

Frederik Beutler

Probabilistische modellbasierte  
Signalverarbeitung zur  
instantanen Lageschätzung



Frederik Beutler

**Probabilistische modellbasierte Signalverarbeitung  
zur instantanen Lageschätzung**

Karlsruhe Series on Intelligent Sensor-Actuator-Systems  
Volume 8

ISAS | Karlsruhe Institute of Technology  
Intelligent Sensor-Actuator-Systems Laboratory

*Edited by Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck*

# **Probabilistische modellbasierte Signalverarbeitung zur instantanen Lageschätzung**

von  
Frederik Beutler

Dissertation, Universität Karlsruhe (TH)  
Fakultät für Informatik, 2009

## Impressum

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
KIT Scientific Publishing  
Straße am Forum 2  
D-76131 Karlsruhe  
www.uvka.de

KIT – Universität des Landes Baden-Württemberg und nationales  
Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft



Diese Veröffentlichung ist im Internet unter folgender Creative Commons-Lizenz  
publiziert: <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/de/>

KIT Scientific Publishing 2010  
Print on Demand

ISSN 1867-3813  
ISBN 978-3-86644-442-3





# **Probabilistische modellbasierte Signalverarbeitung zur instantanen Lageschätzung**

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktors der Ingenieurwissenschaften

der Fakultät für Informatik  
der Universität Fridericiana zu Karlsruhe (TH)

**genehmigte**

**Dissertation**

von

**Frederik Beutler**

aus Mannheim

Tag der mündlichen Prüfung: 08.05.2009

Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck

Zweiter Gutachter: PD Dr.-Ing. Dietrich Fränken



## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 2003 bis 2009 am Institut für Anthropomatik der Fakultät für Informatik an der Universität Karlsruhe (TH).

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck für seine Unterstützung, konstruktive Betreuung sowie für die Bereitstellung ausgezeichneter Arbeitsbedingungen. Zudem danke ich Herrn PD. Dr.-Ing. Dietrich Fränken für die Übernahme des Korreferats und für die Begutachtung der Arbeit.

Des Weiteren möchte ich allen, die mich bei meiner Forschungstätigkeit unterstützt haben, meinen Dank aussprechen. Hierbei sei zunächst Herr Wolfgang Rihm für den Aufbau der Hardware und die netten Gespräche gedankt. Zudem möchte ich bei den übrigen Technikern Herrn Hannes Merkle, Herrn Werner Bleier und Frau Anita Oberle bedanken. Daneben gilt mein Dank an das Sekretariat bestehend aus der ehemaligen Sekretärin Frau Irmi Lenz, sowie Frau Dagmar Gambichler und Frau Renate Murr-Grobe. Sehr dankbar bin ich ebenfalls meinem ehemaligen Zimmerkollegen, Mitglied in der Task Force Telepräsenz und Freund Patrik Rößler für die vielen Diskussionen und Ratschlägen auch im Rahmen der wöchentlichen Montagstermine.

Zudem möchte ich mich bei meinen ehemaligen Arbeitskollegen und Freunden Marco Huber, Dietrich Brunn, Florian Weissel, Felix Sawo und Oliver Schrempf bedanken, sowie den übrigen ehemaligen Kollegen und Kolleginnen. Darüber hinaus gilt meinem Dank den jetzigen Kollegen und Kolleginnen am Lehrstuhl Vesa Klumpp, Marc Deisenroth, Antonia Pérez Arias, Daniel Lyons, Benjamin Noack, Achim Hekler, Henning Eberhardt, Peter Krauthausen, Marcus Baum und Evgeniya Bogatyrenko.

Den ehemaligen Mitarbeiter des Instituts für Rechnerentwurf und Fehlertoleranz Kai Kapp, Roberto Ziller, Tobias Schüle und Michael Syrjakow danke ich für die zahlreichen sinnvollen Diskussionen während des Mensaessens.

Dank gebührt auch allen Studenten, die im Rahmen von Studien- und Diplomarbeiten sowie im Rahmen von Hiwi Tätigkeiten zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen haben.

Meiner Familie gilt der größte Dank für den Rückhalt und die Unterstützung während meines Studiums und meiner Promotion.

*Karlsruhe, im Juli 2009*

*Frederik Beutler*



# Inhaltsverzeichnis

<b>Notation</b>	<b>V</b>
<b>Zusammenfassung</b>	<b>VII</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Umfeld . . . . .	1
1.2 Problemstellung . . . . .	3
1.3 Anforderungen und Ziele . . . . .	5
1.4 Anwendungsgebiete . . . . .	5
1.5 Eigener Beitrag . . . . .	6
1.6 Stand der Technik . . . . .	11
1.6.1 Zweischnittverfahren . . . . .	11
1.6.2 Direkte Verfahren . . . . .	14
1.7 Übersicht über die Arbeit . . . . .	15
<b>2 Grundlagen und verwendete Modelle</b>	<b>17</b>
2.1 Eigenschaften von deterministischen Systemen . . . . .	17
2.2 Das betrachtete Übertragungssystem . . . . .	18
2.3 Modellierung der Raumimpulsantwort . . . . .	19
2.4 Modellierung der Sender- und Empfängereigenschaften . . . . .	22
2.5 Berücksichtigung der zeitlichen Skalierung . . . . .	23
2.6 Konversion zu einer Zustandsraumdarstellung . . . . .	26
2.7 Überführung in ein zeitdiskretes Modell . . . . .	28
2.8 Resultierendes Modell . . . . .	29

2.9	Unsicherheiten . . . . .	32
2.10	Eigenschaften der Sendesignale . . . . .	33
2.11	Zusammenfassung des Kapitels . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Verfahren zur Initialisierung für die Lageschätzung</b>	<b>41</b>
3.1	Modellbasierte stochastische Laufzeitschätzung . . . . .	41
3.1.1	Problemformulierung . . . . .	42
3.1.2	Identifikation einer quasi-linearen Messgleichung . . . . .	43
3.1.3	Das probabilistische Modell . . . . .	44
3.1.4	Messschritt . . . . .	46
3.1.5	Prädiktionsschritt . . . . .	46
3.1.6	Spezialfall: signalangepasstes Filter . . . . .	47
3.2	Geschlossene Lösung für die Lageschätzung aus abstands-basierten Messungen . . . . .	48
3.2.1	Problemformulierung . . . . .	48
3.2.2	Translation . . . . .	50
3.2.3	Rotation . . . . .	51
3.3	Zusammenfassung . . . . .	52
<b>4</b>	<b>Der instantane Lokalisierungs- und Trackingalgorithmus</b>	<b>55</b>
4.1	Motivierendes Beispiel . . . . .	56
4.2	Generatives Modell . . . . .	57
4.2.1	Modell für die Wellenausbreitung . . . . .	57
4.2.2	Modell für die Rotation . . . . .	60
4.2.3	Modell für die Translation . . . . .	67
4.2.4	Resultierendes Modell . . . . .	68
4.3	Verwendeter Zustandschätzer . . . . .	68
4.3.1	Approximation der Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	68
4.3.2	Berücksichtigung der Randbedingung für den Rotationsvektor . . . . .	70
4.4	Spezialfall: Lokalisierung eines Objekts, basierend auf einem bekannten Referenzsignal	70
4.5	Zusammenfassung . . . . .	73

---

<b>5</b>	<b>Implementierung und experimentelle Ergebnisse</b>	<b>75</b>
5.1	Prototypische Implementierung . . . . .	75
5.1.1	Hardwareaufbau . . . . .	75
5.1.2	Wahl der Messsignale . . . . .	76
5.2	Simulationsergebnisse . . . . .	80
5.2.1	Modellbasierte stochastische Laufzeitschätzung . . . . .	80
5.2.2	Geschlossene Lösung für die Lageschätzung aus abstands-basierten Messungen	84
5.2.3	Instantaner stochastischer Ansatz für die Lageschätzung . . . . .	85
5.2.4	Diskussion der Simulationsergebnisse . . . . .	89
5.3	Experimentelle Ergebnisse . . . . .	90
5.3.1	Modellbasierte stochastische Laufzeitschätzung . . . . .	92
5.3.2	Geschlossene Lösung für die Lageschätzung aus abstands-basierten Messungen	93
5.3.3	Verfahren zur stochastischen instantanen Lokalisierung . . . . .	94
5.3.4	Verfahren zur stochastischen instantanen Lageschätzung . . . . .	96
5.3.5	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	101
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>105</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>107</b>
	<b>Im Rahmen dieser Arbeit entstandene Veröffentlichungen</b>	<b>115</b>
	<b>Betreute Studien- und Diplomarbeiten</b>	<b>117</b>



# Notation

## Konventionen

$x$	Skalar
$\mathbf{x}$	Zufallsvariable
$x_k$	Skalar zum Zeitpunkt $k$
$\underline{x}$	Spaltenvektor
$\underline{\mathbf{x}}$	Zufallsvektor
$\underline{x}_k$	Vektor zum Zeitpunkt $k$
$\mathbf{A}$	Matrizen werden groß und fett geschrieben.
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\sim$	Verteilungsoperator, z. B. bedeutet $\mathbf{x} \sim \mathcal{U}$ , dass $\mathbf{x}$ gemäß der Verteilung $\mathcal{U}$ verteilt ist.
$\underline{0}_m$	Stehender Nullvektor der Länge $m$
$\mathbf{I}_{m,m}$	Einheitsmatrix mit der Größe $m \times m$
$\mathbf{I}(x)$	Fisher Informationsmatrix

## Funktionssymbole

$\delta(x)$	Dirac-Delta-Distribution
$\text{rect}(x)$	Rechteckfunktion
$\nabla$	Örtliche Ableitung
$\ \cdot\ $	Betrag eines Vektors, $L_2$ -Norm
$*$	Faltungsoperator
$\text{T}$	Transponierter Vektor
$\text{si}(x)$	Sinc-Funktion
$\text{Cov}(\cdot)$	Kovarianzoperator
$\text{E}(\cdot)$	Erwartungswertoperator
$\Delta_x^y$	Zweifacher vektorieller Differentialoperator
$\sqrt{\mathbf{C}}$	Quadratwurzel der Matrix $\mathbf{C}$

## Abkürzungen

FIR	Finite Impuls Response
IIR	Infinite Impuls Response
MFP	Matched-Field-Processing
PDE	Partielle Differentialgleichung
MIMO	Multiple Input Multiple Output
SIMO	Single Input Multiple Output
SNR	Signal zu Rauschabstand
CRB	Cramér-Rao-Bound

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden Modelle und Verfahren für die instantane Verarbeitung von zeitdiskreten Messsignalen im Bereich der Lageschätzung vorgestellt. Dabei wird eine durchgängige mathematische Systembeschreibung gewählt, um die auftretenden Unsicherheiten, welche durch die Messungen und durch die Modellierung auftreten, zu berücksichtigen. Bei der Lageschätzung werden die Translation und die Rotation eines Objekts bezüglich eines Koordinatensystems bestimmt. In dieser Arbeit werden dafür breitbandige akustische Referenzsignale verwendet, welche robuster gegen Abschattungen sind als Signale im Ultraschallbereich.

Die Ausbreitung der akustischen Signale wird mit einer partiellen Differentialgleichung (PDE) beschrieben. Die Green-Funktion beschreibt die Lösung dieser PDE. Die Green-Funktion ist die Impulsantwort eines raum- und zeitvarianten Systems. In dieser Arbeit wird diese Impulsantwort mittels eines mathematischen Modells modelliert, welches durch bekannte und unbekannte Größen beschrieben ist. Anschließend wird das parametrische Modell der Impulsantwort in eine Zustandsraumdarstellung konvertiert. Für den hier betrachteten Anwendungsfall hängen die zu schätzenden Größen von einer Totzeit ab. Eine direkte Konversion in eine Zustandsraumdarstellung kann nicht durchgeführt werden, da dafür unendlich viele interne Zustände benötigt werden. Daher wird das Sendesignal als Teil der Messgleichung interpretiert, um damit die benötigten Zustände zu reduzieren. Darüber hinaus berücksichtigt ein Systemmodell die zeitliche Veränderung des Zustands. Diese mathematische Modellierung des Systems stellt eine reduzierte Beschreibung der physikalischen Gegebenheiten dar, da nicht alle Effekte berücksichtigt werden. Deshalb wird ein probabilistisches Modell verwendet, welches aus einer Messgleichung und einer Systemgleichung besteht. Durch die Verwendung eines probabilistischen Zustandsschätzers kann für jeden Empfangswert rekursiv eine Schätzung durchgeführt werden, um schritt haltend die Zustände zu aktualisieren.

Zudem wird für die Lageschätzung der Rotationsvektor als Parametrisierung der Rotationsmatrix verwendet. Das Systemmodell für den Rotationsvektor wird über eine nichtlineare Differentialgleichung beschrieben. Diese nichtlineare Differentialgleichung hängt von den Winkelgeschwindigkeiten ab, die mittels eines inertialen Messsystems gemessen werden. Dadurch können die inertial gemessenen Winkelgeschwindigkeiten systematisch mit der geschätzten Lage eines Lokalisierungssystems fusioniert werden.

Im Vergleich zur klassischen Signalverarbeitung erfolgt die Verarbeitung modellbasiert, d. h. es werden physikalische Modelle für die Verarbeitung der Messwerte verwendet. Durch diese Herangehensweise kann das Problem der Lageschätzung zusammenhängend betrachtet werden. Bei der klassischen Vorgehensweise werden hingegen Zweischrittverfahren verwendet. Bei den Zweischrittverfahren werden im ersten Schritt Merkmale mittels eines signalangepassten Filters, wie z. B. Abstände zwischen den Sendern und Empfängern, aus den Empfangsdaten extrahiert und im zweiten Schritt, basierend auf diesem Ergebnis,

die gesuchte Größe, wie z. B. die Lage, bestimmt. Blockbasierte Verfahren für die Abstandsbestimmung, wie z. B. signalangepasste Filter, nehmen darüber hinaus an, dass die Abstände während der Verarbeitung zeitlich konstant sind. Dadurch tritt bei hoch dynamischen Systemen eine Verschmierung des Ergebnisses auf, da sich die Abstände mit der Zeit verändern. Dieser Effekt tritt bei dem hier vorgeschlagenen Ansatz nicht auf, da zum einen die Messwerte rekursiv verarbeitet werden und ein Systemmodell die zeitliche Veränderung berücksichtigt.

Für die Verarbeitung der Daten in dem Zustandsschätzer werden eigene, an das Problem angepasste probabilistische Filterverfahren und probabilistische Verfahren aus dem Bereich der stochastischen Schätztheorie verwendet. Für die Evaluierung des hier vorgestellten Ansatzes wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Prototyp aufgebaut, an Hand dessen die Vorteile des modellbasierten Ansatzes aufgezeigt werden. Die Validierung der Verfahren geschieht sowohl in Experimenten als auch in Simulationen. Der Prototyp wird zudem in einer Telepräsenzanzwendung verwendet, um den Kopf und die Hand eines Benutzers zu verfolgen.

## KAPITEL 1

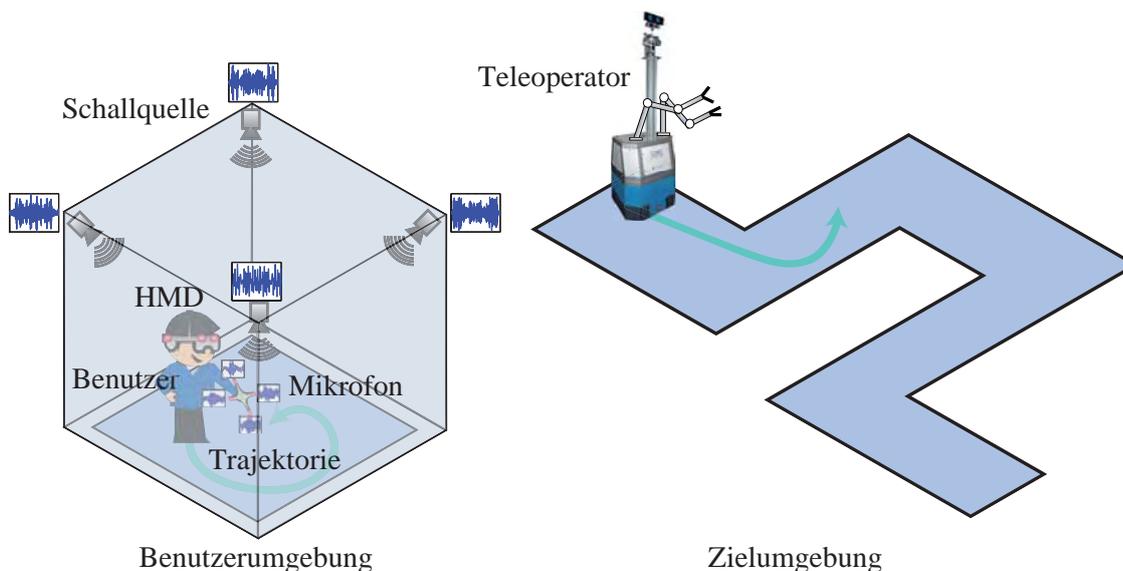
# Einleitung

Heutzutage werden dem Menschen im Alltag und im Beruf immer mehr Daten durch technische Systeme zur Verfügung gestellt. Dafür müssen Sensoren ihre Umgebung beobachten. Der Benutzer ist dabei nicht an den gemessenen Sensorsignalen interessiert, sondern an einer kompakten Darstellung. Bei einem Lokalisierungssystem zum Beispiel wären dies seine Lage im Raum und nicht die gemessenen Amplitudenverläufe an den Sensoren. Die Senordaten werden dazu in einer Rechneinheit verarbeitet. Zu diesem Zweck müssen die gemessenen Sensorsignale zeitlich abgetastet werden. Somit stehen zu jedem Abtastzeitpunkt Messwerte der Sensoren zur Verfügung, aus denen die Lage geschätzt werden kann. Um eine Schätzung durchzuführen muss ein funktionaler Zusammenhang angegeben werden, welcher die Messwerte und die Lage in Beziehung setzt. Zum einen ist die Lage nicht direkt beobachtbar und die Messdaten sind verrauscht, da Störungen auf die Sensoren einwirken. Zudem verändert sich die Lage mit der Zeit, da sich der Benutzer im Raum bewegt. Diese Bewegungsänderung wird über ein Systemmodell beschrieben. Das Verfahren für die Schätzung der Lage sollte nahezu verzögerungsfrei sein, da der Benutzer an seiner aktuellen Lage interessiert ist. Da in einem realen System immer Störungen auftreten, kann aber keine absolut genaue Aussage über dessen Lage getroffen werden. Deshalb ist es notwendig, die Unsicherheit dieser Lage in Form einer Wahrscheinlichkeitsdichte anzugeben.

### 1.1 Umfeld

Die instantane Schätzung ist in vielen technischen Systemen sehr wichtig. Betrachtet man sogenannte Trackingsysteme, die für die Lokalisierung und Verfolgung von Objekten eingesetzt werden, so ist eine schritthaltende Lageschätzung unablässig. Eingesetzt werden diese in der Medizintechnik [LNI<sup>+</sup>01], in der Telepräsenz [GNRH05, AW05], [RBH05, RBHN05], bei Systemen zur Bewegungserfassung [Ste04] oder für die Indoor- bzw. Outdoor-Navigation eines mobilen Roboters [DK02, OTS<sup>+</sup>03, PPU02] oder einer Person [MYH06, NPF<sup>+</sup>03].

Bei der Telepräsenz taucht ein Benutzer mittels eines Head-Mounted-Displays (HMD) in eine entfernte Umgebung ein. In der entfernten Umgebung wird er durch einen Stellvertreter vertreten, welcher ein Avatar (virtuelle Umgebung) [GNRH05], [RBH05] oder ein Teleoperator (reale Umgebung) [RBHN05] sein kann. Um diesen steuern zu können, müssen die Eingaben des Benutzers erfasst und



**Abbildung 1.1:** Lokalisierung und Verfolgung eines Benutzers in einer Telepräsenzapplikation.

zu dem Stellvertreter übertragen werden. Diese Steuerung kann entweder über die Tastatur oder die Maus geschehen. Diese Art der Steuerung ist nicht intuitiv, da der menschliche Navigationssinn dabei nicht ausgenutzt wird. Eine natürliche Art, den Stellvertreter zu steuern ist die weiträumige Telepräsenz [RBH05, RBHN05]. Bei der weiträumigen Telepräsenz wird der propriozeptive Sinn ausgenutzt. Dabei taucht der Benutzer im wahrsten Sinne des Wortes in den Stellvertreter ein und steuert ihn durch seine eigenen Bewegungen. Zu diesem Zweck müssen die Bewegungen des Benutzers schritthaltend mittels eines Trackingsystems bestimmt werden. Man erreicht dabei einen hohen Grad an Immersion, d. h. das Eintauchen in die entfernte Umgebung, wenn die Rate zur Bewegungserfassung sehr hoch ist.

In dieser Arbeit wird als Beispielanwendung die schritthaltende Lageschätzung von Objekten in einer Telepräsenzapplikation betrachtet. Für dieses Anwendungsszenario können verschiedene technische Realisierungen verwendet werden. Dabei können diese auf einem mechanischen, magnetischen, optischen oder akustischen Prinzip basieren [AW05]. Kommerzielle Produkte, welche die aktuelle Position und die Orientierung schätzen, sind entweder auf einen kleinen Arbeitsbereich beschränkt oder sehr kostspielig. Daher wurde in dieser Arbeit ein Prototyp zur Erfassung der Körperhaltung eines Benutzers entwickelt, welcher auch in größeren Umgebungen aufgebaut und eingesetzt werden kann. Dabei stellt das System Lageinformationen mit einer hohen Datenrate zur Verfügung, um auch sehr schnelle Bewegungen flüssig darstellen zu können. Das entwickelte System besteht aus einem akustischen Ortungssystem, welches die Lage des Benutzers zum globalen Koordinatensystem ermittelt und durch die Verwendung von breitbandigen akustischen Signalen robust gegen Abschattungen ist. Um die Datenrate und die Genauigkeit des Trackingsystems zu erhöhen, werden in dieser Arbeit Verfahren vorgestellt, die, basierend auf den gemessenen Amplitudenwerten an den Mikrofonen, instantan eine Schätzung einschließlich Unsicherheiten bereit stellen. Dies umfasst die schritthaltende Erfassung der Lage, d. h. der Position und der Orientierung, im Raum. Eine schematische Darstellung des Lokalisierungssystems ist in Abb. 1.1 dargestellt.

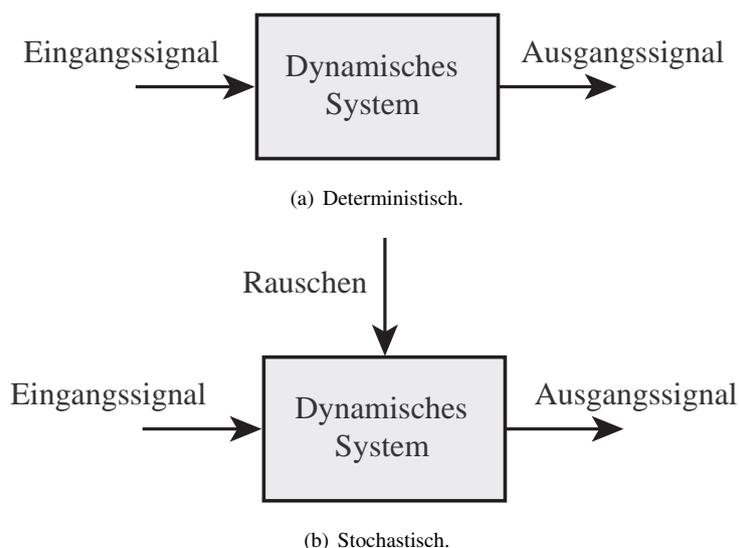


Abbildung 1.2: Blockdiagramm eines Systems.

## 1.2 Problemstellung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Themengebiet der modellbasierten Signalverarbeitung, wobei eine durchgängige mathematische Systembeschreibung gewählt wird. Damit können die auftretenden Unsicherheiten, welche durch die Messungen und durch die Modellierung entstehen, konsequent berücksichtigt werden. Bei der modellbasierten Signalverarbeitung werden im Gegensatz zur klassischen Signalverarbeitung Modelle mit in den Entwurfsprozess eingebracht, welche das zu beobachtende physikalische Phänomen beschreiben. Dafür muss von dem betrachteten Problem ein mathematisches Modell abstrahiert werden, welches das physikalische Verhalten beschreibt. Das resultierende Modell wird in eine Systembeschreibung überführt. Dabei unterscheidet man zwischen statischen und dynamischen Systemen. Ein statisches System hat kein Gedächtnis, d. h. der aktuelle Wert des Ausgangssignals ist nur vom aktuellen Wert des Eingangssignals abhängig. Hingegen wird ein dynamisches System, welches ein Gedächtnis hat, durch seinen internen Zustand und durch das Systemverhalten beschrieben. Ist der Anfangszustand des Systems und die Anregung auf das System bekannt, so kann auf der Basis des Systemverhaltens auf den internen Zustand zum aktuellen Zeitpunkt geschlossen werden. Das Systemverhalten wird dabei über (partielle) Differentialgleichungen beschrieben. Da in der Regel das Modell die Realität nicht genau abbilden kann, müssen diese Modellunsicherheiten berücksichtigt werden, was in Abb. 1.2 dargestellt ist.

In dieser Arbeit werden somit mehrere Eingangssequenzen  $\underline{s}(t)$  mittels einer Operation  $G(\cdot)$  auf mehrere Ausgangsgrößen  $\underline{y}(t)$  abgebildet. Die Operation, die auf die Eingangssequenzen angewendet wird, wird durch ein mathematisches Modell beschrieben. Das Modell wird durch bekannte Größen z. B. die Position von Landmarken und unbekanntes Größen wie die Lage der Person beschrieben. Das mathematische Modell wird in eine Zustandsraumdarstellung überführt. Das zeitliche Verhalten des Zustands  $\underline{z}(t)$  wird über das Systemmodell

$$\dot{\underline{z}}(t) = \underline{a}(t, \underline{z}(t), \underline{s}(t), \underline{w}(t))$$

und das Ausgangssignal über das Messmodell

$$\mathbf{y}(t) = \underline{h}(t, \underline{z}(t), \underline{s}(t), \underline{v}(t))$$

beschrieben. Das Systemmodell wird mit einer nichtlinearen Differentialgleichung beschrieben. Modellierungsfehler und äußere Störungen werden durch die beiden Rauschprozesse  $\underline{w}(t)$  und  $\underline{v}(t)$  berücksichtigt. Um die Messungen auf einem Rechner zu verarbeiten, muss das Signal zeitlich abgetastet werden. Somit steht zu jedem Abtastzeitpunkt ein Messwert an jedem Sensor zur Verfügung, der für die Schätzung verwendet wird.

Die Vorgehensweise, um von einem betrachteten Problem auf den Algorithmus für die Schätzung der gewünschten Zustände zu gelangen, wird nun kurz skizziert. Basierend auf der mathematischen Beschreibung des betrachteten Problems, muss diese in die oben beschriebene Modellstruktur, bestehend aus System- und Messmodell, überführt werden. Dabei kann der resultierende Zustandsvektor unendlich dimensional sein. Betrachtet man z. B. ein Totzeitglied, was bei der Lokalisierung auch als eine Laufzeit bezeichnet wird, so wäre die Dimension des Zustandsraums unendlich und überabzählbar unendlich. Durch eine geeignete Umformung des Problems kann dies umgangen werden, damit eine geringere Anzahl von Zuständen verwendet werden muss.

Darüber hinaus stellt sich die Frage, wie fein das Systemverhalten modelliert wird und somit welche physikalischen Effekte durch das Modell und welche durch den Rauschprozess berücksichtigt werden. Betrachtet man zum Beispiel die Lokalisierung, basierend auf Abständen, so kann es ausreichen, nur die Position des Objekts als Zustand des Systems zu definieren. Dabei wird angenommen, dass die Position näherungsweise konstant ist und die Geschwindigkeit zufällig ist. Um das Verhalten, d. h. die Bewegungsänderung, adäquater zu beschreiben, kann das Modell erweitert werden, um z. B. die Geschwindigkeit.

In den Rauschmodellen werden die endogenen (internen) Störungen und die exogenen (externen) Störungen berücksichtigt. Bei der Modellierung können verschiedene Annahmen über die Rauschprozesse getroffen werden. Zum einen wären dies die Art der Dichtebeschreibung und die dazugehörigen Parameter. Der Rauschprozess wird in der Regel als erwartungswertfrei angenommen. Zudem muss eine Aussage über die zeitlichen Abhängigkeiten getroffen werden. Bei einem weißen Rauschprozess liegen keine zeitlichen Abhängigkeiten vor. Bei einem farbigen Rauschprozess hingegen liegt eine zeitliche Abhängigkeit vor. Eine Brummschleife verursacht z. B. eine Störung bei 50 Hz. Diese Störung kann mittels eines Systemmodells beschrieben werden, welches durch einen weißen Rauschprozess angeregt wird. Darüber hinaus kann das Rauschen additiv oder multiplikativ sein.

Basierend auf der Modellbeschreibung muss ein Verfahren zur Schätzung der Zustände gewählt werden. Dabei können Verfahren verwendet werden, die eine wahrscheinlichkeitstheoretische oder statistische Beschreibung verwenden [Can06]. Solche Verfahren sind probabilistische Zustandsschätzer, Maximum-a-Posteriori- und Maximum-Likelihood-Schätzer. Andere Verfahren, die keine solche Beschreibung verwenden, sind geschlossene Lösungen und Least-Square-Verfahren.

### 1.3 Anforderungen und Ziele

In der vorliegenden Arbeit werden probabilistische Zustandsschätzer verwendet, um aus sequentiell gemessenen Amplitudenverläufen die Lage eines Objekts schritthaltend zu schätzen. Durch diese Herangehensweise kann der Zustand in Abhängigkeit der Abtastrate aktualisiert werden. Das Ziel ist, ein geeignetes mathematisches Modell herzuleiten, das zum Einen die Wellenausbreitung in Abhängigkeit der Lage beschreibt und zum Anderen die zeitliche Änderung der Lage berücksichtigt. Somit wird das Problem nicht wie üblich in Teilprobleme zerlegt, sondern im Ganzen betrachtet, damit eine durchgängige Unsicherheitsbeschreibung möglich ist. Anforderungen an das Modell sind, dass bestimmte physikalische Gegebenheiten im Modell berücksichtigt werden. Da aber das mathematische Modell das unterlagerte physikalische Phänomen nicht exakt beschreiben kann, wird eine probabilistische Systembeschreibung gewählt. Das Verfahren liefert somit keine exakte Lage, sondern eine Wahrscheinlichkeitsverteilung von möglichen Lagewerten.

### 1.4 Anwendungsgebiete

Die in dieser Arbeit vorgestellte Herangehensweise kann in verschiedenen Gebieten Anwendung finden, bei denen man aus sequentiell empfangenen Daten direkt, d. h. ohne Merkmale zu extrahieren, auf die zu bestimmenden Größen schließen muss. Trackingsysteme sind dafür ein gutes Beispiel. Sie werden im Bereich der Telepräsenz [Val02, RHN04] oder in der Medizintechnik eingesetzt. Dabei ist es wichtig, die Lage eines Objekts schritthaltend zu erfassen, um eine getreue Bewegungsdarstellung oder die Überwachung der Trajektorie zu gewährleisten.

Bei der Navigation eines mobilen Roboters beispielsweise spielt die simultane Lokalisierung und Kartographierung eine wichtige Rolle. Wie in [KS06] beschrieben, wird mit Ultraschallsensoren die Umgebung erfasst und die Objekte an ihrer geometrischen Form klassifiziert. Mit diesen Landmarken kann die Roboterposition bestimmt werden oder können Hindernisse erkannt werden, um damit eine Pfadplanung durchzuführen. Dabei ist eine schritthaltende Lokalisierung und Kartographierung sinnvoll, um Hindernisse frühzeitig zu erkennen. Dies kann dadurch erreicht werden, dass die Ultraschall-Transceiver keine Impulse sondern ein andauerndes Signal aussenden. Basierend auf einem Ausbreitungsmodell des Schallsignals kann die Position des Roboters sowie die Position und die Form der Objekte zu jedem Abtastwert geschätzt werden.

Ein weiterer Anwendungsbereich ist die Sprecherlokalisierung. Klassische Verfahren bieten nur die Möglichkeit, einen einzelnen Sprecher zu lokalisieren, da sie basierend auf der Kreuzkorrelation die Laufzeitunterschiede der einzelnen Empfangssignale schätzen [KC76] und mit einer geschlossenen Lösung den Sprecher lokalisieren [SA87a, SA87b]. Neuere Verfahren betrachten das Problem der Sprecherlokalisierung bei mehreren Sprechern [Bir04, BG02, DiB00], wobei dort direkt über die Empfangswerte auf den Ort oder auf die Richtung geschlossen wird. Oft reicht die Position der Sprecher aber nicht aus. Vielmehr sollen dediziert einzelne Sprecher verstärkt und andere unterdrückt werden. Ein Hörgerät z. B. verstärkt das empfangene Signal, damit ein schwerhöriger Benutzer einen Teil seiner auditiven Wahrnehmung wiedererhält. Der Benutzer kann aber mit einem normalen

Hörgerät nur schwer Störgeräusche oder andere Sprecher unterdrücken, dies wird auch als der „Cocktail Party Effekt“ bezeichnet. Bei einer intelligenten Hörergänzung hingegen kann ein Benutzer dediziert Sprecher auswählen, um eine höhere Störschallunterdrückung zu erhalten [HBH05]. Ansätze zur Lösung dieses Problems sind z. B. Verfahren für das Beamforming. Dabei werden mittels einer Laufzeitsteuerung die Mikrofonssignale verzögert, skaliert und gemittelt, so dass die resultierende Energie des Ausgangssignals maximal ist [Dre99]. Will man gleichzeitig die Positionen der Sprecher bestimmen und das jeweilige Sprachsignal extrahieren, so muss zum Einen die Ausbreitung der Schallwellen modelliert und zum Anderen ein Modell für das Sprachsignal angegeben werden, wobei die Modellparameter unbekannt sind. In [BW07] werden zeitvariante autoregressive Sprachmodelle verwendet. Mit Hilfe einer sequenziellen Monte-Carlo-Methode werden die Parameter des Modells bestimmt.

### 1.5 Eigener Beitrag

Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Ansätze werden am Anwendungsszenario der Lokalisierung und Verfolgung eines Objekts evaluiert. Dabei werden Verfahren zur statischen [BH05] und dynamischen Lagebestimmung [BH04] betrachtet. Verfahren zur statischen Lagebestimmung bestimmen die Lage zu einem festen Zeitpunkt unter Berücksichtigung der aktuellen Messungen. In der Praxis werden normalerweise zur statischen Lagebestimmung Abstands-, Winkel- oder Feldstärkemessungen verwendet. Abhängig vom Messprinzip werden diese nicht direkt gemessen. Bei einer Abstandsmessung zum Beispiel, welche mittels Ultraschall durchgeführt werden kann, wird, basierend auf der Zeitdifferenz, zwischen dem gesendeten, dem empfangenen Impuls und der Schallgeschwindigkeit ein Abstand berechnet. Durch diese Art der Verarbeitung können nur mit einer niedrigen Messrate Abstände bestimmt werden. Um Interferenz zu vermeiden, müssen die Abstände zeitversetzt gemessen werden, wobei dies bei der Lageberechnung berücksichtigt werden muss. Ein Nachteil der statischen Lagebestimmung ist, dass kein Systemmodell verwendet wird, d. h. das Wissen über die Kinematik des zu lokalisierenden Objekts wird nicht ausgenutzt. Im Gegensatz dazu wird bei der dynamischen Lagebestimmung dies verwendet, um zum Einen die geschätzte Lage mittels eines Systemmodells in die Zukunft zu präzisieren und zum Anderen zeitliche Messsequenzen rekursiv zu verarbeiten.

Klassische Ansätze für die Lageschätzung aus Signalen haben eine hierarchische Struktur. Aus den Signalen werden in einem ersten Verarbeitungsschritt Merkmale extrahiert. Standardverfahren sind hier signalangepasste Filter, die optimal bzgl. des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses sind. Aus dem Ausgangssignal dieses Signalfilters kann das Merkmal, wie z. B. der Abstand bestimmt werden. Führt man dies für mehrere Quellen-Sensoren-Konfigurationen durch, erhält man einen Satz von Abstandsdaten, wobei keine Art von Unsicherheit angegeben werden kann. Um Fehlmessungen zu detektieren, werden Plausibilitätsüberprüfungen und Algorithmen zur Ausreißer-Detektion eingesetzt. In der zweiten Verarbeitungseinheit wird aus den Abständen mittels einer z. B. geschlossenen Lösung oder eines iterativen Verfahrens, die Lage berechnet. Klassische Ansätze verwenden somit auf der ersten Ebene entweder kein oder nur sehr einfaches Modellwissen, da z. B. die Abstände unabhängig voneinander berechnet werden. Das zu lösende Problem wird in mehrere Teilprobleme unterteilt, wobei

die auftretenden Unsicherheiten nicht durchgängig betrachtet werden. Modellwissen wird erst in einer höheren Verarbeitungsstufe verwendet, wo man z. B., basierend auf den Abständen aus dem ersten Schritt, die Lage schätzt. In dieser Verarbeitungsstufe wird der nichtlineare Zusammenhang verwendet, der die geschätzten Abstände und die gesuchte Lage in Beziehung setzt.

Im Unterschied dazu wird bei einem modellbasierten Ansatz das Problem zusammenhängend betrachtet, d. h. die Schätzung der Lage basiert direkt auf den gesendeten und empfangenen Daten und nicht auf vorher extrahierten Merkmalen, wie z. B. Abständen. Durch die modellbasierte Herangehensweise steigt aber der Berechnungsaufwand für die Verarbeitung der Messdaten an, da mehr Modellwissen verwendet wird. Durch diesen erhöhten Berechnungsaufwand können aber die gesuchten Größen besser aus dem Messsignal gefiltert werden. Dadurch kann ein höherer Signal-zu-Rauschabstand erreicht werden als bei klassischen Ansätzen [Can06]. Darüber hinaus kann bei der modellbasierten Verarbeitung komplexeres Modellwissen für das Systemverhalten berücksichtigt werden.

Ziel dieser Arbeit ist es, geeignete Modelle für die instantane modellbasierte Lageschätzung zu identifizieren und diese mit einem Zustandsschätzer zu validieren. Die Lageschätzung wird mit Hilfe von akustischen Signalen durchgeführt. Dabei senden im raumverteilte Quellen kontinuierliche Signale aus, welche von Sensoren örtlich und zeitlich abgetastet werden. Durch den Übertragungskanal werden die empfangenen Signale verzögert, verzerrt und gestört. Basierend auf den empfangenen Signalen wird die Lage direkt geschätzt.

Für den modellbasierten Ansatz wird daher die Wellenausbreitung in einem mathematischen Modell beschrieben. Basierend auf der Lösung der entsprechenden partiellen Differentialgleichung wird eine Mess- und Systemgleichung identifiziert. Damit erreicht man eine bessere Beschreibung der physikalischen Gegebenheiten im Vergleich zu Verfahren, die kein Modellwissen nutzen. Die Modellierung setzt somit bereits auf der Signalebene an und reicht bis zur Ebene der gesuchten Größen. Das parametrische Modell der Wellenausbreitung kann zum Einen den Direktschall, Reflexionen und Beugungseffekte berücksichtigen. Da einige Modellparameter nicht vorab bekannt sind, müssen diese geschätzt werden, so dass hierdurch die Dimension des Zustandsvektors anwächst. Um die Dimension des Zustandsvektors zu begrenzen, werden in der Modellierung einige Effekte vernachlässigt, wenn sie nur einen geringen Einfluss auf das Schätzergebnis haben. Werden diese Effekte vernachlässigt, so treten entweder stochastische oder systematische Fehler auf. Um die Modellierungsfehler zu berücksichtigen, werden probabilistische Modelle verwendet. Stochastische Fehler können mit Zunahme eines Rauschprozesses berücksichtigt werden. Systematische Fehler, wie sie z. B. durch eine falsche Modellierung entstehen, verursachen ein nicht erwartungswerttreues Schätzergebnis. Unter systematische Fehler fallen beispielsweise Beugungs- und Abschattungseffekte, wenn also keine Sichtverbindung zwischen Quelle und Sensor besteht. Da für die Lageschätzung mehrere Quellen und Sensoren verwendet werden und die Verarbeitung direkt mit den gemessenen Amplitudenwerten der Sensoren durchgeführt wird, kann unter der Voraussetzung, dass die Mehrzahl der Sensoren eine Sichtverbindung zu den Quellen haben, der systematische Fehler minimiert werden.

Darüber hinaus verändert sich die Lage über der Zeit. In einem Lokalisierungssystem, bei dem die Lage eines Objekts schritthaltend geschätzt wird, muss ein probabilistisches Systemmodell dieses dynamische Verhalten berücksichtigen. Bei der Lageschätzung werden die momentane Drehung und

die momentane Verschiebung eines ausgedehnten Objekts bzgl. eines festen globalen Koordinatensystems bestimmt. Die Drehung geschieht mit Hilfe der Rotationsmatrix. Sie beschreibt wie ein Punkt bzgl. des Objektkoordinatensystems in das Weltkoordinatensystem abgebildet wird. Für die Parametrisierung stehen verschiedene Möglichkeiten zur Verfügung. Gängige Parametrierungen sind Quaternionen oder Eulerwinkel. In dieser Arbeit wird der Rotationsvektor für die Parametrierung der Rotationsmatrix verwendet. Die rotatorische Bewegung des Objekts kann damit mittels der momentanen Winkelgeschwindigkeit und einer nichtlinearen Differentialgleichung beschrieben werden. Diese Systemgleichung wird im Zustandsschätzer verwendet. Darüber hinaus können inertial gemessene Winkelgeschwindigkeiten systematisch bei der Schätzung berücksichtigt werden.

Durch diesen modellbasierten Ansatz ist es nicht mehr notwendig, auf Zwischengrößen wie Abstände zurückzugreifen, sondern direkt die am Sensor gemessenen Daten zu verwenden, wie z. B. Amplitudenmesswerte. Damit ist es möglich, die gewünschte Größe zum Einen instantan und zum Anderen mit einer hohen Rate, d. h. in Abhängigkeit der Abtastfrequenz, mit der das analoge Signal abgetastet wird, dem Anwender zur Verfügung zu stellen [BH06].

Im neuen Verfahren wird eine Verkettung verschiedener Transformationen verwendet. Eine nichtlineare Transformation bildet die momentane Lage auf Laufzeiten ab. Dann folgt eine zeitvariante nichtlineare Transformation, die Laufzeiten auf Amplitudenwerte abbildet. Diese Transformation wird aus der Signalsequenz gebildet. Mittels einer Interpolationsfunktion werden die zeitdiskreten Samples der Signalsequenz auf eine kontinuierliche Funktion abgebildet, um eine kontinuierliche Abbildung zu erhalten. Diese Interpolation ist notwendig, da die zu schätzenden Größen von einer zeitlichen Größe abhängen. Damit wird eine höhere Auflösung erreicht. Das Sendesignal kann somit als Teil der Messgleichung betrachtet werden. Wird das Sendesignal über den Kanal verzerrt, z. B. durch eine frequenzabhängige Dämpfung, so wird dies durch das modifizierte Kanalmodell berücksichtigt. Das Kanalmodell wird über lineare Differenzgleichungen modelliert. Am Eingang liegt das transformierte, zeitkontinuierliche Sendesignal an. Das Ausgangssignal wird zeitlich abgetastet. Die Verkettung der Transformationen sind in Abb. 1.3 dargestellt.

Im Folgenden sollen exemplarisch verschiedene Fälle betrachtet werden. Ein Sensor an einer bekannten Position empfängt das emittierte Signal einer Quelle. Basierend auf dem gemessenen Amplitudenwert des Schallereignisses und dem bekannten Sendesignal wird nun rekursiv ein probabilistisches nichtlineares Filter angewendet, um die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Position der Quelle zu berechnen. Dies ist exemplarisch in Abb. 1.4 für verschiedene Zeitindizes dargestellt. Zum ersten Zeitpunkt ist noch keine Aussage für die Position möglich. Nachdem genügend Amplitudenwerte empfangen worden sind, liegt die mögliche Position der Quelle auf einem Kreisring mit einer gewissen Unsicherheit. Als Ausbreitungsmodell für das Sendesignal wurde dabei eine Kugelwelle angenommen. Platziert man nun einen weiteren Sensor an einer bekannten Position, so bilden sich zwei Moden für die Positionen aus, da die Messungen der beiden Sensoren miteinander fusioniert werden. Dies ist in Abb. 1.5 dargestellt. Misst ein dritter Sensor das Schallereignis, so bildet sich eine einzelne Mode aus.

Betrachtet man den umgekehrten Fall, dass die Position des Sensors, basierend auf den Signalen zweier Quellen, geschätzt wird, so überlagern sich die Sendesignale an den jeweiligen möglichen

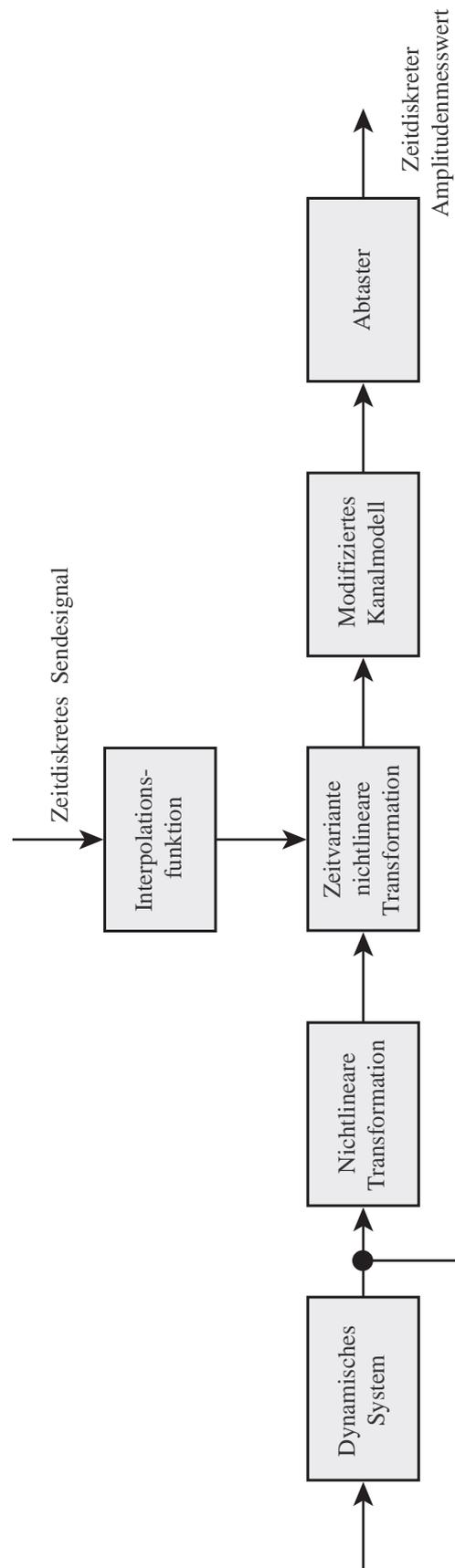
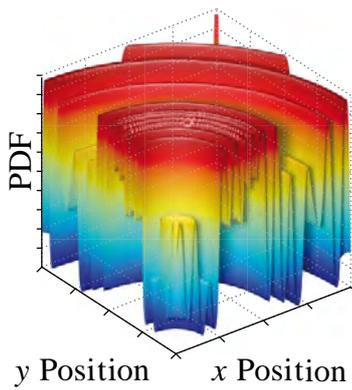
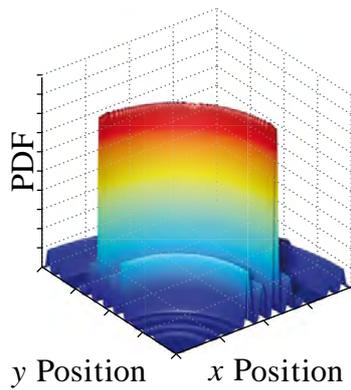


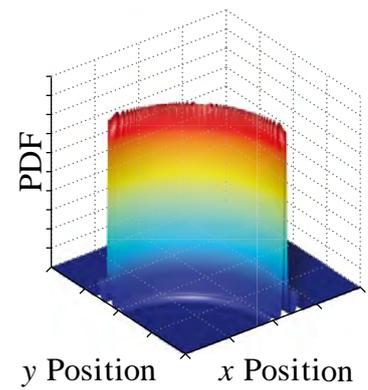
Abbildung 1.3: Verkettung der nichtlinearen Transformationen.



(a) Wahrscheinlichkeitsdichte zum diskreten Zeitschritt 1.

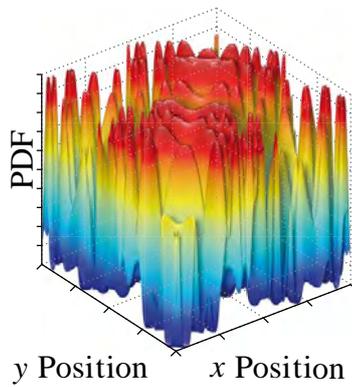


(b) Wahrscheinlichkeitsdichte zum diskreten Zeitschritt 5.

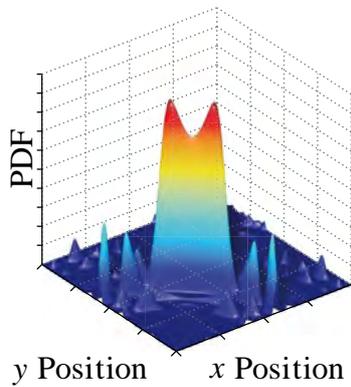


(c) Wahrscheinlichkeitsdichte zum diskreten Zeitschritt 10.

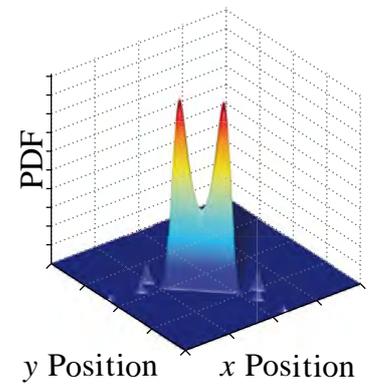
**Abbildung 1.4:** Wahrscheinlichkeitsdichte für den Ort der Quelle zu verschiedenen Zeitpunkten, wenn ein Sensor das Schallereignis misst.



(a) Wahrscheinlichkeitsdichte zum diskreten Zeitschritt 1.

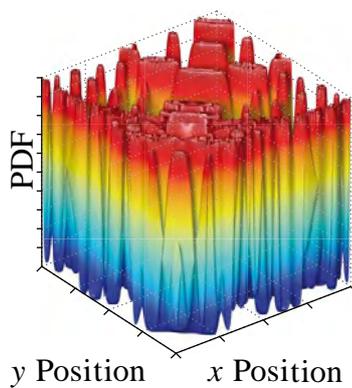


(b) Wahrscheinlichkeitsdichte zum diskreten Zeitschritt 5.

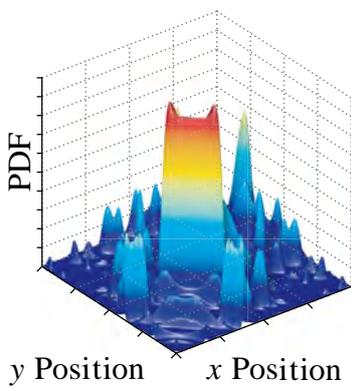


(c) Wahrscheinlichkeitsdichte zum diskreten Zeitschritt 10.

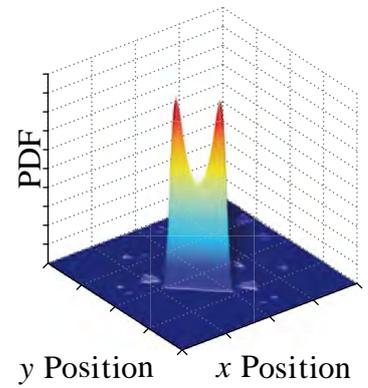
**Abbildung 1.5:** Wahrscheinlichkeitsdichte für den Ort der Quelle zu verschiedenen Zeitpunkten, wenn zwei Sensoren das Schallereignis messen.



(a) Wahrscheinlichkeitsdichte zum diskreten Zeitschritt 1.



(b) Wahrscheinlichkeitsdichte zum diskreten Zeitschritt 5.



(c) Wahrscheinlichkeitsdichte zum diskreten Zeitschritt 10.

**Abbildung 1.6:** Wahrscheinlichkeitsdichte für den Ort eines Sensors zu verschiedenen Zeitpunkten, wenn zwei Quellen unterschiedliche Signale aussenden.

Sensorpositionen. In Abb. 1.6 ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für einen Sensor nach mehreren Zeitschritten abgebildet.

## 1.6 Stand der Technik

In den letzten Jahren werden verstärkt modellbasierte Ansätze im Bereich der Signalverarbeitung eingesetzt [Can06]. Modellbasierte Ansätze haben den Vorteil, dass physikalische Randbedingungen bei der Verarbeitung berücksichtigt werden. Um einen Überblick zum Stand der Technik zu geben, wird das Kapitel zweigeteilt. Dabei werden Verfahren für das Anwendungsgebiet der Lokalisierung und der Verfolgung von Objekten mit Hilfe von bekannten Signalen betrachtet.

Zunächst werden sogenannte Zweischrittverfahren betrachtet, welche im ersten Schritt Merkmale aus den Empfangsdaten extrahieren und im zweiten Schritt, basierend auf diesem Ergebnis, die gesuchte Größe bestimmen. Es werden blockbasierte Verfahren, die auf dem Maximum-Likelihood-Ansatz basieren, und rekursive Filterverfahren vorgestellt, die aus den Signalen die Laufzeit schätzen. Dabei wird zudem unterschieden, ob Modellwissen genutzt wird oder nicht. Anschließend wird auf Verfahren eingegangen, die aus den Laufzeiten die Position des Objekts bestimmen.

Im Gegensatz zu den Zweischrittverfahren werden im Anschluss direkte Verfahren diskutiert. Dabei werden blockbasierte Verfahren beschrieben, die direkt die Position aus den Signalen bestimmen. Zum Schluss werden probabilistische Verfahren präsentiert, die instantan die Messwerte verarbeiten.

### 1.6.1 Zweischrittverfahren

Konventionelle Ansätze zur Lokalisierung verwenden ein zweiseitiges Verfahren, um aus den Laufzeiten die Position des Objekts zu bestimmen. Im ersten Schritt werden die Laufzeiten geschätzt. Im zweiten Schritt wird mittels eines Zustandsschätzers, einer geschlossenen Lösung oder eines iterativen Verfahrens die Position bestimmt.

#### 1. Schritt: Extraktion von Zwischengrößen

**Blockbasierte Verfahren: Kein Modellwissen** Das konventionelle blockbasierte Verfahren ist das signalangepasste Filter, welches man als Kreuzkorrelation zwischen Sendee- und Empfangssignal betrachten kann. Signalangepasste Filter [Hay01] sind optimal bzgl. des Maximum-Likelihood-Kriteriums, wenn das Rauschen als additiv, erwartungswertfrei und normalverteilt angenommen wird. Das resultierende Filter ist somit optimal hinsichtlich des Signal-zu-Rauschabstands. Dabei kann das Rauschen weiß oder farbig [PP02] sein.

**Blockbasierte Verfahren: Modellwissen** Beim konventionellen signalangepassten Filter werden auftretende Reflexionen und Verzerrungen des Sendesignals nicht berücksichtigt. Diese Effekte können zu einem Offset bei der Laufzeitschätzung führen. In [vvR04, vTR03] wird daher eine Erweiterung für

signalangepasste Filter vorgestellt. Das Ausbreitungsmodell für das Signal wird über ein Autokovarianzmodell beschrieben. Dieses Modell beinhaltet mögliche Reflexionen. Über die Eigenwerte und Eigenvektoren der Kovarianzmatrix wird eine Filterbank erstellt, welche dann robuster bei auftretenden Echos ist als das konventionelle signalangepasste Filter. Für die Bestimmung der Parameter der Filterbank werden Trainingsdaten verwendet.

In ähnlicher Weise wird in [VH04] ein stochastisches Modell für die Mehrwegeausbreitung verwendet. Wird das Sendesignal durch den Kanal so verzerrt, so dass das Signal nicht mehr perfekt erkannt wird, so können stochastische signalangepasste Filter [BX05] verwendet werden. Statt der Detektion eines deterministischen Signals wird ein stochastisches Signal detektiert, welches durch die Momente zweiter Ordnung beschrieben ist.

Bei diesen Ansätzen wird berücksichtigt, dass sich die Struktur des Signals erheblich ändert, d. h. durch Nichtlinearitäten des Kanals, eine nicht stabile Abtastfrequenz, Nichtstationaritäten und Modellierungsfehler, so dass konventionelle signalangepasste Filter nicht mehr verwendet werden können. Das stochastische signalangepasste Filter ist auch wie das konventionelle signalangepasste ein optimales Filter bezüglich des Signal-zu-Rauschabstands, aber im Bezug auf die Autokovarianz des Signals, da das Signal nicht deterministisch sondern über die Autokovarianz des gesendeten Signals beschrieben wird.

Bei den vorgestellten blockbasierten Verfahren wird angenommen, dass die zu bestimmende Laufzeit während der Berechnung konstant ist. Bewegt sich hingegen das zu lokalisierende Objekt, so tritt eine Stauchung oder Dehnung des Signals auf. Bei einem Sinussignal wird dies auch als der Dopplereffekt bezeichnet. Er ist dadurch gekennzeichnet, dass sich die Frequenz der Trägerschwingung verschiebt. Werden für die Lokalisierung breitbandige Signale verwendet, so kann dieser Effekt nicht mehr mit einer Frequenzverschiebung approximiert werden. Deshalb ist es notwendig, den Effekt über einen Dehn- und Stauchungsfaktor zu modellieren. In [TGU93] wird daher ein Maximum-Likelihood-Verfahren vorgestellt, um die Laufzeit und gleichzeitig den Skalierungsfaktor zu bestimmen. Dabei wird die mehrdimensionale Suche nach dem Maximum auf eine eindimensionale Suche reduziert, da bei dem betrachteten Signalmodell das Maximum auf der Maximumkurve liegt, welches über eine Hyperbel beschrieben wird.

Ein anderes Verfahren zur Laufzeitschätzung verwendet die Hüllkurve des Empfangssignals. In [ASLM06] wird mit einer Quadraturdemodulation die Hüllkurve bestimmt. Nachdem das erste empfangene Sendesignal extrahiert wurde, wird die Steigung der Hüllkurve bestimmt und anschließend der Durchstoßpunkt durch die Zeitachse berechnet. Dieser Durchstoßpunkt korrespondiert dann zur Laufzeit.

**Rekursive probabilistische Filterverfahren** Wie bereits erwähnt, muss bei Maximum-Likelihood-Verfahren angenommen werden, dass die zu schätzenden Größen während der Auswertung zeitlich konstant sind. In vielen Fällen ist dies nicht zulässig, da die Größen sich mit der Zeit verändern. Dies kann durch ein Systemmodell berücksichtigt werden. In [Ilt90] wird als Modell ein zeitvariantes

FIR-System verwendet. Mit Hilfe eines erweiterten Kalman Filters werden die sich zeitlich verändernde Laufzeit und die Filterkoeffizienten des FIR-Filters geschätzt.

In [ABM06, ABSLM04, ABSLM06] und [ABSLM05] werden probabilistische Filterverfahren verwendet, welche auf der Hüllkurve des Empfangssignals basieren. In [ABM06, ABSLM04] wird ein erweiterter Kalman Filter (EKF) und in [ABSLM06, ABSLM05] ein lineares Regression-Kalman-Filter verwendet. Die Messabbildung wird über das Modell einer parametrisierten Hüllkurve modelliert. Nachdem die Hüllkurve isoliert wurde, wird dieser Amplitudenverlauf als Messwerte für das probabilistische Filter verwendet. Mit dem Filterverfahren werden die Parameter der Hüllkurve wie die Amplitude und die Laufzeit, sowie spezifische Parameter für den Sender und Empfänger geschätzt.

## 2. Schritt: Bestimmung der Lage bzw. Position

In [CS05] wird ein mehrdimensionales Skalierungsverfahren vorgestellt. Dabei wurde vorausgesetzt, dass Fehlmessungen, hervorgerufen durch Mehrwegeausbreitung und Non-Line-of-Sight-Bedingungen, durch andere Verfahren bereits kompensiert worden sind. Ein Verfahren, das eine Non-Line-of-Sight-Bedingung annimmt, wird in [VJY04] vorgeschlagen. Ist das Ergebnis der Laufzeitschätzung durch auftretende Abschattung nicht mehr erwartungswerttreu, wird mittels einer nichtlinearen Optimierung unter Randbedingungen die Position bestimmt.

Das Trackingsystem Whisper, welches die Hände eines Benutzers in einem Telepräsenzsystem lokalisiert und verfolgt, wird in [Val02] vorgestellt. In der Arbeit wird vorgeschlagen, für das Tracking, d. h. die Ortung und ständige Verfolgung von Objekten, akustische Signale im hörbaren Bereich zu verwenden. Durch die Verwendung von breitbandigen Audiosignalen ist das Verfahren im Vergleich zu Signalen im Ultraschallbereich robuster bei Abschattungseffekten. Mehrere Lautsprecher senden, bekannte untereinander unterscheidbare tieffrequente Signale aus, welche von Mikrofonen aufgenommen werden, die an dem zu verfolgenden Objekt befestigt sind. Basierend auf der bekannten Anordnung der Mikrophone und den Lautsprechern und aus den gesendeten und gemessenen Audiodaten wird die Lage geschätzt, d. h. die Translation und die Ausrichtung. Dabei wird mit Hilfe eines Zustandsschätzers (erweiterter Kalman Filter) die Position aus den Abständen bestimmt. Aus der prädizierten Position werden prädizierte Abstände berechnet, welche als Initialisierung für die neue Abstandsbestimmung verwendet werden, um den Suchraum beim signalangepassten Filter zu verringern.

**Abgrenzung** Das in dieser Arbeit vorgeschlagene Vorgehen grenzt sich wie folgt zu den zweischrittigen Verfahren ab. Der Zwischenschritt, bei dem Merkmale aus den Empfangsdaten extrahiert werden, entfällt, da das betrachtete Problem mittels eines mathematischen Modells durchgängig beschrieben wird.

Des Weiteren werden die Messwerte rekursiv verarbeitet, d. h. mit jeder neuen Messung werden die zu schätzenden Größen aktualisiert. Damit unterscheidet sich diese Herangehensweise im Vergleich von den blockbasierten Verfahren. Bei den blockbasierten Verfahren werden die Messdaten von unterschiedlichen Zeitpunkten zeitgleich verarbeitet.

Allerdings steigt durch die durchgängige Modellbeschreibung die Dimension des Zustandsvektors an. Ferner ist die resultierende Mess- und Systemabbildung nichtlinear, welches zu einer hohen Berechnungskomplexität beim Filter- und beim Prädiktionsschritt führt. Ferner müssen die Daten nahezu verzögerungsfrei abgearbeitet werden, da die Sendesignale nicht aus kurzen zeitlichen Impulsen, sondern aus zeitlich andauernden Signalen bestehen.

Im Vergleich zu [Ilt90] wird der Kanal mit einem IIR-System beschrieben. Das Eingangssignal ist das verschobene Sendesignal. Die Verschiebung berechnet sich aus der Laufzeit zwischen Sender und Empfänger. In der Zustandsraumdarstellung taucht somit das Sendesignal in der Messabbildung und in der Systemgleichung auf.

### 1.6.2 Direkte Verfahren

**Blockbasierte Verfahren** Eine Erweiterung der Theorie der signalangepassten Filter für den Bereich der Arrayverarbeitung sind die so genannten „matched-field-processing“ (MFP) Algorithmen, welche hauptsächlich in der Unterwasserakustik zur Detektion und Lokalisierung von Objekten eingesetzt werden. Dabei wird das Phänomen an unterschiedlichen Positionen abgetastet. Basierend auf einem Vorwärtsmodell der Schallwellenausbreitung wird eine Datenfolge generiert, welche mit der angenommenen Position der Quelle verglichen wird. Dabei wird die bestmögliche Übereinstimmung in Abhängigkeit der Parameter gesucht, d. h. die Stelle an der der Funktionswert maximal wird [Can06, Tol00, Buc76]. Dabei steigt die Berechnungskomplexität mit der Dimension und der Auflösung an. Dies ist dadurch zu erklären, dass der Parameterraum diskretisiert wird und daher für alle diskreten Punkte der mögliche Funktionswert berechnet wird. Die Parameter wären die Position oder die Richtung der Quelle, sowie Parameter des Sendesignals, falls dieses unbekannt ist. Um die Komplexität hinsichtlich Speicher- und Rechenaufwand zu begrenzen, wurden in [KG03] parallele Algorithmen verwendet.

In [ASV06] wird die Wellenausbreitung mittels der plenakustischen Funktion beschrieben. Die plenakustischen Funktion geht in die Green-Funktion über, wenn die Quelle eine Dirac-Delta Distribution emittiert. In [ASV06] wird die Green-Funktion mit Hilfe der Spiegelquellenmethode [AB79] für einen gegebenen Raum modelliert. Basierend auf dem Modell wird untersucht, wie das Schallfeld abgetastet werden muss, damit dieses aus ortsdiskreten Messungen rekonstruiert werden kann. Eine Erweiterung der plenakustischen Funktion ist in [ASRV06] zu finden. Im Vergleich zu [ASV06], bei dem ein zeitinvariantes System betrachtet wurde, d. h. Quelle und Sensor sind nicht in Bewegung, wird in [ASRV06] auf ein zeitvariantes System eingegangen. Dabei wird die Trajektorie der Quelle durch einen Zufallsprozess beschrieben.

Die Green-Funktion als eine Modellbeschreibung zu verwenden, wurde bereits von [HR93, Her99] für die Bestimmung eines modellbasierten, signalangepassten Filters verwendet. Dabei wird die Green-Funktion mittels einer modellierten Green-Funktion approximiert, welche dann mit dem Sendesignal gefaltet wird. Das resultierende Signal wird dann als modellbasiertes, signalangepasstes Filter verwendet. Es passt sich somit dem Sendesignal und dem Kanal an und kann damit die im Kanal auftretenden linearen Verzerrungen besser kompensieren.

**Probabilistische rekursive Filterverfahren** MFP Algorithmen sind fehleranfällig gegenüber Modellierungsfehlern, da das gesamte akustische Feld modelliert wird. In [SCP05] wird ein erweitertes Kalman Filter für die Lokalisierung und die Signalparameterschätzung vorgestellt. Im Vergleich zu den MFP Algorithmen werden hier die Parameter gleichzeitig mitgeschätzt. Damit kann das sogenannte „mismatch“ Problem [Tol00] umgangen werden. Mit der Verwendung eines rekursiven Zustandsschätzers entfällt darüber hinaus die aufwändige Suche im Parameterraum.

Direkte Verfahren zur Positionsbestimmung, die einen probabilistischen Ansatz verwenden, sind in [MNRS07, MNRS05] zu finden. Dabei werden keine Merkmale wie Laufzeiten aus den Signalen extrahiert. Die empfangenen abgetasteten Amplitudenwerte der Funkwellen werden direkt zur Lokalisierung verwendet. Um robust gegen Abschattungen zu sein, wird ein zusätzlicher Parameter verwendet, welcher das Vorhandensein einer Sichtverbindung beschreibt. Für die Lokalisierung wird ein Maximum-a-Posteriori-Schätzer verwendet, bei dem die Messwerte eines Zeitfensters zum aktuellen Zeitpunkt verwendet werden. Darüber hinaus wird ein Bewegungsmodell verwendet. Dieser Algorithmus ist eine Erweiterung des Detektion- und Tracking-Algorithmus von [NRS02].

In der Geophysik wird mittels Schallwellen das Erdprofil erfasst. In [NRS02] wird eine Laufzeitfunktion zwischen Quelle und Sensor bestimmt. Dabei wird ein Modell verwendet, welches die Mehrwegeausbreitung, die Amplitude und die Verzögerung berücksichtigt. Jede Wellenfront wird als eine Brownsche Bewegung modelliert, bei der die Korrelation der Verzögerungen über den Abstand der Sensoren zueinander und einem Skalierungsfaktor beschrieben wird, welcher vom reflektierten Ziel abhängig ist. Im probabilistischen Messmodell wird die Kreuzkorrelation zwischen den Messwerten und dem Sendesignal verwendet.

**Abgrenzung** Der in dieser Arbeit beschriebene Ansatz ist auch ein direktes Verfahren. Im Unterschied zu dem Ansatz von [MNRS07] und [NRS02] werden die Messwerte aber instantan verarbeitet. In ähnlicher Weise wie in [HR93, Her99] wird auch ein Modell der Green-Funktion verwendet, wobei diese hier durch ein probabilistisches Modell beschrieben wird. Dabei wird das System mit dem um die unsichere Laufzeit verschobenen Sendesignal angeregt. Darüber hinaus sind die Parameter der Systemgleichung unbekannt und werden deshalb im Schätzverfahren mitgeschätzt.

## 1.7 Übersicht über die Arbeit

In Kapitel 2.1 werden die Eigenschaften von Systemen beschrieben. Das in der vorliegenden Arbeit betrachtete Übertragungssystem wird in Kapitel 2.2 vorgestellt. Die Wellenausbreitung wird durch eine partielle Differentialgleichung beschrieben. Die Lösung dieser partiellen Differentialgleichung ist die Impulsantwort eines raum- und zeitvarianten Systems. Da die Impulsantwort nicht vorab bekannt ist, wird diese durch ein mathematisches Modell abgebildet. In Kapitel 2.3 werden verschiedene Modelle vorgestellt. Sender- und Empfängereigenschaften werden in Kapitel 2.4 diskutiert. Der Effekt der zeitlichen Skalierung, welche durch die Bewegung von Sender oder Empfänger auftritt, wird in Kapitel 2.5 behandelt. In Kapitel 2.6 wird das Modell der Impulsantwort in eine Zustandsraumdarstellung

konvertiert. Das zeitdiskrete Modell wird in Kapitel 2.7 präsentiert. Darauf aufbauend wird in Kapitel 2.8 das resultierende Modell vorgestellt. Die durch die Modellierung auftretenden Fehler werden in einem Rauschprozess berücksichtigt. Dies wird in Kapitel 2.9 erklärt. Da die Lageschätzung mittels bekannten Signalen durchgeführt wird und diese einen Einfluss auf das Schätzergebnis haben, werden deshalb in Kapitel 2.10 die benötigten Eigenschaften der Sendesignale beschrieben. Das Kapitel 2 schließt mit einer Zusammenfassung.

Das Verfahren zur instantanen Lageschätzung wird in Kapitel 3 und 4 vorgestellt, wobei Kapitel 3 sich mit dem Verfahren zur Initialisierung beschäftigt. Bei der Initialisierung wird ein Verfahren verwendet, das aus zwei Schritten besteht. Im ersten Schritt werden mittels eines Verfahrens zur modellbasierten Laufzeitschätzung die Laufzeiten bestimmt. Dafür wird ein entsprechendes probabilistisches Filterverfahren vorgestellt. Dies basiert auf einer linearen Interpolation des Sendesignals. Diese Art der Interpolation führt auf eine effiziente Beschreibung der Likelihood-Funktion mittels Gaußmischdichten. Basierend auf den Laufzeiten wird dann mittels einer geschlossenen Lösung die Lage berechnet. Das Verfahren zur statischen Lagebestimmung basiert auf Abständen von Landmarken bezüglich zweier Koordinatensysteme, um die Rotation und die Translation zu berechnen. Durch eine geschickte Umformung des Problems können diese entkoppelt berechnet werden.

In Kapitel 4 werden das eigentliche modellbasierte Verfahren für die Lageschätzung sowie der verwendete probabilistische Zustandsschätzer vorgestellt. Zunächst wird das generative Modell diskutiert. Danach wird auf verschiedene Möglichkeiten der Parametrierung der Rotationsmatrix eingegangen. Dabei wird gezeigt, dass die Verwendung des Rotationsvektors für die Parametrierung der Rotationsmatrix Vorteile mit sich bringt im Vergleich zu Quaternionen oder Eulerwinkeln. In Kapitel 4 wird der Spezialfall für die Lokalisierung eines Punktobjekts mittels eines bekannten Signals behandelt.

Der prototypische Aufbau des Trackingsystems sowie simulative und experimentelle Ergebnisse werden schließlich in Kapitel 5 präsentiert. Dabei wird in Kapitel 5.1.1 auf den Hardwareaufbau und in Kapitel 5.1.2 auf die verwendeten Sendesignale eingegangen. In Kapitel 5.2 werden die vorgestellten Verfahren in der Simulation und anschließend in Kapitel 5.3 im Experiment evaluiert.

## KAPITEL 2

# Grundlagen und verwendete Modelle

Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren zur instantanen Lageschätzung verwendet ein Modell, das die Wellenausbreitung beschreibt. Das Verfahren basiert darauf, direkt aus den Messwerten vom Wellenfeld die Lage zu schätzen. Zu diesem Zweck wird in diesem Kapitel das Modell hergeleitet. Da das resultierende Modell die Wellenausbreitung nicht exakt beschreiben kann, wird anschließend ein stochastisches Modell gewählt.

### 2.1 Eigenschaften von deterministischen Systemen

Deterministische Systeme sind dadurch gekennzeichnet, dass das System und das Eingangssignal vollständig bekannt sind. Betrachtet man die Übertragung von Signalen, so emittiert ein Sender am Ort A ein Signal. Dieses Signal wird durch ein System übertragen. Durch die Übertragung wird das Sendesignal verformt. Am Ort B empfängt ein Sensor das übertragene Signal. Solche Systeme können nach ihren Eigenschaften eingeteilt werden. Die Eigenschaften sind:

- statisch, dynamisch
- zeitinvariant, zeitvariant
- linear, nichtlinear
- rauminvariant, raumvariant

Bei einem statischen System ist der aktuelle Wert des Ausgangssignals nur vom aktuellen Wert des Eingangssignals abhängig. Dabei wird das Signal nur verstärkt oder gedämpft. Im Unterschied dazu hängt der aktuelle Ausgangswert bei dynamischen Systemen nicht nur vom aktuellen Eingangswert, sondern auch von den internen Zuständen des Systems ab. Bei einer sprunghaften Veränderung des Eingangssignals reagiert das System z. B. mit einer langsamen und nachschwingenden Änderung des Ausgangssignals.

Zeitinvariante Systeme reagieren auf dasselbe Eingangssignal, unabhängig vom betrachteten Zeitpunkt, mit dem gleichen Ausgangssignal. Solche Systeme ändern somit ihre inneren Eigenschaften nicht. Bei zeitvarianten Systemen verändern sich die inneren Eigenschaften mit der Zeit. Die Ausgangssignale für

unterschiedlich betrachtete Zeitpunkte weisen bei gleichem Eingangssignal unterschiedliche Verläufe auf.

Bei linearen Systemen gilt das Superpositions- und Proportionalitätsprinzip. Beim Superpositionsprinzip können Eingangssignale, die additiv verknüpft sind, gedanklich getrennt betrachtet werden. Das Proportionalitätsprinzip bedeutet, dass das Ausgangssignal mit dem Eingangssignal proportional ist. Sind eine oder beide Prinzipien bei einem betrachteten System nicht gegeben, so ist das System nichtlinear.

Die letzte Eigenschaft gibt an, ob das System raumvariant oder rauminvariant ist. Das Freifeld einer Punktquelle in einem homogenen Medium beschreibt ein rauminvariantes System. Wird das Schallereignis reflektiert oder gebeugt, so liegt ein raumvariantes System vor.

## 2.2 Das betrachtete Übertragungssystem

In der vorliegenden Arbeit wird das Übertragungssystem durch ein lineares dynamisches System modelliert. Nichtlinearitäten, die durch die Sende- und Empfangsgeräte entstehen, werden vernachlässigt. Ein lineares dynamisches System ist durch seine Impulsantwort beschrieben. Die Impulsantwort ist die Antwort des Systems auf eine Dirac-Delta-Distribution. Ist die Impulsantwort des Systems bekannt, so kann für jedes beliebige Eingangssignal das jeweilige Ausgangssignal berechnet werden. Da bei dem hier vorgestellten Verfahren die Impulsantwort nicht vorab bekannt ist, wird physikalisches Hintergrundwissen genutzt, um ein mathematisches Modell für die Impulsantwort aufzustellen. Anschließend wird die Impulsantwort in eine Zustandsraumdarstellung umgewandelt, damit ein probabilistischer Zustandsschätzer verwendet werden kann.

Durch die Bewegung des zu verfolgenden Objekts ist das System zeitvariant. Ein dynamisches lineares, zeitvariantes Übertragungssystem ist durch seine zweidimensionale Impulsantwort  $h(t, \tau)$  charakterisiert [Bel63]. Das empfangene Signal erhält man mittels der Faltung von Sendesignal und Impulsantwort. Das resultierende Signal ist dann gegeben durch

$$y(t) = \int_0^t s(\tau) \cdot h(t, \tau) d\tau , \quad (2.1)$$

wobei  $s(t)$  das Sendesignal einer Quelle und  $y(t)$  das empfangene Signal der Senke ist.

Bei der Wellenausbreitung hingegen wird noch zwischen raumvarianten und rauminvarianten Systemen unterschieden, da die Ausbreitung von der Zeit und dem Ort abhängig ist. Mit Hilfe dieser Modellierung des Systems beschreibt der zeitvariante Teil die Bewegung von Objekten, z. B. von Schallquellen oder Sensoren. Im raumvarianten Teil wird der Einfluss der Umgebung berücksichtigt. Dies beinhaltet Reflexionen, Streuung oder auch Beugung des Schallereignisses, welche durch Wände oder Objekte im Raum verursacht werden. Um ein raum- und zeitvariantes System zu beschreiben, wird zunächst die partielle lineare Differentialgleichung betrachtet. Diese Wellengleichung ist gültig für kleine Amplituden von akustischen Signalen in einem idealen (nicht viskosen), homogenen, fluiden Medium. Da hier die Ausbreitung von Schallwellen in Luft betrachtet wird, sind diese Annahmen zulässig. Die

Wellengleichung ist somit

$$\nabla^2 y(t, \underline{x}) - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(t, \underline{x}) = s(t, \underline{x}) \quad , \quad (2.2)$$

wobei  $y(t, \underline{x})$  den Schalldruck an der Position  $\underline{x}$  zum Zeitpunkt  $t$  beschreibt.  $c$  ist die Geschwindigkeit des Schalls im Medium.  $s(t, \underline{x})$  ist das Eingangssignal, wobei dies auch eine Schallquellenverteilung sein kann. Nach [Zio95] kann die Wellengleichung aus (2.2) über ein mehrdimensionales Integral wie folgt dargestellt werden

$$y(t, \underline{x}) = \iiint_{\underline{x}_0} \int_0^t s(\tau, \underline{x}_0) \cdot h(t, \underline{x}, \tau, \underline{x}_0) d\tau d\underline{x}_0 \quad , \quad (2.3)$$

wobei Kausalität vorausgesetzt wird. Die Impulsantwort  $h(t, \underline{x}, \tau, \underline{x}_0)$  des raum- und zeitvarianten System ist das Resultat einer Dirac-Delta-Distribution am Ort  $\underline{x}_0$  zum Zeitpunkt  $\tau$ .

Im Folgenden wird beschrieben, wie der Übertragungskanal modelliert werden kann. In Abbildung 2.1 ist das Übertragungssystem schematisch dargestellt. Dabei wird ein MIMO-System (Multiple Input Multiple Output) betrachtet. Nach Abbildung 2.1 werden die zeitdiskreten Sendesignale mit einer Interpolationsfunktion auf kontinuierliche Sendesignale abgebildet. Die Quellen koppeln das kontinuierliche Sendesignal ins Medium ein. Die in das Medium eingekoppelten Signale werden durch den Kanal übertragen und von mehreren Senken empfangen und in elektrische Signale umgewandelt. Diese Signale werden zeitlich abgetastet, damit ein zeitdiskretes Ausgangssignal vorliegt.

## 2.3 Modellierung der Raumimpulsantwort

Bei der Modellierung der Raumimpulsantwort können verschiedene Effekte berücksichtigt werden, die im Folgenden nun einzeln beschrieben werden.

Bei der Ausbreitung im Freifeld wird nur der Direktschall betrachtet. Der Direktschall beschreibt die direkte Ausbreitung zwischen Quelle und Senke. Bei einer Freifeldannahme tritt bei allen Frequenzen die gleiche Gruppenlaufzeit und Dämpfung auf, da sich kein Objekt auf diesem Pfad befindet und der Raum keine Begrenzungen aufweist. Somit findet eine formgetreue Übertragung statt, der Kanal ist somit nicht dispersiv. Das Modell für das Freifeld kann daher mit einer Dirac-Delta-Distribution wie folgt

$$h(t, \underline{x}, \tau, \underline{x}_0) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{x}_0 - \underline{x}\|} \cdot \delta\left(t - \tau - \frac{\|\underline{x}_0 - \underline{x}\|}{c}\right) \quad (2.4)$$

beschrieben werden, welches in (2.3) verwendet wird.

In diesem Kapitel werden im Folgenden omnidirektionale Punktschallquellen als Sender betrachtet. Die Quellenverteilung für eine Punktschallquelle ist gegeben als

$$s(\tau, \underline{x}_0) = s(\tau) \cdot \delta(\underline{x}_0 - \underline{x}_s) \quad .$$

Weist die Umgebung Begrenzungen auf, so treten Mehrwegeausbreitungen auf, die z. B. durch Reflexionen an den Wänden entstehen. Dies wird an einem einfachen Beispiel verdeutlicht. Ein Signal wird von

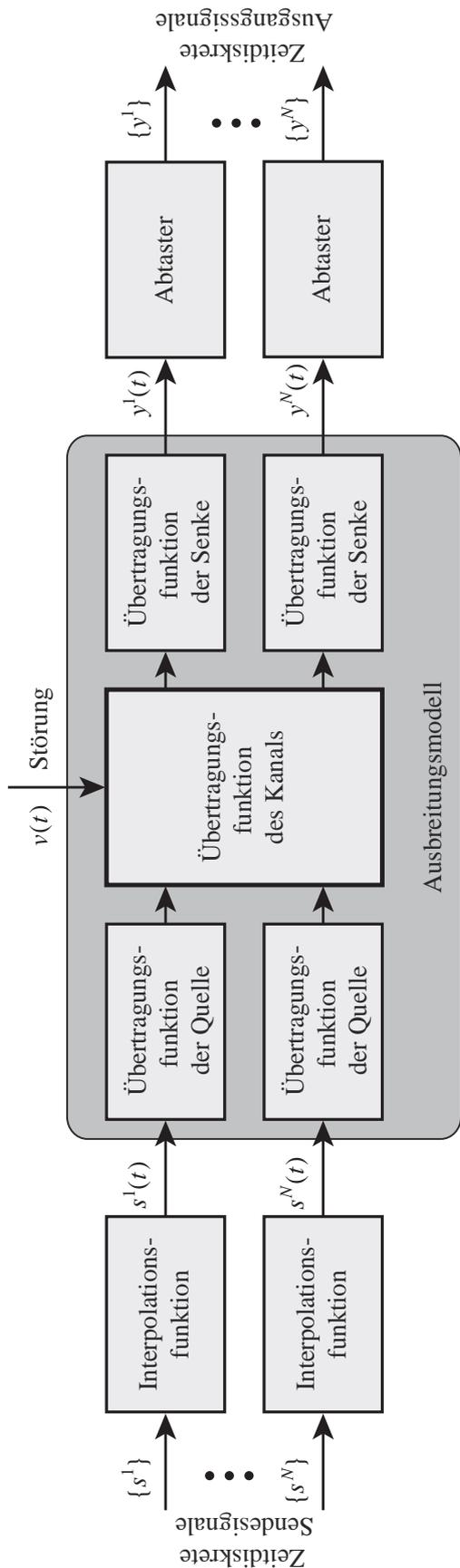


Abbildung 2.1: Modell für das Übertragungsverhalten.

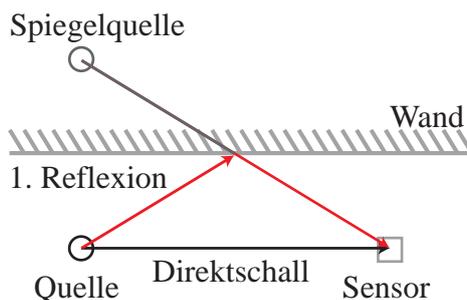


Abbildung 2.2: Beschreibung einer Reflexion über die Spiegelquellenmethode.

einem Empfänger direkt (Direktschall) und von einer Oberfläche reflektiert (1. Reflexion) empfangen. Dies ist in Abb. 2.2 dargestellt. Die beiden Signale überlagern sich additiv am Sensor und können mit zwei Impulsantworten beschrieben werden, da ein lineares Übertragungssystem vorausgesetzt wurde. Dabei fließen die Position der Quelle und die des Empfängers in beiden Untersystemen als Parameter ein. Darüber hinaus hängt das eine Subsystem (1. Reflexion) noch von den Wandparametern, wie den Wandabmessungen und dem Absorptionsgrad, ab.

Reflexionen an den Wänden können mit Hilfe der Spiegelquellenmethode modelliert werden, wobei die Absorptionseigenschaften der Wände nur in einem gewissen Maß berücksichtigt wird, da die Oberfläche über die gesamte Länge und Breite als homogen angenommen wird [AB79]. Mit Hilfe der Spiegelquellenmethode wird in [ASV06] die plenakustische Funktion eingeführt, welche den Schalldruck an einem Ortspunkt und zu einem Zeitpunkt beschreibt, wenn ein akustisches Ereignis eintritt. Um die plenakustische Funktion aus Punktmessungen zu rekonstruieren, muss die Raumimpulsantwort in jedem Punkt des Raumes bekannt sein. Hierfür wird ein rechteckiger Raum mit starren Wänden angenommen, so dass die Spiegelquellenmethode [AB79] angewandt werden kann. Bei der Spiegelquellenmethode wird die Schallquelle an den Wänden gespiegelt, um somit virtuelle Schallquellen zu erzeugen. Durch wiederholte Spiegelung der Spiegelquellen erhält man die Spiegelquellen höherer Ordnung. Steigt die Ordnung der Spiegelquellen an, so werden die Eigenfrequenzen des Raums erfasst, welche sich in dem diffusen Anteil in der Raumimpulsantwort widerspiegeln. Über einen Absorptionskoeffizienten, der für die Wände definiert ist, kann eine zusätzliche Dämpfung angenommen werden. Dabei wird aber angenommen, dass alle Frequenzanteile in gleiche Maßen zurückgestrahlt werden. In der Realität ist die Gruppenlaufzeit und die Dämpfung nicht konstant bezüglich der Frequenz. Diese frequenzabhängige Charakteristik kann durch eine Impulsantwort  $h^r(t)$  berücksichtigt werden.

Um im Folgenden eine konzentriert parametrische Beschreibung zu erhalten, die dann nur noch von der Zeit abhängig ist, wird die Impulsantwort aus (2.3) in eine Impulsantwort umgewandelt, die in (2.1) verwendet wird. Die Impulsantwort des zeitvarianten Systems setzt sich additiv aus einzelnen Impulsantworten zusammen. Für Abb. 2.2 ist das Modell für die Impulsantwort an Position  $\underline{x}$  gegeben als

$$h(t, \tau) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{x}_s - \underline{x}\|} \cdot \delta \left( t - \tau - \frac{\|\underline{x}_s - \underline{x}\|}{c} \right) + \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{x}_s^r - \underline{x}\|} \cdot h^r \left( t - \tau - \frac{\|\underline{x}_s^r - \underline{x}\|}{c} \right),$$

wobei  $\underline{x}_s$  die Position der Spiegelquelle ist.  $h^r(t)$  berücksichtigt die frequenzabhängige Dämpfung und Phasenverschiebung für die 1. Reflexion, wenn die Quelle sich an der Position  $\underline{x}_s$  und die Senke an der Position  $\underline{x}$  befinden.

Befindet sich im Direktpfad ein Objekt, so verursacht dies eine von der Beschaffenheit des Objekts und somit eine von der Frequenz abhängige resultierende Gruppenlaufzeit und Amplitudendämpfung. Dabei werden die Schallwellen an dem Objekt gebeugt und reflektiert. Der Effekt der Beugung verursacht eine Aufweitung der Impulsantwort und dadurch eine positive Verschiebung der tatsächlichen Laufzeit, wobei dies von der Beschaffenheit des Objekts abhängig ist. Das Signal wird somit nicht mehr formgetreu übertragen. Es wird angenommen, dass das Signal linear verzerrt wird. Das empfangene Signal wird mit der Impulsantwort

$$h(t, \tau) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{x}_s - \underline{x}\|} \cdot h^d \left( t - \tau - \frac{\|\underline{x}_s - \underline{x}\|}{c} \right)$$

gefaltet. Ferner ändert sich die Impulsantwort, wenn sich die Position der Senke  $\underline{x}$  oder die Position der Quelle  $\underline{x}_s$  verändern.

## 2.4 Modellierung der Sender- und Empfängereigenschaften

In dieser Arbeit werden für die Lageschätzung bekannte Referenzsignale verwendet. Ein Referenzsignal ist zeitdiskret gegeben. Das zeitdiskrete Signal von einem Sender ist über eine Sendefolge  $\{s\}$

$$\{s\} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_k \cdot \delta(t - k \cdot T_s)$$

beschrieben. Dabei ist  $T_s$  die Symbolrate und  $s_k$  das Sendesymbol zum diskreten Zeitpunkt  $k$ . Die Sendefolge wird mit einem Sendepulsfilter  $h_I(t)$  gewichtet, welches in ein zeitlich kontinuierliches Sendesignal  $s(t)$  resultiert. Das kontinuierliche Sendesignal  $s(t)$  ergibt sich somit aus der Faltung des Dirac-Delta-Distributions-Kamms mit dem Impulsfilter gemäß

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_k \cdot h_I(t - k \cdot T_s) .$$

Im Falle von mehreren räumlich verteilten Punktquellen wird das Übertragungssystem durch die Quellenverteilung

$$s(t, \underline{x}) = \sum_{i=1}^N s^i(t) \cdot \delta(\underline{x} - \underline{x}_s^i)$$

angeregt. Dies ist eine vereinfachte Darstellung. In der Realität wird das Ausgangssignal von einem Sender über die Sendeeinheit verzerrt. Betrachtet man die linearen Verzerrungen, so ist das System zeitinvariant aber raumvariant wegen der Abstrahlcharakteristik der Quelle. Das Ausgangssignal  $s_A^i(t)$  wird über die Faltung zwischen dem Sendesignal und der richtungsabhängigen Impulsantwort gebildet

$$s(t, \underline{x}) = \sum_{i=1}^N \underbrace{s^i(t) * h_s^i(t, \theta^i, \phi^i)}_{s_A^i(t)} \cdot \delta(\underline{x} - \underline{x}_s^i) , \quad (2.5)$$

wobei  $\theta^i$  und  $\phi^i$  die Richtungswinkel sind. Die Impulsantwort ist dann abhängig von der betrachteten Ausbreitungsrichtung.

Des Weiteren sind die Einflüsse der Senke zu berücksichtigen. Ein bestimmter Sensor  $\underline{p}$  tastet das Empfangssignal örtlich und zeitlich ab. Da der Empfänger auch eine Richtcharakteristik hat, wird das Empfangssignal mit der richtungsabhängigen Impulsantwort gefaltet

$$y(t, \underline{p}) = y^e(t, \underline{p}) * h_e(t, \theta, \phi) \quad . \quad (2.6)$$

Die Senke tastet das Empfangssignal ab, und zum diskreten Zeitpunkt  $n \cdot T_e$  liegt am Sensor  $\underline{p}^j$  ein Amplitudenwert

$$y_n^j := y(n \cdot T_e, \underline{p}^j)$$

vor, wobei  $T_e$  die Abtastrate des Empfängers ist.

## 2.5 Berücksichtigung der zeitlichen Skalierung

Ein weiterer Effekt tritt auf, wenn sich die Quelle oder der Sensor bewegt. Dadurch wird das Signal gestaucht oder gestreckt. Besteht das Signal aus einer Schwingung, so spricht man vom Dopplereffekt. Bei einem breitbandigen Signal wird das Signal zeitlich skaliert, wie es in Abb. 2.3 dargestellt ist. Diese Zeitskalierung kann in einer Systembeschreibung modelliert werden. Dies wird an einem einfachen Beispiel beschrieben. Ist die relative Geschwindigkeit  $V$  zwischen Quelle und Senke konstant, so ist das deterministische Systemmodell gegeben als

$$\frac{dz}{dt} = V \quad ,$$

wobei  $z$  der zeitlich veränderliche Abstand zwischen Quelle und Sensor ist. Über die Ausgangsgleichung wird das Ausgangssignal  $y(t)$  berechnet als

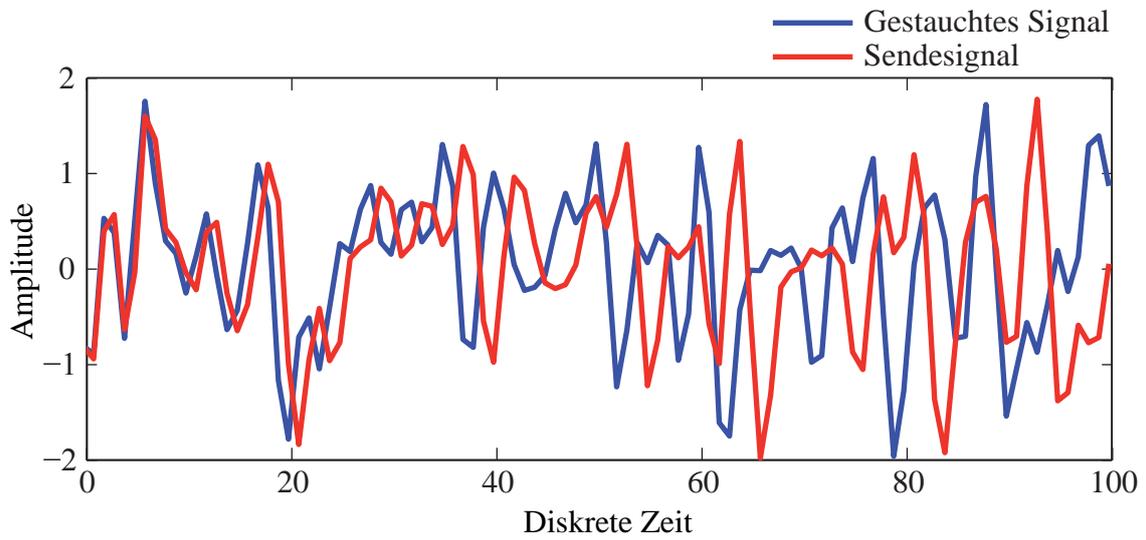
$$y(t) = s\left(t - \frac{z(t)}{c}\right) \quad ,$$

dabei ist  $s(t)$  das Sendesignal und  $c$  die Schallgeschwindigkeit. Integriert man die Differentialgleichung und setzt diese in die Ausgangsgleichung ein, so erhält man

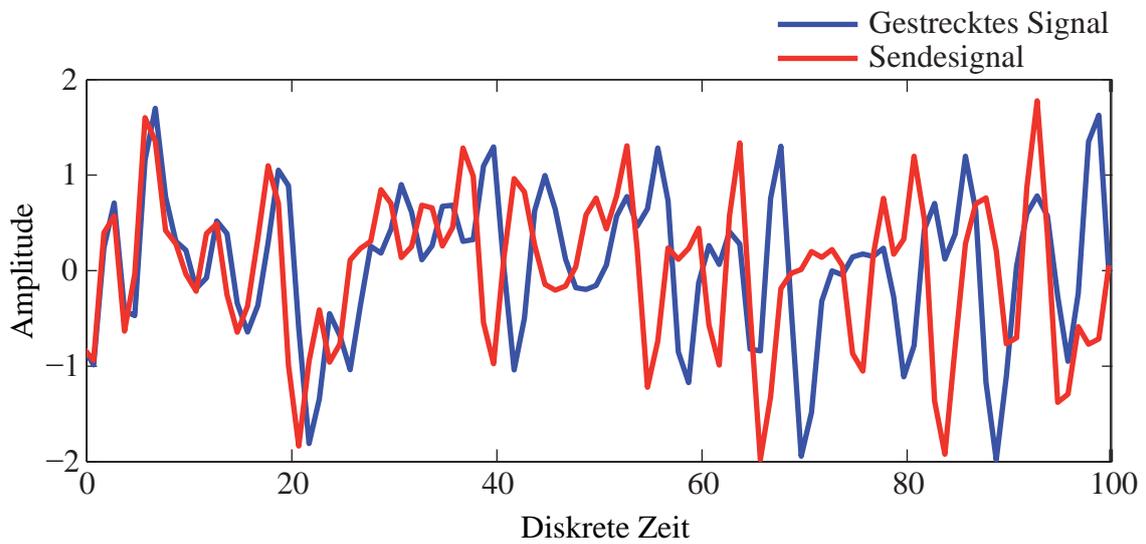
$$y(t) = s\left(t - \frac{V \cdot t + z_0}{c}\right) \quad .$$

$z_0$  entspricht der Anfangsbedingung.

Bei der Modellierung wurde bisher noch nicht berücksichtigt, dass sich die Position des Sensors  $\underline{p}$  und/oder des Senders  $\underline{x}_s$  über die Zeit verändern können. In der Systemgleichung wird im späteren Kapitel dieses dynamische Verhalten berücksichtigt. Zu diesem Zweck wird ein Zeitindex für die Parameter eingeführt. Dabei korrespondiert der Zeitindex für die zu schätzenden Größen nicht unbedingt zu dem aktuellen Zeitpunkt. Dieses Verhalten kann an einem Beispiel verdeutlicht werden. Eine Quelle sendet einen Impuls zum Zeitpunkt null aus. Nimmt man zunächst an, dass sich nur die Quelle bewegt,



(a) Verringert sich der Abstand, so wird das Signal gestaucht.



(b) Vergrößert sich der Abstand, so wird das Signal gestreckt.

**Abbildung 2.3:** Effekt der zeitlichen Skalierung.

so korrespondiert der Empfangszeitpunkt des Impulses zu dem Abstand  $R(t)$  zwischen Quelle und Sensor zum Zeitpunkt

$$t = \frac{R(0)}{c} ,$$

d. h. man kann nur den Abstand zwischen der Quelle und der Senke zum Zeitpunkt Null bestimmen. Nach der Gleichung (2.1) wird die Impulsantwort des zeitvarianten Systems verwendet, um das Ausgangssignal zu erhalten. Um die zeitlich veränderliche Position der Sender und der Empfänger dort zu berücksichtigen, betrachtet man zunächst eine vereinfachte Impulsantwort  $h(t, \tau)$ . Die Impulsantwort  $h(t, \tau)$  sei für eine bewegende Punktquelle gegeben als

$$h(t, \tau) = \delta\left(t - \tau - \frac{R(t, \tau)}{c}\right) ,$$

wobei  $R(t, \tau)$  der zeitlich veränderliche Abstand zwischen dem Sensor an der Position  $\underline{p}(t)$  und dem Sender an der Position  $\underline{x}_s(\tau)$  ist. Der Dämpfungsterm wurde dabei zunächst vernachlässigt. Das Signal am Empfänger erhält man über das Faltungsintegral (2.1)

$$y(t) = \int_0^t s(\tau) \cdot h(t, \tau) d\tau . \quad (2.7)$$

Sei nun, wie oben betrachtet, das Signal  $s(t) = \delta(t)$  eine Dirac-Delta-Distribution, so ergibt sich das Empfangssignal im Falle von einer bewegenden Quelle und einem in Ruhe befindlichen Sensor zu

$$y(t) = \delta\left(t - \frac{R(t=0)}{c}\right) \quad (2.8)$$

mit  $R(t=0) = \|\underline{p} - \underline{x}_s(t=0)\|$ , d. h. den Abstand zum Zeitpunkt Null. Betrachtet man nun den umgekehrten Fall, dass die Quelle sich in Ruhe befindet, so empfängt der Sensor das Signal

$$y(t) = \delta\left(t - \frac{R(t)}{c}\right) , \quad (2.9)$$

wobei  $c \cdot t = R(t) = \|\underline{p}(t) - \underline{x}_s\|$ , d. h. wenn die Bedingung  $t = \frac{R(t)}{c}$  für die Zeit  $t$  erfüllt ist. Treten beide Fälle gemeinsam auf, so ist die Impulsantwort gegeben als

$$h(t, \tau) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{p}(t) - \underline{x}_s(\tau)\|} \cdot \delta\left(t - \tau - \frac{\|\underline{p}(t) - \underline{x}_s(\tau)\|}{c}\right) .$$

Ein Impuls zum Zeitpunkt  $t_0$  wird am Empfänger zum Zeitpunkt  $t$  empfangen, wobei die nichtlineare Gleichung

$$t = t_0 + \frac{\|\underline{p}(t) - \underline{x}_s(t_0)\|}{c}$$

nach  $t$  aufgelöst werden muss. Wird statt eines Impulses ein Signal ausgesendet, so führt die Bewegung der Quelle zu einer Stauchung oder Streckung des Signals. Allgemein kann das Empfangssignal bei einer Freifeldausbreitung über

$$y(t) = \int_0^t s(\tau) \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{p}(t) - \underline{x}_s(\tau)\|} \cdot \delta\left(t - \tau - \frac{\|\underline{p}(t) - \underline{x}_s(\tau)\|}{c}\right) d\tau$$

berechnet werden. Für die Lokalisierung werden ortsfeste Landmarken verwendet. In Abhängigkeit von dem Systemaufbau sind entweder die Sender oder die Empfänger ortsfest. Bei ortsfesten Sendern ist das Empfangssignal als

$$y(t) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{p}(t) - \underline{x}_s\|} \cdot s\left(t - \frac{\|\underline{p}(t) - \underline{x}_s\|}{c}\right) \quad (2.10)$$

gegeben.

Unter der Annahme, dass die Geschwindigkeit der Quelle im Verhältnis zur Schallgeschwindigkeit sehr klein ist und die Empfänger ortsfest, so kann die Beziehung in ähnlicher Weise wie in (2.10) verwendet werden. Da aber Kausalität vorausgesetzt wurde, kann aus den Empfangswerten nur die Position bestimmt werden, als das Signal gesendet wurde. Um die Darstellung zu vereinfachen und um beide Fälle betrachten zu können, wird im Folgenden der sich zeitlich verändernde Abstand  $R(t)$  betrachtet.

## 2.6 Konversion zu einer Zustandsraumdarstellung

Eine Impulsantwort beschreibt ein lineares dynamisches System. Die Impulsantwort kann in eine äquivalente Zustandsraumdarstellung unter der Bedingung konvertiert werden, dass der Anfangszustand des Systems mit  $\underline{z}(0) = \underline{0}$  initialisiert wurde. Die Zustandsraumdarstellung setzt sich aus einer Systemgleichung und einer Ausgangsgleichung zusammen. Die Systemgleichung eines Eingrößensystems ist eine lineare Differentialgleichung der Art

$$\frac{d\underline{z}(t)}{dt} = \mathbf{A}(t) \cdot \underline{z}(t) + \underline{B}(t) \cdot s(t) \quad ,$$

wobei  $\underline{z}$  der Zustand des Systems,  $\mathbf{A}$  die Zustandsmatrix,  $\underline{B}$  der Eingangsvektor und  $s(t)$  der skalare Systemeingang ist. Dabei bedeutet Eingrößensystem, dass man nur einen Systemeingang und einen Systemausgang hat. Die Ausgangsgleichung bildet den internen Zustand des Systems auf den Ausgang ab und zwar mit

$$y(t) = \underline{C}(t) \cdot \underline{z}(t) + D(t) \cdot s(t) \quad .$$

$\underline{C}$  ist die Ausgangsmatrix,  $D$  ist der Durchgangswert und  $y(t)$  ist der skalare Ausgabewert.

Das lineare dynamische Eingrößensystem wird mit einer linearen Differentialgleichung  $m$ -ter Ordnung modelliert

$$\frac{d^m y(t)}{dt^m} + c_{m-1}(t) \frac{d^{m-1} y(t)}{dt^{m-1}} + \dots + c_0(t) \cdot y(t) = b_m(t) \frac{d^m s(t)}{dt^m} + b_{m-1}(t) \frac{d^{m-1} s(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0(t) \cdot s(t) \quad .$$

Die Zustandsmatrix und der Eingangsvektor ist bei der transponierten kanonischen Struktur gegeben als

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 0_{m-1} & & \mathbf{I}_{m-1,m-1} \\ -c_0(t) & \dots & -c_{m-1}(t) \end{bmatrix}, \underline{B}(t) = \begin{bmatrix} 0_{m-1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad .$$

Die Ausgangsmatrix und der Durchgangswert sind

$$\underline{C}(t) = \begin{bmatrix} b_0(t) - b_m(t) \cdot c_0(t) & \dots & b_{m-1}(t) - b_m(t) \cdot c_{m-1}(t) \end{bmatrix}, d(t) = b_m(t) \quad .$$

Ändern sich die Koeffizienten über die Zeit nicht, so ist das System zeitinvariant, ansonsten zeitvariant.

Im Folgenden wird die Direktschallausbreitung nach (2.4) betrachtet

$$h(t, \tau) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R(t)} \cdot \delta\left(t - \tau - \frac{R(t)}{c}\right) ,$$

wobei  $R(t)$  der Abstand zwischen Quelle und Senke ist.  $\frac{R(t)}{c}$  ist dabei eine Totzeit. Der Abstand  $R(t)$  ist zunächst zeitlich konstant. Wird die Impulsantwort

$$h(t) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R} \cdot \delta\left(t - \frac{R}{c}\right)$$

in den Laplace-Bereich transformiert, so ist

$$H(s) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R} \cdot \exp\left(-\frac{R}{c} \cdot s\right) .$$

Ferner gilt

$$Y(s) = H(s) \cdot S(s) ,$$

welches in

$$\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R} \cdot \exp\left(\frac{R}{c} \cdot s\right) \cdot Y(s) = S(s)$$

umgeschrieben werden kann. Wird die e-Funktion als Potenzreihe dargestellt

$$\exp\left(\frac{R}{c} \cdot s\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot \left(\frac{R}{c} \cdot s\right)^k$$

und in den Zeitbereich zurücktransformiert, so ist die Differentialgleichung gegeben als

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot \left(\frac{R}{c}\right)^k \cdot \frac{d^k y(t)}{dt^k} = s(t) .$$

Man erkennt, dass eine direkte Konversion nicht möglich ist, da der Zustand unendlich dimensional und nicht abzählbar unendlich ist. Deshalb wird bei der Direktschallausbreitung die Impulsantwort nicht in eine Zustandsraumdarstellung überführt, sondern das Integral (2.1) direkt gelöst

$$y(t) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R(t)} \cdot s\left(t - \frac{R(t)}{c}\right) . \quad (2.11)$$

Die Gleichung (2.11) stellt eine Beziehung zwischen der Messung  $y(t)$  und der zu bestimmenden Größe  $R(t)$  in Abhängigkeit der Abbildung  $s(\cdot)$  her. Der Zusammenhang zwischen  $R(t)$  und  $y(t)$  ist nichtlinear. Im späteren wird (2.11) als Messgleichung bezeichnet. In diesem vorliegenden Fall wird als Zustand der Abstand definiert. Bei einem zeitlich veränderlichen Abstand wird eine Systemgleichung verwendet, die die zeitliche Veränderung des Abstands beschreibt.

Sollen auftretende lineare Verzerrungen berücksichtigt werden, die bei der Direktschallausbreitung durch z. B. Beugung und die Eigenschaften der Abstrahlcharakteristik von Sender und Empfänger entstehen, so kann folgende Darstellung verwendet werden. Wie bereits erwähnt kann eine Totzeit nicht direkt in eine Zustandsraumdarstellung konvertiert werden. Daher wird als Systemeingang nicht das Sendesignal  $s(t)$ , sondern das verzögerte Signal

$$s'(t) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R(t)} \cdot s\left(t - \frac{R(t)}{c}\right)$$

verwendet. Das Modell wäre demnach

$$\frac{d\underline{z}(t)}{dt} = \mathbf{A}(t) \cdot \underline{z}(t) + \underline{B}(t) \cdot s'(t) \quad , \quad (2.12)$$

und

$$y(t) = \underline{C}(t) \cdot \underline{z}(t) + D(t) \cdot s'(t) \quad . \quad (2.13)$$

Durch das Modell muss der Zustand  $\underline{z}(t)$  zusätzlich in den resultierenden Zustandsvektor aufgenommen werden. Sind die Koeffizienten

$$\underline{b}(t) = [b_0(t) \quad \dots \quad b_m(t)]^T$$

und

$$\underline{c}(t) = [c_0(t) \quad \dots \quad c_{m-1}(t)]^T$$

unbekannt müssen diese im Zustandsvektor augmentiert werden.

## 2.7 Überführung in ein zeitdiskretes Modell

Der in dieser Arbeit verwendete Zustandsschätzer benötigt ein zeitdiskretes Modell. Des Weiteren tastet ein Sensor das Empfangssignal ab, um die Messungen im Rechner verarbeiten zu können.

Bei einer formgetreuen Direktschallausbreitung ist der Messwert am Sensor  $\underline{p}$  zum diskreten Zeitpunkt  $n$

$$y(n \cdot T_e, \underline{p}) = y_n = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_n} \cdot s\left(n \cdot T_e - \frac{R_n}{c}\right) \quad ,$$

wobei  $T_e$  die Abtastrate des Sensors ist. Das zeitdiskrete Bewegungsmodell, welches  $R_n$  beschreibt, wird in einem späteren Kapitel betrachtet. In diesem Kapitel wird nur das zeitdiskrete Modell betrachtet, dass die Signalausbreitung beschreibt.

Bei einer nicht formgetreuen Übertragung muss das zeitdiskrete Äquivalent von (2.12) und (2.13) verwendet werden. In diesem Fall wird das System im Zustandsraum durch die Differenzgleichung

$$\underline{z}_{n+1} = \mathbf{A}_n \cdot \underline{z}_n + \underline{B}_n \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_n} \cdot s\left(n \cdot T_e - \frac{R_n}{c}\right) \quad , \quad (2.14)$$

und die Ausgabegleichung

$$y_n = \underline{C}_n \cdot \underline{z}_n + D_n \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_n} \cdot s\left(n \cdot T_e - \frac{R_n}{c}\right) \quad . \quad (2.15)$$

beschrieben. Die Systemmatrizen sind in ähnlicher Weise wie im zeitkontinuierlichen Fall aufgebaut. Die Signalverläufe des kontinuierlichen und zeitdiskreten Modells müssen im Allgemeinen nicht gleich sein. Ist das Signal und das System bandbegrenzt und wird das Abtasttheorem eingehalten, so stimmen die Ausgabewerte nur zu den Abtastzeitpunkten überein. Hingegen hat ein bandbegrenztes Signal streng genommen unendliche zeitliche Ausdehnung [Rup93]. Solche Signale treten in einem physikalischen System nicht auf. In der Regel kann angenommen werden, dass das Spektrum für höhere Frequenzen verschwindend gering ist und der Aliasing-Fehler sehr klein ist.

## 2.8 Resultierendes Modell

Das Ausbreitungsmodell kann die physikalischen Gegebenheiten nur in gewisser Weise beschreiben. Dabei werden bei der Modellierung hauptsächlich die makroskopischen Effekte berücksichtigt. Andere Effekte können berücksichtigt werden, wobei aber einige Parameter, die das Ausbreitungsmodell beschreiben, nicht vorab bekannt sind und deshalb mit geschätzt werden müssen. Eine komplette Rekonstruktion der Wellenausbreitung wird für die Lageschätzung nicht benötigt, wie z. B in [SBH08].

Der in dieser Arbeit verfolgte Ansatz führt eine Schätzung bestimmter Größen durch, um die Lage von Objekten mittels bekannten Referenzsignalen zu schätzen. Die Übertragungseigenschaften des Systems werden durch ein mathematisches Modell beschrieben. Um die Komplexität zu begrenzen wird ein reduziertes Modell verwendet, wobei die daraus resultierende Modellunsicherheit in einem Rauschprozess beschrieben wird. Auf die mögliche Modellierung der Unsicherheiten wird im nächsten Kapitel eingegangen. In diesem Kapitel wird das resultierende Modell, basierend auf den Erkenntnissen der vorangegangenen Kapitel, beschrieben.

Ausgehend von (2.14) und (2.15) wird die Übertragung der von  $N$  Sendern emittierten Referenzsignale betrachtet.  $M$  Sensoren empfangen die verzögerten, verzerrten und gestörten Signale. Da ein lineares Übertragungssystem vorausgesetzt wurde, überlagern sich additiv die mehreren Sendesignale der einzelnen Quellen. Diese Signale werden örtlich und zeitlich von den Sensoren abgetastet. Die Systemgleichung für den Direktschall von Sender  $i$  zu Sensor  $j$  ist gegeben als

$$z_{n+1}^{i,j} = \mathbf{A}_n^{i,j} \cdot z_n^{i,j} + \mathbf{B}_n^{i,j} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_n^{i,j}} \cdot s^i \left( n \cdot T_e - \frac{R_n^{i,j}}{c} \right) . \quad (2.16)$$

Die Messgleichung für den Sensor  $j$  erhält man durch die Addition gemäß

$$\mathbf{y}_n^j = \sum_{i=1}^N \left[ \mathbf{C}_n^{i,j} \cdot z_n^{i,j} + \mathbf{D}_n^{i,j} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_n^{i,j}} \cdot s^i \left( n \cdot T_e - \frac{R_n^{i,j}}{c} \right) \right] + \mathbf{v}_n^j , \quad (2.17)$$

wobei  $\mathbf{v}_n^j$  eine additive Störung ist. Der Rauschprozess  $\mathbf{v}_n^j$  beinhaltet exogene und endogene Störungen. Unter exogene Störungen fallen räumlich verteilte Störquellen, sowie Modellierungsfehler bei der Beschreibung der räumlichen Ausbreitung des Schallereignisses. Endogene Störungen beschreiben Störeinflüsse bezüglich der Signalumwandlung an den Quellen und Sensoren.

Wie in (2.6) und (2.5) beschrieben, hat der Sensor und der Empfänger eine Richtcharakteristik. Die lineare Verformung des Signals wird durch die System- (2.16) und Messgleichung (2.17) mitberücksichtigt. Dabei wird die komplette Ausbreitungstrecke zwischen Quelle und Sensor betrachtet. Ist das Übertragungsverhalten des Senders bekannt, so kann ein modifiziertes Sendesignal im Zustandsschätzer verwendet werden, welches man durch die Faltung des zeitdiskreten Sendesignals und der Impulsantwort des Systems, welches die linearen Verzerrungen des Senders beschreibt, erhält.

Ersetzt man die kontinuierlichen Sendesignale  $s^i(t)$  durch die interpolierten Signale, so folgt mit

$$s^i(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s_k^i \cdot h_I(t - k \cdot T_s) ,$$

$$\underline{z}_{n+1}^{i,j} = \mathbf{A}_n^{i,j} \cdot \underline{z}_n^{i,j} + \underline{B}_n^{i,j} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_n^{i,j}} \cdot \sum_{k=0}^n s_k^i \cdot h_I \left( n \cdot T_e - k \cdot T_s - \frac{R_n^{i,j}}{c} \right)$$

und

$$\mathbf{y}_n^j = \sum_{i=1}^N \left[ \underline{C}_n^{i,j} \cdot \underline{z}_n^{i,j} + D_n^{i,j} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_n^{i,j}} \cdot \sum_{k=0}^n s_k^i \cdot h_I \left( n \cdot T_e - k \cdot T_s - \frac{R_n^{i,j}}{c} \right) \right] + \mathbf{v}_n^j ,$$

wobei Kausalität vorausgesetzt wird. Die  $M$  Sensoren tasten die Empfangssignale synchron mit dem gleichen Abtastintervall  $T_e$  ab. Zudem ist das Abtastintervall auf Senderseite  $T_s$  und Empfangsseite  $T_e$  gleich dem Abtastintervall  $T = T_s = T_e$ . Da angenommen werden kann, dass die Lage des zu schätzenden Objekts, vielmehr die Position des Objekts, nur in einem bekannten Bereich sich befinden kann, wird eine bekannte maximale Verzögerung  $D$  angenommen. Es werden somit nur die Sendesymbole  $[s_{n-D}^i \dots s_n^i]$  betrachtet. Da das Sendesignal näherungsweise bandbegrenzt ist, wird als Interpolationsfunktion die Sinc-Funktion verwendet, welche definiert ist als

$$h_I(t) = \text{si} \left( \pi \cdot \frac{t}{T} \right) .$$

Da der Abstand zwischen Sender und Empfänger nicht notwendigerweise ein Vielfaches der Abtastzeit beträgt, ist diese Interpolation notwendig [OS99]. Das resultierende Modell wäre somit gegeben als

$$\underline{z}_{n+1}^{i,j} = \mathbf{A}_n^{i,j} \cdot \underline{z}_n^{i,j} + \underline{B}_n^{i,j} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_n^{i,j}} \cdot \sum_{k=n-D}^n s_k^i \cdot \text{si} \left( \pi \cdot (n - k) - \pi \cdot \frac{R_n^{i,j}}{c \cdot T} \right)$$

und

$$\mathbf{y}_n^j = \sum_{i=1}^N \left[ \underline{C}_n^{i,j} \cdot \underline{z}_n^{i,j} + D_n^{i,j} \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_n^{i,j}} \cdot \sum_{k=n-D}^n s_k^i \cdot \text{si} \left( \pi \cdot (n - k) - \pi \cdot \frac{R_n^{i,j}}{c \cdot T} \right) \right] + \mathbf{v}_n^j . \quad (2.18)$$

Die Berücksichtigung von linearen Verzerrungen kann das Schätzergebnis verbessern. Liegen Reflexionen und die Direktausbreitung zeitlich sehr dicht beieinander, so überlagern sich die einzelnen Ausbreitungswege. Wird das Abklingverhalten des Senders nur schwach gedämpft, so können Interferenzen auftreten. Dies kann an einem Beispiel verdeutlicht werden, bei dem der Kanal durch

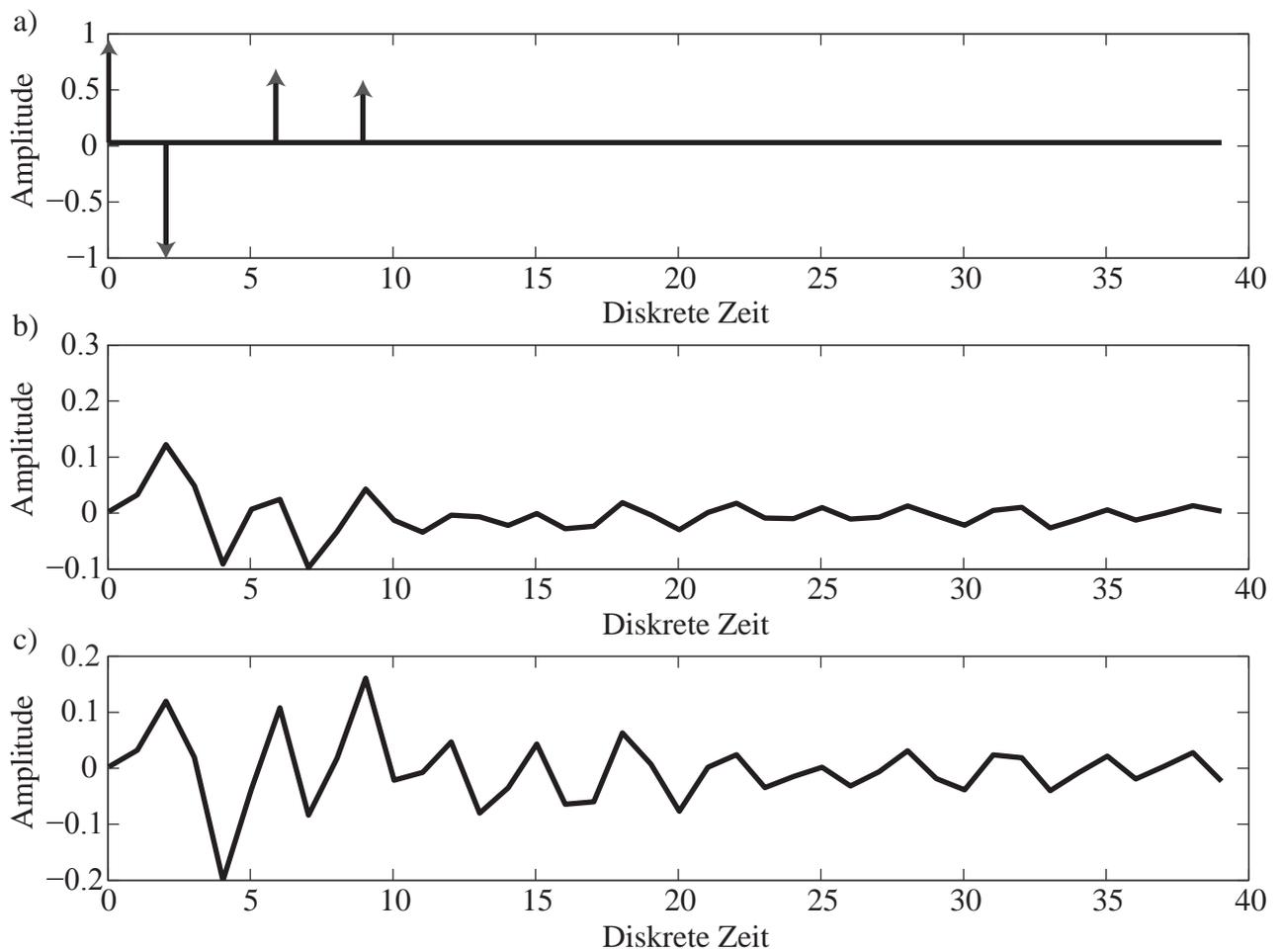
$$h(t) = a_0 \cdot \delta(t - d_0) + a_1 \cdot \delta(t - d_1) + a_2 \cdot \delta(t - d_2)$$

beschrieben wird. Faltet man das Kanalmodell mit der Impulsantwort des Senders  $h_s(t)$ , kann sich das Maximum der resultierenden Impulsantwort  $h_k(t)$  in positiver Richtung verschieben, was zu einem Fehler im Schätzergebnis führt. Auch wenn keine Reflexionen auftreten, kann durch das Einschwingverhalten eine zusätzliche Verzögerung entstehen. Dies ist in Abb. 2.4 dargestellt. Dies kann im Schätzer entweder durch eine Vorfilterung des Sendesignals, wenn das Verhalten bekannt ist, oder durch gleichzeitiges Schätzen der Modellparameter, kompensiert werden. Ein Beispiel verdeutlicht das. Betrachtet man das Modell

$$y_m(t) = s(t - d_m) ,$$

d. h. das Modell berücksichtigt nur eine reine Verzögerung. Das physikalische System hingegen verzögert und verzerrt das Signal linear gemäß

$$y_w(t) = s(t - d_w) * h_k(t) .$$



**Abbildung 2.4:** a) Kanalmodell, b) Impulsantwort des Senders, c) Resultierende Impulsantwort.

Der quadratische Fehler in Abhängigkeit des Modellparameters  $d_m$  zwischen  $y_m(t)$  und  $y_w(t)$  sei

$$F(d_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} (y_m(t) - y_w(t))^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \underbrace{(y_m(t))^2}_{s(t-d_m)^2} - 2 \cdot \underbrace{y_m(t) \cdot y_w(t)}_{s(t-d_m) \cdot (s(t-d_w) * h_k(t))} + \underbrace{(y_w(t))^2}_{(s(t-d_w) * h_k(t))^2} dt .$$

Der erste Summand ist die Energie  $C(0)$  des Signals  $s(t)$ . Der dritte Summand ist die Energie des Signals  $y_w(t)$ . Mit Hilfe der Parseval-Gleichung ist der dritte Summand somit

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (s(t - d_w) * h_k(t))^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 \cdot |H(f)|^2 dt .$$

Der zweite Summand kann umgeschrieben werden in

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(t - d_m) \cdot (s(t - d_w) * h_k(t)) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t - d_m) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} s(t - \tau - d_w) \cdot h_k(\tau) d\tau dt .$$

Als Signal wird ein Energiesignal angenommen. Ferner sei das System stabil. Damit kann das Integral vorgezogen werden und man erhält als Resultat die Faltung der verschobenen Autokorrelationsfunktion  $C(d_m - d_w)$  des Signals  $s(t)$  mit der Impulsantwort des Kanals  $h_k(t)$ . Der quadratische Fehler ist somit

$$F(d_m) = C(0) - 2 \cdot C(d_m - d_w) * h_k(d_m) + \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 \cdot |H(f)|^2 dt . \quad (2.19)$$

Ist die Autokorrelationsfunktion gegeben als  $C(d_m) = \delta(d_m)$ , so ist der minimale Fehler an der Funktionsstelle

$$d_m = \underset{t}{\operatorname{argmax}} (h_k(t)) + d_w .$$

Bislang wurden noch keine Annahmen bzgl. der Bandbreite der Sendesignale gemacht. Sind die Sendesignale schmalbandig, so können die linearen Amplituden- und Gruppenlaufzeitverzerrungen in diesem Frequenzband als konstant angenommen werden, d. h. eine formgetreue Übertragung. Dadurch vereinfacht sich die Darstellung, da in der Messgleichung dies durch einen Dämpfungsfaktor und einen zusätzlichen Verzögerungsterm berücksichtigt werden kann. Sind die Signale hingegen breitbandig, so ist dies nicht notwendigerweise gegeben und das Übertragungsverhalten sollte in einer Systembeschreibung berücksichtigt werden.

## 2.9 Unsicherheiten

Bei der Modellierung und bei der Messung treten Unsicherheiten auf. Im resultierenden Modell für die Wellenausbreitung werden diese im Messrauschen berücksichtigt. Dieser Rauschprozess setzt sich zusammen aus Störungen, hervorgerufen durch Störquellen und Unsicherheiten, die durch die nicht exakte Modellierung entstehen. Störungen, die über mögliche Störquellen verursacht werden, sind unabhängig vom Sendesignal. Diese Störungen können aber korreliert über die Zeit und den Ort sein.

Das resultierende Modell beschreibt die Direktschallausbreitung des Schallereignisses. Reflexionen wurden in diesem Modell nicht berücksichtigt und sind notwendigerweise bei der Lageschätzung nicht relevant. Das Modell für die Direktschallausbreitung trägt die meiste Information für die Schätzung

bei, da das Modell das unterlagerte Phänomen der Direktschallausbreitung annäherungsweise exakt beschreibt. Bei der Modellierung der Reflexionen fließen sehr viele Parameter ein, die vorab nicht bekannt sind. Für eine exakte Modellierung müsste der komplette Raum modelliert werden. Die Methode der Spiegelquellen würde die äußeren Gegebenheiten nur annäherungsweise beschreiben. Daher werden diese Störungen im Rauschprozess berücksichtigt. Reflexionen können als signalabhängiges Rauschen modelliert werden [vTR03]. In [vTR03] wurde das reflektierte Signal in einem Modell beschrieben, welches durch einen weißen Rauschprozess angeregt wird.

Reflektierte Signalanteile liegen auf denselben Frequenzanteilen wie das Sendesignal, wenn ein lineares Übertragungssystem angenommen wird. Durch Interferenz der reflektierten Signalanteile an den einzelnen Sensoren ist die Phase und die Amplitude bzgl. einer Trägerfrequenz im Vergleich zum Sendesignal unterschiedlich. Wird das Signal von unterschiedlichen Reflektoren reflektiert, so kann die Phase und die Amplitude über eine Wahrscheinlichkeitsdichte beschrieben werden. Es liegt somit ein farbiger Rauschprozess vor, der im Frequenzband der Sendesignale liegt.

Da das Sendesignal in dieser Arbeit als Teil einer zeitvarianten Messabbildung interpretiert wird und immer nur ein Ausschnitt  $[n - D \dots n]$  für die Verarbeitung verwendet wird, können auftretende Reflexionen in zwei Fälle unterschieden werden. Überlagert sich das reflektierte Signal im Auswertebereich mit dem gesendeten Signal, so können Mehrdeutigkeiten im Schätzergebnis entstehen. Um das Problem der Mehrdeutigkeiten anschaulicher zu verdeutlichen, kann die Methode der Spiegelquellen herangezogen werden. Befinden sich Spiegelquellen innerhalb einer Kugel mit dem Radius  $D \cdot c \cdot T$  mit dem Sender als Mittelpunkt, so entstehen Mehrdeutigkeiten. Dabei ist aber die Dämpfung um einiges höher, als bei der Direktschallausbreitung, da die Abstrahlcharakteristik der Quelle noch zu beachten ist. Ein Sender sendet das aktuelle Symbol  $s_n$  aus, wohingegen die Spiegelquelle das Symbol  $s_{n-p}$  emittiert. Betrachtet man den Auswertebereich, der in der Messabbildung herangezogen wird, so enthält diese die Symbole  $s_n, \dots, s_{n-D}$ . Gilt nun  $n - p < n - D$  oder umgeformt  $p > D$ , so liegt diese Spiegelquelle außerhalb des betrachteten Zeitfensters. Das reflektierte Signal kommt nicht im betrachteten Sendesignal vor. Dies ist in Abb. 2.5 dargestellt und wird durch (2.19) bestätigt, da der minimale Fehler im Bereich  $[0, D \cdot T]$  gesucht wird. Das eigentliche Sendesignal sollte demnach erst wiederholt werden, wenn das Signal von den Spiegelquellen so diffus ist, dass die zeitliche Struktur nicht mehr erkennbar ist. Dabei bezeichnet der diffuse Anteil der Raumimpulsantwort den Nachhall. Der Nachhall enthält keine richtungsabhängigen Informationen mehr. Die Periode eines Sendesignals sollte somit im Bereich der Nachhallzeit liegen.

## 2.10 Eigenschaften der Sendesignale

Die Qualität des Schätzergebnisses hängt vom Sendesignal ab, da dieses das System anregt. Wie in [Val02] beschrieben, eignen sich tieffrequente Signale für das Tracking im Falle von Abschattungen und Beugungseffekten. Hingegen verringert sich die Genauigkeit des Schätzergebnisses, da eine schlechtere Ortsauflösung gegeben ist [ASRV06]. Betrachtet man das Problem der Laufzeitbestimmung und wird das Signal als eine Messabbildung interpretiert, kann mit Hilfe der Cramér-Rao-Schranke die unterste

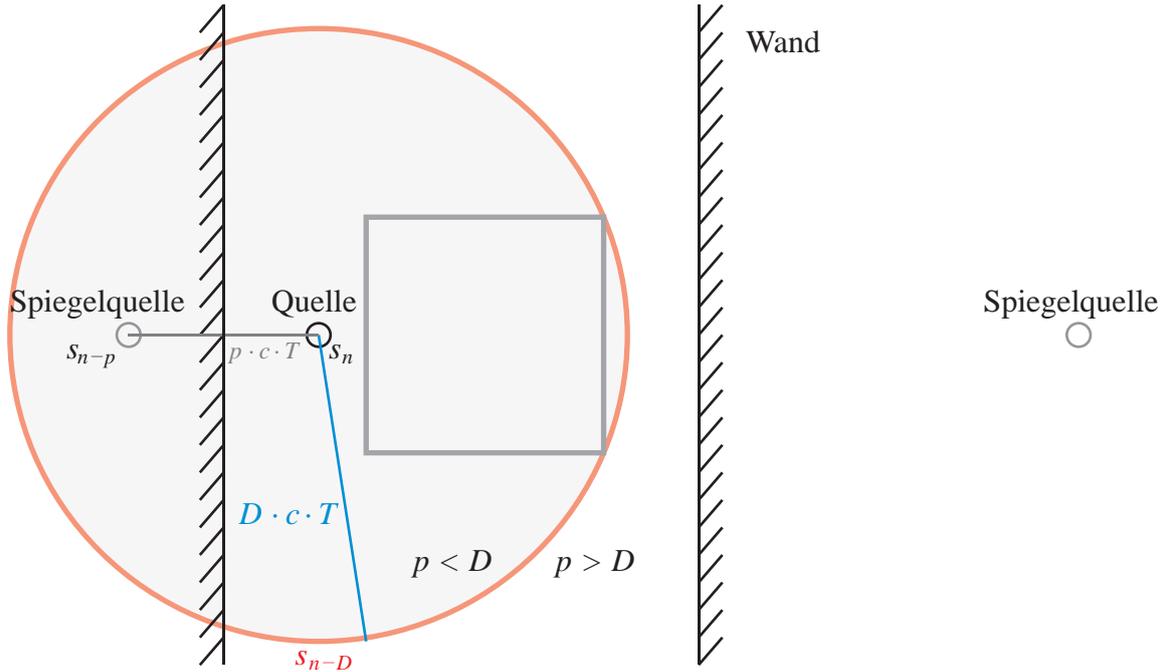


Abbildung 2.5: Darstellung des Auswertebereichs.

Schranke für die Schätzgenauigkeit angegeben werden. Diese vergrößert sich, je tieffrequenter das Signal ist.

Die Cramér-Rao-Schranke [GRM98] gibt die untere Schranke der Kovarianzmatrix des Schätzfehlers eines erwartungswerttreuen Schätzers an, wobei die zu berechnende Größen als nicht zufällig angenommen werden. Für die Berechnung der Schranke, wird der Schätzfehler  $\underline{e}$  definiert als

$$\underline{e} = \underline{x} - \hat{\underline{x}} ,$$

wobei  $\underline{x}$  der gesuchte und  $\hat{\underline{x}}$  der geschätzte Parameter ist. Eine untere Schranke für die Kovarianz des Schätzfehlers kann über die Inverse der Fischer-Informationsmatrix

$$\text{CRB}_x = \text{Cov}(\underline{e}) \geq \mathbf{I}(\underline{x})^{-1}$$

angegeben werden. Die Fischer-Informationsmatrix ist definiert als

$$\mathbf{I}(\underline{x}) = \text{E} \left( \frac{\partial \ln(f^l(\underline{y}|\underline{x}))}{\partial \underline{x}} \cdot \left( \frac{\partial \ln(f^l(\underline{y}|\underline{x}))}{\partial \underline{x}} \right)^T \right) , \quad (2.20)$$

wobei  $f^l(\underline{y}|\underline{x})$  die Likelihood-Funktion ist. Dabei kann die Likelihood-Funktion als eine bedingte Dichte angesehen werden. Für einen spezifischen Wert für die Größe  $\underline{x}$  erhält man die Wahrscheinlichkeitsdichte für  $\underline{y}$  gegeben dem spezifischen Wert.

Es wird der Einfluss eines Messsignals für die Bestimmung der Laufzeit zwischen Sender und Empfänger betrachtet und eine formgetreue Übertragung angenommen. Die Messabbildung ist somit gegeben als

$$\underline{y} = \mathbf{H} \cdot \underline{g}(x) + \underline{v} ,$$

wobei der Parameter  $x$  die Laufzeit zwischen Sender und Empfänger ist und zudem als zeitlich konstant angenommen wird. Der Messvektor  $\underline{y}$  beinhaltet dabei alle Messwerte vom diskreten Zeitpunkt 0 bis  $K - 1$  an einen Empfänger. Die Einträge der Matrix  $\mathbf{H}$  setzen sich aus den Amplitudenwerten des Sendesignals zusammen. Bei der Laufzeitbestimmung ist die Matrix des Sendesignals gegeben als

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} s_{-D} & \dots & s_0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{K-D} & \dots & s_K \end{bmatrix} .$$

Die nichtlineare Funktion  $g(\cdot)$  beschreibt die Konversion der gesuchten Laufzeit auf Gewichte, welche mit dem zeitdiskreten Sendesignal gewichtet werden. Die Funktion ist somit

$$\underline{g}(x) = \left[ \text{si}\left(\pi \cdot \left(D - \frac{x}{T}\right)\right) \quad \dots \quad \text{si}\left(\pi \cdot \left(-\frac{x}{T}\right)\right) \right]^T .$$

Die Likelihood-Funktion ist dann gegeben als

$$f^l(\underline{y}|x) = f^v(\underline{y} - \underline{M}(x)) ,$$

wobei  $\underline{M}(x) = \mathbf{H} \cdot \underline{g}(x)$  ist. Im Falle, dass das Rauschen normalverteilt ist, ist die Likelihood-Funktion als

$$f^l(\underline{y}|x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{K}{2}} \cdot (\det(\mathbf{R}_v))^{\frac{1}{2}}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot (\underline{y} - \underline{M}(x))^T \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot (\underline{y} - \underline{M}(x))\right\} \quad (2.21)$$

gegeben. Die Matrix  $\mathbf{R}_v$  ist dabei die Rauschkovarianzmatrix. Wendet man den Logarithmus auf (2.21) an und leitet anschließend nach den Parametern ab, so kann das Resultat in (2.20) eingesetzt werden, und man erhält

$$\mathbf{I}(x) = \mathbf{E}\left(\frac{\partial \underline{M}^T}{\partial x} \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot (\underline{y} - \underline{M}) \cdot \left(\frac{\partial \underline{M}^T}{\partial x} \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot (\underline{y} - \underline{M})\right)^T\right) .$$

Das Schätzergebnis ist erwartungswerttreu und somit ist  $\mathbf{E}\left((\underline{y} - \underline{M}) \cdot (\underline{y} - \underline{M})^T\right) = \mathbf{R}_v$ . Die Informationsmatrix ergibt sich dann zu

$$\mathbf{I}(x) = \frac{\partial \underline{M}^T}{\partial x} \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot \frac{\partial \underline{M}}{\partial x} = \frac{\partial \underline{g}^T}{\partial x} \cdot \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \underline{g}}{\partial x} .$$

Die Ableitung der Interpolationsfunktion nach dem gesuchten Parameter ist

$$\frac{\partial \underline{g}^T}{\partial x} = \left[ \frac{1}{T \cdot D - x} \cdot \left(-\cos\left(\pi \cdot \left(D - \frac{x}{T}\right)\right) + \text{si}\left(\pi \cdot \left(D - \frac{x}{T}\right)\right)\right) \quad \dots \quad \frac{1}{-x} \cdot \left(-\cos\left(\pi \cdot \left(-\frac{x}{T}\right)\right) + \text{si}\left(\pi \cdot \left(-\frac{x}{T}\right)\right)\right) \right] . \quad (2.22)$$

Für die Informationsmatrix ergibt sich somit

$$\mathbf{I}(x) = \sum_{i=0}^D \sum_{j=0}^D \frac{C(j, i)}{(T \cdot (D - j) - x) \cdot (T \cdot (D - i) - x)} \cdot \begin{pmatrix} -\cos\left(\pi \cdot \left(D - j - \frac{x}{T}\right)\right) + \text{si}\left(\pi \cdot \left(D - j - \frac{x}{T}\right)\right) \\ -\cos\left(\pi \cdot \left(D - i - \frac{x}{T}\right)\right) + \text{si}\left(\pi \cdot \left(D - i - \frac{x}{T}\right)\right) \end{pmatrix} ,$$

wobei  $C(j, i)$  der Eintrag der Matrix  $\mathbf{C} = \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot \mathbf{H}$  an der  $j$ . Spalte und  $i$ . Zeile ist.

Ist der Rauschprozess  $\mathbf{R}_v$  weiß, so geht die Matrix  $\mathbf{C}$  in die nicht normalisierte Autokorrelation des Sendesignals über, wobei diese mit der Inversen der Störleistung gewichtet wird

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sigma_v^2} \cdot \begin{bmatrix} C(0,0) & C(0,1) & \dots & C(0,D) \\ C(1,0) & C(1,1) & \dots & C(1,D) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ C(D,0) & C(D,1) & \dots & C(D,D) \end{bmatrix} .$$

Dabei ist  $C(j, i) = \sum_{k=-D}^K s_{k+j} \cdot s_{k+i}$  und  $\sigma_v^2$  die Störleistung.

Mehrere Eigenschaften können nun aus der Cramér-Rao-Schranke

$$\text{CRB}(x) \geq \frac{1}{\mathbf{I}(x)}$$

abgeleitet werden. Betrachtet man einen Einheitsimpuls zum Zeitpunkt null, so ist die Matrix  $\mathbf{C}$  in diesem Fall die Einheitsmatrix

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}_{D+1, D+1} .$$

Wird dies in die Informationsmatrix eingesetzt, so ergibt sich

$$\mathbf{I}(x) = \sigma_v^2 \cdot \sum_{i=0}^D \frac{1}{(T \cdot (D - i) - x)^2} \cdot \left( -\cos\left(\pi \cdot \left(D - i - \frac{x}{T}\right)\right) + \text{si}\left(\pi \cdot \left(D - i - \frac{x}{T}\right)\right) \right)^2 .$$

Da die Sinc-Funktion unendliche Ausdehnung hat, betrachtet man den Grenzübergang für  $D \rightarrow \infty$ . Des Weiteren muss angenommen werden, dass die Messung bei  $-\infty$  gestartet wurde und bis  $\infty$  andauert. Wird die Laufvariable  $i$  durch  $u = D - i$  substituiert und der Grenzübergang betrachtet, so ist die Informationsmatrix als

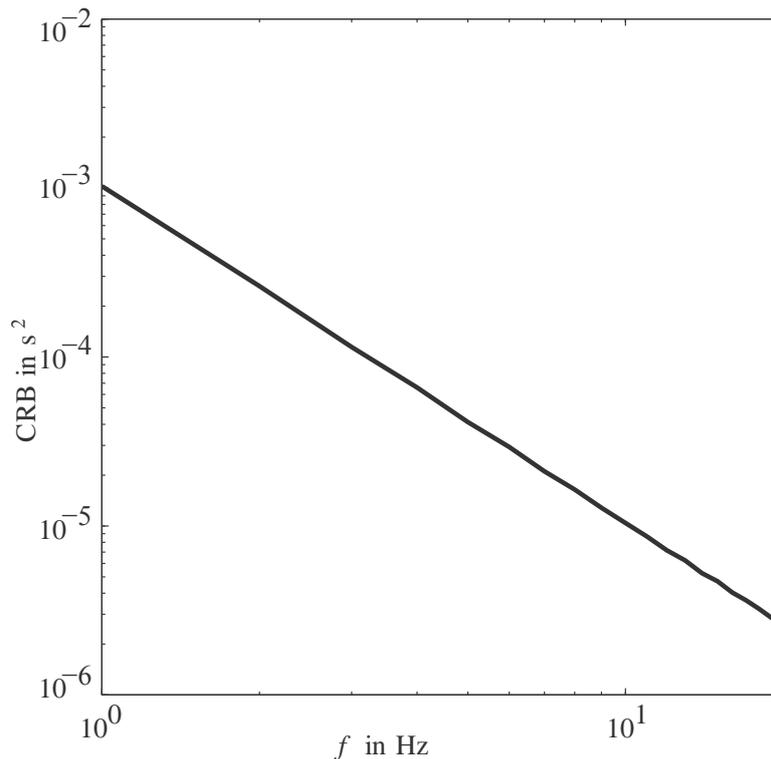
$$\begin{aligned} \mathbf{I}(x) &= \sigma_v^2 \cdot \sum_{u=-\infty}^{\infty} \frac{1}{(T \cdot u - x)^2} \cdot \left( -\cos\left(\pi \cdot \left(u - \frac{x}{T}\right)\right) + \text{si}\left(\pi \cdot \left(u - \frac{x}{T}\right)\right) \right)^2 \\ &= \sigma_v^2 \cdot \frac{\pi^2}{3 \cdot T^2} . \end{aligned}$$

und die unterste Grenze als

$$\text{CRB}(x) \geq \frac{T^2 \cdot 3}{\sigma_v^2 \cdot \pi^2}$$

gegeben. Wird ein Sinussignal betrachtet, so verringert sich die Schranke, desto größer die Frequenz wird. In Abb. 2.6 ist exemplarisch die Cramér-Rao-Schranke für ein Sinussignal mit verschiedenen Frequenzen dargestellt.

Die Cramér-Rao-Schranke gibt die kleinste mögliche Schranke für einen Schätzer an. Unter Umständen kann kein Schätzer gefunden werden, der diese Schranke erreicht. Deshalb muss noch untersucht werden, welche weiteren Eigenschaften das Sendesignal haben muss. Betrachtet man ein periodisches Signal, so erzeugt dieses in der resultierenden Dichte Multimodalitäten in Abhängigkeit der Periode. Um diese Mehrdeutigkeiten auszuschließen, darf das Sendesignal in dem betrachteten Auswertefenster nicht periodisch sein. Darüber hinaus sollte das Sendesignal ein Signalgemisch mit unterschiedlichen Amplitudenveränderungen sein, um eine gute Ortsauflösung zu erhalten. Ein weißer Zufallsprozess



**Abbildung 2.6:** Cramér-Rao-Schranke bei der Laufzeitbestimmung. Das Sendesignal ist ein Sinussignal.

zum Beispiel hat diese Eigenschaften. Die Autokorrelierte wird durch eine Dirac-Delta-Distribution beschrieben. Somit weist das Signal keine Periodizität auf. Außerdem hat das Signal über die Zeit verschiedene Amplitudenwechsel. Dies geht aus (2.19) hervor, da die Autokorrelationsfunktion in der Gleichung enthalten ist.

Für die Lageschätzung werden mehrere Sendesignale verwendet. In diesem Fall müssen die Signale so ausgewählt sein, dass sie möglichst unähnlich zueinander sind, damit diese den Sendern eindeutig zugeordnet werden. Somit muss die Kreuzkorrelationsfunktion zweier Sendesignale geringe Werte annehmen.

In diesem Kapitel wurde bis jetzt angenommen, dass die zu schätzenden Größen deterministisch und zeitlich konstant sind. Bei der Lokalisierung wird sich das zu lokalisierende Objekt im Raum frei bewegen können. Somit ist die Annahme nicht mehr zutreffend, dass die zu schätzenden Größen zeitlich konstant sind. Des Weiteren wird die Bewegungsänderung mittels eines Systemmodells modelliert. Dieses Modell kann in der Regel die Realität nicht vollständig beschreiben. Daher wird ein stochastisches Bewegungsmodell angenommen, bei dem die Modellierungsfehler im Prozessrauschen berücksichtigt werden. Dadurch konvergiert die Schranke für die Kovarianz bei unendlich vielen Messwerten nicht gegen Null, wie im deterministischen Fall. Für lineare zeitinvariante Systeme und unter der Voraussetzung, dass das Mess- und Prozessrauschen normalverteilt ist, kann über die Lösung der Riccati-Gleichung die untere Schranke angegeben werden. Bei nichtlinearen Systemen kann wie in [TMN98] die posteriore Cramér-Rao-Schranke berechnet werden. Es wird eine rekursive

Berechnungsvorschrift für die Berechnung der Informationsmatrix vorgeschlagen

$$\mathbf{I}_{n+1} = \mathbf{D}_n^{22} - \mathbf{D}_n^{21} \cdot (\mathbf{I}_n + \mathbf{D}_n^{11})^{-1} \cdot \mathbf{D}_n^{12} , \quad (2.23)$$

wobei

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n^{11} &= \mathbb{E} \left\{ -\Delta_{\underline{x}_n}^{\underline{x}_n} \ln \left( f^T \left( \underline{x}_{n+1} | \underline{x}_n \right) \right) \right\} \\ \mathbf{D}_n^{12} &= \mathbb{E} \left\{ -\Delta_{\underline{x}_n}^{\underline{x}_{n+1}} \ln \left( f^T \left( \underline{x}_{n+1} | \underline{x}_n \right) \right) \right\} \\ \mathbf{D}_n^{21} &= (\mathbf{D}_n^{12})^T \\ \mathbf{D}_n^{22} &= \mathbb{E} \left\{ -\Delta_{\underline{x}_{n+1}}^{\underline{x}_{n+1}} \ln \left( f^T \left( \underline{x}_{n+1} | \underline{x}_n \right) \right) \right\} + \mathbb{E} \left\{ -\Delta_{\underline{x}_{n+1}}^{\underline{y}_{n+1}} \ln \left( f^L \left( \underline{y}_{n+1} | \underline{x}_{n+1} \right) \right) \right\} \end{aligned}$$

ist.  $\Delta$  ist dabei die zweite partielle Ableitung, welche definiert ist als

$$\Delta_{\underline{x}}^{\underline{y}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial y_1} & \dots & \frac{\partial}{\partial y_n} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial}{\partial x_n} \end{bmatrix} .$$

Die Systemgleichung ist gegeben als

$$\underline{x}_{n+1} = \underline{x}_n + \underline{w}_n ,$$

wobei  $\underline{w}_n$  das Prozessrauschen ist, welches als weiß, normalverteilt und erwartungsfrei angenommen wird. Basierend auf der nichtlinearen Messgleichung für die Laufzeitbestimmung und der Systemgleichung sind die Variablen aus (2.23) gegeben als

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_n^{11} &= \mathbf{Q}_w^{-1} \\ \mathbf{D}_n^{12} &= \mathbf{D}_n^{21} = -\mathbf{Q}_w^{-1} \\ \mathbf{D}_n^{22} &= \mathbf{Q}_w^{-1} + \mathbb{E} \left\{ \frac{\partial \underline{g}(\underline{x}_{n+1})^T}{\partial \underline{x}_{n+1}} \cdot \underline{H}_{n+1}^T \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot \underline{H}_{n+1} \cdot \frac{\partial \underline{g}(\underline{x}_{n+1})}{\partial \underline{x}_{n+1}} \right\} , \end{aligned}$$

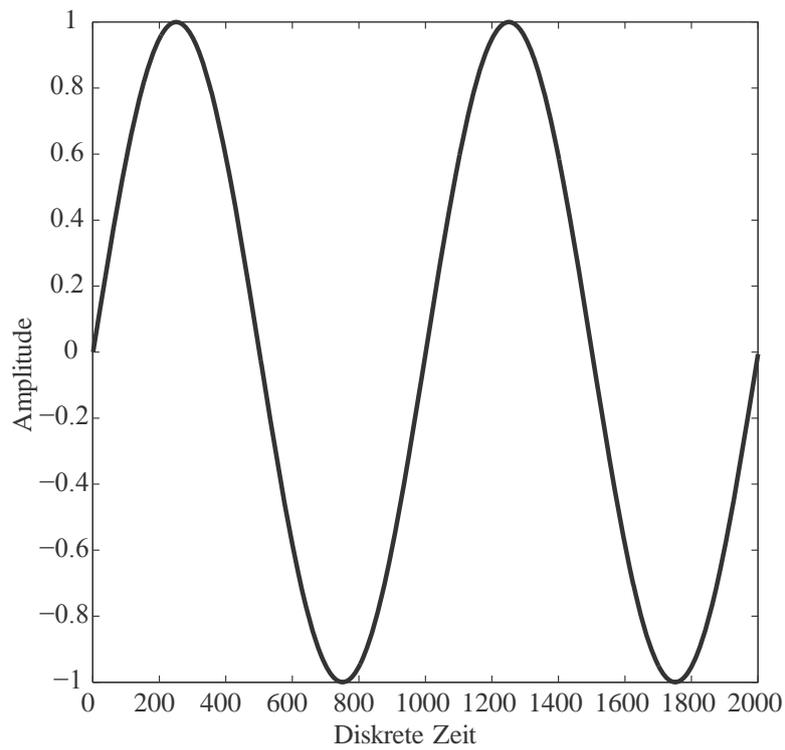
wobei

$$\underline{H}_{n+1} = \begin{bmatrix} s_{n+1-D} & \dots & s_{n+1} \end{bmatrix}$$

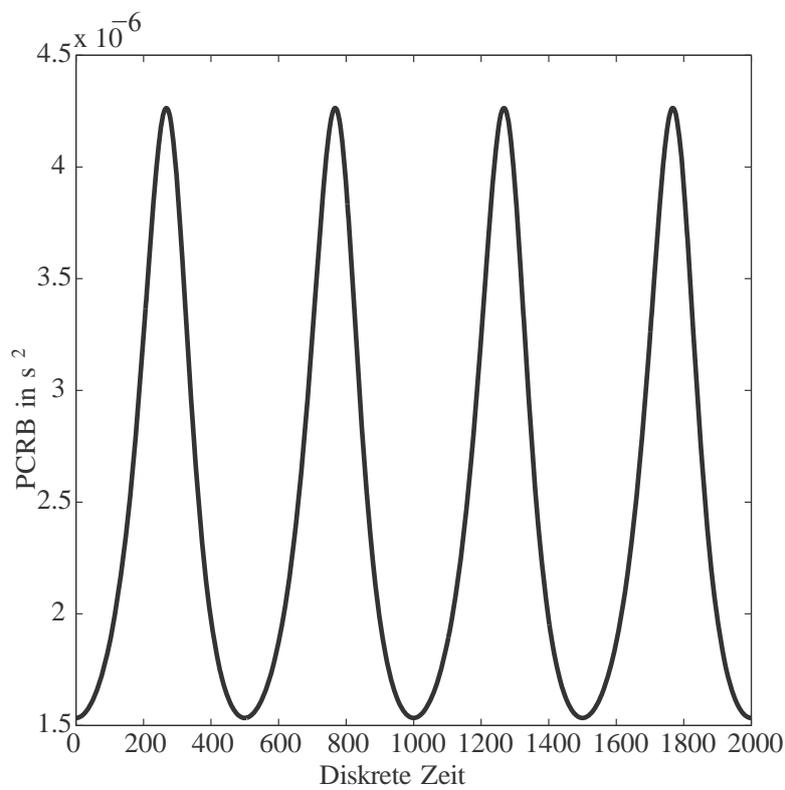
ist. Im Vergleich zum deterministischen Fall muss der Erwartungswert einer Zufallsvariablen berechnet werden. Die Zufallsvariable  $\underline{x}$  wird mittels der nichtlinearen Abbildung abgebildet und anschließend der Erwartungswert berechnet. In der Regel kann das resultierende Integral für die Berechnung des Erwartungswerts nicht analytisch berechnet werden. Um trotzdem eine Schranke angeben zu können, kann dies numerisch durchgeführt werden. Eine weitere Möglichkeit ist, dass im Falle von geringem Prozess- und Messrauschen der Zustandsvektor durch den Erwartungswert ersetzt werden kann, da sich die Wahrscheinlichkeitsdichte um den Erwartungswert konzentriert [TMN98]. Für ein Sinussignal ist in Abb. 2.7 die posteriori Cramér-Rao-Schranke angegeben. Dabei ist zu erkennen, dass die Schranke über die Zeit variiert. Dies hängt von der momentanen Steigung der Messabbildung ab. Dies bestätigt die vorangegangenen Ergebnisse, dass das Sendesignal, über der Zeit betrachtet, verschiedene Amplitudenwechsel aufweisen muss.

## 2.11 Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurde die Vorgehensweise diskutiert, wie die Konversion von der partiellen Differentialgleichung für die Wellenausbreitung zu einer Zustandsraumdarstellung durchgeführt wird.



(a) Sinussignal.



(b) Posteriore Cramér-Rao-Schranke.

**Abbildung 2.7:** Posteriore Cramér-Rao-Schranke für die Laufzeitbestimmung mit einem Sinussignal.

Zunächst wurde die Impulsantwort eines raum- und zeitvarianten Systems betrachtet, welches die Lösung der Wellengleichung für eine Dirac-Delta-Distribution ist. Diese Impulsantwort wurde in ein parametrisches Modell überführt in Abhängigkeit davon, welche Ausbreitungseffekte berücksichtigt werden sollen.

Es wurden zwei Ausbreitungsmodelle für den Direktschall diskutiert. Bei einer formgetreuen Übertragung wird das Sendesignal nur verzögert und gedämpft. Die Verzögerung hängt vom momentanen Abstand zwischen der Quelle und dem Sensor ab. In einer Zustandsraumdarstellung benötigt man für die Verzögerung unendlich viele Zustände. Wird hingegen das Sendesignal als eine Messabbildung betrachtet, so kann die Anzahl der benötigten Zustände verringert werden. Des Weiteren muss das Sendesignal interpoliert werden. Da das Sendesignal in der Rechneinheit nur als eine zeitdiskrete Folge vorliegt, wäre die Genauigkeit ohne eine Interpolation abhängig von der Taktrate. Daher führt die Interpolationsfunktion, die auf das zeitdiskrete Sendesignal angewendet wird, auf eine kontinuierliche Messabbildung. Darüber hinaus wurde gezeigt, dass durch die Verwendung eines Systemmodells die durch die Bewegung auftretende Stauchung und Streckung des Sendesignals berücksichtigt wird.

Bei einer nicht formgetreuen Übertragung wird das Sendesignal linear verzerrt. Durch die Verwendung einer modifizierten Impulsantwort können diese Verzerrungen berücksichtigt werden. Diese modifizierte Impulsantwort wird in eine Zustandsraumdarstellung überführt, damit dies später im Schätzverfahren verwendet werden kann.

Da die beiden Modelle nicht alle Effekte bei der Wellenausbreitung berücksichtigen, wurde ein probabilistisches Modell verwendet. Auftretende Reflexionen können als ein farbiger Rauschprozess modelliert werden. Dabei ist der Rauschprozess vom Sendesignal abhängig. Setzt sich das Signal aus verschiedenen Sinusschwingungen mit unterschiedlichen Trägerschwingungen zusammen, so befindet sich der Störanteil auf diesen.

Des Weiteren wurden die Eigenschaften der Sendesignale untersucht. Ein Kriterium ist die Cramér-Rao-Schranke, die die unterste Schranke für die Kovarianzmatrix des Schätzergebnisses angibt. Da die Schranke von der Steigung der Messabbildung abhängt, sollte das Signal hohe Amplitudenwechsel aufweisen. Darüber hinaus ist ein Signal geeignet, das keine Periodizität im Auswertebereich aufweist, da es dann zu keinen Mehrdeutigkeiten im Ergebnis führt. Dies bedeutet auch, dass die Signale zueinander nicht ähnlich sein sollten. Signale die zueinander orthogonal sind eignen sich daher für die Lageschätzung. Ähneln sich die Sendesignale sehr, so treten Mehrdeutigkeiten im Schätzergebnis auf. Daher wurden am Ende des Kapitels die benötigten Eigenschaften der Sendesignale diskutiert.

# Verfahren zur Initialisierung für die Lageschätzung

Bevor auf das Verfahren zur instantanen Lageschätzung eingegangen wird, wird zunächst die Initialisierungsphase betrachtet. Um den Rechenaufwand für das instantane Verfahren zu minimieren, kann das Verfahren mit geeignetem Vorwissen initialisiert werden. Ohne dieses Vorwissen müsste der Bayes'sche Schätzer mit einer Gleichverteilung über den kompletten Zustandsraum initialisiert werden. Dabei muss die Wahrscheinlichkeitsdichte über den gesamten Bereich betrachtet werden. Angesichts dessen, dass der Zustandsvektor eine hohe Dimensionalität aufweist, ist dies nicht praktikabel, da bei Zustandsschätzern, wie z. B. Particle Filter oder gitterbasierten Verfahren, die Berechnungskomplexität exponentiell mit der Dimension ansteigt. Eine Initialisierung des Zustandsschätzers mit einem Startwert erfolgt deshalb mit einem zweischrittigen Verfahren für den ersten Zeitschritt. Anschließend werden die sequentiell empfangenen Messwerte rekursiv im Schätzer verarbeitet, welcher das Verfahren aus Kapitel 4 verwendet.

Im ersten Schritt können mittels einer modellbasierten stochastischen Laufzeitschätzung die Laufzeiten berechnet werden. Für die Bestimmung der Lage eines Objekts aus Abstandsdaten wird dann im folgenden Kapitel ein neues Verfahren vorgestellt. Dabei wird mittels einer geschickten Umformung der rotatorische Anteil vom translatorischen Anteil separiert. Die nichtlineare Gleichung, welche den Zusammenhang von Abstandsdaten und Lageinformationen beschreibt, wird durch zwei lineare Gleichungssysteme beschrieben.

### 3.1 Modellbasierte stochastische Laufzeitschätzung

Um einen Startwert für die Lageschätzung zu erhalten, werden Abstände zwischen bekannten Landmarken zu einem globalen Koordinatensystem und bekannten Landmarken bzgl. des Objektkoordinatensystems herangezogen [BH05], [Val02]. Die Abstände können z. B. mit einer Laufzeitschätzung bestimmt werden, wobei dies in der Regel aber deterministisch durchgeführt wird und Unsicherheiten nicht berücksichtigt werden. Um eine stochastische Laufzeitschätzung durchzuführen, wird an dieser Stelle ein neues Bayes'sches Filterverfahren für die Schätzung von unbekanntem Signalparametern direkt von diskreten Zeitsignalen vorgeschlagen. Dieser Algorithmus basiert darauf, dass die Laufzeit, als Zufallsgröße aufgefasst wird und aus den Beobachtungen, d. h. aus den Amplitudenmesswerten, die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Laufzeit bestimmt wird.

Um diesen Ansatz durchzuführen, wird eine Signalsequenz, in der Regel die Sendesequenz, als Teil einer nichtlinearen Messabbildung interpretiert. Zudem wird durch die zusätzliche Systemgleichung die zeitliche Veränderung der Laufzeit beschrieben, wobei in der Systemgleichung Modellierungsfehler in dem zusätzlichen Rauschprozess berücksichtigt werden.

Der Vorteil dieses Ansatzes zu klassischen Verfahren ist, dass die Laufzeit durch eine Wahrscheinlichkeitsdichte beschrieben wird. Diese Beschreibung kann in weiteren Verarbeitungsschritten verwendet werden, um z. B. aus mehreren unsicheren Laufzeiten die Position des Objekts unter Berücksichtigung von Unsicherheiten zu schätzen. Somit ist eine einheitliche Betrachtung von Unsicherheiten möglich.

Nun soll im Folgenden die Grundidee für die stochastische Laufzeitschätzung skizziert werden. Es wird im Weiteren ein Filterverfahren vorgeschlagen, das darauf beruht, dass die zeitliche Abhängigkeit der Zeitsamples statt mit einer Sinc-Funktion über eine lineare Interpolation zwischen benachbarten Samples beschrieben wird und diese als Teil einer nichtlinearen Messabbildung interpretiert wird. Durch diesen Ansatz kann eine effiziente Dichterepräsentation über Gaußmischdichten gewählt werden. Um die Parameter für die Beschreibung der Dichte zu limitieren, werden in der Prädiktion achsenausgerichtete Gaußmischdichten verwendet, die aus der Approximation der unterliegenden Transitionsdichte bestimmt werden.

Standardverfahren wie Korrelationsverfahren [BH01],[STK05], signalangepasste Filter [vvR04] oder auch adaptive Filter beschreiben die zu schätzenden Parameter nicht mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeitsdichte. Für diese Filterverfahren werden aber dennoch stochastische Kenngrößen, wie z. B. das Leistungsdichtespektrum des Rauschens oder ein Autokovarianzmodell des möglichen Empfangssignals verwendet. Die Standardverfahren können entweder blockbasiert oder rekursiv betrieben werden, wobei nicht explizit die zeitveränderliche Struktur der zu schätzenden Parameter berücksichtigt wird. Adaptive Filter passen rekursiv die Filterkoeffizienten an, basierend auf einem Fehlermaß zwischen dem Referenzsignal und dem gefilterten Signal. Dies erlaubt in Abhängigkeit von dem Adaptionkoeffizienten die Berücksichtigung geringer zeitlicher Veränderungen der Parameter, wobei jedoch bei ungeschickter Wahl des Adaptionkoeffizienten der Algorithmus instabil werden kann. Bei blockbasierten Algorithmen muss bei der Wahl der Blocklänge der SNR maximiert und gleichzeitig die Verschmierung des Ergebnisses minimiert werden, die durch die Bewegung auftritt. In einem Block wird angenommen, dass die Laufzeit zeitlich konstant ist. Um die Laufzeit zu bestimmen, muss das Maximum der Funktion gesucht werden und um eine Subsamplegenauigkeit zu erreichen, in einem weiteren Verarbeitungsschritt die Funktion interpoliert werden, da die unterliegende Funktion nur an diskreten Punkten ausgewertet wurde.

### 3.1.1 Problemformulierung

Wie im vorherigen Kapitel beschrieben, wird ein zeitdiskretes Signal von einer Quelle generiert und emittiert. Das resultierende emittierte kontinuierliche Signal wird über ein teilweise unbekanntes zeitvariantes System übertragen. Die Impulsantwort des Systems ist  $h(t, \tau)$ . Zudem wird das Signal von Rauschen überlagert. Eine Senke empfängt dieses Signal und tastet es zu diskreten Zeitpunkten ab, so dass sequentiell gemessene Amplitudenwerte zur Verfügung stehen. Von diesen sequentiell

empfangenen Werten können die Modellparameter des zeitvarianten Systems geschätzt werden. Einer dieser Modellparameter könnte die Laufzeit sein, welche zu dem Abstand zwischen Quelle und Senke korrespondiert.

Um die Laufzeit aus den zwei Zeitsignalen zu schätzen, wird ein Bayes'sches Filter verwendet. Bei dieser Art von Filtern wird rekursiv ein Messschritt und ein Prädiktionsschritt durchgeführt. Dafür muss sowohl eine Messgleichung als auch eine Systemgleichung identifiziert werden.

### 3.1.2 Identifikation einer quasi-linearen Messgleichung

Das zeitdiskrete Signal, wobei  $s_k$  der Amplitudenwert zum Zeitpunkt  $k$  und  $T$  das Abtastintervall ist, wird nicht wie im Kapitel 2.8 mit einer Sinc-Funktion interpoliert, sondern linear zwischen den jeweiligen Abtastwerten  $s_k$  und  $s_{k+1}$ . Dies wird auch als Interpolation erster Ordnung bezeichnet. Es ergibt sich somit folgender Zusammenhang für das linear interpolierte Signal  $s(t)$

$$s(t) = \sum_k \left( \frac{s_{k+1} - s_k}{T} \cdot t + (1+k) \cdot s_k - k \cdot s_{k+1} \right) \cdot \text{rect} \left( \frac{t}{T} - \frac{1}{2} - k \right),$$

wobei

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & |t| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

die Rechteckfunktion ist. Zur Vereinfachung substituiert man

$$a_k = \frac{s_{k+1} - s_k}{T}$$

und

$$b_k = (1+k) \cdot s_k - k \cdot s_{k+1} .$$

Wird angenommen, dass das System nur das Signal um die zu schätzende Zeitverschiebung verzögert, ist die Impulsantwort  $h(t, \tau)$  des zeitvarianten Systems gegeben als

$$h(t, \tau) = \delta(t - \tau - d(t)) .$$

Das System bildet das Signal formgetreu ab. Das Empfangssignal an der Quelle ist somit

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) \cdot \delta(t - \tau - d(t)) d\tau + v(t) .$$

Mit der Ausblendeigenschaft der Dirac-Delta-Distribution kann der Ausdruck vereinfacht werden. Setzt man die lineare interpolierte Messgleichung ein und fordert, dass das System kausal ist, erhält man für einen bestimmten Zeitpunkt  $nT$  an der Senke folgende Amplitudenmessung

$$y(n \cdot T) = \sum_{k=0}^n (a_k \cdot (n \cdot T - d(n \cdot T)) + b_k) \cdot \text{rect} \left( \frac{n \cdot T - d(n \cdot T)}{T} - \frac{1}{2} - k \right) + v(n \cdot T) .$$

Um die Lesbarkeit zu erhöhen, wird der Zeitindex  $n \cdot T$  ferner als  $()_n$  geschrieben. Da in realen Systemen die zu schätzende Laufzeit nicht negativ und nicht unendlich hoch werden kann, wird die

Laufzeit auf ein Zeitintervall  $d \in [0, d_{max}]$  beschränkt. Der Wert für  $d_{max}$  korrespondiert zu einem diskreten Zeitwert  $D = \text{round}\left(\frac{d_{max}}{T}\right)$ . Die Messgleichung ist somit gegeben als

$$\mathbf{y}_n = \sum_{k=0}^D (a_{k+n-D} \cdot (n \cdot T - d_n) + b_{k+n-D}) \cdot \text{rect}\left(D - k - \frac{d_n}{T} - \frac{1}{2}\right) + \mathbf{v}_n . \quad (3.1)$$

### 3.1.3 Das probabilistische Modell

In Anlehnung an die Messgleichung, die in (3.1) gegeben ist, ist die Likelihood-Funktion  $f^L$  unter der Berücksichtigung von additivem Rauschen gegeben als

$$f_n^L(y_n|d_n) = f^v\left(y_n - \sum_{k=0}^D (a_{k+n-D} \cdot (n \cdot T - d_n) + b_{k+n-D}) \cdot \text{rect}\left(D - k - \frac{d_n}{T} - \frac{1}{2}\right)\right).$$

Der Rauschprozess  $f^v$  sei mittelwertfrei, stationär und normalverteilt. So ergibt sich

$$f_n^L(y_n|d_n) = \mathcal{N}\left(y_n - \sum_{k=0}^D (a_{k+n-D} \cdot (n \cdot T - d_n) + b_{k+n-D}) \cdot \text{rect}\left(D - k - \frac{d_n}{T} - \frac{1}{2}\right), \sigma_v\right).$$

Diese Funktion ist für einen gegebenen Messwert  $y_n$  stückweise normalverteilt, da die Rechteckfunktionen sich nicht überlappen. Demnach kann die Summe und die Rechteckfunktionen aus dem Exponenten herausgezogen werden

$$f_n^L(y_n|d_n) = \sum_{k=0}^D \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma_v} \cdot \exp\left(-0.5 \cdot \left(\frac{d_n - \mu_k}{\sigma_k}\right)^2\right) \cdot \text{rect}\left(\frac{d_n}{T} + 0.5 + k - D\right), \quad (3.2)$$

mit

$$\mu_k = \frac{-y_n + a_{k+n-D} \cdot n \cdot T + b_{k+n-D}}{a_{k+n-D}}$$

und

$$\sigma_k = \frac{\sigma_v}{a_{k+n-D}} .$$

Für eine effiziente Implementierung wird die Rechteckfunktion durch Gaußmischdichten approximiert

$$\text{rect}\left(\frac{d_n}{T} + 0.5 + k - D\right) \approx \sum_{j=1}^M w_j \cdot \mathcal{N}(d_n - \mu_k^j, \sigma^j) ,$$

mit den Gewichtungsfaktoren

$$w_j = \frac{T}{M} ,$$

Mittelwerten

$$\mu_k^j = (D - k - 1) \cdot T + (j - 0.5) \cdot \frac{T}{M}$$

und den Standardabweichungen

$$\sigma^j = \sigma \cdot \frac{T}{M} .$$

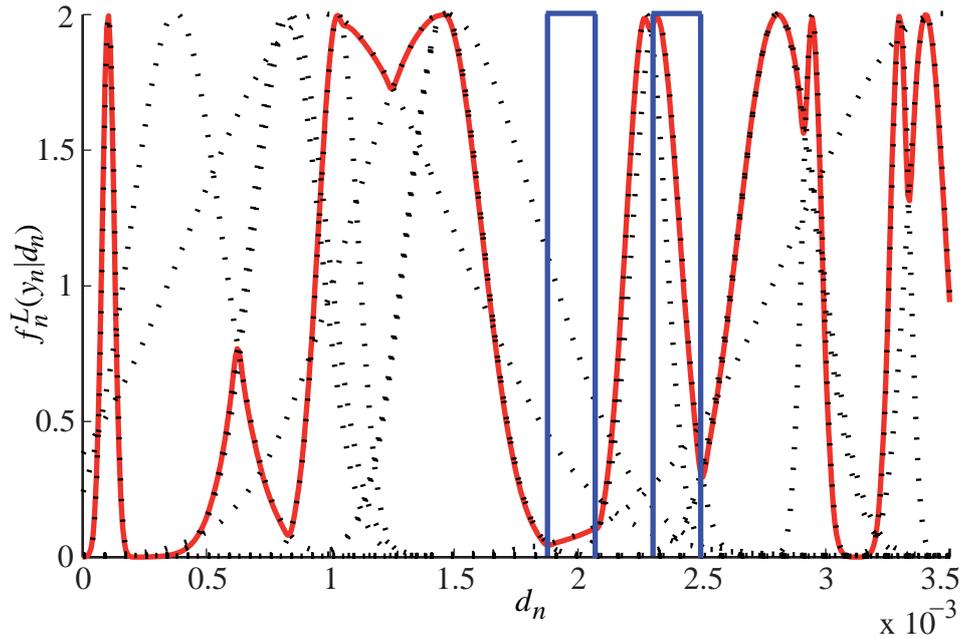


Abbildung 3.1: Beispiel für eine Likelihood-Funktion.

Diese Approximation der Rechteckfunktion wird in (3.2) eingesetzt. Das Ergebnis ist eine Multiplikation von Gaußmischdichten

$$f_n^L(y_n|d_n) = \sum_{k=0}^D \sum_{j=1}^M \underbrace{w_k}_{\frac{\sigma_k}{\sigma_v}} \cdot \mathcal{N}(d_n - \mu_k, \sigma_k) \cdot w_j \cdot \mathcal{N}(d_n - \mu_k^j, \sigma^j) .$$

Das Ergebnis kann zu einer Gaußmischdichte mit  $M \cdot (D + 1)$  Komponenten zusammengefasst werden. Die sich ergebende Likelihood-Funktion ist

$$f_n^L(y_n|d_n) = \sum_{u=0}^{M \cdot D} w_u^g \cdot \mathcal{N}(d_n - \mu_u^g, \sigma_u^g) ,$$

wobei die Komponenten wie folgt berechnet werden

$$\mu_u^g = \frac{\mu_k \cdot \sigma^{j^2} + \mu_k^j \cdot \sigma_k^2}{\sigma^{j^2} + \sigma_k^2} , \quad (3.3)$$

$$\sigma_u^g = \sqrt{\frac{\sigma^{j^2} \cdot \sigma_k^2}{\sigma^{j^2} + \sigma_k^2}} \quad (3.4)$$

und

$$w_u^g = \frac{w_k \cdot w_j}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot (\sigma^{j^2} + \sigma_k^2)}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(\mu_k - \mu_k^j)^2}{\sigma^{j^2} + \sigma_k^2}\right) , \quad (3.5)$$

mit  $k = 0, \dots, D$  und  $j = 1, \dots, M$ .

### 3.1.4 Messschritt

Im Messschritt wird die Dichte  $f_n^e(d_n)$  mit Hilfe des Satzes von Bayes berechnet als

$$f_n^e(d_n) = c_n \cdot f_n^L(y_n|d_n) \cdot f_n^p(d_n) \quad .$$

Die Multiplikation dieser beiden Gaußmischdichten kann mit den Formeln berechnet werden, die in (3.3), (3.4) und (3.5) angegeben sind. Um eine zulässige Dichte zu erhalten, muss die resultierende Dichte normalisiert werden.

### 3.1.5 Prädiktionsschritt

In Analogie zur Messgleichung muss eine zeitdiskrete Systemgleichung identifiziert werden, welche die zeitliche Veränderung der Zeitverzögerung berücksichtigt. Wird eine Systemgleichung gemäß

$$d_{n+1} = a(d_n, u_n) + w_n$$

betrachtet, wobei  $a(\cdot)$  eine nichtlineare Funktion,  $u_n$  eine bekannte Eingangsgröße und  $w_n$  ein additiver, stationärer Rauschprozess ist, so ist die Transitionsdichte gegeben als

$$f^T(d_{n+1}|d_n) = \int_{\mathbb{R}} \delta(d_{n+1} - a(d_n, u_n)) \cdot f^w(w) dw = f^w(d_{n+1} - a(d_n, u_n)) \quad .$$

Mit [HBH06] kann die Transitionsdichte mit einer zu den Achsen ausgerichteten Gaußmischdichte approximiert werden, was auf folgende approximierte Transitionsdichte führt

$$f^T(d_{n+1}|d_n) = \sum_{i=1}^N w_i \cdot \mathcal{N}(d_{n+1} - \mu_i, \sigma_i) \cdot \mathcal{N}(d_n - \mu_i, \sigma_i) \quad .$$

Somit kann der Prädiktionsschritt analytisch berechnet werden, da

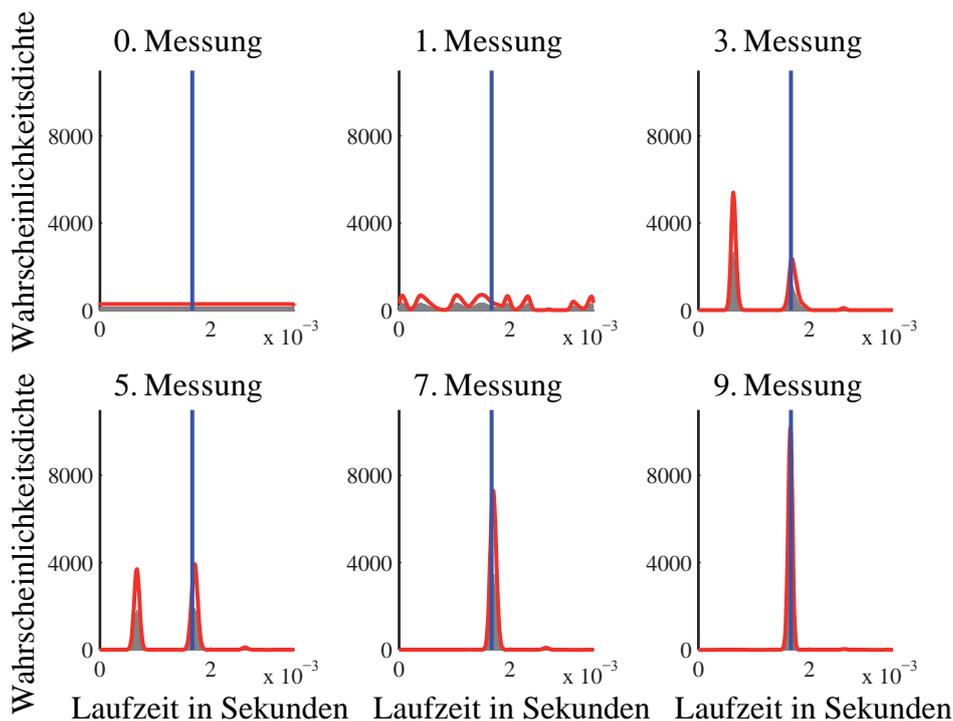
$$f_n^p(d_{n+1}) = \int_{\mathbb{R}} \sum_{i=1}^N w_i \cdot \mathcal{N}(d_{n+1} - \mu_i, \sigma_i) \cdot \mathcal{N}(d_n - \mu_i, \sigma_i) \cdot f_n^e(d_n) dd_n$$

in

$$f_n^p(d_{n+1}) = \sum_{i=1}^N \mathcal{N}(d_{n+1} - \mu_i, \sigma_i) \cdot w_i \cdot \underbrace{\int_{\mathbb{R}} \mathcal{N}(d_n - \mu_i, \sigma_i) \cdot f_n^e(d_n) dd_n}_{w_i^p} \quad ,$$

umgeschrieben werden kann. Demnach werden nur die Gewichtungsfaktoren der Komponenten aktualisiert.

Exemplarisch ist in Abb. 3.2 die geschätzte Wahrscheinlichkeitsdichte der Laufzeit zu verschiedenen Zeitpunkten dargestellt. Sind genügend Messungen verarbeitet worden, so bildet sich ein Peak an der vorgegebenen Laufzeit aus.



**Abbildung 3.2:** Die Wahrscheinlichkeitsdichte der Laufzeit nach dem Filterschritt zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Die blaue Linie ist die vorgegebene Laufzeit.

### 3.1.6 Spezialfall: signalangepasstes Filter

Wie bereits erwähnt, wird die konventionelle Laufzeitschätzung mittels eines signalangepassten Filters durchgeführt. Der in dieser Arbeit beschriebene instantane Ansatz enthält diesen als Spezialfall. Ausgehend von der Messgleichung

$$y_n = \sum_{k=n-D}^n s_k \cdot \text{si} \left( \pi \cdot \left( (n-k) - \frac{d_n}{T} \right) \right) + v_n ,$$

wobei  $d_n$  die Laufzeit ist, wird nun zunächst angenommen, dass die Laufzeit zeitlich konstant ist. Basierend auf dieser Annahme können die Messwerte in einem Block verarbeitet werden, da nur Filterschritte und keine Prädiktionsschritte durchgeführt werden. Die Likelihood-Funktion (2.21), wie sie im Kapitel 2.10 für den deterministischen Fall der Laufzeitbestimmung betrachtet wird, ist dann gegeben als

$$f^l(\underline{y}|d) = \frac{1}{(\det(\mathbf{R}_v))^{1/2} \cdot (2 \cdot \pi)^{K/2}} \cdot \exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot (\underline{y} - \underline{M}(d))^T \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot (\underline{y} - \underline{M}(d)) \right\} ,$$

mit

$$\underline{M}(d) = \begin{bmatrix} s_{-D} & \dots & s_0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{K-D} & \dots & s_K \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{si} \left( \pi \cdot \left( D - \frac{d}{T} \right) \right) \\ \vdots \\ \text{si} \left( \pi \cdot \left( -\frac{d}{T} \right) \right) \end{bmatrix} .$$

Die Kovarianzmatrix des Rauschens  $\mathbf{R}_v$  beinhaltet dabei die zeitliche Korrelation des Rauschprozesses. Um auf die bekannte Form des signalangepassten Filters zu kommen, wird ein Maximum-Likelihood-Schätzer angewendet. Dabei wird das Maximum der Likelihood-Funktion nach der Verarbeitung von

$K$  Messwerten gesucht. Logarithmiert man die Likelihood-Funktion und betrachtet nur den Term, der gleichzeitig von der Messung und der zu bestimmenden Laufzeit abhängig ist, so kann das Schätzproblem vereinfacht werden

$$\hat{d} = \underset{d}{\operatorname{argmax}} \left[ \underline{y}^T \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot \underline{M}(d) \right] .$$

Ist der Rauschprozess weiß und der Lösungsraum äquidistant mit der Abtastfrequenz diskretisiert, so erhält man die zeitdiskrete Verzögerung als

$$\hat{\Delta d} = \underset{\Delta d}{\operatorname{argmax}} \left[ \frac{1}{R_v} \cdot \sum_{i=0}^K y_i \cdot s_{i-\Delta d} \right] ,$$

wobei die Summe zur Kreuzkorrelation korrespondiert. Im Vergleich zur modellbasierten instantanen Signalverarbeitung wird angenommen, dass die zu schätzende Laufzeit über dem Block konstant ist. Für kleine Blocklängen kann dies zutreffen, wobei die Blocklänge auch hinsichtlich des Rauschens, wie im Kapitel 2.10 beschrieben, angepasst sein muss. Je mehr Messwerte verarbeitet werden, desto mehr Rauschen kann herausgefiltert werden. Für große Blocklängen tritt aber eine Verschmierung des Schätzergebnisses auf, da sich das Objekt bewegt und somit die Laufzeit sich über die Zeit verändern wird.

## 3.2 Geschlossene Lösung für die Lageschätzung aus abstandsbasierter Messungen

Für die Schätzung der Lage, d. h. die Translation und die Rotation, von einem ausgedehnten Objekt, basierend auf Abstandsmessungen, wird nun eine neue geschlossene Lösung hergeleitet. Dieser Ansatz basiert darauf, dass die Schätzung für die Translation und die Rotation entkoppelt betrachtet werden kann. Die Entkopplung wird dadurch erreicht, dass Punkte eines Koordinatensystems in dem anderen Koordinatensystem dargestellt werden und umgekehrt.

### 3.2.1 Problemformulierung

Gegeben seien nun zwei Koordinatensysteme, ein Weltkoordinatensystem und ein Objektkoordinatensystem. Die Beziehung zwischen einem Punkt  ${}^O \underline{p}$  im Objektkoordinatensystem und seine Repräsentierung  ${}^W \underline{p}$  im Weltkoordinatensystem wird durch die Abbildung

$${}^W \underline{p} = \mathbf{D} \cdot {}^O \underline{p} + \underline{T} \tag{3.6}$$

beschrieben, wobei  $\mathbf{D}$  die Rotationsmatrix ist, die die Drehung der beiden Koordinatensysteme zueinander beschreibt. Die Rotationsmatrix wird im Allgemeinen durch einen Parametervektor beschrieben.  $\underline{T}$  ist die Translation, welche die Verschiebung zwischen Objektkoordinatensystem und Weltkoordinatensystem beschreibt.

Die Schätzung basiert auf Abstandsmessungen  $R^{i,j}$  zwischen  $M$  bekannten Referenzpunkten  ${}^O \underline{p}^j$ ,  $j = 1, \dots, M$  in Bezug auf das Objektkoordinatensystem und  $N$  bekannten Referenzpunkten  ${}^W \underline{x}^i$ ,  $i =$

$1, \dots, N$  in Bezug auf das Weltkoordinatensystem. Die Abstände hängen von  $\mathbf{D}$  und  $\underline{T}$  nach folgender Abstandsgleichung ab

$$R^{i,j} = \left\| \underline{x}^i - (\mathbf{D} \cdot \underline{p}^j + \underline{T}) \right\|_2 .$$

In Abb. 3.3 ist die Beziehung zwischen dem Weltkoordinatensystem und dem Objektkoordinatensystem illustriert.

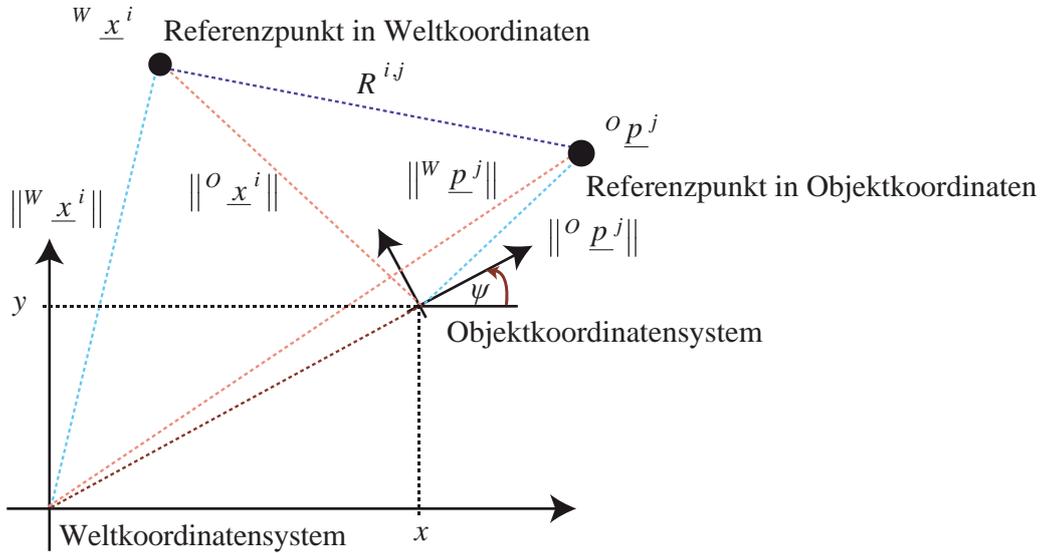


Abbildung 3.3: Beziehung zwischen dem Weltkoordinatensystem und dem Objektkoordinatensystem.

Um nun eine Entkopplung zwischen der Translation und der Orientierung zu erreichen, müssen im ersten Schritt Punkte eines Koordinatensystems in Punkte des anderen Koordinatensystems dargestellt werden. Basierend auf den bekannten Referenzpunkten  $\underline{p}^j$ ,  $j = 1, \dots, M$  in Bezug auf das Objektkoordinatensystem sowie den  $M$  Abstandsmessungen zwischen diesen Punkten und dem bekannten Punkt  $\underline{x}^i$  im Weltkoordinatensystem, wird der unbekannte Punkt  $\underline{x}^i$  im Objektkoordinatensystem berechnet. Dies wird für alle unbekannten Punkte  $\underline{x}^i$ ,  $i = 1, \dots, N$  durchgeführt, dabei kann das Verfahren aus [HS96] verwendet werden. Mit [HS96] wird mittels einer geschlossenen Lösung, basierend auf Abständen, ein Punktobjekt lokalisiert. In ähnlicher Weise werden die unbekannten Punkte  $\underline{p}^j$ ,  $j = 1, \dots, M$ , basierend auf den bekannten Punkten  $\underline{x}^i$ ,  $i = 1, \dots, N$  und den  $N$  gemessenen Abständen zwischen diesen Punkten und dem Punkt  $\underline{p}^j$ , geschätzt.

Basierend auf dem Zusammenhang aus (3.6), welcher die beiden Koordinatensysteme in Beziehung setzt, können folgende Transformationsbeziehungen angegeben werden

$$\underbrace{\underline{p}^j}_{\text{geschätzt}} = \mathbf{D} \cdot \underbrace{\underline{p}^j}_{\text{gegeben}} + \underline{T} \quad (3.7)$$

und

$$\underbrace{\underline{x}^i}_{\text{gegeben}} = \mathbf{D} \cdot \underbrace{\underline{x}^i}_{\text{geschätzt}} + \underline{T} . \quad (3.8)$$

### 3.2.2 Translation

Im Folgenden soll nun eine geschlossene Lösung für die Schätzung der Translation hergeleitet werden. Für die Entkopplung der Translation von der Rotationsmatrix wird (3.7) verwendet, welche wie folgt umgestellt werden kann

$$\underline{w}_p^j - \underline{T} = \mathbf{D} \cdot \underline{o}_p^j .$$

Durch quadrieren der Gleichung erhält man

$$\left( \underline{w}_p^j - \underline{T} \right)^T \cdot \left( \underline{w}_p^j - \underline{T} \right) = \underline{o}_p^{jT} \cdot \underbrace{\mathbf{D}^T \cdot \mathbf{D}}_{\text{Einheitsmatrix}} \cdot \underline{o}_p^j ,$$

welches ausmultipliziert folgende Form hat

$$\underline{w}_p^{jT} \cdot \underline{w}_p^j - 2 \cdot \underline{w}_p^{jT} \cdot \underline{T} + \underline{T}^T \cdot \underline{T} = \underline{o}_p^{jT} \cdot \underline{o}_p^j . \quad (3.9)$$

Ein ähnliches Ergebnis erhält man für (3.8)

$$\left( \underline{w}_x^i - \underline{T} \right)^T \cdot \left( \underline{w}_x^i - \underline{T} \right) = \underline{o}_x^{iT} \cdot \underbrace{\mathbf{D}^T \cdot \mathbf{D}}_{\text{Einheitsmatrix}} \cdot \underline{o}_x^i ,$$

das in

$$\underline{w}_x^{iT} \cdot \underline{w}_x^i - 2 \cdot \underline{w}_x^{iT} \cdot \underline{T} + \underline{T}^T \cdot \underline{T} = \underline{o}_x^{iT} \cdot \underline{o}_x^i \quad (3.10)$$

umgeformt wird. Subtrahiert man nun (3.10) von (3.9), so erhält man

$$\underline{w}_p^{jT} \cdot \underline{w}_p^j - \underline{w}_x^{iT} \cdot \underline{w}_x^i - \underline{o}_p^{jT} \cdot \underline{o}_p^j + \underline{o}_x^{iT} \cdot \underline{o}_x^i = 2 \cdot \left( \underline{w}_p^j - \underline{w}_x^i \right)^T \cdot \underline{T} .$$

Diese Beziehung hängt von den bekannten Referenzpunkten, den geschätzten Referenzpunkten sowie dem unbekanntem Translationsvektor ab. Dies kann für  $i = 1, \dots, M$  und  $j = 1, \dots, N$  als ein lineares Gleichungssystem mit  $N \cdot M$  Einträgen geschrieben werden

$$\underline{\delta}' = \mathbf{H}' \cdot \underline{T}$$

mit

$$\underline{\delta}' = \begin{bmatrix} \underline{w}_p^{1T} \cdot \underline{w}_p^1 - \underline{w}_x^{1T} \cdot \underline{w}_x^1 - \underline{o}_p^{1T} \cdot \underline{o}_p^1 + \underline{o}_x^{1T} \cdot \underline{o}_x^1 \\ \vdots \\ \underline{w}_p^{jT} \cdot \underline{w}_p^j - \underline{w}_x^{iT} \cdot \underline{w}_x^i - \underline{o}_p^{jT} \cdot \underline{o}_p^j + \underline{o}_x^{iT} \cdot \underline{o}_x^i \\ \vdots \\ \underline{w}_p^{MT} \cdot \underline{w}_p^M - \underline{w}_x^{NT} \cdot \underline{w}_x^N - \underline{o}_p^{MT} \cdot \underline{o}_p^M + \underline{o}_x^{NT} \cdot \underline{o}_x^N \end{bmatrix}$$

und

$$\mathbf{H}' = \begin{bmatrix} 2 \cdot \left( \underline{w}_p^1 - \underline{w}_x^1 \right)^T \\ \vdots \\ 2 \cdot \left( \underline{w}_p^j - \underline{w}_x^i \right)^T \\ \vdots \\ 2 \cdot \left( \underline{w}_p^M - \underline{w}_x^N \right)^T \end{bmatrix} .$$

Mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate kann ein Schätzwert für den Translationsvektor berechnet werden

$$\hat{\underline{T}} = \left( \mathbf{H}'^T \cdot \mathbf{H}' \right)^{-1} \cdot \mathbf{H}'^T \cdot \underline{\delta}' .$$

### 3.2.3 Rotation

Um die Rotationsmatrix von der Translation zu separieren, wird (3.8) von (3.7) abgezogen und man erhält somit

$$\underbrace{w_{\underline{p}^j} - w_{\underline{x}^i}}_{w_{\underline{t}^{ij}}} = \mathbf{D} \cdot \underbrace{\left( o_{\underline{p}^j} - o_{\underline{x}^i} \right)}_{o_{\underline{t}^{ij}}}, \quad (3.11)$$

oder vereinfacht geschrieben

$$w_{\underline{t}^{ij}} = \mathbf{D} \cdot o_{\underline{t}^{ij}}. \quad (3.12)$$

Dies kann als ein Satz von  $N \cdot M$  Gleichungen geschrieben werden

$${}^w\mathbf{T} = \mathbf{D} \cdot {}^o\mathbf{T}, \quad (3.13)$$

mit

$${}^w\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \left( w_{\underline{p}^1} - w_{\underline{x}^1} \right)^T \\ \vdots \\ \left( w_{\underline{p}^j} - w_{\underline{x}^i} \right)^T \\ \vdots \\ \left( w_{\underline{p}^M} - w_{\underline{x}^N} \right)^T \end{bmatrix}^T, \quad {}^o\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \left( o_{\underline{p}^1} - o_{\underline{x}^1} \right)^T \\ \vdots \\ \left( o_{\underline{p}^j} - o_{\underline{x}^i} \right)^T \\ \vdots \\ \left( o_{\underline{p}^M} - o_{\underline{x}^N} \right)^T \end{bmatrix}^T.$$

Basierend auf diesem Zusammenhang wird nun im Folgenden für den zweidimensionalen und den dreidimensionalen Fall eine Lösung von (3.13) hergeleitet.

#### Rotation in einem zweidimensionalen Koordinatensystem

Im Falle eines zweidimensionalen Koordinatensystems ist die Rotationsmatrix gegeben als

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

An (3.12) wird der liegende Vektor  $o_{\underline{t}^{ij}}^T$  multipliziert, welches sich zu

$$o_{\underline{t}^{ij}}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot w_{\underline{t}^{ij}} = o_{\underline{t}^{ij}}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{D} \cdot o_{\underline{t}^{ij}} \quad (3.15)$$

ergibt. Durch Verwendung der Rotationsmatrix aus (3.14) kann (3.15) vereinfacht werden und man erhält somit einen Ausdruck für  $\cos(\psi)$

$$o_{\underline{t}^{ij}}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot w_{\underline{t}^{ij}} = \cos(\psi) \cdot o_{\underline{t}^{ij}}^T \cdot o_{\underline{t}^{ij}}. \quad (3.16)$$

Analog dazu kann ein Ausdruck für  $\sin(\psi)$  gefunden werden. An (3.12) wird der liegende Vektor  $o_{\underline{t}^{ij}}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  multipliziert und man erhält

$$o_{\underline{t}^{ij}}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot w_{\underline{t}^{ij}} = o_{\underline{t}^{ij}}^T \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{D} \cdot o_{\underline{t}^{ij}}, \quad (3.17)$$

dies kann mit Hilfe der Rotationsmatrix vereinfacht dargestellt werden. Der Ausdruck für  $\sin(\psi)$  ist somit

$$\underline{o}_T^{ijT} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{w}_T^{ij} = \sin(\psi) \cdot \underline{o}_T^{ijT} \cdot \underline{o}_T^{ij} \quad (3.18)$$

Kombiniert man (3.16) und (3.18), so erhält man einen Ausdruck für die Orientierung  $\psi$

$$\frac{\sin(\psi)}{\cos(\psi)} = \frac{\underline{o}_T^{ijT} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{w}_T^{ij}}{\underline{o}_T^{ijT} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \underline{w}_T^{ij}} \quad (3.19)$$

Für die Berechnung einer eindeutigen Orientierung bietet sich  $\text{atan2}$  statt  $\text{atan}$  an. Um einen Schätzwert für die Orientierung  $\hat{\psi}$  zu erhalten, wird ein gewichteter Mittelwert für alle möglichen Orientierungen  $\hat{\psi}^{ij}$  mit  $i = 1, \dots, M$ , und  $j = 1, \dots, N$  berechnet.

### Rotation in einem dreidimensionalen Koordinatensystem

Im Fall eines dreidimensionalen Koordinatensystems setzt sich die Rotationsmatrix aus drei Rotationsparametern zusammen. Ein Schätzergebnis für die Rotationsmatrix kann mit Hilfe der Methode der Kleinsten Quadrate, basierend auf (3.13), berechnet werden

$$\hat{\mathbf{D}} = \left( \left( \underline{o}_T \cdot \underline{o}_T^T \right)^{-1} \cdot \underline{o}_T \cdot \underline{w}_T^T \right)^T$$

Es sei anzumerken, dass die geschätzte Rotationsmatrix nur annäherungsweise der wahren Rotationsmatrix entspricht, da nicht die Eigenschaften der Rotationsmatrix berücksichtigt werden. Basierend auf der Parametrierung können aber trotzdem Startwerte berechnet werden, um diese in einem nachgeschalteten Verfahren zu verwenden. Die Berechnung der Parameter aus der Rotationsmatrix wird im nächsten Kapitel behandelt.

## 3.3 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde ein Verfahren für die Initialisierung der Lageschätzung vorgestellt. In der ersten Phase werden die Laufzeiten zwischen den Sendern und Empfängern bestimmt. Dabei wird ein Filterverfahren vorgeschlagen, das auf einer Interpolation mittels einer stückweisen linearen Funktion des zeitdiskreten Sendesignals beruht. Durch die lineare Interpolation kann eine quasi-lineare Messgleichung identifiziert werden. Das resultierende probabilistische Modell kann demnach stückweise definiert werden, da die einzelnen Rechteckfunktionen sich nicht überlappen. Für eine effiziente Implementierung werden die Rechteckfunktionen durch Gaußmischfunktionen approximiert. Dadurch müssen nur die Parameter der Gaußmischdichte berechnet werden. Ist der Rauschprozess normalverteilt, so ist die Likelihood-Funktion bei einer gegebenen Messung stückweise normalverteilt. Die Standardabweichungen der stückweisen definierten Normalverteilungen sind reziprok proportional zur Steigung der stückweisen linearen interpolierten Funktion. Dies bedeutet, dass bei einer hohen

Steigung die Normalverteilung sehr schmal ist und ggf. einen sehr hohen Support in diesem Bereich hat, wenn das Maximum der Normalverteilung in der Rechteckfunktion liegt. Ist die Steigung sehr gering, so ist die Normalverteilung sehr flach, und es bildet sich kein Peak aus. Demnach verkleinert sich die Unsicherheit im Messschritt in Abhängigkeit der Steigungen der stückweisen linearen Funktion. Dies bestätigt die Erkenntnisse aus Kapitel 2.10, welches auf die Eigenschaften des Sendesignals eingeht.

Im Vergleich zu Standardverfahren muss die Laufzeit nicht als zeitlich konstant angenommen werden. Durch die Verwendung eines Systemmodells wird die zeitliche Veränderung im neuen Verfahren berücksichtigt. Im Weiteren wurde gezeigt, dass das signalangepasste Filter ein Spezialfall des hier vorgestellten Ansatzes ist. Ein Nachteil des in diesem Kapitel vorgestellten probabilistischen Ansatzes ist es, dass dieser auf einer quasi-linearen Messabbildung beruht. Bei der Lokalisierung und der Lageschätzung werden die zu schätzenden Größen mit einer nichtlinearen Abbildungsfunktion auf Laufzeiten abgebildet, somit ist die resultierende Messabbildung nicht mehr quasi-linear. Deshalb muss für die Lageschätzung ein anderer Zustandsschätzer verwendet werden. Ein weiterer Nachteil ist, dass das zugrunde gelegte Ausbreitungsmodell sehr idealisiert ist, d. h. in der Modellierung wurde nur eine zeitliche Verschiebung angenommen. Trotz dieser Nachteile kann das Verfahren für die Initialisierung verwendet werden.

In der zweiten Phase wird aus den Laufzeiten mittels einer statischen Lagebestimmung die Lage berechnet. Es ist eine geschlossene Lösung, die die Translation und die Rotation mit zwei separierten Gleichungen bestimmt. In einem ersten Schritt, werden basierend auf den gemessenen Abständen, Punkte eines Koordinatensystems in einem anderen Koordinatensystem dargestellt. Mit Hilfe der beiden Gleichungen werden im zweiten Schritt die bekannten Punkte bzgl. der beiden Koordinatensysteme und die aus dem ersten Schritt berechneten Punkte bzgl. des jeweiligen anderen Koordinatensystems verwendet, um die Translation und die Rotation zu bestimmen. Für den zweidimensionalen Fall wurde für die Rotation eine geschlossene Lösung hergeleitet. Hingegen müssen für ein dreidimensionales Koordinatensystem aus der geschätzten Rotationsmatrix die Parameter für die Rotation bestimmt werden. Dabei hängt diese Berechnung von der verwendeten Parametrierung der Rotationsmatrix ab.

Für die Berechnung der Unsicherheit des Schätzergebnisses kann die Sample Kovarianz berechnet werden. Basierend auf der Wahrscheinlichkeitsdichte der geschätzten Referenzpunkte können Samples generiert werden, die anschließend mittels der geschlossenen Lösung verarbeitet werden. Die daraus resultierenden Punkte können dann für die Berechnung der Sample Kovarianz herangezogen werden.



# Der instantane Lokalisierungs- und Trackingalgorithmus

Im stochastischen Ansatz werden die Unsicherheiten berücksichtigt, welche durch die Messung und die Modellierung auftreten. Dabei werden diese Unsicherheiten über einen stochastischen Prozess beschrieben. Dadurch erhält man ein stochastisches Modell. Im Vergleich zu einem deterministischen Ansatz wird im stochastischen für die zu schätzenden Größen eine Wahrscheinlichkeitsdichte angegeben, da die Größen als Zufallsvariablen interpretiert werden. Somit müssen in diesem Fall die Rechnungsvorschriften auf Wahrscheinlichkeitsdichten erweitert werden. Rekursiv werden ein Filterschritt und ein Prädiktionsschritt durchgeführt. Im Filterschritt wird mit Hilfe des Satzes von Bayes die Wahrscheinlichkeitsdichte der Größen, basierend auf der Likelihood-Funktion und der prädizierten Dichte, verbessert. Im Prädiktionsschritt wird, basierend auf der Transitionsdichte, in welche die zeitliche Veränderung der gesuchten Größen beschrieben ist, und der durch den Filterschritt bestimmten geschätzten Dichte, die prädizierte Dichte berechnet. Im Falle von linearen Systemen und additivem normalverteiltem Rauschen kann dies effizient über die Kalman Filterformeln berechnet werden. Hingegen steigt wegen Nichtlinearitäten in der Mess- bzw. in der Systemgleichung die Komplexität der resultierenden Dichte an, da sich die Form der Dichtebeschreibung stetig verändert. Um diese Komplexität zu reduzieren existieren verschiedene Filterverfahren. Diese Verfahren approximieren das System, wie z. B. das Extended Kalman Filter durch eine Linearisierung um den Erwartungswert, oder die Wahrscheinlichkeitsdichten durch eine geeignete Approximation.

Um die instantane Lageschätzung effizient durchführen zu können, wird in dieser Arbeit ein Zustandsschätzer verwendet, welcher die Wahrscheinlichkeitsdichte durch geeignete Punkte approximiert, die durch ein deterministisches Verfahren bestimmt werden. Diese Punkte werden durch die nicht-lineare Funktion abgebildet oder durch das System propagiert. Basierend auf den neu gewonnenen Punkten werden die Parameter einer Dichte, basierend auf einer geeigneten Dichterepräsentierung, bestimmt. Zustandsschätzer, die eine Normalverteilung als Dichterepräsentierung verwenden, werden „Gaussian Assumed Density Filter“ genannt. Der unscented Kalman Filter fällt in diese Klasse ([JU97], [JUDW00] und [JU04]). Eine andere systematische Herangehensweise für die Bestimmung der Punkte wird in [HH08] vorgestellt. Dort werden die zu transformierenden Punkte als eine Dirac-Mischdichte interpretiert. Dadurch können die höheren Momente besser approximiert werden. Damit kann eine größere Genauigkeit erzielt werden.

Diese Zustandsschätzer haben einen sehr geringen Berechnungsaufwand. Da aber diese Verfahren als Dichterepräsentierung eine multivariate Normalverteilung verwenden, sollte der Schätzer mit geeignetem Vorwissen initialisiert werden, damit er die zu schätzenden Größen bestimmen kann. Dies muss nur zu Beginn geschehen, da dann anschließend rekursiv die sequentiell empfangenen Amplitudendaten verarbeitet werden. Um dem Schätzer dieses Vorwissen bereitzustellen, können mittels der modellbasierten Laufzeitschätzung die Abstände und anschließend aus den geschätzten Abständen die Position oder die Lage, mittels der geschlossenen Lösung, bestimmt werden. Dieser Kompromiss ist hinsichtlich der Komplexität sinnvoll. Würde ein Zustandsschätzer ohne Vorwissen verwendet, wäre der Berechnungsaufwand zu Beginn sehr hoch und wegen der hohen Messrate auch nicht praktikabel.

## 4.1 Motivierendes Beispiel

Der stochastische modellbasierte Ansatz wird nun an einem einfachen Beispiel demonstriert. Dabei wird die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Ort einer Quelle basierend auf dem von der Quelle ausgesendeten Signal berechnet. Zu jedem gemessenen Amplitudenwert von den Sensoren wird rekursiv eine Positionsschätzung durchgeführt. Einfachheitshalber wird nun das Vorgehen im eindimensionalen betrachtet. Darüber hinaus wird angenommen, dass der Kanal nicht dispersiv ist und somit nur das Sendesignal verzögert wird. Betrachtet man nun ein SIMO-System (Single Input Multiple Output), bei der eine Quelle an der unbekannt Position  $z_n = x_{s,n}$  ein Sinussignal mit der Frequenz  $f$  aussendet, so ist das Sendesignal gegeben als

$$s(t) = \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \quad .$$

Ein Sensor  $p^j$  empfängt dieses Signal verzögert und gestört. Der Sensor tastet dieses Signal ab und zu jedem Abtastzeitpunkt  $n \cdot T$  liegt ein Amplitudenwert

$$y_n^j = s\left(n \cdot T - \frac{\|z_n - p^j\|}{c}\right) + v_n^j = \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot n \cdot T - 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{\|z_n - p^j\|}{c}\right) + v_n^j \quad ,$$

in Abhängigkeit der unbekannt Position  $z_n$ , vor. Die Abtastrate der Amplitudenwerte wird mit  $T$  bezeichnet. Die Zeitfunktion  $s(t)$  wird nun als Teil einer zeitveränderlichen Messabbildung interpretiert. Dabei besteht die gesamte Messabbildung aus dem Signal  $s(t)$ , in diesem Beispiel einer Sinusfunktion, und aus der Abbildungsfunktion, welche die zu schätzende Größe  $z_n$  auf einen zeitlichen Wert abbildet. Basierend auf der resultierenden Messabbildung

$$\underline{y}_n = h_n(z_n, p^1, \dots, p^M) + \underline{v}_n$$

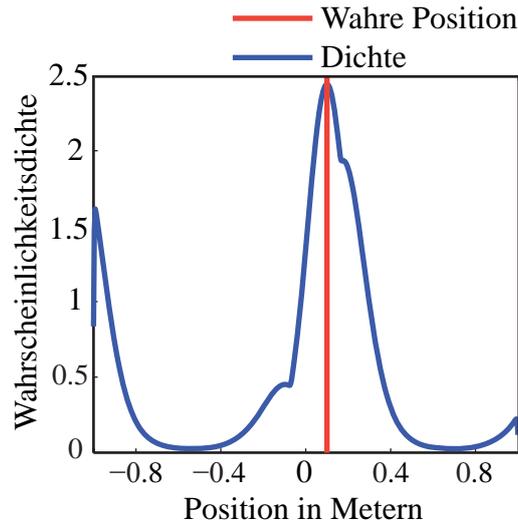


Abbildung 4.1: Wahrscheinlichkeitsdichte über dem Ort nach Einbeziehung der ersten Messung.

soll nun ein nichtlineares Filter verwendet werden, um die Größe  $z_n$  zu schätzen. Das additive Rauschen wird als weiß, normalverteilt und stationär angenommen. Für  $M = 2$  Sensoren ist die Likelihood-Funktion gegeben als

$$f_n^L(\underline{y}_n | z_n) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \det(\mathbf{R}_v)}} \cdot \exp \left( -\frac{1}{2} \cdot \left( \begin{bmatrix} y_n^1 \\ y_n^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sin \left( 2 \cdot \pi \cdot f \cdot n \cdot T - 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{\|z_n - p^1\|}{c} \right) \\ \sin \left( 2 \cdot \pi \cdot f \cdot n \cdot T - 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{\|z_n - p^2\|}{c} \right) \end{bmatrix} \right)^T \cdot \mathbf{R}_v^{-1} \cdot \left( \begin{bmatrix} y_n^1 \\ y_n^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sin \left( 2 \cdot \pi \cdot f \cdot n \cdot T - 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{\|z_n - p^1\|}{c} \right) \\ \sin \left( 2 \cdot \pi \cdot f \cdot n \cdot T - 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{\|z_n - p^2\|}{c} \right) \end{bmatrix} \right) \right)$$

wobei  $\mathbf{R}_v$  die Kovarianzmatrix des Rauschprozesses  $\underline{v}_n$  ist. Exemplarisch ist in Abb. 4.1 die Wahrscheinlichkeitsdichte über dem Ort dargestellt, nachdem die beiden ersten Messwerte verarbeitet worden sind. Als prädierte Dichte wurde dabei eine Gleichverteilung für die Position aus dem Bereich  $[-1, 1]$  angenommen. Führt man nun rekursiv einen Prädiktionsschritt und einen Filterschritt aus, so kann der Erwartungswert und die  $\sigma$ -Grenze berechnet werden. Der Erwartungswert ist in Abb. 4.2 dargestellt. Als Systemmodell wurde ein Random Walk angenommen, mit

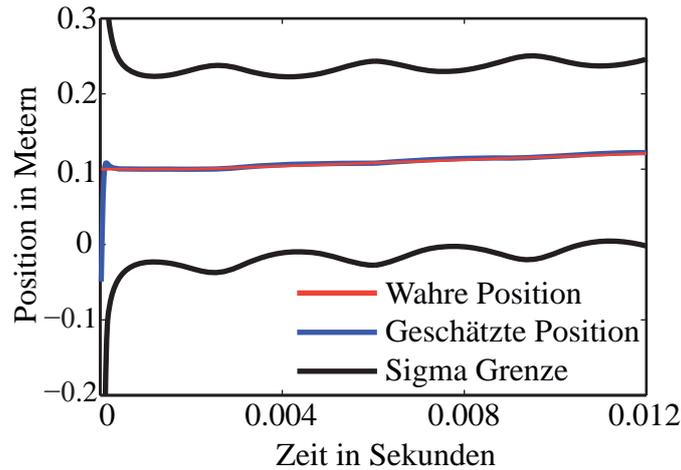
$$z_{n+1} = z_n + \mathbf{w}_n ,$$

wobei  $\mathbf{w}_n$  das Prozessrauschen ist. Der Prozess ist weiß und normalverteilt.

## 4.2 Generatives Modell

### 4.2.1 Modell für die Wellenausbreitung

Um die Lage eines Objekts bezüglich eines globalen Koordinatensystems zu bestimmen, werden mehrere Quellen und Sensoren benötigt. Die Quellen sind bezüglich eines globalen Koordinatensystems



**Abbildung 4.2:** Schätzergebnis für den Ort bei Verwendung eines Bayes'schen Zustandsschätzers mit dem HDF-Verfahren [HH07].

$W$  an bekannten Positionen befestigt. Die Sensoren befinden sich an dem Objekt mit dem dazugehörigen Objektkoordinatensystem  $O$ . Die Positionen der Sensoren bezüglich des Objektkoordinatensystems seien bekannt. Gesucht ist die Verschiebung  $\underline{T}$  und die Verdrehung  $\underline{r}$  der beiden Koordinatensysteme zueinander. Ein Punkt im Objektkoordinatensystem wird über

$$\underline{p}^w = \mathbf{D}(\underline{r}) \cdot \underline{p}^o + \underline{T} \quad (4.1)$$

in das Weltkoordinatensystem überführt.

Damit der Zustandsschätzer seinen Zweck erfüllen kann, muss das Systemverhalten in geeigneter Weise modelliert werden. Wie bereits in den vorherigen Kapiteln beschrieben, können verschiedene Abstufungen für diese Modellierung vorgenommen werden. Dabei sollten die verwendeten Modelle an die Problemstellung angepasst sein. Im Folgenden wird zunächst für den instantanen Trackingalgorithmus das Verfahren bei einer formgetreuen und anschließend bei einer nicht formgetreuen Übertragung diskutiert.

Bei einer formgetreuen Übertragung wird das Sendesignal nur verzögert und gedämpft. Als Ausbreitung wird eine Kugelwelle angenommen. Darüber hinaus wurden Reflexionen als ein Rauschprozess modelliert. In der Regel ist dieser nicht weiß, sondern farbig, da das Empfangssignal sich additiv aus mehreren unterschiedlich verzögerten und entsprechend gewichteten Replikaten des Sendesignals zusammensetzt. Bei dieser Modellierung wird im Folgenden aber ein weißer Zufallsprozess für das Messrauschen angenommen. Im Falle, dass ein farbiges Rauschprozess modelliert wird, muss der Zustand erweitert werden. Dadurch erhöht sich die Dimensionalität des Zustandsvektors, welches sich für eine Echtzeitverarbeitung der Daten als nicht praktikabel erweist. Dies gilt gleichermaßen bei einer nicht formgetreuen Übertragung, da für jedes Sender-Empfänger-Paar die Übertragungstrecke durch eine zusätzliche Systembeschreibung modelliert wird, wobei die Systemparameter in der Regel nicht vorab bekannt sind und somit mitgeschätzt werden müssen. Kann das System, welches die Verzerrungen der Übertragung modelliert, als zeitinvariant angenommen werden, so ist eine Anpassung des Sendesignals an die Übertragungstrecke sinnvoll. Das bedeutet, dass nicht das eigentliche Sendesignal als Teil der Messabbildung interpretiert wird, sondern das verformte Ausgangssignal vom

Sender. Dieses Ausgangssignal erhält man mittels einer Faltung der Impulsantwort des Senders und des Sendesignals.

Die Messgleichung aus (2.18) beschreibt den Zusammenhang bzgl. eines globalen Koordinatensystems. Setzt man (4.1) in (2.18) ein, so ergibt sich die Messgleichung für  $j = 1, \dots, M$  Sensoren zu

$$\mathbf{y}_n^j = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^j + \underline{T}_n)\|} \cdot \sum_{u=-D}^0 s_{u+n}^i \cdot \text{si} \left( \pi \cdot \left( u + \frac{\|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^j + \underline{T}_n)\|}{c \cdot T} \right) \right) + \mathbf{v}_n^j, \quad (4.2)$$

wenn eine formgetreue Übertragung angenommen wird. Der Laufindex  $k$  wurde durch  $u = k - n$  ersetzt.

Im Vergleich zu klassischen Ansätzen, bei denen in einem Vorverarbeitungsschritt die Sendesignale einzeln betrachtet werden, um eine Laufzeitschätzung durchzuführen, wird hier nun das verteilt gesendete Signal im Ganzen betrachtet.

Formt man (4.2) in eine Vektor-Matrix-Schreibweise um, so erhält man

$$\underline{\mathbf{y}}_n = \sum_{i=1}^N \mathbf{g}^i(\mathbf{D}(\underline{r}_n), \underline{T}_n) \cdot \underline{H}_n^i + \underline{\mathbf{v}}_n \quad (4.3)$$

wobei

$$\underline{\mathbf{y}}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_n^1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_n^M \end{bmatrix}, \quad \underline{H}_n^i = \begin{bmatrix} s_{n-D}^i \\ \vdots \\ s_n^i \end{bmatrix}, \quad \underline{\mathbf{v}}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_n^1 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n^M \end{bmatrix}$$

und

$$\mathbf{g}^i(\underline{T}_n, \underline{r}_n) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^1 + \underline{T}_n)\|} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^2 + \underline{T}_n)\|} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^M + \underline{T}_n)\|} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{si} \left( \pi \cdot \left( -D + \frac{\|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^1 + \underline{T}_n)\|}{c \cdot T} \right) \right) & \dots & \text{si} \left( \pi \cdot \left( \frac{\|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^1 + \underline{T}_n)\|}{c \cdot T} \right) \right) \\ \text{si} \left( \pi \cdot \left( -D + \frac{\|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^2 + \underline{T}_n)\|}{c \cdot T} \right) \right) & \dots & \text{si} \left( \pi \cdot \left( \frac{\|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^2 + \underline{T}_n)\|}{c \cdot T} \right) \right) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{si} \left( \pi \cdot \left( -D + \frac{\|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^M + \underline{T}_n)\|}{c \cdot T} \right) \right) & \dots & \text{si} \left( \pi \cdot \left( \frac{\|\underline{x}^i - (\mathbf{D}(\underline{r}_n) \cdot \underline{p}^M + \underline{T}_n)\|}{c \cdot T} \right) \right) \end{bmatrix}$$

sind. Die Drehmatrix  $\mathbf{D}(\underline{r}_n)$  wird über den Parametervektor  $\underline{r}_n$  beschrieben. Im folgenden Kapitel werden verschiedene Parametrierungen hinsichtlich der Verwendung für einen Zustandsschätzer diskutiert.

### 4.2.2 Modell für die Rotation

Für die Lagebestimmung muss eine geeignete Repräsentierung für die Rotation gefunden werden, die die Drehung eines raumfesten Koordinatensystems zum gedrehten Zielkoordinatensystem beschreibt.

Stellt man einen Punkt bzgl. des Zielkoordinatensystems im globalen Koordinatensystem dar, so geschieht dies mittels der Rotationsmatrix und einer anschließenden Verschiebung mit dem Translationsvektor. In der Literatur existieren verschiedene Möglichkeiten, diese Rotationsmatrix mit einem Parametervektor zu beschreiben. Im Folgenden werden einige gängige Repräsentierungen beschrieben und dabei die Vor- und Nachteile aufgezeigt [Aya91].

Die erste Möglichkeit sind Quaternionen. Quaternionen stellen ein Quadrupel dar, wobei diese sich aus einem Skalarteil und einem Vektorteil zusammensetzen. Dabei können diese wie komplexen Zahlen mit Hilfe von imaginären Einheiten beschrieben werden. In ähnlicher Weise wie komplexe Zahlen eine ebene Drehung beschreiben können, kann mit Quaternionen eine räumliche Drehung beschrieben werden. Die Drehung wird dabei über ein Einheitsquaternion gebildet. Der Vorteil bei Quaternionen ist, dass ihre Beschreibung singularitätenfrei ist. Darüber hinaus kann eine Rotation mittels der Quaternionenmultiplikationsvorschrift sehr einfach beschrieben werden. Nachteilig hingegen ist bei einer rekursiven Schätzung, wie in dieser Arbeit vorgeschlagen, dass die Parametrisierung nicht minimal ist. Zum Einen steigen die algorithmischen Kosten. Zum Anderen, da Einheitsquaternionen verwendet werden, muss diese Randbedingung im Schätzer z. B. durch eine Pseudomessung berücksichtigt werden. Dies erfordert unter Umständen eine weitere Nachbearbeitung und erheblichen Rechenaufwand [Kra03].

Mit Hilfe von Eulerwinkeln kann die Rotationsmatrix mit einer minimalen Parametrisierung beschrieben werden. Die Rotation wird dabei über das Produkt von drei Rotationen um feste oder mit gedrehten Koordinatenachsen beschrieben. Da die Rotationsmatrix über drei Winkelparameter bestimmt wird, weist diese Parametrisierung Singularstellen auf. Darüber hinaus ist die Darstellung nicht eindeutig, da mehrere Lösungen auf dieselbe Rotationsmatrix führen. Die Fusionierung von Rotationsgeschwindigkeiten mit den Winkelparametern stellt ein weiteres Problem dar.

Eine minimale Parametrisierung erhält man auch, wenn der Rotationsvektor verwendet wird. Der Rotationsvektor definiert den Vektor, um den das raumfeste Koordinatensystem gedreht werden muss, damit dieses zum Zielkoordinatensystem parallel verläuft (siehe Abb. 4.3). Dabei wird ein rechtshändiges Koordinatensystem verwendet. Die Rotationsachse ist durch den Rotationsvektor gegeben. Der Drehsinn wird über die Richtung des Vektors und der Drehwinkel über die Länge bestimmt, d. h. über den Betrag des Vektors. Die Rotationsmatrix  $\mathbf{D}$  ist mit der Rodriguez-Formel definiert als

$$\mathbf{D}(\underline{r}) = \mathbf{I}_{3,3} + \frac{\sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} + \frac{1 - \cos(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix},$$

wobei  $\underline{r} = [r_x \ r_y \ r_z]^T$  der Rotationsvektor ist. Um die Rodriguez-Formel [Aya91] zu erhalten, betrachtet man einen Vektor  $\underline{v}$ , der mittels einer Drehung  $\mathbf{D}$  auf den Vektor  $\underline{v}'$  gedreht werden soll. Die

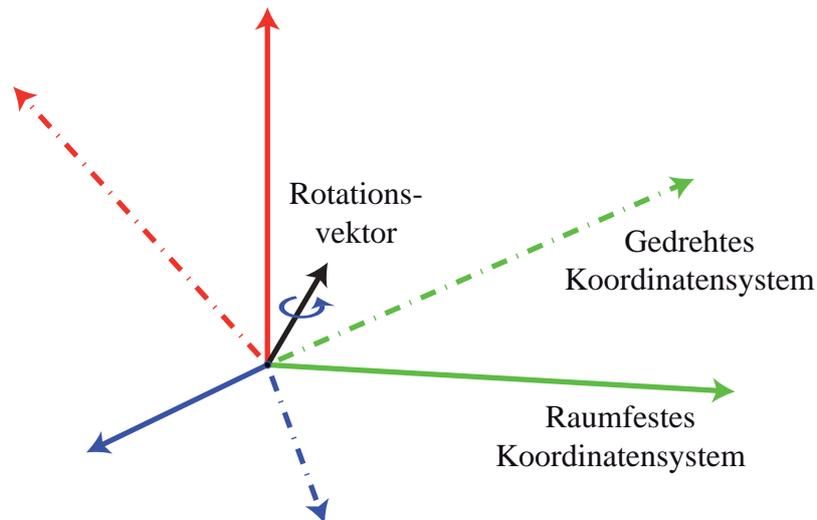


Abbildung 4.3: Verdrehung eines Koordinatensystems, beschrieben über den Rotationsvektor.

Drehung erfolgt um den normierten Vektor  $\underline{n}$  mit einem Drehwinkel  $\theta$ . Der Vektor  $\underline{v}$  kann dargestellt werden als

$$\underline{v} = (\underline{v}^T \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n} + (\underline{v} - (\underline{v}^T \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n}) .$$

Der erste Term ist invariant gegenüber der Drehung, da der Vektor auf der Drehachse liegt. Der zweite Term ist eine Projektion des Vektors  $\underline{v}$  auf eine Ebene, die zu dem Vektor  $\underline{n}$  orthogonal ist. Die Rotation findet in der Ebene statt, die durch die Projektion des Vektors  $\underline{v}$  und des Kreuzprodukts des Vektors  $\underline{n}$  und der Projektion des Vektors  $\underline{v}$  aufgespannt ist. Die Drehung in dieser Ebene um den Winkel  $\theta$  ist gegeben als

$$\cos(\theta) \cdot (\underline{v} - (\underline{v}^T \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n}) + \sin(\theta) \cdot \underline{n} \times (\underline{v} - (\underline{v}^T \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n}) .$$

Somit kann der Vektor  $\underline{v}'$  geschrieben werden als

$$\underline{v}' = (\underline{v}^T \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n} + \cos(\theta) \cdot (\underline{v} - (\underline{v}^T \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n}) + \sin(\theta) \cdot \underline{n} \times (\underline{v} - (\underline{v}^T \cdot \underline{n}) \cdot \underline{n}) .$$

Mit Hilfe des Graßmannschen Entwicklungssatzes kann dies umgeschrieben werden in

$$\underline{v}' = \underline{v} + \sin(\theta) \cdot \underline{n} \times \underline{v} + (1 - \cos(\theta)) \cdot \underline{n} \times (\underline{v} \times \underline{v}) .$$

Wird das Kreuzprodukt durch eine schiefsymmetrische Matrix dargestellt und der Rotationsvektor als  $\underline{r} = \theta \cdot \underline{n}$  definiert, so erhält man die Rodriguez-Formel.

Wird der Rotationsvektor für die Parametrierung der Rotationsmatrix verwendet, so müssen einige Bedingungen an den Rotationsvektor gestellt werden. Ist der Rotationsvektor  $\underline{r} = [0 \ 0 \ 0]^T$  oder der Betrag des Rotationsvektors ein vielfaches von  $2 \cdot \pi$ , so geht die Rotationsmatrix in die Einheitsmatrix über, da keine Rotation vorherrscht. Des Weiteren beschreiben die Rotationsvektoren  $\underline{r}$  und  $\frac{(\|\underline{r}\| + 2 \cdot k \cdot \pi) \cdot \underline{r}}{\|\underline{r}\|}$  die gleiche Rotation. Begrenzt man den Betrag des Rotationsvektors auf den Bereich  $[0, 2 \cdot \pi]$ , so beschreiben die Vektoren  $\underline{r}$  und  $\frac{(\|\underline{r}\| - 2 \cdot \pi) \cdot \underline{r}}{\|\underline{r}\|}$  immer noch die gleiche Rotation. Schränkt man den Betrag des Rotationsvektors weiter ein, so dass er sich in dem Bereich  $[0, \pi]$  bewegt, muss im Falle, dass der

Betrag des Vektors größer als  $\pi$  ist, der Rotationsvektor  $\underline{r}$  auf den neuen Vektor

$$\underline{r}_{neu} = \underline{r} - \frac{2 \cdot \pi}{\|\underline{r}\|} \cdot \underline{r} \quad (4.4)$$

abgebildet werden. Da der Rotationsvektor später als eine Zufallsvariable modelliert wird, kann diese Bedingung durch eine Vorwärtsabbildung realisiert werden. Dies kann mit Hilfe einer Pseudoprädiktion durchgeführt werden.

Muss aus einer gegebenen Rotationsmatrix der Rotationsvektor berechnet werden, so kann dies über eine Eigenwertzerlegung geschehen. Betrachtet man die Gleichung

$$\underline{a} = \mathbf{D} \cdot \underline{a} \quad ,$$

so muss der Vektor  $\underline{a}$  auf der Rotationsachse liegen. Dies entspricht einer Eigenwertzerlegung, wobei der Eigenvektor zum Eigenwert Eins gesucht wird. Der Eigenvektor ist somit der normierte Rotationsvektor  $\underline{n}$ . Um den Drehwinkel zu erhalten, wird die Spur der Rotationsmatrix betrachtet

$$\text{Spur}(\mathbf{D}) = 3 + \frac{1 - \cos(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot (-2 \cdot \|\underline{r}\|^2) = 1 + 2 \cdot \cos(\|\underline{r}\|) \quad .$$

Der Drehwinkel ist somit

$$\|\underline{r}\| = \pm \arccos\left(\frac{\text{Spur}(\mathbf{D}) - 1}{2}\right) \quad .$$

Durch die Wahl des Vorzeichens ist die aus dem Rotationsvektor  $\underline{r} = \|\underline{r}\| \cdot \underline{n}$  berechnete Rotationsmatrix entweder die gegebene Rotationsmatrix oder deren transponierte. Um das Vorzeichen zu bestimmen, kann ausgenutzt werden, dass

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{D}(\underline{r})^T = \mathbf{I}_{3,3}$$

ist.

Durch die Parametrisierung der Rotationsmatrix durch den Rotationsvektor kann in der Systemgleichung die zeitliche Veränderung beschrieben werden, da man Kontinuität voraussetzen kann. Durch die Trägheit der Masse ist der zeitliche Verlauf des Rotationsvektors stetig. Darüber hinaus kann ein Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit (Rotationsgeschwindigkeit)  $\underline{\omega}$  und der Ableitung des Rotationsvektors  $\dot{\underline{r}}$  angegeben werden [Bor71, Bür98, AW06]. Dadurch kann eine inertial gemessene Rotationsgeschwindigkeit mit Hilfe des Systemmodells fusioniert werden. Die Rotationsgeschwindigkeit eines bewegten Koordinatensystems ist definiert als

$$\underline{\omega}(t) = \frac{1}{2} \cdot \left( {}^D \underline{e}_1(t) \times {}^D \dot{\underline{e}}_1(t) + {}^D \underline{e}_2(t) \times {}^D \dot{\underline{e}}_2(t) + {}^D \underline{e}_3(t) \times {}^D \dot{\underline{e}}_3(t) \right) \quad . \quad (4.5)$$

${}^D \underline{e}_1, {}^D \underline{e}_2, {}^D \underline{e}_3$  sind definiert als

$$\begin{aligned} {}^D \underline{e}_1 &= \mathbf{D}(\underline{r}) \cdot \underline{e}_1 \quad , \\ {}^D \underline{e}_2 &= \mathbf{D}(\underline{r}) \cdot \underline{e}_2 \quad , \\ {}^D \underline{e}_3 &= \mathbf{D}(\underline{r}) \cdot \underline{e}_3 \quad . \end{aligned} \quad (4.6)$$

Die Vektoren  $\underline{e}_i$  sind dabei die Einheitsvektoren des unbewegten Koordinatensystems. Sie sind definiert als  $\underline{e}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\underline{e}_2 = [0 \ 1 \ 0]^T$  und  $\underline{e}_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$ . Bevor auf den Zusammenhang zwischen der zeitlichen Ableitung des Rotationsvektors und der Rotationsgeschwindigkeit eingegangen wird, betrachtet man zunächst die Rotationsformel

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\underline{r}) \cdot \underline{e}_1 = & \mathbf{I}_{3,3} \cdot \underline{e}_1 + \frac{\sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{e}_1 \\ & + \frac{1 - \cos(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \underline{e}_1 . \end{aligned}$$

Der zweite Summand stellt ein Kreuzprodukt in Matrixschreibweise dar, welches in  $\frac{\sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|} \cdot \underline{r} \times \underline{e}_1$  umgewandelt werden kann. Dementsprechend kann der dritte Summand in  $\frac{1 - \cos(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot \underline{r} \times (\underline{r} \times \underline{e}_1)$  umgewandelt werden. Wendet man darauf den Graßmannschen Entwicklungssatz an, so kann die Rotationsformel als

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\underline{r}) \underline{e}_1 = & \underline{e}_1 + \frac{\sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|} \cdot \underline{r} \times \underline{e}_1 + \frac{1 - \cos(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot ((\underline{r}^T \cdot \underline{e}_1) \cdot \underline{r} - (\underline{r}^T \cdot \underline{r}) \cdot \underline{e}_1) \\ = & \cos(\|\underline{r}\|) \cdot \underline{e}_1 + \frac{\sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|} \cdot \underline{r} \times \underline{e}_1 + \frac{1 - \cos(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot (\underline{r}^T \cdot \underline{e}_1) \cdot \underline{r} \\ = & a \cdot \underline{e}_1 + b \cdot \underline{r} \times \underline{e}_1 + c \cdot (\underline{r}^T \cdot \underline{e}_1) \cdot \underline{r} \end{aligned} \quad (4.7)$$

geschrieben werden, wobei

$$\begin{aligned} a &= \cos(\|\underline{r}\|) , \\ b &= \frac{\sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|} , \\ c &= \frac{1 - \cos(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^2} \end{aligned}$$

ist. Setzt man nun (4.6) in (4.5) ein und verwendet die Beschreibung in (4.7), so ergibt sich für die Rotationsgeschwindigkeit  $\underline{\omega}$  folgender Ausdruck

$$\begin{aligned}\underline{\omega} &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^3 D_{\underline{e}_i} \times D_{\dot{\underline{e}}_i} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \left( a \cdot \underline{e}_i + b \cdot \underline{r} \times \underline{e}_i + c \cdot (\underline{r}^T \cdot \underline{e}_i) \cdot \underline{r} \right) \times \left( \underbrace{(a \cdot \dot{\underline{e}}_i)}_{\dot{a} \cdot \underline{e}_i} + \underbrace{(b \cdot \underline{r} \times \dot{\underline{e}}_i)}_{b \cdot \underline{r} \times \underline{e}_i + b \cdot \dot{\underline{r}} \times \underline{e}_i} + \underbrace{(c \cdot (\underline{r}^T \cdot \dot{\underline{e}}_i) \cdot \underline{r})}_{\dot{c} \cdot (\underline{r}^T \cdot \underline{e}_i) \cdot \underline{r} + c \cdot (\dot{\underline{r}}^T \cdot \underline{e}_i) \cdot \underline{r} + c \cdot (\underline{r}^T \cdot \underline{e}_i) \cdot \dot{\underline{r}}} \right) \\ &= b \cdot \left( a + c \cdot \|\underline{r}\|^2 \right) \cdot \dot{\underline{r}} + \frac{1}{2} \cdot \left( b^2 + c^2 \cdot \|\underline{r}\|^2 \right) \cdot (\underline{r} \times \dot{\underline{r}}) + \left( a \cdot \dot{b} - b \cdot \dot{a} - b \cdot c \cdot \underline{r}^T \cdot \dot{\underline{r}} \right) \cdot \underline{r} \\ &= \frac{\sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|} \cdot \dot{\underline{r}} + \frac{1 - \cos(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot \underline{r} \times \dot{\underline{r}} + \frac{\|\underline{r}\| - \sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^3} \cdot (\underline{r}^T \cdot \dot{\underline{r}}) \cdot \underline{r} ,\end{aligned}$$

welche in Vektor-Matrixschreibweise geschrieben werden kann als

$$\begin{aligned}\underline{\omega} &= \left( \mathbf{I}_{3,3} + \frac{1 - \cos(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\|\underline{r}\| - \sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^3} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \right) \cdot \dot{\underline{r}} .\end{aligned}\tag{4.8}$$

Um nun von einer Winkelgeschwindigkeit auf die Ableitung des Rotationsvektors zu gelangen, verwendet man die Gleichung

$$\underline{\omega} = b \cdot \dot{\underline{r}} + c \cdot \underline{r} \times \dot{\underline{r}} + d \cdot (\underline{r}^T \cdot \dot{\underline{r}}) \cdot \underline{r} ,\tag{4.9}$$

wobei

$$d = \frac{\|\underline{r}\| - \sin(\|\underline{r}\|)}{\|\underline{r}\|^3}$$

ist. Wendet man in (4.9) auf beiden Seiten das Kreuzprodukt mit  $\underline{r}$  an, so erhält man

$$\underline{r} \times \underline{\omega} = b \cdot \underline{r} \times \dot{\underline{r}} + c \cdot \underbrace{\underline{r} \times (\underline{r} \times \dot{\underline{r}})}_{(\underline{r}^T \cdot \dot{\underline{r}}) \cdot \underline{r} - \|\underline{r}\|^2 \cdot \dot{\underline{r}}} + \underbrace{d \cdot \underline{r} \times (\underline{r}^T \cdot \dot{\underline{r}}) \cdot \underline{r}}_0 ,\tag{4.10}$$

wobei man den Graßmannschen Entwicklungssatz erneut verwendet. Multipliziert man an (4.9)  $b$  und an (4.10)  $c$  und subtrahiert diese voneinander, so ergibt sich

$$b \cdot \underline{\omega} - c \cdot \underline{r} \times \underline{\omega} = \underbrace{\left( b^2 + c^2 \cdot \|\underline{r}\|^2 \right)}_{2 \cdot c} \cdot \dot{\underline{r}} + \underbrace{\left( b \cdot d - c^2 \right)}_{\frac{(b-2 \cdot c)}{\|\underline{r}\|^2}} \cdot (\underline{r}^T \cdot \dot{\underline{r}}) \cdot \underline{r} .\tag{4.11}$$

Wird an (4.9) der liegende Vektor  $\underline{r}$  multipliziert, so ist

$$\underline{r}^T \cdot \underline{\omega} = \underbrace{\left( b + d \cdot \|\underline{r}\|^2 \right)}_1 \cdot (\underline{r}^T \cdot \dot{\underline{r}}) ,\tag{4.12}$$

da  $\underline{r}^T \cdot (\underline{r} \times \dot{\underline{r}}) = \underline{0}$  ist. Setzt man (4.12) in (4.11) ein, so erhält man

$$c \cdot \dot{\underline{r}} = \frac{b}{2} \cdot \underline{\omega} - \frac{c}{2} \cdot \underline{r} \times \underline{\omega} + \frac{(c - \frac{b}{2})}{\|\underline{r}\|^2} \cdot (\underline{r}^T \cdot \underline{\omega}) \cdot \underline{r} . \quad (4.13)$$

Bevor nun durch den Vorfaktor  $c$  in (4.12) geteilt wird, betrachtet man den Spezialfall für  $\|\underline{r}\| = 0$ . Wendet man auf  $c$  die Regel von L'Hospital an, so erreicht  $c$  den Wert 0.5, wenn der Betrag des Rotationsvektors den Wert 0 erreicht. Da der Betrag des Rotationsvektors auf den Bereich  $[0, \pi]$  beschränkt wurde, erhält man

$$\dot{\underline{r}} = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\| \cdot \cot\left(\frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\|\right) \cdot \underline{\omega} - \frac{1}{2} \cdot \underline{r} \times \underline{\omega} + \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\| \cdot \cot\left(\frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\|\right)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot (\underline{r}^T \cdot \underline{\omega}) \cdot \underline{r} & \text{für } \|\underline{r}\| \in ]0, \pi] \\ \underline{\omega} & \text{für } \|\underline{r}\| = 0 \end{cases} , \quad (4.14)$$

welche in Vektor-Matrixschreibweise als

$$\dot{\underline{r}} = \begin{cases} \left[ \mathbf{I}_{3,3} - \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \right] & \text{für } \|\underline{r}\| \in ]0, \pi] \\ + \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\| \cdot \cot\left(\frac{\|\underline{r}\|}{2}\right)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} & \text{für } \|\underline{r}\| \in ]0, \pi] \\ \mathbf{I}_{3,3} & \text{für } \|\underline{r}\| = 0 \end{cases} \cdot \underline{\omega} \quad (4.15)$$

gegeben ist. Diese Lösung kann auch mittels einer Invertierung der Matrix aus (4.8) erreicht werden.

Die Rotationsgeschwindigkeit  $\underline{\omega}(t)$  ist in Bezug auf die raumfesten Koordinatenachsen zu sehen. Da aber die Gyroskope des Inertialmesssystems sich auf den Koordinatenachsen des verdrehten Objektkoordinatensystem befinden, messen diese die Rotationsgeschwindigkeit des verdrehten Koordinatensystems. Deshalb muss die Beziehung in (4.15) modifiziert werden. Betrachtet man einen Vektor

$$\underline{v} = v_x \cdot \underline{D}_{e_1} + v_y \cdot \underline{D}_{e_2} + v_z \cdot \underline{D}_{e_3}$$

des verdrehten Koordinatensystems, so ist die relative zeitliche Ableitung

$$\dot{\underline{v}}_r = \dot{v}_x \cdot \underline{D}_{e_1} + \dot{v}_y \cdot \underline{D}_{e_2} + \dot{v}_z \cdot \underline{D}_{e_3} .$$

$\dot{\underline{v}}_r$  ist somit die Ableitung, die ein Beobachter auf dem Objekt bilden würde. In Hinblick auf das raumfeste Koordinatensystem ist die absolute zeitliche Ableitung

$$\dot{\underline{v}} = \dot{v}_x \cdot \underline{D}_{e_1} + \dot{v}_y \cdot \underline{D}_{e_2} + \dot{v}_z \cdot \underline{D}_{e_3} + v_x \cdot \underline{D}_{\dot{e}_1} + v_y \cdot \underline{D}_{\dot{e}_2} + v_z \cdot \underline{D}_{\dot{e}_3} ,$$

welche dementsprechend als

$$\dot{\underline{v}} = \dot{\underline{v}}_r + v_x \cdot \underline{D}_{\dot{e}_1} + v_y \cdot \underline{D}_{\dot{e}_2} + v_z \cdot \underline{D}_{\dot{e}_3} \quad (4.16)$$

geschrieben werden kann. Verwendet man (4.5) und wendet darauf das Kreuzprodukt mit  $\underline{D}_{e_1}$  an, so erhält man

$$\begin{aligned} \underline{D}_{e_1} \times \underline{\omega} &= \frac{1}{2} \cdot \underline{D}_{e_1} \times (\underline{D}_{e_1} \times \underline{D}_{e_1} + \underline{D}_{e_2} \times \underline{D}_{e_2} + \underline{D}_{e_3} \times \underline{D}_{e_3}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left( -\underline{D}_{e_1} + \underline{D}_{e_1} \cdot \left( \underline{D}_{e_1}^T \cdot \underline{D}_{e_1} \right) + \underline{D}_{e_2} \cdot \left( \underline{D}_{e_2}^T \cdot \underline{D}_{e_1} \right) + \underline{D}_{e_3} \cdot \left( \underline{D}_{e_3}^T \cdot \underline{D}_{e_1} \right) \right) . \end{aligned} \quad (4.17)$$

Da das Skalarprodukt  ${}^D\mathbf{e}_1^T \cdot {}^D\mathbf{e}_2 = 0$  ist, ist somit auch die zeitliche Ableitung von  $({}^D\mathbf{e}_1^T \cdot {}^D\mathbf{e}_2) = 0$ . Wendet man darauf die Produktregel an, so ist  ${}^D\mathbf{e}_1^T \cdot {}^D\dot{\mathbf{e}}_2 = -{}^D\dot{\mathbf{e}}_1^T \cdot {}^D\mathbf{e}_2$ . Durch diese Beziehung kann (4.17) vereinfacht werden und man erhält

$$\begin{aligned} {}^D\mathbf{e}_1 \times \underline{\omega} &= \frac{1}{2} \cdot \left( -{}^D\dot{\mathbf{e}}_1 - {}^D\mathbf{e}_1 \cdot \left( {}^D\mathbf{e}_1^T \cdot {}^D\dot{\mathbf{e}}_1 \right) - {}^D\mathbf{e}_2 \cdot \left( {}^D\mathbf{e}_2^T \cdot {}^D\dot{\mathbf{e}}_1 \right) - {}^D\mathbf{e}_3 \cdot \left( {}^D\mathbf{e}_3^T \cdot {}^D\dot{\mathbf{e}}_1 \right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left( -{}^D\dot{\mathbf{e}}_1 - {}^D\dot{\mathbf{e}}_1 \right) = -{}^D\dot{\mathbf{e}}_1 . \end{aligned}$$

Setzt man dies für alle drei Achsen in (4.16) ein, so ist die absolute zeitliche Ableitung des Vektors

$$\begin{aligned} \dot{\underline{v}} &= \dot{v}_r - v_x \cdot \left( {}^D\mathbf{e}_1 \times \underline{\omega} \right) - v_y \cdot \left( {}^D\mathbf{e}_2 \times \underline{\omega} \right) - v_z \cdot \left( {}^D\mathbf{e}_3 \times \underline{\omega} \right) \\ &= \dot{v}_r - \left( v_x \cdot {}^D\mathbf{e}_1 + v_y \cdot {}^D\mathbf{e}_2 + v_z \cdot {}^D\mathbf{e}_3 \right) \times \underline{\omega} \\ &= \dot{v}_r - \underline{v} \times \underline{\omega} . \end{aligned}$$

Für die Ableitung des Rotationsvektors würde demnach

$$\dot{\underline{r}} = \dot{r}_r - \underline{r} \times \underline{\omega}$$

gelten. Werden Rotationsgeschwindigkeiten bezogen auf das verdrehte Koordinatensystem gemessen, so ist

$$\dot{r}_r = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\| \cdot \cot\left(\frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\|\right) \cdot \underline{\omega} + \frac{1}{2} \cdot \underline{r} \times \underline{\omega} + \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\| \cdot \cot\left(\frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\|\right)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot \left( \underline{r}^T \cdot \underline{\omega} \right) \cdot \underline{r} & \text{für } \|\underline{r}\| \in ]0, \pi] \\ \underline{\omega} & \text{für } \|\underline{r}\| = 0 \end{cases} . \quad (4.18)$$

Im Folgenden werden die Rotationsgeschwindigkeiten bzgl. des verdrehten Koordinatensystems betrachtet, da diese inertial gemessen werden können. Zudem wird das Subscript  $r$  beim Rotationsvektor in (4.18) weggelassen, da der Rotationsvektor nach (4.18) und nach (4.14) dieselbe Drehung beschreibt, wobei in (4.14) die Rotationsgeschwindigkeiten bzgl. des raumfesten Koordinatensystem eingehen.

Somit wird eine Rotationsgeschwindigkeit auf die Ableitung des Rotationsvektors mit

$$\dot{\underline{r}} = \left[ \begin{cases} \Lambda(\underline{r}) & \text{für } \|\underline{r}\| \in ]0, \pi] \\ \mathbf{I}_{3,3} & \text{für } \|\underline{r}\| = 0 \end{cases} \right] \cdot \underline{\omega} \quad (4.19)$$

abgebildet, wobei

$$\Lambda(\underline{r}) = \mathbf{I}_{3,3} + \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} + \frac{1 - \frac{1}{2} \cdot \|\underline{r}\| \cdot \cot\left(\frac{\|\underline{r}\|}{2}\right)}{\|\underline{r}\|^2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -r_z & r_y \\ r_z & 0 & -r_x \\ -r_y & r_x & 0 \end{bmatrix}$$

ist. Gleichung (4.19) stellt eine nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichung dar [Bor71, Bür98, AW06]. Diese Differentialgleichung kann durch die Methode von Euler gelöst werden, wobei vorausgesetzt werden muss, dass die zeitliche Diskretisierung klein gewählt wird [MG05]. Neben dem expliziten Euler-Verfahren kann das implizite Euler-Verfahren oder das Runge-Kutta-Verfahren verwendet werden. Setzt man nun den Differenzenquotienten für die Ableitung des Rotationsvektors gemäß

$$\dot{\underline{r}} = \frac{\underline{r}_{n+1} - \underline{r}_n}{T}$$

ein, so ergibt sich

$$\underline{r}_{n+1} = \underline{r}_n + T \cdot \Lambda(\underline{r}_n) \cdot \underline{\omega}_n . \quad (4.20)$$

Um die von einem Inertialmesssystem gemessenen Winkelgeschwindigkeiten mit dem Rotationsvektor zu fusionieren, ist es sinnvoll, den Winkelgeschwindigkeitsvektor in (4.20) als weiteren Zustand zu definieren. Betrachtet man zunächst die Messgleichung, so wird die Winkelgeschwindigkeit über eine Abbildungsmatrix  $\mathbf{A}$  transformiert. Diese Matrix berücksichtigt eine fehlerhafte Ausrichtung der einzelnen Sensoren zueinander. Da jeder reale Sensor keine exakten Messwerte liefert, wird noch additives Rauschen  $\underline{v}_n$  angenommen. Die Messgleichung ist somit im Falle, dass Messwerte der Gyroskopen vorliegen, gegeben als

$$\underline{y}_n^w = k_G \cdot \mathbf{A} \cdot \underline{\omega}_n + \underline{b} + \underline{v}_n , \quad (4.21)$$

wobei  $k_G$  ein sensorspezifischer Vorfaktor und  $\underline{b}$  der Sensoroffset ist. Für die Beschreibung des zeitlichen Verhaltens wird ein Systemmodell verwendet. Dabei kann in ähnlicher Weise verfahren werden, wie bei der Modellierung von Bewegungsmodellen für die Translation [WAI<sup>+</sup>07]. Nimmt man an, dass der Winkelgeschwindigkeitsvektor über einen gewissen Zeitraum konstant ist und somit die Winkelbeschleunigung als zufällig modelliert wird, so ist die Systemgleichung

$$\underline{\omega}_{n+1} = \underline{\omega}_n + \underline{w}_n^\omega . \quad (4.22)$$

$\underline{w}_n^\omega$  ist das Prozessrauschen. Das Systemmodell für die Rotation setzt sich somit aus (4.20) und (4.22) zusammen.

### 4.2.3 Modell für die Translation

Nachdem nun ein Bewegungsmodell für die Rotation hergeleitet wurde, wird nun ein Bewegungsmodell für die Translation  $\underline{T}(t)$  betrachtet. Dabei betrachtet man ein stochastisches Bewegungsmodell, d. h. die Bewegung wird als ein stochastischer Prozess modelliert. Dabei kann die Geschwindigkeit, die Beschleunigung oder der Ruck als Rauschen modelliert werden

$$\underline{\dot{T}} = \underline{w}(t) \text{ oder } \underline{\ddot{T}} = \underline{w}(t) \text{ oder } \underline{\overset{\cdot\cdot}{T}} = \underline{w}(t) .$$

Für ein Positions-Geschwindigkeitsmodell etwa, bei dem, wie erwähnt, die Beschleunigung als Rauschen modelliert wird, werden im Zustand  $\underline{z}$  die Translation  $\underline{T}$  und der Geschwindigkeitsvektor  $\underline{\dot{T}}$  berücksichtigt, somit ist die lineare Differentialgleichung gegeben als

$$\underline{\dot{z}}^T = \mathbf{A} \cdot \underline{z}^T + \underline{w}(t) ,$$

wobei die Systemmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{3,3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

und die Kovarianzmatrix als

$$\mathbf{q}_w = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{q} \end{bmatrix}$$

gegeben ist. Die Matrix  $\mathbf{q}$  ist

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_{w_x}^2 & 0 & 0 \\ 0 & q_{w_y}^2 & 0 \\ 0 & 0 & q_{w_z}^2 \end{bmatrix} .$$

Im Bewegungsmodell wird die Bewegungsrichtung als unabhängig voneinander angenommen. Diskretisiert man nun die Differentialgleichung, so ist das zeitdiskrete Systemmodell gegeben als

$$\underline{z}_{n+1}^T = (\mathbf{I}_{6,6} + T \cdot \mathbf{A}) \cdot \underline{z}_n^T + \underline{w}_n , \quad (4.23)$$

wobei die Rauschkovarianzmatrix

$$\mathbf{Q}_w = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{3} \cdot \mathbf{q} & \frac{T^2}{2} \cdot \mathbf{q} \\ \frac{T^2}{2} \cdot \mathbf{q} & T \cdot \mathbf{q} \end{bmatrix}$$

ist [WAI<sup>+</sup>07].  $\underline{z}_n^T$  beinhaltet dabei die Translation  $\underline{T}_n$  und die Geschwindigkeit  $\underline{V}_n$ .

#### 4.2.4 Resultierendes Modell

Somit ist das zeitdiskrete Modell hergeleitet. Dieses besteht zum Einen aus den Messgleichungen (4.3), die den Messzusammenhang für die Mikrofone und (4.21) für die Gyroskope beschreiben. Die Systemgleichungen (4.20), (4.22) und (4.23) beschreiben das zeitliche Verhalten des zu lokalisierenden Objekts. Der Zustandsvektor wäre dann

$$\underline{z}_n = \begin{bmatrix} \underline{T}_n \\ \underline{r}_n \\ \underline{V}_n \\ \underline{\omega}_n \end{bmatrix} .$$

### 4.3 Verwendeter Zustandschätzer

Als Zustandsschätzer wird ein Filterverfahren verwendet, welches in die Klasse der linearen Regression-Kalman-Filter fällt. Im Folgenden wird die Funktionsweise dieser Filter vorgestellt ([JU97], [JUDW00], [JU04], [Sim06] und [HH08]).

#### 4.3.1 Approximation der Wahrscheinlichkeitsdichte

Wird eine Zufallsvariable über eine nichtlineare Funktion abgebildet, so verändert sich deren Dichterepräsentierung. Um eine durchgehende Dichterepräsentierung zu erhalten, ist deshalb eine anschließende Approximation sinnvoll. Beim linearen Regression-Kalman-Filter wird eine multivariate Normalverteilung als Repräsentierung gewählt, wobei ausgewählte Punkte der Dichte durch die nichtlineare Funktion abgebildet werden und anschließend aus den transformierten Punkten eine Normalverteilung bestimmt wird. Der Vorteil der Normalverteilung ist, dass diese durch den Erwartungswert und die Kovarianzmatrix parametrisiert ist. Die Bestimmung der Sigma-Punkte geschieht beim UKF durch

eine Cholesky-Zerlegung der Kovarianzmatrix und eine anschließende Verschiebung, basierend auf dem Erwartungswert. Diese Zerlegung ist umkehrbar, da durch Rekombination der Sigmapunkte die ursprüngliche Kovarianzmatrix und der Mittelwert wieder hergestellt werden können. Bei einer  $n$ -dimensionalen normalverteilten Zufallsvariable  $\underline{z}$ , welche durch den Erwartungswert  $\underline{\mu}$  und der Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}$  beschrieben ist, sind die Sigmapunkte definiert als [Sim06]

$$\underline{\sigma}_i = \underline{\mu} + \tilde{z}_i \text{ mit } i = 1, \dots, 2 \cdot n ,$$

wobei

$$\tilde{z}_i = \left( \sqrt{n \cdot \mathbf{C}} \right)_i^T \text{ mit } i = 1, \dots, n ,$$

$$\tilde{z}_{n+i} = - \left( \sqrt{n \cdot \mathbf{C}} \right)_i^T \text{ mit } i = 1, \dots, n$$

ist.  $\sqrt{n \cdot \mathbf{C}}$  ist dabei die Quadratwurzel der Matrix  $n \cdot \mathbf{C} = \left( \sqrt{n \cdot \mathbf{C}} \right)^T \cdot \sqrt{n \cdot \mathbf{C}}$  und  $\left( \sqrt{n \cdot \mathbf{C}} \right)_i$  der  $i$ -te Zeilenvektor der Matrix  $\sqrt{n \cdot \mathbf{C}}$ . Da die Abbildung umkehrbar ist, können der Erwartungswert und die Kovarianzmatrix durch die Sigmapunkten nach

$$\underline{\mu} = \frac{1}{2 \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot n} \underline{\sigma}_i ,$$

$$\mathbf{C} = \frac{1}{2 \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot n} \left( \underline{\sigma}_i - \underline{\mu} \right) \cdot \left( \underline{\sigma}_i - \underline{\mu} \right)^T$$

berechnet werden.

### Propagierung der Sigmapunkte

Ausgehend von einer nichtlinearen Messgleichung

$$\underline{y}_n = \underline{h}_n \left( \underline{z}_n, \underline{u}_n \right) + \underline{v}_n$$

und einer nichtlinearen Systemgleichung

$$\underline{z}_{n+1} = \underline{a}_n \left( \underline{z}_n, \underline{u}_n \right) + \underline{w}_n$$

werden die Sigmapunkte der Wahrscheinlichkeitsdichte von der Zufallsvariablen  $\underline{z}$  gemäß

$$\underline{\sigma}_{i,n}^y = \underline{h}_n \left( \underline{\sigma}_{i,n}^P, \underline{u}_n \right) \text{ mit } i = 1, \dots, 2 \cdot n ,$$

$$\underline{\sigma}_{i,n}^P = \underline{a}_n \left( \underline{\sigma}_{i,n-1}^E, \underline{u}_n \right) \text{ mit } i = 1, \dots, 2 \cdot n$$

durch das System propagiert, wobei  $\underline{u}_n$  der bekannte deterministische Systemeingang ist. Die resultierenden Sigmapunkte werden wieder zu einer Kovarianzmatrix und einem Erwartungswert kombiniert. Die Sigmapunkte  $\underline{\sigma}_{i,n}^P$  approximieren die prädizierte Wahrscheinlichkeitsdichte  $f^P \left( \underline{z}_n \right)$ , welche durch die nichtlineare Messgleichung auf die prädizierten Messsigmapunkte  $\underline{\sigma}_{i,n}^y$  abgebildet werden.  $\underline{\sigma}_{i,n-1}^E$  sind die Sigmapunkte der gefilterten Wahrscheinlichkeitsdichte aus dem vorherigen Zeitschritt. Die

Sigmapunkte werden durch die Systemgleichung auf die prädizierten Sigmapunkte  $\underline{\sigma}_{i,n}^P$  abgebildet. Wie bereits erwähnt, wird als Dichterepräsentierung eine Normalverteilung gewählt. Um aus den Sigmapunkten die Parameter der jeweiligen Dichte zu bestimmen, müssen diese rekombiniert werden. Die Parameter für die prädizierte Dichte ergeben sich zu

$$\begin{aligned}\underline{\mu}_n^P &= \frac{1}{2 \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot n} \underline{\sigma}_{i,n}^P, \\ \mathbf{C}_n^P &= \frac{1}{2 \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot n} (\underline{\sigma}_{i,n}^P - \underline{\mu}_n^P) \cdot (\underline{\sigma}_{i,n}^P - \underline{\mu}_n^P)^T + \mathbf{Q}_n,\end{aligned}\tag{4.24}$$

wobei  $\mathbf{Q}_n$  die Kovarianzmatrix des Prozessrauschen ist. Die Parameter der gefilterten Dichte  $\underline{\mu}_n^E$  und  $\mathbf{C}_n^E$  werden mit Hilfe der Kalman-Filterformeln bestimmt

$$\begin{aligned}\underline{\mu}_n^E &= \underline{\mu}_n^P + \mathbf{K}_n \cdot (\underline{y}_n - \underline{\mu}_n^y), \\ \mathbf{C}_n^E &= \mathbf{C}_n^P - \mathbf{K}_n \cdot \mathbf{C}_n^{zy} \cdot \mathbf{K}_n^T, \\ \mathbf{K}_n &= \mathbf{C}_n^{zy} \cdot (\mathbf{C}_n^y)^{-1},\end{aligned}$$

wobei der Erwartungswert und die Kovarianzmatrix der prädizierten Messung als

$$\begin{aligned}\underline{\mu}_n^y &= \frac{1}{2 \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot n} \underline{\sigma}_{i,n}^y, \\ \mathbf{C}_n^y &= \frac{1}{2 \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot n} (\underline{\sigma}_{i,n}^y - \underline{\mu}_n^y) \cdot (\underline{\sigma}_{i,n}^y - \underline{\mu}_n^y)^T + \mathbf{R}_n\end{aligned}$$

und die Kreuzkovarianz als

$$\mathbf{C}_n^{zy} = \frac{1}{2 \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^{2 \cdot n} (\underline{\sigma}_{i,n}^P - \underline{\mu}_n^P) \cdot (\underline{\sigma}_{i,n}^y - \underline{\mu}_n^y)^T$$

gegeben ist.  $\mathbf{R}_n$  ist die Kovarianzmatrix des Messrauschens. In diesem Fall muss nach der Prädiktion die Sigmapunkte  $\underline{\sigma}_{i,n}^P$  basierend auf der prädizierten Dichte neu berechnet werden. In Abb. 4.4 ist das lineare Regression-Kalman-Filter schematisch dargestellt. Ist das Mess- und Systemrauschen nicht additiv, so kann der Zustand erweitert werden, indem das Rauschen ebenso augmentiert wird.

### 4.3.2 Berücksichtigung der Randbedingung für den Rotationsvektor

Der Betrag des Rotationsvektors wurde auf den Bereich  $[0, \pi]$  begrenzt. Um dies zu berücksichtigen wird (4.24) und (4.4) verwendet, wobei die Kovarianzmatrix des Prozessrauschen  $\mathbf{Q}_n$  auf Null gesetzt wird.

## 4.4 Spezialfall: Lokalisierung eines Objekts, basierend auf einem bekannten Referenzsignal

Basierend auf der in (2.18) beschriebenen Messgleichung kann der Spezialfall abgeleitet werden, dass ein Punktobjekt schritthaltend verfolgt wird. Dabei wird die Trajektorie einer Quelle  $\underline{x}_n$  geschätzt.

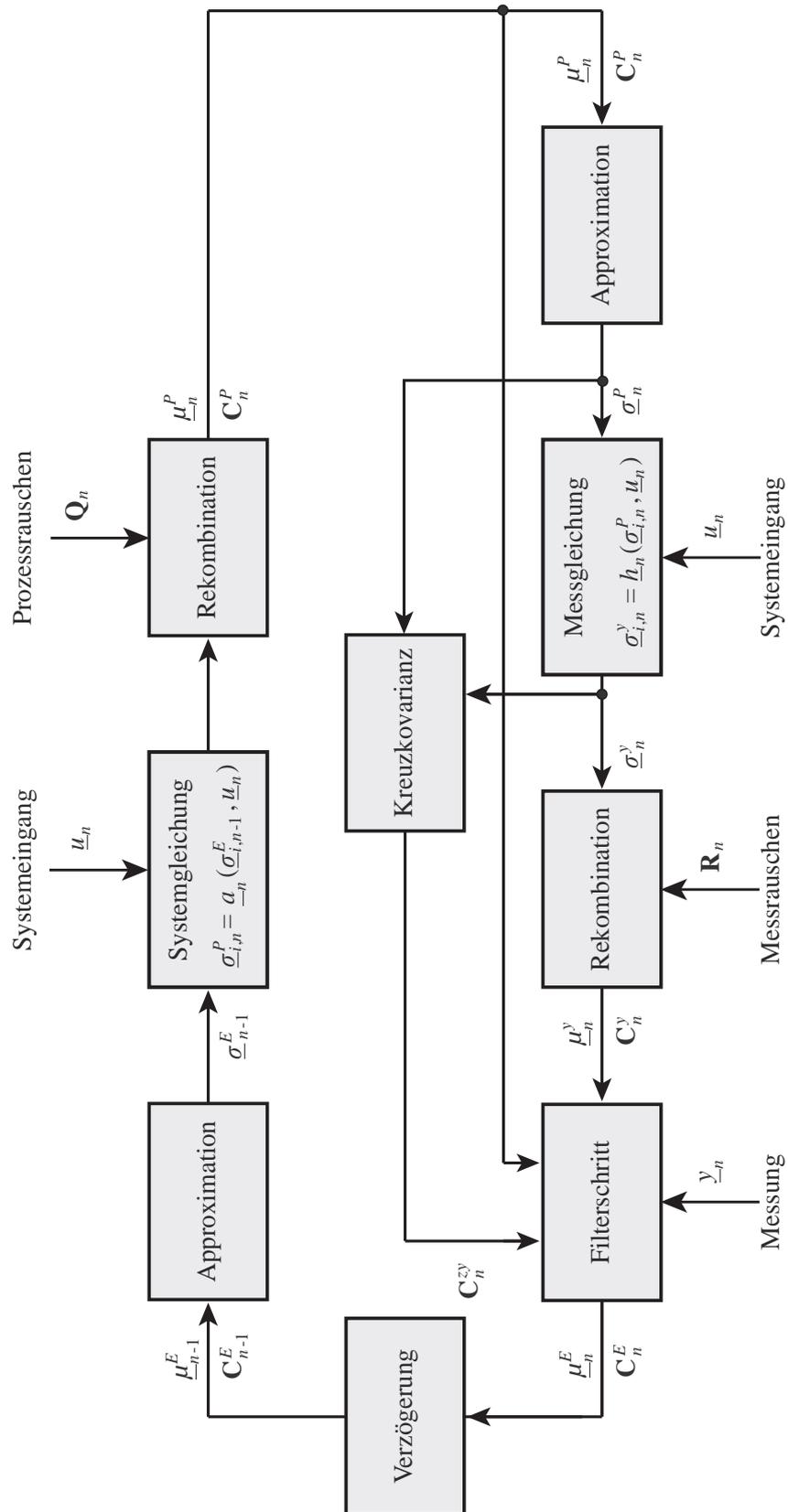


Abbildung 4.4: Schematische Darstellung eines linearen Regression-Kalman-Filter.

Als stochastisches Bewegungsmodell für die Quelle wird ein Positions-Geschwindigkeitsmodell nach (4.23) betrachtet.

Die Quelle sendet ein bekanntes Signal aus. Dieses Signal wird von mehreren im Raum befindlichen Sensoren, welche sich an bekannten Positionen befinden, empfangen und damit räumlich und zeitlich abgetastet. Das Messmodell für die empfangenen Amplitudenwerte ist bei einer nicht formgetreuen Übertragung gegeben als

$$\mathbf{y}_n^j = \underline{\mathbf{C}}(\underline{\mathbf{p}}_n^j) \cdot \underline{\mathbf{z}}_n^j + d(\underline{\mathbf{p}}_n^j) \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{\mathbf{p}}_n^j - \underline{\mathbf{x}}_n\|} \cdot \sum_{k=n-D}^n s_k^i \cdot \text{si} \left( \pi \cdot (n-k) - \pi \cdot \frac{\|\underline{\mathbf{p}}_n^j - \underline{\mathbf{x}}_n\|}{c \cdot T} \right) + \mathbf{v}_n^j .$$

Die internen Zustände  $\underline{\mathbf{z}}_n^j$  werden über die Systemgleichung

$$\underline{\mathbf{z}}_{n+1}^j = \mathbf{A}(\underline{\mathbf{p}}_n^j) \cdot \underline{\mathbf{z}}_n^j + \underline{\mathbf{B}}_n^j \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{\mathbf{p}}_n^j - \underline{\mathbf{x}}_n\|} \cdot \sum_{k=n-D}^n s_k^i \cdot \text{si} \left( \pi \cdot (n-k) - \pi \cdot \frac{\|\underline{\mathbf{p}}_n^j - \underline{\mathbf{x}}_n\|}{c \cdot T} \right)$$

beschrieben. Die Parameter  $\underline{\mathbf{p}}_n^j = [\mathbf{b}_{0,n}^j \ \dots \ \mathbf{b}_{m,n}^j \ \mathbf{c}_{0,n}^j \ \dots \ \mathbf{c}_{m-1,n}^j]^T$  sind unbekannt und werden deshalb im Zustand ebenfalls augmentiert. Die Systemgleichung für die Parameter kann z. B. über einen Random Walk modelliert werden

$$\underline{\mathbf{p}}_{n+1}^j = \underline{\mathbf{p}}_n^j + \underline{\mathbf{w}}_n^{\mathbf{p}^j} .$$

Der Zustandsvektor ist in diesem Fall

$$\underline{\mathbf{z}}_n = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_n \\ \underline{\mathbf{V}}_n \\ \underline{\mathbf{z}}_n^1 \\ \vdots \\ \underline{\mathbf{z}}_n^M \\ \underline{\mathbf{p}}_n^1 \\ \dots \\ \underline{\mathbf{p}}_n^M \end{bmatrix} .$$

Der Zustandsvektor steigt mit der Anzahl der Sensoren  $M$  um den Faktor  $3m - 1$  an. Um einen geringeren Vorfaktor zu erhalten, kann bei der Modellierung einer Ausbreitungsstrecke nur ein Dämpfungsfaktor berücksichtigt werden. Da aber direkt von den Amplitudenwerten auf die Zustände geschlossen wird, sollte der Faktor dennoch beachtet werden. Die Dämpfungsfaktoren beschreiben den Einfluss zwischen dem Sender und den Sensoren. In der Realität ist der Dämpfungsfaktor durch die Abstrahlcharakteristik und die Empfangscharakteristik örtlich variant und durch die Bewegung der Quelle somit zeitlich variant. Die Messgleichung ist somit

$$\mathbf{y}_n^j = \mathbf{b}_n^j \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \|\underline{\mathbf{p}}_n^j - \underline{\mathbf{x}}_n\|} \cdot \sum_{k=n-D}^n s_k^i \cdot \text{si} \left( \pi \cdot (n-k) - \pi \cdot \frac{\|\underline{\mathbf{p}}_n^j - \underline{\mathbf{x}}_n\|}{c \cdot T} \right) + \mathbf{v}_n^j .$$

Der Zustandsvektor setzt sich demnach aus der Position und der Geschwindigkeit des Objekts, sowie den Dämpfungsfaktoren zusammen

$$\underline{z}_n = \begin{bmatrix} \underline{x}_n \\ \underline{V}_n \\ \underline{b}_n^1 \\ \vdots \\ \underline{b}_n^M \end{bmatrix} .$$

Dieser Spezialfall wird später im Experiment (Kapitel 5.3.3) untersucht. Dabei wird gezeigt, dass die Modellierung einer nicht formgetreuen Übertragung bessere Ergebnisse liefert als die Modellierung einer formgetreuen Übertragung mit einem zusätzlichen Dämpfungsfaktor.

## 4.5 Zusammenfassung

Das instantane Verfahren verwendet eine durchgängige Modellierung. Dabei berücksichtigen die Modelle zum Einen die Ausbreitung der Signale und zum Anderen das dynamische Verhalten des zu lokalisierenden Objekts. Da die Modelle die Realität nicht exakt nachbilden können, wird eine probabilistische Modellbeschreibung gewählt. Diese Modellierung erlaubt eine instantane Verarbeitung der Amplitudenmesswerte, d. h. die Daten werden nahezu verzögerungsfrei verarbeitet.

Bei der Parametrisierung der Rotationsmatrix wurde der Rotationsvektor verwendet. Der Rotationsvektor beschreibt über seine Richtung die Rotationsachse und über seine Länge den Drehwinkel. An den Rotationsvektor wurden Nebenbedingungen gestellt, um eine Bijektivität zwischen der Rotation und dem Rotationsvektor zu erreichen. Diese Nebenbedingungen können durch eine Vorwärtsabbildung im Schätzer realisiert werden. Darüber hinaus wurde die Systemgleichung hergeleitet, die die zeitliche Veränderung des Rotationsvektors beschreibt. Diese nichtlineare Differentialgleichung ist abhängig von den Winkelgeschwindigkeiten. Werden die Winkelgeschwindigkeiten von Gyroskopen gemessen, so können diese fusioniert werden.

Für die Implementierung wurde als Zustandsschätzer exemplarisch ein linearer Regression-Kalman-Filter vorgeschlagen. Das Verfahren ist jedoch darauf nicht beschränkt. Als Zustandsschätzer können hybride Schätzverfahren [HH07], Dirac-Mixture-Verfahren [KH08] oder auf Fourierdichten basierende Verfahren [BSH06] verwendet werden. Diese Verfahren approximieren die gesamte Wahrscheinlichkeitsdichte basierend auf einem Gütemaß, damit der Fehler zwischen gegebener und approximierter Dichte minimal ist. Der Vorteil bei diesen Verfahren ist, dass das Verfahren ohne Vorwissen initialisiert wird, wobei der Rechenaufwand in Abhängigkeit der Dimension des Zustandsvektors sehr stark anwachsen kann. Deshalb ist es sinnvoll, auch solche Zustandsschätzer mit Vorwissen zu initialisieren.

Der Algorithmus für die instantane Lageschätzung kann demnach wie folgt ablaufen. Zuerst müssen geeignete Sendesignale identifiziert werden, die den Anforderungen im Kapitel 2.10 genügen. Anschließend wird in einer Initialisierungsphase mit einem zweischrittigen Verfahren die Lage ermittelt. Im ersten Schritt werden die Abstände mit dem Verfahren zur modellbasierten Laufzeitschätzung aus Kapitel 3.1 bestimmt. Anschließend wird mit Hilfe der geschlossenen Lösung aus Kapitel 3.2 die

Lage berechnet. Diese Lösung wird dann zur Initialisierung des Zustandsschätzers verwendet, der die Modelle aus Kapitel 4.2 verwendet.

# Implementierung und experimentelle Ergebnisse

In der vorliegenden Arbeit wird als Beispielanwendung die schritthaltende Lageschätzung von Objekten in einer Telepräsenzapplikation betrachtet. Bei der Telepräsenz taucht ein Benutzer in eine entfernte Umgebung ein. Diese entfernte Umgebung kann virtuell oder real sein. Vertreten wird der Benutzer in der entfernten Umgebung durch einen Stellvertreter. Um diesen steuern zu können, müssen die Eingaben des Benutzers erfasst und zu seinem Stellvertreter übertragen werden. Eine natürliche Art, den Stellvertreter zu steuern ist die weiträumige Telepräsenz [RBH05, RBHN05], wobei der propriozeptive Sinn ausgenutzt wird. Dabei wird der Stellvertreter durch Bewegungen des Benutzers gesteuert. Bei der weiträumigen Telepräsenz befindet sich der Benutzer in einer im Verhältnis zur Zielumgebung kleinen Benutzerumgebung. Daher muss der Pfad in der Zielumgebung auf einen Pfad in der Benutzerumgebung transformiert werden. Dies geschieht mittels der Bewegungskompression, die bei jeder neuen Lageschätzung durchgeführt wird. Dabei wird, basierend auf der Lage des Kopfes sowie der Hände, der prädierte Pfad bestimmt, und dieser Pfad mittels der Bewegungskompression in die Benutzerumgebung abgebildet.

## 5.1 Prototypische Implementierung

### 5.1.1 Hardwareaufbau

Die in dieser Arbeit vorgestellten Ansätze werden an einem eigens entwickelten Demonstrator evaluiert, der für verschiedene Experimente im Rahmen der weiträumigen Telepräsenz eingesetzt wurde ([RBH05, RBHN05], [SAH07, RSH06, RH06, RH04, RHN04]). Dieser Demonstrator besteht aus mehreren Lokalisierungsmodulen, welche jeweils aus einer digitalen Signalprozessorkarte, mehreren Audioverstärkern und einem inertialen Messsystem bestehen. Die Module sind über eine Master/Slave-Architektur miteinander vernetzt. Der Master, welcher die Signalgenerierung und die Synchronisierung übernimmt, kommuniziert über einen synchronen seriellen Datenbus (SPI) mit den Slave-Komponenten. Dabei ist das System so aufgebaut, dass jederzeit weitere Lokalisierungsmodule in das System integriert werden können. Für die Referenzimplementierung stehen bisher ein Kopftracker, welcher als Master fungiert, und ein Handtracker (Slave-Modul) zur Verfügung. Die vom Kopftracker generierten Signale zur Lokalisierung werden an bis zu sechs im Raum verteilten Piezolausprecher gesendet. Vier Elektretmikrophone, welche am zu lokalisierenden Objekt befestigt sind, empfangen die verzögerten,

verrauschten und überlagerten Signale. Die Mikrophonsignale werden abgetastet und dem digitalen Signalprozessor als Messwerte zur Verfügung gestellt. Der DSP und die inertielle Messeinheit kommunizieren über eine serielle Schnittstelle (RS232). Die inertielle Messeinheit besteht aus drei orthogonal angeordneten Gyroskopen. Der Handtracker ist in ähnlicher Weise wie der Kopftracker aufgebaut. Abb. 5.1 skizziert den schematischen Gesamtaufbau. Die Hardwarerealisierung für den Hand- und den Kopftracker ist in Abb. 5.2 dargestellt.

### 5.1.2 Wahl der Messsignale

Im Kapitel 2.10 wurde beschrieben, dass durch eine geeignete Wahl der Sendesignale das Schätzergebnis verbessert werden kann. Bei der Betrachtung der posterioren Cramér-Rao-Schranke wurde darüber hinaus gezeigt, dass die Steigung der Messabbildung und somit die beinhalteten Frequenzen im Sendesignal einen Einfluss auf das Schätzergebnis haben. Dies wurde im Kapitel 3 im Zusammenhang mit der modellbasierten Laufzeitschätzung bestätigt, da die Steigung zwischen den Abtastwerten einen Einfluss auf die Varianz der Gaußmischdichten hat. Ist die Steigung gering, nimmt die Unsicherheit zu. Geeignete Sendesignale bei der Lagebestimmung stellen z. B. Signale dar, die bei MC-CDMA (Multi Carrier-Code Division Multiple Access) eingesetzt werden. Dabei werden Pseudozufallsfolgen, wie z. B. Maximalfolgen, Gold-Codes oder orthogonale Gold-Codes, als Gewichtung für zueinander orthogonale Frequenzen verwendet. In Abb. 5.3 sind die zeitlichen Verläufe von zueinander orthogonalen Frequenzen gewichtet mit einer Codesequenz gezeigt.

Orthogonale Goldcodes werden mit zwei Generatorpolynomen gebildet. Ein Generatorpolynom kann auf ein lineares rückgekoppeltes Schieberegister abgebildet werden. Werden die Ausgänge der beiden Schieberegister über ein XOR-Gatter miteinander verknüpft und der Anfangszustand eines Schieberegisters zyklisch verändert, so wird eine Anzahl von Goldcodes in Abhängigkeit der Länge der Generatorpolynome erzeugt. Um orthogonale Goldcodes zu erhalten, wird anschließend eine Null angefügt und die Sequenz in ein bipolares Format überführt. Die Sequenz wird als Gewichtung von zueinander orthogonalen Sinusschwingungen verwendet, um ein MC-CDMA Signal zu erhalten. Das resultierende Sendesignal ist somit ein Bandpasssignal, welches durch seine Startfrequenz und seine Endfrequenz beschrieben wird. Die Bandbreite des Signals ist abhängig vom Verhältnis Länge des Codesignals zu Länge des Sendesignals. Beim instantanen Verfahren sollte das Sendesignal, um Periodizität im Sendesignal zu vermeiden und somit bei einer Freifeldannahme eine eindeutige Schätzung zu erreichen, größer sein als der größtmögliche zeitliche Abstand. Für eine hohe Ortsauflösung spielen die verwendeten Frequenzen eine entscheidende Rolle. Daher sollte die verwendete Bandbreite möglichst groß gewählt sein. Durch die Limitierung der Dauer eines Sendesignals muss deshalb eine entsprechend lange Codesequenz gewählt werden.

Durch Verwendung solcher MC-CDMA Signale kann erreicht werden, dass die Signale den einzelnen Lautsprechern zugeordnet werden können, da die zeitliche Kreuzkorrelierte von zwei Signalen gering ist. Bei einer Verzögerung von Null verschwindet die Kreuzkorrelierte, daher werden diese Signale auch als orthogonale Sequenzen bezeichnet.

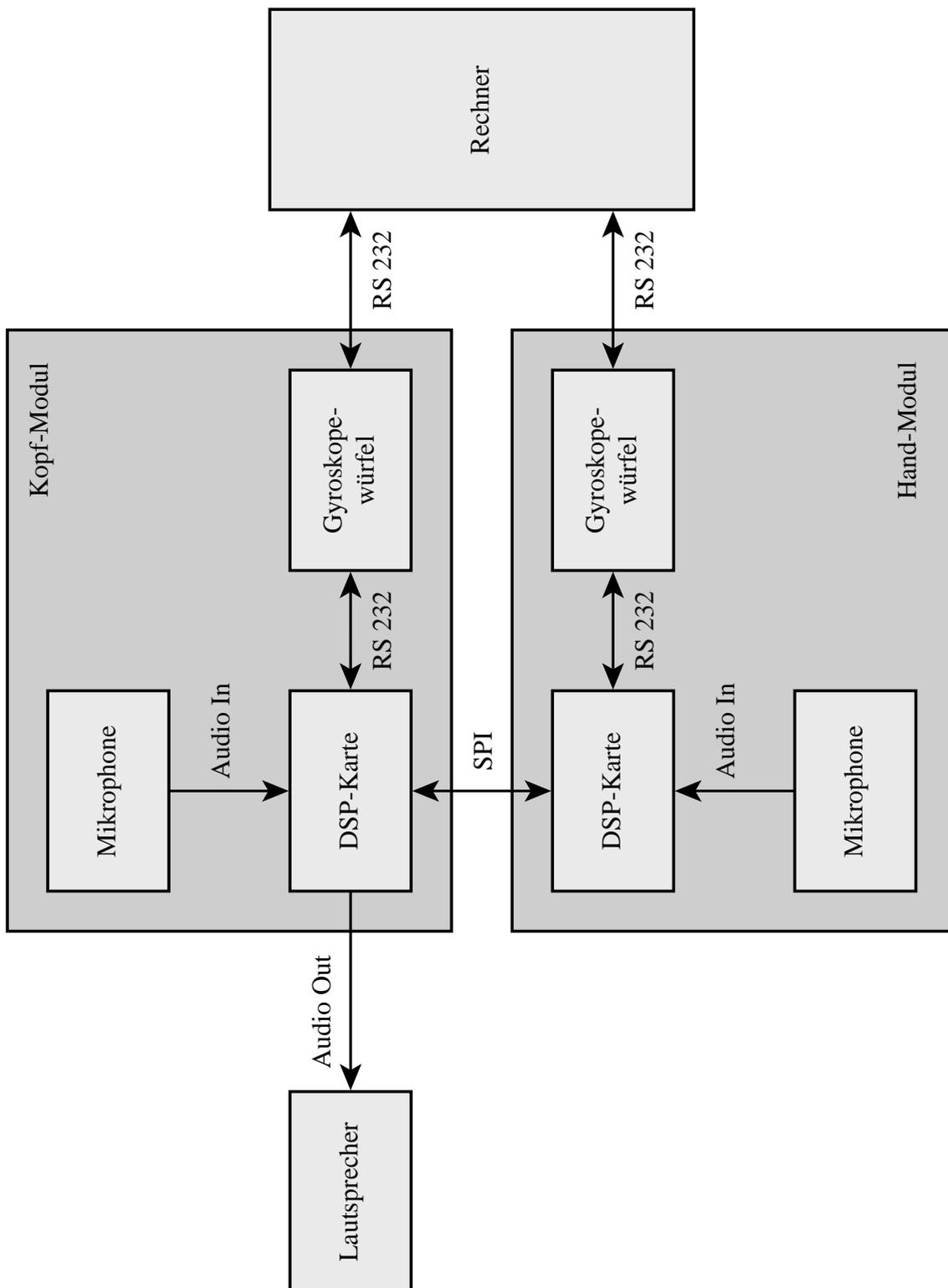
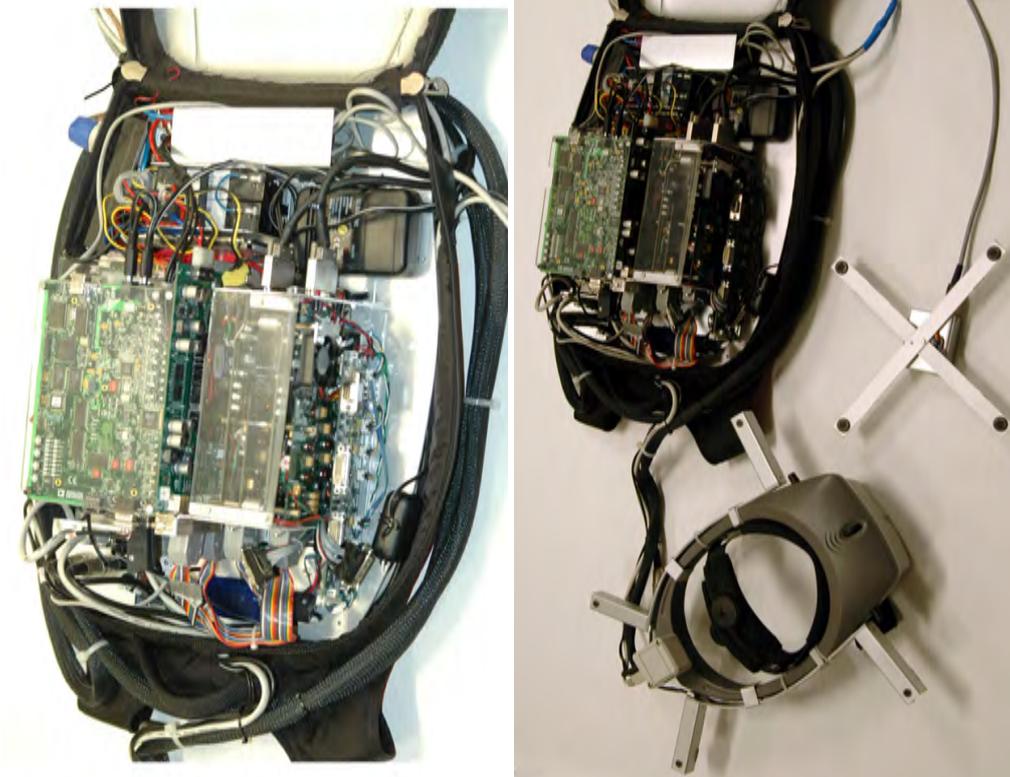


Abbildung 5.1: Schematischer Gesamtaufbau des Prototyps.



(a) Hand-Modul.

(b) Kopf-Modul.



(c) Auswerteeinheit eingebaut in ein tragbares System.

(d) Komplettaufbau.

**Abbildung 5.2:** Hardware Realisierung des Prototyps.

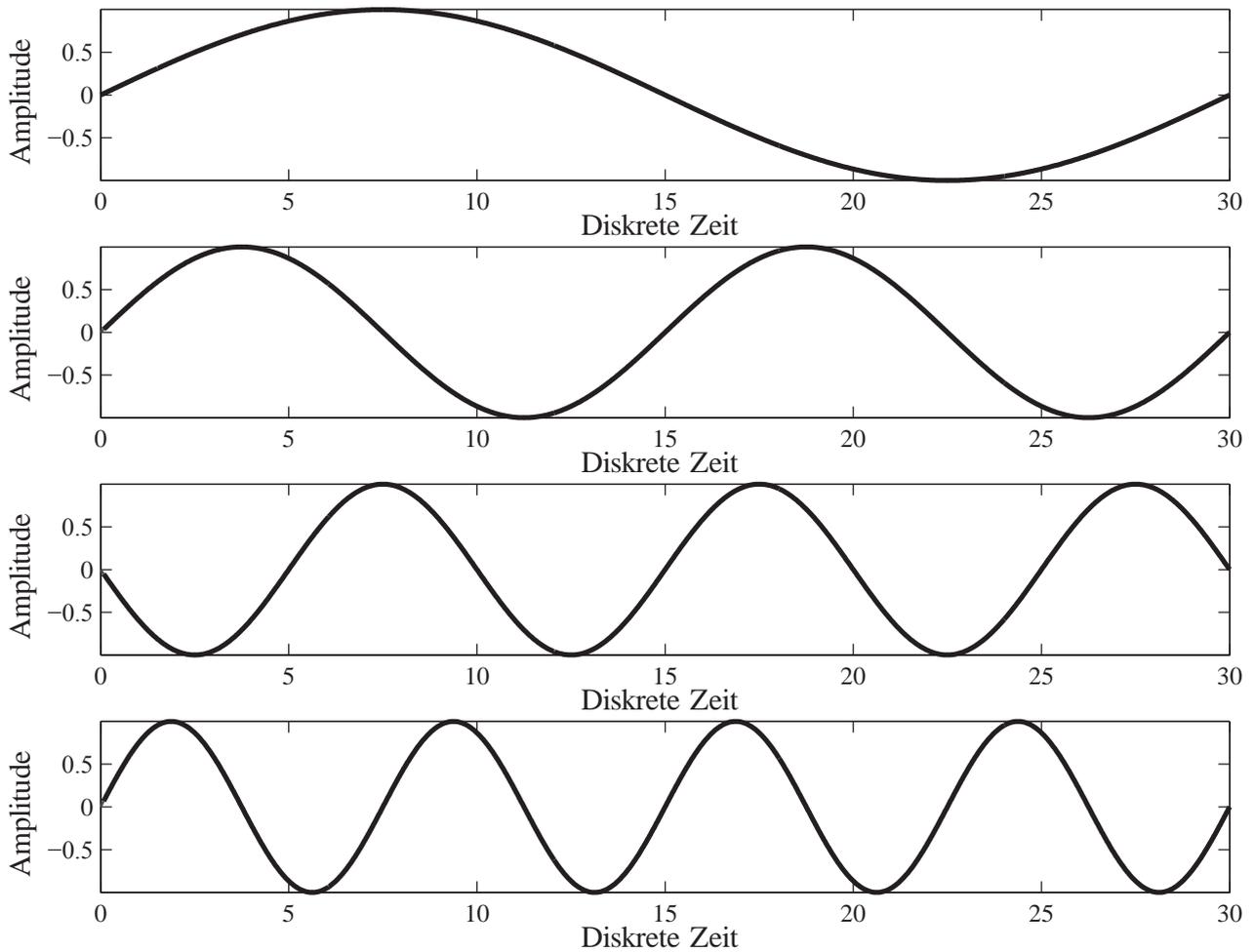


Abbildung 5.3: Orthogonale Sinusschwingungen gewichtet mit einer Codesequenz.

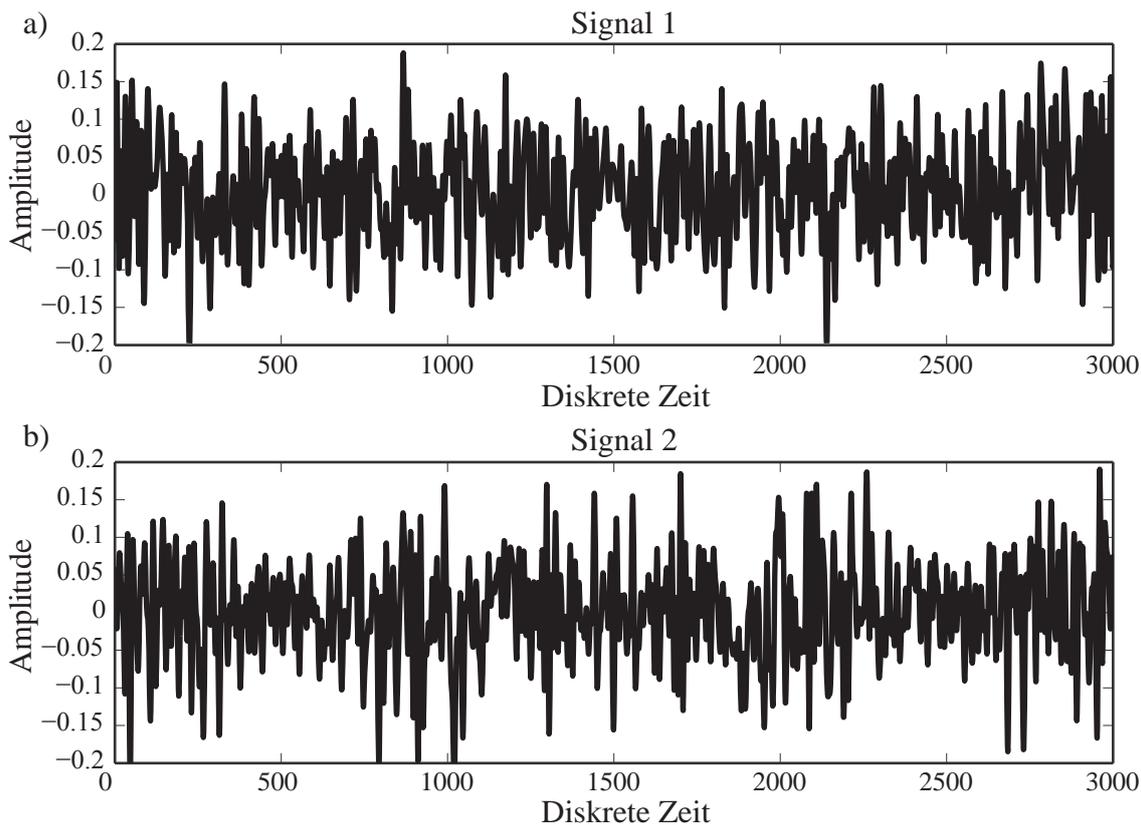


Abbildung 5.4: Zwei MC-CDMA Signale.

Die Signale, welche in dieser Arbeit für die Lageschätzung verwendet werden, weisen ausgezeichnete Autokorrelations- und Kreuzkorrelationseigenschaften auf. Zwei MC-CDMA Signale sind in Abb. 5.4 dargestellt. In Abb. 5.5 ist deren Autokorrelierte und in Abb. 5.6 die Kreuzkorrelierte dargestellt.

## 5.2 Simulationsergebnisse

Bei der Simulation werden die Verfahren aus Kapitel 3 und Kapitel 4 untersucht. Im Kapitel 5.2.1 wird das Verfahren zur modellbasierten stochastischen Laufzeitschätzung, welches im Kapitel 3.1 beschrieben ist, mit dem signalangepassten Filter aus Kapitel 3.1.6 verglichen. Die geschlossene Lösung zur Lageschätzung aus Kapitel 3.2 wird im Kapitel 5.2.2 betrachtet. Die Ergebnisse des instantanen Verfahrens zur Lageschätzung aus Kapitel 4 werden im Kapitel 5.2.3 diskutiert.

### 5.2.1 Modellbasierte stochastische Laufzeitschätzung

Das Verfahren zur modellbasierten Laufzeitschätzung aus Kapitel 3 wird in einer Simulation evaluiert, in der es mit der Kreuzkorrelation (Kapitel 3.7) verglichen wird. Dabei wird eine bewegte Quelle simuliert, welche sich mit einer stückweisen konstanten Geschwindigkeit bewegt. Das Sendesignal ist eine Realisierung eines erwartungswertfreien weißen normalverteilten Rauschprozesses mit der Varianz

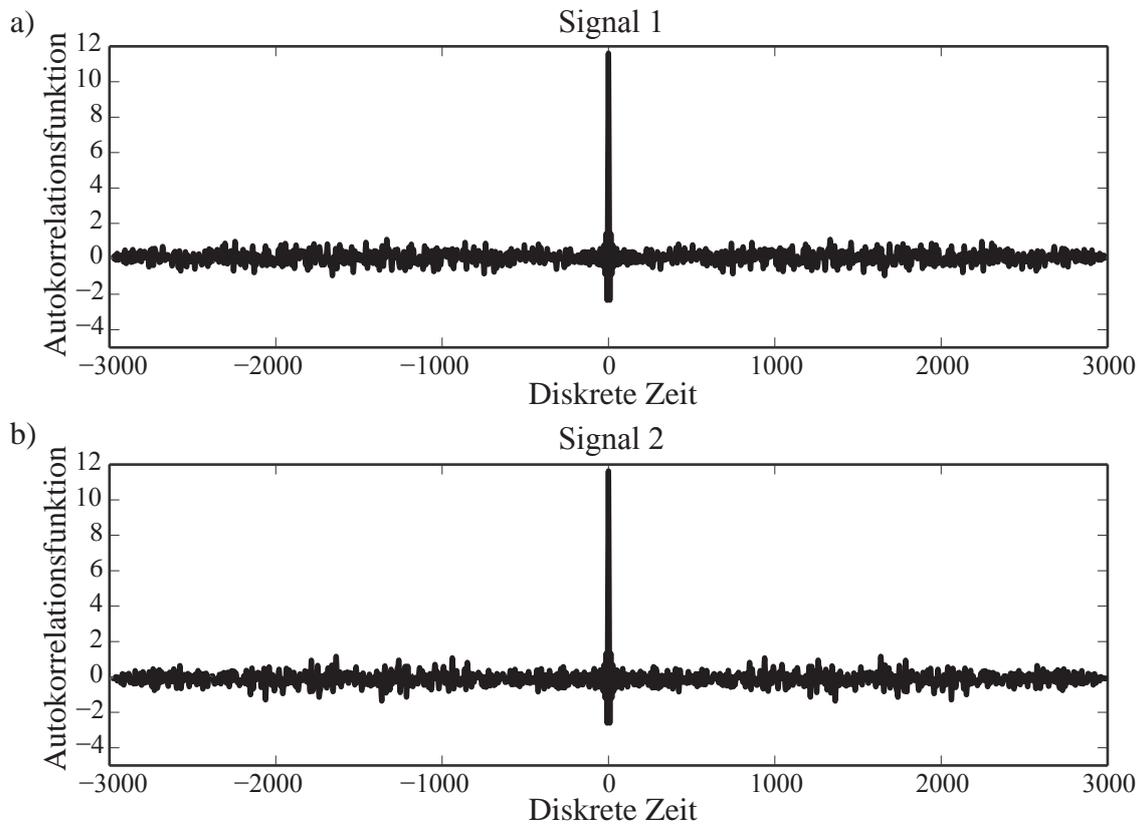


Abbildung 5.5: Nichtnormalisierte Autokorrelationsfunktion der Signale a) und b) aus Abb. 5.4.

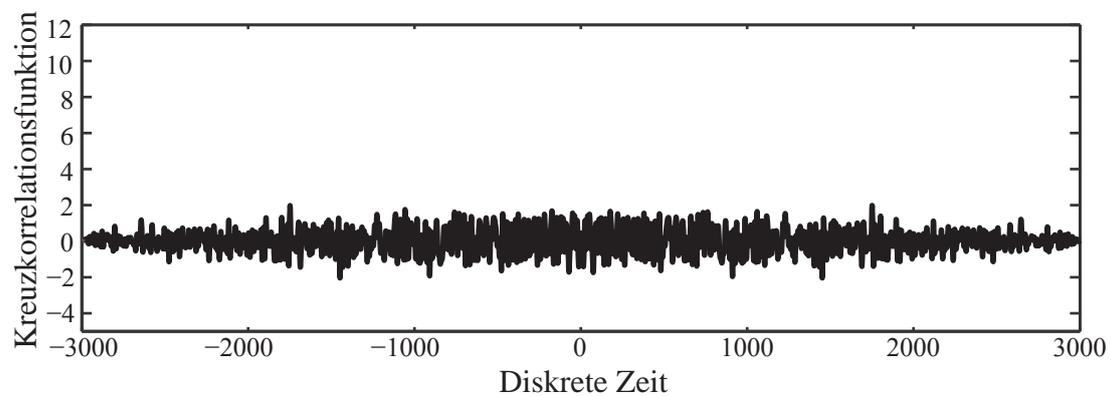
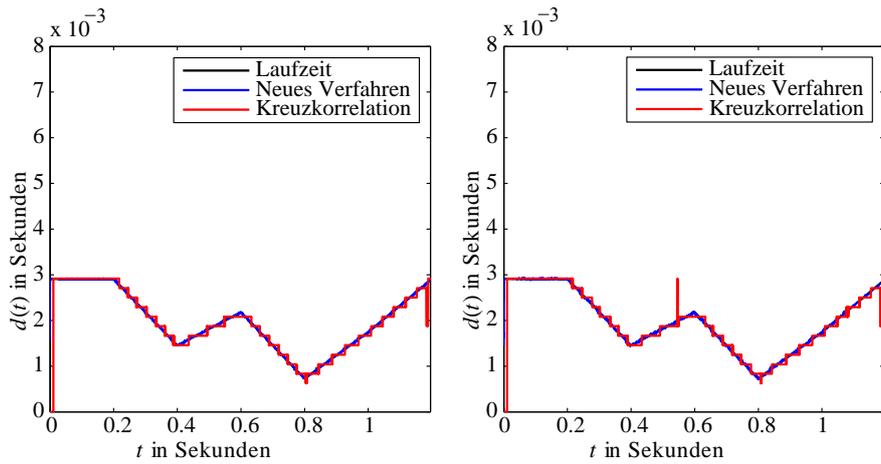
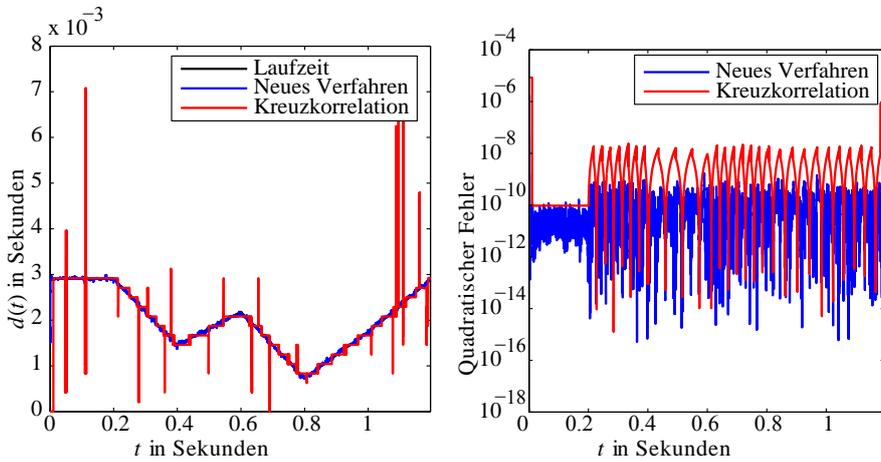


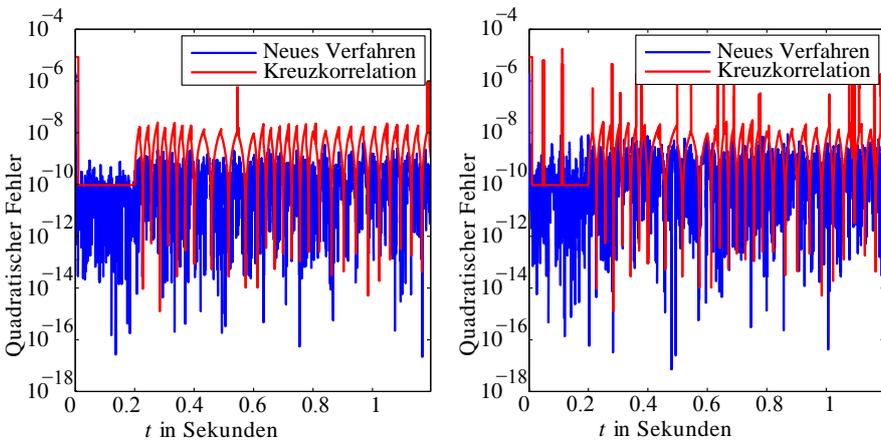
Abbildung 5.6: Nichtnormalisierte Kreuzkorrelationsfunktion der Signale a) und b) aus Abb. 5.4.



(a) Vergleich zwischen dem neuen Algorithmus und der Standardmethode in einer Simulation bei einem Rauschlevel  $\sigma_v = 0$ .  
 (b) Vergleich zwischen dem neuen Algorithmus und der Standardmethode in einer Simulation bei einem Rauschlevel  $\sigma_v = 0.5$ .



(c) Vergleich zwischen dem neuen Algorithmus und der Standardmethode in einer Simulation bei einem Rauschlevel von  $\sigma_v = 0$ .  
 (d) Quadratischer Fehler bei einem Rauschlevel von  $\sigma_v = 1$ .



(e) Quadratischer Fehler bei einem Rauschlevel von  $\sigma_v = 0.5$ .  
 (f) Quadratischer Fehler bei einem Rauschlevel von  $\sigma_v = 1$ .

**Abbildung 5.7:** Simulationsergebnisse für eine sich bewegende Quelle. Die Kreuzkorrelation wird mit dem neuen probabilistischen Ansatz verglichen.

von Eins. Das Sendesignal setzt sich somit aus vorab bekannten zeitdiskreten Abtastwerten zusammen. Für die Generierung der Messwerte wird das Sendesignal entsprechend dem zeitvarianten Abstand zwischen Quelle und Senke verzögert, wobei das Sendesignal mit einer Sinc-Funktion interpoliert wird. Zusätzlich werden die Empfangswerte durch additives weißes normalverteiltes Rauschen gestört, wobei die Varianz bei unterschiedlichen Simulationsläufen variiert. Die Abtastfrequenz ist  $f_i = 4800$  Hz.

Für das in Kapitel 3 beschriebene Verfahren zur instantanen Laufzeitschätzung wurden folgende Parameter für die Likelihood-Funktion und die Transitionsdichte verwendet. Dabei ist die maximale Verzögerung  $d_{max} = 0.0035$  Sekunden. Die Varianz des Messrauschens wird auf  $\sigma_v^2 = 1$  festgesetzt. Jede Rechteck-Funktion wird mit  $M = 10$  Gaußmischdichten approximiert, wobei die Varianz jeder Komponente  $\sigma^2 = 0.7^2$  ist. Durch die Approximation überlappen sich die approximierten Rechteckfunktionen, was zu einem Fehler in der Likelihood-Funktion führt. Dabei setzt sich die resultierende approximierte Likelihood-Funktion aus dem Produkt der Rechteck-Approximationen und der Gaußmischdichte zusammen, welche durch die stückweise lineare Messabbildung bestimmt werden. Betrachtet man die resultierende Funktion, so hängt die jeweilige Standardabweichung einer Komponente von der Steigung zwischen zwei benachbarten Amplitudenwerten ab. Dabei erkennt man, dass sich die Standardabweichung verringert, wenn die Steigung groß ist, und somit einen stärkeren Einfluss hat, als wenn die Steigung sehr flach ist. Dies resultiert auch aus dem Ergebnis von Kapitel 2.10. Die Standardabweichung der einzelnen Gaußmischdichten hängt somit vom Frequenzspektrum des Signals ab.

Für das Systemmodell wird ein lineares Modell verwendet. Die Transitionsdichte wird mit  $N = 60$  Komponenten approximiert. Die Mittelwerte der Gaußmischdichte sind äquidistant über dem Bereich  $\mu_{tr} = [0, 0.0035]$  Sekunden verteilt und die Varianzen sind zu  $\sigma_{tr}^2 = (1.52 \cdot 10^{-5} \text{s})^2$  gewählt. Die Varianzen müssen an die Abtastrate angepasst sein, da im Prädiktionsschritt nur die Gewichte der prädizierten Dichte neu berechnet werden.

Bei der Kreuzkorrelation wird eine Blocklänge von 50 Abtastwerten gewählt. Die Kreuzkorrelation wird nach jedem empfangenen Amplitudenwert ausgeführt und anschließend wird das Argument des Maximums gewählt.

In der Simulation wurde die Varianz  $\sigma_v^2$  des Rauschens variiert. Dabei wurden die Fälle  $\sigma_v = 0$ ,  $\sigma_v = 0.5$  und  $\sigma_v = 1$  betrachtet. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.7(a-c) dargestellt. Die blaue Linie zeigt das Ergebnis des neuen Ansatzes, die rote Linie das Ergebnis mit der Kreuzkorrelation und die schwarze Linie die vorgegebene Laufzeit. Das neue Verfahren hat eine Einschwingzeit von 14 Abtastwerten, wobei die Kreuzkorrelation erst nach 50 Abtastwerten ein Ergebnis liefert. Das neue Verfahren wurde ohne Vorwissen initialisiert, d. h. zu Beginn der Verarbeitung wurde eine Gleichverteilung für die Wahrscheinlichkeitsdichte des Zustands angenommen. Nimmt die Varianz des Rauschens zu, so treten bei der Kreuzkorrelation verstärkt Ausreißer auf. Hingegen beim neuen Verfahren ist dies nicht der Fall, da die Unsicherheiten durchgängig betrachtet werden und ein Systemmodell verwendet wird. Durch die rekursive Verarbeitung der Daten sind die vorherigen Informationen in der prädizierten Wahrscheinlichkeitsdichte repräsentiert, welche im Messschritt für die Schätzung verwendet wird. Bei der Kreuzkorrelation können durch eine Vergrößerung der Blocklänge Ausreißer vermieden werden,

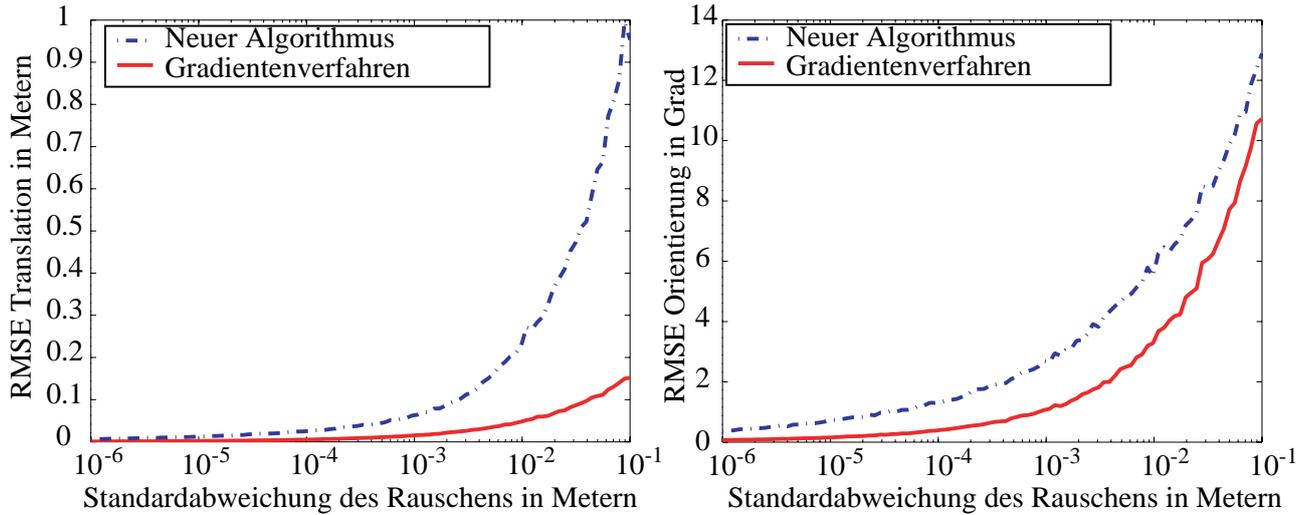


Abbildung 5.8: RMSE versus Standardabweichung des Rauschens für die Translation und die Orientierung  $\psi$ .

da dadurch eine Mittelung über Messwerte geschieht und somit der Einfluss des Rauschens verringert wird. Dabei tritt eine Verschmierung des Ergebnisses auf, da die Laufzeit über der Blocklänge als konstant angenommen wird. Bei dem Standardverfahren kann durch die Verwendung von Heuristiken der Suchraum begrenzt werden und somit unrealistische Werte entfernt werden. Dabei ist aber keine durchgängige Betrachtung der Unsicherheiten mehr gegeben.

Der quadratische Fehler zwischen der vorgegebenen und der geschätzten Laufzeit ist in Abb. 5.7 (d-f) dargestellt. Das neue Verfahren hat einen geringeren Fehler als das Standardverfahren. Auch im Falle von hohem Messrauschen ist der quadratische Fehler vom Schätzwert des neuen Verfahrens kleiner als  $10^{-8}s^2$ .

### 5.2.2 Geschlossene Lösung für die Lageschätzung aus abstands-basierten Messungen

Die geschlossene Lösung für die Lageschätzung aus Kapitel 3.2 wird in einem zweidimensionalen Koordinatensystem evaluiert. Die Referenzpunkte  $w_{\underline{x}}^i, i = 1, \dots, 4$  bzgl. des globalen Koordinatensystem sind  $w_{\underline{x}}^1 = [0 \ 0]^T m$ ,  $w_{\underline{x}}^2 = [10 \ 0]^T m$ ,  $w_{\underline{x}}^3 = [0 \ 10]^T m$  und  $w_{\underline{x}}^4 = [10 \ 10]^T m$ . Im Koordinatensystem bzgl. des Objekts sind die Referenzpunkte  $o_{\underline{p}}^j, j = 1, \dots, 4m$  zu  $o_{\underline{p}}^1 = [0 \ 0]^T m$ ,  $o_{\underline{p}}^2 = [1 \ 0]^T m$ ,  $o_{\underline{p}}^3 = [0 \ 1]^T m$  und  $o_{\underline{p}}^4 = [1 \ 1]^T m$  gewählt. Basierend auf diesen Konfigurationen, sind  $N \cdot M = 16$  Abstände verfügbar. Die Abstände werden mit additivem weißem, normalverteiltem Rauschen gestört.

Um die Schätzung der geschlossenen Lösung aus Kapitel 3.2 zu verbessern, werden diese, als Startwerte für ein nachgeschaltetes Gradientenverfahren verwendet. Die Schrittweite des Gradientenverfahrens beträgt 0.02 und die Anzahl der Iterationen 20.

Die wahre Translation ist  $[x \ y]^T = [4.5 \ 6.2]^T m$  und die Orientierung ist  $\psi = 15^\circ$ . Um das Verfahren mit dem Gradientenverfahren zu vergleichen, werden für verschiedene Rauschlevel jeweils 1000 Durchläufe durchgeführt und über diese gemittelt. Dabei variiert die Standardabweichung des

Rauschens von  $10^{-6}$  m zu  $10^{-1}$  m. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.8 dargestellt. Dabei ist die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung (RMSE) zwischen den vorgegebenen Werten und den Schätzwerten als eine Funktion der Standardabweichung des Messrauschens aufgetragen.

Ist das Rauschen gering, so liefert das neue Verfahren Ergebnisse in der Nähe des Gradientenverfahren, d. h. die Verwendung als Startwert bringt keine erhebliche Verbesserung. In einer Umgebung hingegen in der der Rauschlevel sehr hoch ist, nimmt der Fehler in der Translation zu. Im Anwendungsfall, wenn diese Genauigkeit nicht ausreicht, kann durch ein nachgeschaltetes Gradientenverfahren das Ergebnis verbessert werden, welches das Ergebnis des neuen Verfahrens als Startwert verwendet. Da das neue Verfahren ein suboptimales Verfahren ist, eignet es sich somit bei geringem Rauschen oder als Initiallösung.

Ist der Rauschlevel hoch, so ist ein sehr großer Fehler in der Translation zu erwarten. Dies ist durch die Umrechnung von Landmarken eines Koordinatensystems in das andere zu erklären. Beim Verfahren werden bekannte Landmarken bzgl. eines Koordinatensystems A in ein anderes Koordinatensystem B, basierend auf den gemessenen Abständen, umgerechnet. Dabei werden die Abstände zwischen bekannten Landmarken bzgl. des Koordinatensystems B und der Landmarke im Koordinatensystem A verwendet, um diese Landmarke im Koordinatensystem B darzustellen. Dabei hängt die Genauigkeit dieser Umrechnung von der Basisbreite der bekannten Landmarken bzgl. des Koordinatensystems B ab.

### 5.2.3 Instantaner stochastischer Ansatz für die Lageschätzung

In der Simulation, in der das Verfahren zur Lagebestimmung aus Kapitel 4 evaluiert wird, wird ein dreidimensionales Koordinatensystem betrachtet. Ein bewegtes Objekt, an dem vier Sensoren angebracht sind, empfängt die Signale von vier im Raum verteilten Lautsprechern. Als Sendesignale werden MC-CDMA Signale verwendet. Das eigentliche Sendesignal eines Senders ist die zeitliche Aneinanderreihung von einem MC-CDMA Signal. Dabei hat das MC-CDMA Signal eine Dauer von  $t_{Dauer} = \frac{3000}{f_t}$ , das bei einer Abtastfrequenz von  $f_t = 48000$  Hz  $t_{Dauer} = 0.0625$  s entspricht. Als Spreizcode werden orthogonale Goldcodes der Länge 256 verwendet. Somit ist die Bandbreite des Signals  $f_b = \frac{256-1}{t_{Dauer}} = 4080$  Hz. Die Startfrequenzen der einzelnen Signale variieren, damit die Störungen, welche durch die Reflexionen entstehen, auf mehrere Frequenzbänder verteilt sind. In der Simulation werden über einen bestimmten Zeitraum eine konstante Winkelgeschwindigkeit und eine konstante translatorische Geschwindigkeit simuliert. Dabei sind die Winkelgeschwindigkeiten im Bezug auf das raumfeste Koordinatensystem als

$$\begin{aligned}\omega_x &= \left[ 0 \quad 0 \quad 0 \quad -2.5\pi \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \frac{\text{rad}}{\text{s}} , \\ \omega_y &= \left[ -0.25\pi \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right] \frac{\text{rad}}{\text{s}} , \\ \omega_z &= \left[ 0 \quad 2.5\pi \quad 0.25\pi \quad 0 \quad \pi \quad 0.3125\pi \quad 0.3125\pi \right] \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

und die translatorische Geschwindigkeit als

$$\begin{aligned} V_x &= [1.5 \quad 2 \quad 0.1 \quad 4 \quad -4 \quad 0 \quad 0] \frac{\text{m}}{\text{s}} , \\ V_y &= [0.1 \quad -2 \quad 2.5 \quad 3.5 \quad 0 \quad -1.25 \quad -1.25] \frac{\text{m}}{\text{s}} , \\ V_z &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad -2 \quad 0 \quad 0.25 \quad 0] \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

gegeben. Die Zeitintervalle sind dabei

$$T = [1 \quad 0.1 \quad 1 \quad 0.1 \quad 0.5 \quad 0.8 \quad 0.8] \text{s} .$$

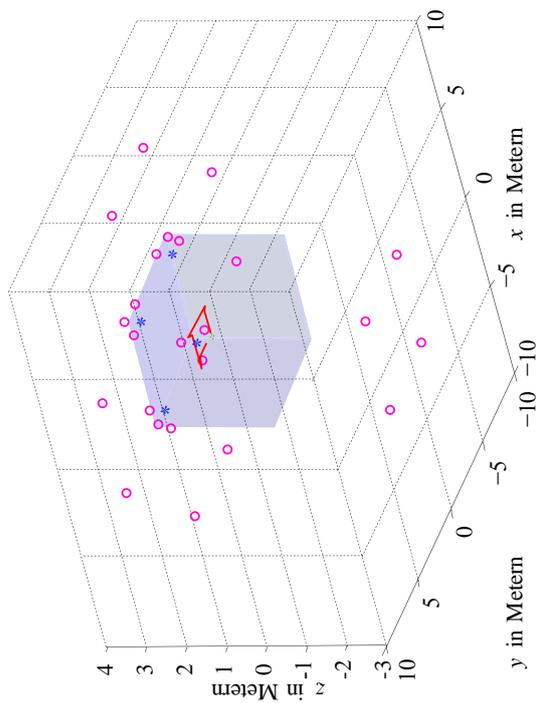
Die Trajektorie, sowie die Anordnung der Quellen und der Spiegelquellen ist in Abb. 5.9 dargestellt.

Bei der Generierung der Messdaten werden zwei Fälle betrachtet. Im ersten Fall wird dabei eine idealisierte Schallausbreitung modelliert. Dabei ist die Übertragung formgetreu und es werden keine Reflexionen im Simulationsmodell angenommen. Im zweiten Fall werden die Signale von Reflexionen überlagert. Für die Wände wurde ein Abschwächungsfaktor von 0.5 angenommen. Die Quellen wurden an den sechs Wänden gespiegelt. Damit ergeben sich 24 Störquellen, die im Schätzer als Rauschen modelliert werden. Bei den beiden Testläufen ist der Zustand die Translation und der Rotationsvektor.

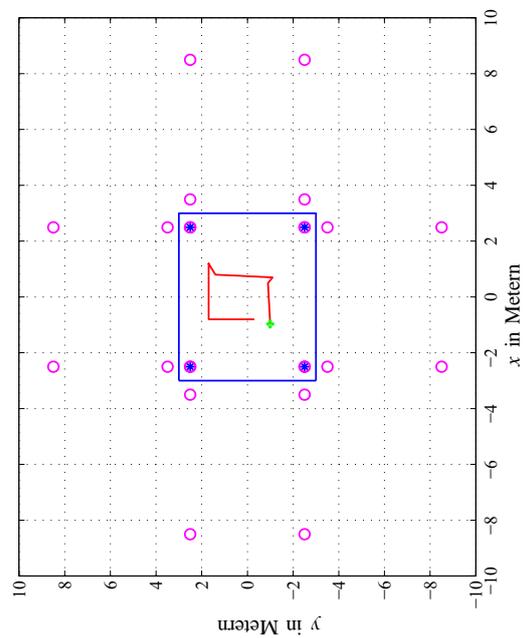
Im ersten Fall bei dem keine Störung simuliert wurde, kann der Zustandsschätzer die Trajektorie verfolgen, welches in Abb. 5.10 dargestellt ist. Dabei wurde davon ausgegangen, dass zu Beginn der Startpunkt mit einer gewissen Unsicherheit bekannt ist. Als Prozessrauschen wurde für die Translation in  $x$  und  $y$  Richtung der Wert  $0.024 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  angenommen, welches durch die Zeitdiskretisierung auf  $5.0 \cdot 10^{-7} \text{m}$  für das zeitdiskrete Prozessrauschen führt. In  $z$  Richtung ist das zeitdiskrete Prozessrauschen geringer, da angenommen wird, dass die Bewegung in  $z$  Richtung sehr viel langsamer erfolgen kann und zwar  $5.0 \cdot 10^{-8} \text{m}$ . Beim Rotationsvektor wurde für die Kovarianz des zeitdiskreten Prozessrauschens in  $x$ ,  $y$  und  $z$   $10^{-6}$  angenommen. Das Messrauschen wurde als unkorreliert mit einer jeweiligen Rauschvarianz von  $2 \cdot 10^{-4}$  angenommen.

Die Schätzung bewegt sich in den drei- $\sigma$ -Grenzen. Selbst bei schnellen Bewegungen von  $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  kann der Schätzer die vorgegebene Trajektorie folgen, wobei der Fehler für einen kurzen Zeitraum ansteigt. In Abb. 5.11 sind der translatorische und der rotatorische Schätzfehler dargestellt. Der translatorische Fehler bewegt sich im Bereich von 0.5 Millimetern, der bei schnellen Bewegung auf 3.5 Millimetern anwächst. Der Fehler beim Rotationsvektor liegt im Bereich von 0.0025, was einem Fehler im Drehwinkel von 0.143 Grad entspricht, unter der Annahme, dass die geschätzte Drehachse mit der wahren Drehachse übereinstimmt und nur der Drehwinkel fehlerbehaftet ist. Bei schnellen Drehungen steigt der Fehler auf 0.03 an, dies entspricht 1.7189 Grad.

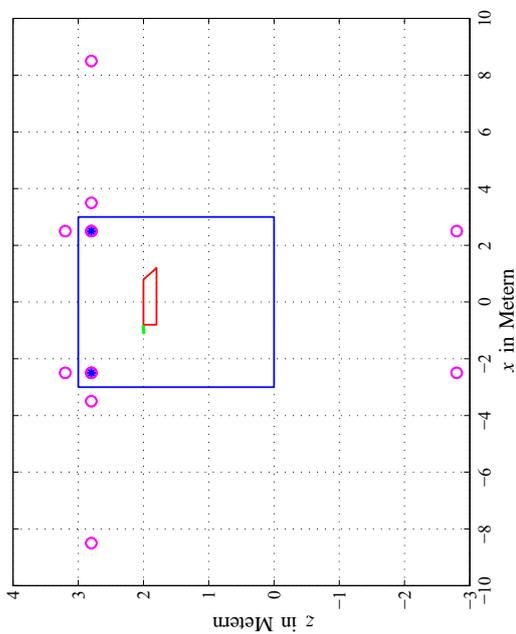
Im zweiten Fall treten Reflexionen durch die Spiegelquellen auf. Bei der Schätzung wurden diese als Störung angenommen. Das Verhältnis von Nutz- zu Störleistung ergibt einen SNR von 1.5292 (4.2474 dB). Die Messkovarianz wurde als unkorreliert und zu  $6 \cdot 10^{-4}$  angenommen. Die Kovarianzmatrix des Prozessrauschens ist wie im ersten Fall gewählt worden. Durch die Störung vergrößert sich der Schätzfehler im Vergleich zum ersten Fall. In Abb. 5.12 ist der Fehler dargestellt. Dabei ist der mittlere Fehler für die Translation 3 Millimeter und für die Rotation 0.015. Betrachtet man das Schätzergebnis, welches in Abb. 5.13 dargestellt ist, dann bewegt sich dieser auch in der drei- $\sigma$ -Grenze. Da in der Praxis



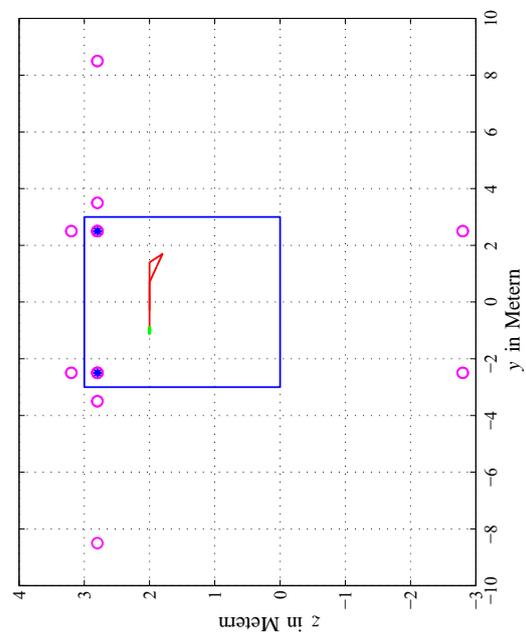
(a) Dreidimensionale Ansicht des Setups für die Simulation.



(b)  $xy$  Ansicht.

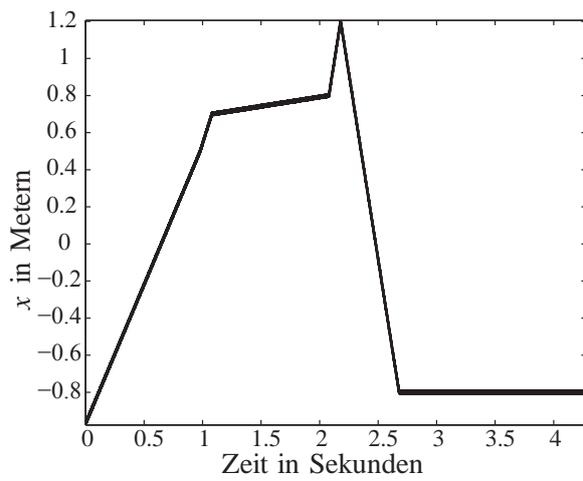


(c)  $xz$  Ansicht.

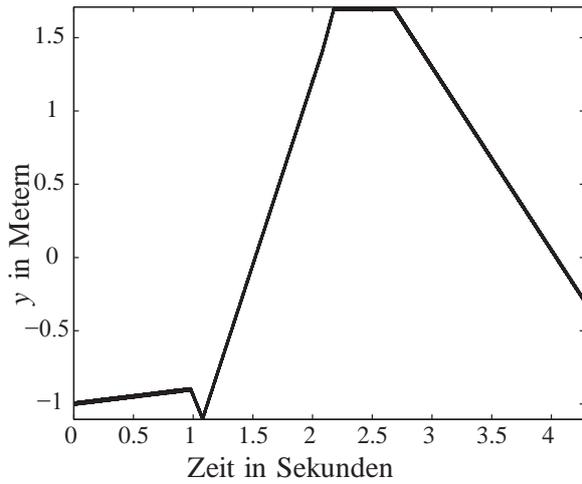


(d)  $yz$  Ansicht.

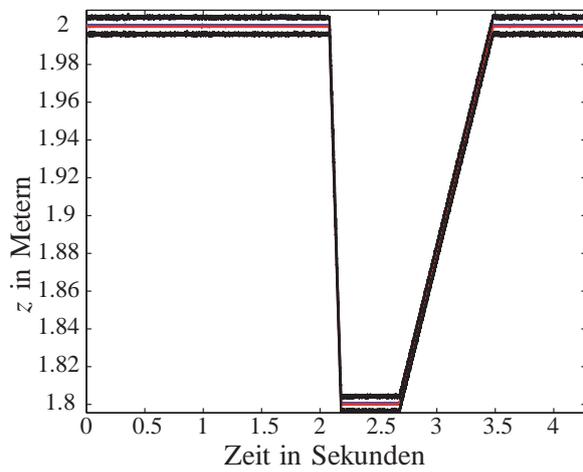
**Abbildung 5.9:** Simulationssetup: Dabei kennzeichnen die Sterne die jeweiligen Quellen, die Kreise die Spiegelquellen, die grünen Punkte die Anfangsposition des Objekts, die blauen Linien die Wände und die rote Linie die Trajektorie.



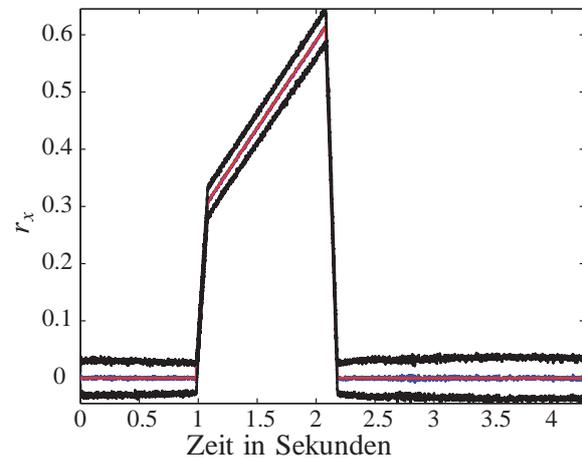
(a) Translation in  $x$ .



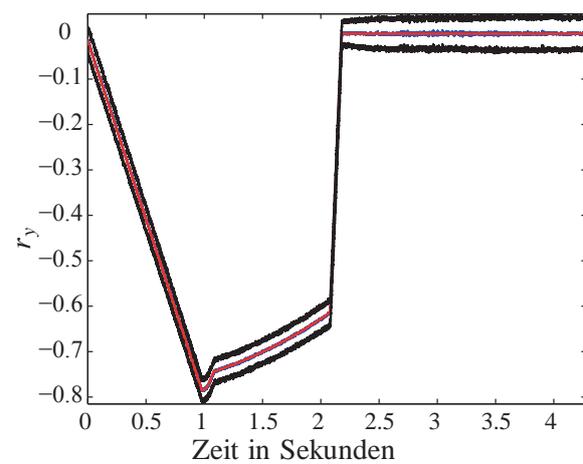
(b) Translation in  $y$ .



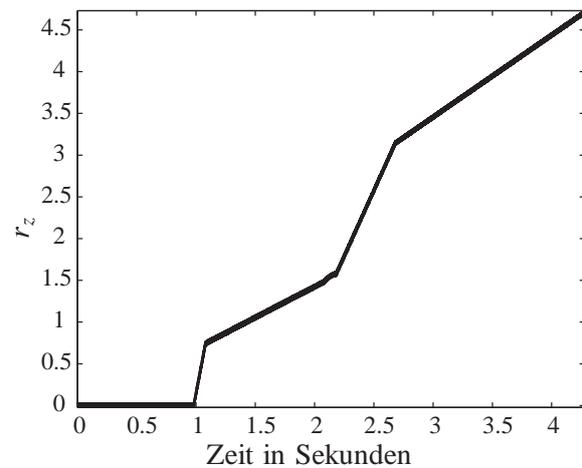
(c) Translation in  $z$ .



(d) Rotationsvektor in  $x$ .

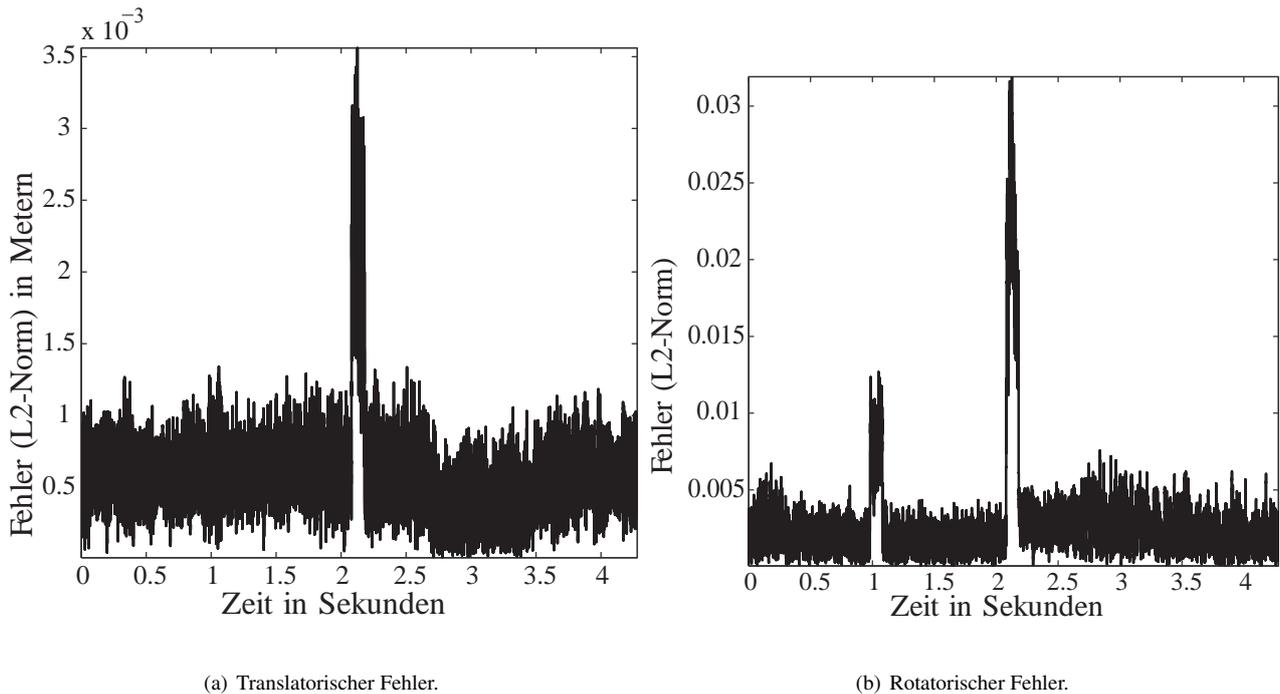


(e) Rotationsvektor in  $y$ .



(f) Rotationsvektor in  $z$ .

**Abbildung 5.10:** Schätzergebnis im Fall, dass die Signale nicht gestört werden. Die rote Linie kennzeichnet dabei die wahre Trajektorie, die blaue die Schätzung und die schwarzen die drei- $\sigma$ -Grenze.



**Abbildung 5.11:** Fehler im Falle keiner Störung.

eine niedrigere Updaterate meistens ausreichend ist, kann das Ergebnis mit einem nachgeschalteten Kalman-Filter geglättet werden.

In der Simulation wurde gezeigt, dass die instantane Verarbeitung der Amplitudenmesswerte für die Lageschätzung angewendet werden kann. Darüber hinaus kann der hier vorgestellte Ansatz im Falle von Reflexionen zufriedenstellende Schätzergebnisse liefern. Das signalabhängige Rauschen kann verringert werden, indem für das Sendesignal die Blocklänge eines MC-CDMA Signal verringert wird und bei der Aneinanderreihung der MC-CDMA-Signale die Startfrequenzen variiert werden. Dadurch wird der Störeinfluss auf den Trägerfrequenzen auf mehrere Frequenzen verteilt, welche durch die Reflexionen auftreten. Damit kann erreicht werden, dass die Störung nicht auf den Trägerfrequenzen liegt, die in dieser Zeit in der Messabbildung betrachtet wird.

#### 5.2.4 Diskussion der Simulationsergebnisse

In diesem Kapitel wurden die Verfahren aus Kapitel 3.1 für die Laufzeitschätzung und aus Kapitel 3.2 sowie Kapitel 4 für die Lageschätzung in Simulationen untersucht. Im Vergleich zeigt sich, dass das Verfahren zur stochastischen Laufzeitschätzung aus Kapitel 3.1 bessere Ergebnisse liefert als das Standardverfahren (Kapitel 3.1.6). Ausreißer, die beim Standardverfahren auftreten können, werden mit dem neuen Verfahren vermieden. Dies lässt sich durch die rekursive Verarbeitung der Messwerte und der gleichzeitigen Berücksichtigung der Unsicherheiten erklären. Eine Verschmierung des Schätzergebnisses tritt beim neuen Verfahren nicht auf, da das Systemmodell die zeitliche Veränderung berücksichtigt.

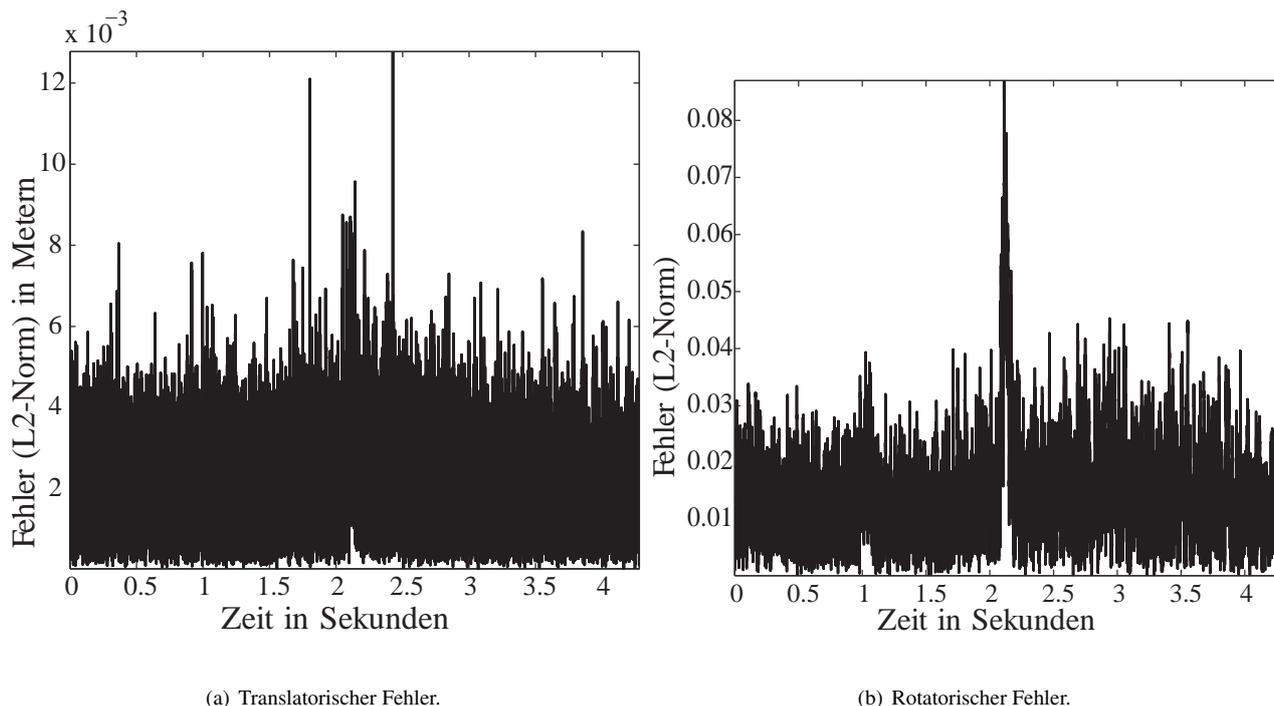


Abbildung 5.12: Fehler im Falle von Störung.

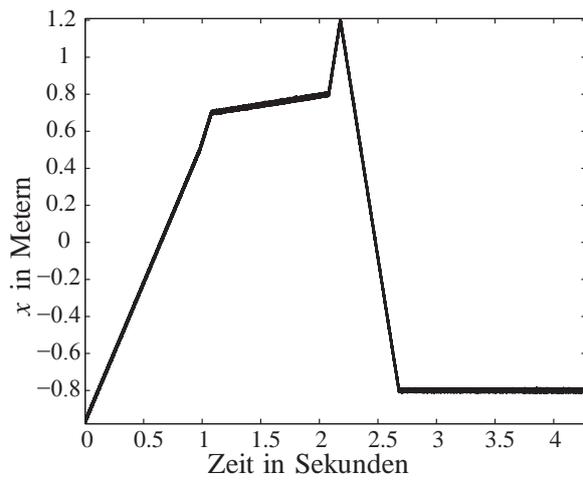
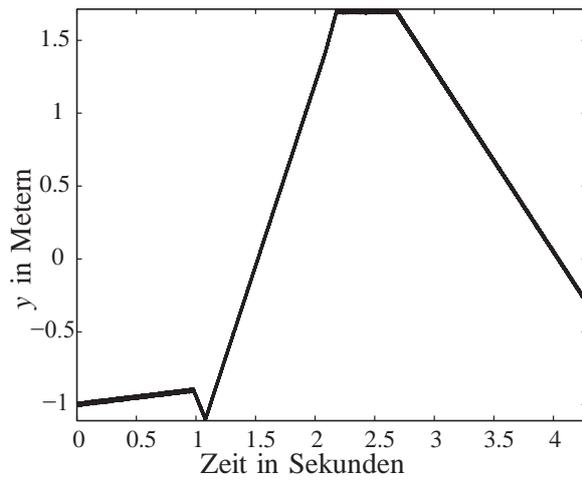
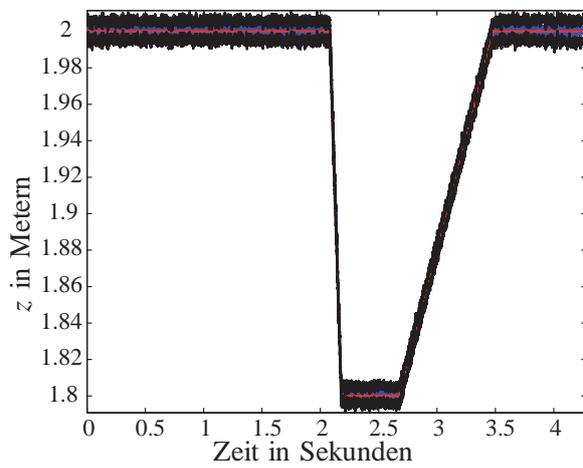
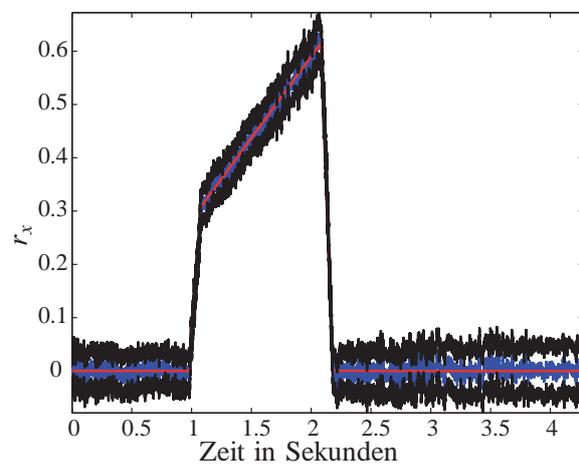
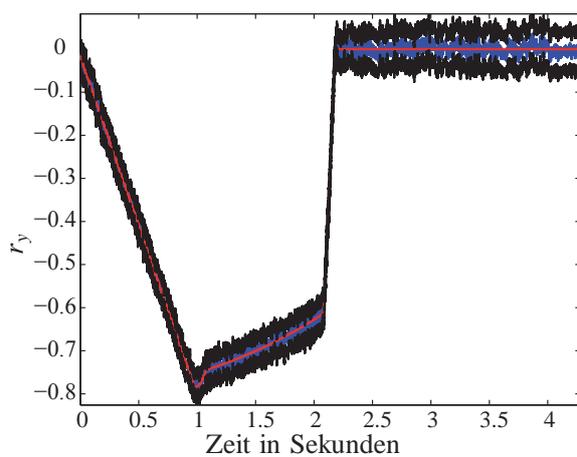
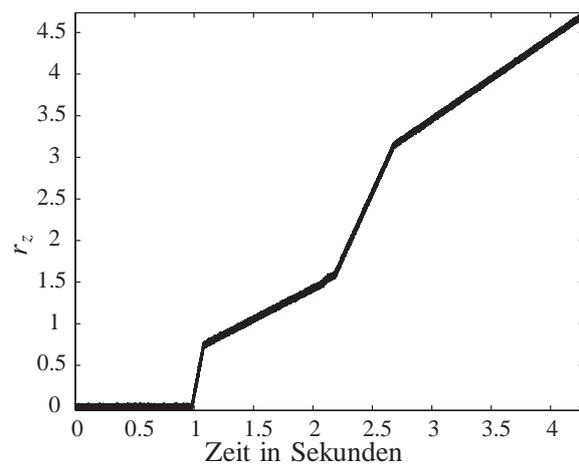
Bei der neuen geschlossenen Lösung zur Abstandsbestimmung aus Kapitel 3.2 wurde gezeigt, dass diese bei geringem Messrauschen geeignet ist und als eine Initiallösung für ein nachgeschaltetes Verfahren verwendet werden kann.

In der Simulation für die stochastische Lageschätzung (Kapitel 4) wurden zwei Fälle betrachtet. Dabei wurden MC-CDMA Signale eingesetzt, die in einem Fall nicht verrauscht waren und im zweiten Fall von einem signalabhängigen Rauschen überlagert waren. Das signalabhängige Rauschen wurde durch Spiegelquellen erzeugt. In beiden Fällen konnte das neue Verfahren die vorgegebene Trajektorie verfolgen, wobei der Schätzfehler im rauschbehafteten Fall höher ist als im rauschfreien Fall, wie es zu erwarten war. Die Simulation hat gezeigt, dass für die Lageschätzung kein zweischrittiges Verfahren nötig ist, da durch die modellbasierte Herangehensweise das Schätzproblem zusammenhängend betrachtet werden kann. Die Modelle beschreiben das gesamte Wellenfeld und bilden damit die physikalischen Gegebenheiten besser nach, als wenn die Signale für die Verarbeitung getrennt behandelt werden.

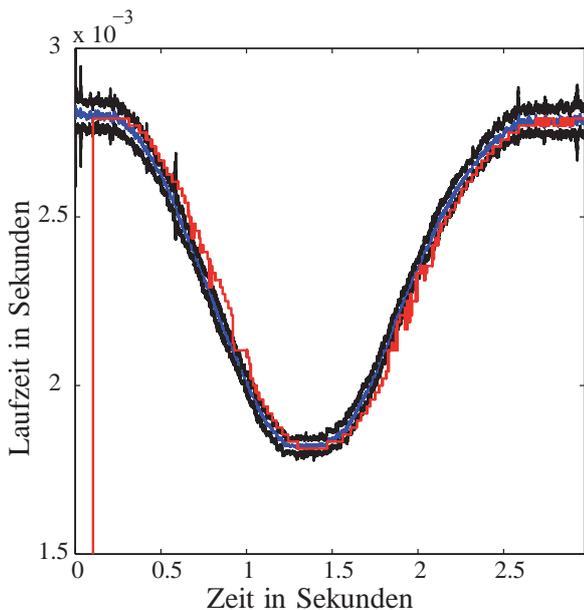
Im Folgenden werden die Verfahren im Experiment untersucht.

### 5.3 Experimentelle Ergebnisse

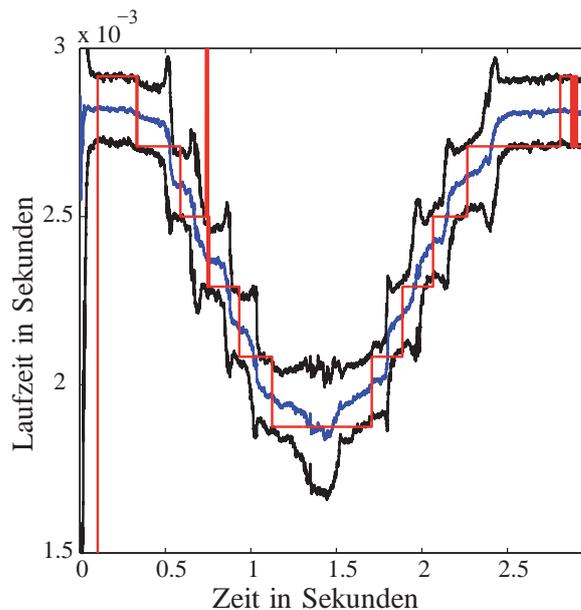
Bei den Experimenten werden vier Verfahren untersucht. Im Kapitel 5.3.1 wird das Verfahren zur modellbasierten stochastischen Laufzeitschätzung, welches im Kapitel 3.1 beschrieben ist, mit dem signalangepassten Filter aus Kapitel 3.1.6 verglichen. Die geschlossene Lösung zur Lageschätzung aus Kapitel 3.2 wird im Kapitel 5.3.2 betrachtet. Experimentelle Ergebnisse zur stochastischen instantanen

(a) Translation in  $x$ .(b) Translation in  $y$ .(c) Translation in  $z$ .(d) Rotationsvektor in  $x$ .(e) Rotationsvektor in  $y$ .(f) Rotationsvektor in  $z$ .

**Abbildung 5.13:** Schätzergebnis im Fall, dass die Signale gestört werden. Die rote Linie kennzeichnet dabei die wahre Trajektorie, die blaue die Schätzung und die schwarzen die drei- $\sigma$ -Grenze.



**Abbildung 5.14:** Experimentelle Ergebnisse für eine bewegte Quelle. Das Standardverfahren wird mit dem neuen Ansatz verglichen. Die Abtastfrequenz ist  $f_i = 48000$  Hz. Die rote Linie ist das Standardverfahren, die blaue Linie ist der Erwartungswert und die schwarze Linie die drei  $\sigma$  Grenze des neuen Verfahrens.



**Abbildung 5.15:** Experimentelle Ergebnisse für eine bewegte Quelle. Das Standardverfahren wird mit dem neuen Ansatz verglichen. Die Abtastfrequenz ist  $f_i = 4800$  Hz. Die rote Linie ist das Standardverfahren, die blaue Linie ist der Erwartungswert und die schwarze Linie die drei  $\sigma$  Grenze des neuen Verfahrens.

Lokalisierung, die die Modellierung aus Kapitel 4.4 verwendet, werden im Kapitel 5.3.3 präsentiert. Die Ergebnisse des instantanen stochastischen Verfahrens zur Lageschätzung aus Kapitel 4 werden im Kapitel 5.3.4 diskutiert.

### 5.3.1 Modellbasierte stochastische Laufzeitschätzung

Im Experiment wird eine Schallquelle in drei Sekunden in Richtung des Empfängers und zurück zum Startpunkt verschoben. Der maximale Abstand ist 0.34 Meter. Die Schallgeschwindigkeit wird mit  $343 \frac{m}{s}$  angenommen, was zu einem maximalen Laufzeitunterschied von  $0.99125 \cdot 10^{-3}$  Sekunden führt. In Abb. 5.14 sind die Ergebnisse des Experiments dargestellt. Die Abtastfrequenz ist dabei 48000 Hz. Die Parameter für die modellbasierte Laufzeitschätzung (Kapitel 3.1) wurden wie folgt gewählt. Der Parameter für die maximale Verzögerung in der Likelihood-Funktion ist  $d_{max} = 0.0035$  Sekunden. Das Messrauschen wird mit  $\sigma_v = 0.5$  angenommen. Jede Rechteckfunktion wird mit  $M = 10$  Komponenten und mit der Standardabweichung von  $\sigma = 0.7$  approximiert. Bei der Transitionsdichte wurden  $N = 200$  Komponenten für die Approximation verwendet. Die Mittelwerte sind äquidistant im Intervall  $\mu_{tr} = [0.0015, 0.0035]$  Sekunden gewählt. Die Varianzen der approximierten Dichte sind  $(\sigma_{tr})^2 = (2.12 \cdot 10^{-6})^2 s^2$ .

Als Referenzsystem wird, wie in der Simulation, die Kreuzkorrelation (Kapitel 3.1.6) verwendet. Die Blocklänge beträgt dabei 5000. Das neue Verfahren liefert Schätzergebnisse mit einer hohen Genauigkeit, wobei das Referenzverfahren ein treppenartiges Verhalten aufweist. Dieses Verhalten

tritt durch die Zeitdiskretisierung auf, da nur das Argument des Maximums verwendet wird. Die Diskretisierung hängt dabei von der Abtastfrequenz ab.

Um die Komplexität des neuen Verfahrens zu reduzieren, d. h. die Anzahl der Gaußmischdichten zu verringern, kann das Signal unterabgetastet werden. Im nächsten Experiment werden das gesendete und das empfangene Signal vorab um den Faktor 10 unterabgetastet. Es ergibt sich somit eine neue Abtastfrequenz von 4800 Hz. Durch Verringerung der Abtastrate müssen die Parameter der Transitionsdichte angepasst werden. Die Transitionsdichte kann mit einer geringeren Anzahl von Komponenten approximiert werden. Somit wird die Transitionsdichte mit  $N = 96$  Komponenten approximiert, wobei das Intervall für den Erwartungswert wie im vorherigen Experiment mit  $\mu_{tr} = [0.0015, 0.0035]$  Sekunden gleich bleibt. Durch die Verringerung der Abtastrate müssen noch die Varianzen der Transitionsdichte vergrößert werden. In diesem Experiment sind diese zu  $(\sigma_{tr})^2 = (5.2 \cdot 10^{-6})^2 \text{s}^2$  gewählt.

Bei der Kreuzkorrelation ist die Blocklänge auf 500 verringert worden. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.15 dargestellt. Durch die Unterabtastung verringert sich die Genauigkeit, da die Abtastrate reduziert wurde. Darüber hinaus steigt die Kovarianz des Schätzergebnisses an, welches das Ergebnis aus Kapitel 2.10 bestätigt. Beim Schätzergebnis erkennt man ein treppenartiges Verhalten, wobei dieses bei der Kreuzkorrelation stärker zum Tragen kommt. Das treppenartige Verhalten entsteht durch die lineare Interpolation. Betrachtet man bandbegrenzte Signale, so ist der Sinc-Interpolator ein optimaler Funktionsapproximator. Bei hohen Abtastfrequenzen kann diese Interpolation durch eine lineare ersetzt werden, wobei hingegen bei niedrigen Abtastfrequenzen die lineare Interpolation das unterliegende Signal nicht mehr exakt rekonstruieren kann.

### 5.3.2 Geschlossene Lösung für die Lageschätzung aus abstandsbasierten Messungen

Die geschlossene Lösung für die Lageschätzung (Kapitel 3.2) eines Objekts wird in einem Telepräsenz-Szenario evaluiert [RHN04]. Dabei werden die Position und die Orientierung eines Head-Mounted-Displays geschätzt, welches der Benutzer trägt.

Im Trackingsystem sind mehrere Lautsprecher an der Decke bei bekannten festen Positionen im Bezug auf ein globales Koordinatensystem befestigt. Die Lautsprecher senden simultan unterschiedliche breitbandige zeitbegrenzte Audiosignale aus, welche von den Mikrofonen, die hinsichtlich des Objektkoordinatensystem fix sind, empfangen werden. Um die einzelnen Signale trennen zu können, werden, wie im Kapitel 5.1.2 beschrieben, orthogonale Goldcodes zum Spreizen des Spektrums verwendet. Die Codelänge ist dabei 32. Für die Bestimmung der Laufzeit wird die Kreuzkorrelation verwendet. Das Ergebnis wird in Abstände zwischen den Lautsprechern und den Mikrofonen umgewandelt. Die sich ergebenden Abstände werden als Eingang für das neue Verfahren verwendet, um daraus eine Initiaillösung für ein Gradientenverfahren zu erhalten. Das Verfahren wurde auf einem digitalen Signalprozessor implementiert und liefert 15 Updates (Position, Orientierung) pro Sekunde.

Es wurde ein Testlauf durchgeführt, in dem sich der Benutzer auf einem vordefinierten rechteckigen Pfad bewegen sollte. Die Ergebnisse dieses Testlaufs sind in Abb. 5.16 dargestellt.

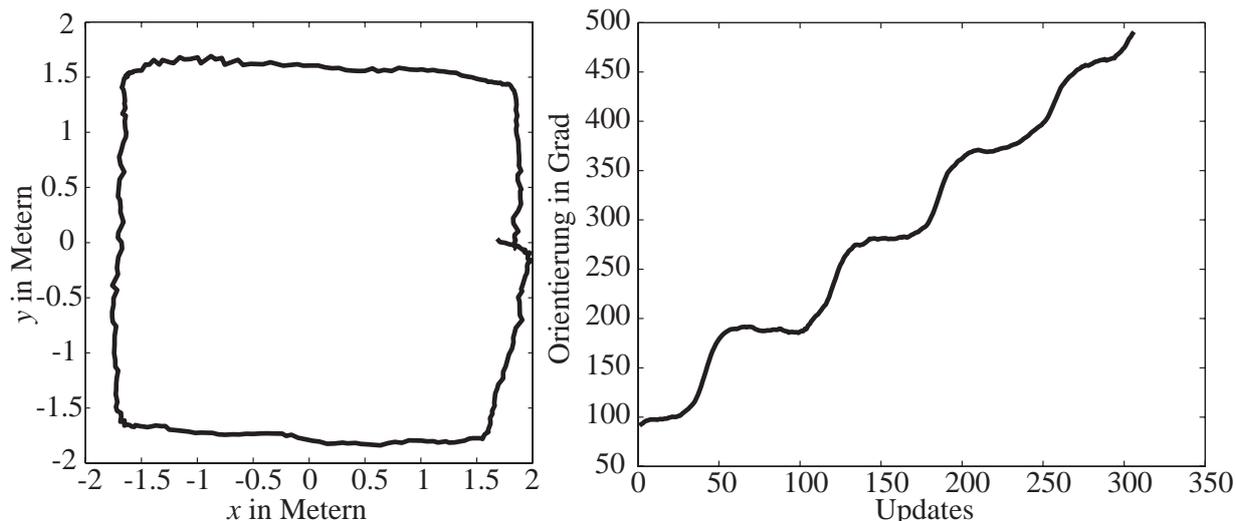


Abbildung 5.16: Die geschätzte Translation und die Orientierung in einem realen Testlauf bei einer vordefinierten Trajektorie.

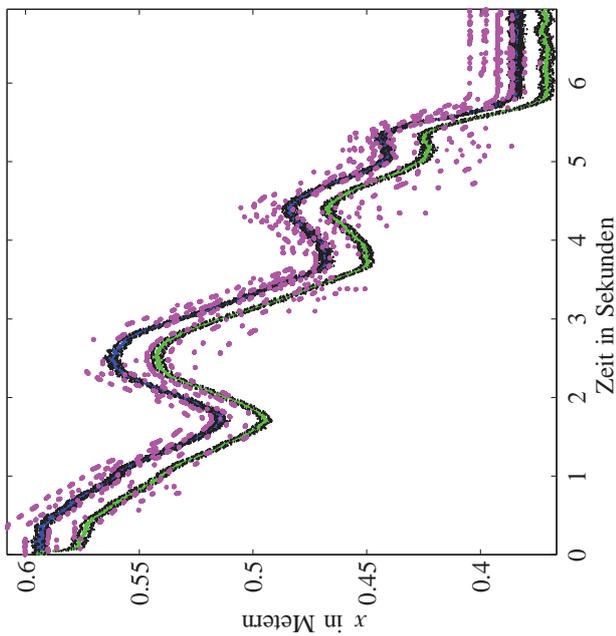
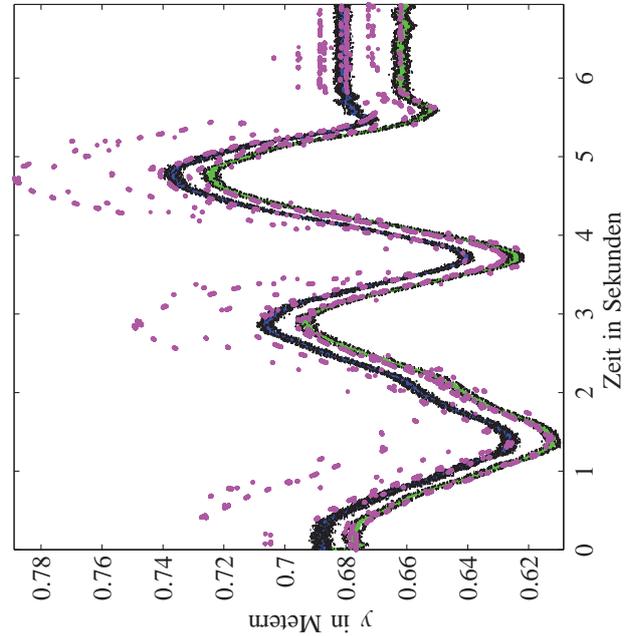
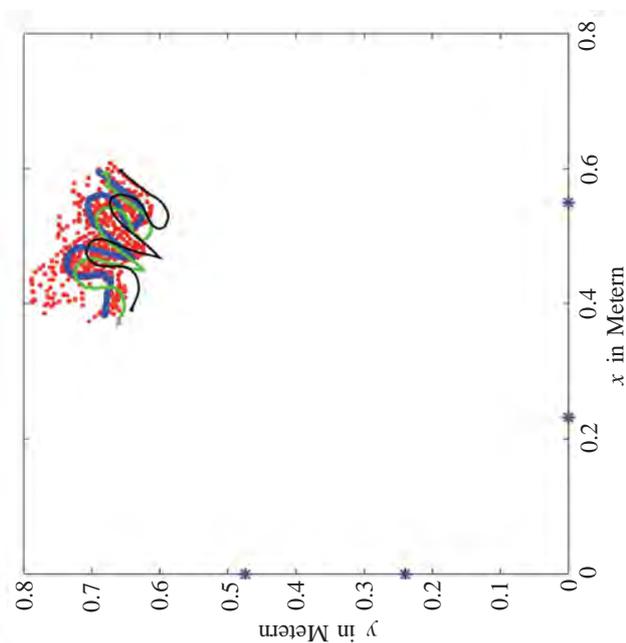
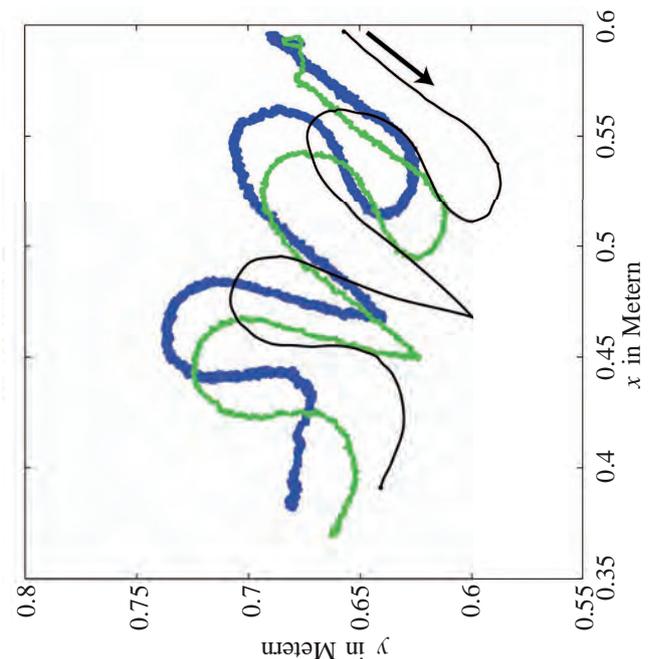
### 5.3.3 Verfahren zur stochastischen instantanen Lokalisierung

Beim Experiment für die stochastische Lokalisierung (Kapitel 4.4) wird mittels der Realisierung eines weißen normalverteilten Rauschprozesses die Position eines Lautsprechers, basierend auf dem Sendesignal und den Empfangssignalen, geschätzt. Dabei wird das instantane Verfahren mit dem Standardverfahren verglichen. Beim Standardverfahren wird basierend, auf dem Ergebnis der Kreuzkorrelation (Kapitel 3.1.6), mittels einer geschlossenen Lösung [HS96] die Position des Lautsprechers geschätzt. Bei der Kreuzkorrelation wird eine Blocklänge von 5000 gewählt.

Beim instantanen Verfahren werden zwei Modellbeschreibungen untersucht. Im ersten Modell wird neben der Position eine zeitabhängige Dämpfung betrachtet. Dementsprechend wird eine formgetreue Übertragung angenommen. Im zweiten Modell wird eine nicht formgetreue Übertragung modelliert, dabei wird für jede Quelle/Sensor-Anordnung ein IIR-Modell mit der Länge  $N = 6$  betrachtet. Die Rauschkovarianz und das Prozessrauschen für die Position wurden bei beiden gleich gewählt. Die Initialisierung der instantanen Verfahren geschieht mit der Lösung des Standardverfahrens.

In dem Experiment wird der Lautsprecher in der  $xy$  Ebene auf einer vordefinierten Trajektorie verfahren. Der Start- sowie der Endpunkt werden per Hand vermessen. Die Ergebnisse des Testlaufs sind in Abb. 5.17 dargestellt.

Das Standardverfahren kann die Trajektorie nicht verfolgen, da die auftretenden Reflexionen sehr dicht beim Direktschall liegen und damit das Ergebnis verfälschen. Hingegen in dem neuen Verfahren wird der Verlauf der Trajektorie bei beiden Modellbeschreibungen gut verfolgt, wobei ein systematischer Fehler zu erkennen ist. Dabei wird beim ersten Modell die Trajektorie im letzten Abschnitt nicht mehr perfekt verfolgt (blaue Kurve, im Bereich  $x = [0.35, 0.45]$ m,  $y = [0.65, 0.7]$ m). Durch das gleichzeitige Schätzen des Übertragungsverhaltens kann dies kompensiert werden (grüne Kurve, letzter Abschnitt), wie man in Abb. 5.17 d erkennt.

(a) Translation in  $x$ .(b) Translation in  $y$ .(c)  $xy$  Ansicht.(d)  $xy$  Zoomansicht.

**Abbildung 5.17:** Experiment: Die violetten Punkte (bzw. rote Punkte) sind das Ergebnis des Standardverfahrens, die blaue Linie des instantanen Verfahrens unter der Annahme einer formgetreue Übertragung, grün bei einer nicht formgetreuen Übertragung und die schwarze Linie die vorgegebene Trajektorie. Die blauen Sterne stellen Mikrofonpositionen dar.

### 5.3.4 Verfahren zur stochastischen instantanen Lageschätzung

Im Experiment zur stochastischen Lageschätzung wird das Verfahren (Kapitel 4) für verschiedene Trajektorien evaluiert. Es werden drei Verläufe vorgegeben, eine geradlinige Bewegung, einen Kreisbogen und eine Schlangenlinie. Dabei sind feste Punkte im Raum vorgegeben, die von Hand angefahren worden sind. Jeder Verlauf wurde zehnmal wiederholt. Die Parameter für das Verfahren wurden für alle Fälle gleich gewählt. Als Bewegungsmodell für die Translation wurde ein Positions-Geschwindigkeitsmodell angenommen, wobei im Systemmodell die Geschwindigkeiten für  $x$ ,  $y$  und  $z$  als unabhängig angenommen sind. Als Systemmodell für den Rotationsvektor wurde (4.20) verwendet.

Im Test senden fünf im raumverteilte Lautsprecher MC-CDMA-Signale mit unterschiedlichen Startfrequenzen aus. Mikrophone, welche an dem zu lokalisierenden Objekt befestigt sind, empfangen die verzögerten Signale. Die Audiosignale werden mit 48000 Hz gesendet und abgetastet. Darüber hinaus wird ein Inertialmesssystem verwendet, welches aus drei Gyroskopen besteht. Die Abtastrate der Gyroskope liegt bei 200 Hz. Die Lautsprecher- und Mikrofonpositionen wurden angenommen als

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2.94 & 2.94 & -2.94 & -2.94 & -0.39 \\ 2.76 & -2.76 & -2.76 & 2.76 & -0.39 \\ 2.15 & 2.15 & 2.15 & 2.15 & 2.85 \end{bmatrix} \text{m}, \mathbf{M} = \begin{bmatrix} -0.318 & -0.318 & 0 & 0 \\ -0.12 & 0.12 & -0.185 & 0.185 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{m}.$$

Für die Initialisierung des Verfahrens wurden die Startwerte und die Primärunsicherheiten für die Testläufe gleich gewählt und zwar

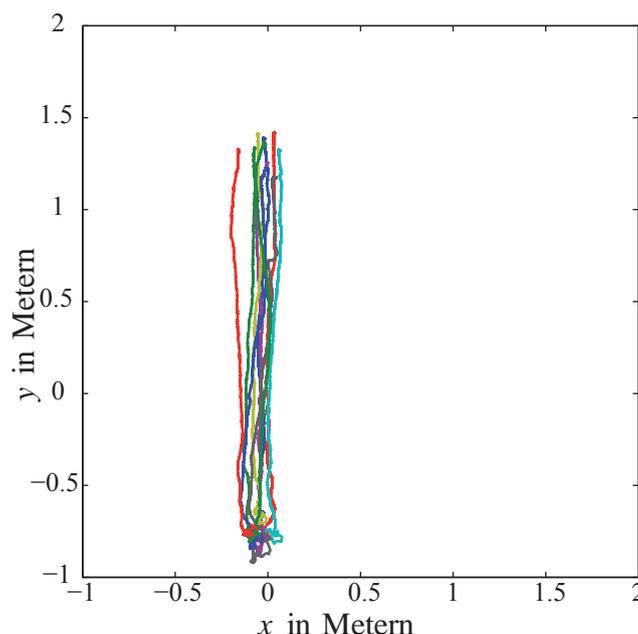
$$\begin{aligned} \underline{T} &= [-0.05 \quad -0.75 \quad 1.16]^T \text{m}, \\ \underline{r} &= [0 \quad 0 \quad \frac{\pi}{2}]^T, \\ \underline{\omega} &= [0 \quad 0 \quad 0]^T \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \\ \underline{V} &= [0 \quad 0 \quad 0]^T \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\ \mathbf{P}^T &= \mathbf{I}_{3,3} \cdot 0.1^2 \text{m}^2, \\ \mathbf{P}^r &= \mathbf{I}_{3,3} \cdot \left(\frac{10 \cdot \pi}{180}\right)^2, \\ \mathbf{P}^\omega &= \mathbf{I}_{3,3} \cdot 0.03^2 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2, \\ \mathbf{P}^V &= \mathbf{I}_{3,3} \cdot 0.03^2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2, \end{aligned}$$

wobei bei der Kreisbewegung  $r_z = 0$  angenommen wird. Die Standardabweichung des zeitkontinuierlichen Prozessrauschens wurde als

$$\begin{aligned} q_x &= q_y = 0.1 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad q_z = 0.001 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \\ q_{\omega_x} &= q_{\omega_y} = \frac{20 \cdot \pi \text{ rad}}{180 \text{ s}}, \quad q_{\omega_z} = \frac{90 \cdot \pi \text{ rad}}{180 \text{ s}} \end{aligned}$$

und für das Messrauschen

$$\mathbf{R}_V = \mathbf{I}_{5,5} \cdot 0.3^2, \quad \mathbf{R}_{Gyro} = \mathbf{I}_{3,3} \cdot 0.1^2$$



**Abbildung 5.18:** Schätzergebnis für die Translation in  $x$  und  $y$  Richtung. Dargestellt sind die Resultate der zehn Testläufe.

angenommen. Für die Interpolation des Sendesignals wurden für jeden Sigmapunkt 10 Abtastwerte des jeweiligen Sendesignals verwendet, um eine Subsamplinggenauigkeit zu erreichen.

Im ersten Testlauf wurde eine geradlinige Solltrajektorie vorgegeben. Das Schätzergebnis für die Translation in  $x, y$  ist in Abb. 5.18 dargestellt. Zu Beginn schwingt sich der Schätzer ein. Setzt die Bewegung ein, so verfolgt der Schätzer die Solltrajektorie. Der Abstand zwischen Start und Endpunkt beträgt 2.08 Metern. Im Mittel liegt der Abstand in den Testläufen bei 2.0876 Metern mit einer Standardabweichung von 0.0293 Metern. Der Endpunkt der Solltrajektorie ist mit  $[-0.05 \ 1.33 \ 1.16]$  Metern vermessen worden. Im Mittel hat der Schätzer einen Endpunkt von  $[-0.0181 \ 1.3186 \ 1.0973]$  Metern mit einer Standardabweichung von  $[0.0642 \ 0.0797 \ 0.1677]$  Metern geschätzt. Ein ausgewählter Testlauf ist in Abb. 5.19 dargestellt.

Bei dem zweiten Szenario wurde eine Kreisbewegung vorgegeben. Dabei wurden derselbe Start- sowie Endpunkt wie bei der geradlinigen Fahrt angefahren. Der Startwert wurde im Mittel zu  $[-0.0517 \ -0.7469 \ 1.1589]$  Metern mit einer Standardabweichung von  $[0.0282 \ 0.0781 \ 0.0701]$  Metern geschätzt. Nachdem der Endpunkt angefahren ist, liefert das Verfahren als Mittelwert über die zehn Testläufen  $[0.0586 \ 1.3077 \ 1.0901]$  Metern, wobei die Standardabweichung  $[0.0785, \ 0.1315 \ 0.1561]$  Metern beträgt. Der mittlere quadratische Abstand zwischen Start- und Endpunkt beträgt 2.0624 Metern mit einer Standardabweichung von 0.0888 Metern. Die Ergebnisse der Testläufe sind in Abb. 5.20 und Abb. 5.21 dargestellt.

Beim letzten Szenario wurde eine Schlangenlinie vorgegeben. Die Ergebnisse der Testläufe sind in Abb. 5.22 dargestellt. In Tabelle 5.1 sind der mittlere Start- sowie der Endwert dargestellt. Als mittlerer quadratischer Abstand zwischen Start- und Endwert ergeben sich 2.1177 Meter mit einer Standardabweichung von 0.0399 Metern.

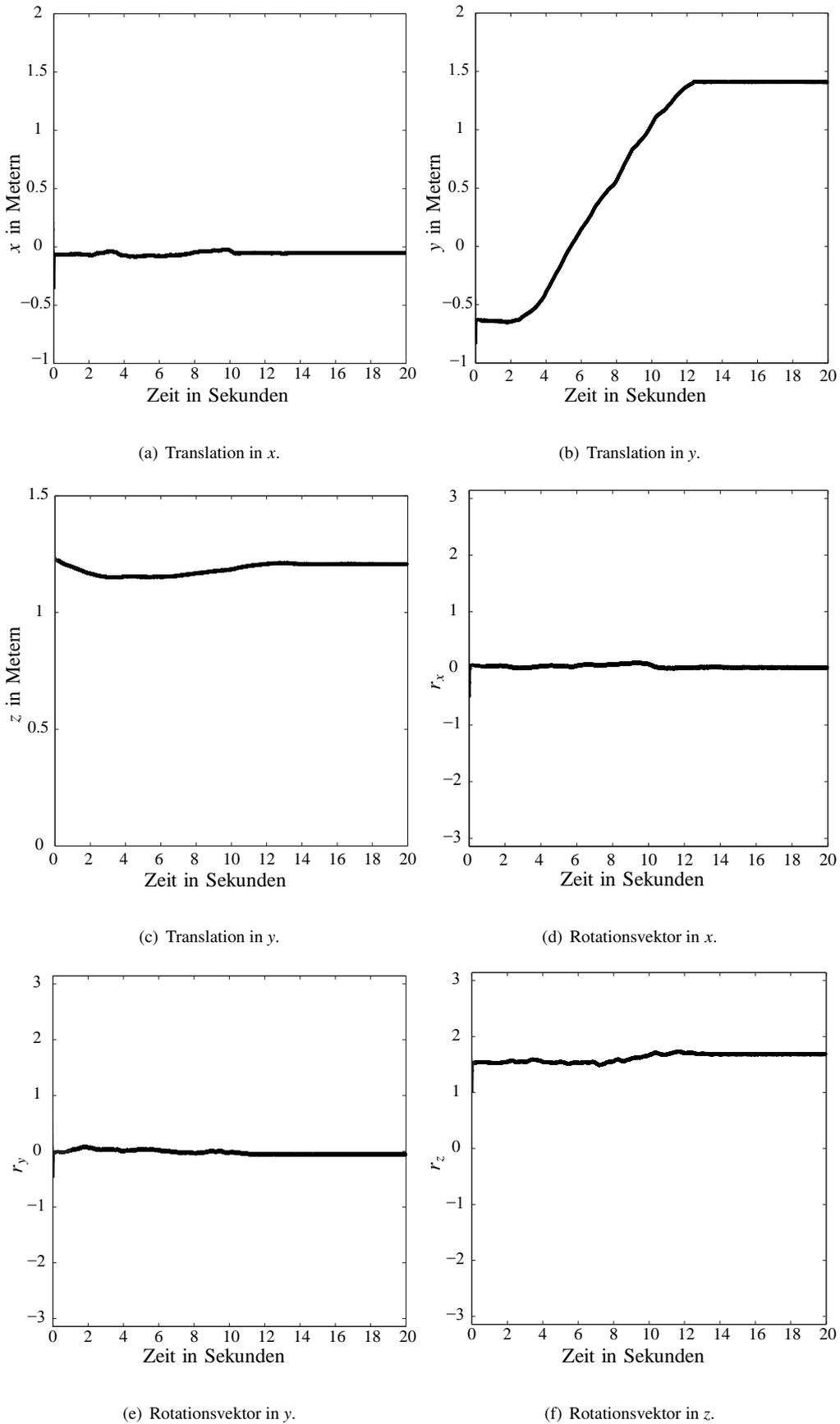
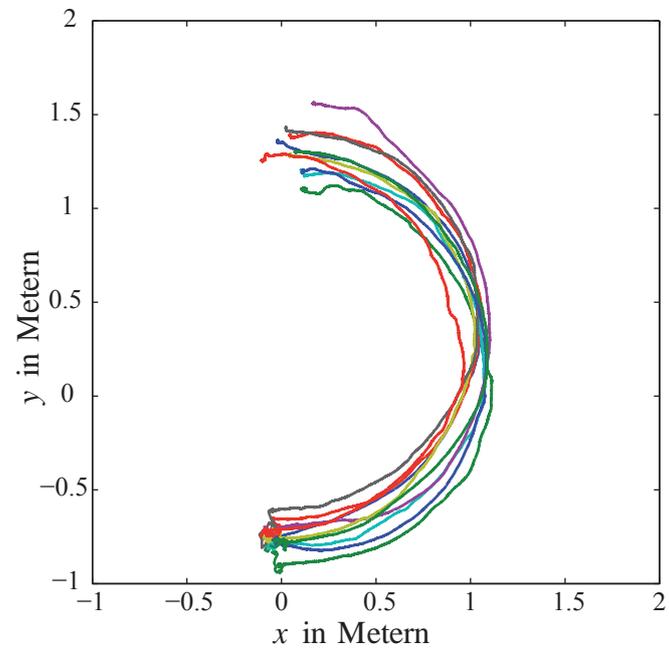


Abbildung 5.19: Ausgewählter Testlauf für die geradlinige Bewegung.



**Abbildung 5.20:** Testlauf bei der als Solltrajektorie ein Halbkreis vorgegeben ist.

	Mittelwert in Metern			Standardabweichung in Metern		
Startwert	-0.0273	-0.7696	1.1843	0.0674	0.0828	0.0854
Endwert	0.0048	1.3391	1.1444	0.0896	0.0754	0.2581

**Tabelle 5.1:** Ergebnis für Schlangenbewegung: Startwert und Endwert

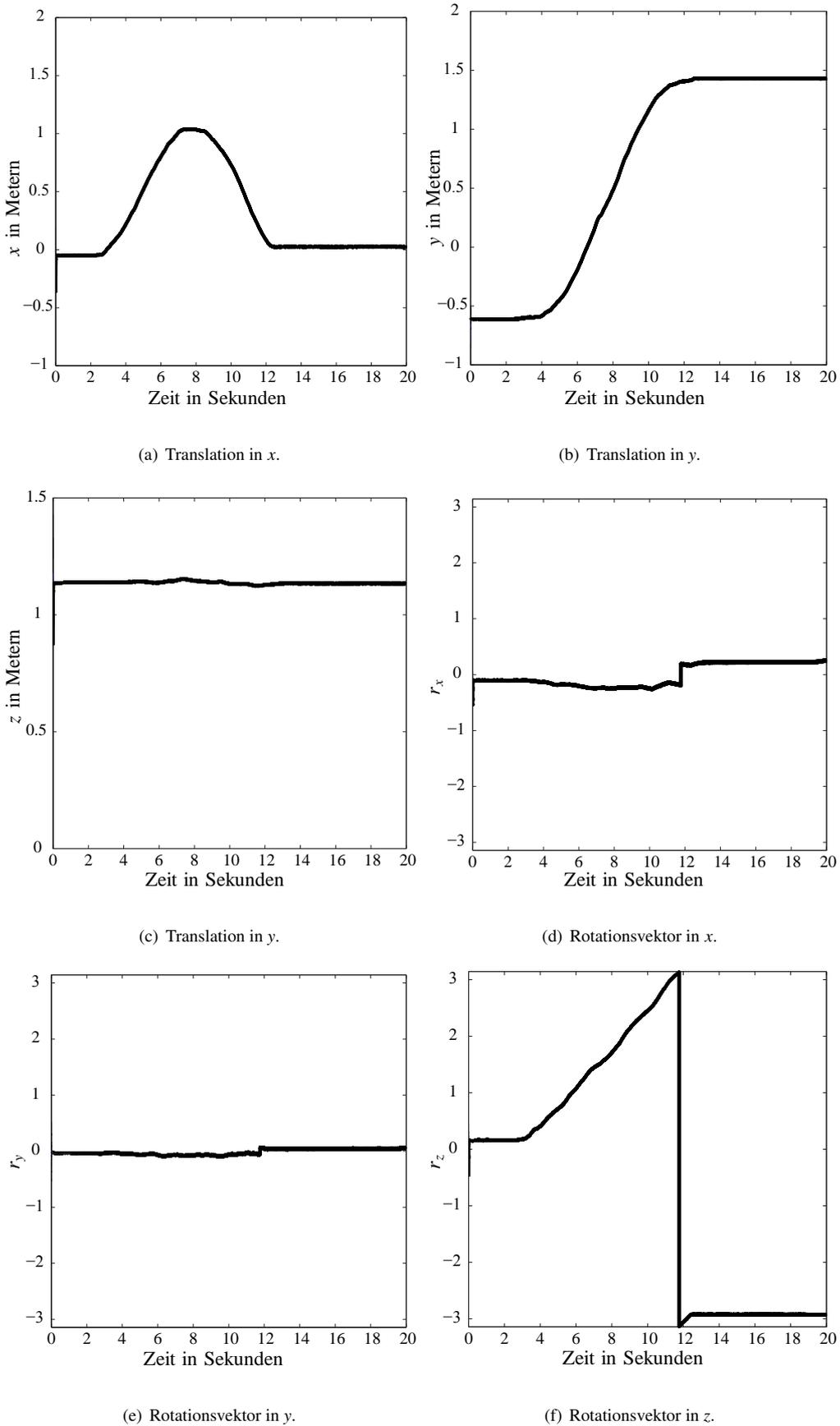


Abbildung 5.21: Das Schätzergebnis für einen ausgewählten Testlauf bei einer Halbkreis Bewegung.

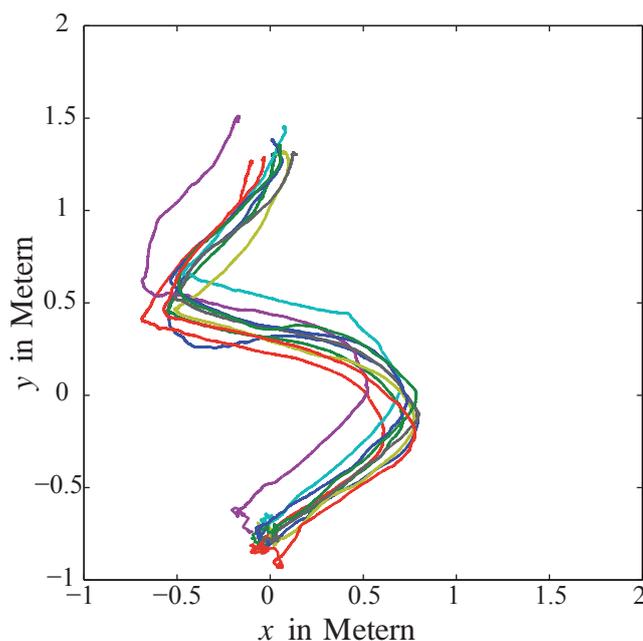


Abbildung 5.22: Zehn Testläufe der Schlangenbewegung.

### 5.3.5 Diskussion der Ergebnisse

Die Experimente wurden am Prototyp (Kapitel 5.1) evaluiert. Das Experiment zur modellbasierten Laufzeitschätzung (Kapitel 5.4.1) zeigt, dass die vorgeschlagene Modellierung und das im Kapitel 3.1 vorgeschlagene Filterverfahren bessere Ergebnisse erzielen als das Standardverfahren (Kapitel 3.1.6). Bei einer hohen Abtastfrequenz reicht die lineare Interpolation aus, um eine kontinuierliche Messabbildung zu erhalten. Hingegen bei einer niedrigen Abtastfrequenz kann das unterliegende Signal nicht mehr exakt nachgebildet werden. Ausreißer und das treppenartige Verhalten, das bei den Ergebnissen des Standardverfahrens auftritt, kann im neuen Verfahren vermieden werden. Gewährleistet wird dies zum Einen durch das Vorwissen, das explizit ausgenutzt wird, und zum Anderen eine Subsamplegenauigkeit, die durch die kontinuierliche Messabbildung erreicht wird.

Im Experiment zur Lokalisierung einer Quelle (Kapitel 5.4.3) wurden zwei Modelle (Kapitel 4.4) untersucht. Es wurde eine formgetreue und nicht formgetreue Übertragung betrachtet. Beim zweischrittigen Standardverfahren, das aus einer Kreuzkorrelation (Kapitel 3.1.6) und einer geschlossenen Lösung [HS96] besteht, beeinflussen Fehlmessungen aus dem ersten Schritt das Ergebnis der geschlossenen Lösung. Beim neuen Verfahren hingegen kann durch die durchgängige Systembeschreibung und die Berücksichtigung der Unsicherheiten dies verhindert werden. Darüber hinaus wurde gezeigt, dass durch die zusätzliche Modellierung des Übertragungsverhaltens das Schätzergebnis verbessert wird, wobei der Rechenaufwand ansteigt.

Das Verfahren zur Lageschätzung (Kapitel 4) wurde an drei vorgegebenen Trajektorien evaluiert, die jeweils zehnmal abgefahren worden sind. Als Signale wurden MC-CDMA Signale verwendet, die die Eigenschaften aus Kapitel 2.10 haben. Durch den in dieser Arbeit verfolgten Ansatz, der das jeweilige Problem durchgängig betrachtet, konnte am Beispiel der Lageschätzung gezeigt werden,

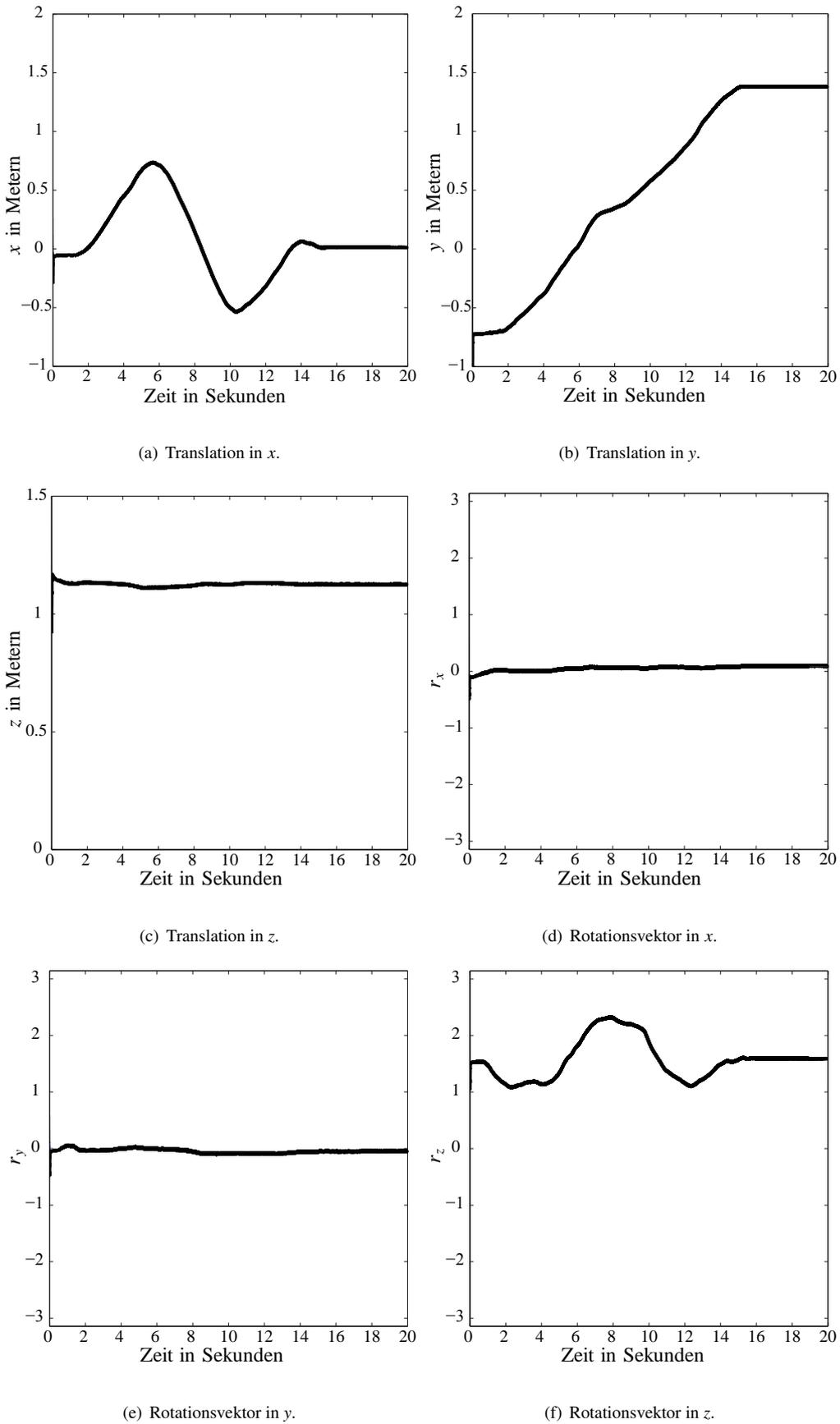


Abbildung 5.23: Das Schätzergebnis für einen ausgewählten Testlauf der Schlangenbewegung.

dass das gesamte Wellenfeld genauer nachgebildet wird, als wenn das Problem in Teilprobleme zerlegt wird. Dies bedeutet, dass die Überlagerung der einzelnen MC-CDMA Signale explizit im Modell berücksichtigt wird. Zur Lageschätzung wurden zum Einen die empfangenen Signale sowie von Gyroskopen gemessene Winkelgeschwindigkeiten genutzt. Dabei konnte gezeigt werden, dass durch die Parametrisierung der Rotationsmatrix mit dem Rotationsvektor und dessen Systemgleichung die Datenfusion systematisch durchgeführt wird. Diese durchgängige Modellierung erlaubt die Messwerte instantan zu verarbeiten. Damit erreicht man eine hohe Rate, mit dem ein Schätzwert ausgegeben wird. Im Experiment wurde eine Ausgaberate von 48000 Schätzwerten pro Sekunde erreicht.

Die Experimente haben gezeigt, dass die in dieser Arbeit vorgeschlagene Modellierung im Bereich der Lokalisierung und Lagebestimmung mittels bekannter Referenzsignalen geeignet ist.



## KAPITEL 6

# Zusammenfassung

Gegenstand dieser Arbeit ist es, modellbasierte Verfahren für die instantane Verarbeitung von zeitlich sequentiell empfangenen Amplitudenwerten herzuleiten und in einem Anwendungsszenario zu untersuchen. Dabei wird eine durchgängige Systembeschreibung gewählt, damit die auftretenden Unsicherheiten, die zum Einen durch die Messung und zum Anderen durch die Modellierung des Systemverhaltens entstehen, konsequent berücksichtigt werden. Dabei wird eine probabilistische Systembeschreibung gewählt.

Im ersten Schritt wurde ein generatives Modell hergeleitet, das die Signalausbreitung betrachtet. Dabei wurden zunächst verschiedene Abstufungen der Modellierung für die Wellenausbreitung diskutiert. Bei einer formgetreuen Übertragung werden die Signale nur verzögert und gedämpft. Für diesen Fall hängen die zu schätzenden Größen von einer Totzeit ab. Eine direkte Konversion in eine Zustandsraumdarstellung kann nicht durchgeführt werden, da hierfür unendlich viele interne Zustände benötigt werden. Daher wird das Sendesignal als Teil der Messgleichung interpretiert, um damit die benötigten Zustände zu reduzieren. Das Sendesignal bildet somit einen Teilzustand, z. B. die Position, auf Amplitudenwerte ab. Diese Amplitudenwerte werden dann von den Sensoren gemessen. Die Abbildung sollte dabei kontinuierlich sein. Dies kann entweder durch eine Parameterbeschreibung geschehen, wie z. B. durch die Parameter einer Fourierreihe, oder durch zeitdiskrete Amplitudenwerte, die mittels einer Interpolationsfunktion auf eine kontinuierliche Funktion abgebildet werden. Damit kann direkt eine Subsamplegenauigkeit erreicht werden. Im betrachteten Fall wird z. B. die Position auf einen Abstand abgebildet, welcher wiederum in eine Laufzeit umgewandelt wird. Mittels der Laufzeit und der globalen Zeit kann dann mittels der Messabbildung der aktuelle Amplitudenmesswert bestimmt werden.

Da auftretende Amplituden- und Phasenverzerrungen das Schätzergebnis verfälschen können, werden diese Verzerrungen mit einem IIR-Modell modelliert. Es wird somit eine nicht formgetreue Übertragung angenommen. Das IIR-Modell beschreibt das Übertragungsverhalten konzentriert parametrisch. Dabei können die Filterkoeffizienten bekannt oder unbekannt sein. Bei unbekanntem Koeffizienten steigt die Komplexität bei der Berechnung.

Des Weiteren wurde gezeigt, dass die durch ein bewegtes Objekt auftretenden Dehn- und Stauchungsfaktoren der Sendesignale durch die Systemgleichung berücksichtigt werden. Darüber hinaus wurde im

Für die Lageschätzung der Rotationsvektoren wird verwendet, um eine geeignete Modellierung des Systemverhaltens zu erhalten. Durch diese Parametrisierung der Rotationsmatrix mittels des Rotationsvektors erhält man eine systematische Beschreibung, um Winkelgeschwindigkeiten eines inertialen Messsystems mit der statischen Lageschätzung fusionieren zu können. Dies wird durch die Verwendung einer nichtlinearen stochastischen Differentialgleichung erreicht, welche die zeitliche Veränderung des Rotationsvektors in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit beschreibt.

In einem zweiten Schritt wurde das generative Modell in ein probabilistisches Modell überführt, um es in einem probabilistischen Zustandsschätzer zu verwenden. Durch die rekursive Verarbeitung der Messwerte und die Verwendung eines Systemmodells kann mittels des hier vorgeschlagenen Ansatzes die Lage auch bei hoch dynamischen Systemen zu jedem Zeitpunkt bestimmt werden. Bei blockbasierten Verfahren tritt in hoch dynamischen Systemen eine Verschmierung des Schätzergebnisses auf, da die zu schätzenden Größen bei der Verarbeitung als zeitlich konstant angenommen werden.

Bei der Lageschätzung wurde eine Initialisierungsphase vorgeschlagen, um den Rechenaufwand zu Beginn zu reduzieren. Bei der Initialisierung wurde ein probabilistischer Zustandsschätzer verwendet, der auf einer quasi linearen Messgleichung beruht. Mit dem Verfahren kann die Laufzeit zwischen einem Sender und einem Sensor geschätzt werden. Dabei wurde die stückweise Linearität ausgenutzt, welche im Dichteraum auf stückweise Gaußfunktionen führt. Es wurde eine durchgängige Parameterbeschreibung der Dichten verwendet. Dies wurde dadurch erreicht, dass die Rechteckfunktionen durch Gaußmischdichten und die Transitionsdichte mit Hilfe von achsenausgerichteten Gaußmischdichten approximiert wird. In der zweiten Phase der Initialisierung kann mittels einer geschlossenen Lösung und den geschätzten Laufzeiten die Lage berechnet werden. Die geschlossene Lösung basiert darauf, dass die Translation und die Rotation mittels zweier Gleichungssysteme getrennt voneinander bestimmt werden können. Nachdem ein Startwert für die Lage berechnet wurde, wird das eigentliche Verfahren der Lageschätzung verwendet, um die Lage schritt haltend, basierend auf den Empfangsdaten, zu schätzen.

Die verschiedenen Verfahren wurden an drei Beispielen evaluiert. Dies sind die Laufzeitschätzung, die Lokalisierung sowie die Lageschätzung mittels akustischer Signale. Dabei wurde die Idee verfolgt, die Schätzung schritt haltend durchzuführen. Zu diesem Zweck wurden keine kurzen zeitlichen Impulse sondern kontinuierliche Signale verwendet. Dadurch wurde eine hohe Updaterate erreicht, um auch schnelle Bewegungen zu erfassen. Des Weiteren konnte gezeigt werden, dass die erzielbare Genauigkeit von der Wahl der Sendesignale abhängt. Da die vorgeschlagene Modellierung die Ausbreitung der Schallwellen zusammen betrachtet, müssen im Falle von mehreren Sendern die einzelnen Signalanteile nicht extrahiert werden, um die Abstände zu bestimmen, wie es bei Zweischritt-Verfahren üblich ist. An diesen drei Beispielen konnte gezeigt werden, dass die durchgängige Modellierung und die Verwendung einer Systemgleichung Vorteile gegenüber Standardverfahren hat.

# Literaturverzeichnis

- [AB79] ALLEN, J. B. und D. A. BERKLEY: *Image Method for Efficiently Simulating Small-Room Acoustics*. Journal of the Acoustical Society of America, 65:943–950, 1979.
- [ABM06] ANGRISANI, L., A. BACCIGALUPI und R. SCHIANO LO MORIELLO: *A Measurement Method based on Kalman Filtering for Ultrasonic Time-of-Flight Estimation*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 55(2):442–448, April 2006.
- [ABSLM04] ANGRISANI, L., A. BACCIGALUPI und R. SCHIANO LO MORIELLO: *A Measurement Method based on Kalman Filtering for Ultrasonic Time-Of-Flight Estimation*. In: *Proceedings of the 21st IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Band 1, Seiten 210–215, 2004.
- [ABSLM05] ANGRISANI, L., A. BACCIGALUPI und R. SCHIANO LO MORIELLO: *On the Use of Unscented Kalman Filter for Improving Ultrasonic Time-of-Flight Measurement*. In: *Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Band 3, Seiten 1606–1611, 2005.
- [ABSLM06] ANGRISANI, L., A. BACCIGALUPI und R. SCHIANO LO MORIELLO: *Ultrasonic Time-Of-Flight Estimation through Unscented Kalman Filter*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 55(4):1077–1084, August 2006.
- [ASLM06] ANGRISANI, L. und R. SCHIANO LO MORIELLO: *Estimating Ultrasonic Time-Of-Flight through Quadrature Demodulation*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 55(1):54–62, Februar 2006.
- [ASRV06] AJDLER, T., L. SBAIZ, A. RIDOLFI und M. VETTERLI: *On a Stochastic Version of the Plenacoustic Function*. In: *Proceedings of IEEE Intl. Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 06)*, Band 4, Seiten 1125–1128, 2006.
- [ASV06] AJDLER, T., L. SBAIZ und M. VETTERLI: *The Plenacoustic Function and Its Sampling*. IEEE Transactions on Signal Processing, 54(10):3790–3804, Oktober 2006.
- [AW05] ALLEN, B. D. und G. WELCH: *A General Method for Comparing the Expected Performance of Tracking and Motion Capture Systems*. In: *Proceedings of the ACM symposium on Virtual reality software and technology*, Seiten 201–210, 2005.

- [AW06] AHN, H.-S. und C.-H. WON: *Fast Alignment using Rotation Vector and Adaptive Kalman Filter*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 42(1):70–83, Januar 2006.
- [Aya91] AYACHE, N.: *Artificial Vision for Mobile Robots: Stereo Vision and Multisensory Perception*. Massachusetts Institute of Technology, 1991.
- [Bel63] BELLO, P.: *Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels*. IEEE Transactions on Communications, 11(4):360–393, Dezember 1963.
- [BG02] BIRCHFIELD, S. T. und D. K. GILLMOR: *Fast Bayesian Acoustic Localization*. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, Band 2, Seiten 1793–1796, 2002.
- [BH01] BRIECHLE, K. und U. D. HANEBECK: *Template Matching using Fast Normalized Cross Correlation*. In: *Proceedings of SPIE*, Band 4387, 2001.
- [Bir04] BIRCHFIELD, S. T.: *A Unifying Framework for Acoustic Localization*. In: *Proceedings of 12th European Signal Processing Conference*, 2004.
- [Bor71] BORTZ, J. E.: *A New Mathematical Formulation for Strapdown Inertial Navigation*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, AES-7(1):61–66, Januar 1971.
- [Bür98] BÜRGER, W.: *Arbeitsumdruck Kinematik des Starrkörpers (Verdrehungsvektor und Rotationsgeschwindigkeitsvektor)*. Technischer Bericht, Institut für Theoretische Mechanik, Universität Karlsruhe (TH), 1998.
- [BSH06] BRUNN, D., F. SAWO und U. D. HANEBECK: *Efficient Nonlinear Bayesian Estimation based on Fourier Densities*. In: *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI 2006)*, Seiten 312–322, 2006.
- [Buc76] BUCKER, H. P.: *Use of Calculated Sound Fields and Matched-Field Detection to Locate Sound Sources in Shallow Water*. The Journal of the Acoustical Society of America, 59(2):368–373, 1976.
- [BW07] BEIERHOLM, T. und O. WINTHER: *Particle Filter Inference in an Articulatory-Based Speech Model*. IEEE Signal Processing Letters, 14(11):883–886, 2007.
- [BX05] BORLOZ, B. und B. XERRI: *Subspace Signal-To-Noise Ratio Maximization: The Constrained Stochastic Matched Filter*. In: *Proceedings of the Eighth International Symposium on Signal Processing and Its Applications*, Band 2, Seiten 735–738, 2005.
- [Can06] CANDY, J. V.: *Model-Based Signal Processing*. John Wiley & Sons Inc., 2006.
- [CS05] CHEUNG, K.W. und H. C. So: *A Multidimensional Scaling Framework for Mobile Location Using Time-of-Arrival Measurements*. IEEE Transactions on Signal Processing, 53(2):460–470, Februar 2005.

- 
- [DiB00] DiBIASE, J. H.: *A High-Accuracy, Low-Latency Technique for Talker Localization in Reverberant Environments Using Microphone Arrays*. Doktorarbeit, Brown University in Providence, USA, 2000.
- [DK02] DESOUZA, G.N. und A.C. KAK: *Vision for Mobile Robot Navigation: A Survey*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 24(2):237–267, 2002.
- [Dre99] DREWS, M.: *Mikrofonarrays und mehrkanalige Signalverarbeitung zur Verbesserung gestörter Sprache*. Doktorarbeit, Technische Universität Berlin, 1999.
- [GNRH05] GROENDA, H., F. NOWAK, P. RÖSSLER und U. D. HANEBECK: *Telepresence Techniques for Controlling Avatar Motion in First Person Games*. In: *Intelligent Technologies for Interactive Entertainment (INTETAIN 2005)*, 2005.
- [GRM98] GINI, F., R. REGGIANNINI und U. MENGALI: *The Modified Cramer-Rao Bound in Vector Parameter Estimation*. IEEE Transactions on Communications, 46(1):52–60, Januar 1998.
- [Hay01] HAYKIN, S.: *Communication Systems*. John Wiley & Sons Inc., 2001.
- [HBH06] HUBER, M., D. BRUNN und U. D. HANEBECK: *Closed-Form Prediction of Nonlinear Dynamic Systems by Means of Gaussian Mixture Approximation of the Transition Density*. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI)*, Seiten 98–103, 2006.
- [Her99] HERMAND, J.-P.: *Broad-Band Geoacoustic Inversion in Shallow Water from Waveguide Impulse Response Measurements on a Single Hydrophone: Theory and Experimental Results*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 24(1):41–66, Januar 1999.
- [HH07] HUBER, M. F. und U. D. HANEBECK: *The Hybrid Density Filter for Nonlinear Estimation based on Hybrid Conditional Density Approximation*. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Information Fusion (Fusion 2007)*, 2007.
- [HH08] HUBER, M. F. und U. D. HANEBECK: *Gaussian Filter based on Deterministic Sampling for High Quality Nonlinear Estimation*. In: *Proceedings of the 17th IFAC World Congress (IFAC 2008)*, 2008.
- [HR93] HERMAND, J.-P. und W. I. RODERICK: *Acoustic Model-Based matched Filter Processing for Fading Time-Dispersive Ocean Channels: Theory and Experiment*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 18(4):447–465, Oktober 1993.
- [HS96] HANEBECK, U. D. und G. SCHMIDT: *Closed-Form Elliptic Location with an Arbitrary Array Topology*. In: *Proceedings of IEEE Intl. Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Seiten 3070–3073, 1996.
- [Ilt90] ILTIS, R. A.: *Joint Estimation of PN Code Delay and Multipath using the Extended Kalman Filter*. IEEE Transactions on Communications, 38(10):1677–1685, Oktober 1990.
-

- [JU97] JULIER, S. und J. UHLMANN: *A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems*. In: *Proceedings of SPIE AeroSense, 11th International Symposium on Aerospace/Defense Sensing, Simulation, and Controls, Orlando, FL, 1997*.
- [JU04] JULIER, S. J. und J. K. UHLMANN: *Unscented Filtering and Nonlinear Estimation*. *Proceedings of the IEEE*, 92(3):401–422, 2004.
- [JUDW00] JULIER, S., J. UHLMANN und H. F. DURRANT-WHYTE: *A New Method for the Nonlinear Transformation of Means and Covariances in Filters and Estimators*. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(3):477–482, 2000.
- [KC76] KNAPP, C. H. und G. C. CARTER: *The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay*. *IEEE Transactions of Acoustics, Speech, and Signal Processing, ASSP-24(4):320–327, August 1976*.
- [KG03] KIM, K. und A. GEORGE: *High-performance embedded computing for Conventional Matched-Field Processing*. *Conference Proceedings of the 2003 IEEE International Performance, Computing, and Communications Conference*, Seiten 77–84, 2003.
- [KH08] KLUMPP, V. und U. D. HANEBECK: *Dirac Mixture Trees for Fast Suboptimal Multi-Dimensional Density Approximation*. In: *Proceedings of the 2008 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI 2008)*, 2008.
- [Kra03] KRAFT, E.: *A Quaternion-Based Unscented Kalman Filter for Orientation Tracking*. In: *Proceedings of the Sixth International Conference of Information Fusion, 2003*, Band 1, Seiten 47–54, 2003.
- [KS06] KRAMMER, P. und H. SCHWEINZER: *Localization of Object Edges in Arbitrary Spatial Positions Based on Ultrasonic Data*. *IEEE Sensors Journal*, 1(1):203–210, February 2006.
- [LNI<sup>+</sup>01] LIAO, H., S. NAKAJIMA, M. IWAHARA, E. KOBAYASHI, I. SAKUMA, N. YAHAGI und T. DOHI: *Intra-operative Real-Time 3-D Information Display System Based on Integral Videography*. In: *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention-MICCAI 2001*, Seiten 392–400. Springer Berlin/Heidelberg, 2001.
- [MG05] MORELANDE, M. R. und N. J. GORDON: *Target Tracking through a Coordinated Turn*. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 05)*, 2005.
- [MNRS05] MORELLI, C., M. NICOLI, V. RAMPA und U. SPAGNOLINI: *Hidden Markov Models for Radio Localization of Moving Terminals in LOS/NLOS Conditions*. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '05)*, Band 4, Seiten 877–880, 2005.

- [MNRS07] MORELLI, C., M. NICOLI, V. RAMPÀ und U. SPAGNOLINI: *Hidden Markov Models for Radio Localization in Mixed LOS/NLOS Conditions*. IEEE Transactions on Signal Processing, 55(4):1525–1542, April 2007.
- [MYH06] MANABE, T., S. YAMASHITA und T. HASEGAWA: *On the M-CubITS Pedestrian Navigation System*. In: *Proc. IEEE Intelligent Transportation Systems Conference ITSC '06*, Seiten 793–798, 2006.
- [NPF<sup>+</sup>03] NARZT, W., G. POMBERGER, A. FERSCHA, D. KOLB, R. MULLER, J. WIEGHARDT, H. HORTNER und C. LINDINGER: *Pervasive Information Acquisition for Mobile AR-Navigation Systems*. In: *Proceedings of the Fifth IEEE Workshop on Mobile Computing Systems and Applications*, Seiten 13–20, 2003.
- [NRS02] NICOLI, M., V. RAMPÀ und U. SPAGNOLINI: *Hidden Markov Model for Multidimensional Wavefront Tracking*. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 40(3):651–662, März 2002.
- [OS99] OPPENHEIM, A. V. und R. W. SCHAFFER: *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. R. Oldenburg Verlag, 1999.
- [OTS<sup>+</sup>03] OHNO, K., T. TSUBOUCHI, B. SHIGEMATSU, S. MAEYAMA und S. YUTA: *Outdoor Navigation of a Mobile Robot between Buildings based on DGPS and Odometry Data Fusion*. In: *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA '03*, Band 2, Seiten 1978–1984 vol.2, 2003.
- [PP02] PAPOULIS, A. und S. U. PILLAI: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math; 4. Edition, 2002.
- [PPU02] PANZIERI, S., F. PASCUCCI und G. ULIVI: *An Outdoor Navigation System using GPS and Inertial Platform*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 7(2):134–142, 2002.
- [RH04] RÖSSLER, P. und U. D. HANEBECK: *Telepresence Techniques for Exception Handling in Household Robots*. In: *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC 2004)*, Band 1, Seiten 53–58, 2004.
- [RH06] RÖSSLER, P. und U. D. HANEBECK: *Simultaneous Motion Compression for Multi-User Extended Range Telepresence*. In: *Proceedings of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2006)*, Seiten 5189–5194, 2006.
- [RHN04] RÖSSLER, P., U. D. HANEBECK und N. NITZSCHE: *Feedback Controlled Motion Compression for Extended Range Telepresence*. In: *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Mechatronics & Robotics (MechRob 2004)*, Seiten 1447–1452, 2004.
- [RSH06] RÖSSLER, P., O. C. SCHREMPF und U. D. HANEBECK: *Stochastic Prediction of Waypoints for Extended-Range Telepresence Applications*. In: *2nd International Workshop on Human Centered Robotic Systems (HCRS 2006)*, Seiten 85–89, 2006.
- [Rup93] RUPPRECHT, W.: *Signale und Übertragungssysteme*. Springer-Verlag, 1993.

- [SA87a] SMITH, J. O. und J. S. ABEL: *Closed-Form Least-Squares Source Location Estimation from Range-Difference Measurements*. IEEE Transactions of Acoustics, Speech, and Signal Processing, ASSP-35(12):1661–1669, Dezember 1987.
- [SA87b] SMITH, J. O. und J. S. ABEL: *The Spherical Interpolation Method of Source Localization*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, OE-12(1):246–252, Januar 1987.
- [SAH07] SCHREMPF, O. C., D. ALBRECHT und U. D. HANEBECK: *Tractable Probabilistic Models for Intention Recognition Based on Expert Knowledge*. In: *Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2007)*, Seiten 1429–1434, 2007.
- [SCP05] SULLIVAN, E. J., J. V. CANDY und L. PERSSON: *Model-Based Acoustic Array Processing*. Underwater Measurements: Technologies and Results, 2005.
- [Sim06] SIMON, D.: *Optimal State Estimation*. John Wiley & Sons Inc., 2006.
- [Ste04] STEGER, D.: *Motion Capture mit optisch-magnetischem Trackingsystem in VR-Applikationen*. Diplomarbeit, TU Chemnitz, Fakultät für Informatik, 2004.
- [STK05] SAYED, A. H., A. TARIGHAT und N. KHAJEHNOURI: *Network-Based Wireless Location: Challenges Faced in Developing Techniques for Accurate Wireless Location Information*. In: *IEEE Signal Processing Magazine*, Band 22, Seiten 24–40, 2005.
- [TGU93] TUFTS, D. W., H. GE und S. UMESH: *Fast Maximum Likelihood Estimation of Signal Parameters using the Shape of the Compressed Likelihood Function*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 18(4):388–400, Oktober 1993.
- [TMN98] TICHAVSKY, P., C. H. MURAVCHIK und A. NEHORAI: *Posterior Cramer-Rao Bounds for Discrete-Time Nonlinear Filtering*. IEEE Transactions on Signal Processing, 46(5):1386–1396, Mai 1998.
- [Tol00] TOLSTOY, A.: *Applications of Matched-Field Processing to Inverse Problems in Underwater Acoustics*. Inverse Problems, 16:1655–1666, Dezember 2000.
- [Val02] VALLIDIS, N. M.: *WHISPER: A Spread Spectrum Approach to Occlusion in Acoustic Tracking*. Doktorarbeit, University of North-Carolina at Chapel Hill, 2002.
- [VH04] VOLTZ, P. J. und D. HERNANDEZ: *Maximum Likelihood Time of Arrival Estimation for Real-Time Physical Location Tracking of 802.11a/g Mobile Stations in Indoor Environments*. In: *Position Location and Navigation Symposium (PLANS 2004)*, Seiten 585–591, 2004.
- [VJY04] VENKATRAMAN, S., J. CAFFERY JR. und H.-R. YOU: *A Novel ToA Location Algorithm using LoS Range Estimation for NLoS Environments*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 53(5):1515–1524, September 2004.
- [vTR03] VAN DER HEIJDEN, F., G. TÚQUERRES und P. REGTIEN: *Time-of-Flight Estimation based on Covariance Models*. Measurement Science and Technology, 14:1295–1304, 2003.

- [vvr04] VAN DER HEIJDEN, F., S. VAN KONINGSVELD und P. P. L. REGTIEN: *Time-of-Flight Estimation using Extended Matched Filtering*. In: *Proceedings of IEEE Sensors 2004*, Seiten 1460–1463, 2004.
- [WAI<sup>+</sup>07] WELCH, G., B. D. ALLEN, A. ILIE, und G. BISHOP: *Measurement Sample Time Optimization for Human Motion Tracking/Capture Systems*. In: *Proceedings of Trends and Issues in Tracking for Virtual Environments, Workshop at the IEEE Virtual Reality 2007 Conference*, 2007.
- [Zio95] ZIOMEK, L. J.: *Fundamentals of Acoustic Field Theory and Space-Time Signal Processing*. CRC Press Inc., 1995.



# Im Rahmen dieser Arbeit entstandene Veröffentlichungen

- [BH04] BEUTLER, F. und U. D. HANEBECK: *A New Nonlinear Filtering Technique for Source Localization*. In: *The 3rd IEEE Conference on Sensors (IEEE Sensors 2004)*, Seiten 413–416, 2004.
- [BH05] BEUTLER, F. und U. D. HANEBECK: *Closed-Form Range-Based Posture Estimation Based on Decoupling Translation and Orientation*. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 05)*, Seiten 989–992, 2005.
- [BH06] BEUTLER, F. und U. D. HANEBECK: *The Probabilistic Instantaneous Matching Algorithm*. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI)*, Seiten 311–316, 2006.
- [BHH09a] BEUTLER, F., M. F. HUBER und U. D. HANEBECK: *Instantaneous Pose Estimation using Rotation Vectors*. In: *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP 09)*, 2009.
- [BHH09b] BEUTLER, F., M. F. HUBER und U. D. HANEBECK: *Probabilistic Instantaneous Model-Based Signal Processing applied to Localization and Tracking*. *Robotics and Autonomous Systems, Selected papers from 2006 IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration (MFI 2006)*, 57(3):249–258, März 2009.
- [BHH09c] BEUTLER, FREDERIK, MARCO F. HUBER und UWE D. HANEBECK: *Gaussian Filtering using State Decomposition Methods*. In: *Proceedings of the 12th International Conference on Information Fusion (Fusion 2009)*, 2009.
- [HBH05] HAHN, D., F. BEUTLER und U. D. HANEBECK: *Visual Scene Augmentation for Enhanced Human Perception*. In: *Proceedings of the 2nd International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2005)*, Band 2, Seiten 146–153, Barcelona, Spain, September 2005.
- [RBH05] RÖSSLER, P., F. BEUTLER und U. D. HANEBECK: *A Framework for Telepresent Game-Play in Large Virtual Environments*. In: *Proceedings of the 2nd International Conference on*

*Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2005)*, Band 3, Seiten 150–155, 2005.

- [RBHN05] RÖSSLER, P., F. BEUTLER, U. D. HANEBECK und N. NITZSCHE: *Motion Compression Applied to Guidance of a Mobile Teleoperator*. In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2005)*, Seiten 2495–2500, 2005.
- [SBH08] SAWO, F., F. BEUTLER und U. D. HANEBECK: *Decentralized State Estimation of Distributed Phenomena based on Covariance Bounds*. In: *Proceedings of the 17th IFAC World Congress (IFAC 2008)*, 2008.

# Betreute Studien- und Diplomarbeiten

- [Bei06] BEISLER, ANDREAS: *Intelligente Kleidung zur Unterstützung der auditiven Wahrnehmung*. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme, Universität Karlsruhe (TH), 2006.
- [Dau09] DAUB, MICHAEL: *Entwurf und Implementierung einer mobilen Infrastruktur für Lokalisationsaufgaben*. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- [Geh08] GEHRIG, TOBIAS: *Trennung von Musikaufnahmen mit impliziter Transkription der getrennten Spuren*. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme, Universität Karlsruhe (TH), 2008.
- [Hah04] HAHN, DANIEL: *Visuelle Szenenaugmentierung zur Unterstützung der menschlichen Perzeption*. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme, Universität Karlsruhe (TH), 2004.
- [Mey07] MEYER, STEFAN: *Implementierung eines nichtlinearen stochastischen Filters auf einem digitalen Signalprozessor und die Evaluierung verschiedener Messabbildungen für die instantane Lokalisierung*. Studienarbeit, Lehrstuhl für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme, Universität Karlsruhe (TH), 2007.
- [Omi09] OMID, FARHAD: *Multisensor Data Fusion and Nonlinear System Models for an Embedded Localization and Tracking Application*. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme, Universität Karlsruhe (TH), 2009.
- [Pac09] PACKI, FERDINAND: *Entwurf und Implementierung eines eingebetteten drahtlosen akustischen Trackingsystems*. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme, Universität Karlsruhe (TH), 2009.

In dieser Arbeit werden Modelle und Verfahren für die instantane Verarbeitung von zeitdiskreten Messsignalen im Bereich der Lage-schätzung vorgestellt. Dabei wird eine durchgängige mathematische Systembeschreibung gewählt, um die auftretenden Unsicherheiten, welche durch die Messungen und durch die Modellierung auftreten, zu berücksichtigen. Bei der Lageschätzung werden die Translation und die Rotation eines Objekts bezüglich eines Koordinatensystems bestimmt. Dabei wird in dieser Arbeit der Rotationsvektor als Parametrisierung der Rotationsmatrix verwendet.

Im Vergleich zur klassischen Signalverarbeitung erfolgt die Verarbeitung der Messdaten modellbasiert, d. h. es werden physikalische Modelle verwendet. Durch diese Herangehensweise kann das Problem zusammenhängend betrachtet werden. Für die Verarbeitung der Daten werden an das Problem angepasste probabilistische Filterverfahren und probabilistische Verfahren aus dem Bereich der stochastischen Schätztheorie verwendet.

ISSN 1867-3813

ISBN 978-3-86644-442-3

