

Methoden zur Analyse und Synthese menschlicher Bewegungen unter Anwendung von Mehrkörpersystemen und Optimierungsverfahren

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der
Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe (TH),
Karlsruher Institut für Technologie (KIT),

genehmigte
Dissertation

von

Dipl.-Ing. Christian Alexander Simonidis
aus Ehingen (Donau)

Tag der mündlichen Prüfung:

1. März 2010

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann

Korreferent:

Prof. Dr.-phil. habil. Hermann Schwameder

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing. habil. Dieter Bestle

Dank

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Technische Mechanik des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

Meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Wolfgang Seemann danke ich besonders für die wissenschaftliche Betreuung dieser Arbeit sowie seine wohlwollende Förderung und das mir entgegengebrachte Vertrauen.

Herrn Prof. Dr. Hermann Schwameder vom Institut für Sport und Sportwissenschaft am KIT danke ich für sein Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Korreferats, seine Anregungen zu den biomechanischen Untersuchungen sowie für die hervorragende langjährige Zusammenarbeit.

Für die freundliche Übernahme des Korreferates danke ich Herrn Prof. Dr. Dieter Bestle vom Lehrstuhl für Technische Mechanik und Fahrzeugdynamik an der BTU Cottbus. Dem Vorsitzenden des Prüfungsausschusses, Herrn Prof. Dr. Peter Gratzfeld vom Lehrstuhl für Bahnsystemtechnik am KIT, gilt ebenfalls mein Dank .

Mein aufrichtiger Dank gilt Herrn Prof. Dr. Jörg Wauer für seine wohlwollende Förderung während meines Studiums und seine Entschlossenheit, mich am Institut als Mitarbeiter zu beschäftigen.

Ebenfalls danke ich Herrn Prof. Dr. Jens Wittenburg und Herrn Prof. Dr. Carsten Proppe für die wissenschaftliche Begleitung und ihre Diskussionsbereitschaft.

Allen Mitarbeitern am Institut für Technische Mechanik danke ich herzlich für die angenehme Arbeitsatmosphäre und für die interessanten und abwechslungsreichen Gespräche. Meinen Diplomanden danke ich für ihre wertvollen Beiträge. Darüber hinaus schätze ich die interdisziplinäre Kooperation mit Kollegen aus dem Sonderforschungsbereich 588 "Humanoids Roboter" und den Kollegen vom Sportinstitut.

Mein besonderer Dank gilt meinem Kollegen vom Sportinstitut, Dr. Thorsten Stein, für die sehr fruchtbare Kooperation sowie meinen Zimmerkollegen Dr. Günther Stelzner und Fabian Bauer.

Meiner Familie und insbesondere meinen Eltern Heide und Takis danke ich von tiefstem Herzen für ihre fortwährende Unterstützung und den Rückhalt, auf den ich mich stets verlassen konnte.

Melanie, meiner lieben Frau, gebührt mein ganz besonderer Dank für ihre Geduld, ihre Unterstützung und ihren Beistand, auch wenn dies mit manchem persönlichem Verzicht verbunden war.

Karlsruhe, im März 2010
Christian Simonidis

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit werden Methoden zur Analyse und Synthese menschlicher Bewegungen betrachtet und entwickelt. Unter der Bewegungsanalyse versteht man die Untersuchung und Interpretation aufgezeichneter Bewegungen vom lebenden Subjekt. Hierzu sind geeignete physikalische Modelle des menschlichen Körpers und mathematische Verfahren notwendig, um die zu untersuchenden Systemgrößen aus Messdaten zu berechnen. Als Grundlage dafür dienen Mehrkörpermodelle des gesamten menschlichen Körpers, die hier entwickelt werden und auf Regressionsgleichungen basieren, um eine schnelle und gute Anpassung an Subjekte zu ermöglichen. Unter der Bewegungssynthese versteht man die Erzeugung von Bewegungen nach bestimmten Kriterien. In der Simulation können solche Bewegungen mit Mehrkörpersystemen durch die Berechnung eines optimalen Bewegungsverlaufes in Bezug auf ein Optimalitätskriterium berechnet werden.

Zur Analyse menschlicher Bewegungen wird ein ganzheitliches Konzept vorgestellt, das aus mehreren kombinierbaren Methoden besteht und aus aufgezeichneten kinematischen und dynamischen Messdaten die gewünschten Informationen über die zeitlichen Verläufe der Modellvariablen gewinnt, d.h. Lage-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverläufe sowie die am Modell wirkenden Kräfte, Momente und Umgebungsreaktionen. Bei allen Verfahren werden Mehrkörpersysteme und Parameteroptimierungsverfahren eingesetzt. Zunächst werden gängige Methoden zur Übertragung von markerbasierten Motion Capture-Daten untersucht und ein leistungsfähiges Verfahren zur Modellanpassung an Subjekte und zur Rekonstruktion von Lagen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen aus Messdaten entwickelt, das auch mit sehr detaillierten Modellen zurechtkommt. Desweiteren werden Verfahren zur Einbindung von Kraftmessdaten betrachtet sowie darauf aufbauend Methoden zur Modellparameter- und Modellvariablenoptimierung. Dadurch kann die Qualität der Rekonstruktion festgestellt und auf Wunsch verbessert werden.

Zur Synthese menschlicher Bewegungen werden direkte Verfahren aus der Theorie optimaler Steuerprozesse untersucht und angewendet. Kollokationsverfahren in impliziter und expliziter Formulierung zusammen mit einer Zustands- und Steuerungsdiskretisierung durch kubische und quintische Splines werden dabei betrachtet. Das Ziel bei der Synthese in dieser Arbeit ist es, Methoden zur Generierung von Bewegungen nach vorgegebenen Optimalitätskriterien bereitzustellen und eine Validierung bekannter Prinzipien menschlicher Bewegungen zu ermöglichen, um die bewegungskoordinative Arbeitsweise des zentralen Nervensystems besser zu verstehen. Hierzu werden die Analyse- und die Syntheseverfahren abschließend kombiniert.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	1
1 Einleitung und Überblick	5
1.1 Thema und Ziel der Arbeit	6
1.2 Aufbau der Arbeit	8
1.3 Mathematische Notation	9
2 Grundlagen der Modellierung und Optimierung	11
2.1 Kinematik und Dynamik	11
2.1.1 Der einzelne starre Körper	11
2.1.2 Newton-Euler-Gleichungen und inverse Dynamik	15
2.1.3 Rekursiver Mehrkörperalgorithmus in Minimalkoordinatenform	17
2.2 Optimierung	23
2.2.1 Das Standardproblem der nichtlinearen Optimierung	23
2.2.2 Nichtlineare quadratische Ausgleichsprobleme	25
2.3 Optimale Steuerprozesse	26
2.3.1 Theorie optimaler Steuerprozesse	27
2.3.2 Kollokation	30
2.3.3 Diskretisierung	31
3 Analyse menschlicher Bewegungen	37
3.1 Stand der Wissenschaft	37
3.1.1 Bewegungserfassung	37
3.1.2 Modellierungs- und Rekonstruktionsverfahren	39
3.1.3 Mess- und Modellfehler	40
3.1.4 Die optimale Analyse	45
3.2 Ganzkörpermodelle	45
3.3 Bewegungsrekonstruktion durch inverse Kinematik	47
3.3.1 Rekonstruktion mit Positionsdaten	49
3.3.2 Simultane Rekonstruktion mit Positions- und Geschwindigkeitsdaten	51
3.3.3 Sequentielle Rekonstruktion mit Positions-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsdaten	55
3.3.4 Rekonstruktion detailgetreuer Bewegung	58
3.3.5 Modellskalierung mittels Optimierung	61
3.4 Optimierungsbasierte inverse Dynamik	63
3.4.1 Modelloptimierung mit Messdaten	67

3.4.2	Variablenoptimierung mit Messdaten	69
3.5	Anwendungsbeispiel zu den Analyseverfahren	72
3.5.1	Methoden	72
3.5.2	Ergebnisse	74
3.5.3	Diskussion	82
4	Synthese menschlicher Bewegungen	85
4.1	Stand der Wissenschaft	85
4.1.1	Bewegungskontrolle	85
4.1.2	Optimale Steuerprozesse in der Bewegungskontrolle	90
4.2	Direkte numerische Lösung optimaler Steuerprozesse	95
4.2.1	Das Syntheseproblem	96
4.2.2	Direkte Verfahren durch Diskretisierung der Steuer- und der Zu- standsvariablen	97
4.2.3	Direkte Verfahren durch explizite Formulierung und Diskretisie- rung der Zustandsvariablen	100
4.2.4	Experimente und Auswertung	102
4.3	Anwendungsbeispiel: Studie von Zeigegesten	115
4.3.1	Methoden	115
4.3.2	Ergebnisse	117
4.3.3	Diskussion	121
5	Zusammenfassung und Ausblick	123
	Anhang	128
A	Definition des Standard-Menschmodells	128
A.1	Segmentlängen	128
A.2	Regressionsgleichungen	130
	Literaturverzeichnis	130
	Lebenslauf	149

Symbolverzeichnis

\mathbf{A}_i	3×3 -Transformationsmatrix von K_i nach K_0
\mathbf{A}_{ij}	3×3 -Transformationsmatrix von K_j nach K_i
$\mathbf{c}(\mathbf{x})$	Vektor der Ungleichungsnebenbedingungen eines Parameteroptimierungsproblems
$\mathbf{c}_e(\mathbf{x})$	Vektor der Gleichungsnebenbedingungen eines Parameteroptimierungsproblems
dm	Infinitesimale Masse
\mathbf{e}	Sollabweichung einer Regelgröße
\mathbf{F}_i^6	Vektor der verallgemeinerten Kräfte und Momente, die auf Körper i einwirken
$F(\mathbf{x})$	Zielfunktion eines Parameteroptimierungsproblems mit dem Parametervektor \mathbf{x}
\mathbf{G}_{ij}	Gelenkmatrix, die die Lagen und Orientierungen der drei einzelnen Drehachsen zwischen zwei Körpern enthält
\mathbf{G}_i	Matrix, die die Lagen und Orientierungen der drei einzelnen Drehachsen zwischen den Bezugssystemen K_i und K_0 enthält
H_n^r	n -te Hermite-Basisfunktion vom Grad r
\mathbf{J}	Jacobimatrix
\mathbf{J}_{ij}^ω	Jacobimatrix des rotatorischen Gelenkzusammenhangs zwischen zwei Bezugssystemen K_i und K_j
\mathbf{J}_{ij}^r	Jacobimatrix des translatorischen Gelenkzusammenhangs zwischen zwei Bezugssystemen K_i und K_j
\mathbf{J}_i	Jacobimatrix des Körpers i
\mathbf{K}_p	Korrekturmatrix der Lageabweichung eines PD-Reglers
\mathbf{K}_v	Korrekturmatrix des Geschwindigkeitsabweichung eines PD-Reglers
K_0	Inertialsystem bzw. globales Bezugssystem

K_i	Körperfestes, kartesisches Bezugssystem auf Körper i
${}^i\mathbf{L}_i$	Drallvektor eines Körpers i bezüglich des Koordinatenursprungs K_i
\mathbf{M}_i	6×6 -Massenmatrix eines einzelnen Starrkörpers i
m_i	Masse eines Starrkörpers i
$\mathbf{M}(\mathbf{q})$	$n_q \times n_q$ -Massenmatrix des Minimalkoordinatensystems
n_b	Anzahl der Körper
n_q	Anzahl der generalisierten Koordinaten
$O(n)$	Berechnungskomplexität
\mathbf{P}^+	Pseudoinverse zur Matrix \mathbf{P}
$p_i(t_i)$	Funktionswert eines Polynoms p_i an der Stützstelle t_i
\mathbf{q}	Vektor der generalisierten Koordinaten
\mathbf{q}_{ij}	Vektor der im Gelenk zwischen zwei Bezugssystemen K_i und K_j verwendeten generalisierten Koordinaten
\mathbf{T}	$n_q \times 1$ -Vektor der generalisierten Antriebe des Minimalkoordinatensystems
\mathbf{I}	Einheitsmatrix
$\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	$n_q \times 1$ -Vektor der quadratische Terme und eingeprägte Kräfte im Minimalkoordinatensystem
\mathbf{Q}_i^A	Vektor der Antriebskräfte eines Körpers i
\mathbf{Q}_i^E	Vektor aller eingepägten Kräfte und Momente eines Körpers i
\mathbf{Q}_i^I	Vektor der Zentrifugal- und Coriolisterme eines Körpers i
\mathbf{Q}_i^R	Vektor der Gelenkreaktionskräfte eines Körpers i
\mathbf{Q}_i^Z	Vektor der Zwangskräfte eines Körpers i
${}^i\mathbf{r}_{ij}$	Relativvektor vom Koordinatenursprung K_i zum Koordinatenursprung K_j in Koordinaten bezüglich K_i
$\tilde{\mathbf{r}}_i^S$	Körperfester Ortsvektor des Schwerpunktes von Körper i in Koordinaten bezüglich K_0
\mathbf{R}_i	Ortsvektor des Ursprungs des Bezugssystems K_i in Koordinaten bezüglich K_0
${}^i\mathbf{r}_k$	Ortsvektor eines Punktes auf Körper k mit dem Koordinatenursprung in K_k als Bezugspunkt; die Koordinaten von \mathbf{r} sind bezüglich K_i angegeben. Meistens gilt $i = k$, dann entfällt k . Gilt ferner $i = 0$, so entfällt auch i

$s(t)$	Zeitverlauf einer Splinefunktion
$s_{\Delta}^r(t)$	Matrix der Ansatzfunktionen eines Splines r -ten Grades mit polynomialen Stücken über der Diskretisierung Δ
τ_j	Stützstelle, Kollokationspunkt
t	Zeit
t_i	Stützstelle, beliebiger diskreter Zeitpunkt
V	Volumen
\mathbf{x}^*	Optimale Lösung eines Parameteroptimierungsproblems
$\mathbf{z}(t)$	Zeitabhängiger Zustandsvektor
\mathbf{z}_0	Anfangszustand
\mathbf{z}_f	Endzustand
Φ_{ij}	Transitionsmatrix
Θ_i	Trägheitstensor des Körpers i bezüglich des Koordinatenursprungs von K_0
$\tilde{\omega}_i$	Schiefsymmetrische 3×3 -Matrix des Winkelgeschwindigkeitsvektors eines Bezugs- oder Koordinatensystems K_i bezüglich K_0
ω_i	Winkelgeschwindigkeitsvektor eines Bezugs- oder Koordinatensystems K_i bezüglich K_0
\mathbf{v}_i	Vektor der verallgemeinerten Geschwindigkeiten
$\delta\mathbf{v}$	Vektor der virtuellen verallgemeinerten Geschwindigkeiten
$\delta\mathbf{W}$	Virtuelle Arbeit
ρ	Dichte
${}^i\Theta_i$	Trägheitstensor des Körpers i bezüglich des Koordinatenursprungs von K_i

Kapitel 1

Einleitung und Überblick

Menschliche Bewegungen sind faszinierend. Der Dreifachsalto eines Seilakrobaten und die Virtuosität eines Klavierspielers vermögen Zuschauer in Staunen zu versetzen. Dennoch sind das lediglich zwei Beispiele der unglaublichen Bewegungsvielfalt des Menschen. Bereits alltägliche Bewegungen, wie z.B. die zweibeinige Fortbewegung oder das Greifen eines Objektes, die den meisten wohl trivial erscheinen mögen, stellen bei ihrer wissenschaftlichen Untersuchung eine Herausforderung dar. Bei einer Bewegung kontrolliert das zentrale Nervensystem gut 200 Knochen und 800 innervierte Muskeln und besteht selbst aus Abermillionen an verschalteten Neuronen. Die Frage, wie der Mensch in der Lage ist, sich so zielgerichtet und facettenreich zu bewegen und auf welchen Prinzipien eine Bewegung aufbaut, beschäftigt viele Wissenschaftler in den unterschiedlichsten Disziplinen. Sie wurde bislang nur unzureichend beantwortet.

An der Universität Karlsruhe wurde im Jahr 2001 der Sonderforschungsbereich 588 "Humanoide Roboter - Lernende und kooperierende multimodale Roboter" eingerichtet mit dem Ziel, Serviceroboter zu entwickeln, die dem Menschen in seiner täglichen Haushaltsumgebung Hilfestellung leisten und sich dabei menschlich bewegen. In der Entwicklung humanoider Roboter steckt mitunter der Versuch, die Komplexität der menschlichen Bewegung in einem künstlichen System abzubilden. Humanoide Robotik ist ein weitreichendes interdisziplinäres Forschungsgebiet, in dem Wissenschaftler aus der Informatik, den Geistes-, Ingenieurs-, Natur- und Kognitionswissenschaften eng zusammenarbeiten, um Wissen und Methoden zu erarbeiten und Maschinen zu entwickeln, die Menschen imitieren und unterstützen. Mit der Antwort auf die Frage nach den Hintergründen menschlicher Bewegungen könnte man dieses Ziel wohl mit Leichtigkeit realisieren.

Bislang werden einzeln aufgezeichnete menschliche Bewegungen auf Roboter übertragen und alternierend ausgeführt [55], d.h. der kinematische Ablauf einer Bewegung wird nachgeahmt. Neuerdings werden Bewegungen auch nach Kriterien aus der biologischen Bewegungsforschung erzeugt [166], d.h. die Selektion der jeweiligen Bewegungsausführung findet nach einem hinterlegten Prinzip statt und eine Beschränkung auf wenige und aufwändig aufgezeichnete Bewegungen entfällt. Ein aus der Industrierobotik bekanntes Prinzip ist beispielsweise die Bewegung eines Roboterarmes mit minimalem Energieaufwand, was den Betreibern Kosten erspart. Die energieoptimale Bahn zwischen einem Start- und einem Endpunkt zusammen mit dem zugehörigen Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf wird dafür mathematisch berechnet. Ein solches Vorgehen in der Untersuchung menschlicher und humanoider Bewegungen ist

ebenso möglich.

Mittlerweile ist eine Verflechtung von bewegungswissenschaftlicher Forschung in der Medizin, der Biologie, den Sport-, Neuro- und Ingenieurwissenschaften mit der Robotik zu beobachten [165]. In diesen Wissenschaften ist die Biomechanik beheimatet, die sich mit der Untersuchung von Bewegungen durch die Gesetzmäßigkeiten der Physik beschäftigt. Hierzu werden vorwiegend Messverfahren und Computersimulation eingesetzt. Eine Modellbildung ermöglicht es, die untersuchten Bewegungen zu objektivieren und Messergebnisse überhaupt interpretieren zu können. Die Modelle werden an die Messungen angepasst und dadurch weiter verfeinert. Eine Modellsimulation ersetzt zeitaufwändige oder gefährliche invasive Messungen und erzeugt selbst dort Ergebnisse, wo Messungen nicht möglich sind.

Die Bewegungsanalyse beschäftigt sich mit der Aufzeichnung kinematischer und dynamischer Größen bei ausgewählten Bewegungen und der anschließenden Interpretation der Bewegungsphänomene. Hierzu sind präzise Modelle des menschlichen Bewegungsapparates notwendig und Methoden gefordert, die die Messergebnisse geeignet verarbeiten und auf die Modelle übertragen, um Ausgangsdaten für die anschließende Interpretation zu erzeugen. In der Regel werden die Daten über ein Probandenkollektiv mit mehreren Wiederholungen erhoben, um die Ergebnisse statistisch zu untermauern, da aufgezeichnete Bewegungen Schwankungen unterliegen. Dazu sollten die eingesetzten Verfahren vor allem schnell und einfach anwendbar sein. Die Bewegungssynthese beschreitet den umgekehrten Weg und erzeugt innerhalb einer Simulation anhand von explizit vorgegebenen Prinzipien und Kriterien eine eindeutige Bewegung innerhalb festgelegter Rahmenbedingungen. Hierfür sind entsprechende numerische Lösungsverfahren notwendig. Der Mensch besitzt unzählige Möglichkeiten, eine zielgerichtete Bewegung zu realisieren [115]. In Analysestudien können bestimmte stereotypische Bewegungen für verschiedene Bewegungsklassen beobachtet werden [65], d.h. Menschen führen für wiederkehrende Zwecke annähernd gleiche Bewegungen aus. Um die zugrundeliegenden Prinzipien menschlicher Bewegung letztlich aufzufinden, sind Verfahren erforderlich, die die Methoden der Bewegungsanalyse und der -synthese miteinander kombinieren. Damit kann die bewegungskoordinative Arbeitsweise des zentralen Nervensystems besser verstanden werden.

1.1 Thema und Ziel der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist durch Problemstellungen motiviert, die bei der Bewegungsanalyse und der -synthese im Rahmen des Sonderforschungsbereiches entstanden. Ziel der Arbeit ist es, die in der Analyse und Synthese bislang angewandten Verfahren und mathematischen Methoden weiterzuentwickeln und ein Framework zur Untersuchung von Bewegungsprinzipien zu schaffen. Dazu werden Mehrkörpersysteme eingesetzt, die auf dem speziell für den Sonderforschungsbereich entwickelten Algorithmus MkdTools [181, 183, 194] basieren. Die rekursiv aufgestellten Gleichungen sind mitunter auf Quellcodeebene zugänglich. Dadurch können die direkten und inversen kinematischen und dynamischen Verfahren leicht miteinander verknüpft und Optimierungsverfahren geschickt angewandt werden.

Standardisierte dreidimensionale biomechanische Modelle des menschlichen Körpers, die schnell anpassbar sind an verschiedene Körpergrößen, -massen und -formen, wer-

den im Sonderforschungsbereich gefordert. Die Modellparameter werden auf der Basis von Regressionsgleichungen, die in Studien neueren Datums gewonnen wurden, angelegt. Eine Vergleichbarkeit mit anderen Modellen aus der Literatur wird angestrebt. Bedingt durch die hohe Anzahl der Probanden und der zu analysierenden Bewegungen wird ein Skalierungsverfahren benötigt, das die Anpassung der Modellparameter an die einzelnen doch sehr unterschiedlichen probandenspezifischen Parameter anhand von Messdaten automatisch vornimmt und dadurch kaum Benutzereingriff erfordert.

Die Übertragung der mit einem markerbasierten Kamerasystem aufgezeichneten Positionsinformationen auf die Mehrkörpermodelle birgt bekanntermaßen Schwierigkeiten, da die Marker auf weiches Gewebe aufgebracht werden und bewegungsbedingt durch Hautverschiebungsartefakte und Schwabbelmasseneffekte nicht die darunterliegende Knochenbewegung repräsentieren. In der Literatur werden zahlreiche Verfahren zur Kompensation beschrieben. Allerdings beziehen sich die meisten auf eine reine Lagerekonstruktion, welche für eine umfassende Systembeschreibung aber nicht ausreicht. Insbesondere sind die bei einer Bewegung wirkenden Kräfte und Momente von Interesse, die mittels inverser Dynamik aus den Lagen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen berechnet werden können. Ein Ziel ist es daher, ein leistungsfähiges Verfahren zur Bewegungsrekonstruktion zu entwickeln, das sowohl die Hautverschiebungsartefakte und die Schwabbelmasseneffekte kompensiert als auch neben den Lagen die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen gut rekonstruiert.

Die Untersuchung von Oberkörperbewegungen macht die Entwicklung von Wirbelsäulenmodellen notwendig. Der damit verbundene höhere Detailgrad der Modelle ist in Verbindung mit gängigen Rekonstruktionsverfahren nicht ohne weiteres möglich. Ein weiteres Ziel ist es daher, die Bewegungsrekonstruktion für detaillierte Modelle zu ermöglichen. Bereits bestehende Bewegungsaufnahmen sollen dabei wiederverwertbar sein und ein höherer Aufwand bei künftigen Aufnahmen vermieden werden.

Durch die zeitsynchrone Verfügbarkeit von kinematischen und dynamischen Messdaten, d.h. Motion Capture-Daten und Aufzeichnungen von Kraftmessplatten, wird die dynamische Betrachtung von Bewegungen und die Analyse der Interaktion mit der Umgebung möglich. Hierfür werden Verfahren benötigt, die die kinematischen und dynamischen Messdaten im Modell zusammenführen. Durch Mess- und Modellfehler gegenüber der Realität folgen daraus überbestimmte Gleichungssysteme. Die Größe des Fehlers ist in den Gleichungen ersichtlich und kann als Gütekriterium für die Modellannahmen verwendet werden. Desweiteren kann das überbestimmte System zur Verbesserung der Modellparameter und der rekonstruierten kinematischen Bewegungsverläufe herangezogen werden. Dafür werden entsprechende Verfahren untersucht und entwickelt.

Alle in dieser Arbeit zur Bewegungsanalyse entwickelten Verfahren sollen sowohl einzeln zur Untersuchung betreffender Fragestellungen als auch im Zusammenspiel zur ganzheitlichen kinematischen und dynamischen Analyse eingesetzt werden können. Die rekonstruierten Bewegungen werden in Bewegungsstudien zu Analysezwecken genutzt und im Sonderforschungsbereich zur Roboterauslegung oder zur Ausführung auf dem Roboter selbst genutzt.

Die Synthese menschlicher Bewegungen auf der Basis optimaler Steuerprozesse wurde in den letzten Jahren ein wichtiges Werkzeug zur Untersuchung menschlicher Bewegungskriterien. In der Literatur beziehen sich die Studien vorwiegend auf zweidimensionale Modelle mit wenigen Freiheitsgraden. Die numerischen Verfahren zur Lösung op-

timaler Steuerprobleme wurden in den letzten Jahren stetig verbessert und sind immer noch ein aktuelles Forschungsgebiet. Ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist es, numerische Methoden zur Bewegungssynthese mit dreidimensionalen Mehrkörpermodellen und optimalen Steuerungsprozessen zur Verfügung zu stellen, um eine ausreichende Anzahl an Bewegungen für statistische Bewegungsstudien zu berechnen und zu untersuchen. Das Hauptaugenmerk dabei ist die Zusammenarbeit des Syntheseprozesses mit den Modellen, den Randbedingungen und den Daten, die aus dem vorangehenden Analyseprozess stammen. Mit der Kombination der beiden Prozesse können Bewegungsprinzipien erschlossen und validiert werden.

1.2 Aufbau der Arbeit

Die in dieser Arbeit betrachteten und entwickelten Methoden können entweder der Bewegungsanalyse oder der -synthese zugeordnet werden und bei Bedarf innerhalb des Frameworks auch zusammenspielen. Daher wird die Arbeit in ein Kapitel zur Analyse und in eines zur Synthese unterteilt. Der Stand der Wissenschaft sowie die Literaturrecherche sind für beide Kapitel umfangreich. Sie werden daher für die Analyse und die Synthese separat aufgeführt und stehen am Anfang des jeweiligen Kapitels. Zuvor werden die theoretischen Grundlagen, die zum Verständnis der Arbeit notwendig sind, eingeführt. Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick.

Kapitel 2 beschreibt die theoretischen Grundlagen der Modellbildung und Optimierung. Zunächst wird auf die verwendeten allgemeinen Begrifflichkeiten der Kinematik und der Dynamik am Beispiel des einzelnen starren Körpers eingegangen. Im Anschluss werden Systeme aus starren Körper betrachtet. Hier werden der in der Biomechanik sehr gebräuchliche Newton-Euler-Algorithmus vorgestellt und die Unterschiede zum verwendeten rekursiven Mehrkörperalgorithmus, der die dynamischen Gleichungen in Minimalkoordinatenform aufstellt, aufgezeigt. Im zweiten Teil des Grundlagenkapitels wird die allgemeine Formulierung eines nichtlinearen Optimierungsproblems vorgestellt und in die gängigen Lösungsverfahren eingeführt. Eine spezielle Form von Optimierungsproblemen sind nichtlineare, quadratische Ausgleichsprobleme, deren Besonderheit und Vorteil beschrieben wird. Darauf folgt eine Einführung in die Theorie optimaler Steuerungen, die sich im Unterschied zu den vorangehenden Parameteroptimierungsverfahren mit der Berechnung optimaler Lösungsfunktionen für ein System von Differentialgleichungen beschäftigt. Zur Lösung werden Kollokationsverfahren eingesetzt, auf die insbesondere eingegangen wird.

Kapitel 3 beginnt mit dem Stand der Technik und einer Literaturrecherche über die aktuell angewandten Verfahren in der Bewegungsanalyse sowie deren Problematik. Im Anschluss wird die Erstellung eines Menschmodells präsentiert, welches sowohl in der Analyse als auch später in der Synthese Anwendung findet. Die kinematische Bewegungsrekonstruktion aus Motion Capture-Daten ist ein erster Methodenschwerpunkt und wird aufbauend auf dem Menschmodell erklärt. Methoden zur Berechnung der Modellvariablen aus Markerdaten werden hier behandelt. Daran schließt sich die Beschreibung des entwickelten Algorithmus zur Modellskalierung an. Detailreiche Modelle erfordern zur Verwendung in der Bewegungsrekonstruktion eine Anpassung, die ebenfalls vorgestellt wird. Auf der kinematischen Rekonstruktion bauen die Verfahren zur Berechnung der kinetischen Größen auf. Ein Algorithmus zur Optimierung der Mo-

dellparameter sowie zwei Ansätze zur Anpassung der rekonstruierten Trajektorien an Stöße und Schwabbelmassenbewegungen bei schnellen Bewegungen werden vorgestellt. Das Kapitel schließt mit einem Beispiel, wobei die vorgestellten Methoden angewandt werden und ihre Leistungsfähigkeit überprüft wird.

Die Synthese wird in Kapitel 4 behandelt. Der Stand der Technik sowie neurophysiologische Betrachtungen menschlicher Bewegungen werden eingeführt. Daran schließt sich die Verfahrensentwicklung zur Lösung der dabei auftretenden optimalen Steuerungsprobleme an. Die angewandten Diskretisierungsverfahren werden ausführlich betrachtet. Ein Verfahrenvergleich mit bekannten Algorithmen wird durchgeführt. An einfachen überschaubaren Beispielen werden die Verfahren überprüft. Das Kapitel endet mit der Durchführung einer Studie zur Untersuchung menschlicher Bewegungsprinzipien durch die Kombination von Analyse und Synthese.

Die Arbeit schließt mit einer Zusammenfassung über die betrachteten und entwickelten Methoden und einem Ausblick.

1.3 Mathematische Notation

Die Arbeit folgt im wesentlichen der Vektor- und Matrizenschreibweise aus [194].

Bezugs- und Koordinatensysteme sind in dieser Arbeit grundsätzlich kartesisch, d.h. sie sind orthogonale, rechtshändige Systeme. Sie werden mit K_i bezeichnet. Das Bezugssystem K_0 ist grundsätzlich raumfest.

Vektoren und Matrizen der Dimension $n \times 1$ bzw. $n \times m$ werden mit fettgedruckten Buchstaben dargestellt. Jeder Vektor lässt sich in Komponenten in Richtung der Basisvektoren eines Bezugssystems K_i zerlegen. Für die Koordinaten eines Vektors gilt in ausführlicher Schreibweise ${}^k\mathbf{r}_i = [{}^k r_{x,i}, {}^k r_{y,i}, {}^k r_{z,i}]^T$, wobei der vor \mathbf{r} hochgestellte Index k das Bezugssystem bezeichnet, in dem die Koordinaten des Vektors vorliegen. Oft handelt es sich bei den Vektoren um Ortsvektoren und der \mathbf{r} nachgestellte Index i zeigt das Koordinatensystem K_i an, auf dessen Ursprung sich der Ortsvektor bezieht. Die Indizes i und k müssen nicht notwendigerweise zusammenfallen, tun dies aber in den meisten Fällen. Dann wird auf den Index k verzichtet. Falls der Index i dem raumfesten Bezugssystem K_0 entspricht, wird er ebenfalls weggelassen. Der Großbuchstabe \mathbf{R}_i bezeichnet den Ortsvektor vom Ursprung K_0 zum Ursprung eines Koordinatensystems K_i und liegt in den Koordinaten bezüglich des raumfesten Systems vor.

Jedem Koordinatenvektor \mathbf{r} lässt sich eindeutig eine schiefsymmetrische Matrix $\tilde{\mathbf{r}}$ mit dem Zusammenhang

$$\tilde{\mathbf{r}} = \begin{bmatrix} 0 & -r_x & r_y \\ r_x & 0 & -r_z \\ -r_y & r_z & 0 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

zuordnen. Der Nullvektor wird durch $\mathbf{0}$ symbolisiert.

Matrizen werden mit fettgedruckten Großbuchstaben bezeichnet. Eine Ausnahme bildet die schiefsymmetrische Matrix, der ein Koordinatenvektor zugeordnet werden kann. Sie wird mit dem Buchstaben des Vektors bezeichnet. Die skalare Größe M_{ij}

kennzeichnet den Eintrag in der i -ten Zeile und j -ten Spalte einer Matrix \mathbf{M} . Dieselbe Indizierung wird auch für eine Matrix \mathbf{A}_{ij} verwendet und kennzeichnet dann die Transformationsmatrix zwischen zwei Bezugssystemen K_i und K_j . Ein \mathbf{I} symbolisiert die Einheitsmatrix.

Kapitel 2

Grundlagen der Modellierung und Optimierung

Dieses Kapitel führt in die Grundlagen der Bewegung von Starrkörpern ein. Am einzelnen starren Körper werden zunächst kinematische und dynamische Begriffe geklärt. Im Anschluss werden zwei ineinander überführbare Ansätze zur Beschreibung von Mehrkörpersystemen vorgestellt. Der zweite Teil des Kapitels führt in die Begrifflichkeiten von Optimierungsverfahren allgemein ein und schließt mit den Grundlagen zur optimalen Steuerung.

2.1 Kinematik und Dynamik

2.1.1 Der einzelne starre Körper

Im Folgenden wird ein starrer und ausgedehnter Körper i betrachtet, dessen einzelne Körperpunkte massebehaftet und zueinander unverschiebbar sind. Zur Beschreibung seiner Kinematik wird ein körperfestes, kartesisches Bezugssystem K_i (Relativsystem, lokales System) sowie ein raumfestes kartesisches Bezugssystem K_0 (Inertialsystem, Laborkoordinatensystem, Absolutsystem) eingeführt. Die Absolutlage eines beliebigen Punktes \mathcal{P} kann nun durch die Vektorgleichung

$$\mathbf{R}^{\mathcal{P}} = \mathbf{R}_i + \mathbf{A}_i {}^i\mathbf{r}_i^{\mathcal{P}} \quad (2.1)$$

beschrieben werden, wobei $\mathbf{R}^{\mathcal{P}} \in \mathbb{R}^3$ der Ortsvektor von \mathcal{P} und $\mathbf{R}_i \in \mathbb{R}^3$ der Ortsvektor des Ursprungs von K_i in absoluten Koordinaten bezüglich K_0 sind. Der Relativvektor ${}^i\mathbf{r}_i^{\mathcal{P}} \in \mathbb{R}^3$ führt vom Ursprung von K_i zu \mathcal{P} und liegt in Koordinaten bezüglich K_i vor, und $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ bezeichnet die Richtungskosinusmatrix (Rotationsmatrix, Transformationsmatrix) zwischen K_i und K_0 (Abbildung 2.1). Der Großbuchstabe \mathbf{R}_i bezeichnet im Folgenden Ortsvektoren in K_0 , indiziert mit dem zugehörigen Körper i , auf dessen Ursprung des lokalen Koordinatensystems K_i der Vektor zeigt. Der Kleinbuchstabe ${}^k\mathbf{r}_i$ bezeichnet Relativvektoren bezüglich K_i . Der Index k zeigt dabei an, in welchem System seine Koordinaten vorliegen. Es gilt dabei ${}^0\mathbf{r}_i^{\mathcal{P}} = \mathbf{A}_i {}^i\mathbf{r}_i^{\mathcal{P}}$. Liegen die Koordinaten bezüglich K_0 vor, wird auf den hochgestellten Index künftig verzichtet. Durch zeitliche Ableitung bezüglich K_0 erhält man aus der Lagebeziehung (2.1) die Gleichungen für

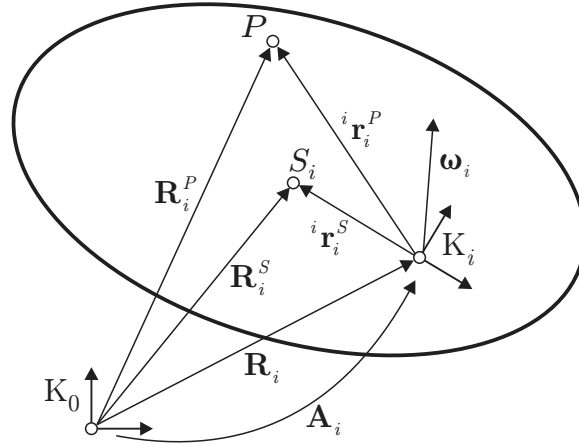


Abbildung 2.1: Kinematik des einzelnen Starrkörpers.

die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Punktes \mathcal{P} :

$$\dot{\mathbf{R}}^{\mathcal{P}} = \dot{\mathbf{R}}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{r}_i^{\mathcal{P}}, \quad (2.2)$$

$$\ddot{\mathbf{R}}^{\mathcal{P}} = \ddot{\mathbf{R}}_i + \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}_i \mathbf{r}_i^{\mathcal{P}} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{r}_i^{\mathcal{P}}, \quad (2.3)$$

wobei $\boldsymbol{\omega}_i$ die Winkelgeschwindigkeit von K_i bezüglich K_0 in absoluten Koordinaten ist und $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i$ ihre schiefsymmetrische Matrix, $\mathbf{r}_i^{\mathcal{P}}$ liegt in Koordinaten bezüglich K_0 vor. Im Allgemeinen sind Zeitableitungen abhängig vom Koordinatensystem, in dem differenziert wird. Die Transformationsmatrix \mathbf{A}_i besteht aus den neun Richtungskosinussen zwischen zwei Koordinatensystemen, von denen aber nur drei unabhängig sind, und die Matrix kann in Abhängigkeit von drei unabhängigen Variablen parametrisiert werden, z.B. mit Euler- und Kardanwinkeln, oder mit zusätzlichen Variablen, die Zwangsbedingungen unterliegen. Die Parametrisierungen sind in der Literatur gut dokumentiert [62, 82, 175, 224, 225]. Im Folgenden werden nur drei aufeinanderfolgende Einzeldrehungen um je eine Drehachse in beliebiger Reihenfolge wie in [194] beschrieben betrachtet. Die Rotationsmatrix erhält man dann in Abhängigkeit dreier Winkel $\theta_{i,k}$ mit $k = [1, 2, 3]$, die den Betrag der Drehung um die jeweilige Drehachse $\mathbf{u}_{i,k}$ ausmachen, durch Multiplikation der drei Einzeldrehungen zu

$$\mathbf{A}_i(\boldsymbol{\theta}_i) = \mathbf{A}_{i,1}(\theta_{i,1}, \mathbf{u}_{i,1}) \mathbf{A}_{i,2}(\theta_{i,2}, \mathbf{u}_{i,2}) \mathbf{A}_{i,3}(\theta_{i,3}, \mathbf{u}_{i,3}) \quad (2.4)$$

mit $\boldsymbol{\theta}_i = [\theta_{i,1}, \theta_{i,2}, \theta_{i,3}]^T$. Mit der Beziehung $\dot{\mathbf{A}} \mathbf{A}^T = \tilde{\boldsymbol{\omega}}$ erhält man durch Ableiten der Gleichung (2.4) die kinematische Differentialgleichung

$$\boldsymbol{\omega}_i = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{i,1} & \mathbf{A}_{i,1} \mathbf{u}_{i,2} & \mathbf{A}_{i,1} \mathbf{A}_{i,2} \mathbf{u}_{i,3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_i} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{i,1} \\ \dot{\theta}_{i,2} \\ \dot{\theta}_{i,3} \end{bmatrix} = \mathbf{G}_i \dot{\boldsymbol{\theta}}_i \quad (2.5)$$

und daraus die Winkelbeschleunigung

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = \mathbf{G}_i \ddot{\boldsymbol{\theta}}_i + \dot{\mathbf{G}}_i \dot{\boldsymbol{\theta}}_i \quad (2.6)$$

des Körpers i . Eine Herleitung der kinematischen Differentialgleichung (2.5) findet sich in [190]. Alle Körperpunkte eines Körpers i besitzen eine infinitesimale Masse dm .

Die Gesamtmasse des Körpers ergibt sich durch Integration über das Körpervolumen V abhängig von der Dichte $\rho(\mathbf{r})$, die bei inhomogenen Körpern ortsabhängig ist. Im Folgenden werden nur homogene Körper mit ortsunabhängiger Dichte ρ betrachtet. Die Masse m_i eines Starrkörpers ist zeitlich konstant und kann als konzentrierter Parameter im Massenmittelpunkt des Körpers angegeben werden, welcher im homogen angenommenen Schwerfeld mit dem Schwerpunkt S_i des Körpers zusammenfällt und im körperfesten Koordinatensystem K_i berechnet werden kann:

$${}^i\mathbf{r}_i^S = \frac{1}{m_i} \int {}^i\mathbf{r}_i \, dm = \frac{1}{m_i} \int {}^i\mathbf{r}_i \, \rho \, dV. \quad (2.7)$$

Die Trägheitswirkung eines Körpers hängt von seiner Masse und von seiner Ausdehnung ab. Dies wird deutlich, indem man den Relativdrall ${}^i\mathbf{L}_i$ des Körpers bezüglich K_i berechnet. Man erhält ihn durch

$${}^i\mathbf{L}_i = \int {}^i\mathbf{r}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times {}^i\mathbf{r}_i) \, dm = \int -{}^i\tilde{\mathbf{r}}_i {}^i\tilde{\mathbf{r}}_i \boldsymbol{\omega}_i \, dm = \int -{}^i\tilde{\mathbf{r}}_i {}^i\tilde{\mathbf{r}}_i \, dm \boldsymbol{\omega}_i = {}^i\boldsymbol{\Theta}_i \boldsymbol{\omega}_i. \quad (2.8)$$

Darin beschreibt ${}^i\boldsymbol{\Theta}_i = \int -{}^i\tilde{\mathbf{r}}_i {}^i\tilde{\mathbf{r}}_i \, dm$ die Massenverteilung bezüglich des Ursprungs von K_i und wird als Trägheitstensor des Körpers i bezeichnet. Mit den zeitlich konstanten Koordinaten aller Ortsvektoren ${}^i\mathbf{r}_i = [r_x, r_y, r_z]^T$ der Massenelemente dm in K_i werden die zeitlich konstanten Koordinaten des Trägheitstensors ${}^i\boldsymbol{\Theta}_i$ gemäß

$${}^i\boldsymbol{\Theta}_i = \begin{bmatrix} + \int (r_y^2 + r_z^2) dm & - \int (r_x r_y) dm & - \int (r_x r_z) dm \\ - \int (r_x r_y) dm & + \int (r_x^2 + r_z^2) dm & - \int (r_y r_z) dm \\ - \int (r_x r_z) dm & - \int (r_y r_z) dm & + \int (r_x^2 + r_y^2) dm \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

berechnet. Die Massenträgheitsparameter (Masse, Koordinaten des Schwerpunktes, Koordinaten des Trägheitstensors) eines starren Körpers i sind bezüglich des körperfesten Koordinatensystems K_i konstant. Eine vollständige Körperparametrierung besteht aus den zehn anzugebenden Parametern Masse, drei Koordinaten zur Kennzeichnung der Lage des Schwerpunktes auf dem Körper und sechs unabhängigen Koordinaten des Trägheitstensors. Andere Formalismen [62] erfordern die Angabe von weiteren Parametern und werden hier nicht betrachtet. Der Trägheitstensor bezüglich K_i lässt sich ins Inertialsystem mit der Beziehung $\boldsymbol{\Theta}_i = \mathbf{A}_i {}^i\boldsymbol{\Theta}_i \mathbf{A}_i^T$ transformieren. Die Koordinaten des Trägheitstensors sind sowohl vom gewählten Bezugspunkt als auch von der Orientierung der Koordinatenachsen abhängig. Führt man ein weiteres Koordinatensystem K_{i^*} im Schwerpunkt S_i eines Körpers ein, dessen Koordinatenachsen mit den Hauptachsen von ${}^i\boldsymbol{\Theta}_i$ übereinstimmen, so kann man die Koordinaten des Trägheitstensors ${}^i\boldsymbol{\Theta}_i$ in K_{i^*} mit ${}^{i^*}\boldsymbol{\Theta}_i^S$ angeben und es gilt mit dem Satz von Steiner der Zusammenhang

$${}^i\boldsymbol{\Theta}_i = \mathbf{A}_{i^*} {}^{i^*}\boldsymbol{\Theta}_i^S \mathbf{A}_{i^*}^T - m_i {}^i\tilde{\mathbf{r}}_i^S {}^i\tilde{\mathbf{r}}_i^S \quad (2.10)$$

mit dem Ortsvektor ${}^i\mathbf{r}_i^S$ vom Ursprung K_i zum Schwerpunkt. Für ein Hauptachsensystem verschwinden die Deviationsmomente des Tensors. Durch Einführung von so genannten Trägheitsradien [222] kann der diagonale Tensor in Abhängigkeit der jeweiligen Körpermasse m_i und dem Quadrat der körperspezifischen Trägheitsradien ${}^{i^*}\mathbf{r}_{gyr} = [{}^{i^*}r_x, {}^{i^*}r_y, {}^{i^*}r_z]^T$ mit

$${}^{i^*}\boldsymbol{\Theta}_i^S = \begin{bmatrix} {}^{i^*}\Theta_x & 0 & 0 \\ 0 & {}^{i^*}\Theta_y & 0 \\ 0 & 0 & {}^{i^*}\Theta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_i {}^{i^*}r_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_i {}^{i^*}r_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_i {}^{i^*}r_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

angegeben werden. Die Trägheitsradien sind ein Maß dafür, in welchem Abstand von der Drehachse die Masse m_i konzentriert sein müsste, um das gleiche Trägheitsmoment wie der Körper selbst zu erzeugen. Dieser Sachverhalt ist insbesondere in der Biomechanik interessant, da die räumliche Ausdehnung der einzelnen Körpersegmente bzw. deren Volumina oft unbekannt und nur aufwändig zu ermitteln, aber zur Berechnung des Trägheitstensors notwendig ist. In anthropometrischen Tabellen werden neben der Segmentmasse und der Schwerpunktlage meist die Trägheitsradien und das Hauptachsensystem anstelle der Koordinaten von ${}^i\Theta_i$ oder etwaiger Volumina angegeben. Mit den Gleichungen (2.10) und (2.11) lässt sich der Trägheitstensor für Körper i berechnen und ferner auch eine probandenspezifische Skalierung der Körper realisieren. Der Drallsatz besagt, dass die zeitliche Änderung des Drallvektors $\mathbf{L}_i^{\mathcal{P}}$ bezüglich eines raumfesten Punktes \mathcal{P} gleich ist dem in \mathcal{P} resultierenden Moment $\mathbf{M}_i^{\mathcal{P}}$ aller auf den Körper i einwirkenden Kräfte und Momente. Ist der Ursprung K_i der raumfeste Punkt \mathcal{P} , so erhält man durch zeitliche Ableitung in K_0 bezüglich K_i

$$\dot{\mathbf{L}}_i^i = \mathbf{M}_i^i = \Theta_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \Theta_i \boldsymbol{\omega}_i, \quad (2.12)$$

wobei der rechts hochgestellte Index den Bezugspunkt bezeichnet. Die Gleichung (2.12) liegt in Koordinaten bezüglich K_0 vor, der Drall bezieht sich aber auf den Ursprung von K_i . Im Allgemeinen ist K_i aber nicht raumfest, und man bezieht den Drall auf das Inertialsystem K_0 . Dann folgen die Gleichungen eines Körpers i in K_0 zu

$$\dot{\mathbf{L}}_i^0 = \mathbf{M}_i^0 = m_i \tilde{\mathbf{r}}_i^S \ddot{\mathbf{R}}_i + \Theta_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \Theta_i \boldsymbol{\omega}_i \quad (2.13)$$

(siehe z.B. [224, 225]).

Der Relativimpuls ${}^i\mathbf{p}_i$ des starren Körpers K_i ergibt sich aus dem Integral der Impulse der Massenelemente:

$${}^i\mathbf{p}_i = \int {}^i\dot{\mathbf{r}}_i \, dm = m_i {}^i\dot{\mathbf{r}}_i^S. \quad (2.14)$$

Der Impulssatz bezüglich K_0 besagt, dass die zeitliche Änderung des Impulsvektors \mathbf{p}_i gleich ist der an K_i angreifenden Kräfte:

$$\dot{\mathbf{p}}_i = \mathbf{F}_i = m_i \left(\ddot{\mathbf{R}}_i + \ddot{\mathbf{r}}_i^S \right). \quad (2.15)$$

Zur kompakteren Schreibweise und zur späteren Rechnerimplementierung bietet sich eine Darstellung als verallgemeinertes Vektor-Matrix-System an [62]. Dabei werden die mit Translationen und Rotationen im System verbundenen Vektoren und Matrizen im \mathbb{R}^3 zu verallgemeinerten Elementen im \mathbb{R}^6 zusammengefasst. Die verallgemeinerten Geschwindigkeiten eines Koordinatensystems K_i werden dabei mit $\mathbf{v}_i = [\dot{\mathbf{R}}_i^T, \boldsymbol{\omega}_i^T]^T$ bezeichnet und die verallgemeinerten Kräfte enthalten die Koordinaten der einzelnen Kräfte und Momente, z.B. $\mathbf{F}_i^6 = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T$, jeweils bezüglich des Basiskoordinatensystems. Dabei stehen in dieser Arbeit die translatorischen Koordinaten immer an den ersten drei Positionen des verallgemeinerten Vektors. Die Bewegungsgleichung des starren Körpers erhält man dann in Matrixform

$$\mathbf{M}_i \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}}_i \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \end{bmatrix} - \mathbf{Q}_i^I - \mathbf{Q}_i^E = \mathbf{M}_i \dot{\mathbf{v}}_i - \mathbf{Q}_i^I - \mathbf{Q}_i^E = \mathbf{0} \quad (2.16)$$

aus dem Impulssatz (2.15) und dem Drallsatz (2.13) mit der verallgemeinerten Massenmatrix $\mathbf{M}_i \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, dem Vektor der Zentrifugal- und Coriolisterme $\mathbf{Q}_i^I \in \mathbb{R}^6$ und dem Vektor aller eingepprägten Kräfte und Momente $\mathbf{Q}_i^E \in \mathbb{R}^6$. Bei allgemeinen Systemen fällt der Schwerpunkt des Körpers nicht immer mit dem Ursprung des körperfesten Koordinatensystems K_i zusammen und man kann hierfür die positiv definite Massenmatrix des Körpers

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} m_i \mathbf{I} & -m_i \tilde{\mathbf{r}}_i^S \\ m_i \tilde{\mathbf{r}}_i^S & \Theta_i \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

sowie unter Berücksichtigung von (2.13) und (2.15) den Vektor mit Coriolis- und Zentrifugaltermen

$$\mathbf{Q}_i^I = \begin{bmatrix} -m_i \tilde{\omega}_i \tilde{\omega}_i \mathbf{r}_i^S \\ -\tilde{\omega}_i \Theta_i \omega_i \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

angeben. Fällt der Ursprung von K_i mit dem Schwerpunkt zusammen, d.h. $\mathbf{r}_i^S = \mathbf{0}$, so verschwinden die nicht auf der Blockdiagonalen befindlichen Terme der Massenmatrix und der obere Term in \mathbf{Q}_i^I . Greifen n_F äußere Kräfte $\mathbf{F}_{i,n}$ und n_M Momente $\mathbf{M}_{i,n}$ am Körper i an, so ergibt sich \mathbf{Q}_i^E zusammen mit der Gewichtskraft zu

$$\mathbf{Q}_i^E = \begin{bmatrix} m_i \mathbf{g} + \sum_n^{n_F} \mathbf{F}_{i,n} \\ \tilde{\mathbf{r}}_i^S m_i \mathbf{g} + \sum_n^{n_F} \tilde{\mathbf{r}}_{i,n} \mathbf{F}_{i,n} + \sum_m^{n_M} \mathbf{M}_{i,m} \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Dabei bezeichnen die $\tilde{\mathbf{r}}_{i,n}$ die Vektoren vom Ursprung K_i zum jeweiligen Kraftangriffspunkt, der Vektor \mathbf{g} bezeichnet die Erdbeschleunigung.

2.1.2 Newton-Euler-Gleichungen und inverse Dynamik

Als Teilgebiet der Mechanik beschäftigt sich die Dynamik mit der Bewegung von Körpern, die durch Kräfte verursacht wird. Unter der inversen Dynamik versteht man die Aufgabe, diese Kräfte aus vorliegenden kinematischen Daten, d.h. Positionen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, zu bestimmen. Insbesondere in der Biomechanik ist man daran interessiert, für eine aufgezeichnete Bewegung die wirkenden Belastungen in den Gelenken zu berechnen, da man sie meist nicht messen kann. In der Robotik hat sich die inverse Dynamik zur Auslegung des Systems für eine gewünschte Bewegung etabliert.

Die Lösung der Aufgabe wird häufig mit einem Newton-Euler-Ansatz bewerkstelligt, bei dem jeder Starrkörper als einzelner Körper mit sechs Freiheitsgraden im Raum betrachtet wird und mit benachbarten Körpern an vordefinierten Gelenkpunkten Reaktionskräfte und -momente austauscht. Die Bewegungsgleichungen des Systems folgen direkt aus Impuls- und Drallsatz und setzen sich aus den Gleichungen (2.16) der einzelnen Körper ergänzt um die Reaktionen zu

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{M}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_1 \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{v}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^I \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_n^I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^E \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_n^E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^R \\ \vdots \\ \mathbf{Q}_n^R \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

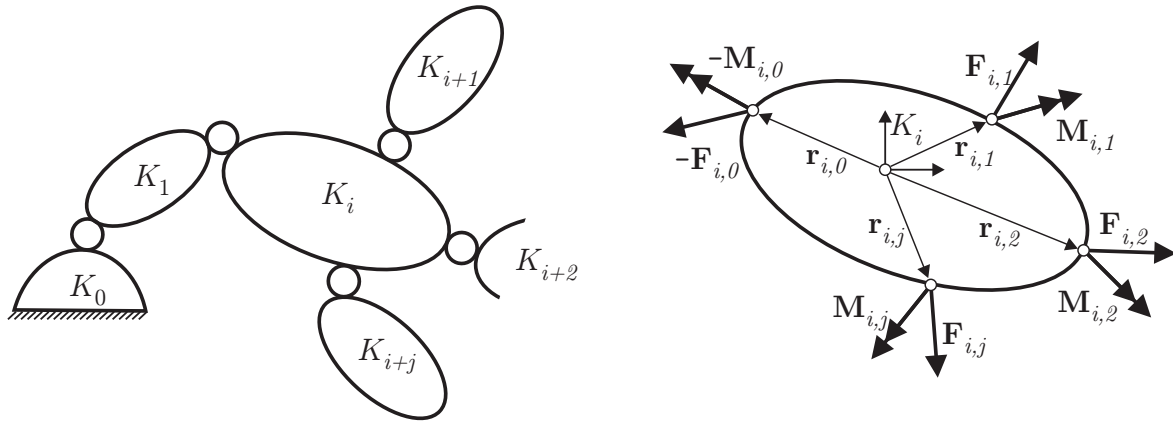


Abbildung 2.2: Links: Starrkörpersystem. Rechts: Reaktionskräfte am freigeschnittenen Körper i .

zusammen. In einem baumstrukturierten System (Abbildung 2.2) existiert für eine Durchlaufrichtung ausgehend von einem Basiskörper für einen Körper i immer genau ein Vorgängerkörper und ein, mehrere oder kein Nachfolgekörper. Die Reaktionskräfte zwischen den Körpern werden durch

$$\mathbf{Q}_i^R = \begin{bmatrix} -\mathbf{F}_{i,0} + \sum_j^{n_Z} \mathbf{F}_{i,j} \\ -\tilde{\mathbf{r}}_{i,0} \mathbf{F}_{i,0} - \mathbf{M}_{i,0} + \sum_j^{n_Z} \tilde{\mathbf{r}}_{i,j} \mathbf{F}_{i,j} + \sum_j^{n_Z} \mathbf{M}_{i,j} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

definiert, wobei i einen Körper in der Struktur indiziert, j die jeweils direkt nachfolgenden n_Z Körper und 0 den vorangehenden Körper. Über die \mathbf{Q}_i^R hängen die Gleichungen (2.20) eindeutig voneinander ab, da die ausgetauschten Kräfte $-\mathbf{F}_{i,0}$ am Vorgängerkörper mit umgekehrtem Vorzeichen als $\mathbf{F}_{i-1,i}$ auftreten. Äquivalentes gilt für die Momente. Für den Fall, dass ein Körper i eine Baumspitze bildet, verschwindet der Summenterm in (2.21). Mit bekannten $\dot{\mathbf{v}}_i$ und eingepprägten Kräften \mathbf{Q}_i^E sowie den bekannten Lagen, Geschwindigkeiten und Ortsvektoren der Gelenkpunkte $\mathbf{r}_{i,j}$, lassen sich die \mathbf{Q}_i^R rekursiv ausgehend von den Baumspitzen hin zum ersten Körper K_1 in der Struktur berechnen. Die Kräfte $\mathbf{F}_{1,0}$ und Momente $\mathbf{M}_{1,0}$ zwischen K_1 und K_0 werden als Reaktionen mit der Umgebung aufgefasst und werden durch die Methode ebenfalls bestimmt. Bei n Körpern können die $6n$ unbekanntes Reaktionskräfte und -momente vollständig bestimmt werden. Es bietet sich in der Regel an, den Basiskörper dort anzunehmen, wo die Umgebungsreaktionen auch auftreten, d.h. bei einem biomechanisch motivierten Menschmodell treten die Umgebungsreaktionen z.B. während einer Gangbewegung an den Fußkörpern auf. Das Beispiel zeigt auch die Grenzen dieser Methode. Sind weitere unbekanntes Umgebungsreaktionen vorhanden, d.h. haben beide Füße Bodenkontakt, so ist das Gleichungssystem (2.20) unbestimmt und muss entweder durch weitere Modellannahmen ergänzt oder durch Einbezug von Messungen der Bodenreaktionen bestimmt werden.

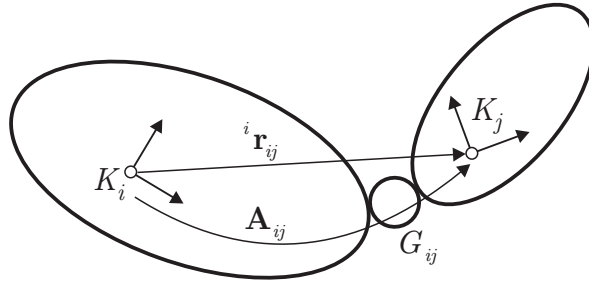


Abbildung 2.3: Relativer Zusammenhang zweier benachbarter und mit einem Gelenk G_{ij} verbundener Körper i und j .

2.1.3 Rekursiver Mehrkörperalgorithmus in Minimalkoordinatenform

Das Gleichungssystem (2.20) beschreibt die Bewegung der einzelnen Körper in Form von den absoluten Lagen \mathbf{R}_i , Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{R}}_i$ und Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{R}}_i$ sowie den Orientierungen \mathbf{A}_i , Winkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}_i$ und Winkelbeschleunigungen $\dot{\boldsymbol{\omega}}_i$ der Körperkoordinatensysteme K_i . Da keine geometrischen Bindungen definiert sind, ist zwischen den zusammengehörenden Gelenkpunkten $G_{i-1,j}$ und $G_{i,j}$ zweier benachbarter Körper eine uneingeschränkte räumliche Bewegung mit sechs Freiheitsgraden möglich. Insbesondere in der Robotik sind die kinematischen Beziehungen zwischen zwei Körpern durch Gelenke bekannt und es sind systembedingt nicht immer alle sechs Freiheitsgrade vorhanden. Beim Menschen sind prinzipiell alle sechs Freiheitsgrade aufgrund der Gewebebeschaffenheit möglich, wenn auch in manche Richtungen nur sehr eingeschränkt, und eine Abstraktion hin zu mathematischen Gelenken kann durchaus sinnvoll sein. Durch Einführung von kinematischen Bindungen zwischen den einzelnen Starrkörpern in Gelenkkoordinaten können die gewünschten Gelenkfreiheitsgrade in den Modellgleichungen vorgegeben werden. Wählt man einen Minimalkoordinatenansatz, so reduziert sich auch die Anzahl der Bewegungsgleichungen bei n Körpern von $6n$ auf die Anzahl der minimal vorgegebenen generalisierten Koordinaten. Darüber hinaus ist eine rekursive Formulierung der Bewegungsgleichungen möglich, d.h. ausgehend von bereits bekannter Information über ein Vorgängerelement kann das nachfolgende berechnet werden, ohne dass redundanter Berechnungsaufwand entsteht.

Gelenkkinematik

Zwischen zwei benachbarten Körperkoordinatensystemen K_i und K_j definiert ein Gelenk G_{ij} den translatorischen und rotatorischen Zusammenhang beider Körper (Abbildung 2.3). Die relative Lage von K_j bezüglich K_i kann als nichtlineare Vektorfunktion

$${}^i \mathbf{r}_{ij} = \mathbf{f}^r(\mathbf{q}_{ij}) \quad (2.22)$$

in Abhängigkeit von generalisierten Gelenkkoordinaten \mathbf{q}_{ij} angegeben werden. Äquivalent kann man die relative Orientierung $\mathbf{A}_{ij}(\mathbf{q}_{ij})$ mit Hilfe dreier Winkel $\mathbf{w}_{ij}^T = [w_{ij,1}, w_{ij,2}, w_{ij,3}]^T$ um drei Drehachsen $\mathbf{u}_{ij,k}$, $k = 1, 2, 3$, mit der nichtlinearen Funktion

$$\mathbf{w}_{ij} = \mathbf{f}^w(\mathbf{q}_{ij}) \quad (2.23)$$

parametrieren. Die Orientierung ergibt sich dann gemäß

$$\mathbf{A}_{ij}(\mathbf{w}_{ij}) = \mathbf{A}_{ij,1}(w_{ij,1}, \mathbf{u}_{ij,1}) \mathbf{A}_{ij,2}(w_{ij,2}, \mathbf{u}_{ij,2}) \mathbf{A}_{ij,3}(w_{ij,3}, \mathbf{u}_{ij,3}) \quad (2.24)$$

aus den drei aufeinander folgenden Drehungen. Zur Beschreibung der Bewegung sind pro Gelenk maximal sechs unabhängige generalisierte Koordinaten \mathbf{q}_{ij} möglich. Die zeitlichen Ableitungen der relativen Lagen sind dann

$${}^i \dot{\mathbf{r}}_{ij} = \mathbf{F}_q^r \dot{\mathbf{q}}_{ij}, \quad (2.25)$$

$${}^i \ddot{\mathbf{r}}_{ij} = \mathbf{F}_q^r \ddot{\mathbf{q}}_{ij} + \dot{\mathbf{F}}_q^r \dot{\mathbf{q}}_{ij} \quad (2.26)$$

mit der Funktionalmatrix \mathbf{F}_q^r . Die zeitlichen Ableitungen der relativen Orientierungen unter Berücksichtigung von Gleichung (2.5) in der Form

$${}^i \boldsymbol{\omega}_{ij} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{ij,1} & \mathbf{A}_{ij,1} \mathbf{u}_{ij,2} & \mathbf{A}_{ij,1} \mathbf{A}_{ij,2} \mathbf{u}_{ij,3} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_{ij}} \begin{bmatrix} \dot{w}_{ij,1} \\ \dot{w}_{ij,2} \\ \dot{w}_{ij,3} \end{bmatrix} = \mathbf{G}_{ij} \dot{\mathbf{w}}_{ij} \quad (2.27)$$

ergeben sich zu

$${}^i \boldsymbol{\omega}_{ij} = \mathbf{G}_{ij} \mathbf{F}_q^w \dot{\mathbf{q}}_{ij}, \quad (2.28)$$

$${}^i \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ij} = \mathbf{G}_{ij} \mathbf{F}_q^w \ddot{\mathbf{q}}_{ij} + \left(\mathbf{G}_{ij} \dot{\mathbf{F}}_q^w + \dot{\mathbf{G}}_{ij} \mathbf{F}_q^w \right) \dot{\mathbf{q}}_{ij} \quad (2.29)$$

mit der Funktionalmatrix $\dot{\mathbf{F}}_q^w$. Die Gleichungen (2.26) und (2.29) lassen sich zu

$$\begin{bmatrix} {}^i \ddot{\mathbf{r}}_{ij} \\ {}^i \dot{\boldsymbol{\omega}}_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{ij}^r \\ \mathbf{J}_{ij}^w \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{ij} + \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{ij}^r \\ \mathbf{\Gamma}_{ij}^w \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

im \mathbb{R}^6 zusammenfassen, wobei die Jacobimatrizen des Gelenks G_{ij} für die Translationsbewegung im Gelenk durch $\mathbf{J}_{ij}^r = \mathbf{F}_q^r$ und für die Rotationsbewegung durch $\mathbf{J}_{ij}^w = \mathbf{G}_{ij} \mathbf{F}_q^w$ definiert sind. Die Vektoren der quadratischen Terme sind $\mathbf{\Gamma}_{ij}^r = \dot{\mathbf{F}}_q^r \dot{\mathbf{q}}_{ij}$ und $\mathbf{\Gamma}_{ij}^w = \left(\mathbf{G}_{ij} \dot{\mathbf{F}}_q^w + \dot{\mathbf{G}}_{ij} \mathbf{F}_q^w \right) \dot{\mathbf{q}}_{ij}$.

Rekursive Kinematik

Die Vorwärtskinematik kann bei baumstrukturierten Systemen auf Rekursionsbeziehungen aufbauend formuliert werden [194], d.h. es werden wiederkehrende Sequenzen im Algorithmus ausgenutzt, ohne diese in jedem Schritt neu zu berechnen. Der Auswerteaufwand eines Algorithmus hängt von der Anzahl an Rechenoperationen ab, die notwendig sind, um die Gleichungen zu generieren. In der Mehrkörperdynamik wird die Berechnungskomplexität $O(f(n))$ in Abhängigkeit von der Anzahl der Körper $n = n_b$ oder der Anzahl der Freiheitsgrade $n = n_q$ angegeben [62, 193]. Nur die am schnellsten wachsende Komponente von $f(n)$ ist in der Regel von Bedeutung und daher wird die Berechnungskomplexität auch mit $O(n^p)$ angegeben, wobei durch i. Allg. $n_b < n_q < 6n_b$ die Angabe von n_b oder n_q äquivalent ist. Ab einer Systemgröße von etwa fünf Körpern [103] arbeiten $O(n)$ -Algorithmen schneller als herkömmliche Methoden zur Generierung der Bewegungsgleichungen. In dieser Arbeit werden die Bewegungsgleichungen unter anderem als Nebenbedingungen in Optimierungsalgorithmen eingesetzt und pro

Optimierungsiteration neu ausgewertet. Eine rekursive Formulierung kann einen Geschwindigkeitsvorteil gegenüber einer analytischen Herleitung bewirken. Die Körper und Gelenke müssen hierzu entsprechend durchnummeriert werden, d.h. die Nachbarschaftsbeziehungen müssen bekannt sein. Das kann durch eine reguläre Nummerierung [103, 224] oder mit Hilfe der Graphentheorie [135] erfolgen. Die kinematische Rekursion ist in der Regel vom Aufwand $O(n)$, die Berechnung einer Matrixinversen vom Aufwand $O(n^3)$. Ferner spielt die Wahl der Lage der Koordinatensysteme eine Rolle [193]. Durch Definition körperfester Koordinatensysteme in den Gelenkpunkten entstehen im Vergleich zur Definition im Schwerpunkt dünner besetzte Systemmatrizen. Die Ordnung sagt allerdings nichts über die Speicherverwaltung der Programmumgebung und die Anzahl an Funktionsaufrufen aus, welche entscheidend zur Berechnungsgeschwindigkeit beitragen.

Die Rekursionsvorschrift lautet nach [194] unter Voraussetzung einer regulären Nummerierung in Abhängigkeit von den jeweiligen Gelenkkordinaten \mathbf{q}_{ij} für die Lage und Orientierung

$$\mathbf{R}_j = \mathbf{R}_i + \mathbf{A}_i \mathbf{r}_{ij}^i(\mathbf{q}_{ij}) \quad (2.31)$$

$$\mathbf{A}_j = \mathbf{A}_i \mathbf{A}_{ij}(\mathbf{q}_{ij}), \quad (2.32)$$

für die verallgemeinerten Geschwindigkeiten

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_j \\ \boldsymbol{\omega}_j \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}_j} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\tilde{\mathbf{r}}_{ij} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Phi}_i} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}_i \\ \boldsymbol{\omega}_i \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}_i} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_i \mathbf{J}_{ij}^r \\ \mathbf{A}_i \mathbf{J}_{ij}^\omega \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_i} \dot{\mathbf{q}}_{ij} \quad (2.33)$$

und für die verallgemeinerten Beschleunigungen

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}}_j \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_j \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{v}}_j} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\tilde{\mathbf{r}}_{ij} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Phi}_{ij}} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{R}}_i \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_i \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{v}}_i} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_i \mathbf{J}_{ij}^r \\ \mathbf{A}_i \mathbf{J}_{ij}^\omega \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{ij}} \ddot{\mathbf{q}}_{ij} + \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{r}_{ij} + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{A}_i^i \dot{\mathbf{r}}_{ij} + \mathbf{A}_i \boldsymbol{\Gamma}_{ij}^r \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \boldsymbol{\omega}_{ij} + \mathbf{A}_i \boldsymbol{\Gamma}_{ij}^\omega \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\Gamma}_{ij}}. \quad (2.34)$$

Die Größen $\boldsymbol{\Phi}_{ij}$, \mathbf{J}_{ij} und $\boldsymbol{\Gamma}_{ij}$ liegen bereits im Inertialsystem K_0 vor. Über eine kinematische Kette von n Körper kann man die kinematischen Rekursionsvorschriften in Matrizenform

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}}_1 \\ \dot{\mathbf{v}}_2 \\ \dot{\mathbf{v}}_3 \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{v}}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{01} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Phi}_{12} \mathbf{J}_{01} & \mathbf{J}_{12} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Phi}_{23} \boldsymbol{\Phi}_{12} \mathbf{J}_{01} & \boldsymbol{\Phi}_{23} \mathbf{J}_{12} & \mathbf{J}_{23} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \boldsymbol{\Phi}_{n-1,n} \cdots \mathbf{J}_{01} & \boldsymbol{\Phi}_{n-1,n} \cdots \mathbf{J}_{12} & \boldsymbol{\Phi}_{n-1,n} \cdots \mathbf{J}_{23} & \cdots & \mathbf{J}_{n-1,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_{01} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{12} \\ \ddot{\mathbf{q}}_{23} \\ \vdots \\ \ddot{\mathbf{q}}_{n-1,n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Gamma}_{01} \\ \boldsymbol{\Phi}_{12} \boldsymbol{\Gamma}_{01} + \boldsymbol{\Gamma}_{12} \\ \boldsymbol{\Phi}_{23} (\boldsymbol{\Phi}_{12} \boldsymbol{\Gamma}_{01} + \boldsymbol{\Gamma}_{12}) + \boldsymbol{\Gamma}_{23} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\Phi}_{n-1,n} (\cdots) + \boldsymbol{\Gamma}_{n-1,n} \end{bmatrix}$$

(2.35)

zusammenfassen. Der Gesamtvektor $\dot{\mathbf{v}}$ der verallgemeinerten Beschleunigungen aller körperfesten Koordinatenursprünge hat die Länge $6n$ und lässt sich in Matrizenform in Abhängigkeit von den generalisierten Koordinaten \mathbf{q} , Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ und Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{q}}$ mit

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{J}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (2.36)$$

angeben. Die verallgemeinerten Beschleunigungen $\dot{\mathbf{v}}_i$ der einzelnen Körper i lassen sich daraus formulieren zu

$$\dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{J}_i(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (2.37)$$

mit der Jacobimatrix $\mathbf{J}_i(\mathbf{q})$ des Körpers und dem Vektor $\mathbf{\Gamma}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ mit quadratischen Termen. Das entspricht einer Blockzeile $\in \mathbb{R}^6$ in (2.35). Für die Geschwindigkeiten der körperfesten Koordinatensysteme gilt ferner

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{J}_i(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2.38)$$

und für ihre virtuellen Geschwindigkeiten

$$\delta\mathbf{v}_i = \mathbf{J}_i(\mathbf{q})\delta\dot{\mathbf{q}}. \quad (2.39)$$

Dynamik

Gleichung (2.35) lässt sich in Gleichung (2.20) einsetzen und ebenso auch die rekursiv berechneten verallgemeinerten Lagen und Geschwindigkeiten. Daraus erhält man die Newton-Euler-Gleichungen in Abhängigkeit von den generalisierten Koordinaten, die sich damit nun rekursiv berechnen lassen. Die Anzahl der Gleichungen wird hierdurch aber noch nicht reduziert. Bei bekannten \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ und $\ddot{\mathbf{q}}$ kann sowohl die Kinematik rekursiv mit Gleichung (2.35) als auch die inverse Dynamik rekursiv wie zuvor beschrieben über die \mathbf{Q}_i^R berechnet werden. Hierfür müssen die wirkenden eingepprägten Kräfte \mathbf{Q}_i^E bekannt sein. Die Zwangskräfte \mathbf{Q}_i^R sind diejenigen Kräfte, die den Gelenkzusammenhang erzwingen. Gelenkantriebe gehören zu den eingepprägten Kräften und werden im Folgenden neben den bekannten eingepprägten Kräften getrennt aufgeführt und mit \mathbf{Q}_i^A bezeichnet, da sie bei der Rekonstruktion einer Bewegung im Gegensatz zu den \mathbf{Q}_i^E im Allgemeinen unbekannt sind. Eine minimale Anzahl an Bewegungsgleichungen erhält man durch Anwendung des Prinzips von Jourdain, das besagt, dass die virtuelle Leistung aller am System angreifenden Zwangskräfte, welche durch holonome und nichtholonome Bindungen verursacht werden, verschwindet [149]. Die Anwendung des Prinzips auf Gleichung (2.20) mit den virtuellen Geschwindigkeiten $\delta\mathbf{v}_i$ der einzelnen Körper ergibt

$$\sum_{i=1}^{n_K} \delta\mathbf{v}_i^T [\mathbf{M}_i\dot{\mathbf{v}}_i - \mathbf{Q}_i^I - \mathbf{Q}_i^E - \mathbf{Q}_i^A] = \sum_i^{n_K} \delta\mathbf{v}_i^T \mathbf{Q}_i^R = 0. \quad (2.40)$$

Bei vorliegenden kinematischen Bindungen sind die $\delta\mathbf{v}_i$ nicht unabhängig voneinander. Durch Einsetzen der rekursiven kinematischen Beziehungen (2.35) und (2.39) in (2.40) erhält man Gleichung (2.41) in den generalisierten Koordinaten zu

$$\sum_{i=1}^{n_K} \delta\dot{\mathbf{q}}_i^T \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}) [\mathbf{M}_i(\mathbf{J}_i(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{\Gamma}_i) - \mathbf{Q}_i^I - \mathbf{Q}_i^E - \mathbf{Q}_i^A] = 0. \quad (2.41)$$

Die Summen in (2.41) lassen sich zusammenfassen zur verallgemeinerten Massenmatrix in generalisierten Koordinaten

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^{n_K} \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}) \mathbf{M}_i \mathbf{J}_i(\mathbf{q}) \quad (2.42)$$

und dem Vektor der verallgemeinerten Trägheits- und eingepprägten Kräfte

$$\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = - \sum_{i=1}^{n_K} \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}) \mathbf{M}_i \boldsymbol{\Gamma}_i + \sum_i^{n_K} \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}) \mathbf{Q}_i^I + \sum_i^{n_K} \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}) \mathbf{Q}_i^E. \quad (2.43)$$

Aus der letzten Summe in (2.41) entstehen die generalisierten Antriebe

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^{n_K} \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}) \mathbf{Q}_i^A, \quad (2.44)$$

welche in Richtung der generalisierten Koordinaten wirken. Mit den Abkürzungen (2.42), (2.43) und (2.44) lässt sich die minimale Anzahl der Bewegungsgleichungen des Gesamtsystems in Matrizenform

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{T} \quad (2.45)$$

schreiben. Diese Form der Bewegungsgleichungen eignet sich insbesondere für die Anwendung in der Vorwärtssimulation und in der Optimierung. Mit bekannten \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ und $\ddot{\mathbf{q}}$ kann eine inverse Dynamik durchgeführt werden, woraus direkt die generalisierten Antriebe folgen. Ist man darüber hinaus auch an den verallgemeinerten Zwangskräften interessiert, so ist mit den \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ und $\ddot{\mathbf{q}}$ die kinematische Rekursion (2.35) zu bestimmen und in die Newton-Euler-Gleichungen (2.20) einzusetzen. Die \mathbf{Q}_i^R werden dann durch Rekursion beginnend bei den äußersten Körpern berechnet.

Gelenkansschläge

In der Realität nehmen Muskeln, Bänder, Knorpel und die Gelenkformen der Gelenkpfannen und -köpfe Einfluss auf den Wertebereich einzelner Freiheitsgrade und verhindern ein Überschreiten maximaler Gelenkstellungen. Durch das Hineinfahren in die Anschläge wirken Kräfte und Momente, die mit der Eindringtiefe zunehmen und beim Überschreiten einer zulässigen Kraft zum Bruch führen.

Durch dynamische Modellierung der Gelenkansschläge mit viskoelastischen Elementen können unter anderem Belastungsaussagen in der Simulation gewonnen werden. In dieser Arbeit werden obere und untere Schranken zur Begrenzung des Arbeitsbereiches der generalisierten Koordinaten benötigt. Gewünscht ist dabei, den Wertebereich einer Koordinate q_i auf ein Intervall $[q_i^U, q_i^O]$ (U : untere Schranke, O : obere Schranke) zu begrenzen, um zum einen den Arbeitsbereich eines menschlichen Gelenkes realistisch nachzuempfinden und zum anderen singuläre Stellungen in einem Gelenk mit drei Rotationsfreiheitsgraden zu vermeiden. Die Begrenzungen werden entweder als harte oder weiche, bzw. kinematische oder dynamische Schranken aufgefasst. Kinematische Schranken sind Zustandsbeschränkungen, die bei der Verwendung der kinematischen und dynamischen Gleichungen zusammen mit Optimierungsalgorithmen als Ungleichungsnebenbedingungen gefordert werden. Der Algorithmus lässt dann

über diese Schranken hinaus keine weiteren Werte zu. Integratoren zur Berechnung der Vorwärtsdynamik mit gewöhnlichen Differentialgleichungen (2.45) berücksichtigen Zustandsbeschränkungen in der Regel nicht. Daher werden dynamische Schranken benötigt, d.h. Kräfte oder Momente, die erst beim oder kurz vor dem Überschreiten der Schranke in die entgegengesetzte Richtung rückstellend wirken, um den Arbeitsbereich einzuhalten. Sie werden direkt in die Bewegungsgleichungen (2.45) eingearbeitet. Integratoren berücksichtigen weiche Schranken quasi automatisch, jedoch sind auch Werte außerhalb der Schranken prinzipiell möglich. Dynamische Schranken werden im Folgenden mit (nicht-)linearen und einseitig wirkenden Feder-Dämpferelementen realisiert.

Betrachtet wird dazu eine Funktion $Q_i^B(q_i, \dot{q}_i)$, $Q_i^B : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, welche in Abhängigkeit von der Lage und der Geschwindigkeit der betreffenden generalisierten Koordinate q_i die verallgemeinerte Rückstellkraft des Gelenkanschlages erzeugt. Mit dem progressionsabhängigen Federparameter c_i , der Federprogressivität $p_{c,i}$, dem progressionsabhängigen Dämpferparameter d_i und der Dämpferprogressivität $p_{d,i}$ setzt sich $Q_i^B = F_{c,i} + F_{d,i}$ aus einer Federkraft $F_{c,i}(q_i)$ und einer Dämpferkraft $F_{d,i}(q_i, \dot{q}_i)$ zusammen.

Am Beispiel der oberen Schranke ergibt die Summe der Federkraft

$$F_{c,i} = \begin{cases} 0 & , \quad q_i < q_i^O - \Delta q_i \\ c_i \left(\frac{q_i - q_i^O + \Delta q_i}{\Delta q_i} \right)^{p_{c,i}-1} (q_i - q_i^O + \Delta q_i) & , \quad q_i \geq q_i^O - \Delta q_i \end{cases} \quad (2.46)$$

und der Dämpferkraft

$$F_{d,i} = \begin{cases} 0 & , \quad q_i < q_i^O - \Delta q_i \\ d_i \left(\frac{q_i - q_i^O + \Delta q_i}{\Delta q_i} \right)^{p_{d,i}} \dot{q}_i & , \quad q_i \geq q_i^O - \Delta q_i \wedge \dot{q}_i > 0 \\ 0 & , \quad q_i \geq q_i^O - \Delta q_i \wedge \dot{q}_i \leq 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

durch die Wahl der jeweiligen Progressivität $p_{c,i}$, $p_{d,i} \geq 1$ den in Abbildung 2.4 gezeigten nichtlinearen Verlauf. Mit dem Abstand Δq_i vor dem Gelenkansschlag q_i^O beginnt die Gesamtkraft bereits zu wirken und kann so eingestellt werden, dass beim Erreichen des Gelenkanschlages bereits eine ausreichende Kraft wirkt, um die eigentliche Grenze nicht zu sehr zu überschreiten. Die Dämpferkraft wirkt nur einseitig bei einer Bewegungsrichtung in den Gelenkansschlag hinein. Die Dämpferkennlinie weist im Vergleich zu linearen Kennlinien keine Geschwindigkeitssprünge auf und ist für die numerische Integration von Vorteil. Der Gesamtverlauf ist zudem kontinuierlich differenzierbar, was eine Voraussetzung zur Lösung optimaler Steuerprozesse ist. Die dynamischen Schranken kann man zum Vektor $\mathbf{Q}^B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [Q_1^B(q_1, \dot{q}_1), \dots, Q_n^B(q_n, \dot{q}_n)]^T$ zusammenfassen. Da die Richtung der Kraft $Q_i^B(q_i, \dot{q}_i)$ in die Richtung der q_i zeigt, erhält man die verrichtete virtuelle Leistung der weichen Gelenkansschläge zu

$$\delta P_i^B = \delta \dot{q}_i Q_i^B \quad (2.48)$$

und daraus die Vektorform

$$\delta P^B = \delta \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{Q}^B. \quad (2.49)$$

In die Bewegungsgleichung (2.45) können die \mathbf{Q}^B gemäß

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} - \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{Q}^B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{T} \quad (2.50)$$

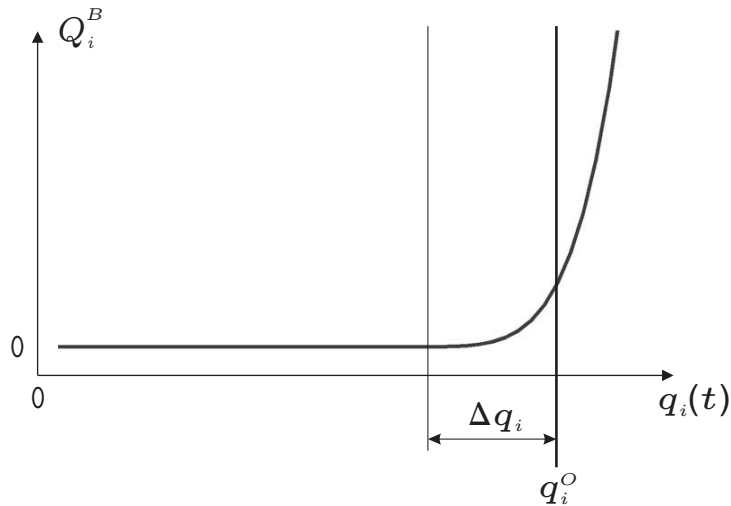


Abbildung 2.4: Kraftverlauf für einen Gelenkansschlag mit oberer Grenze q_i^O in Abhängigkeit von der Eindringtiefe für $c_i = 1$ und $p_{c,i} = 3$.

übernommen werden. Die generalisierten Vektoren \mathbf{Q} und \mathbf{Q}^B in (2.50) werden im Folgenden zu $\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} + \mathbf{Q}^B$ zusammengefasst.

Implementierung

Der Mehrkörperalgorithmus wurde in der Programmumgebung *MATLAB* [200] implementiert [194] und der Öffentlichkeit in [181] und [183] unter dem Namen *MkdTools* vorgestellt. In der Arbeit von Massaad [131] wurde *MkdTools* mit Hilfe der kommerziellen Mehrkörperalgorithmen *SimMechanics* [200] und *MSC Adams* [139] validiert. Zur Integration werden die Systemgleichungen (2.45) in ein System erster Ordnung

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) (\mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{T}) \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{z}(t) = [\mathbf{q}^T(t), \dot{\mathbf{q}}^T(t)]^T$ und den Anfangsbedingungen $\mathbf{z}(0) = [\mathbf{q}^T(0), \dot{\mathbf{q}}^T(0)]^T$ überführt.

2.2 Optimierung

2.2.1 Das Standardproblem der nichtlinearen Optimierung

Unter einem Optimierungsproblem versteht man die Suche nach den Werten der Unbekannten einer Funktion, für welche die Funktion ein Extremum besitzt. Im Folgenden werden die Unbekannten in einem Vektor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ zusammengefasst und am gesuchten Extremum einer Zielfunktion $F(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ mit \mathbf{x}^* bezeichnet. Die Zielfunktion bezeichnet man auch als Kostenfunktion.

Man unterscheidet Optimierungsprobleme ohne Nebenbedingungen, d.h. nichtrestringierte Optimierung, welche durch das Problem

$$\text{Minimiere } F(\mathbf{x}), \quad F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \quad (2.52)$$

ausgedrückt wird, und Optimierungsprobleme mit Nebenbedingungen, d.h. restringierte Optimierung, welche durch

$$\begin{aligned} &\text{Minimiere } F(\mathbf{x}), & F: \mathbb{R}^n &\rightarrow \mathbb{R}, \\ &\text{unter } \mathbf{c}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, & \mathbf{c}: \mathbb{R}^n &\rightarrow \mathbb{R}^m, \\ & & \mathbf{c}_e(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, & \mathbf{c}_e: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k \end{aligned} \quad (2.53)$$

beschrieben wird. In (2.53) müssen gegenüber (2.52) neben der Kostenfunktion auch Nebenbedingungen in Gleichungsform $\mathbf{c}_e(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, $\mathbf{c}_e: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$, oder Ungleichungsform $\mathbf{c}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$, $\mathbf{c}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, erfüllt werden.

Für ein lokales Maximum einer reellwertigen Funktion F gilt, dass es ein lokales Minimum der negativen Zielfunktion $-F$ ist. Maximierungsprobleme können daher in Minimierungsprobleme umgewandelt werden, weshalb in dieser Arbeit ausschließlich Minima betrachtet werden. Eine Funktion besitzt in der Regel mehrere Minima, wobei zwischen globalen und lokalen Minima unterschieden wird. Der Parameterpunkt \mathbf{x}^* wird als globales Minimum bezeichnet, falls

$$F(\mathbf{x}^*) \leq F(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \quad (2.54)$$

erfüllt ist. Ein lokales Minimum liegt vor, wenn

$$F(\mathbf{x}^*) \leq F(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \text{ in einer Umgebung von } \mathbf{x}^* \quad (2.55)$$

gilt. In der Praxis ist es schwierig, globale Minima aufzufinden und selbst für lokale Minima kann nicht garantiert werden, dass sie das nächstliegende Minimum zu einer gewählten Startlösung sind [68].

Betrachtet wird nun die Approximation der Zielfunktion F , die im Folgenden stetig differenzierbar und hinreichend glatt ist, so dass die Taylor-Entwicklung

$$F(\mathbf{x} + \mathbf{h}) = F(\mathbf{x}) + \mathbf{h}^T \mathbf{g} + \frac{1}{2} \mathbf{h}^T \mathbf{H} \mathbf{h} + O(h^3) \quad (2.56)$$

um den Punkt \mathbf{x} mit dem Gradienten der Funktion

$$\mathbf{g} \equiv \nabla F(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \right] \quad (2.57)$$

und der Hessematrix

$$\mathbf{H} \equiv \nabla \nabla^T F(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial^2 F}{\partial x_i \partial x_j} \right] \quad (2.58)$$

verwendet werden kann.

Für hinreichend kleines $h = \|\mathbf{h}\|$ genügt in (2.56) die Berücksichtigung nur des linearen Terms und aus der Bedingung (2.55) für ein lokales Minimum folgt die notwendige Bedingung $\nabla F(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0}$. Berücksichtigt man zusätzlich den quadratischen Term, ergibt sich für ein lokales Minimum die hinreichende Bedingung $\nabla \nabla^T F(\mathbf{x}) > \mathbf{0}$, d.h. die Hessematrix ist positiv definit.

Die allermeisten Berechnungsmethoden zur Lösung von nichtlinearen Optimierungsproblemen sind iterativ, d.h. ausgehend von einer Startlösung \mathbf{x}_0 werden eine Reihe

weiterer Lösungen berechnet, bis der Algorithmus zur Lösung \mathbf{x}^* eines lokalen Minimums konvergiert. Es existieren zahlreiche Iterationsverfahren bzw. Abstiegsverfahren zur Lösung der unterschiedlichsten Probleme. Die bekanntesten Verfahren zur Lösung nichtrestringierter Optimierungsprobleme (2.52) sind die Newton-, Trust-Region-, Quasi-Newton-, und CG-Verfahren sowie die Methode des steilsten Abstiegs, welche sich in ihren Konvergenzeigenschaften, ihrer Genauigkeit sowie im Berechnungsaufwand unterscheiden und in der Literatur ausführlich diskutiert und weiterentwickelt wurden [71, 92, 124, 142]. Viele Algorithmen zur Lösung von restringierten Optimierungsproblemen sind Erweiterungen der nichtrestringierten Verfahren, und die Methoden zur Behandlung nichtlinearer Ausgleichsprobleme, z.B. Least-Squares-Verfahren, sind meist Spezialfälle davon.

Man kann die Algorithmen nach ihrer Verfahrensordnung klassifizieren. Ein Verfahren 0. Ordnung benötigt ausschließlich die Funktionswerte, ein Verfahren 1. Ordnung benötigt zusätzlich die Gradienten und ein Verfahren 2. Ordnung neben den Gradienten zusätzlich die Hessematrix. Die Verfahren nutzen meist interne Modelle zur Approximation der Zielfunktion $F(\mathbf{x})$, in der Regel eine Taylorreihe n -ter Ordnung, wonach man neben der Verfahrensordnung auch nach der Modellordnung unterscheidet. Mit zunehmender Modellordnung konvergiert das Verfahren in der Nähe von \mathbf{x}^* in der Regel schneller. Die von den Verfahren benötigten Gradienten- und Hessefunktionen werden vom Optimierungsalgorithmus entweder unter Rechenaufwand und Beeinträchtigung der Genauigkeit numerisch berechnet oder vom Benutzer explizit vorgegeben. Die Vorgabe eines exakten Gradienten beschleunigt die Berechnung in der Regel erheblich, ist jedoch nicht immer möglich.

Moderne und effiziente Standardverfahren zur direkten Lösung restringierter Optimierungsprobleme sind die Verfahren der Sequentiellen Quadratischen Programmierung (SQP). Dahinter verbirgt sich die Idee, das Problem in eine Sequenz von quadratischen Unterproblemen zu unterteilen, welche von 2. Ordnung sind. Gleichungs- und Ungleichungsbedingungen werden mit eingearbeitet und die Suchrichtung aus einem weiteren internen Optimierungsproblem bestimmt [72].

2.2.2 Nichtlineare quadratische Ausgleichsprobleme

Die Ausgleichsrechnung beinhaltet spezielle Verfahren innerhalb der Optimierung und beschäftigt sich unter anderem mit der Anpassung von Modellen an experimentelle Daten. Die Modellparameter sind dabei die Unbekannten \mathbf{x} und werden in einem überbestimmten Problem als optimale Lösung \mathbf{x}^* gefunden. In diesem Zusammenhang wird meist die Methode der kleinsten Fehlerquadrate (least-squares) genutzt. Dabei wird das Quadrat einer im allgemeinen nichtlinearen Vektorfunktion $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $n \leq m$, minimiert, welche z.B. die Differenz zwischen Modell- und Experimentaldaten darstellt. Das Problem wird als nichtrestringiertes (2.52) oder restringiertes (2.53) Optimierungsproblem gelöst, für das sich die skalare Zielfunktion

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (f_i(\mathbf{x}))^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{f}(\mathbf{x})\|^2 = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T(\mathbf{x}) \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (2.59)$$

mit $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ und $m \geq n$ ergibt. Das Problem kann mit allgemeinen Abstiegsverfahren gelöst werden, allerdings besteht die Möglichkeit, spezielle Verfahren einzusetzen,

die die besondere quadratische Struktur der Zielfunktion (2.59) ausnutzen und dadurch effizienter sind [127]. Die Struktur wird ersichtlich aus der Taylorentwicklung

$$\mathbf{f}(\mathbf{x} + \mathbf{h}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}(\mathbf{x})\mathbf{h} + O(h^2) \quad (2.60)$$

der Funktion $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ um \mathbf{x} unter der Annahme, dass \mathbf{f} kontinuierliche zweite partielle Ableitungen besitzt, wobei $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ die Jacobimatrix der Funktion \mathbf{f} ist. Für den Gradienten \mathbf{g} der skalaren Funktion (2.59) ergibt sich damit die Beziehung

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^T(\mathbf{x})\mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (2.61)$$

und für die Hessematrix

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^T(\mathbf{x})\mathbf{J}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m f_i(\mathbf{x})\mathbf{f}_i''(\mathbf{x}). \quad (2.62)$$

Der zweite Term innerhalb der Hessematrix besteht aus den Anteilen der zweiten Ableitungen der Residuen und ist im Allgemeinen nicht verfügbar oder nur aufwändig zu berechnen. Die speziellen Lösungsverfahren (z.B. Gauß-Newton, Levenberg-Marquardt) arbeiten daher meist mit der vereinfachten Hessematrix

$$\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}^T(\mathbf{x})\mathbf{J}(\mathbf{x}). \quad (2.63)$$

Die Kenntnis einer exakten Jacobimatrix ist für Ausgleichsverfahren insbesondere vorteilhaft, da nicht nur auf die numerische Berechnung der Gradienten verzichtet werden kann, sondern gemäß (2.63) auch auf die Vorgabe und die numerische Berechnung der Hessematrix.

2.3 Optimale Steuerprozesse

Viele Prozesse aus der Technik und der Biologie lassen sich durch ein dynamisches System von gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (2.64)$$

abbilden mit dem Zustandsvektor $\mathbf{z}(t)$ und dem Steuerungsvektor $\mathbf{u}(t)$. Unter dem Einfluss der Steuervariablen reagiert das System (2.64) mit einer Zustandsänderung. Die Theorie optimaler Steuerprozesse befasst sich mit der Bestimmung optimaler Steuer- und Zustandsverläufe. Ein in der Robotik häufig auftretender optimaler Steuerprozess ist beispielsweise die Berechnung von energieoptimalen Bahnen [198, 199]. Zur Beschreibung der Bewegung besteht das System hier aus den Bewegungsgleichungen (2.45), die allgemein als System erster Ordnung

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{z}}_1 \\ \dot{\mathbf{z}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_2 \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{z}_1) (\mathbf{Q}(\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2) + \mathbf{u}) \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

vorliegen. Der Zustandsvektor enthält hier die generalisierten Lagen und Geschwindigkeiten des Systems $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1, \mathbf{z}_2]^T$ mit $\mathbf{z}_1 = \mathbf{q}^T(t)$ und $\mathbf{z}_2 = \dot{\mathbf{q}}^T(t)$ und der Steuerungsvektor die generalisierten Antriebe $\mathbf{u} = \mathbf{T}(t)$. Das betrachtete mechanische System

ist dabei meist von hoher Dimension und Nichtlinearität und das damit verbundene Optimierungsproblem lässt sich nur numerisch lösen.

In der zweiten Hälfte des letzten Jahrhunderts entstand eine Vielzahl an Methoden zur numerischen Lösung optimaler Steuerungsprobleme. Zur Lösung kontinuierlicher Steuerungsprobleme mit einem zugrundeliegenden mechanischen System (2.65) wurden schon mehrere Zugänge ausgearbeitet. Allgemein unterteilt man die Verfahren in indirekte und direkte numerische Methoden. Als indirekt werden Verfahren bezeichnet, die in irgendeiner Form die mathematisch notwendigen Bedingungen der optimalen Steuerungstheorie explizit zur Lösung des Problems einsetzen. Im Kern wird dabei auf ein Maximumprinzip (z.B. Pontryagin [151]) zurückgegriffen, um die notwendigen Bedingungen zusammen mit den adjungierten Variablen aus der Hamiltonfunktion zu gewinnen. Die Vorgehensweise ist in der Regel sehr aufwändig.

Direkte Methoden basieren auf einer Diskretisierung, entweder nur der Steuerungsvariablen oder zusätzlich auch der Zustandsvariablen und überführen das unendlich-dimensionale Optimalsteuerungsproblem auf ein endlich-dimensionales, nichtlineares Optimierungsproblem (siehe Abschnitt 2.2.1), zu dessen Lösung eine Vielzahl standardisierter numerischer Optimierungsverfahren verfügbar ist. Alle direkten Methoden zeichnen sich insbesondere dadurch aus, dass keine Informationen über die adjungierten Differentialgleichungen bereitgestellt werden müssen und haben sich aufgrund ihrer einfacheren Anwendung, leistungsfähigeren Rechnern sowie der Entwicklung effizienter Lösungsmethoden für nichtlineare Optimierungsprobleme durchgesetzt.

2.3.1 Theorie optimaler Steuerprozesse

Systembegriff

Die Theorie optimaler Steuerprozesse behandelt unterschiedliche Systeme, z.B. diskrete, kontinuierliche und geschaltete Systeme mit Parameterabhängigkeiten [73, 124]. Im Folgenden werden kontinuierliche Systeme von n Differentialgleichungen 1. Ordnung

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (2.66)$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)]^T \in \mathbb{R}^n$, dem Steuervektor $\mathbf{u}(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)]^T \in U \subset \mathbb{R}^m$ und der Vektorfunktion

$$\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^n \quad (2.67)$$

über dem Zeitintervall $[t_0, t_f]$ betrachtet. Dabei bezeichnet $t_0 \in \mathbb{R}$ den Anfangs- und $t_f \in \mathbb{R}$ den Endzeitpunkt eines betrachteten Prozesses mit $t_f > t_0$. Man kann t_f fest vorgeben oder t_f kann selbst eine freie Variable sein. Zeitoptimale Probleme sind aber lediglich ein Sonderfall.

Es wird ein Randwertproblem betrachtet, d.h. Anfangszustand $\mathbf{z}(t_0)$ und Endzustand $\mathbf{z}(t_f)$ müssen den Randbedingungen z.B. in gleichungsdefinierter Form $\varphi(\mathbf{z}(t_0)) = \mathbf{0}$ und $\psi(\mathbf{z}(t_f)) = \mathbf{0}$ genügen. Für fest vorgegebene $\mathbf{z}(t_0) \in \mathbb{R}^n$ und $\mathbf{z}(t_f) \in \mathbb{R}^n$, d.h. bei bekannten Randbedingungen, wird $\mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0$ und $\mathbf{z}(t_f) = \mathbf{z}_f$ angegeben.

Es sei $\mathbf{z} : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^n$ stetig und stückweise stetig differenzierbar und $\mathbf{u} : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^m$ zumindest stückweise stetig. Das Funktionenpaar (\mathbf{z}, \mathbf{u}) heißt Lösung des Steuerprozesses für alle $t \in [t_0, t_f]$, falls es Gleichung (2.66) und die Randbedingungen erfüllt. Das System besitzt in der Regel mehrere bis unendlich viele Lösungen und die Aufgabe

des optimalen Steuerprozesses ist es, das Auswahlproblem anhand eines Kostenfunktionals zu lösen.

Kostenfunktional

Die bei einem optimalen Steuerprozess zu minimierende Kostenfunktion (Zielfunktion) wird als skalare Funktion

$$F(\mathbf{z}, \mathbf{u}, t) = g(\mathbf{z}(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} h(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \quad (2.68)$$

definiert, wobei die in (2.68) enthaltene skalare Funktion $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ stetig differenzierbar und die skalare Funktion $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und bezüglich \mathbf{z} und \mathbf{u} stetig partiell differenzierbar seien.

Zustands- und Steuerbeschränkungen

Zusätzlich erfülle der Steuerprozess während des zeitlichen Verlaufs verschiedene Nebenbedingungen, die als nichtlineare Ungleichungsbedingungen

$$\mathbf{C}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) \leq \mathbf{0} \quad \forall t \in [t_0, t_f] \quad (2.69)$$

und Gleichungsbedingungen

$$\mathbf{C}_e(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) = \mathbf{0} \quad \forall t \in [t_0, t_f] \quad (2.70)$$

formuliert werden und hinreichend oft stetig differenzierbar seien.

Reale mechanische Systeme verfügen beispielsweise nicht über unbegrenztes Antriebsmoment und die einzelnen Steuerfunktionen $u_i(t)$ sind nach oben und unten durch sogenannte Box-constraints

$$u_i(t) \in [u_{i \min}, u_{i \max}], \quad i = 1, \dots, m \quad \forall t \in [t_0, t_f] \quad (2.71)$$

beschränkt. Auf gleiche Art und Weise kann man Gelenkanschlüsse für die Zustandsvariablen formulieren. Ein Beispiel für eine Gleichungsbedingung, die nur an einem diskreten Zeitpunkt erfüllt wird, ist die Formulierung eines Durchfahrpunktes, durch den eine Robotertrajektorie zu einem bestimmten Zeitpunkt führen muss.

Steuerprozess

Der optimale Steuerprozess wird nun definiert durch

$$\begin{aligned} \text{minimiere } F(\mathbf{z}, \mathbf{u}, t) &= g(\mathbf{z}(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} h(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \\ \text{unter} \\ \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t), \\ \mathbf{z}(t_0) &= \mathbf{z}_0, \\ \mathbf{z}(t_f) &= \mathbf{z}_f, \\ \mathbf{C}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) &\leq \mathbf{0}, \\ \mathbf{C}_e(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) &= \mathbf{0}, \\ \mathbf{u}(t) &\subset U, \quad t_0 \leq t \leq t_f. \end{aligned} \tag{2.72}$$

Gemäß der optimalen Steuerungstheorie kann man die notwendigen und hinreichenden Bedingungen mit dem Pontryaginschen Minimumprinzip [151] unter Zuhilfenahme der Hamiltonfunktion ermitteln. Die dabei auftretenden Gleichungen werden im Folgenden kurz aufgeführt, um die Herkunft der notwendigen Bedingungen und die Komplexität der adjungierten Gleichungen aufzuzeigen.

Bei Problemen ohne Zustands- und Steuerbeschränkungen bildet man die Hamiltonfunktion

$$H(t, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = h(\mathbf{z}, \mathbf{u}, t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{u}, t) \tag{2.73}$$

mit den zeitabhängigen adjungierten Variablen $\boldsymbol{\lambda}(t) : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^n$. Durch Hinzufügen der Nebenbedingungen mit den Lagrangeschen Multiplikatorfunktionen $\boldsymbol{\mu}(t)$ und $\boldsymbol{\nu}(t)$ geht aus ihr die erweiterte Hamiltonfunktion

$$\begin{aligned} H(t, \mathbf{z}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) &= h(\mathbf{z}, \mathbf{u}, t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{u}, t) \\ &+ \boldsymbol{\mu}^T(t) \mathbf{C}(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \\ &+ \boldsymbol{\nu}^T(t) \mathbf{C}_e(\mathbf{z}, \mathbf{u}) \end{aligned} \tag{2.74}$$

hervor. Das Minimumprinzip besagt, dass die (erweiterte) Hamiltonfunktion für eine optimale Lösung $(\mathbf{z}^*, \mathbf{u}^*)$ sowie für stetige und stückweise stetig differenzierbare Funktionen $\boldsymbol{\lambda} : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^{n_\lambda}$, $\boldsymbol{\mu} : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^{n_\mu}$ und $\boldsymbol{\nu} : [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^{n_\nu}$ minimal wird. Daraus resultiert ein Hamiltonsches System mit der Zustandsdifferentialgleichung

$$\dot{\mathbf{z}} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{f}(\mathbf{z}, \mathbf{u}, t), \tag{2.75}$$

den adjungierten Differentialgleichungen (Kozustandsgleichungen)

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{z}} = -\frac{\partial h}{\partial \mathbf{z}} - \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{z}} \right)^T \boldsymbol{\lambda}(t) - \left(\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \mathbf{z}} \right)^T \boldsymbol{\mu}(t) - \left(\frac{\partial \mathbf{C}_e}{\partial \mathbf{z}} \right)^T \boldsymbol{\nu}(t) \tag{2.76}$$

und den Koppelgleichungen

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{0}. \tag{2.77}$$

Diese Herangehensweise führt auf ein Mehrpunktrandwertproblem, das numerisch integriert werden kann und meist durch eine Mehrzielmethode gelöst wird. Der hohen Genauigkeit einer Lösung stehen Nachteile gegenüber. Die adjungierten Differentialgleichungen (2.76) sind oft hochgradig nichtlinear und schwer für große Systeme auf analytischem oder symbolischem Wege zu ermitteln. Die Lösung erfordert zudem eine sehr gute Startschätzung der Zustandsvariablen und der adjungierten Variablen.

Im Vergleich dazu sind einzelne unbekannte Parameter eines nichtlinearen Optimierungsproblems wesentlich einfacher aufzufinden als die unbekanntenen Zustands- und Steuerfunktionen sowie die Lagrange-Multiplikatoren des Optimalsteuerungsproblems. In der Praxis setzt man daher gerne direkte Verfahren ein, die auf die Herleitung der notwendigen Optimalitätsbedingungen (2.75)-(2.77) verzichten und den optimalen Steuerprozess auf ein nichtlineares Optimierungsproblem durch Diskretisierung und Approximation der Steuer- und Zustandsfunktionen zurückführen. Dann gelten die notwendigen Bedingungen der nichtlinearen Optimierung, d.h. die Karush-Kuhn-Tucker-Bedingungen (siehe zur nichtlinearen Optimierung auch [71], [92], [66] und [168]). Das daraus entstehende Optimierungsproblem (2.53) kann mit einschlägigen Verfahren gelöst werden. Dabei entscheidet das gewählte Diskretisierungsverfahren wesentlich über die Stabilität, Konvergenz und Genauigkeit des Verfahrens.

Bei der Anwendung von Schießverfahren zur direkten Lösung wird nur die Steuerung diskretisiert und die Zustandsvariablen werden durch stückweise numerische Integration erhalten [195]. Bei Kollokationsverfahren werden auch die Zustandsvariablen diskretisiert und das Differentialgleichungssystem nur an bestimmten Gitterpunkten, den Kollokationspunkten erfüllt [164]. Durch die Wahl einer geeigneten Diskretisierung entstehen insbesondere beim letzteren Verfahren dünn besetzte Gradienten- und Hessematrizen, was zur Steigerung der Verfahrenseffizienz ausgenutzt werden kann [198]. Eine Kombination von direkter Kollokation und SQP-Verfahren wird mittlerweile fast standardisiert bei der Lösung mechanischer Randwertprobleme eingesetzt [72, 197]. Daneben existiert eine Vielfalt an problemspezifischen Verfahren. Insbesondere die Kollokationsmethoden sind dafür bekannt, einen schnellen Einblick in die Lösung optimaler Steuerprozesse zu gewähren [23]. Im Folgenden wird auf die Kollokation sowie auf die vollständige Diskretisierung des Systems durch die Approximation der Lösungen mit stückweisen Polynomfunktionen eingegangen.

2.3.2 Kollokation

Eine Herangehensweise zur Gewinnung von Näherungslösungen besteht darin, eine Schar von linear unabhängigen Ansatzfunktionen φ_k zu wählen und eine Näherungslösung f_{ap} durch Linearkombination der gewählten Ansatzfunktionen darzustellen. Da die meisten Funktionen in Fourier- und Taylorreihen entwickelt werden können, liegt es nahe, als Ansatzfunktionen entweder trigonometrische Funktionen oder Polynome zu verwenden. Welche man wählt, hängt in der Regel davon ab, welche Eigenschaften man bei der zu approximierenden Funktion vermutet. Trigonometrische Funktionen sind meist nur für periodische Lösungen geeignet [122] und werden im Folgenden nicht betrachtet.

Die Idee eines Kollokationsverfahrens besteht darin, die Lösungsfunktionen $\mathbf{z}(t)$ und

$\mathbf{u}(t)$ des Differentialgleichungssystems (2.66) mit polynomialen Näherungsfunktionen

$$\mathbf{z}_{ap}(t) = \sum_k \mathbf{a}_k \varphi_k(t) \quad (2.78)$$

$$\mathbf{u}_{ap}(t) = \sum_\ell \mathbf{b}_\ell \psi_\ell(t) \quad (2.79)$$

zu diskretisieren und setzt diese direkt in die Differentialgleichungen (2.66) ein. An ausgewählten Stützstellen τ_j im Intervall $[t_0, t_f]$, den sogenannten Kollokationspunkten, fordert man die Erfüllung der Differentialgleichungen, d.h.

$$\mathbf{0} = \dot{\mathbf{z}}_{ap}(\tau_j) - \mathbf{f}(\mathbf{z}_{ap}(\tau_j), \mathbf{u}_{ap}(\tau_j), \tau_j), \quad j = 1, \dots, m. \quad (2.80)$$

Die Gleichungen (2.80) bezeichnet man als Kollokationsbedingungen. Die Kollokationspunkte genügen der strikten Diskretisierung

$$t_0 \leq \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_j < \dots < \tau_m \leq t_f, \quad j = 1, \dots, m, \quad (2.81)$$

und müssen nicht notwendigerweise äquidistant verteilt sein. Die Zustands- und Steuerungsapproximationen müssen hinreichend stetig und differenzierbar sein und erfüllen idealerweise auch die Randbedingungen. Eine Fehlerabschätzung, d.h. die Abweichung, mit der die Ansatzfunktionen die Differentialgleichungen erfüllen, erhält man aus den Kollokationsbedingungen (2.80) durch Bildung der L^2 -Norm

$$r(t) = \|\dot{\mathbf{z}}(t) - \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t)\|_2 \quad (2.82)$$

über alle Werte von $t \in [t_0, t_f] \subset \mathbb{R}$, d.h. auch zwischen den Stützstellen. Die Kollokationsbedingungen (2.80) liefern $m \times n$ Gleichungen zur Bestimmung aller Koeffizienten \mathbf{a}_k , \mathbf{b}_ℓ . Das entstehende Gleichungssystem muss dabei mindestens bestimmt sein. Für das bestimmte Gleichungssystem verschwinden die Residuen an den Kollokationspunkten gemäß

$$\mathbf{r}(\tau_j) = \dot{\mathbf{z}}_{ap}(\tau_j) - \mathbf{f}(\mathbf{z}_{ap}(\tau_j), \mathbf{u}_{ap}(\tau_j), \tau_j) \stackrel{!}{=} \mathbf{0}, \quad j = 1, \dots, m. \quad (2.83)$$

Für ein überbestimmtes Gleichungssystem fordert man mit

$$\|\mathbf{r}\|^2 = \sum_{j=1}^m (\mathbf{r}(\tau_j))^2 \rightarrow \min \quad (2.84)$$

zusätzlich, dass die Residuen minimal werden. Die Wahl der Kollokationspunkte sowie die zeitliche Diskretisierung der Zustands- und Steuervariablen entscheiden über Konvergenz, Stabilität und Genauigkeit des Verfahrens.

2.3.3 Diskretisierung

Globale Ansatzfunktionen

Die Diskretisierung kann mit einer auf dem gesamten Intervall $[t_0, t_f]$ definierten Ansatzfunktion erfolgen. Beispielsweise erhält man mit der einfachen aber nicht sehr geschickten Wahl $\varphi_k(t) = t^k$ die polynomiale Näherung

$$f_{ap}(t) = \sum_{k=0}^g a_k t^k \quad (2.85)$$

mit dem Polynomgrad g . Bei fester Wahl von g benötigt man eine entsprechende Anzahl an Randbedingungen, um die Koeffizienten zu bestimmen. Praktischer ist aber die Verwendung nur derjenigen durch die Differentialgleichungen (2.66) erforderlichen Randbedingungen sowie zusätzlichen Lageinformationen an zunächst beliebigen Stützstellen τ_i , um eine ausreichende Anzahl der zur Bestimmung der Koeffizienten notwendigen Gleichungen zu erhalten.

Das entstehende Gleichungssystem ist im Allgemeinen vollbesetzt und unsymmetrisch und erfordert zur Lösung einen Rechenaufwand von $O((g+1)^3)$. In der Regel ist es gewünscht, dass die Interpolationsgüte für ein wachsendes g zunimmt. Ein globales Polynom wird dabei hochdimensional, was zu numerischen Schwierigkeiten führt und in der Praxis unerwünscht ist. Die Wahl der Stützstellen hat entscheidenden Einfluss auf die Qualität der Näherung (2.82), insbesondere werden bei äquidistanten Stützstellen an den Intervallgrenzen häufig große schwingende Residuen als sog. Runge-Phänomene beobachtet [195]. Man kann nachweisen, dass das Residuum durch die Wahl von Tschebyscheff-Stützstellen optimal wird, d.h. in der Regel wird dadurch das Überschwingen der Residuen geringer und über das gesamte Intervall gleichmäßiger. Die Änderung eines einzelnen Koeffizienten bewirkt bei global definierten Ansatzfunktionen die Änderung der Näherungslösung auf dem gesamten Intervall $[t_0, t_f]$. Man bezeichnet die Ansatzfunktionen daher als Basisfunktionen mit globalem Träger.

Um die Größe des Residuums (2.82) im gesamten Gebiet besser in den Griff zu bekommen, kann man auch die Anzahl m der Kollokationspunkte höher wählen als die Anzahl $g+1$ der zu bestimmenden Koeffizienten a_k der Näherungsfunktion (2.85), d.h. $m > g+1$. Dadurch entsteht zur Berechnung der Koeffizienten $a_k, k = 0, \dots, g$, ein überbestimmtes Gleichungssystem. Das Residuum verschwindet nun nicht mehr an den m Kollokationspunkten, und zur Berechnung fordert man ein Minimum entsprechend (2.84). Es gibt wiederum optimale Stützstellen, die hier die so genannten Gauß-Legendre-Punkte ausmachen. Die Hauptnachteile des Vorgehens sind gegenüber der Berechnung mit einem bestimmten Gleichungssystem, dass das zu lösende überbestimmte Gleichungssystem im Vergleich zum bestimmten schlechter konditioniert ist und dass mehr Gleichungen zu lösen sind.

Stückweise stetig differenzierbare Ansätze

Den globalen Ansätzen ist gemeinsam, dass die Änderung eines einzelnen Koeffizienten Einfluss auf die Lösung im gesamten betrachteten Gebiet nimmt, was sich ungünstig auf die numerische Berechnung der Gradienten und Hessematrizen und das Lösen des Optimierungsproblems auswirkt. Ferner neigen Polynome höheren Grades zu unerwünschtem Oszillieren. Daher setzt man in der Praxis die zu approximierende Funktion über dem Intervall $[t_0, t_f]$ stückweise aus Polynomen mit kleinem Polynomgrad g zusammen und bildet eine Splinefunktion $s(t)$. Dafür ist wiederum eine strikte Unterteilung des Intervalls $[t_0, t_f]$ in eine Folge nicht notwendig äquidistanter Teilintervalle $I_i = [t_i, t_{i+1}]$, $i = 1, \dots, n_t - 1$ mit

$$t_0 = t_1 < t_2 < \dots < t_i < \dots < t_{n_t} = t_f, \quad t_i \in [t_0, t_f], \quad i = 1, \dots, n_t, \quad (2.86)$$

nötig. Die Diskretisierung stimmt dabei nicht notwendigerweise mit der Wahl der Kollokationspunkte überein. Innerhalb eines Teilintervalls I_i wird die Lösung durch Poly-

nomfunktionen

$$p_i(t) = \begin{cases} \sum_{k=0}^g a_{k,i} \varphi_k & \text{für } t \in [t_i, t_{i+1}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.87)$$

approximiert, die jeweils nur auf dem Teilintervall I_i definiert und ansonsten 0 sind. Die einzelnen Stützstellen (2.86) werden im Zusammenhang mit Splines auch Knoten genannt. Die polynomialen Stücke sind vom Grad g . Bei einer äquidistanten Verteilung der Knoten ergibt sich ein uniformer Spline, ansonsten ein nicht-uniformer. An den Knoten werden Glattheitsbedingungen

$$\begin{aligned} p_{i-1}(t_i) &= p_i(t_i) \\ \dot{p}_{i-1}(t_i) &= \dot{p}_i(t_i) \\ \ddot{p}_{i-1}(t_i) &= \ddot{p}_i(t_i) \\ &\dots \\ p_{i-1}^{(o)}(t_i) &= p_i^{(o)}(t_i) \end{aligned}$$

erfüllt, d.h. die Funktionswerte benachbarter Polynomstücke stimmen an der Stelle t_i überein sowie die Werte der Ableitungen bis zur Ordnung o . Hiervon ist die Stetigkeit und Differenzierbarkeit der gesamten Kurve abhängig. Eine Kurve wird als C^o kontinuierlich bezeichnet, wenn sie in jedem Punkt o -mal stetig differenzierbar ist. Hierfür müssen die links- und rechtsseitigen Ableitungen an den Stützstellen bis zur o -ten Ableitung übereinstimmen und die Polynome p_i mindestens vom Grad o sein, d.h. $g \geq o$. An den Rändern von $[t_0, t_f]$ sind die Bedingungen durch die Randbedingungen des optimalen Steuerprozesses bekannt. Mit dem Knotenvektor, den Glattheitsbedingungen und dem Polynomgrad g kann man die Splinekurven als Summe $s(t) = \sum_{i=1}^{n_t-1} p_i(t)$ der einzelnen Polynomfunktionen (2.87) bestimmen.

Man unterscheidet Splines mit globalem und lokalem Träger, wobei diese Eigenschaft neben der Polynombasis auch durch die Glattheitsbedingungen bedingt ist. Von besonderem Interesse für numerische Verfahren sind Splines mit lokalem Träger und einer unabhängigen Möglichkeit zur Beeinflussung der einzelnen Glattheitsbedingungen, da sich die Änderung eines einzelnen Splineparameters dann nur begrenzt auf den gesamten Verlauf von $s(t)$ in $[t_0, t_f]$ auswirkt und das Verfahren in der Regel besser konvergiert. Außerdem erhält man durch geschickte Wahl des Trägers eine recheneffiziente Blockdiagonalform verschiedener im Verfahren vorkommender Matrizen.

Lokale Ansatzfunktionen

Einen lokalen Träger zur Bildung der Basisstücke $p_i(t)$ liefern Hermite-Polynome. Die gängigste Form sind kubische Hermite-Splines, z.B. in Form Kardinaler Splines, Catmull-Rom Splines und Kochanek-Bartels Splines, mit deren Namensgebung die unterschiedliche Bestimmung der Glattheitsbedingungen einhergeht.

In der Grundform sind die kubischen Hermite Polynome $\varphi_k = H_k^g, k = 0, \dots, g$ auf dem Standardintervall $t \in [0, 1]$ durch die Basisfunktionen

$$\begin{aligned} H_0^3(t) &= 1 - 3t^2 + 2t^3, \\ H_1^3(t) &= t - 2t^2 + t^3, \\ H_2^3(t) &= -t^2 + t^3, \\ H_3^3(t) &= 3t^2 - 2t^3, \end{aligned} \quad (2.88)$$

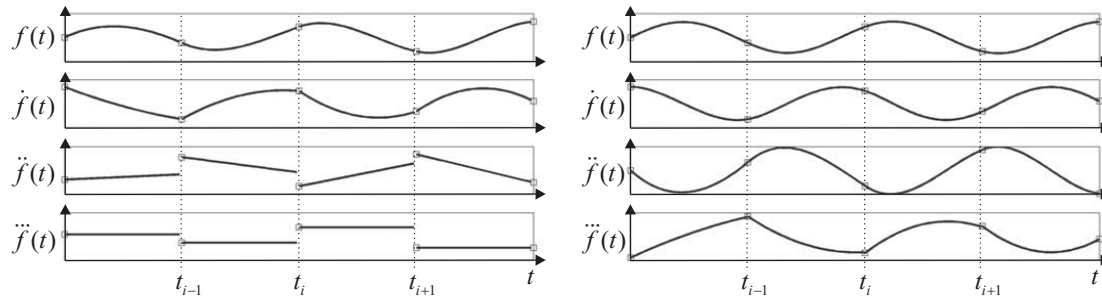


Abbildung 2.5: Kubische (links) und quintische (rechts) Hermite-Splineapproximation einer Sinuskurve $f(t) = \sin(t)$ und deren Ableitungen bis zur 3. Ordnung unter Vorgabe äquidistanter Stützstellen t_i .

definiert. Für ein beliebiges Intervall $[t_i, t_{i+1}]$ bildet man daraus mit der Zeittransformation

$$\bar{t} = \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} \quad (2.89)$$

die Polynome

$$\begin{aligned} p_i(t) &= H_0^3(\bar{t})p_i(t_i) + H_1^3(\bar{t})p_i'(t_i) \\ &+ H_2^3(\bar{t})p_{i+1}'(t_{i+1}) + H_3^3(\bar{t})p_{i+1}(t_{i+1}), \quad t \in [t_i, t_{i+1}], \end{aligned} \quad (2.90)$$

wobei die Koeffizienten die Werte $p_i(t_i)$ und $p_{i+1}(t_{i+1})$ der Funktionen und deren erste Ableitungen $\dot{p}_i(t_i)$ und $\dot{p}_{i+1}(t_{i+1})$ an den linken und rechten Knotenpunkten eines Intervalls bilden. Durch die Vorgabe der $2n$ Parameter $p_i(t_i)$ und $\dot{p}_i(t_i)$, $i = 1, \dots, n$, über dem gesamten Intervall erhält man den Spline

$$s(t) = \mathbf{s}_\Delta^3(t)\mathbf{p}, \quad (2.91)$$

wobei die Parameter in einem Vektor \mathbf{p} zusammen gefasst werden. Die Matrix $\mathbf{s}_\Delta^3(t)$ enthält die Basisfunktionen (2.88) über der Diskretisierung (2.86). Der Spline (2.91) ist C^1 stetig. Ableitungen

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= \dot{\mathbf{s}}_\Delta^3(t)\mathbf{p}, \\ \ddot{s}(t) &= \ddot{\mathbf{s}}_\Delta^3(t)\mathbf{p} \end{aligned} \quad (2.92)$$

des Splines werden durch Differentiation der einzelnen in $\mathbf{s}_\Delta^3(t)$ enthaltenen Basisfunktionen nach der Zeit erhalten und mit einem Punkt symbolisiert.

Abbildung 2.5 zeigt exemplarisch die Approximation einer Sinusschwingung mit $f(t) = \sin(t)$ durch einen kubischen Hermite-Spline mit $\Delta t = 3.6\text{s}$. Man erkennt die Stetigkeit der ersten Ableitung an den Stützstellen. Bei höherer Ableitung über die Kontinuität des Splines hinaus werden die Kurven unstetig. Die dritte Ableitung besteht nur noch aus Geraden und verschwindet bei weiterer Ableitung.

Quintische Splines kann man aus den quintischen Hermite Polynomen

$$\begin{aligned}
H_0^5(t) &= 1 - 10t^3 + 15t^4 - 6t^5, \\
H_1^5(t) &= t - 6t^3 + 8t^4 - 3t^5, \\
H_2^5(t) &= \frac{1}{2}t^2 - \frac{3}{2}t^3 + \frac{3}{2}t^4 - \frac{1}{2}t^5, \\
H_3^5(t) &= \frac{1}{2}t^3 - t^4 + \frac{1}{2}t^5, \\
H_4^5(t) &= -4t^3 + 7t^4 - 3t^5, \\
H_5^5(t) &= 10t^3 - 15t^4 + 6t^5
\end{aligned} \tag{2.93}$$

und den stückweise definierten Polynomen

$$\begin{aligned}
p_i(t) &= H_0^5(\bar{t})p_i(t_i) + H_1^5(\bar{t})\dot{p}_i(t_i) \\
&+ H_2^5(\bar{t})\ddot{p}_i(t_i) + H_3^5(\bar{t})\ddot{p}_{i+1}(t_{i+1}) \\
&+ H_4^5(\bar{t})\dot{p}_{i+1}(t_{i+1}) + H_5^5(\bar{t})p_{i+1}(t_{i+1}), \quad t \in [t_i, t_{i+1}),
\end{aligned} \tag{2.94}$$

bilden, die nun neben den Funktionswerten und den ersten Ableitungen auch die zweiten Ableitungen $\ddot{p}_i(t_i)$ und $\ddot{p}_{i+1}(t_{i+1})$ an den linksseitigen und rechtsseitigen Knoten als Parameter enthalten. Daraus ergibt sich der C^2 -kontinuierliche Spline

$$s(t) = \mathbf{s}_\Delta^5(t)\mathbf{p}. \tag{2.95}$$

Im Bezug auf Bewegungstrajektorien, die die Lagen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen beschreiben, scheinen quintische Splines zunächst ideal, da sie C^2 -kontinuierlich sind und sich sogar die Glattheitsbedingungen der zweiten Ableitung lokal anpassen lassen. Die höhere Anzahl an Parametern ist aber verbunden mit höherem Rechenaufwand und die höhere Ordnung mit etwaigem Oszillieren.

Abbildung 2.5 zeigt die Approximation einer Sinusfunktion auch mit quintischen Hermite-Splines. Die zweite Ableitung ist dabei noch kontinuierlich, und im Vergleich zu kubischen Splines approximiert sie die Funktion besser. Im gewählten Beispiel ist sogar die dritte Ableitung noch stetig.

Rückführung auf das Standardproblem der Optimierung

Durch die vollständige Diskretisierung der zeitabhängigen Funktionen des optimalen Steuerungsprozesses (2.72) liegen das Zielfunktional, das System und die Nebenbedingungen in Abhängigkeit von den Parametern \mathbf{p} der Approximationen $\mathbf{z}(t) = \mathbf{S}_z(t)$ und $\mathbf{u}(t) = \mathbf{S}_u(t)$ vor, und der Prozess kann als nichtlineares Optimierungsproblem (2.53) formuliert und gelöst werden. Die unbekannt Parameter \mathbf{p} eines Hermite-Splines bestimmt man durch die Auswertung der Kollokationsbedingungen (2.80) an den Kollokationspunkten $\tau_j, j = 1, \dots, m$, die als Gleichungsnebenbedingungen in die Optimierung eingehen. Schlecht gewählte Punkte können Konvergenzprobleme verursachen und zu stark schwingenden Lösungen führen. In den meisten Verfahren werden die Kollokationspunkte in jedem Teilintervall mit gleicher relativer Lage und in ihrer Anzahl so gewählt, dass das aus den Kollokationsbedingungen und den Randbedingungen entstehende Gleichungssystem eine eindeutige Lösung besitzt. Für eine stetig stückweise polynomiale Splinefunktion mit Polynomstücken r -ter Ordnung werden

hierfür $r - 1$ Kollokationspunkte pro Teilintervall I_i benötigt, für stetig differenzierbare genügen $r - 2$ Punkte [73]. Die Wahl von Gauß-Punkten als Kollokationspunkte ergibt eine höhere Konvergenzordnung als die Wahl anderer Punkte [23]. Im Allgemeinen wird eine schwingungsreduzierende Wirkung durch eine höhere Punktedichte an den Intervallrändern erzielt.

Einen Überblick über Verfahren zur Trajektorienoptimierung gibt Betts [17]. Die von Glocker [73] und von Stryk [198] beschriebenen direkten Kollokationsverfahren auf Basis von kubischen Splines zielen auf den Erhalt einer besonders günstigen Matrizenstruktur mit wenigen Auswertungen durch die Wahl von Lobatto-Punkten innerhalb eines Teilintervalls. In [198] wird ferner eine automatische Wahl der Gitterpunkte beschrieben, die unter etwas höherem Rechenaufwand eine bessere Lösungsgüte erzeugt und sich etwaigen Schaltstrukturen anpasst.

Einen guten Überblick über die Approximation mit Polynomsplines findet man in [12], [46] und [195] und eine Auswertung an Gauß-Punkten in [21].

Kapitel 3

Analyse menschlicher Bewegungen

Die Bewegungsanalyse beinhaltet eine quantitative Informationserfassung über beobachtete Bewegungen und deren Auswertung nach kinematischen und dynamischen Gesichtspunkten [31]. Durch die Analyse wird eine beobachtete Bewegung objektiviert und eine Einschätzung sowie der Vergleich mit anderen Bewegungen möglich. Zur Erfassung eines Bewegungsablaufes werden Messverfahren eingesetzt, um kinematische und dynamische Größen der Bewegung aufzuzeichnen. Nicht jede gewünschte Größe ist messbar bzw. ist nur fehlerbehaftet messbar oder in der Praxis unter hohem Aufwand erfassbar. In diesem Fall werden physikalische Modelle des beobachteten Systems zugrundegelegt, um nicht oder nur aufwändig messbare Größen zu berechnen und Messfehler zu filtern. Die mitunter am häufigsten eingesetzten Methoden in der biomechanischen Analyse sind Markermessungen in Kombination mit inverser Dynamik auf Starrkörperbasis. Aus gemessenen Positions- und Kraftverläufen werden unter Annahme eines physikalischen und anthropometrischen Modells die zu analysierenden kinematischen und dynamischen Größen rekonstruiert.

Zur Rekonstruktion aus Markerdaten findet man in der Biomechanik gleich mehrere Ansätze, welche im Folgenden beschrieben werden. Diese Arbeit bezieht sich anschließend auf die Weiterentwicklung der aktuellsten Rekonstruktionsverfahren. Dabei werden insbesondere die Übertragung der Markerdaten auf Mehrkörpermodelle, eine automatisierte Modellskalierung, die Übertragung auf unterbestimmte Systeme und die Nutzung redundanter Information aus kinematischen und dynamischen Messungen zur Modellverbesserung und Filterung betrachtet.

3.1 Stand der Wissenschaft

3.1.1 Bewegungserfassung

Zur Erfassung der kinematischen Größen, z.B. Punktlagen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen, werden heutzutage computer- und softwaregestützte Motion Capture-Techniken angewandt, um den zeitlichen Verlauf messbarer Größen zu dokumentieren [136]. Markerbasierte optische Verfahren zeichnen die Lagen einzelner Marker mit mehreren Kameras auf, berechnen mittels Stereophotogrammetrie die dreidimensionalen Lagen und geben die Koordinaten bezüglich eines festgelegten Laborkoordinatensystems an äquidistanten Stützstellen über die Zeit aus. Vor der Messung werden die Marker an geeigneten Körperpositionen angebracht. Die systematische Verteilung so-

wie die Anzahl der verwendeten Marker werden als Markerset bezeichnet. Messungen können durch die Verwendung eines vor der Messung festgelegten Markersets über mehrere Subjekte vereinheitlicht werden. Die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Marker werden aus den Lagen interpoliert. In der Literatur findet man hierfür sowohl die Anwendung finiter Differenzen als auch aufwändigere Interpolationsverfahren mittels Splines [229] und Filterverfahren [4]. Zu den nichtoptischen Bewegungsmessverfahren zählen Systeme mit Inertialmesstechnik, wobei die Beschleunigung bzw. die Winkelbeschleunigung der einzelnen Segmente gemessen wird [129, 132]. Die Geschwindigkeit, Lage und Orientierung eines Segmentes erhält man entsprechend durch Integration [125]. Beide Verfahren sind Stand der Technik und haben sowohl in der Handhabung und in der Interpolation der nicht messbaren Größen Vor- und Nachteile. Bei den markerbasierten Verfahren ist die Interpolation höherer Ableitungen problematisch und erfordert die Anwendung zusätzlicher Glättungs- oder Filterverfahren, z.B. Butterworthfilter, Kalmanfilter oder Splineinterpolation. Darüber hinaus sind Messungen insbesondere bei den im Infrarotspektrum arbeitenden Markersystemen im Freien aufgrund von Reflexionen bei Tageslicht problematisch. Bei den Messverfahren mit Inertialsensoren muss die durch Integration entstehende zeitliche Drift sowie der Einfluss der Wandlerrotation im Schwerfeld berücksichtigt [20] und geeignete Filterverfahren eingesetzt werden [161]. Ein weiteres Verfahren, welches aktuell Gegenstand der Forschung ist, arbeitet markerlos mit Videoaufnahmen und berechnet die Segmentbewegungen allein aus den vorhandenen digitalen Bildern mittels Verschiebungsschätzung und Filtern und gilt als weitaus ungenauer [141] als die beiden zuvor beschriebenen.

Kräfte und Momente können mit unterschiedlichen Sensoren gemessen werden [14]. Am häufigsten werden piezoelektrische Verfahren und Dehnmessstreifen eingesetzt, welche z.B. in stationären Kraftmessplatten zur Erfassung von drei translatorischen Kraftkomponenten und drei Momentenkomponenten bezüglich eines Referenzsystems Verwendung finden. Einfachere Systeme sind z.B. Einlegesohlen, welche nur die Vertikalkräfte und die Druckverteilung messen [157] und die Kräfte und Momente in den anderen Raumrichtungen schätzen [19, 67]. Die Messsoftware ist meist in der Lage, das Analogsignal des Sensors in Kraftdaten zu wandeln und es zeitsynchron mit der kinematischen Messung aufzunehmen [2]. Kraftmessdaten lassen Schlüsse auf Belastungen und Verletzungswahrscheinlichkeiten zu [75] und können als äußere Kräfte im physikalischen Modell angenommen werden.

Aus einer Vielzahl an Messverfahren werden die zwei in der Biomechanik bekanntesten Verfahren angewandt: die Bewegungserfassung mittels Stereophotogrammetrie (Motion Capture), basierend auf einem optoelektronischen Verfahren mit passiven Infrarotmarkern, und die Kraftmessung mit Hilfe von sechsdimensionalen Kraftmessplatten auf Basis von piezoelektrischen Kraftsensoren. Für die Bewegungsmessungen stand ein IR-Trackingsystem der Firma Vicon mit zehn MX13-Kameras zur Verfügung [215]. Die mit retroreflektierendem Material beschichteten Marker werden mit Infrarotstroboskopen beleuchtet und von den um das Capturevolumen positionierten Digitalkameras aufgezeichnet. Durch die hohe Anzahl an Kameras ist die Wahrscheinlichkeit von Markerverdeckungen durch die Bewegungen eher gering. Kraftmessungen wurden mit AMTI Kraftmessplatten durchgeführt [2]. Die Messdaten beider Systeme wurden zeitsynchron bezüglich eines vor der Messung definierten Laborkoordinatensystems aufgenommen und standen zur Weiterverarbeitung an zeitlich äquidistanten Stützstellen zur Verfügung. Beide Systeme müssen vor einer Messung entsprechend kalibriert werden.

3.1.2 Modellierungs- und Rekonstruktionsverfahren

Unter dem Begriff Modellierungsverfahren wird hier die Art und Weise verstanden, den menschlichen Körper im Modell abzubilden. Wie eingangs bereits erwähnt, wird zur Modellierung ein Starrkörperansatz eingesetzt, der bei Ganzkörpermodellierungen Stand der Technik ist [194]. Methoden aus der Kontinuumsmechanik werden nicht berücksichtigt. Bei der Erstellung des Modells muss der menschliche Körper segmentiert und geeignete Modellparameter gewählt werden. Die Starrkörperansätze unterscheiden sich in der Biomechanik vor allem in der Annahme von Gelenkbindungen: der Newton-Euler-Ansatz definiert Gelenke zum Austausch dreier Kräfte und Momente zwischen benachbarten Körpern, lässt aber eine vollständige Translation und Rotation im Gelenk zu. Der Mehrkörperansatz geht von explizit vorgegebenen Gelenkbindungen aus, d.h. nur die durch die Gelenkdefinition möglichen Bewegungen sind zulässig. Die Wahl des Modellierungsansatzes steht in Verbindung mit der Wahl des Rekonstruktionsverfahrens und hat wiederum Auswirkungen auf die Art der Rekonstruktionsfehler.

Unter dem Begriff Rekonstruktionsverfahren wird die Art und Weise verstanden, aus vorhandenen Markerdaten die (dreidimensionale) Starrkörperbewegung zu rekonstruieren. In der Literatur werden diesbezüglich verschiedene Ansätze vorgeschlagen. Bei einfachen geometrischen Ansätzen werden die Marker so platziert, dass deren Verbindungsgerade die Segmentlänge ergibt. Aus dem Skalarprodukt benachbarter Geraden erhält man anschließend die Gelenkwinkel bzw. Gelenkkoordinaten. Sind darüber hinaus auch die Richtungen der Gelenkachsen relevant, so werden weitere Marker hinzugenommen und Segmentebenen gebildet. Aus den Schnittgeraden benachbarter Ebenen können die Gelenkachsen berechnet werden [126]. Das Berechnungsverfahren kann mit weiteren geometrischen Informationen über den Probanden, z.B. Oberschenkelumfang und Gelenkbreite, verfeinert werden [45, 95]. Zur weiteren Berechnung der dynamischen Größen wird der Newton-Euler-Ansatz eingesetzt. Für eine dreidimensionale Rekonstruktion müssen Körperreferenzsysteme eingeführt und die Lagen und Orientierungen aus den vorhandenen Informationen bestimmt werden. Geschwindigkeiten und Beschleunigungen werden aus den Lagen interpoliert. Durch Einsetzen der berechneten Lagen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in die dynamischen Gleichungen ist die Kräfte- und Momentenbilanz der einzelnen Körper dann bestimmt.

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der Lage und Rotation eines Segmentes ist die Nutzung von mindestens drei nicht kollinear zueinander stehenden Markern pro Segment. Die Positionsinformation der drei Marker besteht dann aus neun Koordinaten. Da ein Segment nur sechs unabhängige Koordinaten besitzt, ist die Information überbestimmt. Ein körperfestes Referenzsystem wird zusammen mit den dazu relativen Lagen der Markerpunkte eingeführt [30]. Dann kann geometrisch die Lage und Orientierung des lokalen Referenzsystems in drei Dimensionen bezüglich des Laborkoordinatensystems ermittelt werden.

Die überbestimmte Information eignet sich allerdings auch zur optimierungsbasierten Berechnung der Lage und Orientierung [8, 27]. Hierzu werden Modellmarker als Pendant zu den Messmarkern eingeführt, indem ihre Modellkoordinaten bezüglich des definierten, körperfesten Koordinatensystems angegeben werden. Durch die Lösung eines nichtlinearen Ausgleichsproblems, z.B. durch Minimierung des Abstandes zwischen Modellmarker zum gemessenen Pendant, kann die Lage und Orientierung des Segmentes wiederum ermittelt werden [34]. Diese Art optimaler Bewegungsrekonstruk-

tion stellt den derzeitigen Wissensstand dar, wobei man den optimierungsbasierten Ansatz wiederum in zwei Verfahren unterteilen und einem der beschriebenen Modellansätze zuordnen kann. Im ersten Verfahren wird jedes Segment für sich betrachtet, und Bindungen zu anderen Körpern werden nicht vorgegeben [28, 36, 213]. Hierfür sind mindestens drei Marker pro Segment erforderlich. Mit dem Newton-Euler-Verfahren, zusammen mit den Daten aus der Kraftmessung, wird die Dynamik des Systems berechnet. Demgegenüber steht der Starrkörperansatz mit vordefinierten Gelenkbindungen [123, 194, 217, 238], wodurch ein nichtlineares Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen entsteht. In der Literatur ist das Verfahren auch als *globale Optimierung* bekannt. Mit modellbasierten Filtertechniken lässt sich der Ansatz weiter verfeinern [4, 32, 94]. Im Anschluss an die kinematische Rekonstruktion wird die inverse Dynamik zusammen mit den Kraftdaten berechnet.

Das erste Verfahren ist weiter verbreitet, da unter anderem der Newton-Euler-Ansatz einfacher anzuwenden ist. Der Minimalkoordinatenansatz in Verbindung mit der Rekonstruktion ist in der Biomechanik eine jüngere Technik, von der vor allem die Kompensation vieler bekannter Verfahrensfehler erwartet wird.

3.1.3 Mess- und Modellfehler

Durch Modellannahmen, Berechnungsverfahren, Messgeräte sowie in der Durchführung der Messungen treten in der Regel Fehler gegenüber der Realität auf. Insbesondere werden die Fehler hier durch Hautverschiebungsartefakte, Missplatzierung von Markern, zeitweise Markerverdeckung bei der Messung, instrumentelle Fehler sowie fehlerbehaftete Modellannahmen und Starrkörperparameter hervorgerufen.

Rekonstruktionsfehler

Bei der Aufnahme entsteht Messrauschen, vorwiegend durch elektrische Schaltkreise und die stereophotogrammetrische Berechnung der dreidimensionalen Position der Marker. Die aufgezeichneten Marker- und Kraftverläufe sind daher nicht glatt. Zur Berechnung höherer Ableitungen der Positionstrajektorien ist es daher notwendig, die Messdaten zu filtern. Menschliche Bewegungen sind in der Regel niederfrequent und die Markermessungen mit weißem Rauschen behaftet. In der Biomechanikliteratur finden sich dafür zahlreiche ausgereifte Filterverfahren sowie Verfahren zur Schätzung höherer Ableitungen [26, 41, 63, 230]. Häufig eingesetzte Glättungsverfahren sind der Butterworthfilter [231] und die Splineapproximation mit kubischen und quintischen Splines [229].

Aus der Starrkörperannahme ergeben sich gleich mehrere Fehlerquellen. Die einzelnen Knochen können als starr angenommen und mit einem körperfesten Koordinatensystem verbunden werden. Das darüberliegende Muskel- und Hautgewebe ist allerdings relativ weich, und an der Hautoberfläche angebrachte Marker können sich relativ zum starren Knochen bewegen, wodurch sogenannte Verschiebungsartefakte (engl. *soft tissue artifacts*) entstehen [13, 25, 188]. Es wurde gezeigt, dass der Fehler durch Verschiebungsartefakte deutlich größer ist als der instrumentelle Fehler [38, 118]. Darüber hinaus ist er mit einer Frequenz ähnlich der aktuellen Knochenbewegung aufgrund von inertialen Effekten behaftet, womit sich jegliche klassische Filtertechnik verbietet [24]. Muskelkontraktionen und ein individueller Körperbau verursachen Hautverschiebungen

abhängig von der aufgezeichneten Bewegung und sind zwischen den einzelnen Subjekten nicht reproduzierbar. Die Verwendung von sogenannten Bone Pins [163], d.h. starr mit dem Knochen verbundenen Markern, reduziert den Fehler nur bei speziellen Bewegungen und ist ethisch nicht immer vertretbar. Durch Anbringen zusätzlicher Fixiergeräte können Verschiebungsartefakte reduziert werden [7, 128], jedoch sind diese nicht für allgemeine Bewegungen geeignet und bedeuten zusätzlichen Aufwand bei der Vorbereitung der Aufnahmen. Röntgenbasierte photogrammetrische Techniken erlauben eine exakte Bestimmung der Knochenlagen und werden in der Literatur zur Überprüfung anderer Verfahren eingesetzt [130].

Eine Kompensation der Verschiebungsartefakte ist mit den zuvor erwähnten geometrischen Verfahren zur Rekonstruktion der Lage und Orientierung des körperfesten Koordinatensystems nicht zu bewältigen. Ungewichtete least-squares Optimierungsverfahren eignen sich aufgrund des nicht auf weißem Rauschen begründeten Fehlers besser, da sie mit überbestimmter Information durch Verwendung mehrerer Marker die Hautdeformationen kompensieren. Hierzu wurden weitere Techniken entwickelt, um z.B. mit Markerclustern den Verschiebungsfehler zu schätzen [36, 174] und die relative Lage der Marker abhängig von der analysierten Bewegung entsprechend zu verbessern [25, 30] und Deformationsmodelle der Haut einzusetzen. Eine Kombination von Optimierung und Filtertechnik wurde von La Palombara et. al. vorgestellt [113]. Bei den bisher genannten Techniken werden die einzelnen Segmente separat behandelt, d.h. ohne Annahme von Gelenkbindungen. Mit der Einführung von Bindungen wurden mit Hilfe von globaler Optimierung weitere Verbesserungen gegen Artefaktfehler erzielt [118, 123]. Weiterhin wurde gezeigt, dass die Einführung einer Gewichtung der einzelnen Marker eine effektivere Artefaktminimierung erlaubt. Mit nichtlinearen Filtertechniken, im Wesentlichen mit dem extended und dem unscented Kalmanfilter, wurden ebenfalls Verbesserungen erzielt [4, 33]. Eine Bestimmung der Gelenkparameter bei der Annahme einfacher Dreh- und Kugelgelenke ist mit den globalen Verfahren ebenfalls möglich [69, 194]. Bislang wird die globale Optimierung für die diskreten Positionsinformationen an den einzelnen Zeitschritten eingesetzt. Die Ergebnisse werden im Anschluss über die Zeit geglättet. Eine Erweiterung der Methode auf Geschwindigkeits- und Beschleunigungsebene unter Zuhilfenahme eines Modells mit impliziten Bindungen wurde in Ansätzen erstmals von Anderson [5] vorgeschlagen, aber noch nicht ausreichend untersucht.

Die zeitweise Verdeckung der Marker bei videobasierten Motion Capture Verfahren, welche durch Hindernisse zwischen Kamera und Marker vorkommen kann, ist für geometrische Rekonstruktionsverfahren problematisch. Optimierungsverfahren kommen auch mit zeitweise fehlender Information zurecht, solange das Optimierungsproblem nicht unterbestimmt ist. Die globale Optimierung kommt generell mit weniger Markern aus, jedoch muss sowohl bei der Modellierung als auch bei der Erstellung des Marker-sets darauf geachtet werden, dass alle Segmentlagen in der Optimierung bestimmbar bleiben. Die Lage und Orientierung der meisten Segmente eines Modells kann durchaus bestimmt sein, während durch mangelnde Markerinformation oder durch eine unzureichende Anzahl an Gelenkbindungen andere Segmente unterbestimmt bleiben.

Bei der Aufnahmeprobereitung kann es zu leicht versetzter oder falscher Platzierung der Marker auf den anatomischen Landmarken kommen. Die Identifikation geeigneter subkutaner anatomischer Körperpunkte hängt von der Tasterfahrung des Versuchsleiters, variabler Gewebedicken und der Form der teils flächenartig und unregelmäßig

verlaufenden Landmarken ab [50] und stellt zusammen mit der Rekonstruktion der relativen Lagen der Landmarken im körperfesten Referenzsystem das Hauptproblem in der Bewegungsanalyse dar [29, 31]. Neben den tastbaren knöchernen Erhebungen werden ferner auch tieferliegende Landmarken verwendet, beispielsweise der Trochanter Major des Oberschenkelknochens. Die Unsicherheit bei der Identifikation der anatomischen Landmarken kann neben gewissenhafterem Tasten mit Verteilungsmodellen der einzelnen Körperpunkte erreicht werden [49].

Durch Vorgabe der Modelltopologie mit Bindungen sind die Lösungen aus der optimierungsbasierten inversen Kinematik auf die angenommenen Gelenkzusammenhänge und die daraus resultierenden Freiheitsgrade [123] beschränkt. Eine vom Subjekt abweichende Modellannahme der Richtung einer Gelenkachse führt daher zu Fehlern. Mit Optimierungsverfahren wird die Lösung im Sinne eines nichtlinearen Ausgleichsproblems bestimmt. Die Residuen werden dabei minimal, jedoch in der Regel nicht zu null und es bleibt ein gewisser Fehler bestehen, der zum Teil bei der globalen Optimierung gewollt ist, um Verschiebungsartefakte zu kompensieren.

Inverse Dynamik: Topologie und Modellparameter

Nach der Rekonstruktion besteht die Möglichkeit, mit Hilfe der Bewegungsgleichungen und den kinematischen Daten invers die Antriebs- und Zwangskräfte zu berechnen und ferner auch die Bodenreaktionskräfte, d.h. die äußeren Kräfte [19], falls keine Daten aus einer Kraftmessung vorliegen. Das ist allerdings nur für einen Kraftangriffspunkt exakt möglich, da die Bewegungsgleichungen bei mehreren Reaktionspunkten mit der Umgebung unterbestimmt sind. Diese Methode findet vor allem bei zweidimensionalen Modellen Anwendung. Mit gemessenen äußeren Kräften ist ein Vergleich mit den berechneten Kräften möglich, wobei die Differenz ein Maß für den Modell- und Rekonstruktionsfehler darstellt [160].

Der Rekonstruktionsfehler geht zurück auf die bereits zuvor genannten Fehlerquellen, insbesondere die Verschiebungsartefakte. Neben der grundsätzlichen Annahme der Starrkörpermodelle geht der Modellierungsfehler vor allem auf die Wahl der Starrkörperparameter und der Gelenkbindungen zurück. Die Starrkörperparameter setzen sich aus der Masse eines Starrkörpers, den drei Koordinaten der Lage des Schwerpunktes bezüglich seines körperfesten Referenzsystems und den sechs unabhängigen Koordinaten des Trägheitstensors zusammen. Gewöhnlich werden die Parameter durch Regression von lebenden oder toten Subjekten abgeleitet [239]. Durch Angabe von Körpergewicht und Körpergröße eines Subjektes lassen sich aus Regressionsgleichungen, welche den Durchschnitt der vermessenen Probandengruppe widerspiegeln, die Massen und die Trägheitstensoren interpolieren [134, 235, 239]. Die Abgrenzung der Segmente ist wiederum eine Modellannahme, d.h. das die Gelenke umgebende Gewebe wird per Definition prozentual dem vorangehenden oder folgenden Starrkörper zugeschlagen. Ferner muss zur Berechnung der Schwerpunktlagen und des Trägheitstensors ein Referenzsystem angenommen werden. Die Fehler kommen hierbei durch ungenaue Annahmen zustande [35, 104]. Daten aus bekannteren und größer angelegten Studien konnten immer wieder verbessert werden [47, 56]. Studien anhand von Bevölkerungsdurchschnitten veralten allerdings, da die Bevölkerung der Akzeleration unterliegt, d.h. die Körpergröße der Menschen nimmt aktuell von Generation zu Generation zu. Die sehr genaue Identifikation von Parametern ist mit bildgebenden Verfahren aus der Me-

dizin, z.B. Computer- und Magnetresonanztomographie, und entsprechender Bildbearbeitungssoftware mit einer Genauigkeit von $< 5\%$ möglich [70, 239], wird aber aufgrund von Aufwand und Strahlenbelastung nur befundspezifisch durchgeführt. Bei größeren Bewegungsstudien wurden die Parameter auch basierend auf einfachen geometrischen Annahmen berechnet [80, 81]. Bereits in den 60er Jahren wurden von der NASA umfangreiche Studien durchgeführt und die Parameter dokumentiert [219, 218]. In der Bekleidungs- und Fahrzeugindustrie wurden ebenfalls umfangreiche Studien unternommen, um spezifische Körpermaß-Datenbanken zu erstellen. Ein Beispiel hierfür ist das Projekt SizeGermany [185], worin Reihemessungen an Frauen, Männern und Kindern durchgeführt wurden, um die durch Akzeleration veralteten Körpermaßstatistiken zu aktualisieren.

Die Gelenkkinematik, d.h. die Lage und Orientierung der Gelenkachsen und die Anzahl der Freiheitsgrade, wird ebenfalls aus Durchschnittsbewegungen ermittelt [53], mit klinischen Methoden geschätzt [117] oder z.B. in Anlehnung an humanoide Roboter gemäß der Lage und Anzahl der Aktoren stark vereinfacht modelliert [11]. Im Allgemeinen ist es nicht leicht, die Gelenkparameter zu bestimmen, da z.B. echte menschliche Gelenke keine mathematischen Gelenke sind und intraindividuell sehr unterschiedlich sein können. Die Bestimmung der Parameter eines einzelnen Subjektes kann wiederum sehr zeitaufwändig sein, falls eine hohe Genauigkeit erreicht werden soll. Ein Beispiel unterschiedlicher Modellannahmen findet man für das Kniegelenk, welches in der Robotik meist als einfaches Drehgelenk modelliert wird. In der Biomechanik werden neben dem Hauptfreiheitsgrad, welcher hier sowohl aus einer Translation und Rotation besteht, oft zusätzlich die Varus-Valgus-Stellung sowie die Verdrehung der Tibia gegenüber dem Femur mit berücksichtigt [154]. In der Realität finden zusätzlich sehr geringe translatorische Bewegungen in lateralen und proximalen Richtungen statt, welche u.a. durch Gelenkspiel sowie der Deformation der Gelenkknorpel hervorgerufen werden [114]. Methoden zur Bestimmung des Kniegelenktyps und der Achslagen aus experimentellen, markerbasierten Daten finden sich bei Chèze et al. [37] und Stelzner [194]. Ein Beispiel für die Entwicklung eines Modells des menschlichen Sprunggelenks wird von Leardini et al. [119] vorgestellt. Eine falsche Annahme des Gelenkzusammenhangs führt zu Fehlern bei der Rekonstruktion und der inversen Dynamik. Gleiche Annahmen für verschiedene Subjekte einer Studie können die Untersuchungen aber vergleichbar machen.

Inverse Dynamik: Überbestimmtheit

Sind die inneren Kräfte und Momente von Interesse, so werden in der Praxis die Umgebungsreaktionen, insbesondere die Bodenreaktionen, oft zeitsynchron mitgemessen und den Systemgleichungen als äußere Kräfte hinzugefügt. Damit entfällt die Berechnung der Bodenreaktionen. Das Gleichungssystem, das durch die Auflösung der Newton-Euler-Bewegungsgleichungen nach den Gelenkreaktionen entsteht, ist damit überbestimmt. In der Praxis werden sogenannte Kräfte-Residuen an einem beliebigen Körper angenommen, d.h. zusätzlich drei Kräfte und drei Momente, um das Gleichungssystem zu erfüllen. Die Residuen sind durch Fehler aus Messung, Modellierung und Rekonstruktion [112] bedingt und beeinflussen die berechneten Gelenkkräfte und -momente (biomech. auch Nettokräfte und -momente) mit einem Fehler von $6 - 232\%$ [160] bzw. $15 - 20\%$ [133] abhängig von der jeweiligen Bewegung. Die Größe der Resi-

duen ist ein Maß für die Güte der Modellannahmen und Rekonstruktion. Die fiktiv angenommenen und nicht physiologisch bedingten Residuen eignen sich zur Formulierung eines Minimierungsproblems, um sowohl die rekonstruierten kinematischen Verläufe als auch die Modellparameter zu verbessern [159] und die Güte der berechneten Gelenkreaktionen zu steigern.

Ansätze zur Optimierung der Starrkörperparameter wurden bereits von Vaughan et al. [211], Riemer et al. [159] und Delp et al. [51] vorgeschlagen und ähneln den in der Robotik bekannten Verfahren zur Bestimmung der Trägheitsparameter von unbekanntem Nutzlasten, welche aus Daten von Kraftsensoren im Endeffektor bestimmt werden [9, 10]. Ebenso sind Verfahren zur Bestimmung der Körperparameter aus Kontaktkräften mit bekannter Armkinematik entwickelt worden [107, 108]. Nach Craig [40] und Lewis [120] können die Bewegungsgleichungen in eine Gleichung mit den unbekanntem dynamischen Parametern umgeschrieben und daraus die Parameter bei vorhandenen Kraftdaten berechnet werden.

Eine Anpassung der rekonstruierten Trajektorien und deren Ableitungen findet sich bei Kuo [112] und Riemer et al. [158]. Hierbei kamen zweidimensionale Modelle zum Einsatz mit der Annahme, dass das Fußsegment starr oder durch ein Gelenk mit dem Boden verbunden ist. Von Delp et al. [51] wurde ein allgemeiner Ansatz zur Reduzierung der Residuen in dreidimensionalen biomechanischen Modellen vorgeschlagen, nachdem Ansätze zur vollständigen Eliminierung der Residuen [201, 202] ungewünscht große Abweichungen bei zeitlich längeren Bewegungen aufzeigten.

In den beschriebenen Methoden wurde der Einfluss viskoelastischer Modellelemente auf die Residuen nicht berücksichtigt. Gerade bei hochdynamischen Stoßprozessen haben Schwabbelmassen [78], die sich relativ zum Knochen bewegen, einen starken Einfluss auf die Reaktionskräfte und auf die Dynamik [236]. Unphysiologisch hohe Ausschläge der Residuen werden während der Stoßphase insbesondere bei Starrkörpermodellen beobachtet [77]. Von Pain et al. [144], Liu et al. [121] und Gruber et al. [76] wurden zweidimensionale Modelle zur Kompensation bei ausgewählten Bewegungen entwickelt und eingesetzt.

Markerplatzierung

Da die Körpersegmente im Modell als Starrkörper betrachtet werden, ist eine Platzierung der Marker auf dem menschlichen Körper nicht an jeder Stelle sinnvoll. Beispielsweise befindet sich am menschlichen Rumpf besonders viel Schwabbelmasse, die darüberliegende Haut ist weich und die Oberfläche bewegt sich sichtbar relativ zu den als Starrkörper betrachteten darunterliegenden Knochen. In der Literatur finden sich viele Möglichkeiten zur Platzierung von Markern [29, 57, 148, 212, 214]. Meistens werden anatomische Landmarken mit wenig weichem subkutanem Gewebe zwischen Knochen und Marker ausgesucht [118]. Auch sind Methoden bekannt, welche bewusst sogenannte Markercluster auf weicher Oberfläche positionieren, um die relative Verschiebung der Oberfläche mittels Schätzung zu berechnen [24]. Mit Hilfe eines bestimmten Verschiebungsmodells für die Oberfläche ist es wiederum möglich, die Rekonstruktion für Newton-Euler-basierte Verfahren zu verbessern [25]. Für alle optimierungsbasierte Ansätze ist es günstig, neben den Markern auf anatomischen Landmarken, welche meist in Gelenknähe liegen, auch Marker mittig platziert auf den Segmenten zu verwenden [123, 212]. Allerdings können die zugehörigen Modellmarker im Körperreferenzsystem

kaum vordefiniert werden, da die intraindividuellen Oberflächenformen der Segmente kaum Gemeinsamkeiten aufweisen [118]. Marker können auf bekannten anatomischen Punkten zur Modellskalierung dienen. Es bietet sich daher an, die Marker in statische und dynamische Marker zu unterteilen [29, 57]. Statische Marker werden auf gut er-tastbaren anatomischen Landmarken definiert und dienen zur Modellskalierung in einer vordefinierten Ruheposition, z.B. in einer T-Pose. Dynamische Marker können beliebig platziert werden. Nach der Modellskalierung mit ausschließlich statischen Markern werden die Positionen der dynamischen Marker im Körperkoordinatensystem invers über das Modell bestimmt.

3.1.4 Die optimale Analyse

Im Folgenden wird zur Analyse und Simulation menschlicher Bewegungen ein Ganzkörpermodell des menschlichen Körpers im Hinblick auf bestehende Standards in der Biomechanik sowie auf die Bedürfnisse im Sonderforschungsbereich erstellt. Das Modell lässt sich durch hinterlegte Parameterdaten und Regression an die Subjekte anpassen. Darauf aufbauend werden Detailmodelle des Rumpfes entwickelt und daran markerbasierte globale Rekonstruktionsverfahren erprobt, die auch mit geringer Markerinformation eine gute Bewegungsrekonstruktion bewerkstelligen. Ein Skalierungsalgorithmus wird vorgestellt, der die Berechnung der Regressionskoeffizienten und somit die Anpassung an das Subjekt mit statischen Markern und eine Kalibrierung der dynamischen Marker vornimmt. Die globale Optimierung wird durch Geschwindigkeits- und Beschleunigungsbetrachtungen weiterentwickelt, um eine höhere Rekonstruktionsgüte auch für Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverläufe zu erzielen. Die vorgestellten Verfahren profitieren dabei durch die Anwendung von quadratischen Solvern unter Vorgabe der Jacobimatrix insbesondere durch Verfahrenskonvergenz und -geschwindigkeit. Im Anschluss wird gezeigt, dass damit auch die durch inverse Dynamik berechneten Kraftverläufe besser ausfallen. Dann wird ein Verfahren vorgestellt, das unter Einbezug von Kraftmessdaten ausgewählte Modellparameter innerhalb eines quasistatischen nichtlinearen Ausgleichsproblems verbessert. Darauf folgt die Entwicklung eines Verfahrens, das die auftretenden Residuen über der Zeit mit Hilfe einer geregelten Vorwärtsintegration und einem Optimierungsverfahren minimiert und weitere Verbesserungen an den kinematischen und dynamischen Verläufen vornimmt. Der Einbezug einer Schwabbelmassenbewegung innerhalb der Vorwärtsintegration liegt nahe und wird im Anschluss exemplarisch zur weiteren Kompensation der Residuen gezeigt. Die vorgestellten Methoden basieren fast ausschließlich auf optimalen Ausgleichsverfahren. Insofern wird hier auch von einer optimalen Analyse gesprochen.

3.2 Ganzkörpermodelle

Die Erstellung des Mehrkörpermodells verlangt die Definition der körperfesten Koordinatensysteme, der Starrkörperparameter und der Gelenkbindungen. Aufgrund der vielfältigen Modellierungsmöglichkeiten (z.B. Lage und Orientierung der Koordinatensysteme, Parametrierung aufeinanderfolgender Drehungen, Koordinatenwahl) ist ein bei der Analyse häufig angestrebter Vergleich der Daten und Modelle z.B. unter Forschungsgruppen ohne Weiteres nicht möglich und erfordert die Verwendung von

Standards. Die International Society of Biomechanics (ISB) versucht, Standards für biomechanische Menschmodelle zu schaffen [232, 233, 234]. Der Modellvergleich wird ermöglicht durch die einheitliche Definition der Lage und Orientierung der körperfesten kartesischen Koordinatensysteme und des Inertialsystems sowie der Beschreibung der Orientierung der Segmente mittels Roll-Nick-Gier-Winkel der körperfesten Systeme gegenüber dem Inertialsystem [232]. Ein Vergleich der Analyseergebnisse ist somit selbst bei Verwendung unterschiedlicher Algorithmen und Koordinaten näherungsweise möglich.

Unterschiedliche und validierte Modelle des menschlichen Körpers und der einzelnen Gliedmaßen sind in der Biomechanikgemeinschaft bereits verfügbar. Ganzkörpermodelle mit einfachen Gelenkzusammenhängen und Parameterannahmen finden sich bei Hatze [81] und Winter [221]. Von Stelzner [194] wurde ein Ganzkörpermodell vornehmlich zur Bewegungsrekonstruktion aus Markerdaten für die Robotik entwickelt. Die in den Softwarepaketen *SIMM* [52] und *OpenSIM* [51] verfügbaren Modelle basieren auf Studien von Zatsiorsky und Seluyanov [239], aufbereitet durch de Leva [47] mit physiologischen Gelenkzusammenhängen. Die von de Leva postulierten Parameter basieren auf Regressionsgleichungen. Die Massenträgheitseigenschaften von Dumas [56] auf Basis der Studien von McConville [134] und Young [235] sind denen von de Leva ähnlich, ebenfalls skalierbar in Masse und Geometrie und berücksichtigen ferner auch Deviationsmomente des Trägheitstensors. Für das *AnyBody*-Modellierungssystem, welches zur inversen Analyse menschlicher Bewegungen mit Muskeln geschaffen wurde [42, 153], gibt es eine Modellsammlung. Bekannte und detaillierte Modelle der unteren Extremitäten wurden z.B. von Klein Horsman et al. [105, 106] und Delp et al. [53] entwickelt. Der Schultermechanismus sowie die oberen Extremitäten wurden von van der Helm [83, 84] und Holzbaur [89, 90] ausführlich und zum Teil mit geschlossenen Schleifen und Muskeln modelliert. Der Torso und die Wirbelsäule werden in Ganzkörpermodellen oft mit wenigen Starrkörpern abstrahiert. In [214] und [81] wird der Torso als ein Segment aufgefasst, während in den Softwarepaketen [42, 51, 52] und insbesondere auch in der Robotik [11, 208] als Standardmodell ein Kugelgelenk im lumbaren Bereich verwendet wird. Detaillierte Wirbelsäulenmodelle sind rar. In [52] werden die Bewegungen im lumbaren und cervikalen Bereich durch Splineapproximation angenähert, während der thorakale Bereich starr ist. In [48, 240] wird vor allem Wert auf die Modellierung der Muskulatur gelegt und die Gelenkkinematik hierfür passend und vereinfachend gewählt.

Das Ganzkörpermodell in dieser Arbeit entstand durch Kombination der in der Literatur verfügbaren Teilmodelle [89, 90, 42, 51] auf Basis der Parameter von de Leva [47], den Standards der ISB [232, 233, 234] und der Definition der Koordinatensysteme nach Cappozzo et al. [29]. Die Segmentlängen und Regressionsgleichungen des in dieser Arbeit verwendeten Standardmodells sind im Anhang A tabellarisch gelistet. Ein davon abstammendes etwas ausführlicheres Modell findet sich in [179]. Daneben entstanden detailliertere Wirbelsäulenmodelle zur Bewegungsrekonstruktion [180, 184], die in Kombination mit dem Standardmodell verwendet werden können. Im Modell wurden physiologisch plausible Gelenkanschlüsse angenommen und die Gelenkzusammenhänge, d.h. die Lagen der Gelenkachsen, so gewählt, dass eine singuläre bzw. mehrdeutige Stellung bei der Rekonstruktion durch die inverse Kinematik nicht auftreten kann.

In Abbildung 3.1 ist das entwickelte Ganzkörpermodell [179] dargestellt, welches je nach Fragestellung mit detaillierteren Gelenkmodellen erweitert werden kann.

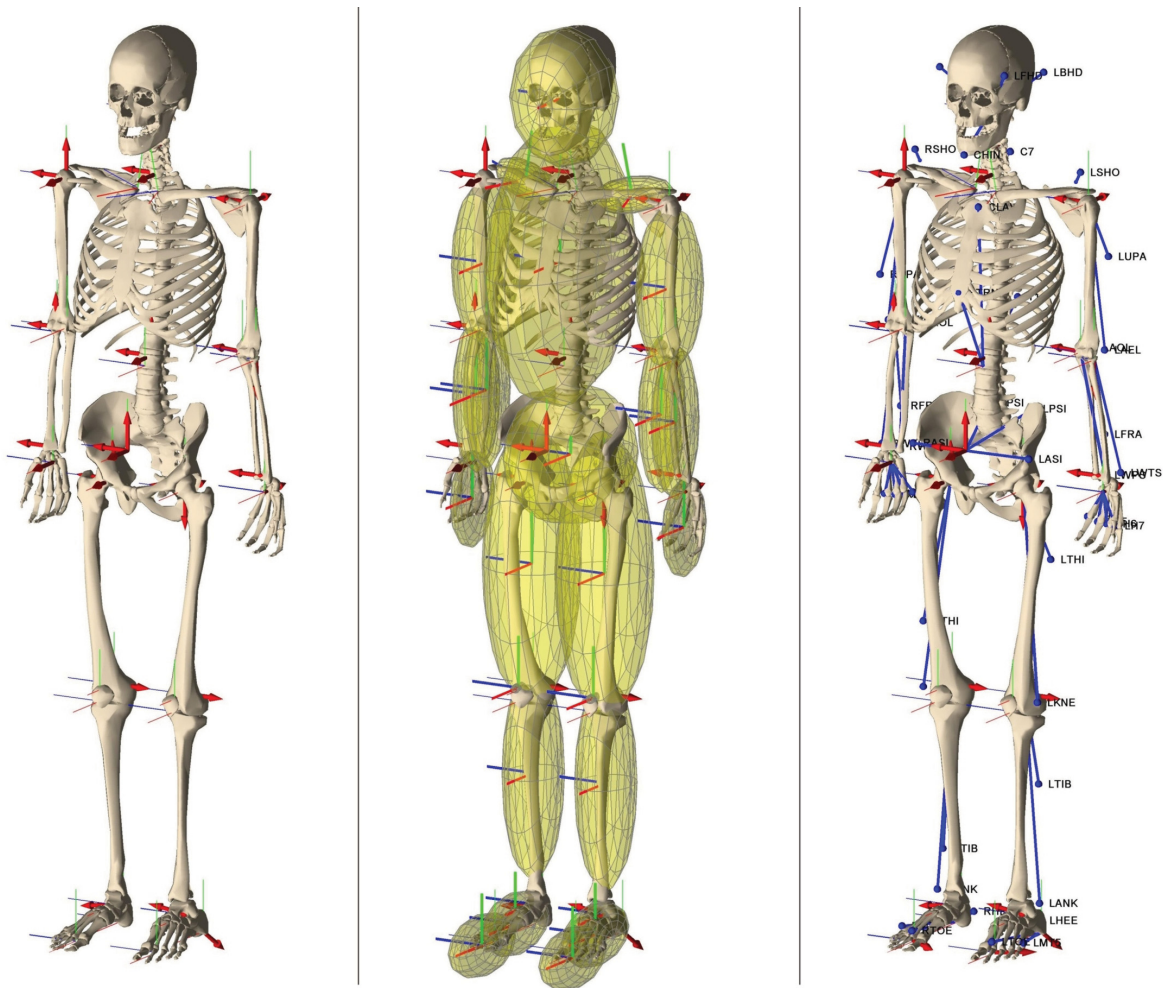


Abbildung 3.1: Ganzkörpermodell mit 36 Freiheitsgraden. Links: Gelenkachsen, Mitte: Visualisierung der Massen- und Trägheiten durch Trägheitsellipsoide, Rechts: Modellmarkerplatzierung basierend auf dem PIG-Markerset [214].

3.3 Bewegungsrekonstruktion durch inverse Kinematik

Unter inverser Kinematik versteht man allgemein die Rekonstruktion der Zustandsvariablen eines Systems aus bekannter geometrischer Information. Bei vielen Problemstellungen werden nur Lagevariablen berechnet. Beispielsweise ist in der Robotik die Berechnung der Gelenkkoordinaten \mathbf{q} eines mehrsegmentigen Roboterarmes für eine gewünschte Lage \mathbf{R}_E und Orientierung \mathbf{A}_E des Endeffektors interessant [194]. Zur Lösung des Problems werden die gewünschten Größen den Modellgrößen, die wiederum abhängig sind von den Gelenkkoordinaten, in einem nichtlinearen Gleichungssystem der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \mathbf{R}_E - \mathbf{R}(\mathbf{q}), \\ \mathbf{0} &= \mathbf{A}_E - \mathbf{A}(\mathbf{q}) \end{aligned} \tag{3.1}$$

gegenübergestellt und z.B. mit einem iterativen Verfahren zur Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme gelöst. Die Gegenüberstellung der Orientierungen in (3.1) ergibt

neun Gleichungen, von denen allerdings nur drei unabhängig sind. Die Lösung des Gleichungssystems (3.1) birgt unter anderem Probleme, da sie nicht für jede beliebige Lage und Orientierung und Anzahl der Gelenkkordinaten eindeutig bestimmbar ist. Beispielsweise kann (3.1) durch Vorgabe einer gewünschten Endeffektorposition außerhalb des Arbeitsraumes des Systems nicht gelöst werden. Ist die Anzahl der Gelenkkordinaten hoch und das System besteht aus einer längeren Starrkörperkette, so kann z.B. (3.1) erfüllt werden, für die einzelnen \mathbf{q} gibt es jedoch keine eindeutige Lösung.

Bei der Rekonstruktion menschlicher Bewegungen aus Markerdaten ist lediglich die gewünschte Lageinformation durch das Aufnahmeverfahren bekannt und die Lage und Orientierung des Körperreferenzsystems sind gesucht. Betrachtet man einzelne Körpersegmente ohne vorgegebene Gelenkbindungen, so benötigt man mindestens drei Marker pro Segment, um die sechs unabhängigen Koordinaten zu berechnen. Die neun Koordinaten der drei Marker machen das inverse Problem überbestimmt und eine optimale Lösung im Sinne eines Ausgleichsproblems bietet sich an. Unter- oder nicht bestimmte Systeme kommen bei immer verfügbarer Markerinformation aus drei Markern nicht vor, da immer neun Gleichungen zur Bestimmung der sechs Unbekannten zur Verfügung stehen. Das Verfahren kann als eine Abfolge einzelner Rekonstruktionen pro Körper betrachtet werden, da die Körper in den kinematischen Gleichungen unabhängig voneinander sind.

Für die Rekonstruktion mit einem globalen Optimierungsansatz werden die Gelenkbindungen formuliert, und das System ist gegeben durch eine nichtlineare Berechnungsvorschrift, welche auf Lageebene den Zusammenhang zwischen absoluter Lage und Orientierung der einzelnen Segmente und den generalisierten Koordinaten beschreibt. Alle Systemvariablen sind im Allgemeinen nichtlinear abhängig von allen Markerlagen. Die Gelenkkopplungen reduzieren die notwendigen Markerinformationen, um ein überbestimmtes System zu gewährleisten, allerdings ist das nichtlineare System aufwändiger zu lösen. In der hier betrachteten Problemstellung sind die absoluten Lagen der Messmarker an äquidistanten Zeitstellen bekannt. Das Optimierungsproblem wird jeweils pro Stützstelle gelöst und ergibt die Lösung auf Lageebene über die Zeit durch Aneinanderreihen der Einzellösungen. Die Markerdaten werden in der Regel vor der Übertragung geglättet. Durch Aneinanderreihen der einzelnen Ausgleichslösungen kommt wiederum Rauschen in den Verlauf. Daher werden die Koordinatenverläufe nach der Übertragung wieder geglättet, z.B. durch quintische Splines. Das bietet auch die Möglichkeit, die Splines abzuleiten und die höheren Ableitungen der Verläufe zu interpolieren. Allerdings sind die bekannten Interpolationsverfahren dazu oft mit Informationsverlust oder Artefaktbildung behaftet. Da die kinematischen Gleichungen des Systems auch den Zusammenhang zu den Geschwindigkeiten und Beschleunigungen herstellen, wird in dieser Arbeit anstatt einer Interpolation der höheren Ableitungen eine modellbasierte Rekonstruktion anhand der Gleichungen durch Einbindung in ein nichtlineares Ausgleichsproblem versucht (siehe Abschnitt 2.2.2).

Zur Lösung des Problems eignet sich ein quadratischer Algorithmus [39], ein Standardverfahren zur Lösung nichtlinearer, restringierter Probleme. Aus der kinematischen Formulierung können die Jacobimatrizien bestimmt und für das gradientenbasierte Optimierungsverfahren genutzt werden, welches das quadratische Lösungsverfahren gemäß Gleichung (2.60) in der Geschwindigkeit und der numerischen Stabilität begünstigt. Das Verfahren lässt untere und obere Schranken zur Begrenzung der Lösung der Koordinaten zu, die physiologisch als Gelenkansschläge betrachtet werden können. Durch

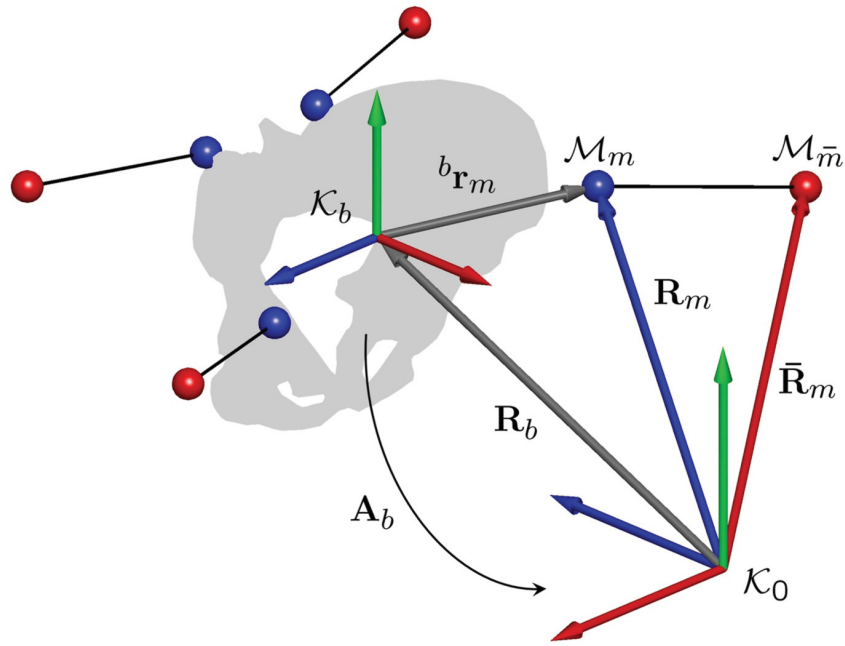


Abbildung 3.2: Absolute und relative Position eines Markers.

geschickte Wahl der Parametrierung der Transformationsmatrizen und der Gelenkschlässe lassen sich singuläre Lösungen vermeiden.

3.3.1 Rekonstruktion mit Positionsdaten

Die globale Optimierung auf Lageebene wurde erstmals von Lu et al. [123] vorgestellt und wird hier in der Fassung von Stelzner [194] gezeigt. An diskreten Zeitpunkten $t_n = [t_0 + n\Delta t]$ mit $n = 0, 1, 2, \dots, n_t$ liegen die gemessenen Markerpunkte M_m , $m = 1, \dots, n_m$, in absoluten Koordinaten $\hat{\mathbf{R}}_m(t_n)$ vor. Für jeden gemessenen Marker ist ein entsprechender Marker \mathcal{M}_m im Modell definiert. Ein einzelner Marker ist auf einem Körper b durch die relative Lage ${}^b\mathbf{r}_m$ gegeben. Seine absolute Lage $\mathbf{R}_m(\mathbf{q})$ ergibt sich aus der Lage $\mathbf{R}_b(\mathbf{q})$ und der Orientierung $\mathbf{A}_b(\mathbf{q})$ des Körperreferenzsystems K_b zu

$$\mathbf{R}_m(\mathbf{q}) = \mathbf{R}_b(\mathbf{q}) + \mathbf{A}_b(\mathbf{q}){}^b\mathbf{r}_m. \quad (3.2)$$

Die Jacobimatrix von (3.2) findet man durch Ableitung mit $\dot{\mathbf{R}}_b = \mathbf{J}_b^r(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$ und $\boldsymbol{\omega}_b = \mathbf{J}_b^\omega(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$ zu

$$\mathbf{J}_m(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_b^r(\mathbf{q}) - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega(\mathbf{q}), \quad (3.3)$$

wobei hier davon ausgegangen wird, dass \mathbf{R}_b nicht explizit von der Zeit abhängt (siehe [190]).

Das quadratische Ausgleichsproblem wird nun als Minimierung der Residuen zwischen gemessenen Markern und Modellmarkern definiert. Gemäß Abschnitt 2.2.2 werden hierfür die Vektorzielfunktion $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ sowie deren Jacobimatrix angegeben.

Die Zielfunktion wird aus den n_m Vektorfunktionen $\mathbf{f}_m(\mathbf{q}) = \mathbf{R}_m(\mathbf{q}) - \hat{\mathbf{R}}_m(t_n)$ der einzelnen Markerresiduen durch

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}) = [\mathbf{f}_1^T, \mathbf{f}_2^T, \dots, \mathbf{f}_{n_m}^T]^T, \quad \mathbf{f} \in \mathbb{R}^{3n_m} \quad (3.4)$$

gebildet. Die dazugehörige Jacobimatrix erhält man aus den einzelnen Jacobimatrizen der Marker zu

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = [\mathbf{J}_1^T, \mathbf{J}_2^T, \dots, \mathbf{J}_{nm}^T]^T, \quad \mathbf{J} \in \mathbb{R}^{3n_m \times n_q}. \quad (3.5)$$

Eine Lösung $\mathbf{q}(t_n)$ wird für jeden diskreten Zeitpunkt t_n , $n = 0, 1, 2, \dots, n_t$, durch Gleichung (3.4) mit strikt aufsteigendem n bestimmt. Um die Güte der Lösungen und die Geschwindigkeit des Verfahrens zu steigern, werden zur Berechnung der $\mathbf{q}(t_{n+1})$ die Lösungen $\mathbf{q}(t_n)$ als Startwerte vorgegeben. Des Weiteren werden Gelenkanschlüsse als obere und untere Schranken im Optimierungsproblem gesetzt. Zum einen werden dadurch biologisch nicht plausible Lösungen ausgeschlossen, zum anderen werden singuläre Stellungen aufgrund der Parametrierung durch Kardan- und Eulerwinkel in Gelenken mit drei rotatorischen Freiheitsgraden vermieden.

Durch die numerische Prozedur und durch die Bildung der Koordinatenverläufe durch serielles Aneinanderreihen der gefundenen Lösungen kann ein ideal glatter Verlauf nicht gewährleistet werden. Die gebildeten Verläufe werden daher im Anschluss mit einem Butterworthfilter oder einem quintischen Spline geglättet. Die Splineinterpolation ermöglicht durch Ableiten des Splines und der Auswertung an den diskreten Zeitpunkten t_n die Bildung höherer Ableitungen der Koordinatenverläufe.

Die Größe der Residuen und damit die Qualität der Lösungen hängen größtenteils von der Präzision der angegebenen Markerpositionen im Modell, welche grundsätzlich denen des realen Systems entsprechen sollten, und von den Verschiebungsartefakten ab. Das Ausgleichsverfahren ist dabei in der Lage, die dadurch entstehenden Fehler weitgehend zu kompensieren und gleicht im Gegensatz zur Rekonstruktion ohne Gelenkbindungen den Fehler über das Gesamtmodell aus, wodurch ein höheres Ausgleichsvermögen erzielt wird.

Das Problem muss so konditioniert sein, dass die Anzahl der durch (3.4) gegebenen Gleichungen größer ist als die Anzahl der gesuchten Gelenkkoordinaten. Da es sich um ein nichtlineares Problem handelt, ist dies allein noch keine Gewähr, dass alle Koordinaten durch das Problem bestimmbar sind. Die Verteilung der Marker muss dem Ausgleichsproblem in einer Weise genügen, so dass alle Koordinaten bestimmbar sind. Andernfalls ist das Problem unterbestimmt. Dieser Aspekt wird im Abschnitt 3.3.4 gemeinsam mit der Entwicklung detaillierter Modelle behandelt.

Untersuchung am künstlich erzeugten Szenario

Im Folgenden wird ein künstliches Szenario eingeführt, an welchem die Leistungsfähigkeit des Rekonstruktionsalgorithmus sowie die Anfälligkeit gegenüber Rauschen und Markerdeplatzierung untersucht werden kann. Hierzu wird ein ebenes Armmodell (siehe Abbildung 3.3) mit menschenähnlichen Dimensionen und Parametern eingeführt. Es besitzt je einem Rotationsfreiheitsgrad in Schulter und Ellbogen sowie je zwei Marker pro Segment.

Referenzverläufe werden für die Schulterkoordinate mit $q_1(t) = \pi t$ und für die Ellenbogenkoordinate mit $q_2(t) = -\cos(\frac{3}{2}\pi t)$ eingeführt und daraus durch Vorwärtsrechnung die zugehörigen Markertrajektorien exakt bestimmt. Mit den generierten Markerdaten wird anschließend die inverse Kinematik durchgeführt:

- mit den exakten Daten,

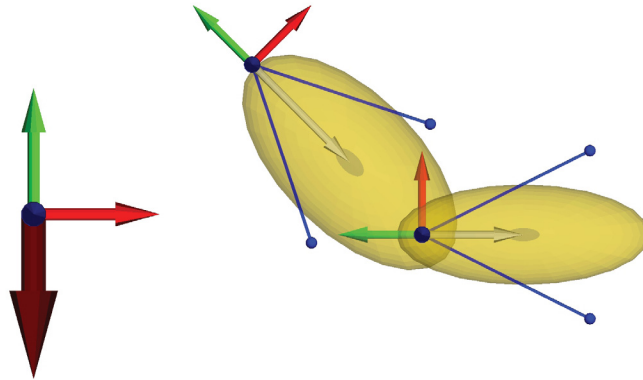


Abbildung 3.3: Doppelpendel mit Markern.

- mit Daten, denen weißes Rauschen mit einer Standardabweichung von $\sigma = 0.005$ hinzugefügt wurde, was einer durchschnittlichen Verrauschung um 3 mm entspricht,
- mit exakten Daten und einem fehlplatzierten Marker.

Die Ergebnistrajektorien $q_1(t)$ und $q_2(t)$ werden nach der Rekonstruktion mit einem quintischen B-Spline interpoliert und daraus die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen an den diskreten Zeitpunkten t_n interpoliert.

Abbildung 3.4 zeigt die Ergebnisse der Rekonstruktion für q_2 . In Abb. 3.4 a) wurden den Referenzverläufen entsprechende Markerverläufe vorgegeben und vom Verfahren exakt rekonstruiert. Lediglich zu Beginn des Verlaufes erscheinen durch die Splineinterpolation bedingte Artefakte, die aber nicht weiter ins Gewicht fallen, da die ersten Zeitschritte in der Regel abgeschnitten werden. In Abb. 3.4 b) wurde mit verrauschten Daten rekonstruiert. Das Ergebnis wurde nicht geglättet. Man erkennt kaum Rauschen im Winkelverlauf, die Auswirkung der Interpolation auf die Ableitungen sind jedoch fatal. In Abb. 3.4 c) wurden wieder die verrauschten Daten rekonstruiert, allerdings wurde das Ergebnis mit einem quintischen Glättungsspline gemäß Reinsch [155] geglättet. Die Ergebnisse sind auch für die Ableitungen sehr gut. Der Glättungsfaktor konnte allerdings gemäß den Referenzkurven angepasst werden. In der Praxis existieren die Referenzkurven nicht und ein Glättungsfaktor wird durch die Erfahrung des Anwenders gewählt. In Abb. 3.4 d) werden die ungeglätteten Ergebnisse für einen um 1 cm deplatzierten Marker gezeigt, die ebenfalls sehr gut ausfallen. Durch stärkeres Rauschen und Missplatzieren werden die Winkeltrajektorien zunehmend verfälscht. Auf ein Beispiel hierzu wird verzichtet, da dies selbsterklärend ist.

3.3.2 Simultane Rekonstruktion mit Positions- und Geschwindigkeitsdaten

Das lagebasierte Rekonstruktionsproblem aus Abschnitt 3.3.1 ist im allgemeinen nicht-linear und nicht konvex. Aufgrund der Größe des Optimierungsproblems werden für jeden diskreten Zeitpunkt in der Regel nur lokale Minima gefunden. Durch die Vorgabe der vorangehenden Lösung als Startwert wird die gewünschte Lösung in guter

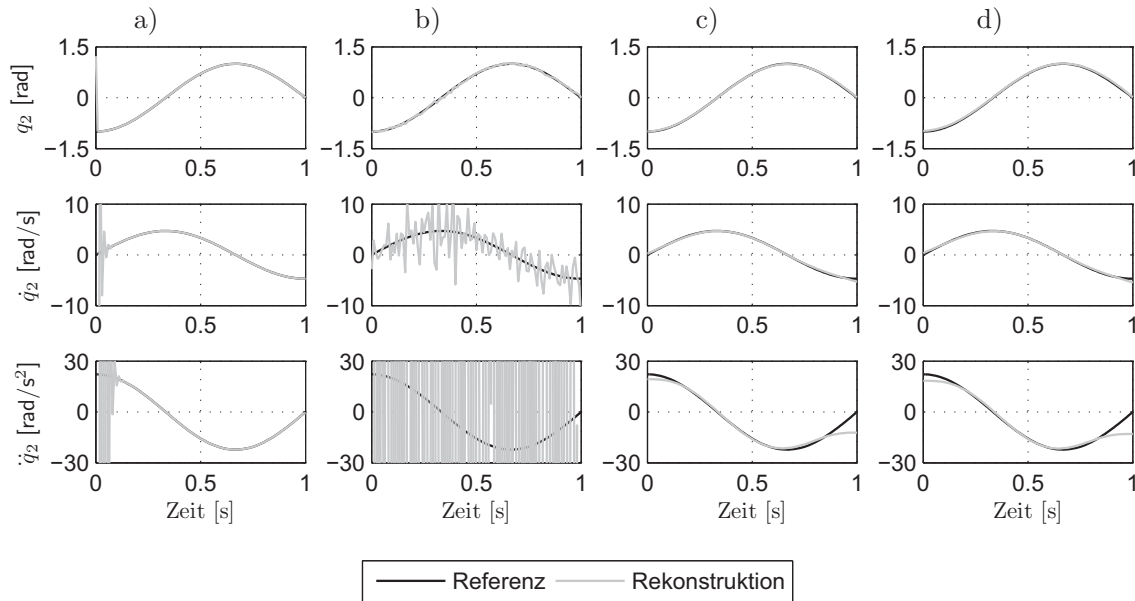


Abbildung 3.4: Rekonstruierter Verlauf der Koordinate q_2 : a) exakte Daten; b) verrauschte Daten ohne anschließende Datenglättung; c) verrauschte Daten mit anschließender Glättung durch einen quintischen Spline; d) fehlplatzierter Marker, keine Glättung.

Näherung erreicht. Dennoch kann sich in den Ergebnistrajektorien durch Aneinanderreihen der diskreten Lösungen eine gewisse Rauigkeit einstellen, welcher in der Literatur bislang durch Filterung entgegengewirkt wurde. Andersen et al. [5] berichtet sogar von teils erheblichen Abweichungen gegenüber realen Werten. Die Trajektorien für Geschwindigkeiten und Beschleunigungen werden anschließend durch Interpolation erzeugt.

In diesem Abschnitt wird durch zusätzliche Information über die Markergeschwindigkeiten versucht, den Zustandsvektor des Systems $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T, \dot{\mathbf{q}}^T]^T$ modellbasiert aus den kinematischen Gleichungen durch gleichzeitige Minimierung von Lage- und Geschwindigkeitsresiduen zu rekonstruieren. Da die Messdaten nur auf Lageebene vorliegen, werden erst die benötigten Markergeschwindigkeiten durch Interpolation mit einem quintischen B-Spline berechnet [155], der auch, falls erforderlich, zu glätten vermag. Die Interpolation verlagert sich also vor die Rekonstruktion. Die Anzahl der unbekannt Variablen verdoppelt sich gegenüber dem Optimierungsansatz auf Lageebene.

Im Folgenden liegen wieder die gemessenen Markerpunkte \bar{M}_m in absoluten Koordinaten $\hat{\mathbf{R}}_m(t_n)$, $m = 1, \dots, n_m$, an diskreten Zeitpunkten $t_n = [t_0 + n\Delta t]$ mit $n = 0, 1, 2, \dots, n_t$ vor und die entsprechenden Modellmarker \bar{M}_m seien im Modell definiert. Die Geschwindigkeiten $\hat{\mathbf{R}}_m(t_n)$ der gemessenen Markerpunkte \bar{M}_m liegen durch Splineinterpolation an den diskreten Zeitpunkten vor. Die Lage, die Geschwindigkeit

und die Beschleunigung eines Modellmarkers sind durch die Gleichungen

$$\mathbf{R}_m = \mathbf{R}_b + \mathbf{A}_b {}^b \mathbf{r}_m, \quad (3.6)$$

$$\dot{\mathbf{R}}_m = \dot{\mathbf{R}}_b - \tilde{\mathbf{r}}_m \boldsymbol{\omega}_b, \quad (3.7)$$

$$\ddot{\mathbf{R}}_m = \ddot{\mathbf{R}}_b - \tilde{\mathbf{r}}_m \dot{\boldsymbol{\omega}}_b - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \tilde{\mathbf{r}}_m \boldsymbol{\omega}_b \quad (3.8)$$

gegeben, wobei die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Markers auch in Abhängigkeit der Jacobimatrizen laut den Gleichungen (3.9) und (3.10) formuliert werden können, wenn \mathbf{R}_m nicht explizit von der Zeit abhängt:

$$\dot{\mathbf{R}}_m = \mathbf{J}_b^r \dot{\mathbf{q}} - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega \dot{\mathbf{q}}, \quad (3.9)$$

$$\ddot{\mathbf{R}}_m = \mathbf{J}_b^r \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_b^r \dot{\mathbf{q}} - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega \ddot{\mathbf{q}} - \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_m \mathbf{J}_b^\omega \dot{\mathbf{q}} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega \dot{\mathbf{q}}. \quad (3.10)$$

Die benötigte Ableitung der Jacobimatrizen wird rekursiv durch $\dot{\mathbf{J}}_j = \Phi_{ij} \dot{\mathbf{J}}_i + \dot{\mathbf{J}}_{ij}$ mit der Ableitung der gelenkspezifischen Jacobimatrix gewonnen:

$$\dot{\mathbf{J}}_{ij} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{J}}_{ij}^r \\ \dot{\mathbf{J}}_{ij}^\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{A}_i \mathbf{G}_{ij} \mathbf{F}_q^w + \mathbf{A}_i \dot{\mathbf{G}}_{ij} \mathbf{F}_q^w + \mathbf{A}_i \mathbf{G}_{ij} \mathbf{F}_{qq}^r \dot{\mathbf{q}}_{ij} \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{A}_i \mathbf{F}_q^r + \mathbf{A}_i \mathbf{F}_{qq}^r \dot{\mathbf{q}}_{ij} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Das Ausgleichsproblem wird wieder als Minimierung der Vektorzielfunktion $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ pro Zeitschritt t_n formuliert, wobei der Lösungsvektor $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T, \dot{\mathbf{q}}^T]^T$ nun Lage- und Geschwindigkeitskoordinaten enthält. Die Residuen der einzelnen Marker sind durch

$$\mathbf{f}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m(\mathbf{q}) - \hat{\mathbf{R}}_m(t_n) \\ \dot{\mathbf{R}}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \hat{\dot{\mathbf{R}}}_m(t_n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_m \in \mathbb{R}^{6 \times 1} \quad (3.12)$$

bestimmt und die Zielfunktion des Problems ergibt sich zu

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [\mathbf{f}_1^T, \mathbf{f}_2^T, \dots, \mathbf{f}_{n_m}^T]^T, \quad \mathbf{f} \in \mathbb{R}^{6n_m \times 1}. \quad (3.13)$$

Die Jacobimatrix der Zielfunktion (3.13) lässt sich aus der Geschwindigkeit und der Beschleunigung der einzelnen Modellmarker mit

$$\begin{aligned} d\mathbf{R}_m &= \mathbf{J}_b^r d\mathbf{q} - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega d\mathbf{q} \\ d\dot{\mathbf{R}}_m &= \mathbf{J}_b^r d\dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_b^r d\mathbf{q} - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega d\dot{\mathbf{q}} - \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_m \mathbf{J}_b^\omega d\mathbf{q} - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega d\mathbf{q} \end{aligned} \quad (3.14)$$

und der daraus resultierenden Jacobimatrix eines einzelnen Markers

$$\frac{d\mathbf{f}_m(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{f}_m}{d\mathbf{q}}, \frac{d\mathbf{f}_m}{d\dot{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_b^r - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega & \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{J}}_b^r - \tilde{\mathbf{r}}_m \dot{\mathbf{J}}_b^\omega - \tilde{\boldsymbol{\omega}}_b \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega & \mathbf{J}_b^r - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

zu

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{f}_1}{d\mathbf{x}} \\ \vdots \\ \frac{d\mathbf{f}_{n_m}}{d\mathbf{x}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} \in \mathbb{R}^{6n_m \times 2n_q} \quad (3.16)$$

bestimmen. Der in Gleichung (3.15) angegebene Gradient eines Markerresiduums betrachtet die Größen \mathbf{q} und $\dot{\mathbf{q}}$ als abhängig voneinander, was mit der kinematischen

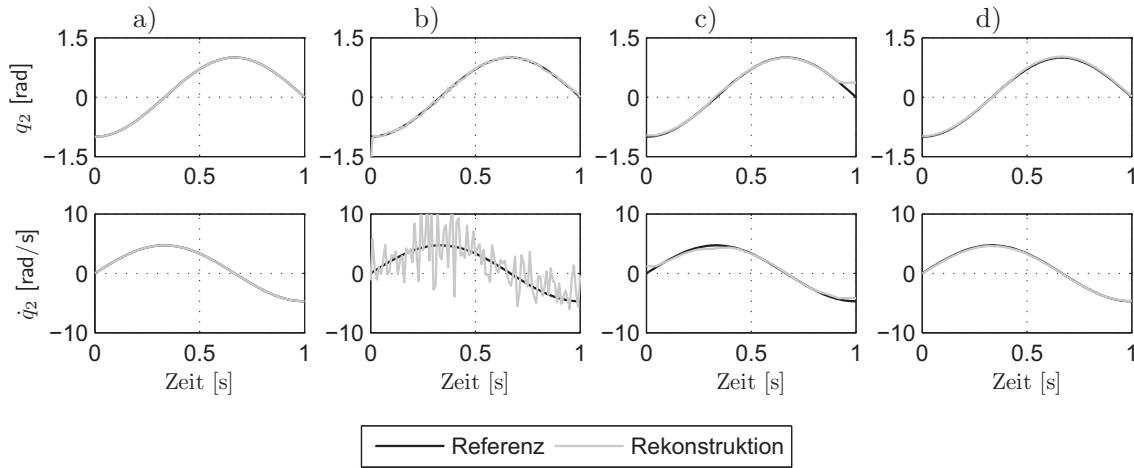


Abbildung 3.5: Ergebnisse der simultanen Rekonstruktion mit der Jacobimatrix (3.17): a) exakte Daten, keine Glättung; b) verrauschte Daten, keine Glättung; c) verrauschte Daten, Glättung der Markertrajektorien; d) deplatzierte Marker, keine Glättung.

Auffassung der Größen durchaus in Einklang gebracht werden kann. Da zu diskreten Zeitpunkten optimiert wird, können die Größen auch als unabhängig voneinander betrachtet und hierfür alternativ der Gradient

$$\frac{d\mathbf{f}_m(\mathbf{x})}{d\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{f}_m}{d\mathbf{q}} & \frac{d\mathbf{f}_m}{d\dot{\mathbf{q}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_b^r - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_b^r - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

angegeben werden.

Gelenkansschläge werden dem Optimierungsalgorithmus in Form von unteren und oberen Schranken vorgegeben. Die Geschwindigkeiten werden nicht begrenzt. Der Ergebnisvektor $\mathbf{x}(t_n)$ zum Zeitpunkt t_n wird dem Optimierungsalgorithmus zur Suche der Lösung am Zeitpunkt t_{n+1} wiederum als Startwert vorgegeben.

Untersuchung am künstlich erzeugten Szenario

Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt wird der Algorithmus für künstlich erzeugte Markerdaten, für die Referenzverläufe der zu rekonstruierenden Daten vorliegen, erprobt. Es liegen dabei das gleiche System und die gleichen Referenzverläufe vor wie in Abschnitt 3.3.1.

In Abbildung 3.5 sind die Rekonstruktionsergebnisse der generalisierten Koordinate $q_2(t)$ sowie deren Referenzverläufe für das simultane Verfahren mit der Jacobimatrix (3.17), welche die Koordinaten und die Koordinatengeschwindigkeiten als unabhängig betrachtet, dargestellt. Die Rekonstruktion mit der Jacobimatrix (3.15), welche die Korrelation von Lage- und Geschwindigkeitsgrößen definiert, erzielte keine brauchbaren Ergebnisse und wird im Folgenden nicht weiter betrachtet. Eine Normierung der gesuchten Variablen $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T, \dot{\mathbf{q}}^T]^T$ brachte für beide Herangehensweisen eine Verschlechterung der Ergebnisse, obwohl die Geschwindigkeitsvariablen in einer anderen Größenordnung rangieren als die Lagevariablen.

Für exakte Markerdaten reproduziert das Verfahren, wie in Abbildung 3.5 a) ersichtlich, sehr gute Ergebnisse ohne Einschwingartefakte durch Interpolation. Gegenüber

ungeglätteten verrauschten Daten zeigt das Verfahren in 3.5 b) nicht die erwartete Robustheit. Eine Glättung der Markerdaten vor der Rekonstruktion erbrachte bessere Rekonstruktionsergebnisse, wie in 3.5 c) ersichtlich ist. Im Vergleich zu reiner Lagerekonstruktion (siehe Abbildung 3.4 c)) zeigen sich aber Schwächen bei der Geschwindigkeitsrekonstruktion. Insbesondere ist ein glättungsbedingtes Abflachen der Geschwindigkeitskurven erkennbar. In der Praxis stellt sich allerdings die Frage, ob der Glättungsfaktor in 3.4 c) aus der Erfahrung heraus gut getroffen wird. Ansonsten ist das simultane Rekonstruktionsverfahren diesbezüglich eine gute Alternative. Mit fehlplatzierten Markern kommt das Verfahren auch zurecht. Die glatte Rekonstruktion der Winkelverläufe wird durch Einbeziehen der Markergeschwindigkeiten ebenfalls nicht erreicht. Allerdings wurde eine deutlich höhere Rechenzeit, insbesondere bei verrauschten Daten beobachtet, was auf den doppelt so großen Optimierungsvektor zurückgeht. In ihm sind sowohl Lage- als auch Geschwindigkeitskoordinaten enthalten. Verrauschte Daten nehmen auf beiden Ebenen gleichzeitig Einfluss, was eine gute Rekonstruktion vermutlich erschwert. Die Beschleunigungsverläufe müssen wiederum per Interpolation berechnet werden.

Auf eine Erweiterung des Verfahrens auf simultane Positions-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsrekonstruktion wird verzichtet, da sich das simultane Verfahren nach der versuchsweisen Anwendung auf Motion Capture-Daten gegenüber dem vorangehenden nicht als besser erwies. Eine höhere Berechnungszeit ist zu erwarten. Anstatt dessen wird im nächsten Abschnitt eine sequentielle Rekonstruktion vorgeschlagen, welche die Lagen und die höheren Ableitungen nacheinander rekonstruiert.

3.3.3 Sequentielle Rekonstruktion mit Positions-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsdaten

In diesem Abschnitt wird ein Verfahren vorgeschlagen, welches Ausgleichsverfahren nacheinander einsetzt, d.h. zuerst wird das bereits bekannte Rekonstruktionsverfahren aus Abschnitt 3.3.1 auf Lageebene angewandt. Im Anschluss wird ein Verfahren zur Rekonstruktion der Geschwindigkeiten bei gleichzeitiger Vorgabe der rekonstruierten Lagen angewandt. Dann wird ein Verfahren zur Beschleunigungsrekonstruktion unter Vorgabe der rekonstruierten Lage- und Geschwindigkeitskoordinaten durchgeführt. Die dazu benötigten Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverläufe der gemessenen Markerkoordinaten werden wiederum aus den quintischen Glättungssplines [155] gewonnen.

Das Lageresiduum

$$\mathbf{f}_m^r(\mathbf{x}) = \mathbf{R}_m(\mathbf{q}) - \hat{\mathbf{R}}_m(t_n), \quad \mathbf{f}_m^r \in \mathbb{R}^{3 \times 1}, \quad (3.18)$$

aus Abschnitt 3.3.1 wird zur Vollständigkeit nochmals aufgeführt.

Das Geschwindigkeitsresiduum

$$\mathbf{f}_m^v(\dot{\mathbf{q}}) = \dot{\mathbf{R}}_m(\dot{\mathbf{q}}) - \hat{\dot{\mathbf{R}}}_m(t_n), \quad \mathbf{f}_m^v \in \mathbb{R}^{3 \times 1}, \quad (3.19)$$

wird aus der Geschwindigkeitsbeziehung (3.7) und der interpolierten absoluten Geschwindigkeit $\hat{\dot{\mathbf{R}}}_m(t_n)$ eines Messmarkers gebildet. Die Lagekoordinaten \mathbf{q} sind bereits bekannt, werden vorgegeben und erscheinen in Gleichung (3.19) nicht als freie Variablen. Sie werden durch die Geschwindigkeitsrekonstruktion nicht mehr beeinflusst, wovon Robustheit erwartet wird.

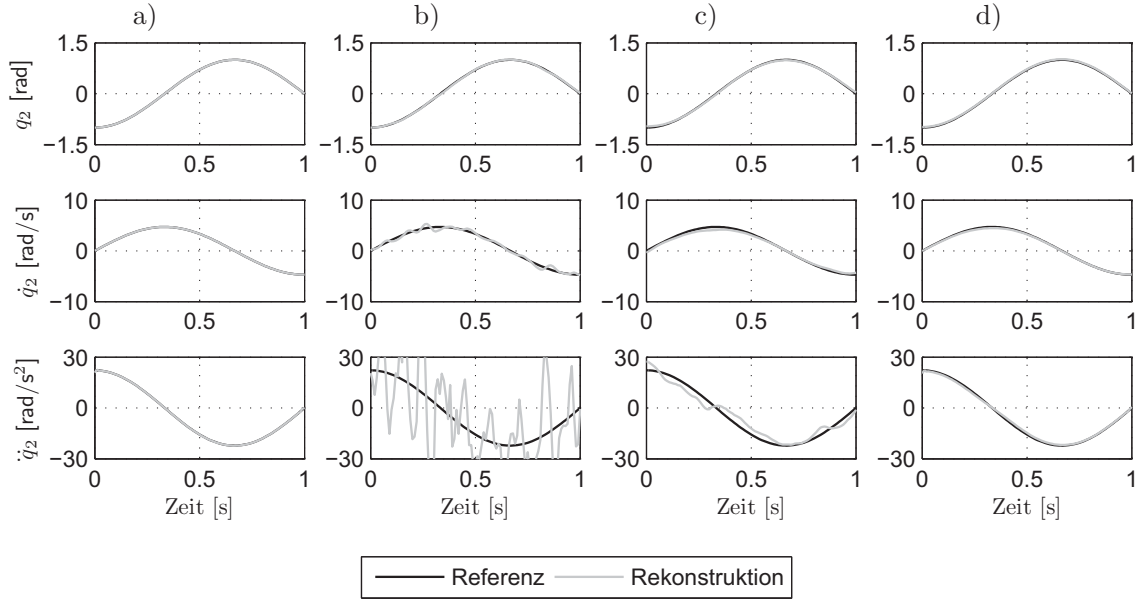


Abbildung 3.6: Ergebnisse der sequentiellen Rekonstruktion: a) exakte Daten, keine Glättung; b) verrauschte Daten, keine Glättung; c) verrauschte Daten, Glättung der Markertrajektorien; d) deplatzierte Marker, keine Glättung.

Die Jacobimatrix des Geschwindigkeitsresiduums (3.19) ergibt sich entsprechend (3.14) zu

$$\frac{d\mathbf{f}_m^v(\dot{\mathbf{q}})}{d\dot{\mathbf{q}}} = \mathbf{J}_b^r - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega \in \mathbb{R}^{3 \times n_q}. \quad (3.20)$$

Mit der Beschleunigung (3.10) eines Modellmarkers

$$\ddot{\mathbf{R}}_m = (\mathbf{J}_b^r - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega) \ddot{\mathbf{q}} + (\dot{\mathbf{J}}_b^r - \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_m \mathbf{J}_b^\omega - \tilde{\omega}_b \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.21)$$

und der interpolierten absoluten Beschleunigung eines Modellmarkers $\hat{\mathbf{R}}_m(t_n)$ wird das Beschleunigungsresiduum

$$\mathbf{f}_m^a(\ddot{\mathbf{q}}) = \ddot{\mathbf{R}}_m(\ddot{\mathbf{q}}) - \hat{\mathbf{R}}_m(t_n), \quad \mathbf{f}_m^a \in \mathbb{R}^{3 \times 1}, \quad (3.22)$$

gebildet. Gleichung (3.21) ist durch Vorgabe der Lagen \mathbf{q} und der Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ linear in den unbekannt Beschleunigungen und in Gleichung (3.22) treten nur die Beschleunigungen der Koordinaten als freie Variablen auf.

Die Jacobimatrix des Beschleunigungsresiduums ist damit

$$\frac{d\mathbf{f}_m^a(\ddot{\mathbf{q}})}{d\ddot{\mathbf{q}}} = \mathbf{J}_b^r - \tilde{\mathbf{r}}_m \mathbf{J}_b^\omega \in \mathbb{R}^{3 \times n_q}. \quad (3.23)$$

Untersuchung am künstlich erzeugten Szenario

Wie in den bereits vorangegangenen Untersuchungen wird auch hier das künstliche Szenario zur Einschätzung eingesetzt. Auf Lageebene ist das sequentielle Verfahren

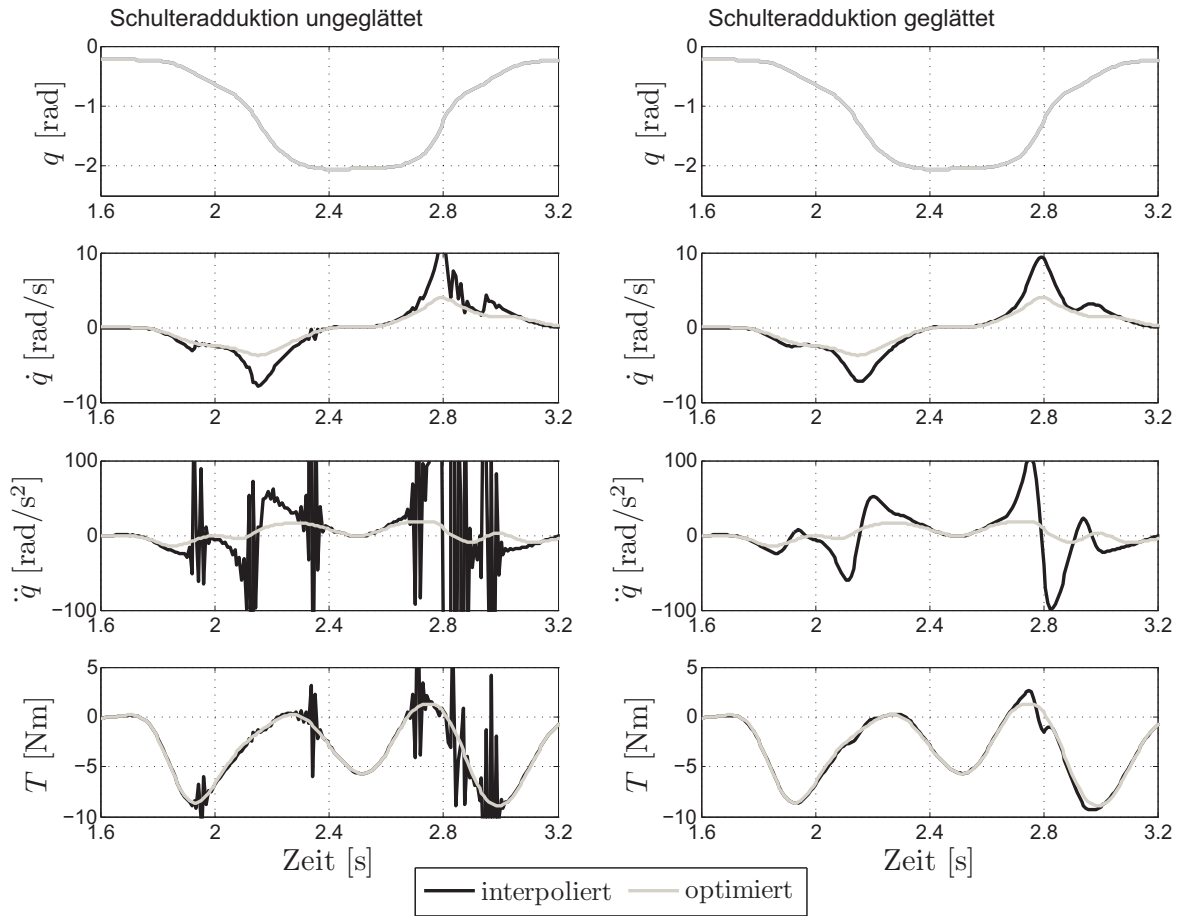


Abbildung 3.7: Vergleich der Ergebnisse der Verfahren sV und pV. Freiheitsgrad: Schulterabduktion-adduktion. Links: auf Basis ungeglätteter lagerekonstruierter Daten. Rechts: geglättete Lagedaten.

identisch mit der ursprünglichen Rekonstruktion auf Lageebene. Abbildung 3.6 a) zeigt für die unbehandelten Markerverläufe wieder exakte Übereinstimmung. Überraschend ist, dass das Verfahren mit verrauschten und ungeglätteten Daten anders als die bisherigen Verfahren gut zurechtkommt, was aus Abbildung 3.6 b) hervorgeht. Die Glättung der Markertrajektorien bringt jedoch eine zunehmende Veränderung der rekonstruierten Daten mit höherer Ableitung mit sich. Was bereits für das simultane Verfahren in Abbildung 3.5 c) leicht erkennbar war, zeigt sich nun auf Beschleunigungsebene im sequentiellen Verfahren deutlicher. Abhängig von der Wahl eines Glättungsfaktors sind alle Verfahren. Da das sequentielle Verfahren mit Rauschen jedoch gut zurechtkommt, stellt sich mitunter die Frage, ob in der Praxis ein geringfügiges und einheitliches Glätten der Markertrajektorien ausreicht und man durch die sequentielle Methode auf ein Glätten aus Erfahrung verzichten kann.

Untersuchung mit Motion Capture-Daten

Das positionsbasierte Verfahren (pV) aus Abschnitt 3.3.1 und das sequentielle Verfahren (sV) wurden zur Rekonstruktion der Bewegung von Motion Capture-Daten einer Zeigebewegung eingesetzt und miteinander verglichen. Die Markerdaten wurden nach

dem Aufnahmeprozess mit einem quintischen Glättungsspline geglättet und für das sV daraus die höheren Ableitungen bestimmt. Als Modellgrundlage diente das Standard-Menschmodell aus Abschnitt 3.2. Eine Referenzbewegung existiert nun nicht. Nach der Rekonstruktion wurden die Daten des pV mit B-Splines fünfter Ordnung interpoliert. Dabei wurde zum Vergleich sowohl nicht als auch nochmals geglättet und anschließend die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Koordinatenverläufe interpoliert. Auf Lageebene arbeiten beide Verfahren (pV und sV) per Definition gleich. Die rekonstruierten kinematischen Trajektorien wurden anschließend in die Bewegungsgleichungen eingesetzt und der Verlauf der generalisierten Kräfte und Momente berechnet.

In Abbildung 3.7 wird der rekonstruierte Adduktionsverlauf in der Schulter exemplarisch gezeigt. Das neue Verfahren berechnet unabhängig von der nochmaligen Glättung der Koordinatenverläufe auf Lageebene die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen gleichmäßig glatt, während schon geringste, bei der Lageoptimierung in den Verläufen entstehende Unebenheiten zu groben Fehlern bei der Interpolation der Ableitungen führen. Selbst eine Glättung der Lageverläufe führt bei der Interpolation noch zu größeren Ausschlägen in den höheren Ableitungen. Auch für andere Gelenkverläufe ist das Ergebnis entsprechend. Im Momentenverlauf sind sich die Ergebnisse weitaus näher als in den höheren Ableitungen der kinematischen Trajektorien. Eine noch stärkere Glättung des pV führte zu ähnlichen, in Abbildung 3.7 (rechts) gezeigten interpolierten Verläufen.

Das sV kommt ohne weitere Glättung der Koordinatenverläufe aus und erzeugt für einheitlich geglättete Markertrajektorien immer reproduzierbare Ergebnisse, während eine nochmalige Glättung der Koordinatenverläufe und die Interpolation der höheren Ableitungen viel Manipulationsspielraum bieten. Die Frage, ob die in Abbildung 3.7 (rechts) geglätteten und interpolierten Verläufe physiologischer sind als die durch das sV erzeugten Trajektorien kann ohne Referenztrajektorie nicht vollständig geklärt werden. Größere Beschleunigungsausschläge, wie in Abbildung 3.7 (rechts) sichtbar, sind aber für zielgerichtete Zeigebewegungen ohne weitere Störungseinflüsse nicht zu erwarten.

3.3.4 Rekonstruktion detailgetreuer Bewegung

Zur Analyse komplexer Bewegungen wie beispielsweise die Bewegung der einzelnen Wirbelkörper oder der Knochen des Schultergürtels werden Ganzkörpermodelle um entsprechende Teilmodelle zur Abbildung dieser Bewegungen erweitert. Die Rekonstruktion aus Markerdaten ist für eine hohe Modelltiefe nicht ohne weiteres möglich, da entsprechende Marker nicht mehr geeignet platziert werden können, die aber zur Auflösung der inversen Kinematik notwendig wären. Die Anwendung des Verfahrens zur Rekonstruktion einzelner Körper ist ebenso wie geometrische Verfahren bei hoher Modellauflösung nicht mehr sinnvoll. Die globale Optimierung ist anwendbar, allerdings muss durch geschickte Modellierung sichergestellt werden, dass alle Koordinaten durch das Verfahren bestimmt werden können und kein unterbestimmtes Ausgleichsproblem entsteht. Ferner kann sich durch Einsparen von Markern der Messaufwand reduzieren.

Die Bewegungsrekonstruktion mit Detailmodellen ist insbesondere durch zwei Lösungsmöglichkeiten gekennzeichnet: Die Zunahme weiterer Messinformationen oder eine weitere Restringierung der Freiheitsgrade des Systems. Während dieser Arbeit

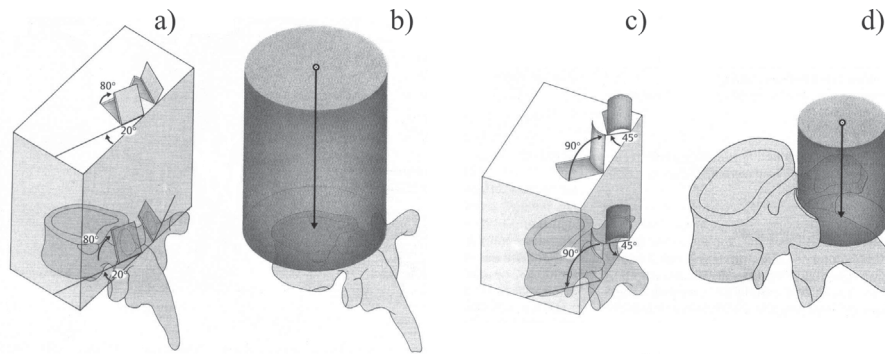


Abbildung 3.8: Stellung und Form der Wirbelbogengelenkflächen innerhalb der Brustwirbelsäule (a-b) und Lendenwirbelsäule (c-d) (Quelle: [171]).

entstand zum einen eine biologisch motivierte Restrangierungsvorschrift für die Modellierung der Wirbelsäule mit allen Wirbelkörpern [167, 182, 184], und zum anderen ein Ersatzgelenk [167, 180], welches anstatt einer kinematischen Kette aus Wirbelkörpern die Bewegungen des Rumpfes mit nur einem Gelenk approximiert. Zusätzliche Markerinformation ist für beide Modelle nicht notwendig.

Auf der Basis von anatomischen Daten wurde ein detailgetreues Modell der Wirbelsäule erstellt. Die menschliche Wirbelsäule besteht aus insgesamt 33 bis 34 Wirbeln, wobei die Wirbel des Kreuzbeines als starre Einheit aufgefasst werden können und somit 25 freie Wirbel verbleiben. Je zwei Wirbel bilden zusammen ein sogenanntes *Bewegungssegment*, die laut [150] und [171] sowohl morphologische als auch funktionelle Einheiten bilden. Die Summe der Hauptbewegungen aller 25 Bewegungssegmente ergibt die Gesamtbewegung der Wirbelsäule.

Der Zusammenhang der einzelnen Wirbelkörper ist beim Menschen relativ komplex. Zwischen den Wirbelkörpern befindet sich jeweils eine Bandscheibe, welche genaugenommen alle sechs Freiheitsgrade zulässt, wenn auch aufgrund ihrer geringen Kompressibilität und Dehnbarkeit nur in geringem Ausmaß. Nach Krämer [111] verlaufen Bewegungen zwischen zwei Wirbeln um einen Drehpunkt und werden von den Wirbelbogengelenken geführt. Der Nucleus pulposus kann dabei nach Kapandji [98] idealisiert als Kugellagerelement aufgefasst werden. Entscheidend für die Beweglichkeit eines Wirbelsäulenabschnittes ist das Verhältnis von Bandscheiben- zu Wirbelkörperhöhe [167]. Durch Belastungen kommt es zudem zu einer Höhenänderung, einer Verschiebung des Drehpunktes und damit zu einer Verminderung des Bewegungsumfanges.

Die Gelenkflächen der Wirbelbogengelenke zwischen den Wirbeln gleiten während der Bewegung aufeinander ab und sorgen durch ihre Oberflächenform für einen definierten Bewegungsablauf. In der Brust- und Halswirbelsäule sind die Gelenkflächen so ausgerichtet, dass sich ein Drehzentrum etwa in der Mitte der Bandscheibe innerhalb eines Bewegungssegments einstellt. Hingegen sind die Gelenkflächen im lumbaren Bereich nach hinten gewölbt und die vertikale Drehachse verschiebt sich hinter den Wirbelkörper, wie in Abbildung 3.8 gezeigt.

Die Wirbelsäulenbänder oder Ligamente sorgen für eine stabile Verbindung der Wirbel untereinander und ermöglichen hohe mechanische Belastungen [171]. Sowohl die Ligamente als auch die Rumpfmuskulatur verbinden die Wirbel nicht nur paarweise, sondern überspannen ganze Regionen und die Bewegung in den einzelnen Bewegungs-

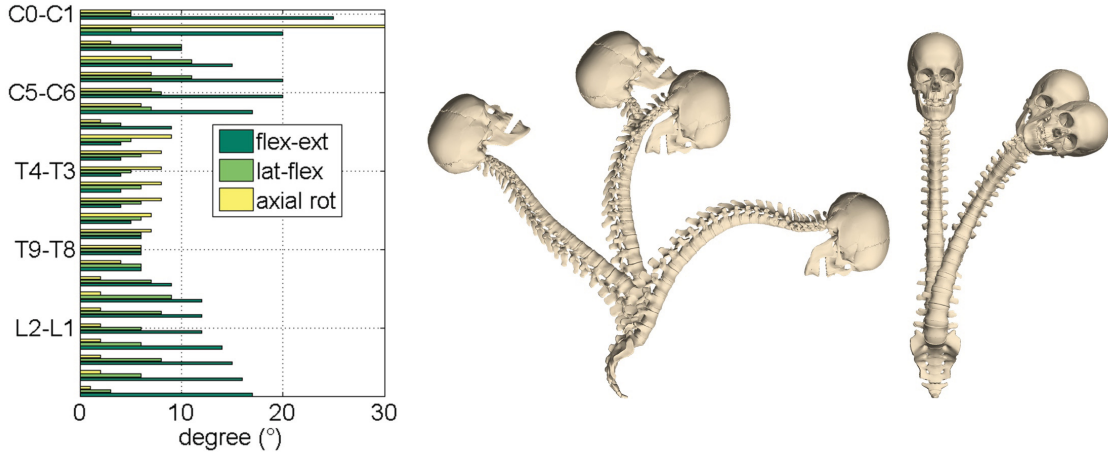


Abbildung 3.9: Bewegungsumfang.

segmenten ist nicht unabhängig voneinander. Laut Putz [152] lassen sich die Bewegungssegmente weiter zu Bewegungsregionen zusammenfassen, innerhalb derer besondere funktionelle Beziehungen bestehen. Demnach werden folgende Bewegungsregionen definiert: Kopfgelenke bis zum dritten Halswirbel (C3), C3 bis T1, T1 bis T12 und T12 bis Kreuzbein. Sie entsprechen in etwa der klassischen Unterteilung in Hals-, Brust- und Lendenwirbelsäule.

Im Wirbelsäulenmodell [167] werden die einzelnen Wirbelkörper als einzelne Starrkörper auf Basis statistisch ermittelter physiologischer Segmentdimensionen [152, 196, 220] abgebildet. Die Gelenke werden als Kugelgelenke im thorakalen und cervicalen Bereich gemäß Abbildung 3.8 im anatomischen Drehpunkt [146, 147] modelliert. Im lumbaren Bereich wird die Vertikalachse entsprechend nach dorsal verschoben. Der Gelenkzusammenhang kann auch als Kardangelenk mit Drehzentrum im Mittelpunkt der Bandscheibe in Kombination mit einem Drehgelenk mit der Drehachse im Zentrum der Wirbelgelenke verlaufend aufgefasst werden. Da das Modell anders als in [240] keine Muskelemente zur Realisierung der Kopplungen in den Bewegungsregionen vorsieht, werden kinematische Restriktionen zur Begrenzung der Freiheitsgrade auf Basis von experimentell ermittelten Bewegungsumfängen [146, 147, 152, 220] der einzelnen Bewegungssegmente eingeführt. Hierzu wurden die Literaturdaten von Tuchtenhagen [207] statistisch validiert. Der ermittelte Bewegungsumfang der einzelnen Bewegungssegmente ist in Abbildung 3.9 links aufgeteilt nach den drei Bewegungsrichtungen Flexion-Extension, Lateralflexion und Axialrotation dargestellt. In Abbildung 3.9 rechts ist der Bewegungsumfang am Modell abgebildet. Aus dem maximalen Bewegungsumfang wird die Kopplung formuliert. Dabei gelten für die Winkel φ_i zwischen zwei Bewegungssegmenten i und j in die Richtungen Lateralflexion (lf), Flexion-Extension (fe) und Axialrotation (ar) die Zusammenhänge

$$\varphi_{ij}^{lf} = \frac{a_{ij}^{lf}}{a_0^{lf}} q_{lf}, \quad \varphi_{ij}^{fe} = \frac{a_{ij}^{fe}}{a_0^{fe}} q_{fe}, \quad \varphi_{ij}^{ar} = \frac{a_{ij}^{ar}}{a_0^{ar}} q_{ar} \quad (3.24)$$

mit dem Normumfang $a_0 = a_{01}$ und dem Bewegungsumfang a_{ij} des jeweiligen Bewegungssegmentes in einer Bewegungsrichtung.

Somit lässt sich eine vollständige Wirbelsäule mit 75 Gelenkvariablen, d.h. 25 Bewegungssegmente mit je 3 Rotationen, abbilden und auf eine gewünschte Anzahl an

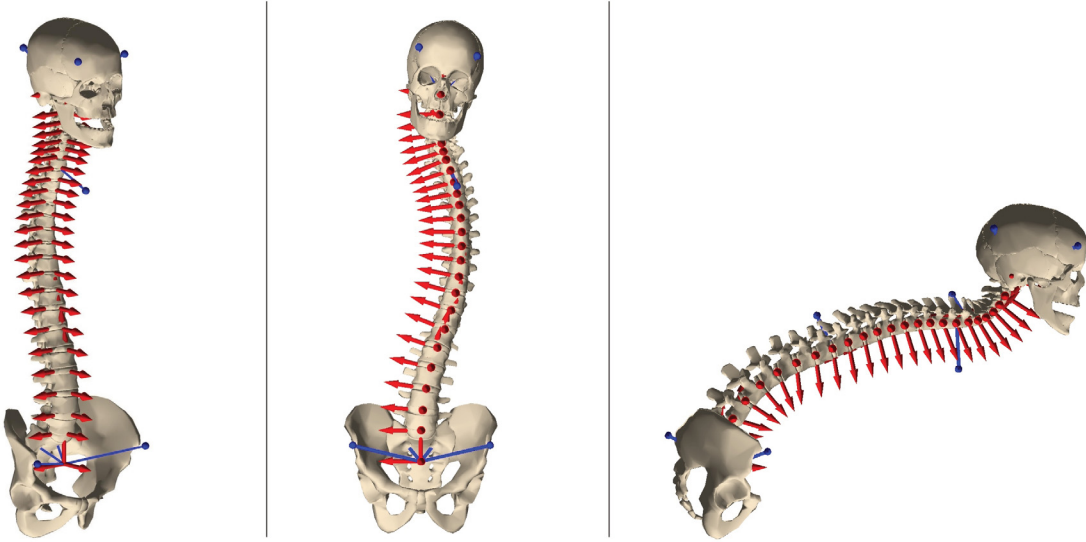


Abbildung 3.10: Wirbelsäulenmodell mit drei Bewegungsregionen und neun Freiheitsgraden. Links: Normalstellung. Mitte: Lateralflexion. Rechts: Flexion.

Freiheitsgraden in Abhängigkeit von der verfügbaren Markerinformation reduzieren. Beispielsweise kann mit Markern an der Hüfte, im Schulterbereich und am Kopf eine Wirbelsäule mit sechs Freiheitsgraden realisiert werden, d.h. drei Freiheitsgrade $\mathbf{q}_{lt} = [q_{lt}^{lf}, q_{lt}^{fe}, q_{lt}^{ar}]^T$ im lumbaren und thorakalen Bereich, wobei der Normumfang des Bewegungssegments L5-S1 gewählt wird, sowie weitere drei Freiheitsgrade $\mathbf{q}_c = [q_c^{lf}, q_c^{fe}, q_c^{ar}]^T$ im cervicalen Bereich mit dem Bezugselement C7-T1. Ist zusätzlich Markerinformation, z.B. im Bereich T10, verfügbar, so kann der Brust- und Lendenbereich in zwei unabhängige Bewegungsregionen durch Einführen weiterer Freiheitsgrade $\mathbf{q}_t = [q_t^{lf}, q_t^{fe}, q_t^{ar}]^T$ mit dem Bezugselement T9-T10 aufgeteilt werden. Das Wirbelsäulenmodell mit neun Freiheitsgraden bietet eine hohe Beweglichkeit und ist zur Rekonstruktion vieler Rumpfbewegungen geeignet [182]. In Abbildung 3.10 sind die möglichen gegenläufigen Bewegungen der einzelnen Bewegungsregionen abgebildet. Ein Gütevergleich unterschiedlicher Wirbelsäulenmodelle findet sich in [182, 184].

3.3.5 Modellskalierung mittels Optimierung

Vor der Rekonstruktion ist eine Anpassung des Mehrkörpermodells an den jeweiligen Probanden erforderlich. Wie zuvor beschrieben ist eine individuelle Erfassung der Segmentdimensionen und Massenträgheitsparameter eines Subjektes sehr zeitaufwändig. Daher wird ein auf Regressionsstudien basierendes normiertes Modell verwendet und probandenspezifisch skaliert.

Vorüberlegungen

Skaliert werden ausschließlich Längen, also die Starrkörperdimensionen in den drei Raumrichtungen und davon abhängige Größen. Winkel bzw. Rotationen werden nicht skaliert. Massen sind unabhängig von Längen, Trägheitstensoren sind davon abhängig,

ebenso wie die Schwerpunktlage. Die translatorischen Gelenkbindungen, welche als Funktionen abhängig von den generalisierten Koordinaten vorliegen, hängen ebenfalls von Längen ab.

Die Eingabedaten zur Erstellung des Modells liegen in körperfesten Koordinatensystemen K_b als Lageinformationen vor und der Mehrkörperalgorithmus berechnet daraus die Modellgleichungen. Durch Skalierung der relativen Lagen ist das gesamte System daher bestimmt. Die relativen Vektoren bestehen aus je drei Lagekoordinaten, welche unabhängig voneinander mit Skalierungsfaktoren ${}^b s_x$, ${}^b s_y$ und ${}^b s_z$ skaliert werden können. Man kann diese Faktoren in einer Diagonalmatrix \mathbf{S}_b pro Körper zusammenfassen und damit die im Koordinatensystemen K_b ursprünglich definierten Vektoren ${}^b \mathbf{r}^0$ durch Matrixmultiplikation nach Gleichung (3.25) skalieren. Der tiefgestellte Index 0 bezeichnet dabei die Ursprungsgröße. Die Vektoren ${}^b \mathbf{r}$ und ${}^b \mathbf{r}_0$ selbst liegen in Relativkoordinaten bezüglich K_b vor:

$${}^b \mathbf{r} = \mathbf{S}_b {}^b \mathbf{r}_0 = \begin{bmatrix} {}^b s_x & 0 & 0 \\ 0 & {}^b s_y & 0 \\ 0 & 0 & {}^b s_z \end{bmatrix} {}^b \mathbf{r}_0. \quad (3.25)$$

Mit bekannten Skalierungsfaktoren lassen sich alle relativen Lagevektoren skalieren und daraus im Anschluss die davon abhängig parametrisierten Trägheitstensoren berechnen.

Die Frage ist nun, wie man die Skalierungsfaktoren der einzelnen Körper ermitteln kann. Grundsätzlich ist eine *lineare* Modellskalierung möglich, d.h. alle Skalierungsfaktoren aller Körper sind gleich. Mit der bekannten Körpergröße des Standardmodells und der durch Messung ermittelten Körpergröße des Subjekts kann der Einheitsfaktor als Verhältnis beider zueinander berechnet werden. Diese Form der Skalierung ist einfach, jedoch wird man bei weitem nicht allen Probanden gerecht. Es besteht die Möglichkeit, Marker an anatomischen Landmarken anzubringen und somit die Informationen einzelner Körperpositionen zu beziehen. Mit geometrischen Annahmen und optimierungsbasierter Bewegungsrekonstruktion auf Lageebene können aus den Informationen auch die Skalierungsfaktoren und das skalierte Modell gewonnen werden. Das Markersset kann hierzu in statische und dynamische Marker unterteilt werden. Nur die statischen Marker werden zur Skalierung eingesetzt und müssen möglichst exakt auf den gewünschten anatomischen Punkten positioniert werden. Dynamische Marker werden dort platziert, wo es für die anschließende Rekonstruktion über die Zeit am vorteilhaftesten ist. Ihre Modelllage kann nach der Skalierung invers über die Modellgleichungen bestimmt werden.

Skalierungsalgorithmus

Im Folgenden seien die gemessenen sowie die modellbasierten Größen an einem einzigen Zeitpunkt t_n gegeben. Die in absoluten Koordinaten $\hat{\mathbf{R}}_m(t_n)$ vorliegenden gemessenen Markerpunkte \bar{M}_m , $m = 1, \dots, n_m$, werden in statische Marker $\hat{\mathbf{R}}_m^{stat}$ und in dynamische Marker $\hat{\mathbf{R}}_m^{dyn}$ aufgeteilt, und entsprechende Modellmarker \bar{M}_m werden mit ${}^b \mathbf{r}_m^{stat}$ und ${}^b \mathbf{r}_m^{dyn}$ bezüglich der Körperreferenzsysteme K_b definiert. Die absoluten Lagen $\mathbf{R}_b(\mathbf{q})$ und Orientierungen $\mathbf{A}_b(\mathbf{q})$, die Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{R}}_b = \mathbf{J}_b^r(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$ und die Winkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}_b = \mathbf{J}_b^\omega(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$ der Körperreferenzsysteme K_b liegen durch den Mehrkörperalgorithmus berechnet vor. Zur Skalierung sind ausschließlich die statischen Marker erforderlich. Die absolute Lage eines statischen Modellmarkers ergibt sich durch

$$\mathbf{R}_m^{stat}(\mathbf{q}, \mathbf{s}) = \mathbf{R}_b(\mathbf{q}, \mathbf{s}) + \mathbf{A}_b(\mathbf{q}, \mathbf{s}) \mathbf{S}_b^b \mathbf{r}_{m,0}^{stat} \quad (3.26)$$

mit der Skalierungsmatrix \mathbf{S}_b eines Körpers.

Der Vektor aller Skalierungsfaktoren $\mathbf{s} = [{}^1s_x, {}^1s_y, {}^1s_z, {}^2s_x, {}^2s_y, \dots, {}^ns_x, {}^ns_y, {}^ns_z]^T$ des Systems wird über die Anzahl N der zu skalierenden dreidimensionalen Elemente im Modell definiert. Das Ausgleichsproblem wird als Minimierung der Residuen zwischen den statischen Mess- und Modellmarkern auf Lageebene definiert, jedoch besteht der Lösungsvektor $\mathbf{x} = [\mathbf{q}^T, \mathbf{s}^T]^T$ neben den generalisierten Koordinaten zusätzlich aus den Skalierungsfaktoren. Damit ergibt sich das Residuum eines statischen Markerpaars zu

$$\mathbf{f}_m^{stat}(\mathbf{q}, \mathbf{s}) = \mathbf{R}_m^{stat}(\mathbf{q}, \mathbf{s}) - \hat{\mathbf{R}}_m^{stat}(t_n). \quad (3.27)$$

Die Berechnung höherer Ableitungen der generalisierten Koordinaten sowie die Angabe eines Gradienten ist nicht notwendig, da nur zu einem einzigen Zeitpunkt skaliert wird. Die Anzahl der Lösungsvariablen ist mit $n_q + 3n_b$, d.h. die Summe der Anzahl der generalisierten Koordinaten und der dreifachen Anzahl der Starrkörper, im Allgemeinen höher als die Anzahl der Koordinaten der statischen Marker und das Problem wäre unterbestimmt. Auf eine hohe Anzahl statischer Marker möchte bzw. muss man in der Praxis verzichten. Daher muss die Anzahl der frei zu bestimmenden Skalierungsfaktoren reduziert werden. Das kann durch physiologisch plausible geometrische Annahmen unter den Skalierungsfaktoren erreicht werden, z.B. können die linken und rechten Gliedmaßen als symmetrisch betrachtet und deren Faktoren somit gleichgesetzt werden. Ferner kann die räumliche Ausdehnung der Segmente der Extremitäten in den drei Raumrichtungen linear abhängig voneinander skaliert werden, d.h. die Skalierungsfaktoren in den Raumrichtungen sind pro Segment gleich. Weitere geometrische Bedingungen z.B. zur Berechnung der Hüftgelenkszentren kann man aus der Literatur [45, 117] entnehmen. Das Ausgleichsproblem ist somit ausreichend überbestimmt.

In der Literatur finden sich gleich mehrere Markersets, z.B. das Helen Hayes-Markerset [212] oder das Plugin-Gait-Markerset [214], welche zur Anwendung geometrischer Rekonstruktionsverfahren entwickelt wurden. Ein umfangreiches Markersset wurde an der University of Western Australia (UWA) [16, 57] entwickelt. Es besteht aus statischen und dynamischen Markern und nutzt die nach Cappozzo et al. [29] vorgeschlagene Clustertechnik. Die den Markersets zugrundeliegenden geometrischen Beziehungen können in dem hier vorgeschlagenen optimierungsbasierten Skalierungsverfahren als geometrische Abhängigkeiten unter den einzelnen Skalierungsfaktoren genutzt werden.

3.4 Optimierungsbasierte inverse Dynamik

Neben den Verläufen der kinematischen Größen interessieren auch Kräfte als Ursache einer rekonstruierten Bewegung. Da die inneren Kräfte am Subjekt nur schwer oder gar nicht messbar sind, wird eine modellbasierte inverse Berechnung von Kräften und Momenten eingesetzt. Insbesondere wird piezoelektrischen Kraftmessverfahren eine höhere Genauigkeit zugesprochen als der Rekonstruktion einer Bewegung und der anschließenden Berechnung der wirkenden Kräfte, da die Rekonstruktion und die Modellparameter fehlerbehaftet sind.

Umgebungsreaktionen können auf verschiedene Art und Weise modelliert werden. Ein Kontakt kann beispielsweise als temporäre Gelenkbindung aufgefasst werden. Mit expliziten Gelenkbindungen kann lediglich ein Kontaktpunkt als Gelenk zur Umgebung formuliert werden. Bei der Einführung weiterer Kontakte entstehen Schleifen und die Anzahl der angenommenen generalisierten Koordinaten ist eventuell nicht mehr minimal. Mit Hilfe von impliziten Bindungen kann theoretisch eine beliebige Anzahl von Kontaktpunkten formuliert werden, was praktisch aber nur schwer realisierbar ist. Bei nicht vorhandener dynamischer Messung können mit den bekannten kinematischen Verläufen aus den Bewegungsgleichungen exakt sechs Umgebungsreaktionen berechnet werden. Die Annahme weiterer Umgebungsreaktionen führt zu einem unterbestimmten Gleichungssystem, welches nur durch weitere Modellannahmen gelöst werden kann, z.B. durch pseudoinverse Methoden zur optimalen Verteilung der Kräfte oder durch Kontaktgesetze.

In dieser Arbeit steht eine allgemeine Formulierung im Vordergrund, die zur Anwendung auf beliebige Modelle mit vorliegenden Umgebungsreaktionen zielt. Die Modellierungsstrategie betrachtet die gemessenen Kräfte im Modell als äußere Kräfte. Der Wurzelkörper ist definiert als derjenige Körper in der Baumstruktur, der als einziger über ein Gelenk mit sechs Freiheitsgraden mit dem Laborkoordinatensystem verbunden ist und aufgrund der allgemeinen Modellformulierung nicht notwendigerweise ein Körper mit Kontakt sein muss. Bei der Modellierung erwies sich das Hüftsegment als günstig für den Wurzelkörper. Durch den hierarchischen Modellgraphen sind nun immer die ersten sechs Zeilen der in Matrixform vorliegenden Bewegungsgleichungen mit der Dynamik des Wurzelgelenks assoziiert. Unter der Wirkung von beliebigen äußeren Kräften kann sodann die inverse dynamische Gleichung

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{Q}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) - \sum_b \mathbf{J}_b^T(\mathbf{q}_d)\Phi_b\mathbf{F}_b^6 \quad (3.28)$$

formuliert werden. Dabei sind die \mathbf{q}_d die durch die Rekonstruktion bestimmten generalisierten Koordinaten, $\mathbf{M}(\mathbf{q}_d)$ ist die Massenmatrix des Systems, $\mathbf{Q}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d)$ enthält quadratische und zentrifugale Terme sowie die Gewichtskräfte und sonstige lage- und geschwindigkeitsabhängige Kraftterme, nicht aber die gemessenen äußeren Kräfte. An den Körpern $b \in \{1, \dots, n\}$ greifen je Körper drei äußere Kräfte und Momente an einem Kraftangriffspunkt \mathbf{r}_b auf Körper K_b konzentriert an, die im sechsdimensionalen Vektor \mathbf{F}_b^6 zusammengefasst werden, $\mathbf{J}_b(\mathbf{q}_d)$ ist die Jacobimatrix des jeweiligen Körperreferenzsystems K_b , \mathbf{T} sind die durch inverse Dynamik bestimmbar generalisierten Antriebskräfte. Die Übergangsmatrix Φ_b enthält den Relativvektor \mathbf{r}_b vom Ursprung von K_b zum Kraftangriffspunkt und ist durch

$$\Phi_b = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\tilde{\mathbf{r}}_b^K \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

definiert. Der Vektor der äußeren Kräfte und Momente \mathbf{F}_b^6 enthält die aus der Messung vorliegenden absoluten Koordinaten der erfassten äußeren Kräfte und Momente

$$\mathbf{F}_b^6 = [F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T, \quad (3.30)$$

die am Kontaktpunkt P_b^K wirken, wobei der kinematische Zusammenhang $\mathbf{R}_b^K = \mathbf{R}_b + \mathbf{A}_b^b \mathbf{r}_b^K$ gilt. Das Summenzeichen in Gleichung (3.28) kennzeichnet die Addition aller durch $\mathbf{J}_b(\mathbf{q}_d)$ und Φ_b in den Minimalkoordinatenraum projizierten Kräfte. Die Zusammenhänge sind in den Abbildungen 3.11 und 3.12 dargestellt.

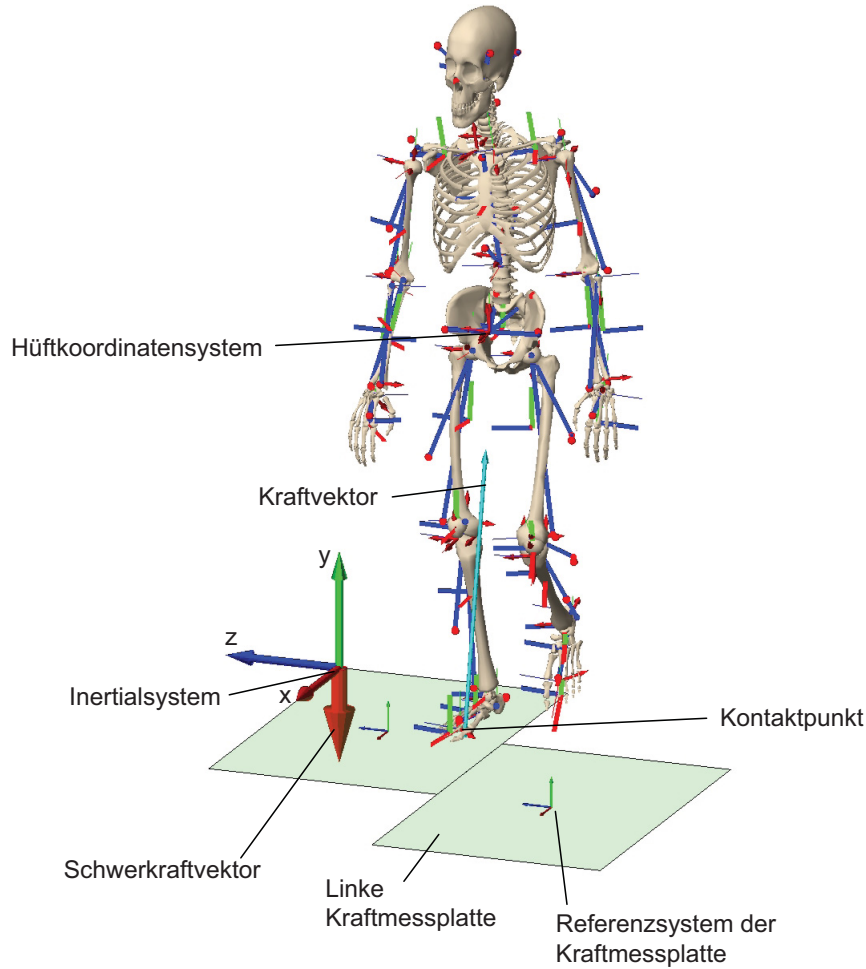


Abbildung 3.11: Modell- und Versuchsaufbau.

Der Mensch als dynamisches System tritt mit der Umgebung nur durch die äußeren Reaktionen in Wechselwirkung und daraus folgt für ein exakt mit der Realität übereinstimmendes Modell

$$\mathbf{T}_{\text{Exakt}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \mathbf{T}_{(nq-6) \times 1} \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

d.h. die generalisierten Antriebe im Wurzelgelenk sind null und das System befindet sich ausschließlich mit allen Umgebungsreaktionen im dynamischen Gleichgewicht. In der Praxis kommt der Idealfall aufgrund von Modell- und Messfehlern nicht vor und es treten sogenannte Kräfte-residuen

$$\hat{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{6 \times 1}^R \\ \hat{\mathbf{T}}_{(nq-6) \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

auf. In Gleichung (3.32) sind die $\mathbf{T}_{6 \times 1}^R$ die generalisierten Residuen am Wurzelgelenk und notwendig zur Erfüllung des Kräftegleichgewichts bei fehlerbehafteten Systemen. Die generalisierten Kräfte $\hat{\mathbf{T}}_{(nq-6) \times 1}$ sowie rekonstruierte Größen und Parameterannahmen sind ebenfalls fehlerbehaftet, und deren Güte ist durch $\mathbf{T}_{6 \times 1}^R$ näherungsweise bewertbar.

Der hier verfolgte Ansatz unterscheidet sich vom klassischen Newton-Euler-Ansatz in der Biomechanik, bei dem das Auftreten der Residuen auch gegeben ist. Vor der Durchführung der inversen Dynamik mit einem Newton-Euler-Ansatz wird die Entscheidung getroffen, die Berechnung *bottom up*, d.h. von den Reaktionspunkten beginnend die Körperkette entlang, oder *top down*, d.h. von den Enden der Mehrkörperstruktur zu den Reaktionspunkten hin, durchzuführen. Diese Entscheidung basiert auf der Annahme, dass die Modellfehler durch Residuen am Ende der Durchlaufreife ausgeglichen und die berechneten Größen am Anfang der Durchlaufreife dadurch genauer sind, weil den gemessenen Kräften eine höhere Genauigkeit zugesprochen wird als den rekonstruierten kinematischen Daten. Der Natur eines Minimalkoordinatenansatzes entspricht es hingegen, dass die Residuen am Gelenk zur Umgebung zunächst als generalisierte Antriebskräfte auftreten. Über weitere Transformationsvorschriften kann man die Residuen aber auch an jedem beliebigen Körper des Systems annehmen. Die dynamischen Messdaten \mathbf{F}_b^6 sowie der bezüglich K_b relative Reaktionspunkt ${}^b\mathbf{r}_b^K$ und damit \mathbf{r}_b^K und \mathbf{R}_b^K sind zeitabhängig, d.h. Kraftangriffspunkte wandern auf der Körperoberfläche und können formal auch auf andere Körper übergehen.

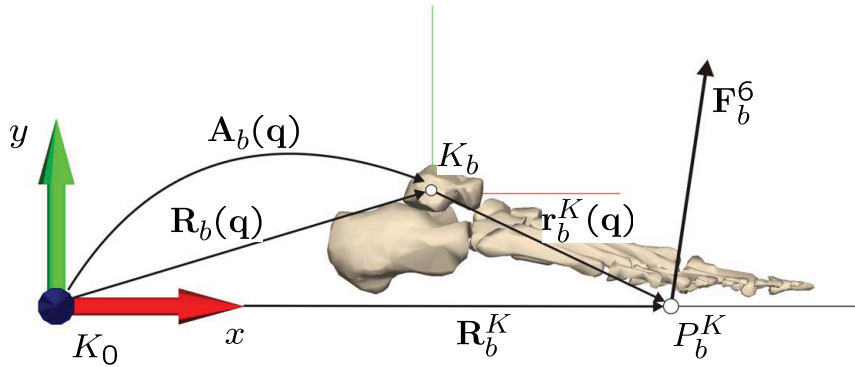


Abbildung 3.12: Zusammenhänge im Körper K_b mit Kraftangriffspunkt P_b^K .

Gemäß der Modellvorstellung kann unter normalen Bedingungen bei Bodenkontakt mit dem Fuß nur das Moment um die Vertikale zur Bodenebene eingeleitet werden, d.h. die menschliche Körperoberfläche lässt eine Einleitung der beiden anderen Momente um die in der Ebene liegenden Raumachsen auf einer ebenen Messplatte physisch nicht zu. Aus dieser Annahme ergibt sich der Vektor der äußeren Kräfte zu $\mathbf{F}_b^6 = [F_x, F_y, F_z, 0, M_y, 0]^T$, und eine Berechnung des Reaktionspunktes $\mathbf{R}_b^K = [X, 0, Z]^T$ ist in Koordinaten bezüglich K_0 in der von der Platte aufgespannten Ebene möglich [2]. Darauf aufbauend ist die Kraft F_y in vertikaler Richtung physisch nur als Druckkraft möglich. F_x , F_z und M_y entstehen aufgrund der Oberflächenreibung und können positive und negative Werte annehmen. Der zur Berechnung der zeitabhängigen Matrix Φ_b benötigte zeitabhängige Relativvektor kann dann zu jedem diskreten Zeitpunkt aus

$$\mathbf{r}_b^K = \mathbf{R}_b^K - \mathbf{R}_b(\mathbf{q}) \quad (3.33)$$

bzw. aus

$${}^b\mathbf{r}_b^K = \mathbf{A}_b^T (\mathbf{R}_b^K - \mathbf{R}_b(\mathbf{q})) \quad (3.34)$$

ermittelt werden. In Abbildung 3.12 ist der Zusammenhang grafisch dargestellt, wobei der Fuß als ein starrer Körper aufgefasst wird.

Mit Gleichung (3.28) können die generalisierten Antriebe unter Vorgabe der rekonstruierten Größen und der dynamisch erfassten Größen unter Erfüllung von Gleichung (3.34) zu jedem Zeitschritt ermittelt werden. Die Residuen treten am realen System nicht auf und im Modellsystem sollen diese idealerweise verschwinden. Darauf aufbauen kann man wieder ein Optimierungs- bzw. Ausgleichsproblem formulieren und damit die Systemparameter und -variablen verbessern. Dies wird im Folgenden gezeigt.

3.4.1 Modelloptimierung mit Messdaten

Durch Regression und Skalierung werden die Modellparameter bereits in guter Näherung bestimmt. Allerdings besteht die Möglichkeit, die Parameter weiter anzupassen. Man kann die Bewegungsgleichungen (3.28), die nun auch die Umgebungsreaktionen enthalten, allgemein als nichtlinear abhängig von beliebigen Parametern \mathbf{h} angeben:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{Q}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) - \sum_b \mathbf{J}_b^T(\mathbf{q}_d)\Phi_b \mathbf{F}_b^6 \equiv \mathbf{w}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d, \mathbf{F}_b^6, \mathbf{h}) = \hat{\mathbf{T}}, \quad (3.35)$$

Für ein biomechanisches Menschmodell, das auf Regressionsgleichungen basiert, enthält die Vektorfunktion $\mathbf{w}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d, \mathbf{F}_b^6, \mathbf{h})$ in Gleichung (3.35) die Systemgleichungen mit den aus der Rekonstruktion bekannten Trajektorien- und Reaktionsverläufen und den durch Regression bestimmten Parametern \mathbf{h} , z.B. Massen und relative Schwerpunktlagen. Die inverse Dynamik bestimmt die generalisierten Antriebe $\hat{\mathbf{T}}$.

Bei Craig [40] und Lewis [120] findet man eine Form der Bewegungsgleichungen

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_d)\ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{Q}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) \equiv \bar{\mathbf{W}}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) \cdot \bar{\mathbf{h}} = \mathbf{T}_d, \quad (3.36)$$

die linear nach darin enthaltenen Parametern $\bar{\mathbf{h}}$ aufgelöst wurde. Die Matrix $\bar{\mathbf{W}}$ enthält nichtlineare Funktionen in Abhängigkeit der generalisierten Koordinaten \mathbf{q}_d und deren ersten und zweiten Ableitungen $\dot{\mathbf{q}}_d$ und $\ddot{\mathbf{q}}_d$. Der Index d symbolisiert dabei, dass die Koordinatenverläufe sowie die generalisierten Antriebe \mathbf{T}_d bekannt sind. Somit besteht die Möglichkeit, etwaige unbekannte Parameter des Systems zu bestimmen. Diese Form der Bewegungsgleichungen wird beispielsweise genutzt, um bei Robotersystemen unbekannte Massen und Trägheitsparameter einer Nutzlast zu bestimmen. Die Gelenktrajektorien sowie die Antriebsmomente werden hierfür von Sensoren erfasst. Allerdings können die Gleichungen nicht nach allen Systemparametern linear aufgelöst werden. Die Gleichungen enthalten Produkte aus Massen- und Längenparameter, die bei gleichzeitiger Bestimmung nichtlinear abhängig sind. Daher werden als Parameter hier gerne die Masse, die Produkte aus Masse und Länge sowie die Trägheitsmomente gewählt, was bei einem starren Robotersystem durchaus Sinn macht. Gleichung (3.36) eignet sich zur Lösung eines lineares Ausgleichsproblems mit den erfassten Antriebsgrößen \mathbf{T}_d , um die Parameter zu bestimmen.

Mit Gleichung (3.35) kann hingegen über die Residuen ein nichtlineares Ausgleichsproblem formuliert werden, das die in $\hat{\mathbf{T}}$ enthaltenen Residuen minimiert und die Parameter bestimmt. Das kann unter Einbezug der Daten für einen oder mehrere Zeitpunkte erfolgen. Die in Frage kommenden Parameter sind jedoch bei langsamen Bewegungen auf die Schwerpunktlagen begrenzt, was aus folgenden Überlegungen hervorgeht: Eine Änderung der einzelnen Körpermassen muss so erfolgen, dass die Gesamtmasse

im Modell erhalten bleibt, da diese durch Wiegen des Subjekts bestimmt wird. Die Trägheitstensoren beeinflussen die Residuen nur, falls die Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}_d$ und die Beschleunigungen $\ddot{\mathbf{q}}_d$ nicht verschwinden, d.h. in einer statischen Pose hat ihre Änderung kaum Auswirkungen auf die Reduktion der Residuen. Auch der Einfluss der Schwabbelmassen ist statisch nicht gegeben, was zur Bestimmung des Schwerpunktes vorteilhaft ist. Eine Bestimmung des Trägheitstensors ist bei höheren, nicht verschwindenden Geschwindigkeiten und Beschleunigungen möglich, aber durch die Schwabbelmassenbewegung schwierig und eventuell ungenau.

Der Gesamtschwerpunkt liegt beim Menschen in stehender, statischer Pose über der Geraden, die die beiden Bodenreaktionen verbindet. Im Regressionsmodell eventuell abweichende Schwerpunktlagen verursachen daher in erster Linie Residuenmomente. Es bietet sich daher an, einzelne Schwerpunktlagen dem Subjekt entsprechend anzupassen und dadurch die Residuen mit einer aufgezeichneten T-Pose zu minimieren. An den vier massereichsten Segmenten Hüfte, Torso und den beiden Oberschenkeln zeigt sich in der Regel der größte subjektbezogene Unterschied, z.B. aufgrund von Geschlecht oder Adipositas.

Danach werden die Elemente des zu optimierenden Parametervektors

$$\mathbf{h} = \left[r_x^{Pelvis} \quad r_y^{Pelvis} \quad r_x^{Thorax} \quad r_y^{Thorax} \quad r_x^{Femur} \quad r_y^{Femur} \right]^T \quad (3.37)$$

durch die relativen Schwerpunktlagen von Hüft-, Oberkörper- und Oberschenkelsegmenten unter der Annahme definiert, dass der Schwerpunkt auf dem einzelnen Starrkörper in lateraler Richtung symmetrisch angeordnet ist. Zur Stabilisierung des Verfahrens wird ferner gefordert, dass die mit w_i gewichtete Differenz zwischen optimalem und aus den Regressionsgleichungen anfangs vorgegebenen Schwerpunktlagen \mathbf{h}_0 minimal wird. Die hier skalar angegebene Zielfunktion ist dann

$$f(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \sum_i^6 \left(\frac{T_i^6}{T_{i0}^6} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_i^6 w_i \left(\frac{h_i - h_{i0}}{h_{i0}} \right)^2. \quad (3.38)$$

Die einzelnen Residuen und die Schwerpunktlagen werden jeweils mit ihren Ausgangsgrößen normiert, um eine Verhältnismäßigkeit zu gewährleisten.

Funktionsweise am Beispiel einer Kniebeuge

Zur Analyse von Kniebeugen wurde für ein Subjekt (Körpergewicht 81.3 kg, Körpergröße 1.78 m) zunächst eine T-Pose mit dem Motion Capture-System und zwei Kraftmessplatten aufgezeichnet. Im Anschluss wurden Kniebeugen mit und ohne Zusatzgewichten aufgenommen. Nach der Bewegungsrekonstruktion mit dem sequentiellen Verfahren aus Abschnitt 3.3.3 wurden die Schwerpunktlagen gemäß dem Ausgleichsproblem (3.38) mit den Gewichtungsfaktoren $w_i = 1$ optimiert. Die Optimierung erfolgte hierfür über 200 Kameraframes, die mit 200 Hz aufgezeichnet wurden. In Abbildung 3.14 werden die Residuenverläufe vor und nach dem Ausgleich gezeigt. Am signifikantesten änderte sich dabei das Momentenresiduum um die inertielle z -Achse. Insgesamt kann man hier über die Residuen vor der Optimierung sagen, dass sie bereits gering sind und die Parameter durch die Regressionsannahmen in guter Näherung stimmen. Die berechneten optimalen Schwerpunktlagen unterscheiden sich nur geringfügig von den originalen Lagen in der Hüfte und im Thorax um weniger als 1 cm, die Oberschenkellagen in körperfester x -Richtung um knapp 2 cm und in körperfester y -Richtung im

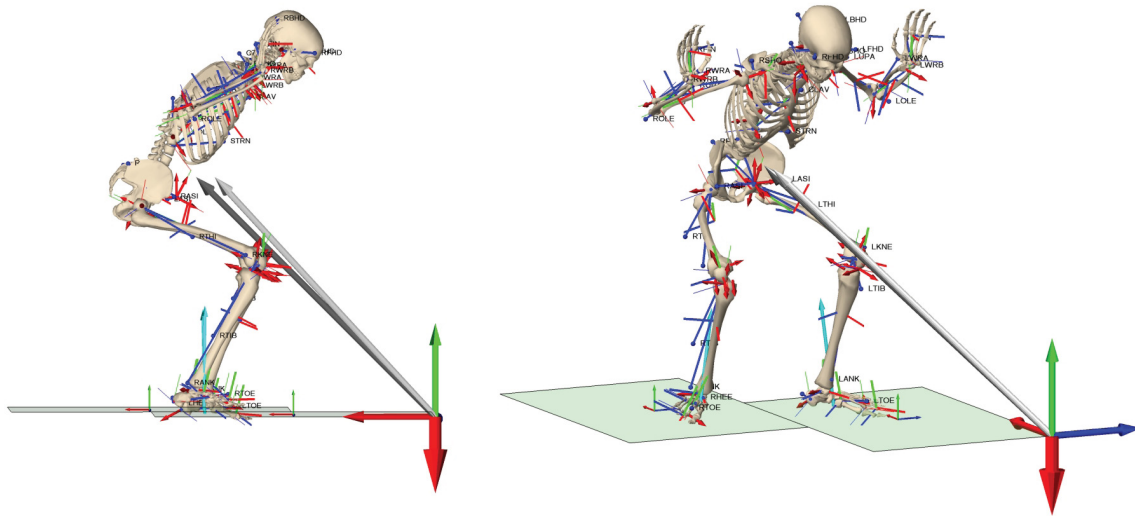


Abbildung 3.13: Kniebeuge in Stellung 90° Kniewinkel. Links: Seitenansicht. Rechts: 3d-Ansicht. Der hellgraue Pfeil stellt den Ortsvektor des Gesamtschwerpunkts des Modells vor dem Ausgleich dar, der dunkelgraue Pfeil den Ortsvektor nach dem Ausgleich.

Millimeterbereich. In Abbildung 3.13 ist die Stellung der Kniebeuge mit einem Kniewinkel von etwa 90° gezeigt. In der Seitenansicht (links) ist gut zu erkennen, dass die optimierten Schwerpunktlagen in dieser Stellung zu einem Gesamtschwerpunkt des Systems führen, der direkt über den Bodenreaktionen liegt. Für die dargestellte statische Kniebeugenstellung ist das plausibel.

3.4.2 Variablenoptimierung mit Messdaten

Eine Parameteroptimierung wie sie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben wurde, reduziert die Residuen im Durchschnitt über die Zeit, d.h. ein optimal gewählter aber über die Zeit konstanter Modellparameter kann periodisch auftretende oder durch Stöße bedingte kurzzeitig höhere Residuen nicht kompensieren. Mit den folgenden Verfahren wird versucht, auch zeitlich begrenzte Effekte in den Residuenverläufen zu kompensieren. Hierzu wird vorausgesetzt, dass eine Skalierung, Rekonstruktion und etwaige Parameteranpassung bereits durchgeführt wurde.

Vorüberlegungen

Eine globale Optimierung, die über alle Zeitschritte gleichzeitig durchgeführt wird und deren Ziel es ist, die Residuen über die Zeit unter Anpassung der Variablenverläufe und Modellparameter zu minimieren, kommt nur für Aufnahmen mit wenigen Kamerarframes in Betracht, da das Optimierungsproblem ansonsten aus mehreren tausend Unbekannten besteht und sowohl numerisch aufwändig als auch bezüglich der Berechnungszeit hoch ist.

Zur effektiveren Berechnung von Muskelaktivierungen schlagen Thelen et al. [202] einen Ansatz vor, der die Bewegungsgleichungen integriert. Ein PD-Regler erzeugt dabei aus den rekonstruierten Daten und dem momentanen Zustand des Systems die

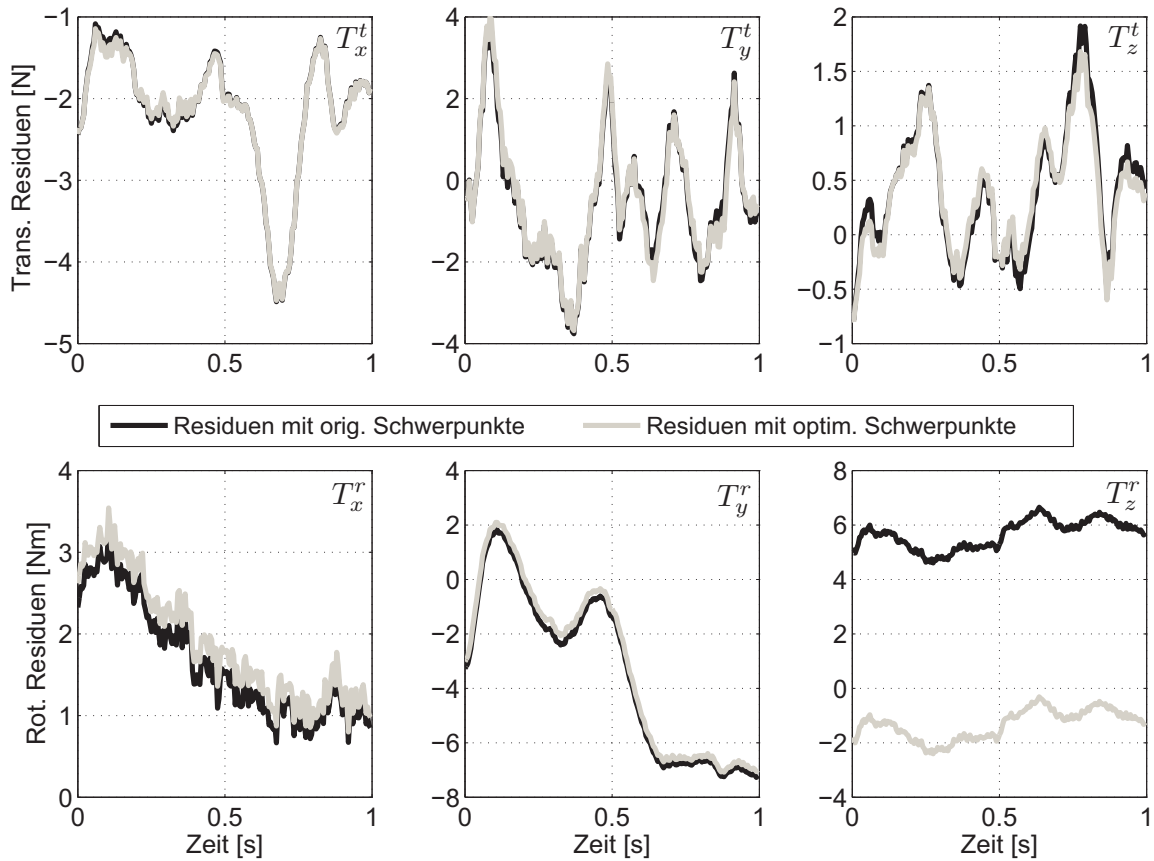


Abbildung 3.14: Residuenvergleiche für originale und optimierte Schwerpunktlagen von Oberkörper, Hüfte und Oberschenkeln. Deutlich zu erkennen ist die Verbesserung des Residuenmomentes T_z^r um die z -Achse.

gewünschte Beschleunigung. In [201] beschreiben Thelen und Anderson gar einen Residueneliminierungsalgorithmus, der die Residuen während der Vorwärtsintegration vollständig eliminiert. Allerdings besteht dabei das Problem, dass die Ergebnistrajektorien nach kurzer Zeit von den Solltrajektorien wegdriften, da die Eliminierung zu stark in den Regelkreislauf eingreift.

Eine Vorwärtsintegration ist prinzipiell von Vorteil, da sie in der Regel schnell abläuft und darüber hinaus sicherstellt, dass die Trajektorienverläufe und deren Ableitungen zueinander passen. Das Systemverhalten ist durch die Integration auch unter Störeinflüssen immer konsistent. Eine reine Regelung und Integration der Systemgleichungen nach rekonstruierten Trajektorien ohne Betrachtung der Residuen kann durch die entsprechende Wahl der Reglerparameter sogar zur Glättung dienen. Innerhalb einer Integration ist der Systemzustand fest, d.h. nur die Antriebsgrößen und die Beschleunigungen können beeinflusst werden und haben erst im nächsten Integrationschritt Auswirkungen auf die Zustandsvariablen und das weitere Reglerverhalten. Innerhalb einer Integration können auch noch andere Aspekte betrachtet werden, z.B. eine Schwabbelmassenbewegung, die in der Rekonstruktion nicht betrachtet wird, sowie Kontaktgesetze.

Vorwärtsintegration und Regler

Die zur Integration benötigte Bewegungsgleichung (3.28) liegt in Zustandsform

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \sum_b \mathbf{J}_b^T(\mathbf{q}) \Phi_b \mathbf{F}_b^6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{T} \quad (3.39)$$

vor. Während der Integration von (3.39) müssen die generalisierten Antriebe \mathbf{T} vorgegeben werden. Diese werden über das *computed-torque*-Regelgesetz auf Basis der Gleichung

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}(\mathbf{q})(\ddot{\mathbf{q}}_d - \mathbf{u}) - \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \sum_b \mathbf{J}_b^T(\mathbf{q}) \Phi_b \mathbf{F}_b^6 \quad (3.40)$$

nach Lewis [120] erzeugt, die eine Linearisierung der Zustandsrückführung bewirkt. Dabei wird die inverse Dynamik des Modells berechnet. Die lineare Fehlerdynamik zur Berechnung der Stellgröße \mathbf{u} wird hier mit einem PD-Regler

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{K}_p \mathbf{e} \quad (3.41)$$

bewerkstelligt. In (3.41) sind \mathbf{K}_p und \mathbf{K}_v die diagonalen $n_q \times n_q$ Korrekturmatriizen, $\dot{\mathbf{e}} = \dot{\mathbf{q}}_d - \dot{\mathbf{q}}$ und $\mathbf{e} = \mathbf{q}_d - \mathbf{q}$ die Sollabweichungen und \mathbf{q}_d , $\dot{\mathbf{q}}_d$ und $\ddot{\mathbf{q}}_d$ die aus der Rekonstruktion bekannten Solltrajektorien. Die Korrekturmatriizen werden gemäß

$$\mathbf{K}_v = 2c\mathbf{I}, \quad \mathbf{K}_p = c^2\mathbf{I} \quad (3.42)$$

kritisch gedämpft bestimmt, da ein Überschwingen des Systems unerwünscht ist und die Regelung damit asymptotisch stabil wird. Der Regelparameter c steht in Verbindung mit dem charakteristischen Polynom

$$p(s) = s^2 + 2K_v s + K_p = s^2 + 2D\omega_0 s + \omega_0^2 \quad (3.43)$$

der Fehlerdynamik und entspricht für ein kritisches Dämpfungsmaß $D = 1$ der Eigenfrequenz ω_0 des Reglers. Die Diagonalen der Matrizen \mathbf{K}_v und \mathbf{K}_p werden hier aus einem skalar vorgegebenen c gebildet. Eine unabhängige Anpassung der einzelnen Einträge ist aber prinzipiell auch möglich. Die Geschwindigkeit des Reglers ist von c abhängig. Für einen großen Wert fährt der Regler die Positionstrajektorie exakt ab, für einen kleinen Wert besitzt der Regler Glättungstendenzen. Abhängig von der Abtastrate, der Geschwindigkeit und der Frequenz der betrachteten Bewegungen wird im Robotikbereich in der Regel ein c zwischen 5 und 20 gewählt. Zyklische menschliche Bewegungen werden in der Regel mit 0 – 5 Hz ausgeführt, schnelle Bewegungen, wie z.B. wechselseitiges Beintapping im Steptanz mit bis zu 17 Hz [203].

Ansatz 1

Zur Minimierung der Residuen wird nun im Regelkreis zwischen der *computed-torque*-Transformation und den Modellgleichungen ein Ausgleichsproblem für jeden Integratorschritt gelöst. Dabei gilt die skalare und quadratische Zielfunktion

$$f(\ddot{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2} \sum_1^6 w_{T_i} \left(\frac{T_i^R(\ddot{\mathbf{q}})}{T_{di}^R(\ddot{\mathbf{q}}_d)} \right)^2 + \frac{1}{2} \sum_j w_{q_j} \left(\frac{\ddot{q}_{dj} - \ddot{q}_j}{\ddot{q}_{dj}} \right)^2 \quad (3.44)$$

mit den Gewichtungsfaktoren $w_{T,i}$ und $w_{q,j}$. Die Residuen $T_i^R(\ddot{\mathbf{q}})$ sollen dabei verschwinden und die Änderung der Beschleunigungen \ddot{q}_j gegenüber den Sollbeschleunigungen \ddot{q}_{dj} gering gehalten werden. Zur Konditionierung der Zielfunktion werden der erste Term mit den aus den Sollgrößen berechneten Residuen $T_{di}^R(\ddot{\mathbf{q}}_d)$ und der zweite Term mit den Sollbeschleunigungen \ddot{q}_{dj} normiert. Die Anzahl n der anzupassenden Beschleunigungen \ddot{q}_j , $j = 1, \dots, n$, muss dabei nicht der Anzahl n_q der generalisierten Koordinaten des Systems entsprechen, es können durchaus auch weniger Variablen in der Optimierung betrachtet werden. Durch die Wahl der Gewichtungsfaktoren lässt sich die Drift von den Solltrajektorien in den Griff bekommen. Die Residuen können in der Regel nicht vollständig eliminiert, sondern nur reduziert werden, da die Störung des Regelkreises durch die starke Änderung der Variablen für den Regler nicht mehr beherrschbar wird.

Ansatz 2

Anstatt ein Ausgleichsproblem innerhalb der Integration zu lösen, werden in diesem Ansatz die ersten sechs Zeilen der Bewegungsgleichung

$$\underbrace{\hat{\mathbf{q}}}_{n_q \times 1} = \underbrace{\mathbf{P}^+}_{n_q \times 6} \underbrace{\left(\mathbf{Q}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d) + \sum_b \mathbf{J}_b^T(\mathbf{q}_d) \Phi_b \mathbf{F}_b^6 + \mathbf{0} \right)}_{6 \times 1} \quad (3.45)$$

unter Annahme verschwindender Residuen nach den Beschleunigungen aufgelöst. Dabei entspricht $\mathbf{P}^+ = \mathbf{M}_{6 \times 1}^{n_q}(\mathbf{q}_d)$ der Pseudoinversen der Massematrix nach Moore-Penrose, welche aus der unterbestimmten Gleichung (3.45) die Lösung mit kleinster Norm und kleinstem Fehler ermittelt. Die Gleichung wird für jeden Zeitschritt einzeln aufgelöst. Anschließend wird ohne Ausgleichseingriff geregelt integriert unter Sollvorgabe der neu berechneten Beschleunigungen $\hat{\mathbf{q}}_d$ und der bestehenden Lage- und Geschwindigkeits-sollgrößen \mathbf{q}_d und $\dot{\mathbf{q}}_d$.

Die Arbeitsweise und die Leistungsfähigkeit beider Ansätze wird im abschließenden Anwendungsbeispiel gezeigt.

3.5 Anwendungsbeispiel zu den Analyseverfahren

Im Folgenden werden die vorgestellten Algorithmen exemplarisch auf eine hochdynamische Steptanzbewegung angewandt. Bei den Versuchen wurden kinematische und dynamische Messdaten erfasst und ein Vergleich der Verfahren ist insbesondere durch die Residuenkräfte und -momente möglich. Das durch das Ausgleichsverfahren bedingte Residuum ist auf Lageebene bei beiden Rekonstruktionsverfahren gleich, da die Verfahren hier übereinstimmen.

3.5.1 Methoden

Aufnahmeprozedur

An einer Studie zur Analyse von Bewegungen und Belastungen beim Steptanz [157] nahmen 12 international erfolgreiche Steptänzerinnen teil. Der Tanzschritt Flap wurde für die Untersuchung gewählt. Dabei schlägt das Spielbein zunächst mit dem Fußballen den Boden an und macht im Anschluss einen belasteten Step, d.h. das Spielbein wird

zum Standbein und das andere Bein übernimmt das Spiel. Die Bewegungen wurden mit einem optoelektronischen Motion Capture-System (Vicon) mit 200 Hz und zwei Kraftmessplatten (eine pro Bein, AMTI, 1000 Hz) aufgezeichnet. Die im Folgenden exemplarisch betrachtete Bewegung stammt von einer Probandin mit 53 kg Körpermasse und 167 cm Körpergröße. Eine Schwabbelmassenbewegung war während des Versuches sichtbar. Die Bewegung wurde über 10 s aufgezeichnet und rekonstruiert.

Bewegungsrekonstruktion

Das Menschmodell aus Abschnitt 3.2 mit 48 Freiheitsgraden wurde zur Rekonstruktion verwendet und zur besseren Approximation der unteren Extremitäten um die Freiheitsgrade Varus-Valgus-Stellung und die Unterschenkelrotation erweitert.

Nach der Aufnahme wurden die Markerdaten mit einem quintischen Spline geringfügig geglättet und der Skalierungsalgorithmus auf eine T-Pose angewandt. Dann wurde der positionsbasierte Rekonstruktionsalgorithmus (pV) angewandt. Anschließend wurden die Zeittrajektorien der Gelenkkordinaten mit einem Butterworthfilter geglättet. Um eine praxisnahe Filterung zu erhalten, wurde die Grenzfrequenz des Filters auf 20 Hz gesetzt. Anschließend wurden die Trajektorien mit quintischen Glättungssplines approximiert. Jeder Datenpunkt war dabei im Spline enthalten, d.h. es wurde durch die Splineapproximation nicht weiter geglättet. Anschließend wurden durch Splineableitung die Geschwindigkeits- und die Beschleunigungsverläufe der generalisierten Koordinaten interpoliert. Zur Anwendung des sequentiellen Rekonstruktionsalgorithmus (sV) wurden aus den geglätteten Markerpositionen direkt durch Splineableitung die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverläufe der Marker gebildet. Nach den Verfahrensanwendungen wurden die rekonstruierten Koordinatenverläufe sowie deren Ableitungen nicht geglättet. Für beide Verfahren wurden die Verläufe der generalisierten Kräfte durch inverse Dynamik unter Einbeziehung der Kraftmessdaten berechnet. Dazu wurden die Kraftmessdaten, die in einer höheren Auflösung als die Positionsdaten vorlagen, linear auf die Zeitskala der Positionsdaten interpoliert. Durch die inverse Dynamik sind die sechs Residuenverläufe bekannt. Für deren einzelne Verläufe wurde die Wurzel des mittleren quadratischen Fehlers (RMSE) bezüglich des idealen Nullverlaufs gebildet. Die RMSE-Werte der Verfahren wurden anschließend miteinander verglichen.

Dynamische Optimierung

Die sequentiell rekonstruierten Daten dienen zur Weiterverarbeitung. Für eine T-Pose wurden die Schwerpunkte der Hüfte, des Thorax und der Oberschenkel gemäß Abschnitt 3.4.1 angepasst. Anschließend wurden beide Ansätze zur Residuenminimierung über die Zeit angewandt.

Für Ansatz 1 wurden gemäß Gleichung (3.44) die drei translatorischen Freiheitsgrade des Wurzelgelenks sowie die drei Rotationsfreiheitsgrade der Wirbelsäule optimiert. Die verbleibenden Freiheitsgrade wurden aus folgenden Gründen nicht in das Ausgleichsproblem mit einbezogen: Die Einbeziehung der drei Rotationsfreiheitsgrade im Wurzelgelenk bewirkte in Tests eine starke Abdrift der betreffenden Trajektorien von den Solltrajektorien, die Anwendung auf Freiheitsgrade in den Extremitäten wirkt sich nicht auf die Verringerung der Residuen aus, da insbesondere die Massen der Extremitäten klein gegenüber der Rumpfmasse sind. Auf Beispiele hierzu wird verzichtet.

Es wurden Gewichtungsfaktoren $w_{Ti} = 1.2$, $i = 1, \dots, 6$, und $w_{qj} = 0.95$, $j = 1, \dots, 6$, verwendet, die experimentell als akzeptabel befunden wurden. Ansatz 2 wurde wie oben beschrieben ausgeführt.

Für die Ergebnistrajektorien wurden die einzelnen RMSE der Residuen bezüglich deren idealem Nullverlauf bestimmt. Des Weiteren wurden RMSE der durch die Integration leicht veränderten Koordinatentrajektorien bezüglich der Solltrajektorien aus der Rekonstruktion gebildet.

Erweiterung auf Schwabbelmassen

Da eine Schwabbelmassenbewegung während der Messung ersichtlich war, wurde dem Modell versuchsshalber eine Schwabbelmasse hinzugefügt. Die hierzu notwendigen viskoelastischen Parameter wurden zunächst aus den wenigen dazu vorhandenen Literaturstellen [77, 78] bezogen. Da in ersten Experimenten kaum ein Effekt sichtbar war, wurden die Parameter jedoch willkürlich weniger steif und bezüglich der in den Koordinaten- und Residuenverläufen auftretenden Frequenzen so gewählt, dass eine Art Tilgereffekt auftrat. Die Schwabbelmasse wurde dabei nicht wie in der Technik üblich als Schwingungstilger, sondern als Residuentilger eingesetzt.

Die Schwabbelmasse wurde mit dem Thorax verbunden und als Punktmasse mit drei translatorischen Freiheitsgraden bezüglich des Thorax-Referenzsystems modelliert. Am Thorax-Segment ist die meiste Masse konzentriert und der Effekt einer etwaigen Residuenkompensation dadurch besser sichtbar. Die Masse wurde mit $m = 15.5$ kg angenommen und die entsprechende Masse wurde vom Thoraxsegment abgezogen. In jede Richtung wurden lineare viskoelastische Parameter angenommen. Die drei Federkonstanten wurden je mit 2500 N/m nach einer FFT-Analyse der Schwerpunktbeziehung von etwa 2 Hz des Gesamtsystems angepasst und die Dämpferkonstante wurde dazu als optimal dämpfend mit $d = 360$ N/ms angenommen. Die Schwabbelmasse wird nicht angetrieben, d.h. die generalisierten Kräfte der den Schwabbelmassen entsprechenden Zeilen der Bewegungsgleichung wurden zu null angenommen. Die Bewegung der Punktmasse wurde aus der Vorwärtsintegration erhalten.

3.5.2 Ergebnisse

Rekonstruktion der Kinematik

In Abbildung 3.15 sind als Beispiel einer rekonstruierten Trajektorie der Verlauf des Knieflexionswinkels und die zugehörigen Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverläufe dargestellt, die mit dem positionsbasierten Verfahren (pV) und dem sequentiellen Verfahren (sV) berechnet wurden. Das generalisierte Antriebsmoment aus der inversen Dynamik ist ebenfalls eingetragen. Wie in Abschnitt 3.3.3 bereits beschrieben, sind die Verfahren auf Lageebene äquivalent. Die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverläufe aus dem pV zeigen die durch Interpolation bedingten Artefakte. Der Beschleunigungsverlauf weist wie zu erwarten eine höhere Artefaktbildung des pV bedingt durch die zweimalige Ableitung auf. Der Winkelverlauf zeigt die bei der betrachteten Bewegung zu erwartenden Trajektorien.

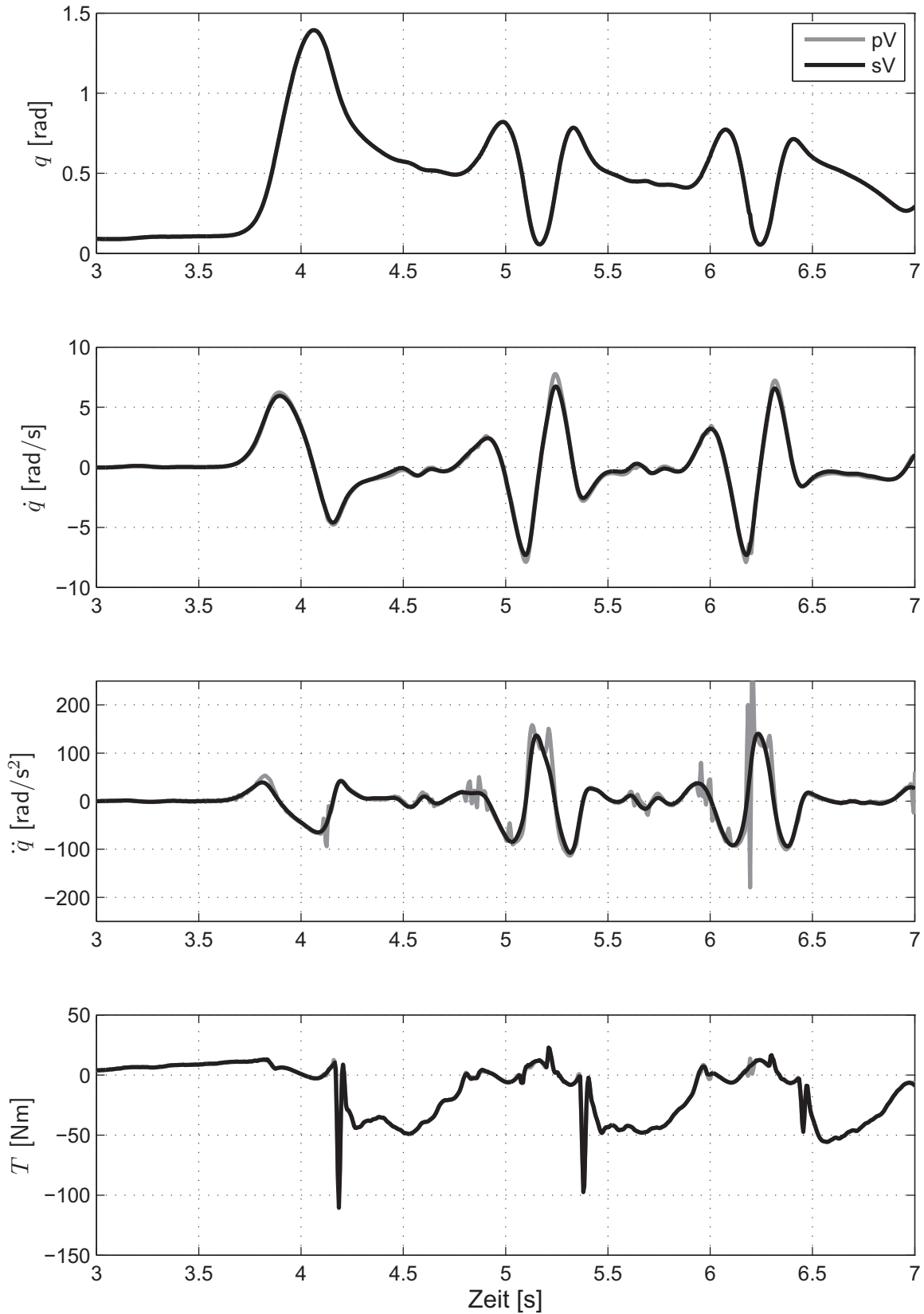


Abbildung 3.15: Verläufe des Winkels, der Geschwindigkeit, der Beschleunigung und des Antriebsmomentes des Knieflexionsfreiheitsgrads, jeweils rekonstruiert mit dem pV und dem sV.

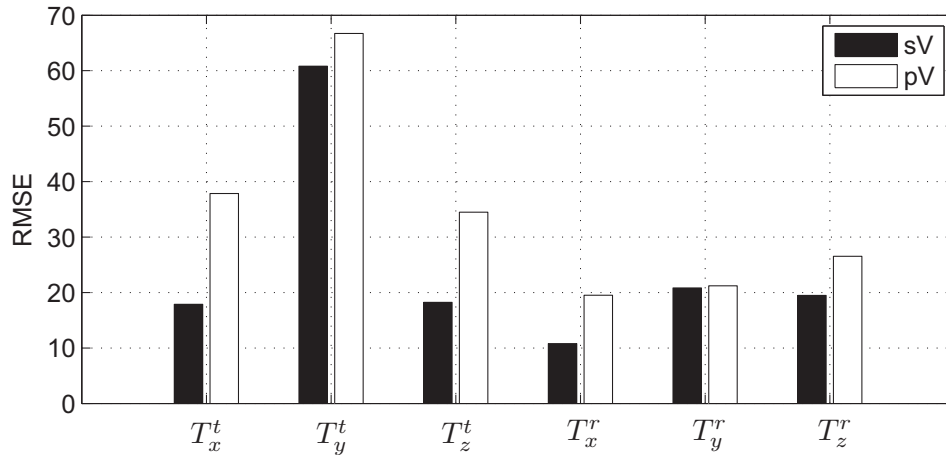


Abbildung 3.16: RMSE der Kräfte-residuen bezüglich des Nullverlaufes von sequentiellem Verfahren (sV) und positionsbasiertem Verfahren mit Interpolation (pV). T_x^t [N], T_y^t [N], T_z^t [N]: translatorische Residuen in x, y, z -Richtung, T_x^r [Nm], T_y^r [Nm], T_z^r [Nm]: rotatorische Residuen um x, y, z -Achse.

Die berechneten sechs RMSE-Werte der Residuen, die am Wurzelgelenk bezüglich des Idealnullverlaufes auftreten, sind aus beiden Rekonstruktionsverfahren in Abbildung 3.16 dargestellt. Sie werden im Folgenden in die drei translatorischen Residuen (T_x^t , T_y^t , T_z^t), die in Newton [N] vorliegen, und die drei rotatorischen Residuen (T_x^r , T_y^r , T_z^r), die in Newtonmeter [Nm] vorliegen, aufgeteilt. Aufgrund von etwaigen verfahrensverschiedenen Einschwingvorgängen werden die ersten drei Sekunden der Bewegung zur Berechnung der RMSE abgeschnitten.

Deutlich erkennbar in Abbildung 3.16 ist, dass die Residuen aus dem pV höher ausfallen als diejenigen aus dem sV. Das kann insbesondere auf die zweifache Ableitung der pV-Trajektorien zurückgeführt werden und ist aus Abbildung 3.15 ersichtlich. In weiteren Tests wird die Grenzfrequenz des Butterworthfilters auch höher und niedriger als die betrachteten 20 Hz gewählt. Eine Erhöhung bewirkt dabei entsprechend höhere pV-Residuen. Mit der Wahl kleinerer Grenzfrequenzen können die Geschwindigkeits- und Beschleunigungstrajektorien stark geglättet werden. Bei einer Grenzfrequenz von 0 Hz werden die Residuen sowie auch die Geschwindigkeits- und die Beschleunigungsverläufe entsprechend zu Null erhalten, was selbstverständlich keiner praxistauglichen Glättung entspricht, aber die enormen Manipulationsmöglichkeiten durch die Wahl der Grenzfrequenz aufzeigt. Eine zu starke Filterung ist mit deutlichem Informationsverlust verbunden, d.h. eine plausible Übereinstimmung mit der Realität ist so nicht mehr gewährleistet.

Die rotatorischen Residuen (T_x^r , T_y^r , T_z^r) des pV fallen geringer aus und liegen näher bei jenen des sV. Große Unterschiede zwischen den Verfahren zeigen sich bei den translatorischen Residuen in x - und z -Richtung mit etwa 50 % Unterschied. Die größten RMSE ergeben sich für beide Verfahren in y -Richtung. Der Körperschwerpunkt bewegt sich hauptsächlich auf und ab in Richtung des Schwerfeldes, d.h. hier findet auch die größte Schwabbelmassen- und Hautartefaktbewegung statt, was als Hauptursache der Residuen in dieser Richtung gesehen werden kann.

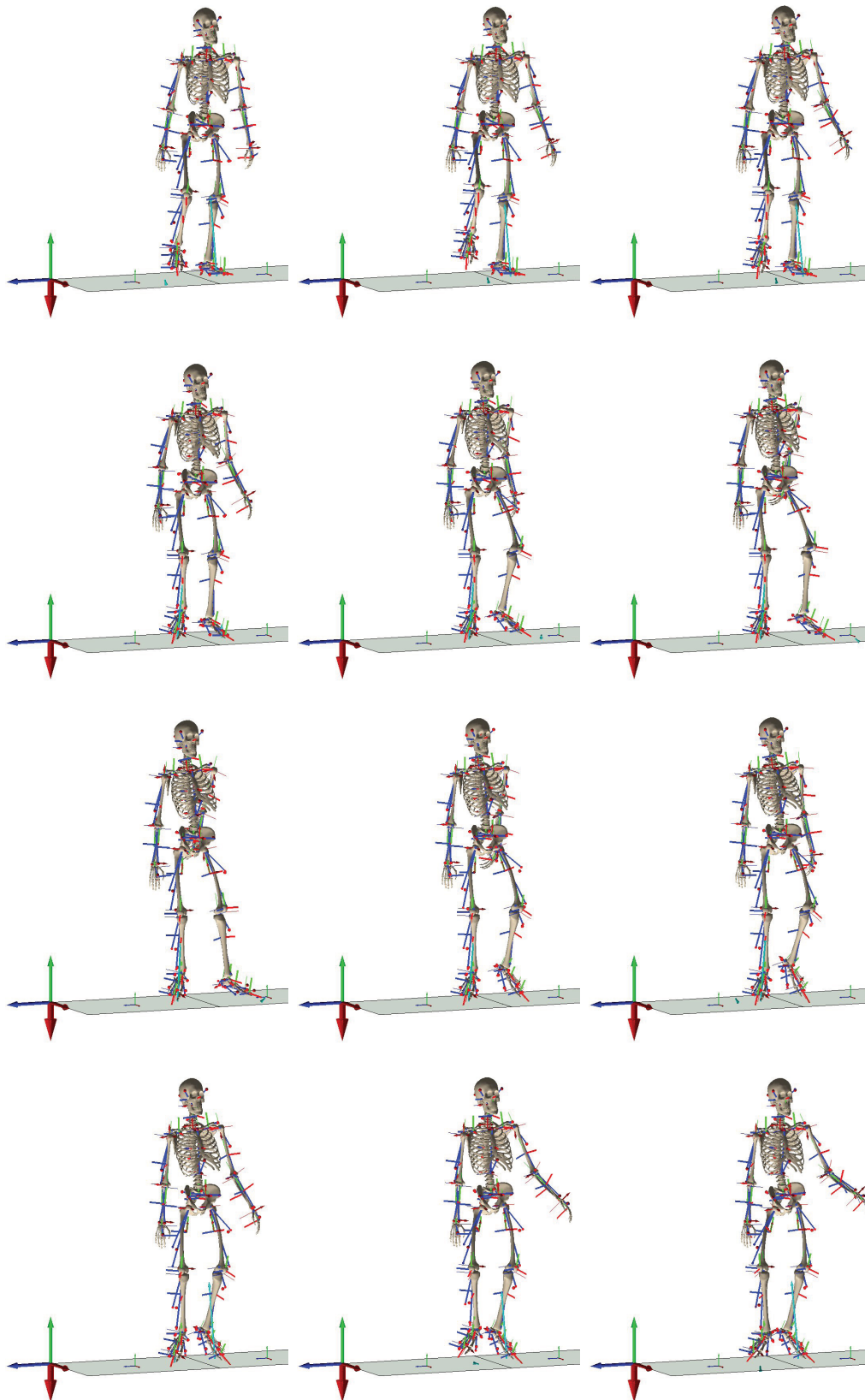


Abbildung 3.17: Steptanzbewegung Flaps: Ausschnitte aus einem Intervall über eine Sekunde entsprechend einem Beinwechsel.

In Abbildung 3.17 wird die rekonstruierte Bewegung durch eine Bildfolge veranschaulicht. Von links oben nach rechts unten ist ein vollständiger Wechsel des Standbeines dargestellt, was etwa einer Sekunde Bewegung entspricht. Der Rumpf rotiert während der Bewegung kaum und auch in die translatorischen Richtungen ist keine größere Bewegung festzustellen. Die umfangreichste Bewegung findet in den Beinen statt. Der linke Arm führt vermutlich zur besseren Körperbalance eine Pendelbewegung aus. Der Kraftangriffspunkt befindet sich fast ausschließlich am Fußballen.

Optimierung der Dynamik

In Abbildung 3.18 sind die sechs Residuenverläufe aus dem sV und die beiden vertikalen Kraftkomponenten (F_y links und F_y rechts) aus den Bodenreaktionsvektoren $\mathbf{F}^6(t) = [F_x(t), F_y(t), F_z(t), 0, M_y(t), 0]$ der linken und rechten Kraftmessplatte über der Zeit dargestellt. Die Daten sind noch nicht optimiert. Der Beginn der rechten bzw. linken Beinunterstützung und der damit verbundene Stoß ist jeweils kenntlich gemacht.

Am Anfang der Bewegung steht das Subjekt mit beiden Beinen auf dem Boden, da beide vertikalen Bodenreaktionen F_y links und F_y rechts das Körpergewicht mit etwa 270 N entsprechend einer Masse von 53 kg je etwa zur Hälfte messen. Die Bewegung ist zu Beginn relativ statisch, die Residuen sind annähernd null. Daraus lässt sich schließen, dass noch keine Schwabbelmassenbewegung stattfindet und Hautverschiebungsartefakte sind nicht gegeben. Die kinematisch rekonstruierten Daten passen hier bereits sehr gut zu den gemessenen Bodenreaktionen. Etwa ab dem Zeitpunkt 3.7 s übernimmt das linke Bein die Standbeinfunktion und das rechte hebt ab. Ab dem Zeitpunkt 4.2 s übernimmt das rechte Bein stoßartig die Standbeinfunktion. Dabei ist in den Residuen eine Spitze zu beobachten, insbesondere in vertikaler Richtung. Diese taucht bei jedem Beinwechsel mit etwa 1 Hz auf und ist in Abbildung 3.18 durch die vertikalen Linien gekennzeichnet. Die translatorischen Residuen in x und z bewegen sich etwa zwischen -80 N und $+80$ N und in der vertikalen Richtung y etwa zwischen -300 N und $+200$ N. Innerhalb einer Beinwechselperiode fällt das Antippen des Bodens mit dem Fußballen des Spielbeins vergleichsweise wenig ins Gewicht, allerdings sind weitere um null oszillierende Residuen zu beobachten, die nicht den Stößen zugeordnet werden können. In y -Richtung werden sie durch die Bewegung des Spielbeins sowie durch Schwabbelmassenbewegung hervorgerufen und folgen einer gewissen Periodizität. Die Residuenverläufe sind offensichtlich nicht nur mit weißem Rauschen behaftet, sondern besitzen mit der Bewegung einhergehende Artefakte. Die Folgeschwingung nach dem rechten Beinstoß fällt besonders gravierend in den Residuen aus. Die Residuenmomente um x und y weisen kaum weitere periodische Schwingungen innerhalb der Stöße auf. Im Residuenmoment T_z^r um z und in den drei translatorischen Residuen kann man dagegen wiederkehrende Verläufe gut erkennen. Die auftretenden Stoßspitzen sowie die periodischen Bewegungen in den Residuenverläufen sind plausibel, da bislang mit einem reinen Starrkörperansatz ohne viskoelastische Elemente und Schwabbelmassen gearbeitet wurde. Eine Information über die Schwabbelmassenbewegung an sich ist nicht verfügbar, da an stark schwabbelnden Körperoberflächen aufgrund des Rekonstruktionsansatzes bewußt keine Markerpunkte angebracht werden.

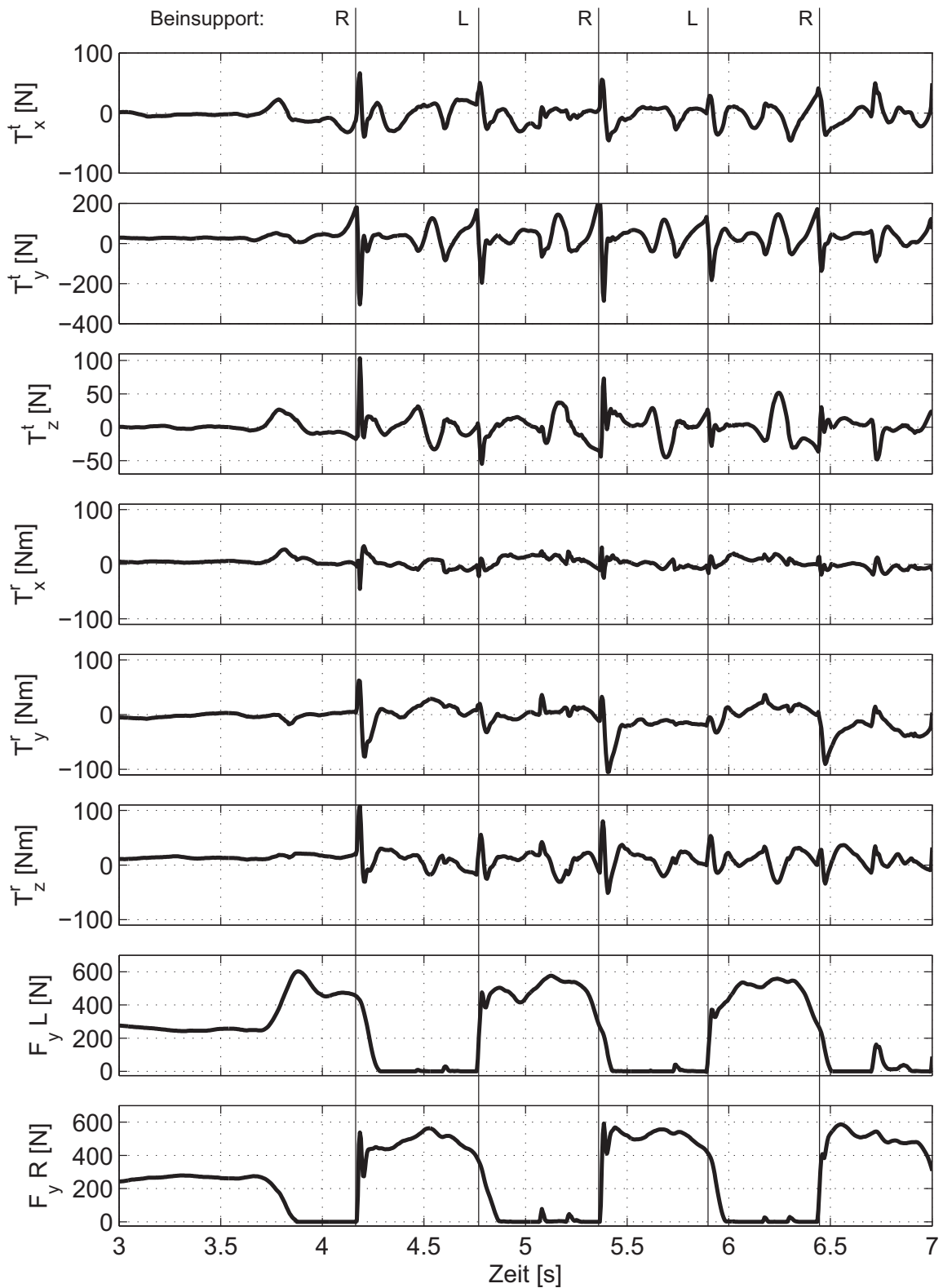


Abbildung 3.18: Die sechs Kräfte-Residuen am Wurzelkörper dargestellt über den gemessenen vertikalen Bodenreaktionen F_y der linken und rechten Kraftmessplatte.

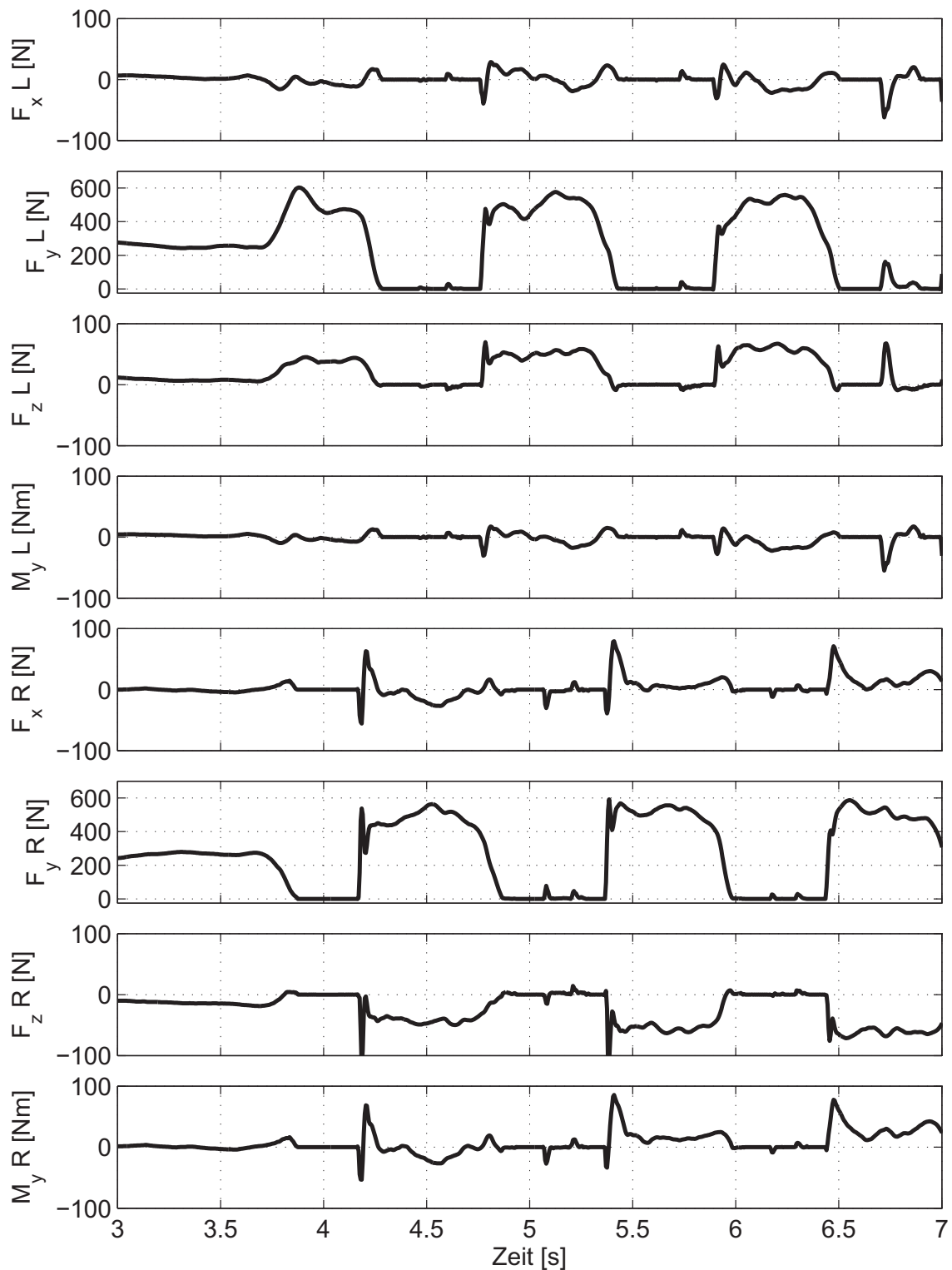


Abbildung 3.19: Messdaten der linken und rechten Kraftmessplatte. Der Vektor der jeweiligen Bodenreaktionen $\mathbf{F}^6(t) = [F_x(t), F_y(t), F_z(t), 0, M_y(t), 0]$ enthält die drei translatorischen Messkräfte und das Moment um die Vertikalachse. In die anderen Richtungen wird am Reaktionspunkt kein Moment eingeleitet.

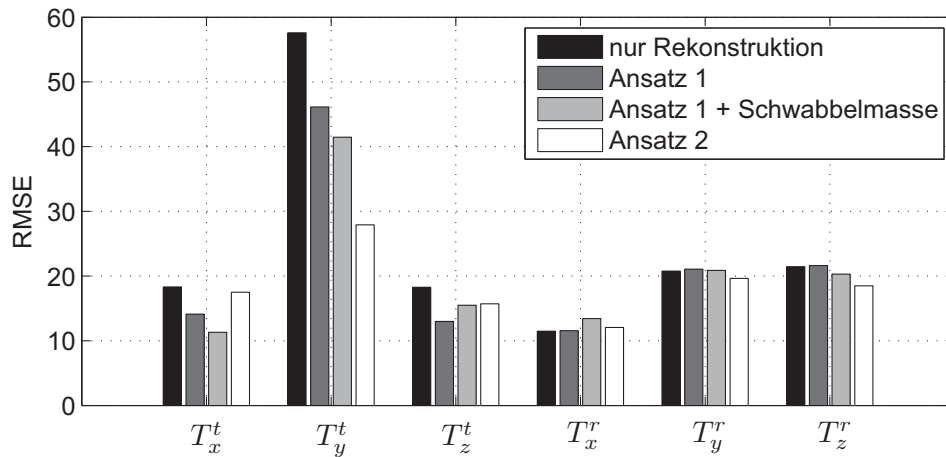
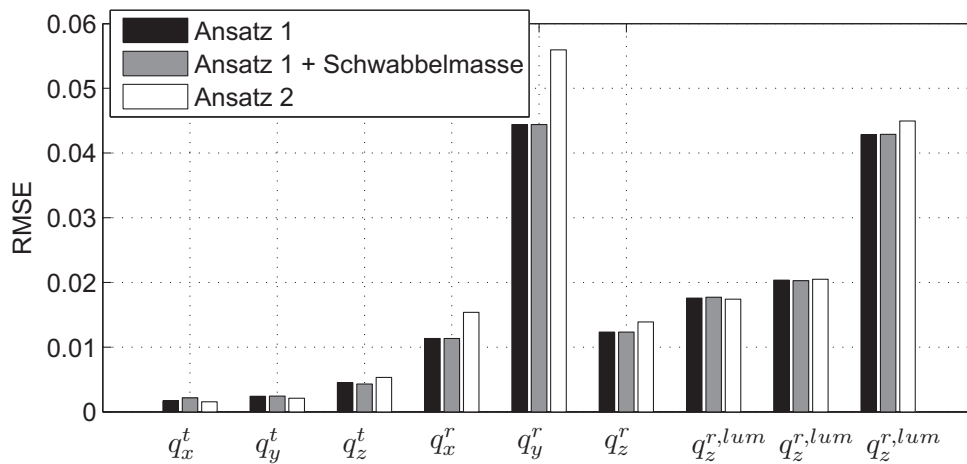


Abbildung 3.20: RMSE der Residuen über die verschiedenen Ansätze.

Abbildung 3.21: RMSE-Änderung der Koordinatentrajektorien des Wurzelgelenks q_x^t , q_y^t , q_z^t , q_x^r , q_y^r , q_z^r und der drei lumbaren Freiheitsgrade $q_x^{r,lum}$, $q_y^{r,lum}$, $q_z^{r,lum}$ aus den einzelnen Ansätzen bezüglich der ursprünglich mittels sV rekonstruierten Verläufe.

In Abbildung 3.19 sind die Messschriebe der beiden Kraftmessplatten dargestellt. Durch die Bewegung im Schwerfeld bedingt zeigen die translatorischen Vertikalkomponenten F_y die größten Amplituden. Die gemessenen Kräfte F_z in laterale Richtung vom Körper weg zeigen den Standbeinwechsel und damit verbundene laterale Bewegungen an. Vermutlich war das Subjekt Rechtshänder, da die durch den Standbeinwechsel bedingten Stoßspitzen der rechten Kraftmessplatte höher ausfallen.

Den Standbeinwechsel kann man sehr gut auch in den Verläufen der generalisierten Antriebe der rechten Knieflexion in Abbildung 3.15 erkennen. Die Spitzen der Antriebskräfte zu den Zeitpunkten 4.2s, 5.3s und 6.4s entsprechen den Spitzen der aufgezeichneten Daten der rechten Kraftmessplatte.

Auf die mit dem sV rekonstruierte Bewegung wird die Schwerpunktoptimierung zusammen mit Kraftmessdaten in einer T-Pose angewandt. Im Anschluss folgt die Variablenoptimierung mit beiden Ansätzen. In Abbildung 3.20 werden die RMSE-Werte der sechs Residuen aus der reinen Rekonstruktion, dem Ausgleichsverfahren im Ansatz

1, dem Ansatz 1 kombiniert mit einer Schwabbelmasse und dem ohne Optimierung auskommenden Ansatz 2 verglichen. Hierbei fällt auf, dass alle Verbesserungsansätze eine Residuenreduktion erzielen. Ansatz 2 schneidet am besten ab, insbesondere ist er als einziger auch in der Lage, die rotatorischen Residuen (T_x^r , T_y^r , T_z^r) etwas zu kompensieren. Seine Stärke spielt er in der Reduktion des vertikalen Residuums T_y^t aus, wobei er eine Reduktion gegenüber dem sV um 50 % erzielt. Ansatz 1 schafft diese Reduktion in vertikaler Richtung nicht, allerdings werden die Residuen in den beiden horizontalen Richtungen etwas reduziert.

Die veränderten Residuen kommen durch Änderung der Verläufe der generalisierten Koordinaten sowie deren Ableitungen zustande. Insofern reicht es nicht aus, nur die Residuen zu betrachten. In Abbildung 3.21 sind die Abweichungen der durch Integration neu entstandenen Koordinatenverläufe der drei translatorischen Freiheitsgrade (q_x^t , q_y^t , q_z^t), der drei rotatorischen Freiheitsgrade (q_x^r , q_y^r , q_z^r) des Wurzelgelenks und der drei Rotationsfreiheitsgrade ($q_x^{r,lum}$, $q_y^{r,lum}$, $q_z^{r,lum}$) der lumbaren Wirbelsäule (lum) als RMSE bezüglich der aus der ursprünglichen Rekonstruktion durch das sV stammenden Trajektorien dargestellt. Die Translationen des Wurzelgelenks sind dabei geringfügig und bewegen sich im Millimeterbereich bis hin zu einem Zentimeter, was durchaus akzeptabel ist. Die Änderungen der Rotationen im Wurzelgelenk sind deutlicher, insbesondere die Rotation um die vertikale Körperachse ist mit durchschnittlich 2.4° beim Ansatz 1 und 3.4° beim Ansatz 2 hoch. Auch in den drei Rotationsbewegungen der Wirbelsäule fällt eine deutliche Ausgleichsbewegung auf. Eine Änderung der generalisierten Koordinaten im Wurzelgelenk bewirkt aufgrund der Baumstruktur des Systems eine Änderung aller absoluten Lagen und Orientierungen des Systems, eine Änderung im lumbaren Gelenk lediglich eine Änderung in der Struktur oberhalb dieses Gelenkes.

Um festzustellen, wie die Art der Residuenkompensation der einzelnen Ansätze abläuft, sind in Abbildung 3.22 der Lage-, der Geschwindigkeits- und der Beschleunigungsverlauf sowie das Residuum in vertikaler Richtung y am Wurzelgelenk dargestellt. Im Lageverlauf erkennt man die Änderung durch die Ansätze, die hier im Millimeterbereich verläuft und durchaus akzeptabel ist. Beide Ansätze verteilen laut ihrer jeweiligen Natur die Residuen auf die Beschleunigungen. Man kann eine starke Kompensation durch Ansatz 2 im Residuum feststellen, da vor allem die Ausschläge der ursprünglichen Residuen nicht nachgefahren werden, wie das durch den PD-Regler bedingt bei Ansatz 1 der Fall ist. Ansatz 1 kompensiert stärker zwischen zwei Stößen, jedoch nicht den Stoß selbst. Die Schwabbelmasse fällt hier kaum ins Gewicht. Bei Ansatz 2 erkennt man deutlich die Verlagerung der Stoßresiduen in den Beschleunigungsverlauf.

3.5.3 Diskussion

Die betrachtete Bewegung ist eine Herausforderung für jeden Rekonstruktionsalgorithmus. Die kinematische Bewegungskonstruktion durch das pV ist charakterisiert durch die Möglichkeit, eine beliebige Filterfrequenz zu wählen, was die Berechnung der höheren Ableitungen ungemein beeinflusst. Mit dem sV wurde ein Verfahren entwickelt, das auf die nachträgliche Filterung der rekonstruierten Verläufe verzichten kann und somit per Modelldefinition standardisiert auch die höheren Ableitungen berechnet. Die Suche nach einer optimalen Filterfrequenz sowie eine falsche Wahl der Grenzfrequenz entfällt. Aus der Anschauung heraus arbeitet das Verfahren plausibel und gut.

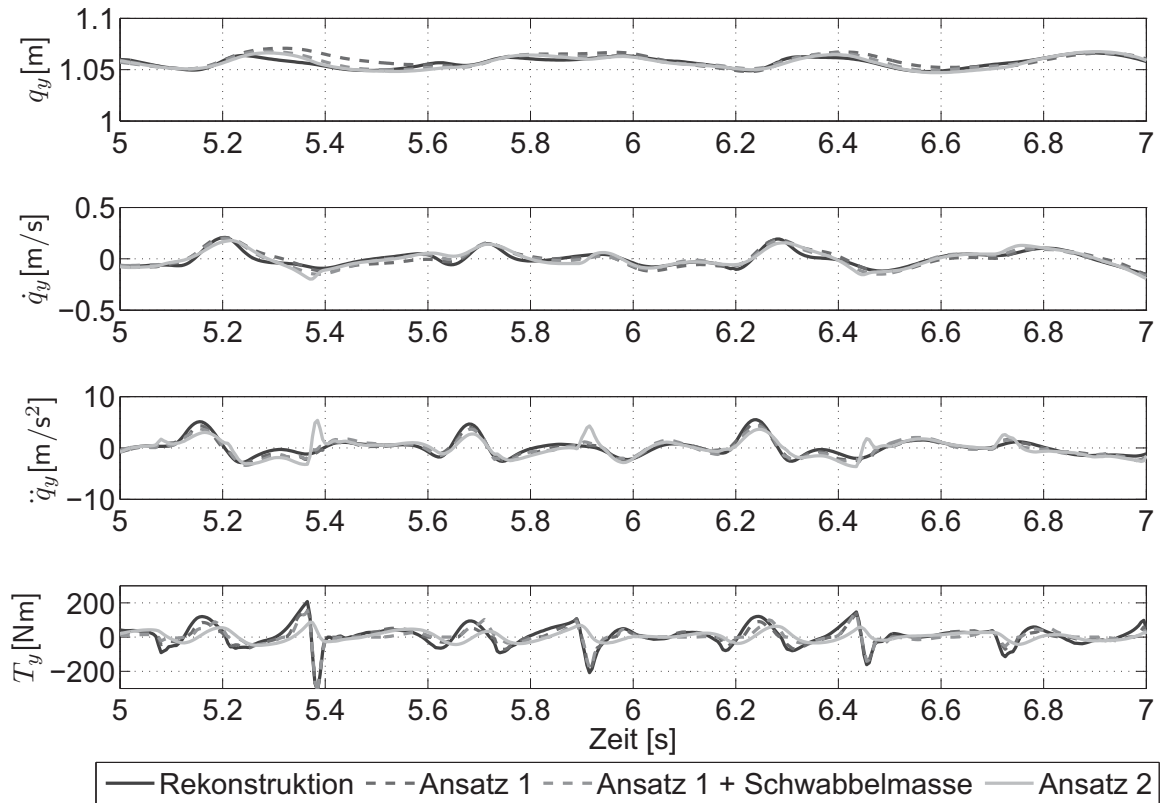


Abbildung 3.22: Lage-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverlauf sowie das Residuum der generalisierten Kraft in vertikaler Richtung am Wurzelgelenk.

Durch die vorliegende Bewegung sind insbesondere eine Schwabbelmassenbewegung und damit verbundene Hautverschiebungsartefakte in Richtung des Schwerfeldes bedingt. Beide kinematischen Rekonstruktionsverfahren können diese Artefakte nicht zur Genüge kompensieren, was aber vorwiegend durch die Annahme eines Starrkörpermodells ohne ausreichende viskoelastische Elemente bedingt ist. Bei quasistatischen und langsamen Bewegungen wird mit dem sV zusammen mit der Skalierung und gewählten Modellparametern ein sehr gutes Ergebnis erzielt.

Die vorgeschlagenen dynamischen Kompensationsverfahren können die Residuen teilweise reduzieren, allerdings geschieht das im deutlich besser wirkenden Ansatz 2 nicht aufgrund von Tilgermassen, obwohl diese in der Realität wohl für die auftretenden periodisch verlaufenden Residuen verantwortlich sind. Ansatz 2 bewältigt insbesondere die Stoßkompensation und verschiebt die Residuenkräfte gleichungsbedingt in die Beschleunigungen. Während des kurzen Stoßzeitpunktes sind nur die Stoßkräfte und die daraus resultierenden Beschleunigungen relevant. Viskoelastisch gelagerte Kompensationsmassen beeinflussen das Ergebnis erst in der Zeit nach dem Stoß. Eine dadurch bedingte Bewegung wird bei der verwendeten Schwabbelmasse aber nicht beobachtet. Ansatz 2 kann die Stoßkräfte aber direkt in Beschleunigungen umsetzen. Ansatz 1 richtet an den Stoßkräften wenig aus.

In Abbildung 3.21 werden insbesondere Änderungen der rotatorischen Bewegung im Wurzelgelenk beobachtet. Selbst kleine Bewegungen im Wurzelgelenk können große translatorische Bewegungen am Ende der nichtlinearen Mehrkörperkette hervorrufen

und es stellt sich bei allen dynamischen Kompensationsverfahren die Frage, ob die daraus resultierende Bewegung überhaupt plausibel ist. Die Berechnung von Ähnlichkeitskoeffizienten für die resultierenden Gelenkkoordinaten in Bezug auf die ursprünglichen aus der Rekonstruktion erhaltenen Verläufen stellt aufgrund der nichtlinearen Transformationsvorschrift keine Möglichkeit zur Klärung dar.

Die Verfahrensanwendung wurde an einer Bewegung mit festgelegten Parametern und Gewichtungsfaktoren exemplarisch demonstriert. Parameterstudien könnten nun zeigen, inwiefern die einzelnen Parameter Einfluss auf die Kompensation der Residuen nehmen. Insbesondere die Schwabbelmassenbewegung sollte bei hochdynamischen Bewegungen in Betracht gezogen werden, da sie neben der Beinbewegung zu den periodischen Verläufen innerhalb zweier Stoßzeitpunkte beiträgt. Das Rauschen in den Residuenverläufen vermag sie aber nicht zu kompensieren. Ferner könnten auch viskoelastische Gelenke in Betracht gezogen werden, was allerdings in Einklang mit den kinematischen Rekonstruktionsverfahren gebracht werden muss. In der Realität wird ein Großteil der Stoßkräfte durch viskoelastische Körperelemente aufgefangen, so dass der Stoß im mechanischen Sinne kein idealer ist.

Kapitel 4

Synthese menschlicher Bewegungen

Die Frage, wie der Mensch in der Lage ist, sich zielgerichtet, adaptiv und präzise zu bewegen, wurde bislang noch nicht hinreichend gut beantwortet. Sie ist aber von hoher praktischer und theoretischer Relevanz, da eine Antwort darauf insbesondere in der Prothetik und in der Robotik die Basis für zukünftige Entwicklungen bildet.

In diesem Kapitel werden Methoden zur Synthese menschlicher Bewegungen mit Mehrkörpersystemen und direkten Verfahren der optimalen Steuerung vorgestellt. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Entwicklung eines mathematischen Ansatzes, der auf der Basis des Mehrkörperalgorithmus *MkdTools* arbeitet und robust eine aussagekräftige Anzahl an Bewegungen generieren kann, welche unter anderem eine Ähnlichkeitsanalyse mit aufgezeichneten und rekonstruierten Bewegungen ermöglicht.

4.1 Stand der Wissenschaft

4.1.1 Bewegungskontrolle

In der Bewegungswissenschaft entstand in den letzten 100 Jahren eine Vielzahl an Forschungsparadigmen. Einen ausführlichen Überblick darüber findet man in der Arbeit von Stein [189], die parallel zu dieser Arbeit entstand. Daher wird an dieser Stelle nur auf die für die Modell- und Methodenentwicklung relevanten Aspekte der Bewegungskontrolle eingegangen.

In der Bewegungswissenschaft unterscheidet man zwischen allgemeinen motorischen Fähigkeiten (z.B. Kraft, Ausdauer oder Koordination) und speziellen motorischen Fertigkeiten (Laufen, Springen oder Greifen) [162]. Im Mittelpunkt der vorliegenden Arbeit stehen motorische Fertigkeiten, die unterschiedlich klassifiziert werden. Unter variablen Umgebungsbedingungen ist ein weitaus höheres Maß an Bewegungsvariabilität erforderlich als bei weitgehend konstanten Bedingungen, bei denen eine relativ feste Form der Bewegungsausführung die Aufgabe löst [170]. Von diskreten Fertigkeiten spricht man daher bei Bewegungen mit definiertem Anfang und Ende [137, 170]. Neben der Klassifizierung unterscheidet man verschiedene Arten der neuronalen Kontrolle, die einer Bewegung zugrunde liegen. Es sind dies reflexartige Bewegungen, automatische Bewegungen und Willkürbewegungen, wobei diese Formen bei der Bewegungsausführung nicht immer getrennt werden können.

Das Bernsteinproblem

Der Mensch ist in der Lage auf unterschiedlichste Art und Weise eine Bewegung mit dem selben Ziel auszuführen. Die damit verbundene Redundanz ist im Bewegungsapparat auf mehreren Ebenen anzutreffen. Kinematisch führen verschiedene Gelenkbewegungen zum Ziel. Muskulär kann eine bestimmte kinematische Lösung durch unterschiedliche Kombination der Muskeln erzeugt werden. Ein einzelner Muskel kann wiederum durch unterschiedliche Zentren im zentralen Nervensystem (ZNS) angesprochen werden. Die Wahl einer Bewegung ist ein stark unterbestimmtes Problem und eine eindeutige Lösung scheint nicht zu existieren [100]. Diese Problematik geht zurück auf Bernstein [15], der das Problem als einer der ersten in größerem Umfang beschrieb. In der Literatur ist es daher auch als das Bernsteinproblem, Problem der Freiheitsgrade oder Redundanzproblem [115, 116] bekannt.

Im Folgenden werden die einzelnen an einer Bewegung beteiligten redundanten Systeme anhand einer Greifbewegung näher erläutert. Der Griff nach einem Glas scheint für die meisten von uns eher eine einfache alltägliche Aufgabe zu sein und besteht aus den Teilaufgaben Anfahren, sicher Greifen und Hochheben. Das Bewegungssystem bewältigt dabei mehrere komplexe Aufgaben. Die beteiligten neuro-muskuloskelettalen Ebenen werden in Abbildung 4.1 verdeutlicht.

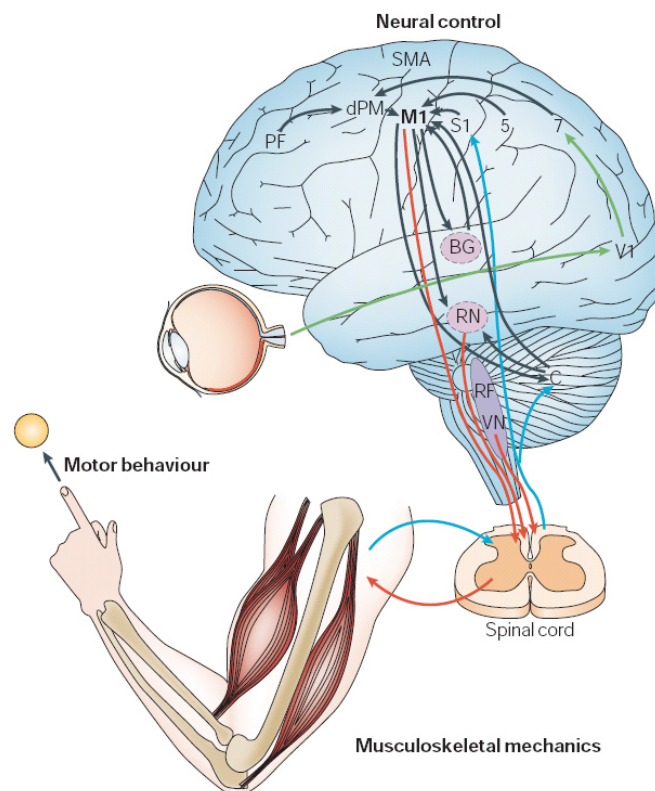


Abbildung 4.1: Schematischer Ablauf der Bewegungserzeugung (nach Scott [173]).

Aus einer Ruhelage heraus muss die Kinematik der Anfahrbewegung zunächst bestimmt werden. Die translatorische und rotatorische Handbewegung kann dabei in kartesischen Koordinaten betrachtet werden, die durch die Änderung der Gelenkwinkel im Gelenkkoordinatenraum entsteht. In diesem Zusammenhang spricht man auch

von extrinsischen und intrinsischen Koordinaten [187]. Beide Systeme können durch eine inverse bzw. direkte kinematische Transformationsvorschrift in Zusammenhang gebracht werden. Die Bewegung des Handkoordinatensystems wird kartesisch durch sechs unabhängige Freiheitsgrade beschrieben. Der menschliche Arm besitzt aber weitaus mehr Gelenkfreiheitsgrade und das Anfahrproblem ist im kinematischen Sinne unterbestimmt. Der anschließende Griff selbst kann kinematisch auf vielfältige Arten erfolgen. Allein das kinematische Problem ist also ein Auswahlproblem.

Die Gelenktrajektorien werden durch Kräfte in den Muskeln erzeugt, die ein antreibendes Moment in den Gelenken erzeugen und so durch Vorwärtsdynamik den Zustand des Bewegungssystems ändern. Gleich mehrere Muskeln umspannen ein Gelenk und das erzeugte Nettomoment kann durch die Aktivierung gleich mehrerer unterschiedlicher Muskelkonfigurationen erzeugt werden. Das Problem ist wiederum unterbestimmt, was man an der Formulierung der inversen Dynamik erkennen kann [176]. Bei bekannten Gelenktrajektorien ist das entstehende Gleichungssystem bei der Auflösung nach den Muskelkräften unterbestimmt. Das ZNS steht wiederum vor einem Auswahlproblem. Während der Bewegung wirken neben den Coriolis- und Zentrifugalkräften eventuelle Störgrößen, die das ZNS zusätzlich zu berücksichtigen hat [88].

Der primärmotorische Cortex (M1) ist das wahrscheinlich am besten untersuchte sensomotorische Areal des menschlichen Gehirns. Dies ist sicherlich auf die Tatsache zurückzuführen, dass in diesem Areal Muskelkontraktionen am leichtesten und mit der geringsten Stimulationsintensität induziert werden können. Vor diesem Hintergrund wurde in einer Reihe von Studien nachgewiesen, dass dieses Areal eine somatotopische Karte des Körpers enthält, die auch als motorischer Homunculus bezeichnet wird. Allerdings ist darauf hinzuweisen, dass auch andere Hirnareale wie z.B. prämotorische Areale, das Cerebellum oder die Basalganglien somatotopische Repräsentationen enthalten. Trotzdem ist der M1 im Rahmen der sensomotorischen Kontrolle von Bewegungen als eines der wichtigsten Hirnareale anzusehen, da ein Großteil der Axone des pyramidalen Systems ihren Ursprung in M1 haben. Welche Bewegungsparameter in M1 kodiert sind (z.B. kinematische oder dynamische; extrinsische oder intrinsische) ist noch nicht abschließend geklärt. Gute Überblicksbeiträge zur neuronalen Kontrolle von Willkürbewegungen findet man bei Shadmehr und Wise [176] oder Krakauer und Ghez [110] und speziell zu M1 bei Kalaska [96].

Es stellen sich in den beteiligten Wissenschaften die Fragen, nach welchen Prinzipien die Aufgaben vom ZNS gelöst werden, wie einzelne Freiheitsgrade eingesetzt werden und wie sie der Mensch gezielt einschränkt [115]. Lösungsansätze mit funktionalen Modellen als Abbildung des Bewegungssystems kommen insbesondere aus der Biologie, Psychologie, Informatik, Physik, den Ingenieur- und den Bewegungswissenschaften [176] und finden in dieser Arbeit in einem kinematischen und dynamischen Modell des Bewegungsapparates Anwendung. Zunächst werden zwei wichtige Paradigmen zur Bewegungsgenerierung behandelt.

Motorische Programme

Aus der kognitiven Psychologie stammt die Theorie der motorischen Programme [43, 170], welche die Erklärungen dafür auf der Basis menschlicher Informationsverarbeitung und Steuerungs- und Regelungsprozessen zu finden versucht. Ursprünglich ist der Ansatz eine reine Steuerungstheorie, bei der angenommen wurde, dass der Ablauf

sämtlicher Bewegungen im ZNS abgespeichert ist. Da hierfür eine unvorstellbar große Anzahl an Bewegungsprogrammen notwendig wäre und eine mangelnde Flexibilität gegenüber der Anpassung an die sich ändernde Umwelt besteht, wurde die Theorie auf sogenannte generalisierte motorische Programme erweitert [169], d.h. ein Programm repräsentiert eine ganze Klasse von Bewegungen und besitzt sowohl invariante Eigenschaften als auch pro Bewegung variable Parameter. In der weiteren Entwicklung dieser Theorie wurden neben den gesteuerten Bewegungen (open-loop) auch geregelte Bewegungen (closed-loop) aufgenommen. Unter gesteuerter bzw. offener Bewegung versteht man, dass ein motorisches Programm vor der Bewegung bekannt ist und so ausgeführt wird [22], während eine geschlossene bzw. geregelte Bewegung eine Rückführung eines Signals enthält, wonach das zentrale Nervensystem (ZNS) wiederum in den Bewegungsprozess eingreifen kann. Eine menschliche Rückführung ist totzeitbehaftet (z.B. visuell 150-200ms [186], spinal [101]) und vor allem sehr schnelle Bewegungen können daher kaum als geregelt bezeichnet werden. Heute spricht man bei der zielgerichteten Bewegungsausführung von zwei Prozessen, der Steuerung und der Regelung. Die Steuerung setzt ein bestimmtes Muster des ZNS in Muskelaktivität um, das geeignet ist, um das Ziel zu erreichen. Die Regelung setzt kurz vor dem Ziel ein, um den Zielzustand fortlaufend mit dem aktuellen Zustand zu vergleichen und so die Abweichung zu minimieren. Dabei herrscht in der Literatur Uneinigkeit darüber, ob Regelung bei natürlichen Bewegungen zwingend erforderlich ist und ab wann sie einsetzt. Des Weiteren ist unklar, nach welchen Kriterien die Variablen einer Steuerung kontrolliert werden [86, 210].

Interne Modelle

Der komputationale neurowissenschaftliche Ansatz beschäftigt sich mit der mathematischen Modellierung und der experimentellen Validierung sogenannter interner Modelle, die als physikalische Repräsentation des Körpers und der Umgebung im ZNS existieren [101] und erklären sollen, wie das ZNS die zusammenhängenden sensorischen und motorischen Aufgaben bewerkstelligt.

Betrachtet man das zuvor genannte Greifen nach einem Glas, so scheint das Konzept der motorischen Programme eher unflexibel zur Lösung aller Teilaufgaben. Die Idee der internen Modelle besteht deshalb darin, dass das ZNS keine Bewegungsabfolgen speichert, sondern eine Repräsentation der auf den Körper wirkenden Physik besitzt [109]. Im Bezug auf zielgerichtete Bewegungsausführung bestehen die internen Modelle beispielsweise aus direkten und inversen kinematischen und dynamischen Modellen [226], die zu einer sensorischen Zielvorstellung eine Aktion produzieren können und das Problem durch Ausführung lösen. Anzeichen für die Existenz solcher Modelle wurden beispielsweise aus Versuchen gewonnen, in denen Versuchspersonen ihre Bewegungen flexibel an veränderte kinematische und dynamische Gegebenheiten anpassten und die erlernten Beziehungen auch auf andere Bewegungsrichtungen anwenden konnten [91]. Auch werden mehrere koexistierende Modellrepräsentationen angenommen, zwischen denen kontextabhängig gewechselt werden kann [228].

Die internen Modelle, welche die funktionalen Zusammenhänge im Bewegungsapparat widerspiegeln, erzielen alleine noch keine Auflösung des oben beschriebenen Redundanzproblems. Dazu sind zusätzliche Auswahlkriterien notwendig, auf die insbesondere im folgenden Abschnitt eingegangen wird.

Auswahlkriterien

In Bezug auf das Bernsteinproblem und die beiden zuvor beschriebenen Vorstellungen stellt sich also die Frage, welche Prinzipien das ZNS nutzt, um zu einer ausführbaren zielgerichteten Bewegung zu gelangen. Die in der Literatur hierzu aufgeführten Studien sind zahlreich und teilweise grundverschieden [85] und unterscheiden sich nicht nur auf Ablaufebene im neuromuskuloskelettalen System.

Pionierarbeit leistete bereits Morasso [138], der Handpfade zwischen Anfangs- und Endpunkten bei ebener Bewegung untersuchte und zu dem Ergebnis kam, dass die Pfade annähernd gerade verlaufen. In Bezug auf den hochredundanten Bewegungsapparat scheint es verwunderlich, dass das ZNS stereotype Bewegungen mit vielerlei invarianten Elementen produziert und nicht sein ganzes Repertoire ausspielt. Die Ergebnisse wurden durch weitere Untersuchungen von Armbewegungen bestätigt [65, 74], wobei für die geraden und glatten Handpfade typische glockenförmige Geschwindigkeitsprofile beobachtet wurden. Handpfade im kartesischen Raum mit einem einzigen Gipfel im glockenförmigen Geschwindigkeitsprofil machen eine größere Klasse an Bewegungen aus. Die zugehörigen und durch inverse Kinematik bestimmten Gelenktrajektorien und -geschwindigkeiten sehen deutlich komplexer aus, und es wird angenommen, dass gezielte Armbewegungen vor allem in extrinsischen Koordinaten geplant werden [65, 88, 138].

Wolpert et al. [227] untersuchten, ob Armbewegungen in kinematischen oder dynamischen Koordinaten geplant werden. Dabei zeigte sich, dass das ZNS geradlinige Pfade visuell gesehen bevorzugt [176], und es besteht eine starke Vermutung, dass das ZNS visuell gestützte Trajektorien in zielgerichtete Armbewegungen z.B. Zeigebewegungen in einem sichtbaren Koordinatensystem plant. Trajektorienplanung in dynamischen Koordinaten erschien inkompatibel zu den Ergebnissen der Studie. Kinematische Regelmäßigkeiten können aber auch durch Planung in einem (internen) dynamischen Raum hervorgehen [140, 210].

Weitere Untersuchungen stützten die Annahmen, dass sowohl in intrinsischen als auch in extrinsischen Koordinaten Bewegungen kinematisch und dynamisch geplant werden [187]. Desmurget und Prablanc [54] beschrieben, dass Handpfade mehr oder weniger gekrümmt sind in Abhängigkeit davon, ob sich ein Objekt in der Hand befindet. Räumlich begrenzte oder durch ein Objekt begrenzte Bewegungen können auf anderen Planungsstrategien basieren.

Bei Bewegungen, die durch äußere Bedingungen nicht eingeschränkt sind, benutzen Menschen nicht ihr volles Bewegungsrepertoire, aber produzieren hoch stereotype Muster, die in vielen Studien reproduziert wurden, d.h. manche Bewegungsmuster werden systematisch bevorzugt. Optimale Prozesse machen hierfür einen mathematischen Zugang möglich, indem sie nach globalen Kostenkriterien zu untersuchen vermögen, z.B. Glattheit und Effizienz. Die geringsten Kosten führen dabei zur optimalen Bewegung. Bereits Kawato [100] beschrieb die Auflösung der kinematischen Redundanz bei Armbewegungen mit Minimierungsprinzipien. Dabei wird, wie eingangs bereits beschrieben, zwischen im voraus geplanter Bewegung (optimale Steuerung, open-loop) [65, 210] und während der Ausführung durch Rückführung geregelter Bewegung (optimale Regelung, closed-loop) unterschieden. Die Steuer- und Regelstrategien des ZNS sind generell nicht direkt zugänglich. Um die grundlegenden Strategien zu verstehen, muss das Systemverhalten unter sich ändernden Bedingungen beobachtet werden. Die Herausforderung ist dabei Reverse Engineering, d.h. die Kostenfunktionen der beobachteten menschlichen

Bewegungen aufzufinden [204, 226].

Optimale Steuerungen stellen Durchschnittsverhalten dar und unterscheiden sich hauptsächlich in der Kostenfunktion [100]. Sie können nicht auf alle menschlichen Bewegungen angewendet werden und passen eher auf einige Bewegungsklassen. Es wird angenommen, dass gesteuerte Bewegungen mit schnellen Bewegungen, diskreten und geschlossenen Fertigkeiten verbunden sind. Bezogen auf Experimentabgleich können sie einmal mehr oder weniger genau reproduzieren. In der realen Welt sind zudem die Abweichungen, bzw. Randbedingungen viel größer als im Labor [204]. Feedbacksysteme können ebenfalls optimale Charakteristika besitzen. Todorov und Jordan [205] entwickelten zur Untersuchung einen optimalen Regler auf LQR-Basis. Die Idee dahinter ist, in jeder Situation, die durch außen beeinflusst wird, die jeweils optimale Bewegung zu erzeugen [173, 205]. Ein Regler ist nicht als Planer der Bewegung im Voraus zu verstehen, sondern als Anpassung an Änderungen zur Laufzeit [204].

4.1.2 Optimale Steuerprozesse in der Bewegungskontrolle

Auswahlkriterien

Im Folgenden wird auf die Bewegungsplanung schneller und diskreter Fertigkeiten im Sinne eines intern repräsentierten Vorwärtsmodells eingegangen, welches mit der Theorie optimaler Steuerprozesse behandelt wird. Viel Forschung wurde mit zweidimensionalen mechanischen Modellen und wenigen Gelenkfreiheitsgraden durchgeführt, da die Charakteristika gut verstanden werden können [209]. Gesteuerte Bewegungen sind immer noch in einer Untersuchungsphase und derzeit sind nur wenige Arbeiten in drei Dimensionen bekannt [1, 18].

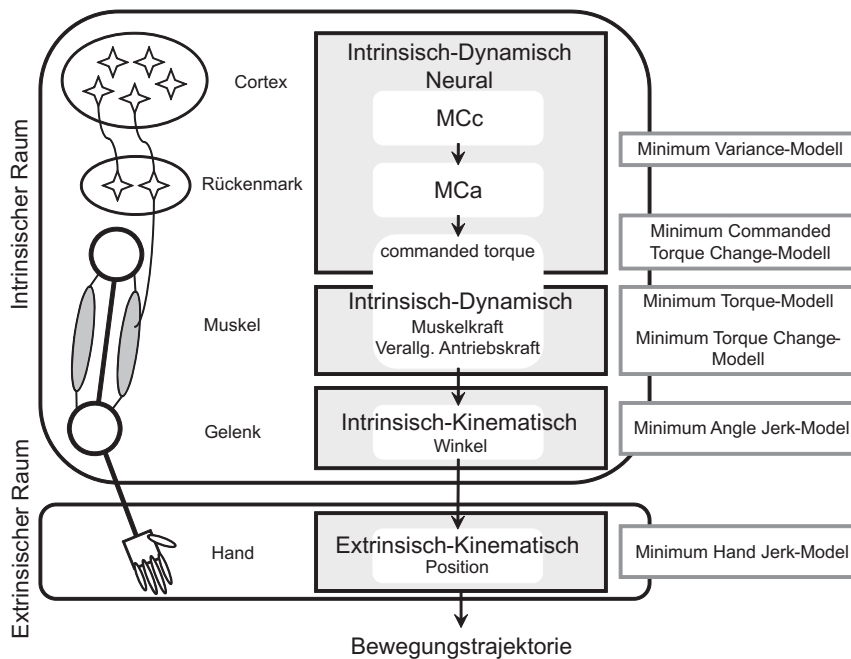


Abbildung 4.2: Schema verschiedener Planungsräume und die Kosten des entsprechenden optimalen Steuerprozesses (nach Nakano [140]).

Zur Berechnung der optimalen Steuerung werden ein mechanisches Modell des betrachteten Systems, die Start- und Endbedingungen (z.B. Start- und Endzeit, Start- und Endlagen, etc.) sowie das Kostenkriterium benötigt. Nach Nakano et al. [140] kann man vier Planungsräume unterscheiden, in denen biologisch motivierte Kostenkriterien definiert sind (siehe Abbildung 4.2): extrinsisch-kinematisch (kartesische Koordinaten der Hand), intrinsisch-kinematisch (Gelenkpfade oder Muskellängen), intrinsisch-dynamisch-mechanisch (Gelenkmomente und Muskelkräfte) und intrinsisch-dynamisch-neural (Muskelaktivierungen, Motoransteuerungen). Kawato [100] gibt einen guten Überblick über biologische Kosten in der Trajektorienplanung, und im Folgenden wird auf die in dieser Arbeit betrachteten Kostenfunktionale eingegangen.

Für nicht eingeschränkte Punkt-zu-Punkt-Armbewegungen wurde das Quadrat der dritten Ableitung eines Lage- oder Winkelverlaufes vorgeschlagen [65] und als „Minimum Jerk Modell“ bezeichnet. In der Mechanik ist die dritte Ableitung einer Ortstrajektorie auch als Ruck (engl. Jerk) bekannt. Die Kostenfunktion wird für das Minimum Hand Jerk (MHJ) mit

$$F_{HJ} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \ddot{\mathbf{R}}^T \ddot{\mathbf{R}} dt \quad (4.1)$$

angegeben, wobei $\mathbf{R} = [x, y, z]^T$ die Koordinaten eines freien Raumpunktes im Inertialsystem bezeichnen und $\ddot{\mathbf{R}}$ den translatorischen Ruck. Für feste Anfangs- und Endzeiten t_0, t_f sowie den Randbedingungen $\mathbf{R}_0 = \mathbf{P}_a$, $\mathbf{R}_f = \mathbf{P}_b$ und $\dot{\mathbf{R}}_0 = \mathbf{0}$, $\dot{\mathbf{R}}_f = \mathbf{0}$ werden nach (4.1) geradelinige Bewegungen von Punkt \mathbf{P}_a nach Punkt \mathbf{P}_b erzeugt, mit glockenförmigem Profil der Tangentialgeschwindigkeiten [65, 87]. Eine Verengung des Glockenprofils wurde bei Kostenfunktionen basierend auf der vierten und fünften Ableitung festgestellt [156]. Das Problem kann analytisch gelöst werden, da es in dieser Form von einer kinematischen Kette unabhängig ist.

Betrachtet man eine als Arm abstrahierte kinematische Starrkörperkette, deren einzelne Körper durch Gelenke miteinander verbunden sind, so kann man Gleichung (4.1) für den Handkörper im Modell als abhängig von den einzelnen Gelenkvariablen $\bar{\mathbf{q}}$ angeben und als Minimum Constrained Hand Jerk (MCHJ)

$$F_{CHJ}(\bar{\mathbf{q}}, t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \ddot{\mathbf{R}}^T(\bar{\mathbf{q}}) \ddot{\mathbf{R}}(\bar{\mathbf{q}}) dt \quad (4.2)$$

mit $\bar{\mathbf{q}}^T = [\mathbf{q}^T, \dot{\mathbf{q}}^T, \ddot{\mathbf{q}}^T]^T$ definieren. Dieses Kriterium wurde in der Literatur allerdings noch wenig untersucht [18] und funktioniert in dieser Form nur für zweidimensionale Systeme mit eindeutig bestimmten Freiheitsgraden sinnvoll. Eine hohe kinematische Redundanz im Arm führt zwar zur idealen Lösung gemäß (4.1), jedoch kann der Arm dann gemäß dem nun entstehenden Redundanzproblem der inversen Kinematik eine beliebige Stellung in den Gelenkkordinaten \mathbf{q} einnehmen. Die kinematisch motivierten Ruckkriterien führen als biologische Auswahlkriterien in extrinsischen Koordinaten bei komplexeren Systemen wiederum zu Auswahlproblemen in intrinsischen Koordinaten. Ferner wurde rotatorischer Ruck $\ddot{\boldsymbol{\omega}}(\bar{\mathbf{q}})$ in der Literatur noch nicht betrachtet.

Als Minimum Angle Jerk (MAJ)

$$F_{AJ}(\mathbf{q}, t) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \sum_{k=1}^{n_q} \ddot{\mathbf{q}}_k(t)^T \ddot{\mathbf{q}}_k(t) dt \quad (4.3)$$

wird die Minimierung des Ruckes der als Winkel vorliegenden intrinsischen Gelenkkordinaten \mathbf{q} bezeichnet [18, 140]. Mit den Randbedingungen bestehend aus anfänglichen und finalen Winkellagen und verschwindenden Randbedingungen der höheren Ableitungen ergeben sich äquivalente Lösungsprofile wie zuvor beim Ruck eines Punktes (4.1). Die Aufgabe kann ebenfalls rein analytisch gelöst werden, falls keine Nebenbedingungen durch das mechanische System in das Steuerungsproblem induziert werden, z.B. die Begrenzung der Antriebskräfte. Dann können auch Lösungen erwartet werden, die durchaus von den idealen geradlinigen Winkel- und glockenförmigen Geschwindigkeitsverläufen abweichen.

Das eher mit der Industrierobotik vereinbare Minimum Torque-Kriterium (MT) [199]

$$F_T = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{T}^T(t) \mathbf{T}(t) dt \quad (4.4)$$

gehört zu den intrinsisch-dynamischen Planungsräumen und findet in den Bewegungswissenschaften weniger Beachtung, da die erzeugten Bewegungen in Experimenten bisher nicht nachgewiesen wurden. Es setzt zur Berechnung die Bewegungsgleichungen (2.45) des betrachteten Systems

$$\mathbf{T}(t) = \mathbf{M}(\mathbf{q}, t) \ddot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \quad (4.5)$$

voraus. In einer Veröffentlichung von Alexander [3] wird zwar eine minimale Energiekostenhypothese aufgestellt, diese bezieht sich aber auf die metabolischen Kosten des menschlichen Bewegungssystems, welche über weitere komplexere Zusammenhänge mit dem Energieverbrauch verknüpft sind. Die in Gleichung (4.5) betrachteten Zeitverläufe $\mathbf{T}(t)$ sind die generalisierten Nettogelenkantriebe. Das Kriterium wird dennoch zum Vergleich betrachtet.

Ein weitaus bedeutenderes Kriterium ist das Minimum Torque Change-Kriterium (MTC)

$$F_{TC} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \dot{\mathbf{T}}^T(t) \dot{\mathbf{T}}(t) dt, \quad (4.6)$$

welches die Änderungsrate der generalisierten Gelenkantriebe betrachtet und in zahlreichen Veröffentlichungen untersucht wurde [97, 102, 210, 216]. Betrachtet man die Bilanzgleichungen eines freien Massenpunktes, so müssten MTC und MHJ gleiche Ergebnisse liefern. Durch die Abhängigkeit von einem gekoppelten System (4.5) ist das jedoch nicht mehr zu erwarten.

Die dynamischen Kriterien sind in der Lage, sich gewissen Umgebungseinflüssen anzupassen, beispielsweise Änderungen der Trägheitseigenschaften durch zusätzliche Aufnahme von Objekten. Kinematische Kriterien können dem nicht entsprechen. Glattheitskriterien reproduzieren viele Aspekte, aber die Bedeutung glatter Bewegungen ist bislang unbekannt. Ferner ist nicht bekannt, ob das ZNS Begriffe wie Ruck und Momentenänderungsrate überhaupt kennt [204].

Die vier vorgestellten Auswahlkriterien werden exemplarisch in dieser Arbeit behandelt und lassen die Berechnung einer Vielzahl von Versuchen zu. Bislang wurden nur wenige Studien mit dreidimensionalen Mehrkörpermodellen und einer höheren Anzahl an Freiheitsgraden unternommen, was mitunter auch an der damit verbundenen

Modell- und Berechnungskomplexität liegt. Der Vollständigkeit halber werden im Folgenden weitere aus der Literatur stammende Kostenkriterien aufgeführt, aber in dieser Arbeit aufgrund des Umfangs nicht ausgewertet. Prinzipiell sind die vorgestellten Algorithmen aber auch zur Lösung der folgenden Kriterien geeignet.

Weitere Auswahlkriterien

Die Minimierung der Kraft, die einen als Hand bezeichneten Massenpunkt von einem Start- zu einem Endpunkt verschiebt, bezeichnet man in der Literatur auch „Minimum Hand Force Model“ [143].

Im intrinsisch-dynamischen Planungsraum werden das „Minimum Muscle Force Model“ und das „Minimum Muscle Force Change Model“ genannt [143], welche sich im Vergleich zu den Kriterien (4.4) und (4.6), die auf generalisierten Antriebskräften basieren, um den angreifenden und sich in der Regel nichtlinear verändernden Hebelarm des Muskels sowie um die redundante Anordnung der Muskelkräfte unterscheiden. Reale Muskeln erzeugen ausschließlich Zugkräfte. Einfache Muskelmodelle stellen die Zugkraft als einzige Muskelvariable dar, während umfangreichere Modelle die Muskelzugkraft in Abhängigkeit von der aktuellen Muskellänge, deren Änderung über die Zeit und der neuronalen Aktivierung darstellen [202, 223, 237].

Engelbrecht [58] diskutiert neben verschiedenen Auswahlkriterien an einem Armmodell mit vier Freiheitsgraden (drei Schulter-, einen Ellbogenfreiheitsgrad) auch die minimale Zeit (MZ)

$$F_Z(t_f) = \int_{t_0}^{t_f} dt \quad (4.7)$$

als Kriterium mit der freien und zu bestimmenden Endzeit t_f . Für ein zugrundeliegendes mechanisches System (4.5) wird t_f allein durch die Box-Constraints der generalisierten Antriebe nach unten begrenzt und das System verfährt mit den Antrieben $\mathbf{T}(t)$ am Limit nach dem „bang-bang“-Prinzip.

In der Praxis werden stereotype Bewegungen beobachtet, welche zwar invariante Eigenschaften besitzen, aber nicht exakt reproduzierbar sind. Nach dem Fitts'schen Gesetz

$$t_f - t_0 = a + b \log_2\left(\frac{D}{W}\right) \quad (4.8)$$

besteht ein Zusammenhang zwischen Dauer $t_f - t_0$, Erreichbarkeit und Genauigkeit einer Bewegung [64]. Dabei ist D die Distanz vom Start- zum Endpunkt der Bewegung, W ist die Breite des Ziels und a, b sind Regressionskoeffizienten. Der logarithmische Ausdruck wird in der Literatur als Schwierigkeitsindex einer Bewegung bezeichnet [177]. Bei schnellen zielgerichteten Handbewegungen kann man am Ende der Bewegung kleinere Korrekturbewegungen beobachten, die letztendlich die Genauigkeit der Bewegung am Zielpunkt verbessern. Harris und Wolpert [79] stellten diesbezüglich ein Modell vor, das „Minimum Variance Model“ (MV), welches weißes Rauschen in den neuronalen Aktivierungen berücksichtigt. Dabei steigt das Rauschen mit zunehmender Aktivierung. Schnellere Bewegungen besitzen dadurch am Ende der Bewegung eine höhere Standardabweichung zum Zielpunkt. Die Kostenfunktion zielt auf die Minimierung der

Standardabweichung

$$\sigma^2 = \int_{t_f}^{t_f+t_{post}} (\mathbf{R}(t) - \bar{\mathbf{R}})^2 dt, \quad (4.9)$$

die sich über die Differenz zwischen der Lage der Hand $\mathbf{R}(t)$ und der gewünschten Zielposition $\bar{\mathbf{R}}$ für einen kurzen Zeitabschnitt t_{post} korrigierender Bewegungen nach der eigentlich erfolgten Bewegungsausführung errechnet. Nichtglatte Bewegungen besitzen damit von vorne herein mehr Rauschen als glatte, was insbesondere auch ein Erklärungsmodell für viele beobachtete glatte und zielgerichtete Armbewegungen sein mag. Nach Jordan und Wolpert [93] ist das MV-Modell eine plausible biologische Erklärung für zielgerichtete Bewegungen, da diese Art Kosten direkt im ZNS repräsentiert sein könnte und die durch Wiederholung erlernbaren optimalen Trajektorien zu erklären vermag.

Lösungsmethoden

Im Kapitel 2.3 wurde bereits auf die allgemeinen, indirekten und direkten Lösungsansätze optimaler Steuerprozesse eingegangen. Die folgenden Modelle und Verfahren wurden in der Literatur bislang auf die bereits beschriebenen Auswahlkriterien angewandt. Dabei behandeln die meisten Autoren zweidimensionale Systeme mit wenigen Freiheitsgraden.

Einen rein analytischen Lösungsansatz findet man in der Pionierarbeit von Flash und Hogan [65] zur Lösung des MHJ-Kriteriums. Schon die Betrachtung kleiner nichtlinearer Systeme ist aber meist mit höherer Modellkomplexität verbunden, und die Probleme werden dann nur noch numerisch gelöst. Bei Ohta et al. [143] kommt für das symbolisch hergeleitete ebene System mit zwei Freiheitsgraden ein Schießverfahren [172] zum Einsatz. Simmons et al. [177, 178] erzeugen mit Hilfe eines ebenen Roboters mit zwei Freiheitsgraden MHJ-, MTC- und MV-Trajektorien mit einer LQR-Zustandsregelung. Todorov und Li [206] untersuchen für ein ebenes, analytisch hergeleitetes Modell mit zwei Freiheitsgraden optimale Trajektorien unter Zuhilfenahme der adjungierten Gleichungen und Schießverfahren. Kawato et al. [102] berechnen die auf MTC basierenden Lösungen am zweidimensionalen Doppelpendel mit Hilfe von Neuronalen Netzen. Admiraal et al. [1] nutzen ein analytisch hergeleitetes dreidimensionales starres Modell bestehend aus Ober- und Unterarm, Schulterabduktion und -flexion und einer Ellbogenflexion zur Untersuchung von MTC. Der Torsionsfreiheitsgrad in der Schulter wird als fest angenommen und das Lösungsverfahren des Randwertproblems unscharf umrissen. Ein Newton-ähnliches Abstiegsverfahren wird erwähnt, die Diskretisierung aber nicht erklärt. Uno et al. [210] setzen Schießverfahren ein, um das MTC-Problem am zweidimensionalen Arm mit zwei Freiheitsgraden zu lösen. Biess et al. [18] leiten die Minima der Kostenfunktionen MTC, MHJ für ein dreidimensionales Modell mit drei Schulterfreiheitsgraden und einer Ellbogenflexion mit Hilfe der Geodätengleichung her. Sehr aufwändige und rechenintensive Verfahren sind die zur Gangsynthese mit Muskelmodellen vorgestellten Schießverfahren von Anderson und Pandy [6] und Pandy et al. [145] mit mehreren tausend Stunden Prozessorzeit.

Im Vergleich dazu stellt von Stryk in [199] und [198] ein direktes numerisches Kollokationsverfahren zur Berechnung zeit- und energieoptimaler Trajektorien für ein Robo-

termodell mit sechs Freiheitsgraden vor, welches zudem recheneffizient arbeitet. Der zugrundeliegende Mehrkörperalgorithmus arbeitet dabei rekursiv. Stelzer und von Stryk stellen in [191, 192] eine Weiterentwicklung der in [198] vorgestellten Verfahren vor und wenden diese auf die Synthese und Optimierung von Gangbewegungen an. In [190] beschreibt Stelzer die Synthese von Kickbewegungen mittels Kollokationsverfahren. Eriksson beschreibt in einer Reihe von Veröffentlichungen [59, 60, 61] ein direktes Kollokationsverfahren, welches dem in [198] stark ähnelt und sich in der Wahl der Kollokationspunkte unterscheidet. In [99] wurden mit diesem Verfahren zweidimensionale Armbewegungen für MT-, MTC-, und MAJ-Kosten synthetisiert. Das Kollokationsverfahren lässt sich auch auf Systeme mit Muskeln erweitern [60].

4.2 Direkte numerische Lösung optimaler Steuerprozesse

In diesem Abschnitt werden direkte Methoden betrachtet, die sich zur Bewegungssynthese eignen, und entsprechend weiterentwickelt. Die Systemgleichungen werden dabei vom in Abschnitt 2.1 beschriebenen Mehrkörperalgorithmus *MkdTools* generiert. Als Kostenfunktionen werden exemplarisch Minimum Torque (MT), Minimum Torque Change (MTC), Minimum Angle Jerk (MAJ) und Minimum Constrained Hand Jerk (MCHJ) betrachtet und zunächst die Ergebnisse für ein Zweifachpendel mit menschenähnlichen Parametern berechnet. Die Ergebnisse können so mit den in der Literatur verfügbaren Lösungen validiert werden.

Im Anschluss daran wird eine Studie an Zeigegeesten exemplarisch vorgestellt, für die mehrere tausend Bewegungen auf der Grundlage eines Oberkörpermodells mit 32 Freiheitsgraden (siehe Abschnitt 3.2) synthetisiert wurden. Für Ähnlichkeitsanalysen wurden ebenfalls Bewegungen an Probanden aufgezeichnet und mit den in Abschnitt 3.3.3 beschriebenen sequentiellen Rekonstruktionsverfahren auf das Modell übertragen.

Direkte Kollokationsverfahren sind insbesondere dafür bekannt, einen schnellen Einblick in die Lösung eines optimalen Steuerprozesses zu geben [23, 198] und werden hier ausschließlich betrachtet. Der Diskretisierungsansatz auf der Basis kubischer Hermite-Splines und impliziter Kollokationsbedingungen hat sich in der Literatur bewährt und wird zunächst untersucht. Zur Lösung des entstehenden nichtlinearen Optimierungsproblems wird das innerhalb der *Matlab*-Funktion *fmincon* verfügbare SQP-Verfahren genutzt. Aufgrund ihrer Struktur können die als System gewöhnlicher Differentialgleichungen zweiter Ordnung vorliegenden kinematischen und dynamischen Gleichungen in einer expliziten Form dargestellt werden, was sich im Zusammenhang mit den vorgestellten quadratischen Kostenfunktionalen wiederum ausnutzen lässt. Auf dieser Basis wird ein weiteres Verfahren mit einer Diskretisierung durch quintische Hermite-Splines und dem in *Matlab* verfügbaren Levenberg-Marquardt-Algorithmus zur Lösung nichtlinearer quadratischer Optimierungsprobleme vorgestellt.

4.2.1 Das Syntheseproblem

Die Lösung des unendlichdimensionalen optimalen Steuerungsproblems (2.72)

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiere } F(\mathbf{z}, \mathbf{u}, t) &= g(\mathbf{z}(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} h(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \\
 \text{unter} & \\
 \dot{\mathbf{z}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t), t), \\
 \mathbf{z}(t_0) &= \mathbf{z}_0, \\
 \mathbf{z}(t_f) &= \mathbf{z}_f, \\
 \mathbf{C}(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) &\leq \mathbf{0}, \\
 \mathbf{C}_e(\mathbf{z}(t), \mathbf{u}(t)) &= \mathbf{0}, \\
 \mathbf{u}(t) &\subset U, \quad t_0 \leq t \leq t_f,
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

wird bei direkten Kollokationsverfahren durch zeitliche Diskretisierung der Zustands- und der Steuervariablen mit stückweisen Hermite-Splines (siehe Abschnitt 2.3.3)

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{S}_{\Delta}^g(t) \mathbf{x}_z, \tag{4.11}$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{S}_{\Delta}^g(t) \mathbf{x}_u, \tag{4.12}$$

die aus Basisfunktionen vom Grad g aufgebaut sind, auf das Standardproblem der nichtlinearen Optimierung mit Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiere } F(\mathbf{x}), \quad F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \\
 \text{unter} \\
 \mathbf{c}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}, \\
 \mathbf{c}_e(\mathbf{x}) = \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

zurückgeführt. Die Parameter der Diskretisierung $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_z^T, \mathbf{x}_u^T]^T$ sind dabei die Unbekannten des Optimierungsproblems, das mit Standardverfahren gelöst werden kann.

Die Kollokationsbedingungen werden an τ_i , $i = 1, \dots, m$, Kollokationspunkten ausgewertet (siehe Abschnitt 2.3.2). In impliziter Form gehen sie dabei in die Gleichungsnebenbedingungen von (4.13) mit

$$\mathbf{c}_{ej}(\mathbf{x}) = \dot{\mathbf{S}}_{\Delta}^g(\tau_j) \mathbf{x}_z - \mathbf{f}(\mathbf{S}_{\Delta}^g(\tau_j) \mathbf{x}_z, \mathbf{S}_{\Delta}^g(\tau_j) \mathbf{x}_u), \quad j = 1, \dots, m, \tag{4.14}$$

ein. Das System in (4.10) kann dabei aufgrund der Charakteristika der mechanischen Gleichungen in $\bar{\mathbf{f}}$ überführt und die Steuerung extrahiert werden. In expliziter Form

$$\mathbf{u}_j = \bar{\mathbf{f}}(\mathbf{S}_{\Delta}^g(\tau_j) \mathbf{x}_z, \dot{\mathbf{S}}_{\Delta}^g(\tau_j) \mathbf{x}_z), \quad j = 1, \dots, m, \tag{4.15}$$

werden nur die Zustandsgrößen diskretisiert und die Steuerung daraus erhalten. Gleichheitsnebenbedingungen wie zuvor werden eingespart.

In beiden Fällen unterliegt das System etwaigen Zustands- und Steuerungsbeschränkungen, die als weitere Gleichungs- oder Ungleichungsbedingungen berücksichtigt werden müssen.

4.2.2 Direkte Verfahren durch Diskretisierung der Steuer- und der Zustandsvariablen

Das direkte Kollokationsverfahren mit impliziten Kollokationsbedingungen hat sich in der praktischen Anwendung als zuverlässig erwiesen [23, 60, 198] und ist entsprechend weit entwickelt. Die Verläufe der generalisierten Koordinaten $q_k, k = 1, \dots, n_q$, werden mit kubischen Hermite-Splines

$$q_k(t) = \mathbf{s}_\Delta^3(t) \mathbf{p}_k \quad (4.16)$$

approximiert, wobei die Basisfunktionen in der Matrix $\mathbf{s}_\Delta^3(t)$ aller Splines gleich sind und durch den Parametervektor \mathbf{p}_k angepasst werden (siehe Abschnitt 2.3.3). Die unbekannt Parameter eines Splines sind die Werte $p_{ki} = q_k(t_i)$ und $\dot{p}_{ki} = \dot{q}_k(t_i)$ an den über dem Zeitintervall $[t_0, t_f]$ äquidistant verteilten Knotenpunkten $t_i, i = 2, \dots, n_t - 1$, des Splines. Abbildung 4.3 verdeutlicht die Parametrierung anhand einer Kurve mit den Funktionswerten und den Tangentensteigungen an den Stützstellen, die Werte an den Intervallgrenzen für $i = 1$ und $i = n_t$ sind durch die Randbedingungen bekannt. Der

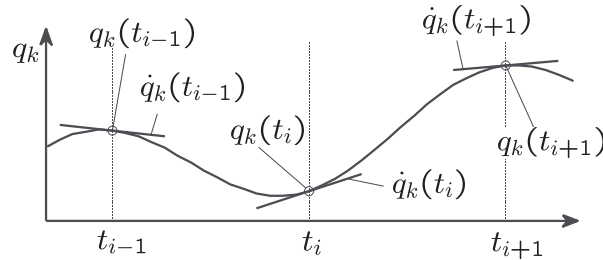


Abbildung 4.3: Kubische Approximation.

Vektor $\mathbf{p}_k = [p_{k2}, p_{k3}, \dots, p_{kn-1}, \dot{p}_{k2}, \dot{p}_{k3}, \dots, \dot{p}_{kn-1}]^T$ enthält die Unbekannten eines Splines. Die $\mathbf{p}_k, k = 1, \dots, n_q$, werden wiederum zusammengefasst zu $\mathbf{x}_q = [\mathbf{p}_1^T, \mathbf{p}_2^T, \dots, \mathbf{p}_{n_q}^T]^T$. Die einzelnen Approximationen $k = 1, \dots, n_q$ der generalisierten Koordinaten werden matriziell in der Schreibweise

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{S}_\Delta^3(t) \mathbf{x}_q \quad (4.17)$$

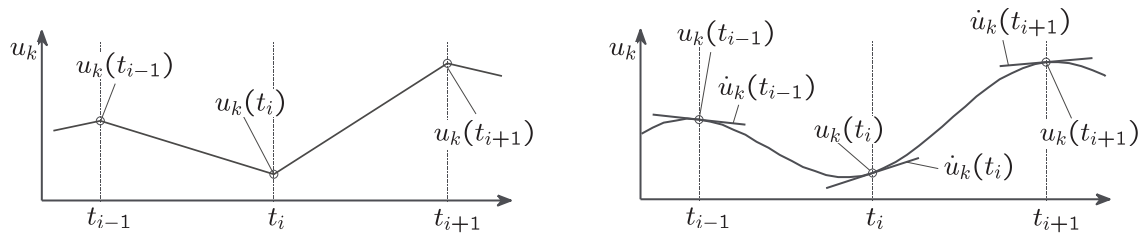
mit dem Vektor $\mathbf{q}(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_{n_q}(t)]^T$ formuliert.

Äquivalent dazu werden die Steuerungen linear [61, 73] oder kubisch [23] diskretisiert (siehe Abbildung 4.4). Letztere Vorschrift bietet eventuell die Möglichkeit einer besseren Approximation der Steuerung, enthält aber doppelt so viele Unbekannte. Die Werte an den Intervallgrenzen sind wieder durch die Randbedingungen bekannt. Ein linearer Spline

$$u_k(t) = \mathbf{s}_\Delta^1(t) \mathbf{p}_k \quad (4.18)$$

ist lediglich stetig und C^0 -kontinuierlich, und der Parametervektor enthält nur die Werte der Steuerungen an den Stützstellen. Für den kubischen Hermite-Spline

$$u_k(t) = \mathbf{s}_\Delta^3(t) \mathbf{p}_k \quad (4.19)$$

Abbildung 4.4: Lineare (links) und kubische (rechts) Approximation der Steuerung u_k .

werden neben den Funktionswerten wiederum die Tangentensteigungen an den Stützstellen benötigt. Die Parametervektoren der einzelnen Steuerungen u_k werden wiederum zusammengefasst zum Vektor \mathbf{x}_u aller unbekannter Steuerungsparameter. Der gesuchte Vektor der Unbekannten im Optimierungsproblem ist dann $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_q^T, \mathbf{x}_u^T]^T$.

An den Kollokationspunkten wird die Lösung untersucht. Die Anzahl und die relativen Lagen der Kollokationspunkte innerhalb eines Teilintervalles $[t_i, t_{i+1}]$ werden immer gleich angenommen. Im vorliegenden Fall werden zwei Gausspunkte pro Intervall benötigt. Im Intervall $[-1, 1]$ liegen diese an den Stellen $-\sqrt{1/3}$ und $\sqrt{1/3}$. Das Kollokationsgitter ist also nicht äquidistant. Im Teilintervall $[t_i, t_{i+1}]$ mit der Schrittweite $h = t_{i+1} - t_i$ liegen die beiden Punkte auf $\tau_i^1 = t_i + h/6$ und $\tau_i^2 = t_{i+1} - h/6$. Abbildung 4.5 verdeutlicht die Lage der $2(n-1)$ Kollokationspunkte, an denen die impliziten Kollokationsbedingungen (4.14) zu erfüllen sind.

Aus der gewählten Diskretisierung mit Hermite-Splines und der Wahl der Kollokationspunkte ergeben sich Verfahrensvorteile. Es entsteht eine spezielle schwach besetzte Blockstruktur der Jacobimatrix (2.61) und Hessematrix (2.62) im Optimierungsproblem, welches mit hierfür geeigneten Solvern, z.B. sog. sparse SQP-Verfahren, effizient gelöst werden kann. Gausspunkte konzentrieren sich zu den Intervallenden hin, was mit einer geringeren Oszillation der polynomialen Ansätze und einer höheren Konvergenzordnung einhergeht. Daraus resultiert eine geringe Anzahl an Auswertungen der rechten Seite der Differentialgleichung pro Iterationsschritt. Durch die Wahl von Lobatto-Punkten anstatt von Gausspunkten kann diese Anzahl weiter reduziert werden, die Konvergenzordnung nimmt allerdings ab [23, 198]. Der Konvergenzradius des Verfahrens ist groß, allerdings benötigt es eine Anfangsschätzung und eine sinnvolle Konvergenz ist dennoch nicht immer gewährleistet. Wird die spezielle Diskretisierung und die damit verbundene Blockstruktur nicht berücksichtigt, so kann das zu hohem Speicheraufwand und damit verbundenem Rechenaufwand führen.

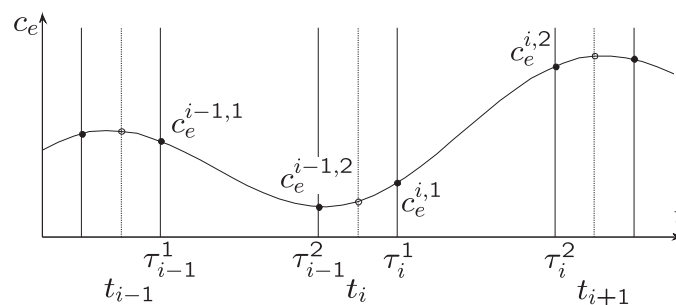


Abbildung 4.5: Kollokation an Gauss-Punkten.

Diskrete Kostenfunktionen und Nebenbedingungen

Die Kostenfunktion wird hier aus der diskretisierten Steuerung gebildet. In Abhängigkeit von der Formulierung des Zustandssystems kann sie grundsätzlich auch Zustandsgrößen enthalten. Im Folgenden gelingt es aber, das System immer so zu formulieren, dass die Kostenfunktion nur die Steuerungen oder deren Ableitungen enthält.

Aus dem jeweiligen Kostenfunktional (siehe Abschnitt 4.1.2) entsteht durch Diskretisierung die Riemann-Summe

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m w_j \mathbf{u}^T(\tau_j, \mathbf{x}_u) \mathbf{u}(\tau_j, \mathbf{x}_u), \quad (4.20)$$

wobei die Faktoren w_j die Gewichtung der Kollokationspunkte sowie die Intervalldiskretisierung berücksichtigen und die Steuerung mittels (4.12) approximiert wird. Eine kubische Approximation der Steuerung eignet sich auch für Kostensummen der Art

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m w_j \dot{\mathbf{u}}^T(\tau_j, \mathbf{x}_u) \dot{\mathbf{u}}(\tau_j, \mathbf{x}_u). \quad (4.21)$$

Das Kriterium MT (4.4) kann man nun mit (4.20) und $\mathbf{T} \equiv \mathbf{u}$ unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \mathbf{T}(\tau_j) - \mathbf{M}(\mathbf{q}(\tau_j)) \ddot{\mathbf{q}}(\tau_j) - \mathbf{Q}(\mathbf{q}(\tau_j), \dot{\mathbf{q}}(\tau_j), \tau_j) \\ &= \mathbf{S}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_u - \mathbf{M}(\mathbf{S}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_q) \ddot{\mathbf{S}}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_q - \mathbf{Q}(\mathbf{S}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_q, \dot{\mathbf{S}}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_q, \tau_j), \\ & \quad j = 1, \dots, m, \end{aligned} \quad (4.22)$$

mit linearer (4.18) oder kubischer (4.19) Approximation der Steuerungen implementiert werden. Das Kriterium MTC (4.6) kann mit (4.21) und $\dot{\mathbf{T}} \equiv \dot{\mathbf{u}}$ unter Berücksichtigung der gleichen Nebenbedingungen (4.22) nur mit kubischer Approximation (4.19) der Steuerungen implementiert werden. Für den Fall, dass die Bewegungsgleichungen in analytischer Form vorliegen, könnte auch eine Differentiation der Bewegungsgleichungen zur Implementierung des MTC mit der Kostenfunktion (4.20) herangezogen werden, für das man mehr numerische Stabilität erwarten könnte. *MkdTools* berechnet diese Ableitungen jedoch nicht und man muss auf erstere Verfahrensimpementierung zurückgreifen.

Berücksichtigt man weder Zustands- noch Steuerbeschränkungen, so kann man das Problem MAJ (4.3) prinzipiell analytisch behandeln. Zur numerischen Lösung setzt man $\ddot{\mathbf{q}} \equiv \dot{\mathbf{u}}$ mit der Kostenfunktion (4.21) undter Verwendung der impliziten Kollokationsbedingungen

$$\mathbf{0} = \mathbf{S}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_u - \ddot{\mathbf{S}}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_q, \quad j = 1, \dots, m. \quad (4.23)$$

Die Implementierung des Auswahlkriteriums MCHJ (4.2) erreicht man durch Gleichsetzen des Handrucks mit der abgeleiteten Steuerung $\ddot{\mathbf{R}} \equiv \dot{\mathbf{u}}$ unter Verwendung der Kostensumme (4.21) und den Nebenbedingungen

$$\mathbf{0} = \mathbf{S}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_u - \ddot{\mathbf{R}}(\mathbf{S}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_q, \dot{\mathbf{S}}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_q, \ddot{\mathbf{S}}_{\Delta}^3(\tau_j) \mathbf{x}_q), \quad j = 1, \dots, m. \quad (4.24)$$

4.2.3 Direkte Verfahren durch explizite Formulierung und Diskretisierung der Zustandsvariablen

Durch die explizite Formulierung der Kollokationsbedingungen (4.15) kann man auf eine Diskretisierung der Steuerung verzichten, da sie durch die Diskretisierung der rechten Seite automatisch erhalten wird. Eine Diskretisierung der Zustandsvariablen bzw. der Verläufe der generalisierten Koordinaten mit kubischen Hermite-Splines ist möglich, insbesondere für das Kostenkriterium MT [199]. Die Kostenfunktionale bedingen eine glatte Bewegung, und eine dreifache Ableitung kubischer Splines (siehe Abbildung 2.5) bereitet Schwierigkeiten. In der Arbeit von Long [122] wurden hierzu verschiedene Diskretisierungen mit einer expliziten Formulierung der Kollokationsbedingungen erprobt. Im Folgenden wird die Diskretisierung mit quintischen Hermite-Splines (2.95) realisiert. Zu ihrer Bestimmung wird an den Stützstellen ein weiterer Parameter, die zweite Ableitung des Funktionswertes, gegenüber den kubischen Splines benötigt, was eine weitere Einstellmöglichkeit der Glattheit der Splines ermöglicht, aber auch einen höheren Berechnungsaufwand sowie Oszillationen nach sich ziehen kann. Die entstehende Kurve ist C^2 -kontinuierlich.

Die Verläufe der generalisierten Koordinaten werden entsprechend (2.95) mit quintischen Hermite-Splines

$$q_k(t) = \mathbf{s}_\Delta^5(t) \mathbf{p}_k \quad (4.25)$$

approximiert (siehe Abschnitt 2.3.3). Dabei wird neben einer äquidistanten Verteilung der Knoten der Splines auch eine Lobatto-Verteilung der Knoten untersucht. Abbildung 4.6 zeigt die unterschiedliche Verteilung der Stützstellen über dem Intervall $[t_0, t_f]$.

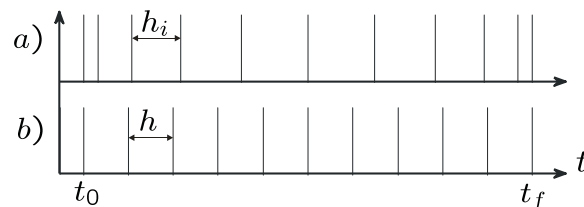


Abbildung 4.6: Verteilung der Lobatto-Stützstellen a) und der äquidistanten Stützstellen b) über dem Intervall $[t_0, t_f]$. Die Schrittweite $h_i = t_{i+1} - t_i$ des Lobattogitters ist im Vergleich zur äquidistanten Schrittweite h nicht konstant.

Zur exakten Bestimmung der Parameter der Splinekurven benötigt man vier Kollokationspunkte je Teilintervall, welche an den vier Gausspunkten

$$\begin{aligned} \tau_i^1 &= t_i + \frac{1}{2}h_i \left(1 - \sqrt{\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\sqrt{\frac{5}{6}}} \right), & \tau_i^2 &= t_i + \frac{1}{2}h_i \left(1 - \sqrt{\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\sqrt{\frac{5}{6}}} \right), \\ \tau_i^3 &= t_i + \frac{1}{2}h_i \left(1 + \sqrt{\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\sqrt{\frac{5}{6}}} \right), & \tau_i^4 &= t_i + \frac{1}{2}h_i \left(1 + \sqrt{\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\sqrt{\frac{5}{6}}} \right) \end{aligned} \quad (4.26)$$

festgelegt werden, um die Kostenintegrale mittels Gaußschen Quadraturformeln zu berechnen [44]. Abbildung 4.7 verdeutlicht die Lage dieser Punkte im jeweiligen Teilintervall. Über den Kollokationspunkten τ_i werden die diskreten Kostenfunktionen gebildet,

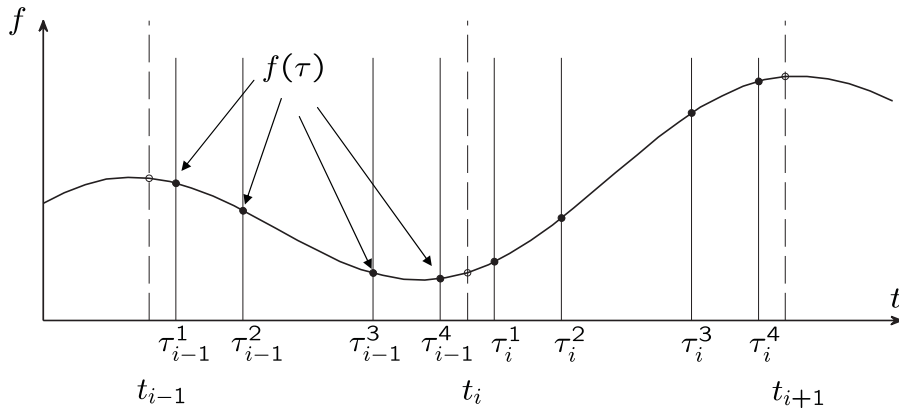


Abbildung 4.7: Kollokation an vier Gauss-Punkten.

die explizit vom System abhängen. Die Gleichheitsnebenbedingungen entfallen.

Mit dem diskretisierten System

$$\mathbf{T} = \mathbf{M} \left(\mathbf{S}_{\Delta}^5(\tau_j) \mathbf{x}_q \right) \ddot{\mathbf{S}}_{\Delta}^5(\tau_j) \mathbf{x}_q - \mathbf{Q} \left(\mathbf{S}_{\Delta}^5(\tau_j) \mathbf{x}_q, \dot{\mathbf{S}}_{\Delta}^5(\tau_j) \mathbf{x}_q, \tau_j \right), \quad j = 1, \dots, m \quad (4.27)$$

erhält man die Kostenfunktion MT (4.4) in diskreter Form zu

$$F_{MT}(\mathbf{x}_q) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \mathbf{T}^T(\mathbf{x}_q, \tau_j) \mathbf{T}(\mathbf{x}_q, \tau_j). \quad (4.28)$$

Anstatt der skalaren Funktion (4.28) zur Implementierung mit einem allgemeinen Optimierungsverfahren kann man auch die Vektorfunktion

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_q) = [\mathbf{T}^T(\mathbf{x}_q, \tau_1), \mathbf{T}^T(\mathbf{x}_q, \tau_2), \dots, \mathbf{T}^T(\mathbf{x}_q, \tau_m)]^T \quad (4.29)$$

bilden, welche sich für die Implementierung mit einem quadratischen Lösungsverfahren gemäß (2.59) eignet. Dieses Vorgehen ist für alle folgenden Kriterien ebenfalls möglich.

Die Kostenfunktion für das Auswahlkriterium MTC (4.6) erhält man in diskreter Form

$$F_{MTC}(\mathbf{x}_q) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \dot{\mathbf{T}}^T(\mathbf{x}_q, \tau_j) \dot{\mathbf{T}}(\mathbf{x}_q, \tau_j) \quad (4.30)$$

aus den Ableitungen von \mathbf{T} , die man entweder durch finite Differenzen oder durch eine Splineapproximation der \mathbf{T} und eine Auswertung ihrer Ableitungen an den Kollokationspunkten erhält.

Beim Auswahlkriterium MAJ (4.3) ergibt sich die diskretisierte Zielfunktion

$$F_{MAJ}(\mathbf{x}_q) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \ddot{\mathbf{q}}^T(\mathbf{x}_q, \tau_j) \ddot{\mathbf{q}}(\mathbf{x}_q, \tau_j) \quad (4.31)$$

mit $\ddot{\mathbf{q}}(t) = \ddot{\mathbf{S}}_{\Delta}^5(t) \mathbf{x}_q$.

Den minimalen Ruckverlauf MCHJ (4.2) der Hand erhält man durch die Kostenfunktion

$$F_{MCHJ}(\mathbf{x}_q) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \ddot{\mathbf{R}}^T(\mathbf{x}_q, \tau_j) \ddot{\mathbf{R}}(\mathbf{x}_q, \tau_j). \quad (4.32)$$

Die Bildung des Rucks $\ddot{\mathbf{R}}$ durch Splines über $\dot{\mathbf{R}}$ und Ableitung oder durch finite Differenzen führte während der Entwicklung dieses Verfahrens zu numerischen Schwierigkeiten und Konvergenzproblemen. Ein sehr robustes Verfahren wurde durch die Bildung kubischer Hermite-Splines

$$\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{x}_q, \tau) = \mathbf{S}_{\Delta}^3(\tau)\mathbf{p}(\mathbf{x}_q) \quad (4.33)$$

über die Kollokationsauswertung von $\dot{\mathbf{R}}(\mathbf{x}_q, \tau_j)$ und $\ddot{\mathbf{R}}(\mathbf{x}_q, \tau_j)$, $j = 1, \dots, m$, gefunden, die den Parametervektor $\mathbf{p}(\mathbf{x}_q)$ ausmachen. Zweimalige Ableitung von (4.33) ergibt $\ddot{\mathbf{R}}(\mathbf{x}_q, \tau_j)$.

Nebenbedingungen

Die aus den impliziten Kollokationsbedingungen hervorgegangenen Gleichheitsbedingungen entfallen durch die explizite Formulierung. Steuer- und Zustandsbegrenzungen müssen jedoch berücksichtigt werden. Das kann zum einen durch einen Solver bewerkstelligt werden, der Nebenbedingungen zulässt, zum anderen ist aber auch die Modellierung von Grenzen gemäß dem Kraftverlauf in Abbildung 2.4 innerhalb der Differentialgleichungen möglich, was den Aufwand zur Auswertung von Nebenbedingungen erspart.

4.2.4 Experimente und Auswertung

Modell

Zur Untersuchung der beiden zuvor beschriebenen Implementierungen wurde ein zweidimensionales Armmodell mit zwei Rotationsfreiheitsgraden, deren Drehachsen senkrecht zur Bildebene in Abbildung 4.8 stehen, vorgegeben. Das Modell besteht aus drei

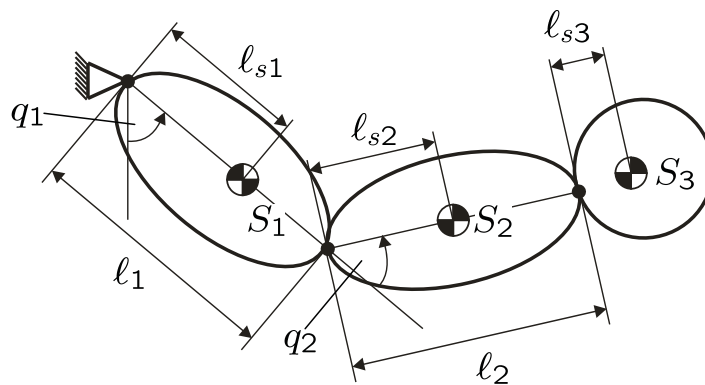


Abbildung 4.8: Doppelpendel Modell.

Körpern mit den Schwerpunkten S_i , $i = 1, \dots, 3$. Der Oberarm ist gegen die Umgebung drehbar beschrieben durch q_1 und der Unterarm relativ dazu drehbar beschrieben durch q_2 . Die Verbindung zwischen Unterarm und Hand ist starr. Die in Abbildung 4.8 eingezeichneten Längen wurden auf anthropometrischer Basis mit $\ell_1 = 0.287$ m, $\ell_2 = 0.25$ m, $\ell_{s1} = 0.165$ m, $\ell_{s2} = 0.121$ m und $\ell_{s3} = 0.068$ m gewählt. Die Masse des Körpers 1 ist $m_1 = 2.03$ kg und das Trägheitsmoment $\Theta_1 = 0.0135$ kg m² bezüglich S_1 , für Körper

2 gilt $m_2 = 1.23 \text{ kg}$ und $\Theta_2 = 0.0064 \text{ kg m}^2$ bezüglich S_2 sowie $m_3 = 0.458 \text{ kg}$ und $\Theta_3 = 0.0013 \text{ kg m}^2$ bezüglich S_3 . In der Ausgangsstellung zeigt der Arm senkrecht nach unten, d.h. $q_1(t_0) = q_2(t_0) = 0$.

Szenarien

In den Grundszenarien wird das Pendel von der vertikalen Ausgangsstellung in die horizontale Lage gefahren. Die Randbedingungen sind dann $q_1(t_0) = 0$, $q_2(t_0) = 0$, $q_1(t_f) = \pi/2$, $q_2(t_f) = 0$ mit $t_0 = 0 \text{ s}$ und einer zunächst festen Endzeit $t_f = 0.5 \text{ s}$. Auf die Begrenzung des Drehmoments wird verzichtet, für q_2 wird ein Gelenkansschlag $q_2 \in [0^\circ, 120^\circ]$ gesetzt. Das Szenario wird für die oben beschriebenen Kosten MT, MTC, MAJ und MCHJ mit impliziten (impl. Verf.) und expliziten Verfahren (expl. Verf.) berechnet. Die Güte und die Rechenzeit wird für die Knoten- bzw. Stützstellenanzahl $n = 5, 10$ und 20 der Splines untersucht. Als Startlösung wird ein linearer Verlauf von der linksseitigen zur rechtsseitigen Randbedingung der jeweiligen Koordinate gewählt. Dieser Verlauf ist keine beliebig schlechte Startlösung und stellt das Durchschnittsverhalten dar. Die expl. Verf. wurden mit äquidistanter Diskretisierung und einer Lobatto-Diskretisierung durchgeführt. Für die Kollokationsdiskretisierung werden jeweils Gaußpunkte gewählt. Ferner wird bei den expl. Verf. neben der quintischen Approximation auch eine kubische Approximation probiert, die aber an den Glattheitskriterien scheiterte und deshalb nicht beschrieben wird.

Ein Szenario mit dem gleichen Modell, ähnlichen Parametern und den gleichen Randbedingungen stellen Kaphle und Eriksson [99] mit einem impl. Verf. vor, das sich zum Vergleich eignet. Ein ähnliches Szenario findet sich für MTC bei Uno et al [210]. In Flash und Hogan [65] finden sich die Profile des MAJ. Das MCHJ wurde in der Literatur nicht gefunden, allerdings sind die analytisch bestimmbaren Bewegungsprofile für MHJ (4.1) zum Vergleich geeignet.

Ein weiteres Szenario wird mit einer freien Endzeit t_f für MT durchgeführt. Dynamisch betrachtet ist bei dem dann vorliegenden, konservativen Modell ohne Gelenkansschläge ein aufschwingendes System bei genügend zur Verfügung stehender Zeit zu erwarten. Im Experiment wird t_f auf ein Intervall $t_f \in [0.1 \text{ s}, 3 \text{ s}]$ begrenzt.

Ergebnisse

In den Abbildungen 4.9 bis 4.12 sind zunächst die Lösungen als Bewegung des Armes graphisch in einer Bildfolge dargestellt. Die Lösungen wurden mit dem expl. Verf. mit $n = 10$ berechnet, für das die Verfahrenskonvergenz zur erwarteten Lösung sichergestellt war. Die Verläufe geben intuitive Einsicht in die Funktionsweise der Kostenfunktionen.

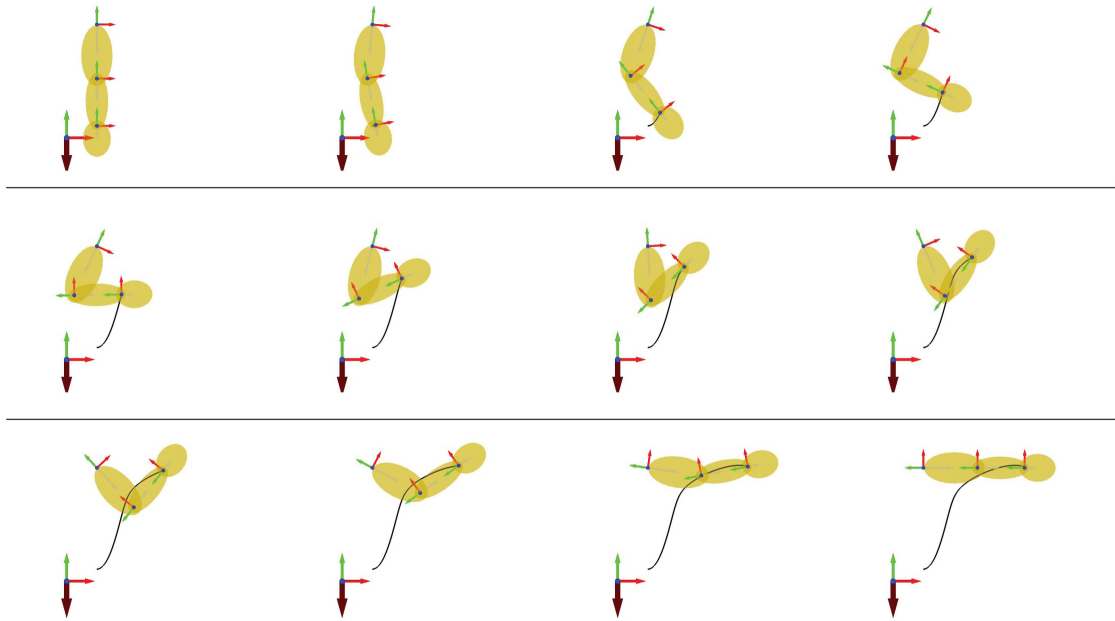


Abbildung 4.9: Lösung des Grundzenarios für MT.

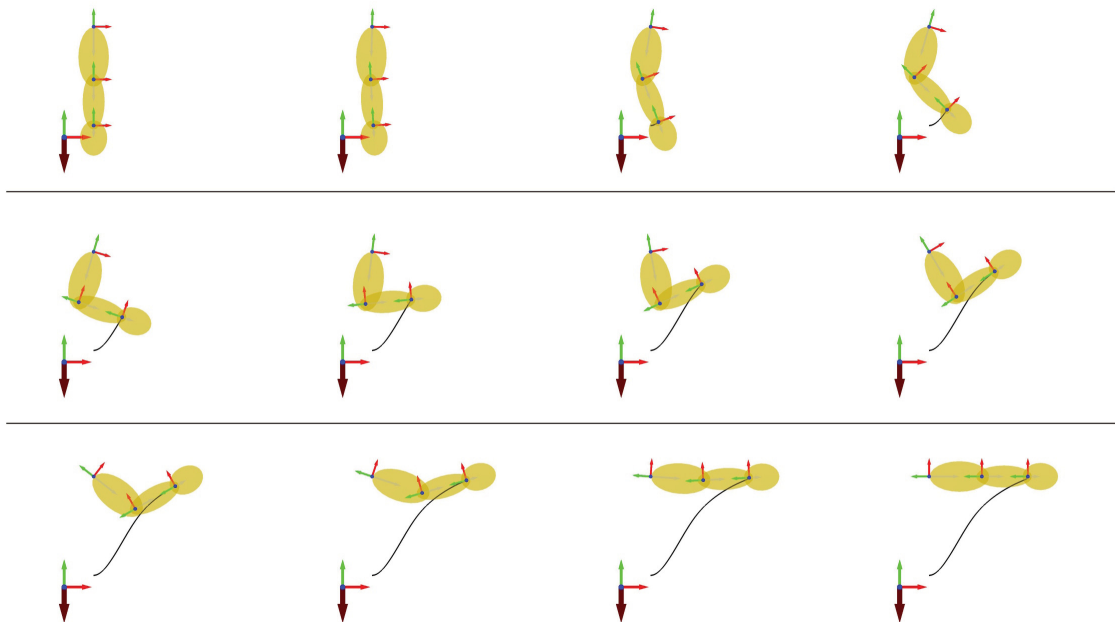


Abbildung 4.10: Lösung des Grundzenarios für MTC.

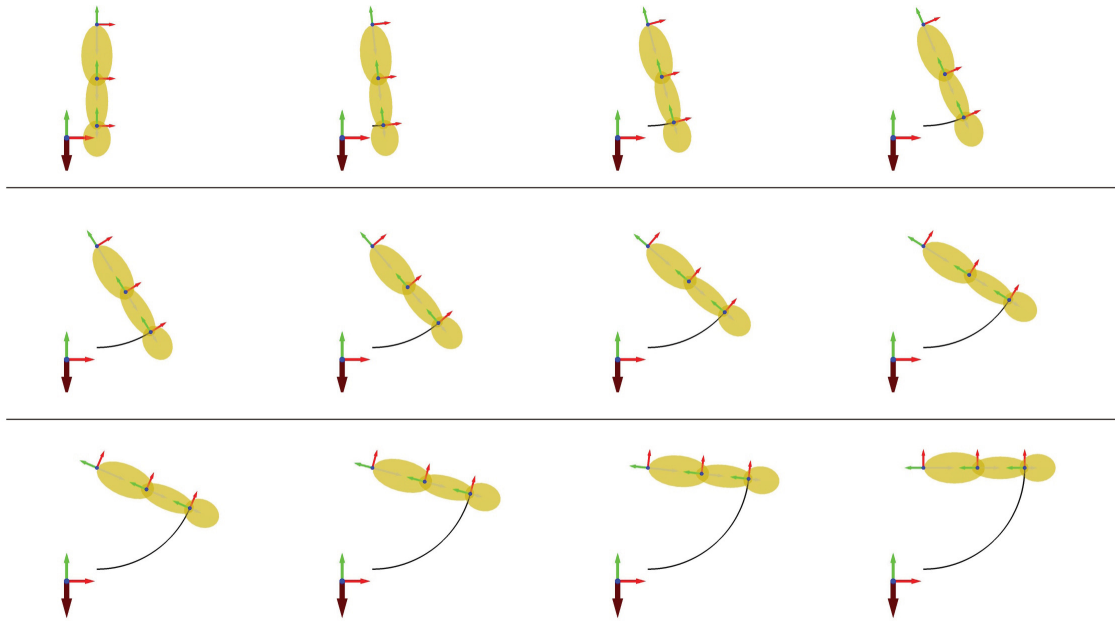


Abbildung 4.11: Lösung des Grundzenarios für MAJ.

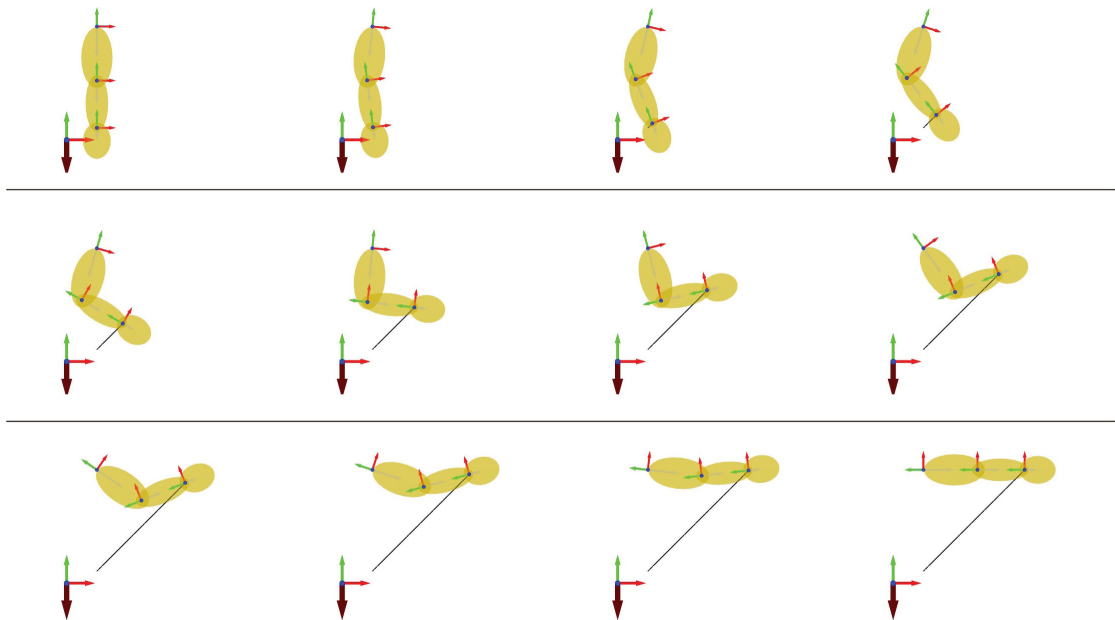
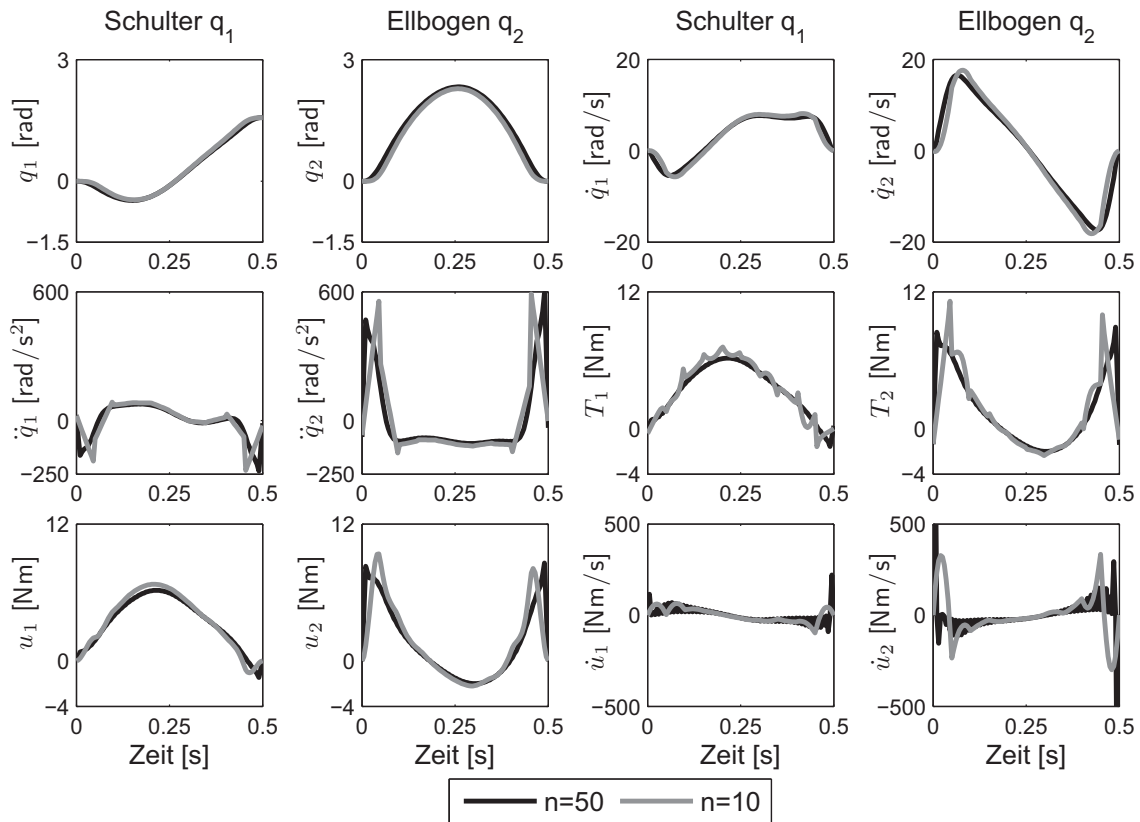
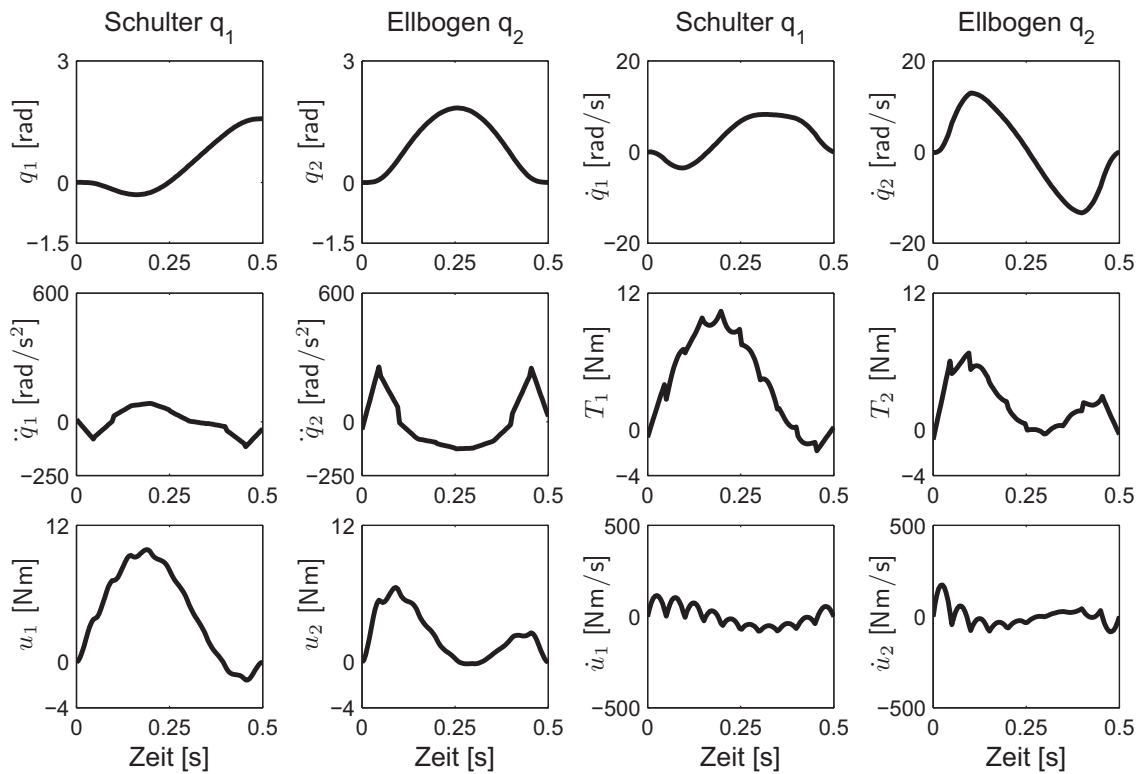


Abbildung 4.12: Lösung des Grundzenarios für MCHJ.

Abbildung 4.13: Implizites Verfahren für MT mit $n = 10$ und $n = 50$.Abbildung 4.14: Implizites Verfahren für MTC mit $n = 10$.

In Abbildung 4.9 ist der optimale Verlauf mit minimalem Antriebsmoment MT dargestellt. Man erkennt in der Bewegung ein starkes Einknicken des Armes, was einer Reduzierung des gesamten Trägheitsmomentes des Armes bezüglich des Schultergelenks q_1 gleichkommt. Zur Armbewegung wird dort das größte Drehmoment benötigt, und ein Einknicken kann das benötigte Drehmoment erheblich reduzieren.

Der Verlauf des MTC zeigt in Abbildung 4.10 ebenfalls ein Einknicken, allerdings ist das nicht so stark ausgeprägt wie bei MT-Kosten. Aus der Anschauung kann man die Minimierung der Momentenänderungsrate im Vergleich zum MT dafür verantwortlich machen. Ansonsten ist das Kriterium nicht ganz so intuitiv.

In der Lösung des MAJ in Abbildung 4.11 erkennt man sofort, dass sich q_2 nicht ändert. Da das Drehmoment nicht begrenzt wurde, ist die optimale Lösung keine Bewegung, d.h. $q_2(t) = 0$, wodurch auch der Ruck $\ddot{q}_2(t) = 0$ ist und das Antriebsmoment um q_2 sorgt mit der notwendigen Größe dafür, dass diese Optimalität eingehalten wird. In q_1 muss zwangsläufig eine Bewegung stattfinden. Diese zeigt, wie später noch ersichtlich wird, das typische Glockenprofil im Geschwindigkeitsverlauf, um minimalen Ruck zu erzielen.

Die analytische Lösung des MHJ ist bekannt als ein geradlinig verlaufender Pfad des Handbezugssystems vom Startpunkt der Hand zum Endpunkt. Abbildung 4.12 zeigt diese Lösung ebenfalls für das MCHJ, dessen Kriterium (4.33) mit (4.1) identisch ist. Die Kinematik des Arms ist hier in der Lage, diesen Pfad abzufahren, und die Koordinaten passen sich durch Lösen der inversen Kinematik an. Das Einknicken ist durch die Kinematik des Armes bedingt, da nur so der Handverlauf erreicht wird. Wäre kein Gelenkansschlag gesetzt, so ist die spiegelverkehrte Lösung in den Gelenkkordinaten ebenfalls eine Lösung. Der Solver konvergiert aufgrund numerischer Ungenauigkeit dann nur zu einer der beiden Lösungen.

Abbildung 4.13 zeigt die optimale Lösung MT des impl. Verf. für $n = 10$ und $n = 50$ Stützstellen. Auf Lageebene werden für q_1 und q_2 glatte und gemäß Abbildung 4.9 plausible Lösungen erhalten. Die Beschleunigungen der Koordinaten sowie die mit Hilfe der inversen Dynamik berechneten Drehmomente zeigen eine starke durch die kubische Approximation bedingte Artefaktbildung. Der Verlauf der Steuerungen u_1 und u_2 zeigt diese Artefakte nicht. Eine perfekte Approximation würde theoretisch eine exakte Übereinstimmung der Verläufe von \mathbf{u} und \mathbf{T} zeigen. Die Lösung mit $n = 50$ ist deutlich glatter und die Verläufe von \mathbf{u} und \mathbf{T} konvergieren. Die Artefakte verschwinden und die Kurven werden glatt. Die Rechenzeit steigt aber erheblich.

Eine plausible Lösung wurde ab $n \geq 10$ auch für MTC erhalten, die in Abbildung 4.14 dargestellt ist. Die Lösung ähnelt in ihrer Art der MT-Lösung und besitzt eine ähnliche Artefaktbildung, die für eine höhere Anzahl an Stützstellen verschwindet.

Gute Lösungen für MAJ wurden für $n \geq 20$ gefunden, die mit geringer Rechenzeit ermittelt wurden, da sie nicht von der Systemdynamik abhängen. Eine sinnvolle Lösung für MCHJ wurde ebenfalls erst bei einer Anzahl an Stützstellen $n \geq 20$ gefunden und entsprechend verhält sich die Rechenzeit. Auch die Vorgabe einer besseren Startlösung änderte daran nichts.

In Tabelle 4.1 sind die Rechenzeiten des impl. Verf. für MT und MTC mit einer unterschiedlichen Anzahl an Stützstellen auf zwei aktuellen Prozessortypen dargestellt. Das Verfahren ist sowohl in der Berechnung der numerischen Gradienten als auch in der Aufstellung der Mehrkörpergleichungen, die pro Stützstelle einmal rekursiv gebildet werden, parallelisierbar, was in der Tabelle durch 1 Core ($\hat{=}$ nicht parallel), 2 Core

	MT			MTC		
n	5	10	20	5	10	20
Iterationen	69	135	190	57	94	129
CPU-Zeit (s)						
2.4 GHZ 1 Core	70	620	3684	57	401	2673
3.0 GHZ 1 Core	48	395	2243	39	273	1480
3.0 GHZ 2 Core	36	252	1379	30	175	950
3.0 GHZ 4 Core	21	152	548	18	104	556

Tabelle 4.1: CPU-Zeiten der impliziten Methode.

($\hat{=}$ auf zwei Prozessoren parallelisiert) und 4 Core ($\hat{=}$ auf vier Prozessoren parallelisiert) angedeutet ist.

Die Anzahl der benötigten Iterationen ist im Vergleich zu Eriksson [61] ähnlich und plausibel. Die Rechenzeiten sind jedoch alle relativ hoch, was auf die Speicherverwaltung in *Matlab* und die Implementierung des Mehrkörperalgorithmus zurückgeführt werden kann. Ein Experiment mit analytisch hergeleiteten Bewegungsgleichungen zeigt die gleiche Iterationsanzahl, aber eine Rechenzeit um etwa den Faktor 10 – 100 geringer. Bei einer höheren Anzahl an Freiheitsgraden relativiert sich dieser Vorteil allerdings, da der Auswerteaufwand der analytischen Gleichungen schnell steigt. Es wurde beobachtet, dass die impl. Verf. viele Auswertungen der Bewegungsgleichungen in den Nebenbedingungen benötigen.

Im Vergleich zu den Rechenzeiten der impl. Verf. sind die in Tabelle 4.2 dargestellten Zeiten der expl. Verf., die sich auf den MkdTools-Algorithmus beziehen, geringer. Das Verfahren wurde für zwei Gittervarianten (Lobatto und äquidistant) berechnet. Für die Kollokationspunkte wurden Gausspunkte gewählt. Den Ressourcenbedarf zum Aufbau und zur Auswertung der nichtlinearen dynamischen Gleichungen erkennt man insbesondere im Vergleich der Rechenzeiten des MAJ, für das keine Gleichungen aufgebaut werden müssen. Auch hier konnten die Rechenzeiten durch Verwendung analytisch hergeleiteter Bewegungsgleichungen deutlich gesenkt werden. Die Anzahl der Iterationsschritte ist im Vergleich zum impl. Verf. deutlich geringer, was an den wegfallenden Nebenbedingungen durch explizite Formulierung und der Verwendung eines Solvers für quadratische Probleme liegt. Das ist plausibel, da das SQP-Verfahren im Vergleich zum quadratischen Solver für die expl. Verf. fast so hohe Rechenzeiten benötigte wie für die impl. Verf. Die Lobatto-Diskretisierung benötigt etwas höhere Rechenzeiten als eine äquidistante Diskretisierung.

	MT		MTC		MAJ		MHJ	
Lobatto-Gitter, n	5	10	5	10	5	10	5	10
Iterationen	24	24	13	100	6	9	27	32
CPU-Zeit (s)	27	118	14	427	0,8	2,5	30	160
konstantes Gitter, n	5	10	5	10	5	10	5	10
Iterationen	18	39	16	24	5	7	23	60
CPU-Zeit (s)	19	165	17	71	0,7	2	26	280

Tabelle 4.2: Rechenzeiten des expliziten Verfahrens mit quadratischem Solver und quintischer Hermite-Approximierung auf einer 3 GHZ CPU.

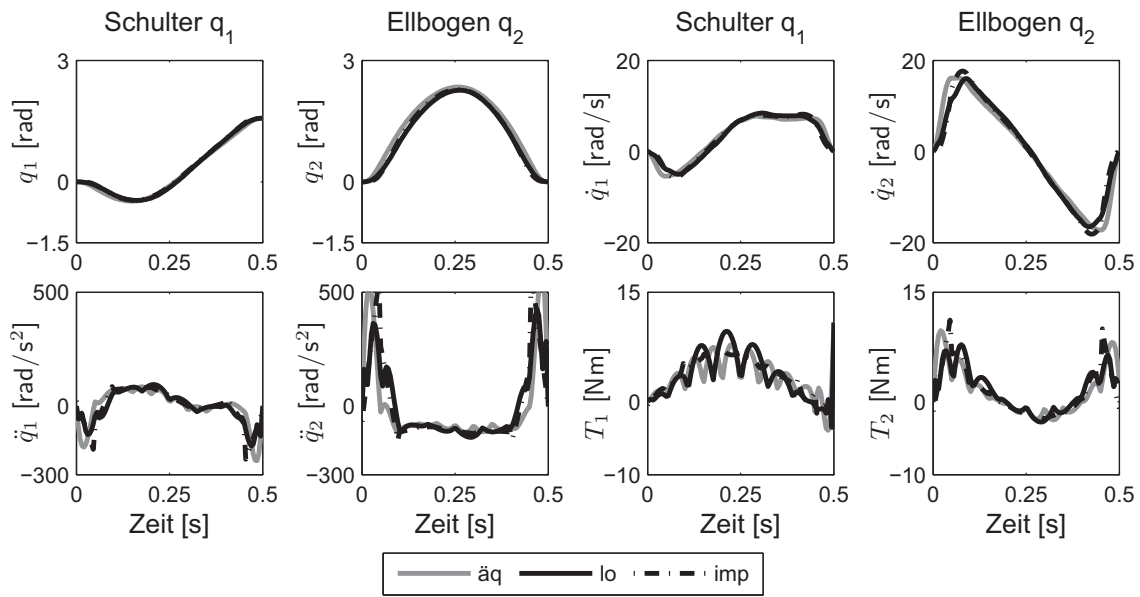


Abbildung 4.15: Optimale Lösungen der MT: (lo) Lobatto-Diskretisierung $n = 10$, expl. Verf.; (äq) äquidistante Diskretisierung $n = 10$, expl. Verf.; (imp) impl. Verf., $n = 10$.

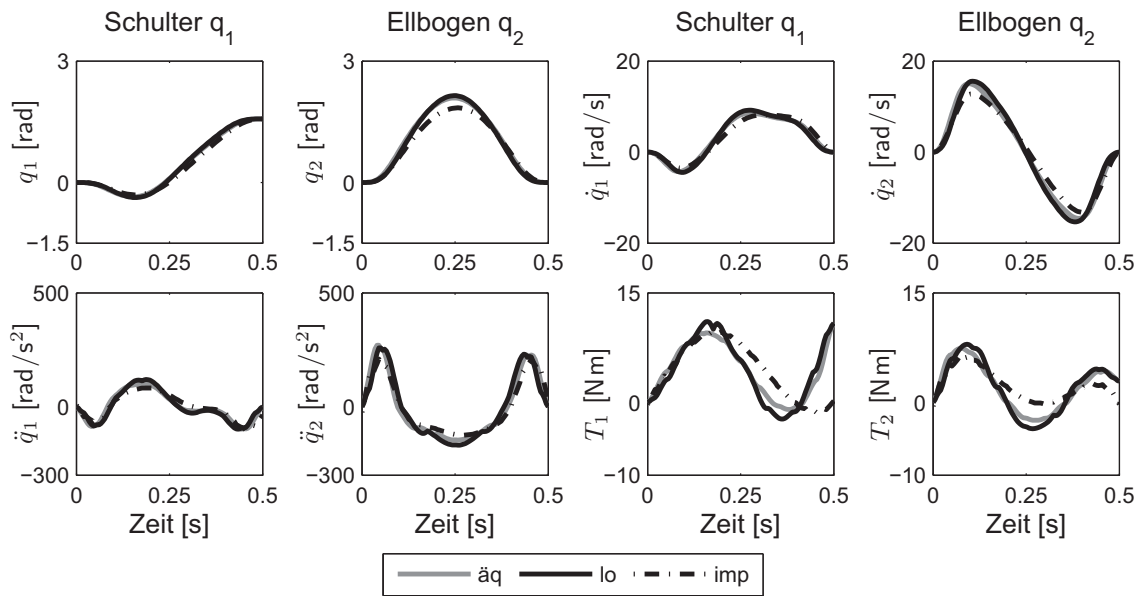


Abbildung 4.16: Optimale Lösungen der MTC: (lo) Lobatto-Diskretisierung $n = 10$, expl. Verf.; (äq) äquidistante Diskretisierung $n = 10$, expl. Verf.; (imp) impl. Verf., $n = 20$.

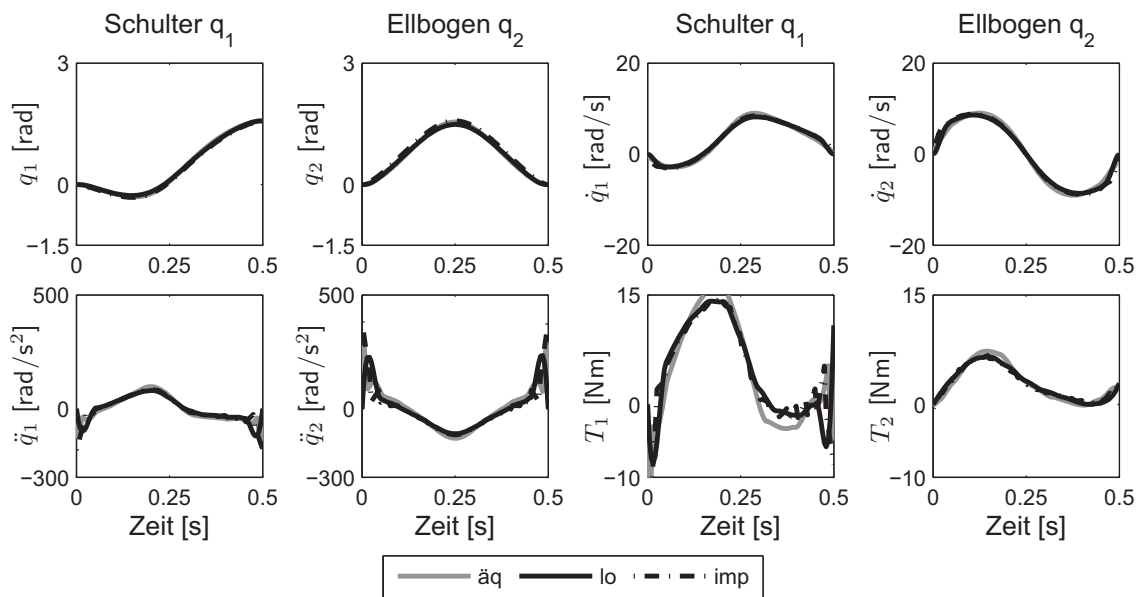


Abbildung 4.17: Optimale Lösungen der MCHJ: (lo) Lobatto-Diskretisierung $n = 10$, expl. Verf.; (äq) äquidistante Diskretisierung $n = 10$, expl. Verf.; (imp) impl. Verf., $n = 20$.

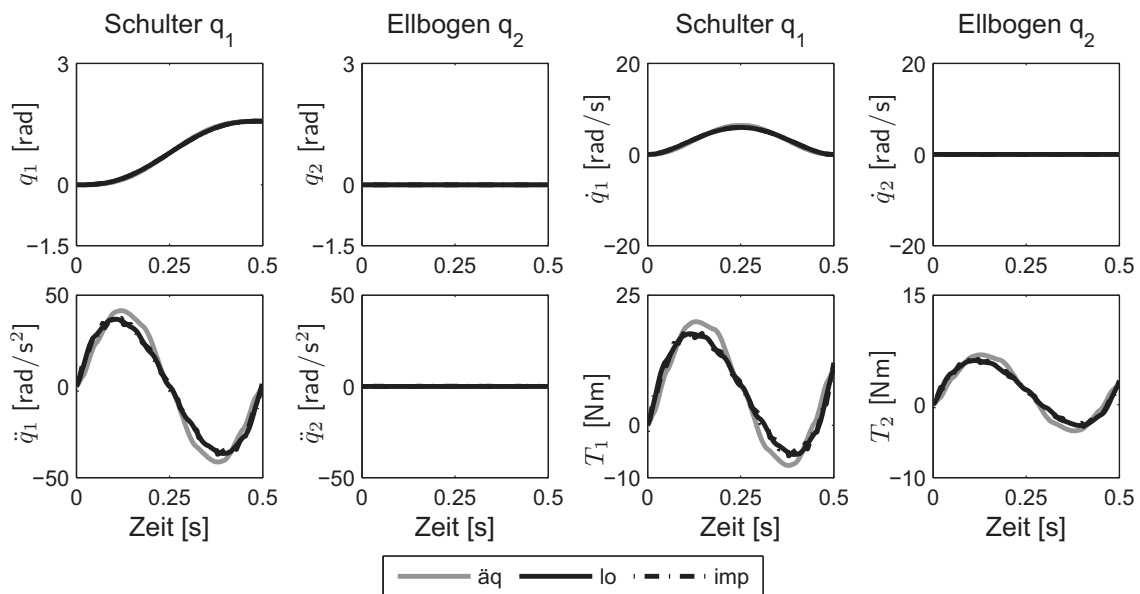


Abbildung 4.18: Optimale Lösungen der MAJ: (lo) Lobatto-Diskretisierung $n = 10$, expl. Verf.; (äq) äquidistante Diskretisierung $n = 10$, expl. Verf.; (imp) impl. Verf., $n = 20$.

In Abbildung 4.15 werden die Lösungen für MT mit dem expl. Verf. für eine Lobatto-Diskretisierung mit $n = 10$ und eine äquidistante Diskretisierung mit $n = 10$ sowie die Lösung des impl. Verf. gezeigt. Für die Lagen und Geschwindigkeiten ist eine relativ gute Übereinstimmung aller Verfahren zu erkennen. In den Momenten verläuft die Lösung des impl. Verf. etwas glatter und scheint als eine Art Mittelwert innerhalb der Kurven des expl. Verf. zu verlaufen. Das äquidistante Gitter zeigt eine geringfügig bessere Übereinstimmung mit dem impl. Verf. als das Lobatto-Gitter.

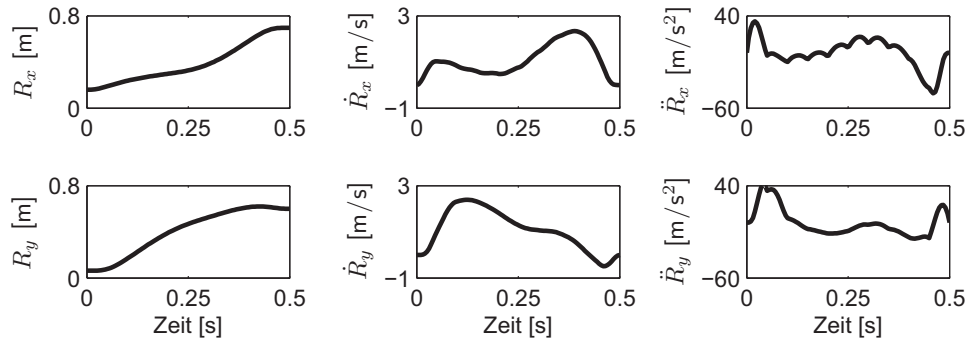
Die in Abbildung 4.16 dargestellten Lösungen des MTC zeigen eine nicht ganz so gute aber akzeptable Übereinstimmung. Die Lösung des impl. Verf. wurde erst ab $n = 20$ Stützstellen erhalten. Davor konvergierte das Verfahren nicht. Das Glattheitskriterium Momentenänderung zeigt nicht die starken Oszillationen in den Momentenverläufen, die insbesondere beim expl. Verf. in Zusammenhang mit dem MT gefunden wurden. Im Vergleich zum MT sind die MTC-Lagen- und Geschwindigkeitsverläufe nicht so stark exponiert, da die Änderungsrate und nicht das Moment an sich im Kostenkriterium betrachtet wird.

Das MCHJ zeigt im grafischen Verlauf 4.12 einen geraden Handpfad, der durch das impl. Verf. erst mit einer Stützstellenanzahl ab $n = 20$ erhalten wurde. Insbesondere die Übereinstimmung des impl. Verf. mit der äquidistanten Diskretisierung des expl. Verf. ist bemerkenswert (siehe Abb. 4.17). Das Lobatto-Gitter erreicht die Übereinstimmung nur etwa in den Lagen. Die Lageverläufe an sich besitzen von der Art her starke Ähnlichkeit mit MT und MTC. Lediglich die Glockenform von q_2 nimmt in der Reihenfolge MT, MTC, MCHJ ab. Die Geschwindigkeitsverläufe \dot{q}_1 und \dot{q}_2 zeigen im Vergleich zu MT und MTC Bogenverläufe mit deutlich größeren Bogenradien.

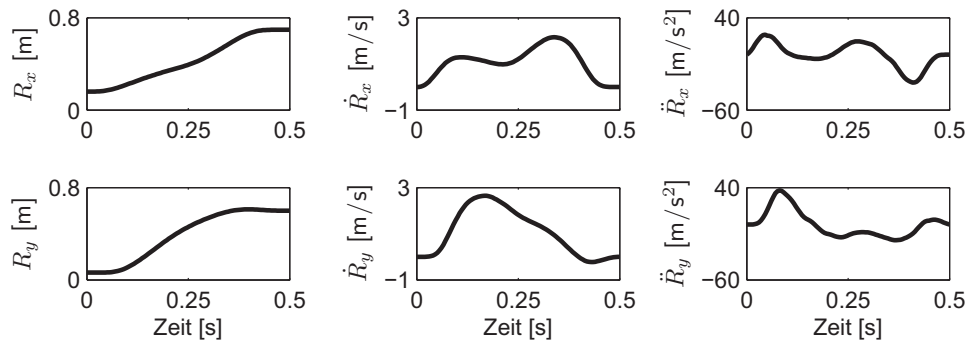
Das Auswahlkriterium MAJ zeigt in Abbildung 4.18 auf den ersten Blick keine Bewegung in q_2 , was bedingt durch das Kriterium richtig ist. Alle Verfahren haben es entsprechend gelöst. Eine gute Übereinstimmung der äquidistanten Diskretisierung mit dem impl. Verf. ist zu erkennen, allerdings konvergiert das impl. Verf. erst ab $n = 20$ und zeigt trotzdem einen raueren Verlauf als die expl. Verf.

In Abbildung 4.19 sind die Wege, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der x - und y -Koordinaten des Handkörpers für die vier verschiedenen Auswahlkriterien aufgetragen. Man erkennt in 4.19(d) sofort den für Ruckminimierung charakteristischen Verlauf des MCHJ, d.h. ein glockenförmiges Geschwindigkeitsprofil und den umschlagenden Beschleunigungsverlauf, der in der ersten zeitlichen Hälfte positiv und danach negativ ist. Die Verläufe besitzen die gleiche Form wie die bereits für die Gelenkverläufe in Abbildung 4.18 gefundenen Verläufe der Koordinate q_1 . Die Verläufe für MT (Abbildung 4.19(a)), MTC (Abbildung 4.19(b)) und MAJ (Abbildung 4.19(c)) sind nicht so klar zuzuordnen. Der Verlauf für MAJ (4.19(c)) zeigt stärkere Ähnlichkeit mit MCHJ (4.19(d)) als die dynamischen Kriterien. In Beschleunigungsverläufen des MT erkennt man diskretisierungs- und approximationsbedingte Artefaktbildung.

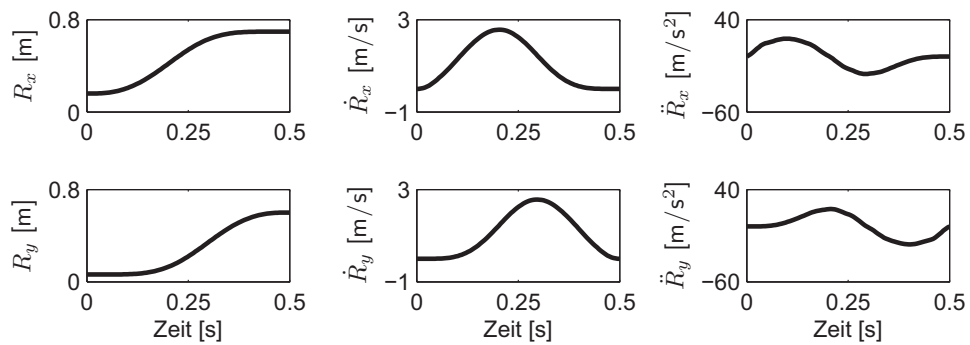
In Tabelle 4.3 sind die Kosten der expliziten Verfahren für verschiedene Diskretisierungen und Kostenfunktionen aufgetragen. Für die Ergebnisse aus den einzelnen Auswahlkriterien wurden für die jeweils optimalen Trajektorien auch die Kosten der anderen Kriterien berechnet. Somit ist auch überprüfbar, ob die einzelnen Algorithmen richtig arbeiten. Die jeweiligen Kosten wurden aus den quadratischen Funktionswerten an den Kollokationspunkten unter Berücksichtigung der Diskretisierung und der Gewichtung der einzelnen Zeitabschnitte gebildet. Kosten für den Ruck sind im Allgemeinen höher, da die Werte aus den dritten Ableitungen der Lage bestehen und bei



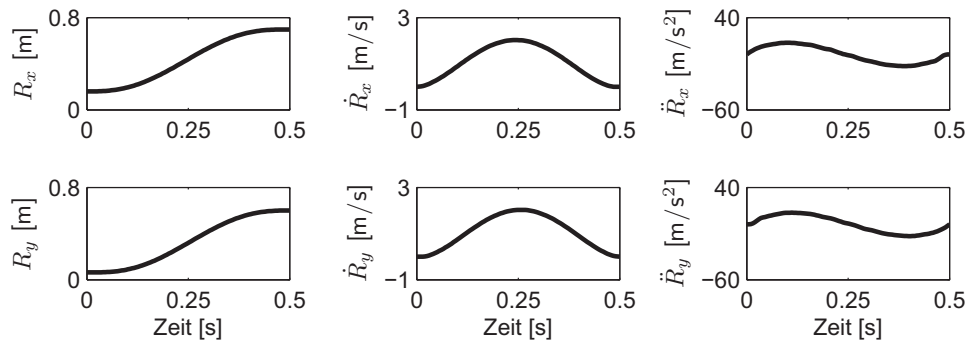
(a) Verläufe der Lösung MT



(b) Verläufe der Lösung MTC



(c) Verläufe der Lösung MAJ



(d) Verläufe der Lösung MCHJ

Abbildung 4.19: Verläufe, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen des Handkörpers im Inertialraum, expl. Verf., äquidistant, $n = 10$.

	n	Gitter	$\Sigma \mathbf{T}$ [Nm]	$\Sigma \mathbf{TC}$ [Nm/s]	$\Sigma \mathbf{AJ}$ [°/s ³]	$\Sigma \mathbf{CHJ}$ [m/s ³]
MT	5	konst	3.1	39.0	3638.8	227.4
	5	Lobatto	3.0	32.6	4297.5	196.7
	10	konst	2.9	41.0	4429.0	243.9
	10	Lobatto	2.7	39.4	6946.1	237.8
	20	konst	2.8	41.6	7091.0	299.2
	20	Lobatto	2.6	47.7	13228.4	306.3
MTC	5	konst	3.9	39.7	1905.1	152.7
	5	Lobatto	4.2	51.4	2109.7	177.7
	10	konst	3.9	38.1	1780.5	172.9
	10	Lobatto	4.2	53.8	2189.5	184.8
	20	konst	4.9	26.6	1994.5	181.3
	20	Lobatto	5.2	28.3	2337.0	150.5
MAJ	5	konst	5.9	64.1	141.0	94.8
	5	Lobatto	5.7	74.9	157.3	102.3
	10	konst	5.8	58.1	135.1	92.3
	10	Lobatto	5.7	84.4	157.2	104.0
	20	konst	5.7	57.3	134.6	91.8
	20	Lobatto	5.6	84.5	15.6	104.0
MCHJ	5	konst	4.7	50.9	1284.7	58.9
	5	Lobatto	4.2	60.6	2154.5	62.5
	10	konst	4.6	52.9	1805.0	52.6
	10	Lobatto	4.3	69.3	5429.0	69.0
	20	konst	4.5	64.1	2533.6	50.8
	20	Lobatto	4.3	70.5	5824.1	69.2

Tabelle 4.3: Kostenvergleich der expliziten Verfahren für verschiedene Diskretisierungen und Auswahlkriterien.

quintischer Approximation durch Artefaktbildung stärker beeinflusst werden.

Die Ruckkosten $\Sigma \mathbf{AJ}$ des MAJ sind im Vergleich zu den Ruckkosten der anderen Kriterien am geringsten, insbesondere werden für ein konstantes Gitter mit zunehmender Anzahl an Stützstellen n abnehmende Kosten beobachtet. Die Kosten über dem Lobatto-Gitter sind höher als diejenigen über dem konstanten Gitter. Bei den Handruckkosten $\Sigma \mathbf{CHJ}$ wird ein ähnliches Verhalten wie zuvor beobachtet. Die minimalen Kosten hierfür im Vergleich zu den anderen Kriterien erzeugt erwartungsgemäß das MCHJ. Eine zunehmende Anzahl äquidistanter Stützstellen senkt auch hier die Gesamtkosten. Auf dem Lobatto-Gitter werden größere Artefakte in den höheren Ableitungen erzeugt, was insgesamt zu höheren Kosten führt. Für $\Sigma \mathbf{T}$ und $\Sigma \mathbf{TC}$ -Kosten sind die Ergebnisse entsprechend. Die geringsten Kosten werden jeweils gemäß dem entsprechenden Optimalitätskriterium erhalten, d.h. beispielsweise sind für MT die Kosten $\Sigma \mathbf{T}$ immer geringer als die Kosten $\Sigma \mathbf{T}$ bei anderen Kriterien.

In Abbildung 4.20 sind die Verläufe für das Armmodell ohne Gelenkansschläge dargestellt, welches MT-optimal mit einer Endzeit $t_f \in [0.1, 3]$ verfährt. Das System hat t_f maximiert und die Zeit zum Aufschwingen genutzt, was die Annahme bestätigte. Die Kosten $\Sigma \mathbf{T} = 1.8$ wurden erhalten, was im Vergleich zu einer Bewegungszeit von

0.5 s, wie zuvor betrachtet, geringer ist (siehe Tabelle 4.3).

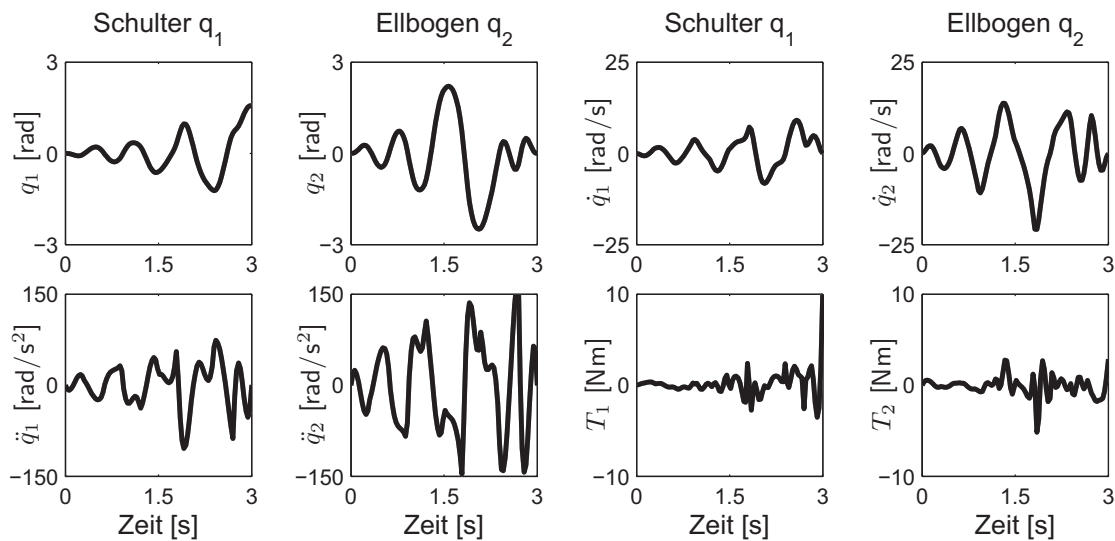


Abbildung 4.20: MT aufschwingend, expl. Verf., $n = 10$.

Insgesamt lässt sich sagen, dass die gefundenen Verläufe der Kriterien MT, MTC und MAJ im Einklang mit der Literatur sind. Das MCHJ wurde in der recherchierten Literatur nicht gefunden. Allerdings lässt die Art der Kurvenverläufe in 4.17 und 4.19(d) darauf schließen, dass die Verfahren richtig arbeiten. Die auf quintischer Approximation basierenden expl. Verf. erzeugen bereits bei einer geringen Anzahl an Stützstellen plausible Lösungen in einer akzeptablen Berechnungszeit. Eine äquidistante Diskretisierung benötigt weniger Iterationen und produziert etwas bessere Ergebnisse als eine Lobatto-Diskretisierung. Der erhoffte Vorteil einer schnelleren Verfahrenskonvergenz und besseren Approximation durch eine Lobatto-Diskretisierung blieb aus. Im Vergleich mit den impl. Verf. arbeiten die expl. Verf. bei geringer Stützstellenzahl schneller, insbesondere mit quadratischem Solver. Die impl. Verf. sind universeller einsetzbar und es entstand bei Testrechnungen mit zunehmender Anzahl an Stützstellen der Eindruck, dass der Vorteil der expl. Verf. schwindet. Die quintische Approximation fängt bei einer hohen Anzahl an Stützstellen leichter an zu oszillieren.

4.3 Anwendungsbeispiel: Studie von Zeigegesten

Die explizite Formulierung mit äquidistanter Diskretisierung wurde in einer Studie zur Synthese von Zeigegesten angewandt. Ziel der Studie war neben einer probandenspezifischen Bewegungsanalyse insbesondere die Synthese optimaler Bewegungen zu jeder aufgenommenen Bewegung und eine groß angelegte statistische Erhebung, welche die Annahmen hinsichtlich zielgerichteter diskreter Bewegungen aus der Literatur auch für dreidimensionale Bewegungen stützt. Die ausführliche Auswertung der Studie findet man in der Arbeit von Stein [189]. Im Folgenden werden die Studie, in dem das Optimierungsverfahren erfolgreich angewandt wurde, und deren Ergebnisse skizziert.

4.3.1 Methoden

Aufnahmeprozedur

Zwanzig Studierende der Universität Karlsruhe (TH) im Alter zwischen 20 und 25 Jahren, Körpergröße zwischen 160 cm und 189 cm und Körpergewicht zwischen 49 kg und 100 kg, nahmen an der Studie teil. In einer Küchenumgebung, d.h. einer festen Umgebung, wurden an vier Stellen Zeichen angebracht, die als Zeigeziel dienten. Auf einen festgelegten Punkt stellte sich der jeweilige Proband mit einer festgelegten stehenden Körperausrichtung und Startblickrichtung. Nach Zuruf durch den Untersuchungsleiter zeigte der Proband auf das jeweils zugerufene Zeichen. Die Bewegungen wurden mit einem markerbasierten Motion Capture-System [215] und einem Markerset für Ganzkörperbewegungen [214] aufgezeichnet.

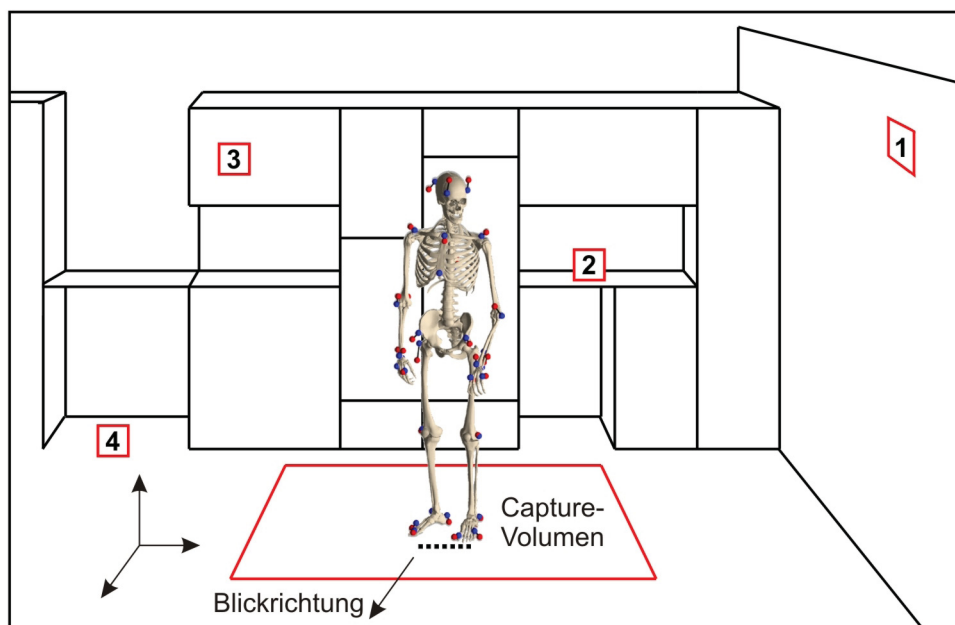


Abbildung 4.21: Küchenszenario: Markierung der Ziele, Aufnahmevolumen und Blickrichtung.

Bewegungsanalyse

Als Grundlage zur Bewegungsanalyse aber auch zur Synthese diente ein Oberkörpermodell, welches dem biologisch motivierten Ganzkörpermodell aus Abschnitt 3.2 ohne Beine entspricht und um eine bewegliche Thorax-Schlüsselbeinverbindung erweitert wurde. Es besitzt 32 Freiheitsgrade und wurde pro Proband jeweils einmal mit dem in Abschnitt 3.3.5 beschriebenen Algorithmus skaliert. Jede Bewegung wurde auf das Modell mit dem mehrstufigen Rekonstruktionsverfahren aus Abschnitt 3.3.3 übertragen. Eine Kraftmessung wurde nicht durchgeführt und die inverse Dynamik direkt mittels Gleichung (2.45) berechnet. Die einzelnen Bewegungsverläufe wurden entsprechend von Stein [189] ausgewertet und die Start- und Endpunkte jeder einzelnen Zeigebewegung festgelegt. Konkret wurde als Bewegungsbeginn jener Zeitpunkt gewählt, bei dem die tangentiale Geschwindigkeit der Hand das erste Mal 5% ihrer maximalen tangentialen Geschwindigkeit überschritten hatte. Als Endpunkt wurde jener Frame gewählt, an dem die tangentiale Geschwindigkeit der Hand das erste Mal 5% ihrer maximalen tangentialen Geschwindigkeit unterschritten hat. Dadurch starten alle Zeigebewegungen mit etwa vertikal ausgerichtetem Arm und enden mit etwa waagrecht gestrecktem Arm in Richtung des jeweiligen Ziels.

Bewegungssynthese

Die festgelegten Start- und Endzeitpunkte sowie die dort aus der Analyse bekannten Werte der generalisierten Koordinaten, und deren Ableitungen wurden bei der Synthese einzelner Bewegungen als Randbedingungen vorgegeben. Der äquidistante Diskretisierungsansatz mit einer expliziten Formulierung der Kollokationsbedingungen aus Abschnitt 4.2.3 wurde zur Berechnung der biologisch inspirierten Kostenkriterien (siehe Abschnitt 4.1.2) MTC, MAJ und MCHJ, MHJ mit $n = 10$ Stützstellen und jeweils fester aus der Analyse bekannten Endzeit eingesetzt. Die Besonderheit dabei ist, dass nicht immer alle generalisierten Koordinaten zur Synthese gleichzeitig zur Verfügung stehen, da das zum einen nicht unbedingt methodisch sinnvoll ist, zum anderen eine zu hohe Anforderung an Rechenaufwand darstellt. Die Koordinaten wurden jeweils einzeln oder zu Gruppen und zur jeweiligen Zeigebewegung passend ausgewählt. Die verbleibenden generalisierten Koordinaten wurden mit den aus der Analyse bekannten Verläufen kinematisch getrieben. Dabei entsteht ein völlig anderes und in der Biomechanik auch neuartiges Szenario im Vergleich zu den bisher in der Literatur eher einfachen Systemen mit isolierten Freiheitsgraden. Durch den nichtlinearen Zusammenhang der Mehrkörperstruktur hat jede getriebene kinematische Bewegung Auswirkungen auf die jeweiligen freien zu optimierenden Koordinatenverläufe, was der Optimierer zusätzlich berücksichtigen muss. Damit kann die Frage erörtert werden, wie die Zeigebewegung dem jeweiligen Auswahlkriterium entsprechend innerhalb der Rahmenbedingungen des aufgezeichneten Versuchs verlaufen wäre. Als Startlösung der zu optimierenden Koordinaten wurden die Verläufe aus der Analyse vorgegeben. Konkret wurden für das Ziel 1 und das Ziel 3 jeweils 40 aufgenommene Bewegungen zur Bewertung der Kostenkriterien herangezogen. Jede der 80 Bewegungen wurde mit vier Kostenkriterien mit insgesamt 11 Kombinationen an freien Koordinaten synthetisiert. Hinzu kommt noch für jede der 80 Bewegungen eine Optimierung mit dem einfachen MHJ-Modell, so dass insgesamt 3600 Bewegungen synthetisiert wurden.

Datenanalyse

Der Vergleich zwischen gemessenen und synthetisierten Bewegungen erfolgt in drei Schritten (siehe auch [189]). Zunächst werden die Bewegungsmuster qualitativ analysiert, um einen ersten Eindruck zu bekommen, ob das entwickelte Framework funktioniert. Daran anschließend werden die gemessenen und synthetisierten Bewegungen auf der Grundlage einer prozentualen mittleren quadratischen Abweichung (%RMSD) auf Unterschiede geprüft. Die Unterschiede im %RMSD zwischen den Ergebnissen der verschiedenen Modelle sowie den gemessenen Daten werden auf der Basis von Varianzanalysen mit Messwiederholung sowie paarweisen Bonferroni-Tests auf Signifikanz geprüft. Da selbst bei nicht signifikanten Differenzen auf der Basis des %RMSD verschiedene Modelle die Topologie der gemessenen Bewegungsmuster unterschiedlich gut reproduziert haben, wird in einem zweiten Schritt ein Ähnlichkeitskoeffizient zum Vergleich topologischer Verlaufscharakteristika zwischen gemessenen und berechneten Bewegungen bestimmt. Der Ähnlichkeitskoeffizient ist wie ein Korrelationskoeffizient zu interpretieren und kann Werte zwischen -1 und 1 annehmen, wobei 1 einer perfekten Ähnlichkeit entspricht.

4.3.2 Ergebnisse

Im vorliegenden Abschnitt werden exemplarisch für das Ziel 3 Ergebnisse für die Optimierung von 5 Bewegungsfreiheitsgraden (Torsorotation, Schulterflexion, -adduktion, -rotation, Ellbogenflexion) durch MCHJ, MHJ, MAJ sowie MTC vorgestellt. Die verbleibenden 27 Freiheitsgrade werden kinematisch getrieben.

Qualitative Analyse gemessener und synthetisierter Bewegungen

In Abbildung 4.22 werden Ergebnisse anhand einer einzelnen Zeigebewegung eines ausgewählten Subjektes exemplarisch erläutert. Das Modell befindet sich jeweils in Endpose. Der Verlauf des Handkörpers ist jeweils für die analysierten Daten (MoCap) und die Auswahlkriterien MT, MTC, MAJ und MCHJ dargestellt. Ganz charakteristisch sieht man die gerade Bewegung der Hand bei MCHJ. MT und MTC ähneln der im vorangehenden Abschnitt gefundenen Lösungen der Armbewegung mit den gleichen Auswahlkriterien. Den Handverlauf reproduziert in diesem Fall offensichtlich das MAJ

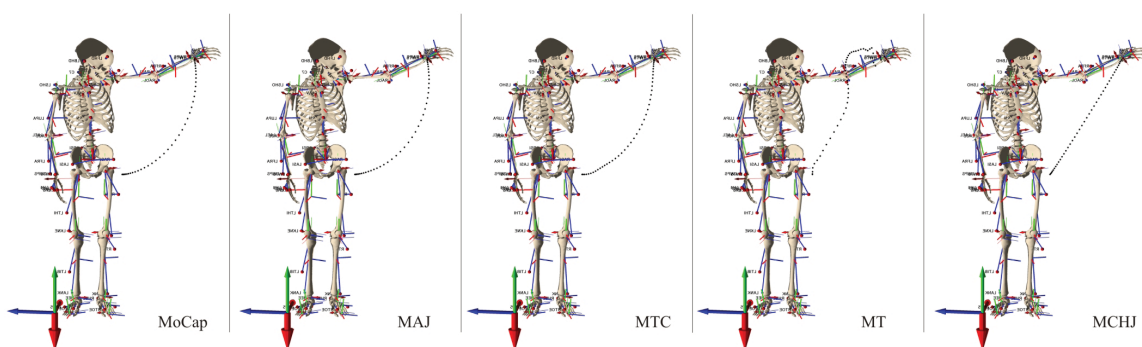


Abbildung 4.22: Aufgezeichnete Zeigebewegung eines Subjektes (MoCap) und die dazu synthetisierten Bewegungen nach MAJ, MTC, MT und MCHJ.

gegenüber den Versuchsdaten am besten. Visuell ist kaum ein Unterschied zu erkennen. MTC besitzt im Handverlauf eine Ähnlichkeit mit MAJ und der aufgezeichneten Bewegung. In Abbildung 4.23 sind die Ergebnisverläufe der 5 Freiheitsgrade aufgetragen. Alle Winkel- und Geschwindigkeitsverläufe zeigen eine gute Übereinstimmung der aufgezeichneten Daten mit dem MAJ. Das MTC weist glatte Winkel- und Winkelgeschwindigkeitsverläufe auf, die aber von den gemessenen Verläufen deutlich abweichen. Die Momentenverläufe des MTC im Torso und in den Schulterfreiheitsgraden deuten einen geradlinigen Verlauf an, der durch Artefaktbildung infolge quintischer Splineapproximation beeinflusst ist. Die Tendenz zum geraden Verlauf deutet auf eine minimale Änderungsrate hin. Das MCHJ wird in Abbildung 4.22 als Kriterium erfüllt. Die Winkel- und Geschwindigkeitsverläufe in 4.23 weisen aber viele Schwingungen auf, was darauf hindeutet, dass die Redundanz der Kinematik durch das Kriterium nicht aufgelöst wird. Hierfür wäre ein zusätzliches Kriterium notwendig.

Unterschiede zwischen gemessenen und synthetisierten Bewegungen

Die Ergebnisse des %RMSD für die Handpfade zeigen, dass keines der Modelle in Abbildung 4.24(a) die gemessenen Handpfade vollständig reproduzieren konnte. Das MAJ produzierte den geringsten %RMSD gefolgt von dem MHJ, dem MCHJ sowie dem MTC. Die Varianzanalyse mit Messwiederholung erbrachte signifikante Unterschiede ($F = 18.894$, $p \leq 0.001$, $\eta^2 = 0.326$) zwischen dem %RMSDs der gemessenen und der synthetisierten Handpfade. Die paarweisen Bonferroni-Tests wiesen signifikante Unterschiede zwischen den Handpfaden des MHJ und des MCHJ ($p \leq 0.001$), des MHJ und des MTC ($p \leq 0.001$), des MCHJ und des MAJ ($p \leq 0.001$) sowie zwischen dem MAJ und dem MTC ($p \leq 0.001$) auf. Die Bonferroni-Tests ergaben keine signifikanten Unterschiede zwischen dem MHJ und dem MAJ ($p = 0.206$) sowie zwischen dem MCHJ und dem MTC ($p = 0.013$).

Die Ergebnisse des %RMSD zwischen den gemessenen und den synthetisierten Geschwindigkeiten der Hand in 4.24(b) zeigen, dass das MAJ den kleinsten %RMSD erzeugt gefolgt von MHJ, MCHJ und MTC. Die Varianzanalyse mit Messwiederholung erbrachte signifikante Unterschiede ($F = 22.784$, $p \leq 0.001$, $\eta^2 = 0.369$) zwischen dem %RMSD der gemessenen und synthetisierten Handgeschwindigkeiten der vier Optimalsteuerungsmodelle. Paarweise Bonferroni-Tests ergaben signifikante Unterschiede zwischen den %RMSD der gemessenen und der synthetisierten Handgeschwindigkeiten des MHJ und MCHJ ($p \leq 0.001$), MHJ und MAJ ($p \leq 0.01$), MHJ und MTC ($p \leq 0.001$), MCHJ und MAJ ($p \leq 0.001$) sowie zwischen dem MAJ und MTC ($p \leq 0.001$). Die Bonferroni-Tests wiesen keine signifikanten Unterschiede zwischen dem MCHJ und dem MTC ($p \leq 0.389$) auf.

Die Ergebnisse des %RMSD zwischen den gemessenen und synthetisierten Winkelverläufen in 4.24(c) zeigen, dass keines der drei Optimalsteuerungsmodelle in der Lage war, die gemessenen Trajektorien der generalisierten Koordinaten zu reproduzieren. Das MAJ erzeugte den kleinsten %RMSD, gefolgt von MTC und MCHJ. Die Varianzanalyse mit Messwiederholung erbrachte signifikante Unterschiede ($F = 108.960$, $p \leq 0.001$, $\eta^2 = 0.736$) zwischen dem %RMSD der gemessenen und der synthetisierten Winkelverläufe der drei Optimalsteuerungsmodelle. Die paarweisen Bonferroni-Tests wiesen signifikante Unterschiede zwischen den %RMSD der gemessenen und synthetisierten Winkelverläufen des MAJ und MCHJ ($p \leq 0.001$), MCHJ und MTC ($p \leq 0.001$)

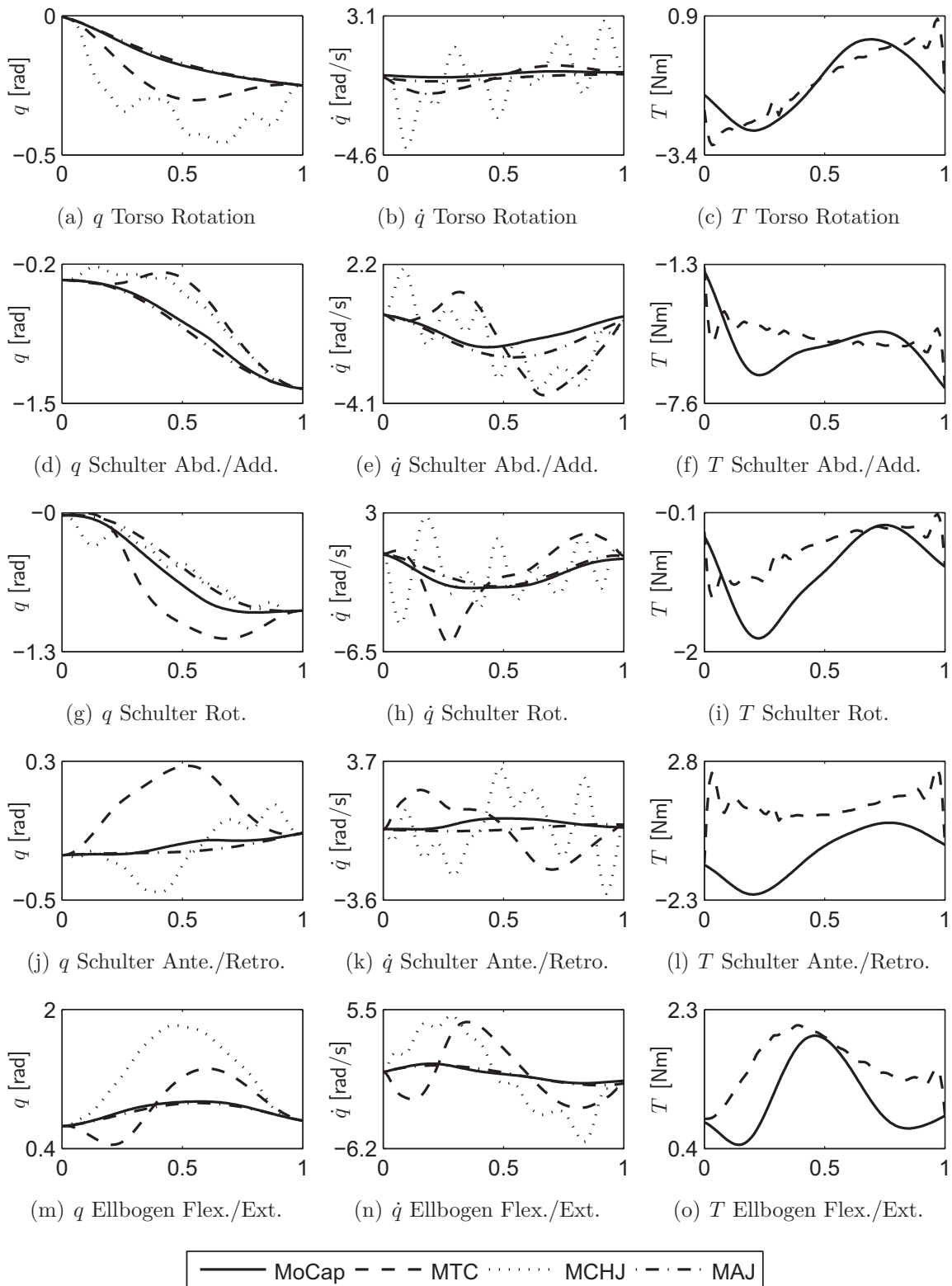


Abbildung 4.23: Gemessene und synthetisierte Trajektorien mit 5 Freiheitsgraden.

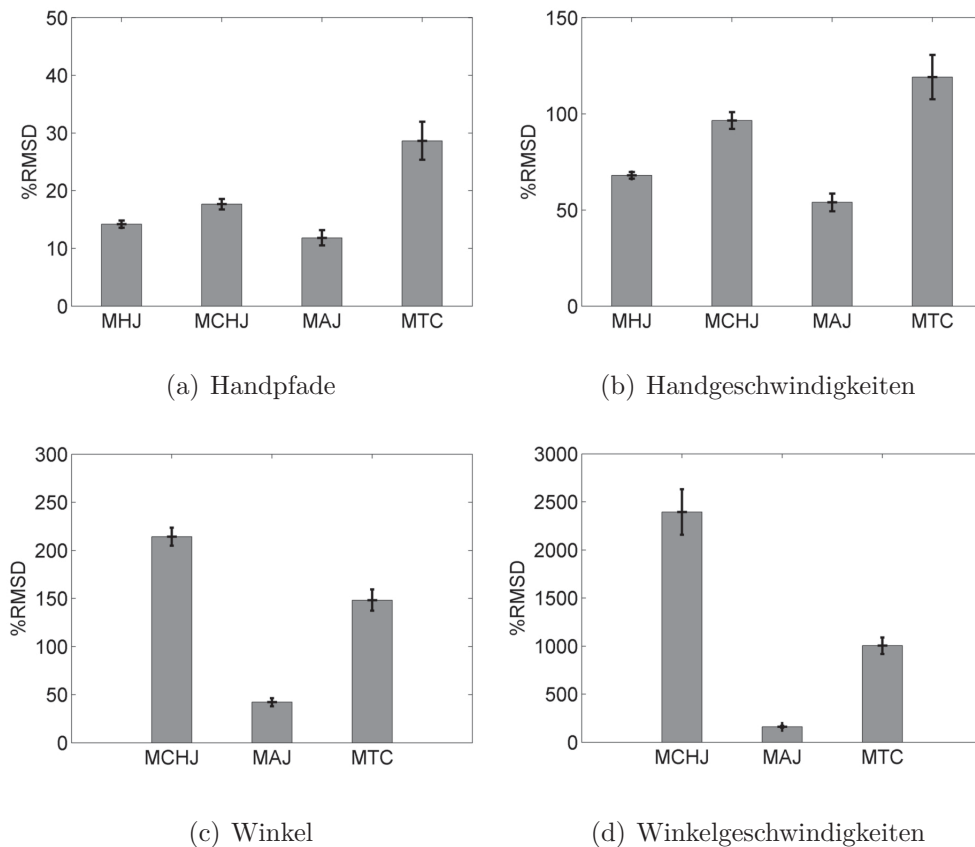


Abbildung 4.24: Mittelwerte der %RMSD der Handpfade, tangentialen Handgeschwindigkeiten, Winkel- und Winkelgeschwindigkeiten für das MHJ, das MCHJ, das MAJ und das MTC für die Optimierung des Schulter- und Ellbogengelenks sowie der Thoraxrotation. Die Fehlerbalken entsprechen den 99%-Konfidenzintervallen.

sowie zwischen dem MAJ und MTC ($p \leq 0.001$) auf.

Die Ergebnisse des %RMSD zwischen den gemessenen und synthetisierten Winkelgeschwindigkeiten in 4.24(d) zeigen, dass keines der drei Optimalsteuerungsmodelle in der Lage war, die gemessenen Trajektorien der Ableitung der generalisierten Koordinaten zu reproduzieren. Das MAJ erzeugte wiederum den kleinsten %RMSD, gefolgt von MTC und MCHJ. Die Varianzanalyse mit Messwiederholung erbrachte signifikante Unterschiede ($F = 60.454$, $p \leq 0.001$, $\eta^2 = 0.608$) zwischen dem %RMSD der gemessenen und der synthetisierten Winkelgeschwindigkeiten der drei Optimalsteuermodelle. Die paarweisen Bonferroni-Tests zeigten signifikante Unterschiede zwischen den %RMSD der gemessenen und synthetisierten Winkelgeschwindigkeiten des MCHJ und des MAJ ($p \leq 0.001$), des MCHJ und des MTC ($p \leq 0.001$) sowie des MAJ und des MTC ($p \leq 0.001$).

Ähnlichkeiten zwischen gemessenen und synthetisierten Bewegungen

Die Ähnlichkeitskoeffizienten für die Handpfade und tangentialen Handgeschwindigkeiten zeigen, dass das MAJ die gemessenen Handbewegungen am besten reprodu-

zieren konnte, wobei im Fall der Handpfade die Differenzen relativ klein sind. Die Ergebnisse für die intrinsischen Variablen zeigen, dass das MAJ die höchsten Ähnlichkeitskoeffizienten aufweist, d.h. die gemessenen Bewegungen am besten reproduzieren konnte. Die Performance des MCHJ sowie des MTC sind vergleichbar, jedoch deutlich schlechter als jene des MAJ. Die Ähnlichkeitskoeffizienten für die Drehmomentprofile liegen im Bereich der Resultate für Winkel und Winkelgeschwindigkeiten. Insgesamt sind die Ähnlichkeitskoeffizienten für die intrinsischen Variablen deutlich kleiner als jene für die extrinsischen Variablen.

	MHJ	MCHJ	MAJ	MTC
\mathbf{R}	0.9956	0.9904	0.9979	0.9916
$\dot{\mathbf{R}}$	0.9588	0.8531	0.9729	0.8834
\mathbf{q}	-	0.5409	0.9064	0.5775
$\dot{\mathbf{q}}$	-	0.2707	0.6769	0.3236
\mathbf{T}	-	-	-	0.4714

Tabelle 4.4: Mittlere Ähnlichkeitskoeffizienten zwischen gemessenen und synthetisierten Bewegungen für die 5 optimierten Bewegungsfreiheitsgrade für das MHJ, das MCHJ, das MAJ und das MTC.

4.3.3 Diskussion

Die hier aufgeführten Ergebnisse zeigen, dass keine der Kostenfunktionen die gemessenen Bewegungen vollständig reproduzieren konnte. Das MAJ produzierte insgesamt signifikant geringere Abweichungen von den gemessenen Bewegungen als alle anderen Modelle. Lediglich der Unterschied zum MHJ für die Handpfade war nicht signifikant. Gleichzeitig ergab die Ähnlichkeitsprüfung, dass das MAJ die Topologie der gemessenen Bewegungen in allen getesteten Fällen am besten reproduzieren konnte. Da das MAJ die gemessenen Daten nicht vollständig reproduzieren konnte, ist in Folgeuntersuchungen zu prüfen, ob die Differenzen auf die Methodik oder aber auf die Kostenfunktion selbst zurückzuführen sind.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Die Frage, wie der Mensch in der Lage ist, sich zielgerichtet, adaptiv und präzise zu bewegen, wurde bislang noch nicht hinreichend gut beantwortet. Sie ist aber von hoher praktischer und theoretischer Relevanz, da eine Antwort darauf insbesondere in der Prothetik und in der humanoiden Robotik die Basis für zukünftige Entwicklungen bildet.

Heute werden Mehrkörpermodelle des menschlichen Körpers zur Untersuchung von Bewegungen eingesetzt. Sie ermöglichen die Berechnung von kinematischen und kinetischen Größen, die zum Teil nur schwer oder gar nicht messbar sind und erlauben die Vorhersage einer Bewegung. Stand der Technik in der Bewegungsanalyse zur Berechnung zeitlich-räumlicher Parameter und Variablen ist der kombinierte Einsatz von dreidimensionalen Mehrkörpermodellen und markerbasierten Motion Capture-Verfahren sowie Kraftmessplatten. Die erfassten Daten werden auf das Modell übertragen, die gewünschten zusätzlichen Größen berechnet und anschließend ausgewertet. Aktuelle markerbasierte Verfahren zur Übertragung der Messschriebe kommen vor allem mit Hautverschiebungsartefakten und Schwabbelmassenbewegungen nicht ausreichend zurecht. Zudem bereitet die Vergleichbarkeit von Modellen und Daten durch fehlende Standardisierung Probleme. In der Neurobiologie wie auch in der humanoiden Robotik ist man zunehmend an den zugrunde liegenden Prinzipien menschlicher Bewegung interessiert. Dazu beschreitet die Bewegungssynthese im Vergleich zur Analyse den umgekehrten Weg und erzeugt die Bewegung am Modell anhand von gewünschten Kriterien. Die Theorie optimaler Steuerprozesse bildet hierfür eine Grundlage zur Berechnung von optimalen Lösungstrajektorien innerhalb einer Mehrkörpersimulation. Prinzipien und Kriterien werden dafür in einer Kostenfunktion formuliert und die optimale Bewegung unter der Einhaltung von Rahmenbedingungen berechnet. Um die zugrunde liegenden Prinzipien menschlicher Bewegung letztlich aufzufinden, werden die Bewegungsanalyse und die -synthese miteinander kombiniert. Damit kann beispielsweise die bewegungskoordinative Arbeitsweise des zentralen Nervensystems besser verstanden werden.

Die vorliegende Arbeit widmet sich der Anwendung und der Weiterentwicklung der Methoden, die zur Analyse und Synthese menschlicher Bewegungen eingesetzt werden. Hierzu wird ein Modell des menschlichen Körpers nach dem Modellstandard der International Society of Biomechanics entwickelt. Die Modellparameter werden durch die gängigsten Regressionsgleichungen aus der Literatur an die individuellen Körperproportionen der Probanden angepasst.

Zur Bewegungsrekonstruktion aus Motion Capture-Daten werden optimierungs-basierte Methoden, die den aktuellen Stand der Technik bilden, untersucht. Aus Markerinformationen wird dabei die Bewegung eines Mehrkörpermodells berechnet. Darauf aufbauend wird ein Skalierungsalgorithmus entwickelt, der die Modellparameter an das jeweilige Subjekt mittels quadratischen Parameteroptimierungsverfahren anpasst. Mit den in der Literatur so genannten „globalen“ Optimierungsverfahren zur Übertragung der aufgezeichneten Markertrajektorien auf das skalierte Modell wird bereits eine gute Kompensation der Hautverschiebungsartefakte erzielt. Diese rekonstruieren bislang nur Lageinformationen. Zur vollständigen Beschreibung der Bewegung sind neben den Geschwindigkeits- und den Beschleunigungsverläufen insbesondere die über der Zeit wirkenden Kräfte und Momente interessant. Zu deren Berechnung werden die Verfahren durch modellbasierte Rekonstruktionsmethoden ergänzt. Es wird gezeigt, dass sie standardisiert eingesetzt werden können und eine fehleranfällige Dateninterpolation überflüssig machen. Bei langsamen Bewegungen arbeiten sie nahezu perfekt, was durch besonders geringe Residuenkräften, die in der Berechnung der inversen Dynamik durch Hinzunahme von Kraftmessungen der Bodenreaktionen entstehen, ersichtlich wird. Das Ganzkörpermodell des Menschen wurde um ein detailliertes Modell einer Wirbelsäule ergänzt, welches in Zusammenarbeit mit dem Rekonstruktionsalgorithmus in der Lage ist, die Bewegung auch dort zu rekonstruieren, wo keine Markerinformation vorhanden ist. Die vorgestellten Verfahren basieren auf Ausgleichsverfahren und profitieren durch die Anwendung von quadratischen Solvern unter Vorgabe der Jacobimatrix insbesondere in der Verfahrenskonvergenz und -geschwindigkeit.

Bei der Berechnung der inversen Dynamik fallen unpräzise gewählte Modellparameter, insbesondere die angenommenen Schwerpunktlagen und Trägheitstensoren, ins Gewicht. Unter Zuhilfenahme von Umgebungsreaktionen, die zeitsynchron mit den Motion Capture-Daten aufgezeichnet werden, wird ein Optimierungsverfahren zur Anpassung der zeitlich konstanten Modellparameter angewandt. Bei schnellen Bewegungen ist der Einfluss von Schwabbelmassenbewegungen signifikant. Diese können in der Praxis nur aufwändig oder gar nicht erfasst werden. Deshalb werden zwei Ansätze zur Kompensation der Schwabbelmassenbewegung vorgeschlagen. Der erste Ansatz versucht, durch eine geregelte Vorwärtssimulation mit zusätzlich modellierter Schwabbelmasse die Modellfehler zu kompensieren. Der zweite berechnet passendere Variablenverläufe durch eine optimierungsbasierte Manipulation der Systemvariablen. Beide Verfahren arbeiten vor allem schnell und können schwabbelmassenbedingte Rekonstruktionsfehler reduzieren. Die Modelle und die Rekonstruktionsverfahren zur Analyse menschlicher Bewegungen stehen dem Sonderforschungsbereich 588 im Rahmen einer Toolbox zur Verfügung und wurden bereits zur Rekonstruktion mehrerer tausend Bewegungen eingesetzt.

Zahlreiche Beobachtungen von stereotyper Bewegungsausführung geben Grund zur Annahme, dass der Mensch seine Bewegungen in einer optimalen Art und Weise erzeugt, was mit Paradigmen aus den Neuro- und Bewegungswissenschaften einher geht. Beispielsweise beschäftigt sich das Bernsteinproblem mit der Redundanz des Bewegungsapparats und der damit verbundenen nicht eindeutigen Auswahl einer Bewegung. Aus der kognitiven Psychologie stammt die Theorie der motorischen Programme, welche die Auswahlkriterien auf der Basis menschlicher Informationsverarbeitung und Steuerungs- und Regelungsprozessen zu finden versucht. Ein weiterer Ansatz beschäftigt sich mit der mathematischen Modellierung und der experimentellen Validierung so genannter interner Modelle, die als physikalische Repräsentation des Körpers und der Um-

gebung im ZNS existieren und erklären sollen, wie das ZNS die zusammenhängenden sensorischen und motorischen Aufgaben bewerkstelligt.

Ein weiteres Ziel in der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung und Bereitstellung von Methoden, die eine Bewegungssynthese nach Kostenfunktionen und einen Vergleich der synthetisierten Bewegungen mit analysierten ermöglichen. Hierzu werden Kollokationsverfahren, d.h. direkte Verfahren aus der Theorie optimaler Steuerungen, untersucht und an die Mehrkörpermodelle angepasst. Zur Transformation des unendlichdimensionalen optimalen Steuerungsproblems auf ein Standardproblem der nichtlinearen Optimierung mit Nebenbedingungen werden Diskretisierungsverfahren auf Basis von kubischen und quintischen Hermite Splines angewandt. Anwendungsbeispiele werden für die aus der Neurophysiologie bekannten Kostenkriterien „Minimaler Ruck“, „Minimales Antriebsmoment“ und „Minimale Änderungsrate des Antriebsmoments“ gezeigt.

Abschließend werden die Analyse- und Synthesemethoden in einer größer angelegten Studie eingesetzt, bei der aufgezeichnete Zeigebewegungen eines Probandenklientels mit mehrfacher Wiederholung an einem dreidimensionalen Oberkörpermodell rekonstruiert werden. Für jede aufgezeichnete Bewegung werden mehrere Bewegungen nach verschiedenen Kostenkriterien synthetisiert und statistisch miteinander verglichen. Aus der Studie können neue Erkenntnisse über die menschliche Bewegungskontrolle gewonnen werden.

Diese Arbeit behandelt die wesentlichen Aspekte bei der Bewegungsrekonstruktion aus Messdaten. Die Verfahren zur Übertragung von Markerdaten auf die Modelle funktionieren zusammen mit den entwickelten Menschmodellen bei langsamen Bewegungen sehr gut, was an der Qualität der berechneten kinetischen Daten ersichtlich ist. Aus kinematischer Sicht wären Skelettmodelle, bei denen zusätzlich die Gelenkzentren- und Gelenkachsen probandenspezifisch bestimmt werden, eine Verbesserung. Insbesondere die Rekonstruktion kinetischer Größen ist für schnelle Bewegungen noch nicht ausgereift. Hierfür wäre zunächst eine genauere Anpassung der Modellparameter, d.h. der Massenverteilung und der Trägheitstensoren, angebracht. Darauf aufbauend müssten hinreichend gute Schwabbelmassenmodelle mit einbezogen werden und die Bewegung der Schwabbelmassen erfasst werden. Denkbar wäre eine Kombination von markerbasierten Verfahren und zeitsynchroner, markerloser 3D Rekonstruktion aus Videobildern zur zeitlichen Volumen- und Oberflächenbestimmung des menschlichen Körpers. Aus den aufgezeichneten Daten könnten die Modell- und Schwabbelmassenparameter optimal bestimmt werden. Ferner könnten Parameterstudien zeigen, inwiefern die einzelnen Parameter Einfluss auf die Modell- und die Rekonstruktionsqualität nehmen. Vorstellbar wären auch viskoelastische Modelle der Gelenke, da in der Realität ein Großteil der auf den Körper einwirkenden Stoßkräfte durch viskoelastische Körperelemente aufgefangen wird. Die Entwicklung und Untersuchung von Muskelmodellen in der Kombination mit Mehrkörpermodellen wird bereits mit kommerzieller Software stark vorangetrieben. Bei der Untersuchung zahlreicher und kombinierter Kostenfunktionen, beispielsweise durch „inverse optimal control“, ist vor allem die Geschwindigkeit der Algorithmen und eine schnelle Verfahrenskonvergenz von beliebigen Startwerten ausgehend notwendig. Ferner ist die Bewegungsforschung bei der Untersuchung optimaler Bewegungsabläufe nicht nur auf Werkzeuge der optimalen Steuerung begrenzt. Zur Synthese werden bereits auch zahlreiche andere Methoden, beispielsweise optimale Regler und neuronale Netze, eingesetzt.

Anhang

Anhang A

Definition des Standard-Menschmodells

A.1 Segmentlängen

In der folgenden Tabelle sind die Definitionen und Werte der einzelnen Segmentlängen des entwickelten Menschmodells gelistet, welche auf ein männliches Skelett mit 1.77 m Körperhöhe zutreffen. Sie werden zur Aufstellung der Modellkinematik, zur Skalierung und zur Berechnung der Modellparameter nach den Regressionsgleichungen benötigt und wurden nach Zatsiorsky und Seluyanov [239], de Leva [47] und Delp et al. [51] bestimmt. Die Segmentlängen der einzelnen Wirbelsegmente stammen aus Panjabi et al. [146, 147] und White und Panjabi [220] und wurden an die Körperhöhe angepasst. Elemente einer Skalierungsgruppe werden mit demselben Skalierungsfaktor angepasst. Die in dieser Arbeit verwendeten Gruppen sind ebenfalls in der Tabelle aufgeführt.

Segmentname	Definition	Segmentlänge [m]	Skalierung
Pelvis	Distanz zwischen rechtem ASIS (Anterior Superior Iliac Spine) und linkem ASIS	0.224	Pelvis
L1	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.029	Torso
L2	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.031	Torso
L3	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.036	Torso
L4	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.034	Torso
L5	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.035	Torso
Torso	Distanz zwischen den Gelenkzentren L5 C1	0.364	Torso
C1 (Atlas)	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.011	Skull
C2 (Axis)	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.033	Skull
C3	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.014	Skull
C4	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.018	Skull

C5	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.016	Skull
C6	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.017	Torso
C7	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.019	Torso
Skull	Distanz zwischen Atlas-Kopfgelenk und Scheitel	0.243	Skull
Clavicula Scapula R	Distanz zwischen den Clavicular- und Schultergelenkzentren	0.182	Torso
Humerus R	Distanz zwischen Schulter- und Ellbogengelenkzentren	0.287	Oberarm
Ulna R	Distanz zwischen Ellbogen- und Handwurzelgelenk	0.226	Unterarm
Radius R	Distanz zwischen Ellbogen- und Handwurzelgelenk	0.226	Unterarm
Hand R	Distanz zwischen Handwurzelgelenk und Spitze des Mittelfingers bei gestreckter Hand	0.19	Hand
Clavicula Scapula L	Distanz zwischen den Clavicular- und Schultergelenkzentren	0.182	Torso
Humerus L	Distanz zwischen Schulter- und Ellbogengelenkzentren	0.287	Oberarm
Ulna L	Distanz zwischen Ellbogen- und Handwurzelgelenk	0.226	Unterarm
Radius L	Distanz zwischen Ellbogen- und Handwurzelgelenk	0.226	Unterarm
Hand L	Distanz zwischen Handwurzelgelenk und Spitze des Mittelfingers bei gestreckter Hand	0.19	Hand
Femur R	Distanz zwischen Hüftgelenk und Kniegelenk	0.435	Femur
Tibia R	Distanz zwischen Knie und Sprunggelenk	0.433	Tibia
Talus R	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.065	Fuß
Fuß R	Distanz zwischen Ferse und der Spitze des großen Zehs	0.258	Fuß
Femur L	Distanz zwischen Hüftgelenk und Kniegelenk	0.435	Femur
Tibia L	Distanz zwischen Knie und Sprunggelenk	0.433	Tibia
Talus L	Distanz zwischen den Gelenkzentren	0.065	Fuß
Fuß L	Distanz zwischen Ferse und der Spitze des großen Zehs	0.258	Fuß

A.2 Regressionsgleichungen

Die zehn Parameter eines Starrkörpers, d.h. die Masse, die drei Koordinaten des Schwerpunktes und die sechs unabhängigen Koordinaten des Trägheitstensors werden im Modell gemäß folgender Tabelle (nach de Leva [47]) definiert. Die Masse eines Segmentes berechnet sich prozentual von der Gesamtmasse des Subjekts, die in der Regel durch Wiegen erfasst wird. Die die Koordinaten $[r_x^S \ r_y^S \ r_z^S]^T$ des Schwerpunktes und die Koordinaten $[r_{xx} \ r_{yy} \ r_{zz}]^T$ der gyroskopischen Radien werden in Bezug auf das körperfeste Bezugssystem prozentual abhängig von der Segmentlänge berechnet. Der Trägheitstensor eines Starrkörpers wird gemäß den Gleichungen (2.10) und (2.11) in Kapitel 2 aus den gyroskopischen Radien berechnet.

Segmentname	Körpermasse in %-Gesamtmasse	Schwerpunktlage in %-Segmentlänge, $[r_x^S \ r_y^S \ r_z^S]^T$	Gyroskopische Radien der Tensorhauptachsen in %-Segmentlänge, $[r_{xx} \ r_{yy} \ r_{zz}]$
Pelvis	11.00	[-39.87 -11.51 0]	[36.11 38.48 40.30]
Torso	32.00	[3.98 56.20 0]	[37.23 29.51 43.31]
Skull	7.00	[11.85 12.98 0]	[31.35 25.98 30.16]
Clav-Scapula R	0.82	[0 0 54.95]	[10.60 10.60 6.00]
Humerus R	2.70	[0 -57.32 0]	[26.76 15.72 28.35]
Ulna R	0.80	[0 -53.33 0]	[31.09 14.20 32.38]
Radius R	0.80	[0 -53.33 0]	[31.09 14.20 32.38]
Hand R	0.60	[0 -35.84 0]	[23.43 18.35 28.72]
Clav-Scapula L	0.82	[0 0 -54.95]	[10.60 10.60 6.01]
Humerus L	2.70	[0 -57.32 0]	[26.76 15.72 28.35]
Ulna L	0.80	[0 -53.33 0]	[31.09 14.20 32.38]
Radius L	0.80	[0 -53.33 0]	[31.09 14.20 32.38]
Hand L	0.60	[0 -35.84 0]	[23.43 18.35 28.72]
Femur R	14.00	[0 -31.19 0]	[25.08 11.36 25.08]
Tibia R	4.00	[0 -43.69 0]	[25.44 10.55 25.96]
Talus R	0.06	[8.46 3.54 0]	[13.62 6.59 13.62]
Fuß R	1.22	[39.48 6.05 0]	[12.32 19.65 21.16]
Femur L	14.00	[0 -31.19 0]	[25.08 11.36 25.08]
Tibia L	4.00	[0 -43.69 0]	[25.44 10.55 25.96]
Talus L	0.06	[8.46 3.54 0]	[13.62 6.59 13.62]
Fuß L	1.22	[39.48 6.05 0]	[12.32 19.65 21.16]

Literaturverzeichnis

- [1] ADMIRAAL, M.A. ; KUSTERS, M.J. ; GIELEN, SC: Modeling kinematics and dynamics of human arm movements. *Motor Control* 8 (2004), Nr. 3, S. 312–338
- [2] ADVANCED MECHANICAL TECHNOLOGY INC. (AMTI): *Biomechanics platform instruction manual*, 2004
- [3] ALEXANDER, R.M.N.: A minimum energy cost hypothesis for human arm trajectories. *Biological Cybernetics* 76 (1997), Nr. 2, S. 97–105
- [4] ANDERSEN, M.S. ; DAMSGAARD, M. ; RASMUSSEN, J.: Marker-based motion reconstruction of constrained rigid-segment systems. *Proceedings of the 9th International Symposium on 3D Analysis of Human Movement, France, 2006*
- [5] ANDERSEN, MS ; DAMSGAARD, M. ; RASMUSSEN, J.: Kinematic analysis of over-determinate biomechanical systems. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering* 12 (2009), Nr. 4, S. 371–384
- [6] ANDERSON, F.C. ; PANDY, M.G.: Dynamic optimization of human walking. *Journal of Biomechanical Engineering* 123 (2001), Nr. 5, S. 381–390
- [7] ANGELONI, C. ; CAPPOZZO, A. ; CATANI, F. ; LEARDINI, A.: Quantification of relative displacement of skin-and plate-mounted markers with respect to bones. *J Biomech* 26 (1993), S. 864
- [8] ARUN, K.S. ; HUANG, T.S. ; BLOSTEIN, S.D.: Least-squares fitting of two 3-D point sets. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 9 (1987), Nr. 5, S. 698–700
- [9] ATKESON, C.G. ; AN, C.H. ; HOLLERBACH, J.M.: Rigid body load identification for manipulators. *24th Conference on Decision and Control, Fort Lauderdale, FL, 1985*, S. 996–1002
- [10] ATKESON, C.G. ; AN, C.H. ; HOLLERBACH, J.M.: Estimation of inertial parameters of manipulator loads and links. *The International Journal of Robotics Research* 5 (1986), Nr. 3, S. 101–119
- [11] AZAD, P. ; ASFOUR, T. ; DILLMANN, R.: Toward an unified representation for imitation of human motion on humanoids. *2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2007*, S. 2558–2563
- [12] BARTELS, R.H. ; BEATTY, J.C. ; BARSKY, B.A.: *An introduction to splines for use in computer graphics and geometric modeling*. Morgan Kaufmann Pub., 1995

- [13] BENOIT, D.L. ; RAMSEY, D.K. ; LAMONTAGNE, M. ; XU, L. ; WRETENBERG, P. ; RENSTRÖM, P.: Effect of skin movement artifact on knee kinematics during gait and cutting motions measured in vivo. *Gait and Posture* 24 (2006), Nr. 2, S. 152–164
- [14] BERME, N. ; CAPPOZZO, A.: *Biomechanics of human movement: applications in rehabilitation, sports and ergonomics*. Bertec, 1990
- [15] BERNSTEIN, N.: *The coordination and regulation of movements*. Pergamon Press, 1967
- [16] BESIER, T. ; ALDERSON, J. ; LLOYD, D. G.: A self-calibrating marker set for use in gait analysis and its effect on estimated joint kinetics. *Sports Medicine Odyssey: Challenges, Controversies and Change, ACT, Australia, Sports Medicine Australia*, 2001
- [17] BETTS, J.T.: Survey of numerical methods for trajectory optimization. *Journal of Guidance control and dynamics* 21 (1998), Nr. 2, S. 193–207
- [18] BIESS, A. ; LIEBERMANN, D.G. ; FLASH, T.: A computational model for redundant human three-dimensional pointing movements: integration of independent spatial and temporal motor plans simplifies movement dynamics. *Journal of Neuroscience* 27 (2007), Nr. 48, S. 13045–13064
- [19] BOBBERT, M.F. ; SCHAMHARDT, H.C. ; NIGG, B.M.: Calculation of vertical ground reaction force estimates during running from positional data. *Journal of Biomechanics* 24 (1991), Nr. 12, S. 1095
- [20] BOGERT, A.J. van den ; READ, L. ; NIGG, B.M.: A method for inverse dynamic analysis using accelerometry. *Journal of Biomechanics* 29 (1996), Nr. 7, S. 949–954
- [21] BOOR, C. de ; SWARTZ, B.: Collocation at Gaussian points. *SIAM Journal on Numerical Analysis* 10 (1973), Nr. 4, S. 582–606
- [22] BROWN, S.P.: *Introduction to exercise science*. Williams and Wilkins, 2000
- [23] BÜSKENS, C.: *Direkte Optimierungsmethoden und Sensitivitätsanalyse für optimale Steuerprozesse mit Steuer- und Zustands-Beschränkungen*, Institut für Numerische und Angewandte Mathematik, Universität Münster, Dissertation, 1998
- [24] CAPPELLO, A. ; CAPPOZZO, A. ; LA PALOMBARA, P.F. ; LEARDINI, A. ; BERTANI, A.: Skin artefact compensation by double calibration in bone motionreconstruction. *Engineering in Medicine and Biology Society. Bridging Disciplines for Biomedicine. Proceedings of the 18th Annual International Conference of the IEEE* Bd. 2, 1996, S. 499–501
- [25] CAPPELLO, A. ; CAPPOZZO, A. ; LA PALOMBARA, P.F. ; LUCCHETTI, L. ; LEARDINI, A.: Multiple anatomical landmark calibration for optimal bone pose estimation. *Human movement science* 16 (1997), Nr. 2-3, S. 259–274

- [26] CAPPELLO, A. ; LA PALOMBARA, P.F. ; LEARDINI, A.: Optimization and smoothing techniques in movement analysis. *International journal of bio-medical computing* 41 (1996), Nr. 3, S. 137–151
- [27] CAPPELLO, A. ; LEARDINI, A. ; CATANI, F. ; LA PALOMBARA, P.F.: Selection and validation of skin array technical references based on optimal rigid model estimation. *Proceedings of the 3rd International Symposium on 3D Analysis of Human Movement*, 1994, S. 15–18
- [28] CAPPOZZO, A. ; CAPPELLO, A. ; CROCE, U.D. ; PENSALFINI, F.: Surface-marker cluster design criteria for 3-D bone movement reconstruction. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 44 (1997), Nr. 12, S. 1165–1174
- [29] CAPPOZZO, A. ; CATANI, F. ; CROCE, U.D. ; LEARDINI, A.: Position and orientation in space of bones during movement: anatomical frame definition and determination. *Clinical Biomechanics* 10 (1995), Nr. 4, S. 171–178
- [30] CAPPOZZO, A. ; CATANI, F. ; LEARDINI, A. ; BENEDETTI, M.G. ; CROCE, U.D.: Position and orientation in space of bones during movement: experimental artefacts. *Clinical Biomechanics* 11 (1996), Nr. 2, S. 90–100
- [31] CAPPOZZO, A. ; DELLA CROCE, U. ; LEARDINI, A. ; CHIARI, L.: Human movement analysis using stereophotogrammetry - Part 1: theoretical background. *Gait and Posture* 21 (2005), Nr. 2, S. 186–196
- [32] CERVERI, P. ; PEDOTTI, A. ; FERRIGNO, G.: Robust recovery of human motion from video using Kalman filters and virtual humans. *Human movement science* 22 (2003), Nr. 3, S. 377–404
- [33] CERVERI, P. ; RABUFFETTI, M. ; PEDOTTI, A. ; FERRIGNO, G.: Real-time human motion estimation using biomechanical models and non-linear state-space filters. *Medical and Biological Engineering and Computing* 41 (2003), Nr. 2, S. 109–123
- [34] CHALLIS, J.H.: A procedure for determining rigid body transformation parameters. *Journal of Biomechanics* 28 (1995), Nr. 6, S. 733–737
- [35] CHALLIS, J.H.: Accuracy of human limb moment of inertia estimations and their influence on resultant joint moments. *Journal of Applied Biomechanics* 12 (1996), S. 517–530
- [36] CHÈZE, L. ; FREGLY, B.J. ; DIMNET, J.: A solidification procedure to facilitate kinematic analysis based on video motion. *Journal of Biomechanics* 28 (1995), S. 879–884
- [37] CHÈZE, L. ; FREGLY, B.J. ; DIMNET, J.: Determination of joint functional axes from noisy marker data using the finite helical axis. *Human Movement Science* 17 (1998), Nr. 1, S. 1–15
- [38] CHIARI, L. ; CROCE, U.D. ; LEARDINI, A. ; CAPPOZZO, A.: Human movement analysis using stereophotogrammetry - part 2: Instrumental errors. *Gait and Posture* 21 (2005), Nr. 2, S. 197–211

- [39] COLEMAN, T.F. ; LI, Y.: An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. *SIAM Journal on Optimization* 6 (1996), Nr. 2, S. 418–445
- [40] CRAIG, J. ; HSU, P. ; SASTRY, S.: Adaptive control of mechanical manipulators. *International Journal of Robotics Research* 6 (1987), Nr. 2, S. 16–28
- [41] D’AMICO, M. ; FERRIGNO, G.: Comparison between the more recent techniques for smoothing and derivative assessment in biomechanics. *Medical and Biological Engineering and Computing* 30 (1992), Nr. 2, S. 193–204
- [42] DAMSGAARD, M. ; RASMUSSEN, J. ; TØRHOLM, S. ; SURMA, E. ; ZEE, M. de: AnyBody—a system for biomechanical analysis and ergonomic design. *Proceedings of Max Planck workshop on engineering design optimization*, 2001
- [43] DAUGS, R.: Motorische Kontrolle als Informationsverarbeitung: Vom Auf- und Niedergang eines Paradigmas. BLASER, P. (Hrsg.) ; WITTE, K. (Hrsg.) ; STUCKE, C. (Hrsg.): *Steuer- und Regelvorgänge der menschlichen Motorik. Schriften der Deutschen Vereinigung für Sportwissenschaft*. Bd. 62. Czwalina, 1994, S. 13–37
- [44] DAVIS, P.J. ; RABINOWITZ, P.: *Methods of numerical integration*. 2. Aufl. Academic Press, 1984
- [45] DAVIS, R.B. ; OUNPUU, S. ; TYBURSKI, D. ; GAGE, J.R.: A gait analysis data collection and reduction technique. *Human Movement Sciences* 10 (1991), Nr. 5, S. 575–587
- [46] DE BOOR, C.: *A practical guide to splines*. Springer Verlag, 2001
- [47] DE LEVA, P.: Adjustments to Zatsiorsky-Seluyanov’s segment inertia parameters. *Journal of Biomechanics* 29 (1996), Nr. 9, S. 1223–1230
- [48] DE ZEE, M. ; HANSEN, L. ; ANDERSEN, T.B. ; WONG, C. ; RASMUSSEN, J. ; SIMONSEN, E.B.: On the development of a detailed rigid-body spine model. *Proceedings of the 1st International Congress on Computational Bioengineering, Spain*, 2003, S. 24–26
- [49] DELLA CROCE, U. ; CAMOMILLA, V. ; LEARDINI, A. ; CAPPOZZO, A.: Femoral anatomical frame: assessment of various definitions. *Medical Engineering and Physics* 25 (2003), Nr. 5, S. 425–431
- [50] DELLA CROCE, U. ; LEARDINI, A. ; CHIARI, L. ; CAPPOZZO, A.: Human movement analysis using stereophotogrammetry - Part 4: assessment of anatomical landmark misplacement and its effects on joint kinematics. *Gait and Posture* 21 (2005), Nr. 2, S. 226–237
- [51] DELP, S.L. ; ANDERSON, F.C. ; ARNOLD, A.S. ; LOAN, P. ; HABIB, A. ; JOHN, C.T. ; GUENDELMAN, E. ; THELEN, D.G.: OpenSim: Open-source software to create and analyze dynamic simulations of movement. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 54 (2007), Nr. 11, S. 1940–1950

- [52] DELP, S.L. ; LOAN, J.P.: A computational framework for simulating and analyzing human and animal movement. *Computing in Science and Engineering* 2 (2000), Nr. 5, S. 46–55
- [53] DELP, S.L. ; LOAN, J.P. ; HOY, M.G. ; ZAJAC, F.E. ; TOPP, E.L. ; ROSEN, J.M. ; CENTER, V.A.M. ; ALTO, P.: An interactive graphics-based model of the lower extremity to study orthopaedic surgical procedures. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 37 (1990), Nr. 8, S. 757–767
- [54] DESMURGET, M. ; PRABLANC, C.: Postural control of three-dimensional prehension movements. *Journal of Neurophysiology* 77 (1997), Nr. 1, S. 452–464
- [55] DO, M. ; GEHRIG, D. ; KUEHNE, H. ; AZAD, P. ; PASTOR, P. ; ASFOUR, T. ; SCHULTZ, T. ; WOERNER, A. ; DILLMANN, R.: Transfer of human movements to humanoid robots. *IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots (Humanoids 2008). Workshop Imitation and Coaching in Humanoid Robots*. Daejeon (Korea), 2008
- [56] DUMAS, R. ; CHÈZE, L. ; VERRIEST, J.P.: Adjustments to McConville et al. and Young et al. body segment inertial parameters. *Journal of Biomechanics* 40 (2007), Nr. 3, S. 543–553
- [57] ELLIOTT, B.C. ; ALDERSON, J.A. ; DENVER, E.R.: System and modelling errors in motion analysis: Implications for the measurement of the elbow angle in cricket bowling. *Journal of Biomechanics* 40 (2007), Nr. 12, S. 2679–2685
- [58] ENGELBRECHT, S.E.: Minimum principles in motor control. *Journal of Mathematical Psychology* 45 (2001), Nr. 3, S. 497–542
- [59] ERIKSSON, A.: Temporal finite elements for target control dynamics of mechanisms. *Computers and Structures* 85 (2007), Nr. 17-18, S. 1399–1408
- [60] ERIKSSON, A.: Optimal simulations of musculoskeletal posture and movement. *Computer and Experimental Simulations in Engineering and Science* 1 (2008), S. 39–56
- [61] ERIKSSON, A.: Optimization in target movement simulations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 197 (2008), Nr. 49-50, S. 4207–4215
- [62] FEATHERSTONE, R.: *Rigid body dynamics algorithms*. New York : Springer, 2008
- [63] FIORETTI, S. ; JETTO, L.: Accurate derivative estimation from noisy data: a state-space approach. *International Journal of Systems Science* 20 (1989), Nr. 1, S. 33–53
- [64] FITTS, P.M.: The information capacity of the human motor system in controlling the amplitude of movement. *Journal of Experimental Psychology* 47 (1954), Nr. 6, S. 381–391
- [65] FLASH, T. ; HOGAN, N.: The coordination of arm movements: an experimentally confirmed mathematical model. *Journal of neuroscience* 5 (1985), Nr. 7, S. 1688

- [66] FLETCHER, R.: *Practical Methods of Optimization*. 2. Wiley, 2000
- [67] FONG, D.T.P. ; CHAN, Y.Y. ; HONG, Y. ; YUNG, P.S.H. ; FUNG, K.Y. ; CHAN, K.M.: Estimating the complete ground reaction forces with pressure insoles in walking. *Journal of Biomechanics* 41 (2008), Nr. 11, S. 2597–2601
- [68] FRANDBSEN, P.E. ; JONASSON, K. ; NIELSEN, H.B. ; TINGLEFF, O.: *Unconstrained optimization, 3rd edition*. Department of Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark. 2004. – Lecture Notes
- [69] GAMAGE, S.S.H.U. ; LASENBY, J.: New least squares solutions for estimating the average centre of rotation and the axis of rotation. *Journal of Biomechanics* 35 (2002), Nr. 1, S. 87–93
- [70] GANLEY, K.J. ; POWERS, C.M.: Determination of lower extremity anthropometric parameters using dual energy X-ray absorptiometry: the influence on net joint moments during gait. *Clinical Biomechanics* 19 (2004), Nr. 1, S. 50–56
- [71] GILL, M. ; MURRAY, W. ; WRIGHT, M.: *Practical Optimization*. Academic Press, 1981
- [72] GILL, P.E. ; MURRAY, W. ; SAUNDERS, M.A.: SNOPT: An SQP algorithm for large-scale constrained optimization. *SIAM Journal on Optimization* 12 (2002), Nr. 4, S. 979–1006
- [73] GLOCKER, M.: *Diskret-kontinuierliche Optimalsteuerung: Modellierung, Numerik und Anwendung bei Mehrfahrzeugsystemen*, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2005
- [74] GORDON, J. ; GHILARDI, M.F. ; COOPER, S.E. ; GHEZ, C.: Accuracy of planar reaching movements. *Experimental Brain Research* 99 (1994), Nr. 1, S. 112–130
- [75] GOTTSCHALL, J.S. ; KRAM, R.: Ground reaction forces during downhill and uphill running. *Journal of Biomechanics* 38 (2005), Nr. 3, S. 445–452
- [76] GRUBER, K. ; DENOTH, J. ; STUESSI, E. ; RUDER, H.: The wobbling mass model. JONSSON, B. (Hrsg.): *International Series on Biomechanics*. Human Kinetics, 1987, S. 1095–1099
- [77] GRUBER, K. ; RUDER, H. ; DENOTH, J. ; SCHNEIDER, K.: A comparative study of impact dynamics wobbling mass model versus rigid body models. *Journal of Biomechanics* 31 (1998), Nr. 5, S. 439–444
- [78] GUNTHER, M. ; SHOLUKHA, V.A. ; KESSLER, D. ; WANK, V. ; BLICKHAN, R.: Dealing with skin motion and wobbling masses in inverse dynamics. *Journal of Mechanics in Medicine and Biology* 3 (2003), Nr. 3/4, S. 309–336
- [79] HARRIS, C.M. ; WOLPERT, D.M.: Signal-dependent noise determines motor planning. *Nature* 394 (1998), Nr. 6695, S. 780–784

- [80] HATZE, H.: A new method for the simultaneous measurement of the moment of inertia, the damping coefficient and the location of the centre of mass of a body segment in situ. *European Journal of Applied Physiology* 34 (1975), Nr. 1, S. 217–226
- [81] HATZE, H.: A mathematical model for the computational determination of parameter values of anthropomorphic segments. *Journal of Biomechanics* 13 (1980), Nr. 10, S. 833–43
- [82] HAUG, E.J.: *Computer aided kinematics and dynamics of mechanical systems. Vol. 1: Basic methods*. Allyn & Bacon, Inc. Needham Heights, MA, USA, 1989
- [83] HELM, F.C. van der: Analysis of the kinematic and dynamic behavior of the shoulder mechanism. *Journal of Biomechanics* 27 (1994), Nr. 5, S. 527–50
- [84] HELM, F.C.T. van der: *The shoulder mechanism: A dynamic approach*, Faculty of Mechanical Engineering and Marine Technology, TU Delft, Niederlande, Dissertation, 1991
- [85] HERMENS, F. ; GIELEN, S.: Posture-based or trajectory-based movement planning: a comparison of direct and indirect pointing movements. *Experimental Brain Research* 159 (2004), Nr. 3, S. 340–348
- [86] HOGAN, N.: An organizing principle for a class of voluntary movements. *Journal of Neuroscience* 4 (1984), Nr. 11, S. 2745–2754
- [87] HOGAN, N. ; FLASH, T.: Moving gracefully: quantitative theories of motor coordination. *Trends in Neurosciences* 10 (1987), Nr. 4, S. 170–174
- [88] HOLLERBACH, J.M.: Fundamentals of motor behavior. OSBERSON, D.N.; KOSLYN, S.M.; HOLLERBACH, J.M. (Hrsg.): *Visual cognition and action*, Bd. 2. MIT Press, 1990, S. 153–182
- [89] HOLZBAUR, K.R.S.: *Upper limb biomechanics: Musculoskeletal modeling, surgical simulation, and scaling of muscle size and strength*, Stanford University, Dissertation, 2005
- [90] HOLZBAUR, K.R.S. ; MURRAY, W.M. ; DELP, S.L.: A model of the upper extremity for simulating musculoskeletal surgery and analyzing neuromuscular control. *Annals of Biomedical Engineering* 33 (2005), Nr. 6, S. 829–840
- [91] HWANG, E.J. ; SMITH, M.A. ; SHADMEHR, R.: Adaptation and generalization in acceleration-dependent force fields. *Experimental Brain Research* 169 (2006), Nr. 4, S. 496–506
- [92] JARRE, F. ; STOER, J.: *Optimierung*. Springer, 2004
- [93] JORDAN, M.I. ; WOLPERT, D.M.: Computational motor control. *The Cognitive Neurosciences* (1995), S. 597–609

- [94] JUNG, S. ; WOHN, K.: Tracking and motion estimation of the articulated object: a hierarchical Kalman filter approach. *Real-Time Imaging* 3 (1997), Nr. 6, S. 415–432
- [95] KADABA, M.P. ; RAMAKRISHNAN, H.K. ; WOOTTEN, M.E.: Measurement of lower extremity kinematics during level walking. *Journal of Orthopaedic Research* 8 (1990), Nr. 3, S. 383–392
- [96] KALASKA, J.F.: From intention to action: Motor cortex and the control of reaching Movements. STERNAD, D. (Hrsg.): *Progress in Motor Control: A Multi-disciplinary Perspective*, Bd. 629. Springer, 2009, S. 139–178
- [97] KANEKO, Y. ; NAKANO, E. ; OSU, R. ; WADA, Y. ; KAWATO, M.: Trajectory formation based on the minimum commanded torque change model using the Euler-Poisson equation. *Systems and Computers in Japan* 36 (2005), Nr. 2, S. 92–103
- [98] KAPANDJI, I. A.: *Funktionelle Anatomie der Gelenke*. Bd. 3: Rumpf und Wirbelsäule. 3., unveränd. Aufl. Hippokrates, 2001
- [99] KAPHLE, M. ; ERIKSSON, A.: Optimality in forward dynamics simulations. *Journal of Biomechanics* 41 (2008), Nr. 6, S. 1213–1221
- [100] KAWATO, M.: Trajectory formation in arm movements: minimization principles and procedures. ZELAZNIK, H.N. (Hrsg.): *Advances in motor learning and control*. Human Kinetics, 1996, S. 225–259
- [101] KAWATO, M.: Internal models for motor control and trajectory planning. *Current opinion in neurobiology* 9 (1999), Nr. 6, S. 718–727
- [102] KAWATO, M. ; MAEDA, Y. ; UNO, Y. ; SUZUKI, R.: Trajectory formation of arm movement by cascade neural network model based on minimum torque-change criterion. *Biological Cybernetics* 62 (1990), Nr. 4, S. 275–288
- [103] KEPPLER, R.: *Zur Modellierung und Simulation von Mehrkörpersystemen unter Berücksichtigung von Greifkontakt bei Robotern*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2007
- [104] KINGMA, I. ; TOUSSAINT, H.M. ; DE LOOZE, M.P. ; VAN DIEEN, J.H.: Segment inertial parameter evaluation in two anthropometric models by application of a dynamic linked segment model. *Journal of Biomechanics* 29 (1996), Nr. 5, S. 693–704
- [105] KLEIN HORSMAN, M. ; KOOPMAN, H.F. ; HELM, F.C. van der ; PROSE, L.P. ; VEEGER, H.E.: Morphological muscle and joint parameters for musculoskeletal modelling of the lower extremity. *Clinical Biomechanics* 22 (2007), S. 239–247
- [106] KLEIN HORSMAN, M.D.: *The Twente Lower Extremity Model*, Universität Twente, Niederlande, Dissertation, 2007

- [107] KODEK, T.: An identification technique for evaluating static body segment parameters in the upper extremity. *ICRA 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004*. Bd. 5, IEEE Piscataway, S. 4747–4752
- [108] KODEK, T. ; MUNIH, M.: An identification technique for evaluating body segment parameters in the upper extremity from manipulator-hand contact forces and arm kinematics. *Clinical Biomechanics* 21 (2006), Nr. 7, S. 710–716
- [109] KONCZAK, J.: Motorische Kontrolle. MSSELER, J. (Hrsg.): *Allgemeine Psychologie*. Springer, 2008, S. 738–764
- [110] KRAKAUER, J. ; GHEZ, C.: Voluntary movement. KANDEL, E.R. (Hrsg.) ; SCHWARTZ, J.H. (Hrsg.) ; JESSELL, T. (Hrsg.): *Principles of neural science*. McGraw-Hill, 2000, S. 756–781
- [111] KRÄMER, J.: *Bandscheibenbedingte Erkrankungen - Ursachen, Diagnose, Behandlung, Vorbeugung, Begutachtung*. 2., überarb. u. erw. Aufl. Thieme, 1986
- [112] KUO, A.D.: A least-squares estimation approach to improving the precision of inverse dynamics computations. *Journal of Biomechanical Engineering* 120 (1998), Nr. 1, S. 148–159
- [113] LA PALOMBARA, P.F. ; CAPPELLO, A. ; LEARDINI, A.: Combining optimization and smoothing techniques in human motion analysis. POWER, H.; HART, R.T. (Hrsg.): *Computer Simulations in Biomedicine*. Computational Mechanics Publications, 1995, S. 401–408
- [114] LAFORTUNE, M.A. ; CAVANAGH, P.R. ; SOMMER, H.J. ; KALENAK, A.: Three-dimensional kinematics of the human knee during walking. *Journal of Biomechanics* 25 (1992), Nr. 4, S. 347–357
- [115] LATASH, M.L.: The Bernstein problem: how does the central nervous system make its choices. LATASH, M.L. (Hrsg.) ; TURVEY, M.T. (Hrsg.): *Dexterity and its development*. Lawrence Erlbaum, 1996, S. 277–304
- [116] LATASH, M.L. ; SCHOLZ, J.P. ; SCHÖNER, G.: Toward a new theory of motor synergies. *Motor Control* 11 (2007), Nr. 3, S. 276–308
- [117] LEARDINI, A. ; CAPPOZZO, A. ; CATANI, F. ; TOKSVIG-LARSEN, S. ; PETITTO, A. ; SFORZA, V. ; CASSANELLI, G. ; GIANNINI, S.: Validation of a functional method for the estimation of hip joint centre location. *Journal of Biomechanics* 32 (1999), Nr. 1, S. 99–103
- [118] LEARDINI, A. ; CHIARI, L. ; DELLA CROCE, U. ; CAPPOZZO, A.: Human movement analysis using stereophotogrammetry - Part 3. Soft tissue artifact assessment and compensation. *Gait and Posture* 21 (2005), Nr. 2, S. 212–225
- [119] LEARDINI, A. ; O’CONNOR, JJ. ; CATANI, F. ; GIANNINI, S.: A geometric model of the human ankle joint. *Journal of Biomechanics* 32 (1999), Nr. 6, S. 585–591
- [120] LEWIS, F.L. ; DAWSON, DM ; ABDALLAH, C.T.: *Robot manipulator control: theory and practice*. CRC, 2003

- [121] LIU, W. ; NIGG, B.M.: A mechanical model to determine the influence of masses and mass distribution on the impact force during running. *Journal of Biomechanics* 33 (2000), Nr. 2, S. 219–224
- [122] LONG, Y.: *Application of discrete optimal control approach in motor control tasks*, Institut für Technische Mechanik, Universität Karlsruhe (TH), Diplomarbeit, 2008
- [123] LU, T.W. ; O’CONNOR, J.J.: Bone position estimation from skin marker coordinates using global optimisation with joint constraints. *Journal of Biomechanics* 32 (1999), Nr. 2, S. 129–134
- [124] LUENBERGER, D.G.: *Linear and nonlinear programming*. Springer, 2003
- [125] LUINGE, H.J. ; VELTINK, P.H. ; BATEN, C.T.M.: Estimating orientation with gyroscopes and accelerometers. *Technology and Health Care* 7 (1999), Nr. 6, S. 455–459
- [126] MACLEOD, A. ; MORRIS, J.R.W.: Investigation of inherent experimental noise in kinematic experiments using superficial markers. JOHNSON, B. (Hrsg.): *Biomechanics X-B. Human Kinetics*, 1987, S. 1035–1039
- [127] MADSEN, K. ; NIELSEN, H.B. ; TINGLEFF, O.: *Methods for non-linear least squares problems, 2nd edition*. Department of Informatics and Mathematical Modelling, Technical University of Denmark. 2004. – Lecture Notes
- [128] MANAL, K. ; MCCLAY, I. ; STANHOPE, S. ; RICHARDS, J. ; GALINAT, B.: Comparison of surface mounted markers and attachment methods in estimating tibial rotations during walking: an in vivo study. *Gait and Posture* 11 (2000), Nr. 1, S. 38–45
- [129] MANTYJARVI, J. ; HIMBERG, J. ; SEPPANEN, T. ; CENTER, N.R.: Recognizing human motion with multiple acceleration sensors. *2001 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics* Bd. 2, 2001
- [130] MASLEN, B.A. ; ACKLAND, T.R.: Radiographic study of skin displacement errors in the foot and ankle during standing. *Clinical Biomechanics* 9 (1994), Nr. 5, S. 291–296
- [131] MASSAAD, M.: *Validierung und Verbesserung der Kombination von Mehrkörperalgorithmus und Motion Capture Verfahren in der Biomechanik*. Institut für Technische Mechanik, Universität Karlsruhe (TH), Studienarbeit, 2009
- [132] MAYAGOITIA, R.E. ; NENE, A.V. ; VELTINK, P.H.: Accelerometer and rate gyroscope measurement of kinematics: an inexpensive alternative to optical motion analysis systems. *Journal of Biomechanics* 35 (2002), Nr. 4, S. 537–542
- [133] MAZZÀ, C. ; CAPPOZZO, A.: An optimization algorithm for human joint angle time-history generation using external force data. *Annals of Biomedical Engineering* 32 (2004), Nr. 5, S. 764–772

- [134] McCONVILLE, J.T. ; CLAUSER, C.E. ; CHURCHILL, T.D. ; CUZZI, J. ; KALEPS, I.: *Anthropometric relationships of body and body segment moments of inertia*. Storming Media, 1980
- [135] MCPHEE, J.: A unified graph — theoretic approach to formulating multibody dynamics equations in absolute or joint coordinates. *Journal of the Franklin Institute* 334 (1997), Nr. 3, S. 431–445
- [136] MEDVED, V.: *Measurement of human locomotion*. CRC Press, 2001
- [137] MEINEL, K. ; SCHNABEL, G.: *Bewegungslehre-Sportmotorik: Abriss einer Theorie der sportlichen Motorik unter pädagogischem Aspekt (10. Aufl.)*. Südwest-Verlag, 2004
- [138] MORASSO, P.: Spatial control of arm movements. *Experimental Brain Research* 42 (1981), Nr. 2, S. 223–227
- [139] MSC SOFTWARE CORPORATION: *MSC.Adams*. <http://www.msc-software.com>, 2009
- [140] NAKANO, E. ; IMAMIZU, H. ; OSU, R. ; UNO, Y. ; GOMI, H. ; YOSHIOKA, T. ; KAWATO, M.: Quantitative examinations of internal representations for arm trajectory planning: minimum commanded torque change model. *Journal of Neurophysiology* 81 (1999), Nr. 5, S. 2140–2155
- [141] NICKEL, K. ; STIEFELHAGEN, R.: Visual recognition of pointing gestures for human–robot interaction. *Image and Vision Computing* 25 (2007), Nr. 12, S. 1875–1884
- [142] NOCEDAL, J. ; WRIGHT, S.J.: *Numerical optimization*. Springer, 1999
- [143] OHTA, K. ; SVININ, M.M. ; LUO, Z.W. ; HOSOE, S. ; LABOISSIERE, R.: Optimal trajectory formation of constrained human arm reaching movements. *Biological Cybernetics* 91 (2004), Nr. 1, S. 23–36
- [144] PAIN, M.T.G. ; CHALLIS, J.H.: The influence of soft tissue movement on ground reaction forces, joint torques and joint reaction forces in drop landings. *Journal of Biomechanics* 39 (2006), Nr. 1, S. 119–124
- [145] PANDY, M.G. ; ANDERSON, F.C. ; HULL, D.G.: A parameter optimization approach for the optimal control of large-scale musculoskeletal systems. *Journal of Biomechanical Engineering* 114 (1992), Nr. 4, S. 450–460
- [146] PANJABI, M. M. ; GOEL, V. ; OXLAND, T. ; TAKATA, K. ; DURANCEAU, J. ; KRAG, M. ; PRICE, M.: Human lumbar vertebrae: Quantitative three-dimensional anatomy. *Spine* 17 (1992), Nr. 3, S. 299–306
- [147] PANJABI, M. M. ; TAKATA, K. ; GOEL, V. ; DALE, F. ; OXLAND, T. ; DURANCEAU, J. ; KRAG, M.: Thoracic Human Vertebrae: Quantitative Three-Dimensional Anatomy. *Spine* 16 (1991), Nr. 8, S. 888–901

- [148] PETERS, A. ; SANGEUX, M. ; MORRIS, M.E. ; BAKER, R.: Determination of the optimal locations of surface-mounted markers on the tibial segment. *Gait and Posture* 29 (2009), Nr. 1, S. 42–48
- [149] PFEIFFER, F.: *Einführung in die Dynamik*. Teubner, 1992
- [150] PLATZER, W.: *Taschenatlas der Anatomie*. Bd. 1: Bewegungsapparat. 7., vollst. überarb. Aufl. Thieme, 1999
- [151] PONTRJAGIN, LS ; BOLTJANSKIJ, VG ; GAMKRELIDZE, RV ; MISCENKO, EF: *Mathematische Theorie optimaler Prozesse*. Oldenburg, 1967
- [152] PUTZ, Re. ; DOERR, W. ; LEONHARDT, H. (Hrsg.): *Normale und Pathologische Anatomie*. Bd. 43: *Funktionelle Anatomie der Wirbelgelenke*. 1. Aufl. Thieme, 1981
- [153] RASMUSSEN, J. ; VONDRAK, V. ; DAMSGAARD, M. ; ZEE, M. de ; CHRISTENSEN, S.T. ; DOSTAL, Z.: The AnyBody project - Computer analysis of the human body. *Computer Analysis of the Human Body, The Czech Society of Biomechanics, Cejkovice, Czech Republic, November 13-15th, 2002*, S. 270–274
- [154] REINBOLT, J.A. ; SCHUTTE, J.F. ; FREGLY, B.J. ; KOH, B.I. ; HAFTKA, R.T. ; GEORGE, A.D. ; MITCHELL, K.H.: Determination of patient-specific multi-joint kinematic models through two-level optimization. *Journal of Biomechanics* 38 (2005), Nr. 3, S. 621–626
- [155] REINSCH, C.H.: Smoothing by spline functions. *Numerische Mathematik* 10 (1967), Nr. 3, S. 177–183
- [156] RICHARDSON, M.J.E. ; FLASH, T.: Comparing smooth arm movements with the two-thirds power law and the related segmented-control hypothesis. *Journal of Neuroscience* 22 (2002), Nr. 18, S. 8201–8211
- [157] RICHTER, A. ; SCHWAMEDER, H.: Comparative analysis of vertical ground reaction forces in tap dancing. CABRI, J. ; ALVES, F. ; ARAUJO, D. ; BARREIROS, J. ; DINIZ, J. ; VELOSO, A. (Hrsg.): *Book of Abstracts of the 13th Annual Congress of the European College of Sport, Estoril, Portugal, 2008*, S. 572–573
- [158] RIEMER, R. ; HSIAO-WECKSLER, E.T.: Improving joint torque calculations: Optimization-based inverse dynamics to reduce the effect of motion errors. *Journal of Biomechanics* 41 (2008), Nr. 7, S. 1503–1509
- [159] RIEMER, R. ; HSIAO-WECKSLER, E.T.: Improving net joint torque calculations through a two-step optimization method for estimating body segment parameters. *Journal of Biomechanical Engineering* 131 (2009), S. 011007
- [160] RIEMER, R. ; HSIAO-WECKSLER, E.T. ; ZHANG, X.: Uncertainties in inverse dynamics solutions: A comprehensive analysis and an application to gait. *Gait and Posture* 27 (2008), Nr. 4, S. 578–588

- [161] ROETENBERG, D. ; LUINGE, H.J. ; BATEN, C.T.M. ; VELTINK, P.H.: Compensation of magnetic disturbances improves inertial and magnetic sensing of human body segment orientation. *IEEE Transactions on neural systems and rehabilitation engineering* 13 (2005), Nr. 3, S. 395–405
- [162] ROTH, K. ; WILLIMCZIK, K. ; ROTH, K. (Hrsg.) ; WILLIMCZIK, K. (Hrsg.): *Bewegungswissenschaft*. Rowohlt, 1999
- [163] ROZUMALSKI, A. ; SCHWARTZ, M.H. ; WERVEY, R. ; SWANSON, A. ; DYKES, D.C. ; NOVACHEK, T.: The in vivo three-dimensional motion of the human lumbar spine during gait. *Gait and Posture* 28 (2008), Nr. 3, S. 378–384
- [164] RUSSELL, R.D. ; SHAMPINE, L.F.: A collocation method for boundary value problems. *Numerische Mathematik* 19 (1972), Nr. 1, S. 1–28
- [165] SCHAAL, S.: The New Robotics - towards human-centered machines. *Human Frontier Science Program (HFSP) Journal* 1 (2007), Nr. 2, S. 115
- [166] SCHAAL, S. ; SCHWEIGHOFER, N.: Computational motor control in humans and robots. *Current Opinion in Neurobiology* 15 (2005), Nr. 6, S. 675–682
- [167] SCHARMACHER, M.: *Entwicklung eines Kinematikmodells der menschlichen Brust- und Lendenwirbelsäule*, Institut für Technische Mechanik, Universität Karlsruhe (TH), Diplomarbeit, 2006
- [168] SCHITTKOWSKI, K.: *Numerical data fitting in dynamical systems: a practical introduction with applications and software*. Kluwer Academic Publishers, 2002
- [169] SCHMIDT, R.A.: The schema concept. KELSO, J.A.S. (Hrsg.): *Human motor behavior: An introduction*. Lawrence Erlbaum, 1982, S. 219–235
- [170] SCHMIDT, R.A. ; LEE, T.D.: *Motor control and learning: A behavioral emphasis*. Human Kinetics, 2005
- [171] SCHÜNKE, M.: *Topographie und Funktion des Bewegungssystems*. 1. Aufl. Thieme, 2000
- [172] SCHWARTZ, A. ; POLAK, E. ; CHEN, Y.: *RIOTS-A Matlab toolbox for solving optimal control problems*. University of California, Berkeley, CA. 1996
- [173] SCOTT, S.H.: Optimal feedback control and the neural basis of volitional motor control. *Nature Reviews Neuroscience* 5 (2004), Nr. 7, S. 532–546
- [174] SÖDERKVIST, I. ; WEDIN, P.Å.: Determining the movements of the skeleton using well-configured markers. *Journal of Biomechanics* 26 (1993), Nr. 12, S. 1473–1477
- [175] SHABANA, A.A.: *Dynamics of multibody systems*. Cambridge University Press, 2005
- [176] SHADMEHR, R. ; WISE, S.P.: *The computational neurobiology of reaching and pointing*. MIT Press, 2005

- [177] SIMMONS, G. ; DEMIRIS, Y.: Optimal robot arm control using the minimum variance model. *Journal of Robotic Systems* 22 (2005), Nr. 11, S. 677–690
- [178] SIMMONS, G. ; DEMIRIS, Y.: Object grasping using the minimum variance model. *Biological cybernetics* 94 (2006), Nr. 5, S. 393–407
- [179] SIMONIDIS, C. ; GÄRTNER, S. ; DO, M.: *Spezifikationen zu den Ganzkörpermenschmodellen im SFB 588*. Forschungsbericht, Universität Karlsruhe (TH), 2009, <http://digbib.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/1000013547>
- [180] SIMONIDIS, C. ; SCHARMACHNER, M. ; SEEMANN, W.: Reduced kinematic model of the human spine. *PAMM* 7 (2007), Nr. 1, S. 4020025–4020026
- [181] SIMONIDIS, C. ; SEEMANN, W.: MkdTools - Human models with Matlab. WASSINK, R. (Hrsg.): *Proceedings of the 10th International Symposium on 3D Analysis of Human Movement - Fusion Works*, 2008
- [182] SIMONIDIS, C. ; SEEMANN, W.: Modeling and reconstruction of spinal motion. WASSINK, R. (Hrsg.): *Proceedings of the 10th International Symposium on 3D Analysis of Human Movements - Fusion Works*, 2008
- [183] SIMONIDIS, C. ; STEIN, T. ; FISCHER, A. ; BAUER, F. ; SCHWAMEDER, H. ; SEEMANN, W.: MKD-Tools: Ein Mehrkörperalgorithmus zur Analyse und Synthese menschlicher Bewegungen. WANK, V. (Hrsg.): *Biomechanik - Grundlagenforschung und Anwendung*. Hamburg : Czwalina, 2010. – (in print)
- [184] SIMONIDIS, C. ; STELZNER, G. ; SEEMANN, W.: A kinematic study of human torso motion. *Proceedings of the ASME 2007 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference 2007* (2007), Nr. 48094, S. 773–780. – URL <http://link.aip.org/link/abstract/ASMECP/v2007/i48094/p773/s1>
- [185] SIZEGERMANY: *Die deutsche Reihemessung*. <http://www.size-germany.de/>. 2007
- [186] SLATER-HAMMEL, A.T.: Reliability, accuracy, and refractoriness of a transit reaction. *Research Quarterly* 31 (1960), S. 217–228
- [187] SOECHTING, J.F. ; FLANDERS, M.: Movement planning: kinematics, dynamics, both or neither. HARRIS, L.R. (Hrsg.): *Vision and Action*. Cambridge University Press, 1998, S. 352–349
- [188] STAGNI, R. ; FANTOZZI, S. ; CAPPELLO, A. ; LEARDINI, A.: Quantification of soft tissue artefact in motion analysis by combining 3D fluoroscopy and stereophotogrammetry: a study on two subjects. *Clinical Biomechanics* 20 (2005), Nr. 3, S. 320–329
- [189] STEIN, T.: *Computational motor control of human movements*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2010
- [190] STELZER, M.: *Forward dynamics simulation and optimization of walking robots and humans*, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2007

- [191] STELZER, M. ; STRYK, O. von: A novel approach to efficient forward dynamics simulation and optimization of human motion and its application. *Journal of Biomechanics* 39 (2006), S. S45–S46
- [192] STELZER, M. ; STRYK, O. von: Efficient forward dynamics simulation and optimization of human body dynamics. *ZAMM-Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 86 (2006), Nr. 10, S. 828–838
- [193] STELZLE, W. ; KECSKEMETHY, A. ; HILLER, M.: A comparative study of recursive methods. *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)* 66 (1995), Nr. 1, S. 9–19
- [194] STELZNER, G.: *Zur Modellierung und Simulation biomechanischer Mehrkörpersysteme*. Karlsruhe, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2009
- [195] STOER, J. ; BULIRSCH, R. ; GAUTSCHI, W. ; WITZGALL, C.: *Introduction to numerical analysis*. Springer Verlag, 2002
- [196] STREMPPEL, A. von: *Die Wirbelsäule*. 1. Aufl. Thieme, 2001
- [197] STRYK, O. v.: *User's Guide for DIRCOL (Version 2.1): A direct collocation method for the numerical solution of optimal control problems*. Fachgebiet Simulation und Systemoptimierung (SIM), Technische Universität Darmstadt, 2000
- [198] STRYK, O. von: *Numerische Lösung optimaler Steuerungsprobleme: Diskretisierung, Parameteroptimierung und Berechnung der adjungierten Variablen*, Technische Universität München, Dissertation, 1994
- [199] STRYK, O. von: Optimal control of multibody systems in minimal coordinates. *ZAMM-Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 78 (1998), Nr. 3, S. 1117–1121
- [200] THE MATHWORKS INC.: *MATLAB*. <http://www.mathworks.com>, 2009
- [201] THELEN, D.G. ; ANDERSON, F.C.: Using computed muscle control to generate forward dynamic simulations of human walking from experimental data. *Journal of Biomechanics* 39 (2006), Nr. 6, S. 1107–1115
- [202] THELEN, D.G. ; ANDERSON, F.C. ; DELP, S.L.: Generating dynamic simulations of movement using computed muscle control. *Journal of Biomechanics* 36 (2003), Nr. 3, S. 321–328
- [203] THIENES, G.: *Motorische Schnelligkeit bei zyklischen Bewegungsabläufen*. LIT Verlag, 1998
- [204] TODOROV, E.: Optimality principles in sensorimotor control (review). *Nature Neuroscience* 7 (2004), Nr. 9, S. 907
- [205] TODOROV, E. ; JORDAN, M.I.: Optimal feedback control as a theory of motor coordination. *Nature Neuroscience* 5 (2002), Nr. 11, S. 1226–1235

- [206] TODOROV, E. ; LI, W.: Optimal control methods suitable for biomechanical systems. *Proceedings of the 25th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Biology and Medicine Society*, 2003
- [207] TUCHTENHAGEN, J.: *Konstruktion einer menschenähnlichen Wirbelsäule*. Institut für Technische Mechanik, Universität Karlsruhe (TH), Studienarbeit, 2006
- [208] UDE, A. ; ATKESON, C.G. ; RILEY, M.: Programming full-body movements for humanoid robots by observation. *Robotics and Autonomous Systems* 47 (2004), Nr. 2-3, S. 93–108
- [209] UNO, Y. ; KAWATO, M.: Optimal control of reaching movements. *Insights Into the Reach to Grasp Movement*. North Holland, 1994, S. 345–368
- [210] UNO, Y. ; KAWATO, M. ; SUZUKI, R.: Formation and control of optimal trajectory in human multijoint arm movement. *Biological Cybernetics* 61 (1989), Nr. 2, S. 89–101
- [211] VAUGHAN, C.L. ; ANDREWS, J.G. ; HAY, J.G.: Selection of body segment parameters by optimization methods. *Journal of Biomechanical Engineering* 104 (1982), S. 38–44
- [212] VAUGHAN, C.L. ; DAVIS, B.L. ; JEREMY, C.O.C.: *Dynamics of human gait*. Human Kinetics Publishers Champaign, Illinois, 1992
- [213] VELDPAUS, F.E. ; WOLTRING, H.J. ; DORTMANS, L.J.: A least-squares algorithm for the equiform transformation from spatial marker coordinates. *Journal of Biomechanics* 21 (1988), Nr. 1, S. 45–54
- [214] VICON: *Plugin-Gait*. www.vicon.com: , 2010
- [215] VICON MOTION SYSTEMS: *The Vicon Manual*, 2005
- [216] WADA, Y. ; KANEKO, Y. ; NAKANO, E. ; OSU, R. ; KAWATO, M.: Quantitative examinations for multi joint arm trajectory planning—using a robust calculation algorithm of the minimum commanded torque change trajectory. *Neural Networks* 14 (2001), Nr. 4-5, S. 381–393
- [217] WANG, X. ; CHEVALOT, N. ; MONNIER, G. ; AUSEJO, S. ; SUESCUN, A.: Validation of a model-based motion reconstruction method developed in the Realman project. *SAE transactions* 114 (2005), Nr. 7, S. 873–879
- [218] WEBB ASSOCIATES YELLOW SPRINGS (HRSG.): *Anthropometric Source Book Volume I: Anthropometry for Designers*. NASA reference publication 1024, 1978
- [219] WEBB ASSOCIATES YELLOW SPRINGS (HRSG.): *Anthropometric Source Book Volume II: A handbook of anthropometric data*. NASA reference publication 1024, 1978
- [220] WHITE, A. A. ; PANJABI, M. M.: *Clinical biomechanics of the spine*. 2. Aufl. J.B. Lippincott Company, 1990

- [221] WINTER, D.A.: *Biomechanics of human movement*. John Wiley and Sons Inc, 1979
- [222] WINTER, D.A.: *Biomechanics and motor control of human movement*. Wiley New York, 2005
- [223] WINTERS, J.M.: Hill-based muscle models: a systems engineering perspective. WINTERS, J.M. ; WOO, S.L. (Hrsg.): *Multiple Muscle Systems: Biomechanics and Movement Organization*. Springer, 1990, S. 69–93
- [224] WITTENBURG, J.: *Dynamics of multibody systems*. Springer Verlag, 2007
- [225] WOERNLE, C.: *Dynamik von Mehrkörpersystemen*. Universität Rostock, Skriptum, 2006
- [226] WOLPERT, D.M. ; GHAHRAMANI, Z.: Computational principles of movement neuroscience. *Nature Neuroscience* 3 (2000), S. 1212–1217
- [227] WOLPERT, D.M. ; GHAHRAMANI, Z. ; JORDAN, M.I.: Are arm trajectories planned in kinematic or dynamic coordinates? An adaptation study. *Experimental Brain Research* 103 (1995), Nr. 3, S. 460–470
- [228] WOLPERT, DM ; KAWATO, M.: Multiple paired forward and inverse models for motor control. *Neural Networks* 11 (1998), Nr. 7-8, S. 1317–1329
- [229] WOLTRING, H.J.: A Fortran package for generalized, cross-validatory spline smoothing and differentiation. *Advances in Engineering Software* 8 (1986), Nr. 2, S. 104–107
- [230] WOLTRING, H.J.: Smoothing and differentiation techniques applied to 3-D data. ALLARD, P. ; STOKES, I.A.F. ; BLANCHI, J.-P. (Hrsg.): *Three-Dimensional Analysis of Human Movement*. Human Kinetics, 1995, S. 79–99
- [231] WOOD, G.A.: Data smoothing and differentiating procedures in biomechanics. *Exercise and Sport Science Reviews* 10 (1982), S. 308–362
- [232] WU, G. ; CAVANAGH, P.R.: ISB recommendations for standardization in the reporting of kinematic data. *Journal of Biomechanics* 28 (1995), Nr. 10, S. 1257–1261
- [233] WU, G. ; HELM, F.C.T. van der ; VEEGER, HEJ ; MAKHSOUS, M. ; VAN ROY, P. ; ANGLIN, C. ; NAGELS, J. ; KARDUNA, A.R. ; MCQUADE, K. ; WANG, X. u. a.: ISB recommendation on definitions of joint coordinate systems of various joints for the reporting of human joint motion—Part II: shoulder, elbow, wrist and hand. *Journal of Biomechanics* 38 (2005), Nr. 5, S. 981–992
- [234] WU, G. ; SIEGLER, S. ; ALLARD, P. ; KIRTLEY, C. ; LEARDINI, A. ; ROSENBAUM, D. ; WHITTLE, M. ; D’LIMA, D.D. ; CRISTOFOLINI, L. ; WITTE, H. u. a.: ISB recommendation on definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion—part I: ankle, hip, and spine. *Journal of Biomechanics* 35 (2002), Nr. 4, S. 543–548

- [235] YOUNG, J. ; CHANDLER, R. ; SNOW, C.: *Anthropometric and mass distribution characteristics of the adult female*. Civil Aeromedical Institute, Federal Aviation Administration, Report FAA-AM-83-16, Oklahoma City, 1983
- [236] YUE, Z. ; MESTER, J.: A model analysis of internal loads, energetics, and effects of wobbling mass during the whole-body vibration. *Journal of Biomechanics* 35 (2002), Nr. 5, S. 639–647
- [237] ZAJAC, FE: Muscle and tendon: properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control. *Critical Reviews in Biomedical Engineering* 17 (1989), Nr. 4, S. 359–411
- [238] ZAKOTNIK, J. ; MATHESON, T. ; DÜRR, V.: A posture optimization algorithm for model-based motion capture of movement sequences. *Journal of neuroscience methods* 135 (2004), Nr. 1-2, S. 43–54
- [239] ZATSIORSKY, V. ; SELUYANOV, V.: The mass and inertia characteristics of the main segments of the human body. *Biomechanics VIII-B* (1983), S. 1152–1159
- [240] ZEE, M. de ; HANSEN, L. ; WONG, C. ; RASMUSSEN, J. ; SIMONSEN, E.B.: A generic detailed rigid-body lumbar spine model. *Journal of Biomechanics* 40 (2007), S. 1219–1227

Lebenslauf

Name: Christian Alexander Simonidis
Geboren: 03. Februar 1978 in Laupheim
Staatsangehörigkeit: Deutsch

Ausbildung

11/2004 - 12/2009 Bearbeitung der vorliegenden Doktorarbeit bei Prof. Dr.-Ing. W. Seemann am Institut für Technische Mechanik an der Universität Karlsruhe (TH)

01/2004 - 07/2004 Diplomarbeit *Control of a Flexible Link Robotic Manipulator in Zero Gravity Conditions* bei Prof. J. McPhee am Department of Systems Design Engineering an der University of Waterloo, Kanada

10/1998 - 12/2003 Studium des Maschinenbaus an der Universität Karlsruhe (TH)

08/2001 - 03/2002 Auslandsstudium an der Aristoteles Universität Thessaloniki

07/1997 - 08/1998 Zivildienst beim Studentenwerk Heidelberg

1988 - 1997 Gymnasium Ehingen (Donau); Abitur

1984 - 1988 Längenfeld-Grundschule, Ehingen (Donau)