

Adaptive Kompensation sinusförmiger Störungen im Antriebsstrang von Robotern

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

der Fakultät für Informatik
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

D i s s e r t a t i o n

von

Sebastian Maier

aus Kirchheim unter Teck

Tag der mündlichen Prüfung: 15. November 2011
Erster Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Heinz Wörn
Zweiter Gutachter: Hon.-Prof. Dr.-Ing. Martin Otter

Eigenständigkeitserklärung

Ich versichere wahrheitsgemäß, die Dissertation bis auf die dort angegebenen Hilfen selbständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer und eigenen Veröffentlichungen unverändert oder mit Änderungen entnommen wurde.

Oberpaffenhofen, den 15. November 2011

Sebastian Maier

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Problemstellung	3
1.2	Stand der Technik und Einordnung	4
1.3	Beitrag und Organisation der Arbeit	6
2	Modellierung und Identifikation eines PMSMs	9
2.1	Modellbildung eines Servo-PMSMs	10
2.1.1	Nichtlineare Differentialgleichungen im dq -KS	11
2.1.2	Ursachen für Momentenrippel	12
2.1.3	Feldorientierte Regelung	13
2.1.4	Positions- und Drehzahlregler	14
2.1.5	Lineare Servo-Modelle	16
2.2	Identifikation der Synchronmaschine	19
2.2.1	Elektrische Dynamik	19
2.2.2	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm	20
2.2.3	Auswirkungen der Momentenrippel bei unterschiedlichen Modellvorstellungen	21
2.2.4	Identifikation der Momentenrippel	24
2.2.5	Reibkennlinie	26
2.3	Verifikation des Motormodells durch Zeitsimulationen	27
2.3.1	Auswirkungen der Rippel bei Konstantfahrten	27
2.3.2	Verhalten des PMSMs nach einem Führungssprung	28
3	Mehrkörperdynamik eines Roboters	29
3.1	Bewegungsgleichungen nach Lagrange	29
3.1.1	Kinetische Energie der Glieder	30
3.1.2	Potentielle Energie der Glieder	31
3.1.3	Dissipationsarbeit	31
3.1.4	Bewegungsgleichungen nach Lagrange 2. Art	31
3.2	Modellierung eines Zykloidengetriebes	34
3.2.1	Geschlossene Darstellung von Achse 1	35
3.2.2	Geschlossene Darstellung von Achse 2/3	36
3.2.3	Initialisierung des Robotermodells	37

3.3	Identifikation der Modellparameter am Roboterprüfstand	39
3.3.1	Bode-Diagramm aus Konstantfahrten	39
3.3.2	Identifikation von Achse 1	40
3.3.3	Modellumschalten wegen Haftreibung bei Achse 2/3	45
3.3.4	Identifikation von Achse 2/3	46
3.3.5	Online Modellidentifikation mit einem LMS-Algorithmus	49
4	Auslegung linearer Zustandsbeobachter	53
4.1	Zustandsbeobachter für Eingrößensysteme	53
4.1.1	Beobachtbarkeit linearer Systeme	53
4.1.2	Zustandsbeobachter und dessen Auslegung	54
4.1.3	Zustandsbeobachter für verschiedene Störungen	55
4.1.4	Zustandsbeobachter für Achse 1	56
4.1.5	Simulationsergebnisse von Achse 1	57
4.2	Zustandsbeobachter für Mehrgrößensysteme	59
4.2.1	Analytischer Beobachter für konstante Störungen	61
4.2.2	Interpolierter Beobachter für konstante und sinusförmige Störungen	63
5	Störgrößenkompensation mit adaptiven Algorithmen	69
5.1	Theoretische Grundlagen	69
5.1.1	FXLMS-Algorithmus	70
5.1.2	AE-Algorithmus	74
5.1.3	\mathbf{G}^{-1} -Algorithmus für Eingrößensysteme	75
5.1.4	\mathbf{G}^T -Algorithmus für Mehrgrößensysteme	78
5.1.5	Charakteristika der gradientenbasierten Algorithmen	79
5.1.6	Oszillierende adaptive Zustände	85
5.2	Unterdrückung von Momentenrippel eines PMSMs	88
5.2.1	Integration der Adaption in das bestehende Regelungssystem	90
5.2.2	Adaption bei Beschleunigungsvorgängen	97
5.2.3	Auswahl des Algorithmus für einen PMSM	97
5.2.4	Steuerung der Adaption	100
5.2.5	Versuchsergebnisse	102
5.3	Unterdrückung von Motorenrippel bei einem Roboter	110
5.3.1	Das Achse 1 Problem	110
5.3.2	Das Achse 2/3 Problem	119
5.3.3	Entkoppelte Adaptionen mit optimierten Filtern (\mathbf{F}^{-1} -Algorithmus)	127
5.3.4	Robuste Stabilitätsanalyse verschiedener adaptiver Algorithmen	129
5.3.5	Versuchsergebnisse	130

5.4	Unterdrückung von Getriebewelligkeiten	141
5.4.1	Das Achse 1 Problem mit Beobachter	141
5.4.2	Das Achse 1 Problem mit Drehratensensor	145
5.4.3	Das Achse 2/3 Problem mit Drehratensensor	147
6	Zusammenfassung und Ergebnis	149
	Anhang	151
A.1	Mathematische Grundlagen für periodische Signale	151
A.2	Antwort auf periodische Signale	151
A.2.1	Kosinusantwort	151
A.2.2	Sinusantwort	152
A.2.3	Superposition der beiden Signale	153
A.3	Faltung	153
	Formelzeichen	155
	Abkürzungsverzeichnis	161
	Abbildungsverzeichnis	163
	Tabellenverzeichnis	169

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Laufe meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung Systemdynamik und Regelungstechnik am Institut für Robotik und Mechatronik des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Oberpfaffenhofen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Heinz Wörn danke ich für die Betreuung und zielgerichtete Unterstützung dieser Arbeit am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) und für die Übernahme des Erstgutachtens.

Danken möchte ich auch Hon.-Prof. Dr.-Ing. Martin Otter für die langjährige Begleitung der Arbeit beim DLR, für Anregungen und Unterstützung, insbesondere in Modellierungsfragen und für die Erstellung des zweiten Gutachtens.

Des Weiteren danke ich Prof. Dr. Bernhard Beckert für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Für die Entstehung der Arbeit war eine Umgebung notwendig, in der regelungstechnische Methoden und Werkzeuge mit konkreten Problemen aus der Robotik zusammentreffen. Bedanken möchte ich mich deshalb bei Dr.-Ing. Johann Bals, dessen Abteilung eine solche Umgebung bot und der durch zahlreiche Anregungen zu dieser Arbeit beitrug.

Meine tägliche Arbeit am DLR hätte nicht soviel Freude bereitet, ohne die Kollegen, die mir mit Rat und Tat zur Seite standen. Hervorheben möchte ich insbesondere Florian Saupe, Dr. Matthias Löhning, Dr. Matthias Reiner, Andreas Knoblach, Dr. Andras Varga, Dr. Hans-Dieter Joos und Dr. Michael Thümmel. Die wissenschaftlichen Diskussionen mit ihnen und das Lösen gemeinsamer Probleme war ein wichtiger Baustein dieser Arbeit.

Ein ganz besonderer Dank gilt Prof. Marc Bodson von der University of Utah, bei dem ich meine Diplomarbeit anfertigen konnte. Er hat die Entwicklung der Algorithmen stets begleitet und mich bei theoretischen Fragen unterstützt. Schließlich ist mir wichtig mich ganz besonders bei meiner Familie, meiner langjährigen Freundin Claudia und ihrer Familie zu bedanken. Deren Unterstützung waren bei der Entstehung dieser Arbeit ein wichtiger Rückhalt für mich.

Oberpfaffenhofen, im November 2011

Sebastian Maier

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Ziel der Robotik ist es, Bearbeitungsaufgaben immer schneller und präziser durchzuführen. Die Genauigkeit und Taktzeit spielen die entscheidende Rolle im globalen Wettbewerb. Dennoch müssen Roboter preiswerte Produkte sein und deswegen können nicht beliebig kostenintensive Gussteile, Motoren oder Getriebe verbaut werden. Ziel dieser Arbeit ist es, das Fahrverhalten des Roboters nicht mit ausgefeilter Hardware zu verbessern, sondern mit besseren Steuerungs- und Regelungsalgorithmen. Sind diese Algorithmen einmal entwickelt, können sie auf jede Robotersteuerung geladen werden, was deutlich preiswerter ist als für jeden Roboter hochwertige Bauteile zu verwenden.

Die Aufgaben eines Roboters im industriellen Umfeld können grob in drei Gebiete unterteilt werden. Diese sind Montagearbeiten, „point to point“ (PTP)-Fahrten und ein Roboter muss Aufgaben auf einer kartesischen Bahn durchführen. Während dieser Bahnfahrten ist mit dem bloßen Auge zu erkennen, dass der Roboter an manchen Arbeitspunkten am „tool center point“ (TCP) oszilliert. Bei fertigungstechnischen Aufgaben wie Laserschneiden, Bahnschweißen oder Kleben, hat dies enorme Qualitätseinbußen für das Werkstück zur Folge.

Die Ursachen der Oszillationen liegen in den Roboterantriebssträngen. Die unerwünschten sinusförmigen Schwingungen (Rippel) werden sowohl von den Motoren als auch von den Getrieben generiert. In den Motoren entstehen die Rippel hauptsächlich aufgrund elektromagnetischer Effekte. Die Getrieberippel entstehen infolge von geometrischen Fehlern, welche aus Fertigungstoleranzen resultieren.

Der Roboter kann, aufgrund von Nachgiebigkeiten in den Getrieben sowie in den Strukturteilen, nicht als starres System modelliert werden. Es ergibt sich eine Trennung von Abtriebsposition und Antriebsposition. In der klassischen Robotik wird nur die Antriebsposition (Motorposition) gemessen.

Aus systemtheoretischer Sicht ist es von entscheidender Bedeutung, welches Bauteil welches Rippel generiert. Die Motorschwingungen können mit dem Motorpositionssignal unterdrückt werden, was für die Getriebeschwingungen nicht möglich ist. Folglich muss untersucht werden, welche Schwingungen vom Getriebe und welche vom Motor erzeugt werden, um geeignete Regelungskonzepte auswählen

zu können.

Herausforderungen bei der Entwicklung der Störgrößenkompensation sind die Rechenzeit und die Robustheit der Algorithmen. Aufgrund der geringen Taktzeiten können nur Algorithmen implementiert werden, die in Echtzeit berechenbar sind. Die Algorithmen müssen darüber hinaus robust sein gegenüber Modellfehlern, nicht modellierten Dynamikeffekten und anderen Störungen. Es wird eine schnellstmögliche Unterdrückung der Schwingungen erwartet. Weiterhin müssen die Algorithmen mehrere Schwingungen pro Roboterachse gleichzeitig unterdrücken.

1.2 Stand der Technik und Einordnung

Ein weit verbreitetes Steuerungs- und Regelungskonzept heutiger Roboter, welche im industriellen Umfeld eingesetzt werden, ist in Abbildung 1.1 dargestellt.

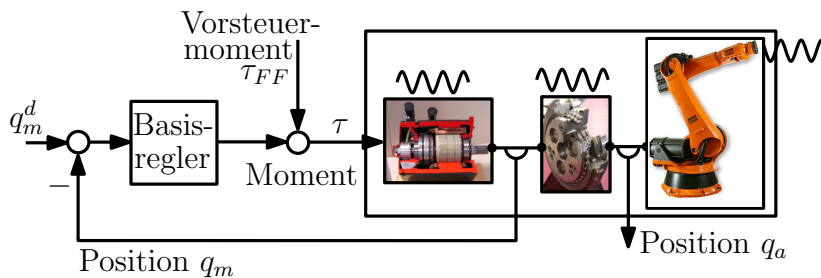


Abbildung 1.1: Ein Roboterantriebsstrang bestehend aus Basisregler, Motor und Zykloidengetriebe, der eine Achse der Robotermechanik antreibt.

Die Roboter werden häufig mit sechs linearen Basisreglern betrieben, die achsweise implementiert sind. Zusätzlich wird eine Vorsteuerung verwendet die motorseitige Sollbahnen und ein Vorsteuermoment berechnet, siehe [Thü06]. Dieses Regelungskonzept beinhaltet jedoch keine expliziten Algorithmen, um sinusförmige Störungen aus Motor und Getriebe zu kompensieren.

Als Basisregler werden oft „proportional integral differential“ (PID)-Regler verwendet, welche kein Streckenmodell implementieren. Alternativen sind moderne, modellbasierte Algorithmen, wie ein Beobachter kombiniert mit einem Zustandsregler, siehe [Kur08]. Eine andere Möglichkeit ist die Verwendung von H_∞ -Reglern, siehe [Löh09] oder „linear parameter-varying“ (LPV)-Reglern, siehe [SP11].

Abbildung 1.2 zeigt, welche prinzipiellen Methoden es gibt periodische Störungen (Rippel) zu unterdrücken. Dies sind zum einen konstruktive Methoden, welche z.B. aus [BB02] oder [DSJM96] zu entnehmen sind. Zum anderen gibt es re-

gelungstechnische Methoden die Rippel zu minimieren. Die bekanntesten nicht adaptiven Methoden sind Notchfilter, siehe [NP97], oder Disturbance Observer, siehe [Cha95] und [CBGO00]. In [YHDS11] wird eine Vorsteuerung (FF) mit offline berechneten Sollströmen vorgestellt.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit adaptiven Methoden, um sinusförmige Störungen zu unterdrücken. Eine wichtige Methode der adaptiven Regelungstechnik ist „iterative learning control“, siehe [ACM07] und [BTA06]. Am Ende des iterativen Prozesses liegt ein Signal vor, das dem einer perfekten Vorsteuerung entspricht. Ein weiteres Verfahren ist „repetitive control“, siehe [KMTH93] und [HYON88], wobei die Störung für eine Periode gehalten wird, um sie so auszulöschen.

Weiterhin gibt es gradientenbasierte Methoden, entwickelt von Bodson [BD97], um periodische Schallwellen zu unterdrücken. Diese Algorithmen werden in [MB08] auf ein mechatronisches System angewandt und auch in dieser Arbeit verwendet. Dabei wird eine künstliche Gegenschwingung erzeugt, die als Kompensationssignal bezeichnet wird. Die Parameter des Kompensationssignals werden online adaptiert.

Es gibt Veröffentlichungen, bei denen eine Störgrößenkompensation für einen Roboter implementiert wird, siehe [FMR02]. Hier wird jedoch nur die Grundachse untersucht, was auf ein lineares Problem führt. Für eine Klasse von nichtlinearen Mehrgrößensystemen werden in [CPS86] oder [Din06] Adaptionsgesetze implementiert.

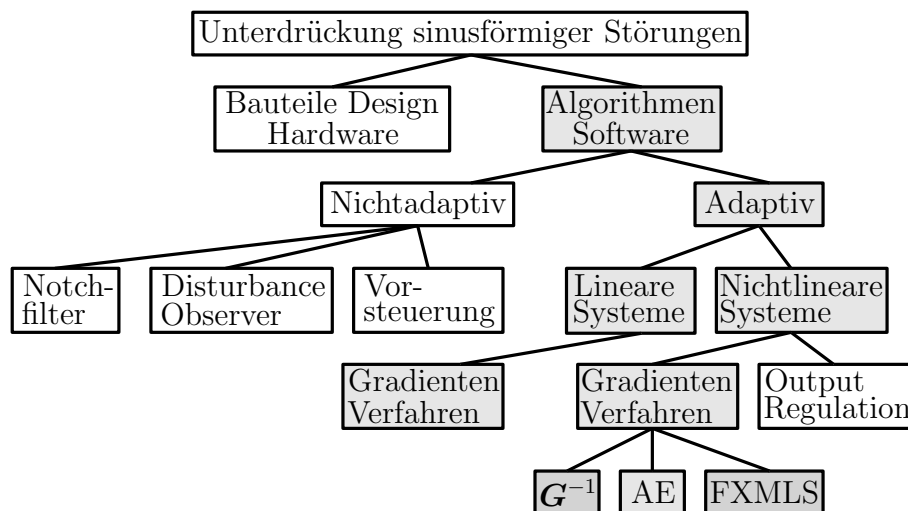


Abbildung 1.2: Mögliche Alternativen für die Unterdrückung sinusförmiger Störungen.

1.3 Beitrag und Organisation der Arbeit

Ziel der Arbeit ist es sinusförmige Störungen, generiert von den Motoren und Getrieben eines Roboters, mit einem möglichst geringen Sensoraufwand regelungstechnisch zu unterdrücken. Ob das Getriebe oder der Motor das jeweilige Rippel erzeugt, wird mit zwei unterschiedlichen Prüfständen ermittelt. Der eine Prüfstand besteht lediglich aus einem Motor, der andere aus einem Motor mit einem angeflanschten Getriebe. Die zusätzlichen Schwingungen, die beim Prüfstand mit Getriebe auftreten, sind folglich keine Motorschwingungen.

Um die Rippel mit Regelungsmethoden unterdrücken zu können, müssen geeignete mathematische Modelle des geregelten permanenterregten Synchronmotors (PMSMs) hergeleitet werden, welche die sinusförmigen Störungen beschreiben. Es werden unterschiedlich stark abstrahierte Modelle des geregelten Synchronmotors untersucht, um entscheiden zu können, welcher Abstraktionsgrad ausreichend ist, um die Dynamik des Motors zu beschreiben, siehe Kapitel 2.

Kapitel 3 beschreibt kurz die Herleitung der nichtlinearen Dynamik eines „rigid link elastic joint“ (RLEJ)-Roboters, wobei die Getriebe des Roboters als Feder-Dämpfer Elemente mit Reibung modelliert werden. Die Getriebe haben zusätzlich eine nicht ideale Übersetzung, welche die sinusförmigen Schwingungen beschreiben.

Für die Unterdrückung der Getriebeschwingungen muss abtriebsseitige Information verwendet werden. In Kapitel 4 wird deshalb ein Beobachter auf Basis von [Kur08] und [BKS05] entwickelt, der die abtriebsseitigen Zustände, die Getrieberippel und die Reibung schätzt. Ein wichtiger Beitrag dieser Arbeit ist die Zusammenführung von Beobachter und adaptiven Algorithmen.

Diese adaptiven Algorithmen zur Unterdrückung sinusförmiger Störungen werden in Kapitel 5 hergeleitet, welche die Amplituden und die Phasen der Schwingungen im Betrieb schätzen. Die Frequenzen der Rippel sind abhängig von der Motorgeschwindigkeit und werden dem Algorithmus als „scheduling“ Parameter bereitgestellt. Da sich die Frequenzen während einer Bahnfahrt ändern, wird ein Algorithmus vorgestellt, der auch bei nicht stationären Verhältnissen konvergiert. Der adaptive Algorithmus generiert künstliche Gegenschwingungen, welche die Rippel im Idealfall komplett auslöschen, siehe Abbildung 1.3.

In Abbildung 1.3 wird skizziert, wie der adaptive Algorithmus in das bestehende Regelungskonzept integriert wird. Das Kompensationssignal kann auf die Sollposition oder auf das Sollmoment aufgeschaltet werden und dem Algorithmus müssen lediglich die Sollposition und Istposition des Motors zur Verfügung stehen.

Da der adaptive Algorithmus Sensorinformationen verwendet, muss die Stabilität der Algorithmen gewährleistet sein. Dafür verwendet die Adaption Informationen

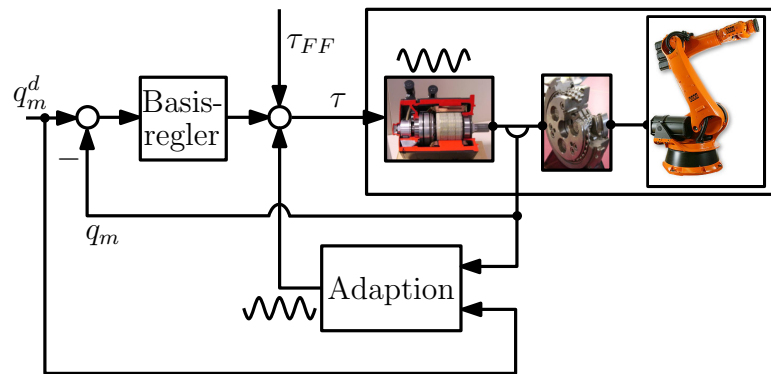


Abbildung 1.3: Regelung eines Roboterantriebsstrangs mit Adaption, um sinusförmige Störungen zu unterdrücken. Das Kompensationssignal wird beispielhaft auf das Sollmoment aufgeschaltet.

des geregelten nichtlinearen Mehrgrößensystems. Die Stabilität der Algorithmen kann im nominellen Fall und für kleine Adaptionsverstärkungen mit Hilfe der Lyapunov Theorie bewiesen werden. Mit Robustheitsanalysen wird die Stabilität der Adaption unter Berücksichtigung von Unsicherheiten im Robotermodell untersucht und die Adaptionsverstärkung ausgelegt.

Der untersuchte Roboter hat gleich viele Eingänge wie Ausgänge und auf jedem Kanal wirkt eine sinusförmige Störung. Es wird ein Adaptionsgesetz hergeleitet, welches für diese Klasse von Mehrgrößensystemen angewandt werden kann.

Bedingt durch die stark ausgeprägte Resonanzstelle der Roboterachsen kommt es mit einer konventionellen Adaptionsvorschrift, die ein nominelles Modell der Strecke beinhaltet, zu Konvergenzproblemen. Modellfehler und nicht berücksichtigte Dynamikeffekte verstärken die Konvergenzprobleme zusätzlich. Ein weiteres Problem der konventionellen Adaption im Mehrgrößensystem ist, dass die nominellen Modelle eine hohe dynamische Ordnung haben und aufgrund dessen viel Rechenzeit benötigen.

In dieser Arbeit wird deshalb ein neues Adaptionsgesetz vorgestellt, das kein nominelles Modell verwendet. Es werden entkoppelte Filter implementiert, welche nach einer Optimierungsvorschrift berechnet werden, so dass Modellfehler möglichst kleine Auswirkungen haben. Es wird zusätzlich gezeigt, dass konstante Filter verwendet werden können und somit ein „Scheduling“ infolge der nichtlinearen Roboterdynamik nicht benötigt wird.

Die Adaptionsvorschrift wird um eine iterative Komponente erweitert. So „vergisst“ die Adaption die bereits gelernten Werte nicht und kann bei der nächsten Fahrt diese Werte als Startwerte verwenden. Es hat sich weiterhin als hilfreich erwiesen, die adaptiven Zustände nicht bei jeder Drehzahl zu aktualisieren, sondern die gelernten Zustände als Vorsteuerung aufzuschalten.

2 Modellierung und Identifikation eines permanentenerregten Synchronmotors

In heutigen Robotern werden häufig permanenterrechte Synchronmotoren eingesetzt, die auch bürstenlose Gleichstrommotoren genannt werden. Diese Art elektrischer Antriebe kann in fast allen Bereichen der industriellen Fertigung eingesetzt werden, da kein Funkenflug zu befürchten ist und der Wartungsaufwand sehr gering ist. Ein weiterer Vorteil der Synchronmotoren ist das recht einfache Baukastenprinzip mit Leistungsteil und Stromregler, was oft unter dem Namen Servomotor zusammengefasst wird.

Die adaptiven Algorithmen werden an einem Motorprüfstand getestet, als Fotografie in Abbildung 2.1 zu sehen. Der Prüfstand besteht aus sechs Motoren, die mechanisch nicht gekoppelt sind. Es können unterschiedliche Lasten (Trägheiten) auf die Wellen der Motoren montiert werden.

Der elektromechanische Aufbau der Motoren ist in Abbildung 2.2 dargestellt. Für dieses System wird in Abschnitt 2.1 ein analytisches, mathematisches Modell entwickelt, welches in Abschnitt 2.2 identifiziert und in Abschnitt 2.3 durch

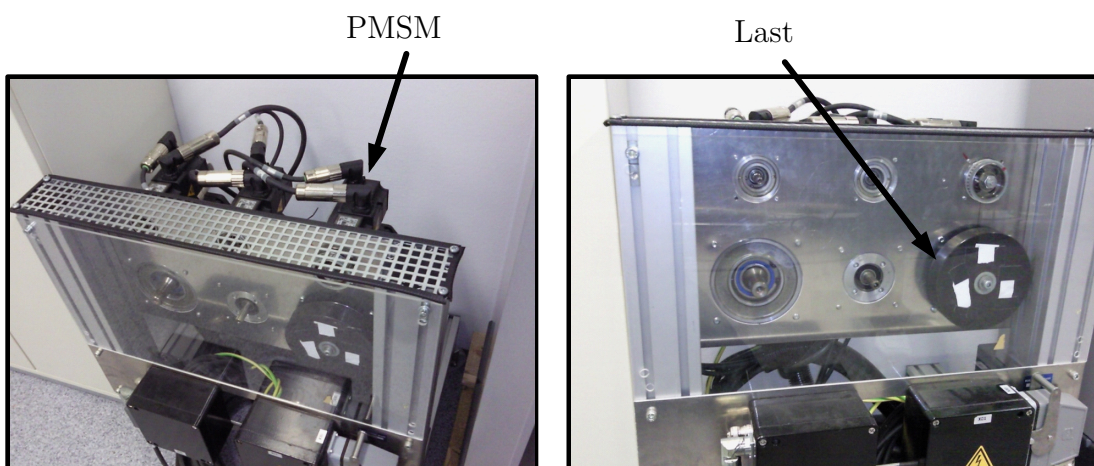


Abbildung 2.1: Fotografie des PMSM-Prüfstands.

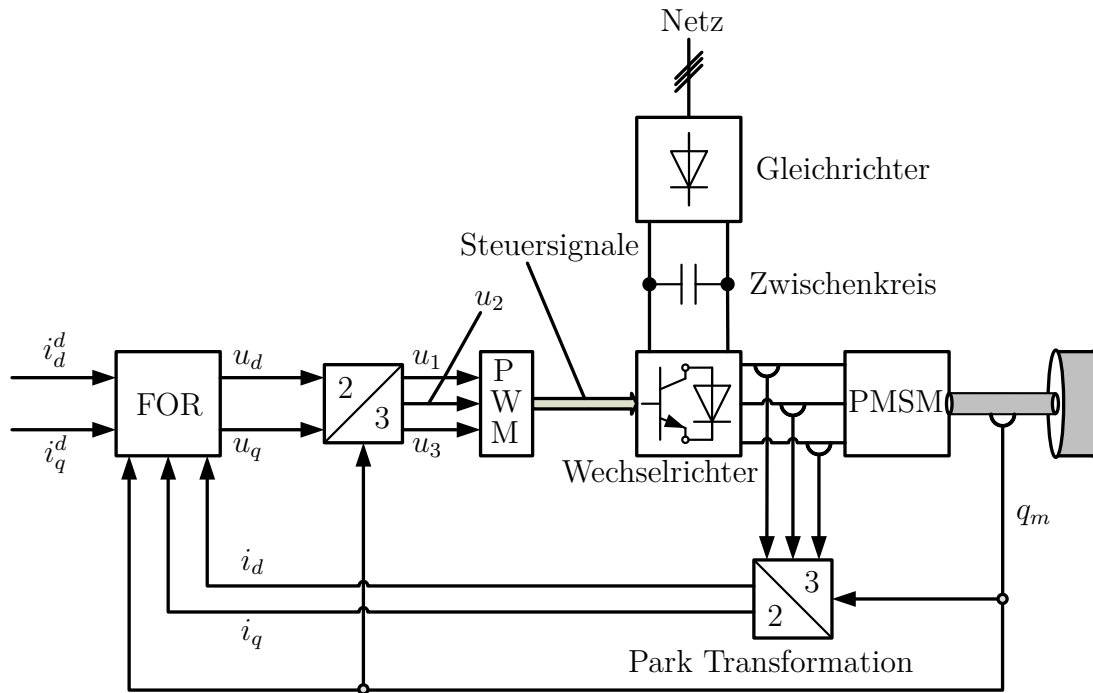


Abbildung 2.2: Struktur eines PMSMs mit Ansteuerung.

Simulationen verifiziert wird.

2.1 Modellbildung eines Servo-PMSMs

Abbildung 2.3 zeigt, wie die Physik eines Servo-PMSMs durch ein analytisches, mathematisches Modell beschrieben wird. Der ideale PMSM wird durch nichtlineare Differentialgleichungen im dq -Koordinatensystem (KS) beschrieben, siehe [Sch09]. In dieses ideale Modell müssen Reibung und Momentenrippel integriert werden, um ein sinnvolles Simulationsmodell zu erhalten.

Ein Servo-PMSM wird oft mit einer feldorientierten Regelung (FOR) betrieben, deren Stromregler und Entkopplungsnetzwerk exakt nachgebildet werden können. Dies ist für die Leistungselektronik schwer möglich, die z.B. durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung approximiert werden kann.

Der Motor wird in dieser Anwendung nicht im Feldschwäcbereich betrieben. Der Strom wird deshalb in d -Richtung zu $i_d = 0$ geregelt, da so das maximal mögliche Moment anliegt.

Es werden auch lineare Modelle für den permanent erregten Synchronmotor aufgestellt, um entscheiden zu können, welcher Abstraktionsgrad (Modellvorstellung) für die Unterdrückung von sinusförmigen Störungen notwendig ist.

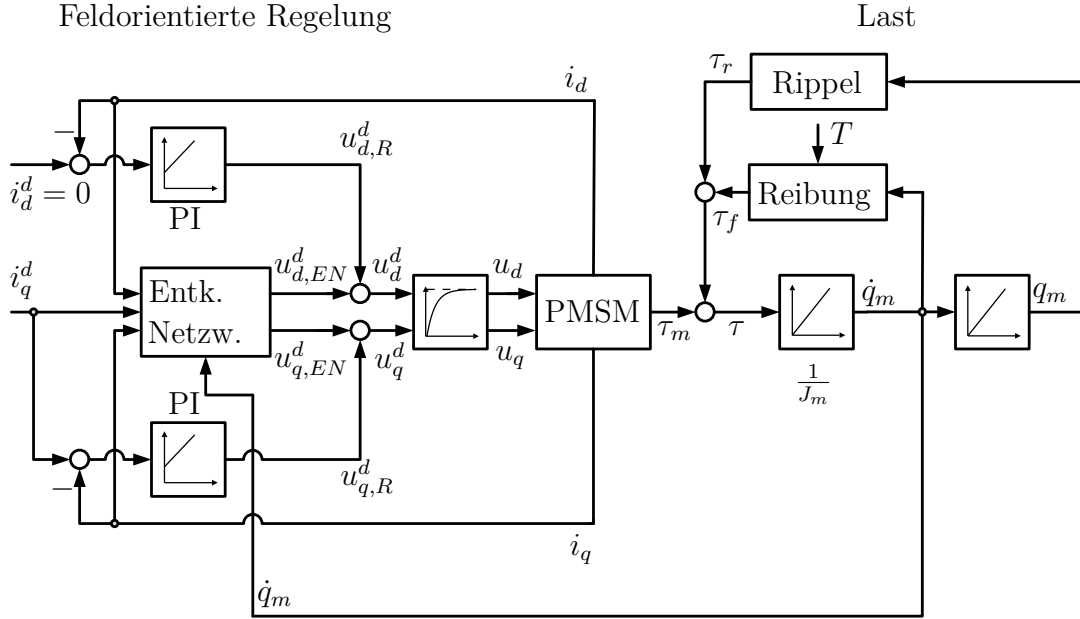


Abbildung 2.3: Blockschaltbild eines Servo-PMSMs (Modellvorstellung I).

2.1.1 Nichtlineare Differentialgleichungen im dq -KS (Modellvorstellung I)

Das nichtlineare Modell eines PMSMs mit einer nicht idealen Flussverkettung und einem nicht idealen Momentenverlauf wird im Folgenden angeführt. Die elektrischen Differentialgleichungen sind gegeben durch

$$L_d \frac{di_d}{dt} = u_d + \dot{q}_{el} L_q i_q - R i_d, \quad (2.1)$$

$$L_q \frac{di_q}{dt} = u_q - \dot{q}_{el} L_d i_d - R i_q - \dot{q}_{el} \psi_{dm}, \quad (2.2)$$

wobei L die Induktivität, R der Ohmsche Widerstand, q_{el} der elektrische Winkel, i der Strom, u die Spannung und ψ_{dm} die Flussverkettung ist. Die Indizes d und q beschreiben die Richtungen im dq -KS, siehe [Sch09]. Das elektromagnetische Moment ist durch

$$\tau_m = \underbrace{\frac{3}{2} n_P \psi_{dm}}_{k_T} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \quad (2.3)$$

gegeben, mit der Polpaarzahl n_P . Dabei entspricht $\frac{3}{2} n_P \psi_{dm}$ dem k_T -Faktor einer Gleichstrommaschine. Die mechanische Differentialgleichung ist gegeben durch

$$J_m \ddot{q}_m = \underbrace{\tau_m + \tau_f(T, \dot{q}_m) + \tau_r(q_m)}_{\tau}, \quad (2.4)$$

mit der Motorträgheit J_m , dem Reibmoment τ_f , abhängig von der Temperatur T und der Motordrehzahl \dot{q}_m , dem Rippelmoment τ_r und dem Motormoment τ_m . Die genaue Herleitung der Systemgleichungen kann in [Sch09], [Ver97], [CSW99], [POST00] und [Tay94] nachgelesen werden, welche auch die Park Transformation vom Dreiphasensystem $KS_{a,b,c}$ ins Zweiphasensystem $KS_{d,q}$ beschreiben.

Aus systemtheoretischer Sicht ist das gesamte Moment τ der Eingang. Die Ausgänge (Messgrößen) des Systems sind der momentenbildende Strom i_q und die Motorposition q_m . Die motorseitige Drehzahl \dot{q}_m wird durch numerische Differentiation des Positionssignals gewonnen.

2.1.2 Ursachen für Momentenripple

Es gibt viele Ursachen für Momentenripple bei elektrischen Antrieben. Einige sind in den Referenzen [HIH01], [BEMD01], [ZH00] [JS96] und [XPP⁺04] zusammengefasst. Teilweise sind konstruktive Möglichkeiten erläutert, wie die Momentenripple verringert werden können.

Um die Motorwelligkeiten physikalisch zu verstehen und zu identifizieren, muss ein hochgenaues Modell verwendet werden. Der permanenterregte Synchronmotor kann dafür mit finiten Elementen modelliert werden. Die Momentenripple ergeben sich dann direkt aus der Simulation. Für den regelungstechnischen Einsatz sind diese Modelle jedoch nicht geeignet, da sie eine enorme Rechenzeit beanspruchen. Alle Ripple werden deshalb zu sinusförmigen Störungen vereinfacht.

Oberwellen in der Flussverkettung

Gründe für Oberwellen in der Flussverkettung sind elektromagnetische Effekte und die Interaktion zwischen den Statorströmen und den Permanentmagneten im Rotor. Das periodische Moment resultiert aus Flussoberwellen. Andere Begriffe für dieses Ripple sind Flussharmonische, elektromagnetische Kraft (EMK)-Welligkeit oder Polrasten. Für die mathematische Modellierung wird

$$\psi_{dm}(q_{el}) = \psi_0 + \sum_{N=1}^{N^*} \psi_{6N} \cos(6Nq_{el} + \varphi_N) \quad (2.5)$$

angesetzt, mit der idealen Flussverkettung ψ_0 , der Amplitude ψ_6 und der Phase der Oberwellen φ . Für die dominanten Oberwellen gilt $N = 1, 2$ und die Anzahl der Harmonischen wird durch N^* beschrieben.

Cogging

Durch das Zusammenspiel von Polkante und Nutschlitz entsteht eine magnetische Reluktanzkraft, die als „Cogging“ bezeichnet wird. Andere Begriffe sind Nutrastmoment oder stromloses Haltemoment. Für die mathematische Modellierung wird

$$\tau_{cog}(q_{el}) = \sum_{N=1}^{N^*} m_{NN_s} \cos(NN_s q_{el} + \varphi_N) \quad (2.6)$$

angesetzt, mit der Amplitude m_{N_s} , den Nutschlitzen pro Polpaarzahl N_s und für die dominante Oberwelle gilt $N = 6$. Eine Amplitudenabschätzung ist mit dem so genannten Carter'schen Faktor möglich, siehe [MS77].

Stromoffsets, Stromskalierung

Der Grund für diese Rippel ist eine nicht ideale Strommessung. Für die mathematische Modellierung wird

$$\tau_{\Delta i}(q_{el}) = \sum_{N=1}^{N^*} m_N \cos(Nq_{el} + \varphi_N) \quad (2.7)$$

angesetzt. Für den Offsetfehler gilt $N = 1$ und für den Skalierungsfehler $N = 2$. Da alle Rippel als sinusförmige Signale modelliert werden, müssen die Parameter dieser Signale anhand experimenteller Analysen bestimmt werden.

2.1.3 Feldorientierte Regelung

Die feldorientierte Regelung (FOR), siehe [Sch09], besteht aus einem Inverter, zwei Stromreglern und einem Entkopplungsnetzwerk, welche im Folgenden beschrieben werden.

Inverter

Physikalisch steckt hinter dem Inverter eine Pulsweitenmodulation (PWM), realisiert durch „insulated gate bipolar transistor“s (IGBTs). Die Inverter sind Wechselrichter und leisten die Ansteuerung des Motors. Bevor die Sollspannung an der physikalischen Leitung anliegt, ist aufgrund der Schaltzeiten der PWM eine ideale Totzeit

$$\underline{G}_{PWM}(s) = e^{-T_\sigma s} \quad (2.8)$$

zu simulieren. Approximativ kann die Totzeit als PT_n -Glieder oder als Padé-Approximation realisiert werden, siehe [Föl94]. Zu beachten ist, dass eine ideale Totzeit das reale Verhalten am Besten beschreibt, jedoch nicht in einer linearen Zustandsraumdarstellung angegeben werden kann. Wird die PWM als PT_1 -Glieder modelliert, so ist sie durch

$$\underline{G}_{PWM}(s) = \frac{u_q}{\underline{u}_q^d} = \frac{u_d}{\underline{u}_d^d} = \frac{1}{2T_\sigma s + 1} \quad (2.9)$$

gegeben, wobei T_σ die Schaltzeit der PWM ist. Variablen im Frequenzbereich werden in dieser Arbeit unterstrichen dargestellt ($\underline{x} = \mathcal{L}\{x\}$).

Stromregler

Als Stromregler werden häufig zwei lineare „proportional integral“ (PI)-Regler verwendet, mit den gleichen oder sehr ähnlichen Parametern in beiden Zweigen. Die PI-Stromregler haben im d -Zweig und im q -Zweig die Struktur

$$\underline{G}_{PI}(s) = \frac{u_{q,R}^d}{\Delta \underline{i}_q} = \frac{u_{d,R}^d}{\Delta \underline{i}_d} = k_s \frac{T_s s + 1}{T_s s}, \quad (2.10)$$

mit der proportionalen Verstärkung k_s und der Zeitkonstante T_s .

Entkopplungsnetzwerk

Das Entkopplungsnetzwerk ist aus regelungstechnischer Sicht eine E/A-Linearisierung (Eingang/Ausgang). Der Motor wird linearisiert und verhält sich im Idealfall wie ein Gleichstrommotor. Die Gleichungen des Entkopplungsnetzwerks sind gegeben durch

$$u_{d,EN}^d = -\dot{q}_{el} L_q \dot{i}_q, \quad (2.11)$$

$$u_{q,EN}^d = \dot{q}_{el} L_d \dot{i}_d + \dot{q}_{el} \psi_{dm}. \quad (2.12)$$

Die Spannungen $u_{d,EN}^d$, $u_{q,EN}^d$ sind die Ausgänge der Linearisierung.

2.1.4 Positions- und Drehzahlregler

Häufig wird ein PMSM mit einer kaskadierten Reglerstruktur betrieben. Der innere Kreis ist der Stromregelkreis und der äußere Kreis ist der Positionsregelkreis. Prinzipiell kann der äußere Regelkreis eine kaskadierte „proportional proportional integral“ (PPI)-Struktur oder eine PID-Struktur haben. Der D-Zweig wird dabei als Hochpass approximiert.

Implementierung als PPI-Kaskade

Die Implementierung des PPI-Reglers ist in Abbildung 2.4 gegeben und hat den Positionsfehler Δq_m und den Geschwindigkeitsfehler $\Delta \dot{q}_m$ als Eingänge.

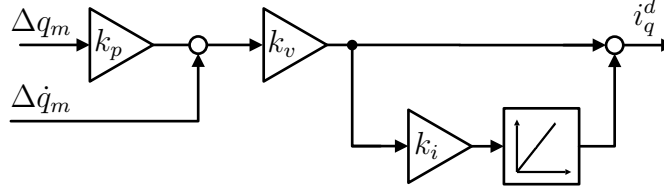


Abbildung 2.4: Blockdiagramm eines kontinuierlichen PPI-Reglers.

Die Übertragungsfunktion des Reglers ist gegeben durch

$$i_q^d = \frac{k_i k_v + k_v s}{s} \Delta \dot{q}_m + \frac{(k_i k_v + k_v s) k_p}{s} \Delta q_m, \quad (2.13)$$

wobei k_p die Proportionalverstärkung, k_i die Integralverstärkung und k_v die Differentialverstärkung ist. Als Differentialgleichung ergibt sich

$$\frac{d}{dt} i_q^d = k_i k_v \Delta \dot{q}_m + k_v \frac{d}{dt} \Delta \dot{q}_m + k_i k_v k_p \Delta q_m + k_v k_p \frac{d}{dt} \Delta q_m. \quad (2.14)$$

Um eine Zustandsraumdarstellung zu berechnen, wird Gleichung (2.14) integriert und es ergibt sich

$$i_q^d = k_i k_v \int \Delta \dot{q}_m + k_v \Delta \dot{q}_m + k_i k_v k_p \int \Delta q_m + k_v k_p \Delta q_m. \quad (2.15)$$

Es wird der Zustand $x = \int \Delta q_m$ eingeführt. Weiterhin gilt aus physikalischen Gründen $\frac{d}{dt} \Delta q_m = \Delta \dot{q}_m$ und somit $\Delta q_m = \int \Delta \dot{q}_m$. Dies ergibt die Differentialgleichung

$$i_q^d = k_i k_v \Delta q_m + k_v \Delta \dot{q}_m + k_i k_v k_p x + k_v k_p \Delta q_m. \quad (2.16)$$

Nun kann die Zustandsraumdarstellung der PPI-Kaskade zu

$$\dot{x} = 0x + [1 \ 0] \begin{bmatrix} \Delta q_m \\ \Delta \dot{q}_m \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

$$i_q^d = k_i k_v k_p x + [k_i k_v + k_v k_p \quad k_v] \begin{bmatrix} \Delta q_m \\ \Delta \dot{q}_m \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

angegeben werden.

Implementierung als PID-Regler

Eine alternative Implementierung des PPI-Reglers ist der PID-Regler, siehe Abbildung 2.5. Die Übertragungsfunktion des PID-Reglers, mit approximiertem D-Zweig, ist gegeben durch

$$\underline{G}_{PID}(s) = \frac{i_q^d}{\Delta q_m} = \bar{k}_p + \frac{\bar{k}_i}{s} + \frac{\bar{k}_v s}{T_d s + 1}, \quad (2.19)$$

mit den Umrechnungen $\bar{k}_p = k_v k_p + k_i k_p$, $\bar{k}_i = k_v k_p + k_i$ und $\bar{k}_v = k_v$. Der Reglereingang ist der Positionsfehler Δq_m und der Reglerausgang ist der Sollstrom i_q^d .

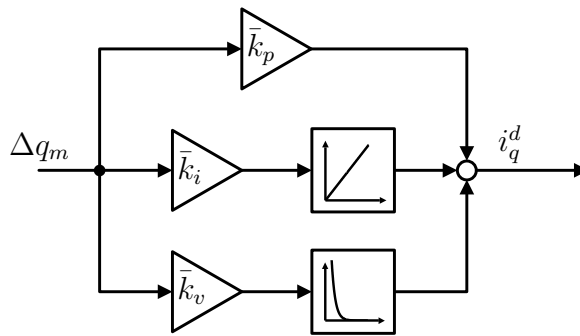


Abbildung 2.5: Blockdiagramm eines kontinuierlichen PID-Reglers mit approximiertem D-Zweig.

2.1.5 Lineare Servo-Modelle

In Abschnitt 2.1.1 wurden die nichtlinearen Differentialgleichungen des PMSMs vorgestellt. Unter geeigneten Annahmen können diese nichtlinearen Differentialgleichungen linearisiert werden. Für die Identifikation der Motorparameter und für die modellbasierte Regelung sind diese unterschiedlichen Modellierungsgrade von großer Bedeutung.

Stark vereinfachtes lineares Modell (Modellvorstellung III)

Das einfachste lineare Modell beschreibt den Motor durch einen konstanten k_T -Faktor und besteht somit nur aus dem mechanischen Regelkreis. Die elektrische Dynamik, bestehend aus Stromregler, PWM und Motor wird vernachlässigt, wie in Abbildung 2.6 zu erkennen ist.

Problemlos kann auch bei dieser einfachsten Modellvorstellung eine sinusförmige Momentenstörung hinzugefügt werden, um die Rippel zu simulieren.

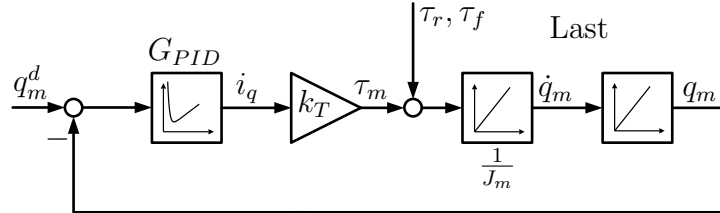


Abbildung 2.6: Sehr stark vereinfachter PMSM mit PID-Positionsregelung (Modellvorstellung III).

Lineares Modell mit elektrischer Dynamik (Modellvorstellung II)

Das Strukturbild der Modellvorstellung II (mittlere Abstraktionsebene) ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Zu erkennen sind ein innerer, elektrischer Regelkreis und ein äußerer, mechanischer Regelkreis. Die Modellvorstellung wird durch folgende Annahme realisiert.

Annahme 2.1 Das Entkopplungsnetzwerk kann im Vergleich zu Modellvorstellung I als ideal angenommen werden.

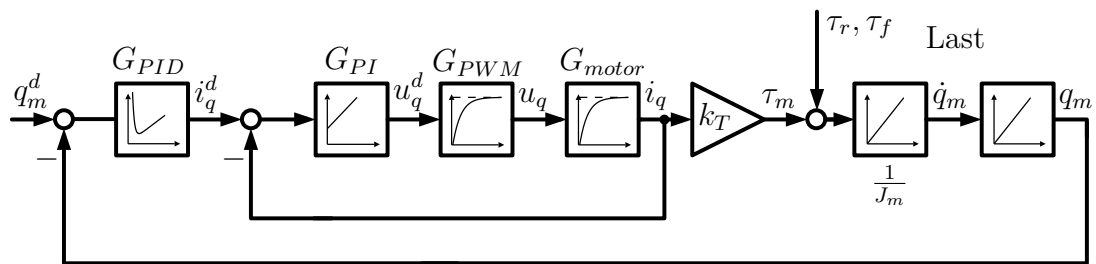


Abbildung 2.7: Linearer Motor mit elektrischer Dynamik und PID-Positionsregelung (Modellvorstellung II).

Diese Annahme hat zur Folge, dass $i_d = 0 \forall t$ ist. Die elektrische Dynamik des permanenterregten Synchronmotors degeneriert zur elektrischen Dynamik eines Gleichstrommotors. Die Übertragungsfunktion der elektrischen Dynamik ist gegeben durch

$$\underline{G}_{motor}(s) = \frac{i_q}{u_q} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + T_{motor}s}, \quad (2.20)$$

mit der elektrischen Motorzeitkonstante $T_{motor} = \frac{L}{R}$. Die Modellvorstellung der mittleren Abstraktionsebene hat keinen magnetischen Fluss und somit muss folgende Annahme getroffen werden.

Annahme 2.2 *Die Rippel können ursachenunabhängig als sinusförmige Momentenstörung mit*

$$\tau_r = \sum_{N=1}^{N^*} m_{d,N} \cos(Nq_m + \varphi_{d,N}) \quad (2.21)$$

modelliert werden.

Die Anzahl der Schwingungen pro Motorumdrehung ist N , die Amplitude der Störung m_d und die Phase der Störung ist φ_d .

Auswirkung der Momentenrippel auf die Motorgeschwindigkeit

Für diese Untersuchung wird die Modellvorstellung II verwendet. Die Auswirkung der Momentenrippel auf die Motorgeschwindigkeit kann über die Störübertragungsfunktion von Rippelmoment auf Motorgeschwindigkeit beschrieben werden. Die Störübertragungsfunktion \underline{G}_d wird durch die Gleichungen

$$\underline{G}_d = \frac{\dot{q}_m}{\tau_r} = \frac{G_2}{1 + \underline{G}_{PID} \underline{G}_{elec} \underline{G}_{mech,1} \underline{G}_{mech,2}}, \quad (2.22)$$

$$\underline{G}_{elec} = \frac{\dot{i}_q}{i_q^d} = \frac{\underline{G}_{PI} \underline{G}_{PWM} \underline{G}_{motor}}{1 + \underline{G}_{PI} \underline{G}_{PWM} \underline{G}_{motor}}, \quad (2.23)$$

$$\underline{G}_{mech,1} = \frac{\dot{q}_m}{\tau} = \frac{1}{J_m s}, \quad (2.24)$$

$$\underline{G}_{mech,2} = \frac{q_m}{\dot{q}_m} = \frac{1}{s} \quad (2.25)$$

beschrieben, wobei \underline{G}_{elec} die elektrische Dynamik und $\underline{G}_{mech,1}$, $\underline{G}_{mech,2}$ die mechanische Dynamik beschreiben. Die Störübertragungsfunktion wird mit Hilfe von Abbildung 2.7 bestimmt. Das Bode-Diagramm dieser Übertragungsfunktion ist in Abbildung 2.8 dargestellt. Anhand dieser linearen Analyse wird deutlich, weshalb es Drehzahlbereiche gibt, bei denen die Amplitude unterschiedlich stark am Ausgang des Systems sichtbar ist. Um den Resonanzbereich von $10Hz$ wird eine Schwingung am Ausgang am deutlichsten sichtbar sein.

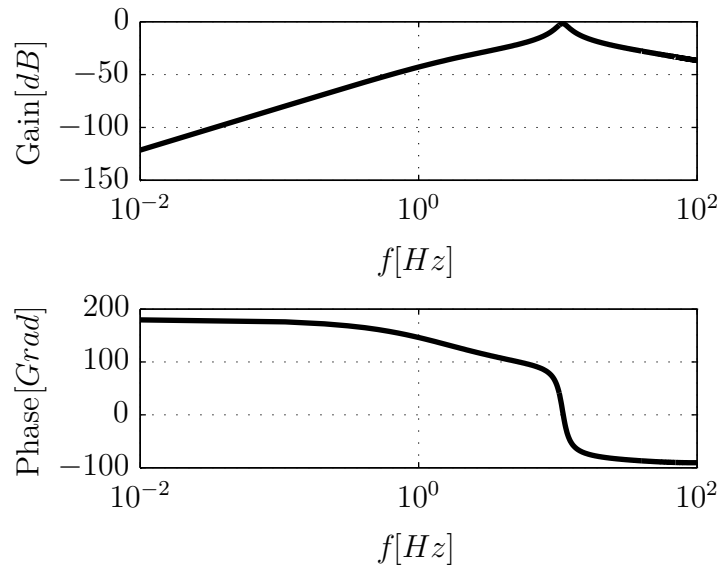


Abbildung 2.8: Bode-Diagramm der Störübertragungsfunktion G_d von Rippelmoment auf Istgeschwindigkeit.

2.2 Identifikation der Synchronmaschine

Verschiedene Parameter der Synchronmaschine müssen identifiziert werden, da sie im Datenblatt nicht, oder nur ungenau, angegeben sind. Diese Parameter beziehen sich auf die Reibung und die Momentenwelligkeit. Der k_T -Faktor, die Induktivität L und der elektrische Widerstand R können aus dem Datenblatt eines PMSMs entnommen werden.

2.2.1 Elektrische Dynamik

Zunächst wird untersucht, ob die elektrische Dynamik des Motors G_{elec} , Gleichung (2.24), vernachlässigt werden kann. Hierfür wird folgender Versuch durchgeführt: Der Motor wird ausschließlich mit einem Stromregelkreis betrieben und das Eingangssignal auf der Stromebene ist ein Chirpsignal der Form

$$i_q^d(t) = m \cos((\omega_0 + \kappa t)t). \quad (2.26)$$

Die Startfrequenz ist ω_0 und die Frequenz ist $\omega_0 + \kappa t$, welche linear mit κ ansteigt. Als Ausgangssignal wird der gemessene momentenbildende Strom i_q verwendet. Danach wird das Eingangssignal und das Ausgangssignal mit einer „fast Fourier transformation“ (FFT) in den Frequenzbereich transformiert. So kann der Fre-

quenzgang $\underline{G}_{elec}(j\omega) = \frac{i_q}{z_q}$ erstellt werden, siehe Abbildung 2.9.

Für die Positionsregelung des untersuchten Roboters spielt die elektrische Dynamik eine untergeordnete Rolle, denn bei geeignet gewählten Stromreglerparametern liegt die Bandbreite über $100Hz$. Für den Positionsregelkreis ist eine Bandbreite von $50Hz$ ausreichend. Der große Abfall in der Phase ist durch eine Totzeit in der Messtechnik zu begründen, die jedoch für den Stromregler nicht existent ist.

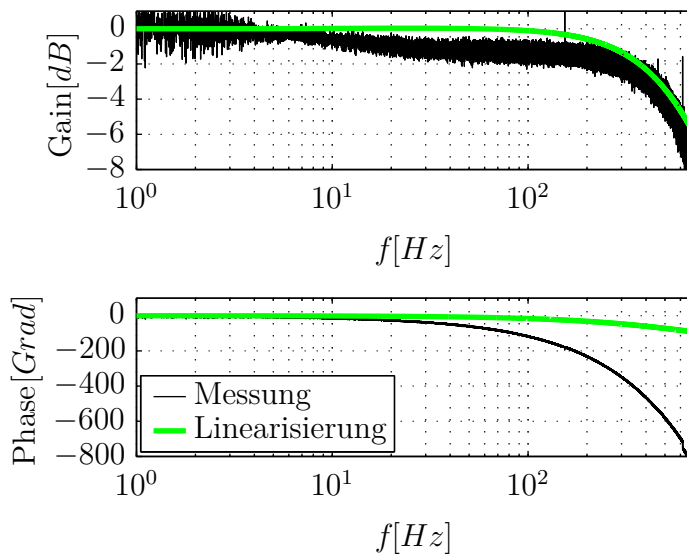


Abbildung 2.9: Bode-Diagramm der identifizierten elektrischen Dynamik.

2.2.2 Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm

Das Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm zeigt die Amplitude der Schwingung und wie oft die Schwingung pro Motorumdrehung auftritt, siehe Abbildung 2.10. Das Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm wird mit Messdaten eines Versuches erzeugt, bei dem der Motor positionsgeregelt aus der Ruhe auf eine konstante Geschwindigkeit beschleunigt und wieder abgebremst wird.

Es wird ein Bereich mit quasi konstanter Geschwindigkeit ausgewählt, verdeutlicht durch den grünen Rahmen. Es ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeit mit Schwingungen überlagert ist. Dieser Versuch wird für beliebig viele quasi Konstantfahrten wiederholt.

Von der Schwingung, die während der Konstantfahrt auftritt, wird der Mittelwert subtrahiert, um das Ergebnis anschließend mit einer Fourier Analyse zu

untersuchen. Die Fourier Analyse kann dabei zeitbasiert oder positionsbasiert durchgeführt werden. Bei einer positionsbasierten Analyse müssen die Geschwindigkeitsdaten uminterpoliert werden, da sie positionsbezogen nicht äquidistant sind. Die positionsbasierte Fourier Analyse hat den Vorteil, dass sie direkt die Anzahl der Schwingungen pro Motorumdrehung N zurückliefert. Die Störung wird nach Gleichung (2.21) modelliert. Auswertungen haben gezeigt, dass die Peaks bei einer positionsbasierten Analyse schärfer sind als bei einer zeitbasierten Analyse.

Das Ergebnis der FFT ist ein Frequenzspektrum mit charakteristischen Peaks. Die Höhe der Peaks repräsentiert die Amplituden der Schwingungen.

Aus dem Spektrum werden nun die N^* höchsten Peaks gesucht. Diese lokalen Maxima werden in das Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm eingetragen. Die unterschiedlichen Farben kennzeichnen die unterschiedlichen, ganzzahligen Harmonischen. Zu beachten ist, dass die Amplitude der Drehzahlschwingung (Rippelamplitude) die gleiche Einheit hat wie die Drehzahl selbst. Aufgrund des Übertragungsverhaltens des geregelten Motors, siehe Abbildung 2.8, sind unterschiedliche Rippel bei unterschiedlichen Drehzahlen sichtbar.

2.2.3 Auswirkungen der Momentenrippel bei unterschiedlichen Modellvorstellungen

In Abschnitt 2.1 wurden drei verschiedene Abstraktionsebenen für den permanentenregten Synchronmotor beschrieben. Nun wird analysiert, welche Modellvorstellung eines permanentenregten Synchronmotors für diese Untersuchungen sinnvoll ist. Das Modell ist so genau wie nötig und dabei so einfach wie möglich zu wählen.

Die Amplitude des Drehzahlrippels $|\Delta\dot{q}_m|$ ist in Abbildung 2.11 bei verschiedenen Drehzahlen dargestellt. Die Abbildung zeigt, dass die Amplitude des Rippels geringfügig größer wird, umso genauer der Motor modelliert ist. Die Frequenzen verändern sich nicht, was Annahme 2.1 rechtfertigt. Gleiches Verhalten ist in Abbildung 2.12 zu erkennen, bei der die Amplitude des Stromrippels über der Drehzahl aufgetragen ist. Es ist sinnvoll beide Diagramme zu untersuchen, da nur so das Verhalten von Eingang (Strom) zu Ausgang (Drehzahl) untersucht werden kann.

Da sich die Form der Peaks kaum ändert, kann mit einer Erhöhung der Rippelamplitude, bei der niedrigsten Abstraktionsebene (Modellvorstellung III) ein ähnliches Verhalten erzeugt werden wie bei den anderen Modellvorstellungen.

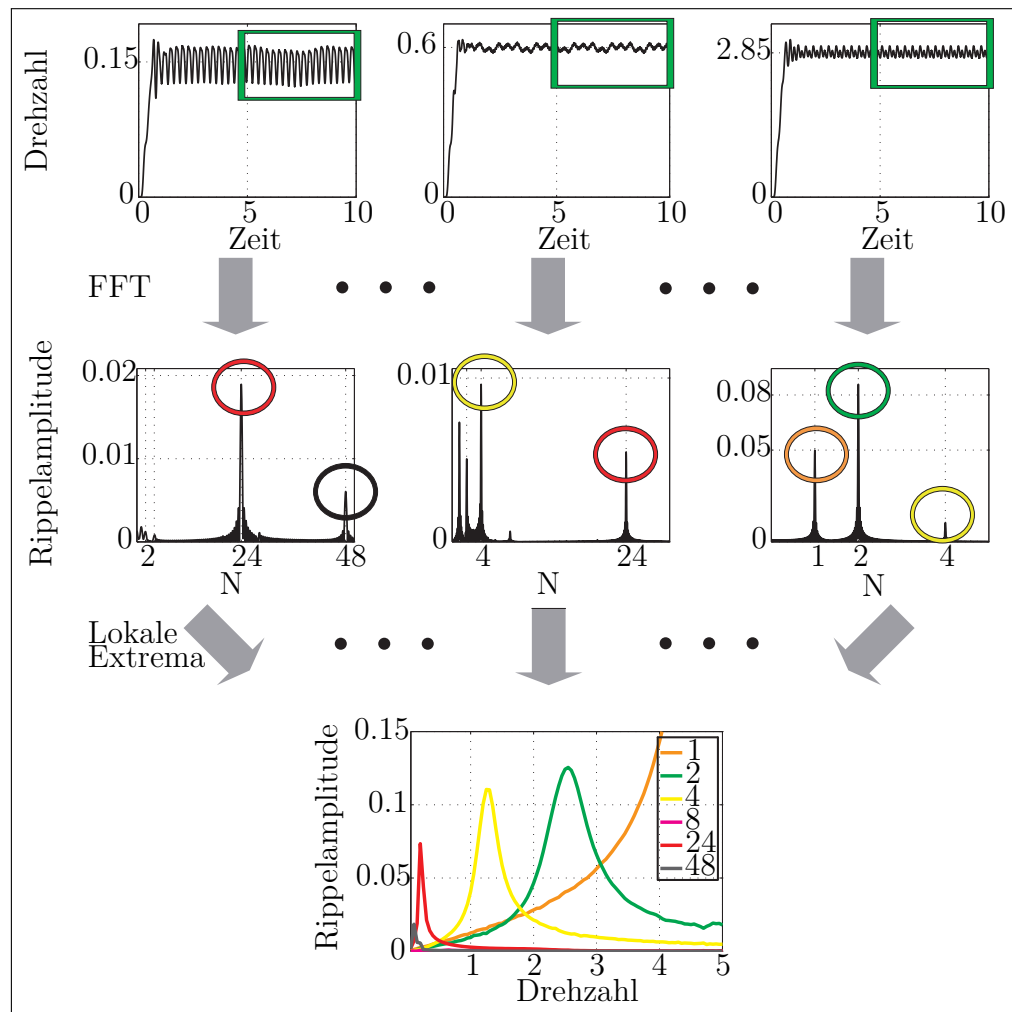


Abbildung 2.10: Graphische Illustration zur Konstruktion des Rippelamplituden-Drehzahl Diagramms.

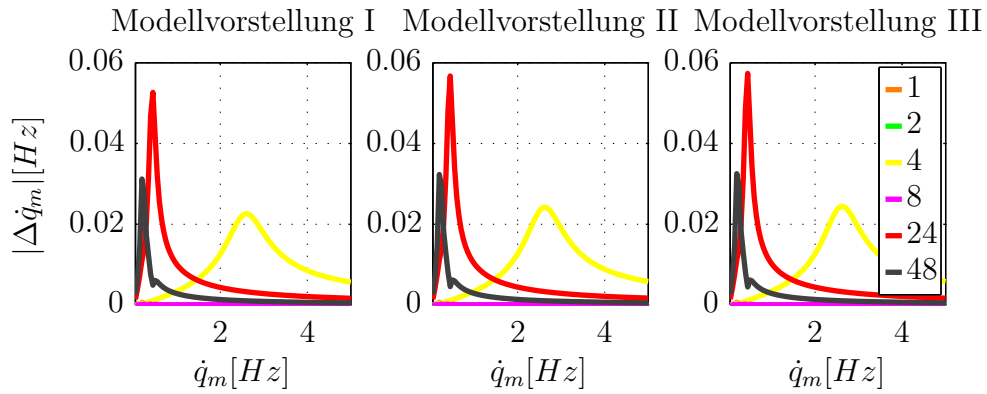


Abbildung 2.11: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramme für unterschiedliche Abstraktionsebenen mit der Analyse des Rippels auf dem Drehzahl-signal.

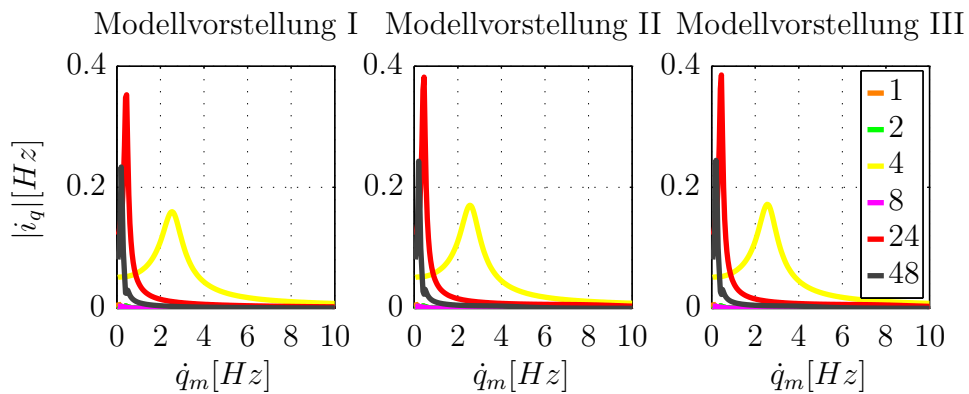


Abbildung 2.12: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramme für unterschiedliche Abstraktionsebenen mit der Analyse des Rippels auf dem Strom-signal.

2.2.4 Identifikation der Momentenrippel

Um die Momentenrippel eindeutig beschreiben zu können, müssen die Amplituden, Frequenzen und Phasen der Harmonischen bestimmt werden. Dies kann sowohl mit Positionsregler (closed-loop), als auch ohne Positionsregler (open-loop) durchgeführt werden.

Ein open-loop Verfahren hat den Vorteil, dass der Positions-Drehzahlregler die Momentenwelligkeit nicht beeinflusst. Der Motor ist jedoch ein grenzstabiles System (Doppelintegrator). Dies hat zur Folge, dass sich keine Konstantdrehzahl einstellen lässt.

Aufgrund der Gewichtskraft ist eine open-loop Analyse am Roboter noch schwieriger, da das open-loop System instabil ist. Infolgedessen wird in dieser Arbeit eine Methode beschrieben, bei der mit Positions- und Drehzahlregler die Momentenrippel bestimmt werden.

Bestimmung der Frequenz

Mathematisch korrekt wird nicht die Frequenz des Rippels bestimmt, sondern wie oft das Rippel pro Motorumdrehung auftritt. Dies wird durch den Parameter N beschrieben, der direkt aus dem Frequenzspektrum des Stromsignals oder des Drehzahlsignals abgelesen wird. Hierfür ist das komplexe Stromsignal im Frequenzbereich gegeben durch

$$\underline{i}_q = \sum_{i=1}^n i_q e^{-j2\pi(k-1)\left(\frac{i-1}{n}\right)} \quad k = 1, \dots, n, \quad (2.27)$$

mit dem diskreten Stromsignal im Zeitbereich i_q mit der Länge n . Versuche haben gezeigt, dass der Parameter N eine natürliche Zahl ist, siehe Abbildung 2.10. Hierbei spielt es keine Rolle, ob die Identifikationsfahrten mit oder ohne Drehzahlregler durchgeführt werden.

Bestimmung der Amplitude

Die Amplituden der Rippel können gleichermaßen aus dem Frequenzspektrum abgelesen werden. Aus Abbildung 2.13 wird deutlich, dass für kleine Frequenzen, also kleine Motordrehzahlen, das Störmoment dem Stromsignal in der Amplitude entspricht. So kann closed-loop die Amplitude des Momentenrippels nach

$$m_{d,N} = k_T \sqrt{\Im \left\{ \underline{i}_q(k=N) \right\}^2 + \Re \left\{ \underline{i}_q(k=N) \right\}^2} \quad (2.28)$$

bestimmt werden.

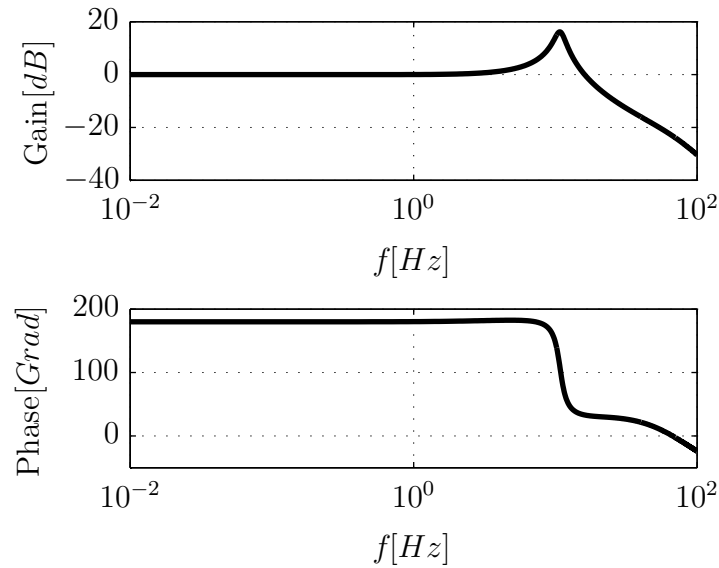


Abbildung 2.13: Bode-Diagramm von Rippelmoment auf Strom.

Bestimmung der Phase

Die Bestimmung der Phase wird auch bei kleinen Drehzahlen auf Basis des Stromsignals realisiert. Wird die Phase des Rippels mit dem Stromsignal berechnet, muss sie um 180 Grad verschoben werden, siehe Abbildung 2.13. Die Phase einer Harmonischen wird bestimmt, indem die Spitze eines Peaks im Frequenzspektrum gesucht wird, siehe Abbildung 2.10. Die komplexe Zahl $\underline{i}_q(k = N)$ repräsentiert die Phase und Amplitude einer harmonischen Schwingung. Mit einer winkelbasierten FFT gilt für die Phase einer beliebigen harmonischen Schwingung

$$\varphi_{d,N} = \arctan \left(\frac{\Im \{ \underline{i}_q(k = N) \}}{\Re \{ \underline{i}_q(k = N) \}} \right). \quad (2.29)$$

Dabei ist von großer Wichtigkeit, dass die Phasenanalyse immer nach der gleichen Anzahl von Motorumdrehungen durchgeführt wird, da sonst die Phase der Schwingung völlig verfälscht wird.

Bewertung der Rippelidentifikation und Verwendbarkeit

Die Frequenzen der Rippel werden mit der beschriebenen Methode sehr genau bestimmt. Die Amplituden der Schwingung werden durch sehr langsames Fahren aus dem Stromsignal gewonnen. Die Parameterfehler liegen zwischen 10% und

30%.

Am schwierigsten zu identifizieren ist die Phase der Schwingung, denn die Schwingungen sind bei kleinen Drehzahlen recht klein und das Stromsignal ist zudem verrauscht. Erschwerend kommt hinzu, dass es einige harmonische Schwingungen gibt, deren Phasen mit nur einem Messsignal bestimmt werden.

Die Parameter der Motorenrippel können anhand dieser Identifikationsmethode ausreichend genau bestimmt werden, um sie z.B. in einer rudimentären Rippelvorsteuerung zu verwenden.

2.2.5 Reibkennlinie

Für die Bestimmung der Reibkennlinie wird angenommen, dass das Reibmoment

$$\tau_f = f(\dot{q}_m(t), T) \quad (2.30)$$

eine Funktion der Drehzahl \dot{q}_m und der Temperatur T ist. Die Reibkennlinie wird identifiziert, indem der Motor bei konstanter Geschwindigkeit betrieben wird. Es stellt sich dabei ein konstanter Strom ein. Dieser Konstantstrom wird als Reibung bezeichnet und über den verschiedenen Konstantdrehzahlen aufgezeichnet, wie in Abbildung 2.14 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass sich die Reibkennlinie im Bereich von 32°C bis 62°C kaum verändert, wenn die Motortemperatur variiert wird.

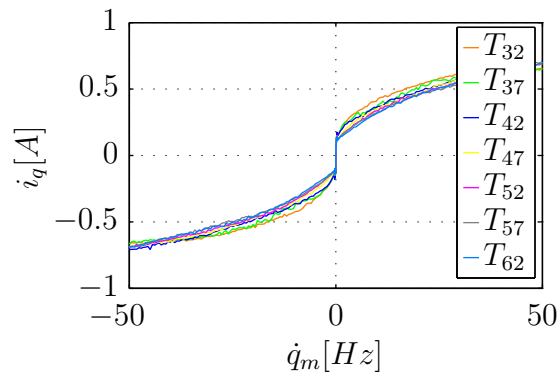


Abbildung 2.14: Gemessene Reibkennlinien des Motors bei unterschiedlichen Temperaturen.

2.3 Verifikation des Motormodells durch Zeitsimulationen

Als Simulationsumgebung wird in dieser Arbeit die Dymola/Modelica Umgebung verwendet. Modelica ist eine freie Sprache, die objektorientiert aufgebaut ist und Dymola ist eine kommerzielle Simulationsumgebung. Die Systemgleichungen werden als Differentialgleichungen angegeben, siehe [Til01] und [Ott94].

In diesem Abschnitt werden Vergleiche von Simulationsdaten und Messdaten angeführt, um die Genauigkeit der Modelle zu überprüfen.

2.3.1 Auswirkungen der Rippel bei Konstantfahrten

Um den Vergleich zwischen Messungen und Simulationen durchzuführen, wird die Modellvorstellung II aus Abbildung 2.7 für den Servomotor verwendet. Abbildung 2.15 zeigt Rippelamplituden-Drehzahl Diagramme vom Strom i_q und von der Drehzahl \dot{q}_m , welche mit Messsignalen vom Motorprüfstand erzeugt wurden. Dieses Diagramm weist eine sehr gute Übereinstimmung mit den Diagrammen von Abbildung 2.11 und 2.12 auf, welche mit Simulationsdaten erzeugt wurden. Demzufolge ist Annahme 2.2 gerechtfertigt, denn die Amplituden und Frequenzen der Schwingungen stimmen ausreichend gut überein.

Die Theorie besagt, dass die Auswirkung des Momentenrippels auf den Ausgang mit der Störübertragungsfunktion analysiert werden kann. Dies wird ebenfalls durch das Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm 2.15 gezeigt. Es weist eine charakteristische Resonanzüberhöhung auf, wie im Bode-Diagramm 2.8 prognostiziert.

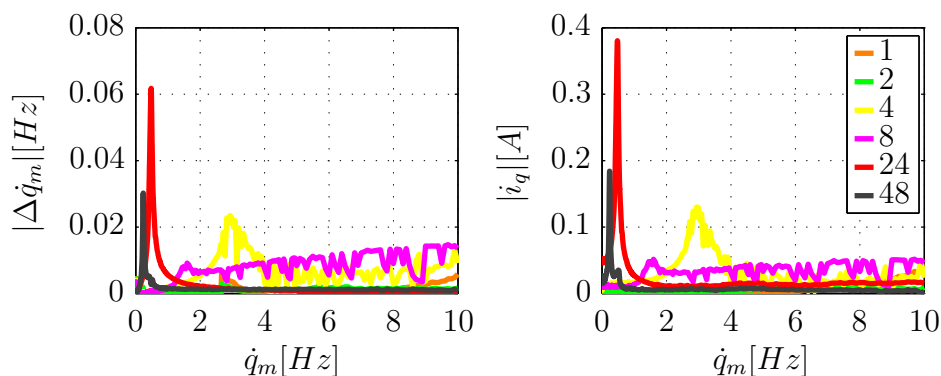


Abbildung 2.15: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm erzeugt mit experimentellen Daten. Das Stromsignal und das Drehzahlsignal werden analysiert.

2.3.2 Verhalten des PMSMs nach einem Führungssprung

In den vorangehenden Kapiteln wurde die Störunterdrückung des geregelten PMSMs während Konstantfahrten bewertet. Gleichmaßen wichtig ist das Führungsverhalten des Motors. Abbildung 2.16 zeigt das Ergebnis einer Zeitsimulation und eines Experiments nach einem Sprung auf der Sollgeschwindigkeit.

Die Simulationsergebnisse stimmen im transienten Vorgang, wie auch im eingeschwungenen Zustand, gut mit den experimentellen Daten überein. Beim transienten Vorgang spielt vor allem die Motordynamik die entscheidende Rolle und im eingeschwungenen Zustand müssen die Rippel richtig identifiziert sein. Im eingeschwungenen Zustand ist im Stromsignal i_q ein kleiner Offset zu erkennen, was im Modell durch Reibung erreicht wird.

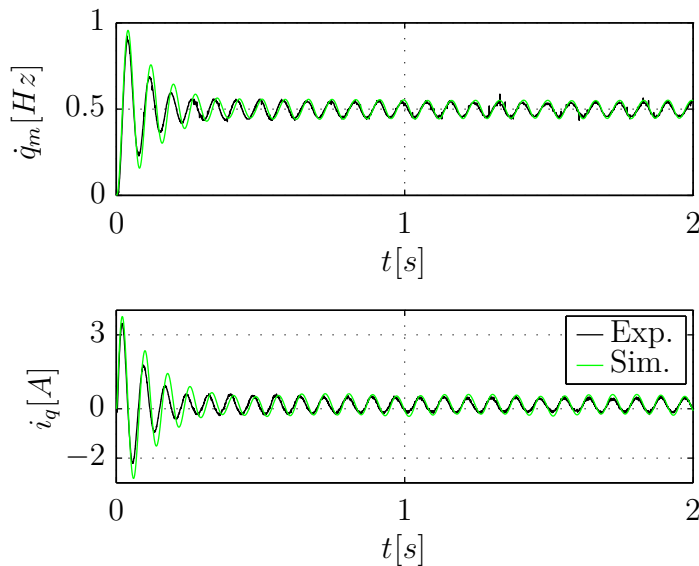


Abbildung 2.16: Vergleich von Daten einer Zeitsimulation und Daten eines Experimentes, welche sich nach einem Führungssprung auf der Sollgeschwindigkeit ergeben.

In diesem Abschnitt wurden unterschiedlich stark abstrahierte Modelle eines geregelten permanentenerregten Synchronmotors hergeleitet. Es hat sich herausgestellt, dass die einfachste Modellvorstellung ausreichend ist, um die Problematik der sinusförmigen Störungen zu untersuchen. Diese Motormodelle werden in den folgenden Kapiteln benötigt, um die adaptiven Algorithmen in einer Zeitsimulation zu erproben. Weiterhin werden die Modelle dazu verwendet, um die Motoren des Roboters zu realisieren. Die Herleitung der Roboterdynamik wird im nächsten Kapitel behandelt.

3 Mehrkörperdynamik eines Roboters mit elastischen Gelenken

Um modellbasierte Regelungstechnik betreiben zu können, müssen Modelle für die Reglerauslegung und die Simulation am Rechner entwickelt werden. In Abschnitt 3.1 werden die Bewegungsgleichungen des RLEJ-Roboters nach Lagrange entwickelt. Für eine genauere Herleitung der Roboterdynamik sind die Referenzen [PR87], [Pfe89], [SE04], [SV89] und [WSB96] angegeben. Sie beschreiben, wie die Systemgleichungen eines Roboters mit elastischen Gelenken berechnet werden. In Abschnitt 3.2 wird näher auf die Modellierung eines Zykloidengetriebes eingegangen. Die wichtigsten Merkmale sind die Elastizität des Getriebes und die nicht ideale Getriebeübersetzung.

Die Modelle des Roboters werden in Abschnitt 3.3 am Roboterprüfstand identifiziert und mit Simulationsergebnissen verifiziert.

3.1 Bewegungsgleichungen nach Lagrange

Es gibt verschiedene Möglichkeiten die Bewegungsgleichungen des RLEJ-Roboters aufzustellen, wie z.B. den Newton-Euler Formalismus, die Projektionsmethode oder die Methode nach Lagrange 2. Art. Die Bewegungsgleichungen werden nach Lagrange aufgestellt und im Folgenden kurz erläutert.

Der Vektor der verallgemeinerten Koordinaten, welches die Achspositionen sind, ist gegeben durch $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_a \ \mathbf{q}_m^t]$ mit $\mathbf{q}_a = [q_{a,1} \ \dots \ q_{a,6}]$ und $\mathbf{q}_m^t = [q_{m,1}^t \ \dots \ q_{m,6}^t]$. Der Zahlenindex repräsentiert die jeweilige Roboterachse, wie in Abbildung 3.1 dargestellt.

Die Motorgrößen $J_m^t = u_0^2 J_m$, $q_m^t = \frac{q_m}{u_0}$ und $\tau^t = u_0 \tau$ werden mit der idealen Getriebeübersetzung u_0 auf den Abtrieb transformiert. Die Lagrange Funktion ist gegeben durch

$$\mathcal{L} = \mathcal{T}(\dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}) - \mathcal{U}(\mathbf{q}), \quad (3.1)$$

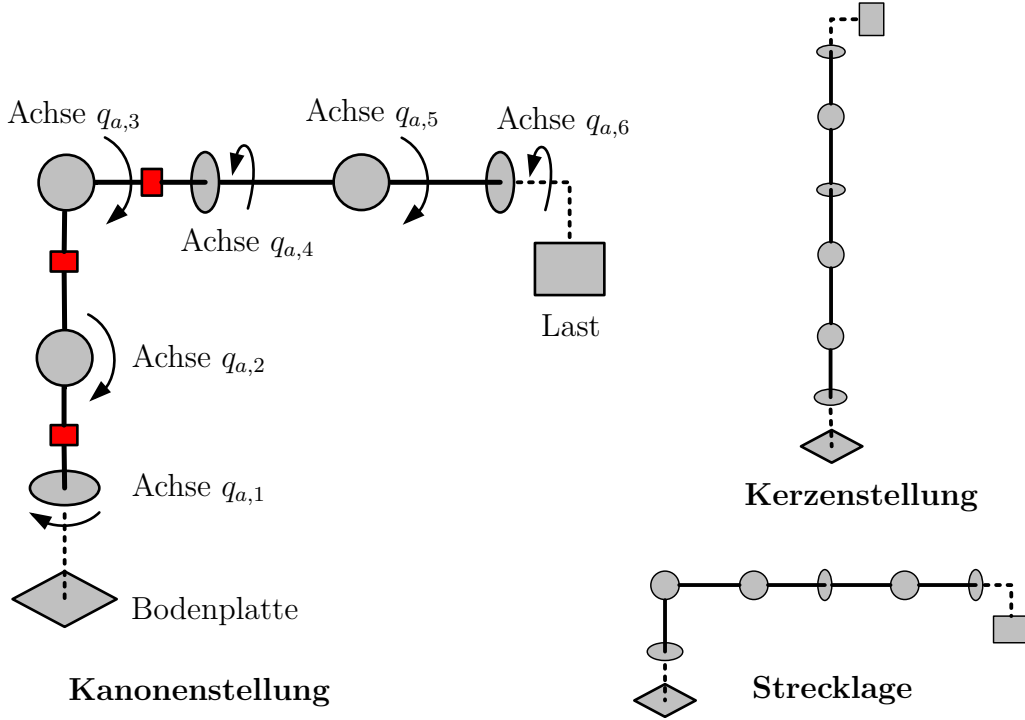


Abbildung 3.1: Kinematik des betrachteten Roboters. Die Pfeile beschreiben die positive Drehrichtung. Der Roboter ist dargestellt in Kanonenstellung mit $\mathbf{q}_a = [0^\circ \ -90^\circ \ 90^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$. Für Kerzenstellung gilt $\mathbf{q}_a = [0^\circ \ -90^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$ und für Strecklage gilt $\mathbf{q}_a = [0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$. Die roten Kästen stellen externe Drehratensensoren dar.

mit der kinetischen Energie \mathcal{T} und der potentiellen Energie \mathcal{U} . Die Lagrange Gleichungen 2. Art sind gegeben durch

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{f}, \quad (3.2)$$

womit die Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems (MKSS) beschrieben sind und \mathbf{f} der Vektor der generalisierten eingprägten Kräfte ist.

3.1.1 Kinetische Energie der Glieder

Die kinetische Energie der Glieder ist gegeben durch

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n m_j ({}^0 \dot{\mathbf{r}}_{j,C})^T {}^0 \dot{\mathbf{r}}_{j,C} + ({}^j \boldsymbol{\omega}_j)^T \mathbf{J}_j {}^j \boldsymbol{\omega}_j, \quad (3.3)$$

mit der Masse des j . Gliedes m_j , dem Ortsvektor des Massenmittelpunktes eines Gliedes dargestellt im Inertialsystem ${}^0\mathbf{r}_{j,C}$, der Winkelgeschwindigkeit ${}^j\boldsymbol{\omega}_j$ des j . Gliedes dargestellt im körperfesten Koordinatensystem j und den Trägheitstensoren ${}^j\mathbf{J}_j$, ebenfalls dargestellt im körperfesten Koordinatensystem j . Die kinetische Energie setzt sich aus einem translatorischen und einem rotatorischen Teil zusammen.

3.1.2 Potentielle Energie der Glieder

Die potentielle Energie der Glieder ist gegeben durch

$$\mathcal{U}_l = \sum_{j=1}^n m_j \mathbf{g}^{T0} \mathbf{r}_{j,C}, \quad (3.4)$$

mit der Masse des j . Gliedes m_j , dem Ortsvektor des Massenmittelpunktes eines Gliedes, dargestellt im Inertialsystem ${}^0\mathbf{r}_{j,C}$ und der Gravitationsbeschleunigung $\mathbf{g} = [0 \ 0 \ g]^T$. Eine weitere potentielle Energie kommt von den elastischen Gelenken des Roboters, gegeben durch

$$\mathcal{U}_f = -\frac{1}{2} (\mathbf{q}_m^t - \mathbf{q}_a)^T \mathbf{K} (\mathbf{q}_m^t - \mathbf{q}_a), \quad (3.5)$$

mit der diagonalen Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} , den motorseitigen Positionen \mathbf{q}_m^t und den abtriebsseitigen Positionen \mathbf{q}_a . Die gesamte potentielle Energie ergibt sich zu $\mathcal{U} = \mathcal{U}_l + \mathcal{U}_f$.

3.1.3 Dissipationsarbeit

Die Gelenke des Roboters sind nicht ideal (z.B. Reibung) und deshalb wird in den Gelenken Energie in Wärme umgewandelt. Dies wird als Dämpferelement modelliert und die Dissipationsarbeit ist gegeben durch

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{q}}_m^t - \dot{\mathbf{q}}_a)^T \mathbf{D} (\dot{\mathbf{q}}_m^t - \dot{\mathbf{q}}_a), \quad (3.6)$$

mit der Dämpfungsmatrix \mathbf{D} .

3.1.4 Bewegungsgleichungen nach Lagrange 2. Art

Die Bewegungsgleichungen lassen sich nach Lagrange, unter der Verwendung des Prinzips von d'Alembert, zu

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{T}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial \mathcal{T}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial \mathcal{U}(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} + \frac{\partial \mathcal{F}(\dot{\mathbf{q}})}{\partial \dot{\mathbf{q}}} = \boldsymbol{\tau}^t \quad (3.7)$$

aufstellen. Für den elastischen Roboter erhält man durch Auswertung der Lagrange Gleichung die Bewegungsgleichung des Mehrkörpersystems zu

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_a)\ddot{\mathbf{q}}_a + \mathbf{c}(\mathbf{q}_a, \dot{\mathbf{q}}_a) + \mathbf{g}^*(\mathbf{q}_a) = \mathbf{K}(\mathbf{q}_m^t - \mathbf{q}_a) + \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}_m^t - \dot{\mathbf{q}}_a), \quad (3.8)$$

$$\mathbf{J}_m^t \ddot{\mathbf{q}}_m^t + \mathbf{K}(\mathbf{q}_m^t - \mathbf{q}_a) + \mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}_m^t - \dot{\mathbf{q}}_a) = \boldsymbol{\tau}^t, \quad (3.9)$$

mit der Massenmatrix \mathbf{M} , dem Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte \mathbf{c} , dem Gewichtskraftvektor \mathbf{g}^* , der Diagonalmatrix der Rotorträgheiten \mathbf{J}_m^t und den Motormomenten $\boldsymbol{\tau}^t$.

Spezialfall Achse 1

Es werden Teilsysteme des Roboters in Zustandsraumdarstellung hergeleitet. Mit diesen Systemen können Regler, Adaption und Beobachter ausgelegt werden. Die Gleichungen des kompletten RLEJ-Roboters sind dafür oft zu komplex. Achse 1 und Achse 2/3 können aufgrund der Roboterdynamik, die eine entkoppelte Massenmatrix hat, getrennt betrachtet werden.

Die Elastizität des Getriebes wird durch ein Feder-Dämpfer Element abgebildet, was auf die Gleichungen eines Zweimassenschwingers (ZMSs) führt. Die Differentialgleichungen eines idealen, linearen ZMSs sind gegeben durch

$$J_a \ddot{q}_a + c(q_a - q_m^t) + d(\dot{q}_a - \dot{q}_m^t) = 0, \quad (3.10)$$

$$J_m^t \ddot{q}_m^t - c(q_a - q_m^t) - d(\dot{q}_a - \dot{q}_m^t) = \tau^t. \quad (3.11)$$

Für die abtriebsseitige Trägheit gilt $J_a = \mathbf{M}_{(1,1)}$. Für regelungstechnische Betrachtungen ist eine Transformation in Zustandsraumdarstellung mit den Zuständen $\mathbf{x} = [q_a \ \dot{q}_a \ q_m^t \ \dot{q}_m^t]^T$ nützlich. Die Zustandsraumdarstellung ist gegeben durch

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{J_a} & -\frac{d}{J_a} & \frac{c}{J_a} & \frac{d}{J_a} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c}{J_m^t} & \frac{d}{J_m^t} & -\frac{c}{J_m^t} & -\frac{d}{J_m^t} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_m^t} \end{bmatrix} \tau^t, \quad (3.12)$$

$$q_m^t = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \mathbf{x}. \quad (3.13)$$

Das System wird mit diesem Ausgangsvektor mit einem „single-input single-output“ (SISO)-PID-Regler betrieben. Wird das System mit einer PPI-Kaskade (zwei Eingänge, ein Ausgang) betrieben, ergibt sich für die Ausgangsgleichung der Strecke

$$\begin{bmatrix} q_m^t \\ \dot{q}_m^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \quad (3.14)$$

Spezialfall Achse 2/3

Die Zustandsraumdarstellung dieses Mehrgrößensystems ist gegeben durch

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{22}(\mathbf{M}) & \mathbf{A}_{23}(\mathbf{M}) \\ \mathbf{A}_{32}(\mathbf{M}) & \mathbf{A}_{33}(\mathbf{M}) \end{bmatrix} \mathbf{x} + \mathbf{B}\boldsymbol{\tau}^t + \tilde{\mathbf{C}}, \quad (3.15)$$

$$\mathbf{q}_m^t = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (3.16)$$

in den Zuständen $\mathbf{x} = [q_{a,2} \ \dot{q}_{a,2} \ q_{m,2}^t \ \dot{q}_{m,2}^t \ q_{a,3} \ \dot{q}_{a,3} \ q_{m,3}^t \ \dot{q}_{m,3}^t]^T$. Die Teilmatrizen der parametervarianten Systemmatrix sind gegeben durch

$$\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -c_2\mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} & -d_2\mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} & c_2\mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} & d_2\mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_2}{J_{m,2}^t} & \frac{d_2}{J_{m,2}^t} & -\frac{c_2}{J_{m,2}^t} & -\frac{d_2}{J_{m,2}^t} \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

$$\mathbf{A}_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_3\mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} & -d_3\mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} & c_3\mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} & d_3\mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

$$\mathbf{A}_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2\mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} & -d_2\mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} & c_2\mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} & d_2\mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

$$\mathbf{A}_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -c_3\mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} & -d_3\mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} & c_3\mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} & d_3\mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_3}{J_{m,3}^t} & \frac{d_3}{J_{m,3}^t} & -\frac{c_3}{J_{m,3}^t} & -\frac{d_3}{J_{m,3}^t} \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

die von der Massenmatrix \mathbf{M} abhängen. Die Notation wird durch $\mathbf{M}_{(i,j)}^{-1} = (\mathbf{M}^{-1})_{(i,j)}$ vereinfacht, was bedeutet, dass \mathbf{M} zuerst invertiert und danach indiziert wird. Die Eingangsmatrix ist gegeben durch

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{m,2}^t} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{m,3}^t} \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

und die Ausgangsmatrix ist gegeben durch

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Der Vektor der Nichtlinearitäten aus der Roboterdynamik ist gegeben durch

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_{(2,:)}^{-1} (-\mathbf{c}(\mathbf{q}_a, \dot{\mathbf{q}}_a) - \mathbf{g}^*(\mathbf{q}_a)) \\ \mathbf{0} \\ 0 \\ \mathbf{M}_{(3,:)}^{-1} (-\mathbf{c}(\mathbf{q}_a, \dot{\mathbf{q}}_a) - \mathbf{g}^*(\mathbf{q}_a)) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

3.2 Modellierung eines Zykloidengetriebes mit einer nicht idealen Übersetzung

Viele Roboter haben ein Getriebe mit einem großen Übersetzungsverhältnis. Nur so können die sehr schnell drehenden Synchronmotoren verwendet werden, die ein kleines Drehmoment besitzen. Am häufigsten werden Zykloidengetriebe, siehe [Sum96], oder Harmonic Drive Getriebe, siehe [Har11], verwendet.

Die Bauarten dieser Getriebe sind sehr komplex und können nur mit finiten Elementen genau modelliert werden. Diese Modellvorstellung ist jedoch für die Reglerauslegung ungeeignet, da sehr viel Rechenzeit benötigt wird und die Modelle zu komplex sind.

Aus diesem Grund werden Ersatzmodelle entwickelt, die das Systemverhalten in ausreichend genauem Maße abbilden, siehe Abbildung 3.2.

Als Getriebeübersetzung u wird eine vom Abtriebswinkel \tilde{q}_m abhängige sinusförmige Funktion gewählt, die durch

$$\begin{aligned} u(\tilde{q}_m) &= u_0 + \sum_{N=1}^{N^*} m_{d,N} \cos(N\tilde{q}_m + \varphi_{d,N}) \\ &= u_0 + u_R \end{aligned} \quad (3.24)$$

gegeben ist, mit der idealen Übersetzung u_0 und mit der Amplitude m_d . Der Parameter N beschreibt, wie oft das Rippel pro Motorumdrehung auftritt und mit dem Parameter φ_d kann ein Drehwinkeloffset für die Übersetzungsschwankung berücksichtigt werden. Die kinematische Zwangsbedingung für die Geschwindigkeitsebene ist durch

$$\dot{q}_m = u(\tilde{q}_m) \dot{\tilde{q}}_m \quad (3.25)$$

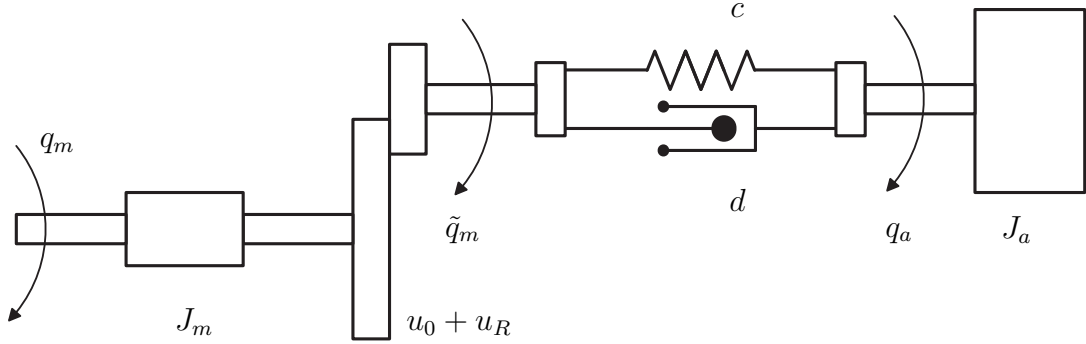


Abbildung 3.2: Zykloidengetriebe modelliert als Zweimassenschwinger mit einer nicht idealen Übersetzung.

gegeben. Durch die Integration von Gleichung (3.25) folgt für die Position

$$\begin{aligned} q_m(\tilde{q}_m) &= u_0 \tilde{q}_m + \sum_{N=1}^{N^*} \frac{m_{d,N}}{N} \sin(N \tilde{q}_m + \varphi_{d,N}) + u_C \\ &= u_0 \tilde{q}_m + q_R(\tilde{q}_m), \end{aligned} \quad (3.26)$$

wobei q_R als zustandsabhängige Störung interpretiert wird und u_C eine Integrationskonstante ist. Die Herleitung

$$\begin{aligned} \dot{q}_m &= u(\tilde{q}_m) \dot{\tilde{q}}_m \\ &= (u_0 + u_R) \dot{\tilde{q}}_m \\ &= u_0 \dot{\tilde{q}}_m + u_R \dot{\tilde{q}}_m \\ &= u_0 \dot{\tilde{q}}_m + \frac{dq_R}{d\tilde{q}_m} \dot{\tilde{q}}_m \\ &= u_0 \dot{\tilde{q}}_m + \frac{dq_R}{d\tilde{q}_m} \frac{d\tilde{q}_m}{dt} \\ &= u_0 \dot{\tilde{q}}_m + \dot{q}_R \end{aligned} \quad (3.27)$$

zeigt, dass sich eine zustandsabhängige Störung auch auf der Geschwindigkeitsebene ergibt.

3.2.1 Geschlossene Darstellung von Achse 1

Die nichtlinearen Zustandsraummodelle von Achse 1 und Achse 2/3 werden für den Beobachterentwurf, siehe Kapitel 4, benötigt. Zuerst werden die Differentialgleichungen für Achse 1 mit einer nicht idealen Übersetzung in einer nichtlinearen Differentialgleichung angegeben, um sie später auf Zustandsraumdarstellung zu transformieren.

Nichtlineare Differentialgleichung

Die Drehungleichförmigkeit u wird in die Differentialgleichungen des Zweimasenschwingers eingesetzt. Das Resultat ist eine geschlossene nichtlineare Differentialgleichung, welche durch

$$J_a \ddot{q}_a + c(q_a - \tilde{q}_m) + d(\dot{q}_a - \dot{\tilde{q}}_m) = 0, \quad (3.28)$$

$$u J_m \ddot{q}_m - c(q_a - \tilde{q}_m) - d(\dot{q}_a - \dot{\tilde{q}}_m) = \tau u \quad (3.29)$$

gegeben ist. Durch Umformen der Geschwindigkeitsgleichung (3.27) zu $\tilde{q}_m = \frac{q_m - q_R}{u_0}$ und der Positionsgleichung (3.26) zu $\dot{\tilde{q}}_m = \frac{\dot{q}_m - \dot{q}_R}{u_0}$ ergibt sich

$$J_a \ddot{q}_a + c(q_a - q_m^t + \frac{q_R(\tilde{q}_m)}{u_0}) + d(\dot{q}_a - \dot{q}_m^t + \frac{\dot{q}_R(\tilde{q}_m)}{u_0}) = 0, \quad (3.30)$$

$$u J_m \ddot{q}_m - c(q_a - q_m^t + \frac{q_R(\tilde{q}_m)}{u_0}) - d(\dot{q}_a - \dot{q}_m^t + \frac{\dot{q}_R(\tilde{q}_m)}{u_0}) = \tau u. \quad (3.31)$$

Es wirkt eine interne zustandsabhängige Störung auf die Geschwindigkeit und auf die Position. Weiterhin ist die motorseitige Trägheit J_m und das Eingangsmoment τ mit der nichtlinearen Übersetzung u versehen.

Nichtlineare Zustandsraumdarstellung

Mit den Gleichungen (3.25) - (3.27) ergibt sich die nichtlineare Zustandsraumdarstellung in den Zuständen $\mathbf{x} = [q_a \ \dot{q}_a \ q_m \ \dot{q}_m]^T$ zu

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (3.32)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{c}{J_a} x_1 - \frac{d}{J_a} x_2 + \frac{c}{J_a} \tilde{x}_3 + \frac{d}{J_a u} x_4, \quad (3.33)$$

$$\dot{x}_3 = x_4, \quad (3.34)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{c}{J_m u} x_1 + \frac{d}{J_m u} x_2 - \frac{c}{J_m u} \tilde{x}_3 - \frac{d}{J_m u^2} x_4 + \frac{\tau}{J_m}, \quad (3.35)$$

mit den Hilfsgrößen

$$\tilde{x}_3 = \frac{1}{u_0} (x_3 - \frac{m_d}{N} \sin(Nx_3 + \varphi_d)), \quad (3.36)$$

$$u = u_0 + m_d \cos(Nx_3 + \varphi_d). \quad (3.37)$$

3.2.2 Geschlossene Darstellung von Achse 2/3

Für Achse 2/3, siehe Abschnitt 3.1.4, werden alle antriebsseitigen Positionen durch Hilfspositionen, wie in Abschnitt 3.2.1 ersetzt. Die nichtlineare Zustands-

raumdarstellung in den Zuständen $\mathbf{x} = [q_{a,2} \ \dot{q}_{a,2} \ q_{m,2} \ \dot{q}_{m,2} \ q_{a,3} \ \dot{q}_{a,3} \ q_{m,3} \ \dot{q}_{m,3}]^T$ ergibt sich zu

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & -c_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} x_1 - d_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} x_2 + c_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} \tilde{x}_3 + \frac{1}{u_2} d_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} x_4 \\ & - c_3 \mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} x_5 - d_3 \mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} x_6 + c_3 \mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} \tilde{x}_7 + \frac{1}{u_3} d_3 \mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} x_8 + \tilde{\mathbf{C}}_{(2)}, \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\dot{x}_3 = x_4, \quad (3.40)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{c_2}{J_{m,2} u_2} x_1 + \frac{d_2}{J_{m,2} u_2} x_2 - \frac{c_2}{J_{m,2} u_2} \tilde{x}_3 - \frac{d_2}{J_{m,2} u_2^2} x_4 + \frac{\tau_2}{J_{m,2}}, \quad (3.41)$$

$$\dot{x}_5 = x_6, \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 = & -c_2 \mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} x_1 - d_2 \mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} x_2 + c_2 \mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} \tilde{x}_3 + \frac{1}{u_2} d_2 \mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} x_4 \\ & - c_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} x_5 - d_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} x_6 + c_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} \tilde{x}_7 + \frac{1}{u_3} d_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} x_8 + \tilde{\mathbf{C}}_{(6)}, \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\dot{x}_7 = x_8, \quad (3.44)$$

$$\dot{x}_8 = \frac{c_3}{J_{m,3} u_3} x_5 + \frac{d_3}{J_{m,3} u_3} x_6 - \frac{c_3}{J_{m,3} u_3} \tilde{x}_7 - \frac{d_3}{J_{m,3} u_3^2} x_8 + \frac{\tau_3}{J_{m,3}}, \quad (3.45)$$

$$(3.46)$$

mit den Hilfsgrößen

$$\tilde{x}_3 = \frac{1}{u_{0,2}} \left(x_3 - \frac{m_{d,2}}{N_2} \sin(N_2 x_3 + \varphi_{d,2}) \right), \quad (3.47)$$

$$\tilde{x}_7 = \frac{1}{u_{0,3}} \left(x_7 - \frac{m_{d,3}}{N_3} \sin(N_3 x_7 + \varphi_{d,3}) \right), \quad (3.48)$$

$$u_2 = u_{0,2} + m_{d,2} \cos(N_2 x_3 + \varphi_{d,2}), \quad (3.49)$$

$$u_3 = u_{0,3} + m_{d,3} \cos(N_3 x_7 + \varphi_{d,3}). \quad (3.50)$$

3.2.3 Initialisierung des Robotermodells

Die unterschiedlichen Modelle werden so initialisiert, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ alle Zustände stationär sind und somit keine Schwingungen aufweisen. Alle Initialisierungen werden mit einem Positionsregler durchgeführt, welcher einen Integrator besitzt. Der Integratorzustand des Positionsreglers wird so gewählt, dass die Gewichtskraft kompensiert wird.

Roboter mit einem starren Getriebe ohne Motordynamik

Für die motorseitige Positionen wird

$$\mathbf{q}_m(0) = \mathbf{q}_m^d(0) \quad (3.51)$$

gewählt, wobei \mathbf{q}_m^d ein Wert aus der Vorsteuerung ist. Die weiteren motorseitigen Zustände werden mit

$$\dot{\mathbf{q}}_m(0) = \mathbf{0}, \quad (3.52)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_m(0) = \mathbf{0} \quad (3.53)$$

initialisiert, so dass ein stationärer Anfangszustand vorliegt.

Roboter mit einem starren Getriebe und Motordynamik

Es wird für den Roboter ein Motor nach der Modellvorstellung I verwendet. Für den Strom im Motor gilt

$$\frac{d}{dt}i_q = \frac{d}{dt}i_d = 0. \quad (3.54)$$

Die Zustände der linearen Approximation der PWM werden mit

$$\dot{u}_q = \dot{u}_d = 0 \quad (3.55)$$

und die Zustände der PI-Stromregler werden mit

$$\dot{x}_{PI} = 0 \quad (3.56)$$

initialisiert. Für die motorseitigen Positionen gelten die Gleichungen (3.51) - (3.53).

Roboter mit einem elastischen Getriebe

Die motorseitigen Positionen werden wie oben initialisiert. Für die Relativzustände gilt

$$\dot{\mathbf{q}}_m^t - \dot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{0}, \quad (3.57)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_m^t - \ddot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{0}. \quad (3.58)$$

3.3 Identifikation der Modellparameter am Roboterprüfstand

Es gibt unterschiedliche Methoden die Parameter eines elastischen Roboters zu identifizieren, siehe [Lju99], [sGN03] oder [Rei10]. Es kann der Ausschwingvorgang der Sprungantwort im Zeitbereich analysiert werden oder es kann ein Frequenzgang gefittet werden, wenn das System mit verschiedenen periodischen Signalen angeregt wird.

Es ist nicht das Ziel dieser Arbeit ein hochgenaues Dynamikmodell des Roboters zu entwickeln. Es wird ausschließlich ein Feder-Dämpfer Element für Getriebeelastizität in Drehrichtung identifiziert. Alle Strukturelastizitäten, wie Kipp- oder Biegesteifigkeiten, werden in diese Elastizität eingerechnet oder werden vernachlässigt.

Es wird ein Verfahren angewandt, bei dem sowohl die Dynamik des Roboters (Systemverhalten) als auch die Parameter der Rippel identifiziert werden. Das Systemverhalten ist wichtig, da es später in den Adaptionsgesetzen verwendet wird.

Für die Adaptionsgesetze wird die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises benötigt. Um diese zu identifizieren, wird die motorseitige Drehzahl aufgezeichnet. Zusätzlich wird die abtriebsseitige Drehzahl aufgezeichnet, um mit diesem Signal die Rippelamplituden-Drehzahl Diagramme, siehe Abbildung 2.2.2, zu erzeugen.

3.3.1 Bode-Diagramm aus Konstantfahrten

Es wird eine Versuchsreihe mit Konstantfahrten durchgeführt, wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, wobei nur die Datenverarbeitung unterschiedlich ist. Aus dem Frequenzspektrum, siehe zweite Reihe von Abbildung 3.3, werden nicht mehr N^* Peaks gesucht, sondern immer der gleiche Peak. Die Spitze des Peaks repräsentiert eine Schwingung mit einer Amplitude, siehe Gleichung (2.28), und einer Phase, siehe Gleichung (2.29). Die Frequenz ist bekannt, da sie proportional zur Motordrehzahl ist. Dadurch ist die Frequenzachse des Bode-Diagramms bestimmt.

Um ein beliebiges System $\underline{G}(j\omega) = \frac{y}{u}$ identifizieren zu können, muss der Eingang u und der Ausgang y bekannt sein. Das Momentenrippel τ_r ist das Eingangssignal und die gemessene motorseitige Geschwindigkeit \dot{q}_m das Ausgangssignal.

Die Versuche werden mit einem Positionsregler durchgeführt, was auf die Störübertragungsfunktion des geschlossenen Kreises führt. Die Amplitude und die Phase des Momentenrippels sind *a priori* nicht bekannt, können aber über Umwege genau bestimmt werden. Mit linearer Theorie sind die Grenzwerte $\lim_{\omega \rightarrow 0} \underline{G}_d(j\omega)$

und $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \underline{G}_d(j\omega)$ bekannt. Mit den Operationen

$$|G_d(j\omega)| = \frac{\mathbf{m}_{ident}}{m_d}, \quad (3.59)$$

$$\varphi\{G_d(j\omega)\} = \varphi_{ident} + \varphi_d \quad (3.60)$$

können die gemessene Phase φ_{ident} und die gemessene Amplitude \mathbf{m}_{ident} auf das lineare Modell geschoben werden, siehe Abbildung 3.3. Die Amplitude des Rippels m_d und die Phase des Rippels φ_d werden als konstant angenommen.

Die Unregelmäßigkeiten im Phasen- und Amplitudenverlauf sind Artefakte der Analyse. Gleichzeitig stellt dieses Verfahren eine Alternative zur Rippelidentifikation aus Abschnitt 2.2.4 dar. Um eine gute Übereinstimmung im Resonanzbereich zu erreichen, müssen die Dynamikparameter Steifigkeit c und Dämpfung d identifiziert werden, siehe Abbildung 3.5.

3.3.2 Identifikation von Achse 1

Die Identifikation von Achse 1 wird in die Identifikation der Dynamik und der Rippel aufgespalten.

Identifikation der Rippel

Für die Untersuchungen der Rippel von Achse 1 wird der Roboter in drei Stellungen (Strecklage, Kanonenstellung und Kerzenstellung, siehe Abbildung 3.1) bei unterschiedlichen Konstantgeschwindigkeiten bewegt, um ein Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm zu erzeugen, siehe Abbildung 3.4. Es wird deutlich, dass der Roboter bei unterschiedlichen Drehzahlen unterschiedlich stark schwingt. Dies resultiert daraus, dass immer eine andere Schwingung auf die Eigenfrequenz des geregelten Roboters trifft. Führt der Roboter eine beschleunigte Bewegung aus, so treffen zunächst die höherfrequenten Rippel, danach die niederfrequenten Rippel, auf die Eigenfrequenz des geregelten Roboters. Die Rippel treffen nur in einem begrenzten Drehzahlbereich die Eigenfrequenz des geregelten Roboters. Durch die beachtliche Anzahl der Rippel weist der Roboter jedoch oft ein oszillierendes Verhalten auf.

Für die Identifikation der Rippel wird ein externer Drehratensensor am TCP angebracht. Mit dessen Signal wird analysiert, welche Schwingungen am Antrieb anliegen und nicht von der Robotermechanik gedämpft werden. Mit dem Signal eines abtriebsseitigen Drehratensensors werden ebenfalls Scheinschwingungen ausgeschlossen. Solche Schwingungen können von einem schlecht montierten Positionssensor resultieren und im motorseitigen Signal sichtbar sein.

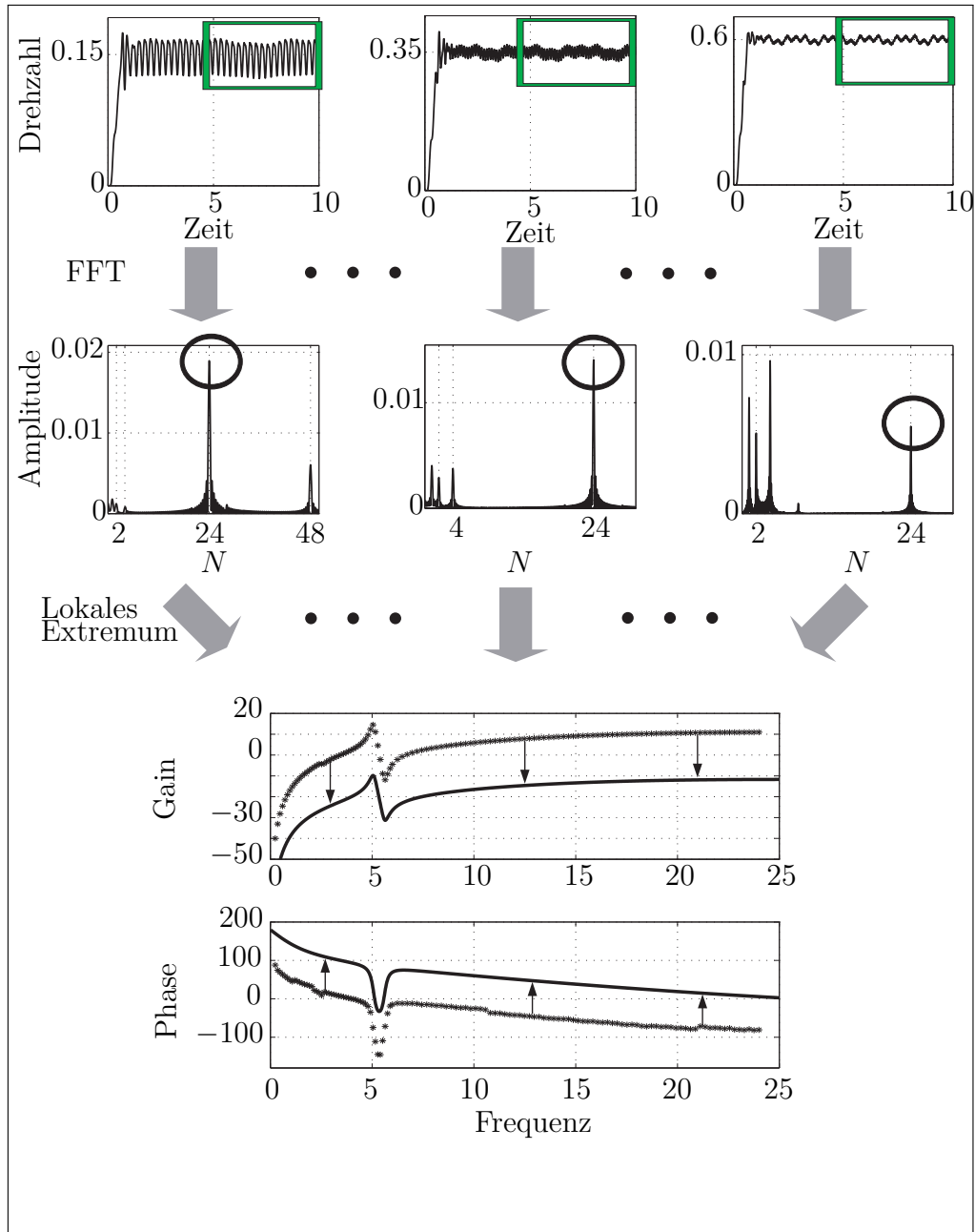


Abbildung 3.3: Graphische Illustration zur Konstruktion eines Bode-Diagramms aus Daten von Konstantfahrten.

Aus Abbildung 3.4 kann nun im Vergleich zu Abbildung 2.15 gefolgert werden, welche Rippel aus dem Motor und welche aus dem Getriebe kommen. Abbildung 2.15 zeigt keine Schwingungen mit $N = 1, 2$. Das heißt Rippel, die ein oder zweimal pro Motorumdrehung auftreten, sind Getriebschwingungen.

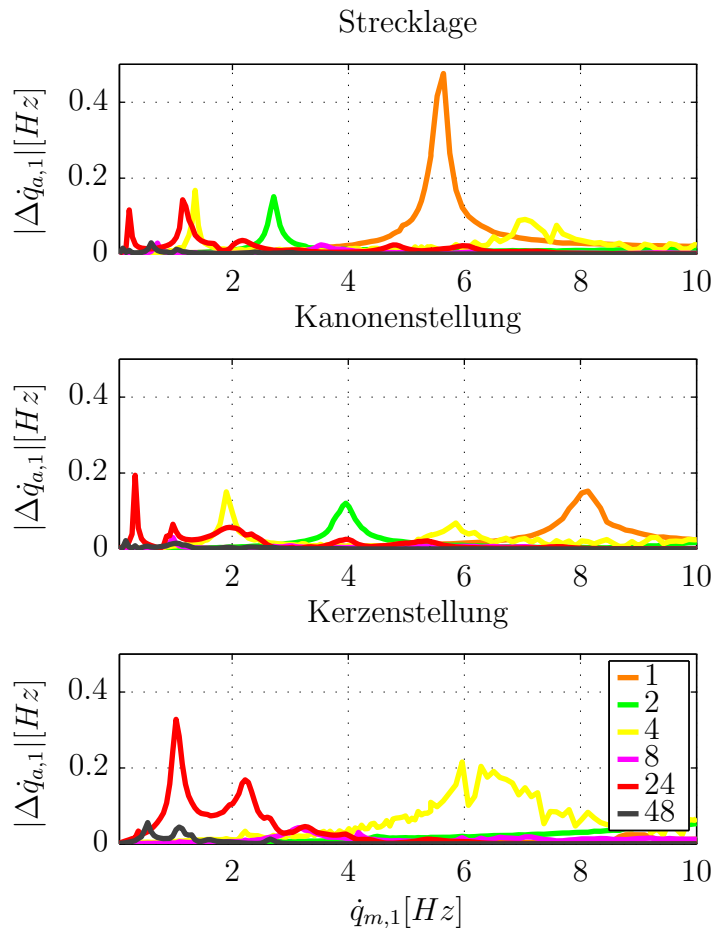


Abbildung 3.4: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm erzeugt mit Daten von einem Drehratensensor angebracht am TCP.

Identifikation der Dynamikparameter

In diesem Abschnitt werden die Steifigkeiten und Dämpfungen auf die nominelle Werte c und d bezogen, welche in Strecklage gelten. Abbildung 3.5 zeigt Bode-Diagramme von Störübertragungsfunktionen mit variierenden Steifigkeiten. Die Dämpfung ist auf $1.5d$ festgelegt und für die Steifigkeit wird der nominelle Wert c

verwendet. Es wird deutlich, dass mit der Steifigkeit die Frequenz der Resonanzstelle eingestellt werden kann.

Anhand von Abbildung 3.4 können einige Aussagen bezüglich der Dynamik von Achse 1 getroffen werden. Die Resonanzstelle schiebt sich von Strecklage nach Kerzenstellung gegen größere Frequenzen, was physikalisch zu begründen ist, da sich das Trägheitsmoment verringert. Für eine Harmonische sind mehrere Peaks sichtbar, demzufolge hat der Roboter mehrere Resonanzstellen. Gründe hierfür sind Strukturelastizitäten oder die Motordynamik.

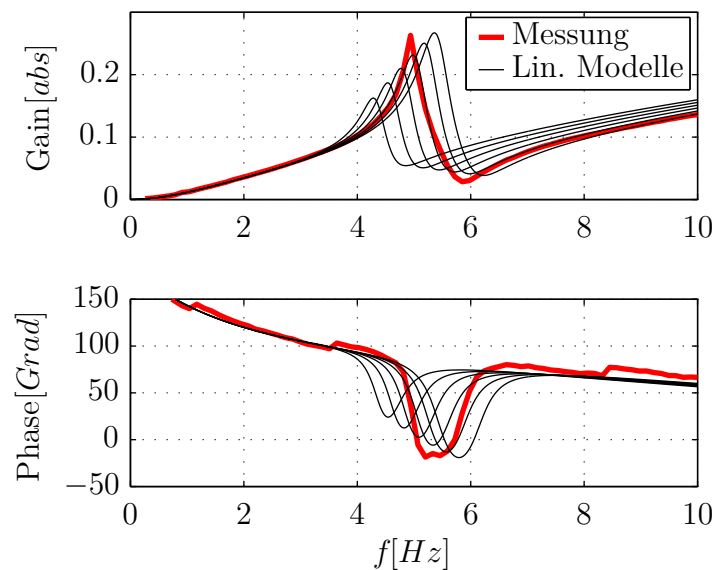


Abbildung 3.5: Bode-Diagramm: Variation der Steifigkeit $(0.7 : 0.1 : 1.2)c$ in Strecklage, wobei die Resonanzpeaks bei größeren Steifigkeiten nach rechts wandern.

Abbildung 3.6 zeigt Bode-Diagramme von Störübertragungsfunktionen mit variierender Dämpfung. Da die Steifigkeit auf den nominellen Wert c festgelegt ist, wird deutlich, dass die Dämpfung praktisch keinen Einfluss auf die Frequenz der Resonanzstelle hat. Die Dämpfung verändert die Ausprägung der Resonanzstelle und ein sinnvoller Wert ergibt sich für die nominelle Dämpfung d . Auf eine Optimierung (Pattern Search, genetischer Algorithmus) der Parameter wird in dieser Arbeit verzichtet.

In Abbildung 3.7 ist die Störübertragungsfunktion in Kanonenstellung dargestellt. Die Steifigkeit wird variiert und die Dämpfung auf $0.5d$ festgelegt und ein sinnvoller Wert für die Steifigkeit ergibt sich für $0.7c$.

In Abbildung 3.8 ist die Störübertragungsfunktion in Kerzenstellung dargestellt. Die Steifigkeit wird variiert und die Dämpfung auf $0.125d$ festgelegt und ein sinn-

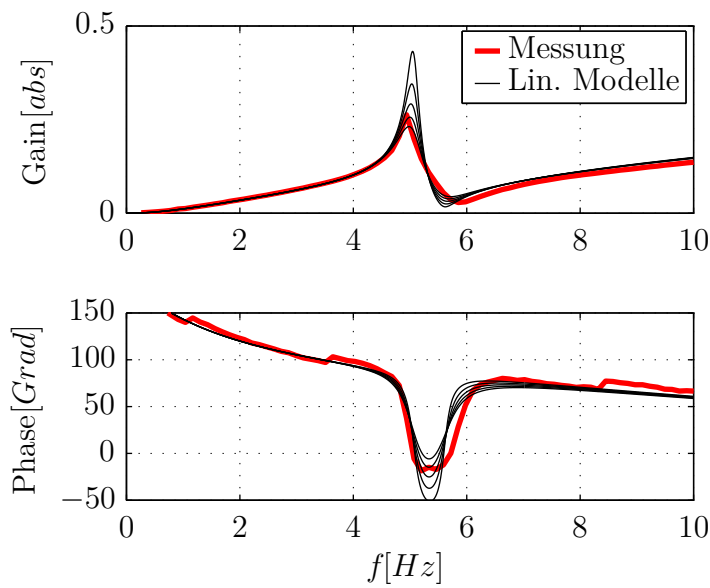


Abbildung 3.6: Bode-Diagramm: Variation der Dämpfung ($0.5 : 0.25 : 1.5$) d in Strecklage, wobei die Resonanzpeaks für größere Dämpfungen nach unten wandern.

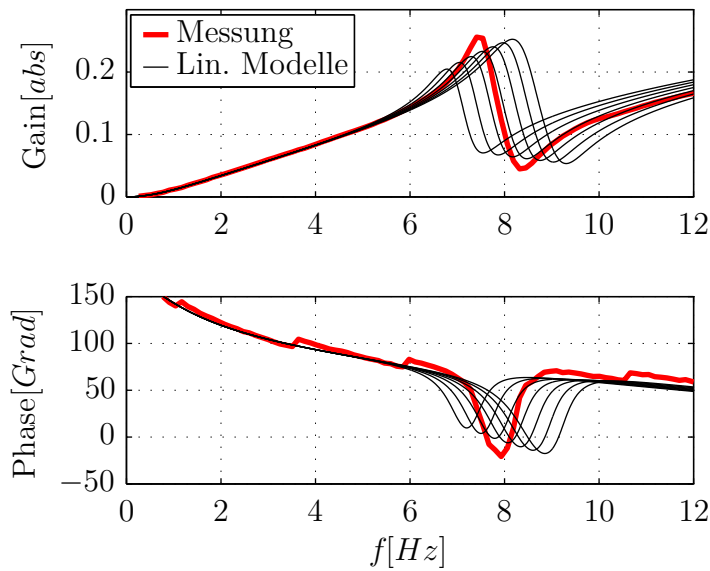


Abbildung 3.7: Bode-Diagramm: Variation der Steifigkeit ($0.55 : 0.05 : 0.85$) c in Kanonenstellung.

voller Wert für die Steifigkeit ergibt sich zu $0.23c$. Erneut gibt es eine drastische Änderung der Steifigkeit und der Dämpfung im Vergleich zur Kanonenstellung, wenn in Kerzenstellung die erste Resonanzstelle gefittet wird. Mit der Modellvorstellung des Zweimassenschwingers wäre es genauso möglich die zweite Resonanzstelle zu fitten. In Kerzenstellung ist somit nicht mehr eindeutig, ob es sich um Strukturelastizitäten oder Getriebeelastizitäten handelt. Vorteilhaft für die Reglerauslegung in Kerzenstellung ist jedoch, dass die Resonanzstelle nicht stark ausgeprägt ist. Für größere Frequenzen tritt ein großer Fehler im Vergleich zum linearen Modell auf, was z.B. auf eine vernachlässigte Motordynamik zurückzuführen ist.

Es wird deutlich, dass der Steifigkeitswert ein stark nichtlineares Verhalten aufweist. Die Steifigkeitswerte in den drei untersuchten Stellungen unterscheiden sich drastisch. Denkbar ist ein Scheduling der Getriebeelastizität mit dem bekannten abtriebsseitigen Trägheitsmoment als „scheduling“ Parameter.

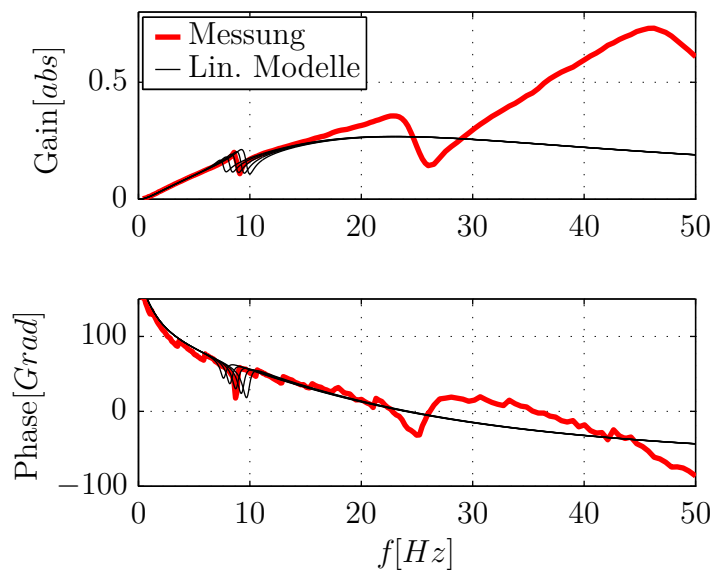


Abbildung 3.8: Bode-Diagramm: Variation der Steifigkeit ($0.157 : 0.025 : 0.257$) c in Kerzenstellung.

3.3.3 Modellumschalten wegen Haftreibung bei Achse 2/3

Bevor die Achsen 2 und 3 identifiziert werden, wird das grundsätzliche Problem der Haftreibung in den Gelenken diskutiert. Wird nur eine Achse bewegt, so befindet sich die andere Achse in Haftreibung. Das resultierende System besteht

nicht aus zwei gekoppelten Zweimassenschwingern, sondern aus einem Zweimassenschwinger, gekoppelt mit einem Einmassenschwinger. Die Auswirkungen sind in Abbildung 3.9 dargestellt. Befindet sich Achse 3 im Haften, so verändert sich die Dynamik erheblich, im Vergleich zum „multi-input multi-output“ (MIMO)-System. Das haftende Modell verhält sich eher wie ein SISO-Modell von Achse 2. Dieser Effekt muss beim Reglerentwurf berücksichtigt werden. Der Nominalfall bei kartesischen Bahnen ist, dass beide Achsen gleichzeitig bewegt werden.

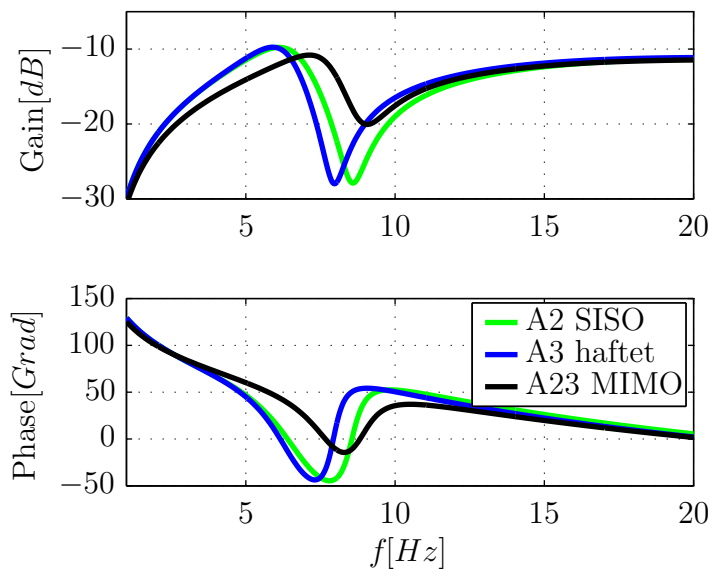


Abbildung 3.9: Bode-Diagramme für verschiedene Strukturen von einem Achse 2 Modell.

3.3.4 Identifikation von Achse 2/3

Wie bei Achse 1 werden zunächst die Rippel und anschließend die Dynamik des Achse 2/3 Modells identifiziert.

Identifikation der Rippel

Im ersten Schritt werden die Achsen getrennt voneinander bewegt, um das Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm mit einem externen Drehratensensor zu erzeugen. Die anderen Achsen befinden sich in Haftreibung. Das Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm 3.10 von Achse 2 zeigt, in welchem Drehzahlbereich, welche Rippel einen großen Einfluss haben.

Das Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm 3.11 von Achse 3 zeigt Rippel, mit den gleichen Frequenzen, wie bei Achse 2. Der Einfluss der Getrieberippel ist gerade umgekehrt wie bei Achse 2, da das Getrieberippel $N = 2$ einen kleineren Einfluss als das Getrieberippel $N = 1$ hat.

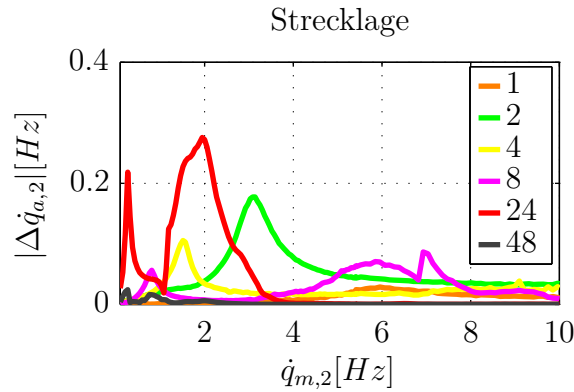


Abbildung 3.10: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm von Achse 2 mit einem Drehratensensor am TCP.

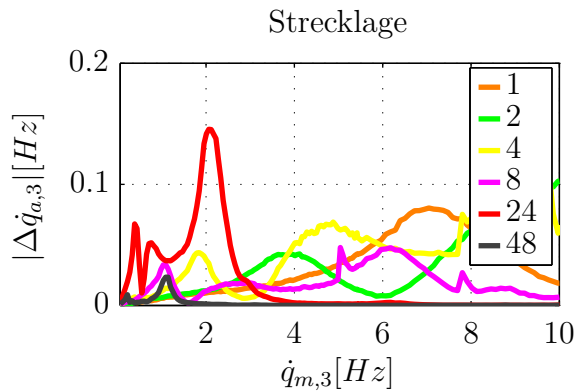


Abbildung 3.11: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm von Achse 3 mit einem Drehratensensor am TCP.

Identifikation der Dynamikparameter

Es wird exemplarisch ein lineares Arbeitspunktmodell in Strecklage identifiziert. Um das gekoppelte Mehrgrößensystem zu identifizieren, müssen beide Achsen gleichzeitig bewegt werden. Das resultierende System hat eine nichtlineare Massenmatrix. Aus diesem Grund führt Achse 3 nur sehr kleine Bewegungen aus und die Drehzahl der Achse hat alternierendes Vorzeichen. Dies ergibt eine sehr gute

Approximation des linearen Modells, da die Änderungen in der Massenmatrix klein sind.

Abbildung 3.12 zeigt Bode-Diagramme für das Achse 2/3 System. Für den MIMO-Fall wird für jeden Übertragungspfad ein Bode-Diagramm erstellt. Alternativ kann das Singulärwertediagramm gezeichnet werden, wobei die Phaseninformation verloren geht.

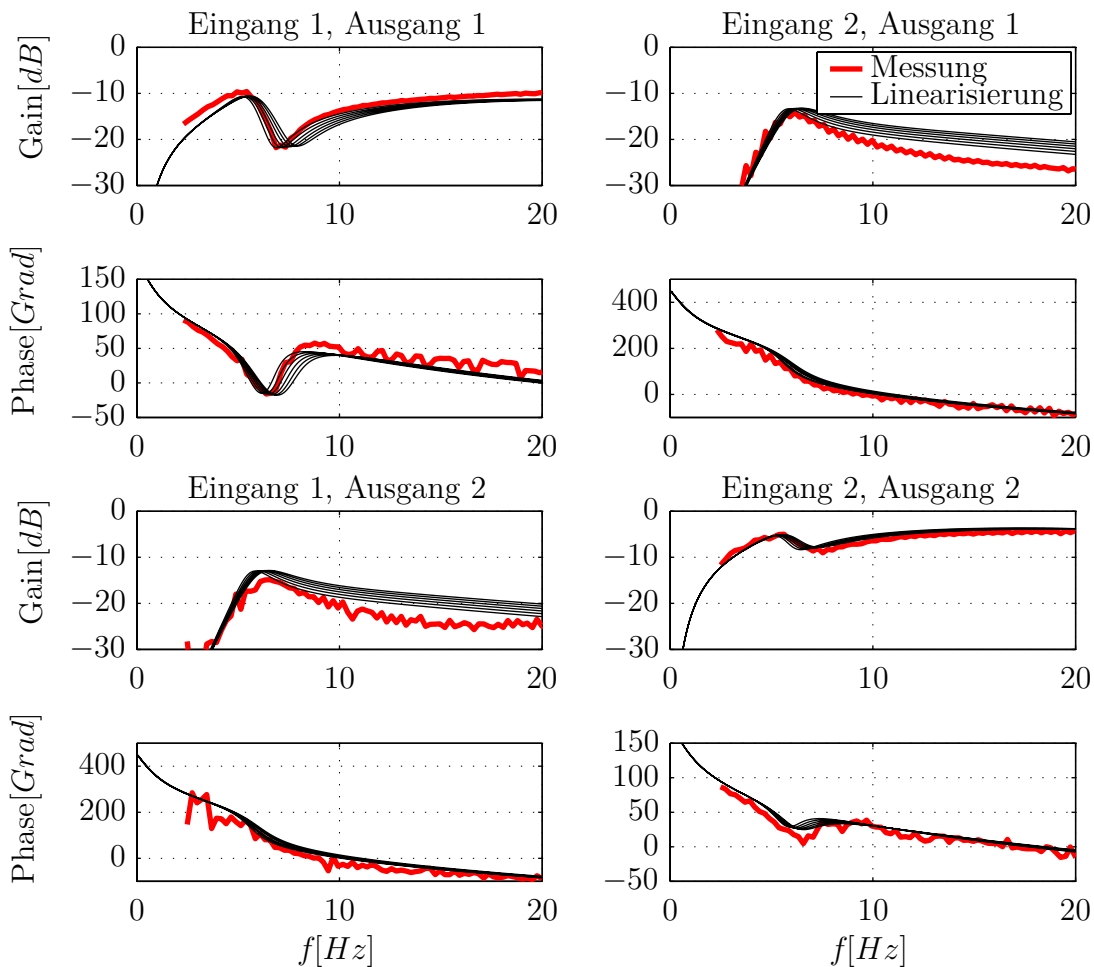


Abbildung 3.12: Bode-Diagramme für Achse 2/3 in Strecklage: Variation der Steifigkeit $(0.8 : 0.087 : 1.3)c_2$ von Achse 2.

3.3.5 Online Modellidentifikation mit einem LMS-Algorithmus

In den Abschnitten 3.3.2 und 3.3.4 wurden die Parameter von „grey“-Box Modellen offline mit Hilfe von Messdaten identifiziert. Eine Alternative ist die online Modellidentifikation mit einem „least mean square“ (LMS)-Algorithmus auf Basis von „finite impulse response“ (FIR)-Filtern. Es ist ein adaptives diskretes Verfahren, siehe [AW95] oder [Hay96]. Das Blockdiagramm ist in Abbildung 3.13 dargestellt, wobei $G(z)$ die reale Strecke und $\hat{G}(z)$ das adaptive FIR-Filter ist, dessen Koeffizienten \mathbf{w} online angepasst werden.

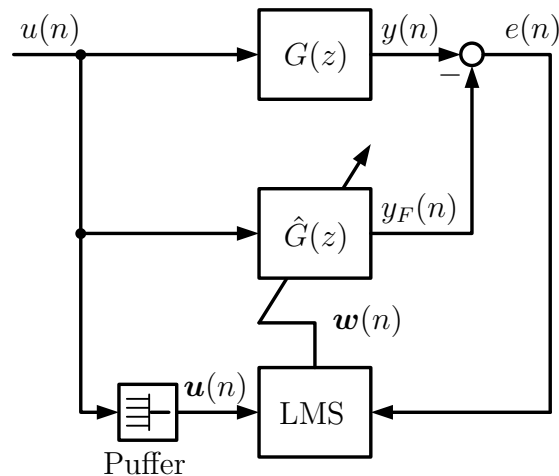


Abbildung 3.13: Online Identifikation mit LMS-Algorithmus und FIR-Filtern.

Als Testsignal $u(n)$ kann z.B. weißes Rauschen verwendet werden. Ziel des Algorithmus ist es, den Fehler $e(n)$ zu minimieren, was erreicht wird, wenn $\hat{G}(z) = G(z)$ gilt.

FIR-Filter

Es gibt verschiedene diskrete Darstellungsformen eines FIR-Filters. Die diskrete Übertragungsfunktion eines konstanten FIR-Filters ist gegeben durch

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} w_k u(n-k), \quad (3.61)$$

mit dem Ausgang $y(n)$, dem Eingang $u(n)$, dem aktuellen Sample n und den konstanten Filterkoeffizienten w_k . Ein adaptives FIR-Filter, mit veränderlichen

Koeffizienten, ist gegeben durch

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} w_k(n)u(n-k). \quad (3.62)$$

Das FIR-Filter kann als Skalarprodukt

$$y(n) = \mathbf{w}_k^T \mathbf{u}(n) \quad (3.63)$$

geschrieben werden mit

$$\mathbf{w} = [w_0 \ w_1 \ \dots \ w_{N-1}], \quad (3.64)$$

$$\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ \dots \ u(n-N+1)]. \quad (3.65)$$

Eine weitere Darstellungsform ist

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} w_k z^{-k}. \quad (3.66)$$

Das FIR-Filter besitzt die Filterlänge N , wobei $N-1$ die Anzahl der zero-order-hold Blöcke z^{-1} ist.

Adaption der Koeffizienten eines FIR-Filters

Im Folgenden wird der LMS-Algorithmus erläutert, siehe Abbildung 3.14.

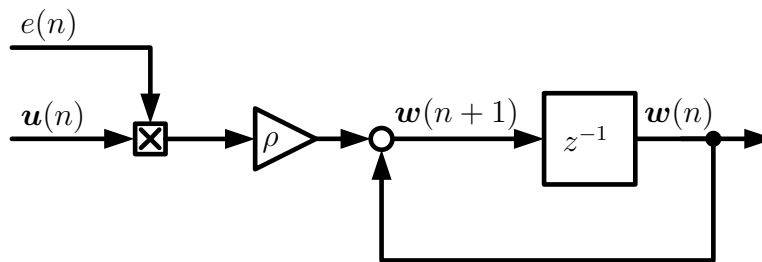


Abbildung 3.14: Blockschaltbild für den LMS-Algorithmus.

Ausgangspunkt der Herleitung ist die Definition des Fehlerquadrates zu

$$\begin{aligned} e^2(n) &= (y_F(n) - y(n))^2 \\ &= (y_F(n) - (w_0(n)u(n) + w_1(n)u(n-1) + \dots + w_{N-1}(n)u(n-N+1)))^2. \end{aligned} \quad (3.67)$$

Die Minimierung des Fehlers nach dem Vektor der Filterkoeffizienten $\mathbf{w}(n)$ erfolgt mit einem schrittweisen Gradientenabstiegsverfahren (steepest-descent), welches durch

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \rho \frac{\partial e^2(n)}{\partial \mathbf{w}(n)} \quad (3.68)$$

gegeben ist. Dies bedeutet, dass die Koeffizienten so adaptiert werden, dass der Fehler zwischen dem Ausgang und dem Eingang minimal wird. Das resultierende Vektorfeld ergibt sich zu

$$\frac{\partial e^2(n)}{\partial \mathbf{w}(n)} = \begin{bmatrix} 2e(n)u(n) \\ 2e(n)u(n-1) \\ \vdots \\ 2e(n)u(n-N+1) \end{bmatrix}. \quad (3.69)$$

Eine vereinfachte Schreibweise ist möglich mit

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - 2\rho e(n)\mathbf{u}(n), \quad (3.70)$$

wenn der Eingangsvektor zu

$$\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ \dots \ u(n-N+1)] \quad (3.71)$$

zusammengefasst wird. Eine Implementierung als Blockschaltbild ist in Abbildung 3.14 dargestellt. Die Filterlänge N und die Adaptionverstärkung ρ sind zu wählende Parameter. Es sei angemerkt, dass dieser Abschnitt die Brücke zu Kapitel 5 bildet, da beide Themen eng miteinander verbunden sind.

Die Modellierung und Identifikation des Roboters ist abgeschlossen. Auf Basis der vorgestellten Modelle für die Roboterkinematik, Motoren und Getriebe wird in Kapitel 4 ein Beobachter entworfen, der die Getriebebeschwingungen schätzt.

4 Auslegung linearer Zustandsbeobachter

In diesem Kapitel wird für die Grundachsen (Achsen 1-3) des Roboters ein Beobachter entworfen. In [Kur08] wird gezeigt, dass ein nichtlinearer Ansatz mit den gegebenen Messgrößen nicht, oder nur sehr schwer, zu implementieren ist. Es wird deshalb ein „gain-scheduling“ Ansatz verwendet bei dem die Nichtlinearitäten über ein „gain-scheduling“ Verfahren berücksichtigt oder als Störgrößen aufgeschaltet werden.

In [Kur08] liegt der Schwerpunkt beim Beobachterentwurf auf der Performance während einer Positionierbewegung. In dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt auf langsamen Bahnfahrten, und die Aufgabe besteht darin die Getriebschwingungen zu schätzen.

In Abschnitt 4.1 wird ein Beobachter für ein Eingrößensystem (Achse 1) und in Abschnitt 4.2 ein Beobachter für ein nichtlineares, gekoppeltes Mehrgrößensystem (Achse 2/3) entworfen.

4.1 Zustandsbeobachter für Eingrößensysteme

Zuerst wird die Beobachtbarkeit des dynamischen Systems überprüft, bevor der Beobachter ausgelegt wird.

4.1.1 Beobachtbarkeit linearer Systeme

Ein lineares Eingrößensystem in Zustandsraumdarstellung ist gegeben durch

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, \quad (4.1)$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du. \quad (4.2)$$

Für die Dynamikmatrix gilt $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ und für die Zustände $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Die Beobachtbarkeit dieses System beschreibt folgendes Lemma nach Kalman.

Lemma 4.1 *Das Paar $(\mathbf{A}, \mathbf{c}^T)$ ist genau dann beobachtbar, wenn gilt*

$$\text{Rang} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{c}^T \mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} = \text{Rang}(\mathbf{Q}_B) = n. \quad (4.3)$$

Beweis 4.1 *Siehe [Kal60].*

Ein Nachteil der Methode nach Lemma 4.1 ist, dass die Dynamikmatrix sehr oft potenziert wird, was bei Systemen mit großer Dimension zu numerischen Problemen führen kann. Eine numerisch günstigere Methode beschreibt folgendes Lemma nach Hautus, welches die Beobachtbarkeit für jeden Eigenwert λ_i von \mathbf{A} überprüft.

Lemma 4.2 *Das Paar $(\mathbf{A}, \mathbf{c}^T)$ ist genau dann beobachtbar, wenn gilt*

$$\text{Rang} \begin{bmatrix} \lambda_i \mathbf{E} - \mathbf{A} \\ \mathbf{c}^T \end{bmatrix} = n \quad i = 1, \dots, n, \quad (4.4)$$

mit der Einheitsmatrix \mathbf{E} und dem Eigenwert λ_i von \mathbf{A} .

Beweis 4.2 *Siehe [Hau69].*

4.1.2 Zustandsbeobachter und dessen Auslegung

Der Zustandsbeobachter für den linearen Eingrößenfall ist nach Luenberger, siehe [Lue71], gegeben durch

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{l}(y - \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}}), \quad (4.5)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{x}}. \quad (4.6)$$

Die Aufgabe besteht darin den Verstärkungsvektor \mathbf{l} zu bestimmen und somit die Pole des Beobachters festzulegen. Dies kann z.B. mit Polvorgabe geschehen. Dabei werden die Pole des Beobachters durch ein Wunschpolynom $\prod_{i=1}^n (s - \lambda_i)$ festgelegt. Durch Gleichsetzen der Wunschkynamik und der Beobachterdynamik erhält man

$$\det(s\mathbf{E} - (\mathbf{A} - \mathbf{l}\mathbf{c}^T)) = \prod_{i=1}^n (s - \lambda_i). \quad (4.7)$$

Über einen Koeffizientenvergleich erhält man ein Gleichungssystem der Ordnung n , welches nach den Beobachterverstärkungen l_i gelöst wird.

4.1.3 Zustandsbeobachter für verschiedene Störungen

Im Allgemeinen gilt für einen Zustandsbeobachter, welcher ein Modell einer Störung hat

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{\mathbf{x}}} \\ \dot{\hat{\mathbf{x}}}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \boldsymbol{\Omega} \mathbf{c}_d^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_n \\ \hat{\mathbf{x}}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \mathbf{l}(y - [\mathbf{c}^T \ \mathbf{0}] \hat{\mathbf{x}}), \quad (4.8)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{x}}, \quad (4.9)$$

mit dem geschätzten nominellen Zustand $\hat{\mathbf{x}}_n$ und dem geschätzten Stöorzustand $\hat{\mathbf{x}}_d$, siehe [Föl93]. Die Matrix $\boldsymbol{\Omega}$ beschreibt, wie die Störungen auf die Strecke wirken.

Konstante und rampenförmige Störungen

Wirkt eine konstante Störung am Eingang der Strecke, so gilt für das Störmodell

$$\mathbf{A}_d = 0, \quad (4.10)$$

was einem Integrator entspricht. Eine konstante Reibung bei einer konstanten Geschwindigkeit wird so modelliert. Ist die Störung linear ansteigend, wird das Störmodell zu

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

gewählt, was einem Doppelintegrator entspricht.

Zustandsbeobachter für periodische Störungen

Folgende Bedingungen müssen gelten, damit ein Beobachter für periodische Störungen aufgestellt werden kann.

- Die Differentialgleichung des Störmodells muss homogen sein.
- Die Lösung der Differentialgleichung des Störmodells mit einer nichttrivialen Anfangsbedingung muss eine periodische Funktion sein.
- Das erweiterte System (nominelle Strecke + Störmodell) muss detektierbar sein.

Unter Berücksichtigung dieser Bedingungen wird für eine periodische Störung die Differentialgleichung

$$\ddot{x}_d + \omega_d^2 x_d = 0 \quad (4.12)$$

als Störmodell verwendet. Diese Differentialgleichung wird in Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \begin{bmatrix} 0 & \omega_d \\ -\omega_d & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_d, \quad (4.13)$$

$$y_d = [1 \ 0] \mathbf{x}_d \quad (4.14)$$

transformiert. Für zwei Harmonische gilt für das Störmodell

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{d,1} & 0 & 0 \\ -\omega_{d,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{d,2} \\ 0 & 0 & -\omega_{d,2} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_d, \quad (4.15)$$

$$y_d = [1 \ 0 \ 1 \ 0] \mathbf{x}_d. \quad (4.16)$$

Diese Störmodelle werden im Folgenden verwendet, um die Getriebestörungen zu schätzen.

4.1.4 Zustandsbeobachter für Achse 1

Die Robotergrundachse (Achse 1) hat ein Zykloidengetriebe, welches ein nicht-lineares Verhalten aufweist, siehe Gleichungen (3.30) und (3.31). Für die Robotergrundachse wird ein „gain-scheduling“ Beobachter entworfen. Dies ist mit folgender Annahme möglich, um einen linearen Beobachter zu erhalten.

Annahme 4.1 *Die nichtlineare Getriebeübersetzung u kann teilweise als interne Störung interpretiert werden. Diese interne Störung wirkt auf der Geschwindigkeit mit \dot{q}_R und auf der Position mit q_R . Die nichtlineare Übersetzung für die motorseitige Trägheit J_m und für das Moment τ kann zu $u = u_0$ festgelegt werden. Die Reibung kann als konstante Störung auf dem Moment modelliert werden.*

Simulationen haben gezeigt, dass die Fehler resultierend aus der Annahme 4.1 sehr gering sind.

Für den Beobachter mit den Zuständen $\hat{\mathbf{x}} = [\hat{q}_a \ \dot{\hat{q}}_a \ \hat{q}_m^t \ \dot{\hat{q}}_m^t \ \hat{\tau}_f \ \hat{q}_R \ \dot{\hat{q}}_R]^T$ gilt

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}_e \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}_e \tau^t + \mathbf{l}(q_m^t - \mathbf{c}_e^T \hat{\mathbf{x}}), \quad (4.17)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{x}}, \quad (4.18)$$

mit der Dynamikmatrix

$$\mathbf{A}_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{M_{(1,1)}} & -\frac{d}{M_{(1,1)}} & \frac{c}{M_{(1,1)}} & \frac{d}{M_{(1,1)}} & 0 & \frac{c}{M_{(1,1)}} & \frac{d}{M_{(1,1)}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c}{J_m^t} & \frac{d}{J_m^t} & -\frac{c}{J_m^t} & -\frac{d}{J_m^t} & -\frac{1}{J_m^t} & -\frac{c}{J_m^t} & -\frac{d}{J_m^t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_d & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Zwei Parameter in \mathbf{A}_e sind zeitvariant. Diese sind die abtriebsseitige Trägheit

$$J_a = M_{(1,1)} = f(\mathbf{q}_a^d), \quad (4.20)$$

als Funktion der Abtriebssollpositionen und die Frequenz des Störmodells

$$\omega_d = N\dot{q}_a^d, \quad (4.21)$$

als Funktion der Abtriebssollgeschwindigkeit. Die Beobacherverstärkung \mathbf{l} wird über eine Wunschdynamik mit Gleichung (4.7) ausgelegt, was die Beobacherverstärkung analytisch bestimmt. So können die Verstärkungen online angepasst werden mit

$$\mathbf{l} = \mathbf{f}(M_{(1,1)}, \omega_d). \quad (4.22)$$

Der Eingangsvektor ist gegeben durch

$$\mathbf{b}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_m^t} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.23)$$

und der Ausgangsvektor durch

$$\mathbf{c}_e^T = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]. \quad (4.24)$$

Wird das Störmodell für zwei periodische Störungen und einer konstanten Störung kombiniert, so ist das System nach Lemma 4.2 nicht mehr beobachtbar.

4.1.5 Simulationsergebnisse von Achse 1

Unterschiedliche Achse 1 Simulationsergebnisse sind in den Abbildungen 4.1 bis 4.3 dargestellt, wobei zuerst eine Fahrt bei konstanter Geschwindigkeit und konstanter abtriebsseitiger Trägheit untersucht wird. In der ersten Zeile stehen die geschätzte abtriebsseitige Geschwindigkeit \hat{q}_a und die simulierte abtriebsseitige Geschwindigkeit \dot{q}_a . In der zweiten Zeile steht der Schätzfehler $\Delta\dot{q}_a = \hat{\dot{q}}_a - \dot{q}_a$.

Für die Simulationen wird das Getriebe mit einer Reibung nach Gleichung (2.30) und einer nichtlinearen Übersetzung nach Gleichung (3.24) modelliert. In der ersten Spalte von Abbildung 4.1 ist zu erkennen, dass der Beobachter ohne Störmodell die Geschwindigkeit stationär nicht richtig schätzt. Die zweite Spalte von Abbildung 4.1 zeigt Simulationsergebnisse von einem Beobachter, welcher ein Integratormodell für die konstante Reibung hat. Die abtriebsseitige Geschwindigkeit wird stationär richtig geschätzt, jedoch nicht die überlagerte Schwingung. Die letzte Spalte von Abbildung 4.1 zeigt einen Beobachter mit einem Integrator und einem periodischen Störmodell. Der Fehler des Beobachters $\Delta \dot{q}_a$ bei konstanter Geschwindigkeit zeigt, dass die Schwingung auf der Bahn sehr gut geschätzt wird. Eine perfekte Schätzung ist aufgrund der Annahme 4.1 nicht möglich. Nachteil dieses Beobachters ist, dass er beim Einschwingvorgang, während der Beschleunigungsphase, einen größeren Überschwinger hat.

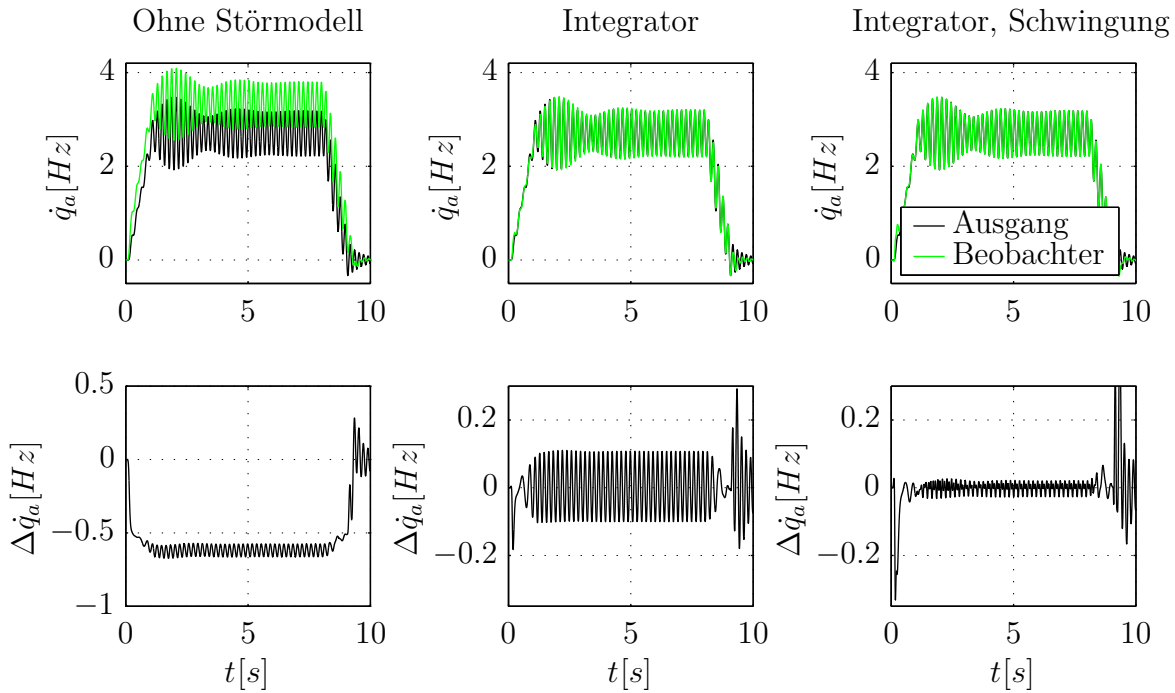


Abbildung 4.1: Unterschiedliche Simulationsergebnisse des Beobachters von Achse 1.

In Abbildung 4.2 sind die Zustände des Störmodells des Beobachters zu sehen, welcher beide Störmodelle besitzt. Der Integratorzustand (Reibzustand) konvergiert auf der Bahn gegen den richtigen Wert. Gleiches gilt für die periodischen Zustände, welche gegen die Störung konvergieren.

Die linke Spalte von Abbildung 4.3 zeigt Simulationsergebnisse des Beobachters bei unterschiedlichen Konstantfahrten und bei einer beschleunigten Bewegung. Es

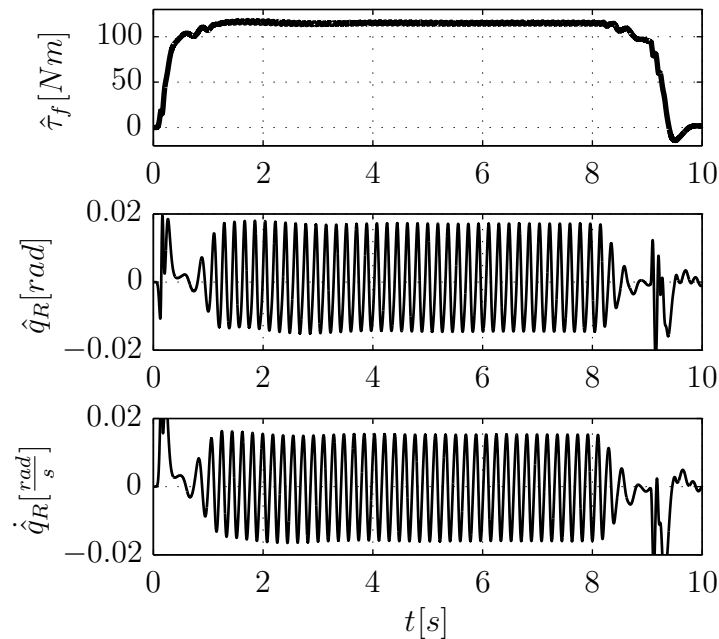


Abbildung 4.2: Simulationsergebnisse der drei Störzustände des Beobachters während einer Achse 1 Bewegung bei konstanter Geschwindigkeit.

wird deutlich, dass das Scheduling des Störmodells funktioniert. Die rechte Spalte von Abbildung 4.3 zeigt das gleiche Geschwindigkeitsprofil für den Beobachter, wobei zusätzlich die abtriebsseitige Trägheit stark variiert wird. Bei beiden Simulationen weist der geschedulte Beobachter ein sehr gutes Konvergenzverhalten auf.

4.2 Zustandsbeobachter für Mehrgrößensysteme

In [Kur08] werden unter anderem Eingrößenbeobachter für ein Mehrgrößensystem ausgelegt. Dies ist im Allgemeinen nicht zulässig. Es gibt Roboterkonfigurationen, bei denen die Eingrößenbeobachter, ausgelegt am entkoppelten System, instabil werden, wenn sie mit dem gekoppelten System betrieben werden. Dieser Effekt wird verstärkt, wenn der Beobachter durch ein periodisches Störmodell erweitert wird.

In dieser Arbeit werden deshalb für den MIMO-Fall ausschließlich Mehrgrößensystembeobachter ausgelegt und untersucht. Aufgrund des Scheduling der Beobachterverstärkungen, siehe Gleichung (4.22), ist es immer von Vorteil, wenn die Beobachterverstärkungen analytisch vorliegen. So kann das Scheduling sehr einfach

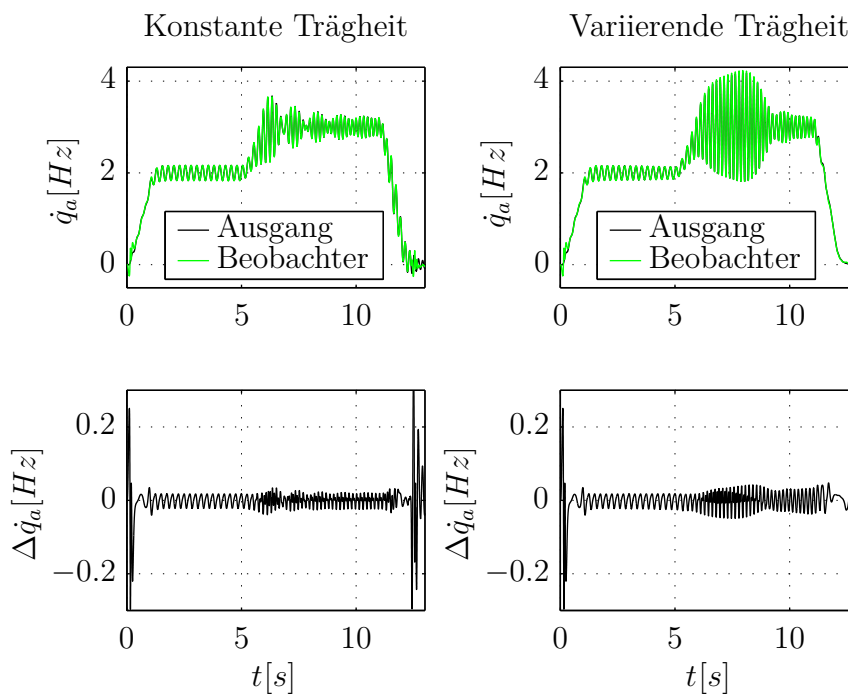


Abbildung 4.3: Simulationsergebnisse des Beobachters von Achse 1 bei nicht stationären Verhältnissen, wobei sich die Rippelfrequenz und die abtriebsseitige Trägheit ändert.

implementiert werden. Ist eine analytische Lösung des Beobachterproblems nicht möglich, so kann der Beobachter an verschiedenen Arbeitspunkten ausgelegt werden. Es wird dann zwischen den Verstärkungsfaktoren online interpoliert. In beiden Fällen ist zu beachten, dass es aus theoretischer Sicht keinen Stabilitätsbeweis für schnelle Änderungen gibt, wenn nichtlineare Strecken mit „gain-scheduling“ Beobachtern betrieben werden.

4.2.1 Analytischer Beobachter für konstante Störungen

Mit einem herkömmlichen Polvorgabeverfahren oder analytischen LQR-Verfahren ist es nicht möglich die Beobacherverstärkungen analytisch zu berechnen. Die Terme werden zu groß und das Gleichungssystem für den Koeffizientenvergleich kann nicht gelöst werden.

Der vorgestellte Beobachter ist analytisch, denn die Beobacherverstärkungen werden online über ein Schedulingverfahren berechnet und nicht interpoliert. Dieses Verfahren ist für Echtzeitanwendungen sehr gut geeignet, da nur wenig Rechenzeit benötigt wird.

Partielle Polvorgabe

Es werden nur die sechs grenzstabilen Pole (Integratorpole) verschoben. Jede Roboterachse hat zwei grenzstabile Pole, wegen der motorseitigen und abtriebsseitigen Integration von Geschwindigkeit und Position. Weiterhin hat jede Roboterachse einen grenzstabilen Pol wegen des Störmodells. Die stabilen Pole des Feder-Dämpfer Elements werden nicht verschoben. Um die partielle Polvorgabe durchführen zu können, muss die Dynamikmatrix Block-Dreiecksform aufweisen oder es muss eine Transformation auf diese Normalform gefunden werden.

Die Aufgabe ist es für das Paar (\mathbf{A}, \mathbf{C}) einen Beobachter zu finden mit der Dynamikmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_u & \mathbf{A}_{s,u} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_s \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

und der Ausgangsmatrix

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_u \quad \mathbf{C}_s]. \quad (4.26)$$

Der Index u steht dabei für den instabilen Teil und der Index s für den stabilen Teil. Als Ansatz für die Polvorgabe werden die Beobacherverstärkungen zu

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_u \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

gewählt, so ergibt sich für die Beobachterdynamik

$$\mathbf{A} - \mathbf{LC} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_u - \mathbf{L}_u \mathbf{C}_u & \mathbf{A}_{s,u} - \mathbf{L}_u \mathbf{C}_s \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_s \end{bmatrix}. \quad (4.28)$$

Aufgrund dieser Block-Matrixstruktur wird nur die Dynamik des linken oberen Blocks verändert.

Beispiel Achse 2/3

Die Dynamikmatrix \mathbf{A} ist durch die Gleichungen (4.41) bis (4.44) gegeben, ohne das Schwingungssystem (die letzten beiden Zeilen und Spalten der Teilmatrizen). Mit der Ähnlichkeitstransformation $\mathbf{A}_1 = \mathbf{T}_1^{-1} \mathbf{A} \mathbf{T}_1$ kann die Dynamikmatrix auf die Form von Gleichung (4.28) gebracht werden. In diesem Abschnitt beschreibt der Zahlenindex den i . Teilschritt. Die Transformationsmatrix ist gegeben durch

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Wird die Transformation auf die Dynamikmatrix angewandt, ergibt sich der instabile Teil zu

$$\mathbf{A}_{1,u} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$

Die gleiche Transformation wird auf die Ausgangsmatrix angewandt mit $\mathbf{C}_1 = \mathbf{C} \mathbf{T}_1$. Aufgrund der Blockdiagonalform kann für $\mathbf{A}_{1,u}$ eine Polvorgabe mit dem Ansatz

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} l_1 & 0 \\ l_2 & 0 \\ 0 & l_3 \\ 0 & l_4 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

berechnet werden. Für die teilweise stabilisierte Beobachterdynamik ergibt sich

$$\bar{\mathbf{A}}_1 = \mathbf{A}_1 - \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{C}_1. \quad (4.32)$$

Die Beobacherverstärkung wird nach Gleichung (4.7) bestimmt. Um die letzten beiden instabilen Pole verschieben zu können, wird der Nullraum

$$\mathbf{N} = \text{null} \{ \bar{\mathbf{A}}_1 \} \quad (4.33)$$

berechnet, welcher aus den Eigenvektoren zu den Eigenwerten $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0}$ besteht. Eine mögliche Transformationsmatrix ist

$$\mathbf{T}_2 = \left[\mathbf{N} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right], \quad (4.34)$$

wobei sich für die Form der transformierten Dynamikmatrix

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{T}_2^{-1} \bar{\mathbf{A}}_1 \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & * \\ \mathbf{0} & * \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

ergibt und der instabile Teil ergibt sich zu

$$\mathbf{A}_{2,u} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

Die Pole der verbleibenden Integratoren können mit

$$\mathbf{L}_2 = -l_5 \mathbf{C}_{2,u}^{-1} \quad (4.37)$$

festgelegt werden. Dabei ist $\mathbf{C}_2 = \mathbf{T}_2 \mathbf{C}_1$ und $\mathbf{C}_{2,u} = \mathbf{C}_{2(1:2,1:2)}$. Der Wunscheigenwert wird direkt mit l_5 festgelegt. Schließlich gilt für die gesamte Verstärkungsmatrix

$$\mathbf{L} = \mathbf{T}_1 \left(\begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \mathbf{T}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{L}_2 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right). \quad (4.38)$$

Zur Probe können die Eigenwerte von $\mathbf{A} - \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \mathbf{L} \mathbf{C}$ überprüft werden. Es müssen sich die Wunscheigenwerte und die Eigenwerte des Feder-Dämpfer Elements ergeben. Leider konnte dieses Verfahren nicht auf zusätzliche sinusförmige Störungen erweitert werden.

4.2.2 Interpolierter Beobachter für konstante und sinusförmige Störungen

Aufgrund zu großer Matrizen ist es oft nicht möglich die Beobacherverstärkungen symbolisch zu bestimmen oder die Beobacherverstärkungen in jedem Abtastschritt in Echtzeit zu berechnen. Deswegen wird der Beobachter mit numerischen Methoden an ausreichend vielen Stützstellen berechnet. Die Beobacherverstärkungen zwischen den berechneten Stützpunkten werden durch eine Interpolation bestimmt.

Beispiel Achse 2/3

Die Gleichungen des Beobachters für Achse 2/3, welche ein Modell für eine periodische und eine konstante Störung implementieren, sind gegeben durch

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} \\ \mathbf{A}_{32} & \mathbf{A}_{33} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}_e \boldsymbol{\tau}^t + \mathbf{L}(\mathbf{q}_m^t - \mathbf{C}_e \hat{\mathbf{x}}) - \tilde{\mathbf{C}}, \quad (4.39)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \hat{\mathbf{x}}, \quad (4.40)$$

mit den Teilmatrizen der Dynamikmatrix

$$\mathbf{A}_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} & -d_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} & c_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} & d_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} & 0 & c_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} & d_2 \mathbf{M}_{(2,2)}^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_2}{J_{m,2}^t} & \frac{d_2}{J_{m,2}^t} & -\frac{c_2}{J_{m,2}^t} & -\frac{d_2}{J_{m,2}^t} & -\frac{1}{J_{m,2}^t} & -\frac{c_2}{J_{m,2}^t} & -\frac{d_2}{J_{m,2}^t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{d,2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{d,2} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.41)$$

$$\mathbf{A}_{23} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_3 \mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} & -d_3 \mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} & c_3 \mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} & d_3 \mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} & 0 & c_3 \mathbf{M}_{(2,3)}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

$$\mathbf{A}_{32} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_2 \mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} & -d_2 \mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} & c_2 \mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} & d_2 \mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} & 0 & c_2 \mathbf{M}_{(3,2)}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.43)$$

$$\mathbf{A}_{33} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} & -d_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} & c_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} & d_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} & 0 & c_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} & d_3 \mathbf{M}_{(3,3)}^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_3}{J_{m,3}^t} & \frac{d_3}{J_{m,3}^t} & -\frac{c_3}{J_{m,3}^t} & -\frac{d_3}{J_{m,3}^t} & -\frac{1}{J_{m,3}^t} & -\frac{c_3}{J_{m,3}^t} & -\frac{d_3}{J_{m,3}^t} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{d,3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_{d,3} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

welche mit Hilfe von Gleichung (3.38) bestimmt werden. Für die „scheduling“ Parameter gilt

$$\mathbf{M} = \mathbf{F}(\mathbf{q}_a^d), \quad (4.45)$$

$$\omega_{d,i} = f(\dot{q}_{a,i}^d) \quad i = 2, \dots, 3 \quad (4.46)$$

und für die Beobacherverstärkungen gilt

$$\mathbf{L} = \mathbf{F}(\mathbf{M}, \omega_{d,i}). \quad (4.47)$$

Die Eingangsmatrix ist gegeben durch

$$\mathbf{B}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_{m,2}^e} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_{m,3}^e} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.48)$$

und die Ausgangsmatrix durch

$$\mathbf{C}_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.49)$$

Auslegung des Beobachters mit dem LQR-Kriterium

Eine mögliche Bestimmung der Beobachtermatrix \mathbf{L} ist die Minimierung des „linear-quadratic regulator“ (LQR)-Gütekriteriums

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \mathbf{u}^T \mathbf{S} \mathbf{u}) dt, \quad (4.50)$$

mit den Gewichtungsmatrizen \mathbf{Q} , \mathbf{S} und dem Beobachterfehler \mathbf{e} . Eine Lösung der Gleichung ist gegeben durch

$$\mathbf{u} = -\mathbf{L} \mathbf{e} = -\mathbf{S}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{P} \mathbf{e}, \quad (4.51)$$

mit \mathbf{P} , der Lösung der Riccati Gleichung

$$\mathbf{A} \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}^T - \mathbf{P} \mathbf{C}^T \mathbf{S}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (4.52)$$

Die Matrizen \mathbf{Q} und \mathbf{S} werden vom Benutzer gewählt oder werden durch eine äußere Optimierungsschleife gefunden.

Simulationsergebnisse

In den Abbildungen 4.4 bis 4.7 ist die abtriebsseitige Geschwindigkeit und die geschätzte abtriebsseitige Geschwindigkeit, sowie der Fehler dieser beiden Geschwindigkeiten, dargestellt. In den Simulationsergebnissen von Abbildung 4.4 hat der Beobachter die perfekte Modellstruktur der Strecke. Parameterfehler in der Steifigkeit und Dämpfung werden jedoch zugelassen. Es gibt eine externe, periodische Störung auf der Position und Geschwindigkeit und eine konstante Störung auf dem Moment. Es ist zu erkennen, dass der Beobachter trotz der Modellfehler perfekt konvergiert und somit die nominellen Zustände, als auch die Störzustände richtig berechnet werden.

Abbildung 4.5 zeigt Simulationsergebnisse des gleichen Beobachters. In dieser Simulation wird keine externe periodische Störung verwendet, sondern eine interne sinusförmige Störung, welche von Systemzuständen abhängt. Die sinusförmige Störung wirkt wieder auf die Position und auf die Geschwindigkeit. Abbildung 4.5 zeigt, dass der Beobachter eine sehr gute Konvergenz aufweist.

Die Konvergenz des Beobachters in Abbildung 4.6 ist ähnlich gut, wie in Abbildung 4.5, obwohl die Nichtlinearitäten aus der Kinematik \tilde{C} , siehe Gleichung (3.23), im Streckenmodell verwendet werden. Dem Beobachter wird \tilde{C} als Störgröße aufgeschaltet.

In Abbildung 4.7 wird der Beobachter mit dem komplett nichtlinearen Getriebe-Modell simuliert. Im Vergleich zu Abbildung 4.6 hat das Getriebe eine nicht ideale Übersetzung, siehe Gleichung (3.24). Dies führt dazu, dass die Konvergenz des „gain-scheduling“ Beobachters mangelhaft ist.

Für die Unterdrückung der Getrieberippel muss abtriebsseitige Information verwendet werden. In diesem Kapitel wurde die erfolgreiche Entwicklung eines Beobachters für Achse 1 behandelt, welcher die Getrieberippel richtig schätzt. Dieser Beobachter wird in Abschnitt 5.4.1 mit einer Adaption kombiniert, um die Getrieberippel zu unterdrücken.

Für das Achse 2/3 Problem kann versucht werden einen nichtlinearen Beobachter zu entwerfen. Alternativ wird in Abschnitt 5.4.2 ein abtriebsseitiger Sensor verwendet, um die Getrieberippel zu unterdrücken.

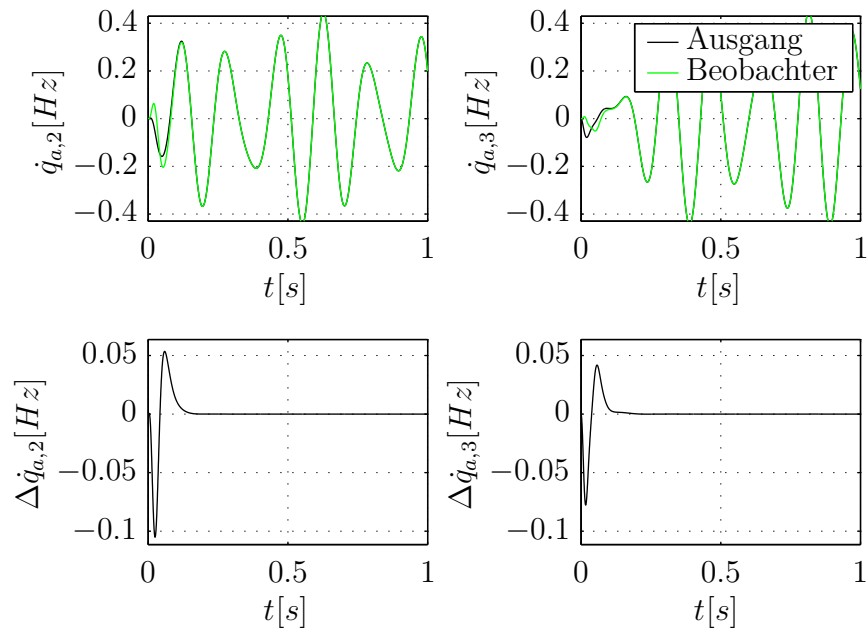


Abbildung 4.4: Beobachter hat die richtige Modellstruktur. Die Störungen hängen nicht von den Zuständen ab.

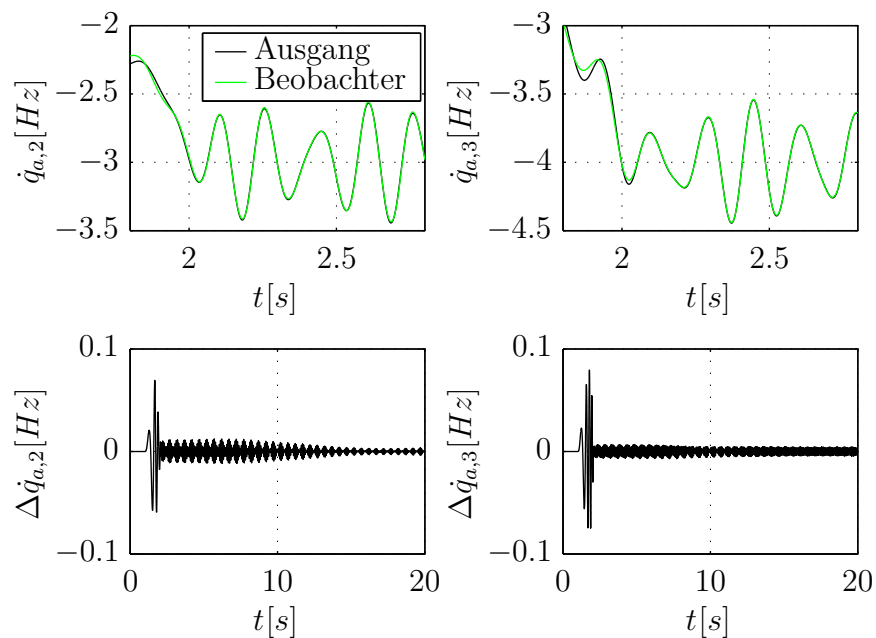


Abbildung 4.5: Beobachter hat die richtige Modellstruktur. Die Störungen hängen von den Zuständen ab.

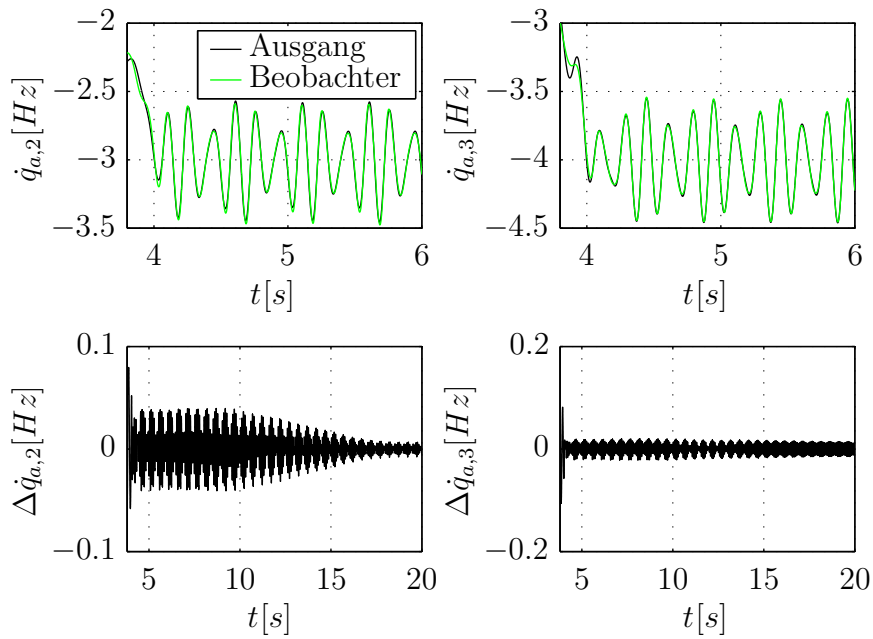


Abbildung 4.6: Beobachter hat nicht die richtige Modellstruktur, da \tilde{C} als Störgröße aufgeschaltet wird.

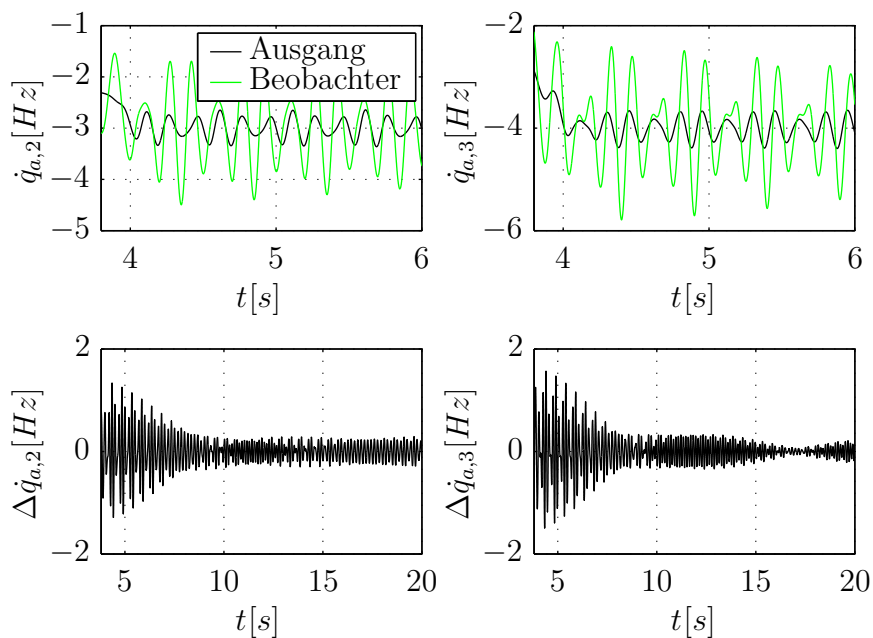


Abbildung 4.7: Beobachter hat nicht die richtige Modellstruktur, da \tilde{C} als Störgröße aufgeschaltet wird und u teilweise berücksichtigt wird.

5 Störgrößenkompensation mit adaptiven Algorithmen

Die adaptive Regelungstechnik ist ein Teilgebiet der nichtlinearen Regelungstechnik und zeichnet sich dadurch aus, dass sich Reglerparameter im Betrieb ändern. Ein Überblick über verschiedenste adaptive Regelungskonzepte ist in den Büchern von Aström/Wittenmark [AW95] und Sastry/Bodson [SB89] zu finden. In dieser Arbeit werden adaptive Algorithmen zur Unterdrückung periodischer Störungen eingesetzt. Die Philosophie hinter den adaptiven Algorithmen ist, dass eine künstlich erzeugte Schwingung verwendet wird, um eine periodische Störung auszulöschen. Die Parameter der künstlichen Schwingung werden im Betrieb adaptiert. Es gibt zwei große Vorteile, wenn eine Schwingung mit adaptiven Algorithmen unterdrückt wird.

- Die Parameter der Schwingung müssen *a priori* nicht bekannt sein. Der Aufwand der Identifikation der Schwingungsparameter ist nicht nötig.
- Die Adaption kann mögliche Parameteränderungen der Schwingung nachführen (tracken).

In Abschnitt 5.1 werden die theoretische Grundlagen der adaptiven Algorithmen zusammengefasst. Diese adaptiven Algorithmen werden in Abschnitt 5.2 auf einen Synchronmotor und in Abschnitt 5.3 auf einen Roboter angewandt. In Abschnitt 5.4 werden Welligkeiten eines Zykloidengetriebes unterdrückt, wofür ein Beobachter mit dem adaptiven Kompensator kombiniert wird.

5.1 Theoretische Grundlagen

Ein fundamentales Prinzip der Regelungstechnik ist das innere Modell Prinzip. Alle Adaptionsgesetze aus den Abschnitten 5.1.1 bis 5.1.4 müssen in irgendeiner Form dieses Prinzip implementieren. Die Definition nach F. Allgöwer [All99] auf Basis von Francis/Wonham [FW75] lautet: *Ein Regler garantiert nur dann asymptotische Störgrößenkompensation und/oder asymptotische Sollwertfolge, wenn a) die geregelte Größe zurückgeführt wird und wenn b) ein geeignetes Modell der*

dynamischen Struktur der Störungen und/oder des Sollwertes im Regelkreis enthalten ist.

Es gibt bestimmte Voraussetzungen an ein System, welches mit den vorgestellten adaptiven Algorithmen betrieben wird. Das System muss stabil und „linear time invariant“ (LTI) sein. Das System hat einen Eingang und Ausgang und folgt keiner Referenztrajektorie. Im Folgenden werden nun verschiedene gradientenbasierte Algorithmen vorgestellt, um periodische Störungen zu unterdrücken. Es werden die Vorteile und Nachteile der Algorithmen untersucht, um am Ende entscheiden zu können, welcher Algorithmus für die Robotikanwendung am besten geeignet ist.

5.1.1 FXLMS-Algorithmus

Die „adaptive feedforward cancelation“ (AFC) mit einem „filtered least mean square“ (FXLMS)-Algorithmus wurde von Bodson [BD97], [GB05] eingeführt, um Schallwellen zu unterdrücken („active noise control“). Dieses Verfahren wird im Folgenden, auf Basis von [MB08] und [MB11b], auf mechatronische Systeme angewandt.

Es wird untersucht, welche Rolle der Eingriffsort des Kompensationssignals und der Störung bei instabilen Systemen spielt. Weiterhin wird untersucht, ob das Adaptionsgesetz angepasst werden muss, wenn es Störungen mit gleicher Frequenz an unterschiedlichen Orten gibt.

Die allgemeine Herleitung gilt nur für Strecken, die keiner Referenztrajektorie folgen ($w = 0$), siehe Abbildung 5.1. Als Ausgangspunkt der Herleitung wird eine periodische Störung

$$d(t) = \theta_c^* \cos(\omega_d t) + \theta_s^* \sin(\omega_d t) \quad (5.1)$$

im Zeitbereich betrachtet. In Vektornotation gilt

$$\begin{aligned} d(t) &= \begin{bmatrix} \cos(\omega_d t) \\ \sin(\omega_d t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \theta_c^* \\ \theta_s^* \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{w}^T(t) \boldsymbol{\theta}^*, \end{aligned} \quad (5.2)$$

wobei \mathbf{w} als „regressor“ Vektor bezeichnet wird. Das Kompensationssignal $v(t)$ ist gegeben durch

$$\begin{aligned} v(t) &= \theta_c(t) \cos(\omega_d t) + \theta_s(t) \sin(\omega_d t) \\ &= \begin{bmatrix} \cos(\omega_d t) \\ \sin(\omega_d t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \theta_c(t) \\ \theta_s(t) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{w}^T(t) \boldsymbol{\theta}(t). \end{aligned} \quad (5.3)$$

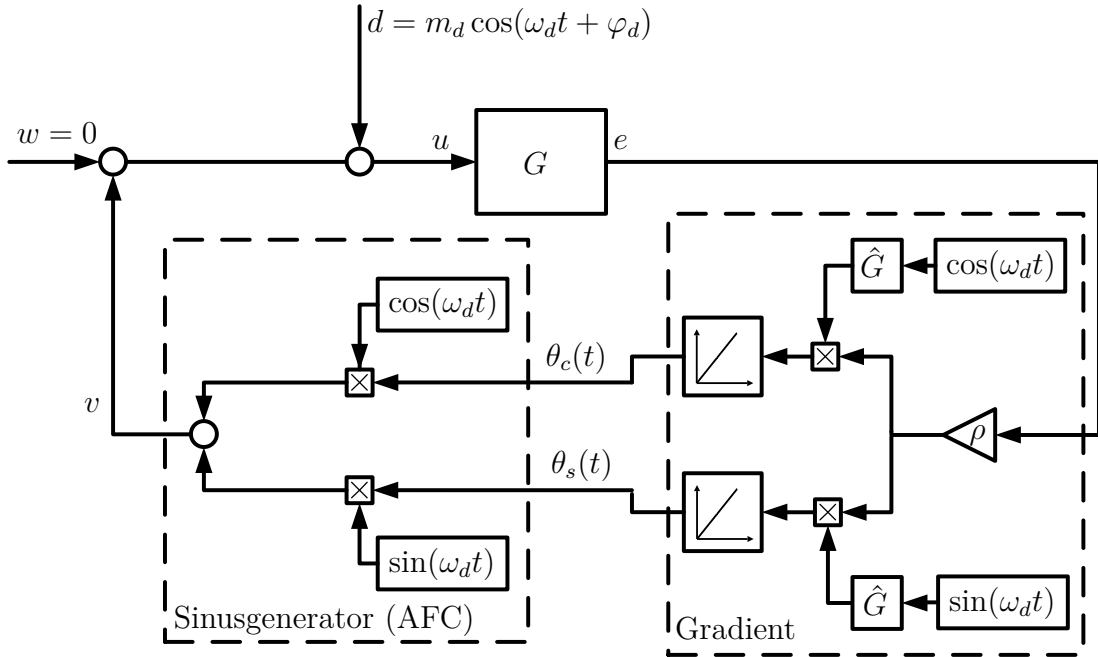


Abbildung 5.1: Blockschaltbild des FXLMS-Algorithmus mit AFC.

Da die Strecke keiner Referenztrajektorie folgt, ist der Ausgang im Zeitbereich gegeben durch

$$e(t) = \int_0^t G(t - \tau) \mathbf{w}^T(\tau) (\boldsymbol{\theta}(\tau) + \boldsymbol{\theta}^*) d\tau, \quad (5.4)$$

was dem Fehlersignal für die Adaption entspricht. Eine einfachere Schreibweise

$$\begin{aligned} e(t) &= (G * (\mathbf{w}^T(\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\theta}^*))) (t) \\ &= (G * (v + d)) (t) \end{aligned} \quad (5.5)$$

ist durch die Einführung des Faltungsoperators $*$ möglich, siehe Anhang A.3. Perfekte Auslöschung ($e(t \rightarrow \infty) = 0$) wird erreicht, wenn $\boldsymbol{\theta}(t) = -\boldsymbol{\theta}^*$. Dies kann durch eine Adaption $\boldsymbol{\theta}(t) \rightarrow -\boldsymbol{\theta}^*$ erreicht werden. Es wird ein Gradientenverfahren eingesetzt, welches das Fehlerquadrat $e^2(t)$ in Abhängigkeit vom Parameter $\boldsymbol{\theta}(t)$ minimiert. Mit der Adaptionsverstärkung ρ wird das Konvergenzverhalten der Adaption bestimmt. Der Adaptionsfehler wird durch den Gradienten

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\theta}}(t) &= -\rho \frac{\partial e^2(t)}{\partial \boldsymbol{\theta}(\tau)} \\ &= -\rho \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}(\tau)} \left(\int_0^t G(t - \tau) \mathbf{w}^T(\tau) (\boldsymbol{\theta}(\tau) + \boldsymbol{\theta}^*) d\tau \right)^2 \end{aligned} \quad (5.6)$$

minimiert. Die Auswertung der partiellen Ableitung ergibt

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho \int_0^t \hat{G}(t-\tau) \mathbf{w}(\tau) d\tau \int_0^t \hat{G}(t-\tau) \mathbf{w}^T(\tau) (\boldsymbol{\theta}(\tau) + \boldsymbol{\theta}^*) d\tau. \quad (5.7)$$

Mit der vereinfachten Notation ergibt sich für den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho (\hat{G} * \mathbf{w})(t) e(t), \quad (5.8)$$

wobei $(\hat{G} * \mathbf{w})(t)$ die innere Ableitung des Fehlers ist und eine komponentenweise Faltung des „regressor“ Vektors \mathbf{w} bedeutet.

In dieser Arbeit wird der Stabilitätsbeweis für den FXLMS-Algorithmus auf Basis von [SB89] skizziert. Anschließend wird der Beweis diskutiert und auf seine praktische Bedeutung überprüft. Der Beweis wird mit Hilfe der Theorie von Lyapunov durchgeführt, siehe [Kha02] oder [Föl93].

Annahme 5.1 Die Strecke $\hat{G} = G$ ist exakt bekannt.

Annahme 5.2 Wird die Adaptionverstärkung klein genug gewählt ($\rho \rightarrow 0$), so gilt für die adaptiven Zustände $\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) \cong 0$, woraus $\boldsymbol{\phi}(t) \cong \text{const}$ folgt, unter der Koordinatentransformation $\boldsymbol{\phi}(t) = \boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\theta}^*$ und $\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = \dot{\boldsymbol{\theta}}(t)$.

Lemma 5.1 Unter den Annahmen 5.1 und 5.2 ist der geschlossene Kreis, bestehend aus der Strecke G und dem Adaptionsgesetz (5.8), stabil nach Lyapunov.

Beweis 5.1 Wird das Fehlersignal (5.4) in das Adaptionsgesetz (5.8) eingesetzt ergibt sich für den geschlossenen Kreis

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho (G * \mathbf{w})(t) (G * (\mathbf{w}^T(\boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\theta}^*))) (t). \quad (5.9)$$

Unter der Koordinatentransformation $\boldsymbol{\phi}(t) = \boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\theta}^*$, $\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = \dot{\boldsymbol{\theta}}(t)$ gilt

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = -2\rho (G * \mathbf{w})(t) (G * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\phi}))(t). \quad (5.10)$$

Unter der Annahme 5.2 folgt

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = -2\rho (G * \mathbf{w})(t) (G * \mathbf{w}^T)(t) \boldsymbol{\phi}(t). \quad (5.11)$$

Die Notation wird durch $(G * \mathbf{w}^T)(t) = \mathbf{w}_F(t)$ vereinfacht, was zu der nichtlinearen Differentialgleichung

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = -2\rho \mathbf{w}_F(t) \mathbf{w}_F^T(t) \boldsymbol{\phi}(t) \quad (5.12)$$

führt. Für diese Differentialgleichung wird Stabilität gezeigt. Als Ansatz für die Lyapunov Funktion wird

$$V(t) = \boldsymbol{\phi}^T(t)\boldsymbol{\phi}(t) \quad (5.13)$$

gewählt. Für die Ableitung der Lyapunov Funktion gilt

$$\dot{V}(t) = \dot{\boldsymbol{\phi}}^T(t)\boldsymbol{\phi}(t) + \boldsymbol{\phi}^T(t)\dot{\boldsymbol{\phi}}(t), \quad (5.14)$$

wobei $\dot{\boldsymbol{\phi}}$ aus Gleichung (5.12) die Form

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\phi}}(t) &= -2\rho \begin{bmatrix} \cos^2(\omega_d t) & \cos(\omega_d t) \sin(\omega_d t) \\ \cos(\omega_d t) \sin(\omega_d t) & \sin^2(\omega_d t) \end{bmatrix} \boldsymbol{\phi}(t) \\ &= -\mathbf{A}(t)\boldsymbol{\phi}(t) \end{aligned} \quad (5.15)$$

hat. Für die Ableitung der Lyapunov Funktion gilt somit

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= -\boldsymbol{\phi}^T(t)(\mathbf{A}(t) + \mathbf{A}^T(t))\boldsymbol{\phi}(t) \\ &\leq 0. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Die Bedingung für Stabilität ist erfüllt, wenn $\mathbf{A}(t) + \mathbf{A}^T(t)$ positiv semidefinit ist, was der Fall ist, denn $\mathbf{A}(t) + \mathbf{A}^T(t)$ ist symmetrisch und hat die Eigenwerte $\lambda_{1,2} = 0, 2$.

Diskussion des Beweises

Annahme 5.1 ist aus praktischer Sicht keine wichtige Einschränkung. Wenn die notwendige Bedingung

$$|\varphi\{\hat{\mathbf{G}}_d\} - \varphi\{\mathbf{G}_d\}| < 90^\circ \quad (5.17)$$

erfüllt ist, gibt es ein ρ so dass der geschlossene Kreis stabil ist, siehe [SB89]. Eine Approximation des realen Systems ist somit ausreichend, um Stabilität zu gewährleisten.

Annahme 5.2 bedeutet, dass der geschlossene Kreis nicht für alle Adaptionverstärkungen $\rho > 0$ stabil ist. Mit dem Beweis kann folglich nicht untersucht werden, welche Adaptionverstärkungen einen stabilen geschlossenen Kreis erzeugen. Um dieses Problem zu lösen, werden in dieser Arbeit Stabilitätsuntersuchungen vorgestellt, welche z.B. die maximal zulässige Adaptionverstärkung bestimmen. Der Beweis zeigt weiterhin, dass Systeminformationen der Strecke $\hat{\mathbf{G}}$ im Adaptionsgesetz verwendet werden müssen. Ein Algorithmus der Form

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho\mathbf{w}(t)e(t) \quad (5.18)$$

erzeugt für Systeme, welche nicht streng positiv reell (SPR) sind, keinen stabilen geschlossenen Kreis für alle Störfrequenzen, siehe [Bod88]. Alle Systeme, welche

in dieser Arbeit untersucht werden, haben ein Moment als Eingang und eine Position als Ausgang. Aufgrund der zweifachen Integration sind diese Systeme nicht SPR.

Zu beachten ist, dass der Stabilitätsbeweis auch gültig ist für interne, zustandsabhängige Störungen, da die Eigenwerte von $\mathbf{A}(t) + \mathbf{A}^T(t)$ konstant sind. Diese Art von Störungen wird ab Abschnitt 5.2 betrachtet.

5.1.2 AE-Algorithmus

Ein großer Vorteil des „augmented error“ (AE)-Algorithmus im Vergleich zum FXLMS-Algorithmus ist, dass der AE-Algorithmus für alle Adaptionsverstärkungen im nominellen Fall garantiert stabil ist, siehe [GB06]. Der eigentliche Adaptionsfehler e wird gewichtet (augmented) und ergibt den virtuellen Fehler

$$e_a(t) = \underbrace{(G * \mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta})(t)}_v + \underbrace{(G * \mathbf{w}^T)(t) \boldsymbol{\theta}^*}_d + \underbrace{(\hat{G} * \mathbf{w}^T)(t) \boldsymbol{\theta}(t)}_{\text{Lyapunov Erweiterung}} - \underbrace{(\hat{G} * \mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta})(t)}_{v\text{-Kompensation}}. \quad (5.19)$$

Der Adaptionsfehler wird, nach Gleichung (5.6), durch den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(\hat{G} * \mathbf{w})(t)e_a(t) \quad (5.20)$$

minimiert. Das Kompensationssignal wird nach Gleichung (5.3) berechnet. Der Algorithmus kann Konvergenzprobleme aufweisen und deshalb wird ein normiertes Verfahren eingesetzt, mit der Adaptionsvorschrift

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\theta}}(t) &= -2 \frac{\rho}{\sqrt{\Re\{\underline{G}(j\omega_d)\}^2 + \Im\{\underline{G}(j\omega_d)\}^2}} (\hat{G} * \mathbf{w})(t)e_a(t) \\ &= -2\bar{\rho}(\hat{G} * \mathbf{w})(t)e_a(t). \end{aligned} \quad (5.21)$$

Lemma 5.2 *Unter der Annahme 5.1 ist der geschlossene Kreis, bestehend aus der Strecke G und dem Adaptionsgesetz (5.21), stabil nach Lyapunov.*

Beweis 5.2 *Wird das Fehlersignal (5.19) in das Adaptionsgesetz (5.20) eingesetzt ergibt sich für den geschlossenen Kreis*

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\bar{\rho}(G * \mathbf{w})(t) \left(\underbrace{(G * \mathbf{w}^T)(t) \boldsymbol{\theta}^*}_d + \underbrace{(G * \mathbf{w}^T)(t) \boldsymbol{\theta}(t)}_{\text{Lyapunov Erweiterung}} \right) \quad (5.22)$$

$$= -2\bar{\rho}(G * \mathbf{w})(t)(G * \mathbf{w}^T)(t)(\boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\theta}^*). \quad (5.23)$$

Unter der Koordinatentransformation $\boldsymbol{\phi}(t) = \boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\theta}^*$, $\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = \dot{\boldsymbol{\theta}}(t)$ gilt

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = -2\bar{\rho}(G * \mathbf{w})(t)(G * \mathbf{w}^T)(t)\boldsymbol{\phi}(t). \quad (5.24)$$

Die Notation wird durch $(G*\mathbf{w}^T)(t) = \mathbf{w}_F(t)$ vereinfacht, was zu der nichtlinearen Differentialgleichung

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = -2\bar{\rho}\mathbf{w}_F(t)\mathbf{w}_F^T(t)\boldsymbol{\phi}(t) \quad (5.25)$$

führt, welche identisch ist zu Gleichung (5.12).

Diskussion des Beweises

Annahme 5.2 wird für den Stabilitätsbeweis nicht benötigt. Dies bedeutet, dass der AE-Algorithmus für alle $\bar{\rho} > 0$ im nominellen Fall stabil ist. Aus theoretischer Sicht ist dies eine mächtige Aussage, denn durch $\rho \rightarrow \infty$ kann eine beliebig schnelle Konvergenz erreicht werden. Aus praktischer Sicht ist dies wegen Annahme 5.1 nicht von großen Bedeutung. Simulationsergebnisse haben gezeigt, dass der AE-Algorithmus im hier vorliegenden Fall keine größeren Adaptionsverstärkungen erlaubt, wenn Annahme 5.1 nicht erfüllt ist.

Der geschlossene Regelkreis ist stabil mit dem virtuellen Fehler e_a , folglich gilt auch für den eigentlichen Fehler $e \rightarrow 0$.

Der Stabilitätsbeweis gilt im nominellen Fall auch für das normierten Verfahren, siehe Gleichung (5.21), da die Normierung lediglich die Adaptionsverstärkung beeinflusst und die Adaption für alle Verstärkungen stabil ist.

5.1.3 G^{-1} -Algorithmus für Eingrößensysteme

Die Motivation für den G^{-1} -Algorithmus, siehe [BD97], ist das ungewollte frequenzabhängige Konvergenzverhalten des FXLMS-Algorithmus zu beseitigen, siehe Abschnitt 5.1.5. Für das stationäre Fehlersignal, siehe Anhang A.2, gilt in Matrixnotation

$$e(t) = \mathbf{w}(t)^T \mathbf{G}_{ss}(\omega_d)(\boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\theta}^*), \quad (5.26)$$

mit der stationären Systemmatrix

$$\mathbf{G}_{ss}(\omega_d) = \begin{bmatrix} \Re\{\underline{G}(j\omega_d)\} & \Im\{\underline{G}(j\omega_d)\} \\ -\Im\{\underline{G}(j\omega_d)\} & \Re\{\underline{G}(j\omega_d)\} \end{bmatrix}. \quad (5.27)$$

Der Adaptionsfehler wird durch den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}^T(t) = -\rho \frac{\partial e^2(t)}{\partial \boldsymbol{\theta}(t)} = -2\rho \mathbf{w}(t)^T \hat{\mathbf{G}}_{ss}(\omega_d) e(t) \quad (5.28)$$

minimiert. Da $\dot{\boldsymbol{\theta}}(t)$ ein Spaltenvektor ist gilt

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho \hat{\mathbf{G}}_{ss}^T(\omega_d) \mathbf{w}(t) e(t). \quad (5.29)$$

Für die frequenzunabhängige Konvergenz wird der Algorithmus normiert. Es ergibt sich

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) &= -2\rho \frac{1}{\Re\{\hat{G}(j\omega_d)\}^2 + \Im\{\hat{G}(j\omega_d)\}^2} \hat{\mathbf{G}}_{ss}^T(\omega_d) \mathbf{w}(t) e(t) \\ &= -2\rho \hat{\mathbf{G}}_{ss}^{-1}(\omega_d) \mathbf{w}(t) e(t).^1\end{aligned}\quad (5.30)$$

Das Kompensationssignal wird nach Gleichung (5.3) berechnet.

Lemma 5.3 *Mit den Annahmen 5.1 und 5.2 ist der geschlossene Kreis, bestehend aus der Strecke G und dem Adaptionsgesetz (5.30), stabil nach Lyapunov.*

Beweis 5.3 *Wird das Fehlersignal (5.4) in das Adaptionsgesetz (5.30) eingesetzt, so gilt*

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho \mathbf{G}_{ss}^{-1}(\omega_d) \mathbf{w}(t) (G * (\mathbf{w}^T(\boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\theta}^*))) (t). \quad (5.31)$$

Unter der Koordinatentransformation $\boldsymbol{\phi}(t) = \boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\theta}^*$, $\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = \dot{\boldsymbol{\theta}}(t)$ gilt

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = -2\rho \mathbf{G}_{ss}^{-1}(\omega_d) \mathbf{w}(t) (G * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\phi})) (t). \quad (5.32)$$

Unter der Annahme 5.2 und mit der Verwendung der stationären Antwort \mathbf{G}_{ss} von G folgt

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = -2\rho \mathbf{G}_{ss}^{-1}(\omega_d) \mathbf{w}(t) \mathbf{w}(t)^T \mathbf{G}_{ss}(\omega_d) \boldsymbol{\phi}(t) \quad (5.33)$$

$$= -\mathbf{G}_{ss}^{-1}(\omega_d) \mathbf{A}(t) \mathbf{G}_{ss}(\omega_d) \boldsymbol{\phi}(t). \quad (5.34)$$

Als Ansatz für eine Lyapunov Funktion wird wieder Gleichung (5.13) gewählt. Für die Ableitung der Lyapunov Funktion gilt

$$\dot{V}(t) = \dot{\boldsymbol{\phi}}^T(t) \boldsymbol{\phi}(t) + \boldsymbol{\phi}^T(t) \dot{\boldsymbol{\phi}}(t) \quad (5.35)$$

$$= -(\mathbf{G}_{ss}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{G}_{ss} \boldsymbol{\phi})^T \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{G}_{ss}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{G}_{ss} \boldsymbol{\phi} \quad (5.36)$$

$$= -\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{G}_{ss}^T \mathbf{A}^T (\mathbf{G}_{ss}^{-1})^T \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{G}_{ss}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{G}_{ss} \boldsymbol{\phi} \quad (5.37)$$

$$= -\boldsymbol{\phi}^T (\mathbf{G}_{ss}^T \mathbf{A}^T (\mathbf{G}_{ss}^{-1})^T + \mathbf{G}_{ss}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{G}_{ss}) \boldsymbol{\phi} \quad (5.38)$$

$$\leq 0. \quad (5.39)$$

Die Stabilitätsbedingung ist erfüllt, wenn $\mathbf{G}_{ss}^T \mathbf{A}^T (\mathbf{G}_{ss}^{-1})^T + \mathbf{G}_{ss}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{G}_{ss}$ positiv semidefinit ist, was der Fall ist, denn $\mathbf{G}_{ss}^T \mathbf{A}^T (\mathbf{G}_{ss}^{-1})^T + \mathbf{G}_{ss}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{G}_{ss}$ ist symmetrisch und hat die Eigenwerte $\lambda_{1,2} = 0, 2$.

¹Für $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$ gilt $\mathbf{G}^{-1} = \frac{1}{\det\{\mathbf{G}\}} \mathbf{G}^T$.

Diskussion des Beweises

Es werden die gleichen Annahmen getroffen wie beim Beweis des FXLMS-Algorithmus. Weiterhin wird im Beweis die stationäre Antwort des Systems \mathbf{G}_{ss} verwendet. Dies kann mit „Averaging“ (Abschnitt 5.1.5 und [SB89]) begründet werden, denn es gilt $\mathbf{G}_{ss} = \text{avg}\{G\}$.

Um eine lineare Stabilitätsuntersuchung durchführen zu können, wird im Folgenden ein LPV- \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus in Zustandsraumdarstellung hergeleitet.

LPV- \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus in Zustandsraumdarstellung

Mit der LPV-Darstellung des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus kann eine LTI-Analyse mit fester Störfrequenz oder eine LPV-Analyse durchgeführt werden. Die nichtlineare Zustandsraumdarstellung des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus ist gegeben durch

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\omega_d)\mathbf{x} + \rho\mathbf{R}(t)\mathbf{G}_{ss}^{-1}(\omega_d)\mathbf{w}(t)e, \quad (5.40)$$

$$y = [0 \ 1] \mathbf{x}, \quad (5.41)$$

mit der Dynamikmatrix

$$\mathbf{A}(\omega_d) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_d \\ -\omega_d & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.42)$$

der Matrix

$$\mathbf{R}(t) = \begin{bmatrix} \sin(\omega_d t) & -\cos(\omega_d t) \\ \cos(\omega_d t) & \sin(\omega_d t) \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

und dem „regressor“ Vektor

$$\mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} \cos(\omega_d t) \\ \sin(\omega_d t) \end{bmatrix}. \quad (5.44)$$

Da $\mathbf{G}_{ss}^{-1}(\omega_d)\mathbf{R}(t)$ in diesem Fall kommutativ ist, gilt für die Zustandsgleichung

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\omega_d)\mathbf{x} + \rho\hat{\mathbf{G}}_{ss}^{-1}(\omega_d)\mathbf{R}(t)\mathbf{w}(t)e \quad (5.45)$$

$$= \mathbf{A}(\omega_d)\mathbf{x} + \rho\hat{\mathbf{G}}_{ss}^{-1}(\omega_d) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} e \quad (5.46)$$

$$= \mathbf{A}(\omega_d)\mathbf{x} + \rho\mathbf{b}(\omega_d)e, \quad (5.47)$$

mit dem Eingangsvektor

$$\mathbf{b}(\omega_d) = \begin{bmatrix} \frac{-\Im\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_d)\}}{\Im\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_d)\}^2 + \Re\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_d)\}^2} \\ \frac{\Re\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_d)\}}{\Im\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_d)\}^2 + \Re\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_d)\}^2} \end{bmatrix}. \quad (5.48)$$

Die Störfrequenz ω_d ist der „scheduling“ Parameter.

5.1.4 G^T -Algorithmus für Mehrgrößensysteme

In der Literatur wird ein Algorithmus mit einer stationären Systemmatrix für Mehrgrößensysteme vorgestellt, siehe [WB04]. Die Problemstellung in dieser Arbeit ist eine andere. Es wirkt auf jedem Kanal genau eine Störung, die mit einem Kompensationssignal ausgelöscht wird. Der G^T -Algorithmus ist eine Erweiterung des Algorithmus von Abschnitt 5.1.3. Das stationäre Fehlersignal ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T(t)\mathbf{G}_{11}(\omega_{d,1})(\boldsymbol{\theta}_1(t) + \boldsymbol{\theta}_1^*) + \dots + \mathbf{w}_n^T(t)\mathbf{G}_{1n}(\omega_{d,n})(\boldsymbol{\theta}_n(t) + \boldsymbol{\theta}_n^*) \\ \vdots \\ \mathbf{w}_1^T(t)\mathbf{G}_{n1}(\omega_{d,1})(\boldsymbol{\theta}_1(t) + \boldsymbol{\theta}_1^*) + \dots + \mathbf{w}_n^T(t)\mathbf{G}_{nn}(\omega_{d,n})(\boldsymbol{\theta}_n(t) + \boldsymbol{\theta}_n^*) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{W}^T(t)\mathbf{G}_{SS}(\boldsymbol{\omega}_d)\boldsymbol{\phi}(t). \end{aligned} \quad (5.49)$$

In diesem Abschnitt ist n die Anzahl der Eingänge und Ausgänge. Dies entspricht der Anzahl der Roboterachsen. Die Notation wird durch $\mathbf{G}_{ij} = \mathbf{G}_{ss,ij}$ vereinfacht. Die jeweilige stationäre Systemmatrix \mathbf{G}_{ss} ist durch Gleichung (5.27) gegeben. Die „regressor“ Matrix ist gegeben durch

$$\mathbf{W}^T(t) = [\text{blkdiag}\{\mathbf{w}_1^T(t)\}, \text{blkdiag}\{\mathbf{w}_2^T(t)\}, \dots, \text{blkdiag}\{\mathbf{w}_n^T(t)\}], \quad (5.50)$$

mit $\mathbf{W}^T(t) \in \mathbb{R}^{n \times n^2}$. Die stationäre Systemmatrix ist gegeben durch

$$\mathbf{G}_{SS}(\boldsymbol{\omega}_d) = \text{blkdiag} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11}(\omega_{d,1}) \\ \vdots \\ \mathbf{G}_{n1}(\omega_{d,1}) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{12}(\omega_{d,2}) \\ \vdots \\ \mathbf{G}_{n2}(\omega_{d,2}) \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{1n}(\omega_{d,n}) \\ \vdots \\ \mathbf{G}_{nn}(\omega_{d,n}) \end{bmatrix} \right\}, \quad (5.51)$$

mit $\mathbf{G}_{SS} \in \mathbb{R}^{n^2 \times n}$ und den transformierten adaptiven Zuständen

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1(t) + \boldsymbol{\theta}_1^* \\ \vdots \\ \boldsymbol{\theta}_n(t) + \boldsymbol{\theta}_n^* \end{bmatrix}, \quad (5.52)$$

mit $\boldsymbol{\phi} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$. Der Adaptionsfehler wird durch den Gradienten

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\theta}}(t) &= -\rho \frac{\partial e^2(t)}{\partial \boldsymbol{\theta}(t)} \\ &= -2\rho \mathbf{e}^T(t) (\mathbf{W}^T(t) \hat{\mathbf{G}}_{SS}(\boldsymbol{\omega}_d)) \\ &= -2\rho (\mathbf{W}^T(t) \hat{\mathbf{G}}_{SS}(\boldsymbol{\omega}_d))^T (\mathbf{e}^T(t))^T \\ &= -2\rho \hat{\mathbf{G}}_{SS}^T(\boldsymbol{\omega}_d) \mathbf{W}(t) \mathbf{e}(t) \end{aligned} \quad (5.53)$$

minimiert. Die AFC ist im Mehrgrößenfall gegeben durch

$$v_j(t) = \mathbf{w}_j^T(t)\boldsymbol{\theta}_j(t) \quad j = 1, \dots, n, \quad (5.54)$$

mit der jeweiligen Roboterachse j .

Lemma 5.4 *Unter den Annahmen 5.1 und 5.2 ist der geschlossene Kreis, bestehend aus der Strecke \mathbf{G} und dem Adaptionsgesetz (5.53), stabil nach Lyapunov.*

Beweis 5.4 *Das stationäre Fehlersignal (5.49) wird in das Adaptionsgesetz (5.53) eingesetzt und die Koordinatentransformation $\boldsymbol{\phi}(t) = \boldsymbol{\theta}(t) + \boldsymbol{\theta}^*$, $\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = \dot{\boldsymbol{\theta}}(t)$ verwendet. Unter der Annahme 5.2 gilt*

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = -\mathbf{G}_{SS}^T(\boldsymbol{\omega}_d)\mathbf{W}(t)\mathbf{W}^T(t)\mathbf{G}_{SS}(\boldsymbol{\omega}_d)\boldsymbol{\phi}(t). \quad (5.55)$$

Weiterhin gilt mit $\frac{1}{2}\mathbf{E}^{(2n \times 2n)} = \text{avg}\{\mathbf{W}(t)\mathbf{W}^T(t)\}$

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}_{\text{avg}}(t) = -\mathbf{G}_{SS}^T(\boldsymbol{\omega}_d)\mathbf{G}_{SS}(\boldsymbol{\omega}_d)\boldsymbol{\phi}_{\text{avg}}(t). \quad (5.56)$$

Diese Differentialgleichung ist stabil, denn $\mathbf{G}_{SS}^T(\boldsymbol{\omega}_d)\mathbf{G}_{SS}(\boldsymbol{\omega}_d)$ ist positiv definit.

5.1.5 Charakteristika der gradientenbasierten Algorithmen

In den Abschnitten 5.1.1 bis 5.1.3 wurden drei adaptive, gradientenbasierte Algorithmen vorgestellt. In diesem Abschnitt wird untersucht, welcher Algorithmus am besten für die Robotikanwendung geeignet ist.

Analyse des Konvergenzverhalten mit Hilfe von „Averaging“

Die Adaptionsgesetze sind nichtlinear und deshalb schwer zu analysieren. Um das Konvergenzverhalten der Algorithmen zu untersuchen, werden die Adaptionsgesetze vereinfacht. Ein mögliches Mittel hierfür ist „Averaging“, siehe [SB89] oder [AW95]. Hierzu wird eine Differentialgleichung der Form

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}(t) = \rho f(t, \boldsymbol{\phi}(t)) \quad (5.57)$$

gemittelt. Dies kann mit

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}_{\text{avg}}(t) = \rho \frac{1}{T} \int_0^T f(t, \boldsymbol{\phi}(t)) dt \quad (5.58)$$

erreicht werden. Da periodische Systeme untersucht werden, kann die Periodendauer zu $T = 2\pi$ gewählt werden. Die gemittelte Dynamik der Adaption des FXLMS-Algorithmus und AE-Algorithmus ergibt sich zu

$$\dot{\phi}_{avg}(t) + \rho |G(j\omega_d)|^2 \phi_{avg}(t) = \mathbf{0}, \quad (5.59)$$

$$\phi_{avg}(0) = \phi_{avg,0}. \quad (5.60)$$

Die gemittelte Dynamik des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus ergibt sich zu

$$\dot{\phi}_{avg}(t) + \rho \phi_{avg}(t) = \mathbf{0}, \quad (5.61)$$

$$\phi_{avg}(0) = \phi_{avg,0}. \quad (5.62)$$

Um die gemittelte Differentialgleichung mit der nichtlinearen Adaption in einer Zeitsimulation vergleichen zu können, wird als Ruhelage der Zielwert der Adaption verwendet. Gilt für die Störung $d(t) = \theta_c \cos(\omega_d t)$, so wird die gemittelte Differentialgleichung

$$\dot{\phi}_{avg,c}(t) + \rho(\phi_{avg,c}(t) + \theta_c) = 0, \quad (5.63)$$

$$\phi_{avg,c}(0) = 0 \quad (5.64)$$

simuliert.

Um das Konvergenzverhalten der adaptiven Algorithmen bewerten zu können, wird ein Analyseverfahren verwendet, welches Zeitbereichskriterien auswertet. Beispielhafte Kriterien sind

$$L_1 \Delta \theta = \int |\theta_s(t) - \theta_{s,avg}(t)| dt + \int |\theta_c(t) - \theta_{c,avg}(t)| dt, \quad (5.65)$$

$$L_2 \Delta \theta = \int (\theta_s(t) - \theta_{s,avg}(t))^2 dt + \int (\theta_c(t) - \theta_{c,avg}(t))^2 dt, \quad (5.66)$$

$$L_\sigma \Delta \theta = \sigma (\theta_s(t) - \theta_{s,avg}(t)) + \sigma (\theta_c(t) - \theta_{c,avg}(t)), \quad (5.67)$$

$$L_1 \Delta \dot{q}_m = \int |\dot{q}_m^d(t) - \dot{q}_m(t)| dt, \quad (5.68)$$

mit der Standardabweichung σ . Abbildung 5.2 zeigt, wie die Kriterien zur Bewertung der Adaption gewonnen werden. Da sich das Systemverhalten je nach Drehzahl ändert, wird sich auch das Konvergenzverhalten der Adaption ändern, was sich durch „Averaging“ nicht darstellen lässt. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit das Kriterium-Drehzahl Diagramm entwickelt, was im Folgenden beschrieben wird.

Wie bei der Konstruktion von Rippelamplituden-Drehzahl Diagrammen werden die Konstantgeschwindigkeiten gerastert. Es wird der Fehler zum Wunschverhalten, welches durch „Averaging“ berechnet wird, gebildet. Damit wird ein Kriterium gebildet, das ein Maß für die Konvergenz der Adaption ist.

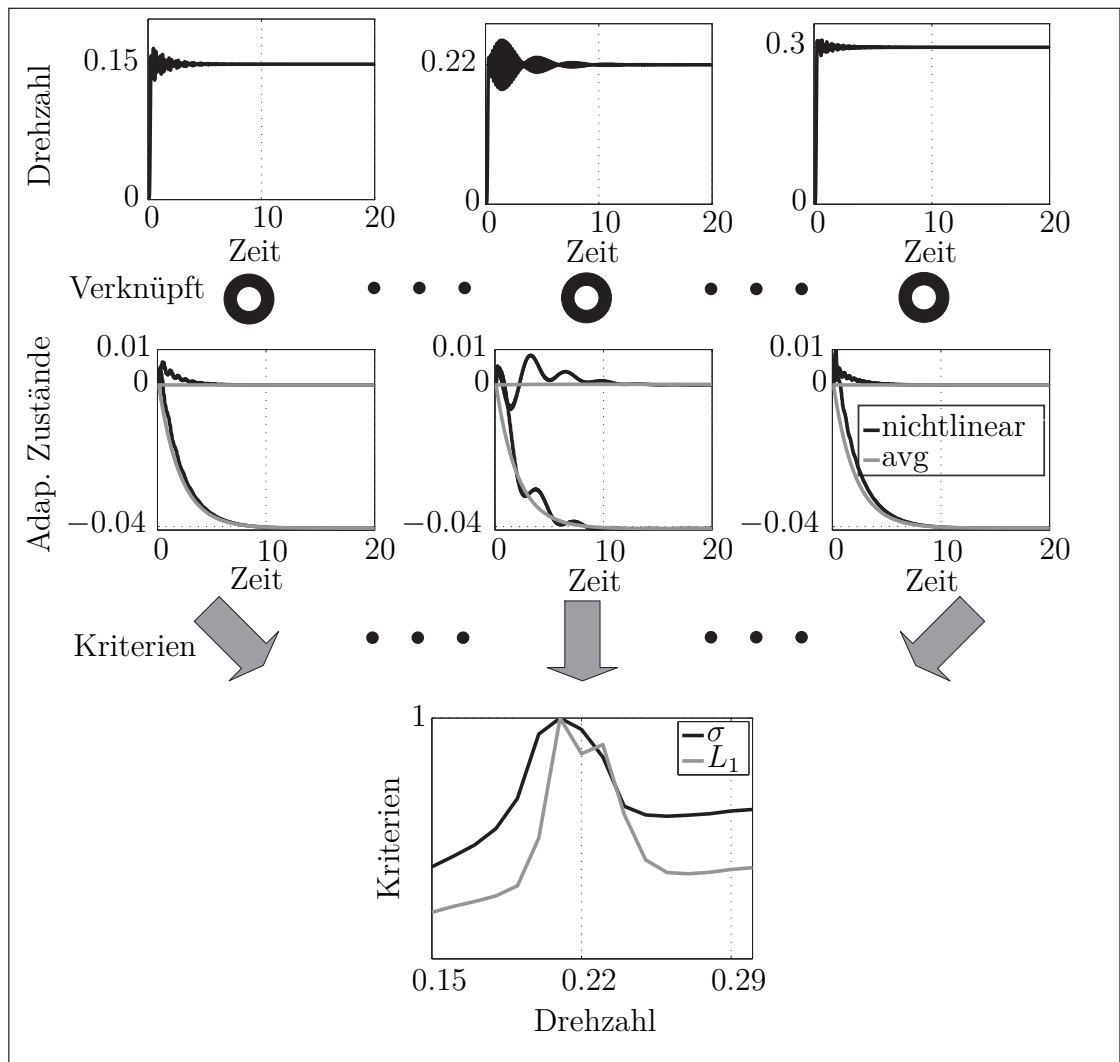


Abbildung 5.2: Graphische Illustration zur Konstruktion des Kriterium-Drehzahl Diagramms.

Unterdrückung mehrerer harmonischer Schwingungen

Der Roboter hat mehrere sinusförmige Störungen, wie aus Abbildung 3.4 zu ersehen ist. Es wird deshalb ein Algorithmus entwickelt, welcher mehrere harmonische Schwingungen gleichzeitig unterdrücken kann. Dies wird am Beispiel des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus erläutert. Die Störungen sind gegeben durch

$$d(t) = \sum_{N=1}^{N^*} m_{d,N} \cos(\omega_{d,N}t + \varphi_{d,N}). \quad (5.69)$$

Für lineare Systeme gilt das Superpositionsprinzip. Dadurch können die Kompensationssignale addiert werden, um Störungen mit unterschiedlichen Frequenzen auszulöschen. Die Gradienten sind gegeben durch

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_N(t) = -2\rho \hat{\mathbf{G}}_{ss,N}^{-1}(\omega_{d,N}) \mathbf{w}_N(t) e(t), \quad (5.70)$$

und die stationären Systemmatrizen sind gegeben durch

$$\hat{\mathbf{G}}_{ss,N}(\omega_{d,N}) = \begin{bmatrix} \Re\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_{d,N})\} & \Im\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_{d,N})\} \\ -\Im\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_{d,N})\} & \Re\{\hat{\mathbf{G}}(j\omega_{d,N})\} \end{bmatrix}. \quad (5.71)$$

Das Kompensationssignal ergibt sich zu

$$v(t) = \sum_{N=1}^{N^*} \mathbf{w}_N^T(t) \boldsymbol{\theta}_N(t). \quad (5.72)$$

Eingriffsort der Störung und des Kompensationssignals

Um die adaptiven Verfahren auf instabile Systeme anwenden zu können, wird ein innerer stabilisierender Kreis verwendet, siehe Abschnitt 2.1.4. Es wird zunächst untersucht, welchen Einfluss der Eingriffsort der Störung für das Adaptionsgesetz hat. Im Folgenden beschreibt G_f die Führungsübertragungsfunktion, G_d die Störübertragungsfunktion und G_x ist eine unbekannte Übertragungsfunktion.

Lemma 5.5 *Der Eingriffsort der Störung, repräsentiert durch d_1 , d_2 , d_3 , hat keinen Einfluss auf die Wahl des Filters G_x .*

Beweis 5.5 *Für den Fehler am Streckenausgang gilt*

$$e(t) = (G_x * v)(t) + (G_f * d_1)(t) + (G_d * d_2)(t) + d_3(t) \quad (5.73)$$

$$= (G_x * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}))(t) + (G_f * \mathbf{w}_1^T)(t) \boldsymbol{\theta}_1^* + (G_d * \mathbf{w}_2^T)(t) \boldsymbol{\theta}_2^* + \mathbf{w}_3^T(t) \boldsymbol{\theta}_3^*. \quad (5.74)$$

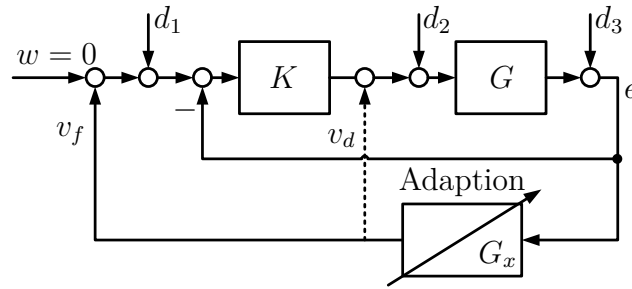


Abbildung 5.3: Blockschaltbild des Regelungssystems mit verschiedenen Eingriffsarten der Störung und des Kompensationssignals.

Der Gradient wird nach Gleichung (5.6) berechnet und ist gegeben durch

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(G_x * \boldsymbol{w}^T)(t)e(t). \quad (5.75)$$

Die Übertragungsfunktion G_x ist die Übertragung von Kompensationssignal auf den Streckenausgang. Die Übertragungsfunktionen der Störungen verschwinden durch die partielle Ableitung.

Im Folgenden wird untersucht, wie das Filter in der Adaption zu wählen ist, wenn das Kompensationssignal auf die Solltrajektorie oder beim Reglerausgang aufgeschaltet wird.

Lemma 5.6 Wird als Eingriffsort des Kompensationssignals v_f die Solltrajektorie gewählt, so gilt für das Filter in der Adaption $G_x = \hat{G}_f$.

Beweis 5.6 Für den Fehler der Adaption gilt

$$e(t) = (G_f * v)(t) + (G_d * d)(t) \quad (5.76)$$

$$= (G_f * \boldsymbol{w}^T \boldsymbol{\theta})(t) + (G_d * \boldsymbol{w}^T)(t) \boldsymbol{\theta}^*. \quad (5.77)$$

Der Gradient wird nach Gleichung (5.6) berechnet und ist gegeben durch

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(\hat{G}_f * \boldsymbol{w}^T)(t)e(t), \quad (5.78)$$

was zeigt, dass G_x eine Schätzung der Führungsübertragungsfunktion \hat{G}_f ist.

Lemma 5.7 Wird als Eingriffsort des Kompensationssignals v_d der Reglerausgang gewählt, so gilt für das Filter in der Adaption $G_x = \hat{G}_d$.

Beweis 5.7 Für den Fehler der Adaption gilt

$$e(t) = (G_d * v)(t) + (G_d * d)(t) \quad (5.79)$$

$$= (G_d * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}))(t) + (G_d * \mathbf{w}^T)(t) \boldsymbol{\theta}^*. \quad (5.80)$$

Der Gradient wird nach Gleichung (5.6) berechnet und ist gegeben durch

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(\hat{G}_d * \mathbf{w}^T)(t)e(t), \quad (5.81)$$

was zeigt, dass G_x eine Schätzung der Störübertragungsfunktion \hat{G}_d ist.

Auslöschung von Störungen mit gleicher Frequenz

Ein Getrieberippel wirkt auf die Position und auf die Geschwindigkeit, wobei die Schwingungen die gleiche Frequenz haben, siehe Abschnitt 3.2.1. Deshalb wird untersucht, welche Adaptionvorschrift sich ergibt, wenn Störungen mit gleicher Frequenz, jedoch unterschiedlicher Phase und Amplitude, an mehreren Orten auf die Teilsysteme einwirken. Exemplarisch wird das System von Abbildung 5.4 diskutiert.

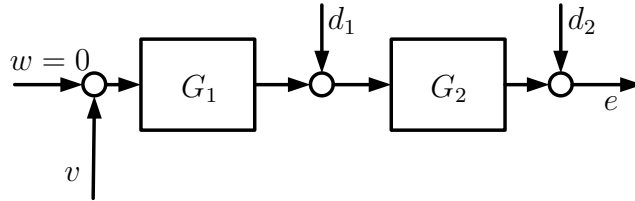


Abbildung 5.4: Adaptionvorschrift für mehrere Störungen mit gleicher Frequenz.

Die Störungen sind gegeben durch

$$d_1(t) = m_{d,1} \cos(\omega_d t + \varphi_{d,1}) = \theta_{c,1} \cos(\omega_d t) + \theta_{s,1} \sin(\omega_d t) = \mathbf{w}^T(t) \boldsymbol{\theta}_1^*, \quad (5.82)$$

$$d_2(t) = m_{d,2} \cos(\omega_d t + \varphi_{d,2}) = \theta_{c,2} \cos(\omega_d t) + \theta_{s,2} \sin(\omega_d t) = \mathbf{w}^T(t) \boldsymbol{\theta}_2^*. \quad (5.83)$$

Für den Fehler gilt

$$e(t) = (G_2 * G_1 * v)(t) + (G_2 * d_1)(t) + d_2(t) \quad (5.84)$$

$$= (G_2 * G_1 * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}))(t) + (G_2(\mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}_1^*))(t) + \mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}_2^*(t). \quad (5.85)$$

Der Adaptionfehler wird, nach Gleichung (5.6), durch den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(G_1 * G_2 * \mathbf{w}^T)(t)e(t) \quad (5.86)$$

minimiert.

Lemma 5.8 *Wirken auf zwei Teilsysteme zwei Störungen d_1 und d_2 mit gleicher Frequenz, jedoch mit unterschiedlicher Phase und Amplitude, so genügt für die Auslöschung dieser Störungen ein Kompensationssignal der Form $v(t) = m_d \cos(\omega_d t + \varphi_d)$.*

Beweis 5.8 *Für eine perfekte Auslöschung muss $\underline{e} \stackrel{!}{=} 0$ gelten und somit*

$$\underline{G}_2 \underline{G}_1 v - \underline{G}_2 d_1 - d_2 \stackrel{!}{=} 0. \quad (5.87)$$

Das Kompensationssignal wird mit $\underline{w}_s = \mathcal{L}\{\sin(\omega_d t)\}$ und $\underline{w}_c = \mathcal{L}\{\cos(\omega_d t)\}$ zu

$$\begin{aligned} v &= (\underline{G}_2 \underline{G}_1)^{-1} (\underline{G}_2 d_1 + d_2) \\ &= (\underline{G}_2 \underline{G}_1)^{-1} (\underline{G}_2 (\theta_{c,1} \underline{w}_c + \theta_{s,1} \underline{w}_s) + \theta_{c,2} \underline{w}_c + \theta_{s,2} \underline{w}_s) \\ &= (\underline{G}_2 \underline{G}_1)^{-1} ((\underline{G}_2 \theta_{c,1} + \theta_{c,2}) \underline{w}_c + (\underline{G}_2 \theta_{s,1} + \theta_{s,2}) \underline{w}_s) \end{aligned} \quad (5.88)$$

umgeformt und hat im Zeitbereich die Form $v(t) = \theta_c \cos(\omega_d t) + \theta_s \sin(\omega_d t)$. Nach Anhang A.1 lässt sich dieses Signal zu $v(t) = m_d \cos(\omega_d t + \varphi_d)$ umformen.

Es spielt folglich keine Rolle, wie oft eine Störung angreift, wenn alle Störungen die gleiche Frequenz haben. Das Adaptionsgesetz ergibt sich aus der Übertragungsfunktion von Eingriffsort auf Fehlersignal, auf dem die Adaption arbeitet.

5.1.6 Oszillierende adaptive Zustände

Ein wichtiges Phänomen bei realen Systemen sind oszillierende adaptive Zustände. Es ist schwierig diese Phänomene analytisch zu untersuchen. Deshalb werden exemplarische Zeitsimulationen durchgeführt, um die Effekte zu beschreiben. Für die Simulationen wird ein PT_2 -System mit einer externen Störung verwendet.

Offset in der Frequenz

Bei den Anwendungen in dieser Arbeit ist die Frequenz der Schwingung bekannt und wird dem Algorithmus als „scheduling“ Parameter bereitgestellt. Die Frequenz wird mit Hilfe von Messsignalen berechnet und kann deshalb fehlerhaft sein. Ist die Frequenz z.B. mit einem Offset behaftet, wie Gleichung

$$d(t) = m_d \cos((\omega_d + \omega_{d,\epsilon})t + \varphi_d) \quad (5.89)$$

beschreibt, stellt sich eine Zeitantwort wie in Abbildung 5.5 ein. Die adaptiven Zustände konvergieren nicht. Es stellt sich eine Dauerschwingung ein, was zur Folge hat, dass die Störung schlecht unterdrückt wird.

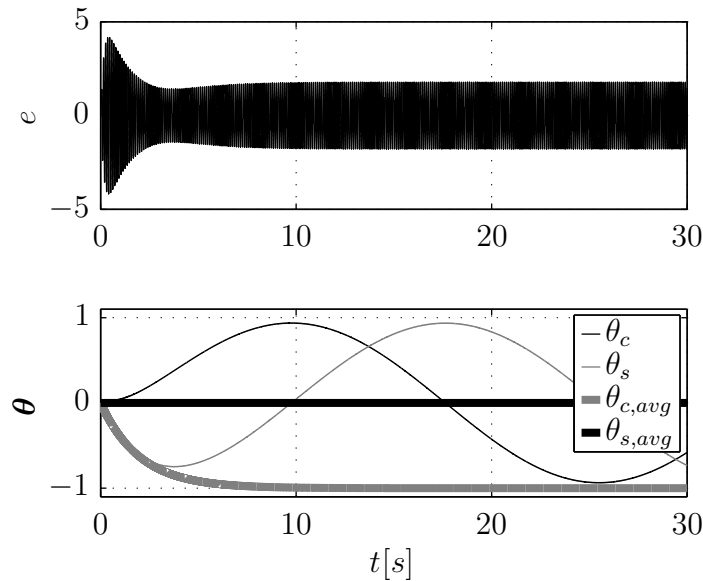


Abbildung 5.5: Konvergenzverhalten der adaptiven Zustände. Die Frequenz der Störung hat einen Offset.

Schwankungen in der Amplitude

Die Störung ist gegeben durch

$$d(t) = (m_d + m_{d,\epsilon}) \cos(\omega_d t + \varphi_d), \quad (5.90)$$

wobei für die Simulationsergebnisse von Abbildung 5.6 die Amplitudenschwankung $m_{d,\epsilon}$ zu einer periodischen Funktion gewählt wird. Die adaptiven Zustände erreichen den richtigen stationären Wert, sind jedoch mit Schwingungen überlagert. Die Störung kann nicht komplett ausgelöscht werden.

Modellfehler

Bei jeder realen Strecke wird das Filter, welches in der Adaption verwendet wird, immer eine Approximation der realen Strecke sein und somit ist Annahme 5.1 nicht erfüllt. Der Algorithmus ist robust stabil², wenn die notwendige Bedingung (5.17) erfüllt ist. Die niederfrequenten Oszillationen in den adaptiven Zuständen klingen ab. Die Schwingung wird komplett ausgelöscht, was Abbildung 5.7 zeigt.

²Robust stabil bedeutet, dass der geschlossene Regelkreis trotz Modellfehler stabil ist.

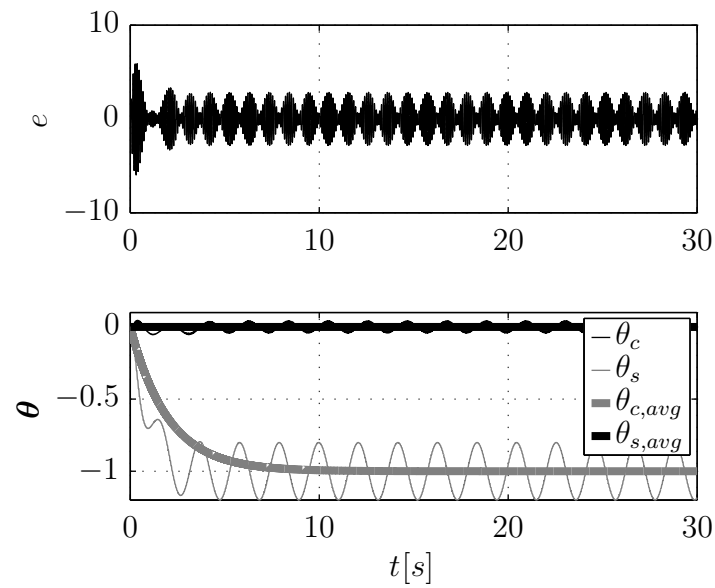


Abbildung 5.6: Konvergenzverhalten der adaptiven Zustände. Die Amplitude der Störung hat Schwankungen.

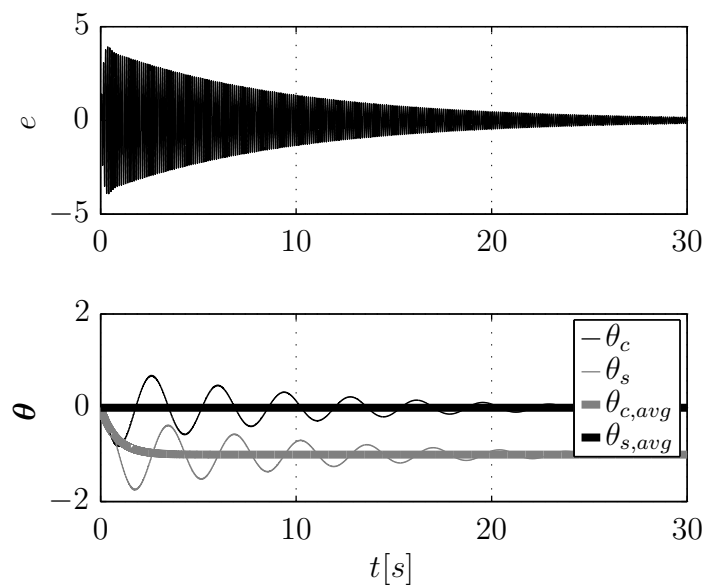


Abbildung 5.7: Konvergenzverhalten der adaptiven Zustände. Das Filter, welches in der Adaption verwendet wird, ist nicht exakt.

Nicht unterdrückte harmonische Schwingungen

Exemplarisch ist die Störung mit

$$d(t) = d_1(t) + d_2(t) = m_{d,1} \cos(\omega_{d,1}t + \varphi_{d,1}) + m_{d,2} \cos(\omega_{d,2}t + \varphi_{d,2}) \quad (5.91)$$

gegeben, wobei $d_1(t)$ unterdrückt wird und $d_2(t)$ nicht. Abbildung 5.8 zeigt eine gute Konvergenz der adaptiven Zustände, wobei der stationäre Wert mit einer kleinen Dauerschwingung überlagert wird. Aufgrund der Restschwingung wird die Störung nicht komplett ausgelöscht.

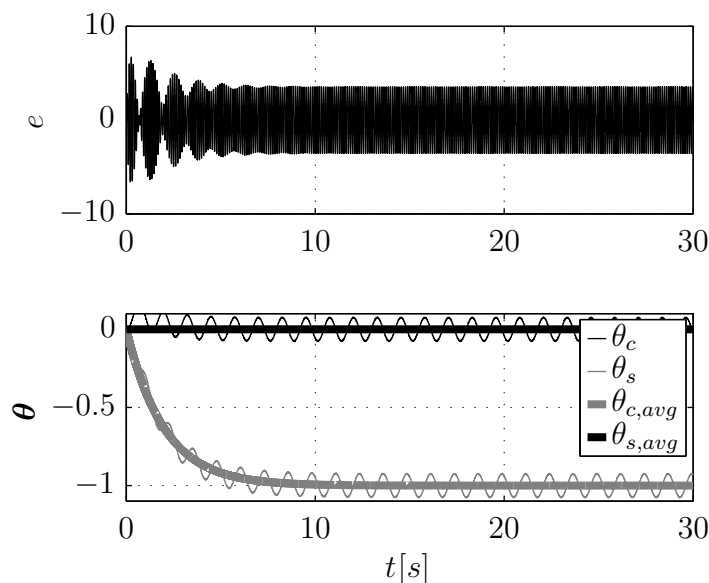


Abbildung 5.8: Konvergenzverhalten der adaptiven Zustände. Es werden nicht alle Störungen unterdrückt.

Nachdem die theoretischen Grundlagen der adaptiven Algorithmen in diesem Abschnitt erläutert wurden, werden im folgenden Abschnitt die Algorithmen für die Unterdrückung sinusförmiger Störungen eines permanenterregten Synchronmotors eingesetzt.

5.2 Unterdrückung von Momentenrippel eines Synchronmotors

Wie in der Einleitung beschrieben, gibt es viele Möglichkeiten, um sinusförmige Störungen zu unterdrücken. Die folgenden Referenzen beschreiben Verfahren, welche für permanenterregte Synchronmotoren entwickelt wurden, wofür in [HS96]

eine Übersicht gegeben ist.

In [POST00] wird ein Adaptionsverfahren auf Stromebene angegeben, das eine Lyapunov Funktion verwendet. In [QPX05] und [XPP⁺04] wird ein „iterative learning control“ (ILC)-Regler eingesetzt, um die periodischen Störungen zu unterdrücken. Dieses Verfahren setzt jedoch eine Momentenmessung oder Momentenbeobachtung voraus. Der Momentenbeobachter benötigt die Messungen von allen Strömen und Spannungen. Ein weiteres Verfahren wird in [Moh07] verwendet, welches ein neuronales Netzwerk verwendet. Ein „repetitive control“ (RC)-Regler kommt in [HIH01] zum Einsatz.

In dieser Arbeit werden gradientenbasierte Algorithmen vorgestellt, um Momentenrippel eines PMSMs zu unterdrücken. Es gibt unterschiedliche Methoden und Ansätze die Adaptionsgesetze zu implementieren. Es können unterschiedliche Signale für die Fehlerbestimmung verwendet werden: Die Position, die Geschwindigkeit oder der Strom. Für den Eingriffsort des Kompensationssignals kann sowohl die Referenzposition als auch die Stromebene gewählt werden.

In dieser Arbeit werden die drei verschiedenen Algorithmen

- \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus
- FXLMS-Algorithmus
- AE-Algorithmus

am Beispiel eines PMSMs untersucht. Das Modell eines PMSMs ist nicht SPR, deshalb müssen Informationen der Strecke im Adaptionsgesetz verwendet werden. Der \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus invertiert hierfür die stationäre Systemmatrix des geschlossenen Kreises. Der FXLMS-Algorithmus und der AE-Algorithmus verwenden die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises.

Im Regelungssystem kann optional eine Vorsteuerung (FF) verwendet werden, welche das inverse Modell der Strecke implementiert. Die Vorsteuerung hat zwei Vorteile, zum Einen erzwingt sie im Idealfall perfektes Folgeverhalten, zum Anderen ist sie aus Sicht der Adaption eine Linearisierung der Strecke. Die Adaption kann somit bei nichtlinearen Systemen eingesetzt werden.

Ein weiterer wichtiger Punkt dieser Arbeit ist es die Robustheit der Algorithmen zu gewährleisten. Die Adaption darf nicht instabil werden, wenn das Filter, welches im Adaptionsgesetz verwendet wird, Modellfehler hat.

Ein wichtiger Unterschied zu Abschnitt 5.1 ist, dass die Störung nicht als Exosystem modelliert werden kann, sondern als eine Funktion eines Systemzustands, wie Gleichung

$$\tau_r(q_m) = m_d \cos(Nq_m + \varphi_d) \quad (5.92)$$

zeigt. Die Störung ist eine Funktion der Motorposition q_m und der Parameter N beschreibt, wie oft die Schwingung pro Motorumdrehung auftritt.

5.2.1 Integration der Adaption in das bestehende Regelungssystem

Die adaptive Schwingungsunterdrückung wird in das bestehende Regelungssystem integriert, siehe Abbildung 5.9. Da mehrere Signale als Fehlersignal und mehrere Eingriffsorte des Kompensationssignals denkbar sind, stellt Tabelle 5.1 die Eigenschaften der Varianten dar.

Der LMS-I oder der LMS-II-Algorithmus ist einfach, allerdings nicht für alle Arbeitspunkte stabil zu implementieren. Sie werden deshalb nicht näher untersucht. Der LMS-III-Algorithmus ist stabil implementierbar, jedoch kann er die Schwingungen nicht unterdrücken, da das inneres Modell Prinzip (IMP) verletzt ist.

Der LMS-Torque-I-Algorithmus wird in der Simulation getestet. Am realen System ist dies nicht möglich, da τ_m nicht messbar ist. Gleiches gilt für den LMS-Torque-II-Algorithmus, da die Größen u_d , u_q und i_d nicht messbar sind.

Die letzten vier Algorithmen sind stabil implementierbar, haben jedoch deutliche Unterschiede in der Performance und im Implementierungsaufwand. Beim FXLMS-I-Algorithmus und FXLMS-II-Algorithmus wird keine Vorsteuerung implementiert. Großer Nachteil des FXLMS-FF-I-Algorithmus ist, dass er auf der Sollposition einsteuert und somit bei Beschleunigungsvorgängen keine konstanten adaptiven Zustände hat. Grund hierfür ist, dass es eine Dynamik zwischen Eingriffsort des Kompensationssignals und dem Eingriffsort der Störung gibt. Für die weitere Arbeit wird deshalb der FXLMS-FF-II-Algorithmus, bzw. die Implementierung als \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus, verwendet.

Das Fehlersignal wird mit der gemessenen Motorposition und der Sollposition bestimmt. Um stationäre adaptive Zustände zu erreichen, wird als Eingriffsort für die Adaption die Stromebene gewählt. Es wird eine Vorsteuerung verwendet, welche ein Filter benötigt, um die Differenzierbarkeit der Sollsignale zu gewährleisten. Einziger Nachteil dieses Verfahrens ist, dass die Störübertragungsfunktion des geschlossenen Kreises benötigt wird, welche eine Funktion des Basisreglers ist. Dies hat zur Folge, dass die Adaption angepasst werden muss, wenn der Basisregler verändert wird.

FXLMS-Algorithmus ohne Vorsteuerung

Das Regelungssystem für den PMSM ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Um die Adaptionsgesetze von Abschnitt 5.1 verwenden zu können, wird die Adaption fiktiv frei von der Referenztrajektorie realisiert.

Für die Motorposition gilt mit der Einsteuerung des Kompensationssignals auf

Verfahren	Fehler-signal	Eingriffs-ort	Extra	Filter in Adaption	Probleme
LMS-I	q_m	q_m	-	-	nicht SPR → Instabil
LMS-II	q_m	i_q	-	-	nicht SPR → Instabil
LMS-III	i_q	i_q	-	-	IMP verletzt Restschwingung
LMS-Torque-I	τ_m	i_q	-	-	τ_m nicht messbar
LMS-Torque-II	$\hat{\tau}_m$	i_q	Momenten- beobachter	-	u_d, u_q und i_d nicht messbar
FXLMS-I	q_m	q_m	\hat{G}_f	\hat{G}_f	adap. Zustände variant
FXLMS-II	q_m	i_q	\hat{G}_f	\hat{G}_d	Invertierung Basisregler
FXLMS-FF-I	q_m	q_m	\hat{G}_f^{-1}	F	adap. Zustände variant
FXLMS-FF-II	q_m	i_q	\hat{G}_f^{-1}	\hat{G}_d	Invertierung Basisregler

Tabelle 5.1: Vergleich verschiedener Eingriffsorte und Fehlersignale für gradientenbasierte Adaptionsverfahren.

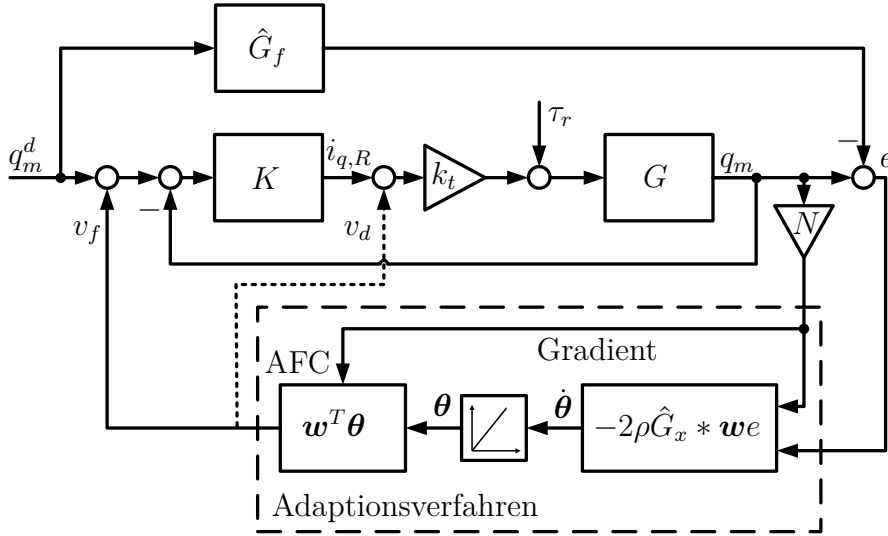


Abbildung 5.9: Blockschaltbild des Regelungssystems für einen Motor mit starr angekoppelter Last, bestehend aus der Referenztrajektorie q_m^d , einem Basisregler K und dem FXLMS-Algorithmus.

der Sollposition (FXLMS-I)

$$\underline{q}_m = \underline{GK}(v_f + \underline{q}_m^d - \underline{q}_m) + \underline{G}\tau_r, \quad (5.93)$$

$$\underline{q}_m + \underline{GK}\underline{q}_m = \underline{GK}v_f + \underline{GK}\underline{q}_m^d + \underline{G}\tau_r, \quad (5.94)$$

$$\underline{q}_m = \frac{\underline{GK}}{1 + \underline{GK}}v_f + \frac{\underline{GK}}{1 + \underline{GK}}\underline{q}_m^d + \frac{\underline{G}}{1 + \underline{GK}}\tau_r \quad (5.95)$$

$$= \underline{G}_f v_f + \underline{G}_f \underline{q}_m^d + \underline{G}_d \tau_r. \quad (5.96)$$

Der Basisregler K wurde in Abschnitt 2.1.4 ausgelegt und für das Modell des Motors G kann Modellvorstellung III, siehe Abschnitt 2.1.5, verwendet werden. Der Adaptionsfehler ergibt sich aufgrund der Referenztrajektorie zu

$$\underline{e} = \underline{q}_m - \hat{\underline{G}}_f \underline{q}_m^d. \quad (5.97)$$

Unter der Annahme 5.1 erhält man in Vektornotation und im Zeitbereich

$$e(t) = (G_d * \mathbf{w}^T)(t)\boldsymbol{\theta}^* + (G_f * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}))(t), \quad (5.98)$$

mit dem „regressor“ Vektor

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \cos(Nq_m) \\ \sin(Nq_m) \end{bmatrix}, \quad (5.99)$$

der nicht direkt von der Zeit abhängt, sondern von der Motoristposition q_m . Der Adaptionsfehler wird, nach Gleichung (5.6), durch den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(\hat{\underline{G}}_f * \mathbf{w})(t)e(t) \quad (5.100)$$

minimiert. Das Filter G_x ist, nach Beweis 5.6, die Führungsübertragungsfunktion \hat{G}_f des geschlossenen Kreises.

Für die Motorposition gilt mit der Einsteuerung des Kompensationssignals auf dem Sollmoment (FXLMS-II)

$$\underline{q}_m = \underline{G}_d v_d + \underline{G}_f q_m^d + \underline{G}_d \tau_r. \quad (5.101)$$

Für den Adaptionsfehler gilt Gleichung (5.97). Dieser wird, nach Gleichung (5.6), durch den Gradienten

$$\dot{\theta}(t) = -2\rho(\hat{G}_d * w)(t)e(t) \quad (5.102)$$

minimiert. Das Filter G_x ist, nach Beweis 5.7, die Störübertragungsfunktion \hat{G}_d des geschlossenen Kreises.

FXLMS-Algorithmus mit Vorsteuerung

Um ein besseres Folgeverhalten des Motors zu erreichen, wird eine Vorsteuerung verwendet, welche das inverse Modell des Motors implementiert, siehe Abbildung 5.10.

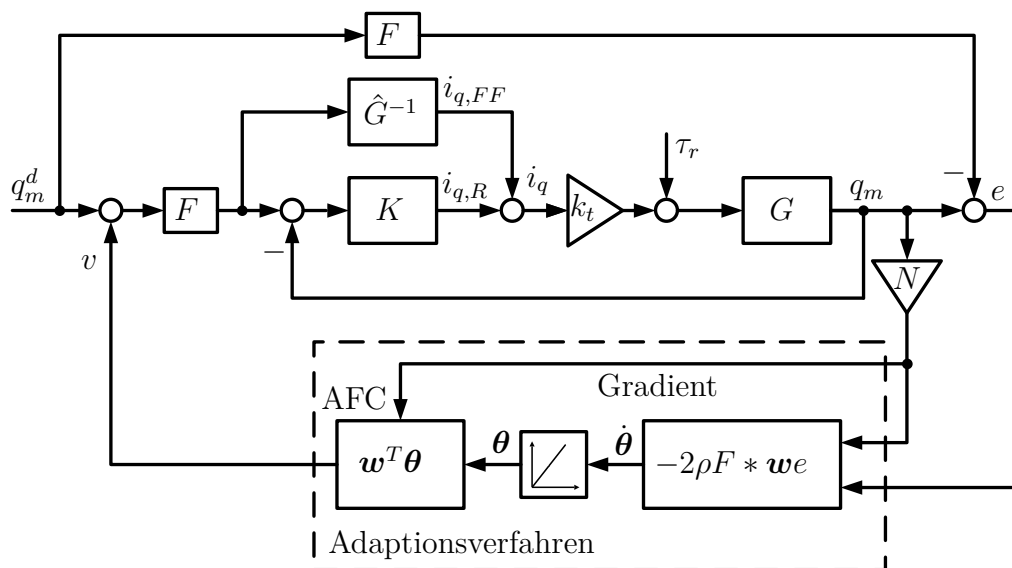


Abbildung 5.10: Blockschaltbild des gesamten Regelungssystems für einen Motor mit starr angekoppelter Last, bestehend aus der Referenztrajektorie q_m^d , einem Basisregler K , einer Vorsteuerung \hat{G}^{-1} und dem FXLMS-FF-I-Algorithmus.

Da das inverse Modell des Motors nicht proper ist, wird ein Filter F verwendet,

um das inverse Modell realisierbar zu machen. Für die Motorposition gilt mit der Einsteuerung des Kompensationssignals auf der Sollposition (FXLMS-FF-I)

$$\underline{q}_m = \underline{G}\tau_r + \underline{GK}(\underline{F}v_f + \underline{F}\underline{q}_m^d - \underline{q}_m) + \underline{G}\hat{\underline{G}}^{-1}\underline{F}(\underline{q}_m^d + v_f). \quad (5.103)$$

Unter der Annahme 5.1 folgt

$$\underline{GK}\underline{q}_m + \underline{q}_m = \underline{G}\tau_r + \underline{GK}\underline{F}v_f + \underline{F}v_f + \underline{F}\underline{q}_m^d + \underline{GK}\underline{F}\underline{q}_m^d, \quad (5.104)$$

$$(1 + \underline{GK})\underline{q}_m = \underline{G}\tau_r + (1 + \underline{GK})\underline{F}v_f + (1 + \underline{GK})\underline{F}\underline{q}_m^d, \quad (5.105)$$

$$\underline{q}_m = \frac{\underline{G}}{1 + \underline{GK}}\tau_r + \underline{F}v_f + \underline{F}\underline{q}_m^d \quad (5.106)$$

$$= \underline{G}_d\tau_r + \underline{F}v_f + \underline{F}\underline{q}_m^d. \quad (5.107)$$

Der Adaptionsfehler ergibt sich aufgrund der Referenztrajektorie zu

$$\underline{e} = \underline{q}_m - \underline{F}\underline{q}_m^d \quad (5.108)$$

und man erhält

$$e(t) = (G_d * \mathbf{w}^T)(t)\boldsymbol{\theta}^* + (F * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}))(t). \quad (5.109)$$

Der Adaptionsfehler wird, nach Gleichung (5.6), durch den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(F * \mathbf{w})(t)e(t) \quad (5.110)$$

minimiert. Aufgrund der Modellinvertierung am Eingang wird deutlich, dass G_x das Filter F ist. Dies hat in einer Echtzeitanwendung große Rechenzeitvorteile, wenn z.B. mehrere harmonische Schwingungen unterdrückt werden müssen. Ein großer Nachteil ist, dass bei Beschleunigungsfahrten keine stationäre adaptiven Zustände erreicht werden.

Für die Motorposition gilt mit der Einsteuerung des Kompensationssignals auf das Sollmoment (FXLMS-FF-II)

$$\underline{q}_m = \underline{G}_d\tau_r + \underline{G}_d v_d + \underline{F}\underline{q}_m^d. \quad (5.111)$$

Für den Adaptionsfehler gilt Gleichung (5.108). Dieser wird, nach Gleichung (5.6), durch den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(G_d * \mathbf{w})(t)e(t) \quad (5.112)$$

minimiert. Das Filter G_x ist die Störübertragungsfunktion des geschlossenen Kreises \hat{G}_d .

\mathbf{G}^{-1} -Algorithmus

Die allgemeine Herleitung des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus wurde in Abschnitt 5.1.3 vorgenommen. Die Integration in das bestehende Regelungssystem beschreibt Abbildung 5.11. Im Vergleich zu Abbildung 5.10 ist die Vorsteuerung für die Adaption keine Invertierung der Strecke, da das Kompensationssignal auf das Sollmoment aufgeschaltet wird.

Da sich die Frequenz der Störung mit der Motordrehzahl ändert, wird die stationäre Systemmatrix

$$\hat{\mathbf{G}}_{ss}(N\dot{q}_m^d) = \begin{bmatrix} \Re\{\hat{\mathbf{G}}_d(jN\dot{q}_m^d)\} & \Im\{\hat{\mathbf{G}}_d(jN\dot{q}_m^d)\} \\ -\Im\{\hat{\mathbf{G}}_d(jN\dot{q}_m^d)\} & \Re\{\hat{\mathbf{G}}_d(jN\dot{q}_m^d)\} \end{bmatrix} \quad (5.113)$$

mit der Motorsolldrehzahl \dot{q}_m^d geschudelt. Die stationäre Systemmatrix $\hat{\mathbf{G}}_{ss}$ ist für $\dot{q}_m^d = 0$ singular und kann somit nicht invertiert werden. Deswegen gilt für den Gradienten

$$\dot{\theta}(t) = \begin{cases} \mathbf{0}, & \text{falls } \dot{q}_m^d > \gamma_{\dot{q},max} \text{ oder } \dot{q}_m^d < \gamma_{\dot{q},min} \\ -2\rho\bar{\mathbf{G}}_{ss}^{-1}(N\dot{q}_m^d)\mathbf{w}(Nq_m)e(t), & \text{sonst} \end{cases}, \quad (5.114)$$

mit

$$\bar{\mathbf{G}}_{ss}^{-1} = \begin{cases} \mathbf{E}, & \text{falls } \dot{q}_m^d > \gamma_{\dot{q},max} \text{ oder } \dot{q}_m^d < \gamma_{\dot{q},min} \\ \hat{\mathbf{G}}_{ss}^{-1}, & \text{sonst} \end{cases}, \quad (5.115)$$

mit der unteren und oberen Drehzahlgrenze $\gamma_{\dot{q}}$. Weiterhin zeigt Abbildung 5.11 wie zwei harmonische Störungen unterdrückt werden.

LMS-Algorithmus mit Momentensensor (LMS-Torque-I)

Dieser Algorithmus wird als Smart-Motor Algorithmus bezeichnet, denn mit diesem Kompensationsansatz können die Momentenrippel ohne jegliche Kenntnis der angeflanschten Mechanik unterdrückt werden. Dies ist möglich, da auf der Welle des Motors ein Momentensensor angebracht ist.

In der klassischen Industrierobotik ist dieser Sensor nicht vorhanden und somit kann dieser Algorithmus nur in der Simulation getestet werden. Für das gemessene Motormoment nach Modellvorstellung II, siehe Abbildungen 2.3 und 2.7, gilt

$$\tau = k_T \underline{\mathbf{G}}_{elec}(\dot{q}_q^d + \underline{v}) + \tau_r. \quad (5.116)$$

Der Adaptionfehler ergibt sich aufgrund der Referenztrajektorie zu

$$\underline{e} = \tau - k_T \underline{\mathbf{G}}_{elec} \dot{q}_q^d. \quad (5.117)$$

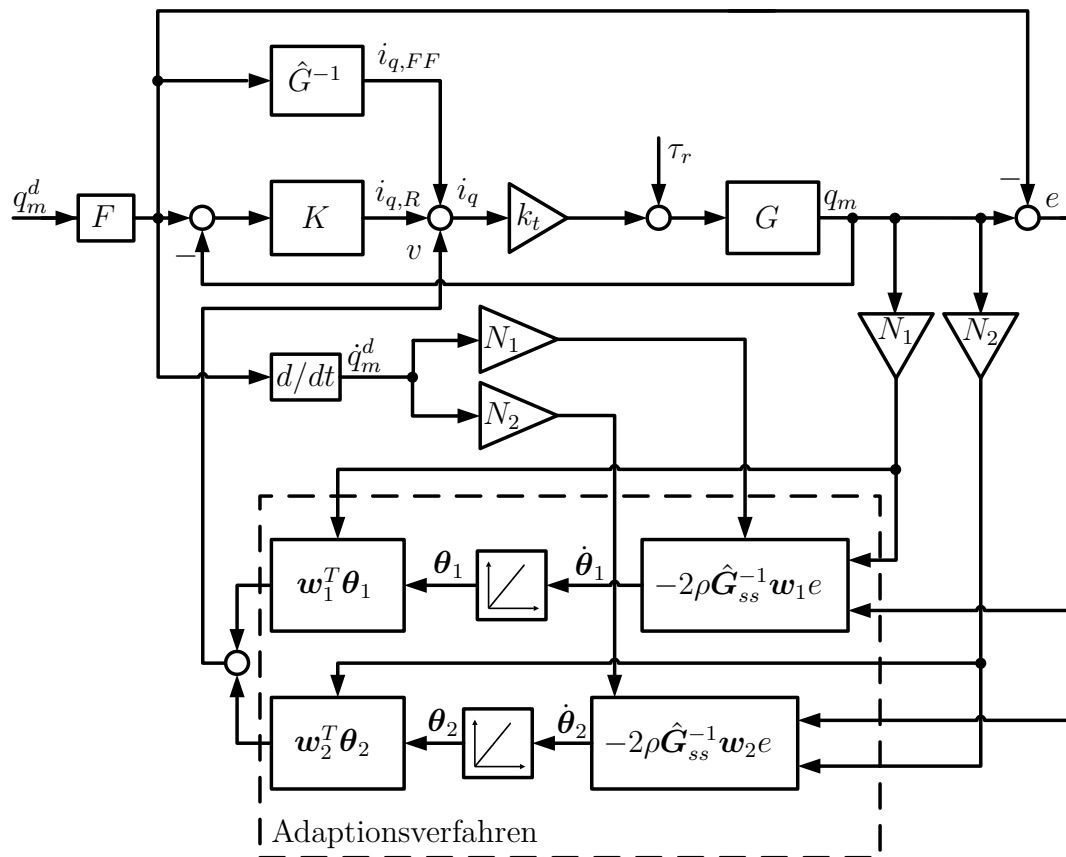


Abbildung 5.11: Blockschaltbild des gesamten Regelungssystems für einen Motor mit starr angekoppelter Last, bestehend aus der Referenztrajektorie q_m^d , einem Basisregler K , einer Vorsteuerung \hat{G}^{-1} und dem \hat{G}^{-1} -Algorithmus als FF-II-Implementierung. Beispielhaft werden zwei harmonische Schwingungen unterdrückt.

In Vektornotation gilt

$$e(t) = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}^* + (k_T G_{elec} * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}))(t), \quad (5.118)$$

mit dem „regressor“ Vektor von Gleichung (5.99). Der Adaptionsfehler wird, nach Gleichung (5.6), durch den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho \mathbf{w} e(t) \quad (5.119)$$

minimiert. Es muss kein Filter im Adaptionsgesetz verwendet werden, wenn die elektrische Dynamik G_{elec} vernachlässigt wird.

5.2.2 Adaption bei Beschleunigungsvorgängen

Bisher wurden nur Störungen mit konstanten Frequenzen untersucht, was in der Praxis selten der Fall ist. Deswegen wird gezeigt, dass die Algorithmen auch ein Modell der Störung implementieren, wenn sich die Frequenz ändert, siehe [GB05]. Das Modell einer sinusförmigen Störung mit zeitvarianter Frequenz ist gegeben durch

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_d(t) \\ -\omega_d(t) & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t), \quad (5.120)$$

$$d(t) = [1 \ 0] \mathbf{x}(t), \quad (5.121)$$

mit $\omega_d = N\dot{q}_m^d$. Die Transitionsmatrix dieses nichtautonomen Systems ist gegeben durch

$$\Phi(t, \tau) = \begin{bmatrix} \cos \int_{\tau}^t \omega_d(\lambda) d\lambda & \sin \int_{\tau}^t \omega_d(\lambda) d\lambda \\ -\sin \int_{\tau}^t \omega_d(\lambda) d\lambda & \cos \int_{\tau}^t \omega_d(\lambda) d\lambda \end{bmatrix} \mathbf{x}(t), \quad (5.122)$$

$$\Phi(t, 0) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_d(t)) & \sin(\alpha_d(t)) \\ -\sin(\alpha_d(t)) & \cos(\alpha_d(t)) \end{bmatrix} \mathbf{x}(t). \quad (5.123)$$

Die Störung ist eine Lösung des nichtautonomen Systems mit den Anfangsbedingungen $\mathbf{x}(0) = [-\theta_s^* \ \theta_c^*]^T$. Der Stabilitätsbeweis 5.1 ist für zeitvariante Frequenzen immer noch gültig. Dies bedeutet, dass der Algorithmus für alle Beschleunigungen stabil ist und konvergiert.

5.2.3 Auswahl des Algorithmus für einen PMSM

In Abschnitt 5.1.5 wurden ausführlich die Charakteristika der einzelnen Algorithmen untersucht. Dies zeigt, dass es am besten ist, als Fehlersignal die Differenz

zwischen Soll- und Istwinkel zu verwenden und das Kompensationssignal auf das Sollmoment einzusteuern. In Tabelle 5.2 sind mögliche Algorithmen und deren Eigenschaften zusammengefasst, wenn sie für einen Synchronmotor verwendet werden.

Algorithmus	Stabilität	Konvergenz	LPV und MIMO möglich
AE	Lyapunov, wenn keine Modellfehler	schlecht bei großen Drehzahlen	Nein
AE norm.	Lyapunov, wenn keine Modellfehler	gleich gut bei allen Drehzahlen	Nein
FXLMS	Adaptionsverstärkung klein genug	schlecht bei großen Drehzahlen	Nein
FXLMS norm.	Adaptionsverstärkung klein genug	gleich gut bei allen Drehzahlen	Nein
$\mathbf{G}^{-1}/\mathbf{G}^T$	Adaptionsverstärkung klein genug	gleich gut bei allen Drehzahlen	Ja

Tabelle 5.2: Vergleich verschiedener gradientenbasierter Algorithmen, am Beispiel eines PMSMs.

Simulationsergebnisse verschiedener adaptiver Algorithmen

Abbildung 5.12 zeigt Simulationsergebnisse verschiedener Algorithmen bei unterschiedlichen Konstantfahrten. Es werden die Kriterien (5.65)-(5.68) verwendet, um die Kriterium-Drehzahl Diagramme, siehe Abbildung 5.2, zu erzeugen. Weiterhin wird das Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm verwendet, siehe Abbildung 2.10.

Das Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm im linken Bild der Abbildung 5.12 zeigt, dass der \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus die Momentenrippel am besten unterdrückt, da ein kleiner Kriteriumswert eine gute Unterdrückung bedeutet. Weiterhin konvergiert der \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus für alle Drehzahlen gleich gut, siehe Kriterium-Drehzahl Diagramm. Bei den Drehzahlen vor oder nach der Eigenfrequenz wird der Unterschied zwischen den Algorithmen am deutlichsten. Ein unnormierter Algorithmus, wie der FXLMS-Algorithmus, konvergiert für Drehzahlen ab $1Hz$ praktisch nicht mehr.

Unterschiedliche Beschleunigungsvorgänge sind in Abbildung 5.13 dargestellt, hierbei wird der Motor mit unterschiedlichen Drehzahlrampen auf $1Hz$ beschleunigt. Bei der Variation der Beschleunigungszeit t_{acc} wird deutlich, dass der \mathbf{G}^{-1} -

Algorithmus besser konvergiert als der AE-Algorithmus. Bei einer langsamen Durchfahrt der Eigenfrequenz konvergieren der AE-Algorithmus und der FXLMS-Algorithmus am schlechtesten.

Die Simulationsergebnisse belegen, dass die theoretischen Überlegungen von Abschnitt 5.1.5 richtig sind und der \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus für diese Anwendung am besten geeignet ist und deshalb implementiert wird.

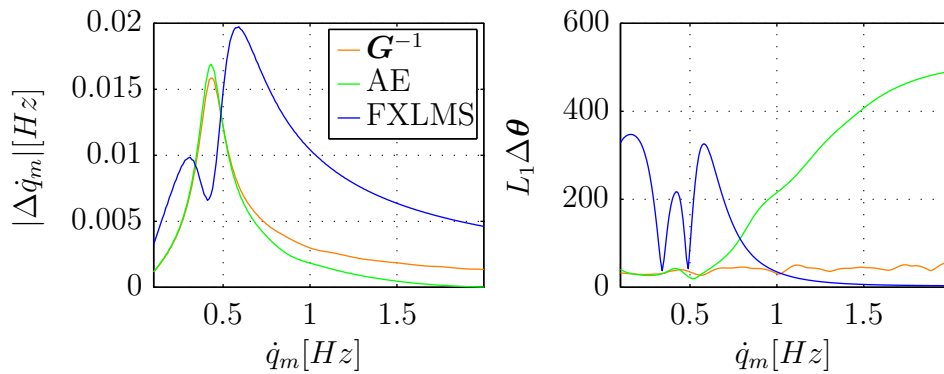


Abbildung 5.12: Konvergenz verschiedener Algorithmen bei Konstantfahrten um die Eigenfrequenz. Dargestellt im Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm links, und im Kriterium-Drehzahl Diagramm rechts.

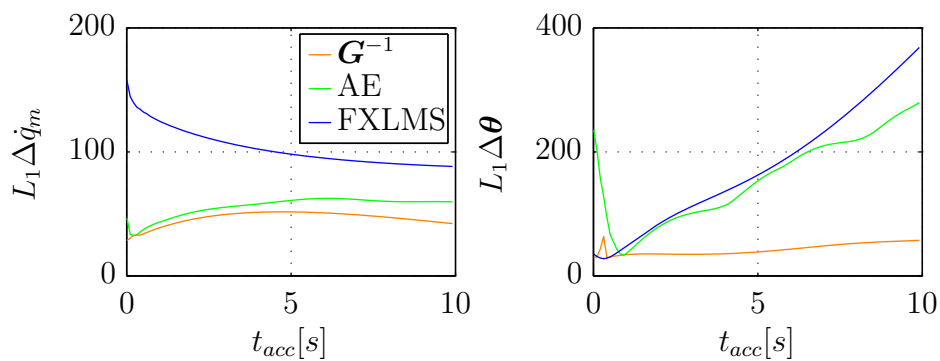


Abbildung 5.13: Konvergenz verschiedener Algorithmen bei unterschiedlichen Beschleunigungsvorgängen durch die Eigenfrequenz. Dargestellt im Kriterium-Drehzahl Diagramm vom Drehzahlfehler links, und im Kriterium-Drehzahl Diagramm von den adaptiven Zuständen rechts.

5.2.4 Steuerung der Adaption

Aus praktischen Gründen wird eine Steuerung der Adaption implementiert. Diese setzt sich aus einem logischen Teil und einer regelungstechnischen Komponente zusammen.

Logische Funktionsweise

Es gibt verschiedene Gründe die Adaption zu stoppen. Die Schwingungen treten nur in einem bestimmten Drehzahlbereich auf, beschrieben durch die Grenzen $\gamma_{\dot{q},min}$ und $\gamma_{\dot{q},max}$. Die adaptiven Zustände werden ebenfalls nur in einem Beschleunigungsbereich, beschrieben durch die Grenzen $\gamma_{\ddot{q}}$, aktualisiert. Ist die Beschleunigung einer Roboterachse zu groß, so haben die Rippel keinen Einfluss auf das Fahrverhalten des Roboters. Wie die Adaption gesteuert wird ist im Flussdiagramm 5.14 dargestellt.

Mit einer Grenze für die adaptiven Zustände γ_{θ} kann zusätzlich die Instabilität des Algorithmus detektiert werden. Die Grenze kann über die Amplitude der Schwingung abgeschätzt werden, welche nach Abschnitt 2.2.4 berechnet wird. Der Algorithmus wird bei einer Grenzüberschreitung abgeschaltet, somit ist ausgeschlossen, dass der Roboter instabil wird.

Zu beachten ist, dass die von der Adaption berechneten Momente deutlich geringer sind als die vom Basisregler berechneten Momente.

Iterative Rippelvorsteuerung

Um das Konvergenzverhalten der Adaption zu verbessern, wird eine Rippelvorsteuerung (FC) nach

$$v(t) = \bar{v}(t) + v_{FF}(t) = \mathbf{w}^T(t)\boldsymbol{\theta}(t) + \mathbf{w}^T(t)\boldsymbol{\theta}_{FF} \quad (5.124)$$

implementiert, siehe Abbildung 5.15. Wird die Adaption gestoppt, werden die letzten Werte der adaptiven Zustände an die Rippelvorsteuerung übergeben, siehe Abbildung 5.14. Die adaptiven Zustände werden dann zurückgesetzt. Die Adaption muss in der nächsten Iteration nur noch den Fehler der Vorsteuerung schätzen.

Die Funktionsweise des iterativen Algorithmus wird durch die Simulationsergebnisse von Abbildung 5.16 verdeutlicht. Vor jeder langsamen Fahrt beschleunigt der Motor auf einen Bereich, in dem die Adaption nicht aktiv ist. Es ist zu erkennen, dass die adaptiven Zustände am Anfang der Simulationen keinen Ausschlag zeigen. Erst wenn der wirksame Drehzahlbereich erreicht ist, beginnt der

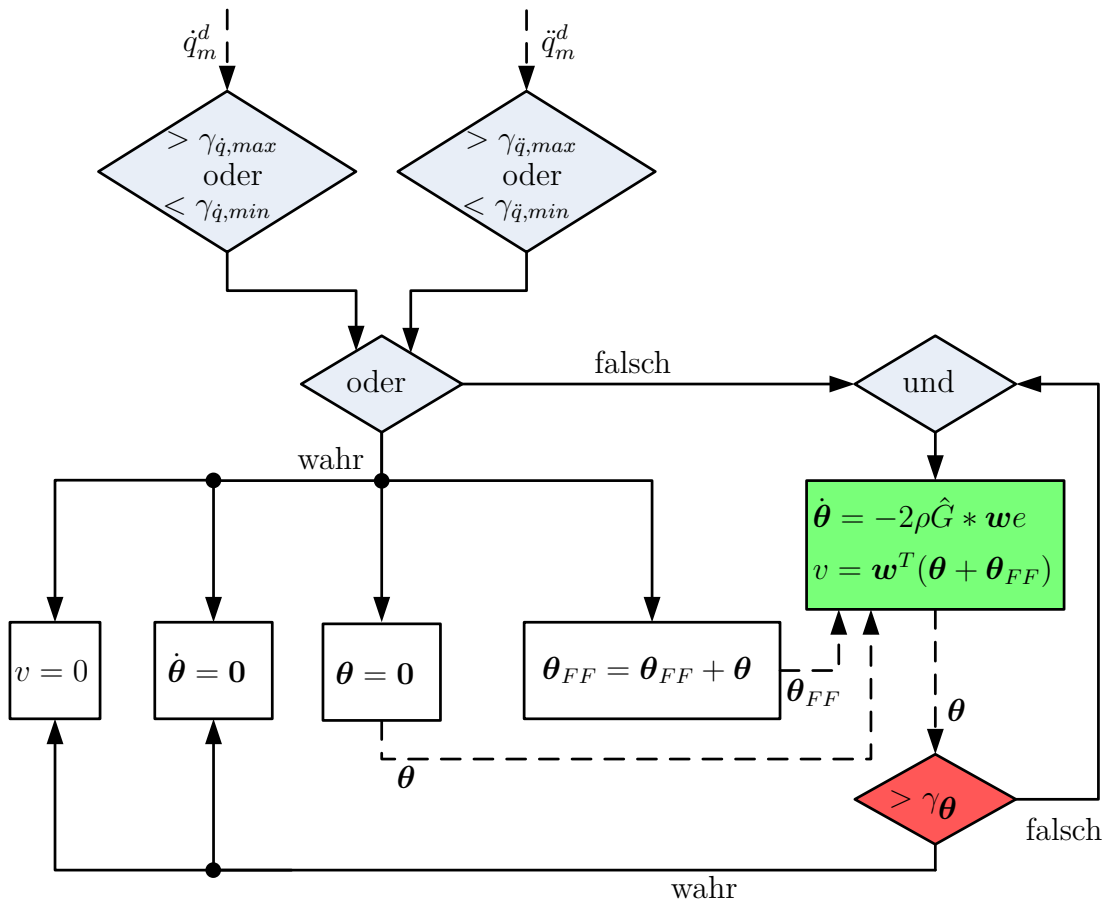


Abbildung 5.14: Flussdiagramm der Steuerung für die Adaption. Die gestrichelten Pfeile sind physikalische Signale. Die durchgezogenen Pfeile sind logische Signale. Logische Betrachtungsweise.

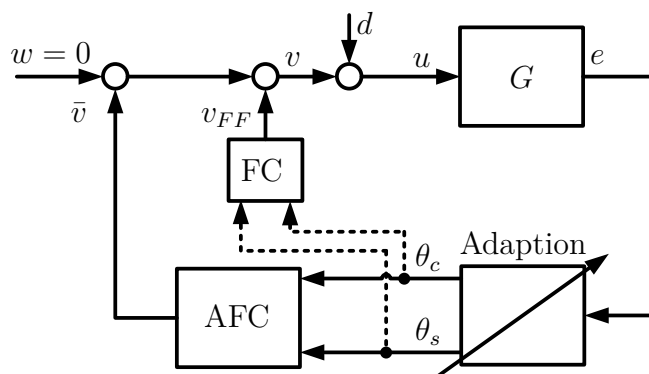


Abbildung 5.15: Adaption mit iterativer Rippelvorsteuerung. Regelungstechnische Betrachtungsweise.

Algorithmus zu lernen. Nach der ersten Fahrt bei geringer Drehzahl haben die adaptiven Zustände noch nicht den richtigen Endwert erreicht. Das Übergeben der Werte an die Rippelvorsteuerung ist im Sprung von θ_{FF} zu erkennen. Im Bereich von hohen Drehzahlen verändern sich die adaptiven Zustände nicht. Das Kompensationssignal könnte aufgeschaltet werden.

Bei der nächsten Fahrt mit langsamer Drehzahl konvergiert die Adaption auf neue, kleinere Endwerte, da nun die Rippelvorsteuerung aktiv ist. Nach einer gewissen Anzahl an Iterationen hat die Rippelvorsteuerung die richtigen adaptiven Werte erreicht. Die Adaption verändert ihre Zustände nur noch, wenn sich das Rippel ändert.

Der große Vorteil der iterativen Rippelvorsteuerung ist, dass die Drehzahl schon zu Beginn der zweiten langsamen Fahrt fast keine Schwingungen mehr aufweist, siehe $\dot{q}(\text{Zoom})$.

5.2.5 Versuchsergebnisse

In diesem Abschnitt wird der adaptive Algorithmus zum Unterdrücken von sinusförmigen Störungen an einem Motorprüfstand, siehe Abbildung 2.1, getestet. Der Prüfstand besteht aus einem permanenterregten Synchronmotor mit Stromregelung. Am Motor ist eine Schwungscheibe befestigt, siehe Abbildung 2.2.

Unterschiede zum bisherigen Regelungssystem

Abbildung 5.17 zeigt in der ersten Spalte die Versuchsergebnisse eines Synchronmotors, geregelt mit einem herkömmlichen PID-Positionsregler. Auf dem Geschwindigkeitssignal ist während der Konstantfahrt, im unkompensierten Fall, eine deutliche Schwingung zu erkennen. Von dieser Schwingung wird im untersten Bild der ersten Spalte eine positionsbasierte Fourier Analyse durchgeführt, wodurch ein großer Peak bei $N = 24$ zu erkennen ist. Die zweite Spalte zeigt den kompensierten Fall, bei welchem die Schwingung fast komplett ausgelöscht ist, besonders ersichtlich am Frequenzspektrum. Die Adaption konvergiert nach ca. 2s.

Die letzte Spalte zeigt die gleiche Messfahrt mit einer Vorsteuerung, welche aus dem inversen Modell des Motors und einer Reibungskompensation besteht. Die offline berechnete Reibungskompensation funktioniert gut, zu erkennen am stationären Stromsignal. Auf die Konvergenz der adaptiven Zustände hat die Vorsteuerung keinen Einfluss.

Generell zeigen alle Versuche niederfrequente Schwingungen in den adaptiven Zuständen im stationären Zustand. Dieser Effekt kann in einer Zeitsimulation

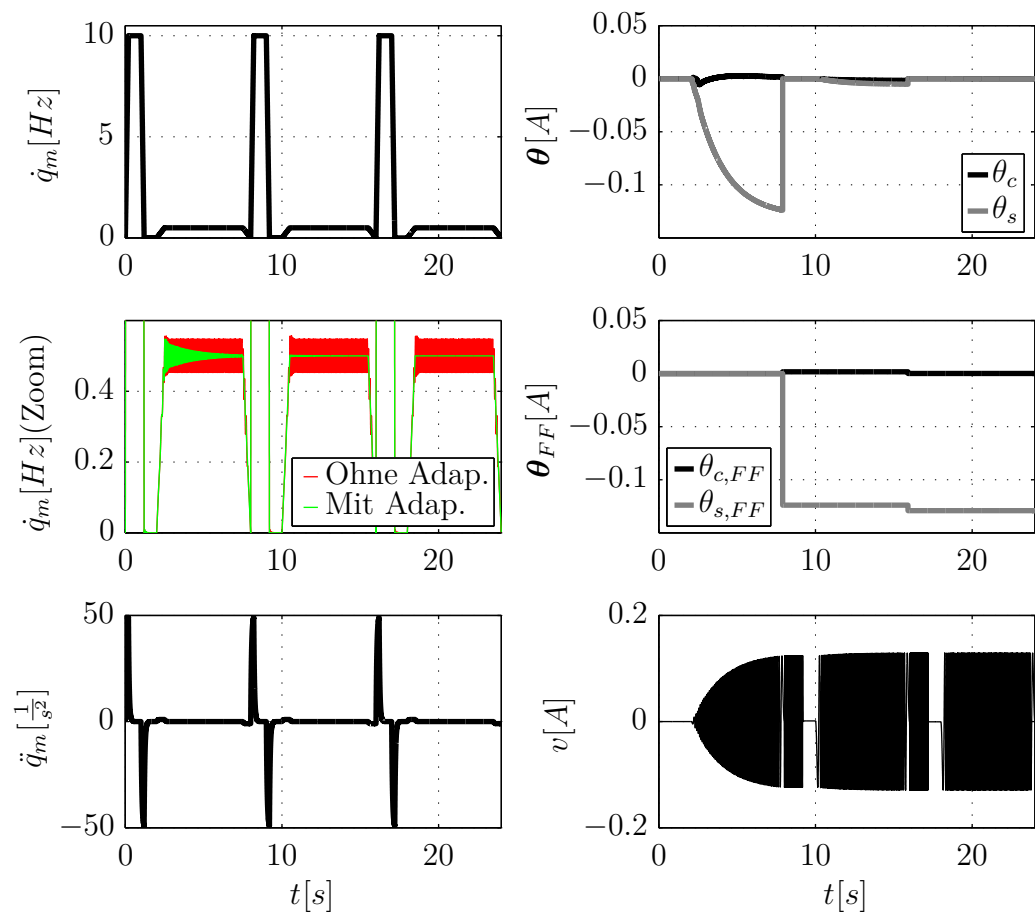


Abbildung 5.16: Simulationsergebnisse des iterativen adaptiven Kompensators bei unterschiedlichen Drehzahlbereichen.

nachgestellt werden und wird in Abschnitt 5.1.6 diskutiert.

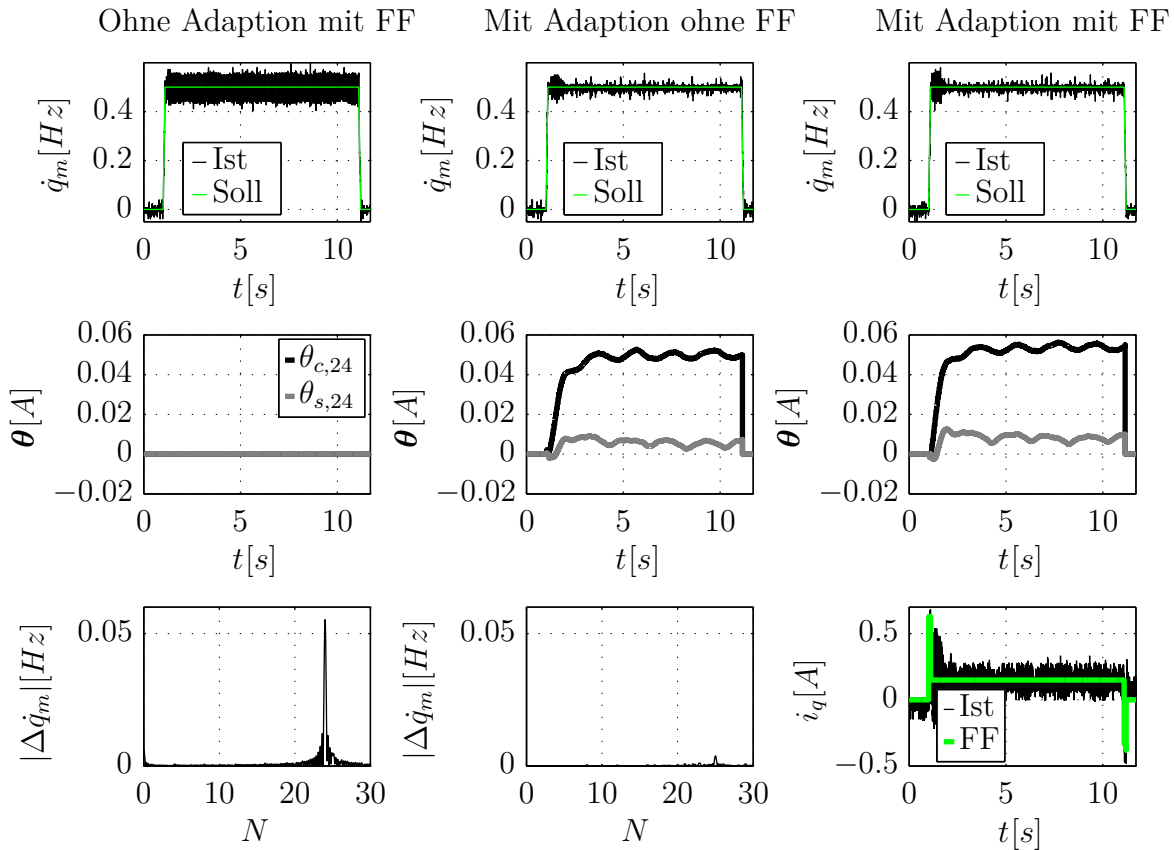


Abbildung 5.17: Versuchsergebnisse des G^{-1} -Algorithmus mit $\rho = 1$, welche die Verbesserung im Vergleich zu einem herkömmlichen Regelungssystem beschreiben.

Unterschiedliche Konstantdrehzahlen

Die Konstantdrehzahlen und deren Fourier Transformede sind in Abbildung 5.18, und die dazugehörigen adaptiven Zustände sind in Abbildung 5.19 dargestellt.

In der ersten Spalte von Abbildung 5.19 trifft das $N = 48$ Rippel auf die Eigenfrequenz des geschlossenen Regelkreises. Die adaptiven Zustände weisen charakteristische Oszillationen auf. Die $N = 48$ Schwingung wird dennoch perfekt unterdrückt, was im Fourier Diagramm, siehe Abbildung 5.18, zu erkennen ist. Die Konvergenz der adaptiven Zustände der $N = 24$ Schwingung ist nahezu per-

fekt.

In der zweiten Spalte trifft die $N = 24$ Schwingung die Eigenfrequenz des geschlossenen Kreises. Die adaptiven Zustände der $N = 24$ Schwingung haben ein optimales Konvergenzverhalten und weisen die gleichen Schwingungen auf, wie die Zustände der $N = 48$ Schwingung bei der langsameren Drehzahl. Die adaptiven Zustände der $N = 48$ Schwingung konvergieren mit einem überschwingenden Verhalten.

Das Fourier Spektrum der dritten Spalte von Abbildung 5.18 zeigt schon im unkompensierten Fall keine $N = 48$ Schwingung. Die adaptiven Zustände der $N = 48$ Schwingung konvergieren trotzdem. Die Adaption kann für diese Schwingung, nach Abschnitt 5.1.6, abgeschaltet werden. Zusammenfassend ist festzustellen, dass die Adaption für alle Drehzahlen und für drei Schwingungen sehr gut funktioniert. Beachtlich ist weiterhin, dass die Konvergenzzeit von ca. $3s$ für fast alle praktischen Anwendungen ausreichend ist. Die adaptiven Zustände konvergieren für alle Drehzahlen gegen den gleichen Zielwert. Die adaptive Verstärkung wurde zu $\rho = 1$ festgelegt, welches nicht der maximal mögliche Wert ist, um eine Sicherheitsreserve zu haben.

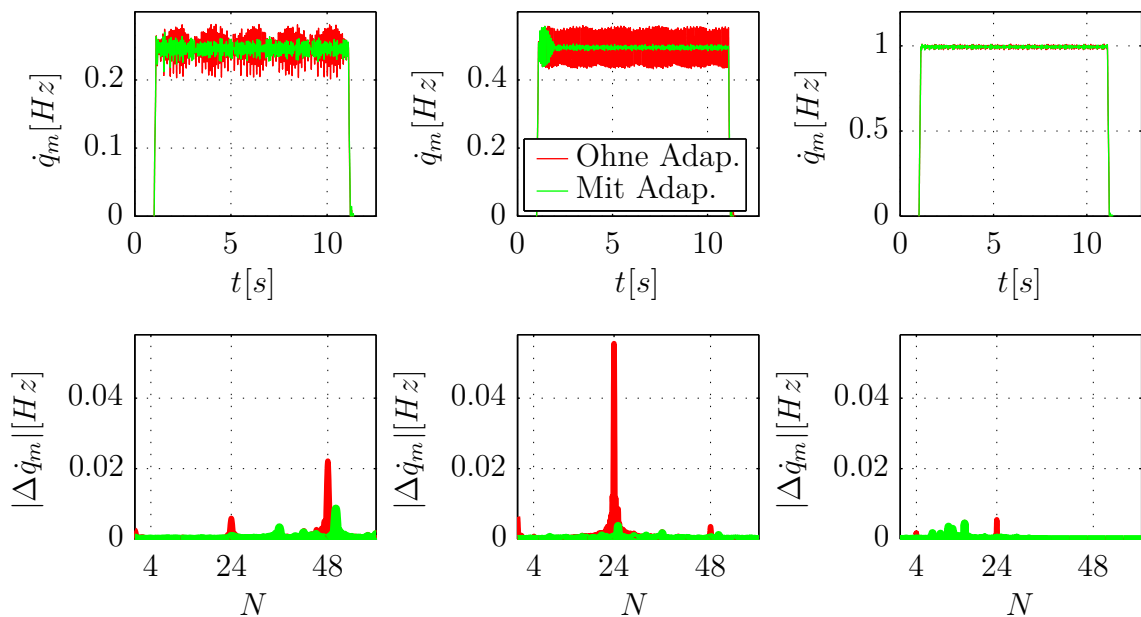


Abbildung 5.18: Versuchsergebnisse des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus mit $\rho = 1$ während unterschiedlicher Konstantfahrten. Dargestellt sind die Motor-drehzahlen.

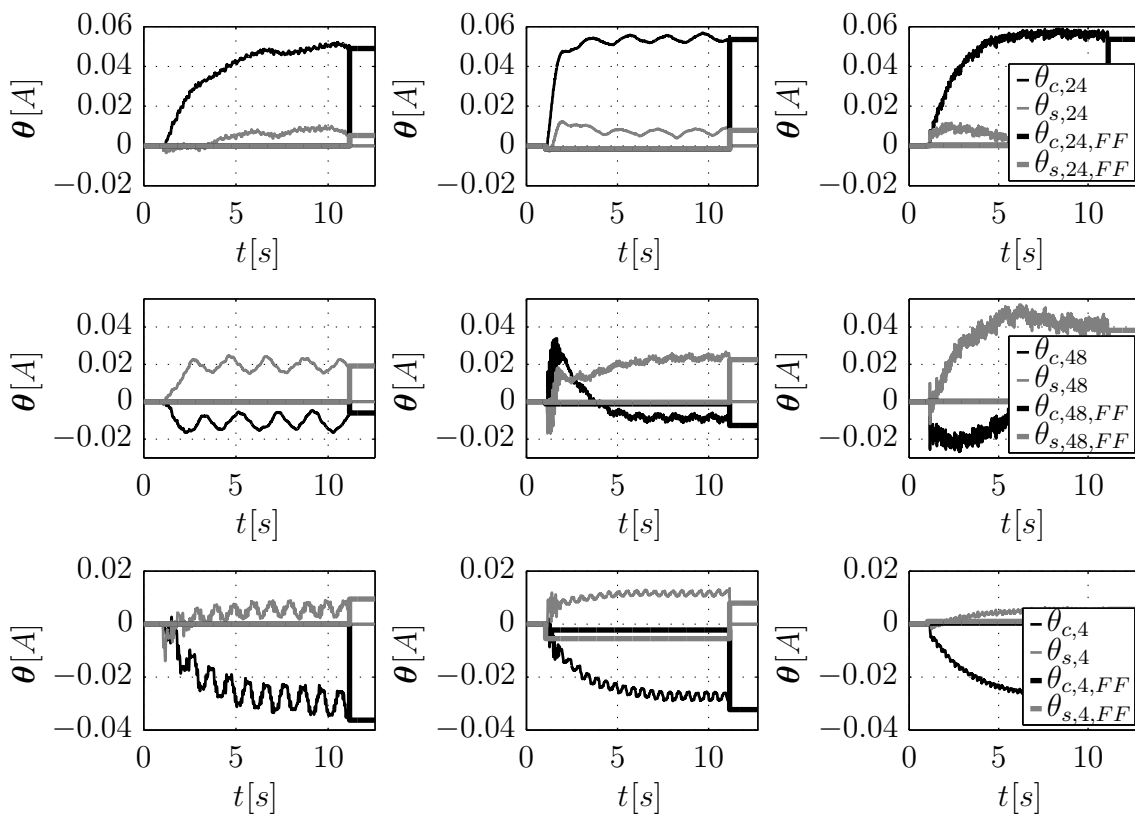


Abbildung 5.19: Versuchsergebnisse des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus mit $\rho = 1$ während unterschiedlicher Konstantfahrten. Dargestellt sind die adaptiven Zustände.

Unterschiedliche Beschleunigungen

Die Theorie von Abschnitt 5.2.2 besagt, dass es keine Rolle spielt ob die Bewegung beschleunigt ist oder mit konstanter Drehzahl durchgeführt wird. Die Versuchsreihe, dargestellt in Abbildung 5.20, belegt dies mit Messergebnissen.

In der ersten Spalte von Abbildung 5.20 wird schwach beschleunigt und dabei die Eigenfrequenz des geschlossenen Regelkreises durchfahren. Die Eigenfrequenz liegt für das $N = 48$ Rippel bei einer Drehzahl von ca. $0.25Hz$ und für das $N = 24$ Rippel bei einer Drehzahl von ca. $0.5Hz$. Bei den adaptiven Zuständen der $N = 24$ Schwingung (zweite Spalte), ist das Verhalten der adaptiven Zustände beim Durchfahren der Eigenfrequenz am besten zu studieren. Die richtigen Endwerte der Adaption werden während des Beschleunigungsvorgangs gefunden, da sie sich während der Konstantfahrt nicht mehr ändern.

Bei den adaptiven Zuständen für das $N = 48$ Rippel (dritte Spalte) kann am besten die Steuerung der Adaption studiert werden. Ab der Drehzahl $\gamma_{\dot{q},max}$ werden die adaptiven Zustände zurückgesetzt und an die Vorsteuerung werden die letzten Werte der adaptiven Zustände übergeben.

In der letzten Spalte von Abbildung 5.20 wird in der Referenztrajektorie ein Sprung vorgegeben, was für die Adaption überhaupt kein Problem darstellt.

Zusammenfassend ist zu sagen, dass sich bei beschleunigten Bewegungen eher langsame Drehzahländerung als problematisch herausstellen, wenn die Resonanzstelle des geschlossenen Kreises durchfahren wird. Weiterhin wird durch diesen Versuch nicht die Verbesserung durch die Adaption gezeigt, sondern wie sich der geregelte Motor bei nicht stationären Verhältnissen verhält.

Konvergenz bei Fahrprofilen

Als Abschluss der Versuche wird ein Fahrprofil gewählt, dargestellt in der ersten Spalte von Abbildung 5.21. Es werden alle möglichen Szenarien kombiniert und eine „Störbewegung“, beschrieben durch einen starken Beschleunigungsvorgang und Abbremsvorgang in der Mitte des Fahrprofils, durchgeführt. In der zweiten Spalte ist zu erkennen, dass die Zeit für die Adaption des $N = 4$ Rippels während der Beschleunigungsfahrt nicht ausreicht um perfekt zu konvergieren. Aufgrund der iterativen Vorsteuerung konvergieren die adaptiven Zustände im nächsten zulässigen Drehzahlbereich.

Aufgrund der Vorsteuerung verkleinert sich der Positionsfehler $\Delta\dot{q}_m$ deutlich, was in der zweiten Spalte, während der „Störbewegung“ (Zoom), zu erkennen ist. Die gleiche Abbildung zeigt, dass die Komponenten Basisregler, Vorsteuerung und adaptive Kompensation sehr gut harmonieren und getrennt entworfen werden können. Der Ausschnitt des Fahrprofils (Zoom) in der letzten Spalte zeigt die

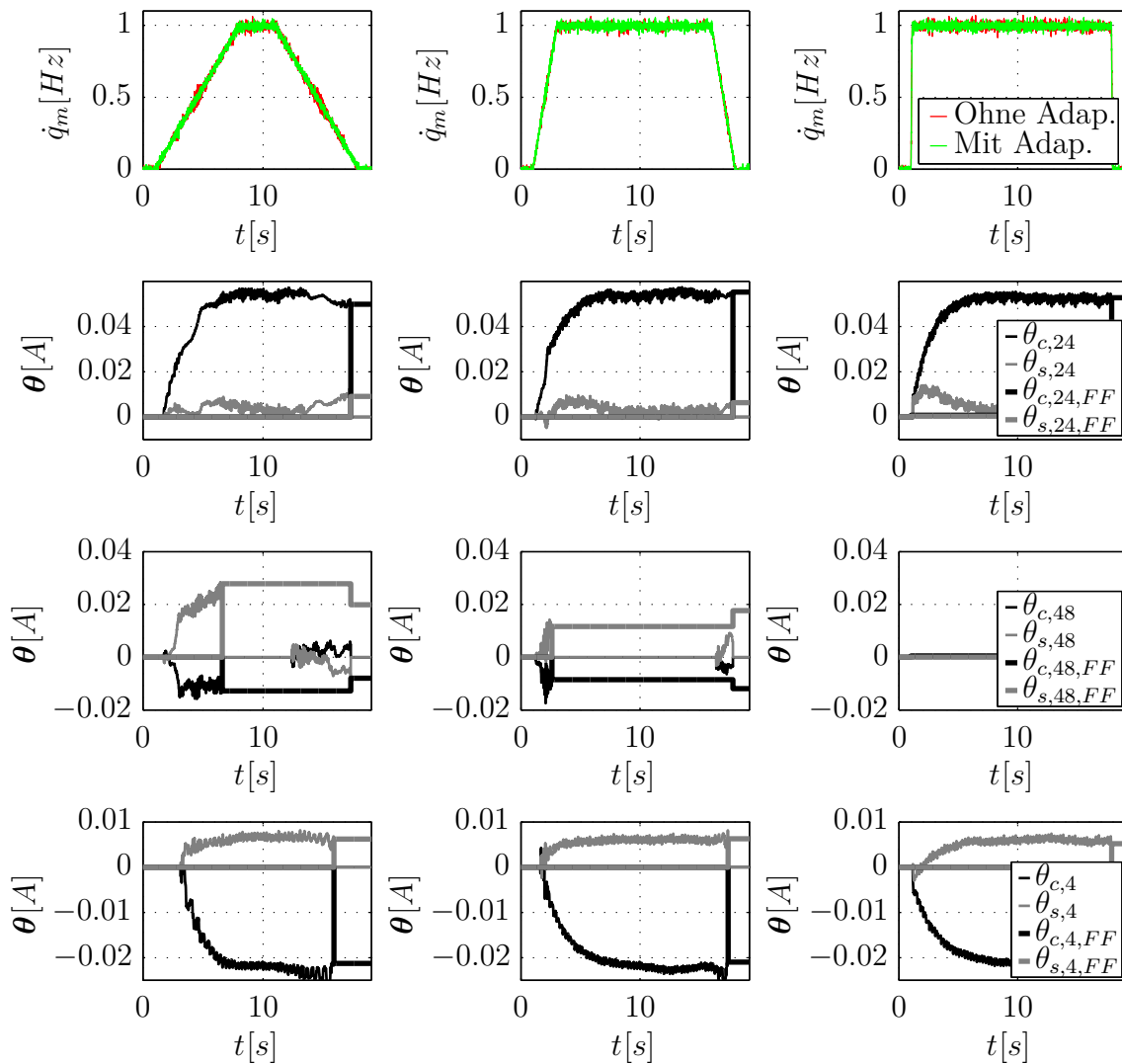


Abbildung 5.20: Versuchsergebnisse des G^{-1} -Algorithmus mit $\rho = 1$, während unterschiedlich beschleunigten Bewegungen.

Verbesserung durch die Adaption während einer schwach beschleunigten Fahrt und einer Konstantfahrt.

Da das Fahrprofil von Abbildung 5.21 typisch ist im Bereich der Robotik und die Adaption sehr gut funktioniert, werden im folgenden Teil die Adaptionsgesetze für einen Roboter eingesetzt.

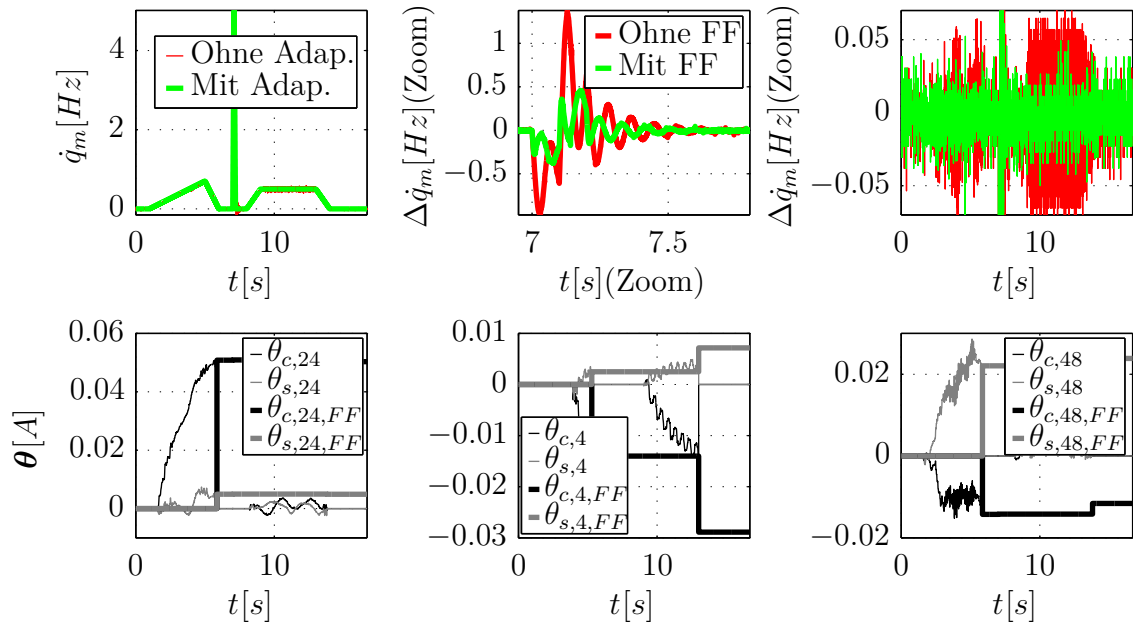


Abbildung 5.21: Verhalten der Adaption während eines realistischen Fahrprofils. Es werden drei Harmonische unterdrückt.

5.3 Unterdrückung von Motorenrippel bei einem Roboter

Ein wichtiger Beitrag dieser Arbeit ist die Unterdrückung von sinusförmigen Störungen bei Robotern. In Abschnitt 5.2 wurde die erfolgreiche Unterdrückung von sinusförmigen Störungen bei einem Synchronmotor vorgestellt. Der Roboter stellt eine schwierigere Problemstellung als der Synchronmotor mit angeflanschter Schwungscheibe dar. Die Hauptunterschiede bestehen darin, dass der Roboter aufgrund seiner Kinematik, siehe Abschnitt 3.1, ein nichtlineares System mit mehreren Eingängen und Ausgängen ist. Weiterhin ist der Roboter durch die elastischen Getriebe ein schwingungsfähiges System, siehe Abschnitt 3.2.

5.3.1 Das Achse 1 Problem

Dieses Problem ist SISO und linear, wenn sich alle anderen Achsen des Roboters nicht bewegen. Es wird zunächst untersucht, welchen Einfluss das elastische Getriebe auf den Algorithmus hat. Zu beachten ist, dass der k_T -Faktor des Motors in den Basisregler gezogen wird und somit mit Momenten gerechnet werden kann. Die Störung greift, wie in Abschnitt 5.2, auf der Momentenebene ein und gemessen wird die motorseitige Position q_m . Das Blockschaltbild für die adaptive Kompensation mit Vorsteuerung und Basisregler ist in Abbildung 5.22 dargestellt.

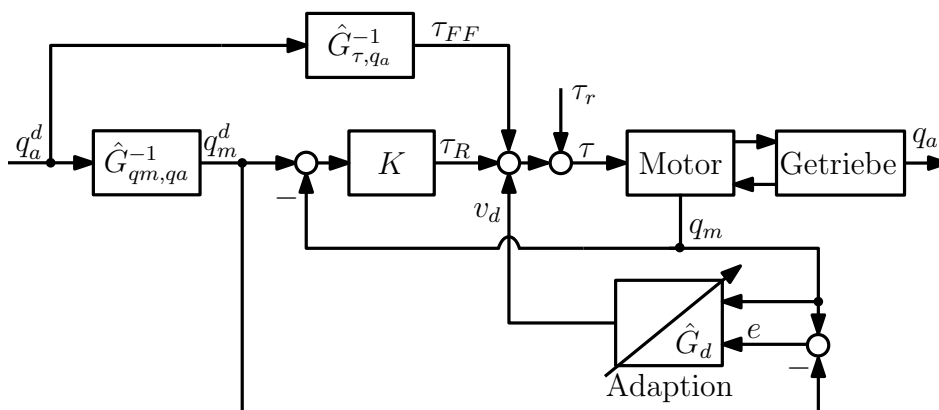


Abbildung 5.22: Blockschaltbild für den adaptiven Kompensator und Positionsregler mit Solltrajektorie, dies entspricht einem Motor mit elastisch angekoppelter Last mit Vorsteuerung.

Für den RLEJ-Roboter kann im Idealfall eine perfekte Trajektorienfolge ($\underline{q}_a = \underline{q}_a^d$)

gewährleistet werden, wenn eine Vorsteuerung $\hat{G}_{\underline{q}_m, \underline{q}_a}^{-1}$ auf die Position und eine Vorsteuerung $\hat{G}_{\underline{\tau}, \underline{q}_a}^{-1}$ auf das Moment implementiert wird, siehe [Rei10] oder [Thü06]. Die Anpassung der Solltrajektorie von \underline{q}_a^d zu \underline{q}_m^d ist nötig damit ein Positionsregler implementiert werden kann.

Um den Fehler der Adaption definieren zu können wird der geregelte Ausgang berechnet. Ausgangspunkt hierfür ist das Momentensignal

$$\underline{\tau} = \hat{G}_{\underline{\tau}, \underline{q}_a}^{-1} \underline{q}_a^d + \underline{K} (\hat{G}_{\underline{q}_m, \underline{q}_a}^{-1} \underline{q}_a^d - \underline{G}_{\underline{\tau}, \underline{q}_m} \underline{\tau}) \quad (5.125)$$

ohne Kompensationssignal und Störung. Damit folgt für die Übertragungsfunktion von abtriebsseitiger Sollposition auf Moment

$$\underline{\tau} = \frac{\hat{G}_{\underline{\tau}, \underline{q}_a}^{-1} + \hat{G}_{\underline{q}_m, \underline{q}_a}^{-1} \underline{K}}{1 + \underline{G}_{\underline{\tau}, \underline{q}_m}} \underline{q}_a^d. \quad (5.126)$$

Für den geregelten Ausgang gilt

$$\underline{q}_m = \underline{G}_{\underline{\tau}, \underline{q}_m} \underline{\tau}. \quad (5.127)$$

Setzt man Gleichung (5.126) in Gleichung (5.127) ein, so ergibt sich, unter der Annahme 5.1, für den geregelte Ausgang

$$\underline{q}_m = \underline{G}_{\underline{q}_m, \underline{q}_a}^{-1} \underline{q}_a^d. \quad (5.128)$$

Für den nicht messbaren Ausgang gilt

$$\underline{q}_a = \underline{G}_{\underline{\tau}, \underline{q}_a} \underline{\tau}. \quad (5.129)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (5.126) in Gleichung (5.129) ergibt sich unter der Annahme 5.1

$$\underline{q}_a = \underline{q}_a^d. \quad (5.130)$$

Im Folgenden wird das Adaptionsgesetz hergeleitet. Für den gemessenen Ausgang gilt aufgrund des Superpositionsprinzips

$$\underline{q}_m = \underline{G}_{\underline{q}_m, \underline{q}_a}^{-1} \underline{q}_a^d + \underline{G}_d \underline{\tau}_r + \underline{G}_d \underline{v}. \quad (5.131)$$

Der Adaptionfehler ergibt sich aufgrund der Referenztrajektorie zu

$$\begin{aligned} \underline{e} &= \underline{q}_m - \hat{G}_{\underline{q}_m, \underline{q}_a}^{-1} \underline{q}_a^d \\ &= \underline{q}_m - \underline{q}_m^d. \end{aligned} \quad (5.132)$$

Man erhält in Vektornotation und im Zeitbereich

$$\underline{e}(t) = (\underline{G}_d * \underline{w}^T)(t) \underline{\theta}^* + (\underline{G}_d * (\underline{w}^T \underline{\theta}))(t), \quad (5.133)$$

mit dem „regressor“ Vektor \mathbf{w} von Gleichung (5.99). Der Adaptionsfehler wird, nach Gleichung (5.6), durch den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(\hat{G}_d * \mathbf{w})(t)e(t) \quad (5.134)$$

minimiert. Die Störübertragungsfunktion wird im Frequenzbereich zu

$$\hat{G}_d(s) = \mathbf{c}^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{b} \quad (5.135)$$

berechnet. Die Matrizen der Störübertragung sind gegeben durch

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_S - \mathbf{b}_S \mathbf{d}_R^T \mathbf{C}_S & \mathbf{b}_S c_R \\ -\mathbf{b}_R^T \mathbf{C}_S & A_R \end{bmatrix}, \quad (5.136)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_S \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.137)$$

$$\mathbf{c}^T = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0], \quad (5.138)$$

wobei im Mehrgrößenfall $\mathbf{C} = \mathbf{c}^T$ und $\mathbf{B} = \mathbf{b}$ gilt. Die Größen des Basisreglers A_R , \mathbf{b}_R^T , c_R und \mathbf{d}_R^T sind durch die Gleichungen (2.17) - (2.18) gegeben und die Größen der Strecke \mathbf{A}_S , \mathbf{b}_S und \mathbf{C}_S durch die Gleichungen (3.12) und (3.14).

Untersuchung der notwendigen Stabilitätsbedingung

In Abschnitt 5.1.1 wird die Stabilität, unter gewissen Annahmen, aus theoretischer Sicht für nominelle Systeme bewiesen. Bei technischen Problemen ist die Annahme $\hat{G} = G$ in der Regel nicht gültig. Die notwendige Stabilitätsbedingung für alle adaptiven Algorithmen ist durch Gleichung (5.17) gegeben. Der Phasengang der identifizierten Strecke $\varphi\{G_d\}$ wird durch Gleichung (3.60) beschrieben. Der Phasengang des Modells $\varphi\{\hat{G}_d\}$ wird durch Linearisierung des RLEJ-Roboters gewonnen.

In Abbildung 5.23 ist der Phasenfehler von Modell und identifizierter Strecke dargestellt und es wird deutlich, dass die notwendige Bedingung (5.17) eingehalten wird. Um einen möglichst kleinen Phasenfehler zu erhalten, kann eine variable Getriebebesteifigkeit verwendet werden.

Auswirkungen auf den Abtrieb

Finales Ziel der Schwingungskompensation sind nicht schwingungsfreie motorseitige Zustände, sondern schwingungsfreie abtriebsseitige Zustände. Abbildung 5.24 zeigt, dass es ausreichend ist die Schwingung auf der Motorposition q_m zu kompensieren. Dies hat zur Folge, dass die Koppelkräfte zwischen Motor und Getriebe ebenfalls frei von Schwingungen sind. Da auf der abtriebsseitigen Position q_a direkt keine sinusförmige Störung wirkt, ist q_a schwingungsfrei.

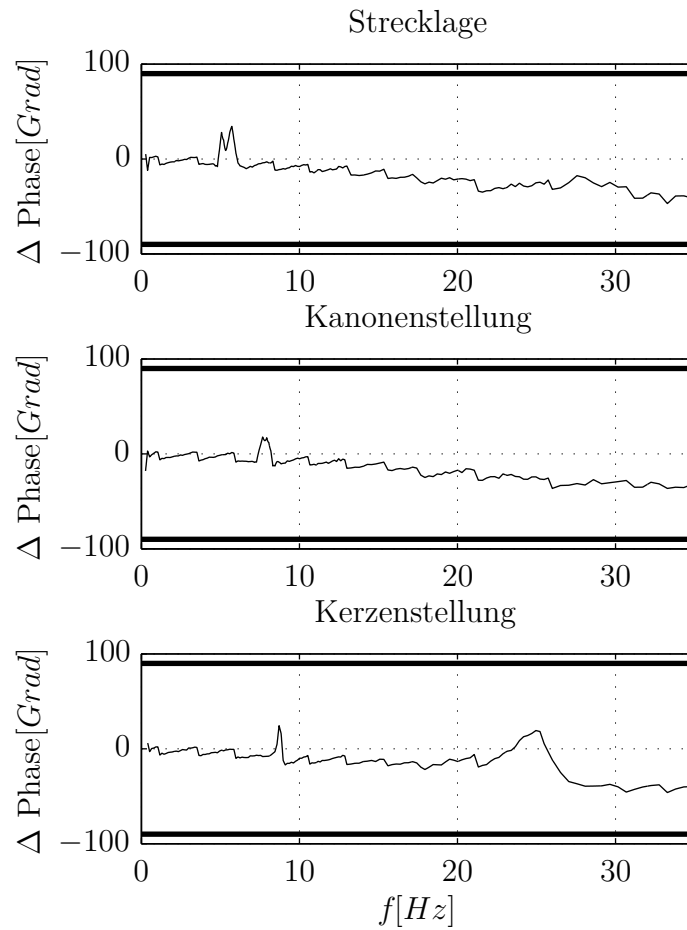


Abbildung 5.23: Notwendige Bedingungen für den Phasenfehler. Ein „experimenteller Stabilitätsbeweis“.

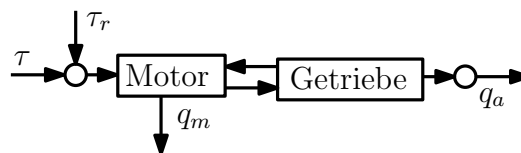


Abbildung 5.24: Auswirkung eines Momentenrippels auf den Abtrieb.

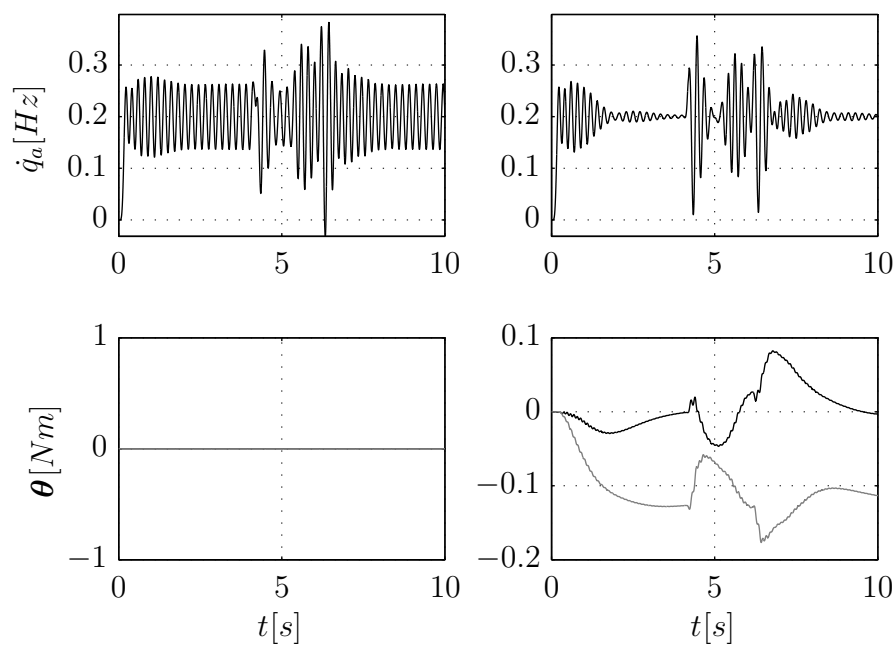


Abbildung 5.26: Simulationsergebnis von Achse 1, wenn Achse 6 eine „Störbewegung“ ausführt. In der linken Spalte ist die Adaption abgeschaltet und in der rechten Spalte ist sie aktiv.

1. Lineare Modelle unterschiedlicher Roboterposen sind im Bode-Diagramm 5.27 dargestellt.

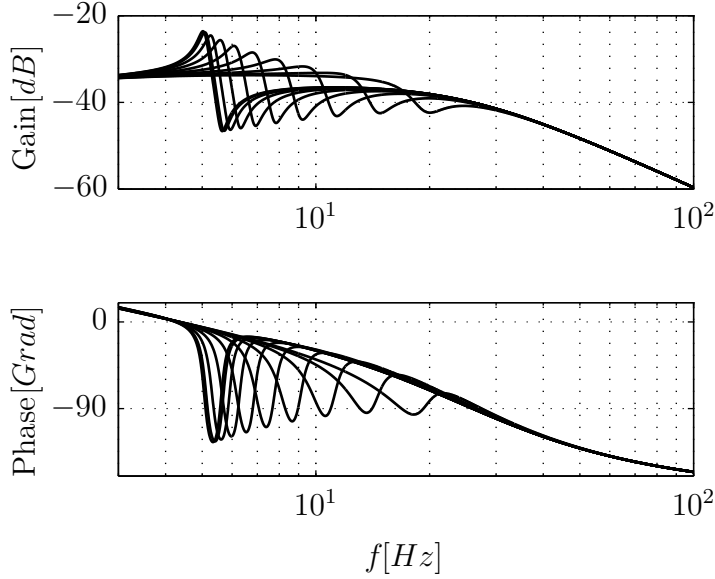


Abbildung 5.27: Verschiedene Bode-Diagramme der Störübertragungsfunktion von Achse 1 mit unterschiedlichen Trägheiten. Der Winkel $q_{a,2}$ wird zwischen 0° und 180° variiert.

Die Störübertragungsfunktion \hat{G}_d von Gleichung (5.134) wird geschudelt, damit der geschlossene Kreis mit Kompensator stabil ist. Eine allgemeine Beschreibung des LPV- \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus ist durch die Gleichungen (5.40) - (5.41) gegeben. Für den Achse 1 Fall ergibt sich

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_A(N\dot{q}_m^d)\mathbf{x} + \rho\mathbf{b}_A(N\dot{q}_m^d, J_a)e, \quad (5.139)$$

$$y = [0 \ 1] \mathbf{x}, \quad (5.140)$$

mit dem Eingangsvektor

$$\mathbf{b}_A(N\dot{q}_m^d) = \begin{bmatrix} \frac{-\Im\{\hat{G}(J_a, jN\dot{q}_m^d)\}}{\Im\{\hat{G}(J_a, jN\dot{q}_m^d)\}^2 + \Re\{\hat{G}(J_a, jN\dot{q}_m^d)\}^2} \\ \frac{\Re\{\hat{G}(J_a, jN\dot{q}_m^d)\}}{\Im\{\hat{G}(J_a, jN\dot{q}_m^d)\}^2 + \Re\{\hat{G}(J_a, jN\dot{q}_m^d)\}^2} \end{bmatrix}. \quad (5.141)$$

Die „scheduling“ Parameter sind J_a und \dot{q}_m^d . Nicht alle Nichtlinearitäten aus der Kinematik können über ein Schedulingverfahren abgedeckt werden. Die folgende Annahme muss deshalb getroffen werden.

Annahme 5.3 Die Corioliskräfte und Kreiselkräfte können vernachlässigt werden.

Diese Annahme ist zulässig, da die Adaption nur bei kleinen Geschwindigkeiten aktiv ist und die vernachlässigten Kräfte deshalb gering sind.

LFT-LPV-Stabilitätsanalyse des G^{-1} -Algorithmus

Die „linear fractional transformation“ (LFT)-LPV-Stabilitätsanalyse ist ein modernes Gebiet der Regelungstechnik und wird dazu verwendet die Stabilität linearer Systeme mit paramterabhängigen Systemmatrizen zu untersuchen. Mit dieser Methode wird die dynamische Änderung der „scheduling“ Parameter berücksichtigt. Im vorliegenden Fall ist dies die Änderung der Störfrequenz $N\dot{q}_m^d$ und die Änderung des abtriebsseitigen Trägheitsmomentes J_a . Zu beachten ist, dass dies für eingefrorene LTI-Systeme nicht möglich ist.

In dieser Arbeit wird der LPV- G^{-1} -Algorithmus mit den Methoden von Dettori [Det01] analysiert. Die wichtigsten Gleichungen der Methode werden im Folgenden angeführt. Um eine LFT-LPV-Analyse durchführen zu können, wird die Zustandsraumdarstellung des geschlossenen Kreises

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_S(J_a) - \mathbf{b}_S \mathbf{d}_R^T \mathbf{C}_S & \mathbf{b}_S c_R & \mathbf{b}_S \mathbf{c}_A^T \\ -\mathbf{b}_R^T \mathbf{C}_S & A_R & \mathbf{0} \\ \mathbf{b}_A(J_a, N\dot{q}_m^d) \mathbf{C}_{S(1,:)} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_A(N\dot{q}_m^d) \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_S \\ 0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tau_r, \quad (5.142)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{S(1,:)} & 0 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (5.143)$$

benötigt. Die Größen des Basisreglers A_R , \mathbf{b}_R^T , c_R , \mathbf{d}_R^T sind durch die Gleichungen (2.17) - (2.18) gegeben und die Größen der Strecke \mathbf{A}_S , \mathbf{b}_S , \mathbf{c}_S^T durch die Gleichungen (3.12) - (3.14). Die Größen der Adaption \mathbf{A}_A , \mathbf{b}_A , \mathbf{c}_A^T sind gegeben durch die Gleichungen (5.139) und (5.140). Das Zustandsraummodell (5.142) - (5.143) wird in symbolischer Form mit den Variablen J_a , $N\dot{q}_m^d$ aufgestellt. Die Matlab-Toolbox [Hec06] berechnet daraus eine „linear fractional representation“ (LFR)-Darstellung der Form

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{z}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}} & \mathbf{B}_u \\ \mathbf{C}_u & \mathbf{D}_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{w}_u \end{bmatrix} \quad (5.144)$$

mit

$$\mathbf{w}_u = \Delta(\mathbf{p}) \mathbf{z}_u. \quad (5.145)$$

Der Index u beschreibt den Kanal des Δ Blocks und $\bar{\mathbf{A}}$ ist die Dynamikmatrix der LFR-Darstellung. Die LPV-Stabilitätsanalyse des geschlossenen Regelkreises ist durch folgendes Lemma gegeben, siehe [Det01].

Lemma 5.9 *Wenn es eine symmetrische Matrix \mathbf{X} und Skalierungen $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}'$, \mathbf{S} und $\mathbf{R} = \mathbf{R}'$ gibt, so dass*

$$\mathbf{X} > \mathbf{0}, \quad (5.146)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A} & \mathbf{B}_u \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ \mathbf{C}_u & \mathbf{D}_u \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{X} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{X} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A} & \mathbf{B}_u \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ \mathbf{C}_u & \mathbf{D}_u \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (5.147)$$

und

$$\begin{bmatrix} \Delta(\mathbf{p}) \\ \mathbf{E} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta(\mathbf{p}) \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} > \mathbf{0}, \quad (5.148)$$

dann ist das LPV-System, siehe Gleichungen (5.142), (5.143) stabil.

Beweis 5.9 Siehe [Det01].

Bei dieser Analyse werden konstante Lyapunov Matrizen \mathbf{X} verwendet. Es wird für jede Rate der Parameteränderung Stabilität gewährleistet. Die Analyse ist jedoch sehr konservativ.

Eine Analyse mit parameterabhängigen Lyapunov Matrizen wurde ebenfalls implementiert, siehe [GMP⁺10]. Die dynamische Änderung der „scheduling“ Parameter wird jetzt nicht mehr berücksichtigt. Dieses Verfahren ist jedoch aus theoretischer Sicht besser als ein konventionelles „Gridding“, da der vollständige Parameterbereich sicher abgedeckt wird.

Mit den Methoden von Dettori wurden Stabilitätsuntersuchungen der vorgestellten adaptiven Algorithmen durchgeführt. Versuche und Simulationen haben jedoch gezeigt, dass das Scheduling kein Problem für die adaptiven Algorithmen darstellt. Die theoretischen Analysen untermauern diesen Sachverhalt.

Das Lemma 5.9 besteht aus mehreren „linear matrix inequalities“ (LMIs), siehe [DPZ91]. Diese wurden mit den Solvern Sedumi, siehe [Pol05], oder SDPT3, siehe [TTT04], gelöst.

Versuchsergebnisse verschiedener abtriebsseitiger Trägheiten

Die Kriterium-Drehzahl Diagramme 5.28 bis 5.31 sind nach dem Verfahren von Abbildung 5.2 erzeugt. Der Roboter wird über 20s bei konstanter Geschwindigkeit verfahren. Die Zeit zwischen 5s und 10s wird für die Fourier Analyse und für die Berechnung des Kriteriums verwendet.

Abbildung 5.28 zeigt unterschiedliche Konvergenzverhalten bei der Variation der Federsteifigkeit im Modell, welches in der Adaption verwendet wird. Bei einer Steifigkeit von 1.0c hat der Algorithmus in Strecklage das beste Konvergenzverhalten. Dies deckt sich mit dem identifizierten Wert für die Steifigkeit, siehe Abbildung 3.5.

Ein großer Vorteil dieser Algorithmen ist die Robustheit gegenüber Modellfehlern. Auch bei falschen Modellparametern ist der Algorithmus stabil, nur wird das Konvergenzverhalten schlechter, wie im Vergleich zum nichtkompensierten Fall zu erkennen ist.

Ähnliches Verhalten ist zu erkennen bei der Variation der Dämpfung im Modell, siehe Abbildung 5.29. Prinzipiell sind kleine Dämpfungen kritischer, da die Resonanzstelle stärker ausgeprägt ist.

Abbildung 5.30 zeigt den gleichen Versuch in Kanonenstellung. Schon bei der Identifikation wird deutlich, dass sich die Steifigkeit des Getriebes ändert. Wird die Konvergenz der Adaption untersucht, kann ähnliches festgestellt werden. Bei einer Steifigkeit von $0.75c$ ist die Konvergenz der adaptiven Zustände am besten. Die Identifikation liefert für die Steifigkeit den Wert $0.7c$. Auch in Kanonenstellung ist die Dämpfung nicht der entscheidende Parameter, denn die Werte zwischen $0.75d$ und $1.5d$ liefern beinahe dasselbe Konvergenzverhalten.

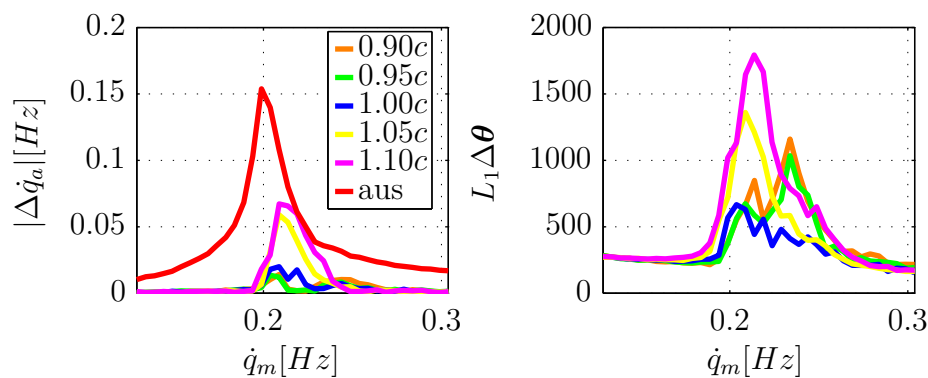


Abbildung 5.28: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm (links) und Kriterium-Drehzahl Diagramm (rechts) für variable Steifigkeiten in Strecklage und einer Dämpfung von $1.0d$.

5.3.2 Das Achse 2/3 Problem

Es werden drei Methoden gezeigt, wie das nichtlineare Mehrgrößenproblem gelöst werden kann. Der erste Algorithmus verwendet eine nichtlineare MIMO-Vorsteuerung, welche für die Adaption eine Entkopplung und Linearisierung ist. Der zweite Algorithmus verwendet ebenfalls eine Vorsteuerung. Aus Sicht der Adaption ist dies jedoch keine Linearisierung oder Entkopplung. Dieses neue Konzept ist für Systeme, welche gleich viele Störungen wie Eingänge haben. Die Kopplungen des Mehrgrößensystems können exakt berücksichtigt werden.

Der dritte Algorithmus wird wie der zweite in das Regelungssystem integriert.

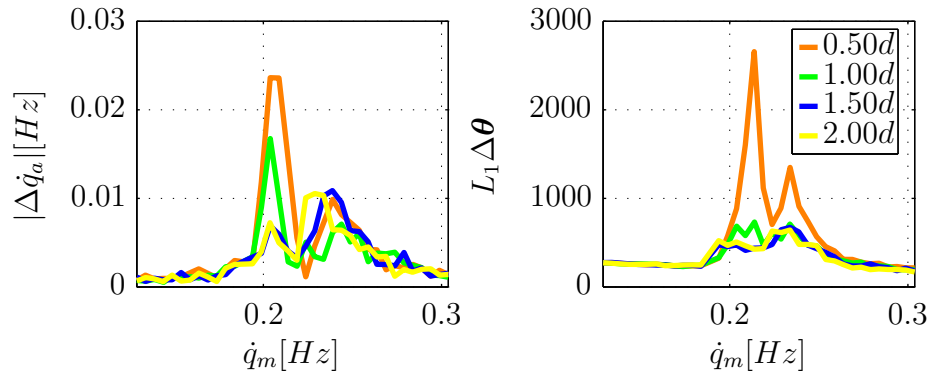


Abbildung 5.29: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm (links) und Kriterium-Drehzahl Diagramm (rechts) für variable Dämpfungen in Strecklage und einer Steifigkeit von $0.9c$.

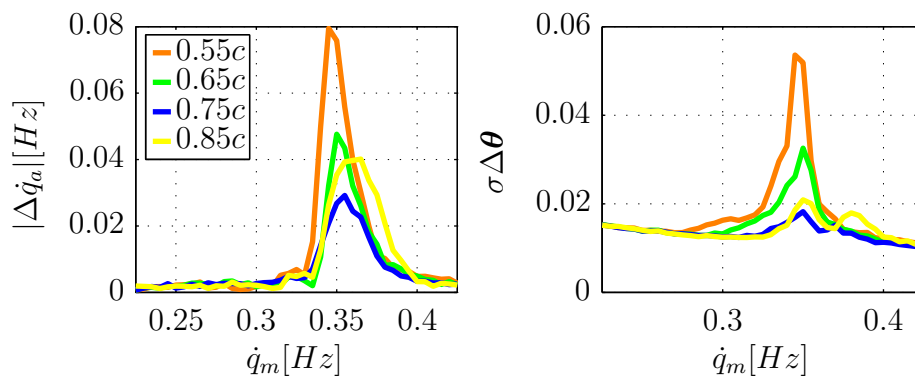


Abbildung 5.30: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm (links) und Kriterium-Drehzahl Diagramm (rechts) für variable Steifigkeiten in Kanonenstellung und einer Dämpfung von $1.5d$.

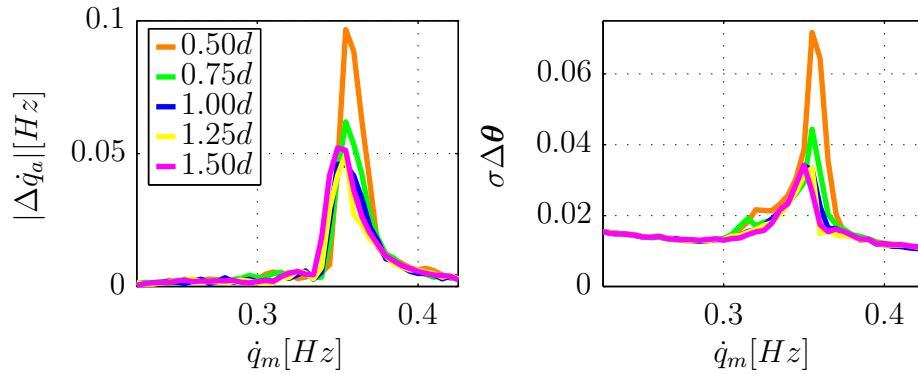


Abbildung 5.31: Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm (links) und Kriterium-Drehzahl Diagramm (rechts) für variable Dämpfungen in Kanonenstellung und einer Steifigkeit von $0.65c$.

Die Kopplungen des Mehrgrößensystems werden jedoch vernachlässigt. Ein weiteres neues Verfahren wird in Abschnitt 5.3.3 vorgestellt. Dieses Verfahren verwendet keine nominelle Strecke im Adaptionsgesetz sondern optimierte Filter, was aus praktischer Sicht immense Vorteile bringt.

Methode 1: Entkoppelter FXLMS-Algorithmus mit linearisierender Vorsteuerung

Die erste Möglichkeit, die Algorithmen auf ein nichtlineares gekoppeltes Mehrgrößensystem anzuwenden, ist die Verwendung einer linearisierenden Vorsteuerung. Somit kann ein entkoppeltes Gradientenverfahren nach

$$\dot{\theta}_j(t) = -2\rho(F * \mathbf{w}_j)(t)e_j(t) \quad j = 2, 3 \quad (5.149)$$

implementiert werden, welches in Abschnitt 5.2.1 erläutert wurde und wobei j die jeweilige Roboterachse beschreibt. Der Implementierungsaufwand ist minimal und im Adaptionsgesetz wird keine Systeminformation benötigt.

Die Kompensationssignale verändern die Solltrajektorien, für welche die Vorsteuerung³ $\hat{\mathbf{G}}^{-1}$ Vorsteuermomente berechnet, siehe Abbildung 5.32. Der Algorithmus hat drei fundamentale Probleme, was am Beispiel von Achse 2/3, siehe Gleichungen (3.15) bis (3.23), gezeigt wird.

- Es wird fälschlicherweise eine Schwingung auf Achse 3 induziert, obwohl diese keine Bewegung ausführen soll.

³Zur Vereinfachung der Notation wird die Invertierung von Mehrgrößensystemen auch im nichtlinearen Fall mit $\hat{\mathbf{G}}^{-1}$ geschrieben.

Wenn $q_{m,3}^d = 0$ gelten soll, dann muss $v_3 = 0$ sein, da Achse 3 keine Schwingung generiert. Weiterhin soll $q_{m,2}^d \neq 0$ gelten. Dann ist auch $\tau_{FF,3} \neq 0$, aufgrund der Kopplungen in der Vorsteuerung. Für die sinusförmige Störung von Achse 2 gilt zwar $\tau_{r,2} = 0$, jedoch ist auch $q_{m,3} \neq 0$.

- Durch die Implementierung der Vorsteuerung mit $\hat{G}^{-1} = \frac{\tau_{FF}}{q_m^d}$ wird auf die Antriebsseite und nicht auf die Abtriebsseite invertiert. Einer abtriebsseitigen Referenztrajektorie kann somit nicht perfekt gefolgt werden.
- Wie im Eingrößenfall sind keine stationären Zustände bei Beschleunigungsfahrten zu erreichen.

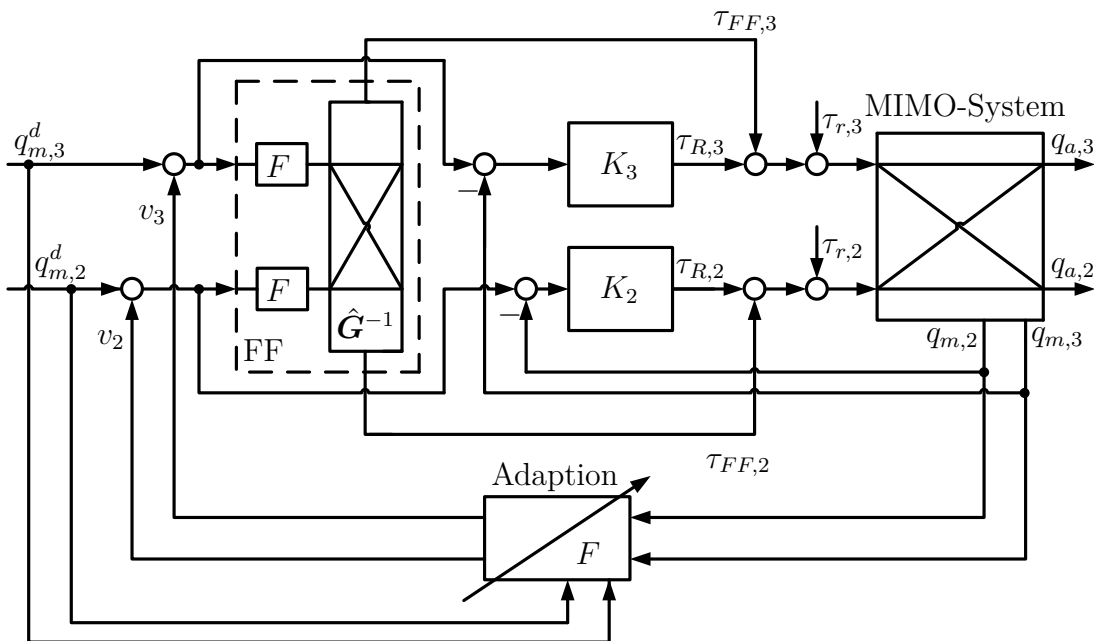


Abbildung 5.32: Entkopplung und Linearisierung durch eine MIMO-Vorsteuerung.

Methode 2: Gekoppelter G^T -Algorithmus ohne linearisierende Vorsteuerung

Der gekoppelte Entwurf ist der beste Ansatz, um das nichtlineare Mehrgrößenproblem zu lösen, wenn keine Modellfehler vorliegen. Die Kopplungen in der Massenmatrix können bei diesem Algorithmus berücksichtigt werden. Das Blockschaltbild für den Algorithmus ist in Abbildung 5.33 dargestellt.

Um den Algorithmus auf nichtlineare Systeme zu erweitern, wird das nichtlineare Robotermodell linearisiert. Der Ausgang ist im Frequenzbereich unter der

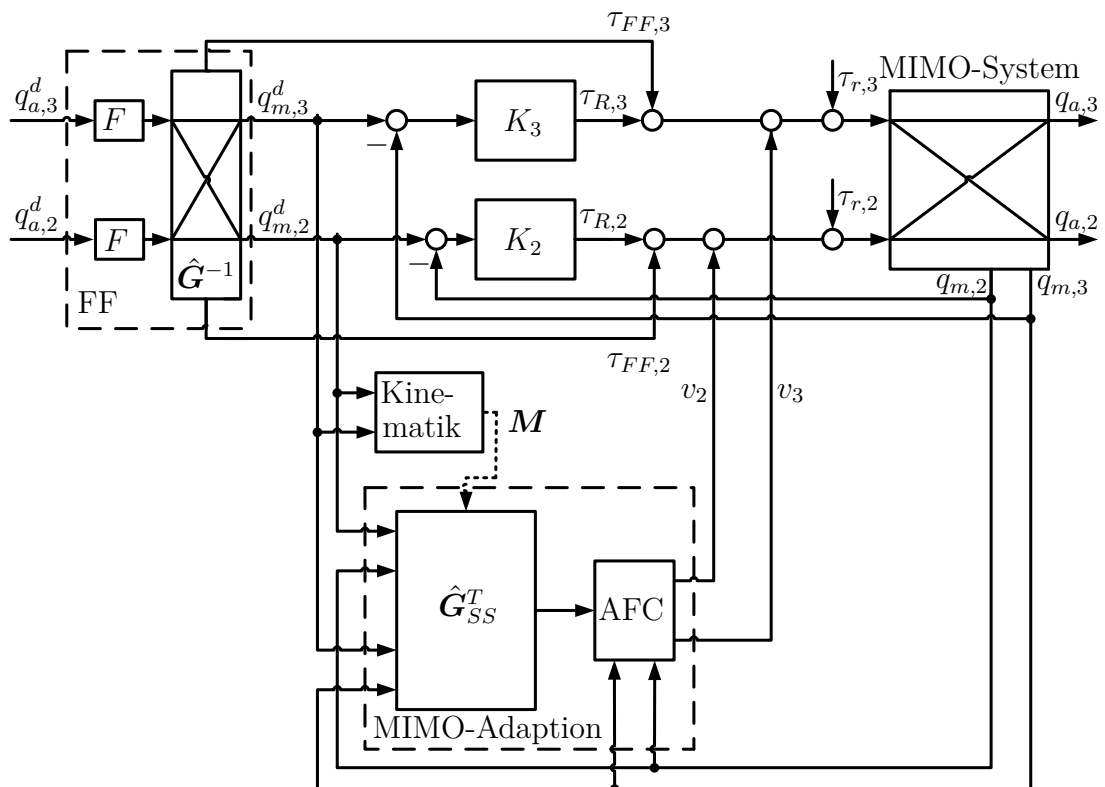


Abbildung 5.33: Blockschaltbild für eine Mehrgrößenadaption, welche einen gekoppelten Entwurf verwendet.

Annahme 5.1 gegeben zu

$$\begin{bmatrix} \underline{q}_{m,2} \\ \underline{q}_{m,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{q}_{m,2}^d \\ \underline{q}_{m,3}^d \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{G}}_d \begin{bmatrix} \underline{v}_2 + \underline{\tau}_{r,2} \\ \underline{v}_3 + \underline{\tau}_{r,3} \end{bmatrix}. \quad (5.150)$$

Die linearisierte Störübertragungsfunktion wird mit Gleichung (5.135) berechnet und ist eine Funktion der Massenmatrix \mathbf{M} . Die Dynamikmatrix \mathbf{A} von Gleichung (5.135) wird nach Gleichung (5.136) bestimmt und die Eingangsmatrix \mathbf{B} nach Gleichung (5.137). Die Ausgangsmatrix der Störübertragung wird wegen der Fehlerbestimmung mit der motorseitigen Position zu

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.151)$$

gewählt. Um die Dynamikmatrix \mathbf{A}_S aus Gleichung (5.136) zu bestimmen, werden die Teilmatrizen der Achse 2/3 Strecke, siehe Gleichungen (3.17) - (3.20), benötigt. Die Eingangsmatrix \mathbf{B}_S ist durch Gleichung (3.21) und die Ausgangsmatrix \mathbf{C}_S durch Gleichung (3.22) gegeben. Die Basisregler sind achsweise implementiert und folglich ergeben sich die Reglermatrizen im Mehrgrößenfall zu $\text{blkdiag}\{\mathbf{A}_{R,i}\}$, $\text{blkdiag}\{\mathbf{b}_{R,i}^T\}$, $\text{diag}\{c_{R,i}\}$, $\text{blkdiag}\{\mathbf{d}_{R,i}^T\}$, auf Basis der Gleichungen (2.17) und (2.18). Der Adaptionsfehler ergibt sich aufgrund der Referenztrajektorie zu

$$\underline{\mathbf{e}} = \underline{\mathbf{q}}_m - \underline{\mathbf{q}}_m^d. \quad (5.152)$$

Die stationäre Komponente im Zeitbereich und in Vektornotation ist gegeben durch

$$\begin{bmatrix} e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_2^T \mathbf{G}_{ss,22}(\boldsymbol{\theta}_2(t) + \boldsymbol{\theta}_2^*) + \mathbf{w}_3^T \mathbf{G}_{ss,23}(\boldsymbol{\theta}_3(t) + \boldsymbol{\theta}_3^*) \\ \mathbf{w}_2^T \mathbf{G}_{ss,32}(\boldsymbol{\theta}_2(t) + \boldsymbol{\theta}_2^*) + \mathbf{w}_3^T \mathbf{G}_{ss,33}(\boldsymbol{\theta}_3(t) + \boldsymbol{\theta}_3^*) \end{bmatrix}. \quad (5.153)$$

Der Gradient für Mehrgrößensysteme ist in Gleichung (5.53) gegeben. Angewandt für Achse 2/3 ergibt sich

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{G}}_{22}(N_2 \dot{\underline{q}}_{m,2}^d, \mathbf{M}) & \mathbf{0} \\ \hat{\mathbf{G}}_{32}(N_2 \dot{\underline{q}}_{m,2}^d, \mathbf{M}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{G}}_{23}(N_3 \dot{\underline{q}}_{m,3}^d, \mathbf{M}) \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{G}}_{33}(N_3 \dot{\underline{q}}_{m,3}^d, \mathbf{M}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{w}_2^T(N_2 \underline{q}_{m,2}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{w}_2^T(N_2 \underline{q}_{m,2}) \\ \mathbf{w}_3^T(N_3 \underline{q}_{m,3}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{w}_3^T(N_3 \underline{q}_{m,3}) \end{bmatrix} \mathbf{e}(t). \quad (5.154)$$

Die AFC ist im Mehrgrößenfall gegeben durch Gleichung (5.54).

Methode 3: Entkoppelter G^{-1} -Algorithmus ohne linearisierende Vorsteuerung

Eine entkoppelte Adaption ist nur möglich, wenn die Annahmen 5.3 und 5.4 getroffen werden. Die Vorsteuerung ist für die Adaption keine Linearisierung der

Strecke. Der Gradient ist gegeben durch

$$\dot{\theta}(t) = -2\rho \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{G}}_{22}(N_2\dot{q}_{m,2}^d, \mathbf{M}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{G}}_{33}(N_3\dot{q}_{m,3}^d, \mathbf{M}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_2(N_2q_{m,2}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{w}_3(N_3q_{m,3}) \end{bmatrix} \mathbf{e}(t). \quad (5.155)$$

Die jeweilige stationäre Systemmatrix \mathbf{G}_{ss} ist in Gleichung (5.27) und die AFC in Gleichung (5.54) gegeben.

Annahme 5.4 Die Nebendiagonalelemente der Massenmatrix können vernachlässigt werden.

Nominelle Performance und Stabilitätsanalyse

Es wird eine nominelle Stabilitätsanalyse des entkoppelten Algorithmus (Methode 3) durchgeführt. Um eine nominelle Stabilitätsanalyse eines linearen Systems durchführen zu können, wird für den entkoppelten \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus die LPV-Variante nach den Gleichungen (5.40) und (5.41) implementiert. Für konstante Frequenzen und für eine Roboterstellung ist dies ein LTI-System. In der Abbildung 5.34 ist die Dämpfung des Eigenwertes mit der kleinsten Dämpfung dargestellt. Kleine Dämpfungswerte weisen auf ein schlechtes Konvergenzverhalten des Algorithmus hin. Für negative Dämpfungswerte ist der geschlossene Regelkreis instabil, was bei einer Adaptionsverstärkung von $\rho = 10$ nicht auftritt.

Aus Abbildung 5.34 wird ein worst-case Szenario deutlich, zu erkennen an einer Ellipse. Diese Ellipse tritt bei der Eigenfrequenz des geschlossenen Regelkreises auf und wenn die Rippelfrequenzen identisch sind. In Kanonenstellung und Kerzenstellung ist qualitativ das gleiche Verhalten zu erkennen.

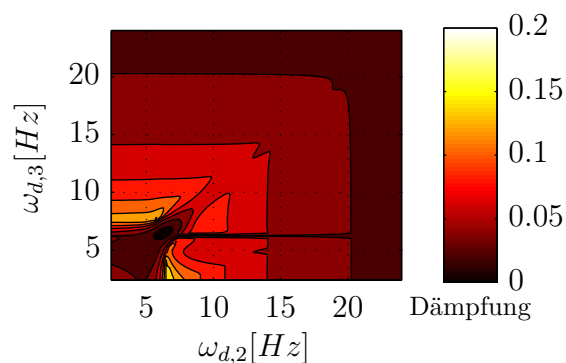


Abbildung 5.34: Nominelle Stabilitätsanalyse von Achse 2/3 in Strecklage mit $\rho = 10$ und $\omega_{d,j} = N_j \dot{q}_{m,j}^d$.

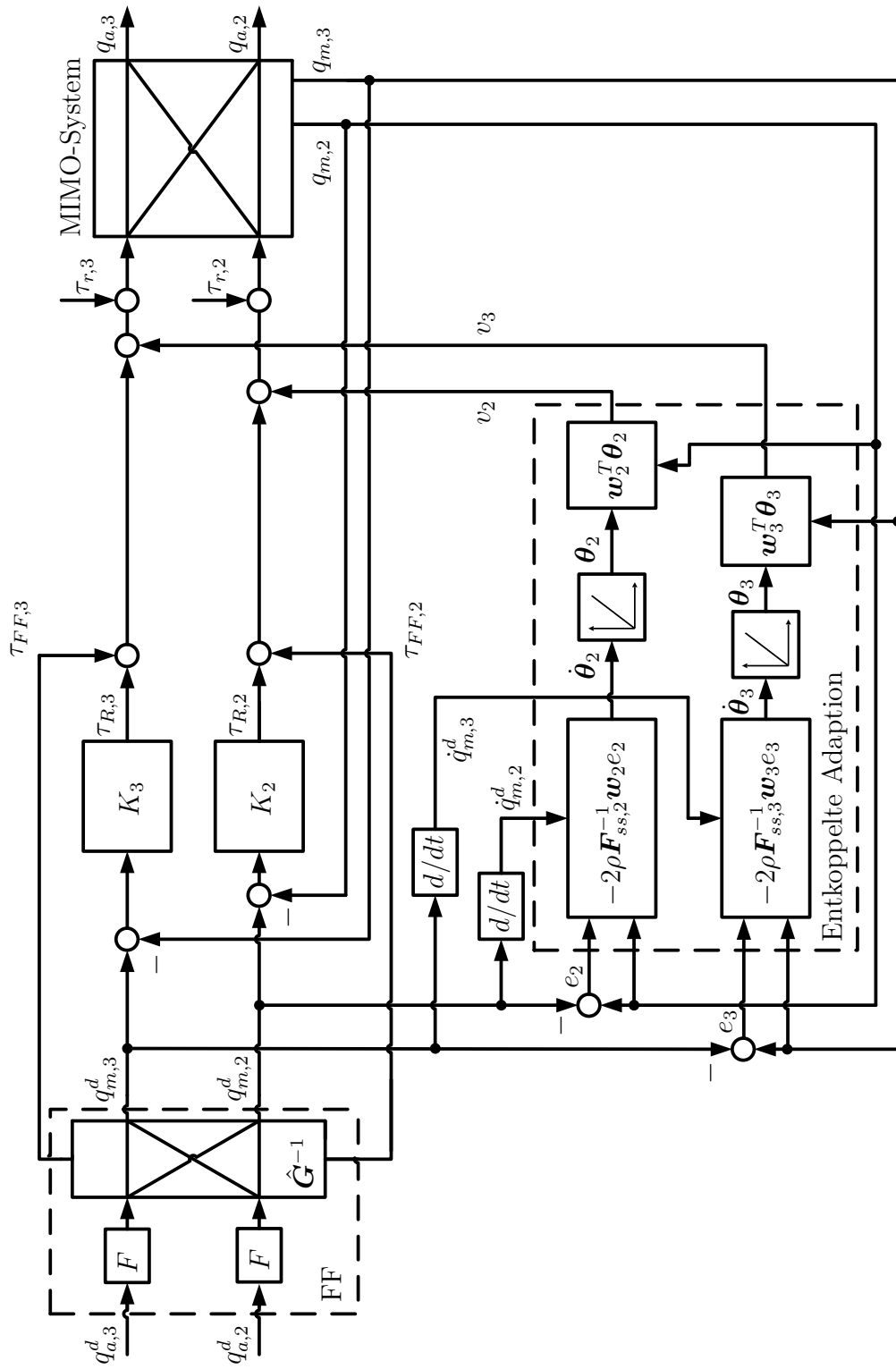


Abbildung 5.35: Blockschaubild für den F^{-1} -Algorithmus, welcher einen entkoppelten Entwurf verwendet.

5.3.3 Entkoppelte Adaptionen mit optimierten Filtern (F^{-1} -Algorithmus)

In allen bisherigen Adaptionsgesetzen wird Systeminformation der nominellen Strecke \hat{G} verwendet. Wird der Algorithmus bei einem realen System eingesetzt, kann dies nicht die beste Wahl sein:

- Die Strecke hat Modellunsicherheiten oder veränderliche Parameter, wie an der Getriebesteifigkeit in Abschnitt 3.3.2 gezeigt. Das nominelle Filter wird immer eine Approximation der realen Strecke sein. Dies führt bei elastischen Robotern zu Konvergenzproblemen, wie die Versuche von Abbildung 5.28 zeigen.
- Das RLEJ-Robotermodell mit sechs Gelenken ist komplex und hat viele Zustände. Die Dimension der nominellen Strecke für eine Mehrgrößenadaption ist enorm groß und die Antwort dieses Systems ist in Echtzeit schwierig zu berechnen.
- Weiterhin muss aufgrund der nichtlinearen Roboterdynamik ein geeignetes Schedulingverfahren des nominellen Filters gefunden werden.
- Ein weiteres Problem entsteht aufgrund von Haftreibung, siehe Abschnitt 3.3.3.

Wegen dieser Probleme wird ein neues Adaptionsgesetz vorgestellt, welches nicht die nominelle Strecke, sondern optimierte entkoppelte Filter verwendet. Ein großer Vorteil dieser Filter ist, dass sie linear sind und deshalb schnell berechenbar. Dieses Verfahren kann dadurch auf alle sechs Roboterachsen angewandt werden.

Die Grundidee ist ein entkoppeltes Verfahren nach Abbildung 5.35 zu verwenden. Der G^{-1} -Algorithmus wird zum F^{-1} -Algorithmus und der Gradient ist gegeben durch

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_n(t) \end{bmatrix} = -2\rho \mathbf{F}_{SS}^{-1} \mathbf{W} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \end{bmatrix}, \quad (5.156)$$

mit der blockdiagonalen stationären Filtermatrix

$$\mathbf{F}_{SS} = [\text{blkdiag}\{\mathbf{F}_{ss,1}(N_1\dot{q}_{m,1}^d)\}, \dots, \text{blkdiag}\{\mathbf{F}_{ss,n}(N_n\dot{q}_{m,n}^d)\}] \quad (5.157)$$

und der blockdiagonalen „regressor“ Matrix

$$\mathbf{W} = [\text{blkdiag}\{\mathbf{w}_1(N_1q_{m,1})\}, \dots, \text{blkdiag}\{\mathbf{w}_n(N_nq_{m,n})\}]. \quad (5.158)$$

Die stationäre Systemmatrix \mathbf{F}_{ss} des optimierten Filters \underline{F}_o wird nach Gleichung (5.27) berechnet. Die Optimierung des Filters wird im Folgenden beschrieben.

Multicase Optimierung für die robusten Filter

Für die Roboterachse j wird das Filter j entworfen. Dies wird für n Roboterachsen durchgeführt. Jedes Filter wird für i verschiedene Roboterposen optimiert. Die linearisierten Übertragungsfunktionen verschiedener Roboterposen $\underline{G}_{P,j,i}$ sind die Diagonalelemente der Übertragungsmatrix von Eingang j auf Ausgang j . Diese Übertragungsfunktionen sind die unterschiedlichen Cases⁴ der Optimierung. Exemplarisch sind verschiedene lineare Modelle von Achse 1 in Abbildung 5.36 dargestellt. Sie ergeben sich durch die Variation der Stellung der anderen Roboterachsen.

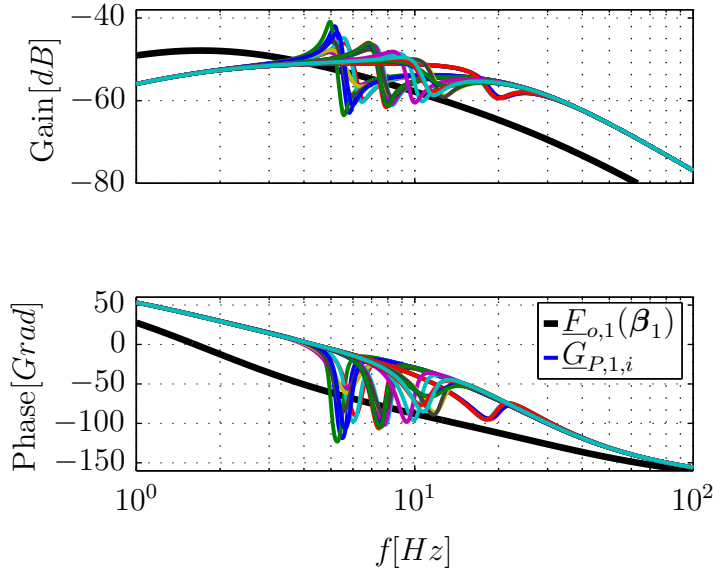


Abbildung 5.36: Bode-Diagramme von einer Familie von linearisierten Roboterstellungen und des optimierten Filters.

Eine mögliche Optimierungsvorschrift ist durch

$$\min_{\beta_j} L, \text{ so dass } \max \left(\left| \varphi \{ \underline{G}_{P,j,i} \} - \varphi \{ \underline{F}_{o,j}(\beta_j) \} \right| \right) < \varphi_{max} \quad \begin{array}{l} j = 1, \dots, n \\ i = 1, \dots, k \end{array} \quad (5.159)$$

gegeben. Ein Kriterium ist z.B. durch

$$L = c_1 \left(\left| \varphi \{ \underline{G}_{P,j,i} \} - \varphi \{ \underline{F}_{o,j}(\beta_j) \} \right| \right) + c_2 \left(\left| \underline{G}_{P,j,i} \right| - \left| \underline{F}_{o,j}(\beta_j) \right| \right) \quad (5.160)$$

⁴Cases beschreiben die Instanzen des Robotermodells, welche z.B. durch Parametervariation bestimmt werden.

gegeben mit den Skalierungsfaktoren c_1 und c_2 .

Als Ansatzfunktion der Filter, welche eine Funktion von den Tunern⁵ β ist, wird

$$\underline{F}_{o,j}(\beta_j) = \frac{\beta_{1,j}s}{(\beta_{2,j} + s)(\beta_{3,j} + s)(\beta_{4,j} + s)} \quad (5.161)$$

gewählt. Diese Übertragungsfunktion hat für $s \rightarrow 0$ und $s \rightarrow \infty$ den gleichen Phasengang wie die Störübertragungsfunktion der geregelte Roboterachse.

5.3.4 Robuste Stabilitätsanalyse verschiedener adaptiver Algorithmen

Um den \mathbf{F}^{-1} -Algorithmus zu bewerten, wird dessen robuste Stabilität im Vergleich zum \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus untersucht. Die robuste Stabilität wird mit einer μ -Analyse, siehe [DPZ91] oder [Sch01], durchgeführt. Damit kann eine Stabilitätsaussage getroffen werden, wenn das Modell strukturierte oder unstrukturierte Unsicherheiten aufweist.

Zuerst wird das Gesamtmodell, gegeben durch die Gleichungen (5.142) - (5.143), auf $\mathbf{M}\Delta$ -Struktur gebracht, siehe [All99] oder [Sch01]. Die μ -Analyse verfolgt diesen Grundgedanken: Berechne den größten r -Wert, so dass $\mathbf{E} - \mathbf{M}\Delta$ nicht singulär wird, für alle Δ in der Menge $r\Delta$. Der größte Wert wird als r^* bezeichnet. Die normierte Unsicherheit Δ wird durch r verkleinert und vergrößert. Die mathematische Formulierung ist durch

$$r^* = \sup_{\Delta \in r\Delta} r, \text{ so dass } \det(\mathbf{E} - \mathbf{M}\Delta) \neq 0 \quad (5.162)$$

gegeben. Der μ -Wert ist durch

$$\mu = \frac{1}{r^*} \quad (5.163)$$

definiert. Folgendes Lemma beschreibt die robuste Stabilitätsaussage.

Lemma 5.10 *Unter der Annahme, dass \mathbf{M} und Δ stabil sind, ist der geschlossene Kreis genau dann robust stabil, wenn gilt*

$$\mu(\mathbf{M}, \Delta) < 1 \quad \forall \omega_d. \quad (5.164)$$

Beweis 5.10 *Siehe [All99] oder [Sch01].*

⁵Tuner sind Parameter die optimiert werden.

Für die Adaptionsgesetze bedeutet dies, dass $\mu < 1$ sein muss für alle Störfrequenzen $\omega_d = N\dot{q}_m$. Exemplarisch wird die μ -Analyse für die Robotergrundachse durchgeführt. Es werden Parameterfehler in der Steifigkeit und der Dämpfung zugelassen. Die $\mathbf{M}\Delta$ -Struktur wird mit Hilfe der Toolbox von Hecker [Hec06] erzeugt.

Eine herkömmliche μ -Analyse (Matlab-Toolbox) benutzt ein Frequenzgridding. Dies führt zu keinen verlässlichen Aussagen, aufgrund der Resonanzstelle im Kompensator. Es wird deshalb eine μ -Analyse nach [FB04] durchgeführt, welche Frequenzintervalle betrachtet. Diese Methode liefert deutlich bessere Ergebnisse.

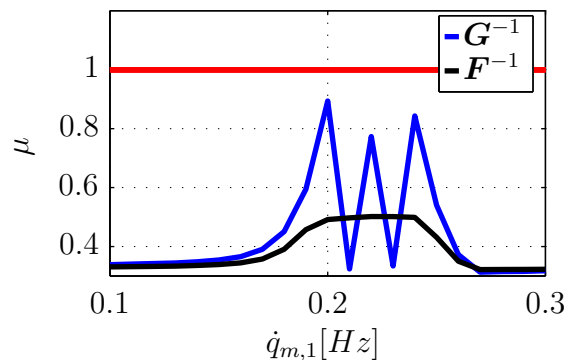


Abbildung 5.37: μ -Analyse des geregelten Gesamtsystems in Strecklage (Achse1).

Abbildung 5.37 zeigt das Ergebnis einer μ -Analyse von Achse 1 in Strecklage. Der μ -Wert beim \mathbf{F}^{-1} -Algorithmus ist deutlich kleiner, was bedeutet, dass dieser Algorithmus für größere Unsicherheiten immer noch stabil ist. Dies hat zur Folge, dass beim \mathbf{F}^{-1} -Algorithmus eine höhere Adaptionverstärkung gewählt werden kann und somit das Konvergenzverhalten verbessert wird.

5.3.5 Versuchsergebnisse

In diesem Abschnitt werden Ergebnisse von zwei aussagekräftigen Experimenten vorgestellt. Beim ersten Experiment werden die drei Grundachsen mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Beim zweiten Experiment führt der Roboter am TCP eine lineare Bewegung im kartesischen Raum aus. Alle Experimente werden mit dem \mathbf{F}^{-1} -Algorithmus durchgeführt mit einer Adaptionverstärkung $\rho = 1$.

Konstantfahrten von Achse 1,2 und 3

Die Abbildungen 5.38 und 5.39 zeigen, wie mehrere harmonische sinusförmige Störungen bei mehreren Roboterachsen unterdrückt werden. Insgesamt gibt es 18 adaptive Zustände, die gleichzeitig gelernt werden.

Es kommen alle Herausforderungen des Roboters zum Tragen, wie die veränderlichen Trägheiten von Achse 1 und Achse 2 und die Verkopplungen von Achse 2 mit Achse 3. Die Konstantgeschwindigkeiten werden so gewählt, dass das $N = 24$ Rippel genau die Eigenfrequenz der geschlossenen Regelkreise trifft.

Die erste Zeile von Abbildung 5.38 zeigt die abtriebsseitigen Drehraten der jeweiligen Achsen im Zeitbereich, welche eine immense Verbesserung erkennen lassen. Noch deutlicher wird die Verbesserung, wenn die abtriebsseitigen Geschwindigkeiten in den Frequenzbereich transformiert werden, dargestellt in der zweiten Zeile. Die Position der Drehratensensoren ist Abbildung 3.1 zu entnehmen, wobei die Sensoren als rote Kästen dargestellt sind.

Bei konstanter Geschwindigkeit werden die Schwingungen $N = 4, 24, 48$ praktisch komplett ausgelöscht. Interessant ist, dass Achse 3 nur eine sehr kleine $N = 24$ Schwingung aufweist, jedoch eine große $N \approx 20$ Schwingung. Der Grund hierfür ist, dass die Schwingung von Achse 2 im Sensorsignal von Achse 3 sichtbar ist. Die letzte Zeile zeigt die abtriebsseitigen Beschleunigungen im Zeitbereich.

Die adaptiven Zustände sind in Abbildung 5.39 dargestellt. Beinahe alle Zustände konvergieren wie in einer Simulation. Die Ursache der Oszillationen der adaptiven Zustände wurde in Kapitel 5.1.6 diskutiert.

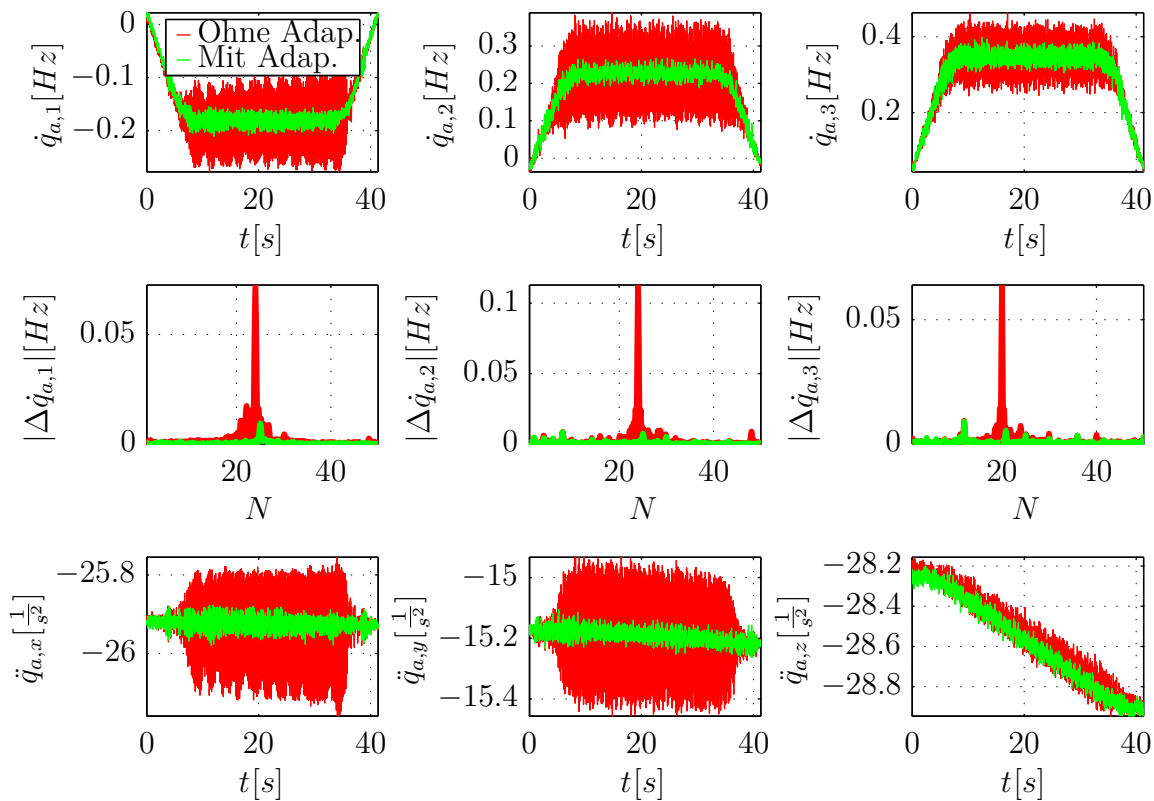


Abbildung 5.38: Test der Adaption am Roboterprüfstand. Alle Grundachsen fahren mit konstanter Geschwindigkeit. Aufgezeichnet sind die abtriebsseitigen Geschwindigkeiten (Zeitbereich und Frequenzbereich) und das Beschleunigungssignal im Zeitbereich.

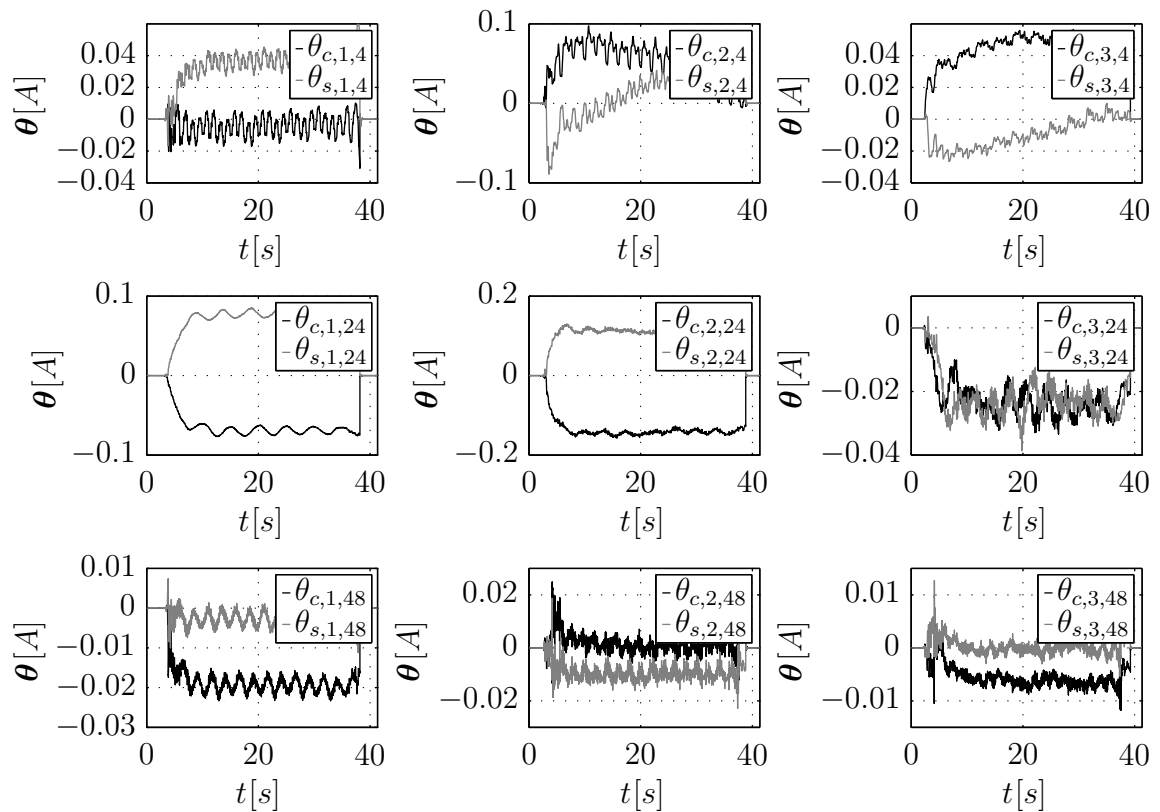


Abbildung 5.39: Test der Adaption am Roboterprüfstand. Alle Grundachsen fahren mit konstanter Geschwindigkeit. Aufgezeichnet sind die adaptiven Zustände der verschiedenen harmonischen Schwingungen.

Kartesische Bahn

Der wichtigste Versuch, aus praktischer Sicht, ist in den Abbildungen 5.40 - 5.43 dargestellt, wobei sich der TCP auf einer linearen Bahn im kartesischen Raum bewegt. Die Eigenfrequenz der geschlossenen Regelkreise wird durchfahren, was am Schwingungsbauch zu erkennen ist. Der Roboter wird achsbezogen stets schwach beschleunigt. Abbildung 5.40 zeigt die deutlichen Verbesserungen zum bisherigen Regelungssystem.

Eine FFT-Analyse mit präzisen Peaks ist möglich, da sie winkelbasiert und nicht zeitbasiert durchgeführt wird.

Das Beschleunigungssignal, siehe Abbildung 5.41, beinhaltet kartesische Schwingungen, welche bei einem gewöhnlichen Bearbeitungsprozess auftreten. Obwohl die Adaptionen achsbezogen implementiert werden, ist in kartesischen Koordinaten eine enorme Verbesserung zu erkennen.

Die adaptiven Zustände aus den Abbildungen 5.44 - 5.45 zeigen ein sehr gutes Verhalten. Die adaptive Verstärkung wird so gewählt, dass die Adaption schnell konvergiert, jedoch nicht aggressiv eingestellt ist. Die Steuerung der Adaption ist ebenfalls gut zu analysieren.

Um die Abbildung 5.46 zu erzeugen wird am TCP des Roboters ein Malstift montiert. Der Roboter zeichnet mit diesem Malstift eine Linie auf ein Papier. Dieses Versuchsergebnis ist in Abbildung 5.46 dargestellt, um zu demonstrieren, dass der Roboter mit der Adaption nun eine exakte Linie zeichnet. Zu beachten ist, dass manche Oszillationen keine periodische Störungen sind. Es kann z.B. eine Achse in Haftreibung geraten und wieder losbrechen.

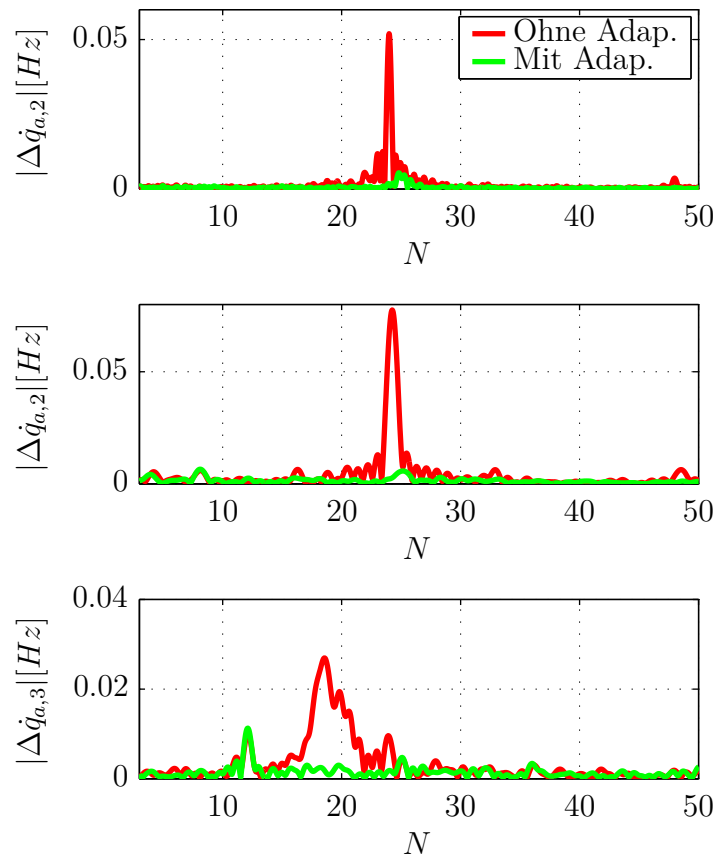


Abbildung 5.40: Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die abtriebsseitigen Geschwindigkeiten im Frequenzbereich.

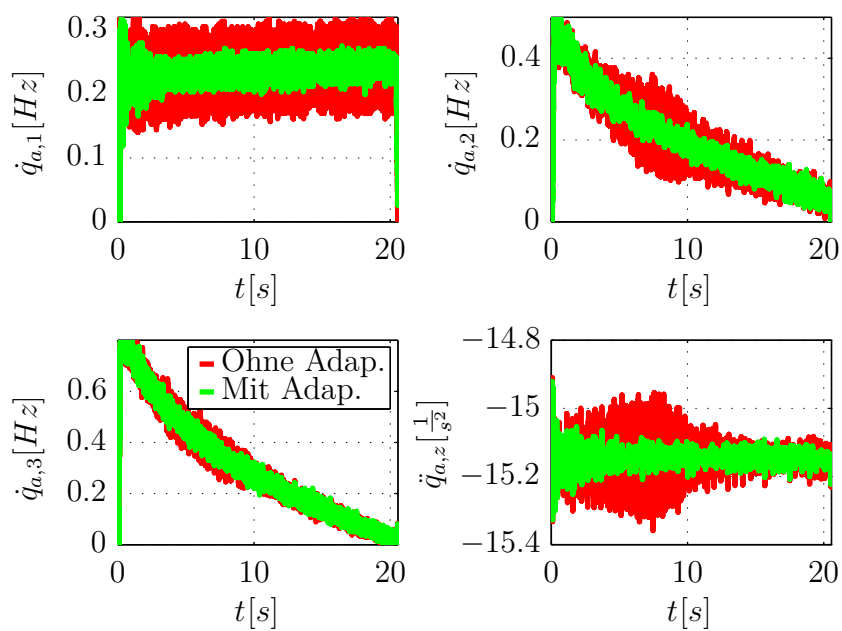


Abbildung 5.41: Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die abtriebsseitigen Geschwindigkeiten und die Beschleunigung in z-Richtung im Zeitbereich.

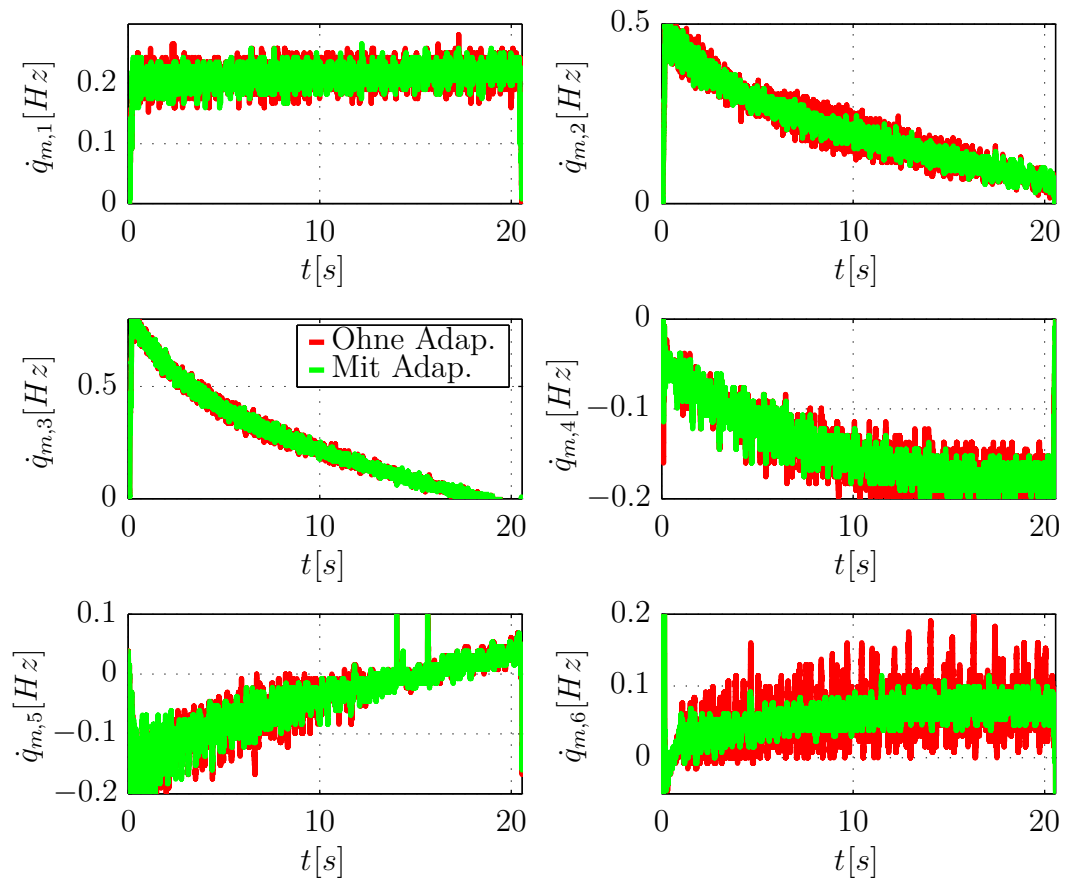


Abbildung 5.42: Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die antriebsseitigen Geschwindigkeiten aller sechs Achsen im Zeitbereich.

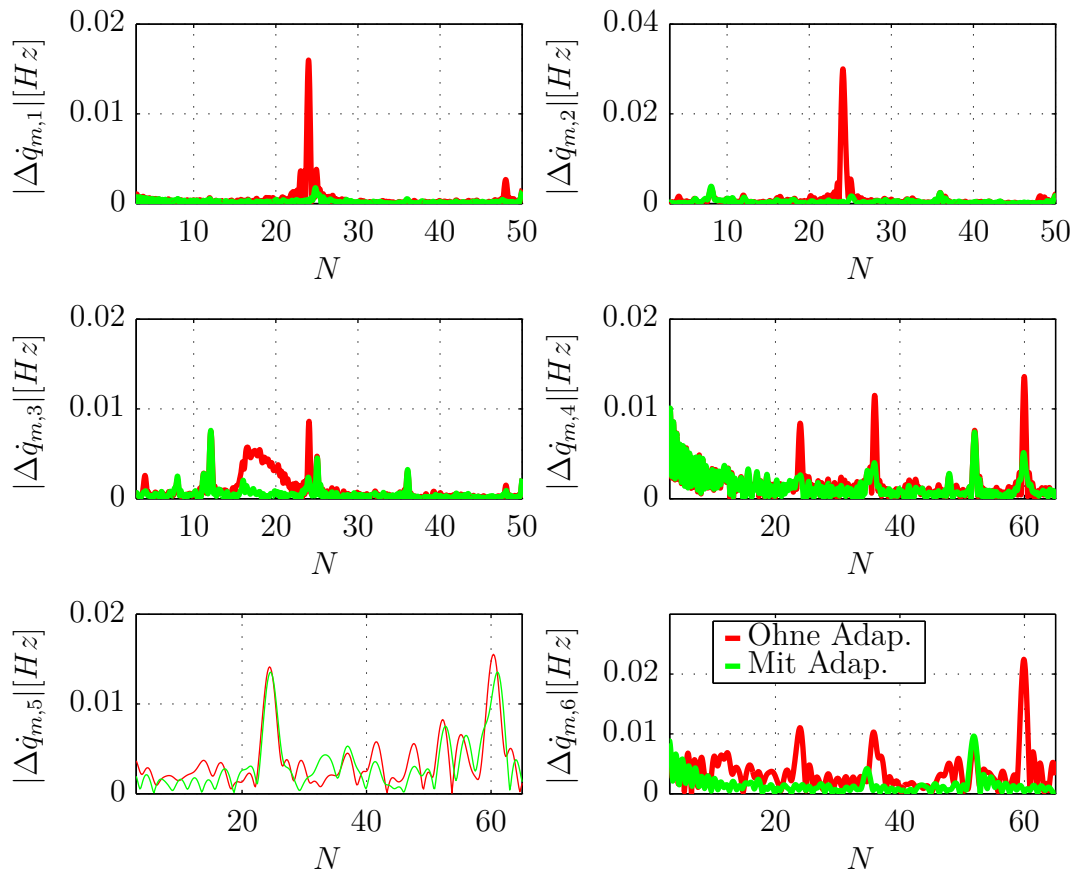


Abbildung 5.43: Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die antriebsseitigen Geschwindigkeiten aller sechs Achsen im Frequenzbereich.

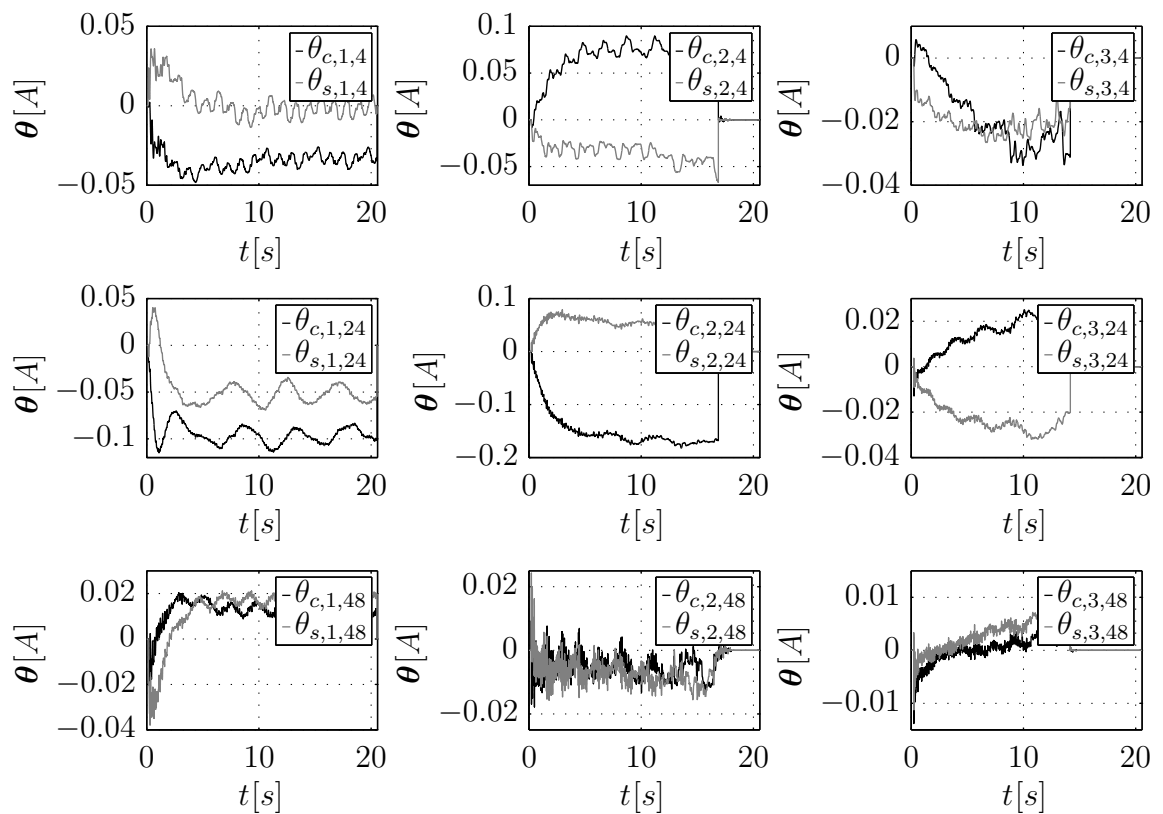


Abbildung 5.44: Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die adaptiven Zustände der drei Grundachsen im Zeitbereich.

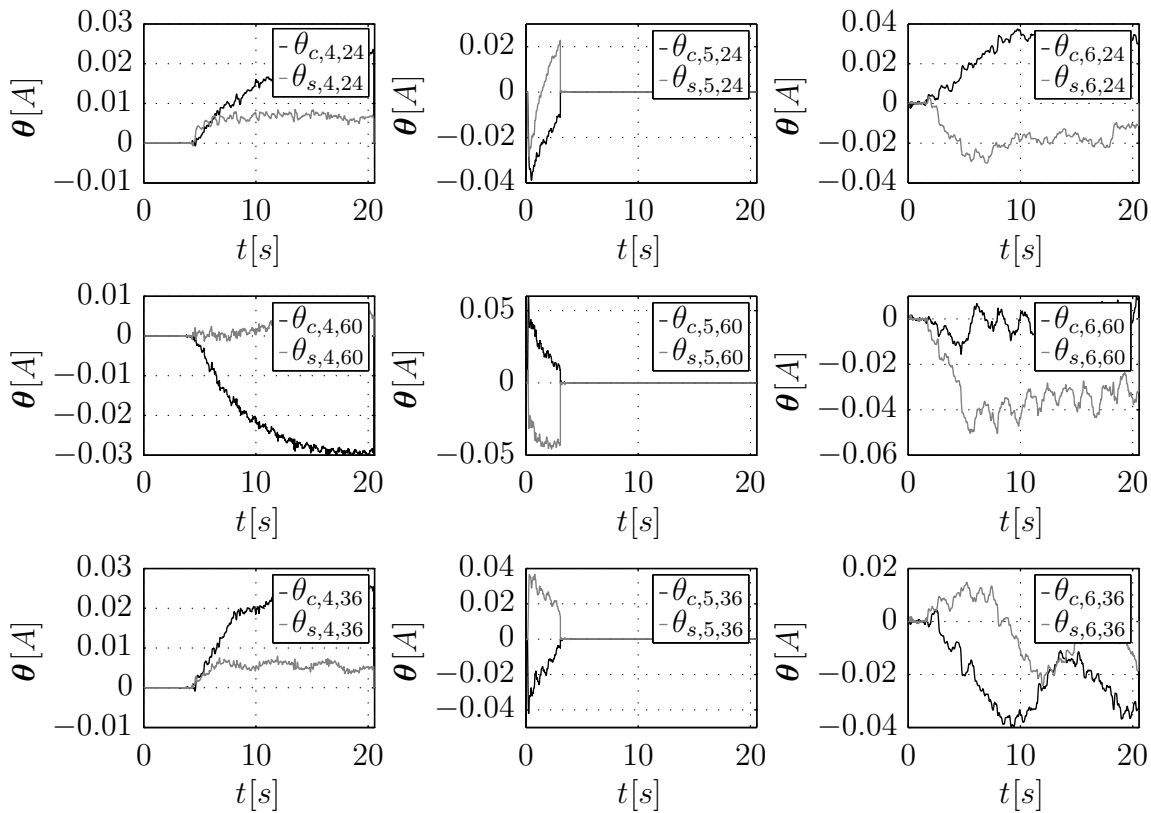


Abbildung 5.45: Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die adaptiven Zustände der drei Handachsen im Zeitbereich.

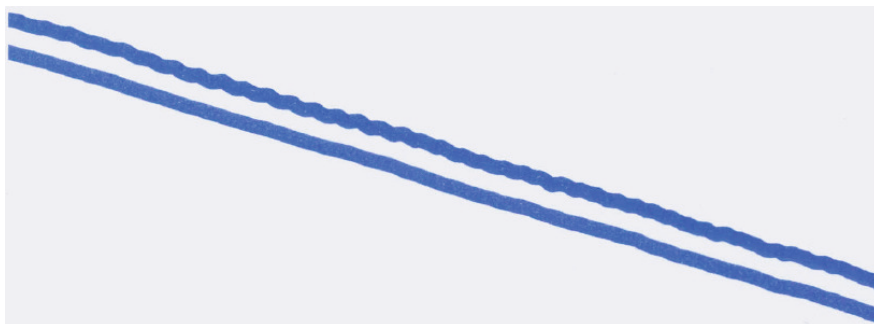


Abbildung 5.46: Am Roboter wird ein Malstift montiert und damit eine Linie auf ein Papier gezeichnet. Der Unterschied, wenn die Adaption zugeschaltet wird, ist offensichtlich.

5.4 Unterdrückung von Welligkeiten eines Zykloidengetriebes

In diesem Abschnitt werden die adaptiven Algorithmen eingesetzt, um die Welligkeiten zu unterdrücken, welche von einem Zykloidengetriebe generiert werden, siehe [MB11a]. Die Getriebewelligkeiten können nicht direkt mit der antriebsseitigen Position unterdrückt werden, da das innere Modell Prinzip verletzt ist, denn die Störung ist nur indirekt über eine Rückkopplung im Messsignal enthalten, siehe Abbildung 5.47.

Um die Getriebeschwingungen zu unterdrücken wird die abtriebsseitige Position benötigt, welche bei klassischen Robotern nicht messbar ist. Die abtriebsseitige Position wird deshalb über einen Beobachter, siehe Kapitel 4, geschätzt. Diese Schätzgröße wird in der Adaption verwendet, um die Getriebeschwingungen zu unterdrücken.

5.4.1 Das Achse 1 Problem mit Beobachter

In diesem Abschnitt werden die Getriebeschwingungen von Achse 1 unterdrückt. Der Aufbau des Regelungssystems ist in Abbildung 5.47 dargestellt.

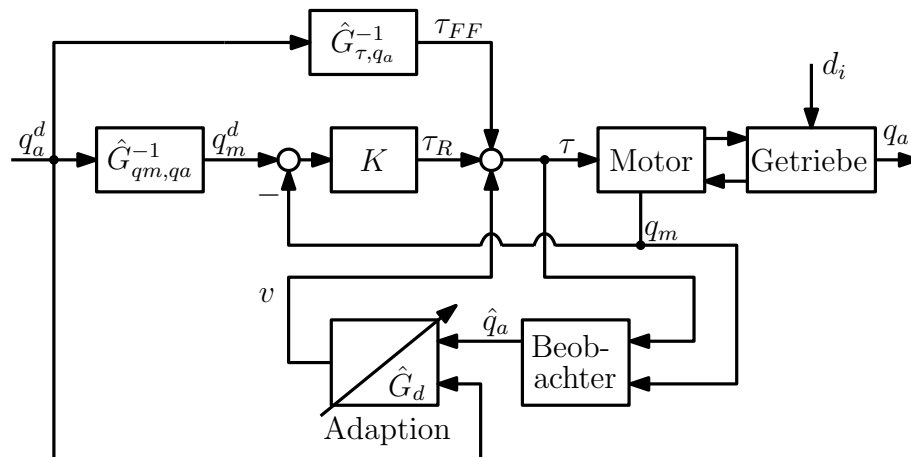


Abbildung 5.47: Blockschaltbild von Adaption, Basisregler mit Solltrajektorie. Dies entspricht einem Motor mit elastisch angekoppelter Last (Achse 1).

Um den Fehler der Adaption definieren zu können, wird der geschätzte Ausgang berechnet. Mit einer idealen Vorsteuerung gilt

$$\hat{q}_a = q_a^d + \sum G_{x,i} d_i + G_d v. \quad (5.165)$$

Wie in Abschnitt 3.2.1 dargestellt, kann die nichtlineare Getriebeübersetzung nicht als nur eine interne Störung dargestellt werden. Die Übertragungsfunktionen $G_{x,i}$ beschreiben, wie sich die jeweiligen Störeingänge auf die Abtriebsposition auswirken.

Diese Übertragungsfunktionen haben für das Adaptionsgesetz keine Auswirkungen, siehe Lemma 5.5. Alle Störungen d_i haben die gleiche Frequenz und deshalb ist nach Abschnitt 5.1.5 nur ein Kompensationssignal notwendig, um die Getriebebeschwingungen zu unterdrücken. Der Adaptionsfehler ergibt sich aufgrund der Referenztrajektorie zu

$$\underline{e} = \hat{q}_a - \underline{q}_a^d. \quad (5.166)$$

Mit einer idealen Vorsteuerung erhält man im Zeitbereich und in Vektornotation

$$e(t) = \sum (G_{x,i} * \mathbf{w}^T)(t) \boldsymbol{\theta}^* + (G_d * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}))(t), \quad (5.167)$$

mit dem „regressor“ Vektor

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \cos(N\hat{q}_a) \\ \sin(N\hat{q}_a) \end{bmatrix}. \quad (5.168)$$

Der Adaptionsfehler wird, nach Gleichung (5.6), durch den Gradienten

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}(t) = -2\rho(\hat{G}_d * \mathbf{w})(t)e(t) \quad (5.169)$$

minimiert. Die Störübertragungsfunktion \hat{G}_d wird im Frequenzbereich mit Gleichung (5.135) berechnet. Die Dynamikmatrix wird durch Gleichung (5.136) berechnet und der Eingangsvektor nach Gleichung (5.137). Der Ausgangsvektor wird aufgrund der Fehlerbestimmung mit der abtriebsseitigen Position zu

$$\mathbf{c}^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (5.170)$$

gewählt. Die einfache Bestimmung der Störübertragungsfunktion ist nur unter folgender Annahme möglich.

Annahme 5.5 *Die Beobachterdynamik kann vernachlässigt werden.*

Stabilitätsanalyse des gesamten Regelungssystems für den LTI-Fall

Für eine feste Frequenz und eine konstante abtriebsseitige Trägheit kann eine klassische Stabilitätsanalyse durchgeführt werden. Hier wird von der Adaption, dem Beobachter, der Strecke und dem Basisregler die Dynamikmatrix bestimmt

und deren Eigenwerte untersucht. Die Dynamik ist gegeben durch

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_S - \mathbf{b}_S \mathbf{d}_R^T \mathbf{C}_S & \mathbf{b}_S c_R & \mathbf{b}_S \mathbf{c}_A^T & \mathbf{0} \\ -\mathbf{b}_R^T \mathbf{C}_S & A_R & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_A & \mathbf{b}_A \mathbf{c}_B^T \\ -\mathbf{b}_B \mathbf{d}_R^T \mathbf{C}_S + \mathbf{l} \mathbf{C}_{S(1,:)} & \mathbf{b}_B c_R & \mathbf{b}_B \mathbf{c}_A^T & \mathbf{A}_B - \mathbf{l} \mathbf{c}_B^T \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_S \\ 0 \\ \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix} \tau_r, \quad (5.171)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{S(1,:)} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x}. \quad (5.172)$$

Über ein Gridding der Rippelfrequenz und der abtriebsseitigen Trägheit wurden beliebig viele LTI-Modelle auf Stabilität untersucht. Der Realteil der Eigenwerte dieser LTI-Modelle waren stets negativ und somit wurde Stabilität des gesamten Regelungssystems gezeigt. Alternativ kann eine LPV-Analyse nach Lemma 5.9 durchgeführt werden, welche die Änderungsrate der Parameter berücksichtigt.

Versuchsergebnisse Achse 1 mit Beobachter

Im folgenden Versuch sind alle Bausteine: Adaption, Beobachter, Vorsteuerung und Basisregler aktiv. Die Robotergrundachse wird mit konstanter Geschwindigkeit betrieben. Aus Abbildung 5.48 wird deutlich, dass die Amplitude der Rippel nicht konstant ist, abzulesen an der gemessenen Geschwindigkeit \dot{q}_a , wobei die Rippel nicht kompensiert sind.

Dies ist ein Unterschied zu den Versuchen am Motorprüfstand, denn die adaptiven Zustände konvergieren gegen einen quasi konstanten Wert. Dies ist bei der Unterdrückung von Getrieberippeln nicht zu erwarten, abzulesen an den adaptiven Zuständen $\boldsymbol{\theta}$. Sie verändern sich über dem Verfahrwinkel und folgen somit den Amplitudenänderungen der Störung. Bei der Auslegung muss folglich die Adaptionverstärkung so hoch gewählt werden, dass der Gradient den Amplitudenänderungen folgen kann.

An der geschätzten abtriebsseitigen Geschwindigkeit \hat{q}_a wird deutlich, dass der Beobachter im transienten und stationären Bereich konvergiert. Die periodische Störung wird ebenfalls sehr gut geschätzt.

Der Unterschied zwischen dem kompensierten Versuch und dem unkompensierten Versuch ist im Zeitbereich beim Geschwindigkeitsfehler $\Delta \dot{q}_a$ erkennbar. Während des Einschwingvorgangs ist eine Schwingung sichtbar, die jedoch nicht von der Adaption zu unterdrücken ist. Diese Schwingung folgt aus der Anregung der Elastizität.

Nach ca. 5s ist das kompensierte Signal (grün) auf einem konstantem Niveau, was bedeutet, dass die Adaption das Getrieberippel unterdrückt. Die Performance der Adaption wird im Fourier Spektrum des abtriebsseitigen Geschwindigkeitsfehlers $|\Delta \dot{q}_a|$ deutlich. Es ist zu erkennen, dass die Amplitude des kompensierten Signals

um den Faktor 4 bis 5 verringert wird.

Das letzte Bild zeigt das Vorsteuermoment τ_{FF} und das Moment τ . Die Vorsteuerung berechnet im transienten und stationären Bereich das richtige Moment. Im transienten Bereich muss das inverse Robotermodell richtig sein und im stationären Zustand muss das Reibmodell die richtigen Parameter haben.

Bei diesem Versuch werden alle Eigenwerte des Beobachters auf $\lambda = -60[\frac{rad}{s}]$ gelegt und die Adaptionverstärkung wird zu $\rho = 2$ gewählt.

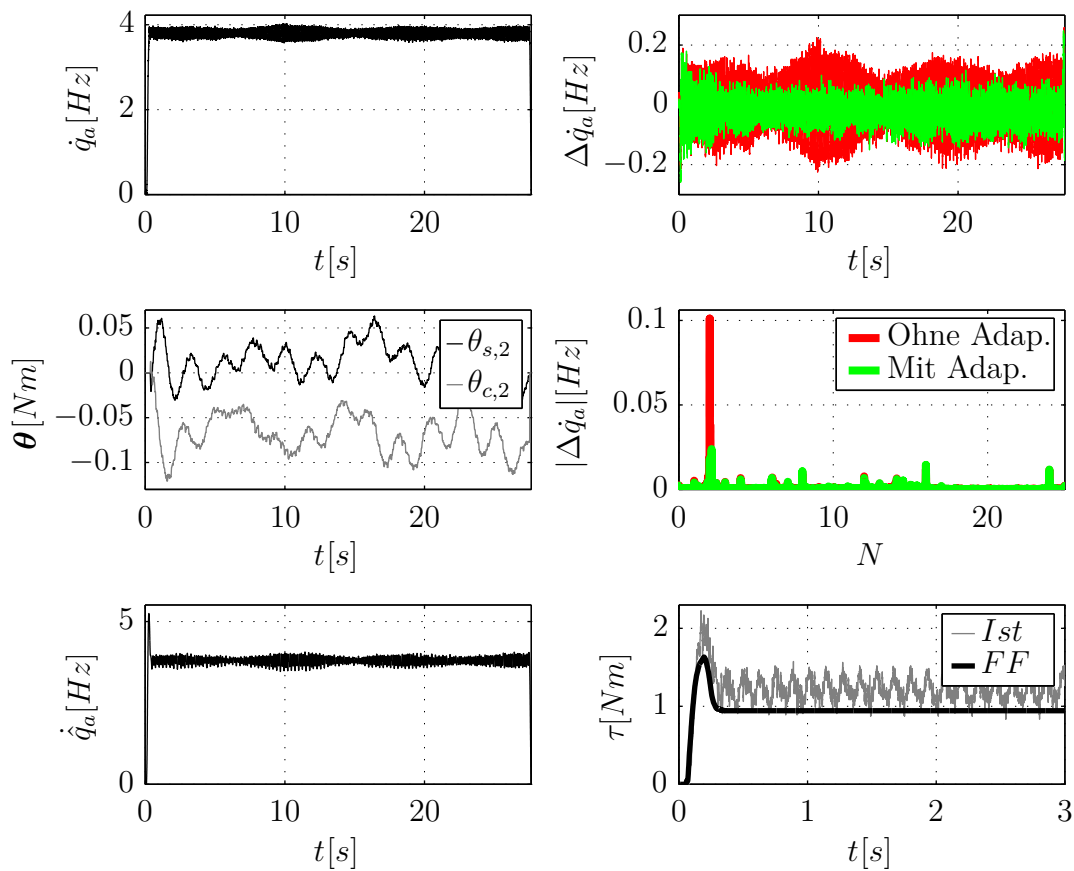


Abbildung 5.48: Test von Adaption, Beobachter, Vorsteuerung und Basisregler am Roboterprüfstand. Während Achse 1 mit konstanter Geschwindigkeit verfährt, wird das Getrieberippel $N = 2$ unterdrückt.

5.4.2 Das Achse 1 Problem mit Drehratensensor

Der Einsatz externer Drehratensensoren ist eine Alternative zur Verwendung eines Beobachters, siehe Abschnitt 5.4.1. Diese Sensoren werden am Roboter, wie in Abbildung 3.1, angebracht und messen die abtriebsseitigen Geschwindigkeiten. Der Adaptionsfehler ergibt sich aufgrund der Referenztrajektorie zu

$$\underline{e} = \underline{\dot{q}}_a - \underline{\dot{q}}_a^d. \quad (5.173)$$

Mit einer idealen Vorsteuerung ergibt sich

$$e(t) = \sum(G_{x,i} * \mathbf{w}^T)(t)\boldsymbol{\theta}^* + (G_d * (\mathbf{w}^T \boldsymbol{\theta}))(t). \quad (5.174)$$

Für den „regressor“ Vektor wird folgende Annahme getroffen, da die abtriebsseitige Position q_a nicht messbar ist.

Annahme 5.6 *Im „regressor“ Vektor ist es möglich die antriebsseitige Position q_m anstatt der abtriebsseitigen Position q_a zu verwenden.*

Für den „regressor“ Vektor gilt somit Gleichung (5.99). Für den Gradienten gilt Gleichung (5.169), wobei der Ausgangsvektor der Störübertragungsfunktion wegen der Fehlerbestimmung mit der abtriebsseitigen Geschwindigkeit zu

$$\mathbf{c}^T = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (5.175)$$

gewählt wird.

Versuchsergebnisse Achse 1 mit Drehratensensor

Die Versuchsergebnisse von Achse 1 mit einer Adaption, für welche das Fehlersignal mit einem externen Drehratensensor berechnet wird, sind in Abbildung 5.49 dargestellt. Der Verlauf der adaptiven Zustände und die Verbesserung des Fahrverhaltens ist sehr ähnlich, vergleiche Abbildung 5.48. Dieser Versuch bestätigt, dass Annahme 5.6 gerechtfertigt ist.

Der Algorithmus mit externer Sensorik wurde erfolgreich am Roboter getestet. Allerdings sind die Ergebnisse im Vergleich zum Verfahren mit Beobachter nicht besser. Der Algorithmus ohne abtriebsseitiger Sensorik hat aus betriebswirtschaftlicher Sicht Vorzüge. Ein weiteres Vorteil des beobachterbasierten Ansatzes ist, dass Sensoren ausfallen können.

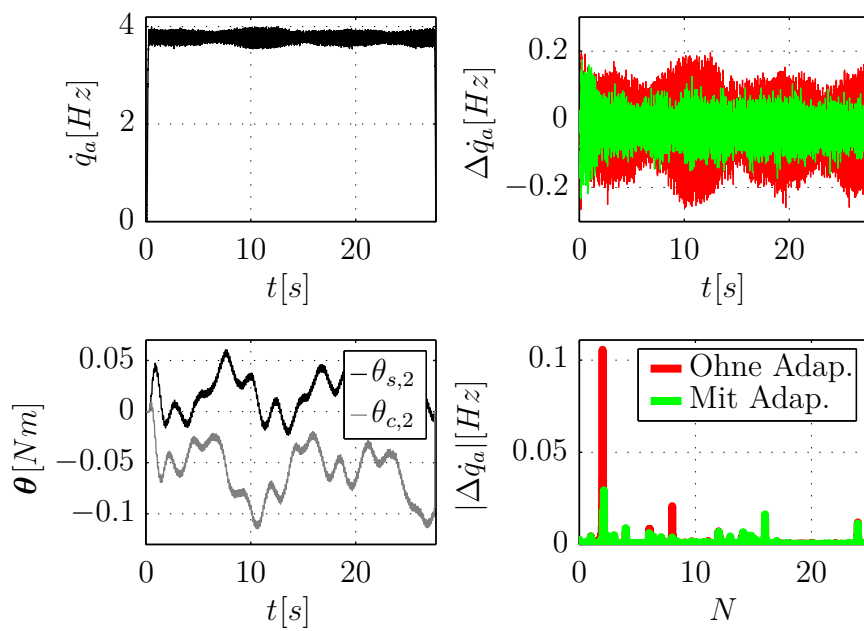


Abbildung 5.49: Test von Adaption mit externer Sensorik, Vorsteuerung und Basisregler am Roboterprüfstand. Während Achse 1 mit konstanter Geschwindigkeit verfährt, wird das Getrieberippel $N = 2$ unterdrückt.

5.4.3 Das Achse 2/3 Problem mit Drehratensensor

Es wurde erfolgreich ein Beobachter mit Adaption für Achse 1 getestet. Die Simulationsergebnisse des MIMO-Beobachters von Abschnitt 4.2.2 zeigen jedoch, dass der „gain-scheduling“ Beobachter keine gute Konvergenz aufweist. Aus diesem Grund wird nun ein Adaptionsgesetz für die Getrieberippel von Achse 2/3 hergeleitet.

Der Ausgang des Systems ist im Frequenzbereich unter der Annahme 5.1 gegeben durch

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{a,2} \\ \dot{q}_{a,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_{a,2}^d \\ \dot{q}_{a,3}^d \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{G}}_d \begin{bmatrix} v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} + \sum \underline{\mathbf{G}}_{x,i} \begin{bmatrix} d_{i,2} \\ d_{i,3} \end{bmatrix}. \quad (5.176)$$

Die linearisierte Störübertragungsfunktion $\underline{\mathbf{G}}_d$ wird wie für Gleichung 5.150 berechnet. Die Ausgangsmatrix verändert sich, aufgrund der Fehlerbestimmung mit der abtriebsseitigen Geschwindigkeit. Sie wird zu

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.177)$$

gewählt. Der Adaptionsfehler ergibt sich aufgrund der Referenztrajektorie zu

$$\mathbf{e} = \dot{\mathbf{q}}_a - \dot{\mathbf{q}}_a^d \quad (5.178)$$

und hat die stationäre Komponente nach Gleichung (5.153). Der stationäre Adaptionfehler wird nach Gleichung (5.6) minimiert und ergibt den Gradienten nach Gleichung (5.154). Für den „regressor“ Vektor gilt unter der Annahme 5.6

$$\mathbf{w}_j = \begin{bmatrix} \cos(Nq_{m,j}) \\ \sin(Nq_{m,j}) \end{bmatrix} \quad j = 2, 3, \quad (5.179)$$

wobei j die jeweilige Roboterachse beschreibt.

Versuchsergebnisse Achse 2/3 mit Drehratensensor

Die Versuchsergebnisse von Abbildung 5.50 zeigen eine deutliche Unterdrückung der Schwingung $N = 2$, was am Frequenzspektrum abzulesen ist. Diese Schwingung wird ausschließlich bei diesem Versuch unterdrückt. Generell spielt die Unterdrückung der Getrieberippel von Achse 2/3 eine untergeordnete Rolle. Der Roboter muss recht schnell fahren damit die Getrieberippel einen Einfluss auf das Fahrverhalten haben. Dies ist bei industriellen Applikationen, deren Bahn am TCP eine Gerade im kartesischen Raum beschreibt, selten der Fall.

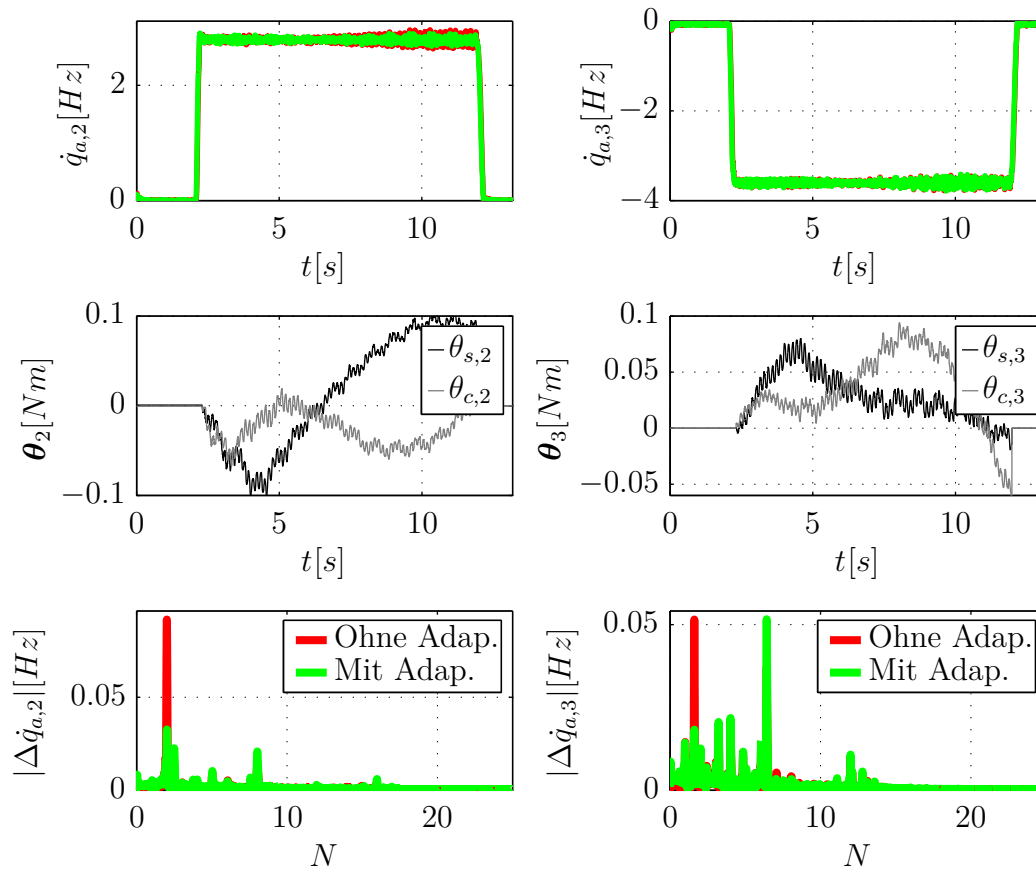


Abbildung 5.50: Test von Adaption mit externer Sensorik, Vorsteuerung und Basisregler am Roboterprüfstand. Während Achse 2/3 mit konstanter Geschwindigkeit verfährt, wird das Getrieberippel $N = 2$ unterdrückt.

6 Zusammenfassung und Ergebnis

In dieser Arbeit wurden adaptive Algorithmen zur Unterdrückung von sinusförmigen Störungen bei einem Roboter vorgestellt. Motormodelle und Getriebemodelle mit einem sinusförmigen Störmodell waren ausreichend, um ein sinnvolles Simulationsmodell zu erhalten. Mit diesen Modellen wurden die adaptiven Algorithmen zuerst am Rechner simuliert. In einem weiteren Schritt wurden genau diese Implementierungen der Algorithmen an einem Motorprüfstand und einem Roboterprüfstand getestet.

Der permanenterregte Synchronmotor konnte als lineares Eingrößensystem approximiert werden. Der Motor wurde mit einem Basisregler (Positionsregler) und einer Vorsteuerung betrieben. Die Adaption wurde in dieses Regelungskonzept integriert. Der Fehler für die Adaption wurde dabei aus der Differenz von Sollposition und Istposition gebildet. Es wurden quasi stationäre adaptive Zustände erreicht, wenn das Kompensationssignal der Adaption auf das Sollmoment (Kommando des Basisreglers) aufgeschaltet wurde.

Versuchsergebnisse von einem Motorprüfstand haben gezeigt, dass die Adaption die Momentenrippel des Motors komplett auslöscht. Weiterhin haben Versuche gezeigt, dass die Adaption auch bei beschleunigten Bewegungen konvergiert. Die Konvergenzzeit der Adaption betrug nur sehr wenige Sekunden, was für industrielle Applikationen ausreichend ist.

Da ein Roboter mehrere Eingänge und Ausgänge hat, wurde ein Adaptionsgesetz hergeleitet, mit welchem sinusförmige Störungen eines Mehrgrößensystems unterdrückt wurden. Dieser sogenannte \mathbf{G}^T -Algorithmus wurde am Roboterprüfstand erfolgreich getestet. Der Algorithmus ist dann die beste Wahl, wenn das System kleine Modellunsicherheiten aufweist. Für den untersuchten Roboter ist dies nicht unbedingt anzunehmen, da die Last oft nicht genau bekannt ist oder die Resonanzstelle nicht genau abgebildet werden kann.

Aus diesem Grund wurde ein weiterer Algorithmus entworfen, welcher sich in der Praxis als sehr robust erwiesen hat und sehr gut konvergiert. Dieser sogenannte \mathbf{F}^{-1} -Algorithmus verwendet optimierte Filter anstatt eines nominellen Modells des Roboters.

Weiterhin haben Simulationen und Versuche gezeigt, dass es ausreichend war entkoppelte Adaptionen zu verwenden. Die Nichtlinearität aufgrund der Roboterdynamik konnte ebenfalls durch eine geeignete Filterwahl beim \mathbf{F}^{-1} -Algorithmus

berücksichtigt werden, so dass kein Scheduling notwendig war. Diese Überlegungen waren ein sehr wichtiger Baustein, um die adaptiven Algorithmen für alle Roboterachsen implementieren zu können.

Die Motorenrippel waren aus praktischer Sicht das Hauptproblem, weswegen der Roboter bei kartesischen Fahrten am TCP oszilliert.

Für die Unterdrückung der Getrieberippel wurde ein Beobachter benötigt. Für das Eingrößenproblem wurde ein Beobachter entwickelt, der die Getriebebeschleunigungen sehr gut schätzt. Für das nichtlineare Mehrgrößenproblem war es mit einem linearen geschulten Beobachter nicht möglich, die Getrieberippel ausreichend genau zu schätzen. Aus diesem Grund wurden Adaptionsgesetze hergeleitet, welche mit externen Drehratensensoren arbeiten. Versuchsergebnisse zeigten, dass mit diesen externen Sensoren die Getrieberippel sehr gut unterdrückt wurden.

Anhang

A.1 Mathematische Grundlagen für periodische Signale

Es gibt verschiedene Beschreibungen für periodische Signale. Ein periodisches Eingangssignal ist in Amplitude-Phase Notation gegeben durch

$$u(t) = m \cos(\omega t + \varphi), \quad (\text{A.1})$$

wobei m die Amplitude, ω die Frequenz und φ die Phase des Signals ist. Dasselbe Signal kann als Überlagerung einer Sinus- und Kosinusschwingung dargestellt werden mit

$$u(t) = \theta_c \cos(\omega t) + \theta_s \sin(\omega t), \quad (\text{A.2})$$

wobei folgende Transformationen

$$m = \sqrt{\theta_c^2 + \theta_s^2}, \quad (\text{A.3})$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\theta_c}{\theta_s}\right) \quad (\text{A.4})$$

gelten.

A.2 Antwort auf periodische Signale

Für die Herleitung der adaptiven Algorithmen ist die Systemantwort auf periodische Signale sehr wichtig. Zuerst wird eine Kosinusantwort, dann eine Sinusantwort berechnet, um die Superposition der beiden Signale bestimmen zu können.

A.2.1 Kosinusantwort

Das Eingangssignal ist

$$u(t) = \theta_c \cos(\omega t) \quad (\text{A.5})$$

und hat die Laplace Transformation

$$\underline{u}(s) = \theta_c \frac{s}{s^2 + \omega^2}. \quad (\text{A.6})$$

Für die Antwort des Systems $\underline{y}(s) = \underline{G}(s)\underline{u}(s)$ gilt

$$\underline{y}(s) = \underline{G}(s)\theta_c \frac{s}{s^2 + \omega^2}. \quad (\text{A.7})$$

Als Ansatz für die Partialbruchzerlegung wird

$$\underline{y}(s) = \frac{A}{s - j\omega} + \frac{B}{s + j\omega} + \frac{N(s)}{D(s)} \quad (\text{A.8})$$

gewählt. Die Bestimmung der Koeffizienten A und B erfolgt mit der Residuenmethode zu

$$\underline{G}(s) \frac{s(s - j\omega)}{(s + j\omega)(s - j\omega)} = \frac{A(s - j\omega)}{(s - j\omega)} + \frac{B(s - j\omega)}{(s + j\omega)} + \frac{N(s)(s - j\omega)}{D(s)}. \quad (\text{A.9})$$

Durch Kürzen und Einsetzen der Nullstelle $s = j\omega$ ergibt sich für $A = \frac{1}{2}\underline{G}(j\omega)$. Mit der Nullstelle $s = -j\omega$ ergibt $B = \frac{1}{2}\underline{G}(-j\omega)$. Für die stationäre Antwort gilt im Frequenzbereich mit $\underline{G}(j\omega) = \underline{G}^*(j\omega)$

$$\underline{y}(s) = \frac{\theta_c \underline{G}(j\omega)}{2} \frac{1}{s - j\omega} + \frac{\theta_c \underline{G}^*(j\omega)}{2} \frac{1}{s + j\omega}. \quad (\text{A.10})$$

Konjugiert komplexes Erweitern und Umsortieren ergibt

$$\underline{y}(s) = \frac{1}{2}\theta_c \left(\frac{s(\underline{G}(j\omega) + \underline{G}^*(j\omega))}{s^2 + \omega^2} + \frac{\omega j(\underline{G}(j\omega) - \underline{G}^*(j\omega))}{s^2 + \omega^2} \right). \quad (\text{A.11})$$

Mit $j(z - z^*) = 2\Im\{z\}$ und $z + z^* = 2\Re\{z\}$ ergibt sich

$$\underline{y}(s) = \frac{1}{2}\theta_c \left(\frac{2s\Re\{\underline{G}(j\omega)\}}{s^2 + \omega^2} + \frac{-2s\Im\{\underline{G}(j\omega)\}j}{s^2 + \omega^2} \right). \quad (\text{A.12})$$

Die Rücktransformation in den Zeitbereich ergibt

$$y(t) = \theta_c \Re\{\underline{G}(j\omega)\} \cos(\omega t) - \theta_c \Im\{\underline{G}(j\omega)\} \sin(\omega t). \quad (\text{A.13})$$

A.2.2 Sinusantwort

Das Eingangssignal ist

$$u(t) = \theta_s \sin(\omega t) \quad (\text{A.14})$$

und hat die Laplace Transformation

$$\underline{u}(s) = \theta_d \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}. \quad (\text{A.15})$$

Für die Antwort des Systems $\underline{y}(s) = \underline{G}(s)\underline{u}(s)$ gilt

$$\underline{y}(s) = \underline{G}(s)\theta_s \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}. \quad (\text{A.16})$$

Mit den gleichen Umformungen, wie in Abschnitt A.2.1, ergibt sich im Zeitbereich

$$y(t) = \theta_s \Im\{\underline{G}(j\omega)\} \cos(\omega t) + \theta_s \Re\{\underline{G}(j\omega)\} \sin(\omega t). \quad (\text{A.17})$$

A.2.3 Superposition der beiden Signale

Die Systemantwort im Zeitbereich der beiden Signale ist gegeben mit

$$\begin{aligned} y(t) &= \theta_c \Re\{\underline{G}(j\omega)\} \cos(\omega t) - \theta_c \Im\{\underline{G}(j\omega)\} \sin(\omega t) \\ &+ \theta_s \Im\{\underline{G}(j\omega)\} \cos(\omega t) + \theta_s \Re\{\underline{G}(j\omega)\} \sin(\omega t). \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

In Matrixschreibweise ergibt sich

$$\begin{aligned} y(t) &= [\cos(\omega t) \quad \sin(\omega t)] \begin{bmatrix} \Re\{\underline{G}(j\omega)\} & \Im\{\underline{G}(j\omega)\} \\ -\Im\{\underline{G}(j\omega)\} & \Re\{\underline{G}(j\omega)\} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_c \\ \theta_s \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{G} \boldsymbol{\theta}. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Eine alternative Notation ist

$$y(t) = |\underline{G}(j\omega)| m \cos(\omega t + \varphi + \varphi\{\underline{G}(j\omega)\}). \quad (\text{A.20})$$

A.3 Faltung

Der Faltungsoperator $*$ ist gegeben durch

$$y(t) = (G * u)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t - \tau)u(\tau)d\tau. \quad (\text{A.21})$$

Formelzeichen

Für die Formelzeichen werden zunächst verschiedene Notationen eingeführt. Die Formelzeichen werden in regelungstechnische und mathematische Zeichen, sowie in physikalische Zeichen unterteilt. Weiterhin werden oft verwendete Superskripte und Subskripte erklärt.

Notation

Symbol	Beschreibung	Seite
x	Skalar	11
\mathbf{x}	Vektor	29
\mathbf{X}	Matrix	30
$x(t)$	Eingrößensignal im Zeitbereich oder nur x	11
$\underline{x}(s)$	Eingrößensignal im Frequenzbereich oder nur \underline{x}	14
$\mathbf{x}(t)$	Mehrgrößensignal im Zeitbereich oder nur \mathbf{x}	30
$\underline{\mathbf{x}}(s)$	Mehrgrößensignal im Frequenzbereich oder nur $\underline{\mathbf{x}}$	124
$X(t)$	Eingrößensystem im Zeitbereich oder nur X	71
$\underline{X}(s)$	Eingrößensystem im Frequenzbereich oder nur \underline{X}	14
$\underline{\mathbf{X}}(s)$	Mehrgrößensystem im Frequenzbereich oder nur $\underline{\mathbf{X}}$	124
$ x $	Amplitude einer Schwingung oder Betrag einer Zahl	21
\mathbf{x}^T	Transponierter Vektor \mathbf{x}	31
\hat{x}	geschätzte Größe (Signal)	54
${}^K x$	Vektor x dargestellt im Koordinatensystem K	31
\hat{X}	Modell oder Schätzung der Strecke	49
$X_{u,y} = \frac{y}{u}$	Übertragung von Eingang u auf Ausgang y	111
$diag$	Diagonalmatrix	124
avg	Averaging einer Differentialgleichung	77

Symbol	Beschreibung	Seite
$blkdiag$	Blockdiagonalmatrix	78
det	Determinante einer Matrix	54
e	Eulersche Funktion	14
f	Funktion von	57
$null$	Bestimmung des Nullraums einer Matrix	63
\Im	Imaginärteil einer komplexen Zahl	75
\Re	Realteil einer komplexen Zahl	75
$*$	Faltung	71
$ X(j\omega) $	Amplitudengang eines Systems	40
$\varphi\{X(j\omega)\}$	Phasengang eines Systems	40
$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$	Differentiation nach der Zeit	11
$\frac{\partial}{\partial x}$	Partielle Ableitung nach x	30
$\mathbf{X}_{(i,j)}$	Indizierung einer Matrix	33
$\mathbf{X}_{(i,:)}$	i . Zeile einer Matrix	34

Regelungstechnische und mathematische Zeichen

Symbol	Beschreibung	Seite
\mathbf{A}	Dynamikmatrix	33
\mathbf{B}	Eingangsmatrix	33
\mathbf{C}	Ausgangsmatrix	33
d	Störung	70
\mathbf{D}	Durchgriffsmatrix	33
e	Fehler der Adaption oder des Beobachters	49
e_a	gewichteter Fehler	74
\mathbf{E}	Einheitsmatrix	54
\mathbf{F}_{ss}	stationäre Systemmatrix eines optimierten Filters	127
F_o	optimiertes Filter	127
F	Filter	94
G	Beschreibung eines Ein/Ausgangsverhalten z.B. Übertragungsfunktion	14
G_P	Übertragungsfunktion einer Roboterpose	128

Symbol	Beschreibung	Seite
\mathbf{G}_{SS}	stationäre Systemmatrix MIMO	125
\mathbf{G}_{ss}	stationäre Systemmatrix	75
k_i	Integralverstärkung	15
k_p	Proportionalverstärkung	15
k_s	proportional Verstärkung Stromregler	14
k_v	Differentialverstärkung	15
K	Basisregler	92
L	Kriterium	80
\mathbf{L}	Verstärkungsmatrix für Beobachter	54
n	aktuelles Sample (diskrete Darstellung) oder Anzahl der Zustände	49
N	Filterlänge eines FIR-Filters	50
\mathbf{P}	Lösung der Riccati Gleichung	65
\mathbf{Q}	Gewichtungsmatrix bei LQR-Design	65
\mathbf{Q}_B	Beobachtbarkeitsmatrix	54
\mathbf{R}	Rotationsmatrix	77
s	Laplace Variable	14
\mathbf{S}	Gewichtungsmatrix bei LQR-Design	65
T_s	Zeitkonstante Stromregler	14
\mathbf{T}	Transformationsmatrix	62
T_σ	Schaltzeit der PWM	14
u	Eingang oder Testsignal	39
v	Kompensationssignal	70
V	Lyapunov Funktion	73
w	FIR-Filter Koeffizient oder Referenz	49
\mathbf{w}	‘regressor’ Vektor	70
\mathbf{w}_F	gefilterter ‘regressor’ Vektor	72
x	Systemzustand	15
y	Ausgang	39
z	diskrete Systemvariable	49
β	Tuner einer Optimierung	129
Δ	Regelfehler oder Differenz	14
$\gamma_{\dot{q}}$	untere und obere Drehzahlgrenze	95
$\gamma_{\ddot{q}}$	untere und obere Beschleunigungsgrenze	100
γ_θ	Grenze der adaptiven Zustände	100
λ	Eigenwert	54
ϕ	transformierte adaptive Zustände	72
ρ	Adaptionsverstärkung	51
θ	adaptive Zustände	71

Symbol	Beschreibung	Seite
θ_c	Koeffizient einer Kosinusschwingung	70
θ_s	Koeffizient einer Sinusschwingung	70
θ^*	Vektor der Zielwerte der Adaption	70

Physikalische Zeichen

Symbol	Beschreibung	Seite
c	Federsteifigkeit	32
\mathbf{c}	Vektor der Coriolis- und Zentrifugalkräfte	32
$\tilde{\mathbf{C}}$	Vektor der Nichtlinearitäten aus der Roboterdynamik	34
d	Dämpfung	32
\mathbf{D}	Dämpfungsmatrix	31
\mathbf{f}	Vektor der eingepprägten Kräfte	30
\mathcal{F}	Dissipationsenergie	31
g	Erdbeschleunigung	31
\mathbf{g}	Gravitationsvektor	31
\mathbf{g}^*	Gewichtskraftvektor	32
i	Strom	11
J	Trägheit	12
\mathbf{J}	Trägheitstensor	31
k_T	k_T -Faktor einer Gleichstrommaschine	11
\mathbf{K}	Steifigkeitsmatrix	31
L	Induktivität	11
\mathcal{L}	Lagrange Funktion	30
m	Amplitude einer Schwingung oder Masse	18
\mathbf{M}	Massenmatrix	32
n_P	Polpaarzahl	11
N_s	Nuttschlitze pro Polpaarzahl	13
N	Anzahl der Schwingungen pro Motorumdrehung	18
q	Position	12
q_{el}	elektrische Winkel	11
\tilde{q}_m	Getriebeposition nach nicht idealer Übersetzung	34
\dot{q}	Drehzahl oder Geschwindigkeit	12
q_R	Positionsfehler wegen der nicht idealen Getriebeübersetzung	35

Symbol	Beschreibung	Seite
\dot{q}_R	Geschwindigkeitsfehler wegen der nicht idealen Getriebeübersetzung	35
\mathbf{r}	Ortsvektor	31
R	Ohmscher Widerstand	11
t	Zeit	17
T	Temperatur oder Periodendauer einer Schwingung	12
\mathcal{T}	kinetischen Energie	30
T_{motor}	elektrische Motorzeitkonstante	18
u	Spannung oder Getriebeübersetzung	11
u_0	ideale Getriebeübersetzung	32
$u_{1,2,3}$	Leiterspannungen	9
u_R	nicht idealer Anteil der Getriebeübersetzung	34
\mathcal{U}	potentielle Energie	30
\mathcal{U}_f	potentielle Energie (Feder)	31
\mathcal{U}_l	potentielle Energie (Lage)	31
κ	Steigung eines Chirpsignals	19
ω	Frequenz	20
ω_0	Startfrequenz	19
$\boldsymbol{\omega}$	Winkelgeschwindigkeitsvektor	31
φ	Phase einer Schwingung	18
ψ_0	ideale Flussverkettung	12
ψ_{dm}	Flussverkettung	11
τ_m	Motormoment	12
τ_{cog}	Rippelmoment durch Cogging	13
$\tau_{\Delta i}$	Momentenrippel durch nicht ideale Strommessung	13
τ_f	Reibmoment	12
τ_m	elektromagnetische Moment	11
τ_r	Rippelmoment	12

Superskripte und Subskripte

Symbol	Beschreibung	Seite
\mathbf{A}_s	stabil	61
\mathbf{A}_u	instabil	61
$x_{1,2,3,4,5,6}$	Der Zahlenindex beschreibt die Roboterachse	29
x_A	Adaption	116
x_a	abtriebsseitige Größe	29

Symbol	Beschreibung	Seite
x_{avg}	Signal oder System nach Averaging	80
x_B	Beobachter	143
x^d	Sollgröße von x	14
x_d	Signal in d -Richtung (PMSM) oder Störung	11
x_{EN}	Entkopplungsnetzwerk	14
x_f	Führung	83
x_{FF}	Größe aus einer Vorsteuerung	100
x_m	motorseitige Größe	12
x_q	Signal in q -Richtung	11
x_R	Regler (Basisregler)	14
x_S	Strecke	117
x^t	Größe durch das Getriebe auf die Abtriebsseite transformiert	32

Abkürzungsverzeichnis

Abkürzung	Beschreibung	Seite
AE	„augmented error“	74
AFC	„adaptive feedforward cancelation“	70
EMK	elektromagnetische Kraft	12
FC	Rippelvorsteuerung	100
FF	Vorsteuerung	5
FFT	„fast Fourier transformation“	19
FIR	„finite impulse response“	49
FOR	feldorientierte Regelung	10
FXLMS	„filteredX least mean square“	70
IGBT	„insulated gate bipolar transistor“	13
ILC	„iterative learning control“	89
IMP	inneres Modell Prinzip	90
KS	Koordinatensystem	10
LFR	„linear fractional representation“	117
LFT	„linear fractional transformation“	117
LMI	„linear matrix inequality“	118
LMS	„least mean square“	49
LPV	„linear parameter-varying“	4
LQR	„linear-quadratic regulator“	65
LTl	„linear time invariant“	70
MIMO	„multi-input multi-output“	46
MKS	Mehrkörpersystem	30
PI	„proportional integral“	14
PID	„proportional integral differential“	4
PMSM	permanenterregter Synchronmotor	6
PPI	„proportional proportional integral“	14
PTP	„point to point“	3
PWM	Pulsweitenmodulation	13
RC	„repetitive control“	89

Abk"urzung	Beschreibung	Seite
RLEJ	„rigid link elastic joint“	6
SISO	„single-input single-output“	32
SPR	streng positiv reell	73
TCP	„tool center point“	3
ZMS	Zweimassenschwinger	32

Abbildungsverzeichnis

1.1	Ein Roboterantriebsstrang bestehend aus Basisregler, Motor und Zykloidengetriebe, der eine Achse der Robotermechanik antreibt. .	4
1.2	Mögliche Alternativen für die Unterdrückung sinusförmiger Störungen.	5
1.3	Regelung eines Roboterantriebsstrangs mit Adaption, um sinusförmige Störungen zu unterdrücken. Das Kompensationssignal wird beispielhaft auf das Sollmoment aufgeschaltet.	7
2.1	Fotografie des PMSM-Prüfstands.	9
2.2	Struktur eines PMSMs mit Ansteuerung.	10
2.3	Blockschaltbild eines Servo-PMSMs (Modellvorstellung I).	11
2.4	Blockdiagramm eines kontinuierlichen PPI-Reglers.	15
2.5	Blockdiagramm eines kontinuierlichen PID-Reglers mit approximierten D-Zweig.	16
2.6	Sehr stark vereinfachter PMSM mit PID-Positionsregelung (Modellvorstellung III).	17
2.7	Linearer Motor mit elektrischer Dynamik und PID-Positionsregelung (Modellvorstellung II).	17
2.8	Bode-Diagramm der Störübertragungsfunktion G_d von Rippelmoment auf Istgeschwindigkeit.	19
2.9	Bode-Diagramm der identifizierten elektrischen Dynamik.	20
2.10	Graphische Illustration zur Konstruktion des Rippelamplituden-Drehzahl Diagramms.	22
2.11	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramme für unterschiedliche Abstraktionsebenen mit der Analyse des Rippels auf dem Drehzahlsignal.	23
2.12	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramme für unterschiedliche Abstraktionsebenen mit der Analyse des Rippels auf dem Stromsignal.	23
2.13	Bode-Diagramm von Rippelmoment auf Strom.	25
2.14	Gemessene Reibkennlinien des Motors bei unterschiedlichen Temperaturen.	26

2.15	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm erzeugt mit experimentellen Daten. Das Stromsignal und das Drehzahlsignal werden analysiert.	27
2.16	Vergleich von Daten einer Zeitsimulation und Daten eines Experimentes, welche sich nach einem Führungssprung auf der Sollgeschwindigkeit ergeben.	28
3.1	Kinematik des betrachteten Roboters. Die Pfeile beschreiben die positive Drehrichtung. Der Roboter ist dargestellt in Kanonenstellung mit $\mathbf{q}_a = [0^\circ \ -90^\circ \ 90^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$. Für Kerzenstellung gilt $\mathbf{q}_a = [0^\circ \ -90^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$ und für Strecklage gilt $\mathbf{q}_a = [0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ \ 0^\circ]$. Die roten Kästen stellen externe Drehratensensoren dar.	30
3.2	Zykloidengetriebe modelliert als Zweimassenschwinger mit einer nicht idealen Übersetzung.	35
3.3	Graphische Illustration zur Konstruktion eines Bode-Diagramms aus Daten von Konstantfahrten.	41
3.4	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm erzeugt mit Daten von einem Drehratensensor angebracht am TCP.	42
3.5	Bode-Diagramm: Variation der Steifigkeit $(0.7 : 0.1 : 1.2)c$ in Strecklage, wobei die Resonanzpeaks bei größeren Steifigkeiten nach rechts wandern.	43
3.6	Bode-Diagramm: Variation der Dämpfung $(0.5 : 0.25 : 1.5)d$ in Strecklage, wobei die Resonanzpeaks für größere Dämpfungen nach unten wandern.	44
3.7	Bode-Diagramm: Variation der Steifigkeit $(0.55 : 0.05 : 0.85)c$ in Kanonenstellung.	44
3.8	Bode-Diagramm: Variation der Steifigkeit $(0.157 : 0.025 : 0.257)c$ in Kerzenstellung.	45
3.9	Bode-Diagramme für verschiedene Strukturen von einem Achse 2 Modell.	46
3.10	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm von Achse 2 mit einem Drehratensensor am TCP.	47
3.11	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm von Achse 3 mit einem Drehratensensor am TCP.	47
3.12	Bode-Diagramme für Achse 2/3 in Strecklage: Variation der Steifigkeit $(0.8 : 0.08\bar{7} : 1.\bar{3})c_2$ von Achse 2.	48
3.13	Online Identifikation mit LMS-Algorithmus und FIR-Filtern. . . .	49
3.14	Blockschaltbild für den LMS-Algorithmus.	50

4.1	Unterschiedliche Simulationsergebnisse des Beobachters von Achse 1.	58
4.2	Simulationsergebnisse der drei Störzustände des Beobachters während einer Achse 1 Bewegung bei konstanter Geschwindigkeit. . .	59
4.3	Simulationsergebnisse des Beobachters von Achse 1 bei nicht stationären Verhältnissen, wobei sich die Rippelfrequenz und die abtriebsseitige Trägheit ändert.	60
4.4	Beobachter hat die richtige Modellstruktur. Die Störungen hängen nicht von den Zuständen ab.	67
4.5	Beobachter hat die richtige Modellstruktur. Die Störungen hängen von den Zuständen ab.	67
4.6	Beobachter hat nicht die richtige Modellstruktur, da \tilde{C} als Störgröße aufgeschaltet wird.	68
4.7	Beobachter hat nicht die richtige Modellstruktur, da \tilde{C} als Störgröße aufgeschaltet wird und u teilweise berücksichtigt wird. . . .	68
5.1	Blockschaltbild des FXLMS-Algorithmus mit AFC.	71
5.2	Graphische Illustration zur Konstruktion des Kriterium-Drehzahl Diagramms.	81
5.3	Blockschaltbild des Regelungssystems mit verschiedenen Eingriffsorten der Störung und des Kompensationssignals.	83
5.4	Adaptionsvorschrift für mehrere Störungen mit gleicher Frequenz.	84
5.5	Konvergenzverhalten der adaptiven Zustände. Die Frequenz der Störung hat einen Offset.	86
5.6	Konvergenzverhalten der adaptiven Zustände. Die Amplitude der Störung hat Schwankungen.	87
5.7	Konvergenzverhalten der adaptiven Zustände. Das Filter, welches in der Adaption verwendet wird, ist nicht exakt.	87
5.8	Konvergenzverhalten der adaptiven Zustände. Es werden nicht alle Störungen unterdrückt.	88
5.9	Blockschaltbild des Regelungssystems für einen Motor mit starr angekoppelter Last, bestehend aus der Referenztrajektorie q_m^d , einem Basisregler K und dem FXLMS-Algorithmus.	92
5.10	Blockschaltbild des gesamten Regelungssystems für einen Motor mit starr angekoppelter Last, bestehend aus der Referenztrajektorie q_m^d , einem Basisregler K , einer Vorsteuerung \hat{G}^{-1} und dem FXLMS-FF-I-Algorithmus.	93

5.11	Blockschaltbild des gesamten Regelungssystems für einen Motor mit starr angekoppelter Last, bestehend aus der Referenztrajektorie q_m^d , einem Basisregler K , einer Vorsteuerung \hat{G}^{-1} und dem \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus als FF-II-Implementierung. Beispielhaft werden zwei harmonische Schwingungen unterdrückt.	96
5.12	Konvergenz verschiedener Algorithmen bei Konstantfahrten um die Eigenfrequenz. Dargestellt im Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm links, und im Kriterium-Drehzahl Diagramm rechts.	99
5.13	Konvergenz verschiedener Algorithmen bei unterschiedlichen Beschleunigungsvorgängen durch die Eigenfrequenz. Dargestellt im Kriterium-Drehzahl Diagramm vom Drehzahlfehler links, und im Kriterium-Drehzahl Diagramm von den adaptiven Zuständen rechts.	99
5.14	Flussdiagramm der Steuerung für die Adaption. Die gestrichelten Pfeile sind physikalische Signale. Die durchgezogenen Pfeile sind logische Signale. Logische Betrachtungsweise.	101
5.15	Adaption mit iterativer Rippelvorsteuerung. Regelungstechnische Betrachtungsweise.	101
5.16	Simulationsergebnisse des iterativen adaptiven Kompensators bei unterschiedlichen Drehzahlbereichen.	103
5.17	Versuchsergebnisse des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus mit $\rho = 1$, welche die Verbesserung im Vergleich zu einem herkömmlichen Regelungssystem beschreiben.	104
5.18	Versuchsergebnisse des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus mit $\rho = 1$ während unterschiedlicher Konstantfahrten. Dargestellt sind die Motordrehzahlen.	105
5.19	Versuchsergebnisse des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus mit $\rho = 1$ während unterschiedlicher Konstantfahrten. Dargestellt sind die adaptiven Zustände.	106
5.20	Versuchsergebnisse des \mathbf{G}^{-1} -Algorithmus mit $\rho = 1$, während unterschiedlich beschleunigten Bewegungen.	108
5.21	Verhalten der Adaption während eines realistischen Fahrprofils. Es werden drei Harmonische unterdrückt.	109
5.22	Blockschaltbild für den adaptiven Kompensator und Positionsregler mit Solltrajektorie, dies entspricht einem Motor mit elastisch angekoppelter Last mit Vorsteuerung.	110
5.23	Notwendige Bedingungen für den Phasenfehler. Ein „experimenteller Stabilitätsbeweis“.	113
5.24	Auswirkung eines Momentenrippels auf den Abtrieb.	113
5.25	Wurzelortskurve des stabilisierten Kreises mit Adaption. Der Anfangspunkt ist \times und der Endpunkt ist \circ	114

5.26	Simulationsergebnis von Achse 1, wenn Achse 6 eine „Störbewegung“ ausführt. In der linken Spalte ist die Adaption abgeschaltet und in der rechten Spalte ist sie aktiv.	115
5.27	Verschiedene Bode-Diagramme der Störübertragungsfunktion von Achse 1 mit unterschiedlichen Trägheiten. Der Winkel $q_{a,2}$ wird zwischen 0° und 180° variiert.	116
5.28	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm (links) und Kriterium-Drehzahl Diagramm (rechts) für variable Steifigkeiten in Strecklage und einer Dämpfung von $1.0d$	119
5.29	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm (links) und Kriterium-Drehzahl Diagramm (rechts) für variable Dämpfungen in Strecklage und einer Steifigkeit von $0.9c$	120
5.30	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm (links) und Kriterium-Drehzahl Diagramm (rechts) für variable Steifigkeiten in Kanonenstellung und einer Dämpfung von $1.5d$	120
5.31	Rippelamplituden-Drehzahl Diagramm (links) und Kriterium-Drehzahl Diagramm (rechts) für variable Dämpfungen in Kanonenstellung und einer Steifigkeit von $0.65c$	121
5.32	Entkopplung und Linearisierung durch eine MIMO-Vorsteuerung.	122
5.33	Blockschaltbild für eine Mehrgrößenadaption, welche einen gekoppelten Entwurf verwendet.	123
5.34	Nominelle Stabilitätsanalyse von Achse 2/3 in Strecklage mit $\rho = 10$ und $\omega_{d,j} = N_j \dot{q}_{m,j}^d$	125
5.35	Blockschaltbild für den \mathbf{F}^{-1} -Algorithmus, welcher einen entkoppelten Entwurf verwendet.	126
5.36	Bode-Diagramme von einer Familie von linearisierten Roboterstellungen und des optimierten Filters.	128
5.37	μ -Analyse des geregelten Gesamtsystems in Strecklage (Achse1). .	130
5.38	Test der Adaption am Roboterprüfstand. Alle Grundachsen fahren mit konstanter Geschwindigkeit. Aufgezeichnet sind die abtriebsseitigen Geschwindigkeiten (Zeitbereich und Frequenzbereich) und das Beschleunigungssignal im Zeitbereich.	132
5.39	Test der Adaption am Roboterprüfstand. Alle Grundachsen fahren mit konstanter Geschwindigkeit. Aufgezeichnet sind die adaptiven Zustände der verschiedenen harmonischen Schwingungen.	133
5.40	Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die abtriebsseitigen Geschwindigkeiten im Frequenzbereich.	135
5.41	Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die abtriebsseitigen Geschwindigkeiten und die Beschleunigung in z-Richtung im Zeitbereich.	136

5.42	Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die antriebsseitigen Geschwindigkeiten aller sechs Achsen im Zeitbereich.	137
5.43	Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die antriebsseitigen Geschwindigkeiten aller sechs Achsen im Frequenzbereich.	138
5.44	Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die adaptiven Zustände der drei Grundachsen im Zeitbereich.	139
5.45	Test der Adaption am Roboterprüfstand. Aufgezeichnet sind die adaptiven Zustände der drei Handachsen im Zeitbereich.	140
5.46	Am Roboter wird ein Malstift montiert und damit eine Linie auf ein Papier gezeichnet. Der Unterschied, wenn die Adaption zugeschaltet wird, ist offensichtlich.	140
5.47	Blockschaltbild von Adaption, Basisregler mit Solltrajektorie. Dies entspricht einem Motor mit elastisch angekoppelter Last (Achse 1).	141
5.48	Test von Adaption, Beobachter, Vorsteuerung und Basisregler am Roboterprüfstand. Während Achse 1 mit konstanter Geschwindigkeit verfährt, wird das Getrieberippel $N = 2$ unterdrückt.	144
5.49	Test von Adaption mit externer Sensorik, Vorsteuerung und Basisregler am Roboterprüfstand. Während Achse 1 mit konstanter Geschwindigkeit verfährt, wird das Getrieberippel $N = 2$ unterdrückt.	146
5.50	Test von Adaption mit externer Sensorik, Vorsteuerung und Basisregler am Roboterprüfstand. Während Achse 2/3 mit konstanter Geschwindigkeit verfährt, wird das Getrieberippel $N = 2$ unterdrückt.	148

Tabellenverzeichnis

5.1	Vergleich verschiedener Eingriffsorte und Fehlersignale für gradientenbasierte Adaptionsverfahren.	91
5.2	Vergleich verschiedener gradientenbasierter Algorithmen, am Beispiel eines PMSMs.	98

Literaturverzeichnis

- [ACM07] AHN, H-S. ; CHEN, Y. ; MOORE, K.L.: Iterative learning control: Brief survey and categorization. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C* 37 (2007), Nr. 6, S. 1099–1121
- [All99] ALLGÖWER, F.: *Vorlesungsskript Robust Control*. Universität Stuttgart, 1999
- [AW95] ASTRÖM, K.J. ; WITTENMARK, B.: *Adaptive Control*. 2nd. Addison-Wesley Publishing Company, 1995
- [BB02] BIANCHI, N. ; BOLOGNANI, S.: Design techniques for reducing the cogging torque in surface-mounted PM motors. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 38 (2002), Nr. 5, S. 1259–1265
- [BD97] BODSON, M. ; DOUGLAS, S.C.: Adaptive algorithms for the rejection of sinusoidal disturbances with unknown frequency. In: *Automatica* 33 (1997), S. 2213–2221
- [BE_mD01] BARAKAT, G. ; EL-MESLOUHI, T. ; DAKYO, B.: Analysis of the cogging torque behavior of a two-phase axial flux permanent magnet synchronous machine. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 37 (2001), Nr. 4, S. 2803–2805
- [BKS05] BOHN, C. ; KARKOSCH, H-J. ; SVARICEK, F.: State observers for periodic signals: A case study in active vibration control. In: *Automatisierungstechnik* 53 (2005), S. 525–536
- [Bod88] BODSON, M.: Effect of the choice of the error equation on the robustness properties of adaptive control systems. In: *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 2 (1988), S. 249–257
- [BTA06] BRISTOW, D.A. ; THARAYIL, M. ; ALLEYNE, A.G.: A survey of iterative learning control. In: *Control Systems Magazine* 26 (2006), Nr. 3, S. 96–114

- [CBGO00] CHEN, W.-H. ; BALLANCE, D.J. ; GAWTHROP, P.J. ; O'REILLY, J.: A nonlinear disturbance observer for robotic manipulators. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 47 (2000), Nr. 4, S. 932–938
- [Cha95] CHAN, S.P.: A disturbance observer for robot manipulators with application to electronic components assembly. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 42 (1995), Nr. 5, S. 487–493
- [CPS86] CRAIG, J. ; PING, H. ; SASTRY, S.: Adaptive control of mechanical manipulators. In: *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation* Bd. 3, 1986, S. 190–195
- [CSW99] CHAPMAN, P.L. ; SUDHOFF, S.D. ; WHITCOMB, C.A.: Multiple reference frame analysis of non-sinusoidal brushless DC drives. In: *IEEE Transaction on Energy Conversion* 14 (1999), Nr. 3, S. 440–446
- [Det01] DETTORI, M.: *LMI Techniques for Control with Application to a Compact Disc Player Mechanism*, Technische Universiteit Delft, Dissertation, 2001
- [Din06] DING, Z.: Adaptive estimation and rejection of unknown sinusoidal disturbances in a class of non-minimum-phase nonlinear systems. In: *Control Theory and Applications* 153 (2006), Nr. 4, S. 379–386
- [DPZ91] DOYLE, J. ; PACKARD, A. ; ZHOU, K.: Review of LFTs, LMIs, and μ . In: *Conference on Decision and Control*, 1991, S. 1227–1232
- [DSJM96] DEODHAR, R.P. ; STATON, D.A. ; JAHNS, T.M. ; MILLER, T.J.E.: Prediction of cogging torque using the flux-MMF diagram technique. In: *IEEE Transactions on Industry Applications* 32 (1996), Nr. 3, S. 569–576
- [FB04] FERRERES, G. ; BIANNIC, J.-M.: *Skew Mu Toolbox (SMT): Improvements and additional tools*, 2004
- [Föll93] FÖLLINGER, O.: *Nichtlineare Regelungen II*. Oldenburg, 1993
- [Föll94] FÖLLINGER, O.: *Regelungstechnik*. Huethig Buch Verlag Heidelberg, 1994
- [FMR02] FERRETTI, G. ; MAGNANI, G. ; ROCCO, P.: Adaptive compensation of torque disturbances in an industrial robot. In: *Proc. Triennial World Congress*, 2002

- [FW75] FRANCIS, B.A. ; WONHAM, W.M.: The internal model principle for linear multivariable regulators. In: *Applied Mathematics and Optimization* 2 (1975), S. 170–194
- [GB05] GUO, X. ; BODSON, M.: Adaptive cancellation of a sinusoidal disturbance with rapidly varying frequency using an augmented error algorithm. In: *Proc. European Control Conference Decision and Control (CDC)*, 2005, S. 4803–4808
- [GB06] GUO, X. ; BODSON, M.: Equivalence between Adaptive Feedforward Cancellation and Disturbance Rejection Using the Internal Model Principle. In: *Adaptive Control and Signal Processing* 24 (2006), S. 211–218
- [GMP⁺10] GARULLI, A. ; MASI, A. ; PAOLETTI, S. ; TURKOGLU, E. ; ROOS, C.: COFCLUO deliverable D2.3.5 -Final report WP2.3 / University of Siena UNISI Italy. January 2010. – Forschungsbericht
- [Har11] HARMONIC DRIVE AG: In: *General Catalogue* (2011)
- [Hau69] HAUTUS, M.L.J.: Controllability and observability conditions of linear autonomous systems. In: *Indagationes Mathematicae* 31 (1969), S. 443–448
- [Hay96] HAYKIN, S. ; KAILATH, T. (Hrsg.): *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall Information and System Sciences Series, 1996
- [Hec06] HECKER, S.: *Generation of Low Order LFT-Representations for Robust Control Applications*, Fakultät für Elektrotechnik and Informationstechnik der Technischen Universität München, Dissertation, 2006
- [HIH01] HATTORI, S. ; ISHIDA, M. ; HORI, T.: Vibration suppression control method for PMSM utilizing repetitive control with auto-tuning function and Fourier transform. In: *Proc. Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON)* Bd. 3, 2001, S. 1673–1679
- [HS96] HOLTZ, J. ; SPRINGOB, L.: Identification and compensation of torque ripple in high-precision permanent magnet motor drives. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 43 (1996), Nr. 2, S. 309–320
- [HYON88] HARA, S. ; YAMAMOTO, Y. ; OMATA, T. ; NAKANO, M.: Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 33 (1988), Nr. 7, S. 659–668

- [JS96] JAHNS, T.M. ; SOONG, W.L.: Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motor drives-a review. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 43 (1996), Nr. 2, S. 321–330
- [Kal60] KALMAN, R.E.: On the general theory of control theory. In: *Proc. Congress on Automatic Control* (1960)
- [Kha02] KHALIL, H.K.: *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 2002
- [KMTH93] KEMPF, C. ; MESSNER, W.C. ; TOMIZUKA, M. ; HOROWITZ, R.: Comparison of four discrete-time repetitive control algorithms. In: *Control Systems Magazine* 13 (1993), Nr. 6, S. 48–54
- [Kur08] KURZE, M.: *Modellbasierte Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken ohne abtriebsseitige Sensorik*, Fakultät für Elektrotechnik and Informationstechnik der Technischen Universität München, Dissertation, 2008
- [Löh09] LÖHNING, M.: Globally optimized H_∞ -controllers with application to elastic robots. In: *European Control Conference (ECC)*, 2009, S. 3353–3358
- [Lju99] LJUNG, L.: *System Identification: Theory for the User (2nd Edition)*. Prentice Hall; 2 edition, 1999
- [Lue71] LUENBERGER, D.: An introduction to observers. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* 16 (1971), Nr. 6, S. 596–602
- [MB08] MAIER, S. ; BODSON, M.: Periodic disturbance rejection on a laser beam stabilizing system with adaptive controllers. In: *Proc. International Conference on Noise and Vibration Control (ISMA)*, 2008, S. 257–272
- [MB11a] MAIER, S. ; BODSON, M.: Gearbox ripple rejection of robots using observer and adaptive control theory. In: *Proc. International Federation of Automatic Control (IFAC) World Congress*, 2011, S. 893–898
- [MB11b] MAIER, S. ; BODSON, M.: Periodic disturbance rejection of a PMSM with adaptive control algorithms. In: *Proc. International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, 2011, S. 1070–1075
- [Moh07] MOHAMED, Y.A.-R.I.: A newly designed instantaneous-torque control of direct-drive PMSM aervo actuator with improved torque estimation and control characteristics. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 54 (2007), Nr. 5, S. 2864–2873

- [MS77] MAY, H. ; SHALABY, M.: Feldkurven und Einfluß der Nutung in permanenterregten Synchronmaschinen. In: *Electrical Engineering (Archiv für Elektrotechnik)* 59 (1977)
- [NP97] NA, H.S. ; PARK, Y.: An adaptive feedforward controller for the rejection of periodic disturbances. In: *Journal of Sound and Vibration* 201(4) (1997), S. 316–324
- [Ott94] OTTER, M.: *Objektorientierte Modellierung mechatronischer Systeme an Beispiel geregelter Roboter*, Fakultät für Maschinenbau der Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 1994
- [Pfe89] PFEIFFER, F.: *Einfuehrung in die Dynamik*. Teubner Studienbücher, 1989
- [Pol05] POLIK, I.: *Sedumi 1.1 Users Guide*, 2005
- [POST00] PETROVIC, V. ; ORTEGA, R. ; STANKOVIC, A.M. ; TADMOR, G.: Design and implementation of an adaptive controller for torque ripple minimization in PM synchronous motors. In: *IEEE Transactions on Power Electronics* 15 (2000), Nr. 5, S. 871–880
- [PR87] PFEIFFER, F. ; REITHMEIER, E.: *Roboterdynamik*. Teubner Studienbücher, 1987
- [QPX05] QIAN, W. ; PANDA, S.K. ; XU, J.X.: Speed ripple minimization in PM synchronous motor using iterative learning control. In: *IEEE Transaction on Energy Conversion* 20 (2005), Nr. 1, S. 53–61
- [Rei10] REINER, M.: *Modellierung und Steuerung von strukturelastischen Robotern*, Fakultät für Maschinenwesen der Technischen Universität München, Dissertation, 2010
- [SB89] SASTRY, S. ; BODSON, M.: *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*. Prentice-Hall Advanced Reference Series (Engineering), 1989
- [Sch01] SCHERER, C.: *Vorlesungsskript Theory of Robust Control*. 2001
- [Sch09] SCHRÖDER, D.: *Elektrische Antriebe, Regelung von Antriebssystemen*. 3. Springer Verlag, 2009
- [SE04] SCHIEHLEN, W. ; EBERHARD, P.: *Technische Dynamik*. Teuber, 2004

- [sGN03] ÖSTRING, M. ; GUNNARSSON, S. ; NORRLÖF, M.: Closed-loop identification of an industrial robot containing flexibilities. In: *Control Engineering Practice* 11 (2003)
- [SP11] SAUPE, F. ; PFIFER, H.: Applied LPV control exploiting the separation principle for the single axis positioning of an industrial manipulator. In: *Proc. Conference on Control Applications (CCA)*, 2011
- [Sum96] SUMITOMO: Cyclo Drive Europe. In: *Serie Fine Cyclo* (1996)
- [SV89] SPONG, M.W. ; VIDYASAGAR, M.: *Robot Dynamics and Control*. John Wiley & Sons, 1989
- [Tay94] TAYLOR, D.G.: Nonlinear control of electric machines: an overview. In: *Control Systems Magazine* 14 (1994), Nr. 6, S. 41–51
- [Thü06] THÜMMEL, M.: *Modellbasierte Regelung mit nichtlinearen inversen Systemen und Beobachtern von Robotern mit elastischen Gelenken*, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität München, Dissertation, 2006
- [Til01] TILLER, M.: *Introduction to Physical Modeling with Modelica*. Kluwer Academic Publisher, 2001
- [TTT04] TOH, K.C. ; TUTUNCU, R.H. ; TODD, M.J.: On the implementation of SDPT3 (version 3.1) - a MATLAB software package for semidefinite-quadratic-linear programming. In: *Proc. IEEE Int Computer Aided Control Systems Design Symp*, 2004, S. 290–296
- [Ver97] VERL, A.: *Methoden und Realisierungen zur nichtlinearen Gelenkregelung des DLR-Leichtbauroboter*, Fakultät für Maschinenbau der Ruhr-Universität Bochum, Dissertation, 1997
- [WB04] WU, B. ; BODSON, M.: Multi-channel active noise control for periodic sources-indirect approach. In: *Automatica* 40 (2004), S. 203–212
- [WSB96] WIT, C.C. de ; SICILIANO, B. ; BASTIN, G.: *Theory of Robot Control*. Springer Verlag, 1996
- [XPP+04] XU, J-X. ; PANDA, S.K. ; PAN, Y-J. ; LEE, T.H. ; LAM, B.H.: A modular control scheme for PMSM speed control with pulsating torque minimization. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 51 (2004), Nr. 3, S. 526–536

- [YHDS11] YEO, K. ; HEINS, G. ; DEBOER, F. ; SAUNDERS, B.: Adaptive feed-forward control to compensate cogging torque and current measurement errors for PMSMs. In: *Proc. International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)*, 2011, S. 942–947
- [ZH00] ZHU, Z.Q. ; HOWE, D.: Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines. In: *IEEE Transactions on Energy Conversion* 15 (2000), Nr. 4, S. 407–412

Curriculum Vitae

Sebastian Maier, geboren am 03. April 1981 in Kirchheim unter Teck

Ausbildung

- 10/02 - 09/07 **Universität Stuttgart**
Diplom-Ingenieur (Dipl.-Ing.) in Automatisierungstechnik
in der Produktion
Spezialisierung auf Modellierung und Regelungstechnik
Diplomarbeit: Periodic disturbance rejection
on mechatronical systems with adaptive controllers
- 09/91 - 07/01 **Schloßgymnasium**, Kirchheim unter Teck
- 09/87 - 08/91 **Grundschule**, Bissingen an der Teck

Arbeitserfahrung

- Seit 11/11 **KUKA Roboter GmbH**,
Entwickler für Regelungsalgorithmen für Industrieroboter
- 11/07 - 10/11 **Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR)**,
Institut für Robotik und Mechatronik, Abteilung
Regelungstechnik und Systemdynamik, Mitarbeiter im
wissenschaftlichen Dienst Industriepatenschaft mit der
KUKA Roboter GmbH

Veröffentlichungen

S. Maier, M. Bodson „Periodic Disturbance Rejection on a Laser Beam Stabilizing System with Adaptive Controllers,, **International Conference on Noise and Vibration Control (ISMA)**, Leuven, Belgien, September 2008

S. Maier, P. van der Smagt „Finger Movement Classification with Surface EMG,, **International Conference on Motion and Vibration Control (MOVIC)**, München, Deutschland, September 2008

S. Maier, M. Bodson, J. Bals „Periodic Disturbance Rejection of a PMSM with Adaptive Control Algorithms,, **International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC)**, Niagara Falls, Kanada, Mai 2011

S. Maier, M. Bodson, J. Bals „Gearbox Ripple Rejection of Robots using Observer and Adaptive Control Theory,, **World Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC)**, Mailand, Italien, August 2011