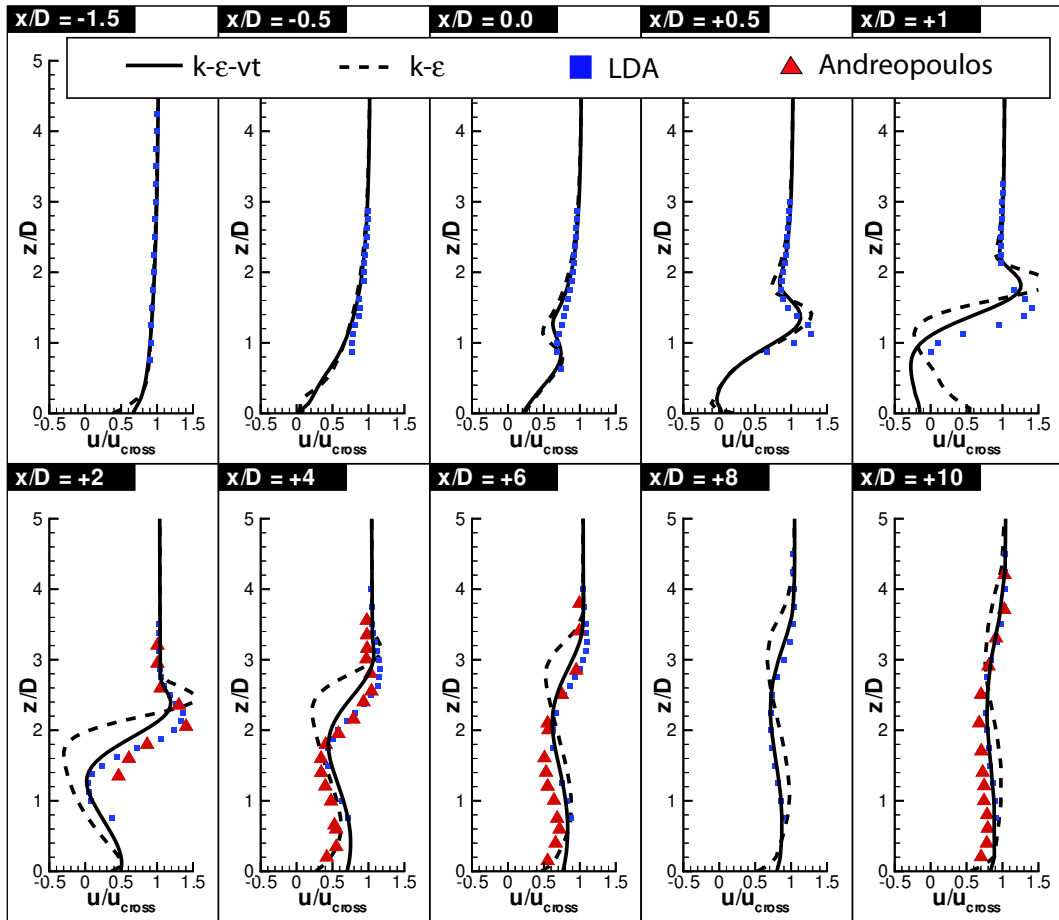


Abbildung 7.1: Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeit des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

strichelte Linie gibt das Ergebnis der Simulation unter Verwendung des Standard $k - \epsilon$ Modells als Referenz auf Seiten der aktuell existierenden Modelle wieder. Bei der durch die Quadrate repräsentierten Messung handelt es sich um die hauseigenen LDA Messungen von DONNERT. Die Dreiecke stellen die älteren Hitzdrahtmessungen von ANDREOPOULOS ET AL. dar. Wie Abbildung 7.1 entnommen werden kann, wird durch beide Modellvarianten das Zulaufprofil der Querströmung an der Position $x/D = -1.5$ sehr gut wiedergegeben. Auch an der stromauf gelegenen Kante des Strahlauslasses bei $x/D = -0.5$ ist bei beiden Modellen nur eine sehr geringe Abweichung von der LDA Messung zu erkennen. Sobald es jedoch zur Scherung zwischen Strahl und Querströmung kommt, wird das Verhalten der hier dargestellten Modelle unterschiedlich. Das Profil bei $x/D = 0.0$, welches direkt entlang der Strahlachse entnommen wurde, ist bei einer Höhenposition von $z/D \approx 1.3$ über der unteren

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

Wand der Querströmung eine merklich größere Abweichung des STKE Modells von den Messungen zu erkennen, als dies bei dem neuen $k - \epsilon - vt$ Modell der Fall ist.

Diese Diskrepanz zwischen dem STKE Modell und den Messungen verstärkt sich weiter stromab. Schon einen Auslaßdurchmesser stromab des Strahlauslasses bei einer Position von $x/D = 1.0$ sind die Schwächen des STKE Modells deutlich zu erkennen. Zum Einen wird in der Scherzone zwischen Strahl und Querströmung vom STKE Modell eine viel zu hohe Geschwindigkeit u/u_{cross} in Querströmungsrichtung vorhergesagt. Zum Anderen wird auch das Eindringverhalten des Strahls in die Querströmung vom STKE Modell falsch wiedergegeben. Die Eindringtiefe des Strahls kann hierbei an der Höhenlage des Geschwindigkeitsmaximums abgeschätzt werden. Das neue $k - \epsilon - vt$ Modell zeigt bei diesem Profil schon erhebliche Verbesserungen gegenüber dem STKE Modell, da der Absolutwert des Geschwindigkeitsmaximums bei einer Höhenposition von $z/D \approx 1.8$ und auch die Lage der Scherzone besser wiedergegeben werden, als dies beim STKE Modell der Fall ist.

Die Vorzüge des $k - \epsilon - vt$ Modells zeigen sich ab einer Position von $x/D = 2.0$ noch ausgeprägter. Das STKE Modell gibt hier in der Scherzone eine viel zu hohe positive Querströmungsgeschwindigkeit wieder, was durch die Unterschätzung der turbulenten Diffusion durch das STKE Modell begründet werden kann. Hierdurch kann das Geschwindigkeitsmaximum nicht hinreichend schnell abgebaut werden. Das $k - \epsilon - vt$ Modell ist hierbei dem STKE Modell genauso überlegen, wie bei der Wiedergabe des Eindringverhaltens des Strahls in die Querströmung. Gerade dieses Eindringverhalten stellt jedoch einen ausschlaggebenden Auslegungsparameter bei der Anwendung dieser Strömungskonfiguration im Bereich der Fluidvermischung dar.

Neben der Wiedergabe des Maximalwerts der Geschwindigkeit in der oberen Scherzone zwischen Strahl und Querströmung und der Vorhersage des Eindringverhaltens, sollte bei der Analyse der von den Modellen wiedergegebenen Geschwindigkeitsprofile auch der Berechnung des Geschwindigkeitsminimums Beachtung geschenkt werden. Dessen Lage und Ausprägung ist für die quantitative richtige Vorhersage des Mischungsfeldes mitverantwortlich. Schon bei der Position von $x/D = 1.0$ ist zu erkennen, daß das STKE Modell auch hierbei starke Nachteile aufweist. Besonders auffällig ist an dieser stromab gelegenen Position das unterschiedliche Verhalten zwischen den Modellen bei der Wiedergabe der wandnahen Geschwindigkeiten. Auf diesen Unterschied wird in den nachfolgenden Betrachtungen noch näher eingegangen werden.

Wiederum bei einer stromab gelegenen Position von $x/D = 2.0$ weist das

STKE Modell auch erhebliche Schwächen bei der Berechnung der Höhenlage und des Absolutbetrages des Geschwindigkeitsminimums auf. Im Gegensatz zu den Messungen und dem $k - \epsilon - vt$ Modell wird durch das STKE Modell hier sogar eine ausgeprägte negative Strömungsgeschwindigkeit berechnet. Das $k - \epsilon - vt$ Modell hingegen gibt bei der dem Strahlauslass noch sehr nahe gelegenen x/D Position des Profils von 2.0 die gemessenen Geschwindigkeiten des Geschwindigkeitsminimums quantitativ richtig wieder. Neben der zuvor beschriebenen stark verbesserten Beschreibung des Eindringverhaltens des Strahls in die Querströmung und der besseren Vorhersage des Absolutwertes des Geschwindigkeitsmaximums, liefert das $k - \epsilon - vt$ Modell auch eine bedeutend bessere Vorausberechnung der Lage und vor allem des Absolutwertes des Geschwindigkeitsminimums, welches einen erheblichen Anteil zum Mischungsverhalten des Strahls in einer Querströmung beiträgt. Dieses unterschiedliche Verhalten zwischen dem STKE Modell und dem neuen $k - \epsilon - vt$ Modell setzt sich auch bei den weiter stromab gelegenen Profilen bei den x/D Positionen von 4.0 und 6.0 fort. An diesen Positionen der Profile ist das neue $k - \epsilon - vt$ Modell dem STKE Modell ebenfalls erheblich überlegen, wie an den Absolutwerten der Geschwindigkeitsminima und -maxima, als auch des wiedergegebenen Eindringverhaltens des Strahls zu erkennen ist.

Erst viel weiter stromab vom Strahlauslass nähert sich das STKE Modell bei der Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes dem $k - \epsilon - vt$ Modell an, da hier die starken Geschwindigkeitsgradienten der Scherzone zwischen Strahl und Querströmung erheblich abgeklungen sind, und die Unterschätzung des turbulent diffusiven Austausches durch das STKE Modell einen geringeren Einfluß auf die quantitative Güte der Lösung hat.

Für die Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes des Strahl in einer Querströmung läßt sich für des Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2$ zusammenfassen, daß das $k - \epsilon - vt$ Modell die quantitative Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes nachhaltig verbessert.

Das Mischungsfeld

Der Strahl in einer Querströmung wird hauptsächlich bei der effektiven Vermischung von Fluidströmen eingesetzt. Deshalb liegt der Hauptaugenmerk bei der Modellierung dieser Strömungskonfiguration auf der quantitativ richtigen Beschreibung des Mischungsfeldes. Die zuvor beschriebene quantitativ richtige Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes ist hierzu eine Grundvoraussetzung. Ohne ein richtig wiederge-

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

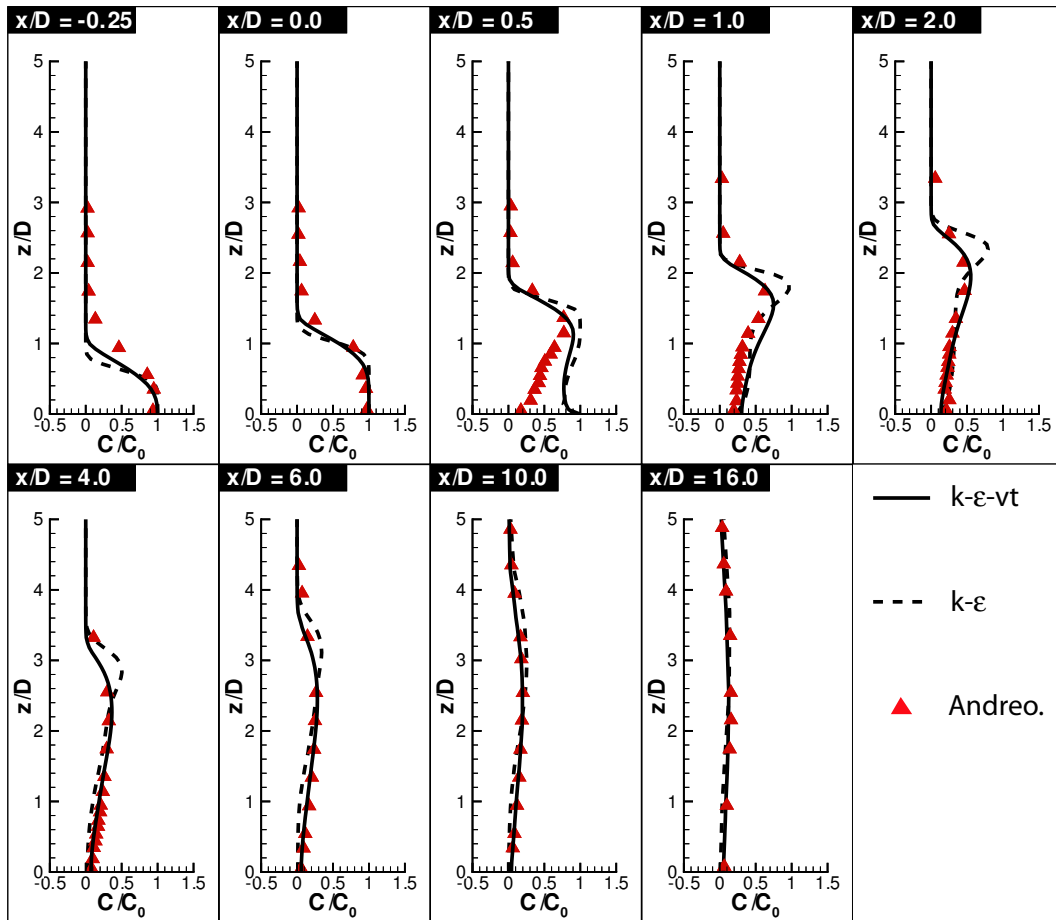


Abbildung 7.2: Vergleich zwischen der normierten Konzentration des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

gebenes Geschwindigkeitsfeld ist es auch nicht möglich das turbulente Mischungsfeld richtig zu beschreiben. In Abbildung 7.2 ist der Vergleich zwischen den Berechnungsergebnissen des STKE Modells und jenen des $k - \epsilon - vt$ Modell dargestellt. In dieser Abbildung ist zusätzlich der direkte Vergleich der Ergebnisse der Simulationen mit dem Messergebnissen von ANDREOPOULOS ET AL. enthalten. Bereits bei den Profilen, welche in Strahlrichtung innerhalb des Strahlauslassbereiches bei $x/D = -0.25$ und $x/D = 0.0$ entnommen wurden, kann eine minimal bessere Beschreibung des Mischungsfeldes durch das $k - \epsilon - vt$ Modell erkannt werden. Direkt an der stromab gelegenen Kante des Strahlauslasses bei $x/D = 0.5$ beschreibt das $k - \epsilon - vt$ Modell die Höhenlage des Konzentrationsmaximums, und somit das Eindringverhalten des Strahls bereits besser, als dies beim STKE Modell der Fall ist. Auch der Absolutwert des Konzentrationsmaximums wird hier durch das $k - \epsilon - vt$ Modell besser

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

wiedergeben. Im wandnahen Bereich ist bei beiden Turbulenzmodellen für die Wiedergabe des Konzentrationswertes eine erhebliche Abweichung von den Messungen zu erkennen. Diese Position entspricht der Lage der stromab gelegenen Kante der Strahlauslassöffnung. In diesem Bereich sind ausgeprägte instationäre Strukturen zu finden, da es hier zu einer Scherung zwischen dem Strahl und den Nachlaufstrukturen der Querströmung kommt. Ob diese starke Abweichung zwischen den stationär berechneten Ergebnissen der Modelle und den Messungen nun durch diese starken Instationaritäten in diesem Bereich, oder einen sich hier ergebenden größeren Messfehler hervorgerufen wurde, konnte nicht abschließend geklärt werden. Es ist jedoch anzumerken, daß dieses Phänomen bei den benachbarten Profilen bei $x/D = 0.0$ und $x/D = 1.0$ nicht anzutreffen ist und diese Abweichung einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Gesamtgüte der Vorhersage des Mischungsfeldes hat.

Weiter entfernt der stromab gelegenen Auslaßkante des Strahls gewinnt die verbesserte Beschreibung der Wirbelviskosität und somit des turbulent diffusiven Austausches durch das $k - \epsilon - vt$ Modells, sowie die richtige Wiedergabe des Geschwindigkeitsfeldes immer mehr an Bedeutung. Ab einer stromab gelegenen Position von $x/D = 1.0$, also einen halben Durchmesser von der Mittelachse des Strahlauslasses entfernt und somit immer noch im Nahbereich des Strahls, sind beim $k - \epsilon - vt$ Modell nur noch minimale Abweichungen der Berechnungsergebnisse von den Messwerten zu erkennen. Schon ab einer Position von $x/D = 2.0$ ist diese Abweichung vernachlässigbar klein.

Im Gegensatz hierzu zeigt das STKE Modell erhebliche Probleme bei der Vorausberechnung des Konzentrationsmaximums auf. Bedenkt man nun, daß die Turbulenzmodelle häufig auch bei der Simulation eines reaktiven Mischungsfeldes eingesetzt werden, so erkennt man hier direkt das Problem bei der Anwendung. Wird das fehlerhaft berechnete Mischungsfeld zu Vorhersage der Wärmefreisetzung und somit auch zur Berechnung des Temperaturfeldes herangezogen, so ergeben sich durch das falsch berechnete Konzentrationsmaximum erhebliche Abweichungen im resultierenden Temperaturfeld. Die Problematik verstärkt sich dann noch bei der Vorhersage von Schadstoffemissionen, da deren Bildungsrate häufig sehr sensitiv auf das zu Grunde liegende Temperaturfeld reagiert. Eine quantitativ richtig Vorhersage des Mischungsfeldes im gesamten Bereich ist unabdingbar für die Verwendung eines Turbulenzmodells bei der Berechnung reaktiver Strömungen.

Erst ab einer stromab gelegenen Position von $x/D = 10.0$ nähert sich das STKE Modell bei der quantitativen Beschreibung des Mischungsfeldes den Ergebnissen des $k - \epsilon - vt$ Modells, als auch den Messungen an. Auf Seiten der zuvor

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

erwähnten Berechnung von Schadstoffbildungsraten können diese Abweichungen des STKE Modells aber ab dieser Position nicht mehr wett gemacht werden, da die zuvor falsch berechneten Konzentrationswerte schon zu einem erheblichen Fehler in der Berechnung der Schadstoffemissionen geführt haben.

Die hier vorgestellte Analyse des Mischungsfeldes zeigt somit, daß die Modellierung der Wirbelviskosität als Transportgleichung im Zusammenspiel mit dem $k - \epsilon$ Modell einen erheblichen Vorteil bietet. Es stellt sich nun jedoch die Frage, ob neben den wichtigen Parametern wie Geschwindigkeits- und Mischungsfeld, auch das Turbulenzfeld, insbesondere die turbulente kinetische Energie, richtig wiedergegeben werden.

Das Feld der turbulenten kinetischen Energie

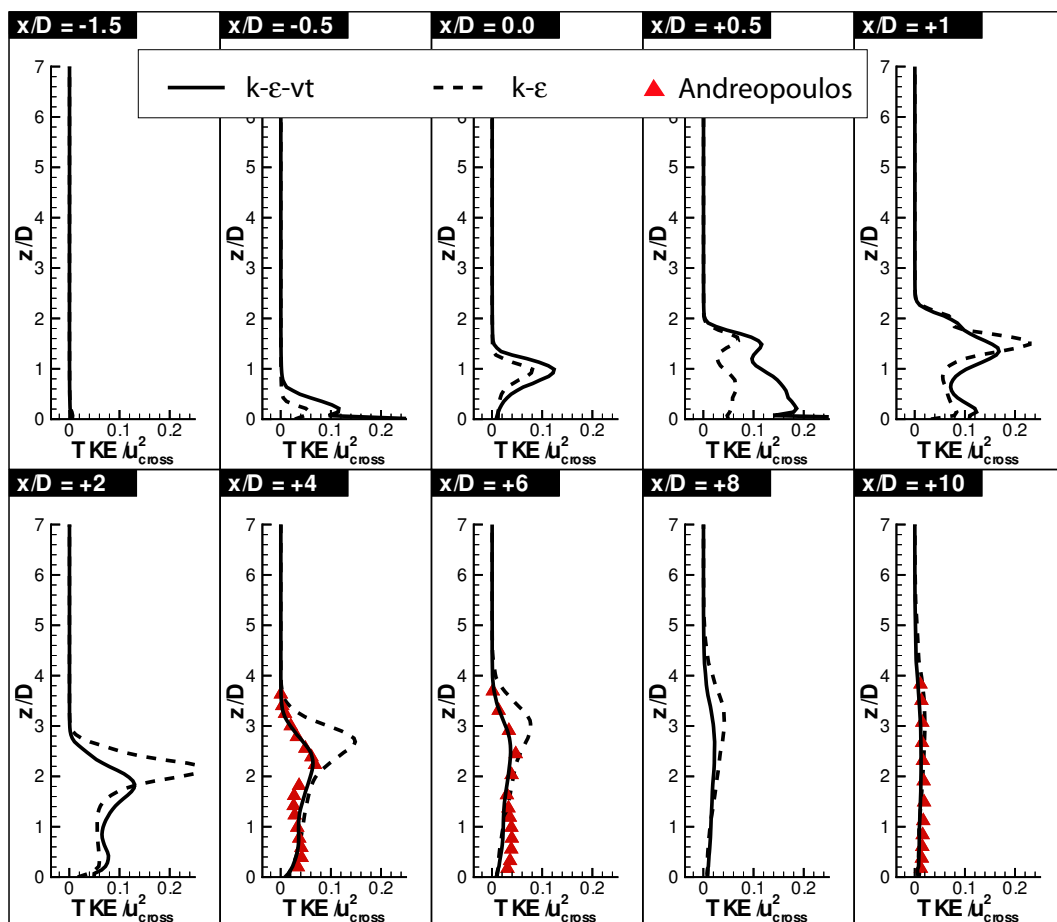


Abbildung 7.3: Vergleich zwischen der normierten turbulenten kinetischen Energie k des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

Die turbulente kinetische Energie ist besonders bei der Anwendung des Turbulenzmodells in Verbindung mit der Modellierung von Verbrennungsvorgängen und der einhergehenden Vorhersage der Schadstoffbildung von Interesse, da diese zum Beispiel beim so genannten *Eddy-Breakup Verbrennungsmodell* in die Modellierung der Reaktionsrate mit eingeht. Leider ist die vorhandene experimentelle Datenbasis für die turbulente kinetische Energie im nachfolgenden Vergleich in Abbildung 7.3 nicht besonders groß. Es läßt sich jedoch für die vorhandenen experimentellen Daten an den Positionen $x/D = 4.0, 6.0$ und 10.0 erkennen, daß das $k - \epsilon - \nu t$ Modell die turbulente kinetischen Energie bei diesen Positionen quantitativ korrekt wiedergeben kann. Dies läßt die Vermutung zu, daß eine richtige Berechnung dieser Turbulenzgröße zumindest stromab des Strahlauslasses gegeben ist. Das STKE Modell zeigt an diesen Messpositionen wie zu erwarten erhebliche Diskrepanzen bei der Berechnung der turbulenten kinetischen Energie, was direkt als eine der Ursachen für die falsch berechnete Wirbelviskosität und somit auch des turbulent diffusiven Austausches zu sehen ist. Beim STKE Modell wird die Wirbelviskosität auf Basis des algebraischen Zusammenhangs

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (7.1)$$

berechnet. Die Herleitung des darin enthaltenen Anisotropieparameters C_μ basiert auf der Annahme von Gleichgewichtsturbulenz, wie sie zum Beispiel bei einfachen Kanalströmungen anzutreffen ist. Diese Annahme bedeutet, daß die Produktion der turbulenten kinetischen Energie P_k ungefähr gleich ihrer Dissipation sein muß. Daher hat das STKE Modell zunächst auch bei der Berechnung des Zulaufprofils der Querströmung bei $x/D = -1.5$ keine Probleme, da es genau für einen solchen Strömungsfall kalibriert wurde und hier auch noch kein Ungleichgewicht der Turbulenz vorhanden ist. Dies ändert sich nun mit Annäherung an den Auslaß des Strahls. Bedingt durch die zunehmende Scherung zwischen Strahl und Querströmung kommt es zu lokalen Ungleichgewichten auf Seiten der Turbulenz, welche durch das STKE Modell, bedingt durch die ihm aufgeprägte intrinsische Annahme einer Gleichgewichtsturbulenz, nicht wiedergegeben werden können. Auf die Auswirkung dieser Modellannahme wird jedoch noch genauer in der nachfolgenden Analyse des Anisotropieparameters C_μ eingegangen werden. Im Gegensatz hierzu wird beim $k - \epsilon - \nu t$ Modell die Wirbelviskosität mittels einer Transportgleichung mit entsprechenden Quell- und Senkentermen berechnet. Diese Vorgehensweise ermöglicht es der Formulierung, sich auf lokale Ungleichgewichte in der Turbulenz einzustellen. Die Ausprägung dieses Ungleichgewichts innerhalb des Turbulenzfeldes wird später noch

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

genauer analysiert werden.

Für die hier verglichenen Turbulenzmodelle sind nun im direkten Interaktionsbereich des Strahls mit der Querströmung zwei wichtige Phänomene zu erkennen. Zum Einen wird vom $k - \epsilon - vt$ Modell direkt an den stromauf und stromab gelegenen Kanten der Auslaßöffnung bei $x/D = -0.5$ und $x/D = 0.5$ eine sehr hohe turbulente kinetische Energie berechnet. Dies ist bei den Profilen in direkter Wandnähe bei $z/D \approx 0.0$ zu erkennen. Zum Anderen weist das $k - \epsilon - vt$ Modell speziell bei der stromab befindlichen Auslaßkante des Strahls im gesamten Bereich eine viel höhere turbulente kinetische Energie auf, als diese beim STKE Modell zu erkennen ist. Jedoch schon eine Position weiter stromab dreht sich dieses Verhalten bei den verglichenen Modellen um. Gerade bei dem Profil mit der Position von $x/D = 0.5$ lassen sich hierdurch die unterschiedlichen Verhalten der Turbulenzmodelle bei der Berechnung der Geschwindigkeiten erklären. Die stark erhöhte turbulente kinetische Energie im wandnahen Bereich wirkt sich hier auf die Berechnung der Wandschubspannung aus (vergl. Gl. (2.117) in Kapitel 2.9), wodurch sich der Unterschied bei den berechneten Geschwindigkeiten in diesem Bereich erklären läßt.

Wie schon angesprochen wurde, dreht sich ab einer Position von $x/D = 1.0$ das Verhalten der Modelle bei der Berechnung der turbulenten kinetischen Energie um, da beim STKE der Geschwindigkeitsgradient nicht abgebaut wird (siehe Abbildung 7.1). Ab hier sagt das STKE Modell speziell in der Scherzone, mit ihrem starken Ungleichgewicht der Turbulenz, eine viel zu große turbulente kinetische Energie voraus. Dieses Verhalten setzt sich bis zu einer stromab gelegenen Position von $x/D = 8.0$ fort. Erst ab hier nähern sich die Modelle einander wieder an, da erst hier wieder annähernd von Gleichgewichtsturbulenz ausgegangen werden kann.

Zusammenfassend ist für die Berechnung der turbulenten kinetischen Energie festzustellen, daß die Berechnung der Wirbelviskosität als Transportgleichung einen erheblichen Vorteil bietet. Hierdurch folgt für die Berechnung der Wirbelviskosität, welche direkt in den turbulent diffusiven Austausch der Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie eingeht, daß es dem Modell ermöglicht wird, sich auf die vorhandenen Ungleichgewichte im Turbulenzfeld einzustellen.

Feld der kinematischen Wirbelviskosität

In den vorangegangenen Untersuchungen der Modellergebnisse hat sich gezeigt, daß die Berechnung der kinematischen Wirbelviskosität mittels einer Transportgleichung beim $k - \epsilon - vt$ Modell eine erhebliche Verbesserung bei der Wiedergabe

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

des Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes, als auch des Feldes der turbulenten kinetischen Energie liefert. Anhand der in Abbildung 7.4 verglichenen Ergebnisse des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells soll nun die unterschiedliche Wiedergabe der Wirbelviskosität durch diese Modelle untersucht werden. Für diese Betrachtung ist es wichtig, nochmals den Unterschied zwischen beiden Modellen bei der Berechnung der kinematischen Wirbelviskosität darzustellen. Beim STKE Modell wird die Wirbelviskosität auf Basis eines algebraischen Zusammenhangs berechnet, welcher vom lokalen Feld der turbulenten kinetischen Energie und der Dissipation der turbulenten kinetischen Energie abhängig ist. Beim neuen $k - \epsilon - vt$ Modell wird das Feld der turbulenten kinetischen Energie zur Berechnung der kinematischen Wirbelviskosität nicht benötigt. Bei diesem Modell wird für die Wirbelviskosität eine Transportgleichung gelöst, deren Quell- und Senkenterme maßgeblich durch die lokal vorliegenden Geschwindigkeitsgradienten bestimmt sind.

Das Zulaufprofil der Querströmung bei $x/D = -1.5$ läßt zunächst nur geringfügige Unterschiede bei den Modellen erkennen. Das $k - \epsilon - vt$ Modell berechnet im wandnahen Bereich eine geringfügig höhere Wirbelviskosität, als das STKE Modell. Sobald es jedoch zur Interaktion zwischen Strahl und Querströmung kommt, sind erhebliche Unterschiede zwischen den Formulierungen für die Berechnung der Wirbelviskosität zu erkennen. An der stromauf gelegenen Kante des Strahlauslasses bei $x/D = -0.5$ berechnet das $k - \epsilon - vt$ Modell infolge der starken Scherung zwischen Strahl und Querströmung eine erheblich höhere Wirbelviskosität im Scherbereich, als dies beim STKE Modell der Fall ist. Genauer noch, das STKE Modell erfährt hier auf Grund der Gleichgewichtsannahme eine sehr viel geringere Beeinflussung durch den Geschwindigkeitsgradienten in der Scherzone und gibt noch nahezu den Wirbelviskositätswert der Zulaufströmung wieder. Dieses Verhalten des $k - \epsilon - vt$ Modells ist darauf zurückzuführen, daß in der Transportgleichung der Wirbelviskosität der Quellterm maßgeblich durch die lokal vorliegenden Geschwindigkeitsgradienten bestimmt wird. Bei der algebraischen Formulierung des STKE Modells ist hier kein Einfluß zu erkennen, da das Feld der turbulenten kinetischen Energie, welche für die Berechnung der Wirbelviskosität beim STKE Modell herangezogen wird, noch viel zu klein ist. Der Betrag der Wirbelviskosität verstärkt sich dann bei der stromab gelegenen Auslaßkante des Strahls bei $x/D = 0.5$ im wandnahen Bereich, da es hier wiederum zu einer hohen Scherung zwischen Strahl und Querströmung direkt im Bereich der Auslaßkante kommt. Das STKE Modell gibt hier wiederum einen viel zu kleinen Betrag der Wirbelviskosität wieder, da auch hier die turbulente kinetische Energie betragsmäßig zu klein ist. Die beim $k - \epsilon - vt$ Modell durch die Scherprozes-

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

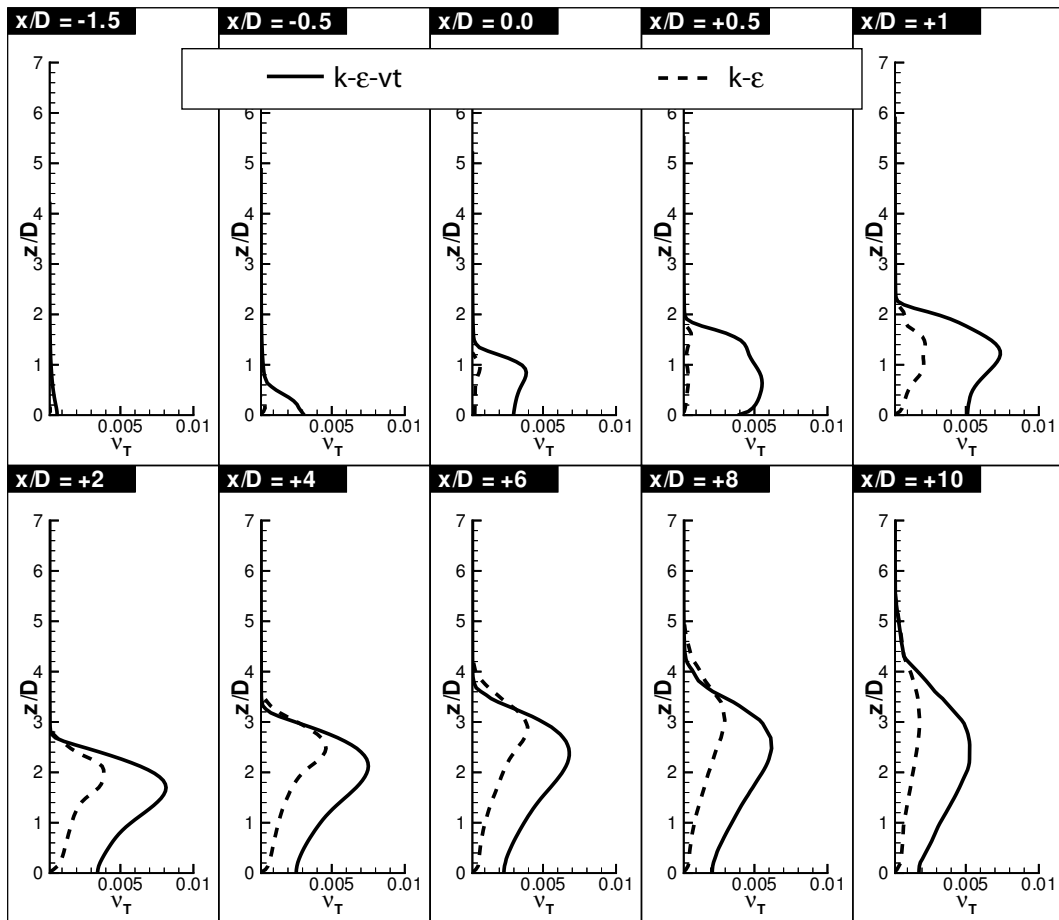


Abbildung 7.4: Vergleich der kinematischen Wirbelviskosität ν_T des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

se in wandnahen Bereich des Strahlauslasses gebildete Wirbelviskosität wird nun, bedingt durch die Formulierung als Transportgleichung immer weiter stromab transportiert. Dadurch ist bei den Profilen von $x/D = 1.0$ bis $x/D = 10.0$ im wandnahen Bereich eine höhere Wirbelviskosität beim $k - \epsilon - vt$ Modell zu erkennen, als dies beim STKE Modell der Fall ist. Weiterhin ist für den wandnahen Bereich ab dem Profil $x/D = 1.0$ zu sehen, daß die transportierte Wirbelviskosität im wandnahen Bereich langsam abklingt, da ab hier der Destruktionsterm gegenüber dem Produktionsterm an Bedeutung gewinnt. Gerade dieser wandnahe Bereich ist jedoch bei der Berechnung des Strahl in einer Querströmung von extremer Bedeutung, wodurch sich mitunter auch die Probleme des STKE Modells erklären lassen. Dieses Modell gibt im gesamten Bereich eine viel zu kleine kinematische Wirbelviskosität wieder, da durch seine Berechnungsvorschriften die turbulente kinetische Energie im wand-

nahen Bereich, bedingt durch die laminare Unterschicht, gegen null gehen muß. In Folge dessen kann sich die Wirbelviskosität im wandnahen Bereich nicht entsprechend ausbilden, da dies die algebraische Berechnungsvorschrift unter Einbeziehung der gegen null gehenden turbulenten kinetischen Energie unterdrückt. Beim $k-\epsilon-vt$ Modell ist dies nicht der Fall, da hier nur die Geschwindigkeitsgradienten als Quelle dienen und somit die auch bei diesem Modell direkt an der Wand gegen null gehende turbulente kinetische Energie keinen negativen Einfluß auf die Berechnung nehmen kann.

Die Profile der Wirbelviskosität in Abbildung 7.4 gehen für des $k-\epsilon-vt$ Modell direkt an der Wand nicht auf den Wert der molekularen Viskosität zurück. Die Ursache hierfür ist in Abbildung 7.5 erkennbar. Die Profile werden entlang der in der Abbildung dargestellten "Extraktionsline" entnommen. In diesem schmalen Bereich hinter dem Strahlauslass ist noch ein erhöhter Wert der kinematischen Wirbelviskosität zu erkennen. Genau in diesem Bereich findet zum Einen die Ablösung der Strömung statt. Zum Anderen ist hier der Nachlaufbereich mit den in Kapitel 3.2 beschriebenen *upright vortices*. Diese Strömungsphänomene bedingen, daß der Produktionsterm dem Dissipationsterm überwiegt und somit Wirbelviskosität in wandnähe oberhalb der molekularen Viskosität bleibt. Für den restlichen Bereich der Strömung, welche nicht durch den Nachlaufbereich beeinflusst ist, ist die Bedingung für die Wirbelviskosität erfüllt.

Wie in Abbildung dargestellt, wird beim Post-Processor des Strömungscodes der Wert des wandnächsten Integrationspunktes auf die Wand selbst kopiert. Hierdurch kann der Rückgang des Wertes der kinematischen Wirbelviskosität auf den Wert der molekularen Wert direkt an der Wand nicht dargestellt werden.

An dieser Stelle ist für weiterführende Arbeiten die Implementierung eines Wandmodelles, ähnlich dem logarithmischen Wandgesetz, überlegenswert. Vergleichbar zum logarithmischen Wandgesetz könnte hierbei, speziell im Nachlaufbereich des Strahls mit seinen Ablösungen, ein weicherer Übergang zur turbulenten Viskosität sichergestellt werden, als dies momentan durch die Dämpfungsfunktion der Fall ist. Hierdurch ist wahrscheinlich eine weitere Verbesserung des Modells bei der quantitativen Beschreibung des Strahl in einer Querströmung zu erwarten.

Ein weiterer Vorteil des $k-\epsilon-vt$ Modells bei der Berechnung der kinematischen Wirbelviskosität ist in der oberen Scherzone zwischen Strahl und Querströmung zu erkennen. Auch hier wird durch das $k-\epsilon-vt$ Modell, bedingt durch die hohen Geschwindigkeitsgradienten in diesem Bereich, eine viel höhere kinematische Wirbelviskosität berechnet. Hierdurch wird der turbulent diffusive Austausch in

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

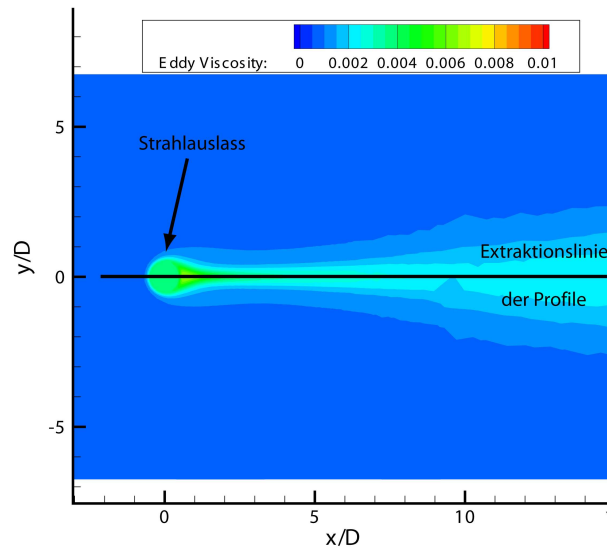


Abbildung 7.5: Wandnaher Wert der Wirbelviskosität beim $k - \epsilon - vt$ Modell

allen gelösten Transportgleichungen erheblich verstärkt. Die Wirbelviskosität wird hierbei durch das STKE Modell erheblich unterschätzt, wodurch auch der verminderte turbulent diffusive Austausch bei diesem Modell zu erklären ist.

Zusammenfassend ist für die Berechnung der kinematischen Wirbelviskosität zu sagen, daß die neue Formulierung des $k - \epsilon$ Modells unter Verwendung einer kinematischen Wirbelviskosität, welche als Transportgleichung gelöst wird, erhebliche Vorteile bei der Berechnung des Strahls in einer Querströmung liefert. Zum Einen können die Scherprozesse zwischen Strahl und Querströmung an der Auslaßkante

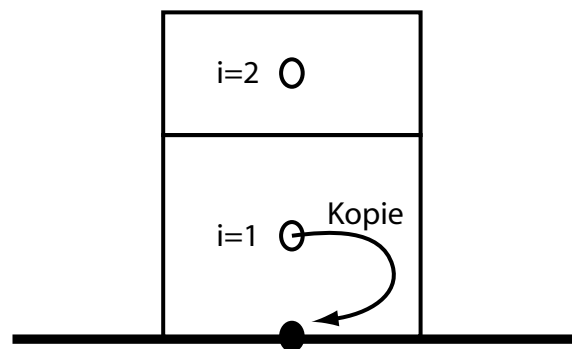


Abbildung 7.6: Kopie des wandnächsten Wertes auf die Wand im Post-Processing

des Strahls besser wiedergegeben werden. Zum Anderen erfolgt auch eine verbesserte Berechnung der Wirbelviskosität in der Scherzone an der Strahloberkante. In Summe wird das gesamte Feld der Wirbelviskosität viel besser wiedergegeben. Weiterhin wird es durch diese Form der Modellierung möglich, daß sich das Modell bei der Berechnung der Wirbelviskosität auf das lokale Ungleichgewicht der Turbulenz einstellen kann. Dies ist als eine der Hauptschwächen der algebraischen Formulierung der Wirbelviskosität im STKE Modell zu sehen. Bei der Ermittlung des Anisotropieparameters in dieser algebraischen Berechnungsvorschrift wurde näherungsweise von einem Gleichgewicht zwischen Produktion und Dissipation der turbulenten kinetischen Energie ausgegangen. Dies ist jedoch im Interaktionsbereich zwischen Strahl und Querströmung nicht gegeben, wie nun nachfolgend nachgewiesen wird.

Anisotropieparameter C_μ

Es stellt sich nun die Frage, worin der Unterschied zwischen beiden Modellen begründet ist. Hierzu soll zunächst der Anisotropieparameter C_μ betrachtet werden. Dieser wird beim $k - \epsilon - vt$ Modell nicht benötigt, da hier die Wirbelviskosität mittels einer Transportgleichung berechnet wird. Der Parameter läßt sich jedoch für dieses Modell auf Basis der Formel

$$C_\mu = \frac{\nu_T \epsilon}{k^2} \quad (7.2)$$

berechnen. Unter Anwendung dieser Berechnungsvorschrift ist in Abbildung 7.7 ein Vergleich zwischen dem STKE Modell und dem $k - \epsilon - vt$ Modell dargestellt. Es läßt sich erkennen, daß das STKE Modell einen konstanten Wert von $C_\mu = 0.09$ an jeder untersuchten Stelle berechnet. Diese Ergebnis ist zu erwarten und stellt nur eine Bestätigung einer richtigen Implementierung des Modells dar, da beim STKE Modell diese Konstante mit exakt diesem Wert vorgegeben wird. Interessant ist jedoch der Vergleich mit dem C_μ Wert, welcher aus den Ergebnissen des $k - \epsilon - vt$ Modells rückgerechnet wurde. Beim $k - \epsilon - vt$ Modell ist zunächst anzumerken, daß in der durch den Querstrahl nicht beeinflussten Kanalströmung in Richtung der Höhenposition $z/D = 7.0$ der Querströmung nur eine geringe Abweichung vom konstanten Wert des STKE zu erkennen ist und somit auch das $k - \epsilon - vt$ Modell für die einfache Kanalströmung von einem vergleichbaren Anisotropieparameter ausgeht.

Im wandnahen Bereich des Profils der Zulaufströmung der Querströmung bei $x/D = -1.5$ kommt es zu einer Überhöhung des Anisotropieparameters. Somit wird hier im stromauf gelegenen wandnahen Bereich schon von einer erhöhten Anisotropie

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

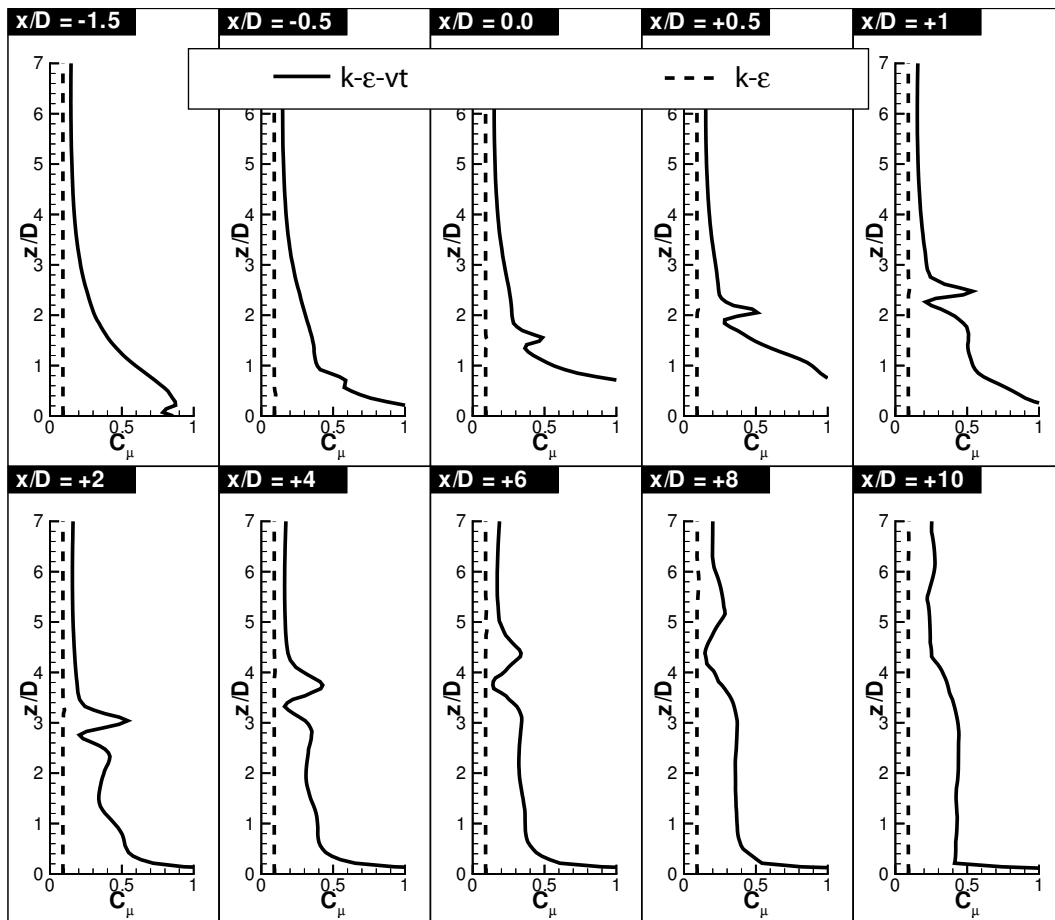


Abbildung 7.7: Vergleich des Anisotropieparameters C_μ zwischen dem STKE Modell und dem $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

der Strömung ausgegangen. Dieser Effekt verstärkt sich dann an den stromauf und stromab gelegenen Kanten des Strahlauslasses. Hier ist bei den Profilen $x/D = -0.5$ und $x/D = 0.5$ ein erhöhter Anisotropieparameter in Wandnähe zu erkennen. Diese ausgeprägte Anisotropie läßt sich durch die starke Scherung zwischen Strahl und Querströmung im direkten Interaktionsbereich am Strahlauslaß erklären. Auch weiter stromab, bei den Profilen $x/D = 2.0$ bis $x/D = 10.0$ ist in Wandnähe ein sehr hoher Anisotropieparameter beim $k - \epsilon - vt$ Modell zu erkennen. An dieser Stelle ist zu jedoch beachten, daß bei der Rückrechnung des Anisotropieparameters aus den Ergebnissen des $k - \epsilon - vt$ Modell die turbulente kinetische Energie bei diesen Profilen gegen null geht (siehe Abbildung 7.3). Da die turbulente kinetische Energie in Gleichung Gl.(7.2) im Nenner steht, lassen sich hierdurch diese Ergebnisse erklären.

Zusätzlich zum wandnahen Bereich ist auch die obere Scherzone zwischen Strahl und Querströmung interessant. Die Scherzone läßt sich direkt in den vom $k - \epsilon - vt$ Modell berechneten Werten wiedererkennen. Die obere Scherschicht äußert sich hierbei durch die in den Profilen ersichtliche lokal begrenzte starke Erhöhung und Verminderung des Parameters, welche mit zunehmender Stromabposition immer weiter nach oben von der Wand entfernt.

Dieses zuvor beschriebene Verhalten des Anisotropieparameters ist durch ein Ungleichgewicht auf Seiten der Turbulenz zu erklären. Dies bedeutet, daß durch die Prozesse bei der Querstrahleinmischung lokale Ungleichmäßigkeiten beim Verhältnis zwischen Produktion der turbulenten kinetischen Energie und deren Dissipation auftreten. Dieses Ungleichgewicht wird nachfolgend noch untersucht werden. Um diese Analyse durchführen zu können, muß jedoch zunächst noch die Dissipation der turbulenten kinetischen Energie betrachtet werden.

Dissipation der turbulenten kinetischen Energie

Für die nachfolgende Betrachtung der Beschreibung des Gleichgewichtes zwischen Produktion und Dissipation der turbulenten kinetischen Energie durch die Modelle muss nun zunächst noch die Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ϵ genauer betrachtet werden. Hierzu wurde der in Abbildung 7.8 dargestellte Vergleich zwischen dem STKE Modell und dem $k - \epsilon - vt$ Modell vorgenommen. Maßgebliche Unterschiede zwischen den Modellen ergeben sich erst im direkten Interaktionsbereich zwischen Strahl und Querströmung. Hier berechnet das neue $k - \epsilon - vt$ Modell für die Profile zwischen $x/D = -0.5$ und $x/D = 0.5$, welche im Auslaßbereich des Strahls entnommen wurden, zunächst eine höhere Dissipationsrate, als dies beim STKE Modell der Fall ist. Schon im nächsten Profil bei $x/D = 1.0$ nähern sich die Modelle einander an, um dann ein gerade entgegengesetztes Verhalten zu zeigen. Dies ist ersichtlich bei der stromab gelegenen Position von $x/D = 2.0$, bei welcher dann das STKE Modell zumindest in der Scherzone eine viel höhere Dissipationsrate berechnet, als dies beim $k - \epsilon - vt$ Modell der Fall ist. Gerade diese Umkehr des Verhaltens der Modelle zwischen dem Bereich des Strahlauslasses und den weiter stromab gelegenen Positionen ist allerdings wichtig für die Wiedergabe des Ungleichgewichtes der Turbulenz durch die Modelle.

Neben der Umkehr des Verhaltens der Modelle bei der Berechnung des Dissipationsrate ist natürlich auch der berechnete Betrag der Dissipationsrate von maßgeblichem Interesse. Wie für die Profile am Strahlauslass ersichtlich ist, berechnet

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

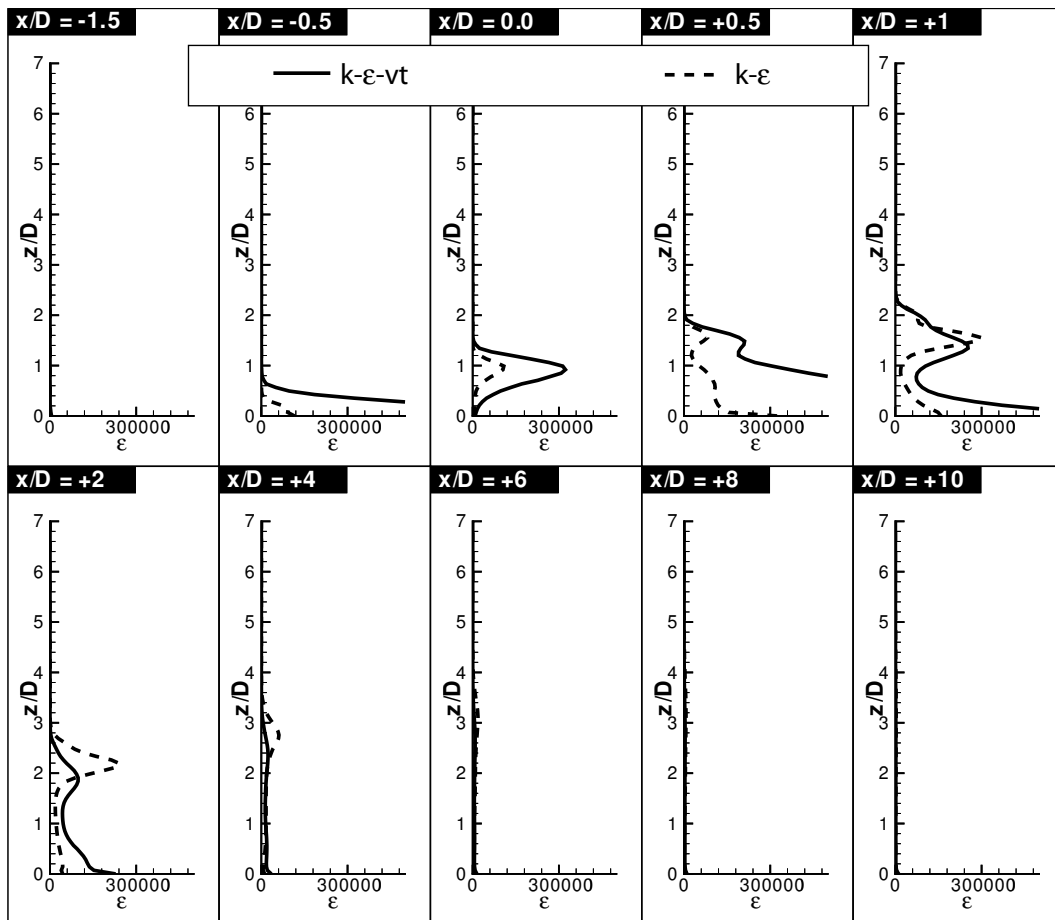


Abbildung 7.8: Vergleich der Dissipationsrate ϵ zwischen dem STKE Modell und dem $k - \epsilon - vt$ Modell – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

das $k - \epsilon - vt$ Modell hier erheblich höhere Dissipationsrate, als dies beim STKE Modell der Fall ist. Hier ist insbesondere auf das Profil der stromab gelegenen Ausläßkante des Strahls bei $x/D = 0.5$ zu achten, da hier bis zu einer Höhenposition von $z/D = 2.0$ von $k - \epsilon - vt$ Modell eine erheblich größere Dissipationsrate vorhergesagt wird, als dies beim STKE Modell der Fall ist. Dieser Unterschied ist auch für die Berechnung des Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes wichtig, da ab dieser Position das $k - \epsilon - vt$ Modell erhebliche Verbesserungen bei der Berechnung zeigt. Ab einer stromab gelegenen Position von $x/D = 4.0$ sind keine maßgeblichen Unterschiede zwischen den Modellen mehr ersichtlich. Ab hier sind dann die Unterschiede bei der in Abbildung 7.3 dargestellten Berechnung der turbulenten kinetischen Energie verantwortlich für die Unterschiede in den Berechnungsergebnissen der Modelle.

Für die Berechnung der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie

kann somit zusammengefasst werden, daß sich gerade im direkten Auslaßbereich des Strahls erhebliche Unterschiede zwischen den Modellen ergeben. Dies ist insbesondere für die stromab gelegene Kante des Strahlauslasses der Fall. Hierdurch ergibt sich direkt ein erheblicher Nachteil für das STKE Modell für die Berechnung des turbulent diffusiven Austausches, da die Dissipationsrate ϵ der turbulenten kinetischen Energie direkt in die Berechnung der kinematischen Wirbelviskosität einfließt.

Das Gleichgewicht der Turbulenz

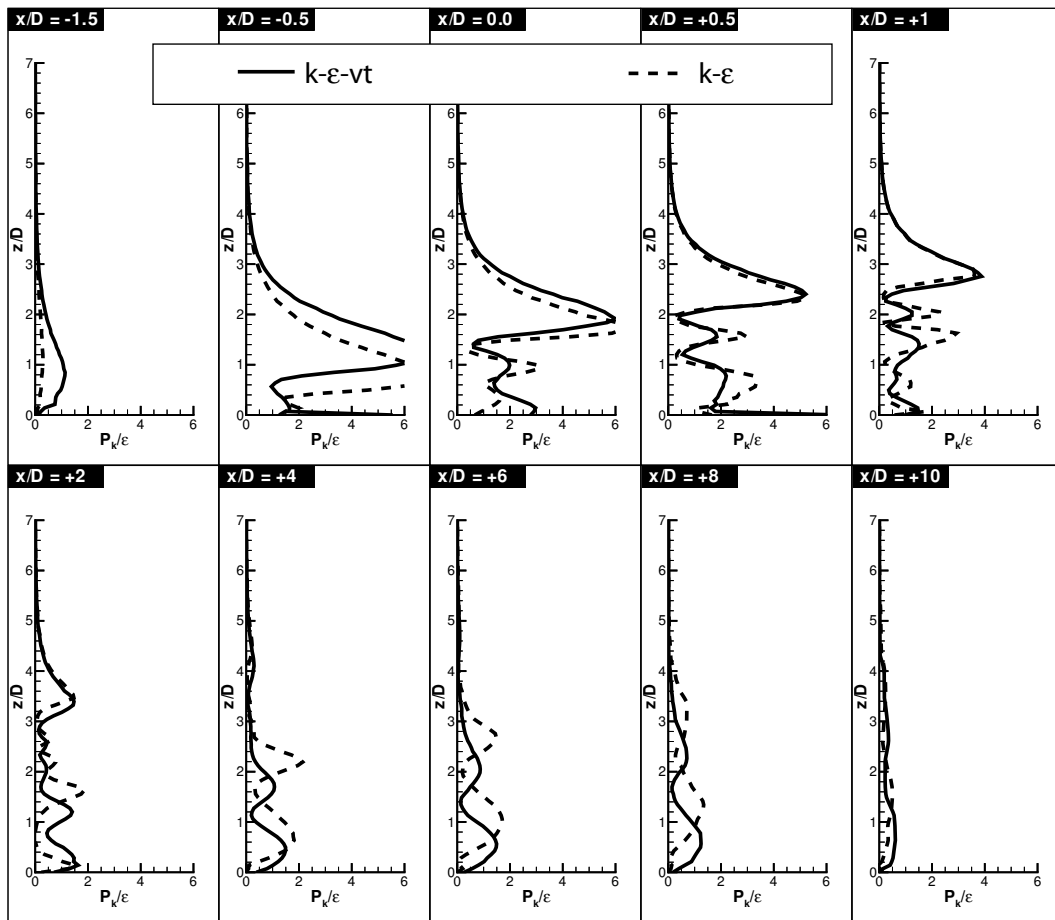


Abbildung 7.9: Vergleich des Gleichgewichtes anhand der Verhältnisse zwischen Produktionsrate und Dissipationsrate P_k/ϵ der turbulenten kinetischen Energie für das STKE und das $k - \epsilon - vt$ Modell - Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

Wie zuvor beschrieben wurde, kommt es bei der Beschreibung der Turbulenz durch das STKE Modell und das $k - \epsilon - vt$ Modell zu erheblichen Unterschieden. Daher soll nun noch untersucht werden, wie die Modelle das Verhältnis zwischen der

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

Produktion der turbulenten kinetischen Energie und deren Dissipation P_k/ϵ wiedergeben. Gerade beim STKE Modell hat dies weitreichende Folgen, da sich dieses Verhältnis direkt in der algebraischen Berechnungsvorschrift der Wirbelviskosität

$$\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

widerspiegelt.

Der direkte Vergleich zwischen beiden Modellen ist in Abbildung 7.9 gegeben. Hierbei bedeutet der Wert $P_k/\epsilon = 1.0$, daß ein Gleichgewicht zwischen Produktionsrate und Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie vorliegt. Beginnend beim stromauf gelegenen Zulaufprofil der Querströmung bei $x/D = -1.5$ erkennt man bereits einen ersten Unterschied zwischen den Modellen. Das $k - \epsilon - vt$ Modell geht hier bei einer Höhenposition von $z/D \approx 0.8$ von einem Gleichgewicht aus, wohingegen das STKE Modell einen P_k/ϵ Wert nahe null berechnet. Dies bedeutet, daß das STKE Modell hier noch von einer abklingenden Turbulenz der Kanalströmung mit einer Produktionsrate nahe null ausgeht, wohingegen beim $k - \epsilon - vt$ Modell schon eine Produktion turbulenter kinetischer Energie erfolgt, welche im Gleichgewicht mit ihrer Dissipationsrate steht. Dieses Verhalten legt die Vermutung nahe, daß das $k - \epsilon - vt$ Modell bei dieser Position schon eine Art von Rückwirkung der Interaktion zwischen Querströmung und Strahl hin zu einer stromauf gelegenen Position berücksichtigen kann. Diese Rückwirkung begründet sich in der vom Strahlauslass stromauf beginnenden Ablösung der Wandgrenzschicht, welche mit der Ausbildung des Hufeisenwirbels einhergeht (vgl. Abbildung 3.3b). Dies ist beim STKE Modell nicht der Fall, da dieses Modell diese Ablösung und somit vorhandene Geschwindigkeitsgradienten nicht so gut wiedergeben kann und hierdurch auch noch keine Produktion der turbulenten kinetischen Energie berechnet. In der nicht beeinflussten Kernströmung der Querströmung stimmen beide Modelle überein. Hier interagiert die Querströmung noch nicht mit dem Strahl und es liegt nur abklingende Turbulenz der Kanalströmung vor. Hierdurch ergeben sich die Werte von $P_k/\epsilon = 0.0$ in Richtung der Höhenposition von $z/D = 7.0$, da hier keine Produktion stattfindet und nur turbulente kinetische Energie dissipiert wird.

Im direkten Interaktionsbereich zwischen Strahl und Querströmung bei den Profilen zwischen den Positionen $x/D = -0.5$ und $x/D = 0.5$ stimmen die Modelle bei der Berechnung des Verhältnisses P_k/ϵ in der oberen Scherzone zwischen Strahl und Querströmung weitestgehend überein. Die für die Beschreibung der stromabliegenden Geschwindigkeits- und Mischungsprofile wichtigen Unterschiede zeigen sich jedoch in den Bereichen unterhalb der oberen Scherzone. Speziell beim Profil, wel-

ches an der stromab gelegenen Auslaßkante des Strahls bei $x/D = 0.5$ entnommen wurde, ist bis zu einem Höhenbereich von $z/D = 2.0$ ein ausgeprägter Unterschied zwischen den Modellen erkennbar. Das STKE Modell überschätzt in diesem Bereich das Verhältnis zwischen Produktion und Dissipation erheblich zu Gunsten des Produktionsanteils. Beim $k - \epsilon - vt$ Modell macht sich hier die für Abbildung 7.8 erwähnte stark erhöhte Dissipationsrate ϵ bemerkbar. Dieses Verhalten setzt sich dann für das nächste Profil bei $x/D = 1.0$ fort, bis sich die Modelle ab der Position $x/D = 2.0$ einander zumindest bei der betragsmäßigen Berechnung des Verhältnisses zwischen Produktionsrate und Dissipationsrate annähern.

Die Unterschiedliche Höhenlage der Wendepunkte der Kurven ergeben sich hauptsächlich aus dem durch die Modelle unterschiedlich berechneten Eindringverhalten des Strahls in die Querströmung.

Die Wiedergabe des Verhältnisses zwischen Produktionsrate und Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie durch die Modelle kann zusammenfassend als recht unterschiedlich bewertet werden. Besonders im Nahbereich des Strahlauslasses, unterhalb der oberen Scherzone zwischen Strahl und Querströmung, kommt es hier zu wichtigen Abweichungen zwischen den Modellen. Das STKE Modell überschätzt in diesem Bereich das Ungleichgewicht zwischen Produktion und Dissipation. Diese Abweichung ergibt sich aus der Tatsache, daß der Wert des Anisotropieparameters $C_\mu = 0.09$ eigentlich nur für Gleichgewichtsturbulenz gilt. Auch das STKE Modell zeigt hier ein Verhältnis von $k/\epsilon \gg 1$, geht jedoch weiterhin von einem Anisotropieparameter $C_\mu = 0.09$ aus. Diese falsche Annahme des STKE Modells für den Anisotropieparameter geht dann direkt in die Berechnung der kinematischen Wirbelviskosität ein, und führt hierdurch im Umkehrschluß zur falschen Berechnung des turbulent diffusiven Austausches. Beim $k - \epsilon - vt$ Modell kommt hierbei zum Tragen, daß etwaige Abweichungen in der Berechnung des Verhältnisses zwischen Produktion und Dissipation nicht direkt in die Berechnung der kinematischen Wirbelviskosität einfließen, da für diese keine algebraische Berechnungsvorschrift auf Basis der turbulenten kinetischen Energie und deren Dissipationsrate verwendet wird.

Die ν_T Transportgleichung im Vergleich

Die vorangegangenen Ergebnisse konnten die Leistungsfähigkeit des $k - \epsilon - vt$ Modells für die quantitativ richtige Wiedergabe, sowohl des Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes, als auch des Feldes der turbulenten kinetischen Energie im direkten

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

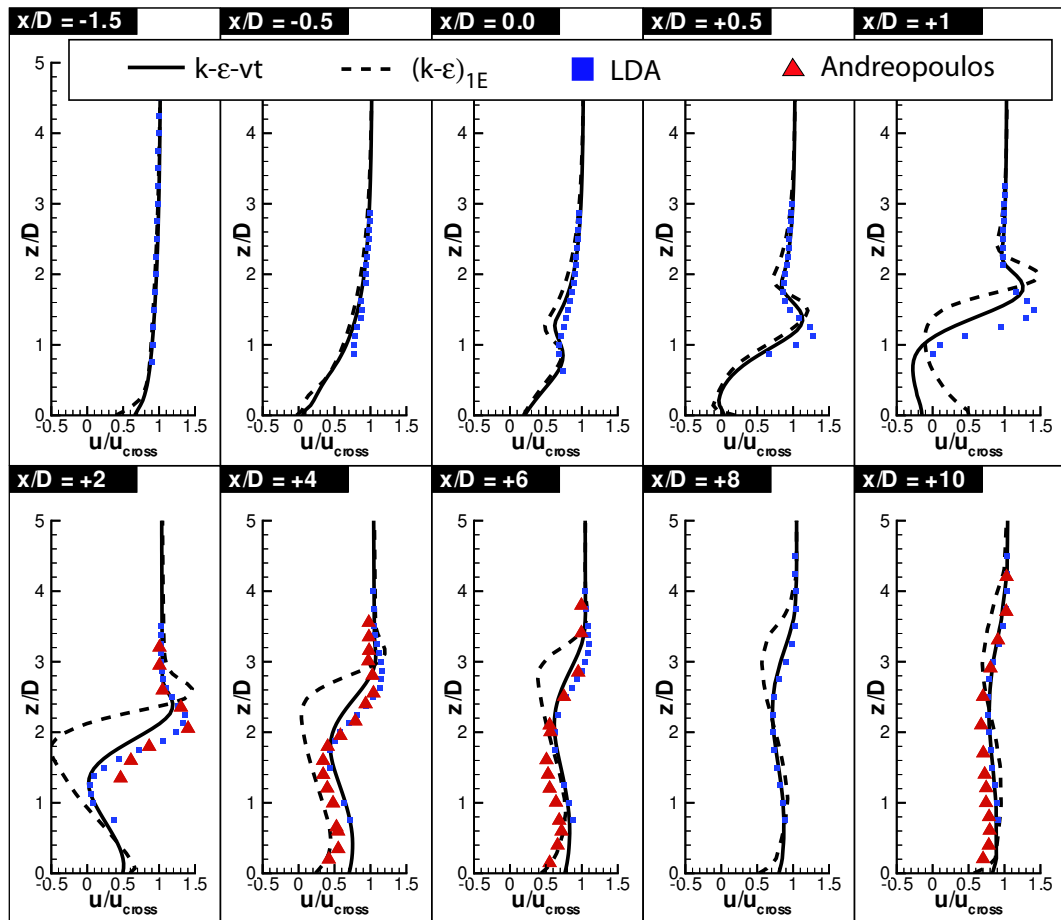


Abbildung 7.10: Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeit des $k - \epsilon - vt$ Modells und des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

Vergleich zum bereits existierenden STKE Modell und umfangreichen experimentellen Analysen veranschaulichen. Des Weiteren wurden die Ursachen für die Unterschiede zwischen den Modellen anhand wichtiger Turbulenzgrößen wie der kinematischen Wirbelviskosität ν_T , der Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie ϵ , als auch des Gleichgewichtes zwischen Produktionsrate und Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie, aufgezeigt.

Um nun das Verhalten der Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität zu untersuchen, wird eine Vergleich zwischen dem $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell, welches diese Gleichung in Form eines 1-Gleichungsmodells widerspiegelt, und dem $k - \epsilon - vt$ Modell vorgenommen. In Abbildung 7.10 ist dieser Vergleich zu sehen. Diese Ergebnisse demonstrieren eindrucksvoll, daß die Transportgleichung der Wirbelviskosität nur in Verbindung mit dem $k - \epsilon$ Modell zu einer verbesserten Beschreibung

der Querstrahleinmischung gelangt. Die Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes unter Verwendung der Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität als 1-Gleichungsmodell weicht ab einer Position von $x/D = 1.0$ sehr stark von den Messungen und insbesondere von den Ergebnissen des $k - \epsilon - vt$ 3-Gleichungsmodells ab. Dies zeigt, daß die drei Transportgleichungen nur im gegenseitigen Zusammenspiel zu einer richtigen Lösung des Problems gelangen.

Eine Erklärung hierfür lässt sich aus Gleichung 2.52 für die Hauptachsenkomponenten ableiten.

$$-\rho \left(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} \right) = 2\rho\nu_t \left[\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial x_3} \right] - \frac{2}{3}\rho k \cdot 3 \quad (7.3)$$

Bei konstanter Dichte folgt aus der Kontinuitätsgleichung, daß die mittleren Geschwindigkeitsgradienten $\partial u_i / \partial x_i$ zu null werden. Hierdurch reduziert sich diese Gleichung zu:

$$-\rho \left(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} \right) = -2\rho k \quad (7.4)$$

Ohne den Einfluß der Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie k würde hieraus direkt folgen, daß:

$$\left(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} \right) = 0 \quad (7.5)$$

Hierdurch würde aber direkt die Identität $k \equiv \frac{1}{2} \left(\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2} \right)$ verletzt.

Diese Tatsache zeigt, daß das 1-Gleichungsmodell für die Beschreibung der kinematischen Wirbelviskosität ν_t ohne das Zusammenspiel mit der Transportgleichung der turbulenten kinetischen Energie zu erheblichen Abweichungen führen kann.

Einordnung in die Gruppe der existierenden RANS Modelle

Bisher wurde das $k - \epsilon - vt$ Modell nur mit dem STKE Modell als einem Modell aus der Gruppe der bereits existierenden RANS Modelle verglichen. Da das STKE Modell nicht das einzige und auch nicht das beste bereits existierende RANS Modell ist, muß noch eine Einordnung des neuen Modells in einen globaleren Rahmen vorgenommen. Hierzu werden die Berechnungsergebnisse des neuen 3-Gleichungsmodells den Ergebnissen der am weitesten verbreiteten 2-Gleichungs RANS Modelle in Abbildung 7.11 gegenübergestellt. Hierbei werden die Ergebnisse des $k - \epsilon - vt$ Modell

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

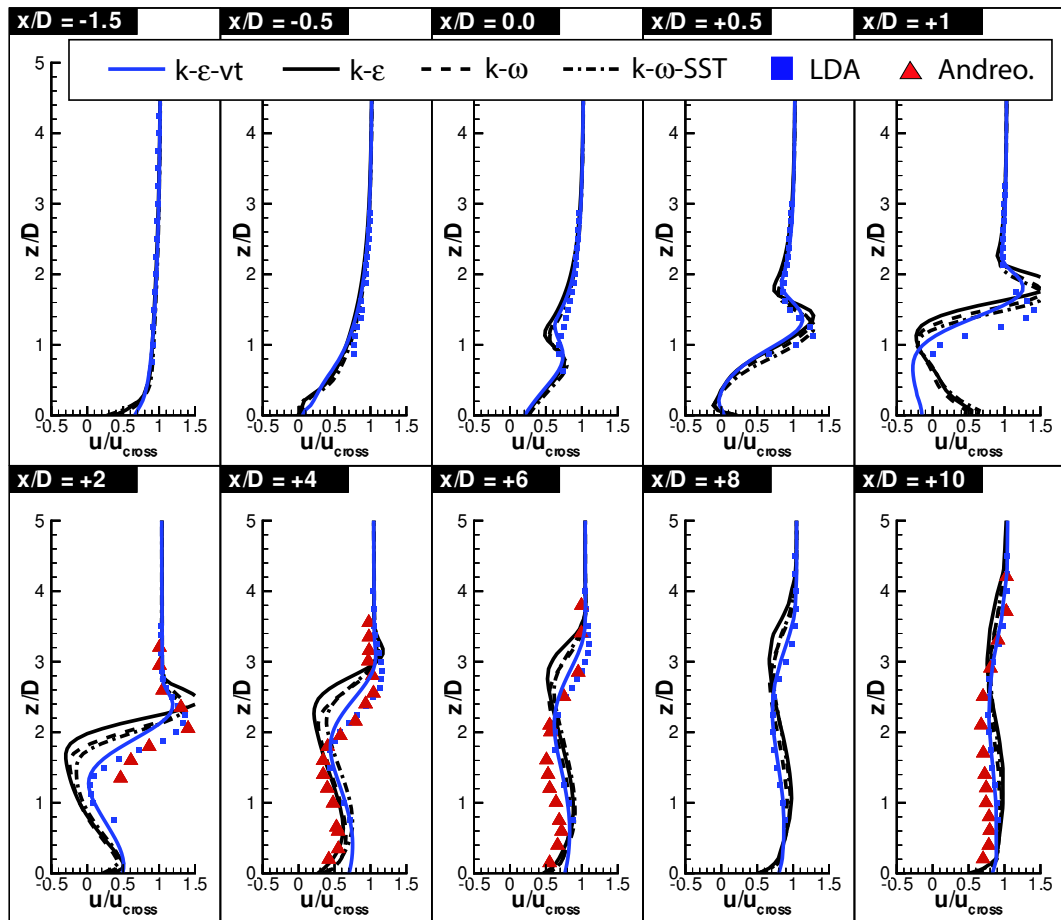


Abbildung 7.11: Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeit aller Standard RANS Modelle und dem $k - \epsilon - vt$ Modell – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

durch die durchgezogene blaue Linie, die des Standard $k - \epsilon$ Modells durch die durchgezogene schwarze Linie wiedergegeben. Hinzu kommen nun noch die Ergebnisse des $k - \omega$ Modells, repräsentiert durch die gestrichelte Linie, und jene des $k - \omega - SST$ Modells, welche durch die strichpunktierte Linie dargestellt werden.

Wie schon bei den Voruntersuchungen in Kapitel 5 gezeigt wurde, können alle Modelle das Zulaufprofil der Querströmung an der Position $x/D = -1.5$ gut berechnen. Erste maßgebliche Abweichungen lassen sich ab einer stromab liegenden Position von $x/D = 1.0$ erkennen. Hier beginnen sich bereits die Vorzüge des $k - \epsilon - vt$ Modells zu zeigen. Zum Einen kann die Eindringtiefe des Strahls in die Querströmung schon etwas besser vorhergesagt werden, als dies bei den restlichen Modellen der Fall ist. Zum Anderen wird der Absolutwert der Geschwindigkeit im Scherzonenbereich besser berechnet. Ausgeprägter zeigen sich diese Unterschiede

dann bei einer x/D Position von 2.0. Hier sind die Vorzüge des neuen Modells gegenüber den bereits existierenden Modellen klar erkennbar. Das $k - \epsilon - vt$ Modell gibt von allen Modellen sowohl die Eindringtiefe des Strahls, als auch die Lage und den Betrag der Minimal- und Maximalgeschwindigkeit am besten wieder. Diese Vorzüge des $k - \epsilon - vt$ Modells gegenüber allen bereits vorhandenen RANS Modellen setzt sich weiter stromab fort. Auch bei den Profilen bei $x/D = 4.0$ und $x/D = 6.0$ werden die Geschwindigkeiten und auch das Eindringverhalten des Strahl durch das $k - \epsilon - vt$ Modell erheblich besser vorhergesagt.

Genau wie für das Geschwindigkeitsfeld in der vorangegangenen Abbildung, zeigen sich die Vorteile des $k - \epsilon - vt$ Modells auch für das Mischungsfeld. Hierfür ist ein Vergleich zwischen dem neuen Modell und den bereits vorhandenen RANS Modellen in Abbildung 7.12 gegeben. Bereits etwas stromab des Strahlauslasses, beim Profil $x/D = 1.0$, sind die Vorteile des neuen Modells ersichtlich. Schon hier kann das $k - \epsilon - vt$ Modell das Konzentrationsfeld quantitativ besser berechnen, als alle Standardmodelle. In den nachfolgenden Profilen von $x/D = 2.0$ bis $x/D = 6.0$ ist das $k - \epsilon - vt$ Modell weiterhin allen existierenden Modellen überlegen. Wie in 7.12 ersichtlich ist, können die Messwerte durch das neue Modell quantitativ sehr gut wiedergegeben werden, was bei den vorhandenen Modellen nicht der Fall ist. Erst viel weiter stromab, bei den Profilen $x/D = 10.0$ und $x/D = 16.0$ nähern sich die vorhandenen Modelle dem $k - \epsilon - vt$ Modell an. Hier nimmt der Einfluß der durch sie unterschätzten turbulenten Diffusion, welche durch die Interaktionsprozesse zwischen Strahl Querströmung hervorgerufen wird, ab und die Strömung nähert sich wieder einer Kanalströmung an.

Vergleich mit 2D PIV- und LIF Messungen

Neben den Vergleichen der Berechnungsergebnisse mit den voran dargestellten Punktmessungen sollen das STKE Modell, als auch das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte $k - \epsilon - vt$ Modell mit an der Verbrennungstechnik durchgeführten 2-D laseroptischen Messungen verglichen werden. Bei diesen Messungen wurde neben der PIV-Technik zur Untersuchung des Geschwindigkeitsfeldes auch die planare LIF-Messtechnik verwendet, um das Konzentrationsfeld zu analysieren.

In den nachfolgenden Abbildungen 7.13-7.15 ist der direkte Vergleich, sowohl des Standard Modells, als auch des neuen Modells mit den PIV-Geschwindigkeitsmessungen an verschiedenen Höhenpositionen z/D dargestellt. Das Standardmodell befindet sich jeweils auf der linken Seite, das $k - \epsilon - vt$ Modell auf der rechten Seite.

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

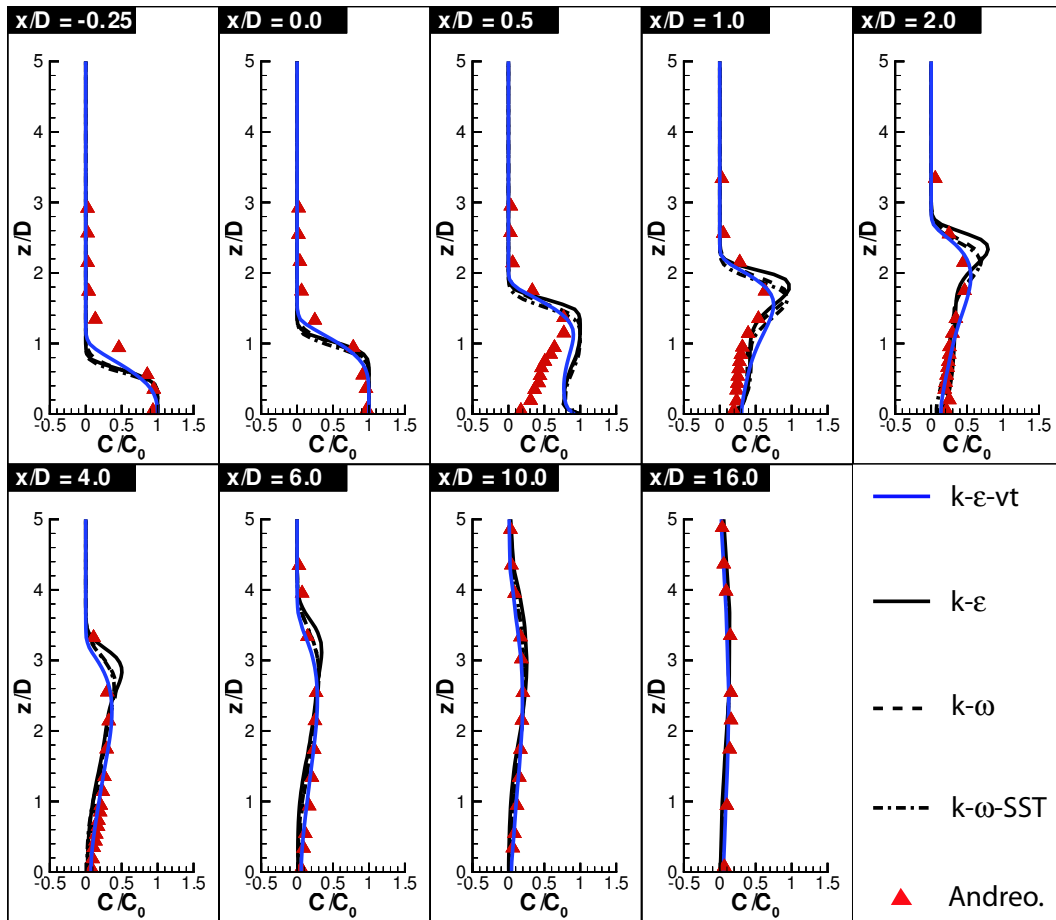


Abbildung 7.12: Vergleich zwischen der normierten Konzentration aller Standard Modelle und dem $k - \epsilon - vt$ Modell – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$

Die obere Hälfte eines jeden Bildes gibt hierbei die Messergebnisse wieder und die untere Hälfte zeigt die entsprechenden Berechnungsergebnisse. Es ist bei allen drei Höhenpositionen ersichtlich, daß das Standardmodell in der durch die rote Kontur dargestellten Scherzone zwischen Strahl und Querströmung einen viel zu hohen Geschwindigkeitsbetrag wiedergibt. Des Weiteren wird die Strahlausbreitung in y/D Richtung, welche bei den Profilen der Punktmessungen nicht wiedergegeben werden konnte, durch das Standardmodell als zu klein berechnet. Wie schon bei den Punktmessungen unter Verwendung der LDA Messtechnik ersichtlich war, ist hinsichtlich der Beschreibung der Mischungseigenschaften des Strahls in einer Querströmung die fehlerhafte Wiedergabe einer Rezirkulationszone auf der stromabliegenden Seite des Strahl, repräsentiert durch den dunkelblauen Bereich, einer der größten Nachteile des Standardmodells. Das neue $k - \epsilon - vt$ Modell hingegen gibt den Geschwin-

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

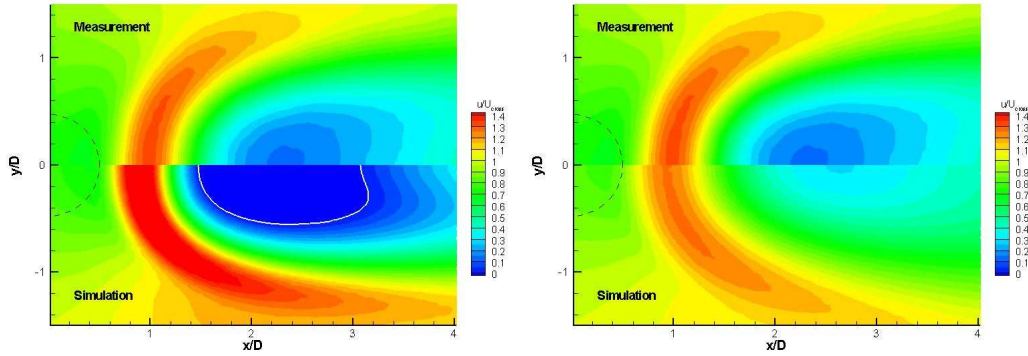


Abbildung 7.13: Vergleich der Geschwindigkeit u/U_{cross} zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=1.75$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell. Die weiße Konturlinie grenzt hierbei negative Wert der Rezirkulationszone ein.

digkeitsbetrag in der Scherzone erheblich besser wieder. Weiterhin wird durch das neue Modell auch die Strahlausbreitung in y/D Richtung weitaus besser wiedergegeben. Der größte Vorteil des neuen Modells liegt jedoch in der erheblich verbesserten quantitativen Beschreibung des stromabliegenden Bereichs der Scherzone, in welchem sowohl bei der Messung, als auch bei der Berechnung unter Verwendung des $k-\epsilon-vt$ Modells keine Rezirkulationszone zu erkennen ist.

Neben der richtigen Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes ist für die quantitativ richtige Wiedergabe der Eigenschaften des Strahls in einer Querströmung durch ein Turbulenzmodell auch die richtige Berechnung von Turbulenzgrößen wichtig. Von Seiten der Messtechnik stellen hierbei die Reynolds-Spannungen Turbulenzgrößen dar, welche durch die PIV-Messtechnik zugänglich gemacht werden können. In den Abbildungen 7.16 – 7.18 sind in der zuvor beschriebenen Darstellungsweise die Vergleiche zwischen Messung und Rechnung für die Reynolds-Spannungen $\overline{u'v'}$ gegeben. Bei den Modellergebnissen wurden die Reynolds-Spannungen unter Verwendung der Boussinesq-Hypothese zurückgerechnet. Da diese Reynoldsspannungen die Schwankungskomponente in v' beinhalten und dadurch in Richtung $y/D > 0$ negative und in Richtung $y/D < 0$ positive Werte aufweisen, wurden die Simulationsergebnisse um die Symmetrieachse y/D gespiegelt (mit dem Faktor -1 multipliziert). Hierdurch wird ein direkter Vergleich der Größenordnungen ermöglicht. Es ist erkennbar, daß das Standard Modell die den turbulenten Austausch beeinflussenden Reynoldsspannungen wiederum als zu hoch wiedergibt. Beim neuen $k-\epsilon-vt$ Modell

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

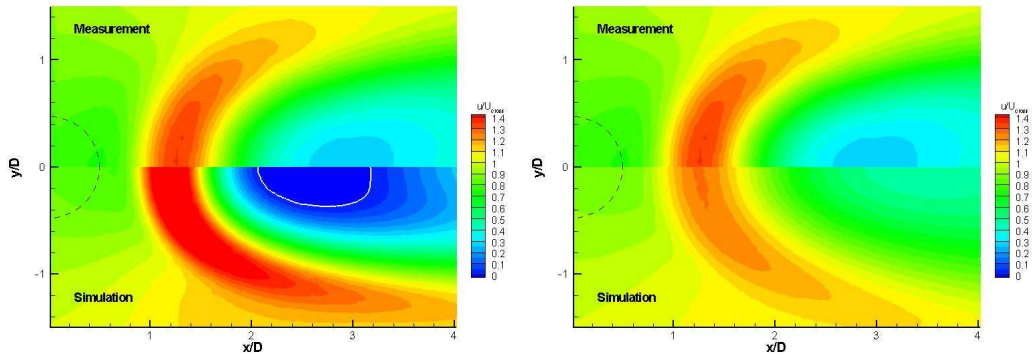


Abbildung 7.14: Vergleich der Geschwindigkeit u/U_{cross} zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=2.00$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell. Die weiße Konturlinie grenzt hierbei negative Wert ein.

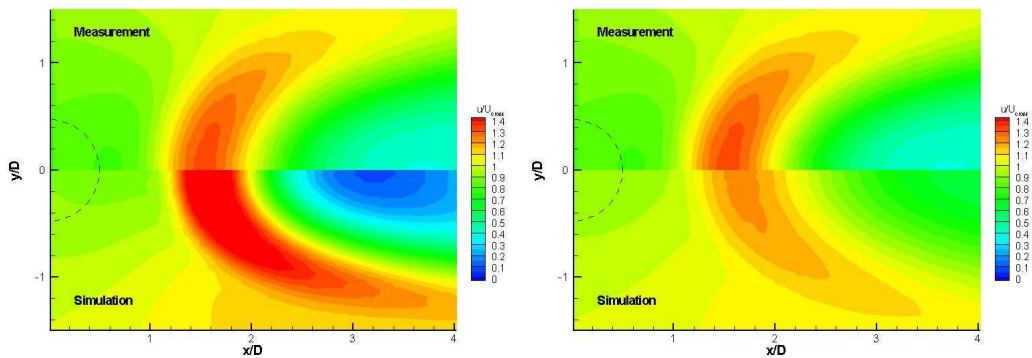


Abbildung 7.15: Vergleich der Geschwindigkeit u/U_{cross} zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=2.25$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

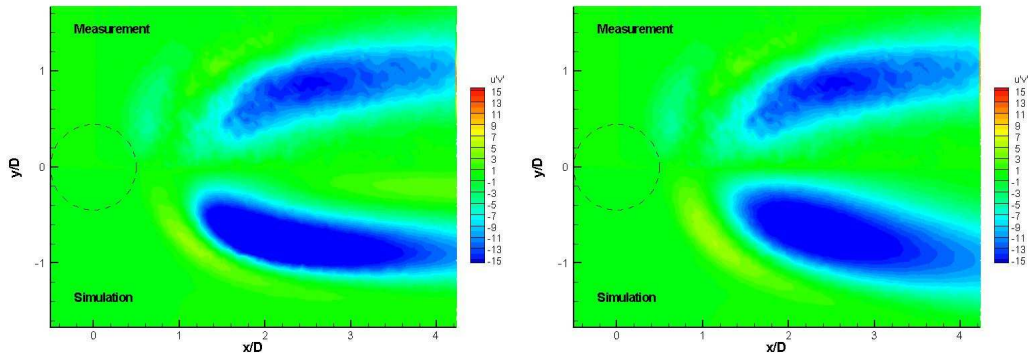


Abbildung 7.16: Vergleich der Reynolds-Spannung $\overline{u'v'}$ zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=1.75$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell. *Simulationsergebnisse sind für einen besseren Vergleich um die Symmetrielinie y/D gespiegelt*

wird sowohl die Größenordnung der Reynoldsspannungen, als auch deren Abklingverhalten und Lage in x/D Richtung quantitativ genauer berechnet, als dies beim Standardmodell der Fall ist. Zusätzlich zeigt das neue Modell wiederum eine erhebliche Verbesserung bei der Wiedergabe des Strahlausbreitungsverhaltens in y/D Richtung.

Abschließend werden in den Abbildungen 7.19-7.21 in der zuvor eingeführten Darstellungsweise die Konturen der Skalarkonzentration der Messungen mit dem STKE Modell und dem neuen Modell verglichen. Es ist leicht ersichtlich, daß beim STKE Modell die Skalarkonzentration im Scherzonenbereich (repräsentiert durch die rote Kontur) viel zu langsam abklingt und somit viel zu weit stromab transportiert wird und hierbei speziell das Konzentrationsmaximum viel zu weit stromab gelangt. Gerade die Beschreibung der Ausbreitung des Konzentrationsmaximums ist aber von eminenter Bedeutung. Weiterhin fällt schon wie bei den zuvor gezeigten Geschwindigkeitskonturen auf, daß die Strahlausbreitung in y/D Richtung durch das Standardmodell unterschätzt wird. Auch im Nachlaufbereich auf der stromab gelegenen Seite der Scherzone zwischen Strahl und Querströmung ist eine viel zu geringe Ausbreitung des das Mischungsfeld beschreibenden Skalars zu erkennen. Dieses Verhalten kann wiederum auf die schon mehrfach erwähnte Tatsache zurückgeführt werden, daß das STKE Modell die turbulente Mischung erheblich unterschätzt.

Im Gegensatz hierzu steht das $k-\epsilon-vt$ Modell. Bei dessen Formulierung

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

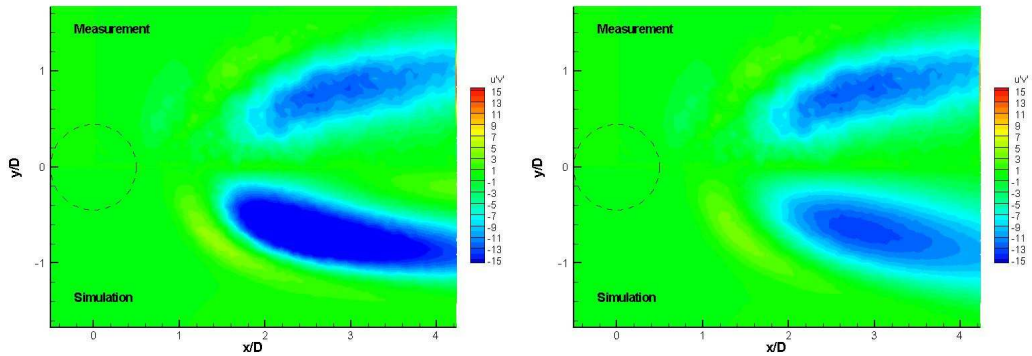


Abbildung 7.17: Vergleich der Reynolds-Spannung $\overline{u'v'}$ zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=2.00$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell. *Simulationsergebnisse sind für einen besseren Vergleich um die Symmetrielinie y/D gespiegelt*

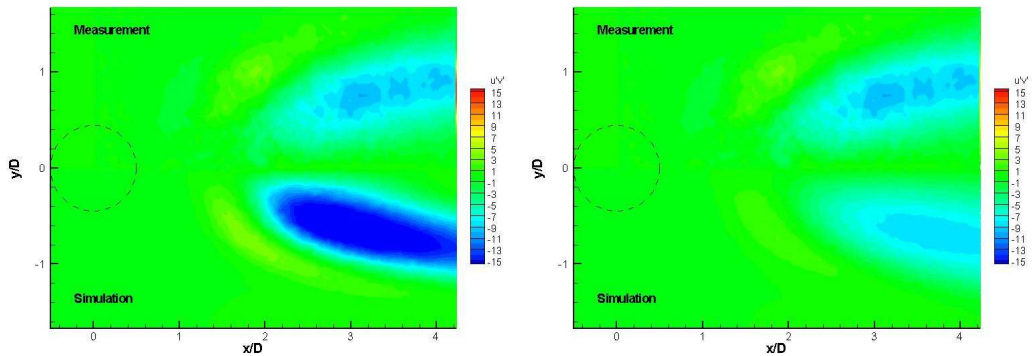


Abbildung 7.18: Vergleich der Reynolds-Spannung $\overline{u'v'}$ zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=2.25$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell. *Simulationsergebnisse sind für einen besseren Vergleich um die Symmetrielinie y/D gespiegelt*

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

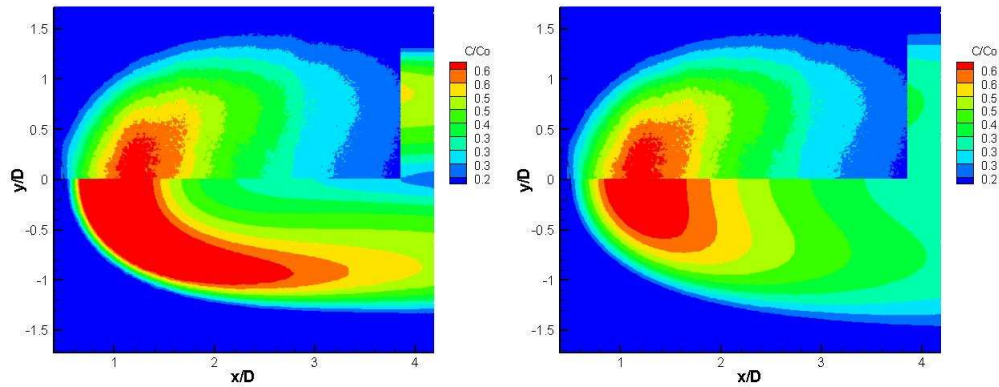


Abbildung 7.19: Vergleich der normierten Konzentration c/C_0 zwischen LIF Messung und Rechnung bei $z/D=1.75$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k - \epsilon - vt$ Modell

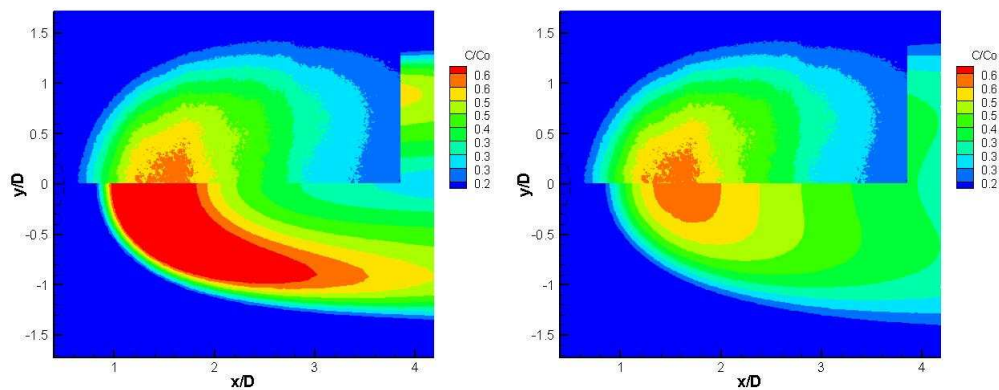


Abbildung 7.20: Vergleich der normierten Konzentration c/C_0 zwischen LIF Messung und Rechnung bei $z/D=2.00$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k - \epsilon - vt$ Modell

7.1. ERGEBNISSE FÜR DEN ANWENDUNGSFALL $R=2$

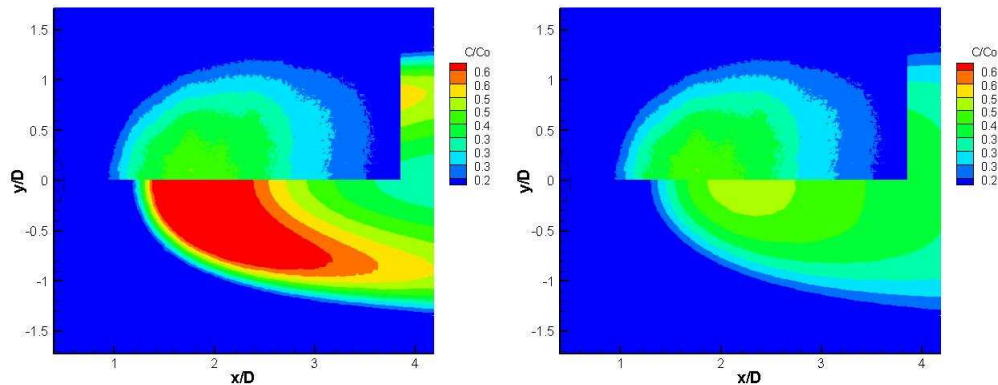


Abbildung 7.21: Vergleich der normierten Konzentration c/C_0 zwischen LIF Messung und Rechnung bei $z/D=2.25$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k - \epsilon - vt$ Modell

wird die turbulente Diffusion über die nun als Transportgleichung gelöste Wirbelviskosität in richtiger Weise beeinflusst, so daß sowohl die Ausbreitung des skalaren Konzentrationsfeldes in y/D Richtung, als auch das Mischungsverhalten beider Fluidströme in der Scherzone und im Nachlaufbereich im Vergleich zur Messung mit erheblich erhöhter Genauigkeit wiedergegeben wird. Hierdurch kann auch die Ausbreitung des Konzentrationsmaximums quantitativ richtig wiedergegeben werden, was für die Anwendung des Modells in Verbindung mit Verbrennungsmodellen und zur Beschreibung von Schadstoffentstehung besonders wichtig ist.

Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Berechnungsergebnisse des neuen $k - \epsilon - vt$ Modells sowohl mit institutseigenen Messdaten, als auch mit Messdaten aus der Literatur verglichen. Ferner wurde auch ein direkter Vergleich zwischen den Berechnungsergebnissen des neuen Modells und bereits vorhandener Modelle vorgenommen. Als ein Vertreter der existierenden RANS Modelle wurde hierbei dem STKE Modell für die detaillierten Vergleiche der Vorzug gegeben, da dieses Modell immer noch am häufigsten im industriellen Bereich verwendet wird.

Das durch das Modell berechnete Geschwindigkeits- und Mischungsfeld ist hierbei von besonderem Interesse, da beide Größen als Hauptauslegungsparameter

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

angesehen werden können. Die obigen Vergleiche konnten zeigen, daß das $k - \epsilon - vt$ Modell hier erhebliche Vorteile gegenüber allen bereits vorhandenen 2-Gleichungs RANS Modellen aufweist. Das neue Modell ist im Gegensatz zu den vorhandenen Modellen in der Lage, das Geschwindigkeits- und Mischungsfeld bei einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2$ quantitativ korrekt wiederzugeben.

Neben dem Geschwindigkeits- und Mischungsfeld ist insbesondere im Zusammenspiel mit Verbrennungsmodellen auch das Feld der turbulenten kinetischen Energie von Interesse. Die turbulente kinetische Energie geht bei den meisten Verbrennungsmodellen in die Berechnung des turbulenten Zeitmaßes mit ein, welches für die Berechnung der Brennstoffumsatzraten benötigt wird. Auch hier können die vorhandenen Modelle nicht mit dem neuen $k - \epsilon - vt$ Modell mithalten. Das neue Modell ist als einziges in der Lage, die wenigen vorhandenen Messdaten zur turbulenten kinetischen Energie k quantitativ korrekt wiederzugeben. Durch den Erfolg des Modells bei der Berechnung der Geschwindigkeits- und Mischungsfelder ist auch für die turbulente kinetische Energie davon auszugehen, daß das Modell auch bei den anderen Positionen, an welchen keine Messungen vorliegen, diese Größe richtig berechnet.

Um nun den Erfolg dieses neuen Modells, welches eine zusätzliche Transportgleichung für die kinematische Wirbelviskosität löst, zu erklären, wurden weitere Turbulenzgrößen mit den Ergebnissen des STKE Modells verglichen. Hierdurch konnte zum Einen nachgewiesen werden, daß diese zwei Modelle von einem unterschiedlichen lokalen Anisotropieparameter C_μ ausgehen. Zum Anderen kommt es zu erheblichen Unterschieden bei der Berücksichtigung des lokalen Gleichgewichtes der Turbulenz, welches durch den Parameter P_k/ϵ dargestellt wurde. Wie gezeigt wurde, ist hierfür auch die unterschiedliche Beschreibung der lokalen Dissipationsrate der turbulenten Kinetischen Energie ϵ mitverantwortlich, bei welcher das STKE Modell erheblich vom erfolgreichen $k - \epsilon - vt$ Modell abweicht. Für die Dissipationsrate können in der Literatur bislang keine Messdaten gefunden werden. Um jedoch die vorliegenden Prozesse bei der Querstrahleinmischung besser erklären und validieren zu können wäre ein geeigneter experimenteller Nachweis an dieser Stelle wünschenswert.

Da dieser voranstehende Vergleich bislang nur für das Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2$ vorgenommen wurde, werden die Berechnungsergebnisse des $k - \epsilon - vt$ Modells nachstehend noch mit weiterführenden Messergebnissen für die Geschwindigkeitsverhältnisse $R = 1$, $R = 4$ und $R = 6$ verglichen.

7.2 Ergebnisse für den Anwendungsfall $R=1$

Für das zweite Geschwindigkeitsverhältnis aus der Gruppe unter $R = 3$ wird nachfolgend der Fall $R = 1$ vorgestellt. Hier wurde wiederum ein Vergleich der Berechnungsergebnisse des neuen $k - \epsilon - vt$ Modells und des STKE Modells vorgenommen. Für den Vergleich mit experimentellen Daten konnten hier nur Ergebnisse von ANDREOPOULOS ET AL. herangezogen werden. Diese Messdaten besitzen jedoch nicht den Umfang, wie dies für den Fall mit einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2$ gegeben war. Dennoch kann der direkte Vergleich des neuen Modells mit den Messungen die Funktionalität des Modells auch für dieses Geschwindigkeitsverhältnis dokumentieren.

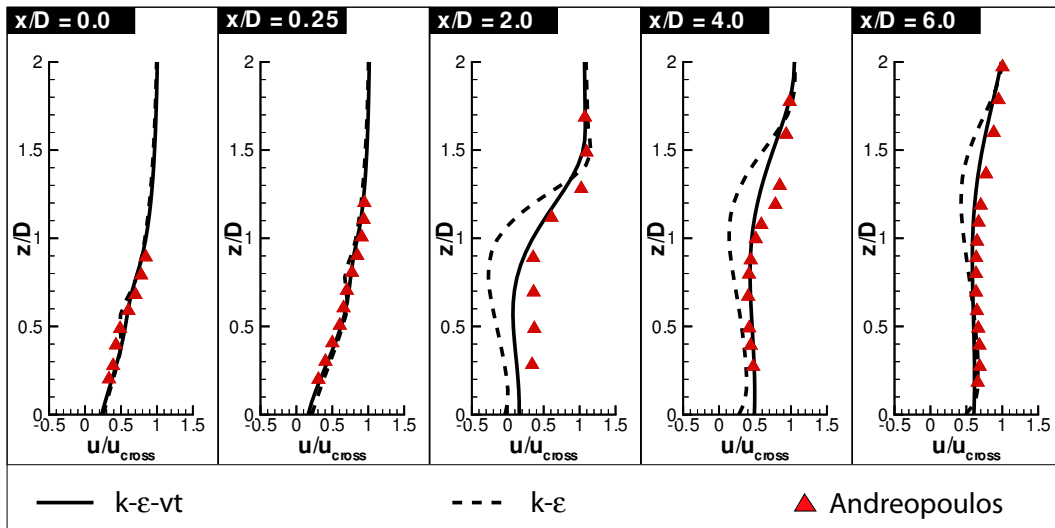


Abbildung 7.22: Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeiten des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 1$

In Abbildung 7.22 ist zunächst der Vergleich für die Geschwindigkeitsprofile dargestellt. Genau wie beim Fall $R = 2$ stellt das $k - \epsilon - vt$ Modell auch bei diesem Geschwindigkeitsverhältnis eine erhebliche Verbesserung bei der quantitativen Berechnung der Querstrahleinmischung dar. Im direkten Interaktionsbereich zwischen Strahl und Querströmung bei den Profilen $x/D = 0.0$ und $x/D = 0.25$ ist zunächst noch kein Unterschied bei den Profilen erkennbar. Der Strahl dringt bei diesem Geschwindigkeitsverhältnis nicht so stark in die Querströmung ein, so daß sich die Probleme der Standardmodelle erst weiter stromab des Strahlauslasses zeigen. Bei diesen weiter stromab des Strahlauslasses befindlichen Positionen $x/D = 2.0$ und $x/D = 4.0$ zeigt das STKE Modell erhebliche Schwächen bei der Berechnung

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

des Geschwindigkeitsbetrages. Das $k - \epsilon - vt$ Modell ist hier in erheblich besserer Übereinstimmung mit den Messungen. Wiederum zeigt sich, daß das neue Modell sowohl bei der Vorhersage des Eindringverhaltens, als auch bei der Berechnung der Geschwindigkeitsbeträge bei diesen Profilen eine erhebliche Verbesserung darstellt. Dies ist insbesondere bei den später untersuchten Konzentrationsprofilen ersichtlich.

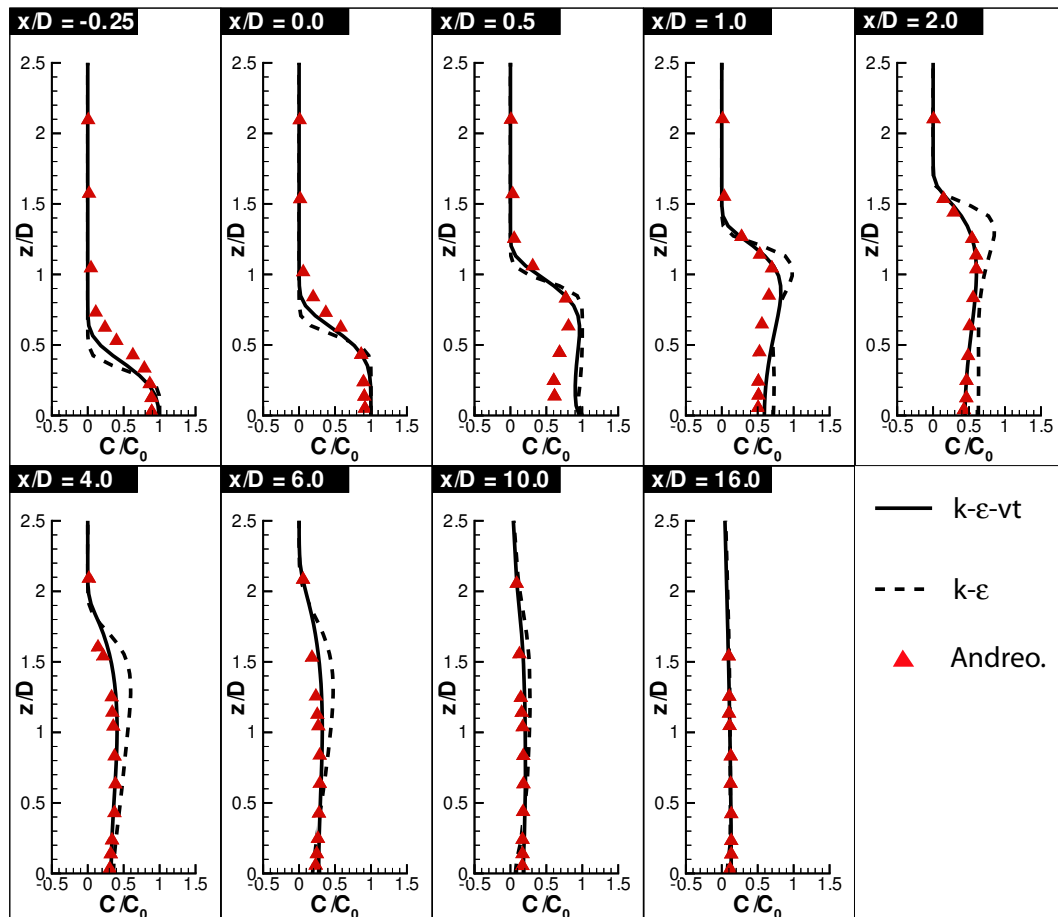


Abbildung 7.23: Vergleich zwischen der normierten Konzentration des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modell – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 1$

Da die Geschwindigkeitsgradienten bei diesem Fall nicht so stark ausgeprägt sind, als beim voran gezeigten Fall mit $R = 2$, kann sich das STKE Modell schneller den Messungen annähern. Hierdurch nähert sich das STKE Modell den Ergebnissen der Messung schon ab bei einer Position von $x/D = 6.0$ an.

Neben den Geschwindigkeitsprofilen existieren für diesen Vergleichsfall auch Konzentrationsmessungen von ANDREOPOULOS ET AL., welche im Vergleich mit dem STKE Modell und dem $k - \epsilon - vt$ Modell in Abbildung 7.23 dargestellt sind.

7.3. ERGEBNISSE FÜR DIE ANWENDUNGSFÄLLE $R=4$ UND $R=6$

Das $k - \epsilon - vt$ Modell gelangt hierbei in besonders gute Übereinstimmung mit den Messungen. Bereits direkt hinter dem Strahlauslass beim Profil $x/D = 1.0$ kann das neue Modell die Konzentrationsprofile quantitativ richtig wiedergeben. Das STKE Modell hingegen kann erst beim Profil $x/D = 10.0$ das Konzentrationsfeld hinreichend genau berechnen.

Zusammenfassend kann auch für das Geschwindigkeitsverhältnis $R = 1$ gesagt werden, daß das neue $k - \epsilon - vt$ Modell eine erhebliche Verbesserung hinsichtlich der quantitativen Beschreibung des Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes bei der Querstrahleinmischung darstellt.

7.3 Ergebnisse für die Anwendungsfälle $R=4$ und $R=6$

Für die nachfolgenden Vergleiche, sowohl des STKE Modells, als auch des $k - \epsilon - vt$ Modells mit Messungen, können hier nur die LDA Messungen von DONNERT herangezogen werden, da für diese Geschwindigkeitsverhältnisse in der Literatur keine Vergleichsdaten vorliegen.

Wie in Kapitel 3.2.2 gezeigt wurde, kommt es bei einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R > 3$ zu einem Zusammenbruch des gegenseitig rotierenden Wirbelpaares im Nahbereich des Strahlauslasses. Hierdurch ergibt sich ein neuer Einflußfaktor auf die Modellierung des Strahls in einer Querströmung. Dieser Wirbelzusammenbruch erschwert die Modellierung der Vorgänge bei der Querstrahleinmischung, wodurch zusätzliche Abweichungen bei der Vorausberechnung des Geschwindigkeitsfeldes resultieren.

In Abbildung 7.24 sind die Berechnungsergebnisse des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells dargestellt. Es ist ersichtlich, daß das STKE Modell auch für dieses Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 4$ erhebliche Probleme bei der quantitativen Wiedergabe des Geschwindigkeitsfeldes aufweist. Das STKE Modell versagt sowohl bei der Wiedergabe des Eindringverhaltens des Strahls in die Querströmung, als auch bei der Vorhersage des Geschwindigkeitsbetrages.

Im Vergleich zu den voran gezeigten Geschwindigkeitsverhältnissen $R = 1$ und $R = 2$ kann das neue $k - \epsilon - vt$ Modell bei diesem Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 4$ die Messwerte nicht genau so gut wiedergeben. Bedingt durch die zusätzlichen Prozesse des Wirbelzusammenbruches des CRVP bei $R > 3$, kommt es zu größeren Abweichungen bei der Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes. Das

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

neue Modell kann jedoch das Eindringverhalten des Strahls in die Querströmung gut wiedergeben. Dies bedeutet, daß die Höhenlage der Scherzone für dieses Geschwindigkeitsverhältnis durch das $k - \epsilon - vt$ Modell hinreichend genau berechnet wird. Einzig bei der quantitativ richtigen Wiedergabe des Geschwindigkeitsbetrages ergeben sich beim $k - \epsilon - vt$ Modell größere Abweichungen, als dies bei den kleineren Geschwindigkeitsverhältnissen der Fall war. Diese Abweichungen zeigen sich insbesondere im Nahbereich des Strahlauslasses bei den Profilen $x/D = 0.5$ und $x/D = 1.0$, wo der Wirbelzusammenbruch des CRVP stattfindet. Bei den etwas weiter vom Strahlauslass entfernten Profilen ab der Position $x/D = 2.0$ nähert sich das neue Modell jedoch schnell wieder den Messergebnissen an.

Im Allgemeinen kann das neue Modell die Messergebnisse auch bei diesem Geschwindigkeitsverhältnis erheblich besser wiedergeben, als dies beim STKE Modell der Fall ist. Das neue Modell stellt somit auch bei diesem größeren Geschwindigkeitsverhältnissen eine erhebliche Verbesserung für die quantitativ richtige Beschreibung des Strahls in Querströmung dar.

Abschließend steht noch der Vergleich der beiden Modelle mit den Messdaten für das Geschwindigkeitsverhältnis $R = 6$ aus. Dieses Geschwindigkeitsverhältnis ist weiter vom problematischen Geschwindigkeitsverhältnis $R = 3$ entfernt, was sich darin bemerkbar macht, daß das neue $k - \epsilon - vt$ Modell die Geschwindigkeiten wieder besser vorhersagen kann. Neben der wiederum guten Vorhersage des Eindringverhaltens des Strahls in die Querströmung, werden auch die Geschwindigkeitsbeträge wieder besser berechnet. Schon ab dem Profil mit der Position $x/D = 2.0$ ist das $k - \epsilon - vt$ Modell den Messungen schon sehr nahe. Ab der nächsten dargestellten Position von $x/D = 4.0$ kann das $k - \epsilon - vt$ Modell die Messungen quantitativ hinreichend genau wiedergeben.

Für das STKE Modell ist ersichtlich, daß es wiederum erhebliche Nachteile gegenüber dem $k - \epsilon - vt$ Modell hinsichtlich der Berechnung des Eindringverhaltens, als auch bei der Beschreibung des Geschwindigkeitsbetrages, aufweist.

Zusammenfassend ist für diese höheren Geschwindigkeitsverhältnisse zu sagen, daß das $k - \epsilon - vt$ Modell hier etwas größere Abweichungen, als für die niedrigeren Geschwindigkeitsverhältnisse $R = 1$ und $R = 2$ aufweist. Dennoch stellt das neue Modelle auch für diese höheren Geschwindigkeitsverhältnisse eine erhebliche Verbesserung bei der quantitativen Beschreibung der Querstrahleinmischung dar, wie im Vergleich mit den Ergebnissen des STKE Modells erkennbar wird.

Die größte Abweichung ergibt sich nahe des kritischen Geschwindigkeitsverhältnisses $R = 3$, bei welchem es zu dem zusätzlichen Wirbelzusammenbruch des

7.3. ERGEBNISSE FÜR DIE ANWENDUNGSFÄLLE $R=4$ UND $R=6$

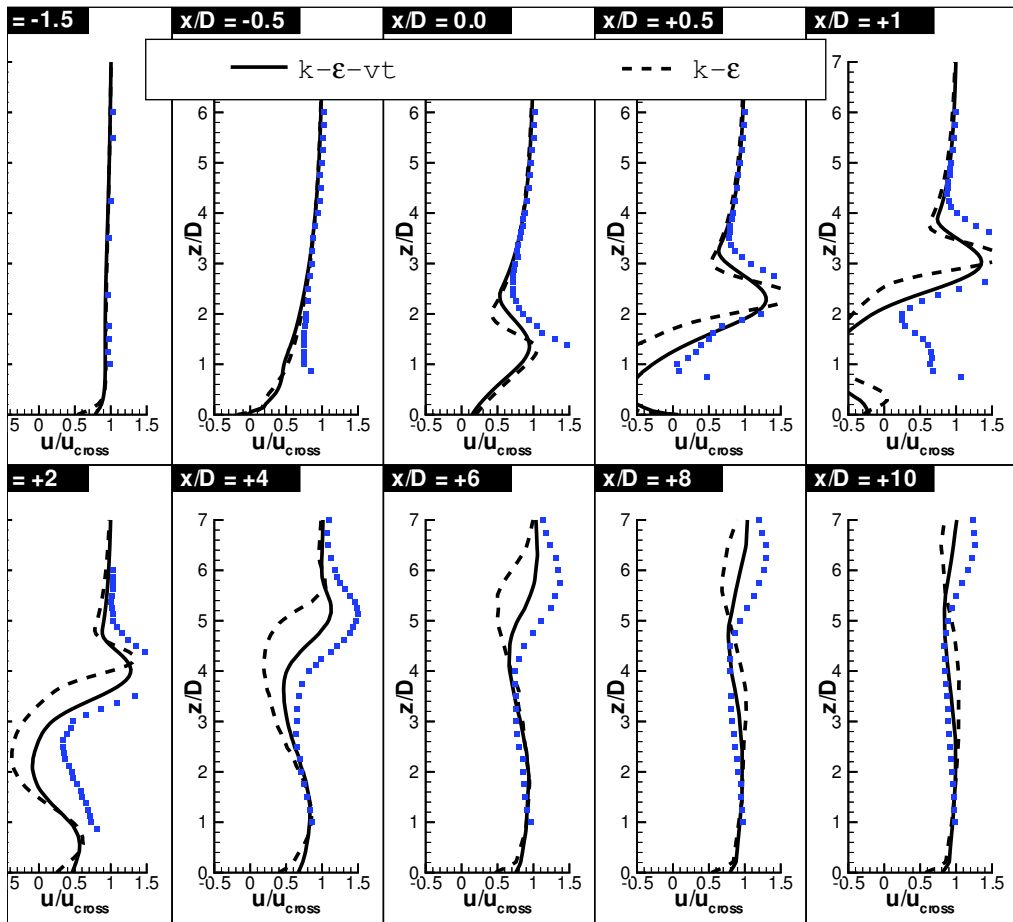


Abbildung 7.24: Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeiten des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 4$

CRVP kommt. Mit einer weiteren Erhöhung des Geschwindigkeitsverhältnisses in Richtung $R = 6$ vermindert sich die Abweichung der Berechnungsergebnisse von den Messungen wieder. Das neue Modell liefert dann wieder quantitativ zuverlässige Berechnungsergebnisse für die Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes.

7. ERGEBNISSE UND DISKUSSION

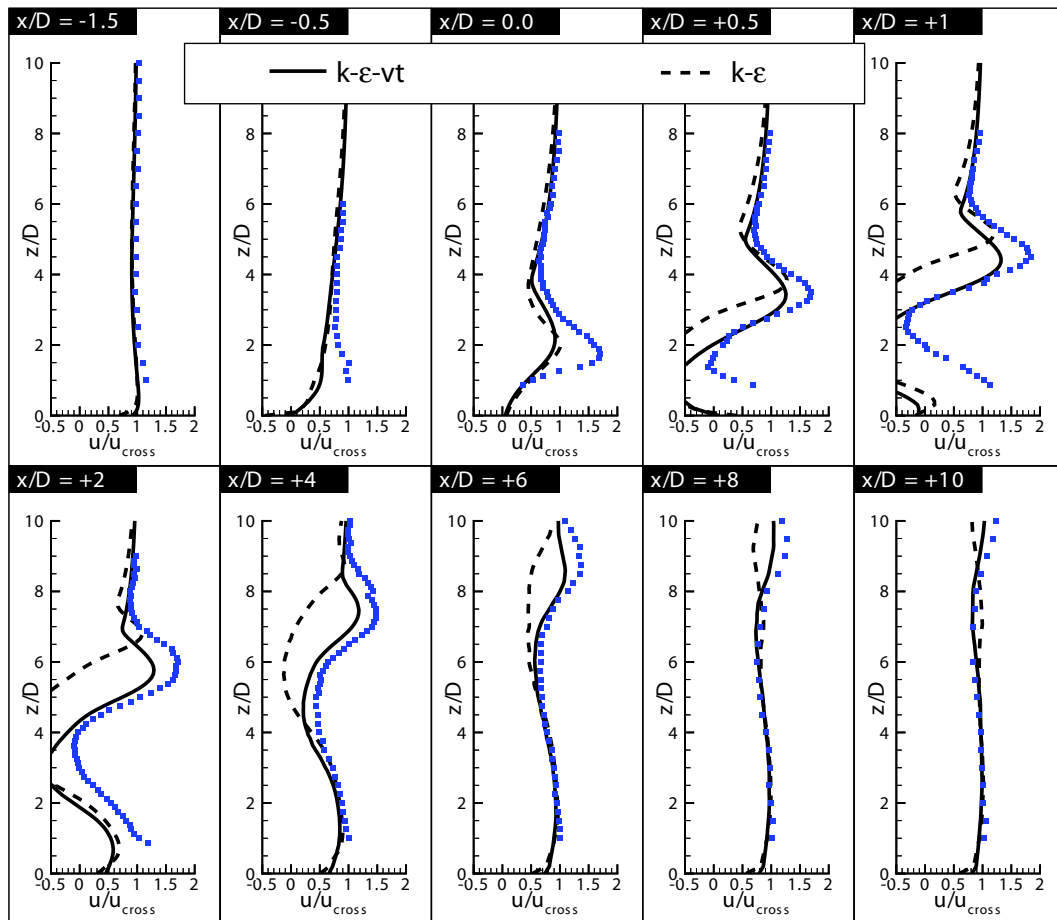


Abbildung 7.25: Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeiten des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 6$

Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Untersuchungsobjekt dieser Arbeit ist der Strahl in Querströmung. Diese Strömungsart wird in vielen verfahrenstechnischen Anwendungen eingesetzt, um zwei Fluidströme ohne zusätzliche Einbauten, und somit einhergehenden geringen Strömungsverlusten, zu vermischen. Speziell bei den thermischen Strömungsmaschinen wird diese Strömungskonfiguration zur Bauteilkühlung aber insbesondere auch zum Einstellen des Temperaturprofils innerhalb der Brennkammer verwendet. Hierdurch können die thermischen Belastungen der Bauteile, als auch die Schadstoffemissionen optimiert werden. Da sich gerade bei den thermischen Strömungsmaschinen experimentelle Untersuchungen sehr teuer gestalten, ist eine vorgeschaltete Optimierung auf numerischem Wege besonders wünschenswert. Hierzu müssen die Modelle das Strömungs- und Mischungsfeld jedoch quantitativ hinreichend genau beschreiben können, um zuverlässige Aussagen für weiterführende Optimierungsschritte treffen zu können.

Der Strahl in einer Querströmung dringt senkrecht in die Hauptströmung ein und wird durch diese in deren Richtung abgelenkt. Bei dieser Interaktion zwischen den beiden Strömungen bildet sich ein sehr komplexes Wirbelsystem aus. Durch die starke Scherung zwischen dem senkrecht in die Querströmung eindringenden Strahl und der Querströmung selbst bildet sich ein gegensinnig rotierendes Wirbelpaar aus, welches maßgeblich für die erhöhten Mischungseigenschaften dieser Strömungskonfiguration verantwortlich ist. Dieses gegensinnig rotierende Wirbelpaar wird durch so genannte ringähnliche Wirbel überlagert, welche zusätzlich das Mischungsverhalten beeinflussen. Im wandnahen Bereich entsteht ein Hufeisenwirbelsystem durch die Interaktion des Strahls mit der Wandgrenzschicht der Querströmung. Dieses Hufeisenwirbelsystem beeinflusst den im Allgemeinen als Nachlaufbereich bezeichneten stromabliegenden Abschnitt unterhalb des Hufeisenwirbels. Dieser Nachlaufbereich, charakterisiert durch die senkrecht zur Wand stehenden Wirbel, bildet das Binde-

8. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

glied zwischen der wandnahen Strömung und dem abgelenkten Strahl. Hierdurch wird Fluid aus dem wandnahen Bereich hin zum gegensinnig rotierenden Wirbel-paar transportiert, wodurch wiederum die Mischungseigenschaften beeinflusst werden. Diese grobe Beschreibung des Wirbelsystems zeigt, wie stark sich die Wirbel-formen gegenseitig beeinflussen. Diese starke Interaktion der Wirbelsysteme unter-einander macht eine numerische Erfassung dieser Vorgänge sehr schwierig.

Wie der Vergleich der existierenden Modelle mit detaillierten Messungen im Rahmen der Voruntersuchungen innerhalb dieser Arbeit zeigt, haben alle existie-renden RANS Modelle ausgeprägte Schwächen bei der quantitativen Vorhersage des Strömungs- und Mischungsfeldes der Querstrahleinmischung. Im direkten Vergleich mit Messdaten haben die vorhandenen RANS Modelle zum Einen Probleme bei der Beschreibung des Geschwindigkeitsfeldes. Zum Anderen erfolgt die Vermischung der beiden Fluidströme erheblich schneller, als dies durch diese Modelle beschrieben wer-den kann. Aus dieser Problematik leitet sich die genannte Zielsetzung dieser Arbeit ab. Durch eine geeignete Modifikation der RANS Methodik soll diese dazu ertüchtigt werden, das Strömungs- und Mischungsfeld der Querstrahleinmischung quantitativ genau beschreiben zu können.

Die Voruntersuchungen haben gezeigt, daß speziell die turbulente Diffusi-on einen erheblichen Einfluß auf die quantitative Beschreibung des turbulenten Strömungs- und Mischungsfeldes hat. Durch eine geeignete Modifikation des tur-bulenten Diffusionsterms kann die RANS Methodik zu einer besseren quantitativen Wiedergabe der turbulenten Prozesse veranlasst werden. Es stellt sich nun die Frage, wie diese Modifikation formuliert werden muss, um eine für den Querstrahl allge-meingütige Modifikation des turbulent diffusiven Austausches zu erreichen.

Bei der üblichen RANS-Modellierung werden die sich aus den turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen resultierenden Reynoldsspannungen durch eine zu-sätzliche scheinbare Viskosität, die turbulente Wirbelviskosität, beschrieben. Diese Wirbelviskosität wird dann dazu verwendet, um den turbulent diffusiven Austausch zu beschreiben. Um nun zu einer Verbesserung der Beschreibung der Querstrah-leinmischung zu gelangen, muss die Beschreibung der Wirbelviskosität in geeigneter Weise modifiziert werden, um zu einer Verbesserung der quantitativen Vorhersa-ge des Strömungs- und Mischungsfeldes zu gelangen. In der momentan üblichen Formulierung wird die Wirbelviskosität durch einen algebraischen Zusammenhang zwischen der turbulenten kinetischen Energie k und deren Dissipationsrate ϵ in Ver-bindung gesetzt und durch den so genannten Anisotropieparameter C_μ skaliert. Eine Möglichkeit der Modifikation wäre die Anpassung dieses Anisotropieparameters. Die

8.1. ZUSAMMENFASSUNG

Voruntersuchungen zeigen jedoch, daß dies nicht zum gewünschten Erfolg führt, da hierdurch keine allgemeingültige Formulierung erreicht werden kann, welche unabhängig vom Geschwindigkeitsverhältnis zwischen Strahl und Querströmung ist. Diese Art der Modifikation ist hierdurch nicht geeignet, um die quantitative Beschreibung der Querstrahleinmischung allgemeingültig zu verbessern.

Geht man davon aus, daß es sich bei der Wirbelviskosität um eine skalare Größe handelt, welche durch das turbulente Geschwindigkeitsfeld, als auch durch ihre Gradienten und den turbulenten Austausch beeinflusst wird, so sollte diese Größe durch eine geeignete Transportgleichung repräsentiert werden können.

Von MENTER wurde ein 1-Gleichungsmodell entwickelt, welches eine Transportgleichung für die Wirbelviskosität zur Verfügung stellt. Dieses $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell ist jedoch ebenfalls nicht in der Lage das turbulente Strömungs- und Mischungsfeld der Querstrahleinmischung quantitativ genau zu beschreiben, da es die Identität $\frac{1}{2} (\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2}) = k$ verletzt.

Die zum Erfolg führende Idee dieser Arbeit zur Verbesserung der Beschreibung des turbulenten Strömungs- und Mischungsfeldes beim Querstrahl besteht darin, die Wirbelviskosität in den Gleichungen des $k - \epsilon$ Modells als Transportgleichung zu formulieren und somit dem 2-Gleichungsmodell eine weitere Gleichung hinzuzufügen. Wie in Kapitel 6.1 beschrieben, wurde das $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell von MENTER basierend auf dem $k - \epsilon$ Modell abgeleitet und verwendet somit auch dessen Konstantensatz. Hierdurch bietet es sich an, das $(k - \epsilon)_{1E}$ Modell für die Kopplung mit dem $k - \epsilon$ Modell zu verwenden. Es entsteht ein 3-Gleichungsmodell mit einem konsistenten Konstantensatz, wodurch zum Einen auf aufwendige Kalibrierungsrechnungen verzichtet werden kann und zum Anderen ein allgemein anerkannter und getesteter Konstantensatz verwendet werden kann.

Dieses so entstandene $k - \epsilon - vt$ Modell wird in Kapitel 7 für vier Geschwindigkeitsverhältnisse R zwischen Strahl und Querströmung getestet, um die Leistungsfähigkeit des neuen 3-Gleichungsmodells zu demonstrieren. Hierbei sind zwei Geschwindigkeitsverhältnisse ($R = 1.0$ und $R = 2.0$) eher typisch für die Filmkühlungsanwendung der Turbinenschaufeln und Brennkammerwände und zwei Geschwindigkeitsverhältnisse ($R = 4.0$ und $R = 6.0$) sind eher gültig im Bereich der zuvor erwähnten Brennkammeranwendung zur Einstellung des Temperaturprofils. Hierbei werden die Ergebnisse zunächst für das Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$ diskutiert, da für dieses Geschwindigkeitsverhältnis die umfangreichste experimentelle Datenbasis vorhanden ist. Diese experimentelle Datenbasis entstammt sowohl aus der Literatur, als auch von hauseigenen laseroptischen Messungen. Die Messungen aus

8. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

der Literatur wurden mittels Hitzdraht-Anemometern von ANDREOPOULOS ET AL. durchgeführt. Bei den laseroptischen Messungen handelt es sich um LDA Messungen von DONNERT. Die Vergleichsprofile der Konzentrationen entstammen alle den Messungen von ANDREOPOULOS ET AL. Es zeigt sich, daß das neue $k - \epsilon - vt$ Modell bei der quantitativen Beschreibung des Geschwindigkeits- und Mischungsfeldes beim Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$ einen erheblichen Fortschritt darstellt. Speziell das für die Verbrennungs- und Emissionsmodellierung wichtige Konzentrationsfeld wird durch das neue Modell hinreichend genau wiedergegeben. Die weiterführenden Vergleiche mit dem Geschwindigkeitsverhältnis $R = 1.0$ bestätigen die zuvor gewonnenen Resultate mit dem neuen Modell. Auch hier kann das Geschwindigkeits- und Mischungsfeld der Querstrahleinmischung hinreichend genau wiedergegeben werden. Für die höheren Geschwindigkeitsverhältnisse von $R = 4.0$ und $R = 6.0$ liegen leider keine Messergebnisse für das Konzentrationsfeld für einen Vergleich vor. Hierdurch kann für diese Geschwindigkeitsverhältnisse nur eine Überprüfung der Modellergebnisse für das Geschwindigkeitsfeld gezeigt werden. Auch hier zeigt sich, daß das neue Modell gegenüber den bereits existenten Modellen eine erhebliche Verbesserung bei der Beschreibung der Querstrahleinmischung darstellt.

Nach Betrachtung der Berechnungsergebnisse aller vier Geschwindigkeitsverhältnisse kann im Vergleich mit den Messungen gezeigt werden, daß das in dieser Arbeit neue entwickelte 3-Gleichungs $k - \epsilon - vt$ Modell eine erhebliche Verbesserung bei der quantitativen Vorausberechnung des turbulenten Strömungs- und Mischungsfeldes darstellt. Hierdurch wurde ein, bezüglich des Geschwindigkeitsverhältnisses, allgemeingültiger Modellierungsansatz gefunden.

8.2 Ausblick

Wie bereits in Kapitel 7.1 dargestellt wurde, ist an Stelle der Dämpfungsfunktion bei der Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität in Wandnähe die Implementierung einer Wandfunktion für die Transportgleichung der Wirbelviskosität für zukünftige Arbeiten überlegenswert. Diese Wandfunktion könnte in ähnlicher Weise zum logarithmischen Wandgesetz formuliert sein, um im wandnahem Bereich, speziell im Nachlaufbereich des Strahls mit seinen Ablöseerscheinungen, einen weichen Übergang zwischen turbulenter Wirbelviskosität und molekularer Viskosität zu erhalten.

Eine weitere Verbesserung des Modells könnte durch die Kopplung der Transportgleichung der kinematischen Wirbelviskosität mit dem $k - \omega$ Modell zu erwarten

8.2. AUSBLICK

sein, da das $k - \omega$ Modell speziell bei Staupunktströmungen und Strömungen mit Ablösungen eine erhebliche Verbesserung gegenüber dem Standard- $k - \epsilon$ Modell darstellt. Eine Kopplung der Transportgleichung der Wirbelviskosität mit dem $k - \omega$ Modell würde hier wahrscheinlich zu einer Kombination der Vorteile aus der verbesserten Beschreibung des Einmischverhaltens des Strahls in einer Querströmung mit der verbesserten Beschreibung wandnaher Strömungen durch das $k - \omega$ Modell führen.

Als weiteren Anwendungsfall für das hier entwickelte $k - \epsilon - vt$ Modell wäre der einfache Freistrahlen denkbar, da er gegenüber dem Querstrahl den Sonderfall $R \rightarrow \infty$ darstellt. Hierdurch könnte durch die verbesserte Beschreibung des Einmischverhaltens des Freistrahls gleichfalls eine verbesserte Beschreibung der turbulenten Freistrahlf Flamme erreicht werden.

Literaturverzeichnis

- [1] ABRAMOVICH, G. N.: *The Theory of Turbulent Jets*. M.I.T. Press, Cambridge Massachusetts, 1963.
- [2] ADLER, D. und A. BARON: *Prediction of a Three-Dimensional Circular Turbulent Jet in Crossflow*. AIAA Journal, 17(2):168–174, 1979.
- [3] ALVES, L. S. DE B., R. E. KELLY und A. R. KARAGOZIAN: *Linear Stability Analysis of Jets in Cross Flow*. Technischer Bericht AIAA-2005-1118, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.
- [4] ANDREOPOULOS, J.: *Measurements in a Jet-Pipe Flow Issuing Perpendicularly Into a Cross Stream*. Journal of Fluids Engineering, 104:493–499, 1982.
- [5] ANDREOPOULOS, J.: *Heat transfer measurements in a heated jet-pipe flow issuing into a cold cross stream*. Physics of Fluids, 26(11):3201–3210, 1983.
- [6] ANDREOPOULOS, J.: *On the structure of jets in a crossflow*. Journal of Fluid Mechanics, 157:163–197, 1985.
- [7] ANDREOPOULOS, J. und W. RODI: *Experimental Investigation of Jets in a Cross Flow*. Technischer Bericht SFB 80/E/219, Sonderforschungsbereich 80, Ausbreitung und Transportvorgänge in Strömungen, Universität Karlsruhe (TH), Oktober 1982.
- [8] ANDREOPOULOS, J. und W. RODI: *Experimental Investigation of jets in a crossflow*. Journal of Fluids Engineering, 138:93–127, 1984.
- [9] ANSYS: *Ansys CFX-5 Solver Theory*.
- [10] ARIS, R.: *Vectors, Tensors, and the Basic Equations of Fluid Mechanics*. Dover Publications, Inc., 1989.
- [11] AZZI, A. und D. LAKEHAL: *Perspectives in Modeling Film Cooling of Turbine Blades by Transcending Conventional Two-Equation Turbulence Models*. Journal of Turbomachinery, 124:472–484, 2002.

LITERATURVERZEICHNIS

- [12] BALDWIN, B. S. und T. J. BARTH: *A One-Equation Turbulence Model for High Reynolds Number Wall Bounded Flows*. Technischer Bericht NASA-TM-102847, National Aeronautics and Space Administration (NASA), Ames Research Center, Moffett Field, Callifornia, 1990.
- [13] BECKER, H. A. und T. A. MASSARO: *Vortex Evolution in a round jet*. Journal of Fluid Mechanics, 31:435–448, 1968.
- [14] BERGELES, G., A. D. GOSMAN und B. E. LAUNDER: *The Near-Field Character of a Jet Discharged Normal to a Main Stream*. 1976.
- [15] BIRD, R. B., W. E. STEWART und E. N. LIGHTFOOD: *Transport Phenomena*. John Wiley and Sons, New York, 1960.
- [16] BOSANQUET, C. H. und J. L. PEARSON: *The spread of smoke and gases from chimneys*. Transaction of the Faraday Society, 32:1249–1263, 1936.
- [17] BOUSSINESQ, J.: *Théorie de l'écoulement tourbillant*. Mém. Prés. Acad. Sci., 22:6, 1877.
- [18] BOUTAZAKHTI, M., M.J. THOMSON und LIGHTSTONE M.: *The Effect of Jet Mixing of a Hot Fuel-Rich Cross-Flow*. Combustion Science and Technology, 163:221–228, 2001.
- [19] BRADSHAW, P., D. H. FERRISS und N. P. ATWELL: *Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation*. Journal of Fluid Mechanics, 28:593–616, 1967.
- [20] BÖRGER: *Optimierung von Windkanaldüsen für den Unterschallbereich*. Doktorarbeit, Ruhr-Universität Bochum, 1973.
- [21] BROADWELL, J. E. und R. E. BREIDENTHAL: *Structure and mixing of a transverse jet in incompressible flow*. Journal of Fluid Mechanics, 148:405–412, 1984.
- [22] BUGGISCH, H.: *Grundzüge der Kontinuumsmechanik*. Vorlesung am Institut für Angewandte Mechanik, Universität Karlsruhe, 2003.
- [23] CALLAGHAN, E. E. und D. T. BOWDEN: *Investigation of Flow Coefficients of Circular, Square, and Elliptical Orifices at High Pressure Ratios*. Technischer Bericht NACA-TN-1947, National Advisory Committee for Aeronautics, Sept. 1949.

LITERATURVERZEICHNIS

- [24] CALLAGHAN, E.E. und R.S. RUGGERI: *Investigation of the Penetration of an Air Jet Directed Perpendicularly to an Air Stream*. Technical Note 1615, National Advisory Committee for Aeronautics, 1948.
- [25] CALLAGHAN, E. E. und R. S. RUGGERI: *A General Correlation of Temperature Profiles of a Heated Air Jet Directed Perpendicularly to an Air Stream*. Technischer Bericht NACA-TN-2466, National Advisory Committee for Aeronautics, Sept. 1951.
- [26] CAMPOLO, M., G. M. DEGANI, A. SOLDATI und L. CORTELEZZI: *Influence of Jet Inlet Conditions on Time-Average Behavior of Transverse Jets*. AIAA Journal, 43(7), July 2005.
- [27] CAMUSSI, R., G. GUJ und A. STELLA: *Experimental study of a jet in a crossflow at very low Reynolds number*. Journal of Fluid Mechanics, 454:113–144, 2002.
- [28] CARDÉNAS, C.: *Optimierung der Düsengeometrie des hauseigenen Strömungskanals für die Untersuchung eines Strahls in einer Querströmung*. Persönliche Mitteilung, 2005.
- [29] CARDÉNAS, C.: *Sichtbarmachung der Wirbel beim Jet in Crossflow unter laminaren Bedingungen*. Persönliche Mitteilung, Februar 2007.
- [30] CARDÉNAS, C., R. SUNTZ, J. A. DENEV und H. BOCKHORN: *Two-dimensional estimation of Reynolds-fluxes and -stresses in a Jet-In-Crossflow arrangement by simultaneous 2D-LIF and PIV*. Appl. Phys. B: Lasers and Optics, 4:581–591, 2007.
- [31] COELHO, S. L. V. und J. C. R. HUNT: *The dynamics of the near field of strong jets in crossflows*. Journal of Fluid Mechanics, 200:95–120, 1989.
- [32] CORTELEZZI, L. und A. R. KARAGOZIAN: *On the formation of the counter-rotating vortex pair in transverse jets*. Journal of Fluid Mechanics, 446:347–373, 2001.
- [33] DAVIDSON, P. A.: *turbulence*. Oxford University Press, 2004.
- [34] DEMUREN, A. O.: *Multigrid acceleration and turbulence models for computations of 3D turbulent jets in crossflow*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 35(11):2783–2794, 1992.

- [35] DEMUREN, A.O.: *Modeling Jets in Cross Flow*. Technischer Bericht ICASE94-71, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1994.
- [36] DONNERT, G. D.: *Auswahl der Geschwindigkeiten von Strahls und Querströmung für die zu untersuchenden Geschwindigkeitsverhältnisse unter Berücksichtigung der Einsatzgrenzen des Partikel Image Velocimetry Systems*. Persönliche Mitteilung, 2006.
- [37] DONNERT, G. D.: *Experimentelle Bestätigung der Unabhängigkeit der Querstrahleinmischung von der Reynoldszahl im turbulenten Bereich unter Verwendung der Laser Doppler Anemometrie*. Persönliche Mitteilung, März 2007.
- [38] DONNERT, G. D.: *LDA-Messungen des Geschwindigkeitsverhältnisses $R=2$* . Persönliche Mitteilung, 2007.
- [39] DONNERT, G. D.: *LDA-Messungen des Geschwindigkeitsverhältnisses $R=4$* . Persönliche Mitteilung, 2007.
- [40] DONNERT, G. D.: *LDA-Messungen des Geschwindigkeitsverhältnisses $R=6$* . Persönliche Mitteilung, 2007.
- [41] DONNERT, G. D.: *Randbedingungen bei der Vermessung des Strahls in einer Querströmung unter Verwendung laser-optischer Messmethoden am Insitut für Verbrennungstechnik*. Persönliche Mitteilung, August 2007.
- [42] DURANDO, N. A.: *Vortices Induced in a Jet by a Subsonic Cross Flow*. AIAA Journal, 9(2):325–327, 1971.
- [43] DURBIN, P. A. und B. A. PETERSON REIF: *Statistical Theory and Modeling for Turbulent Flows*. John Wiley & Sons, Ltd., 2001.
- [44] ERMSHAUS, R. und E. NAUDASCHER: *Der Niedergeschwindigkeitskanal des Instituts für Hydromechanik an der Universität Karlsruhe*. Z. Flugwiss. Weltraumforschung, 1(6):419, 1977.
- [45] FREYMUTH, P.: *On transition in a separated laminar boundary layer*. Journal of Fluid Mechanics, 25:683–704, 1966.
- [46] FRÖHLICH, J.: *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*. Teubner, 1 Auflage, 2006.

LITERATURVERZEICHNIS

- [47] FRIC, T. F. und M. GHARIB: *Wake formation of the transverse jet*. Bulletin of the American Physical Society, 35:2338, 1990.
- [48] FRIC, T. F. und A. ROSHKO: *Views of the transverse jet near field*. Physics of Fluids, 31(9):2390, 1988.
- [49] FRIC, T. F. und A. ROSHKO: *Vortical structure in the wake of a transverse jet*. Journal of Fluid Mechanics, 279:1–47, 1994.
- [50] FRISCH, U.: *Turbulence: The legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.
- [51] GALEAZZO, FLAVIO C. C.: *Ergebnisse einer Gitterunabhängigkeitsstudie für die Berechnung des Strahls in einer Querströmung unter Verwendung der Geometrie des am Institut für Verbrennungstechnik vermessenen Testfalls*. Persönliche Mitteilung, 2006.
- [52] GERMANO, M.: *A proposal for a redefinition of the turbulent stresses in the filtered Navier-Stokes equations*. Physics of Fluids, 29:2323–2324, 1986.
- [53] GOPALAN, SHRIDHAR, B. M. ABRAHAM und J. KATZ: *The structure of a jet in cross flow at low velocity ratios*. Physics of Fluids, 16(6):2067–2087, 2004.
- [54] HABISREUTHER, P., T. LISCHER, W. CAI, W. KREBS und N. ZARZALIS: *Visualisation of Statistically Periodic Coherent Structures in Turbulent Flows using a Phase Locked Averaging Method*. Progress in Computational Fluid Dynamics, IN PRINT, 2008.
- [55] HASSELBRINK, E. F. und MUNGAL. M. G.: *Transverse jets and jet flames. Part 1. Scaling laws for strong transverse jets*. Journal of Fluid Mechanics, 443:1–25, 2001.
- [56] HASSELBRINK, E. F. und M. G. MUNGAL: *Transverse jets and jet flames. Part 2. Velocity and OH field imaging*. Journal of Fluid Mechanics, 443:27–68, 2001.
- [57] HATCH, M.S., W.A. SOWA und G.S. SAMUELSEN: *Influence of Geometry and Flow Variations on NO Formation in the Quick Mixer of a Staged Combustor*. Technischer Bericht TM 105639, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1995.

- [58] HATCH, M.S., W.A. SOWA, G.S. SAMUELSEN und J.D. HOLDEMAN: *Jet Mixing Into a Heated Cross Flow in a Cylindrical Duct: Influence of Geometry and Flow Variations*. Technischer Bericht AIAA-92-0773, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992.
- [59] HAVEN, B. A. und M. KUROSAKA: *Improved Jet Coverage Through Vortex Cancellation*. AIAA Journal, 34(11):2443–2444, 1996.
- [60] HAVEN, B.A. und M. KUROSAKA: *Kidney and anti-kidney vortices in crossflow jets*. Journal of Fluid Mechanics, 352:27–64, 1997.
- [61] HE, G., Y. GUO und A. T. HSU: *The effect of Schmidt number on turbulent scalar mixing in a jet-in-crossflow*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 42:3727–3738, 1999.
- [62] HODA, A. und S. ACHARYA: *Predictions of a Film Cooling Jet in Crossflow with Different Turbulence Models*. Journal of Turbomachinery, 122(3):558–569, 2000.
- [63] HOFBAUER, T. und T. GERZ: *Shear-Layer Effects on the Dynamics of a Counter-Rotating Vortex Pair*. Technischer Bericht AIAA 2000-0758, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
- [64] INCROPERA, F. und D. DEWITT: *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. John Wiley & Sons, 4 Auflage, 1996.
- [65] JONES, W. P. und B. E. LAUNDER: *The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 15:301–314, 1972.
- [66] JONES, W.P. und M. WILLE: *Large Eddy Simulation of a round jet in a cross-flow*. In: RODI, W. und G. BERGELES (Herausgeber): *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*. Elsevier Science B.V., 1996.
- [67] KAMOTANI, Y. und I. GREBER: *Experiments on a Turbulent Jet in a Cross Flow*. AIAA Journal, 10(11):1425–1429, 1972.
- [68] KAMOTANI, Y. und I. GREBER: *Experiments on confined turbulent jets in cross flow*. Technischer Bericht NASA-CR-2392, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1974.

LITERATURVERZEICHNIS

- [69] KAPADIA, S., S. ROY und J. HEIDMANN: *Detached Eddy Simulation Of Turbine Blade Cooling*. Technischer Bericht AIAA 2003-3632, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
- [70] KAPADIA, S., S. ROY und J. HEIDMANN: *First Hybrid Turbulence Modeling for Turbine Blade Cooling*. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 18(1), 2004.
- [71] KARAGOZIAN, A. R., S. MEGERIAN, L. ALVES, M. GEORGE, R. E. KELLY und R. T. M. CLOSKEY: *Control of Vorticity Generation in an Acoustically Excited Jet in Crossflow*. Technischer Bericht AIAA 2005-0303, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.
- [72] KEFFER, J.F. und W.D. BAINES: *The round turbulent jet in a cross-wind*. Journal of Fluid Mechanics, 15(4):481–495, 1963.
- [73] KELSO, R. M., C. DELO und A. J. SMITS: *Unsteady wake structures in transverse jets*. In: *AGARD, Computational and Experimental Assessment of Jets in Cross Flow*, Nummer AGARD-CP-534, Nov 1993.
- [74] KELSO, R.M., T.T. LIM und A.E. PERRY: *An experimental study of round jets in cross-flow*. Journal of Fluid Mechanics, 306:111–144, 1996.
- [75] KELSO, R. M. und A. J. SMITS: *Horseshoe vortex systems resulting from the interaction between a laminar boundary layer and a transverse jet*. Physics of Fluids, 7(1):153–158, 1995.
- [76] KOLMOGOROV, A. N.: *Dissipation of Energy in the Locally Isotropic Turbulence*. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 32:19–21, 1941. (in Russisch). Englische Übersetzung in: Proceedings: Mathematical and Physical Sciences, Vol. 434, No.1890, Turbulence and Stochastic Processes: Kolmogorov’s Ideas 50 Years On. Jul. 8, 1991, pp. 15-17.
- [77] KOLMOGOROV, A. N.: *The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers*. Dokl. Akad. Nauk SSSR, 30:299–303, 1941. (in Russisch). Englische Übersetzung in: Proceedings: Mathematical and Physical Sciences, Vol. 434, No.1890, Turbulence and Stochastic Processes: Kolmogorov’s Ideas 50 Years On. Jul. 8, 1991, pp. 9-13.
- [78] KOLMOGOROV, A. N.: *On degeneration (decay) of isotropic turbulence in an incompressible viscous fluid*. Dokl. Acad. Nauk SSSR, 31:538–540, 1941.

LITERATURVERZEICHNIS

- [79] KOLMOGOROV, A. N.: *The local structure of turbulent motion in an incompressible fluid*. Izvestia Acad. Sci., USSR, Phys, 6:56–58, 1942. (in Russisch).
- [80] KOLMOGOROV, A. N.: *A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number*. Journal of Fluid Mechanics, 1962.
- [81] LAKEHAL, D., G.S. THEODORIDIS und W. RODI: *Three-dimensional flow and heat transfer calculations of film cooling at the leading edge of a symmetrical turbine blade model*. International Journal of Heat and Fluid Flow, 22:113–122, 2001.
- [82] LAUNDER, B. E., G. J. REECE und W. RODI: *Progress in the Development of a Reynolds-stress Turbulence Closure*. Journal of Fluid Mechanics, 68(3):537–566, 1975.
- [83] LAUNDER, B. E. und B. I. SHARMA: *Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc*. Lett. Heat Mass Transf., 1:131–138, 1974.
- [84] LAUNDER, B. E. und D. B. SPALDING: *The Numerical Computation of Turbulent Flows*. Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., 3:269–289, 1974.
- [85] LEE, S. W., S. W. PARK und J. S. LEE: *Flow Characteristics Inside Circular Injection Holes Normally Oriented to a Crossflow: Part I - Flow Visualization and Flow Data in the Symmetry Plane*. Journal of Turbomachinery, 123:266–273, April 2001.
- [86] LEE, S. W., S. W. PARK und J. S. LEE: *Flow Characteristics Inside Circular Injection Holes Normally Oriented to a Crossflow: Part II - Three-Dimensional Flow Data and Aerodynamic Loss*. Journal of Turbomachinery, 123:274–280, April 2001.
- [87] LEONARD, A.: *Energy cascade in large eddy simulation of turbulent fluid flow*. Adv. Geophys., 18A:237–248, 1974.
- [88] LESIEUR, M., O. MÉTAIS und P. COMTE: *Large-Eddy Simulations of Turbulence*. Cambridge University Press, 2005.

LITERATURVERZEICHNIS

- [89] LIM, T. T., T. H. NEW und S. C. LUO: *On the development of large-scale structures of a jet normal to a cross flow*. *Physics of Fluids*, 13(3):770–775, 2001.
- [90] LIN, C. C.: *Turbulent Flows and Heat Transfer*. Princeton University Press, 1958.
- [91] MARGASON, R. J.: *The Path of a Jet Directed at Large Angles to a Subsonic Free Stream*. Technischer Bericht NASA TN D-4919, National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1968.
- [92] MARZOUK, Y.M. und A.F. GHONIEM: *Vorticity generation mechanisms and correct boundary conditions for transverse jet simulation*. Second MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics, 2003.
- [93] MENTER, F. R.: *Zonal two-equation k-omega turbulence model for aerodynamic flows*. Technischer Bericht AIAA 1993-2906, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1993.
- [94] MENTER, F. R.: *Eddy Viscosity Transport Equations and their Relation to the k-epsilon Model*. Technischer Bericht NASA-TM-108854, National Aeronautics and Space Administration (NASA), NASA Ames Research Center, Moffett Field, California, 1994.
- [95] MORTON, B. R.: *The generation and decay of vorticity*. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 28:277–308, 1984.
- [96] MOUSSA, Z. M., J. W. TRISCHKA und S. ESKINAZI: *The near field in the mixing of a round jet with a cross flow*. *Journal of Fluid Mechanics*, 80:49–80, 1977.
- [97] MUPPIDI, S. und K. MAHESH: *Study of trajectories of jets in crossflow using direct numerical simulation*. *Journal of Fluid Mechanics*, 530:81–100, 2005.
- [98] MUPPIDI, S. und K. MAHESH: *Velocity field of a round turbulent transverse jet*. In: *Fourth International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena*, Williamsburg, Virginia, 2005.
- [99] MUPPIDI, S. und K. MAHESHY: *Direct numerical simulation of turbulent jets in crossflow*. Technischer Bericht AIAA 2005-1115, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005.

LITERATURVERZEICHNIS

- [100] NARAYANAN, S., P. BAROOAH und J.M. COHEN: *Experimental Study of the Coherent Structure Dynamics & Control of an Isolated Jet in Cross Flow*. Technischer Bericht AIAA 2002-0272, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002.
- [101] PATHANKAR, S. V., D.K. BASU und S. A. ALPAY: *Prediction of the Three-Dimensional Velocity Field of a Deflected Turbulent Jet*. Journal of Fluids Engineering, 99(4):758–762, 1977.
- [102] PETERSON, S. D. und M. W. PLESNIAK: *Short Hole Jet-In-Crossflow Velocity Field and its Relationship to Film-Cooling Performance*. In: *ISPIV4*, Seiten 1 – 17, 2001.
- [103] PETERSON, S. D. und M. W. PLESNIAK: *Evolution of jets emanating from short holes into crossflow*. Journal of Fluid Mechanics, 503:57–91, 2004.
- [104] POINSOT, T. und D. VEYNANTE: *Theoretical and Numerical Combustion*. Edwards, 2001.
- [105] POPE, S. B.: *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [106] PRANDTL, L.: *Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz*. Nachrichten der Akademie der Wissenschaften, Mathematisch Physikalische Klasse, 6:6–19, 1945.
- [107] PRATTE, B.D. und W.D. BAINES: *Profiles of the Round Turbulent Jet in a Cross Flow*. Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineering, 92:53–64, 1967.
- [108] PRIERE, C., L. GICQUEL, P. KAUFMANN und T. KREB, W. POINSOT: *LES predictions of mixing enhancement for Jets In Cross-Flows*. (CERFACS number: TR/CFD/03/11), 2003.
- [109] RENZE, P., M. MEINKE und W. SCHRÖDER: *LES of Turbulent Mixing in Film Cooling Flows*. In: *Conference on Turbulence and Interactions TI2006, May 29 - June 2, 2006, Porquerolles, France*, 2006.
- [110] REYNOLDS, O.: *An Experimental Investigation of the Circumstances Which Determine Whether the Motion of Water Shall be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A, 174:935–982, 1883.

LITERATURVERZEICHNIS

- [111] REYNOLDS, O.: *On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. A, 186:123–164, 1895.
- [112] RICHARDSON, L. F.: *Weather Prediction by Numerical Process*. Cambridge University Press, 1922.
- [113] RIVERO, A., J. A. FERRE und F. GIRALT: *Organized motions in a jet in crossflow*. Journal of Fluid Mechanics, 444:117–149, 2001.
- [114] ROBERTS, O. F. T.: *The Theoretical Scattering of Smoke in a Turbulent Atmosphere*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 104(728):640–654, 1923.
- [115] ROY, S., S. KAPADIA und J. HEIDMANN: *Film Cooling Analysis Using DES Turbulence Model*. Technischer Bericht GT-2003-38140, American Society of Mechanical Engineering, 2003.
- [116] RUGGERI, R. S.: *General Correlation of Temperature Profiles of a Heated Air Jet Directed at Various Angles to an Air Stream*. Technischer Bericht NACA-TN-2855, National Advisory Committee for Aeronautics, Dec. 1952.
- [117] RUGGERI, R. S., E. E. CALLAGHAN und D. T. BOWDEN: *Penetration of Air Jets Issuing from Circular, Square and Elliptical Orifices Directly Perpendicularly to an Air Stream*. Technischer Bericht NACA-TN-2019, National Advisory Committee for Aeronautics, Feb. 1950.
- [118] SAGAUT, P.: *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows: An Introduction*. Springer, 2002.
- [119] SCHERER, V.: *Instationäre Strahlmischung - Verbesserung und Modellierung der instationären Mischung für Strahlmischsysteme im Hinblick auf die NO_x-Minderung*. Technischer Bericht AG Turbo 2 -Projekt 3.3.2.A, RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM Institut für Energietechnik Lehrstuhl für Energieanlagen und Energieprozesstechnik, 2001.
- [120] SCHLÜTER, J.U.: *Large Eddy Simulations of Flow and Mixing in Jets and Swirl Flows: Application to a Gas Turbine*. Doktorarbeit, CERFACS, 2000.
- [121] SCHLÜTER, J. U.: *Influence of Axisymmetric Assumptions on Large Eddy Simulations of a Confined Jet and a Swirl Flow*. 2002.

LITERATURVERZEICHNIS

- [122] SCHLÜTER, J.U. und T. SCHÖNFELD: *LES of Jets in Crossflow and Its Application to a Gas Turbine Burner*. Flow, Turbulence and Combustion, 65, 2000.
- [123] SCHWARTZ, J. und M. P. TULIN: *Chimney Plumes in Neutral and Stable Surroundings*. Atmospheric Environment, 6:19–35, 1972.
- [124] SCORER, R. S.: *Natural Aerodynamics*. Pergamon Press, 1958.
- [125] SMAGORINSKY, J.: *General circulation experiments with the primitive equations: I. The basic equations*. Mon. Weather Rev., 91:99–164, 1963.
- [126] SPALART, P. R.: *Strategies for turbulence modelling and simulations*. In: *4th Int. Symp. Eng. Turb. Modelling and Measurements*, Seiten 3–17, May, Corsica, France, 1999.
- [127] SPALART, P. R.: *Trends in Turbulence Treatments*. Technischer Bericht AIAA Paper 2000-2306, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
- [128] SPALART, P. R. und S. R. ALLMARAS: *An one-equation turbulence model for aerodynamic flows*. Recherche Aérospatial, 1:5–21, 1994.
- [129] SPALART, P. R., W.-H. JOU, M. STRELETS und S. R. ALLMARAS: *Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach*. In: LIU, C. und Z. LIU (Herausgeber): *Advances in DNS/LES*, 1st AFOSR Int. Conf. on DNS/LES, Ruston, LA, 4.-8. Aug. 1997. Greyden Press, Columbus, OH.
- [130] SPENCER, A. und V. ADUMITROAIE: *Large Eddy Simulations of Impinging Jets in Crossflow*. In: *Proceedings of ASME TURBO EXPO 2003, Power Land Sea, and AIR*, Seiten 1 – 8. ASME, 2003.
- [131] SPEZIALE, C. G.: *Galilean invariance of subgrid-scale stress models in large-eddy simulation of turbulence*. Journal of Fluid Mechanics, 156:55–62, 1985.
- [132] STOY, R. L. und Y. BEN-HAIM: *Turbulent Jets in a Confined Crossflow*. Journal of Fluids Engineering, 95:551–556, 1973.
- [133] STRAUBER, M.: *Berechnung von Strahlkonturen mit Hilfe eines Wirbelmodells*. Zeitschrift für Flugwissenschaften, 11:394–400, 1975.

LITERATURVERZEICHNIS

- [134] STRELETS, M.: *Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows*. Technischer Bericht AIAA 2001-0879, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2001.
- [135] SUCEC, J. und W. W. BOWLEY: *Prediction of the Trajectory of a Turbulent Jet Injected Into a Crossflowing Stream*. Journal of Fluids Engineering, 98(667-673), 1976.
- [136] SUTTON, O. G.: *A Theory of Eddy Diffusion in the Atmosphere*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character, 135(826):143–165, March 1932.
- [137] TALPALLIKAR, M.V., C.E. SMITH, M.C. LAI und J.D. HOLDEMAN: *CFD Analysis of Jet Mixing in Low NO_x Flametube Combustors*. Technischer Bericht ASME-91-GT-217, American Society of Mechanical Engineering, 1991.
- [138] THEODORIDIS, G. und W. RODI: *Calculation of the Flow around a High-Pressure Turbine Blade with Cooling-Jet Injection from Slots at the Leading Edge*. Flow, Turbulence and Combustion, 62:89–110, 1999.
- [139] THOMAS, A. S. W.: *The unsteady characteristics of laminar juncture flow*. Physics of Fluids, 30:283–285, 1987.
- [140] TOWNSEND, A. A.: *Equilibrium layers and wall turbulence*. Journal of Fluid Mechanics, 11:97–120, 1961.
- [141] TRAVIN, A., M. SHUR, M. STRELETS und P. SPALART: *Detached-Eddy Simulations Past a Circular Cylinder*. Flow, Turbulence and Combustion, 63:293–313, 1999.
- [142] U.S. GEOLOGICAL SURVEY: *Image of the Vulcano Augustine*, March 2006.
- [143] WILCOX, D. C.: *Turbulence Modelling for CFD*. DCW Industries, Inc., 2. Auflage, 1998.
- [144] WILLIAMS, F. A.: *Combustion Theory*. Addison Wesley Publishing, 2 Auflage, 1988.
- [145] WOOLER, P. T.: *Development of an Analytical Model for the Flow of a Jet into a Subsonic Crosswind*. In: *Analysis of a Jet in a Crosswind, A Symposium held at Langley Research Center*, Nummer NASA-SP-218, Seiten 101–119. National Aeronautics and Space Administration (NASA), 1969.

LITERATURVERZEICHNIS

- [146] WU, J.-Z. und J.-M. WU: *Interactions between a solid surface and a viscous compressible flow field*. Journal of Fluid Mechanics, 254:183–211, 1993.
- [147] YUAN, L. L. und R. L. STREET: *Trajectory and entrainment of a round jet in crossflow*. Physics of Fluids, 10(9):2323–2335, 1998.
- [148] YUAN, L. L., R. L. STREET und J. H. FERZIGER: *Large-eddy simulation of a round jet in crossflow*. Journal of Fluid Mechanics, 379:71–104, 1999.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Skizzen der Beobachtungen von Osborne Reynolds (nach [110])	7
2.2	Skizze der Messung des Geschwindigkeitsfeldes im Nachlaufbereich einer Zylinderumströmung	10
2.3	Schematische Darstellung der Energiekaskade (nach Frisch [50])	12
2.4	Schematische Darstellung des Energiespektrums im Wellenzahlenbereich bei doppelt logarithmischer Auftragung	15
2.5	Illustration der Zerlegung einer turbulenten Feldgröße am Beispiel der Geschwindigkeit	20
2.6	Einteilung des Turbulenzspektrums bei der LES	35
2.7	Skizze der Gitterabmessung einer Rechenzelle	41
2.8	Wandnaher Bereich	43
2.9	Skizze der wandnächsten Zellen	45
2.10	Skizze der Abhängigkeit der Wandfunktion von der Reynoldszahl	45
3.1	Vulkan Augustine in Alaska. Mit freundlicher Genehmigung des U.S. Geological Survey [142]	47
3.2	Das Wirbelsystem des Jet in Crossflow	52
3.3	a) Sichtbarmachung des Wirbelsystems beim Jet in Crossflow (Quelle: CARDÉNAS [29]) – b) Skizze der Interaktion zwischen den sich aufbauenden Instabilitäten am Jet Auslaß und dem Hufeisenwirbel.	52
3.4	Skizzierte seitliche Betrachtung der Entwicklung des Strahls in einer Querströmung. (nach CORTELEZZI & KARAGOZIAN 2001[32])	53
3.5	Skizze zum Beitrag des Wirbelsrings zur Zirkulation des CRVP	54
3.6	Skizze der Entstehung des CRVP nach KELSO ET AL. (nach [74]): (a) Reorientierung der Scherschicht Wirbelstärke – (b) Kelso’s Interpretation des Kippens und Faltens der Scherschicht Wirbelringe	56
3.7	Skizzierte Darstellung des Strahls in Querströmung nach CORTELEZZI & KARAGOZIAN 2001. Die skizzierten grauen Isoflächen der Wirbelstärke, welche zusätzlich mit Pfeilen markiert sind, spiegeln die Kerne des gegensinnig rotierenden Wirbelpaares wieder. (nach CORTELEZZI & KARAGOZIAN 2001 [32])	57
3.8	Verknüpfung der Wirbelstruktur mit der Wandgrenzschicht	61

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

4.1	Abmessungen des Kanals nach ANDREOPOULOS ET AL.	71
4.2	Kanal nach Andreopoulos et al. mit eingezeichnetem Ausschnitt für das Gitter (gelb)	72
4.3	Randbedingungen des Gitters für den Testfall nach ANDREOPOULOS ET AL. – a) Einlässe, b) Auslaß, c) Wand Randbedingung, d) Wand Randbedingung ohne Haftbedingung, e) translatorisch periodische Randbedingung	73
4.4	Darstellung der lokalen Gitterverfeinerung am Strahlauslaß	74
4.5	Explosionszeichnung des Versuchskanals	75
4.6	Explosionszeichnung der Messstrecke	76
4.7	Unstrukturiertes Berechnungsgitter für den hauseigenen Strömungskanal mit Detaildarstellung des Auslaßbereiches des Strahls	79
4.8	Verwendetes Koordinatensystem	80
4.9	Vergleich der Messungen	81
5.1	Vergleich der Standardmodelle mit den Messungen der LDA. Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$	86
5.2	Vergleich des Standard $k - \epsilon$ Modells mit Vorgabe unterschiedlicher Werte der Konstante C_μ . Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$	88
5.3	x-z-Ebenen durch die Strahlachse. Vergleich zwischen dem $k - \epsilon$ Modell mit dem Standardwert $C_\mu = 0.09$ (untere Hälfte) und mit $C_\mu = 0.29$ (obere Hälfte). Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$	89
5.4	x-z-Ebenen durch die Strahlachse. Vergleich zwischen dem $k - \epsilon$ Modell mit dem Standardwert $C_\mu = 0.09$ (untere Hälfte) und mit $C_\mu = 0.29$ (obere Hälfte). Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$	90
5.5	x-z-Ebene durch die Strahlachse. Ergebnis des $k - \epsilon$ Modells mit $C_\mu = 0.29$ (außerhalb der schwarzen Umrandung) mit Überlagerung der LDA Messungen von DONNERT (innerhalb der schwarzen Umrandung). Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2.0$	91
5.6	Vergleich der aus DES resultierenden mittleren Geschwindigkeiten in Querströmungsrichtung bei einem Geschwindigkeitsverhältnis von $R = 2$ mit dem LDA Messdaten und den Hitzdrahtmessungen von ANDREOPOULOS ET AL.	93
6.1	Prinzipiskizze der Implementierung des $k - \epsilon - vt$ Modells	102

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

7.1	Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeit des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$	106
7.2	Vergleich zwischen der normierten Konzentration des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$	109
7.3	Vergleich zwischen der normierten turbulenten kinetischen Energie k des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$	111
7.4	Vergleich der kinematischen Wirbelviskosität ν_T des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$	115
7.5	Wandnaher Wert der Wirbelviskosität beim $k - \epsilon - vt$ Modell	117
7.6	Kopie des wandnächsten Wertes auf die Wand im Post-Processing	117
7.7	Vergleich des Anisotropieparameters C_μ zwischen dem STKE Modell und dem $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$	119
7.8	Vergleich der Dissipationsrate ϵ zwischen dem STKE Modell und dem $k - \epsilon - vt$ Modell – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$	121
7.9	Vergleich des Gleichgewichtes anhand der Verhältnisses zwischen Produktionsrate und Dissipationsrate P_k/ϵ der turbulenten kinetischen Energie für das STKE und das $k - \epsilon - vt$ Modell - Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$	122
7.10	Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeit des $k - \epsilon - vt$ Modells und des $(k - \epsilon)_{1E}$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2125$	
7.11	Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeit aller Standard RANS Modelle und dem $k - \epsilon - vt$ Modell – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$	127
7.12	Vergleich zwischen der normierten Konzentration aller Standard Modelle und dem $k - \epsilon - vt$ Modell – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 2$	129
7.13	Vergleich der Geschwindigkeit u/U_{cross} zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=1.75$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k - \epsilon - vt$ Modell. Die weiße Konturlinie grenzt hierbei negative Wert der Rezirkulationszone ein.	130

7.14 Vergleich der Geschwindigkeit u/U_{cross} zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=2.00$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell. Die weiße Konturlinie grenzt hierbei negative Wert ein. 131

7.15 Vergleich der Geschwindigkeit u/U_{cross} zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=2.25$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell 131

7.16 Vergleich der Reynolds-Spannung $\overline{u'v'}$ zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=1.75$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell. *Simulationsergebnisse sind für einen besseren Vergleich um die Symmetrielinie y/D gespiegelt* 132

7.17 Vergleich der Reynolds-Spannung $\overline{u'v'}$ zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=2.00$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell. *Simulationsergebnisse sind für einen besseren Vergleich um die Symmetrielinie y/D gespiegelt* 133

7.18 Vergleich der Reynolds-Spannung $\overline{u'v'}$ zwischen PIV Messung und Rechnung bei $z/D=2.25$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell. *Simulationsergebnisse sind für einen besseren Vergleich um die Symmetrielinie y/D gespiegelt* 133

7.19 Vergleich der normierten Konzentration c/C_0 zwischen LIF Messung und Rechnung bei $z/D=1.75$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell 134

7.20 Vergleich der normierten Konzentration c/C_0 zwischen LIF Messung und Rechnung bei $z/D=2.00$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k-\epsilon-vt$ Modell 134

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

- 7.21 Vergleich der normierten Konzentration c/C_0 zwischen LIF Messung und Rechnung bei $z/D=2.25$. Obere Bildhälfte: Messung, Untere Bildhälfte: Rechnung – linkes Bild: Vergleich der Messung mit dem STKE Modell, rechtes Bild: Vergleich der Messung mit dem $k - \epsilon - vt$ Modell 135
- 7.22 Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeiten des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 1$. 137
- 7.23 Vergleich zwischen der normierten Konzentration des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modell – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 1$ 138
- 7.24 Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeiten des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 4$. 141
- 7.25 Vergleich zwischen der normierten Geschwindigkeiten des STKE Modells und des $k - \epsilon - vt$ Modells – Geschwindigkeitsverhältnis $R = 6$. 142

Tabellenverzeichnis

3.1	Werte der Konstanten für die Berechnung der Strahltrajektorie mittels eines empirischen Modells	64
3.2	Konstantensätze für die Berechnung der oberen und unteren Strahlgrenze, als auch der Mittellinie mit Hilfe eines empirischen Modells .	64
4.1	Randbedingungen des Kanals nach ANDREOPOULOS ET AL.	71
4.2	Randbedingungen der hauseigenen Messungen [41]	78
4.3	Gitterstatistik des unstrukturierten Gitters für den hauseigenen Strömungskanal	79

Index

- 1-Gleichungsmodell, 27
- 1ter Helmholtz'scher Wirbelsatz, 11
- 2tes Newtonsches Gesetz, 16

- anisotropic residual-stress tensor, 36

- Baldwin-Barth Modell, 98
- Biot-Savart'sches Gesetzes, 53

- counter-rotating vortex pair, 51, 55
- Cross Diffusion, 31
- cross stresses, 37
- Cross-Diffusion, 32

- DES, 38
- DES Definition der Längenskala, 41
- Detached Eddy Simulation, 38
- Dilatation, 16
- dimensionsloser Wandabstand, 44
- Dissipationsrate, 12, 14, 29, 30

- effektive Viskosität, 25
- Energie-Spektralfunktion, 14
- Energiefluß, 28
- Energiekaskade, 8, 11
- Ensamble-Mittel, 20
- erhaltenes passives Skalar, 18

- Fett-Mager-Stufung, 2
- Filmkühlung, 1, 48
- Filterfunktion, 35

- gefilterte Navier-Stokes Gleichung, 34
- gefilterte Streckungsrate, 37
- gegensinnig rotierendes Wirbelpaar, 51
- Geschwindigkeitsverhältnis, 50
- Gradienten-Diffusionshypothese, 26

- Gravitationspotential, 16
- Grenzschicht, 43
- Grobstruktursimulation, 34

- Haftbedingung, 43
- horse-shoe vortex, 51, 57
- Hufeisen Wirbelsystem, 51, 57

- Impulsverhältnis, 49
- integrale Länge, 14
- inverses Zeitmaß, 31
- isotrope Spannung, 23

- k- ϵ -vt Modell, 102
- k- ϵ Modell, 29
- k- ω Modell, 31
- k- ω SST Modell, 41
- Kelvin-Helmholtz Instabilität, 51
- kinematische Viskosität, 7
- kinematische Viskosität, 17
- Kolmogorov Skala, 14
- Kolmogorov Zeitskala, 14
- Kolmogorov-5/3-Gesetz, 8
- Kontinuitätsgleichung, 16, 22
- Kovarianz, 24

- Längenmaß, 29
- Large-Eddy Simulation, 34
- leonard stresses, 36
- LES, 34

- Massenbilanz, 16
- Mischungslänge, 27
- Mischungslängenmodell, 27
- mittlerer Anteil, 20
- modifizierter Druck, 17

- Nachlaufbereich, 59
 Navier-Stokes Gleichung, 17
 Newtonsches Fluid, 17

 Poisson-Gleichung, 23
 Prandtl-Zahl, 18

 Quellenfreiheit, 17

 residual kinetic Energy, 36
 Reynolds-Spannungen, 23
 Reynolds-Zerlegung, 20
 Reynoldsmittelung, 20
 Reynoldszahl, 6
 ring-like vortex, 51
 ringähnliche Wirbel, 51
 root-mean-square (rms), 21

 Schließungsproblem der Reynoldsgleichungen, 24
 Schmidt-Zahl, 18
 Schubspannungsgeschwindigkeit, 44
 Schwankungsanteil, 20
 SGS reynolds stresses, 37
 skalarer Fluß, 24
 skalierbare Wandfunktion, 44
 Smagorinsky Koeffizienten, 37
 Smagorinsky Längenskala, 37
 Smagorinsky Modell, 37
 Spalart-Allmaras Modell, 39
 Spannungstensor, 16
 spezifische Dissipationsrate, 31

 Tiefpassfilterung, 34
 tornadoähnliche Wirbel, 51
 tornadoähnliche Wirbeln, 60
 turbulente kinetische Energie, 10, 21, 29

 turbulente Viskosität, 25
 turbulente Wirbelviskosität, 29
 Turbulenzenergie, 14
 Turbulenzenergiespektrum, 14
 Turbulenzgrad, 21
 Turbulenzkaskade, 11, 34

 upright vortex, 51
 Upright-Vortices, 61

 viskose Spannungen, 23
 von Karman Konstante, 44, 99
 von Karman Längenskala, 97
 Vorticity, 19

 Wandrauhigkeit, 44
 Wandschubspannung, 43, 44
 Wellenzahl, 14
 Wirbel, 11
 Wirbelfäden, 11
 Wirbelmethode, 52
 Wirbelstärke, 19
 Wirbelviskosität, 25
 Wirbelviskositätshypothese, 25
 Wirbelzusammenbruch, 57

 Zeitmaß, 29
 Zweigleichungsmodelle, 29



ISBN: 978-3-86644-384-6

www.uvka.de