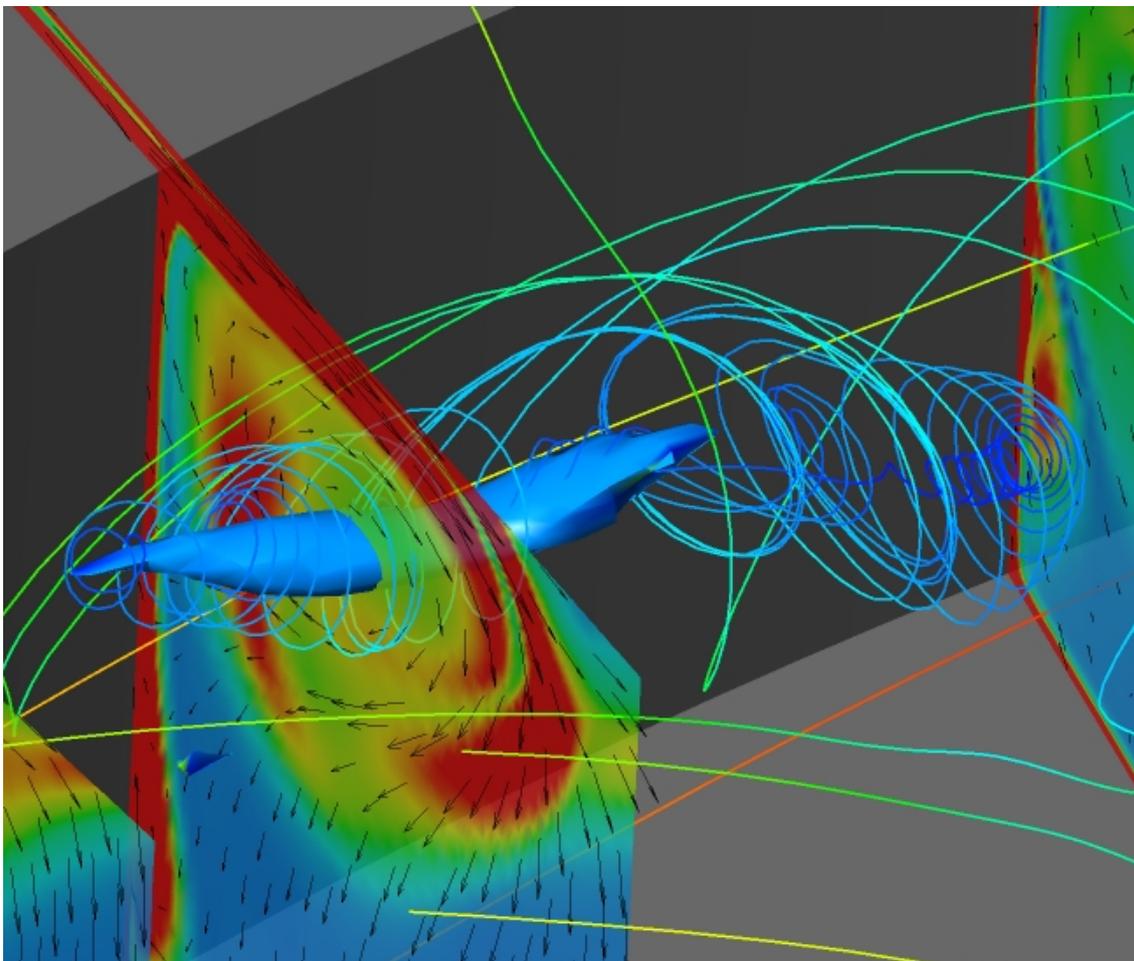


Experimentelle und Numerische Untersuchungen zu Spaltverlusten in halboffenen Laufrädern

Friedrich Fröhlig



Karlsruhe 2010

Titelbild:
Aufplatzender Wirbelzopf nahe der saugseitigen Beschau felung

Experimentelle und Numerische Untersuchungen zu Spaltverlusten in halboffenen Laufrädern

Zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften
der Fakultät für Maschinenbau
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)

genehmigte
Dissertation

von

Dipl.-Ing. Friedrich W. J. Fröhlig
aus Ennigerloh

Tag der mündlichen Prüfung: 16.03.2010

Hauptreferent : Prof. Dr.-Ing. Martin Gabi
Korreferent : Prof. Dr.-Ing. Paul-Uwe Thamsen

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Strömungsmaschinen des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

Zunächst möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Martin Gabi für das entgegengebrachte Vertrauen in meine Arbeit, die angenehme Arbeitsatmosphäre und die unterstützenden Impulse, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, bedanken.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Paul-Uwe Thamsen danke ich für die Übernahme des Korreferats und die schnelle und kritische Korrektur der Arbeit.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann bedanke ich mich für die Übernahme des Vorsitzes im Promotionsausschuss und die Leitung der wissenschaftlichen Aussprache.

Darüber hinaus bedanke ich mich bei allen Kollegen des Fachgebiets Strömungsmaschinen. Ganz besonders möchte ich in diesem Zusammenhang Herrn Dr.-Ing. Saban Caglar für seine wertvollen Ratschläge und Erklärungen danken, die wesentlich zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen haben.

Auch den Studenten, die als Studien- oder Diplomarbeiter oder als wissenschaftliche Hilfskraft an diesem Forschungsprojekt beteiligt waren, möchte ich danken.

Des Weiteren möchte ich mich bei meinen Geschwistern Julia, Thomas und Silvia Fröhlig und meiner Freundin Bianca Cornehl für ihre Unterstützung bedanken. Ein ganz besonderer Dank für ihre wertvolle Unterstützung und ihren Rat geht an meine Mutter Luitgard Fröhlig und meinen verstorbenen Vater Willi Fröhlig. Ihnen ist diese Arbeit gewidmet.

Karlsruhe im Juli 2010

Friedrich Fröhlig

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung und Zielsetzung	1
1.2	Vorgehensweise	1
2	Literaturübersicht	3
2.1	Beeinflussung des Kennlinienverhaltens durch den Spalt	3
2.2	Messung und Berechnung des Spalteinflusses auf die Strömung	4
2.3	Modellierung der Verlustmechanismen	5
2.4	Optimierung der Schaufel- bzw. Spaltgeometrie	5
3	Grundlagen	6
3.1	Arbeitsweise radialer Kreiselpumpen	6
3.1.1	Allgemeines	6
3.1.2	Grundgleichungen	6
3.1.3	Elementare Theorie	8
3.1.4	Eulergleichung für Strömungsmaschinen	9
3.1.5	Kennlinie	10
3.2	Halboffene Bauweise	14
3.2.1	Allgemeines	14
3.2.2	Das Strömungsfeld	14
3.3	Particle-Image-Velocimetry	16
3.3.1	Messprinzip	16
3.3.2	Kreuzkorrelation	17
3.3.3	Stereo-PIV	19
3.3.4	Kalibrierung	22
3.3.5	Auswertung	25
3.3.6	Genauigkeitsanalyse	27
3.4	Numerisches Verfahren	30
3.4.1	Grundgleichungen	30
3.4.2	Turbulenzmodellierung	31
3.4.3	Diskretisierung und Lösungsalgorithmen	38
3.4.4	Anfangs- und Randbedingungen	41
3.4.5	Wahl des numerischen Verfahrens	44
3.4.6	Netzgenerierung	45

4	Prüfstand	47
4.1	Aufbau	47
4.2	Stereo-PIV Setup	50
4.2.1	Aufbau	50
4.2.2	Optisches System	51
5	Lauftradgeometrien	54
5.1	Entwurf der Laufräder	54
5.1.1	Schaufelkanaleintritt und -austritt	55
5.1.2	Formgebung von einfach gekrümmten Schaufeln	58
5.2	Profiliertes Kreisbogenprofil	59
6	Validierung der Rechnungen mittels SPIV	63
6.1	Kennlinien	63
6.2	Geschwindigkeitsfelder	64
6.3	Geschwindigkeitsprofile	70
7	Ergebnisse	83
7.1	Strömungs- und Wirbelfeld 1b37	83
7.1.1	Einfluss auf das Strömungsfeld durch Variation der Spaltweite	86
7.1.2	Einfluss des Betriebspunktes auf das Strömungsfeld	89
7.2	Strömungs- und Wirbelfeld für die profilierten Kreisbogenprofile 1b37pn und 1b37pv	92
7.2.1	Kennlinienverhalten	92
7.2.2	Unterschiede im Strömungs- und Wirbelfeld zwischen Basis- und Nutkonfiguration	93
8	Zusammenfassung und Ausblick	102
8.1	Zusammenfassung	102
8.2	Ausblick	103
	Literaturverzeichnis	108

Formelzeichen und Abkürzungen

allgemein

A	Querschnittsfläche
a_{xx}	Parameter an der Stelle XX in der Abbildungsmatrix
b	Schaufelbreite
C	Konstanten
c	Absolutgeschwindigkeit
D	Durchmesser
E	Energie, Erwartungswert
F	Kraft, Blendingfunktion SST-Modell
g	Erdbeschleunigung
H	Helizität
I	Impuls, Intensität
k	turbulente, kinetische Energie
L	Drehimpuls (Drall), Nutlänge
l	turbulente Längenskale
M	Vergrößerungsfaktor in x-Richtung, Moment
\dot{m}	Massenstrom
N	Vergrößerungsfaktor in y-Richtung
\vec{n}	Normalenvektor
n	Drehzahl, Brechungsindex
P	Leistung, Minderleistungsbeiwert
p	Druck
R	Radius
Re	Reynoldszahl
R_{II}	Kreuzkorrelationsfunktion
S	Weg im Integral
s	Spaltweite, Weg
T	Schubspannungstensor
t	Zeit
U	Geschwindigkeitskomponente in X-Richtung
\vec{u}	Geschwindigkeitsvektor, Rotationsgeschwindigkeit
u	Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung
V	Geschwindigkeitskomponente in Y-Richtung, Volumen
\dot{V}	Volumenstrom

v	Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung
W	Geschwindigkeitskomponente in Z-Richtung, Nutbreite
\vec{w}	Relativgeschwindigkeit
w	Geschwindigkeitskomponente in z-Richtung
w_0, w_i	Konstanten in der Abbildungsfunktion zwischen Kamera- und Weltkoordinaten
\vec{x}	Koordinatenvektor
X_i	Partikelkoordinaten im Lichtschnitt
x	x-Koordinate
Y	strömungsmechanische Energie
y	y-Koordinate
Z	Schaufelzahl
z	z-Koordinate

Indices

ax	axial
d	druckseitig
dyn	dynamisch
fa	frei ausblasend
m	meridional
n	normiert
r	radial
s	saugseitig
sk	Skelletlinie
$stat$	statisch
t	turbulent
tot	total
u	Umfangskomponente
v	volumetrisch

griechische Buchstaben

α	Absolutwinkel, Kamerawinkel, Leckströmkoefizient, Abbildungswinkel in der XZ-Ebene, Proportionalitätsfaktor
β	Relativwinkel, Abbildungswinkel in der XZ-Ebene, Proportionalitätsfaktor
β_s	Schaufelwinkel
Γ	Matrix mit Partikelkoordinaten, Proportionalitätsfaktor
γ	Deviationswinkel der Minderumlenkung
Δ	Inkrement, Differenz
δ_{ij}	Kronecker Delta
ϵ	inkrementelle Abweichung zum Erwartungswert, turbulente Dissipation
η	Wirkungsgrad, Längenskale Turbulenz
θ	Einfallswinkel (Brechung)
ϑ	Geschwindigkeitsskale

κ	Wellenzahl
λ	relative Spaltweite, Wellenlänge
μ	dynamische Viskosität
ν	kinematische Viskosität
ρ	Dichte, Schaufelradius
σ	Modellkonstante Turbulenzmodell
τ	Schubspannung, Zeitskale
Φ, ϕ	Volumenzahl, beliebiger Skalar
φ	Scheimpflugwinkel
Ψ, ψ	Druckzahl
Ω	absolute Wirbelintensität

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Problemstellung und Zielsetzung

Vor dem Hintergrund stetig verknappender Energiereserven gewinnt die effiziente Nutzung dieser zunehmend an Bedeutung. Andererseits versucht man, die Fertigung einer Strömungsmaschine so kostengünstig und zeiteffizient wie möglich zu gestalten. Somit kommt es in vielen Kleinpumpen zur Verwendung der halboffenen Bauweise. Diese erlaubt es einerseits, die Laufräder im Spritzgussverfahren schnell und kostengünstig herzustellen. Andererseits hängt nun der Wirkungsgrad des Laufrades stark von der Spaltweite ab. Wird diese klein gehalten, erschwert und verteuert dies die Fertigung. Wird das Laufrad mit einem größeren Spalt eingebaut, sind die Verluste je nach Betriebspunkt dementsprechend größer.

Schon bei der Auslegung einer Pumpe mit halboffener Bauweise stellen die zu erwartenden Spaltverluste ein wichtiges Kriterium dar. Hierfür wurden von einer Vielzahl von Autoren für spezielle Laufradgeometrien oder in bestimmten Kennzahlbereichen empirische Formeln entwickelt, die den Einfluss des Spaltes schon beim Auslegungsprozess berücksichtigen sollen. Diese funktionieren im Rahmen der zuvor gemachten Einschränkungen mehr oder minder gut, betrachten aber die entstehenden Verluste durch den Spalt oftmals nur in Abhängigkeit des Spaltvolumenstroms. Das veränderte Geschwindigkeitsfeld sowie die Änderung der Druckverteilung beeinflussen die durch den Spalt hervorgerufenen Verluste jedoch ebenfalls. Daher sollen in dieser Arbeit die Einflüsse der durch den Spalt veränderten Druckverteilung und des Geschwindigkeitsfeldes näher untersucht werden. Ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer neuartigen Laufradgeometrie, die bei gleichen oder sogar geringeren Verlusten größere Spaltweiten gestattet.

1.2 Vorgehensweise

Zunächst sollen mit verschiedenen Laufrädern die relevanten Pumpenkennlinien bestimmt werden, um die Betriebsbereiche Teillast, optimaler Betriebspunkt und Überlast zu ermitteln. Dies geschieht in einem Pumpenversuchsstand, der mit einer Mess-

werterfassung ausgestattet wurde.

Um die Einflüsse des durch den Spalt veränderten Druck- bzw. Geschwindigkeitsfeldes auf die Schaufelarbeit und damit auf Kennlinie und Wirkungsgrad bestimmen zu können, ist es wichtig, die Strömung im Laufrad zu visualisieren. Dies soll im Wesentlichen über numerische Berechnungen erfolgen. Hierbei ist zu klären, mit welcher numerischen Methode (RANS, URANS, SAS, LES) man eine ausreichend genaue Aussage bezogen auf einen vertretbaren Rechenaufwand bekommt. Es sind also verschiedene Berechnungen durchzuführen und zu validieren.

Die Validierung dieser soll mittels Stereo-Particle-Image-Velocimetry (SPIV) und Kennlinienmessungen erfolgen. Hierzu wurde ein Stereo-PIV-System an einen Pumpenversuchsstand adaptiert. Die Genauigkeit der Stereo-PIV-Messungen wurde über stochastische Methoden überprüft.

Nach erfolgten Messungen müssen diese mit den Rechnungen verglichen werden. Spiegeln die Rechnungen die Physik im Laufrad ausreichen genau wieder, können diese zur Visualisierung der Strömung sowie zur genaueren Beurteilung des Einflusses der Strömungsgrößen der durch den Spalt veränderten Laufradströmung herangezogen werden. Basierend hierauf sollen dann neue Laufradgeometrien entwickelt werden die einen größeren Spalt bei gleichbleibenden bzw. geringeren Verlusten erlauben.

Kapitel 2

Literaturübersicht

Dieses Kapitel unterteilt sich in vier Bereiche:

1. Experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung des Spalteinflusses auf die Kennlinie sowie die integralen Größen (Wirkungsgrad, Volumenzahl)
2. Numerische Simulationen mittels „Computational Fluid Dynamics“ (CFD) und/oder detaillierte Messungen der Strömung, um die Strömung im Schaufelkanal und besonders im Bereich der Spaltströmung zu verstehen.
3. Modellierung der physikalischen Verlustmechanismen zur Vorhersage des Spaltverlustes
4. Verbesserung bzw. Optimierung der Schaufelgeometrien zur Minimierung der Spaltverluste.

2.1 Beeinflussung des Kennlinienverhaltens durch den Spalt

Bei dieser Untersuchungsmethode werden die integralen Größen wie Druckzahl Ψ , Volumenzahl Φ und der Wirkungsgrad η bei verschiedenen Spaltweiten gemessen. Die Änderung dieser, bezogen auf die entsprechenden Größen bei der Spaltweite $s = 0 \text{ mm}$ werden über der durch die mittlere Schaufelbreite b , dem Laufraddurchmesser D oder der Schaufellänge c geteilte Spaltweite s aufgetragen. Aus dem Verlauf dieser Graphen wird versucht empirische oder halbempirische Gesetzmäßigkeiten abzuleiten.

In den einschlägigen Veröffentlichungen von PAMPREEN [36], PFLEIDERER [38], ENGEDA et al. [8, 9], GANTER [12], DECKER [6] und LAUER [27] werden besonders drei Einflussfaktoren zur Beschreibung der Spaltempfindlichkeit genutzt:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi_0} = \alpha\lambda \quad \frac{\Delta\Psi}{\Psi_0} = \beta\lambda \quad \frac{\Delta\eta}{\eta_0} = \gamma\lambda \quad (2.1)$$

Hierbei ist $\lambda = \frac{s}{b}$. LAUER [27] jedoch nutzte den Laufraddurchmesser D_2 , um die Spaltweite dimensionslos zu machen. Φ_0 , Ψ_0 und η_0 entsprechen hier den Werten bei einer Spaltweite $s = 0 \text{ mm}$. Sie können in der Form nicht gemessen werden und müssen somit aus den anderen Messungen extrapoliert werden.

SENOO und ISHIDA [21] untersuchten besonders die Änderung des Wirkungsgrades mit der Spaltweite, unter Einbeziehung der Arbeiten von PAMPREEN [36], PFLEIDERER [38] und ENGEDA [8, 9]. Sie stellten die These auf, dass der Wirkungsgrad proportional zur relativen Spaltweite λ vermindert wird. Dies wurde von NI [35] in Zweifel gezogen. Sie war der begründeten Meinung, dass die Wirkungsgradverminderung auch noch von anderen Parametern abhängt und der Zusammenhang nicht proportional ist.

DECKER [6] untersuchte 21 Laufräder bei verschiedenen Spaltweiten. Er änderte den oben beschriebenen Ansatz insoweit ab, als dass er den Wirkungsgrad nicht über den Faktor γ beschrieb sondern über die durch den Spalt beeinflusste Schaufelleistung $\Psi_{th,m}$. Unter Einbeziehung der Laufradgeometrie und des Betriebspunktes konnte er die Kennlinie in Abhängigkeit von der Spaltweite angeben.

2.2 Messung und Berechnung des Spalteinflusses auf die Strömung

Es wurden verschiedene Messungen an halboffenen und geschlossenen Laufrädern von Verdichtern und Pumpen mittels LDA, L2F, Heißfilm oder 5-Lochsonde durchgeführt. 1975 veröffentlichten HOWARD und KITTMER [20] Heißfilmmessungen an einem halboffenen Pumpenlaufrad. Sie stellten bei $s = 0,0508 \text{ mm}$ kaum Unterschiede in der Meridionalströmung fest. Die Sekundärströmung wurde jedoch erheblich von der Spaltströmung beeinflusst.

Ausführlichere Messungen führten ECKARDT [7] 1976 mittels L2F und JOHNSON und MOORE [23] 1983 mittels 5-Loch- und Kiel-Sonde durch. HAMKINS und FLACK [15] veröffentlichten Messungen an einem Radialrad mit und ohne Deckscheibe. Die Messungen wurden in einem Spiralgehäuse durchgeführt, sodass an unterschiedlichen Laufradpositionen unterschiedliche Geschwindigkeitsverteilungen zu beobachten waren.

Mit zunehmender Rechnerleistung wurden auch numerische Berechnungen an halboffenen Laufrädern durchgeführt. 1993 führte HATHAWAY [16] LDA-Messungen sowie numerische Berechnungen (Reynolds Average Navier Stokes) am „NASA-Low-Speed-Centrifugal-Compressor“ durch und erzielte gute Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung. Ein Jahr zuvor verglich GOTO [13] Pitotrohrmessungen mit seinen URANS-Rechnungen. Als Turbulenzmodell wurde das Baldwin-Lomax Model genutzt. Die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung war qualitativ befriedigend. Auch CHRISS, HATHAWAY und WOOD [5] nutzten in ihren RANS-Berechnungen das Baldwin-Lomax-Turbulenzmodell zur Berechnung eines transsonischen Radialverdichters. Die Kennlinie wurde exakt getroffen. In den Geschwindigkeitsprofilen ist eine gute qualitative Übereinstimmung zu erkennen.

2003 nutzte TAN [44] RANS-Berechnungen mit einem $k - \epsilon$ -Modell zur Optimierung einer halboffenen Radialpumpe. Ein feineres Netz für die numerischen Berechnungen wäre in dieser Arbeit wünschenswert gewesen, zumal die Auflösung im Bereich der Schaufelspitze lediglich 4 Zellen betrug.

Hervorragende Übereinstimmung, auch quantitativ, erzielten MITTAL et al. [34]. Sie berechneten einen Axialverdichter mittels Large-Eddy-Simulation. Auch wenn diese Methode im alltäglichen industriellen Umfeld zu aufwendig ist, vermittelt sie dennoch sehr genaue Eindrücke des Strömungsfeldes.

2.3 Modellierung der Verlustmechanismen

Hier sind hauptsächlich zwei Bereiche zu unterscheiden:

1. Die direkte Modellierung der physikalischen Größen wie Druckverlust, Impulsverlust und Versperrung des Querschnitts (Auswirkung auf den Volumenstrom)
2. Modellierung anhand des Wirbelfeldes

Ein guter Überblick über die theoretische Modellierung der physikalischen Verlustmechanismen ist bei HOFFMANN [19] gegeben. Er beschreibt die relevanten Theorien auf das Wesentliche reduziert. Auch TAN [44] beschreibt sehr anschaulich die gängigen Ansätze.

Für den zweiten Punkt, die Modellierung anhand des Wirbelfeldes, wird bei NI [35] ein sehr guter Überblick gegeben.

2.4 Optimierung der Schaufel- bzw. Spaltgeometrie

Erste Versuche zur Optimierung der Schaufelspitzengeometrie unternahm 1982 BOOTH et al. [3, 4]. Es wurden bis zu 19 verschiedene Blattspitzengeometrien mittels numerischer Berechnungen und Experimenten untersucht.

1990 untersuchten ISHIDA, UEKI und SENOO [22] drei Geometrievariationen. Eine abgerundete, eine Wingletgeometrie sowie eine herkömmliche, eckige Schaufelspitze experimentell. Darüber hinaus wurde der Einfluss der Geometrie der Schaufelspitze auf den Leckströmungskoeffizienten α (Gleichung 2.1) untersucht.

Kapitel 3

Grundlagen

In diesem Kapitel sollen die grundlegenden Mess- und Berechnungsverfahren, die in dieser Arbeit verwendet wurden, beschrieben werden. Überdies wird auf grundlegende, analytische Betrachtungen und die halboffene Bauweise eingegangen. Zunächst jedoch wird das Funktionsprinzip einer radialen Kreiselpumpe beschrieben.

3.1 Arbeitsweise radialer Kreiselpumpen

3.1.1 Allgemeines

Radiale Kreiselpumpen gehören zur Gattung der Strömungsarbeitsmaschinen. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass sie in einer von einem flüssigen oder gasförmigen Medium durchströmten, rotierenden Laufradbeschaukelung durch Impulsaustausch mechanische Energie in Strömungsenergie umwandeln. Abbildung 3.1 zeigt exemplarisch eine Skizze einer typischen radialen Kreiselpumpe. Die Zuströmung durch den Saugstutzen erfolgt axial. Anschließend trifft das Fluid auf die Laufradbeschaukelung, in der es dann in radiale Richtung umgelenkt und durch Impulsaustausch mit dem rotierenden Laufrad nach aussen beschleunigt wird. Nach dem Verlassen des Laufrades strömt das Fluid durch das Spiralgehäuse. Aufgabe dieses ringförmigen Diffusors ist es, das Fluid am Laufradumfang zu sammeln, den hohen Anteil kinetischer Energie (Geschwindigkeit) in potentielle Energie (Druck) umzuwandeln und das Fluid dem Druckstutzen bzw. einer weiteren Stufe zuzuführen. Anschließend verlässt das Fluid die Maschine über den Druckstutzen.

3.1.2 Grundgleichungen

Zur Beschreibung des Verhaltens eines strömenden Fluids dienen die Grundgleichungen für Masse, Impuls und Energie, welche im Folgenden in vereinfachter Form anhand eines Stromfadens erläutert werden sollen. Hierbei wird im Wesentlichen nach ZIEREP et al. [52] vorgegangen. Die Strömung wird dabei als reibungsfrei, adiabat und inkompressibel angenommen.

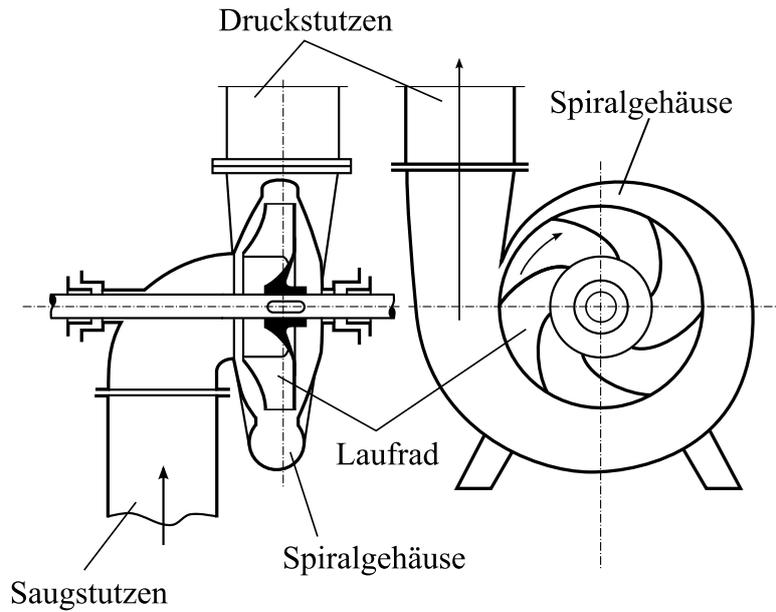


Abbildung 3.1: Skizze einer radialen Kreiselpumpe

Ein Stromfaden wird als die unmittelbare Umgebung einer Stromlinie definiert. Die Änderung aller Zustandsgrößen quer zum Stromfaden sind klein verglichen mit denen in Längsrichtung. Dieser Stromfaden besitzt einen Massenstrom \dot{m} .

$$\dot{m} = \rho c A = \text{konst} \quad (3.1)$$

Im inkompressiblen Fall wird daraus:

$$\dot{V} = c A = \text{konst} \quad (3.2)$$

Kräfte werden über die Impulsgleichung berechnet. Diese ergibt sich zu:

$$\sum \vec{F}_a = \frac{dI}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{c} dV \quad (3.3)$$

Hieraus ergibt sich die Eulersche Differentialgleichung

$$\frac{dc}{dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + c \frac{\partial c}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - g \frac{\partial z}{\partial s} \quad (3.4)$$

Durch Integration entlang eines Stromfadens ergibt sich für eine reibungsfreie, inkompressible und stationäre Strömung:

$$\frac{1}{2}(c_2^2 - c_1^2) + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} = 0 \quad (3.5)$$

Verläuft der Stromfaden gekrümmt, ergeben sich weitere Kräfte in radialer Richtung. Diese sind der Grund dafür, dass in einer Strömungsarbeitsmaschine die Strömung gegen den erzeugten Druckgradienten anströmen kann. Unter Vernachlässigung der Gravitation ergibt sich aus der Impulsgleichung die radiale Druckgleichung:

$$\frac{c^2}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.6)$$

3.1.3 Elementare Theorie

Das zentrale Bauteil einer Strömungsmaschine ist das Laufrad. In ihm wird mit dem Fluid über die Umlenkung durch die Laufradbeschaufelung Energie ausgetauscht. Je nach dem Standort des Betrachters ergeben sich unterschiedliche Geschwindigkeitsfelder.

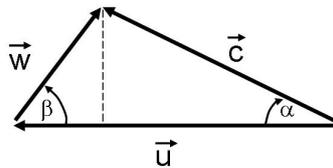


Abbildung 3.2: Zusammenhang zwischen Absolut- und Relativgeschwindigkeit

Wird die Strömung im Laufrad von einem feststehenden Bauteil (Absolutsystem) wie z.B. dem Gehäuse aus betrachtet, sieht man die Absolutgeschwindigkeit \vec{c} . Wird der Betrachter mit dem Laufrad mitbewegt (auf dem Laufrad sitzend) betrachtet er im Relativsystem die Relativgeschwindigkeit \vec{w} . Diese zwei Geschwindigkeitsfelder sind durch die Umfangsgeschwindigkeit $\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{R}$ verknüpft, sodass sich die folgenden Vektorgleichung ergibt.

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w} \quad (3.7)$$

Darüber hinaus sind in Abbildung 3.2 der Winkel zwischen Absolut- und Umfangsgeschwindigkeit, der Absolutwinkel α , und der Winkel zwischen Relativ- und Umfangsgeschwindigkeit, der Relativwinkel β , zu sehen. Setzt man eine schaufelkongruente Durchströmung des Laufrades sowie eine drallfreie Zuströmung voraus, kann diese Vektorgleichung auf das Fluid im Laufrad angewendet werden. Zusätzlich ist in diesem Fall noch das Produkt aus Laufradbreite b und dem Radius R konstant angenommen, sodass aufgrund der konstanten Durchtrittsfläche bei ebenfalls konstantem Volumenstrom die meridionale Komponente der Absolutgeschwindigkeit konstant bleibt. Somit lassen sich für jeden Punkt im Laufrad Geschwindigkeitspläne aufstellen, mit denen die Strömung vereinfacht beschrieben werden kann. Abbildung 3.3 zeigt die Geschwindigkeitspläne anhand eines radialen Laufrades einer Strömungsarbeitsmaschine.

3.1.4 Eulergleichung für Strömungsmaschinen

Zur Auslegung einer Strömungsmaschine ist es notwendig von den Geschwindigkeitsplänen auf die übertragene Leistung zu schließen. Hierzu dient die Eulersche Hauptgleichung für Strömungsmaschinen. Sie lässt sich durch Anwendung des Drehimpulserhaltungssatzes auf den Kontrollraum eines Schaufelkanals herleiten. Die folgenden Zeilen beziehen sich auf TRAUPEL [46] und GÜLICH [14].

Basis der Eulerschen Hauptgleichung für Strömungsmaschinen stellt der Drehimpulserhaltungssatz dar. Er lautet:

$$\sum \vec{M}_a = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho(\vec{R} \times \vec{c}) dV \quad (3.8)$$

Da die Druckkräfte und die Gravitation keinen Einfluss auf die Summe der äußeren Momente haben, entspricht das äußere Moment dem Schaufelmoment \vec{M}_s . Für eine stationäre Strömung folgt daraus:

$$\vec{M}_s = \int_A \rho(\vec{R} \times \vec{c}_u)(\vec{c} \cdot \vec{n}) dA \quad (3.9)$$

Setzt man in das Integral die Geschwindigkeiten einer Arbeitsmaschine ein, erhält man:

$$\vec{M}_s = \dot{m}(R_2 c_{u,2} - R_1 c_{u,1}) \quad (3.10)$$

Mit Hilfe des Schaufelmomentes ergibt sich nun die übertragene Leistung P_s

$$P_s = \vec{M}_s \cdot \vec{\omega} \quad (3.11)$$

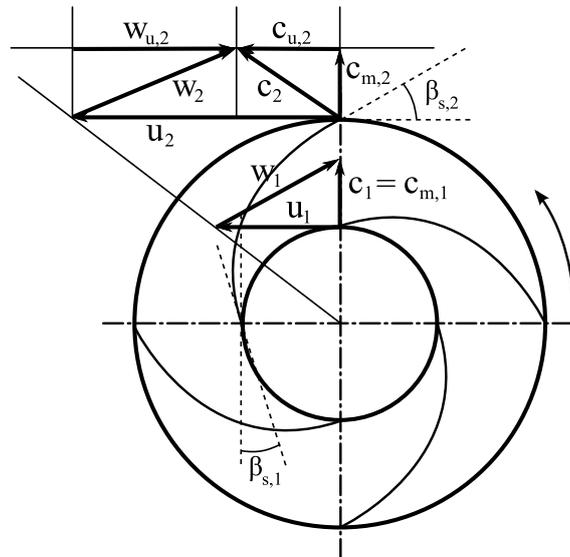


Abbildung 3.3: Geschwindigkeitspläne für eine radiale Strömungsmaschine

Durch Einsetzen von 3.10 in 3.11 und mit $\vec{u} = \vec{R} \times \vec{\omega}$ folgt:

$$P_s = \dot{m}(u_2 c_{u,2} - u_1 c_{u,1}) \quad (3.12)$$

Dividiert man die Gleichung durch den Massenstrom \dot{m} erhält man die Eulersche Hauptgleichung für eine Strömungsmaschine:

$$a_s = u_2 c_{u,2} - u_1 c_{u,1} \quad (3.13)$$

Wendet man nun die sich aus Abbildung 3.3 ergebenden trigonometrischen Beziehungen $c_{u,1} = c_{m,1} \text{ctg}(\alpha_1)$ und $c_{u,2} = u_2 - c_{m,2} \text{ctg}(\beta_2)$ an erhält man eine winkelabhängige Formulierung der Eulerschen Hauptgleichung.

$$a_s = u_2^2 - u_2 c_{m,2} \text{ctg}(\beta_2) - u_1 c_{m,1} \text{ctg}(\alpha_1) \quad (3.14)$$

Durch Anwendung des Cosinussatzes

$$c^2 = w^2 + u^2 - 2uw \cos \beta \quad (3.15)$$

auf Gleichung 3.13 erhält man eine weitere Form der Eulergleichung

$$a_s = \frac{\Delta}{12}(uc_u) = \frac{1}{2} \left(\underbrace{\frac{\Delta c^2}{12}}_{\text{kinetischer Anteil}} + \underbrace{\frac{\Delta u^2}{12} - \frac{\Delta w^2}{12}}_{\text{potentieller Anteil}} \right) \quad (3.16)$$

In Gleichung 3.16 lässt sich die spezifische Schaufelarbeit als Summe aus einem kinetischen und einem potentiellen Anteil interpretieren.

3.1.5 Kennlinie

Zur Darstellung der Betriebskennlinie wird eine theoretische Kennlinie, $y_{tot,th,\infty} = a_s$, ohne Verluste definiert. Hierbei wird vorausgesetzt, dass die gesamte mechanische Energie in Strömungsenergie umgewandelt werden kann. Gleichung 3.14 stellt den Zusammenhang zwischen spezifischer Energie und dem Volumenstrom bzw. c_m dar. Nimmt man die Winkel α_1 und β_2 als vom Volumenstrom unabhängig an, so wird eine starke Abhängigkeit der theoretischen Kennlinie (spezifische Energie) von β_2 deutlich. Dies ist in Abbildung 3.4 veranschaulicht. $y_{tot,th,\infty}$ beschreibt die Kennlinie für unendlich viele und infinitesimal dünne Schaufeln.

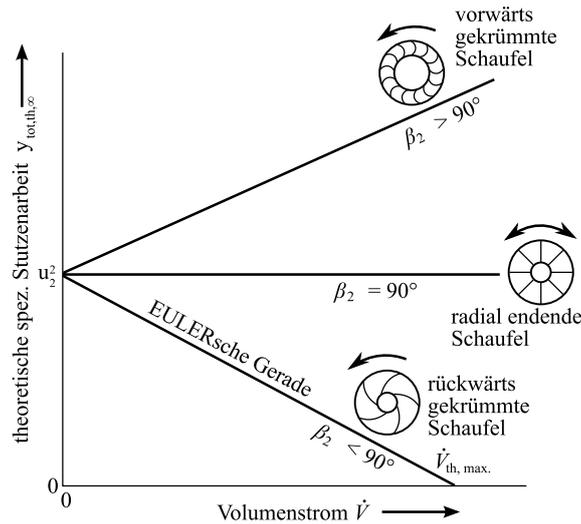


Abbildung 3.4: Einfluss des Schaufelwinkels β_2 auf die Kennlinie nach BOHL [2]

Der Schaufelaustrittswinkel β_2 bestimmt wesentlich die Steigung der theoretischen Kennlinie wie auch schon aus Gleichung 3.14 zu erkennen ist. Um von der theoretischen Kennlinie auf die reale zu schließen, bedarf es einiger Verlustbetrachtungen sowie der Minderumlenkung.

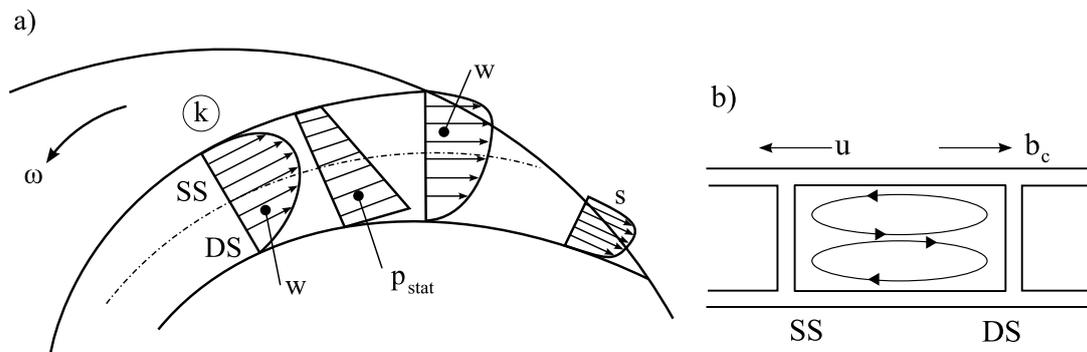


Abbildung 3.5: Skizze zur Minderumlenkung nach GÜLICH [14]

Die Minderumlenkung fasst verschiedene Effekte, die zu einer Abweichung der realen von der schaufelkongruenten Strömung führen, zusammen. Bei GÜLICH [14] werden folgende Effekte genannt:

- Die durch Arbeitsübertragung bedingten Geschwindigkeitsunterschiede zwischen Druck- und Saugseite der Schaufeln, Abbildung 3.5a, Profil k.
- Die Coriolisbeschleunigung b_c wirkt der Drehrichtung entgegen und verursacht eine Sekundärströmung die in der Beschauflung Fluid von der Saugseite zur Druckseite transportiert und so den Strömungswinkel β verkleinert, Abbildung 3.5b.

- Unmittelbar hinter den Laufradaustrittskanten werden die Unterschiede im statischen Druck zwischen Druck- und Saugseite der Schaufeln gering, da Druckunterschiede in der freien Strömung nur durch unterschiedliche Stromlinienkrümmung aufrecht erhalten werden können. Die Geschwindigkeitsverteilung passt sich im Schrägschnitt, s , bereits so an, dass diese Abströmbedingung erfüllt wird. Im Schaufelkanal ist die Strömung besser geführt und weicht weniger vom Schaufelwinkel ab.

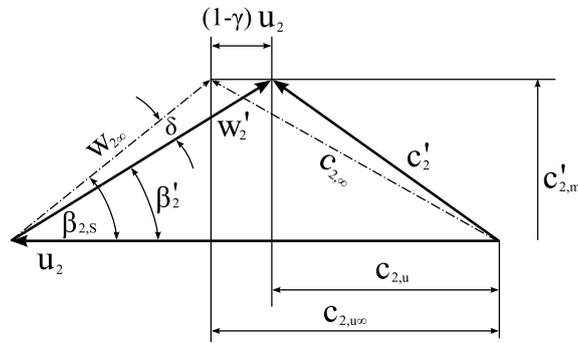


Abbildung 3.6: Einfluss der Minderumlenkung auf den Geschwindigkeitsplan nach GÜLICH [14]

Abbildung 3.6 zeigt den Einfluss der Minderumlenkung auf den Geschwindigkeitsplan am Laufradaustritt. Es soll an dieser Stelle noch einmal betont werden, dass es sich bei der Minderumlenkung um keinen Verlust handelt, da ja nur Energie für die tatsächlich realisierte Umlenkung benötigt wird.

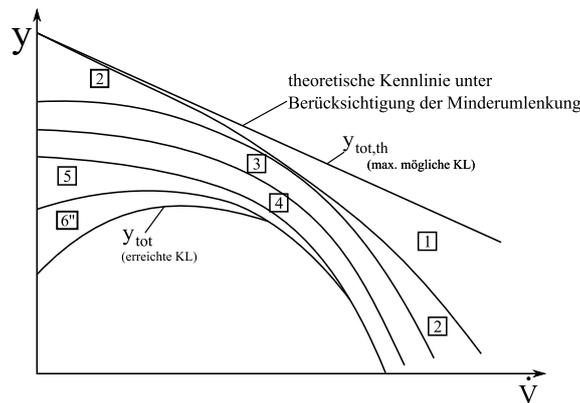


Abbildung 3.7: Einfluss verschiedener Verluste auf die Kennlinie

Abbildung 3.7 zeigt die theoretische Kennlinie nach Berücksichtigung der Minderumlenkung für eine rückwärts gekrümmte Beschauflung. Durch Subtraktion der einzelnen Verlustarten ergibt sich nun die tatsächlich erreichte Kennlinie y_{tot} . In Tabelle 3.1 werden die Verlustarten zu Abbildung 3.7 benannt.

1	Reibungsverluste
2	Stoßverluste durch Falschanströmung
3	Verluste durch Ablösung
4	Verluste durch Falschsauslegung
5	Spaltverluste
6“	Teillastverluste

Tabelle 3.1: Benennung der Verlustarten zu Abbildung 3.7

3.2 Halboffene Bauweise

3.2.1 Allgemeines

Bei halboffenen Laufradgeometrien gibt es eine Ausgleichsströmung durch den Spalt von der Druck- zur Saugseite der Schaufel und in radialer Richtung vom Auslass des Laufrades zum Einlass. Die kinetische Energie der Spaltströmung hat starken Einfluss auf die Strömung im Laufrad und wird weitestgehend dissipiert. Wirkungsgrad, Leistungsaufnahme und Förderhöhe sinken mit zunehmender Spaltweite s .

Bei großen Spaltweiten findet eine Rückströmung ins Laufradinnere statt. Aufgrund des starken Einflusses der Spaltströmung auf die Hauptströmung ist eine direkte Trennung der Spaltverluste von den hydraulischen Verlusten nicht möglich.

Der Einfluss der Spaltweite auf Förderhöhe, Leistung und Wirkungsgrad wurde in vielen experimentellen Arbeiten untersucht zum Beispiel von ENGEDA [8, 9], NI [35] und LAUER [27]. In diesen Veröffentlichungen wurden folgende Effekte der Spaltweite auf die Strömung in halboffenen Laufrädern beobachtet:

- Die Förderhöhe einer halboffenen Pumpe sinkt mit zunehmender Spaltweite.
- Der Grad sowie der Verlauf dieser Relation lässt sich nur schwer vorhersagen, da sich die extrem dreidimensionale Strömung im Laufrad nicht mit den Geometrieparametern allein beschreiben lässt.
- Die Leistungsabnahme geht mit höherer Schaufelzahl und höherem Schaufelaustrittswinkel β_{2s} zurück.
- Die aufgenommene Leistung sinkt mit größer werdendem Spalt aufgrund der größer werdenden Störung der Hauptströmung und damit verbundenen geringeren Umlenkung. Dies gilt ebenfalls für den Wirkungsgrad.
- Die Förderhöhe fällt über die gesamte Kennlinie.
- Der Bestpunkt verschiebt sich mit zunehmender Spaltweite zu kleineren Volumenströmen.

3.2.2 Das Strömungsfeld

1976 führte ECKHARDT [7] L2F-Messungen an einem halboffenen, radialen Kompressorlaufrad durch. Er skizzierte die Sekundärströmungskomponenten im Zylinderschnitt wie in Abbildung 3.8 beschrieben. Diese resultieren zum einen aus der Sekundärströmung eines geschlossenen Laufrades überlagert durch die Spaltströmung wie es unter anderem bei FRÖHLIG et al. [10] für die hier untersuchten Laufradtypen beschrieben wurde. Die Sekundärströmung für ein geschlossenes Laufrad setzt sich aus der Sekundärströmung durch Krümmung aus der axialen in die radiale Richtung und aus der durch Rotation zusammen (siehe Abbildung 3.9). Superponiert man nun diese Sekundärströmung mit der Strömung durch den Spalt, erhält man

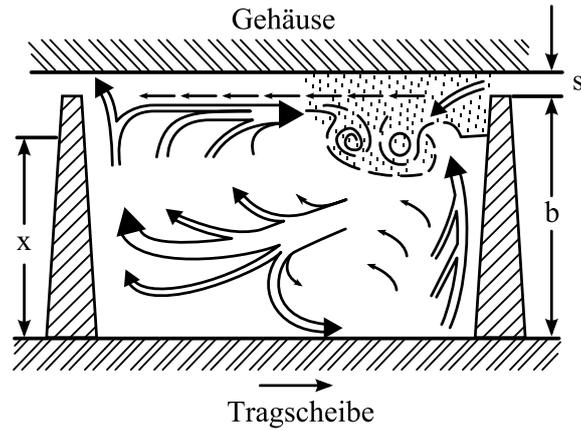


Abbildung 3.8: skizzierte Sekundärströmung in einem radialen, halboffenen Laufrad nach ECKARDT [7]

in etwa die Sekundärströmung eines halboffenen Laufrades. Dies gilt natürlich nur für den Teil der Laufraddurchströmung, in dem sich bereits eine Sekundärströmung ausgebildet hat.

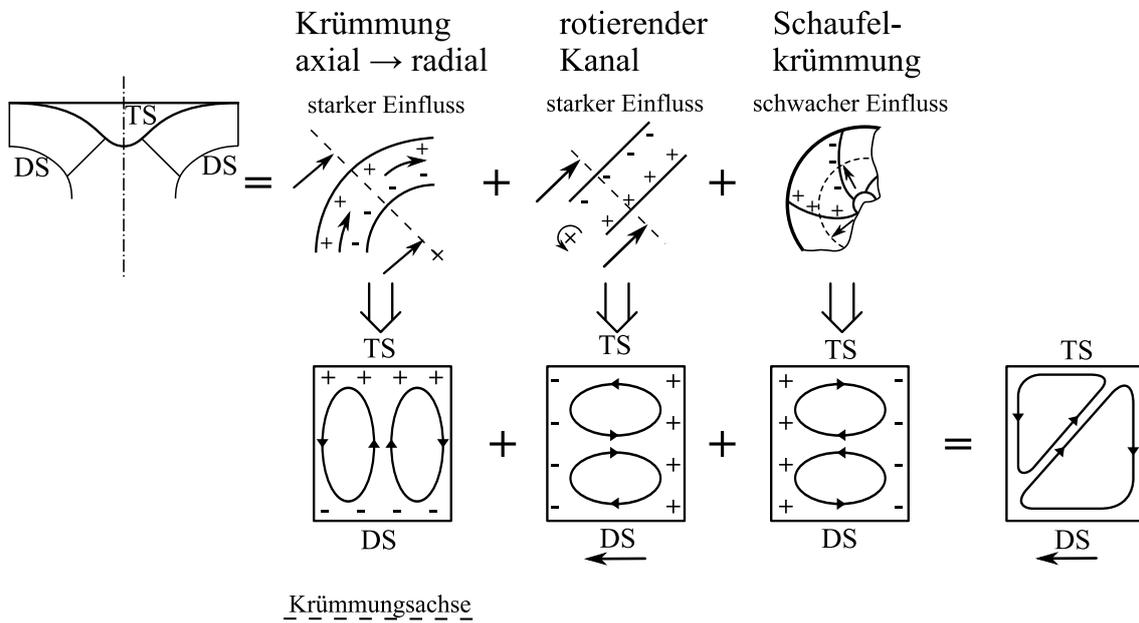


Abbildung 3.9: Superposition der Sekundärströmung durch Krümmung, Rotation und Schaufelkrümmung

3.3 Particle-Image-Velocimetry

Die Particle-Image-Velocimetry ist in der Strömungsmesstechnik eine weitverbreitete Methode zur Erfassung von Geschwindigkeitsfeldern. Die einfachste Methode mit einer Kamera erfasst nur das zweidimensionale Geschwindigkeitsfeld in der Lichtschnittebene (2D2C). Eine entscheidende Weiterentwicklung stellt die Stereo-Particle-Image-Velocimetry dar. Hier werden über zwei Kameras die dreidimensionalen Vektoren in der zweidimensionalen Lichtschnittebene erfasst (2D3C). Eine weitere Entwicklungsstufe stellen tomographische und holographische Verfahren dar, die noch nicht ausgereift genug sind bzw. in schwer zugänglichen Geometrien nicht anwendbar sind.

3.3.1 Messprinzip

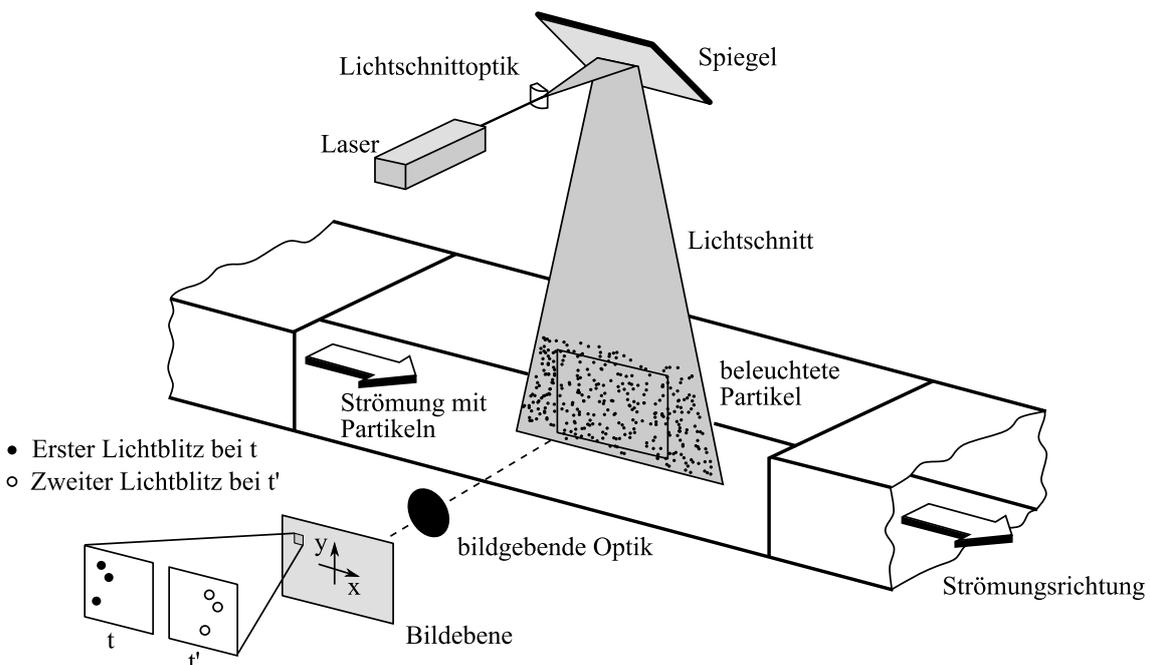


Abbildung 3.10: Exemplarischer Aufbau einer PIV-Messung nach RAFFEL et al. [39]

Abbildung 3.10 zeigt den exemplarischen Aufbau einer PIV-Messung (2D2C). Er besteht vornehmlich aus einer Kamera, einem gepulsten Laser, einer Lichtschnittoptik mit Umlenkung sowie einer zu untersuchenden, partikelbeladenen Strömung. Als Laser wird ein Nd-YAG-Laser verwendet. Dieser erzeugt bei relativ geringer Pulsfrequenz eine sehr hohe Pulsenergie, wodurch eine gleichmäßige Lichtleistung über den betrachteten Querschnitt erzielt wird. Der Laserstrahl wird durch die Lichtschnittoptik in einer Ebene aufgeweitet und leuchtet über eine Umlenkoptik gezielt den zu untersuchenden Bereich aus. Die Kamera macht nun zwei Bilder mit definierten Belichtungszeiten im Abstand eines Zeitintervalls Δt („separation time“). In

dieser Zeit bewegen sich die Partikel durch den Lichtschnitt und werden durch je einen Laserpuls (immer dann wenn die Kamera ein Bild macht) angestrahlt. Anhand der Partikelgruppenverschiebung $\Delta \vec{x}$ zwischen den beiden Bildern innerhalb der sogenannten „Separation Time“ Δt kann nun das Geschwindigkeitsfeld berechnet werden.

$$\vec{u} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad (3.17)$$

Bei einem hinreichend kleinen Zeitschritt sowie ausreichend gutem Folgeverhalten der Partikel ist die Trajektorie der betrachteten Partikel linear und die Geschwindigkeit entlang dieser Strecke konstant.

Zur Bestimmung der Partikelgruppenverschiebung dient die sogenannte Kreuzkorrelation. Auf sie soll im Folgenden näher eingegangen werden.

3.3.2 Kreuzkorrelation

Die Kreuzkorrelation stellt die mathematische Basis der PIV Auswertung dar. Hierzu ist es nötig, den Messbereich in Ausschnitte zu unterteilen, sogenannte „Interrogation Windows“, die sich auf der Bildebene befinden. Aufgrund der endlichen Dicke des Lichtschnittes haben diese Bereiche in der Messebene eine gewisse Ausdehnung in z-Richtung und stellen sehr kleine Volumina dar. Innerhalb eines Kontrollvolumens befindet sich eine bestimmte Anzahl N an Partikeln, die zufällig verteilt sind und deren Zustand zu einer bestimmten Zeit t wie folgt beschrieben wird:

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \vec{X}_1 \\ \vec{X}_2 \\ \vdots \\ \vec{X}_N \end{pmatrix}; \quad \text{mit } \vec{X}_i = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

\vec{X}_i beschreibt die Position eines bestimmten Partikels i zu einer bestimmten Zeit t . Im Folgenden werden Großbuchstaben für die Beschreibung bezüglich des Lichtschnittes, also der Messebene, verwendet und Kleinbuchstaben für die Beschreibung bezüglich der Bildebene. Des Weiteren wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Position der Partikel und die des Bildes durch einen konstanten Vergrößerungsfaktor M verknüpft sind, so dass gilt:

$$X_i = \frac{x_i}{M} \quad (3.19)$$

$$Y_i = \frac{y_i}{M} \quad (3.20)$$

Das „Interrogation Volume“ in der Lichtschnittebene wird abgebildet auf eine „Interrogation Area“ in der Bildebene. Dort werden die Intensitäten I (1. Bild) und I' (2. Bild) in Form von Graustufen bestimmt. Nun werden Partikelgruppen des ersten Bildes mit denen des zweiten Bildes korreliert. Dies geschieht dadurch, dass innerhalb der „Interrogation Area“ in Bild 1 eine Partikelgruppe („Separation Area“), die

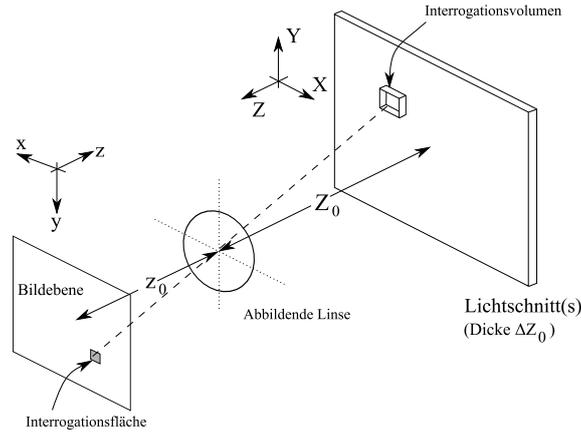


Abbildung 3.11: Schematischer Zusammenhang zwischen Bild und Messebene nach RAFFEL et al. [39]

in der Regel halb so groß wie die „Interrogation Area“ ist, ausgewählt wird und in Bild 2 innerhalb der „Interrogation Area“ so verschoben wird, dass die Summen über das Produkt der Intensitäten $I * I'$ maximal werden.

$$R_{II}(x, y) = \sum_{i=-K}^K \sum_{j=-L}^L I(i, j) I'(i + x, j + y) \quad (3.21)$$

Abbildung 3.12 rechts zeigt die Verschiebung der „Separation Area“ (Bild 1) innerhalb der „Interrogation Area“ (Bild 2) und die daraus resultierende „Cross-Correlation Plane“. Durch die verschiedenen Möglichkeiten die 4×4 „Separation area“ innerhalb der 8×8 „Interrogation Area“ zu verschieben, entsteht eine 5×5 „Cross-Correlation Area“.

Da in einer PIV-Aufnahme bis zu mehreren tausend Verschiebungsvektoren be-

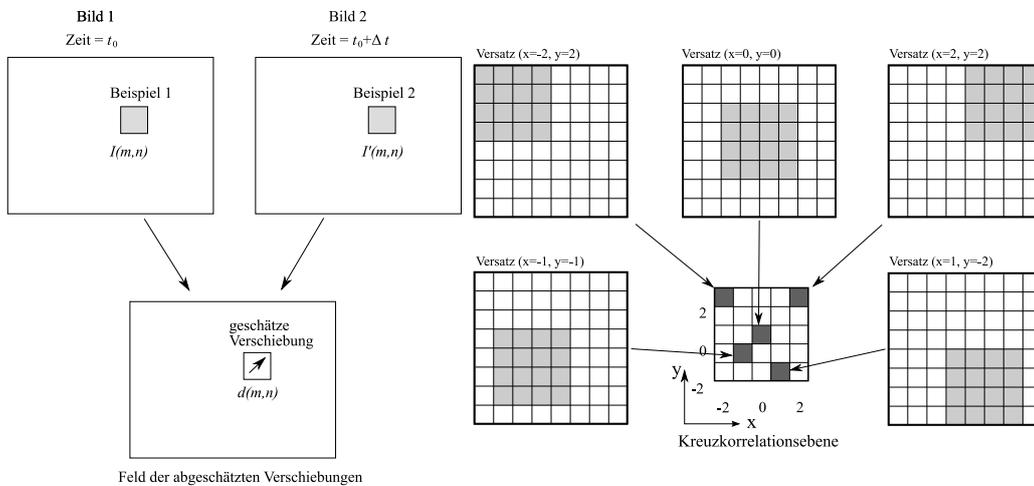


Abbildung 3.12: Konzept der Kreuzkorrelation für double frame / single exposure RAFFEL et al. [39]

stimmt werden müssen, wird ein effizienterer Ansatz benötigt um die Kreuzkorrelationsfunktion zu berechnen. Dieser effizientere Ansatz basiert im Wesentlichen auf der Fast Fourier Transformation (FFT) und dem Korrelationstheorem. Letzteres sagt aus, dass die Kreuzkorrelation zweier Funktionen equivalent ist der komplex konjugierten Multiplikation ihrer Fouriertransformierten:

$$R_{II} \iff \hat{I} \cdot \hat{I}'^* \quad (3.22)$$

\hat{I} und \hat{I}' sind hierbei die Fouriertransformierten der Funktionen I und I' . Zur weiteren Beschleunigung der Bildauswertung kann die FFT im zweidimensionalen in zwei eindimensionale Transformationen zerlegt werden und es können die Symmetrieeigenschaften einer realen Funktion und ihrer Fouriertransformierten ausgenutzt werden.

3.3.3 Stereo-PIV

Eine wesentliche Entwicklungsstufe ist die Stereo-Particle-Image Velocimetry (SPIV). Hierbei wird der zu untersuchende Messbereich von zwei Kameras unter einem Winkel α betrachtet. Im Wesentlichen existieren zwei stereoskopische Abbildungskonfigurationen. Zum einen ist dies die Linsen-Verschiebungs-Methode (Lens Translation Method). Diese erlaubt weder große Kamerawinkel, noch einen asymmetrischen Aufbau. Des Weiteren ist der Abstand der beiden Linsen festgelegt und da die Strahlengänge in einem großen Winkel zur optischen Achse der Linse verlaufen, weist diese Methode besonders an den Rändern eine sehr schlechte Kontrastübertragungsfunktion („modulation transfer function“) auf.

In dieser Arbeit wurde daher die wesentlich flexiblere Winkelverschiebungsmethode

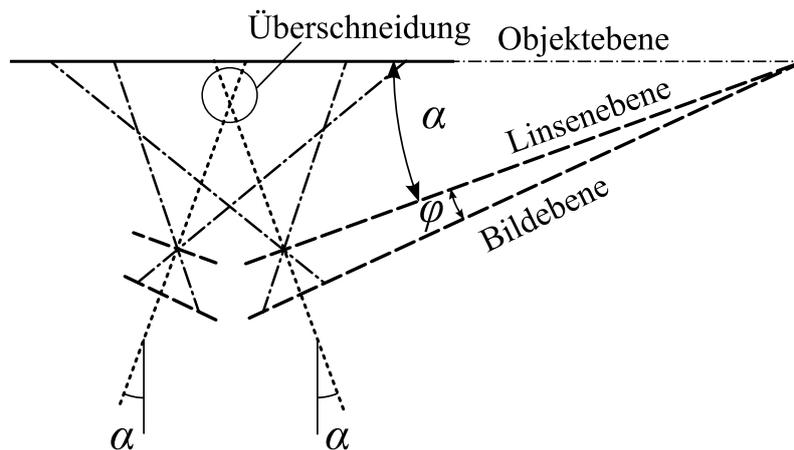


Abbildung 3.13: Schematischer Aufbau einer Stereo-PIV Messung

(„angular displacement method“) verwendet. Hier verläuft der Strahlengang näher an der optischen Achse und die Linse steht nahezu senkrecht auf der Blickrichtung. Somit ist die Kontrastübertragungsfunktion deutlich besser. Ein weiterer Vorteil ist die Möglichkeit eines asymmetrischen Aufbaus.

Abbildung 3.13 zeigt eine Skizze des in dieser Arbeit verwendeten Stereo-PIV-Ansatzes. Um bei diesem Ansatz eine scharfe Abbildung der Objektebene über die gesamte Bildebene zu erzielen muss die Bildebene nach der sogenannten Scheimpflugbedingung so gegenüber der Linsenebene geneigt werden, dass sich Objekt-, Linsen-, und Bildebene in einer Geraden schneiden. Hieraus entsteht der sogenannte Scheimpflugwinkel ϕ .

Durch die Neigung der Bildebene wird der auf beiden Kameras sichtbare Bereich erst dann maximal, wenn sich die optischen Achsen kurz vor der Objektebe schneiden.

Geometrische Rekonstruktion der vertikalen Komponente

Dieser Abschnitt beschreibt die Rekonstruktion der dreidimensionalen Partikelverschiebung aus den zwei projizierten planaren Verschiebungsfeldern der beiden Kameras.

Für die folgenden Berechnungen werden ideale Abbildungsverhältnisse angenommen. Verzerrungen des Bildes durch nicht ideale Linsen oder Brechung des Lichtes an Oberflächen verschiedener optischer Medien werden in diesem Abschnitt vernachlässigt.

Abbildung 3.14 zeigt die Abbildung der Verschiebung eines Partikels im Lichtschnitt. Zwischen der Verbindung der Punkte x'_i in der Bildebene und X'_i in der Lichtschnittebene sowie der optischen Achse wird ein Winkel α gebildet. Dies gilt in der XZ-Ebene.

$$\tan(\alpha) = \frac{x'_i}{z_0} \quad (3.23)$$

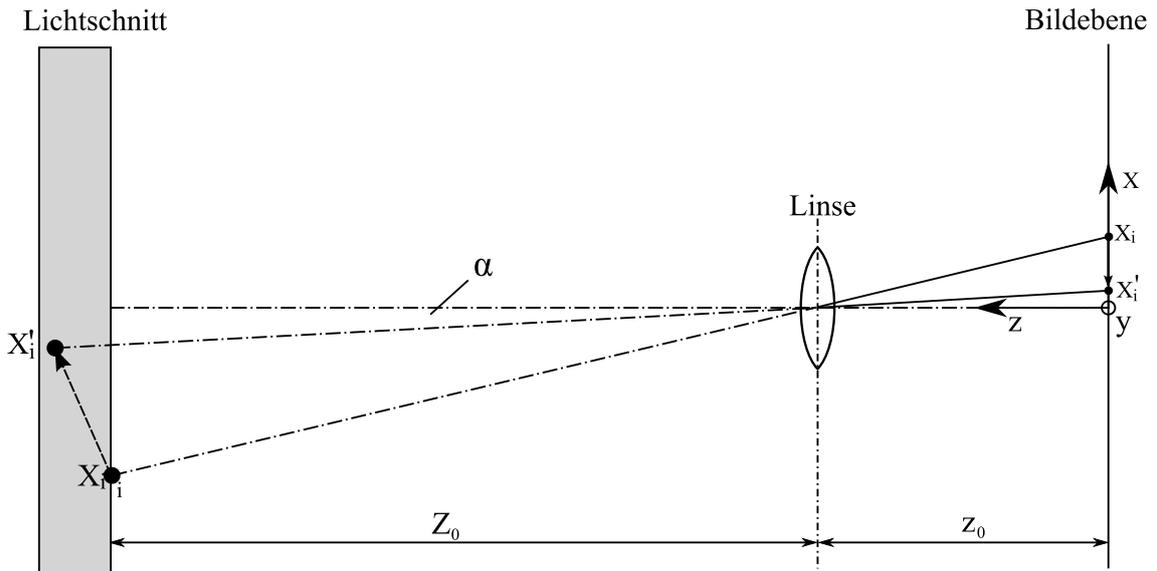


Abbildung 3.14: Abbildungswege planare Messung

Korrespondierend dazu ergibt sich in der YZ-Ebene der Winkel β :

$$\tan(\beta) = \frac{y'_i}{z_0}. \quad (3.24)$$

Die Verschiebung des Bildes $d = x'_i - x_i$ verhält sich zur Verschiebung des Partikels $D = X'_i - X_i$ in der Lichtschnittebene wie folgt:

$$x'_i - x_i = -M(D_X + D_Z \frac{x'_i}{z_0}). \quad (3.25)$$

In Analogie dazu definiert sich die Verschiebung in Y-Richtung zu:

$$y'_i - y_i = -M(D_Y + D_Z \frac{y'_i}{z_0}). \quad (3.26)$$

Teilt man nun die Verschiebungen in der Bildebene durch den Vergrößerungsfaktor M und die „separation time“ erhält man die planaren Geschwindigkeitskomponenten U_1 und V_1 für die erste Kamera und analog dazu U_2 und V_2 für die zweite Kamera.

$$U_1 = \frac{x'_i - x_i}{M\Delta t} \quad (3.27)$$

$$V_1 = \frac{y'_i - y_i}{M\Delta t} \quad (3.28)$$

Abbildung 3.15 zeigt die Geometrie der perspektivischen Bilderfassung in der XZ-Ebene. Für $\alpha, \beta \geq 0$ gilt:

$$U = U_1 + W \cdot \tan(\alpha_1) \quad (3.29)$$

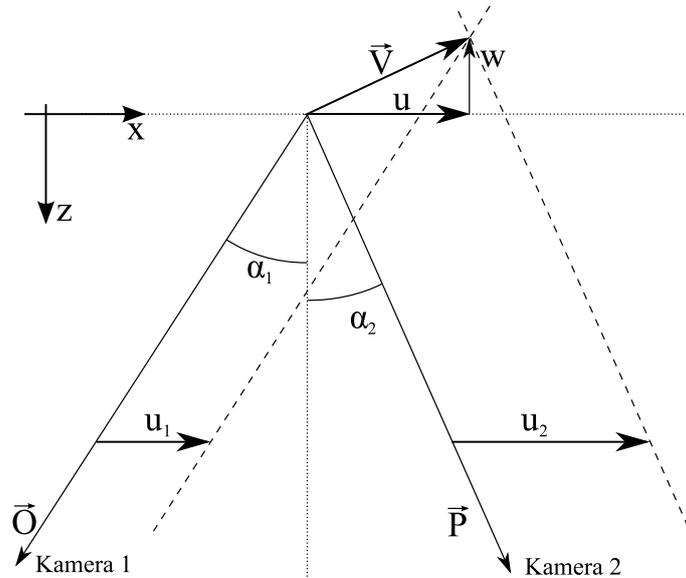


Abbildung 3.15: Geometrie der stereoskopischen Bilderfassung in der XZ-Ebene

$$U = U_2 - W \cdot \tan(\alpha_2) \quad (3.30)$$

Kombiniert man die Gleichungen 3.29 und 3.30 unter Eliminierung von W ergibt sich die bestimmende Gleichung für U :

$$U = \frac{U_1 \tan(\alpha_2) + U_2 \tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_1) + \tan(\alpha_2)} \quad (3.31)$$

Analog dazu folgt für V in der YZ-Ebene:

$$V = \frac{V_1 \tan(\beta_2) + V_2 \tan(\beta_1)}{\tan(\beta_1) + \tan(\beta_2)} \quad (3.32)$$

Subtrahiert man Gleichung 3.30 von 3.29 oder die dazu korrespondierenden Gleichungen für V erhält man die Gleichung für W :

$$W = \frac{U_1 - U_2}{\tan(\alpha_1) + \tan(\alpha_2)} = \frac{V_1 - V_2}{\tan(\beta_1) + \tan(\beta_2)} \quad (3.33)$$

Das oben entwickelte Gleichungssystem ist für jede beliebige Kamerakonfiguration gültig. Es enthält die Gleichungen für vier bekannte mit drei unbekanntem Komponenten und gilt somit als überbestimmt. Hierraus folgt, dass es mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate zu lösen ist.

Um die obigen Gleichungen anwenden zu können, müssen die Verschiebungen aus der Bildebene (Kamerakoordinaten) in ein Weltkoordinatensystem überführt werden. Hierzu werden nach WIENEKE [49] drei Methoden vorgeschlagen. In dieser Arbeit wurde ausschließlich die Methode nach WILLERT [51] verwendet. Hierbei werden die Bilder beider Kameras zuerst auf ein gemeinsames Koordinatensystem (in der Objektebene) transferiert bevor sie mit einem 2C Auswerteverfahren (Kreuzkorrelation, Filter, etc.) ausgewertet werden. Die dritte Komponente wird dann aus den beiden 2C Vektorfeldern wie oben beschrieben geometrisch rekonstruiert. Um die Partikelbilder auf das Koordinatensystem der Objektebene zu überführen, wird eine Abbildungsfunktion benötigt. Diese erhält man durch ein Kalibrierungsverfahren, was im folgenden Abschnitt beschrieben wird.

3.3.4 Kalibrierung

Ein entscheidender Faktor für die Messgenauigkeit eines stereoskopischen PIV-Systems ist die sogenannte Übertragungsfunktion, die die Bildkoordinaten der Kamera (Pixel) umsetzt in ein Weltkoordinatensystem (mm). Dies ist notwendig um einen über das Bild konstanten Vergrößerungsfaktor M zu gewährleisten.

In dieser Arbeit wurden die Abbildungsgleichungen für eine perspektivische Projektion, wie sie in JÄHNE [24] und KLEIN [25] erwähnt werden verwendet. Sie lauten in der Formulierung nach WILLERT [51]:

$$\begin{bmatrix} w_0 X \\ w_0 Y \\ w_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_i x \\ w_i y \\ w_i \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

X, Y bezeichnen die Verschiebung in der Objektebene (Weltkoordinaten), während x, y die Verschiebung in der Bildebene (Kamerakoordinaten) wiedergeben. w_0 und w_i sind hier Konstanten und $a_{33} = 1$. Aufgelöst nach den Weltkoordinaten ergibt sich:

$$X = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13}}{a_{31}x + a_{32}y + 1}, \quad (3.35)$$

$$Y = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23}}{a_{31}x + a_{32}y + 1}. \quad (3.36)$$

Um Verzerrungen aufgrund der Abbildungsoptik bzw. des Strahlenganges kompensieren zu können, können die Gleichungen 3.35 und 3.36 mit Hilfe von Polynomen höherer Ordnung erweitert werden.

$$X = \frac{a_{11}x + a_{12}y + a_{13} + a_{14}x^2 + a_{15}y^2 + a_{16}xy}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33} + a_{34}x^2 + a_{35}y^2 + a_{36}xy} \quad (3.37)$$

$$Y = \frac{a_{21}x + a_{22}y + a_{23} + a_{24}x^2 + a_{25}y^2 + a_{26}xy}{a_{31}x + a_{32}y + a_{33} + a_{34}x^2 + a_{35}y^2 + a_{36}xy} \quad (3.38)$$

Zur Lösung der Unbekannten a_{xx} in den Gleichungen 3.35 oder 3.37 wird ein nicht linearer Levenberg-Marquart Algorithmus verwendet.

Mit der Lösung dieses nicht linearen Gleichungssystems erhält man nun die Abbildungsfunktion zwischen Kamerakoordinatensystem und Weltkoordinatensystem.

Um die Abbildungsmatrix einer Konfiguration aus Kameras und Lichtschnitt zu berechnen muss ein Gitter mit bekannten Abständen auf den Kameras abgebildet werden. Hierzu wird ein Target (Abbildung 3.16) erstellt. Dieses besteht aus einem Partikelbild über das ein äquidistantes, rechtwinkliges Gitter gelegt wird. Dieses

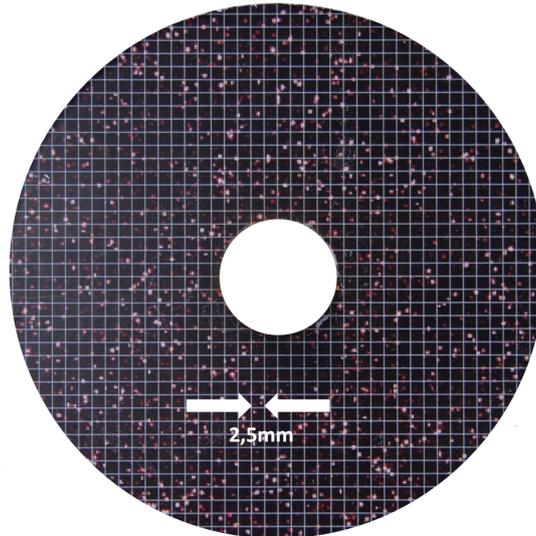


Abbildung 3.16: verwendetes Kalibriertarget

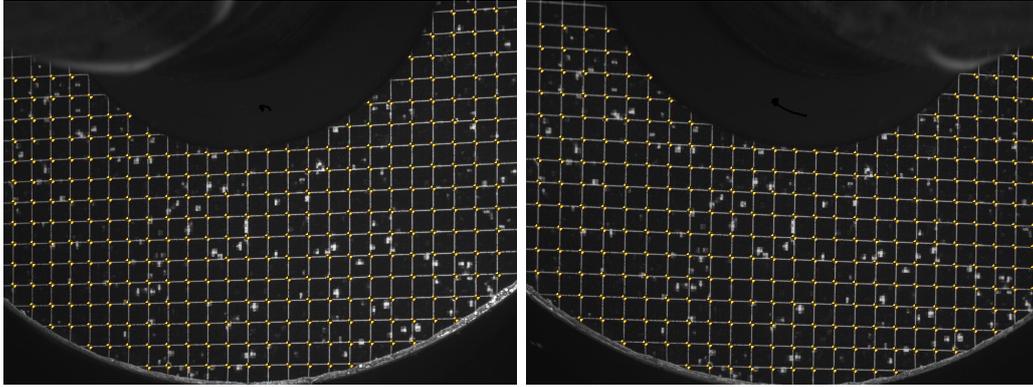


Abbildung 3.17: Kalibrierbilder Kamera 1 (links) und Kamera 2 (rechts)

Bild wird nun auf eine wasserbeständige, selbstklebende Folie gedruckt und auf eine ebene Aluminiumplatte geklebt. Das so erstellte Target wird möglichst exakt in der Lichtschnittebene platziert. Anschliessend wird von beiden Kameras je ein Bild gemacht. Die Abstände in der Objektebene sind über die Äquidistanz des Gitters bekannt. In der Bildebene werden auf die Kreuzungspunkte des Gitters sogenannte „annotation marks“ gesetzt (Abbildung 3.17). Über diese „annotation marks“ können die Abstände in der Bildebene in Pixeln bestimmt werden. Je nach der Ordnung des Polynoms mit dem die Abbildungsfunktion approximiert wird, muss eine minimale Anzahl an Punkten des Targets auf beiden Bildern vorhanden sein. Im linearen Fall sind es 8, approximiert man mit Polynomen zweiter Ordnung sind es 17. Jeder weitere Punkt erhöht die Genauigkeit der berechneten Abbildungsfunktion zwischen Objekt- und Bildebene.

Die vorher beschriebene Abbildungsfunktion enthält nun die notwendigen Informationen, um aus zwei unterschiedlichen 2D-Ansichten eine 3D-Ansicht des Vektorfel-

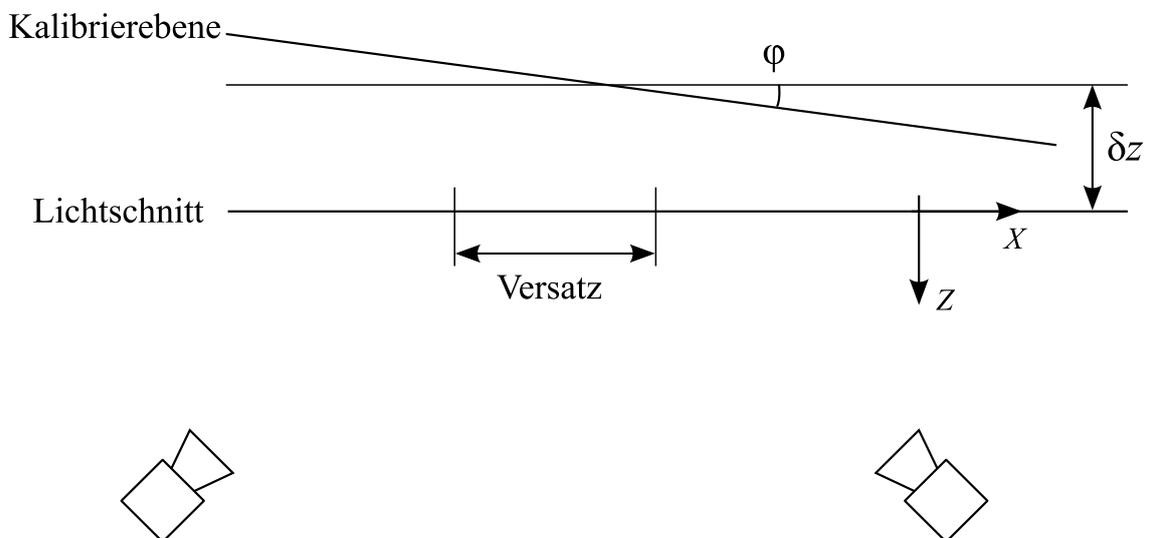


Abbildung 3.18: Kippen und Versatz der Kalibrierebene gegen den Lichtschnitt

des zu rekombinieren. Jedoch geht diese Kalibrierungsmethode davon aus, dass sich das Target exakt an der Lichtschnittposition befindet und dieser gegenüber weder verkipppt noch versetzt ist (Abbildung 3.18). Denn durch jede Verkippung oder jeden Versatz würden die beiden Kamerabilder von Kamera 1 und 2 aus ihrer Übereinstimmung gebracht. Um einen so entstandenen, messtechnisch schwer nachzuweisenden Fehler zu korrigieren wird ein Mittelwert aus ca. 10 Bildern von Kamera 1 mit demselben Mittelwert von Kamera 2 gekreuzkorreliert. Somit erhält man ein Feld

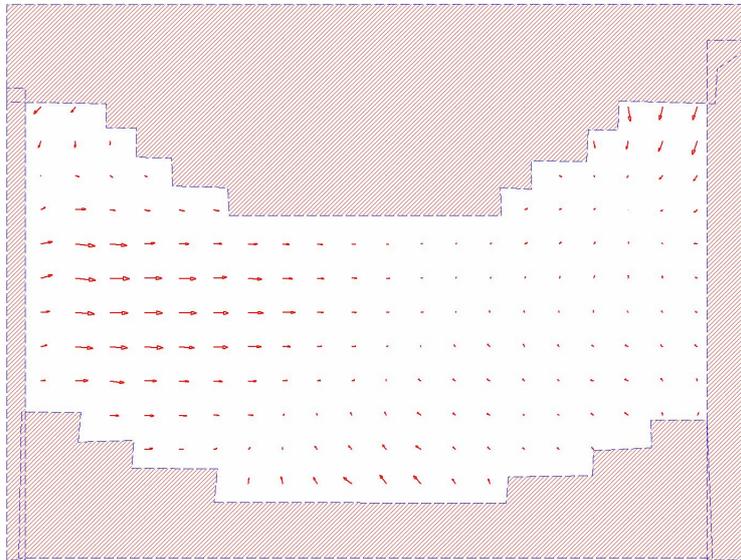


Abbildung 3.19: Disparity map (Vektoren um den Faktor 50 vergrößert)

aus Versatzvektoren („Disparity map“) zwischen den beiden Kameras und kann so die Verkippung oder den Versatz des Targets gegenüber dem Lichtschnitt berechnen und anschließend im Mapping ausgleichen. Abbildung 3.19 zeigt eine um den Faktor 50 vergrößerte „Disparity map“. Im hier untersuchten Versuchsstand spielte nicht nur die Verkippung des Lichtschnitts, sondern auch optische Verzerrung durch unterschiedliche Dichteverteilung im Plexiglas eine Rolle. Aktualisiert man nun die Kamerapositionen und somit die Abbildungsfunktionen um diesen Versatz, kann ein solcher Kalibrierungsfehler kompensiert werden. Dennoch ist zu betonen, dass die Positionierung des Lichtschnittes mit hoher Sorgfalt durchgeführt werden muss, da der Kameraversatz gegeneinander zwar kompensiert ist, man aber immer noch an einer „falschen“ Stelle misst.

3.3.5 Auswertung

Die Durchführung und Auswertung der Messungen erfolgt mittels des Programmes VidPIV[©] der Firma ILA (Intelligent Laser Applications) sowie mit eigenen in Matlab[©] geschriebenen Programmen.

Die Software VidPIV ist bekannt für den logischen Aufbau nach der Baumstruktur. Abbildung 3.20 zeigt das Programm VidPIV mit einem typischen Auswertebaum.

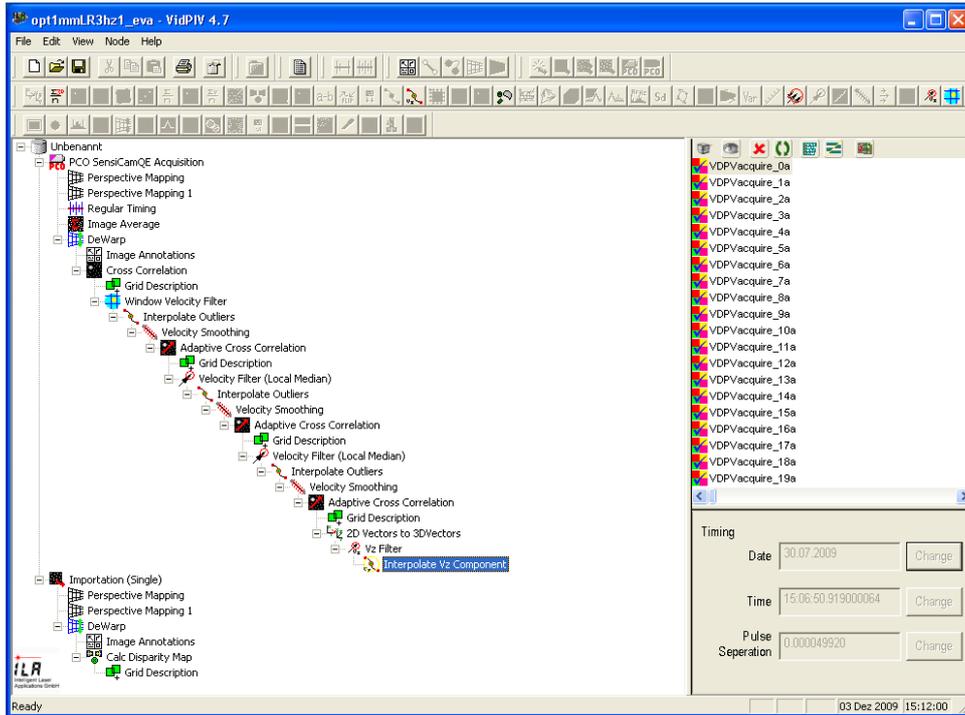


Abbildung 3.20: Grafische Benutzeroberfläche des Programmes VidPIV mit typischer Baumstruktur einer Auswertung

Am Anfang werden die Bilder einer Messung aufgenommen. Dies geschieht mit dem „PCO Sencicam QE Acquisition“-Knoten . Dann wird das jeweilige, wie unter 3.3.4, erstellte Mapping in die beiden „Perspektive Mapping“-Knoten eingelesen . Der Knoten „Regular Timing“  stellt dem System die „separation time“ (Zeit zwischen der ersten und zweiten Aufnahme einer Kamera) zur Verfügung. Sie kann sowohl manuell eingestellt als auch vom Synchronizer übernommen werden. Der „Image Average“-Knoten  erzeugt einen Mittelwert aus ca. 10 Doppelbildern je Kamera. Diese Bildmittelwerte werden im unteren linken Teil der Baumstruktur importiert und zur Erzeugung der „Disparity Map“ verwendet.

Mit Hilfe des Mappings werden nun im „Dewarp“-Knoten  die Bilder vom Kamerakoordinatensystem auf das Weltkoordinatensystem entzerrt und anschließend wird der auszuwertende Bereich auf die Bereiche mit strömungsrelevanten Informationen begrenzt. Dies geschieht mit dem „Image Annotations“-Knoten . Nun sind die Aufnahmen soweit vorbereitet, dass sie kreuzkorreliert werden können. Dies geschieht, um eine Anfangslösung zu erzeugen, zunächst mit einem relativ großen „Interrogation Window“ von $64 \times 64 \text{ px}$ und einem „Separation Window“ von $32 \times 32 \text{ px}$ mit Hilfe eines einfachen Kreuzkorrelationsalgorithmus. Der dafür notwendige Knoten heißt „Cross Correlation“ . Die hieraus gewonnene Ergebnisse werden gefiltert, um fehlerhafte Vektoren zu entfernen. Dies geschieht über die Definition eines Fensters. Liegen die ermittelten Geschwindigkeiten ausserhalb dieses Fensters, werden sie

herausgefiltert. Dieser Filter nennt sich in VidPIV „Window Velocity Filter“ . Die herausgefilterten Vektoren werden durch aus den umliegenden Zellen interpolierten Vektoren ersetzt. Die Interpolation wird über den „Interpolate Outliers“-Knoten  gesteuert. Anschließend wird das Ergebnis mit Hilfe eines „Velocity Smoothings“  geglättet. Die so erhaltenen Daten dienen nun als Anfangslösung für die nun folgende adaptive Kreuzkorrelation („Adaptive Cross Correlation“) . Bei dieser wird das „Interrogationwindow“ schon um den Vektor aus der Anfangslösung verschoben. Das bedeutet, dass man auch kleinere „Interrogationwindows“ verwenden kann, da sich die Partikelgruppe nicht aus dem „Interrogationwindow“ herausbewegt. Somit sind deutlich höhere Auflösungen möglich. Zudem wirkt diese Methode dem sogenannten „Peak Locking“ entgegen.

Das so erhaltene Ergebnis der adaptiven Kreuzkorrelation wird ebenfalls gefiltert und einer weiteren adaptiven Kreuzkorrelation mit größerer Auflösung als Anfangslösung zur Verfügung gestellt. Hier wird jedoch der „Local Median“-Filter  verwendet. Er bemisst die Güte eines Vektors anhand des Mittelwertes der ihn umgebenden Vektoren.

Nach der letzten adaptiven Kreuzkorrelation werden die Bilder rekombiniert. Dies geschieht mit Hilfe des Knotens „2D Vectors to 3D Vectors“ . Der „Vz Filter“ entfernt anschließend die fehlerhaft rekombinierten Vektoren. Diese werden wiederum aus den umgebenden Vektoren neu interpoliert.

Nun werden die Vektorfelder exportiert und mit Matlab weiterverarbeitet. Matlab rechnet die kartesischen Vektorfelder auf ein rotierendes Koordinatensystem um und mittelt diese. Überdies werden die Geschwindigkeitsschwankungen nach REYNOLDS und die Reynoldsspannungen berechnet. Darüber hinaus kann mit Hilfe des Matlabprogrammes eine Genauigkeitsanalyse durchgeführt werden, auf die im nächsten Abschnitt eingegangen wird.

3.3.6 Genauigkeitsanalyse

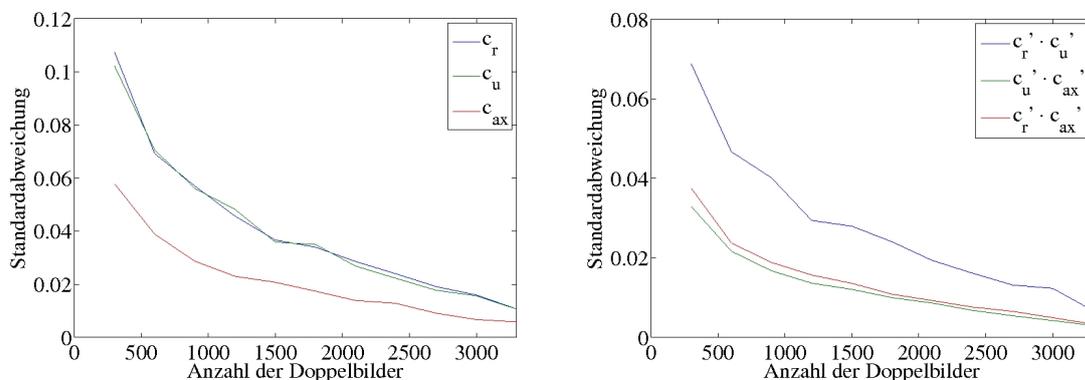


Abbildung 3.21: Standardabweichung der Geschwindigkeiten und der Korrelationen der Schwankungsgrößen vom Erwartungswert über der Anzahl der Doppelbilder

Abbildung 3.21 zeigt die Standardabweichung für die drei Absolutgeschwindigkeiten sowie deren korrelierte Geschwindigkeitsschwankungen vom Erwartungswert E über der Anzahl an aufgenommenen Doppelbilder. Hintergrund dieser Darstellung ist das Gesetz der großen Zahlen. Diese besagt:

Eine Folge X_n heisst konvergent in Wahrscheinlichkeit gegen den Erwartungswert E der Zufallsgröße X wenn für beliebiges $\epsilon > 0$ gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - E(X)| < \epsilon) = 1 \quad (3.39)$$

Die Standardabweichung ist hier definiert als:

$$\sigma := \sqrt{E((X - E(X))^2)} \quad (3.40)$$

In diesem Fall wurde der Erwartungswert approxiiert mit dem Ergebnis aus 3600 Doppelbildern. In Abständen von 300 Doppelbildern wurden nun weitere Ergebnisse mit weniger Doppelbildern erzeugt und deren Standardabweichung vom Erwartungswert (3600 Doppelbilder) berechnet.

In den Diagrammen in Abbildung 3.21 ist mit zunehmender Anzahl an Doppelbildern eine deutliche Konvergenz gegen den Erwartungswert zu beobachten. Somit liegt für 3300 Doppelbilder die Standardabweichung bei einem Wert von ca. 0,01. Des Weiteren ist ein starkes Abflachen der Kurven zu beobachten, was nahe legt, dass nur noch eine unverhältnismäßig höhere Anzahl an Bildern ein deutlich besseres Ergebnis liefern würde.

Überdies fällt auf, dass die mit der Axialgeschwindigkeit gebildeten Korrelationen sowie die Axialgeschwindigkeit selbst eine höhere stochastische Genauigkeit besitzen. Hierzu ist es hilfreich, die Gleichungen 3.31-3.33 zu betrachten. Bei einer Anzahl von n Doppelbildern stehen für die Berechnung der planaren Geschwindigkeitskomponenten (U, V oder c_r, c_u) in einem beliebigen Punkt des Lichtschnittes L auch nur n Stützstellen zur Verfügung. Da für die Berechnung der Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Lichtschnitt sowohl die Unterschiede zwischen U_1 und U_2 als auch die zwischen V_1 und V_2 genutzt werden können, stehen hier $2n$ Stützstellen zur Verfügung. Somit ergibt sich für die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Lichtschnitt eine höhere stochastische Genauigkeit.

Abbildung 3.22 zeigt die Häufigkeit der turbulenten Geschwindigkeitsschwankungen über ihrem Wert für verschiedene Geschwindigkeitskomponenten an verschiedenen Positionen im Lichtschnitt in Form von Histogrammen. Hier sind diese für vier charakteristische Punkte im Schaufelkanaleinlass und -auslass sowie für die Saug- und Druckseite der Schaufel abgebildet. Sie sollten für eine ausgebildete turbulente Strömung (kein transitioneller Zustand) in etwa einer Gaußverteilung um den Wert 0 entsprechen (siehe ROTTA [41]). Abgesehen von kleineren Abweichungen ist dies für alle hier abgebildeten Histogramme der Fall. Dies bedeutet, dass in dieser Messung jeder turbulente Strömungszustand im jeweiligen Punkt ausreichend oft erfasst worden ist. Diese Tatsache wurde auch dadurch befördert, dass bei verschiedenen Frequenzen gemessen wurde, die kein ganzzahliges Vielfaches der Drehzahl darstellen, um nicht beliebige instationären Effekte zu „triggern“.

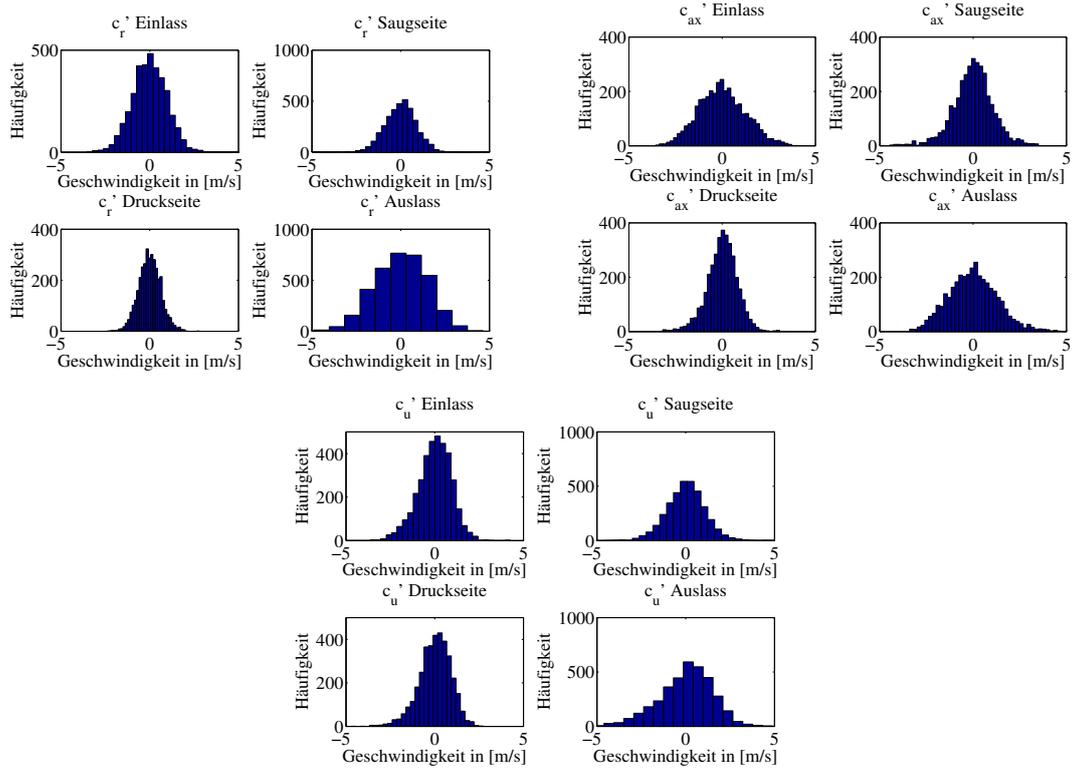


Abbildung 3.22: Histogramme der Schwankungsgrößen nach ROTTA [41]

Nimmt man das Streben gegen einen stationären Endwert sowie die Gaußverteilung der Geschwindigkeitsschwankungen in beliebigen Punkten des Messbereichs zusammen, ergibt sich, dass eine hohe Genauigkeit dieser Messungen gewährleistet ist.

3.4 Numerisches Verfahren

In diesem Abschnitt werden die Grundgleichungen und mathematischen Modellierungen, die die Basis der in dieser Arbeit verwendeten, numerischen Rechenmodelle bilden, erläutert.

3.4.1 Grundgleichungen

Das basierende Gleichungssystem für die in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen stellen die Navier-Stokes Gleichungen dar. Da zur räumlichen Diskretisierung in Ansys CFX das Finite-Volumenverfahren verwendet wird, sind diese in integraler Form formuliert. Sie bestehen aus der Gleichung für die Massenerhaltung (3.41), den drei Gleichungen für die Impulserhaltung (3.42) und der Energieerhaltung (3.43).

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (3.41)$$

$$\int_V \frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} dV + \int_S \rho \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = - \int_S p \vec{n} dS + \int_S \vec{n} \cdot \mathbf{T} dS + \int_V \rho \vec{f} dV \quad (3.42)$$

$$\int_V \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} dV + \int_S \rho E(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = - \int_S p(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS + \int_S \vec{v}(\vec{n} \cdot \mathbf{T}) dS + \int_S \vec{n} \cdot \vec{q} dS \quad (3.43)$$

Unter der Annahme eines newtonischen Fluids definiert sich der Schubspannungstensor \mathbf{T} in den Gleichungen 3.42 und 3.43 wie folgt:

$$\mathbf{T} = 2\mu D - \frac{2}{3}\mu(\nabla \vec{v}) * \vec{I} \quad (3.44)$$

D stellt hier den Schergeschwindigkeitstensor dar. Er ist definiert als:

$$D = \frac{1}{2}[(\nabla \vec{v}) + (\nabla \vec{v})^T] \quad (3.45)$$

Der Vektor \vec{f} in Gleichung 3.42 stellt eine Volumenkraft, wie z. B. die Gravitation, dar, die auf das Fluid wirkt. Die Variable E in Gleichung 3.43 repräsentiert die totale, spezifische Energie. Sie setzt sich zusammen aus innerer und kinetischer Energie.

$$E = e + \frac{1}{2} \vec{v}^2 \quad (3.46)$$

Die innere Energie e in dieser Gleichung ist lediglich von der Temperatur T abhängig.

$$e = c_v \cdot T \quad (3.47)$$

\vec{q} bezeichnet hier die Wärmediffusion:

$$\vec{q} = \nabla \cdot T \quad (3.48)$$

Die hier angeführten Gleichungen reduzieren sich für den inkompressiblen Fall auf folgendes Gleichungssystem:

$$\int_S \vec{v} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (3.49)$$

$$\int_V \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dV + \int_S \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \frac{1}{\rho_0} \left(- \int_S p \vec{n} dS + \int_S \vec{n} \cdot \mathbf{T} dS + \int_V \vec{f} dV \right) \quad (3.50)$$

$$\int_V \frac{\partial(E)}{\partial t} dV + \int_S E(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \frac{1}{\rho_0} \left(- \int_S p(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS + \int_S \vec{v}(\vec{n} \cdot \mathbf{T}) dS + \int_S \vec{n} \cdot \vec{q} dS \right) \quad (3.51)$$

Wendet man auf Gleichung 3.51 die inkompressible Kontinuitätsgleichung an und dividiert zusätzlich durch die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen c_v erhält man nach HIRSCH [17, 18]:

$$\int_V \frac{\partial(T)}{\partial t} dV + \int_S T(\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = \frac{1}{(\rho_0 \cdot c_v)} \left(\int_S \vec{v}(\vec{n} \cdot \mathbf{T}) dS + \int_S \vec{n} \cdot \vec{q} dS \right) \quad (3.52)$$

Über diese Gleichung wird lediglich ein Zusammenhang zwischen Temperatur und Geschwindigkeitsfeld beschrieben. Somit ist durch das Fehlen eines druckabhängigen Terms in der Kontinuitätsbeziehung keine Kopplung zwischen Druck und Geschwindigkeitsfeld mehr gegeben. Diese muss also durch eine zusätzliche Gleichung beziehungsweise Modifikationen im Gleichungssystem wiederhergestellt werden. Die ist in Ansys CFX nach der Methode von RHIE and CHOW [40] mit den Modifikationen von MAJUMDAR [31] gelöst.

3.4.2 Turbulenzmodellierung

In den meisten technisch relevanten Strömungen tritt ab einer gewissen, kritischen Reynoldszahl Re_{krit} Turbulenz auf. Weit unter Re_{krit} liegt eine laminare Schichtenströmung vor. Deutlich über dieser Reynoldszahl sind Geschwindigkeit und Druck chaotische Schwankungen überlagert. Hier liegt eine turbulente Strömung vor. Turbulenz ist stets räumlich und dreidimensional. Sie besteht aus rotierenden Strukturen verschiedener Größenordnungen, den sogenannten „Eddies“. Die Geschwindigkeitskale ϑ und die charakteristischen Längenskalen der größten turbulenten Strukturen (sogenannte „Large Eddies“ liegen in der selben Größenordnung wie die Geschwindigkeit und die charakteristische Längenskale der Hauptströmung, U und L . Somit ist die Reynoldszahl der großen Strukturen (Large Eddies) $Re_l = \frac{\vartheta l}{\nu}$ in der selben Größenordnung wie die der Hauptströmung $\frac{UL}{\nu}$. Betrachtet man nun die Reynoldszahl als Verhältnis der Trägheitskräfte zu den viskosen Kräften liegt nahe, dass bei den „Large Eddies“ die Trägheitskräfte dominieren. Die viskosen Effekte können somit vernachlässigt werden.

Diese großen Skalen ziehen nun über einen Prozess, der „Vortex Stretching“ genannt wird, Energie aus der Hauptströmung. Geht man nun von einer Erhaltung des Impulses während dieses Vorgangs aus, steigt die Drehfrequenz dieser Eddies und ihr

Durchmesser wird kleiner. Gleichzeitig wird die Energie auf die kleineren Wirbel übertragen, indem sie von den Größeren gestreckt werden. Dieser Effekt erstreckt sich bis zu den kleinsten Skalen. Ihre Geschwindigkeitsskale wird mit ϑ und ihre Längenskale mit η bezeichnet. Die Reynoldszahl dieser kleinsten Wirbel $Re_\eta = \frac{\vartheta\eta}{\nu}$ liegt in der Größenordnung von 1. Hier sind Trägheits- und viskose Kräfte ungefähr gleich stark. Die Energie, die sie von den größeren Wirbeln erhalten, wird in ihnen dissipiert und zu Wärme umgewandelt. Sie werden auch Kolmogorov-Skalen genannt. Abbildung 3.23 zeigt die auf die Wellenzahl $\kappa = \frac{2\pi f}{\lambda}$ bezogene massenspezifische

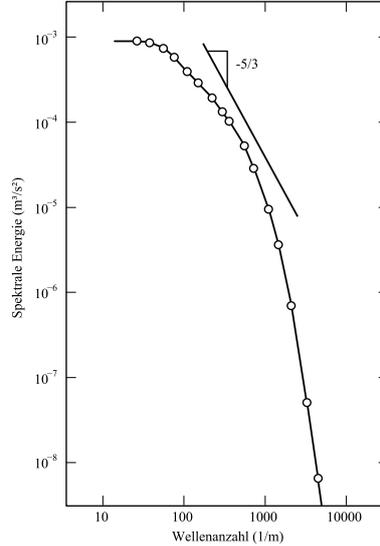


Abbildung 3.23: turbulentes Energiespektrum hinter einem Gitter nach VERSTEEG [48]

Energie über der Wellenzahl. Es wird deutlich, dass die Wirbel mit den kleinsten Wellenzahlen und größten Wellenlängen λ den größten Energieinhalt besitzen. Sie beziehen ihre Energie aus der Hauptströmung. Mit größer werdenden Wellenzahlen und kleineren Wellenlängen sinkt die Energie der Wirbel. Die kleinsten Wirbel haben den geringsten Energieinhalt. Je kleiner die Wirbel werden, umso mehr überwiegen die viskosen Kräfte und umso mehr Energie wird dissipiert. Diese Dissipation führt zu einer zusätzlichen Umwandlung von mechanischer in thermische Energie in turbulenten Strömungen.

Unter Anwendung der Dimensionsanalyse sowie unter der Annahme, dass die Turbulenzproduktionsterme im energetischen Gleichgewicht mit der turbulenten Dissipation stehen müssen, kann nun ein Zusammenhang zwischen den großen und den kleinsten Längen-, Zeit- und Geschwindigkeitsskalen hergestellt werden. Näheres hierzu findet sich bei LUMLEY und TENNEKES [30, 45].

$$\frac{\eta}{l} = Re_l^{-\frac{3}{4}} \quad (3.53)$$

$$\frac{\tau}{T} = Re_l^{-\frac{1}{2}} \quad (3.54)$$

$$\frac{\kappa}{\vartheta} = Re_l^{-\frac{1}{4}} \quad (3.55)$$

Bei einer typischen Größenordnung von Re_l für technisch relevante Strömungen von $10^3 - 10^6$ erfordert es einen unwirtschaftlich hohen Aufwand, die kleinsten Skalen noch aufzulösen. Somit besteht die Notwendigkeit einer sinnvollen und effektiven Modellierung der Turbulenz.

Hierzu gibt es unterschiedlich genaue numerische Verfahren, die je nach Genauigkeit auch einen dementsprechend hohen Rechenaufwand mit sich bringen. Die genaueste Methode stellt die „Direct Numerical Simulation“ (DNS) dar. Hier werden alle Skalen aufgelöst. Da der Rechenaufwand unverhältnismäßig groß ist, ist sie jedoch für technische Strömungen nicht relevant. Auch die „Large Eddy Simulation“ (LES) oder auch Grobstruktursimulation wird aufgrund des Rechenaufwandes vorwiegend in der Forschung angewandt. Hier werden die turbulent produktiven Terme (Large Eddies) aufgelöst und die turbulente Dissipation mittels eines Subgridscale- oder Feinstrukturmodells modelliert. In der Anwendung finden aufgrund des vertretbaren Rechenaufwandes vorwiegend die „Reynolds Averaged Navier Stokes“ Methoden (RANS, URANS) Verwendung. Auf diese soll im Folgenden näher eingegangen werden. Die Basis dieser Methoden bildet eine Aufteilung der Strömungsgrößen ($u, v, w, p, \text{etc.}$) in einen zeitgemittelten Anteil ($\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}$) und einen statistischen, zeitabhängigen Anteil (u', v', w', p'). Im Folgenden wird das Verfahren anhand der Geschwindigkeit in x-Richtung erläutert. Es kann analog dazu auf die anderen Strömungsgrößen übertragen werden.

$$u = \bar{u} + u' \quad (3.56)$$

Der zeitlich gemittelte Anteil wird dabei wie folgt bestimmt:

$$\bar{u} = \int_t^{t+\Delta t} u dt \quad (3.57)$$

Ebenso können Vektoren aufgespalten werden in einen zeitgemittelten und einen statistisch schwankenden Anteil.

$$\vec{u} = \bar{\vec{u}} + \vec{u}' \quad (3.58)$$

Zur Vereinfachung werden im folgenden Teil die Navier-Stokes Gleichung in differentieller Form betrachtet. Sie lassen sich jedoch jederzeit über eine Integration und die Anwendung des gaussischen Integralsatzes in die integrale Form überführen.

$$div(\vec{u}) = 0 \quad (3.59a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + div(u\vec{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu div(grad(u)) \quad (3.59b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + div(v\vec{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu div(grad(v)) \quad (3.59c)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + div(w\vec{u}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu div(grad(w)) \quad (3.59d)$$

Setzt man nun den reynoldschen Ansatz (Gl. 3.56-3.58) in die inkompressiblen Navier-Stokes Gleichungen (Gl. 3.59a-3.59d) ein und bringt die Schwankungsgrößen auf die rechte Seite erhält man die reynoldsgemittelten Navier-Stokes Gleichungen.

$$\operatorname{div}(\bar{\vec{u}}) = 0 \quad (3.60a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{u}\bar{\vec{u}}) = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \operatorname{div}(\operatorname{grad}(\bar{u})) \\ & + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{u'w'})}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.60b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{v}\bar{\vec{u}}) = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \operatorname{div}(\operatorname{grad}(\bar{v})) \\ & + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'v'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'^2})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'w'})}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.60c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \operatorname{div}(\bar{w}\bar{\vec{u}}) = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \operatorname{div}(\operatorname{grad}(\bar{w})) \\ & + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(-\rho \overline{u'w'})}{\partial x} + \frac{\partial(-\rho \overline{v'w'})}{\partial y} + \frac{\partial(-\rho \overline{w'^2})}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (3.60d)$$

Vergleicht man diese nun mit den Gleichungen 3.59a-3.59d fällt ein zusätzlicher Term am Ende auf, der durch die Turbulenz hervorgerufen wird. Man erkennt drei Normalspannungen und drei Schubspannungen.

$$\tau_{xx} = -\rho \overline{u'^2} \quad \tau_{yy} = -\rho \overline{v'^2} \quad \tau_{zz} = -\rho \overline{w'^2} \quad (3.61a)$$

$$\tau_{xy} = -\rho \overline{u'v'} \quad \tau_{xz} = -\rho \overline{u'w'} \quad \tau_{yz} = -\rho \overline{v'w'} \quad (3.61b)$$

Bei den Schubspannungen gilt aufgrund des Kommutativgesetzes der Multiplikation $\tau_{ij} = \tau_{ji}$. Diese durch die Turbulenz hervorgerufenen Spannungen werden auch Reynoldsspannungen genannt. Die Normalspannungen bestehen im Wesentlichen aus der Varianz der jeweiligen Geschwindigkeitsschwankung. Sie sind immer von Null verschieden. Die Schubspannungen enthalten Korrelationsterme zwischen den verschiedenen Geschwindigkeitsschwankungen. Im Falle unabhängiger Fluktuationen wären sie null. Aufgrund der Wirbelstruktur des Turbulenzfeldes sind sie jedoch korreliert und somit ist der Mittelwert ihres Produktes auch von Null verschieden. Diese Reynoldsspannungen sind verglichen mit den viskosen Spannungen sehr groß. Der einzige Anteil aus der Turbulenz sind nun die Reynoldsspannungen. Sie aufzulösen, bedeutete einen unverhältnismäßigen Aufwand. Somit muss dieser Term modelliert werden. 1877 vermutete Boussinesq, dass sich die Reynoldsspannungen proportional zu den jeweiligen Deformationsspannungen verhalten.

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3.62)$$

μ_t stellt hier die Wirbelviskosität dar und $k = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)$ ist die turbulente kinetische Energie. δ_{ij} steht für das Kronecker delta ($\delta_{ij} = 1$ für $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$). Diese Annahme von Boussinesq stellt die Basis für die meisteingesetzten Turbulenzmodelle, die Wirbelviskositätsmodelle, dar. Hierzu sollen im Folgenden exemplarisch das $k - \epsilon$, das $k - \omega$ und das daraus resultierende SST-Modell nach MENTER 1993 [32] beschrieben werden.

$k - \epsilon$ -Modell

Das $k - \epsilon$ -Modell wurde in seiner hier verwendeten Form von LAUNDER und SPALDING (1974) [28] vorgestellt. Die Philosophie dieses Modells beruht auf dem Gleichgewicht der Turbulenzmechanismen (turbulente Produktion, Diffusion, Destruktion) und ihrer Auswirkung auf die turbulente kinetische Energie k . Zunächst werden die Längen- und Geschwindigkeitsskalen der großskaligen Turbulenz durch k und ϵ ausgedrückt.

$$\vartheta = k^{\frac{1}{2}} \quad l = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \quad (3.63)$$

An dieser Stelle soll ausdrücklich darauf hingewiesen werden, dass es aufgrund der Beziehung zwischen der Hauptströmung durch die großen Skalen entnommenen Energie und der in den kleinsten Skalen dissipierten Energie erlaubt ist, die kleinskalige Variable ϵ zur Definition der großen Längenskala l zu verwenden. Die Eddy-Viskosität ergibt sich nach einer Dimensionsanalyse wie folgt:

$$\mu_t = C_\mu \rho \vartheta l = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.64)$$

Hierbei ist C_μ eine dimensionslose Konstante. Das $k - \epsilon$ -Modell nutzt die folgenden Transportgleichungen für k und ϵ :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k \bar{\mathbf{u}}) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad}(k) \right] + 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \rho \epsilon \quad (3.65)$$

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \epsilon \bar{\mathbf{u}}) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \text{grad}(\epsilon) \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3.66)$$

Diese Gleichungen enthalten einen Satz von fünf Konstanten. Diese sind für das Standardmodell wie folgt gesetzt:

$$C_\mu = 0,09 \quad \sigma_k = 1,0 \quad \sigma_\epsilon = 1,3 \quad C_{1\epsilon} = 1,44 \quad C_{2\epsilon} = 1,92 \quad (3.67)$$

Beide Gleichungen sind aus der reynoldschen Transportgleichung für den Impuls abgeleitet. Produktive und destruktive Terme sind hier stark gekoppelt. In Gleichung 3.66 wird eine Proportionalität der produktiven und destruktiven Terme zur k -Gleichung angenommen. Über diese beiden Gleichungen erhält man zwei zusätzliche Variablen k und ϵ über die dann die turbulente Viskosität μ_t berechnet wird. Mit dieser und mit Hilfe des von Boussinesq aufgestellten Verhältnisses (Gl. 3.62)

werden schließlich die Reynoldsspannungen berechnet.

Das $k - \epsilon$ -Modell ermöglicht sehr gute Vorhersagen bei freien Scherströmungen. In Staupunkten neigt es zu einer zu großen Vorhersage des Turbulenzgrades. Aufgrund seiner numerischen Unempfindlichkeit, sowie aufgrund des überschaubaren Rechenaufwandes, ist es das in der täglichen Praxis am häufigsten verwendete Turbulenzmodell.

$k - \omega$ -Modell

Im $k - \epsilon$ -Modell wurde die turbulente Viskosität $\mu_t = \rho\nu_t$ durch das Produkt aus Geschwindigkeitsskala $\vartheta = \sqrt{k}$ und Längenskala $l = \frac{k^{3/2}}{\epsilon}$ bestimmt. Die Dissipationsrate der turbulenten, kinetischen Energie ist jedoch nicht die einzige Möglichkeit zur Bestimmung einer Längenskala. Die am häufigsten genutzte Alternative ist die Turbulenzfrequenz $\omega = \frac{\epsilon}{k}$. Ein Turbulenzmodell aus turbulenter kinetischer Energie k und Turbulenzfrequenz ω wurde zuerst von WILCOX 1988 [50] vorgestellt. Die Längenskala berechnet sich zu $l = \frac{\sqrt{k}}{\omega}$ und somit die turbulente Viskosität zu

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (3.68)$$

Die Reynoldsspannungen berechnen sich wie in allen Wirbelviskositätsmodellen mit Hilfe der Boussinesq-Gleichung (Gl. 3.62). Die Transportgleichungen für k und ω für große Reynoldszahlen lauten somit wie folgt:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k \bar{u}) = \text{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \text{grad}(k) \right] + P_k - \beta^* \rho k \omega \quad (3.69)$$

mit dem Produktionsterm der turbulenten kinetischen Energie:

$$P_k = \left(2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right)$$

Die Transportgleichung für die Turbulenzfrequenz ω lautet:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \text{div}(\rho \omega \bar{u}) = & \text{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \text{grad}(\omega) \right] \\ & + \gamma_1 \left(2\rho S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho \omega \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) - \beta_1 \rho \omega^2 \end{aligned} \quad (3.70)$$

Die Modellkonstanten werden wie folgt gewählt:

$$\sigma_k = 2,0 \quad \sigma_\omega = 2,0 \quad \gamma_1 = 0,553 \quad \beta_1 = 0,075 \quad \beta^* = 0,09$$

Das $k - \omega$ -Modell ist besonders geeignet für die Beschreibung von Strömungen bei niedrigen Reynoldszahlen, wie z. B. in Wandnähe. Überdies benötigt das Modell keine nichtlinearen Dämpfungsterme wie z. B. das $k - \epsilon$ -Modell. Das $k - \omega$ -Modell erweist sich somit stabiler als das $k - \epsilon$ -Modell. Es hat also Vorteile bei verzögerten

Strömungen und Ablösebereichen, wohingegen das $k - \epsilon$ -Modell Vorteile in freien, nicht wandgebundenen Strömungen aufweist. Somit liegt es also nahe beide Modelle in einem zu vereinen. Dies schlug MENTER 1993 [32] mit seinem Shear-Stress-Transport-Modell (SST-Modell) vor, das im nächsten Abschnitt näher beschrieben werden soll.

Shear-Stress-Transport-Modell

Das SST-Modell nach MENTER [32] kombiniert die beiden oben vorgestellten Zweigleichungsmodelle und erreicht so deutlich bessere Ergebnisse in der Vorhersage turbulenter Strömungen bei nur geringfügig höherem Rechenaufwand. Aufgrund der guten Fähigkeit des $k - \omega$ -Modells wandnahe Strömungen vorherzusagen, wird es in Bereichen mit geringem Wandabstand verwendet. Das $k - \epsilon$ -Modell dient vorwiegend für die Turbulenzvorhersage in der Kernströmung. Um beide Zweigleichungsmodelle in ein neues Modell aus zwei Differentialgleichungen zu überführen, muss das $k - \epsilon$ -Modell zunächst in eine $k - \omega$ -Schreibweise überführt werden. Dies geschieht durch Substitution von ϵ durch $\epsilon = k\omega$ und anschließende Anwendung der Kettenregel.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \text{div}(\rho\omega\vec{u}) = & \text{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega,1}} \right) \text{grad}(\omega) \right] \\ & + \gamma_2 \left(2\rho S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3}\rho\omega \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) \\ & - \beta_2 \rho \omega^2 + 2 \frac{\rho}{\sigma_{\omega,2}\omega} \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \end{aligned} \quad (3.71)$$

Der Vergleich dieser Gleichung mit Gleichung 3.70 zeigt einen zusätzlichen Quellterm. Dieser kommt aus dem Einsetzen von $k\omega$ für ϵ im Diffusionsterm für ϵ und der anschließenden Anwendung der Kettenregel.

Diese umgeformte Gleichung für ϵ wird nun über eine sogenannte „Blending-Function“ mit der ω -Gleichung aus dem $k - \omega$ -Modell kombiniert.

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega,2}k}{CD_{k\omega} * y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (3.72)$$

mit

$$CD_{k\omega} = \max \left(2 \frac{\rho}{\sigma_{\omega,2}\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right) \quad (3.73)$$

Die Gleichung für die turbulente kinetische Energie bleibt bis auf einen Limiter für den turbulenten Produktionsterm unberührt. Dies führt nun auf die Formulierung für das SST-Modell:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k \vec{u}) = \text{div} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \text{grad}(k) \right] + \tilde{P}_k - \beta^* \rho k \omega \quad (3.74)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\omega\bar{u}) = & \operatorname{div}[(\mu + \sigma_{\omega,1}\mu_t) \operatorname{grad}(\omega)] \\
& + \alpha \left(2\rho S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3}\rho\omega \frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) \\
& - \beta\rho\omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\rho\sigma_{\omega,2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial\omega}{\partial x_i}
\end{aligned} \tag{3.75}$$

Die turbulente Wirbelviskosität ν_t ist definiert als:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1\omega, \mathbf{S}F_2)} \tag{3.76}$$

\mathbf{S} Ist hier die Invariante der Scherrate, a_1 eine Konstante und F_2 die zweite SST-Blending-Funktion:

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right) \right]^2 \right\} \tag{3.77}$$

\tilde{P}_k stellt den nach oben begrenzten turbulenten Produktionsterm dar.

$$P_k = \left(2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) \quad \tilde{P}_k = \min(P_k, 10\beta^*\rho k\omega) \tag{3.78}$$

Alle Konstanten werden zwischen den beiden Modellen über die erste Blending-Funktion interpoliert, wie z.B. $\alpha = \alpha_1 F_1 + \alpha_2(1 - F_1)$. Die Ausgangskonstanten für diese Gleichung lauten:

$$\begin{aligned}
\beta^* = 0,09, \quad \alpha_1 = \frac{5}{9}, \quad \beta_1 = \frac{3}{40}, \quad \sigma_{k,1} = 0,85, \quad \sigma_{\omega,1} = 0,5, \\
\alpha_2 = 0,44, \quad \beta_2 = 0,0828, \quad \sigma_{k,2} = 1, \quad \sigma_{\omega,2} = 0,856
\end{aligned}$$

3.4.3 Diskretisierung und Lösungsverfahren

Im Folgenden wird die Finite-Volumen-Methode dargestellt. Hierbei wird im Wesentlichen nach Ferziger und PERIC [37] und nach dem Ansys-CFX Handbuch [1] vorgegangen.

Finite-Volumen-Methode

Die Finite-Volumen-Methode basiert auf der integralen Form der Erhaltungsgleichungen. An Stelle der Gitterknoten (Finite-Differenzen-Methode) werden nun die Zellmittelpunkte von Kontrollvolumen betrachtet, die über die Gitterrandflächen definiert sind. Je nachdem ob ein Zellmittelpunkt- oder Zelleckpunktverfahren verwendet wird, liegt der Pol in der Raummitte einer Zelle oder auf den Ecken. In der Regel wird ein Zellmittelpunktschema verwendet, da die den Pol umgebenden Flächen bereits über die Zellaufteilung gegeben sind. Zur Orientierung in einem

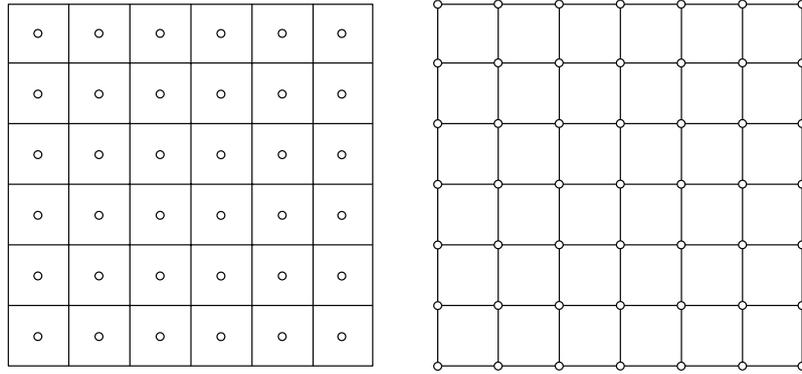


Abbildung 3.24: Zellmittelpunkts- und Zelleckpunktsschema nach FERZIGER und PERIC [37]

solchen Gitter wird die Kompassnotation verwendet. Somit kann jeder Punkt auf den Flächen, Kanten oder benachbarten Zellen über seine Position zum aktuellen Zellmittelpunkt benannt werden. Die Punkte ober- und unterhalb des aktuellen Zellmittelpunktes werden mit „T“ bzw. mit „B“ bezeichnet (siehe Abbildung 3.25). Alle

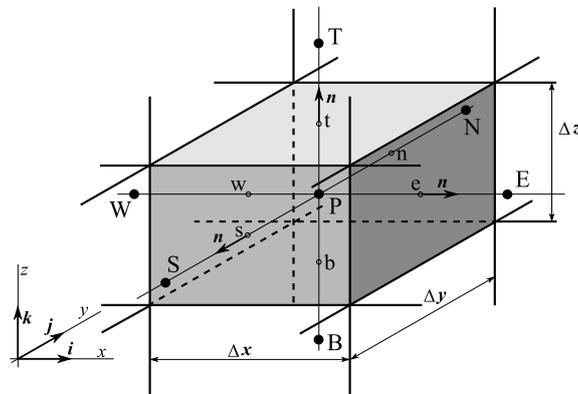


Abbildung 3.25: Kontrollvolumen in einem 3D-Gitter nach FERZIGER und PERIC [37]

Strömungsvariablen für ein Kontrollvolumen sind in einem Punkt angeordnet. Es wird für alle Variablen einer Zelle das gleiche Kontrollvolumen verwendet. Dies wird als ungestaffelte (nonstaggered, collocated) Anordnung bezeichnet. Somit lässt sich besonders im inkompressiblen Fall die Abhängigkeit zwischen Druck- und Geschwindigkeitsfeld besser beschreiben (RHIE und CHOW[40]). Mittels Integration über ein Kontrollvolumen und anschließende Umformung mittels des Gaussschen Integralsatzes werden die Erhaltungsgleichungen aus der differentiellen in die integrale Form überführt (Gleichungen 3.49, 3.50 und 3.51).

Approximation der Oberflächenintegrale

Zur Erläuterung der Approximation der Oberflächenintegrale soll folgende Transportgleichung für die Größe Φ verwendet werden:

$$\int_S \rho \Phi v n dS = \int_S \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} n dS + \int_V q_\Phi dV \quad (3.79)$$

Der Term $\rho \Phi v$ wird hierbei als Fluss bezeichnet. Dieser fließt durch die Kontrollfläche zweier benachbarter Zellen. Hierzu wird der Nettofluss über die Ränder des Kontrollvolumens bestimmt, der sich aus der Summe der Integrale über die Begrenzungsfläche (Oberfläche) einer Zelle zusammensetzt.

$$\int_S f dS = \sum_K \int_{S_K} f dS \quad (3.80)$$

Hierbei steht K für die Anzahl der Seiten. Die Approximation der Oberflächenintegrale erfolgt nun in zwei Schritten:

- Das Integral wird mit dem Wert der jeweiligen Variablen an einer oder mehreren Stellen auf der Randfläche approximiert.
- Der Wert auf der Randfläche wird durch den Knotenwert approximiert.

Im verwendeten Solver Ansys CFX werden die Oberflächenintegrale durch die sogenannte Mittelpunktsregel approximiert. Dieses Verfahren ist zweiter Ordnung genau und stellt das Integral aus Integrator des Zelloberflächenmittelpunkts und der Zelloberfläche dar.

$$F_i = \int_{S_e} f dS \approx f_e S_e \quad (3.81)$$

Andere Verfahren hierzu sind die Trapezregel (zweiter Ordnung) oder die Simpsonregel (vierter Ordnung). Mit der Ordnung nimmt auch die Anzahl der benötigten Punkte und somit der Rechenaufwand zu. Allen Verfahren ist eine höhere Genauigkeit bei größerer Netzdichte gemein.

Auch die Integration der Quellterme wird hier über die Mittelpunktsregel approximiert:

$$Q_p = \int_V q_\Phi dV \approx q_p \Delta V \quad (3.82)$$

Werden hier innerhalb des Kontrollvolumens mehrere Punkte verwendet, erhöht sich die Genauigkeit des Verfahrens.

Diskretisierung

Zur Diskretisierung wird ein zentrales Differenzen Schema verwendet. Es ermittelt aus den Werten zweier benachbarter Punkte den Variablenwert am aktuellen Punkt.

Am Beispiel des Flusses von „P“ nach „E“ durch den Punkt „e“ auf der Oberfläche des Kontrollvolumens lässt sich das zentrale Differenzen Schema wie folgt darstellen:

$$\Phi_e = \Phi_E \lambda_e + \Phi_P (1 - \lambda_e) \quad (3.83)$$

mit der Abstandsgewichtung

$$\lambda_e = \frac{x_e - x_P}{x_E - x_P} \quad (3.84)$$

Für äquidistante oder annähernd äquidistante Gitter kann, da sie in diesem Fall genau in der Mitte von E und P liegt, die Ableitung der Flüsse wie folgt vereinfacht werden:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_e \approx \frac{\Phi_E - \Phi_P}{x_E - x_P} \quad (3.85)$$

Hieraus ist ersichtlich, dass für einen solchen Fall das Längenwachstum von einer zur nächsten Zelle möglichst klein gehalten werden soll.

Aus dem so diskretisierten, linearisierten Differentialgleichungen resultiert ein lineares Gleichungssystem für Φ mit einer schwach besetzten Tridiagonalmatrix $[A]$.

$$[A][\Phi] = [Q] \quad (3.86)$$

Diese lässt sich mittels verschiedener Lösungsalgorithmen lösen. Näheres hierzu findet sich bei FERZIGER und PERIC [37].

3.4.4 Anfangs- und Randbedingungen

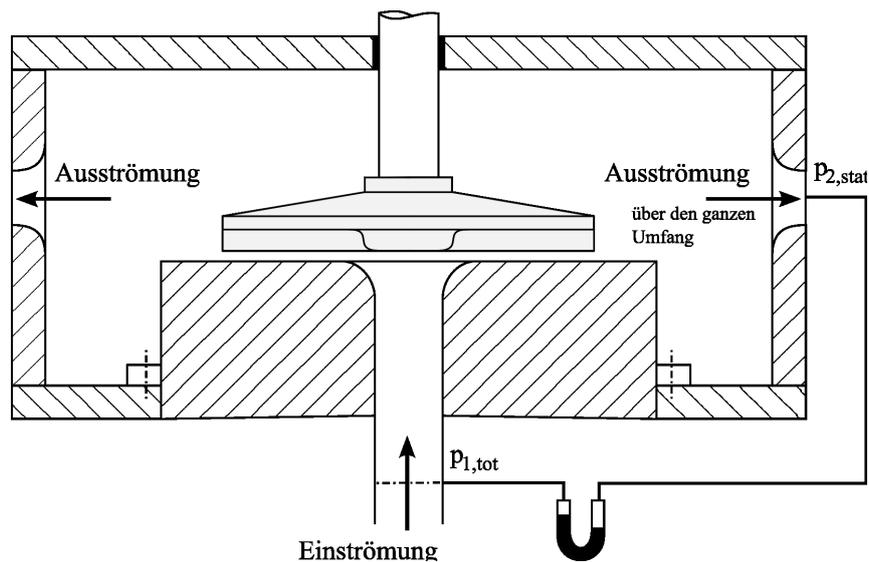


Abbildung 3.26: Skizze des Berechnungsgebietes

In Abbildung 3.26 ist eine Skizze des Berechnungsgebietes abgebildet. Um Gitterzellen und somit Berechnungsaufwand einzusparen wurde dies im Gegensatz zur

Messung mit kleinerem Durchmesser ausgeführt (vgl. Abbildung 4.2). Die Ausströmung befindet sich hier auf dem Radius der Auslassdruckmessung des Experiments. Bei der Auswertung der CFD-Rechnungen wird der flächengemittelte Totaldruck am Einlass an der selben Stelle wie im Experiment ermittelt. Im Bereich der Ausströmung wird aus Gründen der Vergleichbarkeit zum Experiment der flächengemittelte statische Druck im Auslass $p_{2,stat}$ mit Hilfe der mittleren Geschwindigkeit am Auslass (ermittelt aus Volumenstrom \dot{V} und Fläche A_2) sowie der Fläche der Auslassdruckmessung beim Experiment, $A_{2,exp}$, auf den Vergleichsdruck $p_{2,stat,vgl}$ umgerechnet.

$$p_{2,stat,vgl} = p_{2,stat} + \frac{\rho}{2} \left(\frac{\dot{V}}{A_2} \right)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_{2,exp}} \right)^2 \right) \quad (3.87)$$

Somit wird die Totaldruckdifferenz in der CFD-Berechnung wie folgt ermittelt.

$$\Delta p_{tot} = p_{2,stat} + \frac{\rho}{2} \left(\frac{\dot{V}}{A_2} \right)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_{2,exp}} \right)^2 \right) - p_{1,tot} \quad (3.88)$$

Sämtliche Berechnungen finden in einem rotierenden Bezugssystem statt. Abbildungen 3.27 und 3.28 zeigen die Grenzen des Berechnungsgebietes mit den dort gewählten Randbedingungen. Am Einlass wurde eine Massenstromrandbedingung gesetzt, am Auslass eine „Opening“-Randbedingung, bei der der statische Druck festgelegt wird. Während der Rechnung muss sich der Totaldruck am Einlass so einstellen, dass bei vorgegebenem Volumenstrom der Betriebspunkt erreicht wird. An den rotationssymmetrischen Seiten des Berechnungsgebietes finden sich periodische Randbedingungen. Das bedeutet, dass die Ergebnisse der einen Seite auf die andere kopiert werden und umgekehrt. Über diese Randbedingung ist also ein Stoffaustausch möglich. Die Gehäusewände werden als gegenrotierende Wandrandbedingung gesetzt, sodass sie im Inertialsystem feststehen. Die Wände des Laufrades werden nur als Wandrandbedingung (Haftbedingung) gesetzt.

Die Randbedingungen wurden für alle im Rahmen dieser Arbeit berechneten Geometrien gleich gesetzt. Aufgrund der unterschiedlichen Schaufelgeometrien waren jedoch unterschiedliche Blockstrukturen und Netze notwendig. Die Berechnungen wurden mit der Geschwindigkeit null initialisiert.

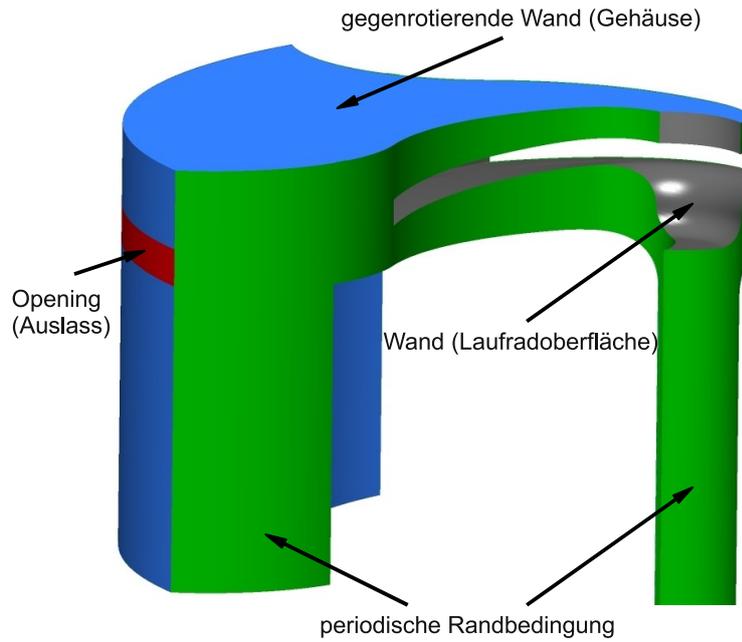


Abbildung 3.27: Randbedingungen am äusseren Rand des Berechnungsgebietes

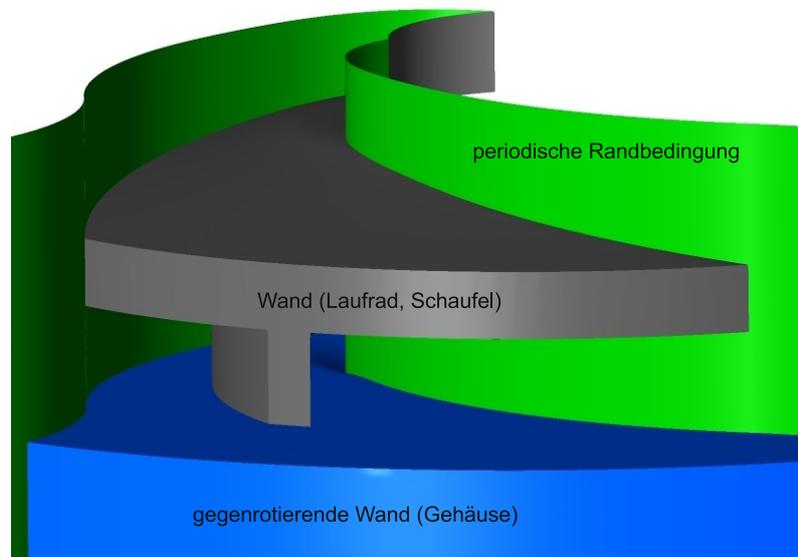


Abbildung 3.28: Randbedingungen innerhalb des Berechnungsgebietes

3.4.5 Wahl des numerischen Verfahrens

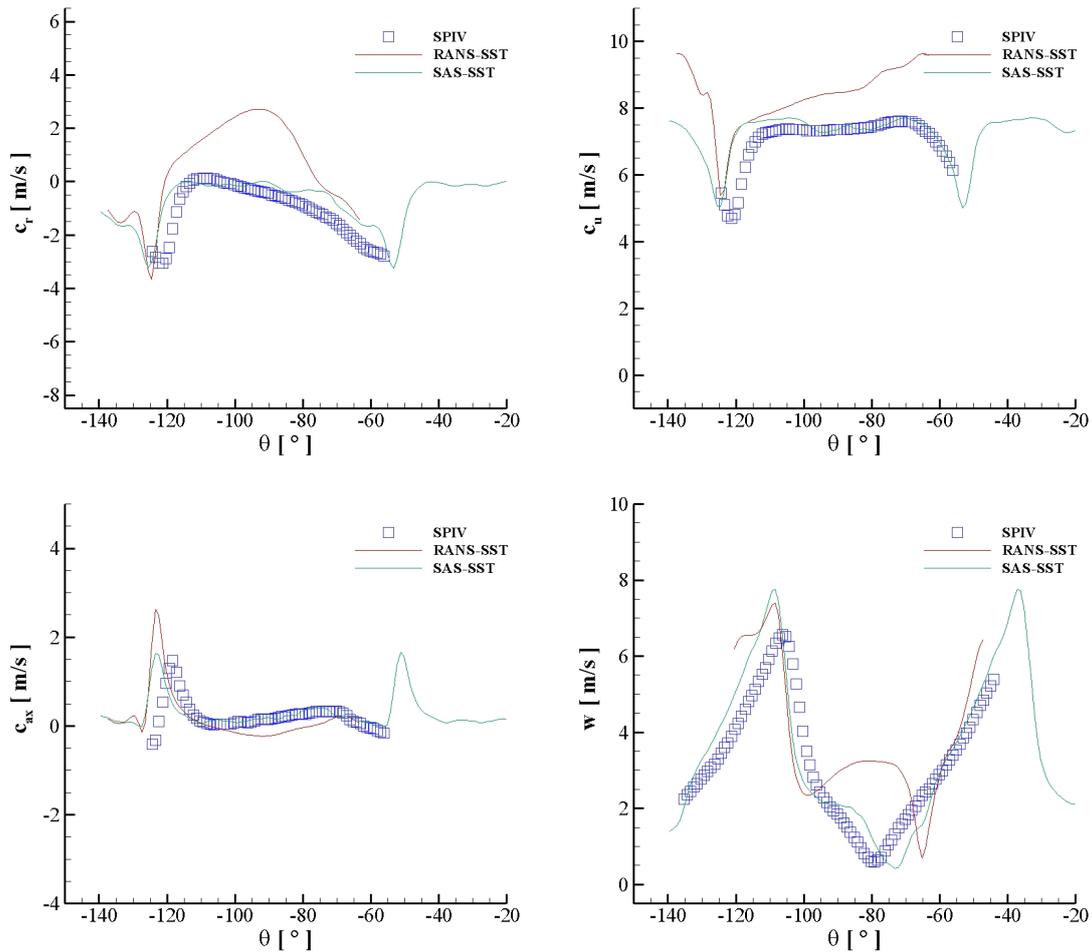


Abbildung 3.29: Vergleich verschiedener numerischer Verfahren

In Abbildung 3.29 sind exemplarisch ausgewählte Geschwindigkeitsdiagramme auf konstanten Radien im Schaufelkanal für die SIV-Messung, das RANS-SST-Verfahren und ein skalenadaptives Verfahren (SAS-SST) dargestellt. Das RANS-SST-Verfahren nach MENTER ist ein stationäres Verfahren und benötigt mit den hier verwendeten Netzen auf ca. 15 Xeon Prozessoren etwa 1,5 Tage, um zu konvergieren. Es modelliert die Turbulenz wie schon zuvor beschrieben mittels einer turbulenten Viskosität μ_t und geht dabei von einer isotropen Verteilung der Turbulenz aus.

Das SAS-SST Verfahren nach MENTER und EGOROV [1, 33] ist ein instationäres Verfahren. Es basiert auf einer hybriden Methode aus RANS-SST und LES (Large Eddy Simulation). Ist das Netz fein genug aufgelöst werden die turbulenten Schwankungen aufgelöst und bei zu grober Auflösung ebenso wie beim RANS-SST-Verfahren modelliert. Bei ausreichend guter räumlicher und zeitlicher Auflösung ist es also in der Lage eine anisotrope Verteilung der Turbulenz zu berücksichtigen. Der Nachteil dieses Verfahrens besteht im deutlich größeren Berechnungsaufwand. Zunächst benötigt

es eine Anfangsbedingung in Form einer RANS-Lösung. Danach muss sich die Berechnung über ca. zwei Laufradumdrehungen einschwingen und anschließend muss über einen ausreichend großen Zeitraum gemittelt werden. Diese Faktoren führen dazu, daß eine SST-SAS-Rechnung auf demselben Netz und ebenfalls bei 15 Xeon Prozessoren bis zu einem quasi stationären, gemittelten Ergebnis etwa 3-4 Wochen benötigt. Auf eine detaillierte Beschreibung des SAS-SST-Modells wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. eine solche findet sich unter anderem in iteANSYS2006, MenterEgorov2006.

Bei Betrachtung von 3.29 zeigt das RANS-SST-Verfahren an manchen Stellen deutliche Abweichungen von der SPIV-Messung, gibt diese aber qualitativ ausreichend gut wieder. Das SAS-SST-Verfahren kommt den Messwerten hingegen sehr nahe oder liegt exakt auf der Messung. Unter Berücksichtigung der deutlich längeren Rechenzeit wird in dieser Arbeit zunächst das RANS-SST-Verfahren verwendet. Detailliertere Untersuchungen der Pumpenlaufräder mit dem SAS-Verfahren sind jedoch geplant.

3.4.6 Netzgenerierung

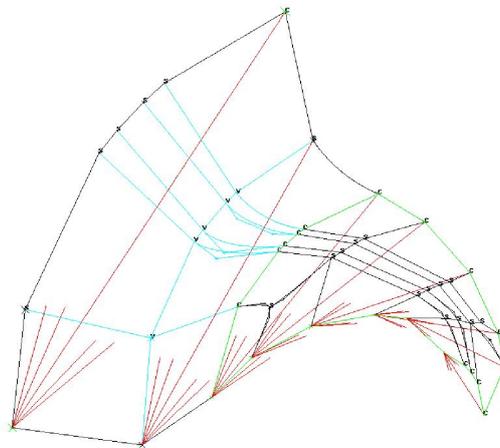


Abbildung 3.30: Blockstruktur mit Zuordnung der periodischen Randbedingungen im Laufrad

Die Vernetzung der in dieser Arbeit berechneten Pumpengeometrien wurde mit Hilfe der Software IcemCFD von Ansys erstellt. Alle Netze sind blockstrukturierte Hexaedernetze mit ca. 14-16 Millionen Elementen. An den Wänden wurde die Grenzschicht aufgelöst. Das bedeutet, dass die kleinste Zelle an der Wand dem Kriterium $y^+ = 1$ genügt und mindestens 20-30 Zellen in der Wandgrenzschicht liegen. Es wurde somit die Low-Reynolds-Version des SST-Turbulenzmodells verwendet. Dies bedeutet einen Wandabstand des ersten Zellmittelpunktes von $10^{-6} m$. Des Weiteren wurde Wert darauf gelegt, dass die Determinanten einen Wert größer 0,3, dass die Winkel einen Wert größer 20° aufwiesen und dass das Wachstum von Zelle zu Zelle unter 25 – 30% blieb.

Die Rechnung wurde auf dem Netz für nur einen Schaufelkanal durchgeführt. An den Übergängen wurde deshalb eine rotationssymmetrische, periodische Randbedingung gesetzt.

Abbildung 3.30 zeigt die Zuordnung der periodischen Randbedingungen zueinander (rote Pfeile). Durch das Einfügen eines Y-Blocks zunächst auf der Druckseite und am Laufradaustritt auf der Saugseite werden günstigere Winkel im Laufrad erzielt. Die Geometrie für die Validierung wurde mittels mehrerer Netze untersucht um Netzabhängigkeiten zu vermeiden.

Kapitel 4

Prüfstand

In diesem Kapitel wird der für diese Untersuchungen verwendete Pumpenprüfstand beschrieben. Zunächst wird der Aufbau des Prüfstandes erläutert. In einem weiteren Abschnitt wird dann näher auf das Setup für das Stereo-PIV-System eingegangen.

4.1 Aufbau

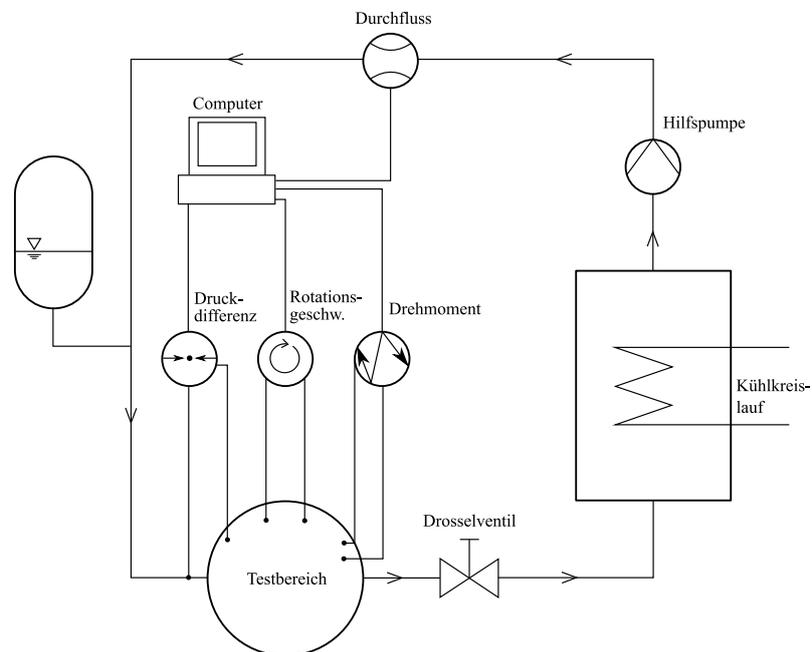


Abbildung 4.1: Prinzipskizze Versuchsstand

Abbildung 4.1 zeigt eine Prinzipskizze des verwendeten Pumpenversuchsstandes. Er besteht im Wesentlichen aus Testbereich, Drosselventil, Reservoir, Hilfspumpe und einem Ausgleichsbehälter, über den sich ein Systemdruck aufprägen lässt. Des Weiteren wird im Kreislauf noch der Volumenstrom induktiv bestimmt und in der

Teststrecke werden Drehzahl, Drehmoment sowie die freiausblasende Differenz der statischen Drücke über das Laufrad bestimmt. Alle Messgrößen werden in einem PC über eine Datenerfassungssoftware simultan erfasst. Zusätzlich wird aus der Drehmomentmesswelle ein TTL-Signal ausgekoppelt, das dem Synchronizer des Stereo-PIV-Systems als Taktgeber dient. So ist es möglich eine Laufradposition exakt zu triggern.

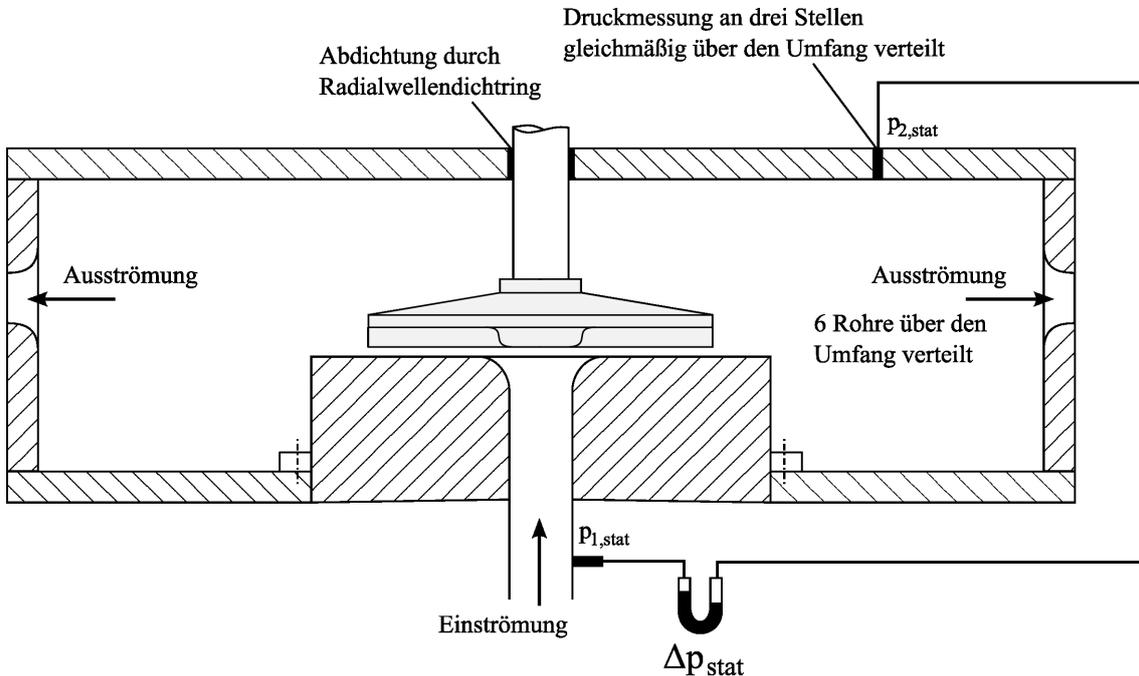


Abbildung 4.2: Skizze zur Druckmessung

In Abbildung 4.2 ist eine Skizze des Testbereichs dargestellt. Das Wasser tritt unten durch den Saugmund in das Pumpenlaufrad ein, durchströmt das Laufrad und tritt über sechs radial angebrachte Rohre, die gleichmäßig über den Umfang verteilt sind aus dem Gehäuse aus. Die Differenzdruckmessung erfolgt über vier Bohrungen, eine im Einströmbereich und drei im Abströmbereich. Diese drei Bohrungen sind im Gehäusedeckel ebenfalls gleichmäßig über den Umfang verteilt und werden über Druckschläuche einem Druckaufnehmer zugeführt. Direkt gemessen wird die statische Druckdifferenz zwischen Ein- und Ausströmung.

$$\Delta p_{stat} = p_{stat,2} - p_{stat,1} \quad (4.1)$$

Die Einlaufstrecke vor der ersten Druckmessung hat eine Länge von ca. 1 m (> 30 Durchmessern), sodaß am Punkt der ersten Druckmessung von einem vollständig ausgebildeten, turbulenten Geschwindigkeitsprofil ausgegangen werden kann. An dieser Stelle kann daher aus dem Volumenstrom \dot{V} und dem Rohrdurchmesser d auf die Geschwindigkeit und somit auf den dynamischen Druck $p_{dyn,1}$ geschlossen

werden.

$$p_{dyn,1} = \frac{\rho}{2} \cdot c_1^2 = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{\dot{V}}{A_1} \right)^2 \quad \text{mit} \quad A_1 = \frac{\pi d^2}{4} \quad (4.2)$$

Die Querschnittsfläche des Einströmrohres beträgt nur 1,4 % der zylindrischen Fläche am Punkt der Austrittsdruckmessung. Ausserdem ist die Geschwindigkeitsinformation hier schwer zu erfassen. Somit wird der dynamische Druck in der Ausströmung vernachlässigt. Die Totaldruckdifferenz ergibt sich folglich zu:

$$\Delta p_{tot} = p_{stat,2} - (p_{stat,1} + p_{dyn,1}). \quad (4.3)$$

Der Einfluss der Gravitation wurde dadurch eliminiert, daß beide Druckaufnehmer in der gleichen Höhe positioniert wurden.

4.2 Stereo-PIV Setup

4.2.1 Aufbau

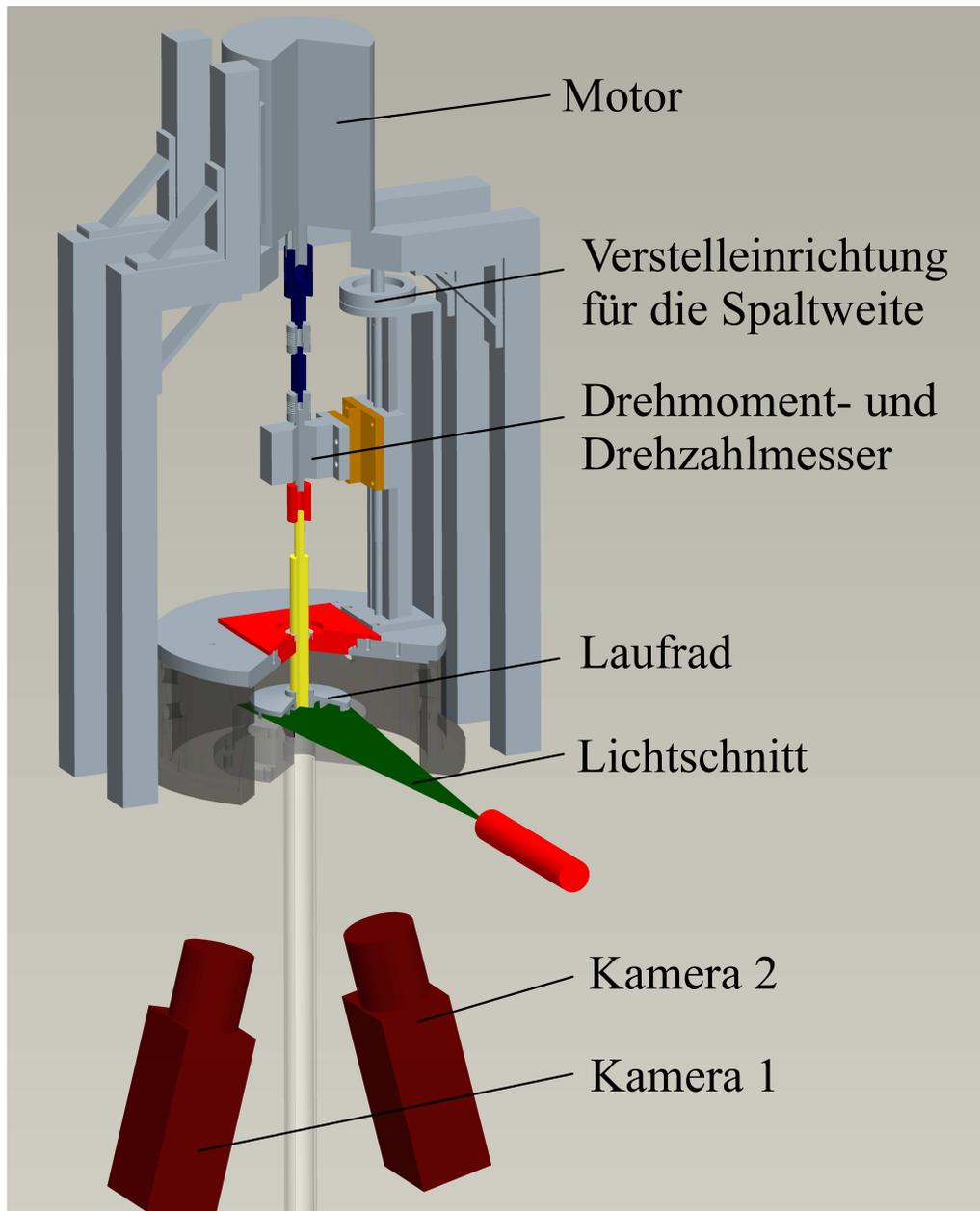


Abbildung 4.3: Aufbau des Stereo-PIV-Systems

Abbildung 4.3 zeigt den Aufbau des Stereo-PIV-Systems an des Messbereichs. Der Motor treibt die Welle an, die in der Drehmomentmesswelle gelagert ist. Diese ist wiederum an einer Verstelleinrichtung aufgehängt, mit der der Spalt stufenlos eingestellt werden kann. Beim Eintritt in das Pumpengehäuse ist die Welle mit einem

Radialwellendichtring gegen die Wasserseite des Messbereichs abgedichtet. Die seitlichen Wände des Messbereichs bestehen aus Plexiglas, sodass der Lichtschnitt, der senkrecht auf das Gehäuse auftrifft, ungehindert in den Messbereich strahlen kann. Durch ein weiteres Plexiglasfenster im Boden des Messbereichs können die Kameras die angestrahlten Partikel im Lichtschnitt erfassen.

Abbildung 4.4 zeigt das Innere des Messbereichs im Detail. Die Zuströmung zum

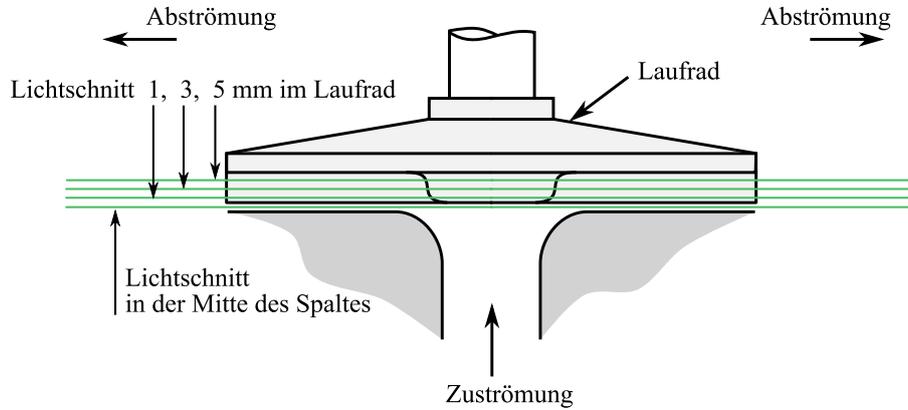


Abbildung 4.4: Messebenen im Laufrad

Laufrad erfolgt von unten. Im Verlaufe der Messungen werden vier Lichtschnittpositionen betrachtet. Die erste in der Mitte des Spaltes und drei weitere 1mm, 3mm und 5mm im Laufrad von der nicht vorhandenen Deckscheibe betrachtet. Die Abströmung erfolgt radial über sechs gleichmäßig über den Umfang verteilte Kanäle zu einem Sammelbehälter hinter dem dann die Drosselvorrichtung montiert ist.

Für die Messungen wurden zwei Kameras des Typs PCO Sensicam QE mit einer Auflösung von 1376x1040 Pixeln verwendet. Als Lichtquelle diente ein Continuum Minilite PIV Laser mit einer Leistung von 25 mJ bei einer Wellenlänge von 532 nm. Gemessen wurde mit einer Double Frame / Single Exposure Methode. Die Position des Laufrades, die Laser Pulse und die Kameras wurden von einem ILA Synchronizer 2009 gesteuert, welcher sein Triggersignal von einer Drehmomentmesswelle des Typs Kistler 0170MS/4502A2RAU bezog. Als Seeding dienten runde PMMA-Partikel mit einem mittleren Durchmesser von $57 \mu\text{m}$ und einer Dichte von $\rho = 1,0016 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Für das Verfahren der PIV-Kameras und der Lichtschnittoptik wurde eine 2-Achsen-Traversierung mit einer Steuerungssoftware der Firma ILA verwendet.

4.2.2 Optisches System

Bei Messungen durch verschiedene optische Medien ist es aufgrund der unterschiedlichen Brechungsindizes sinnvoll, das optische System mit seinen Abbildungswegen zu betrachten. Abbildung 4.5 zeigt oben das optische System ohne vorgeschaltetes Wasserprisma. Die roten Linien zeigen den Strahlengang ohne Brechung, während die grünen Linien gemäß dem Snelliusschen Brechungsgesetz

$$n_1 \cdot \sin(\Theta_1) = n_2 \cdot \sin(\Theta_2) \quad (4.4)$$

an den Oberflächen gebrochen werden. Durch den Kamerawinkel von ca. 20° zur Vertikalen und den relativ großen Unterschied der Brechungsindizes zwischen Luft ($n_{Luft} = 1,0$) und Plexiglas ($n_{Plexiglas} = 1,44$) ergibt sich in der Messebene eine Stauchung, die im Falle des oberen Bildes von links nach rechts zunimmt.

An den Übergangsfächen mit großen Unterschieden in den Brechungsindizes wird beim unteren Bild durch die Abschrägung der Prismaunterkante der Winkel zur Vertikalen Θ reduziert. An den Übergangsfächen mit großen Winkeln wird versucht, den Unterschied der Brechungsindizes möglichst klein zu halten.

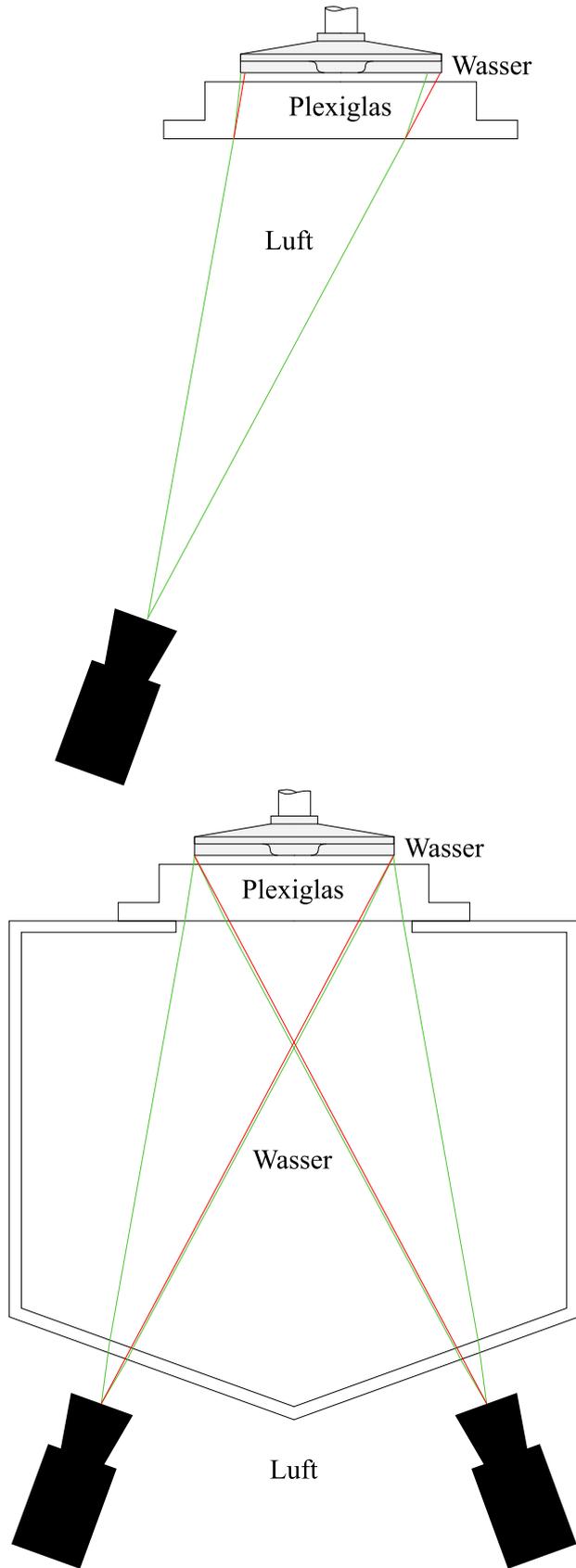


Abbildung 4.5: optisches System ohne (oben) und mit Prisma (unten)

Kapitel 5

Laufradgeometrien

In dieser Arbeit wurden verschiedene Laufradgeometrien verwendet. Zunächst wurden Untersuchungen an einem, nach der Einkreisbogenmethode ausgelegten Laufrad ohne Profilierung durchgeführt. Dieses wurde anschließend nach der Scholzformel profiliert, um eine Nut einbringen zu können. Diese Variante wurde mit und ohne Nut ausgeführt, um den Einfluss der Nut untersuchen zu können.

5.1 Entwurf der Laufräder

Die hier verwendete Methode zur Auslegung eines Laufrades ist eine von vielen. Sie wurde ausgewählt, da sie schnell ein brauchbares Ergebnis liefert, das für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen vollkommen ausreicht. Überdies war es in diesem Fall wichtig eine möglichst einfache, optisch gut zugängliche Geometrie zu generieren.

Aus den Überlegungen zu den Grundgleichungen von Strömungsmaschinen in Kapitel 3.1 folgt, dass die Förderhöhe eine Funktion der Umfangsgeschwindigkeit u_2 , des Schaufelwinkels β_2 , der Meridiangeschwindigkeit $c_{m,2}$ und der Schaufelzahl Z ist. Die Berechnung der Abmaße eines Laufrades und somit der Förderhöhe H führt oftmals zu einem unterbestimmten Gleichungssystem. Es kann also die gleiche Förderhöhe bei gleichem Volumenstrom und gleicher Drehzahl von Laufrädern unterschiedlicher Abmessungen erzielt werden. Für einen zu erzielenden Betriebspunkt aus Förderhöhe und Volumenstrom sind folglich verschiedene Kombinationen von Laufrad-, Gehäuse- und Betriebsparameterdenkbar. Zur Lösung dieses unterbestimmten Gleichungssystems müssen einige Parameter festgelegt werden. Die Auswahl dieser basiert auf Erfahrungswerten. Als Orientierungshilfe dienen Nachrechnungen sogenannter Bestwerte von Geschwindigkeiten, die von der spezifische Drehzahl und der Förderhöhe abhängig sind. Sie können aus der Formel nach STEPANOFF [43] ermittelt werden.

$$c_{m,1} = K_{c_{m,1}} \cdot \sqrt{2gH} \quad (5.1)$$

$$c_{m,2} = K_{c_{m,2}} \cdot \sqrt{2gH} \quad (5.2)$$

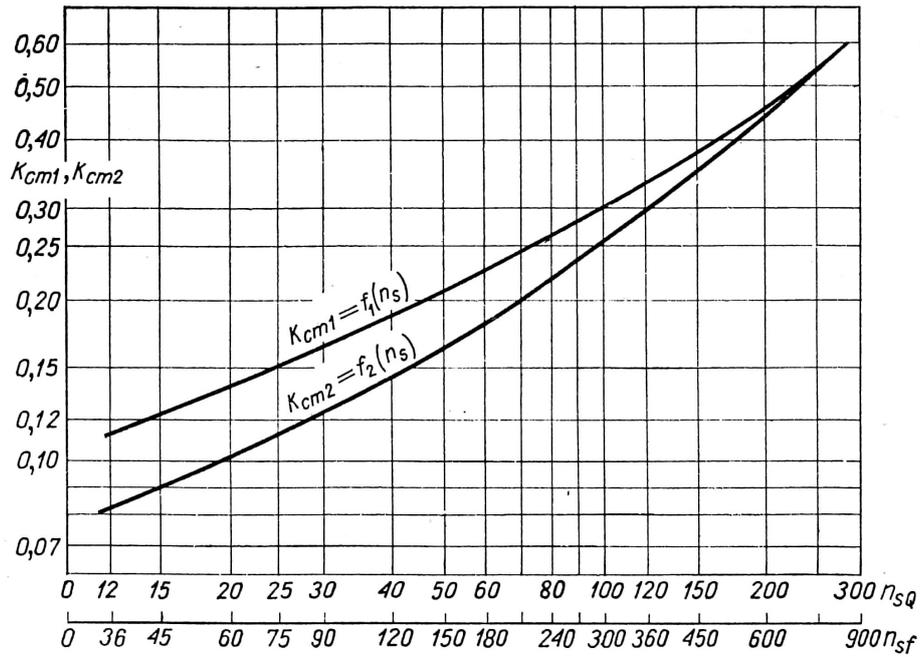


Abbildung 5.1: Geschwindigkeitsbeiwertsdiagramm nach STEPANOFF [43]

$K_{cm,1}$ und $K_{cm,2}$ sind hier Geschwindigkeitsbeiwerte, die aus Abbildung 5.1 abgelesen werden können. Die aus den Formeln und den zugehörigen Experimentaldiagrammen $K_{cm} = f(n_s)$ berechneten Geschwindigkeiten dürfen nicht als absolut betrachtet werden.

Im hier vorliegenden Fall gab es ein klares Anforderungsprofil, sodass einige Werte von vorneherein festgelegt waren.

- Der Durchmesser D_2 sollte in den bereits vorhandenen Kleinpumpenversuchsstand passen ($D_2 = 0,106 \text{ m}$).
- konstante Spaltweite über den Radius
- Fertigung aus Acrylglas um Reflexionen bei der PIV-Messung zu vermeiden.
- einfache Fertigung
- gute optische Zugänglichkeit des Schaufelkanals und des Spaltes

5.1.1 Schaufelkanaleintritt und -austritt

Laufäder mit Einkreisschaufeln werden vorwiegend in sogenannten langsamläufigen Pumpen mit $n_q < 90$ verwendet. Am Anfang der Auslegung wird zunächst die

Schnellläufigkeitszahl bestimmt. Sie ist ähnlich der spezifischen Drehzahl definiert.

$$n_{sf} = \frac{1000}{60} \frac{n\sqrt{\dot{V}}}{(gH)^{3/4}} \quad (5.3)$$

Abweichend von der üblichen Vorgehensweise bei der Auslegung eines Pumpenlaufrades ist der Laufraddurchmesser durch den Kleinpumpenversuchsstand schon vorgegeben. Er beträgt $D_2 = 0,106 \text{ m}$. Somit lässt sich die Umfangsgeschwindigkeit am Laufradaustritt u_2 berechnen.

$$u_2 = D_2 \cdot \omega = 0,106 \text{ m} \cdot \pi \cdot \frac{2200 \frac{U}{\text{min}}}{60 \frac{s}{\text{min}}} = 12,21 \frac{m}{s} \quad (5.4)$$

Hieraus lässt sich die Förderhöhe abschätzen:

$$H = \frac{u_2^2}{2g} = 7,6 \text{ m} \quad (5.5)$$

Setzt man die Werte für $\dot{V} = 12,5 \frac{m^3}{h}$, $n = 2200 \frac{U}{\text{min}}$ und $H = 7,6 \text{ m}$ in Gleichung 5.3 ein, erhält man eine Schnellläufigkeitszahl von $n_{fs} = 86,8$. Dieser Wert zeigt nach TROSKOLAŃSKI und ŁAZARKIEWICZ [47] eindeutig die Eignung eines radialen Laufradprofils. Der Nabendurchmesser wurde zu $D_N = 30 \text{ mm}$ festgelegt. Der Einlaufdurchmesser wird über den freien Einlaufquerschnitt $A_0 = \frac{\dot{V}_i}{c_0}$ berechnet, wobei \dot{V}_i der Volumenstrom und c_0 die mittlere Geschwindigkeit im Einlaufquerschnitt ist. Der Nabenquerschnitt $A_N = \frac{\pi d_N^2}{4}$ vergrößert den freien Einlaufquerschnitt A_0 zum gesamten Einlaufquerschnitt $A'_0 = A_0 + A_N$. Für die Berechnung von A_0 wird der volumetrische Wirkungsgrad benötigt. Er wird empirisch angenähert über die Formel nach LOMAKIN [29]:

$$\frac{1}{\eta_V} = 1 + \frac{0,597}{n_{sf}^{2/3}} = 0,97 \quad (5.6)$$

Somit ergibt sich A_0 zu:

$$A_0 = \frac{\pi D_s^2}{4\eta_V} = \pi \cdot \frac{0,0009 \text{ m}^2}{4 \cdot 0,97} = 0,00073 \text{ m}^2 \quad (5.7)$$

Hierbei ist D_s der Durchmesser des Saugrohres. Der Nabenquerschnitt berechnet sich nach der Formel:

$$A_N = \frac{\pi D_N^2}{4} = \pi \cdot \frac{0,0009 \text{ m}^2}{4} = 0,00071 \text{ m}^2 \quad (5.8)$$

Addiert man nun die beiden Querschnitte zum Gesamtquerschnitt auf, erhält man $A'_0 = 0,00144$. Hieraus lässt sich nun der Einlaufdurchmesser berechnen.

$$D_0 = \sqrt{\frac{4A'_0}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,00144 \text{ m}^2}{\pi}} = 0,043 \text{ m} \quad (5.9)$$

Die Meridiankomponente der Absolutgeschwindigkeit $c_{m,1}$ berechnet sich nach Gleichung 5.1.

$$c_{m,1} = 0,17 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 7,6 m} = 2,08 \frac{m}{s} \quad (5.10)$$

Nach Festlegung des Einlaufdurchmessers wird nun der Eintrittsdurchmesser zu $D_1 = 0,045 m$ festgelegt. Somit beträgt die Umfangsgeschwindigkeit am Eintritt des Laufrades

$$u_1 = \frac{1}{2} D_1 \cdot \omega = \pi \cdot 0,045 \cdot \frac{2200 \frac{U}{min}}{60 \frac{s}{min}} = 5,18 \frac{m}{s} \quad (5.11)$$

Unter Annahme eines stoßfreien Eintritts, ergibt sich der Schaufelwinkel β_1 zu

$$\tan \beta_1 = \frac{c_{m,1}}{u_1} = \frac{2,08 \frac{m}{s}}{5,18 \frac{m}{s}} \implies \beta_1 = 21,8^\circ \quad (5.12)$$

Da bei Durchmesserhältnissen $\frac{D_2}{D_1} \leq 2$, also kurzen Schaufeln und großen Winkeln β_1 , der tatsächlich Volumenstrom \dot{V} kleiner ist als der errechnete, wird ein Korrekturwinkel δ_1 von 1° bis 6° addiert.

$$\beta'_1 = \beta_1 + \delta_1 = 21,8^\circ + 1,2^\circ = 23^\circ \quad (5.13)$$

Der Laufradquerschnitt am Schaufeleintritt berechnet sich mit dem inneren Förderstrom

$$\dot{V}_i = \frac{\dot{V}}{\eta_V} = \frac{0,00347 \frac{m^3}{s}}{0,97} = 0,00358 \frac{m^3}{s} \quad (5.14)$$

zu

$$A_1 = \phi_1 \frac{\dot{V}_i}{c_{m,1}} = 1 \cdot \frac{0,00358 \frac{m^3}{s}}{2,08 \frac{m}{s}} = 0,0017 m^2. \quad (5.15)$$

Somit ergibt sich für die Eintrittsbreite b_1

$$b_1 = \frac{A_1}{\pi D_1} = \frac{0,0017 m^2}{\pi \cdot 0,045 m} = 0,012 m. \quad (5.16)$$

Die Meridiangeschwindigkeit $c_{m,2}$ am Laufradaustritt ist etwas kleiner als die am Eintritt. Sie berechnet sich nach Gleichung 5.2 mit Hilfe von Abbildung 5.1 für $K_{c_{m,2}}$ zu

$$c_{m,2} = 0,125 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 7,6 m} = 1,53 \frac{m}{s}. \quad (5.17)$$

Der Wert des Schaufelwinkels am Austritt β_2 wird in den Grenzen von etwa 15° bis 45° angenommen und für dieses Laufrad zu 37° festgelegt.

Im Falle eines nicht gegebenen Aussendurchmessers D_2 würde die Umfangsgeschwindigkeit auf dem Aussenradius u_2 aus der Eulerschen Hauptgleichung für Strömungsmaschinen unter Berücksichtigung der Minderleistung abgeleitet.

$$u_2 = \frac{c_{m,2}}{2 \tan \beta_2} + \sqrt{\left(\frac{c_{m,2}}{2 \tan \beta_2} \right)^2 + Y_{th}(1 + P)} \quad (5.18)$$

P ist der sogenannte Minderleistungsbeiwert und berechnet sich wie folgt:

$$P = 2 \cdot \frac{\chi}{Z} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \quad (5.19)$$

mit

$$\chi = 0,6 \cdot \left(1 + \frac{\beta_2}{60^\circ}\right) = 0,6 \cdot \left(1 + \frac{37^\circ}{60^\circ}\right) = 0,97. \quad (5.20)$$

Somit ergibt sich ein Minderleistungsbeiwert von

$$P = 2 \cdot \frac{0,97}{5} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{0,0225}{0,053}\right)^2} = 0,473 \quad (5.21)$$

und eine rechnerische Umfangsgeschwindigkeit

$$u_2 = \frac{1,53}{2 \tan 37^\circ} + \sqrt{\left(\frac{1,53}{2 \tan 37^\circ}\right)^2 + 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 7,6 m (1 + 0,473)} = 11,54 \frac{m}{s} \quad (5.22)$$

Der Austrittsquerschnitt berechnet sich nun zu

$$A_2 = \frac{\dot{V}_i}{c_{m,2}} = \frac{0,00358 \frac{m^3}{s}}{1,53 \frac{m}{s}} = 0,0234 m^2 \quad (5.23)$$

Daraus folgt eine Austrittsbreite

$$b_2 = \frac{A_2}{\pi \cdot D_2} = \frac{0,00234 m^2}{\pi \cdot 0,106 m} = 0,007 m. \quad (5.24)$$

5.1.2 Formgebung von einfach gekrümmten Schaufeln

Bisher wurden die Hauptabmessungen des Laufrades festgelegt. Die Schaufellänge variiert bei festen Durchmesser D_1 und D_2 sowie Ein- und Austrittswinkeln β_1 und β_2 . Bei zu kurzer Schaufellänge fällt der Öffnungswinkel zu groß aus, was Strahlablösung und Wirbelbildung zur Folge hat. Führt man die Schaufeln zu lang aus, verringert sich zwar die Gefahr der Strahlablösung, jedoch steigen die Reibungsverluste an. Für durchschnittliche Betriebsbedingungen werden die Schaufellängen so gewählt, dass das Verhältnis aus Eintritts- zu Austrittsrelativgeschwindigkeit in etwa $\frac{w_1}{w_2} = 1,2$ beträgt. Aufgrund der Ablösegefahr sollte der Öffnungswinkel des Kanals 14° nicht überschreiten. In Laufrädern der Schaufelanzahl $Z = 5 - 9$ sollte der Überdeckungswinkel zwischen $\vartheta = 30^\circ$ bis 45° gewählt werden. Um trotz der geringen Schaufelanzahl keinen Strömungsabriss hervorzurufen, wird als Überdeckungswinkel $\vartheta = 45^\circ$ gewählt.

Für die Formgebung der Schaufeln wurde hier das Einkreisbogenverfahren gewählt. Dabei wird die Einhaltung der vorgeschriebenen Ein- und Austrittswinkel β_1 und

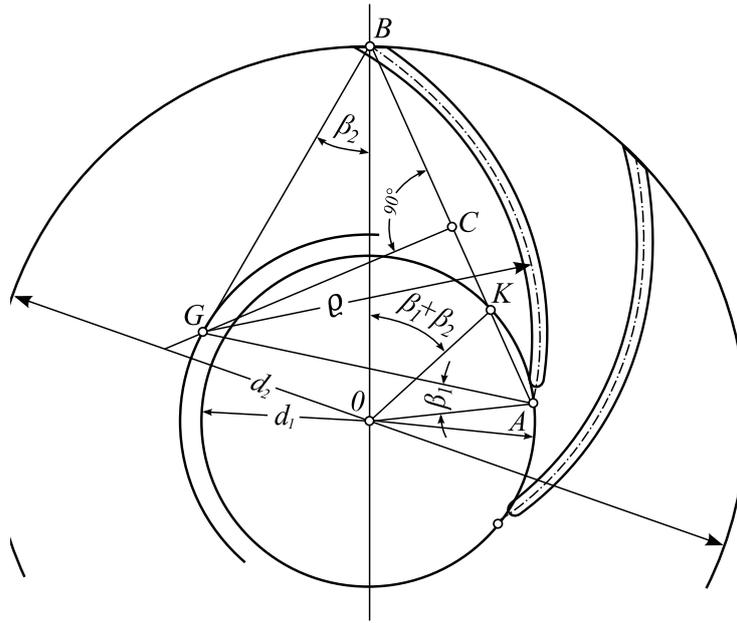


Abbildung 5.2: Schaufelkonstruktion mit Hilfe des Einkreisbogenverfahrens nach TROSKOLAŃSKI und ŁAZARKIEWICZ [47]

β_2 beachtet. Die kontinuierliche Veränderung der Geschwindigkeit und des Schau-
felwinkels bleibt unberücksichtigt.

Diese Methode soll im Folgenden nach TROSKOLAŃSKI und ŁAZARKIEWICZ [47]
beschrieben werden. Hierzu wird die Abbildung 5.2 betrachtet.

Gegeben sind zwei konzentrische Kreise mit den Durchmessern D_1 und D_2 . Durch
den Ursprung O wird die Gerade \overline{OK} , die mit der Geraden \overline{OB} den Winkel $(\beta_1 + \beta_2)$
gezogen. Die Gerade \overline{BK} wird bis zu ihrem Schnittpunkt A mit dem Kreis vom
Durchmesser D_1 verlängert. Der Schnittpunkt G des Mittellots des Abschnittes \overline{AB}
mit dem an die Gerade \overline{OB} angetragenen Winkel β_2 ist der Mittelpunkt des Bogens
vom Radius ρ , der die Schaufelkontur bildet. Dieser berechnet sich nach der Formel:

$$\rho = \overline{GA} = \overline{GB} = \frac{1}{2} \frac{r_2^2 - r_1^2}{r_2 \cos \beta_2 - r_1 \cos \beta_1}. \quad (5.25)$$

Damit ist der Entwurf des Laufrades für die ersten Untersuchungen abgeschlossen.
Die hier entworfene Geometrie wird nun aus dem CAD-Programm einmal für die
Netzerzeugung und ein zweites mal für die CNC-Maschine zur Fertigung exportiert.
Diese Laufradgeometrie wird im folgenden Text mit 1b37 bezeichnet.

5.2 Profiliertes Kreisbogenprofil

Nach der Auswertung der ersten Messungen wurde eine verlustreduzierende Maß-
nahme in Form einer Nut untersucht. Zur konstruktiven Realisierung dieser Nut

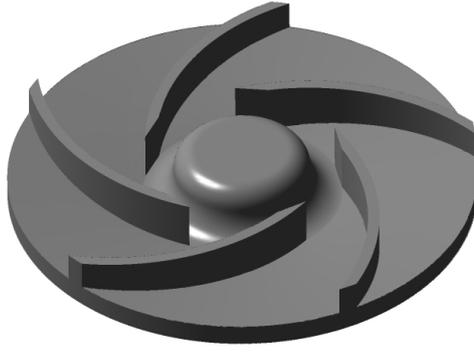


Abbildung 5.3: entworfenes Laufrad (1b37)

mussten die Laufschaufeln aufgedickt werden. Dies geschah nach der Formel von SCHOLZ [42]. Hier wird der zuvor konstruierten Einkreisbogenschaufel mit der Formel für die Skelettlinie

$$y_{sk} = \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \left(x - \frac{R}{L} \cdot \sin\left(\gamma \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right)\right)^2} - \frac{R}{L} \cdot \cos\left(\gamma \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right) \quad (5.26)$$

$$x_{sk} = x \quad \text{mit} \quad \frac{R}{L} = 0,86 \quad \text{und} \quad \gamma = 35,24^\circ$$

eine Dickenverteilung

$$y_d = d_{max} \cdot (a \cdot \sqrt{x} - b \cdot x - c \cdot x^2 + d \cdot x^3 - e \cdot x^4) \quad (5.27)$$

mit den Koeffizienten

$$a = 0,2969 \quad b = 0,126 \quad c = 0,3516 \quad d = 0,2843 \quad e = 0,1015$$

überlagert. $\frac{R}{L}$ stellt hier den Quotienten aus Teilkreisradius und Schauffellänge dar. γ ist der Winkel, der sich zwischen der Skelettlinie und der die Skelettlinie schneidenden Tangente befindet. Abbildung 5.4 zeigt die Aufdickung der Skelettlinie (grün). Ausgehend von dieser wird nun die Linie der Druckseite y_{dd} (blau) und die der Saugseite y_{ds} (rot) berechnet.

$$y_{dd} = y_{sk} - y_d \cdot \cos(\text{atan}(y')) \quad (5.28)$$

$$x_{dd} = x_{sk} + y_d \cdot \sin(\text{atan}(y')) \quad (5.29)$$

$$y_{ds} = y_{sk} + y_d \cdot \cos(\text{atan}(y')) \quad (5.30)$$

$$x_{ds} = x_{sk} - y_d \cdot \sin(\text{atan}(y')) \quad (5.31)$$

Dabei ist y' definiert als die Steigung der Normalen des Kreisbogens.

$$y' = \frac{x_{sk} - \frac{R}{L} \cdot \sin\left(\gamma \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right)}{y_{sk} + \frac{R}{L} \cdot \cos\left(\gamma \cdot \frac{\pi}{180^\circ}\right)} \quad (5.32)$$

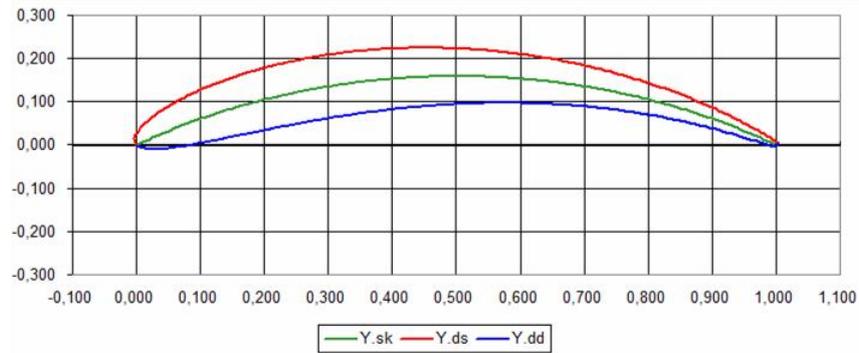


Abbildung 5.4: Aufdickung der Einkreisbogengeometrie nach SCHOLZ [42]

Somit ergeben sich die Koordinatenpunkte der Druck- und Saugseite, die wie oben beschrieben in Excel mit einer Auflösung von 200 Punkten für je Saug- und Druckseite berechnet und anschließend in ein CAD-Programm eingelesen werden.

In die so aufgedickte Beschaukelung werden nun Nuten mit den Abmaßen aus Abbildung 5.5 eingefräst. Hierbei wird im Besonderen darauf geachtet, daß die Wandstärke der Nut 2 mm nicht unterschreitet.

Abschließend sind in Abbildung 5.6 nochmals das Laufrad mit Nut sowie das Basislaufrad ohne Nut in isometrischer Ansicht gezeichnet.

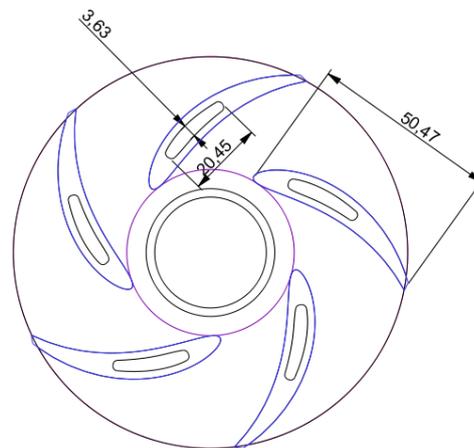


Abbildung 5.5: Laufrad mit aufgedickten Schaufeln mit bemaßter Nut im Schreinerschnitt

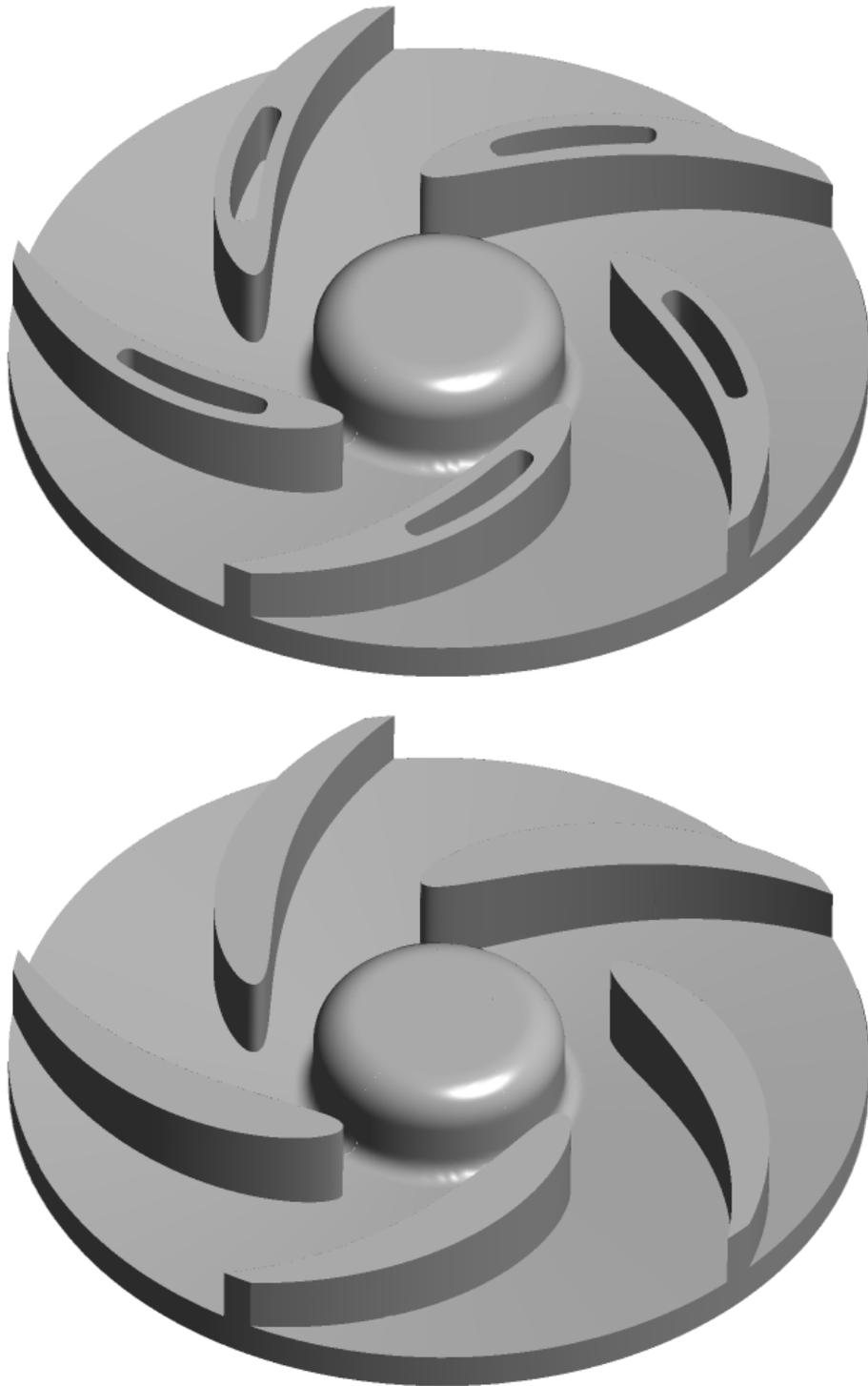


Abbildung 5.6: Laufräder mit aufgedickten Schaufeln mit Nut oben 1b37pn (Nutm-
geometrie) und ohne Nut unten 1b37pv (Basisgeometrie)

Kapitel 6

Validierung der Rechnungen mittels SPIV

6.1 Kennlinien

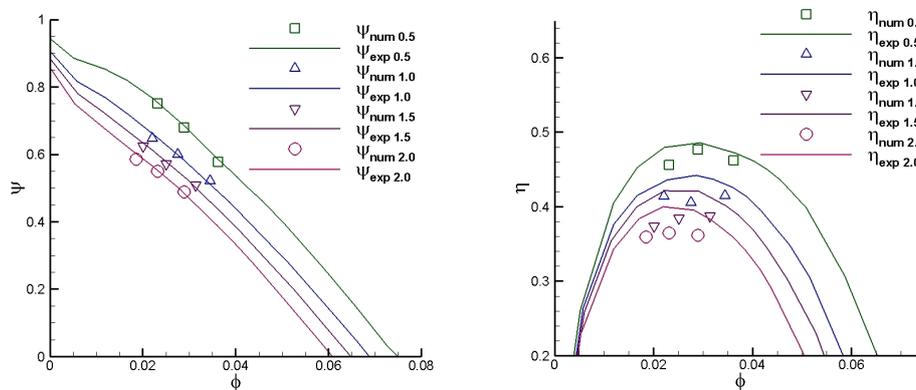


Abbildung 6.1: Vergleich der Kennlinien für Rechnung und Messung 1b37

Abbildung 6.1 zeigt die gemessenen Kennlinien sowie die gerechneten Betriebspunkte für die verschiedenen Spaltweiten. Links ist die Druckzahl Ψ und rechts der Wirkungsgrad η dargestellt. Bei der Druckzahl ist eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Messung und numerischer Rechnung zu beobachten, wohingegen der Wirkungsgrad stets zu klein vorhergesagt wird. Während die Abweichung im Bereich kleiner Spaltweiten relativ klein ist, nimmt sie mit wachsender Spaltweite s zu. Dieses Verhalten ist Gegenstand weiterer Untersuchungen und zur Zeit noch nicht erklärt. Abbildung 6.2 zeigt die Änderung der Druckzahl ψ und des Wirkungsgrades η über der dimensionslosen Spaltweite. Es ist ersichtlich, daß die Druckzahl im Bereich großer Spalte, $\frac{s}{D} = 0,02$ bis $\frac{s}{D} = 0,01$ linear (gestrichelte Linie), im Bereich $\frac{s}{D} = 0,01$ bis $\frac{s}{D} = 0,005$ jedoch nichtlinear zunimmt. Beim Wirkungsgrad sind keine so deutlichen Tendenzen festzustellen.

Berechnet man für die hier gemessenen Kennlinien eine spezifische Drehzahl n_q , so fällt diese kleiner aus als in der Auslegung. Dies ist auf den Einfluss des Spaltes zurückzuführen.

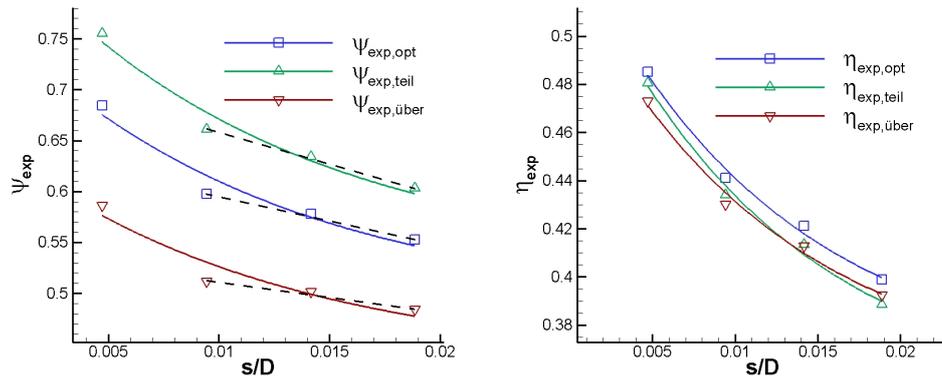


Abbildung 6.2: Veränderung von Ψ und η über der dimensionslosen Spaltweite, 1b37

6.2 Geschwindigkeitsfelder

Um die Ergebnisse der CFD-Berechnungen bewerten und analysieren zu können, ist es notwendig, diese mit den Stereo-PIV-Messungen zu vergleichen. Es wurden also Ebenen an den Lichtschnittpositionen der PIV-Messungen aus den Berechnungen extrahiert und Geschwindigkeitsfelder in Form von Konturplots erzeugt. Diese können nun mit denen der Messungen verglichen werden. Es werden vier Geschwindigkeiten verglichen. Dies sind die Radial-, Umfangs- und Axialkomponente der Absolutgeschwindigkeit c_r , c_u und c_{ax} , sowie der Betrag der Relativgeschwindigkeit w . Zur besseren Orientierung sind die Schaufelpositionen in die Geschwindigkeitskonturen eingezeichnet. Bei der Radialgeschwindigkeit c_r bedeutet ein negativer Wert eine Rückströmung zur Laufradmitte. Bei der Absolutgeschwindigkeit c_u bedeutet ein negatives Vorzeichen eine Strömung entgegen der Drehrichtung des Laufrades. Im Falle der Axialgeschwindigkeit c_{ax} bedeutet ein positives Vorzeichen eine Strömung in Richtung des Spaltes (offene Seite) und ein negatives Vorzeichen kennzeichnet eine Strömung in Richtung der Tragscheibe.

Es wurden Messungen für ausgewählte Lastzustände und vier Spaltweiten durchgeführt. Da diese aus Platzgründen hier nicht alle abgebildet werden können, sei hier nur eine Auswahl gezeigt. Die Abbildungen 6.3 bis 6.6 zeigen exemplarisch bei einer Spaltweite von $s = 0,5 \text{ mm}$ die Geschwindigkeitskonturen im optimalen Betriebspunkt für die PIV-Messung und die CFD-Rechnung (RANS). Bei Betrachtung der Abbildungen fällt auf, daß die CFD-Ergebnisse größere Maximalwerte und kleinere Minimalwerte als die korrespondierenden Abbildungen der PIV-Messungen haben. Dies ist zum großen Teil der Tatsache geschuldet, daß es bei der Auswertung der

Rechnung die Möglichkeit gibt exakt nur eine zweidimensionale Ebene zu extrahieren. Damit die PIV-Messung jedoch funktioniert, benötigt der Lichtschnitt stets eine gewisse Dicke, so dass hier zwangsläufig über die Lichtschnittdicke (ca. $0,2\text{ mm}$, 40 % der kleinsten, untersuchten Spaltweite) gemittelt wurde.

Die beste Übereinstimmung ist bei c_u und c_{ax} zu beobachten. Bei der Umfangsgeschwindigkeit c_u war dies auch zu erwarten, da die Kennlinien schon sehr exakt getroffen wurden. Bei der Axialgeschwindigkeit wird sogar die punktuelle Strömung auf der Druckseite und ihre Aufweitung über die komplette Schaufellänge zum Spalt hin korrekt vorhergesagt. Insgesamt weisen die gerechneten Ergebnisse eine hohe qualitative Übereinstimmung mit den gemessenen Werten auf.

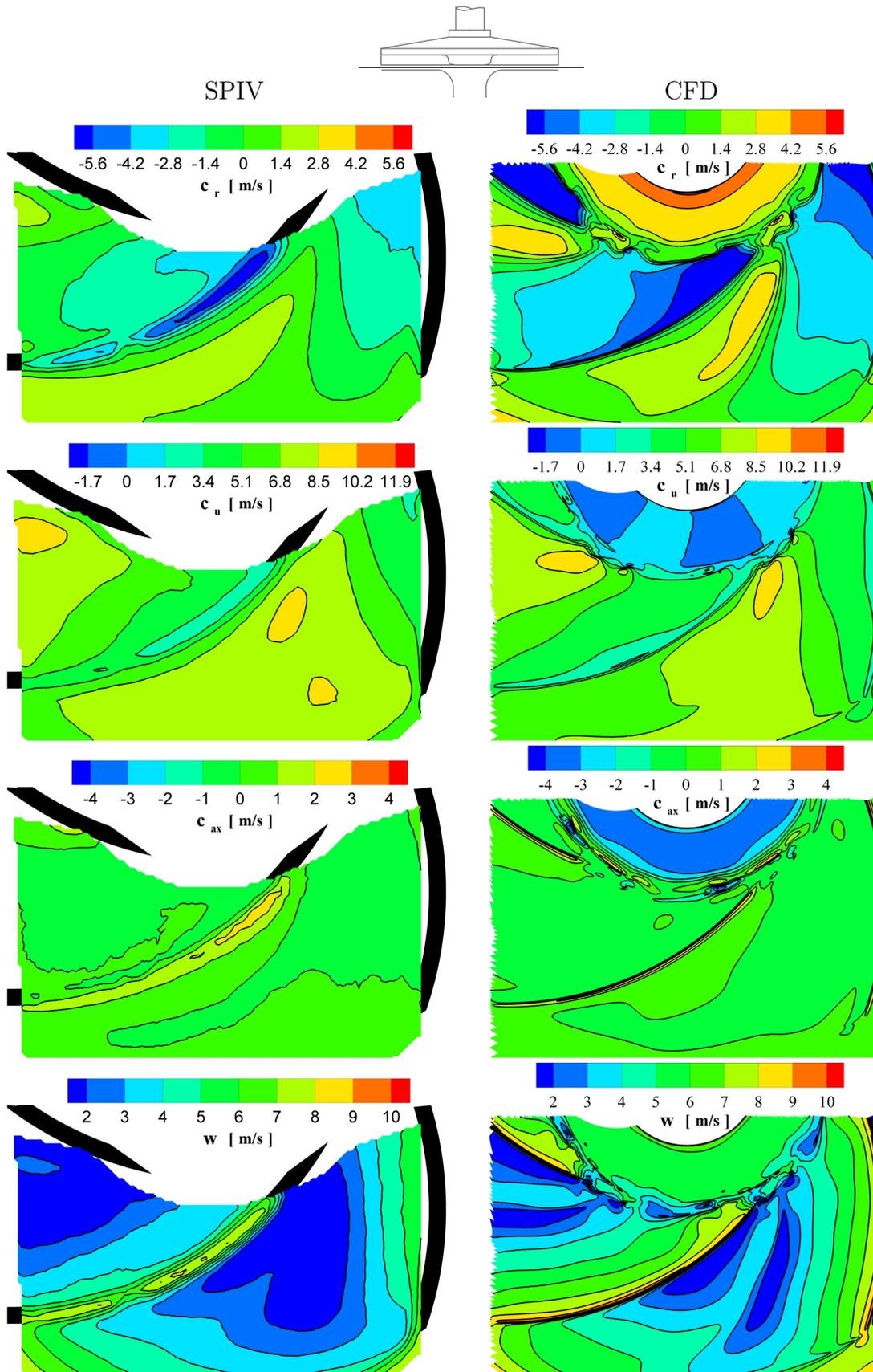


Abbildung 6.3: Geschwindigkeitskonturen im Spalt (1b37) für $s = 0,5 \text{ mm}$ im Optimalpunkt für Stereo-PIV (links) und CFD (RANS) (rechts)

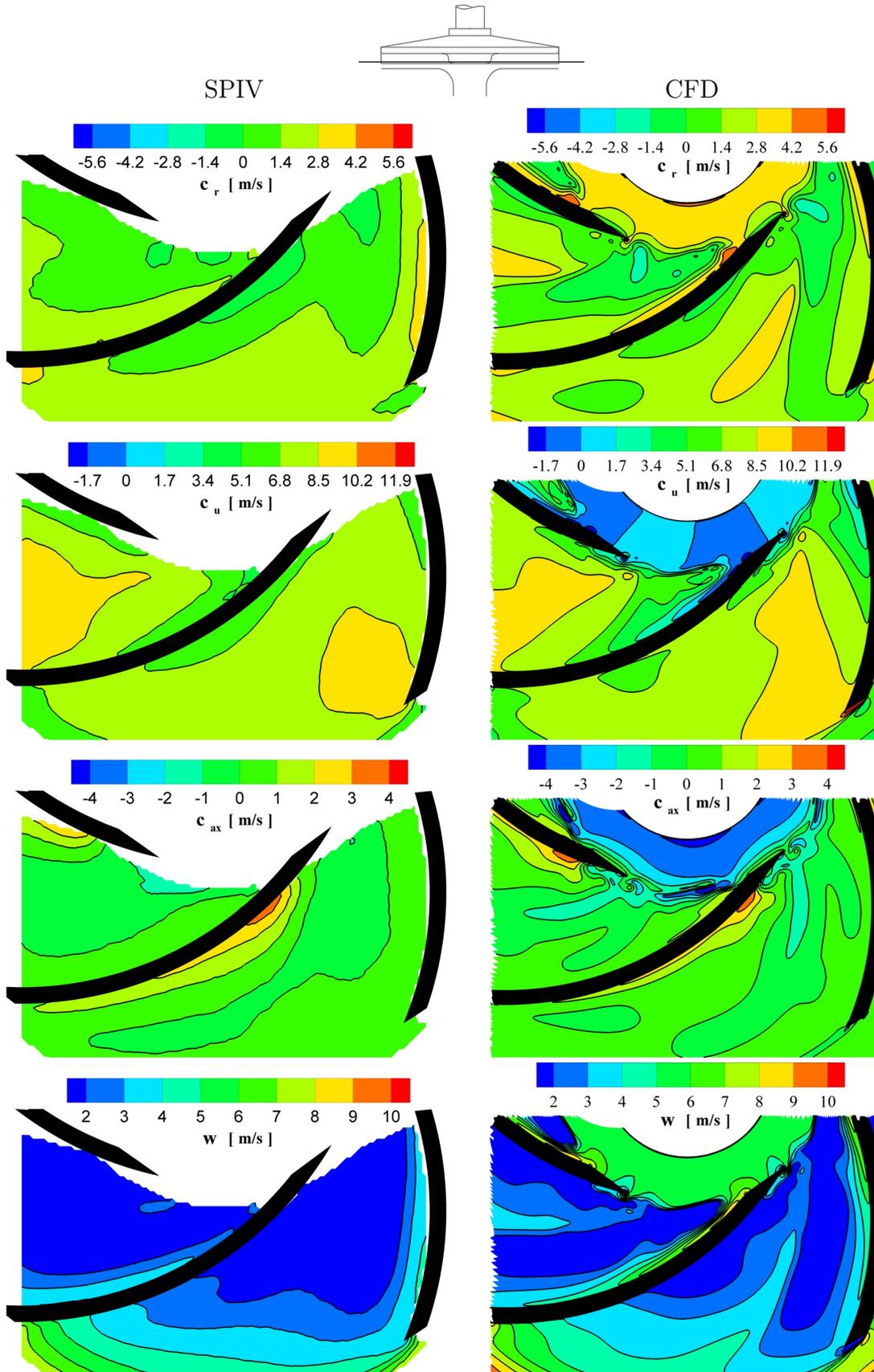


Abbildung 6.4: Geschwindigkeitskonturen 1mm im Laufrad (1b37) für $s = 0,5\text{ mm}$ im Optimalpunkt für Stereo-PIV (links) und CFD (RANS) (rechts)

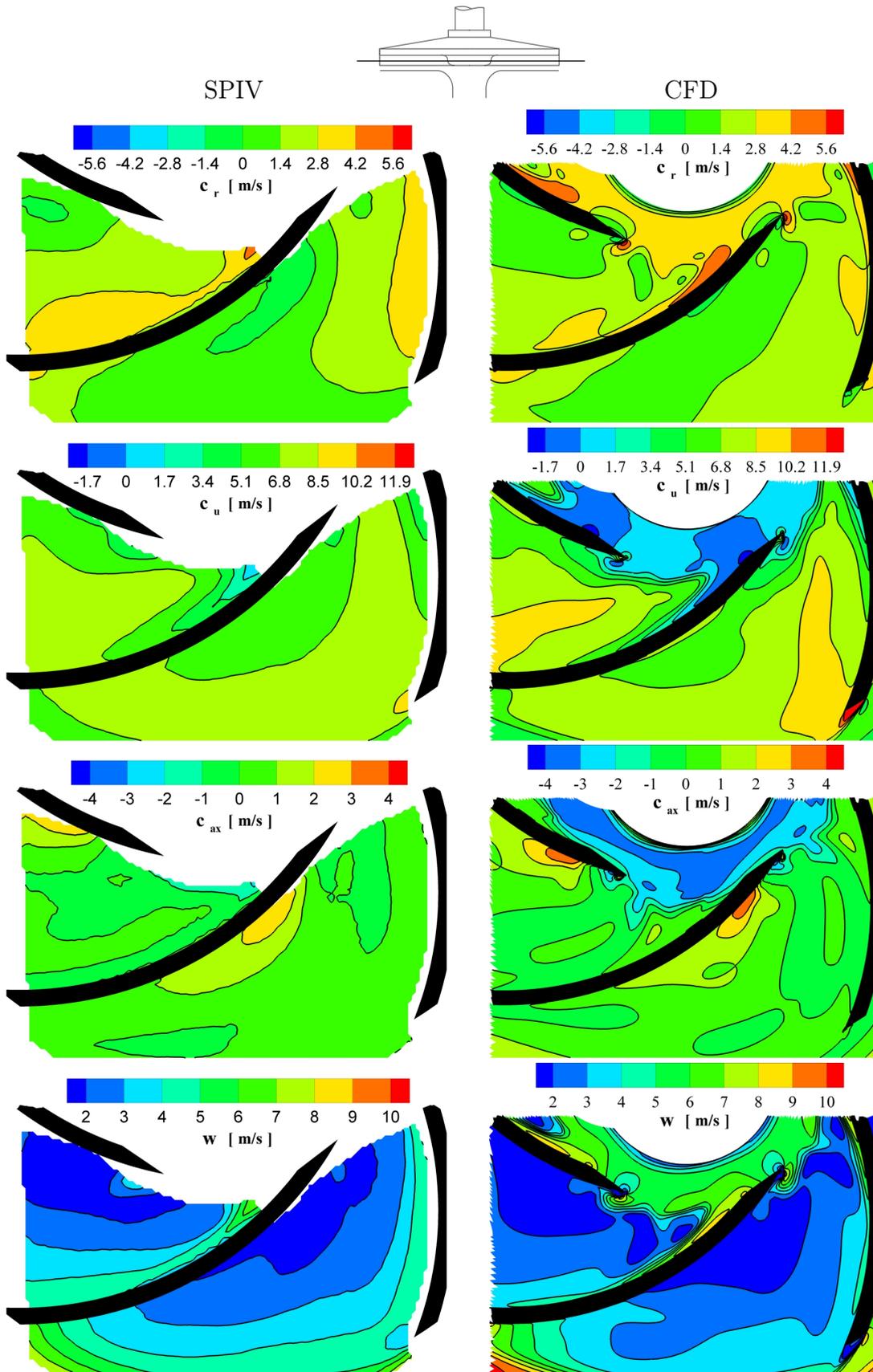


Abbildung 6.5: Geschwindigkeitskonturen $3mm$ im Laufrad (1b37) für $s = 0,5 mm$ im Optimalpunkt für Stereo-PIV (links) und CFD (RANS) (rechts)

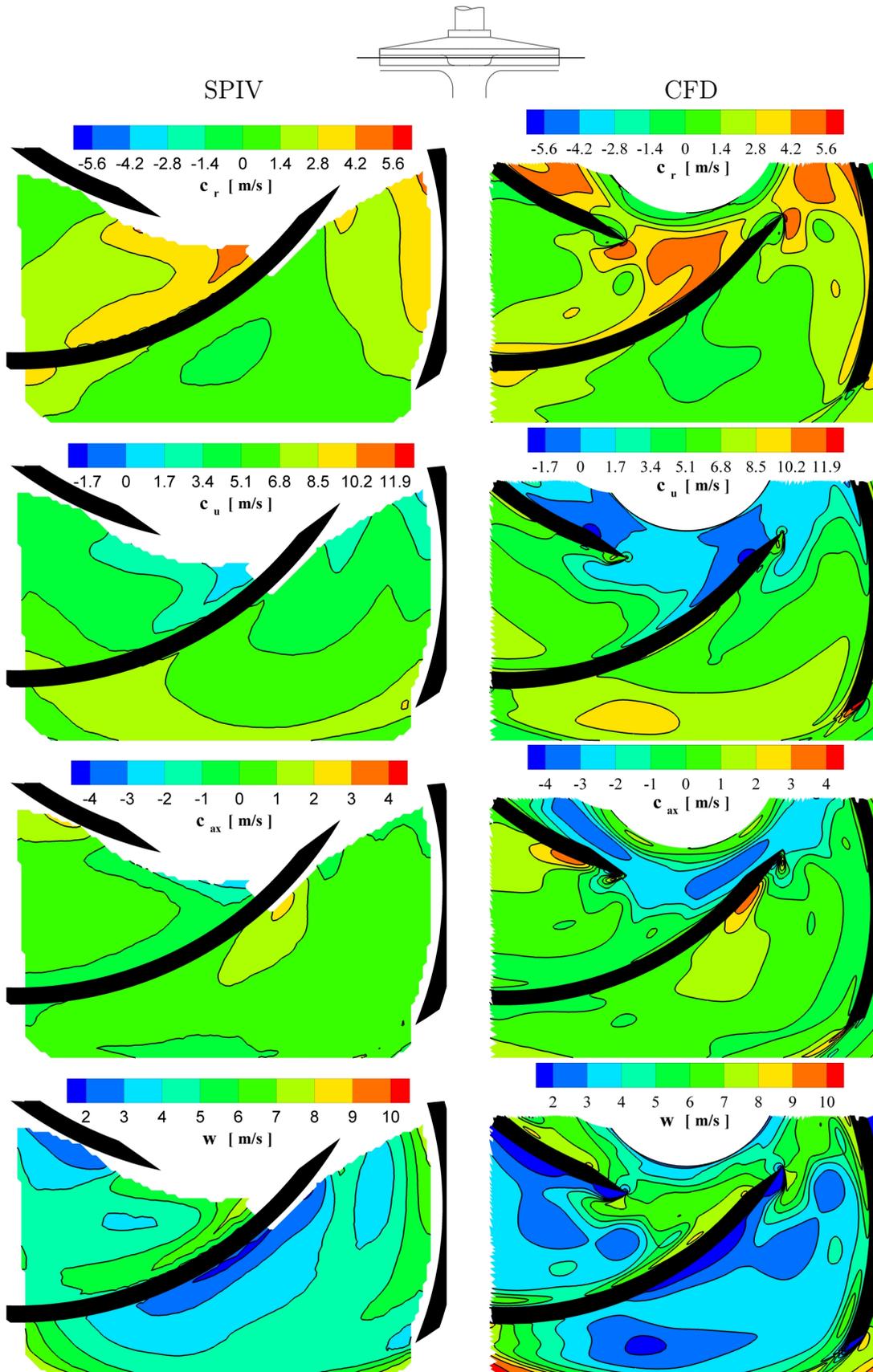


Abbildung 6.6: Geschwindigkeitskonturen 5mm im Laufrad (1b37) für $s = 0,5\text{ mm}$ im Optimalpunkt für Stereo-PIV (links) und CFD (RANS) (rechts)

6.3 Geschwindigkeitsprofile

In diesem Abschnitt werden die Geschwindigkeitsverläufe entlang dreier Kreisbögen um den Rotationsmittelpunkt mit den Radien $R = 30 \text{ mm}$ (orange), 40 mm (violett) und 50 mm (grün) untersucht (vgl. Abb. 6.7). Die Abbildungen 6.8 bis 6.19 zeigen die



Abbildung 6.7: Radien für die Geschwindigkeitsverläufe

Geschwindigkeitsverläufe über dem Umfangswinkel für die zuvor erwähnten Radien in allen vier Lichtschnittebenen für eine Spaltweite von $s = 0,5 \text{ mm}$. Die gemessenen Werte sind durch blaue Quadrate und die Ergebnisse der CFD-Rechnungen durch eine rote Linie gekennzeichnet. Auch hier ist weitgehend eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung zu erkennen. In vielen Diagrammen ist die Rechnung nahezu Deckungsgleich mit der Messung. In einigen Diagrammen zeigen die Rechenergebnisse die Neigung, die Ergebnisse der PIV-Messung zu überschwingen. Dies lässt auf ein zu geringes Dämpfungsmaß („artificial dissipation“) im Solver und eine relativ hohe Neigung der Strömungslösung zu instationärem Verhalten schließen. Besonders gut stimmen hier ebenfalls die Ergebnisse für die Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit c_u überein, was die sehr gute Übereinstimmung in der Kennlinie erklärt.

Bessere Übereinstimmungen würden nur mittels aufwendigerer Verfahren wie SAS („Scale Adaptive Simulation“) oder gar LES („Large Eddy Simulation“) erzielt. Da diese Verfahren transienter Natur sind, wäre der Rechen- und Zeitaufwand ein Vielfaches höher als der der stationären RANS-Rechnungen. Somit stellen die Ergebnisse der RANS-Rechnung mit dem SST-Turbulenzmodell für diese Arbeit den besten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Berechnungsaufwand dar.

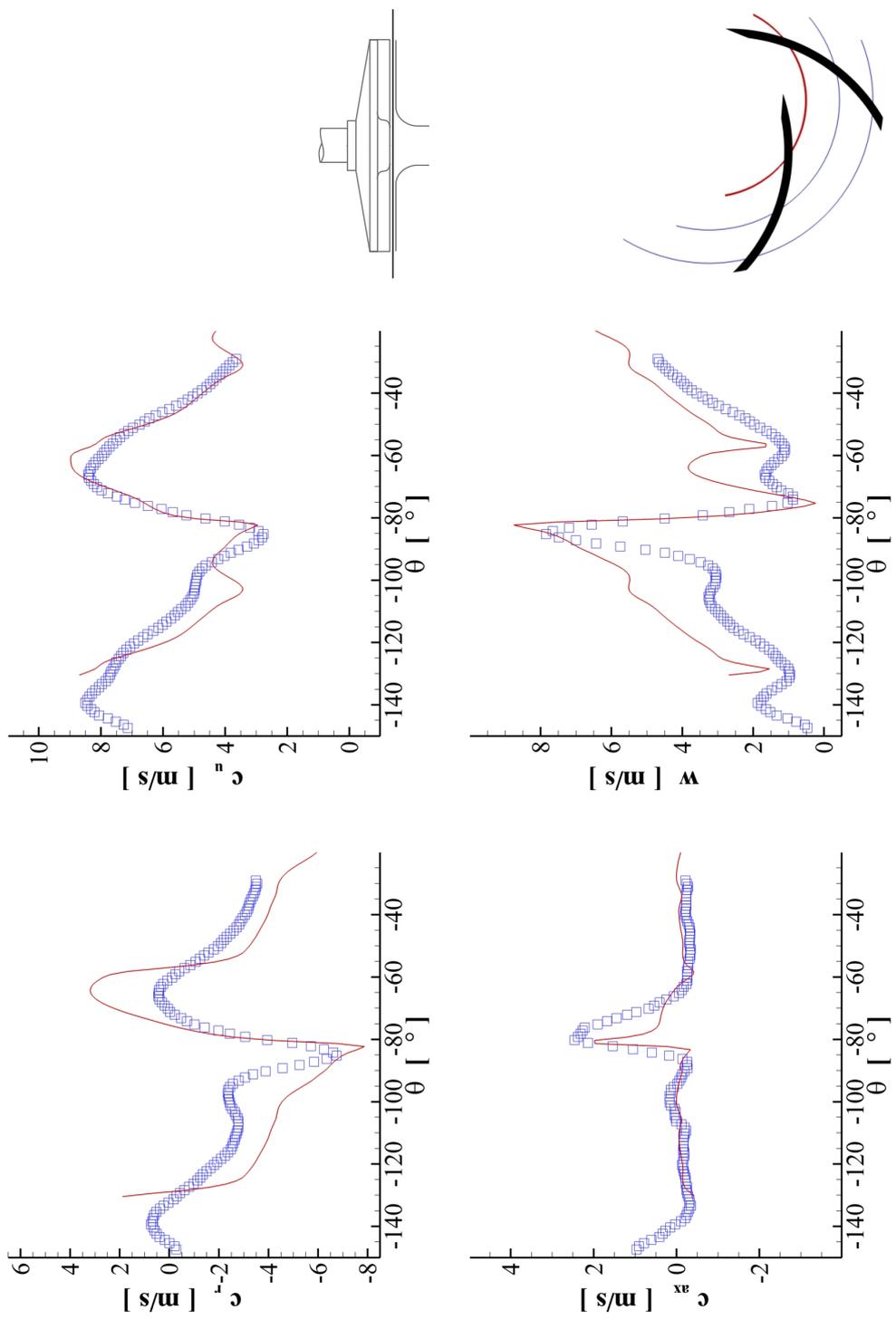


Abbildung 6.8: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile im Spalt bei $R = 30 \text{ mm}$ und $s = 0,5 \text{ mm}$ im Optimalpunkt (1b37)

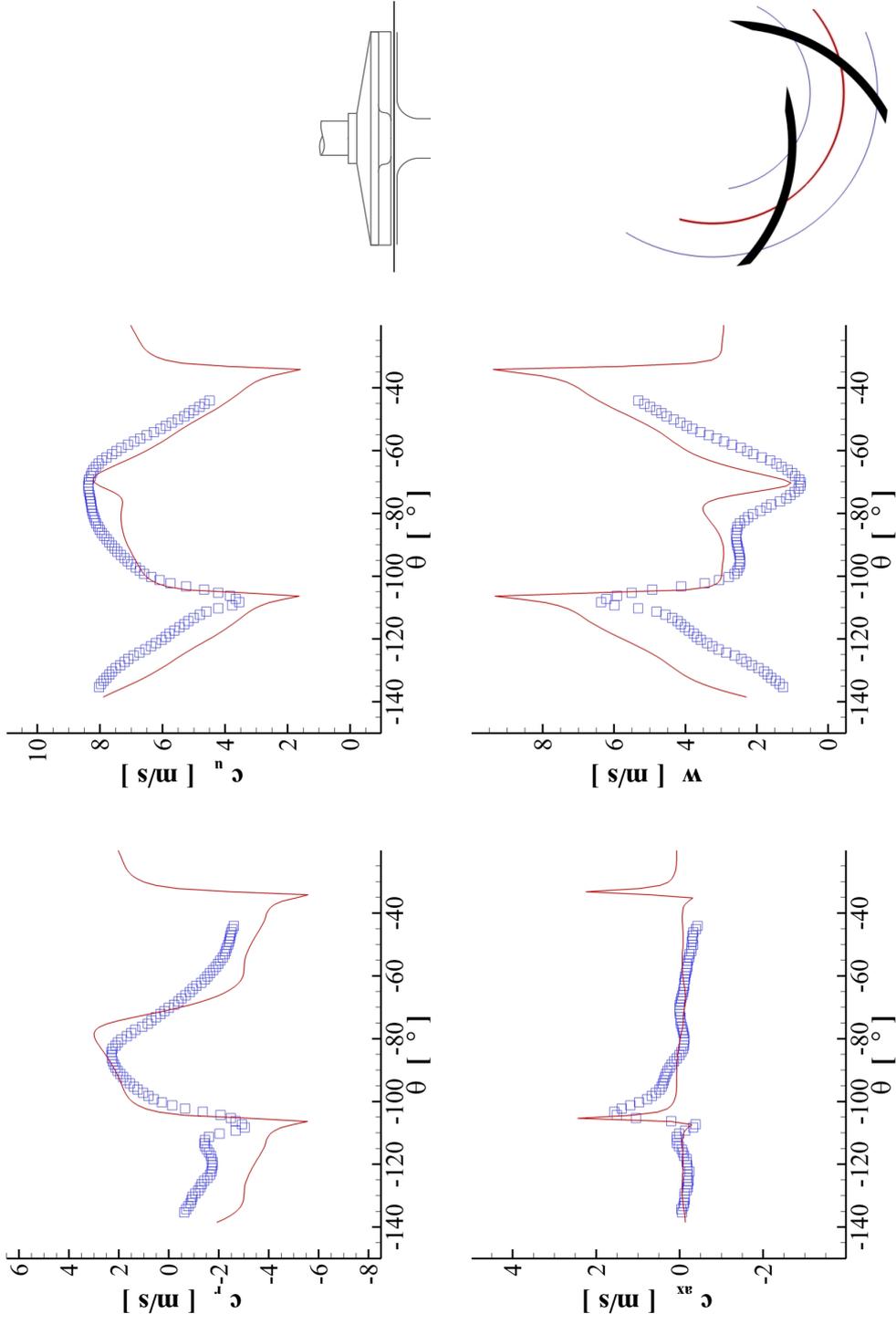


Abbildung 6.9: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile im Spalt bei $R = 40 \text{ mm}$ und $s = 0,5 \text{ mm}$ im Optimalpunkt (1b37)

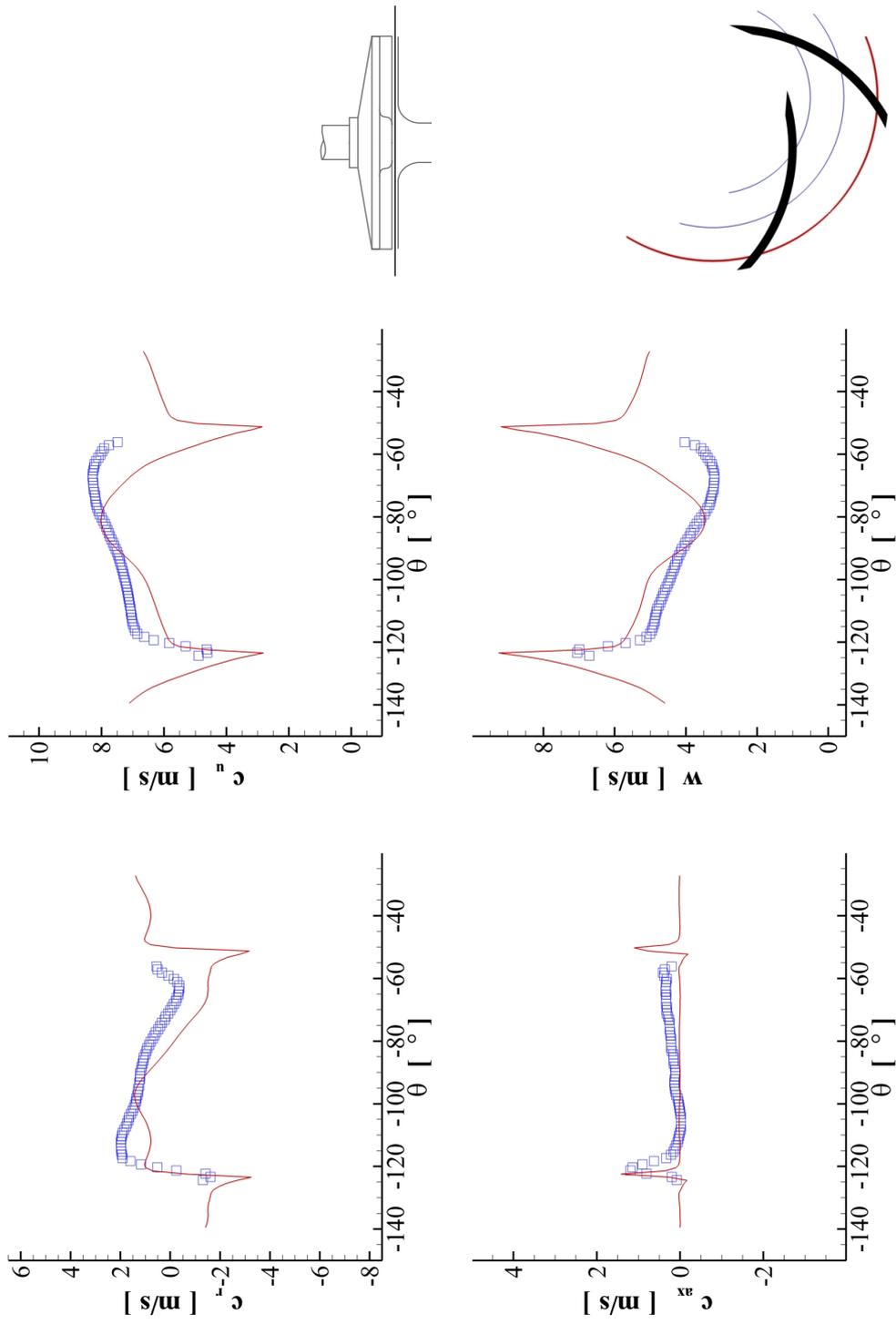


Abbildung 6.10: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile im Spalt bei $R = 50 \text{ mm}$ und $s = 0,5 \text{ mm}$ im Optimalpunkt (1b37)

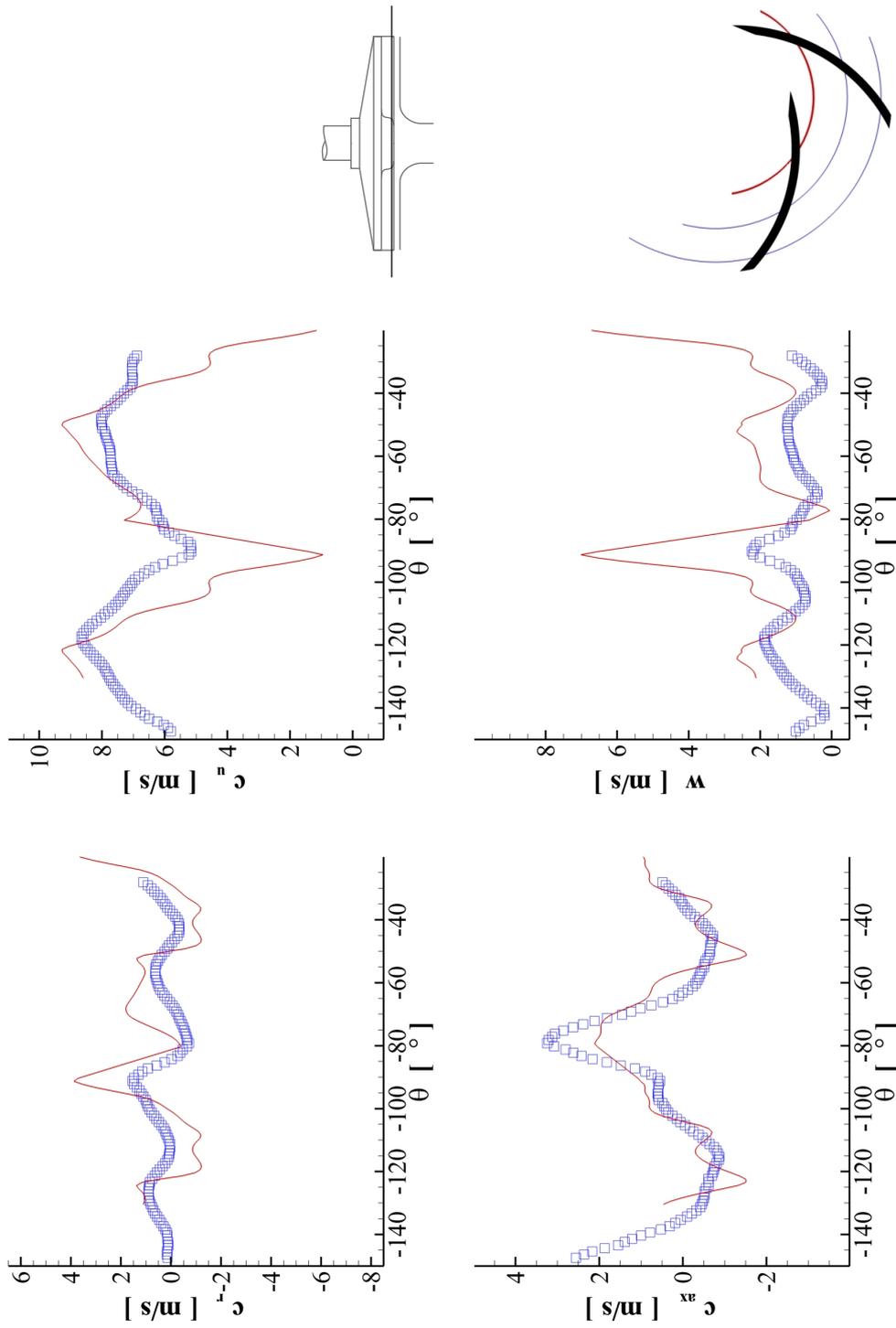


Abbildung 6.11: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile 1 mm im Laufrad bei $R = 30 \text{ mm}$ und $s = 0,5 \text{ mm}$ im Optimalpunkt (1b37)

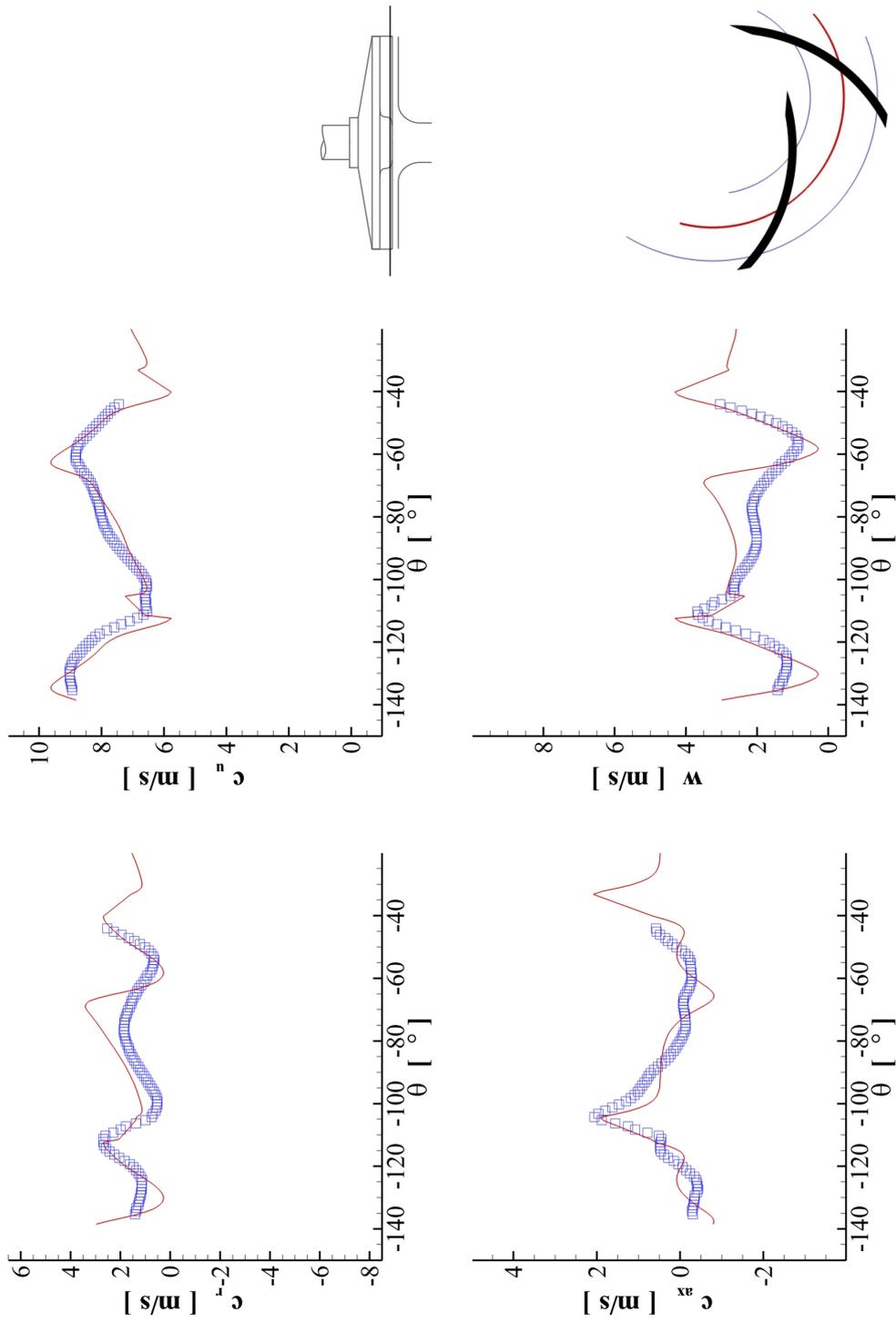


Abbildung 6.12: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile 1 mm im Laufrad bei $R = 40 \text{ mm}$ und $s = 0,5 \text{ mm}$ im Optimalpunkt (1b37)

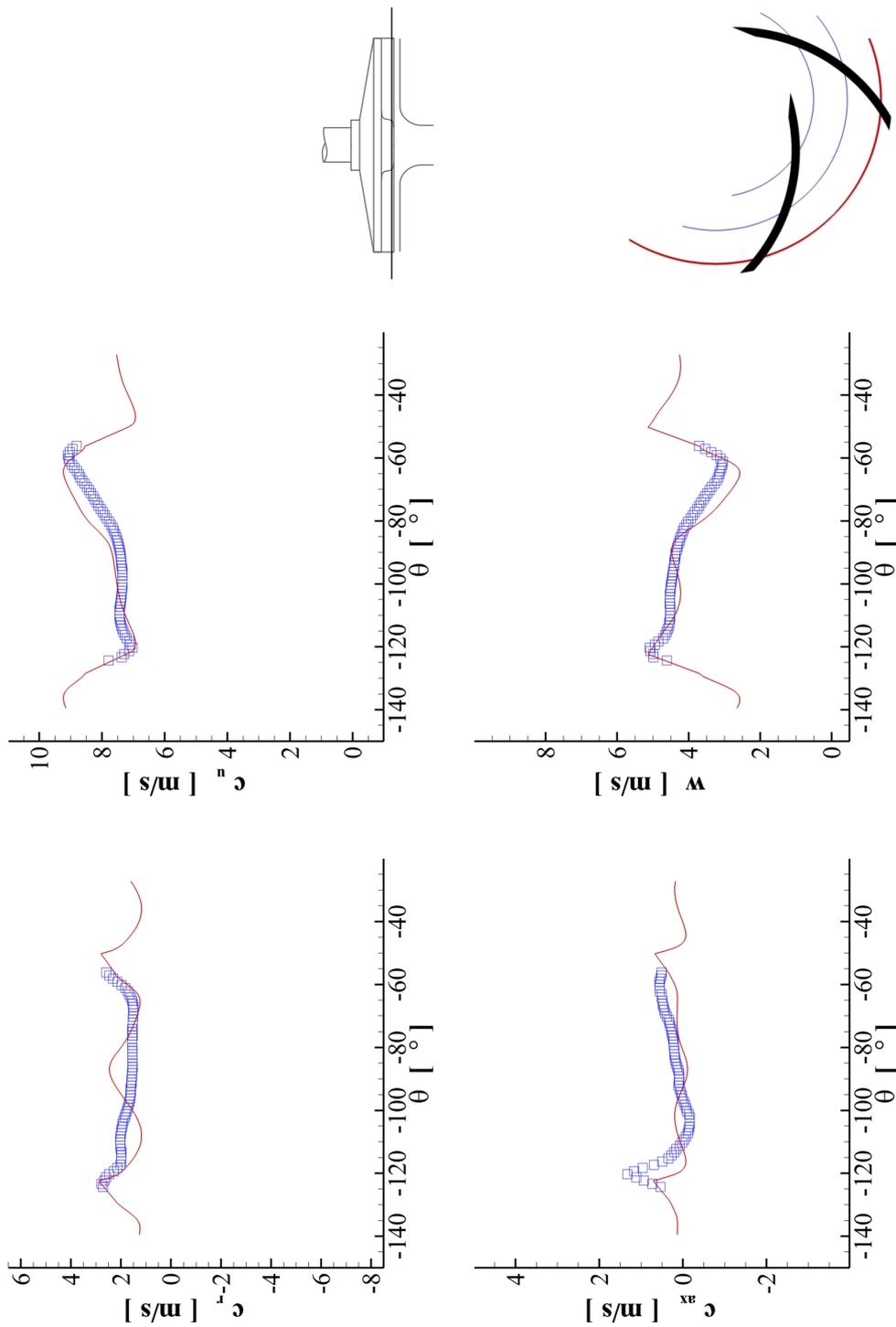


Abbildung 6.13: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile 1 mm im Laufrad bei $R = 50 \text{ mm}$ und $s = 0,5 \text{ mm}$ im Optimalpunkt (1b37)

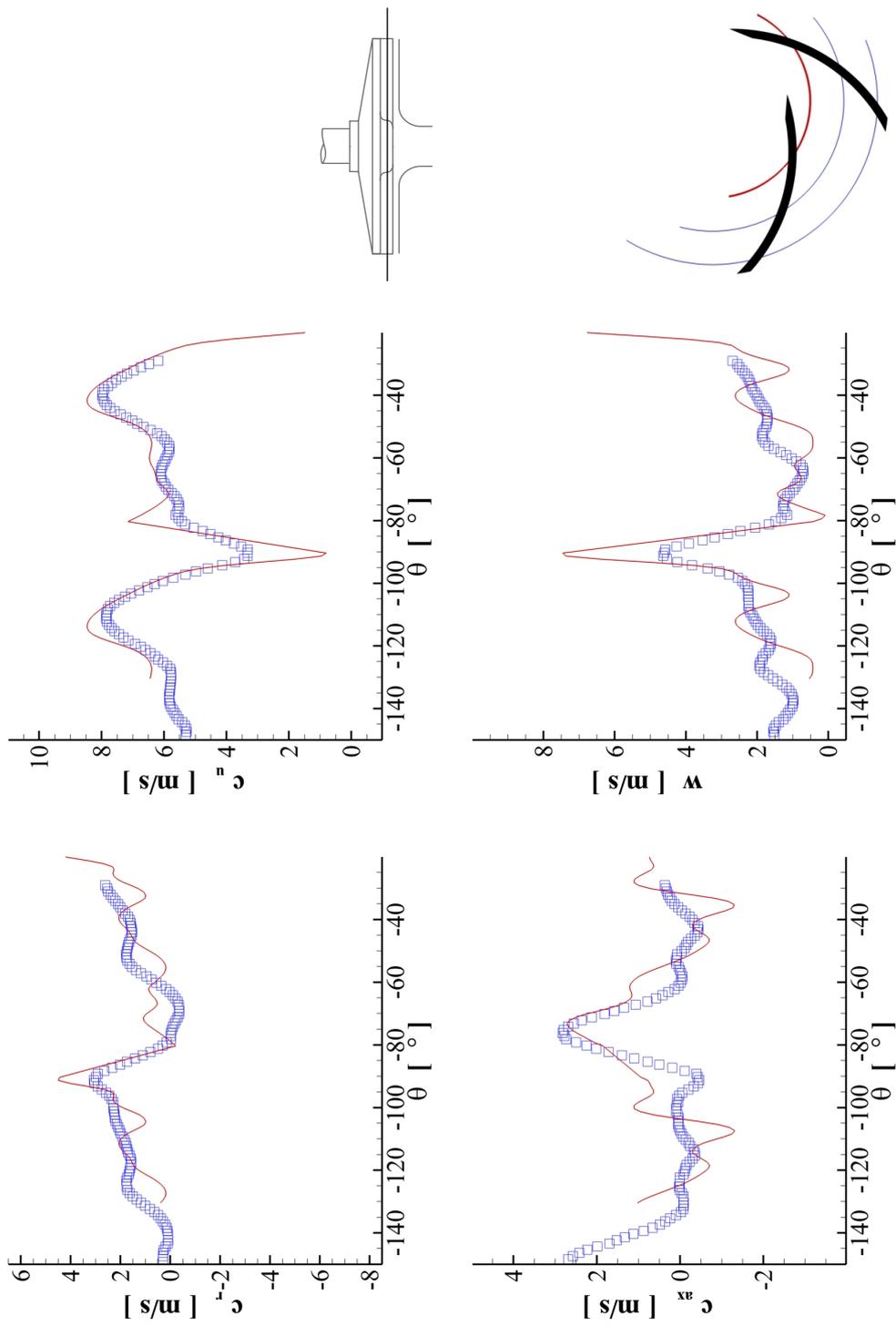


Abbildung 6.14: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile 3 mm im Laufrad bei $R = 30 \text{ mm}$ und $s = 0,5 \text{ mm}$ im Optimalpunkt (1b37)

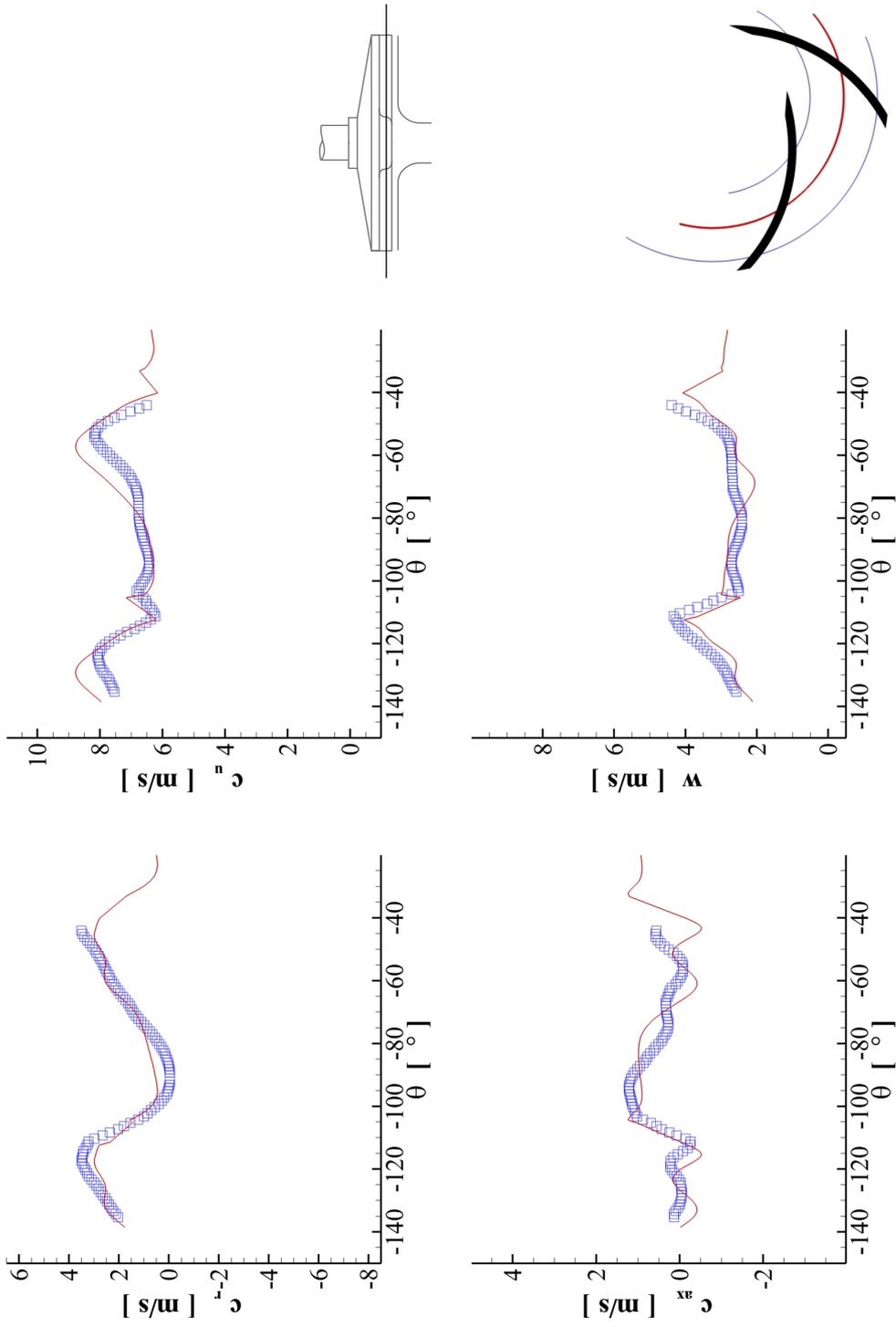


Abbildung 6.15: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile 3 mm im Laufrad bei $R = 40$ mm und $s = 0,5$ mm im Optimalpunkt (1b37)

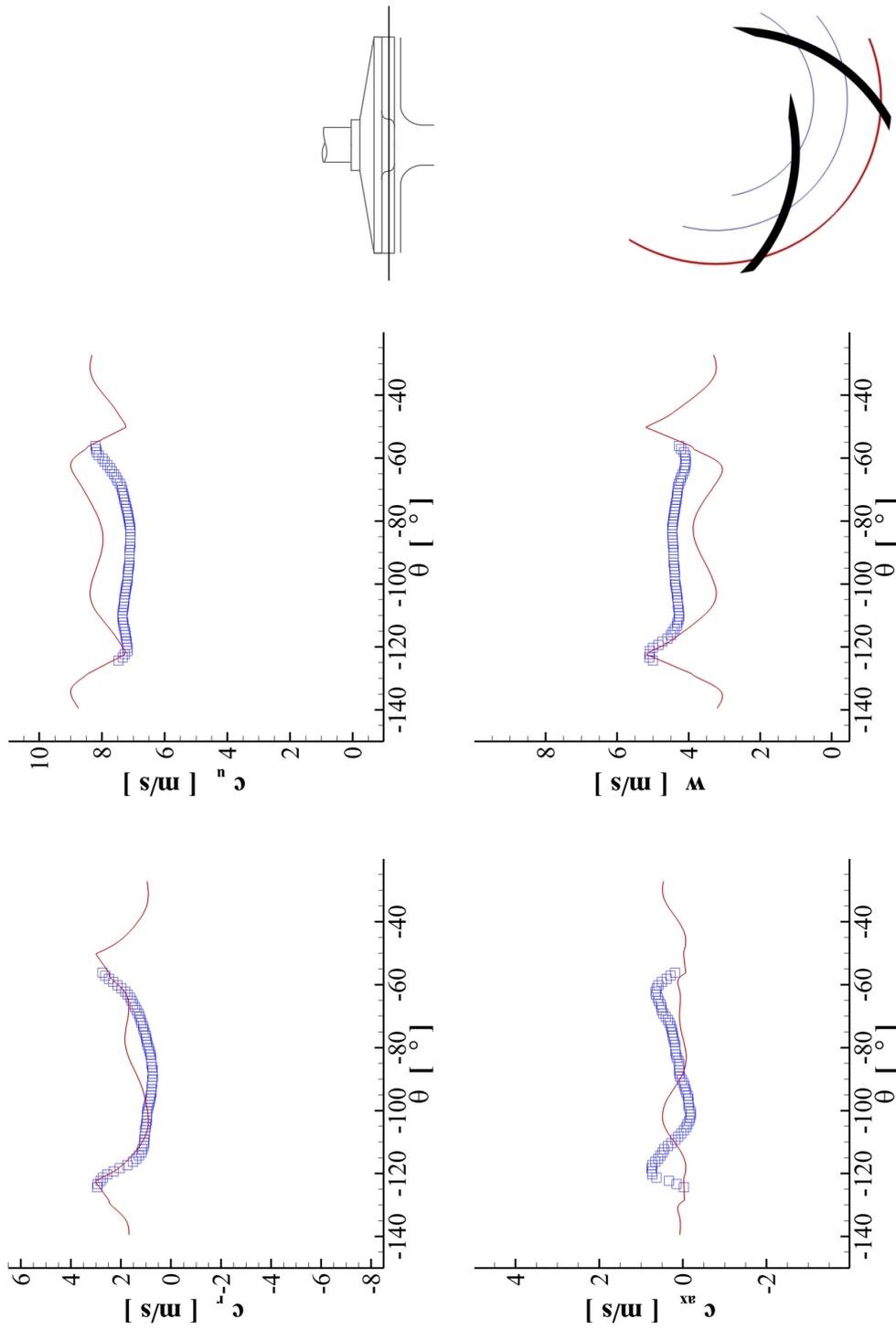


Abbildung 6.16: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile 3 mm im Laufrad bei $R = 50$ mm und $s = 0,5$ mm im Optimalpunkt (1b37)

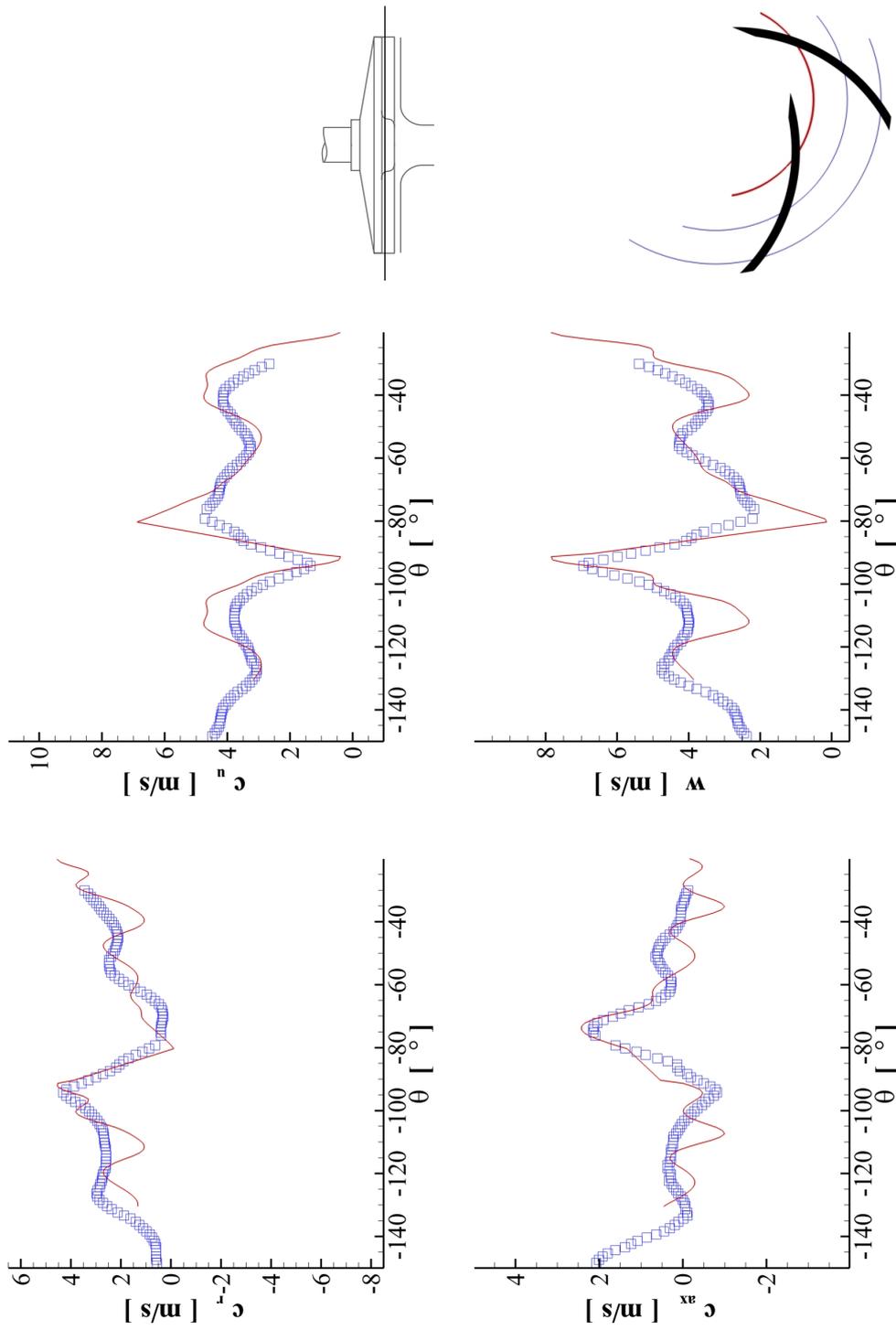


Abbildung 6.17: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile 5 mm im Laufrad bei $R = 30 \text{ mm}$ und $s = 0,5 \text{ mm}$ im Optimalpunkt (1b37)

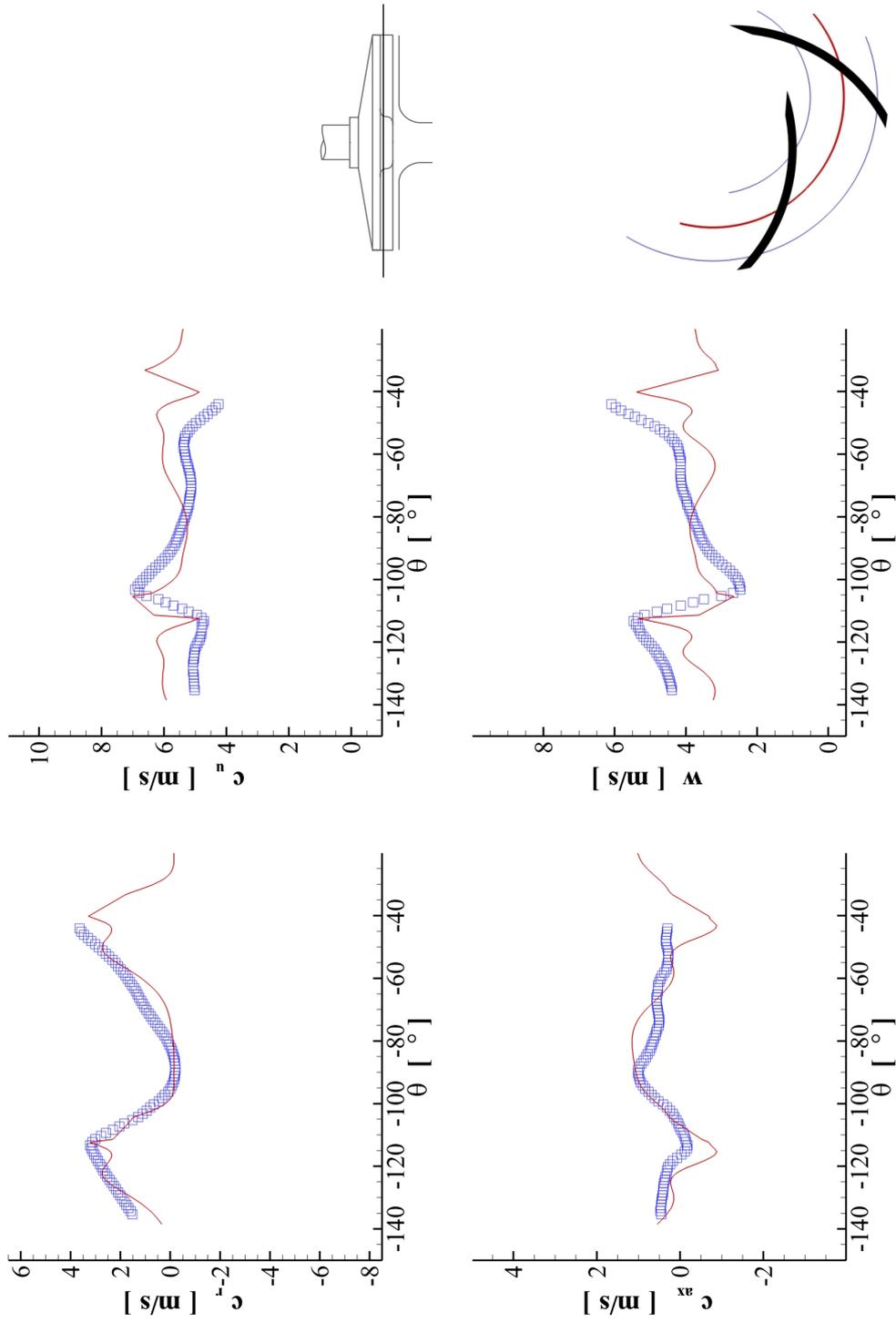


Abbildung 6.18: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile 5 mm im Laufrad bei $R = 40$ mm und $s = 0,5$ mm im Optimalpunkt (1b37)

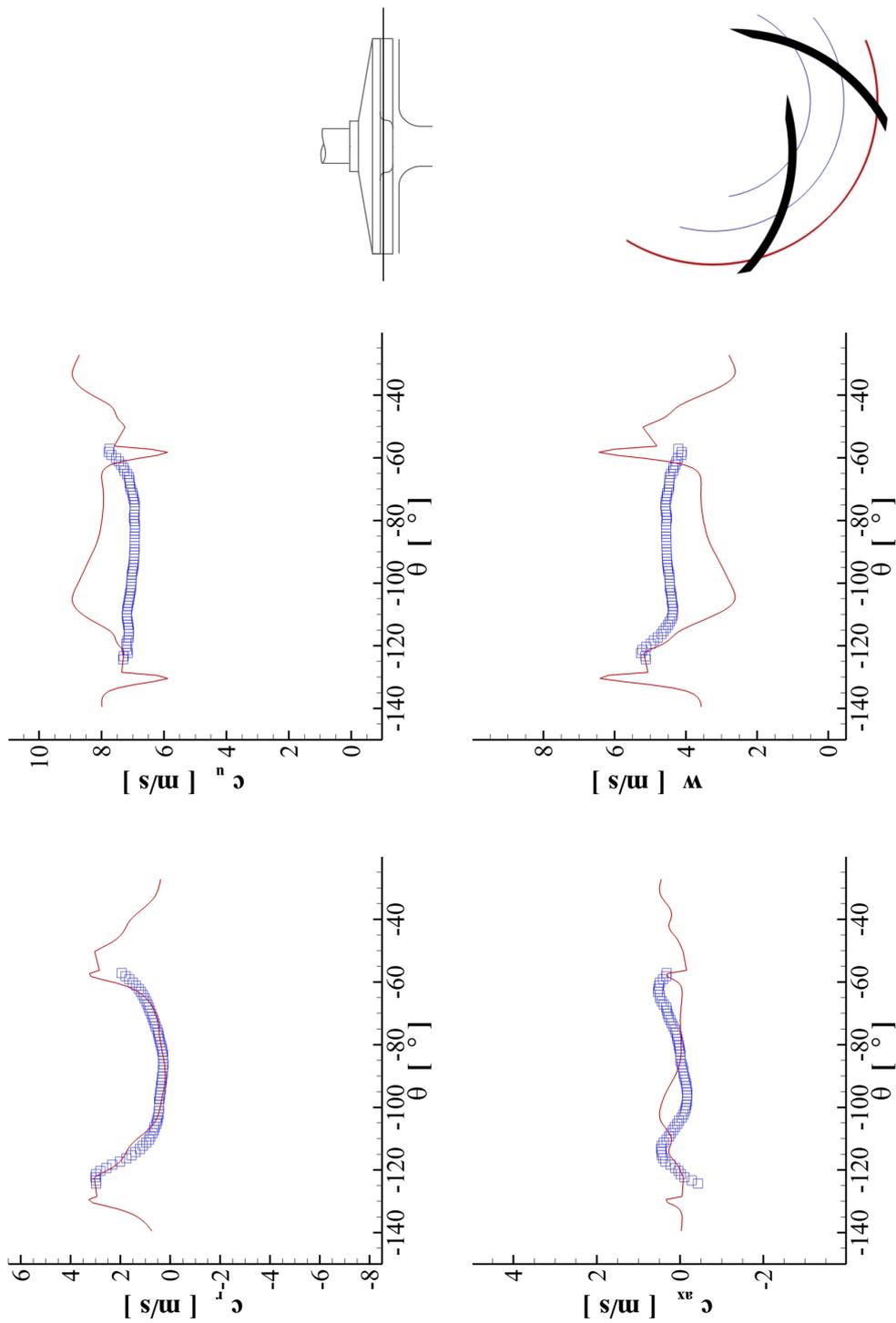


Abbildung 6.19: Vergleich der Geschwindigkeitsprofile 5 mm im Laufrad bei $R = 50$ mm und $s = 0,5$ mm im Optimalpunkt (1b37)

Kapitel 7

Ergebnisse

Zunächst wird das Strömungsfeld in der 1b37-Laufradgeometrie analysiert. Anschließend wird mittels einer lokalen Definition des Wirkungsgrades erörtert, wo die stärksten Verluste auftreten. Daraufhin wird eine neu entwickelte Geometrie untersucht, um deren verbessertes Betriebsverhalten zu erklären.

7.1 Strömungs- und Wirbelfeld 1b37

In Abbildung 7.1 ist die Relativgeschwindigkeit und in Abbildung 7.2 die Wirbelstärke auf Ebenen senkrecht zur Schaufel dargestellt. Es sind große Gebiete niedriger Geschwindigkeit im Zentrum eines Wirbels zu sehen der sich in der Schaufelkanalmitte über $3/4$ der Kanaltiefe erstreckt. Abbildung 7.2 zeigt zudem, wie sich im ersten Drittel des Schaufelkanals mit diesem Wirbel Teile der Scherschicht zwischen Kanal- und Spaltströmung aufrollen.

Abbildung 7.3 zeigt das Strömungsfeld im Schaufelkanal anhand der mit der Geschwindigkeit eingefärbten Stromlinien sowie der absoluten Wirbelintensität (Vorticity) auf 5 Schnittebenen senkrecht zur Schaufel für eine Spaltweite $s = 1 \text{ mm}$ oder $s/D = 0.01$ im Bestpunkt $\Phi = \Phi_{opt}$.

Die Strömung wird im Wesentlichen von zwei Wirbelsystemen dominiert. Am Laufradeintritt zeigt sich auf der Saugseite ein Wirbelzopf, der aus der sich aufrollenden Spaltströmung resultiert. Er dreht in Strömungsrichtung gesehen im Uhrzeigersinn. Weiter stromab im Schaufelkanal nimmt die Stärke des Sekundärwirbels zu, sodass der Wirbelzopf vom Laufradeintritt an Bedeutung für das Strömungsfeld verliert, da der Sekundärwirbel entgegen dem Uhrzeigersinn dreht. Auffällig ist darüberhinaus der druckseitige Leckagestrom in den Spalt. Er weist im Bereich kurz hinter dem Schaufeleintritt eine starke, axiale Geschwindigkeitskomponente auf, die sich zum Laufradaustritt abschwächt. Im Wesentlichen entspricht die Strömung der Skizze nach ECKARDT [7] in Abbildung 3.8, jedoch ist am Schaufelkanaleintritt der Wirbelzopf aus der aufgerollten Spaltströmung stärker, während am Laufradaustritt der Sekundärwirbel das Strömungsfeld maßgeblich beeinflusst.

Abbildung 7.4 zeigt den saugseitigen Wirbelzopf im Detail für eine Spaltweite von $s/D = 0.01$ in einem Betriebspunkt nahe dem Bestpunkt. Neben den mit der Relativgeschwindigkeit w (Velocity) eingefärbten Stromlinien und den Ebenen mit der absoluten Wirbelintensität (Absolute Vorticity) ist in dieser Abbildung noch der Wirbelkern sichtbar gemacht worden. Er wurde mittels der normierten Helizität (Helicity) nach FURUKAWA et al. [11] visualisiert. Diese ist definiert als das Ska-

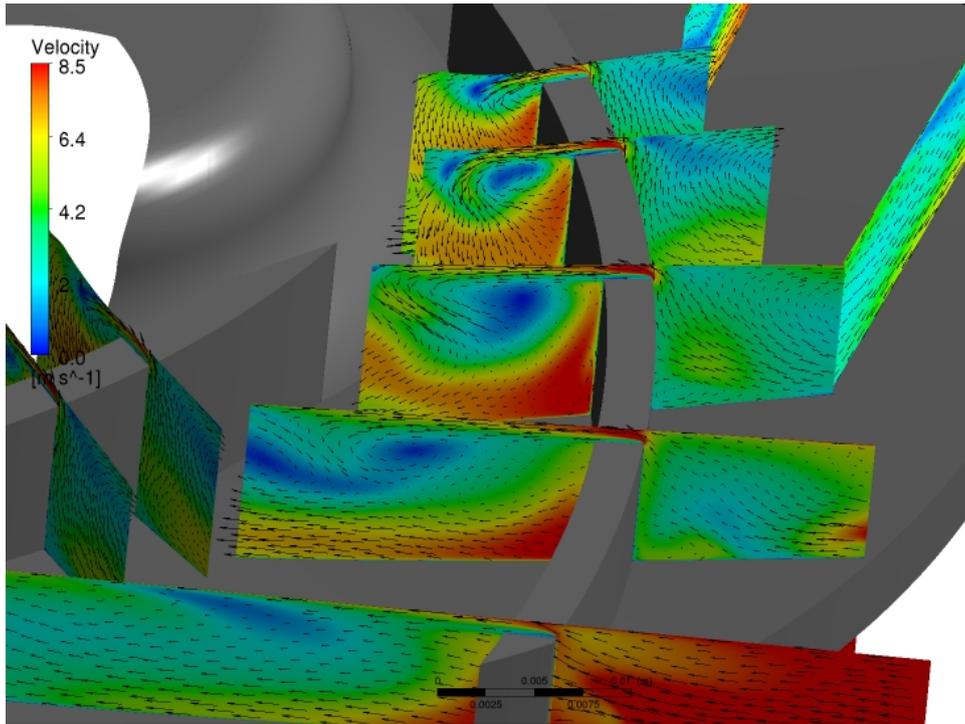


Abbildung 7.1: Relativgeschwindigkeit w im Schaufelkanal bei $\frac{s}{D} = 0,01$ und $\Phi = \Phi_{opt}$, 1b37

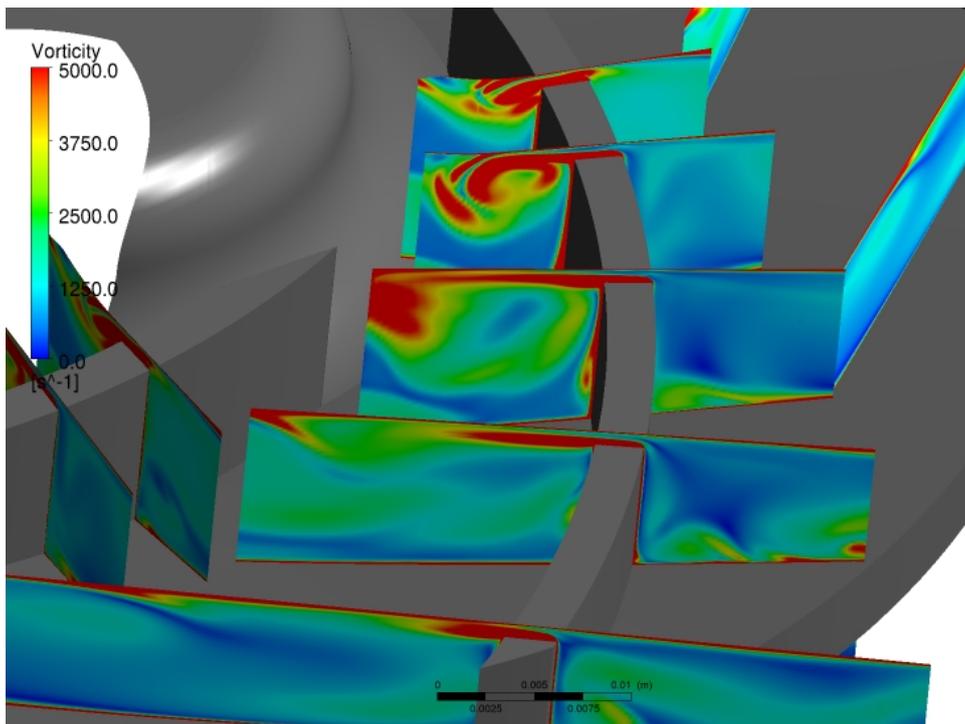


Abbildung 7.2: Wirbelstärke Ω im Schaufelkanal bei $\frac{s}{D} = 0,01$ und $\Phi = \Phi_{opt}$, 1b37

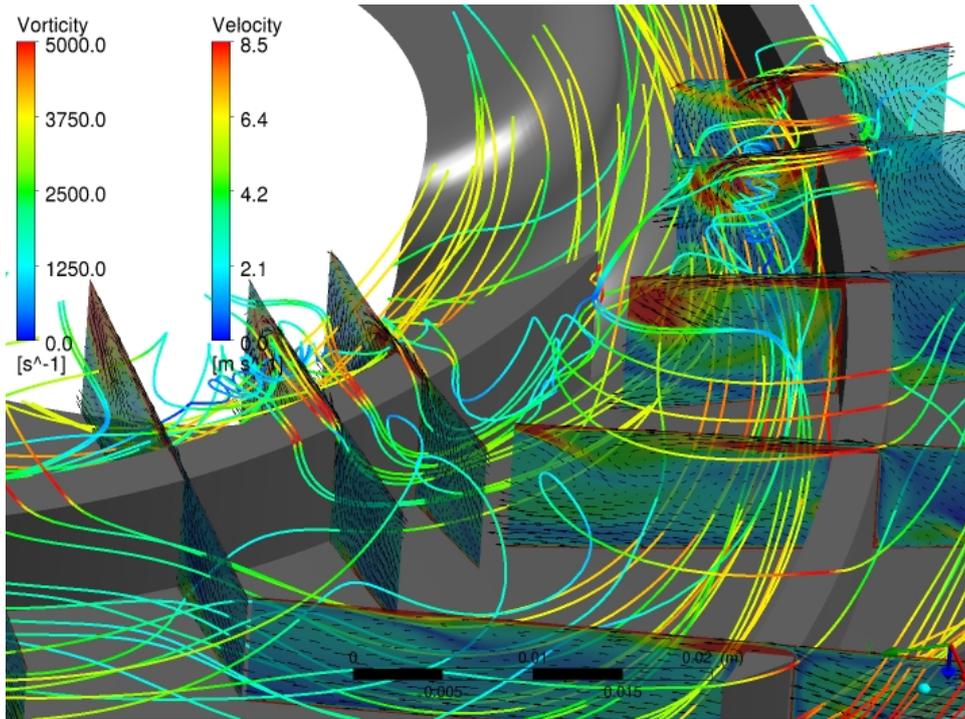


Abbildung 7.3: Schaufelkanal bei $\frac{s}{D} = 0,01$ und $\Phi = \Phi_{opt}$, 1b37

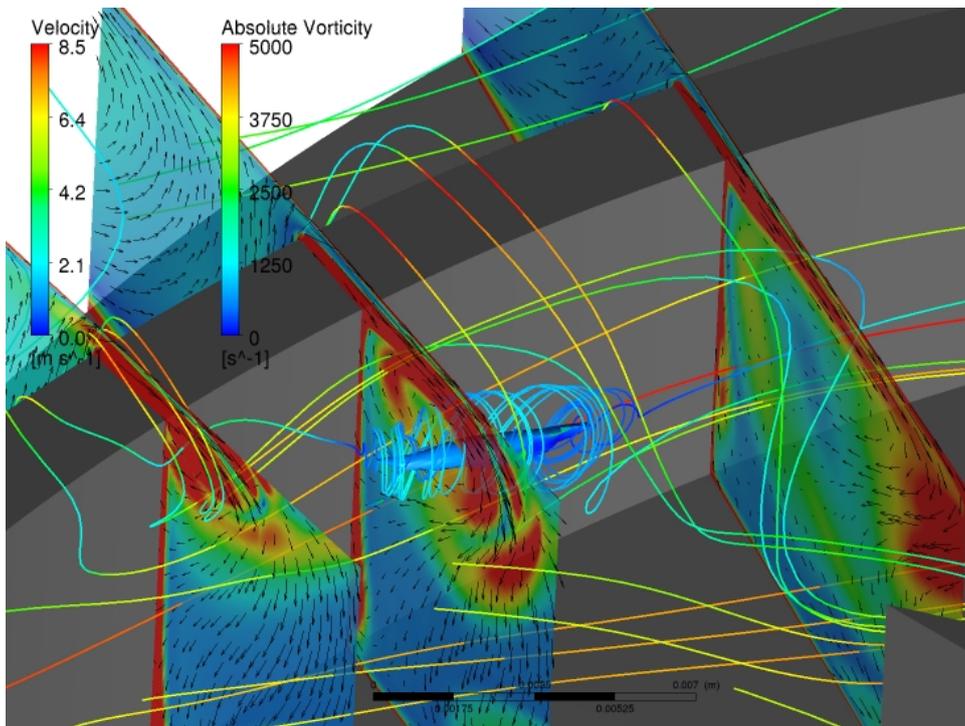


Abbildung 7.4: saugseitiger, aufplatzender Wirbelzopf bei $\frac{s}{D} = 0,01$ und $\Phi = \Phi_{opt}$, 1b37

larprodukt aus absoluter Wirbelintensität und Relativgeschwindigkeit normiert mit den Absolutbeträgen beider Vektoren.

$$H_n = \frac{\vec{\Omega} \cdot \vec{w}}{|\vec{\Omega}| |\vec{w}|} \quad (7.1)$$

Die Helizität stellt den Cosinus des zwischen absoluter Wirbelintensität $\vec{\Omega}$ und Relativgeschwindigkeit \vec{w} eingeschlossenen Winkels dar. Im Wirbelkern tendiert die Helizität zum Wert 1 oder -1 . Bei positivem Vorzeichen sind der Vektor der Wirbelstärke und der der Relativgeschwindigkeit in die gleiche Richtung orientiert. Bei einem Wert von $H_n = 0$ stehen sie senkrecht aufeinander und im Falle eines negativen Vorzeichens streben sie in entgegengesetzte Richtungen.

Abbildung 7.4 zeigt die Isoflächen für eine Helizität von $H_n = -0,85$. Das bedeutet, dass im Inneren dieses Wirbelzopfes ein entgegengesetzt drehender Wirbel liegt, der das Fluid entgegen der Hauptströmungsrichtung fördert. Dieser innenliegende, entgegengesetzte Wirbel führt weiter stromab zum Aufplatzen des gesamten Wirbelzopfes. Die blasenartige Struktur des innenliegenden Rückströmwirbels lässt hier auf ein sogenanntes blasenartiges Wirbelaufplatzen („bubble-like Vortex breakdown“) schließen, wohingegen die sich aufrollende Scherschicht bei anderen Spaltweiten und Betriebszuständen auch für ein („spiral-type breakdown“) sorgen kann. Insgesamt kann davon ausgegangen werden, dass hier ein transitioneller Zustand zwischen beiden Aufplatzarten vorliegt.

7.1.1 Einfluss auf das Strömungsfeld durch Variation der Spaltweite

Die Abbildungen 7.5 und 7.6 zeigen die Strömung im Bestpunkt $\Phi = \Phi_{opt}$ bei den Spaltweiten $\frac{s}{D} = 0,005$ und $\frac{s}{D} = 0,015$. Beim Vergleich dieser Abbildungen mit Abbildung 7.3 fällt auf, dass bei steigender Spaltweite das Fluid auf der Druckseite immer tiefer aus dem Laufrad in den Spalt gezogen wird. Dieser Bereich erstreckt sich von etwa einer viertel Schaufellänge hinter der Vorderkante bis zur Hinterkante der Schaufel.

Auch der Sekundärwirbel ist in Größe und Position stark von der Spaltweite abhängig. Während er sich bei kleinen Spaltweiten und somit kleinem Spaltvolumenstrom fast über die gesamte Schaufelkanalbreite erstreckt, wird er bei größer werdenden Spaltweiten durch die stärker werdende Spaltströmung auf nahezu die halbe Schaufelkanalbreite hinter der Druckseite zurückgedrängt.

Die starke druckseitige Axialströmung, die sich von 20 % der druckseitigen Schaufel bis zur Schaufelhinterkante erstreckt, wird ebenfalls stark durch die Spaltweite beeinflusst. Bei großen Spaltweiten $\frac{s}{D} = 0,015$, also großen Spaltvolumenströmen ist sowohl die Axialgeschwindigkeit an dieser Stelle stärker als bei $\frac{s}{D} = 0,05$, als auch der Bereich aus dem die Spaltströmung das Fluid ansaugt.

Ein weiterer Bereich der sich mit der Variation der Spaltweite maßgeblich verändert, ist der saugseitige Wirbelzopf sowie sein Aufplatzverhalten. Bei geringen Spaltwei-

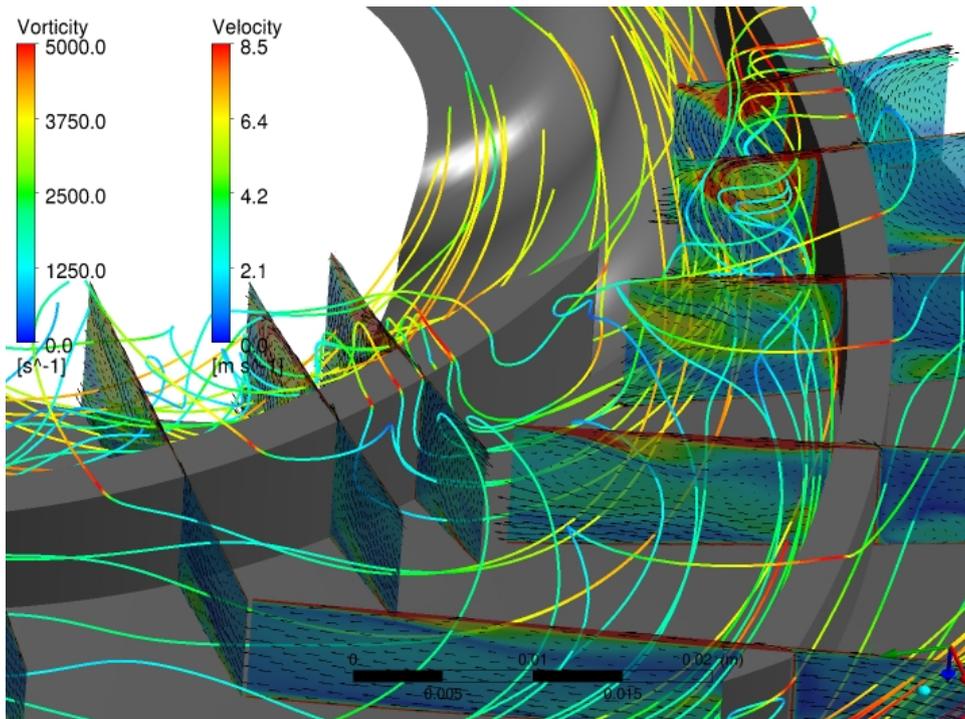


Abbildung 7.5: Schaufelkanal bei $\frac{s}{D} = 0,005$ und $\Phi = \Phi_{opt}$, 1b37

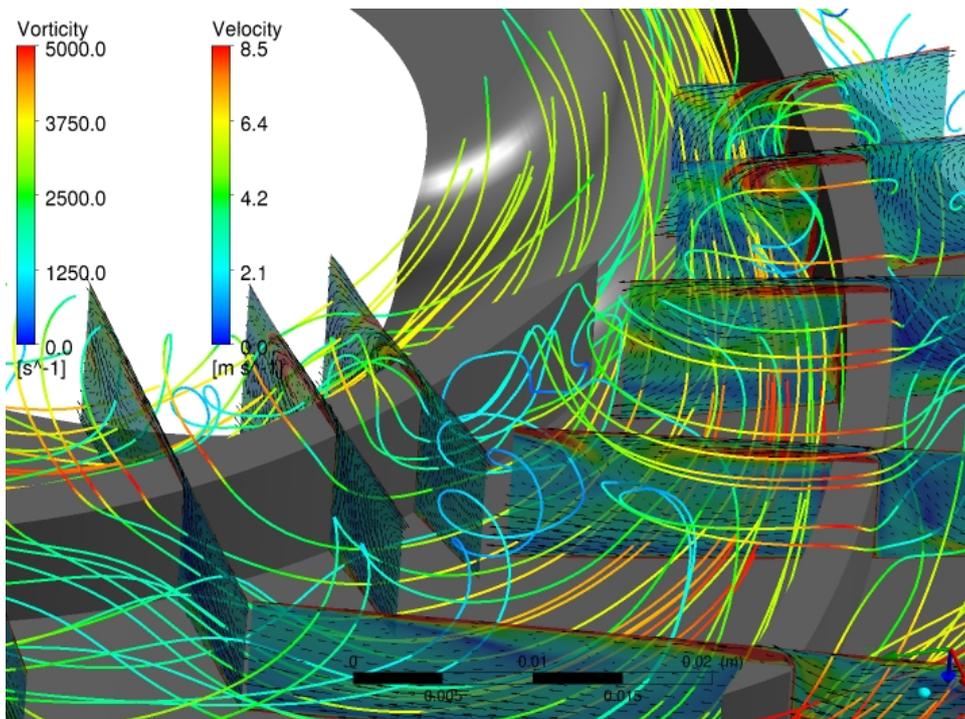


Abbildung 7.6: Schaufelkanal bei $\frac{s}{D} = 0,015$ und $\Phi = \Phi_{opt}$, 1b37

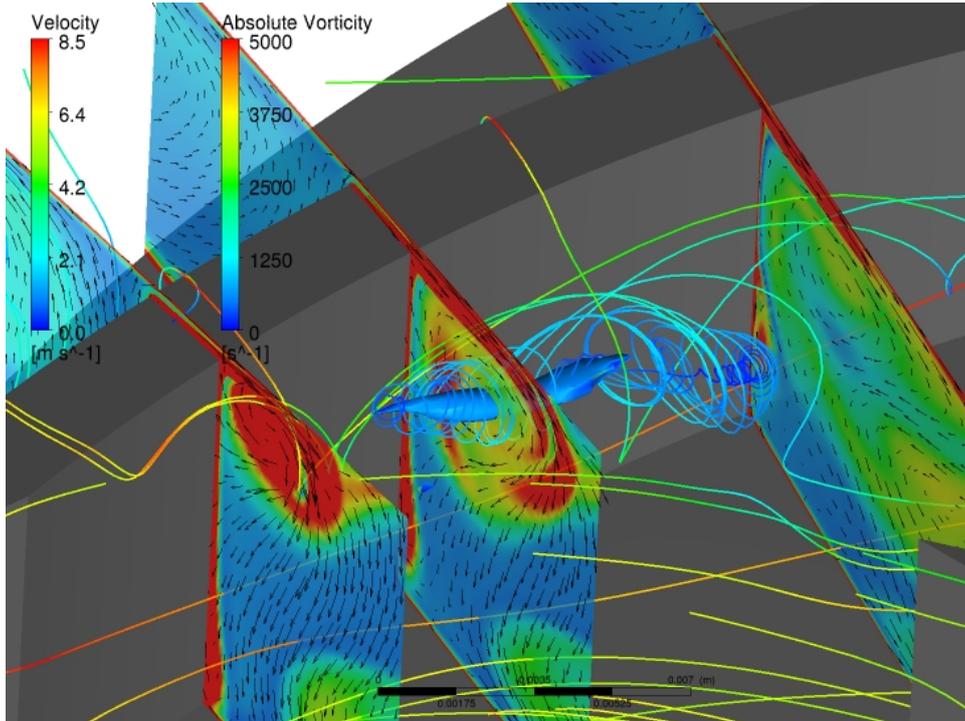


Abbildung 7.7: saugseitiger, aufplatzender Wirbelzopf bei $\frac{s}{D} = 0,005$ und $\Phi = \Phi_{opt}$, 1b37

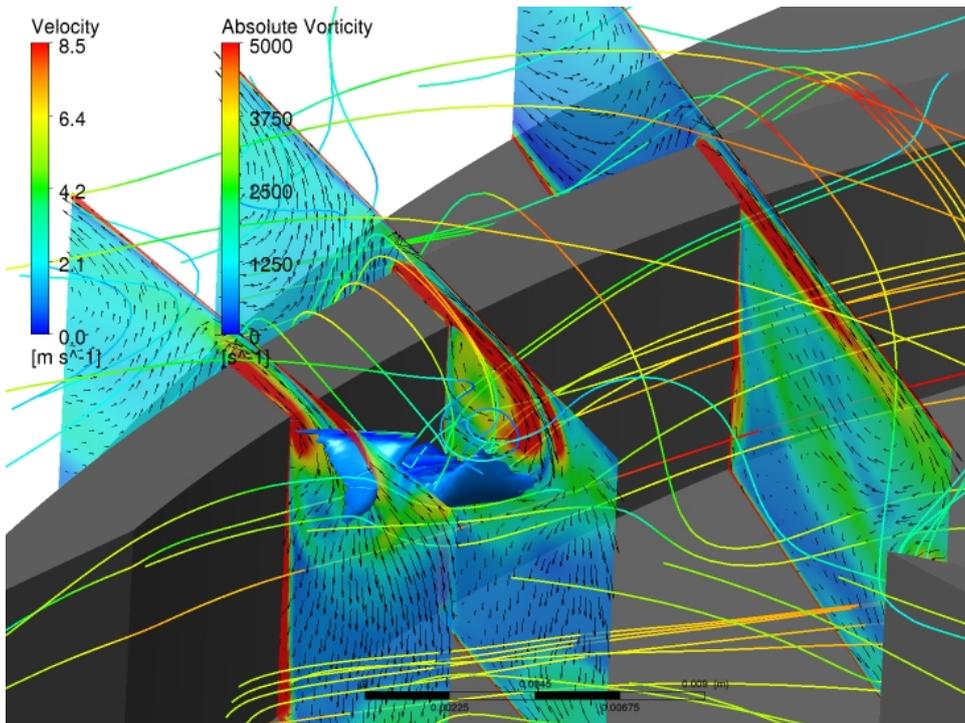


Abbildung 7.8: saugseitiger, aufplatzender Wirbelzopf bei $\frac{s}{D} = 0,015$ und $\Phi = \Phi_{opt}$, 1b37

ten wandert die Entstehungsstelle des Wirbelzopfes Richtung Vorderkante. In diesem Fall rollt sich die Scherschicht zwischen Spalt und Laufradströmung ein und es kann sich ein vollständiger Wirbelzopf entwickeln, bevor er weiter stromab aufplatzt. Bei größeren Spaltweiten verlagert sich der Entstehungsort des Wirbels so weit stromabwärts, dass er keine Möglichkeit hat, sich bis zum Ort des Aufplatzens vollständig auszubilden.

Die Abbildungen 7.4, 7.7 und 7.8 zeigen Stromlinien der Relativgeschwindigkeit \vec{w} , die absolute Wirbelstärke auf drei Ebenen senkrecht zur Profilmittellinie, die auf diese Ebenen projizierten Geschwindigkeitsvektoren und die Isofläche für eine Helizität $H_n = -0,85$. Bei $\frac{s}{D} = 0,005$ ist ein voll entwickelter Wirbelzopf zu sehen, der einen Annulus bildet, durch dessen Mitte ein stromauf gerichteter Wirbel zurückströmt. Dieses Verhalten erinnert an ein blasenartiges Aufplatzen des Wirbels. Die Isofläche der Helizität ($H_n = -0,85$) macht hier das Zentrum des Rückströmwirbels sichtbar. Für $\frac{s}{D} = 0,01$ (Abbildung 7.4) ist ein ähnlicher Rückströmwirbel zu erkennen, jedoch beginnt dieser Wirbelzopf weiter stromab als bei $\frac{s}{D} = 0,005$. Desweiteren ist hier der Aufplatztyp zwar eher blasenförmig, jedoch nicht so eindeutig wie bei Abbildung 7.7. Abbildung 7.8 zeigt die Isofläche der Helizität $H_n = -0,85$ für eine Spaltweite von $\frac{s}{D} = 0,015$. Hier scheint sich der Wirbel gar nicht erst vollständig entwickeln zu können bevor er aufplatzt. Der Aufplatztyp ist hier deshalb nicht eindeutig bestimmbar.

7.1.2 Einfluss des Betriebspunktes auf das Strömungsfeld

Abbildungen 7.9 und 7.10 zeigen das Laufrad bei einer Spaltweite von $\frac{s}{D} = 0,01$ für einen Betriebspunkt bei Teillast ($\Phi = 0,8\Phi_{opt}$) und einen bei Überlast ($\Phi = 1,25\Phi_{opt}$).

In Abbildung 7.9 (Teillast) erkennt man einen dominanten Sekundärwirbel der sich im Bereich Schaufelkanalmitte bis Schaufelkanalauslass über nahezu die komplette Laufradbreite erstreckt. Betrachtet man zudem noch die Abbildungen 7.3 (Bestpunkt) und 7.10 (Überlast) wird erkennbar, dass dieser mit steigendem Volumenstrom immer weiter in druckseitiger Richtung zurückgedrängt wird. Dies entspricht auch dem Verhalten bei geschlossenen Laufrädern. Desweiteren kann man über die Wirbelintensität (Vorticity) erkennen, dass mit stärker werdendem Sekundärwirbel sich die Scherschicht zwischen Spalt- und Sekundärströmung zunehmend eher aufrollt.

Die axiale Geschwindigkeitskomponente im Bereich der druckseitigen Ablösung ist ebenfalls im Teillastbereich am stärksten. Hier findet aufgrund des größeren Druckunterschieds zwischen Druck und Saugseite eine verstärkte Ausgleichsströmung statt.

Überdies ist im Teillastbereich im Bereich der vorderen Schaufel auf der Druckseite ein Wirbel zu erkennen, der mit seinem saugseitigen Pendant eine Hufeisenstruktur bildet, wie sie bei LAKSHMINARAYANA und MURTHY [26] beschrieben wird. Für Betriebszustände mit größerem Volumenstrom ist dieser nicht mehr zu erkennen, da sich in diesem Bereich die Scherschicht zwischen Spalt und Sekundärströmung

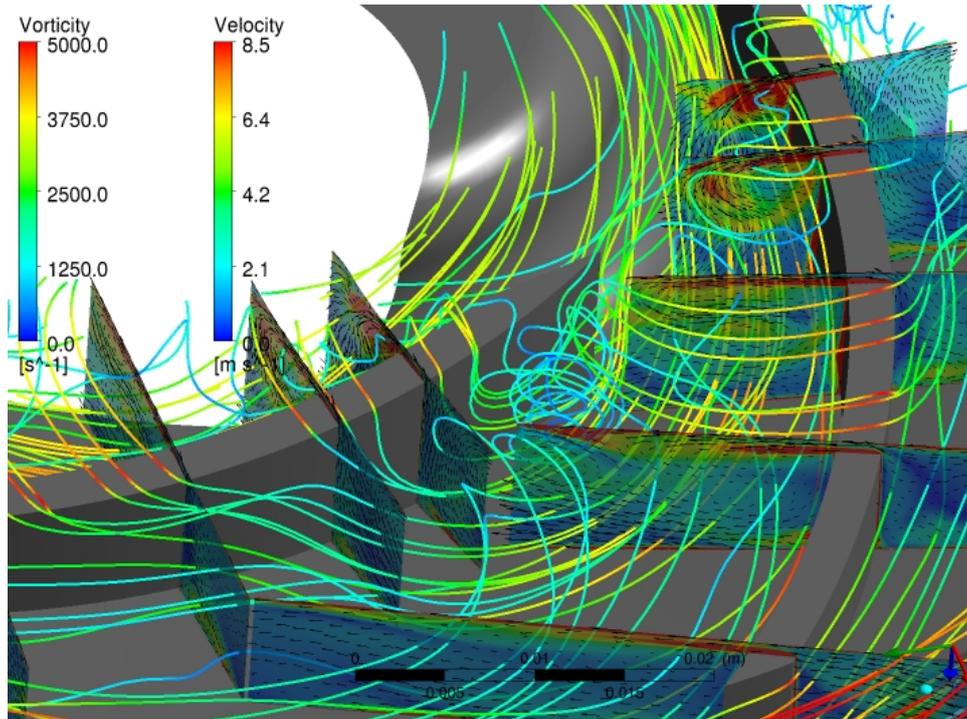


Abbildung 7.9: Schaufelkanal bei $\frac{s}{D} = 0,01$ und $\Phi = 0,8\Phi_{opt}$, 1b37

aufrollt.

Die Abbildungen 7.4, 7.11 und 7.12 zeigen den saugseitigen Wirbel im Detail anhand der Isoflächen der Helicity, der absoluten Wirbelstärke und der mit der Relativgeschwindigkeit w eingefärbten Stromlinien für die Volumenzahlen $0,8\Phi_{opt}$, Φ_{opt} und $1,25\Phi_{opt}$. Bei Betrachtung der drei Abbildungen fällt auf, dass die Spaltströmung für den Teillastfall axial betrachtet tiefer im Schaufelkanal liegt als im Bestpunkt oder gar für den Überlastfall. Zudem ist der Wirbelkern im Überlastfall nicht vollständig zu identifizieren, da er für $\Phi = 1,25\Phi_{opt}$ in der Scherschicht aus Spalt- und Laufraddurchströmung fast verschwindet.

Für den Teillastfall ist die Rückströmung im Wirbelkern am stärksten ausgeprägt. Im Bestpunkt hingegen ist die Rückströmung definierter und verläuft entlang der Wirbelachse. Für Teillast und Bestpunkt kann sich ein Wirbelsystem entwickeln, wohingegen im Überlastfall die ersten, weiter stromauf gelegenen Rückströmungen dies verhindert. All dies spricht dafür, dass bei Teillast sowie im Bestpunkt ein relativ stabiles blasenförmiges Aufplatzen zu erwarten ist, wohingegen im Überlastbereich der Aufplatzvorgang aufgrund der Nähe zur Scherschicht und der Lage weiter stromauf starke Instabilitäten aufweist.

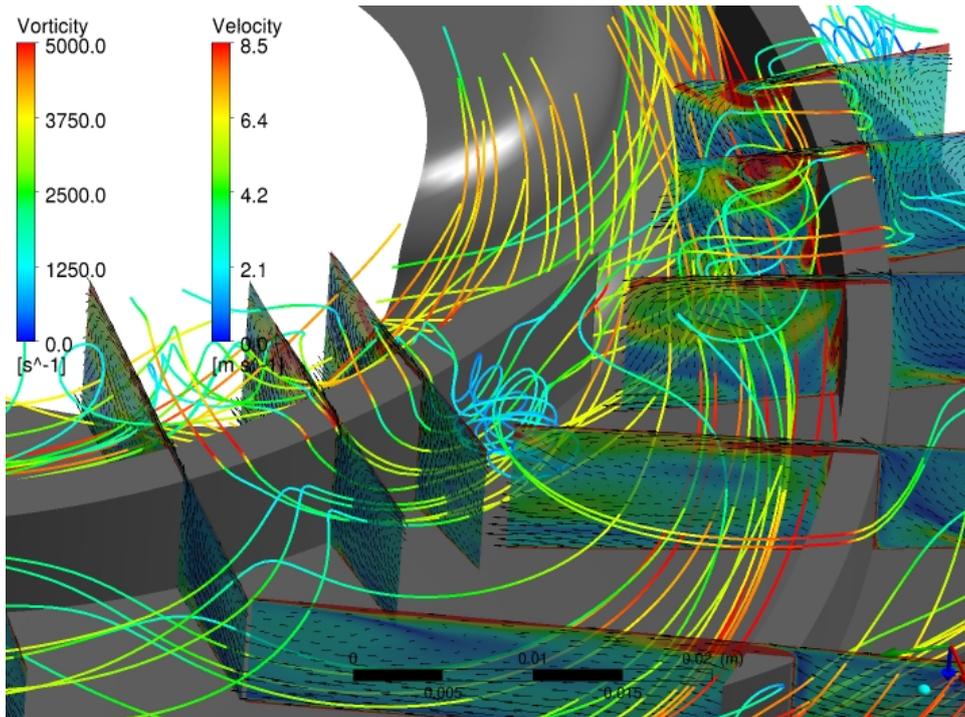


Abbildung 7.10: Schaufelkanal bei $\frac{s}{D} = 0,01$ und $\Phi = 1,25\Phi_{opt}$, 1b37

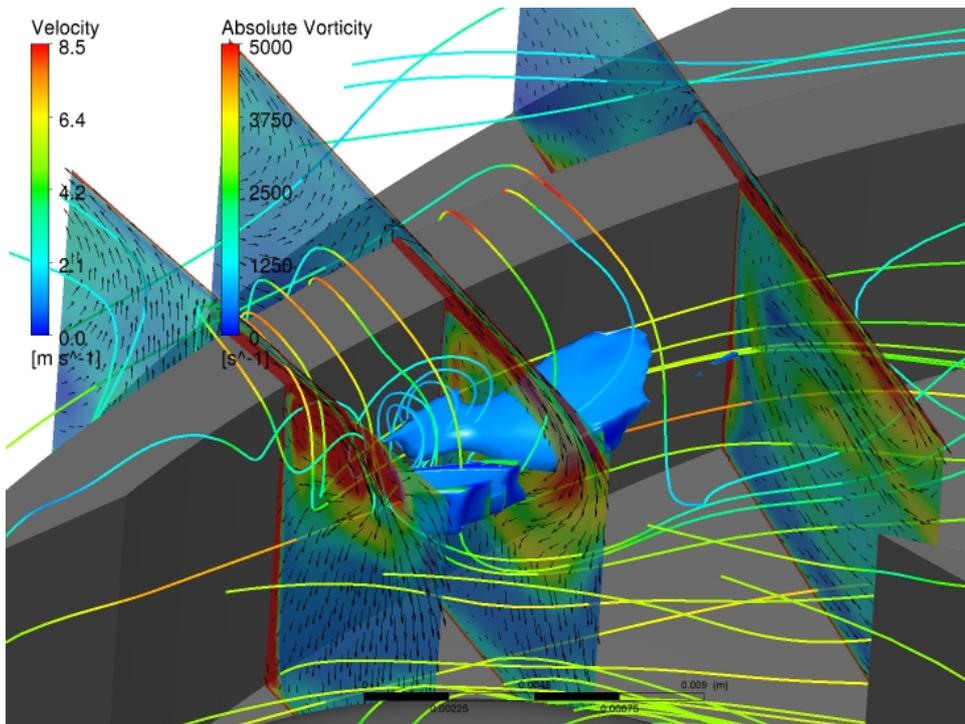


Abbildung 7.11: saugseitiger, aufplatzender Wirbelzopf bei $\frac{s}{D} = 0,01$ und $\Phi = 0,8\Phi_{opt}$, 1b37

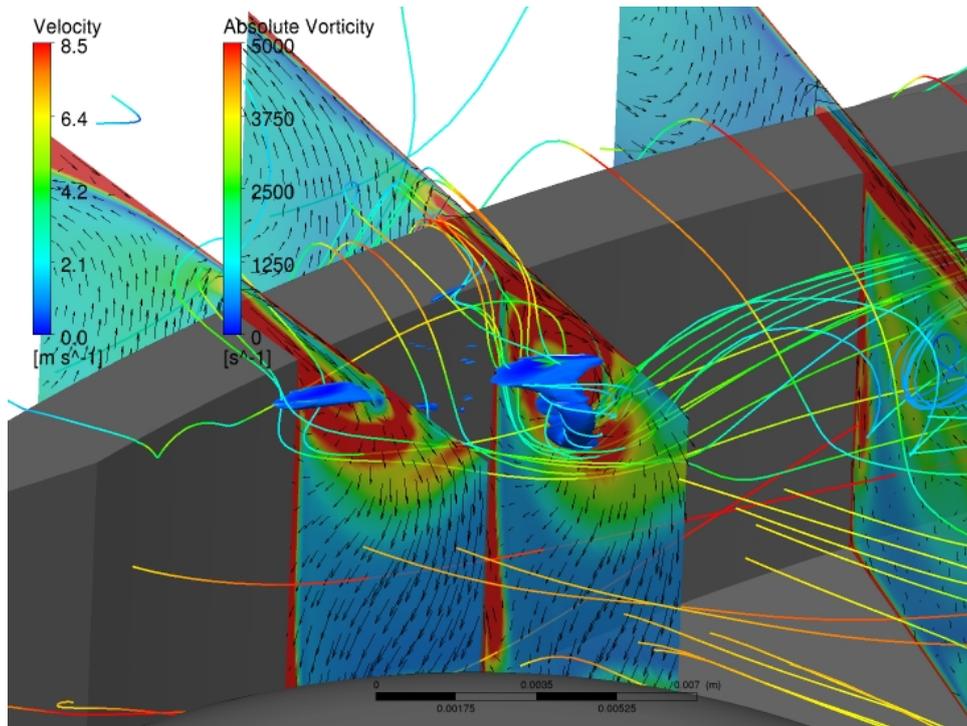


Abbildung 7.12: saugseitiger, aufplatzender Wirbelzopf bei $\frac{s}{D} = 0,01$ und $\Phi = 1,25\Phi_{opt}$, 1b37

7.2 Strömungs- und Wirbelfeld für die profilierten Kreisbogenprofile 1b37pn und 1b37pv

Nachdem nun das Strömungsfeld einer einfachen Einkreisgeometrie analysiert wurde, wurde eine neue Schaufelgeometrie entwickelt. Randbedingungen hierfür war die einfache Fertigung, was komplexe Geometrien wie zum Beispiel eine Endplatte (Wingletprinzip) ausschloss. Eine weitere Bedingung war die Störung der Spaltströmung. Es wurde also versucht die Schaufel über ein Profil aufzudicken und eine Nut einzufräsen, die ähnlich einer Labyrinthdichtung wirken sollte. Diese neue Blattspitzengeometrie (1b37pn) zeigte im Vergleich zur Basisgeometrie ohne Nut (1b37pv) zum Teil deutlich bessere Werte in den relevanten Kennzahlen Φ , Ψ und η . Das Strömungs- sowie das Wirbelfeld für diese Geometrie als auch der Grund für das verbesserte Betriebsverhalten der Nutgeometrie gegenüber der profilierten Basisgeometrie sollen in diesem Abschnitt aufgezeigt werden.

7.2.1 Kennlinienverhalten

Abbildung 7.13 zeigt die Druckzahl ψ sowie den Wirkungsgrad η über der Volumenzahl ϕ bei verschiedene Spaltweiten s für die Basis- und die Nutgeometrie. Besonders im Bestpunkt und Überlastbereich liegen die Werte für die Nutkonfiguration deutlich über denen der Basiskonfiguration. Im Teillastbereich hingegen wird dieser Unter-

schied kleiner. Für den Fall $s = 2 \text{ mm}$ ist zu beobachten, dass die Werte für das Laufrad mit Nut annähernd auf den Werten der Basisgeometrie mit einer Spaltweite $s = 1,5 \text{ mm}$ liegen.

Im Folgenden soll das Verhalten bei Veränderung der Spaltweite für die Volumenzahl ϕ , die Druckzahl ψ und den Wirkungsgrad η betrachtet werden. Die hierfür relevanten Graphen befinden sich in Abbildung 7.14. Vorab sei erwähnt, dass bei den Graphen für die Basisgeometrie der Wert für $s/D = 0$ aus den größeren Spaltweiten extrapoliert wurde. Für eine abnehmende relative Spaltweite spielt die Nut eine zunehmend kleinere Rolle. Für den Extremfall $s/D = 0$ darf die Nut keinen Einfluss mehr haben, da sie und der Spalt ja nicht mehr durchströmt werden.

Zuerst sei die Volumenzahl über der mit dem Durchmesser dimensionslos gemachten, relativen Spaltweite s/D betrachtet. Bemerkenswert ist zunächst das strikt lineare Verhalten der Volumenzahl mit der relativen Spaltweite für die Basisgeometrie. Dies bedeutet, dass sich der Bestpunkt linear mit der Spaltweite verschiebt. Die Werte der Volumenzahl für die Nutkonfiguration liegen für alle gemessenen Spaltweiten über denen der Basiskonfiguration. Durch sie wurde eine Exponentialfunktion gelegt. Des Weiteren wird aus den Graphen ersichtlich, dass für etwa $s/D = 0,01$ die Verbesserung der Volumenzahl durch die Nut minimal wird.

Rechts neben dem Graphen für die Volumenzahl ist das gleiche Schaubild für die Druckzahl ψ zu sehen. Hier ist ebenfalls aus den vier gemessenen Werten der Wert für eine theoretische, relative Spaltweite $s/D = 0$ extrapoliert worden. Auch für die Druckzahl sind die Werte des Laufrades mit Nut im Rahmen der gemessenen Spaltweiten größer als die des Basislaufrades. Die Ausgleichskurve (Exponentialfunktion) für die Nutgeometrie scheint durch den Punkt für $s/D = 0$ der Basisgeometrie zu verlaufen. Überdies wird die Kurve der Basisgeometrie bei $s/D \geq 0,02$ geschnitten. Dies bedeutet, dass die Nutgeometrie nur in einem gewissen Bereich relativer Spaltweiten der Basisgeometrie überlegen ist.

Die dritte in Abbildung 7.14 abgebildete Relation zeigt den Wirkungsgrad η über der relativen Spaltweite für beide Laufradgeometrien. Auch hier wurde der Wert für $s/D = 0$ aus den vier gemessenen Werten für die Basisgeometrie extrapoliert. Auch hier findet sich ein Minimum der Verbesserung durch die Nutgeometrie bei einer Spaltweite von etwa $s/D = 0,01$. Im Bereich $s/D = 0 - 0,005$ kann hier ebenfalls wie beim Graphen für die Volumenzahl der Verlauf für die Nutgeometrie nicht abgeschätzt werden. Dieser Bereich wäre in weiteren Arbeiten noch genauer zu untersuchen. Für die größeren relativen Spaltweiten zeigt der Graph der Nutgeometrie keine Tendenz den der Basisgeometrie zu schneiden.

7.2.2 Unterschiede im Strömungs- und Wirbelfeld zwischen Basis- und Nutkonfiguration

Die Abbildungen 7.15 und 7.16 zeigen das Strömungsfeld für Basis- und Nutgeometrie bei einer relativen Spaltweite von etwa $s/D = 0,01$ im jeweiligen Bestpunkt eingefärbt anhand der Relativgeschwindigkeit w auf Stromlinien und vier Zylinderschnitten. Generell sind sich beide Strömungsfelder sehr ähnlich. Auffallend ist der

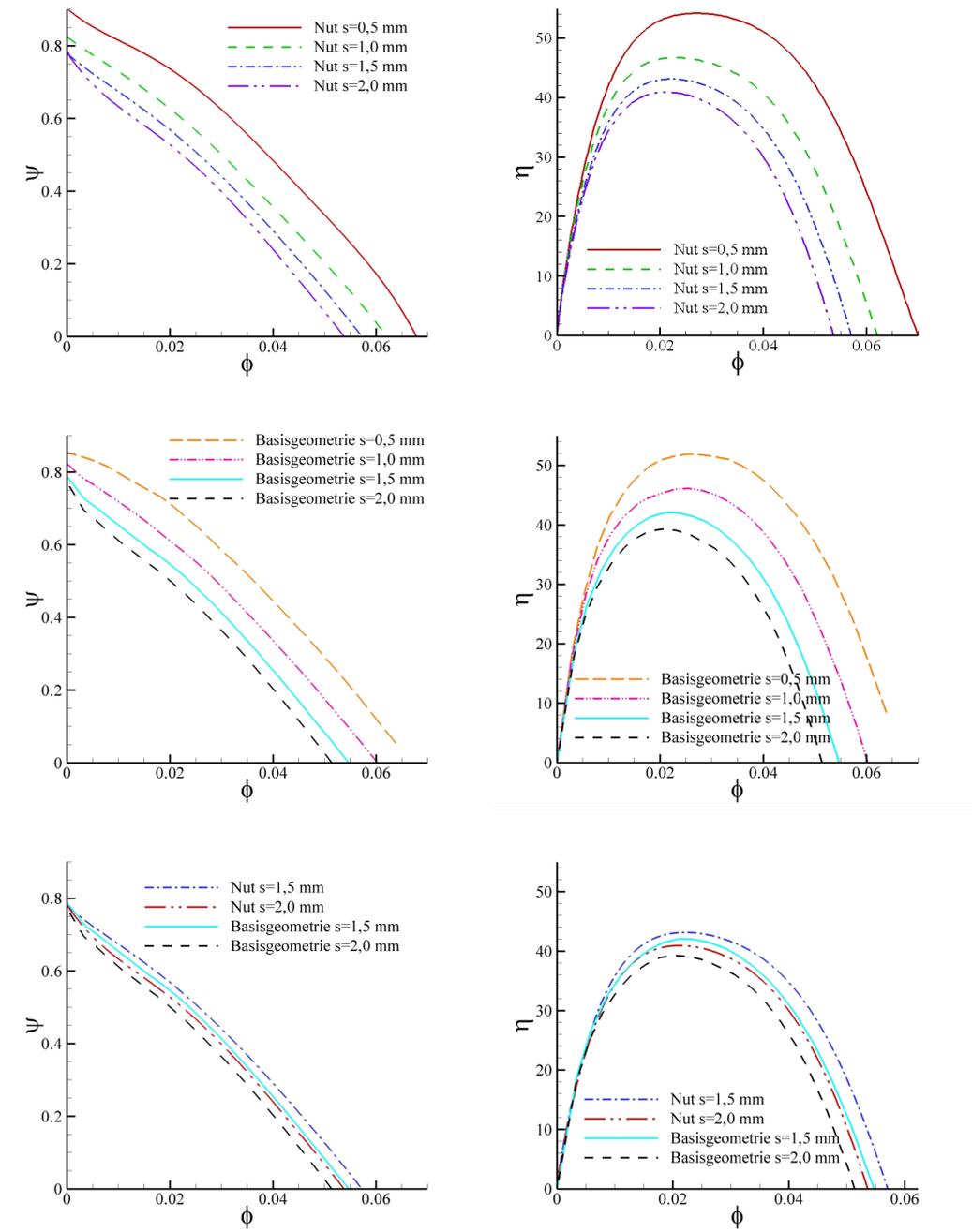


Abbildung 7.13: gemessenes Kennlinienverhalten Druckzahl und Wirkungsgrad für Basis- (1b37pv) und Nutkonfiguration (1b37pn)

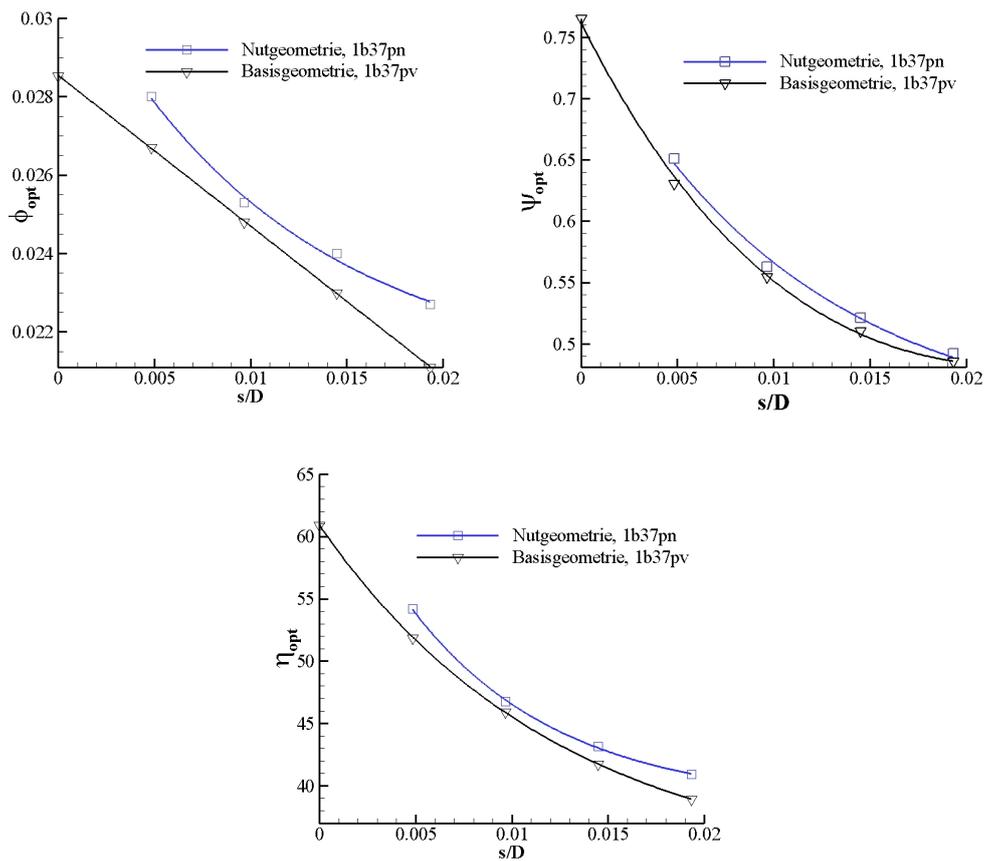


Abbildung 7.14: Änderung der Volumenzahl ϕ , der Druckzahl ψ und des Wirkungsgrades η über der relativen Spaltweite s/D im Bestpunkt im Vergleich 1b37pn und 1b37pv

Wirbel in der Nut, auf den aber später noch genauer eingegangen wird. Des Weiteren weisen beide Geschwindigkeitsfelder einen Bereich niedriger Relativgeschwindigkeiten in der Scherzone zwischen Spalt- und Laufradströmung auf. Diese Scherzone ist beim Laufrad mit Nut etwas weniger stark ausgeprägt. Obwohl das Basislaufrad den Bestpunkt bei niedrigeren Volumenströmen als das Nutlaufrad hat, treten hier die höheren Geschwindigkeiten in der Ecke zwischen Tragscheibe und saugseitiger Schaufel auf. Dies ist ein erster Hinweis auf höhere Verluste im Falle der Basisgeometrie.

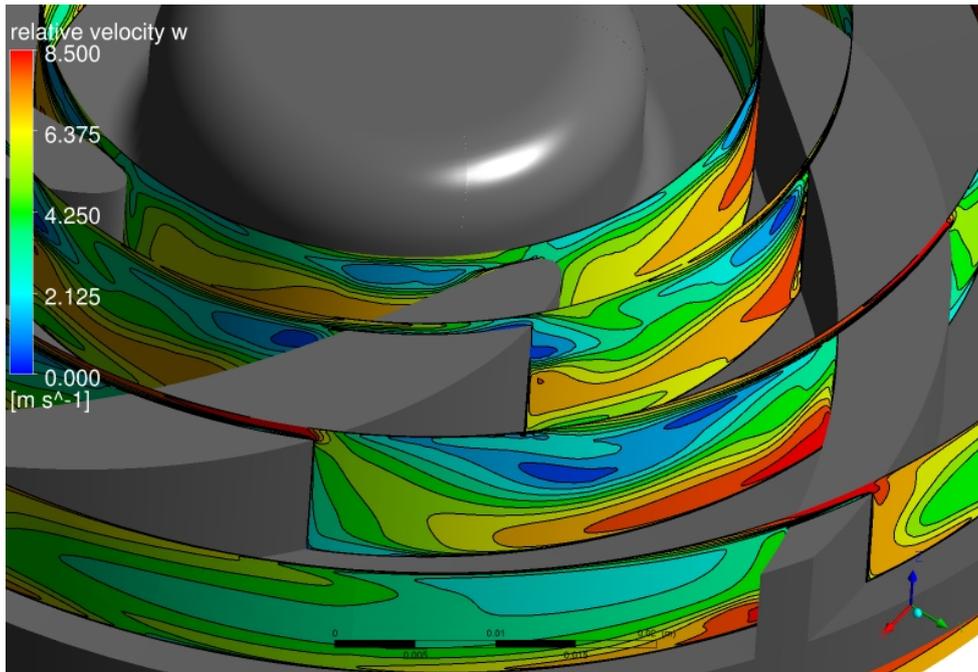


Abbildung 7.15: Strömungsfeld der Basisgeometrie (1b37pv) für den Bestpunkt, sichtbar gemacht anhand der Relativgeschwindigkeitskonturen auf Zylinderschnitten

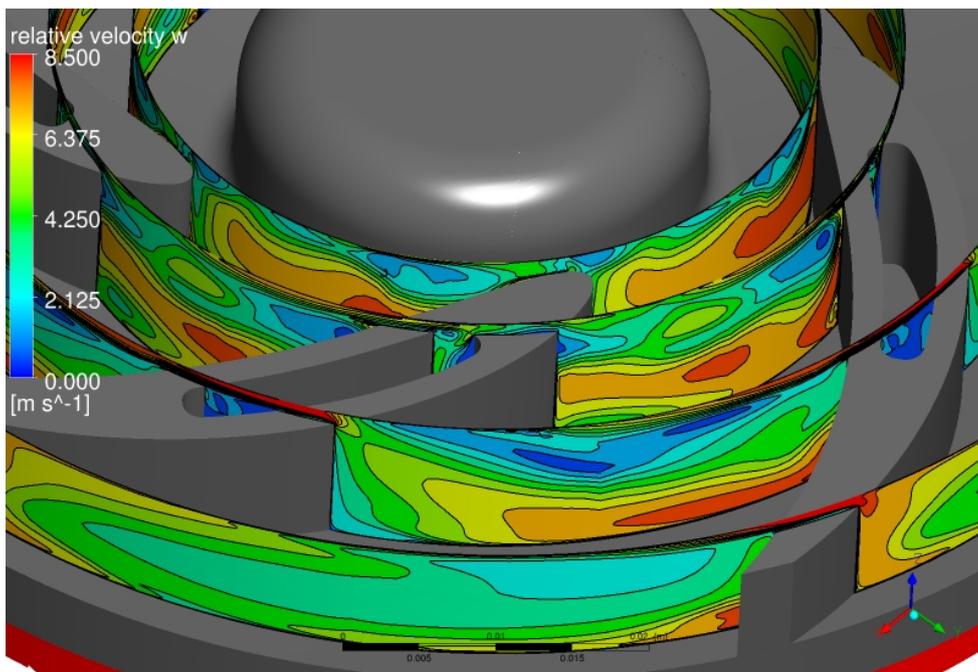


Abbildung 7.16: Strömungsfeld der Nutgeometrie (1b37pn) für den Bestpunkt, sichtbar gemacht anhand der Relativgeschwindigkeitkonturen auf Zylinderschnitten

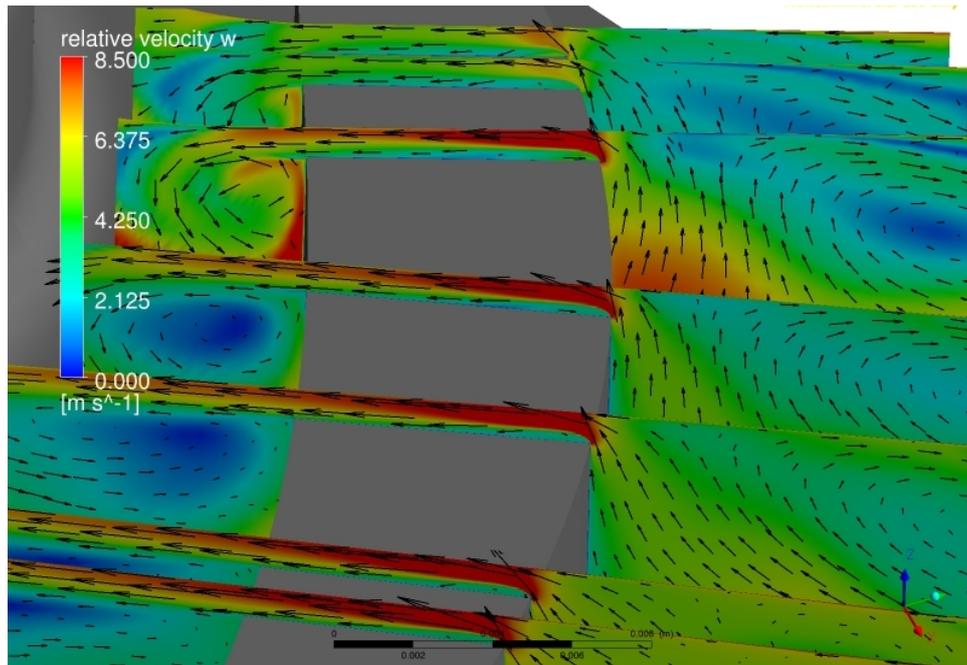


Abbildung 7.17: Strömungsfeld im Spalt für die Basisgeometrie (1b37pv) bei $s/D = 0.01$ im Bestpunkt anhand der Relativgeschwindigkeit w auf Ebenen senkrecht zur Schaufel

Die Abbildungen 7.17 und 7.18 zeigen die Strömung im Spalt anhand der Relativgeschwindigkeit auf 7 Ebenen senkrecht zur Schaufel für die Basis- und die Nutkonfiguration. Zusätzlich sind auf die Ebenen die Vektoren der Relativgeschwindigkeit projiziert. Im Spalt wird der Bereich hoher Geschwindigkeiten durch eine Ablösung an der Schaufelvorderkante eingeschnürt. Ebenfalls ist gut zu sehen, wie sich die Scherschicht an der Schaufelhinterkante zu einem Wirbel aufrollt. Dieser Wirbel wird mit zunehmendem Radius, also mit zunehmender Umfangsgeschwindigkeit, immer weiter in Umfangsrichtung gestreckt. In Abbildung 7.18 wird ein Austausch von Fluid zwischen der Spaltströmung und der Nut ersichtlich. Über das erste Drittel der Nut zeigt sich eine Einströmung aus der Spaltströmung in die Nut. Somit wird der Spaltströmung ein Teil ihres Impulses genommen und die Störung durch die Spaltströmung auf der Saugseite wird gemindert.

Das einströmende Fluid rollt sich zum einen zu einem Wirbel am Boden der Nut auf zum anderen bildet sich ein Wirbel entlang der Nut, der mit Fluid vom Boden der Nut versorgt wird, das er über das zweite Drittel der Nut an die Spaltströmung abgibt (Abbildung 7.19). Dieser Austausch verringert die effektive Spalthöhe. Das restliche Fluid verlässt die Nut im letzten Drittel und stört somit abermals die Strömung durch den Spalt. Ein weiterer Effekt ist, dass das der Spaltströmung entnommene Fluid in der Nut geführt wird und somit durch Impulsaustausch zusätzlich Energie vom Laufrad aufnimmt. Dieser Effekt kann jedoch nicht zur Erklärung des besseren Wirkungsgrades herangezogen werden, da diese Energie ja auch an der Welle aufgewendet werden muss.

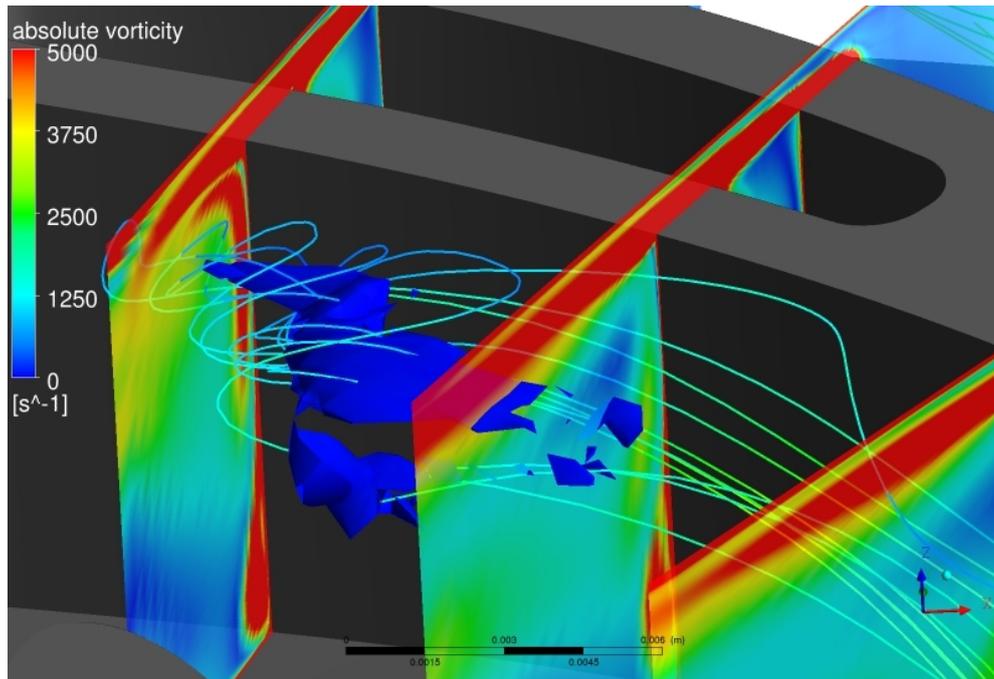


Abbildung 7.21: aufplatzender Wirbel visualisiert anhand einer Isofläche der Helizität $H_n = -0,98$ und den mit der Relativgeschwindigkeit eingefärbten Stromlinien, 1b37pn

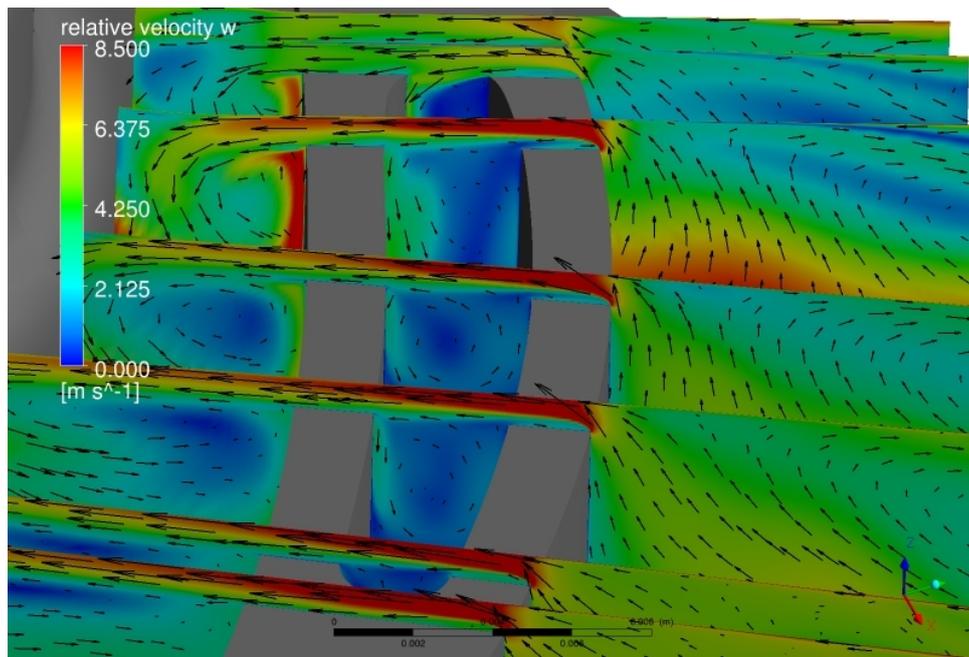


Abbildung 7.18: Strömungsfeld im Spalt für die Nutgeometrie (1b37pn) bei $s/D = 0.01$ im Bestpunkt anhand der Relativgeschwindigkeit w auf Ebenen senkrecht zur Schaufel

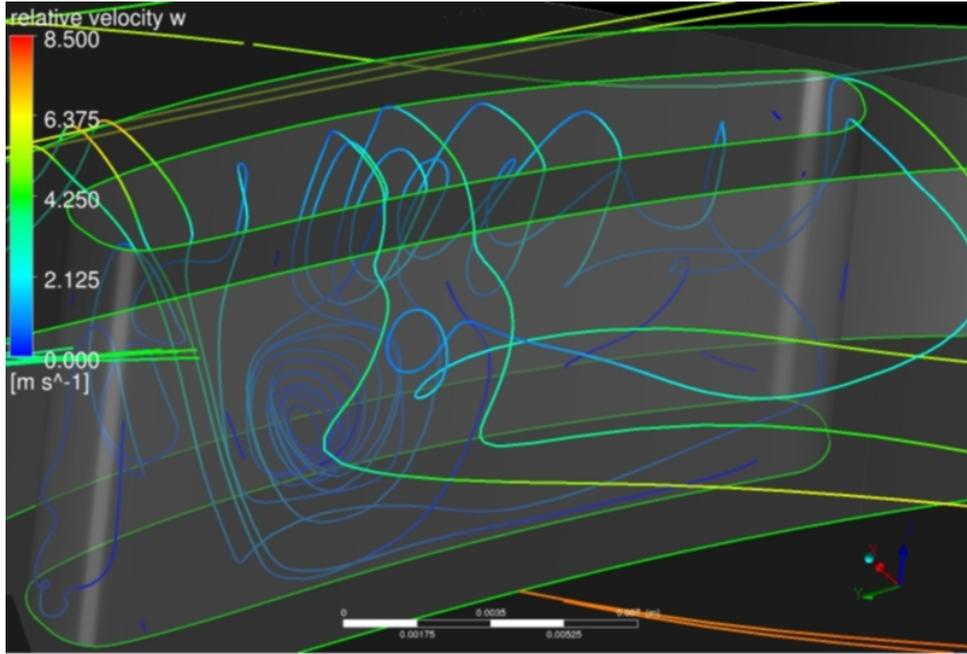


Abbildung 7.19: Strömungsfeld in der Nut visualisiert anhand der Relativgeschwindigkeit auf den Stromlinien

Auch das Aufplatzverhalten des saugseitigen Wirbels wird von der Nut beeinflusst. Dies zeigt sich in den Abbildungen 7.20 und 7.21. Hier sind die Rückströmgebiete in den aufplatzenden Wirbeln mithilfe einer Isofläche der Helizität $H_n = -0,98$ visualisiert. Zudem sind noch die mit der Relativgeschwindigkeit eingefärbten Stromlinien sowie die absolute Wirbelstärke auf den Ebenen senkrecht zur Schaufel dargestellt. Für den Fall der Basiskonfiguration ist der Wirbel voll ausgebildet, was man an der strukturierten Anordnung der Stromlinien sehen kann. Das Rückströmgebiet ist in beiden Abbildungen etwa gleich groß und am Staupunkt hat es eher eine Kegelform. Mit steigender Umfangsgeschwindigkeit wird es mit dem zunehmenden Impuls aus dem Spalt weiter gestreckt bevor es weiter stromab in der Scherschicht verschwindet. Durch den Einfluss der Nut scheint das Wirbelaufplatzen zudem instabiler zu werden, was an den nicht so stark strukturierten Stromlinien in Abbildung 7.21 zu erkennen ist.

Um die Bereiche in denen die Verluste entstehen besser identifizieren und zwischen beiden Laufrädern vergleichen zu können wird eine lokale Verlustzahl $\psi_{Verlust,lokal}$ eingeführt. Sie ist definiert als:

$$\psi_{Verlust,lokal} = \frac{(u_{lokal} c_{u,lokal} - \overline{u_1 c_{u,1}}) - \frac{P_{t,lokal} - \overline{P_{t,1}}}{\rho}}{0,5 u_{lokal}^2} \quad (7.2)$$

Die Isoflächen für eine Verlustzahl von $\psi_{Verlust,lokal} = 1$ werden für beide Geometrien in den Abbildungen 7.22 und 7.23 dargestellt. Diese sind eingefärbt mit dem Produkt aus Umfangsgeschwindigkeit u und Umfangskomponente der Absolutge-

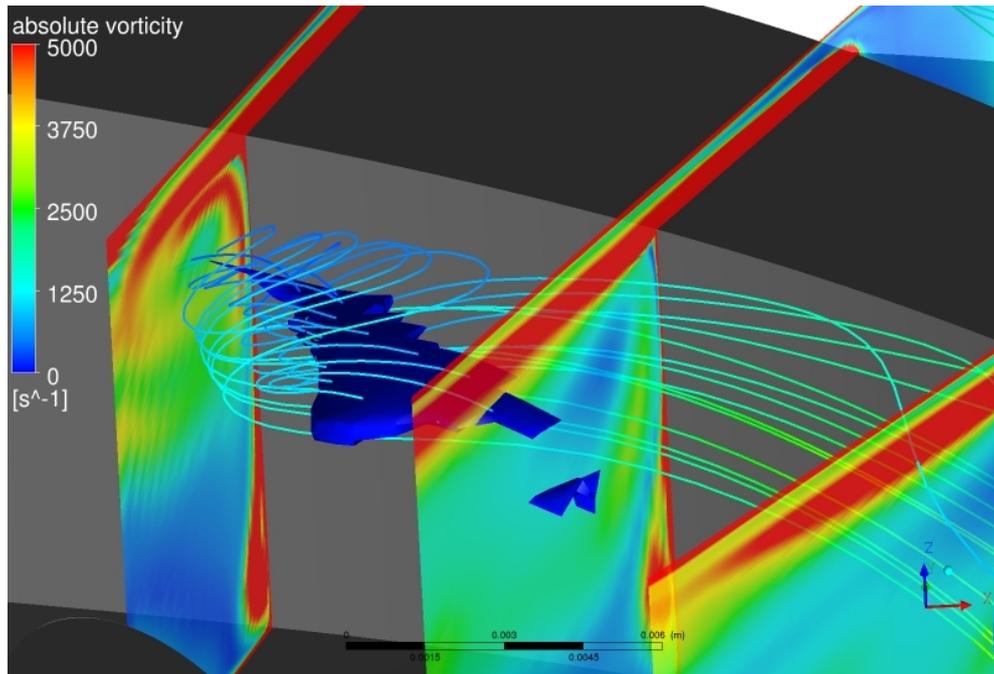


Abbildung 7.20: aufplatzender Wirbel visualisiert anhand einer Isofläche der Helizität $H_n = -0,98$ und den mit der Relativgeschwindigkeit eingefärbten Stromlinien, 1b37pv

schwindigkeit. Es ist deutlich zu sehen, dass an der saugseitigen Schaufel im Bereich der Nut die Verluste, die durch die Spaltströmung hervorgerufen werden, durch die Nut deutlich reduziert werden. Stromab der Nut bleiben die Verluste gleich denen der Basiskonfiguration.

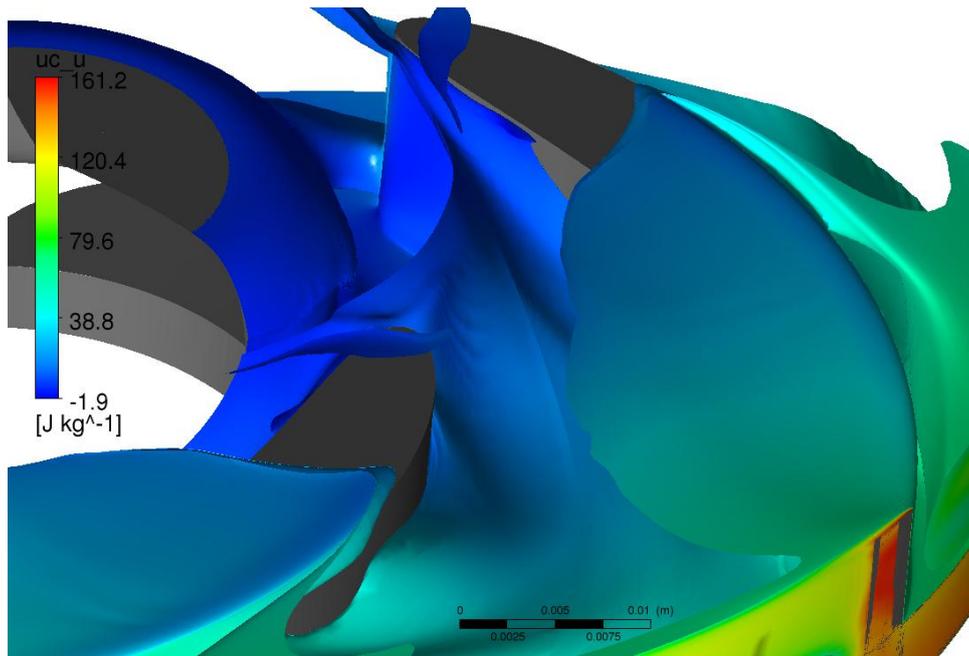


Abbildung 7.22: Isofläche der lokalen Verluste $\psi_{Verlust,lokal}$ eingefärbt mit uc_u , 1b37pv

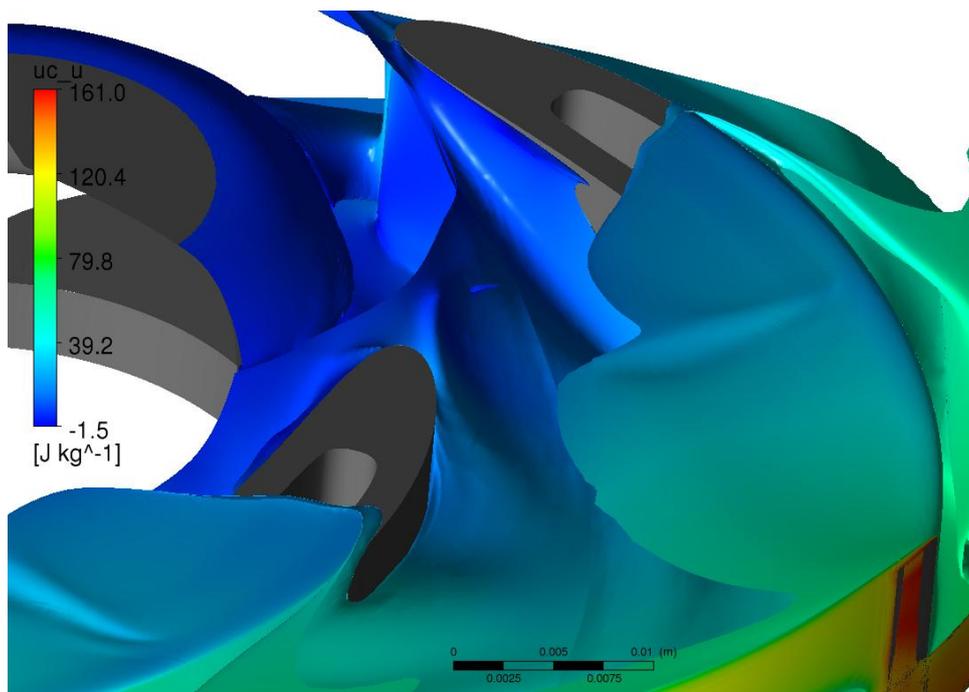


Abbildung 7.23: Isofläche der lokalen Verluste $\psi_{Verlust,lokal}$ eingefärbt mit uc_u , 1b37pn

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde die Strömung in halboffenen Pumpenlaufrädern analysiert und eine neue Schaufelgeometrie mit verbesserten Eigenschaften wurde entwickelt. Hierzu wurde zunächst ein Versuchsstand so umgebaut, dass die Spaltweite variabel verstellbar werden konnte. Es wurde eine Laufradgeometrie entworfen, die eine einfache, optisch gut zugängliche Geometrie besitzt. Dieses Laufrad wurde in einem Gehäuse bezüglich seiner integralen Werte ϕ , ψ und η vermessen. Hierfür wurden neue Sensoren an den Versuchsstand angepasst und eine Datenerfassung mit Matlab[®] programmiert.

Des Weiteren wurde ein Stereo-Particle-Image-Velocimetry System an den Versuchsstand adaptiert. Besonders Wert gelegt wurde hierbei auf die optische Zugänglichkeit sowie auf die Anpassung der optischen Wege. Darüber hinaus wurde ebenfalls mit Matlab[®] eine Auswertesoftware programmiert, die einerseits die SPIV-Ergebnisse mittelt und sie in ein Zylinderkoordinatensystem transferiert und andererseits eine Genauigkeitsanalyse mittels Standardabweichung und Histogrammen in ausgewählten Punkten erstellt.

Nach der Anpassung des SPIV-Systems an den Versuchsstand wurden zahlreiche Versuchsreihen gefahren. Es wurden 4 Lichtschnittpositionen in 3 Betriebspunkten für vier verschiedenen Spaltweiten vermessen und anschließend ausgewertet.

Parallel hierzu wurden CFD-Rechnungen durchgeführt, um das Strömungsfeld genauer zu untersuchen. Es wurde hier ein fein aufgelöstes Netz gewählt um die Grenzschichten zu berücksichtigen. Es wurden die Reynolds-Average-Navier-Stokes-Gleichungen mit einer Low-Reynoldsvariante des SST-Turbulenzmodells nach MENTER [32] gelöst. Dieses Verfahren bot den besten Kompromiss zwischen Genauigkeit und Zeit- bzw. Rechenaufwand. Zur Validierung dieser Rechnungen wurden diese mit den SPIV-Messungen in den jeweiligen Lichtschnittebenen verglichen. Der Vergleich zeigte trotz kleinerer Abweichungen eine gute Übereinstimmung sowohl in den Geschwindigkeitskonturen im Schreinerschnitt als auch in den Geschwindigkeitsverläufen auf verschiedenen Radien.

Bei der anschließenden Analyse des Strömungsfeldes zeigte sich, dass das Strömungs-

feld im Wesentlichen von der Interaktion zwischen Spalt- und Sekundärströmung dominiert wird. Dies drückt sich in Wirbelsystemen aus. Der druckseitige Wirbel wird maßgeblich vom Betriebspunkt beeinflusst, wohingegen der saugseitige Wirbel von der Spaltströmung getrieben wird und somit von der Spaltweite und Spaltgeometrie abhängt. Während der durch die Relativströmung verursachte Wirbel relativ stabil ist, ist der durch den Spalt hervorgerufene Wirbelzopf sehr instabil. Je nach Betriebspunkt und Spaltweite zeigt sich hier ein Wirbelaufplatzen. Dieses wird vermutlich durch den Druckgradienten im Laufrad hervorgerufen und konnte mittels der normierten Helizität nach FURUKAWA [11] und deren Isoflächen visualisiert werden.

Basierend auf diesen Ergebnissen wurde eine neue Schaufelgeometrie entwickelt, die den Einfluss der Spaltströmung verringern und somit die Durchströmung des halb-offenen Laufrades der eines geschlossenen Laufrades ähnlicher machen sollte. Es wurden also die Schaufeln profiliert und entlang der Schaufelsehne eine Nut eingebracht. Zum Vergleich wurde die gleiche Schaufelgeometrie auch noch ohne Nut ausgeführt.

Sowohl die CFD-Rechnungen als auch die Messung der neuen Geometrie zeigte bei den integralen Werten, ϕ , ψ und η , eine deutliche Verbesserung. Um diese Verbesserung erklären zu können, wurden die CFD-Rechnungen für die neue Geometrie analysiert und mit der Basisgeometrie (ohne Nut) verglichen. Hierbei stellte sich heraus, dass die effektive Spalthöhe durch Interaktion der Spaltströmung mit der Ein- und Ausströmung in die Nut und aus der Nut vermindert wurde. Des Weiteren wurde in der Nut ein Wirbelsystem vorgefunden, das von der Spaltströmung getrieben wird und im mittleren Drittel der Nut Fluid an die Spaltströmung abgibt. Darüber hinaus scheint das saugseitige Wirbelaufplatzen durch die Nut destabilisiert zu werden. Mittels einer lokalen Verlustzahl $\psi_{Verlust,lokal}$ wurde eindeutig gezeigt, dass im Bereich der Nut die Verluste reduziert wurden.

8.2 Ausblick

In weiteren Arbeiten sollten nun die Geometrieparameter der Nut identifiziert werden, die für die Verbesserung durch die Nut verantwortlich sind. Ein Beispiel hierfür wird in Abbildung 8.1 gezeigt. Hier wird das Verhältnis aus Nutbreite zu Nutlänge W/L für vier verschiedene Nutgeometrien ins Verhältnis zu den integralen Werten ϕ , ψ und η gesetzt. Des Weiteren sollte untersucht werden, wie mehrere hintereinander geschaltete Nuten entlang der Schaufelmittellinie sich auf die Strömung auswirken. Darüber hinaus sollte noch die Auswirkung der Nut auf den Axialschub des Laufrades bestimmt werden. Erste Analysen lassen eine Reduktion des Axialschubes um die 3 % vermuten. Ein weiterer Punkt ist die Untersuchung des aufplatzenden Wirbels mit zeitlich und räumlich höher auflösenden numerischen Methoden wie beispielsweise SAS oder LES sowie zeitaufgelösten PIV-Messungen.

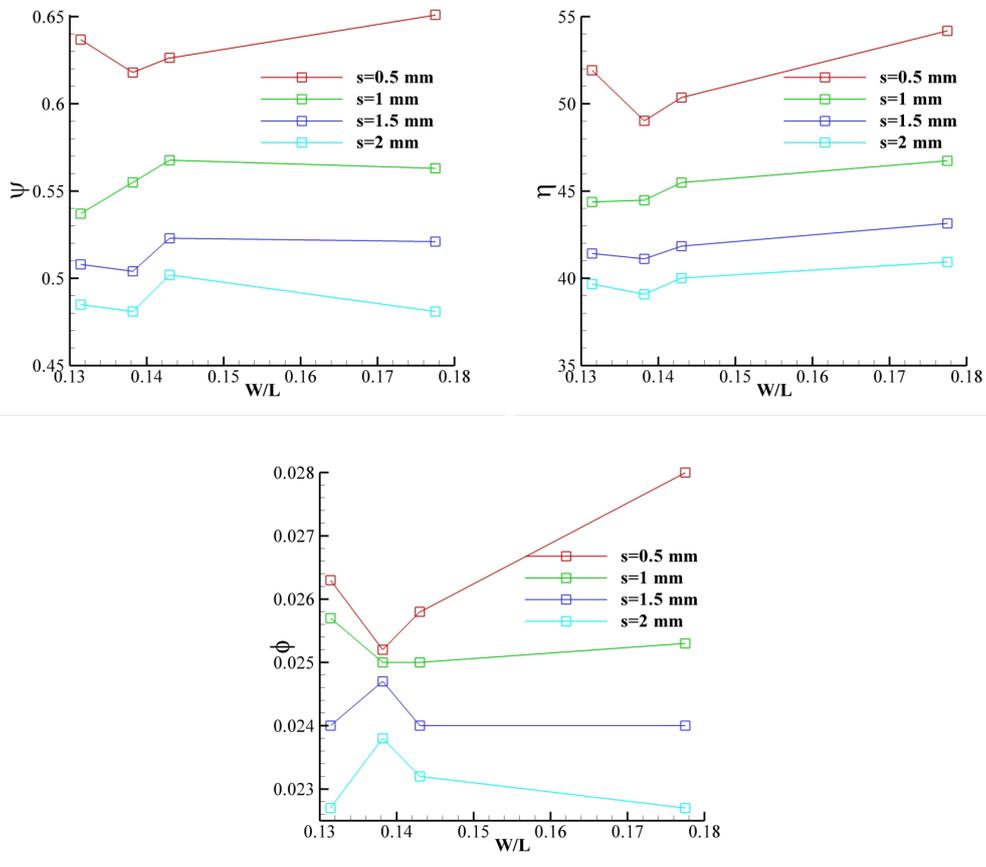


Abbildung 8.1: Änderung der Volumenzahl ϕ , der Druckzahl ψ und des Wirkungsgrades η über dem Verhältnis von der Nutweite zur Nutlänge W/L im jeweiligen Bestpunkt

Literaturverzeichnis

- [1] Anslys CFX Release 11.0. Ansys, 2006
- [2] BOHL, W.: Strömungsmaschinen 1, Aufbau und Wirkungsweise. Vogel, Würzburg, 1998
- [3] BOOTH, T. C. ; DODGE, P. R. ; HEPWORTH, H. K.: Rotor-Tip Leakage: Part I - Basic Methodology. In: Journal of Engineering for Power 104 (1982), S. 154–161
- [4] BOOTH, T. C. ; WADIA, A. R.: Rotor-Tip Leakage: Part II - Design Optimization Through Viscous Analysis and Experiment. In: Journal of Engineering for Power 104 (1982), S. 162–169
- [5] CHRISS, R. M. ; HATHAWAY, M. D. ; WOOD, J. R.: Experimental and Computational Results From the NASA Lewis Low-Speed Centrifugal Impeller at Design and Part-Flow Conditions. In: Journal of Turbomachinery 118 (1996), Nr. 1, S. 55–65
- [6] DECKER, H.: Untersuchung des Betriebsverhaltens von Kleinpumpen mit halboffenen Laufrädern, Universität Karlsruhe (TH), Dissertation
- [7] ECKARDT, D.: Detailed flow investigations within a high-speed centrifugal compressor impeller. In: Transactions of the ASME, Gas Turbine and Fluids Engineering Conference, New Orleans, 1976
- [8] ENGEDA, A.: Untersuchungen an Kreiselpumpen mit offenen und geschlossenen Laufrädern im Pumpen- und Turbinenbetrieb, TU Hannover, Dissertation, 1987
- [9] ENGEDA, A. ; STRATE, W. P. ; RAUTENBERG, M.: Correlation of tip clearance effects to impeller geometry and fluid dynamics. In: American Society of Mechanical Engineers (1988), Juni
- [10] FRÖHLIG, F. W. J. ; CAGLAR, S. ; GABI, M.: Measurements in an Unshrouded Pump Using Stereo-Particle-Image-Velocimetry. In: Proceedings of the 12th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Honolulu, Hawaii, 2008

- [11] FURUKAWA, M. ; INOUE, M. ; SAIKI, K. ; YAMADA, K.: The Role of Tip Leakage Vortex Breakdown in Compressor Rotor Aerodynamics. In: Journal of Turbomachinery 121 (1999), Nr. 3, S. 469–480
- [12] GANTER, M.: Experimentelle Untersuchungen des Spaltverlustes radialer Kreiselpumpen mit offenem Laufrad, TU Braunschweig, Dissertation, 1985
- [13] GOTO, A.: Study of Internal Flows in a Mixed-Flow Pump Impeller at Various Tip Clearances Using Three-Dimensional Viscous Flow Computations. In: Journal of Turbomachinery 114 (1992), Nr. 2, S. 373–382
- [14] GÜLICH, J. F.: Kreiselpumpen. Springer, 1999
- [15] HAMKINS, C. P. ; FLACK, R. D.: Laser Velocimeter Measurements in Shrouded and Unshrouded Radial Flow Pump Impellers. In: ASME 31st International Gas Turbine Conference and Exhibit, Düsseldorf, Germany Bd. 109, 1987
- [16] HATHAWAY, Michael D.: Experimental and computational investigation of the NASA low-speed centrifugal compressor flow field. National Aeronautics and Space Administration, Office of Management, Scientific and Technical Information Program ; National Technical Information Service, distributor, [Washington, DC] : [Springfield, Va.], 1993. – 1 ff. S
- [17] HIRSCH, Ch.: Numerical Computation of Internal and External Flows. Bd. 1. Wiley, 1995
- [18] HIRSCH, Ch.: Numerical Computation of Internal and External Flows. Bd. 2. Wiley, 1995
- [19] HOFFMANN, V.: Einfluss der Spaltweite auf die Strömung in offenen Laufrädern radialer Bauart, Technische Hochschule Darmstadt, Dissertation, 1992
- [20] HOWARD, J. H. G.: Measured Passage Velocities in a Radial Impeller With Shrouded and Unshrouded Configurations. In: Journal of Engineering for Power (1975)
- [21] ISHIDA, M. ; SENOO, Y.: Secondary Flow Due to the Tip clearance at the Exit of Centrifugal Impellers. In: Journal of Turbomachinery 112 (1990), S. 19–24
- [22] ISHIDA, M. ; UEKI, H. ; SENOO, Y.: Effect of Blade Tip Configuration on Tip Clearance Loss of a Centrifugal Impeller. In: Journal of Turbomachinery 112 (1990), Nr. 1, S. 14–18
- [23] JOHNSON, M. W. ; MOORE, J.: Secondary Flow Mixing Losses in a Centrifugal Impeller. In: International Gas Turbine Conference and Exhibit, 27th, London, England American Society of Mechanical Engineers, 1982
- [24] JÄHNE, B.: Digitale Bildverarbeitung. 4th. Springer, Berlin, 1997

- [25] KLEIN, F.: Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus. Bd. 2. Springer, Berlin, 1968
- [26] LAKSHMINARAYANA, B. ; MURTHY, K. N. S.: Laser-Doppler Velocimeter Measurement of Annulus Wall Boundary Layer Development in a Compressor Rotor. In: Journal of Turbomachinery 110 (1988), S. 377–385
- [27] LAUER, J. et a.: Tip clearance sensitivity of centrifugal pumps with semi-open impellers. In: ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting 1997
- [28] LAUNDER, SPALDING D. B.: The numerical computation of turbulent flows. In: Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 3 (1974), S. 269–289
- [29] LOMAKIN, A. A.: Zentrifugal- und Axialpumpen. Maschinostojenje, Moskau, 1966
- [30] LUMLEY, J. L.: Whither Turbulence? Turbulence at the Crossroads. In: Lecture Notes in Physics 357 (1988)
- [31] MAJUMDAR, S.: Role of Underrelaxation in Momentum Interpolation for Calculation of Flow with Nonstaggered Grids. In: Numerical Heattransfer Part A: Applications 13 (1988), S. 125–132
- [32] MENTER, F. R.: Multiscale model for turbulent flows. In: Proceedings of the International 24th Fluid Dynamics Conference American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1993
- [33] MENTER, F.R. ; EGOROV, Y.: SAS Turbulence Modelling of Technical Flows. In: LAMBALLAIS, E. (Hrsg.) ; FRIEDRICH, R. (Hrsg.) ; GEURTS, B.J. (Hrsg.) ; MÉTAIS, O. (Hrsg.): Direct and Large-Eddy Simulation VI. Springer Netherlands, 2006
- [34] MITTAL, R. ; YOU, D. ; WANG, M. ; MOIN, P.: Large-Eddy Simulation and Analysis of Tip-Clearance Flows in Turbomachinery Applications. In: Proceedings of the 2003 User Group Conference
- [35] NI, L: Modellierung der Spaltverluste bei halboffenen Pumpenlaufrädern / Fortschrittsberichte VDI Reihe 7. 1995 (269). – Forschungsbericht
- [36] PAMPREEN, R. C.: Small Turbomachinery Compressor and Fan Aerodynamics. In: Journal of Engineering for Power (1973)
- [37] PERIC, M. ; FERZIGER, J.H.: Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer, 2002
- [38] PFLEIDERER, C.: Die Kreiselpumpen. Springer, 1961

- [39] RAFFEL, M. ; WILLERT, C. ; WERELEY, S. ; KOMPENHANS, J.: Particle Image Velocimetry. Springer, 2007
- [40] RHIE, C. M. ; CHOW, W. L.: Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Airfoil with Trailing Edge Separation. In: AIAA Journal 21 (1983), Nr. 11, S. 1525–1532
- [41] ROTTA, J.C.: Turbulente Strömungen. Teubner, Stuttgart, 1972
- [42] SCHOLZ, N.: Aerodynamik der Schaufelgitter. Bd. I. Verlag G. Braun, 1965
- [43] STEPANOFF, A.J.: Radial- und Axialpumpen. Springer, 1959
- [44] TAN, S. C.: Aerospace Turbomachinery Flow Physics / Gas Turbine Laboratory, Department of Aeronautics and Astronautics, MIT. 2003. – Forschungsbericht
- [45] TENNEKES, H. ; LUMLEY, J. L.: A First Course in Turbulence. In: MIT Press (1972)
- [46] TRAUPEL, Walter: Die Theorie der Strömung durch Radialmaschinen. Verlag G. Braun Karlsruhe, 1961
- [47] TROSKOLAŃSKI, Łazarkiewicz S.: Kreiselpumpen Berechnung und Konstruktion. Birkäuser, 1976
- [48] VERSTEEG, H. K. ; MALALASEKERA, W.: Computational Fluid Dynamics. Pearson, 2007
- [49] WIENEKE, B.: Stereo-PIV using self-calibration on particle images. In: Experiments in Fluids 39 (2005), S. 267–280
- [50] WILCOX, D. C.: Reassessment of the Scale-determining Equation for Advanced Turbulence Modells. In: AIAA Journal 26 (1988), Nr. 11, S. 1299–1310
- [51] WILLERT, C.: Stereoscopic digital particle image velocimetry for application in wind tunnel flows. In: Measurement Science and Technology 8 (1997), S. 1465–1479
- [52] ZIEREP, J. ; BÜHLER, K.: Strömungsmechanik. Springer, 1991