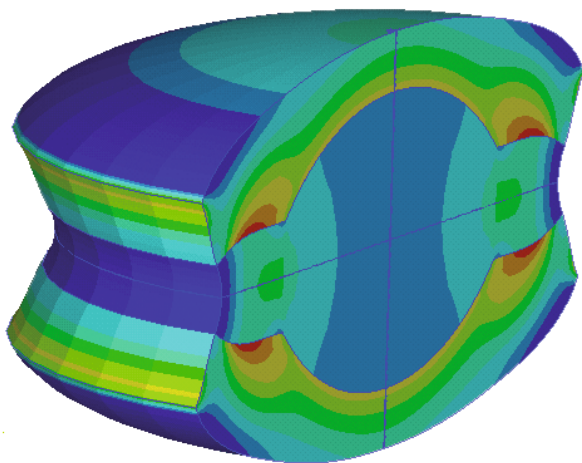


Wolfgang Rückert

# Beitrag zur Entwicklung einer elastischen Linse variabler Brennweite für den Einsatz in einem künstlichen Akkommodationssystem





Wolfgang Rückert

**Beitrag zur Entwicklung einer elastischen  
Linse variabler Brennweite für den Einsatz  
in einem künstlichen Akkommodationssystem**



# **Beitrag zur Entwicklung einer elastischen Linse variabler Brennweite für den Einsatz in einem künstlichen Akkommodationssystem**

von  
Wolfgang Rückert



---

universitätsverlag karlsruhe

Dissertation, Universität Karlsruhe (TH),

Fakultät für Maschinenbau,

Tag der mündlichen Prüfung: 16.06.2009

Referenten: Prof. Dr. G. Bretthauer, Prof. Dr. V. Saile, Prof. Dr. R. Guthoff

## Impressum

Universitätsverlag Karlsruhe

c/o Universitätsbibliothek

Straße am Forum 2

D-76131 Karlsruhe

www.uvka.de



Dieses Werk ist unter folgender Creative Commons-Lizenz  
lizenziert: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>

Universitätsverlag Karlsruhe 2009

Print on Demand

ISBN: 978-3-86644-391-4







# **Beitrag zur Entwicklung einer elastischen Linse variabler Brennweite für den Einsatz in einem künstlichen Akkommodationssystem**

Zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktor der Ingenieurwissenschaften**

der Fakultät für Maschinenbau

Universität Karlsruhe (TH)

Eingereichte  
**Dissertation**

von

Dipl.-Ing. Wolfgang Rückert  
aus Heidelberg

Tag der mündlichen Prüfung:	19.06.2009
Hauptreferent:	Prof. Dr. G. Bretthauer
Korreferenten:	Prof. Dr. V. Saile
	Prof. Dr. R. Guthoff



*Für meine Frau*



## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2004 bis 2007 am Institut für Angewandte Informatik des Forschungszentrums Karlsruhe. Die Arbeiten liefen als Teil des Projektes „künstliches Akkommodationssystem“.

Professor Bretthauer danke ich für die Möglichkeit, am Institut zu promovieren, und für die Übernahme des Hauptreferates. Er legte zusammen mit Professor Guthoff von der Universitätsaugenklinik in Rostock den Grundstein für das interessante und vielseitige Thema und unterstützte mich durch wertvolle Diskussionen und hilfreiche Hinweise.

Bei Herrn Prof. Saile und Herrn Prof. Guthoff bedanke ich mich für die Übernahme des Korreferates.

An Herrn Gengenbach, Herrn Guth und Herrn Sieber geht mein Dank für intensive Diskussionen und für das Korrekturlesen der Arbeit.

Herrn Köhler, Herrn Scherer, Herrn Stiller, Frau Maier, Herrn Skupin, Herrn Hummel, Herrn Scharnowell, Herrn Pylatiuk, Herrn Eberle und Herrn Maass gilt mein Dank für ihre Unterstützung in praktischen Aspekten der Arbeit. Herrn Klink, Frau Gspann, Herrn Koker und Herrn Grube danke ich für die angenehmen und kreativen Diskussionen.

Herrn Rabus (ehem. IMT), Herrn Henzi (ehem. IMT), Herrn Last (IMT), Frau Torge (IMF I), Herrn Thelen (IMT), Frau Baur (IKET), Herrn Aktaa (IMF II), Herrn Klotz (IMF II), Herrn Beiser (IMF I) und Frau Dambrowski (IMT) danke ich für die Bereitstellung von Messgeräten.

Ein herzlicher Dank geht an die Bibliothek des Forschungszentrums Karlsruhe und insbesondere an Frau Stern, die Unglaubliches bei der Beschaffung von Literaturstellen und bei der Akzeptanz zu später Rückgaben leistete.

Ganz besonders danke ich unseren Projektpartnern von Augenklinik und Universität Rostock für die fachliche Unterstützung und die Erläuterungen, Herrn Prof. Guthoff, Herrn Prof. Schmitz, Herrn Prof. Stave, Herrn Stachs und Herrn Martin.

Ebenfalls danken möchte ich Herrn Dr. Gröer von der Wacker-Chemie GmbH für wertvolle Hinweise zum Thema Silikonkautschuk und für die Bereitstellung von Testmaterial. Durch die über das Normalmaß hinausgehenden Bemühungen der Firma Wacker wurde die Erstellung von Testmustern erst möglich.

Vielen Dank an Prof. Dr.-Ing. Friedrich U. Mathiak von der Fachhochschule Neubrandenburg für die kostenlose Bereitstellung seines sehr hilfreichen Vorlesungsskripts.

Ein besonderer Dank geht an meinen Vater sowie meinen Bruder Frank für das Korrekturlesen. Meinem Bruder Felix danke ich für Hinweise betreffend die Anatomie des menschlichen Auges.

Meiner Frau Nathalie, meinem kleinen Sohn Clemens und meiner kleinen Tochter Elodie danke ich für ihr Verständnis und Ihre Geduld sowie für die moralische Unterstützung.



## Kurzfassung

Bei einer Kataraktoperation wird die trübe menschliche Augenlinse durch ein Implantat ersetzt. Da der Eingriff zu den häufigsten Operationen gehört, ist der große Nutzen einer Wiederherstellung der Akkommodationsfähigkeit durch das Linsenimplantat unbestritten und es werden bedeutende Anstrengungen bei der Entwicklung unternommen. Am Institut für Angewandte Informatik wurden verschiedene Lösungsansätze analysiert und ein neues Konzept zur Wiederherstellung der menschlichen Akkommodationsfähigkeit durch ein mechatronisches System vorgestellt. Herzstück eines solchen Systems ist eine Optik mit variabler Brennweite, durch welche die Bildschärfe nachgeregelt werden kann. Die menschliche Augenlinse ändert ihre Brechkraft über die Deformation des elastischen Linsenkörpers, deshalb soll in der Arbeit ein Konzept für die Nutzbarmachung dieses Prinzips für ein mechatronisches System entwickelt werden. Anhand von skalierten Labormustern soll die Leistungsfähigkeit demonstriert werden. Die untersuchte elastische Linse hat sphärenförmige Oberflächen, die für einen Einsatz in einem künstlichen Akkommodationssystem für das menschliche Auge geeignet sind. Die Verformung erfolgt über eine radiale Belastung des Linsenäquators. Basierend auf der Analyse eines mechanischen Modells wird gezeigt, dass für eine Erhaltung der Sphärenform bei Verformung die Festigkeit lokal angepasst werden muss. Es ergibt sich aus der analytischen Untersuchung das Konzept einer elastischen Linse mit einem weichen Kern („Kompositlinse“). Über die Geometrie des Linsenkerns und dessen Materialfestigkeit kann die Steifigkeit des Linsenkörpers angepasst werden. Eine Finite-Elemente-Optimierung der Kernparameter minimiert die Abweichungen von der Sphärenform. Im Vergleich mit einer elastischen Linse ohne lokal angepasste Festigkeit („Monolithische Linse“) konnte bei der Kompositlinse in der Simulation die mittlere Abweichung von der Sphärenform von  $33,6\ \mu\text{m}$  auf weniger als  $3,5\ \mu\text{m}$  gesenkt werden (maximal verformter Zustand). Die optimierten Kompositlinsen erreichen in der Simulation auf dem ganzen abgedeckten Brechkraftbereich ( $15,72\text{dpt}$  bis  $29,72\text{dpt}$ ) die optischen Eigenschaften von sphärischen Referenzlinsen. Die optische Qualität einer monolithischen Linse ist für ein künstliches Akkommodationssystem nicht ausreichend. Die untersuchten Kompositlinsen erreichen eine wesentlich stärkere Brechkraftänderung als die monolithische Linse. Es werden Labormuster einer elastischen Linse in einer in der Arbeit entworfenen Mehrkomponentengussform realisiert. Hierfür wird Silikonkautschuk als geeignetes Material identifiziert. Zur experimentellen Ermittlung von Materialparametern und zur Vermessung von Labormustern werden in der Arbeit entsprechende Versuchsaufbauten realisiert. Mit einer in der Arbeit entwickelten modifizierten technischen Lösung für einen miniaturisierbaren Aktor mit Hydraulikeinheit kann die elastische Linse verformt werden. Durch eine experimentelle Geometrievermessung der Labormuster können die Simulationsergebnisse bestätigt werden.





## Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis .....	I
Symbolverzeichnis .....	V
Abkürzungen .....	VII
Indices .....	VII
1 Einleitung .....	1
1.1 Elastische Linsen für ein künstliches Akkommodationssystem.....	1
1.2 Stand der Technik elastischer Linsen variabler Fokusslänge .....	1
1.3 Offene Fragen .....	3
1.4 Ziele und Aufgaben .....	3
2 Grundlagen.....	8
2.1 Optik.....	8
2.1.1 Modelle der optischen Abbildung.....	8
2.1.2 Raytracing zur Strahlengangsberechnung .....	12
2.1.3 Möglichkeiten zur Bewertung einer optischen Qualität .....	13
2.1.4 Sphärische und asphärische Linsen für Augenimplantate .....	15
2.2 Parameteridentifikation für mathematische Flächen .....	17
2.2.1 Methoden der Parameteridentifikation .....	18
2.2.2 Sphären.....	18
2.2.3 Zernikepolynome .....	20
2.3 Mechanik gummielastischer Körper.....	21
2.3.1 Deformations- und Spannungszustand .....	22
2.3.2 Materialmodell für Gummielastizität .....	23
2.3.3 Härte, Festigkeit und Steifigkeit .....	25
2.3.4 Freiheitsgrade mit Einfluss auf das Deformationsverhalten .....	27
2.3.5 Finite-Elemente-Methode zur Berechnung von Deformationen.....	29
2.3.6 Instabilität durch Zeitabhängigkeit der mechanischen Eigenschaften.....	30
2.3.7 Instabilität durch Beulen.....	31
2.4 Silikongummi als Material für Labormuster der elastischen Linse.....	32
2.4.1 Chemisch-physikalische Eigenschaften von Silikonkautschuk .....	32
2.4.2 Test verschiedener Silikone für die Linsenfertigung.....	36

---

2.4.3	Auswahl eines Weichmachers .....	38
3	Modellierung, Simulation und Bewertung von elastischen Linsen .....	40
3.1	Modifiziertes Verformungskonzept für eine elastische Linse.....	40
3.2	Äußere Geometrie der untersuchten elastischen Linse.....	42
3.3	Analytisches Modell der Mechanik sphärischer elastischer Linsen .....	43
3.3.1	Geometrieparameter und Verformungszustand .....	44
3.3.2	Einführung eines Brechmoduls.....	46
3.3.3	Ableitung einer analytischen Darstellung des Deformationszustandes .....	48
3.3.4	Ableitung einer analytischen Darstellung des Festigkeitsverlaufes .....	51
3.4	Systematik bei Bewertung von Finite-Elemente-Modellen der Linse.....	53
3.4.1	Methodiken zur Übertragung von Oberflächen .....	53
3.4.2	Optisches Modell .....	55
3.4.3	Brechmodul der Finiten-Elemente-Modelle der elastischen Linsen .....	56
3.4.4	Formtreue .....	56
3.5	Erstmalige Charakterisierung einer monolithischen Linse .....	57
3.5.1	Elastische Linse mit monolithischem Aufbau .....	57
3.5.2	Ergebnisse aus der Simulation der Linsendeformation .....	58
3.5.3	Bewertung des Prinzips der monolithischen Linse .....	61
3.6	Modifizierte Lösung für eine elastische Kompositlinse mit Kern.....	62
3.7	Methodik zur Optimierung der mechanischen Linseneigenschaften.....	63
3.7.1	Ausarbeitung einer Vorgehensweise zur Optimierung.....	64
3.7.2	Zielfunktion zur Minimierung von Formabweichungen .....	66
3.7.3	Strategie zur Ermittlung der optimalen Kerngeometrie.....	71
3.7.4	Festlegung der Optimierungsfreiheitsgrade.....	71
3.8	Leistungsfähigkeit der optimierten elastischen Kompositlinsen.....	72
3.8.1	Kompositlinse ohne Einschränkungen .....	72
3.8.2	Einfluss der verbesserten Formtreue auf die optischen Eigenschaften .....	74
3.8.3	Vergleich von analytischer Lösung und Optimierung.....	79
3.8.4	Kompositlinse als Labormuster .....	79
3.8.5	Optische Eigenschaften des Linsenkerns.....	80
3.9	Erstmalige Untersuchung äußerer Einflüsse auf die Linsenform.....	81
3.9.1	Fertigungstoleranzen .....	81
3.9.2	Sensitivitätsanalyse bezüglich der Materialfestigkeit.....	83

---

3.9.3	Folgerungen aus der Sensitivitätsanalyse bezüglich Kriechen .....	85
4	Fertigung und Charakterisierung einer elastischen Linse variabler Brennweite .....	89
4.1	Entwurf einer Mehrkomponentengussform für Labormuster .....	89
4.2	Experimentelle Bestimmung von Materialeigenschaften .....	90
4.2.1	Bestimmung der Brechzahl.....	90
4.2.2	Bestimmung der Festigkeit.....	90
4.2.3	Bestimmung von Zeitstand-Diagrammen.....	96
4.2.4	Bestimmung des Ausschitzverhaltens von Silikonöl.....	98
4.3	Geometrievermessung zur Validierung der Simulationen.....	101
4.3.1	Spannrahmen als statisches Aktorprinzip .....	101
4.3.2	Methode zum Vermessen der Linsengeometrie.....	102
4.3.3	Messplan zum Vermessen von Labormustern der elastischen Linse .....	103
4.3.4	Ergebnis und Bewertung der Geometrievermessung für den unverformten Zustand ...	104
4.3.5	Ergebnis und Bewertung der Geometrievermessung für den verformten Zustand .....	105
4.4	Modifizierte technische Lösung für einen miniaturisierbaren Aktor.....	107
4.4.1	Konzept der modifizierten technischen Lösung.....	107
4.4.2	Simulation des Einflusses einer Linsenführung.....	109
4.4.3	Berechnung einer Kennlinie zur Steuerung des Ringaktors .....	112
4.4.4	Technische Lösung für Hydraulikeinheit und Druckkammer.....	113
5	Zusammenfassung und Ausblick.....	116
6	Literaturverzeichnis .....	116
7	Anhang.....	120



## Symbolverzeichnis

Die wichtigsten Formelzeichen und ihre Bedeutung sind im Folgenden zusammengestellt.

### Formelzeichen Bedeutung

$A$	Äquatorialradius einer unverformten Linse
$a$	Äquatorialradius einer verformten Linse
$A_K$	Basisdurchmesser der Sphärenkappe des Kerns der elastischen Kompositlinse
$A_M$	Äquatorialradius der elastischen Kompositlinse
$A_P$	Unverformte Querschnittsfläche einer Materialprobe
$B_D$	Brechmodul
$C$	Randhöhe der untersuchten elastischen Linse
$C_{10}$	Materialparameter der Neo-Hookeschen Verzerrungsenergiefunktion
$C_{10,K}$	Materialparameter des Kerns der elastischen Kompositlinse
$C_{10,M}$	Materialparameter des Mantels der elastischen Kompositlinse
$c_c$	Kriechbeständigkeit
$C_K$	Höhe des zylindrischen Kerns der elastischen Kompositlinse
$C_M$	Randhöhe der elastischen Kompositlinse
$D$	Paraxiale Linsenbrechkraft oder Brechwert
$E$	Elastizitätsmodul
$E_C$	Kriechmodul
$e_i$	Basisvektor eines kartesischen oder zylindrischen Koordinatensystems
$EL_\zeta$	Aspektverhältnis von Randhöhe der Linse zum Äquatorialradius
$EL_\kappa$	Aspektverhältnis von Krümmungsradius der Linse zum Äquatorialradius
$E_R$	Relaxationsmodul
$f$	Paraxiale Brennweite
$F$	Kraft
$H$	Axiale Höhe
$h$	Axiale Höhe im verformten Zustand
$i$	Zählvariable $i=1..N$
$K$	Sphäre bzw. Kugelkappe mit Krümmungsradius $K$
$k$	Krümmungsradius der lichtbrechenden Grenzfläche einer verformten elastischen Linse
$K_K$	Krümmungsradius der Sphärenkappe des Linsenkerne

$K_M$	Krümmungsradius der Mantelfläche der elastischen Kompositlinse
$n$	Brechungsindex oder Brechzahl eines Mediums
$\mathbf{P}_K$	Körperfester Punkt auf der Oberfläche einer perfekten Sphäre
$\mathbf{P}_L$	Körperfester Punkt auf der Oberfläche einer elastischen Linse
$\mathbf{P}_Z$	Durch Zernikepolynome beschriebener Oberflächenpunkt
$p_U$	Zur Verformung der elastischen Linse auf den Umfang aufgebracht Druck
$q_{Airy}$	Durchmesser der Airyscheibe
$\mathbf{S}$	Spannungstensor(-feld) der nominellen Spannung
$s_i$	Komponenten des Spannungstensors entlang der Hauptachsen
$t$	Zeitvariable
$t_\infty$	Zeit, nach der im Zeitstandversuch eine konstante Spannung erreicht wird
$\mathbf{U}$	Zentrum einer Sphäre
$u$	Radiale Verschiebungsfunktion einer perfekt sphärisch verformenden elastischen Linse
$\mathbf{U}^*$	Erweiterte Form des Sphärenzentrums
$V$	Volumen
$V_{KAC}$	Volumen der untersuchten elastischen Linse, nicht deformierter Zustand
$V_{kaC}$	Volumen der untersuchten elastischen Linse, deformierter Zustand
$V_{k\alpha\zeta}$	Volumen einer elastischen Linse
$W$	Verzerrungsenergie(-dichte)
$w$	Gewichtungsfunktion
$X$	Ortskoordinate
$x$	Ortskoordinate für einen deformierten Körper
$X_{AP}^*$	Erweiterter Radius der Apertur einer elastischen Linse
$X_{AP}$	Geometrisch feste Apertur, auf der die optischen Eigenschaften der elastischen Linsen ausgewertet werden
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$Z_j$	Zernikepolynom mit Einzelindizierung j nach [NOL76]
$\alpha$	Äquatorialradius einer elastischen Linse
$\alpha_j$	Koeffizient einer Zernikeentwicklung
$\delta_{K,ax}$	Axiale Differenz der tatsächlichen Linsenform zur Best-Fit-Sphäre
$\delta_{K,r}$	Radiale Differenz der tatsächlichen Linsenform zur Best-Fit-Sphäre
$\delta_M$	Mittelwert der Differenzen der tatsächlichen Linsenform zur Best-Fit-Sphäre

---

$\varepsilon_Z$	Axiale Dehnung
$\zeta$	Höhe des zylindrischen Rands einer elastischen Linse
$\kappa$	Sphärenradius einer elastischen Linse
$\Lambda$	Deformationstensor(-feld) eines Körpers
$\lambda_i$	Streckung entlang der Hauptachsenrichtung $i$
$\Lambda_{SS}$	Deformationstensor(-feld) eines Körpers im Teilschritt $SS$ einer Finite-Elemente-Simulation
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\rho$	Normierte radiale Ortsvariable
$\sigma_K$	Mittlere quadratische Formabweichung von der Best-Fit-Sphäre
$\sigma_{K,f}$	Integrale, gewichtete, mittlere quadratische Abweichung von der Best-Fit-Sphäre
$\sigma_{K,w}$	Gewichtete, mittlere quadratische Abweichung von der Best-Fit-Sphäre
$\tau$	Zeitkonstante eines exponentiellen Abfalls
$\tau_A$	Zeitkonstante für die maximale Deformation der elastischen Linse durch den Aktor

## Abkürzungen

FE(M)	Finite-Elemente(-Methode)
RMS	Root Mean Square, Quadratischer Mittelwert
LS	Methode der kleinsten Fehlerquadrate (Least Squares)
WFA	Wellenfrontaberration
PSF	Punktspreizfunktion
MTF	Modulationstransferfunktion
IOL	Intraokularlinse, Implantat der menschlichen Augenlinse

## Indices

1,2,3	Richtungen im kartesischen Koordinatensystem
$i$	Komponente $i$ eines Vektors entlang $e_i$
R,T,Z	Richtungen im Zylinderkoordinatensystem
SS	Teillösung (engl. <u>S</u> ubstep) einer Finite-Elemente-Simulation

# 1 Einleitung

## 1.1 Elastische Linsen für ein künstliches Akkommodationssystem

In einem gesunden Auge wird durch eine muskelaktivierte Deformation der elastischen Augenlinse eine Brennweitenänderung erreicht (Akkommodation). Das optische System Auge kann so Objekte in unterschiedlichen Entfernungen scharf abbilden. Bei älteren Menschen stellt sich durch natürliche Prozesse eine mehr oder weniger ausgeprägte Trübung der Augenlinse ein. Das hierdurch verursachte Krankheitsbild mit verschlechterter Sehfähigkeit wird als Katarakt (grauer Star) bezeichnet. Einzige Möglichkeit zur Wiederherstellung der Sehfähigkeit ist eine Operation, bei der die degenerierte Augenlinse herausgenommen und eine Kunstlinse (Intraokularlinse, IOL) implantiert wird.

Ist das optische System Auge mit einem herkömmlichen, starren Linsenimplantat auf Fernsicht eingestellt, sind nahe Objekte nicht mehr klar zu erkennen. Eine Akkommodation ist mangels Elastizität des Implantats nicht mehr möglich, deshalb behilft sich der Patient mit einer Sehhilfe (z.B. Gleitsichtbrille). Ansätze zur Wiederherstellung der Akkommodationsfähigkeit mit speziellen Implantaten basieren auf der Nutzung der Muskelaktivität zur Änderung der Brechkraft. Eine solche Herangehensweise ist jedoch umstritten, Messungen konnten die Funktionsfähigkeit existierender Lösungen nicht belegen ([SCH06]). Da die Kataraktoperation zu den häufigsten Operationen gehört, ist der große Nutzen einer Wiederherstellung der Akkommodationsfähigkeit unbestritten und es werden bedeutende Anstrengungen zur Entwicklung entsprechender Implantate unternommen ([CHA04]). In [BER07], [GEN05] und [PAT06] werden verschiedene Lösungsansätze analysiert und ein neues Konzept zur Wiederherstellung der menschlichen Akkommodationsfähigkeit durch ein mechatronisches System vorgestellt. Herzstück eines solchen Systems ist eine Optik mit variabler Brennweite, durch welche die Bildschärfe nachgeregelt werden kann. Hierzu werden u. a. verschiedene Linsen variabler Fokuslänge vorgestellt und ihre Eignung für ein künstliches Akkommodationssystem untersucht. Die wichtigsten Anforderungen an eine Linse variabler Brennweite für ein künstliches Akkommodationssystem gelten für die Stärke der Brennweitenänderung und die Abbildungseigenschaften. Außerdem muss die Stabilität des Systems gewährleistet sein.

Die menschliche Augenlinse ändert Ihre Brechkraft über die Deformation des elastischen Linsenkörpers, deshalb soll in der Arbeit ein Konzept für die Nutzbarmachung dieses Prinzips für ein mechatronisches System entwickelt werden und anhand von skalierten Labormustern die Leistungsfähigkeit demonstriert werden. Elastische Linsen können mit sphärischen, asphärischen oder auch mit asymmetrischen Geometrien gefertigt werden. Derartige Oberflächengeometrien können in speziellen optischen Systemen notwendig sein. Mit modernen Fertigungsverfahren können Linsen aus Kunststoffen kostengünstig hergestellt werden. Spritzguss und Spritzprägen erlauben die Fertigung mit guten optischen Eigenschaften ([FOR06], [BÜR06]).

## 1.2 Stand der Technik elastischer Linsen variabler Fokuslänge

[CLA77] stellt zwei Konfigurationen für „elastische Linsen“ vor. Die erste Konfiguration (Abb. 1, links) stellt einen massiven, zylindrischen Block aus transparentem Silikongummi dar, der von einer



Druckkammer umgeben ist. Die Stirnseiten des Zylinders werden von der Druckkammer dicht umschlossen. Durch eine Druckbelastung der Zylinderaußenfläche krümmen sich die Stirnseiten und ändern so ihre Brennweite. Die zweite Konfiguration (Abb. 1, rechts) kann als Membranlösung bezeichnet werden. Die Druckkammer wird beidseitig mit Membranen verschlossen, indem der Zylinder auf seine Stirnflächen reduziert wird. Experimentell wird eine Messung der Brennweite in Funktion eines aufgebrachtten Drucks gemessen. Es wird in [CLA77] keine Aussage über die optische Abbildungsqualität gemacht.

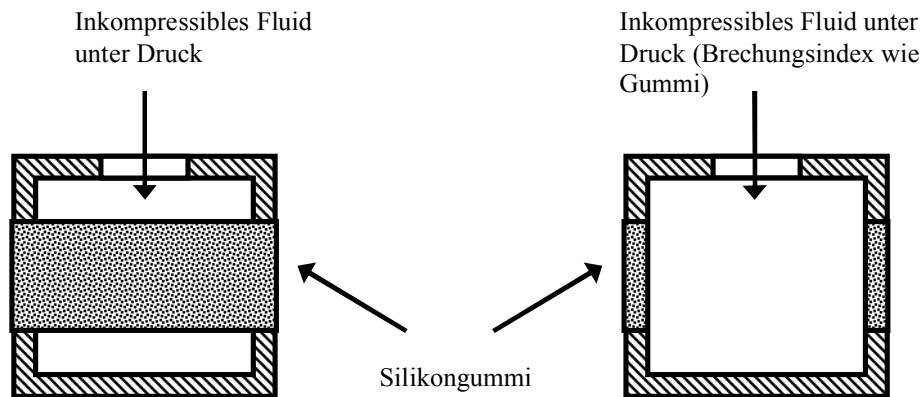


Abb. 1: Zwei Konfigurationen einer „aktiven Optik“. [CLA77]

Die Firma Canon veröffentlichte in den Jahren 1985 bis 1989 eine Serie von Patenten zu einer elastischen Linse ([PAT85], [PAT89], [PAT89b], [PAT89c]). In [PAT89c] wird ein elastischer Körper angemeldet, welcher in einer schmalen Zone am Linsenrand axial gestaucht bzw. gedehnt wird. Die axiale Stauchung erfolgt durch Teil 4 in Abb. 2. Es ergibt sich eine Krümmungsänderung des elastischen Körpers 11, was eine Brechkraftänderung mit sich bringt. Der (konkave) elastische Linsenkörper besteht aus laminierten Teilkörpern unterschiedlicher Festigkeit, hierdurch soll die Linse im vollständig verformten Zustand eine sphärische Form behalten. Der innen gelegene Körper 11b ist beschränkt auf sehr weiche, gelartige Materialien. Eine andere Linse besitzt einen durch Lösungsmittel verursachten graduellen Festigkeitsverlauf ([Pat89b]).

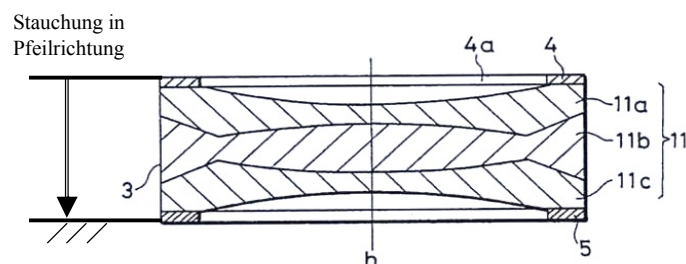


Abb. 2: Elastische Linse. [PAT89c]

Im Patent [PAT89c] wird eine Angabe zur Formtreue gemacht. Bei einer Krümmungsänderung einer symmetrisch bikonkaven Linse von 51,98 mm bis 27,23 mm wird auf einer Zone mit 18 mm Durchmesser eine mittlere Abweichung von 1,3  $\mu\text{m}$  von der Sphärenform gemessen. Abweichungen

für andere Krümmungsradien werden nicht gegeben. Eine Aussage über die Abbildungseigenschaften erfolgt ebenso wenig.

Dem Autor sind nur vorliegende Veröffentlichungen zum Thema elastische Linse bekannt.

### **1.3 Offene Fragen**

Eine elastische Linse wie in Abb. 2 kann nicht ohne weiteres in ein künstliches Akkommodationssystem integriert werden, da zentrale Fragen noch offen sind.

Insbesondere die Arbeiten von Canon zeigen, dass einige Probleme, wie z.B. eine Anpassung der mechanischen Eigenschaften (Festigkeit) der Linse, bereits erkannt wurden. Die Anpassung wird in [PAT85], [PAT89], [PAT89b] und [PAT89c] als notwendig erachtet, um die vorgegebene Linsengeometrie im verformten Zustand einzuhalten, ohne hierfür eine Erklärung zu liefern. Systematische Untersuchungen, wie die mechanischen Eigenschaften einer Linse aussehen müssen, bzw. eine Modellierung der mechanischen Eigenschaften wurden bisher in der Literatur nicht beschrieben. Durch die Analyse eines mechanischen Modells kann ein Konzept zur Auslegung der mechanischen Eigenschaften für den Einsatz in einem künstlichen Akkommodationssystem abgeleitet werden. In einem zweiten Schritt kann basierend auf einem Modell eine Charakterisierung und Bewertung des Deformationsverhaltens erfolgen.

Da Labormuster der elastischen Linse gefertigt werden sollen, müssen ein geeignetes Herstellungsverfahren sowie geeignete Materialien bestimmt werden.

Zur Abbildungsqualität von elastischen Linsen gibt es keine Veröffentlichungen. Damit eine elastische Linse für das menschliche Auge einsetzbar ist, müssen die optischen Eigenschaften in allen Deformationszuständen erhalten bleiben, nicht ausschließlich im maximal verformten Zustand. Eine solche Anforderung wurde bisher nicht formuliert. Die deformierten Zustände der Linsenoberfläche müssen auf ihre Abbildungseigenschaften hin untersucht werden, da ein direkter Schluss von der Oberflächenform auf die optischen Eigenschaften nicht möglich ist. Die in der Literatur dargestellten elastischen Linsen sind zumindest im Ausgangszustand sphärisch. Die Geometrie der lichtbrechenden Linsenoberfläche muss auf das System Auge abgestimmt sein. Es ist nicht klar, ob die sphärische Linsengeometrie für einen Einsatz in einem künstlichen Akkommodationssystem annehmbare Abbildungseigenschaften aufweist. Für optische Linsen sind andere Formen (so genannte asphärische Linsen) Stand der Technik, insbesondere bei Kunststofflinsen für Großserien (vgl. [FOR06]).

Über die Stabilität (z.B. Beulen, Zeitstandverhalten) von elastischen Linsen existieren keine Erkenntnisse.

In der Literatur sind Verformungsprinzipien für elastische Linsen beschrieben ([PAT85], [PAT89], [PAT89b], [PAT89c], [MAR06], [KAR06]). Die Eignung der Prinzipien zur Verformung der elastischen Linse bezüglich Stabilität, Energieeinsatz und Geometriehalt, welche über den Einsatz nicht nur in einem künstlichen Akkommodationssystem entscheiden, wurde nicht untersucht. Umsetzungen eines miniaturisierbaren Aktors für eine elastische Linse existieren noch nicht.

### **1.4 Ziele und Aufgaben**

Ziel der Arbeit ist die Nutzbarmachung der Prinzipien der elastischen Linse für ein künstliches Akkommodationssystem. Bei der elastischen Linse wird die Brennweite durch Verformung eines elastischen Festkörpers angepasst, nach dem Prinzip des menschlichen Auges. Die Stabilität der

Verformung soll dabei gewährleistet sein. Die Leistungsfähigkeit des Prinzips der elastischen Linse für das künstliche Akkommodationssystem soll am Beispiel eines skalierten Labormusters im Medium Luft gezeigt werden.

Die Anforderungen an die optischen Eigenschaften sollen in allen verformten Zuständen erfüllt sein. Der Begriff „optische Eigenschaften“ beinhaltet die überdeckten Brennweiten und die Form der Linsenoberfläche, welche eine gegebene Geometrie einhalten soll. Die Geometrieparameter sollen sich bei der Deformation ändern. Am Beispiel einer Kugel bedeutet das, dass sich der Radius bei der Verformung ändert, nicht aber die Kugelform. Zusätzlich beinhaltet der Begriff „optische Eigenschaften“ die Abbildungseigenschaften der isolierten Linse.

Da zu dem Thema wenige Veröffentlichungen existieren und zentrale Fragestellungen noch unbeantwortet sind, müssen insbesondere die Grundlagen für eine Auslegung der elastischen Linse, hin auf die gewünschten Eigenschaften, erarbeitet werden.

Die Bearbeitung des Themas ist fächerübergreifend, da bei der elastischen Linse strukturmechanische und optische Eigenschaften über die Geometrie der lichtbrechenden Linsenoberflächen miteinander verknüpft sind. Es wird in der Arbeit gezeigt, dass Linsen aus einem elastischen Material homogener Festigkeit (monolithische Linsen) keine ausreichenden optischen Eigenschaften aufweisen. Bei der Konzeption der elastischen Linse für ein künstliches Akkommodationssystem wird deshalb der Ansatz verfolgt, an den mechanischen Freiheitsgraden des Linsenkörpers einzugreifen, um die optischen Eigenschaften über die Deformationseigenschaften vorteilhaft zu beeinflussen. Wie die mechanischen Freiheitsgrade beeinflusst werden müssen, wird anhand einer genauen Analyse der Linsenmechanik erarbeitet. Für die Optimierung der Eigenschaften werden Finite-Elemente-Rechnungen vorgeschlagen. Über die Leistungsfähigkeit des Linsenprinzips entscheiden die optischen Eigenschaften.

Das in der Arbeit erstellte Konzept zur Auslegung der mechanischen Eigenschaften der Linse für ein künstliches Akkommodationssystem über Finite-Elemente-Rechnungen und die programmiertechnische Umsetzung der aus der Zielsetzung entstandenen Aufgabenstellungen stellen insgesamt einen Neuwert dar. Der Aufbau der Fertigungseinrichtung, die Materialauswahl und die Fertigung und Charakterisierung von Labormustern der elastischen Linse stellen weitere zentrale Ergebnisse der Arbeit dar. Zur Charakterisierung der Materialien für die elastische Linse werden in der Arbeit existierende Versuchsaufbauten modifiziert und entsprechende Experimente durchgeführt.

Die Fragestellungen lassen sich sechs verschiedenen Kategorien zuordnen.

- Optik
- Kopplung Optik-Mechanik
- Mechanik
- Material
- Aktorik
- Fertigung.

### **Optik**

Die optische Funktionalität des Systems „Auge und elastische Linse“ muss bei Brennweitenänderung erhalten bleiben. Die elastische Linse hat deshalb Mindestanforderungen zu erfüllen. Die Teilziele sind im Einzelnen:

- Identifikation geeigneter optischer Eigenschaften (Brechkraftänderung, Form der lichtbrechenden Linsenoberflächen) für den Einsatz einer elastischen Linse im menschlichen Auge
- Identifikation geeigneter Kennzahlen zur Bewertung der Abbildungsqualität sowie der Brechkraftänderung.

### **Kopplung Optik-Mechanik**

Die Oberflächengeometrie der Linse in allen Deformationszuständen ist ausschlaggebend für die optischen Eigenschaften. Abweichungen von der gewünschten geometrischen Referenzform haben einen Einfluss auf das Abbildungsverhalten der elastischen Linse. Für kleine Abweichungen sind je nach Kriterium der optischen Qualität Verbesserungen oder auch Verschlechterungen möglich. Es soll untersucht werden, ob eine Verbesserung der Formtreue eine Verbesserung der optischen Eigenschaften mit sich bringt. Zur Beurteilung werden die optischen Eigenschaften von elastischer Linse und sphärischen Referenzlinsen verglichen. Es wird für alle Brennweiten eine Mindestanforderung an die freie Öffnung der elastischen Linse gestellt. Die Teilziele sind im Einzelnen:

- Aufstellen eines optischen Modells zur Auswertung der optischen Eigenschaften elastischer Linsen
- Untersuchung und Bewertung der Abbildungseigenschaften der elastischen Linse
- Bewertung, ob eine Beeinflussung der Deformationseigenschaften bei elastischen Linsen notwendig ist
- Bewertung, ob eine positive Korrelation zwischen Formtreue und Abbildungseigenschaften besteht
- Entwurf einer Vorgehensweise zur Koppelung von mechanischem und optischem Modell.

### **Mechanik**

Da die Deformationseigenschaften eines elastischen Körpers durch seine mechanischen Eigenschaften determiniert sind, muss die Linsenmechanik modelliert, analysiert, charakterisiert und bewertet sowie gegebenenfalls verbessert werden. Die Teilziele sind:

- Bestimmen von mechanischen Eigenschaften des elastischen Linsenkörpers mit Relevanz für ein mechanisches Modell
- Aufstellen eines Bewertungskriteriums für die Formtreue unter Berücksichtigung mehrerer Verformungszustände
- Bestimmung von Faktoren mit Einfluss auf die Deformationseigenschaften

- Entwicklung eines Konzeptes zur Verbesserung der Formtreue im verformten Zustand aus der Analyse des mechanischen Modells
- Auswahl einer geeigneten Geometrie bezüglich Beulen.

### **Fertigung**

Der Handverguss ist die einzige am Institut verfügbare Technologie zur Fertigung von elastischen Linsen. Die Gussform für den Handverguss soll aus Zukaufteilen aufgebaut werden. Das Linsendesign muss für eine Fertigung von Labormustern und eine Optimierung der Deformationseigenschaften geeignet sein. Der Durchmesser der in der Arbeit untersuchten Linse soll 24 mm betragen. Dieser Wert liegt knapp unter dem Standarddurchmesser kleinerer handelsüblicher optischer Linsen von 25 mm und ermöglicht den Einsatz der elastischen Linse auf optischen Bänken mit Standard-Optikkomponenten. Die Randhöhe muss 6 mm betragen, damit die Linse gegossen werden kann. Die Teilziele sind:

- Auswahl einer, für die Fertigung im Handverguss, geeigneten Geometrie
- Entwicklung und Realisierung einer geeigneten Gussform
- Bestimmung wichtiger Fertigungstoleranzen
- Bewertung des Handvergusses als Fertigungsverfahren zur Herstellung von elastischen Linsen
- Fertigung von Labormustern
- Bewertung der Simulationsergebnisse anhand von Geometrievermessungen von Labormustern.

### **Material**

Das Linsenmaterial bestimmt über die Fertigbarkeit die optischen und die mechanischen Eigenschaften. Die Materialeigenschaften müssen experimentell ermittelt werden. Übliche elastische Optiken aus dem Medizintechnikbereich, die in großer Zahl zur Anwendung als Kontaktlinsen oder Intraokularlinsen hergestellt werden, bestehen oft aus hochtransparenten Silikonelastomeren ([NOL99]). Die elastische Linse soll aus einem gießbaren Silikonelastomer gefertigt werden. Die Teilziele sind:

- Auswahl eines geeigneten Silikontyps für Labormuster der elastischen Linse
- Aufbau von Testumgebungen und Charakterisieren der Materialeigenschaften.

### **Aktorik**

Das Verformungsprinzip muss grundsätzlich für einen Einsatz im Auge geeignet sein und eine stabile Verformung bewirken. Ein miniaturisierbarer Aktor für die elastische Linse soll eine einfache Ankopplung und eine zuverlässige Zentrierung der Linse gewährleisten. Die Miniaturisierbarkeit beinhaltet Portabilität und Betrieb mit Batterien. Die dynamische Änderung des Verformungszustandes der elastischen Linse und damit der Brechkraft wird durch das Aktuationsprinzip bestimmt. Eine vollständige Brechkraftänderung soll mit 1 Hz pro vollständigem Verformungszyklus der Linse durchlaufen werden. Hierdurch ergibt sich eine Zeitkonstante  $\tau_A$  von 500 $\mu$ s. Die Teilziele sind:

- Auswahl eines geeigneten Verformungsprinzips bezüglich Zeitstandverhalten der elastischen Linsen
- Bestimmung von Möglichkeiten, um den Energiebedarf für eine Brechkraftänderung der elastischen Linse gering zu halten
- Aufbau einer technischen Lösung für einen miniaturisierbaren Aktor.

In Kapitel 2 werden wichtige Ergebnisse der Recherchearbeiten beschrieben. Es werden geeignete Berechnungs- und Bewertungswerkzeuge zur Lösung der optischen und mechanischen Fragestellungen vorgestellt. Ein weiterer Teil des Kapitels fasst Grundlagen für eine Methodik zur Kopplung von mechanischem und optischem Teil der Arbeit zusammen. Das menschliche Auge wird dargestellt und eine geeignete Linsenform und -brechkraft abgeleitet. Grundlagen des Materialverhaltens von Silikon werden zusammengestellt. Faktoren, die zu einer instabilen Verformung führen können, werden identifiziert und untersucht.

Kapitel 3 beinhaltet den konzeptionell-methodischen sowie den simulativen Teil der Arbeit. Ein geeignetes Verformungsprinzip und die genaue Geometrie der Linse werden basierend auf den Grundlagenuntersuchungen in Kapitel 2 festgelegt. Es werden zwei mechanische und ein optisches Modell der elastischen Linse eingeführt. Für die Modelle werden Bewertungsmethodiken sowie eine Methodik zur Übertragung von Informationen zwischen den Modellen erarbeitet. Aus der Analyse eines analytischen mechanischen Modells folgt ein Konzept einer elastischen Kompositlinse mit einem weichen Kern. Basierend auf einem Finite-Elemente-Modell der elastischen Linse wird eine Vorgehensweise zur Optimierung der Kerneigenschaften hin auf die gewünschten mechanischen Eigenschaften eingeführt. Die Abbildungseigenschaften der simulierten Linsen werden in einer Raytracingsoftware untersucht. Im Vorgriff auf Kapitel 4 werden Auswirkungen von Fertigungstoleranzen auf die Linseneigenschaften untersucht.

Kapitel 4 stellt den experimentellen Teil der Arbeit dar. Es wird ein vollständiges Konzept für eine Linsenfertigung im Handverguss vorgestellt und als technische Lösung umgesetzt. Anhand von Labormustern der elastischen Linse werden Simulationsergebnisse überprüft. Es wird eine technische Lösung für ein Aktorprinzip vorgeschlagen. Relevante Materialparameter werden experimentell ermittelt.

Kapitel 5 gibt eine Zusammenfassung und Bewertung der erzielten Ergebnisse.

## 2 Grundlagen

In Kapitel 2 sollen Werkzeuge eingeführt werden, welche im späteren Teil der Arbeit Verwendung finden. Das Kapitel basiert zum Großteil auf einer Recherche des Standes der Technik.

Für Mechanik und Optik der elastischen Linse sollen Bewertungskriterien und Rechenwerkzeuge identifiziert werden. Werkzeuge für die Übertragung von Informationen zwischen den Berechnungswerkzeugen der Optik und Mechanik werden ausgewählt.

Für die Auslegung der Linse müssen grundsätzliche Fragen geklärt werden. Die geometrische Form einer elastischen Linse, die im Auge Einsatz finden soll, muss bestimmt werden. Außerdem muss geklärt werden, welche Brechkraftänderungen notwendig sind.

Für die Modellierung der Linsenmechanik muss ein Materialmodell für Gummi ausgewählt werden.

Zur Berechnung von Phänomenen, welche die Stabilität der Linsenverformung gefährden, wie Kriechen des Elastomers oder Beulen, werden Rechenmodelle ausgewählt.

Um das Silikon für die Linsenfertigung beurteilen zu können, wurden Untersuchungen im Bereich der Polymerphysik angestellt. Die wichtigen Ergebnisse werden hier zusammengefasst.

### 2.1 Optik

Die Bewertung der optischen Eigenschaften der elastischen Linse erfordert ein Werkzeug zur Berechnung des Linsenverhaltens. Zur objektiven Bewertung der Ergebnisse werden Kriterien vorgestellt.

Das menschliche Auge wird in seiner Anatomie dargestellt, um die Anforderungen an die optischen Eigenschaften einer elastischen Linse definieren zu können.

#### 2.1.1 Modelle der optischen Abbildung

##### Beugung

Die Wellenfront verbindet Punkte gleicher Phase einer elektromagnetischen Welle, die von einer Punktlichtquelle ausgesendet wird. Als Lichtstrahlen werden die orthogonalen Trajektorien der Wellenfront bezeichnet, sie stellen ein Modell der Lichtausbreitung dar. Die Wellennatur des Lichtes führt dazu, dass sich Lichtstrahlen nicht immer gerade im Raum ausbreiten. An Hindernissen wird Licht gebeugt, so dass es von seiner geraden Ausbreitung abweicht und sich in den abgeschatteten Raum fortpflanzt. Für eine kreisförmige Öffnung entsteht auf einem entfernt stehenden Schirm das Muster einer Besselfunktion erster Ordnung. Ein solches Muster ist in Abb. 3 dargestellt. Das zentrale Maximum bis zum ersten Nulldurchgang wird als Airyscheibe bezeichnet ([HEC01]).

Für eine kreisförmige Linse mit Äquatorialradius  $A$ , die Licht der Wellenlänge  $\lambda$  auf einen Schirm in der Distanz  $f$  abbildet, wird der Durchmesser  $q_{Airy}$  der Airyscheibe durch Gleichung (2.1) gegeben, deren Herleitung zum Beispiel in [HEC01] zu finden ist.

$$q_{Airy} = 1,22\lambda \frac{f}{A} \quad (2.1)$$

Demnach erzeugt selbst eine Linse ohne Abbildungsfehler aufgrund der Beugung keinen Punkt, sondern ein Beugungsmuster. Die Abbildungsqualität eines bestmöglich ausgelegten optischen Systems ist deshalb immer noch durch die Beugung begrenzt.

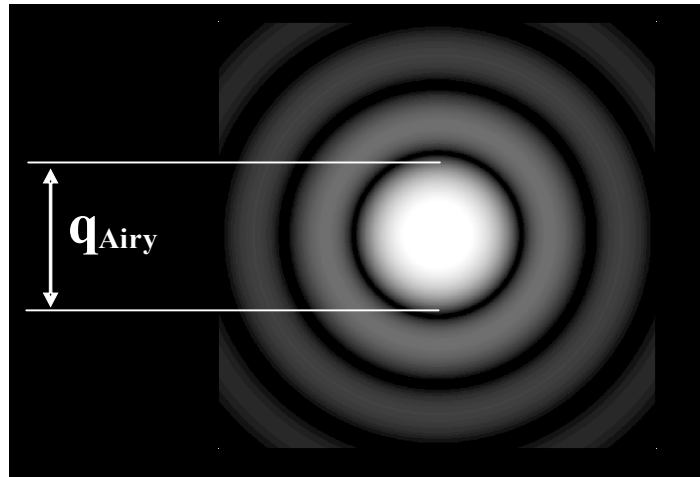


Abb. 3 Beugungsmuster einer kreisförmigen Öffnung.

### Geometrische Optik

Bei großen Aperturen  $A$  können Beugungseffekte, je nach Aufgabenstellung, vernachlässigt werden ( $q_{Airy} \rightarrow 0$  für  $A \rightarrow \infty$ ). Unter Vernachlässigung der Beugungseffekte erlaubt die so genannte „Geometrische“ Optik exakte Strahlengangberechnungen. Der Weg der Lichtausbreitung wird dann in homogenen Medien durch gerade Linien beschrieben.

Trifft ein Lichtstrahl  $l_o$  auf eine Grenzfläche, die zwei unterschiedliche optische Medien voneinander trennt, wird ein Teil des Strahls  $l_r$  reflektiert, der andere Teil  $l_b$  wird über die Grenze übertragen (s. Abb. 4). Für den einfallenden Strahl wird der Index  $n_o$  verwendet, für den gebrochenen Strahl der Index  $n_b$ . Der reflektierte Strahl bildet mit der Flächennormalen den gleichen Winkel wie der einfallende Strahl.

Der übertragene Lichtstrahl weicht von der bisherigen Ausbreitungsrichtung ab. Dieses Phänomen wird als Lichtbrechung oder Refraktion bezeichnet. Für die Brechung gilt das Snelliussche Gesetz nach Gl. (2.2), es lässt sich auf das Fermatsche Prinzip zurückführen. Das Gesetz betrachtet die Winkel  $\theta$  der Lichtstrahlen  $l_o$  und  $l_b$  (s. Abb. 4) zur Flächennormalen. Es beschreibt einen Zusammenhang zwischen den Winkeln  $\theta$  und den Brechzahlen  $n$ . Die Brechzahl  $n$  (auch: Brechungsindex) ist abhängig vom Material und der Wellenlänge des Lichts. Sie gibt die Abnahme der Phasengeschwindigkeit in einem optisch dichteren Medium bezüglich der Phasengeschwindigkeit im Vakuum wieder. Zur Thematik siehe [HEC01].

$$\frac{\sin \theta_o}{\sin \theta_b} = \frac{n_b}{n_o} \quad (2.2)$$



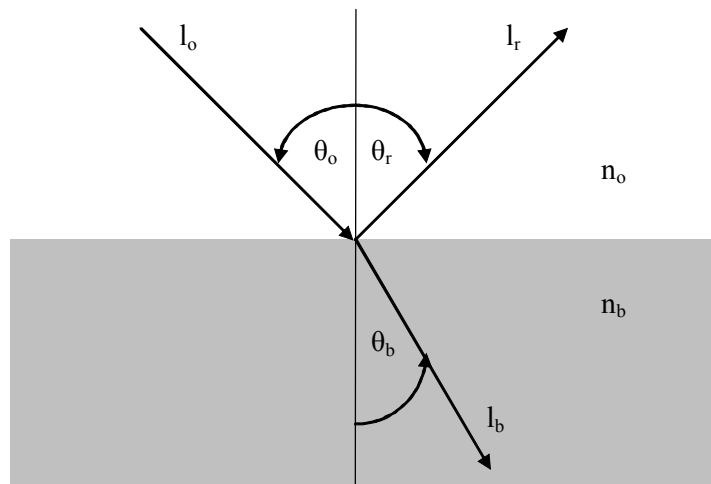


Abb. 4 Brechung und Reflexion an einer optischen Grenzfläche.

### Linsenschleiferformel zur vereinfachten Berechnung der Brechkraft

Mit dem Snelliusschen Gesetz Gl. (2.2) lassen sich die Vorgänge der Lichtbrechung an Linsen mit sphäreförmigen optischen Grenzflächen beschreiben ([HEC01]).

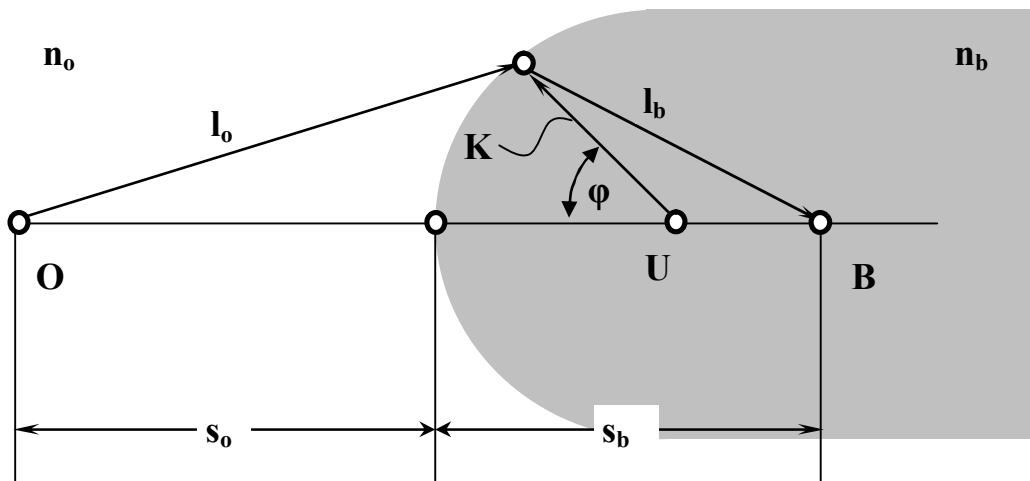


Abb. 5: Auf eine sphärisch gekrümmte optische Grenzfläche einfallender Lichtstrahl  $l_o$  und gebrochener Strahl  $l_b$ .

Abb. 5 zeigt eine sphäreförmige Grenzfläche mit Krümmungsradius  $K$  zwischen zwei optischen Medien mit Brechungsindex  $n_o$  und  $n_b$ . Der Krümmungsradius bezeichnet in der Arbeit den Radius der Sphäre, welche die Grenzfläche zwischen den beiden optischen Medien bildet. Der Rand einer Linse wird als Äquator bezeichnet. Die Eingangsöffnung oder Apertur stellt den Bereich dar, auf den Lichtstrahlen einfallen können. Der Schnittpunkt der optischen Grenzfläche mit der optischen Achse wird Vortex oder Pol der Linse genannt. Die Strecke  $s_o$  wird Objektweite (auch: Gegenstandsweite) und  $s_b$  Bildweite genannt.

Ein vom Objektpunkt  $O$  auf der optischen Achse ausgehender Lichtstrahl  $l_o$  fällt auf die Linsenoberfläche ein. Das Dreieck optische Achse, Krümmungsmittelpunkt  $U$  der lichtbrechenden

Grenzfläche  $K$  und Einfallspunkt auf der Linse bildet den Winkel  $\varphi$  (s. Abb. 5). Der gebrochene Strahl  $l_b$  geht durch den Bildpunkt  $B$ . Wird in  $B$  ein Schirm positioniert, so wird der Objektpunkt  $O$  auf dem Schirm abgebildet.

Der von Strahlen, die nahe der Achse einfallen, zurückgelegte Weg ist näherungsweise so groß wie die Gegenstands- bzw. Bildweite ( $l_o \sim s_o$  und  $l_b \sim s_b$ ). Für die so genannten paraxialen Strahlen ist die Linearisierung  $\sin(\varphi) \sim \varphi$  zulässig. Für eine Linse vernachlässigbarer Dicke mit zwei brechenden Oberflächen  $K_1$  und  $K_2$  in einem homogenen Medium mit Brechungsindex  $n_o$  gibt Gleichung (2.3) die Relation zwischen Bild- und Gegenstandsweite an. Nach Konvention ist eine Krümmung dann positiv, wenn das Krümmungszentrum rechts der Fläche liegt. Für die Herleitung des Zusammenhangs siehe [HEC01].

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_b} = \frac{n_b - n_o}{n_o} \left( \frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_2} \right) \quad (2.3)$$

Wenn ein Strahl im Objektraum, d. h. vor dem System, parallel zur optischen Achse einfällt, dann wird er scheinbar an der bildseitigen Hauptebene gebrochen und geht von dort im Bildraum durch den bildseitigen Brennpunkt. Entsprechend wird ein Strahl, der durch den objektseitigen Brennpunkt geht, scheinbar an der objektseitigen Hauptebene gebrochen und ist im Bildraum achsparallel. Die Distanz  $f$  von der Hauptebene zum Brennpunkt wird als (paraxiale) Brennweite bezeichnet. Die Hauptebenen liegen nach einer Faustregel für dicke symmetrische Linsen um ein Drittel der Linsendicke auseinander ([HEC01]). Gleichung (2.4) ist für  $n_o = 1$  als Linsenschleiferformel bekannt.

$$\frac{1}{f} = \frac{n_b - n_o}{n_o} \left( \frac{1}{K_1} - \frac{1}{K_2} \right) \quad (2.4)$$

Die dioptrische Wirkung ist die Inverse der paraxialen Brennweite  $f$  für das jeweilige Umgebungsmedium und Licht mit einer Wellenlänge von 546,07 nm. Die Brechkraft (oder auch Brechwert)  $D$  ist das Inverse von  $f$  (Einheit Dioptrien [dpt]=[1/m]). Die effektive Brennweite ist die an der realen Optik gemessene Brennweite. Sie gibt die Distanz an, in welcher der Brennpunktdurchmesser minimal wird (Definitionen nach [EN11979]).

Da nur der erste Term der Sinus-Reihenentwicklung für die Herleitung verwendet wird, ist dieser Spezialfall der geometrischen Optik als optische Theorie erster Ordnung bekannt. Die Vereinfachung ergibt, dass sich alle von einer Punktlichtquelle ausgehenden Strahlen hinter der Linse wieder in einem Punkt treffen. Es gibt deshalb keine Abbildungsfehler (Ausnahme Defokus, siehe unten).

### Sphärische Aberration und andere Abbildungsfehler

Unter Berücksichtigung des Sinusterms dritter Ordnung ( $\sin(\varphi) \sim \varphi - \frac{\varphi^3}{3!}$ ) kann Gleichung (2.3) zu

Gleichung (2.5) entwickelt werden ([HEC01]). Nach Gl. (2.5) nimmt die Brennweite für einfallende Strahlen quadratisch mit der radialen Entfernung  $h$  zur optischen Achse zu.

$$\frac{n_o}{s_o} + \frac{n_b}{s_b} = \frac{n_b - n_o}{K} + h^2 \left[ \frac{n_o}{2s_o} \left( \frac{1}{s_o} + \frac{1}{K} \right)^2 + \frac{n_b}{2s_o} \left( \frac{1}{K} - \frac{1}{s_o} \right)^2 \right] \quad (2.5)$$

Strahlen, die von der optischen Achse entfernt auf die optische Grenzfläche fallen, werden stärker gebrochen und kreuzen vor den achsnahen Strahlen die optische Achse (siehe Abb. 6). Das führt zu einer charakteristischen kreisförmigen Aufweitung eines abgebildeten Punktes in der Bildebene. Der so entstandene Abbildungsfehler ist als positive sphärische Aberration bekannt. Die kreisförmige Aufweitung von Gegenstandspunkten im Bild führt zu einer unscharfen Abbildung.

Trotz der Tatsache, dass sphärische Linsen sphärische Aberrationen aufweisen, sind die meisten Optiken aus diesen leicht und billig zu fertigenden Linsen aufgebaut. Die aus sphärischen Linsen aufgebauten optischen Systeme werden durch geeignete Anordnungen von Linsen beugungsbegrenzt ausgelegt.

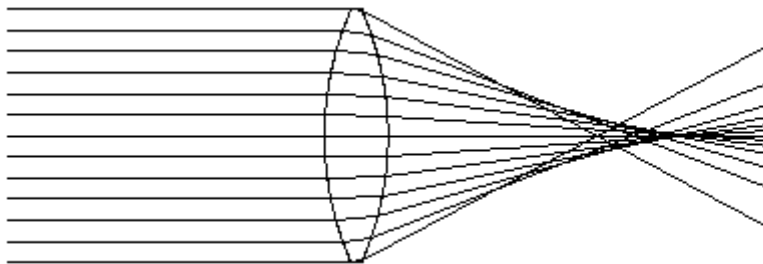


Abb. 6: Sphärische Aberration.

Ein anderer, von Seidel ([SEI57]) erstmals beschriebener, Abbildungsfehler ist der Astigmatismus. Er umfasst Abbildungsfehler von Flächen, deren Krümmung nicht in alle Richtungen gleich ist. Es kommt zu strichförmigen Aufweitungen des Bildpunktes. Defokus bedeutet, dass der Schirm, auf den abgebildet wird, sich nicht in der Brennebene befindet. Es kommt dann zu einer unscharfen Abbildung, die sich durch Verschieben des Schirms beheben lässt.

### Fazit

Optische Aberrationen können bei einzelnen Linsen, je nach Form, größere Effekte haben als die Beugung des Lichtes am Linsenrand. Für sphärische Linsen ist die sphärische Aberration ein Fehler, der mit der Aperturgröße zunimmt. Beugungseffekte sind bei Linsen mit kleinerer Apertur ausgeprägt. In Systemen mit mehreren Linsen können die Aberrationen der einzelnen Linse kompensiert werden.

## 2.1.2 Raytracing zur Strahlengangsberechnung

Für die rechen-technische Auswertung der optischen Eigenschaften elastischer Linsen ist ein geeignetes Berechnungswerkzeug notwendig.

Abbildende optische Systeme bestehen aus Anordnungen von reflektierenden oder brechenden Flächen ([HEC01]). Sind für ein optisches System Lage und geometrische Form der optischen Grenzflächen sowie die Brechzahlen der optischen Medien bekannt, können die Verläufe der Lichtstrahlen mit den Gesetzmäßigkeiten der geometrischen Optik (Gl. (2.2)) berechnet werden. Rechenprogramme, welche die Rechnungen automatisch ausführen, werden als Raytracingsoftware bezeichnet. Oft sind in solchen Softwarepaketen noch zusätzliche Werkzeuge wie Optimierungs- oder Analysepakete enthalten. Auch Beugungsberechnungen, die nicht mehr auf Methoden der geometrischen Optik beruhen, können in den Softwarepaketen enthalten sein.

Um die Rechnungen ausführen zu können, müssen die optischen Grenzflächen dem Raytracingprogramm als mathematisches Modell übergeben werden. Die optischen Oberflächen sind dabei nicht auf die Sphärenform beschränkt. Für eine zu definierende Anzahl von Strahlen werden dann die Verläufe berechnet.

In vorliegender Arbeit werden sämtliche Optikberechnungen mit dem Softwarepaket ZEMAX<sup>®</sup> ([ZEM04]) ausgeführt.

### **2.1.3 Möglichkeiten zur Bewertung einer optischen Qualität**

Für die Bewertung von Intraokularlinsen existiert eine eigene Norm ([EN11979]), welche die optische Abbildungsqualität über die Modulationstransferfunktion misst. Es werden dort Mindestanforderungen beschrieben. In dieser Arbeit wird ein skaliertes Labormuster (Maßstab 1:2,4) untersucht. Da der Beugungseffekt mit zunehmender Apertur geringer wird, die Aberrationen jedoch zunehmen, hat die für die signifikant kleineren IOLs ausgelegte Norm in Bezug auf skalierte Labormuster nur eine beschränkte Aussagekraft. Zusätzlich wird für eine übersichtliche Darstellung für verschiedene Brennweiten eine skalare Kennzahl benötigt. Deshalb wird ein Bewertungskriterium unter verschiedenen Alternativen ausgewählt. Die entsprechenden Begriffe werden unten erklärt.

#### **Wellenfrontaberration**

Zur Beschreibung von Abbildungsfehlern an realen Optiken haben sich Wellenfrontaberrationen durchgesetzt. Um eine punktförmige Abbildung zu erzielen, muss eine Wellenfront in der Ausgangsöffnung des optischen Systems eine sphärische Form besitzen. Lokale Phasenverschiebungen der Wellenfront im Bezug auf die Sphärenform werden als Wellenfrontaberrationen bezeichnet. Die Form der Wellenfrontaberration wird in der Austrittspupille des optischen Systems ausgewertet. Wellenfrontaberrationen führen zu einer endlichen Ausdehnung von abgebildeten Objektpunkten. Im Allgemeinen kann von einer Grenzflächengeometrie nicht direkt auf die resultierenden Wellenfrontaberrationen geschlossen werden. Das ist nur mit Berechnungen über die Gesetze der geometrischen Optik möglich.

Die Größe der Aberrationen wird als räumlicher Weg oder in Vielfachen der Wellenlänge angegeben. Als skalare Kennzahl kann die Angabe der mittleren quadratischen (root mean square, RMS) Wellenfrontaberration oder der maximalen Abweichung dienen. Die Gestalt von Wellenfronten kann z.B. durch eine Entwicklung mit Zernikepolynomen beschrieben werden.

#### **Punktspreizfunktion und Transferfunktion**

Eine perfekte Abbildung durch ein optisches System überführt die von einer Punktlichtquelle ausgehenden Strahlen wieder in einen Punkt im Bildraum. Jede endliche Ausdehnung des abgebildeten Punktes im Bildraum führt zu einem Verlust an Informationen. Beugungsphänomene und Aberrationen des optischen Systems können Ursachen hierfür sein ([HEC01]).

Die für ein System charakteristische Intensitätsverteilung einer abgebildeten Punktlichtquelle in der Bildebene (vgl. Abb. 7) wird als Punktspreizfunktion (engl. point spread function, PSF) bezeichnet. Die PSF gibt die Wirkung des Systems auf eine im Gegenstandsraum lokalisierte Punktlichtquelle wieder.

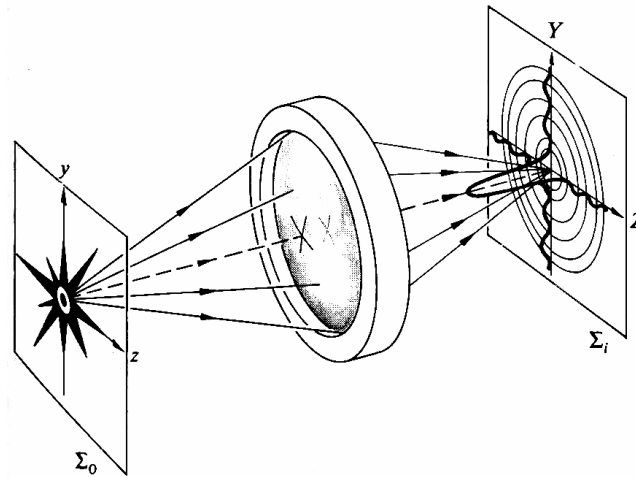


Abb. 7: Punktspreads-Funktion. [HEC01]

Die PSF des optischen Systems lässt sich direkt aus Messungen auf einer optischen Bank feststellen oder mit Kenntnis der Wellenfrontaberration und der Transmissionseigenschaft des optischen Systems berechnen (siehe auch [HEC01], [SMI98], [TAM83], [GOO88]).

Zwei Punktlichtquellen in der Gegenstandsebene erzeugen in der Bildebene zwei räumlich getrennte PSF. Nähern sich zwei Lichtquellen einander an, so überlagern sich die Intensitätsverteilungen der PSF in der Bildebene allmählich, bis anhand des Bildes nicht mehr feststellbar ist, ob es sich um eine oder zwei Lichtquellen handelt. Der Abstand, unter dem gerade noch ein Unterschied zwischen den Lichtquellen feststellbar ist, wird als die Auflösung des Systems bezeichnet. Es gibt verschiedene Definitionen, jedoch gilt immer: je schmaler die PSF, desto höher die Auflösung ([HEC01]). Als mathematisch exakte Beschreibung der Auflösung wurde die Modulationstransferfunktion eingeführt (MTF). Gemessen wird die Übertragung einer sinuswellenförmigen Modulation des Objektkontrastes (Raumfrequenz, Einheit oft CPD, „Cycle per Degree“) in den Bildkontrast. Die relative Abschwächung des Kontrastes im Bildraum gegenüber dem Objektraum in Abhängigkeit von der Frequenz wird mit der Modulationstransferfunktion dargestellt. Kontrast bezeichnet das Verhältnis von Modulationsamplitude zu Intensitätsmaximum [HEC01].

Die MTF, dargestellt über der Raumfrequenz, ist ein häufig genutztes Diagramm, um das optische Verhalten eines Systems darzustellen. Aufgrund einer eventuellen Asymmetrie des Systems muss die Orientierung der Linienpaare berücksichtigt werden. Die optische Abbildungsqualität wird bei IOLs nach der Norm EN ISO 11979 ([EN11979]) über die Modulationstransferfunktion gemessen.

### Geometrische Punktspreads-Funktion

Die durch Methoden der geometrischen Optik ermittelte Verteilung der Durchstoßpunkte einzelner Lichtstrahlen in der hinteren Brennebene wird geometrische Punktspreads-Funktion, oder auch Spot, genannt. Bei ausreichender Strahlendichte stellt er eine Annäherung an die Intensitätsverteilung der PSF ohne Berücksichtigung von Beugungseffekten dar.

Ist die Wirkung der Beugung im optischen System auf die abbildenden Eigenschaften klein gegenüber der Wirkung der optischen Aberrationen, kann über die geometrische PSF eine Beurteilung des optischen Systems erfolgen ([SMI98]).

Als skalare Kennzahl der PSF kann der mittlere quadratische (RMS-)Spotradius verwendet werden. Der RMS Spotradius bezeichnet die gemittelte quadratische Distanz aller Durchstoßpunkte zu einem Referenzpunkt. Als Referenzpunkt dient in der Arbeit der Durchstoßpunkt der Geraden, die durch Objektpunkt und Linsenmittelpunkt geht ([ZEM04]).

### Fazit

Ist für die untersuchte Linse der Einfluss der Abbildungsfehler signifikant größer als der Einfluss der Beugung, sollte die geometrische Punktspreizfunktion verwendet werden. Überwiegen Beugungseffekte, wird die PSF verwendet. Um eine übersichtliche Darstellung für verschiedene Brennweiten zu erhalten, wird als skalare Kennzahl der RMS-Spotradius berechnet. In der Arbeit werden Beugungseinflüsse bei der Bewertung der elastischen Linsen nicht berücksichtigt.

### 2.1.4 Sphärische und asphärische Linsen für Augenimplantate

Obwohl in der vorliegenden Arbeit eine einzelne Linse betrachtet wird, muss eine Integration in das System Auge prinzipiell möglich sein. Es soll deshalb ermittelt werden, welche Eigenschaften eine Linse zur Implantation im Auge aufweisen muss. Ermittelt wird, welche geometrische Form der Linse im Auge eingesetzt werden darf und wie stark die Brechkraftänderung sein soll. Hierfür wird das optische System Auge vorgestellt. Die zitierten Daten stammen aus [ZEI00], [GRE03], [BUR02], [HEC01]. Andere Quellen sind an der entsprechenden Stelle explizit angegeben.

### Aufbau

Das menschliche Auge ist, wie in Abb. 8 zu ersehen, aufgebaut. An der Hornhaut (Cornea) findet die stärkste Brechung von Lichtstrahlen statt, sie hat eine Brechkraft von 43 dpt. Nach Passage der Cornea wird der Strahlengang zunächst durch die Iris als natürliche Blende begrenzt. Der Durchmesser der lichtdurchlässigen Öffnung der Iris (Pupille) kann von 2-9 mm variieren, abhängig von Alter, einfallender Lichtintensität und Abstand des betrachteten Objektes. Durch die Linse werden die Strahlen auf die Retina (Netzhaut) gebündelt, in der die Sinneszellen zur Aufnahme des Lichtreizes liegen. Da das Auge ein natürlich gewachsenes Gebilde ist, weist es in Dimensionen und optischen Aberrationen eine ausgeprägte Abhängigkeit vom Individuum auf. Hieraus resultieren unterschiedliche Schwankungsbreiten der Dimensionen in den Literaturstellen.

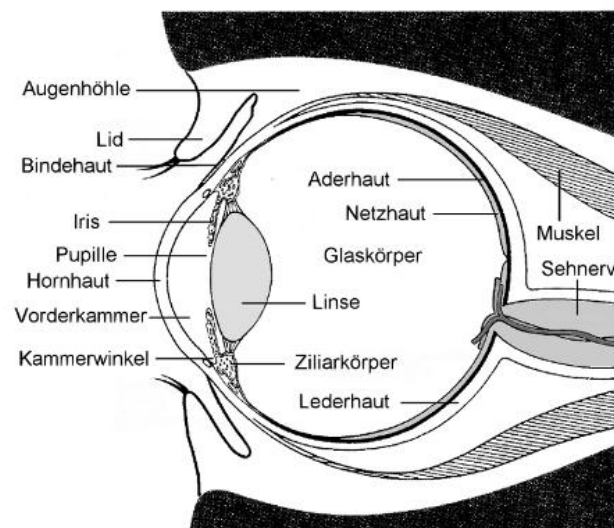


Abb. 8: Aufbau des menschlichen Auges. [aug07]

### **Auflösungsvermögen**

Die Empfindlichkeit des Auges wird nicht ausschließlich durch das optische System determiniert, sondern auch durch die Rezeptordichte auf der Netzhaut. Die Nerven, welche die Retina durchwachsen, gehören zum zentralen Nervensystem und stellen einen Teil des Gehirns dar. Zwar ist die ganze Netzhaut mit Sinneszellen bedeckt, die höchste Dichte konzentriert sich jedoch beim Menschen auf nur 0,02 Prozent der Netzhautfläche und einen Durchmesser von 0,5 mm, die so genannte Fovea Centralis innerhalb der Makula (Gelber Fleck). Das entspricht etwa 2 Grad unseres rund 200 Grad umfassenden horizontalen Blickfeldes, auf denen am schärfsten gesehen wird. Durch die Augenbewegung werden immer andere Bereiche der Umgebung scharf abgetastet, das Gehirn setzt einzelne Bilder dann zu einem insgesamt scharfen Gesamtbild zusammen.

Die Position der Fovea weicht um  $5^\circ$  von der optischen Achse ab. Die für das Sehen zuständigen Sinneszellen haben in der Fovea eine Dichte von 157000 Sinneszellen pro  $\text{mm}^2$ , was einem mittleren Abstand von  $2,49 \mu\text{m}$  entspricht. Die Grenze der wahrnehmbaren Raumfrequenz liegt nach dem Nyquist-Theorem damit bei 58,8 CPD (Cycles per Degree). Durch die Abbildungsfehler des Auges wird diese Raumfrequenz bei normaler Abbildung so unscharf abgebildet, dass nur noch eine graue Fläche wahrnehmbar ist. Ein realistischer Wert für die Auflösung des menschlichen Auges liegt bei 37 CPD. Nach der Gl. (2.1) (mit  $\lambda=550\text{nm}$ ,  $A=9 \text{ mm}$ ) wären 234 CPD beugungsbegrenzt möglich. Weitere die Auflösung limitierende Faktoren sind Streuung an kleinsten Teilchen im Auge, Beugung an der zusammengezogenen Iris sowie das Alter des Individuums und die Umgebungsbedingungen (v.a. Lichtintensität). Siehe hierzu auch ([MAC01], [APP00]).

### **Akkommodation**

Die Krümmung der im Kapselsack gelegenen Linse kann durch den Ziliarmuskel und die Zonulafasern, die ihn mit dem Kapselsack verbinden, geändert werden, so dass die Gesamtbrennweite des Auges auf unterschiedliche Gegenstandsweiten einstellbar ist. Die Brennweitenanpassung wird als Akkommodation bezeichnet und beseitigt den Defokusfehler, der durch eine Änderung der Gegenstandsweite entsteht.

Die Augenlinse weist einen inhomogenen Brechungsindex auf. Sie ist aus ca. 22.000 Schichten aufgebaut, deren Brechzahl vom Kern zu Mantel fällt ( $n=1.406..1.386$ ).

Die Brechkraft der Linse im Medium Kammerwasser ändert sich von 20 bis maximal 33 dpt. Da sich die Linse im Kammerwasser ( $n=1,336$ ) befindet, ist sie relativ stark gekrümmt, wobei Vorder- und Rückseite nicht die gleiche Krümmung aufweisen.

Die Augenlinse ist aufgrund ihres Wirkprinzips eine elastische Linse variabler Fokuslänge. Die in der vorliegenden Arbeit entwickelte Linse hat bezüglich der mechanischen Eigenschaften nicht die Augenlinse als Vorbild, sondern wird, basierend auf einer Analyse eines mechanischen Modells, konzipiert.

### **Aberrationen**

Das natürlich gewachsene menschliche Auge ist in seiner Abbildungsqualität eingeschränkt. Hermann von Helmholtz sagte zur optischen Qualität des menschlichen Auges (z.B. in [HEC01]): *"Wollte mir jemand ein optisches Gerät mit solchen Fehlern anbieten, würde ich es in aller Deutlichkeit zurückweisen."* Eine solche Behauptung mag übertrieben erscheinen, da trotz der optischen Aberrationen des Auges das Sehen der wichtigste Sinn des Menschen bleibt. Viele Fehlsichtigkeiten können durch Sehhilfen korrigiert werden.

Eine Aussage über eine Linsenform für ein Implantat muss die Aberrationen im menschlichen Auge berücksichtigen. Für die Fertigung von Labormustern mit verfügbaren Mitteln ist eine sphärische Form wünschenswert. Es stellt sich die Frage, welche Aberrationen im Auge vorkommen und ob ein sphärisches Linsenimplantat ein ausreichendes Sehen ermöglicht. Bei den üblichen subjektiven ophthalmologischen Prozeduren kann der Grad des Defokus und des Astigmatismus subjektiv auf  $\pm 0,25$  dpt ermittelt werden. Das ist für eine gute Sehfähigkeit ausreichend.

Da die Augenlinse ersetzt werden soll, beschränkt sich die Betrachtung in der Arbeit auf Aberrationen, welche durch die Cornea verursacht werden. Die isolierte Cornea weist für den Großteil der Individuen einen schwächer gekrümmten Pol auf ([SAL99]). Deshalb fokussieren marginale (Rand-) Strahlen vor achsnahen Strahlen, die Cornea hat eine positive sphärische Aberration. Die Augenlinse kompensiert die sphärische Aberration teilweise ([ART98], [ART02]). Es wurden Konzepte vorgeschlagen, durch eine asphärische Formgebung von Intraokularlinsen die sphärische Aberration der Cornea zu korrigieren [PIE04]. In der Norm EN ISO 11979 ([EN11979]) sind Anforderungen an die optische Qualität von Linsenimplantaten für das menschliche Auge definiert, die von sphärischen Linsenimplantaten erfüllt werden (vgl. [iol07]). Es gibt im Übrigen durchaus auch kritische Stimmen, die vor einer Verschlechterung des Gesichtssinns durch asphärische Implantate warnen. Durch eine Verkipfung des Implantates, welche durch den postoperativen Heilungsprozess oder durch eine ungenügende Positionierung des Implantates verursacht werden kann, können sich die Eigenschaften gegenüber sphärischen Linsen verschlechtern ([ALT04]).

Bei der Auslegung der Linsengeometrie müssen ebenfalls die Schwankungen in der Augengeometrie (Krümmung der Cornea, Länge des Augapfels) berücksichtigt werden, die heute durch Auswahl einer geeigneten Brechkraft des Linsenimplantates korrigiert werden. In [POR01] werden die Wellenfrontaberrationen des Gesamtauges von 109 Patienten ausgewertet. Die Auswertung zeigt, dass der Defokusterm für 80 % der Wellenfrontaberrationen des Gesamtauges verantwortlich ist. Durch Nachregeln der Linsenbrechkraft mit einer sphärischen elastischen Linse ließe sich also ein Großteil der Sehkraft wiederherstellen. Elastische Linsen für Implantate könnten in verschiedenen (Ausgangs-)Brechkraften realisiert werden.

### **Fazit**

Ein Labormuster für eine elastische Linse wird mit einer sphärischen Geometrie gefertigt. Das Gros der Intraokularlinsen besitzt eine solche Geometrie. Für einen Einsatz im Auge soll eine Brechkraftänderung von 14 dpt erzielt werden. Die Brechkraft der menschlichen Augenlinse ändert sich von 20 bis maximal 33 dpt. Da das Labormuster gegenüber dem Implantat skaliert ist und an Luft verwendet wird, ist dieselbe Oberflächenkrümmung wie im Auge nicht möglich. Die Ausgangsbrechkraft des Labormusters (an Luft) kann aber in derselben Größenordnung wie die der Augenlinse (in Kammerwasser) gewählt werden. Im Gegensatz zu der elastischen Linse aus [PAT89c], das eine Konkavlinse vorstellt, werden in der Arbeit Konvexlinsen untersucht.

## **2.2 Parameteridentifikation für mathematische Flächen**

Einerseits ist bei der rechnerischen Untersuchung der Eigenschaften von elastischen Linsen eine Übertragung von Daten bezüglich der Oberflächengeometrien aus dem mechanischen Modell in das optische Modell notwendig. Andererseits sollen Geometrien von am Institut gefertigten elastischen Linsen mit Simulationsergebnissen der Linsendeformation verglichen werden, auch hier ist müssen Informationen bezüglich der optischen Oberflächen übertragen werden.



In der Arbeit werden die Informationen über die Oberflächengeometrien anhand von mathematischen Flächen transportiert. Der Informationsgehalt liegt dabei in den Parameterwerten der mathematischen Modelle von Flächen. In der Folge werden Werkzeuge vorgestellt, die bei der Übertragung der Informationen verwendet werden.

### 2.2.1 Methoden der Parameteridentifikation

Unter Parameteridentifikation (auch: Ausgleichsrechnung, Regression) wird in der Arbeit der Vorgang verstanden, die Parameter mathematischer Flächenmodelle aus gegebenen (Geometrie-)daten zu errechnen.

Die Mathematik des Vorgangs stellt die Lösung eines überbestimmten linearen Gleichungssystems dar. In der Regel wird das Gleichungssystem über ein Orthogonalisierungsverfahren (Gram-Schmidt, QR-Zerlegung) in ein bestimmtes lineares Gleichungssystem überführt und anschließend mit den bekannten Verfahren (z.B. Gauß-Seidel) gelöst. Sehr bekannt ist die Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Hierbei wird die Lösung über Nullsetzen der partiellen Ableitungen (sog. Normalgleichungen) erreicht. Es entsteht ein orthogonalisiertes Gleichungssystem. Wie unten anhand der Kugelgleichung gezeigt wird, kann oft durch geeignete Umformung ein nichtlineares in ein lineares Gleichungssystem überführt werden.

Bei Geometriedaten, die fehlerhafte Werte enthalten können, ist es sinnvoll, in zwei Schritten vorzugehen. Erst erfolgt eine Elimination von unplausiblen Datenwerten (sog. Ausreißer), dann in einem zweiten Schritt die Parameteridentifikation.

Wichtige Parameter und verschiedene Verfahren der Identifikation wurden in [SHE06] für die Arbeit ausgewertet. Für die Einarbeitung in die Theorie und die Programmieretechnik wird [PRE92] empfohlen.

#### Fazit

Für die Parameteridentifikation von mathematischen Flächen werden in der Arbeit Werkzeuge der Mathematik-Software Matlab<sup>®</sup> verwendet. Die Orthogonalisierung erfolgt bei Matlab<sup>®</sup> über eine QR-Zerlegung ([MAT99]).

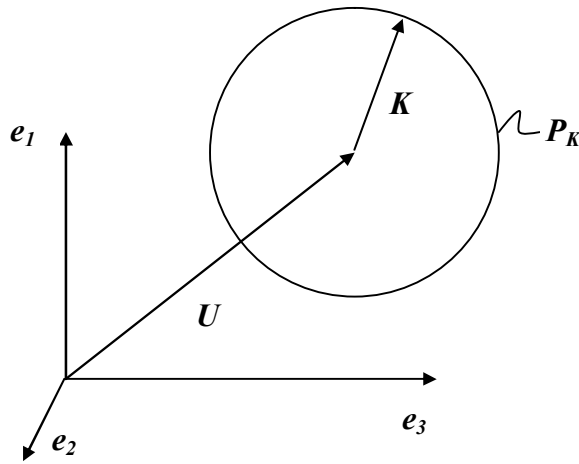
### 2.2.2 Sphären

Die Berechnung von Ausgleichssphären ist zur Quantifizierung von Formabweichungen der elastischen Linse von der Sphärenform notwendig. Zur Bestimmung der Ausgleichssphäre für eine gegebene Menge von Geometriepunkten wird folgende in der Arbeit entwickelte Vorgehensweise vorgeschlagen. Gleichung (2.6) ist das dreidimensionale mathematische Modell einer Kugel mit Radius  $|K|=K$  und Zentrum  $U$  (wie in Abb. 9). Die Geometriepunkte  $P_K$  liegen auf der Oberfläche der Sphäre.

$$P_K - K = U \quad (2.6)$$

Oder ausgeschrieben in Komponenten

$$\begin{pmatrix} P_{K,1} \\ P_{K,2} \\ P_{K,3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Abb. 9: Kugel mit Radius  $K$  und Zentrum  $U$ .

Wird die quadrierte Euklidische Vektornorm von Gl. (2.7) gebildet, führt das nach Umstellen auf die Gl. (2.9). So entsteht ein linearer Zusammenhang in  $\mathbf{U}^*$ . Die zu identifizierenden Parameter sind die Komponenten von  $\mathbf{U}^*$ .

$$\begin{aligned} \left\| \begin{pmatrix} P_{K,1} - K_1 \\ P_{K,2} - K_2 \\ P_{K,3} - K_3 \end{pmatrix} \right\|^2 &= \left\| \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} \right\|^2 \\ \Leftrightarrow (P_{K,1} - K_1)^2 + (P_{K,2} - K_2)^2 + (P_{K,3} - K_3)^2 &= U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\Rightarrow P_{K,1}^2 + P_{K,2}^2 + P_{K,3}^2 = \underbrace{\begin{bmatrix} 2U_1 & 2U_2 & 2U_3 & (|\mathbf{K}|^2 - U_1^2 - U_2^2 - U_3^2) \end{bmatrix}}_{\mathbf{U}^*} \begin{pmatrix} P_{K,1} \\ P_{K,2} \\ P_{K,3} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Für gegebene Geometriepunkte  $\mathbf{P}_L = [P_{L,1} \ P_{L,2} \ P_{L,3}]$ , die von der perfekten Sphärenform abweichen können, wird über eine Parameteridentifikation  $\mathbf{U}^*$  so bestimmt, dass der mittlere quadratische Abstand zwischen Geometriedaten  $\mathbf{P}_L$  und der Ausgleichssphäre minimal wird.

Dazu werden in Gl. (2.9) statt  $\mathbf{P}_K$  die Geometriedaten  $\mathbf{P}_L$  eingesetzt. Für  $N$  Punkte ergibt sich ein Gleichungssystem mit  $N$  Gleichungen. Mit Methoden der Parameteridentifikation kann das lineare Gleichungssystem gelöst werden.

Mit der vorgeschlagenen Vorgehensweise können die vier Komponenten von  $\mathbf{U}^*$  bestimmt werden. Über  $\mathbf{U}^*$  kann auf  $|\mathbf{K}|^2$  und die drei Komponenten  $U_i$  der Kugelgleichung (2.7) zurückgerechnet werden. In der Arbeit wurden für die Bestimmung von Ausgleichssphären für Geometriedaten aus Messungen und Simulationen in Matlab® entsprechende Skripte programmiert („Spher efit“). Die Programmieretechnik ist ein Ergebnis der Arbeit.

### 2.2.3 Zernikepolynome

Für eine optische Beschreibung der elastischen Linsen im Raytracingprogramm ZEMAX<sup>®</sup> wird ein Flächenmodell  $\mathbf{P}_Z$ , basierend auf Zernikepolynomen, verwendet. Zernikepolynome beschreiben eine nicht perfekte Linsenoberfläche wesentlich genauer (d.h. mit mehr Parametern) als eine Ausgleichssphäre.

Zernike entwickelte in den 1940er Jahren ein Funktionensystem, um die Deformation von Wellenfronten mathematisch zu beschreiben. Die einzelnen Terme wurden ursprünglich Einheitskreispolynome genannt, weil sie über einer normierten Kreisfläche in Polarkoordinaten definiert sind. Es gibt mehrere Definitionen für Zernikepolynome, die sich in Normierungsfaktoren und in der Indizierung unterscheiden. In der vorliegenden Arbeit wird die in [NOL76] eingeführte Norm der University of Arizona verwendet. Das in der Arbeit verwendeten Raytracingprogramm ZEMAX<sup>®</sup> ([ZEM04]) nutzt diese Norm. Eine Eigenheit der Norm ist die Einzelindizierung, an anderen Stellen sind Doppelindizierungen üblich. Die Zernikepolynome  $Z_i$  über dem Einheitskreis  $\rho \in [0..1]$  sind linear unabhängig ([NOL76]). Das macht sie für eine Reihenentwicklung einer mathematischen Fläche  $\mathbf{P}_Z$  besonders interessant.

Zernikepolynome werden durch das Produkt eines radiusabhängigen Teils  $Z_\rho$  und eines winkelabhängigen Teils  $Z_\varphi$  dargestellt.  $\varphi$  ist der azimutale Winkel im Bogenmaß. Der winkelabhängige Teil besteht für ein gegebenes  $m$  und  $n$  aus geometrisch identischen Flächen, die jeweils um  $\pi/2$  um die Z-Achse verdreht sind („gerade“ und „ungerade“ Polynome,  $m \neq 0$ ). Außerdem gibt es Zernikepolynome ohne winkelabhängigen Term ( $m=0$ ). Die Zahl  $n$  gibt die Ordnung des radiusabhängigen Zernikepolynoms in  $\rho$  an.  $m$  ist ein Parameter für die Winkelfunktion und gibt die Anzahl der Perioden bei einem Umlauf an.

$$m \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} Z_{gerade,i}(\rho, \theta) = \sqrt{2} \sqrt{(n+1)} Z_\rho(\rho) \cos(m\theta) \\ Z_{ungerade,i}(\rho, \theta) = \sqrt{2} \sqrt{(n+1)} Z_\rho(\rho) \sin(m\theta) \end{cases}$$

$$m = 0 \Rightarrow Z_i(\rho) = \sqrt{n+1} Z_\rho(\rho) \quad (2.10)$$

Die Radialpolynome  $Z_\rho$  in Gl. (2.10) werden über dem normierten Radius  $\rho$  aus Jacobipolynomen vom Grad  $n$  entwickelt (siehe [LIN99]). Der normierte Radius ist das Verhältnis Radialkoordinate  $X_R$  über maximal zugelassener radialer Koordinate  $X_{max}$ .

$$Z_\rho(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)!} \rho^{n-2k} \quad (2.11)$$

$$\rho = \frac{X}{X_{max}}$$

Es gilt

$$n, m \in \mathbb{Z}$$

$$n \geq m \geq 0$$

$$(n-|m|)/2 \in \mathbb{Z}.$$

Die Indizierung der Zernikepolynome erfolgt so, dass gerade Indices  $j$  mit geraden Winkelfunktionen  $Z_\theta$  und ungerade Indices  $j$  mit ungeraden Winkelfunktionen  $Z_\theta$  korrespondieren. Die Polynome werden nach aufsteigendem  $n$  sortiert und für ein gegebenes  $n$  nach aufsteigendem  $m$  ([NOL76]).

Das Flächenmodell  $\mathbf{P}_Z$  wird durch Summierung der Terme  $\alpha_i Z_i$  gebildet, wobei die Zernikepolynome  $Z_i$  mit einem so genannten Zernikeparameter  $\alpha_i$  gewichtet sind.

$$\mathbf{P}_Z = \sum_{i=1}^N \alpha_i Z_i(\rho, \theta) \quad (2.12)$$

Oder in Vektorschreibweise

$$\mathbf{P}_Z = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{Z}(\rho, \theta) \quad (2.13)$$

Für im Zylinderkoordinatensystem gegebene Geometriepunkte  $\mathbf{P}_L = [P_{L,R} \ P_{L,T} \ P_{L,Z}]$ , kann die Gleichung (2.14) über eine Methode der Parameteridentifikation nach den Zernikeparametern  $\alpha_i$  aufgelöst werden.

$$\mathbf{P}_{L,Z} = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{Z}(P_{L,R}, P_{L,T}) \quad (2.14)$$

Für die Arbeit wurden zur Identifikation von Zernikeparametern entsprechende Programme in Matlab® entwickelt („Punkte2Zernike2D“, „Punkte2Zernike3D“, „read\_ANSS“). Die Programmieretechnik ist ein Ergebnis der Arbeit.

## 2.3 Mechanik gummielastischer Körper

Zur Auslegung von elastischen Linsen, welche den geometrischen Anforderungen auch im verformten Zustand genügen, ist Wissen um die Mechanik elastischer Körper unumgänglich. Es sollen hier die Grundlagen vorgestellt werden, mit denen in Kapitel 3 ein mechanisches Modell der elastischen Linse erstellt wird. Die Phänomene des Beulens und Kriechens, welche beide die Stabilität einer elastischen Linse beeinflussen, werden hier ebenfalls eingeführt und mathematische Modelle zur Berechnung vorgestellt.

Elastomere sind polymere Werkstoffe, die sich im Gebrauchstemperaturbereich entropieelastisch (gummielastisch) verhalten. Sie sind charakterisiert durch ein isotropes nichtlineares Verformungsverhalten mit Hystereseanteilen, welches je nach Elastomerart, Zusätzen und Compoundierung stark unterschiedlich ist ([MOH92]). Im Sprachgebrauch sind für Elastomer auch die Bezeichnungen Gummi oder Vulkanisat üblich. Kautschuk ist ein Rohstoff, der durch hauptvalenzmäßige, weitmaschige Vernetzung zum Elastomer wird (Definitionen nach [DIN7724]).

### 2.3.1 Deformations- und Spannungszustand

Bevor ein Materialgesetz für Elastomere vorgestellt wird, das einen Zusammenhang zwischen Spannungs- und Verformungszustand herstellt, soll eine mathematische Beschreibung von Spannungs- und Deformationszustand eingeführt werden.

Als Verzerrung oder Deformation wird in der Physik die Veränderung der Lagebeziehungen von benachbarten körperfesten Punkten bezeichnet. Der Deformationszustand wird mit Hilfe des Streckungstensor(-feldes)  $\mathbf{\Lambda}(\mathbf{X})$  angegeben. Der Streckungstensor  $\mathbf{\Lambda}$  gibt an, wie sich für ein kleines vektorielles Streckenelement  $d\mathbf{X}$  bei einer Verformung Orientierung und Länge ändern. Für das verformte vektorielle Streckenelement  $d\mathbf{x}$  nach Verformung gilt

$$d\mathbf{x} = \mathbf{\Lambda}(\mathbf{X}) d\mathbf{X} \quad (2.15)$$

$\mathbf{\Lambda}$  bezeichnet einen definierten Deformationszustand. Über eine Diagonalisierung kann das Koordinatensystem entlang der größten Dehnungen orientiert werden.  $\mathbf{\Lambda}$  hat dann die Form

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Kartesische Koordinaten werden mit den Indices 1,2,3 in die drei Raumrichtungen bezeichnet. Zylinderkoordinatensysteme werden mit den Indices R, T, Z in die drei Raumrichtungen bezeichnet.

Die Komponenten  $\lambda_i$  (Streckungen) des Streckungstensors  $\mathbf{\Lambda}$  sind definiert als das Verhältnis der  $i$ -ten Komponente des vektoriellen Streckenelementes  $d\mathbf{X}$  im verformten Zustand ( $dX_i$ ) und im unverformten Zustand ( $dx_i$ )

$$\lambda_i = \frac{x_i}{X_i} \quad (2.17)$$

Das Materialverhalten von Silikongummi wird im technisch zulässigen Verformungsbereich als vollständig inkompressibel angegeben ([TRE75], [KÖH00]). Insbesondere Elastomere ohne feste Füllstoffe gehören zur Teilgruppe inkompressibler Elastomere ([MSC00]). Die Determinante von  $\mathbf{\Lambda}$  für inkompressible Materialien beträgt immer Eins.

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (2.18)$$

Der Spannungszustand im verformten Körper wird mit dem Spannungstensor(-feld)  $\mathbf{T}(\mathbf{X})$  der wahren Spannung beschrieben. Da in den meisten Fällen nur die Ausgangsgeometrie eines Körpers bekannt ist, wird die Spannung auf den unverformten Körper bezogen und dann als nominelle oder technische Spannung bezeichnet. Wird die verformte Körpergeometrie als Basis zur Berechnung der Spannungen herangezogen, wird von den wahren Spannungen gesprochen. Mit Kenntnis des Deformationszustandes kann von der wahren zur nominellen Spannung umgerechnet werden. Der nominelle Spannungszustand wird mit dem Nominalspannungstensor(-feld)  $\mathbf{S}(\mathbf{X})$  angegeben. Für inkompressible Materialien gilt

$$\mathbf{S} = \mathbf{\Lambda}^{-1} \cdot \mathbf{T} \quad (2.19)$$

Die Spannungen in Richtung der Hauptachsen werden mit  $s_i$  bezeichnet. In der Strukturmechanik, wo oft mit sehr harten Materialien (Stahl, Keramik, Beton) gearbeitet wird, sind die Dehnungen klein. Der Unterschied zwischen nomineller und wahrer Spannung spielt deswegen in der Auslegung nur eine untergeordnete Rolle. Einige Gummimaterialien können um mehr als 600 % gedehnt werden, der Unterschied zwischen nomineller und wahrer Spannung ist bei größeren Verformungen signifikant. Deshalb muss bei Gummimaterialien zwischen tatsächlicher und nomineller Spannung unterschieden werden.

Äußere Kräfte führen nur dann zu einer Deformation und nicht zu einer Beschleunigung eines Körpers, wenn sie im Gleichgewicht stehen. Der Gleichgewichtszustand wird nach [OGD84] über die kinematischen Euler-Gleichungen für lineare Bewegungen beschrieben. Ist der Körper unbeschleunigt und greifen keine Volumenkräfte an, so gilt für den Nominalspannungstensor  $\mathbf{S}$  in einem rotationssymmetrischen Koordinatensystem

$$\operatorname{div}\mathbf{S} = 0 \quad (2.20)$$

In einem rotationssymmetrischen, gleichförmig belasteten Körper sind Terme außerhalb der Diagonalen von  $\mathbf{S}$  Null ([OGD84]). Mit  $X_R$  als radialer Ortskoordinate im unverformten Zustand ergibt sich für Gl. (2.20) in einem Zylinderkoordinatensystem

$$\frac{dS_R}{dX_R} + \frac{1}{X_R}(s_R - s_T) = 0 \quad (2.21)$$

Das Erfüllen der Gleichgewichtsgleichungen stellt eine notwendige Bedingung für zulässige Spannungszustände dar. Die hinreichende Bedingung ist die Fixierung des Körpers im Raum (keine Starrkörperbewegung). Formeln und Konventionen wurden aus [OGD84] übernommen.

### 2.3.2 Materialmodell für Gummielastizität

Für die Modellierung der elastischen Linse wird ein Materialmodell der Gummielastizität benötigt. Aus dem Materialmodell lassen sich zusätzlich Aussagen ableiten bezüglich der Senkung des Energieverbrauchs eines Aktors zur Linsenverformung. Für Betrachtungen zum Thema Beulen und Zeitstandverhalten wird ein Bezug des in der Arbeit verwendeten Materialparameters zum Elastizitätsmodul hergestellt.

#### Hyperelastische Materialien

Das Konstitutivgesetz als Modell für das Materialverhalten stellt einen Zusammenhang zwischen Verzerrungs- und Spannungszustand dar. Der Spannungszustand  $\mathbf{S}$  ist abhängig vom Deformationszustand  $\mathbf{\Lambda}$

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{\Lambda}) \quad (2.22)$$

Elastizität ist dann gegeben, wenn Deformationen reversibel ablaufen. Das kann für lineare und nichtlineare Spannungs-Dehnungsverläufe der Fall sein. Elastomere, für die ein reversibles nichtlineares Verformungsverhalten angenommen werden kann, werden als hyperelastische Materialien bezeichnet.

Mit einem Modell, welches Spannungen direkt aus den Deformationen ableitet (Cauchysche Materialien), kann ein inkompressibles Material bei finiten Verformungen nicht modelliert werden (vgl. [SZA58], [ANS04]; [MSC00], [CRO99]). Es kommt bei einer Poissonzahl  $\nu$  nahe 0,5 zur

Division mit sehr kleinen Zahlen. Siehe zur Poissonzahl (auch: Querkontraktionszahl) in Anhang H und unten.

Greensche Materialien berücksichtigen Inkompressibilität explizit und können das Materialverhalten von hyperelastischen Materialien deshalb modellieren. Für Greensche Materialien kann eine Verzerrungsenergie(-dichte)  $W(\mathbf{\Lambda})$  angegeben werden, welche nichtlinear vom Deformationszustand abhängig ist. Der Spannungszustand wird als Gradient der Energiedichte bezüglich der Dehnungen ermittelt.

$$\mathbf{S} = \frac{dW(\mathbf{\Lambda})}{d\mathbf{\Lambda}} \Leftrightarrow dW(\mathbf{\Lambda}) = Sd\mathbf{\Lambda} \quad (2.23)$$

Die Gleichung (2.23) muss nach [OGD84] um einen Term erweitert werden, wenn das Material einer Beschränkung der Deformation unterliegt, z.B. bei Anisotropie oder inkompressiblem Materialverhalten. Im Fall eines inkompressiblen Materials wird ein konstanter Term zu Gl. (2.23) addiert. Hydrostatische Anteile  $p$  an der Spannung, welche die Verzerrungsenergie nicht vergrößern, werden so berücksichtigt.

$$\mathbf{S} = \frac{\partial W(\mathbf{\Lambda})}{\partial \mathbf{\Lambda}} - p\mathbf{\Lambda}^{-1} \quad (2.24)$$

Für die Form der Verzerrungsenergiefunktion wurden verschiedene Ansätze vorgeschlagen, einige der bekanntesten stammen von Mooney [MOO40], Rivlin [RIV48], Arruda und Boyce [ARR93], Killian [KIL81] und Yeoh [YEO90]. Gegenüberstellungen und Tests finden sich in [JOH99] oder [MOH92].

Mooney und Rivlin benutzen die Invarianten des Verzerrungstensors zur Modellierung der Verzerrungsenergie. Rivlin schlägt das so genannte Neo-Hookesche Modell vor, welches eine Proportionalität der ersten Invarianten des Streckungstensors  $\mathbf{\Lambda}$  und der Verzerrungsenergie vorsieht. Das Modell kann auch aus thermodynamischen Betrachtungen der Polymere analytisch abgeleitet werden. Durch die Form der Verzerrungsenergiefunktion können viele grundlegende Aspekte des nichtlinearen Verhaltens von hyperelastischen Materialien erklärt werden. [TRE75] ist eine vielzitierte Quelle zu Grundlagenuntersuchungen.

In [JOH99] wird eine Reihenentwicklung der Verzerrungsenergie in Potenzen der ersten und zweiten Invarianten vorgeschlagen. In der vorliegenden Arbeit wird die dortige Nomenklatur übernommen, so dass der Materialparameter des Neo-Hookeschen Modells für die erste Invariante erster Ordnung mit  $C_{10}$  benannt wird.

Zur Auslegung der elastischen Linse für ein künstliches Akkomodationssystem wird als Materialmodell eine Neo-Hookesche Verzerrungsenergiefunktion für inkompressibles Material verwendet. Die Beziehung ist auch als einparametriges Mooney-Rivlin-Materialmodell bekannt.

$$W = C_{10}(\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3) \quad (2.25)$$

Da es sich bei  $W$  um eine Energiedichte handelt und die Streckungen  $\lambda_i$  dimensionslos sind, hat der Materialparameter  $C_{10}$  die Einheit  $[\text{J}/\text{m}^3]$  oder  $[\text{N}/\text{mm}^2]$ . Zur Identifizierung des Materialparameters sind Daten aus einem Zug- oder Druckversuch notwendig. Beim Wechsel auf ein Materialmodell mit mehreren Parametern muss für jeden weiteren Parameter ein zusätzlicher Belastungsfall getestet werden, vgl. z.B. [ANS04].

Der Parameter der Verzerrungsenergiefunktion  $C_{10}$  ist eine charakteristische Kenngröße für den Verformungswiderstand eines Materials und wird daher in der Arbeit als Festigkeit interpretiert. Mit dem Mooney-Rivlinschen Materialmodell kann ein mechanisches Modell der Linse aufgebaut werden.

#### **Ableitung von Aussagen bezüglich des Energieverbrauchs eines Aktors**

Aus der Definition der Verzerrungsenergiefunktion Gl. (2.25) lassen sich bezüglich der Anforderung eines geringen Energieverbrauchs des Aktors zwei Aussagen ableiten. Für eine gegebene Deformation ist die aufzubringende Energie umso niedriger, je kleiner der Materialparameter  $C_{10}$  ist. Der Wert des Materialparameters  $C_{10}$  sollte deshalb möglichst niedrig sein. Für einen gegebenen Materialparameter ist die aufzubringende Energie umso niedriger, je geringer die Deformation ist. Für die notwendige Brechkraftänderung muss deshalb die Deformation minimal sein. Aus der ersten Aussage leitet sich die Forderung nach einem möglichst weichen Material ab. Aus letzterer Aussage leitet sich die später formulierte Forderung nach einer möglichst großen Brechkraftänderung pro Verformung ab.

#### **Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul und Mooney-Rivlin-Materialparameter**

In [LOV34] wird eine Proportionalität zwischen dem Widerstand gegen Scherung (Schubmodul  $G$ ) und dem Materialparameter  $C_{10}$  hergeleitet.

$$C_{10} = \frac{1}{2} G \quad (2.26)$$

Da Scherungen per Definition bei konstantem Volumen ablaufen, ist der Zusammenhang in Gl. (2.26) für inkompressible Materialien zulässig.

In der technischen Mechanik wird der Zusammenhang zwischen Schubmodul und Widerstand gegen Zug/Druck (Elastizitätsmodul  $E$ ) folgendermaßen angegeben (z.B. in [SZA59]):

$$E = 2(1 + \nu) \cdot G \quad (2.27)$$

Die Querkontraktionszahl  $\nu$  ist eine Materialkonstante. Sie beschreibt relative Dimensionsänderungen bei Deformation eines Körpers und dient als Maßzahl für Volumenänderungen. Für die in der Arbeit betrachteten inkompressiblen Elastomere ist die Querkontraktionszahl  $\nu$  gleich 0,5. Mit Gl. (2.26) und (2.27) ergibt sich für den Elastizitätsmodul  $E$

$$E = 3 \cdot G = 6 \cdot C_{10} \quad (2.28)$$

Der Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul und Schubmodul ist nur eine Näherung, da für die Querkontraktionszahl  $\nu$  die Inkompressibilität nur für infinitesimale Verformungen gewahrt bleibt (vgl. Anhang H). Für den Bereich kleiner Verformungen ist Gl. (2.28) jedoch als Annäherung zulässig.

#### **Fazit**

Der Parameter der Verzerrungsenergiefunktion  $C_{10}$  charakterisiert die Festigkeit des Materials. Mit dem Mooney-Rivlinschen Materialmodell kann ein mechanisches Modell der Linse aufgebaut werden. Für eine gegebene Deformation ist die aufzubringende Energie umso niedriger, je kleiner der Materialparameter  $C_{10}$  und je geringer die notwendige Deformation ist.

### **2.3.3 Härte, Festigkeit und Steifigkeit**

Elastomere werden im industriellen Einsatz oft nach ihrer Härte, nicht nach der Festigkeit beurteilt, da die Härteprüfung eine einfache und schnelle Kontrolle des Materials erlaubt. Zur Beurteilung der



Festigkeit ist ein experimenteller Aufbau notwendig. Gerade bei Elastomeren müssen während der Herstellung des Materials aus den Ausgangsprodukten häufig die Eigenschaften kontrolliert werden, da chargenweise auch größere Unterschiede auftreten können. Auch in technischen Datenblättern wird ausschließlich die Härte angegeben. Die Auswahl eines Materials muss deshalb anhand der Härte getroffen werden.

Nicht zu verwechseln sind Steifigkeit eines Körpers und Festigkeit des Materials. In der Arbeit wird unter Festigkeit eine Eigenschaft des Materials verstanden. Die Steifigkeit gibt an, wie ein Körper auf eine aufgeprägte Belastung mit Verformungen reagiert, es kommt hier der Aspekt der Körpergeometrie zur Festigkeit hinzu. Die Steifigkeit kann also über die Geometrie und über die lokale Festigkeit angepasst werden. Ist die Geometrie gegeben, stellt eine Variation der lokalen Festigkeit den einzigen Ansatz dar für eine Anpassung der Steifigkeit.

Zwischen Festigkeit (Schubmodul) und Härte besteht nach [GOH03] ein qualitativer Zusammenhang. Mit zunehmender Härte steigt die Festigkeit exponentiell an. Kennlinien zur Umrechnung der Härte in eine Materialfestigkeit (wie z.B. in Abb. 10) geben einen Anhaltspunkt zur Einschätzung der Eigenschaften. Die Härte kann das Materialverhalten qualitativ beschreiben, als Kennzahl wird sie für viele technische Materialien verwendet. Die Verwendung einer aus Kurven (z.B. nach Abb. 10) abgeleiteten Festigkeit für Berechnungen ist nicht zulässig. Über die Härte kann eine Vorabschätzung der Festigkeit vorgenommen werden, die dann in Materialtests exakt ermittelt werden muss (vgl. Abschnitt 4.2.2).

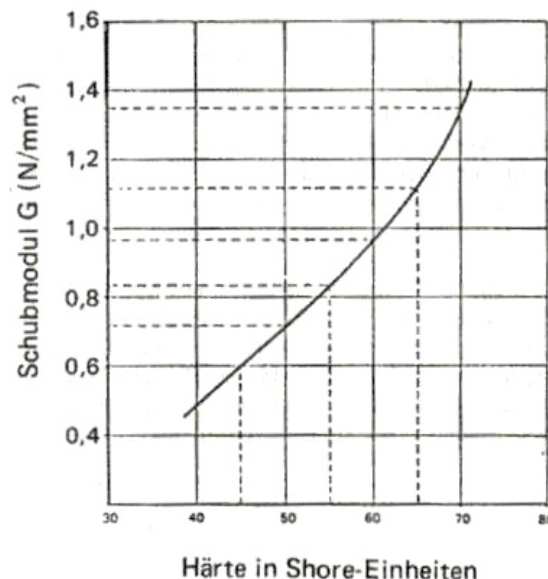


Abb. 10: Schubmodul G in Abhängigkeit von der Härte für hochelastische Mischungen. [GOH03]

Die Shore-Härte ist ein Werkstoffkennwert für Elastomere und Kunststoffe und ist in den Normen DIN 53504 ([DIN53504]) und DIN 7868 ([DIN7868]) festgelegt. Das Kernstück des Shore-Härte-Prüfers besteht aus einem federbelasteten Stift aus gehärtetem Stahl. Dessen Eindringtiefe in das zu prüfende Material ist ein Maß für die entsprechende Shore-Härte, die auf einer Skala von 0 Shore (2,5 Millimeter Eindringtiefe) bis 100 Shore (0 Millimeter Eindringtiefe) gemessen wird. Eine hohe Zahl bedeutet eine große Härte. Bei Weich-Elastomeren wird die Härteprüfung Shore A verwendet, der kegelförmige Stahlstift hat eine abgerundete Spitze ([BOS03]). Bei der Bestimmung der Shore-Härte

spielt die Temperatur eine höhere Rolle als bei der Härtebestimmung metallischer Werkstoffe. Deshalb wird hier die Solltemperatur von 23 °C auf das Temperaturintervall von  $\pm 2$  K beschränkt. Die Materialdicke sollte im Bereich von 0 bis 50 Shore mindestens 9 Millimeter, bei härteren Substanzen mindestens 6 Millimeter betragen.

Optisch transparente Silikonelastomere sind verfügbar im Härtebereich von 10 bis 80 Shore A ([WAC04b]), für Kontaktlinsen werden Materialien von 35 bis 60 Shore A verwendet [POL05].

### 2.3.4 Freiheitsgrade mit Einfluss auf das Deformationsverhalten

Wie in der Arbeit noch gezeigt wird (vgl. Abschnitt 3.3.4), ist es notwendig, in die Linsenmechanik einzugreifen, um das Deformationsverhalten der Linse positiv zu beeinflussen, d.h. die Formtreue bei der verformten Linse zu verbessern. Es werden im Folgenden Möglichkeiten aufgezeigt, wie sich die mechanischen Eigenschaften des elastischen Linsenkörpers manipulieren lassen.

Für die Argumentation werden noch einmal drei der obigen Gleichungen notiert.

$$dx = \Lambda(X) dX \quad (2.15)$$

$$S = \frac{\partial W(\Lambda)}{\partial \Lambda} - p\Lambda^{-1} \quad (2.23)$$

$$W = C_{10}(\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3) \quad (2.25)$$

Wie in der Beziehung (2.15) zu sehen ist, ist die Geometrie des deformierten Körpers  $\mathbf{x}$  bestimmt durch die Ausgangsgeometrie  $\mathbf{X}$  und den aufgebrachten Verzerrungszustand  $\Lambda$ . Der Spannungszustand  $\mathbf{S}$  ist mit dem Verzerrungszustand  $\Lambda$  über den Materialwiderstand gegen Verformung  $C_{10}$  (Festigkeit) verknüpft, wie aus den Beziehungen (2.23) und (2.25) hervorgeht. Lokale Änderungen der Festigkeit bewirken lokale Änderungen des Verformungszustandes. Der Verformungszustand hängt (indirekt) vom aufgebrachten Spannungszustand ab. Der Spannungszustand  $\mathbf{S}$  lässt sich über die auf den Körper aufgebrachten Randbedingungen, d.h. die Art und Weise, wie der Körper seine Verformung erfährt, beeinflussen.

Einflussfaktoren auf die Geometrie des verformten Körpers sind demnach:

- Ausgangsgeometrie
- Lokale Festigkeit
- Randbedingungen der Verformung.

In [VIE05] wurden die Effekte der drei Einflussfaktoren untersucht. Das Ergebnis der Untersuchungen zeigt, dass lediglich die lokale Festigkeit einen ergebnisorientierten Einfluss auf die Verformungseigenschaften einer elastischen Linse hat.

Wie später gezeigt wird, ist der Rand der Linse der einzige zulässige Kraftangriffspunkt (vgl. Abschnitt 3.1). Der Einfluss einer Verteilung der Randbedingungen über den Linsenrand hat keine ausreichenden Effekte auf die Linsenverformung. Das besagt auch das Prinzip von St. Venant: *„In hinreichender Entfernung vom Angriffsbezirk eines Kräftesystems hängt dessen Wirkung nicht mehr merkbar von seiner Verteilung, sondern nur noch von seinen statischen Resultanten ab.“* ([SZA59]).

In Abb. 11 sind zwei Beispiele von ausgewerteten Möglichkeiten der Krafteinleitung  $F$  bzw. Verschiebung  $u$  schematisch dargestellt (siehe [VIE05]). Links in der Abbildung ist die Einleitung über den Linsenrand konstant, rechts wird ein parabolisches Profil vorgegeben. Die Art der Verteilung hatte in Finite-Elementen-Simulationen keinen signifikanten Einfluss auf die Geometrie der verformten Linse. Der empirische Nachweis wurde mit Hilfe von Finite-Elemente-Analysen in [VIE05] erbracht.



Abb. 11: Belastung einer elastischen Linse am Äquator. Links: Krafteinleitung  $F$  oder Verschiebung  $u$  sind über den Linsenrand konstant. Rechts: Über den Linsenrand verteilt eingeleitete Kraft  $F$  oder Verschiebung  $u$ . [VIE05]

Eine Änderung der Ausgangsgeometrie ist nur bedingt möglich. Die Linse hat eine vorgegebene geometrische Form (Sphärenform, vgl. Abschnitt 3.2). Eine Variation der Krümmungsradien auf den beiden Seiten der Linse hat Auswirkungen auf die Linsenverformung. Eine lokal notwendige Verbesserung der Deformationseigenschaften ist hierüber aber nicht möglich. Der empirische Nachweis hierzu wurde in [VIE05] erbracht. Im Gegenteil hat die asymmetrische Deformation nachteilige Folgen für die Formtreue. Die untersuchte elastische Linse wird deshalb als symmetrische Linse ausgebildet, damit ist eine Symmetrie der Deformationseigenschaften auf beiden Linsenhälften gegeben.

Der verbleibende Ansatz betrifft die (lokale) Festigkeit des elastischen Körpers. In [VIE05] konnten über eine lokale Anpassung der Festigkeit gute Ergebnisse zur Verbesserung der Deformationseigenschaften erzielt werden.

In der Literatur existierte bislang kein Ansatz, wie eine solche Anpassung der lokalen Festigkeit vorgenommen werden muss.

Die bekannten elastischen Linsen können über ihre Festigkeitseigenschaften in zwei Gruppen eingeteilt werden. Die erste Gruppe umfasst die monolithische Linse ([CLA77]) aus einem homogenen Material. Ihre Festigkeit variiert nicht. Die Frage, die sich hier stellt, ist, ob diese Linse ausreichende optische Eigenschaften hat. Wie in Abschnitt 3.5 gezeigt wird, ist das nicht der Fall.

Die zweite Gruppe bilden die elastischen Linsen, deren Festigkeit variiert ([PAT85], [PAT89], [PAT89b], [PAT89c]). Solche Linsen sollen Kompositlinsen genannt werden, da sie mit unterschiedlichen Materialhärtegraden gefertigt werden.

### Fazit

Nach empirischen Untersuchungen bietet der Ansatz einer Variation der lokalen Festigkeit des elastischen Linsenkörpers die besten Möglichkeiten einer Verbesserung der Deformationseigenschaften. Die elastische Linse wird als symmetrische Linse ausgebildet.

### 2.3.5 Finite-Elemente-Methode zur Berechnung von Deformationen

In der Arbeit wird ein Finite-Elemente-Modell der elastischen Linse erstellt. Die Grundlagen sollen in der Folge nur kurz vorgestellt werden, da eine breite Auswahl an Werken existiert, z.B. [MAT02] oder [BET97], [BET98].

Mit den in Abschnitt 2.3 beschriebenen Gesetzmäßigkeiten für elastisch deformierbare Körper kann bei gegebener Materialfestigkeit, gegebener Körpergeometrie und mit Kenntnis der auf den Rand der Linse aufgebrachten Verschiebungen und Kräfte die resultierende deformierte Form des Körpers bestimmt werden.

Die Vorgehensweise bei der Finite-Elemente-Simulation der Deformationen beginnt mit einer Modellierung der zu analysierenden Körpergeometrie. Aus der Achsensymmetrie der elastischen Linse ergibt sich eine 2D-Analyse der Linse in einem rotationssymmetrischen Koordinatensystem. Der im Schnitt dargestellte Körper der Linse wird aus Flächen aufgebaut, wie in Abb. 59 zu sehen ist. Die Symmetrie der Linse bezüglich der Mittelebene wird ebenfalls ausgenutzt.

Flächen werden mit 2D-Elementen diskretisiert. Verwendet werden „PLANE183“-Elemente. Das Element wird in [ANS04] genau dargestellt. In dem Element wird über acht Knoten mit jeweils zwei Bewegungsfreiheitsgraden ein quadratisch interpoliertes Deformationsverhalten implementiert, es ist deshalb für unregelmäßige Diskretisierungen geeignet. Das Element unterstützt achsensymmetrische Simulationen und hyperelastische Materialien.

Über die Zerlegung in Finite Elemente wird eine Steifigkeitsmatrix des Körpers erzeugt, welche einen Zusammenhang zwischen Spannungs- und Verzerrungszustand darstellt. Das resultierende lineare Gleichungssystem wird mit den in der FEM-Software implementierten „Solv ern“ gelöst. Solver sind Algorithmen zur automatischen Lösung mathematischer Problemstellungen. Möglich sind implizite oder explizite Solver, welche eine direkte oder eine numerische approximiert Lösung liefern. Für den vorliegenden Fall sind explizite Solver geeignet, da die Anzahl an Elementen noch überschaubar ist. Eine Option der PLANE183 Elemente für eine spezielle Formulierung der Steifigkeitsmatrix (mixed U/P) verbessert die Lösungsfindung für inkompressible Materialien. Um das Gleichungssystem lösbar zu machen, müssen Randbedingungen angegeben werden. In Frage kommt eine Kraft (bzw. ein Druck) oder eine Verschiebung (eventuell als Fixierung über eine Nullverschiebung), die für definierte Knoten des Modells vorgegeben werden. Als Materialmodell für die Finiten Elemente wird die einparametrische Neo-Hookesche Form der Verzerrungsenergie für inkompressible Greensche Materialien verwendet (siehe Abschnitt 2.3.2).

Die Lösung wird für eine Elementformulierung mit großen Verformungen berechnet. Durch eine Rechnung mit großen Verformungen werden deformationsbedingte Änderungen in der Steifigkeitsmatrix berücksichtigt. Geschwindigkeitsabhängige Effekte (Viskoelastizität) werden nicht berücksichtigt. Die Lösung des Problems erfolgt in mehreren Teilschritten. Von Teilschritt zu Teilschritt kommt eine Teillast der Randbedingung hinzu, bis die volle definierte Last als Randbedingung wirkt. Eine solche Vorgehensweise verbessert die Lösungsfindung und ermöglicht die Analyse von diskreten teildeformierten Zuständen  $\Lambda_{SS}$  der elastischen Linse.

Als Werkzeug zur Berechnung der Linsendeformation wird aufgrund der Verfügbarkeit am Institut die Software ANSYS<sup>®</sup> eingesetzt. Die spezifische Implementierung des Materialgesetzes und der Eigenschaften der Elemente sind in [ANS04] dargestellt.

### 2.3.6 Instabilität durch Zeitabhängigkeit der mechanischen Eigenschaften

Alle Elastomere weisen eine mehr oder weniger ausgeprägte Abhängigkeit der mechanischen Kenngrößen von der Zeit auf. In der Finite-Elemente-Software ANSYS® kann zu dem Zeitpunkt der Verfassung der Arbeit eine Zeitabhängigkeit der mechanischen Eigenschaften hyperelastischer Materialien nicht berücksichtigt werden ([ANS04]). Deshalb muss für das Material der elastischen Linse auf einem anderen Weg eine Charakterisierung erfolgen, um Gewissheit über die zeitliche Stabilität der Deformation und eventuelle Folgen auf die Formbeständigkeit zu erlangen. Es wird hierzu ein Materialmodell, basierend auf dem Elastizitätsmodul aus der klassischen Cauchyschen Mechanik, verwendet. In diesem Abschnitt werden die Grundlagen vorgestellt, nach denen in Kapitel 4 die Auswertung der experimentell ermittelten Daten von Materialtests erfolgt.

#### Kriechbeständigkeit und Relaxationsmodul

Kriechen (Retardation) bezeichnet eine zeitliche Änderung der Dehnung eines Probekörpers bei einer konstanten Spannung. Spannungsrelaxation tritt auf, wenn bei Materialien unter konstanter Dehnung die auftretende Spannung mit der Zeit abnimmt (zeitlicher Spannungsverlauf wie in Abb. 12 dargestellt). Beide Vorgänge sind einander ähnlich und können wie ein zeitabhängiges „Erweichen“ des Materials behandelt werden (siehe hierzu [EUL99], [BRÜ76], [BEG79]).

Der Verlustfaktor beschreibt das Verhältnis von dissipierter zu gespeicherter Verformungsenergie. Je höher der Verlustfaktor liegt, desto mehr nähert sich das Verhalten einer Probe einer Flüssigkeit mit Newtonschem Fließverhalten an ([MCI07]). Phänomene wie Kriechen und Relaxation sind bei hohen Verlustfaktoren besonders ausgeprägt.

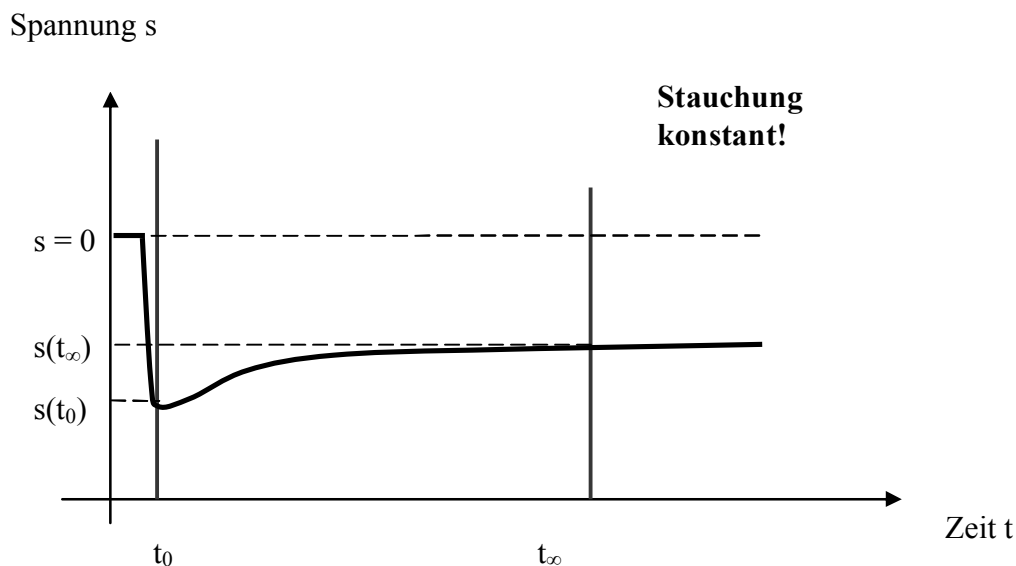


Abb. 12: Relaxationsverhalten im Druckversuch (schematisch).

Das Sinken der Materialfestigkeit wird in der Arbeit durch eine Parallelschaltung zweier Maxwell-Glieder modelliert ([SCM92]), wobei ein Maxwellglied eine unendlich kleine Dämpfung hat. Diese Modellierung bildet das viskoelastische Materialverhalten gut ab ([KUN04], [SULL03]). Mathematisch kann das Modell durch eine Dirichlet-Prony-Reihe mit zwei Termen beschrieben

werden ([BRÜ76]). Im linear-viskoelastischen Fall ist der Steifigkeitsabfall nicht von der Größe der Stauchung abhängig. Der Relaxationsmodul  $E_R(t)$  und der Kriechmodul  $E_K(t)$  bezeichnen den zeitlich veränderlichen Elastizitätsmodul bei Materialrelaxation bzw. Kriechen. Nach [KUN04] und [SULL03] stimmen Relaxationsmodul und Kriechmodul mit guter Genauigkeit überein. Der absolute Festigkeitsabfall kann exakt modelliert werden. Es wurden zwei Gleichungen nach [BRÜ76] aufgestellt.

$$E_R(t) = E_R(t_\infty) + E_R(t_0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.29)$$

$$E_R(t) = \frac{s(t_\infty)}{\varepsilon_0} + \frac{s(t_0) - s(t_\infty)}{\varepsilon_0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.30)$$

$s(t_0)$  - Initialer Spannungswert

$s(t_\infty)$  - Spannungswert nach Abklingen der Spannung

$\tau$  - Zeitkonstante des exponentiellen Abfalls

Gl. (2.30) lässt sich nach der Zeitkonstante  $\tau$  auflösen. Da in der Praxis Retardationsspektren auftreten ([SCM92]), d.h. das wahre Materialverhalten durch unendliche Dirichlet-Prony-Reihen abgebildet wird, werden über der Zeitreihe der Messung Schwankungen in  $\tau(t)$  auftreten. Es ist ein Mittelwert zu bilden.

$$\tau(t) = \frac{t}{\log(E_R(t_0)) - \log(E_R(t) - E_R(t_\infty))} \quad (2.31)$$

Für eine einachsige Druckbelastung wird in der Arbeit nach Gl. (4.4) der Materialparameter  $C_{10}$  berechnet. Laut Gleichung (2.28) existiert zwischen Elastizitätsmodul und Mooney-Rivlin-Materialparameter ein proportionaler Zusammenhang. Eine Abschätzung der Relaxation mit dem Elastizitätsmodul kann deshalb auf den Mooney-Rivlin-Materialparameter übertragen werden.

Eine skalare Kennzahl, welche das Kriechverhalten von Polymermaterialien beschreibt, ist die Kriechbeständigkeit  $c_c$  ([KUN04]). Die Kriechbeständigkeit  $c_c$  entspricht dem relativen Festigkeitsabfall nach der Zeit  $t_\infty$ . Für die Kriechbeständigkeit werden zwei Werte der Materialfestigkeit  $C_{10}$  zu den Zeiten  $t_0$  und  $t_\infty$  ausgewertet.

$$c_c = \frac{C_{10}(t_\infty)}{C_{10}(t_0)} \quad (2.32)$$

### 2.3.7 Instabilität durch Beulen

Beulen ist ein Phänomen der Instabilität, welches einem abrupten Durchbauchen einer Platte nach einer Seite entspricht. Das Beulen ist dem Knicken von Stäben verwandt. Zum Beulen kommt es, wenn eine Grenzspannung  $p_{krit}$  überschritten wird. Beim Beulen baucht die Linse sich aus, so dass die optisch definierten Eigenschaften nicht mehr gegeben sind. Es muss sichergestellt werden, dass bei der Druckbelastung  $p_U$  der Linse ein ausreichender Abstand zur Grenzspannung  $p_{krit}$  für Beulen eingehalten wird.

Der Körper der elastischen Linse wird als Platte konstanter Dicke  $h$  modelliert. Während der Verformung ändern sich Durchmesser  $a$ , Mittendicke  $h(X_R=0)$  und aufgebracht Druck  $p_U$  (für die

Benennungen siehe Kapitel 3). Es wird deshalb für jeden Deformationszustand mit den aktuellen Werten gerechnet. Die Linse ist am Pol dicker als am Rand, es wird ein Mittelwert  $h$  der beiden Werte gebildet. Die notwendigen Werte können den Simulationsdaten entnommen werden. Für die Festigkeit wird der über den Radius minimale Wert einer axialen Mittelung verwendet (vgl. Abb. 36). Aus [SZA58] wird der Zusammenhang Gl. (2.33) übernommen. Die Linse wird am Rand stabilisiert, deshalb wird der Fall der Festlagerung angenommen. Der Elastizitätsmodul wird nach Gl. (2.28) berechnet.

$$p_V > p_{krit} = 14,67 \frac{h^2}{a^2} \frac{E}{12(1-\nu^2)} \quad (2.33)$$

Die Tabellen A3 bis A7 in Anhang A enthalten die Werte der für alle untersuchten Linsen berechneten Grenzspannung  $p_{krit}$  und die aufgebrachte Spannung  $p_U$ . Es kommt bei keiner der simulierten Linsen zu einer Überschreitung.

## 2.4 Silikongummi als Material für Labormuster der elastischen Linse

Als Materialgruppe zur Fertigung der elastischen Linse wurde Silikongummi vorgegeben (vgl. Abschnitt 1.4). Andere sehr transparente Materialien für ein Labormuster sind z.B. Collamer, Hydrogel, Acryl oder PUR gel. Diese Materialien können jedoch nicht verarbeitet werden und sind teilweise nicht frei verfügbar. Acryl und PUR haben außerdem schlechte viskoelastische Eigenschaften ([KÖH00], [WIS05b]).

In der Folge werden einige Erläuterungen zu den physikalischen Grundlagen des Materialverhaltens von Silikongummi und -kautschuk gegeben, da für die Lösung einiger Probleme ein tieferes Verständnis der Materialeigenschaften notwendig ist.

Für den Handverguss (siehe Abschnitt 4.1) muss der Kautschuk so dünnflüssig sein, dass Luftblasen entfernt werden können und die Gussform allein durch den Schwerkrafteinfluss befüllt werden kann. Es soll ein Material verwendet werden, das nicht schwindet, so kann die Gussform ohne Übermaß ausgelegt werden. Damit die Linse aus der Form entnommen werden kann und beim Verformen nicht reißt, existieren Mindestanforderungen an die Reißdehnung. Um die Festigkeit einstellen zu können, ist ein Weichmacher notwendig.

Es werden Auswahlkriterien für ein Silikon aufgestellt und eine Auswahl aufgrund der Bewertungsgrundlagen getroffen. Die Kriterien werden teilweise basierend auf Erfahrungen getroffen, die bei den Tests vieler verschiedener Silikone gemacht wurden (vgl. Tab. 2).

### 2.4.1 Chemisch-physikalische Eigenschaften von Silikonkautschuk

Die Chemie des Silikonkautschuks hat einen Einfluss auf seine Viskosität, seine Härte und auf die viskoelastischen Eigenschaften des vernetzten Gummis. Deshalb ist ein Weichmacher notwendig, wie später noch gezeigt wird.

#### Chemische Grundlagen

Die Basiseinheit (Monomer) der Silikonpolymere ist ein Silicium-Sauerstoffglied (chemische Kurzzeichen Si-O), deren freie Valenzen mit organischen Resten abgesättigt sind. Bestehen die Reste aus Methylgruppen, bildet das Monomer eine Dimethylsiloxangruppe. Polymerisierte Dimethylsiloxanketten (Polydimethylsiloxane, PDMS) können aus einigen wenigen bis zu mehreren Tausend Einheiten aufgebaut sein (s. Abb. 13). Zur Bildung eines Elastomers werden Silikonpolymere

an organischen Methylgruppen durch einzelne funktionelle Vinylseitengruppen während der Vulkanisation (oder „Vernetzung“) weitläufig kovalent verbunden. Die Vernetzung erfolgt durch Addition der Methylhydrogensiloxane an die Vinylgruppen der Polymere durch Hydrosilierung.

Die Vulkanisation kann additiv mit Hilfe eines Katalysators oder durch Substitution unter Abspaltung von Reaktionsnebenprodukten erfolgen. Bei der katalytischen Vernetzung werden keine Reaktionsprodukte abgespalten, daher kommt es nicht zu einer chemischen Schrumpfung des Vulkanisats durch Masseverlust. Die Reaktionskinetik hängt stark von der Umgebungstemperatur und der Katalysatormenge ab.

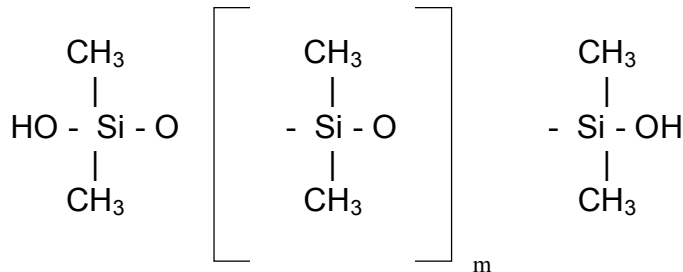


Abb. 13: Chemische Strukturgleichung von Polydimethylsiloxan.

### Transmissionsrate und Brechungsindex

Aufgrund der Molekülstruktur der Silikone werden Transmissionsraten von >88 %/10 mm erreicht ([WAC04c]). Für verschiedene PDMS sind die Brechzahlen in Abhängigkeit von der Molekülgröße in Tab. 1 wiedergegeben. Für das verwendete Silikongummi mit Weichmacheranteil wurde der Brechungsindex experimentell ermittelt (vgl. Abschnitt 4.2.1). Bei Phenylmethyl-Siloxanen mit einem hohen Brechungsindex (zwischen 1,437 und 1,46; [wac07]) sind die Methylreste durch Phenylreste (C<sub>6</sub>H<sub>5</sub>) ersetzt. Durch Einbringen nanodisperser Feststoffpartikel mit hohem Brechungsindex in den Kautschuk ließe sich der Brechungsindex ebenfalls erhöhen. Allerdings kann es dabei zu einer Eintrübung des Vulkanisats kommen.

Kinematische Viskosität [mm <sup>2</sup> /s]	Mittlere Kettenlänge (Si-Einheiten)	Brechungsindex	Dichte [g/cm <sup>3</sup> ]
0,65	2	1,375	0,76
10	16	1,399	0,93
100	70	1,403	0,963
1000	200	1,4035	0,97
10000	500	1,4037	0,97
100000	1000	1,4037	0,97

Tab. 1: Zusammenhang zwischen Molekülgröße und Viskosität für PDMS. [WAC02], [TOM90]

### Kautschukviskosität

Für PDMS gilt, dass mit zunehmender Molekülmasse die Viskosität steigt ([WAC02], [TOM90]). Die Viskosität ist ein Maß für die Zähflüssigkeit eines Fluids. Das Verhältnis zwischen der dynamischen Viskosität  $\eta$  und der Dichte  $\rho$  ist definiert als kinematische Viskosität. In Tab. 1 sind für Silikonöle mit zunehmender Molekülgröße die kinematischen Viskositäten dargestellt, der Anstieg in der Viskosität



ist klar zu sehen. Silikon hat sehr gute Fließigenschaften und kann nach eigenen Erfahrungen noch in Spaltweiten zwischen 0,01 und 0,02 mm eindringen. Eine exakte Abformung von Oberflächen ist deshalb problemlos möglich ([WAC03b]).

### **Festigkeit und Vernetzungsdichte**

In [TRE75] wird gezeigt, dass die Festigkeit eines Gummis ohne zusätzliche Füllstoffe von der Dichte der Bindungen zwischen den Polymeren bestimmt wird. Es wird, basierend auf thermodynamischen und statistischen Betrachtungen, der Zusammenhang Gl. (2.34) zwischen den Streckungen  $\lambda_i$  und der Verzerrungsenergie dichte  $W$  pro Volumeneinheit hergeleitet.

$$W = \frac{1}{2} NkT(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \quad (2.34)$$

$N$  bezeichnet die Bindungszahl pro Einheitsvolumen,  $k$  die Boltzmannkonstante und  $T$  die absolute Temperatur. Der Vergleich mit der Neo-Hookeschen Definition der Verzerrungsenergiefunktion macht deutlich, dass der Materialparameter  $C_{10}$  direkt von der Bindungsdichte  $N$  abhängt.

$$W = C_{10}(\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3) \quad (2.35)$$

Einen großen Einfluss auf das Materialverhalten haben etwaige Füllstoffe (z.B. Öl, Ruß, Harze). Dabei kann es sowohl zur Erweichung kommen, als auch zur Verfestigung und zur Steigerung der Reißdehnung ([TOM90]). Dies wird durch die Art der Interaktion des Füllstoffs mit den Elastomermolekülen bestimmt. Füllstoffe, die zu einer Eintrübung des Materials führen, sind für eine optische Anwendung wie die elastische Linse nicht zulässig.

### **Kautschukviskosität und Materialfestigkeit**

Lange PDMS-Ketten können Netzwerke mit geringer Bindungsdichte ausbilden, da die Ketten selbst viel Volumen einnehmen (vgl. Abb. 14, rechts). Bei kürzeren Ketten ist zur Bildung eines Netzwerkes eine hohe Bindungsdichte notwendig, da die einzelnen Ketten einen geringen Raum einnehmen (vgl. Abb. 14, links).

Da die Viskosität des Silikonkautschuks mit der Molekülgröße steigt (vgl. Tab. 1), existiert ein inverser Zusammenhang zwischen der Viskosität und der Materialhärte. Für reine Silikone ist deshalb ein grundsätzlicher Widerspruch zwischen den Forderungen nach sehr weichem und gleichzeitig niedrigviskosem Material physikalisch gegeben.

Dünnflüssige Produkte mit einer Viskosität von  $<10$  Pa s weisen schlechte mechanische Eigenschaften auf (z.B. Reißfestigkeit). Sie sind für eine Fertigung im Handverguss nicht geeignet, da sie zu empfindlich sind und beim Entformen zerreißen ([WAC03b]). Die Reißfestigkeit gibt den Wert der Dehnung an, bei dem Materialversagen auftritt.

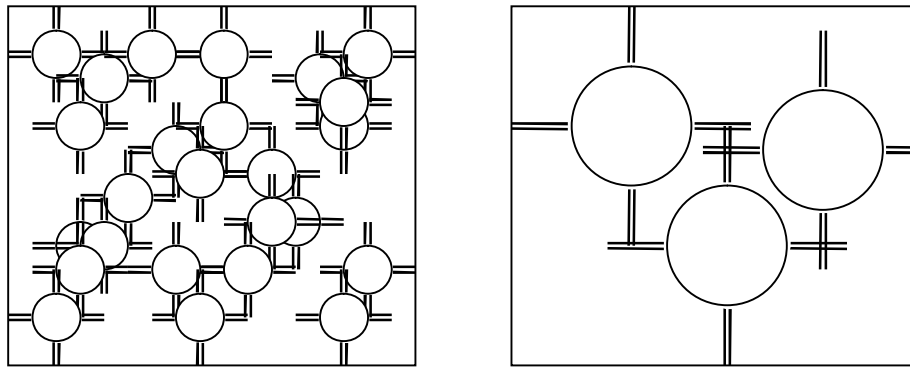


Abb. 14: Ein Material aus kurzen und aus langen Polymerketten (Kreise) mit jeweils vier Vernetzungsstellen (Striche) zu Nachbarmolekülen.

### Viskoelastische Eigenschaften

Silikongummi hat im Vergleich mit anderen Elastomeren ein gering ausgeprägtes viskoelastisches Verhalten. Der Verlustfaktor ist so klein, dass Silikon als Federelement in Sensorapplikationen eingesetzt wird (Beschleunigungssensor, [LÖT97]). In [WIS05] wird die Dissipation als vernachlässigbar und als unabhängig von der Frequenz angegeben (Frequenz kleiner 10 Herz). In [SULL03] wird für ein Silikon ein Verlustfaktor von unter 1 % gemessen. In [LAC06] werden für verschiedene Silikone Verlustfaktoren von 3 % bis 5 % angegeben. Laut [TOM90] nimmt der Anteil des viskoelastischen Materialverhaltens gegenüber dem elastischen Verhalten mit steigender Vernetzungsdichte und somit steigender Festigkeit ab.

Die in der Literatur untersuchten Silikone haben den gleichen molekularen Aufbau wie das in der Arbeit eingesetzte, allerdings kann keine Aussage über die Vernetzungsdichte oder Zusätze gemacht werden. Da in der Arbeit ein Weichmacher verwendet wird, werden die Werte aus der Literatur durch Relaxationstests überprüft (vgl. Abschnitt 4.2.3).

### Chemischer und thermischer Schwund

Chemischer Schwund ist bei katalytisch vernetzenden PDMS vernachlässigbar ( $< 0,1\%$ , Platinkatalysator [WAC03]). Typische Werte des linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten der Vulkanisate aus ELASTOSIL<sup>®</sup> LR Flüssigsilikonkautschuk liegen im Bereich von 2 bis  $4 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  ([WAC03]).

### Vernetzungskinetik

Die Reaktionskinetik wird in der industriellen Produktion durch Wärmezufuhr beschleunigt. Beim Abkühlen tritt dann ein thermischer Schwund auf. Bei der Herstellung der Labormuster kann durch Zugabe eines Reaktionsbeschleunigers (Wacker Katalysator EP, [WAC04]) die notwendige Wärmezufuhr bis auf Raumtemperatur reduziert werden.

Tempern stellt eine Nachbehandlung des fertigen Werkstückes durch Wärmezufuhr dar. Selbst bei unvollständig abgelaufener Vernetzungsreaktion kann das Werkstück durchaus schon fest sein. Wird es im teilvernetztem Zustand verformt, können bleibende Deformationen durch neu ausgebildete Bindungen entstehen. Beim Tempern werden unvernetzte Seitengruppen gebunden, um eine dauerhafte bzw. plastische Verformung während der Nutzungsdauer auf ein Minimum zu reduzieren.

### **Adhäsion**

Das Material darf nicht an der Gussform anhaften. Aus diesem Grund werden Silikonklebstoffe bei der Auswahl nicht berücksichtigt. Mantel und Kern haften untereinander ohne Klebstoff gut, solange der Vernetzungsprozess noch nicht vollständig abgeschlossen ist.

### **Fazit**

Silikone sind extrem transparent (Transmissionsrate  $> 88\%$  nach [WAC04c]). Für die Linsenfertigung werden niedrigviskose, weiche Silikone gebraucht. Es besteht ein physikalischer Widerspruch zwischen niedrigviskosem Kautschuk und niedriger Materialhärte. Es ist deshalb ein Weichmacher notwendig, um weiche Linsen im Handverguss fertigen zu können. Silikone haben gute viskoelastische Eigenschaften und schwinden nicht beim Vernetzen. In der Folge müssen über Materialtests qualitative Zahlen für das Materialverhalten ermittelt werden.

## **2.4.2 Test verschiedener Silikone für die Linsenfertigung**

Es soll anhand von Materialtests aus einer Vorauswahl ein für die Linse geeigneter Silikontyp ausgewählt werden. Um eine Kompositlinse realisieren zu können, müssen mindestens zwei Härtegrade zur Verfügung stehen.

Für die Fertigung im Handverguss ist bei Raumtemperatur vernetzender (RTV), flüssiger Silikonkautschuk (Liquid Silicone Rubber – LSR) am besten geeignet. RTV-Silikone sind einfach zu verarbeiten, sie werden aus zwei Komponenten flüssig angemischt und härten in der Form aus. Prinzipiell ist eine Biokompatibilität der Stoffklasse gegeben. Für die Anwendung als Werkstoff einer elastischen Linse ist ein hochtransparentes Silikon ohne Füllstoffe am besten geeignet. In der Arbeit werden Silikone klassifiziert nach Härte, Reißdehnung, Viskosität des Kautschuks und optischen Eigenschaften.

Getestet wurden in der Arbeit die katalytisch vernetzenden, transparenten zweikomponentigen Silikone Wacker Elastosil RT604, Elastosil RT601, Elastosil RT625, SilGel 612, Elastosil LR 7663 und 7665 und Elastosil LR3003/10. Von den Materialien wurden zylindrische Probekörper angefertigt (vgl. Abschnitt 4.2.2).

Probekörper aus RT601 sind elastisch und weich, reißen aber bereits bei geringsten Dehnungen. Eine Reißdehnung von über  $200\%$  (Wert aus dem Experiment) ermöglicht eine Entnahme aus der Gussform ohne Beschädigung der Linse (siehe Abschnitt 2.4.2). Der Wert wurde für die Herstellung von Labormustern deshalb als Minimalforderung festgesetzt.

Elastosil RT625 wird als transparent angeboten, ist aber trüb. Die guten mechanischen Eigenschaften werden durch Füllstoffe erreicht. Es werden deshalb nur als „optisch klar“ bezeichnete Materialien ohne Füllstoffe berücksichtigt.

SilGel 612 behält als Gel eine klebrige Oberfläche, Verformungen des Materials sind nicht reversibel.

LR3003/10 ist pastös und mit einer dynamischen Viskosität von  $120\text{Pa}\cdot\text{s}$  nicht mehr fließfähig. Die beim Anmischen entstandenen Blasen konnten auch durch Entlüften nicht mehr entfernt werden. Eine Verarbeitung im Handverguss ist deshalb nicht möglich. Die geringe Härte von Shore A 10 und die hohe Reißfestigkeit prädestinieren diesen Werkstoff für die Herstellung von elastischen Linsen, allerdings ist ein entsprechend aufwändiger Maschinenpark (Spritzgussmaschine, Schneckenmischer) notwendig. Durch Tests der anderen Materialien ergab sich eine Verarbeitbarkeit im Handverguss für Materialien mit einer dynamischen Viskosität von maximal  $80\text{Pa}\cdot\text{s}$ .

Produzent Produkt	Transparenz	Härte Shore A	Reißdehnung [%]	Viskosität Mischung [Pas]	Kommentar
Wacker Elastosil LR 3003 10	gut	10	660	120	
Wacker Elastosil LR 3003 20	gut	20	810	170	
Wacker RT601	gut	45	100	3,5	
Wacker RT604	gut	25	k.A. (im Test unzureichend)	0,8	
Wacker RT625	schlecht	25	600	12	
Wacker Elastosil LR 7663	gut	44	380	< 80	n=1,41 Produktionsstopp
Wacker Elastosil LR 7665	gut	50	230	<20	n=1,41
NuSil MED-6033	?	50	350	80	n=1,41 Füllstoff: Silikonharz
NuSil MED-6755	?	30	275	40	n=1,46 Füllstoff: Kieselsäure Für IOLs nicht frei verfügbar

Tab. 2: Bewertungsmatrix von Materialien für die elastische Linse mit relevanten Eigenschaften. Grau unterlegte Werte stellen Ausschlusskriterien dar.

Probekörper mit einer Härte von Shore A 50 können nicht mehr manuell verformt werden und nicht mehr mit der Hand in die experimentellen Vorrichtungen montiert werden. Subjektiv noch als weich zu beurteilende Werkstoffe haben eine Härte von ca. 25 Shore A. Der Wert wird deshalb als Obergrenze der Materialhärte angesetzt, um die Verformungsarbeit durch den Aktor gering zu halten. Härtegrade kleiner Shore A 10 sind extrem weich, sie werden in den verfügbaren Materialkatalogen nicht mehr geführt. Die zugehörigen Materialparameter  $C_{10}$  werden im Druckversuch ermittelt (Abschnitt 4.2.2).

In Tab. 2 ist eine Auswahl von auf dem Markt verfügbaren Silikonen und deren Merkmale nach Anforderungen aufgelistet. Es wurde kein verfügbares Material gefunden, welches die Anforderungen an die Viskosität  $< 80 \text{ mPa s}$  erfüllt, eine Härte unter Shore A 25 und gleichzeitig eine Reißdehnung

über 200 % aufweist. Es wird deshalb ein härteres Material mit Weichmacher versetzt (s. Abschnitt 2.4.3). Nach der Bewertungsmatrix in Tab. 2 wird zur Fertigung von Labormustern Elastosil LR7665 ([WAC04d]) ausgewählt. Der Werkstoff ist Reißfest, optisch klar und niedrigviskos.

### 2.4.3 Auswahl eines Weichmachers

Da das ausgewählte Silikon hart ist, muss es mit einem Weichmacher versetzt werden. Durch die Verwendung eines Weichmachers kann die Festigkeit des Materials stufenlos eingestellt werden. Ein Vorteil daran ist, dass mit der Festigkeit des Kerns ein zusätzlicher Freiheitsgrad für die Optimierung der mechanischen Eigenschaften zur Verfügung steht.

Da Kettenlänge und Anzahl der reaktiven Seitengruppen nur bei der Synthese des Materials in Reaktoren eingestellt werden können, muss die Bindungsdichte, welche die Festigkeit bestimmt (vgl. Gl. (2.34)) auf andere Weise gesenkt werden. Das kann geschehen, indem die vernetzten Moleküle, wie in Abb. 15 links, auseinandergeschoben werden. Dazu werden vor der Vernetzung zusätzliche Stoffe, entweder Feststoffe oder in der Matrix lösliche Flüssigkeiten, in das Material eingebracht.

Abb. 15 rechts stellt dar, wie die Polymermatrix durch eingebrachte Substanzen auseinandergeschoben wird. Bei gleicher Bindungszahl wird das betrachtete Volumen größer, was zu einer Absenkung der Bindungsdichte führt. Es ergibt sich eine verringerte Festigkeit des Materials.

In der Arbeit wird als Weichmacher Silikonöl verwendet. Es besteht aus PDMS ohne reaktive Seitenketten; durch die Ähnlichkeit der molekularen Strukturen wurde in eigenen Tests bis 70 % Gewichtsanteil an Öl in einer Silikongummimatrix eingelagert. Silikonöl geht keine chemische Reaktion mit der Silikonmatrix ein, so dass es an die Materialoberfläche diffundieren kann (vgl. Abschnitt 4.2.4).

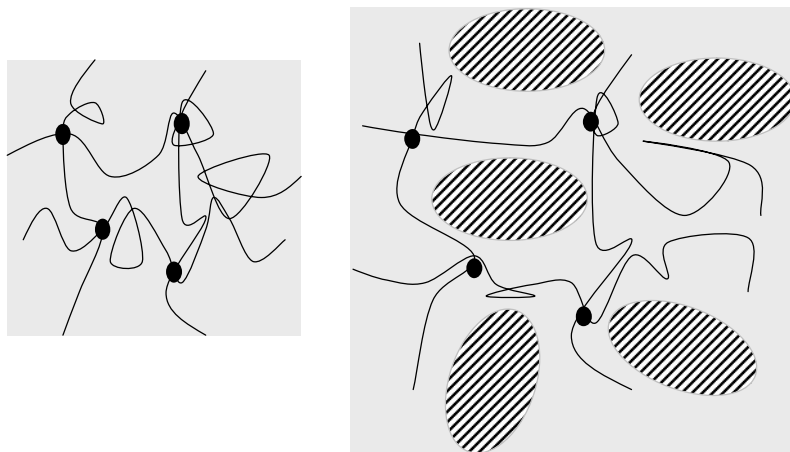


Abb. 15: Links: Hartes Material mit vielen Bindungen (Punkte). Rechts: Weiches Material mit eingelagerten Ölmolekülen (groß, schraffiert) zwischen den vernetzten Molekülen.

Neben Silikonöl als passivem Weichmacher existieren reaktive Weichmacher, die sich während der Vernetzung an die reaktiven Seitengruppen der Monomere anlagern, so dass die Bindungsdichte gesenkt wird. Experimente mit dem Weichmacher MH20 von Wacker zeigten allerdings, dass es bei Materialproben zu starkem Schwund kam. Der Weichmacher ist deshalb zur Fertigung von Labormustern im vorliegenden Fall nicht geeignet.

Die Auswahl des Silikonöls für den Weichmacher erfolgte in Hinsicht auf

- Viskosität
- Brechungsindex und
- Flüchtigkeit des Öls.

Die Tendenz auszuschwitzen nimmt mit steigender Viskosität des zugegebenen Öls zu, unter 50 mm<sup>2</sup>/s ist sie sehr gering, unter 200 mm<sup>2</sup>/s gering, über 10000 mm<sup>2</sup>/s ausgeprägt. Für niedrigviskose Öle steigt die Volatilität ([WAC03b], [WAC00]). Volatilität oder auch Flüchtigkeit beschreibt das Bestreben eines Stoffs, in den gasförmigen Aggregatzustand überzugehen und hängt vom spezifischen Dampfdruck ab. Zum Entfernen von Blasen nach dem Anmischen des Silikons wird ein Vakuum erzeugt, so dass der Dampfdruck einiger Öle unterschritten wird. Getestet wurden Öle mit kinematischen Viskositäten von 350 mm<sup>2</sup>/s, 100 mm<sup>2</sup>/s und 50 mm<sup>2</sup>/s (Wacker AK50, AK100 und AK350 respektive). Bei Verwendung von AK350 tritt bereits bei Raumtemperatur und ohne Belastung Öl aus der Linsenoberfläche aus. Die beiden anderen Öle treten nur noch infolge Belastung aus dem Material aus. Das Silikonöl AK 100 ([WAC02]) verdampft nicht beim Entlüften. Es wird deshalb für die Fertigung von Labormustern eingesetzt.

Die wesentlichen Ergebnisse aus Kapitel 2 werden im Folgenden noch einmal kurz zusammengefasst. In Abschnitt 2.1 werden geeignete optische Eigenschaften für den Einsatz einer elastischen Linse im menschlichen Auge bestimmt, sowie geeignete Kennzahlen zur Bewertung von Abbildungseigenschaften und Brechkraft. Die optischen Eigenschaften der simulierten Linsen werden durch Raytracing bestimmt. In Abschnitt 2.2 werden Methoden der Parameteridentifikation bestimmt, mit der in der Arbeit Oberflächengeometrien aus einer Finite-Elemente-Simulation als mathematische Fläche in eine Raytracing Simulation überführt werden. In Abschnitt 2.3 wird ein mechanisches Materialmodell für Gummi vorgestellt, mit dem in Kapitel 3 ein mechanisches Modell der elastischen Linse aufgebaut wird. Aus dem Materialmodell leitet sich bezüglich eines niedrigen Energieverbrauchs für die Deformation bzw. Brechkraftänderung die Forderung nach einem möglichst weichen Material ab, sowie nach einer möglichst großen Brechkraftänderung pro Verformung. Als Faktor mit relevantem Einfluss auf das Deformationsverhalten wird die Steifigkeit des Linsenkörpers bestimmt. Die Stabilität der Linsengeometrie bezüglich Beulen wird ausgewertet. Nach Quellen aus der Literatur muss das Zeitstandverhalten von Elastomeren prinzipiell berücksichtigt werden, da es bei Kriechen des Materials eventuell zu optisch relevanten Formänderungen kommen kann. In Abschnitt 2.4 wird ein geeigneter Silikontyp für die Linsenfertigung ausgewählt. Es wird gezeigt, dass für das Abformen von Silikongummi im Handverguss ein Weichmacher notwendig ist, da ein prinzipieller Widerspruch zwischen Kautschukviskosität und Härte des vulkanisierten Gummis existiert.

### **3 Modellierung, Simulation und Bewertung von elastischen Linsen**

In diesem Kapitel werden die methodischen Ergebnisse der Arbeit vorgestellt.

Es wird ein Verformungskonzept vorgestellt, welches eine stabile Verformung der Linse gewährleistet. Die Geometrie der elastischen Linse wird aus den Rechercheergebnissen des Kapitels 2 abgeleitet.

In der Arbeit wird ein analytisches, mechanisches Modell der elastischen Linse entwickelt. Die anhand dieses Modells gewonnenen Erkenntnisse zeigen, wie die mechanischen Eigenschaften der untersuchten elastischen Linsen qualitativ eingestellt werden müssen, um eine hohe Formtreue zu gewährleisten.

Die deformierten Oberflächen von Finite-Elemente-Modellen der elastischen Linse müssen auf ihre optischen Eigenschaften hin ausgewertet werden. Hierzu werden ein optisches Modell der Linse und eine Bewertungsmethodik aufgestellt. Als Referenz dienen Linsen mit einer sphärischen Oberflächengeometrie. Die in der Arbeit entworfene Vorgehensweise zum Transfer der Oberflächen vom mechanischen Modell in das optische Modell wird vorgestellt.

Die optischen Eigenschaften einer Linse für das künstliche Akkommodationssystem aus einem Material homogener Festigkeit („monolithische Linse“) werden untersucht. Dabei wird gezeigt, dass bezüglich der Anforderungen eine Beeinflussung der Deformationseigenschaften dringend notwendig ist. Als Konsequenz wird die Geometrie einer elastischen Linse in Kompositbauweise erarbeitet, bei der die Deformationseigenschaften über Finite-Elemente-Rechnungen optimiert werden können und die mit verfügbaren Mitteln hergestellt werden kann. Diese Linse kombiniert einen Kern aus weichem Material mit einem umgebenden Mantel aus härterem Material. Der Einfluss des Kerns auf die optischen Eigenschaften wird untersucht.

Basierend auf den Finite-Elemente-Modellen wird in der Arbeit eine Methode zur Optimierung der Formtreue vorgestellt, wobei alle Deformationszustände berücksichtigt werden. Angepasst werden die mechanischen Linseneigenschaften.

Mit den entwickelten Methoden werden die Eigenschaften eines Labormusters optimiert. Die in der Fertigung auftretenden Toleranzen bezüglich Geometrie und Materialeigenschaften werden simulativ quantifiziert.

Anhand der gewonnenen Erkenntnisse wird ein Fazit gezogen zu der Aussage, dass eine Verbesserung der Formtreue der elastischen Linsen für das künstliche Akkommodationssystem sich positiv auf die optischen Eigenschaften auswirkt.

#### **3.1 Modifiziertes Verformungskonzept für eine elastische Linse**

Zur Aktivierung der Brechkraftänderung der elastischen Linse ist eine Deformation des elastischen Linsenkörpers notwendig. Das Verformungsprinzip muss eine stabile Verformung gewährleisten.

Existierende Lösungen ([PAT89c]) nutzen eine axiale Höhenänderung des Linsenäquators, um eine Deformation des Körpers zu erzielen (vgl. Abb. 2). So wird ein axialer Kraftfluss in randnahen

Regionen der Linse erzeugt. Die achsnahen Regionen erfahren keine direkte Spannungsbeaufschlagung. Nach [PAT89b] äußert sich das in einer großen Krümmungsänderung am Rand, verglichen mit der polnahen Region. Die mechanischen Eigenschaften des Körpers einer solchen Linse werden durch zwei laminierte Körper verschiedener Festigkeit [PAT89c] so angepasst, dass die Linse im deformierten Zustand eine bessere Sphärenform aufweist. Der im Volumen gelegene Körper ist gelartig, er wirkt wie eine viskose Flüssigkeit und leitet die sehr inhomogen aufgeprägte Belastung durch ein Hydraulikprinzip in die Linsenmitte um. Die Vorgehensweise bei der Auslegung wird nicht erläutert. Die Linse aus [PAT89c] ist eine Streulinse (Konkavlinse). Es ist aus der Patentschrift nicht zu erkennen, ob die Konkavform durch die beschriebene Krafteinleitung notwendig wurde. In der vorliegenden Arbeit wird eine Sammellinse (Konvexlinse) untersucht.

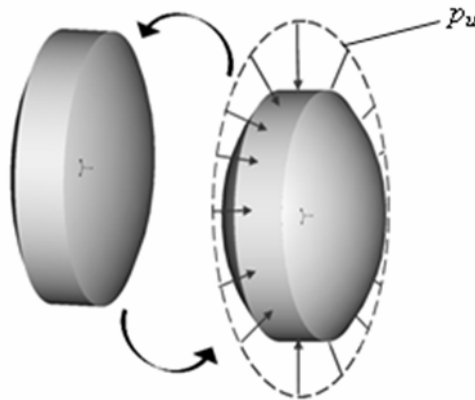


Abb. 16: Verformungsprinzip einer elastischen Linse. Am Äquator aufgebraute radiale Kräfte  $p_u$  verformen den elastischen transparenten Linsenkörper.

Ein Kraftfluss, der zu einer homogenen Belastung der ganzen Linse führt, ist durch eine Dehnung oder Stauchung der Linse in radialer Richtung gegeben (vgl. Abb. 16). Die optische Oberfläche der Linse soll frei bleiben, als Angriffsfläche für Aktoren verbleibt somit der Äquator der Linse. Die Deformation soll rotationssymmetrisch um die optische Achse erfolgen. Eine Stauchung der Linse ist gegenüber einer Belastung durch Zug vom Ingenieurstandpunkt sinnvoller, da Risswachstum im Material minimiert wird, was positive Auswirkungen auf die Produktlebensdauer hat. Im nicht aktivierten Zustand befindet sich die Linsenbrechkraft am unteren Ende der möglichen Skala (Ferneinstellung). Dies ist für ein künstliches Akkommodationssystem sinnvoll, falls ein Versagen des Aktors auftreten sollte.

Eine ähnliche Krafteinleitung wird in [CLA77] verwendet. Die Krafteinleitung erfolgt dort jedoch nicht am ganzen Linsenäquator (vgl. Abb. 1), da die Linse am Rand teilweise fixiert ist. Die inhomogene Einleitung der Kräfte in [CLA77] wird verworfen, da sie zu Rissbildung führen kann.

In [VIE05] konnte empirisch gezeigt werden, dass durch Fixierung der Randhöhe bei einer gegebenen Randverschiebung eine stärkere Brechkraftänderung eintritt, im Gegensatz zum Fall, dass die Randhöhe zunimmt. Dies senkt die Anforderungen an den Aktor. Das in der Arbeit vorgeschlagene Verformungskonzept sieht eine Führung um den Äquator vor, in der die Linse frei gleiten kann (vgl. Abb. 59, Abb. 61). Die Führung übernimmt die Aufgabe, die Höhe des Linsenrandes konstant zu halten und die Linse im Strahlengang zu positionieren. Die Linse kann um den Äquator mit einem homogenen Druck beaufschlagt werden.



Durch das Verschieben des Linsenrandes verringert sich die Apertur der elastischen Linse mit zunehmender Verformung. Die Führung schränkt notwendigerweise die freie Öffnung der Linse ebenfalls ein. Es wird deshalb darauf geachtet, die freie Öffnung der Führung groß zu halten. Bei der Bewertung der Linseneigenschaften muss berücksichtigt werden, dass sich die Apertur bei der Deformation verringert.

Die Stauchung kann durch eine Druckbelastung  $p_U$  oder eine Verschiebung des Linsenrandes erfolgen. Eine Druckrandbedingung ist gegenüber einer Verschiebungsrandsbedingung leichter zu realisieren ([MAR06]). Wie in Abschnitt (2.3.6) festgestellt wurde, reagieren Elastomere auf eine aufgebrachte Spannung mit einer zeitabhängigen Verformung (Kriechen). Um das zu verhindern, wird vorgeschlagen, den Druck auf die Linse über ein Hydrauliksystem aufzubringen. Indem das verdrängte Volumen am Linsenrand konstant gehalten wird, kann sich der viskoelastische Linsenkörper zeitlich nicht weiter verformen. Stattdessen wird in der elastischen Linse die aufgebrachte Spannung abgebaut (Spannungsrelaxation). Die Steuerung der Verformung erfolgt nicht über den aufgebrachten Druck, sondern über das verdrängte Volumen. Für Simulationen des mechanischen Verhaltens kann eine Druckrandbedingung verwendet werden, indem der Augenblick direkt nach Verformung betrachtet wird. Ein Spannungsabbau hat dann noch nicht stattgefunden. Lokale, zeitabhängige Änderungen an der Krafteinleitungsstelle haben nach St. Venant keinen großen Einfluss auf die globale Verformung des Linsenkörpers (vgl. Abschnitt 2.3.4 und [SZA59]). Finite-Elemente-Simulationen zeigen, dass es direkt an der Stelle der Krafteinleitung lokal durchaus zu Deformationseffekten kommt (vgl. auch Abb. 23, Abb. 61). Deshalb werden Bereiche unmittelbar am Linsenrand nicht für die optische Abbildung genutzt (siehe hierzu [VIE05] und [YUE05]).

Abb. 16 zeigt schematisch die Verformung einer Linse durch einen radial aufgebrachten Druck  $p_U$ .

### Fazit

Als Verformungsprinzip wird eine hydraulisch aktivierte radiale Kompression auf dem Linsenrand vorgeschlagen. Die Auswirkungen des Kriechens können so minimiert werden. Die Apertur ändert sich durch die Verschiebung des Linsenrandes. Die Linse muss zur Positionierung im Strahlengang in einer Führung gelagert werden. Die Randhöhe wird für eine maximale Brechkraftänderung konstant gehalten.

## 3.2 Äußere Geometrie der untersuchten elastischen Linse

Die äußere Geometrie der elastischen Linse wird in der Folge nach den optischen Anforderungen aus Kapitel 2 festgelegt. In der Arbeit wird auf eine Geometrie der elastischen Linse geachtet, die für die Fertigung von Labormustern geeignet ist. Es wird noch nicht eine Anpassbarkeit der mechanischen Eigenschaften berücksichtigt. Eine Möglichkeit hierfür wird in Abschnitt 3.6 vorgestellt.

Die Sphärenform ist für eine elastische Linse, die in einem künstlichen Akkommodationssystem eingesetzt werden soll, prinzipiell geeignet (vgl. Abschnitt 2.1.4). Der Körper besteht deshalb aus zwei Kugelkalotten mit Radius  $K$  auf den Stirnseiten eines Zylinders mit Radius  $A$  und Höhe  $C$  (symmetrisch bikonvexe Linse, vgl. Abschnitt 2.3.4). In Abb. 17 ist ein Viertel einer solchen Linse dargestellt. Materialtests erbringen eine Brechzahl des verwendeten Silikongemisches von 1,4074 (siehe Abschnitt 4.2.1). Es werden Standardlinsen mit einem Krümmungsradius  $K$  von 51,830 mm zur Abformung der optischen Oberflächen gewählt, damit hat die unverformte elastische Linse eine paraxiale Brechkraft von 15,72 dpt. Der Wert liegt nahe an der Brechkraft der unverformten Augenlinse (vgl. Abschnitt 2.1.4). Um die hohen Anforderungen an die Amplitude der

Brechkraftänderung von mindestens 14 dpt zu erhalten, muss bei einer paraxialen Rechnung mit der Linsenmachergleichung (2.3) ein Krümmungsradius  $k$  von 27,17 mm erreicht werden, dies entspricht einer paraxialen Brechkraft von 30 dpt. Um auch in der effektiven Brechkraft, die mit Hilfe des Raytracing ermittelt wird, 14 dpt Brechkraftänderung zu erreichen, wird der Wert von  $k$  auf 27 mm festgesetzt.

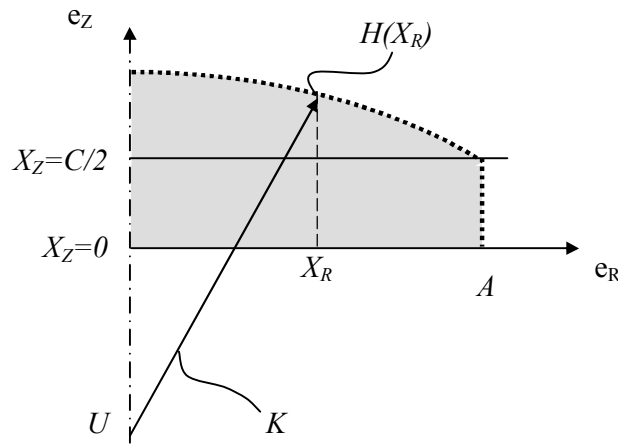


Abb. 17: Schnitt durch die elastische Linse entlang der Symmetrieachse.

Der Durchmesser der untersuchten Linse soll 24 mm betragen. Dieser Wert liegt knapp unter dem Standarddurchmesser kleinerer handelsüblicher optischer Linsen von 25 mm und ermöglicht den Einsatz von Glaslinsen als Abformelemente für die Linsenfertigung. Nach [BER07] darf eine Linse für ein künstliches Akkommodationssystem einen Durchmesser von 10mm nicht überschreiten. Die Skalierung um den Faktor 2,4 ist notwendig, um die Linse mit verfügbaren Technologien fertigen zu können. Zur Gewährleistung der Herstellbarkeit (vgl. Abschnitt 4.1) und als Angriffsfläche für den verfügbaren Aktor ist eine Randhöhe  $C$  von 6 mm notwendig. In Tab. 3 ist eine Übersicht über die Geometriedaten der skalierten elastischen Linse für ein künstliches Akkommodationssystem gegeben. Diese Geometriedaten werden im Weiteren verwendet.

		Abmaß [mm]
Ausgangsradius Kugelkalotte	$K$	51,83
Zielwert Radius Kugelkalotte	$k$	27
Höhe Zylinder	$C$	6
Äquatorialradius Linse	$A$	12

Tab. 3: Abmaße der verformten und unverformten Linsengeometrie.

### 3.3 Analytisches Modell der Mechanik sphärischer elastischer Linsen

In der Folge wird ein in der Arbeit entwickeltes analytisches mechanisches Modell der skalierten elastischen Linse vorgestellt. Bisher existieren in der Literatur noch keine solchen Modelle für elastische Linsen. Die gewonnenen Erkenntnisse bilden die Grundlage für die Entwicklung einer elastischen Linse mit anpassbaren mechanischen Eigenschaften, die über Finite-Elemente-Rechnungen optimiert werden können (siehe Abschnitt 3.6).

Die zugrunde gelegte Verformung überführt die sphärische Oberflächengeometrie der unverformten Linse wieder in eine sphärische Geometrie mit geringerem Krümmungsradius. Für diese Verformung wird ein eindimensionales Modell aufgestellt, d.h. alle Punkte mit gleicher radialer Position erfahren die gleiche Verschiebung und die gleiche Spannung. Die Linse des analytischen Modells hat eine exakte Sphärengometrie im verformten Zustand. Ihre Geometrie ist wie in Tab. 3 angegeben.

### 3.3.1 Geometrieparameter und Verformungszustand

Der erste Schritt zur Erstellung des mechanischen Modells stellt eine Beschreibung der Oberflächengeometrien von unverformter und verformter Linse dar. Es wird dann eine Möglichkeit vorgeschlagen, um die verformte Geometrie für eine vorgegebene Randverschiebung zu berechnen.

Aufgrund der Rotationssymmetrie kann die Linsenoberfläche mit einer Kurve beschrieben werden. Die Oberflächengeometrien  $H$  der unverformten Linse und der verformten Linse  $h$  entsprechen in der Symmetrieebene Kreisbögen. Bei einer Deformation zur Änderung der Brechkraft wird der Linsenäquator durch eine Druckbeaufschlagung  $p_u$  von der radialen Position  $A$  nach  $a$  verschoben. Der elastische Festkörper wird derart deformiert, dass der Kreisbogen seinen Radius von  $K$  nach  $k$  ändert. Der Linsenrand soll bei der Deformation seine Höhe  $C$  nicht ändern ( $C=const$ ). Dies kann für die Labormuster durch eine entsprechende Ankopplung der Aktorik erreicht werden (vgl. Kapitel 5).

Für die unverformte sphärische Linse ist die Höhe bei  $X_R$  mit  $H(X_R)$  gegeben (vgl. Abb. 17 und Abb. 18). Die Geometrie ist durch drei Parameter bestimmt: den Krümmungsradius  $K$ , den Äquatorialradius  $A$  und die Randhöhe  $C$ . Die Höhenfunktion  $H(X_R)$  wird über rein geometrische Betrachtungen hergeleitet. Der Satz des Pythagoras wird für  $X_R=A$  und  $X_R$  ausgewertet, die Hypotenuse ist immer  $K$ . Aufgelöst wird nach  $H(X_R)$ .

$$H(X_R) = \sqrt{K^2 - X_R^2} - \sqrt{K^2 - A^2} + \frac{C}{2} \quad (3.1)$$

Eine verformte sphärische Linse hat an der Stelle  $X_R$  die Höhe  $h(X_R)$ .

$$h(x_R) = \sqrt{k^2 - x_R^2} - \sqrt{k^2 - a^2} + \frac{C}{2} \quad (3.2)$$

Das Linsenmaterial ist inkompressibel, das Volumen ändert sich während der Deformation nicht (vgl. Abschnitt 2.3).

Da für die deformierte Linse die Randhöhe  $C$  erhalten bleibt und die Randverschiebung  $A-a$  vorgegeben ist, kann der dritte Geometrieparameter der deformierten Linse, die Krümmung  $k$ , über die Volumenkonstanz berechnet werden. Das Volumen des Linsenkörpers wird aus dem Rauminhalt des Rotationskörpers berechnet. Hierzu müssen die Umkehrfunktionen (vgl. [BRO96]) der bijektiven Kreisbögen  $H(X_R)$  und  $h(X_R)$  berechnet werden. Die Umkehrfunktion einer bijektiven Funktion weist jedem Element der Zielmenge  $X_Z$  das entsprechende Element der Ursprungsmenge  $X_R$  zu (vgl. Abb. 17). Die Umkehrfunktionen werden notiert  $H^{-1}(X_Z)$  bzw.  $h^{-1}(x_Z)$  (Notation nach [BRO96]). Beispielfhaft sei  $H^{-1}(X_Z)$  notiert.

$$H^{-1}(X_Z) = \sqrt{K^2 - \left( X_Z - \frac{C}{2} + \sqrt{K^2 - A^2} \right)^2}$$

$$X_Z \in \left[ K - \sqrt{K^2 - A^2} + \frac{C}{2}, \frac{C}{2} \right] \quad (3.3)$$

Die Gl. (3.3) lässt sich, wie Gl. (3.1), ebenfalls aus rein geometrischen Betrachtungen herleiten. Für den Linsenrand wird eine Funktion definiert, welche die Anforderungen zur Berechnung des Rauminhaltes erfüllt, da die Funktion  $H(X_R)$  in diesem Bereich nicht bijektiv ist. Es wird aus Gründen eines einheitlichen Vorgehens ebenfalls die Notation  $H^l(X_Z)$  verwendet.

$$H^{-1}(X_Z) = A$$

$$X_Z \in \left[ \frac{C}{2}, 0 \right] \quad (3.4)$$

Das Rotationsvolumen (einer halben Linse) ergibt sich zu

$$V_{KAC} = 2\pi \int_0^{K - \sqrt{K^2 - A^2} + \frac{C}{2}} \left[ H^{-1}(X_Z) \right]^2 dX_Z \quad (3.5)$$

$$V_{KAC} = 2\pi \left[ K^2 \cdot X_Z - \frac{1}{3} \left( X_Z - \frac{C}{2} + \sqrt{K^2 - A^2} \right)^3 \right]_{c/2}^{K - \sqrt{K^2 - A^2} + \frac{C}{2}} + 2\pi \left[ A \cdot X_Z \right]_0^{\frac{C}{2}} \quad (3.6)$$

$$V_{KAC} = 2\pi \left( \frac{2}{3} K^3 - K^2 \sqrt{K^2 - A^2} + \frac{1}{3} \sqrt{(K^2 - A^2)^3} \right) + \pi A^2 C \quad (3.7)$$

Die Gl. (3.7) kann alternativ aufgestellt werden, indem die Formeln für den Volumeninhalt einer Kugelkappe und eines Zylinders (z.B. aus [BRO96]) summiert werden. Die vorgestellte Vorgehensweise lässt sich allgemeiner anwenden, z.B. für Asphären. Das Volumen  $V_{kaC}$  einer verformten (halben) Linse wird auf die gleiche Weise hergeleitet.

$$V_{kaC} = 2\pi \left( \frac{2}{3} k^3 - k^2 \sqrt{k^2 - a^2} + \frac{1}{3} \sqrt{(k^2 - a^2)^3} \right) + \pi a^2 C \quad (3.8)$$

Aus der Volumenkonstanz

$$\Delta V = 0 \Leftrightarrow V_{KAC} = V_{kaC} \quad (3.9)$$

lässt sich der resultierende Krümmungsradius  $k$  implizit bestimmen. Die Höhenfunktion  $h(x_R)$  kann angegeben werden, sobald  $k$  bestimmt ist.

$$k = k(K, A, a) \quad (3.10)$$

Zur Lösung der impliziten Gleichung wurde ein Programm in Matlab® implementiert, welches einen Matlabbefehl zur Minimumsuche verwendet („Analyt\_k\_berechnen“, „Numerisch\_k\_berechnen“, „Analyt\_Brechmodul“, siehe Anhang D). In Tabelle A1 im Anhang A sind verschiedene Wertepaare  $k, a$ , welche über die Beziehung (3.10) ermittelt wurden, angegeben. Mit den Geometriedaten in Tab. 3

ergibt sich über eine Rechnung der Krümmungsradius  $k$  von 27 mm bei einer Verschiebung des Linsenrandes  $a$  auf eine radiale Position von 11,23 mm. Die berechnete Randverschiebung wird bei den weiteren Rechnungen für das analytische Modell eingesetzt.

### 3.3.2 Einführung eines Brechmoduls

Um die Anforderungen an die Aktorik zu senken, sollte die Randverschiebung gering gehalten werden (vgl. Abschnitt 2.3.2). Damit die Anforderungen an die Brechkraftänderung nicht eingeschränkt werden müssen, muss das Verhältnis von Brechkraftänderung (Zielgröße) zu Randverschiebung (Stellgröße), das im Folgenden Brechmodul  $B_D$  genannt wird, groß sein. Die Einführung des Wortes Brechmodul hat sich im Rahmen der Arbeit als zweckmäßig erwiesen, um die gewünschte Eigenschaft zu beschreiben. Die Geometrie der unverformten Linse hat einen Einfluss auf den Brechmodul, wie im Folgenden gezeigt wird. Die vorgestellten Ergebnisse wurden im Rahmen der Arbeit erstmals für eine elastische Linse ermittelt.

Durch empirische Untersuchungen wurde gefunden, dass das Modell (Gl. (3.10)) der Krümmungsänderung für eine gegebene Randverschiebung eine größere Krümmungsänderung liefert als die in der Arbeit entwickelten realen elastischen Linsen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass eine sphärische Verformung der realen Linsen insbesondere im Randbereich nicht wie angenommen erreicht wird. Bezüglich des Brechmoduls kann das Modell aufgrund der starken Brechkraftänderung als bester Fall einer elastischen Linse angesehen werden.

Zur Herleitung eines Zusammenhanges soll die Anfangsgeometrie unbenommen der Festlegung in Abschnitt 3.2 frei wählbar sein. Es werden die Variablen  $\alpha$ ,  $\zeta$  und  $\kappa$  für Äquatorialradius, Höhe des zylindrischen Randes und Krümmungsradius respektive eingeführt. Für die gegebenen Geometrieparameter wird das Volumen  $V_{\kappa\alpha\zeta}$  berechnet wie in Gleichung (3.7).

$$V_{\kappa\alpha\zeta} = 2\pi \left( \frac{2}{3} \kappa^3 - \kappa^2 \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2} + \frac{1}{3} \sqrt{(\kappa^2 - \alpha^2)^3} \right) + \pi \alpha^2 \zeta \quad (3.11)$$

Wird die Linse verformt, müssen sich kleine Änderungen  $d\alpha$ ,  $d\zeta$  und  $d\kappa$  der Geometrievariablen dergestalt einstellen, dass die Bedingung der Volumenkonstanz erfüllt ist.

$$dV_{\kappa\alpha\zeta} (\kappa \rightarrow \kappa + d\kappa, \alpha \rightarrow \alpha + d\alpha, \zeta \rightarrow \zeta + d\zeta) = 0 \quad (3.12)$$

Über das totale Differential von Gl. (3.12) kann ein Zusammenhang für kompatible Änderungen des Krümmungsradius und der Randverschiebung aufgestellt werden. Die Randhöhe wird konstant gehalten, es gilt daher  $d\zeta=0$ .

$$dV_{\kappa\alpha\zeta} (\kappa, \alpha) = \frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \kappa} d\kappa + \frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \alpha} d\alpha = 0 \quad (3.13)$$

Umstellung ergibt

$$\frac{d\kappa}{d\alpha} = - \frac{\frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \alpha}}{\frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \kappa}} \quad (3.14)$$

Hierüber wird ein Ausdruck zur Berechnung der Krümmungsänderung hergeleitet (siehe Anhang E).

$$\frac{d\kappa}{d\alpha} = \frac{1 + \frac{\zeta}{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 - 1}}{2\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^3 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2}}\right) - \frac{\kappa}{\alpha}} \quad (3.15)$$

Die Krümmungsänderung ist demnach von der Wahl der Ausgangsgeometrie abhängig. Die Brüche  $\kappa/\alpha$  und  $\zeta/\alpha$  stellen Aspektverhältnisse von Randhöhe bzw. Krümmungsradius der Linse zum Äquatorialradius dar und werden hier mit  $EL_\kappa$  und  $EL_\zeta$  bezeichnet.

$$\frac{\kappa}{\alpha} = EL_\kappa \quad , \quad \frac{\zeta}{\alpha} = EL_\zeta$$

Um den Einfluss der einzelnen Variablen deutlicher zu machen, wird eine Linearisierung durch eine Reihenentwicklung des Wurzelausdrucks im Nenner vorgenommen (Anhang E). Für größere Werte von  $EL_\kappa$  ( $EL_\kappa \gg 1$ ) geht Gl. (3.15) über zu

$$\frac{d\kappa}{d\alpha} = 4EL_\kappa (1 + EL_\zeta EL_\kappa) \quad , \quad EL_\kappa \gg 1 \quad (3.16)$$

Nach Gleichung (3.16) führt, unabhängig vom Äquatorialradius, eine Vergrößerung des Kugelkappenradius (Vergrößerung von  $EL_\kappa$ ) immer zu einer Steigerung der Krümmungsänderung  $d\kappa/d\alpha$ . Eine Zunahme der Randhöhe (Vergrößerung von  $EL_\zeta$ ) führt, unabhängig vom Äquatorialradius, ebenfalls zu einer Steigerung der Krümmungsänderung  $d\kappa/d\alpha$ . Bei gegebener Randhöhe und gegebenem Krümmungsradius führt eine Verminderung des Äquatorialradius immer zu einer Vergrößerung der Aspektverhältnisse und damit der Krümmungsänderung.

Es besteht ein Zusammenhang zwischen Krümmungsradiusänderung  $dK$  und Brechkraftänderung  $dD$ , wie sich aus der Linsenschleiferformel Gl. (2.4) ergibt. Zur Herleitung der Gleichung (3.17) siehe Anhang E. Die obigen Schlussfolgerungen gelten auch für den Brechmodul  $B_D$  ( $dD/d\alpha$ ). Die Ausgangsbrechkraft geht quadratisch in den Zusammenhang ein und sollte, wie auch oben beschrieben (geringe Krümmung nach der Linsenschleiferformel) klein gewählt werden.

$$dK \approx -2\Delta n_t \frac{1}{D^2} dD \quad (3.17)$$

Auch der Einfluss der Brechzahl sollte beachtet werden. Je höher die Brechzahl  $n_t$  des Materials im Vergleich zur Umgebung (in der Arbeit ist das Umgebungsmedium Luft,  $n_0 \sim 1$ ), desto höher ist für eine gegebene Krümmungsänderung  $dK$  die Brechkraftänderung  $dD$ . Allerdings ist die Brechzahl durch die verfügbaren Materialien vorgegeben (vgl. Tab. 2).

Um den Brechmodul  $B_D$  zu maximieren, sollte eine Linse gewählt werden mit:

- geringem Initial-Krümmungsradius  $K$

- kleinem Äquatorialradius  $A$
- großer Randhöhe  $C$
- hoher Brechzahl  $n_t$

Werden die Aspectverhältnisse in der Art gewählt, dass der Brechmodul  $B_D$  maximal wird, erhält die Linse immer stärker die Form eines hohen Zylinders mit sehr flachen Kugelkappen. Der Brechmodul des Modells (3.10) dient als Referenz für die untersuchten elastischen Linsen. Die Linse des analytischen Modells hat einen Brechmodul  $B_D$  von 20,15 dpt/mm (Wert aus Rechnung mit Linsenschleiferformel Gl. (2.4) und Tab. A1 in Anhang A). Die Herleitung der Zusammenhänge stellt ein Ergebnis der Arbeit dar.

### 3.3.3 Ableitung einer analytischen Darstellung des Deformationszustandes

Für weitere Rechnungen muss der Deformationszustand der elastischen Linse ermittelt werden. Die vorgestellten Ergebnisse wurden im Rahmen der Arbeit für eine elastische Linse erstmals ermittelt.

Es wird eine Linse untersucht, welche die kinematischen Anforderungen der Gl. (3.10) des Verformungsmodells erfüllt. Eine solche Linse weist bei einer Randverschiebung von  $A$  nach  $a$  eine Änderung des Radius der sphärischen optischen Grenzfläche von  $K$  nach  $k$  auf. Der achsensymmetrische Linsenkörper wird in einem Zylinderkoordinatensystem betrachtet. Mit der Annahme eines inkompressiblen Materialverhaltens und der Voraussetzung, dass die Verschiebung eines Punktes nur von seiner radialen Position abhängt, kann der Verzerrungszustand  $\Lambda$  der sphärisch verformenden elastischen Linse angegeben werden.

Ein körperfester Punkt in  $X_R$  wird durch die Verformung um den Betrag  $u(X_R)$  nach  $x_R$  verschoben (vgl. Abb. 18).

$$x_R(X_R) = u(X_R) + X_R \quad (3.18)$$

Streckung bezeichnet eine Längenänderung bezogen auf die Ursprungslänge (vgl. Abschnitt 2.3).

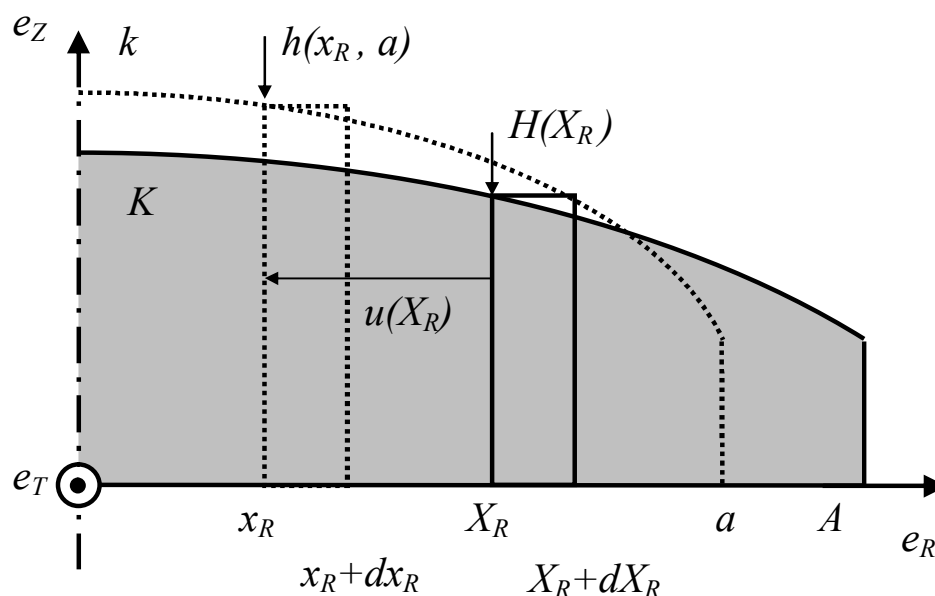


Abb. 18: Ausgangsform (dunkel hinterlegt) und deformierte Form (gestrichelt) eines Linsenviertels (im Schnitt).

Durch die Verformung wird ein Volumenelement in  $X_R$  nach  $x_R$  verschoben und erfährt dadurch eine tangentielle Streckung ([SZA58], [OGD84]).

$$\lambda_T(X_R) = \frac{x_R(X_R)}{X_R} \quad (3.19)$$

Das Volumenelement in  $X_R$  hat die Höhe  $H(X_R)$  aus Gl. (3.1). Im deformierten Körper liegt das Volumenelement in  $x_R$  und muss die Höhe  $h(x_R)$  aus Gl. (3.2) haben, damit nach Vorgabe wieder eine sphärenförmige Linsenoberfläche entsteht. Für die axiale Streckung des Volumenelementes bei Verschieben von  $X_R$  nach  $x_R$  gilt

$$\lambda_Z(X_R) = \frac{h(X_R)}{H(X_R)} \quad (3.20)$$

Die radiale Streckung entspricht der Stauchung des Ringelementes mit Breite  $dX_R$  in  $X_R$  auf die Breite  $dx_R$  in  $x_R$  (z.B. [SZA58]).

$$\lambda_R(X) = \frac{dx_R}{dX_R} \quad (3.21)$$

Aufgrund der Volumenkonstanz gilt für die Streckungen ebenfalls die Beziehung (2.18).

$$\lambda_R \lambda_T \lambda_Z = 1 \quad (2.18)$$

Nach  $\lambda_R(X_R)$  aufgelöst ergibt sich mit Gl. (3.19) und (3.20) folgende Beziehung:

$$\lambda_R(X_R) = \frac{1}{\lambda_T(X_R)} \frac{1}{\lambda_Z(X_R)} = \frac{X_R}{x_R(X_R)} \frac{H(X_R)}{h(X_R)} \quad (3.22)$$

Gleichsetzen von Gl. (3.22) und (3.21) liefert die Differentialgleichung (3.23):

$$\frac{dx_R}{dX_R} = \frac{X_R}{x_R(X_R)} \frac{H(X_R)}{h(X_R, a)} \quad (3.23)$$

Die Integration der Differentialgleichung (3.23) erfolgt durch Trennung der Variablen und Integration:

$$[x_R(X_R) h(X_R)] dx_R = [X_R H(X_R)] dX_R \quad (3.24)$$

Mit den Höhenfunktionen (3.1) und (3.2) wird aus obiger Formel (konstante Anteile  $c_1$  und  $c_2$  siehe unten)

$$x_R \left[ \sqrt{K^2 - x_R^2} + c_2 \right] dx_R = X_R \left[ \sqrt{K^2 - X_R^2} + c_1 \right] dX_R \quad (3.25)$$

Integration des obigen Ausdrucks liefert

$$-\frac{1}{3} \sqrt{[K^2 - x_R^2]^3} + \frac{1}{2} c_2 x_R^2 + \frac{1}{3} \sqrt{[K^2 - X_R^2]^3} - \frac{1}{2} c_1 X_R^2 + c^* = 0$$



Aufgrund der Symmetrie des elastischen Körpers bleiben die Punkte auf der Symmetrieachse unbewegt, es gilt  $x_R(X_R=0)=0$ , hieraus wird die Integrationskonstante  $c^*$  ermittelt. Die implizite Lösung der Gl. (3.23) ist

$$-\frac{1}{3}\sqrt{[k^2 - x_R^2]^3} + \frac{1}{2}c_2x_R^2 + \frac{1}{3}\sqrt{[K^2 - X_R^2]^3} - \frac{1}{2}c_1X_R^2 + \frac{1}{3}k^3 - \frac{1}{3}K^3 = 0$$

$$c_1 = -\frac{C}{2} + \sqrt{(K^2 - A^2)}$$

$$c_2 = -\frac{C}{2} + \sqrt{(k^2 - a^2)} \quad (3.26)$$

Durch gängige numerische Verfahren kann die Lösung  $x_R(X_R)$  ermittelt werden, z.B. mit der Funktion *fminsearch* der MATLAB® Programmier-Hochsprache der Firma MathWorks® oder nach Verfahren aus [PRE92]. Mit Kenntnis von  $x_R(X_R)$  lässt sich anhand Gl. (3.18) die Verschiebungsfunktion  $u(X_R)$  ermitteln. Entsprechende Programme wurden in Matlab® programmiert („Berechnung lam\_i Methode 1“, „Berechnung lam\_i Methode 2“, siehe Anhang D). Die Herstellung der Zusammenhänge und die programmiertechnische Umsetzung stellen Ergebnisse der Arbeit dar.

Wie aus der Darstellung der Streckungen  $\lambda_i$  (Gl. (3.21), (3.19), (3.20)) deutlich wird, ist über die ermittelte Funktion  $u(X_R)$  der gesamte Verzerrungszustand der sphärisch verformten Linse gegeben. Die Verschiebung  $u(X_R)$  (und damit die Streckungen  $\lambda_i$ ) ist für eine gegebene Ausgangsgeometrie ( $K, A, C$ ) abhängig von der Ortsvariablen  $X_R$  und der Größe der Randverschiebung  $u(a)$ .

$$u = u(K, A, C, a, X_R) \quad (3.27)$$

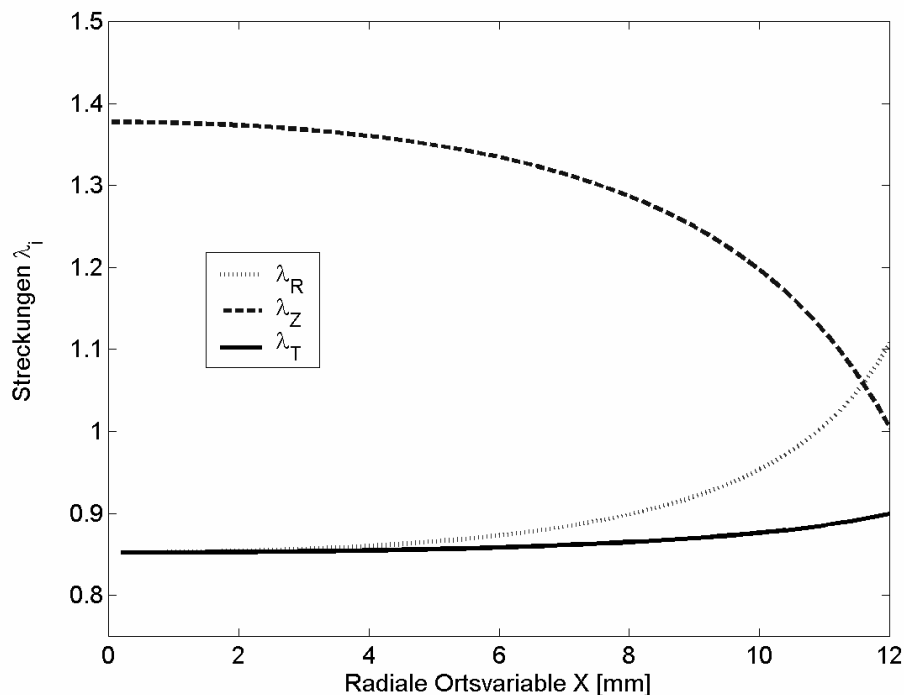


Abb. 19: Streckungen in den drei Raumrichtungen für eine perfekt sphärisch verformte Linse, ermittelt über die Verschiebungsfunktion  $u(X_R)$ .

Die untersuchte elastische Linse des analytischen Modells weist einen Deformationszustand  $\Lambda$  auf, wie er in Abb. 19 über der radialen Ortsvariablen  $X_R$  angegeben ist. Die Linse wurde durch Verformung auf einen Krümmungsradius  $k$  von 27 mm gebracht.

### 3.3.4 Ableitung einer analytischen Darstellung des Festigkeitsverlaufes

Die Darstellung der lokalen Festigkeit einer Linse mit perfekter Sphärenform im verformten Zustand ist die Basis für die Entwicklung der elastischen Linse für ein künstliches Akkommodationssystem. Für die Ableitung werden die Verläufe der Streckungen, die im vorhergehenden Abschnitt hergeleitet wurden, verwendet. Die Erarbeitung der lokalen Festigkeit der Linse des analytischen Modells stellt ein Ergebnis der Arbeit dar.

Aus der Beziehung (2.23) (Ableitung von Spannungen aus der Verzerrungsenergiefunktion), der Beziehung (2.21) (Gleichgewichtsbedingung) und der Definition der Verzerrungsenergiefunktion (2.25) kann eine lineare inhomogene Differentialgleichung erster Ordnung hergeleitet werden mit drei Unbekannten:  $C_{10}$ ,  $S_R$  und  $S_Z$ . Alle Terme sind ausschließlich abhängig von radialer Koordinate  $X_R$  und Randverschiebung  $u(a)$  (siehe oben). Es wird vorgegeben, dass für die radiale Spannungskomponente gelten soll:

$$\frac{ds_R}{dX_R} = 0 \quad (3.28)$$

Das bedeutet, dass die radiale Spannungskomponente konstant ist. Aus dem Verformungsprinzip (Abschnitt 3.1) geht hervor, dass die axiale Spannungskomponente Null ist.

$$s_Z = 0 \quad (3.29)$$

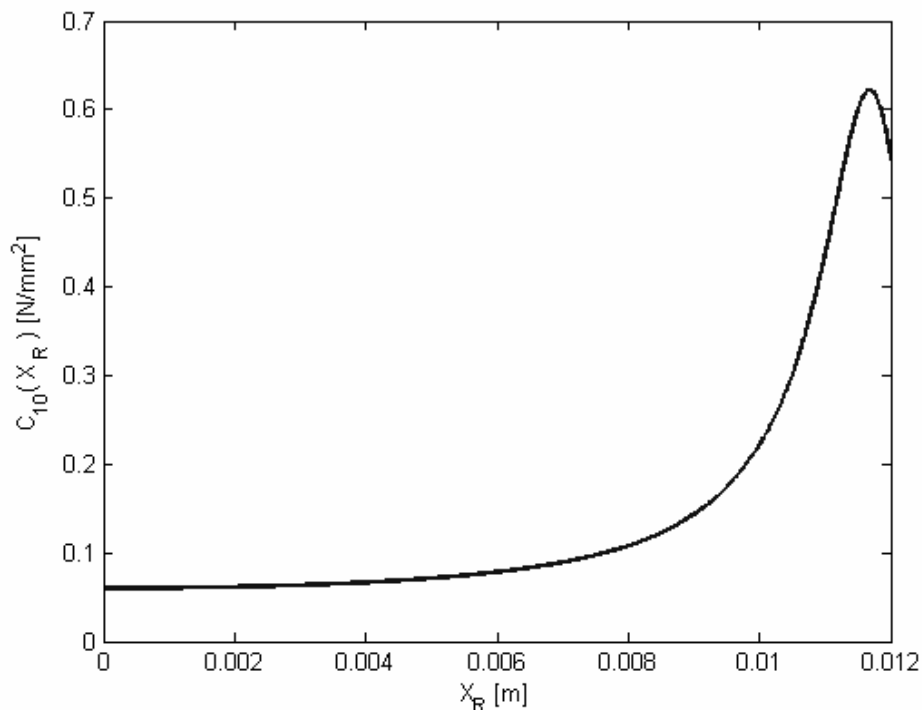


Abb. 20: Analytisch ermittelter Verlauf des Materialparameters  $C_{10}(X_R)$ .

Die Differentialgleichung für  $C_{10}(X_R)$  lautet mit den Vorgaben (3.28) und (3.29).

$$\frac{dC_{10}}{dX_R} = S_R \frac{\frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{d\lambda_T}{dX_R}}{\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3} - C_{10} \frac{d[\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3]}{dX_R} \frac{1}{\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3} \quad (3.30)$$

eine detaillierte Herleitung findet sich in Anhang F. Die Lösung der DGL lautet:

$$C_{10}(X_R) = S_R \frac{\lambda_R(X_R) + \lambda_T(X_R)}{\lambda_R^2(X_R) + \lambda_T^2(X_R) + \lambda_Z^2(X_R) - 3} \quad (3.31)$$

Als Randbedingung wird der Wert für  $C_{10}(X_R=0)$  vorgegeben. Zur Berechnung des Verlaufes wurden in der Arbeit Matlab® Skripte programmiert, die obige Gleichungen nutzen („SOLVE\_C10“; siehe Anhang D). Die Herleitung der Zusammenhänge und die programmiertechnische Umsetzung stellen Ergebnisse der Arbeit dar.

Der in Abb. 20 dargestellte Verlauf des Materialfestigkeitsparameters  $C_{10}$  des analytischen Linsenmodells zeigt, dass eine sphärische Verformung durch eine verminderte Festigkeit des inneren Bereichs erzielt werden kann. Als Randbedingung wurde die Festigkeit bei  $X_R=0$  mit  $C_{10}(X_R=0) = 0,059910 \text{ N/mm}^2$  vorgegeben. Die Festigkeit an dieser Stelle ist identisch mit der Festigkeit der Linse  $L_{ax}$ , die später vorgestellt wird. Im äußeren Linsenbereich ist die Festigkeit sehr hoch, sie beträgt  $C_{10,max}(X_R=11.7\text{mm}) = 0,621870 \text{ N/mm}^2$ . Zum Vergleich: Die Festigkeiten  $C_{10}$  von Polyamid liegen im Bereich von 0,3-0,6N/mm<sup>2</sup> ([BOS03]).

Der Festigkeitsverlauf  $C_{10}(X_R)$  ist abhängig vom Deformationszustand  $\Lambda$ , wie in Formel (3.31) zu sehen ist. Da der Deformationszustand abhängig ist von der Randverschiebung  $u(a)$ , kann über obige Formel nur für jeweils einen Deformationszustand die Festigkeit analytisch angegeben werden. Bei der Konzeption und Bewertung elastischer Linsen müssen aber alle Deformationszustände  $\Lambda$  der elastischen Linse die Bedingung für die Anforderung an die definierte Oberflächengeometrie erfüllen.

Bei der realen Deformation spielen auch Schubkräfte eine Rolle, welche durch die räumlich ausgedehnte Linsengeometrie verursacht werden. Da die Effekte mit der vorliegenden eindimensionalen Betrachtung nicht abgebildet werden, wird in den nächsten Abschnitten ein Finite-Elemente-Modell der Linse eingeführt.

### Fazit

Aus der Untersuchung eines mechanischen Modells wurde abgeleitet, dass für eine sphärische Verformung der elastischen Linse eine Anpassung der lokalen Festigkeit notwendig ist. Der in der Arbeit analytisch ermittelte Verlauf der lokalen Festigkeit einer elastischen Linse ist in der Linsenmitte geringer.

Der Festigkeitsverlauf kann über die erstmals vorgestellte Formel nur für eine einzelne Randverschiebung berechnet werden. Eine Berücksichtigung mehrerer Deformationszustände gleichzeitig ist nicht möglich. Effekte mehrachsiger Spannungszustände auf das Verformungsverhalten können nicht abgebildet werden.

Im folgenden Abschnitt soll ermittelt werden, ob eine Anpassung des Festigkeitsverlaufes bezüglich der optischen Eigenschaften notwendig ist. Es wird hierfür die Verformung einer monolithischen Linse, die aus einem homogenen Material besteht, simuliert, um auf die optischen Eigenschaften

zurückschließen zu können. Die Frage, wie eine Einstellung des Festigkeitsverlaufes unter Aspekten der Fertigbarkeit vorgenommen werden kann, wird später geklärt (vgl. Abschnitt 3.6).

### 3.4 Systematik bei Bewertung von Finite-Elemente-Modellen der Linse

In der Folge werden mechanische Modelle der elastischen Linse basierend auf Finiten Elementen eingesetzt. Mit den Modellen können zwei- und dreidimensionale Deformations- und Spannungszustände berücksichtigt werden. Die Auswertung der optischen Leistungsfähigkeit der untersuchten Linsen erfolgt in einem Raytracingprogramm. Die in der Arbeit verwendete Vorgehensweise zur Übertragung der Oberflächeninformationen und zur optischen Auswertung werden in diesem Abschnitt vorgestellt. Die Vorgehensweise ist speziell auf die in der Arbeit behandelte Problemstellung angepasst.

Die optischen Eigenschaften der Linse werden unter folgenden Gesichtspunkten beurteilt:

1. Es wird eine Abbildungsqualität gefordert, die der von sphärischen Referenzlinsen entspricht.
2. Die geforderte Brechkraftänderung muss erreicht werden.
3. Es wird ein möglichst hoher Brechmodul gefordert, um die Anforderungen an einen Aktor zu minimieren.
4. Es müssen alle Deformationszustände der elastischen Linse berücksichtigt werden.

Zur Auswertung der optischen Eigenschaften ist ein optisches Modell notwendig. Neben den optischen Eigenschaften wird die Formtreue der elastischen Linsen bewertet, um einen Zusammenhang zu untersuchen.

#### 3.4.1 Methodiken zur Übertragung von Oberflächen

Ausgangsbasis einer Diskussion der in der Arbeit untersuchten elastischen Linsen bilden die Ergebnisse einer FEM-Analyse der Linsendeformation in ANSYS®. Es werden Verformungen von Linsen mit verschiedenen Geometrien berechnet (vgl. Abschnitt 3.7). Die Ergebnisse liefern Koordinaten von diskreten Punkten  $\mathbf{P}_L$  auf der Oberfläche der Linsengeometrie in unterschiedlichen Deformationszuständen.

Zur Auswertung müssen teilweise Informationen über die Oberflächen  $\mathbf{P}_L$  der elastischen Linsen von der Finite-Elemente-Simulation in das Raytracingprogramm überführt werden. Abb. 21 gibt eine Übersicht über die hier verwendete Vorgehensweise. Folgende Informationen werden für die Bewertung der Linse benötigt:

- Randposition
- Formtreue
- Effektive Brechkraft
- RMS-Spotradius

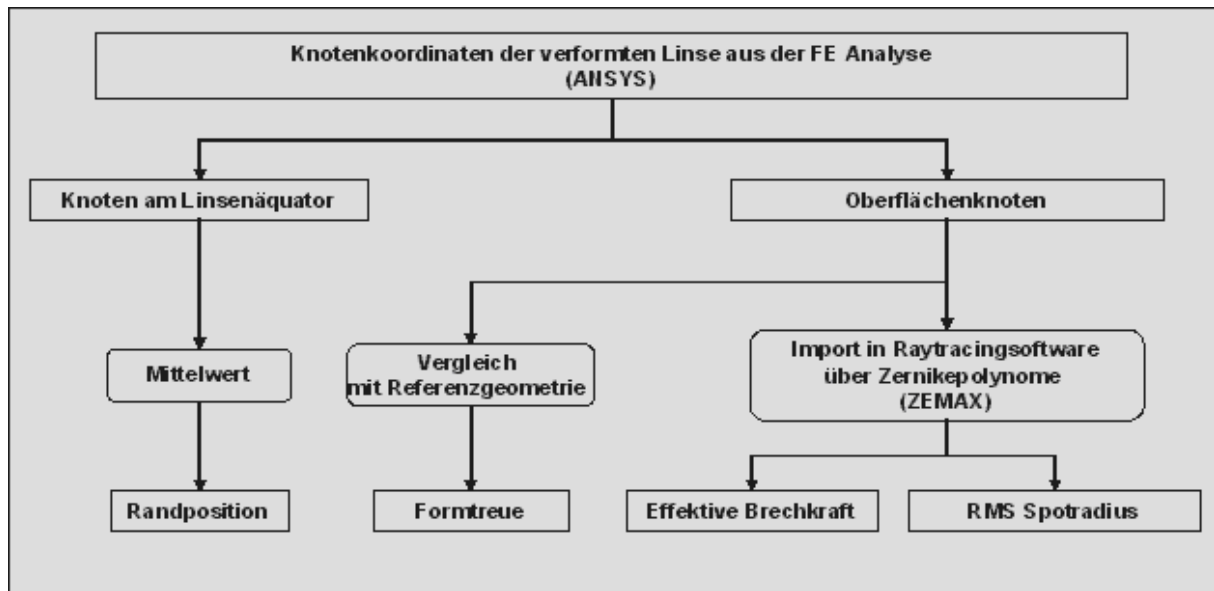


Abb. 21: Vorgehensweise zur Extraktion wichtiger Eigenschaften elastischer Linsen aus den Ergebnissen einer Finite-Elemente-Simulation.

Die Berechnungen wurde in der ANSYS -Skriptensprache ADPL implementiert („Input\_Linse“; vgl. Anhang D), welche sich an Fortran orientiert. Die Ergebnisse werden als Tabelle, in der Reihenfolge der Verformungsteilschritte  $\Lambda_{SS}$ , in einer Textdatei ausgegeben.

### Randposition

Die Randposition wird zur Berechnung des Brechmoduls benötigt (vgl. Abschnitt 3.4.3). Die Vorgehensweise ist wie folgt.

1. Auflistung der Oberflächenknoten am Linsenäquator für alle teildeformierten Verformungszustände  $\Lambda_{SS}$  (vgl. Abschnitt 2.3.5)
2. Berechnung des Mittelwertes in ANSYS
3. Ausgabe in Textdatei.

### Formtreue

Die Formtreue ist ein Indikator für die Güte der Abbildungseigenschaften, ohne dass eine direkte Aussage über die Abbildungseigenschaften möglich ist. Siehe hierzu auch Abschnitt 3.7. Die Vorgehensweise ist wie folgt.

1. Auflistung aller Oberflächenknoten  $\mathbf{P}_L$  auf den optisch relevanten Linsenoberflächen
2. Berechnung der Ausgleichssphären nach Abschnitt 2.2.2, Gl. (2.9) in ANSYS
3. Berechnung der gewichteten mittleren quadratischen Formabweichung nach Gl. (3.37) in ANSYS
4. Berechnung der integralen, gewichteten, mittleren quadratischen Formabweichung nach Gl. (3.41) in ANSYS
5. Ausgabe in Textdatei.

### Effektive Brechkraft und RMS-Spotradius

Zur Berechnung von effektiver Brechkraft und RMS-Spotradius ist ein Import der optisch relevanten Oberflächen in ein Raytracingprogramm notwendig. Die Informationen für das optische Modell sind in den Oberflächenknoten  $\mathbf{P}_L$  enthalten. Zum Erhalt eines mathematischen Modells der Flächen wird wie folgt vorgegangen.

1. Auflistung der optisch relevanten Oberflächenknoten  $\mathbf{P}_L$  aus der Finite-Elemente-Simulation (Skript in Ansys-Skriptsprache ADPL, „Zemax\_Knotenexp“)
2. Ausgabe in Textdatei
3. Identifikationsroutine ermittelt die Parameter  $\alpha$  von Zernikepolynomen  $\mathbf{P}_Z$  anhand der Oberflächenknotenkoordinaten  $\mathbf{P}_L$  aus der Textdatei, siehe auch Abschnitt 2.2.3 (Skript in Matlab, „read\_ANS\$“)
4. Import der Zernikeparameter über eine selbst erstellte Routine in ZEMAX® (Matlab, „MCM\_maker“)
5. Ausführen der notwendigen Berechnungen zur Bewertung der optischen Linseneigenschaften in ZEMAX® (siehe Abschnitt 3.4.2).

Die Anzahl der Zernikepolynome wird so gewählt, dass bei einem zusätzlichen Polynom in dem Raytracingprogramm ZEMAX® keine weiteren Änderungen der optischen Eigenschaften eintreten. Das optische Verhalten der von den Zernikepolynomen beschriebenen Fläche  $\mathbf{P}_Z$  entspricht dann dem der simulierten Linsenoberfläche  $\mathbf{P}_L$ . Es werden nur rotationssymmetrische Polynome verwendet, da die Linsenmodelle unter Annahme einer Rotationssymmetrie simuliert wurden (siehe Abschnitt 3.2).

### Fazit

Zur Übertragung der Oberflächen vom Finite-Elemente-Modell in das optische Modell der elastischen Linse wurde in der Arbeit eine Methodik entwickelt und Programme zur automatischen Ausführung implementiert. Auch für die Berechnung von Randposition und Formtreue wurde eine Methodik entwickelt und programmiertechnisch umgesetzt.

### 3.4.2 Optisches Modell

Für die elastische Linse wurde in der Raytracingumgebung ZEMAX® ein optisches Modell erstellt. Das Modell liefert eine Bewertungsgrundlage für unterschiedliche Deformationszustände der elastischen Linse. Die Zwischenzustände der Verformung stellen unterschiedliche Brennweiten der Linse dar.

Das Modell besteht aus zwei optischen Oberflächen  $\mathbf{P}_Z$ , das Material der Linse entspricht in seiner Brechkraft dem für die Labormuster verwendeten Material (vgl. Abschnitt 4.2.1). Das Umgebungsmedium ist Luft.

Die Oberflächen  $\mathbf{P}_L$  der elastischen Linsen aus der Finite-Elemente-Simulation werden über Zernikepolynome  $\mathbf{P}_Z$  als mathematische Fläche angegeben (vgl. Abschnitt 2.2). Für die Referenzlinsen werden Sphären verwendet, ZEMAX® braucht hierfür den Radius  $K$ . Die Referenzlinsen werden für jeden äquivalenten Deformationszustand ausgewertet und stimmen in effektiver Brennweite und Mittendicke mit dem Deformationszustand der elastischen Linse überein.

Das Modell enthält für jeden Deformationszustand  $\mathbf{P}_L(\mathcal{A}_{SS})$  einen Datensatz mit den Parametern  $\alpha$  der Zernikepolynome  $\mathbf{P}_Z(\mathcal{A}_{SS})$ . Die Datensätze werden über den „Multi Configuration Manager“ verwaltet. Sie enthalten außerdem Informationen über die Bildweite.

Zur Charakterisierung der Abbildungseigenschaften elastischer Linsen variabler Fokusslänge ist eine Kennzahl notwendig, mit der Zwischenzustände der Verformung übersichtlich gegenübergestellt werden können. Da die Zielgeometrie eine Sphäre ist, ist der Einfluss der Aberrationen größer als der Einfluss von Beugungseffekten. Beugungseinflüsse werden deshalb in der Arbeit vernachlässigt. Als Bewertungsgrundlage wird deshalb die geometrische Punktspreizfunktion verwendet (vgl. Abschnitt 2.1.3). Um eine übersichtliche Darstellung für verschiedene Brennweiten zu erhalten, wird als skalare Kennzahl der RMS-Spotradius berechnet. In der Arbeit wird der RMS-Spotradius mit einem statistisch verteilten Durchstoßmuster der Lichtstrahlen in der Ausgangsöffnung der Linse ermittelt (siehe auch [FOM74]). Die Berechnungen werden für monochromatisches Licht der Wellenlänge 555 nm vorgenommen.

Die Lichtstrahlen fallen einseitig parallel auf die vordere Linsenfläche. Über die internen Optimierungswerkzeuge der ZEMAX<sup>®</sup>-Software wird dann einseitig die Entfernung von der Auswertungsebene zur Linsenmitte (Bildweite) so berechnet, dass der RMS-Spotdurchmesser minimal ist. Die Variable der Optimierung ist deshalb die Bildweite, für die Referenzlinsen der Sphärenradius. Die effektive Brennweite entspricht nach einer Faustformel der Bildweite minus einem Drittel der Linsenmittendicke ([HEC01]).

Der Durchmesser der ausgewerteten Apertur  $X_{AP}$  beträgt 17,6 mm. Auf Grund von Effekten der Krafteinleitung wird der äußere Linsenrand nicht mit ausgewertet (vgl. Abschnitt 3.1).

Das optische Modell ermöglicht die Bestimmung des RMS-Spotdurchmessers als Kriterium der optischen Leistungsfähigkeit, bzw. der Abbildungsqualität. Zusätzlich wird die effektive Brennweite ausgewertet. Ausgewertet werden die Zustände von 15,72dpt bis 30dpt effektiver Brechkraftänderung.

### 3.4.3 Brechmodul der Finiten-Elemente-Modelle der elastischen Linsen

Zur Bestimmung des Brechmoduls wird nach Abschnitt 3.3.2 einerseits die Position des Linsenrandes in den Deformationszuständen  $\mathcal{A}_{SS}$  der elastischen Linse benötigt. In Abschnitt 3.4.1 wird die Methodik zur Ermittlung der Randposition vorgestellt. Andererseits wird die Brechkraft im entsprechenden Deformationszustand  $\mathcal{A}_{SS}$  benötigt. Anstatt einer Näherung über die Linsenschleiferformel, wie in Abschnitt 3.2.2, werden die Werte der effektiven Brechkraft aus der Optiksimulation verwendet. Die Steigung  $\Delta D/\Delta u$  einer Regressionsgeraden entspricht dem über die Verformungszustände gemittelten Brechmodul  $B_D$ . Siehe hierzu in Abb. 26 die Regressionsgerade (gestrichelt).

### 3.4.4 Formtreue

Optische Anwendungen stellen sehr hohe Anforderungen an die Formabweichungen, für Hochleistungsoptiken sind  $\lambda/4$ , bezogen auf die Wellenlänge des Lichtes, üblich. Für Licht mit einer Wellenlänge von 555 nm ergeben sich dadurch 39,6 nm als zulässige maximale Abweichung. Solche Genauigkeiten gelten für geschliffene und polierte Optiken aus Glas. Es stellt sich die Frage, ob Formabweichungen in Richtung der Flächennormalen oder parallel zur optischen Achse gemessen werden sollen. Zur Charakterisierung von geometrischen Formabweichungen wird die Interferometrie verwendet. Die Abweichungen werden dort entlang der optischen Achse gemessen ([HEC01]). Bei

Wellenfrontmessungen ist ebenfalls eine Darstellung der Abweichungen entlang der optischen Achse üblich ([LAN92]). In dieser Arbeit wird deshalb die Abweichung in axialer Richtung bei der Angabe der Formabweichung verwendet.

Moderne Produktionsverfahren für Kunststofflinsen können diese Genauigkeiten noch nicht erreichen. Die Differenz von positiven und negativen Formabweichungen (Peak-to-Valley) von Linsen aus thermoplastischen Materialien liegt für Spritzgießen und Spritzprägen im besten Fall bei  $11,8\ \mu\text{m}$  für eine Öffnung von  $40\ \text{mm}$  ([FOR06]). Bei Zugrundelegung einer symmetrischen Abweichung bezüglich der Bezugsebene ergeben sich maximale Formabweichungen von  $\pm 5,9\ \mu\text{m}$ .

Die Beurteilung der Formtreue erfolgt in der Arbeit bezüglich einer Ausgleichssphäre. Es wird die mittlere quadratische Abweichung von der Ausgleichssphäre berechnet, um die Formtreue als Kurve über den Deformationszuständen darstellen zu können. Die genaue Vorgehensweise zur Ermittlung der axialen Abweichungen wird in Abschnitt 3.7.2 dargestellt.

### 3.5 Erstmalige Charakterisierung einer monolithischen Linse

In Abschnitt 3.2.4 wurde gezeigt, dass für eine Linse, welche im verformten Zustand sphärische Oberflächen behält, eine Anpassung der lokalen Festigkeit notwendig ist. Es wird nun geprüft, ob die optische Abbildungsqualität einer elastischen Linse für ein künstliches Akkomodationssystem auch dann akzeptabel ist, wenn die Festigkeit nicht angepasst wird. Hierzu wird ein mechanisches Modell einer skalierten elastischen Linse aus einem homogenen Material (monolithische Linse) mit Finiten Elementen modelliert. Die verformte Linsenoberfläche wird über Raytracingmethoden ausgewertet (siehe Abschnitt 3.4.2). Eine Auswertung der optischen Eigenschaften einer monolithischen elastischen Linse existiert in der Literatur bisher nicht.

#### 3.5.1 Elastische Linse mit monolithischem Aufbau

Der einfachste Fall einer elastischen Linse besteht in einem monolithischen Festkörper, welcher aus einem homogenen, isotropen Material aufgebaut ist. Bei einem solchen Aufbau des Körpers existieren keine Freiheitsgrade zur Anpassung der Deformationseigenschaften (vgl. Abschnitt 2.3.4).

Für die Simulation über die Finite-Elemente-Methode wird der elastische Linsenkörper wie folgt modelliert. Die unverformte Linse hat nach den Vorgaben in Tab. 3 einen Äquatorialradius  $A$  von  $12\ \text{mm}$ , eine Randhöhe  $C$  von  $6\ \text{mm}$  und einen Krümmungsradius der optischen Oberfläche  $K$  von  $51,83\ \text{mm}$  (vergleiche Abb. 22). Die Festigkeit des Materials  $C_{10}$  beträgt  $0,1\ \text{N/mm}^2$ . Als Randbedingung wird ein Druck  $p_U$  von  $4,5\ \text{bar}$  auf den Linsenäquator vorgegeben. Es werden Symmetrierandbedingungen gewählt, d.h. für Knoten auf der Symmetrieachse ist nur eine Bewegung auf der Symmetrieachse zulässig. Aufgrund des Druckes  $p_U$  (vgl. Abschnitt 3.1) verformt sich der elastische Körper. Die Knoten am Rand der Linse werden nicht über eine Führung fixiert, sondern rechenstechnisch auf einer konstanten Höhe gehalten. Hierdurch wird eine axiale Einspannung durch den Aktor modelliert. In Abb. 23 ist zu sehen, dass die Knoten auf dem Linsenrand ihre axiale Höhe bei der Verformung nicht ändern. Der Einfluss einer Führung wird in Kapitel 5 untersucht. Durch die Notwendigkeit einer endlichen Zahl von Teilschritten kann der Zielradius  $k$  von  $27\ \text{mm}$  nicht genau erreicht werden. Es wird deshalb immer der Deformationszustand als Endzustand der Linsenverformung gewertet, der die  $27\ \text{mm}$  als erster unterschreitet. Der zugehörige Druck beträgt bei der monolithischen Linse  $2,7\ \text{bar}$  (Wert aus der Simulation).



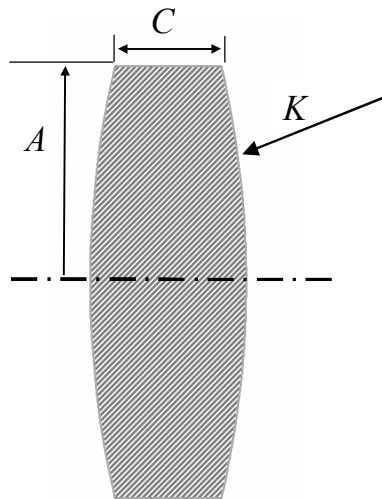


Abb. 22 Schnitt entlang der optischen Achse durch die monolithische Linse. A Linsenradius, C Höhe des Linsenrandes, K Krümmungsradius der sphärischen Linsenoberfläche.

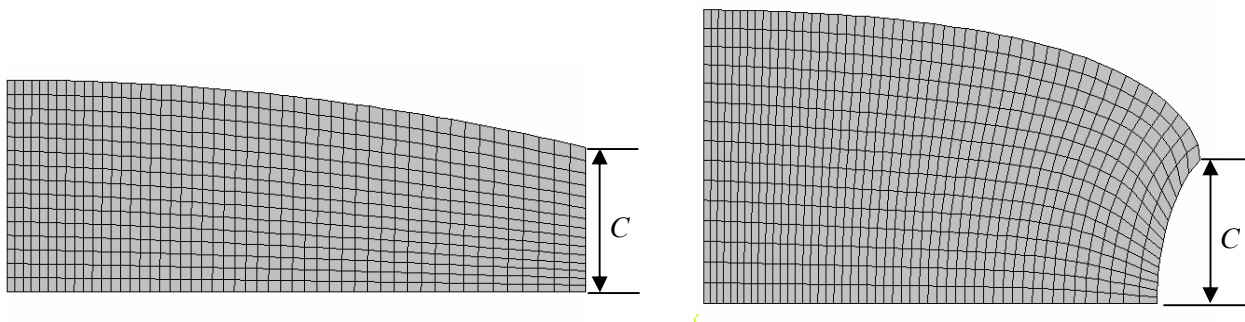


Abb. 23: Vernetzte Geometrie einer monolithischen Linse im unverformten Zustand (links) und im verformten Zustand mit einem Sphärenradius von 27 mm (rechts). Die Randhöhe  $C$  bleibt unverändert.

### 3.5.2 Ergebnisse aus der Simulation der Linsendeformation

Basierend auf den Ergebnissen der Finite-Elemente-Analyse der Linsenverformung (vgl. Abb. 23) werden die relevanten Eigenschaften der monolithischen Linse bewertet (vgl. Abschnitt 3.3).

#### Abbildungseigenschaften

Die Raytracingsimulation ergibt folgendes. Für verschiedene Verformungszustände  $\Lambda_{SS}$  der monolithischen Linse zeigt Abb. 24 die mittlere Größe des RMS-Spotradius über dem Brechwert. Die Daten wurden durch Raytracing ermittelt. Die monolithische Linse weist sehr große Spotradien schon bei kleinen Brechwertänderungen auf. Im Vergleich mit den sphärischen Referenzlinsen zeigt die Raytracingsimulation Abweichungen des RMS-Spotradius bis zu +600 %. Die schlechten Werte der RMS-Spotradien sind auf die großen Formabweichungen zurückzuführen (siehe unten). Im maximal verformten Zustand ( $k=27\text{mm}$ , 31 dpt) wird ein Gegenstandspunkt als Scheibe von mehr als 2,4 mm Durchmesser abgebildet, was eine scharfe Abbildung unmöglich macht. Das Konzept der monolithischen Linse muss aus diesen Gründen als ungenügend für ein künstliches Akkommodationssystem beurteilt werden und wird deshalb verworfen.

### Formtreue

Die Formtreue der monolithischen Linse ist in Abb. 25 als Grundlage einer Einschätzung des Einflusses auf das optische Verhalten dargestellt. Wie zu sehen ist, erreicht die mittlere, gewichtete Abweichung  $\sigma_{K,w}$  von der Sphärenform (Herleitung in Abschnitt 3.7.2) in der Simulation Werte von bis zu 35  $\mu\text{m}$ . Aufgrund der schlechten optischen Eigenschaften ist eine Formabweichung in dieser Größe als nicht akzeptabel einzustufen.

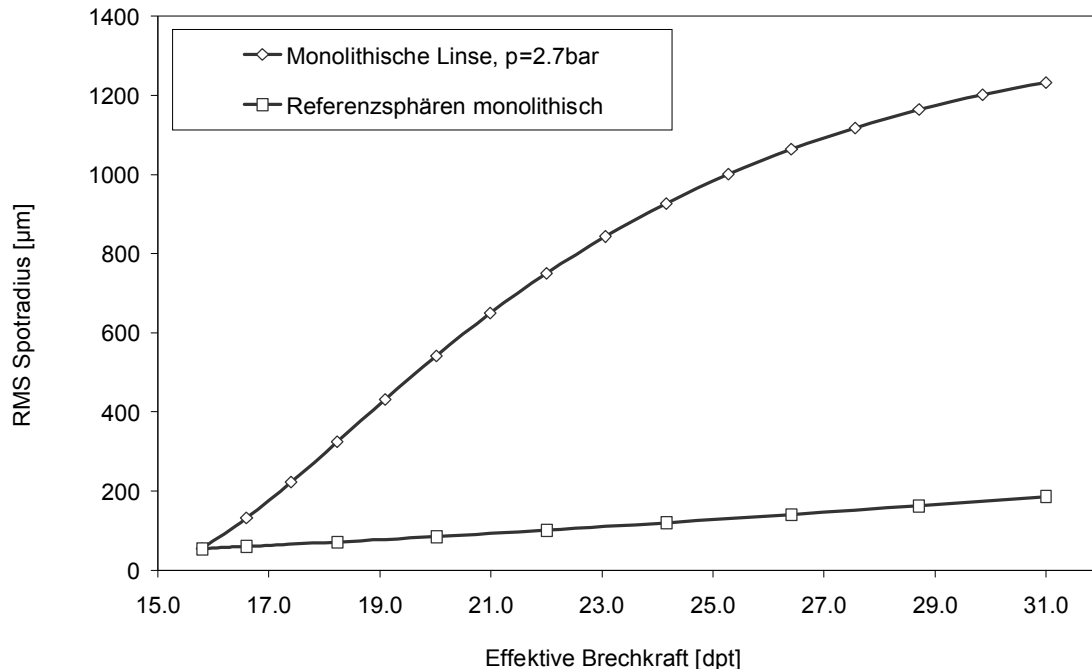


Abb. 24: RMS-Spotradien für verschiedene Verformungszustände der monolithischen Linse, aufgetragen über der effektiven Brechkraft.

### Brechmodul

In Abb. 26 ist für verschiedene Deformationszustände die effektive Brechkraft über der mittleren Randverschiebung aufgetragen. Der Äquator der monolithischen Linse muss von der radialen Position 12 mm auf 9,9 mm gebracht werden, um eine effektive Brechkraft von 30 dpt zu erreichen. Der Brechmodul  $B_D$  beträgt 6,70 dpt/mm. Die gestrichelte Linie in Abb. 26 stellt eine Regressionsgerade dar, mit deren Hilfe der Brechmodul der monolithischen Linse ermittelt wird (vgl. Abschnitt 3.4.3). Alle Werte stammen aus der Raytracingsimulation und der FE-Simulation. In Abb. 26 ist zum Vergleich eine perfekt sphärenförmige Linse nach Gl. (3.10) dargestellt. Die perfekt sphärenförmige Linse hat einen Brechmodul  $B_D$  von 20,15 dpt/mm (vgl. Tab. A1 in Anhang A). Wie in Abschnitt 3.3.1 berechnet wurde, ist dann nur eine Randverschiebung auf 11,23 mm notwendig.

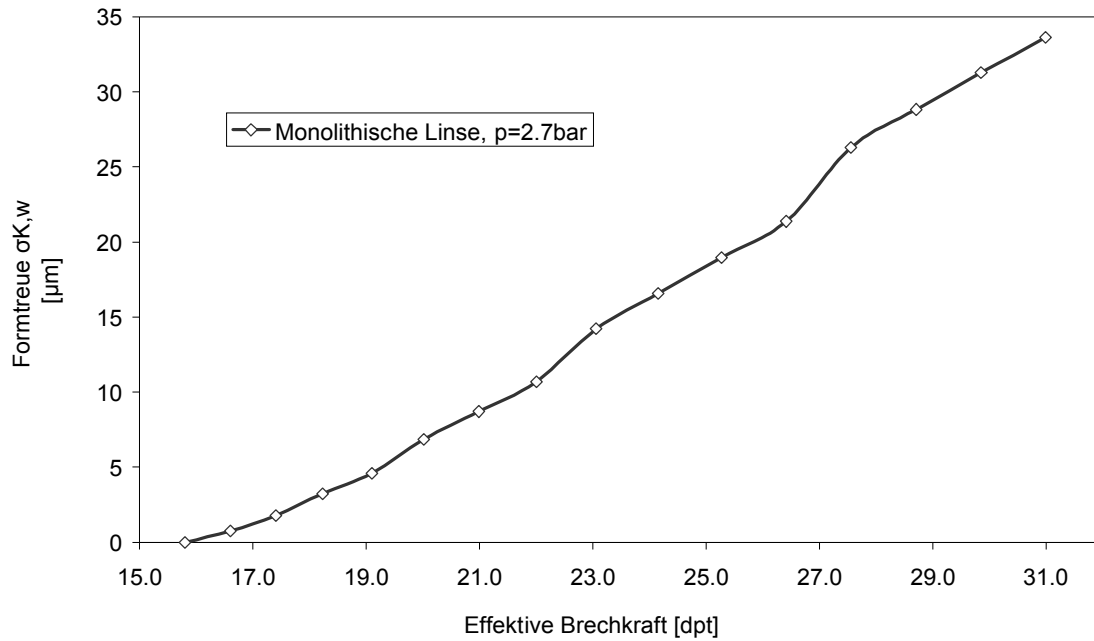


Abb. 25: Verläufe der mittleren gewichteten Formabweichung  $\sigma_{K,w}$  für verschiedene effektive Brechkräfte der monolithischen Linse.

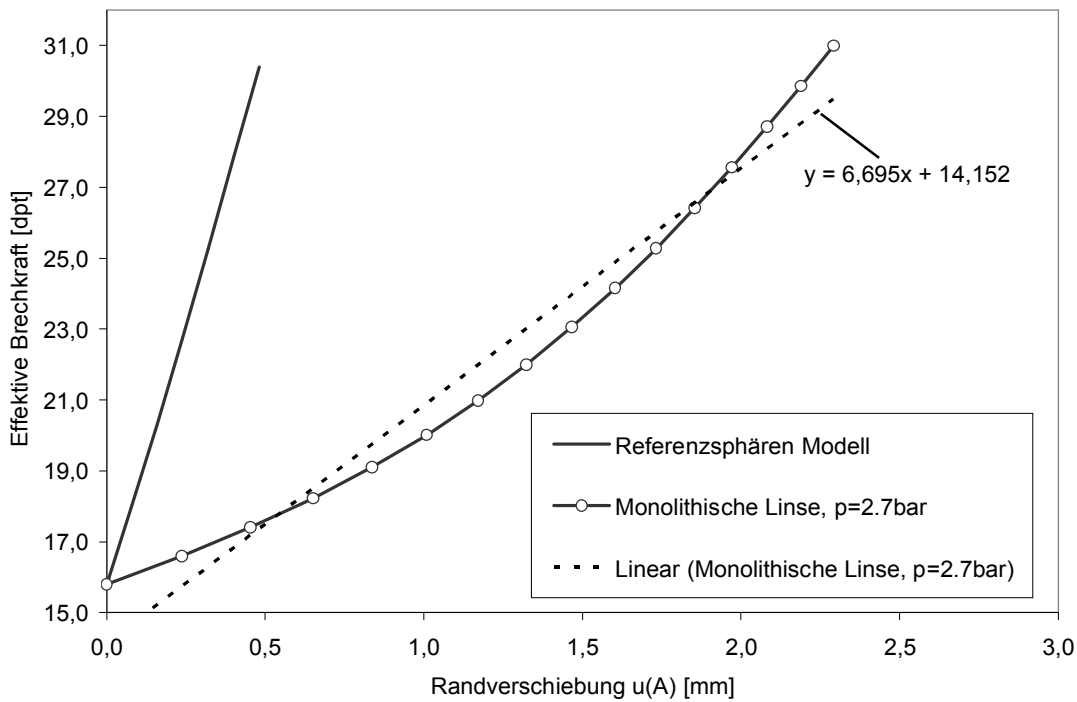


Abb. 26: Effektive Brechkraft über Randverschiebung für Referenzsphären-Modell und monolithische Linse.

### 3.5.3 Bewertung des Prinzips der monolithischen Linse

Um eine Aussage treffen zu können, welche Defizite zu den schlechten optischen Eigenschaften führen, soll die Form der deformierten monolithischen elastischen Linse nach der FE-Simulation analysiert werden.

Es wird zunächst die lokale Krümmung ausgewertet (vgl. Abb. 27). Hierfür wurde ein in der Arbeit verfasstes Matlab-Skript verwendet („Krümmung\_hom“). Die lokale Krümmung stellt den inversen Radius so genannter angeschmiegtter Sphären dar (vgl. Anhang G, lokaler Krümmungsradius).

Zur Erhöhung der Stabilität werden Ansätze zur Berechnung der lokalen Steigung unter Verwendung mehrerer diskreter, benachbarter Punkte verwendet. Anderenfalls kommt es durch die Notwendigkeit einer Gradientenbildung nahe dem Pol der Linse zu Singularitäten (Steigung ist Null). Ein anderer in der Arbeit getesteter Ansatz verfolgt die Strategie, lokale Ausgleichssphären zu berechnen, das Ergebnis ist nahezu identisch.

Es ergibt sich für die verformte monolithische Linse eine Größe der Krümmungsradien nach Abb. 27. Dargestellt ist der lokale Krümmungsradius für einen Deformationszustand einer Sphäre mit Ausgleichssphärenradius von ca. 27,00 mm. Es ist klar zu erkennen, dass sich in der Mitte der Linse der lokale Sphärenradius nur geringfügig geändert hat, von 51,83 mm auf 38,26 mm. Gegen den Rand der Linse wird der Krümmungsradius immer kleiner, bis unter 5 mm (vgl. auch Abb. 23 rechts). Die optischen Eigenschaften hängen zwar neben der lokalen Krümmung auch von der absoluten Position und Orientierung des betrachteten Oberflächenteilstückes im Raum ab. Die Krümmung ist aber nicht konstant wie bei einer sphärischen Linse. Hierdurch kann die schlechte Abbildungsqualität erklärt werden. In der Mitte der Linse, der optisch wichtigsten Zone, wird die geforderte Brechkraftänderung nicht erreicht.

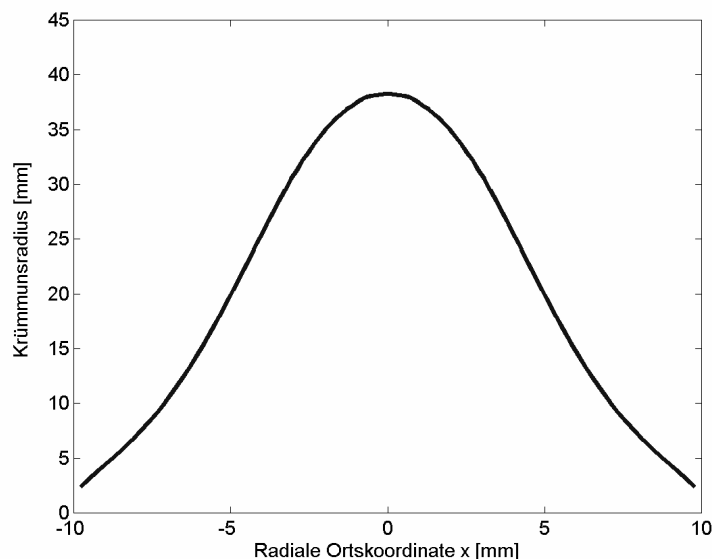


Abb. 27: Lokaler Krümmungsradius für eine monolithische Linse mit Ausgleichssphärenradius von ca. 27 mm.

Ein Vergleich der axialen Streckung der monolithischen Linse in Abb. 28 mit der axialen Streckung des Modells einer perfekt sphärisch deformierenden Linse in Abb. 19 zeigt, dass die polnahe Linsenzone sich nicht stark genug dehnt im Vergleich mit äquaturnahen Zonen. Abb. 28 zeigt die

axiale Streckung in den Knoten der Finiten Elemente aus der Simulation (Werte für  $X_z=0$ , Linsenmittelebene, vgl. Abb. 17).

### Fazit

Die monolithische Linse hat unzureichende optische Eigenschaften. Sie kann deshalb nicht in einem künstlichen Akkommodationssystem zur Anwendung kommen. Die Formabweichungen sind groß (33,63  $\mu\text{m}$  gewichtete mittlere Abweichung, vgl. Abschnitt 3.7.2 und Tab. A3 in Anhang A), so dass über den Ansatz der Anpassung der lokalen Festigkeit Verbesserungen entstehen können.

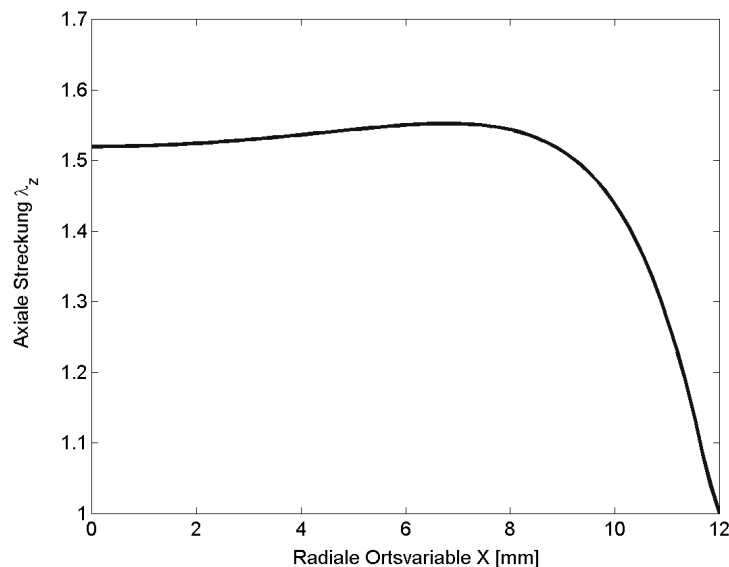


Abb. 28: Axiale Streckung der monolithischen Linse für die diskreten Geometriedaten aus der Simulation.

## 3.6 Modifizierte Lösung für eine elastische Kompositlinse mit Kern

Wie in Abschnitt 3.5 gezeigt werden konnte, muss die Festigkeit einer elastischen Linse für ein künstliches Akkommodationssystem angepasst werden, da die optischen Eigenschaften sonst nicht ausreichend sind. Eine Adaption der Steifigkeit des Linsenkörpers bietet die Möglichkeit, eine Linse zu erhalten, die eine möglichst gute Sphärenform hat (siehe Abschnitt 3.3). Die optischen Eigenschaften der lichtbrechenden Grenzfläche sollen sich denen einer Referenzsphäre annähern. Die Linse muss so gestaltet sein, dass sie herstellbar ist. Die äußere Geometrie der Linse wurde für die skalierten Labormuster in Tab. 3 festgehalten.

Aufgrund der guten Herstellbarkeit wird ein im Vergleich zu [PAT89c] modifiziertes Konzept einer elastischen Linse mit einem im Volumen gelegenen weicheren Kern vorgeschlagen (s. Abb. 29). Der Kern besteht aus einfachen geometrischen Körpern (Kugelkappe auf Zylinder). Dieses Linsendesign ist mit einer Mehrkomponentenform für den Handverguß gut realisierbar. Die mechanischen Eigenschaften der Linse (Steifigkeit) werden über die Kerngeometrie und –festigkeit angepasst. Stimmen die Brechzahlen von Kern und Mantel annähernd überein, hat der Kern eine vernachlässigbare optische Wirkung (vgl. Abschnitt 3.8.5). Da die Linse aus zwei laminierten Schichten besteht, wird sie „Kompositlinse“ genannt. In [PAT89c] handelt es sich um eine Konkavlinse, in der Arbeit wird eine Konvexlinse untersucht.

Mit Hilfe einer Optimierung basierend auf Finite-Elemente-Simulationen der Linsenverformung können diejenige Kerngeometrie und Kernhärte ermittelt werden, welche zu einer minimierten Formabweichung der deformierten Linsenoberflächen führt.

Zur Ermittlung der optimalen Kerngeometrie ist nicht nur die Optimierungsstrategie (vgl. 3.7.3) ausschlaggebend, sondern auch die Zielfunktion, welche durch die Optimierung minimiert werden soll (vgl. 3.7.2). Sie gibt an, inwiefern das verlangte Optimierungskriterium erfüllt wird. Über eine geeignete Formulierung der Zielfunktion kann die elastische Linse auch auf andere Anforderungen, zum Beispiel auf eine asphärische oder zylindrische Form hin, optimiert werden.

Eine Optimierung erfolgt ausschließlich bezüglich der Formtreue. Die Resultate der Optimierung werden dahingehend überprüft, ob sie die Anforderungen an die optischen Eigenschaften erfüllen.

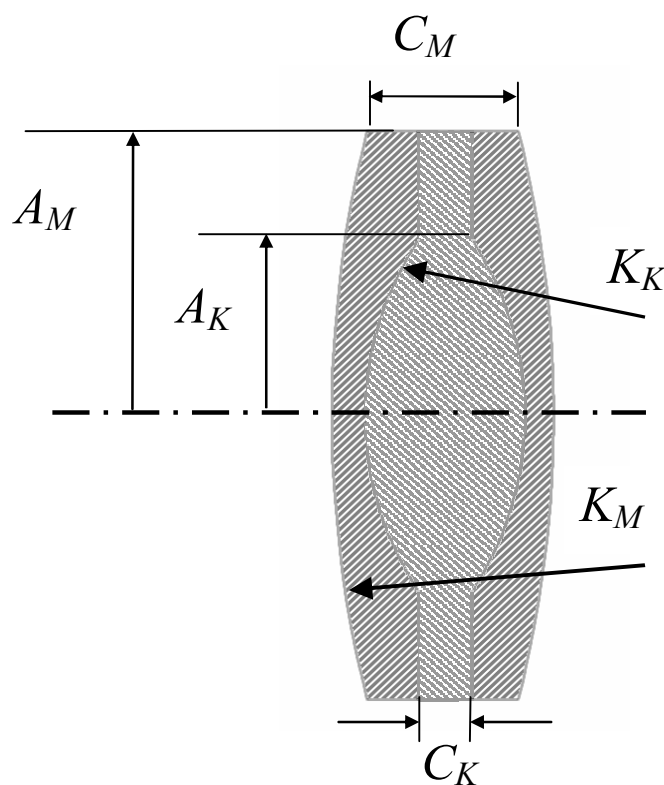


Abb. 29: Schnitt durch die Kompositlinse entlang der optischen Achse.

### 3.7 Methodik zur Optimierung der mechanischen Linseneigenschaften

Es soll ein Konzept entwickelt werden, wie die mechanischen Eigenschaften, sprich lokale Festigkeit bzw. Steifigkeit, einer gut fertigbaren elastischen Linse für ein künstliches Akkommodationssystem anhand eines geeigneten Kriteriums über Finite-Elemente-Rechnungen auf eine hohe Formtreue der Linse hin optimiert werden können. In der Literatur wurde bisher keine Anwendung einer Finite-Elemente-Optimierung auf elastische Linsen beschrieben. Daher müssen geeignete Optimierungskriterien und Zielfunktionen erst aufgestellt werden. Es muss weiterhin eine Vorgehensweise zur Optimierung der Formtreue entwickelt werden. Die Kerngeometrie und –festigkeit der oben eingeführten Kompositlinse mit optimierter Formtreue muss angepasst werden auf:

- Formtreue der Linse in unterschiedlichen Verformungszuständen
- dreidimensionale Spannungszustände.

Bei der Optimierung über Finite-Elemente-Rechnungen können unterschiedliche Verformungszustände und dreidimensionale Spannungszustände berücksichtigt werden. Die Vorgehensweise bei der Optimierung und die Werkzeuge der Optimierung werden in der Folge dargestellt. Die Ausarbeitung der Zielfunktionen stellt ein Ergebnis der Arbeit dar.

### 3.7.1 Ausarbeitung einer Vorgehensweise zur Optimierung

Die optimale Kerengeometrie hängt von der gewählten Oberflächengeometrie (hier: sphärisch) der elastischen Linse und vom Verformungskonzept ab. Verfügbarkeit von Materialien und Fertigungsmethoden haben ebenfalls einen Einfluss. Kerengeometrie und -material können dann Einschränkungen erfahren. In der Folge wird eine Vorgehensweise zur Optimierung der Kerengeometrie vorgeschlagen, mit der Änderungen in den Randbedingungen flexibel berücksichtigt werden können. Für die Kompositlinse wird, wie bereits für die monolithische Linse, ein Finite-Elemente-Modell aufgestellt (vgl. Abschnitt 3.4).

In Abb. 30 ist ein Blockschema der Vorgehensweise zur Optimierung der Kerengeometrie der elastischen Kompositlinse dargestellt. Die im Schema abgebildeten Prozesse sind mit runden Kästen, die Ergebnisse in eckigen Kästen gekennzeichnet.

Das in der vorliegenden Arbeit entwickelte aktiv-optische Element ist eine elastische Kompositlinse mit Aktor, das Funktionsprinzip (**A1**) ist damit wie in Abschnitt 1.4 beschrieben. Zusammen mit dem Zielsystem (**A2**) (Labormuster für ein künstliches Akkommodationssystem) ergeben sich die Anforderungen (**B**, siehe Abschnitt 2.1).

Aus den Anforderungen (**B**) werden die zu verwendende Werkstoffklasse (**C**, siehe Abschnitt 2,4) und das Verformungsprinzip (**D**, siehe Abschnitt 3.1) abgeleitet.

Für den Werkstoff muss ein passendes Materialgesetz aufgestellt werden. In vorliegendem Fall wird ein einparametrisches Greensches Materialmodell verwendet. Der Parameter  $C_{10}$  des Materialmodells (**E1**, siehe Abschnitt 2.3) für den Kern ist eine freie Variable der Optimierung und in einem vorgegebenen Bereich frei wählbar. Für den Mantel wird ein fester Wert vorgegeben. Werden andere Materialmodelle verwendet (vgl. Abschnitt 2.3.2) müssen eventuell mehrere Materialparameter angegeben werden.

Der Teil der Linse, der den Kern umgibt, wird in Anlehnung an die Wortwahl für den weichen Kern „Mantel“ genannt. Seine Geometrie ist festgelegt und ergibt sich aus den Anforderungen (siehe Abschnitt 3.2). Der Linsenkern wird aus geometrischen Körpern aufgebaut (**E2**, siehe Abschnitt 3.6). Um seine Form im Laufe der Optimierung automatisch zu ändern, werden die Geometrieparameter auf einem Bereich variabel gesetzt.

Durch das Verformungsprinzip (**E3**) bedingt, wird von einer Druckausübung auf den Linsenrand ausgegangen. Der Druck muss so gewählt werden, dass eine ausreichende Verformung der Linse zustande kommt.

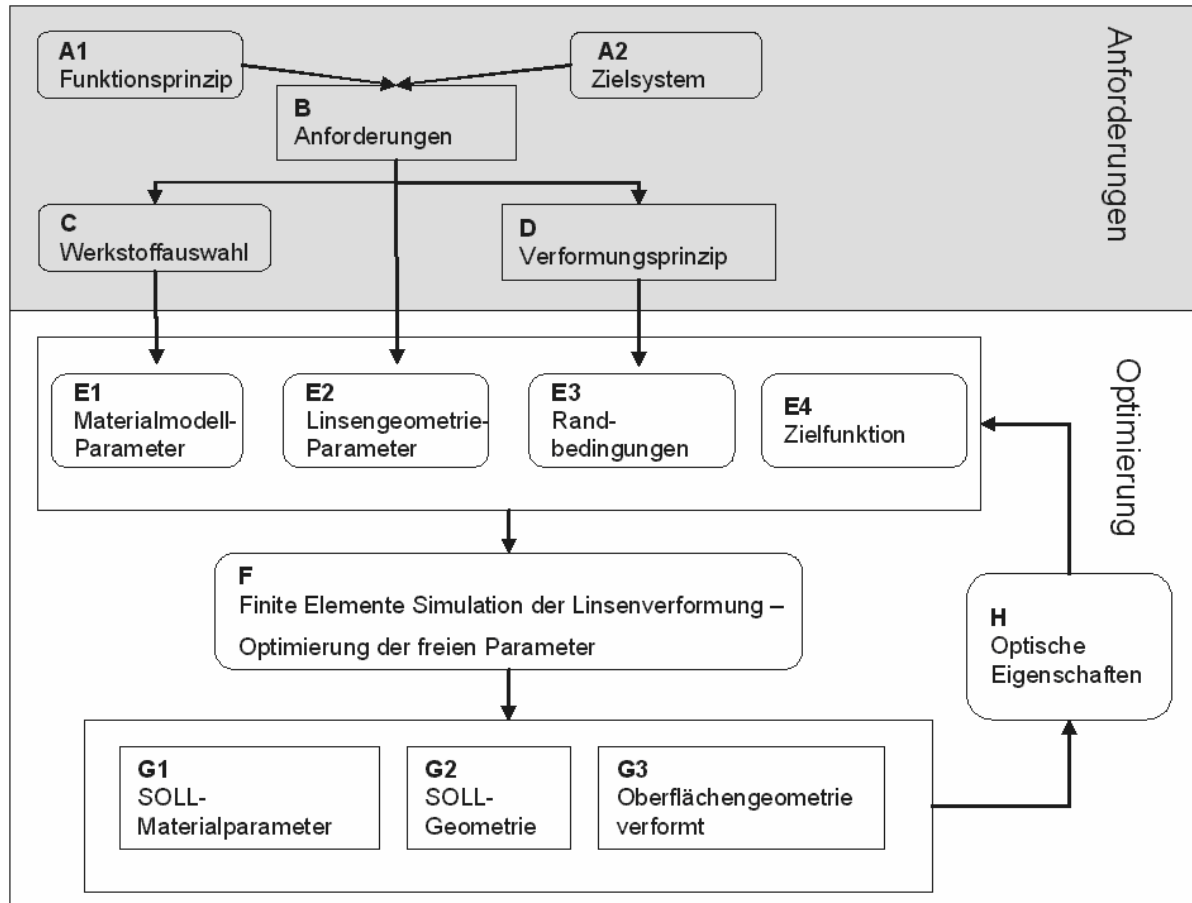


Abb. 30: Finite-Elemente-Optimierung für eine elastische Kompositlinse.

Das Optimierungskriterium bestimmt die Resultate der Optimierung. Im vorliegenden Fall sollen die Formabweichungen der deformierten Linse von der Sphärenform in allen Deformationszuständen minimiert werden. Zum Quantifizieren der Abweichung ist die Definition einer Maßzahl notwendig, sie wird mit einer geeigneten Zielfunktion berechnet (**E4**, Abschnitt 3.7.2).

Die Bestimmung der optimalen Werte der freien Parameter erfolgt in einer Optimierungsschleife (**F**, siehe Abschnitt 3.7.3), in der eine Finite-Elemente-Analyse der Verformung einer elastischen Linse mit Kern ausgeführt wird. Die Werte der Parameter werden je nach Optimierungsstrategie (Abschnitt 3.7.3) in jedem Durchgang neu gesetzt. Da die Kernparameter Freiheitsgrade zum Finden des globalen Minimums der Zielfunktion darstellen, werden sie auch Optimierungsvariablen genannt. Die Optimierungsstrategie bestimmt, wie das Minimum der Zielfunktion gesucht wird. Die Optimierungsschleife endet, wenn ein vorgegebener Wert des Kriteriums gefunden ist oder keine weiteren Verbesserungen erreicht werden. Das Ergebnis der Optimierung ist ein Satz von Kernparametern für das Material und die Geometrie (**G1** und **G2**), der die Zielfunktion minimiert. Eine Liste der in der Arbeit programmierten ANSYS® Skripte für die Optimierung findet sich im Anhang D.

Ein weiteres Ergebnis der Finite-Elemente-Rechnungen sind die Oberflächengeometrien der verformten Linse (**G3**). Die Oberflächen werden gesondert in Bezug auf die Frage untersucht (**H**), ob sie die Anforderungen an die optischen Eigenschaften (**B**) erfüllen. Ist das der Fall, kann zur



Realisierung der Linse fortgeschritten werden, anderenfalls müssen die Einstellungen der Simulation (**F**) angepasst werden (z.B. Zielfunktion, Kernparameter).

### 3.7.2 Zielfunktion zur Minimierung von Formabweichungen

Durch Minimieren einer Zielfunktion bei der Optimierung soll erreicht werden, dass die elastische Linse im verformten Zustand eine Sphärenform mit geringen Formabweichungen aufweist. Hierdurch sollen die optischen Eigenschaften verbessert werden. Durch die Zielfunktion muss deshalb eine objektive Beurteilung der Formabweichungen erfolgen. Verschiedene Deformationszustände müssen berücksichtigt werden. Um die Optimierung automatisieren zu können, ist eine auswertbare skalare Bewertungszahl notwendig, die angibt, wie gut das aktuelle Linsendesign die Vorgaben erfüllt. Im Folgenden soll eine Zielfunktion vorgestellt werden, die eine solche Bewertungszahl liefert. Die Entwicklung der vorgestellten Zielfunktionen ist ein Ergebnis der Arbeit.

Für die Oberflächen des Finite-Elemente-Modells der elastischen Linse werden für jeden Verformungsschritt die Ausgleichssphären berechnet. Im betreffenden Teilschritt ergeben sich somit aus den Werten  $\mathbf{P}_L(\Lambda_{SS})$  der verformten Geometrien die Radien der Ausgleichssphären  $\mathbf{K}(\Lambda_{SS})$ . Der Deformationszustand kann mit der jeweiligen Ausgleichssphäre beschrieben werden.

#### Apertur

Für die optischen Untersuchungen wird eine geometrisch feste Apertur mit einem Radius  $X_{AP}$  von 8.8 mm bestimmt. Die Formoptimierung soll auf einer geringfügig erweiterten Apertur  $X_{AP}^*$  mit Radius 9 mm erfolgen. Die Formabweichungen müssen auf der Apertur  $X_{AP}^*$  gewichtet werden, damit die Ergebnisse der einzelnen Optimierungsschritte untereinander vergleichbar sind (siehe auch unten). Durch die Wahl einer geringfügig erweiterten Apertur  $X_{AP}^*$  werden die niedrig gewichteten Teile, auf denen keine hohe Formtreue gewährleistet werden kann, für die optische Auswertung nicht mit berücksichtigt.

#### Mittlere quadratische Abweichung

Die mittlere quadratische Abweichung (RMS, mean squared error) ist ein Begriff der mathematischen Statistik, mit dem die Abweichung eines Modells (Schätzers) von dem zu schätzenden Wert berechnet werden kann.

Die zwischen Ausgleichssphäre mit Radius  $K$  und den diskreten Punkten  $\mathbf{P}_L$  auf der Oberfläche des Finite-Elemente-Modells verbleibenden Abweichungen stellen das Residuum bezüglich einer Kugelform dar. Das Residuum wird durch Berechnen der mittleren quadratischen Abweichung im betreffenden Teilschritt des Deformationsvorganges in einen skalaren Wert  $\sigma_K(\Lambda_{SS})$  überführt.

Die Bestimmung der Formabweichung für einen gegebenen Punkt  $\mathbf{P}_L$  der Linsenoberfläche kann nach den Definitionen einer Vektornorm erfolgen. Zweckmäßig sind im vorliegenden Fall der kleinste Abstand (in Richtung der Flächennormale) zur Referenzfläche ( $\delta_{K,r}$ ) oder die Abweichung in Richtung der optischen Achse ( $\delta_{K,ax}$ ). Die Referenzform ist in beiden Fällen die Ausgleichssphäre. In Abb. 31 sind die zwei Möglichkeiten dargestellt. Für eine Sphäre liegt die Flächennormale in  $\mathbf{P}_L$  entlang der Geraden durch das Sphärenzentrum  $\mathbf{U}$  und Oberflächenpunkt  $\mathbf{P}_L$ . In den nachfolgenden Betrachtungen wird nicht explizit darauf hingewiesen, dass die Abweichungen zunächst für einen Deformationszustand  $\Lambda_{SS}$  berechnet werden.

Für ein symmetrisches Linsenviertel, etwa aus der Simulation, liegen die Knoten der Finiten Elemente in einer von optischer Achse und der radialen Koordinate aufgespannten Ebene; es gilt für alle Knotenpunkte  $P_{L2}=0$ . Das Zentrum der Sphäre liegt auf der Symmetrieachse:  $U_1=U_2=0$ . In dem

Oberflächenpunkt  $P_{L,i}$  ergibt sich die axiale bzw. radiale Distanz  $\delta_{K,i}$  zur Ausgleichssphäre mit Radius  $K$ . Über den Satz von Pythagoras wird folgende Beziehung hergeleitet, um das Residuum  $\delta_{K,i}$  im Geometriepunkt  $P_{L,i}$  zu berechnen.

$$\delta_{K,ax,i} = P_{L3,i} - U_3 - \left[ \sqrt{K^2 - (P_{L1,i})^2} \right] \quad (3.32)$$

$$\delta_{K,r,i} = \sqrt{(P_{L1,i})^2 + (P_{L3,i} - U_3)^2} - K \quad (3.33)$$

Für dreidimensionale Daten einer dezentrierten Sphäre, etwa aus experimentellen Geometriemessungen der Linsenoberfläche, ergibt sich im Punkt  $P_{L,i}$  ebenfalls die axiale bzw. radiale Differenz  $\delta_{K,i}$  zur Ausgleichssphäre mit Radius  $K$ . Die dreidimensionale Rechnung wird analog der zweidimensionalen Rechnung hergeleitet. Die Beziehung wird aufgrund der Ähnlichkeit zum zweidimensionalen Fall bereits hier eingeführt. Das Zentrum der Sphäre liegt nicht mehr zwangsläufig auf der optischen Achse.

$$\delta_{K,ax,i} = (P_{L3,i} - U_3) - \sqrt{K^2 - (P_{L1,i} - U_1)^2 - (P_{L2,i} - U_2)^2} \quad (3.34)$$

$$\delta_{K,r,i} = \sqrt{(P_{L1,i} - U_1)^2 + (P_{L2,i} - U_2)^2 + (P_{L3,i} - U_3)^2} - K \quad (3.35)$$

Für die Gesamtheit aller Distanzen in den Punkten  $\mathbf{P}_L$ , den Residuen  $\delta_{K,r}$  und  $\delta_{K,ax}$ , bedeutet eine Differenz von Null in allen Punkten  $\mathbf{P}_L$ , dass eine perfekte Sphärenform vorliegt, sie sind deswegen nahezu gleichwertig. Bei Verwenden der axialen Differenz  $\delta_{K,ax}$  werden Abweichungen am Linsenaußenrand aufgrund der großen Steigung der Linsenflanke stärker gewichtet. Da zum Aufstellen der Gleichung (2.9) die euklidische Vektornorm verwendet wird, entspricht das Auffinden der Ausgleichssphäre einem Minimieren der mittleren quadratischen radialen Distanzen  $\delta_{K,r}$ . In der Arbeit werden beide Definitionen auf ihre Eignung für eine Optimierung überprüft (Punt E4 in Abschnitt 3.7.1).

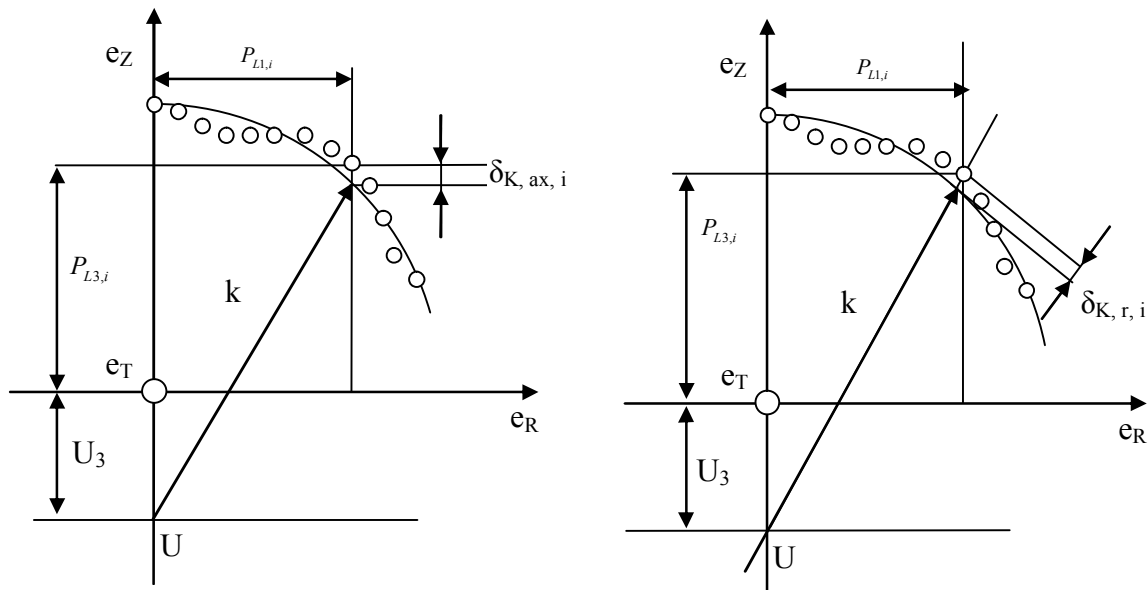


Abb. 31: Distanz zwischen den diskreten Geometriedaten der Linsenoberfläche und Ausgleichssphäre. Links: axiale Distanz, rechts: radiale Distanz.

Die (radiale oder axiale) mittlere quadratische Abweichung  $\sigma_K$  berechnet sich aus den  $N$  diskreten Geometriepunkten, dem Mittelwert der Abweichung  $\delta_{K,M}$  und der Abweichung  $\delta_{K,i}$  (radial und axial) im Punkt  $P_{L,i}$  zu

$$\sigma_K = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\delta_{K,i} - \delta_{K,M})^2} \quad (3.36)$$

Die in Gl. (3.36) definierte Abbildung der Abweichungen in einen skalaren Wert  $\sigma_K$  beschreibt die mittlere quadratische Abweichung von der Sollform in einem Deformationszustand  $\Lambda_{SS}$ . Sie wird in der Arbeit zur Beurteilung von Geometrieermessungen der Labormuster eingesetzt.

### Maximale Abweichung

Da die Parameteridentifikation über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate (Least Squares, LS) erfolgt, kann aus der quadratisch gemittelten Abweichung  $\sigma_K$  eine Aussage über die maximal auftretenden Abweichungen gemacht werden. Die LS-Methode geht von einem normalverteilten Ereignis aus. Die residuellen Abweichungen von der Ausgleichssphäre sind deshalb normalverteilt mit Mittelwert Null. In dem Fall liegen 95 % aller Werte in einer Entfernung  $\pm 2\sigma_K$  von der Referenzoberfläche. Mit einem geringen Fehler (5 %) kann deshalb die Aussage gemacht werden, dass die maximalen auftretenden Abweichungen von der Linse  $\pm 2\sigma_K$  betragen. Siehe hierzu [LIE67].

### Gewichtete mittlere quadratische Abweichung

Zu Beginn der Deformation befindet sich eine Anzahl Elementknoten in der geometrisch festen Zone  $X_R=0..X_{AP}^*$ . Aufgrund der Deformation treten Elementknoten der Linse aus der Zone  $X_R=X_{AP}^*..A$  in die geometrisch feste Zone  $X_{AP}^*$  der ausgewerteten Apertur ein (vgl. Abb. 32).

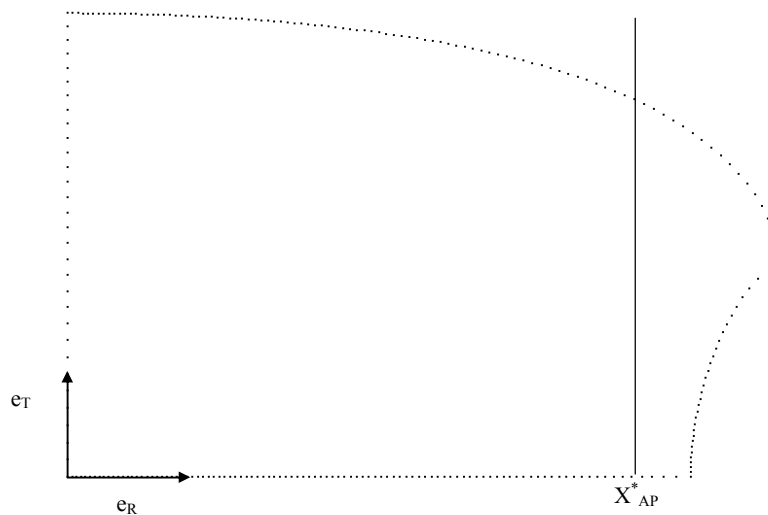


Abb. 32: Knoten auf der Oberfläche des Finite-Elemente-Modells und geometrisch feste Zone  $X_{AP}^*$

In den äquaturnahen Zonen der Linse zeigten die Finite-Elemente-Modelle sehr viel größere Abweichungen  $\delta_K$  als in den polnahen Regionen. Trotz der Mittlung über alle Knoten kann es durch den zusätzliche in den Bereich  $X_R=0..X_{AP}^*$  eintretenden Knoten zu physikalisch nicht sinnvollen Sprüngen der RMS-Abweichung  $\sigma_K$  im Verlauf der Deformation kommen. Die Optimierung kann hierdurch Ergebnisse liefern, die nicht zielführend sind. Es wird deshalb in der Arbeit eine

Gewichtung  $w$  des (axialen oder radialen) Residuums auf der ausgewerteten Zone eingeführt, so dass Knoten, welche peripher in  $X_{AP}^*$  liegen, einen geringeren Beitrag zu  $\sigma_K$  beitragen als Knoten, welche zentral in  $X_{AP}^*$  liegen. Es resultiert die gewichtete RMS-Abweichung  $\sigma_{K,w}$  (Gleichung (3.37)). Die Gewichtungsfunktion Gl. (3.38) wurde in der Arbeit definiert, sie erfüllt die Anforderungen an eine geringe Berücksichtigung der äquaturnahen Knoten. Es handelt sich um eine Arcus-Tangens Funktion, die skaliert ist, um im Bereich  $X_{AP}^* = 8,8..9\text{mm}$  einen abrupten, aber dennoch kontinuierlichen Übergang zu schaffen. Die Funktion  $w_i$  ist in Abb. 33 dargestellt.

$$\sigma_{K,w} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\delta_{K,i} \cdot w_i - \delta_{K,M})^2} \quad (3.37)$$

$$w_i = 1 \quad , \quad \rho \in [0..0,7]$$

$$w_i = \frac{\arctan}{\pi} (92 - 100\rho) - 0.159\rho + 0.6258 \quad , \quad \rho \in [0,7..1] \quad (3.38)$$

Für die Gewichtungsfunktion wird die über  $X_{AP}^*$  normierte radiale Ortsvariable  $\rho$  verwendet.

$$\rho = \frac{P_{L1}}{X_{AP}^*} \quad (3.39)$$

Durch die Gewichtung liefert die Optimierung für  $\rho > 0,95$  bezüglich der Formtreue schlechtere Ergebnisse als für  $\rho < 0,95$ , deshalb wurde die geometrisch feste Zone  $X_{AP}^*$ , auf der optimiert wird, geringfügig erweitert gegenüber der optisch relevanten Apertur  $X_{AP}$ .

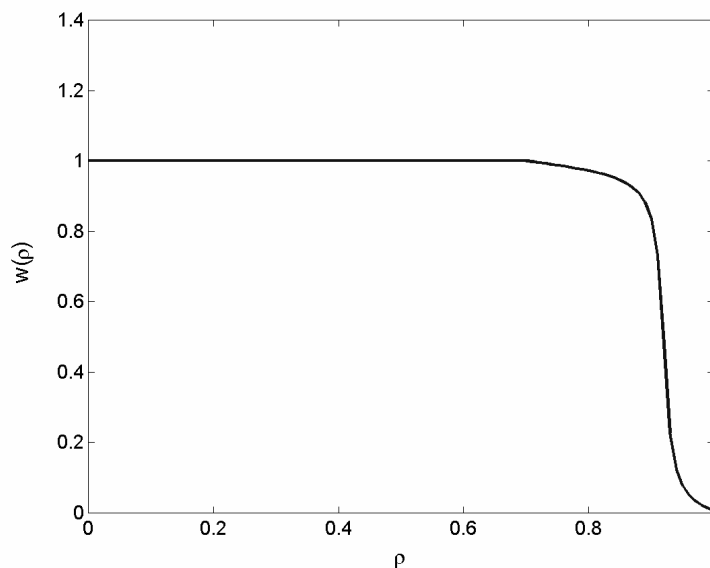


Abb. 33: Verlauf der Wichtungsfunktion  $w(\rho)$ .

### Integrale gewichtete mittlere quadratische Abweichung

Der Verlauf der Standardabweichung  $\sigma_{K,w}(\Lambda_{SS})$  über dem Sphärenradius  $K(\Lambda_{SS})$  lässt sich als Kurve darstellen. Zwei mögliche Verläufe sind in Abb. 34 schematisch dargestellt. Offensichtlich zeigt im Beispiel der Verlauf der Standardabweichung der Kurve 2 insgesamt ein besseres Verhalten, auch wenn im letzten Teilschritt die mittlere gewichtete Formabweichung größer ist als bei Kurve 1. Der Verlauf der RMS-Formabweichung über die verschiedenen Verformungszustände  $\Lambda_{SS}$  muss also bei

der Beurteilung der Linse berücksichtigt werden. Verläufe wie die Kurve 1 in Abb. 34 ergeben sich in [VIE05] für Linsen, die nur auf den Endzustand hin optimiert werden.

Um mit einer Optimierung eine hohe Formtreue in allen relevanten Deformationszuständen zu erreichen, wird die Fläche unter den Verläufen der Standardabweichung als Zielfunktion verwendet, so dass sich für den gesamten Verlauf ein skalarer Wert ergibt. Bei den Simulationen der Linsenverformung können durch weiche Kernmaterialien auch Verformungszustände erreicht werden, in denen die Ausgleichssphäre  $k$  einen kleineren Radius hat als 27 mm. Es werden bei der Integration deshalb nur die  $N$  Deformationszustände  $\Lambda_{SS}$  der Linse berücksichtigt, die zwischen der Ausgangsgeometrie  $K$  mit 51,83 mm und der Zielgeometrie mit Ausgleichssphäre  $k$  mit Radius 27 mm liegen. Das Integral der Fläche in Abb. 34 wird bezüglich der Krümmungsradien normiert. Es ergibt sich die integrale, gewichtete, mittlere quadratische Abweichung  $\sigma_{K,f}$

$$\sigma_{K,f} = \frac{1}{K - k} \int_k^K \sigma_{K,w}(\Lambda_{SS}) dk \quad (3.40)$$

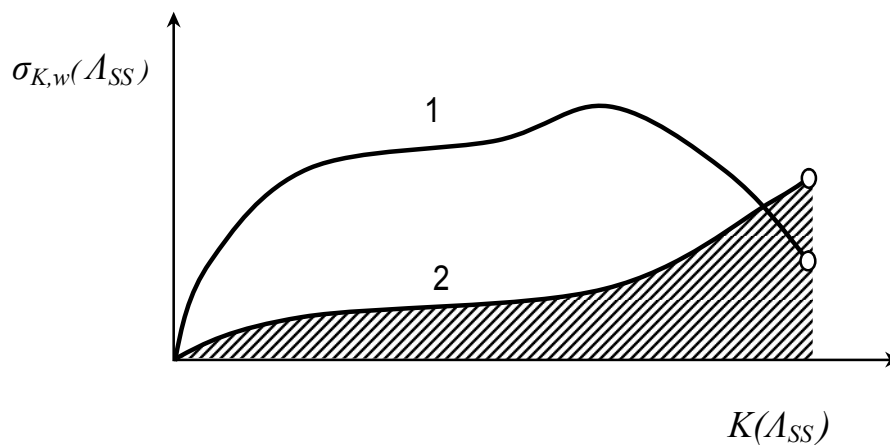


Abb. 34: Zwei mögliche Verläufe der mittleren Formabweichung  $\sigma_{K,w}$  über den Verformungszuständen  $K(\Lambda_{SS})$

Die Fläche wird durch numerische Integration ermittelt. Hierzu wird eine trapezförmige Interpolation („Extended trapezoidal rule“ [PRE92]) zur Bestimmung des Integrals verwendet. Da nur diskrete Deformationszustände bekannt sind, kann eine Normierung bezüglich der Zahl der ausgewerteten Teilschritte erfolgen.

$$\sigma_{K,f} = \frac{1}{N} \left[ \frac{1}{2} \sigma_{K,w}(\Lambda_1) + \sigma_{K,w}(\Lambda_2) + \dots + \sigma_{K,w}(\Lambda_{N-1}) + \frac{1}{2} \sigma_{K,w}(\Lambda_N) \right] \quad (3.41)$$

Die integrale, gewichtete, mittlere quadratische Abweichung  $\sigma_{K,f}$  beschreibt eine mittlere (radiale oder axiale) Abweichung von der Sphärenform für alle Teilschritte mit einer skalaren Kennzahl. Sie wird in der Arbeit als Zielfunktion der Geometrieoptimierung eingesetzt. Eine Bewertung, ob die axiale oder radiale Abweichung in der Zielfunktion bessere Ergebnisse erbringt, erfolgt später.

### Fazit

Mit der in der Arbeit verwendeten Zielfunktion können die Abweichungen von einer Sphärenform in unterschiedlichen Verformungszuständen objektiv beschrieben werden. Die integrale, gewichtete, mittlere quadratische Abweichung  $\sigma_{K,f}$  ist eine skalare Kennzahl zur Beurteilung mehrerer

Deformationszustände. Die mittlere gewichtete Abweichung von der Sphärenform  $\sigma_{K,w}$  erlaubt die objektive Beurteilung eines einzelnen Deformationszustandes aus der FE-Simulation anhand einer skalaren Kennzahl. Die mittlere quadratische Abweichung  $\sigma_K$  wird in der Arbeit zur Beurteilung von Geometrievermessungen der Labormuster eingesetzt. Entwicklung und programmiertechnische Umsetzung der Kennzahlen stellen ein Ergebnis der Arbeit dar (vgl. „spherfit“ und „Input\_Linse“ in Anhang D).

### 3.7.3 Strategie zur Ermittlung der optimalen Kerengeometrie

Die Optimierungsstrategie bestimmt, wie die Werte der Optimierungsvariablen gefunden werden, für welche die Zielfunktion (integrale Formabweichung  $\sigma_{K,i}$ ) minimal wird. Im vorliegenden Fall dienen Geometrieparameter und Festigkeit des Kerns als Freiheitsgrade der Optimierung. A priori kann keine Aussage über eine bessere Eignung einer axialen  $\delta_{K,ax}$  oder radialen  $\delta_{K,rad}$  Definition der Abweichungen getroffen werden. Es werden deshalb beide Kriterien zur Berechnung der integralen Formabweichung  $\sigma_{K,i}$  untersucht.

Die FE-Software ANSYS® bietet zwei Optimierungsmethoden, die einem großen Bereich verschiedener Optimierungsprobleme Rechnung tragen: Die so genannte „Sub problem Approximation“-Methode, welche für die meisten ingenieurtechnischen Probleme eingesetzt werden kann, und die „First Order“-Methode. Die Subproblem-Methode ermittelt für mehrere zufällig gewählte Kombinationen von Optimierungsvariablen den Wert der Zielfunktion und liefert das Minimum einer Interpolationsfunktion. Die Methode arbeitet schnell, liefert aber nicht notwendigerweise das absolute Minimum. Die First-Order-Methode basiert auf der Ermittlung lokaler Gradienten der Zielfunktion im von den Optimierungsvariablen aufgespannten multidimensionalen Suchraum. Durch Fortschreiten entlang des größten Gradienten in Richtung abnehmender Zielfunktion wird nach einer endlichen Anzahl von Schritten ein Minimum gefunden. Die First-Order-Methode ist sehr genau, Probleme können lokale Minima darstellen. Die Optimierungsmethoden erlauben die Definition eines Wertebereichs der Optimierungsvariablen. Ebenso ist eine Einschränkung der Gültigkeit für Funktionen in den Optimierungsvariablen oder von Kontrollparametern (z.B. Radius der Ausgleichssphäre für alle Deformationszustände) möglich.

Die verwendete Vorgehensweise ist eine Kombination aus der Subproblem-Methode mit einer nachgeschalteten First-Order-Optimierung. Es wurden für die Optimierung APDL-Skripte für ANSYS® programmiert, welche die Optimierung vollautomatisch durchführen („start\_main“, „opt\_linse“). Die programmiertechnische Umsetzung stellt ein Ergebnis der Arbeit dar.

### 3.7.4 Festlegung der Optimierungsfreiheitsgrade

Die Kompositlinse stimmt von der äußeren Gestalt her mit der monolithischen Linse überein. Optimiert werden die Geometrie und die Festigkeit des weichen Kerns.

Die Festigkeit des Mantels  $C_{10,M}$  wird vorgegeben und beträgt  $0,1 \text{ N/mm}^2$ . Der Krümmungsradius  $K_M$  der äußeren lichtbrechenden Grenzfläche beträgt  $51,83 \text{ mm}$ , der Äquatorialradius  $A_M$  beträgt  $12 \text{ mm}$  und die Randhöhe  $C_M$  beträgt  $6 \text{ mm}$ . Als Randbedingung wird ein Druck  $p_U$  von  $2 \text{ bar}$  vorgegeben. Dieser Druck führte in allen untersuchten Fällen zu der notwendigen Verformung.

Über die Optimierungsfreiheitsgrade ist eine Anpassbarkeit der Linsensteifigkeit möglich. Empirische Tests ergaben, dass ein Kern, aufgebaut aus Sphärenkappe und Zylinder gute Ergebnisse der Optimierung liefert. Als Optimierungsvariablen dienen der Krümmungsradius  $K_K$  der Sphärenkappe

des Kerns, der Äquatorialradius  $A_K$  der Sphärenkappe des Kerns und die Höhe  $C_K$  des Kerns des über die ganze Linse ausgedehnten zylindrischen Teils des Kerns (vgl. Abb. 29). Der Materialparameter  $C_{10,K}$  des Kerns ist ebenfalls eine Optimierungsvariable. Die Geometrieparameter werden so beschränkt, dass keine Penetration der Manteloberfläche möglich ist. Als Kontrollparameter wird für die Oberfläche der deformierten Linse ein Radius der Ausgleichssphäre von minimal 27 mm (nach den Anforderungen einer Brechkraftänderung von 14 dpt) verwendet.

In der Arbeit besteht nur die Option des Handvergusses von elastischen Linsen. Dieser bringt jedoch Restriktionen mit sich (siehe Abschnitt 4.1). Insbesondere existieren Mindestanforderungen an die Höhe des weichen Kerns, damit das viskose Material allein durch Schwerkrafteinflüsse in die Gussform gelangt. Die Kernhöhe als ein Freiheitsgrad der Optimierung muss in diesem Fall eingeschränkt werden. Mit einer Spritzgussmaschine lassen sich geringere Durchmesser der Angüsse realisieren, indem das Material unter Druck in die Form gespritzt wird.

### 3.8 Leistungsfähigkeit der optimierten elastischen Kompositlinsen

In der Folge werden die Ergebnisse einer Optimierung der Kompositlinse für ein künstliches Akkommodationssystem über die Finite-Elemente-Methode vorgestellt und diskutiert. Insbesondere werden die optischen Eigenschaften der optimierten Kompositlinsen diskutiert. Zu den optischen Eigenschaften von Kompositlinsen, insbesondere der Abbildungseigenschaften, gibt es in der Literatur bisher keine Veröffentlichungen. Um die Leistungsfähigkeit der Optimierung zu testen, wurde in einem ersten Schritt angenommen, dass die Restriktionen an die Kernhöhe wegfallen. Die optischen Eigenschaften dieser Linsen werden ausgewertet und Schlüsse auf ein geeignetes Kriterium zur Optimierung gezogen. In einem zweiten Schritt wird die Geometrie für eine elastische Linse optimiert, deren Kernhöhe Restriktionen unterliegt, damit sie im Handverguss gefertigt werden kann. Auch die optischen Eigenschaften dieser elastischen Linse werden ausgewertet. Der Vergleich mit den Referenzlinsen und der monolithischen Linse zeigt die Leistungsfähigkeit der Optimierung.

#### 3.8.1 Kompositlinse ohne Einschränkungen

##### Ergebnisse

Die elastische Kompositlinse, welche über die radiale Formabweichung  $\delta_{K,r}$  optimiert wurde, wird als Kompositlinse  $L_{rad}$  bezeichnet. Die Kompositlinse  $L_{ax}$  wurde bezüglich der axialen Formabweichung  $\delta_{K,ax}$  optimiert.

Die durch die Finite-Elemente-Optimierung ermittelten Werte der Optimierungsvariablen sind in Tab. 4 und Tab. 5 für die Kompositlinsen  $L_{ax}$  und  $L_{rad}$  respektive festgehalten. Abgebildet sind die Werte der Optimierungsvariablen  $A_K$ ,  $K_K$ ,  $C_K$  und  $C_{10,K}$ , der Wert der Zielfunktion  $\sigma_{K,l,rad}$  bzw.  $\sigma_{K,l,ax}$  (Berechnung basierend auf radialer bzw. axialer Differenz), der zur Verformung notwendige Druck  $p_U$  und der Brechmodul  $B_D$ . Für die Werte des Mantels siehe Abschnitt 3.7.4.

Die Kompositlinse  $L_{rad}$  hat einen Kern, der höher und weicher ist als derjenige der Linse  $L_{ax}$  (siehe Tab. 4 und Tab. 5 und Abb. 35). Dafür ist der zylindrische Kernteil der Linse  $L_{ax}$  etwas höher als bei der Linse  $L_{rad}$ . In Abb. 35 sind die Geometrien der Linsen dargestellt. Durch den unterschiedlichen strukturellen Aufbau ist für die Linse  $L_{ax}$  ein höherer Druck  $p_u$  zur Verformung notwendig als für die Linse  $L_{rad}$ .

Die durch die Optimierung ermittelte Steifigkeitsstruktur ist in Abb. 36 dargestellt. Zu sehen ist eine axial gemittelte Festigkeit. Die Festigkeiten von Mantel und Kern sind mit ihrer axialen Ausdehnung in der radialen Position  $X_R$  gewichtet worden.

Kompositlinse $L_{rad}$		Wert	[mm],	[N/mm <sup>2</sup> ],
			[dpt/mm],	[mJ]
	$A_K$	8,353		
	$K_K$	17,790		
	$C_K$	1,133		
	$C_{10,K}$	0,027		
	$\sigma_{K,l,rad}$	1,52E-03		
	$p_U$	1,500		
	$B_D$	8,977		

Tab. 4: Ergebnisse für die Optimierungsvariablen  $A_K$ ,  $K_K$ ,  $C_K$  und  $C_{10,K}$ , Wert der Zielfunktion  $\sigma_{K,l}$  und Brechmodul  $B_D$ . Kompositlinse  $L_{rad}$ .

Kompositlinse $L_{ax}$		Wert	[mm],	[N/mm <sup>2</sup> ],
			[dpt/mm],	[mJ]
	$A_K$	8,060		
	$K_K$	18,222		
	$C_K$	1,312		
	$C_{10,K}$	0,030		
	$\sigma_{K,l,ax}$	1,57E-03		
	$p_U$	1,800		
	$B_D$	9,692		

Tab. 5: Ergebnisse für die Optimierungsvariablen  $A_K$ ,  $K_K$ ,  $C_K$  und  $C_{10,K}$ , Wert der Zielfunktionen  $\sigma_{K,l,rad}$  bzw.  $\sigma_{K,l,ax}$  und Brechmodul  $B_D$ . Kompositlinse  $L_{ax}$ .

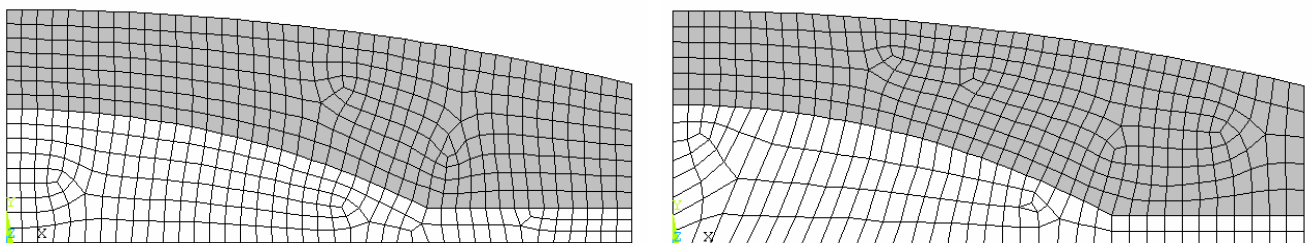


Abb. 35: Mit Finiten Elementen diskretisierte Geometrien der Linsen  $L_{ax}$  und  $L_{rad}$ . Die zum Kern gehörigen Elemente sind dunkel gezeichnet. Dargestellt ist ein Linsenviertel. Links: Linse  $L_{ax}$ . Rechts: Linse  $L_{rad}$ .



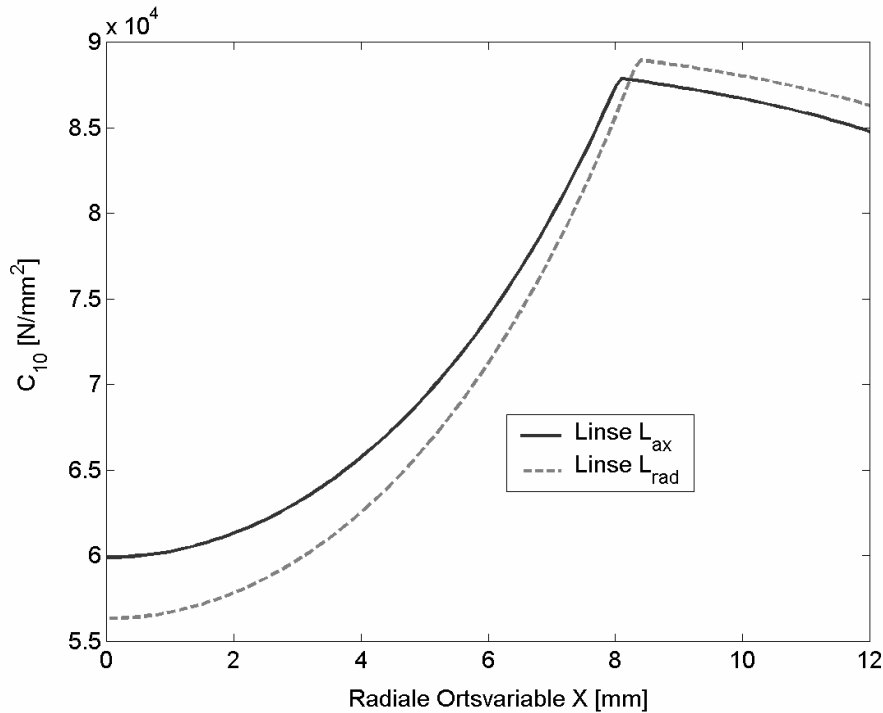


Abb. 36: Über die Linsenhöhe gemittelte Festigkeit der Linsen  $L_{rad}$  und  $L_{ax}$ .

### 3.8.2 Einfluss der verbesserten Formtreue auf die optischen Eigenschaften

Der Einfluss der optimierten Formtreue auf die optischen Eigenschaften soll in der Folge diskutiert werden. In einer Raytracingsimulation wird die Frage geklärt, welches Optimierungskriterium im vorliegenden Fall bessere Resultate liefert.

#### Abbildungseigenschaften

Wie in den Anforderungen festgehalten, werden die optischen Eigenschaften der optimierten Kompositlinsen anhand einer Serie von Referenzlinsen beurteilt, deren Brechwerte und Mittendicken gleich denen der Kompositlinsen im betrachteten Verformungszustand sind.

Abb. 37 zeigt für verschiedene Verformungszustände die Größe des RMS-Spotradius über dem Brechwert. Beide Kompositlinsen und die monolithischen Linse weisen im nicht deformierten Ausgangszustand identische Spotradien auf wie die sphärischen Referenzlinsen, da die geometrischen Formen identisch sind.

Die Linse  $L_{ax}$  weist in Abb. 37 einen Verlauf der Spotradien auf, der unterhalb des Verlaufs der Referenzlinsen liegt, erst ab 28 dpt kommt es zu geringfügig größeren Spotradien.

Die Linse  $L_{rad}$  hat über den gesamten Verlauf geringere Spotradien als die Referenzlinsen. Die RMS-Spotradien liegen zudem niedriger als die der Linse  $L_{ax}$ . Die Abbildungseigenschaften sind für die einzelne Linse  $L_{rad}$  demnach besser als die einer einzelnen sphärischen Linse. Von einer anderen Sichtweise aus entsprechen die Eigenschaften der Linse  $L_{rad}$  aber trotz der besseren Eigenschaften weniger gut denen einer sphärischen Linse als die Linse  $L_{ax}$ , da größere Abweichungen in den optischen Eigenschaften auftreten. Der Spotradius konnte durch die Einführung von Kompositlinsen

mit optimierter Kerngeometrie gegenüber einer monolithischen Linse um eine Größenordnung gesenkt werden.

### Brechmodul

Linse  $L_{ax}$  zeigt mit einem Brechmodul  $B_D$  von 9,70 ein für eine Aktorankopplung besser geeignetes Verhalten als die Linse  $L_{rad}$ , mit einem Brechmodul  $B_D$  von 9,00 dpt/mm. Das Optimierungskriterium unter Anwendung der axialen Abweichungen  $\delta_{K,ax}$  von der Ausgleichssphäre bringt in der Hinsicht bessere Ergebnisse. Das festere Kernmaterial der Linse  $L_{ax}$  (vgl. auch Tab. 4 und 5) macht einen höheren Druck  $p_U$  notwendig, um die Linse auf eine Brechkraft von 30 dpt zu bringen (1,8 bar statt 1,5 bar für Linse  $L_{rad}$ ).

Gegenüber der monolithischen Linse mit einem Brechmodul  $B_D$  von nur 6,70 dpt/mm konnte der Brechmodul stark gesteigert werden. Die 20,15 dpt/mm des analytischen Linsenmodells werden nicht erreicht.

### Formtreue

Zur Darstellung der Formtreue in verschiedenen Verformungszuständen  $\Lambda_{SS}$  wird aufgrund der guten Übersichtlichkeit die mittlere gewichtete Abweichung  $\sigma_{K,w}$  verwendet. Das lässt eine einfache Bewertung der Formtreue über den interessierenden Brechkraftbereich zu. Die Formabweichungen der optimierten Kompositlinsen wurden nach Vorgabe auf einem Radius  $X_{AP}^*$  von 9 mm um die optische Achse ausgewertet.

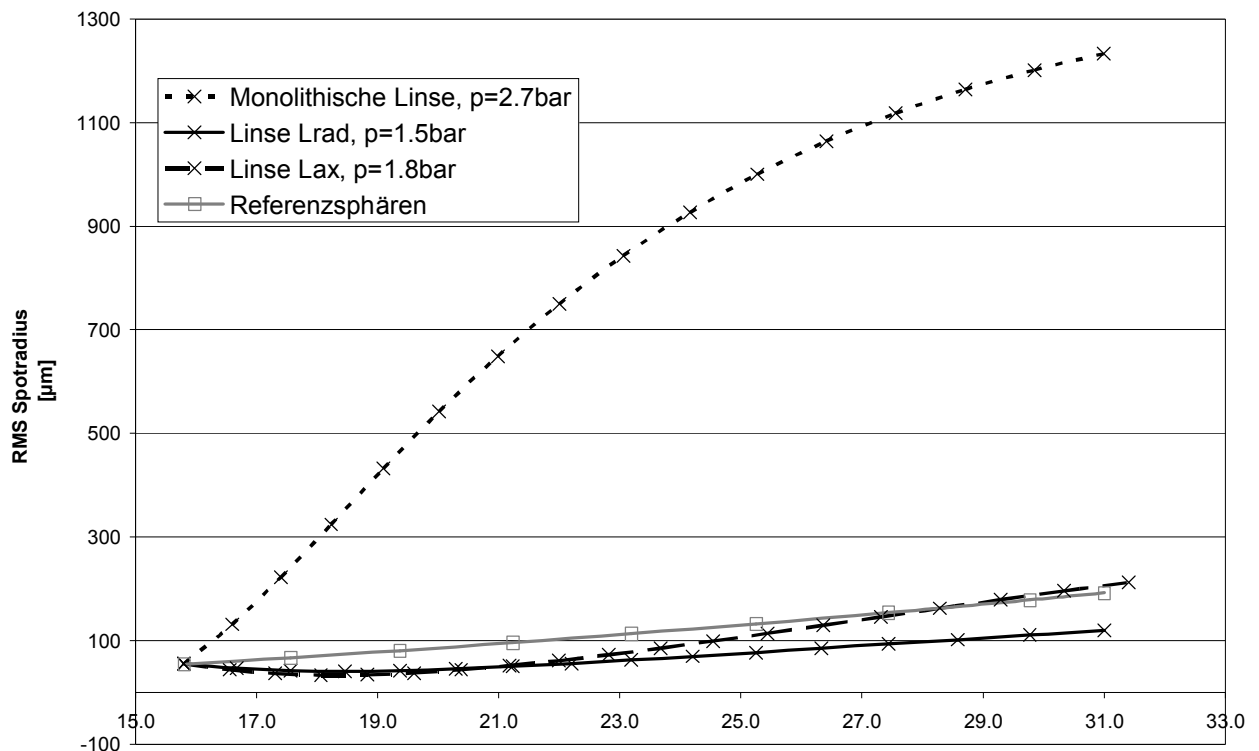


Abb. 37: RMS-Spotradien für verschiedene Verformungszustände der optimierten Kompositlinsen und der monolithischen Linse im Vergleich mit sphärischen Referenzlinsen.

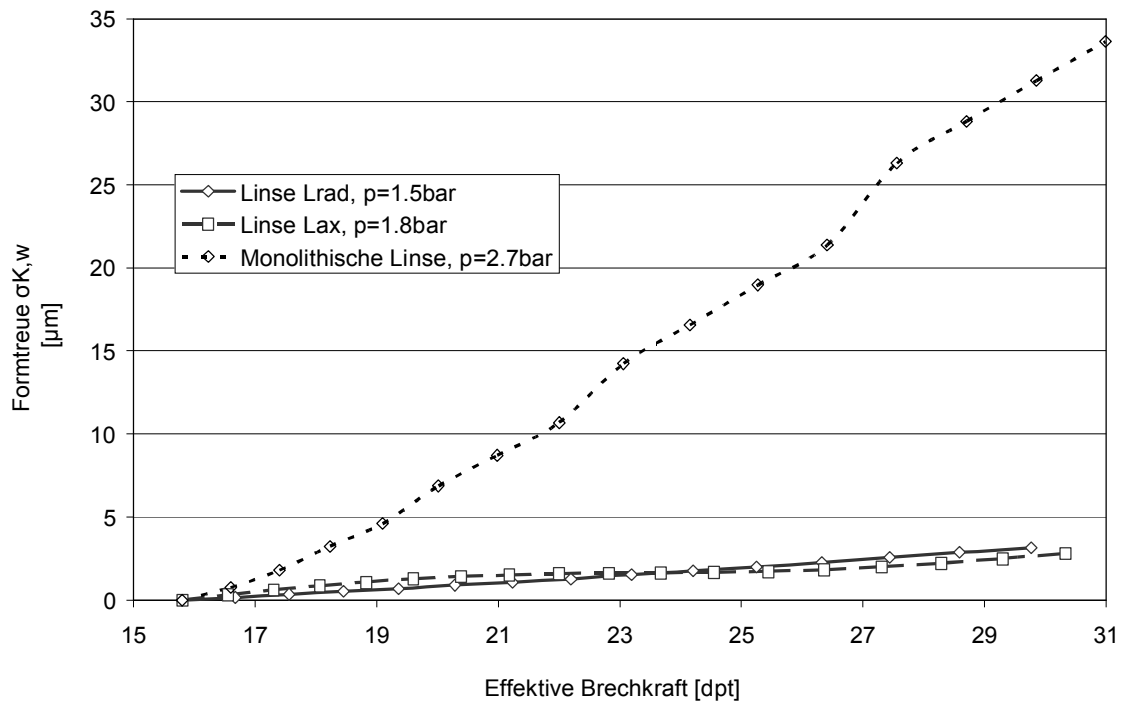


Abb. 38: Verläufe der mittleren gewichteten Formabweichung  $\sigma_{K,w}$  für verschiedene Verformungszustände  $\Lambda_{SS}$  der elastischen Linsen  $L_{rad}$  und  $L_{ax}$  sowie der monolithischen Linse.

In Abb. 38 ist zu sehen, dass die Verläufe von  $\sigma_{K,w}$  für die auf axiale bzw. radiale Abweichung optimierten Linsen eine Größenordnung niedrigere Werte aufweisen als die monolithische Linse. Die Linse  $L_{ax}$  weist für höhere Brechkraft geringfügig niedrigere Formabweichungen auf als die Linse  $L_{rad}$ .

Bei 14 dpt Brechkraftänderung (von 15,72 dpt auf 29,72 dpt) haben  $L_{ax}$  und  $L_{rad}$  eine mittlere Abweichung  $\sigma_{K,w}$  kleiner als  $3,5 \mu\text{m}$ . Die maximalen (absoluten) Abweichungen betragen  $+4,77 \mu\text{m}/-8,38 \mu\text{m}$  für die Linse  $L_{ax}$  und  $+8,60 \mu\text{m}/-6,87 \mu\text{m}$  für die Linse  $L_{rad}$  (vgl. Abb. 39). Die minimal erreichbaren Fertigungstoleranzen beim Spritzguss optischer Elemente liegen bei  $\pm 5,9 \mu\text{m}$  ([FOR06]). In Abb. 39 ist für beide Linsen die bereits erwähnte Zunahme der Formabweichungen gegen den Linsenrand zu sehen. Die Formabweichungen können lokal am Rand durch die Optimierung nicht ganz korrigiert werden, bedingt durch lokale Krafteinleitungseffekte.

Linse  $L_{ax}$  weist die maximale Abweichung in einem Punkt am Rande der Apertur auf. Die Linse  $L_{rad}$  weist auf größeren Zonen Formabweichungen auf, die geringfügig oberhalb der Fertigungstoleranz für gegossene Kunststofflinsen liegen. Es zeigt sich, dass eine stärkere Gewichtung der äquatorialen Linsenzonen durch die axiale Abweichung  $\delta_{K,ax}$  bezüglich der Formtreue bessere Ergebnisse bringt.

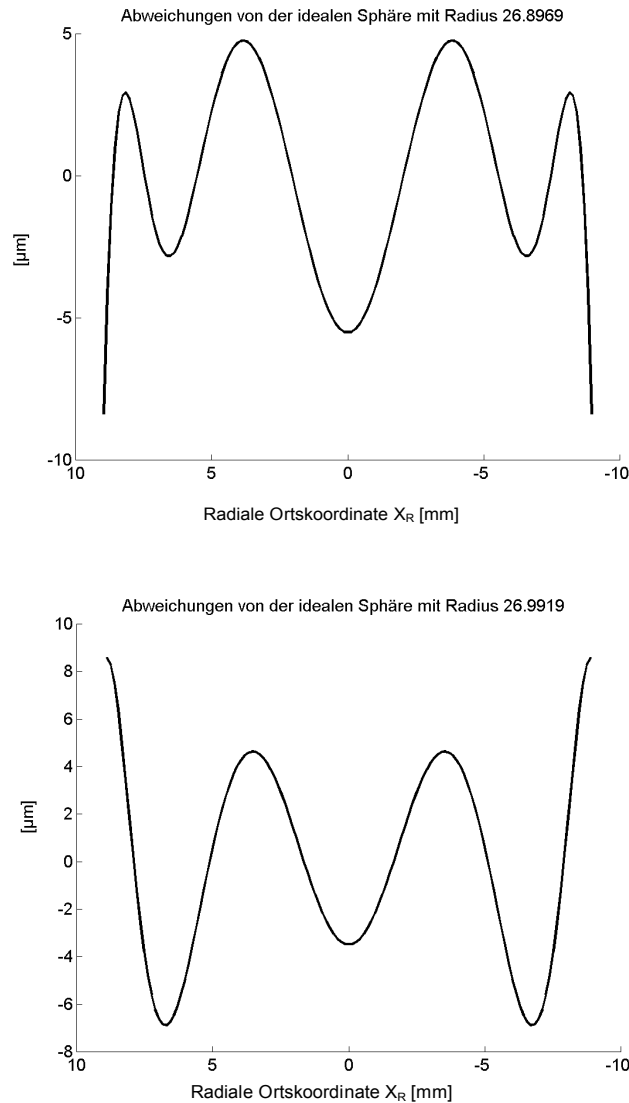


Abb. 39: Abweichungen von einer Ausgleichssphäre mit Radius 27 mm. Oben: Linse  $L_{\text{ax}}$ . Unten: Linse  $L_{\text{rad}}$ .

Im Vergleich mit der monolithischen Linse konnten die gewichteten Formabweichungen  $\sigma_{K,w}$  der Kompositlinsen von 33,6  $\mu\text{m}$  auf weniger als 3,5  $\mu\text{m}$  gesenkt werden (bei maximaler Verformung, vgl. auch Abb. 38). Die Reduktion der Formabweichungen hat eine starke Verbesserung der optischen Eigenschaften erbracht. Eine direkte Proportionalität zwischen den Verläufen der mittleren Formabweichung (vgl. Abb. 38) und dem RMS-Spotradius (vgl. Abb. 37) ist jedoch nicht erkennbar. Das liegt daran, dass kleine lokale Formabweichungen von der Sphärenform Verbesserungen, aber auch Verschlechterungen der optischen Eigenschaften erbringen können (vgl. Abschnitt 2.1).

### Bewertung der Abweichungskriterien

Beide Linsen weisen gute Abbildungseigenschaften auf, die den Eigenschaften perfekter sphärischer Linsen nahe kommen. Werden die axialen Abweichungen  $\delta_{K,\text{ax}}$  von der Sollgeometrie als Kriterium der Optimierung verwendet, lassen sich höhere Formtreuen bei kleinerem Brechmodul erreichen. Die Linse  $L_{\text{ax}}$  weist einen größeren Brechmodul auf, was einer Miniaturisierung des Aktors entgegenkommt. Die Strategie, über eine Minimierung der axialen Formabweichungen  $\delta_{K,\text{ax}}$  die optischen Eigenschaften zu verbessern, ist deshalb als erfolgreich zu beurteilen (siehe auch [RÜC06]).

Die Eigenschaften der Linse  $L_{ax}$  sind besser zu bewerten als die der Linse  $L_{rad}$ , da ausreichende optische Eigenschaften bei einem höheren Brechmodul vorliegen. Daher wird das Konzept einer elastischen Linse mit minimierten axialen Abweichungen weiter verfolgt.

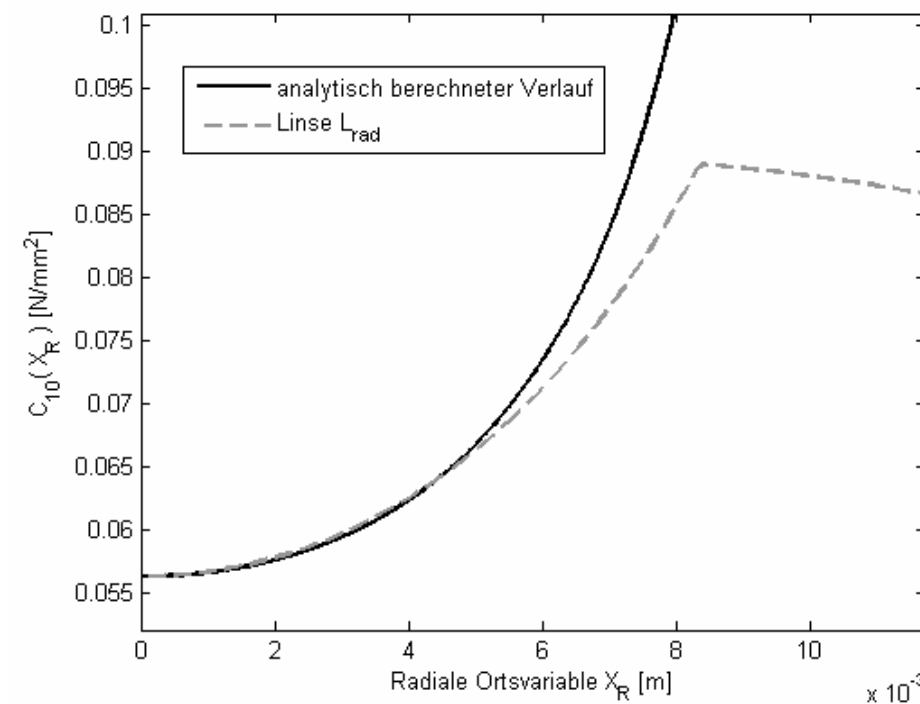
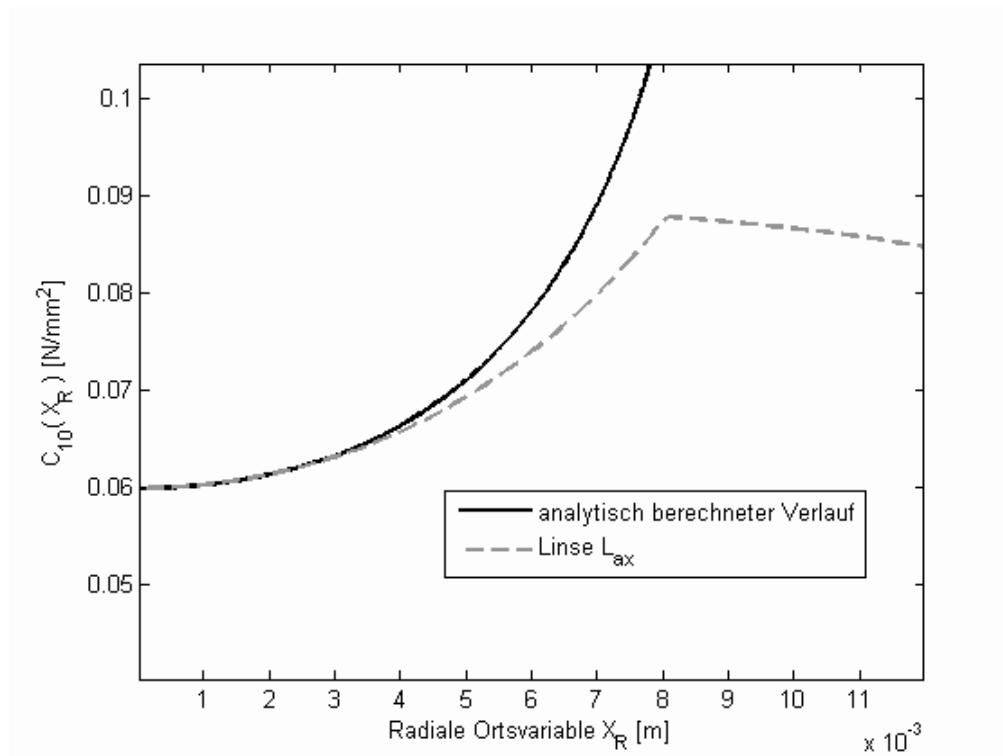


Abb. 40: Festigkeitsverlauf. Oben: Linse  $L_{ax}$ . Unten: Linse  $L_{rad}$ . Jeweils mit analytisch ermitteltem Verlauf.

### 3.8.3 Vergleich von analytischer Lösung und Optimierung

Die lokale Festigkeit, welche einerseits in der Optimierung und andererseits mit dem analytischen Linsenmodells ermittelt wurden, sollen verglichen werden. Alle Verläufe der lokalen Festigkeit  $C_{10}(X_R)$  sind dargestellt in Abb. 40. Für die Linsen  $L_{ax}$  und  $L_{rad}$  wird die Materialfestigkeit  $C_{10}(X_R)$  über die Höhe der Linse gemittelt. Daneben wird der analytisch ermittelte Verlauf von  $C_{10}(X_R)$  aufgetragen wie in Abb. 20. Die Randbedingung für den analytisch ermittelten Verlauf wurde so gewählt, dass der Materialparameter bei  $X_R=0$  jeweils übereinstimmt. Zur Verbesserung der Übersichtlichkeit wurde für die analytisch ermittelte Festigkeit nicht der gesamte Verlauf dargestellt.

Es ist klar zu erkennen, dass bis  $X_R=4\text{ mm}$  der Verlauf von beiden Kurven qualitativ übereinstimmt. Für die Randbereiche ist das nicht der Fall. Der randnahe Bereich wird bei der Optimierung nicht berücksichtigt (vgl. Abschnitt 3.7.2). Die Kompositlinsen haben im Vergleich zur analytischen Lösung eine geringere Festigkeit im Randbereich, bezüglich des Energieverbrauchs ist dies als positiv zu bewerten, zumal Effekte der Krafterleitung durch einen Aktor nicht zu verhindern sind.

### 3.8.4 Kompositlinse als Labormuster

Für Labormuster ergeben sich Einschränkungen der Kerngeometrie durch die Fertigung im Handverguss (sog. Anschnitte, vgl. Abschnitt 4.1). Eine Mindeststrandhöhe des Kerns  $C_K$  von 2 mm muss gewährleistet sein. Es wird daher eine eingeschränkte Optimierung auf Grundlage der axialen Formabweichungen vorgenommen.

Das entsprechende Linsendesign wird als Linse  $L_{restr}$  bezeichnet. Der Geometrieparameter  $C_K$  wird auf 2 mm festgesetzt. Bei den Linsen  $L_{ax}$  und  $L_{rad}$  sind die Kernhöhen  $C_K$  geringer. Verbleibende Optimierungsvariablen sind der Kerndurchmesser  $A_K$ , der Krümmungsradius des Kerns  $K_K$  und der Materialparameter  $C_{10,K}$ . Die Ergebnisse der Finiten-Elemente-Optimierung sind in Tab. 6 notiert. Abgebildet sind die Werte der Optimierungsvariablen  $A_K$ ,  $K_K$ ,  $C_K$  und  $C_{10,K}$ , der Wert der Zielfunktion  $\sigma_{K,I}$ , der zur Verformung notwendige Druck  $p_U$  und der Brechmodul  $B_D$ . Für die Werte des Mantels siehe Abschnitt 3.7.4.

Für die Formteile der Mehrkomponentengussform (siehe Abschnitt 4.1) werden die Abmaße der Kerngeometrie übernommen. Das Gussmaterial wird mit einem Weichmacher nach dem Materialparameter aus Tab. 6 eingestellt. Mit den Gleichungen der Ausgleichsgeraden in Abb. 50 und Abb. 47 kann für die Materialien ein Ölgehalt von 34 % und 57 % berechnet werden sowie ein Brechungsindex von 1,4074 bzw. 1,4063 (siehe Abschnitt 4.2).

Kompositlinse $L_{restr}$	Wert [mm], [N/mm <sup>2</sup> ], [dpt/mm], [mJ]
$A_K$	7,522
$K_K$	15,453
$\sigma_{K,I}$	3,55E-03
$C_{10,K}$	0,032
$p_U$	1,8
$B_D$	8,493
$J$	70,594

Tab. 6: Kompositlinse  $L_{restr}$ . Ergebnisse für die Optimierungsvariablen und das Kriterium aus der Finite-Elemente-Optimierung.

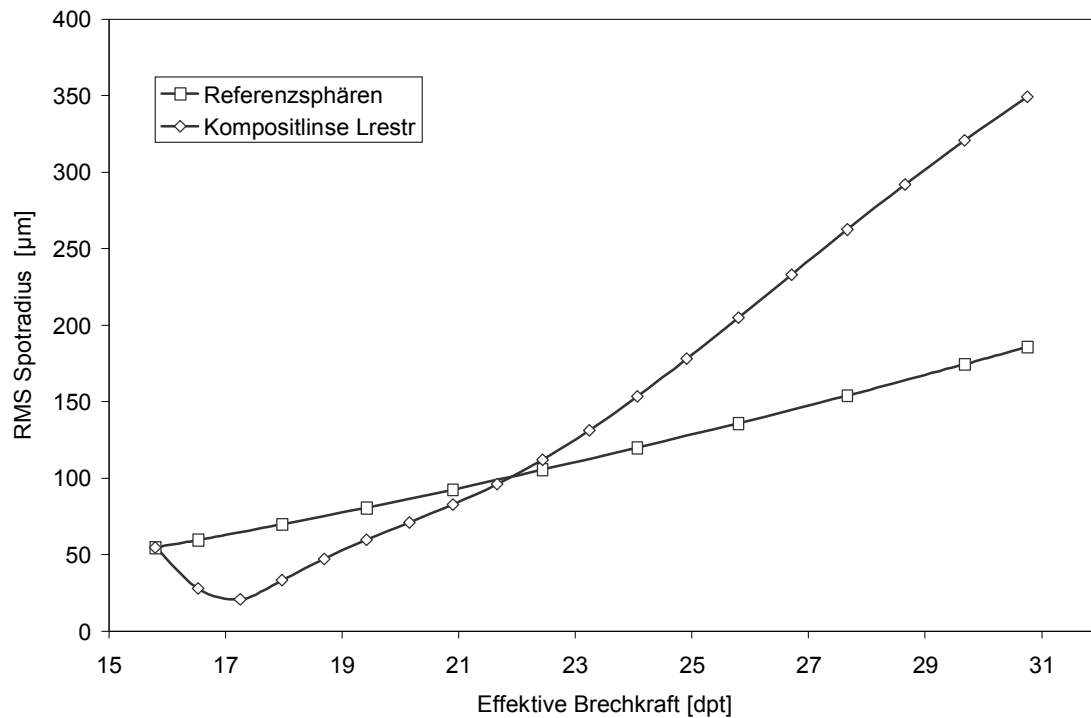


Abb. 41: RMS-Spotradien für verschiedene Verformungszustände der eingeschränkt optimierten Kompositlinse im Vergleich mit den sphärischen Referenzlinsen.

### Diskussion

Da in der Optimierung der Freiheitsgrad für die Kernhöhe  $C_K$  fehlt, sind die Formabweichungen  $\sigma_{K,j}$  der elastischen Kompositlinse  $L_{\text{restr}}$  mit  $3,55\mu\text{m}$  fast doppelt so groß wie die der Linse  $L_{\text{ax}}$  ( $1,57\mu\text{m}$ ).

Dies macht sich bezüglich der optischen Eigenschaften vor allem im Bereich großer Brechkraftänderungen bemerkbar. In Abb. 41 sind die RMS-Spotradien für verschiedene Deformationszustände zu sehen. Bis zu einer Brechkraftänderung von 23 dpt liegen die Werte der Spotradien von  $L_{\text{restr}}$  noch unterhalb der Referenz, für größere Brechkräfte werden sie signifikant größer. Der Brechmodul  $B_D$  beträgt  $8,493\text{ dpt/mm}$  und liegt somit niedriger als der Brechmodul der Linsen  $L_{\text{rad}}$  und  $L_{\text{ax}}$ . Der Druck  $p_U$  bei vollständiger Verformung beträgt  $1,8\text{ bar}$ , er liegt genauso hoch wie der Druck für die Linse  $L_{\text{ax}}$ .

Die Labormuster  $L_{\text{restr}}$  können demnach aufgrund eines produktionsbedingt fehlenden Freiheitsgrades in der Optimierung nur für Änderungen der effektiven Brechkraft von  $15,72$  bis  $22,72$  dpt eingesetzt werden.

### 3.8.5 Optische Eigenschaften des Linsenkerens

Für die elastische Linse wurde der Brechungsindexunterschied zwischen Mantel und Kern dergestalt gewählt, dass das optische Verhalten nicht beeinflusst wird. Der Kern soll keine bemerkbare brechende Wirkung haben. Optische Grenzflächen, die nahezu parallel zum einfallenden Licht liegen, sind jedoch sichtbar. Das kann mit Hilfe der Fresnelschen Gleichungen gezeigt werden. Dieser Sachverhalt wurde beim Linsenentwurf berücksichtigt, insofern als die optischen Grenzflächen keine kleinen Winkel mit den Lichtstrahlen bilden können.

Zur Abschätzung des Einflusses eines Kerns auf die optischen Eigenschaften wurde der RMS-Spotradius über die Verformungsschritte einer elastischen Linse ermittelt. Der Kern weist einmal eine geringere Brechzahl ( $n=1,4063$ ), einmal eine identische Brechzahl wie das Mantelmaterial ( $n=1,4074$ ) auf (Abb. 42). Die Auswertung in der Raytracingsoftware erfolgt auf einer Apertur von 13,6 mm, da der zylindrische Kernanteil von Zernikepolynomen nur ungenügend beschrieben werden kann. Wie in Abb. 42 zu sehen ist, sind die Auswirkungen auf die optischen Eigenschaften der elastischen Kompositlinse vernachlässigbar. Bei den Optiksimulationen wird deshalb der Kern mit identischer Brechzahl wie das Mantelmaterial modelliert.

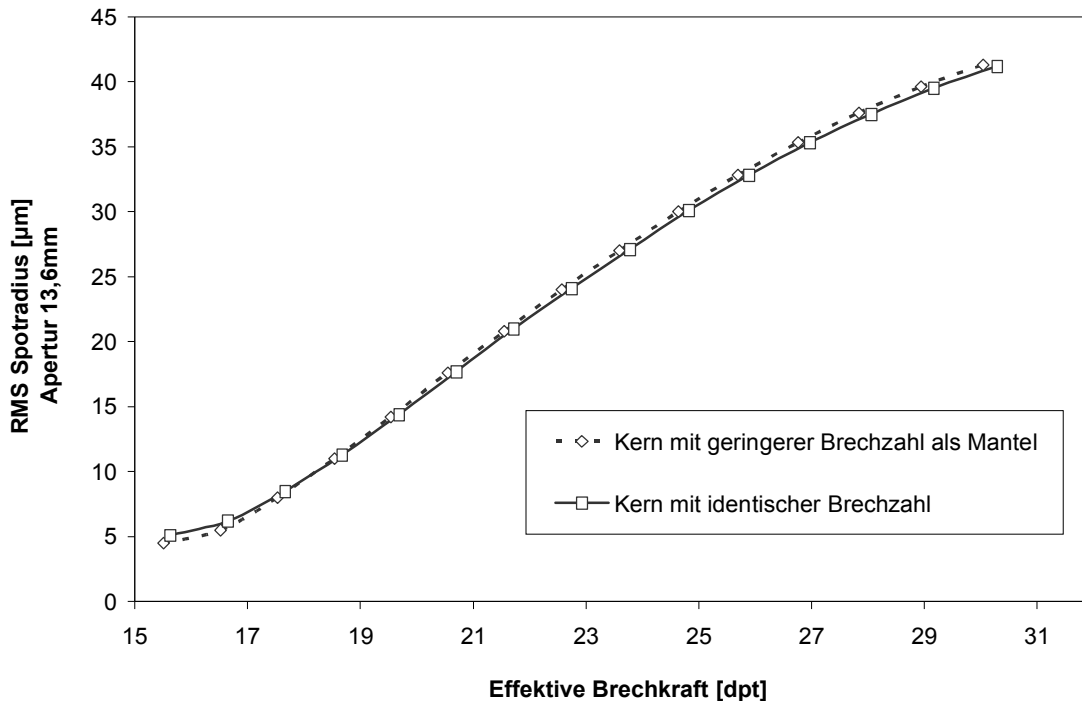


Abb. 42: Raytracing-Simulation einer Kompositlinse (RMS-Spotradius). Der Kern wird mit geringerer Brechzahl als der Mantel ( $n=1,4063$ ) und mit identischer Brechzahl wie der Mantel ( $n=1,4074$ ) modelliert.

### 3.9 Erstmalige Untersuchung äußerer Einflüsse auf die Linsenform

Fertigungstoleranzen und Schwerkrafteinfluss führen dazu, dass sich das Deformationsverhalten von Labormustern in der Realität vom idealisierenden simulierten Verhalten unterscheidet. In der Folge werden Effekte der äußeren Einflüsse simuliert, um Toleranzbereiche für eine Geometrievermessung (in Abschnitt 4.3) angeben zu können. Werden bei der Vermessung der Geometrie von Labormustern Abweichungen gefunden, die die Fertigungstoleranzen überschreiten, kann dies einen Hinweis liefern, dass die Parameter der Finiten-Elemente-Simulationen noch angepasst werden müssen (siehe auch Vorgehensweise nach Abschnitt 3.7.1). Siehe hierzu auch [YUE05].

#### 3.9.1 Fertigungstoleranzen

Durch die Toleranzen der Fertigung treten Formabweichungen  $\sigma_K$  bei den Labormustern der Linse  $L_{\text{restr}}$  auf. Es werden zwei Beispiele genannt, um eine Abschätzung von Formabweichungen für die Vermessung einer Linse vornehmen zu können. Weitere Fälle wurden in [YUE05] untersucht. Die Schwerkraft kann ebenfalls potenziell zu einer Deformation einer elastischen Linse führen, es wird



deshalb eine Abschätzung der Effekte vorgenommen. Es ist davon auszugehen, dass sich verschiedene Effekte bei den Labormustern überlagern, so dass insgesamt mit größeren Formabweichungen zu rechnen ist.

Die Auswertung der Toleranzen ist wichtig, um für den Vergleich von experimentell vermessenen Geometrien verformter Labormuster mit Simulationen einen Rahmen vorzugeben, in dem Abweichungen toleriert werden (vgl. hierzu Abschnitt 4.3).

Deshalb wird eine Finite-Elemente-Simulation der Deformation einer Linse  $L_{\text{restr}}$  mit Soll-Abmaßen in einem Spannrahmen durchgeführt (vgl. Abb. 43). Die Simulation dient als Referenz für die experimentelle Geometrievermessung der im Spannrahmen verformten Labormuster. Bei der Simulation wurden die relevanten Geometrielemente modelliert, die verbleibenden Elemente des Spannrahmens konnten durch eine Verschiebungsrandbedingung am Äquator modelliert werden.

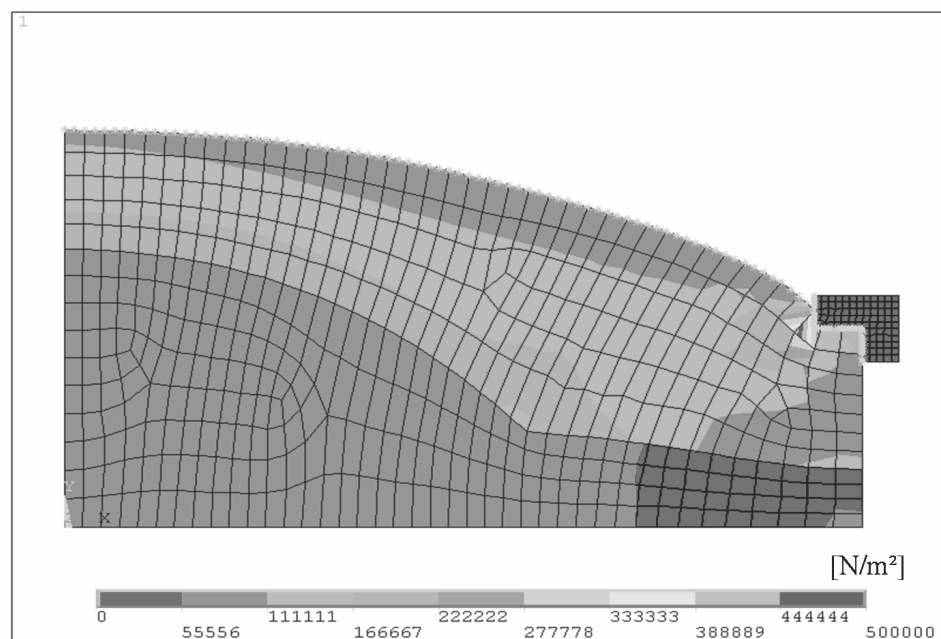


Abb. 43: Van Mises Vergleichsspannung einer montierten Linse  $L_{\text{restr}}$  bei der Montage im Spannrahmen.

In Abb. 43 sind die Vergleichsspannungen in der Linse dargestellt. Der Kern ist deutlich an dem niedrigeren Spannungsniveau erkenntlich, aufgrund des weicheren Materials. Die Spannungen unterhalb der Schulter des Spannrahmens sind doppelt so hoch wie im übrigen Linsenbereich. Dies untermauert noch einmal die Aussage betreffs der Linse aus [PAT89c], dass eine solche Krafteinleitung für das Material unvorteilhaft ist. Durch die Spannungsüberhöhung kann es zu einer Ermüdung kommen. Ausgewertet wird die räumliche Lage der Knoten auf der optischen Linsenoberfläche. Formabweichungen und Radius der Ausgleichssphäre werden nach der Vorgehensweise in Abschnitt 3.7.2 ermittelt. Es liegen Formabweichungen  $\sigma_K$  von  $4,9 \mu\text{m}$  für eine Ausgleichssphäre mit Radius  $22,22 \text{ mm}$  vor.

Folgende Toleranzen treten bei der Fertigung der Linse auf (vgl. Abschnitt 4.1).

#### **Zu große Randhöhe**

Die Linsenhöhe ergibt sich über drei Formteile, die in der Gussform übereinander gestapelt sind (vgl. Abb. 46). Während des Formteilwechsels kann es zu einer Vergrößerung der Linsenrandhöhe  $C$

kommen, indem Fremdkörper zwischen die Abstandsringe geraten. Messungen ergaben Abweichungen für  $C$  bis zu +0,2 mm. Für eine Deformation in einem Spannrahmen zur Linsenvermessung (vgl. Abschnitt 4.3) wurden Simulationen durchgeführt, um die Auswirkungen der vergrößerten Randhöhe abzuschätzen. Es ergeben sich Formabweichungen  $\sigma_K$  von 4,2  $\mu\text{m}$  für die Ausgleichssphäre  $K$  mit 21,45 mm Radius.

### **Festigkeitsschwankungen**

Beim Anmischen des Materials kann es zu Schwankungen in der Festigkeit von +/-5 % kommen (vgl. Abschnitt 4.2.2), die Auswirkungen werden gesondert betrachtet (folgender Abschnitt 3.9.2). Ist allein der Kern um 5 % zu hart, ergeben sich bei Verformung im Spannrahmen mittlere Formabweichungen  $\sigma_K$  von 4,9  $\mu\text{m}$  für die Ausgleichssphäre  $K$  mit 23,13 mm Radius.

### **Schwerkraft**

Die Gewichtskraft einer elastischen Linse mit einem Volumen von 3,35 ml und einer Dichte von 1,02 g/ml (Material Elastosil LR7665, [WAC04d]) beträgt 33,5  $10^{-3}\text{N}$  (vgl. auch Tab. 8). Die Reaktionskraft, die bei der Linsendeformation entsteht, beträgt ca. 75 N. Aufgrund der großen Differenzen zwischen den anfallenden Spannungen wird der Einfluss der Schwerkraft auf die Linsenform vernachlässigt.

## **3.9.2 Sensitivitätsanalyse bezüglich der Materialfestigkeit**

Die mechanischen Eigenschaften der Linse sind abhängig von der Festigkeit des Mantel- und Kernmaterials. Bei der Herstellung der Linse entstehen Abweichungen von den vorgegebenen Soll-Festigkeiten (vgl. Abschnitt 4.2.2). Deshalb wird eine Sensitivitätsanalyse vorgenommen, um über die Einflüsse der Abweichungen eine quantitative Aussage vornehmen zu können.

Simuliert wird die maximale Verformung der Linse  $L_{\text{restr}}$  für eine Druckbeaufschlagung des Linsenumfangs von 2 bar.

Um den Einfluss der Festigkeitsschwankungen zu bewerten, wurden in der Arbeit 25 Materialpaarungen simuliert und ausgewertet (siehe unten). Ausgehend von der vorgegebenen Festigkeit von Kern ( $C_{10,K}$  von 0,032 N/mm<sup>2</sup>) und Mantel ( $C_{10,M}$  von 0,1 N/mm<sup>2</sup>), werden produktionsbedingte Abweichungen von +/-10 % und +/-5 % jeweils für Mantel und Kern angenommen. Die tatsächlich vorkommenden Schwankungen (vgl. Abschnitt 4.2.2) fallen durch einen speziellen Anmischprozess geringer aus, so dass mit +/-10% eine Abschätzung nach oben vorliegt.

### **Ergebnis der Sensitivitätsanalyse**

Das Ergebnis der FEM-Sensitivitätsanalyse sind Geometrien der verformten Linse für die vorgegebenen Materialpaarungen. Aus den Ergebnissen können relevante Eigenschaften extrahiert werden. Es werden die Brechkraftänderung für eine Druckbelastung  $p_U$  mit 2 bar und die integrale Abweichung von der Sphärenform  $\sigma_{K,f}$  ermittelt. Diese Eigenschaften sind jeweils als Konturplot über dem zweidimensionalen Wertebereich der analysierten Materialpaarungen aufgetragen (vgl. Abb. 44 und Abb. 45).

In Abb. 44 sind die integralen Abweichungen von der Sphärenform  $\sigma_{K,f}$  als Konturplot über der relativ zum Sollwert gemessenen Festigkeit von Mantel- und Kernmaterial dargestellt. Die Formabweichung in der Mitte des Kennfelds stellt das Minimum dar, da keine Abweichung von den in der Optimierung ermittelten Sollfestigkeiten auftreten. Es ist zu erkennen, dass für die Formabweichungen eine Richtung mit vernachlässigbaren Änderungen (Pfeil in Abb. 44) und eine Richtung mit großen Änderungen existiert, die orthogonal zueinander liegen. Für eine gegebene Kerngeometrie erzeugt eine

gleichsinnige Änderung der Materialfestigkeiten von Linsenmantel und -kern geringere Abweichungen von der Sphärenform. Die Festigkeit hat dann im Vergleich mit den Optimierungsergebnissen einen ähnlichen, maßstäblichen Verlauf.

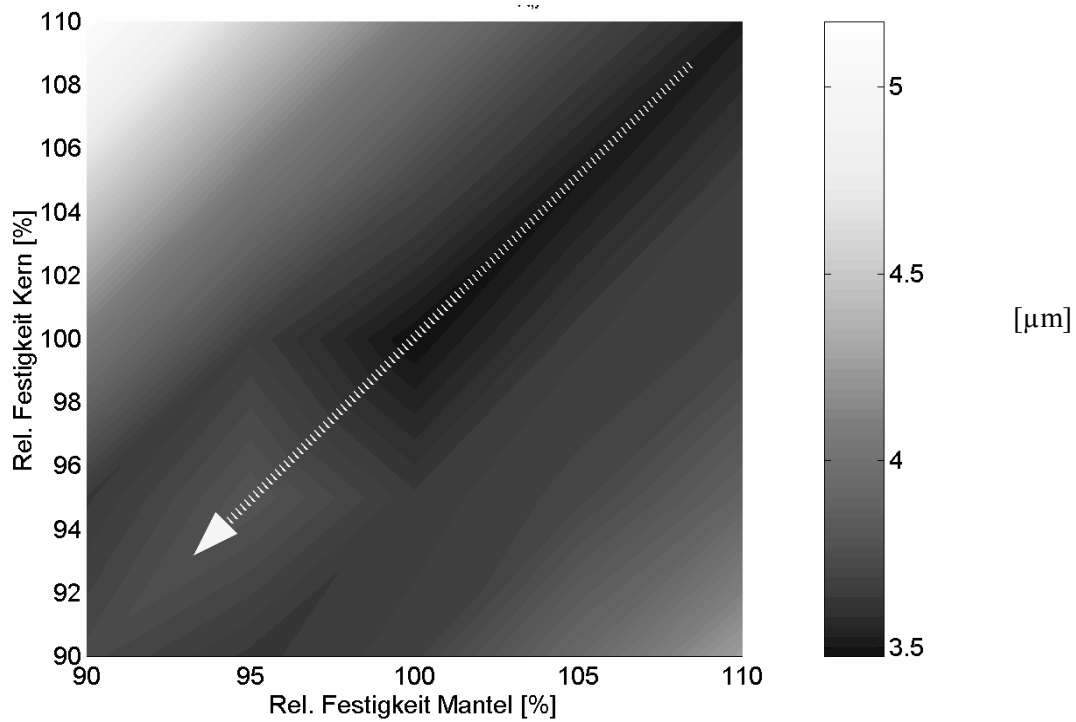


Abb. 44: Konturplot der mittleren integralen Abweichung, aufgetragen über verschiedene Paarungen der Materialfestigkeit von Kern und Mantel.

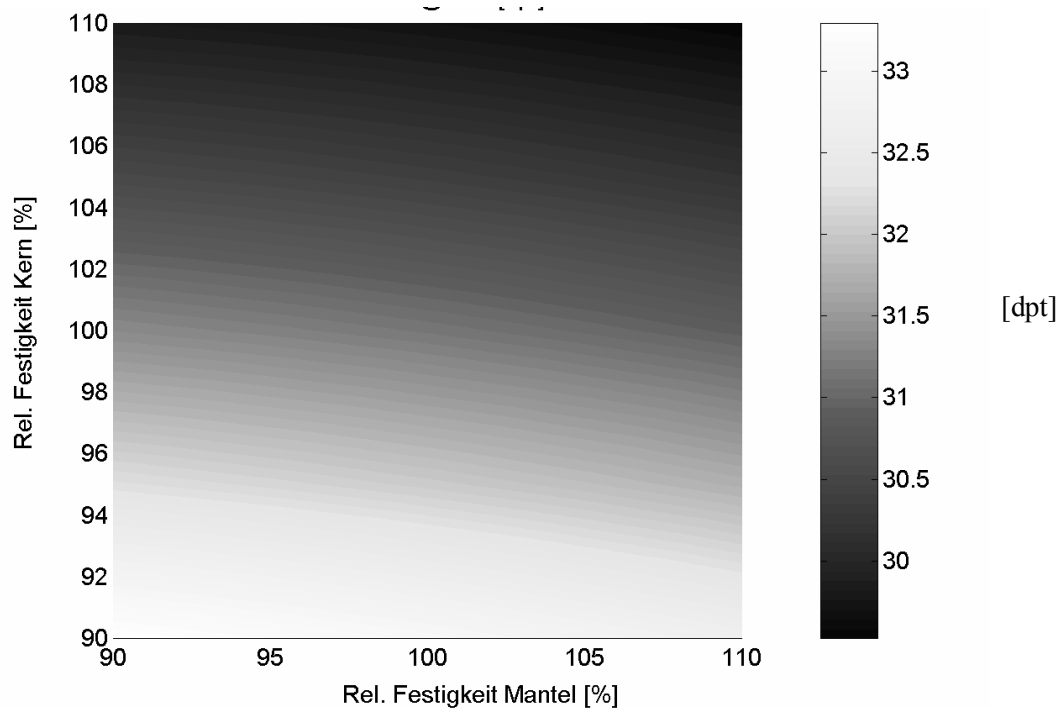


Abb. 45: Konturplot der paraxialen Brechkraft der Linse  $L_{\text{restr}}$  im verformten Zustand (2 bar), für verschiedene Paarungen der Materialfestigkeit von Kern und Mantel.

Aus den Rohdaten der Simulation, die der Graphik zugrunde liegen, lassen sich genaue Daten angeben. Für den betrachteten Bereich mit +/-10 % Änderungen der Festigkeit vom Sollwert vergrößert sich die Formabweichung  $\sigma_{K,J}$  maximal von 3,5  $\mu\text{m}$  auf 5,17  $\mu\text{m}$ . Die im Experiment festgestellten Materialschwankungen betragen +/-5 %. Laut dem simulierten Kennfeld tritt die maximale Änderung der Formabweichung  $\sigma_{K,J} = 3,8 \mu\text{m}$  dann auf, wenn die Kernfestigkeit auf 105 % erhöht wird und die Festigkeit des Mantels unverändert bleibt bei 100 %. Die Ursache ist eine zu große Abweichung vom optimalen Festigkeitsverlauf.

Eine Änderung der Formtreue um 9 % kann zu einer Verschiebung der Kurve des Optikkriteriums (Abb. 41) führen, welche den zulässigen Brechkraftbereich weiter einschränkt. Um eine genaue Aussage machen zu können, sind Raytracingsimulationen für jede Materialpaarung notwendig. Da die optischen Eigenschaften der elastischen Linsen besser sind als die der Referenzlinsen, kann eine geringe Verschlechterung der Formtreue zugelassen werden. Als Abschätzung kann eine durch Materialschwankungen verursachte Reduktion des zulässigen Brechkraftbereiches der Linse um 10 % angenommen werden.

In Abb. 45 ist die mit den Radien der Ausgleichssphären berechnete paraxiale Brechkraft bei 2 bar Druckbeaufschlagung als Konturplot über der relativ zum Vorgabewert gemessenen Festigkeit von Mantel- und Kernmaterial dargestellt. Die Brechkraft reagiert sehr sensibel bezüglich einer Änderung der Materialfestigkeit des Kerns. Für die optimale Materialpaarung beträgt die Brechkraft 31,2 dpt bei 2 bar Druckbelastung des Äquators. Bei einer Abnahme lediglich der Kernfestigkeit von 10 % relativ zum Sollwert steigt die Brechkraft erheblich auf 33,0 dpt. Sinkt ausschließlich die Festigkeit des Mantels um denselben Betrag, steigt die Brechkraft nur auf 31,3 dpt. Für eine maximale Änderung beider Festigkeiten von +/-10 % kann bei einem vorgegebenen Druck von 2 bar die paraxiale Brechkraft um +1,6/-2,1 dpt vom Wert 31,2 dpt abweichen. Eine Änderung des Brechmoduls der elastischen Linse, welche durch eine Abweichung der Materialfestigkeit vom Sollwert resultiert, kann durch eine Kalibrierung der Linsensteuerung auf die individuelle elastische Linse kompensiert werden. Eine Verschlechterung der optischen Qualität kann so nicht behoben werden. Um eine ausreichende Formtreue zu gewährleisten, wird eine spezielle Vorgehensweise zum Einstellen der Festigkeiten von Kern- und Mantelmaterial gewählt (vgl. Abschnitt 4.1). Somit können die Schwankungen der Materialfestigkeit in Grenzen gehalten werden.

### 3.9.3 Folgerungen aus der Sensitivitätsanalyse bezüglich Kriechen

#### Formabweichung

Kriechen ist äquivalent einer Erweichung des Linsenmaterials (vgl. Abschnitt 2.3.6). Die zu erwartende Erweichung beträgt laut Experiment max. 5 % der Ausgangsmaterialfestigkeit (vgl. Abschnitt 4.2.3). Da Kriechen im Mantel- und im Kernmaterial stattfindet, bewegt sich die Linse entlang der Richtung geringer Formänderungen. Die durch Kriechen eintretenden integralen Formabweichungen verändern die Formtreue um weniger als 9% ( $\sigma_{K,J} = 3,8 \mu\text{m}$ ) bezogen auf das Optimum. Im Vergleich dazu hat die monolithische Linse eine Formabweichung von  $\sigma_{K,J} = 14,23 \mu\text{m}$  oder +406%.

#### Brechkraft

Die in der Arbeit experimentell festgestellte Erweichung durch Kriechen beträgt maximal 5 % bei beiden untersuchten Härtegraden. Nach dem simulierten Kennfeld in Abb. 45 tritt dann eine Erhöhung von +0,7 dpt in der Brechkraft ein. Ein konstanter Druck führt demnach zu einer zunehmenden

Brechkraft. Die Empfindlichkeitsschwelle von 0,25 dpt wird dabei überschritten, so dass der Effekt der Brechkraftänderung mit bloßem Auge feststellbar ist. Eine Verformung durch Verschieben des Linsenrandes ist demnach einer Verformung durch einen konstanten Druck vorzuziehen (vgl. auch Abschnitt 4.4). Es kommt dann nicht zu Kriechen, d.h. einer Verformung der Linse, sondern zu Relaxation, d.h. einem internen Spannungsabbau. Im Experiment wurde bestätigt, dass bei einer Aktivierung der elastischen Linse durch eine konstante Verschiebung des Linsenrandes die Auswirkungen auf die Abbildungseigenschaften gering sind ([MAR06]). Dort wird eine stabile Brennweite bei Verformung der Linse durch ein Hydraulikprinzip nachgewiesen.

Die wesentlichen Ergebnisse aus Kapitel 3 werden im Folgenden noch einmal kurz zusammengefasst. In Abschnitt 3.1 wird ein modifiziertes Verformungskonzept für eine elastische Linse vorgestellt; es basiert auf einer radialen Stauchung des Linsenkörpers am Äquator mit einem hydraulisch arbeitenden Aktor. Die äußere Geometrie der untersuchten elastischen Linse wird in Abschnitt 3.2 definiert, basierend auf den Voruntersuchungen in Kapitel 2 und unter Berücksichtigung der Anforderungen eines künstlichen Akkommodationssystems. Es ergibt sich eine sphärische Linsenoberfläche für alle Verformungszustände. In Abschnitt 3.3 wird ein analytisches Modell der elastischen Linse vorgestellt, es ergibt sich daraus, dass die untersuchten Linsen um die optische Achse eine geringere Festigkeit aufweisen müssen. In Abschnitt 3.4 wird eine Vorgehensweise zur Bewertung von optischen Eigenschaften der simulierten elastischen Linse vorgestellt, basierend auf einem ebenfalls dort eingeführten optischen Modell. Die optischen Eigenschaften werden im Vergleich mit sphärischen Referenzlinsen bewertet. Die geometrische Formtreue der elastischen Linsen wird anhand der Abweichungen von einer Ausgleichssphäre bewertet. Es wird ein Brechmodul eingeführt, das die Brechkraftänderung pro Randverschiebung, als Maß für die Effektivität der Verformung, angibt. In Abschnitt 3.5 wird eine elastische Linse untersucht, deren Steifigkeit nicht angepasst ist; sie besteht aus einem homogenen Material („monolithische Linse“). Die aus der nicht angepassten Steifigkeit resultierenden großen Abweichungen von der Sphärenform im verformten Zustand führen zu nicht mehr akzeptablen optischen Abbildungseigenschaften. In Abschnitt 3.6 wird eine elastische Linse mit einem weichen Kern vorgeschlagen, dessen Geometrie leicht zu fertigen ist. In Abschnitt 3.7 wird eine Vorgehensweise zur Optimierung der Steifigkeit über die Parameter des Linsenkerne vorgeschlagen. Die Optimierung erfolgt mit einer Finiten-Elemente-Software. Hierfür werden Zielfunktionen aufgestellt unter Berücksichtigung der Abweichungen von der Ausgleichssphäre in allen relevanten Verformungszuständen. In Abschnitt 3.8 werden elastische Linsen mit der vorgeschlagenen Methodik ausgelegt. Es werden Kompositlinsen optimiert mit und ohne Einschränkungen, die sich aus dem Handverguß ergeben. Die Verbesserung der Formtreue führt zu ausreichenden optischen Eigenschaften und einem signifikant größeren Brechmodul im Vergleich mit der monolithischen Linse. In Abschnitt 3.9 werden Fertigungstoleranzen simuliert, um Validierungsgrenzen für die Geometrievermessung von Labormustern aufzustellen.

## **4 Fertigung und Charakterisierung einer elastischen Linse variabler Brennweite**

Ein Ziel der Arbeit ist die Fertigung von Labormustern, um die Eignung der elastischen Linse für ein künstliches Akkommodationssystem im Experiment zu untersuchen. Zur Fertigung der Linsen wurde in der Arbeit eine Mehrkomponentengussform entworfen.

Für die Simulationen sind Werte der Materialparameter für Brechzahl, Festigkeit und Zeitstandverhalten erforderlich. Die hierfür in der Arbeit realisierten Messaufbauten und die Ergebnisse der Messungen werden vorgestellt.

Die Richtigkeit der Simulationsergebnisse wird durch eine Geometrievermessung von Labormustern einer elastischen Linse kontrolliert. Ein Vergleich bestätigt die Aussagekraft der Simulationen. Die Ergebnisse der Arbeit bestätigen somit die Nutzbarkeit des Prinzips der elastischen Linse.

Am Ende des Kapitels wird ein in der Arbeit konzipierter und realisierter miniaturisierbarer Aktor vorgestellt, der für die zukünftige Nutzung der elastischen Linse verwendet werden kann. Die Erfahrungen, die im Experiment mit den elastischen Linsen gesammelt werden, können in konzeptionelle Verbesserungen des Produktionsprozesses elastischer Linsen einfließen.

### **4.1 Entwurf einer Mehrkomponentengussform für Labormuster**

Um in der Arbeit Labormuster fertigen zu können, mit denen die Nutzbarkeit des Prinzips der elastischen Linse für ein künstliches Akkommodationssystem im Experiment getestet wird, wurde ein Fertigungsprozess konzipiert und realisiert. Die elastischen Linsen werden in einem modularen Mehrkomponentenwerkzeug im Handverguss abgeformt (siehe Abb. 46).

Die formenden Teile werden gestapelt in einem zylindrischen Positionierahmen mit Innenpassung eingelegt. Die Form wird tangential über kleine Kanäle (sog. Anschnitte) von unten befüllt, durch oben gelegene Anschnitte entweicht die Luft aus der Form. Die äußeren optischen Oberflächen werden durch Glas-Konkavlinen hoher Formtreue gebildet, die in den Formteilen eingelassen sind. Durch die Nutzung der Zukaufteile entfällt eine teure und aufwendige Fertigung entsprechender Werkzeuge aus Metall mit optischer Oberflächenqualität. Die Formteile, welche die Kerengeometrie definieren, werden in Metall gefertigt. Aufgrund des geringen Brechkraftunterschiedes von Kern- und Mantelmaterial (vgl. Abschnitte 3.7.4 und 4.2.1) bestehen keine strengen Anforderungen an die Oberflächenqualität.

Die Labormuster werden in zwei Schritten gegossen. Die formenden Elemente werden zwischen den einzelnen Schritten gewechselt. Es werden erst die beiden äußeren Mantelflächen gegossen, in einem zweiten Schritt der Kern, wobei ein Hohlraum zwischen den Mantelteilen befüllt wird. Das Material wird nach dem anrühren entlüftet, um Blasen zu entfernen. Zusätzlich wird die befüllte Form entlüftet.

Um einerseits das Entfernen kleiner Luftblasen und andererseits ein Befüllen unter Schwerkräfteinfluss zu gewährleisten, ist es notwendig, dass das Material im Ausgangszustand eine niedrige Viskosität hat. Die Anschnitte dürfen aus demselben Grund eine Verengung von 2 mm nicht unterschreiten. Diese Minimalforderung gewährleistet, dass der Befüllvorgang ausreichend dynamisch abläuft. So kommt es nicht zum Vernetzen, bevor die Form vollständig befüllt ist. Das Vernetzen wird

durch ein chemisches Reagens beschleunigt (Wacker Katalysator EP, [WAC04]). Durch den geringen Schwund ( $<0,1\%$ ) kann die Form ohne Übermaß ausgelegt werden. Nach dem Vernetzen werden die Linsen aus der Form entfernt und zwei Stunden bei  $150^\circ$  getempert.

Beim Gießprozess ist äußerste Sauberkeit geboten, Partikel in der Linse führen zu Streuzentren, welche die Abbildungseigenschaften der Linse verschlechtern.

Der Zeitaufwand für das Anmischen von Material, Gießen und Härten beträgt pro Linse einen Arbeitstag. Bei der Fertigung lag die Ausschussrate bei ca. 70 %. Grund waren in den meisten Fällen Blasen, die wegen zu schnellem Vernetzens nicht mehr entfernt werden konnten. Durch Vormischen größerer Materialmengen konnte der Materialparameter auf  $\pm 5\%$  genau eingestellt und Zeit gespart werden.

Die Anordnung der einzelnen Formelemente ist in der Explosionsansicht in Abb. 46 zu sehen. Die Formteile für den Kern aus dem zweiten Gießschritt sind nicht mit dargestellt.

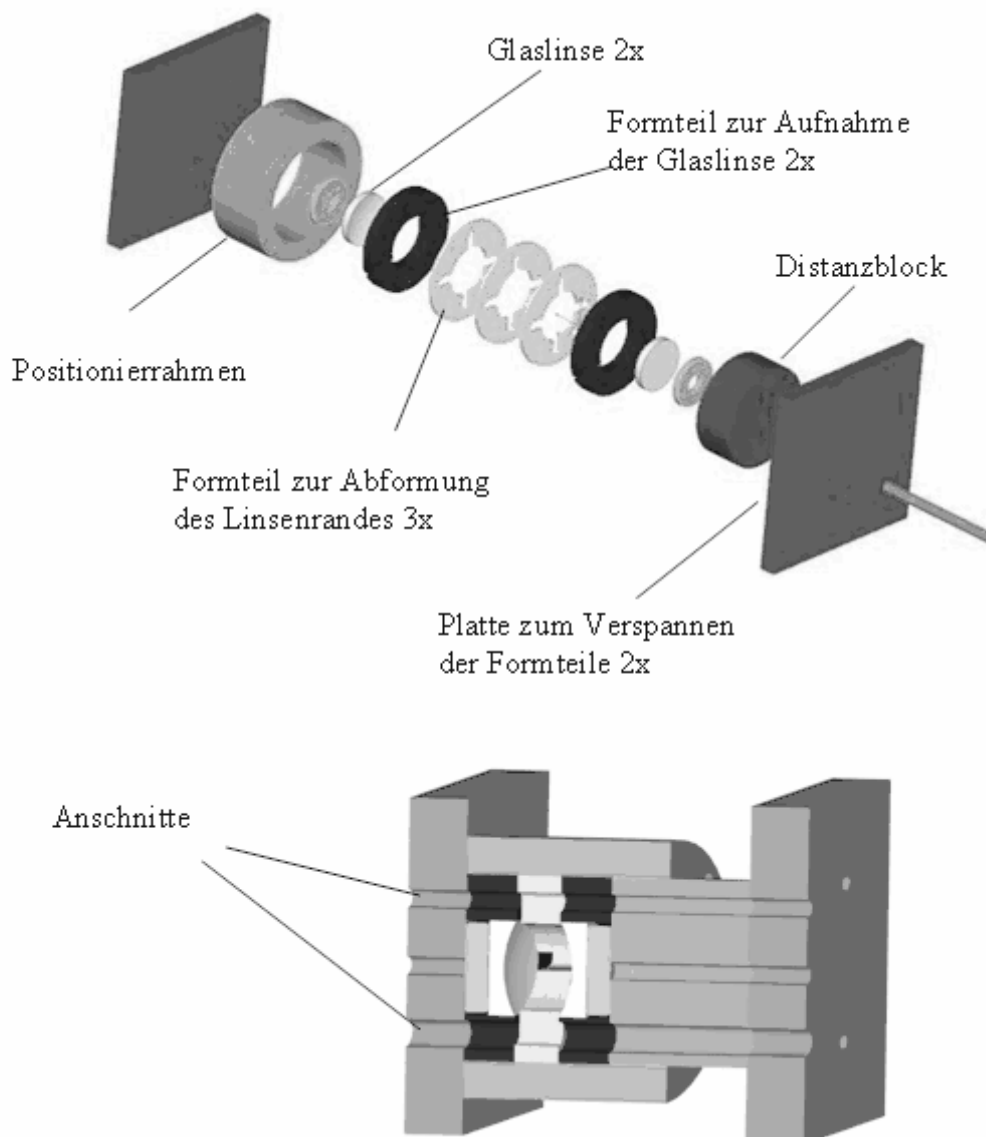


Abb. 46: Oben: Explosionsansicht des Abformwerkzeuges der elastischen Linse. Unten: Zusammenbau der Form.

## 4.2 Experimentelle Bestimmung von Materialeigenschaften

### 4.2.1 Bestimmung der Brechzahl

Da der Anteil des Weichmachers im Silikonelastomer variabel ist, wurde in der Arbeit experimentell die Brechzahl in Abhängigkeit vom Silikonölanteil gemessen.

Für die Messungen wurde ein Zeiss Abbé-Refraktometer mit einer Skaleneinteilung bis 1/1000 verwendet. Untersucht wurden Proben von LR7665 ([WAC04]) mit unterschiedlichen Anteilen Silikonöl AK100 ([WAC02]).

Der pure Silikongummi LR7665 ([WAC04d]) hat nach den Messungen einen Brechungsindex von  $n=1,4097$ . Das Silikonöl AK100 hat nach den Tabellen in [WAC02] einen Brechungsindex von  $n=1,403$ . Die geringen Unterschiede in der Brechzahl beruhen auf der molekularen Ähnlichkeit beider Stoffe. Der Brechungsindex mit variablen Anteilen Silikonöl kann nach den Ergebnissen der Messungen linear zwischen den beiden obigen Werten interpoliert werden (vgl. auch Abb. 47).

Zu beachten ist, dass der Brechungsindex laut Gerätedokumentation nur mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,5/1000$ , d.h. mit der Ablesegenauigkeit, angegeben werden kann.

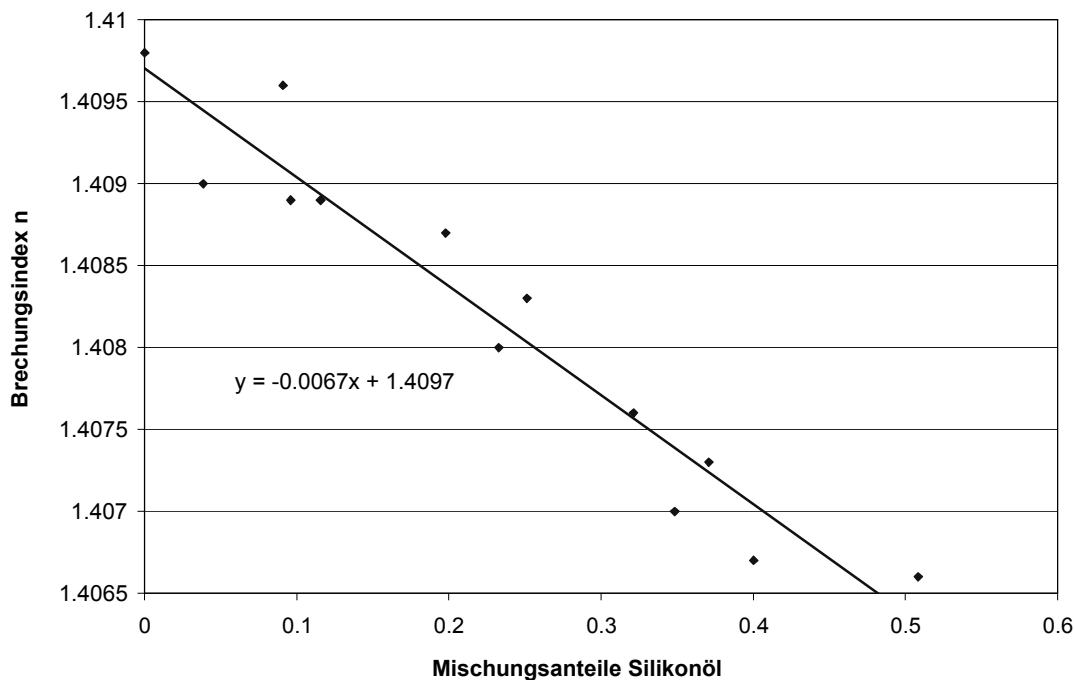


Abb. 47: Abnahme des Brechungsindex bei Erhöhen des Ölanteils in einer Silikongummi-Silikonölmischung (AK 100 in Elastosil LR 7665).

### 4.2.2 Bestimmung der Festigkeit

Die Bestimmung der Materialfestigkeit liefert den Materialparameter  $C_{10}$  des Neo-Hookeschen Materialgesetzes. Die experimentelle Ermittlung der Festigkeit ist notwendig, um durch Zugabe von Weichmacher die Festigkeit von Mantel- und Kernmaterial nach den Ergebnissen der Optimierung einstellen zu können.



In den technischen Datenblättern für Silikone werden ausschließlich Shore-A-Härten angegeben, deshalb muss für das verwendete Silikon ein Zusammenhang zwischen Härte und Materialparameter  $C_{10}$  hergestellt werden, um die Anforderungen nach Härtegraden umsetzen zu können.

Die Ergebnisse der Finiten-Elemente-Rechnungen sind nur dann aussagekräftig, wenn das Materialverhalten realitätsnah modelliert ist. Die elastische Linse wird gestaucht, um eine Brechkraftänderung zu erzeugen. Im Experiment wird das Material deshalb ebenfalls gestaucht (Druckversuch), um eine größtmögliche Übereinstimmung von experimentell bestimmtem Materialverhalten und simuliertem Materialverhalten zu garantieren. Probenvorbereitung, Tests und Auswertung sind Ergebnisse der Arbeit.

### **Probenvorbereitung**

Zur Ermittlung der Festigkeit wurden mit zylindrischen Probekörpern Druckversuche ausgeführt. Die Probekörper haben Abmessungen in der Größenordnung der elastischen Linse (Durchmesser 20 mm x Höhe 20 mm). Als Material diente ein LR7665 ([WAC04d]) Silikongummi mit variablen Anteilen Silikonöl AK100 ([WAC02]).

Die zwei Komponenten des Silikongummis werden im Verhältnis 1:1 nach Gewichtsanteilen auf einer 1/100-Gramm-Waage abgewogen, das Öl wird ebenfalls nach Gewichtsanteilen zugegeben. Die Mischung wird maschinell so verrührt, dass eine homogene Durchmischung von Öl und Silikonkautschuk gewährleistet ist, anderenfalls besteht die Gefahr der Schlierenbildung. Vernetzt wird bei 40° und unter Zugabe eines Reaktionsbeschleunigers ([WAC04]).

Die Probekörper werden in Plexiglasformen mit den benannten Abmessungen gegossen, wobei eine Seite eine freie Oberfläche bildet. Durch lotrechtes Lagern während des Vernetzens bilden sich parallele Stirnflächen. Die Proben werden nach dem Entformen zwei Stunden bei 150° getempert.

Es bilden sich (im unbelasteten Zustand) sehr stabile Elastomerkörper, aus denen kein Öl austritt. Oberhalb 80 % Silikonölanteil reißen die Probekörper sehr leicht, so dass hier eine Obergrenze gesetzt wird.

### **Messeinrichtung**

Zur Ermittlung des Materialparameters wird ein modifizierter Aufbau einer mobilen Prüfeinrichtung zur Ermittlung einer Weg-Kraftkennlinie verwendet (nach [MAA99]). Die Prüfeinrichtung besteht aus einer digitalen Schiebelehre mit RS232-Schnittstelle. Die Kraft wird mit einer 100N-Kraftmessdose der Fa. Burster gemessen, die über eine Brückenschaltung mit 10 Hz ausgewertet und von einem CompuLAB USB A/D Interface versorgt wird. Justiert wird die Kraftmessdose über einen 200g-Standard, auf die Kraft wird über die Erdanziehungskraft rückgerechnet. Zum Einlesen und Speichern der Daten wurde am Institut eine spezielle Software entwickelt ([MAA99]). Die Modifizierung des Aufbaus ist ein Ergebnis der Arbeit.

Das Stauchen der Probekörper erfolgte manuell. Die Probe wird durch Verfahren der oberen Druckplatte in Pfeilrichtung gestaucht (vgl. Abb. 48). Die untere Druckplatte ist auf dem Kraftaufnehmer fix montiert. Der von der oberen Druckplatte zurückgelegte Weg wird vom Wegaufnehmer gemessen.

Beim Start der Messung wurde eine minimale Stauchung der Probe (<5 %) vorgenommen, so dass ein Kontakt der Probe mit dem Messinstrument gewährleistet ist. Die geringe Stauchung zu Beginn ist konform mit der DIN 53504 ([DIN53504]). Das Messen geschwindigkeitsabhängiger Effekte ist mit

der Testeinrichtung nicht möglich. Die Kraftmessdose erlaubt eine Auswertung bis zu einer maximalen Kraft von 100 N.

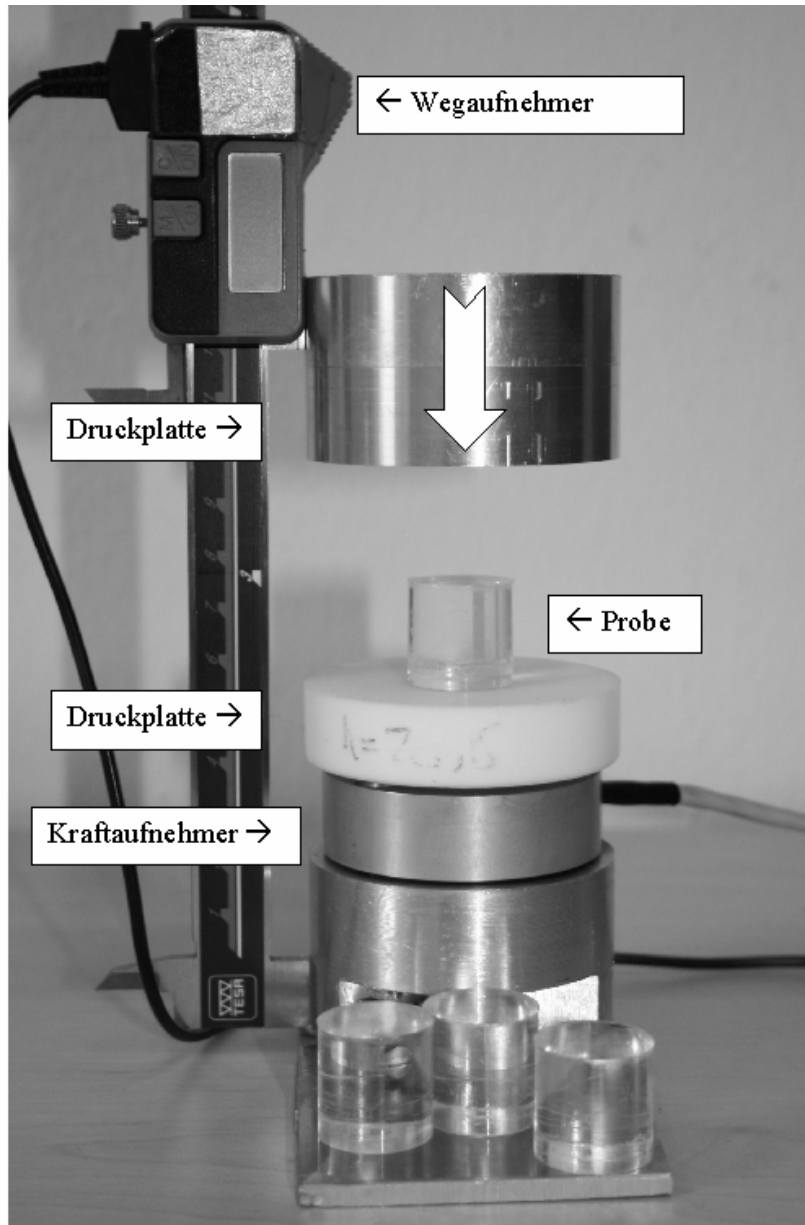


Abb. 48: Druckversuch. Vorrichtung zum Aufnehmen der Kraft-Weg-Kennlinie.

#### Auswertung der Messdaten

In [ANS04] und [TRE75] finden sich Vorgehensweisen zur Identifikation der Materialparameter aus Messdaten des Druckversuchs.

Aus den aufgezeichneten Daten lassen sich mit Kenntnis der Probengeometrie Spannungs- und Dehnungszustand der Probe berechnen. Beim Druckversuch ist die Streckung in Belastungsrichtung  $e_1$  gegeben durch das Verhältnis von gestauchter Probenhöhe  $h$  zu Ausgangshöhe  $H$ . Die einzige unabhängige Streckung  $\lambda_1$  ist parallel zu  $e_1$  orientiert.

$$\lambda_1 = \lambda = \frac{h}{H} \quad (4.1)$$

Die Streckungen orthogonal zur Belastungsrichtung ( $\lambda_2$  und  $\lambda_3$ ) sind identisch, unter Berücksichtigung der isochoren Verformung gilt

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-1/2} \quad (4.2)$$

Damit ist die Verzerrungsenergie  $W$  (Gl. (2.25)) nur noch abhängig von der Streckung  $\lambda$  in Belastungsrichtung.

$$W(\lambda) = C_{10} \left( \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3 \right) \quad (4.3)$$

Die nominelle Spannung ergibt sich durch Gl. (2.24). Per Definition ist die nominelle Spannung gleich der Kraft  $F$  über unverformter Sektion  $A_p$ .

$$s_1 = \frac{dW(\lambda)}{d\lambda} = 2C_{10} \left( \lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) = \frac{F}{A_p} \quad (4.4)$$

Über die Methode der kleinsten Fehlerquadrate wird aus den Testdaten der Parameter  $C_{10}$  bestimmt.

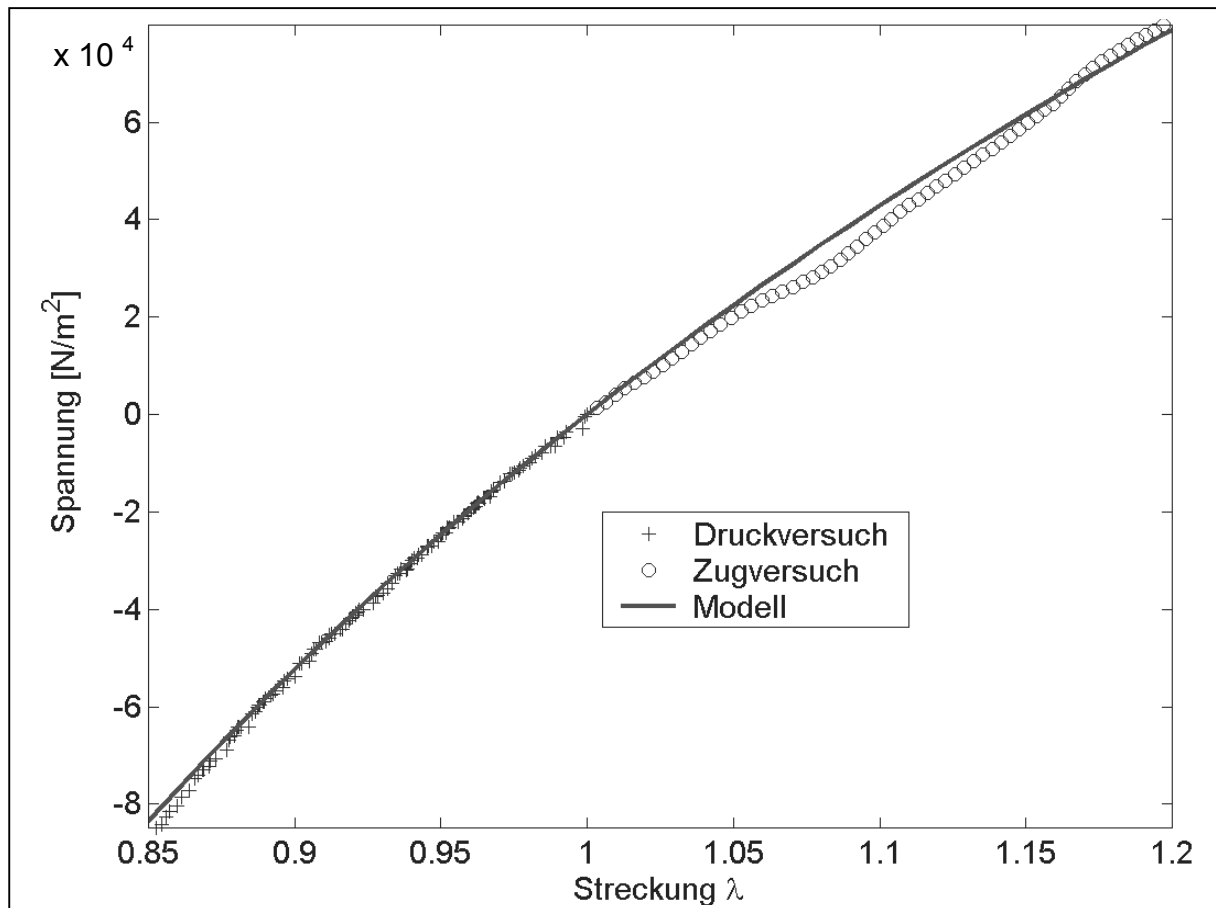


Abb. 49: Messdaten aus dem Druckversuch (+,  $\lambda \leq 1$ ) und dem Zugversuch (o,  $\lambda \geq 1$ ) im Vergleich mit dem angefitzten Materialmodell (rote Linie). LR 7665 mit 40% Silikonöl ( $C_{10}=0.078\text{N/mm}^2$ ).

In Abb. 49 ist eine Spannungs-Streckungskennlinie aufgetragen. Die Daten stammen aus einem Druckversuch (+) und einem Zugversuch (o). Die Daten des Zugversuches wurden am Institut für

Materialforschung II des Forschungszentrums Karlsruhe aufgenommen. Getestet wurde jeweils ein Wacker Elastosil LR7665 ([WAC04d]) mit 40 % Silikonölanteil AK100 ([WAC02]). Zu sehen ist, dass für den dargestellten Bereich der Streckung die beiden Messdatensätze sehr gut durch das Neo-Hookesche Materialmodell (durchgezogene Linie) beschrieben werden. Für die beiden unabhängig voneinander aufgenommenen Datensätze ist die Steigung im Ursprung ( $\lambda_1=1$ ) der Spannungs-Streckungskennlinie identisch.

Insgesamt wurden in der Arbeit 240 Tests an 81 Proben vorgenommen. Pro Versuch sind 5 Minuten einzurechnen, ohne vorbereitende Tätigkeiten und ohne Auswertung. Für die Auswertung wurden Programme entwickelt, welche aus den Rohdaten in Textform den Mooney-Rivlin-Materialparameter identifizieren („auswertung“, „Mooney\_Rivlin\_ident“). Die programmiertechnische Umsetzung ist ein Ergebnis der Arbeit.

### **Ergebnis der Festigkeitsbestimmung**

Die Materialtests zeigen den Zusammenhang zwischen Ölanteil in der Mischung und Festigkeit auf.

Für verschiedene Silikongummi-Silikonölmischungen wurden Proben angefertigt und vermessen. Jede Probe wurde mehrmals getestet, wobei sich für den einzelnen Testkörper keine signifikanten Unterschiede für die Festigkeit ergaben, die Standardabweichung lag durchweg unter 3 %. In Abb. 50 ist der Materialparameter  $C_{10}$  über der Ölkonzentration der getesteten Mischung aufgetragen. Nach [TRE75] wird eine exponentielle Ausgleichskurve durch die Werte gelegt. Die Kurve gibt einen Zusammenhang zwischen Materialfestigkeit und Ölkonzentration wieder. Beim Vergleichen der Messergebnisse mit der Ausgleichskurve kann festgestellt werden, dass Abweichungen auftreten. Die Abweichungen können erklärt werden durch

- Entmischung von Kautschuk und Silikon (Seigerungen) nach dem Anrühren
- Nicht stöchiometrische Mischung der Kautschukkomponenten.

Um eine homogene Durchmischung zu gewährleisten, wurden die Ausgangsstoffe maschinell durchgemischt. Durch genaues Abwiegen wurde das Verhältnis der Kautschukkomponenten eingestellt. Beim Anmischen kleinerer Mengen Kautschuk, wie es zur Vorbereitung der Proben notwendig war, haben bereits kleinste Abweichungen vom Sollgewicht Auswirkungen auf das Mischungsverhältnis.

Um bei der Fertigung von Labormustern der elastischen Linse die Festigkeit des Materials sehr genau einzustellen, wird mit einer Vorgabe für die Ölkonzentration basierend auf der Kurve in Abb. 50 begonnen. Für die Mischung werden Proben gefertigt und getestet. Bei Abweichungen größer als 5 % wird der Mischungsanteil an Silikonöl in einem zweiten Schritt korrigiert. So wird verfahren, bis die Festigkeit in einem Intervall von 95-105 % der SOLL-Festigkeit liegt. Die Auswirkungen der Schwankungen in der Festigkeit wird in Abschnitt 3.9.2 untersucht. Andere getestete Öle führten zu Werten, die ebenfalls auf der Ausgleichskurve des Öls AK100 ([WAC02]) liegen (nicht abgebildet in Abb. 50). Der Einfluss der Ölviskosität auf die Festigkeit ist demnach für die getesteten Materialien vernachlässigbar. Das bestätigt die Theorie nach Abschnitt 2.4.1, wonach die Bindungsdichte einen Haupteinfluss auf die Materialfestigkeit besitzt.

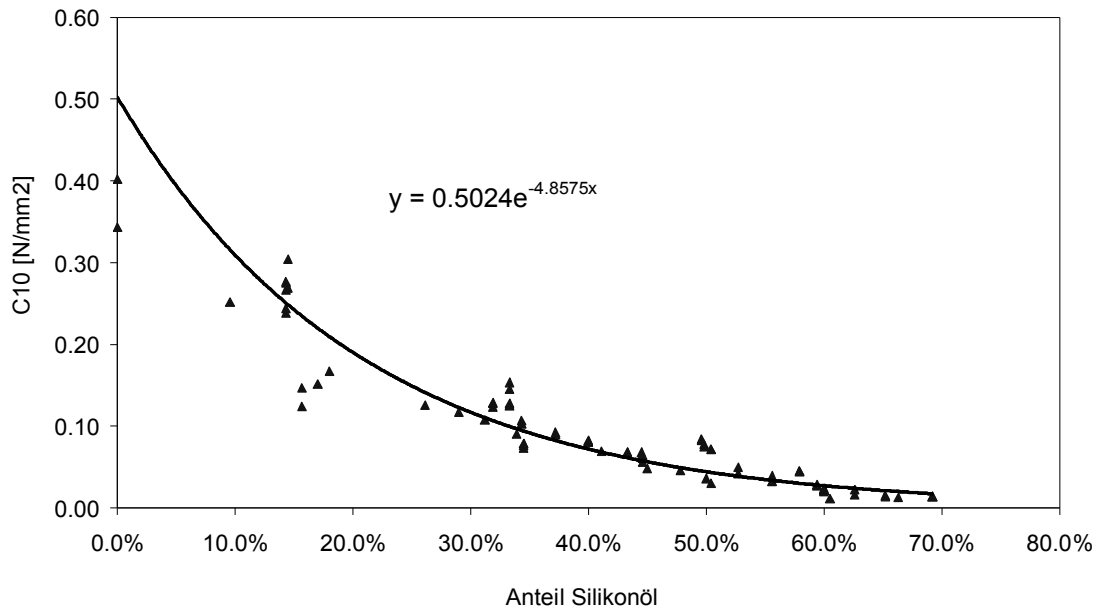


Abb. 50 : Materialparameter  $C_{10}$  für Proben mit verschiedenen Siliconölteilen.

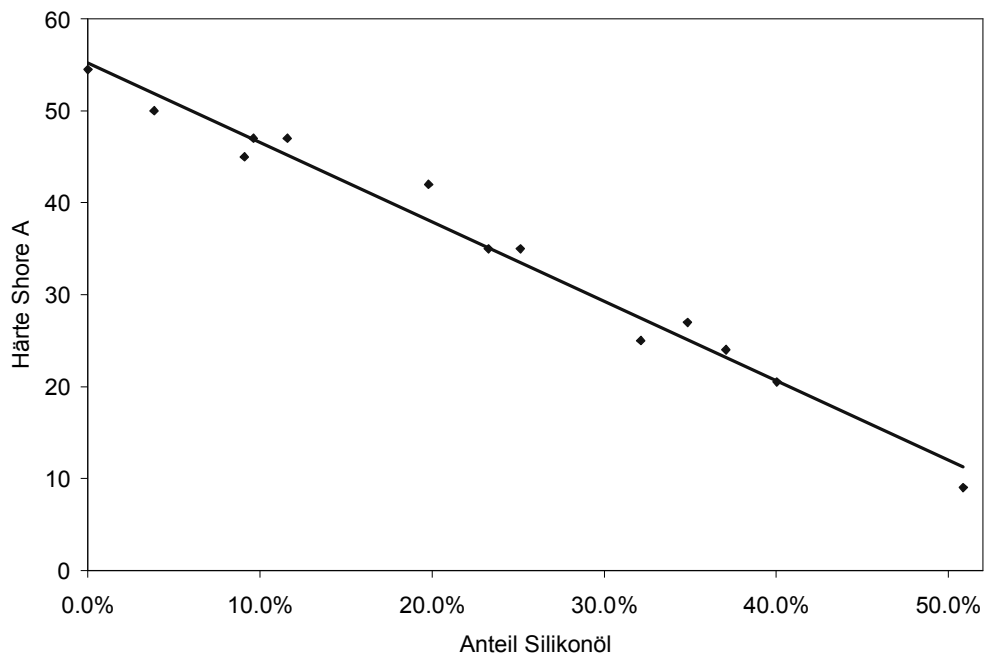


Abb. 51: Härte Shore A vom Linsenmaterial mit verschiedenen Ölanteilen.

### Härtemessung

Für einige Proben wurde die Härte nach Shore A ermittelt. In Abb. 51 sind die Werte über dem Siliconanteil in der Mischung aufgetragen. Es zeigt sich, dass für die Härte ein näherungsweise

linearer Abfall erfolgt. Durch einen Vergleich von Abb. 50 und Abb. 51 (siehe auch Abb. 10) kann festgestellt werden, dass für eine Härte von Shore A 25 die Festigkeit  $C_{10}$  0,1 [N/mm<sup>2</sup>] beträgt. Durch die Ölzumischung sinkt die Viskosität des Materials, was für die Fertigung von Vorteil ist. Der Wert für den Materialparameter wird als Obergrenze für die Materialfestigkeit festgelegt. Für Silikonölgehalte oberhalb 80 % kann keine Shore-A-Härte mehr gemessen werden, zusätzlich ist die Reißfestigkeit inakzeptabel niedrig. Die Untergrenze der Materialfestigkeit für die elastischen Linsen wird deshalb auf einen C10-Wert von 0,01 festgesetzt.

### Fazit

Es wurde in der Arbeit ein Messaufbau realisiert, mit der die Festigkeit des Materials für Labormuster der elastischen Linse getestet und in der Festigkeit eingestellt werden kann. Das Material für Labormuster kann mit Hilfe des Messaufbaus charakterisiert werden. Durch die Materialtests können Ober- und Untergrenze der Festigkeit auf 0,1 und 0,01 N/mm<sup>2</sup> festgelegt werden.

## 4.2.3 Bestimmung von Zeitstand-Diagrammen

### Nachweis von Spannungsrelaxation im Versuch

Wie in Abschnitt 2.3.6 vorweggenommen wurde, weist die Klasse der Silikongummis einen geringen viskosen Anteil am mechanischen Materialverhalten auf. Im Versuch soll nachgewiesen werden, dass die in der Arbeit verwendete Mischung mit Ölanteil hiervon keine Ausnahme bildet. Hierzu wurde in der Arbeit ein Messaufbau realisiert. Im Experiment wurden Zeitstand-Diagramme aufgenommen, um zu messen, in welcher Größenordnung Spannungsrelaxation auftritt.

### Testaufbau

Es wird der in Abschnitt 4.2.2 beschriebene Testaufbau in modifizierter Form verwendet. Messobjekt sind zylindrische Silikonproben mit identischen Dimensionen wie in Abschnitt 4.2.2. Eine konstante Stauchung der Probe wird erreicht, indem der Kraftaufnehmer in einem Hohlzylinder definierter Länge platziert wird. Die Probe wird zwischen einer auf dem Rohr aufliegenden Platte und dem Kraftaufnehmer gestaucht (vgl. Abb. 52). So ist eine zeitlich konstante Stauchung unter definierten geometrischen Randbedingungen gewährleistet, die gemessene Kraft hängt vom Zeitverhalten des Materials ab.

Über die Länge des Hohlzylinders lassen sich die Stauchungen der Proben definieren. Die auf den Kraftaufnehmer wirkende Kraft wird mit 10 Hz ausgelesen und gespeichert. Über die Probengeometrie wird wie bei der Messung der Festigkeit in Abschnitt 4.2.2 die Spannung in der Probe berechnet.

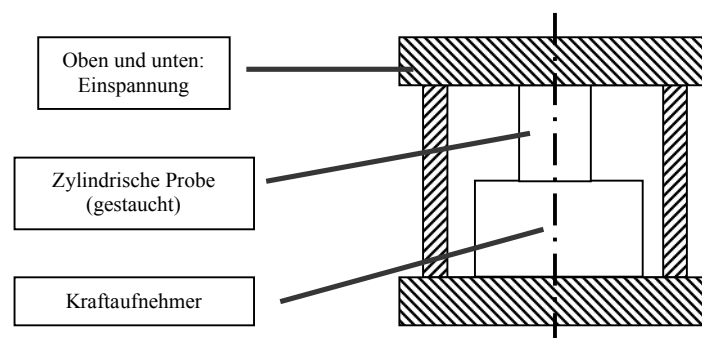


Abb. 52: Versuchsaufbau zum Zeitstandversuch. Die Probe ist um einen definierten Betrag gestaucht.

### Testplan

Vermessen wurden zwei Proben, die in der Härte dem Mantelmaterial bzw. dem Kernmaterial der aktuellen elastischen Linse  $L_{\text{restr}}$  entsprechen. Für beide Härtegrade wurden Zeitstandsversuche mit zeitlich konstanten Stauchungen von 4 % und 14 % durchgeführt. Die Werte entsprechen Stauchungen, die auch bei der Deformation der elastischen Linse auftreten (mittlere und maximale Stauchung). Die Belastung wurde sprungförmig (sehr schnelle Belastung,  $\ll 1\text{sec.}$ ) auf die Proben aufgebracht (vgl. Abb. 12). In Anhang C sind die in der Arbeit gemessenen Zeitstandskurven abgebildet. Wie in den Abbildungen zu sehen ist, liegt bei den untersuchten Proben ein Prozess vor, der nach einer Zeit  $t_{\infty}$  in eine konstante Spannung übergeht.

### Ergebnis

In Tab. 7 sind die Ergebnisse der Zeitstandsversuche wiedergegeben. In Übereinstimmung mit der Literatur ist die Kriechbeständigkeit des Silikons sehr hoch (>96 %). In den Zeitstandskurven (vgl. Anhang C) äußert sich das in einem geringen Abfall der Spannung. Die Kriechbeständigkeit bei der ersten Stauchung liegt tiefer als bei den folgenden Stauchungen (Kennzeichnung mit einem Asterisk). Das bekannte Phänomen des besonders großen Spannungsabfalls in den jungfräulichen bzw. auch nach Belastung länger gelagerten Proben ist bei Elastomeren häufig zu beobachten und auf Orientierungsvorgänge der Polymerketten zurückzuführen ([JOH99]). Durch die wiederholten Messungen einzelner Materialproben wurde in der Arbeit eine gemittelte Festigkeit ermittelt.

Die Zeitstandsdiagramme weisen nur unmittelbar nach Stauchung einen Abfall der Spannung auf, auch nach 1,5 h konnte im Langzeittest kein weiterer Abfall beobachtet werden. In der Arbeit wird angenommen, dass nach 50 s ein stationärer Wert der Spannung erreicht wird. Für die Berechnung der Tab. 7 wurde daher eine Zeitkonstante  $t_{\infty} = 50\text{ s}$  verwendet.

Es werden unterschiedlich große Zeitkonstanten des exponentiellen Abfalls gemessen, was durch Überlagerung mit anderen Phänomenen erklärt werden kann (Messrauschen). Hierauf beruhen auch die Schwankungen in der Kriechbeständigkeit, die in einem Fall sogar positiv ausfallen.

Es wird im Einvernehmen mit der Literatur (Abschnitt 2.4.1) in der Arbeit gerechnet mit einer Kriechbeständigkeit von >96 % des verwendeten Silikons. Zu den Auswirkungen des Kriechens siehe Abschnitt 3.9.2.

Ölanteil [%]	33*	33	33	33	50*	50	50	50	50
Dehnung [%]	-4*	-4	-4	-14	-4*	-4	-4	-14	-14
Kriechbeständigkeit $c_c$ [%]	91*	96	99	98	93*	96	101	98	97
Zeitkonstante $\tau$ [sek.]	42,6*	59,1	128,0	1282,0	46,0*	7,1	329,3	71,7	42,5

Tab. 7: Ergebnisse der Zeitstandsuntersuchungen. Ein Asterisk kennzeichnet den ersten Verformungszyklus.

### Fazit

Es kommt beim verwendeten Silikongummi zu Relaxationserscheinungen, jedoch wird, nach einer endlichen Zeit ein stabiler Zustand erreicht. Die Messungen zeigen, dass die „Materialerweichung“ weniger als fünf Prozent beträgt.

#### 4.2.4 Bestimmung des Ausschwitzverhaltens von Silikonöl

Um die elastische Linse den Anforderungen gerecht zu gestalten, ist ein weiches Material erforderlich. Da nur härtere Materialien verarbeitet werden können, wird Silikonöl als Weichmacher zugegeben. Aufgrund der Gleichartigkeit der Moleküle wird es besonders gut in der Elastomermatrix eingelagert. Es kommt jedoch bei Belastungen zu einem Austreten des Öls auf die freien Oberflächen. In der Folge wird das Phänomen des Ausschwitzens untersucht, um Aussagen über die Nutzbarkeit der Materialmischung für eine elastische Linse machen zu können.

Das Öl wird beim Anmischen zu den beiden Kautschukkomponenten gegeben. Da das Öl nicht an die Matrix des Silikongummis gebunden wird, ergibt sich das Problem der Migration, die Ölmoleküle treten an den freien Oberflächen aus (Ausschwitzten). Die ausgeschwitzte Silikonölmenge nimmt mit der Zeit zu. Die pro Zeiteinheit ausgeschwitzte Menge an Öl steigt durch

- erhöhte Temperatur
- erhöhten Druck
- geringe Vernetzungsdichte
- größere Viskosität des Silikonöls
- höheren Silikonölanteil in der Mischung.

Siehe in [WAC03] und [WAC00]. Die Vernetzungsdichte ist für die Arbeit ein vernachlässigbarer Faktor, da hierauf kein Einfluss genommen werden kann.

Der für die elastische Linse verwendete Weichmacher ist das Silikonöl AK100 ([WAC02]) mit niedriger Viskosität. Visuell wurde im Experiment folgendes Verhalten festgestellt. Proben mit 34 % bzw. 57 % Silikonölanteil entsprechen den für die Kompositlinse notwendigen Materialgraden. Ohne Belastung ist bei den Proben kein Ausschwitzen feststellbar. Wird die Probe zwischen zwei Backen eingespannt, kommt es zu deutlichem Austreten von Öl. Nach Entlastung werden die Ölperlen wieder absorbiert. Der Vorgang des Austretens läuft wesentlich schneller ab als der Vorgang der Absorption. Das Austreten findet in Abhängigkeit von Druck, Temperatur und Ölkonzentration in der Probe im Sekundenbereich statt. Die Absorption läuft im Stundenbereich ab. Wird die Oberfläche gereinigt, so dauert das erneute Benetzen wesentlich länger.

Das ausgetretene Öl sammelt sich aufgrund von Kapillarkräften an Inhomogenitäten (Staub, Beschädigungen) auf der Probenoberfläche, so dass sich trotz der niedrigen Oberflächenspannung des Öls kein gleichmäßiger Film bildet. Das ist gut in Abb. 53 rechts sichtbar. In Abb. 53 links ist die gereinigte Oberfläche direkt nach Verformung noch ölfrei und glatt.

Ein Ölnebel auf der Linse beeinflusst die Eigenschaften der optischen Oberfläche grundlegend. Es ist sogar bei minimalem Ölnebel rein visuell feststellbar, dass keine annehmbare Abbildung mehr möglich ist. Durch ein Experiment wird in der Folge der Sachverhalt mit Zahlen belegt.



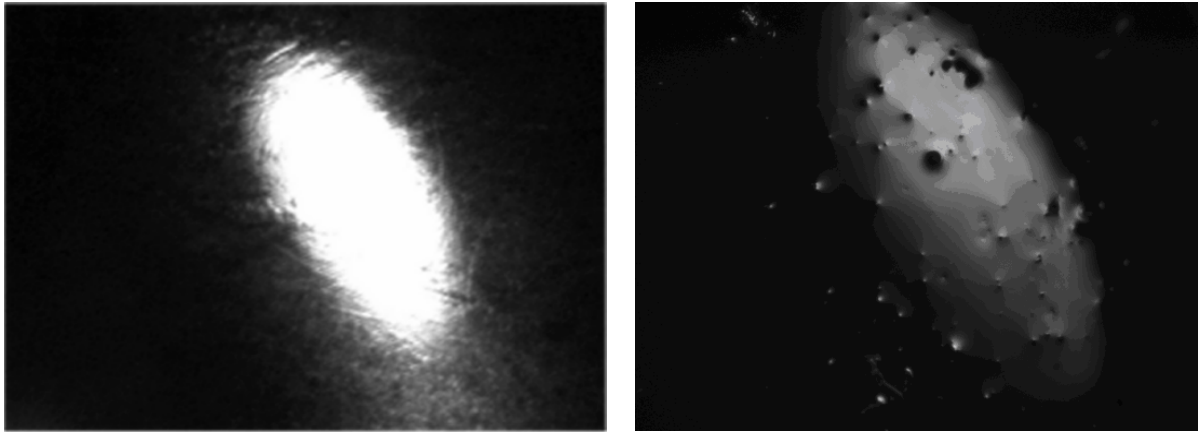


Abb. 53: Druckbelastete Silikonprobe mit Weichmacher. Links: gereinigte Oberfläche kurz nach Belastung. Rechts: nach wenigen Minuten ist die Probe mit einer durchgängigen Ölschicht bedeckt.

Der Schärfewert ist das Flächenintegral des Intensitätsgradienten des einfallenden Lichts im Bild. Unterschiedliche Definitionen basieren auf der Art der Berechnung des Schärfewertes, der Integration und eventuell der Normierung (vgl. [GUT90], [GRU06]). In der vorliegenden Arbeit wird das Integral des Intensitätsgradienten in der Bildebene als Schärfewert verwendet. Eine Normierung erfolgt nicht. Die Intensität der Beleuchtung und die Art des abgebildeten Objektes haben deshalb einen Einfluss auf den Schärfewert. Der Schärfewert lässt vergleichende Aussagen zu, wie „verschwommen“ oder „scharf“ ein Bild ist. Scharfe Bilder sind Bilder mit einer hohen Detailtreue. Hohe Raumfrequenzen werden dann gut durch das optische System übertragen, der Schärfewert ist relativ hoch. Bei verschwommenen Bildern funktioniert das optische System als Tiefpassfilter, Objektdetails können nicht mehr abgebildet werden, das Bild wirkt verschwommen und der Schärfewert sinkt. Schärfewerte sind als relatives Kriterium geeignet, das Zeitverhalten von optischen Systemen darzustellen.

Auf Basis des Schärfewertes wird eine Kurve des optischen Verhaltens im zeitlichen Verlauf aufgenommen. Die Werte stellen Messungen auf einer optischen Bank dar. Im Experiment wird ein Testmuster durch die deformierte elastische Linse abgebildet. Die Linse wurde durch einen pneumatischen Aktor deformiert, welcher einen konstanten Druck auf die Linse ausübt (vgl. [BER07]).

Wird die mit Öl benetzte Oberfläche der Linse gereinigt, steigt der Wert sofort stark an (vgl. Abb. 54). Der Ölnebel auf der Linsenoberfläche hat also einen großen Einfluss auf den Schärfewert. Nach dem Reinigen ist zunächst ein moderater, zeitabhängiger Anstieg im Schärfewertverlauf zu erkennen. Das ist darauf zurückzuführen, dass Kratzer in der Linsenoberfläche durch das Öl gefüllt und geglättet werden. Unter dem Mikroskop lässt sich der Vorgang gut beobachten (vgl. auch Abb. 53, links gereinigt mit Kratzern, rechts mit Öl, ohne Kratzer).

Nach dem ersten Reinigen fällt der Schärfewert noch moderat ab. Visuelle Kontrollen ergeben, dass das Öl ebenfalls weniger schnell und in geringeren Mengen aus der Linse diffundiert. Es bestätigt sich somit die Aussage, dass ausdiffundierendes Öl einen Einfluss auf die optische Qualität der Linse hat.

Das Anfangsniveau des Schärfewertes nach Abb. 54 wird nicht mehr erreicht. Der konstante Druck des pneumatischen Aktors auf den Linsenrand provoziert nach Abschnitt 3.9.2 zusätzlich zum Ausschwitzen des Öls ein Kriechen des Materials. Hierdurch kommt ein Defokus zustande. Der qualitative Einfluss des Defokus konnte mit dem verwendeten Aufbau nicht untersucht werden.

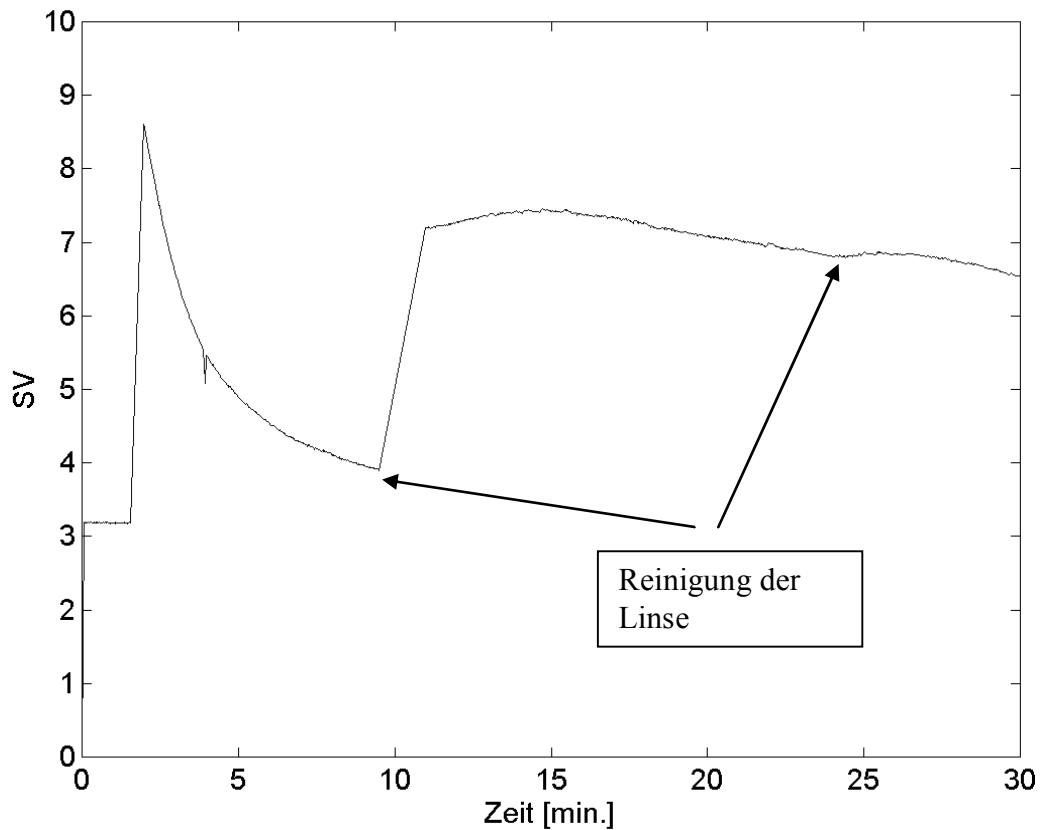


Abb. 54: Schärfewertverlauf bei Abbildung eines Testmusters durch ein Labormuster der elastischen Linse.

Um eine Aussage über die Menge des ausgetretenen Öls zu treffen, werden Labormuster der elastischen Linse mit einer 1/1000g-Waage gewogen. Nach einer einstündigen Belastung in einem Spanrahmen (vgl. Abschnitt 4.3.1) werden sie vom ausgetretenen Öl gereinigt und erneut gewogen. Die Ergebnisse sind in Tab. 8 festgehalten. Der mittlere Ölverlust beträgt 9/1000g. Mit der Dichte  $\rho$  des als Weichmacher verwendeten Öls AK100 ([WAC02]) von  $0,963\text{g/cm}^3$  (vgl. Tab. 1) berechnet sich das Volumen eines Zylinders mit einem Radius von  $10,8\text{ mm}$  (Apertur des Spanrahmens) und einer Höhe von  $25,6\text{ }\mu\text{m}$ . Da auf beiden Seiten der gestauchten Linse Öl ausgeschwitzt wird, ergibt sich eine  $12,8\text{ }\mu\text{m}$  dicke Schicht Öl auf beiden Oberflächen.

Labormuster Fertigungsdatum	Gewicht vor Belastung [g]	Gewicht nach Belastung [g]	Differenz Spalte 2- Spalte 3 [g]
04/05/2006	3,441	3,432	0,009
27/04/2006	3,441	3,433	0,008
02/06/2006	3,437	3,426	0,011
22/06/2006	3,314	3,306	0,008

Tab. 8: Gewichtsverlust von vier Labormustern der elastischen Linse durch Ausschwitzen.

## Fazit

Die Linse verliert unter mechanischer Belastung Öl, das Ausschwitzen führt zu einem stetigen Volumenverlust und zu einer Degradation des Abbildungsverhaltens. Die Labormuster sind deshalb nicht langfristig und nur bedingt für optische Anwendungen einsetzbar, Messungen der Geometrie sind bedingt möglich. Wie anhand der physikalischen Grundlagen in Abschnitt 2.4.1 gezeigt werden konnte, kann auf das Silikonöl als Weichmacher nur durch Wahl hochviskoser Kautschuktypen verzichtet werden.

## 4.3 Geometrievermessung zur Validierung der Simulationen

### 4.3.1 Spannrahmen als statisches Aktorprinzip

Wird die Linse durch einen dynamischen Aktor verformt, kann es durch etwaige Kalibrierungsfehler zu Fehlinterpretationen des Deformationszustandes der Linse kommen. Um diese Fehlerquelle auszuschließen, wurden die Labormuster in einem eigens gefertigten Spannrahmen vermessen. Der Spannrahmen ist eine statische Vorrichtung, die eine Randverschiebung realisiert. Er besteht aus einem starren Rahmen mit definierter Geometrie, in den eine elastische Linse manuell eingesetzt wird (schematischer Aufbau in Abb. 55). Die Randbedingungen der Simulation sind aufgrund der definierten Geometrie des Spannrahmens exakt bekannt.

Eine Übertragbarkeit auf Ergebnisse mit Druckrandbedingungen ist dadurch gegeben, dass über das Materialgesetz Verschiebungs- und Druckrandbedingung ineinander umgerechnet werden können. Eine gute Verlässlichkeit der Simulationsergebnisse für die Verschiebungsrandbedingung bedeutet bezüglich des Materialmodells eine gute Verlässlichkeit der Ergebnisse für die Druckrandbedingung.

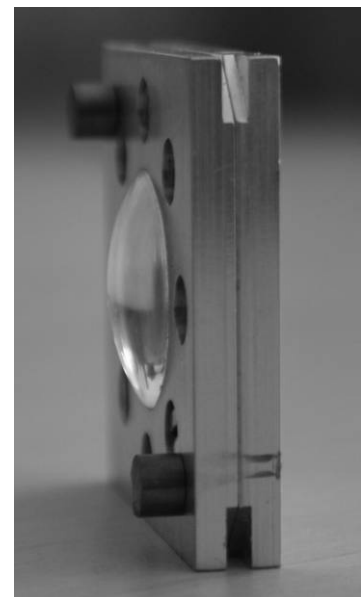
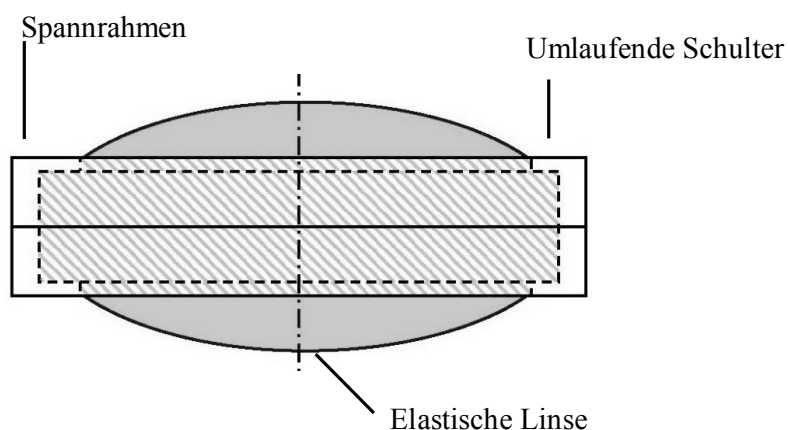


Abb. 55: Links: Schnitt durch den Spannrahmen, der eine Verschiebungsrandbedingung auf die elastische Linse aufbringt. Rechts: Photo einer elastischen Linse im Spannrahmen.

Der Rahmen besteht aus zwei Hälften, die über Passstifte zueinander positioniert sind. Nach dem Einsetzen der Linse werden beide Hälften verschraubt. Der Linsenäquator wird durch den Spannrahmen um 1,2 mm gestaucht, die axiale Höhe  $C$  des Randes von 6 mm wird beibehalten. Die Oberseite des Spannrahmens ist um einen halben Millimeter höher als der Linsenrand. Die Anordnung

ist für Vermessungsaufgaben gut geeignet, da beide Seiten der Linsenoberfläche sehr gut zugänglich sind.

Die Art der Kontrolle lässt eine Aussage darüber zu, ob die Simulation ein verlässliches Ergebnis liefert. Als Referenz zur Beurteilung der Geometrie dienen Finite-Elemente-Simulationen der Linse  $L_{\text{restr}}$  im Spannrahmen (vgl. auch Abschnitt 3.9 und Abb. 56). Die Realisierung der Messumgebung stellt ein Ergebnis der Arbeit dar.

### 4.3.2 Methode zum Vermessen der Linsengeometrie

Die Messaufgaben stellen hohe Anforderungen an das Messprinzip. Die Messung muss berührungslos erfolgen, da die weiche Linse durch eine Abtastung deformiert werden kann. Eine weitere Anforderung stellt sich durch die Art der elastischen Linse. Das Messprinzip muss für transparente, glatte Oberflächen geeignet sein. Die Genauigkeit sollte unter  $10\ \mu\text{m}$  liegen, damit die Formabweichungen gemessen werden können. Weiterhin muss ein Messbereich abgedeckt werden, der über die ganze Höhe der verformten elastischen Linse reicht ( $3,19\ \text{mm}$  für die Anordnung im Spannrahmen).

Ein konfokales Messprinzip mit einem Weißlichtsensor von Fries Research Technologies erfüllt die gestellten Anforderungen (siehe Eigenschaften in Tab. 9). Bei Weißlichtsensoren werden mit Hilfe einer dispergierenden Optik die Wellenlängen in verschiedenen Brennweiten fokussiert, die über den Messbereich verteilt liegen. Das zu vermessende Objekt wird in diesen Bereich eingebracht. Über eine Analyse des reflektierten Spektrums wird mit Hilfe einer Kalibrationstabelle die Entfernung des Objekts von der Linse sehr exakt ermittelt. Mehr zum Sensor findet sich in ([FRT04]).

Messprinzip	chromatische Aberration
Messbereich z-Richtung	3,3 mm
Genauigkeit z-Richtung	<1 $\mu\text{m}$
Auflösung z-Richtung	0,103 $\mu\text{m}$
Arbeitsabstand	ca. 5 mm

Tab. 9: Kenndaten des Geometriesensors CWL von FRT.

Der Messsensor ist in das am Institut vorhandene Mikromontagesystem MIMOSE integriert. Der Sensor ist ortsfest eingebaut und tastet das auf einem Zweiachsen-Verfahrtisch aufgespannte Messobjekt ab. Die Kennwerte des X-Y-Tisches sind in Tabelle A2 des Anhangs A aufgeführt. Im Spannrahmen fixiert, können die verformten elastischen Linsen auf dem Verfahrtisch schwingungssicher aufgespannt werden.

Die Vermessung einer Linse dauert ca. 1 Stunde, je nach Rasterung der Messpunkte und Einstellung der Verfahrgeschwindigkeit des X-Y-Tisches. Es wurde eine Rasterung von  $0,1$  bis  $0,3\ \text{mm}$  verwendet und eine Verfahrgeschwindigkeit von  $1\ \text{mm/s}$  bis  $10\ \text{mm/s}$ .

Das Ergebnis der experimentellen Messungen bilden diskrete Geometriedaten der Oberfläche des Messobjektes, wie in Abb. 56 zu sehen. Die roten Messpunkte zeigen die Linsenoberseite, sowie den Spannrahmen, der als Referenz mit vermessen wird. Die zum Spannrahmen gehörigen Messdaten müssen später entfernt werden. Andere Teile der Linse sind dem Messinstrument nicht zugänglich, da sie vom Spannrahmen verdeckt sind.

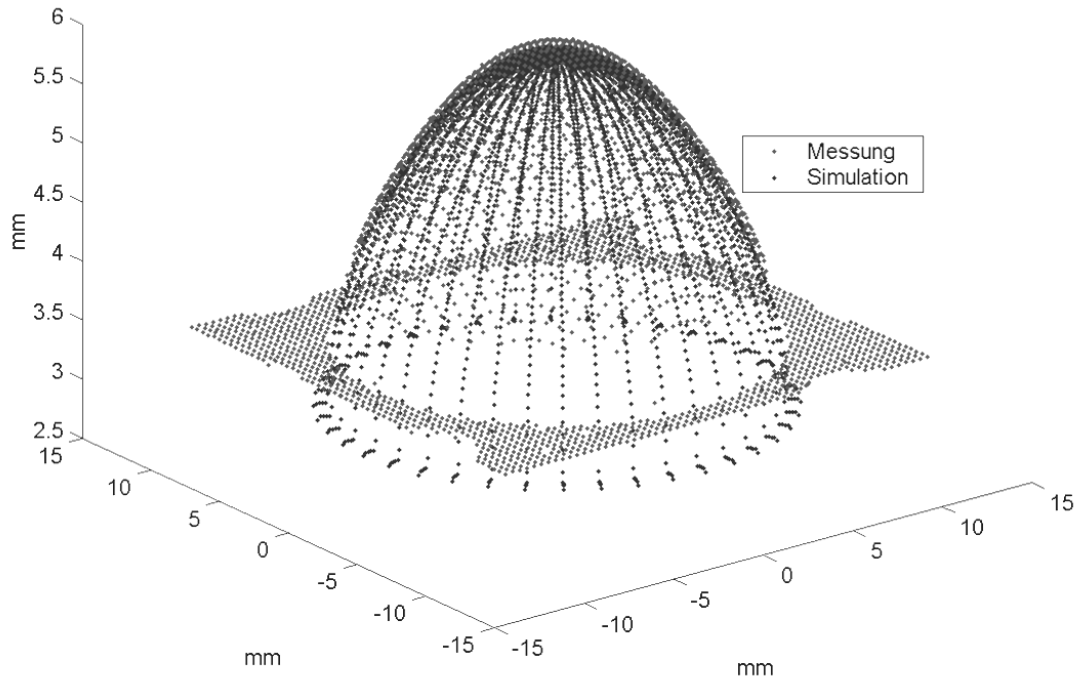


Abb. 56: Daten aus der experimentellen Geometrievermessung einer elastischen Linse (rot) und Simulation der Linse im Spannrahmen (blau).

Die blauen Messpunkte in Abb. 56 stellen simulierte Punkte auf der Linsenoberfläche dar. Der Spannrahmen wird nicht mit dargestellt, dafür ist der vom Spannrahmen verdeckte Teil der Linse sichtbar. Durch die Schulter des Spannrahmens wird ein scharfer Knick in der Linse verursacht. Vergleiche auch Abb. 55, welche die im Spannrahmen eingespannte Linse im Schnitt darstellt.

Die Geometriedaten aus der Messung sind nicht zentriert und können verkippt sein. Staubpartikel auf der Oberfläche und Messfehler führen zu Ausreißern. Erforderlich ist deshalb eine Zentrierung des Messbereichs in den Ursprung, ein Herausfiltern von Messausreißern und einer eventuell auftretenden Verkipfung sowie ein Ausschneiden der interessierenden Bereiche aus den vorhandenen Daten (Abschneiden der Spannrahmengometrie). Hierzu wurden geeignete Werkzeuge in einem grafischen Benutzerinterface integriert („GUI\_control“). Die aufwändige Programmierung in Matlab® erlaubte eine sehr schnelle Auswertung von Messergebnissen. Ein solches Vorgehen war sinnvoll, da die Ermittlung der Messparameter sehr viele (Probe-)Messungen erforderlich machte. Die genaue Vorgehensweise der Auswertung und die Vorgehensweise zur Ermittlung der Messeinstellungen sind in [SHE06] festgehalten. Die programmiertechnische Umsetzung und die Vermessung von Labormustern stellt ein Ergebnis der Arbeit dar.

### 4.3.3 Messplan zum Vermessen von Labormustern der elastischen Linse

Es wurden vier Labormuster auf Vorder- und Rückseite vermessen, für jedes Labormuster der Linse  $L_{\text{restr}}$  wurden wiederholte Messungen durchgeführt. Die Benennung der Linsen erfolgt nach dem Herstellungsdatum. Die Linsen wurden im unverformten Zustand und im verformten Zustand, dann im Spannrahmen, vermessen. Vorder- und Rückseite werden durch farbige Markierungen am Linsenrand identifiziert. Die Vorderseite und Rückseite wurden nach dem Fertigungsprozess gekennzeichnet, eine Zugehörigkeit zu den Teilen der Gussform wurde jedoch nicht dokumentiert.

Da in [SHE06] eine Abhängigkeit der Messgenauigkeit von der Messgeschwindigkeit gefunden wurde, werden die Messgeschwindigkeiten angegeben. Messgeschwindigkeiten unter 10 mm/s sind bezüglich der Messgenauigkeit unkritisch. Ist die Messgeschwindigkeit nicht angegeben, beträgt sie 1 mm/s.

#### 4.3.4 Ergebnis und Bewertung der Geometrievermessung für den unverformten Zustand

Für die Messung der unverformten Linsengeometrie wurden Lagerungen in Knetmasse und in einem Hohlzylinder aus Messing auf ihre Tauglichkeit hin untersucht. Der Messring soll die Linse mit einem Innendurchmesser von 24,1 mm verzerrungsfrei aufnehmen. Bei der Lagerung im Messring wurden allerdings zu große Abweichungen gemessen. Dies ist auf Verformungen der extrem elastischen Linse zurückzuführen, verursacht etwa durch kleinste Reste von Materialgraten zwischen Linsenrand und Messring oder durch eine Verkantung der Linse im Ring. Für die Messungen wurde deshalb eine Lagerung in Knetmasse gewählt. An die Messergebnisse werden Sphären angefügt, die entsprechenden Krümmungsradien finden sich in Tab. 10. Es treten Abweichungen von den Krümmungsradien der Formelemente auf. Die maximalen Abweichungen des Krümmungsradius betragen  $-0,56/+1,10$  mm.

Unterschiede im Krümmungsradius zwischen Vorder- und Rückseite können durch die Vorgehensweise bei Herstellung und Messung nicht erklärt werden.

Unverformte Labormuster Herstellungsdatum Vermessene Seite Lagerung	IST Radius [mm]	Mittlere Abweichung von Ausgleichssphäre [ $\mu$ m]
Linse 060506 Vorderseite	52,02	12
Linse 060506 Rückseite	51,82	9,7
Linse 020606 Vorderseite	53,04	17,9
Linse 020606 Rückseite	51,29	13,5
Linse 060606 2 Vorderseite	51,27	12,9
Linse 060606 Rückseite	52,15	11,1
Linse 070606 Vorderseite	52,42	8,1
Linse 070606 Rückseite	52,39	6,3

Tab. 10: Radius und mittlere Abweichung von der Sphärenform von unverformten Linsenmustern. [SHE06]

Bei der Bewertung muss berücksichtigt werden, dass die extreme Elastizität des Materials auch schon bei geringsten Kräfteinwirkungen, wie sie bei der Lagerung in Knetmasse auftreten können, zu Verformungen führt. Ein Unterschied im Radius von 52 mm auf 51 mm wird erreicht, wenn der Rand einer sphärischen Linse bei fixiertem Pol um 26  $\mu$ m nach oben verschoben wird (Rechnung beruhend auf rein geometrischen Betrachtungen). Die Formabweichungen der unverformten Labormuster sind deshalb vertretbar.

### 4.3.5 Ergebnis und Bewertung der Geometrievermessung für den verformten Zustand

Es wurden in der Arbeit drei Labormuster der Kompositlinse im verformten Zustand vermessen.

Die Messergebnisse werden auf Basis des Radius der Ausgleichssphäre bewertet. Die ermittelten Krümmungsradien sind in Tab. 11 aufgelistet. Zur Auswertung wurde in allen Fällen eine Apertur von 18 mm verwendet. Datum und Uhrzeit wurden angegeben, um die verschiedenen Messungen einwandfrei identifizieren zu können.

Die experimentell gemessenen mittleren Abweichungen von der Sphärenform in Tab. 11 ( $\sigma_K = 8,4 \mu\text{m}$  bis  $\sigma_K = 20,2 \mu\text{m}$ ) übersteigen durchweg den durch die Simulation berechneten Wert ( $\sigma_K = 4,9 \mu\text{m}$ , vgl. Abschnitt 3.9.1).

Unter Beachtung der Fertigungstoleranzen sollten sich die Radien der Ausgleichssphäre der verformten Labormuster der Linse  $L_{\text{restr}}$  zwischen 22,22 mm und 21,456 mm bewegen (vgl. Abschnitt 3.9.1). Es ist zu beachten, dass eine Problematik besteht hinsichtlich der Beurteilung des Einflusses des Ausschwitzens von Öl auf die Linsenform. Es lässt sich keine Aussage über die genaue Schichtdicke treffen, da die Menge des ausgeschwitzten Öls von der Zeit abhängt. Durch entsprechendes Reinigen der Linse wurde die Schichtdicke des Öls so gering wie möglich gehalten. Über alle 20 Messungen der Labormuster der Linse  $L_{\text{restr}}$  liegen die Radien der Ausgleichssphären in fünf Fällen außerhalb des im Rahmen der Fertigungstoleranzen zulässigen Bereiches (zwischen 22,22 mm und 21,46 mm). Werden Effekte berücksichtigt, die durch Überlagerung mehrerer ungünstiger Faktoren zustande kommen, z.B. zu weicher Kern und zu hoher Linsenrand, so können sich insgesamt größere Abweichungen ergeben, so dass die Simulationsergebnisse als plausibel angesehen werden können.

Wie in Abb. 55 und Abb. 43 ersichtlich ist, ist der Rand des Spannrahmens, der für die axiale Fixierung der Linse sorgt, nur sehr schmal. Hierdurch kommt es zu einer starken lokalen Verformung. Wie in Abb. 43 deutlich sichtbar ist, wird dadurch unter der Spannrahmenschulter eine hohe lokale Spannung erzeugt. Die hohe Spannung führt zu einem verstärkten ausschwitzen von Öl (vgl. Abschnitt 4.2.4), was auch visuell festzustellen war. Durch Kriechen, Ölmigration oder Ölverlust durch Ausschwitzen sind lokal zeitliche Änderungen des Verzerrungszustandes möglich, die Auswirkungen auf die gesamte Form der Linse haben. Es muss in geringem Maße auch mit einer Öldiffusion im Material gerechnet werden, was zu einer Beeinflussung der Festigkeit und damit zu Formabweichungen führen kann. In direkt hintereinander ausgeführten Messungen ohne Demontage (Linse 070606 Rückseite / Vorderseite, Messung vom 10.10.2006 und Linse 020606 Rückseite, Messung vom 04.07.2006) ist eine Abhängigkeit der Ausgleichssphären von der Dauer der Montage erkennbar. Ein Trend ist nicht zu erkennen, hierfür muss in zukünftigen Arbeiten die Anzahl der Messungen noch vergrößert werden. Es zeigt sich, dass der Radius der Ausgleichssphäre sich auch bei jedem erneuten Montieren im Spannrahmen etwas ändert. Dabei ist kein Trend zur Zu- oder Abnahme erkennbar. Deshalb wird angenommen, dass nicht nur Fertigungstoleranzen eine Rolle spielen, sondern auch die Art der Montage im Spannrahmen. Eine andere Erklärung hierfür ist, dass es durch die nur schmale umlaufende Führung im Spannrahmen zu einem lokalen „Durchrutschen“ des Linsenrandes kommt.

In Anhang B sind Residuen bezüglich der Ausgleichssphäre für Linsenvermessungen und die simulierte Deformation der Linse  $L_{\text{restr}}$  im Spannrahmen abgebildet. Es ist dort zu sehen, dass auch asymmetrische Abweichungen einen Einfluss auf die Formtreue haben. Hierbei können lokal inhomogene Materialzusammensetzung (Seigerungen) oder Abweichungen von der Annahme einer perfekt symmetrischen Stauchung des Linsenäquators durch den Spannrahmen eine Rolle spielen.

Labormuster Herstellungsdatum Vermessene Seite (Messgeschwindigkeit)	Datum der Messung	Uhrzeit der Messung	$K_{\text{Fit}}$ [mm]	$\sigma_K$ [ $\mu\text{m}$ ]
Linse 07062006 rs 1mm/s	10.10.2006	17:24	22,15	8,40
Linse 07062006 rs 10mm/s	10.10.2006	16:29	22,05	8,90
Linse 07062006 rs 15mm/s	10.10.2006	16:13	22,00	9,20
Linse 070606 rs 5mm/s	12.07.2006	12:05	21,83	15,10
Linse 070606 rs 5mm/s	12.07.2006	13:30	22,31	13,10
Linse 070606 rs 1mm/s	04.07.2006	11:08	21,80	15,70
Linse 07062006 vs 10mm/s	10.10.2006	17:38	22,80	11,50
Linse 07062006 vs 10mm/s	10.10.2006	17:54	22,96	11,00
Linse 070606 vs 5mm/s	12.07.2006	13:13	22,00	9,80
Linse 070606 vs 1mm/s	04.07.2006	11:50	21,72	10,70
Linse 020606 rs 5mm/s	12.07.2006	11:10	21,72	10,40
Linse 020606 rs 1mm/s	04.07.2006	16:57	21,90	9,80
Linse 020606 rs 10mm/s	04.07.2006	16:17	21,82	10,10
Linse 020606 vs 5mm/s	12.07.2006	10:03	21,77	14,60
Linse 020606 vs 10mm/s	04.07.2006	16:09	22,52	11,10
Linse 020606 vs 1mm/s	30.06.2006	13:40	22,02	12,50
Linse 060606 rs 5mm/s	12.07.2006	13:56	21,66	17,00
Linse 060606 rs 1mm/s	04.07.2006	14:08	21,45	16,20
Linse 060606 vs 5mm/s	12.07.2006	14:16	21,42	19,50
Linse 060606 vs 1mm/s	04.07.2006	14:48	21,60	20,20

Tab. 11: Ergebnisse der Geometrievermessung von im Spannrahmen verformten Labormustern der elastischen Linsen.

Die Werte in Tab. 11 führen zusammenfassend zu folgenden Ergebnissen:

- Die experimentell gemessenen Abweichungen der Linsengeometrie von der Sphärenform sind größer als die berechneten.
- Die durch die Fertigung vorgegebenen Toleranzen bei den Krümmungsradien werden in fünf von 20 Fällen überschritten.
- Ausschwitzendes Öl und Ölmigration kann die Messungen beeinflussen.
- Die Einspannsituation beeinflusst die Messergebnisse stärker als die Fertigungstoleranzen.



Folgende Schlüsse können daraus gezogen werden:

- Der Handverguss als Fertigungsverfahren scheint nur bedingt geeignet.
- Silikonöl als Weichmacher hat einen Einfluss auf die Geometrie der verformten Linse.
- Die elastische Linse reagiert sehr sensibel auf die Einspannung.

Da sich die Linsengeometrie trotz der Fertigungstoleranzen, der Ölmigration und der schwierigen Einspannsituation in den meisten Fällen innerhalb der Fertigungstoleranzen bewegt, werden die Simulationsergebnisse als plausibel angesehen. Aufgrund der Bestätigung der guten Ergebnisse der Simulation ist das Prinzip der elastischen Linse also prinzipiell für ein künstliches Akkommodationssystem geeignet, unter der Prämisse, dass die Herausforderungen bei der Fertigung noch überwunden werden.

## 4.4 Modifizierte technische Lösung für einen miniaturisierbaren Aktor

Zur Aktivierung der Brechkraftänderung ist eine Verformung des elastischen Linsenkörpers durch einen Aktor notwendig. Er muss nach den Anforderungen miniaturisierbar sein und eine stabile und symmetrische Verformung der Linse gewährleisten (vgl. Abschnitt 1.4). In [MAR06] und [KAR06] wurden Aktorkonzepte für eine elastische Linse aufgestellt und bewertet. Als besonders aussichtsreich wird ein Fluid-Ringaktor angesehen. Es wird eine, in der Arbeit entwickelte, modifizierte technische Lösung vorgestellt, die auf einer vorhandenen, größeren Bauform des Aktors aufbaut (vgl. [MAR06]). Die bisherige Lösung ist nicht miniaturisierbar. Die Realisierung einer Studie des Aktors ist ein Ergebnis der Arbeit.

Neben der technischen Lösung wird untersucht, welchen Einfluss die Führung auf die Formtreue der elastischen Linse hat. Es wird eine Kennlinie zur Einstellung einer definierten Brechkraft über die Aktorik berechnet.

### 4.4.1 Konzept der modifizierten technischen Lösung

Der Ringaktor besteht aus einer Druckkammer und einer Hydraulikeinheit.

#### Druckkammer

Die Druckkammer entspricht einem ringförmigen Hohlprofil (vgl. Abb. 57) mit drei starren Wänden. Die innere Wand besteht aus einer elastischen, biegeschlaffen Membran. Die Stirnflächen der Druckkammer sind als Führung ausgebildet, um die Linse bei einer Verformung zu zentrieren. Eine zugehörige Hydraulikeinheit injiziert ein Fluid in die Druckkammer. Durch die Injektion ändert sich das von der Druckkammer umschlossene Volumen. Das verursacht eine radiale Verschiebung der elastischen Membran (vgl. Abb. 57 links und rechts).

Die Druckkammer ermöglicht die potentielle Anwendung der elastischen Linse in Versuchsaufbauten, ihre geringe axiale Ausdehnung ermöglicht eine bestmögliche Integration. In Abb. 57 ist die Druckkammer des Ringaktors mit Membran und Führung zu sehen. Zu beachten ist, dass die Linse nicht fest mit der Membran verbunden ist. Die Rückkehr in den Ausgangszustand erfolgt allein durch Rückstellkräfte der elastischen Linse. Die Zentrierung der Linse im Strahlengang über eine konische Führung wird aus [MAR06] übernommen. [BER06] konnte für die Führung eine vernachlässigbare Dezentrierung feststellen. Der Einfluss der Führung auf die Formtreue wird in der Folge untersucht.

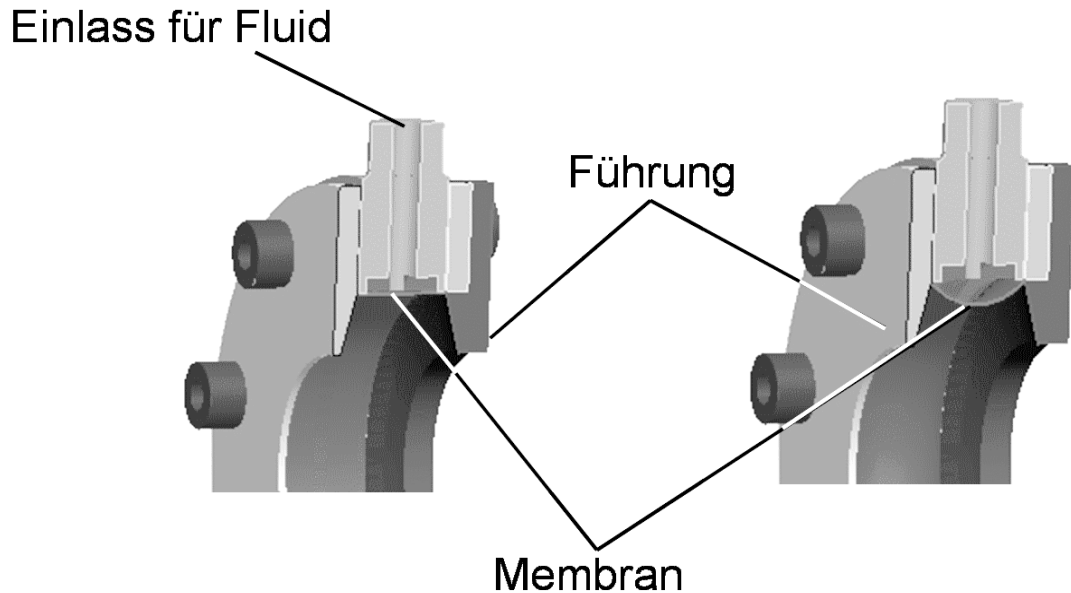


Abb. 57: Membrane und Linsenführung, Darstellung montiert ohne elastische Linse. Links: nicht gefüllter Ringaktor. Rechts: gefüllter Ringaktor.

### Hydraulikeinheit

In [MAR06] wurden zwei Lösungen für die Injektion vorgestellt, eine manuelle Einbringung von Wasser und eine Pneumatikeinheit, die nicht ohne weiteres miniaturisiert werden kann. Mit Wasser als Fluid wird dort im Experiment eine zeitlich konstante Brechkraft einer deformierten elastischen Linse erzielt. Nach Abschnitt 3.9.2 kann deshalb kein Kriechen vorliegen. [BER06] betreibt den Ringaktor aus [MAR06] in Experimenten mit Luft, hier konnte keine stabile Verformung erreicht werden. Als Fluid wird basierend auf diesen Resultaten Hydraulikflüssigkeit gewählt. Es ergibt sich das Verformungsprinzip eines hydraulischen Aktors (vgl. auch Abschnitt 3.1). Bei Tests zeigte sich eine gute Dichtigkeit und Materialverträglichkeit einer elastischen Membran aus Latex gegenüber Silikonöl. Daher wird als Fluid Silikonöl gewählt.

Zum Erzeugen des notwendigen Drucks wird die Umwandlung einer linearen Stellbewegung einer Lineareinheit in eine Volumenverdrängung über einen Hydraulikzylinder genutzt. Als Lineareinheit dient ein Schrittmotor. Die Lineareinheit verfährt den Kolben des Zylinders um die Stellbewegung  $d$ , so dass ein definiertes Volumen  $V_U$  verdrängt wird (vgl. Blockschaubild Abb. 58). Zum Injizieren des Volumens muss der Druck  $p_U$  überwunden werden. Die Motorleistung der Lineareinheit soll eine Linsenstauchung in einer Zeit  $\tau_A$  von 0,5 Sekunden ermöglichen.

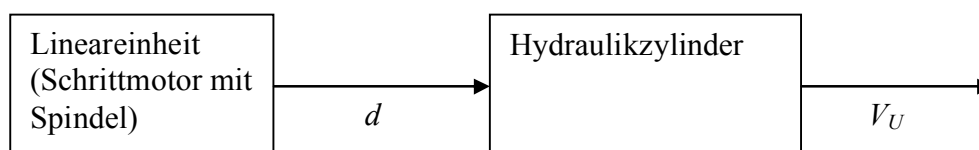


Abb. 58: Lineareinheit und Hydraulikzylinder.

Für die Steuerung des Schrittmotors wird eine kompakte kommerziell erhältliche Schaltung verwendet. Die Energieversorgung erfolgt über Batterien. Die Portabilität des Aktors ist so gewährleistet.

### Fazit

Die Druckkammer des Ringaktors weist eine sehr geringe Ausdehnung in Richtung der optischen Achse auf, so dass die Linsenoberfläche für Messungen direkt zugänglich ist. Für die konische Führung wurde in [BER06] eine vernachlässigbare Dezentrierung nachgewiesen. In [MAR06] wird eine zeitlich stabile Brechkraft mit Wasser als Fluid der Hydraulikeinheit erreicht. Als Fluid wird deshalb Hydraulikflüssigkeit gewählt. Zum Erzeugen des notwendigen Drucks wird die Umwandlung einer linearen Stellbewegung in eine Volumenverdrängung genutzt. Die in der Arbeit entwickelte modifizierte Lösung für die Hydraulikeinheit ist miniaturisierbar.

### 4.4.2 Simulation des Einflusses einer Linsenführung

Die Optimierung der elastischen Linse wurde in einem ersten Schritt unter vereinfachten Randbedingungen vorgenommen (vgl. Kapitel 3). Die Zulässigkeit dieser Vorgehensweise wird nun untersucht.

Im Aktor wird die Bewegung des Linsenrandes durch die Linsenführung eingeschränkt. Wie in [VIE05] gezeigt wurde, muss der Linsenrand in seiner axialen Ausdehnung beschränkt werden, um den Brechmodul zu maximieren. Die Führung besteht, wie auf der Zeichnung Abb. 59 für ein Linsenviertel zu sehen ist, aus einer umlaufenden V-Nut mit Winkel  $\varphi_{Führ}$  und Innendurchmesser  $D_{Führ}$ . Im drucklosen Zustand berühren sich Führung und Linse nur am äußeren Linsenrand.

Die Linsenführung übernimmt die Aufgabe der

- axialen Positionierung der Linse
- axialen Orientierung der Linse („Verkippen“)
- radialen Zentrierung
- Führung des Linsenrandes in radialer Richtung.

Eine empirische Untersuchung, basierend auf mehreren Finite-Elemente-Rechnungen, zeigte für folgende Parameter der Linsenführung die geringsten Werte der Formabweichung  $\sigma_{K, J}$  der verformten elastischen Linse  $L_{restr}$ . Der Einfluss der biegeschlaffen Membran wird vernachlässigt.

$$\Phi_{Führ} = 70^\circ$$

$$D_{Führ} = 19 \text{ mm}$$

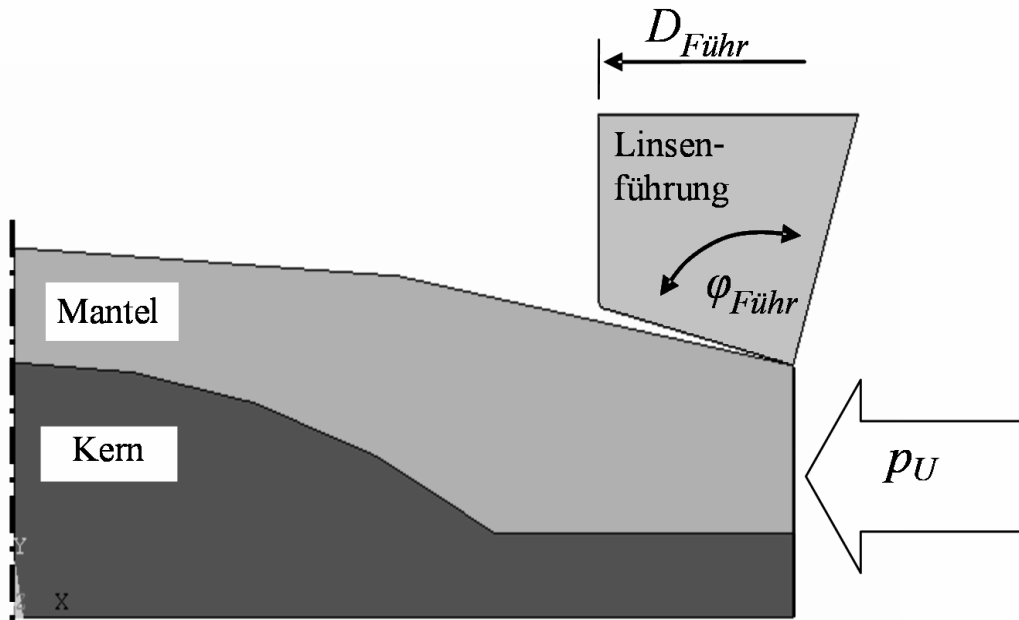


Abb. 59: Schnitt durch die Linse mit Linsenführung. Modellierung in der Finite-Elemente-Software ANSYS.

Um die Auswirkungen der Führung auf das optische Verhalten der elastischen Linsen zu evaluieren, wird eine Deformation der Linse  $L_{\text{restr}}$  in der Führung simuliert. Abb. 61 zeigt die resultierende von-Mises Vergleichsspannung. An der Führung ist keine Spannungsüberhöhung festzustellen, so dass keine Beschädigung der Linsenoberfläche zu befürchten ist.

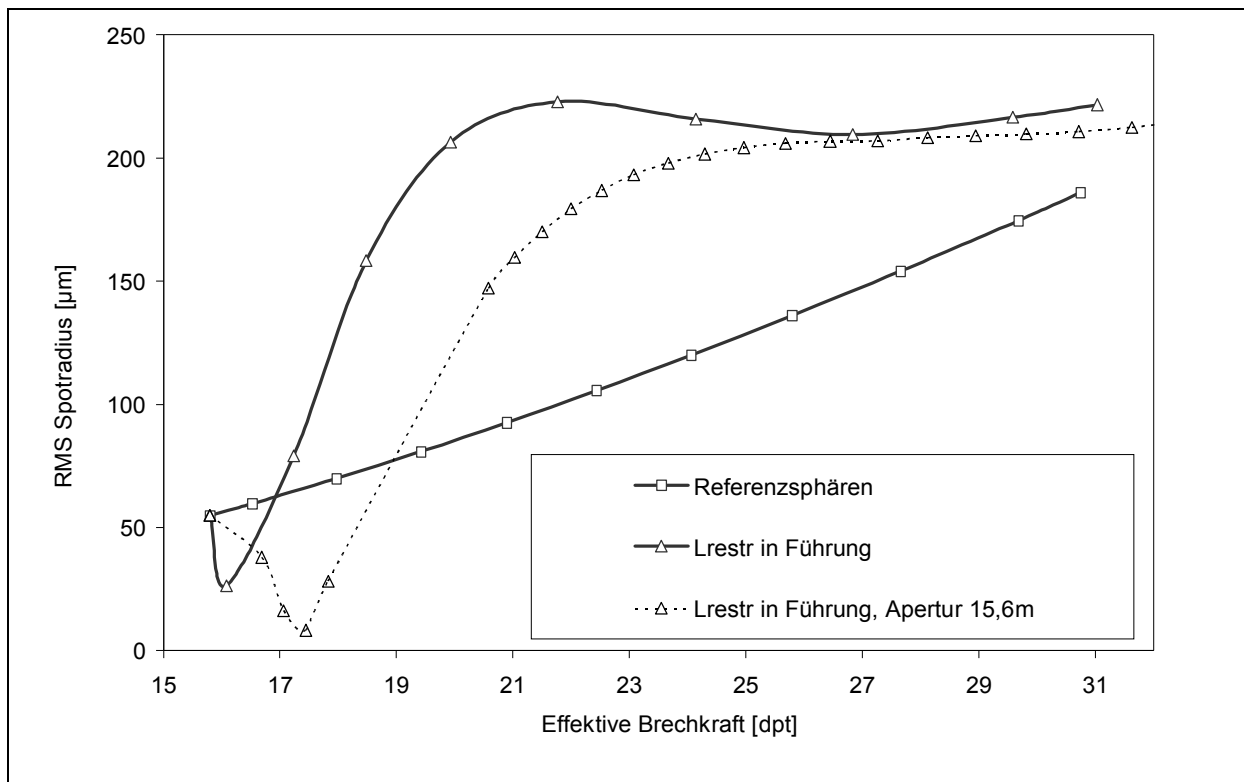


Abb. 60: RMS-Spotradius.

In Abb. 60 ist der RMS-Spotradius der durch den Aktor deformierten elastischen Linse im Verlauf zu sehen. Als Grundlage der Diskussion wurde der RMS-Spotradius der Referenzlinsen mit abgebildet sowie der RMS-Spotradius der Linse  $L_{\text{restr}}$  mit einer verringerten Apertur.

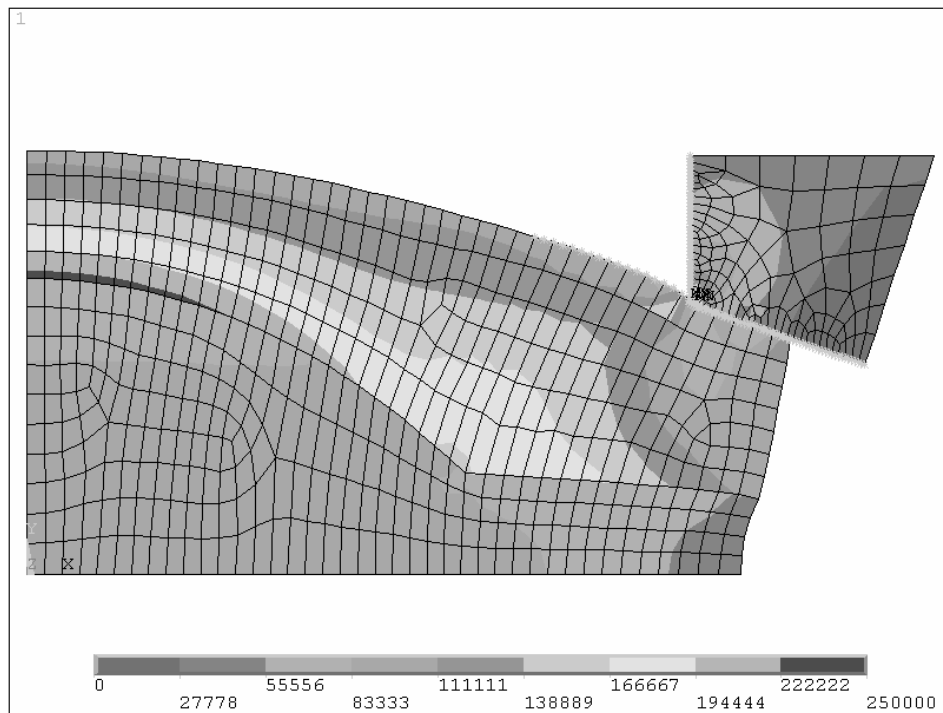


Abb. 61: Van Mises Vergleichsspannung einer montierten Linse  $L_{\text{restr}}$  bei Verformung in der Führung des Ringaktors.

Verglichen mit den Referenzlinsen weist die simulierte Linse  $L_{\text{restr}}$  durch den Einfluss der Führung bereits für Brechkraftänderungen von einer Dioptrie schlechtere Eigenschaften auf. Bei großen Brechkraftänderungen kommt es zu einer Stabilisierung der optischen Eigenschaften. Die Führung hat bezüglich der Abbildungseigenschaften der elastischen Linse einen negativen Einfluss, so dass die Anforderungen diesbezüglich nicht mehr eingehalten werden können. Inwiefern für spezielle Problemstellungen eine ausreichende Abbildung erreicht werden kann, muss fallweise untersucht werden. In [BER06] konnte durch Reduktion der Apertur  $X_{AP}$  im Experiment eine zufriedenstellende Abbildungsqualität bis 19 dpt erreicht werden. Für eine Reduktion der Apertur auf 15,6 mm ist in Abb. 60 eine Kurve zu sehen, die Aussage aus dem Experiment wird durch den Verlauf der Kurve bestätigt (Werte aus der Simulation). Eine weitere Reduktion wird zu noch besseren Eigenschaften führen, da sich der Spannungszustand mit der Entfernung von der Krafteinleitungsstelle dem der Linse ohne Führung angleicht (Prinzip von Saint Venant).

### Fazit

Der Brechmodul  $B_D$  liegt nach den Simulationsergebnissen für die Linse in der Führung mit 12,45 dpt/mm größer als für die Linse  $L_{\text{restr}}$  ohne Führung ( $B_D=8,50$  dpt/mm). Für eine Brechkraftänderung auf 30 dpt ist mit Führung ein Druck von 1,5 bar notwendig, ohne Führung sind es fast 1,8 bar. Der aufzubringende Druck  $p_U$  sinkt demnach. Die Führung hat somit einen positiven Einfluss auf Brechmodul und Anforderungen an den Aktor. In Abb. 61 ist zu sehen, dass durch die Führung eine starke lokale Krümmung am Linsenrand verhindert wird. Das ist als Ursache des großen Brechmoduls  $B_D$  zu betrachten.

### 4.4.3 Berechnung einer Kennlinie zur Steuerung des Ringaktors

Zur Steuerung und Auslegung des Aktors wird in der Arbeit ein Zusammenhang zwischen Volumenänderung und Brechkraftänderung aufgestellt.

Über die Differenz der vom Linsenrand im unverformten und verformten Zustand eingeschlossenen Volumina kann die Volumenänderung in der Druckkammer berechnet werden. In Abb. 63 ist die Verformung des Linsenrandes durch die Hydraulikflüssigkeit dargestellt. In Grau ist die injizierte Hydraulikflüssigkeit dargestellt. Die Linsenführung ist nicht dargestellt.

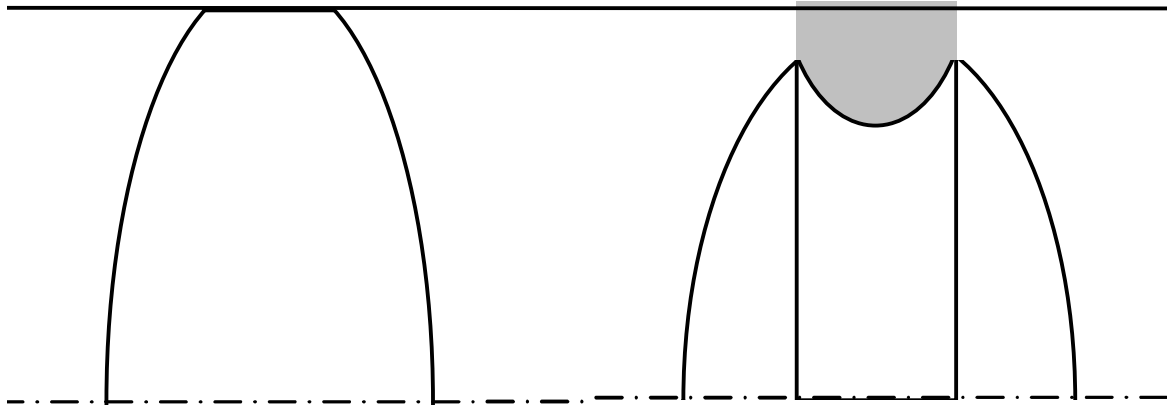


Abb. 62: Links: unverformte Linse. Rechts: verformte Linse.

Zur Berechnung des verdrängten Volumens werden Daten aus der FE-Simulation der Linsenverformung unter Berücksichtigung der Führungsgeometrie verwendet. Das verdrängte Volumen wird über einen Rotationskörper berechnet.

Für alle relevanten Verformungszustände  $\Lambda_{SS}$  wird das Volumen  $V(\Lambda_{SS})$  berechnet. Mit Kenntnis der zugehörigen effektiven Brechkraft  $D(\Lambda_{SS})$  wird die in Abb. 63 dargestellte Kennlinie aufgestellt. Zur Auslegung des Schrittmotors der Hydraulikeinheit kann der Druck  $p_U(\Lambda_{SS})$  den FEM-Simulationsdaten entnommen werden.

#### Fazit

Mit Hilfe der in der Arbeit erstellten Kennlinie kann die Linsendeformation gesteuert werden. Um die Linsenbrechkraft auf 30,1 dpt zu bringen, wird ein Volumen von 0,272 ml verdrängt bei einem Druck von 1,5 bar.

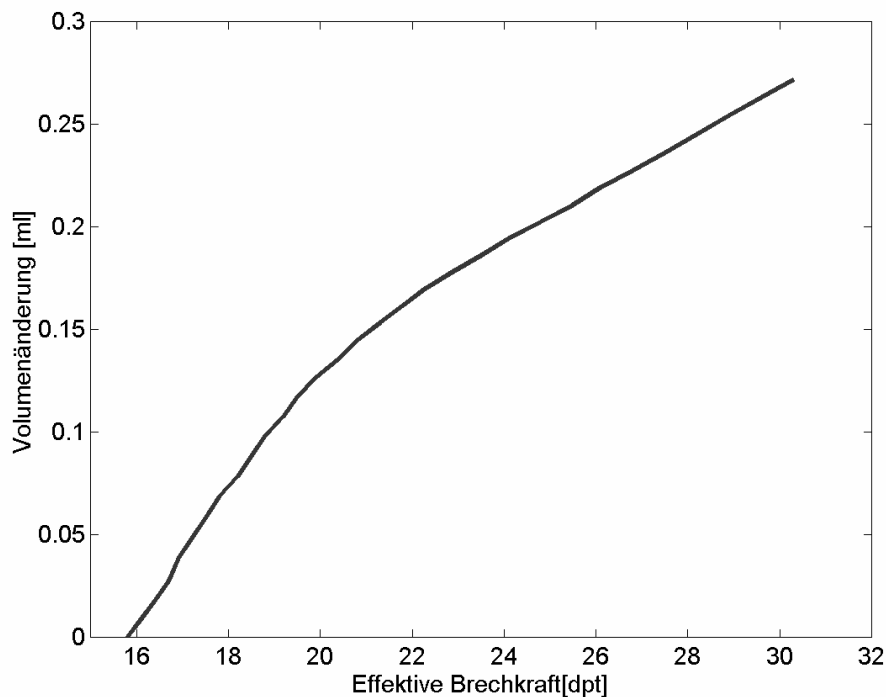


Abb. 63: Volumen-Brechkraftkennlinie der Linse  $L_{\text{restr}}$  im Ringaktor.

#### 4.4.4 Technische Lösung für Hydraulikeinheit und Druckkammer

Basierend auf den Werten der Kennlinie wurde in der Arbeit eine Hydraulikeinheit ausgelegt und mit Zukaufteilen und einfachen selbst gefertigten Teilen realisiert. Für die Druckkammer wurde in der Arbeit eine funktionsfähige Studie gefertigt.

Als Hydraulikzylinder wird der Pneumatikzylinder SMC CDUJB10 – 15D gewählt, der für Öl geeignete Dichtungen hat und wesentlich kompakter ist als die kleinsten verfügbaren Hydraulikzylinder. Er hat einen Durchmesser von 10 mm und einen Hub von 15 mm. Zur Detektion der Kolbenposition ist ein Magnetring in den Kolben integriert. Die Hydraulikeinheit (s. Abb. 64) hat sehr kompakte Abmessungen von  $40 \times 50 \times 100 \text{ mm}^3$ . Für die Steuerung wird eine kompakte Schrittmotorenstufe Typ R208 verwendet. Ein Impulsgenerator für die Steuerung wird aus Standardelektronikkomponenten (555 Timer) aufgebaut. Die Geschwindigkeit des Schrittmotors kann über die Frequenz des Impulsgenerators gesteuert werden.

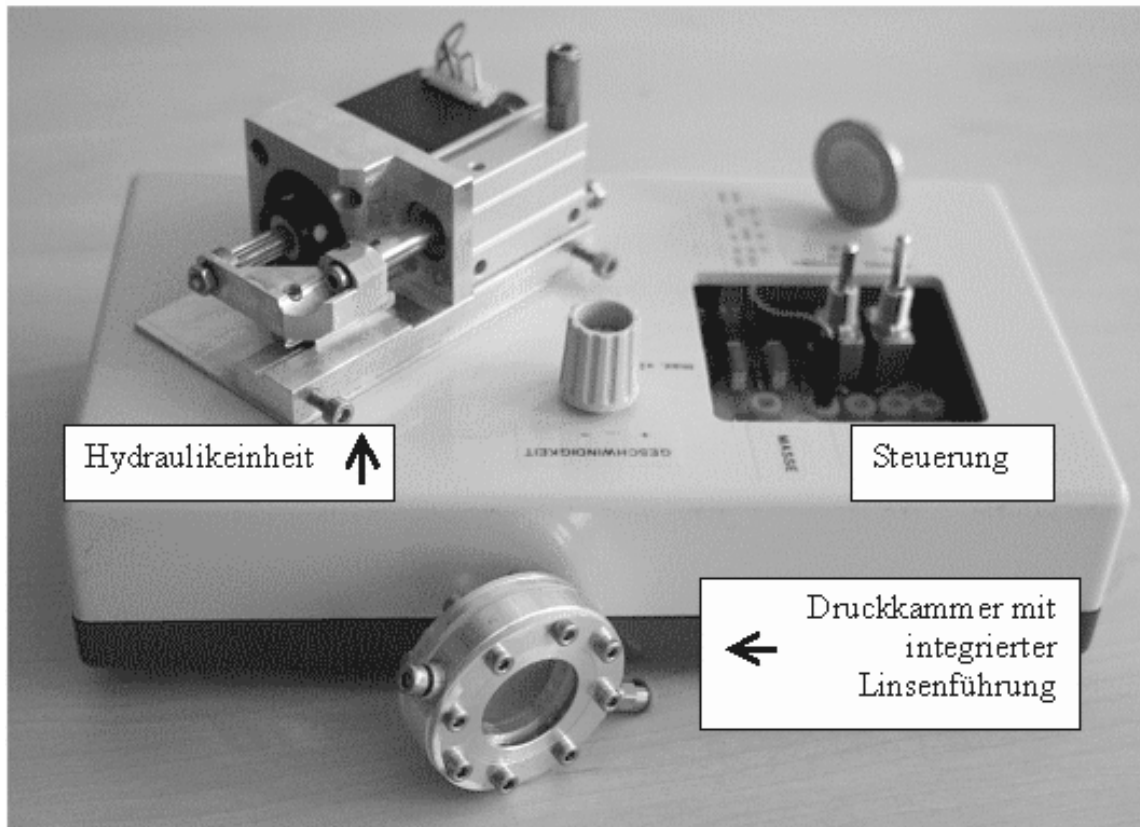


Abb. 64: Aufbau des Ringaktors: Hydraulikeinheit (oben), Steuerung (Mitte), Studie der Druckkammer (vorne). Im Hintergrund eine 2€-Münze zum Größenvergleich.

In Abb. 64 ist der in der Arbeit realisierte Aufbau des Ringaktors abgebildet. Er ist tragbar und kann mit Batterien betrieben werden, er genügt damit den in Abschnitt 1.4 gestellten Anforderungen an eine Miniaturisierbarkeit.

Die wesentlichen Ergebnisse aus Kapitel 4 werden im Folgenden noch einmal kurz zusammengefasst. In Abschnitt 4.1 wird die in der Arbeit entwickelte und gefertigte Mehrkomponentengussform vorgestellt, in der die elastische Kompositlinse mit der in Kapitel 3 berechneten Geometrie gefertigt werden kann. In Abschnitt 4.2 werden für die Arbeit relevante Parameter des für die Linsenherstellung ausgewählten Silikongummis in teilweise in der Arbeit aufgebauten Testumgebungen experimentell ermittelt. Mit Zeitstandversuchen kann ermittelt werden, dass einer Degradierung des Abbildungsverhaltens der Linse durch Kriechen des Materials mit einem geeigneten Aktorprinzip begegnet werden kann. Das Ausschwitzen des für die Einstellung der Materialfestigkeit notwendigen Weichmachers kann nicht verhindert werden. In Abschnitt 4.3 werden die Oberflächengeometrien von in der Arbeit gefertigten Labormustern der elastischen Linse vermessen. Die Ergebnisse der Simulation werden demnach als Plausibel bewertet. Das Fertigungsverfahren sollte jedoch durch ein maschinelles Verfahren ersetzt werden, da so der störende Weichmacher durch Wahl eines anderen Silikons vermieden werden kann. Ebenfalls können dann Einschränkungen in der Kerengeometrie entfallen, die bei den untersuchten Labormustern zu einer Reduzierung der optischen Leistungsfähigkeit führen. In Abschnitt 4.4 wird der in der Arbeit entwickelte und realisierte miniaturisierbare Hydraulikaktor zur Verformung der untersuchten elastischen Linse vorgestellt.



## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In der Arbeit werden erstmals die mechanischen Grundlagen elastischer Linsen variabler Brennweite für einen Einsatz in einem künstlichen Akkommodationssystem untersucht. Hierzu wird ein in der Arbeit entwickeltes analytisches Modell des elastischen Linsenkörpers genutzt. Die untersuchte elastische Linse hat sphärenförmige Oberflächen, die für einen Einsatz in einem künstlichen Akkommodationssystem für das menschliche Auge geeignet sind. Die Verformung erfolgt über eine radiale Belastung des Linsenäquators. Basierend auf einer Analyse des mechanischen Modells wird gezeigt, dass für eine Erhaltung der Sphärenform bei Verformung von 15,72dpt bis 29,72dpt Brechkraft die Festigkeit lokal angepasst werden muss. Eine analytische Herangehensweise an das Thema Mechanik elastischer Linsen ist in der Literatur bisher nicht veröffentlicht.

Es ergibt sich aus der analytischen Untersuchung das Konzept einer elastischen Linse mit einem weichen Kern (Kompositlinse). Über die Geometrie des Linsenkerne und dessen Materialfestigkeit kann die Steifigkeit angepasst werden. Eine Finite-Elemente-Optimierung der Kernparameter minimiert lokale Abweichungen von der Sphärenform. Die in der Arbeit entwickelte Vorgehensweise zur Auslegung der mechanischen Eigenschaften wurde in der Literatur bisher nicht beschrieben. Der über Finite-Elemente-Rechnungen optimierte Festigkeitsverlauf der Kompositlinsen stimmt mit der analytischen Rechnung qualitativ überein.

Bei den untersuchten Kompositlinsen mit vier freien Kernparametern werden in der Simulation Formtreuen erreicht, die in der Größenordnung der zum aktuellen Zeitpunkt möglichen Präzision bei der Produktion von Kunststoffoptiken im Spritzguss liegen. Im Vergleich mit einer monolithischen Linse ohne angepasste Steifigkeit konnten bei Kompositlinsen in der Simulation die mittlere Abweichung von der Sphärenform von 33,6  $\mu\text{m}$  auf weniger als 3,5  $\mu\text{m}$  gesenkt werden (maximal verformter Zustand bei 29,72 dpt).

In der Arbeit werden die Abbildungseigenschaften der simulierten elastischen Linsen untersucht. Zu diesem Thema existieren in der Literatur bisher keine Veröffentlichungen. Die optimierten Kompositlinsen erreichen auf dem ganzen abgedeckten Brechkraftbereich die optischen Eigenschaften von sphärischen Referenzlinsen. Die optische Qualität einer monolithischen Linse ist für ein künstliches Akkommodationssystem nicht ausreichend. Die untersuchten Kompositlinsen erreichen darüber hinaus eine wesentlich stärkere Brechkraftänderung als die monolithische Linse.

Bei den Labormustern, die im Rahmen der Arbeit realisiert werden, existieren für eine Auslegung nur drei freie Kernparameter, da die Höhe des Kerns aufgrund der Fertigung im Handverguss eingeschränkt ist. Aufgrund des fehlenden Freiheitsgrades in der Optimierung kann das Labormuster laut Simulationsergebnissen in ausreichender optischer Qualität nur über einem Brechkraftbereich von 7 dpt eingesetzt werden.

Mit einer in der Arbeit entwickelten modifizierten technischen Lösung für einen miniaturisierbaren Aktor mit Hydraulikeinheit kann die elastische Linse stabil verformt werden. Die Abbildungsqualität der im Aktor eingesetzten Linse genügt laut Simulation durch die Einflüsse der Führung den Anforderungen nicht mehr. Durch Reduktion der Apertur kann eine zufriedenstellende Abbildungsqualität über einem Brechkraftbereich von 3 dpt erreicht werden.

Es werden Labormuster einer elastischen Linse in einer in der Arbeit entworfenen Mehrkomponentengussform realisiert. Hierfür wird Silikonkautschuk als geeignetes Material identifiziert. Zur experimentellen Ermittlung von Materialparametern und zur Vermessung von Labormustern werden in der Arbeit entsprechende Versuchsaufbauten realisiert. Durch eine experimentelle Geometrievermessung der Labormuster können die Simulationsergebnisse bestätigt werden.

Im Folgenden werden die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit genannt:

1. Analytische Bestimmung der lokalen Festigkeit einer elastischen Linse mit Sphärengometrie im verformten Zustand, basierend auf einem hyperelastischen Materialmodell. Eine solche elastische Linse ist in der Mitte weniger fest als am Rand.
2. Entwurf einer Geometrie für eine fertigbare und optimierbare elastische Kompositlinse mit einem weichen Kern, basierend auf den Ergebnissen der analytischen Untersuchung. Die Kernparameter bestimmen die mechanischen Eigenschaften der Linse
3. Identifikation von skalaren Kennzahlen, welche eine objektive Bewertung der optischen und mechanischen Eigenschaften elastischer Linsen erlauben. Die Kriterien umfassen die Abbildungsqualität (RMS-Spotdurchmesser), die Brechkraftänderung (Brechmodul) und Formabweichungen unter Berücksichtigung aller Deformationszustände.
4. Entwurf einer Vorgehensweise zur Optimierung der Kompositlinse basierend auf einem Finite-Elemente-Modell. Die mechanischen Linseneigenschaften werden über eigens entworfene Zielfunktionen dergestalt bestimmt, dass die Formtreue der Linse in allen Verformungszuständen maximiert wird.
5. Aufbau eines optischen Modells in einer Raytracingsoftware zur Bestimmung der optischen Eigenschaften elastischer Linsen.
6. Entwurf und programmiertechnische Umsetzung einer Methodik zur Übertragung der Oberflächen vom Finite-Elemente-Modell zum optischen Modell.
7. Charakterisierung der optischen und mechanischen Eigenschaften der simulierten elastischen Linsen. Die Finite-Elemente-Optimierung verbessert die Linseneigenschaften erheblich.
8. Auswerten des Einflusses von Kriechen des Materials und Beulen des elastischen Körpers auf die Stabilität der Linsenverformung.
9. Entwurf und Realisierung einer Mehrkomponentengussform für den Handverguss von Labormustern der elastischen Linse und Identifikation von Silikonkautschuk als geeignetes Material.
10. Realisierung von Messaufbauten und experimentelle Bestimmung der Festigkeit, des Brechungsindex und des Zeitstandverhaltens für Silikongummi-Silikonölmischungen.
11. Herstellung von Labormustern. Positiv ausfallende Verifizierung der Simulationsergebnisse durch eine experimentelle Geometrievermessung der Labormuster unter Berücksichtigung von Fertigungstoleranzen.
12. Realisierung eines miniaturisierbaren Aktors basierend auf einem Hydraulikprinzip. Eine stabile Verformung der elastischen Linse ist gewährleistet. Rechnerische Erstellung einer Kennlinie zur Steuerung des Aktors.

In vorliegender Arbeit wurden sämtliche Optikberechnungen mit dem Softwarepaket ZEMAX<sup>®</sup> ausgeführt. Als Werkzeug zur Berechnung der Linsendeformation wird die Software ANSYS<sup>®</sup> eingesetzt. Die rechen-technischen Methoden und Werkzeuge wurden in ANSYS<sup>®</sup> mit der Skriptensprache APDL und mit der Mathematik Software Matlab<sup>®</sup> umgesetzt.

Mit den in der Arbeit entwickelten Vorgehensweisen wurde eine sphärische Kompositlinse mit einer vorgegebenen (äußeren) Geometrie optimiert. Die Abmessungen orientierten sich an einem Einsatz von Labormustern in Versuchsaufbauten für ein künstliches Akkommodations-system. In zukünftigen Arbeiten kann die Methodik modifiziert und für die Optimierung bei anderen Anwendungen oder bei asphärischen Linsenoberflächen getestet werden. Hierfür müssen die entwickelten Routinen an die gewünschte geometrische Form angepasst werden.

Durch Anwendung von Spritzgussmaschinen zur Fertigung der Linsen kann die Beschränkung eines Freiheitsgrades in der Optimierung entfallen, da dann der Kautschuk unter Druck in die Form eingebracht wird. Der in der vorliegenden Arbeit notwendige Weichmacher schwitzt aus und bildet eine Schicht auf der Linsenoberfläche. Die in der Arbeit gefertigten Labormuster sind deshalb nicht für optische Anwendungen geeignet. Bei Anwendung von Spritzgussmaschinen kann hochviskoser Kautschuk verwendet werden, für dessen Einsatz kein Weichmacher notwendig ist. Die Eigenschaften der Labormuster lassen sich so verbessern.

Für zukünftige Arbeiten muss die Geometrie der Führung bei der Optimierung berücksichtigt werden. Um Konvergenzprobleme bei der aufwändigen Rechnung mit Kontaktelementen zu vermeiden, wird vorgeschlagen, die Optimierung mit Führungsgeometrie der in der Arbeit vorgeschlagenen Optimierung mit axialer Einschränkung der Knotenfreiheitsgrade am Linsenumfang nachzuschalten.



## 6 Literaturverzeichnis

- [ALT04] G. E. Altmann: Wavefront-Customized intraocular lenses. *Current Opinion in Ophthalmology*, Vol. 15. (2004) 358-364
- [ANS04] ANSYS® Manual: Theory Reference. SAS IP, Inc. (2004)
- [APP00] R.A. Applegate: Limits to Vision: Can we do better than nature? *Journal of Refractive Surgery*, Vol. 16. (2000) 547-551
- [ARR93] E.M. Arruda, M.C. Boyce: A three-dimensional constitutive model for the large stretch behaviour of rubber elastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 41. (1993) 389-412
- [ART02] P. Artal, E. Berrio, and A. Guirao: Contribution of the cornea and internal surfaces to the change of ocular aberrations with age. *J. Opt. Soc. Am. A.*, Vol. 19, Nr. 1. (2002) 137- 143
- [ART98] P. Artal and A. Guirao: Contributions of the cornea and the lens to the aberrations of the human eye. *Optics Letters*, Vol. 23, Nr. 21. (1998) 1713- 1715.
- [aug07] [www.auge-online.de](http://www.auge-online.de); Stand 12/06/2007
- [BEG79] E. Bergweiler, O. S. Brüller und B. Kleinemeier: Möglichkeiten zur Simulation des Spannungs-Dehnungsverhaltens viskoelastischer Werkstoffe. *Rheol. Acta* 18. (1979) 339-344
- [BER06] M. Bergemann: „Festmessungen – Elastische Linse im Fluidringaktor?“ Internes Dokument. IAI, April 2006.
- [BER07] M. Bergemann: Neuer Ansatz zur Wiederherstellung der menschlichen Akkomodationsfähigkeit durch ein mechatronisches Mikrosystem. Dissertation. Universität Karlsruhe. Fakultät für Maschinenbau. (2007)
- [BET97] J. Betten: *Finite Elemente für Ingenieure 1: Grundlagen, Matrixmethoden, elastisches Kontinuum*. Springer Verlag, Berlin. (1997)
- [BET98] J. Betten: *Finite Elemente für Ingenieure 2: Variationsrechnung, Energiemethoden, Näherungsverfahren, Nichtlinearitäten*. Springer Verlag, Berlin. (1998)
- [BOS03] Robert Bosch GmbH (Herausgeber): *Kraftfahrtechnisches Handbuch*. (2003)
- [BRO96] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew: *Teubner-Taschenbuch der Mathematik*. Verlag B. G. Teubner, Stuttgart, Leipzig. (1996)
- [BRÜ76] O. S. Brüller, D. Pütz, V. Klein: Numerischer Zusammenhang zwischen Kriechen und Relaxation linear-viskoelastischer Werkstoffe am Beispiel von Kunststoffen. *Rheologica Acta*, Vol. 15, Nr. 10. (1976) 534-539
- [BUR02] H.J. Burd, S.J. Judge, J.A. Cross: Numerical modelling of the accommodating lens. *Vision Research* Vol. 42, Nr. 18. (2002) 2235-2251

- [BÜR06] E. Bürkle: Forschung fördert Durchblick. Kunststoffe, Vol. 6. (2006) 81-86
- [CHA04] W. N. Charman: Restoring accommodation: a dream or an approaching reality? Ophthalmic and Physiological Optics, Vol. 25, Nr. 1. (2004) 1-6
- [CLA77] T. P. Claudell, F. M. Smolka: Active optics with Room temperature vulcanizing Silicone Rubber. SPIE Vol. 115, Advances in Replicated and Plastic Optics. (1977) 18-24
- [CRO99] L. E. Crocker, B.C. Duncan, R.G. Hughes, J. M. Urquhart: Hyperelastic Modelling of flexible Adhesives. NPL Report CMMT(A), Nr. 183. (1999)
- [DIN53504] DIN 53504:1994-05 Prüfung von Kautschuk und Elastomeren – Bestimmung von Reißfestigkeit, Zugfestigkeit, Reißdehnung und Spannungswerten im Zugversuch.
- [DIN7724] DIN 7724:1993-04. Polymere Werkstoffe; Gruppierung polymerer Werkstoffe aufgrund ihres mechanischen Verhaltens
- [DIN7868] DIN 7868-1:1982-10. Gummi- und kunststoffbeschichtete Walzen; Härte-Festlegungen.
- [DIN53505] DIN 53505:2000-08. Prüfung von Kautschuk und Elastomeren - Härteprüfung nach Shore A und Shore D.
- [EN11979] EN ISO 11979-2 : 1999. Ophthalmische Implantate Intraokularlinsen Teil 2: Optische Eigenschaften und Prüfverfahren.
- [EUL99] M. Euler, H.-A. Biegholdt: Ermittlung von Kriechfunktionen für das viskoelastische Materialverhalten von Holz im Zugversuch. Leipzig annual civil engineering report, Nr. 4. (1999) 319-334
- [FER02] J. H. Ferziger, M. Peric: Computational Methods for Fluid Dynamics. 3rd, rev., Edition. Springer Verlag, Berlin. (2002)
- [FOM74] J. W. Foreman, Jr.: Computation of RMS Spot Radii by Ray Tracing: applied optics, Vol. 13, Nr. 11. (1974) 2585-2588
- [FOR06] J. D. Forster: Vergleich der optischen Leistungsfähigkeit spritzgegossener und spritzgeprägter Kunststofflinsen. Verlagsgruppe Mainz, Aachen. Herausgeber: RWTH Aachen, W.Michaeli. Institut für Kunststoffverarbeitung (IKV). (2006)
- [FRT04] Bedingungsanleitung: Der chromatischer Sensor FRT CWL und FRT CWL FT Berührungslose, hochaufgelöste Abstand- und Schichtdickenmessung, Fa. Fries Research & Technology GmbH. (Version 1.1)
- [GEN05] U. Gengenbach, G. Bretthauer, R. Guthoff: Künstliches Akkommodationssystem auf der Basis von Mikro- und Nanotechnologie. Mikrosystemteknikkongress Freiburg. (2005)
- [GOH03] W. Gohl: Elastomere - Dicht- und Konstruktionswerkstoffe.5. Auflage. Expert-Verlag, Renningen. (2003)
- [GOO88] J. W. Goodman: Introduction to Fourier Optics. 2. Auflage. McGraw-Hill, New York. (1988)

- [GRE03] F. Grehn: Augenheilkunde. Springer Verlag, Berlin. (2003)
- [GRU06] M. Grube: Softwareentwicklung für eine Testumgebung zur Erprobung aktiv-optischer Elemente. Diplomarbeit AIA TU Karlsruhe. (2006)
- [GUT07] H. Guth, A. Hellmann, K. P. Scherer, I. Sieber, P. Stiller, W. Wackernagel: Einsatz der Zernike-Analyse zur Brechkraftbestimmung auf der Basis von topologischen Vermessungen und Wellenfront-Simulationen. akzeptiert zur Veröffentlichung bei DOG 2007, 20.9.-23.9.2007, Berlin.
- [GUT90] H. Guth, H. Hellmann, B. Bürg: Autofokus auf Bildverarbeitungsbasis. Primärbericht 14.04.01P72A, Kernforschungszentrum Karlsruhe. (1990)
- [HEC01] E. Hecht: Optik. 3. Auflage. Oldenbourg Verlag, München, Wien. (2001)
- [iol07] <http://www.iol-test.org/>. Stand 12.06.2007
- [JOH99] R. Johannknecht: The Physical Testing and Modelling of hyperelastic Materials for Finite Element Analysis. Fortschrittsberichte VDI, Reihe 20. Nr. 302. VDI-Verlag, Düsseldorf. (1999)
- [KAR06] S. Karl: Konzeption eines polymeren Ringaktors für die Optik eines künstlichen Akkommodationssystems. Diplomarbeit, AIA, TU Karlsruhe. (2006)
- [KIL81] H.G. Kilian: Equation of state of real networks. Polymer, Vol. 22. (1981) 209-17
- [KLI07] S. Klink, M. Bergemann, U. Gengenbach, H. Guth, W. Rückert, I. Sieber, G. Bretthauer, R. Guthoff: Konzept für ein mechatronisches Mikrosystem zur Wiederherstellung der Akkommodationsfähigkeit. 105. Kongress der DOG. (2007)
- [KOK06] T. Koker: Konzeption und Realisierung einer neuen Prozesskette zur Integration von Kohlenstoff-Nanoröhren über Handhabung in technische Anwendungen. Dissertation. Universität Karlsruhe. Fakultät für Maschinenbau. (2006)
- [KÖH00] E. Köhler, U. Berthold: Hyperelastische Elastomere. Dimensionierung von Bauteilen aus Silikon und PUR- Elastomeren. KU Kunststoffe Vol. 90, Nr. 11. (2000) 66-71.
- [KUN04] J. Kunz: Kriechbeständigkeit – ein Kennwert für das Kriechverhalten. Kunststoffe, Vol. 1. (2004) 30-31
- [LAC06] M.-H. Lacoste-Ferré et al.: Thermo-mechanical analysis of dental silicone polymers. J Mater Sci, Vol. 41, Nr. 22. (2006) 7611-7616
- [LAN92] R. G. Lane and M. Tallon: Wave-front reconstruction using a Shack-Hartmann sensor. applied optics, Vol. 31, Nr. 32. (1992) 6902-6908
- [LIE67] P. B. Liebelt: An Introduction to optimal Estimation. Addison Wesley Publishing Company Inc., Reading, Menlo Park, London, Don Mills. (1967)
- [LIN99] B. Lingelbach: Zernike-Polynome. Z. Prakt.Augenheilkunde Vol. 20. (1999) 157-164
- [LÖT97] J.C. Lötters et al.: Polydimethylsiloxane, a photocurable rubberelastic polymer used as spring material in micromechanical sensors. Microsystem Technologies, Vol. 3, Nr. 2. (1997) 64-67
- [LOV34] A. E. H. Love: A treatise on the mathematical theory of elasticity. Cambridge

- University press. (IT\ICCU\VEA\0076258). (1934)
- [MAA99] H. Maaß: Untersuchung einer Methode zur nichtinvasiven Messung von Steifigkeitskoeffizienten an lebendem Gewebe mit multimodalen bildgebenden Verfahren. Wissenschaftliche Berichte des Forschungszentrums Karlsruhe. Technische Universität Karlsruhe. Dissertation. (1999)
- [MAC01] Scott M. Macrae, Ronald R. Krueger, Raymond A. Applegate (Editors): Customized Corneal Ablation: The Quest for Supervision. Slack Incorporated, Thorofare, NJ, USA. (2001)
- [MAR06] T. Martin: Konzeption, Aufbau und experimentelle Erprobung eines Aktormoduls zur Verformung einer elastischen Linse variabler Fokusslänge. Diplomarbeit AIA TU Karlsruhe. (2006)
- [MAT02] F. U. Mathiak: Die Methode der finiten Elemente (FEM). Einführung und Grundlagen. Fachhochschule Neubrandenburg Prof. Dr.-Ing. Friedrich U. Mathiak. Fachbereich: Bauingenieur- und Vermessungswesen. (2002)
- [MAT99] The MathWorks Inc., Natick, Mass.: MATLAB – The Language of Technical Computing. MATLAB Dokumentation. (1999)
- [MCI07] P. Macioce: Viscoelastic Damping. [http://en.wikipedia.org/wiki/Dynamic\\_modulus](http://en.wikipedia.org/wiki/Dynamic_modulus). Stand 13/03/2007.
- [MOH92] U. Mohr-Matuschek: Auslegung von Kunststoff und Elastomerformteilen mittels Finite-Elemente Simulationen. VDI Verlag Düsseldorf. Fortschrittsberichte, Reihe 20: Rechnerunterstützte Verfahren, Nr. 68. Dissertation. (1992)
- [MOO40] M. Mooney: A theory of elastic deformations. Journal of Applied Physics, Vol. 11. (1940) 582-92
- [MSC00] MSC Software: Nonlinear Finite Element Analysis: Technical Paper. (2000)
- [NOL76] R. J. Noll: Zernike Polynomials and Atmospheric Turbulence. J. Opt. Soc. Am. Vol. 66, Nr. 3. (1976) 207-211
- [NOL99] J. Nolting, A. Ott: Die Bestimmung mechanischer Eigenschaften von Weichlinsen. Die Kontaktlinse, Vol. 12. (1999) 11-18
- [OGD84] R. W. Ogden: Non-Linear Elastic Deformations. Dover Publications, Inc., Mineola, New York. (1984)
- [PAT85] Offenlegungsschrift des Deutschen Patentamtes. Patent DE 34 24 068. Anmelder: Canon K.K., Tokyo, Japan. Erfinder: Imataki, Hiroyuki et al. (1985)
- [PAT89] U.S: Patent Documents. United States Patent 4,802,746. Anmelder: Canon K.K., Tokyo, Japan. Erfinder: Takeshi Baba et al. (1989)
- [PAT89b] Offenlegungsschrift des Deutschen Patentamtes. Patent DE 36 44 225 C2. Anmelder: Canon K.K., Tokyo, Japan. Erfinder: Nushibiki, Nobuo et al. (1989)
- [PAT89c] U.S: Patent Documents. United States Patent 4,859,041. Anmelder: Canon K.K., Tokyo, Japan. Erfinder: Shigeyuki Suda (1989)



- [PAT06] Patentanmeldung eingereicht beim Europäischen Patentamt. Patent EP 19 19 360 A1. „Künstliches Akkommodationssystem“. Anmelder: Forschungszentrum Karlsruhe GmbH. (2006)
- [PIE04] P. A. Piers et al.: Adaptive Optics Simulation of Intraocular Lenses with Modified Spherical Aberration. IOVS, Vol. 45, Nr.12. (2004) 4601-4610
- [PLA01] B. C. Platt, Roland Shack: History and Principles of Shack-Hartmann Wavefront Sensing. Journal of Refractive Surgery, Vol. 17. (2001).
- [POL05] Polytec Polymere Technologien: Silikone. Für die Medizintechnik, Optik, Luft- und Raumfahrt. 6. Auflage. (2005)
- [POR01] J. Porter, A. Guirao, I. G. Cox, D. R. Williams: Monochromatic aberrations of the human eye in a large population. J. Opt. Soc. Am. A., Vol. 18, Nr. 8. (2001) 1793-1803
- [PRE92] W.H. Press et al.: Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing. 2nd Edition. Cambridge University Press. (1992)
- [RIV48] R.S. Rivlin: Large elastic deformations of isotropic materials. I. Fundamental concepts. Philosophical Transactions of the Royal Society of London/Series A, Vol. 240. (1948) 459-90
- [RÜC06] W. Rückert: Improvement of the Properties of a variable Focus elastic Lens by Finite Element Optimization. IEEE Leos Summer Topicals 2006. Quebec, Kanada. (2006)
- [SAL99] T. O. Salmon, O. D.: Corneal Contribution to the Wavefront Aberration of the Eye. Ph. D. Thesis, Indiana University. (1999).
- [SCH06] H. Schneider et al.: Changes of the accommodative amplitude and the anterior chamber depth after implantation of an accommodative intraocular lens. Graefes' Archive for Clinical and Experimental Ophthalmology. Vol. 244, Nr. 3. (2006) 322-329
- [SCM92] H. Schmiedel: Handbuch der Kunststoffprüfung. Carl Hanser Verlag, München, Wien. (1992)
- [SEI57] P. L. von Seidel: Ueber die Theorie der Fehler, mit welchen die durch optische Instrumente gesehene Bilder, behaftet sind, und über die mathematischen Bedingungen ihrer Aufhebung. Abhandlungen der naturwissenschaftlich-technischen Commission bei der Königl. Bayerischen Akademie der Wissenschaften in München, Nr. 1. (1857) 227-267
- [SHE06] X. Shen: Validierung des simulierten Verformungsverhaltens einer elastischen Linse variabler Fokusslänge. Diplomarbeit, AIA, TU Karlsruhe. (2006)
- [SMI98] G. H. Smith: Practical Computer-Aided Lens Design. Willmann-Bell, Richmond, Virginia. (1998)
- [SULL03] S. O'Sullivan, R. Nagle et al.: Elastomer Rubbers as deflection elements in pressure sensors: investigation of properties using a custom designed programmable elastomer test rig. J. Phys. D: Appl. Phys. Vol. 36. (2003) 1910-1916

- [SZA58] I. Szabó: Höhere Technische Mechanik. Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg. (1958)
- [SZA59] I. Szabó: Einführung in die Technische Mechanik. Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg. (1959)
- [TAM83] C. Tam, G. D. W. Lewis et al.: Diffraction analysis of rotationally symmetric optical systems using computer-generated aberration polynomials. Applied Optics, Vol. 22, Nr. 8. (1983) 1182-1187
- [TOM90] A. Tomanek: Silicone und Technik. Hrsg: Wacker-Chemie GmbH, München. Hanser, Wien. (1990)
- [TRE75] L. R. G. Treloar: The physics of rubber elasticity. Clarendon Press, Oxford. (1975)
- [VIE05] M. Viereck: Simulation und Optimierung des Verformungsverhaltens einer neuartigen elastischen Linse variabler Fokusslänge. Diplomarbeit AIA TU Karlsruhe. (2005)
- [WAC00] Wacker Chemie GmbH, Geschäftsbereich Silicone: Wacker RTV-2 Siliconkautschuk Verarbeitung. (2000)
- [WAC00b] Wacker Silicones: RTV2 Silikonkautschuke. Klebstoffe, Schäume, Vergussmassen. (2000)
- [WAC02] Wacker Chemie GmbH, Geschäftsbereich Silicone: Wacker Siliconöle AK. (2002)
- [WAC03] Wacker Chemie GmbH, Geschäftsbereich Silicone: Die Typen und Eigenschaften von Elastosil® LR Flüssigsilikonkautschuk. (2003)
- [WAC03b] Wacker Chemie GmbH, Geschäftsbereich Silicone: Die Verarbeitung von Elastosil® LR Flüssigsilikonkautschuk. (2003)
- [WAC04] Wacker Chemie GmbH, Geschäftsbereich Silicone Datenblatt: Wacker Katalysator EP / Inhibitor PT 88. (2004)
- [WAC04b] Wacker Chemie GmbH, Geschäftsbereich Silicone Datenblatt: LR3003. (2004)
- [WAC04c] Wacker Chemie GmbH, Geschäftsbereich Silicone Datenblatt: RT604.(2004)
- [WAC04d] Wacker Chemie GmbH, Geschäftsbereich Silicone Datenblatt: LR7665. (2004)
- [wac07] www.wacker.de. Stand 12/06/2007
- [WIS05] M. Wissler, E. Mazza: Modeling of a pre-strained circular actuator made of dielectric elastomers. Sensors and Actuators A 120. (2005) 184-192
- [WIS05b] X. Q. Zhang, M. Wissler, Ch. Loewe, S. Michel and B. Jaehne: A comparison between silicone and acrylic actuators. Sensors&Actuators, Paper in Review.
- [WYA92] J. C. Wyant, K. Creath: Basic Wavefront Aberration Theory for Optical Metrology. Applied Optics and Optical Engineering, Vol. XI. Academic Press, Inc. (1992).
- [YEO90] Yeoh O. H.: Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates Rubber Chem. Technol. Vol. 63. (1990) 792–805

- 
- [YUE05] L. Yue: Optimierung des Verformungsverhaltens einer elastischen Linse unter Druckrandbedingungen unter Einbezug von Varianzuntersuchungen. Diplomarbeit, AIA, TU Karlsruhe. (2005)
- [ZEI00] Carl Zeiss AG (Herausgeber): Handbuch für Augenoptik. 4. Auflage. C. Maurer Druck+Verlag, Geislingen/ Steige. (2000)
- [ZEM04] ZEMAX® Optical Design Programm. Users Guide. (2004)



## 7 Anhang

### A Tabellen

A-a	k	Brechkraft
0.000	0.052	15.821
0.120	0.046	17.771
0.240	0.041	19.845
0.360	0.037	21.988
0.480	0.034	24.251
0.600	0.031	26.657
0.720	0.028	29.080
0.840	0.026	31.686
0.960	0.024	34.360
1.080	0.022	37.113
1.200	0.021	39.985

Tab. A1: Für das analytische mechanische Modell berechnete Werte von k in Abhängigkeit der Randverschiebung sowie die äquivalente Brechkraft (n=1,41).

<b>Zweikoordinatentisch HS8-GP (X-Y-Achse)</b>	
Bewegungsbereich:	205 x 205 mm <sup>2</sup>
Positioniergenauigkeit:	< 2 µm
Auflösung:	1 µm
Geschwindigkeit:	3-300 mm/s
Max. Beschleunigung:	> 1g
Nennkraft:	60 N
Maximal Kraft:	180 N
<b>Z- / Rotationsachse</b>	
Verfahrweg:	70 mm
Positioniergenauigkeit:	< 2 µm
Traglast:	2000 g
Drehbereich:	360°
Auflösung:	1/1000°

Tab. A2: Kenndaten des Zweikoordinatentischs LPKF HS. [Fa. LPKF CAD/CAM Systeme]

Monolithische Linse							Referenzsphären			Beulen
Druck [bar]	u(a) [mm]	Mittendicke [mm]	Verformungsenergie [J]	Gewichtete Standardabweichung [ $\mu\text{m}$ ]	Effektive Brechkraft [dpt]	RMS Spot Radius [ $\mu\text{m}$ ]	Effektive Brechkraft [dpt]	RMS Spot Radius [ $\mu\text{m}$ ]	Mittendicke [mm]	Grenzspannung $p_{\text{krit}}$ [bar]
0.00	0.00	8.82	0.000	0.00	15.8	54.9	15.8	54.8	8.82	2.06
0.18	0.24	9.15	0.002	0.74	16.6	131.5	16.6	60.2	9.15	2.24
0.36	0.45	9.46	0.005	1.79	17.4	222.6				2.43
0.54	0.65	9.76	0.010	3.24	18.2	324.2	18.2	71.6	9.76	2.61
0.72	0.84	10.04	0.016	4.60	19.1	432.2				2.79
0.90	1.01	10.31	0.022	6.87	20.0	541.9	20.0	85.1	10.31	2.98
1.08	1.17	10.56	0.029	8.71	21.0	649.1				3.16
1.26	1.32	10.81	0.037	10.68	22.0	750.2	22.0	101.2	10.81	3.35
1.44	1.47	11.05	0.045	14.22	23.1	843.4				3.54
1.62	1.60	11.28	0.054	16.58	24.2	926.9	24.2	119.9	11.28	3.74
1.80	1.73	11.50	0.063	18.97	25.3	1000.4				3.93
1.98	1.85	11.71	0.072	21.38	26.4	1063.9	26.4	140.7	11.71	4.12
2.16	1.97	11.92	0.082	26.30	27.6	1118.1				4.32
2.34	2.08	12.12	0.092	28.83	28.7	1163.8	28.7	163.1	12.12	4.52
2.52	2.19	12.32	0.102	31.28	29.9	1201.8				4.72
2.70	2.29	12.51	0.112	33.63	31.0	1233.1	31.0	186.4	12.51	4.92

Tab. A3: Berechnete Kenndaten der monolithischen Linse.

Linse $L_{\text{rad}}$							Referenzsphären			Beulen
Druck [bar]	u(a) [mm]	Mittendicke [mm]	Verformungsenergie [J]	Gewichtete Standardabweichung [ $\mu\text{m}$ ]	Effektive Brechkraft [dpt]	RMS Spot Radius [ $\mu\text{m}$ ]	Effektive Brechkraft [dpt]	RMS Spot Radius [ $\mu\text{m}$ ]	Mittendicke [mm]	Grenzspannung $p_{\text{krit}}$ [bar]
0.00	0.00	8.82	0.000	0.00	15.8	54.9	15.8	54.8	8.82	2.06
0.10	0.12	9.01	0.000	0.16	16.7	46.7	17.6	67.1	9.17	2.16
0.20	0.24	9.19	0.001	0.35	17.6	41.8				2.26
0.30	0.36	9.38	0.001	0.51	18.5	40.3	19.4	80.7	9.51	2.36
0.40	0.47	9.56	0.001	0.68	19.4	41.6				2.46
0.50	0.58	9.74	0.002	0.90	20.3	45	21.2	95.9	9.85	2.57
0.60	0.70	9.92	0.002	1.08	21.2	49.8				2.68
0.70	0.81	10.10	0.003	1.27	22.2	55.6	23.2	113	10.18	2.80
0.80	0.91	10.28	0.004	1.53	23.2	62.1				2.92
0.90	1.02	10.46	0.004	1.75	24.2	69.3	25.2	132.2	10.51	3.04
1.00	1.13	10.63	0.005	1.99	25.2	76.9				3.17
1.10	1.24	10.81	0.006	2.24	26.3	85	27.4	153.9	10.83	3.30
1.20	1.34	10.99	0.007	2.57	27.4	93.3				3.44
1.30	1.45	11.17	0.008	2.85	28.6	101.9	29.8	178.5	11.16	3.58
1.40	1.55	11.35	0.009	3.16	29.8	110.7				3.73
1.50	1.65	11.54	0.010	3.47	31.0	119.5	31.0	192	11.32	3.89

Tab. A4: Berechnete Kenndaten der Linse  $L_{\text{rad}}$ .

Linse $L_{ax}$							Referenzsphären			Beulen
Druck [bar]	u(a) [mm]	Mittendicke [mm]	Verformungsenergie [J]	Gewichtete Standardabweichung [ $\mu\text{m}$ ]	Effektive Brechkraft [dpt]	RMS Spot Radius [ $\mu\text{m}$ ]	Effektive Brechkraft [dpt]	RMS Spot Radius [ $\mu\text{m}$ ]	Mittendicke [mm]	Grenzspannung $p_{krit}$ [bar]
0.00	0.00	8.82	0.000	0.00	15.8	54.9	15.8	54.8	8.82	2.06
0.10	0.10	8.99	0.000	0.31	16.5	43.8				2.15
0.20	0.20	9.17	0.001	0.62	17.3	36.4	17.3	65.1	9.19	2.24
0.30	0.30	9.34	0.003	0.87	18.1	33.2				2.33
0.40	0.40	9.51	0.004	1.08	18.8	33.7	18.8	76.4	9.56	2.42
0.50	0.49	9.68	0.006	1.29	19.6	37.4				2.51
0.60	0.58	9.85	0.009	1.42	20.4	43.5	20.4	88.6	9.92	2.61
0.70	0.67	10.02	0.011	1.51	21.2	51.5				2.70
0.80	0.76	10.18	0.014	1.59	22.0	61.2	22.0	102	10.28	2.80
0.90	0.84	10.34	0.018	1.62	22.8	72.6				2.90
1.00	0.93	10.51	0.021	1.64	23.7	85.3	23.7	116.7	10.63	3.01
1.10	1.01	10.67	0.025	1.67	24.5	99.2				3.11
1.20	1.09	10.83	0.029	1.72	25.4	114	25.4	133.1	10.99	3.22
1.30	1.17	10.99	0.033	1.83	26.4	129.7				3.33
1.40	1.25	11.16	0.038	2.00	27.3	145.8	27.3	151.3	11.35	3.45
1.50	1.33	11.32	0.043	2.22	28.3	162.3				3.57
1.60	1.41	11.48	0.048	2.50	29.3	178.9	29.3	169.9	11.72	3.69
1.70	1.49	11.64	0.053	2.81	30.3	195.6				3.81
1.80	1.57	11.81	0.059	3.27	31.4	211.9	31.4	191.6	12.09	3.94

Tab. A5: Berechnete Kenndaten der Linse  $L_{ax}$ .

$L_{restr}$							Referenzsphären			Beulen
Druck [bar]	u(a) [mm]	Mittendicke [mm]	Verformungsenergie [J]	Gewichtete Standardabweichung [ $\mu\text{m}$ ]	Effektive Brechkraft [dpt]	RMS Spot Radius [ $\mu\text{m}$ ]	Effektive Brechkraft [dpt]	RMS Spot Radius [ $\mu\text{m}$ ]	Mittendicke [mm]	Grenzspannung $p_{krit}$ [bar]
0.00	0.00	8.82	0.000	0.00	15.8	54.9	15.8	54.8	8.82	2.06
0.10	0.11	9.01	0.001	0.75	16.5	28	16.5	59.7	9.01	2.16
0.20	0.22	9.20	0.001	1.48	17.3	20.9				2.25
0.30	0.33	9.38	0.003	2.09	18.0	33.3	18.0	69.9	9.38	2.35
0.40	0.43	9.56	0.005	2.59	18.7	47.4				2.45
0.50	0.54	9.74	0.007	3.05	19.4	59.9	19.4	80.8	9.74	2.55
0.60	0.64	9.92	0.010	3.32	20.2	71.1				2.66
0.70	0.73	10.10	0.012	3.46	20.9	82.8	20.9	92.6	10.10	2.76
0.80	0.83	10.27	0.016	3.48	21.7	96.1				2.87
0.90	0.93	10.44	0.019	3.36	22.4	112.1	22.4	105.6	10.44	2.98
1.00	1.02	10.61	0.023	3.14	23.2	131.2				3.10
1.10	1.11	10.78	0.027	2.87	24.1	153.3	24.1	119.9	10.78	3.22
1.20	1.21	10.95	0.032	2.73	24.9	178				3.34
1.30	1.30	11.12	0.037	2.80	25.8	204.8	25.8	136	11.12	3.46
1.40	1.39	11.29	0.042	3.22	26.7	233.2				3.59
1.50	1.47	11.45	0.047	3.98	27.7	262.4	27.7	154.1	11.45	3.72
1.60	1.56	11.62	0.053	5.00	28.6	291.9				3.85
1.70	1.65	11.79	0.058	6.96	29.7	320.7	29.7	174.6	11.79	3.99
1.80	1.73	11.95	0.064	8.33	30.7	349.2				4.14
1.90	1.82	12.12	0.071	9.78	31.9	376.7	30.7	185.9	11.95	4.29

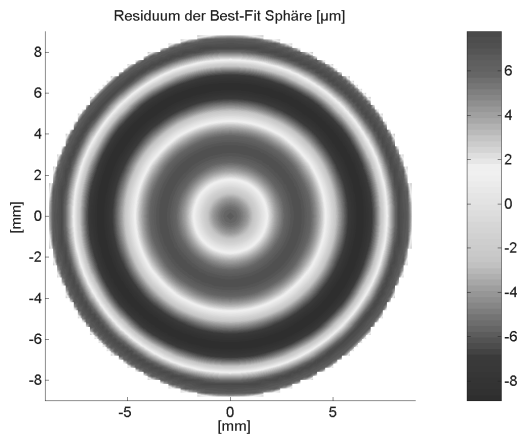
Tab. A6: Berechnete Kenndaten der Linse  $L_{restr}$ .

L <sub>restr</sub> in Führung									Beulen
Druck [bar]	u(a) [mm]	Mitten- dicke [mm]	Verformungs- energie [J]	Gewichtete Standard- abweichung [μm]	Effektive Brechkraft [dpt]	RMS Spot Radius [μm]	Effektive Brechkraft (15,6mm) [dpt]	RMS Spot Radius (15,6mm) [μm]	Grenz- spannung p <sub>krit</sub> [bar]
0.00	0.00	0.00	0.000	0.00	15.8	54.9	15.8	54.9	0.34
0.05	0.05	8.89	0.000	0.39	16.1	26.4	16.7	37.9	2.10
0.15	0.14	9.04	0.000	1.20	16.7	30.7	17.4	8.3	2.18
0.25	0.23	9.20	0.001	2.15	17.2	79.1	20.6	147.1	2.25
0.35	0.31	9.35	0.002	2.96	17.8	122.1	21.5	170	2.33
0.45	0.40	9.50	0.003	3.72	18.5	158.3	22.5	186.8	2.42
0.55	0.48	9.66	0.005	4.79	19.2	186.8	23.7	197.9	2.50
0.65	0.56	9.82	0.006	5.44	19.9	206.5	25.0	204.2	2.59
0.75	0.64	9.99	0.008	6.01	20.8	218.3	26.4	206.8	2.68
0.85	0.71	10.16	0.010	7.02	21.8	222.8	28.1	208.3	2.77
0.95	0.78	10.33	0.013	7.52	22.9	221.7	29.8	209.7	2.87
1.05	0.85	10.51	0.015	8.02	24.1	215.8	31.6	212.4	2.97
1.15	0.92	10.70	0.018	8.65	25.5	212.1	33.5	218.1	3.07
1.25	0.98	10.88	0.020	10.04	26.8	209.5	35.5	223.9	3.18
1.35	1.05	11.07	0.023	10.95	28.2	211.1	37.5	230.2	3.29
1.45	1.12	11.26	0.027	12.08	29.6	216.5	39.3	230.5	3.40

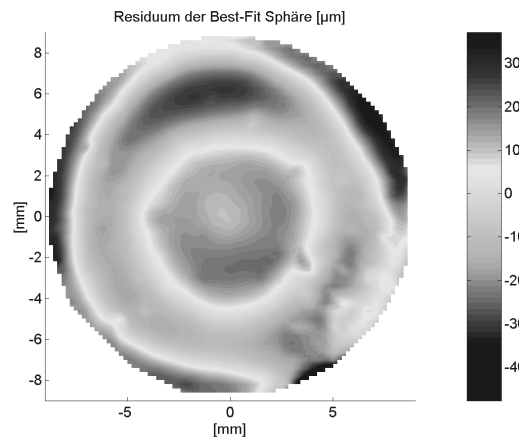
Tab. A7: Berechnete Kenndaten der Linse L<sub>restr</sub> in der Führung.



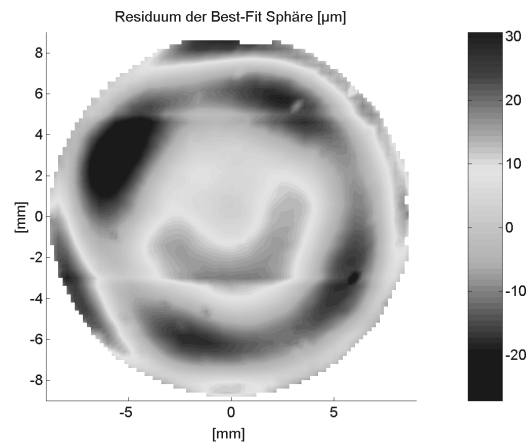
## B Geometrievermessung von Labormustern



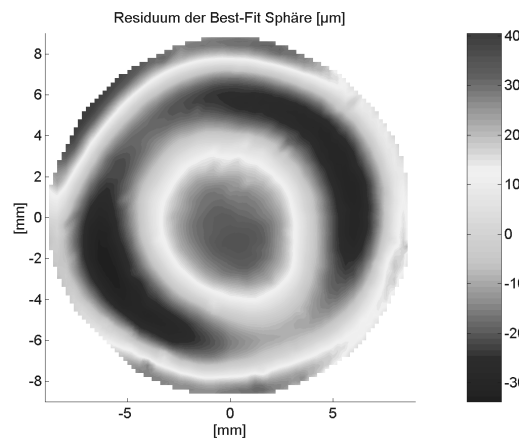
Linse  $L_{\text{restr}}$  im Spannrahmen. Ergebnisse aus der FEM Simulation.



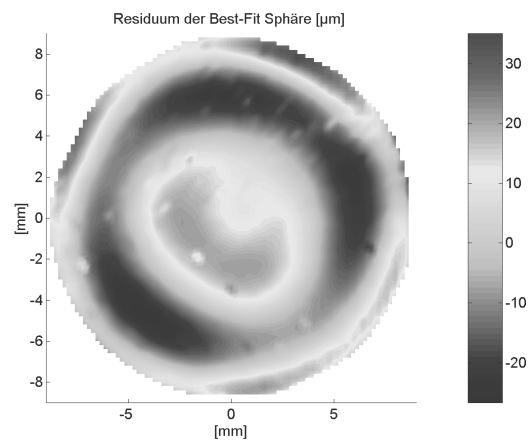
070606\_vs\_10mms



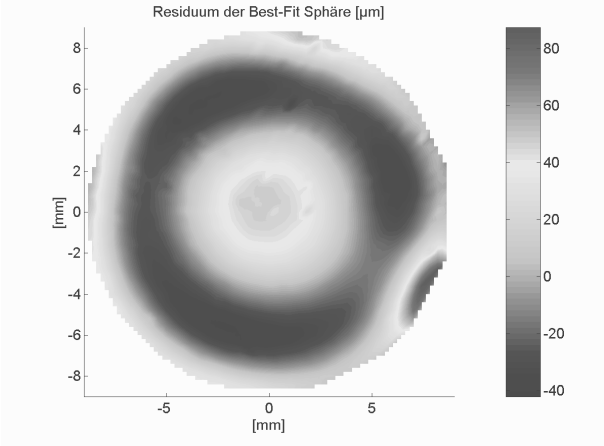
070606\_rs\_1mms



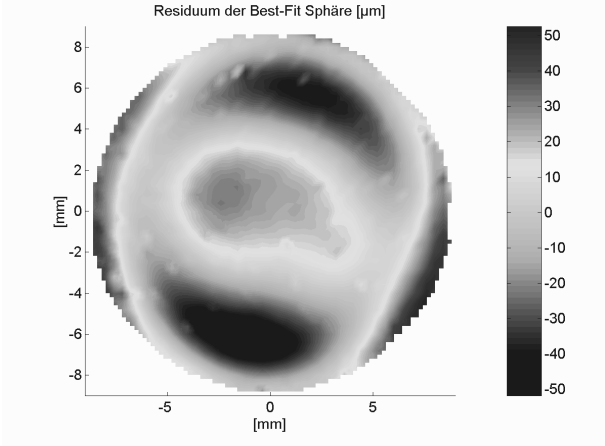
020606\_vs\_5mms



020606\_rs\_5mms



060606\_vs\_5mm



060606\_rs\_5mm

## C Kurven zum Zeitstandversuch von Silikongummi LR7665

Vermessen wurden zwei Proben, die in der Härte dem Mantelmaterial bzw. dem Kernmaterial der elastischen Linse  $L_{\text{restr}}$  entsprechen. Für beide Härtegrade wurden Zeitstandversuche mit zeitlich konstanten Stauchungen von 4 % und 14 % durchgeführt. Die Werte entsprechen den Stauchungen, die auch bei der Deformation der elastischen Linse auftreten (mittlere und maximale Stauchung). Die Belastung wurde sprunghaft (sehr schnelle Belastung,  $\ll 1\text{sec.}$ ) auf die Proben aufgebracht. Es liegt, wie in den Abbildungen unten zusehen ist, bei den untersuchten Proben ein Prozess vor, der nach einer Zeit  $t_\infty$  in eine konstante Spannung übergeht. Da gestaucht wird, haben die Kräfte negative Vorzeichen.

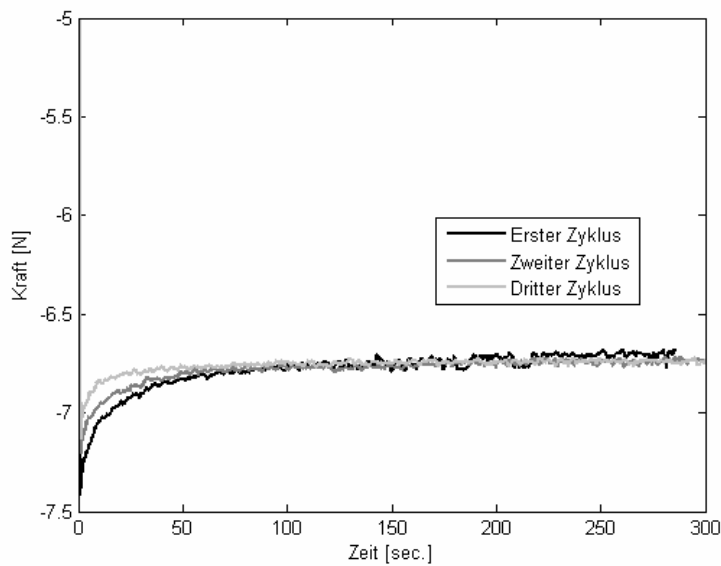


Abb. C.1: Härteres Material, 4 % Stauchung.

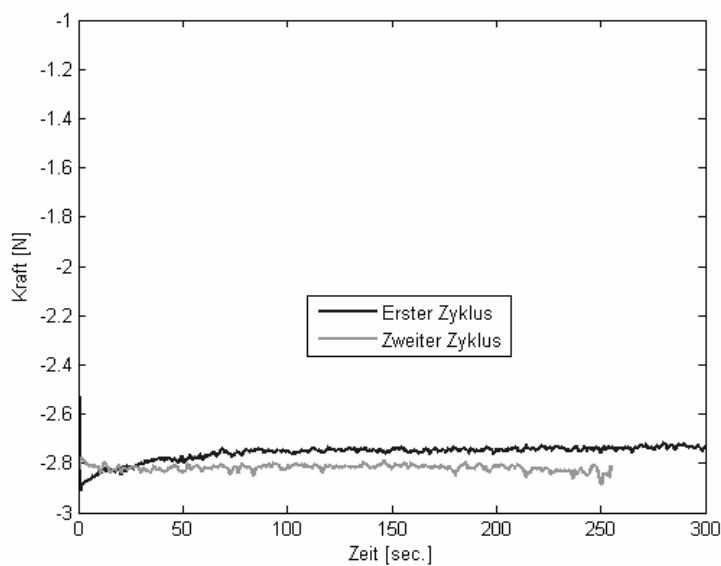


Abb. C.2: Weicheres Material, 4 % Stauchung.

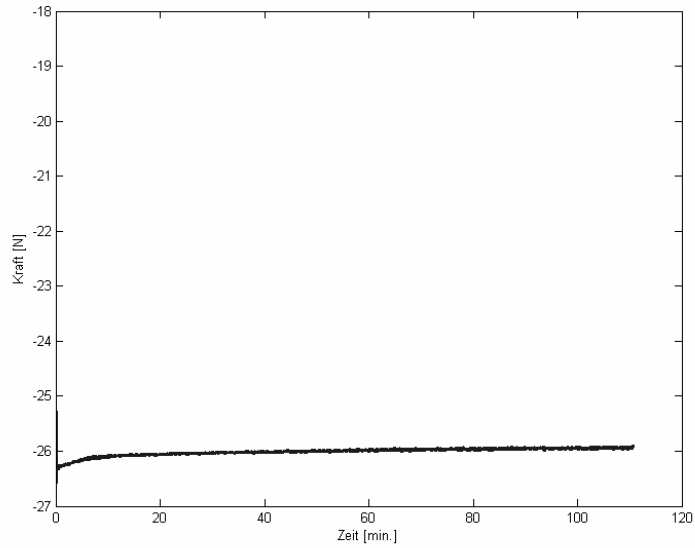


Abb. C.3: Hartes Material, Langzeitkriechtest bei 14 % Stauchung.

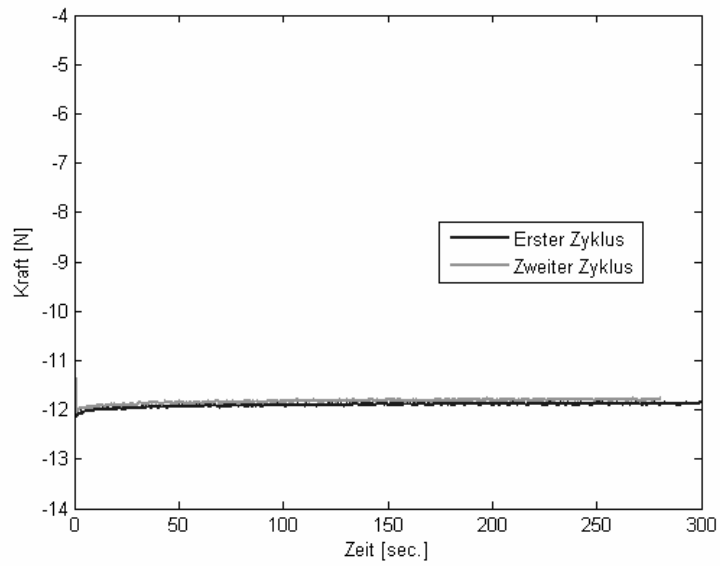


Abb. C.4: Weiches Material, 14 % Stauchung,.

## D Programmiertechnik

Folgende Tabelle enthält die wesentlichen Skripte bzw. Funktionen, die im Rahmen der Arbeit erstellt wurden. Das Symbol „\$“ steht für eine Versionsnummer des Codes.

Name	Funktion	Codezeilen	Programm	In Abschnitt
spherefit\$	Parameteridentifikation für eine Kugelgeometrie in 2D oder 3D	174	Matlab®	2.2.2
Punkte2Zernike2D	Parameteridentifikation für 2D Geometriedaten	117	Matlab®	2.2.3, 3.4.1
Punkte2Zernike3D	Parameteridentifikation für 2D Geometriedaten	130	Matlab®	2.2.3, 3.4.1
Analyt_Brechmodul	Aufstellen der Gleichungen für das Linsenvolumen	59	Matlab®	3.2.2
Analyt_k_berechnen	Lösung der Impliziten Gleichung zur Berechnung des Kugelradius k	65	Matlab®	3.2.2
Numerisch_k_berechnen	Lösung der Impliziten Gleichung zur Berechnung des Kugelradius k, erzeugen einer Kennlinie für die perfekte elastische Linse	115	Matlab®	3.2.3
Berechnung_lam_i_Methode 1	Lösung der Differentialgleichung zur Ermittlung des Deformationszustandes für das analytische Linsenmodell	59	Matlab®	3.2.3
Berechnung_lam_i_Methode 2	Lösung der Differentialgleichung zur Ermittlung des Deformationszustandes für das analytische Linsenmodell	57	Matlab®	3.2.3
SOLVE_C10	Lösung der Differentialgleichung zur Ermittlung einer lokalen Festigkeit für das analytische Linsenmodell	58	Matlab®	3.3.4
Zemax_Knotenexp	Datenexport aus Ansys	43	ANSYS	3.4.1
read_ANS(Version)	Parameteridentifikation für Zernikepolynome	85	Matlab®	3.4.1, 2.2.3
Zernike2Punkte3D	Erzeugen einer Kontrollgeometrie	64	Matlab®	3.4.1, 2.2.3
Design_zernike	Aufbau der Zernikepolynome bis	76	Matlab®	3.4.1,

	zur gewünschten Ordnung nach Formel			2.2.3
MCM_maker(Version) (MATLAB)	Import von Zernikepolynomen in ZEMAX	74	Matlab®	3.4.1
Input_Linse\$	Modellierung der elastischen Linse; Berechnung von Krümmungsradius, Randverschiebung, Verformungsenergie; Formtreue; Datenexport in Textdateien	585	ANSYS	3.4.1, 3.7.3, 3.4.1
_main_start	Aufrufen der notwendigen Prozesse für eine Optimierung	21	ANSYS	3.7.3
_opt_linse\$	Initialisierung eines Optimierungszyklus	25	ANSYS	3.7.3
Krümmung_hom	Ermittlung der Krümmung der Monolithischen Linse	102	Matlab®	3.5.3
Mooney_Rivlin_ident	Parameteridentifikation für Mooney-Rivlin Materialmodell	103	Matlab®	4.2.2
auswertung2	Auswertung der Textdateien mit Daten aus dem Materialtest	144	Matlab®	4.2.2
GUI_control	Auswertung von Geometrievermessungen	354	Matlab®	4.2.6

## E Rechnungen – Brechmodul

Aus dem totalen Differential des Volumens (Abschnitt 3.2.1) wird folgender Ausdruck hergeleitet ([BRO96]).

$$\frac{d\kappa}{d\alpha} = - \frac{\frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \alpha}}{\frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \kappa}} \quad (\text{E.1})$$

Die Krümmungsänderung ist demnach von der Wahl der Ausgangsgeometrie abhängig.

Erste Teilrechnung

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \alpha} &= \frac{\partial \left[ 2\pi \left( \frac{2}{3} \kappa^3 - \kappa^2 \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2} + \frac{1}{3} \sqrt{(\kappa^2 - \alpha^2)^3} + \frac{1}{2} \alpha^2 \zeta \right) \right]}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \alpha} &= 2\pi\alpha \left[ \frac{\alpha^2 + \zeta \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}}{\sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}} \right] \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Zweite Teilrechnung

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \kappa} &= 2\pi \frac{\partial \left[ \left( \frac{2}{3} \kappa^3 - \kappa^2 \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2} + \frac{1}{3} \sqrt{(\kappa^2 - \alpha^2)^3} + \frac{1}{2} \alpha^2 \zeta \right) \right]}{\partial \kappa} \\ \frac{\partial V_{\kappa\alpha\zeta}}{\partial \kappa} &= 2\pi \left[ -\kappa (\kappa^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} - \kappa^3 (\kappa^2 - \alpha^2)^{-\frac{1}{2}} + 2\kappa^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

Einsetzen der Teilrechnungen (E.2) und (E.3) in (E.1) und umrechnen

$$\begin{aligned} \frac{d\kappa}{d\alpha} &= - \frac{2\pi\alpha \left[ \frac{\alpha^2 + \zeta \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}}{\sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}} \right]}{2\pi \left[ -\kappa (\kappa^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}} - \kappa^3 (\kappa^2 - \alpha^2)^{-\frac{1}{2}} + 2\kappa^2 \right]} \\ \frac{d\kappa}{d\alpha} &= \alpha \frac{\alpha^2 + \zeta \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}}{\kappa (\kappa^2 - \alpha^2) + \kappa^3 - 2\kappa^2 (\kappa^2 - \alpha^2)^{\frac{1}{2}}} \\ \frac{d\kappa}{d\alpha} &= \alpha^3 \frac{1 + \frac{\zeta}{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 - 1}}{2\kappa^3 - \kappa\alpha^2 - 2\kappa^2 \sqrt{\kappa^2 - \alpha^2}} \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

Normieren von (E.4) mit  $\alpha^3$

$$\frac{d\kappa}{d\alpha} = \frac{1 + \frac{\zeta}{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 - 1}}{2\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^3 - 2\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 - 1} - \left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)}$$

$$\frac{d\kappa}{d\alpha} = \frac{1 + \frac{\zeta}{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 - 1}}{2\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 - 1}}\right) - \frac{\kappa}{\alpha}}$$
(E.5)

Die Taylorreihenentwicklung von  $\sqrt{x}$  mit Arbeitspunkt 1 ( $|x| < 1$ ) kann für eine Linearisierung genutzt werden ([BRO96])

$$\sqrt{1+x} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n-2)!}{n! (n-1)! 2^{2n-1}} x^n$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{16}x^3 - \frac{5}{128}x^4 + \dots$$

$$x = -\frac{1}{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2}$$

(E.6)

Die Bedingung  $|x| < 1$  ist immer erfüllt. Linearisierung des Brechmoduls (E.5) mit Hilfe der Taylorreihenentwicklung (E.6).

$$\frac{d\kappa}{d\alpha} \approx \frac{1 + \frac{\zeta}{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 - 1}}{\frac{1}{4\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)} + \frac{1}{8\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^3}} = \frac{1 + \frac{\zeta}{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 - 1}}{4\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right) \left(1 + \frac{1}{2\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2}\right)} = 4\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right) \frac{1 + \frac{\zeta}{\alpha} \sqrt{\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2 - 1}}{\left(1 + \frac{1}{2\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)^2}\right)}$$

$$\frac{d\kappa}{d\alpha} = 4\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right) \left[1 + \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)\left(\frac{\kappa}{\alpha}\right)\right], \quad \left(\frac{\kappa}{\alpha}\right) \gg 1$$

Ein Zusammenhang zwischen Krümmungsänderung und Brechkraftänderung ergibt sich aus der Linsenschleiferformel

$$K = 2\Delta n_t \frac{1}{D}$$



$$K = 2\Delta n_t \frac{1}{D}$$

$$K + dK = 2\Delta n_t \frac{1}{D'}$$

Subtraktion von  $K$  auf beiden Seiten

$$dK = 2\Delta n_t \left( \frac{1}{D'} - \frac{1}{D} \right)$$

Umformen

$$dK = 2\Delta n_t \left( \frac{1}{D'} - \frac{1}{D} \right) = 2\Delta n_t \left( \frac{D - D'}{D \cdot D'} \right) = -2\Delta n_t \left( \frac{dD}{D \cdot (D + dD)} \right) = -2\Delta n_t \frac{1}{D^2} \left( \frac{dD}{1 + \frac{dD}{D}} \right)$$

Durch Vernachlässigen des Ausdruckes  $dD/D$  ergibt sich der Zusammenhang zwischen der Brechkraftänderung und der Krümmungsänderung. Die Ausgangsbrechkraft geht quadratisch ein.

$$dK \approx -2\Delta n_t \frac{1}{D^2} dD$$

## F Rechnungen – Festigkeitsverlauf

Die Rechnung zeigt, dass bei den untersuchten elastischen Linsen für ein künstliches Akkommodationssystem die Festigkeit in Linsenmitte geringer ausfallen muss als am Linsenäquator. Die folgende Beziehung (Ableitung von Spannungen aus der Verzerrungsenergiefunktion) wird nach  $X_R$ , der einzigen unabhängigen Variablen, abgeleitet. Der hydrostatische Druck  $p$  kürzt sich heraus.

$$S = \frac{\partial W(\Lambda)}{\partial \Lambda} - p\Lambda^{-1}$$

$$\frac{dW}{dX_R} = \frac{dW}{d\lambda_R} \frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{dW}{d\lambda_T} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + \frac{dW}{d\lambda_Z} \frac{d\lambda_Z}{dX_R}$$

$$\frac{dW}{dX_R} = s_R \frac{d\lambda_R}{dX_R} + s_T \frac{d\lambda_T}{dX_R} + s_Z \frac{d\lambda_Z}{dX_R}$$

(F.1)

Nebenrechnung: hydrostatischer Druck

$$\frac{dW}{dX_R} = (s_R + p/\lambda_R) \frac{d\lambda_R}{dX_R} + (s_T + p/\lambda_T) \frac{d\lambda_T}{dX_R} + (s_Z + p/\lambda_Z) \frac{d\lambda_Z}{dX_R}$$

$$\frac{dW}{dX_R} = s_R \frac{d\lambda_R}{dX_R} + s_T \frac{d\lambda_T}{dX_R} + s_Z \frac{d\lambda_Z}{dX_R} + p \left[ \frac{1}{\lambda_R} \frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_T} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_Z} \frac{d\lambda_Z}{dX_R} \right]$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\lambda_R} \frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_T} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_Z} \frac{d\lambda_Z}{dX_R} &= (\lambda_T \lambda_Z) \frac{d}{dX_R} (\lambda_T \lambda_Z)^{-1} + \frac{1}{\lambda_T} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_Z} \frac{d\lambda_Z}{dX_R} \\
\frac{1}{\lambda_R} \frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_T} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_Z} \frac{d\lambda_Z}{dX_R} &= (\lambda_T \lambda_Z) \frac{d}{dX_R} (\lambda_T \lambda_Z)^{-1} + \frac{1}{\lambda_T} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_Z} \frac{d\lambda_Z}{dX_R} \\
- (\lambda_T \lambda_Z) (\lambda_T \lambda_Z)^{-2} \left( \frac{d\lambda_T}{dX_R} \lambda_Z + \frac{d\lambda_Z}{dX_R} \lambda_T \right) &+ \frac{1}{\lambda_T} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_Z} \frac{d\lambda_Z}{dX_R} \\
- (\lambda_T \lambda_Z)^{-1} \left( \frac{d\lambda_T}{dX_R} \lambda_Z + \frac{d\lambda_Z}{dX_R} \lambda_T \right) &+ \frac{1}{\lambda_T} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_Z} \frac{d\lambda_Z}{dX_R} = 0 \\
- \left( \frac{d\lambda_T}{dX_R} \frac{1}{\lambda_T} + \frac{d\lambda_Z}{dX_R} \frac{1}{\lambda_Z} \right) &+ \frac{1}{\lambda_T} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + \frac{1}{\lambda_Z} \frac{d\lambda_Z}{dX_R} = 0
\end{aligned}$$

Mit der Gleichgewichtsbedingung und (F.1)

$$\begin{aligned}
\frac{dS_R}{dX_R} + \frac{1}{X_R} (s_R - s_T) &= 0 \\
\frac{dW}{dX_R} &= s_R \left[ \frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{d\lambda_T}{dX_R} \right] + X_R \frac{ds_R}{dX_R} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + s_Z \frac{d\lambda_Z}{dX_R}
\end{aligned} \tag{F.2}$$

Aus der Definition der Verzerrungsenergiefunktion

$$\begin{aligned}
W &= C_{10} (\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3) \\
\frac{dW}{dX_R} &= d \frac{C_{10} [\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3]}{dX_R} \\
\frac{dW}{dX_R} &= \frac{dC_{10}}{dX_R} [\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3] + C_{10} \frac{d[\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3]}{dX_R}
\end{aligned} \tag{F.3}$$

Gleichsetzen von (F.2) und (F.3) und Auflösen nach dem Differential von  $C_{10}$

$$\begin{aligned}
s_R \left[ \frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{d\lambda_T}{dX_R} \right] + X_R \frac{ds_R}{dX_R} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + s_Z \frac{d\lambda_Z}{dX_R} &= \frac{dC_{10}}{dX_R} [\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3] + C_{10} \frac{d[\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3]}{dX_R} \\
\frac{dC_{10}}{dX_R} &= \frac{s_R \left[ \frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{d\lambda_T}{dX_R} \right] + X_R \frac{ds_R}{dX_R} \frac{d\lambda_T}{dX_R} + s_Z \frac{d\lambda_Z}{dX_R} - C_{10} \frac{d[\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3]}{dX_R}}{[\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3]}
\end{aligned} \tag{F.4}$$

In obiger Gleichung verbleiben drei Unbekannte:  $C_{10}$ ,  $s_R$  und  $s_Z$ . Alle Terme der Deformation  $\lambda_i$  und auch  $X_R$  sind bekannt. Um das Niveau der Verzerrungsenergie niedrig zu halten, wird vorgegeben, dass für die Konstellation der Festigkeit, die aus obigem Bereich von möglichen Festigkeitsverläufen gewählt wird stückweise gelten soll:

$$\frac{ds_R}{dX_R} = 0$$

Das bedeutet, dass die radiale Spannungskomponente stückweise konstant ist.

$$s_R = \text{const.}$$

Aus dem Verformungsprinzip geht hervor, dass die axiale Spannungskomponente Null ist

$$s_Z = 0$$

Mit diesen Vorgaben wird aus (F.4)

$$\frac{dC_{10}}{dX_R} = s_R \frac{\frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{d\lambda_T}{dX_R}}{\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3} - C_{10} \frac{d[\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3]}{dX_R} \frac{1}{\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3} \quad (\text{F.5})$$

Es werden zur Vereinfachung der Lesbarkeit folgende Ersetzungen vorgenommen.

$$\Xi(X_R) = \lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3$$

$$G(X_R) = s_R \left( \frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{d\lambda_T}{dX_R} \right)$$

Die Gleichung (F.4) wird noch einmal notiert.

$$\frac{dC_{10}(X_R)}{dX_R} = -\frac{1}{\Xi(X_R)} \frac{d\Xi(X_R)}{dX_R} C_{10}(X_R) + \frac{G(X_R)}{\Xi(X_R)} \quad (\text{F.6})$$

Die Gleichung (F.6) hat die Form einer linearen inhomogenen Differentialgleichung erster Ordnung ([BRO96]).

$$\frac{dC_{10}}{dX_R} = a(X_R) \cdot C_{10}(X_R) + b(X_R)$$

$$a = -\frac{1}{\Xi(X_R)} \frac{d\Xi(X_R)}{dX_R}$$

$$b = \frac{G(X_R)}{\Xi(X_R)}$$

Die Allgemeine Lösung für eine solche Gleichung, mit der Stammfunktion  $A$  von  $a$ , ist nach [BRO96]:

$$C_{10}(X_R) = e^{A(X_R)} \int_{X_0}^{X_R} b(t) e^{-A(t)} dt + c e^{A(X_R)}$$

$$C_{10}(X_R) = e^{A(X_R)} \left\{ \int_{X_0}^{X_R} b(t) e^{-A(t)} dt + c \right\}$$

$$A = \int a dX_R = - \int \left[ \frac{1}{\Xi(X_R)} \frac{d\Xi(X_R)}{dX_R} \right] dX_R$$

Mit der logarithmischen Ableitung nach [BRO96]

$$\ln(\Lambda(X_R)) = \frac{1}{\Lambda(X_R)} \frac{d\Lambda(X_R)}{dX_R}$$

$$A = \int a dX_R = -\ln(\Xi)$$

Es ergibt sich für den Exponentialterm.

$$e^{A(X_R)} = e^{-\int \left[ \frac{1}{\Xi(X_R)} \frac{d\Xi(X_R)}{dX_R} \right] dX_R} = e^{-\ln(\Xi)} = \frac{1}{\Xi(X_R)}$$

$$e^{-A(X_R)} = \Xi(X_R)$$

Die Teillösung der DGL (F.6) ist

$$C_{10}(X_R) = \frac{1}{\Xi(X_R)} \left\{ \int_{X_0}^{X_R} [b \cdot \Xi(X_R)] dt + c \right\} \quad (\text{F.7})$$

Einsetzen von b:

$$C_{10}(X_R) = \frac{1}{\Xi(X_R)} \left\{ \int_{X_0}^{X_R} \left[ \frac{G(t)}{\Xi(t)} \cdot \Xi \right] dt + c \right\}$$

$$C_{10}(X_R) = \frac{1}{\Xi(X_R)} \left\{ \int_{X_0}^{X_R} [G(t)] dt + c \right\}$$

Das Integral von  $G(X_R)$  wird hergeleitet.

$$\int_{X_0}^{X_R} [G(t)] dt = S_R \int_{X_0}^{X_R} \left[ \frac{d\lambda_R(t)}{dt} + \frac{d\lambda_T(t)}{dt} \right] dt = S_R [\lambda_R(X_R) + \lambda_T(X_R)]$$

Hieraus die vollständige Lösung der DGL

$$C_{10}(X_R) = \frac{S_R}{\Xi(X_R)} [\lambda_R(X_R) + \lambda_T(X_R)] \quad (\text{F.8})$$

Als Randbedingung wird der Wert für  $C_{10}(X_R=0)$  vorgegeben. Aus dem Wert errechnet sich der über  $X_R$  konstante Wert der radialen Spannung  $S_R$ .

$$C_{10}(X_R) = \frac{S_R}{\Xi(X_R)} (\lambda_R(X_R) + \lambda_T(X_R)) \Big|_{X_R=0} \Rightarrow S_R = C_{10} \Xi \frac{1}{(\lambda_R + \lambda_T)} \Big|_{X_R=0} = const.$$

Als Alternative kann auch folgender Weg über Integration der Verzerrungsenergiegedichte genommen werden, Annahmen wie oben.

$$W = C_{10} [\lambda_R^2 + \lambda_T^2 + \lambda_Z^2 - 3] = \int \frac{\partial W}{\partial X_R} dX_R = S_R \int \left[ \frac{d\lambda_R}{dX_R} + \frac{d\lambda_T}{dX_R} \right] dX_R$$

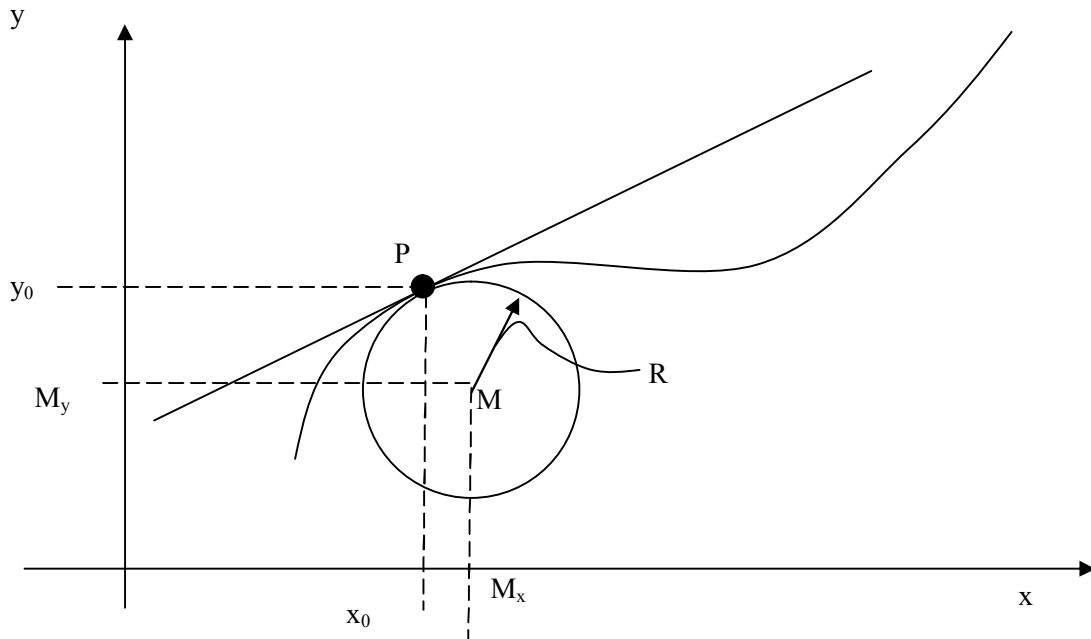
Es ergibt sich wieder die Beziehung (F.8).

## G Rechnungen – Krümmung

Die Krümmung wird zur Diskussion der Deformationseigenschaften der monolithischen Linse verwendet. Für die diskreten Geometriedaten aus der Simulation ergaben sich mit den ausgewählten Ansätzen zur Berechnung der lokalen Ableitungen gute Ergebnisse.

In [BRO96], S. 805 ff. wird eine parametrisierte Kurve betrachtet, deren lokale Krümmung über eine tangierende Sphäre berechnet wird (Methode der Differentialgeometrie)

$$x = x(t), \quad y = y(t)$$



Im vorliegenden Fall gilt

$$x = t, \quad y = y(x) \tag{G.1}$$

Die Krümmung  $1/K$  wird nach [BRO96] bestimmt nach folgenden Gleichungen.

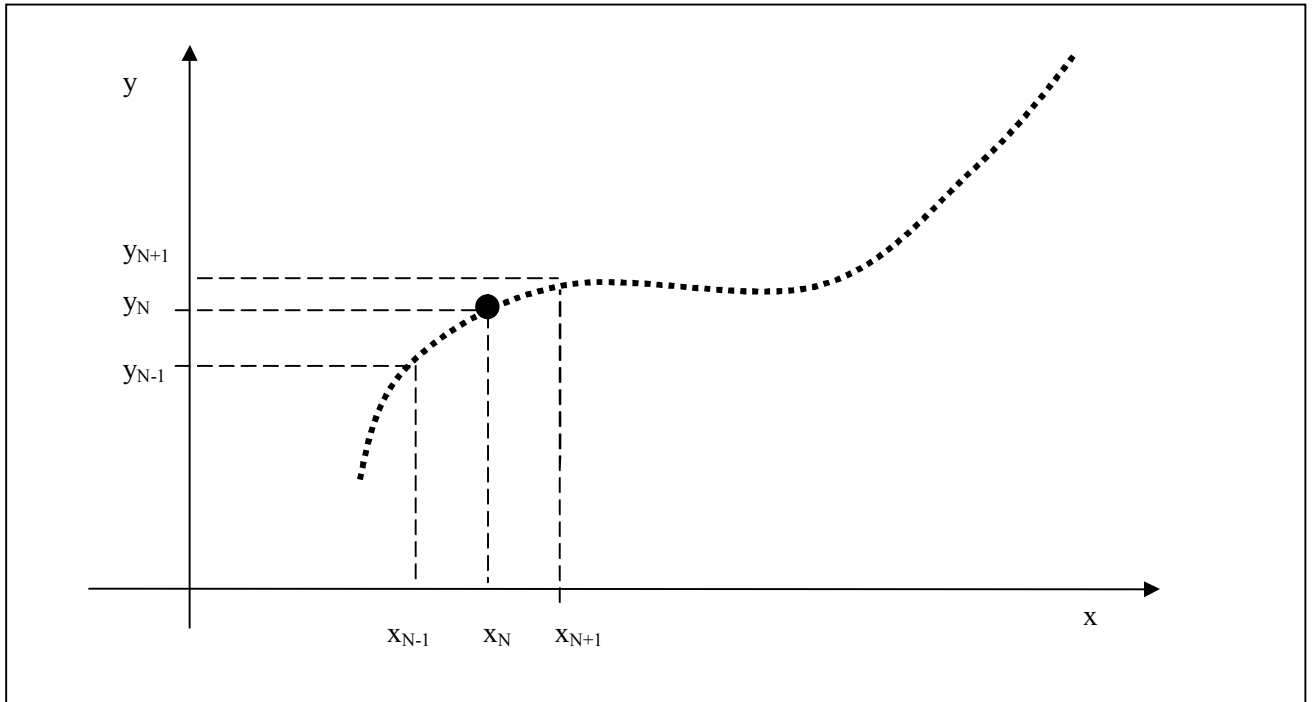
$$\left| \frac{1}{K} \right| = \frac{x'_0(t)y''_0(t) - y'_0(t)x''_0(t)}{\left[ x'_0(t)^2 + \left[ y'_0(t) \right]^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \tag{G.2}$$

Mit (G.1) wird aus (G.2)

$$\left| \frac{1}{K} \right| = \frac{y''_0(x_0)}{\left[ 1 + y'_0(x_0)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \tag{G.3}$$

Der Mittelpunkt M der angeschmiegenen Sphäre mit Radius K wird berechnet zu

$$M_x = x_0 - \frac{y'_0(x_0)(1 + y'_0(x_0)^2)}{y''_0(x_0)}, \quad M_y = y_0 + \frac{(1 + y'_0(x_0)^2)}{y''_0(x_0)} \quad (\text{G.4})$$



Da kein funktioneller Zusammenhang zwischen  $y$  und  $x$  aufgestellt wurde, müssen die erste und zweite Ableitung von  $y$  aus diskreten Werten  $x_i, y_i$  bestimmt werden. Dies kann nach [BRO96], S. 42 ff. mit verschiedenen Ansätzen, basieren auf einer Taylor-Expansion der auszuwertenden Funktion, geschehen. Siehe zur Theorie auch [FER02]. Für die erste Ableitung wurde ein Ansatz zweiter Ordnung gewählt:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_N = \frac{y_{N+1} \cdot (\Delta x_N)^2 - y_{N-1} \cdot (\Delta x_{N+1})^2 + y_N \cdot ((\Delta x_{N+1})^2 - (\Delta x_N)^2)}{(\Delta x_N) \cdot (\Delta x_{N+1}) \cdot ((\Delta x_N) + (\Delta x_{N+1}))}, \quad \Delta x_N = x_N - x_{N-1} \quad (\text{G.5})$$

Für die zweite Ableitung wurde ein Ansatz erster Ordnung mit einem Zentralsdifferenzenschema gewählt:

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_N = \frac{y_{N+1} \cdot (\Delta x_N) + y_{N-1} \cdot (\Delta x_{N+1}) - y_N \cdot ((\Delta x_{N+1}) - (\Delta x_N))}{\frac{1}{2}(\Delta x_N) \cdot (\Delta x_{N+1}) \cdot ((\Delta x_N) + (\Delta x_{N+1}))} \quad (\text{G.6})$$

Die Herleitung der zweiten Ableitung findet sich in anschaulicher Form in [BRO96], S. 50.

## H Rechnungen – Erläuterung der Querkontraktionszahl

Die Querkontraktionszahl der Cauchyschen Mechanik mit  $\nu=0,5$  stellt nur eine Annäherung an ein inkompressibles Materialverhalten dar. Zur Erläuterung diene der Zugversuch am Stab von konstantem, etwa quadratischem Durchschnitt (unverformt: Quadrat mit Kantenlänge  $A_P$ , Stablänge  $C_P$ ; verformt: Kantenlänge  $a_P$ , Stablänge  $c_P$ ). Es wird die Dehnung  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  in die drei

Raumrichtungen  $x$ ,  $y$ , und  $z$  betrachtet. Beim Zugversuch sind die Dehnungen senkrecht zur Zugrichtung vom Betrag her gleich ([SZA59]).

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_q$$

Die Dehnungen sind definiert als ([SZA59])

$$\begin{aligned}\varepsilon_q &= \frac{a_p - A_p}{A_p} \Rightarrow \frac{a_p}{A_p} = (1 + \varepsilon_q) \\ \varepsilon_z &= \frac{c_p - C_p}{C_p} \Rightarrow \frac{c_p}{C_p} = (1 + \varepsilon_z)\end{aligned}\tag{H.1}$$

Die Poissonsche Querkontraktionszahl  $\nu$  ist definiert als das Verhältnis der Dehnungen senkrecht zur Zugrichtung  $\varepsilon_q$  zu der Dehnung in Zugrichtung  $\varepsilon_z$  (vgl. [SZA59]).

$$\left| \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_z} \right| = \nu \Rightarrow \varepsilon_q = \nu \cdot \varepsilon_z\tag{H.2}$$

Das Volumen  $V$  vor Verformung beträgt

$$V = A_p^2 C_p\tag{H.3}$$

Das Volumen  $V'$  nach Verformung beträgt

$$V' = a_p^2 c_p\tag{H.4}$$

Das Verhältnis der Volumen vor und nach Verformung ergibt sich aus den Gleichungen (H.3) und (H.4)

$$\frac{V'}{V} = \left( \frac{a_p}{A_p} \right)^2 \cdot \left( \frac{c_p}{C_p} \right)\tag{H.5}$$

Mit den Gl. (H.1) und Gl. (H.2) in Gl. (H.5) ergibt sich der Zusammenhang

$$\frac{V'}{V} = (1 + \nu \cdot \varepsilon_z)^2 \cdot (1 + \varepsilon_z)$$

Werden die Ausdrücke in Klammern aufgelöst, ergibt sich

$$\frac{V'}{V} = 1 - 2 \cdot \nu \cdot \varepsilon_z + \varepsilon_z + (\nu^2 \varepsilon_z^2 - 2 \cdot \nu \cdot \varepsilon_z^2 + \nu^2 \varepsilon_z^3)\tag{H.6}$$

Wird der Ausdruck in Klammern vernachlässigt, so ergibt sich die allgemein übliche Definition für ein inkompressibles Material (keine Volumenänderung, Volumenverhältnis ist gleich 1) mit einer Poissonschen Querkontraktionszahl  $\nu=0,5$ .

$$\frac{V'}{V} = 1 - 2 \cdot \nu \cdot \varepsilon_z + \varepsilon_z = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \nu = 0,5 \quad (\text{H.7})$$

Die Gl. (H.6) lässt sich mit der Gl. (H.7) nur für kleine Verformungen annähern.



# Curriculum Vitae

## Persönliche Daten

---

Name Wolfgang  
Vorname Rückert  
Geburtsdatum, -ort: 15.03.1978, Heidelberg  
Familienstand: verheiratet, zwei Kinder  
Staatsangehörigkeit: deutsch

## Schulbildung

---

1984 - 1988 Theodor-Heuss-Grundschule, Landstuhl  
1988 - 1997 Abitur, Staatliches Gymnasium, Landstuhl

## Zivildienst

---

07/1997 - 08/1998 Krankenhaus, Landstuhl

## Hochschulausbildung

---

10/1998-03/2004 Deutsch-Französisches Doppeldiplom Maschinenbau, Technische Universität Karlsruhe  
Prix L'Oréal  
03/2006-02/2007 Intensivkurs Betriebswirtschaftslehre und betriebliches Management, Institut für Wirtschaftswissenschaftliche Forschung und Weiterbildung GmbH, FernUniversität Hagen

## Berufstätigkeit

---

11/2002 – 08/2003 Studentische Hilfskraft, Institut für Mess- und Regelungstechnik, Technische Universität Karlsruhe  
06/2004-06/2007 Doktorand, Institut für Angewandte Informatik, Forschungszentrum Karlsruhe GmbH  
seit 06/2007 Assistent des technischen Direktors, Rheinkalk GmbH

In der Arbeit wird eine elastische Linse variabler Brennweite entwickelt. Es ergibt sich aus einer analytischen Untersuchung das Konzept einer Kompositlinse mit einem weichen Kern. Über Kerngeometrie und -steifigkeit kann das Deformationsverhalten angepasst werden. Eine Finite-Elemente-Optimierung der Kernparameter minimiert die Abweichungen von der Sphärenform. Die optimierten Kompositlinsen erreichen in der Simulation auf dem ganzen abgedeckten Brechkraftbereich die optischen Eigenschaften von sphärischen Referenzlinsen.