

TURBULENTER WÄRMETRANSPORT IN FLÜSSIGEM BLEI-WISMUT AN EINEM VERTIKALEN HEIZSTAB IM RINGSPTALT

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe (Technische Hochschule)

genehmigte Dissertation
von

Dipl. – Ing. Jörg Zeininger

Tag der mündlichen Prüfung:	17. März 2009
Vorsitzender:	Prof. Dr. rer. nat. habil. Ulrich Maas
Hauptreferent:	Prof. Dr.-Ing. Thomas Schulenberg
Koreferent:	Prof. Prof. e.h. Dr. – Ing. Herbert Oertel

Zusammenfassung

Zur Transmutation radioaktiver Abfälle untersucht man in europäischen Forschungseinrichtungen beschleunigergetriebene Anlagen. Dabei wird unter anderem ein Konzept betrachtet, das flüssiges Blei – Wismut zur Kühlung und als Spallationstarget für die Erzeugung schneller Neutronen verwendet. Ein wesentlicher Bestandteil ist dabei die genaue Kenntnis des turbulenten Wärmeübergangs in flüssigem Blei – Wismut.

Hierzu wurde im KALLA – Labor (Karlsruhe Liquid metal Laboratory) ein generisches Grundlagenexperiment aufgebaut. Der Hauptbestandteil dieses Experimentes besteht aus einem in einem Rohr konzentrisch angeordneten beheizbaren Einzelstab der in der Geometrie einem geplanten Brennstab des ADS entspricht. Dieser Einzelstab wird von flüssigem Blei – Wismut umströmt und kann Flächenleistungen von bis zu $q'' = 100 \text{ W/cm}^2$ realisieren. Zur Vermessung der Strömungs- und Temperaturverteilungen werden eine mit Thermoelementen kombinierte Pitotsonde und mehrere Thermoelemente in vier verschiedenen axial entlang des Stabes verteilten Messebenen eingesetzt. In verschiedenen Experimenten zu Zwangs- und Mischkonvektion sowie auftriebsdominierter Strömung werden die lokalen Geschwindigkeitsverteilungen und deren Schwankungsintensitäten und die lokalen Temperaturverteilungen und deren Schwankungsintensitäten untersucht. Erstmals gelang es, in flüssigem Blei - Wismut die turbulenten Wärmeströme in Strömungsrichtung zu vermessen.

Ein weiterer Bestandteil der Arbeit stellt die Vermessung der lokalen Wärmeübergangskorrelationen dar. Dabei wurden die lokalen Wärmeübergangskorrelationen für die drei verschiedenen Fälle der Zwangs-, Mischkonvektion sowie der auftriebsdominierten Strömung vermessen. Eine Untersuchung bezüglich des Vergleiches bekannter Wärmeübergangskorrelationen bei Zwangskonvektion stellt fest, dass diese nicht uneingeschränkt verwendet werden können. In diesem Zusammenhang wurde eine neue lokale Wärmeübergangskorrelation für den Fall der Zwangskonvektion gefunden.

Vergleiche mit CFD Rechnungen bei Zwangskonvektion zeigen eine gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Messwerten.

Abstract

In some European research centres, the Accelerator Driven Systems (ADS) are investigated for the transmutation of radioactive waste. In one of these systems Lead – Bismuth is obtained as coolant and spallation target for generating fast neutrons. An essential part is an accurate knowledge of the heat transfer in Lead – Bismuth.

For investigating the generic fundamentals in the KALLA (Karlsruhe Liquid metal Laboratory) Laboratory exists an experimental setup. The main component of this experiment is a heated rod, which has almost the same geometry as one fuel rod of the ADS, concentrically arranged in a tube. Thereby the heated rod can achieve a heat flux of $q'' = 100 \text{ W/cm}^2$ and is cooled by the liquid metal Lead – Bismuth. The recording of flow and temperature data is done by one combined Pitot - tube with thermocouples and three measurement layers with rakes of thermocouples. In different experiments for forced convection, mixed convection and buoyancy dominated flow the local velocity fields with their fluctuations and the local temperature fields with their fluctuations are investigated. Thereby the measuring of the turbulent heat transfer in flow direction had its debut.

Another part of this work is the measuring of local heat transfer correlations. Therefore, the measuring of the local heat transfer - correlations for the three cases forced convection, mixed convection and buoyancy dominated flow was accomplished. An investigation of known heat transfer - correlations for this geometry at forced convection finds out that the known Nusselt – Numbers cannot be used without problems. In this context a new local heat transfer – correlation for forced convection was found.

Furthermore, comparisons of the experimental data with CFD calculated data show good agreements.

INHALTSVERZEICHNIS

1	Einleitung.....	1
1.1	Anwendung von flüssigem Blei – Wismut.....	1
1.2	Motivation und Ziel der Arbeit.....	3
2	Physikalischer Hintergrund.....	5
2.1	Wärmeübertragungs- und Strömungsphänomene flüssiger Schwermetalle	5
2.1.1	Stoffeigenschaften.....	5
2.1.2	Prandtl-Zahl	5
2.1.3	Reynoldszahl	6
2.1.4	Nusselt Zahl.....	8
2.1.5	Grenzschichtphänomene.....	10
2.2	Erhaltungsgleichungen	12
2.3	Reynoldsgleichungen	13
2.4	Turbulenzmodelle	14
2.4.1	$k - \varepsilon$ - Modell	15
2.4.2	$k - \omega$ - Modell.....	16
2.4.3	SST-Modell	17
2.5	Randbedingungen	19
2.5.1	Randbedingungen der Geschwindigkeit.....	19
2.5.2	Randbedingungen des Temperaturfeldes	19
2.6	Statistische Betrachtung turbulenter Strömungsgrößen	20
2.6.1	Definitionen.....	20
2.6.2	Auto- und Kreuzkorrelation	22
2.6.3	Leistungsdichtespektrum	23
2.7	Skalierung.....	25
2.8	Strömung im Ringspalt	26
2.9	Übergänge Natur-, Misch- und Zwangskonvektion.....	33
3	Stand des Wissens und CFD Berechnungen.....	35
3.1	Stand des Wissens	35
3.2	CFD Berechnung.....	38
4	Experimenteller Aufbau und Messtechnik	41
4.1	Der THESYS 2 Kreislauf.....	41
4.1.1	Kreislaufaufbau.....	41
4.1.2	Instrumentierung.....	42
4.2	Experimentalaufbau des beheizten Stabes	47
4.2.1	Teststrecke mit Heizstab	47
4.2.2	Pitotsonde.....	49
4.2.3	Thermoelementmessrechen	53
4.3	Datenerfassung	54
4.4	Messschemata.....	56
4.5	Fehleranalyse	58
5	Messergebnisse	61
5.1	Überprüfung der Einlaufbedingungen.....	61

5.2	Messergebnisse für das isotherme Geschwindigkeitsfeld im Ringspalt	65
5.3	Messergebnisse bei Zwangskonvektion	72
5.3.1	Geschwindigkeitsfeld und Schwankungsintensitäten	72
5.3.2	Temperaturfeld und Schwankungsintensitäten.....	76
5.3.3	Axialer Wärmetransport	83
5.4	Messergebnisse bei Mischkonvektion	85
5.4.1	Geschwindigkeitsfeld und Schwankungsintensitäten	85
5.4.2	Temperaturfeld und Schwankungsintensitäten.....	89
5.4.3	Axialer Wärmetransport	95
5.5	Messergebnisse bei auftriebsdominierter Strömung	98
5.5.1	Geschwindigkeitsfeld und Schwankungsintensitäten	98
5.5.2	Temperaturfeld und Schwankungsintensitäten.....	101
5.5.3	Axialer Wärmetransport	104
5.6	Wärmeübergangskorrelationen und Vergleich mit existierenden Korrelationen und CFD – Ergebnissen	106
5.6.1	Nusseltkorrelationen bei Zwangskonvektion	106
5.6.2	Nusseltkorrelationen bei Mischkonvektion.....	110
5.7	Überprüfung der Übergangskriterien	112
6	Zusammenfassung, Diskussion und abschließende Bemerkungen.....	113
7	Literatur	117
Anhang A	Symbole und Abkürzungen	125
Anhang B	Kennzahlen	131
Anhang C	Stoffeigenschaften von Blei – Wismut.....	133
Anhang D	Messpositionen	134

1 Einleitung

1.1 Anwendung von flüssigem Blei – Wismut

Weltweit befinden sich gegenwärtig (Stand 2008) 439 Kernkraftwerke in Betrieb, an weiteren 34 Standorten werden Kraftwerke gebaut. Aus dem Kraftwerksbetrieb resultieren ca. 10.000 Tonnen an abgerannten Kernbrennstoffen pro Jahr, die sicher in Bezug auf die umstehende Umwelt aufgearbeitet werden müssen. Die Halbwertszeiten einiger darin enthaltenen Radionuklide betragen zwischen 10^4 bis zu 10^6 Jahre. Diese, in menschlichen Dimensionen sehr hohen Halbwertszeiten lassen eine Einlagerung oft nicht sicher genug erscheinen. Vorkommnisse in geplanten oder bereits in Betrieb genommenen deutschen Einrichtungen zur Endlagerung im Erkundungsbergwerk Gorleben sowie im Endlager Asse verstärken diesen Eindruck in der öffentlichen Wahrnehmung. International wird daher nach Alternativen zur Strategie der langfristigen Endlagerung gesucht.

Einen möglichen Weg bietet dazu die Transmutation (lat: Umwandlung) der langlebigen Actiniden durch den Beschuss mit schnellen Neutronen. Grundsätzlich sind hierfür kritische (Vasile (2001)), wie auch beschleunigergetriebene unterkritische Anlagen (Accelerator Driven Systems: ADS) geeignet. Aus sicherheitstechnischen Aspekten und der höheren Beladungsmöglichkeit an langlebigen Actiniden erscheinen die beschleunigergetriebenen Anlagen (ADS) besonders interessant. Ein Konzept für eine ADS – Anlage wird nun genauer erläutert.

Für eine ADS Anlage (siehe Abbildung 1.1) sind im Wesentlichen drei Baugruppen notwendig: Ein Beschleuniger, das Spallationstarget und das so genannte Blanket.

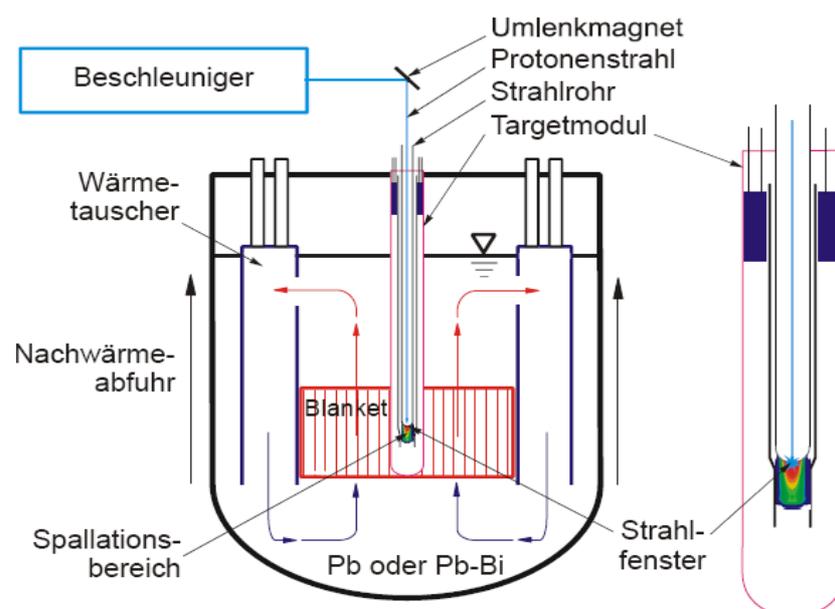


Abb. 1.1: Schematischer Aufbau eines beschleunigergetriebenen Systems (ADS).

Der Protonenbeschleuniger besteht aus einem Linearbeschleuniger oder einem Zyklotron. Hier werden die Protonen auf hohe Geschwindigkeiten gebracht, die für die folgende Spalla-

tionsreaktion benötigt werden. Im Spallationsbereich trifft der hochenergetische Protonenstrahl auf ein schweres Element (z.B. Blei (Pb) oder Blei-Wismuth (PbBi)). Durch die dabei stattfindende Spallationsreaktion werden schnelle Neutronen freigesetzt, welche auf das Blanket treffen. Im Blanket, einer neutronenphysikalisch unterkritischen Anordnung aus Brennelementen, finden die Spaltungs- und Transmutationsprozesse statt.

Die Umwandlung der radioaktiven Abfälle wird im Wesentlichen durch deren Reaktionen mit den Neutronen bewirkt. Ohne eine solche Behandlung behält der Restmüll eine deutlich höhere Radiotoxizität als Natururan über einen Zeitraum von über 10^6 Jahren wie die Abbildung 1.2 zeigt. Mit der Transmutation wesentlicher Bestandteile des radioaktiven Abfalls, bestehend aus Plutonium und weiteren minoren Aktiniden (MA) wie Neptunium, Curium und Americium, kann man die benötigte Einlagerungszeit des Abfalls deutlich verringern. In der Abbildung 1.2 sind dazu unterschiedliche Abtrennraten Plutonium und MA dargestellt, welche bei einer Transmutation zu unterschiedlich langen Radiotoxizitäten führen.

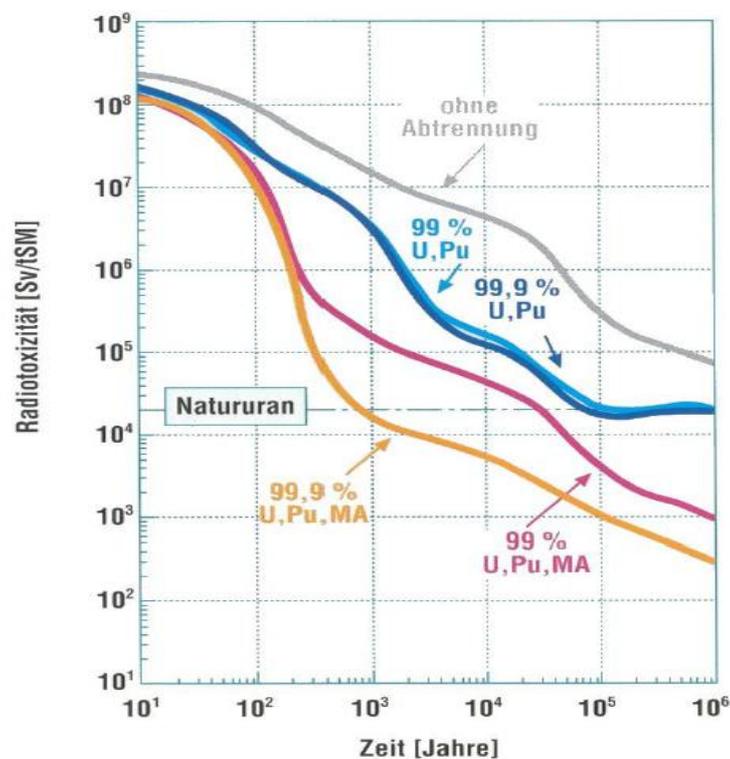


Abb. 1.2: Verbleibende Radiotoxizität des radioaktiven Abfalls bei Nachbehandlung verschiedener Bestandteile im Vergleich zu Natururan (Magill (2003)) bei verschiedenen Abtrennraten.

Das Kühlmittel Pb oder PbBi wird hier bifunktional eingesetzt. Es dient einerseits als Spallationstarget zur Erzeugung der schnellen Neutronen. Andererseits muss es die dabei entstehende Wärme, sowie die im Blanket durch Spaltungs- und Transmutationsprozesse entstehende Wärme sicher abführen. Aufgrund der hohen Wärmeleitfähigkeit von Pb und PbBi können die auftretenden hohen Flächenleistungsdichten im Spallationsbereich und im Blanket wieder kompensiert werden. Dies ist ein zusätzlicher Vorteil der Flüssigmetalle als Kühlmittel im Vergleich zu dem, bei dieser Anwendung ebenfalls diskutierten Gases Helium.

Weitere Anwendungen für flüssiges Pb oder PbBi als Kühlmittel sind z.B. Solarturmkraftwerke oder die Kühlung von Gusskokillen bei der Herstellung von Motorblöcken, wo ebenfalls hohe Flächenleistungsdichten auftreten.

1.2 Motivation und Ziel der Arbeit

Bei all diesen Anwendungen von Flüssigmetallen stellt sich die Frage nach dem turbulenten Wärmeübergang in flüssigem Blei und dem in dieser Arbeit untersuchten Blei - Wismuth. Angelehnt an die Problemstellung des turbulenten Wärmeübergangs in flüssigem PbBi im ADS System wurde dazu das Einzelstab – Experiment hervorgerufen, welches als generisches Grundlagenexperiment zur Untersuchung der Wärmeübertragungsphänomene dient. Die Abbildung 1.3 zeigt dazu die „Herleitung“ des Experimentes.

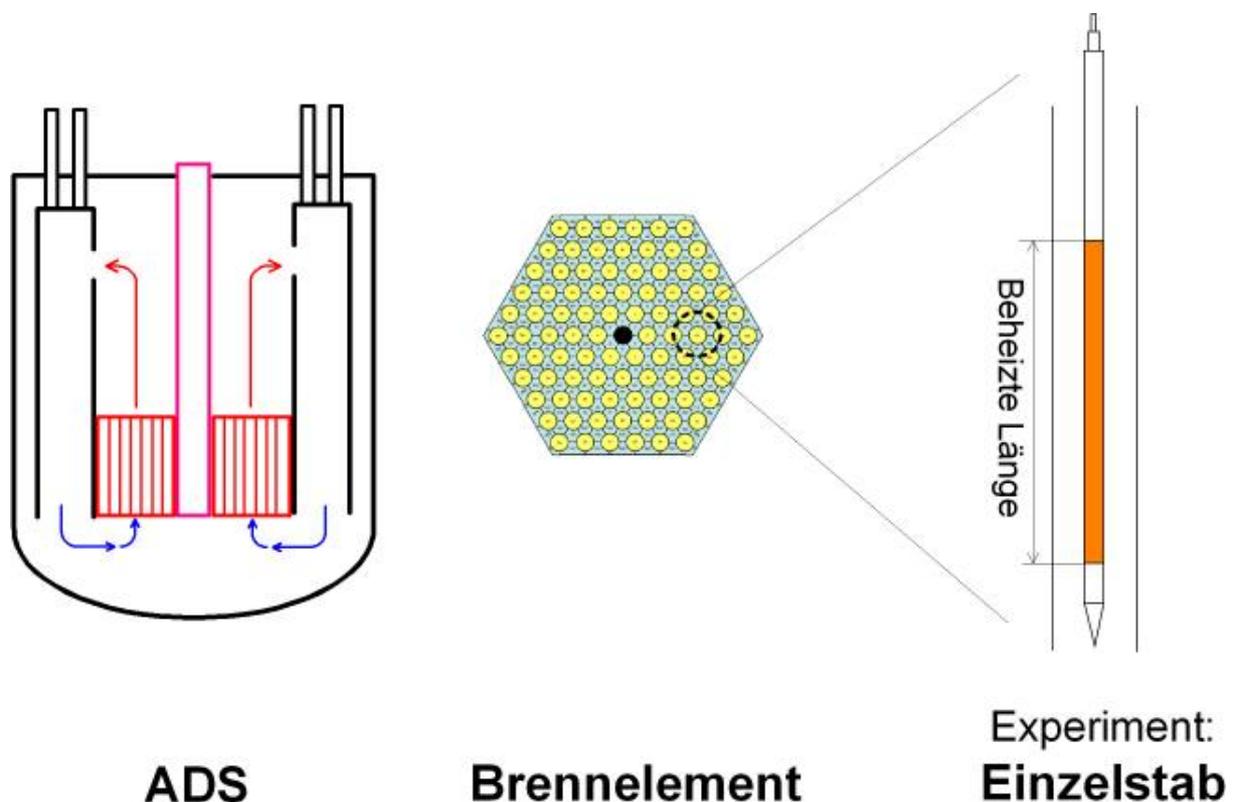


Abb. 1.3: „Herleitung“ des Einzelstabexperimentes vom ADS über ein Brennelement zu einem simulierten Einzelstab aus dem Brennelement.

Angefangen beim hexagonal angeordneten Blanket des ADS wird nun ein Brennelement des Blankets mit der Sicht von oben gezeigt. Ein solches Brennelement hat bei einer Anzahl von 90 Brennstäben eine Gesamtleistung von 775 kW. Die Abmessungen eines Brennstabes betragen 8,5 mm im Durchmesser und 870 mm der aktiven (beheizten) Länge. Ein projektiertes ADS – Brennstab erreicht eine Flächenleistung von 38 W/cm² und die mittlere Strömungsgeschwindigkeit des flüssigen PbBi liegt bei 0,42 m/s.

Analog dazu wird nun im Einzelstabexperiment ein Brennstab des Brennelementes nachgebildet. Es handelt sich dabei um einen beheizten Stab, der konzentrisch in einem Rohr untergebracht ist und von PbBi umströmt wird. Dieser Stab hat einen Durchmesser von 8,2 mm

und einer beheizten Länge von 860 mm ähnliche Abmessungen wie ein ADS Brennstab. Mit einer Gesamtleistung von 22,4 kW können somit Flächenleistungen bis zu 100 W/cm² erreicht werden, was den Flächenleistungsbereich des ADS deutlich übertrifft. Auch mit Strömungsgeschwindigkeiten bis zu 1,6 m/s erreicht man wesentlich höhere Werte als im ADS.

Die Aufgaben und Ziele dieser Arbeit am Einzelstabexperiment erstrecken sich auf folgende Bereiche. Da es sich hierbei um ein Grundlagenexperiment handelt ist die Vermessung der turbulenten Geschwindigkeitsfelder und Temperaturfelder bei verschiedenen Heizleistungen und Strömungsgeschwindigkeiten von zentraler Bedeutung. Hierzu werden Thermoelementrechen (mit Thermoelementen versetzte Stababstandshalter) auf drei Ebenen und eine Pitotsonde mit integrierten Thermoelementen an der Spitze eingesetzt. Zudem erfolgt eine statistische Untersuchung der axialen Geschwindigkeitsfluktuation $\overline{u'^2}$ und Temperaturfluktuation $\overline{T'^2}$. Besonders hervorzuheben ist in diesem Zusammenhang die zeitgleiche Messung von Geschwindigkeiten und Temperaturen mithilfe der Pitotsonde und der integrierten Thermoelemente. Dies ermöglicht die erstmalige Vermessung der turbulenten axialen Wärmeströme $\overline{u'T'}$ in PbBi.

Die Vermessung der radialen Temperaturfelder an verschiedenen Abschnitten des gleichmäßig beheizten Stabes ermöglicht zudem die Ermittlung der lokalen Wärmeübergangskorrelationen welche bei der ingenieurtechnischen Fragestellung für die wärmetechnische Auslegung von besonderer Bedeutung sind. Durch die Variierbarkeit der Heizstabposition und der Strömungsgeschwindigkeit können so die lokalen Wärmeübergangskorrelationen am beheizten Stab für den Fall der Zwangskonvektion, der Mischkonvektion sowie der auftriebsdominierten Strömung erstmalig in dieser Geometrie vermessen werden. Parallel dazu durchgeführte CFD – Simulationen erlauben einen Vergleich mit den gemessenen Werten.

Die vorliegende Arbeit ist in folgende Abschnitte aufgeteilt. Nach einer Beschreibung des physikalischen Hintergrundes wird im daran anschließenden Teil auf den Wissensstand und die CFD – Modellierung eingegangen. Nach der darauf folgenden Beschreibung des experimentellen Aufbaus der Messtechnik erfolgt die Präsentation der Ergebnisse. Nach der Zusammenfassung schließen abschließende Bemerkungen die Arbeit ab.

2 Physikalischer Hintergrund

Das folgende Kapitel dient der Beschreibung der physikalischen Grundlagen, welche sich beim turbulenten Wärmeübergang in flüssigem Blei-Wismut (PbBi) ergeben.

2.1 Wärmeübertragungs- und Strömungsphänomene flüssiger Schwermetalle

2.1.1 Stoffeigenschaften

Blei-Wismut gehört wie Natrium, Natrium-Kalium, Quecksilber oder Indium-Gallium-Zinn zu den Metalllegierungen, die in flüssiger Form als Kühlmedium eingesetzt werden. Es ist daher von besonderem Interesse, detaillierte Kenntnis über deren Strömungsgrößen und Wärmeübertragungsfähigkeit zu erlangen. Im Zuge der Entwicklung des schnellen Brütters ist das Wissen über Natrium oder Natrium Kalium relativ ausgereift. Bei Blei-Wismut hat man im Vergleich diesen Stand noch nicht erreicht.

Zu den grundlegenden Eigenschaften der flüssigen Schwermetalle gehört relativ gute Wärmeübertragungsfähigkeit im Vergleich zu anderen als Kühlmedium verwendeten Medien wie Wasser, Helium oder Thermalöl. Ihre Undurchsichtigkeit erschwert die Anwendung mancher gängiger Messverfahren gerade im Bereich der Turbulenzgrößenerfassung (siehe Kapitel 4.2). Im Fall von PbBi kommt dessen hohe Dichte hinzu, welche ca. zehnmals größer als von Wasser ist. Eine weitere Eigenschaft von PbBi ist dessen hohe Korrosivität, was die Auswahl von Strukturmaterialien erschwert und dessen Neigung zur Oxidbildung. Um flüssig zu bleiben, benötigt PbBi eine Grundtemperatur von mindestens $T = 125 \text{ °C}$. Dafür beginnt es erst, bei $T = 1630 \text{ °C}$ zu verdampfen. Natrium im Vergleich verdampft bereits ab $T = 800 \text{ °C}$. Eine weitere Eigenschaft aller flüssigen Metalle ist deren gute elektrische Leitfähigkeit. Eine Zusammenfassung aller für diese Arbeit relevanten Stoffeigenschaften von PbBi findet sich in Anhang C.

2.1.2 Prandtl-Zahl

Eine wesentliche Stoffeigenschaft von Flüssigmetallen ist dessen hohe spezifische Wärmeleitfähigkeit λ [W/mK] und niedrige spezifische Wärmekapazität c_p [J/kgK]. Eine Kennzahl, in der dies gut zum Ausdruck gebracht wird, stellt die Prandtl-Zahl (2.1) dar. Sie bezeichnet das Verhältnis von kinematischer Viskosität ν [m²/s] zur Temperaturleitfähigkeit κ [m²/s].

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} = \frac{\rho \nu c_p}{\lambda} \quad (2.1)$$

Die darin enthaltene kinematische Viskosität $\nu = \eta / \rho$ setzt sich aus der dynamischen Viskosität η [kg/ms] und der Dichte ρ [kg/m³] zusammen. Die Temperaturleitfähigkeit $\kappa = \lambda / (\rho \cdot c_p)$ besteht aus der Wärmeleitfähigkeit λ , der Dichte ρ und der Wärmekapazität c_p . κ wird auch thermische Diffusionsfähigkeit genannt.

Flüssige Schwermetalle besitzen eine relativ kleine kinematische Viskosität ν . Mit den oben gemachten Feststellungen resultieren daraus für Flüssigmetalle sehr kleine Prandtlzahlen, die exemplarisch in der Abbildung 2.1 dargestellt ist. Ebenfalls in Abbildung 2.1 sieht man die Temperaturabhängigkeit der Prandtlzahlen.

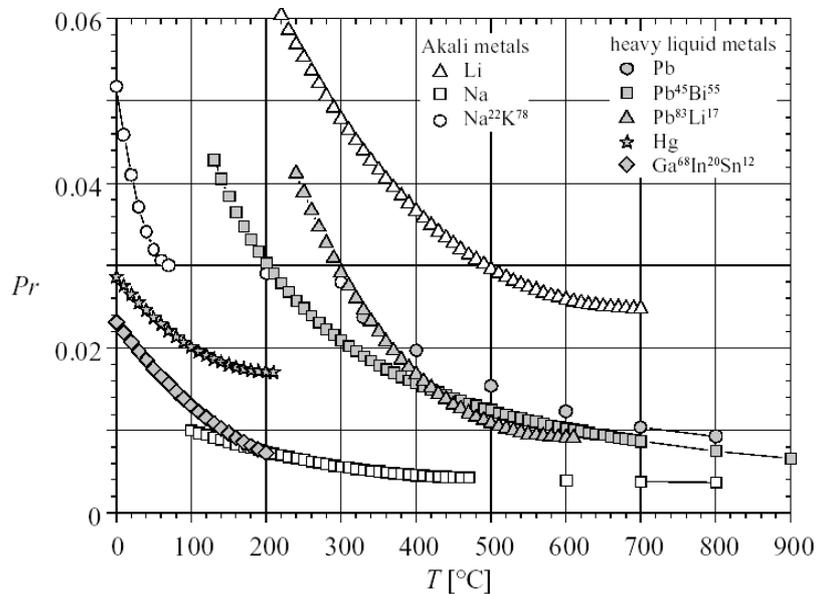


Abb. 2.1: Molekulare Prandtlzahlen als Funktion der Temperatur T [°C] für verschiedene Flüssigmetalle (Stieglitz (2007a)).

In der Tabelle 2.1 sind die Prandtlzahlen für verschiedene newtonsche Fluide bei verschiedenen Temperaturen gezeigt. Im Allgemeinen nehmen die Prandtlzahlen von Flüssigkeiten mit steigender Temperatur ab.

Temperatur	Pr (Quecksilber)	Pr (Luft)	Pr (Wasser)	Pr (Öl)
0°C	0,0288	0,72	13,6	$4,7 \cdot 10^4$
20°C	0,0249	0,71	7,02	$1,0 \cdot 10^4$
100°C	0,0162	0,70	1,74	$2,6 \cdot 10^2$

Tabelle 2.1: Temperaturabhängige Prandtlzahlen für verschiedene Fluide.

Diese verschiedenen Prandtlzahlen verursachen auch Auswirkungen in der Nähe einer wärmeübertragenden Grenzfläche, die in dem Abschnitt 2.1.5 genauer erläutert wird.

2.1.3 Reynoldszahl

Hydrodynamische Strömungen lassen sich in zwei grundsätzlich verschiedene Formen einteilen. So gibt es laminare und turbulente Strömungsformen.

Bei der laminaren Strömung laufen die einzelnen Stromlinien geordnet nebeneinander her. Es handelt sich um eine Schichtenströmung, bei der die Schichten unterschiedlicher Geschwindigkeit nebeneinander strömen. Dabei findet kein Austausch von Fluidteilchen quer zur Strömungsrichtung statt (Schlichting (2006)).

Bei der turbulenten Strömung liegt keine Schichtenströmung mehr vor. Die einzelnen Fluidteilchen führen stochastische Schwankungsbewegungen um ihren mittleren Strömungsweg aus. Dieser quer zur Strömungsrichtung erfolgende Vermischungsvorgang führt zu einer Erhöhung des Wärmeaustausches turbulent umströmter Körper sowie durchströmter Kanäle im Vergleich zur laminaren Strömung (Polifke (2008)).

Eine Möglichkeit zur Charakterisierung der hydrodynamischen Eigenschaften von Fluiden bietet die Reynoldszahl (2.2), welche auch als das Verhältnis von Beschleunigungs- zu Trägheitskräften interpretiert werden kann.

$$Re = \frac{u_m \cdot D_h}{\nu} = \frac{\rho \cdot u_m \cdot D_h}{\eta} \quad (2.2)$$

In Re enthalten sind die mittlere Fluidgeschwindigkeit u_m [m/s], als charakteristische Länge der hydraulische Durchmesser D_h [m], und die kinematische Viskosität ν [m²/s]. Ab einem bestimmten kritischen Wert Re_{krit} erfolgt der Umschlag (Transition) von laminarer zu turbulenter Strömung. Bei den hier behandelten Rohrströmungen liegt der Umschlagpunkt bei $2300 < Re_{krit} < 3000$. Je nach Störungsgrad des Zulaufes wurden jedoch auch höhere Werte für Re_{krit} beobachtet (Polifke (2008)).

Der hydraulische Durchmesser D_h setzt sich dabei aus dem durchströmten Querschnitt A_0 und dem benetzten Umfang S zusammen. Allgemein wird D_h wie folgt definiert:

$$D_h = 4 \cdot \frac{A_0}{S} \quad (2.3)$$

In Rohren wird mit $A_0 = (D^2\pi)/4$ und $S = D\pi$ aus D_h einfach der Rohrdurchmesser D . Im konzentrischen Ringspalt folgt mit $A_0 = (d_a^2 - d_i^2)\pi/4$ und $S = (d_a - d_i)\pi$ für D_h : $D_h = d_a - d_i$, wobei d_a den Außendurchmesser und d_i den Innendurchmesser darstellt. Aus einem vorgegebenen Volumenstrom \dot{V} folgt für die mittlere Geschwindigkeit $u_m = (\dot{V} \cdot 4)/(D_h^2\pi)$.

Da durch die hohe Dichte des in dieser Arbeit verwendeten Fluides PbBi auch bei niedrigen mittleren Geschwindigkeiten u_m relativ hohe $Re > 1,9 \cdot 10^4$ auftreten, werden im weiteren Verlauf ausschließlich turbulente Strömungen betrachtet.

Nach Polifke (2005) und Jischa (1982) sind Produkte aus Kennzahlen ganz allgemein wieder Kennzahlen. Eine weitere Kennzahl, stellt die aus der der Prandtlzahl Pr und Reynoldszahl Re nach Formel 2.4 gebildete Pécletzahl Pe dar:

$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{u_m \cdot D_h}{\nu} \cdot \frac{\nu}{\kappa} = \frac{u_m \cdot D_h}{\kappa} \quad (2.4)$$

Die Pécletzahl Pe kann auch als das Verhältnis des konvektiven Wärmetransports zum Wärmetransport infolge Wärmeleitung interpretiert werden.

2.1.4 Nusselt Zahl

Beim konvektiven Wärmeübergang spielt der Wärmeübergangskoeffizient eine entscheidende Rolle. Wird die Strömung dabei von Pumpen oder der Bewegung eines Körpers im umgebenden Fluid erzeugt, spricht man von Zwangskonvektion. Entsteht die Strömung alleine durch Dichteunterschiede aufgrund von Temperaturgradienten, so bezeichnet man dies als freie Konvektion oder Naturkonvektion. Tritt eine Überlagerung der Zwangskonvektion durch naturkonvektive Effekte auf, so liegt Mischkonvektion vor.

Der Wärmeübertragungskoeffizient α wird dabei gemäß dem Newtonschen Gesetz mit der Flächenleistungsdichte q'' [W/m²] der Wandtemperatur der beheizten Wand T_w [K] und der mittleren Fluidtemperatur T_m [K] nach folgendem Ausdruck (2.5) gebildet.

$$\alpha = \frac{q''}{(T_w - T_m)}. \quad (2.5)$$

Mit α , einer charakteristischen beheizten Länge L [m] und der Wärmeleitfähigkeit λ [W/mK] wird die Nusseltzahl gebildet.

$$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda} = \frac{q''}{(T_w - T_m)} \cdot \frac{L}{\lambda}. \quad (2.6)$$

Die Nusseltzahl Nu kann somit auch als dimensionsloser Wärmeübertragungskoeffizient gesehen werden. Es wird zwischen einer lokalen Nusseltzahl Nu_z welche den Wärmeübergang am Ort z beschreibt und einer mittleren Nusseltzahl Nu die sich auf die gesamte beheizte Länge L bezieht unterschieden. Die charakteristische Länge für die lokale Nusseltzahl bezieht sich in dieser Arbeit auf den hydraulischen Durchmesser D_h wie auch bei Kakaç et al., (1987), VDI (2006) oder Stieglitz (2007a).

In der ingenieurtechnischen Anwendung wird die Nusseltzahl Nu bei Zwangskonvektion üblicherweise mit bekannten Korrelationen aus der strömungsrelevanten Reynoldszahl und der über die Stoffgrößen definierten Prandtlzahl Pr gebildet als Funktion $Nu = Nu(Re, Pr)$. Bei den nach Stieglitz (2007a) zusammengefassten, bisher bekannten Nusseltkorrelationen für Flüssigmetalle gehorchen diese dem Muster $Nu = A + BRe^x Pr^y$. Bei der lokalen Nusseltzahl Nu_z wird zudem das Aspektverhältnis der beheizten Lauflänge zum beheizten Durchmesser z/d_r berücksichtigt.

Für freie Konvektion (Naturkonvektion) gilt nach Polifke (2008) für die Nusseltkorrelation Nu folgender Zusammenhang $Nu = Nu(Gr, Pr)$. Darin enthalten ist die Grashofzahl Gr . Sie gilt als Auftriebskennzahl und beschreibt das Verhältnis der auf das Fluid wirkenden Auftriebskraft zur hemmenden Zähigkeitskraft. Gr wird nach 2.7 definiert als:

$$Gr = \frac{g\beta \cdot (T_w - T_m) \cdot L^3}{\nu^2}, \quad (2.7)$$

und enthält neben der Schwerkraft g [m/s^2] den thermischen Ausdehnungskoeffizienten β [$1/\text{K}$] als neuen Parameter. β wird mit der Dichte ρ und der Temperatur nach 2.8 definiert zu:

$$\beta = \rho - \rho_0 = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right). \quad (2.8)$$

Da in unserem Fall die Temperatur der beheizten Wand jedoch nicht direkt gemessen werden kann, wird Gr für vertikale Rohre nach Kakaç et al., (1987) mithilfe des Wärmeflusses gebildet. Mit $q'' = \alpha(T_w - T_m)$ und $L = \alpha/\lambda$ ergibt sich 2.9:

$$Gr = \frac{g\beta \cdot q'' \cdot D_h^4}{\lambda \nu^2}. \quad (2.9)$$

Nachdem bei Mischkonvektion der Auftriebseffekt durch Dichteunterschiede infolge Temperaturänderung ebenfalls eine Rolle spielt, ergibt sich für eine Nusseltkorrelation aus den vorhergehenden Betrachtungen, dass zu den Parametern der Zwangskonvektion auch ein Auftriebseinfluss über die Grashofzahl berücksichtigt werden muss. Die Nusseltkorrelation bildet damit eine Funktion aus Re , Pr und Gr : $Nu = Nu(Re, Pr, Gr)$.

Ein Ziel dieser Arbeit besteht darin, in der vorliegenden Geometrie mit dem Fluid PbBi, bekannte Nusseltkorrelationen zu überprüfen und für den Fall der Mischkonvektion sowie der auftriebsdominierten Konvektion gegebenenfalls neue Nusseltkorrelationen zu generieren. Das Berechnungsschema für diese konvektiven Wärmeübergänge ist daher in Bild 2.2 zusammengefasst.

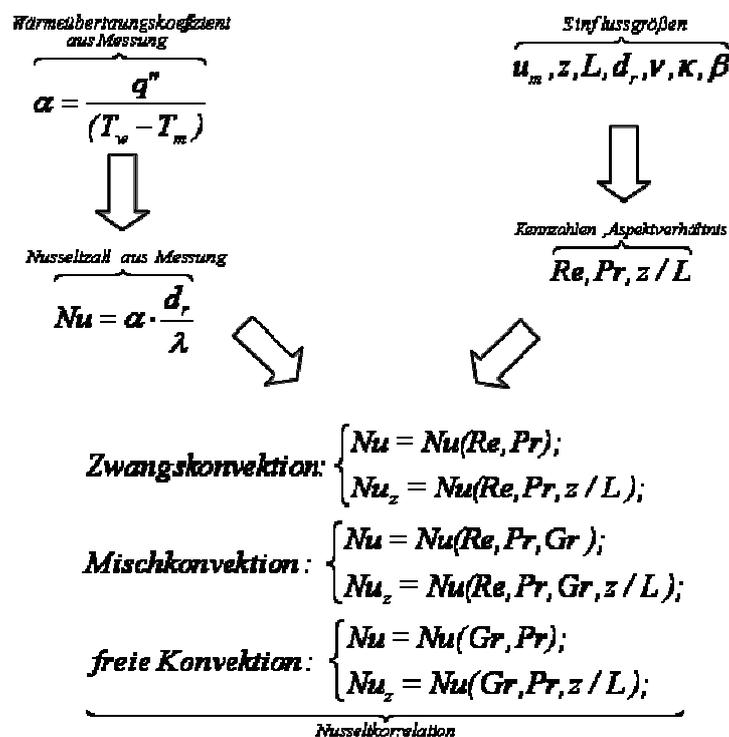


Abb. 2.2: Gedankengang zur Erzeugung eines Berechnungsschemas für den konvektiven Wärmeübergang in Flüssigmetallen.

2.1.5 Grenzschichtphänomene

Unterschiedliche Prandtlzahlen verursachen wie in 2.1.2 bereits angedeutet auch verschiedene Verhältnisse in der Nähe der wärmeübertragenden Grenzfläche.

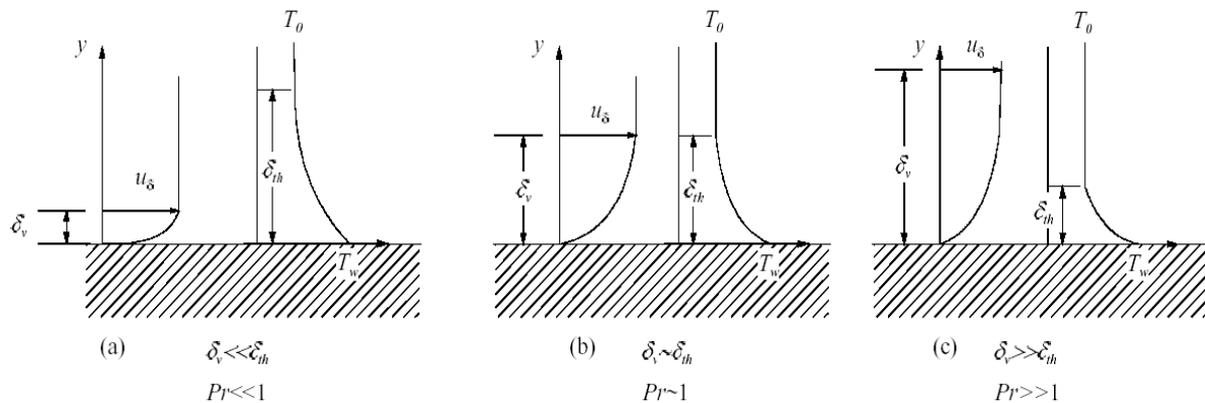


Abb. 2.3: Auswirkungen unterschiedlicher Prandtlzahlen auf die viskose Grenzschicht δ_v und thermische Grenzschicht δ_{th} bei konstanter Wandtemperatur T_w (Stieglitz (2007a)).

In Abbildung 2.3 sieht man nach Stieglitz (2007a), dass für kleine Prandtlzahlen die Dicke der thermischen Grenzschicht δ_{th} größer als die der Geschwindigkeit δ_v wird (Fall a). Für Gas- oder Wasserströmungen (Fall b) erhält man in etwa gleich große Abmessungen für die zwei Grenzschichten δ_{th} und δ_v bei einer Prandtlzahl von ungefähr $Pr = 1$. Spezielle Kühlmedien wie z.B. Öle haben schließlich eine schlechte Wärmeleitfähigkeit aber eine hohe Viskosität (Fall c). Die verschiedenen Fluide unterscheiden sich demnach signifikant.

Das bedeutet für die Flüssigmetalle, wie das in dieser Arbeit betrachtete Blei – Wismut, dass sie in besonderem Maße für die Wärmeübertragung geeignet sind. Die durch die niedrige Pr in Blei Wismut hervorgerufene Skalenseparation von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld hat auch Auswirkungen auf die Schwankungswerte der beiden Felder. Die Statistik des Geschwindigkeitsfeldes stimmt mit der Statistik des Temperaturfeldes nicht überein. Wie in Abbildung 2.4 deutlich zu erkennen ist, gilt für Flüssigmetalle und damit auch für Blei-Wismut $y(u'_{max}) < y(T'_{max})$ mit der turbulenten Geschwindigkeitsfluktuation u' und Temperaturfluktuation T' .

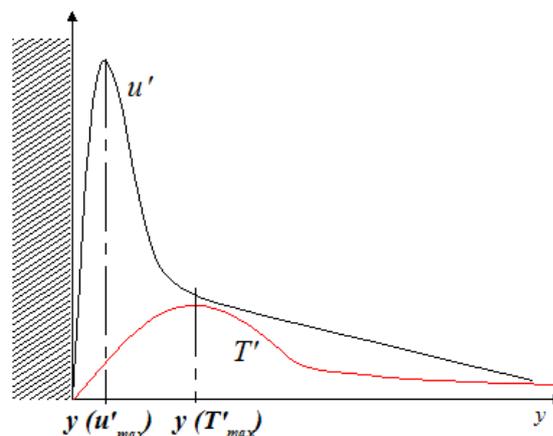


Abb. 2.4: Unterschiedliche Statistik von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld.

Die Reynoldsanalogie besagt, dass in reibungsbehafteten Strömungen physikalische Ähnlichkeit zwischen Impuls- und Energietransport herrscht (Polifke (2005)). Mithilfe dieser Analogie sind normalerweise in numerischen Simulationen die Strömungs- und Temperaturgrößen verknüpft. Die Verzerrung von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld hat jedoch zur Folge, dass die Reynoldsanalogie hier im Allgemeinen nicht mehr verwendet werden kann.

2.2 Erhaltungsgleichungen

Turbulente, wie auch laminare Strömungen werden durch zeitabhängige Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Energie beschrieben. Sie bilden ein geschlossenes Gleichungssystem für die Berechnung von Geschwindigkeit, Druck und Temperatur. Die im Folgenden aufgeführten Bilanzgleichungen der Thermofluidynamik beschränken sich auf homogene, einphasige, newtonsche, inkompressible Fluide konstanter kinematischer Viskosität und Dichte. Dies bedeutet keine Einschränkung für die Darstellung isothermer, konvektiver Strömungen. Zur Darstellung der Bilanzgleichungen wird die Indexnotation oder Tensornotation verwendet, die bei komplexeren Zusammenhängen nach Jischa (1982) eine einfachere Darstellung erlaubt. Sie sei anhand der Massebilanz dargestellt. Für die zeitabhängigen Bilanzgleichungen gelten folgende Zusammenhänge:

Massebilanz:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad (2.10)$$

Impulsbilanz (Navier-Stokes-Gleichungen):

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + g_i; \quad (2.11)$$

Energiebilanz des konvektiven Wärmetransports:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2}. \quad (2.12)$$

Hierbei bezeichnen $u_i = u(u, v, w)$ die Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes in kartesischen Koordinaten, ρ die Dichte, p den Druck, ν die kinematische Viskosität, c_p die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck, T die Temperatur und λ die Wärmeleitfähigkeit des Fluides. Dieses nichtlineare Gleichungssystem ist für allgemeine turbulente Strömungen nicht lösbar. Lösungswege bieten hier einerseits extreme Vereinfachungen, welche zu einer allgemeinen Lösung führen, oder andererseits numerische Methoden, die für komplexere Strömungsformen auf Modellannahmen beruhen.

In technischen Applikationen interessiert das genaue zeitliche Verhalten jedoch weniger. Wichtiger sind hier die zeitlichen Mittelwerte wie mittlere Geschwindigkeit, Volumenstrom, Druckverlust oder die Wärmeübergangszahl.

2.3 Reynoldsgleichungen

Die Bilanzgleichungen für die zeitlichen Mittelwerte, werden auch Reynoldsgleichungen genannt. Zentraler Bestandteil ist hier die nach Reynolds eingeführte Aufteilung der Momentanwerte in Mittel- und Schwankungswerte, die für eine turbulente Strömungsgröße h allgemein in Ausdruck (2.12) dargestellt wird.

$$\text{Reynoldsaufteilung:} \quad h(x_i, t) = \overline{h(x_i)} + h'(x_i, t). \quad (2.12)$$

Setzt man diese Aufteilung in die in 2.2 vorgestellten zeitabhängigen Bilanzgleichungen (2.10), (2.11) und (2.12) ein, und führt anschließend eine Zeitmittelung durch, ergeben sich daraus die Reynoldsgleichungen.

$$\text{Massenbilanz:} \quad \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0. \quad (2.13)$$

Die Kontinuitätsgleichung der mittleren Geschwindigkeiten entspricht dabei der Gleichung der Momentanwerte.

$$\text{Impulsbilanz:} \quad \underbrace{\rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_{\text{konvektiver Term}} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \bar{v} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j}}_{\tau_{tur}} \right) + \rho g_i; \quad (2.14)$$

$$\tau_{tur} = -\rho \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

In der Impulsgleichung treten durch die Mittelung des konvektiven Terms Korrelationen turbulenter Spannungsgrößen der Geschwindigkeiten auf. Diese zusätzlichen Unbekannten werden turbulente Schubspannungen oder Reynoldsspannungen genannt und sind ein direktes Maß für den turbulenten Impulstransport in der Strömung. Die drei Diagonalelemente des Reynolds'schen Spannungstensors τ_{tur} (Tensor 2.Ordnung) stellen darin die turbulenten Normalspannungen in Koordinatenrichtung dar. Die durch die Beziehung $\overline{u'_i u'_j} = \overline{u'_j u'_i}$ reduzierten drei weiteren Unbekannten nennt man turbulente Tangentialspannungen.

$$\text{Energiebilanz:} \quad \rho c_p \bar{u}_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \underbrace{\rho c_p \overline{u'_i T'}}_{q_{tur}} \right); \quad (2.16)$$

$$q_{tur} = -\rho c_p \begin{pmatrix} \overline{u'T'} \\ \overline{v'T'} \\ \overline{w'T'} \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

In der zeitlich gemittelten Energiegleichung ist der turbulente Wärmetransport durch den turbulenten Wärmestrom q_{tur} (Reynoldsscher Wärmestrom) gegeben, der eine vektorielle Größe ist.

Durch die beiden Tensoren τ_{tur} und q_{tur} stellen die Reynoldsgleichungen kein geschlossenes System dar. Es existieren fünf Gleichungen jedoch insgesamt neun Unbekannte. Dieses Schließungsproblem versucht man in der Numerik über geeignete Turbulenzmodelle mit zeitlich gemittelten Strömungsgrößen zu verknüpfen. Im folgenden Abschnitt werden daher die, in dieser Arbeit benötigten Turbulenzmodelle näher erläutert.

2.4 Turbulenzmodelle

Ein Ansatz besteht darin, die Turbulenzeffekte als ansteigende Viskosität zu betrachten. Das ist auch ein normaler Mechanismus für laminare Strömungen, bei denen sowohl die Energiedissipation als auch der Transport von Masse, Impuls und Energie über die Viskosität dargestellt werden. Dies führt zu den Wirbelviskositäts – Modellen für den Reynoldsschen Spannungstensor, die den Boussinesq - Ansatz für die Modellierung der Reynoldsspannungen verwenden (Ausdruck 2.18). Die darin enthaltene turbulente Zähigkeit μ_t wird auch Wirbelviskosität genannt.

$$-\rho \cdot \overline{(u'_i \cdot u'_j)} = \mu_t \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \underbrace{\frac{2}{3} \cdot \rho \cdot k \cdot \delta_{ij}}_{\text{turbulenter Druck}}. \quad (2.18)$$

Der turbulente Druck mit $\delta_{ij} = 1$ für $i = j$ und $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$ wird proportional zur turbulenten kinetischen Energie k (2.19) angenommen.

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i \cdot u'_i} = \frac{1}{2} (\bar{u}'_1 + \bar{u}'_2 + \bar{u}'_3). \quad (2.19)$$

Der Analogie folgend, können auch die turbulenten Wärmeströme entsprechend dem Fourschen Wärmeleitungsgesetz mit dem Ansatz

$$-\rho \cdot c \cdot \overline{u'_i \cdot T'} = \lambda_t \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} = q_{tur} \quad \text{oder} \quad -\overline{u'_i \cdot T'} = \kappa_t \cdot \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i}. \quad (2.20)$$

modelliert werden. Die Größe λ_t wird turbulente Wärmeleitfähigkeit und $\kappa_t = \lambda_t / (\rho \cdot c)$ turbulente Temperaturleitfähigkeit genannt. Eine dieser beiden Größen muss modelliert werden. Der turbulente Wärmetransport ist in den meisten Fällen erheblich größer als der molekulare und bestimmt unabhängig von den Stoffeigenschaften die Auswirkungen der Turbulenz auf die mittlere Strömung (Oertel und Laurien (2003)).

Die Wirbelviskosität und die turbulente Temperaturleitfähigkeit sind nicht unabhängig voneinander, da Impuls und Wärme von derselben Turbulenz transportiert werden. Vernachlässigt man die molekularen Austauschvorgänge, müssen $\nu_t (= \mu_t / \rho)$ und κ_t etwa gleich sein.

Analog zur molekularen Prandtl - Zahl lässt sich eine turbulente Prandtl – Zahl als Verhältnis der beiden Transportgrößen bilden (Oertel und Laurien (2003)).

$$Pr_t = \frac{\nu_t}{\kappa_t} = \frac{\mu_t}{\rho \kappa_t} = \frac{u'_1 u'_2}{u'_2 T'} \cdot \frac{\partial \bar{T} / \partial x_2}{\partial \bar{u}_1 / \partial x_2}. \quad (2.21)$$

Diese besitzt näherungsweise den Wert eins. In der Praxis wird für Fluide mit geringer Wärmeleitfähigkeit meist $Pr_t = 0,9$ verwendet. Eine Ausnahme bilden Fluide mit sehr niedriger molekularer Prandtl – Zahl wie im vorliegenden Fall das Flüssigmetall Blei-Wismut. Hier wirken sich die turbulenten Fluktuationen des Geschwindigkeitsfeldes geringer auf die turbulente Wärme- oder Temperaturleitfähigkeit als auf die turbulente Viskosität aus. Der Zusammenhang zwischen der molekularen und der (mittleren) turbulenten Prandtl – Zahl wird anhand Abbildung 2.5 dargestellt (Stieglitz (2007a)).

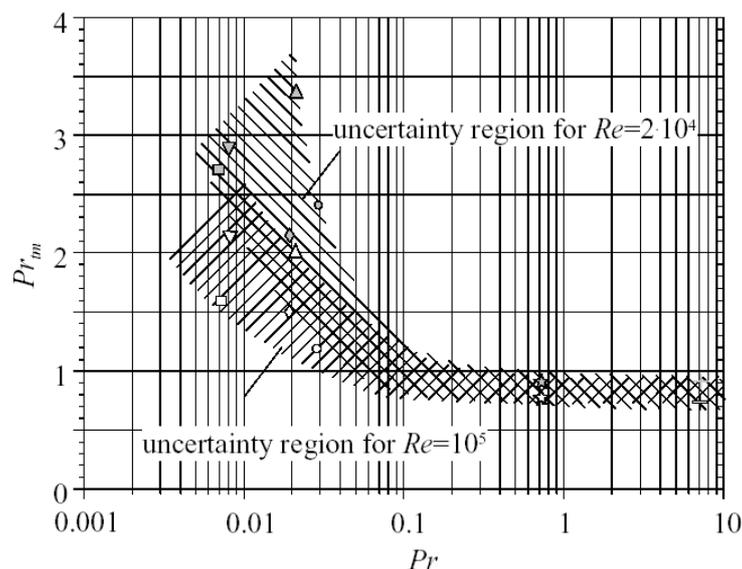


Abb. 2.5: Zusammenhang der molekularen und mittleren turbulenten Prandtl – Zahl Pr_m (Stieglitz (2007a)).

2.4.1 $k - \varepsilon$ - Modell

Beim $k - \varepsilon$ - Modell wird die Turbulenz durch die beiden Transportgrößen k und der Dissipation ε charakterisiert. Die Wirbelviskosität μ_t berechnet man dabei nach folgendem Ansatz (2.22).

$$\mu_t = \rho \cdot C_\mu \cdot \frac{k^2}{\varepsilon} \quad \text{mit } C_\mu = 0,09. \quad (2.22)$$

Für die Transportgrößen ist jeweils eine Transportgleichung zu lösen. Die Transportgleichung für die turbulente kinetische Energie nimmt dabei die folgende Form an (Wilcox (1998)):

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho \bar{u}_j k)}{\partial x_j}}_{\text{konvektiver Transport}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial k}{\partial x_j} \right)}_{\text{molekulare Diffusion}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\rho}{2} \overline{u'_j u'_i u'_i} + p' u'_j \right)}_{\text{turbulente Diffusion}} - \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_{P_k} - \underbrace{\mu \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k}}_{\text{Dissipation}}. \quad (2.23)$$

Die turbulente Diffusion der kinetischen Energie kann nach Ausdruck (2.24) und die Produktionsrate der turbulenten kinetischen Energie aus der mittleren Strömung nach Ausdruck (2.25) approximiert werden (Fischer (2008)).

$$-\left(\frac{\rho}{2} \overline{u'_j u'_i u'_i} + p' u'_j \right) \approx \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial k}{\partial x_j}, \quad (2.24)$$

$$P_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \approx \mu_t \cdot \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}. \quad (2.25)$$

Die Transportgleichung für die turbulente Dissipation lautet:

$$\frac{\partial(\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \cdot P_k \cdot \frac{\varepsilon}{k} - \rho \cdot C_{\varepsilon 2} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{Pr_{t\varepsilon}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right). \quad (2.26)$$

$Pr_{t\varepsilon} = 1.22$, $C_{\varepsilon 1}$ und $C_{\varepsilon 2}$ sind Modellkonstanten der ε -Gleichung.

Die Charakterisierung der Turbulenz durch zwei Transportgrößen k und ε wird verständlich, wenn man sich die Vorgänge bei der Entstehung und Aufzehrung turbulenter Strukturen (Wirbel) als Energiekaskade vorstellt. Als Folge von Instabilitäten der gemittelten Strömung entstehen zunächst großräumige Strukturen. Diese sind jedoch selbst wieder instabil und zerfallen in kleinere Strukturen, die wiederum zerfallen usw. Der größte Anteil der kinetischen Energie ist mit den großräumigen Wirbeln verbunden. Die Dissipation findet dagegen vorwiegend auf den kleinen Skalen statt. Die energietragenden Wirbel können im $k - \varepsilon$ - Modell daher mit der Transportgröße k assoziiert werden, während die kleinen Wirbel eher mit ε verbunden sind (Oertel und Laurien (2003)).

Das Standard $k - \varepsilon$ - Modell wird immer dann verwendet wenn weniger die Wandschubspannung oder der Wandwärmestrom eine Rolle spielen, als vielmehr die Strömungsvorgänge im inneren des Strömungsfeldes von Interesse sind. Dies ist bei zahlreichen Anwendungen z.B. Umströmungsproblemen oder Mischungsvorgängen der Fall. Sind dagegen, wie im vorliegenden Fall, die Strömung in Wandnähe und/oder der Wandwärmestrom von Bedeutung, so muss entweder die wandnahe Zone numerisch aufgelöst und die viskose Unterschicht berechnet werden oder ein anderes, für diesen Bereich besser geeignetes Turbulenzmodell, wie das $k - \omega$ - Modell verwendet werden.

2.4.2 $k - \omega$ - Modell

Das $k - \omega$ - Modell benützt anstelle der Dissipation ε die turbulente Frequenz oder Vortizität ω um turbulente Strömungen zu beschreiben.

$$\omega = \frac{1}{C_\mu} \frac{k}{\varepsilon} \quad \text{mit } C_\mu = 0,09. \quad (2.27)$$

Hier wird die Wirbelviskosität nach Ausdruck (2.28) definiert.

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega}. \quad (2.28)$$

Vergleichbar zu dem Ansatz des $k - \varepsilon$ - Modell können die beiden Transportgleichungen nach (Wilcox (1998)) wie folgt geschrieben werden.

Turbulente kinetische Energie:

$$\frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_{tk}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right). \quad (2.29)$$

Turbulente Dissipation:

$$\frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{Pr_{t\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right). \quad (2.30)$$

Hier werden β^*, α, β als Schließungskoeffizienten verwendet. Zudem ist Pr_{tk} die turbulente Prandtlzahl für k und $Pr_{t\omega}$ die turbulente Prandtlzahl für ω .

Das $k - \omega$ - Modell liefert bessere Ergebnisse für verzögerte Grenzschichten und abgelöste Strömungen und ist daher besser für den wandnahen Bereich geeignet als das $k - \varepsilon$ - Modell, Es neigt aber zu einer starken Empfindlichkeit gegenüber Außerturbulenzparametern (Menter (2006)). Um die Vorteile der beiden Modelle nutzen zu können wäre nun eine Kombination aus beiden Modellen ideal. Das im folgenden Abschnitt beschriebene SST Modell bietet eine solche Kombination.

2.4.3 SST-Modell

Beim „Shear-Stress-Transport“ (SST) - Modell handelt es sich um eine Kombination aus dem $k - \varepsilon$ - Modell für die von der Wand entfernten Bereiche und dem $k - \omega$ - Modell in Wandnähe. Für die Gleichung der turbulenten kinetischen Energie (2.31),

$$\frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\tilde{Pr}_{tk}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right). \quad (2.31)$$

benutzt man den selben Ansatz wie beim $k - \omega$ - Modell. Um die turbulente Scherspannung zu berücksichtigen wird die Definition der Wirbelviskosität modifiziert. Ferner müssen die Koeffizienten angepasst werden (Menter (2006)).

Bei der Gleichung der spezifischen Dissipation (2.32)

$$\frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \tilde{\alpha} \frac{\omega}{k} P_k - \tilde{\beta} \rho \omega^2 + (1 - F_1) \frac{2}{Pr_{t\omega}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\tilde{Pr}_{t\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right), \quad (2.32)$$

sind die Koeffizienten $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\beta}$, $\tilde{Pr}_{t\omega}$ abhängig von der Verschneidungsfunktion („blending – function“) F_1 (2.33).

$$\tilde{\alpha} = \alpha_{k-\omega} \times F_1 + \alpha_{k-\varepsilon} (1 - F_1). \quad (2.33)$$

Die Definition der Verschneidungsfunktion F_1 wird durch Gleichung (2.34) ausgedrückt.

$$F_1 = \tanh \left(\left(\min \left(\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho \tilde{Pr}_{t\omega} k}{CD_{k\omega} y^2} \right) \right)^4 \right). \quad (2.34)$$

Darin stellt y den Abstand zur nächstgelegenen Wand dar. $CD_{k\omega}$ gehorcht folgendem Zusammenhang (2.35).

$$CD_{k\omega} = \max \left(2 \cdot \rho \cdot \tilde{Pr}_{t\omega} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right). \quad (2.35)$$

Während beim $k-\varepsilon$ und $k-\omega$ – Modell zu hohe Schubspannungen in Strömungen mit Druckgradienten vorhergesagt werden, wird das Ablöseverhalten zu wenig oder gar nicht prognostiziert. Das SST – Modell erzwingt hingegen die „Bradshaw“-Relation (2.36), die eine bessere Vorhersage des Ablöseverhaltens erlaubt (Fischer (2008)).

$$\overline{-uv} = a_1 \cdot k \text{ mit } a_1 = 0,31. \quad (2.36)$$

Die turbulente Wirbelviskosität wird nach Zusammenhang (2.37) beschrieben.

$$\mu_t = \rho \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)}. \quad (2.37)$$

Darin taucht der absolute Wert der Vortizität $\Omega = \partial u / \partial y$ und eine zweite Verschneidungsfunktion F_2

$$F_2 = \tanh \left(\left(\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right)^2 \right), \quad (2.38)$$

auf, die den Wert eins bei Grenzschichtströmungen und null bei freien Scherströmungen einnimmt. Um die Vorhersage von Turbulenz in stagnierenden Strömungsgebieten zu ver-

meiden, kommt ein Produktionsbegrenzer („production-limiter“) im SST Modell zum Einsatz (2.39) (Fischer (2008)).

$$P_k = \mu_t \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \rightarrow \tilde{P}_k = \min(P_k, 10 \cdot \beta^* \rho k \omega). \quad (2.39)$$

2.5 Randbedingungen

2.5.1 Randbedingungen der Geschwindigkeit

In Kanalströmungen ist der Fluidbereich durch undurchdringbare Wände begrenzt. Es gilt dabei die Haftbedingung an der Wand, die besagt, dass die Fluidgeschwindigkeiten an der Wand gleich null sind. Beziehung 2.40 gibt dieses Verhalten mathematisch wieder.

$$u_i \Big|_{r=0} = 0, i = 1, 2, 3. \quad (2.40)$$

2.5.2 Randbedingungen des Temperaturfeldes

Grundsätzlich besteht die Möglichkeit an den Rändern des Fluidbereichs zwei verschiedene Bedingungen an das Temperaturfeld zu stellen. Hierbei besteht die Randbedingung entweder darin, die Temperatur der Wand-Fluid-Grenzfläche (engl.: wall-interface-temperature) explizit vorzugeben oder den normal zur Wand stehenden Wärmefluss q'' vorzugeben. Da die erste Möglichkeit in dieser Arbeit nicht zum Einsatz kommt, wird auch nicht näher darauf eingegangen. Bei der zweiten Möglichkeit erfolgt der Energieeintrag in das Fluid durch den Wärmefluss q'' , woraufhin sich die Wandtemperatur T_w einstellt. An der Wand selbst verschwinden die konvektiven Anteile des Wärmetransports. Dadurch ergibt sich nach dem Fourierschen Gesetz der Wärmeleitung, dass der normal zur Wand stehende Temperaturgradient gleich dem Wandwärmefluss (Flächenleistungsdichte) q'' ist. Ausdruck (2.41) zeigt diese Beziehung.

$$q'' = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0}. \quad (2.41)$$

Als charakteristische Temperaturdifferenz ΔT_{char} kommt folgende Beziehung 2.42 zum Einsatz. Dabei gehen in 2.42 die Wärmeleitfähigkeit λ [W/mK] und der charakteristische Durchmesser d_r [m] des Heizstabes ein.

$$\Delta T_{char} = \frac{q'' \cdot d_r}{\lambda}. \quad (2.42)$$

Gleichung 2.42 wird in dieser Arbeit auch zur Normierung der Temperaturen verwendet.

2.6 Statistische Betrachtung turbulenter Strömungsgrößen

2.6.1 Definitionen

Bei der Betrachtung eines ausreichend großen Fluidvolumens in einem Strömungsgebiet fordert die Kontinuitätsgleichung, dass lokale Geschwindigkeitsfluktuationen durch entsprechende Gegenbewegungen ausgeglichen werden. Dadurch gelangt man zu der Vorstellung, dass bei einer turbulenten Strömung dem mittleren Strömungszustand einzelne Wirbel unterschiedlicher Struktur, Intensität und Größe überlagert sind. Die Wirbel werden dabei fortlaufend gebildet, deformiert und dissipiert.

Die physikalischen Größen zur Beschreibung der Fluidströmung hängen stochastisch vom Ort (x, y, z) oder (z, r, Φ) und von der Zeit t ab. Der zeitliche Verlauf einer bestimmten Zustandsgröße h in einer turbulenten Strömung kann somit nicht durch mathematische Funktionen beschrieben werden. Es ist daher erforderlich, Kenngrößen zu definieren, die eine integrale Beurteilung des Zeitverhaltens ermöglichen. Da im vorliegenden Fall mit stationär eingelaufenen Zuständen gearbeitet wird, genügt es, die Kenngrößen für stationäre Turbulenz anzugeben. Mit der nach Reynolds üblichen Aufspaltung der Zustandsgröße h in einen ortsabhängigen Mittelwert und einen orts- und zeitabhängigen Schwankungswert ergibt sich der aus 2.12 bekannte Zusammenhang $h(x_i, t) = \bar{h}(x_i) + h'(x_i, t)$.

Der zeitliche Mittelwert im Zeitintervall τ ist definiert durch:

$$\bar{h}(x_i) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} h(x, y, z, t) dt. \quad (2.43)$$

Das Zeitintervall τ muss hierbei so groß gewählt werden, dass eine weitere Vergrößerung keinen Einfluss mehr auf den Wert des Integrals hat. Bei dieser Definition ist der Mittelwert einer Schwankungsgröße stets Null:

$$\overline{h'} = 0. \quad (2.44)$$

Der zeitliche Verlauf einer Zustandsgröße $h(x_i, t)$ wird im Allgemeinen als Signal, der um den Mittelwert $\bar{h}(x_i)$ bereinigte Zeitverlauf des Schwankungswertes $h'(x_i, t)$ als Fluktuation bezeichnet. Der zeitliche Mittelwert einer Potenz der Schwankungsgrößen $\overline{h'^n}$ wird als Moment n-ter Ordnung der Größe h' bezeichnet:

$$\overline{h'^n} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} h'^n dt. \quad (2.45)$$

Für $n = 2$ ergibt sich die Varianz:

$$\delta^2 = \overline{h'^2}. \quad (2.46)$$

Die Quadratwurzel der Varianz δ^2 (2.47)

$$\delta = \sqrt{\overline{h'^2}}, \quad (2.47)$$

wird auch als Intensität, Streuung, Standardabweichung oder auch RMS- (Root-Mean-Square) Wert bezeichnet. Für die Bildung der relativen Intensität (2.48)

$$\tilde{\delta} = \frac{\sqrt{\overline{h'^2}}}{\overline{h}}, \quad (2.48)$$

bezieht man diese auf den zeitlichen Mittelwert. Für ein zeitlich konstantes Signal ist die Intensität Null. Ihre Größe ist ein Maß dafür, wie stark ein Zeitsignal um seinen Mittelwert schwankt.

Die relative Intensität der Strömungsgeschwindigkeit wird als Turbulenzgrad Tu ,

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{h_i'^2})}}{|\overline{h_i}|}. \quad (2.49)$$

bezeichnet. Wenn nur eine Geschwindigkeitskomponente u_i betrachtet werden kann, so ist es üblich den Turbulenzgrad folgendermaßen zu bilden.

$$Tu_i = \frac{\sqrt{\overline{u_i'^2}}}{u_i}. \quad (2.50)$$

Dabei ist u_i die mittlere Geschwindigkeit in der betrachteten Richtung i . Anstelle der mittleren lokalen Geschwindigkeit kann der Turbulenzgrad in beiden Definitionen auch mit der mittleren Kanalgeschwindigkeit u_0 gebildet werden. Nach Jischa (1982) und Schlichting (2006) beträgt der Turbulenzgrad hinter einem Turbulenzgitter $1\% < Tu < 3\%$, in der Nähe einer festen Wand ca. $Tu = 10\%$ und in einem turbulenten Freistrahle oder Nachlauf $Tu > 10\%$. Für die Einteilung turbulenter Strömungsformen sind folgende Begriffe üblich: *stationäre*, *homogene*, *isotrope* und *anisotrope Turbulenz*.

Man spricht von *stationärer Turbulenz*, wenn die statistischen Eigenschaften einer turbulenten Strömung nicht vom Zeitpunkt ihrer Bestimmung abhängen. *Homogene Turbulenz* liegt dann vor, wenn alle statistischen Eigenschaften einer turbulenten Strömung nur von der Richtung, aber nicht vom Ort abhängen. In einer homogenen turbulenten Strömung spricht man von *isotroper Turbulenz*, wenn alle statistischen Strömungseigenschaften richtungsunabhängig sind. Jedoch sind in fast allen turbulenten Strömungen in Natur und Technik die Turbulenzgrößen in gewisser Hinsicht richtungsabhängig. Dieser Zustand wird mit *anisotroper Turbulenz* bezeichnet.

Die turbulente kinetische Energie bzw. die Turbulenzenergie wird nach der folgenden Formel gebildet:

$$k = \frac{1}{2}(\overline{h_i'^2}). \quad (2.51)$$

2.6.2 Auto- und Kreuzkorrelation

Die zeitlichen Mittelwerte von Produkten von Schwankungsgrößen werden als Korrelationen bezeichnet. Eine allgemeine Korrelationsfunktion Q ist nach (2.52) definiert.

$$Q = \overline{h_1' \cdot h_2' \dots h_n'} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} h_1' \cdot h_2' \cdot \dots \cdot h_n' dt. \quad (2.52)$$

Normiert mit den Intensitäten der einzelnen Signale erhält man den Korrelationskoeffizienten K .

$$K = \frac{h_1 \cdot h_2 \dots h_n'}{\sqrt{\overline{h_1'^2}} \cdot \sqrt{\overline{h_2'^2}} \cdot \dots \cdot \sqrt{\overline{h_n'^2}}}. \quad (2.53)$$

Beide Größen sind ein Maß für die Ähnlichkeit von Signalen, wobei der Korrelationskoeffizient Werte zwischen Eins (identisches Signal) und Null (unkorreliert) annimmt. Bei der Beschreibung turbulenter Strömungsvorgänge sind die Doppelkorrelationen ($n = 2$) von zentraler Bedeutung. Man unterscheidet diese in:

- Punktkorrelation: Es werden zwei verschiedene Größen an demselben Ort zur gleichen Zeit miteinander korreliert.
- Auto- oder Zeitkorrelation: Dieselbe Größe wird an demselben Ort zu verschiedenen Zeiten betrachtet.
- Raumkorrelation: An verschiedenen Orten r_1 und r_2 wird dieselbe Größe zur selben Zeit untersucht.
- Kreuzkorrelation: Dieselbe Größe wird zu verschiedenen Zeiten an verschiedenen Orten untersucht.

Bewegen sich die einzelnen Turbulenzwirbel mit der Grundströmungsgeschwindigkeit \bar{u} , so kann aus einem Zeitsignal direkt auf die Strukturgröße geschlossen werden. Der Zusammenhang zwischen räumlicher und zeitlicher Ableitung ist durch die Taylor-Hypothese gegeben.

$$\frac{\partial}{\partial t} h = -\bar{u} \frac{\partial}{\partial r} h. \quad (2.54)$$

Einem Zeitintervall Δt entspricht demnach der räumliche Abstand Δr .

$$\Delta r = -\bar{u} \cdot \Delta t. \quad (2.55)$$

Aus einer Frequenz f kann nach dieser Gesetzmäßigkeit die räumliche Wellenzahl k berechnet werden.

$$k = \frac{2\pi \cdot f}{u}. \quad (2.56)$$

Dadurch ist es möglich, aus einer Frequenzanalyse eines Messsignals an einem festen Punkt im Strömungsfeld auf die räumliche Struktur der Turbulenz zu schließen.

2.6.3 Leistungsdichtespektrum

Eine im Zeitintervall τ vorliegende, beliebige Zeitfunktion $h(t)$ kann durch eine harmonische Analyse in eine Fourierreihe entwickelt werden.

$$h(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(\omega_n t + \varphi_n); \quad (2.57)$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \tan \varphi_n = \frac{a_n}{b_n}; \quad \omega_n = \frac{2\pi \cdot n}{\tau};$$

$$a_n = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} \Phi(t) \cos(\omega_n t) dt; \quad n=0,1,2,\dots;$$

$$b_n = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} \Phi(t) \sin(\omega_n t) dt; \quad n=0,1,2,\dots$$

Für mittelwertfreie Signale h' ist $a_0 = 0$. Es ergibt sich so eine Darstellung der Funktion im Frequenzbereich. Führt man diese Darstellung in die Definition der Varianz (Gleichung 2.46) ein, so erhält man:

$$\overline{h'^2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2. \quad (2.58)$$

Daraus wird ersichtlich, aus welchen Frequenzanteilen

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}, \quad (2.59)$$

sich die Varianz des betrachteten Signals zusammensetzt. Die Summe der diskreten Werte $A_n^2 / 2$ bildet daher das Leistungsdichtespektrum $E(f)$ der Funktion $h(t)$.

Die Zusammensetzung nach Frequenzanteilen einer Punktkorrelation $\overline{h'_1 \cdot h'_2}$ ergibt sich durch Einsetzen der Fourierreihen der Funktionen h'_1 und h'_2 in Gleichung 2.52:

$$\overline{h'_1 \cdot h'_2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_{n,1} \cdot A_{n,2} \cdot \cos(\varphi_{n,1} - \varphi_{n,2}). \quad (2.60)$$

Die diskreten Werte $A_{n,1} \cdot A_{n,2} \cdot \cos(\varphi_{n,1} - \varphi_{n,2})$ ergeben das Korrelationsspektrum $\varphi_1 \varphi_2(f)$ der Größe $\overline{h'_1 \cdot h'_2}$.

2.7 Skalierung

Um bessere Aussagen bezüglich der Vergleichbarkeit der Messdaten zu erhalten erweist es sich als zweckmäßig, die physikalischen Größen mit geeigneten Bezugsgrößen zu skalieren. Da sich die vorliegende Problemstellung in einer Zylindergeometrie stattfindet, ist es zudem sinnvoll, auf Zylinderkoordinaten zurückzugreifen.

$$z^* = \frac{z}{A}; r^* = \frac{r - r_0}{r_{max} - r_0}; \Phi^* = \Phi; u^* = \frac{u}{u_0}; p^* = \frac{p}{u_0^2 \cdot \rho / 2}; \Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T_{char}}. \quad (2.61)$$

Als Bezugsgröße für die Längenkoordinate dient dabei eine charakteristische Länge A welche der Durchmesser d_r des beheizten Stabes ist. Um den Zylinderspalt dimensionslos darstellen zu können, wird der Radius r mit einem Referenzradius subtrahiert und durch eine feststehende charakteristische Radiendifferenz geteilt. Als charakteristische Bezugsgeschwindigkeit u_0 wird die aus dem Volumenstrom gewonnene mittlere Geschwindigkeit u_m verwendet. Die absolute Temperatur T wird zuerst auf eine Referenztemperatur T_0 bezogen und anschließend durch die in 2.5.2 vorgestellte charakteristische Temperaturdifferenz ΔT_{char} ($= q'' d_r / \lambda$) geteilt. Bei der Darstellung der radialen Temperaturen wird als Referenztemperatur T_0 die Einlauftemperatur T_{in} des Fluides in die Teststrecke gewählt.

Nachdem es im vorliegenden Experimentalaufbau technisch nicht möglich ist, die Wandtemperatur T_w des beheizten Stabes direkt zu erfassen, wird zur Bestimmung von T_w auf das logarithmische Gesetz der Wärmeleitung in Wandnähe zurückgegriffen. Dabei wird der von der Heizleistung \dot{Q} des Stabes erzeugte additive Teil der gemessenen Temperatur an der stabnächsten Stelle r_{max} nach Ausdruck (2.62) hinzugefügt. L steht hier für die gesamte beheizte Länge des Stabes, r_w für die Wandposition. An den unbeheizten Stellen des Stabes hilft das bei Fuchs (1973) vorgestellte Polynomfitverfahren weiter.

$$T_w = T(r_{max}) + \frac{\dot{Q} \cdot \ln\left(\frac{r_{max}}{r_w}\right)}{2\pi L \lambda}. \quad (2.62)$$

Bei der Betrachtung der Wärmeübergangsphänomene wird als Referenztemperatur T_0 die mittlere Fluidtemperatur oder auch Bulktemperatur T_m verwendet. Sie wird mit der Einlauftemperatur T_{in} und einem, vom Aspektverhältnis z/L der beheizten Stablänge L abhängigen additiven Teil bestehend aus der Heizleistung \dot{Q} , dem Massenstrom \dot{m} und der Wärmekapazität c_p nach Ausdruck (2.63) gebildet.

$$T_m = T_{in} + T_l = T_{in} + \frac{z}{L} \cdot \frac{\dot{Q}}{\dot{m} \cdot c_p}. \quad (2.63)$$

Da für große Pécletzahlen der diffusive Anteil des Wärmetransportes in axialer Richtung vernachlässigt werden kann, sind bei ausgebildeter hydraulischer Strömung die Einflüsse der axialen Lauflänge und Strömungsgeschwindigkeit korreliert. Bei Verwendung der reskalierten Axialkoordinate z^*/Pe können Ergebnisse verschiedener Experimente miteinander verglichen werden.

2.8 Strömung im Ringspalt

Da in dieser Arbeit sowohl turbulente Rohrströmungen als auch turbulente Strömungen im Ringspalt untersucht werden, behandelt dieser Abschnitt beide Strömungsarten. Anhand der Rohrströmung werden zudem grundlegende Effekte erklärt. Die dort eingeführten Zusammenhänge und Normierungen, werden auch bei der Erklärung des Sonderfalles der Ringspaltströmung wieder verwendet und an diese Strömungsform angepasst.

Hydraulisch voll eingelaufenen turbulente Rohrströmung

Bei einer eingelaufenen Rohrströmung gilt, dass es keine Veränderung der Geschwindigkeitskomponente u in Strömungsrichtung gibt. Unter Beachtung der Kontinuitätsgleichung entfallen die konvektiven Terme in der Impulsbilanz und es verbleibt in Zylinderkoordinaten:

$$\frac{\partial p^*}{\partial z^*} = \text{const} = -\lambda_f. \quad (2.64)$$

Der Verlustkoeffizient λ_f steht für den vom Strömungszustand unabhängigen dimensionslosen Druckgradient $\partial p^* / \partial z^*$. In dieser Arbeit, sowie im anglikanischen Schrifttum wird der sogenannte „Fanning friction factor“ f unter folgender Umrechnung verwendet:

$$f = \frac{\lambda_f}{4}. \quad (2.65)$$

Für die klassische Korrelation der turbulenten Rohrströmung nach Prandtl – Nikuradse ergibt sich für hydraulisch glatte Rohre:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,7372 \ln(Re \sqrt{f}) - 0,3946. \quad (2.66)$$

es kann aber nach Fuchs (1973) in einem Reynoldszahlbereich $3 \cdot 10^3 < Re < 3 \cdot 10^6$ die Formel von Koo angewendet werden.

$$f = 0,0014 + \frac{0,125}{Re^{0,32}}. \quad (2.67)$$

Kakaç et al., (1987) schlägt für die Berechnung in einem Reynoldszahlbereich $3 \cdot 10^4 < Re < 3 \cdot 10^7$ von f den auch in dieser Arbeit verwendeten Zusammenhang nach Techo vor.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,7372 \cdot \ln \frac{Re}{1,964 \ln Re - 3,8215}. \quad (2.68)$$

Diese Beziehungen gelten alle für technisch glatte Rohre. Bei zunehmender Rauigkeit müssen diese Gleichungen um einen Rauigkeitsfaktor erweitert werden. Siehe hierzu Perry et al. (1969, 1986).

Zur Unterstützung der folgenden Zusammenhänge über das Verhalten der hydraulisch eingelaufenen Rohrströmung dient die Abbildung 2.6.

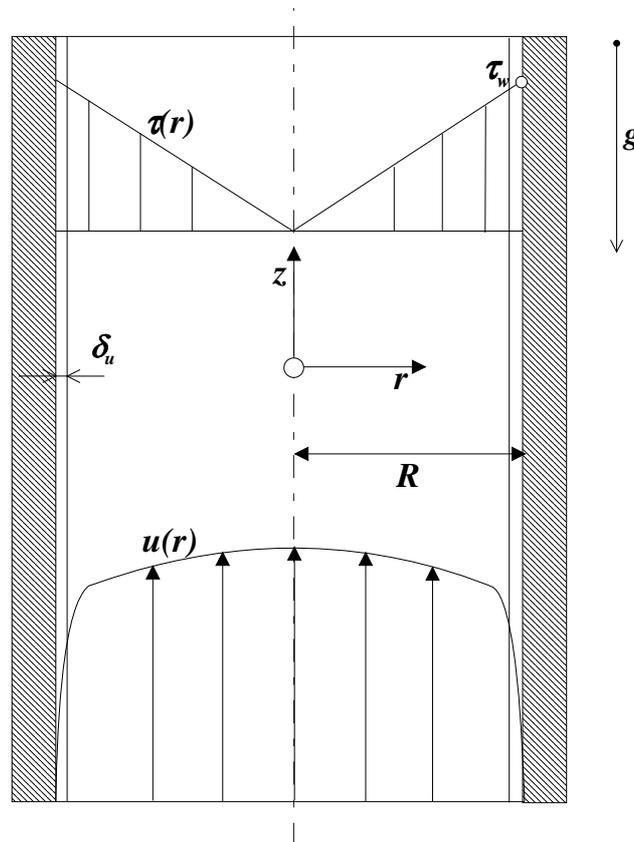


Abb. 2.6: Schema zur Vorstellung der hydraulisch eingelaufenen turbulenten Rohrströmung.

Mit der Randbedingung, dass die Schubspannungen in der Rohrmittle auf Null abfallen, folgt für die turbulente Schubspannung τ in Zylinderkoordinaten:

$$\tau(r) = -\frac{dp}{dz} \frac{r}{2}. \quad (2.69)$$

Ferner gilt für die Wandschubspannung τ_w :

$$\tau_w = -\frac{dp}{dz} \frac{R}{2} = \frac{\Delta p}{Z} \frac{R}{2}; \quad \frac{\tau(r)}{\tau_w} = \frac{r}{R} \quad (2.70)$$

mit der Druckdifferenz Δp über die Rohrlänge Z .

Bei der turbulenten Strömung müssen die Reynolds'schen Schubspannungen mit berücksichtigt werden. Es gilt:

$$\tau(r) = -\rho \nu \frac{d\bar{u}}{dr} + \rho \overline{u'v'}. \quad (2.71)$$

Dadurch lässt sich, wie in 2.3 bereits erwähnt keine geschlossene Integration mehr durchführen und es müssen Modellannahmen, wie zum Beispiel der Prandtl'sche Mischungswegansatz, dessen Herleitung in Jischa (1982) gefunden werden kann, für die Bestimmung von $\overline{u'v'}$ verwendet werden. Die universelle Darstellung der lokalen mittleren Geschwindigkeit \bar{u} wird als Außengesetz bezeichnet. Sie berechnet sich dabei wie folgt:

$$\frac{u_{max} - u(r)}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \left(\ln \frac{1 + \sqrt{r/R}}{1 - \sqrt{r/R}} - 2\sqrt{\frac{r}{R}} \right). \quad (2.72)$$

Der Einfluss der Reynoldszahl auf das Profil findet sich in der in Ausdruck (2.73) definierten Schubspannungsgeschwindigkeit.

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \sqrt{\frac{\lambda_f}{8}} \cdot u_0. \quad (2.73)$$

Das turbulente Geschwindigkeitsprofil ist energiereicher als das laminare Profil. Es wird mit zunehmender Reynoldszahl völliger. Durch den Ansatz

$$\frac{u(r)}{u_{max}} = \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.74)$$

kann das turbulente Geschwindigkeitsprofil der lokalen mittlern Geschwindigkeit \bar{u} gut approximiert werden. Dabei ist der Exponent eine Funktion der Reynoldszahl. Üblich ist ein Wert von $n = 7$, der jedoch mit zunehmender Reynoldszahl ebenfalls zunimmt.

Strömung in der Grenzschicht

Für die Beschreibung der Strömung in der Grenzschicht, hat sich eine spezielle Normierung, die so genannten Wandkoordinaten, auf die Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ eingebürgert. Die dimensionslosen Geschwindigkeit u^+ und der dimensionslose Wandabstand sind dabei wie folgt definiert:

$$u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau}; y^+ = \frac{r \cdot u_\tau}{\nu}. \quad (2.75)$$

Mit ihnen kann die Geschwindigkeitsverteilung in universeller Form angegeben werden. Direkt an der Wand gilt unter Beachtung der Haftbedingung $u(r=0) = 0$:

$$u^+ = y^+. \quad (2.76)$$

In dieser so genannten viskosen Unterschicht, welche in Abbildung 2.6 mit δ_i bezeichnet wird, ist die molekulare Schubspannung gegenüber der Reynoldsschen dominant. Entfernt man sich von der Wand, so nimmt der turbulente Anteil der Schubspannung schnell zu und der molekulare wird vernachlässigbar.

Es ergibt sich das logarithmische Wandgesetz

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C, \quad (2.77)$$

welches 1932 von Nikuradse mit den Konstanten $\kappa = 0,40$ und $C = 5,5$ angegeben wurde. Der Bereich zwischen der viskosen Unterschicht und der vollturbulente Grenzschicht wird im Allgemeinen durch eine Übergangsschicht beschrieben. Van Kármán gibt so für die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht an:

$$\begin{aligned} \text{Viskose Unterschicht:} \quad & u^+ = y^+; & \text{für } y^+ \leq 5; \\ \text{Übergangsschicht:} \quad & u^+ = 5 \ln y^+ - 3,05; & \text{für } 5 < y^+ \leq 30; \end{aligned} \quad (2.78)$$

$$\text{Vollturbulente Grenzschicht: } u^+ = 2,5 \ln y^+ + 5,5; \quad \text{für } y^+ > 30.$$

Beim Übergang aus der anisotrop turbulenten Grenzschicht in den Bereich isotroper Turbulenz der Kernströmung gilt das logarithmische Gesetz nicht mehr. Es geht über in ein Nachlaufgesetz, dass in Rohr- oder Kanalströmungen auch als Mittengesetz bezeichnet wird.

Die Abbildung 2.7 zeigt die Geschwindigkeitsverteilung nach den Gleichungen (2.78). Dabei wird die halblogarithmische Darstellung bevorzugt, um die Vorgänge in Wandnähe hervorzuheben.

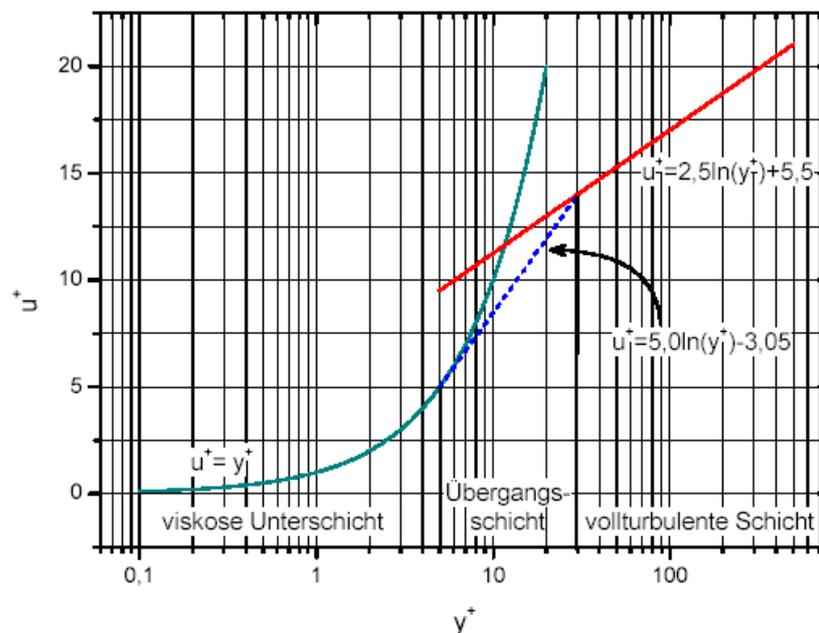


Abb. 2.7: Logarithmisches Wandgesetz der turbulenten Grenzschicht in Wandkoordinaten nach van Kármán (Lefhalm (2005)).

Turbulente Strömung im Ringspalt

Die Berechnung des Druckverlustbeiwertes f_c bei hydraulisch eingelaufener turbulenter Strömung im Ringspalt erfolgt nach Kakaç et al., (1987) nach dem Ausdruck (2.79).

$$f_c = \left(1 + 0,0925 \frac{r_i}{R} \right) f \quad (2.79)$$

Dabei wird der in dem Ausdruck (2.68) vorgestellte Zusammenhang für den Druckverlustbeiwert f in der Rohrströmung nach Techo verwendet.

Die Beschreibung der Strömungsverhältnisse bei hydraulisch eingelaufener Strömung im Ringspalt geschieht nach Knudsen und Katz (1979) für einen Reynoldszahlbereich $Re > 10^4$:

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(\frac{R-r}{R-r_m} \right)^{0,142} \quad \text{für } r_m \leq r \leq R; \quad (2.80)$$

$$\frac{u}{u_{\max}} = \left(\frac{r-r_i}{r_m-r_i} \right)^{0,102} \quad \text{für } r_i \leq r \leq r_m. \quad (2.81)$$

Die Radien R und r_i stehen dabei, wie in Abbildung 2.8 dargestellt, für die Begrenzung des Zylinderspaltes. Der Radius r_m bezeichnet den Ort der maximalen Geschwindigkeit. Dabei wird angenommen, dass es auch gleichzeitig der Radius ist, an dem keine Scherspannung auftritt. Folgender Zusammenhang für die Bestimmung von r_m wird von Kays und Leung (1963) vorgeschlagen:

$$\frac{r_m}{R} = \left(\frac{r_i}{R} \right)^{0,343} \left(1 + \left(\frac{r_i}{R} \right)^{0,657} - \left(\frac{r_i}{R} \right) \right). \quad (2.82)$$

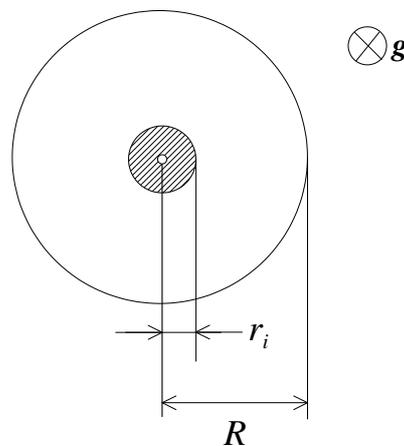


Abb. 2.8: Veranschaulichung der turbulenten Strömung im Ringspalt.

Die Normierung auf die Wandkoordinaten erfolgt dabei wieder nach Ausdruck (2.75). Nachdem es eine Wandschubspannung bei R und r_i gibt, existieren für diese beiden Randbereiche auch zwei Schubspannungsgeschwindigkeiten.

$$u_{\tau,R} = \sqrt{\frac{\tau_R}{\rho}}, \quad u_{\tau,i} = \sqrt{\frac{\tau_i}{\rho}}. \quad (2.83)$$

In Wandkoordinaten wurden von Knudsen und Katz (1979) folgende Geschwindigkeitsverteilungen ermittelt:

$$u_R^+ = 3,0 + 2,6492 \ln y_R^+ \quad \text{für} \quad r_m \leq r \leq R, \quad (2.84)$$

$$u_i^+ = 6,2 + 1,9109 \ln y_i^+ \quad \text{für} \quad r_i \leq r \leq r_m. \quad (2.85)$$

Dabei gilt:

$$u_R^+ = \frac{u}{u_{\tau,R}}, \quad u_i^+ = \frac{u}{u_{\tau,i}}, \quad (2.86)$$

$$y_R^+ = \frac{u_{\tau,R}(R-r)}{v}, \quad y_i^+ = \frac{u_{\tau,i}(r-r_i)}{v}. \quad (2.87)$$

Eine hydraulisch einlaufende Strömung im Ringspalt hat nach Rothfuss et. al. (1955) Auswirkungen auf den Druckverlust. Dies äußert sich in einer Änderung des Druckverlustbeiwertes nach den beiden folgenden Ausdrücken:

$$\frac{f_{einl,R}}{f_{einl,i}} = \frac{(r_i/R)(1 - (r_m/R)^2)}{(r_m/R)^2 - (r_i/R)^2} \quad (2.88)$$

$$f_{einl} = \frac{f_{einl,R}R + f_{einl,i}r_i}{R + r_i} \quad (2.89)$$

Auch hier gibt es wieder eine Unterscheidung zwischen den beiden, den Zylinderspalt begrenzenden Wänden. Der Druckverlustbeiwert für den Außenradius wird dabei mit $f_{einl,R}$ bezeichnet, $f_{einl,i}$ bezeichnet den Druckverlustbeiwert am Innenradius r_i . Die hydraulische Einlauflänge im Ringspalt wird dabei als Verhältnis L_H/D_h angegeben. Bei einer abgerundeten Spitze des Innenstabes beträgt $L_H/D_h < 12$ und bei einer stumpfen Spitze $L_H/D_h < 20$. Bei einer gepfeilten Spitze mit Öffnungswinkel $17^\circ < \alpha < 20^\circ$, wie sie uns später im Experiment begegnen wird $L_H/D_h < 5$. In der Abbildung 2.9 wird die einlaufende hydraulische Strömung im Ringspalt mit gepfeilter Spitze gezeigt. Dabei wird auch gezeigt, dass bei sich ausbreitender hydraulischer Grenzschicht δ_{vi} die Maxima der Geschwindigkeitsprofile von innen nach außen verschieben.

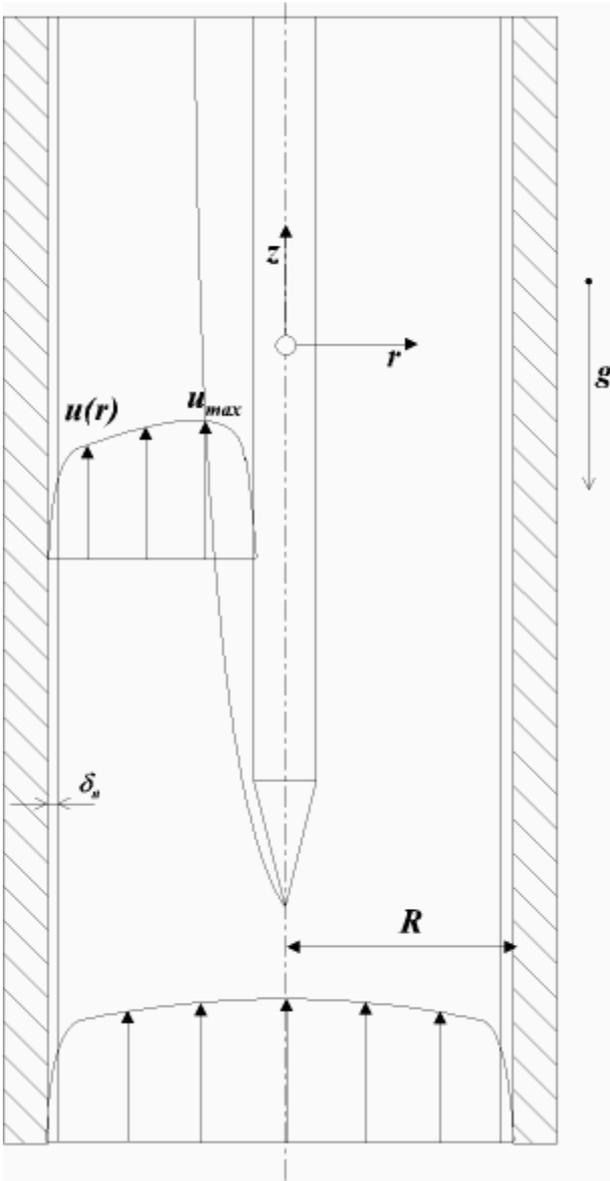


Abbildung 2.9: Die hydraulisch turbulent einlaufende Strömung im Ringspalt.

2.9 Übergänge Natur-, Misch- und Zwangskonvektion

Eine Abschätzung des Übergangs von Zwangskonvektion zu Mischkonvektion kann nach folgendem Kriterium von Müller (1999) gemacht werden:

$$\frac{\sqrt{Gr}}{Re} < 1. \quad (2.90)$$

Dieses Verhältnis betrachtet über die Grashofzahl den naturkonvektiven Auftriebseinfluss auf die Strömung. Der Einfluss der erzwungenen Strömung wird dabei mit der Reynoldszahl Re charakterisiert. Kleiner werdende naturkonvektive Auftriebseffekte äußern sich in kleiner werdenden Grashofzahlen. Der Einfluss der Zwangskonvektion äußert sich durch eine steigende Re . Dominiert in dem Verhältnis die Re , und wird dies kleiner eins, so kann der Auftriebseinfluss durch Naturkonvektion vernachlässigt werden. Naturkonvektion wird zum Beispiel durch größere Heizleistungen erzeugte Temperatur- und damit Dichteunterschiede hervorgerufen. Größer werdende Temperatur und Dichteunterschiede äußern sich in größer werdenden Grashofzahlen. Wird durch größer werdende Gr Verhältnis (2.90) größer eins, so muss man die durch Dichteunterschiede hervorgerufenen Auftriebseffekte mit berücksichtigen. Es kommt zu einer Überlagerung von Natur- und Zwangskonvektion der so genannten Mischkonvektion. Nach diesem Kriterium ist es jedoch nicht möglich, eine Abschätzung zu treffen, ob nun Mischkonvektion oder reine Naturkonvektion vorliegt.

Um genauer zwischen Natur-, Misch- und Zwangskonvektion unterscheiden zu können, hilft folgendes Kriterium nach Bejan (1984) weiter.

$$\frac{Ra^{0,333}}{Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}} = c^*. \quad (2.91)$$

Die darin enthaltene Rayleighzahl $Ra = Gr \cdot Pr$ wird aus dem Produkt von Grashofzahl Gr und Prandtlzahl Pr gebildet und stellt ebenfalls eine charakteristische Kennzahl für naturkonvektive Effekte dar. Dadurch ist auch Relation (2.91) im weitesten Sinne eine Verhältnisdarstellung von Gr zu Re . Durch die neu hinzugekommene Prandtlzahl werden hier auch molekulare Stoffwerte mitbetrachtet. Das Zustandekommen der Exponenten erklärt sich dabei wie folgt. Bei der reinen Naturkonvektion ist die Dicke der thermischen Grenzschicht invers proportional zu $Ra^{0,333}$. Hingegen ist bei der reinen Zwangskonvektion die Dicke der thermischen Grenzschicht invers proportional zu dem Produkt aus $Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}$ (Aicher (1997)). Dadurch gibt der Parameter c^* bei gegebenen Ra , Re und Pr , Auskunft über die signifikante Antriebskraft einer Strömung. Wird $c^* < 0,2$ so ist dies ein Indiz für reine Zwangskonvektion. Ist $c^* > 0,4$ so stellt die Naturkonvektion die dominierende Antriebskraft für die Fluidbewegung dar (Aicher (1997)). Durch eine Auftragung des Verhältnisses der gemessenen Nusseltzahl Nu zu der Nusseltzahl Nu_{FT} welche sich bei zwangskonvektiver turbulenter Konvektion unter den gleichen Randbedingungen ergeben würde, erhält man die Möglichkeit die Messergebnisse nach Natur-, Misch- und Zwangskonvektion zu unterscheiden.

Eine weitere Möglichkeit der Abschätzung ob ein Auftriebseinfluss vorliegt bietet die Abschätzung der Auftriebsgeschwindigkeit u_a mithilfe der Wandtemperatur. Sie berechnet sich nach Müller (1999) mit folgender Beziehung (2.92):

$$u_a = \left(1 - \frac{\rho_w}{\rho_b} \cdot g \cdot l_h \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.92)$$

Darin enthalten sind die Dichte gebildet nach Anhang C mit der Wandtemperatur T_w , die Dichte gebildet mit der Bulktemperatur T_m , die Erdbeschleunigung g und die beheizte Länge l_h . Ist das mit der Auftriebsgeschwindigkeit u_a und der mittleren Geschwindigkeit u_0 gebildete Verhältnis $u_a/u_0 < 0,1$ so spricht man von Mischkonvektion. Liegt dieses Verhältnis bei $u_a/u_0 > 0,5$, so nimmt die Auftriebsgeschwindigkeit eine dominierende Rolle bei der Gesamtgeschwindigkeit ein.

Generell ist außerdem zu beachten, dass die Transition von Zwangskonvektion zu Mischkonvektion, sowie der Umschlag von Misch- zu Naturkonvektion auch eine Funktion der beheizten Länge (in diesem Fall z^*) ist. Für genügend hohe z^* wird demnach immer ein Umschlag von Zwangs- zu Mischkonvektion und bei genügend weiterer beheizter Länge auch ein Umschlag von Misch- zu Auftriebskonvektion vorkommen.

3 Stand des Wissens und CFD Berechnungen

3.1 Stand des Wissens

Im Bereich der Untersuchungen der Flüssigmetalle wurde lange Zeit der Schwerpunkt auf Natrium oder Natrium – Kalium Legierungen gelegt, da insbesondere Natrium als Kühlmittel für schnelle Brüter gedacht ist und in Frankreich und Russland auch in dementsprechenden Anlagen verwendet wird. Dies hat auch historische Gründe, da es offensichtlich schneller gelang, Natrium in zufrieden stellender Handhabung zu beherrschen als Blei – Wismut. Die Verwendung von Blei – Wismut als Kühlmittel wurde zwar diskutiert (Weeks (1971)), jedoch wurde damals zugunsten Natrium entschieden. In Russland wurde Blei – Wismut versuchsweise bereits zur Kühlung von Kern - Reaktoren in militärischen Applikationen eingesetzt. Aufgrund der militärischen Geheimhaltung ist es nach wie vor schwierig an Informationen über die dort bereits gemachten Erfahrungen zu gelangen. Man weiß nur, dass auch dort der Umgang mit Blei – Wismut sehr schwierig gewesen sein muss, da diese Versuchsprojekte nach wenigen Jahren wieder eingestellt wurden.

Daher wurden wenige Veröffentlichungen gefunden, in denen speziell das Flüssigmetall Blei-Wismut im Focus der Untersuchungen steht. Es befinden sich darunter ältere Arbeiten von Seban und Casey (1956), sowie Subbotin (1969), wobei hier nur Temperaturen und weder Volumenströme noch Geschwindigkeitsverteilungen gemessen wurden. Wild et al. (1980, 1981) beschreibt mehrere Blei-Wismut Kreisläufe, die im Rahmen einer Realisierungsstudie für eine Spallationsneutronenquelle im Forschungszentrum Karlsruhe aufgebaut wurden. Damals wurden Technologien zur Volumenstrommessung mittels Wirkdruckverfahren und magnetisch induktiven Messeinrichtungen untersucht. Jedoch wird dabei eingeräumt, dass die Untersuchungen mit großen Unsicherheiten verbunden waren.

Erst seit der letzten Zeit wird flüssigem Blei – Wismut wieder mehr Aufmerksamkeit geschenkt. Dies ist dem in den letzten Jahren erneut aufkommenden Interesse an Blei - Wismut gekühlten Transmutationssystemen zu verdanken. Ob die bei anderen flüssigen Schwermetallen gewonnenen Erkenntnisse auf flüssiges Blei – Wismut übertragen werden können, ist fraglich, denn hinsichtlich der Messtechnik ist dies nicht möglich.

Bei Lefhalm (2005) wurden systematische Untersuchungen zur Volumenstrommessung durchgeführt, die auch Stieglitz (2007b) vorstellt. Für lokale Geschwindigkeitsmessungen in Blei-Wismut stellen die Veröffentlichungen von Eckert et al. (2003b) und Lefhalm (2005) die einzige Quelle dar. Beide wenden hierfür das Ultraschall Doppler Velocimetrie Verfahren zur Bestimmung der lokalen Geschwindigkeitsverteilung. Beide Arbeiten wurden mit einem Wellenleiter gleichen Typs durchgeführt und vermessen isotherme Strömungen.

Durch entscheidende physikalische Unterschiede lassen sich die umfangreichen, messtechnischen Erfahrungen aus der Natriumtechnologie wie zum Beispiel Fuchs (1973), Knebel (1993), Kapulla (2000) so wie Eckert und Gerbeth (2002) nicht auf flüssiges Blei-Wismut übertragen. Die typischen Arbeitstemperaturen von 200 bis 600 °C sind denen von PbBi Systemen ähnlich, doch schon durch die ca. zehnmals kleinere Dichte von Natrium im Vergleich

zu Blei- Wismut sind Verfahren, die die Kraftwirkung der Strömung nutzen, in flüssigem Blei – Wismut so nicht mehr möglich.

Zudem unterscheidet sich um mehr als eine Größenordnung die elektrische Leitfähigkeit von Blei – Wismut. Dies ermöglicht in Natrium einen effizienten Einsatz magnetisch induktiver Verfahren. Diese sind aber in Blei-Wismut nicht mehr ohne weiteres zu betreiben (Stieglitz (2003)). Durch die hohe Oberflächenspannung und der schlechten Benetzung ist der Einsatz der von Knebel (1993) und Kapulla (2000) verwendeten Potentialsonden in Blei – Wismut nicht mehr möglich. Vergleichbares gilt für die Messtechnik der Natrium-Kalium (NaK) Experimente von Burr (1998) und Barleon et al. (1996).

Quecksilber hat eine ähnlich hohe Dichte wie Blei – Wismut. Jedoch lässt sich mit Quecksilber auch bei Raumtemperatur experimentieren. Dies ermöglicht die Anwendung einiger Verfahren, die bei hohen Temperaturen nicht mehr anwendbar sind. Hierzu gibt es einige Arbeiten die mit dem Ultraschall Doppler Velocimetrie Verfahren arbeiten, wie zum Beispiel Take-da (1987, 2002) und Cramer et al. (2004). Durch die hohen Temperaturen und die hohe Korrosivität ist die Verwendung der Hitzdraht - Anemometrie, wie bei Baker und Anders (1990) in Quecksilber, in Blei-Wismut nicht einsetzbar.

Es wird dadurch eine fluidunabhängige Erweiterung der Betrachtung auf den gesamten Bereich der Strömungsmesstechniken wie sie Goldstein (1983) bietet, notwendig. Lefhalm (2005) bietet dazu eine Auswahl geeigneter Verfahren für die durch das flüssige Blei – Wismut vorgegebenen Einsatzbedingungen. Im Falle von Blei-Wismut ergeben sich die entscheidenden Problemstellungen aus den physikalischen Eigenschaften einer hohen Dichte, hoher Temperatur, niedriger elektrischer Leitfähigkeit und starker Korrosivität.

Eine für die gleichzeitige Vermessung von lokalen Temperaturen und Geschwindigkeiten bietet das von Meier (1968) erstmalig erwähnte Kombination aus einer Pitotsonde und einem Thermoelement an der Sondenöffnung. Diese Idee wird von Lefhalm (2005) wieder aufgegriffen und auf zwei Thermoelemente an der Sonden - Öffnung erweitert. Die Verwendung einer solchen Apparatur erweist sich speziell bei der Bestimmung der lokalen Geschwindigkeiten und deren Schwankungen für die vorliegende Arbeit als sehr hilfreich. Jedoch sind beim Einsatz dieser Messtechnik einige Korrekturen notwendig, die Wuest (1969), Benedict (1979) und Goldstein (1983) zusammenfassen.

Die Strömungsphänomene in einem Ringspalt werden von Rehme (1975) und Laufer (1953) in Luft untersucht. Eine gute Zusammenfassung für die eingelaufene Strömung im Ringspalt ist bei Kakaç et al., (1987) zu finden.

Hinsichtlich der Anwendung und Aussagekraft statistischer Methoden bei der Auswertung bieten Burr(1998), Knebel (1993) und Fuchs (1973) eine ausführliche Beschreibung und Zusammenfassung.

Bezüglich des Wärmeüberganges, insbesondere bei turbulenter Strömung in flüssigem Blei – Wismut in einem Ringspalt wurde keine Arbeit entdeckt. Hinsichtlich des turbulenten Wärmeüberganges in flüssigen Metallen bieten Kakaç et al., (1987) und Stieglitz (2007a) eine gute Zusammenfassung. Beide gehen dabei auf zwangskonvektive Wärmeübergangskorre-

lationen bei thermisch und hydraulisch eingelaufener Strömung im Ringspalt ein. Kakaç et.al. (1987) bietet zudem eine Zusammenfassung für Natur und Mischkonvektion bei verschiedenen Geometrien. Eine sehr ausführliche Zusammenfassung wird für die drei Phänomene Natur-, Zwangs- und Mischkonvektion auch in VDI (2006) präsentiert, jedoch wird dort nicht auf Fluide mit niedrigen Prandtlzahlen eingegangen.

Speziell dem Thema Mischkonvektion widmen sich Aicher (1997), Aung (1987), Jackson (1989), Petukhov (1977) sowie Swanson (1987). Aicher (1996) untersucht dabei den Mischkonvektiven Wärmeübergang in einem Ringspalt bei konstanter Wandtemperatur. In der Zusammenstellung von Jackson (1989) wird speziell auf die Rohrströmung eingegangen.

Für naturkonvektive Wärmeübergangskorrelationen erweisen sich die Zusammenfassungen in VDI (2006) und Kakaç et al., (1985) und (1987) als hilfreich. Jedoch werden auch hier entweder keine Vorschläge für niedrige Prandtlzahlen gemacht (VDI (2006)) oder nur thermisch und hydraulisch eingelaufene Strömungen betrachtet.

3.2 CFD Berechnung

Die Berechnung der radialen Temperaturprofile und der daraus resultierenden Grenzflächentemperatur werden mit dem kommerziellen CFD (Computational Fluid Dynamics) - Rechen-code „StarCD“ der Version V3.26 durchgeführt. Es wird dabei auf Rechnungen von L. Chandra, NRG (Nuclear Research Group, Petten, NL) und von A. Batta IKET (Institut für Kern- und Energietechnik, FZK, Karlsruhe) zurückgegriffen.

Bei der Rechnung von L. Chandra (Chandra (2008)) gelten dabei die Annahmen der stationären, turbulenten Strömung und die Reduzierung auf ein zweidimensionales Problem durch Achsensymmetrie. Als weitere Vereinfachungen werden die Wärmeverluste an die Umgebung vernachlässigt und ein konstanter Wärmestrom im beheizten Teil angenommen. Darüber hinaus wird die Kammer, in der die Pitotsonde „geparkt“ wird, nicht berücksichtigt. Batta hingegen verwendet zur ersten Überprüfung eine dreidimensionale Betrachtungsweise, in dem auch die Thermoelemente mitberücksichtigt werden (Batta (2008)).

Da aus vorhergehenden Studien bekannt ist (Maguin (2008)), dass bei Zwangskonvektion mit dem SST - Modell die besten Ergebnisse hinsichtlich einer originalgetreuen Abbildung erzielt werden können, verwenden beide das in Kapitel 2.4.3 vorgestellte SST – Modell. Wie bereits erwähnt handelt es sich dabei um eine Kombination aus dem $k - \varepsilon$ - Modell für die von der Wand entfernten Bereiche und dem $k - \omega$ - Modell in Wandnähe (Menter (2006)).

Batta (2008) nimmt bei der Simulation konstante Fluideigenschaften an. Als Einlaufftemperatur verwendet er eine Temperatur von $T_0 = 300\text{ °C}$. Es wird dabei von einer isothermen, eingelaufenen, turbulenten Strömung ausgegangen. In der Abbildung 3.1 a) ist der Stab mit seinen simulierten Details dargestellt. Die Abbildung 3.1 b) zeigt das Netz für die Strömungssimulation.

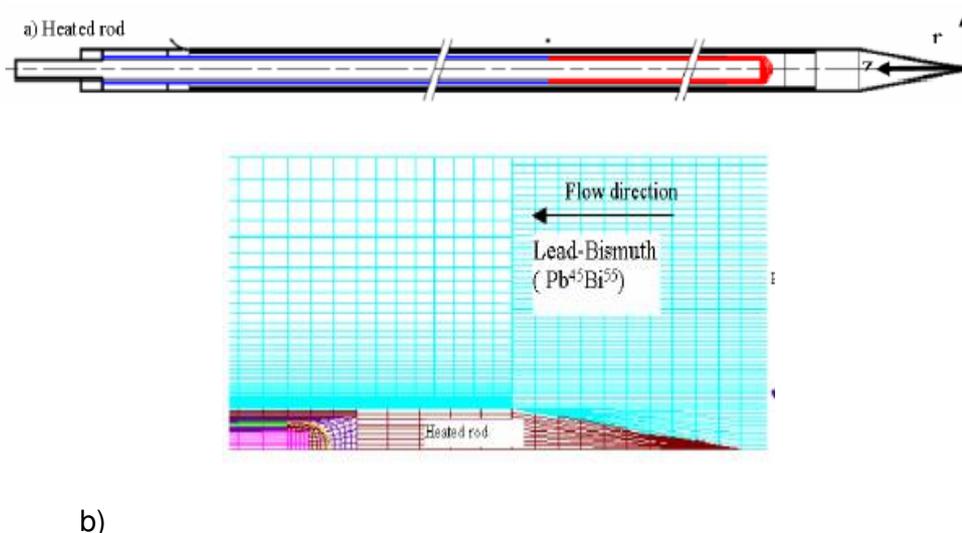


Abbildung 3.1: a) Darstellung des beheizten Stabes mit den simulierten Details; b) Teil des Netzes für die CFD - Simulation. (Batta (2008)).

In Wandnähe wird das Netz verfeinert um in Wandkoordinaten ausgedrückt niedrige y^+ - Werte für das SST - Modell zu erhalten. Dies bietet den Vorteil, auch die laminare Unterschicht auflösen zu können, so dass auch die T^+ - Werte im linearen Bereich liegen. Daher ist man nicht gezwungen auf die, bei flüssigen Metallen mit hohen Unsicherheiten verknüpfte turbulente Prandtlzahl (Kapitel 2.4) bei der Modellierung zurückgreifen zu müssen. Bei der Simulation wird eine konstante Reynoldszahl $Re = 3,1 \cdot 10^5$ im Ringspalt, eine konstante Heizleistung von $P = 20\text{kW}$ und eine beheizte Länge von $z = 870\text{ mm}$ mit einem unbeheizten Frontalteil von 52 mm angenommen. Der Öffnungswinkel der Stabspitze beträgt, wie später im Experiment $\alpha = 18,63^\circ$. Die Abstandshalter des beheizten Stabes haben einen Abstand von jeweils 370 mm .

Chandra (2008) geht in seiner Simulation ebenfalls von einer stabilen, isothermen und turbulenten Strömung aus. Auch er verwendet eine Einlauftemperatur von $T_0 = 300^\circ\text{C}$ und konstante Fluidaten nach Anhang C. Als beheizte Länge benutzt er 860 mm mit einem unbeheizten Frontalteil von insgesamt 52 mm . Auch hier beträgt der Öffnungswinkel der Stabspitze beträgt, wie später im Experiment $\alpha = 18,63^\circ$. Es wird für die Simulation, wie bei Batta (2008) von einer $Re = 3,1 \cdot 10^5$ ausgegangen. Die Heizleistung beträgt hier jedoch $P = 9\text{kW}$. Bei der Gitterweite wird zwischen einem feinen und groben Netz unterschieden. In Wandkoordinaten betragen die Gitterweiten $y^+ = 3$ für das grobe und $y^+ = 1,5$ für das feine Netz. Die Abbildung 3.2a) und b) zeigen die beiden Netze.

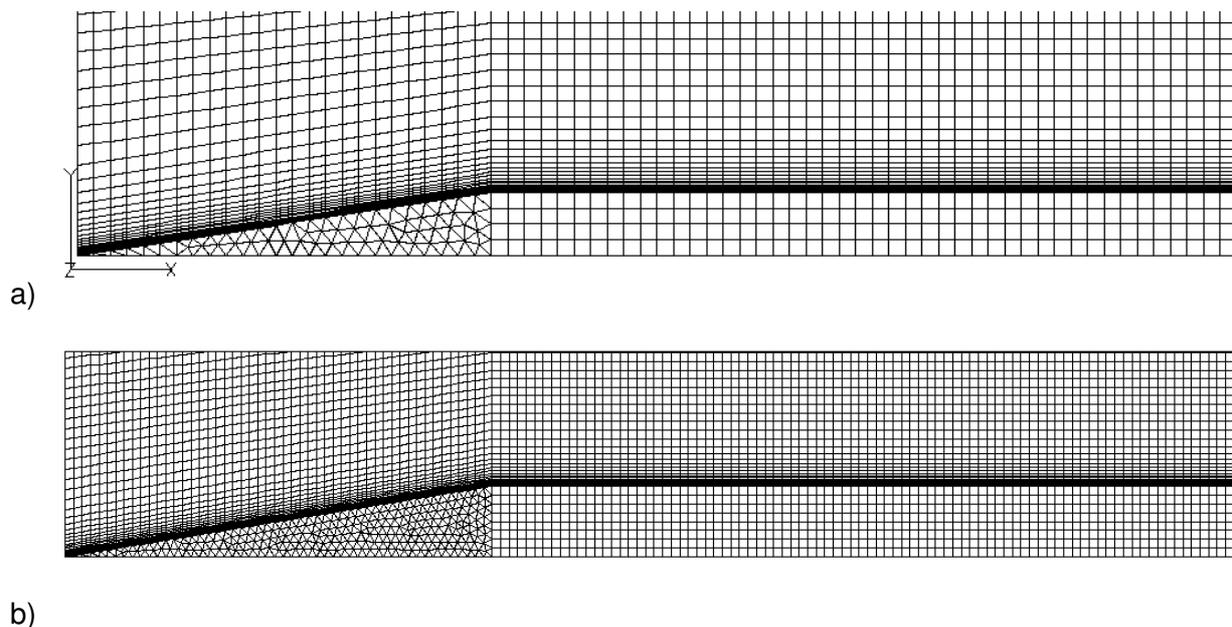


Abb. 3.2: a) Grobes Netz und b) feines Netz für die CFD – Simulation von Chandra (2008).

Durch die unterschiedlichen Netze resultieren für das grobe Netz 69.000 Berechnungsvolumen und für das feine Netz 230.000 Berechnungsvolumen. Chandra (2008) stellt jedoch bei den Ergebnissen keinen Unterschied zwischen dem groben und feinen Netz fest. Bei der Berechnung wird ein SST – Model mit automatischer Wandfunktion verwendet. Die Berechnung wird mit und ohne Auftriebsterm durchgeführt. Auch hier stellt Chandra (2008) keinen nennenswerten Unterschied fest, so dass er den Auftriebseinfluss vernachlässigt.

Der Vergleich zwischen den berechneten und gemessenen Werten erfolgt in Kapitel 5.

4 Experimenteller Aufbau und Messtechnik

Alle Experimente werden an einer Teststrecke, die in den Thesys 2 Kreislauf (Technologies for **Heavy Liquid Metal Systems**, 2.Version) eingebettet ist, am Kalla - Labor (Karlsruhe Liquid metal Laboratory) im IKET (Institut für Kern- und Energietechnik) des FZK (Forschungszentrum Karlsruhe) durchgeführt. Die gut ausgebaute Infrastruktur und die rasche Erledigung vieler Probleme auf „kleinem Dienstweg“ haben den Experimentalbetrieb überhaupt erst ermöglicht.

4.1 Der THESYS 2 Kreislauf

Der Thesys 2 Kreislauf dient der Erforschung und Entwicklung von Technologien für das flüssige Schwermetall Blei – Wismuth (PbBi). Neben der in dieser Arbeit verwendeten Teststrecke zur Untersuchung des turbulenten Wärmetransports in PbBi sind weitere Experimentaleinrichtungen zur Untersuchung des Sauerstoffgehaltes in PbBi und der Durchflussbestimmung eingebaut.

4.1.1 Kreislaufaufbau

Der Aufbau des Thesys 2 Kreislaufs und seiner Komponenten ist schematisch in der Abbildung 4.1 dargestellt.

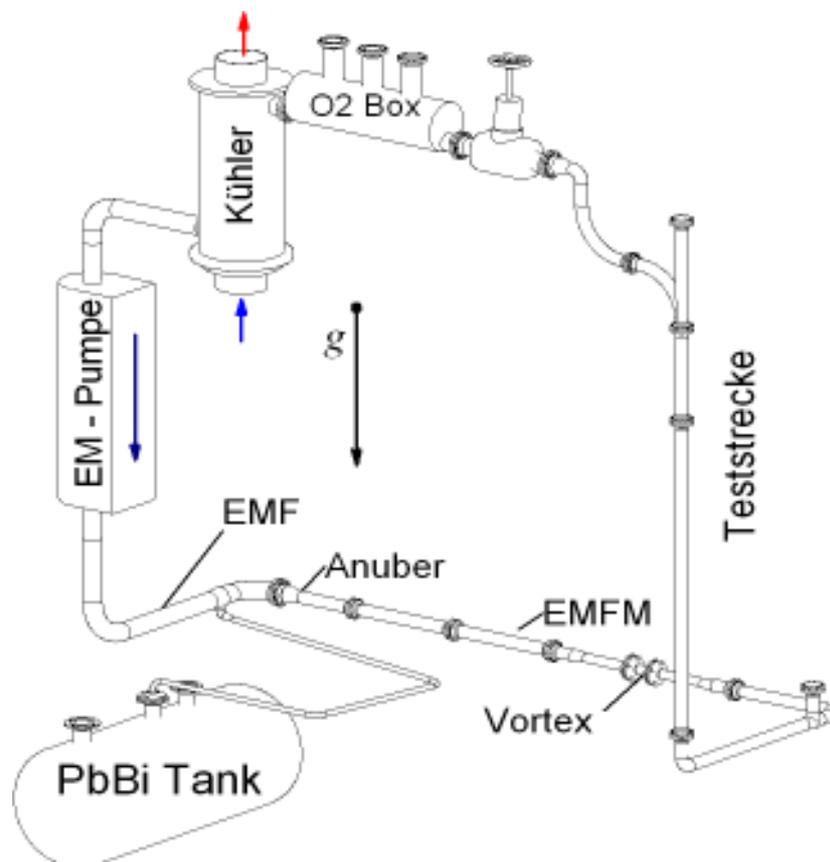


Abb. 4.1: Schematischer Aufbau des Thesys 2-Kreislaufs mit seinen Komponenten.

Der mit „Teststrecke“ bezeichnete Abschnitt dient der Untersuchung des turbulenten Wärmeübergangs. Er wird ausführlich in Kapitel 4.2 behandelt. Die mit „O₂ Box“ gekennzeichnete Sektion dient der Regelung des Sauerstoffgehaltes in flüssigem PbBi. Hier ist eine speziell für diesen Anwendungsfall konzipierte Lambdasonde eingebaut. Zur Steuerung des Sauerstoffgehaltes im Flüssigmetall wird in diesem Behälter ein spezielles Argon - Wasserstoff - Gasgemisch (ArH₂) im Gegenstrom über die freie Flüssigkeitsoberfläche geleitet. Dieses System ist dazu gedacht, die Flüssigmetalloxidation in Grenzen zu halten.

Der Luftkühler dient zur Temperaturregelung und führt dabei Wärme ab. Mit der elektromagnetischen (EM) - Pumpe wird der Zwangsumlauf des Fluides geregelt. Bei einem maximalen Durchfluss von 14 m³/h und des im Kreislauf verwendeten Rohr(innen)durchmessers von $D = 60$ mm ist bei einer maximalen Fluidtemperatur von $T = 400$ °C eine Reynoldszahl von ca. $Re = 5,5 \cdot 10^5$ möglich. Zur Veranschaulichung: Bei einer Dichte, welche 10mal so hoch ist, wie die von Wasser (siehe Anhang C), sind dies bei einem Durchfluss von $\dot{V} = 14$ m³/h ca. 140 Tonnen, die pro Stunde bewegt werden. Nach der Pumpe sind vier Durchflussmesser eingebaut, die jeweils nach einem unterschiedlichen physikalischen Prinzip arbeiten.

Die Rohre des Kreislaufes haben, sofern nicht anders erwähnt, einen Innendurchmesser von $D = 60$ mm und sind gänzlich aus rostfreiem Stahl DIN 1.4849 gefertigt. Da PbBi erst ab einer Temperatur von $T = 125$ °C flüssig wird, sind um alle flüssigkeitsführenden Leitungen Begleitheizungen angebracht. Sie ermöglichen Fluidbetriebstemperaturen von 200 °C $< T < 400$ °C. Um die Wärmeverluste so gering wie möglich zu halten, dient als Isolation eine ca. 20 cm dicke Verbundisolation aus Edelstahlfolie an den Begleitheizungen und mehreren darüberliegenden Schichten Steinwolle. Den Abschluss bildet eine Aluminiumfolie oder eine Aluminiumkaschierung. Das Ergebnis aller Isolationen ist eine Gesamtwärmeleitfähigkeit von $\lambda_i = 0.043$ W/(mK).

Das Füllmedium PbBi selbst ist eine eutektische Mischung aus 45% Blei (Pb) und 55% Wismuth. Die Angaben erfolgen hier in Gewichtsprozent. Trotz aller Vorkehrungen zur Vermeidung der Flüssigmetalloxidation fällt auf, dass das hier verwendete PbBi zu teilweise starker Oxidbildung neigt. Durch die daraus resultierenden Ablagerungen kommt es regelmäßig zu Verstopfungen bei der eingesetzten Messtechnik.

4.1.2 Instrumentierung

Durchflussmesser

Im Thesys 2 Kreislauf kommen zur Durchflussmessung vier physikalisch unterschiedliche Messprinzipien zum Einsatz. Es handelt sich dabei um eine elektromagnetische Durchflussmesseinrichtung (EMF), einen elektromagnetischen Frequenzdurchflussmesser (EMFM), ein Annubar Differenzdruckmesssystem (Annubar) und einen Wirbelfrequenzdurchflussmesser (Vortex), welche in dieser Reihenfolge genauer beschrieben werden.

Elektromagnetischer Durchflussmesser (engl.: **elektromagnetic Flowmeter: EMF**)

Eine bewegte elektrisch leitfähige Flüssigkeit (hier flüssiges PbBi) wird senkrecht zur Strömungsrichtung von einem Magnetfeld durchsetzt. Nach dem Faradayschen Gesetz wird da-

durch ein elektrisches Feld induziert. Zwei Elektroden, die senkrecht zu Magnetfeld und Strömungsrichtung angebracht sind, greifen die induzierte Spannung U_{ind} ab. Dabei ist U_{ind} direkt proportional zum Durchfluss. Folgende Beziehung gilt für ein rotationssymmetrisches Strömungsprofil und einem idealisierten langen, homogenen Magnetfeld B mit $\nabla \cdot B(t) = 0$:

$$U_{ind} = c \cdot u_0 \cdot B \cdot D, \quad (4.1)$$

mit der Strömungsgeschwindigkeit u_0 , einer Konstante c und dem Rohrdurchmesser D . Das Prinzip der Messanordnung ist in der Abbildung 4.2 dargestellt.

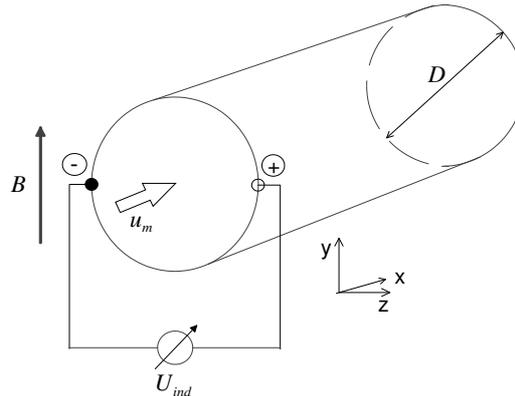


Abb. 4.2: Schemaskizze der Wirkungsweise eines elektromagnetischen Durchflussmessers.

Da die beiden Elektroden zum Abgriff von U_{ind} direkten Kontakt mit dem Fluid haben, sind sie sehr empfindlich gegenüber Ablagerung und Oxidation was wiederum den Leitwert und somit das Messergebnis beeinflusst. Ferner ist dieses Messprinzip auch stark temperaturabhängig. Dadurch ist für jede Betriebstemperatur des Kreislaufes eine eigene Kalibrierung nötig. Die Auflösungsfrequenz liegt im Zeitbereich bei $f = 500$ Hz mit einer Messgenauigkeit von $\pm 1\%$.

Elektromagnetischer Frequenzdurchflussmesser (Elektromagnetic Freq. Flowmeter: EMFM)

Die Abbildungen 4.3 zeigen die Prinzipskizzen des EMFM.

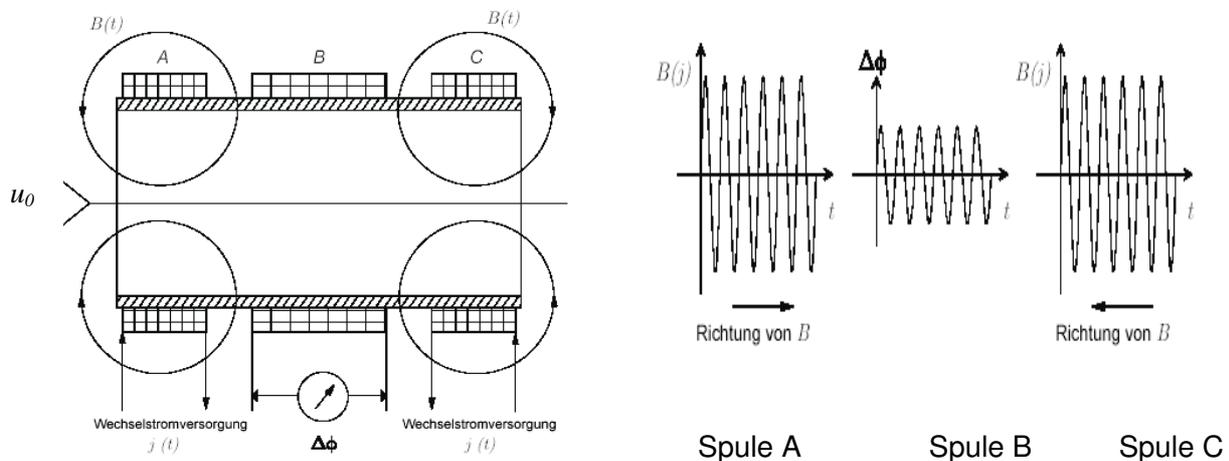


Abb. 4.3: a) Spulenanordnung; b) Arbeitsprinzip des EMFM (Lefhalm (2005)).

Das Messprinzip beruht auf der Tatsache, dass ein elektrisch leitfähiges Medium in einem auferlegten magnetischen Wechselfeld $B(t)$ ein weiteres Wechselfeld B' induziert, welches dem Durchfluss proportional ist (Stieglitz (2007b)).

Zwei Erregerspulen (A, C) erzeugen entgegengerichtet magnetische Wechselfelder, welche sich im Idealfall bei Strömungsstillstand an der Empfängerspule (B) auslöschen. Wird das Fluid bewegt, so wächst die Amplitude des Empfangssignals $\Delta\Phi$ direkt proportional zum Durchfluss. Erste Anwendungen in Kombination mit Blei-Wismut gab es bei Lefhalm (2005). Inzwischen wurden jedoch deutliche Verbesserungen im Bereich der elektromagnetischen Schirmung und einer optimierten Signalzu- und abführung getroffen. Der elektromagnetische Frequenzdurchflussmesser befindet sich noch auf Entwicklungsniveau. Der größte Vorteil des EMFM liegt darin, dass vollständig kontaktlos zum vermessenden Medium arbeitet. Somit man ist nicht auf strömungsbeeinflussende Elemente im Fluidstrom angewiesen, die einen Druckverlust erzeugen. Da das Übertragungsverhalten des Fluides temperaturabhängig ist muss für jede Betriebstemperatur eine eigene Kalibrierung angefertigt werden. Je nach Betriebsfrequenz liegt die Auflösungsgrenze des EMFM bei $235 \text{ Hz} < f < 471 \text{ Hz}$ im Zeitbereich. Die Genauigkeit liegt bei $\pm 1\%$.

Annubar Differenzdruckmesssystem (Annubar)

Bei dem Annubar Differenzdruckmesssystem der Fa. Emerson Process Management wird die Druckdifferenz welche bei der Flüssigkeitsumströmung eines festen Körpers in entsteht, vermessen. Diese Druckdifferenz $\Delta p = p_1 - p_2$ entsteht durch die unterschiedlichen vor und nach dem Körper. Sie steigt mit dem Quadrat der mittleren Strömungsgeschwindigkeit u_m an. Das Prinzip und die Form des umströmten Körpers sind in der Abbildung 4.4 zu sehen.

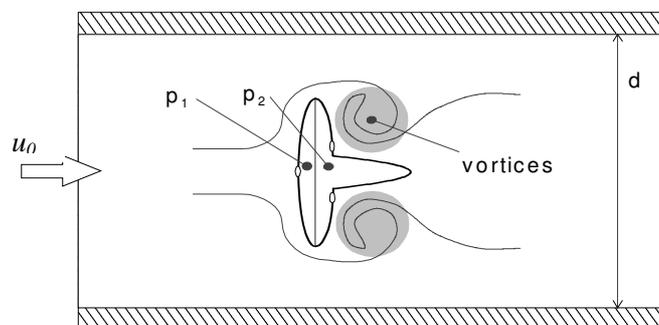


Abb. 4.4: Wirkungsweise des Annubar Differenzdruckmesssystems.

Mit diesem System lassen sich Durchflüsse von $0,5 < \dot{V} < 20 \text{ m}^3/\text{h}$ vermessen. Da die Drücke p_1 und p_2 über eine relativ lange Wegstrecke von ca. 1500 mm über ein Koppelfluid an den eigentlichen, kapazitiven Messaufnehmer weitergeleitet werden, sind schnelle Geschwindigkeitsschwankungen mit diesem System nicht zu erfassen. Die Auflösungsgrenze liegt im Frequenzbereich bei $f = 20 \text{ Hz}$ und beim Volumenstrom $\Delta\dot{V} = \pm 0,01 \text{ m}^3/\text{h}$

Wirbelfrequenzdurchflussmesser (Vortex)

Der Wirbelfrequenz-Durchflussmesser nutzt den von Strouhal und Kármán untersuchten Effekt der Wirbelbildung hinter einem von einer Flüssigkeit umströmten Störkörper. Dabei ist

in die Rohrleitung ein eckiger Störkörper eingebaut, an dessen Kanten sich wechselseitig Wirbel ablösen. Deren Frequenz f ist nach Formel 4.2 direkt proportional zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit u_0 (Schrüfer (1995)).

$$f = \frac{Str}{d} \cdot u_0. \quad (4.2)$$

Die Strouhalzahl Str ist dabei in einem weitem Bereich unabhängig von der Reynoldszahl Re . Das Prinzip des Wirbelfrequenz-Durchflussmessers zeigt die Abbildung. 4.5.

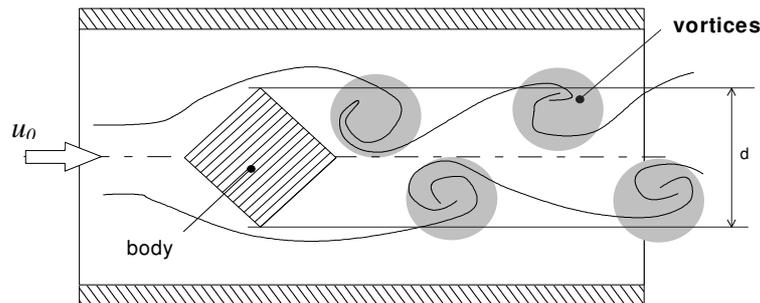


Abb. 4.5: Prinzip des Wirbelfrequenzdurchflussmessers (Vortex).

Der Messbereich des hier eingesetzten Wirbelfrequenzdurchflussmessers beträgt $2 < \dot{V} < 20 \text{ m}^3/\text{h}$. Die Auflösungsgrenzen liegen bei $\Delta \dot{V} = \pm 0.1 \text{ m}^3/\text{h}$ und $f = 20 \text{ Hz}$.

Drucksensoren

Die Messung des statischen Drucks vor und nach der EM-Pumpe, sowie im O_2 - Behälter übernehmen in dieser Anlage spezielle Absolutdrucksensoren vom Typ HEM-375M der Fa. Kulite. Zum besseren Schutz des eigentlichen Messaufnehmers vor zu hohen Temperaturen und Verunreinigungen ist an der Vorderseite des Sensors eine Membran aufgebracht. Über eine direkte mechanische Kopplung wird der Druck und dessen Schwankungen an den Messaufnehmer übertragen. Der Messaufnehmer selbst arbeitet mit einer piezoelektrischen Sensor. Auf diese Weise lassen sich Druckmessungen an bis zu 232°C heißen Medien realisieren. Die Abbildung 4.6 zeigt einen der verwendeten Kulite – Drucksensoren.



Abb. 4.6: Bild des Kulite – Drucksensors.

Durch eine maximale Auflösung von 4 kHz im Frequenzbereich eignen sich solche Drucksensoren auch gut zur Messung von Druckfluktuationen auf die in Kapitel 4.2.2 genauer eingegangen wird. Die Auflösungsgrenze im Druckbereich liegen bei $\Delta p = \pm 2 Pa$.

Thermoelemente

Fügt man zwei unterschiedliche metallische Werkstoffe an einer Stelle zusammen, so kann man am anderen Ende der beiden Werkstoffe eine Spannung detektieren, sofern sich die Verbindungsstelle auf einem anderen Temperaturniveau als der Messabgriff befindet. Der nach seinem Entdecker benannte Seebeck – Effekt beruht dabei auf materialspezifischen Verdichtungen des Elektronengases im jeweiligen Leitermaterial bei einem vorhandenen Temperaturgradienten. Zur Veranschaulichung stellt die Abbildung 4.7 das Prinzip dieser Messtechnik dar.

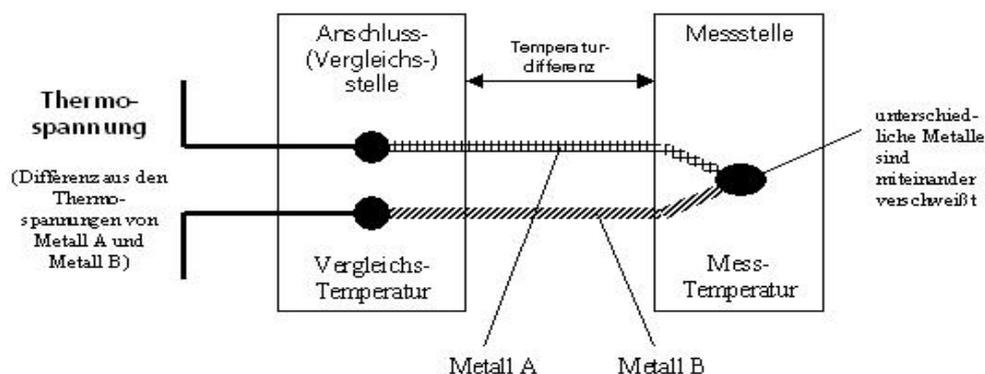


Abb. 4.7: Messprinzip der Thermospannung.

Da die entstehende Potentialdifferenz sich proportional zur Temperaturdifferenz zwischen Verbindungsstelle (Messspitze) und Messabgriff verhält, nutzt man dieses Verhalten zum Bau der Thermoelemente.

Die im Thesys 2 eingesetzten Thermoelemente sind fast ausschließlich vom Typ K mit der Materialpaarung Ni – CrNi. Alle Thermoelemente sind innenliegend ausgeführt, so dass kein direkter Kontakt zum Fluid besteht. Die Thermopaare verlaufen dabei elektrisch isoliert innerhalb einer Stahlhülle. Aufgrund ihrer, von der Dicke der Stahlhülle abhängigen, unterschiedlichen Auflösungsgrenzen im Frequenzbereich kommen zwei unterschiedliche Abmessungen der Thermoelemente zum Einsatz.

Für die Temperaturregelung am Kreislauf werden Thermoelemente mit einem Durchmesser von 3 mm eingesetzt. Sie bieten eine hohe Robustheit, verfügen aber über eine relativ niedrige Auflösungsgrenze von $f = 2 \dots 5$ Hz im Frequenzbereich. Im Bereich der Teststrecke (Abschnitt 4.2) kommen ausschließlich Thermoelemente mit einem Durchmesser von 0,25 mm zum Einsatz. Deren Auflösung im Frequenzbereich liegt bei ca. $f = 66$ Hz. Die Messgenauigkeit der Thermoelemente beträgt $\Delta T = \pm 0,05$ K. Der Messbereich erstreckt sich über $-250 \text{ °C} < T < 1330 \text{ °C}$.

4.2 Experimentalaufbau des beheizten Stabes

Die Teststrecke des Einzelstabexperiments dient der Untersuchung des turbulenten Wärmeübergangs in flüssigem Blei Wismut. Sie ist in den Thesys 2 Kreislauf (Abbildung 4.1) integriert.

4.2.1 Teststrecke mit Heizstab

Die Teststrecke mit den wichtigsten Aussagen ist in der Abbildung 4.7 dargestellt.

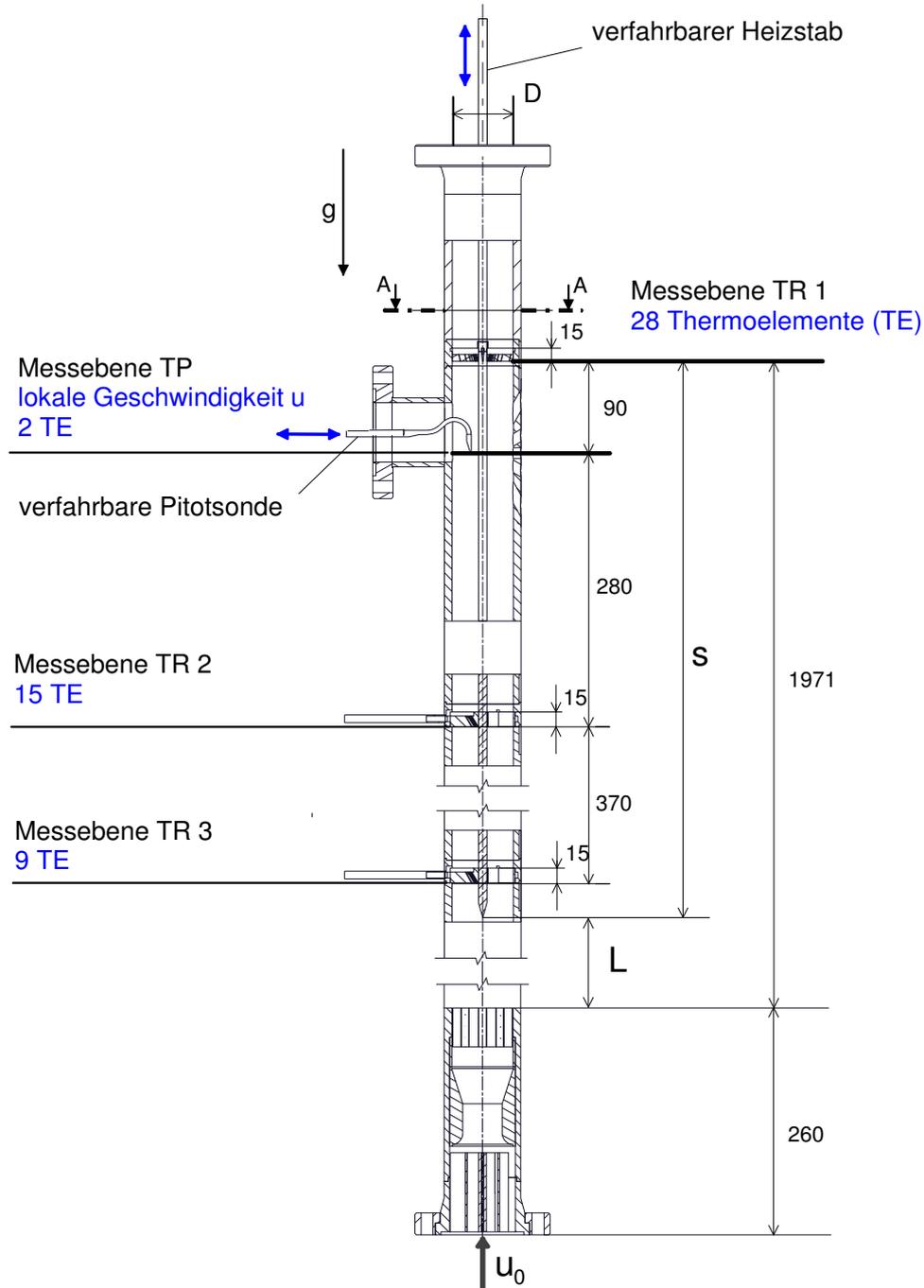


Abb. 4.7: Die Teststrecke des Einzelstabexperiments.

Der Experimentaufbau besteht im Wesentlichen aus einem Rohr mit Innendurchmesser $D = 60$ mm, einem darin konzentrisch angeordneten Heizstab und mehreren Abstandshaltern. Durch den Heizstab im Rohr wird ein konzentrischer Ringspalt gebildet. Drei Abstandshalter – die Thermoelementmessrechen - sind mit Thermoelementen bestückt und bilden so im Abstand von jeweils 370 mm drei Messebenen (Messebene TR1...TR3). 90 mm unterhalb der Messebene TR1 befindet sich eine weitere Messebene TP. Sie wird mit einer verfahrbaren Pitotsonde, welche mit Thermoelementen bestückt ist, gebildet. Auf die Pitotsonde und die Thermoelementmessrechen wird in den Kapiteln 4.2.2 und 4.2.3 gesondert eingegangen.

Am Einlauf der Teststrecke befindet sich ein Strömungsgleichrichter mit einer Gesamtlänge von 260 mm. Er besteht aus Gleichrichterflügeln am unteren Aufbau, einer Venturidüse zur lokalen Beschleunigung und einem Siebteil, welches sich aus 100 mm langen, wabenförmig nebeneinander angeordneten Röhren mit einer Wanddicke von 0,5 mm und einem Durchmesser von 10 mm zusammensetzt. Der Strömungsgleichrichter dient der Erzeugung homogener Einlaufbedingungen. Je nach Stellung s des traversierbaren Heizstabes variiert die hydrodynamische Einlauflänge L zwischen $900 \text{ mm} < L < 1800 \text{ mm}$ vor dem Eintritt in den Ringspalt. Dies entspricht, bei der Normierung auf den Rohrdurchmesser D , $15 < LD < 30$ charakteristischen Längen und liegt in dem, nach Polifke (2005) und Oertel (2008) angegebenen Bereich für den Fall der turbulenten Rohrströmung $10 < LD < 60$. Dies dient der Sicherstellung einer hydraulisch eingelaufenen turbulenten Rohrströmung, da diese durch den Strömungsgleichrichter bereits deutlich früher als nach den, in oben erwähnter Literatur angegebenen Werten, zu erwarten ist.

Kernstück des Aufbaus ist der, mit einem Schrittmotor verfahrbare, konzentrisch angeordnete Heizstab von der Firma Thermocoax. Er ist elektrisch beheizbar und verfügt über eine Länge von insgesamt 3500 mm und einen Durchmesser von $d_r = 8,2$ mm. Die beheizte Länge beträgt $l_h = 860$ mm. Der Heizstab ist als Duoheizer ausgeführt, was bedeutet dass sowohl Stromzu- und Stromabfluss elektrisch isoliert von der restlichen Anlage im Inneren des Heizstabes verlaufen. Das vordere unbeheizte Ende des Stabes besitzt eine Gesamtlänge von 59 mm. Es gliedert sich auf in einen unbeheizten Stabteil mit der Länge $l_f = 34$ mm und einem Kegel mit der Länge $l_s = 25$ mm. Mit dem Stabdurchmesser d_r und der Länge l_s bildet der Kegel nach $\tan \alpha = (d_r / 2) / l_s$ einen Öffnungswinkel von $\alpha = 18,63^\circ$.

Bei allen weiteren Betrachtungen wird ein auf die beheizte Länge des Stabes bezogenes rechtsdrehendes Zylinder - Koordinatensystem eingeführt. Die Entdimensionierung der Teststreckengeometrie erfolgt dabei nach Ausdruck (2.39). In (4.3) sind die absoluten geometrischen Werte eingetragen.

$$z^* = \frac{z}{d_r}; \quad r^* = \frac{r - \frac{d_r}{2}}{\frac{D}{2} - \frac{d_r}{2}}; \quad \Phi^* = \Phi. \quad (4.3)$$

Die charakteristische Länge z^* wird dabei auf den Stabdurchmesser d_r bezogen und hat seinen Nullpunkt am Beginn der beheizten Länge. r^* bezieht sich auf den Stabdurchmesser d_r und den Rohrinneurdurchmesser der Teststrecke D . r^* ist dabei die dimensionslose Dar-

stellung des Zylinderspaltes, welcher mit dem Heizstab in der Teststrecke entsteht. Die Winkelkoordinate Φ hat ihren Ursprung an der Stelle der Pitoteinrichtung. Zur besseren Veranschaulichung des Koordinatensystems und der Lage des Heizstabes in der Teststrecke dient die Abbildung 4.8.

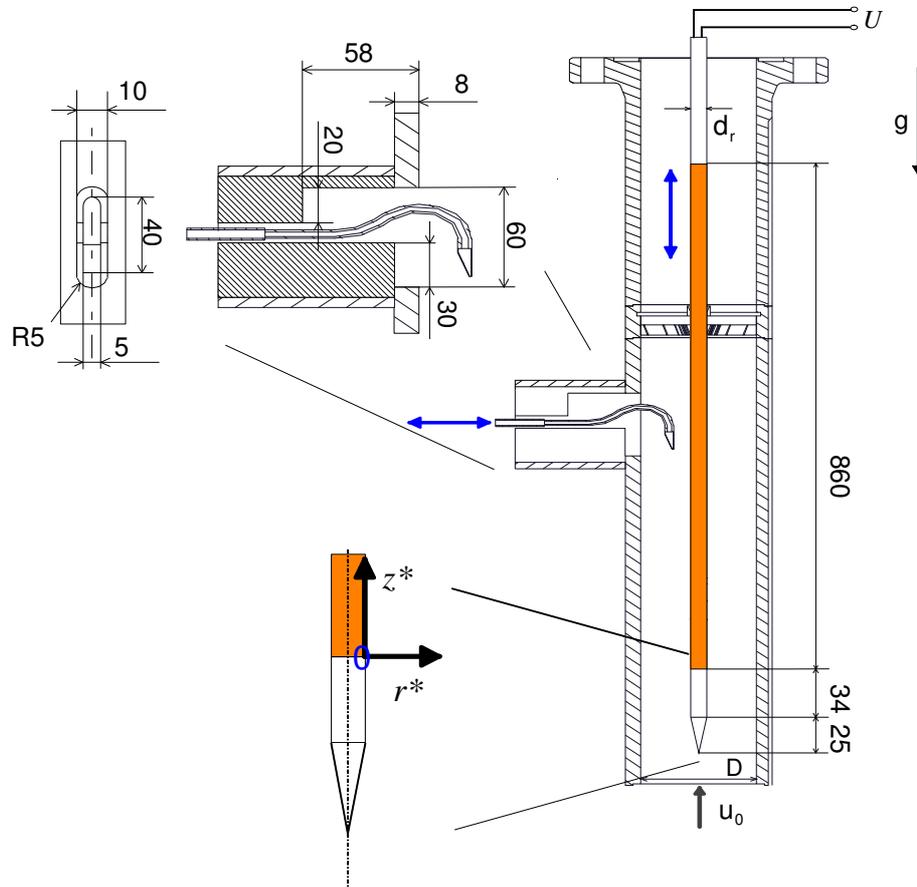


Abb. 4.8: Koordinatensystem und Abmessungen (in mm) des Heizstabes.

Materialdehnung

Eine Fehlerquelle hinsichtlich der Position des Heizstabes im Rohr ergibt sich aus der Materialdehnung. Sie berechnet sich dem Zusammenhang $\Delta l = l \beta \Delta T$. mit der Länge l , in Volumenausdehnungskoeffizienten β und der Temperaturdifferenz ΔT . ΔT berechnet sich aus der Differenz der Materialtemperatur zu einem Bezugswert. Die Materialdehnung beträgt für den Heizstab in axialer Richtung bei einer Fluidtemperatur von $T_0 = 300^\circ\text{C}$ $\Delta l = 6,89$ mm und wird bei der Entdimensionierung mit berücksichtigt.

4.2.2 Pitotsonde

Pitot- sowie Prandtlsonden sind grundlegende Einrichtungen zur Vermessung von Strömungen. Jedoch werden sie heute (Stand 2008) bei der Vermessung von turbulenten Strömungsgrößen eher selten verwendet. Aufgrund der Undurchsichtigkeit von PbBi sind jedoch die in der Turbulenzmessung gerne verwendeten optischen Methoden wie LDV (Laser Doppler Velocimetry) oder PIV (Particle Image Velocimetry) für dieses Medium ungeeignet. Die

hohe Aggressivität von PbBi verhindert zudem die Alternative Hitzdrahtanemometrie welche z. B. Rehme (1975) verwendet. Die von Knebel (1993) und Burr (1998) verwendeten Potentialsonden können aufgrund der unzureichenden Elektrodenbenetzung durch PbBi hier nicht angewendet werden. Auch das von Takeda (1995), Eckert et al. (2003) und Lefhalm (2005) so verheißungsvolle Ultraschall Dopplerverfahren – Verfahren kann bei dem derzeitigen Stand der Sensorentwicklung in dieser Messanordnung nicht angewendet werden. Zudem müsste dafür vor der Messung die Ausbreitung der thermischen Grenzschicht zwischen Sonde und Heizstab bekannt sein, da die Schallgeschwindigkeit temperaturabhängig ist.

Eine Pitotsonde misst den geschwindigkeitsverursachten Gesamtdruck $p_0 = p_{stat} + p_{dyn}$ (p_{stat} , statischer Druck; p_{dyn} , dynamischer Druck) an einem Punkt der Strömung. Für die Geschwindigkeit ergibt sich durch die Bernoulliformel nach Benedict (1979), Goldstein (1981) und Lefhalm (2005) folgender Zusammenhang (4.4), wobei die Dichte ρ enthalten ist:

$$p_0 = p_{stat} + p_{dyn} = p_{stat} + \frac{1}{2} \rho (\bar{u} + u')^2. \quad (4.4)$$

Die lokale axiale Geschwindigkeit u teilt sich dabei in die mittlere lokale Geschwindigkeit \bar{u} und deren Schwankungsgröße u' auf. Den nun für die Geschwindigkeit relevanten dynamischen p_{dyn} erhält man durch Abziehen des statischen Druckes p_{stat} von p_0 , wobei p_{stat} bekannt sein muss. Mit einer Öffnung senkrecht zur Geschwindigkeitsrichtung kann p_{stat} abgegriffen werden. Bei der Verwendung eines Differenzdruckaufnehmers ist so direkte Vermessung des dynamischen Druckes möglich. Eine Prandtlsonde kann die Abgriffe der beiden lokalen Drücke p_0 und p_{stat} durch ihre Kern- und Mantelrohr Konstruktion elegant bewerkstelligen. Aufgrund der hohen Oberflächenspannung von PbBi (um 10^2 mN/m) steigt die erforderliche Druckdifferenz zum Befüllen jedoch erheblich mit dem Grad der Miniaturisierung. Da eine solche Konstruktion hier wegen der räumlichen Einschränkung nicht möglich ist, wird bei der Verwendung des Pitotrohres p_{stat} nach der Abbildung 4.9 an der Wand abgegriffen. Ein gesamtes Geschwindigkeitsprofil erhält man durch schrittweises Verfahren der Sonde in der Strömung.

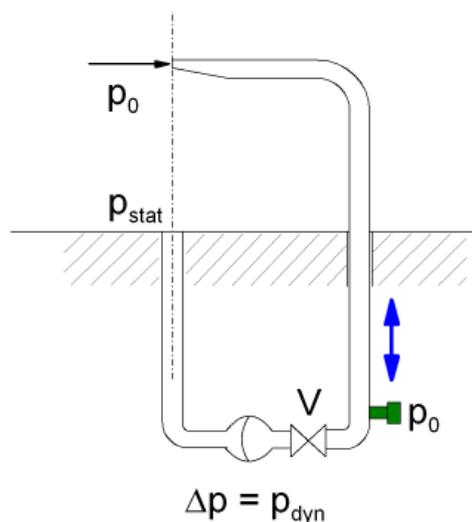


Abb. 4.9: Verfahrbares Pitotrohr zur Vermessung der axialen Geschwindigkeit.

Aufbau der Pitotsonde

Für zuverlässige Messwerte muss das ganze System gasfrei sein. Zu diesem Zweck sind entsprechende Drainageleitungen verlegt. Die Abbildung 4.10 zeigt das verwendete Pitotrohr mit angegebenem Maßstab im Bild. Die räumliche Auflösung bei dieser Anordnung ist durch den Öffnungsquerschnitt der Pitot Sonde $A_o = 0,5 \text{ mm}^2$ begrenzt. Um die mittleren Geschwindigkeiten zu vermessen, wird ein Fisher-Rosemount Sensor (Modell 3051) verwendet. Dieser Differenzdruckaufnehmer basiert auf einer kapazitiven Messtechnik. Die Aufzeichnungsfrequenz ist dabei durch ein verwendetes Kopplungsmedium auf $f = 20 \text{ Hz}$ begrenzt. Die maximale Auflösung liegt bei $p = 12,5 \text{ Pa}$. Die Dämpfung des Kopplungsmediums bewirkt, dass der sich zur mittlern Geschwindigkeit addierende Fluktuationsanteil so stark gedämpft wird, dass man ihn vernachlässigen kann. \bar{u} lässt sich dadurch bequem über den Ausdruck (4.5) ermitteln.

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot p_{dyn}} \quad (4.5)$$

Bei Schließen des Ventils V in der Abbildung 4.9 gibt es keine Dämpfungseffekte. Über $p_o = \bar{p} + p'$ verbleibt p' nach Abzug des Mittelwertes \bar{p} . Analog zu Formel 4.5 lässt sich aus der Zeitreihe von p' nun die Geschwindigkeitsfluktuation u' bestimmen. Zur Fluktuationsmessung wird ein Kulite – Drucksensor, wie in dem Abschnitt 4.1.2 beschrieben, verwendet. Die Messung basiert auf einem piezoelektrischen Sensor. Aufgrund seiner kleinen Dimensionen sind die Signalwege deutlich kürzer als bei dem Differenzdruckaufnehmer. Somit ermöglicht er die Detektion schneller Oszillationen bis zu einer Frequenz von $f = 4000 \text{ Hz}$. Beschränkt wird die Messfrequenz durch die Eigenfrequenz des Rohres $f_{max} = c_{PbBi} / (\lambda / 4)$, welche in diesem Fall bei ca. $f_{max} = 250 \text{ Hz}$ liegt. Zudem muss aufgrund der Herstellertoleranz des Sensors vor jedem Experiment eine Kalibrierung durchgeführt werden. Dazu wird die Pitotsonde in die Rohr- resp. Spaltmitte gefahren und der Druck sowohl bei ruhendem als bei bewegtem Fluid (100% Pumpenleistung) gemessen. Um sicherzustellen, dass während der Messung bei ruhendem Fluid keine Strömung durch Naturkonvektion auftritt, wird dazu das Kreislaufventil zwischen der Teststrecke und der O₂ –Messbox geschlossen. Ferner ist bei beiden Messungen zu beachten, dass die Fluidtemperaturen sich nicht verändern. Anschließend werden die Korrekturfaktoren bestimmt, so dass p_{dyn} bei ruhendem Fluid den Wert null annimmt.

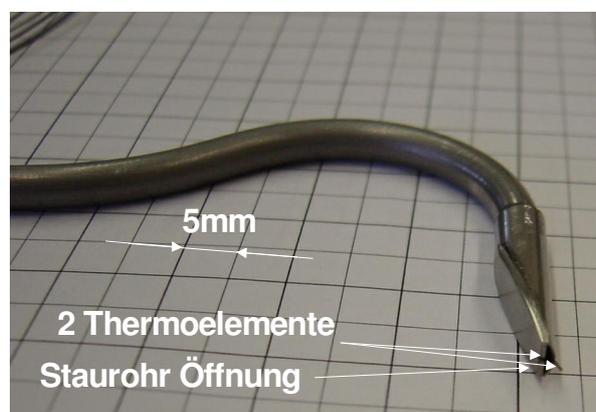


Abb. 4.10: Verwendetes Pitotrohr mit Thermoelementen im Experiment.

Thermoelemente an der Pitotsonde

Zur gleichzeitigen Erfassung der Temperaturen und deren Schwankungen während der Geschwindigkeitsmessung sind an der Vorderkante des Pitotrohres zwei Thermoelemente angebracht. Sie sind wie in Abschnitt 4.1.2 beschrieben, vom Typ K (Ni-CrNi) und haben jeweils einen Außendurchmesser von 0,25 mm. Eine ähnliche Kombination eines Pitotrohres mit Thermoelementen verwendet z. B. auch Meier (1968).

Fehlerquellen und nötige Korrekturen

Die Thematik der Fehlerquellen und ihrer Korrekturen bei der Verwendung von Pitotsonden sind bereits seit den 20er Jahren des letzten Jahrhunderts bekannt und wurden im Laufe der Zeit bis zu Beginn der 80er Jahre immer weiter verbessert. Grundlegende Zusammenfassungen bieten daher die Werke von Wuest (1969) und Goldstein (1981). Spätere Veröffentlichungen beziehen sich zumeist auf diese Grundlagen.

Abgriff von p_{stat} an der Wand

Im Einlaufbereich des beheizten Stabes bei $0 < l/d_r < 5$ ($0 < z^* < -2,2$) ergibt sich nach Wuest (1969) durch den Abgriff des statischen Drucks an der Wand ein Fehler von bis zu 7% in der Messung, der entsprechend korrigiert werden muss. Da hier die Pitotrohrmessungen jedoch erst ab $z^* = 2,68$ beginnen, kann diese Fehlerquelle nach dem $l/d_r < 5$ Kriterium von Wuest (1969) vernachlässigt werden.

Zähigkeitseinfluss

Der Fehlereinfluss durch Zähigkeit bei der Verwendung kleiner Pitotrohre wurde erstmalig von Barker (1925) untersucht und taucht auch unter der Bezeichnung „Barkereffekt“ in der Literatur auf. Nach McMillan (1957), Wuest (1969) und Goldstein (1981) beginnt ein merkbarer Einfluss auf die Messergebnisse durch diesen Effekt bei bestimmten geometrieabhängigen Reynoldszahlen der Sondenöffnung $Re_{SO} = u(r)d_{SO}/\nu$. Re_{SO} setzt sich aus der mittleren lokalen Geschwindigkeit $u(r)$, dem Durchmesser der Sondenöffnungen d_{SO} und der kinematischen Viskosität ν zusammen. Die Reynoldszahlen der Sondenöffnung bei denen ein Einfluss der Zähigkeit spürbar wird, betragen $Re_{SO} < 200$ bei der Verwendung kreisrunder Sondenöffnungen und $Re_{SO} < 30$ bei der Verwendung von abgeflachten Sondenöffnungen („Fischmaulsonde“).

Da die hier eingesetzte Sonde keine kreisrunde Öffnung besitzt und durch ihre einseitige Abflachung eher der Fischmaulsonde entspricht sowie die kleinste Reynoldszahl der Sondenöffnung bei $Re_{SO} = 185$ ($Re_{Ringspalt} = 1,9 \cdot 10^4$) liegt, ist auch der Effekt bei dieser Arbeit vernachlässigbar da die Abweichung nach Wuest (1969) maximal unter 0,1% liegt.

Scherströmungseinfluss

Wird ein Pitotrohr in einer Rohrströmung oder in einer Grenzschicht benutzt, so treten nach Wuest (1969) zusätzliche Fehler wegen des Geschwindigkeitsgradienten und der Wand auf. Nach McMillan (1957) kann man den Scherströmungseinfluss dadurch berücksichtigen, dass

man den Ort der Messung nicht der geometrischen Mitte des Pitotrohres zuordnet sondern um $\Delta y = 0,15 d_{SO}$ ($\equiv r^* = 0,003$) in Richtung des größeren Druckes verschiebt. Diese Korrektur ist bei einem Abstand der Sondenmitte von der Wand größer $2d_{SO}$ ($\equiv r^* = 0,02$) zulässig (Wuest (1969)). Die Abbildung 4.11a) zeigt dazu die Veranschaulichung.

Wandeffluss

Bei einem Wandabstand, der unter $2d_{SO}$ liegt, wird eine zu kleine Geschwindigkeit gemessen. Hier muss man den Ort der Messung gegenüber der geometrischen Mitte des Pitotrohres um $0,09d_{SO}$ ($\equiv r^* = 0,002$) in Richtung des größeren Druckes verschoben annehmen. Bei Messung in Wandnähe beobachtet man einen Wirbel, der zu einer Druckfälschung führt. Es wird daher empfohlen mit der Messöffnung nicht näher als $0,2d_{SO}$ ($\equiv r^* = 0,004$) an die Wand heranzugehen (Wuest (1969)). Ein Bild zum Wandeffluss ist in der Abbildung 4.11b) zu sehen.

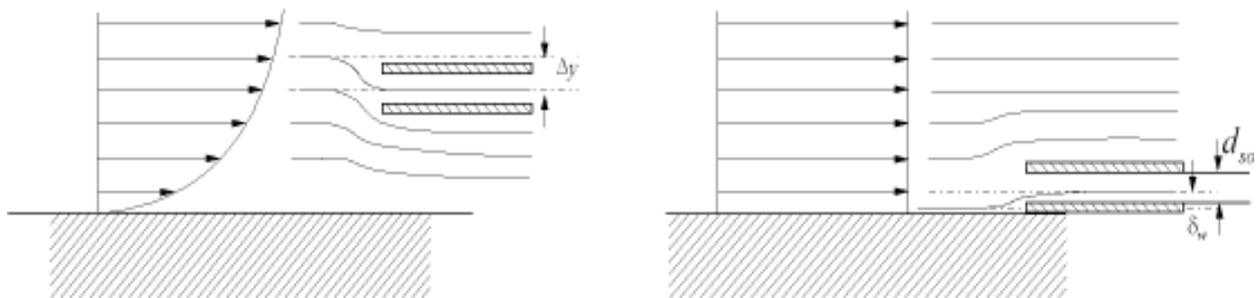


Abb. 4.11:a) Scherströmungseinfluss und b) Wandeffluss bei Messungen mit der Pitotsonde.

Thermische Ausdehnung

Eine weitere Beeinflussung der Position des Pitotrohres kommt durch die thermische Ausdehnung zustande. Sie berechnet sich nach dem gleichen Zusammenhang wie in 4.2.1 beschrieben. Dabei muss die radiale Rohrdehnung von der Gesamtlängung der Sonde abgezogen werden. Für die Pitotsonde ergibt sich bei einer Fluidtemperatur von $T_0 = 300^\circ\text{C}$ eine relative Längung von $\Delta l = 1,15 \text{ mm}$

4.2.3 Thermoelementmessrechen

Wie in Kapitel 4.2.1 bereits angedeutet, besitzt die Teststrecke zur Vermessung der radialen Temperaturverteilungen drei Abstandshalter, die mit Thermoelementen bestückt sind. Sie werden nachfolgend als Thermoelementmessrechen (TR) bezeichnet.

TR1 besteht aus vier Metallstegen mit einer Höhe von 20 mm und einer Dicke von 2 mm, welche im Winkel von 90° zueinander angeordnet sind. Jeder dieser Stege besitzt sieben Bohrungen zur Aufnahme von Thermoelementen. TR2 und TR3 verfügen über jeweils drei Metallstege mit einer Höhe von 15 mm und einer Breite von 1,5 mm welche im 120° Winkel zueinander angeordnet sind. TR2 hat für die Aufnahme von Thermoelementen jeweils 5 Boh-

rungen pro Steg und TR3 jeweils 3 Bohrungen pro Steg. TR2 befindet sich $z^* = 45,5$ unterhalb von TR1 und zwischen TR1 und TR3 beträgt der Abstand $z^* = 91,1$ nach unten.

Auch hier kommen die bereits erwähnten Ni-CrNi Thermoelemente (Typ K) mit einem Durchmesser von 0,25 mm zum Einsatz. Aufgrund ihrer Zeitauflösung von 15 ms sind sie in der Lage sowohl Temperaturmittelwerte als auch – fluktuationen zu erfassen. Ihre Messgenauigkeit liegt bei $\Delta T = \pm 0,05$ K. Alle Thermoelemente sind kalibriert.

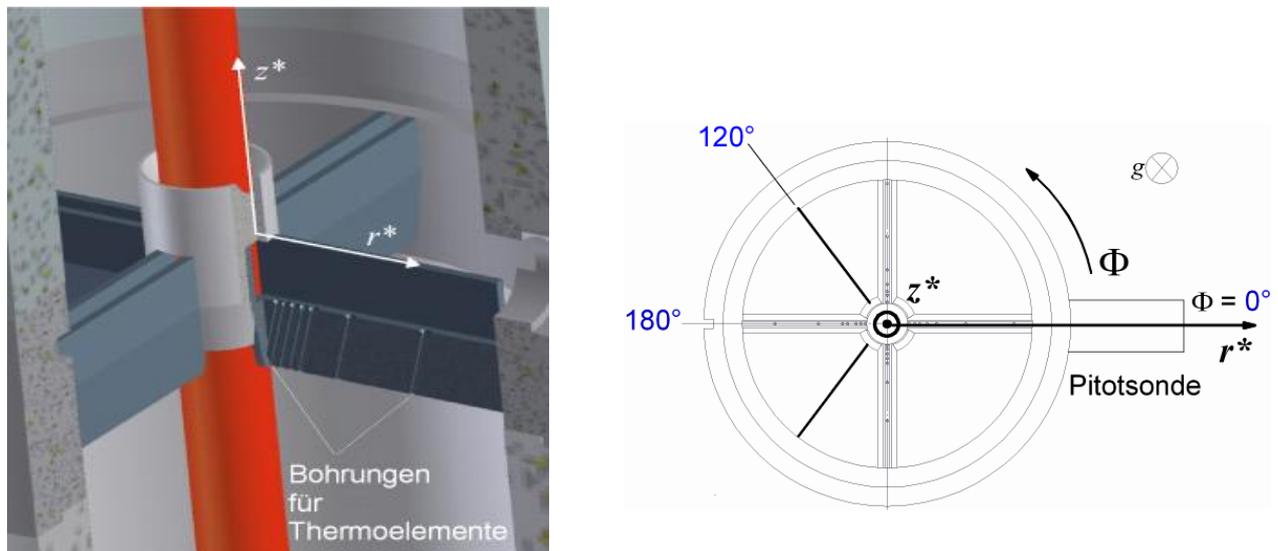


Abb. 4.12:a) Schematische Darstellung des durch den Thermoelementrechen geführten Heizstabes und des entsprechenden Koordinatensystems. b) Messpositionen der Thermoelemente im rechtsdrehenden Zylinderkoordinatensystem.

In Abbildung 4.12a erkennt man, dass der Winkel der Thermoelement-Bohrungen leicht von 90° abweicht, wodurch es möglich ist, mit dem ersten Thermoelement näher am Heizstab zu messen. Die Abbildung 4.12b zeigt die Winkelpositionen der Messstege. Die radialen Positionen r^* sind in Anhang D in Tabelle D.1 zusammengefasst. Die thermische Ausdehnung des Materiales der Thermoelementrechen sowie die daraus resultierende radiale und axiale Verschiebung ist hier mitberücksichtigt und beträgt bei einer Fluidtemperatur von $T_0 = 300^\circ\text{C}$ $\Delta l = 0,4$ mm in radialer Richtung. Die angegebenen Positionen r^* sowie die axialen Positionen z^* entsprechen dem bei einer mittleren Fluidtemperatur von $T_0 = 300^\circ\text{C}$.

4.3 Datenerfassung

Die Datenerfassung und Steuerung des Kreislaufes erfolgt durch ein komplexes System basierend auf der Siemens S5 SPS Logik-Controller. Unabhängig davon existiert eine eigene Datenerfassung mit einem Personalcomputer (PC) für die Experimentaleinrichtung. Ein weiterer Personalcomputer dient der Steuerung der beiden Schrittmotoren (Heizstab, Pitotsonde) sowie der Steuerung der Heizstableistung.

Auf der rechten Seite von Abbildung 4.13 ist das Schema der Datenerfassung der Experimentaleinrichtung dargestellt. Die linke Seite derselben Abbildung zeigt das Schema der Steuerung der Schrittmotoren und der Leistungsregelung des Heizstabes.

Alle relevanten Daten der Experimentiereinrichtung werden auf einem eigenen PC aufgezeichnet. Dazu ist dieser PC mit drei Messkarten vom Typ NI 6031E der Firma National Instruments (NI) ausgerüstet. Jede Messkarte verfügt über 32 differentielle Eingangsstellen für Analogsignale. Jeder Eingang ist bezüglich der Signalart einzeln konfigurierbar. So ist es möglich, Thermospannungen, Messwandlerspannungen, Ströme und Frequenzen gleichzeitig aufzuzeichnen. Die Ausgleichskurven der einzelnen Thermoelementtypen werden dabei mit berücksichtigt. Die Auflösung einer Karte liegt bei 16bit und die Abtastrate bei max. 100 kS/s (kilosamples per second = kHz). Verteilt auf die 32 Kanäle ergeben sich so 3125 Hz pro Kanal. Da es sich hier um ein digitales System handelt, welches mit dem Binärsystem arbeitet wird aus Gründen der besseren Verträglichkeit mit dem PC bei allen Abtastraten in dieser Anordnung mit Vielfachen von zwei gearbeitet.

Aus Gründen der beschränkten Einbausituation der Karten im PC werden die Messleitungen der einzelnen Signale auf eigene Anschlussblöcke aufgelegt. Jede Messkarte verfügt dazu über einen mit Schraubklemmen versehenen Anschlussblock vom Typ NI SCB 100. Die Anschlussblöcke sind mit einem geschirmten Kabel mit den Messkarten im PC verbunden.

Die insgesamt 56 Signale der Thermoelemente setzen sich aus den beiden Thermoelementen im Teststreckenein- und auslauf, den insgesamt 52 Thermoelementen der Messrechen und den beiden Thermoelementen der Pitotsonde zusammen. Jedes Thermoelement verfügt über eine Referenzstelle im Eispunkt der Firma Deltrisor. Nach dem Eispunkt gelangen die Signale über einzeln geschirmte Kabel auf die SCB 100 Anschlussblöcke. Zur besseren Signaltrennung sind für die Thermoelemente SCB 100 Blöcke reserviert.

Die Signale der Geschwindigkeits- und Durchflussmessung werden auf den verbleibenden SCB 100 Block gelegt. Sie setzen sich dabei aus folgenden Einzelsignalen zusammen. Über einen Lock – In Verstärker der Firma EG&G (Typ 5208) werden die Signale des Phasenwinkels und des RMS – Wertes der Amplitude des EMFM geliefert und aufgelegt. Ein Sipart Messwandler der Firma Siemens liefert den Spannungswert des EMF. Die Signalspannungen des Annubar und Vortex Messwandlers werden jeweils über einen 50 Ω (Ohm) Präzisionswiderstand direkt abgegriffen. Ebenfalls über einen 50 Ω Präzisionswiderstand wird die Spannung des Kulite - Messwandlers des Drucksensors sowie die Spannung des Rosemount 3051 Messwandlers der Pitot - Differenzdruckmessung aufgelegt.

Da die Pitotsonde bei Messungen mit den Thermorechen in ihrer Kammer eingefahren bleibt, werden dessen Signale zu diesem Zeitpunkt nicht mit aufgezeichnet. Jedes Thermoelementsignal wird mit einer Frequenz von $f = 1024$ Hz abgetastet. Um eine höhere Abtastrate bei den Pitotmessungen zu erlangen, werden dabei die Thermoelemente der Thermorechen nicht mit aufgenommen. Messungen mit der Pitotsonde haben daher eine Abtastfrequenz von $f = 2048$ Hz. Beachtet man die Aufzeichnungsgrenzen der einzelnen Messeinrichtungen (siehe Kapitel 4.1.2 und 4.2), so sind die gewählten Abtastraten mehr als ausreichend.

Das Softwarepaket Labview 8.0 von NI ermöglicht nach der Datenaufzeichnung der Messreihen auch eine integrierte Auswertung der Mittelwerte sowie der Turbulenzgrößen.

Die Steuerung der Schrittmotoren sowie die Ansteuerung der Leistungselektronik des Heizstabes erfolgt über einen weiteren PC. Über eine lokale Netzwerkverbindung ist dieser PC

mit der SPS verbunden. Diese bewirkt die Ansteuerung zur automatisierten Leistungsregelung des Heizstabes. Mit der seriellen RS 232 Schnittstelle wird das Interface der Firma Isel (Typ C116-4) angesteuert.

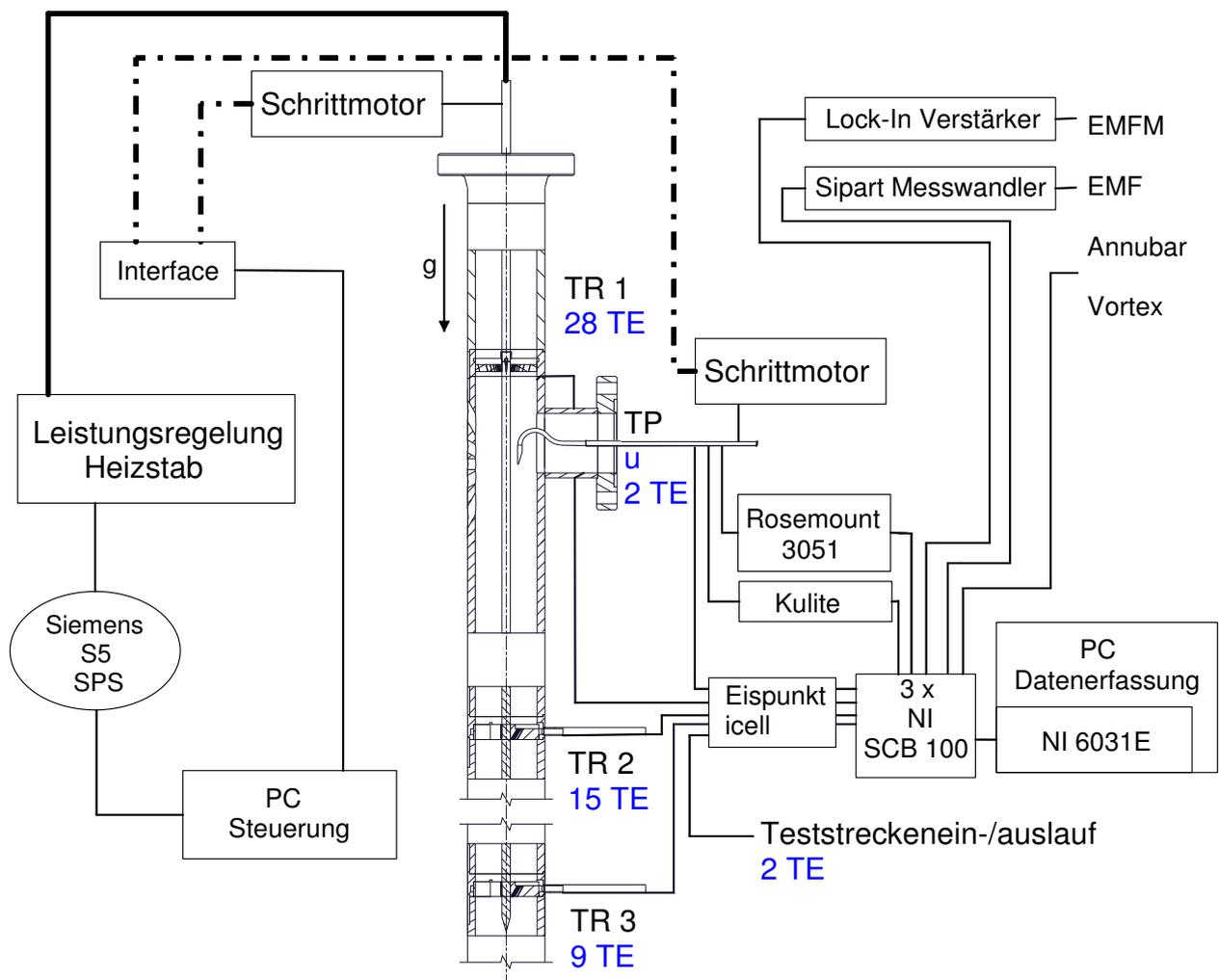


Abb. 4.13: Datenflussschema der Experimentiereinrichtung.

4.4 Messschemata

Der Messplan besteht im Wesentlichen aus drei Teilen. Vor dem Messprogramm entlang des Heizstabes wurden Messungen zur Überprüfung der Einlaufbedingungen durchgeführt. Anschließend erfolgten Messungen zur radialen Temperaturverteilung und deren Fluktuationen mit den Thermorechen. Getrennt davon wurden Messungen mit der Pitotsonde zur Temperaturverteilung inkl. Fluktuationen in Kombination mit den dazugehörigen lokalen axialen Geschwindigkeiten und deren Fluktuationen durchgeführt.

Alle Messungen wurden bei einer Eintrittstemperatur von $T_0 = 300^\circ\text{C}$ in die Teststrecke und bei Durchflüssen zwischen $0,5 \text{ m}^3/\text{h} < \dot{V} < 12 \text{ m}^3/\text{h}$ durchgeführt. Aus den konstanten Durchflüssen ergeben sich daher für die Messungen vor dem Heizstab und im Zylinderspalt unterschiedlichen Reynoldszahlen Re . Tabelle 4.1 gibt die konstant eingeregelteten Durchflüsse mit den dazugehörigen Re wieder.

Durchfluss \dot{V} [m ³ /h]	vor Heizstab		im Zylinderspalt	
	u_0 [m/s]	Re	u_0 [m/s]	Re
0,5	0,048	$1,67 \cdot 10^4$	0,065	$1,93 \cdot 10^4$
1	0,098	$3,33 \cdot 10^4$	0,129	$3,86 \cdot 10^4$
2	0,196	$6,67 \cdot 10^4$	0,259	$7,71 \cdot 10^4$
4	0,393	$1,33 \cdot 10^5$	0,517	$1,54 \cdot 10^5$
8	0,786	$2,67 \cdot 10^5$	1,034	$3,08 \cdot 10^5$
12	1,179	$4,00 \cdot 10^5$	1,552	$4,63 \cdot 10^5$

Tab. 4.1: Die Reynoldszahlen Re aus den vorgegebenen Durchflüssen \dot{V} mit den mittleren Geschwindigkeiten u_0 .

Thermorechen

Die konstruktiv bedingt fixierten, winkelabhängigen, radialen Positionen r^* der Thermoelemente in den Thermorechen sind in Tabelle D.1 (Anhang D) wiedergegeben. Mit den Thermorechen werden an jeder Position r^* die lokalen mittleren Temperaturen und deren Schwankungen als Zeitreihen an unterschiedlichen axialen Positionen z^* des Heizstabes aufgezeichnet. Die Positionen z^* bewegen sich dabei im Bereich von $-1,22 \leq z^* \leq 107,33$ für Heizleistungen im Bereich von $3 \text{ kW} \leq P \leq 20 \text{ kW}$ und Reynoldszahlen im Zylinderspalt von $1,9 \cdot 10^4 \leq Re \leq 3,1 \cdot 10^5$. Eine genaue Zusammenstellung der vermessenen Positionen z^* bei verschiedenen Heizleistungen P und Reynoldszahlen Re findet sich in Anhang D wieder.

Pitotsonde

Mit der Pitotsonde werden radiale Positionen r/R mit $R = D/2$ vor dem Heizstab sowie radiale Positionen r^* bei eingefahrenem Heizstab vermessen. Durch die konstruktive Fixierung fanden alle Pitotmessungen bei einem Winkel von $\Phi = 0^\circ$ statt. Mit der Pitotsonde werden dabei die Bereiche $-0,88 \leq r/R \leq 0,87$ vor dem Heizstab und $0,01 \leq r^* \leq 0,8$ im Zylinderspalt abgedeckt.

Bei eingefahrenem Heizstab umfassen die Messungen mit der Pitotsonde normalerweise sechs axiale Heizstabpositionen z^* . Der axial vermessene Bereich mit der Pitotsonde deckt den axialen Bereich $2,68 \leq z^* \leq 100,24$ ab. Die Re decken den Bereich $3,3 \cdot 10^4 \leq Re \leq 4,0 \cdot 10^5$ vor dem Heizstab und $1,9 \cdot 10^4 \leq Re \leq 3,1 \cdot 10^5$ im Zylinderspalt ab. In Anhang D sind die entsprechenden Werte tabellarisch zusammengefasst. Auch hier sind wie bereits bei den Thermorechen der axiale Versatz des Heizstabes sowie der radiale Versatz der Pitotsonde durch die Materialdehnung bei einer Temperatur von $T_0 = 300^\circ\text{C}$ mit berücksichtigt.

Abschätzung des Übergangsbereiches zwischen Zwangs- und Mischkonvektion

Um vorab eine Aussage treffen zu können, ab welchen Reynoldszahlen bei bestimmten Heizleistungen mit auftriebsbeeinflusster Strömung (Mischkonvektion) zu rechnen ist, erfolgte eine Abschätzung mit dem einfachen Kriterium $Re_{ZK} \geq \sqrt{Gr}$ nach Müller (1999). Die Messmatrix in der Abbildung 4.14 zeigt die sich ergebenden Gr für die vermessenen Heizleistungen von $3 \text{ kW} \leq P \leq 20 \text{ kW}$ bei einer Einlauftemperatur von $T_0 = 300^\circ\text{C}$ bei den dazugehörigen Re .

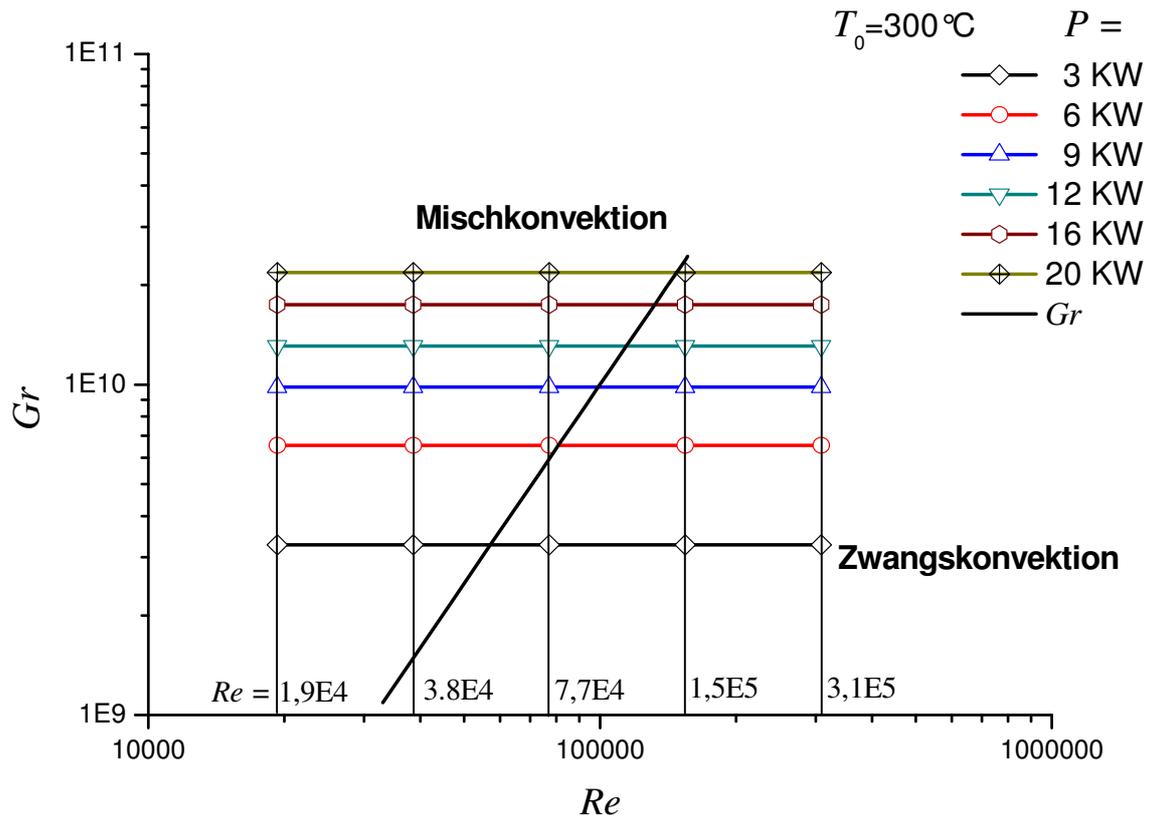


Abb. 4.14: Abschätzung der Bereiche, in denen Mischkonvektion zu erwarten ist.

4.5 Fehleranalyse

Aufgrund nicht kontrollierbarer oder nicht kontrollierter Einflüsse auf eine Messung ist es generell nicht möglich fehlerfrei zu messen. Dadurch weichen die Messergebnisse von ihrem wahren Wert um den Messfehler ab. Es wird dabei zwischen den systematischen und den zufälligen Messabweichungen unterschieden. Zu den systematischen Fehlern gehören die Abweichungen, die sich aus der Genauigkeit eines Messsystems ergeben. Messfehler die durch eine theoretisch unendliche Wiederholung im Mittel aufgehoben werden, bezeichnet man als zufälligen Fehler. Messgrößen, die aus endlich vielen Messwerten gebildet werden, stellen letztlich nur Schätzwerte dar, die mit einem statistischen Fehler behaftet sind.

Für den Erwartungswert, der definiert ist durch

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i, \quad (4.6)$$

wird als Schätzwert der arithmetische Mittelwert der Stichprobe verwendet.

$$\bar{h} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i. \quad (4.7)$$

Die Wurzel aus der Varianz σ^2

$$\sigma^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (h_i - \mu)^2, \quad (4.8)$$

definiert die Standardabweichung σ (Lefhalm (2005)). Für deren Schätzwert wird die empirische Standardabweichung s benutzt.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2}. \quad (4.9)$$

Der Mittelwert unterliegt durch die endliche Zahl an Messwerten noch zufälligen Fehlern. Als Maß für die Breite der Streuung des Mittelwertes gilt dessen statistische Unsicherheit $\xi(h)$.

$$\xi(h) = \frac{s}{\sqrt{n}}. \quad (4.10)$$

Mit größer werdenden n verkleinert sich die Unsicherheit $\xi(h)$. Zusammen mit dem Mittelwert kennzeichnet $\xi(h)$ den Bereich $\Delta \bar{h} = \bar{h} \pm \xi(h)$, in dem der wahre Wert der Messgröße erwartet werden kann. Die Erwartung wird jedoch nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit erfüllt. Wenn diese Wahrscheinlichkeit auf ein konkretes Vertrauensniveau festgelegt werden soll, so muss ein Vertrauensintervall bestimmt werden, in dem der wahre Wert mit o.g. Wahrscheinlichkeit liegt.

Das Vertrauensintervall eines Mittelwertes wird damit nach (4.11) definiert.

$$\Delta \bar{h} = \bar{h} \pm \frac{t_q \cdot s}{\sqrt{n}} \quad (4.11)$$

Soll die statistische Sicherheit so gewählt werden, dass sich 95% der Messwerte innerhalb der sich ergebenden Vertrauensgrenzen liegen (95%-Vertrauensintervall), so kann anhand der Student (t) - Verteilung (Bronstein (1993)) ein Wert von $t_q = 2$ angenommen werden, falls eine Anzahl an Einzelwerten von $n > 60$ zur Verfügung steht (Stäbler (2007)).

Bei der Vermessung turbulenter Strömungsgrößen ist die Information der turbulenten Schwankungsbewegung in der Standardabweichung des jeweiligen turbulenten Strömungswertes enthalten. Daher ist es nahe liegend, für diese Größen ebenfalls ein Vertrauensintervall anzugeben. Die statistische Unsicherheit der Standardabweichung ergibt sich nach Stäbler (2007) näherungsweise zu:

$$\xi(s) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{n}} \cdot s. \quad (4.12)$$

Mit einer größer werdenden Anzahl an Einzelwerten n verkleinern sich demnach die statistischen Unsicherheiten.

Wird durch mathematische Methoden aus fehlerbehafteten Messwerten ein Messergebnis ermittelt, so gehen auch ihre Unsicherheiten in das Ergebnis ein. Die Fehlerfortpflanzung von systematischen Fehlern wird nach Ausdruck (4.13) berechnet.

$$F = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial h_i} \cdot F_{h_i} \quad (4.13)$$

Für die Fortpflanzung zufälliger Fehler muss deren statistische Unsicherheit an das Endergebnis weitergegeben werden.

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial h}{\partial h_i} s_{h_i} \right)^2} \quad (4.14)$$

Die o.g. Zusammenhänge werden in der Auswertung benutzt um die Ausprägung der Fehler bei den Messergebnissen zu zeigen. Die Messfehler sind an ausgewählten Positionen anhand der Fehlerbalken dargestellt.

5 Messergebnisse

Die in den folgenden Abschnitten präsentierten Messergebnisse werden mit den Thermoelementrechen, verteilt auf die in 4.2.1 beschriebenen drei Messebenen und der kombinierten Pitot-/Thermoelementsonde gewonnen. Sie unterscheiden sich hinsichtlich der Aufzeichnungslänge und der Abtastrate.

Wie in 4.3 bereits beschrieben, wird bei den Aufnahmen mit den Thermorechen eine Abtastrate von $f = 1024$ Hz verwendet. Üblicherweise betragen die Signalaufzeichnungslängen $t = 102$ s, was bei einem Durchfluss von $\dot{V} = 8$ m³/h und einer daraus resultierenden Reynoldszahl $Re = 3.1 \cdot 10^5$ im Ringspalt vier Fluidumläufen im Kreislauf entspricht. Durch die sich daraus ergebende hohe Zahl an Einzelwerten ($n = 104448$) schrumpft die statistische Unsicherheit der Standardabweichung auf maximal $6 \cdot 10^{-5}$. Um das Langzeitverhalten genauer beurteilen zu können, gibt es zudem an ausgewählten axialen Heizstabpositionen Aufnahmen mit einer Länge von $t = 1020$ s, das bei gleichem Durchfluss wie oben ca. 40 Fluidumläufen und einer Zahl an Einzelwerten von $n = 1044480$ mit einer statistischen Unsicherheit der Standardabweichung von maximal $2 \cdot 10^{-5}$ entspricht. Der systematische Fehler der verwendeten Thermoelemente liegt bei maximal 0,06%. Somit sind die Fehler der Thermoelemente in den meisten der folgenden Grafiken zu klein um sie darstellen zu können.

Da die Messungen mit der kombinierten Pitot-/Thermosonde deutlich zeitintensiver als Messungen mit den Thermorechen sind, wird hier bei einer Abtastrate von $f = 2048$ Hz eine Aufzeichnungslänge der Signale von $t = 51$ s gewählt. Dies entspricht bei ebenfalls einem Durchfluss von $\dot{V} = 8$ m³/h zwei Fluidumläufen im Kreislauf. Auch hier ergibt sich eine hohe Zahl an Einzelwerten ($n = 104448$) welche die statistischen Unsicherheit sehr klein (maximal $2,5 \cdot 10^{-5}$) werden lässt. Daher ist sie in den meisten Abbildungen nicht darstellbar. Der systematische Fehler der Pitotsonde liegt bei dem betrachteten Reynoldszahlbereich $1.9 \cdot 10^4 \leq Re \leq 4 \cdot 10^5$ zwischen 7,6% ($Re = 1.9 \cdot 10^4$) und 0,9% ($Re = 4 \cdot 10^5$).

5.1 Überprüfung der Einlaufbedingungen

Um einen genauen Blick auf die Strömungsverhältnisse vor dem beheizten Stab zu bekommen, wird in einer ersten Messreihe dieser nicht eingefahren und nicht beheizt. Dabei wird mit fünf verschiedenen Fluiddurchsätzen bei einer konstanten mittleren Fluidtemperatur von $T_0 = 300$ °C gearbeitet. Die lokalen Geschwindigkeiten werden mit der 4.2.2 beschriebenen Pitotsonde aufgezeichnet und sofern nötig mit den entsprechenden Korrekturen nach 4.2.2 versehen.

Da in diesem Fall nur die Rohrströmung ohne Heizstab betrachtet wird, weicht die Auftragung der Messwerte von der in 2.7 eingeführten Skalierung für r^* ab. Um den Bereich im Rohr dimensionslos darstellen zu können, wird hier die Auftragung der Geschwindigkeit u^* über r/R gewählt, wobei R für den Rohrradius ($R = 30,5$ mm) steht. Die Darstellung der Geschwindigkeit u^* selbst entspricht der in 2.7 vorgestellten Skalierung. Jedoch wird hier als Bezugsgeschwindigkeit u_0 die aus den Durchflussmessern bestimmte mittlere Geschwindigkeit für den Rohrdurchmesser $D = 2R$ an der Pitotmessebene TP gewählt, welche nach Ta-

belle 4.2 für gleichen Durchfluss niedriger ist als im Zylinderspalt. Durch die niedrigeren u_0 fallen ebenfalls nach Tabelle 4.2 auch die entsprechenden Reynoldszahlen Re niedriger aus.

Die Abbildung 5.1 zeigt die lokalen dimensionslosen Geschwindigkeiten über dem Radienverhältnis r/R gemessen 50 mm vor dem Heizstab. Dies entspricht $z^* = -13,21$ und einer freien Länge von $z^* = -6,1$ vor der Heizstabspitze. Die Fluiddurchsätze werden über die oben beschriebene mittlere Geschwindigkeit u_0 in dimensionsloser Form durch die Reynoldszahl angegeben.

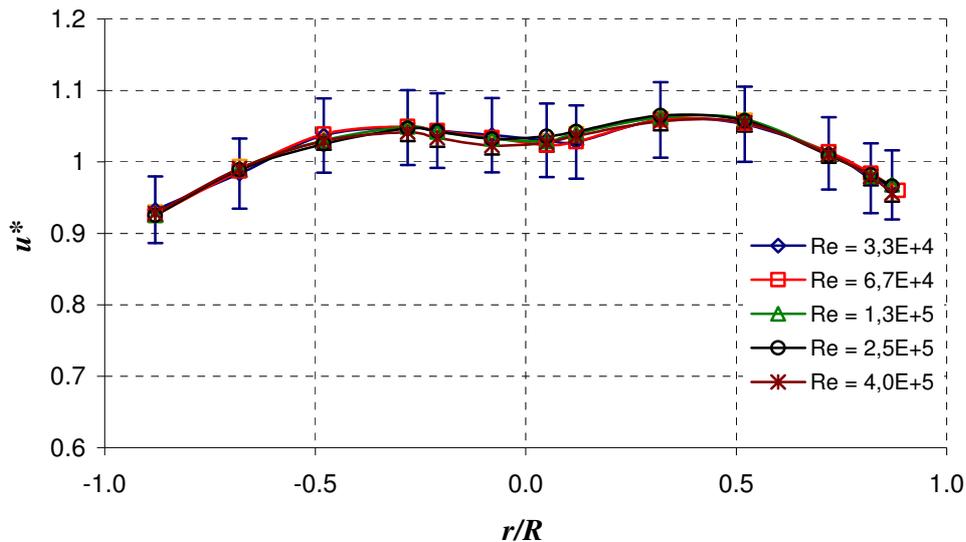


Abb. 5.1: Gemessene dimensionslose Geschwindigkeiten als Funktion von r^* bei $\Phi = 0^\circ$ vor dem beheizten Stab in der Ebene $z^* = -12,4$ für verschiedene Reynoldszahlen bei einer isothermen Strömung mit einer mittleren Temperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$ und Fehlerbalken bei $Re = 3,3 \cdot 10^4$ und $Re = 4 \cdot 10^5$.

Die Messwerte fallen im Bereich $3 \cdot 10^4 < Re < 4 \cdot 10^5$ übereinander und zeigen eine Reynoldszahlunabhängigkeit wie man es für turbulente Strömungen erwartet. Die Strömungsprofile fallen im Bereich $-1 < r/R < 0,5$ stärker ab als im Bereich $0,5 < r/R < 1$ ab, wodurch der Eindruck entsteht, dass dies durch Einwirkungen der Pitotkammer geschieht. Die Strömungsprofile weisen im Kernbereich eine leichte Einkerbung auf.

Das bedeutet, dass die gemessenen dimensionslosen Geschwindigkeiten unabhängig von den Reynoldszahlen sind. Die Abweichung der Geschwindigkeiten vom idealen Kolbenprofil beträgt 3%. Die Strömungsprofile weisen eine Asymmetrie von 5% auf. Somit lässt sich feststellen, dass der Einlauf nicht perfekt ist, jedoch auch keine großen Fehler aufweist.

In der Abbildung 5.2 ist der ebenfalls mit der Pitotsonde aufgezeichnete axiale Turbulenzgrad Tu in Hauptströmungsrichtung über r/R aufgetragen. Andere Richtungen können mit dieser Messtechnik, wie in 4.2.2 beschrieben nicht bestimmt werden. Tu bewegt sich auf sehr niedrigem Niveau im Bereich $0,5\% < Tu < 1,2\%$ und liegt damit leicht unter dem nach Jischa (1982) und Schlichting (2006) beschriebenen Bereich von $1\% < Tu < 3\%$ für homoge-

ne Gitterturbulenz. Ein ursprünglich erwartetes Ansteigen von Tu an den Randbereichen ist jedoch nicht zu sehen und kann dadurch erklärt werden, dass die Messsonde nicht in den Bereich der viskosen Unterschicht an den Rändern vordringt.

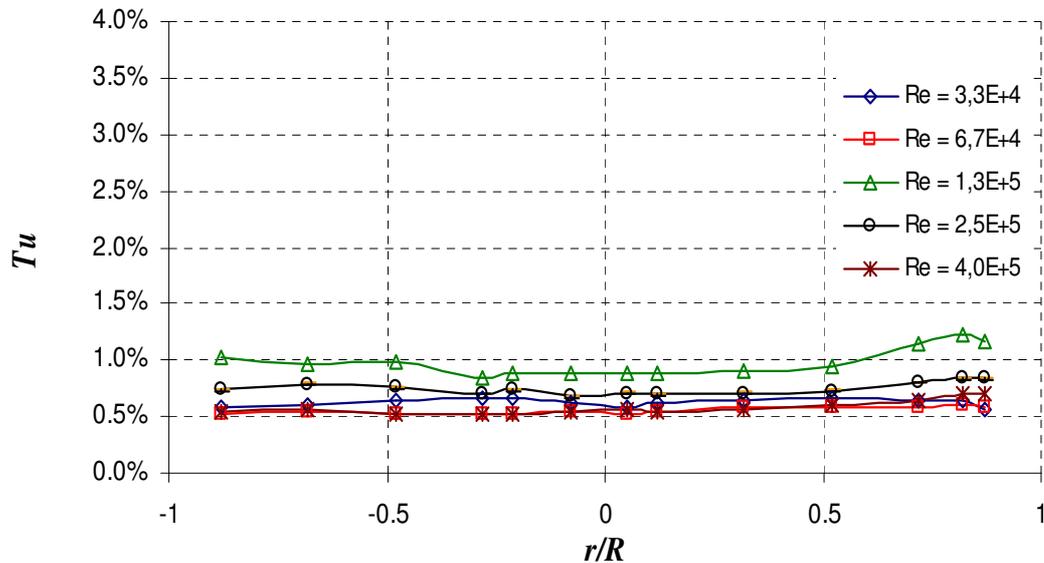


Abb. 5.2: Gemessener Turbulenzgrad als Funktion des Radius in Hauptströmungsrichtung bei verschiedenen Reynoldszahlen und $T_0 = 300\text{ °C}$.

Eine Abschätzung nach Schlichting (2006) (Ausdruck (5.1) und Abbildung 5.3) der viskosen Unterschicht δ_u für eingelaufene Strömungen wie in der Abbildung 5.1 dargestellt bestätigt diese Annahme. Für $2,3 \cdot 10^3 < Re < 10^7$ gilt dabei für $G(\ln R) = 1,35$:

$$\delta_u = D_h \cdot 122 \cdot \left(\frac{\ln Re}{Re \cdot G(\ln Re)} \right). \quad (5.1)$$

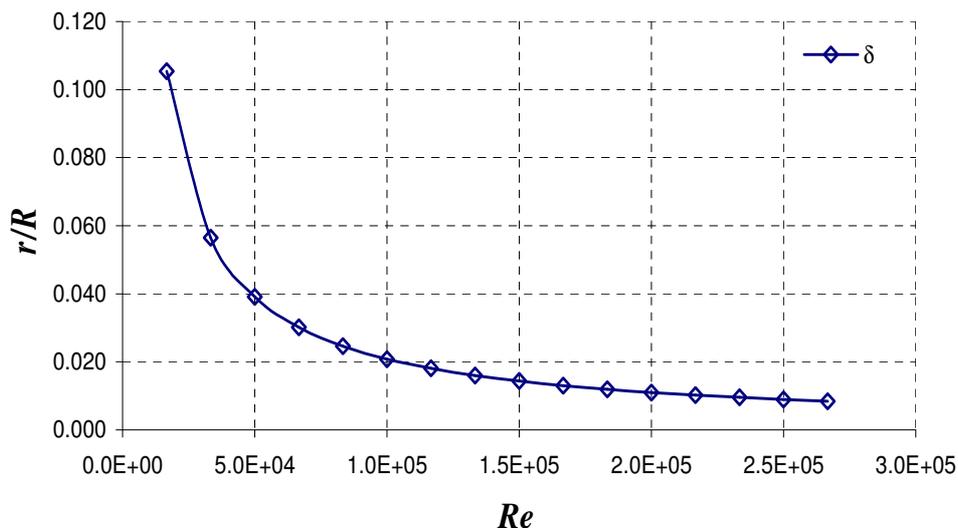


Abb. 5.3: Abschätzung der Dicke (r/R) des viskosen Unterschicht δ_u in Abhängigkeit der Reynoldszahl nach Ausdruck (5.1).

Aus der Abbildung 5.3 ist zu entnehmen, dass der Messbereich von $-0,8 < r/R < 0,8$ auch bei kleinen Reynoldszahlen nicht in die viskose Unterschicht δ_i eindringt.

Für eine Strömung im Ringspalt erwartet man ein symmetrisches Geschwindigkeitsprofil. Diese Erwartung wird durch die berechneten Profile erfüllt. Ein Profil wird dabei von Batta (2008) mit dem „Shear Stress Turbulence“ – Modell berechnet, das in Kapitel 2.4.3 genauer beschrieben wird. Ferner wird ein weiteres Profil nach Ausdruck 2.72 berechnet. Diese Profile verlaufen über weite Bereiche deckungsgleich. Geringe Abweichungen sind nur an den Randbereichen zu erkennen. Ein Vergleich zwischen den berechneten Profilen und den gemessenen Werten erfolgt in Abbildung 5.4. Die gemessenen Werte enthalten dabei den Messfehler als Fehlerbalken.

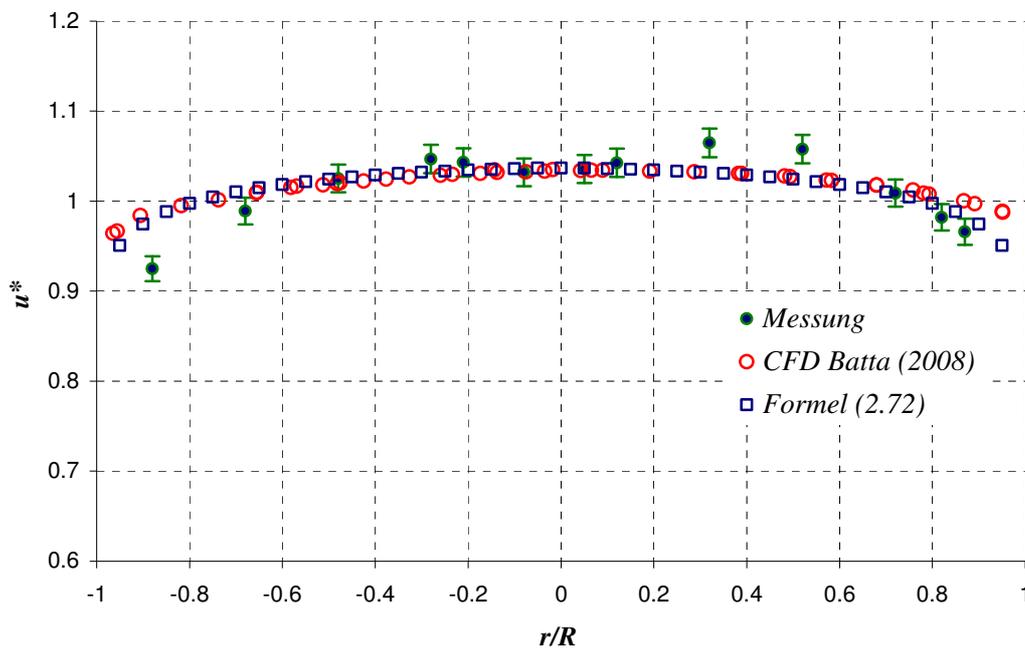
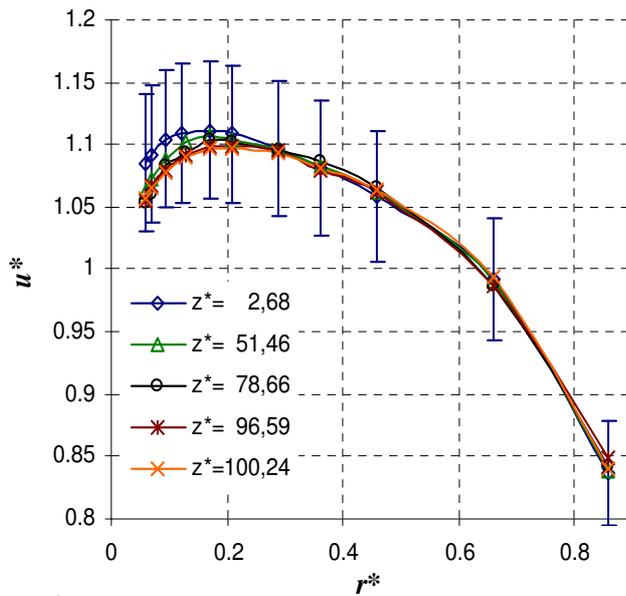


Abb. 5.4: Vergleich des gemessenen Strömungsprofils bei und der berechneten Strömungsprofile bei einer $Re = 2,5 \cdot 10^5$.

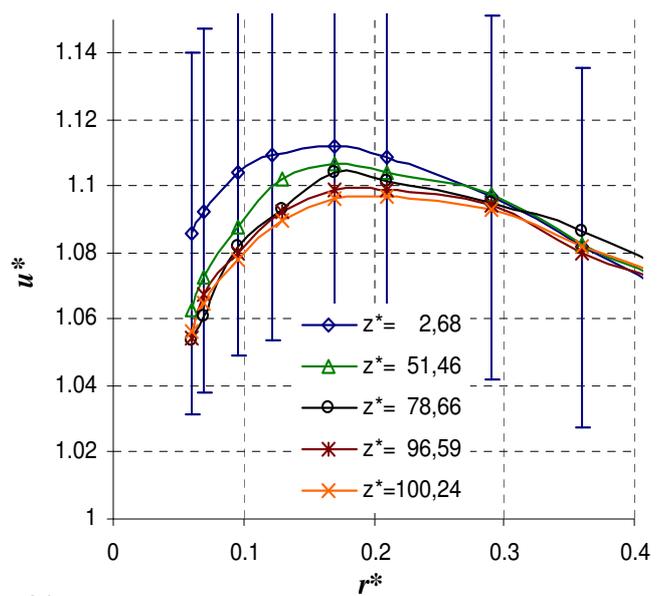
Die gemessenen Profile, für die das Profil von $Re = 2,5 \cdot 10^5$ repräsentativ steht, decken sich mit der Rechnung im Bereich von $-0,75 < r/R < 0,75$ relativ gut mit nur geringen Abweichungen von maximal 3%. An den Rändern jedoch kommt es zu größeren Abweichungen von 10%. Da das dimensionslose Profil jedoch nicht von der Reynoldszahl abhängt, können Einlaufeffekte als Erklärung ausgeschlossen werden.

5.2 Messergebnisse für das isotherme Geschwindigkeitsfeld im Ringspalt

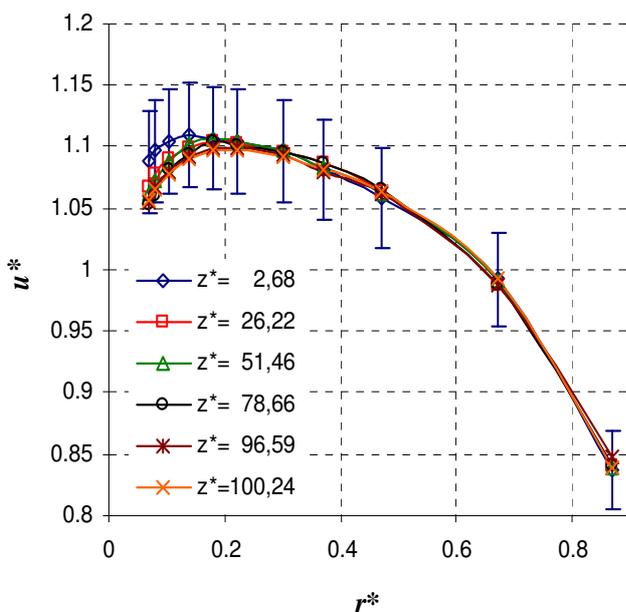
Da in 5.1 bereits das Geschwindigkeitsprofil vor dem Heizstab dargestellt wurde, folgt hier ausschließlich die Untersuchung entlang des Heizstabes bei variierenden Positionen für die dimensionslose Längenkoordinate $2,68 \leq z^* \leq 100,24$. Die dimensionslose Radialkoordinate wird nun abweichend von Kapitel 5.1 wieder in ihrer ursprünglichen Form r^* angegeben. Wie in 4.2.2 definiert, bildet r^* den Ringraum zwischen dem Heizstab und der Rohrrinnenwand der Teststrecke ab. Die folgende Abbildung 5.5 zeigt die gemessenen Geschwindigkeitsprofile bei unbeheiztem Stab für Reynoldszahlen von a) $Re = 3,8 \cdot 10^4$; c) $Re = 7,7 \cdot 10^4$ und e) $Re = 3,1 \cdot 10^5$ mit ihren jeweiligen Vergrößerungen b), d) und f).



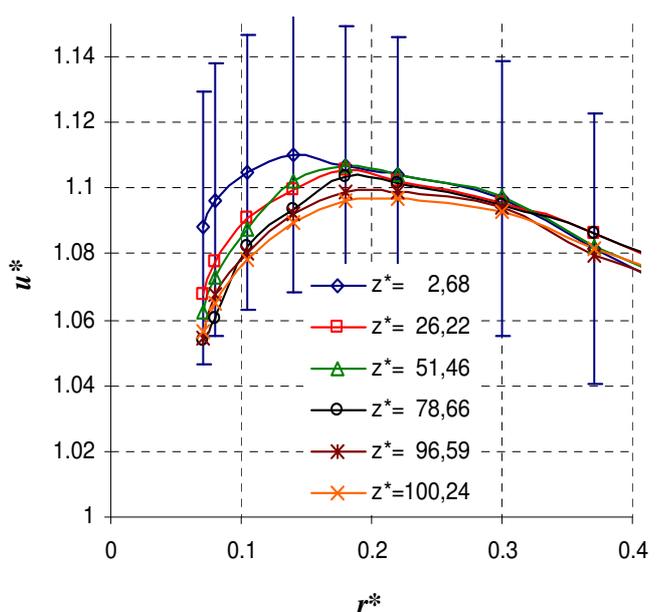
a)



b)



c)



d)

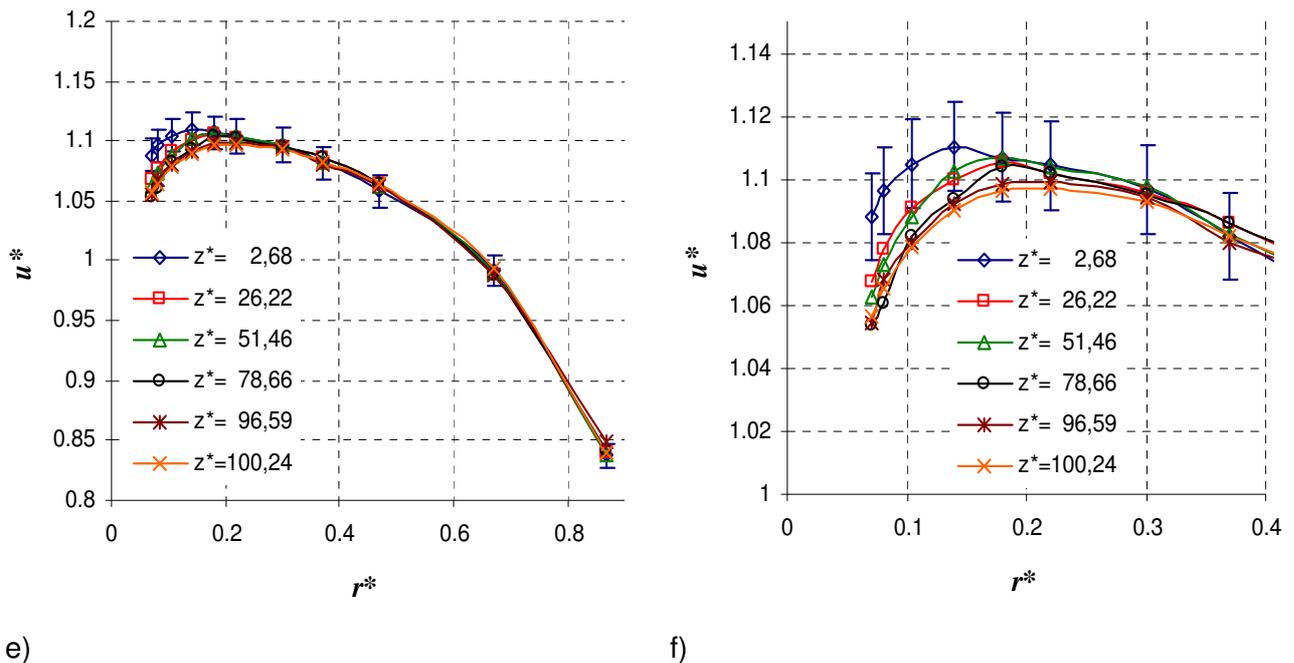


Abb. 5.5: Darstellung der lokalen mittleren Geschwindigkeiten u^* für einen Lauflängenbereich von $2,68 \leq z^* \leq 100,24$ bei unterschiedlichen Reynoldszahlen a) $Re = 3,8 \cdot 10^4$; c) $Re = 7,7 \cdot 10^4$ und e) $Re = 3,1 \cdot 10^5$ mit den jeweiligen Vergrößerungen b), d) und f) des Bereiches $0 \leq r^* \leq 0,4$ und $1 \leq u^* \leq 1,15$.

Für $z^* = 2,68$ liegen die Maxima der Geschwindigkeitsprofile relativ nahe am Heizstab. Mit zunehmender Lauflänge z^* verschieben sich diese hin zur Ringraummitte. Ab einer Lauflänge von $z^* = 51,46$ sind keine Veränderungen der Profilausprägung feststellbar. Für hydrodynamische voll ausgebildete Strömungen im Ringraum ist dies nach der Beschreibung von Laufer (1953) ein zu erwartendes Verhalten. Zudem sind in den Abbildungen exemplarisch an der Stelle $z^* = 2,68$ die systematischen Messfehler aufgetragen. Mit abnehmender Reynoldszahl nehmen diese Fehler zu. Für den dargestellten Reynoldszahlbereich von $3,8 \cdot 10^4 < Re < 3,1 \cdot 10^5$ verläuft der Fehleranteil von 1,3% bis 5%. Mit zunehmender Reynoldszahl nimmt der Fehler ab.

Abbildung 5.6 zeigt einen Vergleich der gemessenen Werte an der Stelle $z^* = 51,46$ und $z^* = 96,59$ bei einer $Re = 3,1 \cdot 10^5$ mit einem berechneten Strömungsprofil nach Gleichung 2.80 und 2.81 bei gleicher Re . Die Profile haben über einen großen Bereich eine relativ gute Übereinstimmung mit maximal 5% Abweichung. Nur in Heizstabsnähe ist die Abweichung größer. Die Maxima der Profile liegen ca. bei $r^* = 0,2$. Es ist somit eine relativ gute Übereinstimmung der gemessenen Werte mit der Vorhersage nach Gleichung 2.80 und 2.81 feststellbar. Da diese Gleichungen für Strömungsprofile bei hydrodynamisch voll ausgebildetem Zustand im Ringspalt gelten, ist dies ein zusätzlicher Hinweis dafür, dass die Strömung ab einer Lauflänge von $z^* = 51,46$ als hydrodynamisch voll ausgebildet gesehen werden kann.

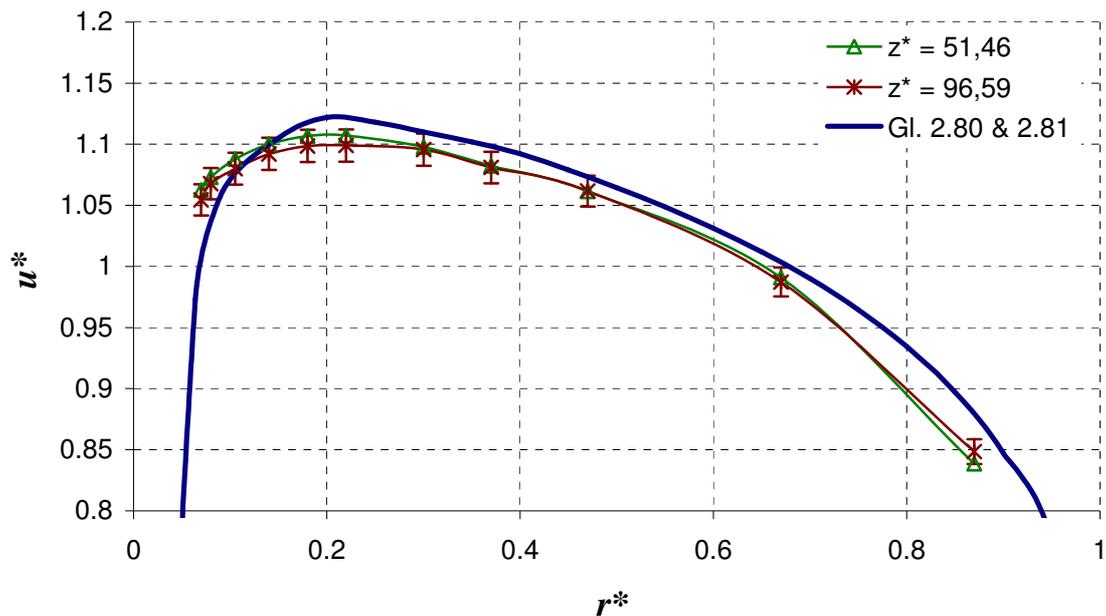
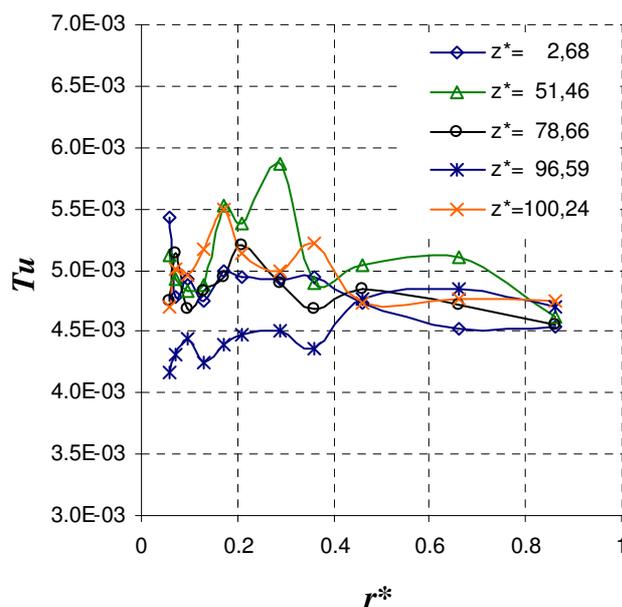
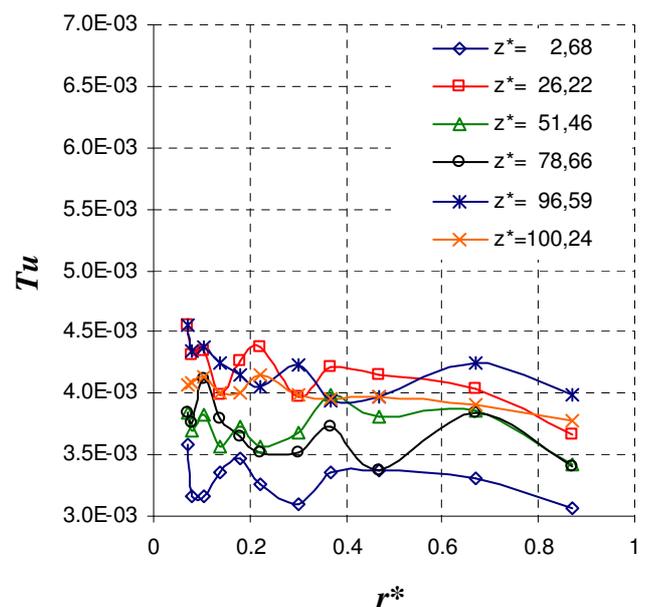


Abb. 5.6: Vergleich der lokalen mittleren Geschwindigkeiten u^* für eine Lauflänge von $z^* = 51,46$ und $z^* = 96,59$ bei einer Reynoldszahl $Re = 3,1 \cdot 10^5$ mit einem nach Gleichung 2.80 und 2.81 berechneten Strömungsprofil.

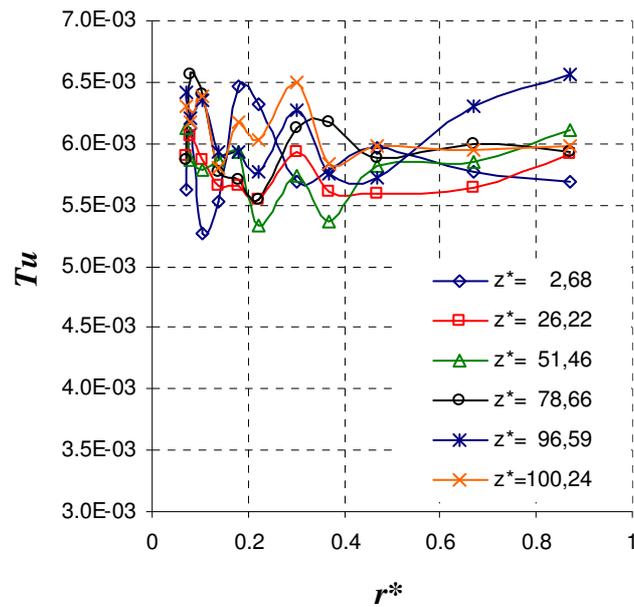
In Abbildung 5.7 ist der Turbulenzgrad Tu für einen Lauflängenbereich von $2,68 \leq z^* \leq 100,24$ bei unterschiedlichen Reynoldszahlen a) $Re = 3,8 \cdot 10^4$; b) $Re = 7,7 \cdot 10^4$ und c) $Re = 3,1 \cdot 10^5$ dargestellt. Der Turbulenzgrad befindet sich in einem Bereich von $0,3\% \leq Tu \leq 0,7\%$. Ein Einfluss der Reynoldszahl sowie ein Einfluss der Lauflänge z^* sind dabei nicht bemerkbar.



a)



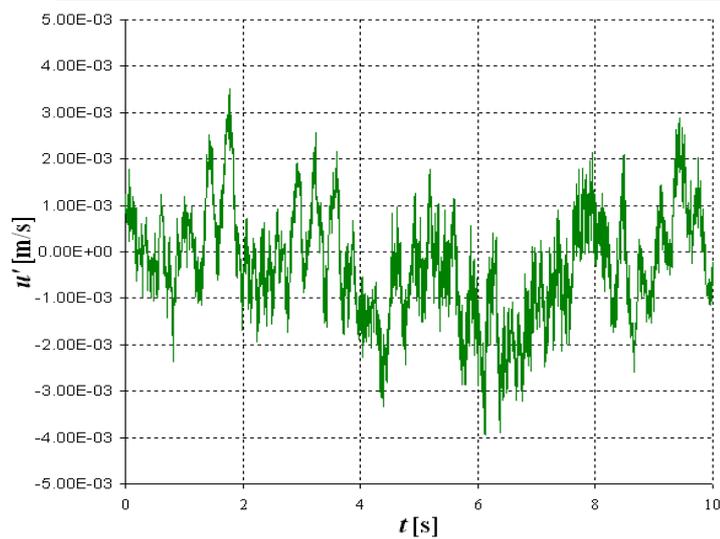
b)



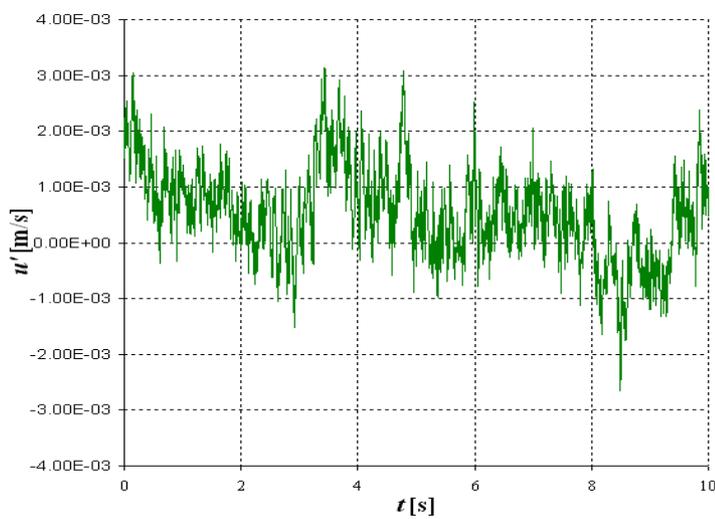
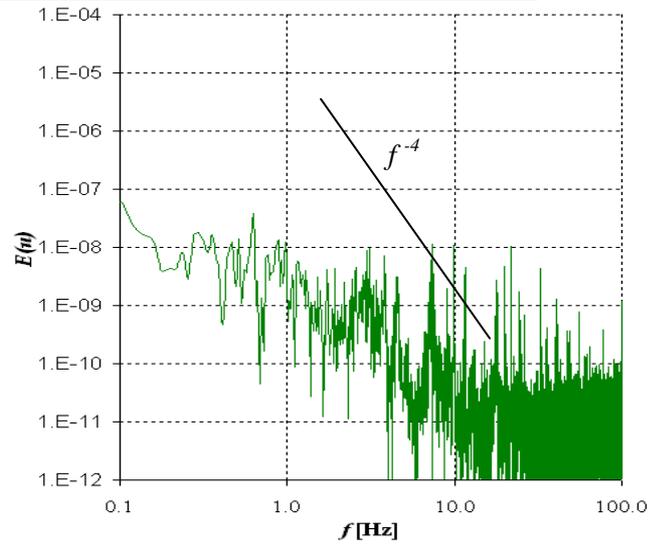
c)

Abb. 5.7: Darstellung des lokalen Turbulenzgrad Tu für einen Lauflängenbereich von $2,68 < z^* < 100,24$ bei unterschiedlichen Reynoldszahlen a) $Re = 3,8 \cdot 10^4$; b) $Re = 7,7 \cdot 10^4$ und c) $Re = 3,1 \cdot 10^5$.

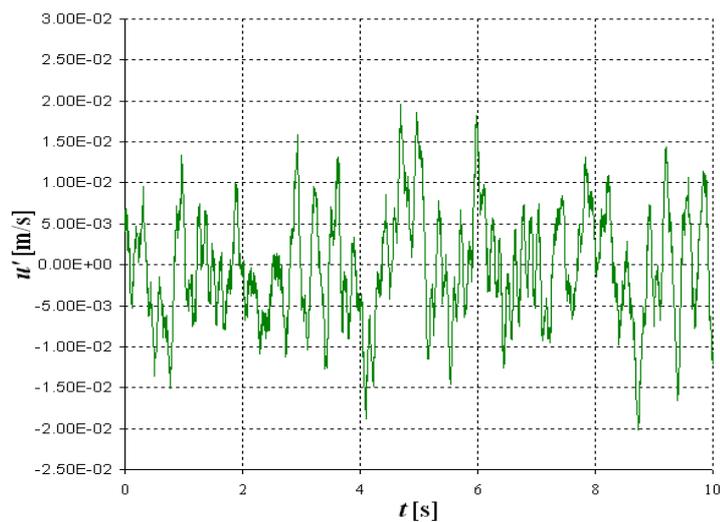
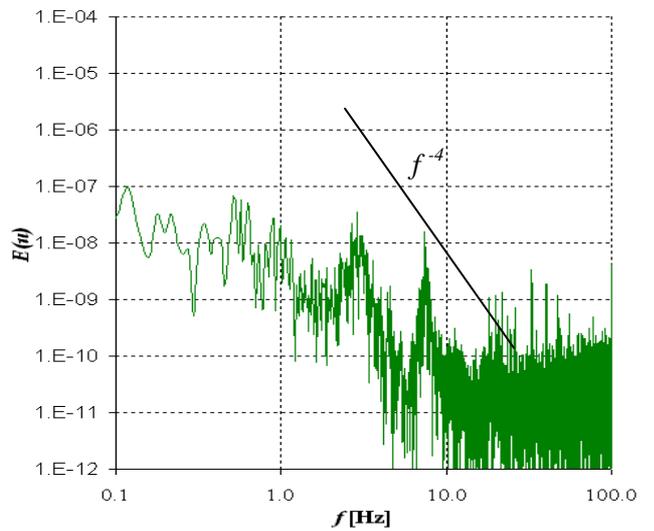
In den folgenden Abbildungen sind nun die Zeitreihen der Geschwindigkeiten und die spektrale Leistungsdichte (PSD) der Geschwindigkeiten an einer Stelle $z^* = 51,46$ und $r^* = 0,105$ für die drei verschiedenen Reynoldszahlen a) $Re = 3,8 \cdot 10^4$; b) $Re = 7,7 \cdot 10^4$ und c) $Re = 3,1 \cdot 10^5$ dargestellt.



a)



b)



c)

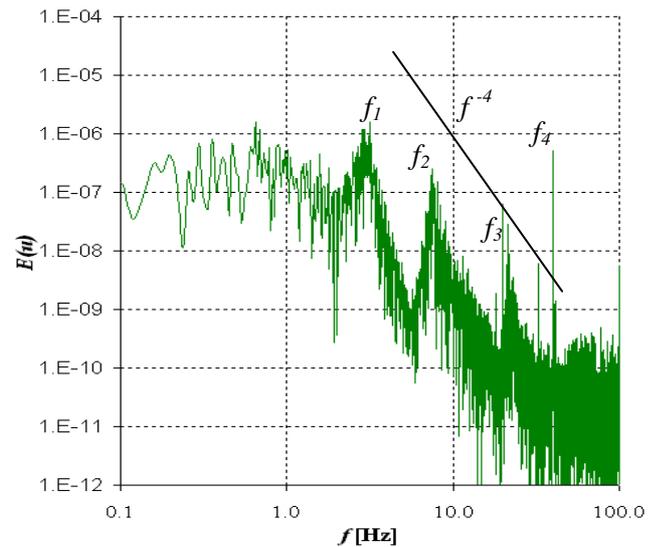


Abb. 5.8: Darstellung der Zeitreihen und spektralen Leistungsdichte für eine Lauflänge $z^* = 51,46$ und einer radialen Länge $r^* = 0,105$ bei unterschiedlichen Reynoldszahlen a) $Re = 3,8 \cdot 10^4$; b) $Re = 7,7 \cdot 10^4$ und c) $Re = 3,1 \cdot 10^5$.

Die Intensität der Zeitsignale ist dabei nur für die hohe Reynoldszahl $Re = 3,1 \cdot 10^5$ größer als bei den verbleibenden beiden Reynoldszahlen $Re = 7,7 \cdot 10^4$ und $Re = 3,8 \cdot 10^4$. Bei der Betrachtung der Leistungsdichtespektren fällt auf, dass der Energiegehalt der Signale mit zunehmender Reynoldszahl ebenfalls zunimmt. Zudem sind bei allen drei Leistungsdichtespektren vier charakteristische Frequenzen $f_1 = 3 \text{ Hz}$, $f_2 = 7,8 \text{ Hz}$, $f_3 = 22,5 \text{ Hz}$ und $f_4 = 50 \text{ Hz}$ zu erkennen. Ab der zweiten charakteristischen Frequenz kann man einen Abfall der Leistungsdichte mit f^{-4} feststellen.

Generell fällt auf dass der Energiegehalt der Signale der Geschwindigkeitsfluktuationen schwach im Vergleich zu denen sind die beispielsweise bei Burr (1998) mit der Potentialsonde gemessen wurden. Dort begannen die Spektren bei einer Höhe von $E(u) = 10^{-2}$ und fielen auf $E(u) = 10^{-7}$ und deckten einen Frequenzbereich von $0,1 \text{ Hz} < f < 800 \text{ Hz}$ ab. Hier beginnen die Spektren bei hoher Reynoldszahl $Re = 3,1 \cdot 10^5$ erst bei $E(u) = 10^{-6}$ und decken einen Energiebereich von $0,1 \text{ Hz} < f < 50 \text{ Hz}$ ab. Dennoch kann man eine Abhängigkeit des Energiegehaltes von der Reynoldszahl feststellen, da bei zunehmender Re auch der Energiegehalt der Fluktuationen zunimmt. Das lässt sich dadurch erklären, dass bei zunehmender Fluidgeschwindigkeit die Strömung energiereicher und damit auch die Intensität der Turbulenzen zunimmt. Der Abfall der Spektren im Bereich ab $f_2 = 7,8 \text{ Hz}$ mit f^{-4} , sofern er sich erkennen lässt, kann dadurch erklärt werden, dass die Energie der Turbulenzwirbel im Wesentlichen durch Dissipation verloren geht. Der Grundsätzlich niedrige Energiegehalt der Spektren kann dadurch interpretiert werden, dass von der Sondenspitze bis zum Messaufnehmer ein langer Signalweg bis zum Messaufnehmer zurückgelegt werden muss. Dadurch auftretende Dämpfungseffekte können somit dafür verantwortlich sein. Die entscheidende Erklärung bietet jedoch die Turbulenz der Anströmung.

Das Auftreten der beiden charakteristischen Frequenzen in den Signalen kann nicht eindeutig interpretiert werden, da auch durch die EM – Pumpe, die mit einer Frequenz von $f=22,5 \text{ Hz}$ arbeitet, f_2 und f_1 keine Subharmonischen Frequenzen der EM – Pumpe sein können. Auch über die Talyor Hypothese sind keine sinnvollen Erklärungen für die beiden Frequenzen zu finden. Eine weitere Vermutung dafür könnte die Ortsbezogenheit der Signale auf $r^* = 0,105$ sein. Hierzu wird in Bild 5.9 eine weitere spektrale Leistungsdichte an der Stelle $r^* = 0,305$ gezeigt.

Die beiden anderen charakteristischen Frequenzen f_3 und f_4 lassen sich wie folgt interpretieren. Die Frequenz $f_3 = 22,5 \text{ Hz}$ ist mit der Betriebsfrequenz der EM – Pumpe identisch. Für f_3 ist also der Fluidantrieb verantwortlich. Die Frequenz $f_4 = 50 \text{ Hz}$ hingegen entspricht der Frequenz des 230V Stromnetzes zur Energieversorgung der Messtechnik und des Aufzeichnungs – PCs. Damit kann f_4 als Netzspannungsfrequenz interpretiert werden.

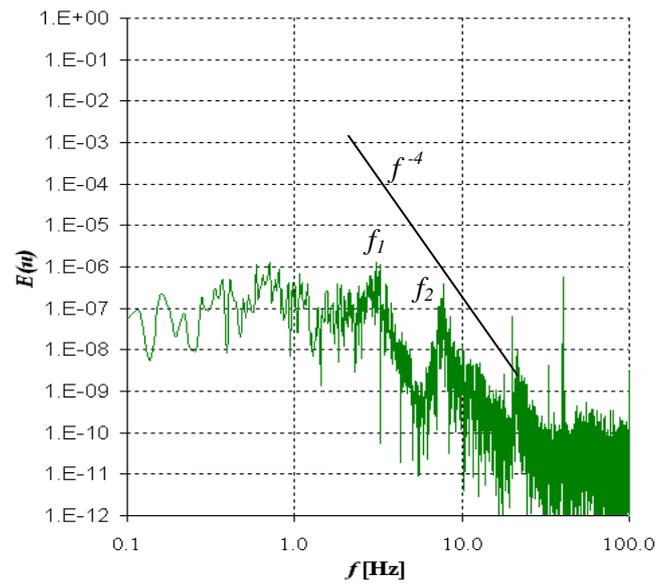


Abb. 5.9: Darstellung der spektralen Leistungsdichte für eine Lauflänge $z^* = 51,46$ und einer radialen Länge $r^* = 0,305$ bei einer Reynoldszahl von $Re = 3,1 \cdot 10^5$.

Auch hier tauchen die beiden Frequenzen f_2 und f_1 wieder auf. Dadurch, dass sie an $r^* = 0,105$ und $r^* = 0,305$ erscheinen sind sie also auch nicht abhängig von der Messposition der Pitotsonde.

5.3 Messergebnisse bei Zwangskonvektion

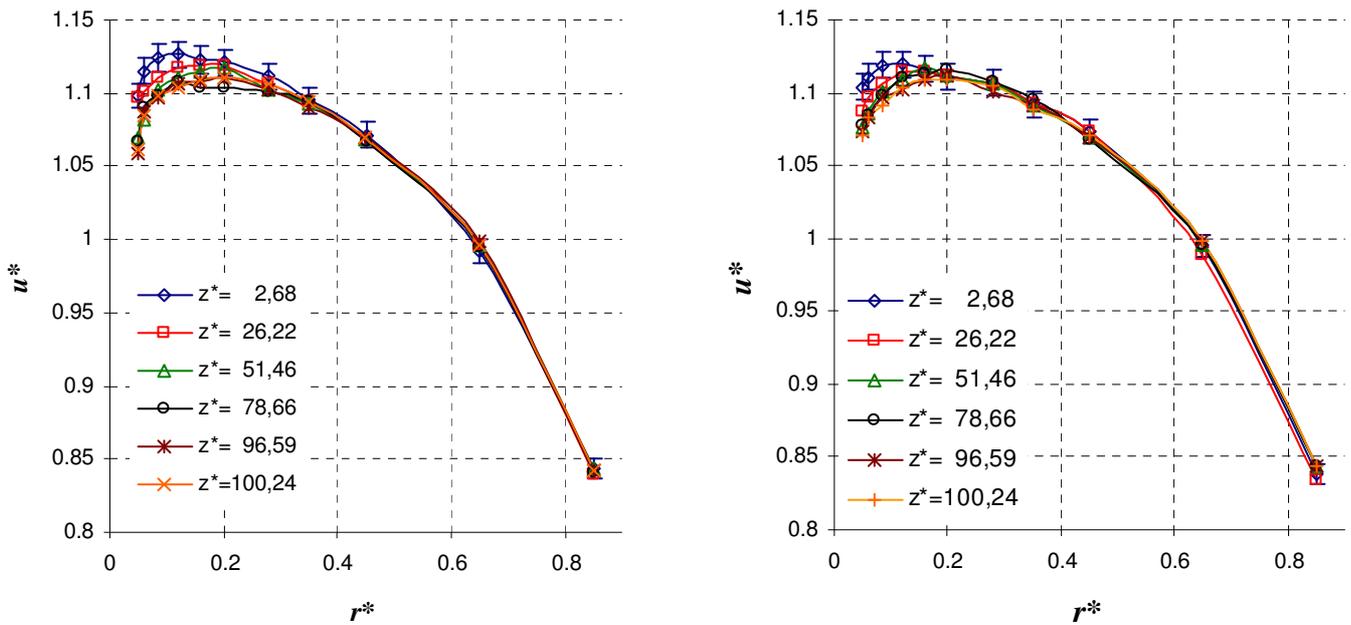
Mit dem Kriterium $Re_{zK} \geq \sqrt{Gr}$ wurde bereits in 4.4 eine einfache Abschätzung über zur Unterscheidung von Zwangs- und Mischkonvektion getroffen. Das folgende Kapitel beschäftigt sich nun mit den Messungen die nach 4.4 im Bereich der Zwangskonvektion liegen. Dies trifft nach oben erwähntem Kriterium für Untersuchungen zu, welche bei einer $Re = 3.1 \cdot 10^5$ am beheizten Stab dargestellt werden. Als zusätzliches Kriterium dürfte sich bei Zwangskonvektion keine Auswirkung der Beheizung auf das Strömungsfeld ergeben, da bei Zwangskonvektion der Einfluss der durch die Beheizung hervorgerufenen Auftriebseffekte, sehr viel kleiner als die Fremdantriebseffekte sein müssten. Die Abschätzung des Einflusses der Auftriebsgeschwindigkeit müsste nach Kapitel 2.9 bei $u_a/u_0 < 0,1$ bleiben. Für alle Ergebnisse wurde dabei die gleiche Eintrittstemperatur von $T_0 = 300^\circ\text{C}$ mit einer Abweichung von $\pm 0,1\%$ des flüssigen PbBi in die Teststrecke eingestellt.

Zu Beginn wird das Geschwindigkeitsfeld bei beheiztem Stab untersucht. Anschließend folgt die Darstellung der Messergebnisse für das Temperaturfeld bei beheiztem Stab. Die beiden folgenden Abschnitte untersuchen die Temperaturlausbreitung in radialer Richtung zum Heizstab. Da die Pitotsonde nicht azimuthal verschiebbar ist, sind die Geschwindigkeiten und ihre dazugehörenden Messgrößen nur für die Winkelposition $\Phi = 0^\circ$ ermittelt worden.

5.3.1 Geschwindigkeitsfeld und Schwankungsintensitäten

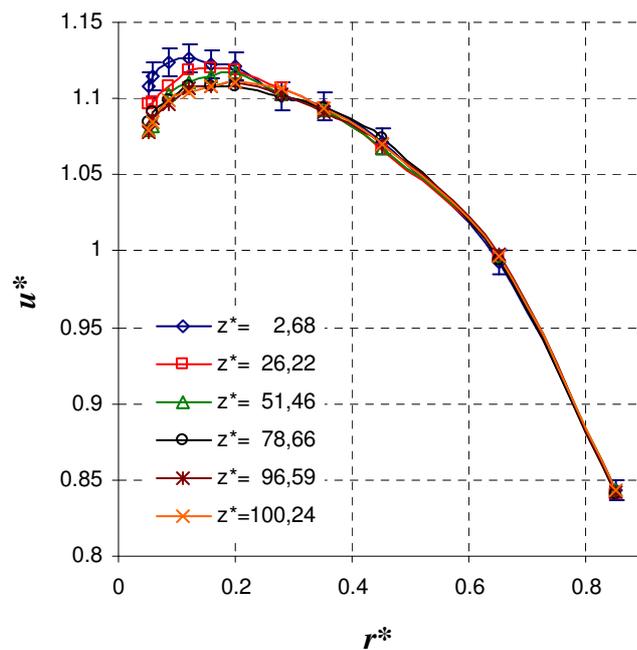
In den folgenden beiden Abbildungen sind die lokalen Geschwindigkeiten u^* und der Turbulenzgrad Tu über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3.1 \cdot 10^5$ unbeheizt und mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{kW}$ und b) $P = 9\text{kW}$, c) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$ aufgetragen.

Betrachtet man die Geschwindigkeitsprofile für verschiedene Heizleistungen des Stabes $P = 3\text{kW}$, 9kW und 20kW so ist keine Auswirkung der Heizleistung auf die u^* -Profile bemerkbar. Um hierzu jedoch genauere Aussagen machen zu können, erweist es sich als zweckmäßig die Schwankungsintensitäten dargestellt als Turbulenzgrad Tu der Geschwindigkeitsprofile zu überprüfen.



a)

b)

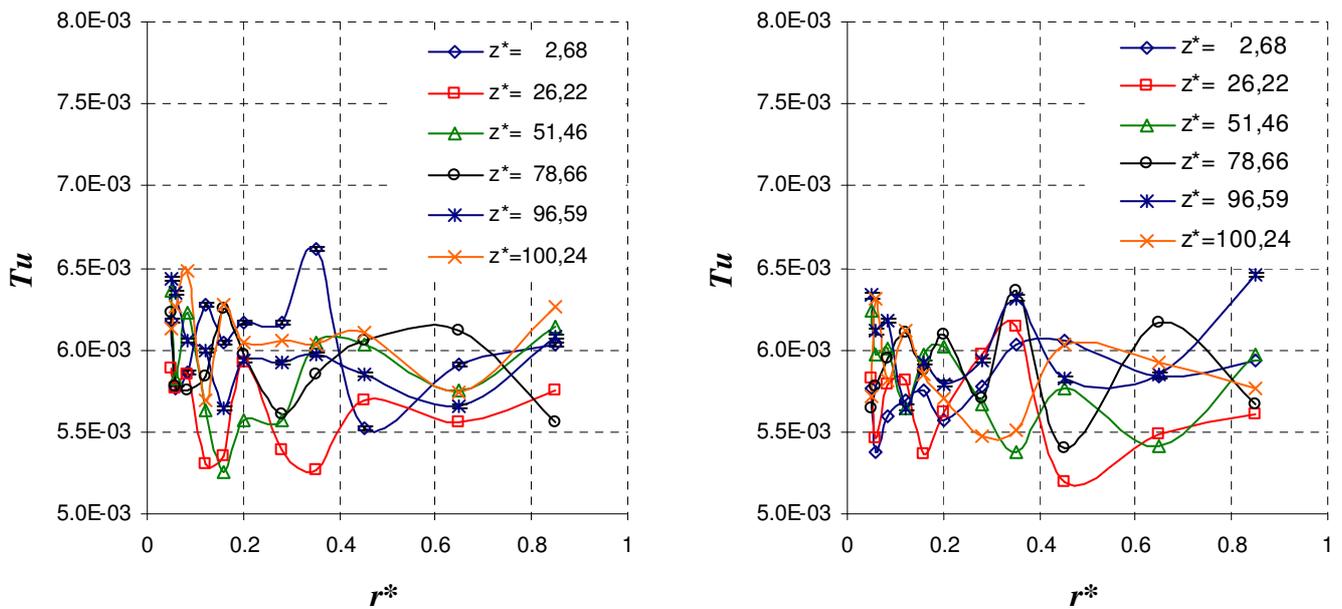


c)

Abb. 5.10: Darstellung der lokalen Geschwindigkeiten u^* über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3.1 \cdot 10^5$ mit verschiedenen Heizleistungen gen a) $P = 3\text{ kW}$; b) $P = 9\text{ kW}$; c) $P = 20\text{ kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300\text{ °C}$.

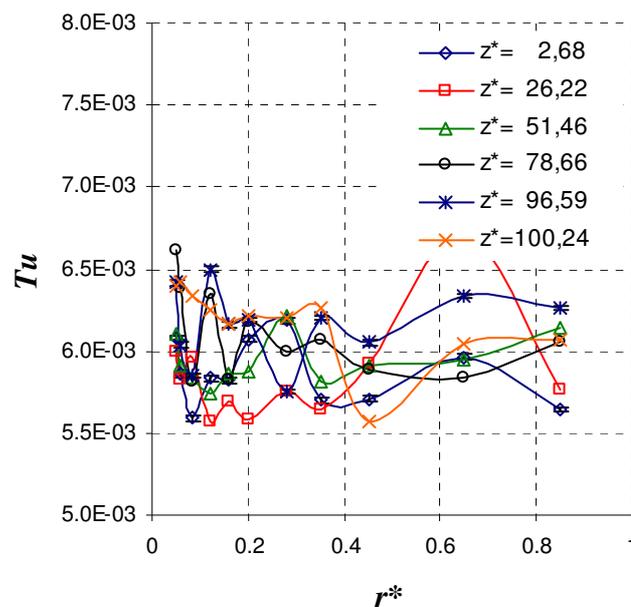
Auf den Abbildungen 5.11 a) bis c) sind hierzu die Schwankungsintensitäten der Geschwindigkeitsprofile aus der Abbildung 5.10 für verschiedene Axialpositionen z^* zu sehen.

Auch hier ist keine Beeinflussung durch den Stab bei den verschiedenen Heizstableistungen $3\text{ kW} \leq P \leq 20\text{ kW}$ zu erkennen.



a)

b)



c)

Abb. 5.11: Darstellung der lokalen Geschwindigkeiten Tu über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3,1 \cdot 10^5$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3 \text{ kW}$; b) $P = 9 \text{ kW}$; c) $P = 20 \text{ kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300 \text{ °C}$.

Dies verwundert im ersten Moment, da man nach Laufer (1953), Rehme (1975) und Jischa (1982) vermuten würde, dass zumindest die Randbereiche einen deutlichen Einfluss ausüben müssten. Einen Hinweis auf diese nichtvorhandenen Anstiege im Wandbereich kann auch hier eine Spektraluntersuchung liefern. Hierzu ist in der Abbildung 5.10 exemplarisch die spektrale Leistungsdichte (PSD) für eine Heizleistung von $P = 9 \text{ kW}$ dargestellt.

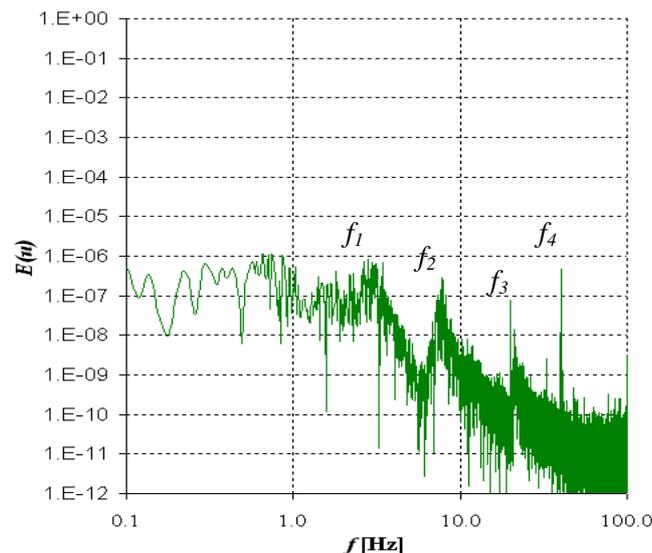


Abb. 5.12: Darstellung der spektralen Leistungsdichte für eine Lauflänge $z^* = 51,46$ und einer radialen Länge $r^* = 0,105$ bei einer Reynoldszahl von $Re = 3,1 \cdot 10^5$.

Das Energiespektrum der lokalen Geschwindigkeit zeigt auch hier keine Veränderung zu dem Fall des unbeheizten Stabes. Es sind, wie in 5.2 bereits beschrieben vier charakteristische Frequenzen zu sehen, wovon f_3 und f_4 als Betriebsfrequenz der EM - Pumpe und Netzsprungfrequenz erklärt werden können. Zumindest lässt sich hier feststellen, dass es keine Beeinflussung des Geschwindigkeitsfeldes durch die Beheizung des Stabes gibt. Es bleibt dabei aber noch zu klären ob der dargestellte Bereich in der Thermischen Grenzschicht liegt.

Dennoch bleibt festzuhalten, dass es bei keiner beheizten Höhenposition z^* zu einer Beeinflussung der Geschwindigkeit kommt. Dies ist nach Kapitel 2.9 ein weiteres Indiz dafür, dass es sich auch bei der gesamten beheizten Höhe um Zwangskonvektion handelt.

In einer weiteren Untersuchung werden nun die gemessenen Profile für den mit einer CFD Rechnung für den Fall einer angelegten Heizleistung von $P = 9\text{kW}$ bei $Re = 3,1 \cdot 10^5$ und einer Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$ verglichen. Die Rechnung basiert dabei auf dem in 3.2 beschriebenen „Shear-Stress-Transport“ Turbulenzmodell. Die Rechnung stammt von L. Chandra (2008). Dabei wird explizit Rücksicht auf einen eventuellen Auftriebseinfluss eingegangen, indem die Rechnung den Auftriebsterm berücksichtigt.

Die Abbildung 5.13 vergleicht exemplarisch nun die gemessenen Geschwindigkeitsprofile mit den berechneten bei Stellen $z^* = 51,46$ und $z^* = 100,24$. Einerseits sieht man auch bei der Rechnung trotz Berücksichtigung des Auftriebsterms keine nennenswerte Abweichung in den Profilen. Andererseits kann man auch eine relativ gute Übereinstimmung der gemessenen Profile mit der Rechnung im Nahbereich des Heizstabes feststellen. Die Abbildung 5.13 b) zeigt dazu einen vergrößerten Ausschnitt aus Abbildung 5.13 a). Gelangt man weiter in den Bereich den Außenbereich, so sind deutlichere Abweichungen von bis zu 6% zwischen Rechnung und Messung zu sehen. Für die gemessenen radialen Stellen bei $z^* = 100,24$ sind zudem die Fehlerbalken der Messung mit eingetragen.

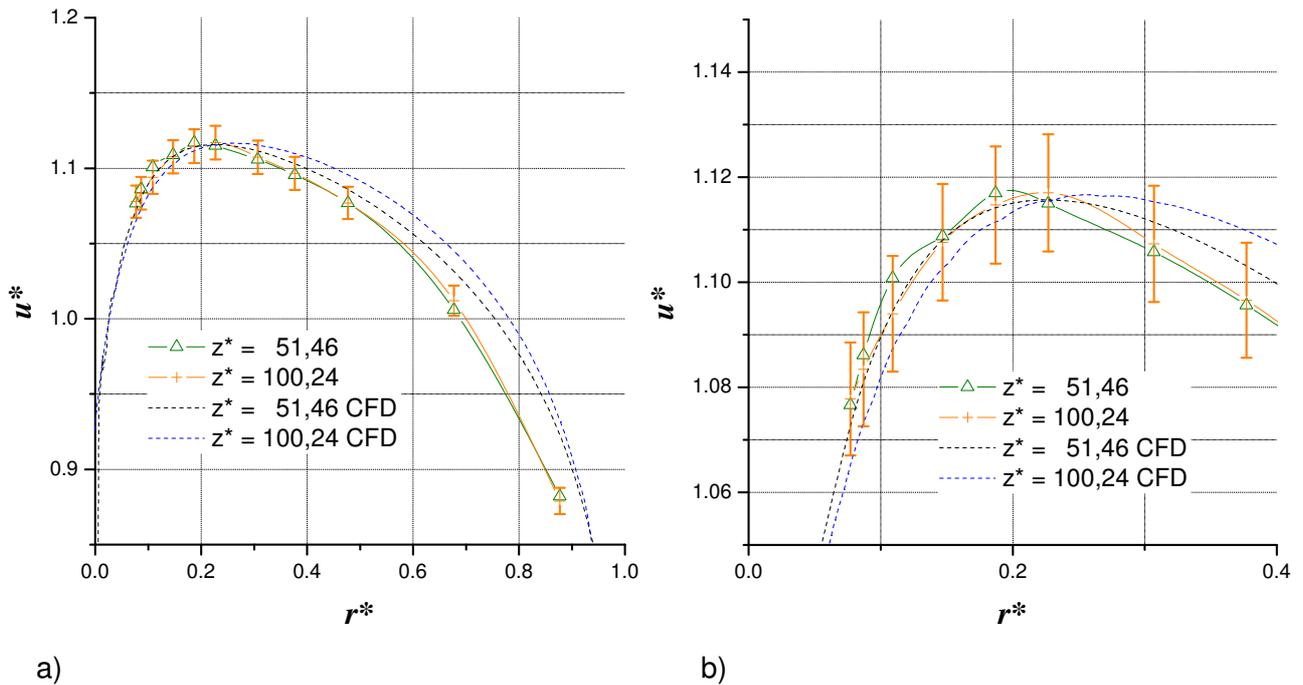


Abb. 5.13: a) Vergleich der Ergebnisse der CFD (Chandra (2008)) und der Messung für $P = 9 \text{ kW}$ bei $Re = 3.1 \cdot 10^5$ an den Stellen $z^* = 51,46$ und $z^* = 100,24$; b) Vergrößerung des Bereiches $r^* = 0$ bis $0,4$ und $u^* = 1,05$ bis $1,15$.

Somit kann man feststellen, dass die hydrodynamische Strömung im Ringspalt sich wie erwartet verhält. Zudem ist keine Beeinflussung der Geschwindigkeiten durch die verschiedenen Heizleistungen $3 \text{ kW} \leq P \leq 20 \text{ kW}$ bei der betrachteten Reynoldszahl von $Re = 3.1 \cdot 10^5$ bemerkbar.

5.3.2 Temperaturfeld und Schwankungsintensitäten

Die im Folgenden dargestellten mittleren dimensionslosen Temperaturprofile wurden mit den Messreihen der in 4.2.1 beschriebenen Messebene TR1 an der azimuthalen Stellung $\Phi = 270^\circ$ ermittelt. Als Referenztemperatur T_0 kommt hier die Einlauftemperatur T_{in} zum Einsatz.

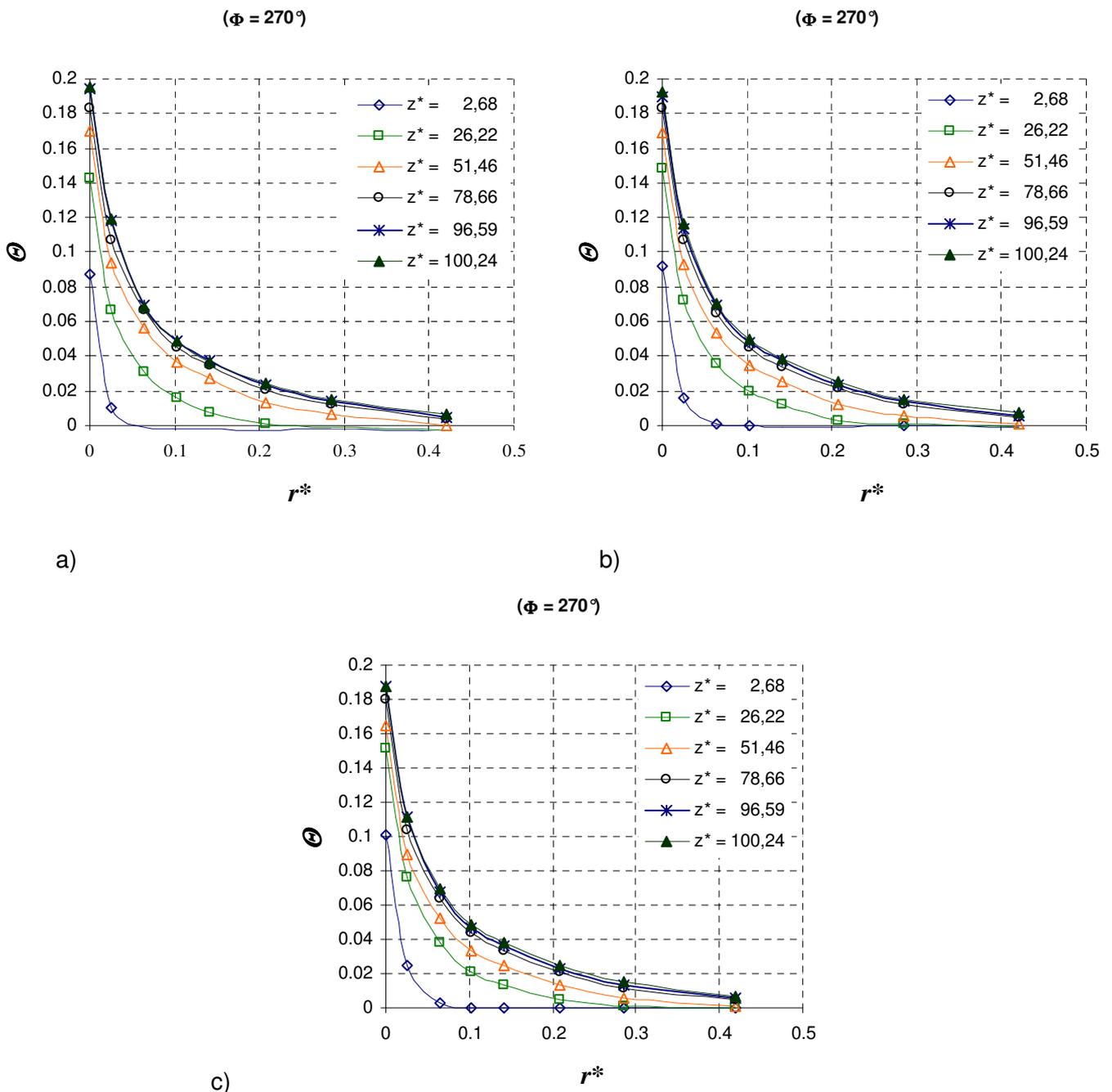


Abb. 5.14: Darstellung der mittleren dimensionslosen Temperaturprofile über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3.1 \cdot 10^5$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{kW}$ und b) $P = 9\text{kW}$; c) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$.

Mit zunehmender beheizter Länge nehmen auch die radialen Temperaturverteilungen und die Ausbreitung der thermischen Grenzschicht δ_{th} zu. Bei verschiedenen Heizleistungen sieht man jedoch bei gleichbleibender Re keine nennenswerte Veränderung der Temperaturprofile. Dies scheint im ersten Moment untypisch da man davon ausgeht, dass bei zunehmender Heizleistung ebenfalls die Temperaturen entlang des beheizten Stabes zunehmen. Die Erklärung für die scheinbar gleichbleibenden Temperaturprofile liegt in der Normierung der Temperatur begründet. Die dabei verwendete Temperatur $\bar{\Delta T}_{char}$ beinhaltet nach Ausdruck (2.42) die Flächenleistungsdichte q'' , welche selbst wieder die am Heizstab angelegte Heiz-

leistung beinhaltet. Die zunehmenden dimensionsbehafteten Temperaturen werden somit durch die zunehmenden Leistungen gekürzt. Die dimensionslosen Temperaturen θ gleichen sich somit wieder an. Da die thermische Grenzschicht in keinem der Fälle die Außenwand erreicht, deutet sich hier ein erster Hinweis auf selbstähnliche Lösungen für die Temperaturen an. Da jedoch als Referenztemperatur hier die Einlauftemperatur verwendet wird bleibt der Beweis für selbstähnliche Lösungen im Temperaturbereich dem Kapitel 5.5 vorbehalten.

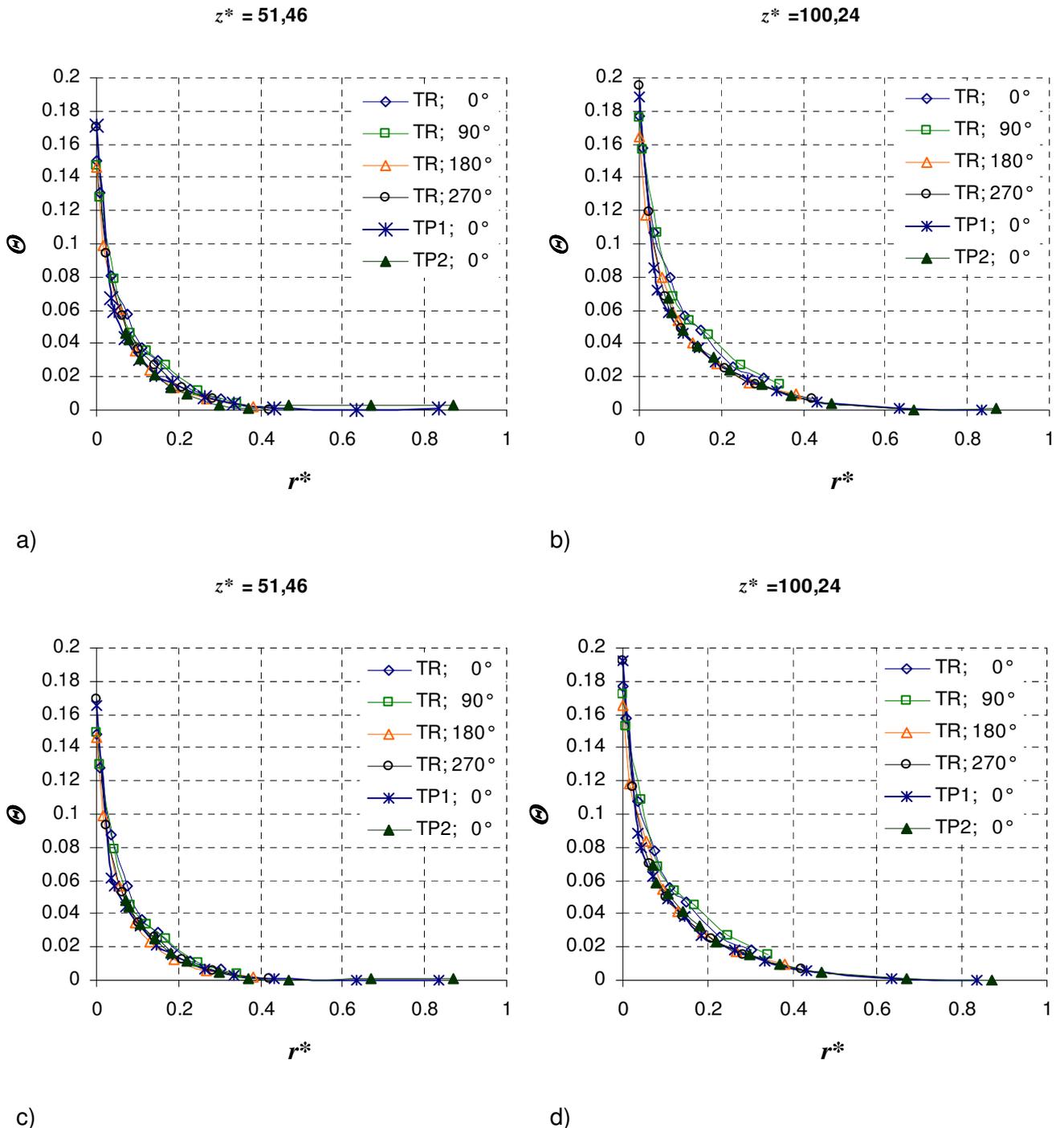


Abb. 5.15: Gemeinsame Darstellung der mittleren dimensionslosen Temperaturprofile über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3.1 \cdot 10^5$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $z^* = 51,46$; $P = 9\text{kW}$ b) $z^* = 100,24$; $P = 9\text{kW}$; c) $z^* = 51,46$; $P = 20\text{kW}$ und d) $z^* = 100,24$; $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$.

Einerseits wird dabei gezeigt, dass die Temperaturprofile der Sonde mit den Temperaturprofilen der Messrechen gut übereinstimmen. Andererseits lässt sich auch erkennen, dass Abschätzung der Wandtemperaturen T_w mit dem logarithmischen Wandgesetz auch für die weiter entfernten Messpositionen der Sonde gut mit der Abschätzung der Wandtemperaturen T_w mit den Thermorechen übereinstimmt. Da die Temperaturprofile annähernd symmetrisch ausfallen und sowohl für die Messrechen und die Sonderelemente nahezu gleich verlaufen erfolgt nun die Untersuchung der Temperaturfluktuationen θ . Die Abbildungen 5.16 zeigen dazu die Temperaturfluktuationen bei $Re = 3.1 \cdot 10^5$ für verschiedene Positionen z^* bei verschiedenen Heizleistungen $3\text{kW} \leq P \leq 20\text{ kW}$.

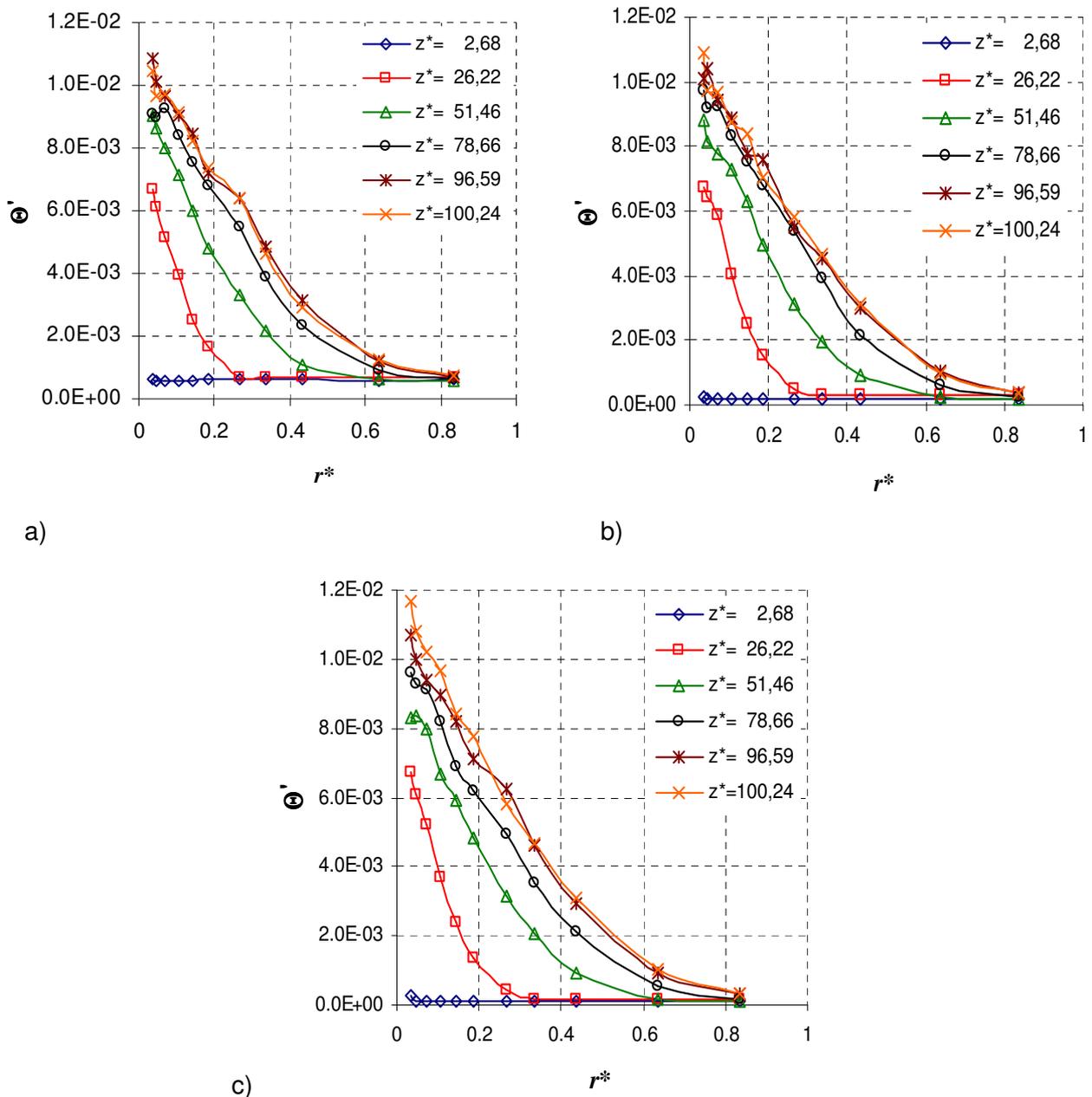


Abb. 5.16: Darstellung der dimensionslosen Temperaturfluktuationen über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3.1 \cdot 10^5$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{kW}$ und b) $P = 9\text{kW}$, c) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$.

Für alle drei Heizleistungen sieht man eine kontinuierliche Zunahme der Temperaturfluktuationen. Der Abfall auf den Wert Null unmittelbar an der Wand wird von der Sonde nicht mehr erfasst. Der Verlauf der Temperaturfluktuationen entspricht qualitativ nicht dem der mittleren Temperaturprofile, denn er enthält Wendepunkte. Dadurch lässt sich erkennen, dass innerhalb der Temperaturgrenzschicht keine gleichmäßige Durchmischung kalter und warmer Fluidbereiche stattfindet.

Die Darstellung des Temperaturverlaufes sowie dessen Fluktuationen liefern zudem die Bestätigung, dass die spektrale Leistungsdichte (PSD) der Geschwindigkeitsfluktuationen aus der Abbildung 5.12 innerhalb der thermischen Grenzschicht liegt. Dies ist zugleich eine Erklärung für tatsächliches Vorhandensein einer Zwangskonvektion, wie am Eingang unterstellt wurde. Denn durch die Tatsache, dass die Geschwindigkeitsfluktuationen und das Geschwindigkeitsfeld nicht von dem Temperaturfeld beeinflusst werden, kann kein Einfluss auf die Geschwindigkeit durch einen Auftriebseffekt festgestellt werden. Da die Geschwindigkeitsverteilung und deren Fluktuationen rein von der erzwungenen Strömung abhängen ist dies ein Indiz für Zwangskonvektion.

Zeitreihen und spektrale Leistungsdichte der gemessenen Temperaturen

Der Einfluss, den der Heizstab auf die Temperaturfluktuationen ausübt, kann anschaulich auch anhand der zeitabhängigen Temperatursignale betrachtet werden.

Die Abbildung 5.17 zeigt Ausschnitte von Zeitreihen dreier unterschiedlicher Thermoelemente im Messrechen der Messebene TR1 an der Stelle $\Phi = 270^\circ$. Die Thermoelemente sitzen dabei an Stelle $r^* = 0,006$, $r^* = 0,102$ (in Heizstabsnähe) und $r^* = 0,42$ (in Ringspaltmitte). Untersucht wird dabei die Position $z^* = 26,22$.

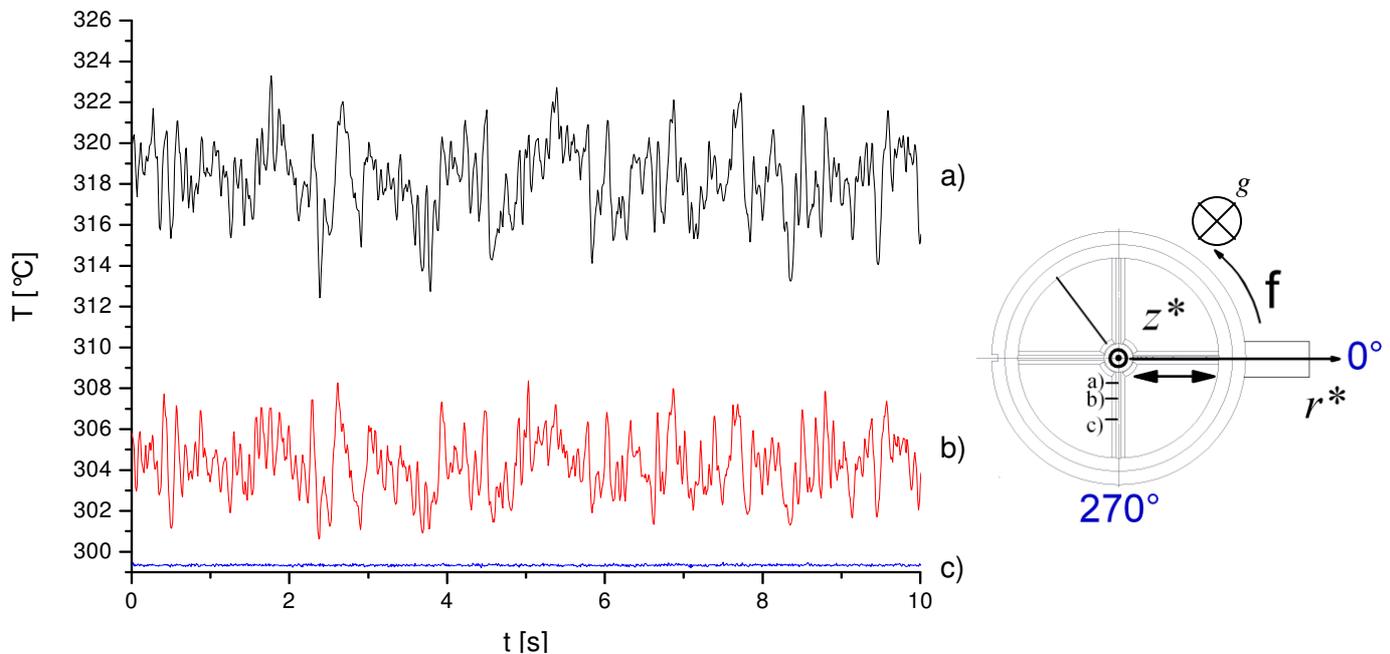


Abb. 5.17: Darstellung des Temperaturverlaufes über der Zeit t an der Position $z^* = 26,22$ bei verschiedenen Spaltbreite a) $r^* = 0,006$; b) $r^* = 0,102$ c) $r^* = 0,42$ für $Re = 3 \cdot 10^5$ mit einer Heizleistung $P = 9\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$.

Deutlich zu sehen sind die erheblich größeren Signalschwankungen in Heizstabnähe im Vergleich zu den geringeren Schwankungen in Ringspaltmitte. Auch daran kann man erkennen, dass sich die beiden Thermoelemente an Position a) und b) bei den vorgenannten Bedingungen in der thermischen Grenzschicht befinden und das Thermoelement an Position c) außerhalb der thermischen Grenzschicht liegt.

Eine Spektraluntersuchung der drei Signale, die in der Abbildung 5.18 dargestellt ist, gibt weiteren Aufschluss darüber, aus welchen Frequenzanteilen sich die Varianz des Temperatursignals zusammensetzt. In Heizstabnähe an $r^* = 0,006$ und $r^* = 0,102$ ist nur der durch die Theorie des turbulenten Wärmetransports (Hinze (1975)) beschriebene Inertial-Konduktionsbereich sichtbar. Der Inertial-Konvektionsbereich, bei dem die spektrale Leistungsdichte mit ca. $f^{-5/3}$ abfällt ist nicht erkennbar, was jedoch nicht weiter verwundert, da dieser nach Hinze (1975) und Burr (1998) erst ab einer Reynoldszahl $Re > 10^6$ zu erkennen ist. Die Steigung im Inertial-Konduktionsbereich fällt für a) und b) in der Messung mit $f^{-4,1}$ flacher ab als der in der Theorie beschriebene Wert von $f^{-17/3}$ (Hinze (1975)). Im Inertial-Konduktionsbereich werden die turbulenten Temperaturschwankungen hauptsächlich durch molekulare Wärmeleitung gedämpft.

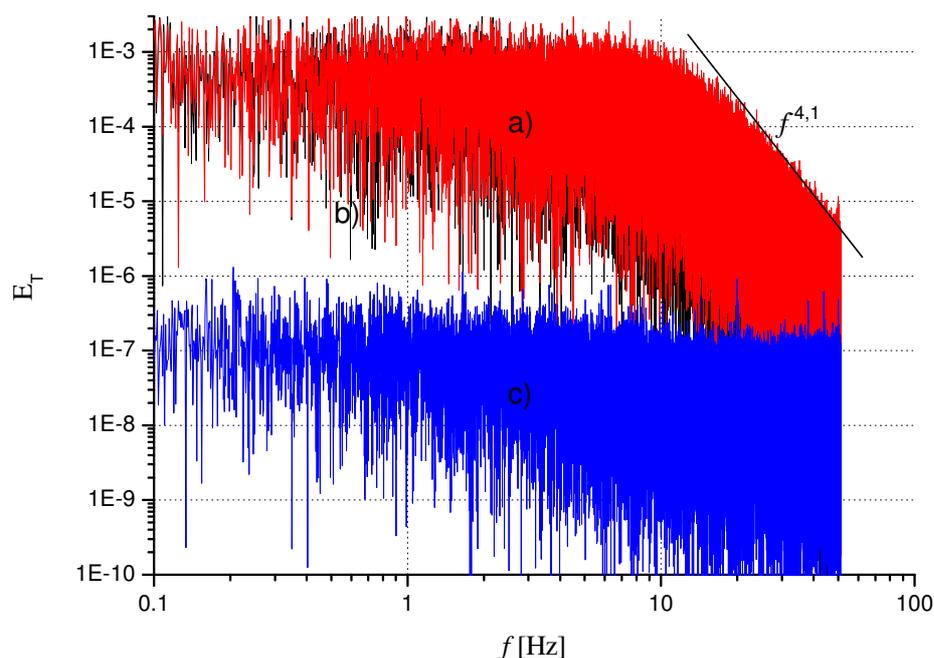


Abb. 5.18: Das Leistungsdichtespektren E_T der Temperaturfluktuationen an den radialen Stellen a) $r^* = 0,006$; b) $r^* = 0,102$; c) $r^* = 0,42$.

Es zeigt sich, dass die Messkette alle messbaren Frequenzen f vernünftig auflöst. Frequenzen, welche jedoch über den, durch die Messtechnik beschränkten $f = 60$ Hz liegen werden allerdings nicht mehr dargestellt. Die Temperaturspektren entsprechen in der Größenordnung denen von Burr (1998) vorgestellten Spektren für isotrope Turbulenz.

Vergleich mit CFD - Rechnung

In den Abbildungen 5.19a) und b) sind zum Vergleich zwei berechnete mittlere Temperaturprofile gemessenen Werte dargestellt. Die Abbildung 5.19a) vergleicht dabei das von Chandra (2008) berechnete mittlere Temperaturprofil mit den Messungen bei einer Heizleistung von $P = 9\text{kW}$ und einer Heizstabposition von $z^* = 51,46$. In Abbildung 5.19b) werden die gemessenen Profile mit der Rechnung von Batta (2008) bei einer Heizleistung von $P = 20\text{kW}$ und einer Heizstabposition von $z^* = 90,59$ verglichen.

Man erkennt in beiden Fällen eine sehr gute Übereinstimmung der Messwerte mit den berechneten Werten an den Randbereichen. In dem Bereich $0,02 < r^* < 0,3$ stimmt die Berechnung von Chandra eher mit den tiefer liegenden Messwerten überein. Batta's Rechnung deckt sich in diesem Bereich eher mit den höher liegenden Messwerten. Dennoch bleibt hier anzumerken, dass beide Rechnungen sich innerhalb der Messwerte befinden und somit eine gute Übereinstimmung zwischen Messwerten und berechneten Werten herrscht.

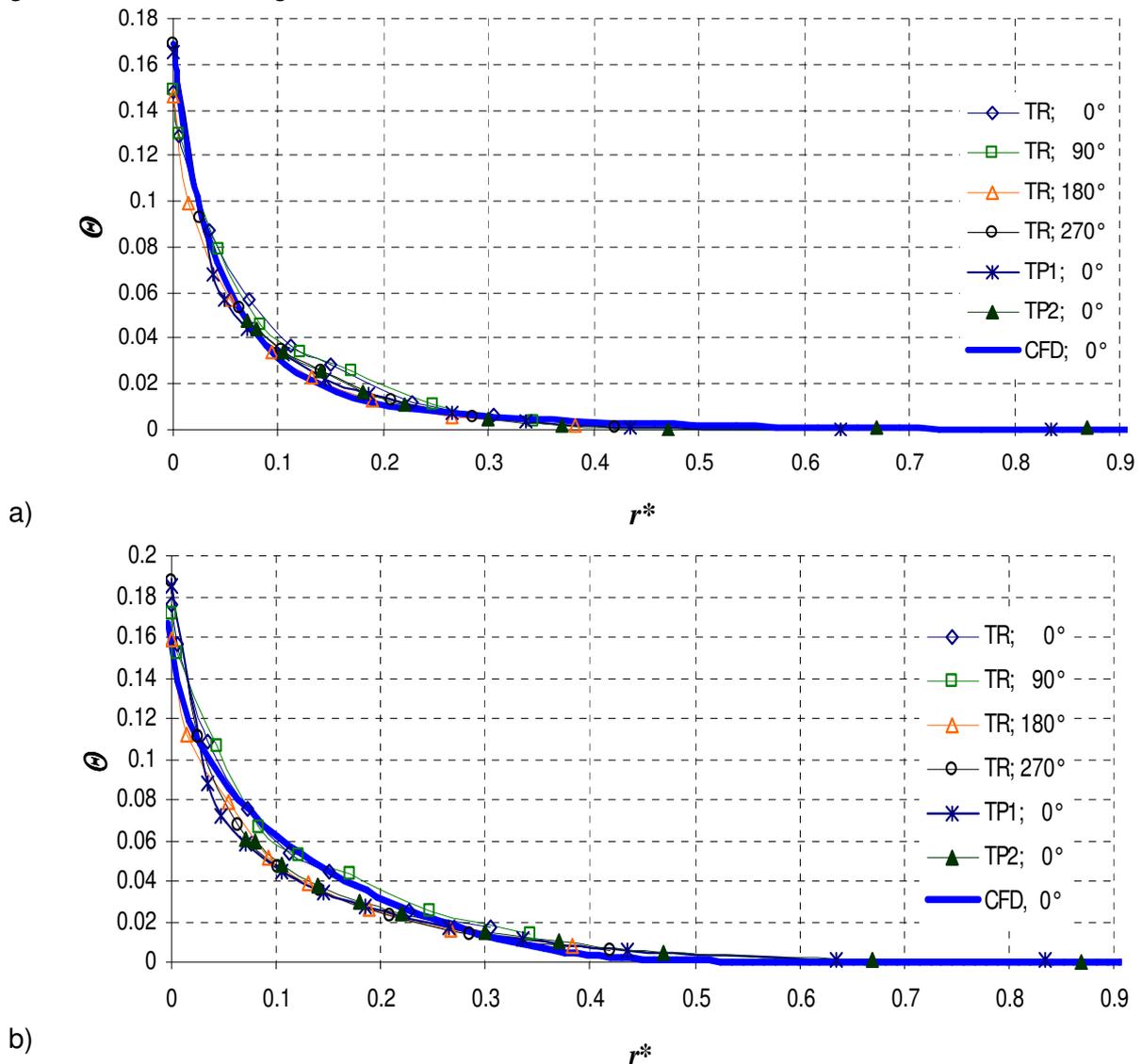


Abb. 5.19: Vergleich der gemessenen mittleren Temperaturprofile mit berechneten mittleren Temperaturprofilen von a) Chandra (2008) bei $P = 9\text{kW}$ an der Stelle $z^* = 51,46$ und b) Batta (2008) bei $P = 20\text{kW}$ an der Stelle $z^* = 90,59$.

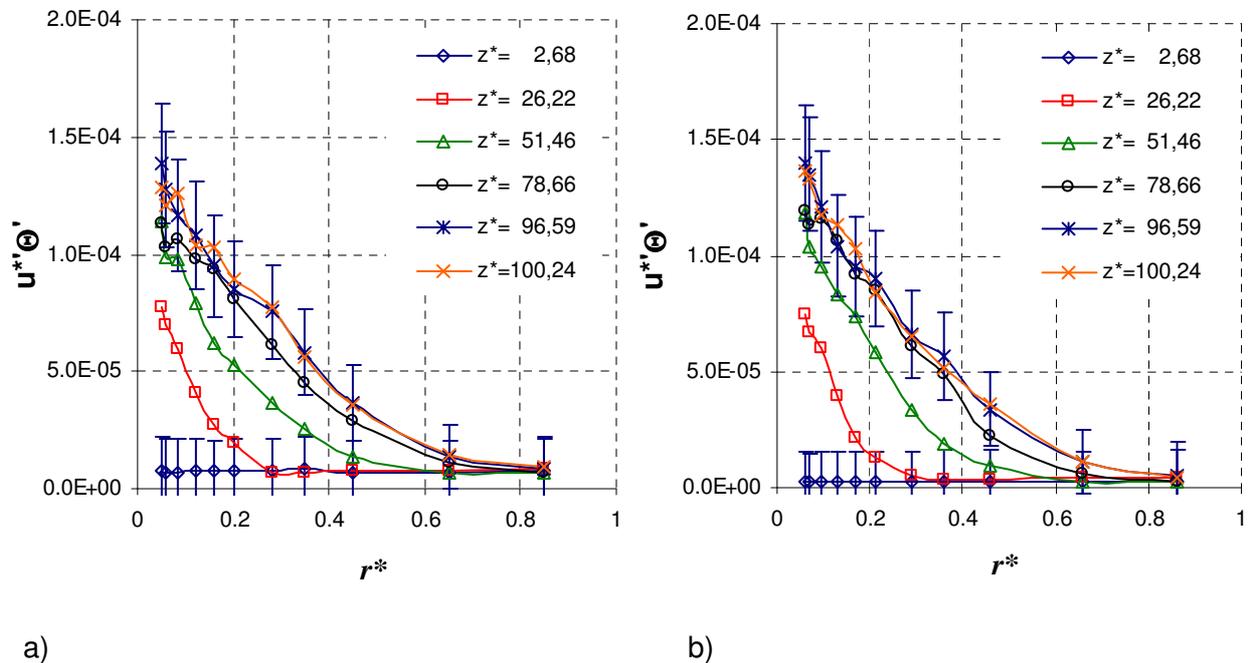
Abschätzung der Auftriebsgeschwindigkeit

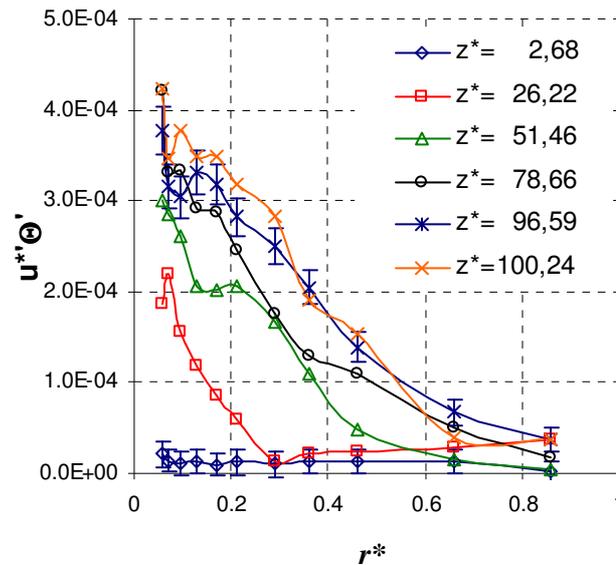
Da der Stab hier unterschiedlich beheizt wird, erfolgt nach Ausdruck 2.92 auch eine Abschätzung des Einflusses der Auftriebsgeschwindigkeit. Bei den hier vorkommenden Leistungen von $3\text{kW} < P < 9\text{kW}$ liegt bei einem Reynoldszahlbereich von $Re = 3,1 \cdot 10^5$ das Verhältnis der Geschwindigkeit der Auftriebsströmung zur von der Pumpe erzeugten Strömung bei $0,01 < u_a/u_0 < 0,04$. Das Verhältnis u_a/u_0 liegt damit unterhalb des Bereiches bei dem Mischkonvektion erwartet wird. Ein Auftriebseinfluss ist also auch bei der Betrachtung von u_a/u_0 nicht feststellbar.

5.3.3 Axialer Wärmetransport

Wie in 4.2.2 bereits erwähnt, ist es mit der verwendeten Messtechnik nicht möglich, alle turbulenten Wärmetransportgrößen aufzulösen. Die Betrachtung beschränkt sich hier daher auf die Untersuchung des in axialer Richtung messbaren turbulenten Wärmestrom $\overline{u'T'}$ welcher hier normiert als $u^*\Theta'$ dargestellt wird. Die Fehlerbalken zeigen die statistische Unsicherheit.

Die axialen Wärmeströme bei einer $Re = 3,1 \cdot 10^5$ werden in den folgenden Abbildungen bei unterschiedlichen Heizstabpositionen z^* für die Heizstabelleistungen $3\text{kW} \leq P \leq 20\text{ kW}$ gezeigt.





c)

Abb. 5.20: Darstellung der dimensionslosen turbulenten Wärmeströme über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3.1 \cdot 10^5$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{kW}$ und b) $P = 9\text{kW}$, c) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$.

In allen drei Fällen zeigen die positiven Wärmeströme einen turbulenten Transport der Wärme in Strömungsrichtung an. Mit zunehmender Heizleistung steigen auch die turbulenten Wärmeströme in Geschwindigkeitsrichtung an. Die Profile selbst werden mit zunehmender Heizleistung völliger, was bedeutet, dass mehr Wärme in Richtung der Ringkanalmitte transportiert wird. Das Verhalten der Wärmeströme entspricht daher den Erwartungen, weil es bestätigt, dass bei turbulenten hydrodynamischen Strömungen der turbulente Wärmetransport stets in Richtung des treibenden Temperaturgefälles oder Druckgefälles erfolgt (Burr (1998)). Zudem zeigt sich bei einer Heizleistung von $P = 20\text{ kW}$ bei der Stelle $z^* = 2,68$ ein kontinuierliches Profil und ab $z^* = 51,46$ ein mit Wendepunkten versehenes Profil. Dies kann als Hinweis auf eine veränderte Dynamik interpretiert werden.

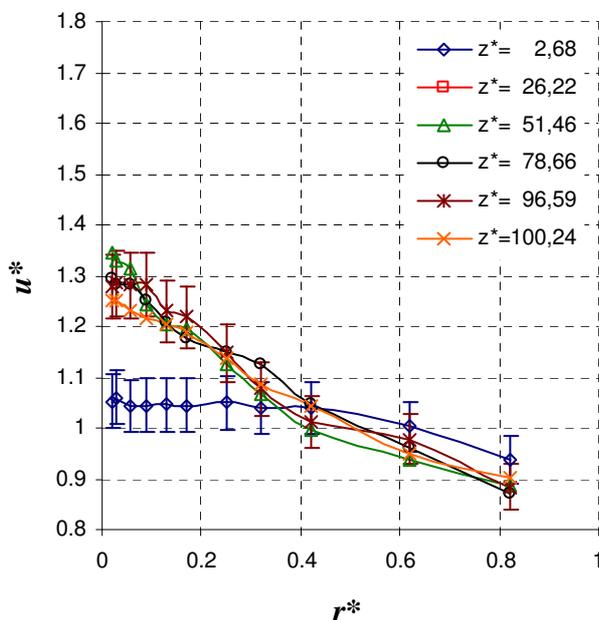
5.4 Messergebnisse bei Mischkonvektion

Hier werden nun die Messungen betrachtet, welche nach 4.4 im Reynoldszahlbereich der Mischkonvektion befinden und bei denen die Strömung durch die EM – Pumpe hervorgerufen wird. Ein weiteres Indiz für eine vorliegende Mischkonvektion müsste sich aus der Betrachtung der Geschwindigkeitsfelder und deren Fluktuationen ergeben. Da bei Mischkonvektion sowohl die reine durch den Auftrieb entstehende Strömung als auch die von außen erzwungene Strömung eine Rolle spielen muss ein erkennbarer Auftriebseinfluss auf die Geschwindigkeit erfolgen.

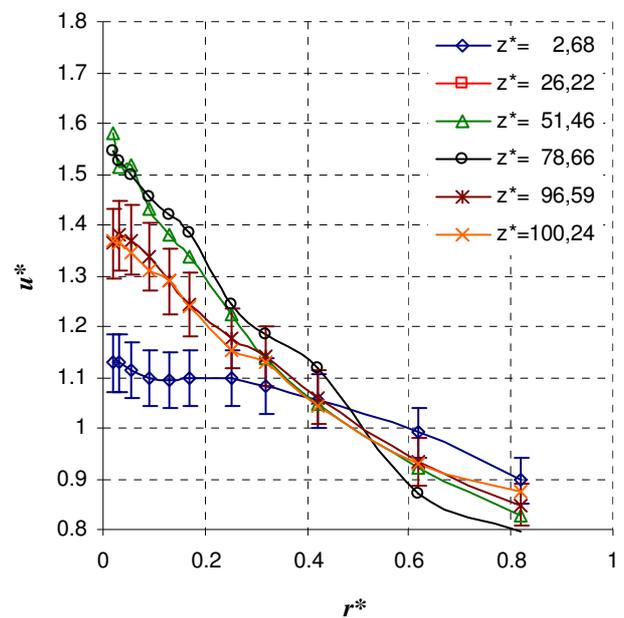
Im Zentrum der Betrachtungen stehen hier die Ergebnisse für die Reynoldszahlen $Re = 3,8 \cdot 10^4$ und $Re = 7,7 \cdot 10^4$ bei Heizleistungen von $P = 3\text{kW}$, 9kW und 20 kW . Messungen welche allein durch die in Heizstab und Kühler entstehenden Dichteunterschiede zustande kommen, beleuchtet hingegen Kapitel 5.5.

5.4.1 Geschwindigkeitsfeld und Schwankungsintensitäten

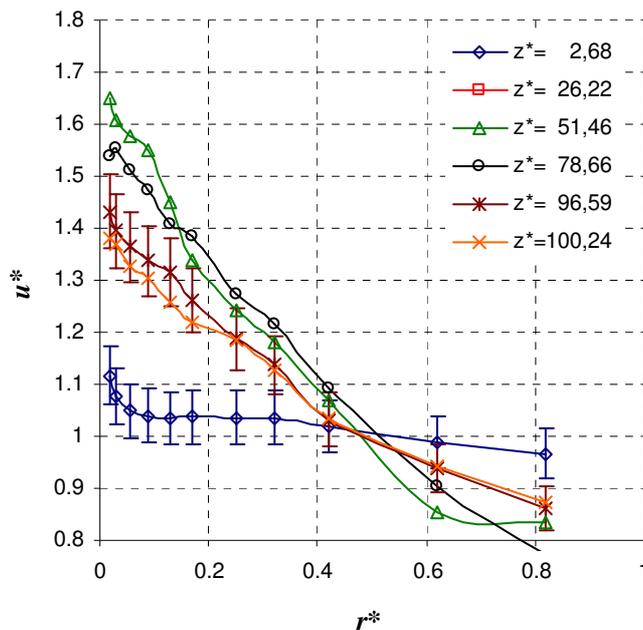
Analog zu Kapitel 5.3.1 werden auch hier zuerst die mittleren lokalen Geschwindigkeitsprofile und deren Fluktuationen entlang des Stabes untersucht. Der Stab wird dabei mit den Leistungen $P = 3\text{kW}$, $P = 9\text{kW}$ und $P = 20\text{ kW}$ beheizt. Die Auswirkungen sind exemplarisch für eine Reynoldszahl $Re = 3,8 \cdot 10^4$ in den Abbildungen 5.21 dargestellt.



a)



b)



c)

Abb. 5.21: Darstellung der dimensionslosen Geschwindigkeiten u^* über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3,8 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{kW}$ und b) $P = 9\text{kW}$, c) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$.

Die mittleren lokalen Geschwindigkeiten werden durch die Heizleistung verzerrt. Diese Verzerrung äußert sich in einem signifikanten Anstieg der lokalen Geschwindigkeiten in Heizstabsnähe. Sie nimmt mit steigender Heizleistung und steigender beheizter Länge z^* zu. Die hydrodynamischen Profile aus der Abbildung 5.5 a) werden deutlich verändert. Je nach Heizleistung und axialer Längenposition z^* kommt zu den bekannten lokalen mittleren Geschwindigkeiten ein Auftriebsanteil additiv hinzu. Der scheinbar besonders starke Anstieg im Bereich $z^* = 51,46$ entsteht jedoch durch die normierte Darstellungsweise. Die additiven Auftriebsanteile wirken hier nur in Heizstabsnähe und haben noch nicht den gesamten Kanal erfasst. Da in der hier gewählten Darstellungsweise das Integral aller lokalen Geschwindigkeiten über den Radius r^* immer eins ergeben muss verformt sich das Profil in Heizstabsnähe besonders stark. Durch die gewichteten Radien tritt in Heizstabferne jedoch keine entsprechende „Gegenverzerrung“ nach unten auf. Indirekt lässt sich so auch auf die Ausbreitung der thermischen Grenzschicht schließen. Vergleicht man Abbildung 5.5 mit Abbildung 5.21 so sieht man dass sich die gesamten Profile verändert haben. Daraus folgt, dass der zusätzliche Auftrieb und der Wärmetransport den gesamten Kanal erfassen.

Im Vergleich dazu sind in der Abbildung 5.22 die Auswirkungen auf die lokalen mittleren Geschwindigkeitsprofile bei einer Reynoldszahl $Re = 7,7 \cdot 10^4$ dargestellt. Hier sind zwar ebenfalls die Auswirkungen der Heizleistungen $P = 9\text{ kW}$ (a) und $P = 20\text{ kW}$ (b) auf die einzelnen Profile bemerkbar, jedoch fallen sie nicht so stark aus wie in bei der kleineren $Re = 3,8 \cdot 10^4$. Dies ist dadurch zu erklären, dass bei der höheren Re durch die höhere Geschwindigkeit die Transition von Zwangs- zu Mischkonvektion hin zu größeren Werten von z^* verschoben wird. Wie zu erwarten nehmen auch hier die Verzerrungen mit der Heizleistung zu.

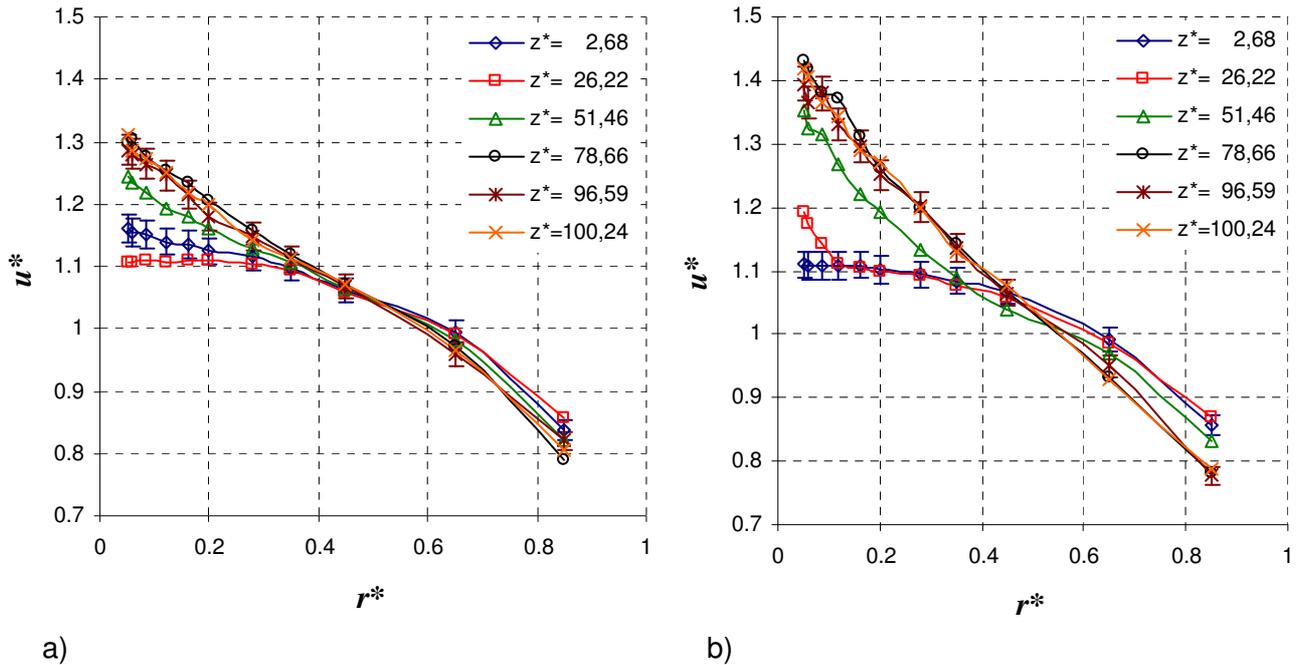
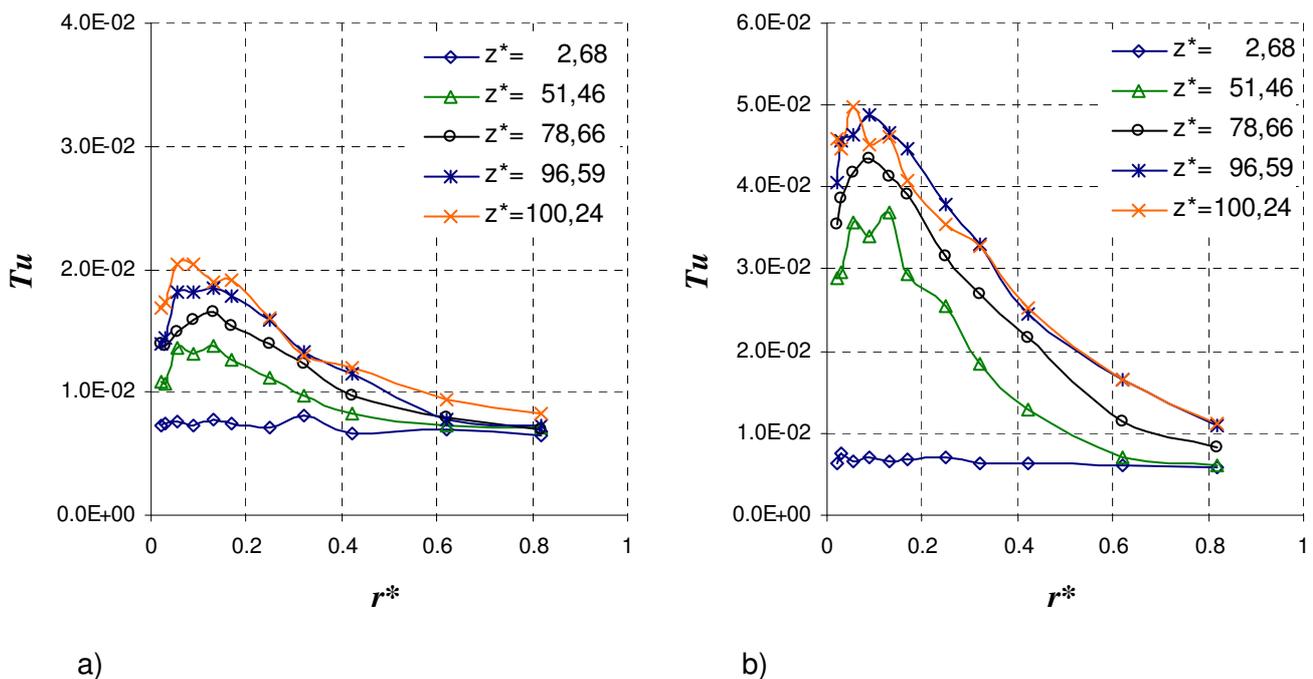
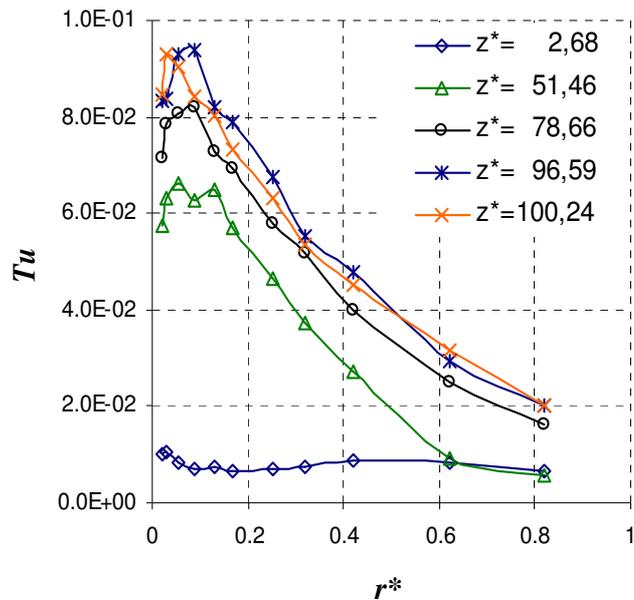


Abb. 5.22: Darstellung der dimensionslosen Geschwindigkeiten u^* über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 7,7 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 9\text{ kW}$ und b) $P = 20\text{ kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$.

Der Einfluss des Auftriebseffektes macht sich auch bei den Schwankungsintensitäten der lokalen mittleren Geschwindigkeitsprofile, welche als lokaler Turbulenzrad dargestellt sind sehr deutlich bemerkbar. Aus der Abbildung 5.23 geht hervor, dass eine zunehmende Beheizung auch einen zunehmenden Einfluss auf die Intensität der Schwankungen ausübt.





c)

Abb. 5.23: Darstellung der lokalen Schwankungsintensitäten Tu über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 7,7 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 9\text{kW}$ und b) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$.

Zu bemerken ist in diesem Zusammenhang auch ein deutlich gemessenes erkennbares Wendepunktprofil in einer Höhe von $z^* = 51,46$, das für alle Heizleistungen zu finden ist. Dies deutet auf eine lokale Beschleunigung an der Stelle hin.

Analog zu den Geschwindigkeiten bei Zwangskonvektion erfolgt auch hier die Untersuchung der spektralen Leistungsdichte an der Stelle z^* bei r^* mit einer $Re = 3,8 \cdot 10^4$ bei einer Heizleistung von $P = 9\text{kW}$.

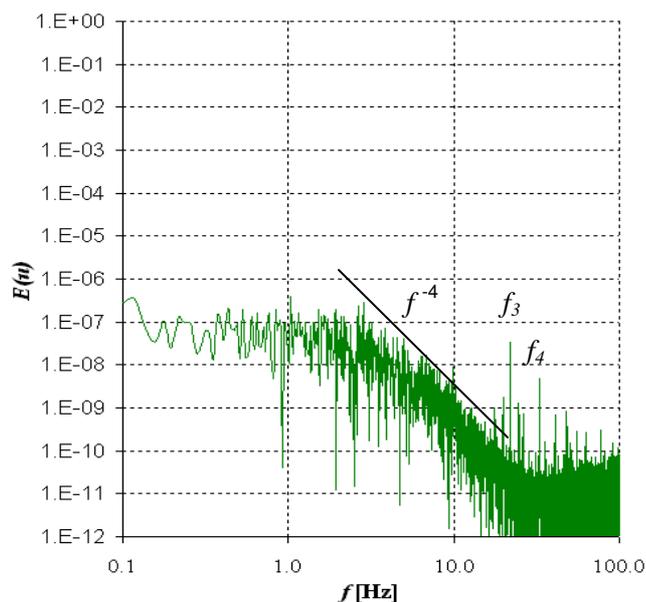


Abb. 5.24: Darstellung der spektralen Leistungsdichte für eine Lauflänge $z^* = 51,46$ und einer radialen Länge $r^* = 0,105$ bei einer Reynoldszahl von $Re = 3,8 \cdot 10^4$ und einer Heizleistung $P = 9\text{kW}$.

Im Gegensatz zur Zwangskonvektion und zur isothermen Strömung sind hier deutliche Veränderungen zu erkennen. Das Spektrum fällt ab einer Frequenz $f = 4\text{Hz}$ gleichmäßig mit f^{-4} ab. Die charakteristischen Frequenzen f_1 und f_2 sind verschwunden. Es verbleiben die Betriebsfrequenz der Pumpe bei $f_3 = 22,5\text{ Hz}$ und die Netzfrequenz $f_4 = 50\text{ Hz}$. Das Spektrum wird also deutlich von der zusätzlichen Auftriebsströmung verändert. Nachdem hier deutlich der Auftriebseinfluss nachweisbar ist, kann man wie eingangs bereits erwähnt, von Mischkonvektion sprechen. Es liegt additiver Auftriebseeinfluss auf die Strömung vor.

5.4.2 Temperaturfeld und Schwankungsintensitäten

Da aus der Abbildung 5.12 bereits hervorgegangen ist, dass es zwischen den, mit der Sonde ermittelten lokalen mittleren Temperaturen und den lokalen mittleren Temperaturen der Messrechen keine Unterschiede gibt, beschränkt sich die Betrachtung auf die Präsentation der Sondenwerte.

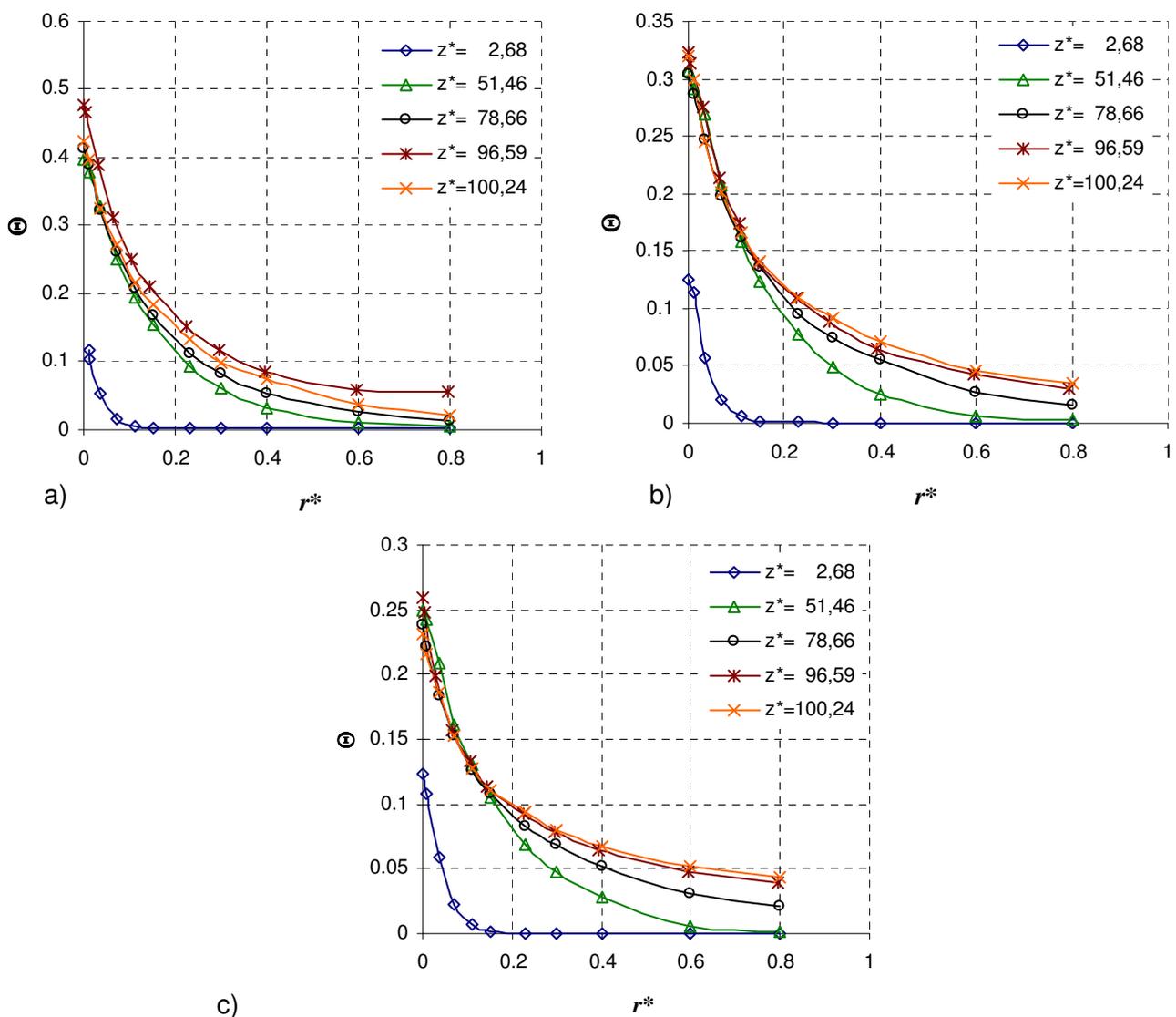


Abb. 5.25: Darstellung der radiale Temperaturentbreitung über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3,8 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 9\text{kW}$ und b) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300\text{ °C}$.

In Abbildungen 5.25 sind die lokalen mittleren Temperaturprofile für eine Reynoldszahl ($Re = 3,8 \cdot 10^4$) und drei verschiedenen Heizleistungen $P = 3\text{kW}$; $P = 6\text{kW}$ und $P = 20\text{kW}$ an verschiedenen axialen Positionen $2,68 < z^* < 100,24$ dargestellt. Man sieht für alle drei Heizleistungen die erwartete radiale Ausdehnung der thermischen Grenzschicht mit zunehmender Lauflänge z^* . Bei höheren Heizleistungen $P = 9\text{kW}$ und insbesondere $P = 20\text{kW}$, scheint es, als würde die Grenzschicht die Außenwand erreichen, denn hier kann man feststellen dass sich das Profil in seinem Verlauf nicht mehr ändert sondern sich insgesamt nach oben verschiebt. Die Profile werden mit zunehmender Heizleistung und zunehmender axialer Position z^* völliger. Die thermische Grenzschicht erreicht dabei die Außenwand. Die Temperatur am Heizstab steigt jedoch vorerst nicht weiter an. Diese Tatsache verwundert im ersten Moment, da man davon ausgeht, dass mit zunehmender beheizter Länge auch die Wandtemperatur weiter zunimmt. Da die Energie, die in das Fluid eingebracht wird mit zunehmender axialer Länge ansteigt, muss diese von der Flüssigkeit aufgenommen und abgeführt werden. Durch die abhebenden Profile ist dies auch der Fall, da das radiale Integral unter den Profilen mit zunehmender Heizleistung auch zunimmt. Dadurch wird die in das Fluid eingebrachte Leistung wie erwartet mit zunehmender axialer Länge größer. Da die Temperatur hier immer noch eine Funktion von z^* ist und sich somit mit der Lauflänge ändert, liegt hier keine eingelaufene Strömung vor.

Eine weitere Kuriosität ergibt sich aus der Normierung der Temperaturen. Man erwartet bei zunehmender Heizleistung auch zunehmende Temperaturen. Betrachtet man nun die Ordinate der drei Diagramme so stellt man fest, dass die normierte Temperaturdifferenz mit zunehmender Heizleistung kleiner wird. Dies ist dadurch zu erklären, dass die absolute Temperaturdifferenz nicht in dem Maß steigt, wie die Flächenleistung, welche bei der Normierung im Nenner des Gesamtausdruckes (Formel 2.63) steht. Die kann auch als erster Hinweis auf die Existenz nichtselbstähnlicher Temperaturverteilungslösungen gedeutet werden, was jedoch auch hier, wegen der verwendeten Referenztemperatur $T_0 = T_{in}$ noch nicht hinreichend aussagekräftig ist.

Die Abbildung 5.26 zeigt die Schwankungsintensitäten der zu den in Abbildung 5.25 dargestellten lokalen mittleren Temperaturen. Deutlich zu sehen sind hier die Ausbreitung der thermischen Grenzschicht in radialer Richtung so wie das oben beschriebene Aufsteigen der Grenzschicht mit zunehmender Heizleistung.

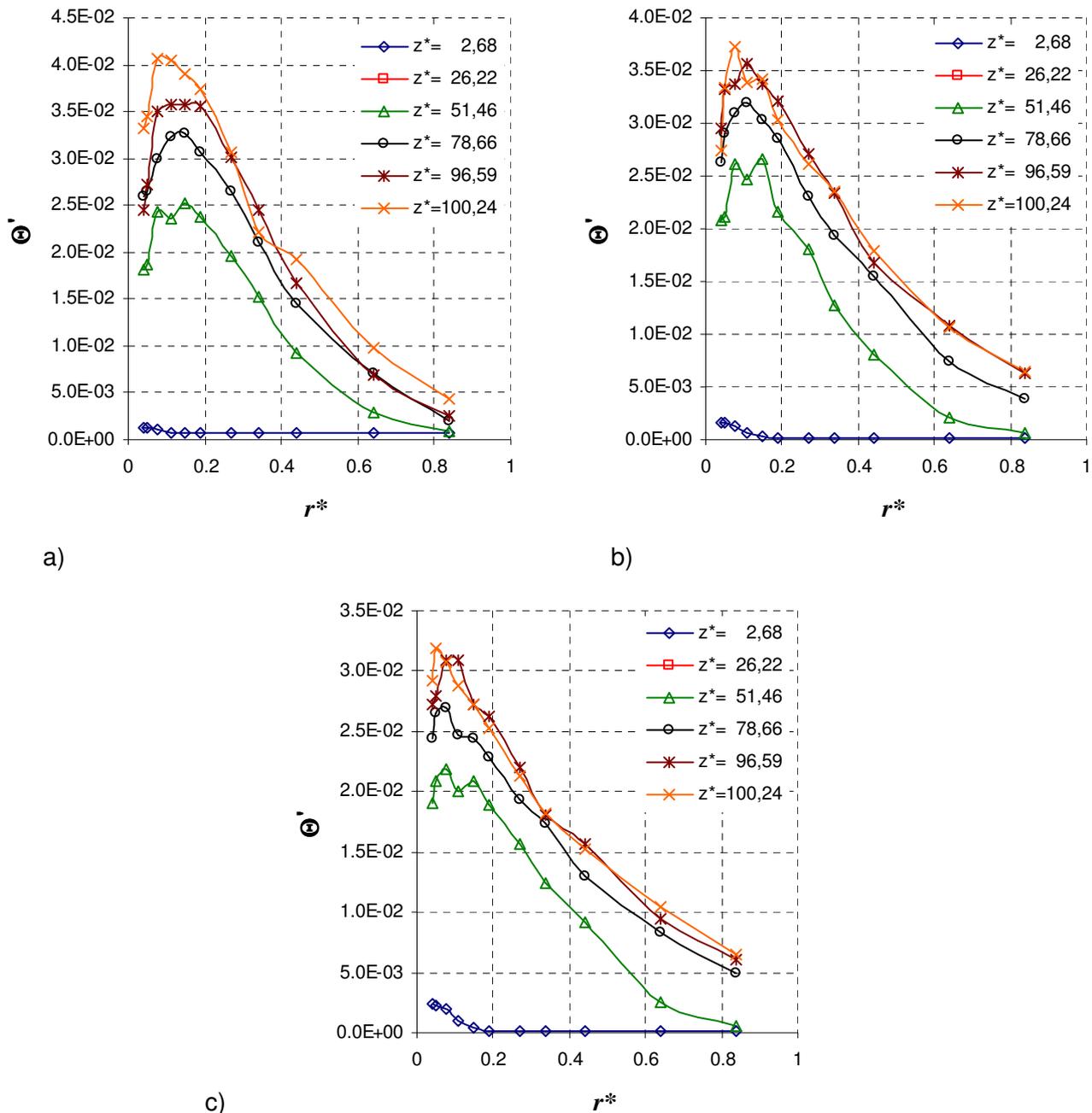


Abb. 5.26: Darstellung der Temperaturschwankungen über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3,8 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 9\text{ kW}$ und b) $P = 20\text{ kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300\text{ °C}$.

Zudem lässt sich auch hier das bereits bei den Geschwindigkeitsschwankungen beobachtete Wendepunkprofil bei der Axialposition $z^* = 51,46$ eindeutig feststellen. Um dies klar zum Vorschein zu bringen, sind diesbezüglich bei Abbildung 5.27 die ermittelten lokalen Temperaturschwankungen für das erste und zweite Thermoelement der Sonde zusammen dargestellt. Auch hier zeichnet sich das Wendepunkprofil ab.

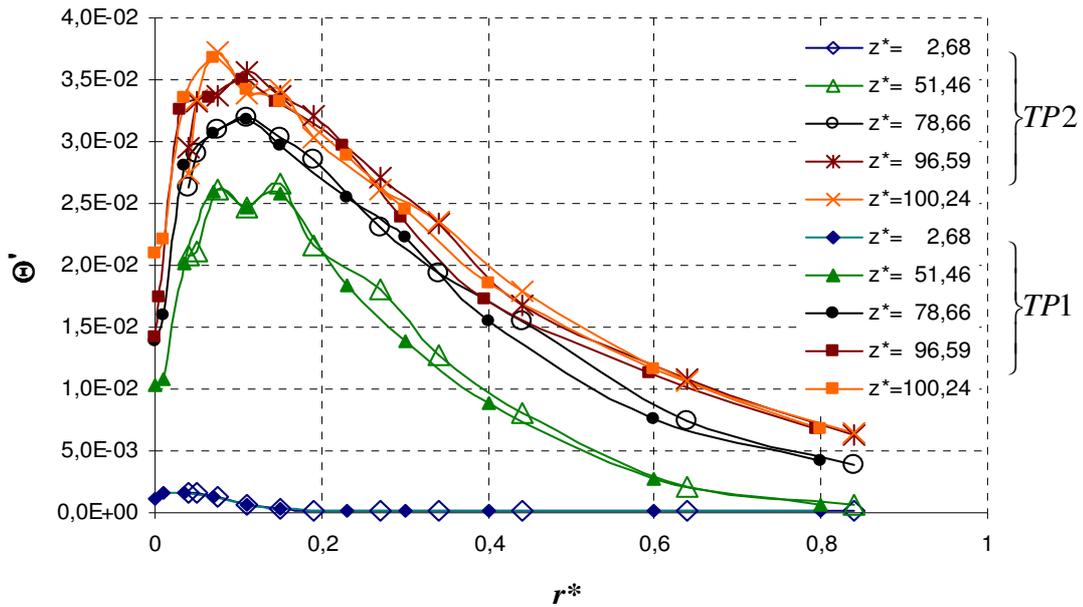
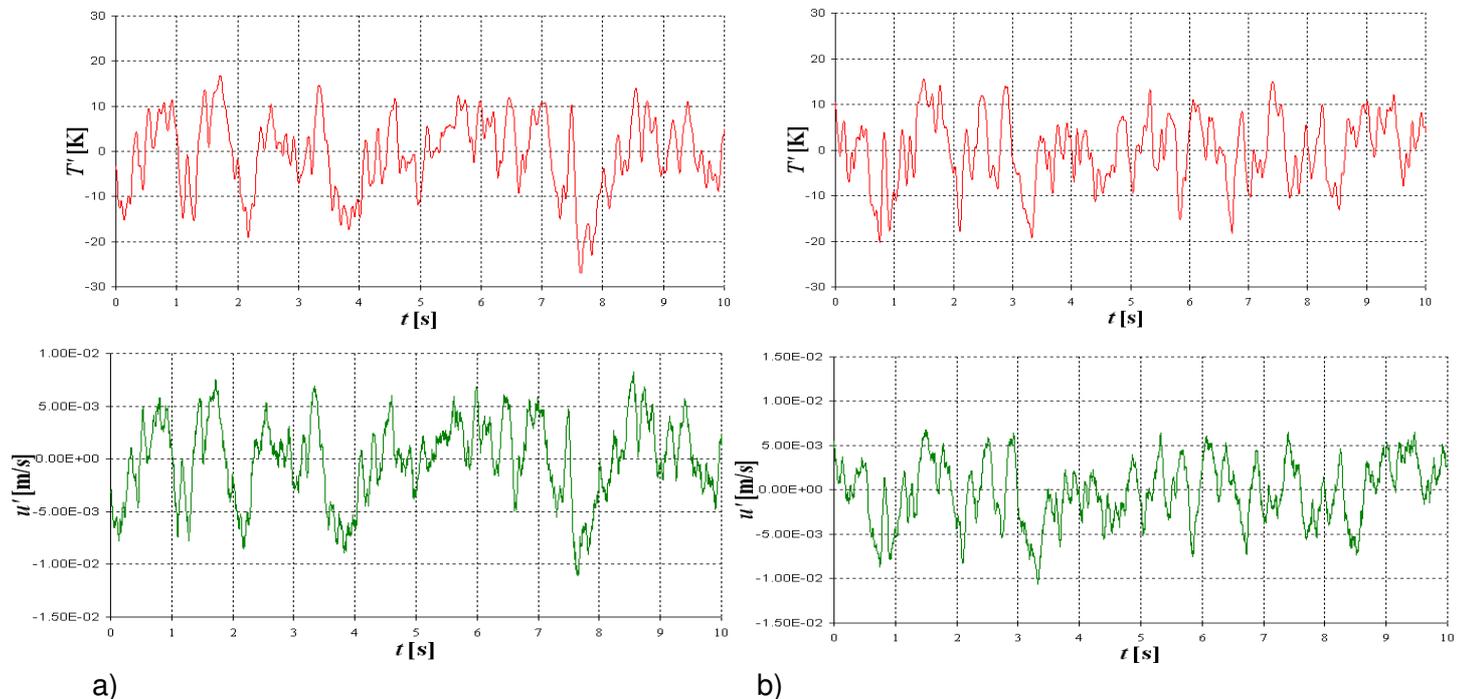
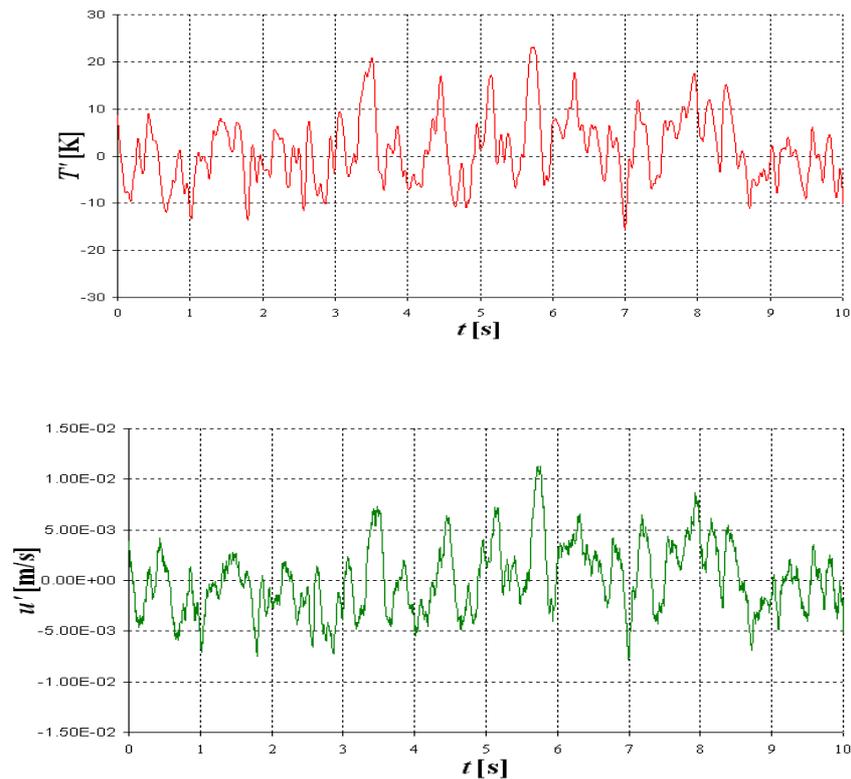


Abb. 5.27: Darstellung der Schwankungsintensitäten der lokalen Temperaturen bei $Re = 3,9 \cdot 10^4$ für verschiedene Axialpositionen z^* und einer Heizleistung $P = 9\text{kW}$ gemessen mit den Sonderelementen TP1 und TP2.

Da das aus den Schwankungsintensitäten der Geschwindigkeitsverteilung bekannte beobachtete Wendepunktprofil bei der Axialposition $z^* = 51,46$ auch bei den Temperaturschwankungen deutlich zu sehen ist, erfolgt nun eine genauere Untersuchung mittels Zeitreihen.





c)

Abb. 5.28: Darstellung der Zeitreihen von den lokalen Temperaturfluktuationen (gemessen mit den Sonderelement $TP1$) und den lokalen Geschwindigkeitsfluktuationen bei $Re = 3,9 \cdot 10^4$ für eine Axialpositionen $z^* = 51,46$ und einer Heizleistung $P = 9\text{kW}$ bei verschiedenen Radialpositionen a) $r^* = 0,035$, b) $r^* = 0,07$ und c) $r^* = 0,11$.

In Abbildung 5.28 werden dazu die Zeitreihen der Geschwindigkeitsfluktuationen und die Zeitreihen der Temperaturfluktuationen an den radialen Positionen a) $r^* = 0,035$, b) $r^* = 0,07$ und c) $r^* = 0,11$ übereinander gezeigt. Deutlich zu sehen ist dabei dass der Verlauf der Temperaturfluktuationen einhergeht mit dem Verlauf der Geschwindigkeitsfluktuationen. Zudem lässt sich erkennen dass in Fall a) die Fluktuationen eher nach oben zeigen, in Fall b) eher nach unten zeigen und in Fall c) wieder nach oben zeigen. Dies ist dies eine weitere Bestätigung des an der Stelle $z^* = 51,26$ beobachteten starken Wendepunktpfiles.

Um die Reproduzierbarkeit des Wendepunktpfiles so wie dessen azimuthale Ausbreitung zu überprüfen, sind die Temperaturschwankungen der Messreihen in Abbildung 5.29 für verschiedene Winkelpositionen bei einer Heizleistung von $P = 9\text{kW}$ und einer $Re = 3,8 \cdot 10^4$ dargestellt.

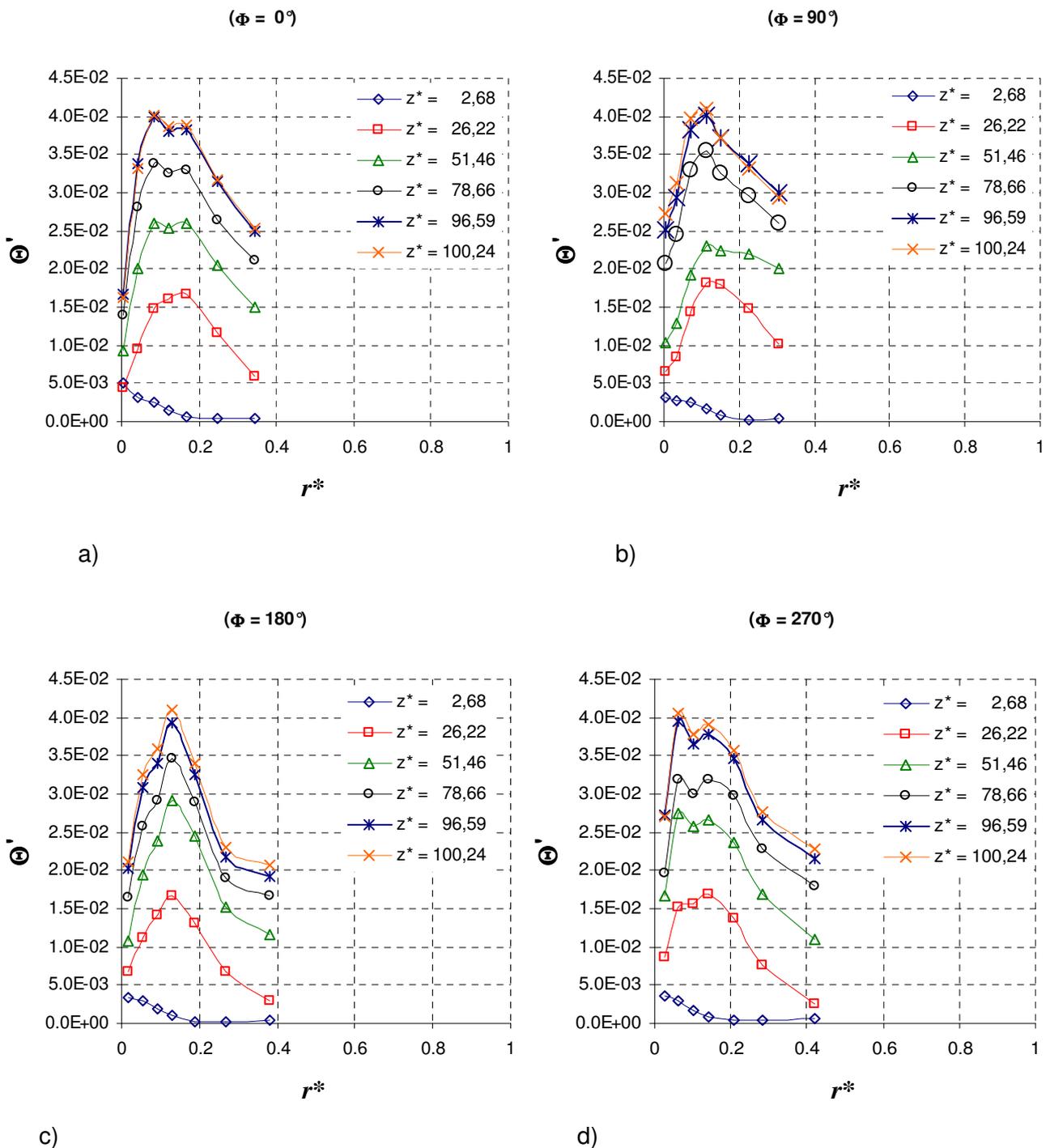


Abb. 5.29: Darstellung der Temperaturschwankungen über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3,8 \cdot 10^4$ mit einer Heizleistung $P = 9\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$ gemessen an der Messebene TR1 bei verschiedenen Winkelpositionen a) $\Phi = 0^\circ$, b) $\Phi = 90^\circ$, c) $\Phi = 180^\circ$, d) $\Phi = 270^\circ$.

Auch hier ist an der Stelle $\Phi = 0^\circ$ und somit direkt über der Messebene der Sonde das Wendepunktprofil erkennbar. Verfolgt man die azimuthale Ausbreitung an den verschiedenen Rechenpositionen, so ist das Wendepunktprofil in den Temperaturschwankungen nur noch an der Stelle $\Phi = 270^\circ$ zu lokalisieren. Die Temperaturschwankungen, welche indirekt auch ein Bild der Strömungsschwankungen vermitteln sind damit nicht nur von der axialen Position z^*

und der radialen Position r^* abhängig sondern auch von der azimuthalen Position Φ . Es ist daher von einer dreidimensionalen Erscheinung auszugehen.

Da die Schwankungen von Geschwindigkeits- und Temperaturfeld an der gleichen Stelle ein Wendpunktprofil aufweisen, deutet dies auf eine durch den Auftriebseinfluss hervorgerufene Jetströmung innerhalb der thermischen Grenzschicht hin. Die beiden hochgelegenen Wendpunkte markieren dabei die Flanken der, die Hauptströmung überlagernden Jetströmung. Diese Strömung ist jedoch ein lokales Phänomen, da sie nicht an allen weiteren azimuthalen Messeinrichtungen gemessen wird.

Abschätzung der Auftriebsgeschwindigkeit

Der Stab wird auch hier unterschiedlich stark beheizt. Somit erfolgt nach Ausdruck 2.92 auch eine Abschätzung des Einflusses der Auftriebsgeschwindigkeit. Bei den hier vorkommenden Leistungen von $3\text{kW} < P < 9\text{kW}$ werden zwei Reynoldszahlbereiche näher untersucht. Bei $Re = 3,8 \cdot 10^4$ beträgt das Verhältnis der Geschwindigkeit der Auftriebsströmung zur von der Pumpe erzeugten Strömung bei $0,15 < u_c/u_0 < 0,45$ und bei $Re = 3,8 \cdot 10^4$ beträgt dieses Verhältnis $0,08 < u_a/u_0 < 0,37$. Das Verhältnis u_c/u_0 liegt damit innerhalb des Bereiches bei dem Mischkonvektion erwartet wird.

5.4.3 Axialer Wärmetransport

Wie in 5.2.3. beschränkt sich auch hier die Betrachtung auf den in axialer Richtung messbaren turbulenten Wärmetransport $\overline{u'T'}$ welcher hier normiert als $u^*\Theta'$ dargestellt wird. Hierzu sind die axialen Wärmeströme bei einer $Re = 3,9 \cdot 10^4$ in den folgenden Abbildungen bei unterschiedlichen Heizstabpositionen z^* für die Heizstabelleistungen $3\text{kW} \leq P \leq 20\text{kW}$ aufgetragen.

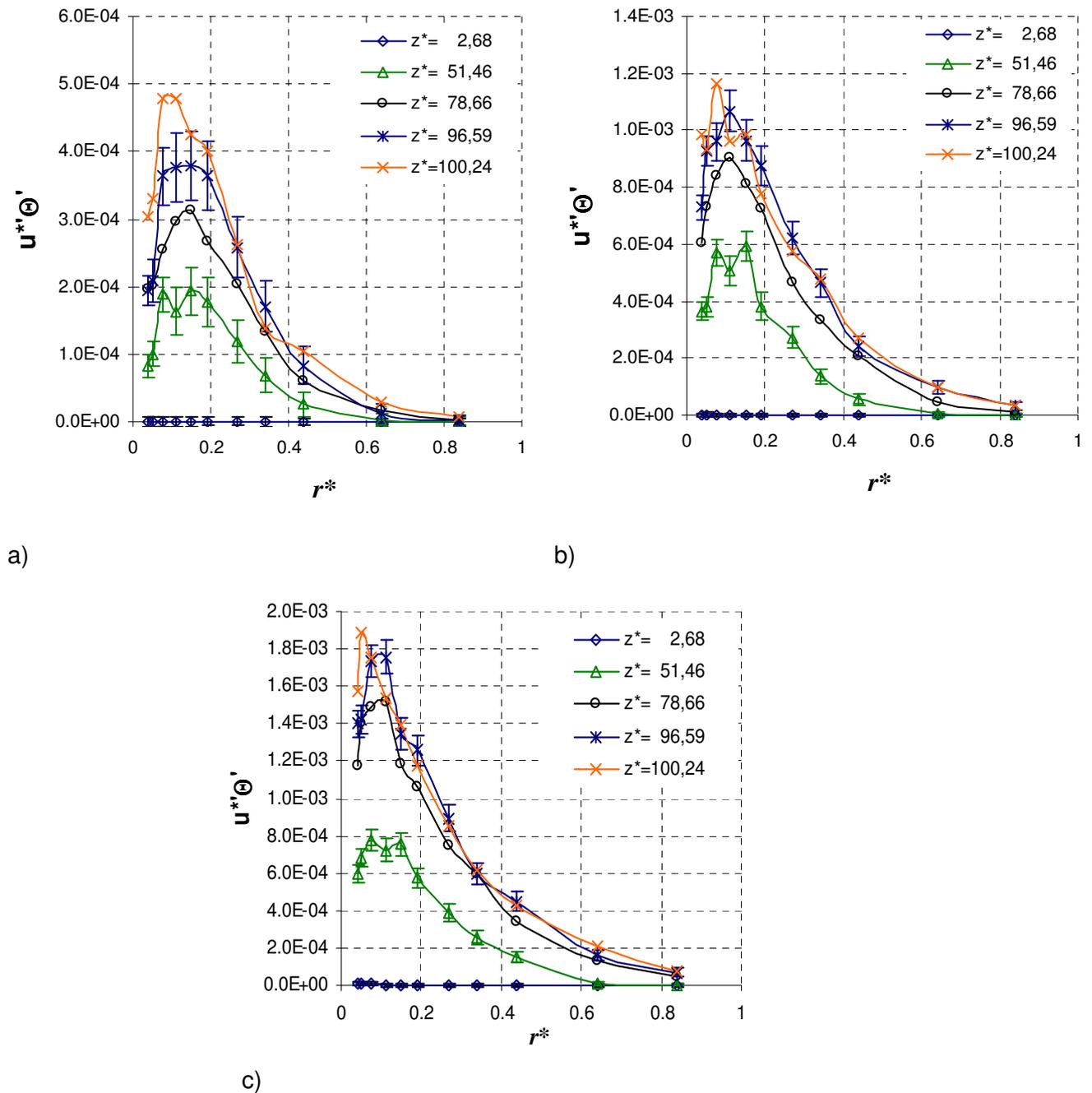


Abb. 5.30: Darstellung der turbulenten Wärmeströme in axialer Richtung über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 3,8 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{kW}$, b) $P = 9\text{kW}$ und c) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$ bei $\Phi = 0^\circ$.

Auch hier zeigt sich in allen drei Fällen durch die positiven Wärmeströme, dass der turbulente Transport der Wärme in Strömungsrichtung erfolgt. Die Wärmeströme sind dabei deutlich stärker ausgeprägt als bei der reinen Zwangskonvektion. Der additive Geschwindigkeitsanteil leistet hier einen deutlichen Beitrag zur Wärmeabfuhr in die Strömung.

Mit zunehmender Heizleistung nehmen die Profile signifikant zu, was bedeutet, dass mehr Wärme in axialer Richtung abtransportiert wird. Das Sattelpunktpprofil bei $z^* = 51,46$ liefert einen weiteren Hinweis auf die lokale Jetströmung an dieser Stelle.

Generell entspricht auch hier das Verhalten der Wärmeströme den Erwartungen, da nach Burr (1998) der turbulente Wärmetransport in Richtung des treibenden Druckgefälles erfolgt.

5.5 Messergebnisse bei auftriebsdominierter Strömung

In diesem Abschnitt werden die Messergebnisse behandelt, welche durch Naturzirkulation im Kreislauf entstanden sind. So entsteht im ersten Moment der Eindruck, dass dies der Zustand der Naturkonvektion sei, da die Strömung alleine durch die Dichteunterschiede in der Flüssigkeit entsteht. Da jedoch zur Temperaturregelung an ausgewählten Stellen im Kreislauf zusätzlich Begleitheizungen an sind sowie auch der Luftkühler in Betrieb ist, wird die Strömung nicht alleine durch die Beheizung des Stabes erzeugt. Eine Abschätzung der Auftriebsgeschwindigkeit zur mittleren Strömungsgeschwindigkeit wird in diesem Fall klären, ob es sich hier um auftriebsdominierte Strömung handelt.

Zur besseren Vergleichbarkeit der Ergebnisse wird ein Standarddurchsatz bei $Re = 1,9 \cdot 10^4$ und eine Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$ festgelegt, welcher bei unterschiedlichen Heizleistungen unterschiedliche Einstellungen der Begleitheizungs- und Lüftungsregelung erfordert.

5.5.1 Geschwindigkeitsfeld und Schwankungsintensitäten

Da die Heizleistung und Kühlregelung alleine nicht ausreicht, um zu einer vergleichbaren Reynoldszahl bei unbeheiztem Stab zu gelangen, ist es technisch nicht möglich, Geschwindigkeitsprofile bei unbeheiztem Stab zu erfassen. Somit verbleibt die Darstellung der lokalen mittleren Geschwindigkeiten und deren Schwankungen bei den unterschiedlichen Heizleistungen $P = 3\text{kW}$, $P = 9\text{kW}$ und $P = 20\text{ kW}$ bei $Re = 1,9 \cdot 10^4$, welche in den folgenden Abbildungen gezeigt werden.

Wie bereits in Kapitel 5.4.1 erfolgt auch hier eine unterschiedlich starke Verzerrung der Geschwindigkeitsprofile in axialer Richtung. Im Vergleich zum Fall der Mischkonvektion äußert sich hier die Verzerrung stärker in Heizstabnähe.

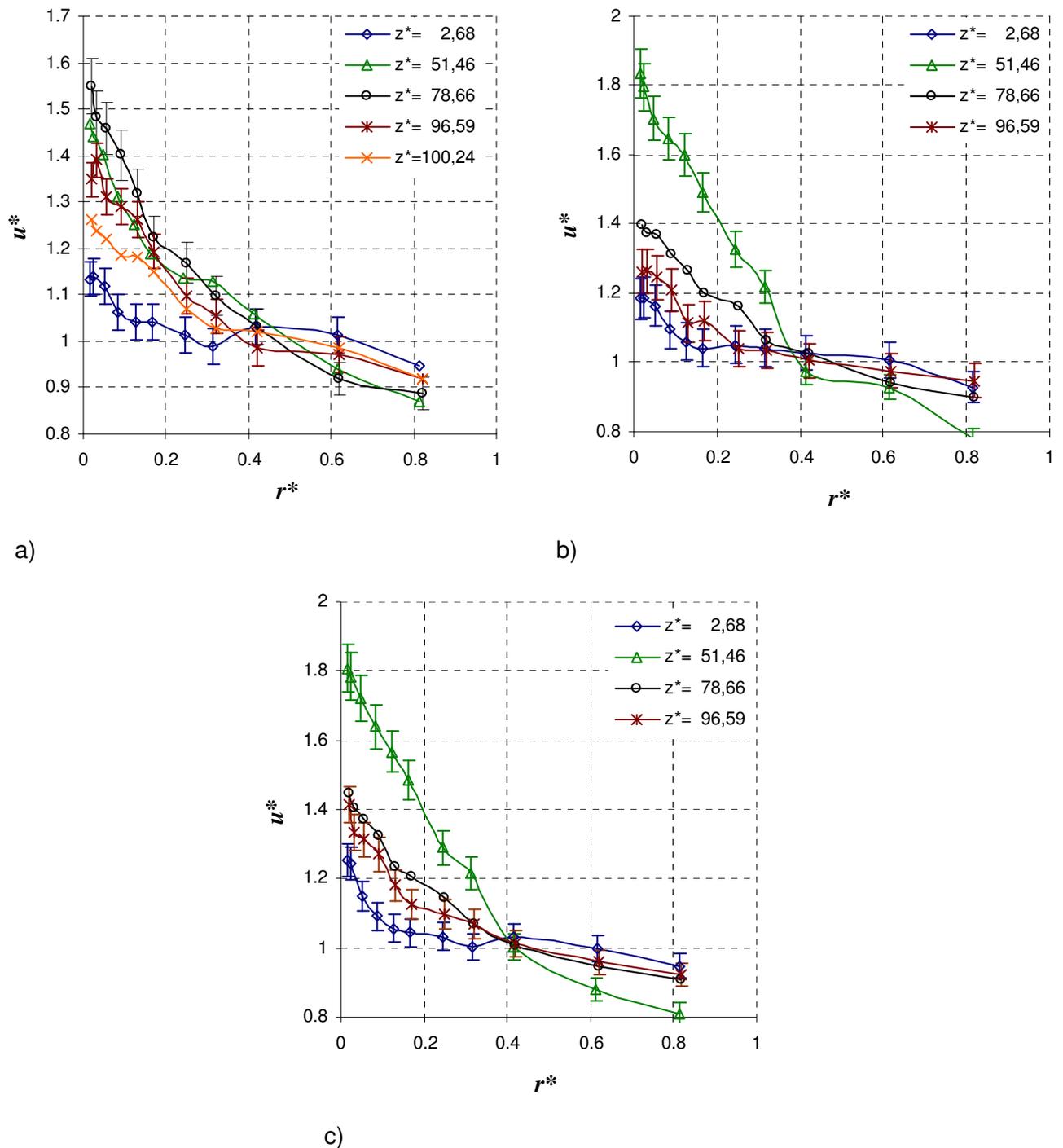
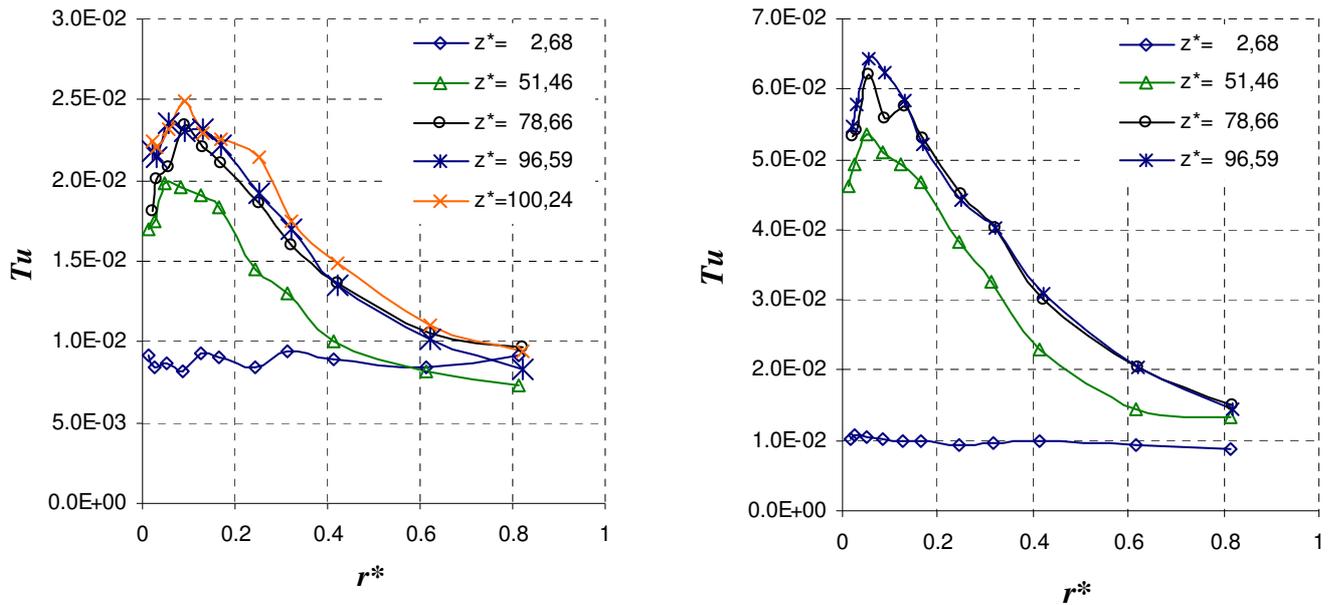


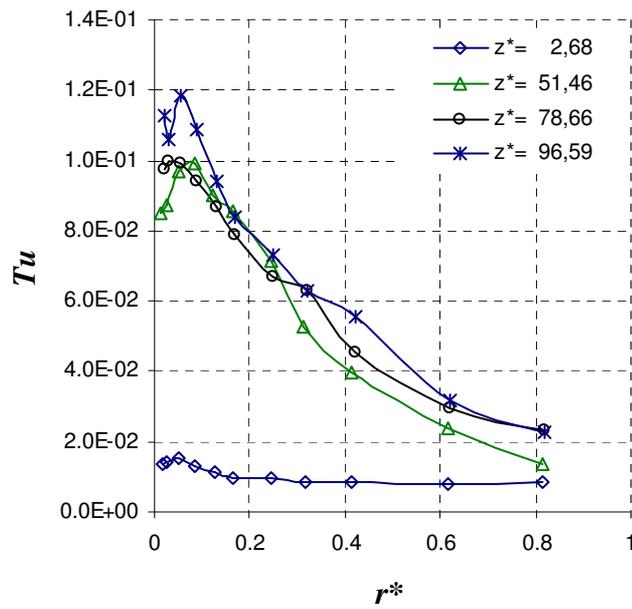
Abb. 5.31: Darstellung der lokalen mittleren Geschwindigkeitsprofile über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 1,9 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{kW}$, b) $P = 9\text{kW}$ und b) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$ bei $\Phi = 0^\circ$.

Bei Betrachtung der Schwankungsintensitäten der lokalen Geschwindigkeiten fällt eine stärkere Ausprägung mit zunehmender Heizleistung in Heizstabnähe auf. Generell sind die Profile im Nahbereich des Heizstabes deutlich höher ausgeprägt als bei der Strömung in vorhergehenden Kapitel. Ab einem Bereich von $r^* > 0,6$ ist jedoch ein deutlicher Rückgang der Geschwindigkeitsschwankungen zu vermerken.



a)

b)



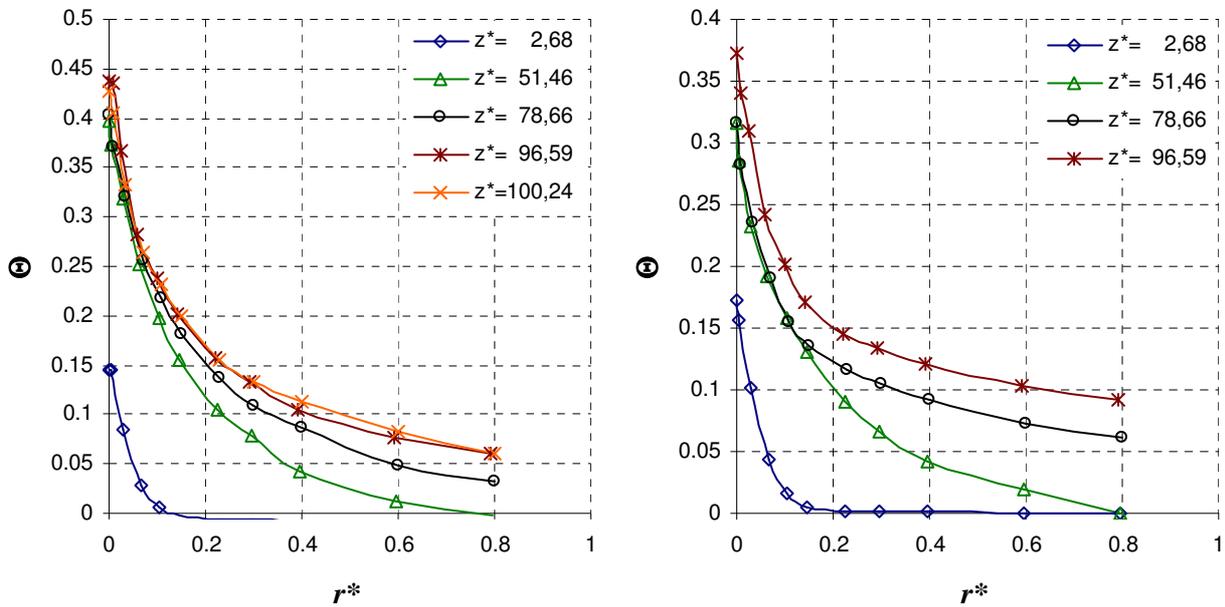
c)

Abb. 5.32: Darstellung der lokalen Schwankungsintensitäten der Geschwindigkeiten über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 1,9 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3 \text{ kW}$, b) $P = 9 \text{ kW}$ und b) $P = 20 \text{ kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300 \text{ °C}$ bei $\Phi = 0^\circ$.

Die starken Verzerrungen der lokalen mittleren Geschwindigkeiten in Heizstabnähe sowie die dort stark vorhandenen Schwankungen lassen sich dadurch erklären, dass der Haupttrieb der Strömung durch den Heizstab selbst erzeugt wird. Durch den Dichteunterschied des Fluides kommt es bei niedrigen z^* zu einer starken lokalen Beschleunigung in der Nähe des beheizten Stabes. Mit zunehmender Lauflänge breitet sich der Bereich, an dem das Fluid lokal aufgeheizt ist und damit zur Beschleunigung beiträgt immer weiter in radialer Richtung

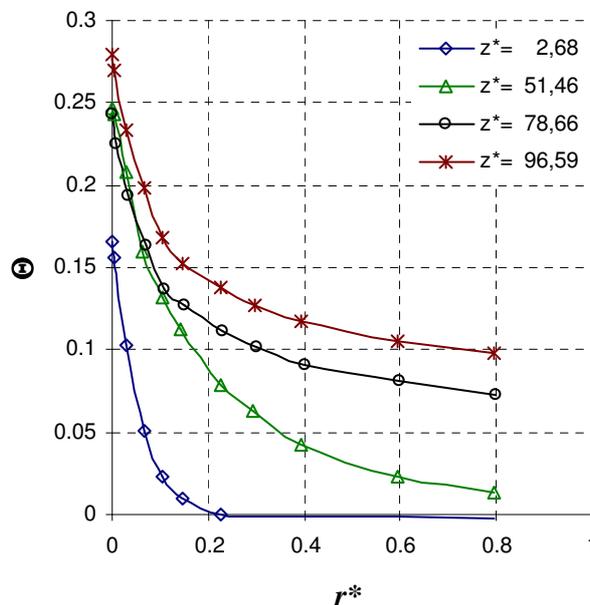
aus. Bestätigt wird dieses Verhalten auch durch die dazu vergleichsweise niedrigen Schwankungen im Bereich $r^* > 0,6$.

5.5.2 Temperaturfeld und Schwankungsintensitäten



a)

b)



c)

Abb. 5.33: Darstellung der lokalen mittleren Temperaturen über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 1,9 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{kW}$, b) $P = 9\text{kW}$ und b) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300^\circ\text{C}$ bei $\Phi = 0^\circ$.

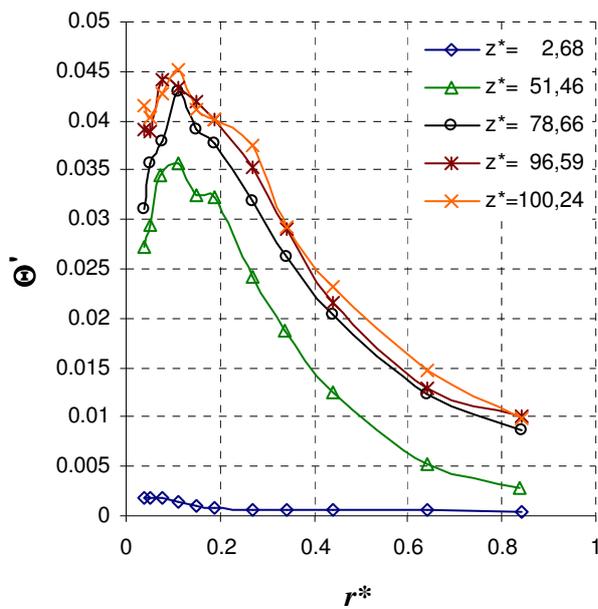
Der in 5.4.2 beobachtete Effekt der kleiner werdenden Temperaturwerte bei größer werdenden Heizleistungen lässt sich hier ebenfalls feststellen. Der Grund dafür liegt in der bereits beschriebenen Art der Normierung. Das in 5.4.2 angedeutete Phänomen der „Grenzschichtabhebung“ tritt hier gerade bei höheren Heizleistungen $P = 9\text{kW}$ und insbesondere $P = 20\text{kW}$ sehr deutlich auf. Bei diesen Heizleistungen zeigen bei $z^* = 78,66$ und $z^* = 96,56$ die Profile einen qualitativ ähnlichen Verlauf mit dem Unterschied, dass bei $z^* = 96,56$ der gesamte Temperaturverlauf bei einem höheren Temperaturniveau stattfindet. Auch hier erreicht die thermische Grenzschicht die Rohrwand der Teststrecke. Nachdem jedoch auch hier die Temperatur noch eine Funktion von z^* ist, handelt es sich auch hier um keine thermisch eingelaufene Strömung.

Auch die in Abbildung 5.34 dargestellten lokalen Schwankungsintensitäten der Temperaturen für eine Reynoldszahl bei $Re = 1,9 \cdot 10^4$ und den drei verschiedenen Heizleistungen $P = 3\text{kW}$; $P = 6\text{kW}$ und $P = 20\text{ kW}$ an verschiedenen axialen Positionen $2,68 \leq z^* \leq 100,24$ zeigen das bereits oben erklärte Phänomen der kleiner werdenden normierten Temperaturen bei größer werdenden Heizleistungen.

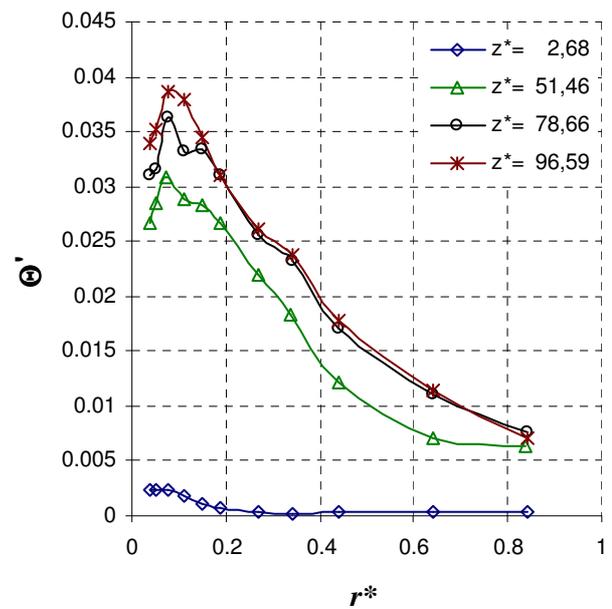
Bei den Heizleistungen $P = 9\text{kW}$ und $P = 20\text{kW}$ kann man für die Axialpositionen $z^* = 78,66$ und $z^* = 96,56$ über einen großen Teil der radialen Ausbreitung der Schwankungsintensitäten keine nennenswerte Änderung der Profile feststellen. Jedoch ist auch hier Θ noch eine Funktion von z^* .

Abschätzung der Auftriebsgeschwindigkeit

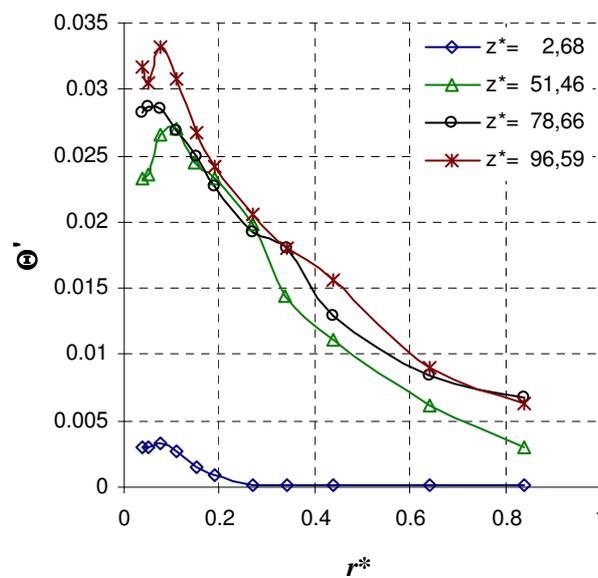
In diesem Abschnitt ist nun zu klären ob es sich hier, wie in der Überschrift angekündigt, um auftriebsdominierte Strömungen handelt. So erfolgt nach Ausdruck 2.92 auch eine Abschätzung des Einflusses der Auftriebsgeschwindigkeit. Bei den hier vorkommenden Leistungen von $3\text{kW} < P < 9\text{kW}$ wird der Reynoldszahlbereich von $Re = 1,9 \cdot 10^4$ näher untersucht. Das Verhältnis der Geschwindigkeit der Auftriebsströmung zur Strömung u_0 liegt hier bei $0,51 < u_d/u_0 < 0,65$. Somit liegt das Verhältnis u_d/u_0 über dem Bereich der Mischkonvektion und im Bereich der auftriebsdominierten Strömung. Die Annahme in der Überschrift ist daher richtig.



a)



b)



c)

Abb. 5.34: Darstellung der lokalen Schwankungsintensitäten der Temperaturen über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 1,9 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{ kW}$, b) $P = 9\text{ kW}$ und c) $P = 20\text{ kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300\text{ °C}$ bei $\Phi = 0^\circ$.

5.5.3 Axialer Wärmetransport

Wie in den vorhergehenden Kapiteln zu diesem Thema beschränkt sich die Betrachtung auf den in axialer Richtung messbaren turbulenten Wärmetransport $\overline{u'T'}$. (Hier normiert dargestellt als $u^*\Theta'$). Die axialen Wärmeströme sind bei einer $Re = 1,9 \cdot 10^4$ in den folgenden Abbildungen bei unterschiedlichen Heizstabpositionen z^* für die Heizstabileistungen $3\text{kW} \leq P \leq 20\text{ kW}$ aufgetragen.

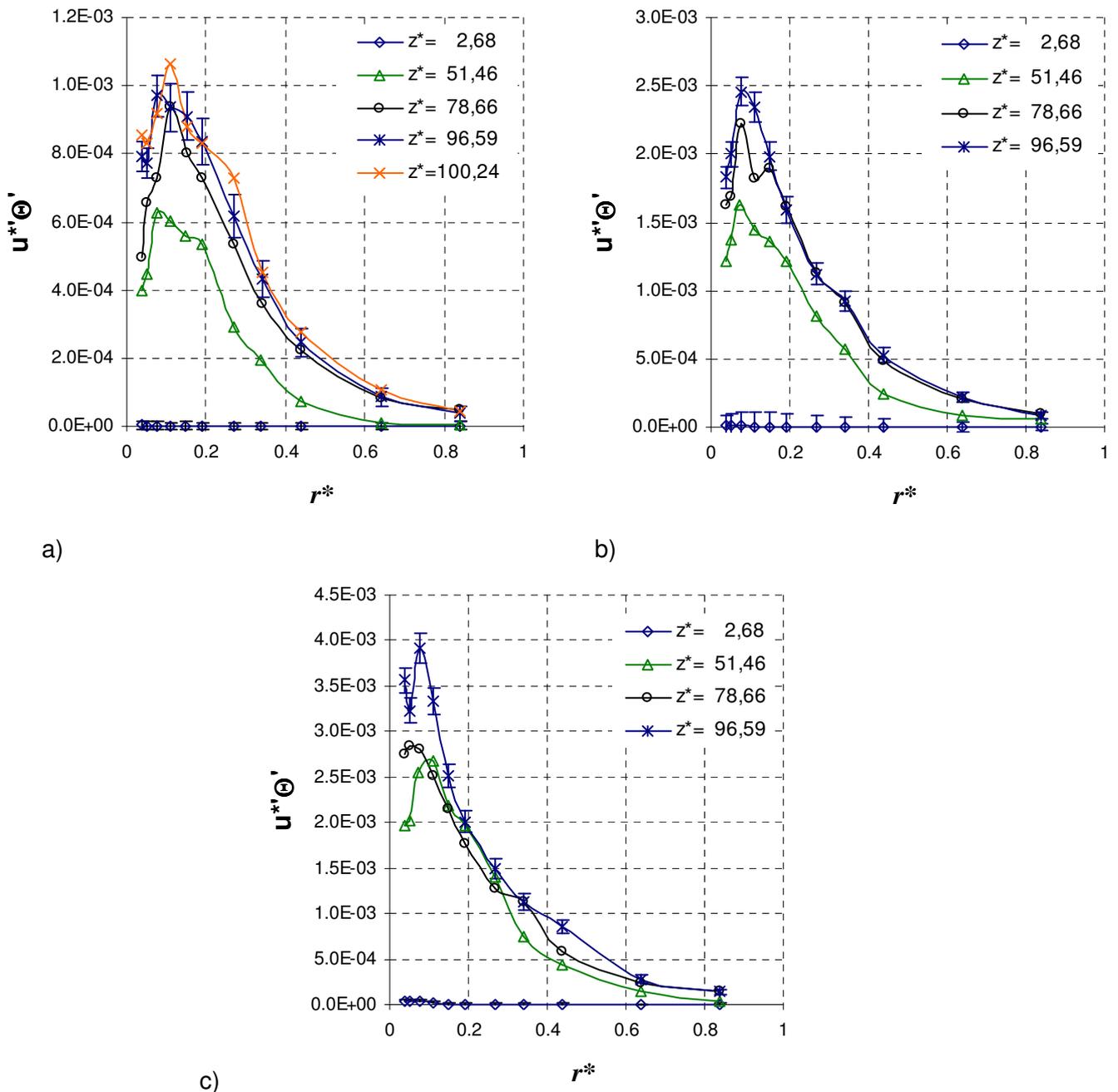


Abb. 5.35: Darstellung der turbulenten Wärmeströme über der Spaltbreite r^* an verschiedenen Positionen z^* entlang des Heizstabes für $Re = 1,9 \cdot 10^4$ mit verschiedenen Heizleistungen a) $P = 3\text{kW}$, b) $P = 9\text{kW}$ und c) $P = 20\text{kW}$ bei konstanter Eintrittstemperatur $T_0 = 300\text{ °C}$ bei $\Phi = 0\text{ °}$.

Mit zunehmender Heizleistung nehmen auch die Wärmeströme in axialer Richtung signifikant zu. Sie zeigen wie erwartet in Richtung des treibenden Temperaturgefälles in axialer Richtung (Burr (1998)). Das sehr ausgeprägte Verhalten der Wärmeströme in der Nähe des Heizstabes ($r^* < 0,5$) sowie deren radiale Ausbreitung mit Zunahme der axialen Position z^* stellen ein weiteres Indiz für den beheizten Stab als Hauptverantwortlichen für das Zustandekommen der Fluidbewegung dar.

5.6 Wärmeübergangskorrelationen und Vergleich mit existierenden Korrelationen und CFD – Ergebnissen

In den nachfolgenden Abschnitten werden nun die mit der Skalierung nach Kapitel 2.7 aus den Messungen erzeugten Wandtemperaturen und Wärmeübergangskorrelationen dargestellt und sofern möglich mit bereits existierenden Wärmeübergangskorrelationen verglichen. Da jedoch Kakaç et al., (1987), VDI (2006) Polifke (2005) und Jackson (1989) die Nusseltzahl mit dem hydraulischen Durchmesser D_h und nicht mit dem beheizten Durchmesser d_r bilden, werden auch hier die Wandtemperaturen auf den hydraulischen Durchmesser bezogen. Die Wandtemperaturen Θ werden somit mit dem Faktor d_r/D_h multipliziert.

5.6.1 Nusseltkorrelationen bei Zwangskonvektion

Nach dem Kriterium von Müller (1999) müssen die Messergebnisse bei den Reynoldszahlen $Re = 3,1 \cdot 10^5$ und $Re = 1,5 \cdot 10^5$ noch im Bereich der Zwangskonvektion liegen. Wenn dem so ist, müssten bei einer Auftragung der Wandtemperaturen über z^*/Pe für Messergebnisse bei diesen beiden Re selbständig sein und somit übereinander liegen. In der Abbildung 5.36 ist diese Auftragung im Doppellogarithmischen Maßstab dargestellt. Es ist hier zu beachten, dass die für die Bildung der Nusseltzahl verwendete Temperatur Θ mit d_r/D_h multipliziert wird.

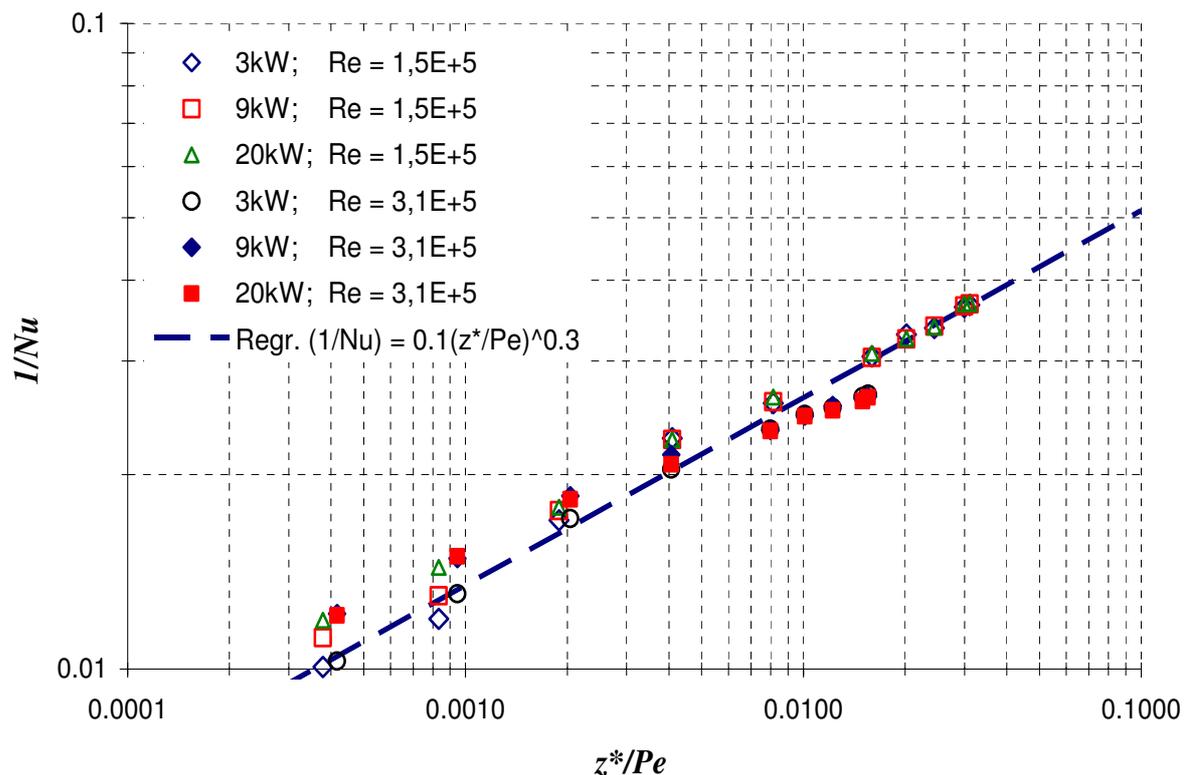


Abb. 5.36: Darstellung der Wandtemperaturen als $1/Nu$ über der normierten Lauflänge z^*/Pe bei für $1,22 < z^* < 100,24$ bei jeweils drei Heizleistungen ($P = 3\text{kW}$, 9kW und 20kW) für zwei verschiedene Reynoldszahlen $Re = 3,1 \cdot 10^5$ und $Re = 1,5 \cdot 10^5$ in doppellogarithmischer Darstellung.

Für die beiden Reynoldszahlen, die nach dem Kriterium nach Müller (1999) im zwangskonvektiven Bereich liegen, sind die Lösungen selbstähnlich. Dadurch kann man annehmen, dass das Kriterium zur Abschätzung zwischen Misch- und Zwangskonvektion bestätigt ist. Eine genauere Untersuchung liefert dafür Kapitel 5.7. Die in oben gezeigter Abbildung eingezeichnete Regressionsgerade mit einer Steigung von 0.3 folgt dem Zusammenhang $(1/Nu) = 0.1(z^*/Pe)^{0.3}$. Da die Messergebnisse für die Reynoldszahlen $Re = 3,1 \cdot 10^5$ und $Re = 1,5 \cdot 10^5$ laut oben getroffener Feststellung im zwangskonvektiven Bereich liegen, werden in den beiden folgenden Abbildungen bekannte Nusseltkorrelation mit den Messergebnissen verglichen. Abbildung 5.37 a) zeigt hierzu Messwerte und bekannte Nusseltkorrelationen für $Re = 3,1 \cdot 10^5$ und Abbildung 5.37 b) für $Re = 1,5 \cdot 10^5$.

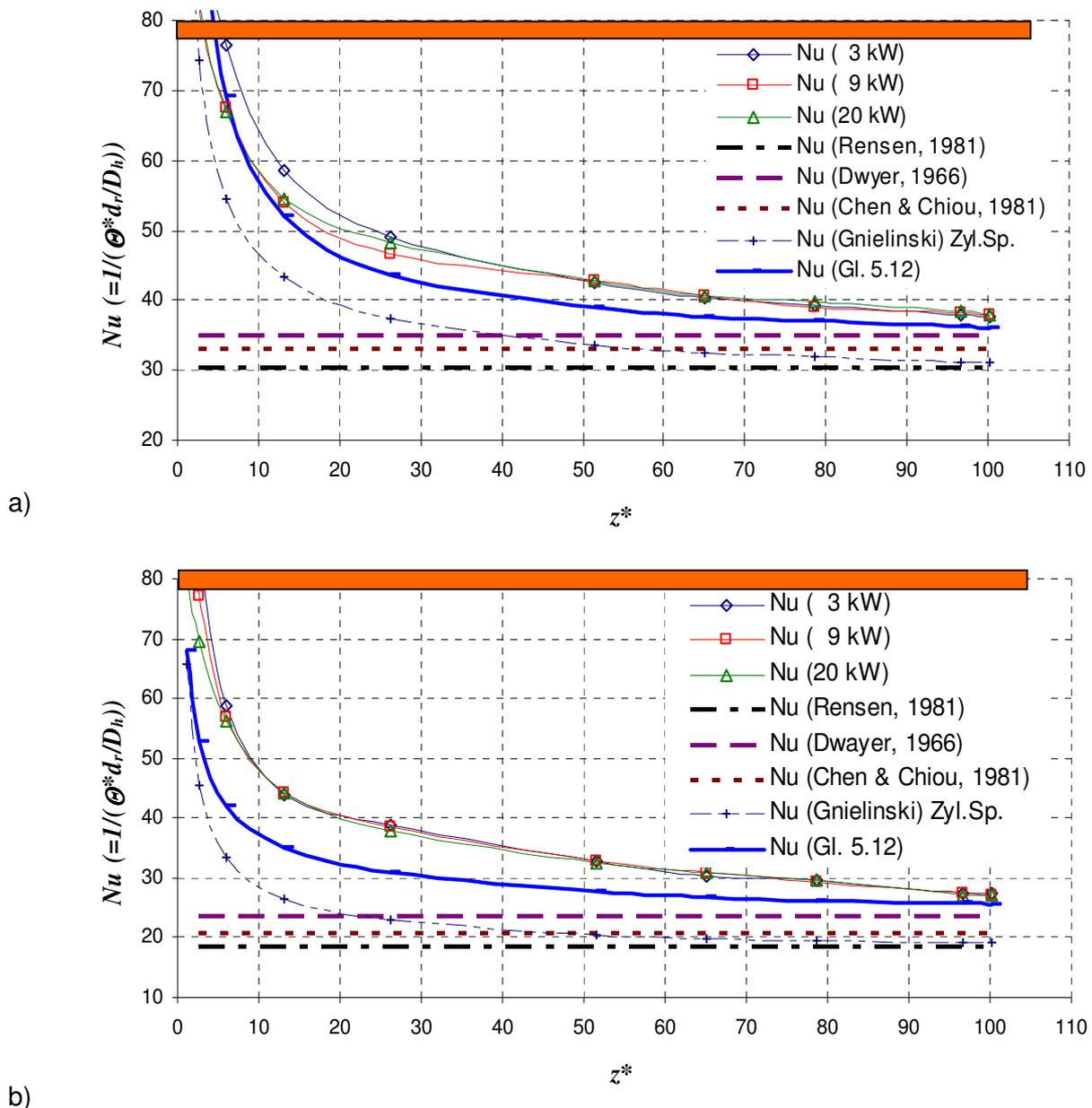


Abb. 5.37: a) Vergleich der gemessenen Nusseltzahlen mit den berechneten Nusseltzahlen von Rensen (1981), Dwyer (1966), Chen & Ciou (1981), Gnielinski und der optimierten lauffängenabhängigen Nu von Rensen für die Heizleistungen ($P = 3\text{kW}$, 9kW , 20kW) mit bei einer Reynoldszahl von a) $Re = 3,1 \cdot 10^5$ und b) für $Re = 1,5 \cdot 10^5$.

Die Nusseltkorrelationen von Rensen (1981), Dwyer (1966), Chen & Ciou (1981) gelten dabei für eine thermisch und hydraulisch eingelaufene Strömung. Da diese durch die Messwerte jedoch nicht erreicht wird, gelten diese Nusseltkorrelationen als Grenze nach unten. Alle drei Korrelationen beziehen sich explizit auf Flüssigmetallwärmeübertragung im Ringspalt.

Die Korrelation von Rensen (1981) bezieht sich auf ein bestimmtes Radienverhältnis von $r_i/R = 0,54$, und ist mit dem vorliegenden Ringspalt nicht direkt zu vergleichen da dieser ein Radienverhältnis von $r_i/R = 0,136$ aufweist. Dennoch wurde sie hier mit aufgenommen da sie zumindest für die Entwicklung einer laulängenabhängigen Nusselt – Korrelation noch von Bedeutung ist. Ausdruck (5.2) beschreibt die Korrelation von Rensen.

$$Nu = 5,75 + 0,22Pe^{0,8} \quad (5.2)$$

Dwyer (1966) entwickelte eine sehr ausführliche Korrelation die sich explizit mit dem Radienverhältnis r_i/R und der Art der beheizten Fläche beschäftigt. Sie gilt in einem Pécletzahlbereich von $300 \leq Pe \leq 10^5$ und liegt damit auch in dem Bereich der Messungen ($3222 \leq Pe \leq 6445$). Die Korrelation nach Dwyer wird für einen innen liegenden Stab mit konstanter Flächenheizleistung, wie im hier vorliegenden Fall, nach folgenden Ausdrücken berechnet.

$$Nu_i = A_i + B(\beta Pe)^{n_i}, \quad (5.3)$$

$$A = 4,63 + \frac{0,686}{(r_i/R)}, \quad (5.4)$$

$$B = 0,02154 - \frac{0,000043}{(r_i/R)}, \quad (5.5)$$

$$n = 0,752 + \frac{0,01657}{(r_i/R)} - \frac{0,000883}{(r_i/R)^2}, \quad (5.6)$$

$$\beta = 1 - \frac{1,82}{Pr(\epsilon_m/\nu)_{max}^{1,4}}, \quad (5.7)$$

$$\left(\frac{\epsilon_m}{\nu}\right)_{max} = 0,0185 Re \sqrt{f}. \quad (5.8)$$

Der darin vorkommende Druckverlustbeiwert f wird nach Ausdruck (2.68) berechnet.

Chen & Ciou (1981) schlagen gemäß dem Muster von Rensen ebenfalls eine Nusseltkorrelation vor, in der die Reynoldszahl und die Prandtlzahl jeweils mit einem eigenen Exponenten versehen sind. Diese Korrelation ist in einem Prandtlzahlbereich von $0 < Pr < 0,1$ und einem Reynoldszahlbereich von $10^4 < Re < 5 \cdot 10^6$ anwendbar. Sie wird nach Ausdruck (5.9) gebildet.

$$Nu = 5,6 + 0,0165 Re^{0,8} Pr^{0,86}. \quad (5.9)$$

Die Formel nach Gnielinski (VDI (2006)) ist zwar erst ab einem Prandtlzahlbereich von $Pr > 0,5$ gültig und damit im ursprünglichen Sinn nicht auf das vorliegende Experiment zu übertragen. Sie liefert dank einer ähnlichen Krümmung wie die Messergebnisse einen wichtigen Hinweis auf die Berücksichtigung der beheizten Länge. Sie wird nach (5.9), (5.10) und (5.11) gebildet und enthält nach VDI (2006) einen Korrekturfaktor für den Zylinderspalt mit innen beheiztem Rohr.

$$Nu = \frac{\beta/8 \cdot Re \cdot Pr}{1 + 12,7 \cdot \sqrt{\beta/8} \cdot (Pr^{\frac{2}{3}} - 1)} \cdot \left(1 + \left(\frac{D_h}{z} \right)^{\frac{2}{3}} \right) \cdot \xi, \quad (5.9)$$

$$\beta = (1,8 \cdot \log(Re) - 1,5)^{-2}, \quad (5.10)$$

$$\xi = 0,86 \cdot (R/r_i)^{0,16}. \quad (5.11)$$

Um eine laulängenabhängige Nusseltkorrelation für eine möglichst realitätsnahe Abbildung der Messwerte zu bekommen wurde nun durch empirisches Vorgehen die Korrelation von Rensen mit einem Laulängenfaktor versehen der seinen Ursprung in der Gnielinski Formel hat. Diese neue Korrelation wird, da sie auch in Kapitel 5.7 wieder verwendet wird mit Nu_{FT} (engl: Forced convective Turbulent flow: Zwangskonvektion bei turbulenter Strömung) bezeichnet und folgt Ausdruck (5.12)

$$Nu = (5,75 + 0,22Pe^{0,8}) \cdot \left(0,9 + \left(\frac{D_h}{z} \right)^{\frac{3}{5}} \right) \quad (5.12)$$

Diese Korrelation ist nun annähernd in der Lage die gemessenen Werte nachzuvollziehen. Sie hat bei einer $Re = 3,1 \cdot 10^5$ im Einlaufbereich eine Abweichung von bis zu 11% und bei einer $Re = 1,5 \cdot 10^5$ eine Abweichung von bis zu 22% im Einlaufbereich.

Ein abschließender Vergleich der Messwerte mit den Ergebnissen der CFD – Rechnung von Batta (2008) zeigt eine gute bis sehr gute Übereinstimmung der Messwerte mit dem berechneten Profil. Hierzu sind in der Abbildung 5.38 die Ergebnisse der Rechnung mit den Messergebnissen der lokalen Wandtemperaturen zum Vergleich in einem Bild dargestellt. Die Messung erfolgt dabei für eine $Re = 3,1 \cdot 10^5$ und einer Heizleistung $P = 20$ kW.

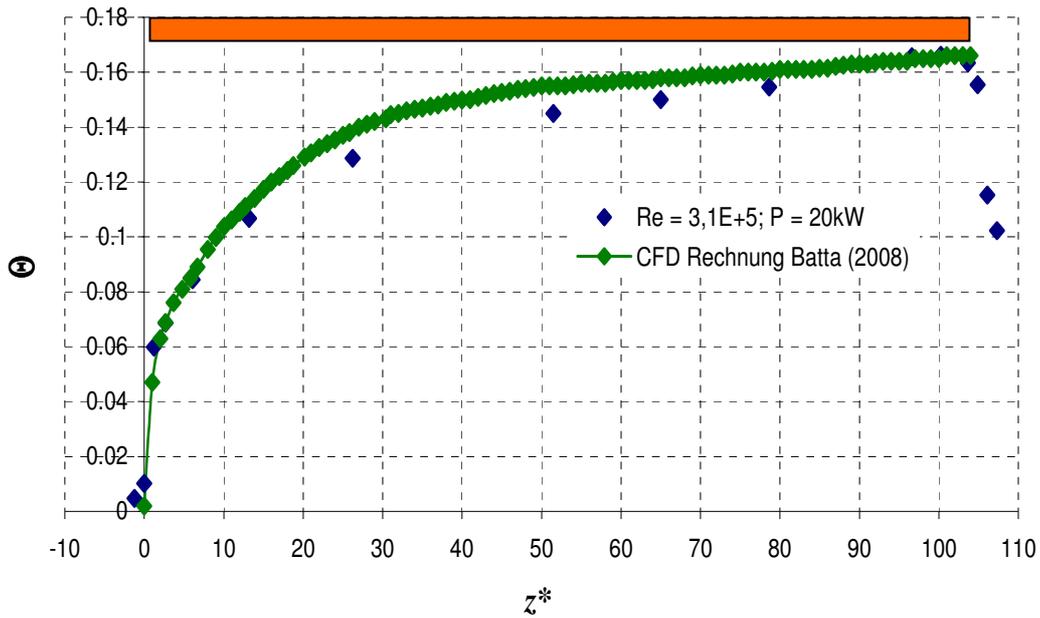
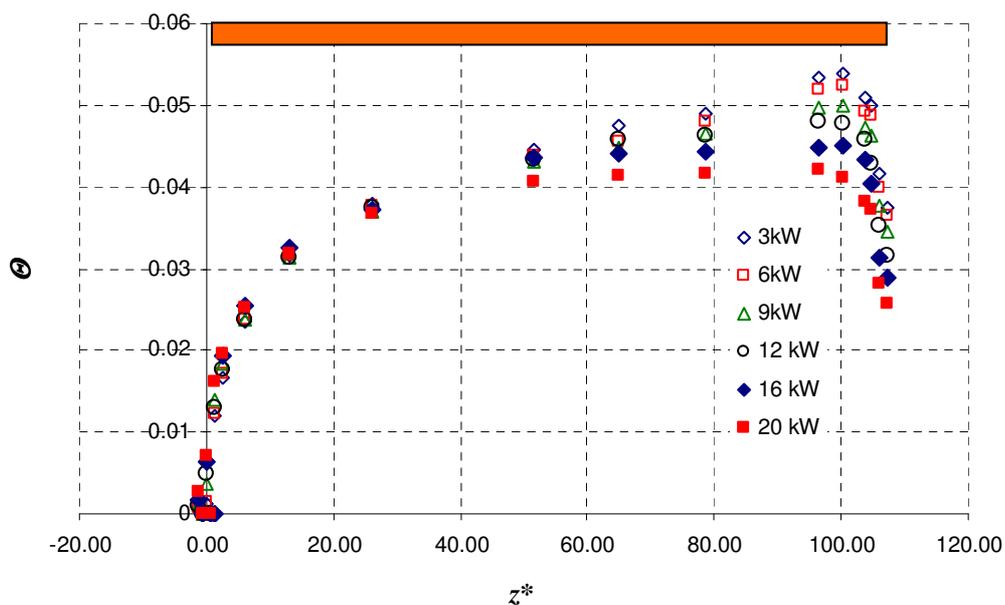


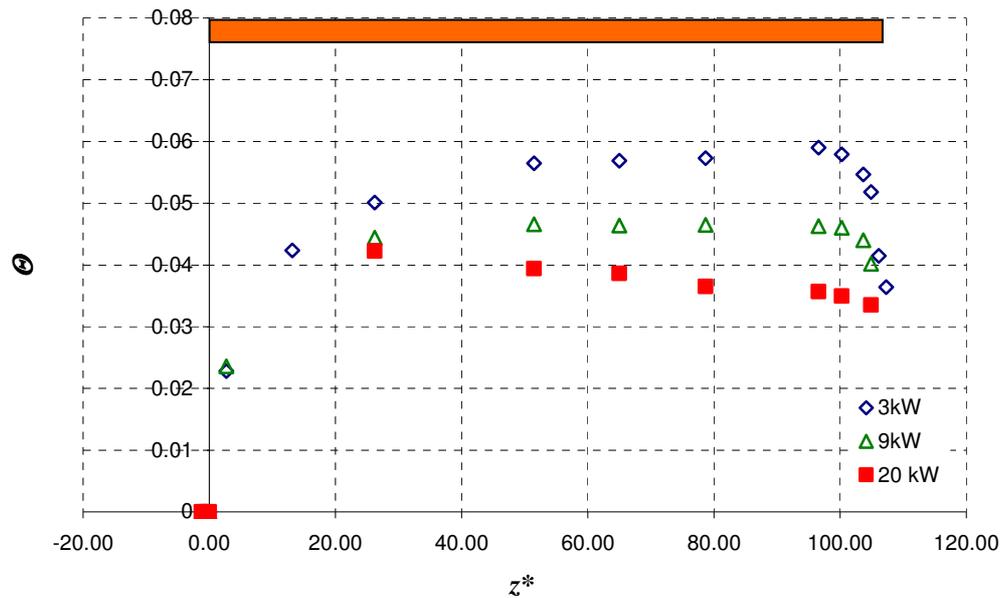
Abb. 5.38: Vergleich zwischen berechneter Wandtemperatur und gemessenen lokalen Wandtemperaturen bei einer $Re = 3,1 \cdot 10^5$ und einer Heizleistung von $P = 9\text{kW}$

5.6.2 Nusseltkorrelationen bei Mischkonvektion

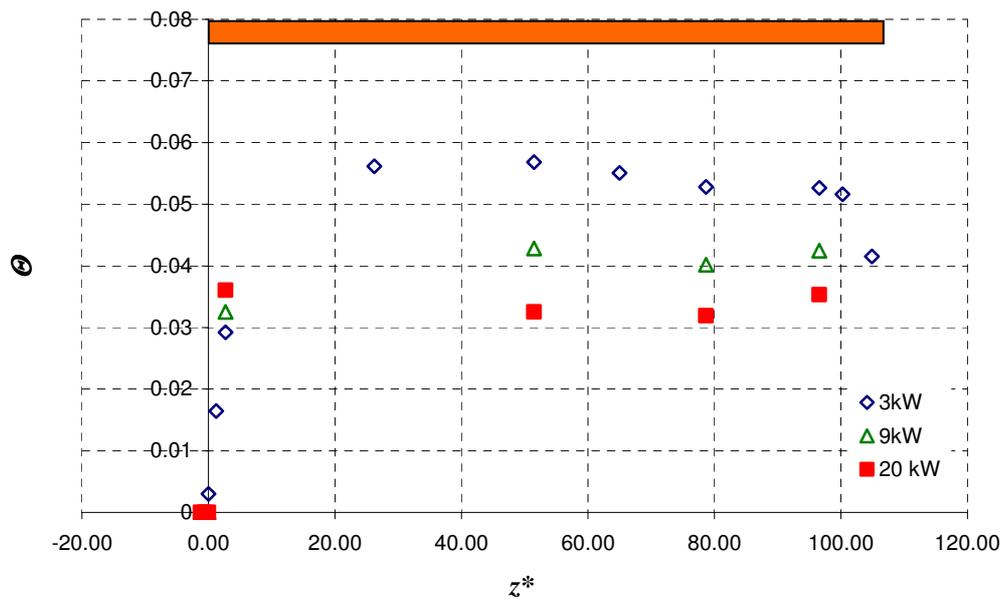
In den folgenden Abbildungen sind nun die gemessenen Wandtemperaturen für die Reynoldszahlen $Re = 7,7 \cdot 10^4$, $Re = 3,8 \cdot 10^4$ und $Re = 1,9 \cdot 10^4$ über der Lauflänge z^* aufgetragen. Man sieht deutlich, dass keine selbstähnlichen Lösungen mehr existieren. Dies ist ein weiteres Indiz dafür dass das Kriterium nach Müller (1999) ein zutreffendes Kriterium zur Unterscheidung von Misch- und Zwangskonvektion darstellt.



a)



b)



c)

Abb. 5.39: Darstellung der gemessenen Wandtemperaturen für $-1,22 < z^* < 107,32$ bei unterschiedlichen Heizleistungen $3 \text{ kW} < P < 20 \text{ kW}$ bei verschiedenen den Reynoldszahlen a) $Re = 7,7 \cdot 10^4$, b) $Re = 3,8 \cdot 10^4$ und c) $Re = 1,9 \cdot 10^4$.

In Ermangelung entsprechender Nusseltkorrelationen für diesen Bereich entfällt der Vergleich wie bei 5.6.1. Deutlich zu sehen ist aber der von Jackson (1989) beschriebene Bereich an dem sich bei additiver Naturkonvektion im Eingangsbereich der Strömung die Wandtemperatur deutlich über den, sich weiter hinten befindenden Wandtemperaturen liegt.

5.7 Überprüfung der Übergangskriterien

Durch die selbstähnlichen Lösungen der lokalen Wandtemperaturen lassen sich die Ergebnisse bei den Reynoldszahlen $3,1 \cdot 10^5$ und $1,5 \cdot 10^4$ nach dem Kriterium von Müller (1999) dem Bereich der Zwangskonvektion zuordnen. Dies wurde mithilfe dieses Kriteriums auch so vorhergesagt. Die Aussage $\sqrt{Gr}/Re > 1$ für Zwangskonvektion ist im Fall der vorliegenden Arbeit zutreffend, da die Vorhersage mit den Messergebnissen übereinstimmt.

Mit der aus Kapitel 5.6.1 gewonnenen Lauflängenabhängigen Nusseltkorrelation (5.12) für Zwangskonvektion ist es nun möglich, die weiteren Ergebnisse als Verhältnis Nu_z/Nu_{FTz} über dem Verhältnis $Ra^{0,333}/(Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4})$ aufzutragen. Mit dieser Auftragung lässt sich nach Aicher (1996) bestimmen, welche Experimente bei Natur-, Misch oder Zwangskonvektion stattfinden.

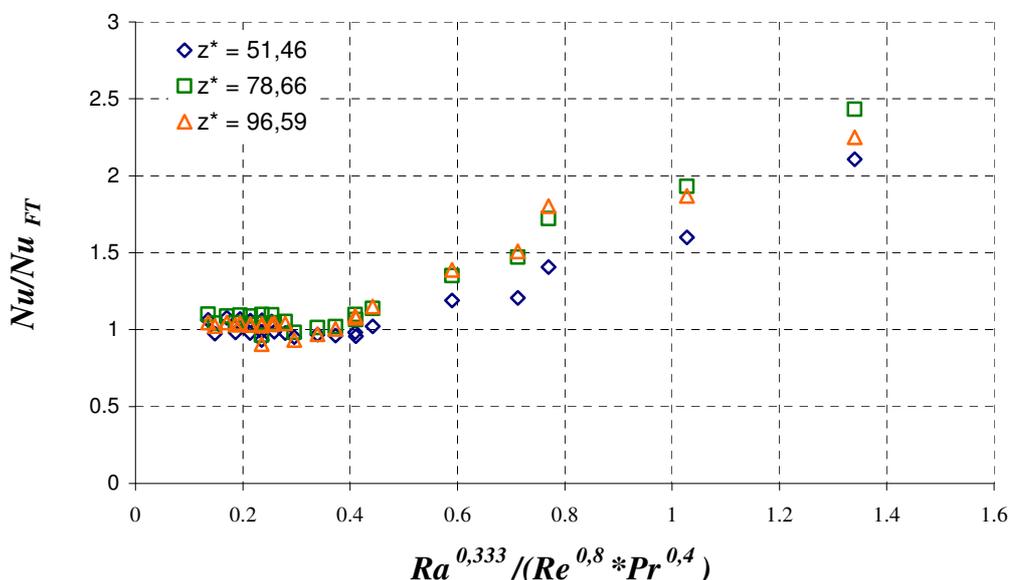


Abb. 5.40: Darstellung der Messwerte als Verhältnis Nu/Nu_{FT} über $Ra^{0,333}/(Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}) = c^*$ bei den Lauflängenwerten von $z^* = 51,46$; $z^* = 78,66$, $z^* = 96,59$.

Hier zeigt sich der bereits von Aicher (1996) angekündigte Bereich der Mischkonvektion zwischen $0,2 < c^* < 0,4$. Ist $c^* < 0,2$ so bewegt sich das Verhältnis Nu/Nu_{FT} wie erwartet im Bereich von 1. Bei $c^* < 0,4$ ist ein deutlicher Einfluss des Auftriebes durch eine dominierend auftretende Ra zu bemerken.

Das Kriterium nach Aicher hat jedoch einen Schönheitsfehler, denn es verwendet die Reynoldsanalogie, d.h. bei Zwangskonvektion sollte eine Vergleichbarkeit gegeben sein, da hier die Temperatur als passiver Skalar transportiert wird. Die müsste bei großen Lauflängen und kleinen Heizleistungen noch übereinstimmen. Bei großen Leistungen und großen Lauflängen wird dies nach Kapitel 2.1.5. nicht mehr stimmen.

6 Zusammenfassung, Diskussion und abschließende Bemerkungen

In dieser Arbeit wird der turbulente Impuls- und Wärmetransport entlang eines beheizbaren Stabes in einem Ringspalt experimentell untersucht. Dies ist von großer technischer Bedeutung für die Auslegung von Blanketelementen eines geplanten ADS – Systems zur Reduzierung der zeitabhängigen Radiotoxizität des nuklearen Restmülls.

Die Komponenten des Experimentes wurden in Ihren Abmessungen dabei so gewählt, dass sie einem geplanten Brennstab eines ADS Systems entsprechen. Der daraus resultierende Einzelstab ist konzentrisch in einem Rohr untergebracht. Einzelstab und Rohr bilden einen Ringspalt mit dem Radienverhältnis des Innen- zum Außenradius (r_i/R) von $r_i/R = 0,136$. Das Aspektverhältnis von der beheizten Länge zum beheizten Durchmesser des Stabes beträgt dabei $l_i/d_r = 104,9$. Mit dem Einzelstab sind Flächenleistungen bis zu $q'' = 100 \text{ W/cm}^2$ möglich, was weit über dem Bereich der im ADS geplanten Flächenleistung von $q'' = 38 \text{ W/cm}^2$ liegt.

Die Experimente fanden alle bei turbulenter Strömung statt. Entlang des Stabes wurde dabei die hydraulisch und thermisch einlaufende Strömung untersucht. Das Verhalten der Strömung und des Wärmetransportes wurde dabei mit einer kombinierten Pitot- und Thermoelementsonde sowie Thermoelementmessrechen verteilt auf drei Messebenen überprüft. Es erfolgte dabei eine konsistente Untersuchung der lokalen mittleren Geschwindigkeiten und deren Fluktuationen in axialer Richtung, sowie der lokalen mittleren Temperaturen und deren Schwankungen. Zudem wurde die erstmalige Bestimmung des turbulenten Wärmestromes in axialer Richtung in flüssigem Blei-Wismut durchgeführt.

Die Experimentalergebnisse für die Vermessung der Einlaufbedingungen vor dem Stab zeigen, dass eine turbulente Strömung anliegt, die eine Abweichung von maximal 5% vom Optimalprofil hat, welches mit einer CFD Simulation bestimmt wurde. Das gemessene Strömungsprofil ist dabei weitgehend unabhängig von verschiedenen Reynoldszahlen im Bereich von $3,3 \cdot 10^4 < Re < 4 \cdot 10^5$ bei isothermer Strömung. Die Strömung vor dem Ringspalt weist einen Turbulenzgrad im Bereich von $0,5\% < Tu < 1,3\%$ auf. Die Geschwindigkeitsgrenzschicht konnte dabei nicht aufgelöst werden.

Die Messergebnisse der isothermen Strömung entlang des Heizstabes zeigen ein erwartetes Verhalten. Mit zunehmender Lauflänge oder mit abnehmender Reynoldszahl wandern die Maxima der Strömungsprofile vom Ringspalt nach außen, da die radiale Ausbreitung der turbulenten Grenzschicht von der Lauflänge abhängig ist. Die Geschwindigkeitsgrenzschicht selbst konnte jedoch auch hier nicht aufgelöst werden. Bei der Untersuchung der Turbulenzgrades zeigt sich keine radiale Veränderung, was dadurch erklärt werden kann, dass die Energiedichten der Signale relativ gering sind und die für diesen Bereich charakteristischen Schwankungen zu stark gedämpft werden. Dies lässt sich auf die Turbulenz der Anströmung zurückführen.

Die Untersuchung des Strömungsfeldes mit Beheizung des Stabes bei der nach dem Kriterium von Müller $\sqrt{Gr}/Re < 1$ ermittelten Zwangskonvektion, zeigt ein identisches Verhalten mit den Strömungsprofilen bei isothermer Strömung. Auch eine Spektraluntersuchung zeigt, dass das Strömungsfeld in den gemessenen Bereichen nicht von der sich ausbreitenden thermischen Grenzschicht beeinflusst wird. Man kann daher tatsächlich von Zwangskonvektion ausgehen was eine Abschätzung der auftriebsbedingten Strömung bestätigt. Ein Vergleich der gemessenen Geschwindigkeitsprofile zeigt eine gute Übereinstimmung mit den berechneten Profilen. Die radiale Ausbreitung der thermischen Grenzschicht nimmt mit zunehmender Lauflänge zu. Die in den Schwankungen auftretenden Wendepunkte zeigen jedoch, dass innerhalb der Temperaturgrenzschicht keine gleichmäßige Durchmischung kalter und warmer Fluidbereiche stattfindet. Ein Vergleich der lokalen mittleren Temperaturen mit berechneten Werten zeigt eine sehr gute Übereinstimmung zwischen berechneten und gemessenen Werten. Der axiale Wärmetransport nimmt mit zunehmender Heizleistung zu und zeigt wie erwartet in Strömungsrichtung.

Bei dem mit dem Kriterium $\sqrt{Gr}/Re > 1$ bestimmten Bereich für Mischkonvektion ist eine deutliche Beeinflussung der Strömung durch die Beheizung ab einer Lauflängenposition von $z^* = 26,22$ bemerkbar. Dies äußert sich auch im Turbulenzgrad, der hier mit zunehmender Beheizung ebenfalls zunimmt. Wendepunkte im Turbulenzgrad weisen dabei auf eine durch den Auftrieb hervorgerufene Jetströmung hin. Die lokalen mittleren Temperaturen nehmen mit zunehmender Heizleistung zu und die thermische Grenzschicht erreicht die Außenwand. Da die Temperaturen sich jedoch noch mit der Lauflänge ändern, handelt es sich hierbei nicht um eine thermisch eingelaufene Strömung. Bei den Temperaturfluktuationen haben die Profile wie bei den Geschwindigkeitsfluktuationen einen lokalen Sattelpunkt an der Lauflängenposition $z^* = 51,46$. Die Untersuchungen der Zeitreihen zeigen hier, dass sich hier eine lokale Strömung ausbildet. Die azimuthale Untersuchung des Temperaturfeldes zeigt zudem, dass es sich hier um ein lokales Phänomen handelt.

Die Untersuchungen der auftriebsdominierten Strömung zeigen eine Verstärkung der Effekte welche aus der Mischkonvektion bekannt sind. Hier ist die Transition zu Mischkonvektion bereits bei einer Lauflängenposition von $z^* = 2,68$ bemerkbar. Da auch hier die Temperaturen und deren Schwankungen noch eine Funktion von der Lauflänge darstellen ist auch hier keine eingelaufene Strömung zu beobachten.

Aus dem Temperaturverlauf an der Wand erfolgte die Vermessung der lokalen Wärmeübergangskorrelationen. Dabei zeigen bekannte Wärmeübergangskorrelationen für voll eingelaufene Strömung eine gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen im Fall der Zwangskonvektion. Da es bislang keine Nusseltkorrelation für die technisch interessantere thermisch einlaufende Strömung in dem vorliegenden Fall gab, wurde auf der Basis von bekannten Wärmeübergangskorrelationen eine neue Wärmeübergangskorrelation für den Fall der thermisch einlaufenden Strömung bei Zwangskonvektion ermittelt. Die experimentellen Ergebnisse haben dabei mit berechneten Ergebnissen im Fall der Zwangskonvektion eine gute Übereinstimmung. Jedoch gibt es Unstimmigkeiten bei der Bestimmung der lokalen Nusseltkorrelation. In den Fällen der Mischkonvektion und auftriebsdominierten Strömung fand zwar die Vermessung des lokalen Wärmeübergangs statt, doch wurden keine Wärmeübergangskorrelationen bestimmt.

Das zur Bestimmung des Überganges von Zwangs- zu Mischkonvektion verwendete Kriterium $\sqrt{Gr} / Re = 1$ wurde überprüft und findet für bei thermisch nicht eingelaufener Strömung eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten. Jedoch gibt es Unstimmigkeiten bei dem gewählten Kriterium zur Bestimmung des Überganges von Misch- zu Naturkonvektion, da das gewählte Kriterium nach Aicher (1996) $Ra^{0,333} / (Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4})$ von der Reynolds-analogie ausgeht, welche aber gerade in diesem Bereich für flüssige Metalle nicht mehr gilt. Aussagekräftiger ist diesbezüglich eine Abschätzung des Anteiles der Auftriebsströmung an der Gesamtströmung.

7 Literatur

AICHER, T., MARTIN, H., *New correlations for mixed turbulent natural and forced convection heat transfer in vertical tubes*, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 40, (1997), pp.3617 – 3626.

BAKER, J.N., ANDERS, M., *Hot Film Anemometry on Liquid Mercury*, Dantec Information №9 (1990).

BARKER, M., *On the use of very small Pitot-Tubes for measuring wind velocity*, Proc. Roy. Soc. London A101, London (1925), p. 435.

BARLEON, L., MACK, K.-J., STIEGLITZ, R., *The MEKKA-facility a Flexible Tool to Investigate MHD-flow Phenomena*, Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 5821 (1996).

BATCHELOR, G.K., *The Theory of Homogeneous Turbulence*, Cambridge University Press, Cambridge (1959).

BATTA, A., *Numerical Study of Turbulent Heat Transfer Along a Heated Rod in an Annular Cavity*, Forschungszentrum Karlsruhe, Interner unveröffentlichter Bericht, Karlsruhe (2008).

BEJAN, A., *Convection Heat Transfer*, Wiley, New York (1984), pp. 142-146.

BENEDICT, R.P., *Fundamentals of Temperature, Pressure and Flow Measurements*, 3rd edition, John Wiley & Sons Inc, New York (1979).

BENDAT, J., PIERSOL, A., *Random Data, Analysis and Measurement Procedures*, 3rd edition, John Wiley & Sons Inc, New York (2000).

BIRKHOFFER, A., *Einführung in die Kerntechnik*, Vorlesung TU München, Sommersemester 2004.

BONFIG, K.W., *Technische Durchflußmessung*, 3. Auflage, Vulkan Verlag, Essen (2002).

BRONSTEIN, I.N., SEMENDJAJEW, K.A., *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main (1993).

BURR U., *Turbulente Transportvorgänge in magnetohydrodynamischen Kanalströmungen*, Dissertation, Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6038 (1998).

CHANDRA, L., *RANS Analysis of the FZK Single Rod Experiment*, Nuclear Research Group, Interner unveröffentlicher Bericht, Petten, Netherlands, (2008).

CRAMER, A., ZHANG, C., ECKERT, S., *Local Flow Structures in Liquid Metal Measured by Ultrasonic Doppler Velocimetry*, *Flow Measurement and Instrumentation* 15 (2004), pp. 145-153.

DAUBNER, M., *Turbulent Thermal Mixing of a Heavy Metal Liquid Metal Flow in a Target Window Geometry – The Heated Jet Experiment*, Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 7098 (2005).

DIN 1319, Grundlagen der Messtechnik. Deutsches Institut für Normung e.V. (1995).

DIN ISO 5725, Genauigkeit (Richtigkeit und Präzision) von Messverfahren und Messergebnissen. Deutsches Institut für Normung e.V. (1997).

DIN EN 24 006, Durchflußmessung von Fluiden in geschlossenen Leitungen. Deutsches Institut für Normung e.V. (1993).

DIN EN IEC 751, Thermoelemente, Deutsches Institut für Normung e.V. (1992).

DORFF, D., HANS, R., *Permanentmagnetische Natriumdurchflußmeßeinrichtungen für Kernkraftwerke*, *Siemens-Zeitschrift* 48 (1974), Heft 9, pp. 614-617.

ECKERT, S., GERBETH, G., *Velocity Measurements in Liquid Sodium by Means of Ultrasound Doppler Velocimetry*, *Experiments in Fluids* 32, № 5 (2002), pp. 542-546.

ECKERT, S., GERBETH, G., MELNIKOV, V. I., *Velocity Measurements at High Temperatures by Ultrasound Doppler Velocimetry Using an Acoustic Wave Guide*, *Experiments in Fluids* 35, № 5 (2003b), pp. 381-288.

EUROPEAN TECHNICAL WORKING GROUP ON ADS, *A European Roadmap for Developing Accelerator Driven Systems (ADS) for Nuclear Waste Incineration*, ENEA, Rom (2001).

FISCHER, K., *Design of a Supercritical Water – Cooled Reactor – Pressure Vessel and Internals*, Dissertation, Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte FZKA 7429 (2008).

FISHER-ROSEMOUNT, *Diaphragm Seal Systems*, 00813-0201-4016, Rosemount Inc., Chanhassen (2000).

FISHER-ROSEMOUNT, *Messumformer Modell 3051 - Produktdatenblatt*. 00813-0105 - 4001, Rev. März 2000, Fisher Rosemount GmbH & Co., Weßling (2000).

FUCHS, H., *Wärmeübergang an strömendes Natrium*, Eidg. Institut für Reaktorforschung, Würenlingen, Bericht Nr. 241, Schweiz (1973).

GABI, M., Skript „*Strömungslehre und Strömungsmaschinen*“, Technische Hochschule Karlsruhe (2007).

GOLDSTEIN, R., *Fluid Mechanics Measurement*, Hemisphere Publishing Corporation, United States of America, (1983).

GROETZBACH, G., *Numerische Untersuchung der Quervermischung bei auftriebsbeeinflusster turbulenter Konvektion in einem vertikalen Kanal*, Wissenschaftliche Berichte, KfK 2648 (1978).

GROMOV, B.F., BELOMITCEV, Y.S., YEFIMOV, E.I., LEONCHUK, M.P., MARTINOV, P.N., ORLOV, Y.I., PANKRATOV, D.V., PASHKIN, Y.G., TOSHINSKY, G.I., CHEKUNOV, V.V., SHMATKO, B.A., STEPANOV, V.V., *Use of Lead-bismuth Coolant in Nuclear Reactors and Accelerator-driven Systems*, Nuclear Engineering and Design, 173, 207 (1997).

HOFMEISTER, J., BEHNKE, L., LÖWENBERG, M., SCHULENBERG, T.; „*Was ist Generation IV?*“, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6967 (2004).

IMBENI, V., MARTINI, C., MASINI, S., PALOMBARINI, G., *Properties of the eutectic alloys Pb55.5Bi and Pb17Li*, BoMet Institute of Metallurgy, University of Bologna, ENEA Report DT-EUB - 00001, Part 2 (1999).

JAKSON, J. D., COTTON, M. A., AXEL, B. F., *Studies of Mixed Convection in Vertical Tubes*, International Journal of Heat and Fluid Flow № 10 (1989).

JISCHA, M., *Konvektiver Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch*, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden (1982).

KAKAÇ, S., AUNG, W., VISKANTA, R., *Natural Convection. Fundamentals and Applications*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington/New York (1985).

KAKAÇ, S., SHAH, R.K., AUNG, W., *Handbook of Single Phase Convective Heat Transfer*, Wiley, New York (1987).

KAPULLA, R., *Experimentelle Untersuchung von thermisch stratifizierten und unstratifizierten Mischungsschichten in Natrium und Wasser*, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, DISS. ETH Nr. 13430, Zürich (2000).

KAYS, W. M., LEUNG, E. Y., *Heat Transfer in Annular Passages: Hydrodynamically Developed Turbulent Flow with Arbitrarily Prescribed Heat Flux*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 6 (1963), pp. 537-557.

KNEBEL, J.U., *Experimentelle Untersuchungen in turbulenten Auftriebsstrahlen in Natrium*, Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Karlsruhe (1993).

KNEBEL, J.U., CHENG, X., GRÖTZBACH, G., STIEGLITZ, R., MÜLLER, G., KONYS, J., *Thermalhydraulic and Material Specific Investigations into the Realization of an Accelerator Driven System (ADS) to Transmute Minor Actinides - Final Report*, Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6868 (2003).

KNUDSEN, J. G., KATZ, D. L., *Fluid Dynamics and Heat Transfer*, Huntington, New York (1979), pp. 191- 193.

KULITE SEMICONDUCTOR, Super High Temperature IS Pressure Transducer XETH - 10L-190 (M) and HEM-375 (M) Series, Datenblatt, Kulite Semiconductor, Leonia, New Jersey (2003).

LAUFER, J., *The structure of turbulence in fully developed pipe flow*, Nat. Adv. Comm. Aeron. (NACA), T. N. Nr. 2954, Washington D.C., (1953).

LEFHALM, C.-H., *Reaktionszeitenermittlung der Thermoelemente Typ K*, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6989 (2004).

LEFHALM, C.-H., *Qualifizierung von Messtechniken zur Erfassung von Strömungsgrößen in flüssigen Schwermetallen*, Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 7111 (2005).

LEUKEL, E., *Vorlesung Wärme- und Stoffübertragung*, TU Karlsruhe, Wintersemester 1989/90.

LYON, R.N., *Liquid Metal Handbook*, NAVEXOS, Government Printing Office, Washington D.C., (1952).

MAGILL, J., BERTHOU, V., HAAS, D., GALY, J., SCHENKEL, R., WIESE., H.-W., HEUSNER, G., TOMMASSI, J., YOUINOU, G., *Impact Limits of Partitioning and Transmutation Scenarios on the Radiotoxicity of Actinides in Radioactive Waste*, Nuclear Energy 42, №5 (2003), pp. 263-277.

MAGUIN, G., *Turbulenter Flüssigmetallwärmeübergang am vertikalen Heizstab im Ringspalt*, Diplomarbeit, TU Karlsruhe (2008).

- MCMILLAN, F.A., *Experiments on pitot-tubes in shear flow*, Gt. Brit. ARC Rep. + Mem. 3028, London (1957).
- MEIER, U., *Messungen von turbulenten Grenzschichten an einer wärmeisolierten Wand im kleinen Überschallwindkanal der AVA*, Bericht 68 A 03, AVA Göttingen (1968).
- MENTER, F.R., *Ein- und Zweigleichungsturbulenzmodelle*, Kurzlehrgang „Numerische Berechnung turbulenter Strömungen in Forschung und Praxis“, TU Karlsruhe (2006).
- MENTER, F.R., *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications*, *AIAA Journal*, 32 (1994), pp. 1589 – 1605.
- MENTER, F.R., *Zonal two equation k- ω turbulence models for aerodynamic flows*, Proc. 24th Fluid Dynamics Conf., Orlando, Florida, USA, 6-9 July, Paper No. AIAA 93-2906 (1993).
- MCKEON, B.J., SMITS, A.J., *Static pressure correction in high Reynolds number fully developed turbulent pipe flow*, *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 13 (2002), pp. 1608 - 1614.
- MCKEON, B.J., LI, J., JIANG, W., MORRISSON, J.F., SMITHS, A.J., *Pitot probe corrections in fully developed turbulent pipe flow*, *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 14 (2003), pp. 1449-1458.
- MÜLLER, U., ERHARD, P., *Freie Konvektion und Wärmeübertragung*, C:F.Müller Verlag, Heidelberg (1999).
- NATIONAL INSTRUMENTS, *LabVIEW Data Acquisition Handbook*. Austin, Texas (2003).
- NATIONAL INSTRUMENTS, *The Measurement and Automation Catalog*, Austin, Texas (2004).
- OERTEL, H. jr., (Hrsg.), *Prandtl - Führer durch die Strömungslehre*, 12.Auflage, Vieweg + Teubner Verlag, Wiesbaden (2008).
- OERTEL, H. jr., BÖHLE, M., *Strömungsmechanik*, 3. Auflage, Vieweg, Wiesbaden (2004).
- OERTEL, H. jr., LAURIEN, E., *Numerische Strömungsmechanik*, 2.Auflage, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden (2003).
- PERRY, A. E., HENBEST, S. & CHONG, M.S., *A Theoretical and Experimental Study of Wall Turbulence*, *Journal of Fluid Mechanics* 165 (1986), pp. 163-199.
- PERRY, A. E., JOUBERT, P. N., *Rough-wall Turbulent Boundary Layers*, *J. Fluid Mech.*, Vol. 37 (1969), pp. 383-413.

PETUKHOV, B. S., *Turbulent Flow and Heat Transfer in Pipes under Considerable Effect of Thermo-Gravitational Forces, Heat Transfer and Turbulent Buoyant Convection*, Vol. 2. Hemisphere, New York (1977).

POLIFKE, W.; KOPPITZ, J., *Wärmeübertragung, Grundlagen, analytische und numerische Methoden*, Pearson Studium (2005).

REHME, K., *Turbulente Strömung in konzentrischen Ringspalten*, Kernforschungszentrum Karlsruhe, KfK 2099 (1975).

RODI, W., *Numerische Berechnung turbulenter Strömungen in Forschung und Praxis*, Hochschulkurs Universität Karlsruhe (TH) (2006).

SCHLICHTING, H., GERSTEN, K., *Grenzschichttheorie*, Springer Verlag, 10. Auflage, Berlin/Heidelberg (2006).

SCHULENBERG, T., Skript zur Vorlesung „Kernkraftwerkstechnik“, Institut für Kern und Energietechnik (2007).

SCHRUEFER, E., *Elektrische Messtechnik, Messung elektrischer und nichtelektrischer Größen*, 6. Auflage, Hanser, München (1995).

SEBAN, R. A., CASEY, D. F., *Heat Transfer to Lead-Bismuth in Turbulent Flow in an Annulus*, Annual Meeting of the ASME, November 25-30, Paper № 56-A-62 (1956).

STÄBLER, T., *Experimentelle Untersuchung und physikalische Beschreibung der Schichtenströmung in horizontalen Kanälen*, Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 7296 (2007).

STIEGLITZ, R., *MHD-features of the Main Service and Bypass Pump in the MEGAPIE Design*, Forschungszentrum Karlsruhe, Wissenschaftliche Berichte, FZKA 6826 (2003).

STIEGLITZ, R., *Low Prandtl Number measurement thermal hydraulics*, Handbook on Lead-bismuth Eutectic Alloy and Lead Properties, Materials Compatibility, Thermal-hydraulics and Technologies, chapter 10, OECD/NEA Nuclear Science Committee, NEA No. 6195, OECD (2007a).

STIEGLITZ, R., *Liquid metal measurement technique development*, Handbook on Lead-bismuth Eutectic Alloy and Lead Properties, Materials Compatibility, Thermal-hydraulics and Technologies, chapter 11, OECD/NEA Nuclear Science Committee, NEA No. 6195, OECD (2007b).

SUBBOTIN, V. I., IBRAGIMOV, M.K., IVANOWSKII, M.N., NOMOVILOV, E.V., *Heat Transfer in Boiling Metals by Natural Convection*, Izdatelstvo "Nauka", Moskau (1969).

SWANSON, L. W., CATTON, I., *Surface Renewal Theory for Turbulent Mixed Convection in Vertical Ducts*, International Journal of Heat and Mass Transfer, № 30 (1987).

TAKEDA, Y., *Measurement of Velocity Profile of Mercury Flow by Ultrasound Doppler Shift Method*, Nuclear Technology 79 (1987), pp. 120-124.

TAKEDA, Y., *Velocity Profile Measurement by Ultrasonic Doppler Method*, Experimental Thermal and Fluid Science 10 (1995), pp. 444-453.

TAKEDA, Y., KIKURA, H., *Flow Mapping of the Mercury Flow*, Experiments in Fluids 32 (2002), pp. 161-169.

TENNEKES, H.; LUMELEY, J., *A First Course in Turbulence*, The MIT Press, Massachusetts (1972).

VDI, *Wärmeatlas*, CD-Rom der 8. Auflage, Springer Verlag, Berlin (1997).

VDI, *Wärmeatlas*, CD-Rom der 10. Auflage, Springer Verlag, Berlin (2006).

VASILE, A., RIMPAULT, G., THOMMASI, J., DE SAINT JEAN, C., DELPECH, M., HESKETH, K., BEAUMONT, H., NEWTON, T., SMITH, P., MASCHEK, W., HAAS, D., DE RAEDT, CH., VANBENEPE, G., LEVEVRE, J.C., *Fast Reactor Fuel Cycle: Core Physics Results from the CAPRA-CADRA Programme*, (invited paper), GLOBAL, Paris, September (2001).

WEEKS, J.R., *Lead, Bismuth, Tin and their Alloys as Nuclear Coolants*, Nuclear Engineering and Design 15 (1971), pp. 363 - 372.

WEISSENFLUH, Th. von, *Turbulenter Wärmetransport in flüssigem Natrium*, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, DISS. ETH Nr. 7464, Zürich (1984).

WILD, E., MACK, K.J., GEGENHEIMER, M., *Interner unveröffentlichter Bericht*, Kernforschungszentrum Karlsruhe, März (1980).

WILD, E., HITZIG, K., MACK, K.J., GEGENHEIMER, M., *Interner unveröffentlichter Bericht*, Kernforschungszentrum Karlsruhe, März (1981).

WILCOX, D.C., *Turbulence Modelling for CFD*, DCW Industries, La Canada, California (1998).

WUEST, W., *Strömungsmesstechnik*, Verlag Friedrich Vieweg & Sohn GmbH, Braunschweig (1969).

ZEININGER, J., PIECHA, H., GNIESER, S., STIEGLITZ, R., SCHULENBERG, T., *Turbulent heavy liquid metal heat transfer along a heated rod in a cylindrical tube*, Jahrestagung Kerntechnik 2006, Aachen (2006).

ZEININGER, J., *Turbulenter Wärmetransport in flüssigem Blei-Wismuth durch einen Ringspalt*, Strömungsseminar WS, Institut für Strömungslehre ISL, Technische Hochschule Karlsruhe (2007).

ZIEREP, J., *Grundzüge der Strömungslehre*, 5. Auflage, Springer, Berlin (1992).

Anhang A Symbole und Abkürzungen

Lateinische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bezeichnung
<i>A</i>	m^2	Querschnittsfläche
<i>A</i>	-	charakteristische Länge
<i>B</i>	Vs/m^2	Vektorfeld der magnetischen Induktion
<i>Bi</i>	-	Biot - Zahl
<i>c</i>	m/s	Schallgeschwindigkeit
<i>c_p</i>	J/kgK	Spezifische Wärmekapazität
<i>c*</i>	-	Relationsparameter
<i>d</i>	m	Durchmesser des Piezoelements
<i>D</i>	m	Rohrdurchmesser
<i>D_h</i>	m	hydraulischer Durchmesser
<i>f</i>	-	Fanning friction Factor (anglikanischer Reibbeiwert)
<i>f</i>	Hz	Frequenz
<i>F</i>	-	Fehlerfortpflanzung systematischer Fehler
<i>Fr</i>	-	Froude - Zahl
<i>Gr</i>	-	Grashof - Zahl
<i>h</i>	-	allgemeiner Platzhalter
<i>i</i>	-	Index $i=1...3$ Raumrichtungen
<i>I</i>	A	Stromstärke
<i>j</i>	-	Index $j=1...3$ Raumrichtungen
<i>k</i>	$1/m$	Kreiswellenzahl

Symbol	Einheit	Bezeichnung
K	-	Korrelationskoeffizient
l_f	m	unbeheiztes vorderes Stabende
l_h	m	beheizte Länge
L	m	Länge
L	m	charakteristische beheizte Länge
L_h	m	hydraulische Einlaufänge
m	kg	Masse
n	-	Anzahl Werte in einer Verteilung (Messreihe)
Nu	-	Nusseltzahl
Nu_z	-	Längenbezogene lokale Nusseltzahl
p	Pa	Druck
P	W	Leistung
Pe	-	Péclet - Zahl
Pr	-	Prandtl - Zahl
Pr_t	-	Turbulente Prandtlzahl
q''	W/m ²	Flächenleistung
q_{tur}	mK/s	Turbulenter Wärmtransport
\dot{Q}	W	Wärmeleistung
Q	-	Korrelationsfunktion
r	m	Radialkoordinate
r^*	-	dimensionsloser Radius im Zylinderspalt
R	m	Innenrohrradius Außenrohr der Teststrecke
Re	-	Reynoldszahl

Symbol	Einheit	Bezeichnung
s	-	empirische Standardabweichung
S	-	Fehlerfortpflanzung statistischer Unsicherheiten
t	s	Zeit
T	°C; K	Temperatur
T_0	°C; K	Referenztemperatur
ΔT_{char}	K	charakteristische Bezugstemperatur
Tu	-	Turbulenzgrad
u	m/s	Lokale Geschwindigkeit (in axialer Richtung)
u_i	m/s	Geschwindigkeitsfeld
u^+	-	Normierte Geschwindigkeit in Wandkoordinaten
u_0	m/s	charakteristische Geschwindigkeit
u_0	m/s	Mittlere Strömungsgeschwindigkeit
u_{max}	m/s	Maximale Geschwindigkeit der Verteilung
u_τ	m/s	Wandschubspannungsgeschwindigkeit
u^*	-	Dimensionslose Geschwindigkeit
v	m/s	Geschwindigkeit in radialer Richtung
V	m ³ /h	Volumenstrom
w	m/s	Geschwindigkeit in azimuthaler Richtung
x	m	x-Koordinate
y	m	y-Koordinate
y^+	-	Normierter Wandabstand in Wandkoordinaten
z	m	Axialkoordinate
z^*	-	Dimensionslose Axialkoordinate

Griechische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bezeichnung
α	W/m ² K	Wärmeübergangszahl
β	1/K	Ausdehnungskoeffizient
δ_h	m	Dicke der thermischen Grenzschicht
δ_u	m	Dicke der laminaren Unterschicht
δ_v	m	Dicke der viskosen Grenzschicht
ε	m ² /s ³	Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie
φ	V	Elektrisches Potential
Φ	°	Winkelkoordinate
κ	m ² /s	Temperaturleitfähigkeit
λ	W/mK	Wärmeleitfähigkeit
λ_f	-	Widerstandszahl, Reibbeiwert
λ	m	Wellenlänge
μ	kg/ms	dynamische Viskosität
μ	-	Erwartungswert einer Verteilung
μ_0	Vs/Am	Magnetische Permeabilität im Vakuum $\mu_0=4 \pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am
ν	m ² /s	Kinematische Viskosität
π	-	Kreiszahl $\pi=3,141592654$
ρ	kg/m ³	Fluidichte
σ	-	Standardabweichung der Gaußverteilung
σ	1/m	Elektrische Leitfähigkeit
Θ	-	dimensionslose Temperatur
τ	s	Zeitintervall

Griechische Buchstaben

Symbol	Einheit	Bezeichnung
τ	N/m ²	Schubspannung
τ_{tur}	m ² /s ²	Reynoldsscher Spannungstensor
τ_w	N/m ²	Wandschubspannung
ξ	-	statistische Unsicherheit

Sonstige Symbole

Symbol	Bedeutung
\bar{h}	Zeitliche Mittelung
h'	Schwankungsgröße
∂	Symbol für partielle Ableitung
∇	Nablaoperator

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Bedeutung
------------------	------------------

ADS	Accelerator Driven System (Beschleuniger getriebenes System)
CFD	Computational Fluid Dynamics
DIN	Deutsches Institut für Normung
DNS	Direkte Numerische Simulation
EM	Elektromagnetisch
EMF	Elektromagnetischer Durchflußmesser
EMFM	Elektromagnetischer Frequenzdurchflußmesser
FZK	Forschungszentrum Karlsruhe
IKET	Institut für Kern- und Energietechnik
ISO	International Organization for Standardization
KALLA	KARlsruhe Liquid metal LAboratory
LDA	Laser Doppler Anemometrie
MA	Minore Aktiniden
MHD	Magneto Hydro Dynamik
MPP	Miniatur Permanentmagnet Potentialsonde
PC	Personal Computer
PIV	Particle Image Velocimetry
PSD	spektrale Leistungsdichte
RMS	Root Mean Square
SPS	Speicher Programmierbare Steuerung
THESYS 2	Technology for Heavy Metal Systems (PbBi Kreislauf; 2te Generation)

Anhang B Kennzahlen

Die folgende Auflistung soll einen Überblick, über die verwendeten Kennzahlen verschaffen. Sie folgt dabei der Nomenklatur von Polifke (2005).

Biot – Zahl

$$Bi = \frac{L / \lambda}{1 / \alpha} = \frac{L \alpha}{\lambda} . \quad (\text{B.1})$$

Die Biot - Zahl stellt das Verhältnis des Wärmeleitwiderstandes in einem Körper zum Wärmeübergangswiderstand der umliegenden Grenzschicht dar.

Froude – Zahl

$$Fr = \frac{u_m^2}{Lg} . \quad (\text{B.2})$$

Die Froude – Zahl beschreibt das Verhältnis von Trägheitskraft zu Schwerkraft. Sie „ist überall dort von Wichtigkeit, wo die Schwerkraft die Strömung wesentlich beeinflusst“ Zierep (1992)

Grashof – Zahl

$$Gr = \frac{g \beta \cdot L^3 \cdot \Delta T}{\nu^2} = \frac{g \beta \cdot q'' \cdot D_h}{\nu^3} . \quad (\text{B.3})$$

Die Grashof – Zahl ist eine Kennzahl der freien Konvektion und beschreibt das Verhältnis der Auftriebs- zu den Reibungskräften.

Nusselt – Zahl

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} . \quad (\text{B.4})$$

Die Nusselt – Zahl ist als dimensionsloser Wärmeübergangskoeffizient definiert. Sie beschreibt das Verhältnis des Wärmestroms infolge Konvektion zu dem Wärmestrom infolge Wärmeleitung durch die Grenzschicht. Sie kann auch als dimensionsloser Temperaturgradient im Fluid an der Wand dargestellt werden.

Péclet – Zahl

$$Pe = \frac{u_m L}{\alpha} = \frac{u_m D_h}{\nu} \cdot \frac{\nu}{\alpha} = Re \cdot Pr . \quad (\text{B.5})$$

Die Péclet – Zahl gibt das Verhältnis des konvektiven Wärmetransportes zum Wärmestrom infolge Wärmeleitung an.

Prandtl – Zahl

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} . \quad (\text{B.6})$$

Die Prandtl – Zahl ist ein Maß für das Verhältnis von Impuls- zu Wärmetransport und enthält nur Stoffgrößen.

Rayleigh – Zahl

$$Ra = \frac{g\beta \cdot L^3 \cdot \Delta T}{\nu\alpha} = \frac{g\beta \cdot L^3 \cdot \Delta T}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{\alpha} = Re \cdot Pr . \quad (\text{B.7})$$

Die Rayleigh – Zahl charakterisiert den Umschlag laminar/turbulent der freien Konvektion.

Reynolds – Zahl

$$Re = \frac{u_0 \cdot L}{\nu} = \frac{u_0 \cdot D_h}{\nu} . \quad (\text{B.8})$$

Die Reynolds – Zahl stellt das Verhältnis von Trägheitskraft zur Reibungskraft dar.

Strouhal – Zahl

$$Str = \frac{fd}{u_m} = \frac{d}{tu_m} . \quad (\text{B.9})$$

Die Strouhal – Zahl charakterisiert instationäre Strömungsvorgänge.

Anhang C Stoffeigenschaften von Blei – Wismut

Die Thermophysikalischen Daten wurden aus den Arbeiten von Imbeni et al. (1999), Lyon (1952) und Gromov et. al. (1997) übernommen. Sie sind in Tabelle A.1 zusammengestellt. Die Temperatur T ist dabei in Kelvin ($0^\circ\text{C} = 273,16\text{ K}$) angegeben.

Eigenschaft	Gleichung	Einheit
Dichte ρ	$11,113 - 1,375 \cdot 10^{-3} \cdot T$	$10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Dynamische Viskosität μ	$0,497 \cdot \exp(741/T)$	$10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
Kinematische Viskosität ν	$\nu = \mu / \rho$	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Spezifische Wärmeleitfähigkeit λ	$6,851 + 10,174 \cdot 10^{-3} T$	$\text{W} \cdot (\text{m} \cdot \text{K})^{-1}$
Wärmekapazität c_p	$0,16 - 2,385 \cdot 10^{-5} T$	$\text{J} \cdot (\text{g} \cdot \text{K})^{-1}$
Spezifische elektr. Leitfähigkeit σ	$10,35187 - 3,343 \cdot 10^{-3} \cdot T$	10^5 A/Vm
Spezifischer elektr. Widerstand ρ_e	$6,851 + 0,05 \cdot T$	$10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$

Tabelle A1. Thermophysikalische Eigenschaften von $\text{Pb}^{55}\text{Bi}^{45}$

Die Schallgeschwindigkeit c stellt dabei einen Spezialfall dar. Von den einzelnen Materialkomponenten, Blei und Wismut, ist die Schallgeschwindigkeit bekannt. Im Fall der Legierung ergeben sich jedoch andere Eigenschaften. Die Schallgeschwindigkeit wird für bestimmte Messverfahren, z. B. Ultraschalluntersuchungen verwendet. Daher bedeutet es viel, sie in PbBi zu kennen. Ein Zusammenhang der Schallgeschwindigkeit und der Materialtemperatur wurde von Lefhalm (2005) entdeckt.

$$c_{\text{soundPbBi}}(T) = 1910 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0,8 \frac{\text{m}}{\text{sK}} (T - 273,16\text{K}). \quad (\text{A1})$$

Formel A1 beschreibt die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit. Die Wellenlänge kann über die Beziehung $\lambda = c / f$ aus gegebenen Signalfrequenzen ermittelt werden.

Anhang D Messpositionen

Wie in 4.2.3 und 4.4 bereits angedeutet, finden sich hier die genauen vermessenen Positionen der Thermorechen und der kombinierten Pitot-/Thermosonde wieder.

Tabelle D.1 stellt eine Zusammenfassung der radialen Messpositionen der Thermoelementrechen dar.

Thermorechen 1 (TR1)

TE	$\Phi = 0^\circ$	$\Phi = 90^\circ$	$\Phi = 180^\circ$	$\Phi = 270^\circ$
Nr.	r^*	r^*	r^*	r^*
1	0,006	0,006	0,015	0,025
2	0,035	0,044	0,054	0,064
3	0,073	0,083	0,093	0,102
4	0,112	0,121	0,131	0,141
5	0,150	0,170	0,189	0,208
6	0,227	0,247	0,266	0,285
7	0,304	0,343	0,382	0,420

Thermorechen 2 (TR2)

TE	$\Phi = 0^\circ$	$\Phi = 120^\circ$	$\Phi = 240^\circ$
Nr.	r^*	r^*	r^*
1	0,006	0,015	0,025
2	0,035	0,044	0,054
3	0,064	0,073	0,083
4	0,093	0,102	0,112
5	0,121	0,141	0,160

Thermorechen 2 (TR2)

TE	$\Phi = 0^\circ$	$\Phi = 120^\circ$	$\Phi = 240^\circ$
Nr.	r^*	r^*	r^*
1	0,006	0,044	0,025
2	0,035	0,073	0,054
3	0,064	0,102	0,083

Tabelle D.1: radiale Position r^* der Thermoelemente in den Thermorechen.

Tabelle D.2 gibt die mit den Thermorechen vermessenen axialen Heizstabpositionen bei verschiedenen Reynoldszahlen Re wieder. Ein T in der Tabelle steht dabei für eine an dieser Stelle durchgeführte Messung. Die Ortskorrekturen, die sich aufgrund der thermischen Ausdehnung ergeben sind darin bereits mit eingeflossen.

Heizstabposition z* bei		1,22	0,00	1,22	2,68	6,10	13,17	26,22	47,80	51,46	65,00	78,66	96,59	100,24	103,66	104,88	106,10	107,32	
TR 1	TR 2	TR 3	P [kW]																
Re																			
1,93·10⁴		T	T	T	T			T		T	T	T	T	T		T			
3,86·10⁴		T	T	T	T		T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
7,71·10⁴		T	T	T	T		T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
1,54·10⁵		T	T	T	T		T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
3,08·10⁵		T	T	T	T		T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T

Tab. D.2: Mit den Thermorechen vermessene Heizstabpositionen bei verschiedenen R_e und Heizleistungen.

Tabelle D.3 und Tabelle D.4 zeigen die Messmatrix für die Pitotsonde vor dem Heizstab sowie bei eingefahrenem Heizstab.

Position	r/R
1	-0,88
2	-0,68
3	-0,48
4	-0,28
5	-0,21
6	-0,08
7	0,05
8	0,12
9	0,32
10	0,52
11	0,72
12	0,82
13	0,87

Tab. D.3: Radiale Messpositionen r/R der Pitotsonde vor dem Heizstab.

Position	r^* (TE 1)	r^* (u)	r^* (TE 2)
1	0,000	0,030	0,060
2	0,010	0,040	0,070
3	0,035	0,065	0,095
4	0,070	0,100	0,130
5	0,110	0,140	0,170
6	0,150	0,180	0,210
7	0,230	0,260	0,290
8	0,300	0,330	0,360
9	0,400	0,430	0,460
10	0,600	0,630	0,660
11	0,800	0,830	0,860

Tab. D.4: Radiale Messpositionen r^* der Pitotsonde bei eingefahrenem Heizstab.

In Tabelle D.5 sind die axial gemessenen Positionen z^* mit den entsprechenden Reynoldszahlen und Heizleistungen zusammengefasst.

Auch hier sind die Ortskorrekturen, die sich aufgrund der thermischen Ausdehnung des Materials ergeben, mitberücksichtigt.

Eine weitere Unsicherheit ergibt sich aus der Verfahreinrichtung. Der Schrittmotor der Verfahreinrichtung besitzt eine Getriebeübersetzung von 1:162. Damit entspricht dessen Auflösung $6,2 \mu\text{m}$. Vor jeder Messung wird eine Referenzfahrt zur Festlegung des Nullpunktes durchgeführt. Die Abschätzung der Positionsgenauigkeit wird daher mit $0,04 \text{ mm}$ oder $r^* = 0,0015$ angegeben.

<i>Re</i>	Heizstab	Heizstabposition z^* (P: Pitotmessung)					
	P [kW]	2,68	26,22	51,46	78,66	96,59	100,24
$1,93 \cdot 10^4$	3	P		P		P	P
	9	P		P		P	P
	20	P		P		P	P
$3,84 \cdot 10^4$	0	P		P	P	P	P
	3	P		P	P	P	P
	9	P		P	P	P	P
$7,71 \cdot 10^4$	20	P		P	P	P	P
	0	P	P	P	P	P	P
	3	P	P	P	P	P	P
$1,54 \cdot 10^5$	9	P	P	P	P	P	P
	20	P	P	P	P	P	P
	0	P	P	P	P	P	P
$3,08 \cdot 10^5$	3	P	P	P	P	P	P
	9	P	P	P	P	P	P
	20	P	P	P	P	P	P
	0	P	P	P	P	P	P

Tab. D.5: Pitotmessungen bei verschiedenen Heizstabpositionen mit dazu gehörenden Re .