

Institut für Theoretische Teilchenphysik
Fakultät für Physik
Karlsruher Institut für Technologie



Seltene Zerfälle von B -Mesonen in Erweiterungen des Standardmodells der Elementarteilchen

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.)

von der Fakultät für Physik des Karlsruher Instituts für Technologie genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Phys. Dominik Scherer

geboren am 07.01.1982 in Saarbrücken

Referent: Prof. Dr. Ulrich Nierste
Korreferentin: Prof. Dr. Margarete Mühlleitner

Tag der mündlichen Prüfung: 11. Februar 2011

Zusammenfassung

In dieser Dissertation behandeln wir die Physik der B -Mesonen als ein Teilgebiet der Elementarteilchenphysik, das es erlaubt, die Flavourstruktur des Standardmodells (SM) zu testen und nach Signaturen von Physik jenseits des SM zu suchen. Wir führen theoretische Untersuchungen zu B -Zerfällen und B -Oszillationen im SM und mehreren Erweiterungen davon durch, wobei wir uns konsequent an der Phänomenologie der Teilchen orientieren. Unser Ziel ist es, Vorhersagen im Rahmen dieser Modelle zu machen, die mit aktuellen experimentellen Daten und den zu erwartenden Ergebnissen der neuen Teilchenbeschleunigergeneration überprüfbar sind, um so Erkenntnisse über die Physik auf den allerkleinsten bekannten Längenskalen zu gewinnen.

Neben einer modellunabhängigen Analyse von Neuer Physik in elektroschwachen Pinguindigrammen betrachten wir als konkrete Erweiterungen des SM das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM) mit minimaler und mit generischer Flavourverletzung, ein Modell mit modifizierten Kopplungen der Quarks an das Z^0 -Eichboson und ein Modell mit erweiterter Eichgruppe und einem zusätzlichen Z' -Eichboson.

Die modellunabhängige Analyse ist motiviert durch eine aktuelle Abweichung vom SM in den direkten CP -Asymmetrien der $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle, die auf eine Verletzung der starken Isospin-Symmetrie hindeutet. Wir finden, dass diese Abweichung durch Neue Physik in elektroschwachen Pinguindigrammen erklärt werden kann, deren Beiträge in der Größenordnung der SM-Beiträge liegen. Anschließend untersuchen wir im Detail die reinen Isospin verletzenden Zerfälle $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0$ und stellen fest, dass solche Korrekturen aus Neuer Physik spektakuläre Verstärkungseffekte in diesen Zerfällen hervorrufen können, die in zukünftigen Messdaten klar zu erkennen sind.

Ergänzend dazu führen wir Analysen in verschiedenen Modellen durch, in denen große Korrekturen im elektroschwachen Pinguinsektor möglich sind. Im Modell mit modifizierten Quarkkopplungen an das Z^0 und im Z' -Modell ergeben sich starke Einschränkungen dieser Effekte aus aktuellen Messungen von semileptonischen B -Zerfällen und $B - \bar{B}$ -Oszillationen.

Im MSSM mit generischer Flavourverletzung berechnen wir sämtliche Ein-Schleifen-Korrekturen zu den effektiven $b \rightarrow s$ -Pinguin-Operatoren des SM, die durch virtuelle Gluinos und Charginos vermittelt werden. Für den elektroschwachen Pinguinsektor können wir damit widerlegen, dass in diesem Szenario große Isospin verletzende Effekte existieren, wie teilweise in der Literatur behauptet.

Im MSSM mit minimaler Flavourverletzung untersuchen wir chiral verstärkte Schleifenkorrekturen und deren konsistente Behandlung in der Störungstheorie. Wir verallgemeinern bekannte Methoden zur Aufsummierung solcher Korrekturen auf den natürlichen Fall, in dem die Massen der supersymmetrischen Teilchen nicht wesentlich größer als die des Top-Quarks und der Higgs-Teilchen sind, und finden auf diese Weise einige interessante neue Effekte, insbesondere flavourändernde Kopplungen der Gluinos und Neutralinos. Wir fassen alle chiral verstärkten Effekte in effektiven Feynmanregeln zusammen, mit Hilfe derer wir anschließend neue Beiträge zu B -Zerfällen berechnen. Wir finden dabei signifikante Korrekturen zu mischungsinduzierten CP -Asymmetrien, die in der Literatur bisher vernachlässigt wurden.

Abstract

In this PhD thesis we study the physics of B mesons as a subfield of elementary particle physics which allows for tests of the flavour structure of the Standard Model (SM) and for searches of signatures of physics beyond the SM. We perform theoretical studies of B decays and B oscillations in the SM and in several extensions of it, while staying close to the phenomenology of particles throughout. Our aim is to make predictions in the framework of these models which can be tested with present experimental data and with results to be expected from the new generation of accelerators in order to gain knowledge on the physics of the smallest known length scales.

In addition to a model-independent analysis of New Physics in electroweak penguin diagrams we study several extensions of the SM such as the Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM) with minimal and with generic flavour violation, a model with modified quark couplings to the Z^0 gauge boson and a model with an extended gauge group and an additional Z' boson.

The model-independent analysis is motivated by a present deviation from the SM in direct CP asymmetries of $B \rightarrow \pi K$ decays which points to a violation of the strong isospin symmetry. We find that this deviation can be explained by New Physics in electroweak penguin diagrams with contributions of the same order of magnitude as the SM ones. Subsequently we study in detail the purely isospin-violating decays $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0$ and $\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0$ and state that such New Physics corrections can imply spectacular enhancements of these decays which are clearly visible in future experimental data.

As a complement we perform analyses in different models where large corrections to electroweak penguins are possible. In the model with modified quark couplings to the Z^0 and in the Z' model strong constraints arise from measurements of semileptonic B decays and $B - \bar{B}$ oscillations.

In the MSSM with generic flavour violation we calculate all one-loop corrections to the effective $b \rightarrow s$ penguin operators of the SM mediated by virtual gluinos and charginos. For the electroweak penguin sector this enables us to disprove the claim raised in part of the literature that in this scenario large isospin-violating effects exist.

In the MSSM with minimal flavour violation we analyse chirally enhanced loop corrections and their consistent treatment in perturbation theory. We generalise well-known formulae for the resummation of such corrections to the natural case where the masses of the supersymmetric particles are not much larger than those of the top quark and the Higgs particles and we thereby find some interesting new effects, in particular flavour-violating couplings of gluinos and neutralinos. We summarise all chirally enhanced effects in effective Feynman rules with the help of which we then calculate new contributions to B decays. In this way we find significant corrections to mixing-induced CP asymmetries previously neglected in the literature.

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung und Motivation	8
2. B-Physik	12
2.1. Der Flavoursektor des Standardmodells	12
2.1.1. Bedeutung und Bestimmung der CKM-Parameter	14
2.2. B -Mesonen als Werkzeug	16
2.3. Berechnung von B -Zerfällen mit Hilfe effektiver Theorien	23
2.3.1. Der effektive Hamiltonoperator für $\Delta B = 1$ -Prozesse	24
2.3.2. Berechnung von Operator-Matrixelementen in B -Zerfällen	27
2.3.3. Der effektive Hamiltonoperator für $\Delta B = 2$ -Prozesse	29
2.4. Ansatzpunkte für die Suche nach Physik jenseits des SM	30
2.4.1. Supersymmetrie und Große Vereinheitlichung	32
2.4.2. Isospin verletzende Neue Physik	33
3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$	34
3.1. $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle und Isospin-Verletzung	34
3.1.1. Isospin-Zerlegung	34
3.1.2. Isospinsensitive Observablen	37
3.2. Reine Isospin verletzende B -Zerfälle	41
3.3. Amplitudenstruktur und Standardmodell-Vorhersagen für $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$	42
3.4. Modellunabhängige Analyse Neuer Physik in $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$	47
3.4.1. Modellunabhängige Parametrisierung	47
3.4.2. Fit an $B \rightarrow \pi K$ -Daten und Einschränkungen aus anderen Zerfällen	51
3.4.3. Ergebnisse der modellunabhängigen Analyse	52
4. Supersymmetrie	60
4.1. Motivation von Supersymmetrie	61
4.2. Definition und Teilcheninhalt des MSSM	63
4.2.1. Formulierung einer supersymmetrischen Eichtheorie	63
4.2.2. Das MSSM-Superpotential: Teilcheninhalt und R-Parität	64
4.2.3. SUSY-Brechung im MSSM	67
5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung	70
5.1. Das SUSY-Flavour-(CP-)Problem	70
5.1.1. Minimale Flavourverletzung	71
5.1.2. Naive Minimale Flavourverletzung	73
5.2. B -Physik und $\tan\beta$ -Verstärkung	73
5.3. Resummation von flavourdiagonalen $\tan\beta$ -verstärkten Effekten	78

Inhaltsverzeichnis

5.3.1.	Diagrammatische Methode	79
5.3.2.	Sbottom-Mischung und $\tan\beta$ -Resummation	84
5.4.	Resummation von flavourändernden $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen	87
5.4.1.	Flavourändernde Selbstenergien in äußeren Beinen	88
5.4.2.	Renormierung der flavourändernden Selbstenergien	92
5.5.	Effektive Feynmanregeln für das MSSM bei großem $\tan\beta$	96
5.5.1.	Hintergrund und Struktur der effektiven Feynmanregeln	96
5.5.2.	Zusammenfassung der effektiven Feynmanregeln	98
5.5.3.	Ein Anwendungsbeispiel	100
5.6.	Phänomenologie: FCNC-Prozesse bei großem $\tan\beta$	101
5.6.1.	Korrekturen zu $ \Delta B = 1$ -Prozessen	102
5.6.2.	Korrekturen zu $ \Delta B = 2$ -Prozessen	106
5.7.	Numerische Untersuchung von $C_{7\gamma}^{\tilde{g}}$ und $C_{8g}^{\tilde{g}}$ und Konsequenzen für S_f	108
6.	B-Physik im generischen MSSM: Elektroschwache Pinguine	116
6.1.	Wilson-Koeffizienten für $\Delta B = 1$ -Prozesse	117
6.1.1.	Chargino-Beiträge	118
6.1.2.	Gluino-Beiträge	119
6.2.	Numerische Analyse	121
6.2.1.	CMM-Modell	121
6.2.2.	Flavourverletzung im Down-Sektor	121
6.2.3.	Flavourverletzung im Up-Sektor	122
7.	Modell mit flavourändernden Z^0-Kopplungen	127
7.1.	Einschränkungen aus semileptonischen Zerfällen und $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung	127
7.2.	Beiträge zu den Wilson-Koeffizienten	129
7.3.	Ergebnisse	130
8.	Modell mit schweren Z'-Eichbosonen	133
8.1.	Beiträge zu den Wilson-Koeffizienten	133
8.2.	Ergebnisse	135
9.	Zusammenfassung und Abschluss	138
	Anhang	143
A.	Notationen und Konventionen	143
A.1.	Squark-Mischung in MFV	143
A.2.	Chargino-Mischung	144
A.3.	Schleifenfunktionen	145
A.4.	Hilfreiche Formeln und Abkürzungen	148
B.	Hadronische B-Zerfälle und Faktorisierung	150
B.1.	Grundprinzip der Faktorisierung	150
B.2.	QCD-Faktorisierung	152
B.2.1.	QCD-Faktorisierung als theoretisches Fundament	152

B.2.2. QCD-Faktorisierung als Formalismus für hadronische B -Zerfälle . .	154
B.2.3. Verwendete Inputparameter	159
C. Das Rfit-Schema	163
D. QCD-Korrekturen zu flavourändernden Selbstenergien	165

1. Einführung und Motivation

Die Teilchenphysik befindet sich aktuell in einer entscheidenden Phase: Seit der endgültigen Etablierung des Standardmodells (SM) durch die experimentellen Nachweise der Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung, W^\pm und Z^0 , und der Gluonen als Eichbosonen der starken Wechselwirkung vor nunmehr drei Jahrzehnten haben alle Experimente an Beschleunigern die Vorhersagen dieser Theorie bestätigt. Nun steht mit dem *Large Hadron Collider* (LHC) der leistungsfähigste Teilchenbeschleuniger zur Verfügung, der je gebaut wurde, und hat im Jahr 2010 mit dem Aufnehmen von Kollisionsdaten begonnen. Seine Realisierung, die 20 Jahre Planungs- und Bauzeit und Investitionen von drei Milliarden Euro erforderte, konnte nur bewerkstelligt werden, weil die große Mehrheit der Physiker davon ausgeht, dass im nun zugänglichen Energiebereich von mehreren Teraelektronvolt (TeV) das SM die Teilchenwelt nicht mehr vollständig beschreiben kann. Man erwartet also, dass die Auswertung der LHC-Daten in den nächsten Jahren Signaturen von bisher unbekanntem Teilchen hervorbringen wird, die uns neue Erkenntnisse über die Physik der kleinsten bekannten Längenskalen im Bereich von 10^{-18} m bringen und Erweiterungen des SM in diesem Bereich erforderlich machen.

Das SM beschreibt unseren aktuellen Wissensstand bezüglich der kleinsten Bausteine der Materie und (mit Ausnahme der Gravitation) der fundamentalen Wechselwirkungen zwischen ihnen, es ist also zur Zeit *die* mikroskopische Theorie der Natur. Es ist das Ergebnis einer langen Entwicklung in der theoretischen und der experimentellen Teilchenphysik, die Anfang des 20. Jahrhunderts mit der Aufklärung der Struktur der Atome begann. Nachdem man festgestellt hatte, dass diese aus *Elektronen* und einem Kern aus *Protonen* und *Neutronen* bestehen und durch die *elektromagnetische Wechselwirkung* zusammengehalten werden, fand man zunächst durch Untersuchungen von Kernumwandlungen und der kosmischen Strahlung weitere Bausteine wie das *Elektron-Neutrino* und diverse instabile Teilchen, z.B. leichte *Mesonen*, die Familie der *Baryonen*, zu der auch Proton und Neutron gehören, und das *Myon*. Parallel dazu wurde in den 1930er Jahren bereits die Fermi-Theorie der *schwachen Wechselwirkung* entwickelt, die den Kern- β -Zerfall erklären konnte, außerdem wurde die *starke Wechselwirkung* postuliert, der alle Baryonen und Mesonen unterliegen, um die Stabilität der Atomkerne verstehen zu können. In den 1960er und 1970er Jahren gelang es dann, die schwache mit der elektromagnetischen Wechselwirkung in einer vereinheitlichten *elektroschwachen Theorie* nach Glashow, Salam und Weinberg zusammenzufassen, parallel dazu entstand die *Quantenchromodynamik* (QCD) als Theorie der starken Wechselwirkung. Letztere schafft eine Systematik der vielen verschiedenen Baryonen und Mesonen, indem sie sie auf *Quarks* als Konstituenten zurückführt, die die äußeren Eigenschaften der zusammengesetzten Teilchen bestimmen.

Die theoretische Beschreibung sowohl der elektroschwachen als auch der starken Wechselwirkung erfolgt durch Poincaré-invariante *Eichtheorien*, d.h. Quantenfeldtheorien, die auf dem Postulat einer lokalen Eichsymmetrie aufbauen. Zur Realisierung einer solchen

Abb. 1.1. Materieteilchen und Wechselwirkungsteilchen im Standardmodell. Grafische Darstellung aus [1].

Three Generations of Matter (Fermions)				
	I	II	III	
mass	2.4 MeV	1.27 GeV	171.2 GeV	
charge	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	
spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
name	u up	c charm	t top	
Quarks	4.8 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ d down	104 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ s strange	4.2 GeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ b bottom	
	<2.2 eV 0 $\frac{1}{2}$ ν_e electron neutrino	<0.17 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_μ muon neutrino	<15.5 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_τ tau neutrino	
	0.511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ e electron	105.7 MeV -1 $\frac{1}{2}$ μ muon	1.777 GeV -1 $\frac{1}{2}$ τ tau	
Leptons				0 0 1 γ photon
				0 0 1 g gluon
				91.2 GeV 0 1 Z^0 weak force
				80.4 GeV ± 1 1 W^\pm weak force
				Bosons (Forces)

Symmetrie sind neben den Materieteilchen, die alle Fermionen sind, als zusätzliche Freiheitsgrade Eichbosonen erforderlich, die zwischen den Materieteilchen ausgetauscht werden können und so die Wechselwirkung vermitteln. Die Symmetriegruppe des SM ist das Tensorprodukt

$$G_{\text{SM}} = SU(3) \times SU(2) \times U(1), \quad (1.1)$$

sie impliziert acht *Gluonen* als Eichbosonen der Gruppe der starken Wechselwirkung $SU(3)$, drei *W-Bosonen* als Austauscheteilchen der Gruppe $SU(2)$ und dem B^0 -Boson der Gruppe $U(1)$. Die beiden letzteren Gruppen bilden zusammen das Grundgerüst der elektroschwachen Theorie. Als fundamentale Materieteilchen beinhaltet das SM neben Quarks mit sechs verschiedenen *Flavours* auch die drei *geladenen Leptonen*, zu denen das Elektron gehört und drei *Neutrinos*. Diese Struktur ist in Abb. 1.1 zusammengefasst, sie folgt einer Einordnung in drei Familien oder Generationen.

Alle Teilchen aus Abb. 1.1, und nur diese Teilchen, wurden inzwischen in Beschleunigerexperimenten beobachtet. Die dabei getestete Energieskala von 100 GeV entspricht einer Längenskala von etwa 10^{-17} m, also sieben Größenordnungen unterhalb des Durchmessers eines Atoms. Der letzte noch fehlende Baustein des SM, der hier nicht abgebildet ist, ist das *Higgs-Boson*, das aus dem sogenannten Higgs-Mechanismus stammt. Dieser Mechanismus erklärt, wie durch eine spontane Brechung der elektroschwachen Symmetrie $SU(2) \times U(1)$ zu der bei niedrigen Energien beobachteten Symmetrie $U(1)_{\text{em}}$, die zur elektromagnetischen Wechselwirkung gehört, die massiven Eichbosonen W^\pm und Z^0 und das masselose Photon entstehen, die die o.g. W^- und B^0 -Teilchen ersetzen. Bisher haben alle Experimente vergeblich nach dem Higgs-Boson gesucht, der LHC soll nun endgültig die Frage klären, ob dieses Teilchen existiert oder nicht. Dabei wird zum ersten Mal der

1. Einführung und Motivation

Energiebereich bis 1 TeV und darüber hinaus untersucht, in dem es aller Voraussicht nach zu finden sein muss, falls das SM in diesem Bereich gültig ist.

Damit kommen wir zu unserer Aussage am Beginn dieses Kapitels zurück: Wissenschaftler auf der ganzen Welt warten jetzt gespannt auf die Entdeckung neuer Teilchen am LHC. Die Experimente Atlas und CMS suchen dort direkt nach der Produktion dieser Teilchen in Kollisionen, das Experiment LHCb konzentriert sich auf die indirekte Suche über neue Signaturen in Zerfällen von B -Mesonen. Komplementär zu LHCb wird in Japan zur Zeit das Experiment Belle-II an der Super- B -Fabrik *Super-KEKB* vorbereitet, eventuell kommt später noch das italienische Projekt SuperB hinzu. Beide sollen B -Mesonen in e^+e^- -Kollisionen bei einer Schwerpunktsenergie von $s = 10.58 \text{ GeV}$ erzeugen, was wesentlich weniger Hintergrundereignisse als bei LHCb mit sich bringt und neue Präzisionsmessungen ermöglicht. Falls nun kein Higgs-Boson gefunden wird, so muss zumindest dieser Teil des SM neu durchdacht werden und man wird nach neuen Wegen suchen müssen, die Massen der Teilchen zu erklären. Dramatischer wäre allerdings das Szenario, dass zwar ein Higgs-Boson, aber keine Hinweise auf Physik jenseits des SM gefunden werden, so dass das SM auch an der TeV-Skala noch als gültige Theorie überlebt. In diesem Fall wären alle künftigen Beschleunigerprojekte in Frage gestellt und auch die theoretische Forschung wäre an einem Punkt, an dem in Ermangelung experimenteller Hinweise keine Orientierung in Richtung konkreter Erweiterungen des SM mehr vorhanden wäre, zumindest auf einer realistischerweise zugänglichen Energieskala.

Was macht uns aber so sicher, dass die TeV-Skala neue Erkenntnisse bringen wird? Zunächst einmal ist das SM noch keine vollständige Theorie der Natur. Es beinhaltet weder die Gravitationswechselwirkung, deren charakteristische Massenskala durch die Planck-Masse $M_{\text{Pl}} \simeq 10^{19} \text{ GeV}$ vorgegeben wird, noch die in den letzten zehn Jahren experimentell bestätigten nicht-verschwindenden Massen der Neutrinos, die durch zusätzliche rechtshändige Neutrinofelder mit einer Majorana-Masse im Bereich von $M_R \simeq 10^{13} \text{ GeV}$ erklärt werden könnte. Wir müssen also davon ausgehen, dass das SM nicht für beliebig hohe Energien gültig ist, auch wenn diese Energien möglicherweise weit über der Reichweite von Teilchenbeschleunigern liegen.

Aus dieser Situation heraus entsteht aber ein Problem, das den Higgs-Sektor des SM betrifft: Teilchen mit großen Massen M von der Größenordnung $\mathcal{O}(M_{\text{Pl}})$ oder anderen sehr hohen Skalen liefern als virtuelle Teilchen in Schleifendiagrammen Korrekturen zur Selbstenergie und damit zur Masse des Higgs-Bosons. Diese Korrekturen sind, wenn eine Feinabstimmung der Parameter ausgeschlossen wird, generisch von der Größenordnung $\mathcal{O}(M^2)$, was mit der im SM zu erwartenden Higgs-Masse im Bereich der elektroschwachen Skala $\mu_{\text{EW}} \simeq \mathcal{O}(200 \text{ GeV})$ nicht vereinbar ist. Dies wird allgemein als das *Hierarchieproblem* des SM bezeichnet. Verschiedene theoretische Ansätze, darunter die Supersymmetrie (SUSY), ermöglichen eine Stabilisierung der Higgs-Masse derart, dass die Sensitivität auf Korrekturen von sehr hohen Skalen eliminiert oder zumindest stark abgeschwächt wird. Diesen Ansätzen gemeinsam ist, dass sie Neue Physik (NP) an der TeV-Skala mit sich bringen.

Ein weiterer Hinweis stammt aus der Kosmologie: Die Beobachtungen der Rotation und des Gravitationslinseneffekts von Galaxien zeigt, dass wesentlich mehr Materie im All vorhanden sein muss, als die, die wir über ihre emittierte Strahlung identifizieren können. Die unsichtbare *dunkle Materie* macht nach neueren Berechnungen etwa 80 % der gesamten

Materie im Universum aus und sollte, wenn sie aus einfachen Teilchen besteht, sich aus solchen zusammensetzen, die weder elektromagnetisch noch stark wechselwirken. Im SM kämen dafür nur die Neutrinos in Frage, die Bildung von Galaxien und Clustern in All erfordert aber, dass solche Teilchen Massen in der Größenordnung der Skala μ_{EW} oder der TeV-Skala besitzen. Einige Erweiterungen des SM, wie z.B. das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM), beinhalten Teilchen, die diese Bedingungen erfüllen.

Wir haben also noch keine unwiderlegbaren Beweise, aber doch starke Hinweise darauf, dass uns im für den LHC zugänglichen Energiebereich nach langer Zeit nun wieder Neues erwartet. Daneben werden auch die Super- B -Fabriken auf solche NP sensitiv sein, da sie über Schleifenkorrekturen in B -Zerfälle eingeht. In dieser spannenden Zeit ist es demnach wichtig, die Vorhersagen von Erweiterungen des SM zu kennen, um gemessene Abweichungen vom SM interpretieren zu können und auf eine Bestätigung oder einen Ausschluss bestimmter Modelle hinzuarbeiten. In diesem Kontext steht nun die vorliegende Arbeit: Wir studieren Erweiterungen des SM und berechnen im Rahmen solcher Modelle Vorhersagen, die in den kommenden Jahren überprüft werden können. Dabei berücksichtigen wir natürlich Einschränkungen an die Modelle, die aus den bisher verfügbaren Messungen abgeleitet werden.

Wir konzentrieren uns dabei auf die Physik der B -Mesonen, die sowohl bei LHCb als auch an den Super-Flavour-Fabriken untersucht werden wird. Sie ist, wie wir in Kap. 2 erläutern, hervorragend geeignet, um Übergänge zwischen den Quarkflavours und CP -Verletzung zu messen, und testet damit die Flavourstruktur des SM und anderer Theorien. In Kap. 3 führen wir eine modellunabhängige Analyse von NP in B -Zerfällen durch, die die *starke Isospin-Symmetrie* verletzen, dies geschieht vor dem Hintergrund einer aktuell beobachteten Abweichung vom SM in diesem Bereich. Dabei arbeiten wir Tests der Isospin-Verletzung mittels der an den neuen Experimenten erstmals messbaren Zerfälle $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0$ aus. Nach einer kurzen Einführung in SUSY in Kap. 4 behandeln wir in Kap. 5 dann ausführlich das MSSM mit minimaler Flavourverletzung und seine Auswirkungen auf die B -Physik. Die allgemeine Form des MSSM, in der Flavourverletzung nicht theoretisch eingeschränkt wird, ist Gegenstand von Kap. 6, dabei untersuchen wir vor allem elektroschwache Pinguindiagramme als Isospin verletzende NP-Beiträge zu B -Zerfällen. Eben solche Beiträge liefern auch ein Modell mit modifizierten Kopplungen der Quarks an das Z^0 -Boson und ein Modell mit dem zusätzlichen Eichboson Z' , das zu einer Erweiterung der SM-Eichgruppe gehört. Diese Modelle behandeln wir in den Kapiteln 7 und 8, bevor wir in Kap. 9 unsere Ergebnisse noch einmal in kompakter Form zusammenfassen. Die in dieser Arbeit vorgelegten Ergebnisse wurden zu einem großen Teil bereits in [2, 3] publiziert.

2. B -Physik

Im SM sind alleine die Yukawa-Wechselwirkungen von Quarks mit dem Higgs-Feld für die Möglichkeit der Unterscheidung der sechs Quarkflavours verantwortlich. In diesem Kapitel beschreiben wir deshalb zunächst den elektroschwachen Sektor des SM und legen unseren Fokus dabei auf die Wechselwirkungen der Quarks und die daraus resultierende CKM-Matrix, die unser Wissen über flavourändernde Wechselwirkungen und CP -Verletzung im SM zusammenfasst. Die Flavourphysik beschäftigt sich einerseits mit der möglichst genauen experimentellen Bestimmung dieser Matrix und den dafür erforderlichen theoretischen Methoden und Rechnungen und andererseits mit dem Einfluss von Physik jenseits des SM auf solche Messungen. Viele Erweiterungen des SM besitzen freie Parameter, die neue Quellen von Flavour- und CP -Verletzung sind, so dass im Experiment Abweichungen von den Vorhersagen der CKM-Matrix sichtbar sein sollten. Der Fokus unserer Arbeit liegt auf der B -Physik als dem Teilgebiet der Flavourphysik, in dem die dritte Teilchengeneration im Vordergrund steht. Wir erläutern in diesem Kapitel die Wichtigkeit der B -Mesonen als Werkzeug bei der Suche nach Flavour- und CP -Verletzung, sowohl im SM als auch darüber hinaus, und fassen einige später benötigte technische Methoden zusammen, die für Rechnungen auf dem Gebiet der B -Physik unentbehrlich sind.

2.1. Der Flavoursektor des Standardmodells

Wir beschäftigen uns im Folgenden mit den flavourabhängigen Wechselwirkungen des SM. Wir beschränken die Diskussion dabei auf Quarks, da Leptonen im ursprünglichen SM, in dem Neutrinos masselos sind, nur flavourdiagonal wechselwirken. Die starke Wechselwirkung ist hier ebenfalls nicht relevant, da sie nicht zwischen Quarks verschiedener Flavours unterscheidet. Wir diskutieren also lediglich die elektroschwache Eichwechselwirkung und Yukawa-Wechselwirkungen mit dem Higgs-Feld.

Das SM unterscheidet zwischen linkshändigen Fermionen, die Dubletts bezüglich der Eichgruppe $SU(2)$ bilden, und rechtshändigen Fermionen, die $SU(2)$ -Singulets sind [4–6]. Im Folgenden benutzen wir $i, j = 1, 2, 3$ als Kennzeichnung der drei Fermionengenerationen. Wir haben damit die Quarkfelder

$$Q_i = \begin{pmatrix} u_{Li} \\ d_{Li} \end{pmatrix}, \quad u_{Ri} \quad \text{und} \quad d_{Ri}, \quad (2.1)$$

die wir zunächst als Eigenzustände der elektroschwachen Wechselwirkung definieren. Ihre

2.1. Der Flavoursektor des Standardmodells

elektroschwachen Wechselwirkungen lassen sich in der Lagrangedichte

$$-i\mathcal{L}_{\text{schwach}} = \bar{Q}_i \gamma^\mu D_\mu Q_i + \bar{u}_{Ri} \gamma^\mu \tilde{D}_\mu u_{Ri} + \bar{d}_{Ri} \gamma^\mu \tilde{D}_\mu d_{Ri} \quad (2.2)$$

zusammenfassen. Dabei sind die kovarianten Ableitungen definiert durch

$$D_\mu = \partial_\mu + igW_\mu^a t^a + ig' B_\mu \frac{Y}{2}, \quad \tilde{D}_\mu = \partial_\mu + ig' B_\mu \frac{Y}{2}. \quad (2.3)$$

Die Eichfelder W_μ^a ($a = 1, 2, 3$) der Gruppe $SU(2)$ bzw. B_μ der Gruppe $U(1)$ werden mit den entsprechenden Gruppengeneratoren $t^a = \sigma^a/2$ bzw. Y multipliziert, g und g' sind die zugehörigen Eichkopplungen. Wir bezeichnen mit σ^a hier und im Folgenden die Pauli-Matrizen.

In der selben Wechselwirkungsbasis lautet die Lagrangedichte für die Yukawa-Wechselwirkungen der Quarks mit dem Higgs-Dublett H

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - (Y_{ij}^D \bar{Q}_i^\alpha H^\alpha d_{Rj} + Y_{ij}^U \bar{Q}_i^\alpha (H^c)^\alpha u_{Rj}) + h.c. \quad (2.4)$$

Hier bezeichnet H^c das ladungskonjugierte Higgs-Dublett, $Y^{U,D}$ sind allgemeine komplexe Kopplungsmatrizen und $\alpha = 1, 2$ ist ein $SU(2)$ -Index. Es ist leicht ersichtlich, dass $\mathcal{L}_{\text{schwach}}$ unter unitären Transformationen im Flavouerraum

$$Q_i \rightarrow Q'_i = U_{ij}^Q Q_j, \quad u_{Ri} \rightarrow u'_{Ri} = U_{ij}^u u_{Rj}, \quad d_{Ri} \rightarrow d'_{Ri} = U_{ij}^d d_{Rj} \quad (2.5)$$

invariant ist. Man spricht von einer dreifachen $U(3)$ -Flavoursymmetrie, die hier allerdings „zufällig“ ist. Sie gehört nicht zu den Symmetriebedingungen, die das SM definieren, sondern entsteht als Nebenprodukt der Eichgruppe und der Darstellungen der Fermionfelder, insbesondere der gleichen Eichquantenzahlen der drei Generationen. Diese Symmetrie wird nun durch das Hinzufügen von $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ gebrochen, was letztendlich dazu führt, dass Wechselwirkungen von Quarks aus verschiedenen Generationen miteinander möglich sind. Die Quarks erhalten Massen durch die spontane Brechung der elektroschwachen Symmetrie, danach besitzt das Higgs-Feld einen nicht-verschwindenden Vakuumerwartungswert v , der reell gewählt werden kann. Wir schreiben dann

$$H(x) = \begin{pmatrix} G^+(x) \\ v + h^0(x) \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad H^c(x) = \begin{pmatrix} v + h^0(x) \\ -G^-(x) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

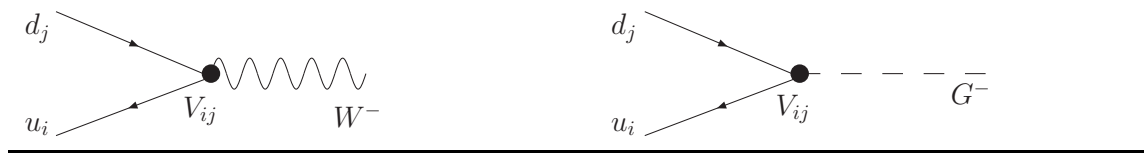
und erhalten damit aus $\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}$ die Massenterme

$$\mathcal{L}_{\text{mass}} = -v Y_{ij}^D \bar{d}_L^i d_R^j - v Y_{ij}^U \bar{u}_L^i u_R^j + h.c. \quad (2.7)$$

Durch unitäre Transformation lassen sich die Yukawa-Matrizen diagonalisieren, dies entspricht einem Wechsel von der Wechselwirkungsbasis in die Basis der Masseneigenzustände. Man stellt allerdings fest, dass die Transformationen aus Gl. (2.5) noch nicht ausreichen, um *beide* Matrizen gleichzeitig zu diagonalisieren. Nur durch Brechung der $SU(2)$ -Invarianz lässt sich dieses Problem lösen, nämlich durch verschiedene Transformationen der beiden Komponenten von Q :

$$u_{Li} \rightarrow U_{ij}^{uL} u_{Lj}, \quad d_{Li} \rightarrow V_{ik} U_{kj}^{uL} d_{Lj}. \quad (2.8)$$

Abb. 2.1. Flavourändernde Wechselwirkungen im SM.



Die zusätzliche unitäre Matrix V ist die *Cabbibo-Kobayashi-Maskawa-Matrix* (CKM-Matrix) [7, 8]. Einsetzen dieser Transformationen in Gln. (2.2) und (2.4) ergibt die bekannte Struktur des SM, in der die neutralen Eich- und Higgs-Bosonen ausschließlich flavourdiagonal koppeln, während die geladenen W-Bosonen $W^\pm = (W^1 \mp iW^2)/\sqrt{2}$ und die Goldstone-Bosonen G^\pm flavourabhängige und -ändernde Wechselwirkungen haben, die proportional zu den entsprechenden Elementen der CKM-Matrix sind (siehe Abb. 2.1).

2.1.1. Bedeutung und Bestimmung der CKM-Parameter

Die CKM-Matrix fasst unser gesamtes Wissen über flavourändernde Wechselwirkungen im Quarksektor des SM zusammen. Die präzise Bestimmung ihrer freien Parameter zählt daher zu den wichtigsten gegenwärtigen Aufgaben der Experimente an Teilchenbeschleunigern, insbesondere an den sogenannten *B*-Fabriken. Die Experimente Belle und BaBar konnten in den letzten zehn Jahren erhebliche Fortschritte auf diesem Gebiet erzielen und die Unsicherheiten soweit reduzieren, dass wir heute in der Lage sind, genaue SM-Vorhersagen für flavourändernde Prozesse zu berechnen. Diese können in der nächsten Zeit mit den neuen Experimenten LHCb und Belle-II getestet werden.

Wir schreiben die CKM-Matrix in Feynmanregeln und -amplituden in der intuitiven Notation

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Jedoch sind diese Parameter nicht unabhängig voneinander, da V einerseits Unitaritätsbedingungen erfüllen muss und andererseits durch Redefinition der Quarkfelder unphysikalische komplexe Phasen eliminiert werden können. Dadurch reduziert sich die Beschreibung auf vier unabhängige freie Parameter, davon sind drei Mischungswinkel und einer ein physikalischer Phasenfaktor. Wir können V beispielsweise mit drei Mischungswinkeln θ_{12} , θ_{13} und θ_{23} und einer Phase δ wie folgt parametrisieren [9]:

$$V = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

wobei wir die Abkürzungen $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ und $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ verwenden. Für unsere Arbeit ist es wichtig, Zahlenwerte für diese Parameter zu kennen, die aus möglichst reinen SM-Prozessen stammen und nicht bereits durch mögliche Beiträge von NP in der Messung verzerrt sind. Wir benutzen daher die Größen λ , $|V_{ub}|$, $|V_{cb}|$ und γ , die aus tree-level-Prozessen

2.1. Der Flavoursektor des Standardmodells

extrahiert werden können. Sie ergeben die CKM-Parameter über die Beziehungen

$$\theta_{12} = \arcsin \lambda, \quad \theta_{13} = \arcsin |V_{ub}|, \quad \theta_{23} = \arcsin(|V_{cb}|/c_{13}), \quad \delta = \gamma. \quad (2.11)$$

Die Bedeutung dieser Größen erklärt sich wie folgt:

- $|V_{cb}|$ geht in die tree-level-Zerfälle $b \rightarrow c\ell\bar{\nu}_\ell$ ein und lässt sich daher mit guter Genauigkeit aus semileptonischen Zerfällen von B -Mesonen bestimmen. Konkurrierende Methoden sind dabei die Messung über den inklusiven Zerfall $B \rightarrow X_{c\ell}\nu_\ell$ und die Messung über exklusive $B \rightarrow D^{(*)}$ -Kanäle.
- $|V_{ub}|$ wird analog zu $|V_{cb}|$ gemessen, mit dem Unterschied, dass hier der Quarkprozess $b \rightarrow u\ell\bar{\nu}_\ell$ zugrunde liegt. Eine zusätzliche Option ist in diesem Fall die Messung über den Zerfall $B^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau$.
- $\gamma = \arg\left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}\right) \approx \arg(V_{ub}^*)$ ist einer der Winkel des später in diesem Kapitel beschriebenen Unitaritätsdreiecks. Hier existieren ebenfalls konkurrierende Messmethoden [10–15], die auf der Interferenz der Zerfälle $B^- \rightarrow D^0 K^-$ und $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$ basieren.
- Schließlich ist λ einer der Parameter der Wolfenstein-Entwicklung der CKM-Matrix, auf die im Folgenden eingegangen wird. Er wird üblicherweise aus semileptonischen Kaon-Zerfällen oder hadronischen τ -Zerfällen extrahiert.

Die Wolfenstein-Entwicklung [16] nutzt und verdeutlicht die starke numerische Hierarchie der CKM-Matrixelemente. Als Entwicklungsparameter dient

$$\lambda = s_{12} \approx |V_{us}| \approx 0.22, \quad (2.12)$$

wodurch man die Form

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (2.13)$$

erhält. Man sieht, dass die Diagonalelemente, die Flavourübergänge innerhalb einer Generation parametrisieren, von der Ordnung $\mathcal{O}(1)$ sind, während die Außerdiagonalelemente mit Potenzen von λ unterdrückt sind. B -Zerfallsamplituden sind stets proportional zu einem der Elemente V_{ub} , V_{cb} , V_{td} oder V_{ts} und deshalb mit mindestens λ^2 unterdrückt. Die übrigen Parameter der Wolfenstein-Entwicklung sind definiert durch

$$A\lambda^2 = s_{23}, \quad A\lambda^3(\rho - i\eta) = s_{13}e^{-i\delta}. \quad (2.14)$$

Die große Bedeutung der Erweiterung der Cabibbo-Matrix zu einer 3×3 -Matrix im Jahr 1973, verbunden mit der Vorhersage einer damals noch hypothetischen dritten Generation, war das erstmalige Auftreten der physikalischen Phase δ . Diese wurde benötigt, um die im Experiment beobachtete CP -Verletzung zu erklären. Sie ist einer der beiden im SM enthaltenen CP -verletzenden Parameter, neben der sogenannten starken CP -Phase

2. B -Physik

in der QCD. Letztere ist allerdings experimentell eingeschränkt auf vernachlässigbar kleine Werte $< 10^{-11}$ [17].

Eine weit verbreitete graphische Zusammenfassung der Ergebnisse verschiedener Tests der CKM-Struktur ist das *Unitaritätsdreieck* [18]. Es basiert zum einen auf der Tatsache, dass die CKM-Matrix unitär ist, also die Bedingungen $V_{ki}^* V_{kj} = \delta_{ij}$ und $V_{ik}^* V_{jk} = \delta_{ij}$ erfüllen muss. Die sechs Bedingungen mit $i \neq j$ ergeben jeweils ein Dreieck in der komplexen Ebene. Zum anderen muss die CKM-Matrix, sofern das SM gültig ist, *alle* flavourverletzenden und CP -verletzenden Prozesse richtig erklären, so dass die vier freien Parameter durch mehr als vier Messungen überbestimmt werden können. Dabei auftretende Inkonsistenzen weisen auf Beiträge von NP zu den Messungen hin und äußern sich graphisch darin, dass sich kein geschlossenes Dreieck ergibt. Das Standard-Unitaritätsdreieck stammt aus der Relation

$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0. \quad (2.15)$$

Es zeichnet sich gegenüber den anderen dadurch aus, dass alle drei Summanden von der gleichen Ordnung in λ sind und dass es aus den Daten der B -Fabriken mit guter Genauigkeit bestimmt werden kann. Durch die Normierung von Gl. (2.15) auf $V_{cb}^* V_{cd}$ ergibt sich ein Dreieck in der komplexen $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ -Ebene, wobei

$$\bar{\rho} - i\bar{\eta} = (\rho - i\eta)\left(1 - \frac{\lambda^2}{2}\right) + \mathcal{O}(\lambda^4), \quad (2.16)$$

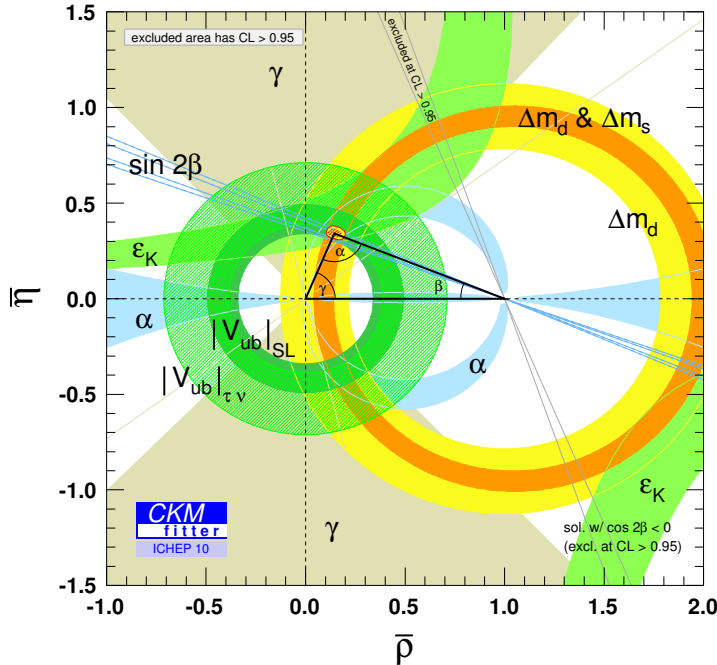
dessen Grundseite die Länge 1 hat. Dieses Dreieck ist in Abb. 2.2 in der aktuellen Version der CKM-Fitter-Gruppe [19] dargestellt.

Diese Darstellung beruht auf einem globalen Fit der Seitenlängen und Winkel dieses Dreiecks an alle verfügbaren experimentellen Daten. Die Seitenlänge proportional zu $|V_{ub}|$ ist hier in zwei verschiedenen Versionen dargestellt: Einmal der in semileptonischen B -Zerfällen gemessene Wert (dunkelgrüner Kreis) und einmal der in $B^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau$ gemessene Wert (grün schraffierter Kreis). Die Kombination aller Messungen zeigt, dass es möglich ist, das Dreieck zu schließen, dies wird durch den gelb-rot markierten Bereich angezeigt, in dem die Spitze des Dreieck liegt. Der CKM-Mechanismus kann also alle bisherigen Daten im Rahmen der Ungenauigkeiten erklären. Die einzige Unverträglichkeit besteht aktuell zwischen den Vorhersagen von $\sin(2\beta)$ und $|V_{ub}|_{\tau\nu}$, sie ist allerdings noch nicht ausreichend, um als Nachweis von NP gelten zu können. Die Messung von $|V_{ub}|_{\tau\nu}$ weicht um 2.8σ von ihrer Vorhersage aus dem Fit der restlichen Größen ab [19], eine ausführliche Diskussion dieser Diskrepanz und möglicher Erklärungen findet sich in Ref. [20].

2.2. B -Mesonen als Werkzeug

Ein unverzichtbares Werkzeug für Tests der Flavourstruktur und der Stärke der CP -Verletzung im SM ist die Physik der B -Mesonen. Sie sind, neben den Υ -Quarkonia, die einzigen Mesonen, die ein Valenzquark der dritten Generation enthalten, da das Top-Quark schneller zerfällt, als es Hadronen bilden kann. Da sie ausschließlich schwach zerfallen, haben sie eine vergleichsweise große mittlere Lebensdauer und eignen sich bestens für einen experimentellen Zugang zur dritten Teilchenfamilie und deren Eigenschaften.

Abb. 2.2. Globaler Fit des Standard-Unitaritätsdreiecks im Herbst 2010. Erläuterungen befinden sich im Text.



Wir definieren B -Mesonen über die Quantenzahl *beauty* (B), die wie alle Flavourquantenzahlen in der starken Wechselwirkung erhalten ist. Alle B -Mesonen sind gekennzeichnet durch $B = \pm 1$. Durch Hinzunahme der Quantenzahlen *strangeness* (S), *charm* (C) und *starkem Isospin* (I) lassen sich folgende Teilchen unterscheiden:

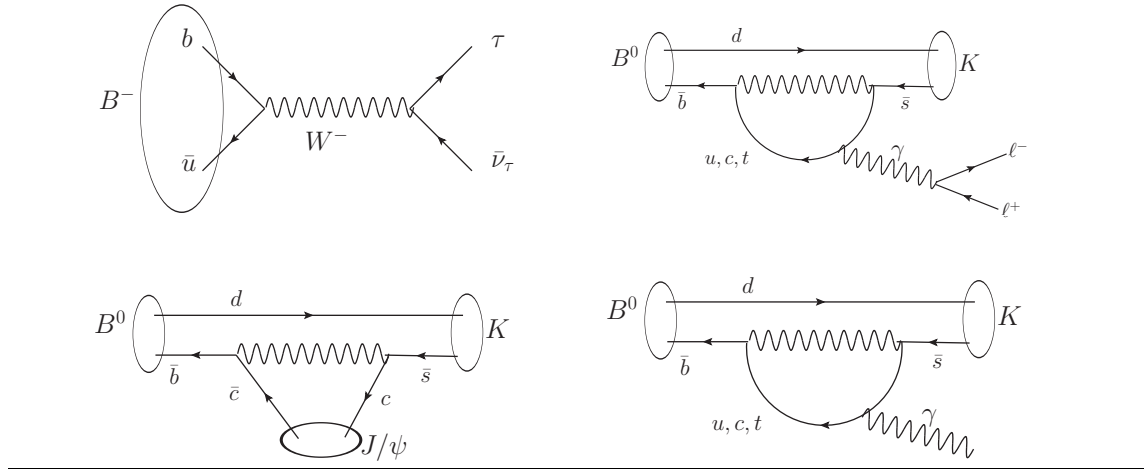
	Valenzquarks	I_3	S	C
B^0	(\bar{b}, d)	$-1/2$	0	0
B^+	(\bar{b}, u)	$1/2$	0	0
B_s	(\bar{b}, s)	0	-1	0
B_c^+	(\bar{b}, c)	0	0	1

Per Definition besitzen alle diese Mesonen $B = 1$, hier nicht aufgeführt sind ihre Antiteilchen mit $B = -1$. Sie alle sind pseudoskalare Zustände, d.h. sie besitzen Spin 0 und sind ungerade unter Paritätstransformationen. Außerdem existieren alle diese Mesonen noch in angeregten Zuständen, diese sind aber für die Flavourphysik eher uninteressant, da sie starken Zerfällen unterliegen. Wir betrachten sie deshalb nicht weiter.

Die B -Mesonen im Grundzustand müssen flavourändernd, also über die schwache Wechselwirkung, in einen leichteren $B = 0$ -Endzustand zerfallen, zugrunde liegt dabei immer

2. B -Physik

Abb. 2.3. Beispielprozesse für leptonische, semileptonische, hadronische und radiative B -Zerfälle.



der Zerfall des b -Quarks in ein leichteres Quark¹. Man unterscheidet folgende Zerfallsklassen, siehe auch die Beispiele in Abb. 2.3:

- leptonische Zerfälle: nur Leptonen im Endzustand
- semileptonische Zerfälle: Leptonen und Hadronen im Endzustand
- hadronische Zerfälle: nur Hadronen im Endzustand
- radiative Zerfälle: der Endzustand enthält reelle Photonen oder Gluonen

Weitere Klassifizierungen unterscheiden bspw. zwischen exklusiven (ein Endzustand) und inklusiven (Summe über eine Klasse von Endzuständen) B -Zerfällen oder zwischen charmlosen bzw. seltenen B -Zerfällen und den wesentlich häufigeren Zerfällen mit $C = \pm 1$ im Endzustand. Hier und im Folgenden verwenden wir B auch als generische Bezeichnung für nicht näher spezifizierte Mesonen im Sinne $B = \{B^0, \bar{B}^0, B^\pm, B_s, \bar{B}_s, B_c^\pm\}$.

Für die CKM-Elemente V_{cb} bzw. V_{ub} bieten Kanäle mit den Übergängen $B \rightarrow D^{(*)}$ bzw. $B \rightarrow \pi$ oder $B \rightarrow \rho$ den einfachsten experimentellen Zugang. Die Elemente V_{ts} und V_{td} dagegen lassen sich nur über Prozesse mit *flavourändernden neutralen Strömen* (flavour-changing neutral currents, FCNCs) messen, die im SM frühestens in der 1-Schleifen-Ordnung auftreten. Hier stehen die Oszillationen der B^0 - und B_s -Mesonen als direkteste Methode hervor, auf die wir im Folgenden näher eingehen. Diese beiden Elemente können allerdings durch die Unitarität der CKM-Matrix auch aus den vier im vorigen Abschnitt diskutierten tree-level Größen abgeleitet werden, wodurch sich eine direkte Vergleichsmöglichkeit ergibt, die die Flavourstruktur des SM testet.

¹Eine Ausnahme bildet das seltene Meson B_c^+ , bei dem auch das c -Quark zerfallen kann.

$B - \bar{B}$ -Mischung

Im SM werden $|\Delta B| = 2$ -Übergänge vom B^0 - zum \bar{B}^0 -Meson und umgekehrt durch Boxdiagramme vermittelt, siehe Abb. 2.4. Im Folgenden diskutieren wir $B^0 - \bar{B}^0$ -Übergänge, für $B_s - \bar{B}_s$ -Übergänge gelten aber alle Aussagen analog. Aufgrund der Unitarität der CKM-Matrix verschwinden die Box-Amplituden nach Summation über die drei internen Quarkflavours im Limes entarteter Quarkmassen, entsprechend dominiert für realistische Massen der Beitrag des Top-Quarks durch die starke Hierarchie der Massendifferenzen $m_t^2 - m_c^2 \gg m_c^2 - m_u^2$. Dies ist die 3-Generationen-Version des *GIM-Mechanismus* (Glashow, Iliopoulos, Maiani) [21], daraus ergibt sich eine Amplitude $\sim (m_t^2 - m_c^2)/m_W^4$.

Durch die Möglichkeit der Mischung bilden die neutralen B -Mesonen ein quantenmechanisches Zwei-Zustands-System, dessen Zeitentwicklung in der Wigner-Weisskopf-Näherung [22, 23] durch die Gleichung

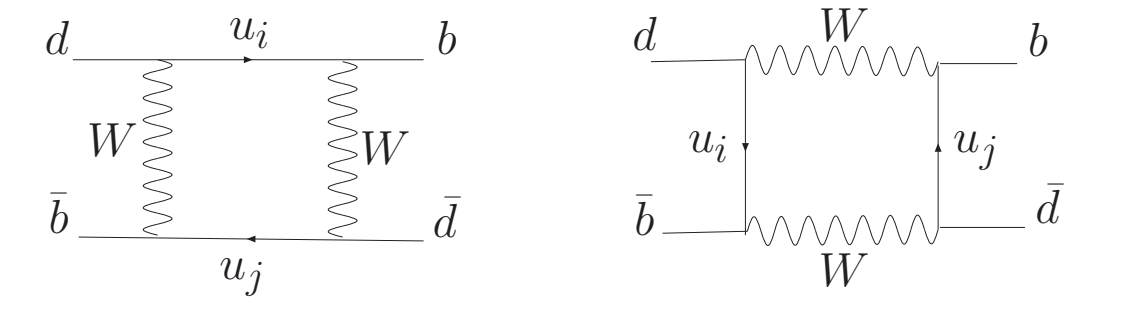
$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} |B^0(t)\rangle \\ |\bar{B}^0(t)\rangle \end{pmatrix} = \left(M - i \frac{\Gamma}{2} \right) \begin{pmatrix} |B^0(t)\rangle \\ |\bar{B}^0(t)\rangle \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

mit zwei hermiteschen konstanten Matrizen M (Massenmatrix) und Γ (Zerfallsmatrix) beschrieben wird. Dadurch unterscheiden sich die Flavour-Eigenzustände $|B^0(t)\rangle$ und $|\bar{B}^0(t)\rangle$ von den Eigenzuständen obiger Gleichung, die per Definition die Masseneigenzustände $|B_L(t)\rangle$ und $|B_H(t)\rangle$ (*light* und *heavy*) sind. Der Basiswechsel zwischen Flavour- und Massen-Eigenzuständen wird parametrisiert durch

$$\begin{aligned} |B_L\rangle &= p |B^0\rangle + q |\bar{B}^0\rangle \\ |B_H\rangle &= p |B^0\rangle - q |\bar{B}^0\rangle. \end{aligned} \quad (2.18)$$

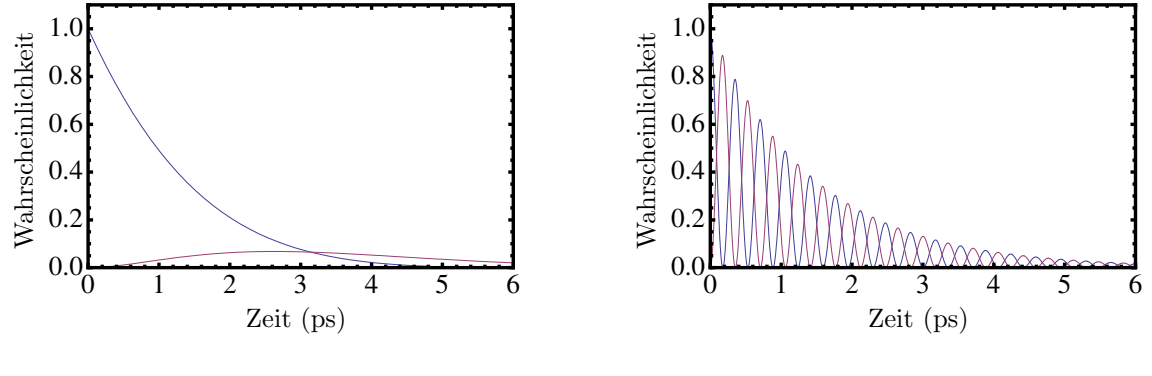
mit $|p|^2 + |q|^2 = 1$. Im Experiment wird ein Meson, das im Flavour-Eigenzustand $|B^0(t=0)\rangle$ erzeugt wird, im Laufe der Zeit zwischen den Zuständen $|B_L\rangle$ und $|B_H\rangle$ bzw. zwischen $|B^0\rangle$ und $|\bar{B}^0\rangle$ oszillieren, d.h. die Wahrscheinlichkeit, es in einem der beiden Zustände zu messen, oszilliert prinzipiell zwischen 0 und 1. Der sinusförmigen Oszillation ist allerdings noch der exponentielle Zerfall beider Zustände überlagert, wie in Abb. 2.5 illustriert. In diesem Bild ist als Funktion der Zeit die Wahrscheinlichkeit aufgetragen, nach der Produktion eines B -Mesons zum Zeitpunkt $t = 0$ das B -Meson oder sein Antiteilchen

Abb. 2.4. Boxdiagramme der $B^0 - \bar{B}^0$ -Mischung im SM.



2. B -Physik

Abb. 2.5. Wahrscheinlichkeit, nach der Produktion eines B -Mesons ein B (blau) bzw. ein \bar{B} (rot) zu beobachten. Links für B^0 , rechts für B_s .



zu beobachten. Beide Kurven gehen für große Zeiten gegen Null, da die Mesonen zerfallen. Man erkennt, dass die B_s -Mesonen innerhalb ihrer Lebensdauer $\tau_{B_s} = 1.4$ ps mehrfach oszillieren, wohingegen sich die B^0 -Mesonen innerhalb von $\tau_{B_d} = 1.5$ ps im Mittel weniger als ein Mal umwandeln.

Die beiden Diagramme in Abb. 2.4 erzeugen Beiträge zu den Außerdiagonalelementen M_{12} und Γ_{12} . Durch den starken Unterdrückungsfaktor $(V_{td}^*V_{tb})^2$ (bzw. $(V_{ts}^*V_{tb})^2$ für B_s -Mesonen) und die Schleifenunterdrückung mit $g^4/16\pi^2$ sind diese Diagramme sensitiv auf Korrekturen durch NP, d.h. durch virtuelle schwere Teilchen mit flavourändernden Kopplungen, die nicht der starken CKM-Hierarchie folgen. Schwere Teilchen erzeugen keinen Imaginärteil im Schleifenintegral, sie tragen also nur zu M_{12} bei. Dadurch sind Messungen der Massendifferenz

$$\Delta M = M_H - M_L \simeq 2|M_{12}| \quad (2.19)$$

und der Zerfallsbreitendifferenz

$$\Delta\Gamma = \Gamma_L - \Gamma_H \simeq 2|\Gamma_{12}| \cos\phi \quad (2.20)$$

mit der *physikalischen* Phase

$$\phi = \arg\left(-\frac{M_{12}}{\Gamma_{12}}\right) \quad (2.21)$$

sensitiv auf NP und können, sofern $V_{td}^*V_{tb}$ aus anderen Prozessen bestimmt wird, das SM testen bzw. die Flavourstruktur von NP-Modellen einschränken. Für weitere Details und Herleitungen zur Zeitentwicklung der neutralen B -Mesonen verweisen wir auf die ausführliche Diskussion in Ref. [24].

CP -Verletzung

Da die B -Physik einen direkten Zugang zu den Elementen der dritten Zeile bzw. Spalte der CKM-Matrix erlaubt, bietet sie auch hervorragende Möglichkeiten zur Bestimmung

der CP -Verletzung im SM, die nach Gl. (2.13) in guter Näherung nur in V_{td} und V_{ub} auftritt. Die genaue Messung der CP -Phasen in B -Zerfällen wird eine der wichtigsten Aufgaben des LHCb-Experiments sein. Im Allgemeinen verstehen wir unter CP -Symmetrie die Invarianz der Theorie unter einer Transformation, die jedes Teilchen in sein Antiteilchen überführt, wobei nicht nur eine Ladungskonjugation C , sondern auch eine Paritätstransformation P durchgeführt wird, was für chirale Teilchen wichtig ist. So ist beispielsweise das Antiteilchen des linkshändigen Neutrinos das rechtshändige Antineutrino, während das linkshändige Antineutrino genau wie das rechtshändige Neutrino im SM nicht existiert.

Die Lagrangedichte des SM wäre CP -symmetrisch, wenn keine komplexen Phasen auftreten würden. Durch die CKM-Phase wird diese Symmetrie gebrochen, die Brechung ist aber wegen der kleinen Absolutwerte der komplexen CKM-Elemente (siehe Gl. (2.13)) letztendlich ein numerisch kleiner Effekt, dessen Messung eine anspruchsvolle Aufgabe ist. Wir erklären im Folgenden, wie CP -Verletzung auf drei verschiedene Arten im Experiment auftreten kann, letztendlich liegt der Ursprung von allen drei Effekten aber in den selben komplexen Parametern der Theorie.

- a) **CP -Verletzung in der Mischung:** Falls die Masseneigenzustände $|B_L\rangle$ und $|B_H\rangle$ gleichzeitig CP -Eigenzustände sind, gilt in Gl. (2.18) $|q|^2/|p|^2 = 1$, so dass $\langle B_L|B_H\rangle = 0$. In der Realität gilt aber

$$\frac{q}{p} \simeq 1 - \frac{1}{2} \left| \frac{\Gamma_{12}}{M_{12}} \right| \sin \phi, \quad (2.22)$$

so dass die $B - \bar{B}$ -Mischung bereits im SM, wo ϕ aufgrund der CKM-Phase von Null verschieden ist, CP -Verletzung beinhaltet. Dies äußert sich z.B. in semileptonischen Zerfällen mit der „falschen“ Leptonladung, die nach dem Muster $\bar{B}^0 \xrightarrow{\text{Osz.}} B^0 \rightarrow \ell^+ \nu_\ell X$ ablaufen. Die CP -Asymmetrie wird hierbei sichtbar durch

$$\Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \ell^+ \nu_\ell X) \neq \Gamma(B^0 \rightarrow \ell^- \bar{\nu}_\ell \bar{X}). \quad (2.23)$$

- b) **CP -Verletzung im Zerfall (direkte CP -Verletzung):** CP -Invarianz einer Zerfallsamplitude \mathcal{A}_f in den Endzustand f bedeutet, dass sich die Amplitude des CP -konjugierten Zerfalls $\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}$ von \mathcal{A}_f maximal um einen willkürlichen globalen Phasenfaktor unterscheidet, also $|\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}| = |\mathcal{A}_f|$, so dass die beiden entsprechenden Zerfallsraten exakt gleich sind. Andernfalls spricht man von direkter CP -Verletzung. Dies ist nur möglich, wenn es mindestens zwei interferierende Beiträge zu \mathcal{A}_f mit unterschiedlichen starken und unterschiedlichen schwachen Phasen gibt. Schreiben wir

$$\mathcal{A}_f = ae^{i(\delta_1 + \varphi_1)} + be^{i(\delta_2 + \varphi_2)}, \quad (2.24)$$

$$\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}} = ae^{i(\delta_1 - \varphi_1)} + be^{i(\delta_2 - \varphi_2)} \quad (2.25)$$

mit starken Phasen $\delta_{1,2}$ und schwachen Phasen $\varphi_{1,2}$, erhalten wir

$$|\mathcal{A}_f|^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos(\delta_1 - \delta_2 + \varphi_1 - \varphi_2), \quad (2.26)$$

$$|\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}}|^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos(\delta_1 - \delta_2 - \varphi_1 + \varphi_2). \quad (2.27)$$

2. B -Physik

Offensichtlich sind beide Amplitudenquadrate gleich, wenn $\delta_1 = \delta_2$ oder $\varphi_1 = \varphi_2$ ist.

- c) **CP -Verletzung in der Interferenz von Mischung und Zerfall (mischungsinduzierte CP -Verletzung):** Diese Art von CP -Verletzung tritt auf, wenn ein neutrales B -Meson sowohl mit als auch ohne vorherige Umwandlung in sein Antiteilchen in einen bestimmten CP -Eigenzustand mit CP -Eigenwert $\eta_{f_{CP}} = \pm 1$ zerfallen kann. Man erhält dadurch eine Interferenz zwischen den beiden Prozessen $B^0 \rightarrow f_{CP}$ und $B^0 \xrightarrow{\text{Osz.}} \bar{B}^0 \rightarrow f_{CP}$, die sich im Falle von CP -Verletzung von der entsprechenden Interferenz in $\bar{B}^0 \rightarrow f_{CP}$ und $\bar{B}^0 \xrightarrow{\text{Osz.}} B^0 \rightarrow f_{CP}$ unterscheidet. Man definiert hier eine *zeitabhängige CP -Asymmetrie* als

$$a_{f_{CP}}(t) = \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP})}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f_{CP}) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow f_{CP})}, \quad (2.28)$$

die sich mit dem Parameter

$$\lambda_{f_{CP}} = \frac{q}{p} \frac{\mathcal{A}_{f_{CP}}}{\bar{\mathcal{A}}_{f_{CP}}} = \eta_{f_{CP}} \frac{q}{p} \frac{\mathcal{A}_{f_{CP}}}{\bar{\mathcal{A}}_{\bar{f}_{CP}}} \quad (2.29)$$

schreiben lässt als

$$a_{f_{CP}}(t) = \frac{2 \operatorname{Im}(\lambda_{f_{CP}}) \sin(\Delta M t) - (1 - |\lambda_{f_{CP}}|^2) \cos(\Delta M t)}{(1 + |\lambda_{f_{CP}}|^2) \cosh(\Delta \Gamma t/2) - 2 \operatorname{Re}(\lambda_{f_{CP}}) \sinh(\Delta \Gamma t/2)}. \quad (2.30)$$

Im Unterschied zu Ref. [24] verwenden wir in dieser Arbeit die Konvention, dass $\mathcal{A}_{f_{CP}}$ den Zerfall eines \bar{B}^0 -Mesons oder eines \bar{B}_s -Mesons beschreibt, da dies dem Zerfall eines b -Quarks entspricht. Besonders interessant ist diese Art der CP -Verletzung für spezielle Kanäle, in denen die beiden anderen Arten a) und b) nicht auftreten, wie z.B. $B^0 \rightarrow J/\psi K_S$. Solche „goldenen“ Moden erlauben besonders saubere Messungen z.B. des in Abb. 2.2 eingeführten Winkels β im Unitaritätsdreieck. In diesem Beispiel gilt

$$\lambda_{J/\psi K_S} = -e^{-2i\beta} \quad (2.31)$$

und damit

$$a_{J/\psi K_S}(t) = \frac{\sin(2\beta) \sin(\Delta M t)}{\cosh(\Delta \Gamma t/2) + \cos(2\beta) \sinh(\Delta \Gamma t/2)} \approx \sin(2\beta) \sin(\Delta M t). \quad (2.32)$$

Schafft man es also, die zeitabhängige Oszillation zwischen B^0 und \bar{B}^0 im Experiment sichtbar zu machen, erhält man eine genaue Messung von $\sin(2\beta)$, deren aktueller Status in Abb. 2.2 als blaues Band eingezeichnet ist.

Alle drei Typen von CP -Verletzung wurden bereits mit Hilfe von B -Mesonen gemessen, dabei sind fast alle Messungen auf 2σ -Niveau mit der CKM-Vorhersage kompatibel. Ausnahmen sind die direkte CP -Verletzung in $A_{CP}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-)$, sofern sie mit der Messung von $A_{CP}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-)$ kombiniert wird [25–28], und die CP -Verletzung in der B^0 - bzw. B_s -Mischung, die als Typ a) oder Typ c) auftreten kann. Letztere wurde in beiden Versionen am Tevatron gemessen [29–31], woraufhin in einer umfassenden Analyse

2.3. Berechnung von B -Zerfällen mit Hilfe effektiver Theorien

eine 3.8σ -Abweichung von SM gefunden wurde [20], die mit Hilfe von NP erklärt werden kann.

Zusammenfassend halten wir fest, dass sowohl FCNCs als auch CP -verletzende Prozesse im SM stark unterdrückt und damit äußerst sensitiv auf NP mit neuen Quellen von Flavour- und CP -Verletzung sind. Die B -Physik bietet diverse Möglichkeiten, solche Prozesse mit guter Genauigkeit zu messen und ist dadurch ein ideales Feld für die indirekte Suche nach NP. Die neuen Experimente LHCb am LHC und Belle-II am KEK in Japan, sowie das noch in Frage stehende Projekt SuperB in Italien, sind genau zu diesem Zweck konzipiert worden: LHCb wird in hochenergetischen Proton-Kollisionen produzierte B -Mesonen messen und den größten jemals in der B -Physik erreichten Datensatz ansammeln, so dass auch sehr seltene Ereignisse genügend oft registriert werden. Die Super- B -Fabriken gehen den umgekehrten Weg und produzieren nicht-relativistische B -Mesonen in Elektron-Positron-Kollisionen an der $\Upsilon(4S)$ -Resonanz, die in fast 100 % der Fälle in ein $B^0\bar{B}^0$ -Paar zerfällt. Dabei bilden sich aus Mangel an Energie keine Hadronjets, sondern der gemessene Endzustand besteht aus einer überschaubaren Zahl leichter Teilchen, so dass die Zerfallskette eines B -Mesons in bestimmten Fällen vollständig rekonstruiert werden kann. Auch wenn an diesen Experimenten insgesamt weniger Ereignisse registriert werden als bei LHCb, so erreichen sie doch eine vergleichbare Präzision durch den wesentlich geringer ausfallenden Untergrund. Beide Typen von Experimenten sind komplementär zueinander insofern, als Super- B -Fabriken durch die vollständige Rekonstruktion deutliche Vorteile bei Endzuständen mit elektrisch neutralen Teilchen haben, während LHCb bei Zerfällen von B_s -Mesonen konkurrenzlos ist, die zu schwer für eine Produktion über die $\Upsilon(4S)$ -Resonanz sind.

2.3. Berechnung von B -Zerfällen mit Hilfe effektiver Theorien

Nach der phänomenologischen Diskussion in den vorherigen Kapiteln werden im Folgenden einige technische Details zur Berechnung von B -Zerfällen und B -Oszillationen erörtert. Im Vordergrund steht dabei die Anwendung effektiver Theorien zur Trennung von weit auseinander liegenden Energieskalen.

Da das b -Quark nur über W -Boson-Austausch zerfallen kann, hat man es bei Prozessen mit B -Mesonen stets mit einem zugrunde liegenden *kurzreichweitigen* partonischen Prozess zu tun, dem man die Energieskala $\mu_W = \mathcal{O}(m_W)$ zuordnen kann. Gleichzeitig wird dieser Prozess aber auf Hadron-Niveau von *langreichweitiger* starker Wechselwirkung begleitet, in die die Energieskalen $\mu_b = \mathcal{O}(m_b, m_B)$ und $\Lambda_{\text{QCD}} = \mathcal{O}(200 \text{ MeV})$ eingehen. Letztere ist dabei aus unserer Sicht besonders problematisch, da auf dieser Skala die starke Wechselwirkung nicht mehr perturbativ behandelt werden kann. Zudem stellt sich bei Rechnungen mit weit auseinander liegenden Skalen μ_1 und μ_2 die Frage, wie die in Schleifendiagrammen auftretenden großen Logarithmen der Form $\ln(\mu_1/\mu_2)$ behandelt werden sollen, da diese die Gültigkeit der Störungsentwicklung gefährden.

Vor diesem Hintergrund wird klar, dass die Trennung der verschiedenen Energieskalen ein wesentlicher technischer Aspekt unserer Rechnungen sein muss. Die Grundlage dafür bilden das Entkopplungstheorem [32] einerseits und die Operator-Produkt-Entwicklung

2. B -Physik

(OPE) [33] andererseits. Das Entkopplungstheorem besagt, dass bei Prozessen mit äußeren Impulsen der Skala p die Effekte von virtuellen Teilchen mit Massen $m \gg p$ durch effektive lokale Kopplungen der leichten Teilchen untereinander ausgedrückt werden können. Diese effektiven Kopplungen sind mit Potenzen von $1/m$ unterdrückt, sie verschwinden also für $m \rightarrow \infty$. Wir ersetzen demnach die Lagrangedichte der vollen Theorie,

$$\mathcal{L}_{\text{full}}(\psi, \chi) = \mathcal{L}_1(\chi) + \mathcal{L}_2(\psi, \chi) \quad (2.33)$$

mit schweren Teilchen ψ und leichten Teilchen χ , bei niedrigen Energien durch

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(\chi) = \mathcal{L}_1(\chi) + \delta\mathcal{L}(\chi), \quad (2.34)$$

wobei die Terme in $\delta\mathcal{L}(\chi)$ mit Potenzen von $1/m_\psi$ unterdrückt sind. In höheren Schleifenordnungen unterscheiden sich außerdem die Felder χ in der vollen Theorie von denen in der effektiven Theorie durch Entkopplungskonstanten, die wiederum von m_ψ abhängen. Für unsere Zwecke ist es aber ausreichend, die führende Ordnung zu betrachten.

Die OPE ist in der Praxis das mathematische Hilfsmittel zur Berechnung der Terme in $\delta\mathcal{L}(\chi)$ in einer Entwicklung in $1/m_\psi$. Dabei werden die Felder ψ bei einer bestimmten Energieskala μ als dynamische Freiheitsgrade der Theorie eliminiert („ausintegriert“). Die effektive Theorie ist dann für $p^2 < \mu^2$ gültig, ihre effektiven Kopplungen werden durch *Matching* so bestimmt, dass bei der Skala μ beide Theorien die gleichen Green-Funktionen und damit äquivalente physikalische Aussagen liefern. Im Folgenden wird dieses Konzept im Hinblick auf die Anwendungen in der B -Physik näher erläutert.

2.3.1. Der effektive Hamiltonoperator für $\Delta B = 1$ -Prozesse

Der erste Schritt in der Berechnung von $\Delta B = 1$ -Prozessen ist die Trennung der Skala der schwachen Wechselwirkung $\mu_W = \mathcal{O}(m_W)$ von μ_b bzw. Λ_{QCD} . Dies erfolgt durch einen effektiven schwachen Hamiltonoperator für Quarkfelder unterhalb der elektroschwachen Skala [34, 35]. Wir diskutieren hier den für uns relevanten Spezialfall der $b \rightarrow s$ -Übergänge.

Unglücklicherweise werden in der Literatur verschiedene Konventionen für die Formulierung der effektiven Theorie verwendet. Um unsere Ergebnisse möglichst einfach mit bekannten Resultaten kombinieren zu können, verwenden wir im Zusammenhang mit leptonenischen, semileptonischen und radiativen B -Zerfällen die Konventionen des Übersichtsartikels Ref. [36] (BBL) und im Zusammenhang mit hadronischen B -Zerfällen die Konventionen der Originalartikel über QCD-Faktorisierung, die in Ref. [37] (BBNS) eingeführt werden. Der Unterschied liegt zum einen in unterschiedlichen Definitionen der Strom-Strom-Operatoren $\mathcal{O}_{1,2}$ und zum anderen in der Behandlung von elektroschwachen Korrekturen höherer Ordnung.

Wir definieren den effektiven Hamiltonoperator nach BBL durch

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{BBL}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} V_{tb} V_{ts}^* \sum_i C_i \mathcal{O}_i + h.c. \quad (2.35)$$

mit den Strom-Strom-Operatoren

$$\mathcal{O}_1 = (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L c_\beta)(\bar{c}_\beta \gamma^\mu P_L b_\alpha), \quad \mathcal{O}_2 = (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L c_\alpha)(\bar{c}_\beta \gamma^\mu P_L b_\beta), \quad (2.36)$$

2.3. Berechnung von B -Zerfällen mit Hilfe effektiver Theorien

den QCD-Pinguin-Operatoren

$$\begin{aligned}\mathcal{O}_3 &= (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) \sum_q (\bar{q}_\beta \gamma^\mu P_L q_\beta), & \mathcal{O}_4 &= (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\beta) \sum_q (\bar{q}_\beta \gamma^\mu P_L q_\alpha), \\ \mathcal{O}_5 &= (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) \sum_q (\bar{q}_\beta \gamma^\mu P_R q_\beta), & \mathcal{O}_6 &= (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\beta) \sum_q (\bar{q}_\beta \gamma^\mu P_R q_\alpha),\end{aligned}\quad (2.37)$$

den elektroschwachen (electroweak, EW) Pinguin-Operatoren

$$\begin{aligned}\mathcal{O}_7 &= (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) \sum_q \frac{3}{2} e_q (\bar{q}_\beta \gamma^\mu P_R q_\beta), & \mathcal{O}_8 &= (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\beta) \sum_q \frac{3}{2} e_q (\bar{q}_\beta \gamma^\mu P_R q_\alpha), \\ \mathcal{O}_9 &= (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) \sum_q \frac{3}{2} e_q (\bar{q}_\beta \gamma^\mu P_L q_\beta), & \mathcal{O}_{10} &= (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\beta) \sum_q \frac{3}{2} e_q (\bar{q}_\beta \gamma^\mu P_L q_\alpha)\end{aligned}\quad (2.38)$$

und den elektro- und chromomagnetischen Operatoren

$$\mathcal{O}_{7\gamma} = \frac{e}{16\pi^2} \bar{m}_b (\bar{s}_\alpha \sigma^{\mu\nu} P_R b^\alpha) F_{\mu\nu} \quad \mathcal{O}_{8g} = \frac{g_s}{16\pi^2} \bar{m}_b (\bar{s}_\alpha \sigma^{\mu\nu} T^a P_R b^\alpha) G_{\mu\nu}^a. \quad (2.39)$$

Hierbei sind α, β Farbindizes und e_q steht für die Ladung des Quarkfelds q in Einheiten von $|e|$. In dieser effektiven Theorie sind sowohl die W - und Z -Bosonen als auch das Top-Quark ausintegriert, daher laufen die Summen in Gln. (2.37) und (2.38) über die fünf aktiven Quarkflavours $q = u, d, s, c, b$. In der BBL-Konvention ist in führender Ordnung in α_s und α lediglich $\mathcal{C}_2 = 1$, während \mathcal{C}_1 und \mathcal{C}_{3-10} verschwinden. Für semileptonische Zerfälle werden zusätzlich die Operatoren

$$\mathcal{O}_{9V} = (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) (\bar{\ell} \gamma^\mu \ell), \quad \mathcal{O}_{10A} = (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L b_\alpha) (\bar{\ell} \gamma^\mu \gamma_5 \ell) \quad (2.40)$$

benötigt, für den rein leptonenischen Zerfall $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ auch die Operatoren

$$\mathcal{O}_S = \bar{m}_b (\bar{s}_\alpha P_R b_\alpha) (\bar{\mu} \mu), \quad \mathcal{O}_P = \bar{m}_b (\bar{s}_\alpha P_R b_\alpha) (\bar{\mu} \gamma_5 \mu). \quad (2.41)$$

Alle hier aufgeführten Operatoren entsprechen in der Sprache der Feynman-Diagramme effektiven flavourändernden Vertizes, deren Kopplungskonstanten durch die Wilson-Koeffizienten \mathcal{C}_i festgelegt sind, die wiederum von den Massen der ausintegrierten Teilchen abhängen. Wir verwenden für die Renormierung der Operatoren das übliche $\overline{\text{MS}}$ -Schema [38], dadurch hängen die \mathcal{C}_i zusätzlich von der unphysikalischen Renormierungsskala μ ab. Das Matching des SM auf die effektive Theorie erfolgt bei der Skala $\mu = m_W$, um das Auftreten von großen Logarithmen zu vermeiden. Die Renormierungsgruppengleichungen

$$\frac{d}{d(\ln \mu)} \mathcal{C}_i(\mu) = \gamma_{ji} \mathcal{C}_j(\mu) \quad (2.42)$$

mit den *anomalen Dimensionen* γ_{ji} , die in Ref. [36] tabelliert sind, erlauben dann die Berechnung von $\mathcal{C}_i(\mu)$ für beliebiges μ aus der Anfangsbedingung $\mathcal{C}_i(m_W)$. Für die Berechnung von B -Zerfällen in der effektiven Theorie verwenden wir letztendlich $\mathcal{C}_i(m_b)$, um Logarithmen der Form $\alpha_s \ln(\mu/m_b)$ zu minimieren. Die Evolution der Wilson-Koeffizienten

2. B -Physik

mit Hilfe von Gl. (2.42) auf LO bzw. NLO in α_s enthält dann automatisch die Aufsummierung von $(\alpha_s \ln(m_W/m_b))^n$ bzw. $\alpha_s (\alpha_s \ln(m_W/m_b))^n$ zu allen Ordnungen n , wie in Ref. [36] ausführlich demonstriert wird.

Die alternative Schreibweise des effektiven Hamiltonoperators, die im Zusammenhang mit hadronischen B -Zerfällen in der QCD-Faktorisierung verwendet wird, lautet

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{BBNS}} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{p=u,c} V_{pb}V_{ps}^* \left(C_1 Q_1^p + C_2 Q_2^p + \sum_{i=3}^{10} (C_i Q_i + C'_i Q'_i) + C_{7\gamma} Q_{7\gamma} + C_{8g} Q_{8g} + C'_{7\gamma} Q'_{7\gamma} + C'_{8g} Q'_{8g} \right) + h.c. \quad (2.43)$$

Hierbei sind die Operatoren $Q_{3-10,7\gamma,8g}$ genauso definiert² wie die entsprechenden Operatoren \mathcal{O}_i , siehe Gln. (2.37-2.39). Die Strom-Strom-Operatoren lauten

$$Q_1^p = (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L p_\alpha) (\bar{p}_\beta \gamma^\mu P_L b_\beta), \quad Q_2^p = (\bar{s}_\alpha \gamma_\mu P_L p_\beta) (\bar{p}_\beta \gamma^\mu P_L b_\alpha), \quad (2.44)$$

d.h. Q_1^c entspricht \mathcal{O}_2 und Q_2^c entspricht \mathcal{O}_1 . Damit gilt in führender Ordnung $C_1^p = 1$ und $C_2^p = 0$. Zusätzlich führen wir hier paritätstransformierte Operatoren Q'_{3-10} und $Q'_{7\gamma,8g}$ ein, die aus Q_{3-10} und $Q_{7\gamma,8g}$ durch die konsequente Ersetzung $P_L \leftrightarrow P_R$ hervorgehen und deren Koeffizienten im SM verschwinden, da nur linkshändige Quarks schwach wechselwirken. Viele Erweiterungen des SM führen aber auch zu rechtshändigen effektiven flavourändernden Wechselwirkungen.

Eine weitere Besonderheit von $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{BBNS}}$ ist die Behandlung von $\mathcal{O}(\alpha)$ -Effekten in der Renormierungsgruppen-Evolution (RGE). Wir folgen dem in Ref. [37] vorgeschlagenen Schema, da wir in späteren Kapiteln hauptsächlich an solchen hadronischen Zerfällen interessiert sind, die die starke Isospin-Symmetrie verletzen und für die dieses Schema speziell entwickelt wurde. In solchen Zerfällen sind die Isospin erhaltenden QCD-Pinguine unterdrückt und die EW-Pinguine, die mit $x_t = (m_t/m_W)^2$ und $1/\sin^2 \theta_W$ parametrisch verstärkt sind, können zur dominanten Topologie werden.

Es ist deshalb sinnvoll, die parametrisch verstärkten Terme der Koeffizienten C_{7-10} genau wie C_1^p zu den Wilson-Koeffizienten der führenden Ordnung zu zählen. Damit finden wir an der elektroschwachen Skala ($\mu = m_W$)

$$C_7^{\text{LO}} = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{x_t}{3}, \quad (2.45)$$

$$C_9^{\text{LO}} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{x_t}{3} + \frac{2}{3\sin^2 \theta_W} (10B_0^{\text{box}}(x_t) - 4C_0^Z(x_t)) \right), \quad (2.46)$$

$$C_{8,10}^{\text{LO}} = 0 \quad (2.47)$$

mit den Inami-Lim-Funktionen B_0^{box} und C_0^Z aus Boxdiagrammen und Z-Pinguinen [39], die wir in Anhang A.3 explizit angeben. QCD-Korrekturen zu $C_{7,9}^{\text{LO}}$ und die nicht

²Unsere Vorzeichenkonvention der magnetischen Operatoren ist konsistent mit der von Gl. (2.3) und dadurch anders als in Ref. [37].

2.3. Berechnung von B -Zerfällen mit Hilfe effektiver Theorien

verstärkten Terme in C_{7-10} (siehe Ref. [37]) werden zur NLO gezählt. In diesem Schema ist es konsistent, die Matrixelemente der Operatoren Q_{7-10} bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ zu berechnen und so eine höhere Genauigkeit zu erzielen, während im sonst üblichen Schema alle $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Effekte vernachlässigt werden.

Zusätzlich vereinfachen wir die RGE, indem wir $\mathcal{O}(\alpha)$ -Korrekturen zu den QCD-Pinguin-Koeffizienten C_{3-6} und den entsprechenden Operatormatrixelementen vernachlässigen, genauso auch alle $\mathcal{O}(\alpha^2)$ -Effekte im EW-Pinguin-Sektor.

2.3.2. Berechnung von Operator-Matrixelementen in B -Zerfällen

Mit Hilfe des effektiven schwachen $\Delta B = 1$ -Hamiltonoperators können Zerfallsamplituden in einen Endzustand f als Matrixelemente von \mathcal{H}_{eff} berechnet werden. Die Effekte von Teilchen auf der elektroschwachen Skala, oder auf einer darüberliegenden NP-Skala, stecken dann ausschließlich in den Wilson-Koeffizienten. Die Matrixelemente

$$\langle f | \mathcal{O}_i | B \rangle \quad (2.48)$$

beinhalten allerdings die gesamte starke Wechselwirkung zwischen den am Zerfall beteiligten Teilchen, d.h. auch nicht-perturbative Effekte. Zur Berechnung dieser Matrixelemente existieren verschiedene Näherungsmethoden, die wieder auf einer Skalentrennung basieren. Sie erlauben es, die perturbative QCD bei der Skala $\mu_b = \mathcal{O}(m_b)$ von der nicht-perturbativen QCD bei der Skala $\Lambda_{\text{QCD}} = \mathcal{O}(200 \text{ MeV})$ zu trennen, indem die Matrixelemente in Λ_{QCD}/m_b bzw. Λ_{QCD}/m_B entwickelt werden. Der perturbative Teil lässt sich dann bis zur gewünschten Ordnung in $\alpha_s(m_b)$ berechnen, während der nicht-perturbative Teil durch möglichst universale Parameter ausgedrückt wird, deren Werte man durch Methoden wie Gittereichtheorie oder QCD-Summenregeln oder aus experimentellen Daten bestimmen muss.

Im Rahmen unserer Arbeit interessieren wir uns für FCNC-Zerfälle, die sich für die Suche nach NP eignen. Im speziellen sind dies der inklusive radiative Kanal $\bar{B}^0 \rightarrow X_s \gamma$ und der inklusive semileptonische Kanal $\bar{B}^0 \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-$, wobei X_s für einen beliebigen Endzustand mit strangeness $S = 1$ steht, und als exklusive Kanäle $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ und $B \rightarrow M_1 M_2$ mit zwei leichten Mesonen M_1 und M_2 . Zur Berechnung der Matrixelemente bedienen wir uns dabei zweier verschiedener Methoden, der *Heavy-Quark Expansion* (HQE) (pädagogische Einführungen hierzu werden in Refn. [40, 41] gegeben) und der *QCD-Faktorisierung* (QCDF).

Inklusive Zerfallsraten sind schwierig zu messen, bieten aber auf der theoretischen Seite entscheidende Vorteile bei der Verbindung des eigentlichen B -Meson-Zerfalls mit dem perturbativ berechenbaren zugrundeliegenden b -Quark-Zerfall: Erstens ist eine systematische Behandlung der sogenannten „Fermi-Bewegung“ möglich, d.h. der Tatsache, dass das b -Quark im Ruhesystem des zerfallenden B -Mesons einen (wenn auch kleinen) nicht-verschwindenden 3er-Impuls hat, der in einer genauen Rechnung berücksichtigt werden muss. Zweitens kann man annehmen, dass in der totalen Zerfallsrate nach Integration über das Impulsspektrum jeweils die gleichen Resonanzeffekte enthalten sind, unabhängig davon, ob der mesonische oder der partonische Zerfall berechnet wird. Diese plausible Annahme der *Quark-Hadron-Dualität* wurde bereits in den 70er Jahren im Kontext von

2. B -Physik

Hadron-Produktion in Leptonkollisionen vorgeschlagen [42] und in Ref. [43] auf inklusive B -Zerfälle übertragen. Darauf basieren die ursprünglich in Refn. [44–48] ausgearbeiteten Anwendungen auf radiative und semileptonische Zerfälle. Die Gültigkeit dieser Annahme konnte bisher im Rahmen der QCD nicht formal bewiesen werden, sie liefert aber im Vergleich mit experimentellen Daten gute Ergebnisse.

Die HQE der Operator-Matrixelemente ergibt für die inklusiven Zerfallsraten die Relationen

$$\Gamma(\bar{B} \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-) = \Gamma(b \rightarrow s \ell^+ \ell^-) (1 + \mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}^2/m_b^2) + \mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}^2/m_c^2)), \quad (2.49)$$

$$\Gamma(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma) = \Gamma(b \rightarrow s \gamma) (1 + \mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}^2/m_b^2) + \mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}^2/m_c^2)). \quad (2.50)$$

Alle nicht-perturbativen Beiträge stecken dabei in den Korrekturen höherer Ordnung und sind numerisch stark unterdrückt. Zusätzlich wurden vor kurzem für den Fall $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ noch weitere nicht-perturbative Korrekturen gefunden, die sich nicht über die HQE auf lokale Effekte reduzieren lassen. Sie sind formal von der Ordnung $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_b)$. Eine numerische Abschätzung der daraus resultierenden Unsicherheiten ergibt einen 5%-Effekt im Verzweigungsverhältnis [49].

Im Rahmen dieser Arbeit beschäftigen wir uns ausschließlich mit Effekten, die aus Erweiterungen des SM bei einer hohen Energieskala stammen. Sie sind bereits in den perturbativ berechenbaren partonischen Zerfallsraten in Form von Wilson-Koeffizienten enthalten und durch die OPE getrennt von der niederenergetischen QCD, beispielsweise können wir mit dem Hamiltonoperator aus Gl. (2.35) und $s_b = 1/2$ als dem Spin des b -Quarks schreiben

$$\begin{aligned} \Gamma(b \rightarrow s \gamma) &= \frac{|\vec{p}_\gamma|}{8\pi m_b^2} \frac{1}{2s_b + 1} \sum_{\sigma, \sigma', \epsilon} |\langle s \gamma | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{BBL}} | b \rangle|^2 \\ &= \frac{1}{32\pi m_b} \sum_{\sigma, \sigma', \epsilon} |\langle s \gamma | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{BBL}} | b \rangle|^2. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Wir benötigen also nur das über die Spinzustände $\sigma^{(\prime)}$ der Quarks und die Polarisationszustände ϵ des Photons summierte Matrixelement des effektiven Hamiltonoperators, eine völlig analoge Formel gilt auch für den semileptonischen Zerfall. Wir werden uns daher im Folgenden bei den inklusiven Zerfällen auf die Berechnung der Wilson-Koeffizienten konzentrieren und nicht-perturbative Korrekturen nicht weiter betrachten.

Exklusive Zerfälle sind im Normalfall einfacher zu messen als inklusive, ihre Berechnung ist aber mit weitaus größeren Unsicherheiten verbunden, wenn der Endzustand stark wechselwirkende Teilchen enthält. Wir betrachten die Zerfälle $B \rightarrow M_1 M_2$ in zwei *leichte* Mesonen M_1 und M_2 mit Massen $m_{M_{1,2}}^2 \ll m_B^2$. Hier enthalten die Operator-Matrixelemente

$$\langle M_1 M_2 | \mathcal{O}_i | B \rangle \quad (2.52)$$

nicht-perturbative starke Wechselwirkungen sowohl zwischen den Teilchen im Endzustand als auch zwischen B und M_1 bzw. B und M_2 . Eine einfache Beziehung zwischen den hadronischen und partonischen Matrixelementen wie in Gl. (2.50) ist für exklusive Zerfälle

2.3. Berechnung von B -Zerfällen mit Hilfe effektiver Theorien

nicht bekannt, insbesondere sind hier auch die Wechselwirkungen des Spektatorquarks mit zu berücksichtigen. Eine systematische Behandlung dieser Kanäle in einer Entwicklung nach Potenzen von Λ_{QCD}/m_B stellt die QCDF dar [37, 50–53]. Sie erlaubt es, die Physik bei der Skala μ_b separat mit Hilfe der üblichen Störungstheorie in α_s zu berechnen und zu zeigen, dass von niedrigeren Skalen lediglich Korrekturen der Ordnung Λ_{QCD}/m_B zu erwarten sind. Sie liefert außerdem einen Rahmen, in dem diese Korrekturen numerisch abgeschätzt und damit die theoretischen Unsicherheiten quantifiziert werden können. Da wir in späteren Kapiteln auf Einzelheiten dieser Methode zurückgreifen müssen, um die innere Struktur der $B \rightarrow M_1 M_2$ -Amplituden zu beleuchten, werden in Anhang B das Prinzip der QCDF und einige technische Details erläutert.

Der rein leptonic Kanal $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ ist dagegen einfach zu behandeln, da sich die starke Wechselwirkung auf den Anfangszustand beschränkt und in eine einzige Zahl, die Zerfallskonstante f_{B_s} , absorbiert werden kann, die z.B. mit Hilfe der Gittereichtheorie berechenbar ist.

2.3.3. Der effektive Hamiltonoperator für $\Delta B = 2$ -Prozesse

Nach dem effektiven $\Delta B = 1$ -Hamiltonoperator wird nun in diesem Abschnitt auch noch der entsprechende $\Delta B = 2$ -Operator diskutiert, der für die Berechnung der $B - \bar{B}$ -Oszillationen benötigt wird. Auch hier werden die schweren Eichbosonen und das Top-Quark ausintegriert, um eine effektive Theorie unterhalb der elektroschwachen Skala zu erhalten, die folgende Form annimmt:

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta B=2} = \frac{G_F^2 m_W^2}{4\pi^2} (V_{tq}^* V_{tb})^2 \sum_i C^i \mathcal{O}^i + h.c. \quad (2.53)$$

mit $q = d$ ($q = s$) wenn $B^0 - \bar{B}^0$ -Diagramme ($B_s - \bar{B}_s$ -Diagramme) betrachtet werden. Eine vollständige Basis von Dimension-6-Operatoren lautet hier

$$\mathcal{O}^{VLL} = (\bar{q}\gamma_\mu P_L b)(\bar{q}\gamma^\mu P_L b), \quad (2.54)$$

$$\mathcal{O}_1^{LR} = (\bar{q}\gamma_\mu P_L b)(\bar{q}\gamma^\mu P_R b), \quad (2.55)$$

$$\mathcal{O}_2^{LR} = (\bar{q}P_L b)(\bar{q}P_R b), \quad (2.56)$$

$$\mathcal{O}_1^{SLL} = (\bar{q}P_L b)(\bar{q}P_L b), \quad (2.57)$$

$$\mathcal{O}_2^{SLL} = (\bar{q}\sigma_{\mu\nu} P_L b)(\bar{q}\sigma^{\mu\nu} P_L b) \quad (2.58)$$

und \mathcal{O}^{VRR} , \mathcal{O}_1^{SRR} , \mathcal{O}_2^{SRR} analog definiert mit der Ersetzung $P_L \leftrightarrow P_R$. Die Farbindices der Quarks werden jeweils innerhalb der Klammern kontrahiert. In dieser Konvention lautet im SM der einzige nicht verschwindende Wilson-Koeffizient

$$C^{VLL} = S_0(x_t) + \mathcal{O}(\alpha_s) \quad (2.59)$$

mit der Inami-Lim-Funktion $S_0(x)$ [39] und $x_t = m_t^2/m_W^2$.

Die RGE der Wilson-Koeffizienten C^i ist durch die in Ref. [54] berechneten anomalen Dimensionen festgelegt. Zur Berechnung von Observablen greifen wir auf die komplexe

2. B -Physik

Größe M_{12} zurück, die in Kap. 2.2 im Abschnitt über $B - \bar{B}$ -Mischung eingeführt wurde. Der entsprechende Ausdruck in der effektiven Theorie lautet

$$M_{12} = \frac{1}{2m_B} \langle B | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta B=2} | \bar{B} \rangle \quad (2.60)$$

in der Normierungskonvention $\langle B(p') | B(p) \rangle = 2E_p (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}' - \vec{p})$. Um die hier benötigten Matrixelemente der einzelnen Vier-Quark-Operatoren zwischen mesonischen Zuständen zu erhalten, verwenden wir Ergebnisse der Gittereichtheorie. Wir berechnen zunächst die Wilson-Koeffizienten zur führenden Ordnung in α_s bei der Skala μ_W und ihre Renormierungsgruppen-Entwicklung und erhalten $C^i(\mu_b)$. Anschließend transformieren wir in die in Ref. [55] verwendete Operatorbasis mit

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ \tilde{C}_1 \\ \tilde{C}_2 \\ \tilde{C}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C^{VLL} \\ C_1^{LR} \\ C_2^{LR} \\ C_1^{SLL} \\ C_2^{SLL} \\ C^{VRR} \\ C_1^{SRR} \\ C_2^{SRR} \end{pmatrix} \quad (2.61)$$

für die Wilson-Koeffizienten und einer entsprechenden inversen Transformation für die Vier-Quark-Operatoren, so dass der Hamiltonoperator unverändert bleibt. Dann können die Matrixelemente wie in Ref. [55] durch die Zerfallskonstante f_{B_q} und die Bag-Faktoren B_i^{bq} ausgedrückt und die dort angegebenen Zahlenwerte aus Gitterrechnungen verwendet werden.

2.4. Ansatzpunkte für die Suche nach Physik jenseits des SM

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Suche nach Physik jenseits des SM im Bereich der B -Physik. In der LHC-Ära, die ja gerade erst begonnen hat, werden eine Vielzahl neuer experimenteller Ergebnisse unser Wissen über Physik oberhalb der elektroschwachen Energieskala erweitern. Neben der direkten Suche nach neuen Teilchen an den Experimenten ATLAS und CMS wird die indirekte Suche nach NP-Signaturen in Niederenergieprozessen am LHCb-Experiment und an den geplanten Super-B-Fabriken dazu einen wichtigen Beitrag liefern. Viele Modelle, die momentan als mögliche Erweiterung des SM diskutiert werden, beinhalten neue Quellen von Flavourverletzung und CP -Verletzung, deren Auswirkungen auf die Physik der B -Mesonen theoretisch verstanden werden müssen, um die Messdaten richtig interpretieren zu können.

Als erste Anhaltspunkte bei der Suche nach NP dienen uns die Abweichungen von den SM-Vorhersagen, die bisher bereits beobachtet wurden. Auch wenn sie bisher noch keine schlagenden Beweise für die Existenz von NP liefern, geben sie uns doch Hinweise darauf,

2.4. Ansatzpunkte für die Suche nach Physik jenseits des SM

welche Modelle und welche physikalischen Prozesse aussichtsreiche Studienobjekte sind. In den Kapiteln 2.1.1 und 2.2 haben wir bereits die aktuell beobachteten Diskrepanzen zwischen SM und experimentellen Daten der B -Physik erwähnt, wir fassen sie hier noch einmal zusammen:

- Die Bestimmungen des Unitaritätsdreiecks aus den Größen $\sin(2\beta)$ und $|V_{ub}|_{\tau\nu}$ sind nicht gut miteinander kompatibel. Die Messung von $|V_{ub}|_{\tau\nu}$ weicht um 2.8σ von ihrer Vorhersage aus dem Fit der restlichen in das Unitaritätsdreieck eingehenden Größen ab.
- Die Differenz von direkten CP -Asymmetrien

$$\Delta A_{CP} \equiv A_{CP}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-) - A_{CP}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-) \quad (2.62)$$

ist deutlich größer als vom SM vorhergesagt. Eine Berechnung mit Hilfe der QCDF mit frequentistischer Behandlung der hadronischen Unsicherheiten ergibt eine Diskrepanz von 2.5σ .

- Die aus verschiedenen Messungen extrahierten Informationen über die Oszillationen der B^0 - und der B_s -Mesonen stimmen nicht mit den SM-Vorhersagen überein, insbesondere was die Stärke der CP -Verletzung in der $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung betrifft. Hier beträgt die Abweichung 3.8σ , wenn nach Ref. [20] viele Messungen der CKM-Parameter in einem Fit kombiniert werden (dazu zählt u.a. auch oben genannte Messung von $|V_{ub}|_{\tau\nu}$).

Für eine theoretische Untersuchung über NP und ihre Auswirkungen auf B -Mesonen bieten sich zwei mögliche Vorgehensweisen an, die wir beide im Rahmen dieser Arbeit anwenden werden: Zum einen können wir ein möglichst fundamentales, theoretisch motiviertes Modell als Ausgangspunkt wählen, das selbstverständlich das SM einschließen muss. Dieses Modell wird dann möglichst umfassend von allen Seiten beleuchtet, indem alle potentiell wichtigen Signaturen studiert werden und das Modell mit den bereits verfügbaren Messdaten eingeschränkt wird. Oft sind solche Signaturen miteinander korreliert, da sie auf wenige fundamentale Modellparameter zurückzuführen sind, in solchen Fällen ist auch die theoretische Analyse der Korrelationen hilfreich, um experimentelle Erkenntnisse besser bewerten zu können. Andererseits können wir eine bestimmte beobachtete Abweichung vom SM zum Anlass nehmen, nach möglichen SM-Erweiterungen zu suchen, die diese Abweichung plausibel erklären können. Eine solche Erweiterung kann in Bezug auf Niederenergieprozesse modellunabhängig über eine Modifikation des effektiven Hamiltonoperators (siehe vorhergehende Kapitel) parametrisiert werden, oder in einem konkreten Modell mit im Vergleich zum SM erweitertem Teilcheninhalt.

In dieser Arbeit wenden wir die erste Methode auf das minimal flavourverletzende MSSM an und nehmen zusätzlich an, dass sich die Yukawa-Kopplungen der dritten Generation bei hohen Energien vereinheitlichen, was große Werte des Modellparameters $\tan\beta$ erfordert. Die Abweichung der Größe ΔA_{CP} vom SM führt uns zur zweiten Methode, wir untersuchen in diesem Zusammenhang Isospin verletzende NP, sowohl in einem modellunabhängigen Ansatz als auch in konkreten Erweiterungen des SM. Im Folgenden gehen wir näher auf die jeweiligen Vorgehensweisen ein.

2.4.1. Supersymmetrie und Große Vereinheitlichung

Eine theoretisch gut motivierte und bereits häufig in der Theorieliteratur untersuchte Erweiterung des SM ist die SUSY, deren Hintergrund und grundlegende Implikationen wir in Kapitel 4 zusammenfassen. Sie schafft eine Verbindung zwischen den beiden bekannten Teilchenklassen Bosonen und Fermionen. In Kombination mit einer *Großen Vereinheitlichten Theorie* (Grand Unified Theory, GUT) bietet sie die Möglichkeit, die drei verschiedenen Wechselwirkungen des SM bei sehr hohen Energien auf eine einzige fundamentale Wechselwirkung zurückzuführen [56]. Wählt man z.B. als Eichgruppe der GUT die Gruppe $SO(10)$, so gelingt es auch, alle Fermionen des SM und ein zusätzliches rechtshändiges Neutrino in einem gemeinsamen Eichmultipllett zusammenzufassen [57, 58]. Damit verbunden ist auch eine Vereinheitlichung der Yukawa-Kopplungen, so dass im Fall eines minimal gewählten Higgs-Sektors die Kopplungen y_t , y_b und y_τ bei hohen Energien miteinander verschmelzen. Eine solche Theorie entspricht der Vorstellung, dass die komplizierte Struktur der Wechselwirkungen, die wir bei niedrigen Energien beobachten, durch eine Kette von Symmetriebrechungen aus einer übergeordneten Theorie mit hoher Symmetrie und Einfachheit hervorgeht.

Eine interessante Konsequenz aus der Vereinheitlichung aller Yukawa-Kopplungen ist, dass auch bei niedrigen Energien im Unterschied zum SM noch die ungefähre Gleichheit $y_b \simeq y_t \simeq 1$ gelten muss. In einer supersymmetrischen Theorie können wir dies durch eine geeignete Wahl des freien Parameters $\tan\beta$ mit einem vergleichsweise großen Wert im Bereich $\tan\beta \simeq 50$ erreichen, was eine Reihe von interessanten phänomenologischen Konsequenzen hat. Wir erhalten daraus eine parametrische Verstärkung bestimmter Schleifeneffekte, die z.B. die beobachtete Abweichung des anomalen magnetischen Moments des Myons von der SM-Vorhersage erklären kann, siehe Refn. [59, 60]. In Kap. 5 führen wir eine umfassende Analyse der Konsequenzen dieses Modells bezüglich Observablen der *B*-Physik durch.

Lassen wir die Hypothese der minimalen Flavourverletzung fallen, gelangen wir zum generischen MSSM, das eine Theorie mit über 100 freien Parametern darstellt, was eine umfassende Studie aller Auswirkungen auf die *B*-Physik schwierig macht, da zu viele Spezialfälle unterschieden werden müssen. Mögliche Auswege sind, entweder Prozesse zu betrachten, die nur auf einige wenige Parameter sensitiv sind, oder die Zahl der freien Parameter durch Symmetrieforderungen zu reduzieren, was beispielsweise durch Einbettung des MSSM in eine GUT erfolgen kann. Da es bereits eine große Zahl von Untersuchungen über Flavourphysik im generischen MSSM gibt, muss die Frage gestellt werden, ob in diesem Rahmen mit vertretbarem Aufwand überhaupt noch relevante neue Ergebnisse erzielt werden können. Wir untersuchen in dieser Arbeit deshalb speziell die EW-Pinguin-Operatoren aus Gl. (2.38) im Kontext des generischen MSSM, dieser Bereich ist bisher in der Literatur meist vernachlässigt worden und bietet noch Potential für neue Erkenntnisse. In Kap. 6 gehen wir der Frage nach, inwiefern supersymmetrische Korrekturen zu EW-Pinguinen im Experiment sichtbare Signaturen erzeugen können.

2.4.2. Isospin verletzende Neue Physik

Die starke Isospin-Transformation, die historisch bereits vor der QCD eingeführt wurde, entspricht in der heutigen Sichtweise einer Vertauschung von Up- und Down-Quark. Wenn beide als ununterscheidbar betrachtet werden, ist das SM invariant unter solchen Transformationen, diese Symmetrie ist allerdings in der Realität nicht exakt: Sowohl die leicht unterschiedlichen Massen der beiden Quarks als auch die elektroschwache Wechselwirkung, die im Vergleich zur starken Wechselwirkung meist nur kleine Korrekturen liefert, brechen die Isospin-Symmetrie.

Die bereits erwähnte Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment in der Größe ΔA_{CP} nehmen wir zum Anlass, zusätzliche Quellen von Isospin-Verletzung in B -Zerfällen in Betracht zu ziehen. Im Grenzfall exakter Isospin-Symmetrie ist $\Delta A_{CP} = 0$, der Messwert $\Delta A_{CP} = 0.148^{+0.027}_{-0.028}$ kann durch Korrekturen aus Isospin verletzender NP erklärt werden, die wir über neue Beiträge zu den EW-Pinguin-Operatoren Q_{7-10} und Q'_{7-10} einführen können.

Bisher wurden solche Beiträge in der Literatur hauptsächlich im Kontext der bereits relativ genau gemessenen $B \rightarrow \pi K$ -Kanäle untersucht. Dabei wurde gezeigt, dass NP-Korrekturen von der Größenordnung der jeweiligen SM-Beiträge sein können, ohne experimentelle Einschränkungen zu verletzen, und auch nicht wesentlich kleiner sein sollten, um ΔA_{CP} in Einklang mit den Daten zu bringen [27, 61–69]. Vor diesem Hintergrund studieren wir Isospin verletzende NP in verschiedenen Parametrisierungen: Einerseits führen wir in Kap. 3.4 eine modellunabhängige Parametrisierung über die Wilson-Koeffizienten $C_{7-10}^{(\prime)}$ ein, andererseits betrachten wir konkrete Modelle, in denen signifikante Korrekturen zu den EW-Pinguinen zu erwarten sind. Konkret sind das in Kap. 7 ein Modell mit modifizierten Z^0 -Kopplungen an Quarks und in Kap. 8 ein Modell mit einer zusätzlichen $U(1)$ -Eichsymmetrie und damit verbundenen neuen schweren Eichbosonen Z' . Zusätzlich betrachten wir, wie bereits im vorigen Abschnitt erwähnt, in Kap. 6 auch EW-Pinguine im MSSM, das diesen Sektor zwar auf den ersten Blick nicht unbedingt hervorhebt, aber in der Literatur ebenfalls als Erklärung der ΔA_{CP} -Diskrepanz vorgeschlagen wurde [70, 71].

In allen diesen Analysen dienen uns die bereits gut bekannten $B \rightarrow \pi K$ -Kanäle als Motivation und als Quelle von experimentellen Daten, unser eigentliches Ziel ist aber, einen dazu komplementären Test für Isospin verletzende NP zu entwickeln. Dieser wird uns in Zukunft helfen, die Frage zu klären, ob die ΔA_{CP} -Messung wirklich durch NP beeinflusst ist oder ob es sich um hadronische Effekte oder eine statistische Fluktuation handelt. Die Idee ist dabei, die *reinen Isospin verletzenden Zerfälle* $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0$ zu untersuchen, die in den nächsten Jahren erstmals gemessen werden können.

Diese Prozesse sind sehr sensitiv auf EW-Pinguine, so dass eine Erklärung von ΔA_{CP} durch neue substantielle Beiträge in diesem Sektor große Effekte in ihren Verzweigungsverhältnissen und CP -Asymmetrien erwarten lässt. Deshalb führen wir eine detaillierte Analyse dieser beiden Zerfälle im SM, in einer modellunabhängigen NP-Parametrisierung und in konkreten Erweiterungen des SM durch, die, sobald experimentelle Daten verfügbar sind, ein wichtiges Hilfsmittel bei deren Interpretation sein wird und Rückschlüsse auch auf die korrekte Interpretation der $B \rightarrow \pi K$ -Daten zulässt.

3. Isospin verletzende Neue Physik via

$$\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0, \phi \pi^0$$

Dieses Kapitel stellt den ersten Teil unserer Analyse der reinen Isospin verletzenden Zerfälle dar. Wir betrachten sie hier zunächst im SM und anschließend in einer modellunabhängigen Parametrisierung von NP in EW-Pinguinen über die entsprechenden Wilson-Koeffizienten. Da wir diese Analyse vor dem Hintergrund der bereits bekannten Daten über EW-Pinguine aus $B \rightarrow \pi K$ und verwandten Zerfallskanälen durchführen, stellen wir einen Abschnitt über Isospin-Verletzung und ihre Extraktion aus diesen Zerfällen voran.

3.1. $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle und Isospin-Verletzung

3.1.1. Isospin-Zerlegung

Im Folgenden diskutieren wir $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle mit besonderem Fokus auf Erhaltung und Verletzung der starken Isospin-Symmetrie. Unter den beteiligten Mesonen bilden die Kaonen und die B -Mesonen jeweils Dubletts unter Isospin-Transformationen, entsprechend ihrer Isospin-Quantenzahl $I = 1/2$, während die Pionen ein Triplet mit $I = 1$ darstellen. Explizit lauten die drei Multipletts

$$(\bar{B}^0, -B^-)_{1/2}, \quad (\bar{K}^0, -K^-)_{1/2}, \quad (\pi^+, -\pi^0, -\pi^-)_1. \quad (3.1)$$

Um die Isospin erhaltenden und Isospin verletzenden Anteile der Amplituden aufzuschlüsseln, können wir die effektiven Operatoren aus $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{BBNS}}$ in Gl. (2.43), die wir zur Berechnung von $B \rightarrow \pi K$ -Zerfällen verwenden, nach Isospin-Quantenzahlen sortieren. Wir schreiben [72]

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{BBNS}} = \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta I=0} + \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta I=1}, \quad (3.2)$$

wobei $Q_{1,2}^c$ und die QCD-Pinguin-Operatoren Q_{3-6} nur zu $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\Delta I=0}$ beitragen, während $Q_{1,2}^u$ und die EW-Pinguin-Operatoren Q_{7-10} Beiträge zu beiden Teilen des Hamiltonoperators liefern. Dies kann man leicht durch Herunterbrechen des Isospin-Verhaltens auf Quarkniveau (siehe die Tabelle zu Beginn von Kap. 2.2) einsehen: Sowohl (u, d) als auch (\bar{u}, \bar{d}) bilden Isospin-Dubletts, demnach kann ein $\bar{q}q$ -Bilinear nach der bekannten Additionsregel $1/2 \otimes 1/2 = 1 \oplus 0$ entweder $I = 1$ oder $I = 0$ haben. In Q_{3-6} tritt gerade die Singulett-Kombination $(\bar{u}u + \bar{d}d)$ auf, die übrigen Quarkfelder b und s tragen ohnehin keinen starken Isospin.

3.1. $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle und Isospin-Verletzung

Tabelle 3.1. Theoretische und experimentelle (aus Ref. [28]) Ergebnisse für $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle.

Observable	Theorie	Experiment
$\text{BR}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0) \cdot 10^6$	$5.8^{+5.7}_{-3.6}$	$9.5^{+0.5}_{-0.5}$
$\text{BR}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-) \cdot 10^6$	$14.0^{+12.1}_{-7.8}$	$19.4^{+0.6}_{-0.6}$
$\text{BR}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-) \cdot 10^6$	$9.6^{+7.3}_{-4.9}$	$12.9^{+0.6}_{-0.6}$
$\text{BR}(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0) \cdot 10^6$	$15.7^{+13.7}_{-8.9}$	$23.1^{+1.0}_{-1.0}$
R_c^B	$1.22^{+0.17}_{-0.15}$	$1.12^{+0.07}_{-0.07}$
R_n^B	$1.22^{+0.18}_{-0.16}$	$1.02^{+0.06}_{-0.06}$
R_c^K	$1.27^{+0.12}_{-0.11}$	$1.24^{+0.07}_{-0.07}$
R_n^K	$1.27^{+0.13}_{-0.15}$	$1.13^{+0.08}_{-0.07}$
R_c^π	$1.04^{+0.10}_{-0.08}$	$1.11^{+0.06}_{-0.06}$
R_n^π	$1.55^{+0.38}_{-0.31}$	$1.26^{+0.09}_{-0.09}$
$A_{\text{CP}}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0)$	$-0.003^{+0.057}_{-0.108}$	$-0.01^{+0.10}_{-0.10}$
$A_{\text{CP}}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-)$	$-0.047^{+0.187}_{-0.047}$	$-0.098^{+0.012}_{-0.011}$
$A_{\text{CP}}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-)$	$-0.028^{+0.221}_{-0.059}$	$0.050^{+0.025}_{-0.025}$
$A_{\text{CP}}(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0)$	$0.003^{+0.012}_{-0.003}$	$0.009^{+0.025}_{-0.025}$
$\Delta A_{\text{CP}} = \Delta A_{\text{CP}}^-$	$0.019^{+0.058}_{-0.048}$	$0.148^{+0.027}_{-0.028}$
ΔA_{CP}^0	$0.006^{+0.118}_{-0.057}$	$0.019^{+0.103}_{-0.103}$
$S_{\pi K_S}$	$0.80^{+0.06}_{-0.08}$	$0.57^{+0.17}_{-0.17}$

Mit der Zerlegung (3.2) und den üblichen Drehimpuls-Additionsregeln können wir den $B \rightarrow \pi K$ -Übergang durch seine Isospin-Quantenzahlen

$$1/2 \xrightarrow{\Delta I=1,0} 1 \otimes 1/2 = 3/2 \oplus 1/2, \quad (3.3)$$

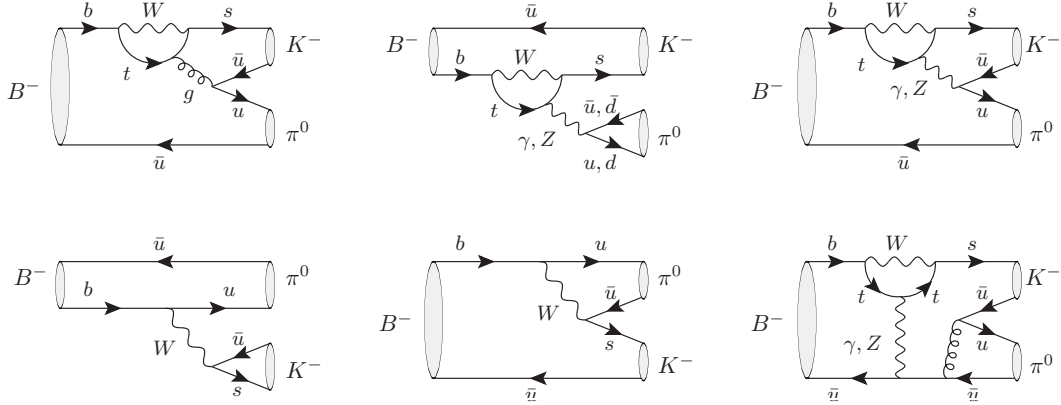
beschreiben. Alle vier Zerfallsamplituden setzen sich demnach aus den drei unabhängigen Isospin-Amplituden $\mathcal{A}_{1/2}^{\Delta I=0}$, $\mathcal{A}_{1/2}^{\Delta I=1}$ und $\mathcal{A}_{3/2}^{\Delta I=1}$ zusammen, wobei der untere Index den Isospin des Endzustands bezeichnet. Wie bereits erwähnt, stellt sich heraus, dass $|\mathcal{A}_{1/2}^{\Delta I=0}|$ dominant gegenüber $|\mathcal{A}_{3/2,1/2}^{\Delta I=1}|$ ist, was durch die Unterdrückung der $\Delta I = 1$ -Beiträge mit schwachen Kopplungen und CKM-Matrixelementen relativ zu den Gluon-Pinguinen in $\mathcal{A}_{1/2}^{\Delta I=0}$ zu erklären ist. Wenn wir in erster Näherung $|\mathcal{A}_{3/2,1/2}^{\Delta I=1}|$ vernachlässigen, kommen wir auf einfache Verhältnisse der vier $B \rightarrow \pi K$ -Verzweigungsverhältnisse: In der Ordnung von Tab. 3.1 ergibt sich $1 : 2 : 1 : 2$. Die experimentellen Werte in Tab. 3.1 zeigen allerdings, dass diese Näherung nur bis auf etwa 30% genau ist¹.

Die Isospin-Amplituden erhalten Beiträge von verschiedenen Feynman-Diagrammen auf Partonniveau. Erst diese erlauben es, den CKM-Mechanismus und damit auch CP -Verletzung in die theoretische Beschreibung der Zerfälle konsistent einzubauen, d.h. eine

¹Hier und in den folgenden Untersuchungen von hadronischen B -Zerfällen bezeichnet BR immer CP -gemittelte Verzweigungsverhältnisse.

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

Abb. 3.1. Feynman-Diagramme für $B^- \rightarrow \pi^0 K^-$ entsprechend der topologischen Parametrisierung in Gl. (3.4): V.l.n.r.: Oben: QCD-Pinguin (P), farberlaubter EW-Pinguin (r_{EW}), farbunterdrückter EW-Pinguin (r_{EW}^C). Unten: Farberlaubter Baumgraph (r_T), farbunterdrückter Baumgraph (r_C), EW-Pinguin-Annihilation (r_{EW}^A).



Beziehung zwischen $\mathcal{A}_{1/2}^{\Delta I=0}$, $\mathcal{A}_{3/2,1/2}^{\Delta I=1}$ und ihren CP -konjugierten Gegenstücken $\bar{\mathcal{A}}_{1/2}^{\Delta I=0}$, $\bar{\mathcal{A}}_{3/2,1/2}^{\Delta I=1}$ herzustellen. Deshalb benutzen wir im Folgenden eine Parametrisierung der Zerfallsamplituden durch die verschiedenen Topologien der Feynman-Diagramme [73, 74] :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0) &\simeq P \left(1 - \frac{1}{3} r_{EW}^C + \frac{2}{3} r_{EW}^A \right), \\
 \sqrt{2} \mathcal{A}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-) &\simeq P \left(1 + r_{EW} + \frac{2}{3} r_{EW}^C + \frac{2}{3} r_{EW}^A - (r_T + r_C) e^{-i\gamma} \right), \\
 \mathcal{A}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-) &\simeq P \left(1 + \frac{2}{3} r_{EW}^C - \frac{1}{3} r_{EW}^A - r_T e^{-i\gamma} \right), \\
 \sqrt{2} \mathcal{A}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0) &\simeq -P \left(1 - r_{EW} - \frac{1}{3} r_{EW}^C - \frac{1}{3} r_{EW}^A + r_C e^{-i\gamma} \right). \tag{3.4}
 \end{aligned}$$

Diese topologische Parametrisierung illustrieren wir am Beispiel $B^- \rightarrow \pi^0 K^-$ in Abb. 3.1. In Gl. (3.4) haben wir die führende QCD-Pinguin-Amplitude P ausfaktoriert und weitere Pinguinamplituden vernachlässigt, die relativ zu P mit $|V_{us}^* V_{ub}|/|V_{cs}^* V_{cb}|$ unterdrückt sind. Die Topologieverhältnisse r_i erfüllen $|r_i| < 1$ und bezeichnen die Korrekturen zu P aus farberlaubten und farbunterdrückten Baumgraphen (r_T und r_C), aus farberlaubten und farbunterdrückten EW-Pinguinen (r_{EW} und r_{EW}^C) und aus Annihilationsbeiträgen von EW-Pinguinen (r_{EW}^A). Einen weiteren Annihilationsbeitrag aus farbunterdrückten Baumgraphen, der für unsere Diskussion irrelevant ist, haben wir nicht explizit aufgeführt, und alle Annihilationsbeiträge aus QCD-Pinguinen sind in P absorbiert.

Im SM ist der Winkel γ des Unitaritätsdreiecks die einzige auftretende schwache Phase in der Zerfallsamplitude, während die komplexen Verhältnisse r_i verschiedene starke Phasen

3.1. $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle und Isospin-Verletzung

beinhalten. Wir verwenden QCDF zur Berechnung der Amplituden. Dieser Formalismus verwendet eine Parametrisierung durch Topologien α_i und β_i (siehe Anhang B), die in direkter Beziehung zu den r_i stehen. Wir können in dieser Notation unter Vernachlässigung marginaler Unterschiede zwischen geladenen und neutralen Mesonen schreiben

$$r_{\text{T}} = - \left| \frac{\lambda_u^{(s)}}{\lambda_c^{(s)}} \right| \frac{\alpha_1(\pi K)}{\hat{\alpha}_4^c(\pi K)}, \quad r_{\text{C}} = - \left| \frac{\lambda_u^{(s)}}{\lambda_c^{(s)}} \right| \frac{A_{K\pi} \alpha_2(K\pi)}{A_{\pi K} \hat{\alpha}_4^c(\pi K)},$$

$$r_{\text{EW}} = \frac{3}{2} \frac{A_{K\pi} \alpha_{3,\text{EW}}^c(K\pi)}{A_{\pi K} \hat{\alpha}_4^c(\pi K)}, \quad r_{\text{EW}}^{\text{C}} = \frac{3}{2} \frac{\alpha_{4,\text{EW}}^c(\pi K)}{\hat{\alpha}_4^c(\pi K)}, \quad r_{\text{EW}}^{\text{A}} = \frac{3}{2} \frac{\beta_{3,\text{EW}}^c(\pi K)}{\hat{\alpha}_4^c(\pi K)}, \quad (3.5)$$

und erhalten unter Verwendung der Eingabeparameter aus Anhang B.2.3 folgende Zahlenwerte:

$$r_{\text{T}} = 0.17_{-0.06}^{+0.07} + 0.03_{-0.10}^{+0.03} i,$$

$$r_{\text{C}} = 0.07_{-0.06}^{+0.04} + (-0.01)_{-0.05}^{+0.03} i,$$

$$r_{\text{EW}} = 0.13_{-0.05}^{+0.05} + 0.02_{-0.07}^{+0.02} i,$$

$$r_{\text{EW}}^{\text{C}} = 0.04_{-0.03}^{+0.02} + (-0.01)_{-0.03}^{+0.02} i,$$

$$r_{\text{EW}}^{\text{A}} = 0.007_{-0.010}^{+0.002} + (-0.004)_{-0.003}^{+0.011} i. \quad (3.6)$$

Hier erkennen wir bereits einige typische Eigenschaften von Vorhersagen der QCDF: Starke Phasen sind mit α_s oder Λ_{QCD}/m_B unterdrückt und daher relativ klein, farbunterdrückte Topologien sind sehr sensitiv auf Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_B)$ und beinhalten deshalb große theoretische Unsicherheiten. Die Größenordnung der Realteile von r_i bestätigt die obenstehende Aussage, dass die QCD-Pinguin-Amplituden die Verzweungsverhältnisse der $B \rightarrow \pi K$ -Moden nur bis auf etwa 30% genau beschreiben. Unter den Isospin verletzenden Beiträgen ergibt die farberlaubte tree-level-Topologie r_{T} die größte Korrektur, gefolgt vom EW-Pinguin r_{EW} . Dagegen sind r_{EW}^{C} und r_{EW}^{A} klein und werden in der Literatur meist vernachlässigt, allerdings werden wir im weiteren Verlauf der Diskussion feststellen, dass dies für die Analyse von CP -Asymmetrien nicht sinnvoll ist, insbesondere wenn NP-Beiträge berücksichtigt werden: Direkte CP -Verletzung tritt nur durch Interferenz von Topologien mit verschiedenen starken und schwachen Phasen auf (siehe Kap. 2.2). Deshalb sind CP -Asymmetrien automatisch sensitiv auf Korrekturen zu P , insbesondere auf die Imaginärteile von r_i . Diese sind in QCDF entweder von der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$, in der r_{EW}^{C} nicht mehr farbunterdrückt ist, oder $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_B)$, d.h. vergleichbar mit Annihilationsbeiträgen wie r_{EW}^{A} . Dies bestätigt ein Blick auf die Zahlen in Gl. (3.6). Später werden wir sehen, dass r_{EW}^{C} und r_{EW}^{A} zusätzlich durch NP-Beiträge verstärkt sein können.

3.1.2. Isospinsensitive Observablen

Betrachten wir nun die in Gl. (2.62) definierte Größe ΔA_{CP} in der topologischen Parametrisierung. Aus den Gln. (3.4) und (3.6) erkennen wir, dass die beteiligten Amplituden

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

sich nur um kleine, Isospin verletzende Beiträge r_C , r_{EW} und r_{EW}^A unterscheiden. Für die CP -Asymmetrien finden wir im SM unter Vernachlässigung von Termen der Ordnung $\mathcal{O}(r_i^2)$

$$\begin{aligned} A_{CP}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-) &\simeq -2 \operatorname{Im}(r_T + r_C) \sin \gamma, \\ A_{CP}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-) &\simeq -2 \operatorname{Im}(r_T) \sin \gamma. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Eine große Differenz ΔA_{CP} , entsprechend den experimentellen Werten in Tab. 3.1, scheint in diesem Modellrahmen also nur durch einen großen Imaginärteil von r_C erklärbar. Betrag und starke Phase des farbunterdrückten Baumgraphen müssten also auf irgendeine Weise numerisch verstärkt sein. Schließen wir große NP-Korrekturen zu SM-Baumgraphen aus, bleibt dafür nur noch die Möglichkeit eines nicht-perturbativen Effektes an der Skala Λ_{QCD} , im Widerspruch zur QCDF-Fehlerabschätzung in Gl. (3.6), oder Isospin verletzende Korrekturen von Physik jenseits des SM, die in Gl. (3.7) nicht enthalten sind. Dies kann z.B. r_{EW} betreffen.

Letztere Möglichkeit wurde in den letzten Jahren bereits in einer Vielzahl von NP-Modellen untersucht [27, 61–69]. Üblicherweise wurde dabei eine Verstärkung der EW-Pinguine durch Effekte von schweren virtuellen Teilchen angenommen, was zu einer Modifikation der Amplituden in Gl. (3.4) führt. Ein einfacher illustrativer Fall ist z.B. die Ersetzung

$$r_{EW} \rightarrow r_{EW} + \tilde{r}_{EW} e^{-i\delta}, \quad r_{EW}^C \rightarrow r_{EW}^C + \tilde{r}_{EW}^C e^{-i\delta}, \quad r_{EW}^A \rightarrow r_{EW}^A + \tilde{r}_{EW}^A e^{-i\delta}, \quad (3.8)$$

mit einer universellen schwachen Phase δ und in $\tilde{r}_{EW}^{(i)}$ eingeschlossenen starken Phasen. Für die CP -Asymmetrien folgt dann

$$\begin{aligned} A_{CP}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-) &\simeq -2 \operatorname{Im}(r_T + r_C) \sin \gamma + 2 \operatorname{Im} \left(\tilde{r}_{EW} + \frac{2}{3} \tilde{r}_{EW}^C + \frac{2}{3} \tilde{r}_{EW}^A \right) \sin \delta, \\ A_{CP}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-) &\simeq -2 \operatorname{Im}(r_T) \sin \gamma + 2 \operatorname{Im} \left(\frac{2}{3} \tilde{r}_{EW}^C - \frac{1}{3} \tilde{r}_{EW}^A \right) \sin \delta, \end{aligned} \quad (3.9)$$

so dass

$$\Delta A_{CP} \simeq -2 \operatorname{Im}(r_C) \sin \gamma + 2 \operatorname{Im}(\tilde{r}_{EW} + \tilde{r}_{EW}^A) \sin \delta \quad (3.10)$$

wesentlich größer als im SM sein kann. Die Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment kann aufgelöst werden, wenn \tilde{r}_{EW} oder \tilde{r}_{EW}^A von der selben Größenordnung wie der SM-Term r_{EW} ist.

Außer ΔA_{CP} können wir noch weitere Kombinationen von Observablen bilden, in denen sich die führende Isospin erhaltende Amplitude P weitgehend herauskürzt und welche deshalb geeignet sind, Isospin-Verletzung zu messen. Oft sind diese Größen auch mit geringeren theoretischen Fehlern behaftet als einfache Verzweigungsverhältnisse oder direkte

3.1. $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle und Isospin-Verletzung

CP -Asymmetrien. Wir definieren zunächst die Verhältnisse [75, 76]

$$\begin{aligned}
R_c^B &\equiv 2 \frac{\text{BR}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-)}{\text{BR}(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0)} \simeq 1 + 2 \text{Re}(r_{\text{EW}} + r_{\text{EW}}^{\text{C}}) - 2 \text{Re}(r_{\text{T}} + r_{\text{C}}) \cos \gamma, \\
R_n^B &\equiv \frac{1}{2} \frac{\text{BR}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-)}{\text{BR}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0)} \simeq 1 + 2 \text{Re}(r_{\text{EW}} + r_{\text{EW}}^{\text{C}}) - 2 \text{Re}(r_{\text{T}} + r_{\text{C}}) \cos \gamma, \\
R_c^K &\equiv 2 \frac{\tau_{B^0}}{\tau_{B^-}} \frac{\text{BR}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-)}{\text{BR}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-)} \simeq 1 + 2 \text{Re}(r_{\text{EW}}) - 2 \text{Re}(r_{\text{C}}) \cos \gamma, \\
R_n^K &\equiv \frac{1}{2} \frac{\tau_{B^0}}{\tau_{B^-}} \frac{\text{BR}(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0)}{\text{BR}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0)} \simeq 1 + 2 \text{Re}(r_{\text{EW}}) - 2 \text{Re}(r_{\text{C}}) \cos \gamma, \\
R_c^\pi &\equiv \frac{\tau_{B^0}}{\tau_{B^-}} \frac{\text{BR}(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0)}{\text{BR}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-)} \simeq 1 + 2 \text{Re}(r_{\text{T}}) \cos \gamma - 2 \text{Re}(r_{\text{EW}}^{\text{C}}), \\
R_n^\pi &\equiv \frac{\tau_{B^0}}{\tau_{B^-}} \frac{\text{BR}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-)}{\text{BR}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0)} \simeq 1 - 2 \text{Re}(r_{\text{T}} + 2r_{\text{C}}) \cos \gamma + 2 \text{Re}(2r_{\text{EW}} + r_{\text{EW}}^{\text{C}}),
\end{aligned} \tag{3.11}$$

wobei die topologische Parametrisierung hier nur eine Näherung zur Veranschaulichung der Struktur dieser Größen ist. Wir vernachlässigen dabei Terme, die quadratisch in r_i sind, und den numerisch irrelevanten Realteil von r_{EW}^{A} . Mit τ_M bezeichnen wir die Lebensdauer des Mesons M . Im SM sind alle Isospin verletzenden Terme klein, so dass die Zahlenwerte dieser Verhältnisse nahe bei 1 liegen sollten. Korrekturen aus NP in EW-Pinguinen wie in Gl. (3.8) führen zu den Ersetzungen

$$\begin{aligned}
\text{Re}(r_{\text{EW}}) &\rightarrow \text{Re}(r_{\text{EW}}) + \text{Re}(\tilde{r}_{\text{EW}}) \cos \delta, \\
\text{Re}(r_{\text{EW}}^{\text{C}}) &\rightarrow \text{Re}(r_{\text{EW}}^{\text{C}}) + \text{Re}(\tilde{r}_{\text{EW}}^{\text{C}}) \cos \delta
\end{aligned} \tag{3.12}$$

und können die Verhältnisse im Vergleich zur SM-Vorhersage signifikant ändern. Isospin-sensitive Größen wie $R_{c,n}^{B,K,\pi}$ eignen sich daher zur Einschränkung von NP-Korrekturen zu den EW-Pinguinen durch Vergleich mit experimentellen Daten. Die sechs verschiedenen Verhältnisse in Gl. (3.11) hängen von unterschiedlichen Linearkombinationen von \tilde{r}_{EW} und $\tilde{r}_{\text{EW}}^{\text{C}}$ ab, deshalb ist es stark vom verwendeten NP-Modell abhängig, welche Verhältnisse die stärksten Einschränkungen ergeben.

CP -Asymmetrien sind per Definition schon Verhältnisse von Zerfallsraten, aus denen sich die QCD-Pinguin-Amplitude weitgehend herauskürzt. Deshalb müssen wir, um besonders isospinsensitive Größen zu erhalten, nur noch die Differenzen

$$\begin{aligned}
\Delta A_{\text{CP}}^- &\equiv A_{\text{CP}}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-) - A_{\text{CP}}(\bar{B} \rightarrow \pi^+ K^-) = \Delta A_{\text{CP}} \\
\Delta A_{\text{CP}}^0 &\equiv A_{\text{CP}}(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0) - A_{\text{CP}}(\bar{B} \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0),
\end{aligned} \tag{3.13}$$

bilden, von denen die erste der bereits diskutierten Größe ΔA_{CP} entspricht. In der Parametrisierung von Gln. (3.4) und (3.8) gilt $\Delta A_{\text{CP}}^0 = \Delta A_{\text{CP}}^-$ bis auf quadratische Terme in r_i , mit dem in Gl. (3.10) angegebenen Ausdruck. Eine genaue Messung von ΔA_{CP}^0

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

wäre deshalb wünschenswert, um Rückschlüsse auf die Ursache der Abweichung von der SM-Vorhersage $\Delta A_{\text{CP}}^- \approx 0$ zu ziehen.

Zusätzlich betrachten wir noch die mischungsinduzierte CP -Asymmetrie im Zerfall von B^0 oder \bar{B}^0 in den CP -Eigenzustand $\pi^0 K_S$. Mit den gleichen Näherungen wie für $R_{c,n}^{B,K,\pi}$ finden wir

$$S_{\pi K_S} \simeq \sin 2\beta + 2\text{Re}(r_C) \cos 2\beta \sin \gamma - 2\text{Re}(\tilde{r}_{\text{EW}} + \tilde{r}_{\text{EW}}^C) \cos 2\beta \sin \delta. \quad (3.14)$$

Auf den ersten Blick sieht auch diese Größe nach einer Isospin verletzenden Observable aus, dieser Eindruck ist aber nicht korrekt. Die Tatsache, dass die QCD-Pinguin-Amplitude aus $S_{\pi K_S}$ herausfällt, liegt nur daran, dass sie keine schwache Phase trägt. Eine Isospin erhaltende NP-Amplitude mit einer neuen schwachen Phase würde in Gl. (3.14) analog zu \tilde{r}_{EW} und \tilde{r}_{EW}^C eingehen. Nichtsdestotrotz ist $S_{\pi K_S}$ für unsere Zwecke hilfreich, da diese Größe in QCDF nur kleine theoretische Unsicherheiten besitzt und deshalb unter der Annahme, dass NP nur in den EW-Pinguinen auftritt, die Terme \tilde{r}_{EW} und \tilde{r}_{EW}^C stark einschränken kann. Insbesondere im Fall, dass diese Terme die Diskrepanz in ΔA_{CP} erklären, was nur mit einer großen Phase δ möglich ist, ergibt sich eine deutliche Abweichung vom SM.

In Tab. 3.1 fassen wir die aktuellen experimentellen Werte und unsere theoretischen SM-Vorhersagen im Rahmen der QCDF für alle Verzweungsverhältnisse, CP -Asymmetrien und ihre o.g. isospinsensitiven Kombinationen zusammen. Die Zahlen verdeutlichen, dass insbesondere die CP -Asymmetrien, die erst in der nächstführenden Ordnung in α_s oder Λ_{QCD}/m_B auftreten, sehr große theoretische Unsicherheiten aufweisen, die vor allem aus nicht-faktorisierten Beiträgen an der hadronischen Skala Λ_{QCD} stammen. Wir erkennen allerdings auch, wie stark sich diese Unsicherheiten durch geschickte Kombination von Observablen reduzieren lassen, so dass auch hadronische FCNC- B -Zerfälle als Werkzeuge für Tests des SM und die Einschränkung von NP hilfreich sind, wenn auch in geringerem Maße als die entsprechenden (semi-)leptonischen und radiativen Moden.

Nach Veröffentlichung der ersten hinreichend genauen Messungen der $B \rightarrow \pi K$ -Verzweungsverhältnisse wurde in der Literatur ein sogenanntes „ $B \rightarrow \pi K$ -Puzzle“ diskutiert, da die Daten auf deutliche Abweichungen vom SM mit $R_c^B > 1$ und $R_n^B < 1$ hindeuteten [76–81]. Wie aus Tab. 3.1 ersichtlich sind die aktuellen Daten dieser Größen aber innerhalb der Fehlergrenzen in Einklang mit den SM-Vorhersagen. Wir betrachten sie daher nicht als Hinweis auf NP, sondern als Möglichkeit der Einschränkung von NP-Modellen. Lediglich ΔA_{CP} weicht momentan signifikant vom SM ab und könnte ein Hinweis auf Isospin verletzende NP sein. Die Differenz ΔA_{CP}^0 könnte hierzu zusätzliche Informationen liefern, ist aber bisher noch nicht genau genug gemessen. Wir erwarten, dass erst Belle-II mit einer genauen Messung von $A_{\text{CP}}(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{K}^0 \pi^0)$ die Datenlage deutlich verbessern kann.

Das Hauptproblem bei der Suche nach NP in der EW-Pinguin-Amplitude ist, neben den üblichen theoretischen und experimentellen Unsicherheiten, dass diese Amplitude immer in einer bestimmten Kombination auftritt. Wie wir aus Gl. (3.4) ablesen können, hängen die $B \rightarrow \pi K$ -Amplituden immer von

$$r_{\text{EW}} - r_C e^{-i\gamma}. \quad (3.15)$$

ab, was letztendlich auf die Isospin-Zerlegung in Gl. (3.2) zurückzuführen ist, die die Struktur der Amplituden bestimmt. Die topologische Parametrisierung ist im Gegensatz zu den Isospin-Amplituden $\mathcal{A}_{1/2}^{\Delta I=0}$ und $\mathcal{A}_{3/2,1/2}^{\Delta I=1}$ nicht redundanzfrei.

3.2. Reine Isospin verletzende B -Zerfälle

Falls im Experiment Abweichungen vom SM festgestellt werden, ist es also nicht möglich, diese eindeutig r_{EW} oder r_C zuzuordnen. Ein NP-Beitrag \tilde{r}_{EW} kann nur über die vier physikalischen Kombinationen

$$\begin{aligned}
& \operatorname{Re}(\tilde{r}_{EW}) \cos \delta - \operatorname{Re}(r_C) \cos \gamma + \operatorname{Re}(r_{EW}), \\
& \operatorname{Im}(\tilde{r}_{EW}) \sin \delta - \operatorname{Im}(r_C) \sin \gamma, \\
& \operatorname{Im}(\tilde{r}_{EW}) \cos \delta - \operatorname{Im}(r_C) \cos \gamma + \operatorname{Im}(r_{EW}), \\
& \operatorname{Re}(\tilde{r}_{EW}) \sin \delta - \operatorname{Re}(r_C) \sin \gamma.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

gemessen werden und konkurriert deshalb immer mit den großen hadronischen Unsicherheiten in r_C . Ein möglicher Ausweg ist die Bestimmung von r_C aus $B \rightarrow \pi\pi$ -Zerfällen über die $SU(3)$ -Flavoursymmetrie. In Ref. [67] wurde diese Methode angewendet und keine unerwartete Verstärkung von r_C durch hadronische Effekte gefunden. Weiterhin wurde festgestellt, dass nach der Fixierung von r_C die SM-Vorhersage für die direkte CP -Asymmetrie in $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}^0$ von den Messdaten signifikant abweicht². Dies ist ein weiterer, nicht mit ΔA_{CP} korrelierter Hinweis auf eine mögliche Verstärkung von r_{EW} durch NP-Korrekturen.

In unserer Arbeit nehmen wir den folgenden Standpunkt ein: Bisher liefert der Vergleich von SM-Vorhersagen und experimentellen Daten in $B \rightarrow \pi K$ -Zerfällen noch kein klares Bild bezüglich der Hypothese von Isospin verletzender NP, lediglich die Größen ΔA_{CP} und $S_{\pi K_S}$ weichen vom SM ab. Die momentanen Diskrepanzen können erklärt werden, wenn komplexe NP-Beiträge zu den EW-Pinguin-Amplituden angenommen werden, die betragsmäßig mit der SM-Amplitude r_{EW} vergleichbar sind. Um diese Annahme in den nächsten Jahren zu rechtfertigen oder zu verwerfen, müssen möglichst viele voneinander unabhängige Observablen gemessen werden, die auf Isospin verletzende NP sensitiv sind. Außerdem müssen die gemessenen Abweichungen vom SM unter Berücksichtigung der Fehler so signifikant sein, dass eine Erklärung durch nicht-perturbative Effekte der Ordnung $\mathcal{O}(\Lambda_{QCD}/m_B)$, die in der QCDF zu den intrinsischen Unsicherheiten gehören, nicht mehr plausibel erscheint. Ein naheliegender Schritt ist dabei die Untersuchung von *reinen Isospin verletzenden Zerfällen*, zu denen ausschließlich $\Delta I \neq 0$ -Amplituden beitragen können. Diese bisher nur wenig studierten Prozesse sind das Thema der folgenden Kapitel.

3.2. Reine Isospin verletzende B -Zerfälle

Isospin verletzende Amplituden in $b \rightarrow s\bar{q}q$ -Zerfällen sind im Normalfall überlagert von numerisch wichtigeren QCD-Pinguinen. Um Informationen über erstere zu erhalten, muss der $\Delta I = 1$ -Anteil des effektiven schwachen Hamiltonoperators in Gl. (3.2) separat getestet werden, da zu ihm keine QCD-Pinguine beitragen. In $B \rightarrow \pi K$ -Zerfällen kann dies nur über geschickte Kombinationen von Observablen wie z.B. ΔA_{CP} erreicht werden, wie im vorigen Kapitel erläutert. Unser Alternativvorschlag, auf den wir in diesem Kapitel im Detail eingehen, ist die Betrachtung von reinen Isospin verletzenden Prozessen, in denen Beiträge von QCD-Pinguinen ausgeschlossen sind.

²Die in Ref. [67] ebenfalls gefundene Abweichung in $S_{\pi K_S}$ ist durch die neuesten Daten kleiner geworden.

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

Wir betrachten hier die Klasse der Zwei-Körper-Zerfälle von B -Mesonen mit zugrunde liegenden FCNC-Übergängen $b \rightarrow d$ und $b \rightarrow s$, die für die Suche nach NP geeignet sind. In $b \rightarrow d$ -Prozessen ist unser Vorhaben dadurch erschwert, dass bereits die QCD-Pinguine $\Delta I = 1/2$ -Amplituden sind und wir deshalb nach reinen $\Delta I = 3/2$ -Prozessen suchen müssen. Solche existieren zwar³ mit $B^- \rightarrow \pi^- \pi^0$ und $B^- \rightarrow \rho^- \rho^0$, sie sind aber von farberlaubten Baumgraph-Topologien dominiert, die weitgehend SM-artig sein sollten. Bei den $b \rightarrow s$ -Prozessen ist die Situation einfacher, da hier der effektive Hamiltonoperator wie in Gl. (3.2) nur Operatoren mit $\Delta I = 0$ und $\Delta I = 1$ beinhaltet. QCD-Pinguine zählen zum $\Delta I = 0$ -Anteil, so dass wir nach reinen $\Delta I = 1$ -Prozessen suchen müssen. Für ein zerfallendes B^0, \bar{B}^0 oder B^\pm ist dies unmöglich, da es keinen reinen $I = 3/2$ -Zustand gibt, der sich aus zwei leichten Mesonen zusammensetzt. Für das B_s -Meson, das ein Isospin-Singulett ist, können wir geeignete Zerfallskanäle nach dem Isospin-Schema

$$0 \xrightarrow{\Delta I=1} 0 \otimes 1 = 1 \quad (3.17)$$

finden, wenn der Endzustand sich aus einem Singulett und einem Triplett-Meson zusammensetzt. Ein leichtes Isospin-Singulett entspricht einem reinen $s\bar{s}$ -Zustand, wir wählen dafür das Vektormeson ϕ , um die $\eta - \eta'$ -Mischung nicht als zusätzliche Quelle von Unsicherheiten in der Rechnung berücksichtigen zu müssen. Die Mischung von ϕ mit anderen Mesonen können wir in guter Näherung vernachlässigen. Damit finden wir zwei *reine Isospin verletzende Prozesse mit $\Delta I = 1$* :

$$\boxed{\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0 \quad \text{und} \quad \bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0.}$$

Beide Prozesse sind bisher in der Literatur kaum untersucht worden: Auf der experimentellen Seite existiert lediglich eine alte obere Schranke $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0) \leq 6.17 \cdot 10^{-4}$ [82] und auf theoretischer Seite gibt es keine einzige detaillierte Analyse. Die Verzweigungsverhältnisse und direkten CP -Asymmetrien wurden für das SM in allgemeinen Untersuchungen zu B -Zerfällen in zwei leichte Mesonen berechnet [52, 53], außerdem wurde die mischungsinduzierte CP -Asymmetrie in $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ als Hilfsmittel zur Messung der Phase γ vorgeschlagen [83]. In den kommenden Jahren werden diese beiden Zerfälle jedoch in den experimentell zugänglichen Bereich rücken und hochinteressante Studienobjekte für Tests von Isospin-Verletzung und NP werden. Deshalb führen wir im Folgenden eine umfassende theoretische Analyse ihrer Phänomenologie durch, sowohl im SM als auch unter der Annahme der Existenz neuer Quellen von Isospin-Verletzung.

3.3. Amplitudenstruktur und Standardmodell-Vorhersagen für $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

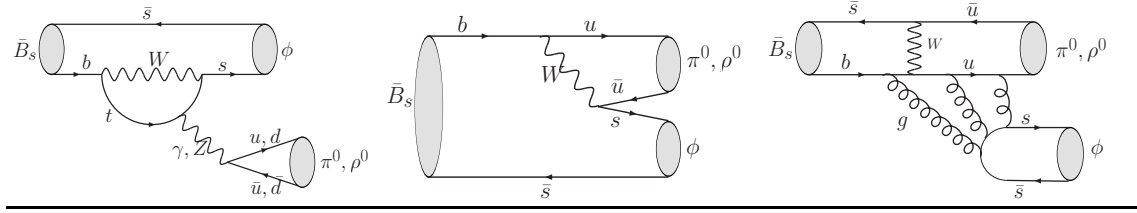
Im SM ist die Struktur der Zerfallsamplituden von $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$ relativ einfach, es tragen nur die drei in Abb. 3.2 abgebildeten Topologien bei:

- EW-Pinguine,

³Da die Pion-Triplets bzw. Rho-Triplets der Bose-Statistik folgen, können zwei Triplets zusammen keinen antisymmetrischen $I = 1$ -Zustand bilden

3.3. Amplitudenstruktur und Standardmodell-Vorhersagen für $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

Abb. 3.2. Beiträge von Pinguin-, Baumgraph- und Annihilations-Topologien zu $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$.



- CKM- und farbunterdrückte Baumgraphen,
- Singulett-Annihilation.

Annihilation des \bar{B}_s -Mesons ist nur möglich, wenn das Flavour-Singulett ϕ aus Gluonen produziert wird, da die Flavourstruktur $u\bar{u} - d\bar{d}$ der Mesonen π^0 und ρ^0 nicht von Gluonen erzeugt werden kann. Diese Topologie wird in QCDF als Singulett-Annihilation bezeichnet. Das ϕ ist farbneutral und ungerade unter Ladungskonjugation, deshalb werden mindestens drei Gluonen für seine Erzeugung benötigt. Das zweite Meson muss aus schwachen (wie in Abb. 3.2) oder elektromagnetischen Wechselwirkungen stammen.

Die Singulett-Annihilation ist durch die Notwendigkeit von drei Gluonen formal von der Ordnung in $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ und wird in den QCDF-Formeln für die Zerfallsamplituden von $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$ in Ref. [52, 53] nicht berücksichtigt, da diese nur Terme der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ einschließen. Darüberhinaus gehört sie zu den nicht faktorisierbaren, mit Λ_{QCD}/m_B unterdrückten Beiträgen und kann damit ohnehin nicht in einer einfachen Störungsreihe in α_s berechnet werden, da die in den Diagrammen ausgetauschten Gluonen weich sein können, so dass α_s kein guter Entwicklungsparameter mehr ist. Wir können uns daher vom theoretischen Standpunkt aus lediglich auf die Unterdrückung dieser Beiträge durch Λ_{QCD}/m_B und $1/N_c$ im Vergleich zu den führenden Baumgraph- und Pinguin-Amplituden berufen, was uns erwarten lässt, dass die beiden führenden Topologien jeweils Korrekturen im Bereich von 10% – 20% aus der Annihilation erhalten, die wir nicht berechnen können. Außerdem können wir phänomenologisch mit Hilfe der OZI-Regel argumentieren [84–87], nach der die Produktion von Vektormesonen aus drei Gluonen stark unterdrückt ist. Diese empirische Regel ist bisher allerdings theoretisch unverstanden. In jedem Fall muss Isospin verletzende NP, um im Experiment eindeutig identifizierbar zu sein, Auswirkungen auf Messgrößen in $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$ haben, die die aus nicht-perturbativen Korrekturen entstehenden Unsicherheiten deutlich überwiegen.

In allen unseren Rechnungen benutzen wir die vollen QCDF-Ausdrücke der Zerfallsamplituden für $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$ aus den Refn. [52, 53]. Da diese jedoch aus vielen einzelnen Bausteinen bestehen und nicht einfach zu handhaben sind, geben wir nun einfache Näherungsformeln an, mit denen die Berechnung der wichtigen Observablen auch ohne detaillierte Kenntnisse der QCDF möglich ist.

Unter Vernachlässigung von Singulett-Annihilation können wir die Amplituden in Analogie zu Gl. (3.4) parametrisieren:

$$\sqrt{2}\mathcal{A}(\bar{B}_s \rightarrow \phi M_2) = P_{\text{EW}}^{M_2} \left(1 - r_C^{M_2} e^{-i\gamma} \right), \quad (3.18)$$

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

wobei M_2 ein π^0 , ein longitudinal polarisiertes ρ^0 oder ein ρ^0 mit negativer Helizität sein kann. Die Helizität des ϕ -Mesons ist dann jeweils die gleiche. Im SM können wir die positive Helizitätsamplitude in $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ vernachlässigen, da sie gegenüber der longitudinalen Amplitude mit $\Lambda_{\text{QCD}}^2/m_B^2$ unterdrückt ist [53].

In Gl. (3.18) haben wir die EW-Pinguin-Amplitude $P_{\text{EW}}^{M_2}$ vorgreifend ausfaktorisiert, da wir später feststellen werden, dass sie der führende Term ist, analog zu P in Gl. (3.4). Damit stellt $r_C^{M_2}$ das Verhältnis von Baumgraph- zu EW-Pinguin-Amplitude dar. Korrekturen durch NP zu den Wilson-Koeffizienten der EW-Pinguin-Operatoren in Gl. (2.43), die wir in $B \rightarrow \pi K$ -Amplituden über Gl. (3.8) eingebaut haben, wirken sich auch auf die Amplituden in Gl. (3.18) aus. Wir erhalten dann

$$\sqrt{2}\mathcal{A}(\bar{B}_s \rightarrow \phi M_2) = P_{\text{EW}}^{M_2} \left(1 - r_C^{M_2} e^{-i\gamma} + \tilde{r}_{\text{EW}}^{M_2} e^{-i\delta} \right), \quad (3.19)$$

wobei $\tilde{r}_{\text{EW}}^{M_2}$ eine starke Phase enthält und δ die in Gl. (3.8) eingeführte schwache Phase ist. Die Abweichung der Größe ΔA_{CP} vom SM kann durch neue EW-Pinguine in der Größenordnung der entsprechenden SM-Beiträge erklärt werden, dies führt uns zu $|\tilde{r}_{\text{EW}}^{M_2}| \sim \mathcal{O}(1)$ und wesentlichen Verstärkungen der Verzweungsverhältnisse von $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$, die bis zu einer Größenordnung ausmachen können. Eine solche Verstärkung wäre im Experiment klar erkennbar und würde eine Erklärung durch nicht-perturbative Beiträge der Ordnung $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_B)$ in $r_C^{M_2}$ unplausibel erscheinen lassen.

Wir wählen für die Zerfallsamplituden eine Phasenkonvention, in der $P_{\text{EW}}^{M_2}$ reell ist, damit finden wir in QCDF folgende Zahlenwerte für die Pinguin-Topologien:

$$P_{\text{EW}}^\pi = 6.45_{-0.54}^{+1.87} \cdot 10^{-9}, \quad P_{\text{EW}}^{\rho,0} = 9.95_{-0.79}^{+2.83} \cdot 10^{-9}, \quad P_{\text{EW}}^{\rho,-} = 4.27_{-0.81}^{+1.34} \cdot 10^{-9}. \quad (3.20)$$

Wir bezeichnen mit „0“ und „-“ die Helizitätsamplituden für den Zerfall in zwei Vektormesonen. Für die Baumgraphen ergibt sich

$$\begin{aligned} r_C^\pi &= 0.41_{-0.41}^{+0.37} - 0.13_{-0.30}^{+0.30} i, \\ r_C^{\rho,0} &= 0.39_{-0.39}^{+0.35} - 0.13_{-0.29}^{+0.28} i, \\ r_C^{\rho,-} &= 0.21_{-0.46}^{+0.49} + 0.15_{-0.45}^{+0.45} i. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Durch Einsetzen dieser Zahlen in Gl. (3.18) erhalten wir die SM-Amplituden der \bar{B}_s -Zerfälle in guter Näherung. Die einfache Ersetzung $\gamma \rightarrow -\gamma$ ergibt die entsprechenden CP -konjugierten Amplituden, d.h. den B_s -Zerfall. Anhand dieser Ergebnisse können dann mit Hilfe der entsprechenden Formeln in Anhang A.4 physikalische Größen berechnet werden. In Kap. 3.4.1 erweitern wir diese Methode auf den Fall von NP-Beiträgen zu den EW-Pinguin-Amplituden.

Die hier angegebenen Zahlenwerte basieren auf den Eingabeparametern, die in Anhang B.2.3 zusammengefasst sind. Sie repräsentieren den aktuellen Stand der Berechnungen nicht-perturbativer Größen aus Gittereichtheorie, QCD-Summenregeln und experimentellen Daten. Wir erwarten, dass die kommenden Jahre weitere Verbesserungen in der Genauigkeit dieser Eingabewerte bringen, so dass es sinnvoll ist, auch über flexiblere

3.3. Amplitudenstruktur und Standardmodell-Vorhersagen für $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

Näherungsformeln für Zerfallsamplituden zu verfügen, in denen solche Eingabewerte in Zukunft angepasst werden können. Wir geben deshalb nun eine weitere Parametrisierung an, die die wichtigsten Quellen von theoretischen Unsicherheiten als freie Parameter erfasst. Eine detaillierte Analyse der Amplituden als Funktion der Eingabeparameter führt uns zu dem Schluss, dass für die Unsicherheiten zum allergrößten Teil die folgenden Parameter verantwortlich sind:

- Die Formfaktoren $A_0^{B_s \rightarrow \phi}(0)$ und $F_{\pm}^{B_s \rightarrow \phi}(0)$,
- die CKM-Phase γ
- und die nicht faktorisierbare Spektatorquark-Wechselwirkung, die durch eine komplexe Zahl X_H und das erste inverse Moment λ_{B_s} der Lichtkegel-Verteilungsamplitude des B_s -Mesons parametrisiert wird.

Alle weiteren Eingabewerte, d.h. Zerfallskonstanten, Gegenbauer-Momente von Verteilungsamplituden der leichten Mesonen, Quarkmassen und CKM-Parameter, haben dagegen vernachlässigbar kleine Auswirkungen, so dass wir sie in guter Näherung gleich ihren Mittelwerten setzen können. Damit erhalten wir Näherungsformeln für die Größen in Gln. (3.20) und (3.21):

$$\begin{aligned}
 P_{\text{EW}}^{\pi} &= 17.0 A_0^{B_s \rightarrow \phi}(0) \cdot 10^{-9}, & r_C^{\pi} &= -0.12i - 0.02 + \frac{0.01 \text{GeV}(1 + X_H)}{A_0^{B_s \rightarrow \phi}(0)\lambda_{B_s}}, \\
 P_{\text{EW}}^{\rho,0} &= 26.2 A_0^{B_s \rightarrow \phi}(0) \cdot 10^{-9}, & r_C^{\rho,0} &= -0.13i - 0.02 + \frac{0.01 \text{GeV}(1 + X_H)}{A_0^{B_s \rightarrow \phi}(0)\lambda_{B_s}}, \\
 P_{\text{EW}}^{\rho,-} &= 6.6 F_-^{B_s \rightarrow \phi}(0) \cdot 10^{-9}, & r_C^{\rho,-} &= 0.14i - 0.06 - \frac{0.02 \text{GeV}(1 - X_H)}{F_-^{B_s \rightarrow \phi}(0)\lambda_{B_s}}. \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

Die Baumgraph-Topologien $r_C^{M_2}$ sind sehr sensitiv auf die schwer zu erfassende Spektatorquark-Wechselwirkung, da eine zufällige Auslöschung zwischen der führenden Ordnung in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ und QCD-Vertex-Korrekturen auftritt. Wir können obige Ausdrücke nun wieder in Gl. (3.18) einsetzen und beliebige Werte und Fehlergrenzen für die noch vorhandenen freien Eingabeparameter einsetzen. Durch die Ersetzung $\gamma \rightarrow -\gamma$ erhalten wir wie oben die CP -konjugierten Amplituden. Mit Hilfe der Formeln aus Anhang A.4 haben wir somit eine einfache Möglichkeit, physikalische Größen ohne explizite Implementierung der QCDF-Formeln zu berechnen.

Zum Abschluss dieses Kapitels geben wir unsere SM-Vorhersagen für die Zerfälle $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0, \phi\rho^0$ beschreibende Observablen an. Für die CP -gemittelten Verzweigungsverhältnisse finden wir

$$\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0) = 1.6_{-0.3}^{+1.1} \cdot 10^{-7}, \quad \text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0) = 4.4_{-0.7}^{+2.7} \cdot 10^{-7}. \quad (3.23)$$

Mit den Näherungsformeln aus Gl. (3.22) erhalten wir zum Vergleich

$$\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0) = 1.6_{-0.3}^{+1.0} \cdot 10^{-7}, \quad \text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0) = 4.4_{-0.7}^{+2.4} \cdot 10^{-7}, \quad (3.24)$$

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

wir können damit also Mittelwerte und Fehler in guter Näherung beschreiben. Die Verzweigungsverhältnisse sind im SM klein im Vergleich zu anderen FCNC-Zerfällen von B -Mesonen, da die Baumgraph-Beiträge sowohl CKM-unterdrückt als auch farbunterdrückt sind und QCD-Pinguine nicht beitragen können. Aus diesem Grund ist eine Messung der Verzweigungsverhältnisse schwierig und wurde bisher noch nicht erreicht. Wir werden allerdings später sehen, dass Isospin verletzende NP die Verzweigungsverhältnisse um bis zu eine Größenordnung verstärken kann, so dass eine solche Messung eine sehr interessante Aufgabe ist, die für den $\phi\rho$ -Endzustand im günstigen Fall sogar schon mit Tevatron-Daten möglich ist. Wir erwarten, dass $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ auch ohne Verstärkung im zugänglichen Bereich des LHCb-Experiments liegt, während $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ wahrscheinlich erst an einer Super-B-Fabrik, z.B. mit dem Belle-II-Experiment am KEK, gemessen werden kann. Dies liegt an der einfacheren Identifikation des ρ^0 -Mesons über seinen Zerfallskanal in zwei geladenen Pionen im Vergleich zum π^0 -Meson, das nur durch eine volle Rekonstruktion des B -Zerfalls gut vom Untergrund zu trennen ist. Diese Methode ist für Hochenergie-Experimente, in denen statt einzelnen Hadronen Jets gebildet werden, nicht anwendbar.

Der Kanal $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ wird erwartungsgemäß vom longitudinal polarisierten Endzustand dominiert, entsprechend der Λ_{QCD}/m_b -Unterdrückung der transversalen Amplituden. Wir finden

$$\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi_L\rho_L^0) = 3.7_{-0.7}^{+2.5} \cdot 10^{-7} \quad (3.25)$$

und das longitudinale Polarisationsverhältnis

$$f_L = 0.84_{-0.11}^{+0.08}. \quad (3.26)$$

Wie oben bereits erwähnt ist der Formfaktor $A_0^{B_s \rightarrow \phi}$ eine der Hauptquellen von theoretischen Unsicherheiten in den QCDF-Vorhersagen. Wir können diesen Parameter weitgehend eliminieren, indem wir die Verhältnisse

$$\frac{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)} = 2.83_{-0.23}^{+0.35}, \quad \frac{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi_L\rho_L^0)}{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)} = 2.38_{-0.08}^{+0.10}. \quad (3.27)$$

betrachten, die allerdings experimentell schwierig zu erfassen sind. Auch diese Verhältnisse können noch durch NP beeinflusst werden, da in Abhängigkeit von der Chiralitätsstruktur der neuen Wechselwirkungen die beiden Verzweigungsverhältnisse oft in sehr unterschiedlichem Maß verstärkt werden, wie wir in Kap. 3.4 sehen werden. Die Auslöschung von $A_0^{B_s \rightarrow \phi}$ tritt ebenfalls in den Verhältnissen

$$\begin{aligned} \frac{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)}{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\phi)} &= 0.007_{-0.004}^{+0.008}, \\ \frac{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\phi)} &= 0.020_{-0.010}^{+0.023}, \quad \frac{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi_L\rho_L^0)}{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\phi)} = 0.017_{-0.009}^{+0.019}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

auf, dort wird sie aber von zusätzlichen Unsicherheiten aus dem von QCD-Pinguinen dominierten Kanal $\bar{B}_s \rightarrow \phi\phi$ kompensiert. Der Nutzen dieser letzten Verhältnisse ist daher eher der direkte Vergleich mit Daten von LHCb, wo die B_s -Verzweigungsverhältnisse

3.4. Modellunabhängige Analyse Neuer Physik in $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

nicht absolut gemessen werden können, weil die Zahl der produzierten B_s -Mesonen nicht bekannt ist. Zum Schluss berechnen wir noch die direkten CP -Asymmetrien

$$A_{\text{CP}}^{\text{dir}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0) = 0.19_{-0.61}^{+0.53}, \quad A_{\text{CP}}^{\text{dir}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0) = 0.27_{-0.62}^{+0.50}, \quad (3.29)$$

die wie man sieht mit sehr großen Unsicherheiten behaftet sind und aufgrund der kleinen Verzweigungsverhältnisse auch sehr schwer zu messen sind. Sie sind deshalb für unsere weiteren Untersuchungen nicht von Interesse.

3.4. Modellunabhängige Analyse Neuer Physik in $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

Im letzten Kapitel haben wir vorgeschlagen, die durch die ΔA_{CP} -Diskrepanz motivierte Hypothese Isospin verletzender NP über die reinen Isospin verletzenden Zerfälle $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$ zu testen. Zu diesem Zweck führen wir nun eine quantitative Analyse dieser Zerfälle im Hinblick auf NP durch, die wir durch eine modellunabhängige Modifikation der Wilson-Koeffizienten im effektiven Hamiltonoperator parametrisieren. In den Kapiteln 6, 7 und 8 werden wir dann die Auswirkungen konkreter Erweiterungen des SM betrachten.

Wir nehmen zusätzliche Beiträge zu den EW-Pinguin-Koeffizienten $C_7^{(\prime)}, \dots, C_{10}^{(\prime)}$ an und erlauben dabei neue schwache Phasen, um den experimentellen Wert von ΔA_{CP} erklären zu können. Diese neuen Beiträge passen wir durch einen χ^2 -Fit so an, dass sie die verfügbaren Daten aus $B \rightarrow \pi K$ -Zerfällen inklusive ΔA_{CP} gut beschreiben. Zusätzlich fordern wir, dass sie mit den Daten von weiteren Zerfallskanälen wie $B \rightarrow \rho K, \pi K^*, \rho K^*$ auf 2σ -Niveau kompatibel sind. Durch diese Prozedur erhalten wir realistische Zahlenwerte für die Verstärkung der EW-Pinguine, die wir anschließend für die Untersuchung von NP-Effekten in $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$ verwenden.

Wir betonen, dass eine solche Analyse, die Korrelationen zwischen B^0 - und B_s -Zerfallskanälen mit verschiedenen pseudoskalaren Mesonen und Vektormesonen im Endzustand ausnutzt, nur möglich ist, wenn die betreffenden Operator-Matrixelemente durch eine auf alle Zerfälle anwendbare, fundamentale Methode wie QCDF berechnet werden. Flavoursymmetrien wie $SU(3)_F$, die in der Literatur z.B. zur Korrelation von $B \rightarrow \pi K$ mit $B \rightarrow \pi\pi$ verwendet werden, können dies nicht leisten, sie sind nur in Spezialfällen anwendbar. Insbesondere die Kanäle $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$, deren Vorhersage unser Hauptziel ist, haben keine geeigneten $SU(3)_F$ -Partner.

3.4.1. Modellunabhängige Parametrisierung

Im SM folgen die Wilson-Koeffizienten der EW-Pinguin-Operatoren an der EW-Skala der Hierarchie $|C_9| \gg |C_7| \gg |C_8|, |C_{10}|$. Dafür verantwortlich sind die mit $1/\sin^2\theta_W$ und $x_t = m_t^2/m_W^2$ parametrisch verstärkten Beiträge zu C_9 und C_7 aus Z -Pinguinen und Boxdiagrammen sowie die Tatsache, dass $Q_{8,10}$ aufgrund ihrer Farbstruktur zum ersten Mal in der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ generiert werden. In unsere modellunabhängigen Analyse betrachten wir NP-Beiträge zu den farberlaubten Koeffizienten $C_7(m_W)$ und $C_9(m_W)$ und deren gespiegelten Versionen C_7' und C_9' , die zu den paritätstransformierten Operatoren $Q_{7,9}'$

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

Tabelle 3.2. NP-Anteile der Wilson-Koeffizienten der EW-Pinguin-Operatoren bei der Skala m_b . Zum Vergleich: Der führende SM-Koeffizient ist $C_9^{\text{SM}}(m_b)/\alpha = -1.203$.

	$C_i^{\text{NP}}(m_b)/\alpha$	$C_i^{\text{NP}'}(m_b)/\alpha$
C_7	$-0.966 q_7 + 0.009 q_9$	$-0.966 q_7' + 0.009 q_9'$
C_8	$-0.387 q_7 + 0.002 q_9$	$-0.387 q_7' + 0.002 q_9'$
C_9	$0.010 q_7 - 1.167 q_9$	$0.010 q_7' - 1.167 q_9'$
C_{10}	$-0.001 q_7 + 0.268 q_9$	$-0.001 q_7' + 0.268 q_9'$

gehören. Wir normieren sie auf den führenden SM-Beitrag

$$C_9^{\text{LO}}(m_W) = \frac{\alpha}{4\pi} \left(\frac{x_t}{3} + \frac{2}{3 \sin^2 \theta_W} (10B_0^{\text{box}}(x_t) - 4C_0^Z(x_t)) \right) \quad (3.30)$$

mit den in Anhang A.3 angegeben Inami-Lim-Funktionen B_0^{box} und C_0^Z . Wir schreiben die NP-Beiträge also als

$$C_{7,9}^{(\prime)\text{NP}}(m_W) = C_9^{\text{LO}}(m_W) q_{7,9}^{(\prime)}, \quad q_{7,9}^{(\prime)} = |q_{7,9}^{(\prime)}| e^{i\phi_{7,9}^{(\prime)}}, \quad (3.31)$$

mit freien Parametern $q_{7,9}^{(\prime)}$, die schwache Phasen $\phi_{7,9}^{(\prime)}$ tragen. Die Evolution zur Skala m_b erfolgt über die Renormierungsgruppengleichungen in führender Ordnung in α_s und ergibt die in Tab. 3.2 zusammengefassten Zahlenwerte. Die Mischung mit den hier nicht aufgeführten Operatoren kann vernachlässigt werden. Zum Vergleich: Der führende SM-Koeffizient hat den Wert $C_9^{\text{SM}}(m_b)/\alpha = -1.203$.

Wir unterscheiden im Folgenden mehrere mögliche Szenarien: Zunächst betrachten wir den Fall, dass nur einer der Parameter q_7, q_9, q_7' und q_9' ungleich Null ist. Anschließend betrachten wir Fälle mit zwei nicht verschwindenden Parametern, die wir der Einfachheit halber gleichsetzen, also z.B. $q_7 = q_9 \neq 0$ oder $q_7' = q_9' \neq 0$ oder die paritätssymmetrischen Szenarien $q_7 = q_7' \neq 0, q_9 = q_9' \neq 0$, und abschließend den Fall $q_7 = q_7' = q_9 = q_9'$.

Die Szenarien sind so gewählt, dass ihre Gesamtheit alle möglichen Effekte der neuen Wilson-Koeffizienten qualitativ wiedergibt und gleichzeitig nie mehr als zwei reelle freie Parameter, nämlich Betrag und Phase eines q_i -Parameters, berücksichtigt werden müssen. Diese Vereinfachung ermöglicht aussagekräftige χ^2 -Fits bzw. Einschränkungen an die Parameter und sinnvolle Rückschlüsse auf die Verstärkung der B_s -Zerfälle.

Die hauptsächliche Motivation für die Betrachtung modifizierter EW-Pinguine ist die Auflösung der Diskrepanz in ΔA_{CP} durch die in Gl. (3.8) eingeführten Terme \tilde{r}_{EW} , $\tilde{r}_{\text{EW}}^{\text{C}}$ und $\tilde{r}_{\text{EW}}^{\text{A}}$. Wir verallgemeinern nun diese Notation und betrachten solche Terme in $B \rightarrow \pi K$ -Amplituden für jeden einzelnen modifizierten Wilson-Koeffizienten. Durch Summation erhalten wir dann die Relationen

$$\begin{aligned} \sum_{i=7,9,7',9'} \tilde{r}_{\text{EW},i} e^{-i\delta_i} &= (q_7 - q_7') \left[(-0.12)_{-0.05}^{+0.04} + (-0.02)_{-0.02}^{+0.07} i \right] + \\ &\quad (q_9 - q_9') \left[0.12_{-0.04}^{+0.05} + 0.02_{-0.07}^{+0.02} i \right], \\ \sum_{i=7,9,7',9'} \tilde{r}_{\text{EW},i}^{\text{C}} e^{-i\delta_i} &= (q_7 - q_7') \left[0.10_{-0.02}^{+0.03} + 0.01_{-0.06}^{+0.01} i \right] + \end{aligned}$$

3.4. Modellunabhängige Analyse Neuer Physik in $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

$$\begin{aligned}
& (q_9 - q'_9) \left[0.04_{-0.03}^{+0.02} + (-0.005)_{-0.026}^{+0.016} i \right], \\
\sum_{i=7,9,7',9'} \tilde{r}_{\text{EW},i}^{\text{A}} e^{-i\delta_i} &= (q_7 - q'_7) \left[0.03_{-0.07}^{+0.04} + (-0.06)_{-0.01}^{+0.12} i \right] + \\
& (q_9 - q'_9) \left[0.007_{-0.010}^{+0.003} + (-0.006)_{-0.003}^{+0.012} i \right]. \quad (3.32)
\end{aligned}$$

Schauen wir uns diese aufschlussreichen Beziehungen genauer an:

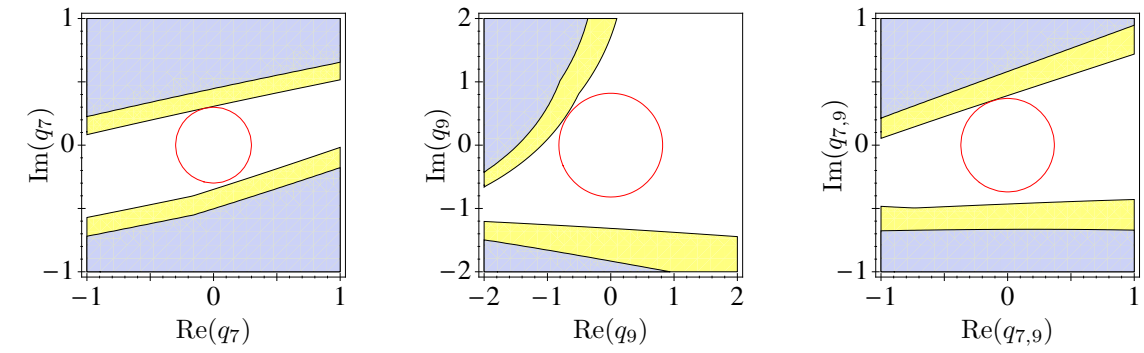
- Offensichtlich tragen paritätssymmetrische Szenarien mit $q_i = q'_i$ überhaupt nicht zu $B \rightarrow \pi K$ bei. Dies gilt auch für alle anderen B -Zerfälle in zwei pseudoskalare Mesonen (PP -Zerfälle) und folgt aus Gl. (B.19). Die Übereinstimmung von ΔA_{CP} mit dem Messwert kann also in solchen Szenarien nicht verbessert werden.
- Die Beiträge $\tilde{r}_{\text{EW},7^{(\prime)}}$ und $\tilde{r}_{\text{EW},9^{(\prime)}}$ interferieren destruktiv miteinander. In den Fällen $q_7 = q_9$ und $q'_7 = q'_9$ ist der Beitrag zum farberlaubten EW-Pinguin deshalb vernachlässigbar.
- Während $\text{Re}(\tilde{r}_{\text{EW},9^{(\prime)}}^{\text{C}})$ die übliche Farbunterdrückung relativ zu $\text{Re}(\tilde{r}_{\text{EW},9^{(\prime)}})$ aufweist, gilt dies nicht für die Beiträge von $q_7^{(\prime)}$. Der Grund dafür ist das Zusammenspiel von RGE-Mischung von $C_7^{(\prime)}$ in $C_8^{(\prime)}$ (siehe Tab. 3.2), konstruktiver Interferenz der NP-Beiträge zu $C_7^{(\prime)}$ und $C_8^{(\prime)}$ im QCDF-Koeffizienten $a_8^{(\prime)}(\pi K)$ [37] und dem chiralen Verstärkungsfaktor $r_{\chi}^{\pi,K} \approx 1.5$, siehe Gln. (B.12) und (B.13). Die $q_9^{(\prime)}$ -Beiträge weisen keinen dieser drei Effekte auf.
- Die Annihilations-Beiträge $\tilde{r}_{\text{EW},7^{(\prime)}}^{\text{A}}$ erhalten einen überraschend großen Imaginärteil. Sie ergeben in unseren Szenarien mit nicht verschwindendem q_7 oder q'_7 den dominanten Beitrag zu ΔA_{CP} .

Aus Gl. (3.10) erkennen wir, dass die Diskrepanz in ΔA_{CP} entweder durch \tilde{r}_{EW} oder durch $\tilde{r}_{\text{EW}}^{\text{A}}$ aufgelöst werden kann. Alle oben aufgeführten Szenarien mit Ausnahme der paritätssymmetrischen können dies leisten. In Abb. 3.3 illustrieren wir dies für die drei Fälle, dass entweder q_7 oder q_9 oder $q_7 = q_9$ nicht verschwinden. Entsprechende Diagramme für die gespiegelten Szenarien erhalten wir leicht durch Drehung um 180° . Die gelb eingefärbten Gebiete enthalten alle Punkte der komplexen q_i -Ebene, für die die Theorievorhersage unter Berücksichtigung ihrer Unsicherheiten im experimentellen 1σ -Bereich liegt. Die blauen Bereiche bezeichnen Punkte, für die der experimentelle Mittelwert innerhalb der theoretischen Fehlergrenzen liegt und die roten Kreise bezeichnen die jeweils minimalen $|q_i|$ -Werte, die benötigt werden, um die Diskrepanz auf 1σ zu reduzieren. Für die drei Szenarien lesen wir ab: $|q_7| \gtrsim 0.3$, $|q_9| \gtrsim 0.8$ und $|q_7| = |q_9| \gtrsim 0.4$. Die Tatsache, dass für $q_7 = q_9$ trotz der Kleinheit von \tilde{r}_{EW} bereits relativ kleine $|q_i|$ -Werte ausreichend sind, demonstriert die Wichtigkeit des Annihilations-Terms $\tilde{r}_{\text{EW}}^{\text{A}}$. Wir merken an, dass die minimalen $|q_i|$ -Werte auf den roten Kreisen eine Feinabstimmung der Phase ϕ_i zur Auflösung der Diskrepanz erfordern und dass ohne Feinabstimmung deutlich größere Werte im Bereich $|q_i| \sim 1$ benötigt werden.

Unser Ziel ist letztendlich die Untersuchung der Auswirkungen solcher NP-Szenarien auf die Zerfälle $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$ über die Terme $\tilde{r}_{\text{EW}}^{M_2}$ in Gl. (3.19). Wir führen wie oben für

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

Abb. 3.3. Benötigte NP-Beiträge zur Auflösung der ΔA_{CP} -Diskrepanz in den drei Szenarien mit (v.l.n.r.) $q_7 \neq 0, q_9 \neq 0$ und $q_7 = q_9 \neq 0$. Weitere Angaben siehe Text.



jeden der modifizierten Wilson-Koeffizienten einen solchen Term ein und erhalten für die vier verschiedenen Amplituden

$$\begin{aligned}
\sum_{i=7,9,7',9'} \tilde{r}_{EW,i}^{\pi} e^{-i\delta_i} &= -0.9 (q_7 + q_7' - q_9 - q_9'), \\
\sum_{i=7,9,7',9'} \tilde{r}_{EW,i}^{\rho,0} e^{-i\delta_i} &= 0.9 (q_7 - q_7' + q_9 - q_9'), \\
\sum_{i=7,9,7',9'} \tilde{r}_{EW,i}^{\rho,-} e^{-i\delta_i} &= -0.6 (q_7 + q_9), \\
\sum_{i=7,9,7',9'} \tilde{r}_{EW,i}^{\rho,+} e^{-i\delta_i} &= 0.6 (q_7' + q_9') \times P_{EW}^{\rho,-} / P_{EW}^{\rho,+}, \tag{3.33}
\end{aligned}$$

wobei wir die Beiträge von $q_{7,9}$ zu $\tilde{r}_{EW}^{\rho,+}$ und die von $q_{7,9}'$ zu $\tilde{r}_{EW}^{\rho,-}$ aufgrund ihrer Λ_{QCD}^2/m_B^2 -Unterdrückung vernachlässigt haben. Die SM-Amplitude $P_{EW}^{\rho,+}$ kürzt sich am Ende in Gl. (3.19) heraus, $P_{EW}^{\rho,-}$ haben wir in Gl. (3.20) bzw. Gl. (3.22) bereits angegeben. Die starken Phasen und theoretischen Unsicherheiten von $\tilde{r}_{EW}^{M_2}$ sind vernachlässigbar klein, da es sich hierbei um Verhältnisse von jeweils gleichen Topologien handelt.

Die Ausdrücke in Gl. (3.33) veranschaulichen die Effekte der modifizierten Wilson-Koeffizienten in den Zerfallskanälen $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$. Wir erkennen, dass für $|q_i| = \mathcal{O}(1)$ in der Tat neue Beiträge zu den Amplituden von der Größenordnung der EW-Pinguine im SM erzeugt werden. Im Unterschied zu $B \rightarrow \pi K$ ist paritätssymmetrische NP in $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ sichtbar, in $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ geht sie über die Interferenz der verschiedenen Helizitätsamplituden ein. Außerdem sind links- und rechtshändige NP voneinander unterscheidbar, wenn eine Winkelanalyse von $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ zur Messung der Polarisation des Endzustands durchgeführt werden kann, siehe dazu auch Ref. [88]. In PP -Zerfällen unterscheiden sich die beiden Händigkeiten wie bereits erwähnt nur durch eine Drehung in der komplexen q_i -Ebene.

Gl. (3.33) ist außerdem die Verallgemeinerung der Näherungsamplituden für $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi, \phi\rho$ aus Kap. 3.3 für NP-Beiträge in den EW-Pinguinen. Durch Auswertung von Gl. (3.19) mit Gln. (3.20) und (3.21) – oder alternativ Gl. (3.22) – und den NP-Termen aus Gl. (3.33) erhalten wir die gewünschten Zerfallsamplituden der \bar{B}_s -Mesonen. Für die

B_s -Mesonen müssen wir die Gleichungen CP -konjugieren, dies können wir einfach mit der Ersetzung $\gamma \rightarrow -\gamma$ und komplexer Konjugation der q_i erreichen. Die Formeln in Anhang A.4 liefern dann gute Näherungswerte für physikalische Größen.

3.4.2. Fit an $B \rightarrow \pi K$ -Daten und Einschränkungen aus anderen Zerfällen

Die vier $B \rightarrow \pi K$ -Moden sind die am genauesten gemessenen hadronischen $b \rightarrow s$ -Zerfälle, aus diesem Grund benutzen wir ihre Messdaten als Input für unsere quantitative NP-Analyse. Dazu führen wir einen χ^2 -Fit von $q_7^{(\prime)}$ und $q_9^{(\prime)}$ an $B \rightarrow \pi K$ -Daten durch und verwenden die Ergebnisse als realistische Vorgaben für zu erwartende Werte dieser Parameter. Diese erlauben uns dann, vernünftige Vorhersagen für die zu erwartende Verstärkung der Verzweungsverhältnisse von $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ zu erstellen. Bei der Behandlung der theoretischen und experimentellen Unsicherheiten im Fit folgen wir dem in Anhang C vorgestellten frequentistischen Rfit-Schema [89].

Da die $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle von QCD-Pinguinen dominiert werden und große theoretische Unsicherheiten aufweisen, ist klar, dass NP-Effekte in EW-Pinguinen im Fit schwierig zu finden sind, wenn nur die üblichen Verzweungsverhältnisse und CP -Asymmetrien betrachtet werden. Besser ist es, die in Kap. 3.1.2 eingeführten Größen zu untersuchen, die so konstruiert sind, dass sie speziell auf Isospin-Verletzung sensitiv sind und mit größerer Genauigkeit vorhergesagt werden können. Ein gutes Beispiel dafür ist die Größe ΔA_{CP} , deren Abweichung vom SM bei Betrachtung der einzelnen CP -Asymmetrien in Tab. 3.1 überhaupt nicht sichtbar ist, da dann die theoretischen Unsicherheiten im Bereich von 100% liegen. Ein weiterer Vorteil dieser Größen ist, dass die Sensitivität auf mögliche NP-Beiträge zu den QCD-Pinguin-Operatoren Q_{3-6} , die in vielen Modellen mit den Beiträgen zu Q_{7-10} vergleichbar sind, reduziert wird. Solche Beiträge haben wir in der Parametrisierung (3.31) nicht berücksichtigt, da unser Interesse der Isospin verletzenden NP gilt.

Für unseren Fit an $B \rightarrow \pi K$ -Daten benutzen wir aus diesen Überlegungen heraus die Größen aus Kap. 3.1.2 als die Größen, die von unserem Modell so vorhergesagt werden sollen, dass sie mit den aktuellen Messdaten in Einklang sind. Eine Zusammenfassung der SM-Vorhersagen und der experimentellen Werte dieser Größen findet sich in Tab. 3.1. Die einzige signifikante Abweichung vom SM existiert dabei in ΔA_{CP} , so dass wir erwarten, dass diese Größe (und in geringerem Maße auch $S_{\pi K_S}$) den Fit in Richtung von eher großen Werten von $|q_i^{(\prime)}|$ beeinflusst, während die restlichen Observablen Werte nahe bei Null bevorzugen.

Zusätzlich zu unserem Fit berücksichtigen wir auch Einschränkungen an die NP-Parameter aus weiteren hadronischen B -Zerfällen. Wir vergleichen dazu jeweils die Vorhersage einer Observable für diskrete Werte der Parameter q_i mit ihrem Messwert und schließen Parameterbereiche aus, die nicht auf 2σ -Niveau mit den Daten kompatibel sind. Wir nehmen dabei wie beim Fit (siehe Anhang C) die experimentellen Fehler als Gauß'sche Standardabweichungen an und betrachten die theoretischen Fehler in einem frequentistischen Ansatz ohne Verteilungsfunktion. Dies bedeutet, dass wir als Theorievorhersage lediglich ein Intervall $(x_{\text{theo}})_{-\sigma_{\text{theo, inf}}^{+}}^{+\sigma_{\text{theo, sup}}}$ angeben, in dem der Vorhersagewert liegt, aber keine Aussage über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Vorhersage innerhalb dieses Bereichs

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

machen, so dass alle Punkte des Intervalls gleichberechtigt sind. x_{theo} ist dabei der Wert, den wir unter Verwendung unserer Standardeingabewerte aus Anhang B.2.3 erhalten. Damit muss jeder Parameterpunkt die Bedingung

$$(x_{\text{theo}} + \sigma_{\text{theo, sup}}) > (x_{\text{exp}} - 2\sigma_{\text{exp, inf}}) \wedge (x_{\text{theo}} - \sigma_{\text{theo, inf}}) < (x_{\text{exp}} + 2\sigma_{\text{exp, sup}}) \quad (3.34)$$

für jede einzelne betrachtete Observable erfüllen, wobei $x_{\text{exp}} \pm \sigma_{\text{exp}}$ das Ergebnis der jeweiligen Messung ist.

Dieses Verfahren wenden wir auf Daten von $B \rightarrow \pi K$ -Zerfällen und den verwandten Moden $B \rightarrow \rho K$, $B \rightarrow \pi K^*$ und $B \rightarrow \rho K^*$ an. Die Pseudoskalar-Vektor-Moden (PV -Moden) und VV -Moden sind sensitiver auf Isospin-Verletzung als der PP -Zerfall $B \rightarrow \pi K$, weil die führende QCD-Pinguin-Amplitude kleiner ist. Die Messungen dieser Zerfälle sind jedoch noch nicht so genau wie für $B \rightarrow \pi K$, daher schließen wir sie nicht direkt in den Fit mit ein, sondern implementieren sie als zusätzliche Einschränkungen an NP auf 2σ -Niveau. Wir betrachten dabei sowohl Verzweigungsverhältnisse und CP -Asymmetrien, sofern diese bereits gemessen wurden, als auch die isospinsensitiven Kombinationen aus Kap. 3.1.2. Außerdem untersuchen wir mit der selben Methode auch eventuelle Einschränkungen aus $B \rightarrow K^{(*)}\phi$, $B_s \rightarrow \phi\phi$ und $B_s \rightarrow \bar{K}K$, die allerdings weniger sensitiv auf EW-Pinguine sind.

Es stellt sich heraus, dass die PV - und VV -Moden $B \rightarrow \rho K$, $B \rightarrow \pi K^*$ und $B \rightarrow \rho K^*$ durch ihre von den PP -Kanälen verschiedene Chiralitätsstruktur andere Kombinationen der Parameter $q_{7,9}^{(\prime)}$ testen und somit hilfreiche komplementäre Informationen zu $B \rightarrow \pi K$ liefern. Die übrigen Kanäle liefern dann in fast allen Fällen keine weitergehenden Einschränkungen mehr.

3.4.3. Ergebnisse der modellunabhängigen Analyse

Wir präsentieren nun die Ergebnisse der im vorigen Abschnitt im Detail erläuterten Untersuchung. Die Abbn. 3.4 bis 3.6 fassen alle wichtigen Resultate zusammen: Die kreisförmigen Konturen in den komplexen q_i -Ebenen entsprechen Verstärkungsfaktoren der Verzweigungsverhältnisse von $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ relativ zu ihren SM-Werten. Wir verwenden hierzu unsere Standardeingabewerte für die QCDF-Parameter. Punkte der Ebene, für die der Verstärkungsfaktor innerhalb der hadronischen Unsicherheit der SM-Vorhersage liegt, so dass NP im Experiment nicht sichtbar wäre, liegen auf dem rot gestreiften Ring. Der Koordinatenursprung ist mit einem schwarzen Punkt markiert und entspricht der SM-Vorhersage unter Verwendung der Standardeingabewerte. Die dicken grauen und schwarzen Linien entsprechen den vom Fit an $B \rightarrow \pi K$ -Daten bevorzugten Regionen, während die grün eingefärbten Bereiche die erlaubten Parameterpunkte nach Anwendung von Gl. (3.34) auf die verschiedenen hadronischen B -Zerfälle umfassen. Die genaue Farbkodierung erläutern wir im Folgenden.

Wir betrachten in der modellunabhängigen Analyse ausschließlich NP in EW-Pinguinen, d.h. eventuelle NP-Beiträge zu QCD-Pinguinen, wie sie in realistischen NP-Modellen oft vorhanden sind, werden nicht berücksichtigt. Um dem Rechnung zu tragen, verwenden wir zum Vergleich zwei leicht unterschiedliche verschiedene Implementierungen des Fits und der 2σ -Constraints:

3.4. Modellunabhängige Analyse Neuer Physik in $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

- a) Wir wählen als experimentellen Input für den Fit in einem bestimmten Szenario zwei der Verhältnisse $R_{c,n}^{B,K,\pi}$ und die beiden Differenzen von direkten CP -Asymmetrien aus Kap. 3.1.2 und zusätzlich die mischungsinduzierte CP -Asymmetrie $S_{\pi K_S}$. Für die beiden Verhältnisse wählen wir entweder $R_{c,n}^B$ oder $R_{c,n}^K$ oder $R_{c,n}^\pi$, je nachdem was die größte Sensitivität auf das jeweilige Szenario ergibt. Die Verhältnisse unterscheiden sich darin stark voneinander, was nach den Gln. (3.11, 3.12) und (3.32) einleuchtend ist. Durch die Reduktion auf zwei Verhältnisse ist gewährleistet, dass kein Verzweungsverhältnis im Fit doppelt gewichtet wird. Für die 2σ -Constraints verwenden wir alle verfügbaren Verzweungsverhältnisse, CP -Asymmetrien und isospinsensitiven Kombinationen daraus.
- b) Wir eliminieren $S_{\pi K_S}$ aus dem Fit, da diese Größe nicht allein auf Isospin verletzende, sondern auch auf Isospin erhaltende NP sensitiv ist, solange eine neue schwache Phase in der Amplitude vorhanden ist. Außerdem berücksichtigen wir als 2σ -Constraints nur noch die isospinsensitiven Größen aus Kap. 3.1.2 bzw. deren Übertragungen auf andere hadronische B -Zerfälle und eliminieren die reinen Verzweungsverhältnisse und CP -Asymmetrien.

In den Abbn. 3.4 bis 3.6 markieren die dicken schwarzen (grauen) Linien die im Fit bevorzugte Region nach Methode a) (b)). Sie geben das jeweilige 1σ -Konfidenzintervall an. Die weiteren Einschränkungen nach Methode a) ergeben die dunkelgrünen erlaubten Bereiche, während Methode b) die hellgrünen Bereiche liefert. Logischerweise ergibt Methode a) kleinere bevorzugte und erlaubte Bereiche in den q_i -Ebenen als Methode b), ist aber streng genommen nur unter der Voraussetzung anwendbar, dass Isospin erhaltende NP vernachlässigbar ist, während die Ergebnisse von Methode b) allgemein gültig sind.

Studieren wir nun die Ergebnisse in Abbn. 3.4 bis 3.6 genauer. Wir finden, dass die verfügbaren Messdaten von hadronischen B -Zerfällen, insbesondere für die Szenarien mit $q_9 \neq 0$ oder $q_9' \neq 0$, starke Einschränkungen an den Parameterraum liefern. Punkte im Bereich $|q_i| \gtrsim 5$ sind praktisch immer ausgeschlossen, was bedeutet, dass NP-Korrekturen zu den EW-Pinguinen nicht allzu viel größer als die jeweiligen SM-Pinguine sein können. Die Tatsache, dass der Koordinatenursprung ebenfalls ausgeschlossen ist, entspricht der Tatsache, dass ΔA_{CP} um mehr als 2σ vom SM abweicht.

Wie nach Gl. (3.32) plausibel ist, unterscheiden sich die $B \rightarrow \pi K$ -Fits der q_i' -Szenarien von den entsprechenden q_i -Szenarien nur durch Vorzeichenwechsel. Für die Constraints aus anderen Zerfällen gilt das nicht mehr, da hier auch PV - und VV -Moden eingehen, die eine andere Chiralitätsstruktur aufweisen, siehe Gl. (B.17). Die $q_9^{(\prime)}$ -Szenarien ergeben den schärfsten Fit mit einem besten Fitpunkt

$$|\hat{q}_9^{(\prime)}| = 1.9 \quad \hat{\varphi}_9^{(\prime)} = -100^\circ (+180^\circ), \quad (3.35)$$

an dem alle betrachteten $B \rightarrow \pi K$ -Observablen mit den gemessenen Werten voll übereinstimmen (für $S_{\pi K_S}$ erhalten wir $S_{CP} = 0.55$, was fast exakt dem Messwert entspricht). Für $q_7^{(\prime)} = q_9^{(\prime)}$ ergibt sich ein größerer Fitbereich mit dem optimalen Wert $\chi^2 = 0$ durch die großen theoretischen Unsicherheiten. In den Szenarien, in denen nur $q_7^{(\prime)}$ nicht verschwindet, werden die $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle nur wenig von NP-Korrekturen beeinträchtigt,

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

so dass der Fit kein aussagekräftiges Bild liefert. Hier werden die anderen hadronischen B -Zerfälle wichtig, die zumindest nach Methode a) beide Szenarien gut einschränken können. Wir finden weiterhin, dass die Constraints für den q'_9 -Fall und den $q'_7 = q'_9$ -Fall stärker sind als in den entsprechenden Szenarien mit umgekehrter Parität, wodurch die besten Fitregionen abgeschnitten werden.

Wir können aus den Abbn. 3.4 bis 3.6 direkt Verstärkungsfaktoren der B_s -Zerfälle $\text{BR}^{\text{SM+NP}}/\text{BR}^{\text{SM}}$ in den erlaubten und bevorzugten Bereichen ablesen. Wir finden, dass viele Szenarien beträchtliche Verstärkungen erlauben und große Teile der erlaubten Gebiete außerhalb der rot markierten SM-Bereiche liegen. Dies bestätigt unsere Ausgangshypothese, dass gute Chancen auf klar erkennbare NP-Signale in den beiden reinen Isospin verletzenden Zerfallskanälen bestehen.

Tabelle 3.3. Maximale Verstärkungsfaktoren für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ relativ zu ihren SM-Werten im 1σ -CL-Bereich des Fits unter Berücksichtigung der Einschränkungen aus hadronischen B -Zerfällen nach Methode a). Wir verwenden die Standardwerte im SM und die Standardwerte (maximalen Werte) der NP-Vorhersage für beide Verzweigungsverhältnisse, jeweils für den q_i -Wert, der die größte Verstärkung ergibt. Für die Zahlen im unteren Teil der Tabelle wurde ΔA_{CP} nicht als Bedingung berücksichtigt.

Scenario	$\frac{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)}$	$\frac{\text{BR}(B_s \rightarrow \phi_L \rho_L^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(B_s \rightarrow \phi_L \rho_L^0)}$	$\frac{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}$
$q_7 \neq 0$	11.0 (18.7)	6.0 (9.9)	5.3 (8.4)
$q_9 \neq 0$	8.8 (16.4)	9.3 (17.0)	8.7 (15.1)
$q_7 = q_9 \neq 0$	1.0 (1.7)	11.5 (21.1)	10.8 (18.7)
$q'_7 \neq 0$	8.3 (15.6)	8.8 (16.4)	8.4 (14.7)
$q'_9 \neq 0$	6.2 (9.8)	2.8 (5.6)	2.7 (5.0)
$q'_7 = q'_9 \neq 0$	1.0 (1.7)	5.7 (8.9)	5.2 (7.9)
$q_7 = q'_9 \neq 0$	1.0 (1.7)	1.0 (1.7)	1.6 (2.3)
$q'_7 = q_9 \neq 0$	1.0 (1.7)	1.0 (1.7)	1.1 (1.8)
$q_7 = q'_7 \neq 0$	29.5 (48.1)	1.0 (1.7)	2.1 (3.0)
$q_9 = q'_9 \neq 0$	11.1 (20.5)	1.0 (1.7)	1.5 (2.2)
$q_7 = q'_7 = q_9 = q'_9 \neq 0$	1.0 (1.8)	1.0 (1.7)	2.3 (3.4)

In Tab. 3.3 geben wir die maximalen Verstärkungsfaktoren an, die innerhalb der durch den Fit bevorzugten 1σ -Region unter Berücksichtigung der übrigen Einschränkungen nach Methode a) erreichbar sind. Tab. 3.4 zeigt die entsprechenden Ergebnisse nach Methode b). Die nicht eingeklammerten Zahlen berechnen wir unter Verwendung der Standardabweichungen für die hadronischen Parameter nach Anhang B.2.3, sowohl für die SM-Vorhersagen als auch für die NP-Vorhersagen, wohingegen wir für die Zahlen in Klammern das jeweils obere Ende des Fehlerbereichs der NP-Vorhersage wählen. Die q_i -Werte werden im erlaubten Bereich immer so gewählt, dass die Verstärkung maximal wird. Da die paritätssymmetrischen Szenarien keinen Einfluss auf $B \rightarrow \pi K$ haben, sind sie streng genommen durch ΔA_{CP} auf 2σ -Niveau ausgeschlossen. Wir erhalten die maximalen Verstärkungsfaktoren in diesen Fällen nur unter Auslassung von ΔA_{CP} .

3.4. Modellunabhängige Analyse Neuer Physik in $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

Tabelle 3.4. Maximale Verstärkungsfaktoren für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ relativ zu ihren SM-Werten im 1σ -CL-Bereich des Fits unter Berücksichtigung der Einschränkungen aus hadronischen B -Zerfällen nach Methode b). Wir verwenden die Standardwerte im SM und die Standardwerte (maximalen Werte) der NP-Vorhersage für beide Verzweungsverhältnisse, jeweils für den q_i -Wert, der die größte Verstärkung ergibt. Für die Zahlen im unteren Teil der Tabelle wurde ΔA_{CP} nicht als Bedingung berücksichtigt.

Scenario	$\frac{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)}$	$\frac{\text{BR}(B_s \rightarrow \phi_L \rho_L^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(B_s \rightarrow \phi_L \rho_L^0)}$	$\frac{\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}$
$q_7 \neq 0$	77.4 (134.1)	72.5 (117.6)	66.9 (104.7)
$q_9 \neq 0$	12.0 (21.9)	12.6 (22.8)	11.8 (20.3)
$q_7 = q_9 \neq 0$	1.0 (1.7)	52.9 (90.9)	49.4 (81.0)
$q'_7 \neq 0$	56.6 (99.2)	59.5 (103.2)	54.0 (90.5)
$q'_9 \neq 0$	13.0 (20.6)	13.0 (20.5)	11.7 (18.1)
$q'_7 = q'_9 \neq 0$	1.0 (1.8)	36.3 (58.2)	32.8 (51.2)
$q_7 = q'_9 \neq 0$	1.0 (1.7)	1.0 (1.7)	2.5 (3.8)
$q'_7 = q_9 \neq 0$	1.0 (0.0)	1.1 (1.8)	2.5 (3.8)
$q_7 = q'_7 \neq 0$	76.0 (131.9)	1.0 (1.7)	3.8 (5.5)
$q_9 = q'_9 \neq 0$	13.0 (20.6)	1.0 (1.7)	1.5 (2.2)
$q_7 = q'_7 = q_9 = q'_9 \neq 0$	1.0 (1.8)	1.0 (1.7)	4.0 (5.9)

Die meisten Szenarien ermöglichen eine Verstärkung der Verzweungsverhältnisse von bis zu einer Größenordnung. Ausnahmen sind $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ für $q_7^{(\prime)} = q_9^{(\prime)}$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi_L \rho_L^0$ für paritätssymmetrische Fälle, was mit den jeweiligen Vorzeichen der q_i in Gl. (3.33) zu erklären ist. Die größten Effekte sind wie zu erwarten in den Szenarien möglich, die am schlechtesten über $B \rightarrow \pi K$ einzuschränken sind, d.h. wenn nur $q_7^{(\prime)} \neq 0$ ist oder in den paritätssymmetrischen Fällen. In letzteren würde eine Messung von $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ interessante Informationen über mögliche NP liefern, die über $B \rightarrow \pi K$ nicht erfasst werden können, während $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ keine große Verstärkung erhält. Darüber hinaus liefern je zwei zueinander paritätskonjugierte Szenarien in $B \rightarrow \pi K$ jeweils gleiche Ergebnisse bis auf eine Drehung um 180° in der komplexen q_i -Ebene, was in PV -Kanälen wie $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ nicht der Fall ist. Eine solche Messung wäre demnach auch der Unterscheidung zwischen links- und rechtshändiger NP dienlich.

Eine Verstärkung von $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0, \phi\rho^0)$ um eine Größenordnung wäre ein gut sichtbares und eindeutiges Signal für NP. Wir können aber auch die umgekehrte Frage stellen: Kann eine Erklärung der ΔA_{CP} -Diskrepanz durch ein bestimmtes NP-Szenario von einer SM-kompatiblen Messung der beiden Verzweungsverhältnisse ausgeschlossen werden? Wir finden aus den Abb. 3.4 bis 3.6, dass in fast allen hier betrachteten Szenarien Punkte innerhalb der bevorzugten Fitregion existieren, die keine sichtbare Verstärkung der B_s -Zerfälle generieren, d.h. ein solcher Ausschluss ist nicht möglich. Eine Ausnahme bildet der Fall, dass nur $q'_9 \neq 0$ ist: Hier erhalten wir einen minimalen Verstärkungsfaktor

3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ von 2.1, wenn wir das untere Ende der Theorievorhersage heranziehen. Mit den Standardwerten der QCDF-Parameter erhalten wir sogar den Faktor 2.7.

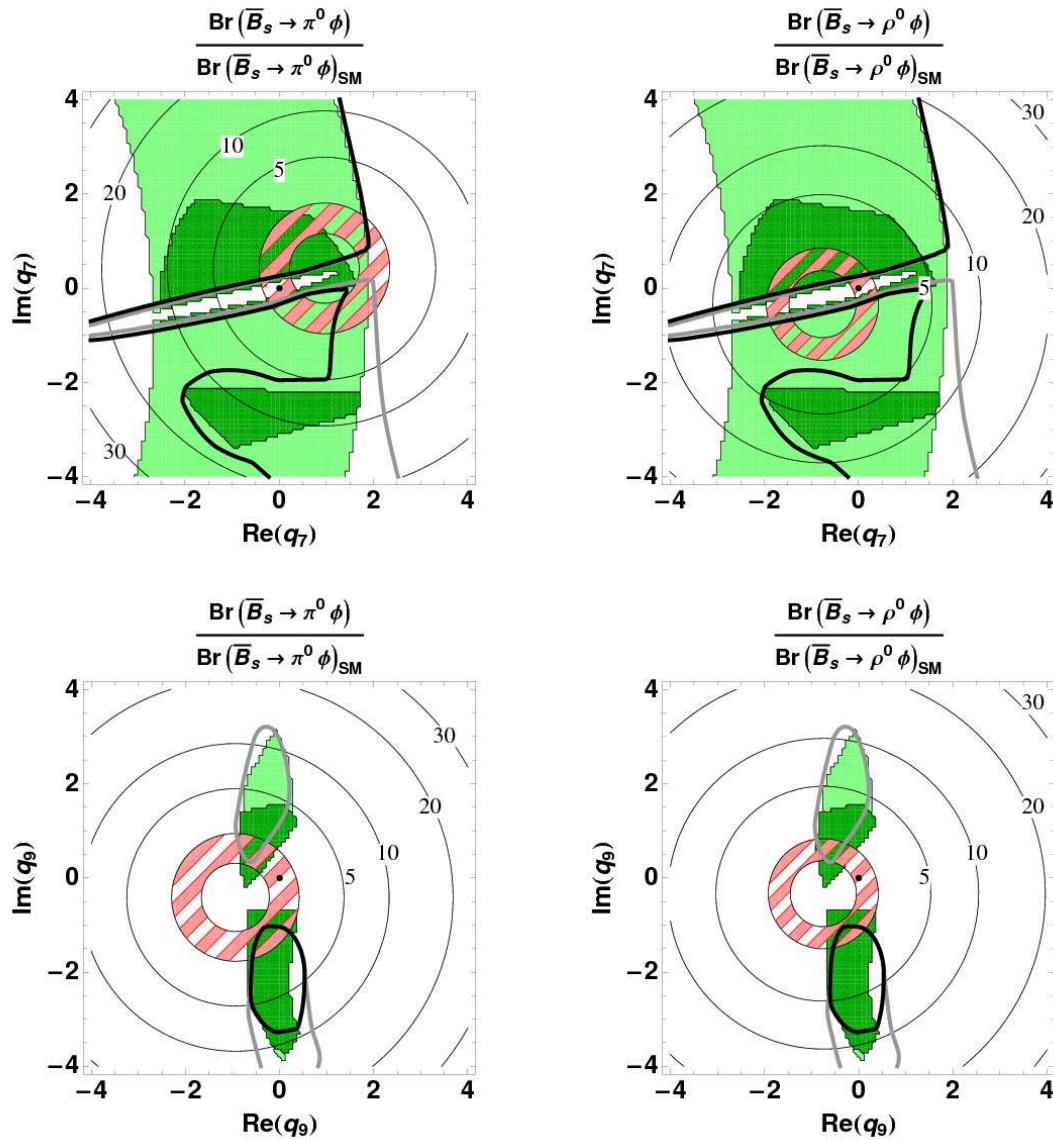
Tabelle 3.5. Die Isospin verletzenden Zerfälle am besten Fitpunkt im Szenario $q_9 \neq 0$.

Observable	$ q_9 = 1.9$ $\phi_9 = -100^\circ$
$\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0) \cdot 10^6$	$0.35^{+0.41}_{-0.19}$
$\text{BR}_L(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0) \cdot 10^6$	$0.90^{+0.98}_{-0.46}$
$\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0) \cdot 10^6$	$1.13^{+0.95}_{-0.38}$

Abschließend geben wir in Tab. 3.5 die Ergebnisse für den besten Fitpunkt im q_9 -Szenario an. Damit endet unsere modellunabhängige Untersuchung von NP-Korrekturen zu EW-Pinguinen und es bleibt die Frage, in welchen konkreten Modellen für Erweiterungen des SM die hier gefundenen spektakulären Verstärkungen der reinen Isospin verletzenden B_s -Zerfälle auftreten würden. Ein solches Modell muss das Potential für große Effekte in EW-Pinguinen haben und sollte gleichzeitig keine allzu großen Verstärkungen von Prozessen liefern, die von QCD-Pinguinen oder semileptonischen Pinguinen dominiert werden, um mit experimentellen Einschränkungen kompatibel zu sein. Außerdem müssen eventuelle Schranken aus den $B - \bar{B}$ -Oszillationen, radiativen B -Zerfällen und rein leptonischen B -Zerfällen in Betracht gezogen werden. Kandidaten für solche Modelle sind z.B. Erweiterungen des SM mit modifizierten Z^0 -Kopplungen an Quarks und solche mit schweren Z' -Bosonen. Wir studieren diese Modelle im Hinblick auf ihre Effekte in $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ in den Kapiteln 7 und 8. In der Literatur wurde auch SUSY als Erklärung der Diskrepanz in ΔA_{CP} über modifizierte EW-Pinguine vorgeschlagen [70, 71], wir untersuchen diese Möglichkeit in Kap. 6, nach einer kurzen Einführung in SUSY in Kap. 4 und der Analyse des minimal flavourverletzenden MSSM in Kap. 5.

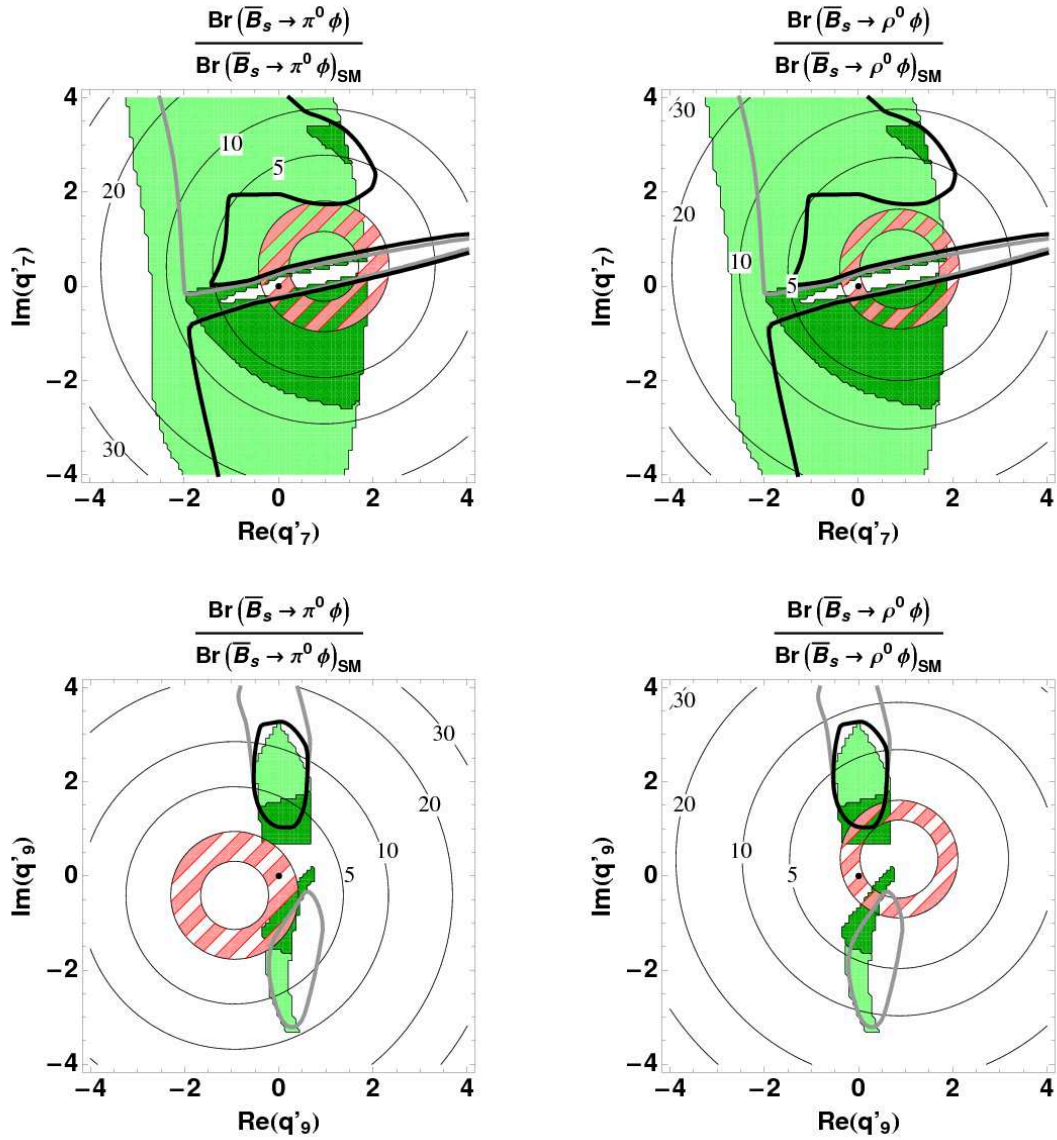
3.4. Modellunabhängige Analyse Neuer Physik in $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

Abb. 3.4. Verstärkungsfaktoren für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ relativ zu ihren SM-Werten in Abhängigkeit von q_7 (oben) und q_9 (unten), wobei jeweils alle anderen $q_i^{(l)}$ auf Null gesetzt werden. Erläuterungen finden sich im Text auf Seite 53. Für das q_7 -Szenario liegt die bevorzugte Region des Fits links der dicken schwarzen bzw. grauen Linie.



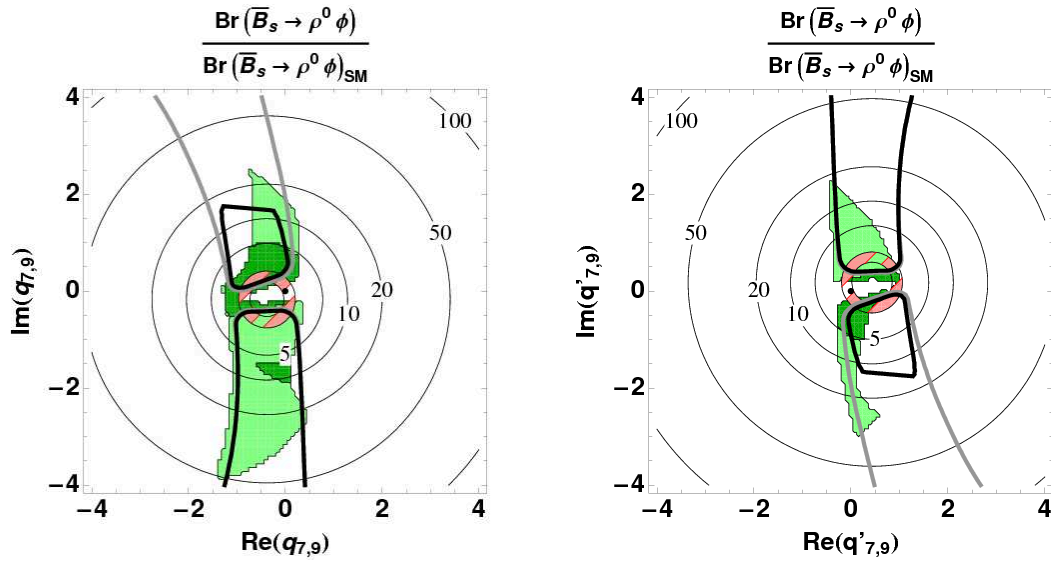
3. Isospin verletzende Neue Physik via $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$

Abb. 3.5. Verstärkungsfaktoren für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ relativ zu ihren SM-Werten in Abhängigkeit von q_7' (oben) und q_9' (unten), wobei jeweils alle anderen $q_i^{(\prime)}$ auf Null gesetzt werden. Erläuterungen finden sich im Text auf Seite 53. Für das q_7' -Szenario liegt die bevorzugte Region des Fits rechts der dicken schwarzen bzw. grauen Linie.



3.4. Modellunabhängige Analyse Neuer Physik in $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$

Abb. 3.6. Verstärkungsfaktoren für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ relativ zum SM-Wert in Abhängigkeit von $q_7 = q_9$ (links) und $q'_7 = q'_9$ (rechts), wobei jeweils alle anderen $q_i^{(\prime)}$ auf Null gesetzt werden. Erläuterungen finden sich im Text auf Seite 53.



4. Supersymmetrie

Gegenstand dieses Kapitels ist das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM). Grundlage dieser Theorie ist die SUSY als eine Symmetrie der Raumzeit, die als quantenfeldtheoretische Konsequenz eine Verknüpfung zwischen den beiden fundamentalen Teilchenklassen, Fermionen und Bosonen, herstellt. Überträgt man diesen Gedanken auf das bekannte SM, so muss man davon ausgehen, dass zu jedem bekannten Teilchen ein bisher unentdecktes Partnerteilchen der jeweils anderen Klasse existiert. Die neuen Teilchen werden bei der TeV-Skala vermutet, über Schleifeneffekte liefern sie aber signifikante Beiträge auch bei niedrigeren Energieskalen, d.h. auch zur B -Physik. Die Berechnung solcher Beiträge ist wichtig für die Einschränkung der Flavourstruktur des MSSM, die zunächst völlig unabhängig vom CKM-Mechanismus des SM ist. Hier soll zunächst die Motivation und der physikalische Gehalt der supersymmetrischen Erweiterung erläutert werden. In den sich anschließenden Kapiteln stehen die Auswirkungen auf die B -Physik im Vordergrund der Diskussion.

Das MSSM beruht auf dem Postulat einer neuen Symmetrie der Raumzeit zusätzlich zur Poincaré-Symmetrie. In der einfachsten Version, die man auch als $\mathcal{N} = 1$ -SUSY bezeichnet, geht man von der Erweiterung der Poincaré-Algebra um einen Generator aus, der Transformationen zwischen fermionischen und bosonischen Zuständen erzeugt. Die Poincaré-Algebra besteht aus den Generatoren der Raumzeit-Translationen P_μ und denen der Lorentztransformationen $M_{\mu\nu}$ mit den Relationen

$$\begin{aligned}
 [P_\mu, P_\nu] &= 0, & [M_{\mu\nu}, P_\rho] &= i(g_{\nu\rho}P_\mu - g_{\mu\rho}P_\nu), \\
 [M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] &= -i(g_{\mu\rho}M_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma}M_{\nu\rho} - g_{\nu\rho}M_{\mu\sigma} - g_{\nu\sigma}M_{\mu\rho}),
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

wobei $g_{\mu\nu}$ der metrische Tensor im Minkowski-Raum ist. Zusätzlich wird nun ein Dirac-Spinor Q als SUSY-Generator eingefügt, der folgende Beziehungen erfüllt:

$$\begin{aligned}
 [P_\nu, Q_a] &= 0, & [M_{\mu\nu}, Q_a] &= -(\Sigma_{\mu\nu})_{ab}Q_b, \\
 \{Q_a, Q_b\} &= -2(\gamma^\mu C)_{ab}P_\mu.
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Die hier verwendeten Abkürzungen sind in Anhang A.4 definiert. Diese erweiterte Algebra wird als Z_2 -graduierte Lie-Algebra bezeichnet. Der Generator Q erzeugt Transformationen zwischen fermionischen und bosonischen Zuständen, wobei die Relationen aus Gl. (4.1) erhalten bleiben.

Konstruiert man nun eine Feldtheorie, die supersymmetrisch, also invariant unter eben diesen Transformationen ist, so stellt man fest, dass diese Theorie die gleiche Anzahl von fermionischen und bosonischen Freiheitsgraden enthalten muss.

Will man das SM zu einer supersymmetrischen Theorie ausbauen, so muss man zu jedem linkshändigen oder rechtshändigen Fermion ein Boson mit der gleichen Masse und den gleichen Quantenzahlen - bis auf den Spin - als Partnerteilchen finden. Umgekehrt muss für jedes masselose Eichboson ein masseloses Fermion mit gleichen Quantenzahlen als Partner existieren. Dies ist mit dem Teilcheninhalt des SM alleine nicht möglich. Vielmehr muss man zu jedem bekannten SM-Teilchen ein neues, bisher nicht nachgewiesenes Partnerteilchen postulieren, d.h. das Teilchenspektrum verdoppelt sich. Zudem muss die SUSY in der Natur eine gebrochene Symmetrie sein, da sonst die Massen der neuen Teilchen exakt die gleichen sein müssten wie die der bisher gefundenen. Nur wenn die Partnerteilchen sehr viel schwerer sind, kann man verstehen, warum sie bisher an keinem Beschleuniger beobachtet wurden. Dabei ist die konkrete Art und Weise, wie die SUSY gebrochen wird, bisher noch Gegenstand vieler theoretischer Spekulationen, ohne dass sich bereits eine eindeutig bevorzugte Lösung dieses Problems herauskristallisiert hätte.

Die Tatsache, dass eine solche radikale Erweiterung des SM überhaupt in Erwägung gezogen wird, hat eine Reihe von theoretischen und phänomenologischen Hintergründen, die im folgenden Abschnitt erläutert werden.

4.1. Motivation von Supersymmetrie

Die Anfänge der SUSY in der theoretischen Physik liegen in den 1970er Jahren. Damals war bereits das Coleman-Mandula-Theorem [90] bekannt, das eine sehr starke Aussage über die Symmetrien der S-Matrix einer konsistenten vierdimensionalen Quantenfeldtheorie macht: Es besagt, dass die allgemeinste mögliche Symmetriegruppe lediglich das direkte Produkt der Poincaré-Gruppe mit internen Symmetrien wie beispielsweise einer Eichgruppe sein kann. Eine Erweiterung der Raumzeitsymmetrie oder eine nichttriviale Verknüpfung dieser mit internen Symmetrien ist ausgeschlossen. Vorausgesetzt wird dabei, dass es sich um kontinuierliche Symmetrien handelt, die mit Hilfe einer Lie-Algebra beschrieben werden.

Daran anknüpfend fanden mehrere unabhängige Gruppen beiderseits des Eisernen Vorhangs die gleiche Möglichkeit, die Voraussetzungen dieses Theorems zu umgehen, indem sie die Lie-Algebra der Poincaré-Gruppe um einen *antikommutierenden* Generator erweiterten [91–94] und damit die Lie-Algebra zu einer graduierten Lie-Algebra erweiterten (siehe oben). Damit erhält man die SUSY als Erweiterung der Poincaré-Symmetrie.

Im Wess-Zumino-Modell [95–97] wurde anschließend gezeigt, dass sich eine Quantenfeldtheorie nach Art des SM, die Fermionen und Eichbosonen in vier Raumzeit-Dimensionen enthält, mit der Forderung nach SUSY-Invarianz vereinbaren lässt. Dabei wird eine Eichtheorie aus Supermultipletts aufgebaut, d.h. Objekten, die sowohl Fermionfelder als auch Bosonfelder in sich vereinigen. Die Zahl der fermionischen und die der bosonischen Freiheitsgrade innerhalb eines Supermultipletts muss dabei gleich sein. Man erhält auf diese Weise also eine Theorie mit einem gewissen ästhetischen Wert, da die beiden fundamentalen Teilchenklassen nicht mehr voneinander getrennt sind.

Dies ist natürlich bei weitem nicht der einzige Nutzen von SUSY. Die Entwicklung der

4. Supersymmetrie

Stringtheorie wurde stark vorangetrieben durch die Erkenntnis, dass unter Einbeziehung von SUSY nicht mehr nur bosonische, sondern auch fermionische Strings möglich sind [92, 93]. In eine ähnliche Richtung gehen die Supergravitationstheorien [98–100], die durch Auffassung von SUSY als *lokaler* Symmetrie der Super-Raumzeit zu einer Quantenfeldtheorie der Gravitation gelangen, in der die Wechselwirkung durch ein Supermultiplett aus einem Spin-2-Graviton und seinem Spin-3/2-Superpartner Gravitino vermittelt wird. In beiden Fällen bleibt allerdings das ungelöste Problem, dass mehr als vier Raumzeitdimensionen benötigt werden.

Die globale SUSY führte, aufbauend auf dem Wess-Zumino-Modell, zur Erweiterung des SM zum MSSM [101–103]. Man stellte fest, dass diese Erweiterung einige bisherige Schwachstellen ausbessern kann. Zum einen liefert SUSY eine Lösung des Hierarchieproblems, das im Higgs-Sektor des SM auftritt. Dieses Problem besteht darin, dass die fermionischen Schleifenkorrekturen zum Higgs-Propagator quadratische UV-Divergenzen enthalten, also die physikalische Masse des Higgs scheinbar von der Größenordnung des UV-Cutoffs ist, oberhalb dessen das SM nicht mehr gültig ist, siehe Kap. 1. Dies widerspricht aber dem Befund, dass die elektroschwache Symmetriebrechung auf einer Skala von $\mathcal{O}(200\text{ GeV})$ auftritt und eine Higgs-Masse von dieser Größenordnung impliziert. Abhilfe könnten im SM nur zufällige Auslöschungen zwischen den einzelnen Schleifenbeiträgen, entsprechend einem Fine-tuning der Parameter des Higgs-Sektors, schaffen. Die Lösung dieses Problems durch SUSY erscheint wesentlich natürlicher: In einer exakt supersymmetrischen Theorie hat jedes Teilchen die gleiche Masse wie sein Superpartner, man findet deshalb in führender Ordnung zu jeder fermionischen Schleifenkorrektur des Higgs-Propagators eine entsprechend gleich große bosonische Korrektur. Da die Feynmanregeln für Fermionschleifen ein zusätzliches Minuszeichen vorsehen, heben sich die beiden Divergenzen exakt weg (siehe z.B. [104–107]).

Ein zweiter Vorteil der SUSY ist, dass sie eine Erklärung für die Existenz von dunkler Materie liefern kann. Diese für uns unsichtbare Materie dominiert im Universum über die sichtbare Materie, kann aber nicht aus den bekannten Teilchen des SM bestehen. Ein geeigneter Kandidat für dunkle Materie wäre ein Teilchen, das sowohl schwer, als auch stabil und lediglich schwach oder gravitativ wechselwirkend ist. Das MSSM liefert als geeigneten Kandidaten das leichteste Neutralino und in Supergravitationsszenarien auch das Gravitino, von denen eines üblicherweise das leichteste SUSY-Teilchen (lightest supersymmetric particle, LSP) ist. Das LSP kann bei Erhaltung der R-Parität, siehe Kap. 4.2.2, nicht mehr in leichtere Teilchen zerfallen, es ist also stabil.

Ein dritter interessanter Aspekt des MSSM betrifft die beiden elektroschwachen Kopplungskonstanten α_1 und α_2 und die starke Kopplungskonstante $\alpha_3 = \alpha_s$. Wenn man ihre RGE löst und die laufenden Konstanten über der Energie aufträgt, stellt man fest, dass sie sich bei etwa 10^{16} GeV sehr genau treffen, was im SM nicht der Fall ist [56]. Dies kann man als Hinweis auf eine supersymmetrische Große Vereinheitlichte Theorie oberhalb dieser Energieskala deuten, d.h. anstelle der drei Eichwechselwirkungen der SM-Gruppe $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ existiert dort nur noch eine einzige Eichgruppe mit einer einzigen Wechselwirkung.

4.2. Definition und Teilcheninhalt des MSSM

4.2.1. Formulierung einer supersymmetrischen Eichtheorie

Das MSSM ist per Definition die kleinstmögliche supersymmetrische Erweiterung des SM. Die Eichtheorie mit der Symmetriegruppe $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, die alle experimentellen Tests bisher hervorragend bestanden hat, wird dabei nach Art des Wess-Zumino-Modells auf Supermultipletts ausgedehnt. Dies sind Multipletts aus Feldern, die untereinander durch SUSY-Transformationen verbunden sind. Wir unterscheiden zwischen *chiralen Supermultipletts*, die wir zur Beschreibung von Materie benötigen, und *Vektor-Supermultipletts*, die auch als Eichsupermultipletts bezeichnet werden, zur Beschreibung von Eichwechselwirkungen. Wir folgen hier der Beschreibung in Ref. [108], die ohne den Superfeld-Formalismus auskommt.

Ein *chirales Supermultiplett* auf der Massenschale besitzt als Komponenten ein chirales zweikomponentiges Weyl-Fermionfeld ψ und ein komplexes Skalarfeld ϕ , d.h. jeweils zwei bosonische und fermionische Freiheitsgrade. Fordert man Invarianz unter SUSY-Transformationen¹, findet man die allgemeine renormierbare Lagrangedichte für miteinander wechselwirkende chirale Multipletts (ψ_i, ϕ_i) , wobei i die Multipletts nummeriert:

$$\mathcal{L}_{\text{chiral}} = -\partial_\mu \phi^{*i} \partial^\mu \phi_i + i\psi^{\dagger i} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu \psi_i - \frac{1}{2} \left(W^{ij} \psi_i \psi_j + W_{ij}^* \psi^{\dagger i} \psi^{\dagger j} \right) - W^i W_i^*. \quad (4.3)$$

Hier sind

$$W^i \equiv \frac{\delta W}{\delta \phi_i} \quad \text{und} \quad W_{ij} \equiv \frac{\delta^2 W}{\delta \phi_i \delta \phi_j} \quad (4.4)$$

Funktionalableitungen einer skalaren komplexen Funktion W , die *Superpotential* genannt wird und eine analytische Funktion der Skalarfelder ϕ_i ist. Die allgemeine Struktur des renormierbaren Superpotentials

$$W = L^i \phi_i + \frac{1}{2} M^{ij} \phi_i \phi_j + \frac{1}{6} y^{ijk} \phi_i \phi_j \phi_k \quad (4.5)$$

mit freien Parametern L_i , M^{ij} und y^{ijk} gilt, solange keine weiteren Symmetrieforderungen wie Eichinvarianz oder Erhaltung bestimmter Quantenzahlen gestellt werden.

Ein *Eichsupermultiplett* besteht auf der Massenschale aus einem masselosen Eichbosonfeld A_μ^a und einem zweikomponentigen Weyl-Fermionfeld λ^a , wobei der Index a die Generatoren der Eichgruppe nummeriert. Es beinhaltet demnach jeweils zwei bosonische und fermionische Freiheitsgrade. Die zugehörigen kinetischen Terme sind gegeben durch

$$\mathcal{L}_{\text{eich}}^{\text{kin}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + i\lambda^{\dagger a} \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda^a. \quad (4.6)$$

Das Ziel ist nun, eine supersymmetrische Eichtheorie aus chiralen Supermultipletts und Eichsupermultipletts zu konstruieren. Wir beschränken die Darstellung hier auf eine einzige Eichgruppe mit einem zugehörigen Eichsupermultiplett, Generatoren T^a und einer Eichkopplung g . Die Verallgemeinerung auf eine zusammengesetzte Eichgruppe erfordert lediglich eine erweiterte Notation. Zunächst ersetzt man wie üblich die Ableitungen der

¹Das Transformationsverhalten der Felder ist in Ref. [108] in Gl. (3.34-3.36) angegeben

4. Supersymmetrie

Materiefelder, hier also der Felder der chiralen Supermultipletts, durch kovariante Ableitungen:

$$\partial_\mu \phi_i \rightarrow D_\mu \phi_i = \partial_\mu \phi_i + igA_\mu^a (T^a \phi)_i \quad (4.7)$$

und analog für ϕ^{*i} und ψ_i . Durch SUSY-Invarianz-Argumente findet dann man alle weiteren möglichen Wechselwirkungsterme mit Eichbosonen und ihren Partnerfermionen. Insgesamt ergibt sich die folgende Lagrangedichte für diese modellhafte Eichtheorie:

$$\mathcal{L}_{\text{tot}} = \mathcal{L}_{\text{chiral}} + \mathcal{L}_{\text{eich}}^{\text{kin}} - \sqrt{2}g(\phi^{*i} T^a \psi_i) \lambda^a - \sqrt{2}g\lambda^{\dagger a} (\psi^{\dagger i} T^a \phi_i) - \frac{g^2}{2} (\phi^{*i} T^a \phi_i) (\phi^{*j} T^a \phi_j), \quad (4.8)$$

mit $\mathcal{L}_{\text{eich}}^{\text{kin}}$ aus Gl. (4.6) und $\mathcal{L}_{\text{chiral}}$, das sich aus den Gln. (4.3–4.5) mit der Ersetzung (4.7) ergibt. Dabei gilt es zu beachten, dass im Superpotential (4.5) alle Terme verboten sind, die keine Eichsingulets sind.

4.2.2. Das MSSM-Superpotential: Teilcheninhalt und R-Parität

Wir definieren das MSSM als *minimale* supersymmetrische Erweiterung des SM. Dies bedeutet konkret, dass keine Erweiterung der Eichgruppe $G_{\text{SM}} = SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ vorgenommen und der Teilcheninhalt der Theorie so wenig wie möglich ausgedehnt wird.

Wir ordnen also zunächst die Teilchen des SM verschiedenen chiralen Supermultipletts und Eichsupermultipletts zu. Es stellt sich heraus, dass es unmöglich ist, ein Boson und ein Fermion des SM zu einem Multiplett zusammenzufassen, da man keine solchen Teilchen mit den selben Eich- und Flavourquantenzahlen findet. Daher müssen wir zu jedem bekannten Teilchen ein hypothetisches Partnerteilchen postulieren, um die Multipletts zu vervollständigen. Wir erhalten dadurch den in Tab. 4.1 angegebenen Teilcheninhalt des MSSM, wobei zu beachten ist, dass es sich hier um Wechselwirkungseigenzustände und nicht um Masseneigenzustände handelt. Die Partnerteilchen der Leptonen und Quarks heißen *Sleptonen* und *Squarks*, sie bilden mit diesen chirale Multipletts. Die Eichbosonen bilden zusammen mit den *Winos*, *Binos* und *Gluinos* Eichsupermultipletts. Als Partner der Higgs-Bosonen führt man die *Higgsinos* ein, damit erhält man weitere chirale Multipletts. Bei den in der Tabelle angegebenen Quantenzahlen bezeichnen c bzw. I_W jeweils die Dimension der Darstellung der Eichgruppe $SU(3)$ bzw. $SU(2)$, mit der sich das Feld transformiert, während Y die zur Gruppe $U(1)$ gehörige Hyperladung ist. Die elektrische Ladung berechnet sich in unserer Konvention als $Q = I_W^3 + Y/2$.

In der Tabelle wird auffallen, dass der Higgs-Sektor des SM auf zwei $SU(2)$ -Dubletts erweitert wurde. Dies ist notwendig, um die Anomaliefreiheit der Theorie zu gewährleisten, wie man folgendermaßen einsehen kann: Um die Adler-Bell-Jackiw-Anomalie [109, 110] des Axialvektorstroms zu vermeiden, die die Eichsymmetrie der schwachen Wechselwirkung außer Kraft setzen kann, müssen sich wie im SM die Hyperladungen der Fermionen zu Null addieren. Die Higgsino-Dubletts tragen die Hyperladungen $Y_{H_u} = +1$ und $Y_{H_d} = -1$, es werden also beide Dubletts benötigt. Die Bezeichnung mit Indizes u und d wird weiter unten erklärt.

Die Felder des MSSM sind damit festgelegt, wir können nun also die möglichen Wechselwirkungen betrachten. Nach den Ergebnissen der beiden vorigen Abschnitte können wir

Tabelle 4.1. Wechselwirkungseigenzustände des MSSM vor der elektroschwachen Symmetriebrechung mit ihren Quantenzahlen.

	SM	(c, I_W, Y)	SUSY
(S)quarks (3 Gen.)	$Q = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$ u_R d_R	$(3, 2, +\frac{1}{3})$ $(3, 1, +\frac{4}{3})$ $(3, 1, -\frac{2}{3})$	$\tilde{Q} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_L \\ \tilde{d}_L \end{pmatrix}$ \tilde{u}_R \tilde{d}_R
(S)leptonen (3 Gen.)	$L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L \end{pmatrix}$ e_R	$(1, 2, -1)$ $(1, 1, -1)$	$\tilde{L} = \begin{pmatrix} \tilde{\nu}_e \\ \tilde{e}_L \end{pmatrix}$ \tilde{e}_R
Eichbosonen und Gauginos	$W_\mu^{1,2,3}$ B_μ $g_\mu^{1,\dots,8}$	$(1, 3, 0)$ $(1, 1, 0)$ $(8, 1, 0)$	$\tilde{W}^{1,2,3}$ \tilde{B} $\tilde{g}^{1,\dots,8}$
Higgs-Bosonen und Higgsinos	$H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ H_u^0 \end{pmatrix}$ $H_d = \begin{pmatrix} H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}$	$(1, 2, +1)$ $(1, 2, -1)$	$\tilde{H}_u = \begin{pmatrix} \tilde{H}_u^+ \\ \tilde{H}_u^0 \end{pmatrix}$ $\tilde{H}_d = \begin{pmatrix} \tilde{H}_d^0 \\ \tilde{H}_d^- \end{pmatrix}$

drei Arten von Wechselwirkungen unterscheiden: Eichwechselwirkungen, Wechselwirkungen aus dem Superpotential und den letzten Term (D-Term) in Gl. (4.8). Die Eichwechselwirkungen sind diejenigen des SM und ihre supersymmetrisierten Varianten, d.h. Terme, bei denen jeweils zwei SM-Felder durch ihre SUSY-Partner ersetzt wurden. Der D-Term ergibt eine Wechselwirkung von vier Skalarfeldern, die paarweise gleich sind. Zu beachten ist, dass wir Gl. (4.8) für eine Theorie mit einer einzigen Eichwechselwirkung, der die beteiligten Skalarfelder unterliegen, niedergeschrieben haben. Im MSSM gibt es für alle drei Eichwechselwirkungen jeweils einen D-Term, wobei im $SU(3)$ -Term nur Squarkfelder auftreten, im $SU(2)$ -Term nur linkshändige Sfermion- und Higgs-Felder und im $U(1)$ -Term alle Skalare.

Betrachten wir nun das Superpotential des MSSM. Die allgemeine Form in Gl. (4.5) wird dabei eingeschränkt durch die Forderung nach Eichinvarianz. Der L_i -Term ist ausgeschlossen, da es kein Eichsingulett mit Hyperladung $Y = 0$ gibt. Die M_{ij} -Terme erzeugen durch die Funktionalableitungen des Superpotentials letztendlich Fermion-Massenterme in der Lagrangedichte Gl. (4.3) und verletzen daher die Eichinvarianz, analog zu Fermion-Massentermen im SM. Eine Ausnahme bilden hier lediglich die chiralen Higgs-Supermultipletts. Sie können zu einem gemischten Massenterm der Form $\epsilon_{\alpha\beta} H_u^\alpha H_d^\beta$ kombiniert werden, der nach der Funktionalableitung eine Higgsinomasse erzeugt. Dieser Term ist $SU(2)$ -invariant und hat Hyperladung $Y = 0$, siehe obigen Absatz zur Anomaliefreiheit. Die y_{ijk} -Terme erzeugen Yukawa-Kopplungen und damit letztendlich auch über den Higgs-Mechanismus die Massenterme der Fermionen. Die Yukawa-Kopplungen des SM

4. Supersymmetrie

werden reproduziert, wenn folgende Struktur festgelegt wird:

$$W_{\text{MSSM}} = \mu H_u H_d + Y_U H_u \tilde{Q} \tilde{u}_R^* - Y_D H_d \tilde{Q} \tilde{d}_R^* - Y_E H_d \tilde{L} \tilde{e}_R^* \quad (4.9)$$

Die $SU(2)$ -Dubletts werden dabei durch nicht explizit dargestellte Levi-Civita-Tensoren eichinvariant kontrahiert. Die Kopplungen Y_U , Y_D , und Y_E sind i.A. dreidimensionale nicht-diagonale Matrizen im Flavourraum.

Hier wird ein weiterer Grund deutlich, warum das MSSM zwei Higgs-Dubletts benötigt. Da das Superpotential eine analytische Funktion der Felder sein muss (siehe Abschnitt 4.2.1), können die beiden Quark-Massenterme nicht über ein Higgs-Feld H und sein konjugiertes Feld H^* formuliert werden, obwohl es die Eichinvarianz genau wie im SM erlauben würde. Um zu erklären, warum alle Quarks massiv sind, benötigt man also ein zweites Dublett. Dies ist auch der Sinn der Unterscheidung der Higgs-Felder mit Indizes u und d . Das MSSM ist damit ein *Zwei-Higgs-Dublett-Modell* (2HDM) vom Typ II: Jedes Dublett koppelt entweder an up-artige oder an down-artige Quarks, aber nicht an beide.

Leider sind die in Gl. (4.9) aufgeführten Terme noch nicht die ganze Wahrheit. Sie reichen aus phänomenologischer Sicht aus, um die gut bestätigten Vorhersagen des SM zu reproduzieren, es lassen sich aber noch weitere eichinvariante Terme finden. In ihnen sind Slepton- oder Squarkfelder in ungerader Anzahl enthalten, was über die Formeln (4.3–4.5) dazu führt, dass die MSSM-Lagrangedichte Wechselwirkungen enthält, die die Baryonzahlerhaltung oder die Leptonzahlerhaltung verletzen. Im SM sind diese beiden Symmetrien zufällig enthalten und werden vom Experiment sehr gut bestätigt, bspw. durch sehr starke Einschränkungen an die Lebensdauer des Protons. Um solche unerwünschten Terme auch im MSSM auszuschließen, müssen wir jedoch eine zusätzliche Symmetrie einführen. Dies führt zum Konzept der *Materie-Parität* oder der *R-Parität* [111–114].

Unter der Materie-Parität M_p verstehen wir eine Quantenzahl der Supermultipletts, von der gefordert wird, dass sie an jedem MSSM-Vertex multiplikativ erhalten ist. Wir definieren

$$M_p = (-1)^{3(B-L)}, \quad (4.10)$$

wobei B die Baryonzahl und L die Leptonzahl ist. Damit haben Quark- und Lepton-Supermultipletts ungerade Materie-Parität, während die Supermultipletts der Eichbosonen und Higgs-Bosonen gerade sind. Phänomenologisch äquivalent dazu ist die R-Parität R_p , die gegeben ist durch

$$R_p = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (4.11)$$

und sich auf die einzelnen Komponenten der Multipletts bezieht, dabei ist s der Spin. Alle SM-Teilchen und alle Higgs-Bosonen haben damit $R_p = 1$, ihre SUSY-Partner haben $R_p = -1$. Beide Symmetrien sind äquivalent dadurch, dass sie das MSSM-Superpotential auf die in Gl. (4.9) dargestellten Terme reduzieren. Die R-Parität verdeutlicht die phänomenologisch wichtige Konsequenz, dass unter dieser Symmetrie alle SUSY-Partner nur paarweise produziert werden und nicht ausschließlich in SM-Teilchen zerfallen können. Das leichteste SUSY-Teilchen ist dadurch stabil und ein guter Kandidat für dunkle Materie. Alternativ zu R-Parität und Materie-Parität wurde auch Minimale Flavourverletzung (siehe Kap. 5.1.1) zur Unterdrückung der unerwünschten Terme des Superpotentials vorgeschlagen [115]. Dabei verschwinden die Terme allerdings nicht vollständig, sondern sind durch kleine Yukawa-Kopplungen unterdrückt.

Im Folgenden werden wir diesen Weg nicht weiter verfolgen, sondern definieren das MSSM als die *minimale supersymmetrische Erweiterung des SM unter Erhaltung der R-Parität bzw. Materie-Parität*.

4.2.3. SUSY-Brechung im MSSM

Bisher haben wir das MSSM unter der Forderung exakter SUSY-Invarianz behandelt. Unter dieser Voraussetzung wären innerhalb eines jeden Supermultipletts die Teilchen gleich schwer und damit im zugänglichen Energiebereich der letzten Generation von Teilchenbeschleunigern wie LEP oder Tevatron. Die bisher ergebnislose Suche nach SUSY bedingt also, dass wir es mit einer *spontan gebrochenen Symmetrie* zu tun haben.

Wie man schon früh festgestellt hat, ist die einfachste Variante der Brechung, in der man einem Skalarfeld innerhalb des MSSM einen SUSY-brechenden Vakuumerwartungswert zuordnet, experimentell ausgeschlossen. Der Grund dafür sind Summenregeln der Form

$$m_{\tilde{u}_L}^2 + m_{\tilde{u}_R}^2 + m_{\tilde{d}_L}^2 + m_{\tilde{d}_R}^2 - 2m_u^2 - 2m_d^2 = 0, \quad (4.12)$$

die für alle Supermultipletts abgeleitet werden können [116]. Als Ausweg postuliert man, dass die Brechung in einem „unsichtbaren“ Sektor stattfindet, d.h. einem Sektor, der vom MSSM weitgehend entkoppelt ist, und sich durch einen speziellen Mechanismus auf die MSSM-Supermultipletts auswirkt. Vorgeschlagene Mechanismen umfassen beispielsweise Gravitation (mSUGRA) [117–121], Eichwechselwirkungen [122–124] und Anomalien [125, 126].

Das Ergebnis einer solchen Brechung sind SUSY-brechende Terme, die in einer allgemeinen Form parametrisiert werden können und zur Lagrangedichte des MSSM hinzugefügt werden. Man spricht von *weicher* Brechung, da diese Terme Massendimension < 4 haben müssen, um die in Kap. 4.1 diskutierte Auslöschung von quadratischen Divergenzen nicht zu zerstören [127]. Die Massenskala solcher Terme sollte nicht allzu weit von der elektroschwachen Skala entfernt liegen, um das Auftreten von großen Logarithmen der Form $\ln(M_{\text{SUSY}}/M_{\text{EW}})$ zu verhindern, die ebenfalls wieder ein Fine-tuning zur Stabilisierung der Higgs-Masse erfordern würden.

Die allgemeinste Form dieser Terme ist in der elektroschwachen Basis gegeben durch

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{soft}} = & \frac{1}{2}(M_3\tilde{g}^a\tilde{g}^a + M_2\tilde{W}^a\tilde{W}^a + M_1\tilde{B}\tilde{B}) + h.c. \\ & - (m_{\tilde{Q}}^2)^{ij}\tilde{Q}_i^\dagger\tilde{Q}_j - (m_{\tilde{u}}^2)^{ij}\tilde{u}_{Ri}^*\tilde{u}_{Rj} - (m_{\tilde{d}}^2)^{ij}\tilde{d}_{Ri}^*\tilde{d}_{Rj} \\ & - (m_{\tilde{L}}^2)^{ij}\tilde{L}_i^\dagger\tilde{L}_j - (m_{\tilde{e}}^2)^{ij}\tilde{e}_{Ri}^*\tilde{e}_{Rj} \\ & - m_{H_u}^2 H_u^\alpha H_u^\alpha - m_{H_d}^2 H_d^\alpha H_d^\alpha + (m_3^2 \epsilon_{\alpha\beta} H_d^\alpha H_u^\beta + h.c.) \\ & - \epsilon_{\alpha\beta} \left[T_E^{ij} H_d^\alpha \tilde{L}_i^\beta \tilde{e}_{Rj}^* - T_U^{ij} H_u^\alpha \tilde{Q}_i^\beta \tilde{u}_{Rj}^* - T_D^{ij} H_d^\alpha \tilde{Q}_i^\beta \tilde{d}_{Rj}^* \right] + h.c. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Hier sind $i, j = 1, 2, 3$ Generationen-Indizes und $\alpha, \beta = 1, 2$ $SU(2)$ -Indizes. Die erste Zeile beinhaltet Majorana-Massen $M_{1,2,3}$ für die Gauginos, die i.A. komplex sind. In der zweiten und dritten Zeile stehen hermitesche Massenmatrizen für die links- und rechtshändigen

4. Supersymmetrie

Sfermionen, desweiteren haben wir in der vierten Zeile die reellen Higgs-Massen m_{H_u} und m_{H_d} in Kombination mit dem komplexen Parameter m_3 . Abschließend enthält die letzte Zeile die sogenannten A-Terme, die drei skalare Felder aneinander koppeln bzw. links- und rechtshändige Sfermionen mischen, wenn die Higgs-Felder durch Vakuumerwartungswerte (vacuum expectation values, VEVs) ersetzt werden. Die Matrizen $T_{U,D,E}$ sind dabei allgemeine komplexe 3×3 -Matrizen. Wir verwenden hier und im Folgenden die Konventionen des *SUSY Les Houches Accord* (SLHA) [128, 129], falls nicht anders angegeben.

Alle diese SUSY-brechenden Parameter sind frei, d.h. die Theorie gibt keinerlei Auskunft über mögliche Werte. Man kommt so im MSSM auf 124 reelle freie Parameter [130], im Vergleich zu lediglich 19 im SM, Neutrinomassen nicht eingerechnet. Die Einschränkung der möglichen Werte einiger dieser Parameter gehört zu den wichtigsten Zielen dieser Arbeit und wird in späteren Kapiteln ausführlich behandelt.

Durch Rotationen der Felder lassen sich zwei Phasen in Gl. (4.13) eliminieren, wir verwenden im Folgenden die Konvention, dass m_3^2 und M_3 reell sind. Damit ist M_3 auf tree-level direkt die physikalische Gluinomasse und die VEVs v_u und v_d der Higgs-Felder sind reell und positiv. Wir rotieren die Higgs-Doublets so, dass nach Minimierung des Higgs-Potentials gilt:

$$H_u = \begin{pmatrix} H_u^+ \\ v_u + H_u^0 \end{pmatrix}, \quad H_d = \begin{pmatrix} v_d + H_d^0 \\ H_d^- \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

In dieser Notation ist $v = \sqrt{v_u^2 + v_d^2} = 174 \text{ GeV}$, wohingegen das Verhältnis

$$\tan \beta \equiv \frac{v_u}{v_d} \quad (4.15)$$

ein freier Parameter ist.

Die elektroschwache Symmetriebrechung $SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{\text{em}}$ resultiert wie im SM in massiven Eichbosonen W^\pm und Z^0 und einem masselosen Photon. Aus den acht Freiheitsgraden der Higgs-Doublets werden drei unphysikalische Goldstone-Bosonen und fünf physikalische Higgs-Teilchen, die mit h^0 , H^0 , A^0 und H^\pm bezeichnet werden. Abschließend müssen noch mögliche Mischungen zwischen Teilchen mit gleicher elektrischer Ladung, gleicher Farbe und gleichem Spin durch gemeinsame Massenterme berücksichtigt werden. Dies geschieht am einfachsten durch die Zusammenfassung aller Massenterme in den in Refn. [128, 129] angegebenen Massenmatrizen, die anschließend diagonalisiert werden. Wir wählen eine Basis der Quark-Supermultipletts so, dass die Massenmatrizen der Quarks diagonal sind, die sogenannte Super-CKM-Basis. Squarks können in dieser Basis durch die SUSY-Brechung allerdings immer noch Mischungsterme erhalten und jeweils sechs neue Masseneigenzustände im up-Sektor und im down-Sektor bilden. Das gleiche gilt analog für (S)leptonen und (S)neutrinos. Desweiteren mischen die neutralen Higgsinos mit den neutralen Winos und Binosen (bzw. Photinos und Zinos) zu *Neutralinos* und genauso die geladenen Higgsinos mit den geladenen Winos zu *Charginos*. Damit erhalten wir die in Tab. 4.2 zusammengefassten Masseneigenzustände der SUSY-Teilchen.

Schreibt man die Lagrangedichten aus Gln. (4.8) und (4.13) in der Basis dieser Masseneigenzustände, lassen sich daraus alle Feynmanregeln des MSSM ableiten. Sie finden sich zusammengefasst in den Refn. [131] und [132].

Tabelle 4.2. Masseneigenzustände der SUSY-Teilchen.

Squarks	Sleptonen	Neutralinos	Charginos	Gluinos
$\tilde{u}_{1,\dots,6}, \tilde{d}_{1,\dots,6}$	$\tilde{e}_{1,\dots,6}, \tilde{\nu}_{1,\dots,3}$	$\tilde{\chi}_{1,\dots,4}^0$	$\tilde{\chi}_{1,2}^\pm$	$\tilde{g}_{1,\dots,8}$

Wir bemerken hier einen dritten Grund für die Einführung eines zweiten Higgs-Doublets im MSSM: Wir benötigen zwei geladene Higgsinos \tilde{H}_u^+ und \tilde{H}_d^- , die mit den beiden geladenen Winos Dirac-Massenterme bilden und mischen. Andernfalls würde sich die 4×4 -Massenmatrix der Charginos, die üblicherweise in der Basis $(\tilde{W}^+, \tilde{H}_u^+, \tilde{W}^-, \tilde{H}_d^-)$ geschrieben wird, auf eine 3×3 -Matrix mit Rang 2 reduzieren. Damit müsste ein masseloses Chargino existieren, was der experimentellen Erfahrung widerspricht.

5. B -Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

In diesem Kapitel erläutern wir zunächst, warum das allgemeine MSSM ein Flavour- und CP -Problem beinhaltet. Zur Lösung dieses Problems verwenden wir den Ansatz der Minimalen Flavourverletzung und untersuchen, welche wichtigen SUSY-Effekte in diesem Szenario in der B -Physik auftreten. Auf diese Weise kommen wir zum Hauptgegenstand des Kapitels, dem Szenario mit großem $\tan\beta$. Wir berechnen sämtliche $\tan\beta$ -verstärkten Schleifenkorrekturen und diskutieren deren Aufsummation zu allen Ordnungen der Störungstheorie. Wir verallgemeinern dabei die bisher bekannten Ergebnisse auf beliebige Werte der SUSY-Massen und komplexe Parameter und finden neue flavourändernde Kopplungen von Gluinos und Neutralinos. Wir fassen die Ergebnisse in effektiven Feynmanregeln zusammen, mit Hilfe derer wir anschließend phänomenologisch relevante Prozesse untersuchen, und finden dabei neue interessante Effekte in B -Zerfällen.

5.1. Das SUSY-Flavour-(CP-)Problem und Minimale Flavourverletzung

Wie im vorigen Kapitel dargestellt, sind einige der freien Parameter der SUSY-brechenden Lagrangedichte in Gl. (4.13) Matrizen im Flavourraum, die in der Super-CKM-Basis i.A. nicht diagonal sind. Weiterhin enthält Gl. (4.13) Parameter mit physikalischen komplexen Phasen. Damit bildet die SUSY-Brechung eine neue Quelle von Flavour- und CP -Verletzung, die nicht mit der CKM-Matrix des SM in Beziehung steht. Die natürliche Erwartung, dass sämtliche massebehafteten Parameter, egal ob flavourdiagonal oder nicht, Werte der Größenordnung $M_{\text{susy}} = \mathcal{O}(1 \text{ TeV})$ annehmen und keine speziellen Einschränkungen für die komplexen Phasen existieren, führt aber zu massiven Diskrepanzen mit den aktuellen experimentellen Daten, da letztere den CKM-Mechanismus sehr gut bestätigen.

Um die Vorhersagen mit den aktuellen Daten von flavourändernden Zerfällen und Meson-Oszillationen in Einklang zu bringen, muss entweder die SUSY-Brechungsskala M_{susy} weit über der TeV-Skala gewählt werden, was die Motivation von SUSY über die Stabilisierung der Higgs-Masse zerstören würde, oder die Außerdiagonalelemente der Squark-Massenmatrizen müssen sehr klein gewählt werden. Eine aktuelle quantitative Studie hierzu findet sich in Ref. [133], dort wird festgestellt, dass im Down-Sektor lediglich zwischen der zweiten und dritten Generation noch Mischungsterme im Bereich $\mathcal{O}(M_{\text{susy}})$

möglich sind. Im Up-Sektor sind die Einschränkungen weniger stark, da flavourändernde Top-Quark-Zerfälle und $D^0 - \bar{D}^0$ -Oszillationen experimentell nur schwer zugänglich sind.

Elektrische Dipolmomente von Elektronen, Neutronen und Kernen schränken zusätzlich die flavourdiagonalen komplexen Phasen in μ , M_i und den $(1, 1)$ -Diagonalelementen von T_U , T_D und T_E stark ein [134]. Die Diagonalelemente der übrigen Matrizen in Gl. (4.13) sind aufgrund der Hermitizität reell. Weitere Einschränkungen bezüglich der flavourdiagonalen $\tilde{q}_L - \tilde{q}_R$ -Mischung [135] und der Squark-Flavourmischung [136] können aus einem Natürlichkeitsargument abgeleitet werden: SUSY-Schleifenkorrekturen zu den Quarkmassen und den CKM-Matrixelementen sollten nicht größer sein, als die gemessenen Werte, da sonst eine unnatürliche Feinabstimmung zwischen tree-level-Werten und Schleifenkorrekturen existieren müsste, die für eine gegenseitige Auslöschung sorgt.

Die hier beschriebene Diskrepanz zwischen der im generischen MSSM zu erwartenden Flavour- und CP -Verletzung und der experimentellen Erkenntnis, dass Abweichungen vom CKM-Mechanismus kaum sichtbar sind, ist als *SUSY-Flavour-Problem* bzw. *SUSY-CP-Problem* bekannt. Eine mögliche Lösung dieses Problems besteht in der Einführung einer neuen Symmetrie, die die Struktur der SUSY-brechenden Terme einschränkt. Dies kann einerseits in einem konkreten Modell der SUSY-Brechung bei einer hohen Energieskala geschehen, andererseits kann das MSSM auch als effektive Theorie bei der TeV-Skala aufgefasst und die Symmetrie dort implementiert werden. Im Folgenden werden wir eine sehr weitgehende Symmetrieannahme darlegen, die als *Minimale Flavourverletzung* bezeichnet wird. Wir beschränken die Diskussion von nun an auf den für uns relevanten Quarksektor und gehen auf Lepton-Flavourverletzung nicht mehr explizit ein.

5.1.1. Minimale Flavourverletzung

Die minimalste denkbare Version von Flavourverletzung im SUSY-Brechungs-Sektor ist die vollständige Universalität der Brechungsterme

$$m_Q^2 \propto m_u^2 \propto m_d^2 \propto \mathbb{1}, \quad T_U \propto Y_U, \quad T_D \propto Y_D. \quad (5.1)$$

Diese Annahme hat allerdings den Nachteil, dass sie nicht invariant unter der RGE ist. Sie kann zwar durch einen flavourblinden Mechanismus der Vermittlung der Brechung an die MSSM-Teilchen motiviert werden, dies impliziert dann aber lediglich Universalität bei einer bestimmten Renormierungsskala. Im in der Literatur oft verwendeten minimalen Supergravitations-Szenario (mSUGRA) [117–121] erfolgt die Vermittlung durch die flavourblinde Gravitationswechselwirkung, die Universalitätsskala liegt dann aber bei der Planck-Masse $M_{Pl} = \mathcal{O}(10^{19} \text{ GeV})$, so dass durch RGE-Effekte an der SUSY-Skala Außerdiagonalelemente der Größenordnung $1/(4\pi)^2 \ln(M_{Pl}^2/M_{\text{susy}}^2)$ erwartet werden. Einfacher ist die Situation in Brechungsszenarien mit Vermittlung durch Eichwechselwirkung (*gauge mediation*, GMSB) [122–124], wo die Brechung bei wesentlich niedrigeren Skalen stattfindet und damit RGE-Effekte klein sind.

Als RGE-invariante Alternative wurde in Ref. [137] die *Minimale Flavourverletzung* (MFV) ausgearbeitet. Hier geht man vom MSSM als effektiver Theorie an der TeV-Skala aus, ohne ein spezielles Szenario für die Physik an höheren Skalen festzulegen. Die entscheidende Beobachtung ist, dass die ungebrochene Theorie genau wie das SM eine Flavoursymmetrie $U(3)_Q \times U(3)_u \times U(3)_d$ (siehe auch Gl. 2.5) aufweist, die durch die Yukawa-

5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

Kopplungen Y_U und Y_D gebrochen wird. Genau diese Matrizen sind auch für die Brechung der Universalität der SUSY-Brechungsterme durch RGE-Effekte verantwortlich. Es liegt also nahe, MFV dadurch zu definieren, dass *alle flavourverletzenden Terme direkt aus den Yukawa-Kopplungen stammen, d.h. der Yukawa-Sektor die einzige Quelle von Flavourverletzung ist.*

Technisch geschieht dies durch eine Symmetrieforderung. Nach Abspaltung von $U(1)$ -Faktoren verbleibt die Flavoursymmetrie

$$G_q = SU(3)_Q \times SU(3)_u \times SU(3)_d, \quad (5.2)$$

die von den Yukawa-Matrizen gebrochen wird. Die supersymmetrische Lagrangedichte bleibt aber formal invariant, wenn die Yukawa-Matrizen als Spurionfelder aufgefasst werden, die sich wie

$$Y_U \sim (\bar{3}, 3, 1) \quad \text{und} \quad Y_D \sim (\bar{3}, 1, 3) \quad (5.3)$$

unter G_q transformieren. Die MFV-Annahme besteht nun darin, diese Invarianz auch für die SUSY-Brechungsterme zu fordern. Damit lassen sich die SUSY-Brechungsterme als Potenzreihe in den Yukawa-Matrizen $Y_U^\dagger Y_U$ und $Y_D^\dagger Y_D$ schreiben [137]. Wie in den Arbeiten [115, 138] erläutert wurde, spannen die Potenzen dieser Matrizen den Raum der hermiteschen 3×3 -Matrizen auf, so dass die Potenzreihe alleine noch nichts über die Flavourstruktur einer hermiteschen 3×3 -Matrix wie z.B. m_Q^2 aussagt. Zusätzlich muss die Forderung gestellt werden, dass alle Koeffizienten der Reihe von der Größenordnung $\mathcal{O}(1)$ sind. Dann sind alle nicht-diagonalen Terme durch die aus dem SM in einer Diagonalebasis

$$Y_U = \hat{Y}_U V, \quad Y_D = \hat{Y}_D \quad (5.4)$$

mit diagonalen $\hat{Y}_{U,D}$ ableitbaren Beziehungen

$$(Y_U^\dagger Y_U)_{ij} \approx y_t^2 V_{3i}^* V_{3j}, \quad (Y_D^\dagger Y_D)_{ij} \approx y_b^2 \delta_{i3} \delta_{j3} \quad (5.5)$$

offensichtlich durch CKM-Elemente unterdrückt. Hierbei wurden die diagonalisierten Yukawa-Kopplungen der ersten und zweiten Generation vernachlässigt. Weiterhin folgt in der selben Näherung, dass höhere Potenzen von $Y_U^\dagger Y_U$ und $Y_D^\dagger Y_D$ proportional zu den entsprechenden ersten Potenzen sind, so dass man letztendlich die endlichen Reihen [138]

$$m_Q^2 = m_0^2 \left[a_1 + b_1 Y_U^\dagger Y_U + b_2 Y_D^\dagger Y_D + (b_3 Y_D^\dagger Y_D Y_U^\dagger Y_U + h.c.) \right], \quad (5.6)$$

$$m_{\tilde{u}}^2 = m_0^2 \left[a_2 + Y_U \left(b_5 + c_1 Y_U^\dagger Y_U + c_2 Y_D^\dagger Y_D + (c_3 Y_D^\dagger Y_D Y_U^\dagger Y_U + h.c.) \right) Y_U^\dagger \right], \quad (5.7)$$

$$m_{\tilde{d}}^2 = m_0^2 \left[a_3 + Y_D \left(b_6 + c_4 Y_U^\dagger Y_U + c_5 Y_D^\dagger Y_D + (c_6 Y_D^\dagger Y_D Y_U^\dagger Y_U + h.c.) \right) Y_D^\dagger \right], \quad (5.8)$$

$$T_U = A_0 Y_U \left(a_4 + b_7 Y_D^\dagger Y_D + c_7 Y_U^\dagger Y_U + c_8 Y_D^\dagger Y_D Y_U^\dagger Y_U + c_9 Y_U^\dagger Y_U Y_D^\dagger Y_D \right), \quad (5.9)$$

$$T_D = A_0 Y_D \left(a_5 + b_8 Y_U^\dagger Y_U + c_{10} Y_D^\dagger Y_D + c_{11} Y_D^\dagger Y_D Y_U^\dagger Y_U + c_{12} Y_U^\dagger Y_U Y_D^\dagger Y_D \right) \quad (5.10)$$

als MFV-Darstellung der flavourverletzenden SUSY-Brechungsterme erhält. Wir betonen, dass nur die Matrizen $m_{\tilde{Q},\tilde{u},\tilde{d}}^2$ hermitesch sein müssen, d.h. die Koeffizienten b_3 , c_3 und c_6

und alle Koeffizienten in $T_{U,D}$ können komplex sein. Dadurch ist insbesondere die CP -Phase von $(T_U)_{33}$, die in späteren Kapiteln eine wichtige Rolle spielen wird, in der Super-CKM-Basis in keiner Weise numerisch unterdrückt, sofern $A_0 = \mathcal{O}(M_{\text{susy}})$ ist.

5.1.2. Naive Minimale Flavourverletzung

In unseren Rechnungen im minimal flavourverletzenden MSSM benutzen wir die Näherung der „naiven“ MFV. Dies bedeutet, dass wir die SUSY-Brechungsterme in der Super-CKM-Basis als flavourdiagonal annehmen, wie man es in einer naiven, nicht RGE-invarianten MFV-Formulierung tun würde. Wir vernachlässigen also die durch RGE-Effekte induzierten Außerdiagonalelemente und erhalten flavourdiagonale Gluino-Quark-Squark- und Neutralino-Quark-Squark-Kopplungen. Die Chargino-Quark-Squark-Kopplungen enthalten die selben CKM-Elemente wie die entsprechenden W-Kopplungen im SM. Ein solches Szenario entspricht beispielsweise einer flavour-universellen SUSY-Brechung durch einen nicht zu weit von der TeV-Skala entfernten Sektor der Theorie wie im GMSB-Szenario.

Dagegen setzen wir *keine* Universalität der *flavourdiagonalen* Terme bei der Skala M_{susy} voraus, d.h. wir berücksichtigen RGE-Effekte, die proportional zu den großen Yukawa-Kopplungen $y_{t,b}$ sind und die Diagonalterme von $m_{\tilde{Q},\tilde{u},\tilde{d}}^2$ und $T_{U,D}$ betreffen. Sie brechen die Universalität derart, dass sie die Terme der dritten Generation von denen der ersten beiden Generationen während der RGE trennen, so dass nur noch letztere entartet sind.

In der Literatur wurde gezeigt, dass der Einfluss der von uns vernachlässigten Außerdiagonalterme auf FCNC-Prozesse wie $B - \bar{B}$ -Mischung und $b \rightarrow s\gamma$ klein ist [139, 140], so dass naive MFV für unsere Arbeit eine sinnvolle Näherung ist. Sie umfasst damit auch die weit verbreiteten Szenarien mSUGRA [117–121] und *constrained MSSM* (siehe z.B. Refn. [141, 142]).

Zur besseren Vergleichbarkeit mit der Literatur führen wir noch eine alternative Schreibweise für die trilinearen Terme ein, sie lauten in naiver MFV

$$T_U = \begin{pmatrix} y_u A_u & 0 & 0 \\ 0 & y_c A_c & 0 \\ 0 & 0 & y_t A_t \end{pmatrix}, \quad T_D = \begin{pmatrix} y_d A_d & 0 & 0 \\ 0 & y_s A_s & 0 \\ 0 & 0 & y_b A_b \end{pmatrix}, \quad (5.11)$$

wobei näherungsweise $A_u = A_c$ und $A_d = A_s$ gilt. Wir verwenden weiterhin die Phasenkonvention, dass m_3^2 und M_3 reell gewählt werden, so dass als komplexe Parameter die Gauginomassen $M_{1,2}$, die Higgsinomasse μ und die trilinearen Parameter A_i aus Gl. (5.11) verbleiben. Unser Szenario beinhaltet damit *flavourdiagonale* CP -Verletzung. Da in naiver MFV die Squark-Massenmatrizen blockdiagonal sind, können wir die Notation vereinfachen, indem wir nur die 2×2 -Blöcke \mathcal{M}_q^2 verwenden, von denen insbesondere der Sbottom-Block \mathcal{M}_b^2 für uns relevant ist. Hilfreiche Formeln hierzu sind in Anhang A.1 zusammengefasst.

5.2. B -Physik und $\tan\beta$ -Verstärkung

Wir interessieren uns im Folgenden für FCNC-Prozesse im MSSM mit naiver Minimaler Flavourverletzung, da die Klasse der FCNC-Prozesse durch ihre starke Unterdrückung

5. B -Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

im SM besonders sensitiv auf Effekte von NP ist. Im Hinblick auf die bald verfügbaren Daten von LHCb und Belle-II sind MSSM-Vorhersagen für diese Prozesse ein wichtiger Baustein für die Suche nach SUSY. In unserem Szenario sind alle SUSY-Korrekturen zu FCNC-Prozessen mit den gleichen CKM-Elementen unterdrückt wie die entsprechenden SM-Beiträge, zusätzlich stammen alle diese Prozesse aus effektiven Operatoren der Dimension 6 (siehe Kap. 2.3.1 und 2.3.3), so dass sie proportional zu $1/M_{\text{susy}}^2$ sein sollten. Dies bedeutet relativ zu den SM-Beiträgen eine Unterdrückung mit m_W^2/M_{susy}^2 , die selbst für ein (im Hinblick auf aktuelle experimentelle Ausschlussgrenzen) leichtes SUSY-Spektrum mit $M_{\text{susy}} = \mathcal{O}(300 \text{ GeV})$ noch beträchtlich ist.

Man muss sich also fragen, in welchen FCNC-Prozessen in diesem Modell SUSY-Effekte überhaupt möglich sind, die noch groß genug erscheinen, um im Experiment klare Abweichungen von SM zu erzeugen. Die einzige Möglichkeit ist eine parametrische Verstärkung einer bestimmten Klasse von Prozessen, die im MSSM in Form von *chiraler Verstärkung* existiert. Chiralitätsübergänge von links- zu rechtshändigen Fermionen sind im SM immer mit Yukawa-Kopplungen verbunden, im MSSM kommt als zweite Option die Links-Rechts-Mischung im Sfermionsektor hinzu, die sich über Schleifenkorrekturen auch auf Fermionen auswirkt. Eine parametrische Verstärkung solcher Übergänge kann dann auftreten, wenn entweder die A-Terme Werte $A_i \gg M_{\text{susy}}$ annehmen, oder das Verhältnis der beiden Higgs-VEVs $\tan\beta = v_u/v_d \gg 1$ ist. Für die B -Physik im MFV-MSSM ist vor allem der zweite Fall wichtig, da $\tan\beta$ direkt in die Yukawa-Kopplungen der Quarks eingeht, wenn sie als Funktion der Quarkmassen betrachtet werden. Zudem ist schwierig zu erklären, warum die SUSY-Brechung z.B. einen Term $A_b \gg M_{\text{susy}}$ erzeugen soll aber gleichzeitig $|A_t| \lesssim M_{\text{susy}}$ sein muss, damit die Stop-Massenmatrix positiv definit ist. Daher beschäftigen wir uns im Folgenden explizit mit der Hypothese $\tan\beta \gg 1$ und ihren Konsequenzen.

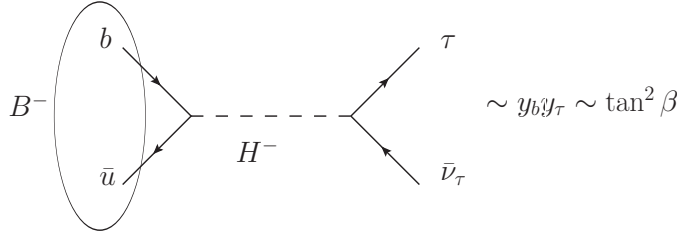
Im MSSM erhalten die Quarks Massen aus den Yukawa-Kopplungen

$$\mathcal{L}_y = -Y_{ij}^U Q_j H_u \bar{u}_{Ri} + Y_{ij}^D Q_j H_d \bar{d}_{iR} + h.c., \quad (5.12)$$

wobei die Dubletts durch implizite Levi-Civita-Tensoren eichinvariant kontrahiert werden. Wie in Kap. 4.2.2 erläutert existieren keine direkten Kopplungen von H_u an d_R oder H_d an u_R . Nachdem die neutralen Komponenten der Higgs-Dubletts ihre VEVs v_u und v_d mit $v = \sqrt{v_u^2 + v_d^2} \approx 174 \text{ GeV}$ annehmen, werden die Quark-Massenmatrizen in die Super-CKM-Basis rotiert und nehmen die Diagonalform $M_u = \hat{Y}_U v_u$ und $M_d = \hat{Y}_D v_d$ mit diagonalen Matrizen $\hat{Y}_{U,D}$ an. Damit werden gleichzeitig auch alle flavourändernden tree-level-Kopplungen der neutralen Higgs-Bosonen an Quarks beseitigt. Die Quarkmassen lassen sich nun schreiben als

$$y_{d_j} = \frac{m_{d_j}}{v_d} = \frac{m_{d_j}}{v \cos\beta}, \quad y_{u_j} = \frac{m_{u_j}}{v_u} = \frac{m_{u_j}}{v \sin\beta}, \quad (5.13)$$

wobei bereits eine wichtige Tatsache ins Auge fällt: Für große Werte von $\tan\beta$ ist $\sin\beta \approx 1$ und $\cos\beta \ll 1$, d.h. die down-artigen Yukawa-Kopplungen wachsen mit $\tan\beta$ und können gegenüber ihren SM-Werten deutlich verstärkt sein. Dieser Effekt ist messbar, beispielsweise durch den Higgs-Beitrag zum Prozess $B^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau$, siehe Abb. 5.1. In diesen Prozess geht die Verstärkung sogar doppelt ein, da auch die Lepton-Yukawa-Kopplungen proportional zu $1/\cos\beta$ sind.

Abb. 5.1. Higgs-Beitrag zu $B^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_\tau$


Im Folgenden betrachten wir den Fall

$$\tan \beta = \mathcal{O}\left(\frac{m_t}{m_b}\right) = \mathcal{O}(50), \quad (5.14)$$

der theoretisch durch die Vereinheitlichung der Bottom- und Top-Yukawa-Kopplungen in GUTs mit minimalen Yukawa-Sektor motiviert ist. Dann gilt nämlich

$$y_b \simeq y_t \simeq \mathcal{O}(1) \quad (5.15)$$

und die Massenhierarchie zwischen den beiden Quarks,

$$\frac{m_t}{m_b} = \frac{y_t}{y_b} \tan \beta, \quad (5.16)$$

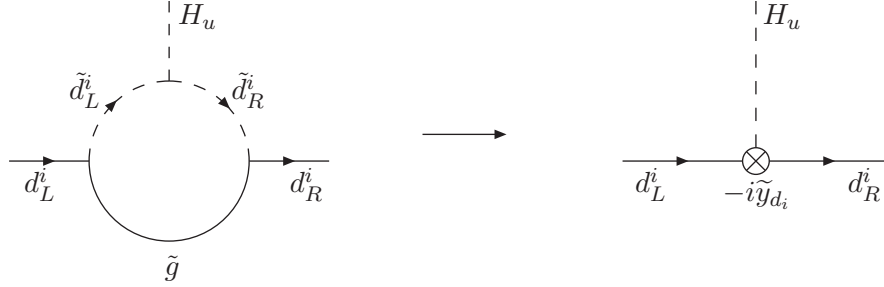
wird lediglich durch die Hierarchie der VEVs erklärt. Phänomenologisch werden solche Werte benötigt, um die beobachtete Abweichung des anomalen magnetischen Moments des Myons vom SM zu erklären [59, 60]. Noch größere Werte von $\tan \beta$ (und damit von y_b) wurden in Ref. [143] untersucht, wobei festgestellt wurde, dass Werte bis zu $\tan \beta = 200$ nicht ausgeschlossen sind, je nachdem wie $|\mu|$, A_t , m_{H^+} und die Renormierungsskala, unterhalb welcher y_b perturbativ sein soll, gewählt werden. Eine untere Schranke $\tan \beta \geq 2$ kann aus der Tatsache abgeleitet werden, dass am LHC-Vorgänger LEP keine Higgs-Bosonen gefunden wurden.

Geht man über tree-level-Kopplungen hinaus, ergeben sich weitere äußerst wichtige Konsequenzen von großem $\tan \beta$. Wie bereits in den 1980er Jahren festgestellt wurde, tritt auf 1-Schleifen-Niveau zum ersten Mal eine effektive Kopplung von H_u an d_{Ri} auf [144]. Hall, Rattazzi und Sarid bemerkten später die Wichtigkeit dieser Kopplung im Fall von großem $\tan \beta$ [145–147]. Unter der Annahme, dass die Massenskala M_{SUSY} sehr viel größer als die Massen der Higgs-Bosonen ist, können die SUSY-Teilchen ausintegriert werden und man erhält eine effektive Lagrangedichte, die der eines allgemeinen 2HDM entspricht. In der Super-CKM-Basis nehmen die effektiven Yukawa-Kopplungen der down-artigen Quarks dann die Form

$$\mathcal{L}_{y,d}^{\text{eff}} = y_{d_i} Q_i H_d \bar{d}_{Ri} - \tilde{y}_d^{ij} Q_j H_u^* \bar{d}_{Ri} + h.c. \quad (5.17)$$

an. Der dominante Beitrag zur effektiven Kopplung \tilde{y}_d^{ij} stammt aus einer Gluino-Squark-Schleife und ist in Abb. 5.2 dargestellt. Im Rahmen von naiver MFV lässt sich dieser Beitrag schreiben als $\tilde{y}_{d_i}^{\tilde{g}} \delta_{ij}$ mit

$$\tilde{y}_{d_i}^{\tilde{g}} = y_{d_i} \cdot \epsilon_i^{\tilde{g}}(\mu, m_{\tilde{d}_L}, m_{\tilde{d}_R}) \quad (5.18)$$

Abb. 5.2. Effektive Kopplungen der down-artigen Quarks an H_u


und dem Schleifenfaktor

$$\epsilon_i^{\tilde{g}}(\mu, m_{\tilde{d}_L^i}, m_{\tilde{d}_R^i}) = -\frac{2\alpha_s}{3\pi} m_{\tilde{g}} \mu^* C_0(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_L^i}, m_{\tilde{d}_R^i}). \quad (5.19)$$

Hier ist $m_{\tilde{g}}$ die Gluinomasse, $m_{\tilde{d}_L^i}^2$ und $m_{\tilde{d}_R^i}^2$ sind die SUSY-brechenden Massenterme der linkshändigen Squarks der i -ten Generation und C_0 ist ein Schleifenintegral, das in Anhang A.3 definiert ist. Der Faktor μ^* stammt aus der dimensionsbehafteten Kopplung der Squarkfelder an H_u . Wir können auf einfache Art auch ähnliche Korrekturen mit virtuellen Charginos und Neutralinos berücksichtigen, dann wird der Schleifenfaktor zu $\epsilon_i = \epsilon_i^{\tilde{g}} + \epsilon_i^{\tilde{\chi}^\pm} + \epsilon_i^{\tilde{\chi}^0}$. Beide Terme in $\mathcal{L}_{y,d}^{eff}$ aus Gl. (5.17) tragen zu den Massen der down-artigen Quarks bei. Ihr Verhältnis ist

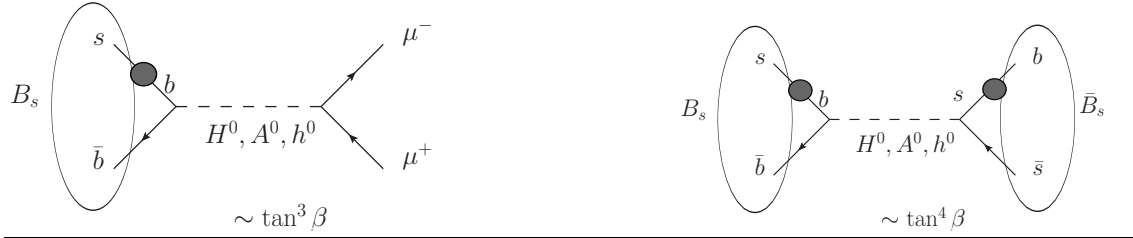
$$\Delta_i \equiv \frac{\tilde{y}_{d_i} v_u}{y_{d_i} v_d} = \epsilon_i \cdot \tan \beta, \quad (5.20)$$

d.h. große Werte von $\tan \beta$ können die Schleifenunterdrückung von \tilde{y}_{d_i} kompensieren, so dass $\Delta_i = \mathcal{O}(1)$ ist. Wir sprechen dann von $\tan \beta$ -Verstärkung der Korrektur. Daraus folgt direkt eine substantielle Veränderung der Beziehung zwischen Massen und Yukawa-Kopplungen:

$$y_{d_i} = \frac{m_{d_i}}{v_d(1 + \Delta_i)}. \quad (5.21)$$

Diese Korrektur wurde bereits in verschiedenen Arbeiten im Hinblick auf Yukawa-Vereinheitlichung [145, 147] und Zerfälle von neutralen [148] und geladenen [149] Higgs-Bosonen detailliert untersucht.

Kurze Zeit später wurde in Ref. [150] zum ersten Mal der direkte Einfluss von \tilde{y}_d^{ij} auf die Flavourphysik aufgezeigt: Die Massenmatrix der down-artigen Quarks ist in der effektiven Theorie von Gl. (5.17) nicht mehr diagonal, bzw. umgekehrt ist in der Massen-Eigenbasis y_d^{ij} nicht diagonal, was zu effektiven FCNC-Kopplungen der down-artigen Quarks an die neutralen Higgs-Bosonen führt. Auch in diesen Kopplungen kann die Schleifenunterdrückung durch $\tan \beta$ kompensiert werden, daraus folgen spektakuläre Verstärkungen der Verzweigungsverhältnisse von $B_{d,s} \rightarrow \ell^+ \ell^-$ relativ zum SM [151], die bis zu einer Größenordnung ausmachen können. In Abb. 5.3 ist ein solcher Beitrag mit effektivem verstärktem $b-s$ -Übergang dargestellt. Darüberhinaus ergeben die \tilde{y}_d^{ij} auch Korrekturen zur CKM-Matrix [152] und gehen damit in die Kopplungen der geladenen Higgs-Bosonen

Abb. 5.3. Links: Higgs-Beitrag zu $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$. Rechts: Higgs-Beitrag zur $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung.


ein, was sich phänomenologisch in den Verzweigungsverhältnissen von $B^+ \rightarrow \tau^+\nu$ [153] und $B^+ \rightarrow \bar{D}\tau^+\nu$ [154, 155] niederschlägt.

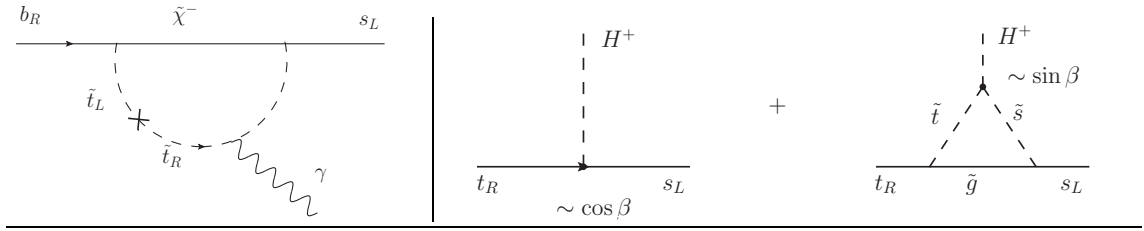
Weiterhin tragen die effektiven FCNC-Kopplungen der neutralen Higgs-Bosonen auch zur $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung bei [156], siehe Abb. 5.3, wobei dieser Effekt mit $B_{d,s} \rightarrow \ell^+\ell^-$ korreliert ist und durch die experimentellen Schranken an letzteren Prozess [157, 158] bereits eingeschränkt werden konnte [159].

Zwei weitere Spielarten der $\tan\beta$ -Verstärkung sind gut am Beispielprozess $b \rightarrow s\gamma$ zu illustrieren: Aus Gründen der Eichinvarianz lässt sich SM die Amplitude durch einen einzigen effektiven Dimension-6-Operator, $\mathcal{O}_{7\gamma}$ aus Gl. (2.39), schreiben. Der dort eingeschlossene Faktor m_b tritt notwendigerweise auf, da der Operator chiralitätsverletzend ist. Während $\mathcal{O}_{7\gamma}$ im SM durch eine W -Top-Schleife erzeugt wird und das W -Boson nur an linkshändige Quarks koppelt, so dass der Übergang zu b_R durch Anwendung der Bewegungsgleichung erfolgen muss, kann im MSSM der gleiche Operator z.B. durch eine Chargino-Stop-Schleife mit $\tilde{\chi}^-\tilde{t}_L\bar{b}_R$ -Vertex generiert werden, wie in Abb. 5.4 links dargestellt. Die Chiralitätsverletzung stammt dann aus der Kopplung y_b mit

$$y_b = \frac{m_b}{v_d \cos\beta} \approx \frac{m_b}{v} \tan\beta \quad (5.22)$$

für $\tan\beta \approx 50$, so dass im Vergleich zum SM ein zusätzlicher Faktor $\tan\beta$ auftritt, der den SUSY-Beitrag zu $\mathcal{C}_{7\gamma}$ verstärkt. Der zweite Effekt betrifft die $\tilde{t}_{RS}LH^+$ -Kopplung, die in $b \rightarrow s\gamma$ über eine Schleife mit geladenem Higgs und Top-Quark eingeht. Eine solche Kopplung beinhaltet auf tree-level einen Faktor $\cos\beta$ aus der Rotation der Higgs-Felder in die Massenbasis. Bestimmte supersymmetrische Vertexkorrekturen sind stattdessen proportional zu $\sin\beta$ und können deshalb mit dem tree-level-Vertex konkurrieren [160, 161], wie in Abb. 5.4 rechts illustriert. Werden die SUSY-Teilchen ausintegriert wie in Gl. (5.17), reduzieren sich diese Vertexkorrekturen ebenfalls auf effektive punktförmige Kopplungen. Ein ganz analoges Verhalten weist auch die $\cos\beta$ -unterdrückte Kopplung des leichtesten MSSM-Higgs-Bosons h^0 an downartige Quarks auf.

Als letzter wichtiger Effekt ist abschließend die $\tilde{b}_L\text{-}\tilde{b}_R$ -Mischung zu nennen, die wie $m_b\mu\tan\beta$ skaliert. Damit erhält die Massenmatrix der \tilde{b} -Squarks nicht zu vernachlässigende Außerdiagonalelemente, analog zu $m_t A_t$ im \tilde{t} -Sektor.

Abb. 5.4. $b \rightarrow s\gamma$: Links: $\tan\beta$ -verstärkter Chargino-Beitrag. Rechts: $\tan\beta$ -verstärkte Korrektur zum $\bar{t}_R s_L H^+$ -Vertex


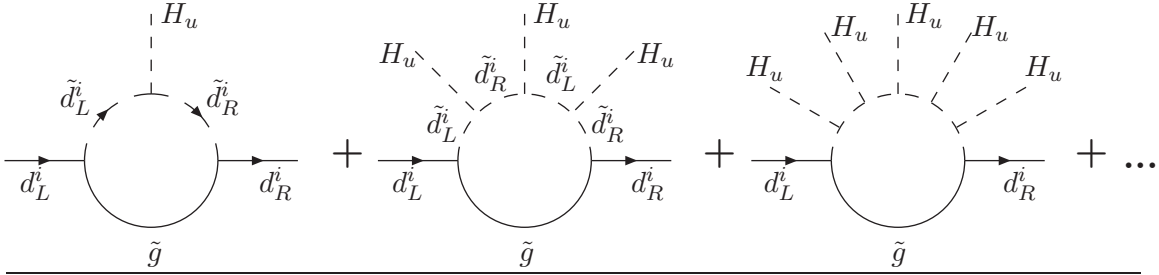
5.3. Resummation von flavourdiagonalen $\tan\beta$ -verstärkten Effekten

Die in Gl. (5.17) eingeführte Methode der effektiven Lagrangedichte zur Berücksichtigung $\tan\beta$ -verstärkter Schleifenkorrekturen ist sehr effizient, da sie die Ableitung von Feynmanregeln für effektive Kopplungen von SM- und Higgs-Teilchen erlaubt, die die Korrekturen automatisch enthalten und für weitere Rechnungen problemlos verwendet werden können. Die Tatsache, dass die verstärkte Korrektur $\Delta_i = \mathcal{O}(1)$ in Gl. (5.21) im Nenner auftritt, signalisiert, dass die Methode nicht nur verstärkte 1-Schleifen-Diagramme berücksichtigt, sondern vielmehr eine Aufsummation zu allen Ordnungen,

$$\sum_n (-\Delta_i)^n = \frac{1}{1 + \Delta_i}, \quad (5.23)$$

impliziert [149]. Der Nachteil dieser Herangehensweise ist aber, dass sie nur im *Entkopplungslimes* der SUSY-Teilchen $M_{\text{SUSY}} \gg v, M_{A^0}, M_{H^0}, M_{H^+}$ gültig ist. Dies ist nicht zufriedenstellend, da man natürlicherweise SUSY-Brechung bei der Skala $M_{\text{SUSY}} \sim v$ erwarten würde, vor allem im Fall von radiativer elektroschwacher Symmetriebrechung. Um $M_{\text{SUSY}} \gg M_{A^0}, M_{H^0}, M_{H^+}$ zu erreichen, benötigt man eine unnatürliche Feinabstimmung der Parameter des Higgs-Potentials [162]. Zudem erfordern die aktuellen Einschränkungen für das Szenario mit großem $\tan\beta$ Massen $M_{A^0}, M_{H^0}, M_{H^+} \gtrsim 400 \text{ GeV}$ [163], während die Massen der leichtesten Charginos und Neutralinos (insbesondere wenn letzteres das LSP ist), in vielen Szenarien im Bereich von v liegen.

Als Alternative zum Entkopplungslimes bietet sich eine diagrammatische Berechnung der $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen an, die ohne Annahmen über die Hierarchie des Massenskalen auskommt. Dies wurde auf 1-Schleifen-Niveau bereits durchgeführt [164, 165], die explizite Aufsummation zu allen Ordnungen wurde aber nur teilweise erreicht [60, 149, 166, 167]. Die Relation zwischen Massen der down-artigen Quarks bzw. Leptonen und ihren Yukawa-Kopplungen sieht in diesem Fall ähnlich aus wie Gl. (5.21), allerdings werden die Wechselwirkungseigenzustände der Squarks und Sleptonen durch Masseneigenzustände ersetzt [60, 149]. Die flavourändernden Effekte dagegen, die in der effektiven Theorie aus den Außerdiagonalelementen von \tilde{y}_d^{ij} stammen, konnten lediglich durch eine Iteration aufsummiert werden, deren Konvergenz nur dann gut ist, wenn die $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen deutlich kleiner als die entsprechenden tree-level-Größen sind. Diese Lücke wird in Kapitel 5.4 geschlossen, indem eine Methode zur analytischen

Abb. 5.5. SUSY-Korrekturen zu m_{d_i} aus „Igeldiagrammen“


diagrammatischen Resummation aufgezeigt wird. Bei guter Konvergenz ergibt die Iteration als Grenzwerte genau unsere analytischen Ergebnisse.

Zum besseren Verständnis der Unterschiede zwischen effektiver Theorie und diagrammatischer Resummation ist es aufschlussreich, eine Erweiterung der effektiven Theorie zu betrachten, die auch höhere Ordnungen in v^2/M_{SUSY}^2 einschließt. Dies wird durch höherdimensionale Terme in $\mathcal{L}_y^{\text{eff}}$ erreicht, die mehrere H_u -Felder beinhalten. Die Beiträge aus Gluino-Schleifen zu solchen Termen sind in Abb. 5.5 illustriert. Es ist möglich, solche Beiträge zu m_{d_i} zu allen Ordnungen in v^2/M_{SUSY}^2 zu resumieren, entweder „von Hand“ oder durch den in Ref. [167] angewandten Formalismus des effektiven Higgs-Potentials. Das Ergebnis entspricht dann Gl. (5.21) mit $\epsilon_i^{\tilde{g}}$ aus Gl. (5.20) ersetzt durch

$$\epsilon_i^{\tilde{g}}(\mu, m_{\tilde{d}_L^i}, m_{\tilde{d}_R^i}) \rightarrow \tilde{\epsilon}_i^{\tilde{g}}(\mu, m_{\tilde{d}_1^i}, m_{\tilde{d}_2^i}), \quad (5.24)$$

wobei $m_{\tilde{d}_{1,2}^i}$ die physikalischen Squarkmassen sind. Dies ist genau das Ergebnis der analytischen diagrammatischen Resummation in Ref. [149].

Ein weiterer Vorteil der diagrammatischen Methode ist die volle Kontrolle über das Renormierungsschema, die in $\mathcal{L}_y^{\text{eff}}$ nicht gegeben ist, da Schemata, die sich um Terme der Ordnung v/M_{SUSY} unterscheiden, dort nicht unterschieden werden können.

5.3.1. Diagrammatische Methode

Im Folgenden erklären wir die Methode der diagrammatischen Resummation am Beispiel der flavourdiagonalen $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen und legen dabei besonderes Augenmerk auf die Unterscheidung verschiedener Renormierungsschemata. Dieser Punkt wurde bisher in der Literatur vernachlässigt, so dass eine konsistente Definition der Resummation in verschiedenen Schemata noch erarbeitet werden muss, was in diesem und dem darauf folgenden Kapitel geschieht.

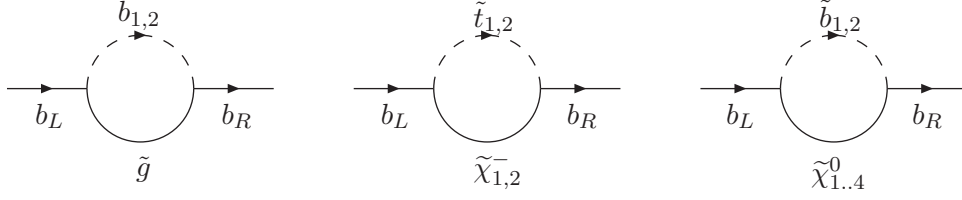
Prinzipiell unterscheiden wir zwei mögliche Quellen von $\tan\beta$ -Verstärkung:

- i) die (renormierte) Lagrangedichte des MSSM \mathcal{L} und
- ii) das Übergangs-Matrixelement \mathcal{M} des jeweiligen betrachteten Prozesses.

Betrachten wir zunächst Punkt i) in Ein-Schleifen-Ordnung ohne Resummation. Wir zerlegen dazu wie üblich $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{ren}} + \mathcal{L}_{\text{ct}}$, wobei \mathcal{L}_{ren} nur renormierte Größen enthält und

5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

Abb. 5.6. $\tan\beta$ -verstärkte Selbstenergien mit (v.l.n.r.) Gluinos, Charginos und Neutrinos.



\mathcal{L}_{ct} alle Counterterme. Wir renormieren SUSY-Schleifeneffekte immer im on-shell-Schema, sie gehen daher nur in \mathcal{L}_{ct} ein. Aufgrund der Diskussion im vorigen Kapitel erwarten wir dann, dass der Counterterm der Bottom-Masse δm_b eine Quelle von $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen ist. Wir schreiben die komplexe unrenormierte Masse als $m_b^{(0)} = m_b + \delta m_b$ mit der (reellen) renormierten Masse m_b und erhalten

$$\mathcal{L}_m = -m_b^{(0)} \bar{b}_R b_L - m_b^{(0)*} \bar{b}_L b_R = -m_b \bar{b} b - \delta m_b \bar{b}_R b_L - \delta m_b^* \bar{b}_L b_R. \quad (5.25)$$

Weiterhin zerlegen wir die Bottom-Selbstenergie $\Sigma_b(p)$ in

$$\Sigma_b(p) = \not{p} [\Sigma_b^{LL}(p^2) P_L + \Sigma_b^{RR}(p^2) P_R] + \Sigma_b^{RL}(p^2) P_L + \Sigma_b^{LR}(p^2) P_R \quad (5.26)$$

mit $\Sigma_b^{LR}(p^2) = (\Sigma_b^{RL}(p^2))^*$, wobei p der äußere Impuls ist. Damit ist im on-shell-Schema die Renormierungsbedingung

$$\delta m_b = -\frac{m_b}{2} [\Sigma_b^{LL}(m_b^2) + \Sigma_b^{RR}(m_b^2)] - \Sigma_b^{RL}(m_b^2). \quad (5.27)$$

Damit können wir m_b aus Messungen unterhalb der SUSY-Skala bestimmen, d.h. wir können als Zahlenwert die übliche $\overline{\text{MS}}$ -Masse mit $\bar{m}_b(\bar{m}_b) = 4.2 \text{ GeV}$ einsetzen. Der Anteil $\Sigma_b^{RL}(m_b^2)$ enthält Terme proportional zu $y_b v \sin\beta$ und ist dadurch chiral verstärkt gegenüber dem tree-level term $m_b = y_b v \cos\beta$.

Diese Beiträge sind als Feynman-Diagramme in Abb. 5.6 gezeichnet, wobei die entsprechenden Amplituden in unserer Konvention $-i\Sigma_b(p)$ ergeben. Mit den in Anhang A.1 definierten Mischungswinkeln und Phasen $\tilde{\theta}_q$ und $\tilde{\phi}_q$ und der in Anhang A.3 eingeführten Schleifenfunktion $B_0(m_1, m_2)$ ergibt sich

$$\Sigma_b^{RL} = m_b \Delta_b, \quad \text{mit} \quad \Delta_b = \Delta_b^{\tilde{g}} + \Delta_b^{\tilde{\chi}^\pm} + \Delta_b^{\tilde{\chi}^0} \quad (5.28)$$

und den Beiträgen der verschiedenen Diagramme

$$\Delta_b^{\tilde{g}} = \frac{\alpha_s m_{\tilde{g}}}{3\pi m_b} \sin 2\tilde{\theta}_b e^{-i\tilde{\phi}_b} (B_0(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{b}_1}) - B_0(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{b}_2})), \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned} \Delta_b^{\tilde{\chi}^\pm} = & -\frac{g^2}{16\pi^2} \frac{1}{\cos\beta} \sum_{m=1}^2 \left\{ \frac{m_{\tilde{\chi}_m^\pm}}{2\sqrt{2}M_W} \frac{y_t}{g} \mathcal{U}_{m2}^* \mathcal{V}_{m2}^* \sin 2\tilde{\theta}_t e^{i\tilde{\phi}_t} (B_0(m_{\tilde{\chi}_m^\pm}, m_{\tilde{t}_1}) - B_0(m_{\tilde{\chi}_m^\pm}, m_{\tilde{t}_2})) \right. \\ & \left. - \frac{m_{\tilde{\chi}_m^\pm}}{\sqrt{2}M_W} \mathcal{U}_{m2}^* \mathcal{V}_{m1}^* (\cos^2 \tilde{\theta}_t B_0(m_{\tilde{\chi}_m^\pm}, m_{\tilde{t}_1}) + \sin^2 \tilde{\theta}_t B_0(m_{\tilde{\chi}_m^\pm}, m_{\tilde{t}_2})) \right\}, \quad (5.30) \end{aligned}$$

5.3. Resummation von flavourdiagonalen $\tan\beta$ -verstärkten Effekten

$$\Delta_b^{\tilde{\chi}^0} = \frac{g^2}{16\pi^2 \cos\beta} \sum_{m=1}^4 \frac{m_{\tilde{\chi}_m^0}}{2M_W} N_{m2}^* N_{m3}^* \left(\cos^2 \tilde{\theta}_b B_0(m_{\tilde{\chi}_m^0}, m_{\tilde{t}_1}) + \sin^2 \tilde{\theta}_b B_0(m_{\tilde{\chi}_m^0}, m_{\tilde{t}_2}) \right). \quad (5.31)$$

Die Matrizen \mathcal{U} , \mathcal{V} und N sind die Chargino- und Neutralino-Mischungsmatrizen in der SLHA-Konvention (siehe auch Anhang A.2). In Gl. (5.31) haben wir gy_b durch g^2 ausgedrückt und einige numerisch kleine Beiträge vernachlässigt. Dies betrifft erstens Terme proportional zur Bino-Kopplung g' , zweitens einen Term proportional zu y_b^2 , der sich als numerisch irrelevant herausgestellt hat, und drittens alle Terme der Ordnung $(m_b/M_{\text{SUSY}})^2$ und höher. Insbesondere setzen wir $p^2 = 0$ in Σ_b^{RL} .

Während im Ansatz der effektiven Theorie die $\tan\beta$ -Verstärkung durch Kopplungen der down-artigen Quarks an H_u sichtbar war, ist sie in Gl. (5.29) im Sbottom-Mischungswinkel $\tilde{\theta}_b$ versteckt, in Gln. (5.30) und (5.31) ist sie als $1/\cos\beta$ sichtbar. Mit den in Anhang A.1 angegebenen analytischen Ausdrücken können wir transparentere Ausdrücke für die Gluino- und Chargino-Beiträge herleiten: Es ergibt sich

$$\Delta_b^K = \epsilon_b^K \tan\beta \quad \text{für} \quad K = \tilde{g}, \tilde{\chi}^\pm, \tilde{\chi}^0 \quad \text{und} \quad \epsilon_b = \epsilon_b^{\tilde{g}} + \epsilon_b^{\tilde{\chi}^\pm} + \epsilon_b^{\tilde{\chi}^0} \quad (5.32)$$

mit

$$\epsilon_b^{\tilde{g}} = -\frac{2\alpha_s}{3\pi} m_{\tilde{g}} \mu^* C_0(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{t}_1}, m_{\tilde{t}_2}), \quad (5.33)$$

$$\epsilon_b^{\tilde{\chi}^\pm} = -\frac{y_t^2}{16\pi^2} A_t^* \mu^* (D_2 - |M_2|^2 D_0) + \frac{g^2}{16\pi^2} \mu^* M_2^* (D_2 - m_{\tilde{t}_R}^2 D_0), \quad (5.34)$$

wobei $D_{0,2} = D_{0,2}(m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\chi}_2^\pm}, m_{\tilde{t}_1}, m_{\tilde{t}_2})$.

Für die Selbstenergien von Down- und Strange-Quark gelten Ausdrücke analog zu Gln. (5.29-5.34), wobei die Stop- und Sbottom-Massen durch die entsprechenden Squarkmassen der ersten beiden Generationen ersetzt werden. Gln. (5.29-5.34) verallgemeinern die bekannten Ausdrücke aus Ref. [168] auf den Fall komplexer SUSY-Parameter.

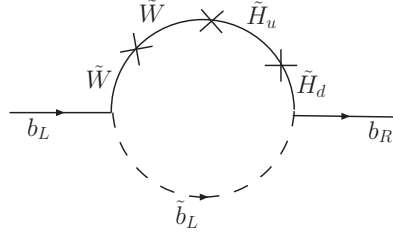
Im on-shell-Renormierungsschema folgt damit unter Vernachlässigung nicht $\tan\beta$ -verstärkter Korrekturen

$$\delta m_b = -\Sigma_b^{RL} = -m_b \epsilon_b \tan\beta. \quad (5.35)$$

Wie aus Gln. (5.33) und (5.34) ersichtlich ist, sind die $\tan\beta$ -verstärkten Gluino- und Chargino-Beiträge proportional zu den SUSY-Brechungsparametern $m_{\tilde{g}}$, A_t und M_2 . Der Neutralino-Beitrag in Gl. (5.31) lässt sich durch die *Masseneinsetzungsnaherung* [169] transparenter machen (siehe Abb. 5.7), er ist dann ebenfalls proportional zur Winomasse M_2 . Aus dem Nicht-Renormierungs-Theorem [95, 170, 171] folgt, dass solche SUSY-brechenden Schleifenkorrekturen zu Termen des Superpotentials (in diesem Fall zur Bottom-Yukawa-Kopplung) nicht divergent sein können, damit sind also die Counterterme und die unrenormierten Größen endlich. Dies gilt auch für alle weiteren in dieser Arbeit betrachteten $\tan\beta$ -verstärkten Schleifeneffekte.

Wenn wir nun die unrenormierte Yukawa-Kopplung schreiben als $y_b^{(0)} = y_b + \delta y_b$, ist der Counterterm δy_b festgelegt durch die Wahl von δm_b :

$$\delta y_b = \frac{\delta m_b}{v_d} = -y_b \epsilon_b \tan\beta. \quad (5.36)$$

Abb. 5.7. Neutralino-Beitrag zu Δ_b in Masseneinsatznaherung


Die in ϵ_b zusammengefassten SUSY-Schleifeneffekte beeinflussen physikalische Größen *nur* über δy_b . In einem minimalen Subtraktionsschema wäre zunächst $\delta y_b = 0$, der einzusetzende Zahlenwert von m_b würde sich aber von der im SM bestimmten $\overline{\text{MS}}$ -Masse unterscheiden durch die Korrektur $m_b \epsilon_b \tan \beta$. Damit würde auch der davon abgeleitete Zahlenwert $y_b = m_b/v_d$ diesen Term beinhalten, so dass die Schemeninvarianz physikalischer Größen sichergestellt ist [149]. Wir verwenden im Folgenden die Konvention, dass die $\overline{\text{MS}}$ -Renormierungsvorschrift für SM-Korrekturen gilt, während $\tan \beta$ -verstärkte SUSY-Beiträge on-shell renormiert und nicht verstärkte SUSY-Beiträge vernachlässigt werden, so dass unser m_b der üblichen $\overline{\text{MS}}$ -Masse mit $\overline{m}_b(\overline{m}_b) = 4.2 \text{ GeV}$ entspricht.

An dieser Stelle ist die Frage angebracht, ob noch weitere $\tan \beta$ -verstärkte Korrekturen in \mathcal{L}_{ct} existieren. In bestimmten Renormierungsschemata kann der Counterterm zu $\tan \beta$ proportional zu $\tan^2 \beta$ sein, dies wäre ebenfalls eine verstärkte Korrektur, diese kann aber durch Verwendung des $\overline{\text{DR}}$ -Schemas beseitigt werden. Dieses Thema wurde ausfurlich in Refn. [172–175] behandelt. Wellenfunktions-Counterterme für Quarks wurden in obiger Diskussion ignoriert, da sie nicht $\tan \beta$ -verstärkt sind, für die der Higgs-Felder gilt gleiches wie für $\tan \beta$. Damit stecken also sämtliche $\tan \beta$ -verstärkten Korrekturen in \mathcal{L}_{ct} ausschließlich in δy_b , solange eine geeignete Definition von $\tan \beta$ verwendet wird.

Kommen wir nun zu Punkt ii) der Liste am Beginn dieses Kapitels. Um alle verstärkten Korrekturen zu einem Übergangs-Matrixelement \mathcal{M} zu identifizieren, unterscheiden wir zwei Fälle: Im ersten Fall ist \mathcal{M} in führender Ordnung nicht durch einen Faktor $\cos \beta$ unterdrückt, dies trifft z.B. auf Diagramme mit Eichkopplungen, Wechselwirkungen von A^0 und H^0 mit down-artigen Quarks und H^\pm -Kopplungen an rechtshändige down-artige Quarks zu. In diesem Fall könnte eine $\tan \beta$ -Verstärkung von Schleifenkorrekturen nur aus Faktoren $1/m_b$ stammen, was einer IR-Divergenz für $m_b \rightarrow 0$ entspricht. In Ref. [149] wurde bereits festgestellt, dass ein solches IR-Verhalten durch das KLN-Theorem [176, 177] ausgeschlossen ist.

Im zweiten Fall tritt $\cos \beta$ -Unterdrückung in der führenden Ordnung von \mathcal{M} explizit auf, dies betrifft die Kopplungen von h^0 an down-artige Quarks und von H^\pm an rechtshändige up-artige Quarks. Hier sind Ein-Schleifen-Vertexkorrekturen, die den Unterdrückungsfaktor nicht beinhalten, relativ zur führenden Ordnung verstärkt, so dass sie mit letzterer vergleichbar sind [160, 161]. Höhere Potenzen von $\tan \beta$, die höhere Terme in der Störungsentwicklung vergleichbar machen könnten, treten nicht auf, so dass es sich um einen reinen 1-Schleifen-Effekt handelt.

Kommen wir also wieder zu Punkt i) zurück und betrachten die Resummation zu allen Ordnungen. Letztendlich ist die Ursache der relativen Verstärkung der Ein-Schleifen-

5.3. Resummation von flavourdiagonalen $\tan\beta$ -verstärkten Effekten

Korrektur zu m_b die Unterdrückung der tree-level-Masse durch $\cos\beta$, deshalb sind echte Mehrschleifen-Diagramme nicht mit höheren Potenzen von $\tan\beta$ -verstärkt. Im Unterschied zur Methode der effektiven Lagrangedichte müssen wir im diagrammatischen Ansatz aber die Einsetzungen des verstärkten Counterterms δy_b in ebenfalls verstärkten Ein-Schleifen-Selbstenergien berücksichtigen.

Schreiben wir nun die Bottom-Selbstenergie als $\Sigma_b^{RL}(y_b)$, um die Abhängigkeit explizit darzustellen. Sie stammt entweder aus dem Quark-Squark-Higgsino-Vertex oder indirekt aus dem Sbottom-Mischungswinkel. Wir bestimmen im on-shell-Schema den Counterterm auf Zwei-Schleifen-Niveau aus der Einsetzung der ersten Ordnung $\delta y_b^{(1)}$ (der δy_b in Gl. (5.36) entspricht) in die Ein-Schleifen-Selbstenergie $\Sigma_b^{RL(1)}(y_b)$, was zu

$$\delta y_b^{(2)} = -\delta y_b^{(1)} \epsilon_b \tan\beta \propto \tan^2\beta \quad (5.37)$$

führt. Analog können alle höheren $\delta y_b^{(n)}$ aus $\delta y_b^{(n-1)}$ -Einsetzungen rekursiv berechnet werden und sind damit proportional zu n Potenzen von $\tan\beta$. Diese Rekursion lässt sich zusammenfassen als eine einzige Renormierungsbedingung für den gesamten Counterterm

$$\delta y_b = \sum_n \delta y_b^{(n)}, \quad (5.38)$$

die dann lautet

$$\delta m_b = v_d \delta y_b = -\Sigma_b^{RL}(y_b + \delta y_b). \quad (5.39)$$

Wir ersetzen nun Gl. (5.28) durch die verbesserte Form

$$\Sigma_b^{RL} = m_b^{(0)} \Delta_b = y_b^{(0)} v \epsilon_b \sin\beta. \quad (5.40)$$

Unter der Voraussetzung, dass Σ_b^{RL} linear in $y_b^{(0)}$ ist, d.h. wenn ϵ_b nicht von $y_b^{(0)}$ abhängt, können wir δy_b leicht aus Gl. (5.39) zu allen Ordnungen bestimmen. Mit $y_b = m_b/v_d$ wird Gl. (5.36) ersetzt durch

$$\delta y_b = -\frac{m_b}{v_d} \frac{\epsilon_b \tan\beta}{1 + \epsilon_b \tan\beta} = -\frac{m_b}{v_d} [\epsilon_b \tan\beta - (\epsilon_b \tan\beta)^2 + (\epsilon_b \tan\beta)^3 - \dots]. \quad (5.41)$$

Mit den Ausdrücken für $\epsilon_b^{\tilde{g}}$ und $\epsilon_b^{\tilde{X}^\pm}$ aus Gln. (5.33) und (5.34) und unter Vernachlässigung des Neutralino-Beitrags ist ϵ_b in der Tat unabhängig von y_b . Gl. (5.41) kann auch durch eine Abkürzung hergeleitet werden: Addieren wir $m_b = y_b v_d$ auf beiden Seiten von Gl. (5.39), erhalten wir

$$v_d y_b^{(0)} = m_b - y_b^{(0)} v_d \epsilon_b \tan\beta, \quad (5.42)$$

was wir nach $y_b^{(0)}$ auflösen können. Das Resultat ist die bekannte Resummationsformel aus Ref. [149]:

$$y_b^{(0)} = \frac{m_b}{v_d(1 + \epsilon_b \tan\beta)}. \quad (5.43)$$

Die Linearität in y_b der Gluino- und Chargino-Beiträge zu Σ_b^{RL} steht in scheinbarem Widerspruch zur Diskussion am Beginn von Kap. 5.3, da die Igelidiagramme in Abb. 5.5

5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

jede beliebige Potenz von y_b enthalten. Diese zusätzlichen Potenzen werden jedoch in die Squark-Mischung zu Masseneigenzuständen $m_{\tilde{b}_{1,2}}$ absorbiert. Diese Beobachtung verdeutlicht, dass die genaue Definition des Renormierungsschemas der hier eingehenden SUSY-Parameter für die korrekte Resummation unerlässlich ist. Die Resummationsformel in Gl. (5.43) impliziert ein on-shell-Schema für die Sbottom-Massen, d.h. die messbaren Werte von $m_{\tilde{b}_{1,2}}$ werden als Eingabeparameter benutzt. Im Gegensatz dazu wird in der Literatur häufig die Massenmatrix über die Diagonalelemente $m_{\tilde{b}_{L,R}}$ und μ in den Außerdiagonalelementen festgelegt. In einem solchen Schema geht y_b nochmals über die Massenmatrix in das Problem ein, so dass Gl. (5.43) nicht mehr korrekt ist. Ebenso muss Gl. (5.43) modifiziert werden, wenn der Mischungswinkel $\tilde{\theta}_b$ und die Mischungsphase $\tilde{\phi}_b$ als Eingabewerte verwendet werden. Diese Parameter sind eine natürliche Wahl für Anwendungen in der Kolliderphysik, insbesondere wenn nach der Entdeckung der Bottom-Squarks in Zukunft deren Eigenschaften studiert werden sollen. Es ist daher von großer Bedeutung, eine konsistente Definition von $\tilde{\theta}_b$ in höheren Ordnungen festzulegen, vor allem wenn Einschränkungen aus der Flavourphysik mit Berechnungen der Kolliderphysik verknüpft werden sollen. Wir diskutieren diesen Punkt in Kap. 5.3.2.

Fassen wir die Ergebnisse dieses Kapitels noch einmal zusammen: Falls \mathcal{M} in führender Ordnung nicht mit $\cos\beta$ unterdrückt ist, umfasst δy_b alle $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen. Die dominanten Beiträge aus Gluino- und Chargino-Schleifen können zu allen Ordnungen aufsummiert werden, wenn ein geeignetes Renormierungsschema für die Sbottom-Massenparameter gewählt wird. Wir betonen, dass alle aufsummierten Terme *lokal* sind, so dass sie aus Kopplungskonstanten in einer effektiven Lagrangedichte reproduziert werden können. Die effektiven Vertizes $\bar{b}_L b_R H^0$, $\bar{b}_L b_R A^0$ und $\bar{t}_L b_R H^+$ werden korrekt zu allen Ordnungen in $\epsilon_b \tan\beta$ dargestellt, indem in der ursprünglichen MSSM-Lagrangedichte einfach die tree-level-Yukawa-Kopplung durch $y_b^{(0)}$ aus Gl. (5.43) ersetzt wird. Diese Vorgehensweise erfordert keine Annahme über die Hierarchie zwischen M_{SUSY} und der elektroschwachen Skala, lediglich $m_b \ll M_{\text{SUSY}}$ wird vorausgesetzt. Auf diese Art werden beispielsweise auch $\tan\beta$ -verstärkte Korrekturen zu Kolliderprozessen bei hohen Energien konsistent implementiert und aufsummiert, selbst wenn Teilchen mit Impulsen der Größenordnung M_{SUSY} beteiligt sind. Gleiches gilt für Prozesse, in die y_b über Chargino- oder Neutralino-Vertizes eingeht. Die resultierenden effektiven Feynmanregeln haben wir in Kap. 5.5.2 zusammengefasst. Eine völlig andere Situation ergibt sich für den Fall von $\cos\beta$ -unterdrückten Wechselwirkungen wie z.B. der $\bar{b}_L b_R h^0$ -Kopplung: Dort sind die verstärkten Korrekturen reine 1-Schleifen-Effekte, die nicht aufsummiert werden müssen, aber nichtlokal sind. Sie ergeben Formfaktoren, die i.A. von äußeren Impulsen abhängen und sich nur im Grenzfall entkoppelnder SUSY-Teilchen auf lokale Vertizes zurückführen lassen.

5.3.2. Sbottom-Mischung und $\tan\beta$ -Resummation

Einführend merken wir an, dass die Resummation sehr einfach ist, wenn die Rollen von y_b und m_b vertauscht werden. Wenn y_b als gemessene Größe und damit δy_b festgelegt sind, ergibt sich δm_b einfach aus Gl. (5.39), in diesem Fall existieren keine Korrekturen höherer Ordnung. Eine Nichtlinearität in $\Sigma_b^{RL}(y_b)$ ist also kein Problem mehr. Da aber keine direkte Messung von y_b existiert, benötigen wir in phänomenologischen Anwendungen

5.3. Resummation von flavourdiagonalen $\tan\beta$ -verstärkten Effekten

den Zahlenwert von m_b und müssen Gl. (5.39) invertieren. Unter diesem Gesichtspunkt diskutieren wir nun drei gut motivierte Schemata für die Sbottom-Massenmatrix.

(i) **Input:** $m_{\tilde{b}_1}^2, m_{\tilde{b}_2}^2; \mu, \tan\beta$

Wenn wir den Sbottom-Mischungswinkel $\tilde{\theta}_b$ und die Phase $\tilde{\phi}_b$ in Gl. (5.29) über Gl. (A.11) durch obige Input-Parameter ausdrücken, kürzt sich die Bottom-Masse aus $\Delta_b^{\tilde{g}}$ heraus und der Gluino-Beitrag zu Σ_b^{RL} ist linear in y_b . Diesen Fall haben wir im vorigen Kapitel zur Illustration der Resummation benutzt, siehe Gl. (5.41). Unter der Annahme, dass auch der Neutralino-Beitrag linear ist, erhalten wir

$$y_b^{(0)} = \frac{m_b}{v_d(1 + \Delta_b)}. \quad (5.44)$$

Der Chargino-Beitrag $\Sigma_b^{RL, \tilde{\chi}^\pm}$ ist immer linear in der Higgsino-Kopplung y_b und unabhängig von der Sbottom-Matrix. Der Neutralino-Anteil $\Sigma_b^{RL, \tilde{\chi}^0}$ (siehe Gl. (5.31)) dagegen kann umgeschrieben werden als

$$\begin{aligned} \Sigma_b^{RL, \tilde{\chi}^0} &= \frac{y_b g}{16\pi^2} \sum_{m=1}^4 \frac{m_{\tilde{\chi}_m^0}}{\sqrt{2}} N_{m2}^* N_{m3}^* \cdot B_0(m_{\tilde{\chi}_m^0}, m_{\tilde{b}_1}) \\ &\quad - \frac{y_b g}{16\pi^2} \sum_{m=1}^4 \frac{m_{\tilde{\chi}_m^0}}{\sqrt{2}} N_{m2}^* N_{m3}^* \sin^2 \tilde{\theta}_b \left(B_0(m_{\tilde{\chi}_m^0}, m_{\tilde{b}_1}) - B_0(m_{\tilde{\chi}_m^0}, m_{\tilde{b}_2}) \right), \end{aligned} \quad (5.45)$$

wobei nur der erste Term linear in y_b ist und die zweite Zeile Terme von dritter und höherer Potenz in y_b enthält, wenn der Mischungswinkel nach Gl. (A.11) eingesetzt wird. Im Entkopplungslimes $M_{\text{SUSY}} \gg v$ verschwinden diese Terme aufgrund von $\sin^2 \tilde{\theta}_b \propto v^2/M_{\text{SUSY}}^2$ und die Resummationsformel in Gl. (5.44) gilt exakt. Im Fall $M_{\text{SUSY}} \sim v$ dagegen kann Gl. (5.39) nicht mehr analytisch aufgelöst werden, da aber $\Delta_b^{\tilde{\chi}^0}$ klein gegenüber den restlichen Beiträgen ist, gilt die Resummationsformel weiterhin in sehr guter Näherung.

(ii) **Input:** $m_{\tilde{b}_1}^2, m_{\tilde{b}_2}^2; \tilde{\theta}_b, \tilde{\phi}_b$

Falls in Zukunft $\tilde{\theta}_b$ und $\tilde{\phi}_b$ gemessen werden, können auch diese Größen als Input benutzt werden, anstelle von μ und $\tan\beta$. Dieses Schema wird in Kollider-Rechnungen häufig benutzt, beispielsweise für Produktions- und Zerfallsraten von Bottom-Squarks, und ist für die Kombination von Ergebnissen der Kollider-Physik und der niederenergetischen Flavourphysik geeignet. In Gln. (5.29) und (5.31) haben wir $\Delta_b^{\tilde{g}}$ und $\Delta_b^{\tilde{\chi}^0}$ direkt als Funktionen von $\tilde{\theta}_b$ und $\tilde{\phi}_b$ angegeben. In dieser Form hängt $\Sigma_b^{RL, \tilde{g}} = m_b^{(0)} \Delta_b^{\tilde{g}}$ überhaupt nicht mehr von y_b ab, so dass keine Einsetzung von δy_b in $\Sigma_b^{RL, \tilde{g}}$ möglich ist. Diese steckt bereits im physikalischen Mischungswinkel. Der Neutralino-Beitrag ist im Gegensatz zu Fall (i) linear in y_b und kann korrekt aufsummiert werden. Damit ist die korrekte Resummationsformel

$$y_b^{(0)} = y_b + \delta y_b = \frac{m_b}{v_d} \frac{1 - \Delta_b^{\tilde{g}}}{1 + \Delta_b^{\tilde{\chi}^\pm} + \Delta_b^{\tilde{\chi}^0}}. \quad (5.46)$$

5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

Wir bemerken hier eine Subtilität bezüglich der Definition der übrigen MSSM-Parameter: Bei großem $\tan\beta$ stellen Gln. (A.6) und (A.11) eine direkte Beziehung zwischen $y_b^{(0)}$, μ und obigen Input-Parametern her, nämlich

$$e^{i\tilde{\phi}_b} \sin 2\tilde{\theta}_b = -\frac{2y_b^{(0)*} \mu v_u}{m_{b_1}^2 - m_{b_2}^2}. \quad (5.47)$$

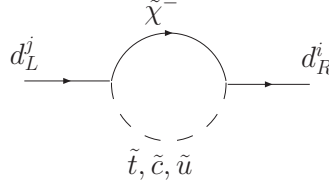
In Schema (ii) ist also das Produkt $y_b^{(0)*} \mu$ festgelegt, demnach überträgt sich die verstärkte Korrektur in $y_b^{(0)}$ auf μ . Dies muss für eine konsistente Definition der Chargino- und Neutralino-Massenmatrizen beachtet werden. Es bietet sich an, zunächst μ aus Gl. (5.47) zu bestimmen und damit Massen $m_{\tilde{\chi}_n^\pm}$ und $m_{\tilde{\chi}_n^0}$ zu berechnen. Diese werden in $\Delta_b^{\tilde{\chi}^\pm}$ und $\Delta_b^{\tilde{\chi}^0}$ eingesetzt und die Prozedur kann iterativ wiederholt werden, bis Gln. (5.46) und (5.47) miteinander kompatibel sind, zumindest bis zur Größenordnung des hier vernachlässigten Terms proportional zu $A_b v_d$ in der Massenmatrix, der gegenüber μv_u mit $1/\tan\beta$ unterdrückt ist. Interessanterweise würde eine Messung von $m_{\tilde{b}_{1,2}}$, $\tilde{\theta}_b$ und μ (das aus Chargino- und Neutralinomasen bestimmt wird) über Gl. (5.47) direkt den Wert von $|y_b^{(0)}|$ festlegen, der in die Produktions- und Zerfallsraten von A^0 and H^0 eingeht. Eine experimentelle Bestimmung von $|y_b^{(0)}|$ über Higgs-Zerfälle am LHC ist aufgrund des großen $b\bar{b}$ -Untergrunds aus QCD-Prozessen nicht möglich.

(iii) **Input:** $m_{\tilde{b}_L}^2$, $m_{\tilde{b}_R}^2$; μ , $\tan\beta$

Da bisher die Massen und Mischungswinkel der SUSY-Teilchen noch nicht gemessen wurden, sind diese Größen immer noch die am häufigsten in der Literatur anzutreffende Wahl, da sie direkt aus der Lagrangedichte stammen. Der Mischungswinkel kann in diesem Schema ausgedrückt werden durch

$$e^{i\tilde{\phi}_b} \tan 2\tilde{\theta}_b = -\frac{2y_b^{(0)*} \mu v_u}{m_{\tilde{b}_L}^2 - m_{\tilde{b}_R}^2}. \quad (5.48)$$

Da $\Delta_b^{\tilde{g}}$ proportional ist zu $\sin 2\tilde{\theta}_b = \tan 2\tilde{\theta}_b / (\sqrt{1 + \tan^2 2\tilde{\theta}_b})$ und zusätzlich die Squarkmassen in den Schleifenpropagatoren durch $m_{\tilde{b}_L}^2$ und $m_{\tilde{b}_R}^2$ mit Hilfe von Gl. (A.9) ersetzt werden müssen, ist die y_b -Abhängigkeit von $\Delta_b^{\tilde{g}}$ zu kompliziert, um Gl. (5.39) analytisch auflösen zu können. Auch dieses Problem kann iterativ gelöst werden, indem $m_{\tilde{b}_{1,2}}^2$ zunächst aus Gl. (A.9) mit dem tree-level-Wert von y_b berechnet werden. Dann wird Δ_b wie in Fall (i) bestimmt und die sich daraus ergebende modifizierte Yukawa-Kopplung aus Gl. (5.44) rückeringesetzt in Gl. (A.9). Diese Prozedur wird mehrfach wiederholt, bis sich Konvergenz gegen einen festen Wert von Δ_b einstellt. Die korrekte Resummationsformel für die Yukawa-Kopplung ist dann wiederum Gl. (5.44). Alternativ könnten wir auch $\Delta_b^{\tilde{g}}$ und $\Delta_b^{\tilde{\chi}^0}$ iterativ als Funktion der Input-Parameter (ii) bestimmen, wobei sich $\sin 2\tilde{\theta}_b$ aus Gl. (5.48) ergibt. Dann gilt entsprechend die Resummationsformel Gl. (5.46).

Abb. 5.8. $\tan\beta$ -verstärkte flavourändernde Selbstenergie.


Wir stellen fest, dass Gl. (5.44) die selbe Form hat wie die bekannte Beziehung zwischen $y_b^{(0)}$ und m_b im Entkopplungslimes, siehe Gl. (5.21). Daher werden wir von nun an unsere physikalischen Input-Größen wie in Fall (i) wählen.

5.4. Resummation von flavourändernden $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen

Im Entkopplungslimes $M_{\text{SUSY}} \gg v, M_{A^0, H^0, H^\pm}$ erfolgt die Resummation der *flavourändernden* $\tan\beta$ -verstärkten Effekte genau wie im flavourdiagonalen Fall: Man berechnet die effektiven schleifeninduzierten Kopplungen der down-artigen Quarks an H_u , diesmal aus Chargino-Squark-Schleifen mit Flavouränderungen durch CKM-Matrixelemente. Wie im allgemeinen 2HDM sind dann die effektiven Yukawa-Kopplungen in der Quark-Masseneigenbasis nicht flavourdiagonal. Die Resummation der $\tan\beta$ -verstärkten Schleifenkorrekturen ist auch in diesem Fall automatisch in den effektiven Kopplungen enthalten [150, 151, 156, 178].

In diesem Kapitel verallgemeinern wir die Resummation der flavourändernden Effekte auf den natürlichen Fall $M_{\text{SUSY}} \sim M_{A^0, H^0, H^\pm} \sim v$ mit Hilfe der diagrammatischen Methode. Damit sind wir zum einen in der Lage, die Gültigkeit der Entkopplungsnäherung numerisch zu erfassen und eröffnen zum anderen ein ganz neues Anwendungsfeld: In diesem Ansatz ist es zum ersten Mal möglich, $\tan\beta$ -verstärkte flavourändernde Effekte in Kopplungen von SUSY-Teilchen zu finden und zu analysieren. Dies ist in der effektiven Theorie nicht möglich, da dort die SUSY-Teilchen bereits zu Beginn ausintegriert werden.

In naiver MFV entstehen $\tan\beta$ -verstärkte Flavourübergänge nur aus Selbstenergien der down-artigen Quarks mit virtuellen Charginos und Squarks, siehe Abb. 5.8. Der Fall des Down-Strange-Übergangs ist besonders einfach, hier ist das Diagramm mit Stop-Austausch mit $V_{ts}^* V_{td}$ unterdrückt und deshalb für uns vernachlässigbar. Da wir die sehr kleinen Up- und Charm-Yukawa-Kopplungen ebenfalls vernachlässigen und die Massen der Up- und Charm-Squarks als entartet annehmen, verschwinden auch die Diagramme mit \tilde{u}_i - und \tilde{c}_i -Austausch durch eine GIM-Auslöschung, so dass der Down-Strange-Übergang gar nicht betrachtet werden muss.

Für Bottom-Down- oder Bottom-Strange-Übergänge finden wir den Ausdruck für die Selbstenergie

$$\Sigma_{ij}^{RL}(V) = V_{ti}^* V_{tj} \frac{m_i \epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + \epsilon_i \tan\beta}, \quad \text{für } (i, j) = (3, 1), (3, 2), (1, 3), (2, 3). \quad (5.49)$$

Hier haben wir bereits die Unitarität der CKM-Matrix und die Massenentartung der

5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

Abb. 5.9. Feynman-Diagramme mit flavourändernder Selbstenergie in einem äußeren Beinchen.



Squarks der ersten beiden Generationen ausgenutzt, um die Kombination $V_{ti}^* V_{tj}$ auszufaktorisieren. Die flavourerhaltenden Korrekturen zu y_{di} sind bereits in Gl. (5.49) enthalten und aufsummiert, sie ergeben den Faktor $1/(1 + \epsilon_i \tan \beta)$. Der Schleifenfaktor ϵ_{FC} nimmt in Abhängigkeit der Stop-Mischungsparameter $\tilde{\theta}_t, \tilde{\phi}_t$ die explizite Form

$$\begin{aligned} \epsilon_{\text{FC}} = & -\frac{1}{16\pi^2} \frac{g}{\sqrt{2}M_W \sin \beta} \sum_{m=1}^2 m_{\tilde{\chi}_m^\pm} \mathcal{U}_{m2} \left\{ \frac{y_t}{2} \mathcal{V}_{m2}^* \sin 2\tilde{\theta}_t e^{i\tilde{\phi}_t} \left(B_0(m_{\tilde{\chi}_m^\pm}, m_{\tilde{t}_1}) - B_0(m_{\tilde{\chi}_m^\pm}, m_{\tilde{t}_2}) \right) \right. \\ & \left. - g\mathcal{V}_{m1}^* \left(\cos^2 \tilde{\theta}_t B_0(m_{\tilde{\chi}_m^\pm}, m_{\tilde{t}_1}) + \sin^2 \tilde{\theta}_t B_0(m_{\tilde{\chi}_m^\pm}, m_{\tilde{t}_2}) - B_0(m_{\tilde{\chi}_m^\pm}, m_{\tilde{q}_L}) \right) \right\} \end{aligned} \quad (5.50)$$

an, hierbei ist $m_{\tilde{q}_L}$ die Masse der linkshändigen Up- und Charm-Squarks. Wir können ϵ_{FC} alternativ auch als Funktion der SUSY-Brechungsparameter schreiben, wenn wir die Formeln in Anhang A.1 verwenden. Damit ergibt sich

$$\epsilon_{\text{FC}} = -\frac{y_t^2}{16\pi^2} A_t^* \mu^* (D_2 - |M_2|^2 D_0) + \frac{g^2}{16\pi^2} M_2^* \mu^* (D_2 - m_{\tilde{t}_R}^2 D_0 - C_0) \quad (5.51)$$

mit $D_{0,2} = D_{0,2}(m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\chi}_2^\pm}, m_{\tilde{t}_1}, m_{\tilde{t}_2})$ und $C_0 = C_0(m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\chi}_2^\pm}, m_{\tilde{q}_L})$ aus Anhang A.3. Gl. (5.51) verdeutlicht, dass die flavourändernden Selbstenergien direkt mit dem SUSY-Brechungssektor verbunden sind, sie verschwinden im Grenzfall $M_2, A_t \rightarrow 0$. Der g^2 -Anteil von ϵ_{FC} verschwindet durch GIM-Auslöschung, wenn die Links-Rechts-Mischung der Stops und die Massendifferenz zwischen der dritten und den ersten beiden Squark-Generationen vernachlässigt werden.

Im Folgenden diskutieren wir zwei verschiedene Methoden, mit denen die Korrekturen $(\epsilon_{\text{FC}} \tan \beta)^n$ in Berechnungen von Flavourobservablen zu allen Ordnungen n berücksichtigt werden können. Die erste wird in Abschnitt 5.4.1 besprochen, sie besteht darin, flavourändernde Selbstenergien in äußeren Quark-Beinchen von Feynman-Diagrammen zu erlauben. Die zweite ist dazu äquivalent, sie wird in Abschnitt 5.4.2 eingeführt. Dort werden die Quarkfelder mit einer matrixwertigen Wellenfunktionsrenormierung behandelt, die dann in Kopplungen an SUSY-Partner und Higgs-Teilchen eingeht. Beide Vorgehensweisen führen zu den gleichen physikalischen Resultaten.

5.4.1. Flavourändernde Selbstenergien in äußeren Beinchen

Betrachten wir die generische Situation eines Selbstenergie-Unterdiagramms in einem äußeren Quark-Beinchen eines Feynman-Graphen, wie in Abb. 5.9 dargestellt. In fla-

5.4. Resummation von flavourändernden $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen

vouererhaltenden Prozessen werden solche Selbstenergien abgeschnitten und gehen in S-Matrixelemente nach der Lehmann-Symanzik-Zimmermann-Formel nur über die Wellenfunktionsrenormierung („Z-Faktoren“) ein. Diagramme mit flavourändernden Selbstenergien dagegen können wie 1-Teilchen-irreduzible Diagramme behandelt werden, wenn die Massendifferenz zwischen den beiden beteiligten Quarks wesentlich größer ist als der numerische Wert des Selbstenergie-Unterdiagramms [179]. Diese Bedingung ist in naiver MFV trotz der $\tan\beta$ -Verstärkung erfüllt, da die Unterdiagramme kleine CKM-Faktoren beinhalten.

Wir diskutieren nun den $b-s$ -Übergang, siehe Abb. 5.9, der $b-d$ -Fall wird völlig analog behandelt. Mit $m_s = 0$ ergeben die beiden Feynman-Diagramme

$$\mathcal{M}_1 = \mathcal{M}_1^{\text{rest}} \cdot \left. \frac{i(\not{p} + m_b)}{p^2 - m_b^2} \right|_{\not{p}=0} (-i\Sigma_{bs}^{RL}) = -\mathcal{M}_1^{\text{rest}} \cdot V_{ts} V_{tb}^* \frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + \epsilon_b \tan\beta}, \quad (5.52)$$

$$\mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot \left. \frac{i(\not{p} + m_s)}{p^2 - m_s^2} \right|_{\not{p}=m_b^{\text{pole}}} (-i\Sigma_{bs}^{RL*}) = +\mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot V_{ts}^* V_{tb} \frac{\epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta}{1 + \epsilon_b^* \tan\beta}. \quad (5.53)$$

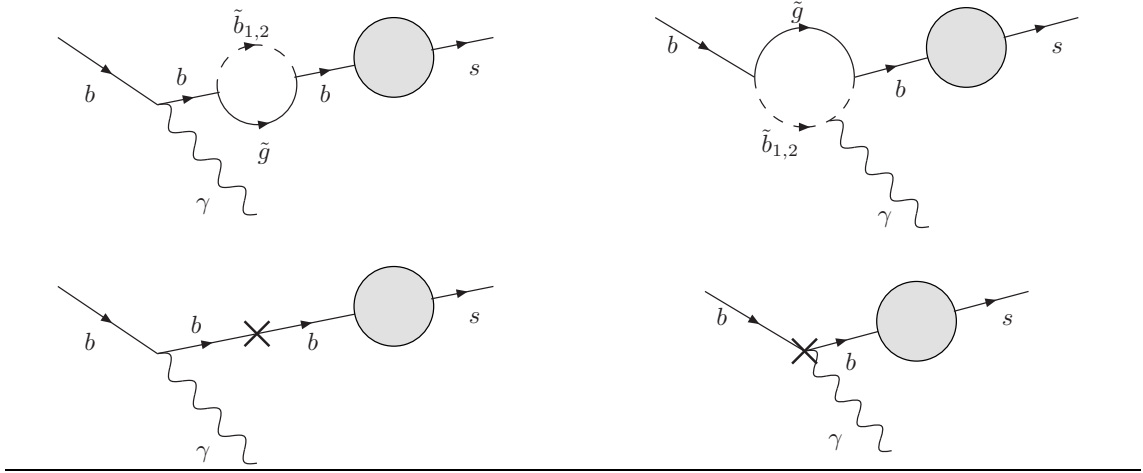
$\mathcal{M}_i^{\text{rest}}$ steht hier für den flavourerhaltenden Prozess, an den die Selbstenergie angehängt wird. Die Ausdrücke (5.52) und (5.53) sind von der Größenordnung $\mathcal{O}(\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta)$, d.h. für großes $\tan\beta$ ist es möglich, einen $b \rightarrow s$ -Übergang ohne Schleifenunterdrückung zu bekommen. Die CKM-Unterdrückung ist dabei die gleiche wie für jeden $b \rightarrow s$ -Prozess im SM.

Es kann vorkommen, dass auch $\mathcal{M}_i^{\text{rest}}$ noch eine Selbstenergie in dem hier betrachteten äußeren Beinchen beinhaltet, z.B. beim Prozess $b \rightarrow s\gamma$. Die in Gl. (5.52) und (5.53) implizierte Entwicklung der Diagramme in m_b/M_{SUSY} ergibt in diesem Prozess in führender Ordnung Null, so dass höhere Ordnungen betrachtet werden müssen. Die rechte Seite von Gl. (5.27) muss deshalb bis zur Ordnung m_b^2/M_{SUSY}^2 entwickelt werden, um den geeigneten Counterterm δm_b zu finden. In Kapitel 5.3 wurde dagegen nur die niedrigste Ordnung betrachtet, es stellt für die Resummation aber kein Problem dar, auch höhere Ordnungen mitzunehmen. Betrachten wir nun die $b \rightarrow s\gamma$ -Diagramme in Abb. 5.10 und setzen die äußeren Teilchen auf die Massenschale. Wir stellen fest, dass eine Einsetzung von δm_b wie im unteren linken Diagramm (durch ein Kreuz dargestellt) die entsprechende flavourdiagonale Bottom-Selbstenergie im oberen linken Diagramm nur teilweise weghebt. Der Grund ist, dass der Counterterm aus der on-shell-Renormierungsbedingung bei $p^2 = m_b^2$ stammt, während bei der Selbstenergie hier $p^2 = m_s^2 = 0$ gilt. Es bleibt ein Term der Ordnung $\mathcal{O}(m_b^2/M_{\text{SUSY}}^2)$ übrig, der zur entsprechenden Ordnung der Vertexkorrektur im oberen rechten Diagramm addiert wird. Die niedrigeren Ordnungen heben sich korrekt weg, dafür werden der Vollständigkeit halber auch nicht $\tan\beta$ -verstärkte Wellenfunktions-Counterterme wie im unteren rechten Diagramm benötigt. Das Ergebnis ist eichinvariant und von der Ordnung $(m_b/M_{\text{SUSY}})^2 \epsilon_{\text{FC}}^* \tan^2\beta$, multipliziert mit einem weiteren Schleifenfaktor.

An dieser Stelle bietet sich die Frage an, ob $\tan\beta$ -verstärkte Flavourübergänge auch in internen Quarklinien auftreten können. Wir beantworten diese Frage in Abschnitt 5.4.2. Ein weiterer klärungsbedürftiger Punkt ist das Auftreten der Polmasse des b -Quarks in Gl. (5.53) durch die Bewegungsgleichung. In Σ_{bs}^{RL} tritt nur die $\overline{\text{MS}}$ -Masse m_b auf, so dass

5. B -Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

Abb. 5.10. Einige Diagramme mit Selbstenergien in äußeren Beinen für den Prozess $b \rightarrow s\gamma$.



das Kürzen dieser Masse nur in führender Ordnung in α_s erlaubt scheint. In Anhang D diskutieren wir Gluon-Korrekturen zu den Diagrammen in Abb. 5.9 und kommen zu dem Schluss, dass diese genau den Unterschied zwischen beiden Massen ausgleichen, so dass die Bottom-Masse auch in höheren Ordnungen herausfällt.

Betrachten wir nun die Resummation der $\tan\beta$ -verstärkten Flavourübergänge. Wie im Ansatz der effektiven Lagrangedichte [151, 152, 166] können wir dies über eine Umdefinition der CKM-Matrix erreichen. Wir betrachten dazu den $\bar{u}_i d_j W^+$ -Vertex mit der $\tan\beta$ -verstärkten Korrektur in Abb. 5.11. Wir stellen eine on-shell-Renormierungsbedingung für die Elemente V_{ij} auf, so dass der Counterterm δV_{ij} das SUSY-Selbstenergie-Diagramm bei $p^2 = m_{d_j}^2$ aufhebt. Wir können in der Selbstenergie $p^2 = 0$ setzen, da dies der führenden Ordnung in p/M_{SUSY} entspricht, im internen Quarkpropagator muss der Impuls im Fall $j = 3$ selbstverständlich auf den physikalischen Wert gesetzt werden. Damit entspricht die renormierte CKM-Matrix V numerisch derjenigen, die aus Niederenergie-Messungen extrahiert wird, da die wichtigen SUSY-Korrekturen subtrahiert wurden¹ Wir erhalten

$$\delta V_{ij} = -V_{ik}\Lambda_{kj}, \quad \text{mit}$$

$$\Lambda_{kj}(V) = \begin{cases} \frac{m_{d_j}}{m_{d_j}^2 - m_{d_k}^2} \Sigma_{kj}^{LR} + \frac{m_{d_k}}{m_{d_j}^2 - m_{d_k}^2} \Sigma_{kj}^{RL}, & k \neq j \\ 0, & k = j. \end{cases} \quad (5.54)$$

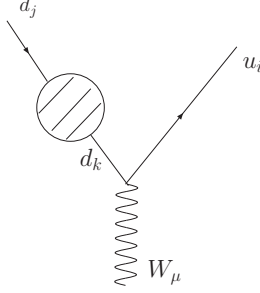
Wir betonen hierbei, dass δV_{ij} niemals weniger Potenzen des Wolfenstein-Parameters λ beinhaltet als V_{ij} .

Die unrenormierte Matrix $V^{(0)}$ lautet

$$V^{(0)} = V + \delta V = V(1 - \Lambda) \approx V e^{-\Lambda}. \quad (5.55)$$

Die gewählte Renormierungsbedingung erhält die Unitarität der CKM-Matrix, da die Matrix Λ antihermitesch ist.

¹Unsere Matrix V entspricht demnach V^{eff} in Ref. [166].

Abb. 5.11. $\tan\beta$ -verstärkte Korrektur zum CKM-Element V_{ij} .


Mit den Selbstenergien aus Gl. (5.49) erkennen wir, dass die Korrekturen δV_{td} , δV_{ts} , δV_{ub} und δV_{cb} von der Ordnung $\mathcal{O}(\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta)$ sind, d.h. die Schleifenunterdrückung wird durch die $\tan\beta$ -Verstärkung aufgehoben und die Korrekturen können mit den entsprechenden tree-level-Größen konkurrieren. Wir haben hier die gleiche Situation wie bei den flavourerhaltenden Selbstenergien in Kap. 5.3.1: Rückeinsetzen der Counterterme δV_{ij} in das Diagramm in Abb. 5.11 ergibt Beiträge, die formal von höherer Schleifenordnung sind, aber durch höhere Potenzen von $\tan\beta$ verstärkt sind. Diese Beiträge sollen nun zu allen Ordnungen aufsummiert werden. Analog zu Gl. (5.39) fordern wir zu diesem Zweck, dass der zu allen Ordnungen aufsummierte Counterterm auch seine eigenen Einsetzungen weghebt, so dass Gl. (5.54) verallgemeinert wird zu

$$\delta V_{ij} = -(V_{ik} + \delta V_{ik}) \cdot \Lambda_{kj}|_{V \rightarrow V + \delta V}. \quad (5.56)$$

Wir haben nun zwei Möglichkeiten: Entweder wir entwickeln die rechte Seite von Gl. (5.56) Ordnung für Ordnung und finden eine rekursive Beziehung zwischen $\delta V_{ij}^{(n)}$ und $\delta V_{ij}^{(n-1)}$, so dass wir die Summe über n explizit berechnen können, oder wir nutzen wie in Kap. 5.3.1 eine Abkürzung. Sie besteht darin, V_{ij} auf beiden Seiten zu addieren und die resultierende Matrixgleichung

$$V^{(0)} = V - V^{(0)} \cdot \Lambda|_{V \rightarrow V^{(0)}} \quad (5.57)$$

nach $V^{(0)}$ aufzulösen. Einsetzen von Λ_{kj} aus Gl. (5.54) mit $\Sigma_{ij}^{RL} = \Sigma_{ji}^{LR*}$ aus Gl. (5.49) in Gl. (5.57) ergibt

$$V_{ij}^{(0)} = V_{ij} - \sum_{k \neq j} V_{ik}^{(0)} V_{tk}^{(0)*} V_{tj}^{(0)} \frac{1}{m_j^2 - m_k^2} \left[\frac{m_j^2 \epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta}{1 + \epsilon_j^* \tan\beta} + \frac{m_k^2 \epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + \epsilon_k \tan\beta} \right]. \quad (5.58)$$

Durch Vernachlässigung kleiner Quark-Massenverhältnisse und der Down-Strange-Selbstenergie (siehe die Diskussion vor Gl. (5.49)) erhalten wir letztendlich die Lösung

$$V^{(0)} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & K^* V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & K^* V_{cb} \\ K V_{td} & K V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad \text{mit} \quad K = \frac{1 + \epsilon_b \tan\beta}{1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan\beta}. \quad (5.59)$$

Wir können Gl. (5.59) nun mit den Ergebnissen anderer Arbeiten vergleichen, die von einer effektiven Lagrangedichte im Grenzfall $M_{\text{SUSY}} \gg v$ ausgehen [151, 152, 166]. Wir

5. B -Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

haben Gl. (5.59) bereits in einer Form geschrieben, die genau den Ergebnissen früherer Arbeiten entspricht, der Unterschied liegt dabei lediglich in der Definition der Größen ϵ_b und ϵ_{FC} . Im Grenzfall sehr schwerer SUSY-Massen und verschwindender CP -Phasen sind die Ergebnisse äquivalent, unsere Formeln sind aber auch im Fall $M_{\text{SUSY}} \simeq v$ gültig und beinhalten alle möglicherweise auftretenden CP -Phasen. Somit haben wir die analytische Resummation der $\tan\beta$ -verstärkten flavourändernden Effekte zum ersten Mal für den allgemeinen SUSY-Fall hergeleitet. Die iterativen Resummations-Methoden aus Refn. [166, 167] reproduzieren numerisch unser Ergebnis, falls die Iteration konvergiert.

5.4.2. Renormierung der flavourändernden Selbstenergien

Die zweite Möglichkeit, flavourändernde Selbstenergien zu behandeln, ist, sie in Wellenfunktions-Counterterme (WF-Counterterme) zu absorbieren, anstatt sie an 1-Teilchenirreduzible Diagramme anzuhängen. In diesem Ansatz existieren die Effekte, die im vorigen Abschnitt als Selbstenergien in äußeren Beinen beigetragen haben, natürlich weiterhin, sie werden in Vertizes mit den renormierten Quarkfeldern verschoben. Insbesondere können ursprünglich flavourdiagonale Vertizes dadurch flavourändernd werden. Der Vorteil dieser Methode ist, dass sie sich gut für die Formulierung effektiver Feynman-Regeln eignet, die dann in Computerprogrammen wie z.B. FeynArts [180, 181] zur Berechnung von Matrixelementen implementiert werden können.

Wir beziehen uns zunächst wieder auf den $\bar{u}_i d_j W^+$ -Vertex wie in Abb. 5.11. Die Renormierung der CKM-Matrix mit Hilfe von WF-Countertermen wurde in konsistenter Form zum ersten Mal in Ref. [182] durchgeführt, dabei wurde ein reines on-shell-Schema verwendet. Man fordert, dass die Einsetzung eines WF-Counterterms eine passende flavourändernde Selbstenergie immer dann weghebt, wenn eines der beteiligten Quarks auf der Massenschale liegt. Später wurde in Ref. [183] festgestellt, dass diese Vorschrift zu nicht-eichinvarianten Ergebnissen führen kann, und als Alternative eine Renormierung bei verschwindendem äußeren Impuls vorgeschlagen. Da wir äußere Impulse in $\tan\beta$ -verstärkten flavourändernden Selbstenergien immer vernachlässigen können, gibt es für uns allerdings keinen Unterschied zwischen den beiden Ansätzen und wir erhalten immer eichinvariante Ergebnisse. Wir renormieren die down-artigen Quarkfelder durch

$$d_{i,L}^{(0)} = \left(\delta_{ij} + \frac{1}{2} \delta Z_{ij}^L \right) d_{j,L}, \quad d_{i,R}^{(0)} = \left(\delta_{ij} + \frac{1}{2} \delta Z_{ij}^R \right) d_{j,R} \quad (5.60)$$

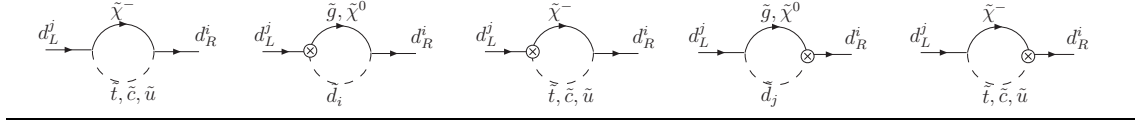
mit antihermiteschen WF-Countertermen

$$\delta Z_{ij}^L = -\delta Z_{ji}^{L*}, \quad \delta Z_{ij}^R = -\delta Z_{ji}^{R*}. \quad (5.61)$$

Dies entspricht einer unitären Transformation im Flavourraum. Im Folgenden werden wir feststellen, dass sich dadurch die SM-Kopplungen der Quarks an Photonen, Gluonen und Z -Bosonen nicht ändern und nach einer geeigneten Renormierung der CKM-Matrix auch der $\bar{u}_i d_j W^+$ -Vertex unverändert bleibt. Unser Renormierungsschema macht damit die Entkopplung der SUSY-Effekte von SM nach dem Appelquist-Carazzone-Theorem, hier im Grenzfall $m_b/M_{\text{SUSY}} \rightarrow 0$, offensichtlich.

5.4. Resummation von flavourändernden $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen

Abb. 5.12. Σ_{ij}^{RL} inkl. Beiträge von höherer Ordnung in $\tan\beta$.



Die Drehung der Quarkfelder nach Gl. (5.60) geht in die Massenterme der Lagrange-dichte (siehe Gl. (5.25)) ein, diese werden zu

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_m &= -m_{d_j}^{(0)} \bar{d}_{j,R}^{(0)} d_{j,L}^{(0)} + \text{h.c.} \\ &= - \left[m_{d_j}^{(0)} \delta_{jk} + \frac{1}{2} m_{d_j}^{(0)} \delta Z_{jk}^L - \frac{1}{2} m_{d_k}^{(0)} \delta Z_{jk}^R \right] \bar{d}_{j,R} d_{k,L} + \text{h.c.}\end{aligned}\quad (5.62)$$

Die Summen über $j, k = 1, 2, 3$ sind impliziert. Die Renormierungsbedingung zur Subtraktion der verstärkten Selbstenergie Σ_{ij}^{RL} aus Gl. (5.49) bei verschwindendem äußeren Impuls lautet

$$\Sigma_{ij}^{RL} + m_{d_i}^{(0)} \frac{\delta Z_{ij}^L}{2} - m_{d_j}^{(0)} \frac{\delta Z_{ij}^R}{2} = 0, \quad i \neq j. \quad (5.63)$$

Die unrenormierten Massen $m_{d_i}^{(0)} = m_{d_i} + \delta m_{d_i}$ enthalten die $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen durch den Massen-Counterterm δm_{d_i} wie in Kap. 5.3.1. Aus Gl. (5.63) und ihrer komplex konjugierten Version erhalten wir explizite Ausdrücke für die WF-Counterterme auf 1-Schleifen-Niveau:

$$\frac{\delta Z_{ij}^L}{2} = \frac{m_{d_i}^{(0)*} \Sigma_{ij}^{RL} + m_{d_j}^{(0)} \Sigma_{ij}^{LR}}{|m_{d_j}^{(0)}|^2 - |m_{d_i}^{(0)}|^2} \quad \text{für } i \neq j, \quad (5.64)$$

$$\frac{\delta Z_{ij}^R}{2} = \frac{m_{d_i}^{(0)} \Sigma_{ij}^{LR} + m_{d_j}^{(0)*} \Sigma_{ij}^{RL}}{|m_{d_j}^{(0)}|^2 - |m_{d_i}^{(0)}|^2} \quad \text{für } i \neq j. \quad (5.65)$$

Damit ist die $\tan\beta$ -Verstärkung von $\delta Z_{ij}^{L,R}$ offensichtlich, allerdings ist δZ_{ij}^R im Gegensatz zu δZ_{ij}^L immer durch ein kleines Quark-Massenverhältnis unterdrückt.

Wir erinnern daran, dass der Ausdruck für Σ_{ij}^{RL} in Gl. (5.49) und damit die Counterterme unter Vernachlässigung des äußeren Impulses hergeleitet wurden. Das bedeutet, die Counterterme können Selbstenergien in äußeren Quark-Beinchen nur unter dieser Annahme vollständig aufheben, andernfalls können Terme von höherer Ordnung in m_{d_i}/M_{SUSY} aus der Selbstenergie übrig bleiben. Dies ist wichtig für Rechnungen, in denen solche höheren Ordnungen mitgenommen werden müssen, wie z.B. im Prozess $b \rightarrow s\gamma$.

Kommen wir nun zur Resummation der höheren Schleifenordnungen mit höheren Potenzen von $\tan\beta$. Die flavourdiagonalen Korrekturen wurden in Gl. (5.49) bereits resummiert. Die flavourändernden Effekte entstehen in höheren Ordnungen durch Rückeinsetzungen der Counterterme δZ_{ij}^L und δZ_{ij}^R in Selbstenergien. Diese Diagramme sind in Abb. 5.12

5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

gemeinsam mit der führenden Ordnung gezeichnet, wir sehen, dass nun auch Gluinos und Neutralinos als virtuelle Teilchen beitragen. Alle diese Diagramme sind $\tan\beta$ -verstärkt und von der gleichen Ordnung in λ wie das führende Diagramm. Wir verallgemeinern Σ_{ij}^{RL} im Vergleich zu Gl. (5.49) durch Einschluss dieser Beiträge und erhalten

$$\Sigma_{ij}^{RL}(\delta Z_{ij}^L, \delta Z_{ij}^R) = V_{ti}^{(0)*} V_{tj}^{(0)} m_{d_i}^{(0)} \epsilon_{\text{FC}} \tan\beta + \frac{\delta Z_{ij}^L}{2} m_{d_i}^{(0)} \epsilon_i \tan\beta - \frac{\delta Z_{ij}^R}{2} m_{d_j}^{(0)} \epsilon_j \tan\beta. \quad (5.66)$$

Wir schreiben hier bereits vorgreifend $V_{ij}^{(0)}$, da die CKM-Matrix $\tan\beta$ -verstärkte Counterterme erhalten wird, die ebenfalls in $\Sigma_{ij}^{RL}(\delta Z_{ij}^L, \delta Z_{ij}^R)$ eingehen. Nun ersetzen wir in Gln. (5.64) und (5.65) Σ_{ij}^{RL} und Σ_{ij}^{LR} durch $\Sigma_{ij}^{RL}(\delta Z_{ij}^L, \delta Z_{ij}^R)$ und $\Sigma_{ij}^{LR}(\delta Z_{ij}^L, \delta Z_{ij}^R)$, um Bestimmungsgleichungen für die WF-Counterterme zu erhalten, die zu allen Ordnungen der Störungstheorie gültig sind. Wie vorher müssen die aufsummierten Counterterme ihre eigenen Einsetzungen zu allen Ordnung wegheben. Die sich ergebenden Gleichungen können direkt nach $\delta Z_{ij}^{L,R}$ aufgelöst werden, dabei ergibt sich in führender Ordnung in m_{d_i}/m_b mit $i = d, s$:

$$\frac{\delta Z_{bi}^L}{2} = -\frac{\delta Z_{ib}^{L*}}{2} = -\frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + \epsilon_b \tan\beta} V_{tb}^{(0)*} V_{ti}^{(0)}, \quad (5.67)$$

$$\frac{\delta Z_{bi}^R}{2} = -\frac{\delta Z_{ib}^{R*}}{2} = -\frac{m_{d_i}}{m_b} \left[\frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + \epsilon_b \tan\beta} + \frac{\epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta}{(1 + \epsilon_i^* \tan\beta)} \right] V_{tb}^{(0)*} V_{ti}^{(0)}. \quad (5.68)$$

Die übrigen Matrixeinträge von $\delta Z_{ij}^{L,R}$ verschwinden.

Nun müssen wir noch die CKM-Matrix nach der Vorschrift von Ref. [182] renormieren, wobei die WF-Counterterme der up-artigen Quarks entfallen, da sie nicht verstärkt sind. Wir schreiben $V_{ij}^{(0)} = V_{ij} + \delta V_{ij}$ mit

$$\delta V_{ij} = -\sum_k V_{ik}^{(0)} \frac{\delta Z_{kj}^L}{2} \quad (5.69)$$

Um die Terme höherer Ordnung in $\tan\beta$ mitzunehmen, haben wir auf der rechten Seite wieder V_{ik} durch $V_{ik}^{(0)}$ ersetzt. Diese Bedingung legt die aufsummierten CKM-Counterterme so fest, dass sie den Effekt der WF-Renormierung in den Kopplungen der Quarks an das W -Boson exakt aufheben. Damit bleibt nur die tree-level-Kopplung übrig, die genau dem SM-Wert entspricht.

Nach Einsetzen von Gl. (5.67) in Gl. (5.69) können wir nach δV_{ij} auflösen und finden wieder die gleiche Beziehung zwischen $V_{ij}^{(0)}$ und V_{ij} wie in Gl. (5.59) mit der alternativen Methode des letzten Kapitels. Die WF-Counterterme in Abhängigkeit von der physikalischen CKM-Matrix erhalten wir nun durch Einsetzen von Gl. (5.59) in Gln. (5.67) und (5.68):

$$\frac{\delta Z_{bi}^L}{2} = -\frac{\delta Z_{ib}^{L*}}{2} = -V_{tb}^{(0)*} V_{ti} \frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan\beta}, \quad (5.70)$$

$$\frac{\delta Z_{bi}^R}{2} = -\frac{\delta Z_{ib}^{R*}}{2} = -V_{tb}^{(0)*} V_{ti} \frac{m_{d_i}}{m_b} \left[\frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + \epsilon_b \tan\beta} + \frac{\epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta}{(1 + \epsilon_i^* \tan\beta)} \right] \frac{1 + \epsilon_b \tan\beta}{1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan\beta}. \quad (5.71)$$

5.4. Resummation von flavourändernden $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen

Wir merken an, dass diese analytischen Ausdrücke den Grenzwerten der iterativen Quarkfeld-Rotationen aus dem zweiten Kapitel von Ref. [166] entsprechen.

Fassen wir zusammen: Während wir in Kapitel 5.4.1 die $\tan\beta$ -verstärkten Beiträge zu $b-s$ - und $b-d$ -Übergängen durch Selbstenergien in äußeren Beinen hergeleitet und resummiert haben, sind wir in diesem Kapitel durch Absorption der Selbstenergien in WF-Counterterme zu den gleichen Ergebnissen gekommen. Insbesondere wird die CKM-Matrix auf die gleiche Weise renormiert.

Abschließend möchten wir noch die im letzten Kapitel gestellte Frage nach verstärkten Flavourübergängen in internen Quarklinien beantworten. Mit der WF-Renormierungsmethode stammen solche Übergänge entweder aus Einsetzungen von Σ_{ij}^{RL} in eine interne Linie oder aus einer entsprechenden Einsetzung von $\delta Z_{ij}^{L,R}$. Wir betrachten hier beispielhaft den $b-s$ -Übergang und vernachlässigen den mit m_s/m_b unterdrückten rechtshändigen Counterterm. In diesem Fall beinhaltet die flavourändernde Linie neben den beiden Quarkpropagatoren nur die Summe

$$\Gamma_{bs}(p) = \frac{V_{tb}^{(0)*} V_{ts}^{(0)} m_b \epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + \epsilon_b \tan\beta} + m_b \frac{\delta Z_{bs}^L}{2}. \quad (5.72)$$

Bisher haben wir in ϵ_{FC} nur den führenden Term im äußeren Impuls der Selbstenergie mitgenommen. Nun entwickeln wir in Potenzen von p/M_{SUSY} und finden in quadratischer Ordnung wieder einen $\tan\beta$ -verstärkten Term, so dass wir in Gl. (5.72) ersetzen können

$$\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta \rightarrow \epsilon_{\text{FC}}^{(0)} \tan\beta + \frac{p^2}{M_{\text{SUSY}}^2} \epsilon_{\text{FC}}^{(2)} \tan\beta, \quad (5.73)$$

wobei $\epsilon_{\text{FC}}^{(0)}$ dem Ausdruck in Gl. (5.51) entspricht. In Gl. (5.72) hebt der Counterterm nur den $\epsilon_{\text{FC}}^{(0)}$ -Term weg, da wir die Renormierungsbedingung für verschwindenden äußeren Impuls aufgestellt hatten. Im Fall $p^2 \ll M_{\text{SUSY}}^2$ ist eine flavourändernde interne Linie also in jedem Fall durch den Faktor p^2/M_{SUSY}^2 gegenüber einer flavourerhaltenden Linie, wo der Flavourübergang an einem Vertex stattfindet, unterdrückt. Im Fall $p^2 \simeq M_{\text{SUSY}}^2$ müssen wir zusätzlich noch die Quark-Propagatoren betrachten. Wir haben auf der Linie das Produkt

$$\frac{1}{\not{p} - m_b} \frac{p^2}{M_{\text{SUSY}}^2} \frac{V_{tb}^{(0)*} V_{ts}^{(0)} m_b \epsilon_{\text{FC}}^{(2)} \tan\beta}{1 + \epsilon_b \tan\beta} \frac{1}{\not{p} - m_s}, \quad (5.74)$$

und können die Quarkmassen in den Propagatoren vernachlässigen. Damit kürzt sich der Impuls heraus und wir haben immer noch eine Unterdrückung mit m_b/M_{SUSY}^2 , während ein flavourerhaltender Quarkpropagator sich im selben Grenzfall wie $1/M_{\text{SUSY}}$ verhält.

Damit ist klar, dass ein wichtiger Unterschied zwischen den vorher diskutierten Flavourübergängen in äußeren Beinen (unabhängig von deren möglicher Absorption in WF-Counterterme) und solchen in internen Quarklinien besteht. Bei ersteren bringt die Flavouränderung im Vergleich zum flavourerhaltenden Prozess, an den sie angehängt wird, lediglich die in MFV zu erwartende CKM-Unterdrückung mit sich, im letzteren Fall tritt eine zusätzliche Unterdrückung durch Potenzen von $1/M_{\text{SUSY}}$ im Vergleich zum Flavourübergang an einem Vertex auf. Angewendet auf physikalische Prozesse bedeutet das, dass $\tan\beta$ -verstärkte Flavourübergänge in äußeren Beinen immer berücksichtigt werden

5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

müssen, während solche in internen Linien im Normalfall vernachlässigt werden können. Wir können nicht ausschließen, dass Prozesse existieren, in denen die führende Ordnung in der $1/M_{\text{SUSY}}$ -Entwicklung ähnlich wie in $b \rightarrow s\gamma$ verschwindet und die dadurch sensitiv auf Einsetzungen in interne Linien werden, uns ist aber kein solcher Prozess bekannt.

5.5. Effektive Feynmanregeln für das MSSM bei großem $\tan\beta$

5.5.1. Hintergrund und Struktur der effektiven Feynmanregeln

Mit den bisher erzielten Ergebnissen haben wir alle $\tan\beta$ -verstärkten Schleifenkorrekturen im MSSM erfasst und, falls möglich, zu allen Ordnungen aufsummiert. Dies versetzt uns in die Lage, die Feynmanregeln des MSSM so zu modifizieren, dass solche Effekte automatisch korrekt implementiert sind und nicht mehr gesondert betrachtet werden müssen. Insbesondere für automatisierte Rechnungen ist dies von großem Vorteil.

Wie bereits erwähnt haben wir unser Renormierungsschema so gewählt, dass alle SM-Vertizes in ihrer üblichen Form erhalten bleiben. Die WF-Counterterme der Quarks sind antihermitesch, dadurch löschen sich in Kopplungen an neutrale Eichbosonen δZ_{ij} und δZ_{ji}^* gegenseitig aus. In Kopplungen an das W -Boson ist dies nicht der Fall, durch die on-shell-Renomierung der CKM-Matrix behalten aber auch diese Vertizes letztendlich ihre Form. Als Beispiel geben wir den $\bar{t} s W$ -Vertex an:

$$-\frac{ig}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_L \left(V_{ts} + \delta V_{ts} + V_{tb} \frac{\delta Z_{bs}^L}{2} \right) = -\frac{ig}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_L V_{ts}. \quad (5.75)$$

mit dem *physikalischen* CKM-Element $V_{ts} \approx -0.04$. Wie in Kap. 5.4 bemerkt brechen unsere flavourändernden Schleifeneffekte explizit die SUSY. Wir können daher nicht davon ausgehen, dass auch die supersymmetrischen Varianten der SM-Vertizes unverändert bleiben.

In der Tat finden wir, trotz der ursprünglichen Annahme von naiver MFV, in diesem Szenario *flavourändernde Kopplungen der neutralen Gauginos*. Dies entspricht FCNC-Kopplungen, die zwar wie im SM schleifenunterdrückt sind, hier aber durch $\tan\beta$ verstärkt sind. Durch Einsetzen der WF-Renomierung aus Gl. (5.60) in die MSSM-Lagrangedichte finden wir beispielsweise den folgenden Quark-Squark-Gluino-Vertex:

$$\mathcal{L} \supset -i\sqrt{2}g_s T^a \tilde{b}_L^* \tilde{g}^a b_L^{(0)} = -i\sqrt{2}g_s T^a \tilde{b}_L^* \tilde{g}^a \left(b_L + \frac{\delta Z_{bs}^L}{2} s_L + \frac{\delta Z_{bd}^L}{2} d_L \right). \quad (5.76)$$

Das Gluino koppelt also flavourändernd mit dem Counterterm $\delta Z_{bd(s)}^L$ als Bestandteil der effektiven Feynmanregel. Mit der Methode von Kap. 5.4.1 würden wir den gleichen Effekt durch Anhängen einer flavourändernden Quark-Selbstenergie an den $\tilde{b}_L^* \tilde{g}^a b_L$ -Vertex erhalten.

Auf die gleiche Art ergeben sich auch effektive flavourändernde Kopplungen der Neutralinos und der neutralen Higgs-Bosonen. Darüberhinaus gehen die WF-Counterterme und CKM-Counterterme auch in Wechselwirkungen von Quarks mit geladenen Higgs-Teilchen

5.5. Effektive Feynmanregeln für das MSSM bei großem $\tan\beta$

oder Charginos ein, so dass diese modifiziert werden müssen. Außerdem müssen die unrenormierten CKM-Matrixelemente in den flavourändernden Squark-Kopplungen, an denen keine Quarks beteiligt sind, mit Hilfe von Gl. (5.59) durch die entsprechenden physikalischen Matrixelemente ausgedrückt werden.

An dieser Stelle ist es angebracht, noch einmal auf die Super-CKM-Basis und naive MFV einzugehen und dafür konsistente Definitionen aufzustellen, die flavourändernde Schleifenkorrekturen berücksichtigen. Es bieten sich dafür zwei Vorgehensweisen an:

- *tree-level-Definition*: Die Super-CKM-Basis ist die Basis, in der die *tree-level-Massenmatrizen* der Quarkfelder diagonal sind. Unsere naive MFV-Annahme besteht darin, dass die SUSY-Brechungsterme und damit die Squark-Massenmatrizen in dieser Basis diagonal sind.
- *on-shell-Definition*: Die Super-CKM-Basis ist die Basis, in der die *on-shell-renormierten Massensmatrizen* der Quarkfelder diagonal sind.

Die on-shell-Definition bietet sich an, wenn die Squark-Mischung experimentell bestimmt wurde, so dass die MFV-Annahme überflüssig wird. Dann kann auch die Squark-Massenmatrix on-shell renormiert werden, so dass die renormierte Massensmatrix der physikalischen entspricht. Wir verwenden in dieser Arbeit ausschließlich die tree-level-Definition, da sie eine fundamentale MFV-Annahme auf dem Niveau der ursprünglichen MSSM-Lagrangedichte erlaubt. In der on-shell-Definition würden die flavourändernden Quark-Selbstenergien in die Rotationsmatrizen absorbiert, die die Quarkfelder in die Super-CKM-Basis bringen. Entsprechend würden dabei auch die Squarkfelder mitrotiert. Eine MFV-Definition in einer solchen Basis, siehe z.B. Ref. [184], würde zwar den Quark-Squark-Gluino-Vertex vollständig flavourdiagonal machen, da die $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen aus Gl. (5.76) dann in der Renormierung der Mischungsmatrizen stecken würden, sie erscheint uns aber unnatürlich, wenn wir von symmetriebasierter MFV ausgehen. Unsere MFV-Annahme bezieht sich direkt auf die fundamentalen SUSY-brechenden Parameter der Lagrangedichte, bevor irgendeine Art von Renormierung stattfindet.

Unsere effektiven Feynmanregeln reproduzieren im Entkopplungslimes die bisher bekannten flavourändernden Kopplungen der neutralen Higgs-Bosonen [150, 151], können also als Verallgemeinerung dieser für den Fall $M_{\text{SUSY}} \simeq v$ betrachtet werden. Gleiches gilt für die modifizierten Kopplungen der geladenen Higgs-Bosonen an Quarks. Die modifizierten Quark-Squark-Chargino-Kopplungen und insbesondere die flavourändernden Gluino- und Neutralino-Kopplungen sind neu, sie können in einer effektiven Theorie für den Entkopplungslimes mit ausintegrierten SUSY-Teilchen logischerweise nicht berechnet werden. Lediglich in einer Arbeit, Ref. [184], wurden bisher flavourändernde schleifeninduzierte Gluino-Kopplungen in MFV diskutiert. Dort wurden alle Zwei-Schleifen-Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_W \alpha_s)$ zum Prozess $b \rightarrow s\gamma$ berechnet, unter denen auch Diagramme mit flavourändernden Selbstenergien zu finden sind. Allerdings wurde dabei weder die $\tan\beta$ -Verstärkung dieser Beiträge erkannt, noch wurden die Selbstenergien zu allen Ordnungen ($\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta$)ⁿ aufsummiert.

5.5.2. Zusammenfassung der effektiven Feynmanregeln

Wir fassen in diesem Abschnitt die effektiven Feynmanregeln für das MSSM bei großem $\tan\beta$ zusammen. Sie sind über den Entkopplungslimes hinaus gültig und schließen auch alle Vertizes mit SUSY-Teilchen ein. Wir beziehen uns hier auf das Eingabeschema (i) aus Kap. 5.3.1 für die Sbottom-Parameter.

- (1) Alle MSSM-Vertizes werden als Funktion der down-artigen Yukawa-Kopplungen y_{d_i} anstelle der Massen m_{d_i} geschrieben, dabei muss die Yukawa-Kopplung als komplex angenommen werden. In unserer Konvention steht y_{d_i} bei Vertizes mit einlaufendem linkshändigem (S)quark und $y_{d_i}^*$ bei Vertizes mit einlaufendem rechtshändigem (S)quark. Bei den Vertizes, die ausschließlich aus skalaren Feldern bestehen, ist es hilfreich, sich zu überlegen, wie diese Kopplungen aus dem Superpotential W_{MSSM} aus Gl. (4.9) über die Terme

$$\mathcal{L}_{\text{MSSM}} \supset \left(\frac{\delta W_{\text{MSSM}}}{\delta \phi_i} \right) \left(\frac{\delta W_{\text{MSSM}}}{\delta \phi_i} \right)^* \quad (5.77)$$

zustande kommen. Nach der Diagonalisierung der Yukawa-Matrizen enthält W_{MSSM} nur deren Eigenwerte y_{d_i} und nicht etwa $y_{d_i}^*$. Anschließend wird die Ersetzung nach Gl. (5.44) vorgenommen:

$$y_{d_i} \rightarrow y_{d_i}^{(0)} = \frac{m_{d_i}}{v_d(1 + \epsilon_i \tan\beta)}. \quad (5.78)$$

Dann entspricht m_{d_i} der gemessenen Masse, z.B. im $\overline{\text{MS}}$ -Schema. Die gleiche Ersetzung muss auch in der Sbottom-Massenmatrix \mathcal{M}_b^2 aus Gl. (A.1) gemacht werden, bevor der Mischungswinkel nach Gl. (A.11) bestimmt wird. Falls das Eingabeschema (iii) verwendet werden soll, muss die Sbottom-Matrix wie in Kap. 5.3.2 iterativ berechnet werden.

- (2) Die CKM-Matrixelemente werden wie folgt ersetzt:

$$V_{ti} \rightarrow V_{ti}^{(0)} = \frac{1 + \epsilon_b \tan\beta}{1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan\beta} V_{ti} \quad (i = d, s) \quad (5.79)$$

$$V_{ib} \rightarrow V_{ib}^{(0)} = \frac{1 + \epsilon_b^* \tan\beta}{1 + (\epsilon_b^* - \epsilon_{\text{FC}}^*) \tan\beta} V_{ib} \quad (i = u, c). \quad (5.80)$$

Alle weiteren Einträge bleiben unverändert. Nach diesen Ersetzungen können die gemessenen Werte für V_{ij} eingesetzt werden.

- (3) Die letzte Regel betrifft alle Vertizes mit down-artigen Quarks. Hier müssen die flavourändernden WF-Counterterme

$$\frac{\delta Z_{bi}^L}{2} = -\frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + \epsilon_b \tan\beta} V_{tb}^* V_{ti}^{(0)} \quad (5.81)$$

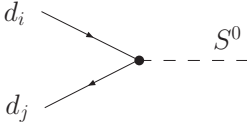
$$\frac{\delta Z_{bi}^R}{2} = -\frac{m_i}{m_b} \left[\frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + \epsilon_b \tan\beta} + \frac{\epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta}{1 + \epsilon_i^* \tan\beta} \right] V_{tb}^* V_{ti}^{(0)} \quad (5.82)$$

5.5. Effektive Feynmanregeln für das MSSM bei großem $\tan\beta$

für $i = d, s$ als zusätzliche Kopplungen berücksichtigt werden. Dies führt zu zusätzlichen flavourändernden Vertizes und teilweise zu Auslöschungen mit der CKM-Renormierung aus Punkt (2).

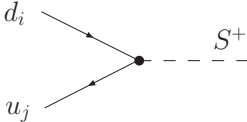
In diesen Regeln sind die $\tan\beta$ -verstärkten Schleifenkorrekturen der Form $(\epsilon \tan\beta)^n$ bereits zu allen Ordnungen aufsummiert, mit einer Ausnahme: Echte Vertexkorrekturen zu den $\cot\beta$ -unterdrückten Vertizes $h^0 d^i \bar{d}^j$ und $H^+ d_L^i \bar{u}_R^j$ und zu den entsprechenden Goldstone-Boson-Vertizes sind in diesen Regeln nicht enthalten. Sie können nur im Entkopplungslimes zu lokalen Kopplungskonstanten kontrahiert werden, andernfalls sind sie impulsabhängig. Sie sind allerdings reine 1-Schleifen-Effekte und völlig unabhängig von den resummierten $\tan\beta$ -verstärkten Selbstenergien.

Im Folgenden geben wir explizit die Feynmanregeln der neuen flavourändernden Vertizes wieder, die sich aus Regel (3) ergeben. Dabei berücksichtigen wir auch die Ersetzungen (1) und (2). Farbindices der (S)quarks werden hier nicht angegeben und mehrfach auftretende Indizes werden *nicht* kontrahiert.



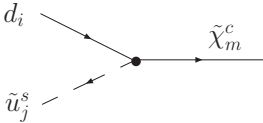
$$-\frac{i}{\sqrt{2}} \left[x_d^S \left(\delta_{ji} y_{d_j}^{(0)} + \frac{\delta Z_{ji}^L}{2} y_{d_j}^{(0)} - \frac{\delta Z_{ji}^R}{2} y_{d_i}^{(0)} \right) P_L + (x_d^S)^* \left(\delta_{ji} y_{d_j}^{(0)*} + \frac{\delta Z_{ji}^R}{2} y_{d_j}^{(0)*} - \frac{\delta Z_{ji}^L}{2} y_{d_i}^{(0)*} \right) P_R \right] \quad (5.83)$$

mit $x_d^S = (\cos\alpha, -\sin\alpha, i\sin\beta, -i\cos\beta)$ für $S^0 = (H^0, h^0, A^0, G^0)$

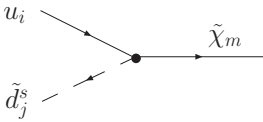


$$i\xi_L^S y_{u_j} V_{ji} P_L + i\xi_R^S \left(y_{d_i}^{(0)*} V_{ji}^{(0)} + \frac{\delta Z_{ji}^R}{2} y_{d_j}^{(0)*} V_{jj} \right) P_R \quad (5.84)$$

mit $\xi_L^S = (\cos\beta, \sin\beta)$ und $\xi_R^S = (\sin\beta, -\cos\beta)$ für $S^+ = (H^+, G^+)$

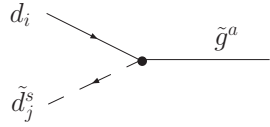


$$iV_{ji} (y_{u_j} R_{s2}^{u_j} \mathcal{V}_{m2}^* - gR_{s1}^{u_j} \mathcal{V}_{m1}^*) P_L + iR_{s1}^{u_j} \mathcal{U}_{m2} \left(y_{d_i}^{(0)*} V_{ji}^{(0)} + \frac{\delta Z_{ji}^R}{2} y_{d_j}^{(0)*} V_{jj} \right) P_R \quad (5.85)$$

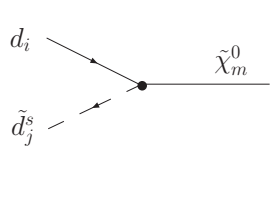


$$iV_{ij}^{(0)*} \left[\left(y_{d_j}^{(0)} R_{s2}^{d_j} \mathcal{U}_{m2}^* - gR_{s1}^{d_j} \mathcal{U}_{m1}^* \right) P_L + y_{u_i} R_{s1}^{d_j} \mathcal{V}_{m2} P_R \right] \quad (5.86)$$

5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung



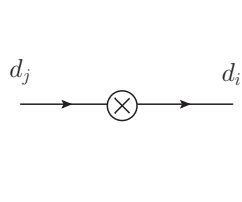
$$-i\sqrt{2}g_s T^a \left[\left(\delta_{ji} + \frac{\delta Z_{ji}^L}{2} \right) R_{s1}^{d_j} P_L - \left(\delta_{ji} + \frac{\delta Z_{ji}^R}{2} \right) R_{s2}^{d_j} P_R \right] \quad (5.87)$$



$$i \left(\delta_{ji} + \frac{\delta Z_{ji}^L}{2} \right) \left[\sqrt{2} R_{s1}^{d_j} \left(\frac{g}{2} N_{m2}^* - \frac{g'}{6} N_{m1}^* \right) - y_{d_j}^{(0)} R_{s2}^{d_j} N_{m3}^* \right] P_L$$

$$- i \left(\delta_{ji} + \frac{\delta Z_{ji}^R}{2} \right) \left[\frac{\sqrt{2}}{3} g' R_{s2}^{d_j} N_{m1} + y_{d_j}^{(0)*} R_{s1}^{d_j} N_{m3} \right] P_R \quad (5.88)$$

In automatisierten Rechnungen müssen je nach Implementierung die flavourändernden Counterterme eventuell auch explizit in externe und interne Quarklinien eingesetzt werden. Sie heben dann entsprechende Einsetzungen der flavourändernden Selbstenergien bis auf Terme der Ordnung $\mathcal{O}(m_b/M_{\text{SUSY}})$ weg. Die Feynmanregel für Counterterm-Einsetzungen lautet



$$-i \left(\frac{m_i}{1 + \epsilon_i \tan \beta} \frac{\delta Z_{ij}^L}{2} - \frac{m_j}{1 + \epsilon_j \tan \beta} \frac{\delta Z_{ij}^R}{2} \right) P_L$$

$$-i \left(\frac{m_i}{1 + \epsilon_i^* \tan \beta} \frac{\delta Z_{ij}^R}{2} - \frac{m_j}{1 + \epsilon_j^* \tan \beta} \frac{\delta Z_{ij}^L}{2} \right) P_R. \quad (5.89)$$

5.5.3. Ein Anwendungsbeispiel

Die oben genannten Feynmanregeln können für

- Niederenergie-Rechnungen mit virtuellen SUSY-Teilchen und
- Hochenergie-Rechnungen für Kollider-Prozesse mit virtuellen oder realen SUSY-Teilchen

verwendet werden und eignen sich sehr gut, um z.B. Hochenergie-Rechnungen mit Daten aus Flavour-Experimenten bei niedrigeren Energien zu kombinieren. Wir geben hier als Beispiel den flavourändernden Gluino-Zerfall an. In der Näherung $m_b/M_{\text{SUSY}} \approx 0$ lautet die Zerfallsrate für $\tilde{g} \rightarrow \tilde{b}_i b$ auf tree-level

$$\Gamma(\tilde{g} \rightarrow \tilde{b}_i b) = \frac{\alpha_s}{8\pi} (m_{\tilde{g}}^2 - m_{\tilde{b}_i}^2)^2. \quad (5.90)$$

Für den flavourändernden Zerfall $\tilde{g} \rightarrow \tilde{b}_i s$ finden wir

$$\frac{\Gamma(\tilde{g} \rightarrow \tilde{b}_i s)}{\Gamma(\tilde{g} \rightarrow \tilde{b}_i b)} = \left| \frac{\delta Z_{bs}^L}{2} R_{i1}^b \right|^2 + \left| \frac{\delta Z_{bs}^R}{2} R_{i2}^b \right|^2 \approx \left| \frac{\delta Z_{bs}^L}{2} R_{i1}^b \right|^2. \quad (5.91)$$

Numerisch ist dieses Verhältnis gegeben durch

$$\left| \frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan \beta}{1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan \beta} V_{tb} V_{ts} R_{i1}^b \right|^2 \sim \mathcal{O}(10^{-4}). \quad (5.92)$$

5.6. Phänomenologie: FCNC-Prozesse bei großem $\tan\beta$

Mit dem Wissen der vorherigen Kapitel sind wir jetzt in der Lage, die Auswirkungen von $\tan\beta$ -verstärkten SUSY-Korrekturen auf FCNC-Prozesse zu untersuchen. Es ist bekannt, dass diese Korrekturen für bestimmte Prozesse auch in MFV signifikant sind, das beste Beispiel hierfür ist der Prozess $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ [151, 165, 166, 178], der von flavourändernden neutralen Higgs-Kopplungen dominiert wird. Mit unseren Feynmanregeln aus Kap. 5.5.2 können wir nun zusätzlich auch flavourändernde Kopplungen von Gluinos und Neutralinos berücksichtigen und deren Effekte studieren, außerdem können wir die in der Literatur nur für den Entkopplungslimes $M_{\text{SUSY}} \gg v$ existierenden Rechnungen auf beliebige SUSY-Massen verallgemeinern.

Da alle flavourändernden neutralen Kopplungen aus $\tan\beta$ -verstärkten Selbstenergien bzw. den Countertermen δZ_{bi}^L und δZ_{bi}^R ($i = d, s$) stammen, hängt ihre numerische Relevanz vor allem von dem Parameter $\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta$ ab. Aus Kap. 5.4.2 wissen wir, dass δZ_{bi}^R mit einer kleinen Quarkmasse unterdrückt ist, deshalb sind die wichtigsten neuen Beiträge proportional zu δZ_{bi}^L in Gl. (5.70), d.h. zu

$$\frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan\beta}. \quad (5.93)$$

Wir schätzen daher zunächst die Größe dieser Parameterkombination ab. Dafür berücksichtigen wir in ϵ_b und ϵ_{FC} nur die Beiträge proportional zu α_s oder den Yukawa-Kopplungen der dritten Generation und vernachlässigen die schwache Kopplung. Wir setzen alle SUSY-Massenparameter inklusive μ und A_t auf einen gemeinsamen Wert M_{SUSY} und vernachlässigen Terme der Ordnung $\mathcal{O}(v/M_{\text{SUSY}})$ in den Mischungsmatrizen. Mit diesen Vereinfachungen kürzt sich M_{SUSY} heraus und wir erhalten die Abschätzung

$$|\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta| = \frac{y_t(M_{\text{SUSY}})^2}{32\pi^2} \tan\beta, \quad (5.94)$$

$$|(\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan\beta| = |\epsilon_b^{\tilde{g}} \tan\beta| = \frac{\alpha_s(M_{\text{SUSY}})}{3\pi} \tan\beta. \quad (5.95)$$

Für $\tan\beta = 50$ und $M_{\text{SUSY}} = 500$ GeV als Renormierungsskala finden wir typische Werte

$$|\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta| \sim 0.12, \quad |(\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan\beta| \sim 0.5. \quad (5.96)$$

Werten wir Gl. (5.93) für reelle Werte von μ aus, kann der Nenner abhängig vom Vorzeichen von μ größer oder kleiner als 1 sein. Wir finden dann

$$\left| \frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan\beta} \right| \sim 0.08, \quad \text{für positives } \mu, \quad (5.97)$$

$$\left| \frac{\epsilon_{\text{FC}} \tan\beta}{1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan\beta} \right| \sim 0.24, \quad \text{für negatives } \mu. \quad (5.98)$$

Größere Zahlenwerte können auftreten, wenn ϵ_{FC} durch $A_t > M_2, \mu, m_{\tilde{L}}, m_{\tilde{R}}$ parametrisch verstärkt ist. Unter der Bedingung $|A_t| \lesssim 3m_{\tilde{q}}$ (wobei $m_{\tilde{q}}$ eine mittlere Squarkmasse ist), die mit dem Ausschluss von farbverletzenden Minima des skalaren MSSM-Potentials

5. B -Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

begründet werden kann [185, 186], erhalten wir die Einschränkung $|\epsilon_{\text{FC}} \tan \beta|_{\text{max}} \sim 0.4$. Experimentell kann $|A_t|$ durch die Messung von $\mathcal{B}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ eingeschränkt werden, diese Einschränkungen hängen aber von den übrigen Chargino- und Stop-Massenparametern, sowie von der Phase von A_t [134] ab.

5.6.1. Korrekturen zu $|\Delta B| = 1$ -Prozessen

Wir beschreiben die schwachen $|\Delta B| = |\Delta S| = 1$ -Zerfälle mit dem effektiven Hamiltonoperator $\mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{BBL}}$ aus Gl. (2.35), so dass SUSY-Korrekturen lediglich die Wilson-Koeffizienten \mathcal{C}_i betreffen. Prinzipiell erzeugen supersymmetrische Beiträge auch neue effektive Operatoren im effektiven Hamiltonoperator, insbesondere treten durch $\tan \beta$ -verstärkten Higgs-Austausch neue skalare und pseudoskalare Vier-Quark-Operatoren auf. Dieses Phänomen wurde in Ref. [187] untersucht, dort wurde festgestellt, dass die Effekte der neuen Operatoren in hadronischen B -Zerfällen vernachlässigbar sind. Wir kommen für radiative Zerfälle zu dem gleichen Schluss, daher können wir die SM-Operatorbasis aus Gln. (2.35) ff. beibehalten.

Zunächst betrachten wir SUSY-Beiträge zu den Wilson-Koeffizienten der magnetischen Operatoren $\mathcal{O}_{7\gamma}$ und \mathcal{O}_{8g} , die zum wichtigen Prozess $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ beitragen. Im SM implizieren beide Operatoren einen Chiralitätsübergang im äußeren b -Quark-Beinchen, so dass ein Faktor $m_b \propto \cos \beta$ auftritt, der in die Definition des Operators absorbiert wird. SUSY-Beiträge können relativ dazu $\tan \beta$ -verstärkt sein, wenn der Chiralitätsübergang durch eine Yukawa-Kopplung y_b in der Schleife zustande kommt, wie in Kap. 5.2 bereits diskutiert. Auf Ein-Schleifen-Niveau ist genau dies bekanntermaßen bei Chargino-Squark-Schleifen der Fall [160, 161]. Außerdem erhalten nicht-verstärkte Diagramme mit Top-Quark und geladenem Higgs in der Schleife $\tan \beta$ -verstärkte Vertexkorrekturen, die von verschiedenen Autoren im effektiven Zwei-Higgs-Dublett-Modell [160, 161, 188, 189] und in einer expliziten Zwei-Schleifen-Rechnung [184] untersucht wurden.

Wir konzentrieren uns zuerst auf den Chargino-Beitrag, den wir mit den Feynmanregeln aus Kap. 5.5.2 berechnen können. Es ergibt sich

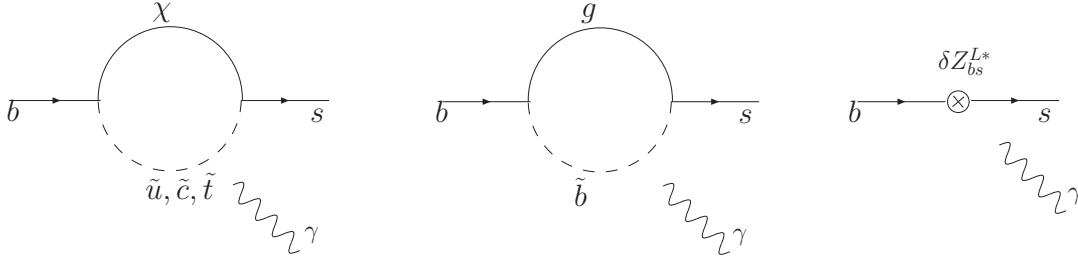
$$\mathcal{C}_{7\gamma, 8g}^{\tilde{\chi}^\pm} = \frac{1}{\cos \beta (1 + \epsilon_b^* \tan \beta)} \sum_{a=1,2} \left\{ \frac{\mathcal{U}_{a2} \mathcal{V}_{a1} M_W}{\sqrt{2} m_{\tilde{\chi}_a^\pm}} \left[K^* f_{1,2}(x_{\tilde{q}_L} \tilde{\chi}_a^\pm) - c_{\tilde{t}}^2 f_{1,2}(x_{\tilde{t}_1} \tilde{\chi}_a^\pm) \right. \right. \\ \left. \left. - s_{\tilde{t}}^2 f_{1,2}(x_{\tilde{t}_2} \tilde{\chi}_a^\pm) \right] + s_{\tilde{t}} c_{\tilde{t}} e^{-i\phi_{\tilde{t}}} \frac{\mathcal{U}_{a2} \mathcal{V}_{a2} m_t}{2 \sin \beta m_{\tilde{\chi}_a^\pm}} \left[f_{1,2}(x_{\tilde{t}_1} \tilde{\chi}_a^\pm) - f_{1,2}(x_{\tilde{t}_2} \tilde{\chi}_a^\pm) \right] \right\}. \quad (5.99)$$

mit den Abkürzungen

$$s_{\tilde{t}} = \sin \tilde{\theta}_t, \quad c_{\tilde{t}} = \cos \tilde{\theta}_t, \quad x_{ij} = m_i/m_j. \quad (5.100)$$

Die auftretenden Schleifenfunktionen sind in Anhang A.3 angegeben. Wie vorher haben wir angenommen, dass die Squarks \tilde{u}_L und \tilde{c}_L entartet sind und ihre Masse mit $m_{\tilde{q}_L}$ bezeichnet. Unser Ergebnis unterscheidet sich von dem in Ref. [161] um einen Faktor K^* (siehe Gl. (5.59)) im numerisch unterdrückten Beitrag von \tilde{u}_L bzw. \tilde{c}_L , der unsere Resummation der $\tan \beta$ -verstärkten Flavourübergänge zum Ausdruck bringt. Im Stop-Beitrag fallen diese Korrekturen durch die gegenseitige Auslöschung von WF- und CKM-Countertermen weg.

Abb. 5.13. Chargino- und Gluino-Beiträge zu $\mathcal{C}_{7\gamma}$. Das Photon kann an alle Linien mit Ausnahme des Gluinos koppeln. Die Beiträge zu \mathcal{C}_{8g} ergeben sich durch Ersetzung des Photons durch ein Gluon, das auch an das Gluino koppeln kann.



Neben den bekannten Chargino- und geladenen-Higgs-Diagrammen können wir jetzt auch $\tan\beta$ -verstärkte Gluino-Diagramme finden, siehe Abb. 5.13, die bisher noch nie im Kontext von MFV bei großem $\tan\beta$ betrachtet wurden. Genau wie die Chargino-Diagramme verschwinden diese Beiträge für $M_{\text{SUSY}} \gg v$, sie können daher nicht im Entkopplungslimes berechnet werden. Wir betrachten nur die $\tan\beta$ -verstärkten Anteile, sie lauten

$$\mathcal{C}_{7\gamma}^{\tilde{g}} = \frac{\sqrt{2}}{4G_F} \frac{C_F g_s^2 \mu \tan\beta}{3m_{\tilde{g}}(m_{b_1}^2 - m_{b_2}^2)} \frac{\epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta}{(1 + \epsilon_b^* \tan\beta)(1 + (\epsilon_b^* - \epsilon_{\text{FC}}^*) \tan\beta)} \left(f_2(x_{\tilde{b}_1\tilde{g}}) - f_2(x_{\tilde{b}_2\tilde{g}}) \right), \quad (5.101)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}} = & - \frac{\sqrt{2}}{4G_F} \frac{g_s^2 \mu \tan\beta}{m_{\tilde{g}}(m_{b_1}^2 - m_{b_2}^2)} \frac{\epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta}{(1 + \epsilon_b^* \tan\beta)(1 + (\epsilon_b^* - \epsilon_{\text{FC}}^*) \tan\beta)} \\ & \times \left[C_F \left(f_2(x_{\tilde{b}_1\tilde{g}}) - f_2(x_{\tilde{b}_2\tilde{g}}) \right) + C_A \left(f_3(x_{\tilde{b}_1\tilde{g}}) - f_3(x_{\tilde{b}_2\tilde{g}}) \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.102)$$

Die Argumente der Schleifenfunktionen aus Anhang A.3 sind auch hier $x_{ab} = m_a^2/m_b^2$, die Farbfaktoren lauten $C_F = 4/3$ und $C_A = 3$. In Gln. (5.101) und (5.102) haben wir Diagramme mit virtuellem Strange-Squark aufgrund einer Unterdrückung mit m_s/m_b vernachlässigt.

Um eine grobe Abschätzung der Koeffizienten $\mathcal{C}_{7\gamma,8g}^{\tilde{g}}$ im Vergleich zu den bekannten $\mathcal{C}_{7\gamma,8g}^{\tilde{\chi}^\pm}$ zu erhalten, setzen wir wiederum alle SUSY-Massenparameter auf den Wert M_{SUSY} . Damit finden wir

$$\eta_7 = \left| \frac{\mathcal{C}_{7\gamma}^{\tilde{g}}}{\mathcal{C}_{7\gamma}^{\tilde{\chi}^\pm}} \right| = \frac{8}{15} \frac{g_s^2}{y_t^2} \frac{|\epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta|}{|1 + (\epsilon_b^* - \epsilon_{\text{FC}}^*) \tan\beta|}, \quad (5.103)$$

$$\eta_8 = \left| \frac{\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}}{\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{\chi}^\pm}} \right| = \frac{10}{3} \frac{g_s^2}{y_t^2} \frac{|\epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta|}{|1 + (\epsilon_b^* - \epsilon_{\text{FC}}^*) \tan\beta|}. \quad (5.104)$$

Mit unseren vorherigen Abschätzungen für den Ausdruck aus Gl. (5.93) finden wir $\eta_7 \simeq 0.07$ und $\eta_8 \simeq 0.42$ für $\mu > 0$ oder $\eta_7 \sim 0.2$ und $\eta_8 \sim 1.3$ für $\mu < 0$. Daraus folgt,

5. B -Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

dass der Einfluss des neuen Gluino-Beitrags für $\mathcal{C}_{7\gamma}$ eher klein ist, während er für \mathcal{C}_{8g} in jedem Fall nicht zu vernachlässigen ist. Da sowohl $\epsilon_{\text{FC}}^* \tan \beta$ als auch der dominante Beitrag zu $\mathcal{C}_{7\gamma,8g}^{\tilde{X}^\pm}$ proportional zu A_t sind, hat eine Verstärkung durch große Werte von A_t auf die Verhältnisse $\eta_{7,8}$ praktisch keinen Einfluss, in diesem Fall gewinnen beide SUSY-Beiträge relativ zum SM-Beitrag an Wichtigkeit. Andererseits wächst der Gluino-Beitrag auch mit μ , während der Chargino-Beitrag durch die schwere Higgsinomasse kleiner wird. Je größer μ ist, desto wichtiger ist demnach der Gluino-Beitrag. Eine genauere Analyse dieser numerischen Aspekte folgt in Kap. 5.7.

Durch Ersetzen der Gluino-Linien in Abb. 5.13 durch Neutralino-Linien finden wir auch $\tan \beta$ -verstärkte Neutralino-Beiträge zu den magnetischen Operatoren. Die entsprechenden analytischen Ausdrücke sind

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_{7\gamma}^{\tilde{X}^0} &= -\frac{\sqrt{2}}{4G_F} \sum_{i,m} \frac{\epsilon_{\text{FC}}^* \tan \beta}{6m_{\tilde{\chi}_m^0} m_b (1 + (\epsilon_b^* - \epsilon_{\text{FC}}^*) \tan \beta)} X_{im}^{L*} X_{im}^R f_2(x_{\tilde{b}_i, \tilde{\chi}_m^0}), \\ \mathcal{C}_{8g}^{\tilde{X}^0} &= 1/e_d \mathcal{C}_{7, \tilde{\chi}^0}\end{aligned}\tag{5.105}$$

mit den Neutralino-Quark-Squark-Kopplungen

$$X_{im}^L = \sqrt{2} R_{i1}^b \left(\frac{g}{2} N_{m2}^* - \frac{g'}{6} N_{m1}^* \right) - y_b^{(0)} R_{i2}^b N_{m3}^*,\tag{5.106}$$

$$X_{im}^R = \frac{\sqrt{2}}{3} g' R_{i2}^b N_{m1} + y_b^{(0)*} R_{i1}^b N_{m3}.\tag{5.107}$$

Hier ist $e_d = -1/3$ die Ladung der down-artigen (S)quarks. Die unrenormierte Yukawa-Kopplung $y_b^{(0)}$ wird wie in Kap. 5.3.2 bestimmt. Wir bemerken an dieser Stelle, dass im Produkt $X_{im}^{L*} X_{im}^R$ weitere $\tan \beta$ -Faktoren aus $y_b^{(0)}$ und der Neutralino-Mischung zu finden sind, trotzdem sind die Neutralino-Beiträge aber klein gegenüber den entsprechenden Chargino- und Gluino-Diagrammen.

Ein weiterer Beitrag zu $\mathcal{C}_{7\gamma,8g}$ auf Ein-Schleifen-Niveau wird durch Austausch von neutralen Higgs-Bosonen und b -Quarks erzeugt, ein Ausdruck dafür findet sich in Ref. [137]. Dort wurde ein effektives Zwei-Higgs-Dublett-Modell mit verschwindenden CP -Phasen anstelle des vollen MSSM verwendet. Im vollen diagrammatischen Ansatz finden wir die Ausdrücke

$$\mathcal{C}_{7\gamma}^{H^0} = -\frac{\epsilon_{\text{FC}}^* \tan \beta}{1 + (\epsilon_b^* - \epsilon_{\text{FC}}^*) \tan \beta} \frac{m_b^2 \tan^2 \beta}{36|1 + \epsilon_b \tan \beta|^2 m_{A^0}^2}, \quad \mathcal{C}_{8g}^{H^0} = \frac{\mathcal{C}_7^{H^0}}{e_d}.\tag{5.108}$$

Dies stimmt im Grenzfall schwerer SUSY-Massen und verschwindenden CP -Phasen bis auf den Faktor $1/e_d$ mit Ref. [137] überein. Verglichen mit anderen SM- und MSSM-Beiträgen sind diese Koeffizienten lediglich kleine Korrekturen im Prozentbereich.

Verlassen wir nun die magnetischen Operatoren und diskutieren die übrigen Teile des effektiven Hamiltonoperators für $|\Delta B| = 1$ -Zerfälle. Wir haben die bisher in MFV unbekanntten Beiträge von Gluino- und Neutralino-Schleifen zu den QCD-Pinguin-Operatoren \mathcal{O}_{3-6} und zu den EW-Pinguin-Operatoren \mathcal{O}_{7-10} berechnet und stellen fest,

5.6. Phänomenologie: FCNC-Prozesse bei großem $\tan\beta$

dass sie numerisch nicht relevant sind. Dies liegt vor allem an der destruktiven Interferenz der beiden möglichen Squark-Flavours \tilde{b} und \tilde{s} , die in den Schleifen auftreten. In Chargino-Diagrammen wird diese GIM-artige Auslöschung durch die Hierarchie der Yukawa-Kopplungen zerstört, sie können daher größere Beiträge liefern. Darüberhinaus sind alle SUSY-Beiträge zu den Dimension-6-Operatoren generisch mit $1/M_{\text{SUSY}}^2$ unterdrückt, während der entsprechende Faktor im SM nur $1/m_W^2$ ist. Im Gegensatz zu $\mathcal{C}_{7\gamma,8g}$ kann diese Unterdrückung in \mathcal{C}_{3-10} nicht durch chirale Verstärkung mit einem Faktor $\tan\beta$ ausgeglichen werden, da \mathcal{O}_{3-10} chiralitätserhaltend sind. Die gleiche Argumentation gilt analog auch für die beiden Operatoren \mathcal{O}_{9V} und \mathcal{O}_{10A} , die zur Berechnung von semi-leptonischen B -Zerfällen benötigt werden, auch dort erhalten wir vernachlässigbar kleine Effekte von Pinguindiagrammen mit virtuellen Gluinos und Neutralinos.

Der geladene rein leptonische B -Zerfall $B^+ \rightarrow \ell^+ \nu_\ell$ ist kein FCNC-Prozess, er wird dominiert von tree-level-Diagrammen mit W -Boson-Austausch, kann aber im MSSM signifikante Korrekturen durch Diagramme mit geladenen Higgs-Bosonen erhalten [153]. Die einzigen relevanten $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen zu diesem Prozess stecken in den geladenen Higgs-Kopplungen, sie betreffen die CKM-Matrix und die Yukawa-Kopplungen. Die entsprechende effektive Feynmanregel ist Gl. (5.84). Die gleiche Argumentation gilt auch für den Prozess $B^+ \rightarrow \bar{D}\tau^+ \nu_\tau$ [154, 155], der ebenfalls sensitiv auf geladenen Higgs-Austausch ist.

Die neutralen leptonischen Zerfälle $\bar{B}^0 \rightarrow \ell^+ \ell^-$ und $\bar{B}_s \rightarrow \ell^+ \ell^-$ sind dagegen schleifenunterdrückte FCNC-Prozesse und extrem sensitiv auf $\tan\beta$. Der phänomenologisch wichtigste Prozess dieser Klasse ist $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$, hier werden die Operatoren $\mathcal{O}_{S,P}$ aus Gl. (2.41) relevant. Die $\tan\beta$ -verstärkten Beiträge zu diesen Operatoren wurden zunächst in einer Ein-Schleifen-Rechnung in Ref. [165] gefunden, im Entkopplungslimes oder mit den Feynmanregeln aus Kap. 5.5.2 ergeben sie sich bereits aus Diagrammen mit tree-level-Austausch von geladenen Higgs-Teilchen. Wir verallgemeinern hier die bekannten Formeln aus der Literatur [151, 166], indem wir

- alle $\tan\beta$ -verstärkten Massen- und WF-Renormierungen resumieren
- alle möglichen CP -Phasen des SUSY-Brechungssektors mitnehmen und
- nicht den Entkopplungslimes $M_{\text{SUSY}} \gg v$ verwenden.

Es besteht die Möglichkeit, dass das Verzweigungsverhältnis von $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ schon bald mit guter Genauigkeit am LHCb-Experiment gemessen wird, deshalb sollte die MSSM-Vorhersage so genau wie möglich berechnet werden. Für großes $\tan\beta$ ist $m_{H^0}^2 \simeq m_{A^0}^2$, damit lautet der Higgs-Beitrag²

$$C_S = -C_P = -\frac{\epsilon_{\text{FC}}^* \tan\beta}{1 + (\epsilon_b^* - \epsilon_{\text{FC}}^*) \tan\beta} \frac{m_\mu \tan^2\beta}{(1 + \epsilon_b^* \tan\beta)(1 + \epsilon_\mu \tan\beta)2m_{A^0}^2}. \quad (5.109)$$

²Für kleines $\tan\beta$ müssen Beiträge von Z -Pinguinen und Boxdiagrammen berücksichtigt werden, die in Ref. [190] berechnet wurden.

5. B -Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

Darin ist ϵ_μ das Analogon von ϵ_b für das Myon und kann in guter Näherung mit

$$\begin{aligned} \epsilon_\mu &= \frac{g^2}{16\pi^2} \left[\mu^* M_2^* C_0(m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\chi}_2^\pm}, m_{\tilde{\nu}_\mu}) + \frac{m_{\tilde{\chi}_m^0}}{2m_W} N_{m2}^* N_{m3}^* B_0(m_{\tilde{\chi}_m^0}, m_{\tilde{\mu}_L}) \right] \\ &\xrightarrow{\mu, M_2 \gg m_Z} \frac{g^2}{16\pi^2} \mu^* M_2^* \left[C_0(m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\chi}_2^\pm}, m_{\tilde{\nu}_\mu}) + \frac{1}{2} C_0(m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\chi}_2^\pm}, m_{\tilde{\mu}_L}) \right] \end{aligned} \quad (5.110)$$

angegeben werden, siehe auch Ref. [60].

5.6.2. Korrekturen zu $|\Delta B| = 2$ -Prozessen

Zur Untersuchung der $\tan\beta$ -verstärkten Flavourübergänge in $B - \bar{B}$ -Oszillationen verwenden wir den effektiven Hamiltonoperator aus Gl. (2.53). Verschiedene SUSY-Beiträge im Entkopplungslimes wurden in den Arbeiten [150, 156, 159, 166, 175, 178] untersucht, wir konzentrieren uns hier auf die Oszillationen der B_s -Mesonen, die wichtige SUSY-Beiträge proportional zu m_s erhalten [156].

Die erste Klasse von $\tan\beta$ -verstärkten Beiträgen sind tree-level-Diagramme mit neutralem Higgs-Austausch, analog zu den im vorigen Abschnitt für $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ diskutierten. Wir finden mit Hilfe unserer effektiven Feynmanregeln

$$C_1^{SRR} = - \frac{4\pi^2 m_b^2 \tan^2 \beta}{\sqrt{2} G_F M_W^2} \cdot \frac{\epsilon_{\text{FC}}^{*2} \tan^2 \beta}{(1 + \epsilon_b^* \tan \beta)^2 (1 + (\epsilon_b^* - \epsilon_{\text{FC}}^*) \tan \beta)^2} \cdot \mathcal{F}_-, \quad (5.111)$$

$$\begin{aligned} C_2^{LR} &= - \frac{8\pi^2 m_b m_s \tan^2 \beta}{\sqrt{2} G_F M_W^2} \cdot \frac{|\epsilon_{\text{FC}} \tan \beta|^2}{|1 + \epsilon_b \tan \beta|^2 |1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan \beta|^2} \cdot \mathcal{F}_+ \\ &\times \left[1 + (1 - e^{2i\phi}) \frac{(\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}} - \epsilon_s) \tan \beta}{1 + \epsilon_s \tan \beta} \right] \end{aligned} \quad (5.112)$$

mit der Phase

$$\phi = \arg \{ \epsilon_{\text{FC}}^* \tan \beta (1 + (\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}}) \tan \beta) \}. \quad (5.113)$$

Bis auf Terme mit $\cot\beta$ -Unterdrückung gilt hier

$$\mathcal{F}_+ = \frac{2}{m_{A^0}^2}, \quad \mathcal{F}_- = 0. \quad (5.114)$$

Da der eigentlich führende Beitrag C_1^{SRR} also für großes $\tan\beta$ verschwindet, ist C_2^{LR} trotz der Unterdrückung durch m_s numerisch relevant [150]. Unser Ausdruck in Gl. (5.112) beinhaltet einen bisher unbekanntem Korrekturterm

$$r = (1 - e^{2i\phi}) \frac{(\epsilon_b - \epsilon_{\text{FC}} - \epsilon_s) \tan \beta}{1 + \epsilon_s \tan \beta}. \quad (5.115)$$

Dieser Term verschwindet, wenn alle SUSY-Parameter reell sind oder wenn wir im Entkopplungslimes mit entarteten Squarkmassen arbeiten. In letzterem Fall gilt nämlich

$$\epsilon_s \rightarrow \epsilon_0, \quad \epsilon_b \rightarrow \epsilon_0 + \epsilon_{\text{FC}}, \quad (5.116)$$

5.6. Phänomenologie: FCNC-Prozesse bei großem $\tan\beta$

dadurch tritt der Term in Refn. [150, 156, 159, 166, 175, 178] nicht auf. Außerhalb des Entkopplungslimes verschwindet r nicht, selbst wenn alle SUSY-Brechungsparameter auf einen gemeinsamen Wert gesetzt werden, da die Squarkmassen durch Terme der Ordnung v/M_{SUSY} auseinander getrieben werden. Falls $\mu > 0$ ist, ist auch $\epsilon_b > 0$ und die Links-Rechts-Mischung der Bottom-Squarks wird durch den Resummationsfaktor $1/(1+\epsilon_b \tan\beta)$ in der Massenmatrix abgeschwächt. In diesem Fall ist $|r| \lesssim 0.01$. Wenn $\mu < 0$ ist, verhält es sich umgekehrt und wir können Werte $|r| \lesssim 0.1$ erreichen. Wenn die Squarkmassen der dritten Generation stark von denen der ersten beiden Generationen abweichen³, finden wir in einem Parameterscan $|r| \lesssim 0.3$ und für einige feinabgestimmte Punkte auch $0.3 < |r| < 0.5$, wobei die Phasen das ganze Intervall $\arg(r) \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ füllen.

Die prinzipiell große numerische Relevanz des neutralen Higgs-Beitrags zur $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung ist eingeschränkt durch die Korrelation mit dem analogen Beitrag zu $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$. Aus Gl. (5.112) folgt mit Gl. (5.109) die Relation

$$\begin{aligned} \frac{C_2^{\text{LR}}}{|C_P|^2} &= - \frac{64 \pi^2 m_b m_s}{\sqrt{2} G_F m_W^2 m_\mu^2} \frac{m_{A^0}^2 |1 + \epsilon_\mu \tan\beta|^2 (1+r)}{\tan^2 \beta} \\ &= - 6.38 \times 10^4 \frac{m_{A^0}^2 |1 + \epsilon_\mu \tan\beta|^2 (1+r)}{\tan^2 \beta} \end{aligned} \quad (5.117)$$

wobei wir die Quarkmassen im $\overline{\text{MS}}$ -Schema bei $\mu_{\text{SUSY}} = 400 \text{ GeV}$ auswerten. Man beachte, dass C_2^{LR} für reelles r stets negativ ist und destruktiv mit dem SM-Beitrag zur $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung interferiert. Wir verwenden die für großes $\tan\beta$ gültige Näherung [166]

$$\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) = 18.37 \text{ GeV}^2 |C_P|^2, \quad (5.118)$$

so dass die momentane experimentelle obere Schranke $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) < 4.7 \times 10^{-8}$ [191] auf

$$|C_2^{\text{LR}}| < 0.01 \left[\frac{m_{A^0}}{400 \text{ GeV}} \right]^2 \left[\frac{50}{\tan\beta} \right]^2 |1 + \epsilon_\mu \tan\beta|^2 |1+r| \quad (5.119)$$

führt. Die komplexe Phase von C_2^{LR} verschwindet, wenn r reell ist, mit den oben angegebenen Schranken für die Größe des Betrags von r finden wir die obere Grenze $\arg(C_2^{\text{LR}}) \lesssim 12^\circ$.

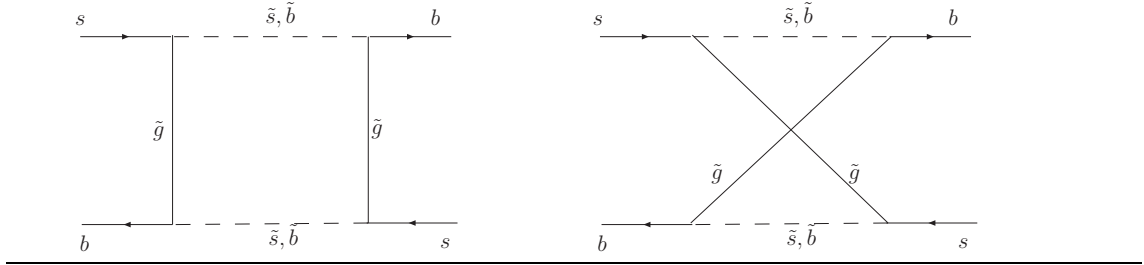
Vergleichen wir mit dem SM-Koeffizienten $C^{\text{VLL}} \approx 2.1$, so fällt auf, dass die möglichen Werte von $|C_2^{\text{LR}}|$ um zwei Größenordnungen niedriger liegen. Weder aus $\epsilon_\mu \tan\beta = \mathcal{O}(0.1)$ [60] noch aus dem Verhältnis der Operatormatrixelemente von $\mathcal{O}_2^{\text{LR}}$ und \mathcal{O}^{VLL} [55, 192] ist eine Verstärkung zu erwarten, die diese Unterdrückung kompensieren könnte, folglich ist der Beitrag von $|C_2^{\text{LR}}|$ zu ΔM_s und zu mischungsinduzierten CP -Asymmetrien in B_s -Zerfällen vernachlässigbar klein.

Wir können außerdem Beiträge der Gluino-Boxdiagramme aus Abb. 5.14 zum $\Delta B = 2$ -Hamiltonoperator unter Verwendung der effektiven Feynmanregeln berechnen. Da das Gluino ein Majorana-Fermion ist, müssen dabei auch gekreuzte Boxen betrachtet werden. Wir finden dabei, dass die Koeffizienten der Operatoren, die rechtshändige s -Quarkfelder enthalten, also $C_{1,2}^{\text{LR}}$, $C_{1,2}^{\text{SLL}}$ und C^{VRR} , immer proportional zu Potenzen von δZ_{bs}^R sind.

³Dies ist nur für die rechtshändigen Massenparameter möglich, da in der Super-CKM-Basis $\tilde{m}_{\tilde{u}_L}^2 = V^{(0)\dagger} \tilde{m}_{\tilde{u}_L}^2 V^{(0)}$. Die naive MFV-Annahme, dass $m_{\tilde{u}_L}^2$ und $m_{\tilde{d}_L}^2$ diagonal sind, bedeutet dann $m_{\tilde{u}_L, \tilde{d}_L}^2 \propto \mathbb{1}$.

5. B -Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

Abb. 5.14. Beiträge von Gluino-Boxdiagrammen zum effektiven $\Delta B = 2$ -Hamiltonoperator. Durch Drehung der Boxen um 90° finden wir zwei weitere Beiträge.



Sie sind demnach mit m_s/m_b unterdrückt und vernachlässigbar. C^{VLL} und $C_{1,2}^{SRR}$ sind proportional zu $(\delta Z_{bs}^L)^2$, was nach der Diskussion zu Beginn von Kap. 5.6 klein gegen 1 ist, außerdem interferieren die Beiträge der Strange- und Bottom-Squarks destruktiv miteinander. Dadurch sind die Gluino-Beiträge zum $\Delta B = 2$ -Hamiltonoperator insgesamt vernachlässigbar gegenüber Chargino- und Higgs-Beiträgen. Dasselbe gilt für Neutralino-Beiträge.

5.7. Numerische Untersuchung von $\mathcal{C}_{7\gamma}^{\tilde{g}}$ und $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ und Konsequenzen für S_f

Im letzten Kapitel haben wir festgestellt, dass die $\Delta B = 1$ -Operatoren $\mathcal{O}_{7\gamma}$ and \mathcal{O}_{8g} bei großem $\tan\beta$ wichtige Korrekturen aus Gluino-Diagrammen erhalten können. In diesem Kapitel führen wir eine detaillierte numerische Analyse dieser Beiträge durch und wenden die Ergebnisse auf die mischungsinduzierte CP -Asymmetrie im Zerfall $\bar{B}^0 \rightarrow \phi K_S$ an.

Als ersten Schritt berechnen wir die Beträge und Phasen von SM- und SUSY-Beiträgen zu $\mathcal{C}_{7\gamma}$ und \mathcal{C}_{8g} in einem Scan über den Parameterraum des MSSM mit 100000 zufällig ausgewählten Punkten. Die Scanbereiche für die einzelnen dimensionsbehafteten MSSM-Parameter sind in Tab. 5.1 zusammengefasst. Wir variieren außerdem die Phase von A_t zwischen 0 und 2π und $\tan\beta$ zwischen 40 und 60. In diesem Kapitel wählen wir μ als reell und positiv, wie es die Messungen von elektrischen Dipolmomenten und dem anomalen magnetischen Moment des Myons bevorzugen.

Tabelle 5.1. Scanbereiche für die MSSM-Massenparameter. Die Matrizen $m_{\tilde{Q},\tilde{u},\tilde{d}}$ werden als universal angenommen.

	min (GeV)	max (GeV)
$m_{\tilde{Q}}, m_{\tilde{u}}, m_{\tilde{d}}$	250	1000
$ A_t , A_b $	100	1000
μ, M_1, M_2	200	1000
$m_{\tilde{g}}$	300	1000
m_{A^0}	200	1000

5.7. Numerische Untersuchung von $\mathcal{C}_{7\gamma}^{\tilde{g}}$ und $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ und Konsequenzen für S_f

Wir verwerfen alle Parameterpunkte, die nicht die folgenden Bedingungen erfüllen:

- Alle physikalischen Squarkmassen sind größer als 200 GeV,
- das leichteste supersymmetrische Teilchen (LSP) trägt keine Ladung und keine Farbe,
- die experimentelle untere Schranke an die leichteste Higgs-Masse m_{h^0} ist auf 2σ -Niveau erfüllt,
- $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ liegt innerhalb des experimentellen 2σ -Bereichs.

Für die letzte Bedingung berechnen wir $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ auf NLO nach Ref. [193]. Wir erhalten daraus starke Einschränkungen für große Werte von $|A_t|$, da $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ von $|\mathcal{C}_{7\gamma}|^2$ dominiert wird und dieser Wilson-Koeffizient Chargino-Beiträge proportional zu $A_t \tan \beta$ enthält [194]. Da A_t allerdings i.A. komplex ist, kann die Phase $\arg(A_t)$ oft so feinabgestimmt werden, dass $|\mathcal{C}_{7\gamma}|$ in der Summe aus SM-Beitrag und Chargino-Beitrag auch für große Werte von $|A_t|$ noch mit dem Experiment verträglich ist. Wir betrachten eine solche Feinabstimmung als unnatürlich und unerwünscht, und führen deshalb noch eine weitere Bedingung ein:

- Für den SUSY-Beitrag zu $\mathcal{C}_{7\gamma}$ muss gelten: $|\mathcal{C}_{7\gamma}^{\text{SUSY}}(m_W)| < |\mathcal{C}_{7\gamma}^{\text{SM}}(m_W)| \approx 0.22$.

Damit wird der Tatsache Rechnung getragen, dass das Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ bereits mit guter Genauigkeit gemessen wurde und mit der SM-Vorhersage gut übereinstimmt. SUSY-Korrekturen sollten also klein gegenüber dem SM-Beitrag sein, wenn kein Fine-tuning vorliegt.

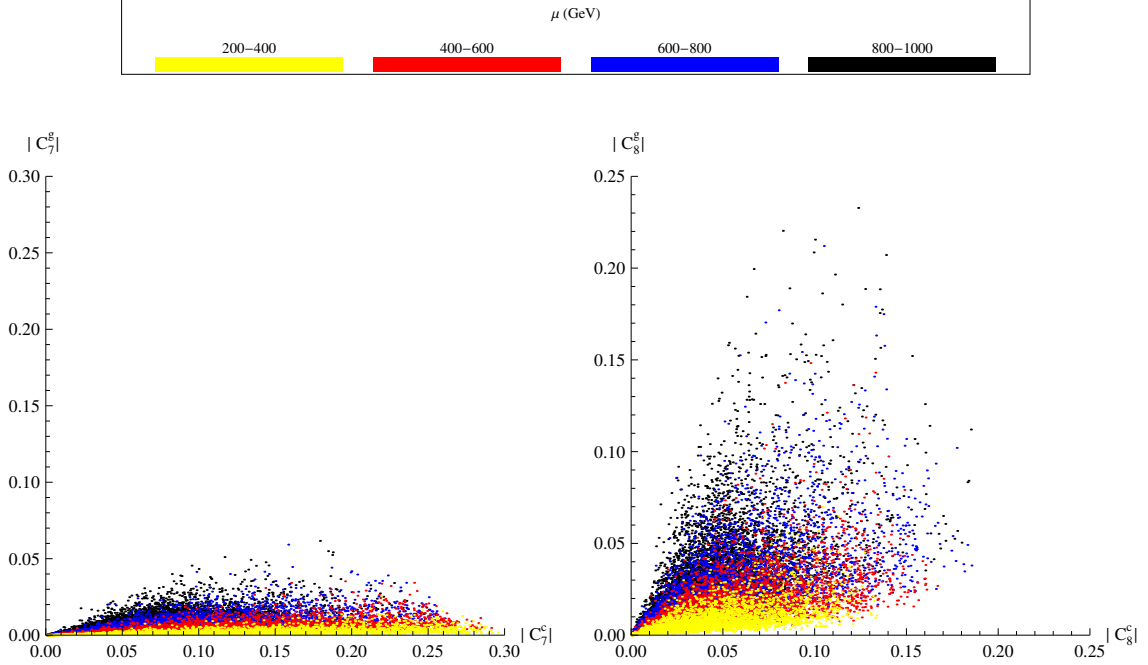
Die Ergebnisse des Parameterscans sind in Abbn. 5.15 und 5.16 dargestellt. Abb. 5.15 zeigt den Vergleich der aus der Literatur bekannten Chargino-Beiträge $\mathcal{C}_{7\gamma,8g}^{\tilde{X}^\pm}(\mu_{\text{SUSY}})$ mit den neuen Gluino-Beiträgen $\mathcal{C}_{7\gamma,8g}^{\tilde{g}}(\mu_{\text{SUSY}})$. Wir zeichnen dabei die Beträge der Wilson-Koeffizienten für jeden Parameterpunkt, der die o.g. Bedingungen erfüllt. Die Grafik bestätigt unsere Abschätzung aus Gl. (5.104), wo wir festgestellt haben, dass der Beitrag der Gluino-Diagramme zu $\mathcal{C}_{7\gamma}$ zufällig klein ist, während derjenige zu \mathcal{C}_{8g} wichtig ist, vor allem für große Absolutwerte von μ . Die Punkte in der Grafik sind entsprechend ihrer μ -Werte eingefärbt, die Wertebereiche dafür sind in der Legende definiert.

In Abb. 5.16 zeichnen wir für jeden erlaubten Parameterpunkt die Beträge und Phasen von $\mathcal{C}_{7\gamma}(m_b)$ und $\mathcal{C}_{8g}(m_b)$. Dabei addieren wir jeweils die Beiträge von Diagrammen mit W -Bosonen, geladenen Higgs-Bosonen und Charginos (hier nur den $\tan \beta$ -verstärkten Anteil). Auf der vertikalen Achse zeichnen wir exakt dieses aus der Literatur bekannte Ergebnis, auf der horizontalen Achse unseren „neuen“ Wert, in den zusätzlich die Gluino- und Neutralino-Beiträge aus den Gln. (5.101), (5.102) und (5.105) mit einfließen. Die Abweichung von der Diagonalen gibt also die relative Größe der neuen Beiträge an. Im SM sind sowohl $\mathcal{C}_{7\gamma}(m_b)$ als auch $\mathcal{C}_{8g}(m_b)$ negativ, deshalb geben wir als Phasen $\arg(-\mathcal{C}_{7\gamma,8g})$ an.

Wir erkennen, dass die Gluino-Diagramme keine großen Auswirkungen auf den für $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ wichtigen Wilson-Koeffizienten $\mathcal{C}_{7\gamma}$ haben, wohl aber bei großen Werten von μ für \mathcal{C}_{8g} wichtig sind. Dies bestätigt noch einmal die Abschätzung aus Kap. 5.6.1. Der Grund

5. B-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

Abb. 5.15. Beträge der Chargino- und Gluino-Beiträge zu $\mathcal{C}_{7\gamma}(\mu_{\text{SUSY}})$ und $\mathcal{C}_{8g}(\mu_{\text{SUSY}})$ im Scan über den Parameterraum des MSSM.



für die μ -Abhängigkeit in \mathcal{C}_{8g} ist die experimentelle Einschränkung durch den Prozess $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$: Wenn μ klein ist, sind die geladenen Higgsinos leicht und liefern große Beiträge zu $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$, die nur mit den Daten verträglich sind, wenn $|A_t|$ klein ist und die Stops relativ schwer sind. Dies führt zu kleinen Werten von ϵ_{FC} und dadurch zu kleinen Gluino-Beiträgen zu den magnetischen Operatoren. Im umgekehrten Fall, wenn μ große Werte annimmt, erlauben die Daten große Werte von $|A_t|$ und ϵ_{FC} und damit auch größere Gluino-Beiträge.

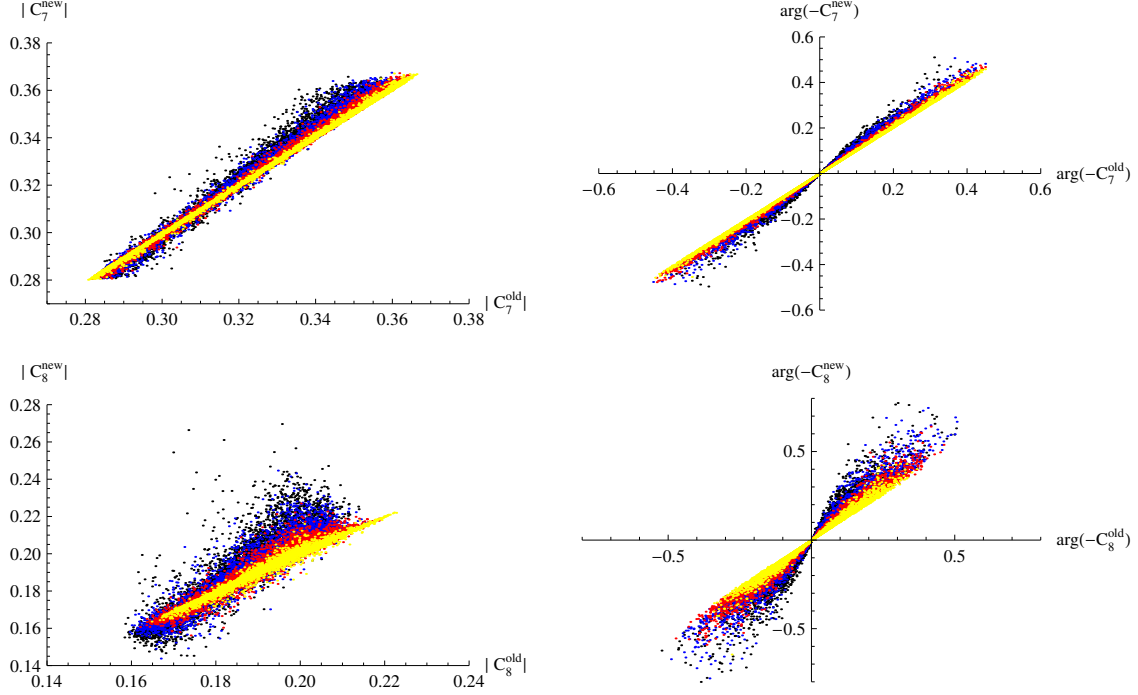
Dieses Verhalten illustrieren wir an einem Beispiel in Abb. 5.17, wo wir den Betrag $|\mathcal{C}_{8g}(m_b)|$ über $|A_t|$ auftragen. Die restlichen MSSM-Parameter werden hier auf die Werte aus Tab. 5.2 gesetzt. Wir wenden die selben Bedingungen für erlaubte Punkte im Parame-

Tabelle 5.2. Parameterpunkt für die numerischen Analysen von $\mathcal{C}_{8g}(m_b)$ in Abb. 5.17 und $S_{\phi K_S}$ in Abb. 5.18. Die Matrizen $m_{\tilde{Q}, \tilde{u}, \tilde{d}}$ werden als universal angenommen.

$m_{\tilde{Q}}, m_{\tilde{u}}, m_{\tilde{d}}$	600 GeV	A_b	−600 GeV
μ	800 GeV	m_{A^0}	350 GeV
M_1	300 GeV	M_2	400 GeV
$m_{\tilde{g}}$	500 GeV	$\arg(A_t)$	$3\pi/2$
$\tan \beta$	50		

5.7. Numerische Untersuchung von $\mathcal{C}_{7\gamma}^{\tilde{g}}$ und $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ und Konsequenzen für S_f

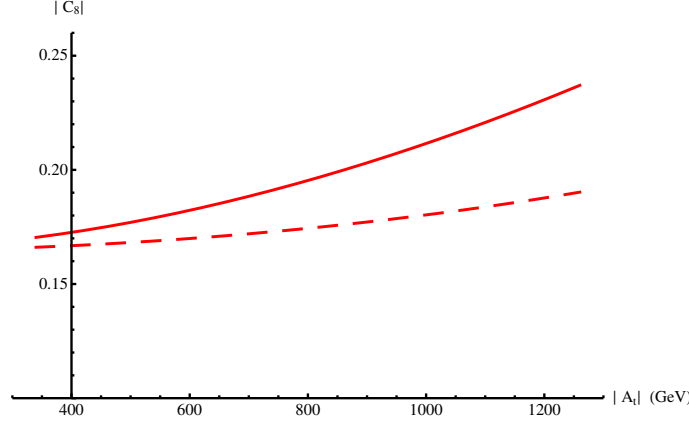
Abb. 5.16. Beträge und Phasen von $\mathcal{C}_{7\gamma}(m_b)$ und $\mathcal{C}_{8g}(m_b)$ im Scan über den Parameterraum des MSSM. Die Farben haben die gleiche Bedeutung wie in Abb. 5.15. Weitere Details siehe Text.



terraum an wie oben und finden einen großen erlaubten Wertebereich für $|A_t|$, entsprechend dem in der Grafik abgebildeten Bereich. Die obere Schranke stammt aus $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ und $\mathcal{C}_{7\gamma}^{\text{SUSY}}$, die untere aus der Bedingung, dass m_{h0} durch Schleifenkorrekturen über das LEP-Limit angehoben werden muss. Der Einfluss des Gluino-Beitrags zu $|\mathcal{C}_{8g}(m_b)|$ wächst offensichtlich mit $|A_t|$.

Unsere Feststellung, dass $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ numerisch relevant ist, wirkt sich auf verschiedene Flavourobervablen aus, in die dieser Koeffizient eingeht. Als prominentes Beispiel führen wir hier die Mischung induzierte CP -Asymmetrie $S_{\phi K_S}$ des FCNC-Prozesses $\bar{B}^0 \rightarrow \phi K_S$ an. Wir bezeichnen nach der üblichen Konvention mit S_{fCP} den Koeffizienten von $\sin(\Delta M t)$ in Gl. (2.30). Der Zerfall $\bar{B}^0 \rightarrow \phi K_S$ wird durch Gluon-Pinguindigramme mit der Flavourstruktur $b \rightarrow s \bar{s} s$ erzeugt, folglich trägt der Operator \mathcal{O}_{8g} bei, indem sein Gluon mit einer s -Quarklinie verbunden wird. Ein qualitatives Bild dieses Beitrags erhalten wir, wenn wir die CP -Asymmetrie in QCDF in führender Ordnung in α_s und Λ_{QCD}/m_b berechnen und als Korrektur dazu die $\mathcal{O}(\alpha_s \tan \beta)$ -Beiträge aus $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ und $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ berücksichtigen. Die Summe der beiden Korrekturen bezeichnen wir hier mit $\mathcal{C}_{8g}^{\text{NP}}$. Diese Vorgehensweise, die auch bereits in den Refn. [195, 196] angewendet wurde, ist selbstverständlich nur eine grobe Näherung, da bekanntermaßen die höheren Ordnungen der QCDF wichtig für die Erfassung der theoretischen Unsicherheiten in hadronischen B -Zerfällen sind, die in der führenden Ordnung wesentlich zu klein erscheinen.

Abb. 5.17. $|\mathcal{C}_{8g}(m_b)|$ als Funktion von $|A_t|$ für den Parameterpunkt aus Tab. 5.2: komplettes Ergebnis (durchgezogene Linie) und Ergebnis ohne den Gluino-Beitrag (gestrichelte Linie).



Wir schreiben die Zerfallsamplitude für $B^0 \rightarrow \phi K_S$, die durch den Zerfall eines Anti-quarks \bar{b} vermittelt wird, als

$$\bar{\mathcal{A}}_{\phi K_S} \equiv \langle \phi K_S | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B^0 \rangle = A_{\phi K_S}^c [1 + a_{\phi K_S}^u e^{i\gamma} + (b_{\phi K_S}^c + b_{\phi K_S}^u e^{i\gamma}) \mathcal{C}_{8g}^{NP*}(m_W)] \quad (5.120)$$

und entsprechend $\mathcal{A}_{\phi K_S}$ für die Amplitude des CP -konjugierten Kanals $\bar{B}^0 \rightarrow \phi K_S$. Die Benennung ist damit umgekehrt wie in den Refn. [195, 196] aber konsistent mit den Originalarbeiten von Beneke et al. zur QCDF. Die komplexe Konjugation von \mathcal{C}_{8g}^{NP*} fehlt in Ref. [196]. Mit der Abkürzung

$$\lambda_{\phi K_S} = -e^{-i\phi_B} \frac{\mathcal{A}_{\phi K_S}}{\bar{\mathcal{A}}_{\phi K_S}} \quad (5.121)$$

lautet dann die mischungsinduzierte CP -Asymmetrie

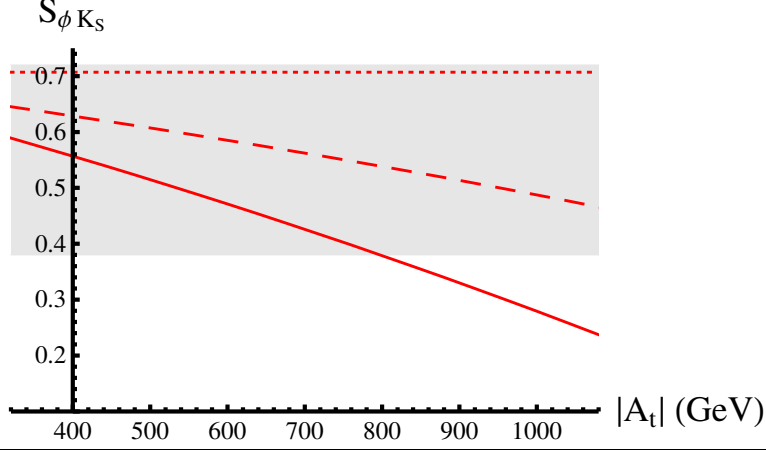
$$S_{\phi K_S} = \frac{2 \text{Im}(\lambda_{\phi K_S})}{1 + |\lambda_{\phi K_S}|^2}. \quad (5.122)$$

Wir betrachten hier keine SUSY-Beiträge zur CP -Verletzung in der $B^0 - \bar{B}^0$ -Mischung selbst, da diese im naiven MFV-Szenario immer klein sind, d.h. die schwache Phase der Mischung ϕ_B ist das doppelte des Winkels β aus dem Unitaritätsdreieck. Unsere Berechnung von $a_{\phi K_S}^u = 0.019$ und $b_{\phi K_S}^c = 1.4$ in führender Ordnung der QCDF (siehe Anhang B) stimmt mit den Ergebnissen in Ref. [195] überein, damit erhalten wir $S_{\phi K_S}$ als Funktion der in \mathcal{C}_{8g}^{NP} eingehenden SUSY-Parameter. In Abb. 5.18 zeichnen wir $S_{\phi K_S}$ in dieser Näherung in Abhängigkeit von $|A_t|$ für den Parameterpunkt aus Tab. 5.2. Offensichtlich liefert der Gluino-Beitrag $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ hier signifikante Korrekturen, insbesondere für große Werte von $|A_t|$.

Zum Abschluss dieses Kapitels betrachten wir die mischungsinduzierten CP -Asymmetrien S_f für verschiedene hadronische Endzustände, die sensitiv auf \mathcal{C}_{8g}^{NP} sind, unter Berücksichtigung von Korrekturen höherer Ordnung. Wir ersetzen dabei für $S_{\phi K_S}$

5.7. Numerische Untersuchung von $\mathcal{C}_{7\gamma}^{\tilde{g}}$ und $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ und Konsequenzen für S_f

Abb. 5.18. $S_{\phi K_S}$ als Funktion von $|A_t|$ für den Parameterpunkt aus Tab. 5.2. Die Interpretation der Kurven folgt Abb. 5.17, die gepunktete Gerade ist die SM-Vorhersage. Der experimentelle 1σ -Bereich ist schattiert.



die Amplitude aus Gl. (5.120) durch den vollen QCDF-Ausdruck mit Termen der Ordnungen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ und $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_B)$, wobei letztere nur teilweise perturbativ berechenbar sind und zu beträchtlichen theoretischen Unsicherheiten führen. Die Endzustände $\pi^0 K_S$, $\rho^0 K_S$ und ωK_S werden genauso behandelt. Um einen Eindruck von den Möglichkeiten zu bekommen, das Szenario mit großem $\tan\beta$ über genaue Messungen von S_f einzuschränken, setzen wir mit universalen Matrizen $m_{\tilde{Q},\tilde{u},\tilde{d}}^2$

$$m_{\tilde{Q},\tilde{u},\tilde{d}} = m_{\tilde{g}} = M_2 = 500 \text{ GeV},$$

$$\mu = |A_t| = \xi_A \cdot 500 \text{ GeV} \quad \text{und} \quad \arg(A_t) = -\frac{\pi}{2}. \quad (5.123)$$

Aus obiger Diskussion erwarten wir, dass $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ für große ξ_A wichtig wird. Wir berechnen mit dieser Parameterwahl S_f für die vier oben genannten Endzustände f als Funktion von ξ_A und stellen das Ergebnis graphisch in Abb. 5.19 dar, dabei zeichnen wir zum Vergleich jeweils links die Vorhersage ohne den Gluino-Beitrag zu \mathcal{C}_{8g} und rechts die Vorhersage mit Einschluss des Gluino-Beitrags als violette Bereiche. Die blau gestrichelten Linien markieren den experimentellen 1σ -Bereich, während die schwarz durchgezogenen Linien dem 1σ -Bereich der SM-Vorhersage entsprechen.

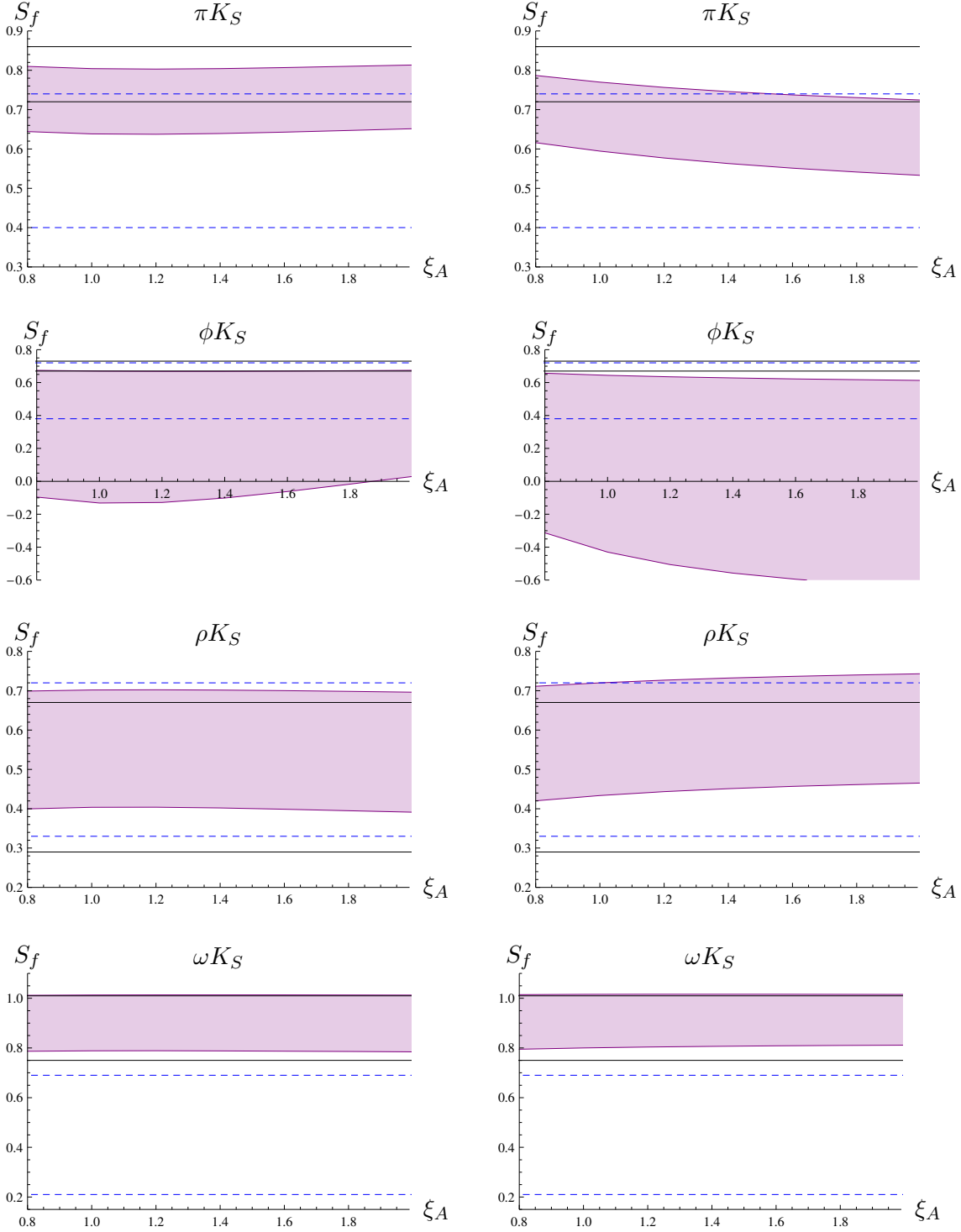
Wie wir sehen, sind die theoretischen und experimentellen Unsicherheiten zur Zeit noch zu groß, um Aussagen über die Gültigkeit unseres MSSM-Szenarios zu machen. Wir erkennen aber, dass wie erwartet $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ für große ξ_A die Vorhersagen insgesamt deutlich beeinflusst und in diesem Szenario berücksichtigt werden muss. In Zukunft werden LHCb und Super-B-Fabriken die Genauigkeit der Messungen von mischungsinduzierten CP -Asymmetrien stark verbessern, dann ergeben die Fälle mit eher kleinen theoretischen Unsicherheiten wie πK_S und ωK_S interessante Tests des MSSM mit großem $\tan\beta$, insbesondere für Szenarien mit großen Werten von A_t und μ , die über $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ aufgrund der Unterdrückung des Chargino-Beitrags mit $|\mu|^{-1}$ nicht gut einzuschränken sind.

5. *B*-Physik im MSSM bei Minimaler Flavourverletzung

Solche Messungen, wenn sie für mehrere Endzustände verfügbar sind, haben das Potential, das MSSM mit großem $\tan\beta$ einerseits stark einzuschränken, andererseits aber auch Abweichungen vom SM zu entdecken, die in unserem Szenario erklärbar sind.

5.7. Numerische Untersuchung von $\mathcal{C}_{7\gamma}^{\tilde{g}}$ und $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$ und Konsequenzen für S_f

Abb. 5.19. S_f als Funktion von ξ_A für verschiedene Endzustände, siehe Gl. (5.123) für Parameter. Links ohne, rechts mit $\mathcal{C}_{8g}^{\tilde{g}}$. Linien: 1σ -Bereiche aus Messdaten (blau gestrichelt) und SM-Vorhersage (schwarz). Violetter Bereich: 1σ -Bereich der MSSM-Vorhersage.



6. B -Physik im generischen MSSM: Elektroschwache Pinguine

Dieses Kapitel verbindet die beiden in Kap. 2.4 gegenübergestellten Ansätze der Suche nach NP: Einerseits betrachten wir das MSSM als theoretisch gut motivierte, fundamentale Erweiterung des SM, andererseits möchten wir, komplementär zu unserer modellunabhängigen Analyse von Isospin verletzender NP aus Kap. 3.4, hier und in den darauffolgenden Kapiteln konkrete Modelle betrachten, die große Effekte in den Zerfällen $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ zur Folge haben können. Unser Ziel ist es, zu einer Einschätzung über die Stärke der im MSSM zu erwartenden Effekte zu kommen.

Im Unterschied zu Kap. 5 lassen wir hier die Hypothese der Minimalen Flavourverletzung fallen und gelangen so zum generischen MSSM, in dem die Flavourstruktur der SUSY-Brechungsterme durch keine Symmetrieforderung eingeschränkt ist. Dies macht die Theorie einerseits deutlich komplexer, da sie nun über 100 freie Parameter beinhaltet, und andererseits bestehen das SUSY-Flavour-Problem und das SUSY- CP -Problem, die wir in Kap. 5.1 diskutiert haben, weiterhin. Wir lassen auch die Fokussierung auf großes $\tan\beta$ fallen, da im generischen MSSM keine chirale Verstärkung benötigt wird, um große SUSY-Korrekturen zu FCNC-Prozessen zu finden. Im Gegenteil gilt es eher, die Zahlenwerte der flavourverletzenden Parameter durch Vergleich von Theorie und Experiment einzuschränken, so dass die Effekte klein genug sind, um mit den aktuellen Daten kompatibel zu sein.

Zur B -Physik im generischen MSSM existiert bereits sehr umfangreiche Literatur aus den letzten beiden Jahrzehnten. Die erste umfassende Analyse seltener B -Zerfälle wurde im Zusammenhang mit Supergravitationsmodellen bereits im Jahr 1991 in Ref. [197] vorgelegt, so dass man sich fragen muss, welche relevanten Aspekte dieses Gebietes bisher noch nicht ausreichend studiert wurden. Wir untersuchen in dieser Arbeit speziell den EW-Pinguinsektor in hadronischen B -Zerfällen, der bisher meist vernachlässigt wurde, da andere Prozesse, wie z.B. radiative und semileptonische B -Zerfälle, größeres Potential für die Entdeckung von SUSY-Signaturen in der frühen Phase der LHC-Experimente bieten. Die Berechnung von hadronischen Zerfällen bringt wesentlich größere theoretische Unsicherheiten mit sich, wir gehen aber von der Prämisse aus, dass nach der Entdeckung von SUSY in Prozessen mit kleineren Unsicherheiten auch bestimmte hadronische B -Zerfälle mit hoher Sensitivität auf NP in den Fokus der Experimente rücken werden, um die Vergleichsbasis von Theorie und Experiment auszuweiten. Eine mögliche Anwendung für SUSY-Effekte in EW-Pinguinen könnten die reinen Isospin verletzenden Prozesse $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ sein.

Eine weitere Motivation für eine solche Untersuchung ist die kontroverse Behauptung, dass im MSSM die Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment in ΔA_{CP} (siehe Kap. 3.1) über Korrekturen zu den EW-Pinguinen erklärt werden kann [70, 71]. Diese Aussage wurde bisher in anderen Arbeiten, z.B. Ref. [198], nicht bestätigt.

Wir berechnen deshalb im Folgenden zunächst analytisch die Wilson-Koeffizienten der Operatoren Q_{3-10} und $Q_{7\gamma,8g}$ aus Gl. (2.43) und ihrer jeweiligen paritätstransformierten Varianten im MSSM. Anschließend verwenden wir diese Ergebnisse für numerische Betrachtungen von SUSY-Effekten in $B \rightarrow \pi K$ und den reinen Isospin verletzenden Zerfällen. Unseres Wissens existiert bisher in der Literatur keine vollständige Berechnung aller dieser Wilson-Koeffizienten, die ohne die Masseneinsatznäherung auskommt.

6.1. Wilson-Koeffizienten für $\Delta B = 1$ -Prozesse

Wir zerlegen die Wilson-Koeffizienten C_{3-10} zunächst in Beiträge C_g aus Gluon-Pinguinen, C_γ aus Photon-Pinguinen und $C_{B_q}^{\text{LL}1}$, $C_{B_q}^{\text{LL}2}$, $C_{B_q}^{\text{LR}1}$, $C_{B_q}^{\text{LR}2}$ ($q = u, d$) aus Boxdiagrammen:

$$\begin{aligned}
 C_3 &= -\frac{1}{3}C_g + \frac{1}{2}C_{B_u}^{\text{LL}1} + C_{B_d}^{\text{LL}1}, & C_4 &= C_g + \frac{1}{2}C_{B_u}^{\text{LL}2} + C_{B_d}^{\text{LL}2}, \\
 C_5 &= -\frac{1}{3}C_g + \frac{1}{2}C_{B_u}^{\text{LR}1} + C_{B_d}^{\text{LR}1}, & C_6 &= C_g + \frac{1}{2}C_{B_u}^{\text{LR}2} + C_{B_d}^{\text{LR}2}, \\
 C_7 &= C_\gamma + C_{B_u}^{\text{LR}1} - C_{B_d}^{\text{LR}1}, & C_8 &= C_{B_u}^{\text{LR}2} - C_{B_d}^{\text{LR}2}, \\
 C_9 &= C_\gamma + C_{B_u}^{\text{LL}1} - C_{B_d}^{\text{LL}1}, & C_{10} &= C_{B_u}^{\text{LL}2} - C_{B_d}^{\text{LL}2}, \tag{6.1}
 \end{aligned}$$

Für die Koeffizienten C'_{3-10} ersetzen wir in diesen Ausdrücken $L \leftrightarrow R$ und $C_{g,\gamma} \rightarrow C'_{g,\gamma}$. Die Beiträge aus Z^0 -Pinguinen sind in Gl. (6.1) noch nicht erfasst. Sie ergeben sich aus zwei Bausteinen $\kappa_{L,R}^{sb}$, die wir so definieren, dass sie schleifeninduzierten flavourändernden Z^0 -Kopplungen entsprechen, siehe Gl. (6.27). Sie ergeben Beiträge

$$\begin{aligned}
 C_3 &= \frac{1}{6} \frac{\kappa_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}}, & C'_5 &= \frac{1}{6} \frac{\kappa_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}}, \\
 C_7 &= \frac{2}{3} \frac{\kappa_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \sin^2 \theta_W, & C'_7 &= -\frac{2}{3} \frac{\kappa_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \cos^2 \theta_W, \\
 C_9 &= -\frac{2}{3} \frac{\kappa_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \cos^2 \theta_W, & C'_9 &= \frac{2}{3} \frac{\kappa_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \sin^2 \theta_W, \tag{6.2}
 \end{aligned}$$

die zu denen in Gl. (6.1) addiert werden müssen.

Alle diese Bausteine erhalten wir aus der analytischen Berechnung von Schleifendiagrammen mit Chargino-(Up-)Squark-Austausch oder Gluino-(Down-)Squark-Austausch. Wir vernachlässigen Neutralino-Diagramme, da sie auf die selben flavourverletzenden Parameter sensitiv sind wie Gluino-Diagramme aber lediglich schwache Kopplungen beinhalten. Unsere Ergebnisse sind in Einklang mit ähnlichen Berechnungen im Zusammenhang mit semileptonischen Pinguinen [197, 199, 200] und mit den Gluino-Boxen aus Ref. [201].

6. B -Physik im generischen MSSM: Elektroschwache Pinguine

Wir betrachten keine zusätzlichen, im MSSM erzeugten Operatoren des effektiven Hamiltonoperators, die dem Prozess $b \rightarrow s\bar{b}b$ entsprechen. Sie tragen aus kinematischen Gründen zu B -Zerfällen nur in höheren Schleifenordnungen bei. Außerdem beschränken wir uns bei der Berechnung der Boxdiagramme auf eine einzige flavourverletzende Squark-Linie und nehmen die SUSY-brechenden Squarkmassen für die ersten beiden Generationen als entartet an. Damit hängen die Boxdiagramme von Massen $m_{\tilde{u}_L} = m_{\tilde{d}_L}$ für die linkshändigen bzw. $m_{\tilde{u}_R}, m_{\tilde{d}_R}$ für die rechtshändigen Squarks der ersten und zweiten Generation ab.

6.1.1. Chargino-Beiträge

Wir benutzen hier Schleifenfunktionen aus Anhang A.3 und das Massenverhältnis

$$x_{u_r c_m} = \left(\frac{m_{\tilde{u}_r}}{m_{\tilde{\chi}_m^+}} \right)^2, \quad (6.3)$$

über die Generationsindizes $i, j = 1, 2, 3$, Squarkindizes $r, s = 1, \dots, 6$ und Charginoindizes $m, n = 1, 2$ wird im Folgenden grundsätzlich summiert. Für die Quark-Squark-Chargino-Kopplungen führen wir folgende Abkürzungen ein:

$$\begin{aligned} \Gamma_{rim}^L &= (gR_{rk}^{u*} \mathcal{V}_{m1} - R_{r k+3}^{u*} \mathcal{V}_{m2} y_{u_k}) (\delta_{kj} + (\Delta U_L^{u*})_{kj}) V_{ji}^*, \\ \Gamma_{rim}^R &= U_{m2}^* R_{ra}^{u*} (\delta_{ak} + (\Delta U_L^{u*})_{ak}) V_{kl}^* (\delta_{lj} - (\Delta U_L^{d*})_{lj}) y_{d_j}^{(0)} (\delta_{ji} + (\Delta U_R^{d*})_{ji}). \end{aligned} \quad (6.4)$$

Dabei stehen die Matrizen ΔU_L^d , ΔU_R^d und ΔU_L^u für chiral verstärkte Schleifenkorrekturen zu den Tree-Level-Kopplungen, die im Fall von großem $\tan\beta$ oder großen A -Termen entstehen können, sie sind in Ref. [136] explizit angegeben. $y_{d_j}^{(0)}$ ist die unrenormierte Yukawa-Kopplung, die mit der Quarkmasse m_{d_j} durch eine Resummation der $\tan\beta$ -verstärkten Korrekturen wie in Kap. 5.3.1 verbunden ist. Für $i = 1, 2$ gelten die dort für $i = 3$ angegebenen Formeln mit offensichtlichen Ersetzungen, zusätzlich können chiral verstärkte Korrekturen aus A -Termen durch [136]

$$y_{d_j}^{(0)} = \frac{m_{d_j} - \Sigma_{d_j, A}^{RL}}{v_d(1 + \Delta_{d_j})} \quad (6.5)$$

berücksichtigt werden. Dabei ist $\Sigma_{d_j, A}^{LR}$ der durch einen A -Term chiral verstärkte Anteil der Selbstenergie des Quarks d_j .

Unter Vernachlässigung der Yukawa-Kopplungen der beiden ersten Generationen finden

6.1. Wilson-Koeffizienten für $\Delta B = 1$ -Prozesse

wir $C'_{3-10} = 0$. Die Koeffizienten C_{3-10} sind zusammengesetzt aus

$$C_\gamma = \frac{\alpha}{24\sqrt{2}G_F\pi V_{33}V_{32}^*(m_{\tilde{\chi}_m^+})^2} \Gamma_{r2m}^L \Gamma_{r3m}^{L*} h_3^{(0)}(x_{u_r c_m}), \quad (6.6)$$

$$C_g = \frac{\alpha_s}{32\sqrt{2}G_F\pi V_{33}V_{32}^*(m_{\tilde{\chi}_m^+})^2} \Gamma_{r2m}^L \Gamma_{r3m}^{L*} h_4^{(0)}(x_{u_r c_m}), \quad (6.7)$$

$$C_{B_u}^{LL1} = \frac{\alpha}{24s_W^2\sqrt{2}G_F\pi V_{33}V_{32}^*} m_{\tilde{\chi}_m^+} m_{\tilde{\chi}_n^+} \mathcal{U}_{n1} \mathcal{U}_{m1}^* \Gamma_{r2n}^L \Gamma_{r3m}^{L*} D_0(m_{\tilde{d}_L}, m_{\tilde{u}_r}, m_{\tilde{\chi}_m^+}, m_{\tilde{\chi}_n^+}), \quad (6.8)$$

$$C_{B_d}^{LL1} = \frac{\alpha}{48s_W^2\sqrt{2}G_F\pi V_{33}V_{32}^*} \mathcal{V}_{m1} \mathcal{V}_{n1}^* \Gamma_{r2n}^L \Gamma_{r3m}^{L*} D_2(m_{\tilde{u}_L}, m_{\tilde{u}_r}, m_{\tilde{\chi}_m^+}, m_{\tilde{\chi}_n^+}), \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} \kappa_L^{sb} = & \frac{1}{32\pi^2} \Gamma_{r2n}^L \Gamma_{s3m}^{L*} \left(\delta_{mn} C_2(m_{\tilde{\chi}_m^+}, m_{\tilde{u}_s}, m_{\tilde{u}_r}) \sum_{k=1}^3 R_{rk}^u R_{sk}^{u*} + \right. \\ & \left. \delta_{sr} \left\{ 2C_0(m_{\tilde{u}_s}, m_{\tilde{\chi}_m^+}, m_{\tilde{\chi}_n^+}) m_{\tilde{\chi}_m^+} m_{\tilde{\chi}_n^+} \mathcal{U}_{n1} \mathcal{U}_{m1}^* - C_2(m_{\tilde{u}_s}, m_{\tilde{\chi}_m^+}, m_{\tilde{\chi}_n^+}) \mathcal{V}_{m1} \mathcal{V}_{n1}^* \right\} \right). \end{aligned} \quad (6.10)$$

Alle anderen Box-Koeffizienten verschwinden. Für die elektro- und chromomagnetischen Koeffizienten erhalten wir

$$C_{7\gamma} = \frac{1}{8\sqrt{2}G_F V_{33} V_{32}^*(m_{\tilde{\chi}_m^+})^2} \Gamma_{r2m}^L \left(\frac{m_{\tilde{\chi}_m^+}}{m_b} \Gamma_{r3m}^{R*} h_2^{(0)}(x_{u_r c_m}) - \Gamma_{r3m}^{L*} h_1^{(0)}(x_{u_r c_m}) \right), \quad (6.11)$$

$$C_{8g} = \frac{1}{8\sqrt{2}G_F V_{33} V_{32}^*(m_{\tilde{\chi}_m^+})^2} \Gamma_{r2m}^L \left(\frac{m_{\tilde{\chi}_m^+}}{m_b} \Gamma_{r3m}^{R*} h_6^{(0)}(x_{u_r c_m}) - \Gamma_{r3m}^{L*} h_5^{(0)}(x_{u_r c_m}) \right). \quad (6.12)$$

6.1.2. Gluino-Beiträge

Auch hier benutzen wir Schleifenfunktionen aus Anhang A.3, sie hängen ab vom Massenverhältnis

$$x_{gd_s} = \left(\frac{m_{\tilde{g}}}{m_{\tilde{d}_s}} \right)^2. \quad (6.13)$$

Mit der für unsere Zwecke praktischen Ersatznotation

$$G_{si}^L = R_{sj}^d \left(\delta_{ji} + (\Delta U_L^d)_{ji} \right), \quad G_{si}^R = R_{sj+3}^d \left(\delta_{ji} + (\Delta U_R^d)_{ji} \right) \quad (6.14)$$

können wir die Down-Squark-Mischung in einen linkshändigen und einen rechtshändigen Teil aufspalten, die jeweils 6×3 -Blöcke sind. Mit impliziter Summation über alle Indizes

6. B–Physik im generischen MSSM: Elektroschwache Pinguine

finden wir ($q = u, d$)¹

$$C_\gamma = -\frac{4\sqrt{2}\alpha_s}{27G_F V_{33} V_{32}^* m_{\tilde{d}_s}^2} G_{s2}^{L*} G_{s3}^L F_6(x_{gd_s}), \quad (6.15)$$

$$C_g = \frac{\alpha_s^2}{2\sqrt{2}G_F V_{33} V_{32}^* m_{\tilde{d}_s}^2} G_{s2}^{L*} G_{s3}^L (C_F F_6(x_{gd_s}) - C_A F_{10}(x_{gd_s})), \quad (6.16)$$

$$C_{B_q}^{\text{LL1}} = \frac{\alpha_s^2 G_{r3}^L G_{r2}^{L*}}{108\sqrt{2}G_F V_{33} V_{32}^*} \left(20m_{\tilde{g}}^2 D_0(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{q}_L}) + D_2(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{q}_L}) \right), \quad (6.17)$$

$$C_{B_q}^{\text{LL2}} = -\frac{\alpha_s^2 G_{r3}^L G_{r2}^{L*}}{36\sqrt{2}G_F V_{33} V_{32}^*} \left(4m_{\tilde{g}}^2 D_0(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{q}_L}) - 7D_2(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{q}_L}) \right), \quad (6.18)$$

$$C_{B_q}^{\text{LR1}} = -\frac{\alpha_s^2 G_{r3}^L G_{r2}^{L*}}{54\sqrt{2}G_F V_{33} V_{32}^*} \left(m_{\tilde{g}}^2 D_0(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{q}_R}) + 5D_2(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{q}_R}) \right), \quad (6.19)$$

$$C_{B_q}^{\text{LR2}} = -\frac{\alpha_s^2 G_{r3}^L G_{r2}^{L*}}{18\sqrt{2}G_F V_{33} V_{32}^*} \left(7m_{\tilde{g}}^2 D_0(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{q}_R}) - D_2(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{q}_R}) \right), \quad (6.20)$$

$$\kappa_L^{sb} = \frac{\alpha_s}{3\pi} \sum_{i=1}^3 G_{r3}^L G_{si}^R G_{ri}^{R*} G_{s2}^{L*} C_2(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{d}_s}). \quad (6.21)$$

Die elektro- und chromomagnetischen Koeffizienten sind

$$C_{7\gamma} = \frac{4\sqrt{2}\alpha_s\pi}{9G_F V_{33} V_{32}^* m_{\tilde{d}_s}^2} \left(\frac{m_{\tilde{g}}}{m_b} G_{s2}^{L*} G_{s3}^R F_4(x_{gd_s}) - G_{s2}^{L*} G_{s3}^L F_2(x_{gd_s}) \right), \quad (6.22)$$

$$C_{8g} = \frac{\sqrt{2}\alpha_s\pi}{2G_F V_{33} V_{32}^* m_{\tilde{d}_s}^2} \left(\frac{m_{\tilde{g}}}{m_b} G_{s2}^{L*} G_{s3}^R (C_A F_3(x_{gd_s}) - (2C_F - C_A) F_4(x_{gd_s})) \right. \\ \left. - G_{s2}^{L*} G_{s3}^L (C_A F_1(x_{gd_s}) - (2C_F - C_A) F_2(x_{gd_s})) \right), \quad (6.23)$$

mit den $SU(3)$ –Gruppenfaktoren $C_F = 4/3$ und $C_A = 3$. Die entsprechenden Ausdrücke für die gespiegelten Koeffizienten C_i' erhalten wir aus den Gln. (6.15)–(6.23) durch die konsequente Ersetzung $L \leftrightarrow R$. Die einzige Ausnahme davon bildet

$$\kappa_R^{sb} = -\frac{\alpha_s}{3\pi} \sum_{i=1}^3 G_{r3}^R G_{si}^L G_{ri}^{L*} G_{s2}^{R*} C_2(m_{\tilde{g}}, m_{\tilde{d}_r}, m_{\tilde{d}_s}). \quad (6.24)$$

¹Unser Vorzeichen von D_2 in $C_{B_q}^{\text{LL2}}$ korrigiert das entsprechende in Ref. [198].

6.2. Numerische Analyse

6.2.1. CMM-Modell

Die Vielzahl der freien Parameter im generischen MSSM macht eine allgemeine und umfassende numerische Analyse von supersymmetrischen Effekten in der Flavourphysik ohne zusätzliche Annahmen praktisch unmöglich. Um dieses Problem zu umgehen, können wir einerseits versuchen, eine prädiktive Theorie dadurch zu erhalten, dass wir Beziehungen zwischen den einzelnen Parametern herstellen und so die Zahl der unabhängigen Parameter reduzieren. Dies ist durch Einbettung des MSSM in eine GUT möglich, ein für die B -Physik relevantes Modell hierzu ist das CMM-Modell nach Chang, Masiero und Murayama [202]. Es beruht auf der vereinheitlichten Eichgruppe $SO(10)$, die es ermöglicht, alle SM-Fermionen einer Generation und ein rechtshändiges Neutrino in einem 16-komponentigen Multiplett zusammenzufassen, das einer spinoriellen Darstellung der Eichgruppe entspricht. Durch diese Vereinheitlichung der Fermionen können die Yukawa-Matrizen der Leptonen und der Quarks nicht mehr unabhängig voneinander diagonalisiert werden, was dazu führt, dass der bereits gemessene, große atmosphärische Mischungswinkel der Neutrinos direkt mit der Mischung von Quarks und Squarks verbunden ist. Interessanterweise stellt sich heraus, dass gerade FCNC-Prozesse mit $b \rightarrow s$ -Übergängen davon betroffen sind. Sie erhalten potentiell große Korrekturen aus Gluino-Squark-Schleifendiagrammen, da in der Super-CKM-Basis ein großer Mischungswinkel zwischen den down-artigen Squarks der zweiten und dritten Generation existiert.

Wir haben diesen Ansatz weiterverfolgt und im CMM-Modell eine numerische Analyse der EW-Pinguine durchgeführt. Dabei kommen wir zu dem Schluss, dass unter Berücksichtigung von Einschränkungen an das Modell, insbesondere der experimentellen Schranke an die leichteste Higgs-Masse $m_{h^0} \geq 114 \text{ GeV}$, Gluinos und Squarks große Massen im Bereich $M \geq 1 \text{ TeV}$ haben müssen, was die Ergebnisse der Refn. [203, 204] bestätigt. Supersymmetrische EW-Pinguine sind gegenüber ihren SM-Gegenstücken mit m_W^2/M_{SUSY}^2 unterdrückt, als Konsequenz daraus finden wir, trotz großer Außerdiagonalelemente in der Squark-Massenmatrix, Abweichungen der Koeffizienten C_{7-10} vom SM im Bereich von lediglich 10%. Solche Effekte sind nach Kap. 3.4 zu klein, um die Diskrepanz in ΔA_{CP} erklären zu können, und sie sind nicht ausreichend, um eine Verstärkung der Verzweigungsverhältnisse von $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0$ zu verursachen, die in absehbarer Zukunft im Experiment sichtbar ist.

Eine weitere Möglichkeit, Flavourphysik im generischen MSSM zu betreiben, ist eine Fokussierung auf einige wenige freie Parameter, die für die zu betrachtenden Prozesse besonders relevant sind. Mit einer solchen Vorgehensweise wurden die $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle in den Refn. [70, 71] betrachtet und signifikante Effekte gefunden. Wir werden diese kontroverse Behauptung nun überprüfen.

6.2.2. Flavourverletzung im Down-Sektor

Zuerst konzentrieren wir uns auf Flavourverletzung in der Down-Squark-Massenmatrix. Hier erwarten wir, dass die wichtigsten SUSY-Effekte in $b \rightarrow s$ -Übergängen aus Gluino-Squark-Schleifendiagrammen stammen, die proportional zur starken Kopplung α_s sind.

6. B -Physik im generischen MSSM: Elektroschwache Pinguine

EW-Pinguine in einem solchen Szenario wurden in Ref. [198] studiert mit dem Ergebnis, dass nur $b \rightarrow s\bar{q}q$ -Boxdiagramme ($q = u, d$) signifikante Beiträge liefern können. Dabei stammt die Isospin-Verletzung alleine aus der Hypothese, dass die Up-Squarks und Down-Squarks auf internen Linien stark unterschiedliche Massen haben. Die Beiträge aus Photon- und Z^0 -Pinguinen sind dagegen irrelevant. Diese Idee wurde vor kurzem in Ref. [201] wieder aufgegriffen und unter Berücksichtigung der neuesten Einschränkungen, insbesondere aus der $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung, untersucht. Dabei wurde gefunden, dass die Einschränkungen inzwischen so stark sind, dass nur in einem sehr kleinen, feinabgestimmten Bereich des Parameterraums ΔA_{CP} und die weiteren Observablen aus $B \rightarrow \pi K$ -Zerfällen mit den Messdaten in Einklang gebracht werden können.

In starkem Gegensatz dazu steht die Aussage von Ref. [70], dass im gleichen Szenario Photon-Pinguine Beiträge liefern können, die groß genug sind, um den gemessenen Wert von ΔA_{CP} zu reproduzieren. Diese Aussage ist jedoch nicht korrekt. Wir stellen fest, dass sie auf einer fehlerhaften Formel für den entsprechenden Wilson-Koeffizienten (Gl. (41) in [70]) beruht, der um einen Faktor $-6\pi/\alpha$, also um drei Größenordnungen zu groß ist.

Wir haben als Test einen Scan über den MSSM-Parameterraum durchgeführt mit dem Ergebnis, dass SUSY-Photon-Pinguine eine Korrektur von maximal 3% zu den EW-Pinguin-Koeffizienten des SM ergeben. Als Bedingungen haben wir dabei lediglich verwendet, dass alle physikalischen Squarkmassen oberhalb von 100 GeV liegen und die experimentellen Einschränkungen aus dem Prozess $b \rightarrow s\gamma$ respektiert werden. Damit sind diese Beiträge für die Vorhersage von ΔA_{CP} vernachlässigbar.

Insgesamt kommen wir also zu dem Schluss, dass keine signifikante Isospin-Verletzung durch Flavourverletzung im Down-Squark-Sektor erzeugt wird.

6.2.3. Flavourverletzung im Up-Sektor

Die zweite Möglichkeit ist Flavourverletzung in der Massenmatrix der Up-Squarks, die $b \rightarrow s$ -Übergänge über Chargino-Squark-Schleifen erzeugt. Eine genaue Untersuchung der in Kap. 6.1.1 angegebenen Wilson-Koeffizienten oder die Verwendung der Masseneinsatznäherung zeigt, dass nur wenige Außerdiagonalelemente der Massenmatrix dafür relevant sind: Die dominanten Beiträge stammen aus der Mischung der zweiten mit der dritten Generation, dabei sind Kopplungen der Charginos an rechtshändige Quarks und Squarks proportional zur entsprechenden Yukawa-Kopplung und damit für die zweite Generation vernachlässigbar. Wir erhalten demnach wichtige Beiträge einerseits aus der Mischung von \tilde{c}_L und \tilde{t}_L und andererseits aus der Mischung von \tilde{c}_L und \tilde{t}_R . Letztere Beiträge betreffen die Z^0 -Pinguine, die die elektroschwache Symmetrie brechen und deshalb immer mindestens zwei Chiralitätsübergänge implizieren [205].

Wir können deshalb den Parameterraum auf ein überschaubares Maß reduzieren, indem wir in SLHA2-Notation definieren:

$$\hat{m}_{\tilde{Q}}^2 \equiv m_{\tilde{q}}^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \delta_{32}^{uLL*} \\ 0 & \delta_{32}^{uLL} & 1 \end{pmatrix}, \quad (6.25)$$

$$(\mathcal{M}_{\tilde{u}}^2)_{62} = \frac{v_u}{\sqrt{2}} (\hat{T}_U)_{32} \equiv \delta_{32}^{uRL} m_{\tilde{q}}^2, \quad (6.26)$$

mit einer generischen Squarkmasse $m_{\tilde{q}}$. Die übrigen flavourerhaltenden Einträge legen wir fest durch $\hat{m}_{\tilde{u}}^2 = \text{Diag}(m_{\tilde{q}}^2, m_{\tilde{q}}^2, m_{\tilde{t}_R}^2)$, $(\hat{T}_U)_{ii} = (\hat{T}_U)_{33}\delta_{i3}$ und $\tan\beta = 10$.

Wir scannen über die freien Parameter in den Wertebereichen, die in der Tabelle in Abb. 6.2 angegeben sind, um mögliche Quellen von Isospin-Verletzung zu identifizieren. Für 30000 zufällig gewählte Scanpunkte geben wir in Abb. 6.1 den Beitrag des Z -Pinguins aus Gl. (6.10) zu $|q_7|$ und $|q_9|$ und die Summe aller SUSY-Beiträge zu $|q_7|$ and $|q_9|$ an. Dabei definieren wir q_i wie in Gl. (3.31). Offensichtlich ist es in guter Näherung ausreichend, nur den Z -Pinguin zu betrachten, da die Korrekturen aus den übrigen Diagrammen klein sind. Wir arbeiten im Folgenden in dieser Näherung und beschränken damit die Diskussion auf den Baustein κ_L^{sb} aus den Gln. 6.2 und 6.21. Dieser ist, da wir äußere Impulse in den Pinguin-Diagrammen vernachlässigen können, äquivalent zu einem schleifeninduzierten flavourändernden Z^0 -Vertex, der in unserer Konvention lautet:

$$\mathcal{L}_{bsZ} = -\frac{g}{4\cos\theta_W}\bar{s}\kappa_L^{sb}\gamma^\mu(1-\gamma_5)bZ_\mu + h.c. \quad (6.27)$$

Unser Szenario entspricht damit genau dem Fall einer modifizierten linkshändigen Z^0 -Kopplung, den wir in Kap. 7 untersuchen werden.

Wie bereits erwähnt bricht κ_L^{sb} die elektroschwache Symmetrie und muss daher proportional zu den VEVs $v_{u,d}$ sein. Dadurch ist der Z -Pinguin fast ausschließlich sensitiv auf δ_{32}^{uRL} aus Gl. (6.26) und wir können δ_{32}^{uLL} für die weitere Diskussion vernachlässigen.

Für jeden Parameterpunkt des Scans berechnen wir das MSSM-Teilchenspektrum und stellen die folgenden Bedingungen:

- Physikalische Squark- und Charginomassen müssen ≥ 100 GeV sein ,
- $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s\gamma)$ muss auf 2σ -Niveau verträglich mit experimentellen Daten sein und
- für den Chargino-Beitrag zu $C_{7\gamma}$ muss gelten $|C_{7\gamma}^X| \leq |C_{7\gamma}^{\text{SM}}| \approx 0.22$.

Die letzte Bedingung verhindert, dass feinabgestimmte Punkte dem Ausschluss durch $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s\gamma)$ entgehen können.

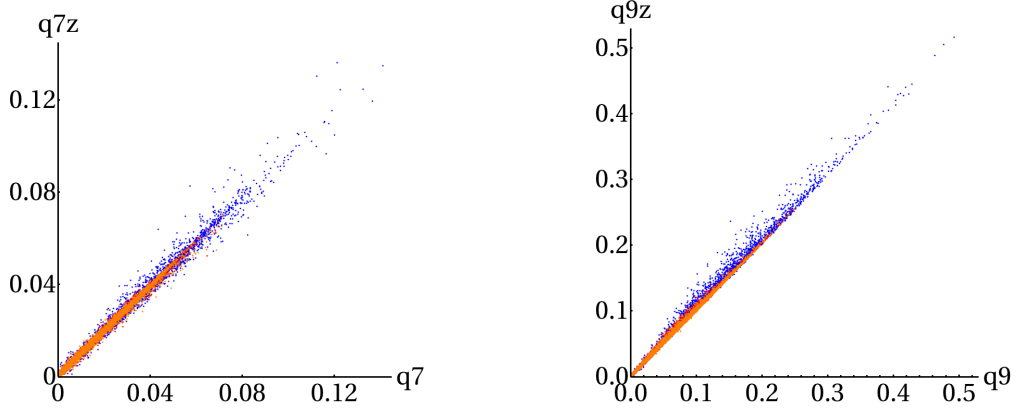
In Ref. [71] wurde behauptet, dass die durch δ_{32}^{uRL} erzeugten Korrekturen zu den EW-Pinguinen die ΔA_{CP} -Diskrepanz erklären können. In diesem Fall würden wir auch interessante Effekte in den Isospin verletzenden B_s -Zerfällen erwarten. Wir müssen diese Aussage für unsere Rechnung, in der wir konsequent den QCDF-Formalismus anwenden, jedoch verwerfen. In Abb. 6.1 erkennen wir bereits, dass C_9 um etwa 25% und C_7 um etwa 8% relativ zum SM verstärkt sein kann². Wie wir in Kap. 3.4 festgestellt haben, ist dies bei weitem nicht ausreichend, um die Messwerte von ΔA_{CP} zu reproduzieren, und ebenfalls nicht ausreichend, um signifikante Verstärkungen von $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ oder $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ hervorzurufen, die die hadronischen Unsicherheiten deutlich übertreffen würden.

Wir illustrieren dieses Ergebnis in den Abbn. 6.2 und 6.3: Dort zeigen wir einerseits ein Diagramm ähnlich zu Abb. 3.3 in der komplexen κ_L^{sb} -Ebene und andererseits eine vergrößerte Version der beiden oberen Diagramme aus Abb. 7.1. Analog zu Kap. 3.4.3 stellen wir in Abb. 6.3 die Verstärkungsfaktoren der Verzweigungsverhältnisse von $\bar{B}_s \rightarrow$

²Unter Verwendung der Schranke $|\delta_{32}^{uRL}| < 0.59$, die aus einem Natürlichkeitsargument folgt [136], sind die Effekte noch kleiner.

6. B -Physik im generischen MSSM: Elektroschwache Pinguine

Abb. 6.1. Links: (Rechts:) Z -Penguin-Beiträge zu $|q_7|$ ($|q_9|$) als Funktion der vollständigen Werte von $|q_7|$ ($|q_9|$) für 30000 Punkte im MSSM-Parameterraum. Blau: Durch $|C_{7\gamma}|$ ausgeschlossene Punkte. Rot: Durch $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s \gamma)$ ausgeschlossene Punkte. Orange: Erlaubte Punkte. Nicht dargestellt: Durch Massenschranken ausgeschlossene Punkte.



$\phi\rho^0, \phi\pi^0$ in Abhängigkeit von κ_L^{sb} , die Ergebnisse des Fits an $B \rightarrow \pi K$ -Daten und die Einschränkungen aus hadronischen B -Zerfällen dar, die markierten Bereiche sind dabei genauso definiert wie in den Abbn. 3.4 bis 3.6. Zusätzlich markieren gestrichelte Linien Einschränkungen aus semileptonischen B -Zerfällen, siehe Kap. 7. Die Achsen in Abbn. 6.2 und 6.3 sind normiert auf die effektive flavourändernde Z^0 -Kopplung im SM, die sich aus einer Top- W -Schleife ergibt und den Wert

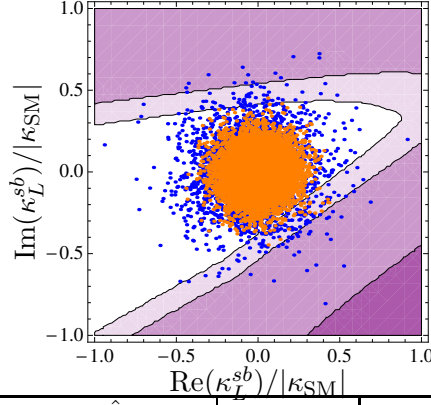
$$|\kappa_{\text{SM}}| \equiv \frac{\alpha}{\pi \sin^2 \theta_W} \lambda_t^{(s)} C_0^Z(m_t^2/m_W^2) \sim 0.00035 \quad (6.28)$$

hat, darin ist die Schleifenfunktion C_0^Z in Anhang A.3 definiert. Zu beiden Abbildungen fügen wir die normierten κ_L^{sb} -Werte aus den oben beschriebenen 30000 zufälligen Punkten im MSSM-Parameterraum hinzu. Wie wir sehen, liegen alle Punkte in einem relativ kleinen Bereich um den Ursprung, in dem keine großen Effekte in ΔA_{CP} und in den \bar{B}_s -Zerfällen erzeugt werden können.

Die Diskrepanz zwischen unseren Ergebnissen und denen von Ref. [71] ist vor allem auf die unterschiedliche Behandlung von starken Phasen in hadronischen Zerfällen zurückzuführen. Wir berechnen alle diese Phasen konsequenterweise aus der QCDF, demnach sind sie immer durch $\alpha_s(m_b)$ oder Λ_{QCD}/m_B unterdrückt. In Ref. [71] wurden lediglich die Beträge von topologischen Verhältnissen wie r_C oder r_{EW} in QCDF berechnet, während ihre starke Phasen beliebige Werte zwischen 0 und π annehmen können. Auf diese Weise können schon im SM große CP -Asymmetrien erzeugt werden und auch die Tatsache dass $A_{\text{CP}}(B^- \rightarrow \pi^0 K^-)$ und $A_{\text{CP}}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-)$ mit unterschiedlichen Vorzeichen gemessen wurden, stellt kein Problem mehr dar, da die Phasen der verschiedenen Topologien unkorreliert sind. Dadurch sind bereits kleine SUSY-Korrekturen ausreichend, um die Vorhersagen in Übereinstimmung mit den Daten zu bringen.

Dagegen kann unsere Rechnung die Diskrepanz in ΔA_{CP} nur wenig reduzieren. Wir lesen aus Abb. 6.2 ab, dass die allermeisten Punkte außerhalb des 2.2σ -Bereichs liegen.

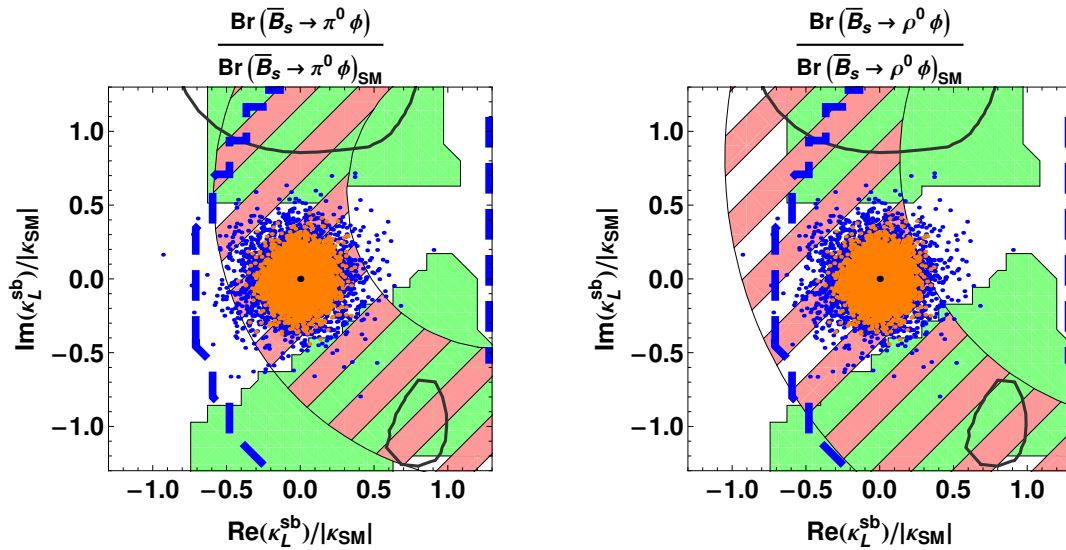
Abb. 6.2. Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment in ΔA_{CP} als Funktion von $\kappa_L^{sb}/|\kappa_{SM}|$, von hellen zu dunklen Farben haben wir 2.2σ , 2σ und 1σ . Dazu geben wir 30000 zufällige MSSM-Punkte an, die Scanbereiche sind in der Tabelle angegeben. Blau (orange): (Nicht) durch $|C_{7\gamma}|$ ausgeschlossene Punkte. Nicht dargestellt: Durch Massenschranken ausgeschlossene Punkte.



$m_{\tilde{q}}, m_{\tilde{t}_R}, (\hat{T}_U)_{33}$	200 GeV	1000 GeV
M_2, μ	100 GeV	1000 GeV
$ \delta_{32}^{uLL} , \delta_{32}^{uRL} $	0	1
$\arg(\delta_{32}^{uLL}), \arg(\delta_{32}^{uRL})$	0	2π

Nur einige wenige Punkte, die durch gut aufeinander abgestimmte Parameter zustande kommen, liegen zwischen 2.2σ und 2σ .

Abb. 6.3. Verstärkungsfaktoren für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0)$ relativ zu den SM-Werten als Funktion von κ_L^{sb} wie in Abb. 7.1. Erläuterungen zu den markierten Bereichen finden sich im Text. Dazu geben wir die gleichen zufälligen MSSM-Punkte wie in Abb. 6.2 an und verwenden dafür die gleiche Farbkodierung.



7. Modell mit flavourändernden Z^0 -Kopplungen

Als eine weitere konkrete Realisierung Isospin verletzender NP betrachten wir hier ein Modell mit flavourändernden Z^0 -Kopplungen. Wir untersuchen deren Effekte in $B \rightarrow \pi K$ -Zerfällen, insbesondere die Möglichkeit der Erklärung des Messwertes von ΔA_{CP} , und die zu erwartenden Auswirkungen auf die Prozesse $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0$. Dabei sind Einschränkungen vor allem aus semileptonischen B -Zerfällen wichtig.

Unsere Ergebnisse der modellunabhängigen Analyse in Kap. 3.4 haben gezeigt, dass Isospin verletzende NP, die die Messdaten von ΔA_{CP} erklärt, mit hoher Wahrscheinlichkeit deutlich sichtbare Verstärkungen von $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0)$ erzeugt. Suchen wir nun nach einem konkreteren NP-Modell, das große Isospin verletzende Beiträge zu B -Zerfällen liefert und den Messwert von ΔA_{CP} reproduzieren kann, ohne Einschränkungen aus anderen Prozessen zu verletzen, kommen wir leicht zu Modellen mit flavourändernden Z^0 -Kopplungen. Solche FCNC-Kopplungen können entweder durch Ausintegrieren von schweren Teilchen, z.B. von SUSY-Teilchen oder einer vierten Generation, erzeugt werden oder können als echte Tree-Level-Kopplungen in exotischeren Szenarien auftreten, beispielsweise in Modellen mit zusätzlichen Nicht-Standard-Quarks (siehe z.B. Ref. [206]). Es ist klar, dass in einem solchen Modell die größten relativen Korrekturen zum SM in den EW-Pinguinen auftreten, während QCD-Pinguine eher wenig betroffen sind, so dass Einschränkungen aus Prozessen, die von QCD-Pinguinen dominiert werden, nicht allzu stark sein sollten.

B -Physik in NP-Szenarien mit flavourändernden Z^0 -Kopplungen wurde z.B. in den Refn. [79, 198, 205] studiert. Der wichtigste Unterschied zu unserer modellunabhängigen Analyse ist dabei, dass solche Kopplungen auch semileptonische Z^0 -Pinguine betreffen und so zu starken Einschränkungen aus Messungen semileptonischer B -Zerfälle führen. Daneben kann auch die $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung ein wichtiger Constraint sein. Wir geben daher zunächst einen kurzen Überblick über die Art und Weise, auf die wir solche Einschränkungen in unserer Analyse berücksichtigen.

7.1. Einschränkungen aus semileptonischen Zerfällen und $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung

Der inklusive semileptonische Zerfall $\bar{B} \rightarrow X_s e^+ e^-$ wird im SM durch Photon- und Z^0 -Pinguine vermittelt und ist daher in vielen NP-Modellen mit den hadronischen EW-

7. Modell mit flavourändernden Z^0 -Kopplungen

Pinguinen korreliert. Wir beschreiben ihn durch den effektiven Hamiltonoperator aus Gl. (2.35) mit den zusätzlichen Pinguin-Operatoren \mathcal{O}_{9V} , \mathcal{O}_{10A} aus Gl. (2.40) und den gespiegelten Operatoren \mathcal{O}'_{9V} , \mathcal{O}'_{10A} , die wir durch die Ersetzung $P_L \rightarrow P_R$ erhalten.

Die SM-Ausdrücke für die entsprechenden Wilson-Koeffizienten sind z.B. in Refn. [207, 208] zu finden. Wir folgen zunächst Ref. [207] und verallgemeinern die dortigen Formeln für nicht verschwindende Koeffizienten der gespiegelten Operatoren. Damit berechnen wir das Verhältnis

$$R_{e^+e^-}(q^2) \equiv \frac{\frac{d}{dq^2}\Gamma(b \rightarrow s e^+ e^-)}{\Gamma(b \rightarrow c e \bar{\nu})}, \quad (7.1)$$

mit $q^2 = (p_{e^+} + p_{e^-})^2$ als invarianter Masse des Leptonpaares. Dieses Verhältnis bietet den Vorteil, dass die theoretischen Unsicherheiten deutlich kleiner sind als im einfachen Verzweungsverhältnis. Wir integrieren über den Energiebereich unterhalb der ψ -Resonanzen und finden das integrierte Verhältnis

$$R_{e^+e^-}|_{[1,6]} \equiv \int_{1\text{GeV}^2}^{6\text{GeV}^2} R_{e^+e^-}(q^2) dq^2, \quad (7.2)$$

das wir schlussendlich mit dem experimentellen Ergebnis [209, 210]

$$\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_s e^+ e^-)|_{[1,6]} = (1.60 \pm 0.51) \cdot 10^{-6}, \quad (7.3)$$

gleichsetzen können, nachdem wir letztere Größe auf das gemessene inklusive Verzweungsverhältnis $\text{BR}(\bar{B} \rightarrow X_c e \bar{\nu}) = (10.58 \pm 0.15)\%$ [191] normiert haben. Wir schließen alle Parameterpunkte eines NP-Modells aus, die diese Gleichung nicht auf 2σ -Niveau nach Gl. (3.34) erfüllen.

Neben dem inklusiven Zerfall $\bar{B} \rightarrow X_s e^+ e^-$ ist auch der exklusive Kanal $\bar{B} \rightarrow K^* l^+ l^-$ nützlich zur Einschränkung von Z -Pinguinen [211–213]. Wir folgen hier Ref. [211] und verwenden die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie A_{FB} dieses Prozesses, da diese einen zu $R_{e^+e^-}|_{[1,6]}$ komplementären Constraint ergibt. Die Messfehler dieser Observable sind noch zu groß, um genaue Aussagen über die Funktion $A_{\text{FB}}(q^2)$ machen zu können, wir fordern deshalb lediglich, dass das Vorzeichen der über den Bereich $q^2 > 14 \text{ GeV}^2$ integrierten Asymmetrie SM-artig ist, was aus den aktuellen Daten [214, 215] klar hervorgeht.

Der Vollständigkeit halber merken wir an, dass wir für die Koeffizienten $\mathcal{C}_{9V,10A}^{(\prime)}$ das gleiche RGE-Schema wie für die hadronischen EW-Pinguine verwenden, d.h. die mit $x_t = m_t^2/M_W^2$ oder $1/\sin^2 \theta_W$ verstärkten $\mathcal{O}(\alpha)$ -Terme gleichwertig mit der führenden Ordnung behandeln. Dies führt im SM zu folgenden Anfangsbedingungen an der hohen Skala:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{9V}^{(0)} &= \frac{\alpha}{2\pi} \left(\frac{Y_0(x_t)}{\sin^2 \theta_W} - \frac{x_t}{2} \right), \\ \mathcal{C}_{9V}^{(1)} &= \frac{\alpha}{2\pi} \left(-4Z_0(x_t) + \frac{x_t}{2} + \frac{4}{9} \right) + \frac{\alpha}{2\pi} \frac{\alpha_s}{4\pi} \left(\frac{Y_1(x_t)}{\sin^2 \theta_W} - 4x_t \left(\frac{4}{3} - \frac{\pi^2}{6} \right) \right), \\ \mathcal{C}_{10A}^{(0)} &= -\frac{\alpha}{2\pi} \frac{Y_0(x_t)}{\sin^2 \theta_W}, & \mathcal{C}_{10A}^{(1)} &= -\frac{\alpha}{2\pi} \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{Y_1(x_t)}{\sin^2 \theta_W} \end{aligned} \quad (7.4)$$

mit den Funktionen $Y_{0,1}$ und Z_0 aus Ref. [36]. Dazu addieren sich Terme, die proportional zu den neuen flavourändernden Z^0 -Kopplungen sind und die wir im nächsten Abschnitt angeben.

Zusätzlich können wir noch Einschränkungen aus der $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung betrachten. Dazu verwenden wir den effektiven Hamiltonoperator aus Gl. (2.53) und berechnen die Größe M_{12} aus Gl. (2.60) im NP-Modell. Normiert auf den SM-Wert ergibt sich die komplexe Zahl [216]

$$\Delta_s \equiv \frac{M_{12}^{B_s}}{M_{12}^{B_s, \text{SM}}} = |\Delta_s| e^{i\phi_s}, \quad (7.5)$$

deren experimenteller 2σ -Bereich in Abb. 9 von Ref. [20] dargestellt ist. Dieser Bereich kann als Einschränkung an den NP-Parameterraum gelten.

7.2. Beiträge zu den Wilson-Koeffizienten

Wir parametrisieren die modifizierten Kopplungen des Z^0 -Bosons wie in Ref. [198]. Bei der elektroschwachen Skala haben wir eine Theorie mit der Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_Z^{eff} = -\frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{I \neq J} \bar{d}_I [\kappa_L^{IJ} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) + \kappa_R^{IJ} \gamma^\mu (1 + \gamma_5)] d_J Z_\mu, \quad (7.6)$$

wobei I und J Generationsindizes sind. Da die flavourändernden Kopplungen klein sein müssen, um mit experimentellen Einschränkungen kompatibel zu sein, sind die flavour-diagonalen Kopplungen in erster Näherung die gleichen wie im SM. Die flavourändernden Kopplungen können, wie bereits erwähnt, echte Tree-Level-Kopplungen sein oder Effekte von virtuellen Teilchen oberhalb der elektroschwachen Skala.

Da Gl. (7.6) mit der Definition von $\kappa_{L,R}^{sb}$ in Kap. 6 übereinstimmt, können wir die Formeln aus Gl. (6.2) direkt verwenden, um die NP-Beiträge zum $\Delta B = 1$ -Hamiltonoperator zu berechnen. Für Werte im Bereich $|\kappa_{L,R}^{sb}| \sim |\kappa_{\text{SM}}| \sim 0.00035$ (siehe Gl. (6.28)) sind diese von vergleichbarer Größe wie der numerisch führende SM-Koeffizient $C_9(\mu_W)$. Dieses Szenario entspricht dem Fall $q_i = \mathcal{O}(1)$ in unserer modellunabhängigen Analyse, für den wir große Effekte in isospinsensitiven Observablen gefunden hatten.

Aus der Lagrangedichte (7.6) und den SM-Kopplungen des Z^0 an Leptonen erhalten wir auch Korrekturen zu den semileptonischen Koeffizienten in Gl. (7.4):

$$\begin{aligned} C_{9V} &= -\frac{\kappa_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \left(2 \sin^2 \theta_W - \frac{1}{2} \right), & C'_{9V} &= -\frac{\kappa_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \left(2 \sin^2 \theta_W - \frac{1}{2} \right), \\ C_{10A} &= -\frac{\kappa_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \left(\frac{1}{2} \right), & C'_{10A} &= -\frac{\kappa_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \left(\frac{1}{2} \right). \end{aligned} \quad (7.7)$$

Damit können wir die Einschränkungen aus semileptonischen Zerfällen wie im vorigen Kapitel angegeben berechnen. Außerdem liefert die Lagrangedichte (7.6) Baumgraph-Beiträge

7. Modell mit flavourändernden Z^0 -Kopplungen

zur $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung mit den Wilson-Koeffizienten

$$\begin{aligned}
 C_1^{\text{VLL}} &= \frac{4\pi^2}{\sqrt{2} G_F M_W^2} \left(\frac{\kappa_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \right)^2, & C_1^{\text{VRR}} &= \frac{4\pi^2}{\sqrt{2} G_F M_W^2} \left(\frac{\kappa_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \right)^2, \\
 C_1^{\text{LR}} &= \frac{8\pi^2}{\sqrt{2} G_F M_W^2} \frac{\kappa_L^{sb} \kappa_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)} \lambda_t^{(s)}}, & & (7.8)
 \end{aligned}$$

mit denen wir die in Gl. (7.5) definierte Größe Δ_s berechnen können. Problematisch ist hier allerdings, dass der experimentelle 2σ -Bereich von Δ_s den SM-Punkt $\kappa_{L,R}^{sb} = 0$ ausschließt und große Werte für $\kappa_{L,R}^{sb}$ verlangt, um die Abweichung vom SM zu erklären. Im Fall, dass die flavourändernden Kopplungen schleifeninduziert sind, handelt es sich bei Gl. (7.8) eigentlich um Zwei-Schleifen-Beiträge, die in realistischen Szenarien normalerweise von Ein-Schleifen-Beiträgen anderer Art, z.B. aus Boxdiagrammen, überlagert werden. Letztere sollten dann in der Lage sein, den gemessenen Wert von Δ_s zu reproduzieren, während für $\kappa_{L,R}^{sb}$ kleine Werte erlaubt sind.

7.3. Ergebnisse

Wir untersuchen nun Isospin verletzende Prozesse im Modell mit flavourändernden Z^0 -Kopplungen und folgen dabei dem Schema der modellunabhängigen Analyse in Kap. 3.4. Wir betrachten drei repräsentative Fälle: Nicht verschwindendes κ_L^{sb} mit $\kappa_R^{sb} = 0$, den umgekehrten Fall und das Szenario $\kappa_L^{sb} = \kappa_R^{sb}$. Wie vorher berechnen wir einen Fit des Modells an $B \rightarrow \pi K$ -Daten und die Einschränkungen aus den übrigen in Frage kommenden hadronischen B -Zerfällen und erhalten daraus Hinweise auf zu erwartende Verstärkungen der reinen Isospin verletzenden Zerfälle $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$.

Bei näherer Betrachtung von Gl. (6.2) finden wir mit $\cos^2 \theta_W \gg \sin^2 \theta_W$, dass das reine κ_L^{sb} -Szenario bis auf das Vorzeichen der Kopplung sehr ähnlich zum q_9 -Szenario der modellunabhängigen Analyse ist, gleiches gilt auch für κ_R^{sb} und q_7' . Dies wird bestätigt von den Diagrammen in Abb. 7.1, die unsere Ergebnisse für die beiden ersten Fälle zusammenfassen. Wir halten uns eng an die Konventionen der analogen Diagramme aus Kap. 3.4.3 und markieren den auf 1σ -Niveau bevorzugten Bereich des $B \rightarrow \pi K$ -Fits durch eine dicke schwarze Linie (die gestrichelte schwarze Linie entspricht dem 3σ -Niveau) und die aus Einschränkungen der hadronischen Zerfälle erlaubte Region in grün. Wir verwenden dabei Methode a) aus Kap. 3.4.3. Auf den Achsen tragen wir Real- und Imaginärteil von κ_L^{sb} bzw. κ_R^{sb} , normiert auf $|\kappa_{\text{SM}}|$ aus Gl. (6.28), auf. Die kreisförmigen Konturen stellen wie vorher die Verstärkungsfaktoren der Verzweungsverhältnisse von $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$ dar, wobei der SM-Unsicherheitsbereich rot gestreift ist.

Der wichtigste Unterschied im Vergleich zur modellunabhängigen Analyse besteht in den zusätzlichen Einschränkungen aus semileptonischen Zerfällen bzw. Δ_s . Die daraus jeweils erlaubten Parameterbereiche liegen innerhalb der blauen bzw. orangenen gestrichelten Linien. Wir stellen fest, dass unser Modell die Abweichung von Δ_s vom SM nicht erklären kann, wenn gleichzeitig die semileptonischen Einschränkungen erfüllt werden müssen, dies bestätigt Ref. [217]. Auch die Daten von $B \rightarrow \pi K, \rho K, \pi K^*$ stehen im Widerspruch zu

Tabelle 7.1. Maximale Verstärkungsfaktoren für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ relativ zu den SM-Werten im Modell mit $\kappa_{L,R}^{sb}$. Der obere Teil wurde mit Methode a) aus Kap. 3.4 berechnet, im unteren Teil wurden zusätzlich die 2σ -Einschränkungen aus semileptonischen B -Zerfällen berücksichtigt. Die QCDF-Eingabewerte wurden wie in Tab. 3.3 verwendet.

Szenario	$\frac{\text{BR}(B_s \rightarrow \phi\pi^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)}$	$\frac{\text{BR}_L(B_s \rightarrow \phi\rho^0)}{\text{BR}_L^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}$	$\frac{\text{BR}(B_s \rightarrow \phi\rho^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}$
$\kappa_L^{sb} \neq 0$	10.3 (19.0)	3.6 (7.0)	3.4 (6.3)
$\kappa_R^{sb} \neq 0$	48.3 (84.6)	15.5 (28.2)	14.2 (24.8)
$\kappa_L^{sb} = \kappa_R^{sb}$	1.0 (1.7)	1.0 (1.7)	1.2 (1.8)
Mit semileptonischen Einschränkungen:			
$\kappa_L^{sb} \neq 0$	1.6 (3.0)	1.1 (2.2)	1.1 (2.0)
$\kappa_R^{sb} \neq 0$	4.0 (6.5)	2.4 (3.9)	2.2 (3.5)
$\kappa_L^{sb} = \kappa_R^{sb}$	1.0 (1.7)	1.0 (1.7)	1.1 (1.7)

Δ_s . Dies führt uns zu der Einsicht, dass das vorliegende Modell entweder weitere neue Teilchen benötigt, um mit allen Daten kompatibel zu sein, oder dass die Kopplungen $\kappa_{L,R}^{sb}$ schleifeninduziert sein müssen, wie bereits am Ende von Kap. 7.2 angedeutet. Wir lassen deshalb den Δ_s -Constraint in der folgenden Diskussion außen vor.

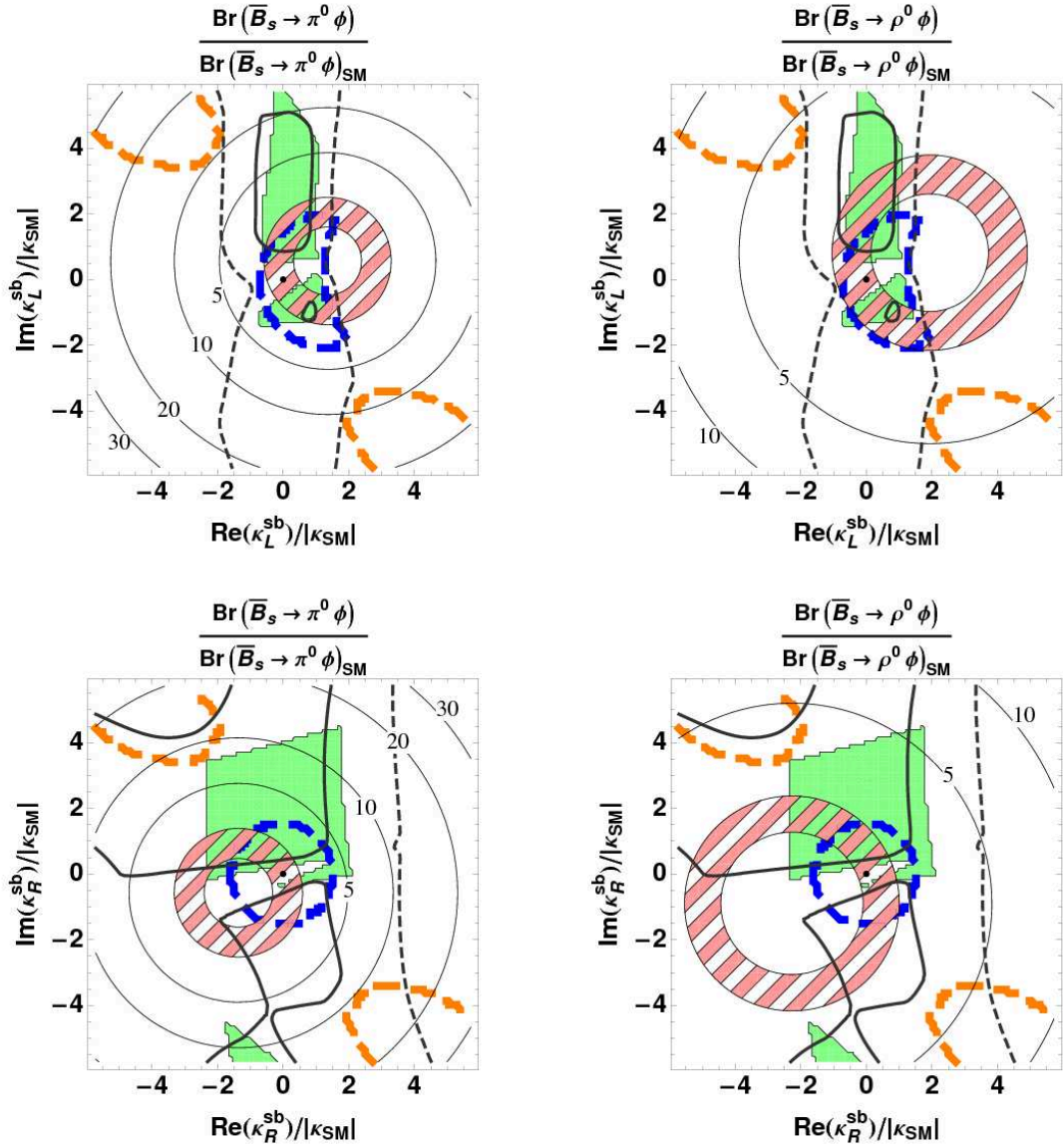
Die semileptonischen Einschränkungen sind kompatibel mit dem 1σ -Bereich des Fits und den Einschränkungen aus hadronischen Zerfällen. Sie limitieren $|\kappa_{L,R}^{sb}|$ wie in Abb. 7.1 dargestellt auf kleine Werte, so dass wir keine signifikanten Effekte in $B_s \rightarrow \phi\rho, \phi\pi$ erwarten können. Die maximalen möglichen Verstärkungsfaktoren der Verzweungsverhältnisse fassen wir in Tab. 7.1 zusammen, die analog zu Tab. 3.3 aus dem Fit und den Einschränkungen berechnet wurde.

Im Fall $\kappa_L^{sb} = \kappa_R^{sb}$ löschen sich nach dem Schema von Gl. (3.33) die Beiträge zu C_7 und C_9' bzw. zu C_9 und C_7' gegenseitig aus. Hier können lediglich die unterdrückten transversalen Amplituden im $\phi\rho$ -Kanal verstärkt sein, was sich im Verzweungsverhältnis nur wenig niederschlägt. In den anderen Fällen können wir höchstens einen Faktor ~ 4 erreichen, d.h. die mögliche Verstärkung durch NP unterscheidet sich nicht wesentlich von der eventuellen Verstärkung durch hadronische Effekte innerhalb der theoretischen Unsicherheiten. In Abb. 7.1 ist dies daran zu erkennen, dass der rot gestreifte Ring in allen Diagrammen fast den gesamten erlaubten Parameterbereich ausfüllt.

Fassen wir zusammen: Die semileptonischen Einschränkungen an das Modell mit flavourändernden Z^0 -Kopplungen erlauben eine Auflösung der ΔA_{CP} -Diskrepanz, wenn keine gleichzeitige Auflösung der Δ_s -Diskrepanz gefordert wird. Eine Messung von $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ oder $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ mit einem um eine Größenordnung verstärkten Verzweungsverhältnis, wie es nach der modellunabhängigen Analyse möglich ist, würde dieses Modell jedoch ausschließen.

7. Modell mit flavourändernden Z^0 -Kopplungen

Abb. 7.1. Verstärkungsfaktor für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0)$ relativ zu den SM-Werten als Funktion von κ_L^{sb} (oben) und κ_R^{sb} unten, wobei die jeweils andere Kopplung auf Null gesetzt wird. Erläuterungen finden sich im Text auf Seite 130.



8. Modell mit schweren Z' -Eichbosonen

Die letzte Realisierung Isospin verletzender NP, die wir in unserer Arbeit betrachten wollen, ist ein Modell mit flavourändernden Kopplungen eines schweren Eichbosons Z' . Wie vorher analysieren wir Effekte in ΔA_{CP} und anderen $B \rightarrow \pi K$ -Observablen und die zu erwartenden Auswirkungen auf die Prozesse $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0$. Das Modell wird eingeschränkt durch Daten aus hadronischen B -Zerfällen und aus der $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung.

Viele Erweiterungen des SM, wie z.B. GUT-Modelle oder Little-Higgs-Modelle, besitzen eine im Vergleich zum SM erweiterte Eichsymmetrie an einer hohen Energieskala. Bei der Brechung dieser Symmetrie treten an der TeV-Skala häufig neben der SM-Eichgruppe noch zusätzliche $U(1)$ -Gruppen auf, die wir hier mit $U(1)'$ bezeichnen. Deren Eichbosonen sind elektrisch neutral und müssen schwerer als die des SM sein, sie heißen üblicherweise Z' -Bosonen. Einen guten Überblick über die Physik dieser Teilchen bietet der Übersichtsartikel Ref. [218], zur Flavourphysik siehe auch Refn. [198, 219–221].

Wir betrachten hier ein Modell mit einer $U(1)'$ -Gruppe und einem zugehörigen Z' -Boson in Analogie zur Diskussion in Kap. 7. Flavourändernde Z' -Kopplungen an Quarks tragen genau wie die dort betrachteten flavourändernden Z^0 -Kopplungen zu den EW-Pinguin-Operatoren bei und können somit zusätzliche Isospin-Verletzung generieren. Dieses Modell ist eine weitere konkrete Realisierung der in der modellunabhängigen Analyse von Kap. 3.4 gefundenen Effekte in $B \rightarrow \pi K$ -Observablen und in $B_s \rightarrow \phi \rho, \phi \pi$. Wir führen deshalb im Folgenden für das Z' -Modell die gleiche Untersuchung durch wie vorher für das Z^0 -Modell.

8.1. Beiträge zu den Wilson-Koeffizienten

Berechnen wir zunächst die NP-Korrekturen zu Wilson-Koeffizienten unter Vernachlässigung einer möglichen Mischung zwischen Z' und Z^0 . Wir parametrisieren die Z' -Kopplungen an Down-Quarks durch [198, 221]

$$\mathcal{L}_{Z'}^{eff} = -\frac{g_{U(1)'}}{2\sqrt{2}} \sum_{IJ} \bar{d}_I [\zeta_L^{IJ} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) + \zeta_R^{IJ} \gamma^\mu (1 + \gamma_5)] d_J Z'_\mu. \quad (8.1)$$

und analog für die Up-Quarks. Dabei bezeichnet $g_{U(1)'}$ die Eichkopplung der $U(1)'$ -Gruppe. Für unsere Zwecke sind die flavourändernden Kopplungen $\zeta_{L,R}^{sb}$ und die flavourdiagonalen $\zeta_{L,R}^u \equiv \zeta_{L,R}^{uu}$ und $\zeta_{L,R}^d \equiv \zeta_{L,R}^{dd}$ relevant. $SU(2)$ -Invarianz bedingt die Gleichheit der linkshändigen Kopplungen $\zeta_L^u = \zeta_L^d \equiv \zeta_L^q$, während keine solche Relation für ζ_R^u und

8. Modell mit schweren Z' -Eichbosonen

ζ_R^d besteht. Wir führen außerdem die Abkürzung [198]

$$\xi \equiv \frac{g_{U(1)'}^2}{g^2} \frac{m_W^2}{m_{Z'}^2} \quad (8.2)$$

ein, wobei $m_{Z'}$ die Masse des Z' -Bosons ist.

Damit finden wir aus Baumgraph-Diagrammen mit Z' -Austausch die folgenden Beiträge zu den Wilson-Koeffizienten für $b \rightarrow s\bar{q}q$ -Prozesse:

$$\begin{aligned} C_3 &= -\frac{\zeta_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \zeta_L^q \xi, & C'_3 &= -\frac{1}{3} \frac{\zeta_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \left(\zeta_R^u + 2\zeta_R^d \right) \xi, \\ C_5 &= -\frac{1}{3} \frac{\zeta_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \left(\zeta_R^u + 2\zeta_R^d \right) \xi, & C'_5 &= -\frac{\zeta_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \zeta_L^q \xi, \\ C_7 &= -\frac{2}{3} \frac{\zeta_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \left(\zeta_R^u - \zeta_R^d \right) \xi, & C'_7 &= 0, \\ C_9 &= 0, & C'_9 &= -\frac{2}{3} \frac{\zeta_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \left(\zeta_R^u - \zeta_R^d \right) \xi. \end{aligned} \quad (8.3)$$

Wir haben hier im Unterschied zum Z^0 -Modell neben den flavourändernden Kopplungen weitere freie Parameter ξ , ζ_L^q und $\zeta_R^{u,d}$. Wir folgen dem Ansatz der Refn. [79, 219–221] und vernachlässigen Korrekturen zu den QCD-Pinguinen, was durch die Fixierung $\zeta_R^u + 2\zeta_R^d = \zeta_L^q = 0$ erreicht wird. Dann kann die verbleibende Konstante $\zeta_R^u - \zeta_R^d$ in eine Umdefinition von $g_{U(1)'}$ absorbiert werden, außerdem absorbieren wir ξ durch $\tilde{\zeta}_{L,R}^{sb} \equiv \xi \zeta_{L,R}^{sb}$. Damit lauten die beiden nicht verschwindenden Wilson-Koeffizienten:

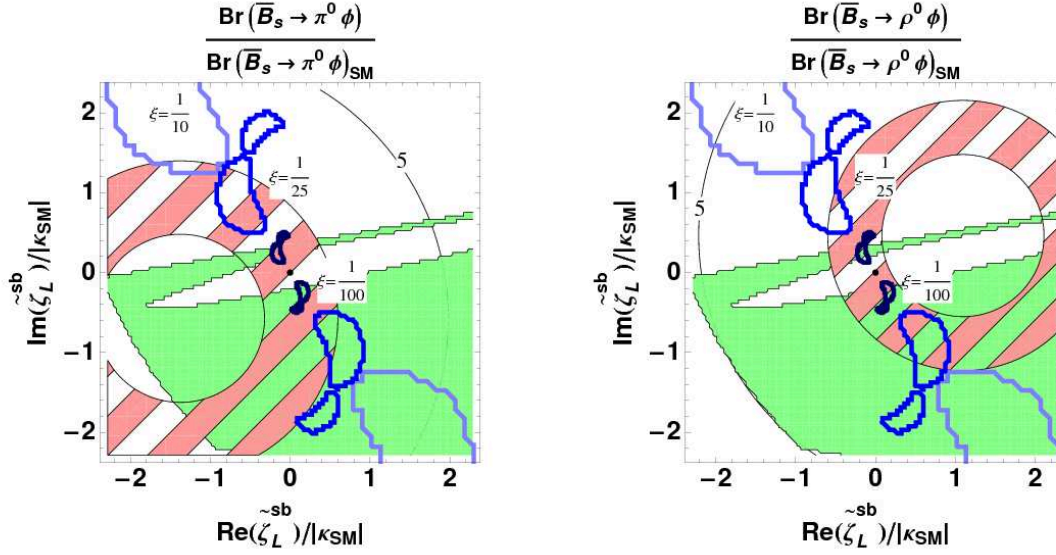
$$C_7 = -\frac{2}{3} \frac{\tilde{\zeta}_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}}, \quad C'_9 = -\frac{2}{3} \frac{\tilde{\zeta}_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}}. \quad (8.4)$$

Im Allgemeinen sind Z' -Kopplungen an Leptonen genauso freie Parameter wie die Kopplungen an Quarks. Die Einschränkungen aus semileptonischen B -Zerfällen, die im vorigen Kapitel entscheidend waren, sind hier also modellabhängig und können in sogenannten „leptophobischen“ Z' -Modellen ganz entfallen. In solchen Realisierungen sind auch die Einschränkungen an $m_{Z'}$ weniger streng, da virtuelle Z' -Bosonen nicht zu Drell-Yan-Prozessen an Hadronkollidern beitragen.

Wir betrachten deshalb in diesem Kapitel ausschließlich Einschränkungen an $\tilde{\zeta}_{L,R}^{sb}$ aus hadronischen B -Zerfällen und $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung, die jeweils durch Baumgraph-Diagramme mit Z' -Austausch vermittelt werden. Für den effektiven $\Delta B = 2$ -Hamiltonoperator aus Gl. (2.53) finden wir die Koeffizienten

$$\begin{aligned} C_1^{\text{VLL}} &= \frac{4\pi^2\sqrt{2}}{G_F M_W^2} \left(\frac{\tilde{\zeta}_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \right)^2 \frac{1}{\xi}, & C_1^{\text{VRR}} &= \frac{4\pi^2\sqrt{2}}{G_F M_W^2} \left(\frac{\tilde{\zeta}_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \right)^2 \frac{1}{\xi}, \\ C_1^{\text{LR}} &= \frac{8\pi^2\sqrt{2}}{G_F M_W^2} \left(\frac{\tilde{\zeta}_L^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \right) \left(\frac{\tilde{\zeta}_R^{sb}}{\lambda_t^{(s)}} \right) \frac{1}{\xi}. \end{aligned} \quad (8.5)$$

Abb. 8.1. Verstärkungsfaktor für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0)$ relativ zu den SM-Werten als Funktion von $\tilde{\zeta}_L^{sb}$ mit $\tilde{\zeta}_R^{sb} = 0$. Erläuterungen finden sich im Text auf Seite 136.



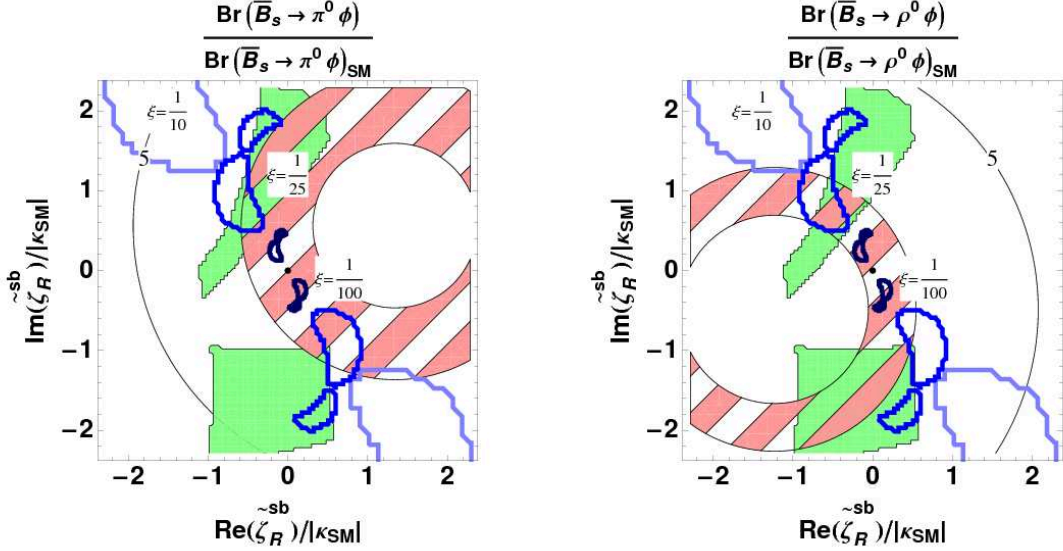
Im Gegensatz zu Gln. (8.3) und (8.4) tritt hier wieder eine explizite Abhängigkeit von ξ auf, d.h. die Einschränkungen aus der $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung sind mit Vorsicht zu betrachten. Sie werden stärker für kleinere Werte von ξ , also für kleines $g_{U(1)'}$ und großes $m_{Z'}$, was zunächst nicht sinnvoll erscheint. Die Erklärung für dieses Verhalten liegt in der Umdefinition $\tilde{\zeta}_{L,R}^{sb} = \xi \zeta_{L,R}^{sb}$. Für kleines ξ benötigt man entsprechend große flavourändernde Kopplungen $\zeta_{L,R}^{sb}$, um große Effekte in hadronischen B -Zerfällen zu erhalten. Dies führt dann leicht zu unerlaubt großen Werten der Koeffizienten in Gl. (8.5), die quadratisch von den flavourändernden Kopplungen abhängen.

8.2. Ergebnisse

Wir untersuchen nun Isospin verletzende Prozesse im Z' -Modell und folgen wiederum dem Schema der modellunabhängigen Analyse in Kap. 3.4. Wir betrachten auch hier drei repräsentative Fälle: Nicht verschwindendes $\tilde{\zeta}_L^{sb}$ mit $\tilde{\zeta}_R^{sb} = 0$, den umgekehrten Fall und das Szenario $\tilde{\zeta}_L^{sb} = \tilde{\zeta}_R^{sb}$. Wie vorher berechnen wir einen Fit des Modells an $B \rightarrow \pi K$ -Daten und die Einschränkungen aus den übrigen in Frage kommenden hadronischen B -Zerfällen und erhalten daraus Hinweise auf zu erwartende Verstärkungen der reinen Isospin verletzenden Zerfälle $B_s \rightarrow \phi \rho, \phi \pi$.

Durch nähere Betrachtung von Gl. (8.4) erkennen wir, dass die drei Szenarien bis auf einen Normierungsfaktor exakt den Fällen $q_7 \neq 0, q'_9 \neq 0$ und $q_7 = q'_9 \neq 0$ in der modellunabhängigen Analyse entsprechen. Die 2σ -Ausschlussgrenzen und die Konfidenzintervalle

Abb. 8.2. Verstärkungsfaktor für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ relativ zu den SM-Werten als Funktion von $\tilde{\zeta}_R^{sb}$ mit $\tilde{\zeta}_L^{sb} = 0$. Erläuterungen finden sich im Text auf Seite 136.



aus dem Fit können damit direkt übertragen werden, wobei wieder die unterschiedlichen Vorzeichen beachtet werden müssen.

In den Abbn. 8.1 und 8.2 präsentieren wir unsere Ergebnisse für das $\tilde{\zeta}_L^{sb}$ - und das $\tilde{\zeta}_R^{sb}$ -Szenario. Die grün markierten Bereiche und der rot gestreifte Ring sind genauso definiert wie in Kap. 7, zusätzlich zeigen wir für verschiedene Werte von ξ die 2σ -Einschränkungen aus Δ_s , die wir nach Kap. 7.1 berechnen. Der Fit an $B \rightarrow \pi K$ ist aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt, kann aber aus den entsprechenden Diagrammen für q_7 und q_9' in Kap. 3.4.3 leicht übertragen werden.

Offensichtlich überschneiden sich im $\tilde{\zeta}_R^{sb}$ -Szenario die Bereiche, in denen der vom SM abweichende Messwert von Δ_s reproduziert wird, nur wenig mit den erlaubten Bereichen aus den hadronischen Zerfällen. Das gleiche gilt für den hier nicht abgebildeten Fall $\tilde{\zeta}_L^{sb} = \tilde{\zeta}_R^{sb}$. Der Grund dafür ist, dass die Daten von Δ_{ACP} und Δ_s auf jeweils unterschiedliche Weise NP mit einem großen Imaginärteil verlangen: Nach Gl. (3.10) hängt Δ_{ACP} linear von $\text{Im}(\tilde{\zeta}_{L,R}^{sb})$ ab und bevorzugt im Zusammenspiel mit den $B \rightarrow \pi K$ -Verzweigungsverhältnissen, die vom Realteil abhängen, Werte nahe der imaginären Achse. Dagegen hängt Δ_s quadratisch von $\tilde{\zeta}_{L,R}^{sb}$ ab und bevorzugt deshalb Werte nahe der Diagonalen $\text{Re}(\tilde{\zeta}_{L,R}^{sb}) = -\text{Im}(\tilde{\zeta}_{L,R}^{sb})$. Im $\tilde{\zeta}_L^{sb}$ -Fall sind die Einschränkungen aus $B \rightarrow \pi K$ -Zerfällen wesentlich schwächer, so dass Δ_{ACP} und Δ_s gleichzeitig mit den Messwerten in Einklang gebracht werden können.

Weiterhin wird aus den Diagrammen deutlich, dass die Einschränkungen aus Δ_s so stark sind, dass große Verstärkungseffekte in $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0, \phi\rho^0$ für realistische Werte $\xi \lesssim 1/25$ ausgeschlossen sind. Wir geben in Tab. 8.1 für $\xi = 1/25$, was z.B. durch $g_{U(1)'} \simeq g$ und

Tabelle 8.1. Maximale Verstärkungsfaktoren für $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)$ und $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)$ relativ zu den SM-Werten im Z' -Modell unter Berücksichtigung der Einschränkungen aus hadronischen B -Zerfällen und $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung. Die QCDF-Eingabewerte wurden wie in Tab. 3.3 verwendet.

Szenario		$\frac{\text{BR}(B_s \rightarrow \phi\pi^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0)}$	$\frac{\text{BR}_L(B_s \rightarrow \phi\rho^0)}{\text{BR}_L^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}$	$\frac{\text{BR}(B_s \rightarrow \phi\rho^0)}{\text{BR}^{\text{SM}}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0)}$
$\xi = \frac{1}{25}$	$\tilde{\zeta}_L^{sb} \neq 0$	2.5 (4.9)	3.6 (5.6)	3.3 (4.9)
	$\tilde{\zeta}_R^{sb} \neq 0$	3.6 (5.7)	3.7 (5.7)	3.4 (5.1)
	$\tilde{\zeta}_L^{sb} = \tilde{\zeta}_R^{sb}$	1.0 (1.7)	1.0 (1.7)	1.1 (1.8)
$\xi = \frac{1}{50}$	$\tilde{\zeta}_L^{sb} \neq 0$	1.9 (3.7)	2.6 (4.0)	2.4 (3.6)
	$\tilde{\zeta}_R^{sb} \neq 0$	2.6 (4.1)	2.6 (4.1)	2.4 (3.7)
	$\tilde{\zeta}_L^{sb} = \tilde{\zeta}_R^{sb}$	1.0 (1.7)	1.0 (1.7)	1.1 (1.8)

$m_{Z'} \simeq 400 \text{ GeV}$ realisierbar ist, und für $\xi = 1/50$ die maximalen Verstärkungsfaktoren an. Dabei berücksichtigen wir alle 2σ -Einschränkungen an die flavourändernden Kopplungen aber ziehen den Fit an $B \rightarrow \pi K$ nicht in Betracht. Im Fall einer einzigen nicht verschwindenden Kopplung sind Verstärkungsfaktoren im Bereich ~ 5 möglich, im Fall $\zeta_L^{sb} = \zeta_R^{sb}$ löschen sich die Effekte wie im Z^0 -Modell gegenseitig aus. Für $\xi = 1/100$ sind die Einschränkungen aus der $B_s - \bar{B}_s$ -Mischung bereits so stark, dass keine messbare Verstärkung von $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0, \phi\rho^0)$ mehr existiert. Eine Messung dieser Verzweigungsverhältnisse kann demnach im Fall einer signifikanten Verstärkung relativ zum SM eine untere Grenze an ξ setzen, die einer oberen Schranke an die Masse des Z' entspricht.

9. Zusammenfassung und Abschluss

In dieser Dissertation haben wir seltene B -Zerfälle und $B - \bar{B}$ -Oszillationen im SM und mehreren Erweiterungen davon betrachtet. Unser Interesse galt dabei Vorhersagen für seltene Zerfälle, die sensitiv auf NP sind und in den nächsten Jahren an den Experimenten LHCb, Belle-II und eventuell SuperB getestet werden können. Solche Vorhersagen sind notwendig, um gemessene Abweichungen vom SM richtig interpretieren zu können und NP-Modelle auf ihre Übereinstimmung mit den Messdaten zu überprüfen.

Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt auf dem MSSM bei Minimaler Flavourverletzung, in dem große Abweichungen vom SM in B -Zerfällen nicht durch die Squark-Flavourmischung, aber durch chiral verstärkte Schleifenkorrekturen zustande kommen können. Wir haben deshalb das Szenario mit $\tan\beta \simeq m_t/m_b \simeq 50$ betrachtet, das theoretisch durch die Vereinheitlichung von y_t und y_b motiviert ist. Hier treten Korrekturen der Ordnung $\alpha_s \tan\beta$ oder $\alpha_W \tan\beta$ auf, in denen die Schleifenunterdrückung durch $\tan\beta$ kompensiert wird, was zu interessanten phänomenologischen Konsequenzen führt.

Wir haben in diesem Modell Resummationsformeln hergeleitet, mit denen flavourdiagonale und flavourändernde $\tan\beta$ -verstärkte Korrekturen zu allen Ordnungen der Störungstheorie aufsummiert werden, so dass auch Korrekturen der Größenordnung $\mathcal{O}(1)$ kein Problem darstellen. Die Formeln für flavourändernde Korrekturen sind neu und stellen eine Verallgemeinerung der im Entkopplungslimes $M_{\text{SUSY}} \gg v, m_{H^0, A^0, H^+}$ bereits bekannten Resummation auf den Fall beliebiger SUSY-Massen dar. Die aktuellen experimentellen Einschränkungen an Higgsmassen bei großem $\tan\beta$ und Natürlichkeitsargumente legen nahe, dass die Annahme $M_{\text{SUSY}} \simeq m_{H^0, A^0, H^+}$ gerechtfertigt ist. Für die flavourdiagonalen Korrekturen Δ_b war bereits vorher eine Resummationsformel für beliebige SUSY-Massen bekannt, wir haben aber in unserer Diskussion herausgestellt, dass diese nur für eine bestimmte Wahl des Renormierungsschemas gültig ist, nämlich wenn die physikalischen Squarkmassen als Eingabeparameter gewählt werden. Darauf aufbauend haben wir alternative Formeln hergeleitet, um die Resummation auch in anderen Schemata durchführen zu können, in denen die SUSY-Brechungsparameter oder der Squark-Mischungswinkel festgelegt werden. Letztere Wahl ist geeignet, um eine Verbindung zur Kolliderphysik herzustellen. Darüberhinaus berücksichtigen wir in der Berechnung von Δ_b zum ersten Mal alle CP-Phasen der SUSY-Parameter.

Mit unseren Resummationsformeln lassen sich effektive Feynmanregeln für das MSSM herleiten, in denen bereits alle $\tan\beta$ -verstärkten Effekte – mit Ausnahme der reinen Einschleifen-Effekte in bestimmten Kopplungen der Higgs-Bosonen H^+ und h^0 – automatisch enthalten sind. Diese Regeln sind insbesondere für die Implementierung von automatisierten Rechnungen geeignet. Sie verallgemeinern Kopplungen von Higgs-Teilchen, die bereits im Entkopplungslimes bekannt waren, und umfassen interessanterweise auch flavourändernde Kopplungen der neutralen Gauginos, die bisher in der Literatur noch nicht betrachtet wurden.

Wir haben die effektiven Feynmanregeln in kompakter Form zusammengestellt und anschließend mit ihrer Hilfe Vorhersagen für B -Zerfälle und $B - \bar{B}$ -Oszillationen berechnet. Dabei konnten wir bekannte Formeln für den Zerfall $\bar{B}_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ und für die $B_s - \bar{B}_s$ -Oszillation, die beide wichtige Prozesse für die NP-Suche am LHC sind, verbessern. Außerdem haben wir neue Gluino-Beiträge zu mischungsinduzierten CP -Asymmetrien in hadronischen B -Zerfällen hergeleitet, die die MSSM-Vorhersage signifikant beeinflussen. Je nach Wahl der Parameter weichen unsere Vorhersagen stark von den SM-Werten ab. Die mischungsinduzierten CP -Asymmetrien werden in den nächsten Jahren zum ersten Mal mit guter Genauigkeit gemessen werden können und werden dann starke Einschränkungen an das Szenario mit großem $\tan\beta$ liefern oder Abweichungen vom SM aufweisen, die in diesem Szenario erklärt werden können.

Der zweite Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit ist die Verletzung der starken Isospin-Symmetrie durch NP-Beiträge zu B -Zerfällen. Die aktuellen Messdaten der $B \rightarrow \pi K$ -Zerfälle weisen eine Abweichung vom SM in der Größe ΔA_{CP} auf, die durch Isospin verletzende NP erklärt werden kann. Alternativ dazu könnten allerdings auch eine Verstärkung von nicht-perturbativen QCD-Effekten oder einfach eine statistische Fluktuation die Ursache des Messergebnisses sein. Um diese Frage zu klären, ist es notwendig, möglichst viele unabhängige Messungen der Isospin-Verletzung durchzuführen, wozu man geeignete Prozesse finden muss. Wir schlagen dazu die reinen Isospin verletzenden Zerfälle $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi \pi^0$ vor, die an den neuen Flavorexperimenten erstmals gemessen werden können. Sie werden dominiert von der EW-Pinguin-Amplitude, die im SM einem Ein-Schleifen-Diagramm entspricht und in verschiedenen NP-Modellen große Korrekturen erhält.

Die vorliegende Arbeit liefert die erste detaillierte Analyse der Phänomenologie dieser beiden Zerfälle, dabei haben wir konsequent den Formalismus der QCD-Faktorisierung zur Berechnung der hadronischen Matrixelemente verwendet. Wir haben zunächst das SM betrachtet und Vorhersagen für die Verzweigungsverhältnisse und weitere Observablen mit den aktuellen Werten der QCDF-Eingabeparameter berechnet. Weiterhin haben wir die numerische Wichtigkeit der Pinguin-, Baumgraph- und Annihilationsbeiträge zu den Amplituden diskutiert und die wichtigen Quellen theoretischer Unsicherheiten identifiziert. Dies erlaubt uns, Formeln für die einzelnen Beiträge anzugeben, mit denen sich physikalische Größen ohne Implementierung des QCDF-Formalismus einfach und in guter Näherung berechnen lassen, wobei auch die Unsicherheiten gut reproduziert werden.

Anschließend haben wir eine modellunabhängige Analyse von NP in EW-Pinguinen durchgeführt und dabei deren Beiträge sowohl zu $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0, \phi \pi^0$ als auch zu $B \rightarrow \pi K$ und verwandten Zerfallskanälen untersucht. Die QCDF erlaubt eine Korrelation aller dieser Beiträge miteinander, so dass wir wertvolle Erkenntnisse aus den verfügbaren Messdaten auf die noch nicht gemessenen Kanäle $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0, \phi \pi^0$ übertragen können. Wir haben NP durch Korrekturen zu den Wilson-Koeffizienten $C_7^{(\prime)}$ und $C_9^{(\prime)}$ des effektiven $\Delta B = 1$ -Hamiltonoperators parametrisiert und an $B \rightarrow \pi K$ -Daten gefittet, wobei wir zusätzlich Einschränkungen aus anderen hadronischen Zerfällen auf 2σ -Niveau berücksichtigt haben. Aus den Ergebnissen dieser Rechnung haben wir dann Vorhersagen für $\bar{B}_s \rightarrow \phi \rho^0, \phi \pi^0$ für verschiedene Kombinationen der neuen Wilson-Koeffizienten abgeleitet. Wir haben dabei festgestellt, dass in fast allen Szenarien die Diskrepanz in ΔA_{CP} durch Korrekturen zu den EW-Pinguinen in der Größenordnung der SM-Beiträge erklärt werden kann und

9. Zusammenfassung und Abschluss

dass solche Korrekturen auch mit den übrigen experimentellen Daten verträglich sind. Daraus folgt, dass die Verzweungsverhältnisse der reinen Isospin verletzenden Zerfälle um bis zu eine Größenordnung relativ zur SM-Vorhersage, die im Bereich von 10^{-7} liegt, verstärkt sein können. Wir betrachten dies als eine starke Motivation für die Messung dieser Größen am LHC und an Super-B-Fabriken. Ein Nebenprodukt unserer Untersuchung ist eine detaillierte Analyse der $B \rightarrow \pi K$ -Amplituden und ihrer Sensitivität auf NP in EW-Pinguinen, in der wir zum ersten Mal die Wichtigkeit der farbunterdrückten Pinguine und der Annihilationsamplituden herausgestellt haben, die in der Literatur meist vernachlässigt wurden.

Die modellunabhängige Analyse wurde ergänzt durch Untersuchungen von konkreten Erweiterungen des SM, die wichtige Korrekturen zu den EW-Pinguinen liefern können. Wir haben dazu einerseits ein Modell mit flavourändernden Kopplungen des Z^0 -Bosons betrachtet und andererseits ein Modell mit einem schweren Z' -Boson, das ebenfalls flavourändernd koppeln kann. Wir haben festgestellt, dass beide Modelle die Diskrepanz in ΔA_{CP} auflösen können, aber starken experimentellen Einschränkungen aus semileptonischen B -Zerfällen und $B_s - \bar{B}_s$ -Oszillationen unterliegen. Das Z^0 -Modell ist mit den Daten der semileptonischen Zerfälle kompatibel, wenn wir die flavourändernden Kopplungen als schleifeninduziert betrachten und somit keine tree-level-Beiträge zur $B_s - \bar{B}_s$ -Mischungsamplitude erhalten. In diesem Fall werden allerdings die Verzweungsverhältnisse von $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$ nicht über ein mit den hadronischen Unsicherheiten im SM verträgliches Maß hinaus verstärkt. Eine gemessene deutliche Abweichung dieser Größen vom SM könnte somit das Modell ausschließen. Im Z' -Modell sind vor allem die Einschränkungen aus $B_s - \bar{B}_s$ -Oszillationen wichtig, sie ergeben für realistische Werte von $m_{Z'}$ maximale Verstärkungsfaktoren $\text{BR}(\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0)/\text{BR}_{\text{SM}} \simeq 5$, was im Experiment sichtbar wäre. Große gemessene Verstärkungsfaktoren können außerdem eine obere Schranke an $m_{Z'}$ setzen.

Die Verbindung zwischen den beiden genannten Schwerpunkten dieser Arbeit stellt eine Studie im allgemeinen MSSM her, in dem die Flavourstruktur der SUSY-Brechungsterme nicht durch Symmetrieforderungen eingeschränkt wird. In diesem Modell sind FCNC-Prozesse nicht mehr mit den im SM oder in MFV obligatorischen CKM-Faktoren unterdrückt, ihre Observablen weichen daher a priori dramatisch von den SM-Werten ab. Zwar ist diese Erweiterung des SM theoretisch gut motiviert, sie steht jedoch in starkem Konflikt mit experimentellen Beobachtungen von Flavourobservablen. Es gilt daher, die Flavourstruktur des Modells durch Vergleich mit den Daten einzuschränken und herauszufinden, wo noch Potential für in zukünftigen Messungen sichtbare Signaturen besteht. Da die Literatur zu diesem Modell bereits eine große Zahl solcher Analysen umfasst, haben wir uns hauptsächlich auf den EW-Pinguin-Sektor der hadronischen B -Zerfälle konzentriert, der in vorherigen Arbeiten meist vernachlässigt wurde.

Wir haben zunächst alle SUSY-Korrekturen zu QCD-Pinguinen und EW-Pinguinen berechnet, die durch virtuelle Gluinos und Charginos vermittelt werden. Unseres Wissens ist eine solche komplette Rechnung in der Literatur bisher nie ohne Verwendung der Masseinsetzungsnaheung durchgeführt worden. Diese Ergebnisse haben wir anschließend benutzt, um numerische Analysen von SUSY-Beiträgen zu $B \rightarrow \pi K$ und $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0, \phi\pi^0$ durchzuführen und nach signifikanten Abweichungen von den SM-Vorhersagen zu suchen.

Dabei haben wir festgestellt, dass die maximalen möglichen SUSY-Effekte bereits unter Berücksichtigung weniger experimenteller Einschränkungen an das Modell zu klein sind, um die ΔA_{CP} -Diskrepanz zu erklären, was im Widerspruch zu einigen Aussagen in der Literatur steht. Diese Widersprüche beruhen auf der Verwendung fehlerhafter Ausdrücke für Wilson-Koeffizienten und inkonsequenter Anwendung der QCDF in der Literatur. Desweiteren finden wir keine messbaren Verstärkungseffekte in den Verzweigungsverhältnissen der \bar{B}_s -Zerfälle.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Ergebnisse dieser Arbeit den Kenntnisstand über die Physik der B -Mesonen jenseits des SM erweitern und eine Vorleistung für die Suche nach Neuer Physik am LHC und künftigen Beschleunigern darstellen. Welche der hier behandelten Modelle tatsächlich die Realität beschreiben können, muss das Experiment entscheiden. Die kommenden Jahre werden uns darüber Aufschluss geben.

Anhang

A. Notationen und Konventionen

A.1. Squark-Mischung in MFV

Im naiven MFV-Szenario aus Kap. 5 ersetzen wir die beiden 6×6 -Massenmatrizen der Squarks durch insgesamt sechs 2×2 -Matrizen für die einzelnen Flavours, die dann jeweils nur noch die Mischung zwischen links- und rechtshändigen Squarks eines Flavours beinhalten. Wir vernachlässigen diese Mischung für die ersten beiden Generationen aufgrund ihrer sehr kleinen Yukawa-Kopplungen und schreiben für $q = t, b$ in der Basis $(\tilde{q}_L, \tilde{q}_R)$

$$\mathcal{M}_q^2 = \begin{pmatrix} m_{\tilde{q}_L}^2 & X_{\tilde{q}} \\ X_{\tilde{q}}^* & m_{\tilde{q}_R}^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

Aufgrund der Hermitezität der Massenmatrizen sind ihre Diagonalelemente reell, sie setzen sich wie folgt aus SUSY-invarianten und SUSY-brechenden Termen der Lagrangedichte zusammen:

$$m_{\tilde{q}_L}^2 = (m_{\tilde{Q}}^2)^{33} + m_q^2 + (T_q^3 - Q_q \sin^2 \theta_W) m_Z^2 \cos 2\beta, \quad (\text{A.2})$$

$$m_{\tilde{t}_R}^2 = (m_{\tilde{u}}^2)^{33} + m_t^2 + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W m_Z^2 \cos 2\beta, \quad (\text{A.3})$$

$$m_{\tilde{b}_R}^2 = (m_{\tilde{d}}^2)^{33} + m_b^2 - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W m_Z^2 \cos 2\beta. \quad (\text{A.4})$$

Im Grenzfall von großem $\tan \beta$ können wir Terme proportional zu v_d in den Außerdiagonalelementen vernachlässigen und erhalten

$$X_{\tilde{t}} = m_t A_t^*, \quad (\text{A.5})$$

$$X_{\tilde{b}} = -y_b^{(0)*} v_u \mu. \quad (\text{A.6})$$

Die Masseneigenzustände $\tilde{q}_{1,2}$ gehen aus den Wechselwirkungseigenzuständen durch die Transformation

$$(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2)^T = R^q (\tilde{q}_L, \tilde{q}_R)^T \quad (\text{A.7})$$

hervor, dabei ist R^q eine unitäre Matrix, die \mathcal{M}_q^2 diagonalisiert:

$$R^q \mathcal{M}_q^2 R^{q\dagger} = \text{diag}(m_{\tilde{q}_1}^2, m_{\tilde{q}_2}^2), \quad (\text{A.8})$$

$$m_{\tilde{q}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2} \left(m_{\tilde{q}_L}^2 + m_{\tilde{q}_R}^2 \pm \sqrt{(m_{\tilde{q}_L}^2 - m_{\tilde{q}_R}^2)^2 + 4|X_q|^2} \right). \quad (\text{A.9})$$

A. Notationen und Konventionen

Die Mischungsmatrix R^q enthält nur eine einzige physikalische Phase und kann parametrisiert werden durch

$$R^q = \begin{pmatrix} \cos \tilde{\theta}_q & \sin \tilde{\theta}_q e^{i\tilde{\phi}_q} \\ -\sin \tilde{\theta}_q e^{-i\tilde{\phi}_q} & \cos \tilde{\theta}_q \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

d.h. durch zwei reelle Parameter: Den Mischungswinkel $\tilde{\theta}_q$ und die Phase $\tilde{\phi}_q$. In praktischen Anwendungen, wo üblicherweise Elemente der Mischungsmatrizen in Feynmanregeln auftreten, hat man die Wahl, entweder $\tilde{\theta}_q$ und $\tilde{\phi}_q$ als Eingabeparameter zu betrachten oder sie durch die Beziehung

$$e^{i\tilde{\phi}_q} \sin 2\tilde{\theta}_q = \frac{2X_{\tilde{q}}}{m_{\tilde{q}_1}^2 - m_{\tilde{q}_2}^2}, \quad (\text{A.11})$$

zu ersetzen, die aus Gl. (A.8) abgeleitet werden kann. Um separate Formeln für $\tilde{\theta}_q$ und $\tilde{\phi}_q$ anzugeben, muss man zunächst den Wertebereich der beiden Parameter festlegen, um keine Punkte mehrfach abzudecken. Mit $\tilde{\theta}_q \in [0, \pi/4]$ und $\tilde{\phi}_q \in [0, 2\pi)$ kommen wir z.B. zu

$$\sin 2\tilde{\theta}_q = \left| \frac{2X_{\tilde{q}}}{m_{\tilde{q}_1}^2 - m_{\tilde{q}_2}^2} \right|, \quad \tilde{\phi}_q = \arg \left(\frac{2X_{\tilde{q}}}{m_{\tilde{q}_1}^2 - m_{\tilde{q}_2}^2} \right). \quad (\text{A.12})$$

Dieser Wertebereich für den Mischungswinkel impliziert, dass \tilde{q}_1 (\tilde{q}_2) der vorwiegend linkshändige (rechtshändige) Eigenzustand ist, ohne dass die Eigenwerte nach ihrer Größe sortiert werden.

Es muss betont werden, dass wir in der Sbottom-Massenmatrix das Außerdiagonalelement $X_{\tilde{b}}$ absichtlich in Abhängigkeit von der unrenormierten Yukawa-Kopplung $y_b^{(0)}$ und nicht in Abhängigkeit von m_b definiert haben. Diese Parametrisierung gilt in jedem Renormierungsschema. Um einen Zahlenwert für $y_b^{(0)}$ aus der gemessenen Bottom-Masse unter Berücksichtigung von $\tan \beta$ -verstärkten Korrekturen zu erhalten, muss eines der in Kap. 5.3.2 eingeführten Schemata verwendet werden. Die entsprechenden Korrekturen zu m_b^2 in den Diagonalelementen der Sbottom-Massenmatrix sind vernachlässigbar, da m_b^2 insgesamt gegenüber den SUSY-brechenden Massenterme vernachlässigt werden kann.

A.2. Chargino-Mischung

In der SLHA-Konvention lautet die Massenmatrix der Charginos

$$\mathcal{M}_{\tilde{\chi}^\pm} = \begin{pmatrix} M_2 & \sqrt{2}M_W \sin \beta \\ \sqrt{2}M_W \cos \beta & \mu \end{pmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

Wir definieren die biunitäre Transformation, die $\mathcal{M}_{\tilde{\chi}^\pm}$ diagonalisiert, als

$$\mathcal{U}^* \mathcal{M}_{\tilde{\chi}^\pm} \mathcal{V}^\dagger = \text{diag}(m_{\tilde{\chi}_1^\pm}, m_{\tilde{\chi}_2^\pm}). \quad (\text{A.14})$$

Die Matrizen \mathcal{U} und \mathcal{V} können durch Diagonalisierung der Matrizen $\mathcal{M}_{\tilde{\chi}^\pm}^\dagger \mathcal{M}_{\tilde{\chi}^\pm}$ und $\mathcal{M}_{\tilde{\chi}^\pm} \mathcal{M}_{\tilde{\chi}^\pm}^\dagger$ bestimmt werden. In Feynman-Amplituden mit chiralitätsändernden Propagatoren, die wir zur Berechnung von $\tan \beta$ -verstärkten Selbstenergien in Kap. 5 benötigen,

treten nur bestimmte Kombinationen von Matrixelementen der Mischungsmatrizen auf, die durch

$$\mathcal{U}_{11}\mathcal{V}_{11} = \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm} M_2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm} \mu^* e^{i\psi}}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad \mathcal{U}_{11}\mathcal{V}_{12} = \sqrt{2}M_W \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \sin \beta + m_{\tilde{\chi}_2^\pm} \cos \beta e^{i\psi}}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad (\text{A.15})$$

$$\mathcal{U}_{12}\mathcal{V}_{12} = \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \mu - m_{\tilde{\chi}_2^\pm} M_2^* e^{i\psi}}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad \mathcal{U}_{12}\mathcal{V}_{11} = \sqrt{2}M_W \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \cos \beta + m_{\tilde{\chi}_2^\pm} \sin \beta e^{i\psi}}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad (\text{A.16})$$

$$\mathcal{U}_{21}\mathcal{V}_{21} = \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \mu^* e^{i\psi} - m_{\tilde{\chi}_2^\pm} M_2}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad \mathcal{U}_{21}\mathcal{V}_{22} = -\sqrt{2}M_W \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \cos \beta e^{i\psi} + m_{\tilde{\chi}_2^\pm} \sin \beta}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad (\text{A.17})$$

$$\mathcal{U}_{22}\mathcal{V}_{22} = \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm} M_2^* e^{i\psi} - m_{\tilde{\chi}_2^\pm} \mu}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad \mathcal{U}_{22}\mathcal{V}_{21} = -\sqrt{2}M_W \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \sin \beta e^{i\psi} + m_{\tilde{\chi}_2^\pm} \cos \beta}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2} \quad (\text{A.18})$$

mit dem Phasenfaktor

$$e^{i\psi} = (M_2 \mu - M_W^2 \sin 2\beta) / (m_{\tilde{\chi}_1^\pm} m_{\tilde{\chi}_2^\pm}). \quad (\text{A.19})$$

ausgedrückt werden können. Bei großem $\tan \beta$ können Terme proportional zu $\cos \beta$ vernachlässigt werden und die obigen Ausdrücke vereinfachen sich zu

$$\mathcal{U}_{11}\mathcal{V}_{11} = \frac{M_2}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}} \cdot \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - |\mu|^2}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad \mathcal{U}_{11}\mathcal{V}_{12} = \frac{\sqrt{2}M_W m_{\tilde{\chi}_1^\pm} \sin \beta}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad (\text{A.20})$$

$$\mathcal{U}_{12}\mathcal{V}_{12} = \frac{\mu}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}} \cdot \frac{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - |M_2|^2}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad \mathcal{U}_{12}\mathcal{V}_{11} = \frac{M_2}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}} \cdot \frac{\sqrt{2}M_W \mu \sin \beta}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad (\text{A.21})$$

$$\mathcal{U}_{21}\mathcal{V}_{21} = \frac{M_2}{m_{\tilde{\chi}_2^\pm}} \cdot \frac{|\mu|^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad \mathcal{U}_{21}\mathcal{V}_{22} = -\frac{\sqrt{2}M_W m_{\tilde{\chi}_2^\pm} \sin \beta}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad (\text{A.22})$$

$$\mathcal{U}_{22}\mathcal{V}_{22} = \frac{\mu}{m_{\tilde{\chi}_2^\pm}} \cdot \frac{|M_2|^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}, \quad \mathcal{U}_{22}\mathcal{V}_{21} = -\frac{\mu}{m_{\tilde{\chi}_2^\pm}} \cdot \frac{\sqrt{2}M_W M_2 \sin \beta}{m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2 - m_{\tilde{\chi}_2^\pm}^2}. \quad (\text{A.23})$$

A.3. Schleifenfunktionen

In diesem Anhang fassen wir unsere Konventionen für Schleifenintegrale und die dabei auftretenden Funktionen zusammen. In der Berechnung von Schleifendiagrammen mit

A. Notationen und Konventionen

schweren internen Teilchen benutzen wir die skalaren Integrale

$$B_0(m_1, m_2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-d}}{i\pi^2} \int \frac{d^d q}{(q^2 - m_1^2)(q^2 - m_2^2)}, \quad (\text{A.24})$$

$$C_0(m_1, m_2, m_3) = \frac{(2\pi\mu)^{4-d}}{i\pi^2} \int \frac{d^d q}{(q^2 - m_1^2)(q^2 - m_2^2)(q^2 - m_3^2)}, \quad (\text{A.25})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{(2\pi\mu)^{4-d}}{i\pi^2} \int \frac{d^d q}{(q^2 - m_1^2)(q^2 - m_2^2)(q^2 - m_3^2)(q^2 - m_4^2)}, \quad (\text{A.26})$$

wobei μ die Renormierungsskala aus der dimensional Regularisierung ist. Dies entspricht der bekannten Passarino-Veltman-Notation [222] im Grenzfall vernachlässigbarer äußerer Impulse. Analog dazu benutzen wir auch die Integrale

$$C_2(m_1, m_2, m_3) = \frac{(2\pi\mu)^{4-d}}{i\pi^2} \int \frac{q^2 d^d q}{(q^2 - m_1^2)(q^2 - m_2^2)(q^2 - m_3^2)}, \quad (\text{A.27})$$

$$D_2(m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{(2\pi\mu)^{4-d}}{i\pi^2} \int \frac{q^2 d^d q}{(q^2 - m_1^2)(q^2 - m_2^2)(q^2 - m_3^2)(q^2 - m_4^2)}. \quad (\text{A.28})$$

Die expliziten Ausdrücke für diese Funktionen lauten

$$B_0(m_1, m_2) = \frac{2}{4-d} - \gamma_E + \ln 4\pi + 1 - \ln \frac{m_2^2}{\mu^2} + \frac{m_2^2}{m_2^2 - m_1^2} \ln \frac{m_1^2}{m_2^2}, \quad (\text{A.29})$$

$$C_0(m_1, m_2, m_3) = \frac{m_2^2}{(m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_2^2)} \ln \frac{m_1^2}{m_2^2} + \frac{m_3^2}{(m_1^2 - m_3^2)(m_2^2 - m_3^2)} \ln \frac{m_1^2}{m_3^2}, \quad (\text{A.30})$$

$$D_0(m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{m_2^2}{(m_2^2 - m_1^2)(m_2^2 - m_3^2)(m_2^2 - m_4^2)} \ln \frac{m_1^2}{m_2^2} + \frac{m_3^2}{(m_3^2 - m_1^2)(m_3^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)} \ln \frac{m_1^2}{m_3^2} + \frac{m_4^2}{(m_4^2 - m_1^2)(m_4^2 - m_2^2)(m_4^2 - m_3^2)} \ln \frac{m_1^2}{m_4^2}, \quad (\text{A.31})$$

$$D_2(m_1, m_2, m_3, m_4) = \frac{m_2^4}{(m_2^2 - m_1^2)(m_2^2 - m_3^2)(m_2^2 - m_4^2)} \ln \frac{m_1^2}{m_2^2} + \frac{m_3^4}{(m_3^2 - m_1^2)(m_3^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)} \ln \frac{m_1^2}{m_3^2} + \frac{m_4^4}{(m_4^2 - m_1^2)(m_4^2 - m_2^2)(m_4^2 - m_3^2)} \ln \frac{m_1^2}{m_4^2}. \quad (\text{A.32})$$

Die Divergenz in B_0 fällt in unseren Rechnungen immer durch die Unitarität der CKM-Matrix oder anderer Mischungsmatrizen nach Summation über verschiedene interne Teilchen heraus.

In den Ausdrücken für die Wilson-Koeffizienten $\mathcal{C}_{7\gamma, 8g}$ in Kap. 5.6.1 verwenden wir die

Schleifenfunktionen

$$f_1(x) = \frac{5 - 7x}{6(x-1)^2} + \frac{x(3x-2)}{3(x-1)^3} \ln x, \quad (\text{A.33})$$

$$f_2(x) = \frac{x+1}{2(x-1)^2} - \frac{x}{(x-1)^3} \ln x, \quad (\text{A.34})$$

$$f_3(x) = \frac{1}{2(x-1)} - \frac{x}{2(x-1)^2} \ln x. \quad (\text{A.35})$$

In Kap. 6.1 geben wir die Wilson-Koeffizienten des effektiven $\Delta B = 1$ -Hamiltonoperators im MSSM mit generischer Flavourverletzung an. Dazu verwenden wir Schleifenfunktionen aus den Refn. [197, 200], wir benötigen

$$h_1^{(0)}(x) = \frac{3x^2 - 2x}{3(x-1)^4} \ln x + \frac{-8x^2 - 5x + 7}{18(x-1)^3}, \quad (\text{A.36})$$

$$h_2^{(0)}(x) = \frac{-6x^2 + 4x}{3(x-1)^3} \ln x + \frac{7x - 5}{3(x-1)^2}, \quad (\text{A.37})$$

$$h_3^{(0)}(x) = \frac{-6x^3 + 9x^2 - 2}{9(x-1)^4} \ln x + \frac{52x^2 - 101x + 43}{54(x-1)^3}, \quad (\text{A.38})$$

$$h_4^{(0)}(x) = \frac{-1}{3(x-1)^4} \ln x + \frac{2x^2 - 7x + 11}{18(x-1)^3}, \quad (\text{A.39})$$

$$h_5^{(0)}(x) = \frac{-x}{(x-1)^4} \ln x + \frac{-x^2 + 5x + 2}{6(x-1)^3}, \quad (\text{A.40})$$

$$h_6^{(0)}(x) = \frac{2x}{(x-1)^3} \ln x + \frac{-x-1}{(x-1)^2} \quad (\text{A.41})$$

für die Chargino-Beiträge und

$$F_1(x) = \frac{x^3 - 6x^2 + 3x + 2 + 6x \ln x}{12(x-1)^4}, \quad (\text{A.42})$$

$$F_2(x) = \frac{2x^3 + 3x^2 - 6x + 1 - 6x^2 \ln x}{12(x-1)^4}, \quad (\text{A.43})$$

$$F_3(x) = \frac{x^2 - 4x + 3 + 2 \ln x}{2(x-1)^3}, \quad (\text{A.44})$$

$$F_4(x) = \frac{x^2 - 1 - 2x \ln x}{2(x-1)^3}, \quad (\text{A.45})$$

$$F_6(x) = \frac{-11x^3 + 18x^2 - 9x + 2 + 6x^3 \ln x}{36(x-1)^4} \quad (\text{A.46})$$

A. Notationen und Konventionen

für die Gluino-Beiträge. Zusätzlich definieren wir

$$F_{10}(x) = \frac{3 - 3x + (2+x)\ln(x)}{12(x-1)^2}. \quad (\text{A.47})$$

Im SM verwenden wir in den elektroschwachen Pinguinen außerdem noch die Inami-Lim-Funktionen [39]

$$B_0^{\text{box}}(x) = \frac{1}{4} \left(\frac{x}{1-x} + \frac{x}{(x-1)^2} \ln x \right), \quad (\text{A.48})$$

$$C_0^Z(x) = \frac{x}{8} \left(\frac{x-6}{x-1} + \frac{3x+2}{(x-1)^2} \ln x \right). \quad (\text{A.49})$$

A.4. Hilfreiche Formeln und Abkürzungen

Für die Berechnung physikalischer Größen aus Zerfallsamplituden von B -Mesonen in einen Endzustand f , der nur aus Teilchen mit Massen $m^2 \ll m_B^2$ besteht, verwenden wir die hier angegebenen Formeln. Wir beginnen mit der Amplitude $\mathcal{A}(\bar{B} \rightarrow f)$ und berechnen die Zerfallsrate durch

$$\Gamma(\bar{B} \rightarrow f) = \frac{S}{16\pi m_B} |\mathcal{A}(\bar{B} \rightarrow f)|^2, \quad (\text{A.50})$$

mit einem Symmetriefaktor S . Die QCDF-Formeln für $B \rightarrow M_1 M_2$ implizieren $S = 1/2$ im Fall von zwei identischen Mesonen M_1 und M_2 , ansonsten gilt $S = 1$. Das Amplitudenquadrat versteht sich mit einer impliziten Summe über Helizitäten bzw. Spins und Polarisationen des Endzustands. Für Zerfälle in zwei Vektormesonen V_1 und V_2 müssen deshalb drei verschiedene Zerfallsamplituden berechnet werden, entsprechend den drei möglichen Helizitätszuständen des Endzustands, dann wird Gl. (A.50) zu

$$\Gamma(\bar{B} \rightarrow V_1 V_2) = \frac{S}{16\pi m_B} \sum_{h=0,-,+} |\mathcal{A}^h(\bar{B} \rightarrow V_1 V_2)|^2. \quad (\text{A.51})$$

Aus den Zerfallsraten können wir weitere Größen berechnen, so ergeben sich Verzweigungsverhältnisse einfach aus Multiplikation von $\Gamma(\bar{B} \rightarrow f)$ mit den in Tab. B.1 angegebenen gemessenen Lebensdauern τ_B . In der QCDF geben wir CP -gemittelte Verzweigungsverhältnisse an, die durch

$$\text{BR}(\bar{B} \rightarrow f) = \frac{\tau_B}{2} (\Gamma(\bar{B} \rightarrow f) + \Gamma(B \rightarrow \bar{f})) \quad (\text{A.52})$$

mit dem CP -konjugierten Endzustand \bar{f} definiert sind. Die Zerfallsrate $\Gamma(B \rightarrow \bar{f})$ errechnet sich wie oben angegeben aus der Amplitude $\mathcal{A}(B \rightarrow \bar{f})$, die sich von $\mathcal{A}(\bar{B} \rightarrow f)$ nur durch Vorzeichenwechsel aller schwachen Phasen unterscheidet. Direkte CP -Asymmetrien erhalten wir aus

$$A_{\text{CP}} = \frac{\Gamma(\bar{B} \rightarrow f) - \Gamma(B \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(\bar{B} \rightarrow f) + \Gamma(B \rightarrow \bar{f})}. \quad (\text{A.53})$$

A.4. Hilfreiche Formeln und Abkürzungen

Für Zerfälle in zwei Vektormesonen definieren wir außerdem einen longitudinalen Polarisationsanteil

$$f_L(\bar{B} \rightarrow V_1 V_2) = \frac{|\mathcal{A}^0(\bar{B} \rightarrow V_1 V_2)|^2}{\sum_{h=0,-,+} |\mathcal{A}^h(\bar{B} \rightarrow V_1 V_2)|^2}. \quad (\text{A.54})$$

Abschließend geben wir noch einige in dieser Arbeit verwendeten Konventionen an. In effektiven Operatoren für $\Delta B = 1-$ und $\Delta B = 2-$ Prozesse benutzen wir

$$P_{R,L} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}, \quad (\text{A.55})$$

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]. \quad (\text{A.56})$$

In Kap. 4 benötigen wir den Ladungskonjugationsoperator C für Spinoren, der gegeben ist durch

$$C \psi(x) C = -i \gamma_2 \psi^*(x) \quad (\text{A.57})$$

und die Abkürzungen

$$\Sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{4} [\gamma_\mu, \gamma_\nu], \quad (\text{A.58})$$

$$\bar{\sigma}^\mu = (1, -\sigma^1, -\sigma^2, -\sigma^3)^T \quad (\text{A.59})$$

mit den Pauli-Matrizen σ^i . Unsere Normierung der Hyperladung entspricht in der gesamten Arbeit der Gell-Mann-Nishijima-Formel

$$Q = I_{W_3} + \frac{Y}{2}. \quad (\text{A.60})$$

B. Hadronische B -Zerfälle und Faktorisierung

Das Hauptproblem bei der Berechnung von hadronischen B -Zerfällen besteht in der Berücksichtigung der starken Wechselwirkung. Zwar wissen wir, dass letztendlich die schwache Wechselwirkung für Flavourübergänge und damit für Zerfälle von B -Mesonen in Teilchen mit Beauty-Quantenzahl $B = 0$ verantwortlich ist, jedoch können wir die starke Wechselwirkung nicht außer Acht lassen, insbesondere dann nicht, wenn wir es mit einem rein hadronischen Endzustand zu tun haben.

In der üblichen störungstheoretischen Berechnung dieser Zerfälle können wir zwar „harte“ Gluonen, d.h. solche mit Impuls von der Größenordnung der Bottom-Masse, als Beiträge von höherer Ordnung in α_s berücksichtigen, dagegen sind „weiche“ Gluonen ein hartnäckiges Problem. Diese haben Impulse im Bereich $\mathcal{O}(0.1 \text{ GeV})$ und gehören damit zur niederenergetischen QCD, in der die Kopplungskonstante nicht mehr perturbativ ist.

Schon früh wurde festgestellt, dass die Annahme, dass keine weichen Gluonen zwischen den Hadronen im Endzustand ausgetauscht werden, das Problem stark vereinfacht [223–226]. Im Kontext der Zweikörper-Zerfälle wurde diese Hypothese als *Faktorisierung* bezeichnet, da sich dann die Zerfallsamplitude als Produkt zweier Terme schreiben lässt, die dem schwachen Übergang des B -Mesons in ein leichteres Teilchen und der Erzeugung eines weiteren Teilchens ohne Zutun der starken Wechselwirkung entsprechen.

In diesem Kapitel wird ein Einblick in das Prinzip und die konkrete Anwendung der Faktorisierung in der vorliegenden Arbeit gegeben.

B.1. Grundprinzip der Faktorisierung

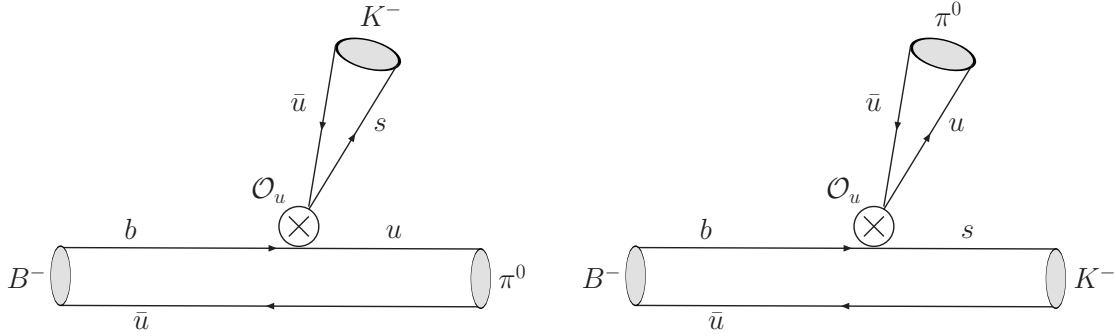
Zur Illustration der Faktorisierungshypothese dient folgendes Beispiel. Wir betrachten den Zerfall $B^- \rightarrow K^- \pi^0$ auf tree-level¹. In diesem Fall trägt in der effektiven Theorie unterhalb des elektroschwachen Skala nur ein einziger Dimension-6-Operator bei, der durch Austausch eines W -Bosons erzeugt wird, nämlich

$$\mathcal{O}_u = [\bar{s}^\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) u^\alpha] [\bar{u}^\beta \gamma^\mu (1 - \gamma_5) b^\beta] = [\bar{s}^\alpha \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b^\beta] [\bar{u}^\beta \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u^\alpha], \quad (\text{B.1})$$

wobei das zweite Gleichheitszeichen einer Fierztransformation entspricht. Damit ergibt sich der effektive Hamiltonoperator zu

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* C_u \mathcal{O}_u. \quad (\text{B.2})$$

¹Dies ist keine gute Näherung, da dieser Zerfall von QCD-Pinguinen dominiert wird.

Abb. B.1. Graphische Darstellung der Faktorisierung nach Gl. (B.4).


Berechnet man jetzt die Zerfallsamplitude

$$\mathcal{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0} = \langle K^- \pi^0 | \mathcal{H}_{\text{eff}} | B^- \rangle, \quad (\text{B.3})$$

so besagt die Faktorisierungs-Hypothese, dass man das benötigte Operator-Matrixelement durch Produkte von Strom-Matrixelementen ausdrücken kann, wobei man über alle durch Flavourquantenzahlen erlaubten Produkte (siehe obige Fierztransformation) summieren muss. Man erhält so

$$\begin{aligned} \langle K^- \pi^0 | \mathcal{O}_u | B^- \rangle &= \langle K^- | (\bar{s}^\alpha u^\alpha)_{V-A} | 0 \rangle \langle \pi^0 | (\bar{u}^\beta b^\beta)_{V-A} | B^- \rangle \\ &+ \langle \pi^0 | (\bar{u}^\beta u^\alpha)_{V-A} | 0 \rangle \langle K^- | (\bar{s}^\alpha b^\beta)_{V-A} | B^- \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

wobei der Index $V - A$ für die Diracstruktur des Operators steht. Abb. B.1 ist eine Illustration der beiden Summanden dieser Gleichung in Form von Feynman-Diagrammen, die verdeutlicht, dass der Übergang des B -Mesons in ein leichtes Meson und die Produktion des zweiten leichtes Mesons aus dem QCD-Vakuum getrennt sind. Nicht abgebildet sind dabei die vielen Möglichkeiten, Gluonen innerhalb der beiden Teilsysteme auszutauschen. Solche Korrekturen tragen zu den beiden Strom-Matrixelementen bei.

Auf den ersten Blick wird man sich an dieser Stelle fragen, was man durch die Faktorisierung eigentlich gewonnen hat, da die Strom-Matrixelemente ja immer noch nicht perturbativ berechenbar sind. Sie bietet aber zwei entscheidende Vorteile: Zum einen sind die Strom-Matrixelemente sehr universell, d.h. sie gehen in viele verschiedene Zerfälle ein und erlauben es, Korrelationen solcher zu bilden. Man kann beispielsweise Messdaten aus semileptonischen B -Zerfällen nutzen, um die Matrixelemente zu bestimmen und hadronische Zerfälle vorherzusagen. Zum anderen ist die faktorisierte Form geeignet, um die Matrixelemente mit Hilfe nicht-störungstheoretischer Methoden zu berechnen, hier wären die Gittereichtheorie und Summenregeln zu nennen.

Üblicherweise nutzt man die Lorentzinvarianz, um die einzelnen Faktoren weiter zu vereinfachen. Man schreibt einerseits

$$\langle M(p) | \bar{q}^\alpha \gamma_\mu \gamma_5 q'^\beta | 0 \rangle = \frac{-i}{N_c} f_M p_\mu \delta^{\alpha\beta} \quad (\text{B.5})$$

B. Hadronische B -Zerfälle und Faktorisierung

und definiert damit die *Zerfallskonstante* f_M des pseudoskalaren Mesons M , das den Valenzquarks q und q' entspricht. N_c ist wie üblich die Anzahl der Farben. Die Zerfallskonstante beinhaltet bereits alle nicht-perturbativen Effekte innerhalb des qq' -Systems und kann beispielsweise in der Gitter-QCD berechnet werden. Andererseits definiert man sogenannte *Formfaktoren* $F_0^{B \rightarrow M}$ und $F_+^{B \rightarrow M}$ durch

$$\begin{aligned} \langle M(p') | \bar{q}^\alpha \gamma_\mu b^\beta | B^-(p) \rangle = & \left(F_+^{B \rightarrow M}(q^2) (p_\mu + p'_\mu) \right. \\ & \left. + [F_0^{B \rightarrow M}(q^2) - F_+^{B \rightarrow M}(q^2)] \frac{m_B^2 - m_M^2}{q^2} q_\mu \right) \frac{\delta^{\alpha\beta}}{N_c}, \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

wieder für ein pseudoskalares Meson M der Masse m_M , um den $B \rightarrow M$ -Übergang zu parametrisieren. Hierbei gilt $q = p - p'$. Die Formfaktoren sind ebenfalls nicht-perturbativ, man berechnet sie üblicherweise aus experimentellen Daten mit Hilfe von Lichtkegel-Summenregeln [227–229]. Sie beinhalten sämtliche weichen Gluonen, die innerhalb der beteiligten Quarklinien (inklusive das Spektatorquark, siehe unten) ausgetauscht werden. Es sollte erwähnt werden, dass wegen der Paritätserhaltung in der starken Wechselwirkung die Zerfallskonstante verschwindet, wenn der Axialvektorstrom in Gl. (B.5) durch einen Vektorstrom ersetzt wird. Umgekehrt ist der Formfaktor für den Axialvektorstrom ebenfalls Null.

Mit diesen Definitionen können wir die Amplitude für unseren Beispielprozess in einfacher Form schreiben. Wir erhalten

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0} = & \frac{iG_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{us}^* C_u \\ & \times \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ f_K F_0^{B \rightarrow \pi}(q^2) (m_B^2 - m_\pi^2) + \frac{f_\pi}{N_c} F_0^{B \rightarrow K}(q^2) (m_B^2 - m_K^2) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

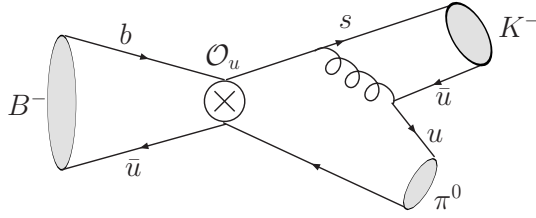
Ein Faktor $1/\sqrt{2}$ stammt hierbei aus der Flavourstruktur des Pions, $\pi^0 \sim (\bar{u}u - \bar{d}d)/\sqrt{2}$.

Noch eine Anmerkung ist an dieser Stelle nötig: Bisher wurde in dieser Diskussion das leichte Valenzquark des B -Mesons, das Spektatorquark, gar nicht berücksichtigt. Die Faktorisierungshypothese impliziert, dass es in unveränderter Form am durch den Formfaktor parametrisierten Übergang teilnimmt. Schaut man sich aber den effektiven Hamiltonoperator an, so findet man leicht eine weitere mögliche Anwendung des Operators \mathcal{O}_u auf tree-level, die in Abb. B.2 beispielhaft dargestellt wird. Die beiden Valenzquarks des B -Mesons vernichten sich gegenseitig, daher spricht man von einem *Annihilations*-Beitrag zur Amplitude. Das Gluon kann dabei an alle vier Quarklinien des effektiven Operators gekoppelt werden. Man findet aber speziell für den Operator \mathcal{O}_u , dass jedes dieser vier Diagramme verschwindet, da es die Spur eines $SU(3)$ -Generators enthält.

B.2. QCD-Faktorisierung

B.2.1. QCD-Faktorisierung als theoretisches Fundament

Die Faktorisierungshypothese wurde lange Zeit angewendet, ohne dass es ein solides theoretisches Fundament dafür gegeben hätte. Als Rechtfertigungen dienten die ungefähre

Abb. B.2. Annihilationsbeitrag von \mathcal{O}_u zu $B^- \rightarrow K^- \pi^0$.


Übereinstimmung mit den experimentellen Daten und die von Bjorken vorgeschlagene *Farbtransparenz* [230]. Dies ist die Eigenschaft, dass ein leichtes Meson der Masse m mit Energie $E \gg m$ einen Farbdipol mit sehr kleiner transversaler Ausdehnung darstellt, welcher von weichen Gluonen mit großer de-Broglie-Wellenlänge nicht aufgelöst werden kann. Ein erster Ansatz zur besseren Fundierung wurde von Dugan und Grinstein in einer *Large-Energy Effective Theory* hergeleitet [231]. Dort wurde festgestellt, dass weicher Gluonaustausch zwischen leichten Mesonen im Endzustand mit Potenzen von m/E unterdrückt ist.

Erst durch die Arbeiten von Beneke, Buchalla, Neubert und Sachrajda (BBNS), siehe Referenzen [37, 50–52], wurde endgültig klar, dass sich die Faktorisierung für Zweikörper-Zerfälle von B -Mesonen in der Tat ohne zusätzliche Annahmen begründen lässt. Entwickelt man die Zerfallsamplitude für $B \rightarrow M_1 M_2$ in Potenzen von $\Lambda_{\text{QCD}}/m_B \sim 0.1$, wobei Λ_{QCD} eine typische QCD-Skala von der Größenordnung der Massen der leichten Mesonen M_1 und M_2 ist, ergibt die führende Ordnung exakt das Ergebnis der „naiven“ Faktorisierung, sofern man perturbative Gluonkorrekturen vernachlässigt.

Man findet also, dass die ursprüngliche ad-hoc-Näherung, den Gluon-Austausch zwischen dem $B - M_1$ -System und M_2 zu vernachlässigen, tatsächlich sinnvoll ist². Weicher Gluonaustausch ist mit Λ_{QCD}/m_B unterdrückt, während harter Gluonaustausch nur höhere Ordnungen in $\alpha_s(m_b) \sim 0.22$ liefert. In den Arbeiten von BBNS wurden zur Verbesserung der Genauigkeit im Vergleich zur naiven Faktorisierung auch perturbative Ein-Schleifen-Korrekturen berechnet und festgestellt, dass diese ebenfalls faktorisierbar sind. Diese Rechnungen sind unter dem Namen *QCD-Faktorisierung* (QCDF) bekannt geworden. Außerdem wurden die numerisch wichtigsten Korrekturen der nächstführenden Ordnung in Λ_{QCD}/m_B berechnet, wobei man auf infrarot-divergente Integrale stößt. Dies wird als Scheitern der Faktorisierung und Sensitivität auf nicht-perturbative QCD interpretiert, solche Beiträge können daher nur ungefähr numerisch abgeschätzt werden. Der gleiche Formalismus wurde auch auf den Spezialfall der $B \rightarrow VV$ -Moden, also Zerfälle in zwei Vektormesonen angewendet, bei denen man zwischen drei möglichen Polarisierungen des Endzustands unterscheiden muss [53].

Die Arbeiten [37, 50–53] bilden die Grundlage für alle in dieser Dissertation vorgelegten Berechnungen hadronischer B -Zerfälle. Neuere Entwicklungen wie NNLO-Korrekturen zur QCDF [232–237] oder der Formalismus der *Soft-Collinear Effective Theory* (SCET) [238, 239] bringen im Vergleich dazu für unsere Zwecke keine nennenswerten Vorteile, da Korrekturen von höherer Ordnung in α_s verglichen mit den Unsicherheiten aus Λ_{QCD}/m_B -Korrekturen klein sind. Konzeptionell interessant ist dagegen, dass es inzwischen gelungen

² M_1 bezeichnet hier und im Folgenden das Meson, das das Spektatorquark aufnimmt.

B. Hadronische B -Zerfälle und Faktorisierung

ist, in der SCET die Faktorisierung der führenden Ordnung in Λ_{QCD}/m_B zu allen Ordnungen in α_s zu zeigen [240, 241].

B.2.2. QCD-Faktorisierung als Formalismus für hadronische B -Zerfälle

Im Folgenden geben wir eine kurze Zusammenfassung des in unseren Rechnungen verwendeten Formalismus. Startpunkt ist der effektive Hamiltonoperator für charmlose hadronische B -Zerfälle, siehe Gl. (2.43). Daraus berechnet sich die Zerfallsamplitude in zwei leichte Mesonen M_1 und M_2 für die Fälle $(M_1 M_2) = (PP), (VP), (PV)$ durch

$$\mathcal{A}_{\bar{B} \rightarrow M_1 M_2} = \langle M_1 M_2 | \mathcal{H}_{\text{eff}}^{\text{BBNS}} | \bar{B} \rangle. \quad (\text{B.8})$$

Der kompliziertere Fall $(M_1 M_2) = (VV)$ wird weiter unten behandelt. Die QCDF ergibt, unter Vernachlässigung von Λ_{QCD}/m_B -Korrekturen, die benötigten Operator-Matrixelemente in faktorisierter Form:

$$\begin{aligned} \langle M_1 M_2 | Q_i | \bar{B} \rangle = & m_B^2 F_0^{B \rightarrow M_1}(0) f_{M_2} \int du T_i^I(u) \phi_{M_2}(u) \\ & + f_B f_{M_1} f_{M_2} \int d\omega dv du T_i^{II}(\omega, v, u) \phi_B(\omega) \phi_{M_1}(v) \phi_{M_2}(u). \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Je nach Flavourstruktur von Q_i und den Mesonen muss auch noch das Matrixelement mit $M_1 \leftrightarrow M_2$ berücksichtigt werden.

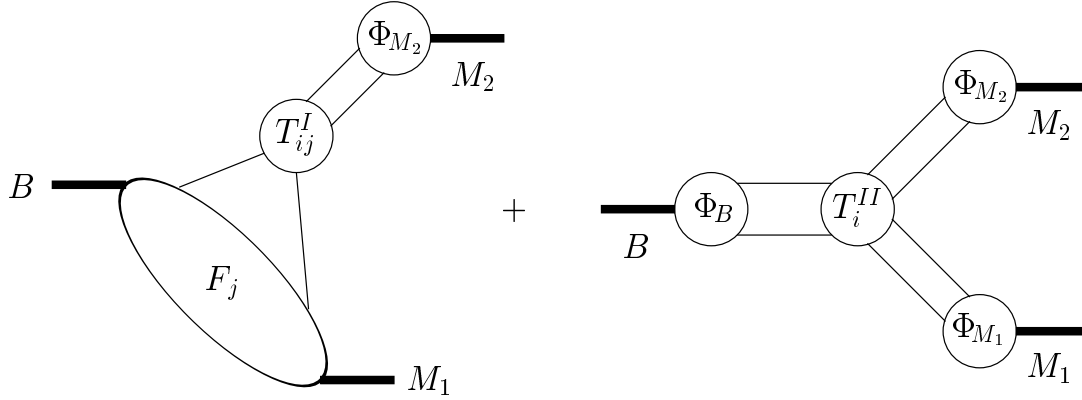
Diskutieren wir die hier auftretenden Größen im einzelnen: Zunächst sind $T_i^{I,II}$ harte Streukerne, d.h. sie beinhalten die perturbative QCD des Zerfalls in der effektiven Theorie bei der Skala $\mu \sim m_b$, soweit sie nicht bereits im Formfaktor $F_0^{B \rightarrow M_1}$ enthalten ist. Die nicht-perturbative QCD ist davon abfaktorisiert in den Formfaktor und in die *light-cone distribution amplitudes* (LCDAs) ϕ_M der beteiligten Mesonen, die immer in Kombination mit den entsprechenden Zerfallskonstanten f_M auftreten. Die LCDAs sind auf 1 normierte Funktionen, die – ganz ähnlich zu den aus der tief-inelastischen Streuung bekannten Partonverteilungsfunktionen – die Impulsverteilung der Partonen eines hochenergetischen Mesons beschreiben. Die Integrationsvariablen u, v, ω entsprechen demnach Partonimpulsen. Bedeutsam für unseren Fall ist, dass in führender Ordnung in Λ_{QCD}/m_B die Mesonen als reine Quark-Antiquark-Zustände beschrieben werden können, ohne dass weitere Partonen mit im Spiel sind. In Abb. B.3 veranschaulichen wir die Faktorisierungsformel (B.9) schematisch.

Berechnet man die harten Streukerne in einer Störungsentwicklung in $\alpha_s(m_b)$, ergibt sich zunächst

$$T_i^I = \text{const.} + \mathcal{O}(\alpha_s) \quad , \quad T_i^{II} = \mathcal{O}(\alpha_s), \quad (\text{B.10})$$

so dass sich die Matrixelemente in führender Ordnung dramatisch vereinfachen. Die Faltungsglieder aus Gl. (B.9) werden zu Normierungsintegralen und man erhält das Ergebnis der naiven Faktorisierung wie in Kapitel B.1.

In Ref. [52] wurde eine sehr intuitive Notation für Zerfallsamplituden in QCDF eingeführt, die wir in dieser Arbeit an verschiedenen Stellen verwenden. Sie verwendet topologische Amplituden α_i und β_i , die bestimmten Klassen von Feynmandiagrammen der

Abb. B.3. Graphische Darstellung der Faktorisierungsformel Gl. (B.9) (aus Ref. [52]).


effektiven Theorie entsprechen. Beispielsweise ist die Amplitude für $B^- \rightarrow K^- \pi^0$ gegeben durch

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \mathcal{A}_{B^- \rightarrow K^- \pi^0} = & \sum_{p=u,c} \lambda_p^{(s)} \left\{ A_{\pi \bar{K}} \left[\delta_{pu} (\alpha_1 + \beta_2) + \alpha_4^p + \alpha_{4,\text{EW}}^p + \beta_3^p + \beta_{3,\text{EW}}^p \right] \right. \\ & \left. + A_{\bar{K} \pi} \left[\alpha_2 + \frac{3}{2} \alpha_{3,\text{EW}}^p \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Die Vorfaktoren $A_{M_1 M_2}$ fassen Formfaktoren, Mesonmassen und Zerfallskonstanten zusammen und hängen, genau wie die Werte der α_i und β_i , von den am Zerfall beteiligten Mesonen ab.

Die topologischen Amplituden α_i sind zusammengesetzt aus Koeffizienten a_i , die auf tree-level direkt den Operatoren des effektiven Hamiltonoperators zugeordnet werden können. Die entsprechenden Ausdrücke sind

$$\begin{aligned} \alpha_1(M_1 M_2) &= a_1(M_1 M_2), \\ \alpha_2(M_1 M_2) &= a_2(M_1 M_2), \\ \alpha_3^p(M_1 M_2) &= \begin{cases} a_3^p(M_1 M_2) - a_5^p(M_1 M_2); & \text{für } M_1 M_2 = PP, VP, \\ a_3^p(M_1 M_2) + a_5^p(M_1 M_2); & \text{für } M_1 M_2 = PV, VV, \end{cases} \\ \alpha_4^p(M_1 M_2) &= \begin{cases} a_4^p(M_1 M_2) + r_\chi^{M_2} a_6^p(M_1 M_2); & \text{für } M_1 M_2 = PP, PV, \\ a_4^p(M_1 M_2) - r_\chi^{M_2} a_6^p(M_1 M_2); & \text{für } M_1 M_2 = VP, VV \end{cases} \quad (\text{B.12}) \\ \alpha_{3,\text{EW}}^p(M_1 M_2) &= \begin{cases} a_9^p(M_1 M_2) - a_7^p(M_1 M_2); & \text{für } M_1 M_2 = PP, VP, \\ a_9^p(M_1 M_2) + a_7^p(M_1 M_2); & \text{für } M_1 M_2 = PV, VV, \end{cases} \\ \alpha_{4,\text{EW}}^p(M_1 M_2) &= \begin{cases} a_{10}^p(M_1 M_2) + r_\chi^{M_2} a_8^p(M_1 M_2); & \text{für } M_1 M_2 = PP, PV, \\ a_{10}^p(M_1 M_2) - r_\chi^{M_2} a_8^p(M_1 M_2); & \text{für } M_1 M_2 = VP, VV \end{cases} \end{aligned}$$

B. Hadronische B -Zerfälle und Faktorisierung

mit

$$r_\chi^\pi(\mu) = \frac{2m_\pi^2}{m_b(\mu)2m_q(\mu)}, \quad r_\chi^K(\mu) = \frac{2m_K^2}{m_b(\mu)(m_q + m_s)(\mu)}, \quad (\text{B.13})$$

und für Vektormesonen

$$r_\chi^V(\mu) = \frac{2m_V}{m_b(\mu)} \frac{f_V^\perp(\mu)}{f_V}. \quad (\text{B.14})$$

Die transversale Zerfallskonstante f_V^\perp ist in Ref. [52] definiert. Formal sind die Terme proportional zu $r_\chi^{M_2}$ von nächstführender Ordnung in Λ_{QCD}/m_b , numerisch gilt aber (chirale Verstärkung) $r_\chi^{M_2} \sim 1$, daher werden sie gleichberechtigt mit den führenden Termen behandelt.

Praktischerweise entspricht α_1 genau der farberlaubten tree-level-Topologie (inkl. QCD-Korrekturen), α_2 ist die farbunterdrückte tree-level-Topologie und $\alpha_{3,4}^P$ entsprechen QCD-Pinguin-Beiträgen. $\alpha_{3,\text{EW}}^P$ und $\alpha_{4,\text{EW}}^P$ stellen die farberlaubten und die farbunterdrückten elektroschwachen Pinguine dar.

Zu NLO in α_s erhält man letztendlich folgende Ausdrücke für die Koeffizienten a_i als Funktion der Wilson-Koeffizienten C_i :

$$\begin{aligned} a_i^P(M_1 M_2) &= \left(C_i + \frac{C_{i\pm 1}}{N_c} \right) N_i(M_2) \\ &+ \frac{C_{i\pm 1}}{N_c} \frac{C_F \alpha_s}{4\pi} \left[V_i(M_2) + \frac{4\pi^2}{N_c} H_i(M_1 M_2) \right] + P_i^P(M_2), \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

wobei der untere (obere) Index für ungerade (gerade) i gilt. Der N_i -Term mit

$$N_i(M_2) = \begin{cases} 0, & i = 6, 8 \text{ und } M_2 = V, \\ 1, & \text{sonst} \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

entspricht der führenden Ordnung und ist äquivalent zur naiven Faktorisierung. Die weiteren Terme sind von der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ und bezeichnen Vertexkorrekturen (V), Pinguindiagramme (P) und Diagramme mit harter Spektatorquark-Wechselwirkung (H). Die expliziten Formeln für diese Korrekturen sind lang und kompliziert, wir verweisen deshalb auf die Darstellung in [52, 53]. Der Vollständigkeit halber sei angemerkt, dass wir bei der Berechnung der Koeffizienten a_i die gleichen Näherungen bezüglich elektromagnetischer $\mathcal{O}(\alpha)$ -Effekte wie in diesen beiden Referenzen anwenden.

In unserem effektiven Hamiltonoperator in Gl. (2.43) haben wir zusätzlich zu den SM-Operatoren auch paritätstransformierte Operatoren Q'_{3-10} eingeführt. Deshalb erweitern wir die Notation aus Ref. [52] und addieren zu den Pinguin-Topologien $\alpha_{3,4,3\text{EW},4\text{EW}}^P$ entsprechende Terme $\alpha_{3,4,3\text{EW},4\text{EW}}^{\prime P}$, die von den Koeffizienten C'_{3-10} abhängen. Die paritätstransformierten QCD-Pinguin-Topologien $\alpha_{3,4}^{\prime P}$ wurden bereits in Ref. [187] definiert, unser Hauptinteresse in dieser Arbeit gilt den EW-Pinguin-Topologien. Wir definieren

dafür (mit Unterdrückung der Helizitätsindizes)

$$\alpha'_{3\text{EW}}(M_1 M_2) = \begin{cases} -a_9^{\prime P}(M_1 M_2) + a_7^{\prime P}(M_1 M_2), & \text{für } M_1 M_2 = PP, \\ a_9^{\prime P}(M_1 M_2) + a_7^{\prime P}(M_1 M_2), & \text{für } M_1 M_2 = PV, \\ a_9^{\prime P}(M_1 M_2) - a_7^{\prime P}(M_1 M_2), & \text{für } M_1 M_2 = VP, \\ -a_9^{\prime P}(M_1 M_2) - a_7^{\prime P}(M_1 M_2), & \text{für } M_1 M_2 = V^0 V^0, \\ -f_{\pm}^{M_1} (a_9^{\prime P}(M_1 M_2) + a_7^{\prime P}(M_1 M_2)), & \text{für } M_1 M_2 = V^{\pm} V^{\pm}, \end{cases}$$

$$\alpha'_{4\text{EW}}(M_1 M_2) = \begin{cases} -a_{10}^{\prime P}(M_1 M_2) - r_{\chi}^{M_2} a_8^{\prime P}(M_1 M_2), & \text{für } M_1 M_2 = PP, \\ a_{10}^{\prime P}(M_1 M_2) + r_{\chi}^{M_2} a_8^{\prime P}(M_1 M_2), & \text{für } M_1 M_2 = PV, \\ a_{10}^{\prime P}(M_1 M_2) - r_{\chi}^{M_2} a_8^{\prime P}(M_1 M_2), & \text{für } M_1 M_2 = VP, \\ -a_{10}^{\prime P}(M_1 M_2) + r_{\chi}^{M_2} a_8^{\prime P}(M_1 M_2), & \text{für } M_1 M_2 = V^0 V^0, \\ f_{\pm}^{M_1} (-a_{10}^{\prime P}(M_1 M_2) + r_{\chi}^{M_2} a_8^{\prime P}(M_1 M_2)), & \text{für } M_1 M_2 = V^{\pm} V^{\pm} \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

mit dem Formfaktorverhältnis $f_{\pm}^{M_1} = F_{\mp}^{B \rightarrow M_1}(0)/F_{\pm}^{B \rightarrow M_1}(0)$. Damit ist $f_{+}^{M_1} \sim m_B/\Lambda_{\text{QCD}}$ und $f_{-}^{M_1} \sim \Lambda_{\text{QCD}}/m_B$. Die einzelnen Koeffizienten $a_i^{\prime P}$ gehen aus den entsprechenden Ausdrücken für a_i^P in Gl. (B.15) durch die Ersetzung aller Wilson-Koeffizienten $C_k \rightarrow C'_k$ hervor, außerdem müssen in den transversalen Amplituden von $B \rightarrow VV$ -Zerfällen die Helizitäten umgekehrt werden. Wir benötigen also die Ausdrücke für a_i^- aus Ref. [53] zur Berechnung von $a_i^{\prime +}$ und umgekehrt. Mit den gleichen Ersetzungen können auch die Annihilationstopologien β'_i aus β_i gewonnen werden.

Die verschiedenen Vorzeichen der Koeffizienten in Gl. (B.17) sind eine direkte Konsequenz des Verhaltens der Operatormatrixelemente unter Paritätstransformationen [88]. Es gilt

$$\langle M_1 M_2 | Q_i | \bar{B} \rangle = -\eta_{M_1 M_2} \langle M_1 M_2 | Q'_i | \bar{B} \rangle, \quad (\text{B.18})$$

mit $\eta_{M_1 M_2} = \pm 1$ als Paritätsquantenzahl des Endzustands $M_1 M_2$, woraus folgt, dass die Zerfallsamplituden aus den einfachen Kombinationen

$$a_i^P(M_1, M_2) - \eta_{M_1 M_2} a_i^{\prime P}(M_1, M_2) \quad (\text{B.19})$$

zusammengesetzt sind. Für PP - und VV -Zustände gilt $\eta_{M_1 M_2} = 1$, die PV -Zustände tragen die Quantenzahl $\eta_{M_1 M_2} = -1$. Auf diese Weise ergeben linkshändige und rechtshändige flavourändernde Wechselwirkungen in NP-Modellen jeweils verschiedene Signaturen und verschiedene Korrelationen zwischen Zerfallskanälen mit Pseudoskalaren und Vektorteilchen im Endzustand. Diese Eigenschaft lässt sich ausnutzen, um die Chiralitätsstruktur eines solchen Modells im Experiment zu untersuchen.

Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_b)$

Die Tatsache, dass die oben beschriebene Faktorisierung in der führenden Ordnung der Λ_{QCD}/m_b -Entwicklung funktioniert, erlaubt es, hadronische B -Zerfälle in einem gewissen Genauigkeitsrahmen zu berechnen. Neben den Ergebnissen interessiert dabei selbstverständlich auch, wie hoch die Genauigkeit der führenden Ordnung in der Realität ist.

B. Hadronische B -Zerfälle und Faktorisierung

Aus diesem Grund wurden in der QCDF auch die wichtigsten Korrekturen der ersten nächstführenden Ordnung soweit als möglich berechnet. Fassen wir die Ergebnisse hier kurz zusammen.

Die erste zu nennende Klasse solcher Korrekturen entsteht direkt aus der Faktorisierungsformel (B.9), wenn man die LCDAs bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_b)$ entwickelt, anstatt sich mit der führenden Ordnung zufriedenzugeben. In diesem Fall können die Faltungsintegrale in (B.9) infrarot-divergent sein. Üblicherweise beschränkt man sich bei der Betrachtung dieser Divergenzen auf chiral verstärkte Beiträge, solche gibt es in den Termen $H_i(M_1 M_2)$. Sie stammen aus Diagrammen, in denen das Spektatorquark über Gluonaustausch am harten Prozess teilnimmt. Die auftretende Divergenz wird so interpretiert, dass das ausgetauschte Gluon nicht-perturbativ sein kann. Um solche Beiträge abzuschätzen, parametrisiert man die Divergenz durch einen Infrarot-Cutoff bei etwa 500 MeV, siehe Abschnitt B.2.3. Man findet, dass solche Korrekturen durch die chirale Verstärkung numerisch relevant sind, insbesondere die Topologien $\alpha_2(M_1 M_2)$ können auf diese Weise Unsicherheiten im Bereich von 100 % erhalten. Dafür verantwortlich ist eine zufällige Auslöschung der führenden Ordnung (naive Faktorisierung) mit den Vertexkorrekturen $V_2(M_1 M_2)$, die zu einer großen Sensitivität auf $H_2(M_1 M_2)$ führt. Für pinguindominierte Zerfälle ergibt sich daraus typischerweise ein Beitrag zum theoretischen Fehler im Bereich von 10 % bis 20 % in den Verzweungsverhältnissen, für bestimmte farbunterdrückte Baumgraph-Prozesse wie $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0, \pi^0 \rho^0$, die von $\alpha_2(M_1 M_2)$ dominiert werden, ist sogar überhaupt keine verlässliche Vorhersage mehr möglich.

Eine zweite Klasse wichtiger $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_b)$ -Korrekturen stammt aus Annihilationsdiagrammen. Sie treten zum ersten Mal in dieser Ordnung auf und bilden eine eigene Klasse von Topologien, die nicht in das Schema von Gl. (B.12) passt, da sie ausschließlich aus der zweiten Zeile von Gl. (B.9) stammen. Man führt daher zusätzliche topologische Amplituden β_i ein, die oben bereits in Gl. (B.11) aufgetaucht sind. Weiter wird definiert

$$\beta_i^p(M_1 M_2) = \frac{f_B f_{M_1}}{m_B^2 F_0^{B \rightarrow M_1}(0)} b_i^p(M_1 M_2), \quad (\text{B.20})$$

wobei $p = u, c$ wie oben ein CKM-Index ist. Das Verhältnis f_B/m_B signalisiert die Λ_{QCD}/m_b -Unterdrückung. Man findet für die einzelnen Topologien

$$\begin{aligned} b_1(M_1 M_2) &= \frac{C_F}{N_c^2} C_1 A_1^i, & b_3^p(M_1 M_2) &= \frac{C_F}{N_c^2} \left[C_3 A_1^i + C_5 (A_3^i + A_3^f) + N_c C_6 A_3^f \right], \\ b_2(M_1 M_2) &= \frac{C_F}{N_c^2} C_2 A_1^i, & b_4^p(M_1 M_2) &= \frac{C_F}{N_c^2} \left[C_4 A_1^i + C_6 A_2^i \right], \\ b_{3,\text{EW}}^p(M_1 M_2) &= \frac{C_F}{N_c^2} \left[C_9 A_1^i + C_7 (A_3^i + A_3^f) + N_c C_8 A_3^f \right], \\ b_{4,\text{EW}}^p(M_1 M_2) &= \frac{C_F}{N_c^2} \left[C_{10} A_1^i + C_8 A_2^i \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

Hier entsprechen b_1 und b_2 tree-level-Annihilation, b_3^p und b_4^p QCD-Pinguin-Annihilation und $b_{3,\text{EW}}^p$ und $b_{4,\text{EW}}^p$ Annihilation aus elektroschwachen Pinguinen. Die Koeffizienten A_k^i

und A_k^f sind Faltungsintegrale über verschiedene LCDAs, die teilweise infrarot-divergent sind, siehe [52]. Auch hier führt man einen Infrarot-Cutoff bei etwa 500 MeV zur Regularisierung ein (siehe Abschnitt B.2.3) und interpretiert das Ergebnis als Sensitivität auf nicht-perturbative QCD-Korrekturen in der Annihilation. Die Cutoff-Parametrisierung erlaubt eine Abschätzung der daraus resultierenden theoretischen Unsicherheit, die vor allem für Zerfälle relevant ist, die von QCD-Pinguinen dominiert werden, wie z.B. die $B \rightarrow \pi K$ -Moden. Die führende Topologie $\alpha_4^p(M_1 M_2)$ tritt immer in Kombination mit dem numerisch wichtigen Term $\beta_3^p(M_1 M_2)$ auf, der eine Korrektur zur Pinguinamplitude im Bereich 10 % bis 30 % ergibt.

Der dritte Fall, in dem wir die nächstführende Ordnung in $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_b)$ benötigen, sind die Zerfallsamplituden der Klasse $B \rightarrow VV$. Sie werden im Detail in Ref. [53] diskutiert. Hier müssen wir im Endzustand zwischen drei Helizitätseigenzuständen unterscheiden, die wir nach ihren Eigenwerten 0, +, – benennen. Für den longitudinal polarisierten Zustand $V^0 V^0$ gilt die Faktorisierungsformel (B.9) ganz analog, der Formfaktor heißt in diesem Fall $A_0^{\bar{B} \rightarrow M_1}(q^2)$. Desweiteren gilt die Hierarchie

$$\mathcal{A}_0^{\bar{B} \rightarrow V_1 V_2} : \mathcal{A}_-^{\bar{B} \rightarrow V_1 V_2} : \mathcal{A}_+^{\bar{B} \rightarrow V_1 V_2} = 1 : \frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_B} : \left(\frac{\Lambda_{\text{QCD}}}{m_B} \right)^2 \quad (\text{B.22})$$

für die drei Helizitätsamplituden. Im CP -konjugierten Fall müssen + und – vertauscht werden. Die Amplitude $\mathcal{A}_+^{\bar{B} \rightarrow V_1 V_2}$ ist dadurch praktisch vernachlässigbar. Die negative Helizitätsamplitude $\mathcal{A}_-^{\bar{B} \rightarrow V_1 V_2}$ ist aus zwei Gründen bedeutsam: Zum einen liefert sie eine Korrektur zu polarisationsunabhängigen Größen wie z.B. Verzweigungsverhältnissen, deren numerische Relevanz zu untersuchen ist. Zum anderen erlaubt sie die Berechnung zusätzlicher Observablen wie z.B. Polarisationsverhältnissen, die komplementäre Information über den Zerfall liefern. Für die Definitionen solcher Größen siehe Anhang A.4.

Die Berechnung von $\mathcal{A}_-^{\bar{B} \rightarrow V_1 V_2}$ ist mit großen Unsicherheiten verbunden, da diese Amplitude bereits in ihrer führenden Ordnung, in diesem Fall also $\mathcal{O}(\Lambda_{\text{QCD}}/m_b)$, Infrarotdivergenzen in der Spektatorquark-Wechselwirkung enthält. Außerdem zeigt sich, dass die Pinguin-Annihilation hier numerisch so wichtig ist, dass in Pinguin-dominierten Zerfällen die theoretische Hierarchie (B.22) nicht mehr zwingend der Realität entspricht und $\mathcal{A}_-^{\bar{B} \rightarrow V_1 V_2}$ ebenso wichtig wie $\mathcal{A}_0^{\bar{B} \rightarrow V_1 V_2}$ sein kann. Dies hängt allerdings stark von der Größe der nicht-perturbativen Terme ab, die wir wiederum nur über einen Cutoff abschätzen können. Dadurch haben $B \rightarrow VV$ -Moden im Allgemeinen größere theoretische Unsicherheiten als $B \rightarrow PP$ - und $B \rightarrow PV$ -Moden.

B.2.3. Verwendete Inputparameter

In Tab. B.1 fassen wir unsere Eingabewerte für hadronische Parameter und SM-Parameter zusammen, die in der QCDF zur Berechnung von Operator-Matrixelementen benötigt werden. Die Werte der Parameter sind so zu verstehen, dass wir zwar jeweils einen Standardwert angeben, der mit den Messdaten aus hadronischen B -Zerfällen gut verträglich ist, ansonsten aber alle Punkte innerhalb der Unsicherheitsbereiche gleichberechtigt behandeln. Insbesondere nehmen wir keine Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Theorieparameter an, siehe dazu auch Anhang C.

B. Hadronische B -Zerfälle und Faktorisierung

Tabelle B.1. Unsere Werte der QCD-Eingabeparameter für hadronische B -Zerfälle in zwei leichte Mesonen. Skalenabhängige Größen beziehen sich auf $\mu = 2 \text{ GeV}$ falls nicht anders angegeben. Wir verwenden die aktuellen Zahlen aus Refn. [53, 191, 232–234, 242, 243].

QCD-Skala und laufende Quarkmassen [GeV]				
$\Lambda_{\overline{\text{MS}}}^{(5)}$	$m_b(m_b)$	$m_c(m_b)$	m_s	m_q/m_s
0.231	4.2	1.3 ± 0.2	0.090 ± 0.020	0.0413
CKM-Parameter				
λ	$ V_{cb} $	$ V_{ub}/V_{cb} $	γ	$\sin(2\beta_{\text{eff}})$
0.225	0.0415 ± 0.0010	$0.085_{-0.015}^{+0.025}$	$(70 \pm 10)^\circ$	0.673 ± 0.23
B -Meson-Parameter				
		B^-	\bar{B}^0	\bar{B}_s^0
Lebensdauer	$\tau[\text{ps}]$	1.638	1.525	1.472
Zerfallskonstante	$f_B[\text{MeV}]$	210 ± 20		240 ± 20
	$\lambda_B[\text{MeV}]$	200_{-0}^{+250}		200_{-0}^{+250}
Zerfallskonstanten und Gegenbauer-Momente der Pseudoskalare				
	π	K		
$f[\text{MeV}]$	131	160		
$\alpha_1, \alpha_{1,\perp}$	0	0.06 ± 0.06		
$\alpha_2, \alpha_{2,\perp}$	0.20 ± 0.15	0.20 ± 0.15		
Zerfallskonstanten und Gegenbauer-Momente der Vektormesonen				
	ρ	K^*	ϕ	
$f[\text{MeV}]$	209 ± 1	218 ± 4	221 ± 3	
$f^\perp[\text{MeV}]$	165 ± 9	185 ± 10	186 ± 9	
$\alpha_1, \alpha_{1,\perp}$	0	0.06 ± 0.06	0	
$\alpha_2, \alpha_{2,\perp}$	0.1 ± 0.2	0.1 ± 0.2	0 ± 0.3	
Formfaktoren für $B \rightarrow P$ bei $q^2 = 0$				
	$B \rightarrow \pi$	$B \rightarrow K$	$B_s \rightarrow \bar{K}$	
F_0	0.25 ± 0.05	0.34 ± 0.05	0.31 ± 0.05	
Formfaktoren für $B \rightarrow V$ bei $q^2 = 0$				
	$B \rightarrow \rho$	$B \rightarrow K^*$	$B_s \rightarrow \phi$	
A_0	$0.30_{-0.03}^{+0.07}$	0.39 ± 0.06	$0.38_{-0.02}^{+0.10}$	
F_+	0.00 ± 0.06	0.00 ± 0.06	0.00 ± 0.06	
F_-	0.55 ± 0.06	0.68 ± 0.07	$0.65_{-0.00}^{+0.14}$	

Weitere Parameter, die in die Anfangsbedingungen der Wilson-Koeffizienten eingehen, sind

$$m_t^{\text{pole}} = 173.1 \text{ GeV}, \quad m_W = 80.4 \text{ GeV}, \quad m_Z = 91.19 \text{ GeV}, \quad \alpha(m_W) = 1/129. \quad (\text{B.23})$$

Wir vernachlässigen die RG-Evolution von α , so dass wir für die Fermikonstante bei der Skala $\mu = m_b$ auch den Niederenergiewert $G_F = 1.16639 \times 10^{-5}$ einsetzen können. Die Wahl eines niedrigen Standardwertes für λ_B und λ_{B_s} dient der besseren Reproduktion der Messungen der von Baumgraphen dominierten Zerfälle $B \rightarrow \pi\pi, \pi\rho$ [237], er entspricht einer Verstärkung der nicht-faktorisierbaren Spektatorquark-Wechselwirkung im Vergleich zur naiven Erwartung. Der komplexe Parameter

$$X_H = (1 + \rho_H e^{i\phi_H}) \ln \frac{m_B}{\Lambda_h}, \quad (\text{B.24})$$

der die Infrarotdivergenzen dieser speziellen Beiträge parametrisiert, braucht dann nicht weiter verändert zu werden. Wir setzen wie in Ref. [52] den Standardwert auf $\rho_H = 0$ und den IR-Regulator auf $\Lambda_h = 500 \text{ MeV}$. Die IR-Divergenz für $\Lambda_h \rightarrow 0$ spiegelt unsere Unkenntnis der Prozesse bei der nicht-perturbativen Skala $\mu = \mathcal{O}(500 \text{ MeV})$ wider. Den Beitrag von X_H zur Abschätzung der Unsicherheiten erhalten wir aus Variation von ϕ_H zwischen 0 und 2π bei $\rho_H = 1$, d.h. wir ordnen dem Standardwert $X_H = \ln \frac{m_B}{\Lambda_h}$ eine Unsicherheit von 100% zu. Analog dazu wird ein komplexer Parameter

$$X_A = (1 + \rho_A e^{i\phi_A}) \ln \frac{m_B}{\Lambda_h}, \quad (\text{B.25})$$

definiert, der die IR-Divergenzen in Annihilations-Diagrammen regularisiert. Durch Betrachtung der führenden QCD-Pinguin-Amplitude in $B \rightarrow \pi K$ und der führenden Baumgraph-Amplituden in $B \rightarrow \pi\pi$ können wir Informationen über X_A aus experimentellen Daten gewinnen. Für die topologischen Amplituden gilt in guter Näherung [52]

$$\left| \frac{\alpha_4^c(\pi\bar{K}) + \beta_3^c(\pi\bar{K})}{\alpha_1(\pi\pi) + \alpha_2(\pi\pi)} \right| \simeq \left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| \frac{f_\pi}{f_K} \left[\frac{\Gamma(B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0)}{\Gamma(B^- \rightarrow \pi^- \pi^0)} \right]^{1/2} \stackrel{\text{exp.}}{=} 0.100_{-0.018}^{+0.030}. \quad (\text{B.26})$$

In diesem Verhältnis kürzt sich die Unsicherheit aus dem Formfaktor $F_0^{B \rightarrow \pi}(0)$, außerdem sind die Topologien α_i in Gl. (B.26) mit guter Genauigkeit berechenbar. Der Vergleich mit dem QCDF-Wert mit der Wahl $\rho_A = 0$,

$$\left| \frac{\alpha_4^c(\pi\bar{K}) + \beta_3^c(\pi\bar{K})}{\alpha_1(\pi\pi) + \alpha_2(\pi\pi)} \right| \stackrel{\text{SM}}{=} 0.078_{-0.015}^{+0.025}, \quad (\text{B.27})$$

zeigt eine deutliche Abweichung vom Experiment, die plausibel durch die nicht-perturbativen Beiträge zur Annihilationstopologie $\beta_3^c(\pi\bar{K})$ zu erklären ist. Die gleiche Analyse kann auch für $B \rightarrow PV$ - und $B \rightarrow VV$ -Moden durchgeführt werden, wenn auch mit größeren experimentellen Unsicherheiten, siehe z.B. Refn. [52, 233]. Unter Verwendung der aktuellsten Daten finden wir so, dass eine deutliche Verstärkung der Annihilationsamplituden im Vergleich zu $\rho_A = 0$ notwendig ist, um die QCDF-Vorhersagen in Einklang mit dem Experiment zu bringen. Werte $\rho_A > 2$ erfordern allerdings eine Feinabstimmung von ϕ_A ,

B. Hadronische B -Zerfälle und Faktorisierung

um keine zu großen Verzweigungsverhältnisse zu erzeugen. Eine gute Übereinstimmung innerhalb der Unsicherheiten erhalten wir mit unserer Wahl der Standardwerte $\rho_A = 1.5$ für $B \rightarrow PP, PV$ und $\rho_A = 1.0$ für $B \rightarrow VV$, die Phasen setzen wir auf die Standardwerte aus Refn. [52, 53]:

$$\phi_A = \begin{cases} -55^\circ \text{ (PP)} \\ -20^\circ \text{ (PV)} \\ -70^\circ \text{ (PV)} \\ -40^\circ \text{ (VV)} \end{cases} . \quad (\text{B.28})$$

Die Unsicherheiten werden unter Beibehaltung der Werte von ρ_A durch Variation der Phasen zwischen 0 und 2π abgeschätzt. Auf diese Weise sind auch der Messwert von $A_{\text{CP}}(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-)$ und die Verzweigungsverhältnisse der $B \rightarrow \phi K$ -Moden mit dem SM kompatibel.

C. Das Rfit-Schema

Die Grundidee unseres Fits ist einfach: Wir berechnen die theoretischen Vorhersagen für einen Satz von Observablen $\{x_j\}$ als Funktion von Parametern q_i , die NP beschreiben. Die Ergebnisse vergleichen wir an jedem Punkt eines Gitters im $\{q_i\}$ -Parameterraum mit den experimentellen Daten. Den Punkten, für die Theorie und Experiment am besten übereinstimmen, geben wir dann die größte Präferenz.

Ein einfaches Maß für die Übereinstimmung liefert die χ^2 -Funktion

$$\chi^2(\{q_i\}) = \sum_j \frac{(x_{j \text{ theo}}(\{q_i\}) - x_{j \text{ exp}})^2}{\sigma_{j \text{ exp}}^2}, \quad (\text{C.1})$$

wobei die Summe über die verschiedenen Observablen läuft. In dieser Schreibweise entspricht $x_{j \text{ theo}}$ der Theorievorhersage und $x_{j \text{ exp}}$ ist der experimentelle Mittelwert mit einem symmetrischen Fehler $\sigma_{j \text{ exp}}$.

In unserem Fall ist die Lage jedoch komplizierter, da wir anstatt einem genauen Wert $x_{j \text{ theo}}$ große theoretische Unsicherheiten aus der QCDF erhalten. Die Art und Weise, wie solche Unsicherheiten im Fit zu berücksichtigen sind, ist Interpretationssache. Wir folgen dabei dem frequentistischen Rfit-Schema [89]. Die Grundannahme dabei ist, dass die nur ungenau bekannten Theorieparameter, wie z.B. Zerfallskonstanten und Formfaktoren, keine Wahrscheinlichkeitsverteilung für ihren Zahlenwert aufweisen, sondern dass lediglich ein Intervall bekannt ist, innerhalb dessen der wahre Wert liegt. Alle Punkte in diesem Intervall sind gleichberechtigt zu behandeln. Damit ergibt auch eine theoretische Vorhersage für eine Observable, die von ungenau bekannten Parametern abhängt, einen Unsicherheitsbereich, innerhalb dessen der „richtige“ Vorhersagewert liegt, den man bei präziser Kenntnis aller Werte der Eingabeparameter berechnen könnte.

Experimentelle Ergebnisse der Form $x_{j \text{ exp}} \pm \sigma_{j \text{ exp}}$ betrachten wir jeweils als normalverteilt mit der Standardabweichung $\sigma_{j \text{ exp}}$. Theorievorhersagen für Observablen geben wir in der Form $(x_{i \text{ theo}})_{-\sigma_{i \text{ theo, inf}}^{-\sigma_{i \text{ theo, sup}}^{+}}$ an mit einem Standardwert $x_{i \text{ theo}}$, der mit den in Tab. B.1 und Anhang B.2.3 angegebenen Standardwerten der Eingabeparameter berechnet wird, und $\sigma_{i \text{ theo, sup}}$ bzw. $\sigma_{i \text{ theo, inf}}$, die den Unsicherheitsbereich festlegen. Letztere berechnen wir durch Variation der Eingabeparameter innerhalb ihrer erlaubten Bereiche und quadratische Fehleraddition. Die Kombination mit den experimentellen Fehlern ergibt dann folgende χ^2 -Funktion:

$$\chi^2 = \sum_j \begin{cases} \frac{(x_{j \text{ theo}} - \sigma_{j \text{ theo, inf}} - x_{j \text{ exp}})^2}{\sigma_{j \text{ exp}}^2} & \text{wenn } x_{j \text{ exp}} < (x_{j \text{ theo}} - \sigma_{j \text{ theo, inf}}), \\ \frac{(x_{j \text{ exp}} - (x_{j \text{ theo}} + \sigma_{j \text{ theo, sup}}))^2}{\sigma_{j \text{ exp}}^2} & \text{wenn } x_{j \text{ exp}} > (x_{j \text{ theo}} + \sigma_{j \text{ theo, sup}}), \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

C. Das Rfit-Schema

Im Falle eines symmetrischen Theoriefehlers um den Standardwert herum vereinfacht sich dies zu

$$\chi^2 = \sum_j \begin{cases} \frac{(|x_{j \text{ exp}} - x_{j \text{ theo}}| - \sigma_{j \text{ theo}})^2}{\sigma_{j \text{ exp}}^2} & \text{wenn } |x_{j \text{ exp}} - x_{j \text{ theo}}| > \sigma_{j \text{ theo}}, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

Die Abhängigkeiten der Theorievorhersagen von den NP-Parametern $\{q_i\}$ haben wir hier nicht mehr angegeben. Mit der χ^2 -Funktion aus Gl. (C.2) definieren wir *Konfidenzintervalle* (confidence levels, CL) mittels der Funktion

$$\text{CL}(\{q_i\}) = \frac{1}{\sqrt{2^{N_{\text{dof}}}} \Gamma(\frac{N_{\text{dof}}}{2})} \int_{\Delta\chi^2(\{q_i\})}^{\infty} e^{-t/2} t^{N_{\text{dof}}/2-1} dt, \quad (\text{C.4})$$

dabei entspricht $\Delta\chi^2$ der χ^2 -Funktion nach Subtraktion ihres Minimums,

$$\Delta\chi^2 = \chi^2 - \min(\chi^2), \quad (\text{C.5})$$

so dass das neue Minimum in jedem Fall bei Null liegt. N_{dof} ist die Anzahl der Freiheitsgrade des Fits. Mit den Bedingungen $\text{CL} = 1 - 68.27/100$, $\text{CL} = 1 - 95.45/100$, $\text{CL} = 1 - 99.73/100$ und $\text{CL} = 1 - 99.99/100$ finden wir jeweils die CL 1σ , 2σ , 3σ und 5σ .

Wir betrachten in den Fits isospinsensitive Kombinationen von Observablen und wählen diese so, dass keine gemessene Größe wie ein Verzweungsverhältnis oder eine CP -Asymmetrie mehr als einmal in den Fit eingeht. So bilden nach den Definitionen in Kap. 3.1.2 z.B. ΔA_{CP} , ΔA_{CP}^0 , $S_{\pi K_S}$ und eine der drei Klassen von Verhältnissen $R^{B,K,\pi}$ einen geeigneten Satz von Fit-Größen. Wir wählen dabei die Klasse mit der größten Sensitivität auf die Fit-Freiheitsgrade q_i . Durch diese Vorgehensweise geht jede Messung mit dem gleichen Gewicht in den Fit ein, außerdem verhindern wir durch die Verwendung der isospinsensitiven Kombinationen, dass Abweichungen von SM in Größen mit geringer Sensitivität durch sehr große $|q_i|$ -Werte erklärt werden. Für die Betrachtung solcher Größen sind allgemeinere Modelle notwendig, die auch isospinerhaltende NP einschließen.

Es sei angemerkt, dass, da $R_{c,n}^{B,K,\pi}$ Verhältnisse von als normalverteilt angenommenen Messungen sind, diese Verhältnisse selbst nicht mehr exakt normalverteilt sind. Die Annahme in Gln. (C.2)-(C.4), dass auf der experimentellen Seite nur normalverteilte Größen in den Fit eingehen, ist deshalb nur eine Näherung, wie in Anhang C von Ref. [89] diskutiert. Wir haben überprüft, dass diese Näherung die bevorzugten Bereiche im Parameterraum der q_i , die sich aus dem Fit ergeben, nicht wesentlich verschiebt, sondern lediglich stärker eingrenzt. Letzteres ist auf die partielle Auslöschung von theoretischen Unsicherheiten in den Verhältnissen $R_{c,n}^{B,K,\pi}$ zurückzuführen.

D. QCD-Korrekturen zu flavourändernden Selbstenergien

In diesem Kapitel gehen wir näher auf die in Kap. 5.4.1 aufgeworfene Frage nach der Schemenabhängigkeit der Quarkmassen in flavourändernden äußeren Beinen von Feynman-Diagrammen ein. Die Frage ist, ob die Polmasse m_b^{pole} , die zunächst durch Anwenden der Bewegungsgleichung $\not{p}b = m_b^{\text{pole}}b$ im Fall eines b -Quark-Propagators im äußeren Beinchen erscheint, am Ende in der Feynman-Amplitude überlebt. Die analoge Rechnung in Kap. 5.4.2, wo wir die flavourändernden Beinchen wegrenormiert haben, hat gezeigt, dass am Ende nur die $\overline{\text{MS}}$ -Masse m_b in der Feynman-Amplitude steht, deshalb erwarten wir, dass sich m_b^{pole} eliminieren lässt. Die Lösung des Problems kann nur in der Betrachtung höherer Ordnungen in α_s liegen, da in niedrigster Ordnung Polmasse und $\overline{\text{MS}}$ -Masse ununterscheidbar sind.

Wir trennen die QCD-Effekte von den flavourverletzenden SUSY-Effekten, indem wir eine effektive Theorie unterhalb der SUSY-Skala betrachten, in der alle SUSY-Teilchen integriert sind. Nach dem Appelquist-Carazzone-Theorem beeinflusst dies die Physik bei niedrigen Energien nicht. Die $\tan\beta$ -verstärkte Chargino-Squark-Selbstenergie Σ_{bs}^{RL} wird dann zu einer punktförmigen Wechselwirkung kontrahiert, wir betrachten sie als Wilson-Koeffizienten des off-shell-Operators $\bar{b}P_L s$. Vergleichen wir nun die SUSY-Korrekturen zu diesem Operator mit denen zu seinem flavourdiagonalen Analogon $\bar{b}P_L b$, also zur b -Quarkmasse, finden wir die später benötigte Beziehung

$$\frac{\Sigma_{bs}^{RL(1)}(p)}{\Sigma_{bs}^{RL}} = \frac{\Sigma_b^{QCD}(p)}{m_b}, \quad (\text{D.1})$$

wobei p der äußere Impuls ist. Die entsprechenden Diagramme sind in Abb. D.1 gezeichnet. Wir stellen also fest, dass Σ_{bs}^{RL} genauso renormiert wird wie die $\overline{\text{MS}}$ -Masse m_b . Wir können deshalb vereinfachen

$$\Sigma_{bs}^{RL} = m_b A, \quad (\text{D.2})$$

mit einem Faktor A , der unabhängig von der Renormierungsskala ist.

Abb. D.1. QCD-Korrekturen zur Selbstenergie Σ_{bs}^{RL} (links) und zur b -Quarkmasse m_b (rechts).

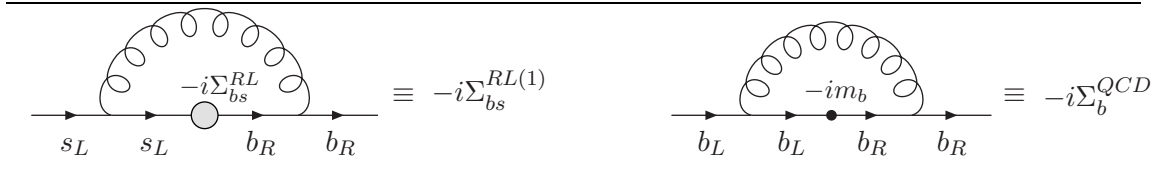
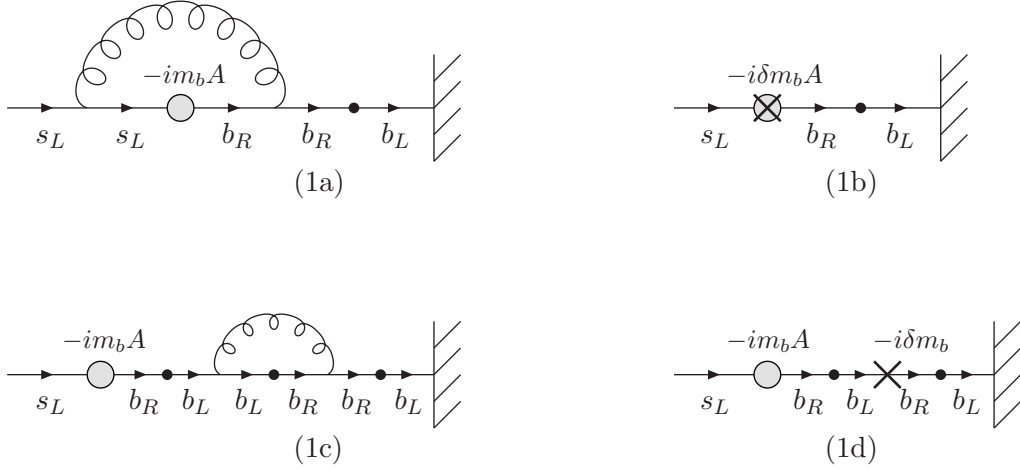


Abb. D.2. QCD-Korrekturen zum Diagramm (1) in Abb. 5.9.



Berechnen wir nun die QCD-Korrekturen zu Feynman-Diagrammen mit flavorändernder Selbstenergie Σ_{bs}^{RL} in einem äußeren Beinchen (siehe Abb. 5.9). Mit der Parametrisierung aus Gl. (D.2) und $m_s = 0$ sind die Feynman-Amplituden dieser Diagramme ohne Gluon-Korrekturen

$$\mathcal{M}_1^{(1)} = \mathcal{M}_1^{\text{rest}} \cdot \frac{i(\not{p} + m_b)}{p^2 - m_b^2} \Big|_{\not{p}=0} (-i\Sigma_{bs}^{RL}) = -\mathcal{M}_1^{\text{rest}} \cdot A, \quad (\text{D.3})$$

$$\mathcal{M}_2^{(2)} = \mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot \frac{i(\not{p} + m_s)}{p^2 - m_s^2} \Big|_{\not{p}=m_b^{\text{pole}}} (-i\Sigma_{bs}^{RL*}) = +\mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot A^* \frac{m_b}{m_b^{\text{pole}}}. \quad (\text{D.4})$$

Um eine Rechnung zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ in der effektiven Theorie durchzuführen, müssen wir A durch ein Matching an der SUSY-Skala in eben dieser Ordnung bestimmen. Deshalb schreiben wir explizit

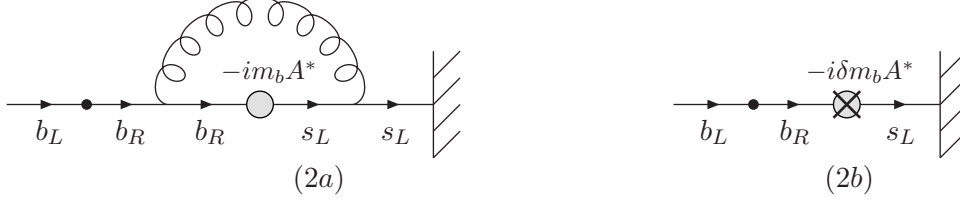
$$A = A^{(0)} + A^{(1)}, \quad (\text{D.5})$$

dabei enthält $A^{(1)}$ Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$. Die Ein-Schleifen-QCD-Korrekturen zu \mathcal{M}_1 und \mathcal{M}_2 finden sich in den Abbn. D.2 und D.3, dabei berücksichtigen die Diagramme (1b) und (2b) den Counterterm zum Wilson-Koeffizienten $\Sigma_{bs}^{RL} = m_b A$. Unter Verwendung der Beziehung in Gl. (D.1) finden wir eine gegenseitige Auslöschung der Diagramme (1a) und (1c) und gleiches für die Diagramme (1b) und (1d). Damit gilt der Ausdruck für \mathcal{M}_1 in Gl. (D.3) auch zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$, wenn $A = A^{(0)} + A^{(1)}$ eingesetzt wird.

Für die Beiträge (2a) und (2b) finden wir zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ mit Hilfe von Gl. (D.1)

$$\mathcal{M}_2^{(2a)} = \mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot \frac{i(\not{p} + m_s)}{p^2 - m_s^2} \left(-i\Sigma_{bs}^{RL(1)*}(p) \right) \Big|_{\not{p}=m_b^{\text{pole}}} = \mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot A^{(0)*} \frac{\Sigma_b^{QCD}(p)}{m_b^{\text{pole}}} \Big|_{\not{p}=m_b^{\text{pole}}} \quad (\text{D.6})$$

Abb. D.3. QCD-Korrekturen zum Diagramm (2) in Abb. 5.9.



$$\mathcal{M}_2^{(2b)} = \mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot \frac{i(\not{p} + m_s)}{p^2 - m_s^2} \Big|_{\not{p}=m_b^{\text{pole}}} (-i\delta m_b A^{(0)*}) = \mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot A^{(0)*} \frac{\delta m_b}{m_b^{\text{pole}}}. \quad (\text{D.7})$$

Addition dieser Ausdrücke zu Gl. (D.4) ergibt

$$\mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_2^{(2)} + \mathcal{M}_2^{(2a)} + \mathcal{M}_2^{(2b)} = \mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot \frac{A^{(0)*}}{m_b^{\text{pole}}} \left(m_b + m_b \frac{A^{(1)*}}{A^{(0)*}} + \Sigma_b^{QCD}(p) \Big|_{\not{p}=m_b^{\text{pole}}} + \delta m_b \right). \quad (\text{D.8})$$

Nun können wir die Polmasse

$$m_b^{\text{pole}} = m_b + \Sigma_b^{QCD}(p) \Big|_{\not{p}=m_b^{\text{pole}}} + \delta m_b \quad (\text{D.9})$$

einsetzen und Terme der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ vernachlässigen. Damit erhalten wir das gewünschte Ergebnis

$$\mathcal{M}_2 = \mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot (A^{(0)*} + A^{(1)*}) = \mathcal{M}_2^{\text{rest}} \cdot A^*, \quad (\text{D.10})$$

das nicht mehr von m_b^{pole} abhängt. Wir können A in Gl. (D.10) auch wieder durch Σ_{bs}^{RL} ausdrücken, indem wir Gln. (D.2) und (5.49) verwenden, dies führt uns exakt zum unserem in Kap. 5.4.1 erhaltenen Ergebnis für flavourändernde äußere Beinchen, siehe Gl. (5.53). Wir haben damit gezeigt, dass dieses Ergebnis in der Tat auch in der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ gültig und unabhängig von der Polmasse ist.

Da unsere $\tan\beta$ -verstärkte Selbstenergie in Gl. (5.49) linear in m_b ist, erscheint die Parametrisierung in Gl. (D.2) offensichtlich. In anderen Fällen würde der Parameter A von m_b über Gl. (D.2) abhängen, allerdings nicht von m_b^{pole} , so dass obige Diskussion auch dann noch gültig wäre.

Literaturverzeichnis

- [1] “Graphik: Standard model of elementary particles: the 12 fundamental fermions and 4 fundamental bosons.” http://en.wikipedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg, 27.06.2009.
- [2] L. Hofer, U. Nierste and D. Scherer, *Resummation of $\tan\beta$ -enhanced supersymmetric loop corrections beyond the decoupling limit*, *JHEP* **10** (2009) 081 [0907.5408].
- [3] L. Hofer, D. Scherer and L. Vernazza, $\bar{B}_s \rightarrow \phi\rho^0$ and $\bar{B}_s \rightarrow \phi\pi^0$ as a handle on isospin-violating New Physics, 1011.6319.
- [4] S. L. Glashow, *Partial Symmetries of Weak Interactions*, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579–588.
- [5] S. Weinberg, *A Model of Leptons*, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264–1266.
- [6] A. Salam. *Weak and Electromagnetic Interactions*, Originally printed in: Svartholm: Elementary Particle Theory, Proceedings Of The Nobel Symposium Held 1968 At Lerum, Sweden, Stockholm 1968, 367-377.
- [7] N. Cabibbo, *Unitary Symmetry and Leptonic Decays*, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531–533.
- [8] M. Kobayashi and T. Maskawa, *CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction*, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 652–657.
- [9] L.-L. Chau and W.-Y. Keung, *Comments on the Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix*, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 1802.
- [10] M. Gronau and D. London, *How to determine all the angles of the unitarity triangle from $B_d^0 \rightarrow DK_s$ and $B_s^0 \rightarrow D^0\phi$* , *Phys. Lett.* **B253** (1991) 483–488.
- [11] M. Gronau and D. Wyler, *On determining a weak phase from CP asymmetries in charged B decays*, *Phys. Lett.* **B265** (1991) 172–176.
- [12] D. Atwood, I. Dunietz and A. Soni, *Enhanced CP violation with $B \rightarrow KD^0(\bar{D}^0)$ modes and extraction of the CKM angle γ* , *Phys. Rev. Lett.* **78** (1997) 3257–3260 [hep-ph/9612433].
- [13] D. Atwood, I. Dunietz and A. Soni, *Improved methods for observing CP violation in $B^\pm \rightarrow KD$ and measuring the CKM phase γ* , *Phys. Rev.* **D63** (2001) 036005 [hep-ph/0008090].

- [14] Belle Collaboration, A. Bondar, *talk at the Belle analysis workshop, Novosibirsk, .*
- [15] A. Giri, Y. Grossman, A. Soffer and J. Zupan, *Determining γ using $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ with multibody D decays*, *Phys. Rev.* **D68** (2003) 054018 [[hep-ph/0303187](#)].
- [16] L. Wolfenstein, *Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix*, *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1945.
- [17] C. Baker, D. Doyle, P. Geltenbort, K. Green, M. van der Grinten *et. al.*, *An Improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron*, *Phys.Rev.Lett.* **97** (2006) 131801 [[hep-ex/0602020](#)].
- [18] C. Hamzaoui, J. L. Rosner and A. I. Sanda, *B meson decay asymmetry and $B - \bar{B}$ mixing*, *Proc. of Fermilab Workshop on High Sensitivity Beauty Physics, Batavia, IL, Nov 11-14, 1987*.
- [19] **The CKMfitter Group** Collaboration, J. Charles *et. al.*, *Preliminary results as of ICHEP 2010*, *Eur. Phys. J.* **C41** (2005) 1–131 [[hep-ph/0406184](#)]. updated results and plots available at: <http://ckmfitter.in2p3.fr>.
- [20] A. Lenz *et. al.*, *Anatomy of New Physics in $B - \bar{B}$ mixing*, 1008.1593.
- [21] S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, *Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry*, *Phys. Rev.* **D2** (1970) 1285–1292.
- [22] V. Weisskopf and E. Wigner, *Über die natürliche Linienbreite in der Strahlung des harmonischen Oszillators*, *Z. Phys.* **65** (1930) 18–29.
- [23] V. Weisskopf and E. P. Wigner, *Berechnung der natürlichen Linienbreite auf Grund der Dirac'schen Lichttheorie*, *Z. Phys.* **63** (1930) 54–73.
- [24] K. Anikeev, D. Atwood, F. Azfar, S. Bailey, C. W. Bauer *et. al.*, *B physics at the Tevatron: Run II and beyond*, [hep-ph/0201071](#).
- [25] M. Gronau and J. L. Rosner, *Combining CP asymmetries in $B \rightarrow K\pi$ decays*, *Phys. Rev.* **D59** (1999) 113002 [[hep-ph/9809384](#)].
- [26] S. Baek and D. London, *Is there still a $B \rightarrow \pi K$ puzzle?*, *Phys. Lett.* **B653** (2007) 249–253 [[hep-ph/0701181](#)].
- [27] R. Fleischer, S. Recksiegel and F. Schwab, *On Puzzles and Non-Puzzles in $B \rightarrow \pi\pi, \pi K$ Decays*, *Eur. Phys. J.* **C51** (2007) 55–61 [[hep-ph/0702275](#)].
- [28] **Heavy Flavor Averaging Group** Collaboration, D. Asner, S. Banerjee, R. Bernhard, S. Blyth *et. al.*, *Averages of b-hadron, c-hadron, and τ -lepton Properties*, 1010.1589.
- [29] **CDF** Collaboration, T. Aaltonen *et. al.*, *First Flavor-Tagged Determination of Bounds on Mixing-Induced CP Violation in $B_s \rightarrow J/\psi \phi$ Decays*, *Phys.Rev.Lett.* **100** (2008) 161802 [[0712.2397](#)].

Literaturverzeichnis

- [30] **D0** Collaboration, V. Abazov *et. al.*, *Measurement of B_s mixing parameters from the flavor-tagged decay $B_s \rightarrow J/\psi \phi$* , *Phys.Rev.Lett.* **101** (2008) 241801 [0802.2255].
- [31] **D0** Collaboration, V. M. Abazov *et. al.*, *Evidence for an anomalous like-sign dimuon charge asymmetry*, *Phys.Rev.* **D82** (2010) 032001 [1005.2757].
- [32] T. Appelquist and J. Carazzone, *Infrared Singularities and Massive Fields*, *Phys. Rev.* **D11** (1975) 2856.
- [33] K. G. Wilson, *Nonlagrangian models of current algebra*, *Phys. Rev.* **179** (1969) 1499–1512.
- [34] E. Witten, *Short Distance Analysis of Weak Interactions*, *Nucl. Phys.* **B122** (1977) 109.
- [35] F. J. Gilman and M. B. Wise, *Effective Hamiltonian for $\Delta S = 1$ Weak Nonleptonic Decays in the Six Quark Model*, *Phys. Rev.* **D20** (1979) 2392.
- [36] G. Buchalla, A. J. Buras and M. E. Lautenbacher, *Weak Decays Beyond Leading Logarithms*, *Rev. Mod. Phys.* **68** (1996) 1125–1144 [hep-ph/9512380].
- [37] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert and C. T. Sachrajda, *QCD factorization in $B \rightarrow \pi K, \pi\pi$ decays and extraction of Wolfenstein parameters*, *Nucl. Phys.* **B606** (2001) 245–321 [hep-ph/0104110].
- [38] W. A. Bardeen, A. J. Buras, D. W. Duke and T. Muta, *Deep Inelastic Scattering Beyond the Leading Order in Asymptotically Free Gauge Theories*, *Phys. Rev.* **D18** (1978) 3998.
- [39] T. Inami and C. S. Lim, *Effects of Superheavy Quarks and Leptons in Low-Energy Weak Processes $K_L \rightarrow \mu\bar{\mu}$, $K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ and $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$* , *Prog. Theor. Phys.* **65** (1981) 297.
- [40] N. Uraltsev, *Heavy-quark expansion in beauty and its decays*, hep-ph/9804275.
- [41] M. Neubert, *Introduction to B physics*, hep-ph/0001334.
- [42] E. C. Poggio, H. R. Quinn and S. Weinberg, *Smearing the Quark Model*, *Phys. Rev.* **D13** (1976) 1958.
- [43] J. Chay, H. Georgi and B. Grinstein, *Lepton energy distributions in heavy meson decays from QCD*, *Phys. Lett.* **B247** (1990) 399–405.
- [44] I. I. Y. Bigi, N. G. Uraltsev and A. I. Vainshtein, *Nonperturbative corrections to inclusive beauty and charm decays: QCD versus phenomenological models*, *Phys. Lett.* **B293** (1992) 430–436 [hep-ph/9207214].
- [45] B. Blok, L. Koyrakh, M. A. Shifman and A. I. Vainshtein, *Differential distributions in semileptonic decays of the heavy flavors in QCD*, *Phys. Rev.* **D49** (1994) 3356 [hep-ph/9307247].

- [46] A. F. Falk, M. E. Luke and M. J. Savage, *Nonperturbative contributions to the inclusive rare decays $B \rightarrow X_s \gamma$ and $B \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-$* , *Phys. Rev.* **D49** (1994) 3367–3378 [[hep-ph/9308288](#)].
- [47] T. Mannel, *Operator product expansion for inclusive semileptonic decays in heavy quark effective field theory*, *Nucl. Phys.* **B413** (1994) 396–412 [[hep-ph/9308262](#)].
- [48] M. Neubert, *Analysis of the photon spectrum in inclusive $B \rightarrow X_s \gamma$ decays*, *Phys. Rev.* **D49** (1994) 4623–4633 [[hep-ph/9312311](#)].
- [49] M. Benzke, S. J. Lee, M. Neubert and G. Paz, *Factorization at Subleading Power and Irreducible Uncertainties in $\bar{B} \rightarrow X_s \gamma$ Decay*, *JHEP* **1008** (2010) 099 [[1003.5012](#)].
- [50] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert and C. T. Sachrajda, *QCD factorization for $B \rightarrow \pi\pi$ decays: Strong phases and CP violation in the heavy quark limit*, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 1914–1917 [[hep-ph/9905312](#)].
- [51] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert and C. T. Sachrajda, *QCD factorization for exclusive, non-leptonic B meson decays: General arguments and the case of heavy-light final states*, *Nucl. Phys.* **B591** (2000) 313–418 [[hep-ph/0006124](#)].
- [52] M. Beneke and M. Neubert, *QCD factorization for $B \rightarrow PP$ and $B \rightarrow PV$ decays*, *Nucl. Phys.* **B675** (2003) 333–415 [[hep-ph/0308039](#)].
- [53] M. Beneke, J. Rohrer and D. Yang, *Branching fractions, polarisation and asymmetries of $B \rightarrow VV$ decays*, *Nucl. Phys.* **B774** (2007) 64–101 [[hep-ph/0612290](#)].
- [54] A. J. Buras, M. Misiak and J. Urban, *Two-loop QCD anomalous dimensions of flavour-changing four-quark operators within and beyond the standard model*, *Nucl. Phys.* **B586** (2000) 397–426 [[hep-ph/0005183](#)].
- [55] V. Lubicz and C. Tarantino, *Flavour physics and Lattice QCD: averages of lattice inputs for the Unitarity Triangle Analysis*, *Nuovo Cim.* **123B** (2008) 674–688 [[0807.4605](#)].
- [56] U. Amaldi, W. de Boer and H. Furstenuau, *Comparison of grand unified theories with electroweak and strong coupling constants measured at LEP*, *Phys. Lett.* **B260** (1991) 447–455.
- [57] H. Fritzsch and P. Minkowski, *Unified Interactions of Leptons and Hadrons*, *Ann. Phys.* **93** (1975) 193–266.
- [58] H. Georgi, *The state-of-the-art gauge theories*, . in: *Particles and Fields*, ed. C.I. Carlson, AIP, 1975.
- [59] **Muon G-2** Collaboration, G. W. Bennett *et. al.*, *Final report of the muon E821 anomalous magnetic moment measurement at BNL*, *Phys. Rev.* **D73** (2006) 072003 [[hep-ex/0602035](#)].

- [60] S. Marchetti, S. Mertens, U. Nierste and D. Stöckinger, *tan β -enhanced supersymmetric corrections to the anomalous magnetic moment of the muon*, *Phys. Rev.* **D79** (2009) 013010 [0808.1530].
- [61] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel and F. Schwab, *New aspects of $B \rightarrow \pi\pi, \pi K$ and their implications for rare decays*, *Eur. Phys. J.* **C45** (2006) 701–710 [hep-ph/0512032].
- [62] M. Gronau and J. L. Rosner, *Rate and CP-asymmetry sum rules in $B \rightarrow K\pi$* , *Phys. Rev.* **D74** (2006) 057503 [hep-ph/0608040].
- [63] M. Gronau and J. L. Rosner, *Sum rule for rate and CP asymmetry in $B^+ \rightarrow K^+\pi^0$* , *Phys. Lett.* **B644** (2007) 237–240 [hep-ph/0610227].
- [64] R. Fleischer, *$B_{s,d} \rightarrow \pi\pi, \pi K, KK$: Status and Prospects*, *Eur. Phys. J.* **C52** (2007) 267–281 [0705.1121].
- [65] C. S. Kim, S. Oh and Y. W. Yoon, *Is there any puzzle of new physics in $B \rightarrow K\pi$ decays?*, *Phys. Lett.* **B665** (2008) 231–236 [0707.2967].
- [66] T. Feldmann, M. Jung and T. Mannel, *Is there a non-Standard-Model contribution in non-leptonic $b \rightarrow s$ decays?*, *JHEP* **08** (2008) 066 [0803.3729].
- [67] R. Fleischer, S. Jäger, D. Pirjol and J. Zupan, *Benchmarks for the New-Physics Search through CP Violation in $B^0 \rightarrow \pi^0 K_S$* , *Phys. Rev.* **D78** (2008) 111501 [0806.2900].
- [68] S. Baek, C.-W. Chiang and D. London, *The $B \rightarrow \pi K$ Puzzle: 2009 Update*, *Phys. Lett.* **B675** (2009) 59 [0903.3086].
- [69] S. Baek, C.-W. Chiang, M. Gronau, D. London and J. L. Rosner, *Diagnostic for new physics in $B \rightarrow \pi K$ decays*, *Phys. Lett.* **B678** (2009) 97–100 [0905.1495].
- [70] K. Huitu and S. Khalil, *New Physics contribution to $B \rightarrow K\pi$ decays in SCET*, *Phys. Rev.* **D81** (2010) 095008 [0911.1868].
- [71] S. Khalil, A. Masiero and H. Murayama, *$B \rightarrow K\pi$ Puzzle and New Sources of CP Violation in Supersymmetry*, *Phys. Lett.* **B682** (2009) 74–77 [0908.3216].
- [72] M. Neubert, *Rescattering effects, isospin relations and electroweak penguins in $B \rightarrow \pi K$ decays*, *Phys. Lett.* **B424** (1998) 152–160 [hep-ph/9712224].
- [73] D. Zeppenfeld, *$SU(3)$ Relations for B Meson Decays*, *Zeit. Phys.* **C8** (1981) 77.
- [74] M. Gronau, O. F. Hernandez, D. London and J. L. Rosner, *Decays of B mesons to two light pseudoscalars*, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 4529–4543 [hep-ph/9404283].
- [75] T. Yoshikawa, *A possibility of large electro-weak penguin contribution in $B \rightarrow K\pi$ modes*, *Phys. Rev.* **D68** (2003) 054023 [hep-ph/0306147].

- [76] S. Mishima and T. Yoshikawa, *Large electroweak penguin contribution in $B \rightarrow K\pi$ and $\pi\pi$ decay modes*, *Phys. Rev.* **D70** (2004) 094024 [[hep-ph/0408090](#)].
- [77] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel and F. Schwab, *The $B \rightarrow \pi K$ puzzle and its relation to rare B and K decays*, *Eur. Phys. J.* **C32** (2003) 45–54 [[hep-ph/0309012](#)].
- [78] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel and F. Schwab, *$B \rightarrow \pi\pi$, new physics in $B \rightarrow \pi K$ and implications for rare K and B decays*, *Phys. Rev. Lett.* **92** (2004) 101804 [[hep-ph/0312259](#)].
- [79] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel and F. Schwab, *Anatomy of prominent B and K decays and signatures of CP -violating new physics in the electroweak penguin sector*, *Nucl. Phys.* **B697** (2004) 133–206 [[hep-ph/0402112](#)].
- [80] A. J. Buras, R. Fleischer, S. Recksiegel and F. Schwab, *The $B \rightarrow \pi\pi, \pi K$ puzzles in the light of new data: Implications for the standard model, new physics and rare decays*, *Acta Phys. Polon.* **B36** (2005) 2015–2050 [[hep-ph/0410407](#)].
- [81] C. S. Kim, S. Oh and C. Yu, *A critical study of the $B \rightarrow K\pi$ puzzle*, *Phys. Rev.* **D72** (2005) 074005 [[hep-ph/0505060](#)].
- [82] **SLD** Collaboration, K. Abe *et. al.*, *Search for charmless hadronic decays of B mesons with the SLD detector*, *Phys. Rev.* **D62** (2000) 071101 [[hep-ex/9910050](#)].
- [83] R. Fleischer, *Search for the angle γ in the electroweak penguin dominated decay $B_s \rightarrow \pi^0\phi$* , *Phys. Lett.* **B332** (1994) 419–427.
- [84] G. Zweig, “CERN Report No. 8419 TH 412; reprinted in *Developments in the Quark Theory of Hadrons*, edited by D. B. Lichtenberg and S. P. Rosen (Hadronic Press, Massachusetts, 1980).” 1964.
- [85] S. Okubo, *Φ meson and unitary symmetry model*, *Phys. Lett.* **5** (1963) 165–168.
- [86] J. Iizuka, K. Okada and O. Shito, *Systematics and phenomenology of boson mass levels. 3*, *Prog. Theor. Phys.* **35** (1966) 1061–1073.
- [87] J. Iizuka, *Systematics and phenomenology of meson family*, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **37** (1966) 21–34.
- [88] A. L. Kagan, *Right-handed currents, CP violation, and $B \rightarrow VV$* , [hep-ph/0407076](#).
- [89] A. Höcker, H. Lacker, S. Laplace and F. Le Diberder, *A New approach to a global fit of the CKM matrix*, *Eur. Phys. J.* **C21** (2001) 225–259 [[hep-ph/0104062](#)].
- [90] S. R. Coleman and J. Mandula, *All possible symmetries of the S matrix*, *Phys. Rev.* **159** (1967) 1251–1256.
- [91] Y. A. Golfand and E. P. Likhtman, *Extension of the Algebra of Poincare Group Generators and Violation of P -Invariance*, *JETP Lett.* **13** (1971) 323–326.

Literaturverzeichnis

- [92] A. Neveu and J. H. Schwarz, *Factorizable dual model of pions*, *Nucl. Phys.* **B31** (1971) 86–112.
- [93] P. Ramond, *Dual Theory for Free Fermions*, *Phys. Rev.* **D3** (1971) 2415–2418.
- [94] D. V. Volkov and V. P. Akulov, *Is the Neutrino a Goldstone Particle?*, *Phys. Lett.* **B46** (1973) 109–110.
- [95] J. Wess and B. Zumino, *A Lagrangian Model Invariant Under Supergauge Transformations*, *Phys. Lett.* **B49** (1974) 52.
- [96] J. Wess and B. Zumino, *Supergauge Transformations in Four Dimensions*, *Nucl. Phys.* **B70** (1974) 39–50.
- [97] J. Wess and B. Zumino, *Supergauge Invariant Extension of Quantum Electrodynamics*, *Nucl. Phys.* **B78** (1974) 1.
- [98] P. Van Nieuwenhuizen, *Supergravity*, *Phys.Rept.* **68** (1981) 189–398.
- [99] H. P. Nilles, *Supersymmetry, Supergravity and Particle Physics*, *Phys. Rept.* **110** (1984) 1–162.
- [100] P. Nath, R. L. Arnowitt and A. H. Chamseddine, *Applied $N = 1$ supergravity*. World Scientific Publishing Co., 1984.
- [101] P. Fayet, *Supersymmetry and Weak, Electromagnetic and Strong Interactions*, *Phys. Lett.* **B64** (1976) 159.
- [102] P. Fayet, *Spontaneously Broken Supersymmetric Theories of Weak, Electromagnetic and Strong Interactions*, *Phys. Lett.* **B69** (1977) 489.
- [103] H. E. Haber and G. L. Kane, *The Search for Supersymmetry: Probing Physics Beyond the Standard Model*, *Phys. Rept.* **117** (1985) 75–263.
- [104] L. Maiani in *Comptes Rendus de l'Ecole d'Eté de Physique des Particules Gif-sur-Yvette* (1980) 3.
- [105] E. Witten, *Dynamical Breaking of Supersymmetry*, *Nucl. Phys.* **B188** (1981) 513.
- [106] M. J. G. Veltman, *The Infrared - Ultraviolet Connection*, *Acta Phys. Polon.* **B12** (1981) 437.
- [107] N. Sakai, *Naturalness in Supersymmetric GUTs*, *Zeit. Phys.* **C11** (1981) 153.
- [108] S. P. Martin, *A supersymmetry primer*, Kane, G.L. (ed.): *Perspectives on supersymmetry* (1997) [hep-ph/9709356].
- [109] S. L. Adler, *Axial vector vertex in spinor electrodynamics*, *Phys. Rev.* **177** (1969) 2426–2438.
- [110] J. S. Bell and R. Jackiw, *A PCAC puzzle: $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ in the σ -model*, *Nuovo Cim.* **A60** (1969) 47–61.

- [111] A. Salam and J. A. Strathdee, *Supersymmetry, Parity and Fermion-Number Conservation*, *Nucl. Phys.* **B97** (1975) 293.
- [112] G. R. Farrar and P. Fayet, *Phenomenology of the Production, Decay, and Detection of New Hadronic States Associated with Supersymmetry*, *Phys. Lett.* **B76** (1978) 575–579.
- [113] S. Weinberg, *Supersymmetry at Ordinary Energies. 1. Masses and Conservation Laws*, *Phys. Rev.* **D26** (1982) 287.
- [114] N. Sakai and T. Yanagida, *Proton Decay in a Class of Supersymmetric Grand Unified Models*, *Nucl. Phys.* **B197** (1982) 533.
- [115] E. Nikolidakis and C. Smith, *Minimal Flavor Violation, Seesaw, and R-parity*, *Phys. Rev.* **D77** (2008) 015021 [0710.3129].
- [116] S. Dimopoulos and H. Georgi, *Softly Broken Supersymmetry and SU(5)*, *Nucl. Phys.* **B193** (1981) 150.
- [117] H. P. Nilles, *Dynamically Broken Supergravity and the Hierarchy Problem*, *Phys. Lett.* **B115** (1982) 193.
- [118] A. H. Chamseddine, R. L. Arnowitt and P. Nath, *Locally Supersymmetric Grand Unification*, *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 970.
- [119] R. Barbieri, S. Ferrara and C. A. Savoy, *Gauge Models with Spontaneously Broken Local Supersymmetry*, *Phys. Lett.* **B119** (1982) 343.
- [120] L. J. Hall, J. D. Lykken and S. Weinberg, *Supergravity as the Messenger of Supersymmetry Breaking*, *Phys. Rev.* **D27** (1983) 2359–2378.
- [121] S. K. Soni and H. A. Weldon, *Analysis of the Supersymmetry Breaking Induced by $N = 1$ Supergravity Theories*, *Phys. Lett.* **B126** (1983) 215.
- [122] M. Dine and A. E. Nelson, *Dynamical supersymmetry breaking at low-energies*, *Phys. Rev.* **D48** (1993) 1277–1287 [hep-ph/9303230].
- [123] M. Dine, A. E. Nelson and Y. Shirman, *Low-energy dynamical supersymmetry breaking simplified*, *Phys. Rev.* **D51** (1995) 1362–1370 [hep-ph/9408384].
- [124] M. Dine, A. E. Nelson, Y. Nir and Y. Shirman, *New tools for low-energy dynamical supersymmetry breaking*, *Phys. Rev.* **D53** (1996) 2658–2669 [hep-ph/9507378].
- [125] L. Randall and R. Sundrum, *Out of this world supersymmetry breaking*, *Nucl. Phys.* **B557** (1999) 79–118 [hep-th/9810155].
- [126] G. F. Giudice, M. A. Luty, H. Murayama and R. Rattazzi, *Gaugino Mass without Singlets*, *JHEP* **12** (1998) 027 [hep-ph/9810442].
- [127] L. Girardello and M. T. Grisaru, *Soft Breaking of Supersymmetry*, *Nucl. Phys.* **B194** (1982) 65.

Literaturverzeichnis

- [128] P. Skands *et. al.*, *SUSY Les Houches accord: Interfacing SUSY spectrum calculators, decay packages, and event generators*, *JHEP* **07** (2004) 036 [[hep-ph/0311123](#)].
- [129] B. Allanach, C. Balazs, G. Belanger, M. Bernhardt, F. Boudjema *et. al.*, *SUSY Les Houches Accord 2*, *Comput.Phys.Commun.* **180** (2009) 8–25 [[arXiv:0801.0045](#)].
- [130] H. E. Haber, *The status of the minimal supersymmetric standard model and beyond*, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **62** (1998) 469–484 [[hep-ph/9709450](#)].
- [131] J. Rosiek, *Complete Set of Feynman Rules for the Minimal Supersymmetric Extension of the Standard Model [korrigierte Version vom 24.09.2002]*, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 3464.
- [132] M. Drees, R. Godbole and P. Roy, *Theory and phenomenology of sparticles: An account of four-dimensional $N=1$ supersymmetry in high energy physics*, . Hackensack, USA: World Scientific (2004) 555 p.
- [133] G. Isidori, Y. Nir and G. Perez, *Flavor Physics Constraints for Physics Beyond the Standard Model*, 1002.0900.
- [134] S. Pokorski, J. Rosiek and C. A. Savoy, *Constraints on phases of supersymmetric flavour conserving couplings*, *Nucl. Phys.* **B570** (2000) 81–116 [[hep-ph/9906206](#)].
- [135] F. Gabbiani, E. Gabrielli, A. Masiero and L. Silvestrini, *A complete analysis of FCNC and CP constraints in general SUSY extensions of the standard model*, *Nucl. Phys.* **B477** (1996) 321–352 [[hep-ph/9604387](#)].
- [136] A. Crivellin and U. Nierste, *Supersymmetric renormalisation of the CKM matrix and new constraints on the squark mass-matrices*, *Phys. Rev.* **D79** (2009) 035018 [[0810.1613](#)].
- [137] G. D’Ambrosio, G. F. Giudice, G. Isidori and A. Strumia, *Minimal flavour violation: An effective field theory approach*, *Nucl. Phys.* **B645** (2002) 155–187 [[hep-ph/0207036](#)].
- [138] G. Colangelo, E. Nikolidakis and C. Smith, *Supersymmetric models with minimal flavour violation and their running*, *Eur. Phys. J.* **C59** (2009) 75–98 [[0807.0801](#)].
- [139] H. Baer, M. Brhlik, D. Castano and X. Tata, *$b \rightarrow s\gamma$ constraints on the minimal supergravity model with large $\tan\beta$* , *Phys. Rev.* **D58** (1998) 015007 [[hep-ph/9712305](#)].
- [140] B. Dudley and C. Kolda, *Supersymmetric Flavor-Changing Sum Rules as a Tool for $b \rightarrow s\gamma$* , *Phys. Rev.* **D79** (2009) 015011 [[0805.4565](#)].
- [141] S. Heinemeyer, X. Miao, S. Su and G. Weiglein, *B-Physics Observables and Electroweak Precision Data in the CMSSM, mGMSB and mAMSB*, *JHEP* **08** (2008) 087 [[0805.2359](#)].

- [142] O. Buchmueller *et. al.*, *Prediction for the Lightest Higgs Boson Mass in the CMSSM using Indirect Experimental Constraints*, *Phys. Lett.* **B657** (2007) 87–94 [0707.3447].
- [143] W. Altmannshofer and D. M. Straub, *Viability of MSSM scenarios at very large $\tan\beta$* , *JHEP* **1009** (2010) 078 [1004.1993].
- [144] T. Banks, *Supersymmetry and the Quark Mass Matrix*, *Nucl. Phys.* **B303** (1988) 172.
- [145] L. J. Hall, R. Rattazzi and U. Sarid, *The Top quark mass in supersymmetric $SO(10)$ unification*, *Phys. Rev.* **D50** (1994) 7048–7065 [hep-ph/9306309].
- [146] R. Hempfling, *Yukawa coupling unification with supersymmetric threshold corrections*, *Phys. Rev.* **D49** (1994) 6168–6172.
- [147] M. S. Carena, M. Olechowski, S. Pokorski and C. E. M. Wagner, *Electroweak symmetry breaking and bottom - top Yukawa unification*, *Nucl. Phys.* **B426** (1994) 269–300 [hep-ph/9402253].
- [148] M. S. Carena, S. Mrenna and C. E. M. Wagner, *MSSM Higgs boson phenomenology at the Tevatron collider*, *Phys. Rev.* **D60** (1999) 075010 [hep-ph/9808312].
- [149] M. S. Carena, D. Garcia, U. Nierste and C. E. M. Wagner, *Effective Lagrangian for the $\bar{t}bH^+$ interaction in the MSSM and charged Higgs phenomenology*, *Nucl. Phys.* **B577** (2000) 88–120 [hep-ph/9912516].
- [150] C. Hamzaoui, M. Pospelov and M. Toharia, *Higgs-mediated FCNC in supersymmetric models with large $\tan\beta$* , *Phys. Rev.* **D59** (1999) 095005 [hep-ph/9807350].
- [151] K. S. Babu and C. F. Kolda, *Higgs-mediated $B^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ in Minimal Supersymmetry*, *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 228–231 [hep-ph/9909476].
- [152] T. Blazek, S. Raby and S. Pokorski, *Finite supersymmetric threshold corrections to CKM matrix elements in the large $\tan\beta$ regime*, *Phys. Rev.* **D52** (1995) 4151–4158 [hep-ph/9504364].
- [153] G. Isidori and P. Paradisi, *Hints of large $\tan\beta$ in flavour physics*, *Phys. Lett.* **B639** (2006) 499–507 [hep-ph/0605012].
- [154] U. Nierste, S. Trine and S. Westhoff, *Charged-Higgs effects in a new $B \rightarrow D\tau\bar{\nu}$ differential decay distribution*, *Phys. Rev.* **D78** (2008) 015006 [0801.4938 [hep-ph]].
- [155] J. F. Kamenik and F. Mescia, *$B \rightarrow D\tau\bar{\nu}$ Branching Ratios: Opportunity for Lattice QCD and Hadron Colliders*, *Phys. Rev.* **D78** (2008) 014003 [0802.3790].
- [156] A. J. Buras, P. H. Chankowski, J. Rosiek and L. Slawianowska, *$\Delta M_s/\Delta M_d$, $\sin 2\beta$ and the angle γ in the presence of new $\Delta F = 2$ operators*, *Nucl. Phys.* **B619** (2001) 434–466 [hep-ph/0107048].

- [157] **CDF** Collaboration, T. Aaltonen *et. al.*, *Search for $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ and $B_d \rightarrow \mu^+\mu^-$ decays with $2fb^{-1}$ of $p\bar{p}$ collisions*, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 101802 [0712.1708 [hep-ph]].
- [158] **D0** Collaboration, V. M. Abazov *et. al.*, *A search for the flavor-changing neutral current decay $B_s^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV with the $D\bar{O}$ detector*, *Phys. Rev. Lett.* **94** (2005) 071802 [hep-ex/0410039].
- [159] A. J. Buras, P. H. Chankowski, J. Rosiek and L. Slawianowska, *Correlation between ΔM_s and $B_{s,d}^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ in Supersymmetry at large $\tan\beta$* , *Phys. Lett.* **B546** (2002) 96–107 [hep-ph/0207241].
- [160] M. S. Carena, D. Garcia, U. Nierste and C. E. M. Wagner, *$b \rightarrow s\gamma$ and supersymmetry with large $\tan\beta$* , *Phys. Lett.* **B499** (2001) 141–146 [hep-ph/0010003].
- [161] G. Degrandi, P. Gambino and G. F. Giudice, *$B \rightarrow X_s\gamma$ in supersymmetry: Large contributions beyond the leading order*, *JHEP* **12** (2000) 009 [hep-ph/0009337].
- [162] M. Beneke, P. Ruiz-Femenia and M. Spinrath, *Higgs couplings in the MSSM at large $\tan\beta$* , *JHEP* **01** (2009) 031 [0810.3768].
- [163] **UTfit Collaboration** Collaboration, M. Bona *et. al.*, *An Improved Standard Model Prediction Of $BR(B \rightarrow \tau\nu)$ And Its Implications For New Physics*, *Phys.Lett.* **B687** (2010) 61–69 [0908.3470].
- [164] J. Guasch, R. Jimenez and J. Sola, *Supersymmetric QCD corrections to the charged Higgs boson decay of the top quark*, *Phys. Lett.* **B360** (1995) 47 [hep-ph/9507461].
- [165] C. S. Huang, W. Liao, Q. S. Yan and S. H. Zhu, *$B_s \rightarrow \ell^+\ell^-$ in a general 2HDM and MSSM*, *Phys. Rev.* **D63** (2001) 114021 [Erratum-ibid. **D 64** (2001) 059902] [hep-ph/0006250].
- [166] A. J. Buras, P. H. Chankowski, J. Rosiek and L. Slawianowska, *$\Delta M_{d,s}$, $B_{d,s}^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ and $B \rightarrow X_s\gamma$ in Supersymmetry at Large $\tan\beta$* , *Nucl. Phys.* **B659** (2003) 3 [hep-ph/0210145].
- [167] J. R. Ellis, J. S. Lee and A. Pilaftsis, *B -Meson Observables in the Maximally CP-Violating MSSM with Minimal Flavour Violation*, *Phys.Rev.* **D76** (2007) 115011 [0708.2079].
- [168] D. M. Pierce, J. A. Bagger, K. T. Matchev and R.-J. Zhang, *Precision corrections in the minimal supersymmetric standard model*, *Nucl. Phys.* **B491** (1997) 3–67 [hep-ph/9606211].
- [169] M. Dugan, B. Grinstein and L. J. Hall, *CP Violation in the Minimal $N=1$ Supergravity Theory*, *Nucl. Phys.* **B255** (1985) 413.
- [170] J. Iliopoulos and B. Zumino, *Broken Supergauge Symmetry and Renormalization*, *Nucl. Phys.* **B76** (1974) 310.

- [171] M. T. Grisaru, W. Siegel and M. Roček, *Improved Methods for Supergraphs*, *Nucl. Phys.* **B159** (1979) 429.
- [172] G. Gamberini, G. Ridolfi and F. Zwirner, *On Radiative Gauge Symmetry Breaking in the Minimal Supersymmetric Model*, *Nucl. Phys.* **B331** (1990) 331–349.
- [173] Y. Yamada, *Two-loop renormalization of $\tan\beta$ and its gauge dependence*, *Phys. Lett.* **B530** (2002) 174–178 [[hep-ph/0112251](#)].
- [174] A. Freitas and D. Stöckinger, *Gauge dependence and renormalization of $\tan\beta$ in the MSSM*, *Phys. Rev.* **D66** (2002) 095014 [[hep-ph/0205281](#)].
- [175] M. Gorbahn, S. Jäger, U. Nierste and S. Trine, *The supersymmetric Higgs sector and $B - \bar{B}$ mixing for large $\tan\beta$* , *arXiv:0901.2065 [hep-ph]* (2009) [[0901.2065](#)].
- [176] T. Kinoshita, *Mass singularities of Feynman amplitudes*, *J. Math. Phys.* **3** (1962) 650–677.
- [177] T. D. Lee and M. Nauenberg, *Degenerate Systems and Mass Singularities*, *Phys. Rev.* **133** (1964) B1549–B1562.
- [178] G. Isidori and A. Retico, *Scalar flavour-changing neutral currents in the large- $\tan\beta$ limit*, *JHEP* **11** (2001) 001 [[hep-ph/0110121](#)].
- [179] H. E. Logan and U. Nierste, *$B_{s,d} \rightarrow \ell^+\ell^-$ in a two-Higgs-doublet model*, *Nucl. Phys.* **B586** (2000) 39–55 [[hep-ph/0004139](#)].
- [180] J. Küblbeck, M. Böhm and A. Denner, *FeynArts: Computer Algebraic Generation of Feynman Graphs and Amplitudes*, *Comput. Phys. Commun.* **60** (1990) 165–180.
- [181] T. Hahn, *Generating Feynman diagrams and amplitudes with FeynArts 3*, *Comput. Phys. Commun.* **140** (2001) 418–431 [[hep-ph/0012260](#)].
- [182] A. Denner and T. Sack, *Renormalization of the quark mixing matrix*, *Nucl. Phys.* **B347** (1990) 203–216.
- [183] P. Gambino, P. A. Grassi and F. Madricardo, *Fermion mixing renormalization and gauge invariance*, *Phys. Lett.* **B454** (1999) 98–104 [[hep-ph/9811470](#)].
- [184] G. Degrandi, P. Gambino and P. Slavich, *QCD corrections to radiative B decays in the MSSM with minimal flavor violation*, *Phys. Lett.* **B635** (2006) 335–342 [[hep-ph/0601135](#)].
- [185] J. A. Casas, A. Lleyda and C. Muñoz, *Strong constraints on the parameter space of the MSSM from charge and color breaking minima*, *Nucl. Phys.* **B471** (1996) 3–58 [[hep-ph/9507294](#)].
- [186] J. A. Casas and S. Dimopoulos, *Stability bounds on flavor-violating trilinear soft terms in the MSSM*, *Phys. Lett.* **B387** (1996) 107–112 [[hep-ph/9606237](#)].

Literaturverzeichnis

- [187] M. Beneke, X.-Q. Li and L. Vernazza, *Hadronic B decays in the MSSM with large $\tan\beta$* , *Eur. Phys. J.* **C61** (2009) 429–438 [0901.4841].
- [188] D. A. Demir and K. A. Olive, *$B \rightarrow X_s\gamma$ in supersymmetry with explicit CP violation*, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 034007 [hep-ph/0107329].
- [189] M. E. Gomez, T. Ibrahim, P. Nath and S. Skadhauge, *An improved analysis of $b \rightarrow s\gamma$ in Supersymmetry*, *Phys. Rev.* **D74** (2006) 015015 [hep-ph/0601163].
- [190] A. Dedes, J. Rosiek and P. Tanedo, *Complete One-Loop MSSM Predictions for $B^0 \rightarrow \ell^+\ell'^-$ at the Tevatron and LHC*, *Phys. Rev.* **D79** (2009) 055006 [0812.4320].
- [191] **Particle Data Group** Collaboration, K. Nakamura *et. al.*, *Review of particle physics*, *J. Phys.* **G37** (2010) 075021.
- [192] A. J. Buras, S. Jäger and J. Urban, *Master formulae for Delta F=2 NLO QCD factors in the standard model and beyond*, *Nucl.Phys.* **B605** (2001) 600–624 [hep-ph/0102316].
- [193] A. L. Kagan and M. Neubert, *QCD anatomy of $B \rightarrow X_s\gamma$ decays*, *Eur.Phys.J.* **C7** (1999) 5–27 [hep-ph/9805303].
- [194] M. Ciuchini, G. Degrassi, P. Gambino and G. F. Giudice, *Next-to-leading QCD corrections to $B \rightarrow X_s\gamma$ in supersymmetry*, *Nucl. Phys.* **B534** (1998) 3–20 [hep-ph/9806308].
- [195] G. Buchalla, G. Hiller, Y. Nir and G. Raz, *The pattern of CP asymmetries in $b \rightarrow s$ transitions*, *JHEP* **09** (2005) 074 [hep-ph/0503151].
- [196] W. Altmannshofer, A. J. Buras and P. Paradisi, *Low Energy Probes of CP Violation in a Flavor Blind MSSM*, *Phys. Lett.* **B669** (2008) 239–245 [0808.0707].
- [197] S. Bertolini, F. Borzumati, A. Masiero and G. Ridolfi, *Effects of supergravity induced electroweak breaking on rare B decays and mixings*, *Nucl. Phys.* **B353** (1991) 591–649.
- [198] Y. Grossman, M. Neubert and A. L. Kagan, *Trojan penguins and isospin violation in hadronic B decays*, *JHEP* **10** (1999) 029 [hep-ph/9909297].
- [199] A. J. Buras, T. Ewerth, S. Jäger and J. Rosiek, *$K^+ \rightarrow \pi^+\nu\bar{\nu}$ and $K_L \rightarrow \pi^0\nu\bar{\nu}$ decays in the general MSSM*, *Nucl. Phys.* **B714** (2005) 103–136 [hep-ph/0408142].
- [200] C. Bobeth, A. J. Buras and T. Ewerth, *$\bar{B} \rightarrow X_s\ell^+\ell^-$ in the MSSM at NNLO*, *Nucl. Phys.* **B713** (2005) 522–554 [hep-ph/0409293].
- [201] M. Imbeault, S. Baek and D. London, *The $B \rightarrow \pi K$ Puzzle and Supersymmetry*, *Phys. Lett.* **B663** (2008) 410–415 [0802.1175].
- [202] D. Chang, A. Masiero and H. Murayama, *Neutrino mixing and large CP violation in B physics*, *Phys.Rev.* **D67** (2003) 075013 [hep-ph/0205111].

- [203] J. Girrbach, S. Jäger, M. Knopf, U. Nierste, C. Scherrer and S. Wiesenfeldt. Preprint: TTP10-52.
- [204] S. Trine, S. Westhoff and S. Wiesenfeldt, *Probing Yukawa Unification with K and B Mixing*, *JHEP* **0908** (2009) 002 [0904.0378].
- [205] G. Buchalla, G. Hiller and G. Isidori, *Phenomenology of nonstandard Z couplings in exclusive semileptonic $b \rightarrow s$ transitions*, *Phys. Rev.* **D63** (2000) 014015 [hep-ph/0006136].
- [206] P. Langacker and D. London, *Mixing Between Ordinary and Exotic Fermions*, *Phys.Rev.* **D38** (1988) 886.
- [207] A. J. Buras and M. Münz, *Effective Hamiltonian for $B \rightarrow X_s e^+ e^-$ beyond leading logarithms in the NDR and HV schemes*, *Phys. Rev.* **D52** (1995) 186–195 [hep-ph/9501281].
- [208] G. Buchalla and A. J. Buras, *QCD corrections to rare K and B decays for arbitrary top quark mass*, *Nucl. Phys.* **B400** (1993) 225–239.
- [209] **BABAR** Collaboration, B. Aubert *et. al.*, *Measurement of the $B \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-$ branching fraction with a sum over exclusive modes*, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 081802 [hep-ex/0404006].
- [210] **Belle** Collaboration, M. Iwasaki *et. al.*, *Improved measurement of the electroweak penguin process $B \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-$* , *Phys. Rev.* **D72** (2005) 092005 [hep-ex/0503044].
- [211] C. Bobeth, G. Hiller and G. Piranishvili, *CP Asymmetries in $\bar{B} \rightarrow \bar{K}^*(\rightarrow \bar{K}\pi)\bar{\ell}\ell$ and Untagged $\bar{B}_s, B_s \rightarrow \phi(\rightarrow K^+K^-)\bar{\ell}\ell$ Decays at NLO*, *JHEP* **07** (2008) 106 [0805.2525].
- [212] U. Egede, T. Hurth, J. Matias, M. Ramon and W. Reece, *New observables in the decay mode $\bar{B} \rightarrow \bar{K}^{*0}\ell^+\ell^-$* , *JHEP* **11** (2008) 032 [0807.2589].
- [213] W. Altmannshofer *et. al.*, *Symmetries and Asymmetries of $B \rightarrow K^* \mu^+ \mu^-$ Decays in the Standard Model and Beyond*, *JHEP* **01** (2009) 019 [0811.1214].
- [214] **BABAR** Collaboration, B. Aubert *et. al.*, *Angular Distributions in the Decays $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$* , *Phys. Rev.* **D79** (2009) 031102 [0804.4412].
- [215] **BELLE** Collaboration, J. T. Wei *et. al.*, *Measurement of the Differential Branching Fraction and Forward-Backward Asymmetry for $B \rightarrow K^{(*)} \ell^+ \ell^-$* , *Phys. Rev. Lett.* **103** (2009) 171801 [0904.0770].
- [216] A. Lenz and U. Nierste, *Theoretical update of $B_s - \bar{B}_s$ mixing*, *JHEP* **06** (2007) 072 [hep-ph/0612167].
- [217] W. Altmannshofer, A. J. Buras, D. M. Straub and M. Wick, *New strategies for New Physics search in $B \rightarrow K^* \nu \bar{\nu}$, $B \rightarrow K \nu \bar{\nu}$ and $B \rightarrow X_s \nu \bar{\nu}$ decays*, *JHEP* **04** (2009) 022 [0902.0160].

Literaturverzeichnis

- [218] P. Langacker, *The Physics of Heavy Z' Gauge Bosons*, *Rev. Mod. Phys.* **81** (2009) 1199–1228 [0801.1345].
- [219] V. Barger *et al.*, *Family Non-universal $U(1)'$ Gauge Symmetries and $b \rightarrow s$ Transitions*, *Phys. Rev.* **D80** (2009) 055008 [0902.4507].
- [220] Q. Chang, X.-Q. Li and Y.-D. Yang, *Constraints on the nonuniversal Z' couplings from $B \rightarrow \pi K, \pi K^*$ and ρK Decays*, *JHEP* **05** (2009) 056 [0903.0275].
- [221] V. Barger *et al.*, *$b \rightarrow s$ Transitions in Family-dependent $U(1)'$ Models*, *JHEP* **12** (2009) 048 [0906.3745].
- [222] G. Passarino and M. J. G. Veltman, *One Loop Corrections for e^+e^- Annihilation into $\mu^+\mu^-$ in the Weinberg Model*, *Nucl. Phys.* **B160** (1979) 151.
- [223] J. Schwinger, *$\Delta T = 3/2$ Nonleptonic Decay*, *Phys. Rev. Lett.* **12** (1964) 630–631.
- [224] R. Feynman. in: *Symmetries in Particle Physics* (ed. A. Zichichi).
- [225] O. Haan and B. Stech, *Violation of the $\Delta I = 1/2$ rule in non-leptonic decays*, *Nucl. Phys.* **B22** (1970) 448–460.
- [226] D. Fakirov and B. Stech, *F and D Decays*, *Nucl. Phys.* **B133** (1978) 315–326.
- [227] V. L. Chernyak and I. R. Zhitnitsky, *B meson exclusive decays into baryons*, *Nucl. Phys.* **B345** (1990) 137–172.
- [228] P. Ball, V. M. Braun and H. G. Dosch, *Form-factors of semileptonic D decays from QCD sum rules*, *Phys. Rev.* **D44** (1991) 3567–3581.
- [229] V. M. Belyaev, A. Khodjamirian and R. Rückl, *QCD calculation of the $B \rightarrow \pi, K$ form-factors*, *Z. Phys.* **C60** (1993) 349–356 [hep-ph/9305348].
- [230] J. D. Bjorken, *Topics in B Physics*, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **11** (1989) 325–341.
- [231] M. J. Dugan and B. Grinstein, *QCD basis for factorization in decays of heavy mesons*, *Phys. Lett.* **B255** (1991) 583–588.
- [232] M. Beneke and S. Jäger, *Spectator scattering at NLO in non-leptonic B decays: Tree amplitudes*, *Nucl. Phys.* **B751** (2006) 160–185 [hep-ph/0512351].
- [233] M. Beneke and S. Jäger, *Spectator scattering at NLO in non-leptonic B decays: Leading penguin amplitudes*, *Nucl. Phys.* **B768** (2007) 51–84 [hep-ph/0610322].
- [234] M. Beneke, T. Huber and X.-Q. Li, *NNLO vertex corrections to non-leptonic B decays: Tree amplitudes*, *Nucl. Phys.* **B832** (2010) 109–151 [0911.3655].
- [235] G. Bell, *NNLO Vertex Corrections in charmless hadronic B decays: Imaginary part*, *Nucl. Phys.* **B795** (2008) 1–26 [0705.3127].
- [236] G. Bell, *NNLO vertex corrections in charmless hadronic B decays: Real part*, *Nucl. Phys.* **B822** (2009) 172–200 [0902.1915].

- [237] G. Bell and V. Pilipp, $B^- \rightarrow \pi^- \pi^0 / \rho^- \rho^0$ to NNLO in QCD factorization, *Phys. Rev.* **D80** (2009) 054024 [0907.1016].
- [238] C. W. Bauer, S. Fleming and M. E. Luke, *Summing Sudakov logarithms in $B \rightarrow X_s \gamma$ in effective field theory*, *Phys. Rev.* **D63** (2000) 014006 [hep-ph/0005275].
- [239] C. W. Bauer, S. Fleming, D. Pirjol and I. W. Stewart, *An effective field theory for collinear and soft gluons: Heavy to light decays*, *Phys. Rev.* **D63** (2001) 114020 [hep-ph/0011336].
- [240] C. W. Bauer, D. Pirjol and I. W. Stewart, *A proof of factorization for $B \rightarrow D\pi$* , *Phys. Rev. Lett.* **87** (2001) 201806 [hep-ph/0107002].
- [241] M. Beneke and T. Feldmann, *Factorization of heavy to light form-factors in soft collinear effective theory*, *Nucl.Phys.* **B685** (2004) 249–296 [hep-ph/0311335].
- [242] M. Bartsch, G. Buchalla and C. Kraus, *$B \rightarrow V_L V_L$ Decays at Next-to-Leading Order in QCD*, 0810.0249.
- [243] S. Bethke, *The 2009 World Average of $\alpha_s(M_Z)$* , *Eur. Phys. J.* **C64** (2009) 689–703 [0908.1135].

Danksagung

Diese Arbeit hätte nicht entstehen können ohne die Ideen, die Erfahrung und die Diskussionsfreudigkeit meines Doktorvaters Prof. Ulrich Nierste. Ich danke ihm sehr herzlich für die Betreuung meiner Promotion und für eine gute, entspannte Arbeitsatmosphäre während meiner ganzen Zeit am TTP. Ich danke außerdem Prof. Margarete Mühlleitner, die sich sofort bereit erklärt hat, das Korreferat zu übernehmen und zur Qualitätssicherung dieser Arbeit beizutragen.

Äußerst wertvoll für diese Arbeit waren auch die lange und fruchtbare Zusammenarbeit mit Lars Hofer und Leonardo Vernazza und viele hilfreiche Diskussionen mit Andreas Crivellin. Weiterhin haben Peter Marquard, Jens Salomon und Momchil Davidkov durch ihren aufopferungsvollen Einsatz beim Lösen diverser Probleme mit der Computer-Infrastruktur am Institut entscheidend zu den Ergebnissen beigetragen. Jens hat mich außerdem mit Waldemar Martens und Matthias Kauth in den letzten Jahren als Bürokollege begleitet, alle drei haben in vielen Momenten für Erheiterung und interessante physikalische Diskussionen gesorgt. Ebenso lehrreiche Diskussionen konnte ich mit Guido Bell und Prof. Martin Beneke führen, von deren Wissen über QCD-Faktorisierung ich profitieren durfte. Alle hier genannten bin ich zu großem Dank verpflichtet.

Auch bei meinen freundlichen Korrekturlesern Markus Bobrowski, Nicolai Zerf, Matthias Kauth, Waldemar Martens, Andreas Crivellin und Lars Hofer bedanke ich mich für die investierte Zeit und die wertvollen Anregungen.

Die Entstehung dieser Arbeit wurde materiell und ideell begleitet und unterstützt vom Cusanuswerk Bischöfliche Studienförderung e.V., vom Graduiertenkolleg Hochenergiephysik und Teilchenastrophysik der Deutschen Forschungsgemeinschaft und natürlich von meinen Eltern. Auch dafür herzlichen Dank!

Zum Schluss bedanke ich mich bei den allerwichtigsten Personen, Sabine und Sophie Luise, für ihr Verständnis, ihre Aufmunterung und ihre große Unterstützung in allen Höhen und Tiefen der Arbeit an diesem Projekt.

DANKE