

# Entwicklung von kontaktlosen und zeitlich hochauflösenden Strömungs- und Durchflusssensoren für Flüssigmetallströmungen

Zur Erlangung des akademischen Grades

eines Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Maschinenbau des

Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Dominique Buchenau

Hauptreferent:	Prof. Dr.-Ing. Robert Stieglitz
Koreferent:	Prof. Dr. Uwe Hampel
Tag der Einreichung:	11.04.2012
Tag der mündl. Prüfung:	21.05.2012



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Überblick</b>	<b>7</b>
1.1	Kurzfassung . . . . .	7
1.2	Abstract . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Einleitung</b>	<b>11</b>
2.1	Allgemeiner Überblick . . . . .	11
2.2	Geschichtlicher Überblick und Einordnung . . . . .	12
2.3	Stand von Wissenschaft und Technik . . . . .	15
2.4	Elektrodynamik und MHD-Approximation . . . . .	18
2.4.1	Elektrodynamik . . . . .	18
2.4.2	Definition von Viererdivergenz und Viererpotential . . . . .	18
2.4.3	Erste Gruppe: Die homogenen Maxwell-Gleichungen . . . . .	19
2.4.4	Zweite Gruppe: Die inhomogenen Maxwell-Gleichungen . . . . .	20
2.4.5	Transformation der Felder . . . . .	20
2.4.6	Ohmsches Gesetz . . . . .	21
2.4.7	Coulomb- und Lorentzkraft . . . . .	21
2.4.8	MHD-Approximation . . . . .	22
2.5	Grundgleichungen der Magnetohydrodynamik . . . . .	24
2.6	Grundgleichungen der elektrodyn. Potentialmessung . . . . .	26
2.6.1	Fluktuationen des Strömungsfeldes und des magnetischen Feldes . . . . .	26
2.6.2	Randbedingungen . . . . .	27
2.6.3	Korrekturfaktoren und Wertigkeitsfunktion . . . . .	28
2.7	Magnetische Rückwirkung des induzierten Stromes . . . . .	31
2.7.1	Fluktuationen des Strömungsfeldes und des magnetischen Feldes . . . . .	32
2.7.2	Unterscheidung von turbulenten und laminaren Strömungen . . . . .	33
2.7.2.1	Turbulenter Grenzfall . . . . .	34
2.7.2.2	Laminarer Grenzfall . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Experimentelle und praktische Sachverhalte</b>	<b>37</b>
3.1	Realisierung erster Labormodelle . . . . .	37
3.1.1	Phasensensor . . . . .	37
3.1.1.1	Differenzspannung zwischen den Empfängerspulen . . . . .	39
3.1.1.2	Phasendifferenz zwischen den Empfängerspulen . . . . .	42
3.1.1.3	Phasendifferenz zwischen Sender- und Empfängerspule . . . . .	45
3.1.1.4	Optimierung der Phasenverschiebungsmessung . . . . .	46
3.1.1.5	Betrachtung leitfähiger Kanal- oder Rohrwände . . . . .	48
3.1.1.6	Realisierung erster Labormodelle . . . . .	50
3.1.2	Rotierender Magnet . . . . .	52
3.1.2.1	Analytische Lösung für ein vereinfachtes 2D-Modell . . . . .	53
3.1.2.2	Betrachtung leitfähiger Kanal- oder Rohrwandungen . . . . .	58
3.1.2.3	Realisierung erster Labormodelle . . . . .	58

3.1.3	Magnetisches Flügelrad . . . . .	59
3.1.3.1	Analytische Lösung für ein vereinfachtes 2D-Modell . . . . .	60
3.1.3.2	Betrachtung leitfähiger Kanal- oder Rohrwände . . . . .	64
3.1.3.3	Realisierung erster Labormodelle . . . . .	64
3.2	Messwerterfassung und Elektronik . . . . .	66
3.2.1	Felderzeugung und Feldstruktur . . . . .	66
3.2.1.1	Phasensensor . . . . .	66
3.2.1.2	Rotierender Magnet . . . . .	66
3.2.1.3	Magnetisches Flügelrad . . . . .	67
3.2.2	Abgleich der Messsysteme . . . . .	68
3.2.2.1	Phasensensor: Amplituden- oder Phasenabgleich? . . . . .	68
3.2.2.2	Phasensensor: Nullpunktdrift und Abgleich . . . . .	69
3.2.2.3	Rotierender Magnet: Abgleich von Fremdfeldern . . . . .	72
3.2.2.4	Magnetisches Flügelrad: Abgleich von Fremdfeldern . . . . .	73
3.2.3	Messunsicherheit . . . . .	73
3.2.3.1	Phasensensor: Messunsicherheit . . . . .	73
3.2.3.2	Rotierender Magnet: Messunsicherheit . . . . .	77
3.2.3.3	Magnetisches Flügelrad: Messunsicherheit . . . . .	78
3.3	Validierung unter Testbedingungen . . . . .	79
3.3.1	Symmetrisches Strömungsprofil, nichtleitfähige Wand . . . . .	79
3.3.1.1	GaInSn-Kreislauf-Phasensensor . . . . .	79
3.3.1.2	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	80
3.3.1.3	Optimierung des Phasensensors . . . . .	81
3.3.1.4	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	81
3.3.1.5	GaInSn-Kreislauf-Rotierender Magnet . . . . .	83
3.3.1.6	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	83
3.3.1.7	GaInSn-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad . . . . .	84
3.3.1.8	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	85
3.3.2	Symmetrisches Strömungsprofil, leitfähige Wand . . . . .	86
3.3.2.1	GaInSn-Kreislauf-Phasensensor . . . . .	86
3.3.2.2	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	88
3.3.2.3	GaInSn-Kreislauf-Rotierender Magnet . . . . .	90
3.3.2.4	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	91
3.3.2.5	GaInSn-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad . . . . .	91
3.3.2.6	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	93
3.3.3	Asymmetrisches Strömungsprofil, nichtleitfähige Wand . . . . .	94
3.3.3.1	GaInSn-Kreislauf-Phasensensor . . . . .	95
3.3.3.2	GaInSn-Kreislauf-Rotierender Magnet . . . . .	95
3.3.3.3	GaInSn-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad . . . . .	96
3.4	Validierung unter Anwendungsbedingungen . . . . .	98
3.4.1	Na-Kreislauf-Phasensensor . . . . .	98
3.4.2	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	99
3.4.3	Na-Kreislauf-Rotierender Magnet . . . . .	99
3.4.4	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	100
3.4.5	Na-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad . . . . .	101
3.4.6	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	102

3.4.7	Pb-Kreislauf-Phasensensor . . . . .	102
3.4.8	Pb-Kreislauf-Rotierender Magnet . . . . .	104
3.4.9	Pb-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad . . . . .	105
3.4.10	PbBi-Kreislauf-Phasensensor . . . . .	105
3.4.11	Vergleich zwischen Theorie und Experiment . . . . .	106
3.5	Charakterisierung des Messverfahrens . . . . .	108
3.5.1	Empfindlichkeit . . . . .	108
3.5.1.1	Phasensensor: Einfluss der magnetischen Reynoldszahl . . . . .	108
3.5.1.2	Phasensensor: Einfluss der Erregerfrequenz . . . . .	108
3.5.1.3	Phasensensor: Einfluss von $K_b$ und $K_{I^*}$ . . . . .	109
3.5.1.4	Phasensensor: Einfluss von $K_\sigma$ . . . . .	109
3.5.1.5	Phasensensor: Magnetische Sättigung des Flusseisens . . . . .	109
3.5.1.6	Phasensensor: Teilung des Flusseisens . . . . .	110
3.5.1.7	Phasensensor: Spulen in verschiedenen Ebenen . . . . .	110
3.5.1.8	Rotierender Magnet: Einfluss des Abstands . . . . .	111
3.5.1.9	Rotierender Magnet: Einfluss von $K_\sigma$ . . . . .	111
3.5.1.10	Magnetisches Flügelrad: Einfluss des Abstands . . . . .	112
3.5.1.11	Magnetisches Flügelrad: Anzahl der Magneten . . . . .	112
3.5.1.12	Magnetisches Flügelrad: Einfluss von $K_\sigma$ . . . . .	112
3.5.2	Auflösung . . . . .	112
3.5.2.1	Phasensensor . . . . .	113
3.5.2.2	Rotierender Magnet . . . . .	116
3.5.2.3	Magnetisches Flügelrad . . . . .	118
3.5.3	Ansprechschwelle . . . . .	119
3.5.3.1	Phasensensor . . . . .	121
3.5.3.2	Rotierender Magnet . . . . .	122
3.5.3.3	Magnetisches Flügelrad . . . . .	123
3.5.4	Präzision, Richtigkeit und Genauigkeit . . . . .	125
3.5.4.1	Phasensensor . . . . .	126
3.5.4.2	Rotierender Magnet . . . . .	126
3.5.4.3	Magnetisches Flügelrad . . . . .	127
3.5.5	Selektivität . . . . .	127
3.5.5.1	Phasensensor . . . . .	127
3.5.6	Zeitliche Auflösung . . . . .	128
3.5.6.1	Phasensensor . . . . .	128
3.5.6.2	Rotierender Magnet . . . . .	128
3.5.6.3	Magnetisches Flügelrad . . . . .	128
<b>4</b>	<b>Ausblick</b>	<b>129</b>
4.1	Vorgestellte Prinzipien . . . . .	129
4.1.1	Kommerzialisierung . . . . .	129
4.1.2	Messung von Zweiphasenströmungen . . . . .	130
4.1.3	Tomographische Profilometrie . . . . .	131
4.2	Relevante Weiterentwicklungsmöglichkeiten . . . . .	132
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>135</b>

<b>6</b>	<b>Anhang</b>	<b>139</b>
6.1	Allgemeine Beschreibung des Skin-Effektes . . . . .	139
6.1.1	Skin-Effekt im kartesischen Koordinatensystem . . . . .	139
6.1.2	Skin-Effekt im zylindrischen Koordinatensystem . . . . .	140
6.1.2.1	Fall 1: Induktionsfeld parallel zur Strömungsrichtung . . .	140
6.1.2.2	Fall 2: Induktionsfeld senkrecht zur Strömungsrichtung . .	142
6.2	Wirkungsweise der Rigaer Induktionspumpe . . . . .	144
6.2.1	Berechnung der im leitfähigen Fluid induzierten Stromdichte . . . .	144
6.2.2	Berechnung der im leitfähigen Fluid erzeugten Lorentzkraft . . . . .	147
6.2.3	Berechnung des aufgeprägten Druckes . . . . .	147
6.2.3.1	Beispielrechnung für einen GaInSn-Kreislauf . . . . .	148
6.3	Versuchsstände und Messbedingungen . . . . .	149
6.3.1	GaInSn-Kreislauf . . . . .	149
6.3.2	Na-Kreislauf . . . . .	151
6.3.3	Pb-Kreislauf . . . . .	152
6.3.4	PbBi-Kreislauf (WebExpIr-SCK · CEN Mol, Belgien) . . . . .	153
<b>7</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>155</b>

# 1 Überblick

## 1.1 Kurzfassung

Die durch Michael Faraday im Jahre 1832 begründete induktive Durchflussmessung hat sich im Verlauf der vergangenen 180 Jahre einen festen und auch weiterhin innovationsfähigen Platz in der industriellen Messtechnik verschafft. Besonders Metalle zeichnen sich oberhalb ihrer Schmelztemperaturen durch eine hohe chemische Aggressivität aus und entziehen sich dadurch dem Einsatzbereich kontaktbehafteter Durchflussmesstechnik. Ein weiteres, für jedwede kontaktbehaftete Durchflussmesstechnik limitierendes Kriterium ist das äußerst komplexe und nicht kontrollierbare Benetzungsverhalten flüssiger Metalle. Dem Mangel an leistungsfähiger und dauerstabiler Messtechnik stehen innovative Anwendungsfelder gegenüber, welche die Ausgangsmotivation bezüglich der Entwicklung nicht kontaktbehafteter Messtechnik als Kernpunkt der vorliegenden Arbeit verdeutlichen.

Es ist daher das zentrale Thema dieser Arbeit, leistungsfähige Alternativen zur kontaktbehafteten Strömungs- und Durchflussmessung zu finden, in theoretischen und praktischen Untersuchungen auf ihre Leistungsfähigkeit zu überprüfen und schließlich bezüglich ihres zugrunde liegenden Messeffektes zu konditionieren. Die charakteristischen Anwendungsgrenzen aller vorzustellenden Funktionsprinzipien ergeben sich einerseits aus den Materialeigenschaften des strömenden Fluids sowie aus den Prozessgrößen. Gegenüber dem physikalischen Funktionsprinzip muss von Fall zu Fall die praktische Realisierbarkeit bezüglich Genauigkeit, Dynamik, Selektivität und Empfindlichkeit der Messung abgewogen werden. Alternativ sollen in dieser Arbeit kontaktlose Methoden der Strömungsmessung vorgestellt werden, die in der Lage sind, jene zuvor genannten Nachteile der Reaktions- und Benetzungsabhängigkeit kontaktbehafteter Messtechniken zu überwinden.

Das Funktionsprinzip des ersten Sensorkonzeptes beruht im wesentlichen darauf, dass das von einem alternierenden, magnetischen Feld induzierte elektrische Feld durch eine geschickte Anordnung der Empfänger mechanisch entkoppelt vom System gemessen werden kann. Der Einsatz von periodisch erregten Magnetfeldern ermöglicht es, dass der Auswertung der strömungsproportionalen Messsignale drei Bestimmungsgrößen zur Verfügung stehen (Amplitude, Phase und Frequenz). Der theoretisch postulierte Messeffekt lässt sich in erster Näherung durch die dimensionslose Kenngröße der für das eingesetzte System typischen magnetischen Reynoldszahl ( $Rm = \mu_0 \sigma v_0 L_0$ ) bestimmen.

Das Funktionsprinzip des zweiten Sensorkonzeptes beruht auf den folgenden Zusammenhängen. Die Bewegung eines elektrisch leitfähigen Fluids im magnetischen Feld eines drehbar gelagerten und diametral magnetisierten Permanentmagneten verursacht die Induktion einer elektrischen Stromdichte im Fluid. Der induzierte elektrische Strom verursacht, entsprechend dem Ampereschen Gesetz ein Feld, welches sich dem applizierten Permanentmagnetenfeld überlagert. Die durch die Strömung verursachte Rotation des Magneten verursacht ihrerseits die Induktion einer elektrischen Stromdichte im Fluid,

welche entsprechend der Lenzschen Regel ihrer Ursache (Rotation) entgegenwirkt. Der drehbar gelagerte Permanentmagnet wird in Folge der Wechselwirkung mit der Strömung solange beschleunigt, bis das durch die Rotation verursachte magnetische Drehmoment das antreibende, strömungsinduzierte magnetische Drehmoment ausgleicht. Unter konstanten Strömungsbedingungen wird sich ein in Abhängigkeit von der Geometrie des Strömungskanals bedingtes Gleichgewicht der Rotationsfrequenz einstellen. Diese Betrachtung beinhaltet allerdings, dass die Lagerreibungsverluste des drehbar gelagerten Permanentmagneten klein im Vergleich zum antreibenden magnetischen Drehmoment sind. Eine weitere Konsequenz geringer Lagerreibungsverluste ist, dass das betrachtete Messsystem unabhängig von der magnetischen Induktion des Permanentmagneten und der elektrischen Leitfähigkeit des Fluides arbeitet.

Ein weiteres Prinzip der kontaktlosen Durchflussmessung elektrisch leitfähiger Flüssigkeiten ist im Buch (J.A. Shercliff, *The Theory of Electromagnetic Flow-Measurement*, Cambridge University Press, 1962) beschrieben und soll vergleichsweise zu den vorangestellten Konzepten untersucht werden. Dieser Durchflussmesser besteht aus einem rotierbar gelagertem Drehteller auf dem in äquidistanten Abständen Permanentmagneten aufgebracht sind. Bei einer geeigneten Platzierung relativ zum Strömungskanal wechselwirkt das Feld der magnetischen Induktion der Permanentmagneten mit der elektrisch leitfähigen Strömung und wird somit in Rotation versetzt. Ein wichtiges Untersuchungsergebnis dieser Arbeit ist, dass das grundlegende physikalische Funktionsprinzip anhand analytischer Betrachtungen und Experimente konkretisiert werden konnte und darüber hinaus eine seit J.A. Shercliffs Veröffentlichung bestehende Fehlinterpretation des Wirkungsprinzips korrigiert werden konnte. Dem bisherigen Verständnis der strömungsbedingten Kraft- bzw. Drehmomentmessungen war gemeinsam, dass die zu messende Kraft- oder Drehmomentwirkung proportional zur elektrischen Leitfähigkeit, als auch zum Quadrat des angelegten Magnetfeldes ist. Die Messung lieferte demzufolge nicht unmittelbar den Durchfluss, sondern das Produkt aus mittlerer Strömungsgeschwindigkeit und der elektrischen Leitfähigkeit der bewegten Flüssigkeit. Die Bestimmung des Durchflusses erforderte die Kenntnis der temperaturabhängigen elektrischen Leitfähigkeit. Die quadratische Abhängigkeit vom aufgeprägten Magnetfeld kann in Abhängigkeit von der Strömung dazu führen, dass für ein ausreichendes Messsignal relativ hohe Magnetfelder angelegt werden müssen, die wiederum die Strömung beeinflussen. Anhand der folgenden Arbeit wird jedoch gezeigt, dass das tatsächliche Wirkungsprinzip dem des Rotierenden Magneten mit allen verbundenen Konsequenzen identisch ist.

Die vorliegende Arbeit ist folgendermaßen strukturiert. Die Einleitung rekapituliert in einer knappen Zusammenfassung die zum Verständnis der Arbeit notwendigen Erkenntnisse und Zusammenhänge aus der Elektro- und Fluidodynamik, welche zur Magneto hydrodynamik (MHD) kombiniert werden können. Auf der beschriebenen Grundlage folgen einige wichtige Betrachtungen zur elektrodynamischen Potentialmessung, welche die Grundlage der kontaktbehafteten Strömungs- und Durchflussmessung bildet. Anspruch der vorliegenden Arbeit ist es, kontaktlos operierende Sensorsysteme zur Strömungs- und Durchflussmessung bereitzustellen. Die theoretischen Möglichkeiten, welche einen solchen Ansatz rechtfertigen, bilden den Abschluss der Einleitung und somit den geeigneten Übergang in den Hauptteil der Arbeit. Insgesamt werden drei kontaktlos operierende Strömungs- und Durchflusssensoren anhand einer allgemeinen Aufbau- und Funktions-

beschreibung vorgestellt, an welche sich jeweils eine detaillierte theoretische Betrachtung anschließt. Auf der Grundlage der analytischen Betrachtungen wird eine gezielte Ausrichtung und Durchführung von Laborexperimenten angeschlossen, welche an verschiedenen Flüssigmetallkreisläufen durchgeführt werden. Ein sich anschließender Vergleich aus analytischen Berechnungen und Laborexperimenten zur Bewertung des jeweiligen Sensorprinzips bezüglich Genauigkeit, Dynamik, Selektivität und Empfindlichkeit sowie eine Bewertung der praktischen Einsetzbarkeit bildet den Kern der Arbeit. Umfangreiche theoretische Betrachtungen welche nicht direkt dem Zweck der Sache dienen sowie Informationen zu den Testkreisläufen werden im Anhang dargelegt. Für den Anwender wichtige Informationen und Zusammenhänge finden in stark verkürzter Weise Eingang in ein abschließendes Kapitel, welches sich mit der vergleichenden Charakterisierung der Sensorprinzipien befasst. Der sich anschließende Ausblick soll weiterführende Einsatz- und Applikationsmöglichkeiten der vorgestellten Messtechniken eröffnen, welche den Umfang der Arbeit bei ausführlicher Behandlung übersteigen würden.

*Im Verlauf der Arbeit werden Gleichungen und Relationen nummeriert, die für den weiteren Verständnissgewinn eine besondere Rolle spielen oder in Form einer Ableitung aufeinander aufbauen. Die weiteren, der Vollständigkeit halber aufgeführten Gleichungen, werden hingegen nicht nummeriert.*

Die vorliegende Dissertationsschrift wurde von Herrn D. Buchenau während seiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf erstellt und vom Karlsruher Institut für Technologie (Fakultät Maschinenbau) als Dissertation angenommen.

## 1.2 Abstract

Control of the flowrate of liquid metals is required in a number of technological processes such as the cooling of nuclear reactors, transmutation systems and the dosing and casting of liquid metals. Electromagnetic flowmeters play an important role in the diagnostics and automatic control of such processes. For example, the electromagnetic control of a casting process can be used to improve the quality of products by reducing their brittleness and increasing durability at high production efficiency, especially for complex shape components. A number of different electromagnetic flowmeter designs have been developed starting from the end of the forties of the last century. One such flowmeter—the magnetic flywheel, which is described in the textbook of Shercliff uses the electromagnetic force exerted by the flow on a close magnet. Commercial electromagnetic flowmeters are typically based on the flow-induced electrical voltage measurements by electrodes in direct contact to the melt in a steady magnetic field. In view of the typical problems coming along with applications at liquid metal flows such as high temperatures, interfacial effects and corrosion, the main disadvantage of this type of flow meter is the electrical contact to the liquid metal, which is necessary to measure the electric potential difference. Therefore, contactless operating measurement techniques are very attractive for liquid metal applications. This contact often becomes unreliable at high temperatures or due to interfacial effects and corrosion. Therefore, contactless operating measurement techniques

are very attractive for liquid metal applications. Such flowrate sensors are based on the flow-induced disturbance of an externally applied AC magnetic field which manifests itself by a modified amplitude or a modified phase of the AC field. This work deals with the development of new concepts for contactless operating measurement techniques.

The so called phase-shift sensor consists in applying an external alternating magnetic field and measuring the flow-induced phase-shift at two measuring positions. Such flow rate sensors are based on the flow-induced disturbance of an externally applied AC magnetic field which manifests itself by a modified amplitude or a modified phase of the AC field.

In addition, a simple and robust sensor design has been developed employing a single rotating magnet, the rotation rate of which is proportional to the flow rate in the pipe. Compared to the concept of the Lorentz force velocimetry, the signal of the rotating magnet is independent on the electrical conductivity of the flowing melt, hence independent on the temperature. Both flow rate sensors have been demonstrated at liquid metal test loops for which comparative flow rate measurements are already existing.

Both conceptual designs were compared on different liquid metal loops together with the so called magnetic flywheel, described in the textbook of Shercliff (J.A. Shercliff, *The Theory of Electromagnetic Flow-Measurement*, Cambridge University Press, 1962). The magnetic flywheel consists of a pivot-mounted soft iron plate on which permanent magnets are arranged in equidistant distances to each other. In the frame of the performed analytical and experimental investigations of this work the underlying functional principle was found to be different to comparable descriptions in related journal publications. Especially for the interpretation of measurement results in experimental or industrial applications this result is from a crucial importance.

The present work is organized as follows. After a general and historical overview in the introduction, the stand of the arts concerning flowrate measurement techniques will be discussed, followed by a survey concerning the basics about electro- and fluid dynamics, which can be combined to the so called MHD-approximation. In the following section the basic equations in MHD will be explained and associated with the governing equations in electrodynamic potential measurements and the principles concerning the electromagnetic retroaction of induced magnetic field. Chapter 3 introduces the phase-shift sensor, the rotating magnet and the magnetic flywheel by means of an theoretical description followed by a detailed description pertaining to the electromechanical embodiments. Each flowmeter is described in detail concerning system properties, alignments and the influence of internal and external measurement uncertainties. The second half of chapter three consists of the experimental investigations under test- and implementation conditions performed on different liquid metal loops, followed by an detailed characterization of the flowmeters concerning sensitivity, resolution and measurement threshold. The present work is concluded by an outlook in chapter 4 and a summary in chapter 5. Some information regarding mathematical derivations and specifications of the test-loops are infixed in chapter 6.

## 2 Einleitung

### 2.1 Allgemeiner Überblick

Die Zeit kommt aus der Zukunft, die nicht existiert, in die Gegenwart, die keine Dauer hat, und geht in die Vergangenheit, die aufgehört hat zu bestehen.

---

*(Augustinus von Thagaste)*

Technische Entwicklung verläuft im allgemeinen nicht graduell, sondern orientiert sich wesentlich an der Entfaltung der Wissenschaft, den materiellen und kulturellen Bedürfnissen der jeweiligen Gesellschaftsform, sowie den Veränderungen der natürlichen Umgebungsbedingungen. Kurz gesagt liegt der technischen Entwicklung ein Punktualismus zugrunde, welcher sich weitestgehend an wissenschaftliche oder gesellschaftspolitische Initialereignisse bindet. Das Wesen der modernen, industriellen Technik lässt sich durch vier miteinander verschränkten Charakteristiken beschreiben. Der zielgerichtete Einsatz der Naturwissenschaften führt zu einem Transfer von Erkenntnissen der allgemeinen Art zur speziellen, mittelbaren oder unmittelbaren Anwendung. Einen besonderen Stellenwert nimmt dabei die Energiegewinnung (Erschließung und Ermittlung neuer Energiequellen) und die Produktionstechnik, bezüglich der Herstellung neuer Materialien und Produkte ein. Diese neuen Systeme der Energie- und Produktionstechnik bedürfen dabei einer stetigen Anpassung an eine komplexe Automations- und Regelungstechnik, um der Charakteristik der Nachhaltigkeit, im Sinne der verbesserten Kontrolle von Abläufen und Prozessen und der damit verschränkten Schonung begrenzter Ressourcen gerecht zu werden.

Der Entwicklung von geeigneten Diagnosetechniken zur Prozessautomation von Kühlungs- und Verteilungssystemen, in welchen chemisch aggressive Stoffe in fluider oder gasförmiger Form bei hohen Temperaturen transportiert werden, kommt dabei in verschiedenen Anwendungsbereichen eine zentrale Bedeutung zu. Bis zum heutigen Zeitpunkt gibt es bezogen auf die Strömungs- und Durchflussmessung für elektrisch leitfähige Salz- und Metallströmungen keine kommerziell verfügbare oder brauchbare Lösungen. Wie bereits angedeutet wurde, zeichnen sich Metalle oberhalb ihrer Schmelztemperaturen durch eine hohe chemische Aggressivität aus und entziehen sich hauptsächlich dadurch dem Einsatzbereich kontaktbehafteter Messtechnik. Ein weiteres, für jedwede kontaktbehaftete Messtechnik limitierendes Kriterium ist das äußerst komplexe und nicht kontrollierbare Benetzungsverhalten flüssiger Metalle. Dem Mangel an leistungsfähiger und dauerstabiler Messtechnik stehen verschiedene, vielversprechende Anwendungsfelder gegenüber die nachfolgend kurz Erwähnung finden sollen, um die Ausgangsmotivation bezüglich der Entwicklung nicht kontaktbehafteter Messtechnik als Kernpunkt der vorliegenden Arbeit zu verdeutlichen.

Eines der wichtigsten Einsatz- oder Aktionsfelder ist die metallverarbeitende Industrie. Eisen- und Nichteisenmetalle werden durch den technologisch anspruchsvollen Prozess des

Gießens in die Form von weiterverarbeitbaren Halbzeugen oder in aufwendige Endformen gebracht. Wichtige Automationsparameter sind dabei Durchflussrate- und Geschwindigkeit, ohne deren Kenntnis und Kontrolle keine Prozessführung möglich ist. Zwei weitere, wichtige Applikationsfelder für kontaktlos operierende Durchfluss- und Strömungssensoren ergeben sich einerseits aus der Notwendigkeit des Verständnisses der thermohydraulischen Vorgänge bezüglich Energie- und Massentransport in metallgekühlten Reaktorsystemen der vierten Generation. Andererseits finden derartige Sensorsysteme ebenfalls Anwendung in künftig geplanten Transmutationssystemen, in welchen flüssiges Blei oder Bleilegierungen als Radiator- bzw. Kühlmittel eingesetzt werden, um hoch toxische, langlebige Isotope in weniger toxische Isotope verringerter Halbwertszeiten umzuwandeln. Die Operationsstabilität und Effizienz solcher Anlagen ist wiederum im hohen Maße von einer stabilen und kontinuierlichen Prozessführung bezüglich der Flüssigmetallströmung abhängig.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, leistungsfähige Alternativen zur kontaktbehafteten Strömungs- und Durchflussmessung zu finden, in theoretischen und praktischen Untersuchungen auf ihre Leistungsfähigkeit zu überprüfen und schließlich bezüglich ihres zugrunde liegenden Messeffektes zu konditionieren. Die charakteristischen Anwendungsgrenzen aller vorzustellenden Funktionsprinzipien ergeben sich einerseits aus den Materialeigenschaften des strömenden Fluids sowie aus den Prozessgrößen. Gegenüber dem physikalischen Funktionsprinzip muss von Fall zu Fall die praktische Realisierbarkeit bezüglich Genauigkeit, Dynamik, Selektivität und Empfindlichkeit der Messung abgewogen werden. Neben den vorzustellenden Funktions- und Einsatzprinzipien wird sich diese Arbeit weiterhin mit unerwünschten Nebeneffekten der Durchfluss- und Geschwindigkeitsmessung, wie thermischer Expansion, Temperaturdrift und der zeitlichen Auflösungsstabilität gegenüber elektromagnetischer Fremdeinwirkung beschäftigen.

## 2.2 Geschichtlicher Überblick und Einordnung

Bereits eingangs wurde erwähnt, dass sich die Entwicklung der Technik an den materiellen und kulturellen Bedürfnissen der Gesellschaft, sowie den Veränderungen der Umweltbedingungen der sie unterlegen ist, orientiert und ausprägt. Die Ursprünge der bedeutenden ersten Gemeinwesen (Nevali Cori, Jericho, Catalhöyük, Mohenjo Daro, Harappa) und Zivilisationen (Jiroft-Kultur, Chaldäa, Ägypten) entwickelten sich fast ausnahmslos in der Umgebung großer Ströme, da ein Gemeinwesen unter anderem nur funktionieren kann, wenn eine stabile Versorgung mit Wasser als Lebens- und Produktionsmittel gewährleistet ist und sich auf dieser Basis eine, bezüglich ihrer Spezialisierungen, differenzierte Gesellschaft ausbilden kann [1, 2, 3]. So verwundert es nicht, dass sich die Ursprünge der Durchfluss- und Mengenbestimmungen in der Entwicklungsperiode der Menschheit zu einem Zivil- und Gemeinwesen finden.

Die ersten Wasserversorgungssysteme bestanden aus offenen Gerinnen, deren Durchfluss mit einer als „al Kadus“ bezeichneten Klepsydra bereits 1500 v.Chr. bestimmt wurde. Den wichtigsten Beitrag zur Entwicklung von Wasserversorgungssystemen in der Antike kommt dem römischen Staats- und Gemeinwesen zu. Besonders im ersten nachchristlichen Jahrhundert wurde vom Wasserbeauftragten der Stadt Rom ‘Sextus Julius Frontinus‘ ein

komplexes Aufbereitungs- und Verteilungssystem verwirklicht, in dem genormte, geschlossene Rohrsysteme zur gleichmäßigen Mengenverteilung zum Einsatz kamen. Die ersten Strömungsgeschwindigkeitsmesser gehen ebenso auf das erste nachchristliche Jahrhundert zurück. Der römische Architekt ‘Marcus Vitruvius Polio‘ setzte zu diesem Zweck an der Wasseroberfläche positionierte Schraubenräder ein, um die Strömungsgeschwindigkeit in offenen Gerinnen zu beurteilen [4]. Die Fortschrittlichkeit und Effizienz dieser frühen Leistungen kann an der Tatsache bemessen werden, dass bis zu Lebzeiten von Leonardo da Vinci (1452-1519) und Toricelli (1608-1647) keine nennenswerten technischen Neuerungen erlangt wurden. Die erste industrielle Revolution (13. Jahrhundert) in Europa konzentrierte sich auf die Nutzung der Kraft des fließenden Wassers, eine wissenschaftliche Betrachtung der Hintergründe und Zusammenhänge blieb jedoch lange aus. Besonders Toricellis Arbeiten können als Grundlage für die Entwicklung der ersten Wirkdruckzähler aufgefasst werden. Daniell Bernoulli (1700-1782) und Leonard Euler (1707-1783) begründeten das theoretische Fundament der Strömungslehre, ohne deren Verständnis keine weiteren Entwicklungen denkbar gewesen wären. Giovanni Battista Venturi (1746-1822) benutzte diese gewonnenen Ergebnisse, um eine Theorie der Durchflussbestimmung mittels Wirkdruckmessung zu entwickeln. Wie der bisherigen Abfolge der Ereignisse zu entnehmen ist, spielt die Verteilung von Wasser als Grundstoff des Lebens eine zentrale Rolle bezüglich der Entwicklung von Durchfluss- und Strömungsmesseinrichtungen.

Mit der einsetzenden zweiten industriellen Revolution in Europa zu Beginn des 19. Jahrhunderts und der mit ihr verschränkten Diversifizierung der Wissenschaft [1820-Elektromagnetismus (Oersted), Elektrodynamik (Ampere), 1831-Elektromagnetische Induktion (Faraday)], wurde die Durchfluss- und Strömungsgeschwindigkeitsmessung zunehmend auch für industrielle Anwendungen interessant. Faraday (1791-1867) führte im Jahre 1833 basierend auf den von ihm entdeckten und nach ihm benannten Induktionsgesetz Strömungsmessungen in der Londoner Themse durch (Abbildung 2.1) [5]. Allerdings wurde der durch die Interaktion von Erdmagnetfeld und Flusströmung bewirkte Messereffekt durch Polarisationsströme und durch Kurzschlusseigenschaften des besser leitfähigen Flussbettes verfälscht. Das von Faraday vorgeschlagene Messprinzip konnte allerdings im Jahre 1851 erfolgreich von Wollaston umgesetzt werden. Die von ihm durchgeführten Versuche fanden mit Hilfe der im englischen Kanal verlegten Unterseekabel statt, in welche durch die Wirkung von Gezeitenkräften auf das leitfähige Meerwasser Spannungen induziert wurden, die mit der damaligen verfügbaren Messtechnik aufgelöst werden konnten [6].

Mit diesen Versuchen war die Verwendbarkeit der induktiven Strömungsmessung belegt, aber auf Grund der nicht befriedigend arbeitenden Messtechnik kommerziell nicht einsetzbar. Deshalb wurden bis zum anbrechenden zwanzigsten Jahrhundert nur mechanische Durchfluss- und Strömungsmessgeräte im großen Rahmen industriell gefertigt und eingesetzt. Als wichtige Vertreter sind dabei die europaweit eingesetzten Ein- und Mehrstrahlzähler zu nennen. Die weitere intensive Entwicklung der Elektrodynamik und Elektrotechnik (1864-Elektrodynamik (Maxwell), 1905-Elektrodynamik der bewegten Körper (Einstein)) führte zu einem besseren Verständnis der induktiven Messmethoden, die erstmals um 1920 zur Geschwindigkeitsmessung von Schiffen (Schiffslog) eingesetzt wurden [7].

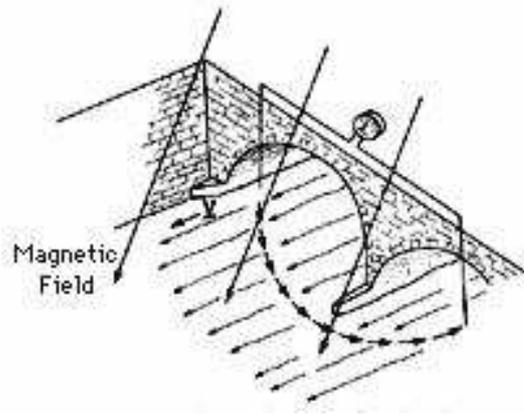


Abbildung 2.1: Faradays Waterloo-Brückenexperiment [5].

Weitere fundamentale, theoretische Arbeiten von Hartmann (Strömung leitfähiger Medien unter Magnetfeldeinfluss-1937), Thürlemann (Theorie zum induktiven Durchflussmesser-1941), Shercliff (Einfluss des Profils beim induktiven Durchflussmesser-1954) und Engl (Relativistische Theorie des induktiven Durchflussmessers-1962) führten mit der Entwicklung des Transistors, als Grundelement der Mess-, Sensor- und Rechentechnik, zu einem verstärkten Einsatz des elektrodenbehafteten, induktiven Durchflussmessers in der Industrie und Technik [8, 9, 10]. Weiterführende Arbeiten zum induktiven Durchflussmesser mit Messelektroden beschäftigen sich bis zum heutigen Tag mit seiner Anwendungs- und Funktionsoptimierung. Stellvertretend für eine Vielzahl von Arbeiten seien die Publikationen von H. G. Elrod und M. K. Bevir genannt, deren Untersuchungen sich auf den Einfluss nicht rotationssymmetrischer Strömungen auf das Ausgangssignal des kontaktbehafteten, elektromagnetischen Durchflussmessers beziehen [11, 12]. Die Veröffentlichungen von W.L. Engl behandeln den Einfluss eines inhomogenen Magnetfeldes auf das Ausgangssignal des kontaktbehafteten, elektromagnetischen Durchflussmessers [13, 14]. Ein umfangreicher Überblick möglicher Ansätze für kontaktlose Durchflussmesser wird in der Arbeit von M. Zecha [15] gegeben. Besondere Bedeutung kommt immer wieder der Fragestellung zu, welche Abweichungen bezüglich der Messwerte auftreten, wenn die Strömung helikale oder rotationsasymmetrische Anteile hat, beziehungsweise die Strömung bezüglich ihrer Leitfähigkeit Inhomogenitäten aufweist [16, 17, 18]. Besonders durch die schnell voranschreitende Entwicklung der Mess- und Rechentechnik im letzten Drittel des zwanzigsten Jahrhunderts etablierten sich neben verbesserten induktiv und mechanisch (Vortex- und Coriolisdurchflussmessern) arbeitenden Prinzipien der Durchfluss- und Strömungsmessung auch Messtechniken, die den klassischen Dopplereffekt als Funktionsgrundprinzip benutzen (Ultraschallmethoden seit ca. 1980, Laser-Doppler-Anemometrie seit ca. 1990). Die Vorteile dieser Anwendungen sind mit den technischen Anforderungen, bezüglich kontaktloser Messung (LDA) oder dem Einsatz unter komplizierten technischen Bedingungen (Reaktivität, Interphaseneffekte und hohen Prozesstemperaturen) gewachsen [17, 19]. Diese Entwicklungsrichtung soll von dieser Arbeit unterstützt werden, wobei die induktive Strömungsgeschwindigkeitsmessung vollständig vom Messobjekt entkoppelt werden soll. Die dabei zu erwartenden und auftretenden Schwierigkeiten wurden bereits in der allgemeinen Einleitung umrissen.

## 2.3 Stand von Wissenschaft und Technik

Bis zum heutigen Zeitpunkt wurden eine Vielzahl von Durchflussmessern der unterschiedlichsten Funktionsprinzipien entwickelt. Eine besondere Rolle spielen dabei die verschiedenen elektromagnetischen Ausführungsformen von Durchflussmessern, die nur einen marginalen, bzw. keinen Kontakt zum strömenden Fluid benötigen. Die einfachste Realisierung elektromagnetischer Durchflussmesser besteht in der Messung des elektrischen Feldes, welches durch eine bekannte oder unbekannte Strömung in Interaktion mit einem von außen aufgebracht, magnetischen Feld induziert wird. Besondere Bedeutung kommt dabei der Fragestellung zu, in welcher Art und Weise ein homogenes Feld der magnetischen Induktion mit einer asymmetrischen Strömungsverteilung wechselwirkt [12]. Ähnliche theoretische Ansätze gehen von einer homogenen, symmetrischen Strömung in Wechselwirkung mit einem inhomogenen Feld der magnetischen Induktion aus [13, 14]. Einige Arbeiten der Fachliteratur beschäftigen sich mit den im Fluid wirkenden Kräften, welche durch die Wechselwirkung eines von außen aufgeprägten Induktionsfeldes mit der Strömung induziert werden [20]. Weiterführende Arbeiten beziehen sich auf spezielle Aspekte der kontaktbehafteten, elektromagnetischen Durchflussmessung, wie spezielle Kanalgeometrien oder deren leitfähige Wandungen [21, 22, 23, 24]. Der anwendungsspezifisch vordergründigste Nachteil dieser Art der Durchflussbestimmung ist der notwendige elektrische Kontakt zum strömenden, leitfähigen Medium, neben den nicht weniger schwerwiegenden Nachteilen temperaturabhängiger Korrosion der Kontakte und interphasenabhängiger Effekte, wie die Benetzung der Messelektroden. Auch die lokalen Messtechniken, wie die Leitfähigkeitsanemometer unterliegen den Auswirkungen genannter Effekte [26, 27, 28, 29, 30]. Alternativ sollen in dieser Arbeit kontaktlose Methoden der Strömungsmessung vorgestellt werden, die in der Lage sind, jene zuvor genannten Nachteile zu überwinden. Eine rein elektromagnetische Realisierung kontaktloser Messmethoden ist die sogenannte Strömungstomographie [25, 30].

Die erste Realisierung eines kontaklosen Durchflussmessers, der im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelt und zum Patent angemeldet wurde, basiert auf dem Funktionsprinzip eines Transformators und beruht im wesentlichen darauf, dass das von einem alternierenden, magnetischen Feld induzierte elektrische Feld durch eine geschickte Anordnung der Empfänger mechanisch entkoppelt vom System gemessen werden kann [31, 32]. Der Einsatz von periodisch erregten Magnetfeldern ermöglicht es, dass der Auswertung der strömungsproportionalen Messsignale drei Bestimmungsgrößen zur Verfügung stehen (Amplitude, Phase und Frequenz). Der theoretisch zu realisierende Messeffekt lässt sich in erster Näherung durch die dimensionslose Kenngröße der für das eingesetzte System typischen magnetischen Reynoldszahl ( $Rm = \mu_0 \sigma v_0 L_0$ ) bestimmen. Die Auswertung der strömungsinduzierten Differenzspannung zwischen den Empfängerspulen ist ein leicht umsetzbares Verfahren, welches sehr empfindlich auf äußere elektromagnetische Störungen oder mechanische Beeinflussungen reagiert. Die Messung der strömungsinduzierten Phasenverschiebung zwischen den Empfängersignalen hat sich als robust und als anwendungstechnisch praktikabel erwiesen. Im Zusammenhang mit der auf dem Markt erhältlichen Lock-in Verstärkertechnik kann die strömungsinduzierte Phasenverschiebung sehr schmalbandig detektiert werden [33, 34, 35, 36]. Durch die Proportionalität der Messgröße zur magnetischen Reynoldszahl reagiert das Verfahren auf temperaturbedingte Änderungen

der elektrischen Leitfähigkeit, wie auch auf Änderungen der Strömungsgeschwindigkeit gleichermaßen. Besonders unter Einsatzbedingungen kann die prozessbedingte Veränderung der elektrischen Fluidleitfähigkeit nicht ausgeschlossen werden. Anhand der theoretischen Beschreibung des Messverfahrens und der Behandlung der Kompensationsmethoden bezüglich äußerer, wie auch prinzipbedingter Störeinflüsse werden Lösungsansätze detailliert vorgestellt und diskutiert.

Im Gegensatz zum zuvor beschriebenen Phasensensor, dessen anregendes Magnetfeld durch eine mit Wechselstrom versorgte Senderspule erzeugt wird, soll ein kontaktloses Durchflussmesserkonzept diskutiert werden, dessen Magnetfeld von einem Permanentmagneten bereitgestellt wird. Durch eine entsprechende Wahl der mechanischen Freiheitsgrade des Systems wird sichergestellt, dass die Durchflussmessung nicht auf einer Kraftmessung basiert die proportional zur elektrischen Leitfähigkeit des Fluids als auch zum Quadrat des angelegten Magnetfeldes ist. Das vorgestellte Verfahren wurde patentiert und in verschiedenen Journalen publiziert. Das Funktionsprinzip [33, 37] beruht auf den folgenden Zusammenhängen. Die Bewegung eines elektrisch leitfähigen Fluids im magnetischen Feld eines drehbar gelagerten und diametral magnetisierten Permanentmagneten verursacht die Induktion einer elektrischen Stromdichte im Fluid. Der induzierte elektrische Strom verursacht, entsprechend dem Ampereschen Gesetz ein Feld, welches sich dem applizierten Permanentmagnetenfeld überlagert. Die durch die Strömung verursachte Rotation des Magneten verursacht ihrerseits die Induktion einer elektrischen Stromdichte im Fluid, welche entsprechend der Lenz'schen Regel ihrer Ursache (Rotation) entgegenwirkt. Der drehbar gelagerte Permanentmagnet wird in Folge der Wechselwirkung mit der Strömung solange beschleunigt, bis das durch die Rotation verursachte magnetische Drehmoment das antreibende, strömungsinduzierte magnetische Drehmoment ausgleicht. Unter konstanten Strömungsbedingungen wird sich ein in Abhängigkeit von der Geometrie des Strömungskanals bedingtes Gleichgewicht der Rotationsfrequenz einstellen [38, 39]. Diese Betrachtung beinhaltet allerdings, dass die Lagerreibungsverluste des drehbar gelagerten Permanentmagneten klein im Vergleich zum antreibenden magnetischen Drehmoment sind. Eine weitere Konsequenz geringer Lagerreibungsverluste ist, dass das betrachtete Messsystem unabhängig von der magnetischen Induktion des Permanentmagneten und der elektrischen Leitfähigkeit des Fluides arbeitet. Die Verringerung der Lagerreibungsverluste hat sich während der Untersuchungen als eine technische Herausforderung herausgestellt, da die Eigenschaften der verwendeten Lager bei hohen Temperaturen höhere Reibungswerte aufweisen und sich somit in der Empfindlichkeit des Messsystems niederschlagen.

Ein weiteres Prinzip der kontaktlosen Durchflussmessung elektrisch leitfähiger Flüssigkeiten ist bereits in dem Buch (J.A. Shercliff, *The Theory of Electromagnetic Flow-Measurement*, Cambridge University Press, 1962) beschrieben und soll vergleichsweise zu den vorangestellten Konzepten untersucht werden [24, 40]. Das dritte in dieser Abhandlung zu betrachtende Konzept besteht in einer Anordnung von Permanentmagneten auf einem Drehteller, der bei geeigneter Platzierung relativ zum Strömungskanal durch die Strömung in Rotation versetzt wird. Weitere Ausführungsvarianten der Drehmomentmessung sind in dem Buch [41] und in den Publikationen [42, 43] beschrieben. Ein wichtiges Untersuchungsergebnis dieser Arbeit ist, dass das grundlegende physikalische Funktionsprinzip anhand analytischer Betrachtungen und Experimente konkreti-

siert und darüber hinaus eine seit J.A. Shercliffs Veröffentlichung bestehende Fehlinterpretation des Wirkungsprinzips korrigiert werden konnte. Dem bisherigen Verständnis der strömungsbedingten Kraft- bzw. Drehmomentmessungen war gemeinsam, dass die zu messende Kraft- oder Drehmomentwirkung proportional zur elektrischen Leitfähigkeit, als auch zum Quadrat des angelegten Magnetfeldes ist. Die Messung lieferte demzufolge nicht unmittelbar den Durchfluss, sondern das Produkt aus mittlerer Strömungsgeschwindigkeit und der elektrischen Leitfähigkeit der bewegten Flüssigkeit. Die Bestimmung des Durchflusses erforderte die Kenntnis der temperaturabhängigen elektrischen Leitfähigkeit. Die quadratische Abhängigkeit vom aufgeprägten Magnetfeld kann in Abhängigkeit von der Strömung dazu führen, dass für ein ausreichendes Messsignal relativ hohe Magnetfelder angelegt werden müssen, die wiederum die Strömung beeinflussen. Anhand der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, dass das tatsächliche Wirkungsprinzip dem des Rotierenden Magneten mit allen verbundenen Konsequenzen gleich ist. Das Verfahren hat sich entsprechend dem experimentellen Befund als sehr robust erwiesen, insofern die temperaturabhängigen Lagerreibungsverluste technisch beherrschbar sind. Ein augenscheinliches Problem ergibt sich aus den relativ hohen bewegten Massen. Das hohe Trägheitsmoment verringert die Sensitivität der Anordnung gegenüber zeitlich veränderlichen Durchflüssen. Besonders anhand jenen Nachteils wird der Wert und Vorteil des Rotierenden Magneten deutlich.

## 2.4 Elektrodynamik und MHD-Approximation

Im folgenden Kapitel sollen im Sinne der Vollständigkeit und eines besseren Verständnisses die Grundlagen der Elektrodynamik und jene physikalisch begründeten Annahmen wiederholt werden, die in der Magnetohydrodynamik als MHD-Approximation bezeichnet werden.

### 2.4.1 Elektrodynamik

Entsprechend der speziellen Relativitätstheorie sind alle Naturgesetze in der Form von Beziehungen zwischen Tensoren einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit darstellbar. Eine charakteristische Folge daraus ist, dass die Naturgesetze invariant gegenüber der Lorentz-Gruppe  $O(3, 1)$  sind. Die Maxwell-Gleichungen der Ruhe, als Grundgleichungen der Elektrodynamik, erfüllen diese Eigenschaft, wobei die ihnen zugeordneten Materialgleichungen und das Ohmsche Gesetz erst entsprechend erweitert werden müssen. Im Folgenden ist es für die kovariante Darstellung der Gleichungen von Vorteil das Gaußsche cgs-System zu verwenden, währenddessen im Weiteren die Gleichungen in vektorieller Form im MKSA-System erscheinen [44, 45, 46].

### 2.4.2 Definition von Viererdivergenz und Viererpotential

$$\text{Kovariante Form:} \quad j^\mu := (c_0 \rho_e, \vec{j}) \quad \text{und} \quad A^\mu := (\varphi, \vec{A})$$

Dabei bezeichnen  $\vec{j}$  die Stromdichte,  $c_0$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit,  $\varphi$  das elektrische Potential,  $\rho_e$  die Raumladungsdichte und  $\vec{A}$  das magnetische Vektorpotential. Die Kontinuitätsgleichung ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \text{Kovariante Form:} \quad & \partial_\mu j^\mu = 0, \\ \text{Vektorielle Form:} \quad & \partial_t \rho_e + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0. \end{aligned}$$

Die notwendige Lorentz-Eichbedingung lautet:

$$\begin{aligned} \text{Kovariante Form:} \quad & \partial_\mu A^\mu := 0, \\ \text{Vektorielle Form:} \quad & \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + (\mu_0 \epsilon_0)^{-1} \partial_t \varphi := 0. \end{aligned}$$

Als Skalar ist die Lorentz-Eichbedingung wieder invariant unter Lorentz-Transformation. Die Coulomb-Eichung  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  erfüllt diese Bedingung bekanntermaßen nicht. Für die kompakte, kovariante Darstellung der homogenen und inhomogenen Maxwell-Gleichungen ist es notwendig, den kontravarianten, antisymmetrischen Feldstärketensor  $F^{\mu\nu}$  (Faraday-tensor) zu definieren, welcher alle Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes enthält.

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

Seine kovariante Form erhält man schließlich durch Indexkontraktion.

$$F_{\mu\nu} = g_{\mu\alpha} F^{\alpha\kappa} g_{\kappa\nu} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & -B_z & B_y \\ -E_y & B_z & 0 & -B_x \\ -E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

Der Metriktensor wird durch  $g_{\mu\alpha}$  bzw. durch  $g_{\kappa\nu}$  bezeichnet. Die kovariante Form des antisymmetrischen Feldstärketensors kann wiederum dazu benutzt werden, den sogenannten dualen Faradaytensor entsprechend:

$$F^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\kappa\alpha} F_{\kappa\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & -B_x & -B_y & -B_z \\ B_x & 0 & E_z & -E_y \\ B_y & -E_z & 0 & B_x \\ B_z & E_y & -E_x & 0 \end{pmatrix}$$

abzuleiten, wobei für den kontravarianten Epsilon-Tensor analog zum dreidimensionalen Fall gilt [44, 47, 48]:

$$\epsilon^{\mu\nu\kappa\alpha} = \begin{cases} +1; & \mu, \nu, \kappa, \alpha \text{ zyklisch} \\ -1; & \mu, \nu, \kappa, \alpha \text{ antizyklisch} \\ 0; & \text{sonst.} \end{cases}$$

Mit dem ko- und kontravarianten, bzw. dem dualen Feldstärketensor können die Maxwell-Gleichungen nachfolgend notiert werden.

### 2.4.3 Erste Gruppe: Die homogenen Maxwell-Gleichungen

$$\text{Kovariante Form:} \quad \partial_\mu F^{\mu\nu} = \partial^\mu F^{\nu\kappa} + \partial^\nu F^{\kappa\mu} + \partial^\kappa F^{\mu\nu} = 0$$

$$\text{Vektorielle Form:} \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} + \partial_t \vec{B} = 0, \quad \text{sowie} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Die erste Gruppe der Maxwellschen Gleichungen enthält somit das Induktionsgesetz, sowie das Gesetz der Divergenz- oder Quellenfreiheit des magnetischen Feldes.

### 2.4.4 Zweite Gruppe: Die inhomogenen Maxwell-Gleichungen

Kovariante Form:  $\partial_\mu F^{\mu\nu} = \frac{4\pi}{c_0} j^\nu$

Vektorielle Form:  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \partial_t \vec{E}$ , sowie  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_e \epsilon_0^{-1}$

Die zweite Gruppe der Maxwell'schen Gleichungen enthält somit das Durchflutungsgesetz und das Gaußsche Gesetz.

### 2.4.5 Transformation der Felder

Da Geschwindigkeitsmessungen immer ein Bezugssystem voraussetzen, zu welchem die Geschwindigkeiten relativ gemessen werden, soll das Transformationsverhalten der elektrischen und magnetischen Feldkomponenten im antisymmetrischen Feldstärketensor betrachtet werden. Es wurde bereits erwähnt, dass die Maxwellgleichungen forminvariant gegenüber Lorentztransformationen sind. Für das im Weiteren wichtige Ohmsche Gesetz gilt diese Eigenschaft allerdings nicht, so dass die Felder entsprechend angepasst werden müssen [45]. Die allgemeingültige Transformationsvorschrift für Tensoren zweiter Stufe lautet [47, 48]:

$$(F')^{\mu\nu} = L^\mu_\kappa L^\nu_\alpha F^{\kappa\alpha}.$$

Demzufolge bewegt sich das System  $\sum'$  mit einer allgemeinen Geschwindigkeit  $\vec{v}$  in x-Richtung. Die zwischen dem Laborsystem  $\sum$  und bewegten System  $\sum'$  vermittelnde Boosttransformation wird durch die Transformationskoeffizienten  $L^\mu_\kappa$  bzw.  $L^\nu_\alpha$  vermittelt und beeinflusst die Feldkomponenten des antisymmetrischen Feldstärketensors in der folgenden Art:

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, & B'_x &= B_x, \\ E'_y &= \gamma(E_y - \beta B_z), & B'_y &= \gamma(B_y + \beta E_z), \\ E'_z &= \gamma(E_z + \beta B_y), & B'_z &= \gamma(B_z - \beta E_y). \end{aligned}$$

Wobei für das Boost-Geschwindigkeitsverhältnis  $\beta = v c_0^{-1}$  und den Lorentzfaktor  $\gamma = (1 - \{v^2/c_0^2\})^{-1/2}$  gilt. Eine Verallgemeinerung der Boost-Transformationskomponenten lässt sich wie folgt angeben:

$$\vec{B}' = \gamma \vec{B} - \frac{\gamma - 1}{v^2} (\vec{B} \cdot \vec{v}) \vec{v} - \frac{\gamma}{c_0} [\vec{v} \times \vec{E}],$$

$$\vec{E}' = \gamma \vec{E} - \frac{\gamma - 1}{v^2} (\vec{E} \cdot \vec{v}) \vec{v} - \frac{\gamma}{c_0} [\vec{v} \times \vec{B}].$$

Der nichtrelativistische Grenzfall  $v \ll c_0$  verändert die Komponenten des antisymmetrischen Feldstärketensors in der Form, dass  $\gamma = (1 - \{v^2/c_0^2\})^{-1/2} \approx 1$  gesetzt werden kann und sie dadurch in der folgenden Form erscheinen.

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x & B'_x &= B_x \\ E'_y &= E_y - \beta B_z & B'_y &= B_y + \beta E_z \\ E'_z &= E_z + \beta B_y & B'_z &= B_z - \beta E_y \end{aligned}$$

### 2.4.6 Ohmsches Gesetz

Das Ohmsche Gesetz wird unter der Annahme einer isotropen, elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$  im mit dem Fluid bewegten System  $\Sigma'$  zu:

$$\vec{j}' = \sigma \vec{E}' = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}).$$

Darin bezeichnet  $\vec{v}$  die Geschwindigkeit im Laborsystem  $\Sigma$ . Die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma$  wird weiterhin als skalare Größe betrachtet. Im Laborsystem ergibt sich die Stromdichte zu:

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) + \rho_e \vec{v}.$$

### 2.4.7 Coulomb- und Lorentzkraft

Ein Beobachter im bewegten System  $\Sigma'$  registriert nur die Coulombkraft

$$\vec{F}'_e = q\vec{E}',$$

währenddessen unter der Annahme  $v \ll c_0$  im Laborsystem

$$\vec{F}_e = q_e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}),$$

gilt. Coulomb- und Lorentzkraft sind nur unterschiedliche Aspekte ein- und derselben elektromagnetischen Kraft. Weiterhin bezeichnet  $q_e$  die elektrische Ladung.

### 2.4.8 MHD-Approximation

Die Maxwell'schen Gleichungen und deren Transformationsverhalten vereinfachen sich wesentlich, wenn die folgenden, wichtigen Ausgangsbedingungen erfüllt sind, aus denen sich weitere Annahmen ableiten lassen [49, 50].

- ◇  $v \ll c_0$  (Nichtrelativistischer Grenzfall)
- ◇  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  (Fluid ist nicht magnetisierbar)
- ◇  $\rho_e \cong 0$  (Fluid ist quasineutral)

Aus den Forderungen bezüglich hoher Leitfähigkeit und Quasineutralität des Fluids können sehr kurze Ladungsträgerrelaxationszeiten  $\tau_R$  abgeleitet werden. Verwenden wir das Ohmsche Gesetz im Ruhesystem, das Gaußsche Gesetz und die Kontinuitätsgleichung, ergibt sich nach Anwendung des Divergenzoperators auf das Ohmsche Gesetz:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\partial_t \rho_e = \sigma \vec{\nabla} \cdot \vec{E} + \sigma \vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}).$$

Einsetzen des Gaußschen Gesetzes ergibt mit  $\vec{v} = 0$  einen Ausdruck für die zeitliche Änderung der Raumladungsdichte:

$$\partial_t \rho_e = -\sigma \rho_e (\epsilon_0 \epsilon_r)^{-1},$$

aus welchem eine charakteristische Relaxationszeit  $\tau_R$  ermittelt werden kann:

$$\tau_R = (\sigma)^{-1} \epsilon_0 \epsilon_r.$$

Die Größenordnung der Relaxationszeiten flüssiger Metalle berechtigt weiterhin zu der Annahme, dass die dielektrische Verschiebungsstromdichte  $\partial_t \vec{D}$  gegenüber der Leitungsstromdichte  $\vec{j}$  vernachlässigt werden kann. Die MHD-Approximation bezüglich des Maxwell'schen Gleichungssystems kann unter Ausnutzung aller getroffenen Annahmen wie folgend zusammengefasst werden [49, 50]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \quad (2.1)$$

Das Gaußsche Gesetz ist unter der Voraussetzung geringer Frequenzen nicht mehr relevant. Das Ohmsche Gesetz und die Kontinuitätsgleichung ergeben sich zu:

$$\vec{j} = \sigma \left\{ \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right\}, \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0. \quad (2.3)$$

Der Hall-Term  $-(\frac{\mu_e}{\sigma}) \vec{j} \times \vec{B} = -\vec{v}_e \times \vec{B}$  kann aufgrund der geringen Ladungsträgerbeweglichkeit  $\mu_e$  im Ohmschen Gesetz vernachlässigt werden. Die mittlere Driftgeschwindigkeit

der Elektronen wird mit  $\vec{v}_e$  bezeichnet. Der Seebeck-Effekt  $\vec{j}\sigma^{-1} = -S\vec{\nabla}T$  sowie der Etingshausen-Nernst-Effekt  $\vec{j}\sigma^{-1} = -k(\vec{B} \times \vec{\nabla}T)$  liefern weitere Beiträge zum elektrischen Feld im Ohmschen Gesetz [45, 46, 50, 51]:

$$\vec{E}_{th} = -S\vec{\nabla}T - k(\vec{B} \times \vec{\nabla}T). \quad (2.4)$$

$S$  bezeichnet dabei den Seebeck-Koeffizienten und  $T$  die Temperatur. Da alle folgenden Untersuchungen und Experimente unter isothermen Bedingungen betrachtet werden und somit Temperaturgradienten  $\vec{\nabla}T$  im Fluid auszuschließen sind entfällt der thermische Beitrag des elektrischen Feldes im Ohmschen Gesetz.

## 2.5 Grundgleichungen der Magnetohydrodynamik

Die Magnetohydrodynamik (MHD) ist vom geschichtlich betrachteten Standpunkt eine relativ junge Disziplin und beschreibt die Interaktionsprozesse und Effekte zwischen der klassischen Fluidmechanik und Elektrodynamik. Damit sich diese Wechselwirkungsprozesse entfalten können, wird eine hinreichende elektrische Leitfähigkeit des fluiden Mediums vorausgesetzt. Im vorangegangenen Kapitel wurden die Gesetze der Elektrodynamik und die im Rahmen der MHD-Approximation gültigen Vereinfachungen rekapituliert. Der wesentliche Gedanke dieses Kapitels besteht in der überblicksartigen, mathematischen Zusammenfassung der wichtigsten Einflussvariablen und Parameter in der MHD.

Die Erhaltungsgleichungen bezüglich Masse, Impuls und Energie, sowie die Transportgleichung für die magnetische Induktion unterscheiden sich bezüglich des Kriteriums der Kompressibilität mit konstanten oder variablen Stoffwerten deutlich voneinander [49, 50, 52]. In dieser Arbeit sollen deshalb diese Gleichungen nicht nur hinsichtlich eines besseren Verständnisses sondern auch hinsichtlich der durchgeführten Experimente mit flüssigen Metallen in der inkompressiblen Form für konstante Stoffwerte aufgeführt werden. Die Massenkontinuitätsgleichung vereinfacht sich auf Grund der Vereinbarung auf die Betrachtung inkompressibler Fluide auf:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0. \quad (2.5)$$

Die Impulserhaltung für ein differentielles Volumenelement der mittleren Dichte  $\rho$  ergibt sich mit der Lorentzkraftdichte  $\vec{f}_L$  zu:

$$\rho D_t \vec{v} = \rho \left( \partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} p + \eta \vec{\nabla}^2 \vec{v} + \vec{f}_L, \quad (2.6)$$

wobei für  $\vec{f}_L$  gilt:

$$\vec{f}_L = \vec{j} \times \vec{B} = \mu_0^{-1} \left( \vec{B} \times \vec{\nabla} \times \vec{B} \right) = -\vec{\nabla} \left( \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \frac{1}{\mu_0} (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}. \quad (2.7)$$

Für laminare, rotationsfreie sowie stationäre Stömungen kann aus der Impulserhaltungsgleichung die Bernoulligleichung abgeleitet werden.

$$-\vec{\nabla} \left( p + \rho \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \right) + \rho \vec{g} = \text{konst.} \quad (2.8)$$

Die Erhaltungsgleichung für den Transport der magnetischen Induktion lässt sich unter Beachtung der Divergenzfreiheit des magnetischen Feldes und des Strömungsfeldes wie folgt angeben:

$$D_t \vec{B} = \partial_t \vec{B} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \eta_m \vec{\nabla}^2 \vec{B}. \quad (2.9)$$

Dabei stellt der Term  $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$  den konvektiven Transport der magnetischen Induktion dar. Der Term  $(\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$  repräsentiert die Änderung der magnetischen Induktion infolge Streckung und Stauchung der Fluidelemente. Die magn. Diffusivität  $\eta_m = (\mu_0\sigma)^{-1}$  stellt den Kehrwert des Produktes der absoluten Permeabilität mit der elektrischen Leitfähigkeit dar. Die Ableitung einer Erhaltungsgleichung für die totale Energie führt zu einer Transportgleichung der Temperatur:

$$\rho c_p \left( \partial_t T + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})T \right) = \lambda \vec{\nabla}^2 T + \frac{1}{\sigma} j^2 + Q. \quad (2.10)$$

Der vorangegangenen Gleichung ist zu entnehmen, dass der zeitliche Anstieg der Enthalpie  $\rho c_p \partial_t T$  den Verlust magnetischer Energie durch Joulsche Dissipation und den Verlust an kinetischer Energie durch viskose Dissipation balanciert. Eine übersichtlichere Darstellung der eingeführten Erhaltungs- und Transportgleichungen kann dadurch erreicht werden, dass sie in einer dimensionslosen Form dargestellt werden. Diese Entdimensionierung wird durch eine geeignete Skalierung auf charakteristische Größen des betrachteten Systems bezüglich aller Einflussvariablen und anzuwendender Operatoren erreicht [49, 50]. Die auf das System bezogenen Größen sind dabei mit dem Index 0 versehen.

$$\begin{aligned} \vec{v} &\Rightarrow \vec{v}^* v_0 & \vec{\nabla} &\Rightarrow \vec{\nabla}^* L_0^{-1} \\ t &\Rightarrow t^* \frac{L_0}{v_0} & \vec{B} &\Rightarrow \vec{B}^* B_0 \\ p &\Rightarrow p^* \rho v_0^2 & T &\Rightarrow T^* T_0 \\ \vec{j} &\Rightarrow \vec{j}^* \sigma v_0 B_0 & \vec{f}_L &\Rightarrow \vec{f}_L^* \sigma v_0^2 / L_0 \end{aligned}$$

Damit ergeben sich die entdimensionierte Impulsgleichung, sowie die Transportgleichungen für die Temperatur und die magnetische Induktion zu:

$$\partial_{t^*} \vec{v}^* + (\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{v}^* = -\vec{\nabla}^* p^* + Re^{-1} \nabla^{*2} \vec{v}^* + \vec{f}_L^* + N \left( \vec{j}^* \times \vec{B}^* \right), \quad (2.11)$$

$$\partial_{t^*} T^* + (\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^*) T^* = Pe^{-1} \nabla^{*2} T^* + Ec N j^{*2} + Q N \left( \vec{j}^* \times \vec{B}^* \right), \quad (2.12)$$

$$\partial_{t^*} \vec{B}^* + (\vec{v}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{B}^* = Rm^{-1} \nabla^{*2} \vec{B}^* + (\vec{B}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{v}^*. \quad (2.13)$$

Die Einführung der problem- oder geometrieabhängigen Skalen: charakteristische Geschwindigkeit  $v_0$ , magnetische Induktion  $B_0$  und Temperaturdifferenz  $\Delta T_0$  ergibt mit der charakteristischen Stromdichte  $j_0 = \sigma v_0 B_0$ , Massendichte  $\rho_0 = \rho v_0^2$  und dem charakteristischen elektrischen Potential  $\phi_0 = L_0 v_0 B_0$  die folgenden dimensionslosen Kennzahlen.

<i>Eckertzahl</i>	$Ec = \frac{v_0^2}{c_p \Delta T_0}$
<i>Hartmannzahl</i>	$Ha = \sqrt{Re N}$
<i>Interaktionsparameter</i>	$N = \frac{\sigma L_0 B_0^2}{\rho v_0}$
<i>Pecletzahl</i>	$Pe = \frac{\rho c_p v_0 L_0}{\lambda}$
<i>Reynoldszahl</i>	$Re = \frac{v_0 L_0}{\nu}$
<i>Magnetische Reynoldszahl</i>	$Rm = \mu \sigma L_0 v_0$

## 2.6 Grundgleichungen der elektrodyn. Potentialmessung

Das Grundproblem der elektrodynamischen Stömungsmessung ergibt sich aus dem Bestreben, eine messbare physikalische Größe aus der Interaktion eines bekannten Stömungsfeldes mit einem bekannten oder angenommenen Feld der magnetischen Induktion  $\vec{B}$  in einen möglichst einfachen, linearen Zusammenhang zu setzen. Um dieses Problem in seiner grundsätzlichen Struktur zu vereinfachen, sollen eingangs einige allgemeine und im Rahmen der MHD-Approximation gültige Annahmen getroffen werden.

So sei die Permeabilität des zu vermessenden Fluids gleich der Vakuumpermeabilität ( $\mu = \mu_0$ ). Darüber hinaus soll angenommen werden, dass die Leitfähigkeit des Materials ein Skalar, also isotrop und unabhängig vom aufgeprägten magnetischen Feld und der Stömung ist. Variationen bezüglich der Leitfähigkeit und thermoelektrische Effekte seien ebenfalls zu vernachlässigen. Eigenschaften von Metallen im soliden bzw. liquiden Zustand, wie Quasineutralität und kleine Ladungsrelaxationszeiten erlauben es, auch den Hall-Effekt zu vernachlässigen. Die durch die gegenseitige Interaktion vom angelegten magnetischen Feld und quasistationären Strömungsfeld induzierten Ströme seien ebenfalls stationär und folgen dem Ohmschen Gesetz Gl. (2.2). Mit  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$  und der Darstellung des elektrischen Feldes als Gradientenfeld des elektrischen Potentials  $\varphi$  ( $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$ ) folgt nach einmaliger Anwendung des Divergenzoperators [46, 52]:

$$\vec{\nabla}^2 \varphi = \vec{\nabla} \cdot [\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (2.14)$$

Dies ist die Grundgleichung der elektrodynamischen Strömungsmessung für ein quasistationäres Feld der Strömung und der magnetischen Induktion, welche die Verteilung des elektrischen Potentials angibt. Die Leitfähigkeit des zu vermessenden Mediums findet über die notwendigen Randbedingungen Eingang in die Lösung von Gl.(2.14).

### 2.6.1 Fluktuationen des Strömungsfeldes und des magnetischen Feldes

Die Annahme des quasistationären Zustandes des Strömungsfeldes ist in den meisten Fällen eine starke Idealisierung der Realität. Schwankungen im Strömungsfeld führen in Wechselwirkung mit dem Feld der magnetischen Induktion zu einem um einen Mittelwert schwankenden Potential ( $\varphi = \varphi_0 + \varphi'$ ) in einem beliebigen Punkt im Strömungsfeld. Die dabei grundsätzlich zu erwartenden Effekte sollen im Folgenden kurz betrachtet werden. Die Dekomposition des elektrischen Potentials, der Strömungsgeschwindigkeit ( $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$ ) und des Feldes der magnetischen Induktion ( $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$ ) ergibt mit der Anwendung der Reynolds-Axiome auf die Mittelwerte und ihre zugeordneten fluktuierenden Größen [53]:

$$\vec{\nabla}^2 \langle \varphi_0 \rangle = \vec{\nabla} \cdot \left[ \langle \vec{v}_0 \times \vec{B}_0 \rangle + \langle \vec{v}' \times \vec{B}' \rangle \right]. \quad (2.15)$$

Das gemittelte Vektorprodukt aus den Schwankungsgrößen des Strömungsfeldes und des Feldes der magnetischen Induktion kann in der Potentialgleichung auf Grund schwacher Korrelation vernachlässigt werden. Die Kernaussage der so entstehenden Gleichung besteht darin, dass ein Strömungsmesser auf der Grundlage der Potentialunterschiedsmessung nur den Mittelwert der Strömungsgeschwindigkeit  $\langle \vec{v}_0 \rangle$  misst. Der Beitrag des gemittelten Vektorproduktes aus dem Mittelwert der Strömungsgeschwindigkeit und dem Mittelwert des Feldes  $\langle \vec{B}_0 \rangle$  der magnetischen Induktion ist ausschlaggebend. Durch Anwendung einer Vektoridentität auf Gl.(2.15) kann man auch schreiben:

$$\vec{\nabla}^2 \langle \varphi_0 \rangle = \langle \vec{B}_0 \rangle \left\{ \vec{\nabla} \times \langle \vec{v}_0 \rangle \right\} - \langle \vec{v}_0 \rangle \left\{ \vec{\nabla} \times \langle \vec{B}_0 \rangle \right\}. \quad (2.16)$$

Alle in eckige Klammern gestellte Größen bezeichnen eine Mittelwertbildung entsprechend der Reynolds-Axiome. Ist das aufgeprägte Feld der magnetischen Induktion nahezu homogen, so kann der zweite Term in Gl. (2.16) ebenfalls vernachlässigt werden.

## 2.6.2 Randbedingungen

Die Grundgleichungen der elektrodynamischen Strömungsmessung können nur gelöst werden, wenn für das zu lösende Problem hinreichende Randbedingungen gefunden werden können [24]. Um die Verteilung des elektrischen Potentials über den Querschnitt einer Strömung berechnen zu können, genügen im Allgemeinen eine elektrische und eine hydrodynamische Randbedingung. Wird das Problem durch Übergänge fluider und solider leitfähiger Materialien charakterisiert, müssen für die Regionen unterschiedlicher Leitfähigkeit zwei elektrische Randbedingungen festgelegt werden. Als elektrische Randbedingung kann das Ohmsche Gesetz benutzt werden, dass sich mit der hydromechanischen Randbedingung  $\vec{v}_W = 0$  ( $\vec{v}_W$ -Wandgeschwindigkeit) auf die folgende Form reduzieren lässt:

$$\vec{j} = -\sigma \vec{\nabla} \varphi. \quad (2.17)$$

Wird die Strömung durch eine nicht leitfähige Geometrie begrenzt, können die in das Fluid induzierten Ströme elektrisch nicht in die Wand eingekoppelt werden. Daraus folgt, dass die Normalkomponenten des induzierten Stromes  $j_n = -\partial_n \varphi$  bezüglich der nichtleitfähigen Begrenzung verschwinden müssen. Insofern die Strömung durch eine leitfähige Geometrie begrenzt wird, werden zwei elektrische Randbedingungen benötigt. Aus dem Ohmschen Gesetz mit der hydromechanischen Randbedingung  $\vec{v}_W = 0$  und der Wandleitfähigkeit  $\sigma_W$  folgt für dünne Wände:  $\vec{j} = -\sigma_W \vec{\nabla} \varphi$ , sowie  $\vec{\nabla}^2 \varphi = 0$ . Die Normalkomponente des Stromes, welche aus dem Fluid in die leitfähige Wand übergeht wird null, wenn sie die äußere nicht benetzte Fläche der Wandung erreicht. Durch den endlichen elektrischen Widerstand der Kanalwand  $\kappa_W^{-1}$  und dem örtlich, wie auch zeitlich veränderlichen Widerstand zwischen Fluid und Wand entsteht ein Spannungsabfall, der sich durch  $\varphi_{Fl.} - \varphi_W = \sigma \tau_I \partial_n \varphi$  angeben lässt ( $\tau_I$ =Übergangswiderstand). Weiterhin fordert die Ladungserhaltung die Kontinuität der Normalkomponenten des elektrischen Stromes, gemäß:  $\sigma \partial_n \varphi_{Fl.} = \sigma_W \partial_n \varphi_W$ .

### 2.6.3 Korrekturfaktoren und Wertigkeitsfunktion

◇ Korrekturfaktoren:

Beim Auffinden einer Lösung für die Potentialgleichung (Gl. (2.16)) kann die Rückwirkung der im Fluid induzierten Ströme im Falle kleiner Leitfähigkeiten vernachlässigt werden. Diese Approximation geht direkt in die Annahme über, dass die Feldverteilung der magnetischen Induktion im sich bewegenden Medium keinen wesentlichen Unterschied zu den herrschenden Bedingungen im ruhenden Fluid aufweist. Werden die geschwindigkeitsinduzierten Potentialunterschiede durch Elektroden ausgewertet, die in einem direkten Kontakt zum strömenden Medium stehen, kann die somit auftretende Messunsicherheit durch eine reine geometrische Optimierung der Messanordnung verringert werden. Die Messung der Potentialunterschiede in hochleitfähigen Medien erfordert auf Grund der nicht mehr zu vernachlässigenden geschwindigkeitsinduzierten Rückwirkung die Einführung von Korrekturfaktoren, wenn zur Lösung der Potentialgleichung mit geeigneten Randbedingungen die induzierten Ströme im Fluid vernachlässigt werden. Das Optimierungsproblem der Elektrodenanordnung verkompliziert sich, wenn radialunsymmetrische Strömungen vermessen werden sollen [9, 22]. Die Minimierung der Messunsicherheit kann verbessert werden, wenn der Strömungskanal umfänglich mit Elektrodenpaaren besetzt wird. Für das Ausgangsspannungssignal ergibt sich dann, entsprechend der Mittelung über eine infinitesimal dichte Elektrodenpaarbelegung [19]:

$$U = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} U(\psi) \cos\psi d\psi.$$

Hochleitfähige Fluide erfordern auch in diesem Fall eine Korrektur der umfangsgemittelten Messspannung, wenn die Rückwirkung von geschwindigkeitsinduzierten Effekten vernachlässigt wird.

◇ Wertigkeitsfunktion:

Die Interaktion eines Feldes der magnetischen Induktion mit einem Strömungsfeld führt zur Entstehung einer elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  in einem leitfähigen Medium. Die sich im Medium ausbreitenden Ströme sind einerseits proportional zur induzierten elektrischen Feldstärke  $\vec{E}$  und andererseits proportional zur elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$  des Fluides. Alle bisher gemachten Annahmen gingen davon aus, dass das von außen aufgeprägte Magnetfeld, sowie das Strömungsfeld im Kanal homogen sind. Da diese Forderungen in der realen Anwendung nicht aufrechterhalten werden können, müssen die Lösungsbedingungen der Potentialgleichung (2.14) für den allgemeinen, dreidimensionalen Fall betrachtet werden. Da das Induktions- und Strömungsfeld unbekannt sind, soll die Potentialgleichung mit der einfachsten, existierenden Inhomogenität gelöst werden. Die Lösung dieser einfachsten Inhomogenität ist die Greensche Funktion des Laplace Operators  $G(r, \zeta)$  und erfüllt somit die Gleichung:

$$\vec{\nabla}^2 G(r, \zeta) = \delta(r - \zeta).$$

Da der Laplace Operator linear ist, kann die Inhomogenität auch aus einer Linearkombination von Dirac-Funktionen an unterschiedlichen Stellen zusammengesetzt werden. Die

Lösung der Gleichung ist dann die Linearkombination aus den Greenschen Funktionen  $G$ . Aus der kontinuierlichen Summation folgt für die Lösung:

$$\varphi(\zeta) = \int G(r - \zeta) \vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) dr.$$

Die Gleichung für das Potential im Punkt  $\zeta$  kann umgeformt werden, um sie von der Ableitung des Strömungsfeldes unabhängig zu machen.

$$\varphi(\zeta) = \int \vec{\nabla} \cdot \left( G(r - \zeta) [\vec{v} \times \vec{B}] \right) dr - \int \vec{\nabla} G(r - \zeta) [\vec{v} \times \vec{B}] dr$$

Mit Hilfe des Gaußschen Satzes und der Tatsache, dass  $G(r, \zeta)$  auf dem Integrationsrand identisch Null ist folgt für das Potential:

$$\varphi(\zeta) = - \int \vec{\nabla} G(r - \zeta) [\vec{v} \times \vec{B}] dr.$$

Die Spannungsdifferenz zwischen zwei Randpotentialen  $U_D$  ergibt sich dann zu:

$$U_D = \int \vec{\nabla} \{ (G(r, \zeta_1) - G(r, \zeta_2)) \} [\vec{v} \times \vec{B}] dr = \int \vec{W}(r - \zeta) [\vec{v} \times \vec{B}] dr. \quad (2.18)$$

Aus einem Vergleich von Gl. (2.18) mit  $i = \iint_A \sigma (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{A}$  und  $d\vec{A} = \vec{n}_0 dA$  ( $\vec{n}_0$  – Flächennormaleneinheitsvektor) ergibt sich, dass die Wertigkeitsfunktion  $\vec{W}(r - \zeta)$  Vektorcharakter trägt und als Teilwiderstand einer örtlichen, differentiellen Spannungsquelle im beitragenden Volumenelement interpretiert werden kann. Die Lösung der Potentialgleichung (vergl. Gl. (2.14)) mit der Hilfe der Punktquellenmethode und die Berechnung des Wertigkeitsvektors in Gl.(2.18) erfordert die Kenntnis der Greenschen Funktion des Laplace Operators in Zylinderkoordinaten. Bezüglich genauerer Ausführungen und Erläuterungen zur Lösung dieses Problemes sei auf die Literaturquellen [24] und [54] verwiesen. Der in Gl. (2.18) eingeführte dreidimensionale Wertigkeitsvektor kann mit einer Mittelung seiner Komponenten bezüglich der Fluidausbreitungsrichtung (z-Achse) in einen zweidimensionalen Vektor umgewandelt werden. Die x- bzw. y-Komponente erscheinen nach [54] in der Form:

$$W_x = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{R + r \cos \alpha}{r^2 + R^2 + 2rR \cos \alpha} + \frac{R - r \cos \alpha}{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha} \right\},$$

$$W_y = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{r \sin \alpha}{r^2 + R^2 + 2rR \cos \alpha} - \frac{r \sin \alpha}{r^2 + R^2 - 2rR \cos \alpha} \right\}.$$

Ein Wichtungsplot der  $W_x$ -Komponente, als entscheidendes Beitragselement des Wertigkeitsvektors ist in Abb. 2.2 dargestellt. Dabei beziehen sich die dargestellten Höhenlinienparameter auf den Beitragswert im Zentrum,  $W_x R \pi / 2$ . Hinsichtlich ihres Abstandes zu den Elektroden erhalten die Volumenelemente in der Verbindungslinie der Elektroden die stärkste Wichtung ( $R = 1$ ,  $0 \leq r \leq R$  und  $0 \leq \alpha \leq 360^\circ$ ). Radialunsymmetrische Strömungen liefern Beiträge zur Messspannung, da die Geschwindigkeitskomponenten

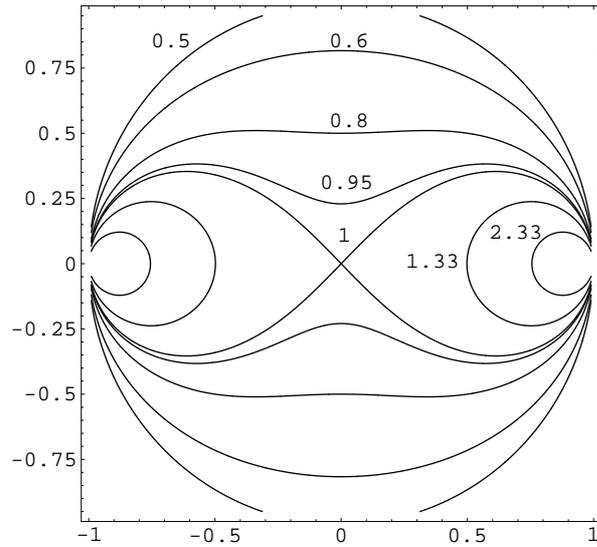


Abbildung 2.2: Höhenlinien der  $x$  Komponente des zweidimensionalen Wertigkeitsvektors  $W_x$ , bezogen auf den Wert im Zentrum. Die Höhenlinien sind in der  $xy$ -Ebene dargestellt, wobei die  $x$ -Achse horizontal und die  $y$ -Achse vertikal verläuft [19, 54].

$v_x$  und  $v_y$  verschieden von null sind. Die Anwendung inhomogener, magnetischer Induktionsfelder kann die Messunsicherheit minimieren, wenn sich die dreidimensionale Wertigkeitsfunktion gegenüber der Topologie des magnetischen Feldes invers verhält. Der dreidimensionale Wertigkeitsvektor ergibt in kartesischen Koordinaten:

$$U_D = \int v_x (B_y W_z - B_z W_y) + v_y (B_z W_x - B_x W_z) + v_z (B_x W_y - B_y W_x) dx dy dz.$$

Eine Unterdrückung der Beitragskomponenten in den Strömungsrichtungen  $v_x$  und  $v_y$  erfordert, dass:

$$\begin{aligned} B_y W_z - B_z W_y &= 0, \\ B_z W_x - B_x W_z &= 0, \\ B_x W_y - B_y W_x &= \text{konst.} \end{aligned}$$

Somit folgt für die Feldkomponenten der magnetischen Induktion in  $x$ - und  $y$ -Richtung:

$$B_x \approx \frac{1}{W_y} \quad \text{und} \quad B_y \approx \frac{1}{W_x}.$$

Diese Forderungen für die Feldkomponenten sind jedoch auf Grund der Divergenzfreiheit von  $B$  nicht exakt realisierbar und stellen somit lediglich eine Auslegungsorientierung für das magnetische Feld dar.

## 2.7 Magnetische Rückwirkung des induzierten Stromes

Die Wechselwirkung zwischen einem magnetischen Feld  $\vec{B}$  und dem Strömungsfeld  $\vec{v}$  eines elektrisch leitfähigen Fluides führt zur Induktion einer elektrischen Stromdichte  $\vec{j}$  im strömenden Medium. Der im Fluid erzeugte elektrische Strom verursacht ein induziertes Magnetfeld  $\vec{b}_{ind.}$ , welches sich dem erzeugenden magnetischen Feld  $\vec{B}$  überlagert. Jene auftretende Überlagerung der magnetischen Felder, die mit einer Verzerrung des ursprünglichen magnetischen Feldes  $\vec{B}$  verbunden ist, soll detektiert und als Messeffekt zur Bestimmung der verursachenden Strömung ausgenutzt werden [15, 54]. Nachfolgend soll eine vereinfachende Betrachtung bezüglich des zu erwartenden Messeffektes aufgezeigt werden, um seine Größenordnung und Abhängigkeiten bestimmen zu können. Dazu wird das bekannte Ohmsche Gesetz  $j_i = \sigma \{E_i + \epsilon_{ijk} v_j B_k\}$  in die zweite Maxwellsche Gleichung  $\epsilon_{ijk} \partial_j B_k = \mu_0 j_i$  eingesetzt, um einen allgemeingültigen Ausdruck für die induzierte Stromdichte zu erhalten.

$$\epsilon_{ijk} \partial_j b_k = \eta_m^{-1} \{E_i + \epsilon_{ijk} v_j B_k\}$$

Der Epsilon-Tensor ist dabei folgendermaßen definiert [44, 47, 48]:

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} +1; & i, j, k, \quad \text{zyklisch} \\ -1; & i, j, k, \quad \text{antizyklisch} \\ 0; & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die erneute Anwendung des Rotations-Operators auf die vorangegangene Identität führt zu einem Ausdruck zur Bestimmung des induzierten magnetischen Feldes [47]:

$$\epsilon_{mli} \epsilon_{ijk} \partial_l \partial_j b_k = \eta_m^{-1} \epsilon_{mli} \partial_l \{ \partial_i \varphi + \epsilon_{ijk} v_j B_k \},$$

welcher letztlich in den folgenden Ausdruck umgeschrieben werden kann:

$$-\partial_{ll} b_m = \eta_m^{-1} \{ B_l (\partial_l v_m) - v_l (\partial_l B_m) \}. \quad (2.19)$$

Das elektrische Feld wurde dabei durch den Gradienten des elektrischen Potentials substituiert. Gleichung (2.19) ist dabei nur gültig, insofern die Bedingungen der Divergenzfreiheit für das magnetische Feld ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ) und das Strömungsfeld ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$ ) erfüllt sind und das elektrische Potential  $\varphi$  als nicht zeitabhängig betrachtet wird. Darüber hinaus soll angenommen werden, dass das induzierte magnetische Feld ( $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{b}_{ind.}$ ) auf der rechten Seite von Gl. (2.19) vernachlässigt werden kann. Gleichung (2.19) vereinfacht sich folglich zu:

$$-\vec{\nabla}^2 \vec{b}_{ind.} = \eta_m^{-1} \{ (\vec{B}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}_0 \}. \quad (2.20)$$

Durch die Anwendung der Reynolds-Axiome auf die entdimensionierte Form von Gl. 2.20 ist es möglich eine dimensionslose Kennzahl abzuspalten,

$$\frac{\bar{b}_{ind.}}{\bar{B}_0} = \mu_0 \sigma v_0 L = \eta_m^{-1} v_0 L_0 = Rm, \quad (2.21)$$

welche als sogenannte magnetische Reynoldszahl bekannt ist. Diese dimensionslose Zahl beschreibt das Verhältnis zwischen dem Mittelwert des induzierten Feldes  $\bar{b}_{ind.}$  zum Mittelwert des angelegten magnetischen Feldes (Messfeld  $\bar{B}_0$ ).

### 2.7.1 Fluktuationen des Strömungsfeldes und des magnetischen Feldes

Für die qualitative Bewertung der Leistungsfähigkeit eines Messverfahrens ist es von Interesse, wie stark die strömungsproportionale Messgröße auf Schwankungen des magnetischen Feldes und des Strömungsfeldes reagiert. Einsetzen der Mittelwerte der Strömungsgeschwindigkeit und des magnetischen Messfeldes sowie deren Fluktuationen in Gl. (2.19) und eine nachfolgende Anwendung der Reynolds-Axiome auf die entdimensionierte Form von Gl. (2.19) führt auf die folgende Beziehung [53]:

$$\langle b_{ind.} \rangle = Rm \langle B_0 \rangle + \eta_m^{-1} L_0 \langle v' B'_0 \rangle. \quad (2.22)$$

Gleichung (2.22) kann entnommen werden, dass das induzierte magnetische Feld proportional dem externen magnetischen Feld multipliziert mit der magnetischen Reynoldszahl ist. Der Mittelwert der Fluktuationen des magnetischen Feldes sowie des Strömungsfeldes ergibt entsprechend Gl. (2.22) einen weiteren Beitrag zum induzierten Feld. Diese Fluktuationen sind einerseits nur schwach miteinander korreliert und andererseits sehr klein, sodass der zweite Summand in Gl. (2.22) vernachlässigt werden kann. Diese Annahme soll durch eine Größenordnungsabschätzung anhand von Gl. (2.22) untermauert werden. Durch Ausklammern bestimmter, in beiden Summanden vorkommender, konstanter Größen erscheint Gl. (2.22) in der nachfolgenden Form:

$$\langle b_{ind.} \rangle = \eta_m^{-1} L_0 \{ \langle v_0 B_0 \rangle + \langle v' B'_0 \rangle \}. \quad (2.23)$$

Eine konservative Abschätzung der Fluktuationen des Strömungs- und Induktionsfeldes in Bezug auf ihre Mittelwerte ergibt, dass der Beitrag des Fluktuationsproduktes drei bis vier Größenordnungen kleiner ist als das Produkt ihrer Mittelwerte. Dabei wurde davon ausgegangen, dass die Fluktuationen des Geschwindigkeitsfeldes ein Zehntel bis ein Hundertstel ihres Mittelwertes betragen. Der Einsatz von hochstabilen Konstantstromquellen berechtigt zu der Annahme, dass die Fluktuationen des magnetischen Induktionsfeldes nur ein Hundertstel ihres zugeordneten Mittelwertes ausmachen. Dementsprechend ist der Beitrag des zweiten Summanden in Gl. (2.22) und Gl. (2.23) zwei bis drei Größenordnungen

kleiner, als der des Produktes der Mittelwerte aus Strömungsgeschwindigkeit und magnetischer Induktion. Die hauptsächliche Konsequenz der vorangehenden Untersuchung besteht in der Erkenntnis, dass das zu entwickelnde Messverfahren nur den Mittelwert der Strömungsgeschwindigkeit berücksichtigt.

### 2.7.2 Unterscheidung von turbulenten und laminaren Strömungen

Entscheidend für die Ausbildung und räumliche Verteilung der induzierten Ströme ist das durch die Wechselwirkung von magnetischen Induktionsfeld und Strömungsfeld erzeugte Potentialfeld, gemäß Gl. (2.14). Eine Vereinfachung der Gleichung kann dadurch erreicht werden, dass das extern aufgeprägte Magnetfeld als sehr klein angenommen wird. Entsprechend Gl. (2.21) ist das induzierte Magnetfeld mit der magnetischen Reynoldszahl verknüpft, sodass wir unter der Forderung kleiner Strömungsgeschwindigkeiten Gl. (2.16) in:

$$\vec{\nabla}^2 \varphi = \vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \cong \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{v})$$

vereinfachen können. Dieser Gleichung ist zu entnehmen, dass die Ausbildung des Potentialfeldes einerseits von der Wirkung des Skin-Effektes abhängig ist, da dieser in Abhängigkeit von der elektrischen Leitfähigkeit des Fluids und der Frequenz die Eindringtiefe des externen Magnetfeldes bestimmt. Andererseits ist eine Abhängigkeit des Potentialfeldes auch von den Eigenschaften des Strömungsfeldes zu erwarten. Mit der Rechnung zum Skin-Effekt am zylindrischen Rohr (vergl. Kapitel 6.1, Abschnitt 6.1.2) folgt für das Potentialfeld unter der Annahme  $\vec{v} = v(r)\vec{e}_z$  für das Strömungsfeld [54]:

$$\nabla^2 \varphi = -B_0 \frac{d}{dr} \left\{ v(r) \frac{J_0(r\sqrt{-i\mu\sigma\Omega})}{J_0(r_i\sqrt{-i\mu\sigma\Omega})} \right\} \cos\phi. \quad (2.24)$$

Dabei bezeichnen  $\Omega$  die Kreisfrequenz des anregenden magnetischen Induktionsfeldes und  $J_0$  die Besselfunktion nullter Ordnung. Der Bestimmungsgleichung für das elektrische Potential liegt nun statt  $v(r)$  eine um den Faktor:

$$\frac{J_0(r\sqrt{-i\mu\sigma\Omega})}{J_0(r_i\sqrt{-i\mu\sigma\Omega})}$$

geänderte Strömungsverteilung  $w(r)$  vor. Um den Einfluss der elektrischen Leitfähigkeit zu untersuchen, muß  $w(r)$  in Zusammenhang mit der Struktur des Strömungsfeldes berechnet werden. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einem kreisrunden Rohr ist [19, 54]:

$$v(r) = \frac{1}{\pi r_i^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_i} v r dr d\phi = \frac{2}{r_i^2} \int_0^{r_i} v r dr. \quad (2.25)$$

Somit ergibt sich für  $w(r)$  [54]:

$$w(r) = \frac{2}{r_i^2} \int_0^{r_i} v(r) \frac{J_0(r\sqrt{-i\mu\sigma\Omega})}{J_0(r_i\sqrt{-i\mu\sigma\Omega})} r dr. \quad (2.26)$$

Untersucht wird nun der Einfluss des Strömungsprofils auf  $w(r)$  für zwei Grenzfälle, den laminaren und turbulenten Fall. Für diese gilt:

$$v(r) = 2v_0 \left\{ 1 - \left( \frac{r}{r_i} \right)^2 \right\}, \quad \text{laminarer Grenzfall} \quad (2.27)$$

$$v(r) = 2v_0, \quad \text{turbulenter Grenzfall.} \quad (2.28)$$

### 2.7.2.1 Turbulenter Grenzfall

Für die veränderte Strömungsverteilung  $w(r)_t$  ergibt sich [54]:

$$w(r)_t = \frac{2v_0}{r_i^2 J_0(r_i\sqrt{-i\mu\sigma\Omega})} \int_0^{r_i} J_0(r\sqrt{-i\mu\sigma\Omega}) r dr.$$

Unter Anwendung einer Substitutionsvariablen  $z = \sqrt{-i\mu\sigma\Omega}r$  ergibt sich für das zu lösende Integral:

$$\overline{w(r)_t} = \frac{2v_0}{r_i\sqrt{-i\mu\sigma\Omega}} \left\{ \frac{J_1(r_i\sqrt{-i\mu\sigma\Omega})}{J_0(r_i\sqrt{-i\mu\sigma\Omega})} \right\}.$$

Die Besselfunktionen erster Ordnung  $J_1$  und nullter Ordnung  $J_0$  werden durch Taylorreihen approximiert, so dass sich ergibt:

$$J_1(r_i\sqrt{-i\mu\sigma\Omega}) \cong \frac{1}{2}\sqrt{-i\mu\sigma\Omega}r_i \quad \text{und} \quad J_0(r_i\sqrt{-i\mu\sigma\Omega}) \cong 1 - \frac{1}{4}\sqrt{-i\mu\sigma\Omega}r_i^2.$$

$\overline{w(r)_t}$  kann schließlich in der folgenden Form notiert werden.

$$w(r)_t = v_0 \frac{1}{1 + i\frac{1}{4}\Omega\mu\sigma r_i^2}, \quad \text{mit dem Beiwert} \quad k_t = \frac{1}{1 + i\frac{1}{4}\Omega\mu\sigma r_i^2}. \quad (2.29)$$

### 2.7.2.2 Laminarer Grenzfall

Für den laminaren Grenzfall ergibt eine ähnliche Rechnung [54]:

$$w(r_i)_l = v_0 \frac{1}{1 + i\frac{1}{4}\Omega\mu\sigma r_i^2}, \quad \text{mit dem Beiwert} \quad k_l = \frac{1}{1 + i\frac{1}{4}\Omega\mu\sigma r_i^2}. \quad (2.30)$$

Aus den ermittelten Beiwerten kann unter der Voraussetzung gleicher Messbedingungen und Annahmen davon ausgegangen werden, dass sich die Messergebnisse nicht voneinander unterscheiden. Die Strömungsform hat keinen Einfluss auf das zu erwartende Messergebnis, solange sie als rotationssymmetrisch angesehen werden kann.

Die vorangegangenen Betrachtungen zum laminaren und turbulenten Grenzfall beziehen sich allsamt auf kreisförmige Strömungsquerschnitte. Die Intention der Wahl bestand weitestgehend in der geschlossenen Lösbarkeit der zugrunde liegenden Gleichungen begründet. Darüber hinaus sind zylindersymmetrische Rohre in der praktischen Anwendung weit verbreitet. Eine Erweiterung oder Anpassung auf rechteckförmige Querschnitte ist theoretisch ungleich komplizierter und soll aufgrund des approximativen Charakters hier nicht weiter ausgeführt werden.



## 3 Experimentelle und praktische Sachverhalte

Der Hauptteil dieser Arbeit wird sich ausschließlich mit der in Kapitel 2.7 beschriebenen magnetischen Rückwirkung der im leitfähigen Fluid induzierten Ströme befassen. Ziel dieser Beschränkung ist es, Durchfluss- und Geschwindigkeitsmesssysteme zu entwickeln, die in keinem mechanischen oder elektrischen Kontakt zum zu untersuchenden, fluiden Medium stehen. Beginnend mit einer umfassenden Betrachtung der Einsatz- und Umgebungsbedingungen sollen unterschiedliche Labormodelle anhand von grundsätzlichen Eingangsüberlegungen, spezifischen Rechnungen und numerischen Simulationen betrachtet werden. Der theoretische Befund bezüglich der Modelle wird durch ausführliche experimentelle Untersuchungen untermauert. Besondere Systemeigenschaften von Sensoren, wie Dynamik, Stabilität, Empfindlichkeit und Selektivität werden vergleichend betrachtet. Das Anwendungspotential der kontaktlosen Durchflussmesstechnik in Hinblick auf die Vermessung von Zweiphasenströmungen und die tomographische Strömungsprofilometrie wird im Ausblick der Arbeit untersucht.

### 3.1 Realisierung erster Labormodelle

Neben der Messung des induzierten elektrischen Feldes bietet es sich an, die Rückwirkung des induzierten Stromes mit seinem induzierten Magnetfeld auf das von außen angelegte Feld zu erfassen. Die Anwendung eines zeitlich periodischen (monofrequenten) Induktionsfeldes hat zur Folge, dass als Ausgangsgröße nicht nur die Amplitude, sondern auch Phase und Frequenz in Abhängigkeit von der Fluidgeschwindigkeit ausgewertet werden können. Die folgenden Ausführungen werden sich mit verschiedenen Konzepten der kontaktlosen Geschwindigkeits- und Durchflussmessung beschäftigen und ihre Einsatzfähigkeit experimentell untersuchen und belegen. Eine simplifizierte Abschätzung des zu erwartenden Messeffektes wurde in der Einleitung, Kapitel 2.7, Gl. (2.21) gegeben. Die geometrischen Eigenschaften des Messsystems werden dabei auf eine charakteristische Länge  $L_0$  reduziert. Die Messbedingungen werden durch das zu vermessende System bezüglich mittlerer Geschwindigkeit  $v_0$  und Fluidleitfähigkeit  $\sigma$  vorgegeben. Diese Arbeit beschränkt sich vordergründig auf elektrisch gut leitfähige Fluide. Die Minimalanforderung an den zu realisierenden Versuchsaufbau besteht daher in der Forderung, Fluidgeschwindigkeiten im Bereich von  $0 - 2 \text{ ms}^{-1}$  bereitstellen zu können. Spezifiziertere Anforderungen bezüglich der Versuchs- und Testanlagen werden im Anhang (Kapitel 6.3) näher diskutiert.

#### 3.1.1 Phasensensor

Die erste Realisierung eines kontaklosen Durchflussmessers der im Rahmen dieser Arbeit entwickelt und zum Patent angemeldet wurde (Patent: DE 10 2006 018 623 B4, EP 1847813 B1), basiert auf dem Funktionsprinzip eines Transformators. Eine ähnliche

Ausführungsform des Prinzips findet sich bereits in den Schriften [56, 57, 58]. Als Ausgangsgröße wird jeweils die von der Strömung abhängige Spannungsamplitude in den Sekundärspulen gemessen. Nachfolgend soll vorerst die Strömungsabhängigkeit der induzierten Spannungsamplituden in den Empfängerspulen betrachtet werden, bevor auf die wesentlichen Änderungen des Systems und die Spezifikationen der verwendeten Messtechnik eingegangen wird. Für eine theoretische Beschreibung des Systems können verschiedene Ansätze gewählt werden, die in verschiedenen Fachjournalen veröffentlicht wurden [31, 32, 33, 34, 35]. Das Funktionsprinzip sowie der grundsätzliche Aufbau soll anhand von Abb. 3.1 erläutert werden.

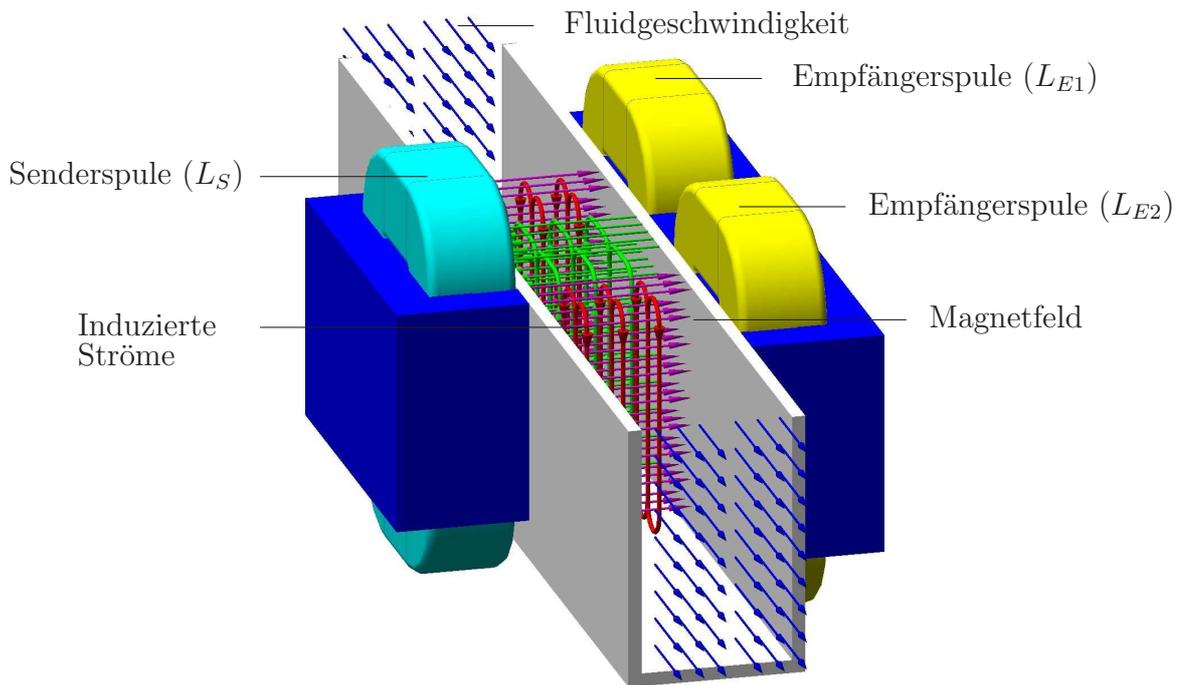


Abbildung 3.1: Kontaktloser elektromagnetischer Durchflussmesser.

Betrachtet wird ein elektrisch nicht leitfähiger Strömungskanal, in dem sich ein elektrisch leitfähiges Fluid mit einer mittleren Geschwindigkeit  $v_0$  in Strömungsrichtung bewegt. Der kontaktlose Durchflussmesser besteht aus drei Induktivitäten, die beidseitig zum Strömungskanal angeordnet sind. Die Senderspule  $L_S$  wird von einem zeitlich periodischen Wechselstrom konstanter Frequenz  $I_0$ , ( $RMS$ ) durchflossen. Zwei auf der Gegenseite des Kanals befindliche Empfängerspulen  $L_{E1}$ ,  $L_{E2}$  agieren im Gegensatz zur Senderspule als passiver Teil des Durchflusssensors. Da Sender- sowie Empfängerseite des Durchflussmessers galvanisch voneinander getrennt aber induktiv gekoppelt sind, entspricht der Gesamtaufbau einem Transformator mit doppelter Sekundärspulenordnung und großem Luftspalt. Um eine verbesserte Übertragung des von der Senderspule erzeugten magnetischen Flusses  $\phi_0$  zu erreichen, wurde entsprechend der Darstellung beidseitig des

Strömungskanal Flusseisen hoher Permeabilität  $\mu_r$  eingesetzt. Der von der Senderspule erzeugte magnetische Fluss durchsetzt den Strömungskanal in senkrechter Ausrichtung zur Ausbreitungsrichtung des leitfähigen Fluides. Bezüglich des Funktionsprinzips müssen zwei Fälle voneinander unterschieden werden. Das alternierende, magnetische Feld der Senderspule induziert, entsprechend dem Ampereschen Gesetz, eine elektrische Stromdichte in das ruhende, elektrisch leitfähige Fluid, welche sich entsprechend dem ersten Kirchhoffschen Gesetz (Gl. (2.3)) im Fluid schließen. Das mit der elektrischen Stromdichte, entsprechend dem Durchflutungsgesetz verknüpfte, induzierte Feld verteilt sich zu gleichen Teilen bezüglich der Symmetrielinie zwischen den Empfängerspulen. Hingegen bewirkt eine von null verschiedene mittlere Fluidgeschwindigkeit in Wechselwirkung mit dem alternierenden, magnetischen Induktionsfeld die Erzeugung einer elektrischen Stromdichte (Gl. (2.2)), welche durch ihr induziertes Magnetfeld  $b_{ind.}$  die Verteilungssymmetrie des magnetischen Gesamtflusses  $\phi_0 + \phi_{ind.}$  bezüglich der Empfängeranordnung bricht.

### 3.1.1.1 Differenzspannung zwischen den Empfängerspulen

Die elektrotechnische Modellierung des Sensorprinzips erfolgt derart, dass der magnetische Kreis in Analogie zum elektrischen Stromkreis durch magnetische Widerstände,  $R_{magn.} = \mu^{-1}lA^{-1}$  korrespondierend zum Ohmschen Gesetz  $R_{magn.} = (U/I)_{magn.}$  beschrieben wird [59]. Die Fläche  $A$  wird bezüglich der vorliegenden Modellierung parallel zum Flächennormalenvektor  $\vec{n}_0$  vom magnetischen Fluss durchsetzt. Der Weg, den der magnetische Fluss im jeweiligen Medium zurücklegt wird allgemein mit  $l$  gekennzeichnet und wird in den differenzierteren Betrachtungen indiziert. Die magnetischen Widerstände oder deren Leitwerte  $\lambda = R_{magn.}^{-1}$  sind dabei als Funktionen der Weglängen  $l$ , die der magnetische Fluss durch das Flusseisen oder einen Luftspalt des Querschnittes  $A$  und der zuzuordnenden magnetischen Permeabilität  $\mu = \mu_0\mu_r$  zurückzulegen hat, zu verstehen. Die magnetische Spannung folgt aus dem Ampereschen Gesetz  $\mu^{-1} \oint_C Bdl = I$  zu:  $U_{magn.} = \mu^{-1}Bl$ . Der magnetische Strom kann durch den magnetischen Fluss  $\phi = \iint_A BdA$  wiedergegeben werden. Für eine elektrotechnische, modellnahe Beschreibung werden weiterhin einige Konstruktionsdaten benötigt. Die Polbreite des Flusseisens soll nachfolgend mit  $a$  gekennzeichnet werden (Abb. 3.2). Der Abstand zwischen Sende- und Empfangseinheit setzt sich zusammen aus der lateralen Dimension des Strömungskanals  $d_i$ , dessen Wanddicke  $t$  und dem Abstand zwischen Flusseisen und Kanalwand, zu  $b = d_i + 2t + 2r$ . Zur Berechnung der Differenz Ausgangsspannung können die Transformatorgrundgleichungen [60] verwendet werden. Nachfolgend bezieht sich der Index  $S$  auf die Senderspule und  $E$  auf die Empfängerspule.

$$U_1 = (\lambda_0 + \lambda_\delta) W_S^2 \frac{d}{dt} I_0 + W_S W_E \lambda_0 \frac{d}{dt} I_E, \quad (3.1)$$

$$U_2 = \lambda_0 W_S W_E \frac{d}{dt} I_0 + (\lambda_0 + \lambda_\delta) W_E^2 \frac{d}{dt} I_E. \quad (3.2)$$

Bezüglich einer vorzunehmenden Ausgangsspannungsmessung ( $I_E = 0$ ), entsteht aus Gl. (3.1) und Gl. (3.2):

$$U_1 = (\lambda_0 + \lambda_\delta) W_S^2 \frac{d}{dt} I_0, \quad (3.3)$$

$$U_2 = \lambda_0 W_S W_E \frac{d}{dt} I_0, \quad (3.4)$$

wobei die Ausdrücke  $\lambda_0$  und  $\lambda_\delta$  neben  $W_S$  und  $W_E$  für die Windungszahlen der Sender- und Empfängerspulen, die magnetischen Leitwerte des Haupt- und Streuflusses beschreiben und für den symmetrischen Fall wie folgt angegeben werden können:

$$\lambda_0 \cong \mu_0 ac \left( \frac{1}{(2l_1 + l_0)\mu_r^{-1} + b} \right), \quad (3.5)$$

$$\lambda_\delta \cong \mu_0 ac \left( \frac{2}{(2l_1 + l_0)\mu_r^{-1} + d} \right). \quad (3.6)$$

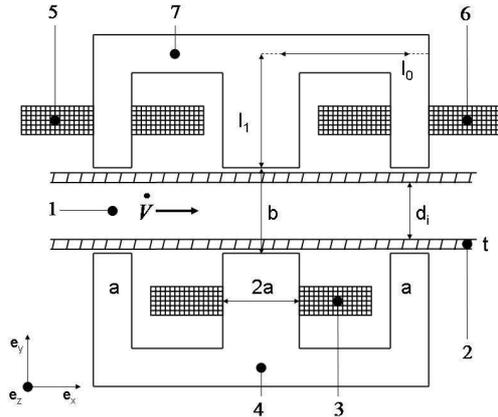
Weiterhin bezeichnen  $c$  die Höhe des Flusseisens,  $l_0$  den Abstand von Pol zu Pol,  $l_1$  die halbe Länge des Flusseisens gegen die Strömungsrichtung und  $d = l_0 + a/2$ . Entscheidend für die weiteren Betrachtungen ist allerdings nur der magnetische Hauptfluss, da dieser den Kanal und die Empfängerseite durchsetzt. Der von der Senderspule erzeugte magnetische Fluss:

$$\phi_0 = W_S I_0 \lambda_0 \quad (3.7)$$

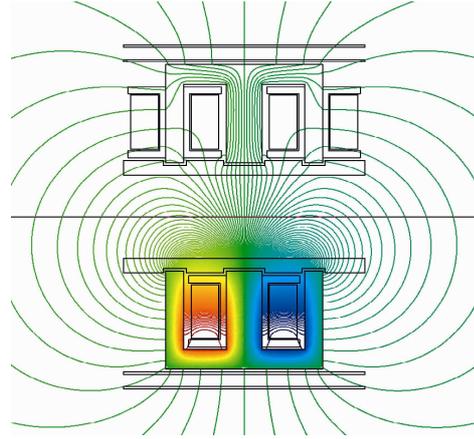
wird sich bei einer exakt symmetrischen Justierung von Sender- und Empfängerseite gleichmäßig über die Empfängerspulen verteilen. Diese symmetrische Verteilung des magnetischen Induktionsflusses (ohne Strömungseinfluss) kann mit Hilfe eines 2D-Modells (Simulation mit Ansoft-Maxwell 9.0) visuell dargestellt werden (vergl. Abb. 3.2). Die Richtung und Intensität der magnetischen Flussverteilung ist dabei in Abb. 3.2 farblich codiert.

Die Wechselwirkung zwischen dem magnetischen Hauptfluss  $\phi_0$ - und der gemittelten Fluidgeschwindigkeit  $v_0$  bewirkt die Induktion eines elektrischen Stromes  $I_{ind.} \cong \sigma v_0 B_0 2ad_i$  im bewegten Fluid.  $B_0$  bezeichnet dabei die im Messvolumen  $V = 2acd_i$  wirksame magnetische Induktion. Entsprechend der Annahmen, kann die von der Senderspule erzeugte magnetische Induktion  $B_0$  unter der Voraussetzung der Kenntnis des gesamten wirksamen magnetischen Leitwertes (Gl. (3.5)) durch  $B_0 = \frac{I_0 W_S}{2ac} \lambda_0$  ausgedrückt werden. Entsprechend dem Ampereschen Gesetz ist jeder elektrische Strom mit einem induzierten magnetischen Feld verknüpft, so dass für  $b_{ind.} = \mu_0 \frac{I_{ind.}}{2\pi a} = \mu_0 I_{ind.} W_S \lambda_0 \sigma v_0 d_i (2\pi ac)^{-1}$  gilt. Der induzierte magnetische Fluss ergibt sich zu:

$$\phi_{ind.} = \{2\pi\}^{-1} \phi_0 RmK, \quad (3.8)$$



Symmetrische Sensoranordnung



Magnetische Flussverteilung

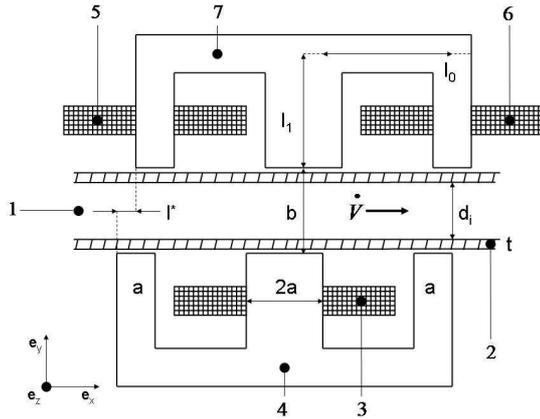
Abbildung 3.2: Skizze der Sensoranordnung und räumliche Verteilung der magnetischen Flussdichte, weiterhin bezeichnen: 1-Strömungskanal, 2-Kanalwand, 3-Senderspule, 4-Flusseisen, 5/6-Empfängerspulen, 7-Flusseisen und  $\partial_t V = Av_0$ , als mittlere Durchflussrate.

wobei  $Rm = \mu\sigma v_0 d_i$  die aus Gl. (2.21) bekannte magnetische Reynoldszahl und  $K = K_i$  eine vorerst nicht näher bestimmte Korrekturkonstante bezeichnet. Besonders geometrische Veränderungen am Messsystem, wie eine Vergrößerung oder Verkleinerung der Messspaltweite  $b$  oder elektrisch leitfähige Kanalwandungen tragen zum Gesamtwert von  $K$  bei. Die erste zeitliche Ableitung des induzierten magnetischen Flusses ergibt nach Faraday ( $\partial_t \phi = -u_{ind.}$ ) die zwischen den Empfängerspulen messbare Spannungsdifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $v_0$  im Kanal.

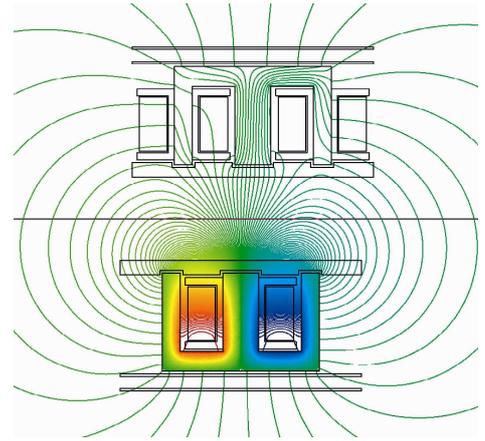
$$\Delta U_{Diff.} \cong \lambda_0 W_S W_E \{Rm K I_0 f\} \quad (3.9)$$

Die messbare Differenzspannung zwischen den Empfängerspulen ist entsprechend Gl. (3.9) eine Funktion der magnetischen Reynoldszahl  $Rm$ , des Senderspulenstromes  $I_0$  und dessen Frequenz  $f$  multipliziert mit einer systemspezifischen, geometrieabhängigen Konstanten, bestehend aus den Windungszahlen der Spulen und dem Leitwert des magnetischen Hauptflusses  $\lambda_0$ . Bezüglich des vorgestellten Messprinzips wird eine Verbesserung der Messauflösung erreicht, wenn die Empfängerseite des Durchflusssensors gegenüber der Senderseite um eine Verschiebungslänge  $l^*$  verschoben wird (vergl. Abb. 3.3). Jene Verschiebung bewirkt eine Veränderung der magnetischen Leitwerte des Flusseisens und eine Veränderung der Verteilung des aufgeprägten bzw. induzierten Flusses und äußert sich somit in einem Beitrag zu  $K$ . Die asymmetrische Anordnung des Durchflusssensors und die Verteilung des magnetischen Flusses ist in Abb. 3.4 dargestellt. Die Richtung und Intensität der magnetischen Flussverteilung ist dabei in Abb. 3.3 wiederum farblich codiert.

In der symmetrischen Anordnung verteilt sich, unter der Voraussetzung eines ruhenden Fluids, der magnetische Fluss gleichmäßig über die Empfängerspulen. Eine Dejustierung aus der symmetrischen Anordnung führt zu einem von eins verschiedenen Teilungs-



Asymmetrische Sensoranordnung



Magnetische Flussverteilung

Abbildung 3.3: Erhöhung der Empfindlichkeit durch eine Empfängerverschiebung um  $l^*$  bei asymmetrischer Anordnung der Empfängerseite des Phasensensors und Visualisierung der magnetischen Flussverteilung. Weiterhin bezeichnen: 1-Strömungskanal, 2-Kanalwand, 3-Senderspule, 4-Flusseisen, 5/6-Empfängerspulen, 7-Flusseisen und mittlere Durchflussrate  $\partial_t V = Av_0$ .

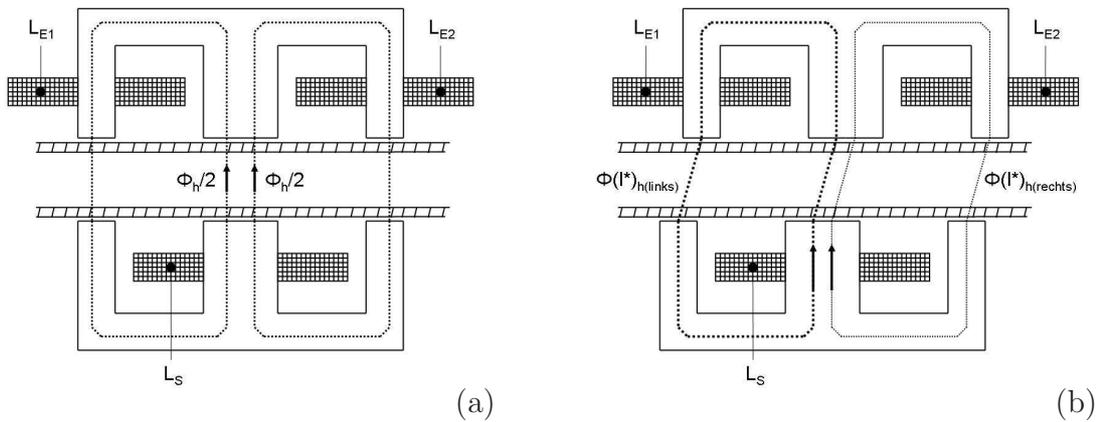


Abbildung 3.4: Schematische Verteilung des magnetischen Flusses bei symmetrischer (a) und asymmetrischer (b) Einstellung.

verhältnis des magnetischen Hauptflusses, obwohl der von der Senderspule gelieferte Fluss konstant bleibt (Abb. 3.4, links). Die magnetischen Leitwerte für die rechte bzw. linke Hälfte der Empfängeranordnung (incl. des Flussführungs Eisens) weisen eine Abhängigkeit von  $l^*$  auf. Für den Fall  $l^* \rightarrow 0$  ergibt sich die symmetrische Einstellung.

### 3.1.1.2 Phasendifferenz zwischen den Empfängerspulen

Die Messung der Differenzgangspannung als Funktion der temperaturabhängigen, elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma$  und der mittleren Strömungsgeschwindigkeit  $v_0$  ist mit einer

Vielzahl von physikalischen und messtechnischen Fragestellungen verbunden. Im besonderen steht der Spannungsmessung die messtechnische Herausforderung des Einflusses elektromagnetischer Störfelder gegenüber. Der Auswertung der lage- und störungssensitiven Amplituden in den Empfängerspulen steht ein Lösungsansatz gegenüber (DE 10 2006 018 623 B4, EP 1847813 B1), der eine Durchflussmessung mit hoher zeitlicher Auflösung liefert, gegenüber genannten äußeren Einflüssen unempfindlich ist und ohne mechanischen oder elektrischen Kontakt zum fließenden Medium auskommt [31, 33, 34, 35]. Ein mögliches Ausführungsbeispiel des Konzeptes stellt der in (Abb. 3.1) vorgestellte Durchflussmesser dar. Eine Berechnungsgrundlage für den induzierten magnetischen Fluss wurde mit Gl. (3.8) bereits gegeben. Die in der Korrekturkonstanten  $K = K_i$  enthaltenen Beiträge stellen Sensitivitätsfaktoren dar, welche die  $Rm$  proportionale Asymmetrisierung des Durchflusssensors verstärken. Zum einen führen geometrische Modifikationen, wie eine Veränderung der Messspaltweite  $b$  zu einer Änderung des magnetischen Widerstandes. Diesem Effekt kann durch die Einführung des Sensitivitätsfaktors  $K_b$  Rechnung getragen werden.

$$K_b = \frac{\lambda'_0}{\lambda_0} \quad (3.10)$$

$\lambda'_0$  bezeichnet dabei den in Bezug auf  $\lambda_0$  veränderten magnetischen Leitwert, als Kehrwert des magnetischen Widerstandes der Anordnung, bedingt durch eine Änderung der Messspaltweite  $b$ . Ein weiterer Sensitivitätsfaktor  $K_{l^*}$ , welcher die Veränderung der magnetischen Leiteigenschaften in Abhängigkeit der lateralen Verschiebungslänge  $l^*$  (siehe Abb. 3.3) beschreibt, kann wie folgt notiert werden.

$$K_{l^*} = \frac{\lambda(l^*)_L}{\lambda(l^*)_R} \quad (3.11)$$

Die Lateralverschiebung, um eine definierte Auslenkung  $l^*$  verursacht eine asymmetrische Verteilung des magnetischen Flusses über die Empfängerspulen  $L_{E1}$  und  $L_{E2}$ , welche mit den magnetischen Leitwerten  $\lambda(l^*)_L$  und  $\lambda(l^*)_R$  verkoppelt sind. In der symmetrischen Anordnung des Flusseisens ( $l^* = 0$ ) muss  $K_{l^*}$  eins sein. Verluste des applizierten und induzierten magnetischen Flusses im geblätternen, hochpermeablen Flussführungseisen in der Form von Hysterese- und Wirbelstromverlusten ( $P_H = \mu \int \partial_t H dH \propto f$  bzw.  $P_E = (\mu A)^2 R_{\Omega(Fe)}^{-1} \partial_{tt} H^2 \propto f^2$ ) sollen nachfolgend nicht weiter betrachtet werden, da diese bezüglich beider Empfängerspulen auftreten. Abschließend kann der Korrekturfaktor  $K$  wie folgt notiert werden:

$$K = K_b K_{l^*}. \quad (3.12)$$

Die für den Messeffekt ausschlaggebende Verteilung des induzierten magnetischen Flusses, entsprechend Gl. (3.8), über beide Empfängerinduktivitäten ergibt sich zu:

$$\frac{\phi_{E1}}{\phi_{E2}} = \frac{L_{E1} I_{E1}}{L_{E2} I_2} = \frac{L_{E1} U_{E1}}{L_{E2} U_2} = \frac{\phi_0 + \phi_{ind.}}{\phi_0 - \phi_{ind.}}. \quad (3.13)$$

Der Gl. (3.13) kann entnommen werden, dass die Verteilung des magnetischen Flusses über die Sensoranordnung durch die Strömung in Form der magnetischen Reynoldszahl  $Rm$  asymmetrisiert wird. Diese Aussage kann durch eine Taylorentwicklung von Gl. (3.13) nach  $Rm$  verdeutlicht werden. Zu diesem Zweck wird davon ausgegangen, dass die Taylorentwicklung auf Grund der Größenordnung der magnetischen Reynoldszahl  $Rm$  nach dem Glied der ersten Ordnung abgebrochen werden kann. Die zu betrachtende Funktion in Abhängigkeit von der magnetischen Reynoldszahl wird entsprechend der Gl. (3.13) in Zusammenhang mit den Gl. (3.7) und (3.8) wie folgt angegeben:

$$f(Rm) = \frac{1 + (2\pi)^{-1}RmK}{1 - (2\pi)^{-1}RmK}. \quad (3.14)$$

Das zu entwickelnde Taylorpolynom ergibt sich mithin:

$$f(Rm)_T \cong f(Rm)|_0 + \frac{\partial_{Rm}f(Rm)|_0}{1!}Rm + \mathcal{O}(2) = 1 + \pi^{-1}RmK + \mathcal{O}(2). \quad (3.15)$$

Die durch Gl. (3.13) beschriebene magnetische Flussverteilung kann entsprechend der gemachten Ableitung vereinfacht notiert werden.

$$\frac{\phi_{E1}}{\phi_{E2}} \cong 1 + \pi^{-1}RmK \quad (3.16)$$

Eine weitere wesentliche Einsicht die sich aus der gemachten Vereinfachung ergibt ist, dass nicht nur die Strömung in Form der magnetischen Reynoldszahl  $Rm$  die Flussverteilung asymmetrisiert. Vielmehr wird diese Asymmetrisierung durch die Sensitivitätsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$  geometrisch verändert.

Die Phasenverschiebung wird aus der Lösung der Differentialgleichung einer periodisch erregten, seriellen Spulen-Widerstandsschaltung gewonnen, welche durch eine parasitäre Kapazität der Empfängerspulen  $C$  parallelgeschlossen ist. Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung in einer Empfängerspule ergibt sich entsprechend zu [61]:

$$\phi_P = \arctan \left\{ -\Omega \frac{C}{R} (R^2 + [\Omega L]^2 - L/C) \right\}. \quad (3.17)$$

Die Differenz der Phasenrelationen beider Empfängerspulen ergibt mit Gl. (3.13) die zwischen beiden Empfängerspulen messbare Phasendifferenz:

$$\Delta\phi_P = \frac{\left\{ -\Omega \frac{C}{R} ([\Omega L]^2 \pi^{-1}RmK [2 + \pi^{-1}RmK] - (L/C)\pi^{-1}RmK) \right\}}{1 + \left[ \left[ -\Omega \frac{C}{R} \right] \left\{ R^2 + (\Omega L)^2 - (L/C) \right\} \right]^2 F(\Omega, R, L, C, Rm)}, \quad (3.18)$$

wobei für die Funktion  $F(\Omega, R, L, C, Rm)$  gilt:

$$F(\Omega, R, L, C, Rm) = 1 + \frac{\{-\Omega \frac{C}{R} ([\Omega L]^2 \pi^{-1} RmK [2 + \pi^{-1} RmK] - (L/C)\pi^{-1} RmK)\}}{[-\Omega \frac{C}{R}] \{R^2 + (\Omega L)^2 - (L/C)\}}$$

Für die weiteren Betrachtungen soll davon ausgegangen werden, dass die parasitäre Kapazität vernachlässigbar klein ist und ihr Einfluss erst bei hohen Frequenzen wirksam wird. Entsprechend dieser Annahme kann Gl. (3.17) wie folgt umgeschrieben werden:

$$\phi_P = \arctan \{\Omega \tau\}, \quad (3.19)$$

in welcher  $\tau = L_E R_E^{-1}$  die Zeitkonstante des Systems bezeichnet. Die Zeitkonstante ist dabei nur von der Induktivität der Empfängerspulen  $L_E$  und ihrem ohmschen Widerstand  $R_{\Omega(E)}$  abhängig. Die Phasenverschiebung zwischen beiden Empfängerspulen ergibt sich zu [61]:

$$\Delta\phi_P = \arctan \left[ \frac{\Omega_0 \pi^{-1} RmK}{1 + \Omega_0^2 (1 + \pi^{-1} RmK)} \right], \quad (3.20)$$

wobei  $\Omega_0 = \Omega \tau$  eine dimensionslose Frequenz bezeichnet. Insofern die Empfängerspuleninduktivität bekannt ist, kann die optimale, dimensionslose Messfrequenz  $\hat{\Omega}_0$  aus der ersten Ableitung von Gl. (3.20) entsprechend  $\partial_{\Omega_0}(\Delta\phi_P) = 0$  bestimmt werden.

$$\hat{\Omega}_0 = (1 + \pi^{-1} RmK)^{-\frac{1}{2}} = \left( \frac{\phi_{E1}}{\phi_{E2}} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.21)$$

Die optimale Messfrequenz verschiebt sich bei einer Vergrößerung von  $K = K_b K_{l^*}$  zu niedrigeren Frequenzen. Diese Verschiebung wird einerseits durch eine Verringerung der Massspaltweite  $b$  oder eine Asymmetrisierung der Sensoranordnung, um die Verschiebungslänge  $l^* > 0$  erreicht. Bezogen auf eine fix eingestellte Messspaltweite  $b$  und eine Verschiebungslänge von  $l^* = 0$  wird  $K_{l^*}$  erwartungsgemäß eins, sodass die asymmetrische Lösung in der symmetrischen mündet.

### 3.1.1.3 Phasendifferenz zwischen Sender- und Empfängerspule

Die genauere Betrachtung von Abb. 3.4 lässt die Vermutung zu, dass bei unterschiedlicher Induktivität von Sender- und Empfängerspule neben der statischen Phase eine geschwindigkeitsinduzierte Phase auftreten muss. Das induzierte magnetische Feld stört das von außen aufgeprägte Feld durch Überlagerung. Die Messung der Phasenverschiebung zwischen der Senderspule und einer Empfängerspule muss deshalb bei einer symmetrischen Sensoranordnung und ansonsten identischen Versuchsbedingungen bezüglich der Phasenmessung zwischen beiden Empfängerspulen einen geringeren Wert der geschwindigkeitsabhängigen Phase ergeben. Sind die Induktivitäten von Sender und Empfänger

verschieden, muss die zwischen ihnen auftretende statische Phase ermittelt und von der geschwindigkeitsabhängigen Phase separiert werden. Die statische Phase berechnet sich nach folgender Beziehung:

$$\Delta\phi_{P(SE)} = \arctan \left[ \frac{(\Omega_{0(E)} - \Omega_{0(S)})}{1 + \Omega_{0(E)}\Omega_{0(S)}} \right]. \quad (3.22)$$

Dabei bezeichnen  $\Omega_{0(S)} = \Omega\tau_S = 2\pi f L_S R_S^{-1}$  und  $\Omega_{0(E)} = \Omega\tau_E = 2\pi f L_E R_E^{-1}$  die dimensionslosen Frequenzen der Sender und Empfängerspule. Gleichung (3.12) zeigt darüber hinaus, dass die statische Phase dann verschwindet, wenn die Zeitkonstanten der Sender ( $\tau_E = L_E R_E^{-1}$ ) und der Empfängerspule ( $\tau_S = L_S R_S^{-1}$ ), bei einer Anregung mit  $\Omega = 2\pi f$  übereinstimmen. Bezüglich der Betrachtung der geschwindigkeitsabhängigen Phase folgt für das Induktivitätsverhältnis:

$$\frac{L_{E1} I_{E1}}{L_S I_S} = \frac{1}{2} (1 + \pi^{-1} RmK) = \frac{1}{2} \left( \frac{\phi_{E1}}{\phi_{E2}} \right). \quad (3.23)$$

In der symmetrischen Einstellung erreicht die rein strömungsinduzierte Phase zwischen Senderspule und Empfängerspule exakt den halben Wert der Phase, der für  $K_{l^*} = 1$  zwischen beiden Empfängerspulen gemessen werden kann.

#### 3.1.1.4 Optimierung der Phasenverschiebungsmessung

Ziel der weiteren Ausführungen wird es sein, die strömungsinduzierte Phasenverschiebung durch geeignete Veränderungen an der geometrischen Anordnung des induktiven Durchflusssensors zu erhöhen. Bezüglich aller vorangegangenen Ableitungen und Darstellungen tragen die in der Korrekturkonstanten  $K = K_i$  enthaltenen Sensitivitätsfaktoren zu einer  $Rm$  proportionalen Asymmetrisierung des Durchflusssensors bei. Im besonderen Maße kann dabei durch die rein geometrisch abhängigen Sensitivitätsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$  die messbare Phasenverschiebung erhöht werden. Entsprechend Abb. 3.5 wurden pro Empfängerhälfte des mittig geteilten Empfängerflusseisens, zwei weitere Spulen installiert, um mehr Informationen bezüglich der Wirkung von Verschiebungen in Hinblick auf Änderungen der magnetischen Flussverteilung zu erhalten.

Ein wesentlicher und im folgenden zu behandelnder Nebeneffekt ist ein Luftspalt der Länge  $l$  im mittleren Pol des Empfängerflusseisens, welcher auf Grund seines hohen magnetischen Widerstandes das Wechselwirkungsgebiet zwischen Strömung und magnetischem Wechselfluss zweiteilt. Der magnetische Leitwert der in Abb. 3.5 dargestellten symmetrischen Anordnung mit mittigem Luftspalt, ergibt sich zu:

$$\lambda_0 \cong \mu_0 ac \left\{ \frac{1}{(l_1 + l_0 + m + n + l(1 - 2k [c^{-1} - a^{-1}]^{-1}))\mu_r^{-1} + b} \right\}. \quad (3.24)$$

Der induzierte magnetische Fluss errechnet sich nach elementarer Rechnung zu:

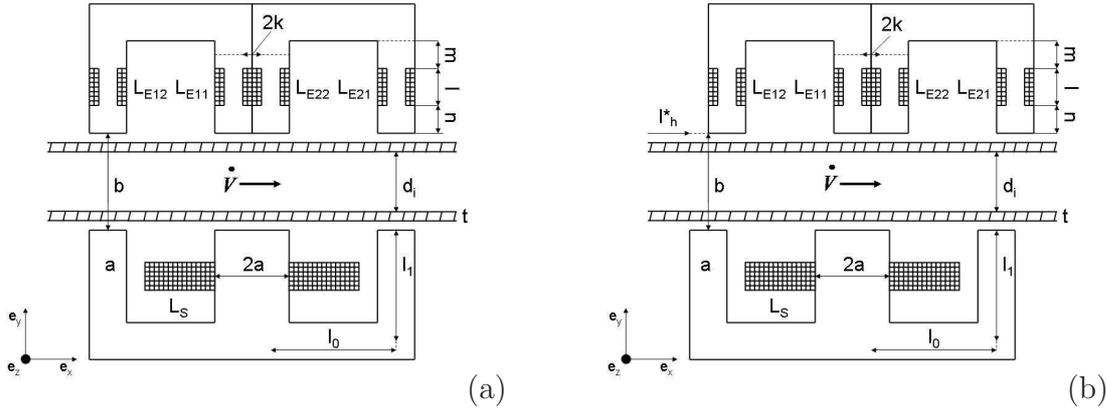


Abbildung 3.5: Erhöhung der Empfindlichkeit durch eine Empfängerteilung mit einem Luftspalt der Länge  $l$  und Breite  $2k$ . Phasensensor in symmetrischer (a) und asymmetrischer Einstellung (b).

$$\phi_{ind.} = 2\pi^{-1}\phi_0 RmK, \quad (3.25)$$

wobei  $Rm = \mu\sigma v_0 d_i$  die magnetische Reynoldszahl und  $K = K_i$  eine Korrekturkonstante bezeichnet. Die für den Messeffekt ausschlaggebende Verteilung des induzierten magnetischen Flusses über beide Empfängerspulen ergibt sich zu:

$$\frac{\phi_{E1}}{\phi_{E2}} = \frac{L_{E1}I_{E1}}{L_{E2}I_2} = \frac{L_{E1}U_{E1}}{L_{E2}U_2} = \frac{1 + 2\pi^{-1}RmK}{1 - 2\pi^{-1}RmK} \approx 1 + 4\pi^{-1}RmK. \quad (3.26)$$

analog zur Berechnung der Phasenverschiebung zwischen beiden Empfängerspulen mit nicht geteiltem Flusseisenkern, ergibt sich die Phasenverschiebung zu:

$$\Delta\phi_P = \arctan \left[ \frac{\Omega_0\pi^{-1}4RmK}{1 + \Omega_0^2(1 + \pi^{-1}4RmK)} \right], \quad (3.27)$$

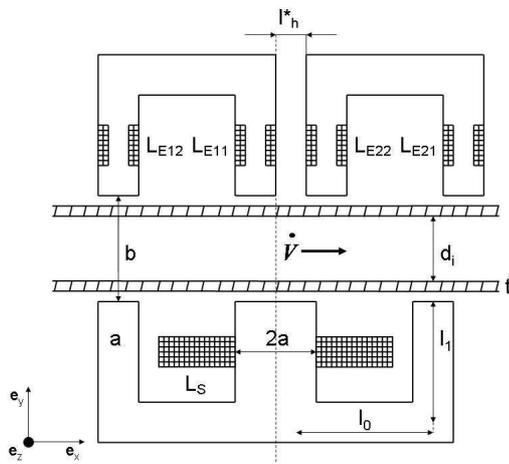
wobei  $\Omega_0 = \Omega\tau$  die Frequenz bezeichnet. Insofern die Empfängerspuleninduktivität bekannt ist, kann die optimale Messfrequenz aus der ersten Ableitung von Gl. (3.27) entsprechend  $\partial_{\Omega_0}(\Delta\phi_P) = 0$  bestimmt werden.

$$\hat{\Omega}_0 = (1 + 4\pi^{-1}RmK)^{-\frac{1}{2}} = \left( \frac{\phi_{E1}}{\phi_{E2}} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (3.28)$$

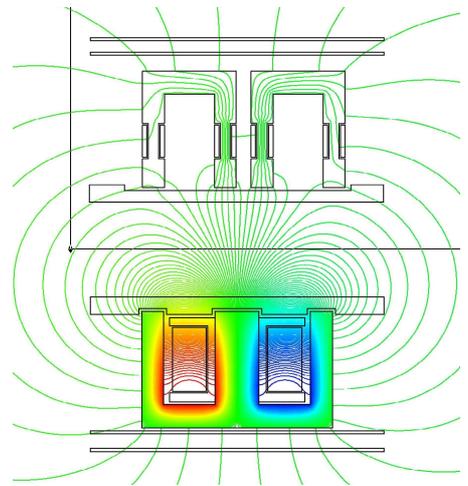
Die optimale Messfrequenz verschiebt sich bei einer Vergrößerung von  $K = K_b K_{l^*}$  zu niedrigeren Frequenzen. Diese Verschiebung wird einerseits durch eine Verringerung der Messspaltweite  $b$  oder eine Asymmetrisierung der Sensoranordnung, um die Verschiebungslänge  $l^* > 0$  erreicht. Bezogen auf eine fix eingestellte Messspaltweite  $b$  und eine

Verschiebungslänge von  $l^* = 0$  wird  $K_{I^*}$  erwartungsgemäß eins, sodass die asymmetrische Lösung in der symmetrischen mündet. Eine weitere analytische Betrachtung zum Phasensensor findet der interessierte Leser in folgenden Publikationen [31, 35].

Eine weitere effektive Methode zur Erhöhung der Empfindlichkeit ist die in den Abb. 3.6 und 3.7 dargestellte Teilung und Verschiebung des Empfängerflusseisens, um die in den folgenden Abbildungen bezeichneten Verschiebungslängen  $l_h^*$  und  $l_v^*$ . Die Abb. 3.6 stellt dabei eine seitliche (horizontale Verschiebung) einer Empfängerhälfte dar. Eine horizontale Verschiebung  $l_h^*$  um 5mm bewirkt, entsprechend der Simulation in Abb. 3.6, keine wesentliche Änderung des magnetischen Induktionsflusses bezüglich der inneren Empfängerspulen beider Empfängerhälften. Bezüglich der äußeren Empfängerspulen ist eine Phasenverschiebung durch einen mit der Verschiebungslänge zunehmenden Flussunterschied zu erwarten.



IFM mit geteilter Empfängerseite



Magnetische Flussverteilung

Abbildung 3.6: Erhöhung der Empfindlichkeit durch eine Empfängerteilung und Verschiebung um  $l_h^* = 5 \text{ mm}$  und  $l_v^* = 0 \text{ mm}$ , sowie Darstellung der magnetischen Flussverteilung.

Wird eine weitere Verschiebung der bereits dejustierten Empfängerhälfte in vertikaler Richtung vorgenommen, ist deutlich zu erkennen, dass der magnetische Induktionsfluss bezüglich der inneren und äußeren Empfängerspulen verschieden ist und somit Phasenverschiebungen gemessen werden können. Die Richtung und Intensität der magnetischen Flussverteilung ist in den Abbildungen 3.6 und 3.7 farblich codiert.

### 3.1.1.5 Betrachtung leitfähiger Kanal- oder Rohrwände

Die Erweiterung von Gl. (3.20) und (3.21) auf elektrisch leitfähige Rohr- oder Kanalwände erfolgt derart, dass einerseits das Messvolumen mit einer erhöhten, effektiven Leitfähigkeit  $\sigma'$  unter der Annahme eines gegen Null gehenden Übergangswiderstandes  $\tau_I$  zwischen Wand und Fluid beschrieben wird.



Der Sensitivitätsfaktor  $K$  enthält nun neben  $K_b$  und  $K_{l^*}$  den abgeleiteten Faktor  $K_\sigma$ , um der Erhöhung von  $Rm$  gerecht zu werden. Die optimale Messfrequenz  $\widehat{\Omega}'_0$  wird wiederum aus der ersten Ableitung von Gl. (3.30) entsprechend  $\partial_{\Omega'_0}(\Delta\phi_P) = 0$  bestimmt.

$$\widehat{\Omega}'_0 = (1 + \pi^{-1}RmK)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{\phi_{E1}}{\phi_{E2}}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (3.31)$$

Für die Gl. (3.27) und (3.28) gelten die selben Anpassungen, mit dem Unterschied, dass durch die Zweiteilung des Empfängerflusseisens die magnetische Reynoldszahl mit einem konstanten Faktor erweitert ist. Die Phasenverschiebung für den zweigeteilten Empfängerkern ergibt sich mithin:

$$\Delta\phi = \arctan \left[ \frac{\Omega'_0 \pi^{-1} 4RmK}{1 + \Omega'^2_0 (1 + \pi^{-1} 4RmK)} \right]. \quad (3.32)$$

Der Sensitivitätsfaktor  $K$  enthält auch hier neben  $K_b$  und  $K_{l^*}$  den Faktor  $K_\sigma$ . Die optimale Messfrequenz  $\widehat{\Omega}'_0$  wird entsprechend Gl. (3.32) bestimmt und ergibt sich zu:

$$\widehat{\Omega}'_0 = (1 + \pi^{-1} 4RmK)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{\phi_{E1}}{\phi_{E2}}\right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (3.33)$$

Auch hier sind  $\Omega_0$  beziehungsweise  $\widehat{\Omega}_0$  durch  $\Omega'_0$  beziehungsweise  $\widehat{\Omega}'_0$ , entsprechend  $\Omega'_0 = \Omega_0 K_\sigma^{-1}$  und  $\widehat{\Omega}'_0 = \widehat{\Omega}_0 K_\sigma^{-1}$  zu ersetzen.

### 3.1.1.6 Realisierung erster Labormodelle

#### ◇ Mechanische Eingangsdaten:

Der Phasensensor wurde insgesamt in drei technischen Ausführungsformen realisiert. Das erste Labormodell (LAB1) entspricht dem in Abschnitt 3.1.1, Abb. 3.2 und 3.3 erläuterten Grundprinzip, wobei sich die mechanische und elektrische Auslegung auf eine maximale Messspaltweite von  $b = 40$  mm bezieht. Die Abmessungen des hochpermeablen Flussführungseisens betragen: einfache Polbreite:  $a = 7.5$  mm, Polhöhe:  $c = 10$  mm, mittlere Pollänge:  $l_1 = 35$  mm und mittlerer Polabstand:  $l_0 = 25$  mm. Sender- sowie auch Empfängerspulen sind auf nicht magnetisierbaren Präzisionspositioniersystemen montiert um einerseits die Messspaltweite im Einstellintervall von  $30 \text{ mm} \leq b \leq 40 \text{ mm}$  in einer minimalen Schrittweite von  $0.5 \text{ mm/U}$  zu verstellen und andererseits das Labormodell gezielt zu asymmetrisieren. Die maximal einstellbare Verschiebungslänge beträgt  $l^* = 5.0$  mm. Der gesamte Messspalt ist mit einer temperaturstabilen Spezialkeramik ausgelegt, die Maximaltemperaturen von  $T_{max.} = 800^\circ\text{C}$  standhält. Labormodell (LAB1) ist als Handmodell ausgeführt, das mit Hilfe einer Zange am Rohr fixiert werden kann.

Das zweite Labormodell (LAB2) ist in seiner grundlegenden Konstruktion dem Labormodell (LAB1) gleich. Die vordergründige Intention einen baugleichen aber größeren Sensor

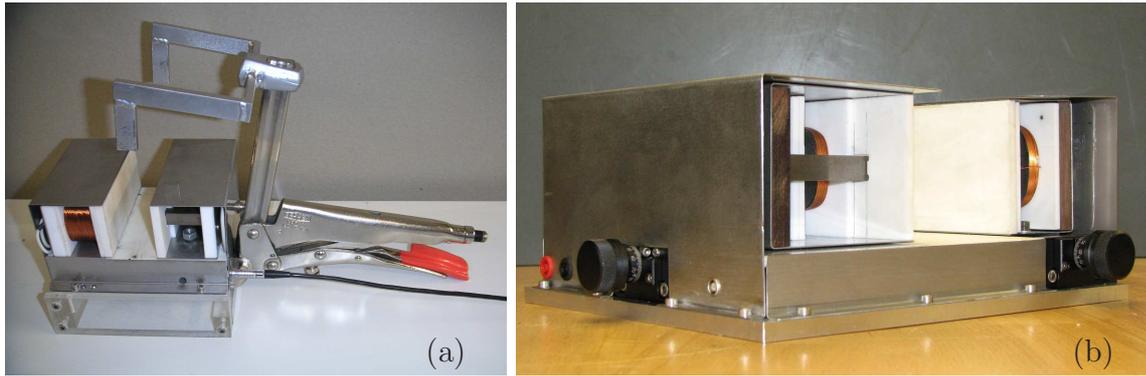


Abbildung 3.8: Ausführungsvarianten des Phasensensors: klemmbar-LAB1 (a) und stationär-LAB2 (b).

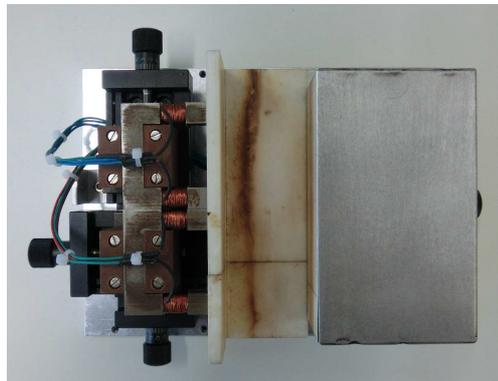


Abbildung 3.9: Labormodell des optimierten Phasensensors (LAB3).

aufzubauen lag darin, Vergleichsmessungen an einer bestehenden Natriumanlage (vergl. Anhang: Kapitel 6.3, Abschnitt 6.3.2) durchführen zu können. Die Abmessungen des hochpermeablen Flussführungseisens betragen: einfache Polbreite:  $a = 12$  mm, Polhöhe:  $c = 15$  mm, mittlere Pollänge:  $l_1 = 45$  mm und mittlerer Polabstand:  $l_0 = 60$  mm. Sender- sowie auch Empfängerspulen sind auf nicht magnetisierbaren Präzisionspositioniersystemen montiert um einerseits die Messspaltweite im Einstellintervall von  $30 \text{ mm} \leq b \leq 80 \text{ mm}$  in einer minimalen Schrittweite von  $1 \text{ mm/U}$  zu verstellen und andererseits das Labormodell gezielt zu asymmetrisieren. Die maximal einstellbare Verschiebungslänge beträgt  $l^* = 20$  mm. Der gesamte Messspalt ist mit einer temperaturstabilen Spezialkeramik ausgelegt, die Maximaltemperaturen von  $T_{max.} = 800^\circ\text{C}$  standhält.

Labormodell (LAB3) entspricht in seinem Aufbau dem in Abschnitt 3.1.1.4 beschriebenen optimierten Phasensensor, welcher sich bezüglich seiner Funktionsweise durch eine vierfach verstärkte Empfindlichkeit gegenüber der symmetrischen Einstellung auszeichnet. Die Abmessungen des hochpermeablen Flussführungseisens betragen: einfache Polbreite:  $a = 10$  mm, Polhöhe:  $c = 12$  mm, mittlere Pollänge:  $l_1 = 35$  mm und mittlerer Polabstand:  $l_0 = 40$  mm. Der Empfängerkern ist mittig geteilt und kann mit der Hilfe von Präzisionspositioniersystemen zweiachsig in der Ebene verstellt werden. Die Messspaltweite ist im Einstellintervall von  $20 \text{ mm} \leq b \leq 40 \text{ mm}$  in einer minimalen Schrittweite von  $0.5 \text{ mm/U}$  zu verstellen. Das Labormodell kann gezielt asymmetrisiert werden. Die

maximal einstellbare Verschiebungslänge beträgt  $l^* = 5$  mm. Der gesamte Messspalt ist mit einer temperaturstabilen Spezialkeramik ausgelegt.

#### ◇ Elektrische Eingangsdaten

Die zur Beschreibung der elektrischen Auslegung von (LAB1) notwendigen Angaben beziehen sich einerseits auf die Windungszahlen von Sender- und Empfängerspulen und den Strom, mit dem die Senderspule maximal beaufschlagt werden darf. Die Senderspule von (LAB1) ist mit 465 Wdg ausgelegt. Um ein ausreichend starkes Empfängersignal zu gewährleisten, wurden die Empfängerspulen mit der vierfachen Windungszahl ausgelegt. Der maximal einzuprägende Strom beträgt  $I_0 = 1$  A. Labormodell zwei (LAB2) ist mit zwei Senderspulen von je 500 Wdg ausgestattet welche jeweils mit einem maximalen Strom von  $I_0 = 1$  A betrieben werden dürfen. Die Empfängerspulen tragen jeweils 1000 Wdg. Der für (LAB1) und (LAB2) eingesetzte Kupferdraht ist mit einem temperaturfesten Polyamid versehen ( $T_{max.} = 260$  °C). Der optimierte Phasensensor besteht aus einer Senderspule deren (500 Wdg) maximal mit einem Strom von  $I_0 = 1$  A beaufschlagt werden dürfen. Der Senderspule sind vier Empfängerspulen zu je 100 Wdg zugeordnet.

### 3.1.2 Rotierender Magnet

Im Gegensatz zum zuvor beschriebenen Phasensensor, dessen anregendes Magnetfeld durch eine mit Wechselstrom versorgte Senderspule erzeugt wird, soll ein kontaktloses Durchflussmesserkonzept diskutiert werden, dessen Magnetfeld von einem Permanentmagneten bereitgestellt wird. Durch eine entsprechende Wahl der mechanischen Freiheitsgrade des Systems wird sichergestellt, dass die Durchflussmessung nicht auf einer Kraftmessung basiert die proportional zur elektrischen Leitfähigkeit des Fluids als auch zum Quadrat des angelegten Magnetfeldes ist. Das vorgestellte Verfahren wurde patentiert (Patent: DE 102007046881 B4, EP 2045581 A2) und in verschiedenen Journalen publiziert [33, 36, 37, 38, 39]. Das Funktionsprinzip basiert auf der Erkenntnis, dass sich ein kraft- bzw. drehmomentloser Gleichgewichtszustand ergibt, wenn sich der rotierbar gelagerte Permanentmagnet frei um eine Achse drehen kann. Als strömungsproportionale Messgröße wird die Rotationsfrequenz des Permanentmagneten ausgewertet. Der kraft- und drehmomentlose Zustand der Magnetfeldquelle ist der entscheidende Unterschied zu bisher veröffentlichten Schriften, die explizit mit einer Kraftmessung arbeiten [62, 63, 64, 65, 66]. Abbildung 3.10 zeigt eine Ausführungsform der Anordnung zur Messung des Durchflusses der in einem Kanal strömenden Flüssigkeit. In diesem Beispiel stehen die Richtung der mittleren Strömung im Kanal, der Drehachse des Magneten und die Magnetisierung des Permanentmagneten jeweils senkrecht zueinander. Bei dieser gewählten Geometrie stellt sich die maximal mögliche, durch die Strömung im Kanal bedingte Drehrate des Magneten ein. Für das Funktionieren des Wirkprinzips ist es ausreichend, dass von den drei genannten Richtungen keine parallel zu einer der anderen ist.

Das dem Messverfahren zugrundeliegende Prinzip kann folgendermaßen dargestellt werden. Die Bewegung eines elektrisch leitfähigen Fluids im magnetischen Feld eines drehbar gelagerten und diametral magnetisierten Permanentmagneten verursacht ein elektrisches Feld im Fluid. Dieses elektrische Feld induziert wiederum eine elektrische Stromdichte im

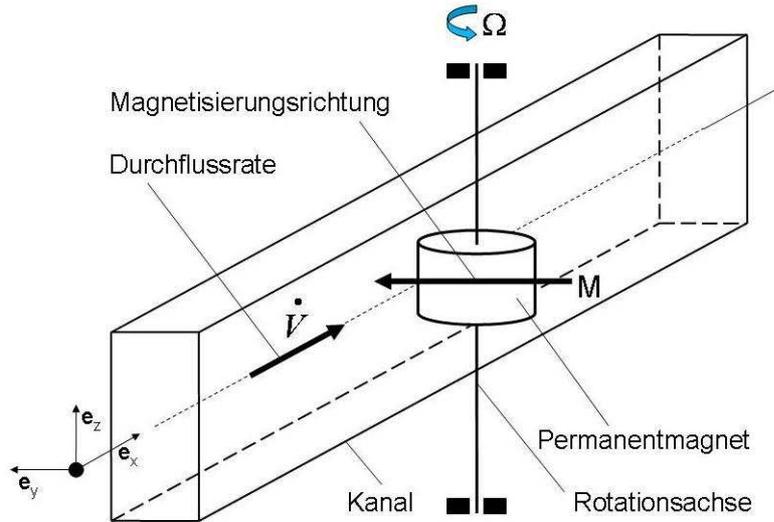


Abbildung 3.10: Rotierender Magnet mit diametraler Permanentmagnetisierung.

Fluid. Der induzierte Strom verursacht, entsprechend dem Ampereschen Gesetz ein Feld, welches sich dem der Strömung aufgeprägten Permanentmagnetfeld überlagert. An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass nicht die induzierte Lorentzkraft sondern das magnetische Drehmoment den Magneten in Rotation versetzt, da bei dieser beschriebenen Anordnung die mechanische und magnetische Achse des Systems zusammenfallen. Die Rotation des Magneten verursacht ihrerseits die Induktion einer elektrischen Stromdichte im Fluid, die entsprechend der Lenzschen Regel ihrer Ursache (Rotation) entgegenwirkt. Der drehbar gelagerte Permanentmagnet wird in Folge der Wechselwirkung mit der Strömung solange beschleunigt, bis das durch die Rotation verursachte magnetische Drehmoment das antreibende, strömungsinduzierte magnetische Drehmoment balanciert. Unter konstanten Strömungsbedingungen wird sich ein in Abhängigkeit von der Geometrie des Strömungskanals bedingtes Gleichgewicht bezüglich der Rotationsfrequenz einstellen. Diese Betrachtung beinhaltet, dass die Lagerreibungsverluste des Permanentmagneten klein im Vergleich zum antreibenden magnetischen Drehmoment sind. Eine weitere Konsequenz geringer Lagerreibungsverluste ist, dass das betrachtete Messsystem unabhängig von der magnetischen Induktion des Permanentmagneten und der elektrischen Leitfähigkeit des Fluides arbeitet. Eine aufwendige Einbeziehung der temperaturabhängigen, elektrischen Leitfähigkeit entfällt und unterstreicht den einfachen und robusten Charakter des Messprinzips.

### 3.1.2.1 Analytische Lösung für ein vereinfachtes 2D-Modell

Betrachtet wird eine Schicht eines elektrisch leitfähigen Materials, das sich mit einer konstanten, mittleren Geschwindigkeit  $v_0$  senkrecht zur Rotationsachse eines langen Zylindermagneten ( $l_z \gg l_y$ ) bewegt. Der diametral zu seiner Rotationsachse magnetisierte Zylindermagnet befindet sich in einer Position, die durch die Abstände  $h_1$  und  $h_2$  von der oberen bzw. unteren Begrenzung der leitfähigen Schicht beschrieben werden kann (vergl.

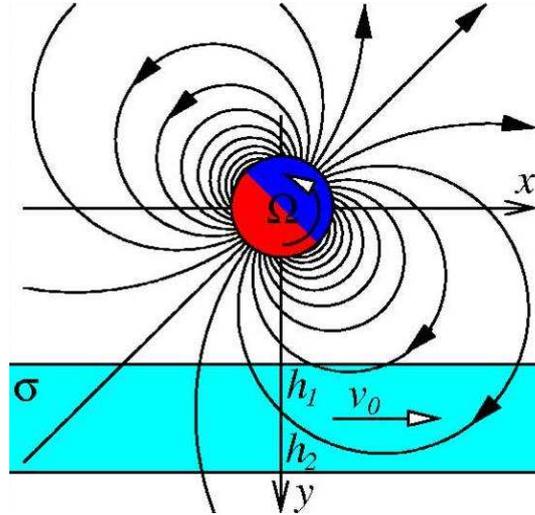


Abbildung 3.11: Skizze zur Anordnung des Magneten bezüglich der zu betrachtenden leitfähigen Schicht.

Abb. 3.11). Das Problem wird in kartesischen Koordinaten betrachtet, wobei entsprechend der Abb. 3.11 die x-Achse parallel zur bewegten, leitfähigen Schicht verläuft. Die y-Achse zeigt in die unbegrenzte, leitfähige Schicht hinein sodass die z-Achse parallel zur Rotationsachse des Zylindermagneten verläuft.

Das magnetische Feld des Zylindermagneten kann in einem ausreichenden Abstand von seiner Peripherie als ein zweidimensionales Dipolfeld mit dem Vektorpotential  $\vec{A}_0(r) = \vec{e}_z A_0(r)$  approximiert werden, wobei:

$$\vec{A}_0(r) = \frac{\vec{d}_0 \cdot \vec{r}}{r^2} = \frac{d_0 \cos(\phi - \phi_0)}{r} \quad (3.34)$$

gelten soll und  $\vec{d}_0$  das Dipolmoment des Magneten senkrecht bezüglich  $\vec{e}_z$  bezeichnet. Die Orientierung des Dipolmomentes und die x-Achse schließen somit den Winkel  $\phi_0$  ein. Der Radiusvektor  $\vec{r}$  schließt den Winkel  $\phi$  mit der x-Achse ein. Entsprechend der Annahmen für das Vektorpotential  $\vec{A}$  ergibt sich für die magnetische Induktion des Zylindermagneten außerhalb seiner Peripherie:

$$\vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}_0 = -\vec{e}_z \times \vec{\nabla} A_0.$$

Die Wechselwirkung zwischen jenem magnetischen Induktionsfeld und der konstanten Geschwindigkeit der leitfähigen Schicht verursacht die Induktion einer elektrischen Stromdichte in derselben. Dabei muss beachtet werden, dass die Superposition des induzierten, magnetischen Feldes mit dem aufgeprägten Feld einen magnetischen Druck zur Folge hat, der den Magneten in Rotation versetzt. Aus der Sicht eines mit dem Magneten mitbewegten Beobachters ist das magnetische Induktionsfeld konstant und die Translationsgeschwindigkeit der leitfähigen Schicht muss entsprechend  $\vec{v} = \vec{v}_0 - \Omega \times \vec{r}$  korrigiert werden. Das Ohmsche Induktionsgesetz erscheint dann in der Form:

$$\vec{j} = \sigma(-\vec{\nabla}\varphi + (\vec{v}_0 - \vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B}). \quad (3.35)$$

Dabei bezeichnen  $\varphi$  das elektrostatische Potential,  $\vec{B}$  das Feld der magnetischen Induktion, sowie  $\vec{v}$  das Geschwindigkeitsfeld, welches sich aus einem translatorischen und einem rotatorischen Anteil zusammensetzt. Das elektrostatische Potential kann bezüglich der weiteren Betrachtung vernachlässigt werden, da  $\partial_z\varphi \gg \partial_x\varphi$  bzw.  $\partial_y\varphi$  gilt, solange  $Rm$  klein ist. Für die Berechnung der induzierten Stromdichte kann weiterhin angenommen werden, dass das induzierte magnetische Feld gegenüber dem applizierten Feld vernachlässigt werden kann ( $\vec{B} = \vec{B}_0$ ). Die sich daraus ergebende elektrische Stromdichte setzt sich aus einem translatorischem und rotatorischen Anteil des Geschwindigkeitsfeldes, gemäß  $\vec{j} = \vec{e}_z(j_0 + j_1)$ , zusammen.

$$j_0 = -\sigma(\vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla})A_0$$

$$j_1 = -\sigma(\vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla})A_0$$

Der rotatorische Anteil des Geschwindigkeitsfeldes ( $-\vec{\Omega} \times \vec{r}$ ) wurde dabei durch  $\vec{v}_1$  ersetzt. Der sich aus der Überlagerung der magnetischen Induktionfelder ergebende magnetische Druck bewirkt ein Drehmoment auf den drehbar gelagerten Permanentmagneten. Das durch den translatorischen Anteil des Geschwindigkeitsfeldes verursachte Moment  $\vec{M}_0 = \vec{e}_z M_0$  kann entsprechend dem folgenden Ausdruck beschrieben werden:

$$M_0 = \vec{e}_z \cdot \int_V (\vec{r} \times \vec{j}_0 \times \vec{B}_0) dV = -\sigma \vec{e}_z \cdot \int_V ((\vec{r} \times \vec{\nabla} A_0)((\vec{v}_0 \cdot \vec{\nabla}) A_0)) dV.$$

In Polarkoordinaten gilt, mit  $r_1 = h_1/\sin\phi$  und  $r_2 = h_2/\sin\phi$ , so dass die Umformung für das betrachtete Integral folgendes Ergebnis ergibt:

$$M_0 = \sigma v_0 d_0^2 \int_{\pi}^0 \cos(2\phi - \phi_0) \sin(\phi - \phi_0) \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2} d\phi = \frac{\pi \sigma v_0 d_0^2}{4} \left( \frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right). \quad (3.36)$$

Eine ähnliche Rechnung ergibt das durch die Rotation des Permanentmagneten verursachte Drehmoment, mit dem Ausdruck:

$$M_1 = -\sigma \vec{e}_z \cdot \int_V (\vec{r} \times \vec{\nabla} A_0)((\vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla}) A_0) dV = \sigma \Omega \int_V \left[ \vec{e}_z \cdot (\vec{r} \times \vec{\nabla} A_0) \right]^2 dV,$$

der seinerseits in:

$$M_1 = \sigma \Omega d_0^2 \int_{\pi}^0 \sin^2(\phi - \phi_0) d\phi \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r} = \frac{\pi \sigma \Omega d_0^2}{2} \ln \left( \frac{h_2}{h_1} \right) \quad (3.37)$$

umgewandelt werden kann. Da für das beschriebene System der Drehimpulserhaltungssatz gilt, muß der magnetische Druck verursacht durch die Wechselwirkung des Magneten mit der leitfähigen Schicht, den magnetischen Druck verursacht durch die Interaktion der leitfähigen Schicht mit dem Magneten genau ausbalancieren. Diese Betrachtung ist allerdings nur dann gültig, wenn sämtliche Reibungsverluste (Lagerreibung, viskose Umströmungsverluste) vernachlässigt werden können. Der Drehimpulserhaltungssatz kann somit in der Form  $M_0 + M_1 = 0$  notiert werden, aus welchem unter Ausnutzung der abgeleiteten Identitäten in Gl. (3.36) und Gl. (3.37) ein Zusammenhang für die Gleichgewichtsrotationsrate  $\Omega$  abgeleitet werden kann.

$$\Omega = \frac{v_0}{2} \left( \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) \ln^{-1} \left( \frac{h_2}{h_1} \right) \quad (3.38)$$

Diese nur unter konstanten Strömungsbedingungen auftretende Gleichgewichtsrotationsrate ist weder von der elektrischen Leitfähigkeit des strömenden Fluids noch von der magnetischen Induktion des Permanentmagneten abhängig. Weiterhin ist es wichtig darauf hinzuweisen, dass der die Eindringtiefe des magnetischen Induktionsfeldes limitierende Skineneffekt keinen Eingang in die bisherigen Betrachtungen gefunden hat. Ein wesentliches Resultat dieser Vereinfachung ist es, dass im Fall sehr dicker leitfähiger Schichten ( $h_2 \rightarrow \infty$ ) das Drehmoment  $M_1$  unbegrenzt anwächst. Ausgehend von der elektrischen Stromdichte, die durch die Rotation des Permanentmagneten in die leitfähige Schicht induziert wird  $\vec{j}_1 = -\sigma(\vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla})A_0$  und  $\vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}_0 = -\vec{e}_z \times \vec{\nabla}A_0$ , sowie der zweiten Maxwellgleichung, folgt durch Einsetzen:

$$\eta_m^{-1}(\vec{v}_1 \cdot \vec{\nabla})A = \vec{\nabla}^2 = 0. \quad (3.39)$$

Unter Beibehaltung der Form des magnetischen Vektorpotentials, gegeben durch Gl. (3.34) und Erweiterung in einen komplexen Ausdruck:

$$A(\vec{r}) = \hat{A}(r)e^{i(\phi - \phi_0)} \quad (3.40)$$

ergibt sich aus Gleichung (3.39) durch Einsetzen der komplexen Amplitude:

$$-i\mu\sigma\Omega\hat{A} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\hat{A}}{dr} \right) - \frac{\hat{A}}{r^2}. \quad (3.41)$$

Die Einführung der Größen  $\delta_E^2 = \frac{2}{\Omega\mu\sigma}$  und  $\zeta = \frac{r}{\delta_E} \sqrt{-2i}$  führt auf eine Besselsche Differentialgleichung mit der Veränderlichen  $\zeta$  deren Lösung, für die Amplitude des komplexen Vektorpotentials, den folgenden Ausdruck ergibt:

$$\hat{A}(r) = CK_1((1+i)r/\delta_E).$$

Darin bezeichnen,  $K_1$ - die modifizierte Besselfunktion zweiter Art,  $\delta_E$ - die Skintiefe und  $C$ - eine aus den Randbedingungen zu bestimmende Konstante. Für Abstände, kleiner als die Skintiefe  $r/\delta_E \ll 1$ , kann das durch den Permanentmagneten aufgeprägte komplexe Vektorpotential  $\hat{A} = d_0/r$  durch  $\hat{A} \approx \frac{C\delta_E}{(1+i)r}$  approximiert werden. Die zu bestimmende Konstante ergibt sich somit zu  $C = \frac{(1+i)d_0}{\delta_E}$ . Die Lösung für die Amplitude des aufgeprägten Vektorpotentials ist somit:

$$\hat{A}(r) = \frac{(i+1)d_0}{\delta_E} K_1 \left( \frac{(1+i)r}{\delta_E} \right).$$

Einsetzen in Gl. (3.40) ergibt zusammen mit Gl. (3.36) das Drehmoment, welches von der leitfähigen Schicht auf den drehbar gelagerten Permanentmagneten ausgeübt wird:

$$M_1 = \frac{\sigma\Omega}{\delta} \int_{\pi}^0 I(r_1(\phi)) d\phi.$$

Der Betrag des komplexen Integrals wird entsprechend einer konjugiert komplexen Multiplikation  $I(r) = \int_{\infty}^r (\hat{A}\hat{A}^*) r dr$  gefunden, so es sich letztlich in der Form:

$$I(r) = \left[ \frac{(1+i)r}{\delta_E} K_0 \left( \frac{(1+i)r}{\delta_E} \right) K_1 \left( \frac{(1-i)r}{\delta_E} \right) \right]$$

präsentiert. Für kleine Rotationsfrequenzen, charakterisiert durch  $r/\delta_E \ll 1$ , ergibt sich:

$$I(r) = -\ln \left( \frac{r}{2\delta_E} \right) - \gamma,$$

wobei  $\gamma = 0.577215$  die Eulersche Konstante bezeichnet. Unter Berücksichtigung von  $r_1(\phi) = h_1/\sin(\phi)$  und  $\int_{\pi}^0 \ln(\sin\phi) d\phi = -\pi \ln(2)$  ergibt sich letztlich für das Drehmoment  $M_1$ :

$$M_1 = \frac{\pi\sigma\Omega d_0^2}{2} \ln \left( \frac{\tilde{\delta}_E}{h_1} \right). \quad (3.42)$$

Die effektive Skintiefe  $\tilde{\delta}_E = \delta_E \exp(-\gamma)$  in Gl. (3.42) ersetzt dabei  $h_2$  in Gl. (3.36), wenn  $\tilde{\delta}_E \leq h_2$  wird. In diesem Fall wird der Gleichgewichtszustand zwischen Rotationsfrequenz des Permanentmagneten  $\Omega$  und Geschwindigkeit  $v_0$ , beschrieben durch Gleichung (3.38), gestört und der Zusammenhang nichtlinear.

### 3.1.2.2 Betrachtung leitfähiger Kanal- oder Rohrwandungen

Der Einfluss elektrisch leitfähiger Kanalwände äußert sich in einem zusätzlich auftretenden Moment  $M_W$ , das in seiner Ableitung identisch zum Moment  $M_1$  ist. Unterschiede ergeben sich dabei bezüglich der elektrischen Leitfähigkeit der Wandung  $\sigma_W$  und des Abstandes der äußeren Kanalbegrenzung zum Permanentmagneten  $h_0$ . Der Skineneffekt wird unter Berücksichtigung geringer Rotationsraten vernachlässigt. Mithin ergibt sich durch die elektrisch leitfähige Kanalwand ein zusätzlich auftretendes Bremsmoment:

$$M_W = \frac{\pi\sigma_W\Omega}{2} d_0^2 \ln\left(\frac{h_1}{h_0}\right). \quad (3.43)$$

Die Annahme einer vernachlässigbaren Lagerreibung des Rotierenden Magneten, führt mit dem zusätzlich auftretenden Moment  $M_W$  zu einer korrigierten Form der Drehmomentenerhaltung entsprechend:

$$M_0 + M_1 + M_W = 0. \quad (3.44)$$

In Verbindung mit den in den Gl. (3.36) und (3.37) gefundenen Ausdrücken für  $M_0$  und  $M_1$  ergibt sich, unter stabilen Strömungsverhältnissen, eine von der Fluid- und Wandleitfähigkeit abhängige Gleichgewichtsrotationsrate des Messsystems.

$$\frac{v_0}{2} \left( \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) = \Omega \left\{ \ln\left(\frac{h_2}{h_1}\right) + \frac{\sigma_W}{\sigma} \ln\left(\frac{h_1}{h_0}\right) \right\} \quad (3.45)$$

Die Linearität des Messsystems bleibt erhalten, wenngleich das durch die leitfähige Wand verursachte Moment  $M_W$  zu einer drastischen Verringerung der Gleichgewichtsrotationsrate im Vergleich zur nichtleitfähigen Kanalwand führt. Ein Vergleich der Gleichgewichtsrotationsraten unter der Voraussetzung gleicher Fluidströmungsgeschwindigkeit  $v_0$  führt zur Definition eines Empfindlichkeitsfaktors  $K_\sigma$ , der vom Verhältnis der Wandungs- zur Fluidleitfähigkeit abhängig ist.

$$K_\sigma = \frac{\Omega_0}{\Omega_W} = 1 + \frac{\sigma_W}{\sigma_0} \ln\left(\frac{h_1}{h_0}\right) \left[ \ln\left(\frac{h_2}{h_1}\right) \right]^{-1} \quad (3.46)$$

### 3.1.2.3 Realisierung erster Labormodelle

◇ Mechanische Eingangsdaten:

Der Rotierende Magnet wurde in zwei Ausführungsformen realisiert. Die existierenden Labormodelle (LAB4) und (LAB5) entsprechend dem in Abschnitt 3.1.2, Abb. 3.10 erläuterten Grundprinzip. Beide Ausführungsformen des Rotierenden Magneten wurden in einem Trägeraufbau aus einer temperaturfesten Keramik gefertigt ( $T_{max.} = 800^\circ\text{C}$ ). Die

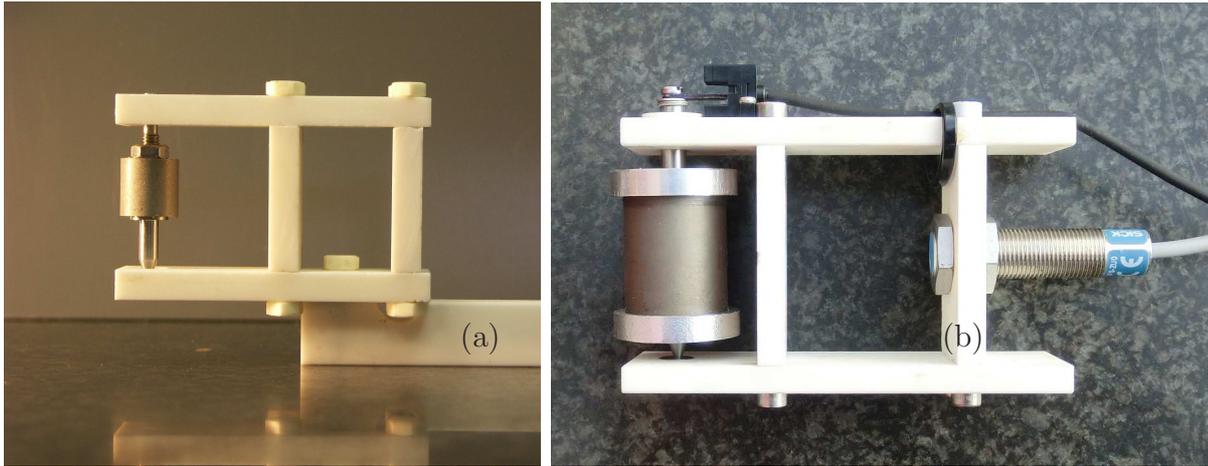


Abbildung 3.12: Varianten des Rotierenden Magneten: LAB4 mit den Abmessungen 12x12 mm (a) und LAB5 mit den Abmessungen 24 × 35 mm (b).

auf einer Edelstahlachse befestigten und rotierbar gelagerten Hochtemperaturpermanentmagneten ( $\text{SmCo}$ ,  $T_{\text{max.}} = 230^\circ\text{C}$ ) haben die Abmessungen:  $H = 12\text{ mm}$  und  $R = 12\text{ mm}$  für (LAB4), sowie  $H = 35\text{ mm}$  und  $R = 24\text{ mm}$  für (LAB5). Beide Permanentmagneten weisen eine magnetische Oberflächeninduktion von  $B_0 = 0.4\text{ T}$  auf.

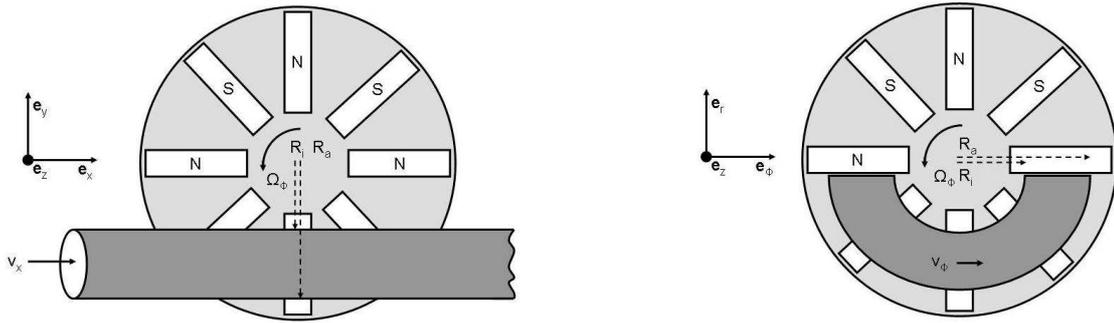
### 3.1.3 Magnetisches Flügelrad

Ein weiteres Prinzip der kontaktlosen Durchflussmessung elektrisch leitfähiger Flüssigkeiten wurde bereits im Buch von J.A. Shercliff (*The Theorie of Electromagnetic Flow Measurement*, Cambridge University Press, 1962) beschrieben und soll vergleichsweise zu den vorangestellten Konzepten untersucht werden [24, 40]. Konzept drei besteht in einer Anordnung von Permanentmagneten auf einem Drehteller, der bei geeigneter Platzierung relativ zum Strömungskanal durch die Strömung in Rotation versetzt wird (Abb. 3.13). Weitere Ausführungsvarianten der Drehmomentmessung sind in dem Buch von V.E. Zirkunov, B.D. Scheigur, G.J. Schermoms, R.K. Kalnins, *Kontaktlose Kontrolle von Flüssigmetallströmungen* [41] und in den Publikationen [42] und [43] beschrieben. Ein wichtiges Ergebnis der Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit ist, dass das grundlegende physikalische Funktionsprinzip anhand analytischer Betrachtungen und Experimente konkretisiert werden konnte und darüber hinaus eine seit J.A. Shercliffs Veröffentlichung bestehende Fehlinterpretation des Wirkungsprinzips korrigiert werden konnte. Dem bisherigen Verständnis der strömungsbedingten Kraft- bzw. Drehmomentmessungen war gemeinsam, dass die zu messende Kraft- oder Drehmomentwirkung proportional zur elektrischen Leitfähigkeit als auch zum Quadrat des angelegten Magnetfeldes ist. Die Messung liefert demzufolge nicht unmittelbar den Durchfluss, sondern das Produkt aus mittlerer Strömungsgeschwindigkeit und der elektrischen Leitfähigkeit der bewegten Flüssigkeit. Die Bestimmung des Durchflusses erfordert deshalb die Kenntnis der temperaturabhängigen elektrischen Leitfähigkeit. Die quadratische Abhängigkeit vom aufgeprägten Magnetfeld kann in Abhängigkeit von der Strömung dazu führen, dass für ein ausreichendes Messsignal

relativ hohe Magnetfelder angelegt werden müssen, die wiederum die Strömung beeinflussen. Bezüglich der folgenden Ausführungen soll gezeigt werden, dass das tatsächliche Wirkungsprinzip dem des Rotierenden Magneten mit allen verbundenen Konsequenzen gleich ist.

### 3.1.3.1 Analytische Lösung für ein vereinfachtes 2D-Modell

Das analytische Modell, das im folgenden betrachtet werden soll, geht von einigen eingangs vorzustellenden Vereinfachungen aus. Zum Einen sollen die Permanentmagneten den Strömungskanal vollständig überdecken. Weiterhin soll die Abmessungen der Kanalhöhe klein gegenüber der Breite sein, um zu gewährleisten, dass die magnetische Induktion der  $N$  Permanentmagneten als konstant angesehen werden kann. Ausgehend von einer konstanten Rotationsfrequenz  $\Omega$  der Permanentmagnetenscheibe kann das magnetische Induktionsfeld  $\vec{B} = B_0 \exp(i[\Omega t - N\phi])\vec{e}_z$  eingeführt werden. Die Form des Strömungskanals folge im Wechselwirkungsbereich zwischen Induktionsfeld und leitfähiger Strömung der Peripherie der Permanentmagnetenscheibe, sodass die Relativgeschwindigkeit der Permanentmagneten gegenüber dem Fluid als  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1 = (v_0 - \Omega r)\vec{e}_\phi$  notiert werden kann (Abb. 3.13).



Magnetisches Flügelrad (nach Shercliff)

Magnetisches Flügelrad (abgewandelt)

Abbildung 3.13: Magnetisches Flügelrad in der nach Shercliff vorgeschlagenen Anordnung (rechts) und in der zur Berechnung vereinfachten Anordnung (links).

Für die notwendige Berechnung der aus der Wechselwirkung von magnetischen Induktionsfeld und leitfähiger Strömung induzierten Wirbelströme soll die Magnetfeldtransportgleichung benutzt werden.

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = -\sigma \left\{ \partial_t \vec{B} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} - (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right\} \quad (3.47)$$

Die vollständige in Zylinderkoordinaten notierte Form von  $\vec{\nabla} \times \vec{j}$  lautet:

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = \{r^{-1} \partial_\phi j_z - \partial_z j_\phi\} \vec{e}_r + \{\partial_z j_r - \partial_r j_z\} \vec{e}_\phi + \{r^{-1} \partial_r [r j_\phi] - r^{-1} \partial_\phi j_r\} \vec{e}_z. \quad (3.48)$$

Gleichsetzen von Gl. (3.47) und der z-Komponente von Gl. (3.48) führt zu zwei partiellen Differentialgleichungen bezüglich der Beiträge des Geschwindigkeitsfeldes  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1 = (v_0 - \Omega r)\vec{e}_\phi$ :

$$r^{-1}\partial_r(rj_\phi) - r^{-1}\partial_\phi j_r = -iB\sigma [\Omega - Nv_0r^{-1}] \quad (3.49)$$

und für die Umfangsgeschwindigkeit der Permanentmagnetenscheibe:

$$r^{-1}\partial_r(rj_\phi) - r^{-1}\partial_\phi j_r = -iB\sigma\Omega [1 + N]. \quad (3.50)$$

Gilt für das Stromdichtefeld  $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$ , kann für dieselbe eine Stromfunktion  $\Psi(r, \phi, t)$  eingeführt werden, für die gilt [67]:

$$j_r = r^{-1}\partial_\phi\Psi \quad \text{und} \quad j_\phi = -\partial_r\Psi.$$

Das erste Kirchhoffsche Gesetz  $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$  ist damit automatisch erfüllt. Mit einer Separation der Stromfunktion in einen radial abhängigen Teil und einen zeitlich periodischen Anteil, entsprechend  $\Psi(r, \phi, t) = f(r)\exp(i[\Omega t - N\phi])$  folgt für die Gl. (3.49) und (3.50):

$$\nabla^2\Psi = -iB\sigma [\Omega - Nv_0r^{-1}] \quad (3.51)$$

und für die Umfangsgeschwindigkeit der Permanentmagnetenscheibe:

$$\nabla^2\Psi = -iB\sigma\Omega [1 + N]. \quad (3.52)$$

Der weitere Lösungsgang für die Gl. (3.51) und (3.52) unterscheidet sich in der aufzufindenden partikulären Lösung. Das Auffinden der vollständigen Lösung von Gl. (3.51) und (3.52) wird im weiteren detailliert ausgeführt. Die homogene Lösung von Gl. (3.51) ergibt sich nach einfacher Rechnung mit dem Ansatz für die Stromfunktion zu  $f_h = C_1r^N + C_2r^{-N}$ . Die partikuläre Lösung folgt entsprechend der Lagrangschen Methode der Variation der Konstanten zu  $f_p = -i\sigma B_0 \left[ \frac{\Omega r^2}{4 - N^2} + \frac{Nv_0r}{N^2 - 1} \right]$ . Aus der Linearkombination von homogener und partikulärer Lösung kann einerseits  $f(r)$  und somit auch die Stromfunktion  $\Psi(r, \phi, t)$  dargestellt werden.

$$f(r) = C_1r^N + C_2r^{-N} + i\sigma B_0 \left[ \frac{\Omega r^2}{4 - N^2} + \frac{Nv_0r}{N^2 - 1} \right],$$

$$\Psi(r, \phi, t) = \left[ C_1r^N + C_2r^{-N} + i\sigma B_0 \left[ \frac{\Omega r^2}{4 - N^2} + \frac{Nv_0r}{N^2 - 1} \right] \right] \exp[i(\Omega t - N\phi)].$$

Entsprechend der Definition der Stromfunktion sind nun auch die Komponenten der induzierten Stromdichte nachfolgend darstellbar:

$$j_\phi = \left[ -NC_1r^{N-1} + NC_2r^{-N-1} - i\sigma B_0 \left[ \frac{2\Omega r}{4 - N^2} + \frac{Nv_0}{N^2 - 1} \right] \right] \exp[i(\Omega t - N\phi)], \quad (3.53)$$

$$j_r = -iN \left[ C_1 r^{N-1} + C_2 r^{-N-1} + i\sigma B_0 \left[ \frac{\Omega r}{4 - N^2} + \frac{Nv_0}{N^2 - 1} \right] \right] \exp [i(\Omega t - N\phi)]. \quad (3.54)$$

Die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  bestimmt man aus den kinematischen Randbedingungen für die elektrische Stromdichte, da diese an den nicht leitfähigen Kanalwänden verschwinden muss. Entsprechend müssen aber auch  $\Psi(r, \phi, t)$ , sowie auch  $f(r)$  an den Kanalwänden null werden. Die Bedingungen zur Bestimmung der Konstanten heißen demnach  $f(R_i) = 0$  und  $f(R_a) = 0$ . Somit ergibt sich für  $C_1$  und  $C_2$ :

$$C_1 = -i\sigma B_0 \frac{\Omega}{4 - N^2} \left\{ \frac{R_a^{2+N} - R_i^{2+N}}{R_a^{2N} - R_i^{2N}} \right\} - i\sigma B_0 \frac{Nv_0}{N^2 - 1} \left\{ \frac{R_a^{1+N} - R_i^{1+N}}{R_a^{2N} - R_i^{2N}} \right\},$$

$$C_2 = -i\sigma B_0 \frac{\Omega}{4 - N^2} \left\{ \frac{R_a^{2-N} - R_i^{2-N}}{R_a^{-2N} - R_i^{-2N}} \right\} - i\sigma B_0 \frac{Nv_0}{N^2 - 1} \left\{ \frac{R_a^{1-N} - R_i^{1-N}}{R_a^{-2N} - R_i^{-2N}} \right\}.$$

Die im Fluid induzierte Lorentzkraft entsteht in erster Näherung durch die Wechselwirkung des aufgeprägten Induktionsfeldes mit den induzierten Strömen. Die induzierten Magnetfelder werden bei dieser Approximation nicht berücksichtigt. Die erzeugte, volumenbezogene Lorentzkraft ergibt sich folglich zu:  $\vec{f}_L = j_\phi B_z \vec{e}_r - j_r B_z \vec{e}_\phi$ . Jedoch bewirkt nur die  $\vec{e}_\phi$ -Komponente einen Transport des Fluides durch den Kanalquerschnitt. Der Realteil dieser Kraft bestimmt sich entsprechend:  $\langle f_L \rangle = \Re(j) \times \Re(B) = \frac{1}{2} \Re(j \times B^*)$ . Ein Einsetzen in die aufgezeigte Rechenvorschrift liefert letztendlich den Ausdruck für die zeitgemittelte und volumenbezogene Lorentzkraft. Ein entscheidender, praktischer Vorteil bei der Berechnung der volumenbezogenen Lorentzkraft wird dadurch erreicht, dass auf alle Beitragsterme proportional  $r^{N-1}$  und  $r^{-N-1}$  verzichtet werden kann. Die zeitgemittelte Lorentzkraft und das von ihr verursachte, gemittelte Moment stellen sich dementsprechend folgendermaßen dar:

$$\langle \vec{f}_{(v_0)} \rangle = -\frac{B_0^2 N \sigma}{2} \left[ \frac{Nv_0}{N^2 - 1} + \frac{\Omega r}{4 - N^2} \right] \vec{e}_\phi, \quad (3.55)$$

$$\langle M_{(v_0)} \rangle = \int \int \frac{B_0^2 N \sigma}{2} \left( \frac{Nv_0}{N^2 - 1} \right) r^2 d\phi dr + \int \int \frac{B_0^2 N \sigma}{2} \left( \frac{\Omega}{4 - N^2} \right) r^3 d\phi dr. \quad (3.56)$$

Die Lösung von Gl. (3.52) verläuft nahezu identisch zu Gl. (3.51). Der wesentliche Unterschied besteht in der Formulierung einer partikulären Lösung. Die wichtigsten Ergebnisse der Lösungsfindung sollen nachfolgend kurz dargestellt werden. Die homogene Lösung der Gl. (3.52) ergibt sich nach einfacher Rechnung mit dem Ansatz für die Stromfunktion zu  $f_h = C_1 r^N + C_2 r^{-N}$ . Die partikuläre Lösung folgt wiederum entsprechend der Lagrangschen Methode der Variation der Konstanten zu  $f_p = -i\sigma \Omega B_0 \left[ \frac{N+1}{4-N^2} \right] r^2$ . Die im elektrisch leitfähigen Fluid induzierten Ströme ergeben sich zu:

$$j_\phi = \left[ -NC_1 r^{N-1} + NC_2 r^{-N-1} - i2\sigma \Omega B_0 r \left[ \frac{N+1}{4-N^2} \right] \right] \exp [i(\Omega t - N\phi)], \quad (3.57)$$

$$j_r = -iN \left[ C_1 r^{N-1} + C_2 r^{-N-1} + i\sigma\Omega B_0 r \left[ \frac{N+1}{4-N^2} \right] \right] \exp [i(\Omega t - N\phi)]. \quad (3.58)$$

Die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  bestimmt man wiederum aus den kinematischen Randbedingungen für die elektrische Stromdichte, da diese an den nichtleitfähigen Kanalwandungen verschwinden muss. Entsprechend müssen aber auch  $\Psi(r, \phi, t)$ , sowie auch  $f(r)$  an den Kanalwandungen null werden. Die Bedingungen zur Bestimmung der Konstanten heißen demnach  $f(R_i) = 0$  und  $f(R_a) = 0$ . Somit ergibt sich für  $C_1$  und  $C_2$ :

$$C_1 = -i\sigma\Omega B_0 \frac{N+1}{4-N^2} \left\{ \frac{R_a^{2+N} - R_i^{2+N}}{R_a^{2N} - R_i^{2N}} \right\},$$

$$C_2 = -i\sigma\Omega B_0 \frac{N+1}{4-N^2} \left\{ \frac{R_a^{2-N} - R_i^{2-N}}{R_a^{-2N} - R_i^{-2N}} \right\}.$$

Die Lorentzkraft und das von ihr verursachte Moment stellen sich dementsprechend folgendermaßen dar:

$$\langle \vec{f}_{(\Omega)} \rangle = -\frac{B_0^2 N \Omega \sigma}{2} \left[ \frac{N+1}{4-N^2} \right] r \vec{e}_\phi, \quad (3.59)$$

$$\langle M_{(\Omega)} \rangle = \int \int \frac{B_0^2 N \sigma}{2} \left( \frac{N\Omega}{4-N^2} \right) r^3 d\phi dr + \int \int \frac{B_0^2 N \sigma}{2} \left( \frac{\Omega}{4-N^2} \right) r^3 d\phi dr. \quad (3.60)$$

Da für das beschriebene System der Drehimpulserhaltungssatz gilt, muss der magnetische Druck verursacht durch die Wechselwirkung des Magneten mit der leitfähigen Schicht, den magnetischen Druck verursacht durch die Interaktion der leitfähigen Schicht mit dem Magneten genau ausbalancieren. Diese Betrachtung ist allerdings nur dann gültig, wenn sämtliche Reibungsverluste (Lagerreibung) vernachlässigt werden können und eine elektrisch nicht leitfähige Wand betrachtet wird. Der Drehimpulserhaltungssatz kann somit in der Form  $M_{(v_0)} + M_{(\Omega)} = 0$  notiert werden, aus welchem unter Ausnutzung der abgeleiteten Identitäten in Gl. (3.56) und (3.60) ein Zusammenhang für die Gleichgewichtsrotationsrate  $\Omega$  abgeleitet werden kann.

$$\Omega = \frac{4}{3} \left[ \frac{N(N^2 - 4)}{(N+2)(N^2 - 1)} \right] \left\{ \frac{R_a^3 - R_i^3}{R_a^4 - R_i^4} \right\} v_0 \quad (3.61)$$

Diese Gleichgewichtsrotationsrate ist weder von der elektrischen Leitfähigkeit des Fluids noch von der magnetischen Induktion des Permanentmagneten abhängig. Das Ergebnis steht im Gegensatz zu allen bisher erschienenen Veröffentlichungen.

### 3.1.3.2 Betrachtung leitfähiger Kanal- oder Rohrwände

Die Berücksichtigung einer leitfähigen Kanalwand muss ebenfalls um einen zusätzlichen Term, der das Bremsmoment berücksichtigt, das proportional zum Quadrat der magnetischen Induktion  $B$  der Permanentmagneten, deren Anzahl  $N$  und der elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma_W$  der Rohr- oder Kanalwandung ist. Die Ermittlung des Bremsmomentes erfolgt analog der Lösung von Gl. (3.52), wengleich auch davon ausgegangen wird, dass sich die in der Wand und im Fluid induzierten Ströme unabhängig voneinander ausbreiten. Die Annahme einer vernachlässigbaren Lagerreibung des Magnetischen Flügelrades führt mit dem zusätzlich auftretenden Bremsmoment  $M_W$  zu einer korrigierten Form der Drehmomentenerhaltung entsprechend:

$$M_0 + M_1 + M_W = 0, \quad (3.62)$$

welche sich nach der Rotationsrate  $\Omega$  aufgelöst, wie folgt darstellt:

$$\Omega \left\{ 1 + \frac{\sigma_W}{\sigma_0} \left[ \frac{N+1}{N+2} \right] \right\} = \frac{4}{3} \left[ \frac{N(N^2-4)}{(N+2)(N^2-1)} \right] \left\{ \frac{R_a^3 - R_i^3}{R_a^4 - R_i^4} \right\} v_0. \quad (3.63)$$

In Gl. (3.63) tritt ein Term in Erscheinung, der als ein von der elektrisch leitfähigen Kanalwandung abhängiger Empfindlichkeitsfaktor:

$$K_\sigma = \left\{ 1 + \frac{\sigma_W}{\sigma_0} \left[ \frac{N+1}{N+2} \right] \right\} \quad \text{und} \quad B = \text{const.}$$

interpretiert werden kann. Ein Vergleich der Gleichgewichtsrotationsraten (Gl. (3.61) und Gl. (3.63)) unter der Voraussetzung gleicher Fluidströmungsgeschwindigkeit  $v_0$  verdeutlicht den dämpfenden Einfluß einer leitfähigen Kanalwand entsprechend:

$$K_\sigma = \frac{\Omega_0}{\Omega_W} = \left\{ 1 + \frac{\sigma_W}{\sigma_0} \left[ \frac{N+1}{N+2} \right] \right\} \quad (3.64)$$

und ist in Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Magnetischen Flügelrades. Die Linearität des Messsystems wird durch eine elektrisch leitfähige Kanalwand nicht beeinträchtigt.

### 3.1.3.3 Realisierung erster Labormodelle

◇ Mechanische Eingangsdaten:

Der Magnetische Flügelrad wurde in nur einer Ausführungsformen realisiert. Das existierende Labormodell (LAB6) entspricht dem in Abschnitt 3.1.3, Abb. 3.13 erläuterten

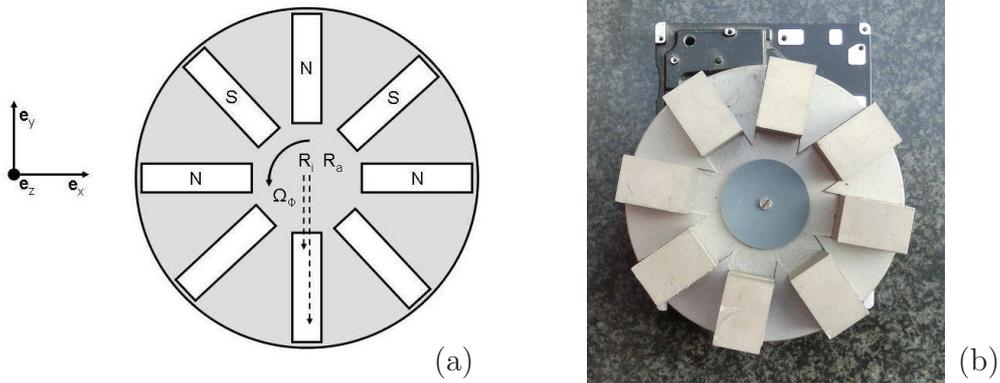


Abbildung 3.14: Skizze (a) und Labormodell (b) des magnetischen Flügelrads (LAB6).

Grundprinzip. Auf einer rotierbar gelagerten Weicheisenplatte ( $R_a = 62 \text{ mm}$ ) befinden sich acht Hochtemperaturpermanentmagneten ( $\text{SmCo}$ ,  $T_{(max.)} = 230 \text{ }^\circ\text{C}$ ) in äquidistanten Abständen zueinander (vergl. Abb. 3.13). Die Permanentmagneten haben die Abmessungen von  $30 \times 20 \times 10 \text{ mm}$  mit einer magnetischen Oberflächeninduktion von ca.  $B_0 = 0.5 \text{ T}$ . Die Abstände der Magneten zum Mittelpunkt der rotierbar gelagerten Weicheisenplatte betragen:  $R_i = 32 \text{ mm}$  und  $R_a = 62 \text{ mm}$ .

## 3.2 Messwerterfassung und Elektronik

Im folgenden Kapitel werden die elektronischen und elektrotechnischen Aspekte zu den entwickelten Sensoren betrachtet. Besonderes Gewicht soll dabei auf den Abgleich der Messsysteme und deren messtechnischer Einordnung bezüglich Empfindlichkeit, Selektivität und Stabilität gelegt werden. Eine Betrachtung bezüglich der zu erwartenden systematischen Fehler, verursacht durch den Messgeber und die Messwertverarbeitung, schließen das Kapitel ab.

### 3.2.1 Felderzeugung und Feldstruktur

#### 3.2.1.1 Phasensensor

Die Erzeugung des magnetischen Induktionsfeldes über den Ausschnitt zur Aufnahme des Strömungskanales erfolgt durch eine Senderspule, die von einem monofrequenten Wechselstrom temperaturstabilisierter Amplitude durchflossen wird. Die Verteilung und Leitung des magnetischen Flusses erfolgt über Flusseisen mit definiertem Querschnitt  $A$  und hoher Permeabilität  $\mu_r$  und somit geringem magnetischen Widerstandes. Das Magnetfeld muss bei dieser Anordnung inhomogen sein, da der magnetische Widerstand  $R_{magn.} = (\mu_0\mu_r A)^{-1}b$  des Luftspaltes durch die Vakuumpermeabilität repräsentiert wird und sich direkt proportional zum Quotienten aus Spaltbreite  $b$  und Querschnittsfläche verhält. Eine gute Approximation der magnetischen Induktion im Messspalt wird durch die folgende Gleichung gegeben [68]:

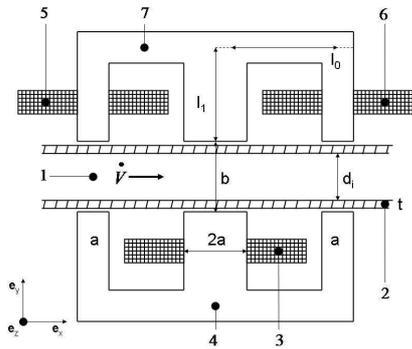
$$B(y) = \frac{\mu_0 I_0}{2R} N \left[ \frac{1}{\left\{ 1 + \left[ \frac{y-y_0}{R} \right]^2 \right\}^{\frac{3}{2}}} \right]. \quad (3.65)$$

Die in ihr vorkommenden Variablen bezeichnen:  $\mu_0$ -Vakuumpermeabilität,  $I_0$ -Strom,  $N$ -Windungszahl,  $R$ -mittleren Spulenradius und  $(y - y_0)$ -Abstand vom Flusseisen. Deutlich zu erkennen ist, dass die magnetische Induktion senderseitig durch die Position des magnetischen Flusseisens konzentriert wird. Die Breite des mittleren Peaks entspricht der Breite des mittleren Flusseisenpols, in dessen links- und rechtsseitiger Entfernung von 17.5 mm sich die seitlichen Pole des E-förmigen Senderkerns befinden.

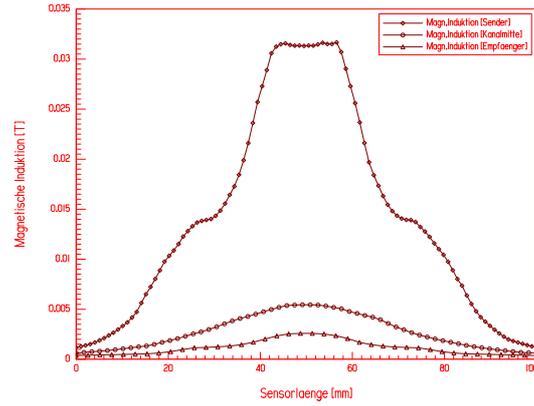
Die Abbildung 3.15 zeigt die Verteilung der magnetischen Induktion entlang der Flusseisenpole (senderseitig, mittig und empfängerseitig).

#### 3.2.1.2 Rotierender Magnet

Das magnetische Wechselfeld wird durch die strömungsinduzierte Rotation eines diametral magnetisierten Zylindermagneten (Permanentmagnet) verursacht. Das magnetische Feld



Symmetrische Sensoranordnung



Magnetische Induktionsverteilung

Abbildung 3.15: Symmetrische Sensoranordnung zur Simulation der magnetischen Induktion im Messspalt. Simulationsparameter: Spulenstrom: 1A, Kanalbreite 33mm, Frequenz: 400 Hz, weiterhin bezeichnen: 1-Strömungskanal, 2-Kanalwand, 3-Senderspule, 4-Flusseisen und 5/6-Empfängerspulen.

des Zylindermagneten kann in einem ausreichenden Abstand von seiner Peripherie als ein zweidimensionales Dipolfeld mit dem Vektorpotential  $\vec{A}_0(r) = \vec{e}_z A_0(r)$  approximiert werden, wobei:

$$\vec{A}_0(r) = \frac{\vec{d}_0 \cdot \vec{r}}{r^2} = \frac{d_0 \cos(\phi - \phi_0)}{r}$$

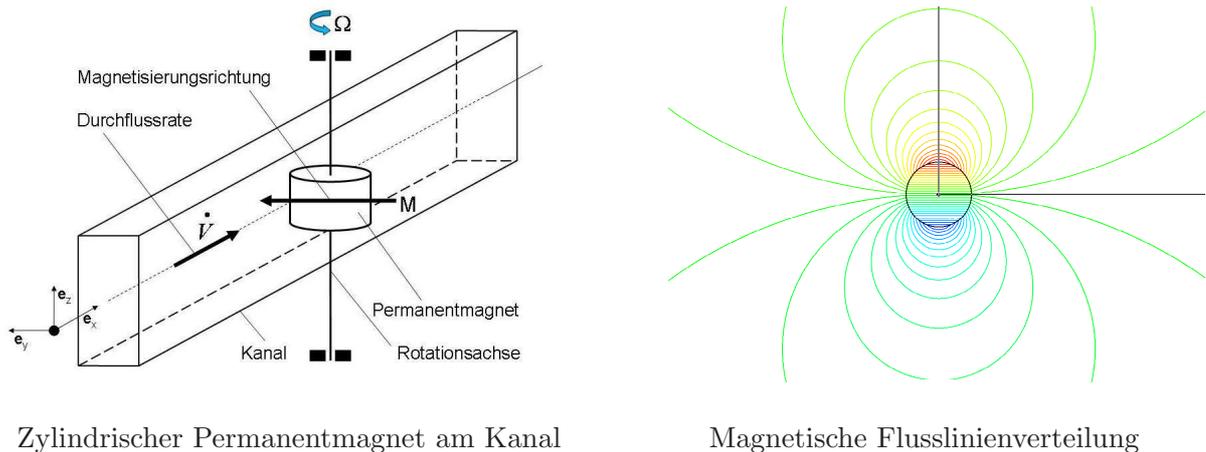
gelten soll und  $\vec{d}_0$  das Dipolmoment des Magneten senkrecht bezüglich  $\vec{e}_z$  bezeichnet. Der Radiusvektor  $\vec{r}$  schließt entsprechend der Abbildung den Winkel  $\phi$  mit der x-Achse ein. Entsprechend der Annahmen für das Vektorpotential ergibt sich für die magnetische Induktion des Zylindermagneten außerhalb seiner Peripherie:

$$\vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}_0 = -\vec{e}_z \times \vec{\nabla} A_0. \quad (3.66)$$

In der folgenden Abb. 3.16 ist einerseits der grundlegende Versuchsaufbau und andererseits eine Simulation der magnetischen Flussverteilung des Induktionsfeldes dargestellt.

### 3.2.1.3 Magnetisches Flügelrad

Die magnetische Induktion  $B$  der auf einer Weicheisenplatte in äquidistanten Abständen angeordneten Permanentmagneten wurde in den Ausführungen zum Funktionsprinzip (Abschnitt 3.1.3) mit  $\vec{B} = B_0 \exp(i[\Omega t - N\phi])\vec{e}_z$  als konstant vorausgesetzt. Die Begründungen zu dieser Annahme wurden zu Beginn des Abschnittes (3.1.3) bereits erläutert. Die Abhängigkeit der magnetischen Induktion vom Abstand zur Magnetoerfläche kann wiederum durch eine Vereinfachung beschrieben werden, in der der Magnet als ein Dipol mit einem zugeordneten Dipolmoment  $\vec{d}_0 = d_0 \vec{e}_z$  approximiert wird. Das von der Magnetoerfläche ausgehende Feld wird in Abhängigkeit vom Abstand  $\vec{L}$  zu [68]:



Zylindrischer Permanentmagnet am Kanal

Magnetische Flusslinienverteilung

Abbildung 3.16: Zylindrischer, diametral magnetisierter Permanentmagnet mit Angabe des Dipolmomentes und Simulation der Induktionsverteilung.

$$\vec{B}(L) = \frac{3\mu_0}{4\pi} \left\{ \frac{(\vec{d}_0 \cdot \vec{L}) \vec{L}}{L^5} - \frac{\vec{d}_0}{L^3} \right\}. \quad (3.67)$$

### 3.2.2 Abgleich der Messsysteme

Der Abgleich der Messsysteme stellt eine wichtige Ausgangsvoraussetzung zur Aufnahme interpretierbarer Messwerte dar, da dieser das System in einen beschreibbaren und somit definierbaren Grundzustand versetzt. Das Kriterium der Systemstabilität ist dabei von einer besonderen Bedeutung, da es das etwaige Driftverhalten aus eben diesen Grundzustand beschreibt.

#### 3.2.2.1 Phasensensor: Amplituden- oder Phasenabgleich?

Bezüglich der Funktionsweise müssen zwei Fälle voneinander unterschieden werden. Der alternierende magnetische Fluss passiert den Strömungskanal ungestört, solange das leitfähige Fluid im Kanal ruht. Diese unbeeinflusste Übertragung führt zu einer symmetrischen Verteilung des magnetischen Flusses bezüglich der Empfängerspulen. Eine asymmetrische Verteilung des von der Senderspule erzeugten magnetischen Flusses über die Empfängerspulen entsteht dann, wenn das Fluid im Kanal mit einer mittleren Geschwindigkeit  $v_0$  bewegt wird. Zum Abgleichvorgang muss das Messsystem parallel zur Rohrachse im strömungslosen Zustand so justiert werden, dass das magnetische Flusseisen der Sender- und Empfängerspulen diametral zum Rohrquerschnitt angeordnet ist. Im symmetrischen Anordnungsfall des Messsystems ist die Empfindlichkeit gegenüber der asymmetrischen Anordnung verringert, jedoch ist die Kenntnis des magnetischen Widerstandes des Flusseisens zur Berechnung der strömungsinduzierten Phasendifferenz nicht notwendig.

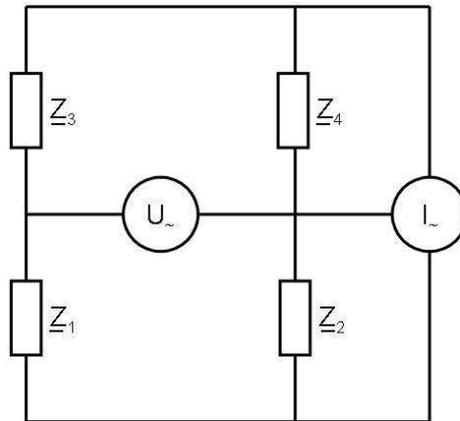


Abbildung 3.17: Empfängerseite als komplexe Messbrücke.

Bezüglich des Abgleiches ist es hilfreich, sich die Empfängeranordnung des Durchflusssensors als komplexe Messbrücke vorzustellen (Abb. 3.17).

Die Zuleitungen zu den Empfängerspulen werden durch die komplexen Widerstände  $\underline{Z}_3$  und  $\underline{Z}_4$  dargestellt. Die Empfängerspulen ( $\underline{Z}_1$  und  $\underline{Z}_2$ ) stellen ebenfalls komplexe Widerstände dar, deren Realteil den Kupfer- und Eisenwiderstand und deren Imaginärteil den Blindwiderstand der Induktivität  $j\Omega L$  enthält. Diese Brücke kann nur geometrisch und elektrisch symmetrisiert werden, wenn die Zuleitungen identisch sind. Anderenfalls kommt es zwangsläufig zu einer elektrischen Symmetrisierung und geometrischen Asymmetrisierung, welche zur Folge hat, dass zu hohe Phasenverschiebungen gemessen werden. Bei identischen Zuleitungen gelten die elektrischen Symmetrisierungsbedingungen für den Real- und Imaginärteil der komplexen Widerstände [69].

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3, \quad \text{Betragsbedingung} \quad (3.68)$$

$$\phi_{P(1)} + \phi_{P(4)} = \phi_{P(2)} + \phi_{P(3)}, \quad \text{Phasenbedingung} \quad (3.69)$$

Messungen im geometrisch asymmetrischen Fall sind auch bezüglich der elektrischen Bedingungen asymmetrisch. Die bei höherer Empfindlichkeit ( $K = K_i$ ) gemessenen Phasenverschiebungen können nur dann mit den Rechenwerten verglichen werden, wenn die magnetischen Eisenwiderstände bekannt sind.

### 3.2.2.2 Phasensensor: Nullpunktdrift und Abgleich

Als Drift wird eine mit der Zeit fortschreitende Änderung der Eigenschaften eines Systems oder der vom Selben erzeugten Messwerte verstanden. Besondere Aufmerksamkeit erfordert die Auswirkung des Drifts bei der Kalibrierung von Messgeräten (Festlegung

des Nullpunktes bei der Messung der strömungsinduzierten Phasendifferenz). Diese Nullpunktdrift ist besonders dann ein Problem, wenn die im Vergleich zum Drift gemessenen Effekte (strömungsinduzierte Phasendifferenz) klein sind. Von besonderem Interesse ist der sogenannte Temperaturdrift eines Messsystems, der im Zusammenhang mit der praktischen Einsatzfähigkeit des Phasensensors betrachtet werden muss. Die Erweiterung des Ansatzes besteht darin, auf den mittleren Pol des E-förmigen Empfängerflusseisens eine weitere, dritte Empfängerspule aufzubringen, die dazu benutzt wird, die magnetische Diffusionszeit in Form einer von der elektrischen Leitfähigkeit abhängigen Phase zu messen. Die Phasenverschiebungen zwischen den Empfängerspulen sind von der magnetischen Diffusionszeit und strömungsbedingt  $Rm$  abhängig. Das Signal, welches in der mittleren Empfängerspule induziert wird ist lediglich von der Diffusionszeit abhängig. Die magnetische Diffusionszeit ergibt sich elementar aus der im Kapitel 2.5 abgeleiteten Magnetfeldtransportgleichung (Gl. (2.9)) durch geeignete Entdimensionierung zu:

$$\tau_m = \mu_0 \sigma d_i^2. \quad (3.70)$$

Der Einfluss strömungsbedingter  $Rm$ -Effekte ist zu vernachlässigen. Allen messbaren Phasenverschiebungen am Phasensensor ist gemein, dass sie in Abhängigkeit von der Zeit und der temperaturbedingten Leitfähigkeitsänderung driftabhängig sind. Eine Unterscheidung der Beiträge ist dahingehend möglich, dass die Phasenverschiebung die durch die magnetische Diffusionszeit verursacht wird im Gegensatz zur  $Rm$ -bedingten Phasenverschiebung nicht von der Strömungsgeschwindigkeit des Fluids abhängig ist. Die auf den äußeren Polen angeordneten Empfängerspulen beinhalten die Phasenverschiebung die auf der magnetische Diffusionszeit beruht sowie der strömungsabhängigen Phasenverschiebung, welche durch die magnetische Reynoldszahl charakterisiert wird. Die betrachteten Phasenverschiebungen stehen somit in folgenden Verhältnis zueinander:

$$\frac{\Delta\phi_{P(EE)}}{\Delta\phi_{P(SE)}} = \frac{\phi_P(Rm) + \phi(t, \sigma(T))}{\phi_P(\tau_m) + \phi(t, \sigma(T))}. \quad (3.71)$$

Können mechanische Verschiebungen sowie Lageänderungen zwischen Kanal und Phasensensor ausgeschlossen werden, ist die Anordnung einer mittleren Empfängerspule nicht notwendig. Durch eine geeignete Differenz- und Summenbildung der senderspulenbezogenen Empfängersignale kann die Abhängigkeit von der elektrischen Leitfähigkeit eliminiert werden. Die resultierende Phasenverschiebung durch Differenzbildung in der symmetrischen Einstellung ergibt sich zu:

$$\frac{\phi_P(Rm)}{2} + k_1\phi_P(\tau_m) + k_2\phi_P(\tau_m) + \frac{\phi_P(Rm)}{2} - k_1\phi_P(\tau_m) - k_2\phi_P(\tau_m) = \phi_P(Rm). \quad (3.72)$$

Hingegen sich die resultierende Phasenverschiebung in der symmetrischen Einstellung bei Summenbildung folgendermaßen darstellt:

$$\frac{\phi_P(Rm)}{2} + k_1\phi_P(\tau_m) + k_2\phi_P(\tau_m) - \frac{\phi_P(Rm)}{2} + k_1\phi_P(\tau_m) + k_2\phi_P(\tau_m) = 2(k_1 + k_2)\phi_P(\tau_m). \quad (3.73)$$

Insofern die vom Empfängereisen abhängigen Übertragungskonstanten  $k_1$  und  $k_2$  identisch sind. Driftvorgänge die durch eine Änderung der Fluidleitfähigkeit oder eine Änderung der Sensorgeometrie hervorgerufen werden, können durch die Erweiterung des Sensorkonzepts mittels einer dritten Empfängerspule beherrscht werden.

Allerdings kann der Phasensensor auch von äußeren Störungen asymmetrisiert werden. Einerseits durch magnetisierbare oder magnetische Materialien in der direkten Umgebung des Sensors oder durch zeitlich abhängige elektrische und magnetische Felder. Diese Störungen wirken niemals symmetrisch auf den Sensor ein, sodass er kurz- oder langfristige oder mit einer zeitlichen Abhängigkeit asymmetrisiert wird. Besonders die zeitlich abhängigen äußeren Störungen gilt es zu vermeiden. Eine technisch gut umsetzbare Methode der Unterdrückung von externen Störungen besteht in der Ausnutzung des Skin-effektes. Die im leitfähigen Material induzierten Wirbelströme behindern dabei kontinuierlich die Durchdringung des äußeren und zeitlich veränderlichen elektrischen Störfeldes. Die für ein Abschirmgehäuse zu wählende Materialdicke ergibt sich im Wesentlichen aus der niedrigsten zu erwartenden Störfrequenz. Die Bestimmungsgleichung ergibt sich aus der im Anhang (Abschnitt 6.1) aufgeführten Rechnung:

$$\delta_E = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\Omega}}. \quad (3.74)$$

Wird die Abschirmungsdicke entsprechend der Eindringtiefe  $\delta_E$  gewählt, fällt die Amplitude der magnetischen Induktion oder des elektrischen Feldes um den Faktor  $1/e$  ab. Die Abschirmung äußerer magnetischer Störfelder wird durch einen Schirm hochpermeablen Materials erreicht. Geeignete Materialien sind Transformatorenblech (FeNi) oder Permaloy (FeNiMo). Äußere magnetische Felder (DC-Felder) werden dem Wirkprinzip entsprechend nicht abgeschwächt-sondern umgeleitet, da das hochpermeable Material einen geringeren magnetischen Widerstand aufweist als das abzuschirmende Volumen. Die Feldlinien konzentrieren sich entsprechend dem magnetischen Brechungsgesetz (Gl. 3.75) im Material höherer Permeabilität (vergl. Abb. 3.18) [52].

$$\frac{\tan(\alpha_U)}{\tan(\alpha_S)} = \frac{\mu_{rU}}{\mu_{rS}}. \quad (3.75)$$

Dabei bezeichnen:  $\mu_{rU}$  und  $\mu_{rS}$  die relativen Permeabilitäten der Umgebung und des Schirmmaterials, bzw.  $\alpha_U$  und  $\alpha_S$  die Ein- und Ausfallwinkel der magnetischen Feldlinien bezogen auf die Grenzfläche zwischen den Materialien unterschiedlicher Permeabilität.

Magnetische AC-Felder hingegen werden durch Wirbelstromverluste  $P_E \propto f^2$  (Abschirmung elektrischer Felder) und Umagnetisierungsverluste  $P_H \propto f$  im Volumen höherer

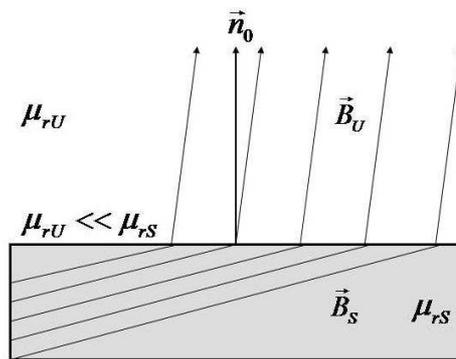


Abbildung 3.18: Veranschaulichung des magnetischen Brechungsgesetzes

Permeabilität (Abschirmung) dissipiert. Die Anordnung der Abschirmung am Phasensensor ist für die Einstellung der Leistungsfähigkeit des Messgerätes von entscheidender Bedeutung. Die Abschirmung sollte symmetrisch um den Sensor angeordnet werden, um eine von außen provozierte Asymmetrisierung der Flusseisenanordnung in Form von  $K_{l*}$  zu vermeiden. Eine Verstärkung der Abschirmungsdicke im Eingriffsbereich von  $(4a + 2l_0) \times c$  (vergl. Abb. 3.2) führt zu einer Beeinflussung des Empfindlichkeitsfaktors  $K_b$ , insofern die Abschirmung nahe am Kern befestigt bzw. angeordnet wird.

Für den Phasensensor LAB1 wurde eine doppelwandige Abschirmung bestehend aus Transformatorenkernblech und einer äußeren Kupferhülle aufgebaut. Die Wanddicke des Transformatorenblechgehäuses beträgt  $d_W = 0.5 \text{ mm}$  und umgibt den Sensor in einem äquidistanten Abstand von  $l_a = 20 \text{ mm}$ . Eine Kupferhülle der Wanddicke von  $d_W = 5 \text{ mm}$  umschließt den Gesamtaufbau und steht in einem direkten elektrischen Kontakt zur inneren Transformatorenblechhülle. Das Gehäuse weist neben den Zuführungsöffnungen für die elektrischen Zuleitungen und Signalausgänge nur eine Durchführung für ein Rohr mit einem Außendurchmesser von  $d_a = 35 \text{ mm}$  auf. Hochfrequente elektrische Störfelder konnten somit wirksam abgeschirmt werden. Die hochpermeable Transformatorenblechhülle schirmt Permanentmagnetfelder von *SmCo*-Magneten mit einer Oberflächeninduktion von  $B_{OF} = 0.5 \text{ T}$  wirksam ab.

### 3.2.2.3 Rotierender Magnet: Abgleich von Fremdfeldern

Eine geometrische Justierung des Messsystems ist unerlässlich, um ein Minimum an Lagerreibung zu gewährleisten. Neben dem geometrischen Systemabgleich ist ein magnetischer Abgleich wünschenswert, wenn äußere, statische Fremdfelder auf den Sensor einwirken. Eine wirksame Abgleichmethode gegen statische Magnetfelder ergibt sich aus der Möglichkeit, den Strömungskanal, sowie das Permanentmagnetensystem mit einem hochpermeablen Material (Permalloy, Transformatorenblech) einzuhausen. Zeitabhängige, elektromagnetische Störungen sind für Permanentmagnetensysteme ein ernst zu nehmendes Problem, welches nur durch großzügige Abschirmung (durch Skineffekt und Feldkonzentration, im ausreichend großen Abstand zum bewegten Magneten) bewerkstelligt

werden kann. Magnetisch leitfähige Materialien, wie Stahl oder Edelstahl, können speziell nach ihrer Verarbeitung (Schweißen), einen starken Remanenzmagnetismus ( $B_R$ ) aufweisen, welcher eine unkalkulierbare Störung aller auf Permanentmagneten basierten Messsysteme darstellt. Eine Beherrschung derartiger Störungen kann nur durch eine einsatznahe Kalibration erreicht werden.

#### 3.2.2.4 Magnetisches Flügelrad: Abgleich von Fremdfeldern

Die große Ähnlichkeit der Funktionsweise des Rotierenden Magneten und des Magnetischen Flügelrades führt zu der Konsequenz, dass alle vorausgehenden Ausführungen bezüglich des Abgleiches und der Abschirmung von magnetischen Störfeldern auch hier gelten.

### 3.2.3 Messunsicherheit

Neben der Konditionierung des Messeffektes, sowie Einordnung bezüglich Empfindlichkeit, Selektivität und Stabilität, steht die Beherrschung möglicher Störeinflüsse auf die Systemelektronik bei der Entwicklung im Vordergrund. Eine vollständige Beherrschung aller Störeinflüsse ist nicht realistisch. Die zu betrachtenden Fehler entstehen zum einen durch die Funktionsweise des Messgebers (Empfindlichkeit, Selektivität) und durch die elektronische Verarbeitung der durch den Messgeber gelieferten Messsignale (Verstärkung etc.).

#### 3.2.3.1 Phasensensor: Messunsicherheit

Beide vorgestellten Messsysteme zeigen ein lineares Ausgangsverhalten und lassen sich durch die folgende lineare Beziehung beschreiben [54]:

$$Y = SX. \quad (3.76)$$

Hierbei bezeichnet  $Y$  das gemessene elektrische Ausgangssignal,  $S$  die Empfindlichkeit und  $X$  die Messgröße. Die zu erwartende relative Messunsicherheit ergibt sich zu [54]:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta S}{S} + \frac{\Delta Y}{Y}. \quad (3.77)$$

Die Gleichung besagt, dass sich die Messunsicherheit aus dem Fehler des Messsystems und den Auswirkungen von Störspannungen auf das elektrische Messsignal zusammensetzt. Welche Störungen auf das elektrische Messsignal in Frage kommen, hängt von der Art der Signalverarbeitung ab. Die Auswertungselektronik am Phasensensor kann vereinfacht durch das Blockschaltbild in Abb. 3.19 beschrieben werden.

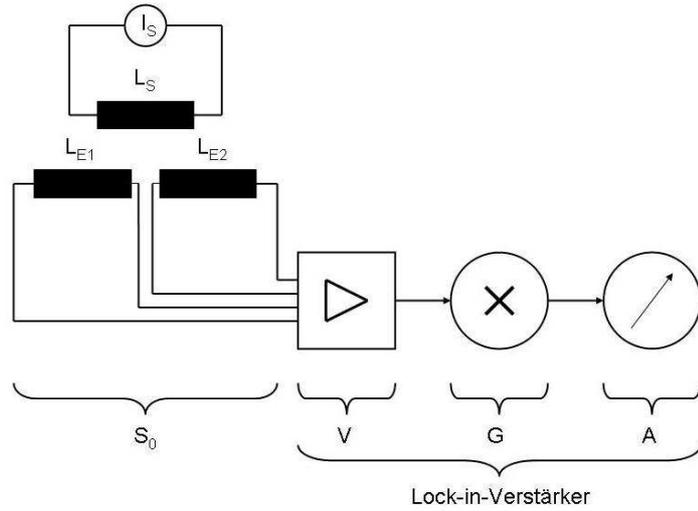


Abbildung 3.19: Blockschaltbild des Phasensensors mit Auswertungs elektronik.

Das Messsignal wird durch den Messgeber (Empfängerspulen) mit seiner Empfindlichkeit  $S_0$  bereitgestellt und durch einen Vorverstärker verstärkt. Das somit erhaltene Signal wird nochmalig durch einen phasenempfindlichen Gleichrichter mit dem Übertragungsfaktor  $G$  beeinflusst und durch eine Anzeigeeinheit  $A$  visualisiert. Für die Empfindlichkeit des Messgebers  $S_0$  muss nun die Gesamtempfindlichkeit  $S = S_0VGA$  eingesetzt werden. Der relative Fehler der Messgröße  $X$  folgt zu:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta S_0}{S_0} + \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta G}{G} + \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta Y}{Y}, \quad (3.78)$$

wobei auf die Beiträge der einzelnen elektronischen Systeme mit ihren Übertragungsfaktoren nicht eingegangen werden soll. Diese komplexen Einzelkomponenten werden darüber hinaus vom Hersteller nicht mit Übertragungsfehlerangaben bedacht. Auf die angegebenen Teilsysteme wirken sich verschiedene Störungen aus, die in innere ( $u_{int.}$ ) und äußere ( $u_{ext.}$ ) Störspannungen unterteilt werden. Die internen Störspannungen setzen sich aus den transformatorischen ( $u_L$ ), ohmschen ( $u_R$ ) und kapazitiven ( $u_C$ ) Störungen zusammen. Die externen Störspannungen bezeichnen stochastisch verteilte Beiträge, wie Netzstörspannungen ( $u_N$ ) und elektronisches Rauschen ( $u_r$ ). Dem Gleichrichter mit seiner Übertragungsfunktion  $G$  wird nach der Lock-in-Verstärker internen Amplifikation ein Signal zugeführt, dass sich aus dem Nutzsignal und den genannten inneren und äußeren Störspannungen zusammensetzt [54].

$$u = V \{u_m + u_i + u_r\} = V \{U_m \sin(\Omega t) + U_{int} \sin(\Omega t + \phi_P) + u_a(t)\} \quad (3.79)$$

Dabei bezeichnen  $u_m$ -das Nutzsignal,  $u_{int} = U_{int} \sin(\Omega t + \phi_P) = -U_T \cos(\Omega t) + U_R \sin(\Omega t + \phi_{P(R)}) + U_C \sin(\Omega t + \phi_{P(C)})$ -die internen Störspannungen und  $u_a(t)$ -das zeitabhängige, stochastisch verteilte Rauschen.

◇ Einkanalige Phasenmessung:

Bei der einkanaligen Phasenmessung wird dem Referenzkanal des Lock-in-Verstärkers das induzierte Signal einer Empfängerspule zugeleitet, währenddessen das Signal der zweiten Empfängerspule an den Messkanal (Signalkanal) angeschlossen wird. Das Referenzsignal wird geräteintern mit Hilfe eines Komparators in ein Rechtecksignal  $R$  umgewandelt.

$$R = \frac{4}{\pi} \left\{ \sin(\Omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\Omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\Omega t) \right\} \quad (3.80)$$

Das Rechtecksignal als Referenzsignal hat eine auf eins normierte Amplitude und ist als eine Fourier-Reihe dargestellt, die alle ungeraden Harmonischen der Grundfrequenz  $\Omega$  enthält. Dieses Rechtecksignal wird mit dem strömungsinduzierten und störungsüberlagerten Signal der zweiten Empfängerspule (Signalkanal) multipliziert (Übertragungsglied-G) und anschließend tiefpassgefiltert. Das Referenzsignal sei darüber hinaus noch um eine Phase  $\phi_P$  strömungsbedingt gegenüber dem Signal des Messkanals phasenverschoben.

$$R = \frac{4}{\pi} \left\{ \sin(\Omega t + \phi) + \frac{1}{3} \sin(3\Omega t + \phi) + \frac{1}{5} \sin(5\Omega t + \phi_P) \right\} \quad (3.81)$$

Beide Empfängerspulen erzeugen einen Beitrag von  $\phi_P/2$  zur strömungsbedingten Gesamtphasenverschiebung.

$$R * u = \frac{2}{\pi} V \{ U_m \cos(\phi) + U_i \cos(\delta - \phi_P) \} \quad (3.82)$$

Der stochastische Störanteil des Messsignals ist gleichmäßig über den gesamten Frequenzbereich verteilt und wird somit innerhalb der Bandbreite des verwendeten Lock-in Verstärkers übertragen. Die Bandbreite des Lock-in Verstärkers verhält sich indirekt proportional zur gewählten Integrationszeit. Das bedeutet für den Anwendungsfall, dass hohe Integrationszeiten den Übertragungsbereich einschränken, indem stochastische Störanteile übertragen werden können. Der entscheidende Nachteil der einkanaligen Phasenmessung zeigt sich in der Tatsache, dass die eingekoppelten Störspannungen  $U_{int}$  mit der Phasenverschiebung  $\delta$  im Signal erhalten bleiben.

Die relative systematische Messunsicherheit der angewandten Messmethode ergibt sich mithin [54]:

$$\frac{\Delta X}{X} = \cos(\phi) + \frac{U_i}{U_m} \cos(\delta - \phi_P) - 1. \quad (3.83)$$

Trägt man die Lock-in-Ausgangsspannung bezogen auf die Verstärkung gegenüber der Messspannung auf, ergibt sich die in Abb. 3.20 dargestellte lineare Ausgangscharakteristik. Der auftretende Nullpunktfehler  $U_{int} \cos(\delta - \phi_P)$  und der Fehler bezüglich des Anstieges der Charakteristik  $\cos(\delta)$  müssen nachträglich elektronisch kompensiert werden. Gelingt

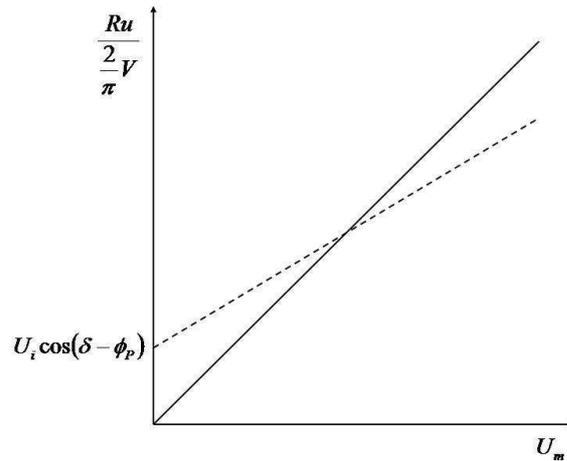


Abbildung 3.20: Charakteristik des Lock-in-Verstärkers, Nullpunkt- und Anstiegsfehler bei einer einkanaligen Phasenmessung [54].

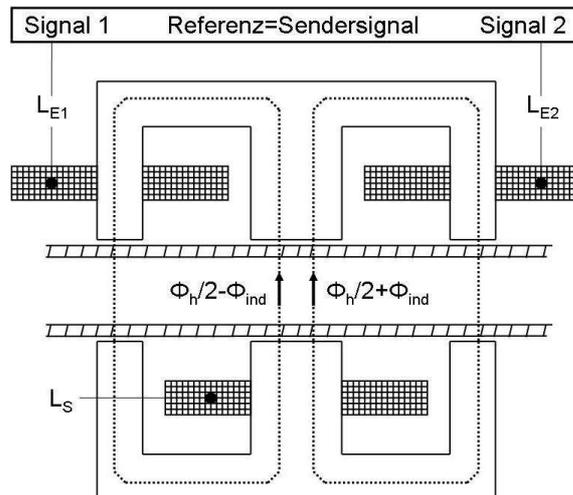


Abbildung 3.21: Messprinzip der zweikanaligen Phasendifferenzmessung.

diese Kompensation, entspricht die Ausgangscharakteristik des Lock-in-Verstärkers der durchgezogenen Kurve (Abb. 3.20). Eine nachträgliche Kompensation entfällt, wenn eine zweikanalige Phasenmessung entsprechend der Differenzmethode ausgeführt wird.

◇ Zweikanalige Phasenmessung:

Entsprechend der Bezeichnung wird bei der zweikanaligen Phasenmessung ein Lock-in-Verstärker mit zwei Signalkanälen und einem Referenzkanal oder alternativ zwei einkanalige Verstärker benutzt (vergl. Abb. 3.21).

Bezüglich der zweiten Variante ist besonders darauf zu achten, dass die Lock-in-Verstärker identische Kanaleinstellungen möglich machen. Die zwei Signalkanäle werden mit den Ausgängen der Empfängerspulen und der Referenzkanal mit dem Senderspulensignal beschaltet. Wie zuvor wird auch hier das Referenzsignal in eine Rechteckspannung verwandelt.

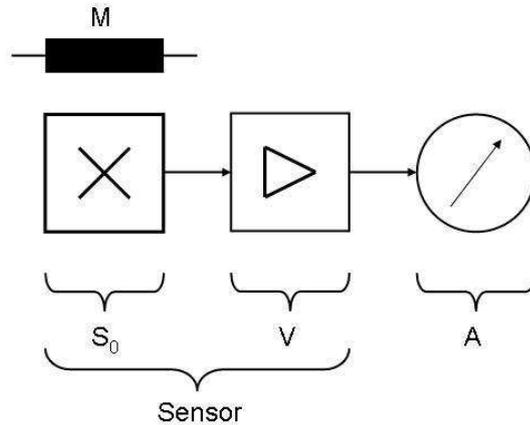


Abbildung 3.22: Blockschaltbild des Rotierenden Magneten mit Auswertungs elektronik.

delt. Die Empfängerspulensignale sind wie zuvor von Störungen überlagert (vergl. Gl. 3.79). Die Gleichspannungen der Lock-in-Verstärker als Maß der Phasenverschiebung ergeben sich zu [54]:

$$R * u_1 = \frac{2}{\pi} V \{ U_{m1} \cos(\phi_1) + U_{int1} \cos(\delta - \phi_{P(1)}) \}, \quad (3.84)$$

$$R * u_2 = \frac{2}{\pi} V \{ U_{m2} \cos(\phi_2) + U_{int2} \cos(\delta - \phi_{P(2)}) \}. \quad (3.85)$$

Da die Empfängersignalstörungen identisch sind, enthält die Differenz beider Signale nahezu keine Störsignale. Die relative systematische Messunsicherheit der angewandten Messmethode ergibt sich mithin:

$$\frac{\Delta X}{X} = 0. \quad (3.86)$$

Der somit größte Vorteil der Differenzmesstechnik ist, dass alle Störungen erster Ordnung beseitigt werden.

### 3.2.3.2 Rotierender Magnet: Messunsicherheit

Konzept zwei kann vereinfacht durch das Blockschaltbild in Abb. 3.22 beschrieben werden.

Das Messsignal wird durch den Messgeber (Rotierender Magnet  $M$ , Hall-Sensor) mit seiner Empfindlichkeit  $S_0$  bereitgestellt und kann eventuell durch einen Vorverstärker verstärkt werden. Das somit erhaltene Signal wird direkt durch eine Anzeigeeinheit  $A$  visualisiert. Für die Empfindlichkeit des Messgebers  $S_0$  muss nun die Gesamtempfindlichkeit  $S = S_0 V A$  eingesetzt werden. Der relative Fehler der Messgröße  $X$  folgt zu:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta S_0}{S_0} + \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta Y}{Y}. \quad (3.87)$$

Dem Nutzsignal  $u_m = U_m \cos(\Omega t)$  sind äußere ( $u_{ext.}$ ) und innere ( $u_{int.}$ ) Störungen durch die elektronische Signalverarbeitung überlagert. Werden diese Störungen allgemein durch  $u_{int} = U_{int} \cos(\Omega t + \phi_P)$  beschrieben, folgt allgemein für den zu erwartenden relativen, systematischen Fehler [54]:

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{U_i}{U_m} \left\{ \frac{\cos(\Omega t + \phi_P)}{\cos(\Omega t)} \right\}. \quad (3.88)$$

#### 3.2.3.3 Magnetisches Flügelrad: Messunsicherheit

Da die eingesetzte Elektronik zur Messwerterfassung am Rotierenden Magneten mit der des Magnetischen Flügelrades identisch ist gelten auch hier alle im Unterabschnitt 3.2.3.2 gemachten Aussagen.

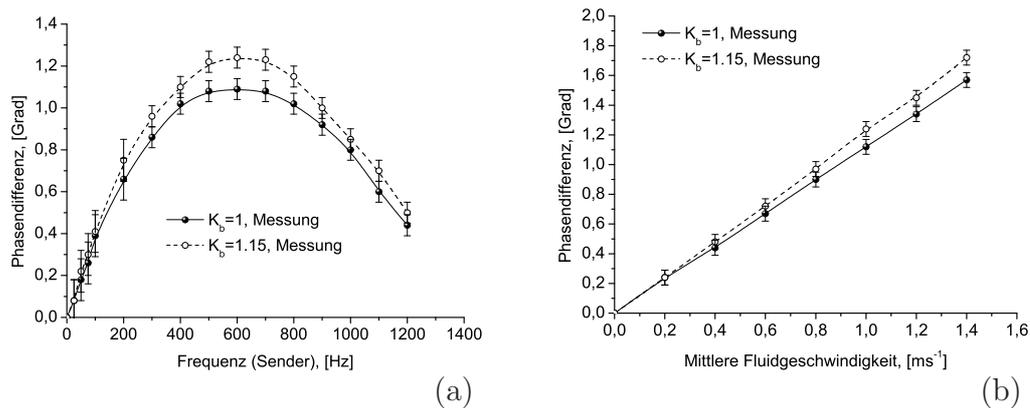


Abbildung 3.23: Messung des Frequenzganges an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes mit dem Phasensensor (LAB1) in der sym. Einstellung ( $K_{l^*} = 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 600 \text{ Hz}$ .

### 3.3 Validierung unter Testbedingungen

Das Kapitel wird sich hauptsächlich auf experimentelle Aspekte konzentrieren, um die Evaluierung der Vor- und Nachteile der vorgestellten Messverfahren zu erörtern. Im Weiteren sollen Theorie und Experiment auf Übereinstimmung und Vorhersagefähigkeit, besonders im Hinblick auf die praktische Einsatzfähigkeit, überprüft werden.

#### 3.3.1 Symmetrisches Strömungsprofil, nichtleitfähige Wand

##### 3.3.1.1 GaInSn-Kreislauf-Phasensensor

Die nachfolgenden Abbildungen beziehen sich auf Messungen mit dem Phasenverschiebungssensor in der symmetrischen (vergl. Abb. 3.23), sowie in der asymmetrischen Einstellung (vergl. Abb. 3.24). Die Messung des Frequenzganges mit dem Phasensensor in der symmetrischen Einstellung zeigt eine deutliche Ausprägung eines Maximums nahe der Anregungsfrequenz von 600 Hz (vergl. Abb. 3.23(a)). Der Zusammenhang zwischen gemessener Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren GaInSn-Geschwindigkeit ist wie erwartet linear (vergl. Abb. 3.23(b)).

Beiden Darstellungen kann entnommen werden, dass eine Verringerung der Messspaltweite (Abstand zwischen Sender- und Empfängerflusseisen) von 38 mm auf 36 mm zu einer deutlichen Sensitivierung des Messverfahrens führt. Die Messwerte bezüglich des Frequenzganges und der Darstellung zwischen Phasendifferenz und mittlerer Fluidgeschwindigkeit beträgt  $K_b = 1.15$ . Den Abb. 3.24 ist zu entnehmen, dass eine deutliche Sensitivierung des Messverfahrens nicht nur durch eine Veränderung der Messspaltweite, sondern auch durch

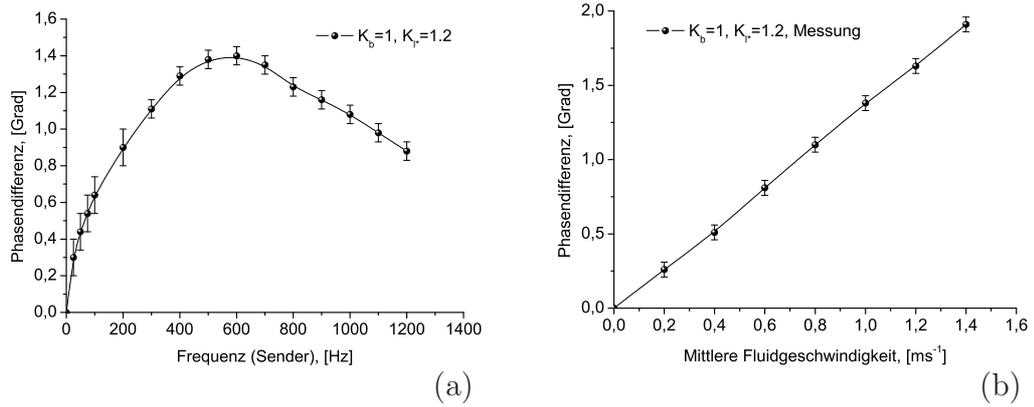


Abbildung 3.24: Messung des Frequenzganges an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes mit dem Phasensensor (LAB1) in der asym. Einstellung ( $K_{l^*} > 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 600 \text{ Hz}$ .

eine gezielte Asymmetrisierung der Sende- zur Empfangseinheit bezüglich einer Verschiebungslänge von  $l^*$  erreicht werden kann. Wie erwartet bewirkt auch die Asymmetrisierung eine marginale Verschiebung des Sensitivitätsmaximums zu niedrigeren Frequenzen. Bezüglich der Messung des Frequenzganges, sowie der Abhängigkeit zwischen Phasendifferenz und mittlerer Fluidgeschwindigkeit ergibt sich eine Verstärkung der Messwerte um den Faktor  $K_{l^*} = 1.2$ . Die eingestellte Asymmetrisierung betrug  $l^* = 2 \text{ mm}$ .

### 3.3.1.2 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Entsprechend Abb. 3.25(a) und (b) können mit Hilfe der Gl. (3.20) und Gl. (3.21) folgende Aussagen getroffen werden. Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment ist für Frequenzen bis zur optimalen Anregungsfrequenz sehr gut (vergl. Abb. 3.25(a)). Die Abweichung zwischen den Mess- und Simulationsergebnissen beträgt im Sensitivitätsmaximum ca. 5%. Die Ungenauigkeit der Simulationsergebnisse jenseits der optimalen Anregungsfrequenz sind partiell durch die Vernachlässigung der parasitären Empfängerspulenkapazität  $C$  zu erklären. Die optimale Sensorfrequenz ergibt sich, abhängig von  $K_b$  aus Gl. (3.28) zu  $\hat{f} = 610 \text{ Hz}$ , für  $K_b = 1$  und  $\hat{f} = 608 \text{ Hz}$ , für  $K_b = 1.15$ . Abb. 3.25(b) stellt den linearen Zusammenhang zwischen mittlerer Fluidgeschwindigkeit und strömungsinduzierter Phase dar, wobei als Anregungsfrequenz die optimale Sensorfrequenz benutzt wurde.

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von GaInSn:  $\sigma = 3.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 27 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ , Induktivität der Empfängerspulen:  $L_E = 10 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 39 \text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.25(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

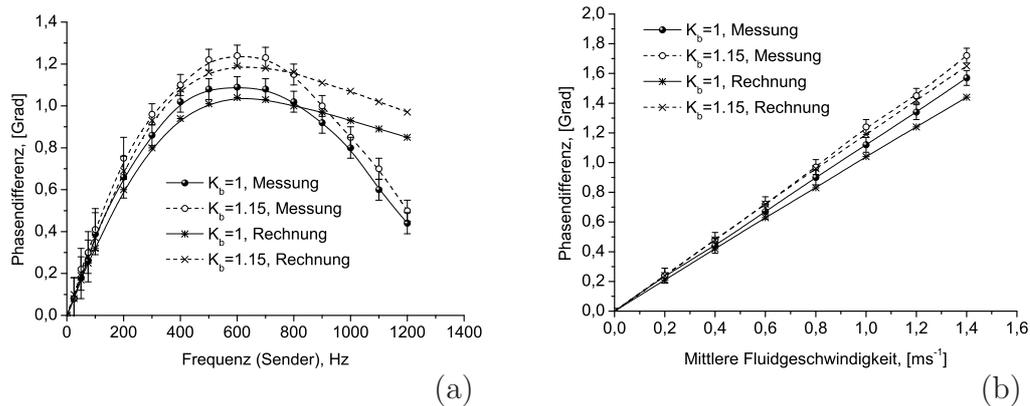


Abbildung 3.25: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen für den Frequenzgang des Phasensensors (LAB1) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in der sym. Einstellung ( $K_{l^*} > 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 600 \text{ Hz}$ .

### 3.3.1.3 Optimierung des Phasensensors

Ziel der folgenden Ausführungen wird es sein, die optimierten Veränderungen an der geometrischen Anordnung des induktiven Durchflusssensors bezüglich der strömungsinduzierten Phasenverschiebung zu demonstrieren. Bezüglich aller vorangegangenen Ableitungen und Darstellungen (vergl. Kapitel 3.1, Abschnitt 3.1.1, Unterabschnitt 3.1.1.4) tragen die in der Korrekturkonstanten  $K_i$  enthaltenen Sensitivitätsfaktoren zu einer  $Rm$  proportionalen Asymmetrisierung des Durchflusssensors bei. Im besonderen Maße kann dabei durch die rein geometrisch abhängigen Sensitivitätsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$  die messbare Phasenverschiebung erhöht werden. Eine Sensitivierung des Messverfahrens durch eine Veränderung der Messspaltweite oder eine gezielte Asymmetrisierung der Sende- zur Empfangseinheit bewirken eine Verschiebung des Sensitivitätsmaximums zu niedrigeren Frequenzen. Entsprechend der Abb. 3.26 bewirken die Modifikationen am Phasensensor eine im Vergleich zur ursprünglichen Variante (vergl. Abb. 3.23) um den Faktor vier erhöhte Phasenverschiebung. Die lineare Ausgangscharakteristik bleibt erhalten.

### 3.3.1.4 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Entsprechend Abb. 3.27(a) und (b) können, mittels der Gl. 3.32 zur Bestimmung der strömungsinduzierten Phase in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz sowie der magnetischen Reynoldszahl und Gl. (3.33) zur Bestimmung der optimalen Anregungsfrequenz folgende Aussagen getroffen werden. Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment ist für den dargestellten Anregungsfrequenzbereich sehr gut (Abb. 3.27(a)). Die Abweichung zwischen den Mess- und Simulationen beträgt im Sensitivitätsmaximum ca. 5%. Die optimale Sensorfrequenz ergibt sich, abhängig von  $K_b$  aus Gl. (3.21) zu  $\hat{f} = 538 \text{ Hz}$ , für  $K_b = 1.05$ . Abb. 3.27(b) stellt den linearen Zusammenhang zwischen

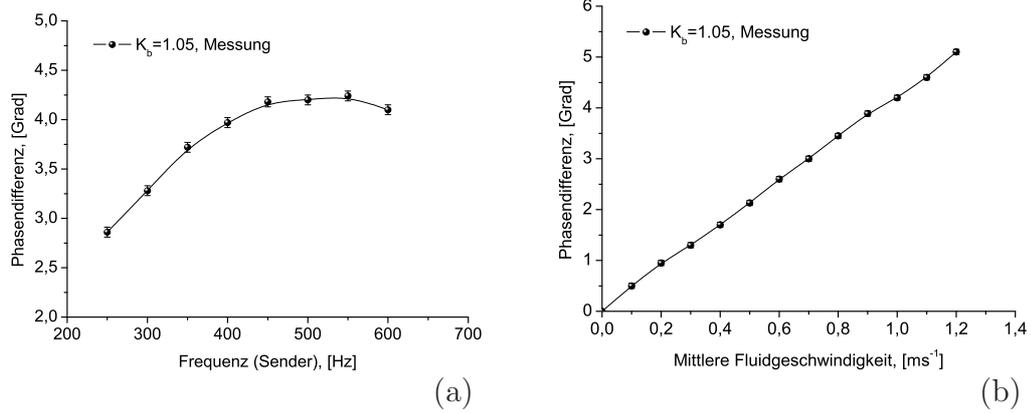


Abbildung 3.26: Messung des Frequenzganges an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes mit dem optimierten Phasensensor (LAB3) in der sym. Einstellung ( $K_{I^*} = 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Frequenz von  $f = 550 \text{ Hz}$

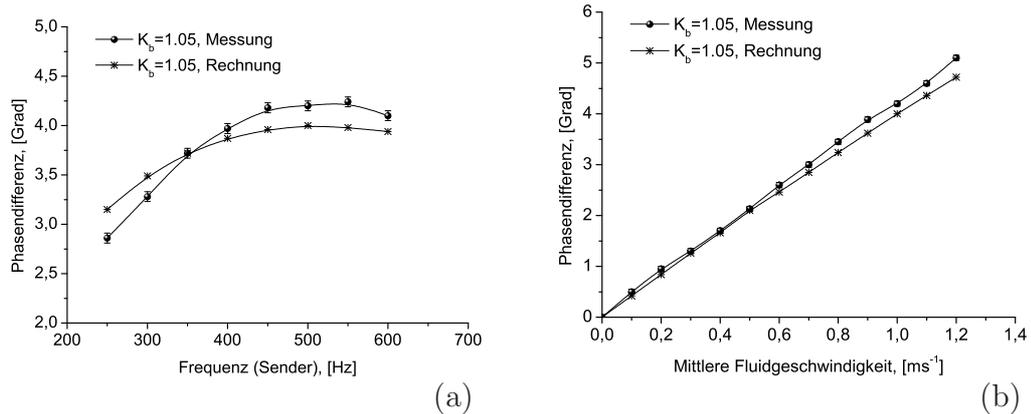


Abbildung 3.27: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen für den Frequenzgang des optimierten Phasensensors (LAB3) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in der sym. Einstellung ( $K_{I^*} = 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b) bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 550 \text{ Hz}$

mittlerer Fluidgeschwindigkeit und strömungsinduzierter Phase dar, wobei als Anregungsfrequenz die optimale Sensorfrequenz benutzt wurde.

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von GaInSn:  $\sigma = 3.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 27 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ , Empfängerspuleninduktivität:  $L_E = 0.29 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 1 \text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.27(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{I^*}$ .

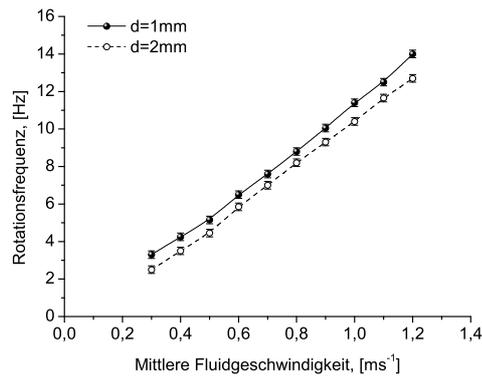


Abbildung 3.28: Messung der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten (LAB4) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und des Abstandes  $d = h_0 - R_M = h_1 - R_M - d_W$  zwischen der Magnetperipherie und der Rohrwand.

### 3.3.1.5 GaInSn-Kreislauf-Rotierender Magnet

Die Abhängigkeit der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten von der mittleren Fluidgeschwindigkeit ist für magnetische Reynoldszahlen kleiner eins linear. Die Rotationsfrequenz des Rotierenden Magneten ist im Gleichgewichtszustand entsprechend der Gl. (3.38) nicht von der magnetischen Induktion des Permanentmagneten abhängig. Die experimentell beobachtete Abstandsabhängigkeit ist das Resultat der vernachlässigten Lagerreibung (vergl. Abb. 3.28). Fluidgeschwindigkeiten kleiner  $v_0 = 0,3 \text{ ms}^{-1}$  konnten auf Grund der nicht zu vernachlässigenden Lagerreibung und der abstandsabhängigen Anlaufbedingung des Rotierenden Magneten nicht detektiert werden.

### 3.3.1.6 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Abb. 3.29 stellt einen Vergleich zwischen den am GaInSn-Kreislauf experimentell gewonnenen Ergebnissen (vergl. Abb. 3.28) und einer Simulation basierend auf Gl. (3.38) dar. Die Übereinstimmung zwischen Mess- und Simulationsergebnissen ist als nicht befriedigend zu bewerten. Die Tatsache, dass die gemessenen Gleichgewichtsrotationsraten deutlich höher sind als die berechneten, impliziert das Vorhandensein deutlicher Strömungsgradienten im Rohr. Diese Strömungsgradienten können durch den verwendeten Permanentmagneten hervorgerufen werden, welcher als magnetisches Strömungshindernis die Strömungssymmetrie bricht. Weiterhin geht das zur Berechnung verwendete Modell, welches in der Gl. (3.38) resultiert, von idealisierten und nicht praxisnahen Annahmen aus.

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von GaInSn:  $3,3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ,  $h_2 = 36,5 \text{ mm}$  bzw.  $37,5 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 9,5 \text{ mm}$  bzw.  $10,5 \text{ mm}$  und  $h_0 = 7 \text{ mm}$  bzw.  $8 \text{ mm}$ .

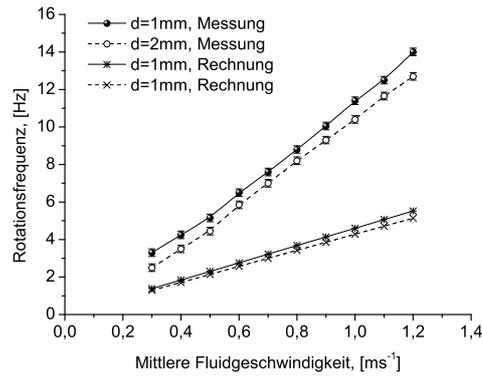


Abbildung 3.29: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen bezüglich der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten (LAB4) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und des Abstandes  $d = h_0 - R_M = h_1 - R_M - d_W$ .

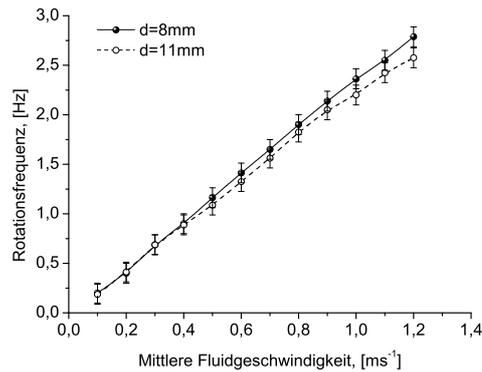


Abbildung 3.30: Messung der Rotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades im Gleichgewicht (LAB6) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und des Abstandes  $d$  zwischen der Oberfläche der Magneten und der Rohrwand.

### 3.3.1.7 GaInSn-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad

Der experimentelle Befund steht entsprechend der Abb. 3.30 in einem Widerspruch zu den analytischen Vorraussagen. Die Gleichgewichtsrotationsrate des Magnetischen Flügelrades ist abstandsunabhängig. Im Gegensatz zu den theoretischen Vorraussagen gehen Lagerreibungsverluste in einer nicht zu vernachlässigbaren Weise in die Messergebnisse ein. Der Modellansatz ist analytisch vereinfacht und daher nicht bis ins Detail praxisrelevant. Der Zusammenhang ist aber wie erwartet linear. Fluidgeschwindigkeiten kleiner  $v_0 = 0.1 \text{ ms}^{-1}$  konnten auf Grund der Lagerreibung und dem abstandsabhängigen Anlauf des Messsystems nicht detektiert werden.

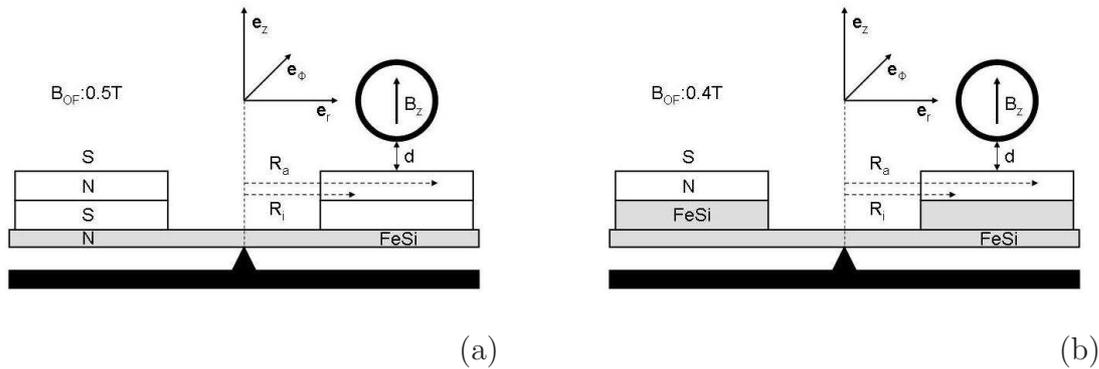


Abbildung 3.31: Prinzipskizze zur Messung der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades (LAB6) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der magnetischen Oberflächeninduktion der Permanentmagneten und verschiedenen Abständen.

Diese Gleichgewichtsrotationsrate ist weder von der elektrischen Leitfähigkeit (im Experiment konstant) des Fluids noch von der Amplitude der magnetischen Induktion der Permanentmagneten abhängig. Eine Veränderung der im Messvolumen wirksamen magnetischen Induktion, bei gleichem Abstand vom Messobjekt, führt zu identischen Ergebnissen (vergl. Abb. 3.32(a) und (b)). Die Abnahme der magnetischen Induktion wurde dabei durch eine Schichtung von Permanentmagneten gleichen Typs erreicht. Die zweilagige Anordnung ergibt eine resultierende Oberflächeninduktion von  $B_{OF} = 0.5 \text{ T}$  (vergl. Abb. 3.31(a)). Um eine Vergleichbarkeit der Messergebnisse untereinander zu ermöglichen, wurde das Massenträgheitsmoment der Anordnung durch Zusatzmassen aus magnetisierbarem Stahl konstant gehalten. Die Kombination aus Zusatzmassen und Magneten verringert die Oberflächeninduktion der Anordnung auf  $B_{OF} = 0.4 \text{ T}$  (vergl. Abb. 3.31(b)).

Eine Vergrößerung des Abstandes zwischen den äquidistant angeordneten Permanentmagneten und der elektrisch nichtleitfähigen Kanalwand verursacht eine zu erwartende Abnahme der Rotationsfrequenz (vergl. Abb. 3.32(b)).

### 3.3.1.8 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Abb. 3.33 stellt einen Vergleich zwischen den am GaInSn-Kreislauf experimentell gewonnenen Ergebnissen und einer Simulation basierend auf Gl. (3.61) dar. In den vorangegangenen Betrachtungen wurde bereits darauf hingewiesen, dass die im Experiment nicht zu vernachlässigenden Lagerreibungsverluste im Kontrast zu den theoretischen Voraussagen stehen. Eine Vergrößerung des Abstandes zwischen der Permanentmagnetenoberfläche und der Kanalwand  $d$  führt zu einer verringerten Gleichgewichtsrotationsrate des Magnetischen Flügelrades. Die Übereinstimmung zwischen Mess- und Simulationsergebnissen ist dennoch als sehr gut zu bewerten. Die Voraussage der Gleichgewichtsrotationsrate fällt auf Grund der vernachlässigten Lagerreibung höher aus, als im Experiment nachgewiesen werden konnte.

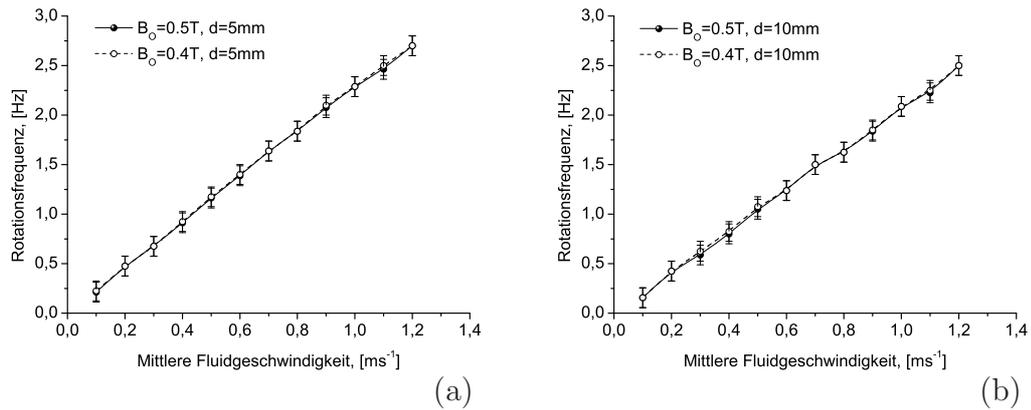


Abbildung 3.32: Messung der Rotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades im Gleichgewicht (LAB6) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der magnetischen Oberflächeninduktion der Permanentmagneten und verschiedenen Abständen  $d$ .

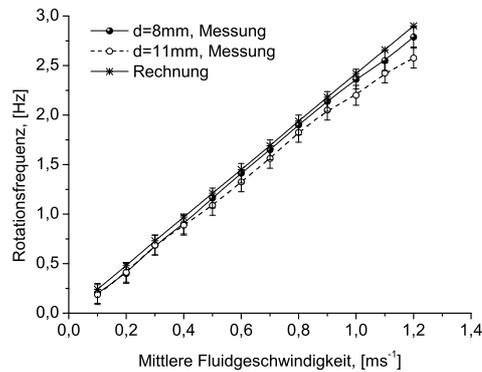


Abbildung 3.33: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen bezüglich der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades (LAB6) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und des Abstandes  $d$  zwischen der Oberfläche der Magneten und der Rohrwand.

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von GaInSn:  $3.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ,  $R_a = 62 \text{ mm}$ ,  $R_i = 32 \text{ mm}$  und  $N = 8$ .

### 3.3.2 Symmetrisches Strömungsprofil, leitfähige Wand

#### 3.3.2.1 GaInSn-Kreislauf-Phasensensor

Entsprechend den Ausführungen zu den Messungen an einer leitfähigen Wand (Gl. (3.30) und (3.31)) ist in Abhängigkeit von der elektrischen Rohr- oder Kanalleitfähigkeit  $\sigma_W$  eine

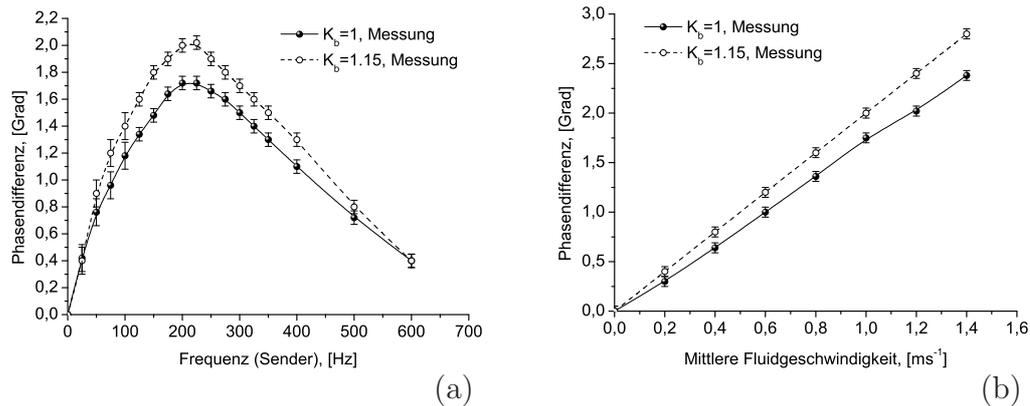


Abbildung 3.34: Messung des Frequenzganges an der Messing-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes mit dem Phasensensor (LAB1) in der sym. Einstellung ( $K_{l^*} = 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 200 \text{ Hz}$ .

deutliche Sensitivitätserhöhung zu erwarten. Die Wandleitfähigkeit von Messing ( $\sigma_W = 16 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ) führt gemäß Abb. 3.34 zu einer deutlich höheren messbaren Phasendifferenz, bezogen auf die gleiche mittlere Strömungsgeschwindigkeit von  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (vergl. Abb. 3.23).

Ein wesentlicher Unterschied zu den Experimenten am PVC-Kanal wird durch den Skin-Effekt verursacht, welcher zu einer Ausprägung des Sensitivitätsmaximums bei einer deutlich verringerten Anregungsfrequenz von ca. 250 Hz führt. Die lineare Ausgangscharakteristik des Messverfahrens bleibt erhalten. Eine zu den vorangegangenen Messungen eingestellte Asymmetrisierung von  $l^* = 2 \text{ mm}$  führt wie erwartet zu einer Sensitivierung des Messverfahrens (vergl. Abb.3.35). Wie erwartet bewirkt auch die Asymmetrisierung eine marginale Verschiebung des Sensitivitätsmaximums zu niederen Frequenzen.

Eine im Vergleich zu den vorangegangenen Messungen um den Faktor 3.75 (Leitfähigkeit von Kupfer bezogen auf die Leitfähigkeit von Messing) erhöhte Wandungsleitfähigkeit am Kupferrohr ( $\sigma_W = 60 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ) muss zu deutlich ausgeprägteren Effekten führen, wie sie bereits am Messingrohr beobachtet wurden (Abb. 3.36). Der Skin-Effekt bewirkt eine Verschiebung des Sensitivitätsmaximums auf ca.  $80 \text{ Hz}$ .

Die lineare Ausgangscharakteristik des Messverfahrens bleibt wiederum erhalten. Eine zu den vorangegangenen Messungen eingestellte Asymmetrisierung von  $l^* = 2 \text{ mm}$  führt wie erwartet zu einer deutlichen Sensitivierung des Messverfahrens (vergl. Abb. 3.37). Wie erwartet bewirkt auch die Asymmetrisierung eine marginale Verschiebung des Sensitivitätsmaximums zu niederen Frequenzen.

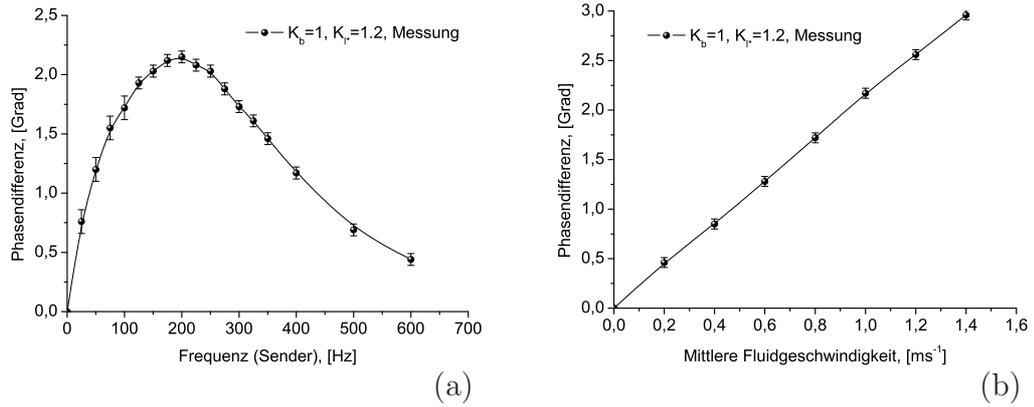


Abbildung 3.35: Messung des Frequenzganges an der Messing-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes mit dem Phasensensor (LAB1) in der asym. Einstellung ( $K_{l^*} > 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 250 \text{ Hz}$ .

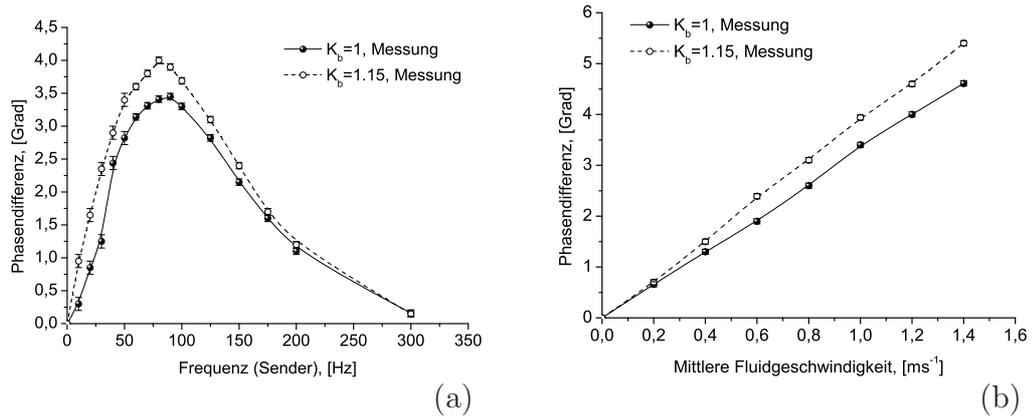


Abbildung 3.36: Messung des Frequenzganges an der Kupfer-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes mit dem Phasensensor (LAB1) in der sym. Einstellung ( $K_{l^*} = 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 80 \text{ Hz}$ .

### 3.3.2.2 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment ist für Frequenzen bis zur optimalen Anregungsfrequenz als gut zu bewerten (vergl. Abb. 3.38(a)) und beträgt bezogen auf das Sensitivitätsmaximum ca. 5%. Die Ungenauigkeit der Simulationsergebnisse jenseits der optimalen Anregungsfrequenz sind wiederum durch die Vernachlässigung der parasitären Empfängerspulenkapazität  $C$  zu erklären. Die optimale Sensorfrequenz ergibt sich, abhängig von  $K_b$  aus Gl. (3.31) zu  $\hat{f} = 300 \text{ Hz}$ , für  $K_b = 1, K_\sigma = 2$  und  $\hat{f} = 298 \text{ Hz}$ , für  $K_b = 1.15, K_\sigma = 2$ . Abbildung 3.38(b) stellt den linearen Zusammenhang

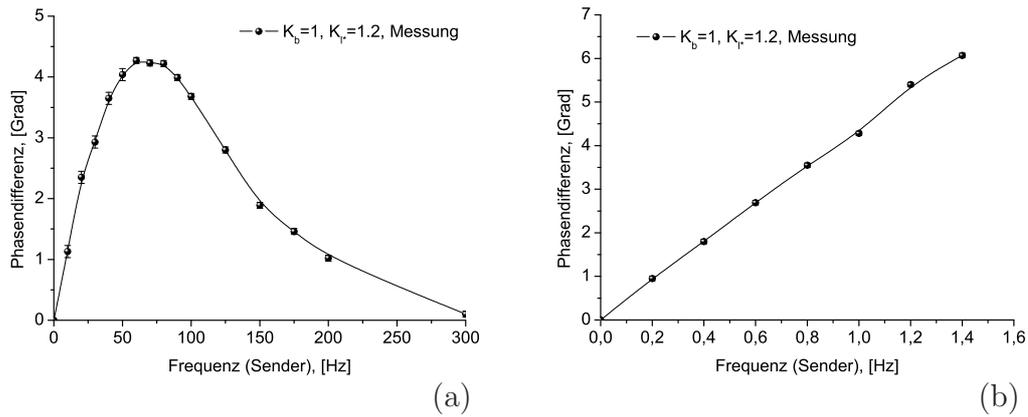


Abbildung 3.37: Messung des Frequenzganges an der Kupfer-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes mit dem Phasensensor (LAB1) in der asym. Einstellung ( $K_{l^*} > 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 80 \text{ Hz}$ .

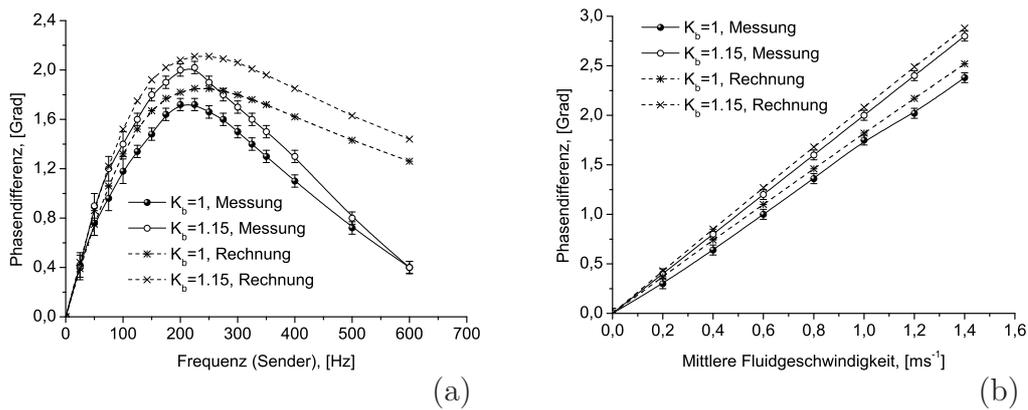


Abbildung 3.38: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen für den Frequenzgang des Phasensensors (LAB1) an der Messing-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in der sym. Einstellung ( $K_{l^*} > 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 200 \text{ Hz}$ .

zwischen mittlerer Fluidgeschwindigkeit und strömungsinduzierter Phase dar, wobei als Anregungsfrequenz die optimale Sensorfrequenz benutzt wurde.

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von GaInSn:  $\sigma = 3.3 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ , Wandleitfähigkeit:  $\sigma_W = 16 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , innere Rohrdurchmesser:  $27 \text{ mm}$ , Wanddicke:  $d_i = 2.7 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ , Induktivität der Empfängerspulen:  $L_E = 10 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 39 \text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.38(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist für Frequenzen bis zur opti-

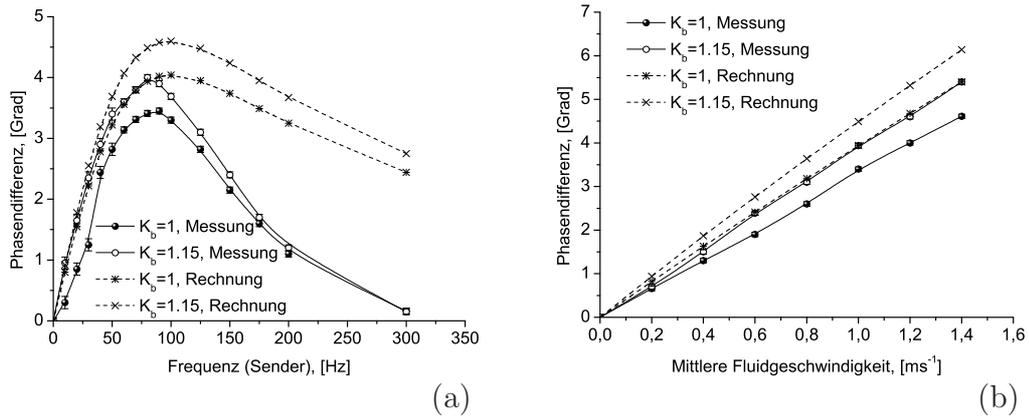


Abbildung 3.39: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen für den Frequenzgang des Phasensensors (LAB1) an der Kupfer-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in der sym. Einstellung ( $K_{l^*} > 1$ ), bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze (b), bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 80 \text{ Hz}$ .

malen Anregungsfrequenz als hinreichend gut zu bewerten (vergl. Abb. 3.39(a)). Die Abweichung zwischen den Mess- und Simulationsergebnissen beträgt im Sensitivitätsmaximum ca. 12%. Die Ungenauigkeit der Simulationsergebnisse jenseits der optimalen Anregungsfrequenz sind partiell wiederum durch die Vernachlässigung der parasitären Empfängerspulenkapazität zu erklären. Die optimale Sensorfrequenz ergibt sich, abhängig von  $K_b$  aus Gl. (3.31) zu  $\hat{f} = 125 \text{ Hz}$ , für  $K_b = 1$ ,  $K_\sigma = 4.6$  und  $\hat{f} = 123 \text{ Hz}$ , für  $K_b = 1.15$ ,  $K_\sigma = 4.6$ . Abbildung 3.39(b) stellt den linearen Zusammenhang zwischen mittlerer Fluidgeschwindigkeit und strömungsinduzierter Phase dar, wobei als Anregungsfrequenz die optimale Sensorfrequenz benutzt wurde.

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von GaInSn:  $\sigma = 3.3 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ , elektrische Leitfähigkeit der Wand:  $\sigma_W = 60 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , innere Rohrdurchmesser: 27 mm, mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ , Induktivität der Empfängerspulen:  $L_E = 10 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 39 \text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.39(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

### 3.3.2.3 GaInSn-Kreislauf-Rotierender Magnet

Der Einfluss einer elektrisch leitfähigen Kanalwand äußert sich in einem zusätzlich auftretenden Bremsmoment  $M_W$  (vergl. Gl. (3.43)), welches die Rotationsfrequenz des Rotierenden Magneten in Bezug auf ansonsten vergleichbare Messbedingungen- und Voraussetzungen dämpft (vergl. Abb. 3.28). Die Abhängigkeit der Rotationsfrequenz des Rotierenden Magneten von der mittleren Fluidgeschwindigkeit ist für magnetische Reynoldszahlen kleiner eins linear. Fluidgeschwindigkeiten kleiner  $v_0 = 1.0 \text{ m/s}$  konnten auf Grund der dämpfenden Wirkung des zusätzlich auftretenden Bremsmomentes  $M_W$  und der nicht zu vernachlässigenden Lagerreibung nicht detektiert werden. Darüber hinaus ist der Anlauf des Messsystems abstandsabhängig. Die statistische Auswertung der Messergebnisse

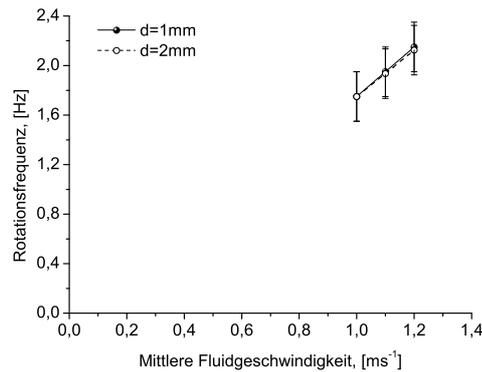


Abbildung 3.40: Messung der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten (LAB4) an der Messing-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und des Abstandes  $d = h_0 - R_M = h_1 - R_M - d_W$  zwischen Magnetperipherie und Rohrwand.

ergibt, dass die Messungen der Gleichgewichtsrotationsrate in Abhängigkeit von der mittleren Fluidgeschwindigkeit für die in Abb. 3.40 gewählten Abstände nicht voneinander getrennt werden können und somit statistisch nicht signifikant sind. Zur Berechnung der Schwankungsbreite wurde ein Vertrauensintervall der Breite von  $2\sigma$  gewählt.

### 3.3.2.4 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Abb. 3.41 stellt einen Vergleich zwischen den am GaInSn-Kreislauf experimentell gewonnenen Ergebnissen (vergl. Abb. 3.40) und einer Simulation basierend auf Gl. (3.45) dar. Auch in diesem Vergleich wird der Umstand deutlich, dass die Lagerreibung in den numerischen Simulationen nicht vernachlässigt werden kann.

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von GaInSn:  $3.3 \cdot 10^6$  S/m, Leitfähigkeit der Wand:  $16 \cdot 10^6$  S/m,  $h_2 = 36.5$  mm bzw.  $37.5$  mm,  $h_1 = 9.5$  mm bzw.  $10.5$  mm und  $h_0 = 7$  mm bzw.  $8$  mm.

### 3.3.2.5 GaInSn-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad

Die leitfähige Kanalwand muss, vergleichbar zu den Ausführungen zum Rotierenden Magneten, zu einem zusätzlich in Erscheinung tretenden Bremsmoment  $M_W$  führen, welches proportional dem Quadrat der magnetischen Induktion  $B$  der Permanentmagneten, deren Anzahl  $N$  und der elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma_W$  der Rohr- oder Kanalwandung ist. Die Linearität des Messsystems wird durch eine elektrisch leitfähige Kanalwand entsprechend der Abb. 3.42 nicht beeinträchtigt. Eine Erhöhung der Wandleitfähigkeit um den Faktor 3.75 (Messing-Kupfer) reduziert die erreichbare Gleichgewichtsrotationsrate um ca. 60 Prozent. Fluidgeschwindigkeiten kleiner  $v_0 = 0.1 \text{ ms}^{-1}$  konnten auf Grund der

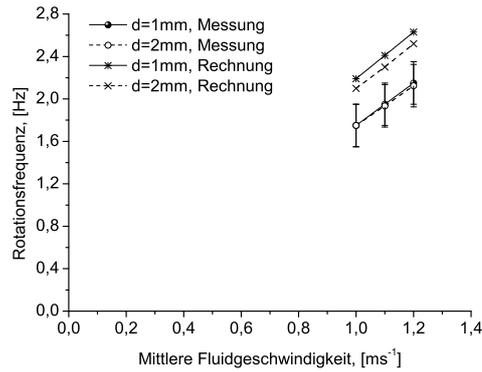


Abbildung 3.41: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen bezüglich der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten (LAB4) an der Messing-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und des Abstandes  $d = h_0 - R_M = h_1 - R_M - d_W$  zwischen Magnetperipherie und Rohrwand.

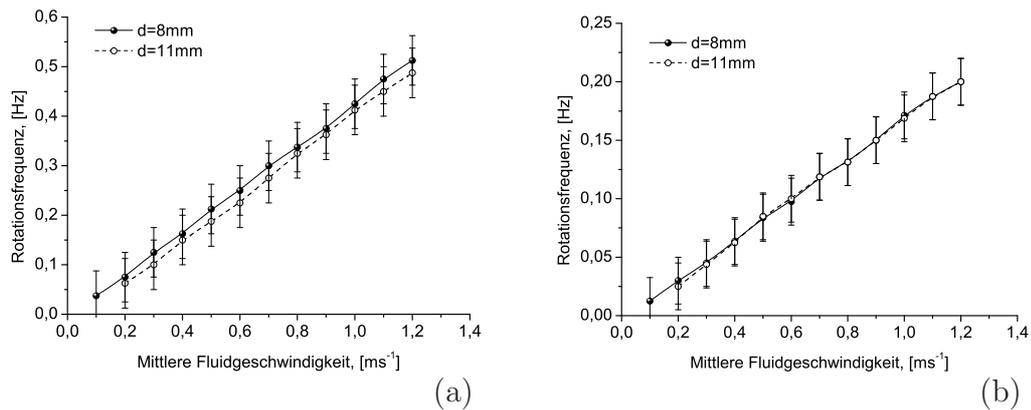


Abbildung 3.42: Messung der Rotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades im Gleichgewicht (LAB6) an der Messing- (a) und der Kupfer-Testsektion (b) des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und des Abstandes zwischen der Oberfläche der Magneten und der Rohrwand.

dämpfenden Wirkung des zusätzlich auftretenden Bremsmomentes  $M_W$  und der Lagerreibung nicht detektiert werden. Darüber hinaus ist der Anlauf des Messsystems abstand-sabhängig. Die statistische Auswertung der Messergebnisse ergibt, dass die Messungen der Gleichgewichtsrotationsrate in Abhängigkeit von der mittleren Fluidgeschwindigkeit für die in Abb. 3.42 gewählten Abstände nicht voneinander getrennt werden können und somit statistisch nicht signifikant sind. Zur Berechnung der Schwankungsbreite wurde ein Vertrauensintervall der Breite von  $2\sigma$  gewählt.

Diese Gleichgewichtsrotationsrate ist von der elektrischen Leitfähigkeit des Fluids und der Wand abhängig. Eine Veränderung der wirksamen magnetischen Induktion, bei glei-

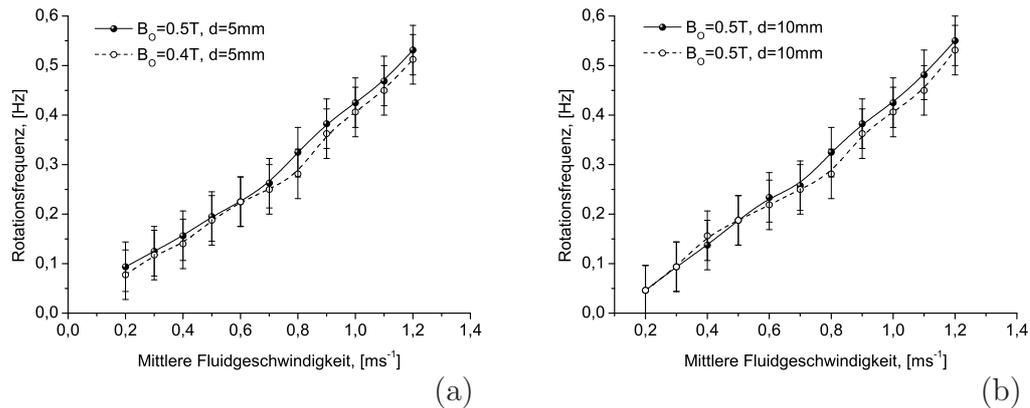


Abbildung 3.43: Messung der Rotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades im Gleichgewicht (LAB6) an der Messing-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der magnetischen Oberflächeninduktion der Permanentmagneten und verschiedenen Abständen  $d$  zwischen der Oberfläche der Magneten und der Rohrwand.

chen Abstand vom Messobjekt, führt zu nicht mehr identischen Ergebnissen (vergl. Abb. 3.43(a) und (b)). Die Abnahme der magnetischen Induktion wurde dabei durch eine Übereinanderschichtung von Permanentmagneten gleichen Typs erreicht. Die zweilagige Anordnung ergibt eine resultierende Oberflächeninduktion von  $B_{OF} = 0.5 \text{ T}$  (vergl. Abb. 3.31(a)). Um eine Vergleichbarkeit der Messergebnisse untereinander zu ermöglichen, wurde das Massenträgheitsmoment der Anordnung durch Zusatzmassen aus magnetisierbaren Stahl konstant gehalten. Die Kombination aus Zusatzmassen und Magneten verringert die Oberflächeninduktion der Anordnung auf  $B_{OF} = 0.4 \text{ T}$  (vergl. Abb. 3.31(b)). Eine Vergrößerung des Abstandes zwischen den äquidistant angeordneten Permanentmagneten und der elektrisch nicht leitfähigen Kanalwand verursacht eine zu erwartende, leichte Abnahme der Gleichgewichtsrotationsfrequenz (Abb. 3.32(a) und (b)). Die statistische Auswertung der Messergebnisse ergibt, dass die Messungen der Rotationsrate in Abhängigkeit von der mittleren Fluidgeschwindigkeit für die in Abb. 3.43 gewählten Versuchsbedingungen nicht voneinander getrennt werden können und somit statistisch nicht signifikant sind. Zur Berechnung der Schwankungsbreite wurde ein Vertrauensintervall der Breite von  $2\sigma$  gewählt. Die statistische Betrachtung unterstützt die zuvor gemachten Aussagen.

### 3.3.2.6 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Abbildung 3.44 stellt einen Vergleich zwischen den am GaInSn-Kreislauf gewonnenen Ergebnissen und einer Simulation basierend auf Gl. (3.63) dar. Die der theoretischen Betrachtung zu Grunde liegende Annahme, dass Lagerreibungsverluste vernachlässigt werden können führt zu einer Überbewertung der Gleichgewichtsrotationsrate des Magnetischen Flügelrades an der Messing-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes. Der experimentelle Befund belegt die Abstandsabhängigkeit des Messprinzips auf der Grundlage des Vorhandenseins von Lagerreibung. Ein Widerspruch zu der bisher gefolgten Argumentation ergibt

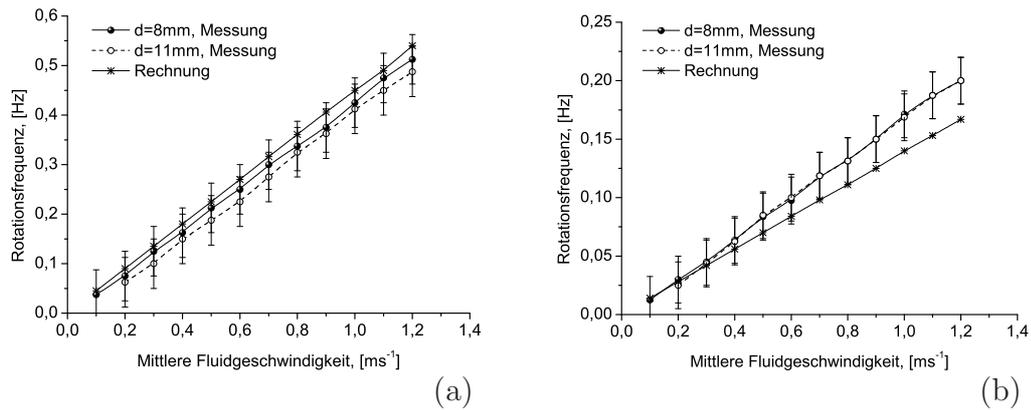


Abbildung 3.44: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen bezüglich der Rotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades im Gleichgewicht (LAB6) an der Messing- (a) bzw. Kupfer-Testsektion (b) des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und des Abstandes zwischen der Oberfläche der Magneten und der Rohrwand.

sich aus der Betrachtung der experimentellen Ergebnisse in Abb. 3.44(b). Die Simulation führt bezüglich ihrer Aussage zu einer Unterbewertung der messbaren Gleichgewichtsrotationsrate des Magnetischen Flügelrades. In diesem Kontext soll darauf hingewiesen werden, dass die experimentell bestimmten Gleichgewichtsrotationsraten sehr klein und andererseits von hohen Messabweichungen überlagert sind. Weiterhin kann diese Verkehrung der Zusammenhänge durch eine fehlerhafte (geringfügig zu kleine) Einstellung des Abstandes  $d$  zwischen Magnetenoberfläche und Kanalwand im Experiment begründet sein. Die Übereinstimmung zwischen Mess- und Simulationsergebnissen ist dennoch als hinreichend gut zu bewerten.

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von GaInSn:  $\sigma = 3.3 * 10^6$  S/m, Leitfähigkeit der Messingwand:  $\sigma_W = 16 * 10^6$  S/m, Leitfähigkeit der Kupferwand:  $\sigma_W = 60 * 10^6$  S/m,  $R_a = 62$  mm,  $R_i = 32$  mm und  $N = 8$ .

### 3.3.3 Asymmetrisches Strömungsprofil, nichtleitfähige Wand

Asymmetrische Strömungen sind in der Verteilungs- und Verfahrenstechnik ein weit verbreitetes Problem. Strömungen, welche vom symmetrischen Profil abweichen, treten typischerweise immer hinter Rohrkrümmungen und Verteilern auf und gehen erst nach einer Fließstrecke der Länge  $l_H = (10 - 20)d_i$  [70] des Rohrdurchmessers (Kapitel 6.3) wieder in ein symmetrisches Profil über. Steht dem Zweck der Messung kein Rohrabschnitt mit einer radialunsymmetrischen Strömung zu Verfügung, muß das Messsystem auch unter ungünstigen Bedingungen eine hinreichende Empfindlichkeit und Messgenauigkeit garantieren.

Der GaInSn-Kreislauf ist entsprechend den detaillierten Ausführungen im Anhang (Kapitel 6.3) in Rohre gleichen Innendurchmessers, gleicher Wandstärke aber unterschiedlicher

Wandleitfähigkeit unterteilt. Diese ca. 40 cm langen Testsektionen bestehen in der Grundkonfiguration aus den Materialien: PVC, Kupfer und Bronze, mit einer Wandstärke von 2.7 mm. Alle Teststrecken können wahlweise durch Kugelhähne voneinander getrennt werden, wobei die Absperrhähne auch zur gezielten Asymmetrisierung des Strömungsprofils benutzt werden können. Eine reproduzierbare Querschnittsbeeinflussung ( $A/A_0$ ) durch Drehung des Kugelhahnes führt zu einer Asymmetrisierung des Strömungsprofils in der Art, dass die dem jeweiligen Sensor zugewandte und abgewandte Rohrwand angeströmt werden kann. Der Durchfluss wird dabei kontinuierlich nachgeregelt, um eine Vergleichbarkeit der ermittelten Ergebnisse zu garantieren. Die maximal zu erreichende mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einer Testsektion beträgt jeweils ca. 1.5 m/s.

### 3.3.3.1 GaInSn-Kreislauf-Phasensensor

Entsprechend der Abb. 3.45 führt die Anströmung der Sender- bzw. Empfängerspulen zugewandten Wandungsseite zu vergleichbaren Ergebnissen. Obwohl das Feld der magnetischen Induktion über den Messspalt nicht konstant ist (vergl. Gl. (3.65)) wirkt sich die Asymmetrisierung der Strömung marginal erst oberhalb einer mittleren Fluidgeschwindigkeit von  $1 \text{ ms}^{-1}$  aus. Der Abstand zwischen Absperrhahnmitte und mittlerem Flusseisenpol des Phasensensors betrug 125 mm, sodass davon ausgegangen werden kann das sich das Strömungsprofil entsprechend des Abstandes nicht symmetrisieren konnte. Eine Anströmung der senderzugewandten Wandung führt oberhalb von  $1 \text{ ms}^{-1}$  zu einer marginalen Vergrößerung der gemessenen Phasendifferenz, da die Wechselwirkung zwischen dem Feld der magnetischen Induktion und der elektrisch leitfähigen Strömung verstärkt wird (vergl. Abb. 3.45 (b)). Eine Anströmung der empfängerzugewandten Wandung muss entsprechend den zuvor gemachten Aussagen zu einem gegenteiligen Messeffekt führen. Abbildung 3.45 (b) bestätigt diese Aussage. Die statistische Auswertung der Messergebnisse ergibt, dass die Messungen in Abb. 3.45 nicht voneinander getrennt werden können und somit statistisch nicht signifikant sind. Zur Berechnung der Schwankungsbreite wurde ein Vertrauensintervall der Breite von  $2\sigma$  gewählt.

### 3.3.3.2 GaInSn-Kreislauf-Rotierender Magnet

Die Abstandsabhängigkeit des Rotierenden Magneten führt gemäß Abb. 3.46 zu einer ausgeprägten Abhängigkeit der strömungsinduzierten Gleichgewichtsrotationsfrequenz in Abhängigkeit von der Asymmetrisierung der Strömung. Eine Verstärkung der Anströmung der magnetzugewandten Rohrwandung führt zu einer deutlichen Erhöhung der Gleichgewichtsrotationsfrequenz. Eine Verringerung der Querschnittsfläche  $A/A_0$  um 25 Prozent führt entsprechend Abb. 3.46 zu einer Erhöhung der Gleichgewichtsrotationsfrequenz um 25 Prozent, hingegen eine Verringerung der Querschnittsfläche  $A/A_0$  um 50 Prozent entsprechend Abb. 3.46 zu einer Erhöhung der Rotationsfrequenz um ca. 45 Prozent führt. Der Abstand zwischen Absperrhahnmitte und dem Rotierenden Magneten betrug 125 mm, sodass davon ausgegangen werden kann, dass sich das Strömungsprofil entsprechend des Abstandes nicht symmetrisieren konnte. Die Abhängigkeit von der Strömungsasymmetrie ist so ausgeprägt, dass sie in der Anwendung im Messprozess unbedingt beachtet werden

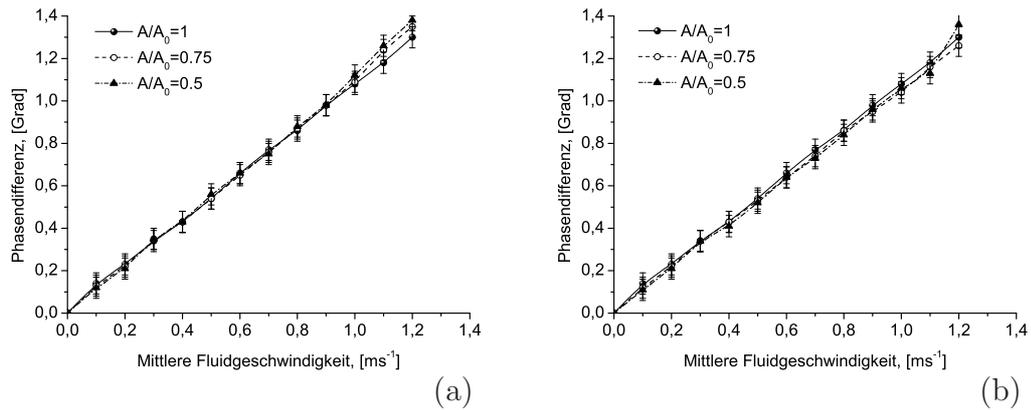


Abbildung 3.45: Messung der Phasendifferenz des Phasensensors (LAB1) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der Profilasymmetrie der Strömung. Strömung zum Sender (a) und zu den Empfängerspulen asymmetrisiert (b). Die Anregungsfrequenz betrug  $f = 600$  Hz.

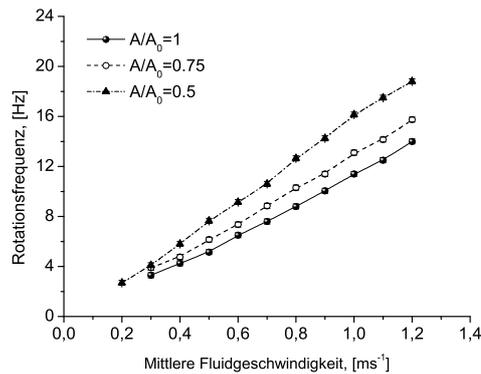


Abbildung 3.46: Messung der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten (LAB4) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der Profilasymmetrie der Strömung, bei einer mittleren Fluidgeschwindigkeit von  $1 \text{ ms}^{-1}$  und einem Abstand zwischen Magnetperipherie und Wand von  $d = h_0 - R_M = h_1 - R_M - d_W = 1 \text{ mm}$ .

mus. Eine gezielte Anströmung der magnetabgewandten Rohrwandung führt zu einer zu erwartenden Abnahme der strömungsinduzierten Gleichgewichtsrotationsfrequenz.

### 3.3.3.3 GaInSn-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad

Die Abstandsabhängigkeit des Magnetischen Flügelrades führt gemäß Abb. 3.47 zu einer Abhängigkeit der strömungsinduzierten Gleichgewichtsrotationsfrequenz in Abhängigkeit von der Asymmetrisierung der Strömung. Eine Verstärkung der Anströmung der magnetzugewandten Rohrwandung führt zu einer deutlichen Erhöhung der Gleichgewichts-

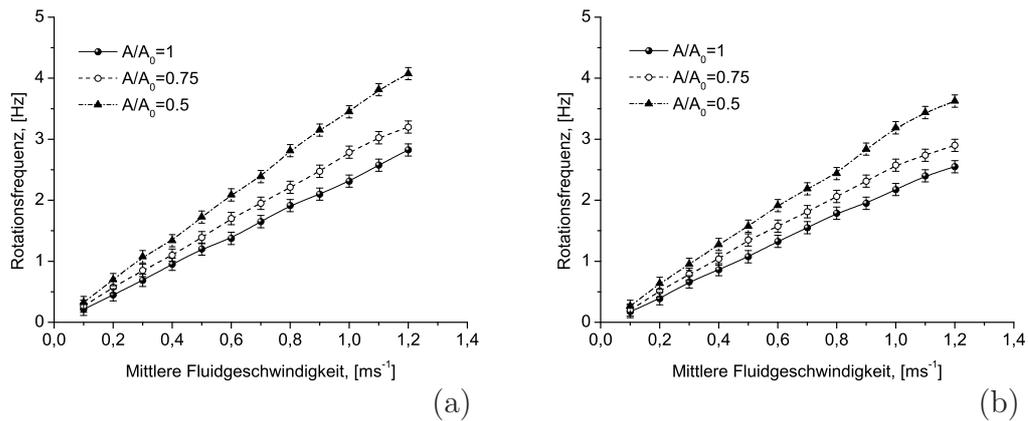


Abbildung 3.47: Messung der Rotationsfrequenz im Gleichgewicht des Magnetischen Flügelrades (LAB6) an der PVC-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes in Abhängigkeit von der Strömung, bei  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$  und verschiedenen Abständen zwischen Magneten und Wand (Abstand:  $d = 8 \text{ mm}$ (a), Abstand:  $d = 12 \text{ mm}$ (b)).

rotationsfrequenz. Eine Verringerung der Querschnittsfläche  $A/A_0$  um 25 Prozent führt entsprechend Abb. 3.47 zu einer Erhöhung der Gleichgewichtsrotationsfrequenz um ca. 15 Prozent, hingegen eine Verringerung der Querschnittsfläche  $A/A_0$  um 50 Prozent entsprechend Abb. 3.47 zu einer Erhöhung der Rotationsfrequenz um ca. 30 Prozent führt. Der Abstand zwischen Absperrhahnmitte und dem Rotierenden Magneten betrug 125 mm, sodass davon ausgegangen werden kann, dass sich das Strömungsprofil entsprechend des Abstandes nicht symmetrisieren konnte. Eine gezielte Anströmung der magnetabgewandten Rohrwandung führt zu einer zu erwartenden Abnahme der strömungsinduzierten Rotationsfrequenz.

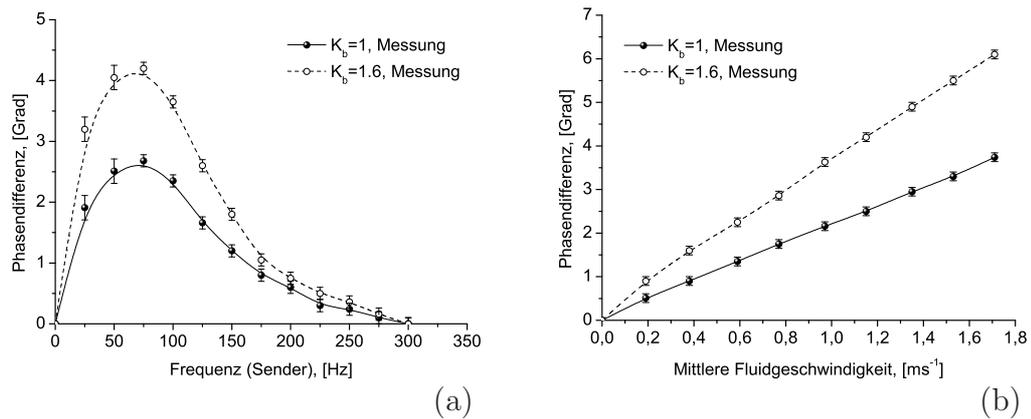


Abbildung 3.48: Messung des Frequenzganges an der vertikalen Testsektion des Na-Kreislaufes mit dem Phasensensor (LAB2) in der sym. Einstellung ( $K_{l^*} = 1$ ), bei einer Fluidtemperatur von  $220\text{ }^\circ\text{C}$  und einer Anregungsfrequenz von  $f = 70\text{ Hz}$  (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von  $v_0$  (b).

## 3.4 Validierung unter Anwendungsbedingungen

### 3.4.1 Na-Kreislauf-Phasensensor

Abbildung 3.48 zeigt den Frequenzgang des Phasensensors. Dargestellt ist jener Frequenzbereich, der auswertbare Messergebnisse bezüglich der messbaren, strömungsinduzierten Phasendifferenz in der symmetrischen Einstellung zulässt. Abb. 3.48(a) präsentiert dabei den Frequenzgang für zwei unterschiedliche Empfindlichkeiten  $K_b$  in Abhängigkeit von der Messspaltweite für einen Pumpenstrom von  $60\text{ A}$ , welcher einer mittleren Geschwindigkeit der Natriumschmelze von  $v_0 = 1.1\text{ ms}^{-1}$  entspricht. Die Ausprägung eines Frequenzoptimums ist für beide Empfindlichkeiten  $K_b$  deutlich sichtbar. Die Erhöhung der Empfindlichkeit  $K_b$  verursacht entsprechend Gl. (3.31) eine marginale Verschiebung des Optimums zu niedrigeren Frequenzen. Die Messung der strömungsinduzierten Phase in Abhängigkeit von der fixierten Senderfrequenz von  $70\text{ Hz}$  resultiert in der zu erwartenden linearen Ausgangscharakteristik entsprechend der Abb. 3.48(b).

Die Abbildungen 3.49(a) und (b) verdeutlichen die Erhöhung der Sensitivität durch eine Asymmetrisierung des Messsystems. Die Einflussnahme auf  $K_{l^*}$  führt zu dem erwarteten Ergebnis, dass eine Messwertverstärkung um den Faktor 1.6 erreicht wird. Das Frequenzoptimum wird wiederum zu niedrigeren Frequenzen verschoben. Die dem Empfindlichkeitsfaktor  $K_{l^*} = 1.6$  entsprechende Verschiebungslänge entspricht  $l^* = 8\text{ mm}$ . Weiterhin bleibt zu erwähnen, dass auch  $K_{l^*}$  entsprechend Gl. (3.31) eine marginale Verschiebung des Optimums zu niedrigeren Frequenzen bewirkt.

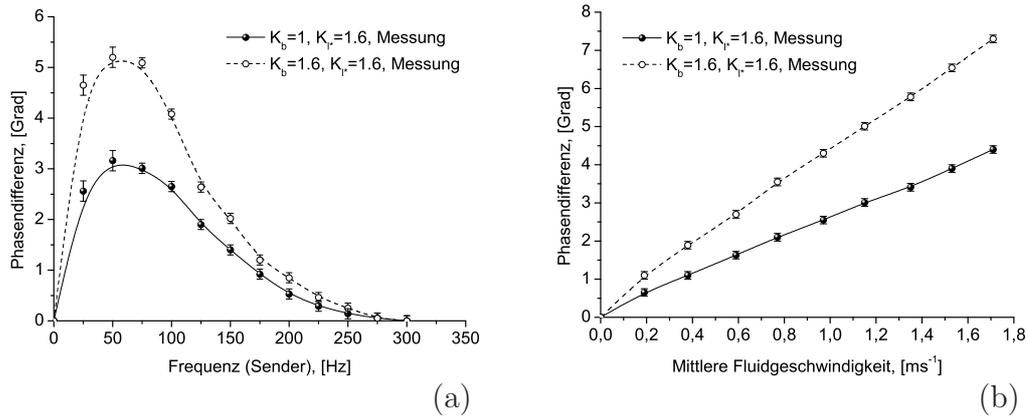


Abbildung 3.49: Messung des Frequenzganges an der vertikalen Testsektion des Na-Kreislaufes mit dem Phasensensor (LAB2) in der asym. Einstellung ( $K_{l^*} > 1$ ), bei einer Fluidtemperatur von  $220\text{ }^\circ\text{C}$ . (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der Fluidgeschwindigkeit bei einer Temperatur von  $220\text{ }^\circ\text{C}$ (b) und einer Anregungsfrequenz von  $f = 70\text{ Hz}$ .

### 3.4.2 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment ist für Frequenzen bis zur optimalen Anregungsfrequenz als gut zu bewerten (vergl. Abb. 3.50(a)) und beträgt am Sensitivitätsmaximum ca. 5%. Die Ungenauigkeit der Simulationsergebnisse jenseits der optimalen Anregungsfrequenz sind partiell wiederum durch die Vernachlässigung der parasitären Empfängerspulenkapazität  $C$  zu erklären. Die Abweichungen zwischen Messungen und Rechnungen in Abb. 3.25(b) sind erwartungsgemäß größer aber dennoch hinreichend gut und beträgt, bezogen auf das Sensitivitätsmaximum ca. 13%. Die optimale Sensorfrequenz ergibt sich, abhängig von  $K_b$  und  $K_{l^*}$  aus Gl. (3.31) zu rund  $\hat{f} = 63\text{ Hz}$ , wenn der Beitrag der elektrisch leitfähigen Wand in K mit  $K_\sigma = 1.02$  berücksichtigt wird. Die Veränderung bezüglich  $K_b$  und  $K_{l^*}$  verursacht nur geringfügige Änderungen.

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von Natrium:  $\sigma = 0.9 \cdot 10^7\text{ S/m}$ , Wandleitfähigkeit:  $\sigma_W = 1.3 \cdot 10^6\text{ S/m}$ , innere Kanalweite: 40 mm, mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1.1\text{ ms}^{-1}$ , Induktivität der Empfängerspulen:  $L_E = 23\text{ mH}$ , Widerstand der Empfängerspulen:  $R_E = 10\text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.25(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

### 3.4.3 Na-Kreislauf-Rotierender Magnet

Die Abhängigkeit der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten von der mittleren Schmelzengeschwindigkeit ist für magn. Reynoldszahlen kleiner eins linear. Fluidgeschwindigkeiten kleiner  $v_0 = 0.3\text{ ms}^{-1}$  (entspricht einem Pumpenstrom von 20 A) konnten auf Grund der nicht zu vernachlässigenden Lagerreibung und der magnetischen

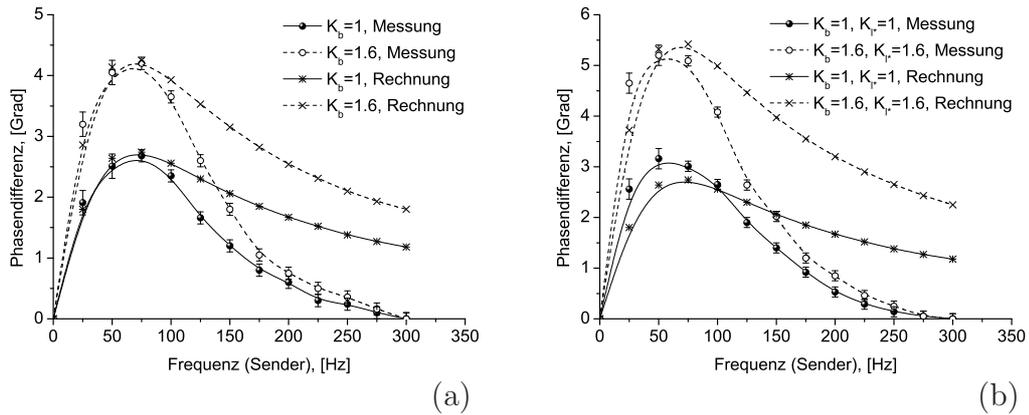


Abbildung 3.50: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen für den Frequenzgang des Phasensensors (LAB2) an der vertikalen Testsektion des Na-Kreislaufes in der sym. (a) und asym. (b) Einstellung ( $K_{l^*} = 1$ , bzw.  $K_{l^*} > 1$ ), bei  $v_0 = 1.1 \text{ ms}^{-1}$  und einer Fluidtemperatur von  $220^\circ\text{C}$ .

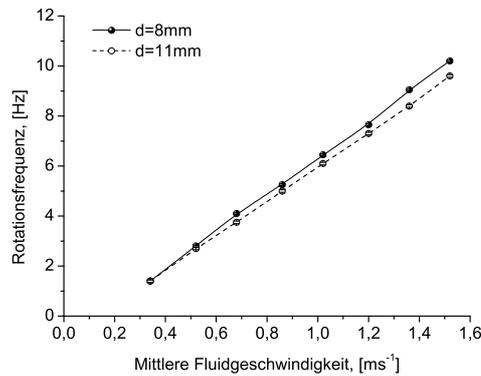


Abbildung 3.51: Messung der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten (LAB5) an der horizontalen Testsektion des Na-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und verschiedenen Abständen  $d = h_0 - R_M = h_1 - R_M - d_W$ , bei einer Fluidtemperatur von  $220^\circ\text{C}$ .

Remanenzeigenschaften der Kanalwandung nicht detektiert werden. Darüber hinaus ist zu beachten, dass das Messsystem während der Anlaufzeit abstandsabhängig ist.

### 3.4.4 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Abbildung 3.52 stellt einen Vergleich zwischen den im Experiment am Na-Kreislauf gewonnenen Ergebnissen (vergl. Abb. 3.51) und einer Simulation basierend auf Gl. (3.45) dar. Die Abstandsabhängigkeit des Messsystems wird im Gegensatz zur Theorie durch die nicht vernachlässigbare Lagerreibung verursacht. Eine Übereinstimmung der Messwer-

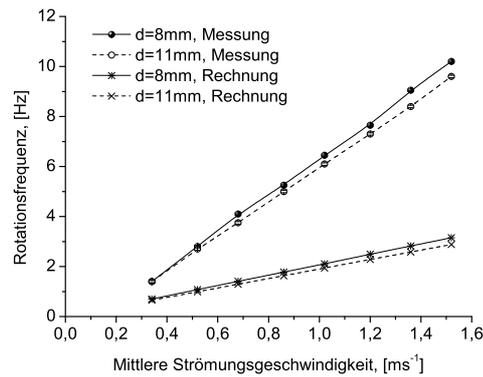


Abbildung 3.52: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen bezüglich der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten (LAB5) an der horizontalen Testsektion des Na-Kreislaufes in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der Schmelze und des Abstandes  $d = h_0 - R_M = h_1 - R_M - d_W$  zwischen Magnetperipherie und Kanalwand.

te mit der Rechnung basierend auf Gl. (3.43) wurde exemplarisch für einen Abstand zwischen Magneten und leitfähiger Wand von 8 mm gesucht und in Abb. 3.52 dargestellt. Die Übereinstimmung zwischen Mess- und Simulationsergebnissen ist als nicht befriedigend zu bewerten. Die Tatsache, dass die gemessenen Gleichgewichtsrotationsraten deutlich höher sind als die gemessenen, impliziert das Vorhandensein deutlicher Strömungsgradienten im Rohr. Diese Strömungsgradienten können durch den verwendeten Permanentmagneten hervorgerufen werden, welcher als magnetisches Strömungshindernis die Strömungssymmetrie bricht. Weiterhin muss darauf hingewiesen werden, dass das verwendete Berechnungsmodell von idealisierten und nicht praxisnahen Annahmen ausgeht und daher Besonderheiten bezüglich des Strömungsprofils usw. erfasst werden können.

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von Na:  $0,9 \cdot 10^7$  S/m, Leitfähigkeit der Stahlwand:  $1,3 \cdot 10^6$  S/m,  $h_2 = 68$  mm und  $h_1 = 23$  mm und  $h_0 = 20$  mm.

### 3.4.5 Na-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad

Entsprechend der Abb. 3.53 wurden an der horizontalen Testsektion des Na-Kreislaufes die Gleichgewichtsrotationsfrequenzen des Rotierenden Magneten in Abhängigkeit von der mittleren Fluidgeschwindigkeit für verschiedene Abstände gemessen. Mittlere Fluidgeschwindigkeiten kleiner  $0,3 \text{ ms}^{-1}$  (entspricht einem Pumpenstrom von 20 A) konnten hauptsächlich wegen der Remanenzeigenschaften der Stahlwand nicht gemessen werden. Das Messsystem ist darüber hinaus während der anlaufzeit abstandsabhängig. Die Zuordnung des eingestellten Pumpenstromes zu einer mittleren Geschwindigkeit der Schmelze beruht auf zuvor durchgeführten Ultraschallmessungen, welche die getroffenen Annahmen mit hinreichender Genauigkeit unterstützen.

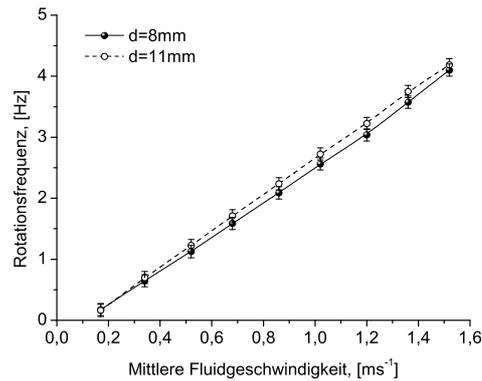


Abbildung 3.53: Messung der Rotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades im Gleichgewicht (LAB6) an der horizontalen Testsektion des Na-Kreislaufes in Abhängigkeit vom eingestellten Pumpenstrom und des Abstandes  $d = h_0 - R_M = h_1 - R_M - d_W$  zwischen Magnetperipherie und Kanalwand, bei einer Fluidtemperatur von  $220^\circ\text{C}$ .

### 3.4.6 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Abbildung 3.54 stellt einen Vergleich zwischen den am Na-Kreislauf experimentell gewonnenen Ergebnissen (vergl. Abb. 3.53) und einer Simulation basierend auf Gl. (3.63) dar. Das Messprinzip ist durch die nicht vernachlässigbaren Reibungsverluste abstandsabhängig. Diese Abstandsabhängigkeit wird durch die Simulation nicht wiedergespiegelt, da die magnetische Induktion der äquidistant angeordneten Permanentmagneten nicht in die theoretische Ableitung eingeht. Die Übereinstimmung zwischen Mess- und Simulationsergebnissen ist dennoch als gut zu bewerten. Auffällig ist, dass die Simulationsergebnisse offensichtlich immer zu klein berechnet werden. Auf Grund der Kanalgröße und Kanalgeometrie stehen am Na-Kreislauf immer mehrere Magneten im Eingriff. Dieser Umstand, welcher sich letztlich aus experimentellen Gegebenheiten ableitet, wird in der Simulation nicht berücksichtigt. Für die mittlere Schmelzengeschwindigkeit wurde ein Wert von  $1\text{ ms}^{-1}$  (bei einem Pumpenstrom von  $60\text{ A}$ ) angenommen und auf das Pumpenstromintervall von  $10\text{ A} \leq I_P \leq 90\text{ A}$  umgelegt. Die Wahl des Wertes für die mittlere Geschwindigkeit beruht auf zuvor durchgeführten Ultraschallmessungen, welche die Annahme mit hinreichender Genauigkeit unterstützen.

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von Na:  $0.9 \cdot 10^7\text{ S/m}$ , Leitfähigkeit der Stahlwand:  $\sigma_W = 1.3 \cdot 10^6\text{ S/m}$ ,  $R_a = 62\text{ mm}$ ,  $R_i = 32\text{ mm}$  und  $N = 8$ .

### 3.4.7 Pb-Kreislauf-Phasensensor

Die entwickelten Messtechniken sollen zum einen bei höheren Operationstemperaturen getestet werden und andererseits ihre Anwendbarkeit und Leistungsfähigkeit bei geringeren Fluidleitfähigkeiten unter Beweis stellen. Die hohen Operationstemperaturen ( $330^\circ\text{C} \leq$

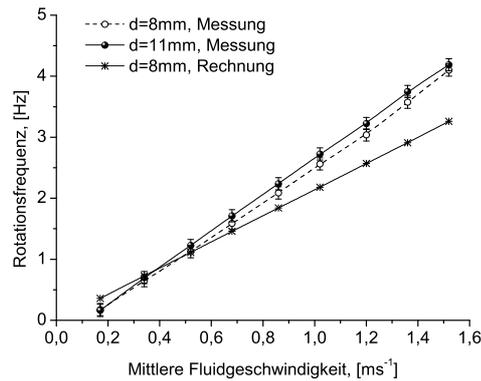


Abbildung 3.54: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen bezüglich der Rotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades im Gleichgewicht (LAB6) an der horizontalen Testsektion des Na-Kreislaufes in Abhängigkeit vom eingestellten Pumpenstrom und des Abstandes  $d$  zwischen den Magneten und der Kanalwand, bei einer Fluidtemperatur von  $220\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

$T \leq 550\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) des Blei-Kreislaufs haben zur Folge, dass keine kalibrierte Durchflussmesstechnik zur Verfügung steht. Alle am Blei-Kreislauf durchgeführten Messungen beziehen sich somit auf eine Ansteuerfrequenz des Pumpenumrichters im Intervall von  $10\text{ Hz} \leq f \leq 50\text{ Hz}$ . Die Ansteuerfrequenz steht in einem linearen Zusammenhang zur stufenlos einstellbaren Pumpendrehzahl, angegeben in rpm. Der einstellbare Drehzahlbereich ist somit durch eine minimale Drehzahl begrenzt, welche die passive, notwendige Kühlung des Pumpenmotors sicherstellt. Das gesamte, ausnutzbare Drehzahlintervall ergibt sich zu  $286\text{ rpm} \leq \text{rpm} \leq 1430\text{ rpm}$ . Der Rohrdurchmesser der Testsektion (Stahl) beträgt  $d_i = 29\text{ mm}$ , mit einer Wandstärke von  $4\text{ mm}$ . Der Rundkanal geht im Eingriffsbereich der kontaktlosen, elektromagnetischen Pumpe in einen rechteckförmigen Flachkanal mit den Innenabmaßen  $54 \times 6\text{ mm}$  und einer Wandstärke von  $3\text{ mm}$  über. Der Flachkanal ist die Testsektion für das Magnetische Flügelrad, wobei der Rotierende Magnet und der Phasensensor am Rundkanal getestet wurden. Abbildung 3.55 (a) gibt einen Teil des Frequenzgangs des Phasensensors bis zur optimalen Sensorfrequenz von ca.  $600\text{ Hz}$  wieder und entspricht dem systemabhängigen, zu erwartenden Verlauf. Die in Abb. 3.55 (b) dargestellte Abhängigkeit der strömungsinduzierten Phasendifferenz von der Pumpenfrequenz gibt nicht den zu erwartenden linearen Zusammenhang wieder. Der lineare Bereich der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der Pumpenfrequenz, zwischen  $10\text{ Hz} \leq f \leq 30\text{ Hz}$ , wird durch einen nichtlinearen Zusammenhang abgelöst. Die Ursache dieser Nichtlinearität mag durch den im System steigenden hydrodynamischen Widerstand und dem mit ihm verbundenen Verlusten begründet werden. Eine weitere wichtige Erkenntnis kann bezüglich der Änderung der elektrischen Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur aus Abb. 3.55(b) gewonnen werden. Die Veränderung der Fluidtemperatur (natürlich auch der Wandtemperatur) verringert die messbare, strömungsinduzierte Phasendifferenz.

Auf der Basis von Gl. (3.30) und Gl. (3.31) und der im Experiment ermittelten Messwerte

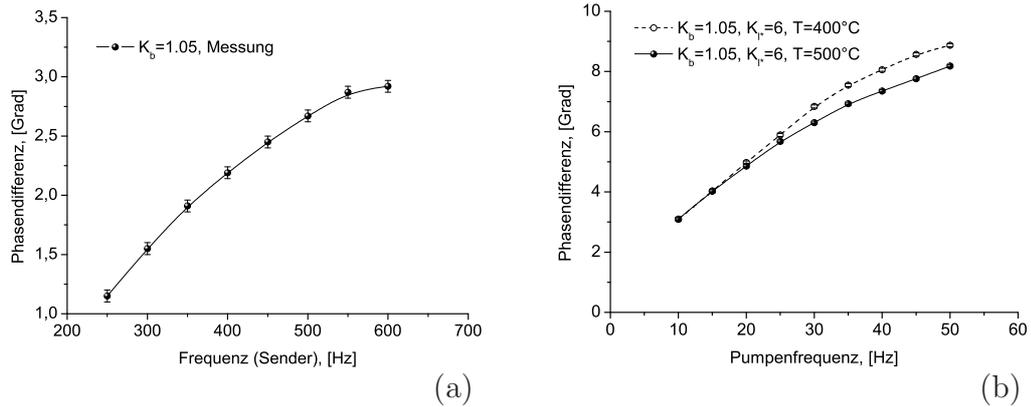


Abbildung 3.55: Messung des Frequenzganges des Phasensensors (LAB3) an der Stahl-Testsektion des Blei-Kreislaufes in der sym. Einstellung ( $K_{l^*} = 1$ ) (a) und der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der Pumpenfrequenz für verschiedene Fluidtemperaturen in einer um  $l^* = 0.5$  mm asymmetrisierten Einstellung(b), bei einer Anregungsfrequenz  $f = 600$  Hz.

kann die mittlere Schmelzengeschwindigkeit approximativ berechnet werden. Der Wert für die errechnete mittlere Geschwindigkeit setzt eine Benetzung zwischen der Stahlwandung und dem fließenden Blei voraus. Da diese Forderung nicht erfüllt ist, stellt der Wert für die errechnete mittlere Geschwindigkeit nur den Maximalwert dar.

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von Blei:  $\sigma = 1.0 * 10^6$  S/m, elektrische Leitfähigkeit von Stahl:  $\sigma_W = 1.3 * 10^6$  S/m, Rohrdurchmesser (innen):  $d_i = 29$  mm, Wanddicke:  $d_W = 4$  mm, Induktivität der Empfängerspulen:  $L_E = 0.29$  mH, Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 1$  Ohm sowie der in Abb. 3.55(a) angegebene Empfindlichkeitsfaktor  $K_b$  eine mittlere Fluidgeschwindigkeit von  $v_0 = 1.7 \text{ ms}^{-1}$  bestimmt werden.

### 3.4.8 Pb-Kreislauf-Rotierender Magnet

Die lineare Abhängigkeit der Rotationsfrequenz von der eingestellten Pumpenfrequenz konnte nur in einem eingeschränkten Bereich detektiert werden. Ausschlaggebend für diese Einschränkung ist neben der nicht zu vernachlässigenden Lagerreibung vor allem die sich bremsend auswirkende Wechselwirkung mit der elektrisch leitfähigen Wand (vergl. Gl. (3.45)). Die statistische Auswertung der Messergebnisse ergibt, dass die Messungen der Rotationsrate in Abhängigkeit von der mittleren Fluidgeschwindigkeit für die in Abb. 3.56 gewählten Abstände voneinander getrennt werden können und somit statistisch signifikant sind. Zur Berechnung der Schwankungsbreite wurde ein Vertrauensintervall der Breite von  $2\sigma$  gewählt.

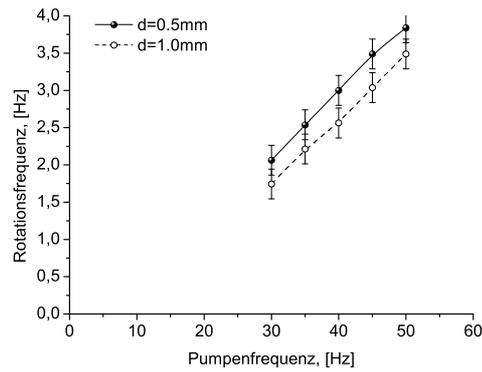


Abbildung 3.56: Messung der Gleichgewichtsrotationsfrequenz des Rotierenden Magneten (LAB4) an der Stahl-Testsektion des Blei-Kreislaufes in Abhängigkeit von der eingestellten Pumpenfrequenz und des Abstandes  $d = h_0 - R_M = h_1 - R_M - d_W$  zwischen Magnetperipherie und Rohrwand, bei einer Fluidtemperatur von  $400^\circ\text{C}$ .

### 3.4.9 Pb-Kreislauf-Magnetisches Flügelrad

Entsprechend der Abb. 3.57 wurden an der Stahl-Testsektion des Blei-Kreislaufes die Gleichgewichtsrotationsfrequenzen des Magnetischen Flügelrades in Abhängigkeit von der eingestellten Pumpenfrequenz für verschiedene Abstände gemessen. Der Detektionsbereich bezüglich der Gleichgewichtsrotationsfrequenz in Abhängigkeit von der eingestellten Pumpenfrequenz ist im Vergleich zum Rotierenden Magneten deutlich größer. Sichtbar wird wiederum der nichtlineare Zusammenhang zwischen gemessener Gleichgewichtsrotationsfrequenz und eingestellter Pumpenfrequenz (vergl. Abb. 3.55). Das Messprinzip ist offensichtlich abhängig vom Abstand zwischen der Oberfläche der Permanentmagneten und der Rohrwand. Ausschlaggebend für diesen Befund ist neben der nicht zu vernachlässigenden Lagerreibung vor allem die sich bremsend auswirkende Wechselwirkung mit der elektrisch leitfähigen Wand (vergl. Gl. (3.45)). Die statistische Auswertung der Messergebnisse ergibt, dass die Messungen der Gleichgewichtsrotationsrate in Abhängigkeit von der mittleren Fluidgeschwindigkeit für die in Abb. 3.57 gewählten Abstände nicht voneinander getrennt werden können und somit statistisch nicht signifikant sind. Zur Berechnung der Schwankungsbreite wurde ein Vertrauensintervall der Breite von  $2\sigma$  gewählt.

### 3.4.10 PbBi-Kreislauf-Phasensensor

Der Phasenverschiebungssensor wurde im Rahmen einer Messkampagne am WEBEXPIR PbBi-Kreislauf des SCK-CEN in Belgien getestet. Die charakteristischen Versuchsbedingungen wurden maßgeblich durch die elektrische Leitfähigkeit der PbBi-Schmelze ( $\sigma = 0.86 \cdot 10^6 \text{ Sm}^{-1}$  bei  $T_S = 175^\circ\text{C}$ ) und den einstellbaren Bereich der mittleren Fluidgeschwindigkeit ( $0.7 - 1.6 \text{ ms}^{-1}$ ) bestimmt. Die für den Phasenverschiebungssensor

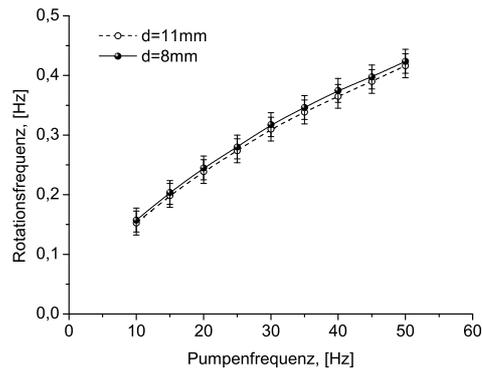


Abbildung 3.57: Messung der Rotationsfrequenz im Gleichgewicht des Magnetischen Flügelrades (LAB6) an der Stahl-Testsektion des Blei-Kreislaufes in Abhängigkeit von der eingestellten Pumpenfrequenz und des Abstandes  $d$  zwischen den Magneten und der Rohrwand, bei einer Fluidtemperatur von  $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

zugängliche Testsektion bestand aus einem Edelstahlrohr mit einem Innendurchmesser von  $d_i = 54.5\text{ mm}$  und einer Wandungsdicke von  $d_W = 3\text{ mm}$ . Die materialspezifische, elektrische Leitfähigkeit des Edelstahls betrug  $\sigma_W = 1.3 \cdot 10^6\text{ S/m}$ . Die mittlere Schmelzengeschwindigkeit wurde während der Experimente mit einem herkömmlichen Vortex-Durchflussmesser bestimmt. Die in den Abb. (a) und (b) dargestellten Messergebnisse enthalten bezüglich der gemessenen Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren Schmelzengeschwindigkeit einen Phasenoffset, welcher dadurch zu Stande kommt, dass der Querschnitt der Testsektion erst ab einer mittleren Geschwindigkeit von  $v_0 = 0.7\text{ ms}^{-1}$  vollständig gefüllt ist.

### 3.4.11 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Abbildung 3.58 gibt den Vergleich zwischen Messungen der Phasendifferenz in Abhängigkeit von der mittleren PbBi-Schmelzengeschwindigkeit bei  $400\text{ Hz}$  und  $500\text{ Hz}$  wieder. Die Messungen wurden dabei mit Modellrechnungen verglichen, welche sich auf die Gl. (3.30) beziehen. Die mittlere Schmelzengeschwindigkeit wurde während der Experimente mit einem herkömmlichen Vortex-Durchflussmesser bestimmt. Dabei war zu beachten, dass die maximal zulässige Operationstemperatur des Durchflussmessers von  $180\text{ }^{\circ}\text{C}$  nur knapp über der Betriebstemperatur des PbBi-Keislaufes von  $T_B = 170\text{ }^{\circ}\text{C}$  lag. Die in den Abb. 3.58(a) und (b) dargestellte Ausgangscharakteristik ist wie erwartet linear und steigt stetig mit der Erhöhung der mittleren Schmelzengeschwindigkeit.

Die Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den Messwerten ist, insofern der Phasenoffset berücksichtigt wird, als hinreichend gut zu bezeichnen. Abweichungen zwischen Simulation und Messungen sind unter anderem darauf zurückzuführen, dass die Messungen weit oberhalb der optimalen Sensorfrequenz aufgenommen wurden, für welche das Rechenmodell größere Abweichungen erzeugt.

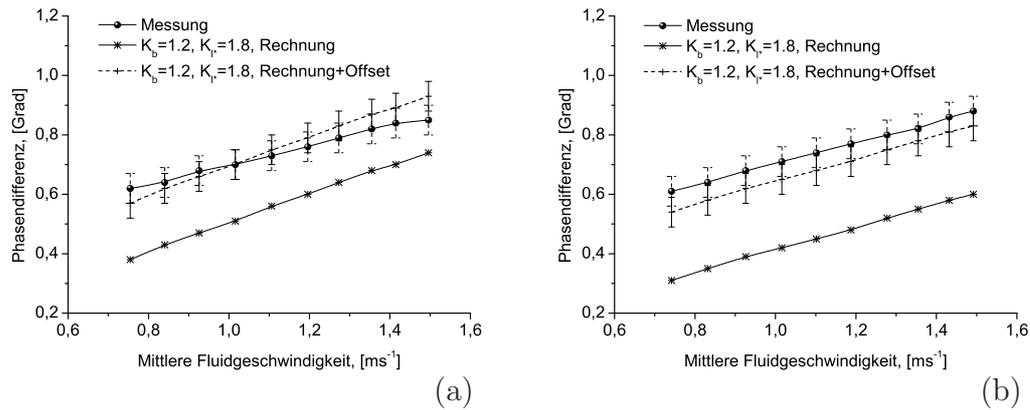


Abbildung 3.58: Vergleich zwischen Simulations- und Messergebnissen (LAB2) bezüglich der Abhängigkeit der Phasendifferenz von der mittleren Schmelzeschwindigkeit der PbBi-Schmelze, bei einer Anregungsfrequenz von 400 Hz (a) und 500 Hz (b), bei einer Betriebstemperatur von  $T_B = 170^\circ\text{C}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von PbBi:  $\sigma = 0.86 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , elektrische Leitfähigkeit der Rohrwand:  $\sigma_W = 1.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 54.5 \text{ mm}$ , Wanddicke:  $d_W = 3 \text{ mm}$ , Induktivität der Empfängerspulen:  $L_E = 23 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 10 \text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.58(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{I^*}$ .

## 3.5 Charakterisierung des Messverfahrens

### 3.5.1 Empfindlichkeit

Als Empfindlichkeit [71] wird in der Mess- und Nachrichtentechnik die Änderung des Ausgangswertes eines Messgerätes bezogen auf die verursachende Änderung der Eingangsgröße bezeichnet. Als Eingangsgröße soll bezüglich der vorgestellten Konzepte die mittlere Geschwindigkeit des zu messenden leitfähigen Fluids verstanden werden. Natürlich gibt es verschiedene Parameter welche sich auf das Ausgangsverhalten auswirken (Phasensensor: Leitfähigkeit, Frequenz, Abstand der Spulen vom Kanal, Rotierender Magnet bzw. Magnetische Flügelrad: Abstand der Magneten vom Kanal) und deshalb für den konkreten Messzweck fixiert werden müssen. Die Messempfindlichkeit stellt sich bei einer graphischen Darstellung der Ausgangsgröße über der Eingangsgröße als Anstieg der Kennlinie dar. Messverfahren mit linearem Ausgangsverhalten weisen eine gleichbleibende Empfindlichkeit auf, welche die Messwertverarbeitung vereinfacht. Die betrachteten Messverfahren weisen eine Vielzahl an Möglichkeiten zur Beeinflussung der Empfindlichkeit auf.

#### 3.5.1.1 Phasensensor: Einfluss der magnetischen Reynoldszahl

Ausgehend von Gl. (2.21) setzt sich die magnetische Reynoldszahl aus den Einflussparametern der elektrischen Leitfähigkeit des Fluids  $\sigma$ , der mittleren Geschwindigkeit  $v_0$ , der charakteristischen Länge  $L = d_i$  und der absoluten Permeabilität zusammen. Die Empfindlichkeit des Messverfahrens wird daher maßgeblich durch die elektrische Leitfähigkeit des Fluids  $\sigma$ , die mittlere Geschwindigkeit  $v_0$  und durch die charakteristische Länge beeinflusst. Allgemein gilt dabei, dass der Messeffekt durch eine Vergrößerung der magnetischen Reynoldszahl herausgestellt oder mit anderen Worten empfindlicher gemacht wird.

$$dRm = (\partial_{\sigma} Rm)d\sigma + (\partial_{v_0} Rm)dv_0 + (\partial_L Rm)dL \quad (3.89)$$

Für die durch eine Vergrößerung der magnetischen Reynoldszahl gesteigerte Empfindlichkeit gilt:

$$\partial_{Rm}(\Delta\phi_P) = \tan \left\{ \frac{\Delta\phi_P}{\Delta Rm} \right\}, \quad (3.90)$$

welche sich durch einen erhöhten Anstieg äußert.

#### 3.5.1.2 Phasensensor: Einfluss der Erregerfrequenz

Eine Variation der Senderfrequenz ermöglicht das Auffinden des Anregungsoptimums, indem bezüglich konstanter Geschwindigkeiten der Schmelze maximale strömungsinduzierte

Phasendifferenzen detektiert werden können. Das Anregungsoptimum des Messverfahrens ist im Wesentlichen von der Empfängerspuleninduktivität und dem Empfängerspulenwiderstand abhängig. Neben der experimentellen Bestimmung der optimalen Anregungsfrequenz kann diese auch rechnerisch aus den Gleichungen (3.20) und (3.27), als Ableitung nach  $\Omega_0$ , bzw. aus den Gleichungen (3.30) und (3.32), als Ableitung nach  $\Omega'_0$  ermittelt werden.

$$\partial_f(\Delta\phi_P) = \tan \left\{ \frac{\Delta\phi_P}{\Delta f} \right\} = 0 \quad (3.91)$$

Dabei haben die dimensionslosen Frequenzen die folgende Entsprechung:  $\Omega_0 = 2\pi f L_E / R_E$  und  $\Omega'_0 = \Omega_0 K_\sigma^{-1}$ . Eine Erhöhung der Erregerfrequenz über das Optimum hinaus führt zu einer Skin-Effekt bedingten Verkleinerung der messbaren, strömungsinduzierten Phasendifferenz.

### 3.5.1.3 Phasensensor: Einfluss von $K_b$ und $K_{l^*}$

Entsprechend den Gl. (3.10) und (3.11) ist die Empfindlichkeit des Phasensensors durch eine Verkleinerung der effektiven Messspaltweite  $b$  und durch eine Asymmetrisierung der Sensoranordnung um die Verschiebungslänge  $l^*$  derart beeinflussbar, dass sich der Anstieg des Frequenzgangs bis zur optimalen Sensorfrequenz sowie die Abhängigkeit der messbaren Phasendifferenz von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit erhöht. Beide Beeinflussungen gehen in Form eines Empfindlichkeitsfaktors  $K = K_i = K_b K_{l^*}$  (vergl. Gl. (3.12)) in die Gl. (3.20), (3.27), (3.30) und (3.32) ein und können als eine Erhöhung der magnetischen Reynoldszahl gewertet werden. Unter der Bedingung  $K_{l^*} = 1$  geht die Empfindlichkeit der asymmetrischen Anordnung in die der symmetrischen über.

### 3.5.1.4 Phasensensor: Einfluss von $K_\sigma$

Entsprechend den Gl. (3.30) und (3.32) bewirkt  $K_\sigma$  eine von der Wandleitfähigkeit und den Abmessungen des Strömungskanals erhebliche Steigerung der Messempfindlichkeit in einem eingeschränkten Bereich der Erregerfrequenz (vergl. Gl. (3.30) und (3.32)) bis zum Phasenoptimum. Die deutliche Einschränkung des wirksamen Bereiches der Anregungsfrequenz ist auf die im Kapitel 3.1, Abschnitt 3.1.1, Unterabschnitt 3.1.1.5 erläuterten Zusammenhänge zurückzuführen. Im Gegensatz zu der Erhöhung der Messempfindlichkeit des Verfahrens führt  $K_\sigma$  allerdings zu einer verringerten Messauflösung.

### 3.5.1.5 Phasensensor: Magnetische Sättigung des Flusseisens

Die magnetische Saturation des Empfängerflusseisens stellt eine weitere Möglichkeit der Erhöhung der Messempfindlichkeit dar, die in ihrer Wirkung der Sensitivitätserhöhung durch Asymmetrisierung sehr ähnlich ist. Die einfachste Möglichkeit der magnetischen

Saturation des Flusseisens einer Empfängerspule besteht darin, die magnetischen Leitenschaften des Eisens durch einen von außen angebrachten Permanentmagneten zu verringern. Der Sensor ist somit magnetisch asymmetrisiert und in seiner Empfindlichkeit erhöht. Bei einer frequenzabhängigen Magnetisierung ist darauf zu achten, dass das Mess- und Saturationsfeld nicht nur die exakt gleiche Frequenz haben, sondern auch in Phase sind.

### 3.5.1.6 Phasensensor: Teilung des Flusseisens

Eine durch den Luftspalt bedingte Erhöhung des magnetischen Flusseisenwiderstandes, wie sie in Kapitel 3.1, Abschnitt 3.1.1 beschrieben wurde, führt entsprechend Gl. (3.27) zu einer ca. vierfach höheren Empfindlichkeit im Vergleich zu der Anordnung mit unveränderten Empfängerflusseisen.

$$\{\partial_{\Omega_0}(\Delta\phi_P)\}_{(get.)} \cong 4 \{\partial_{\Omega_0}(\Delta\phi_P)\}_{(unget.)} \quad (3.92)$$

Eine weitere Methode der Erhöhung der Empfindlichkeit ist die bereits in den Abb. 3.6 und 3.7 dargestellte Teilung und Verschiebung des Empfängerflusseisens, um die bezeichneten Verschiebungslängen. Die Abb. 3.6 stellt dabei eine seitliche (horizontale Verschiebung) einer Empfängerhälfte dar. Eine horizontale Verschiebung  $l_h^*$  um 5mm bewirkt, entsprechend der Simulation in Abb. 3.6, keine wesentliche Änderung des magnetischen Induktionsflusses bezüglich der inneren Empfängerspulen beider Empfängerhälften. Bezüglich der äußeren Empfängerspulen ist eine Phasenverschiebung durch einen mit der Verschiebungslänge zunehmenden Flussunterschied zu erwarten. Wird jedoch eine weitere Verschiebung der bereits dejustierten Empfängerhälfte in vertikaler Richtung vorgenommen, ist deutlich zu erkennen, dass der magnetische Induktionsfluss bezüglich der inneren und äußeren Empfängerspulen verschieden ist und somit Phasenverschiebungen gemessen werden können.

### 3.5.1.7 Phasensensor: Spulen in verschiedenen Ebenen

Befinden sich Sender- und Empfängerspule in verschiedenen Ebenen zur Rohrachse (vergl. Abb. 3.59), wird die Detektionsempfindlichkeit gemäß der folgenden Gleichung herabgesetzt.

$$K_\phi = \frac{\cos\phi_1 - \cos\phi_2}{2} \quad (3.93)$$

Folgende vereinfachende Analogie kann dabei hilfreich sein. Der durch die Senderspule erzeugte magnetische Fluss wird senderseitig durch das Flusseisen gebündelt und über den Kanalausschnitt zur Empfängerseite geleitet. Entsprechend dem Funktionsprinzip bewirkt die Wechselwirkung von Induktions- und Strömungsfeld im bewegten Fluid die Induktion einer Stromdichte  $j_{ind.}$ , die mit ihrem induzierten magnetischen Feld  $b_{ind}$  die

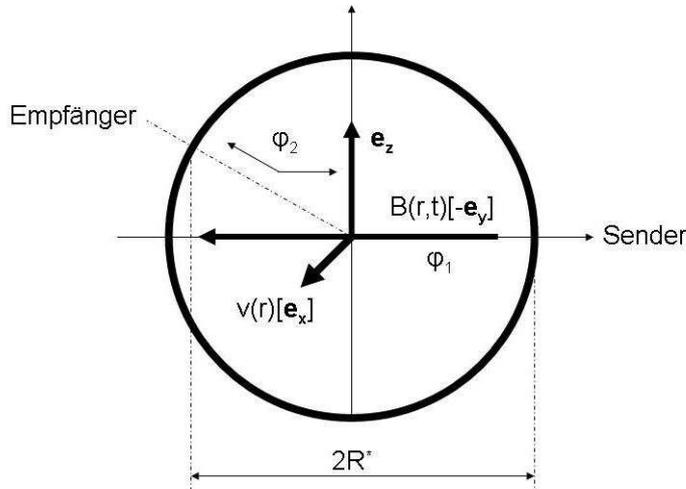


Abbildung 3.59: Sender- und Empfängerspule in verschiedenen Ebenen bezüglich der Rohrachse

Verteilung des von der Senderspule aufgeprägten Feldes stört. Diese Störung ist natürlich dreidimensional, da ihre Ursache das induzierte dreidimensionale Potentialfeld ist. Eine Verkippung der Senderspule gegenüber der Rohrachse bewirkt, dass nur die zum Magnetfeld senkrechte Projektion der Feldstörung zum Messeffekt beiträgt und somit die Empfindlichkeit  $K_\phi$  vermindert. Die größte Empfindlichkeit ist dann zu erwarten, wenn Sender- und Empfängerspule auf einer bezüglich zum Rohr diametralen Verbindungslinie liegen ( $\phi_2 = 180^\circ$ ).

### 3.5.1.8 Rotierender Magnet: Einfluss des Abstands

Entsprechend der Erhaltung des Drehmomentes unter Ausschluss von Reibung (Lagerreibung) ist das Messverfahren des Rotierenden Magneten im Gleichgewicht abstandsabhängig. Die Idealisierung einer reibungsfreien Lagerung ist in der Realität und ganz besonders in Hinblick auf die Einsatzbedingungen in der praktischen, industriellen Anwendung nicht möglich. Die Empfindlichkeit des Messverfahrens wird durch einen möglichst geringen Abstand zwischen Magnetperipherie und Rohr- oder Kanalwandung gesteigert, da das Messverfahren besonders in der Beschleunigungsphase abstandsabhängig ist.

### 3.5.1.9 Rotierender Magnet: Einfluss von $K_\sigma$

Der Empfindlichkeitsfaktor  $K_\sigma$  ist entsprechend der Gl. (3.46) als das Verhältnis der gemessenen oder berechneten Rotationsfrequenz an einer nichtleitfähigen Rohr- oder Kanalwandung bezogen auf Rotationsfrequenzen, welche an einer elektrisch leitfähigen Wandung gemessen oder berechnet werden, zu verstehen. Das durch die elektrisch leitfähige Wand erzeugte bremsende Moment verändert die Gleichgewichtsrotationsfrequenz in Gl. (3.45) durch einen Zusatzterm, welcher das Verfahren von der elektrischen Leitfähigkeit

des Fluids sowie der Wandung und seiner Geometrie abhängig macht. Die Empfindlichkeit des Messverfahrens wird gemäß Gl. (3.45) auch weiterhin durch einen möglichst geringen Abstand zwischen Magnetperipherie und Rohr- oder Kanalwandung gesteigert. Im Vergleich zu Messungen an einer nicht leitfähigen Wand verringert der Empfindlichkeitsfaktor  $K_\sigma$  die Messempfindlichkeit bei Messungen an einer elektrisch leitfähigen Wand.

#### 3.5.1.10 Magnetisches Flügelrad: Einfluss des Abstands

Die Ausführungen im Abschnitt 3.1.3 beinhalten im Sinne einer Vereinfachung des analytischen Problems nicht die Abstandsabhängigkeit des Messverfahrens. Die Gleichgewichtsrotationsrate entsprechend der Gl. (3.61) ist abstandsunabhängig. Eine volle dreidimensionale Durchrechnung des Problems unter Einbeziehung von Lagerreibung und Skineffekt würde diese Abhängigkeit, vergleichbar zum Problem des Rotierenden Magneten, bestätigen. Der experimentelle Nachweis bestätigt die gesteigerte Empfindlichkeit des Messverfahrens durch einen möglichst geringen Abstand zwischen den Magneten sowie der Rohr- oder Kanalwandung.

#### 3.5.1.11 Magnetisches Flügelrad: Anzahl der Magneten

Entsprechend der Bedeutung von Gl. (3.61) und (3.63) ergibt sich  $\lim_{(N \rightarrow \infty)} \Omega(N) = \text{konstant}$ . Der Versuch einer Erhöhung der Anzahl der Magneten auf dem rotierbar gelagerten Träger ist deshalb nicht nur physisch begrenzt, sondern auch physikalisch nahezu wirkungslos.

#### 3.5.1.12 Magnetisches Flügelrad: Einfluss von $K_\sigma$

Der Empfindlichkeitsfaktor  $K_\sigma$  ist entsprechend der Gl. (3.64) als das Verhältnis der gemessenen oder berechneten Rotationsfrequenz an einer nichtleitfähigen Rohr- oder Kanalwandung bezogen auf Rotationsfrequenzen, welche an einer elektrisch leitfähigen Wandung gemessen oder berechnet werden, zu verstehen. Das durch die elektrisch leitfähige Wand erzeugte bremsende Moment verändert die Gleichgewichtsrotationsfrequenz in Gl. (3.63) durch einen Zusatzterm, welcher das Verfahren von der elektrischen Leitfähigkeit des Fluids und der Wandung abhängig macht. Die Empfindlichkeit des Messverfahrens wird auch weiterhin durch einen möglichst geringen Abstand zwischen Magnetperipherie und Rohr- oder Kanalwandung gesteigert. Im Vergleich zu Messungen an einer nicht leitfähigen Wand verringert der Empfindlichkeitsfaktor  $K_\sigma$  die Messempfindlichkeit bei Messungen an einer elektrisch leitfähigen Wand.

### 3.5.2 Auflösung

Die Definition der Auflösung [71] und der Ansprechschwelle eines Messverfahrens sind ähnlich und dennoch verschieden. Ganz allgemein bezeichnet Auflösung das Vermögen ei-

ner Messtechnik physikalische Größen gleicher Art mit kleinstmöglichem Unterschied voneinander darzustellen. Die Auflösung hat nichts mit der Genauigkeit eines Messverfahrens zu tun. Wird zusätzlich zum Messgeber eine digitale Verarbeitungseinheit angeschlossen, kann die Auflösung nicht besser als die Schrittweite des digitalen Systems sein. Die Auflösung bezieht sich auf den gesamten Messbereich, währenddessen die Ansprechschwelle die kleinst mögliche Eingangsänderung definiert, die zu einer detektierbaren Änderung des Ausgangswertes führt.

### 3.5.2.1 Phasensensor

Die Auflösung des Messverfahrens wird durch die bereits in Abschnitt 3.2.2 beschriebene Lock-in Verstärker Technik bestimmt. Die minimale Schrittweite, die vom verwendeten Messgerät reproduzierbar aufgelöst werden kann beträgt  $\Delta\phi_{P(min.)} = \pm 0.01^\circ$ . Diese minimal auflösbare Schrittweite wird allerdings durch vielfältige Störungen überlagert, welche sich als Schwankungsbreiten um einen Mittelwert in der Messung ergeben. Unter Verwendung der Gl. (3.20), (3.27), (3.30) und (3.32) kann diese, im Messprozess gewonnene, minimal auflösbare Phasendifferenz in eine minimal detektierbare mittlere Geschwindigkeit übersetzt werden. Für Messungen an einer elektrisch nicht leitfähigen Wand gilt:

$$v_{0(min.)} = \left\{ \frac{\tan(\Delta\phi_{min.})(1 + \Omega_0^2)}{\pi^{-1}\Omega_0 K} \right\} \eta_m d_i^{-1}. \quad (3.94)$$

Die optimierte Variante des Phasensensors (LAB3) weist eine um den Faktor vier erhöhte Auflösung gemäß:

$$v_{0(min.)} = \left\{ \frac{\tan(\Delta\phi_{min.})(1 + \Omega_0^2)}{\pi^{-1}\Omega_0 4K} \right\} \eta_m d_i^{-1}. \quad (3.95)$$

Messungen, die an elektrisch leitfähigen Wandungen durchgeführt werden, beinhalten den leitfähigkeitsabhängigen Empfindlichkeitsfaktor  $K_\sigma$  (vergl. Gl. (3.30) und (3.32)). Die Anpassung von Gl. (3.94) ergibt:

$$v_{0(min.)} = \left\{ \frac{\tan(\Delta\phi_{min.})(1 + \Omega_0^2 K_\sigma^{-2})}{\pi^{-1}\Omega_0 K_\sigma^{-1} K} \right\} \eta_m d_i^{-1}. \quad (3.96)$$

Der optimierte Phasensensor (LAB3) offeriert für Messungen an elektrisch leitfähigen Wandungen eine um den Faktor vier erhöhte Auflösung gemäß der Anpassung von Gl. (3.32):

$$v_{0(min.)} = \left\{ \frac{\tan(\Delta\phi_{min.})(1 + \Omega_0^2 K_\sigma^{-2})}{\pi^{-1}\Omega_0 K_\sigma^{-1} 4K} \right\} \eta_m d_i^{-1}. \quad (3.97)$$

◇ GaInSn-Experimente:

Dementsprechend kann Gl. (3.94) benutzt werden, um die minimal detektierbare mittlere Geschwindigkeit für die am GaInSn-Kreislauf durchgeführten Experimente mit dem Phasensensor an der PVC-Testsektion zu berechnen. Die Auflösung des Messverfahrens berechnet sich bei einer eingestellten Optimalfrequenz von 600 Hz (vergl. Abb. 3.23(a)) entsprechend der Gl. (3.94) zu  $v_{0(min.)} = 5 \text{ cms}^{-1}$ . Entsprechend der Abb. 3.23(b) kann die Auflösung durch eine Veränderung des Empfindlichkeitsfaktors  $K_b$  auf  $v_{0(min.)} = 4.25 \text{ cms}^{-1}$  verbessert werden. Die erreichte Verbesserung der Auflösung von 15 Prozent entspricht exakt der Veränderung des Empfindlichkeitsfaktors von  $K_b = 1$  auf  $K_b = 1.15$ . Natürlich kann die Auflösung auch durch den Asymmetrieempfindlichkeitsfaktor  $K_{l^*}$ , entsprechend den Abb. 3.24(a) und (b) bei einer Asymmetriesierung des Phasensensors um eine Verschiebungslänge von  $l^* = 2 \text{ mm}$  um ca. 20 Prozent verbessert werden. Die minimal auflösbare mittlere Geschwindigkeit beträgt  $v_{0(min.)} = 4 \text{ cms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von GaInSn:  $\sigma = 3.3 * 10^6 \text{ S/m}$ , innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 27 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ , Induktivität der Empfängerspulen:  $L_E = 10 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 39 \text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.25(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

Entsprechend der Abb. 3.26 bewirken die Modifikationen am Phasensensor eine im Vergleich zur ursprünglichen Variante (vergl. Abb. 3.23), um den Faktor vier erhöhte Phasenverschiebung. Die lineare Ausgangscharakteristik bleibt erhalten. Die Auflösung des Messverfahrens berechnet sich bei einer eingestellten Optimalfrequenz von 500 Hz (vergl. Abb. 3.26(a)) entsprechend der Gl. (3.95) zu  $v_{0(min.)} = 1.2 \text{ cms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von GaInSn:  $\sigma = 3.3 * 10^6 \text{ S/m}$ , innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 27 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ , Empfängerspuleninduktivität:  $L_E = 0.29 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 1 \text{ Ohm}$ , sowie die in Abb. 3.26(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

Die abschirmende Wirkung der elektrisch leitfähigen Wand verursacht die Verschiebung der optimalen Sensorfrequenz zu niedrigeren Anregungsfrequenzen durch  $K_\sigma$ . Andererseits bewirkt  $K_\sigma$  eine Ausprägung der messbaren, strömungsinduzierten Phasendifferenz. Erwartungsgemäß werden die konkurrierenden Effekte bei nicht zu hohen Wandungsleitfähigkeiten zu einer verbesserten Auflösung des Messverfahrens führen. Gl. (3.96) kann benutzt werden, um die minimal detektierbare mittlere Geschwindigkeit für die am GaInSn-Kreislauf durchgeführten Experimente mit dem Phasensensor an der Messing-Testsektion zu berechnen. Die Auflösung des Messverfahrens berechnet sich bei einer eingestellten Frequenz von 250 Hz (vergl. Abb. 3.34(a)) entsprechend der Gl. (3.96) zu  $v_{0(min.)} = 3.6 \text{ cms}^{-1}$ . Entsprechend der Abb. 3.34(b) kann die Auflösung durch eine Veränderung des Empfindlichkeitsfaktors  $K_b$  auf  $v_{0(min.)} = 3.1 \text{ cms}^{-1}$  verbessert werden. Die erreichte Verbesserung der Auflösung von 15 Prozent entspricht exakt der Veränderung des Empfindlichkeitsfaktors von  $K_b = 1$  auf  $K_b = 1.15$ . Natürlich kann die Auflösung auch durch den Asymmetrieempfindlichkeitsfaktor  $K_{l^*}$  entsprechend den Abb. 3.35(a) und (b) bei einer Asymmetriesierung des Phasensensors um eine Verschiebungslänge von  $l^* = 2 \text{ mm}$  um ca. 20 Prozent verbessert werden. Die für Gl. (3.96) verwendeten Simu-

lationsparameter sind den vorangegangenen identisch. Die minimal auflösbare mittlere Geschwindigkeit beträgt  $v_{0(min.)} = 3 \text{ cms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von GaInSn:  $\sigma = 3.3 * 10^6 \text{ S/m}$ , elektrische Leitfähigkeit der Wand:  $\sigma = 16 * 10^6 \text{ S/m}$ , innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 27 \text{ mm}$ , Wanddicke:  $d_w = 2.7 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ , Empfängerspuleninduktivität:  $L_E = 10 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 39 \text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.34(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

Die Konkurrenz der Rm-bedingten Anhebung der messbaren Phasendifferenz und der Skin-Effekt, bedingten Erniedrigung der Anregungsfrequenz kann bezüglich der Messungen an der Kupfer-Testsektion des GaInSn-Kreislaufes nachvollzogen werden. Entsprechend der Abb. 3.36 ist die messbare, strömungsinduzierte Phasendifferenz bei einer stark erniedrigten Anregungsfrequenz deutlich erhöht. Die minimale Auflösung bezüglich der mittleren Geschwindigkeit beträgt entsprechend Gl. (3.96)  $v_{0(min.)} = 3.9 \text{ cms}^{-1}$ . Wird der Empfindlichkeitsfaktor  $K_b$  um 15 Prozent erhöht, verbessert sich die Auflösung erwartungsgemäß auf  $v_{0(min.)} = 3.4 \text{ cms}^{-1}$ . Eine Veränderung von  $K_b$  um 20 Prozent verursacht eine Verbesserung der Auflösung auf den Wert von  $v_{0(min.)} = 3.2 \text{ cms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von GaInSn:  $\sigma = 3.3 * 10^6 \text{ S/m}$ , elektrische Leitfähigkeit der Wand:  $\sigma = 60 * 10^6 \text{ S/m}$ , innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 27 \text{ mm}$ , Wanddicke:  $d_w = 2.7 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1 \text{ ms}^{-1}$ , Empfängerspuleninduktivität:  $L_E = 10 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 39 \text{ Ohm}$ , sowie die in Abb. 3.36(a) und (b), sowie in Abb. 3.37(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

◇ Na-Experimente:

Gleichung (3.96) kann benutzt werden, um die minimal detektierbare mittlere Geschwindigkeit für die am Na-Kreislauf durchgeführten Experimente mit dem Phasensensor an der vertikalen-Testsektion ( $A = 40 \times 45 \text{ mm}^2$ ) zu berechnen. Die Auflösung des Messverfahrens berechnet sich bei einer eingestellten Optimalfrequenz von 60 Hz (vergl. Abb. 3.48(a)) entsprechend der Gl. (3.96) zu  $v_{0(min.)} = 2.4 \text{ cms}^{-1}$ . Entsprechend der Abb. 3.48(b) kann die Auflösung durch eine Veränderung des Empfindlichkeitsfaktors  $K_b$  auf  $v_{0(min.)} = 1.5 \text{ cms}^{-1}$  verbessert werden. Die erreichte Verbesserung der Auflösung von 60 Prozent entspricht exakt der Veränderung des Empfindlichkeitsfaktors von  $K_b = 1$  auf  $K_b = 1.6$ . Natürlich kann die Auflösung auch durch den Asymmetriempfindlichkeitsfaktor  $K_{l^*}$ , entsprechend den Abb. 3.24(a) und (b) bei einer Asymmetriesierung des Phasensensors um eine Verschiebungslänge von  $l^* = 8 \text{ mm}$  um ca. 60 Prozent verbessert werden. Die minimal auflösbare mittlere Geschwindigkeit beträgt  $v_{0(min.)} = 1 \text{ cms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von Natrium:  $\sigma = 0.9 * 10^7 \text{ S/m}$ , elektrische Leitfähigkeit der Stahlwand:  $\sigma = 1.3 * 10^6 \text{ S/m}$  innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 27 \text{ mm}$ , Wanddicke:  $d_w = 3 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1.1 \text{ ms}^{-1}$ , Empfängerspuleninduktivität:  $L_E = 23 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 11 \text{ Ohm}$ , sowie die in Abb. 3.49(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

◇ Pb-Experimente:

Gleichung (3.97) wird benutzt, um die minimal detektierbare mittlere Geschwindigkeit für die am Pb-Kreislauf durchgeführten Experimente mit dem optimierten Phasensensor an der Stahl-Testsektion ( $d_i = 29 \text{ mm}$ ) zu berechnen. Die Auflösung des Messverfahrens berechnet sich bei einer eingestellten Optimalfrequenz von 600 Hz (vergl. Abb. 3.55(a)) entsprechend der Gl. (3.97) zu  $v_{0(\text{min.})} = 2.7 \text{ cms}^{-1}$ . Entsprechend der Abb. 3.55(b) kann die Auflösung durch eine Veränderung des Empfindlichkeitsfaktors  $K_b$  auf  $v_{0(\text{min.})} = 0.6 \text{ cms}^{-1}$  verbessert werden. Die erreichte Verbesserung der Auflösung von 570 Prozent entspricht exakt der Veränderung des Empfindlichkeitsfaktors von  $K_b = 1.05$  auf  $K_b = 6$ .  $K_{l^*} = 6$  entspricht einer Verschiebungslänge von  $l^* = 1.5 \text{ mm}$ . Die Berechnung der minimal auflösbaren, mittleren Geschwindigkeit beruht auf der Annahme, dass zwischen der Stahlwand und dem Fluid eine gute Benetzung besteht.

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von Pb:  $\sigma = 1 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , elektrische Leitfähigkeit der Stahlwand:  $\sigma = 1.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$  innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 27 \text{ mm}$ , Wanddicke:  $d_W = 4 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1.7 \text{ ms}^{-1}$ , Empfängerspuleninduktivität:  $L_E = 0.29 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 1 \text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.55(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

◇ PbBi-Experimente:

Gleichung (3.96) wird wiederum benutzt, um die minimal detektierbare mittlere Geschwindigkeit für die am PbBi-Kreislauf durchgeführten Experimente mit dem optimierten Phasensensor an der Stahl-Testsektion ( $d_i = 54.5 \text{ mm}$ ) zu berechnen. Die Auflösung des Messverfahrens berechnet sich bei einer eingestellten Optimalfrequenz von 70 Hz (vergl. Abb. 3.58(a)) entsprechend der Gl. (3.96) zu  $v_{0(\text{min.})} = 3.7 \text{ cms}^{-1}$ . Die Berechnung der minimal auflösbaren, mittleren Geschwindigkeit beruht auf der Annahme, dass zwischen der Stahlwand und dem Fluid eine gute Benetzung besteht.

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von PbBi:  $\sigma = 0.86 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , elektrische Leitfähigkeit der Stahlwand:  $\sigma = 1.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$  innerer Rohrdurchmesser:  $d_i = 54.5 \text{ mm}$ , Wanddicke:  $d_W = 3 \text{ mm}$ , mittlere Fluidgeschwindigkeit:  $v_0 = 1.7 \text{ ms}^{-1}$ , Empfängerspuleninduktivität:  $L_E = 23 \text{ mH}$ , Empfängerspulenwiderstand:  $R_E = 11 \text{ Ohm}$  sowie die in Abb. 3.55(a) und (b) angegebenen Empfindlichkeitsfaktoren  $K_b$  und  $K_{l^*}$ .

### 3.5.2.2 Rotierender Magnet

Die Auflösung des Messverfahrens wird durch die Stabilität der zu Grunde liegenden Frequenzmessung bestimmt. Die minimale Schrittweite, welche vom System reproduzierbar auf Grund der mechanischen Störungen des Systems (Unwuchten, usw.) aufgelöst werden kann spiegelt sich in den Experimenten ermittelten Schwankungsbreiten wieder. Unter Verwendung der Gl. (3.38) und (3.45) kann diese minimal, reproduzierbar auflösbare Frequenz in eine minimal detektierbare mittlere Geschwindigkeit übersetzt werden. Für die nichtleitfähige Wand gilt dabei:

$$v_{0(\text{min.})} = 4\pi f_{\text{min.}} \ln \left( \frac{h_2}{h_1} \right) \left[ \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right]^{-1}. \quad (3.98)$$

Wird das Messsystem an einer Wand mit der elektrischen Leitfähigkeit von  $\sigma_W > 0 \text{ S/m}$  betrieben, muss Gl. (3.98) wie folgt angepasst werden.

$$v_{0(\min.)} = 4\pi f_{(\min.)} \left( \ln \left( \frac{h_2}{h_1} \right) + \frac{\sigma_W}{\sigma_0} \ln \left( \frac{h_1}{h_0} \right) \right) \left[ \frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right]^{-1} \quad (3.99)$$

◇ GaInSn-Experimente:

Entsprechend der Abb. 3.28 kann die minimal auflösbare, mittlere Fluidgeschwindigkeit (GaInSn) für die durchgeführten Experimente an elektrisch nichtleitfähigen Wandungen auf der Grundlage von Gl. (3.98) zu  $v_{0(\min.)} = 4.6 \text{ cms}^{-1}$  berechnet werden, wenn ein Abstand zwischen Magnetperipherie und Kanal von zwei Millimetern zugrunde gelegt wird. Die Auflösung des Messverfahrens wird entsprechend der Gl. (3.98) verbessert, wenn der Abstand zwischen Magnetperipherie und Kanal auf einen Millimeter verkürzt wird. Die minimal auflösbare, mittlere Fluidgeschwindigkeit beträgt dann  $v_{0(\min.)} = 4.4 \text{ cms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von GaInSn:  $3.3 * 10^6 \text{ S/m}$ ,  $h_2 = 36.5 \text{ mm}$  bzw.  $37.5 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 9.5 \text{ mm}$  bzw.  $10.5 \text{ mm}$  und  $h_0 = 7 \text{ mm}$  bzw.  $8 \text{ mm}$ .

Gleichung (3.99) findet Anwendung in der Berechnung der minimal auflösbaren, mittleren Fluidgeschwindigkeit (GaInSn) für die durchgeführten Experimente an elektrisch leitfähigen Wandungen (Messing,  $\sigma_W = 16 * 10^6 \text{ S/m}$ ). Im Vergleich zu den an nichtleitfähigen Wandungen durchgeführten Experimenten verringert sich die erreichbare Auflösung bei einem Abstand zwischen Magnetperipherie und Kanal von zwei Millimetern auf  $v_{0(\min.)} = 9.6 \text{ cms}^{-1}$ . Die Auflösung des Messverfahrens wird entsprechend der Gl. (3.99) leicht verbessert, wenn der Abstand zwischen Magnetperipherie und Kanal auf einen Millimeter verkürzt wird. Die minimal auflösbare, mittlere Fluidgeschwindigkeit beträgt dann  $v_{0(\min.)} = 9.2 \text{ cms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von GaInSn:  $3.3 * 10^6 \text{ S/m}$ , elektrische Leitfähigkeit der Wand:  $16 * 10^6 \text{ S/m}$ ,  $h_2 = 36.5 \text{ mm}$  beziehungsweise  $37.5 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 9.5 \text{ mm}$  bzw.  $10.5 \text{ mm}$  und  $h_0 = 7 \text{ mm}$  bzw.  $8 \text{ mm}$ .

◇ Na-Experimente:

Gleichung (3.99) findet wiederum Anwendung in der Berechnung der minimal auflösbaren, mittleren Fluidgeschwindigkeit (Na) für die durchgeführten Experimente an leitfähigen Wandungen (Stahl,  $\sigma_W = 1.3 * 10^6 \text{ S/m}$ ). Die erreichbare Auflösung des Messverfahrens bei einem Abstand zwischen Magnetperipherie und Kanal von elf Millimetern beträgt  $v_{0(\min.)} = 10.4 \text{ cms}^{-1}$ . Die Auflösung des Messverfahrens wird gemäß der Gl. (3.99) leicht verbessert, wenn der Abstand zwischen Magnetperipherie und Kanal auf sechs Millimeter verkürzt wird. Die minimal auflösbare, mittlere Fluidgeschwindigkeit beträgt dann  $v_{0(\min.)} = 9 \text{ cms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von Na:  $0.9 * 10^7 \text{ S/m}$ , Leitfähigkeit der Stahlwand:  $1.3 * 10^6 \text{ S/m}$ ,  $h_2 = 68 \text{ mm}$  und  $h_1 = 23 \text{ mm}$  und  $h_0 = 20 \text{ mm}$ .

◇ Pb-Experimente:

Gleichung (3.99) findet nochmals Anwendung in der Berechnung der minimal auflösbaren, mittleren Fluidgeschwindigkeit (Pb) für die durchgeführten Experimente an leitfähigen Wandungen (Stahl,  $\sigma_W = 1.3 * 10^6$  S/m). Die erreichbare Auflösung des Messverfahrens bei einem Abstand zwischen Magnetperipherie und Kanal von einem Millimeter beträgt  $v_{0(min.)} = 10 \text{ cms}^{-1}$ . Die Auflösung des Messverfahrens wird gemäß der Gl. (3.99) leicht verbessert, wenn der Abstand zwischen Magnetperipherie und Kanal auf 0.5 Millimeter verkürzt wird. Die minimal auflösbare, mittlere Fluidgeschwindigkeit beträgt dann  $v_{0(min.)} = 6 \text{ cms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von Blei:  $1.0 * 10^6$  S/m, elektrische Leitfähigkeit der Wand:  $1.3 * 10^6$  S/m,  $h_2 = 39.5$  mm beziehungsweise 40 mm,  $h_1 = 11$  mm bzw. 10.5 mm und  $h_0 = 6.5$  mm bzw. 7 mm.

### 3.5.2.3 Magnetisches Flügelrad

Die Auflösung des Messverfahrens wird wiederum durch die Stabilität der zu Grunde liegenden Frequenzmessung bestimmt. Die minimale Schrittweite, welche vom System reproduzierbar auf Grund der mechanischen Störungen des Systems (Unwuchten, Unterschiede in der Oberflächeninduktion der Permanentmagneten, usw.) aufgelöst werden kann spiegelt sich in den Experimenten ermittelten Schwankungsbreiten wieder. Unter Verwendung der Gl. (3.61) und (3.63) kann diese minimal, reproduzierbar auflösbare Frequenz in eine minimal detektierbare mittlere Geschwindigkeit übersetzt werden. Für die nicht leitfähige Wand gilt dabei:

$$v_{0(min.)} = \frac{3}{2} \pi f_{(min.)} \left( \frac{N(N^2 - 4)}{(N + 2)(N^2 - 1)} \right)^{-1} \left[ \frac{R_a^3 - R_i^3}{R_a^4 - R_i^4} \right]^{-1}. \quad (3.100)$$

Wird das Messsystem an einer Wand mit der elektrischen Leitfähigkeit von  $\sigma_W > 0$  S/m betrieben, muss Gl. (3.100) wie folgt angepasst werden.

$$v_{0(min.)} = \frac{3}{2} \pi f_{(min.)} \left( 1 + \frac{\sigma_W}{\sigma_0} \left[ \frac{N + 1}{N + 2} \right] \right) \left( \frac{N(N^2 - 4)}{(N + 2)(N^2 - 1)} \right)^{-1} \left[ \frac{R_a^3 - R_i^3}{R_a^4 - R_i^4} \right]^{-1} \quad (3.101)$$

#### ◇ GaInSn-Experimente:

Die Abbildung 3.30 gibt den experimentell ermittelten Zusammenhang zwischen der Rotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der strömenden GaInSn-Schmelze bei Raumtemperatur  $T = 20^\circ\text{C}$  wieder. Entsprechend den vorangegangenen Ausführungen kann die minimal auflösbare, mittlere Fluidgeschwindigkeit (GaInSn) für die durchgeführten Experimente an elektrisch nichtleitfähigen Wandungen auf der Grundlage von Gl. (3.100) zu  $v_{0(min.)} = 4.1 \text{ cms}^{-1}$  berechnet werden. Die Abstandsabhängigkeit des Messprinzips wird durch die Berechnung der minimal auflösbaren mittleren Geschwindigkeit auf Grundlage von Gl. (3.100) nicht wiederspiegelt.

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von GaInSn:  $3.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ,  $R_a = 62 \text{ mm}$ ,  $R_i = 32 \text{ mm}$  und  $N = 8$ .

Die Änderung der elektrischen Wandungsleitfähigkeit und Beibehaltung aller zuvor genannten Experimentalparameter führt entsprechend den Abb. 3.42, sowie den Aussagen von Gl. (3.101) zu einer Verringerung der erreichbaren Messauflösung. Die minimal auflösbare mittlere Fluidgeschwindigkeit (GaInSn) für die an der Messing-Testsektion durchgeführten Experimente kann auf Grundlage von Gl. (3.101) zu  $v_{0(\min.)} = 0.1 \text{ ms}^{-1}$  berechnet werden. Eine Erhöhung der Wandungsleitfähigkeit (Kupfer-Testsektion) erniedrigt die erreichbare Messauflösung auf  $v_{0(\min.)} = 0.2 \text{ ms}^{-1}$ .

**Verwendete Simulationsparameter:** Leitfähigkeit von GaInSn:  $3.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , Wandungsleitfähigkeit von Messing:  $16 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , sowie die Wandungsleitfähigkeit von Kupfer:  $60 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ,  $R_a = 62 \text{ mm}$ ,  $R_i = 32 \text{ mm}$  und  $N = 8$ .

◇ Na-Experimente:

Die minimal auflösbare, mittlere Fluidgeschwindigkeit (Na) für die an der horizontalen Stahl-Testsektion durchgeführten Experimente kann auf Grundlage von Gl. (3.101) zu  $v_{0(\min.)} = 4.7 \text{ cms}^{-1}$  berechnet werden. Für die mittlere Schmelzengeschwindigkeit des fließenden Natriums wurde ein Wert von  $1 \text{ ms}^{-1}$  (bei einem Pumpenstrom von 60 A) angenommen und auf das Pumpenstromintervall von  $10 \text{ A} \leq I_P \leq 90 \text{ A}$  umgelegt. Die Wahl des Wertes für die mittlere Geschwindigkeit beruht auf zuvor durchgeführten Ultraschallmessungen, welche die Annahme mit hinreichender Genauigkeit unterstützen.

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von Na:  $0.9 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ , Leitfähigkeit der Stahlwand:  $\sigma_W = 1.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ,  $R_a = 62 \text{ mm}$ ,  $R_i = 32 \text{ mm}$  und  $N = 8$ .

◇ Pb-Experimente:

Die minimal auflösbare, mittlere Fluidgeschwindigkeit (Pb) für die an der Stahl-Sektion durchgeführten Experimente kann auf Grundlage von Gl. (3.101) zu  $v_{0(\min.)} = 1.8 \text{ cms}^{-1}$  berechnet werden.

**Verwendete Simulationsparameter:** Elektrische Leitfähigkeit von Pb:  $1.0 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ , Leitfähigkeit der Stahlwand:  $\sigma_W = 1.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ ,  $R_a = 62 \text{ mm}$ ,  $R_i = 32 \text{ mm}$  und  $N = 8$ .

### 3.5.3 Ansprechschwelle

Die Detektion kleiner Eingangssignale erfordert eine hohe Messempfindlichkeit, die ihrerseits durch zu hohe Verstärkung (Übersteuerung) und andererseits durch die sogenannte Ansprechschwelle [71] begrenzt wird. Der Begriff der Ansprechschwelle ist dabei klar von der Empfindlichkeit zu trennen. Laut DIN 1319 wird sie über die kleinst mögliche Eingangsänderung definiert, die zu einer detektierbaren Änderung des Ausgangswertes führt.

<b>GaInSn</b>	sym./asym.	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB1	sym.	4.25 cms <sup>-1</sup>	3.1 cms <sup>-1</sup>	3.4 cms <sup>-1</sup>	n.g.
	asym.	4.0 cms <sup>-1</sup>	3.0 cms <sup>-1</sup>	3.2 cms <sup>-1</sup>	n.g.
LAB3	sym.	1.2 cms <sup>-1</sup>	n.g.	n.g.	n.g.
<b>Na</b>	sym./asym.	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB2	sym.	n.g.	n.g.	n.g.	1.5 cms <sup>-1</sup>
	asym.	n.g.	n.g.	n.g.	1.0 cms <sup>-1</sup>
<b>Pb</b>	sym./asym.	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB3	sym.	n.g.	n.g.	n.g.	2.7 cms <sup>-1</sup>
	asym.	n.g.	n.g.	n.g.	0.6 cms <sup>-1</sup>

Tabelle 3.1: Messergebnisse zum maximalen Auflösungsvermögen des Phasensensors. LAB1-klemmbare Variante, LAB2-stationäre Variante und LAB3-optimierte Variante des Phasensensors. N.g.-nicht gemessen.

<b>GaInSn</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB4	2mm	4.6 cms <sup>-1</sup>	9.6 cms <sup>-1</sup>	n.m	n.g.
	1mm	4.4 cms <sup>-1</sup>	9.2 cms <sup>-1</sup>	n.m.	n.g.
<b>Na</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB5	11mm	n.g.	n.g.	n.g.	10.4 cms <sup>-1</sup>
	6mm	n.g.	n.g.	n.g.	9.0 cms <sup>-1</sup>
<b>Pb</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB5	1mm	n.g.	n.g.	n.g.	10.0 cms <sup>-1</sup>
	0.5mm	n.g.	n.g.	n.g.	6.0 cms <sup>-1</sup>

Tabelle 3.2: Messergebnisse zum maximalen Auflösungsvermögen des Rotierenden Magneten. LAB4-12 × 12 mm und LAB5-24 × 35 mm. N.g.-nicht gemessen, n.m.-nicht messbar.

<b>GaInSn</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB5	8mm	4.1 cms <sup>-1</sup>	0.1 ms <sup>-1</sup>	0.2 ms <sup>-1</sup>	n.g.
<b>Na</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB6	8mm	n.g.	n.g.	n.g.	4.7 cms <sup>-1</sup>
<b>Pb</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB5	8mm	n.g.	n.g.	n.g.	1.8 cms <sup>-1</sup>

Tabelle 3.3: Zusammenstellung der Messergebnisse zum maximalen Auflösungsvermögen des Magnetischen Flügelrades.

### 3.5.3.1 Phasensensor

Die Ansprechschwelle des Phasensensors wird durch die verwendeten Lock-in Verstärker bestimmt. Die kleinste detektierbare Änderung bezüglich einer Phasendifferenz von Null, welche unter der Voraussetzung eines driftfreien Messsystems einer mittleren Geschwindigkeit von  $0 \text{ ms}^{-1}$  zuzuordnen ist beträgt  $\Delta\phi_{P(\min.)} = 0.01^\circ$ . Alle mit dem Phasensensor durchgeführten Experimente zeigen, dass in Anhängigkeit von der Anregungsfrequenz die Messwerte mit einer spezifischen Schwankungsbreite oder Standardabweichung versehen sind. Diese dem Experiment zugeordneten, spezifischen Standardabweichungen der Phasemessung werden benutzt, um die Ansprechschwelle des Messverfahrens zu bestimmen. Es versteht sich, dass dabei die optimale Anregungsfrequenz zu Grunde gelegt wird. Die im Unterabschnitt 3.5.2.1 angegebenen Gl. (3.94), (3.95), (3.96) und (3.97) können dabei zur Berechnung der kleinsten, detektierbaren Fluidgeschwindigkeit benutzt werden. In Anlehnung an die Ausführungen im Abschnitt 3.5.2 können die aus den verschiedenen Experimenten gewonnenen Ansprechschwellen wie folgt angegeben werden.

#### ◇ GaInSn-Experimente:

Die Ansprechschwelle des Messverfahrens an elektrisch nicht leitfähigen Wandungen ergibt sich entsprechend den Ausführungen im Abschnitt 3.5.2 zu  $v_{0(\min.)} = 5 \text{ cms}^{-1}$  und kann durch eine Veränderung des Empfindlichkeitsfaktors  $K_b = 1.15$  auf  $v_{0(\min.)} = 4.25 \text{ cms}^{-1}$  gesteigert werden. Der Einfluss des Asymmetriempfindlichkeitsfaktors  $K_{l^*} = 1.2$  äußert sich wiederum in einer Verbesserung der Ansprechschwelle auf den Wert von  $v_{0(\min.)} = 4 \text{ cms}^{-1}$ . Der optimierte Phasensensor weist eine deutlich niedrigere Ansprechschwelle auf, welche bei  $K_b = 1.05$  den Wert von  $v_{0(\min.)} = 1.2 \text{ cms}^{-1}$  annimmt. Durchgeführte Messungen an elektrisch leitfähigen Wandungen (Messing) führen im Vergleich zur nicht leitfähigen Wand zu einer verbesserten Ansprechschwelle von  $v_{0(\min.)} = 3.6 \text{ cms}^{-1}$ , welche durch eine Erhöhung von  $K_b = 1.15$  auf einen Wert von  $v_{0(\min.)} = 3.1 \text{ cms}^{-1}$  erniedrigt werden kann. Der Einfluss des Asymmetriempfindlichkeitsfaktors  $K_{l^*} = 1.2$  äußert sich wiederum in einer Verbesserung der Ansprechschwelle auf den Wert von  $v_{0(\min.)} = 3 \text{ cms}^{-1}$ . Eine Erhöhung der Wandungsleitfähigkeit (Kupfer) verschlechtert den Wert der im Vergleich zu den Messungen an der Messingwand erreichbaren Ansprechschwelle auf  $v_{0(\min.)} = 3.9 \text{ cms}^{-1}$ . Eine Erhöhung von  $K_b = 1.15$  bewirkt erwartungsgemäß eine Erniedrigung der Ansprechschwelle auf  $v_{0(\min.)} = 3.4 \text{ cms}^{-1}$ . Der Einfluss des Asymmetriempfindlichkeitsfaktors  $K_{l^*} = 1.2$  äußert sich wiederum in einer Verbesserung der Ansprechschwelle auf den Wert von  $v_{0(\min.)} = 3.2 \text{ cms}^{-1}$ .

#### ◇ Na-Experimente:

Durchgeführte Messungen an elektrisch leitfähigen Wandungen (Stahl) führen zu einer Ansprechschwelle von  $v_{0(\min.)} = 2.4 \text{ cms}^{-1}$ , welche durch eine Erhöhung von  $K_b = 1.6$  auf einen Wert von  $v_{0(\min.)} = 1.5 \text{ cms}^{-1}$  erniedrigt werden kann. Der Einfluss des Asymmetriempfindlichkeitsfaktors  $K_{l^*} = 1.6$  äußert sich wiederum in einer Verbesserung der Ansprechschwelle auf den Wert von  $v_{0(\min.)} = 1.0 \text{ cms}^{-1}$ .

#### ◇ Pb-Experimente:

Auf Grund der Rohrabmessungen der Testsektion am Pb-Kreislauf konnte lediglich der

optimierte Phasensensor zum Einsatz kommen. Da die verbesserte Version bezüglich ihrer optimierten Anordnung des Flussführungseisens eine deutlich höhere Empfindlichkeit aufweist ist bereits bei einem Wert von  $K_b = 1.05$  eine Ansprechschwelle von  $v_{0(min.)} = 2.7 \text{ cms}^{-1}$  möglich. Geringste Verschiebungslängen führen zu einer stark ausgeprägten Asymmetrisierung des Sensors ( $K_{l^*} = 6$ ) verbunden mit einer erheblich erniedrigten Ansprechschwelle des Messverfahrens von  $v_{0(min.)} = 0.6 \text{ cms}^{-1}$ .

◇ PbBi-Experimente:

Die im Frequenzoptimum von 70 Hz erreichbare Ansprechschwelle ergibt sich aus der Rechnung (vergl. Abschnitt 3.5.2) zu  $v_{0(min.)} = 3.7 \text{ cms}^{-1}$ .

#### 3.5.3.2 Rotierender Magnet

Die Ansprechschwelle des Messverfahrens wird wiederum durch die Stabilität der zu Grunde liegenden Frequenzmessung bestimmt. Die minimale Schrittweite, welche vom System reproduzierbar auf Grund der mechanischen Störungen des Systems (Unwuchten, usw.) aufgelöst wird, kann den entsprechenden Messungen und deren Darstellungen entnommen werden. Unter Verwendung der Gl. (3.98) und (3.99) kann diese für jedes Experiment spezifische, minimal auflösbare Frequenz in eine detektierbare mittlere Geschwindigkeit übersetzt werden. Diese wird dann als elektronische Ansprechschwelle des Messsystems verstanden. Da das System nicht frei von äußeren magnetischen Störeinflüssen ist und darüber hinaus reibungsbehaftet gelagert ist, muss die experimentelle (elektromechanische) Ansprechschwelle von der elektronischen Ansprechschwelle getrennt betrachtet werden.

◇ GaInSn-Experimente:

Wie bereits im Abschnitt 3.5.2 deutlich wurde, hängt die Ansprechschwelle vom Abstand des Messsystems zur nichtleitfähigen Rohr- oder Kanalwandung ab. Unter der Voraussetzung eines reibungsfrei gelagerten Systems kann auf der Grundlage von Gl. (3.98) die elektronische Ansprechschwelle, bei einem Abstand zwischen Magnetperipherie und Wandung von zwei Millimetern, zu  $v_{0(min.)} = 4.6 \text{ cms}^{-1}$  bestimmt werden. Die Verringerung des Abstandes auf einen Millimeter führt zu einer geringfügigen Verbesserung der elektronischen Ansprechschwelle ( $v_{0(min.)} = 4.4 \text{ cms}^{-1}$ ). Entsprechend der Abb. 3.28 sind die Lagerreibung, sowie die Reibungsverluste durch viskose Umströmung des Messsystems nicht vernachlässigbar. Die Konsequenz dieser Tatsache äußert sich in einer für beide Abstände deutlichen Verschlechterung der elektromechanischen Ansprechschwelle auf  $*v_{0(min.)} = 0.3 \text{ ms}^{-1}$ . Bezugnehmend auf Gl. (3.99) wird die Ansprechschwelle durch elektrisch leitfähige Wandungen (Messing) für ein reibungsfrei gelagertes Messsystem nachteilig beeinflusst. Für einen Abstand von zwei Millimetern kann die elektronische Ansprechschwelle bezüglich einer minimal detektierbaren, mittleren Fluidgeschwindigkeit zu  $v_{0(min.)} = 9.6 \text{ cms}^{-1}$  berechnet werden. Eine Verringerung des Abstandes auf einen Millimeter bewirkt eine Verbesserung der elektronischen Ansprechschwelle auf  $v_{0(min.)} = 9.2 \text{ cms}^{-1}$ . Im realen Experiment konnten diese Werte auf Grund von Reibungsverlusten,

sowie der bremsenden Wirkung der elektrisch leitfähigen Wand nicht nachgewiesen werden. Die elektromechanische Ansprechschwelle ist entsprechend der Abb. 3.40 bei einer mittleren Fluidgeschwindigkeit der GaInSn-Schmelze von  ${}^*v_{0(min.)} = 1.0 \text{ ms}^{-1}$  zu finden.

◇ Na-Experimente:

Entsprechend dem theoretischen Befund (vergl. Abschnitt 3.5.2) wird die Ansprechschwelle (Gl. (3.99)) durch elektrisch leitfähige Wandungen (Messing) für ein reibungsfrei gelagertes Messsystem nachteilig beeinflusst. Für einen Abstand von elf Millimetern kann die elektronische Ansprechschwelle bezüglich einer minimal detektierbaren, mittleren Fluidgeschwindigkeit zu  $v_{0(min.)} = 10.4 \text{ cms}^{-1}$  berechnet werden. Eine Verringerung des Abstandes auf sechs Millimeter bewirkt eine Verbesserung der elektronischen Ansprechschwelle auf  $v_{0(min.)} = 9 \text{ cms}^{-1}$ . Im realen Experiment konnten diese Werte auf Grund von Reibungsverlusten, Remanenzmagnetismus, sowie der bremsenden Wirkung der elektrisch leitfähigen Wand nicht nachgewiesen werden. Die elektromechanische Ansprechschwelle ist entsprechend der Abb. 3.51 bei einer mittleren Fluidgeschwindigkeit der GaInSn-Schmelze von ca.  ${}^*v_{0(min.)} = 0.3 \text{ ms}^{-1}$  zu finden.

◇ Pb-Experimente:

Gleichbedeutend mit den vorangegangenen Ausführungen kann die elektronische Ansprechschwelle für Messungen an elektrisch leitfähigen Wandungen (Stahl) mit der Hilfe von Gl. (3.99) berechnet werden und nimmt für einen Abstand zwischen Magnetperipherie und Wand von einem Millimeter den Wert von  $v_{0(min.)} = 10 \text{ cms}^{-1}$  an. Wird der Abstand auf einen halben Millimeter verkürzt ergibt sich für die elektronische Ansprechschwelle  $v_{0(min.)} = 6 \text{ cms}^{-1}$ . Die experimentell ermittelte, elektromechanische Ansprechschwelle (vergl. Abb. 3.56) kann auf Grund einer verlässlichen Referenzmessung bezüglich der mittleren Fluidgeschwindigkeit nicht angegeben werden.

### 3.5.3.3 Magnetisches Flügelrad

Die Ansprechschwelle des Messverfahrens wird wiederum durch die Stabilität der zu Grunde liegenden Frequenzmessung bestimmt. Die minimale Schrittweite, welche vom System reproduzierbar auf Grund der mechanischen Störungen des Systems (Unwuchten, Unterschiede bezüglich der magnetischen Oberflächeninduktion der Permanentmagneten, usw.) aufgelöst wird, kann den entsprechenden Messungen und deren Darstellungen entnommen werden. Unter Verwendung der Gl. (3.100) und (3.101) kann diese minimal, reproduzierbar auflösbare Frequenz in eine minimal detektierbare mittlere Geschwindigkeit übersetzt werden, welche als elektronische Ansprechschwelle des Messsystems verstanden werden kann. Da das System nicht frei von äußeren magnetischen Störeinflüssen ist und darüber hinaus reibungsbehaftet gelagert ist, muss die experimentelle (elektromechanische) Ansprechschwelle von der elektronischen Ansprechschwelle getrennt betrachtet werden.

◇ GaInSn-Experimente:

Die Abbildung 3.30 gibt den experimentell ermittelten Zusammenhang zwischen der Rotationsfrequenz des Magnetischen Flügelrades in Abhängigkeit von der mittleren Geschwindigkeit der strömenden GaInSn-Schmelze bei Raumtemperatur  $T = 20^\circ\text{C}$  wieder.

<b>GaInSn</b>	sym./asym.	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB1	sym.	4.25 cms <sup>-1</sup>	3.1 cms <sup>-1</sup>	3.4 cms <sup>-1</sup>	n.g.
	asym.	4.0 cms <sup>-1</sup>	3.0 cms <sup>-1</sup>	3.2 cms <sup>-1</sup>	n.g.
LAB3	sym.	1.2 cms <sup>-1</sup>	n.g.	n.g.	n.g.
<b>Na</b>	sym./asym.	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB2	sym.	n.g.	n.g.	n.g.	1.5 cms <sup>-1</sup>
	asym.	n.g.	n.g.	n.g.	1.0 cms <sup>-1</sup>
<b>Pb</b>	sym./asym.	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB3	sym.	n.g.	n.g.	n.g.	2.7 cms <sup>-1</sup>
	asym.	n.g.	n.g.	n.g.	0.6 cms <sup>-1</sup>

Tabelle 3.4: Zusammenstellung der Messergebnisse zur minimalen Ansprechschwelle des Phasensensors. LAB1-klemmbare Variante, LAB2-stationäre Variante und LAB3-optimierte Variante des Phasensensors.

Entsprechend den vorangegangenen Ausführungen kann die minimal auflösbare, mittlere Fluidgeschwindigkeit (GaInSn) für die durchgeführten Experimente an elektrisch nichtleitfähigen Wandungen auf der Grundlage von Gl. (3.100) zu  $v_{0(min.)} = 4.1 \text{ cms}^{-1}$  berechnet werden. Diese minimal detektierbare mittlere Fluidgeschwindigkeit kann als elektronische Ansprechschwelle verstanden werden. Die experimentell ermittelte elektromechanische Ansprechschwelle (vergl. Abb. 3.56) ist von der Lagerreibung des Messsystems abhängig und beträgt  ${}^*v_{0(min.)} = 0.1 \text{ ms}^{-1}$ . Bezugnehmend auf Gl. (3.100) wird die Ansprechschwelle durch elektrisch leitfähige Wandungen (Messing bzw. Kupfer) für ein reibungsfrei gelagertes Messsystem nachteilig beeinflusst. Auf Grundlage von Gl. (3.101) kann die elektronische Ansprechschwelle für Experimente an einer Messingwand zu  $v_{0(min.)} = 0.1 \text{ ms}^{-1}$  berechnet werden. Wird bei gleichem Abstand die Messingwandung durch eine Kupferwandung ersetzt, verschlechtert sich die elektronische Ansprechschwelle auf den Wert von  $v_{0(min.)} = 0.2 \text{ ms}^{-1}$ . Die elektromechanische Ansprechschwelle ist entsprechend der Abb. 3.42 bei einer mittleren Fluidgeschwindigkeit der GaInSn-Schmelze von  ${}^*v_{0(min.)} = 0.2 \text{ ms}^{-1}$  zu finden.

◇ Na-Experimente:

Durchgeführte Rechnungen auf Grundlage von Gl. (3.101) an elektrisch leitfähigen Wandungen (Stahl) führen zu einer elektronischen Ansprechschwelle von  $v_{0(min.)} = 4.7 \text{ cms}^{-1}$ . Die elektromechanische Ansprechschwelle ist entsprechend der Abb. 3.53 bei einer mittleren Fluidgeschwindigkeit der Na-Schmelze von  ${}^*v_{0(min.)} = 0.14 \text{ ms}^{-1}$  zu finden.

◇ Pb-Experimente:

Die Ermittlung der elektronischen Ansprechschwelle auf Grundlage von Gl. (3.101) ergibt einen Wert von  $v_{0(min.)} = 1.8 \text{ cms}^{-1}$ . Die experimentell ermittelte elektromechanische Ansprechschwelle (vergl. Abb. 3.57) kann auf Grund einer verlässlichen Referenzmessung bezüglich der mittleren Fluidgeschwindigkeit nicht angegeben werden.

<b>GaInSn</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB4	2mm	4.6 cms <sup>-1</sup>	9.6 cms <sup>-1</sup>	n.m.	n.g.
		*0.3 ms <sup>-1</sup>	*1.0 ms <sup>-1</sup>	n.m.	n.g.
	1mm	4.4 cms <sup>-1</sup>	9.2 cms <sup>-1</sup>	n.m.	n.g.
		*0.3 ms <sup>-1</sup>	*1.0 ms <sup>-1</sup>	n.m.	n.g.
<b>Na</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB5	11mm	n.g.	n.g.	n.g.	10.4 cms <sup>-1</sup>
		n.g.	n.g.	n.g.	*0.3 ms <sup>-1</sup>
	6mm	n.g.	n.g.	n.g.	9.0 cms <sup>-1</sup>
		n.g.	n.g.	n.g.	*0.3 ms <sup>-1</sup>
<b>Pb</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB4	1mm	n.g.	n.g.	n.g.	10 cms <sup>-1</sup>
		n.g.	n.g.	n.g.	– ms <sup>-1</sup>
	0.5mm	n.g.	n.g.	n.g.	6.0 cms <sup>-1</sup>
		n.g.	n.g.	n.g.	– ms <sup>-1</sup>

Tabelle 3.5: Zusammenstellung der Messergebnisse zur minimalen Ansprechschwelle des Rotierenden Magneten. LAB4-12 × 12mm und LAB5-24 × 35mm. N.g.-nicht gemessen, n.m.-nicht messbar. Die ungekennzeichneten Ergebnisse bezeichnen die elektronische, die mit einem Stern gekennzeichneten Ergebnisse die elektromechanische Ansprechschwelle.

<b>GaInSn</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB6	8mm	4.1 cms <sup>-1</sup>	0.1 ms <sup>-1</sup>	0.2 ms <sup>-1</sup>	n.g.
		*0.1 ms <sup>-1</sup>	*0.1 ms <sup>-1</sup>	*0.2 ms <sup>-1</sup>	n.g.
<b>Na</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB6	8mm	n.g.	n.g.	n.g.	4.7 cms <sup>-1</sup>
		n.g.	n.g.	n.g.	*0.14 ms <sup>-1</sup>
<b>Pb</b>	Abst. (d)	Wand-isol.	Wand-Messing	Wand-Kupfer	Wand-Stahl
LAB4	8mm	n.g.	n.g.	n.g.	1.8 cms <sup>-1</sup>
		n.g.	n.g.	n.g.	– ms <sup>-1</sup>

Tabelle 3.6: Zusammenstellung der Messergebnisse zur minimalen Ansprechschwelle des Magnetischen Flügelrades. N.g.-nicht gemessen. Die ungekennzeichneten Ergebnisse bezeichnen die elektronische, die mit einem Stern gekennzeichneten Ergebnisse die elektromechanische Ansprechschwelle.

### 3.5.4 Präzision, Richtigkeit und Genauigkeit

Präzision, Richtigkeit und Genauigkeit [71] sind weitere Kriterien zur Beurteilung eines Messverfahrens. Die Abgrenzung der Kriterien untereinander erfolgt dahingehend, dass die Präzision die Wiederholbarkeit (Reproduzierbarkeit, Stabilität) des Messverfahrens

charakterisiert. Dieses Kriterium sagt aber noch nicht viel über die Verlässlichkeit des Messverfahrens aus, da Messungen auch wiederholt falsch und mit hoher Präzision wiederholt werden können. Die Richtigkeit eines Messverfahrens vergleicht den aus einem großen Datensatz erhaltenen Mittelwert mit einem anerkannten oder unabhängig ermittelten Referenzwert (wahrer Wert). Der Grad an Übereinstimmung zwischen dem Mittelwert der Messung und dem Referenzwert definiert die Qualität des Messverfahrens. Schlussendlich bezeichnet die Genauigkeit des Messverfahrens die Übereinstimmung zwischen einem einzelnen Messwert und dem Wahren Wert (Referenzwert). Somit kann die hohe Genauigkeit eines Messverfahrens nur garantiert werden, wenn sowohl die Richtigkeit als auch die Präzision ausreichend gut sind.

#### 3.5.4.1 Phasensensor

Die Reproduzierbarkeit des Messverfahrens wird einerseits durch die hohe Frequenzauflösung der eingesetzten Lock-in Verstärker 1 mHz und andererseits durch die geringe Phasendrift  $> 0.01^\circ/^\circ\text{C}$  gewährleistet. Bevor der Messvorgang gestartet wird ist darauf zu achten, dass der Sensor die für den Messprozess typische Betriebstemperatur erreicht hat (vergl. Abschnitt 3.2.2, Unterabschnitt 3.2.2.2). Ein Lösungsansatz für einen temperaturdriftunabhängigen Phasensensor wurde bereits im Unterabschnitt 3.2.2.2 diskutiert, soll allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter ausgeführt werden. Wird die Temperaturstabilität des Messsystems garantiert, sind entsprechend den Spezifikationen Phasemessungen mit einer Präzision von  $\Delta\phi_P = \overline{\Delta\phi_P} \pm 0.05^\circ$  möglich. Der zur Bewertung der Richtigkeit der durchgeführten strömungsinduzierten Phasemessungen benötigte Referenzwert wird durch die im Abschnitt 3.1.1 durchgeführten analytischen Betrachtungen geliefert. Ein Vergleich der gemittelten, strömungsinduzierten Phasenverschiebung mit den aus den verschiedenen Experimenten gewonnenen Messwerten wurde ausführlich im Abschnitt 3.3 und 3.4 diskutiert. Eine Herabsetzung der Mittlungszeit am Lock-in Verstärker macht einen Vergleich einzelner Messwerte mit dem Referenzwert möglich. Für stabile Strömungsverhältnisse ergeben sich die bereits im Zusammenhang mit der Präzision genannten Angaben ( $\Delta\phi_P = \overline{\Delta\phi_P} \pm 0.05^\circ$ ).

#### 3.5.4.2 Rotierender Magnet

Die Reproduzierbarkeit des Messverfahrens wird durch die Stabilität der zu Grunde liegenden Frequenzmessung bestimmt. Die minimale Schrittweite, welche vom System reproduzierbar auf Grund der mechanischen Störungen des Systems (Unwuchten, usw.) aufgelöst werden kann beträgt  $f = \bar{f} \pm 0.1 \text{ Hz}$ . Abweichungen welche durch ein temperaturabhängiges Driftverhalten ausgelöst werden könnten, sind auf Grund der Temperaturunabhängigkeit des Systems nicht zu erwarten. Der zur Bewertung der Richtigkeit der durchgeführten Rotationsfrequenzmessungen benötigte Referenzwert wird durch die im Abschnitt 3.1.2 durchgeführten analytischen Betrachtungen geliefert. Ein Vergleich der gemittelten Rotationsfrequenz mit den aus den verschiedenen Experimenten gewonnenen Messwerten wurde ausführlich im Abschnitt 3.3 und 3.4 diskutiert. Der zur Bewertung

der Genauigkeit notwendige Vergleich zwischen nicht gemittelten Messwerten und Referenzwert ergibt die bereits im Zusammenhang mit der Präzision genannten Angaben ( $f = \bar{f} \pm 0.1 \text{ Hz}$ ).

### 3.5.4.3 Magnetisches Flügelrad

Die Reproduzierbarkeit des Messverfahrens wird durch die Stabilität der zu Grunde liegenden Frequenzmessung bestimmt. Die minimale Schrittweite, welche vom System reproduzierbar auf Grund der mechanischen Störungen des Systems (Unwuchten, Unterschiede in der Oberflächeninduktion der Permanentmagneten, usw.) aufgelöst werden kann beträgt  $f = \bar{f} \pm 0.05 \text{ Hz}$ . Abweichungen, welche durch ein temperaturabhängiges Driftverhalten ausgelöst werden könnten, sind auf Grund der Temperaturunabhängigkeit des Systems nicht zu erwarten. Der zur Bewertung der Richtigkeit der durchgeführten Rotationsfrequenzmessungen benötigte Referenzwert wird durch die im Abschnitt 3.1.3 durchgeführten analytischen Betrachtungen geliefert. Ein Vergleich der gemittelten, Rotationsfrequenz mit den aus den verschiedenen Experimenten gewonnenen Messwerten wurde ausführlich im Abschnitt 3.3 und 3.4 diskutiert. Der zur Bewertung der Genauigkeit notwendige Vergleich zwischen nicht gemittelten Messwerten und Referenzwert ergibt die bereits im Zusammenhang mit der Präzision genannten Angaben ( $f = \bar{f} \pm 0.05 \text{ Hz}$ ).

## 3.5.5 Selektivität

Als Selektivität (Trennschärfe) [71] wird das Vermögen eines Sensors bezeichnet, Signale einer bestimmten Frequenz aus einer Vielzahl eng benachbarter Signale zu selektieren. Eine wichtige Größe die mit der Trennschärfe in Zusammenhang steht ist die Bandbreite.

### 3.5.5.1 Phasensensor

Der Begriff der Bandbreite ergibt sich bezüglich Konzept eins aus folgenden Zusammenhang. Die Senderfrequenz ist nicht absolut konstant sondern bildet ein Frequenzband  $B = f_2 - f_1$ . Das geometrische Mittel der oberen und unteren Grenzfrequenz  $f_0 = \sqrt{f_1 f_2}$  ist die beabsichtigte Arbeitsfrequenz. Die Empfängersignale sind also zwangsläufig auch in diesem Frequenzband lokalisiert, sodass die Bandbreite der eingesetzten Lock-in-Verstärker einerseits dieses Frequenzband erfassen muss, andererseits aber schmalbandig genug sein muss, um Störungen zu dämpfen. Die zur Messung eingesetzten Lock-in Verstärker sind bezüglich ihrer Funktionsweise schmalbandige Filter (vergl. Abschnitt 3.2.3.1), welche das Eingangssignal mit dem frequenzidentischen Referenzsignal vergleichen. Der zur Sensoransteuerung benutzte Frequenzgenerator ist sehr stabil  $f_0 = \bar{f}_0 \pm 0.001 \text{ Hz}$  und somit schmalbandig. Die für den Lock-in Verstärker charakteristische Frequenzauflösung beträgt  $1 \text{ mHz}$  über den Frequenzbereich von  $0 \leq f \leq 100 \text{ kHz}$ . Die kommerziell verfügbare Lock-in Technik ist somit geeignet eine störungsfreie Messwertaufnahme zu garantieren.

### 3.5.6 Zeitliche Auflösung

Wie bereits in Abschnitt 3.5.2 dargelegt wurde, beschreibt der Begriff Auflösung die Fähigkeit eines Messgerätes Größen gleicher Dimension voneinander zu unterscheiden. Die zeitliche Auflösung ist in Hinblick auf die vorgestellten Durchflusssensoren nicht alleine auf das elektromagnetische oder elektromechanische Funktionsprinzip zu reduzieren, sondern muss im Zusammenhang mit der einstellbaren Aktualisierungsrate des nachgeschalteten Messgerätes betrachtet werden. Diese Aktualisierungsrate ist in Hinblick auf die externe Störumgebung anzupassen.

#### 3.5.6.1 Phasensensor

Bezüglich der zeitlichen Auflösung des Messverfahrens wirkt sich als entscheidender Parameter die Anregungsfrequenz des Senderspulenstromes aus. Bei einer Anregungsfrequenz von  $f = 600$  Hz darf somit eine Aktualisierungszeit von  $TC = 1.6$  ms nicht unterschritten werden. Sind die Empfängerspulsensignale ungestört, kann die strömungsinduzierte Phasenverschiebung alle 1.6 ms aktualisiert werden. Sind die Signale hingegen stark verrauscht muss ein auf der Normalverteilung basierender Mittelwert ermittelt werden. Dazu werden ca. 100 Werte aufgenommen und gemittelt, sodass sich die minimale zeitliche Auflösung des Messverfahrens auf 160 ms erhöht.

#### 3.5.6.2 Rotierender Magnet

Die zeitliche Auflösung des Gesamtsystems wird von den elektromechanischen Eigenschaften und der Aktualisierungsrate des nachgeschalteten Messsystems bestimmt. Da das Trägheitsmoment des Rotierenden Magneten klein ist kann sich die Rotationsrate schnell an wechselnde mittlere Strömungsgeschwindigkeiten anpassen. Eine Umdrehung des Magneten erzeugt zwei Zustandsänderungen am Frequenzmesser. Zum Beispiel wurde am GaInSn-Kreislauf für eine mittlere Geschwindigkeit von  $v_0 = 1$  ms<sup>-1</sup> eine Rotationsfrequenz des Magneten von  $f = 10$  Hz gemessen. Das entspricht einer Frequenz von  $f = 20$  Hz am Frequenzmessgerät. Wird ein Mittelwert anhand einer Normalverteilung ermittelt, müssen ca. 100 Werte aufgenommen werden. Ein aussagekräftiger Messwert entsteht dann in einer Messdauer von ca. 5 Sekunden.

#### 3.5.6.3 Magnetisches Flügelrad

Im Gegensatz zum Rotierenden Magneten ist das Trägheitsmoment der Anordnung hoch. Die Reaktionszeit auf wechselnde Strömungsverhältnisse ist daher im Vergleich zum Rotierenden Magneten deutlich höher. Bei einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit am GaInSn-Kreislauf von  $v_0 = 1$  ms<sup>-1</sup> ergibt sich eine Rotationsfrequenz der Scheibe von  $f = 2.5$  Hz. Das entspricht bei acht Magneten einer Frequenz von  $f = 20$  Hz am Frequenzmessgerät. Wird ein Mittelwert anhand einer Normalverteilung ermittelt, müssen ca. 100 Werte aufgenommen werden. Ein Messwert entsteht dann innerhalb einer Messdauer von ca. 5 Sekunden.

## 4 Ausblick

### 4.1 Vorgestellte Prinzipien

#### 4.1.1 Kommerzialisierung

Die labortechnische Konditionierung der entwickelten und untersuchten Methoden zur kontaklosen Messung des Durchflusses elektrisch leitfähiger Medien ist der zentrale Aspekt dieser vorliegenden Arbeit. Eine Vielzahl von Effekten und Abhängigkeiten wurde in diesem Kontext in analytischer und experimenteller Form vorgestellt. Der grundlegende Wert einer ingenieurwissenschaftlichen Arbeit misst sich auch an der Möglichkeit die gewonnenen Ergebnisse in einem Technologietransfer zu bündeln und somit dem Markt als allgemein nutzbares Produkt zur Verfügung zu stellen. Neben der Analyse der Vor- und Nachteile der untersuchten Messverfahren ist dabei eine Bewertung denkbarer Einsatzbereiche notwendig, welche in der Einleitung dieser Arbeit bereits grob umrissen wurden. Der denkbare Einsatzbereich der entwickelten Durchflussmesstechniken erstreckt sich dabei von den Anlagen der angewandten Forschung und der Energieerzeugung bis in den industriellen Sektor hinein. Derartige Sensorsysteme finden Anwendung in künftig geplanten Transmutationssystemen, in welchen flüssiges Blei oder Bleilegierungen als Radiator- bzw. Kühlmittel eingesetzt werden, um hoch toxische, langlebige Isotope in weniger toxische Isotope verringerter Halbwertszeiten umzuwandeln. Ein weiteres Anwendungsfeld für kontaktlos operierende Durchfluss- und Strömungssensoren ergibt sich einerseits aus der Notwendigkeit des Verständnisses der thermohydraulischen Vorgänge bezüglich Energie- und Massentransport in metallgekühlten Reaktorsystemen der vierten Generation. Das wichtigste Einsatz- oder Aktionsfeld ist die metallverarbeitende Industrie. Eisen- und Nichteisenmetalle werden durch den technologisch anspruchsvollen Prozess des Gießens in die Form von weiterverarbeitbaren Halbzeugen oder in aufwendige Endformen gebracht. Wichtige Automationsparameter sind dabei Durchflussrate- und Geschwindigkeit, ohne deren Kenntnis und Kontrolle keine Prozessführung möglich ist. Vielerorts zieht die optimierte Prozessführung auf verringerte Kosten des Energie- und Materialeinsatzes, der Stückzahlerhöhung und die Qualitätssteigerung der gegossenen Produkte ab. Anhand der Ergebnisse dieser Arbeit hat sich der Phasensensor bezüglich seiner Systemeigenschaften besonders in Hinblick auf die Auflösung, Sensitivität und Ansprechschwelle, als komplett elektromagnetisches Messsystem durchgesetzt.

Die Markteinführung des Phasensensors orientiert sich an folgenden potentiellen Interessenten, welche nachfolgende Marktsegmente ausfüllen oder bedienen.

- ◇ Unternehmen der Metallurgie und Gießereitechnik (Nachrüsten von Materialfluss, Speicher- und Produktionssystemen)
- ◇ Metallurgischer Anlagenbau (Steuerung innovativer Dosier- und Gussysteme)
- ◇ Forschungseinrichtungen (kerntechn. Anlagen, Transmutation)

Ein wichtiger Schritt zur Markteinführung des im Vorhaben entwickelten, neuen Sensors war dessen Präsentation auf der 12. Internationalen Gießereifachmesse GIFA in Düsseldorf (28.06-02.07.2011). Die GIFA findet alle 4 Jahre statt und ist als eine der führenden Gießereimessen weltweit anerkannt. Die Präsentation des Sensors erfolgte auf einem eigenen, vom HZDR finanzierten Messestand mit einem Flüssigmetall-Kreislauf. Der Messeauftritt war sehr erfolgreich und führte zu insgesamt 36 Nachfragen und Kontakten für den Phasensensor.

### 4.1.2 Messung von Zweiphasenströmungen

Unter einer Zweiphasenströmung wird im Kontext dieser Arbeit die Mitführung von Gas oder Oxiden in der Strömung verstanden. Wichtig ist dabei, dass die Gasphase  $\sigma_G = 0$  die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma'$  im Messvolumen des Systems deutlich herabsetzt. Mitgeführte Oxide, der Leitfähigkeit  $\bar{\sigma}_O \neq 0$ , hingegen weisen eine von Null verschiedene, mittlere elektrische Leitfähigkeit auf, welche die elektrische Leitfähigkeit des Systems bei vergleichbaren Volumenanteil weniger stark herabzusetzen vermag.

Der Einfluss der mit der Strömung mitgeführten Gas- oder Oxidphase beschränkt sich im Wesentlichen auf eine Veränderung der effektiven elektrischen Leitfähigkeit  $\sigma'$  der Zweiphasenströmung im Interaktionsvolumen (Messvolumen:  $V_0 = V_{FL} + V^*$ ) mit dem magnetischen Induktionsfeld  $B$ . Das Messvolumen  $V_0$  setzt sich dabei aus dem Volumenanteil zusammen, welcher vom elektrisch leitfähigen Fluid ausgefüllt wird  $V_{FL}$  und dem Volumenanteil, welcher unter Prozessbedingungen vom Oxid- oder Gasanteil  $V^*$  der Strömung ausgefüllt wird. Die von der fluiden Phase transportierte Oxid- oder Gasphase ist eine elektrische Leitfähigkeit  $\sigma^*$  zugeordnet. Auf eine detaillierte Beschreibung der mittleren, elektrischen Leitfähigkeit der in der Strömung mitgeführten Oxide  $\bar{\sigma}_O$  soll im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden. Der elektrische Widerstand  $R$  der Zweiphasenströmung im Interaktions- oder Messvolumen  $V_0$  kann mit der folgenden Gleichung beschrieben werden.

$$R = \frac{1}{\sigma'} \left( \frac{l^2}{V_0} \right) \quad (4.1)$$

Das in Gl. (4.1) eingeführte Produkt aus elektrischer Leitfähigkeit und Messvolumen kann mit der Hilfe der zuvor gemachten Aussagen wie folgt umgeschrieben werden.

$$\sigma' (V_{FL} + V^*) = \sigma_{FL} V_{FL} + \sigma^* (V_0 - V_{FL}) \quad (4.2)$$

Aus Gl. (4.2) ergibt sich die im Messvolumen wirksame effektive, elektrische Leitfähigkeit:

$$\sigma' = \sigma_{FL} \left\{ \frac{1}{1 + \frac{V^*}{V_{FL}}} \right\} + \sigma^* \left\{ \frac{\frac{V_0}{V_{FL}} - 1}{1 + \frac{V^*}{V_{FL}}} \right\}. \quad (4.3)$$

Für den idealen Fall einer Zweiphasenströmung aus einer fluiden Phase und einer beteiligten Gasphase  $\sigma^* = \sigma_G = 0$  folgt aus Gl. (4.3) für die im Messvolumen wirksame effektive Leitfähigkeit:

$$\sigma' = \sigma_{FL} \cdot \left\{ \frac{1}{1 + \frac{V_G}{V_{FL}}} \right\}. \quad (4.4)$$

Enthält das Gesamtvolumen  $V_0$  neben einer fluiden Phase noch einen Volumenanteil an Oxiden mit einer mittleren elektrischen Leitfähigkeit von  $\sigma^* = \bar{\sigma}_O$ , so folgt aus Gl. (4.3):

$$\sigma' = \sigma_{FL} \cdot \left\{ \frac{1}{1 + \frac{V_O}{V_{FL}}} \right\} + \bar{\sigma}_O \cdot \left\{ \frac{\frac{V_0}{V_{FL}} - 1}{1 + \frac{V_O}{V_{FL}}} \right\}. \quad (4.5)$$

Die in Form von Gl. (4.4) und (4.5) gefundenen Ausdrücke für die vom Gas- oder Oxidanteil der Strömung abhängigen elektrischen Leitfähigkeit der Zweiphasenschmelze im Messvolumen des Sensorssystems können im Weiteren problemlos in die in den vorangegangenen Abschnitten gefundenen Abhängigkeiten der Rotationsfrequenz oder Phasendifferenz als Funktion der mittleren Fluidgeschwindigkeit substituiert werden.

### 4.1.3 Tomographische Profilometrie

Die kontaktlose elektromagnetische Tomographie ist ein außerordentlich kompliziertes und umfangreiches Thema, welchem im Rahmen und den Möglichkeiten dieser Arbeit nur einige Gedanken zugegeben werden sollen. Es ist sofort klar, dass bezüglich der physikalischen Grundlagen nur das Konzept des Phasensensors in diesem Zusammenhang von Interesse sein kann. Das Funktionsprinzip des Phasensensors und seine analytische Beschreibung erschließen dem Leser sofort die Möglichkeit einer eindringtiefenabhängigen Phasendifferenzmessung, welche zusätzlich noch durch eine Profilsymmetrieuntersuchung durch den im Abschnitt 3.5, Gl. (3.93) eingeführten Empfindlichkeitsfaktor  $K_\phi$  ergänzt werden kann.

Die Eindringtiefe  $\delta_E$  des Feldes der magnetischen Induktion  $B$  wird in Wechselwirkung mit der elektrisch leitfähigen Strömung durch den frequenzabhängigen Skin-Effekt begrenzt (vergl. Kapitel 6.1). Die im Abschnitt 3.1.1 zur Berechnung der strömungsinduzierten Phasendifferenz an der nichtleitfähigen Wand abgeleitete Gl. (3.20) soll exemplarisch mit der Skintiefenrelation:

$$\left( \frac{\delta'_E(\Omega'_0)}{d_i} \right)^2 \Omega'_0 = \Omega_0 \quad (4.6)$$

in die nachfolgende Form gebracht werden, wobei für  $\delta'_E(\Omega'_0)$  gilt:  $\delta'_E(\Omega'_0)_{max.} = d_i$ . Die Gl. (3.20) erscheint nunmehr in der Form:

$$\Delta\phi_P = \arctan \left[ \frac{\left( \frac{\delta'_E(\Omega'_0)}{d_i} \right)^2 \Omega'_0 \pi^{-1} RmK}{1 + \left( \left( \frac{\delta'_E(\Omega'_0)}{d_i} \right)^2 \Omega'_0 \right)^2 (1 + \pi^{-1} RmK)} \right]. \quad (4.7)$$

Gl. (4.7) kann unter der Voraussetzung einer konstanten Amplitude der magnetischen Induktion in Wechselwirkung mit der Strömung dazu benutzt werden, eine eindringtiefenabhängige Phasendifferenz als Funktion der magnetischen Reynoldszahl zu berechnen und auszuwerten. Natürlich kann der in Gl. (4.6) gemachte Ansatz leicht auf die Berechnungsgrundlagen an elektrisch leitfähigen Wänden übertragen werden. Ein weiterer, mit dem zuvor gemachten Ansatz in Verbindung stehender Effekt wurde bereits im Abschnitt 3.5, Gl. (3.93) erwähnt. Befinden sich Sender- und Empfängerspule in verschiedenen Ebenen bezüglich zur Rohrachse (vergl. Abb.3.59), wird die Detektionsempfindlichkeit gemäß der Gl. (3.93) herabgesetzt. In Verbindung mit der Skintiefen gemittelten Strömungsgeschwindigkeitsberechnung auf Grundlage von Gl. (4.7) kann eine tiefenabhängige Asymmetrieuntersuchung möglich gemacht werden. Es ist klar, dass in diesem Zusammenhang der Gesamtempfindlichkeitsfaktor  $K = K_i$  mit  $K_\phi$  erweitert werden muss.

## 4.2 Relevante Weiterentwicklungsmöglichkeiten

Das Funktionsprinzip des Phasensensors lässt sich durch verschiedene Ansätze und Entwicklungsschritte in folgende Richtungen weiterverfolgen. Da die folgenden Prinzipien und Ansätze Gegenstand weiterer Patentschriften sind und sein werden, sollen sie nur grundlegend anhand ihrer physikalischen Zusammenhänge kurz umrissen werden. Technische Ausführungsvarianten oder detaillierte Beschreibungen der Verfahren werden an dieser Stelle nicht gegeben. Grundsätzlich sind weitere Entwicklungsrichtungen denkbar:

- ◇ Invertierung des Phasensensorkonzeptes mit harmonischer Anregung

Basierend auf der Möglichkeit die relevanten Komponenten des Phasensensors (Kerne, Senderspulen, Empfängerspulen) in ihrer Anordnung und Funktion um das Messobjekt (Rohr/Kanal) zu variieren, ergeben sich weitere interessante Ausführungsformen. Diese Ausführungsformen werden durch harmonische Signale angeregt, welche im Gegensatz zur Anregung des Phasensensors einen zeitlich wie auch räumlich propagierenden magnetischen Feldanteil aufweisen. Die statischen, wie auch propagierenden Feldkomponenten führen in der Wechselwirkung mit einem elektrisch leitfähigen Fluid zu Effekten die getrennt ausgewertet werden können und den in Hinblick auf die Strömung auswertbaren Parameterraum erweitern.

- ◇ Anordnungen mit gepulster Anregung

Es ist bekannt, dass die Anregung einer Anordnung aus verschiedenen Spulen (Sender- bzw. Empfängerspulen) ohne Flussleiteseisen, welche durch elektrische, sehr kurze und zeitlich scharf begrenzte Pulse angeregt werden, Durchflussmesser realisiert werden können,

deren Ausgangssignal von der elektrischen Leitfähigkeit des zu messenden Mediums unabhängig sind. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt werden verschiedene Ausführungsformen des gepulsten Durchflussmessers analytisch, wie auch experimentell untersucht. Weitere Tests an verschiedenen Flüssigmetallkreisläufen sollen die Konditionierung der Effekte und Optimierung der gegenwärtigen Labormodelle befördern.

### ◇ Entwicklung von kontaktlosen Drehmomentsensoren

Kontaktlose Messverfahren offerieren im weitestgehenden Maße eine Entkopplung des Sensors vom Messobjekt und bestimmen deshalb Trend und Richtung derzeitiger Entwicklungsbemühungen. Im Verlauf der Entwicklungsarbeiten und Tests des Phasensensors hat sich herausgestellt, dass eine Asymmetrisierung der Anordnung auch durch eine spannungsbedingte Änderung der relativen magnetischen Suszeptibilität in einem ferromagnetischen Bauteil hervorgerufen werden kann. Die Erfindung betrifft somit ein auf der Grundlage des magnetoelastischen Effektes basierendes, berührungsloses Messprinzip zur Bestimmung des Drehmomentes, welches auf ein magnetisierbares, rotationssymmetrisches Bauteil wirkt. Der Vorteil der erfindungsgemäßen Anordnung und des erfindungsgemäßen Messverfahrens ist die Überwindung der bisher ungelösten Problematik von materialspezifischen, eigenspannungsbedingten Hystereseeffekten, sowie der Begrenzung von Drift- und Störeinflüssen im dynamischen Betrieb. Die Erfindung wurde in einer Patentschrift niedergelegt (Patentmeldung: Sensoranordnung und Verfahren zur berührungslosen Bestimmung des wirksamen Drehmomentes in einer Welle [72]). Detaillierte Untersuchungen und Tests sowie eine theoretische Beschreibung wurden im Rahmen einer Bachelorarbeit (Entwicklung von Drehmomentsensoren für besondere Anforderungen [73]) zusammengefasst und sollen zukünftig in einer referierten Fachzeitschrift publiziert werden.



## 5 Zusammenfassung

Ausgangspunkt und zentrales Thema dieser Arbeit ist es, den derzeitigen Kenntnisstand sowie die gegenwärtige Marktsituation durch leistungsfähige, alternative Konzepte auf dem Gebiet der kontaktlosen Strömungs- und Durchflussmessung zu erweitern. Wie bereits in der allgemeinen Einleitung dargelegt wurde, begründete Michael Faraday im Jahre 1832 auf der Basis seiner Forschungsergebnisse zur elektromagnetischen Induktion die induktive Durchflussmessung. Dieses System der kontaktbehafteten Durchflussmessung wurde in den vergangenen 180 Jahren stetig weiterentwickelt. Ein für jedwede kontaktbehaftete Durchflussmesstechnik limitierendes Kriterium ist allerdings das äußerst komplexe und nicht kontrollierbare Benetzungsverhalten flüssiger Metalle. Die Anwendung von Ultraschallmethoden erfordert die Konditionierung des Prinzips zu temperaturfesten Schallempfängern und die genaue Kenntnis des Benetzungsverhaltens flüssiger Metalle. Optische Methoden sind auf Grund der Eigenschaften von flüssigen Metallen, wie elektrische Leitfähigkeit und Reflexionsvermögen (Fresnelsche Gleichungen), nicht geeignet. Dem allgemeinen Mangel an leistungsfähiger und dauerstabiler Messtechnik stehen innovative Anwendungsfelder gegenüber, welche sich vom anwendungsorientierten Forschungsbereich (Transmutationsanlagen) bis in den kommerziellen Anwendungsbereich (metallgekühlte Reaktorsysteme, Gießereianlagen) erstrecken. Wenige realisierte Lösungen kontakloser Durchflussmesstechnik wurden im Verlauf der Arbeit kurz vorgestellt und erläutert. Dabei handelt es sich um Systeme die auf dem kommerziellen Markt nicht verfügbar sind und bestenfalls als labortechnische Sonder- oder Speziallösungen vertrieben werden. In diesem Zusammenhang sei besonders noch einmal auf die Schriften von Davis (Patent Nr: 3.191.436 US) und Shercliff (The Theory of Electromagnetic Flow Measurement) hingewiesen.

Nachfolgend sei die zu Beginn der vorliegenden Doktorarbeit aktuelle Situation in wissenschaftlicher, wie auch kommerzieller Hinsicht zusammenfassend dargestellt.

### Ausgangssituation

- ◇ Kontaktl. Durchflussmesstechnik auf dem Markt nicht erhältlich,
- ◇ Thema ist Gegenstand weniger Journal-Publikationen,
- ◇ Existierende Lösungen (Durchflusssensoren, Tomographie) nur als labortechnische Speziallösungen erhältlich,
- ◇ Kontaktbehaftete Messtechnik sowie optische Lösungen sind für flüssige Metalle nicht geeignet,
- ◇ Akustische Messmethoden sind für flüssige Metalle nur bedingt einsetzbar,
- ◇ Hohes Interesse an kontaktl. Durchflussmesstechnik bei Betreibern von metallgekühlten Reaktorsystemen, Transmutationsanlagen und Gießereien,
- ◇ Starke Bewegung auf dem patentrechtlichen Sektor

Ausgehend von der beschriebenen Situation wurden im Anfertigungszeitraum der vorliegenden Dissertation verschiedene kontaktlose Durchflusssensorkonzepte erarbeitet und mit dem von John Arthur Shercliff entwickelten Magnetischen Flügelrad verglichen. Dieser

Durchflussmesser besteht aus einem rotierbar gelagertem Teller auf dem in äquidistanten Abständen Permanentmagneten aufgebracht sind. Bei einer geeigneten Platzierung relativ zum Strömungskanal wechselwirkt das Feld der magnetischen Induktion der Permanentmagneten mit der elektrisch leitfähigen Strömung und wird somit in Rotation versetzt. Die Rotationsrate des Magnetischen Flügelrades steht dabei in direkter Proportionalität zum Durchfluss des elektrisch leitfähigen Mediums. Nachteilig wirkt sich allerdings die hohe Masse verbunden mit einem hohen Massenträgheitsmoment der Anordnung aus. Zeitliche Auflösung, wie auch die mechanische Ansprechschwelle begrenzen die Eignung des Magnetischen Flügelrades auf stationäre Strömungsverhältnisse. Verschiedene Ansätze mit dem Ziel ein Messsystem zu entwickeln, welches im Gegensatz zum Magnetischen Flügelrad keine beweglichen Teile aufweist, weder noch einen mechanischen oder elektrischen Kontakt zum fließenden Medium benötigt, wurden untersucht und in experimentellen Laboraufbauten getestet. Eine für viele Anwendungen interessante hohe zeitliche Auflösung und Driftstabilität standen dabei im zentralen Fokus der Untersuchungen. Das Konzept des entwickelten Phasensensors beruht im Wesentlichen darauf, dass das von einem alternierenden, magnetischen Feld induzierte elektrische Feld durch eine geschickte Anordnung der Empfänger mechanisch entkoppelt vom strömungsführenden System gemessen werden kann. Der Einsatz von periodisch erregten Magnetfeldern ermöglicht es, dass der Auswertung der strömungsproportionalen Messsignale drei Bestimmungsgrößen zur Verfügung stehen (Amplitude, Phase und Frequenz). Die Auswertung der strömungsabhängigen Phasendifferenz hat sich im Zusammenspiel mit der hoch entwickelten Lock-in Verstärkertechnik als besonders stabil erwiesen. Die erreichbare zeitliche Auflösung kann in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz des Sensors und den Störeinflüssen im Millisekundenbereich fixiert werden. Das Konzept des Phasensensors wurde als Patent angemeldet (Patent: DE 102006 018 623 B4, EP 1847831 B1), in referierten Fachjournalen analytisch, wie auch experimentell beschrieben sowie in Hinblick auf die wichtigsten Einfluss- und Funktionsparameter optimiert. In diesem Zusammenhang wurde besonders die Problematik des leitfähigkeitsbedingten Drifts durch Temperaturänderung berücksichtigt und gelöst.

### Beiträge der Arbeit im Überblick

- ◇ Entw. des Phasensensors, Patent: DE 102006 018 623 B4, EP 1847831 B1
- ◇ Aufbau und Optimierung des Phasensensors,
- ◇ Analytische wie auch experimentelle Beschreibungen in Journal-Publikationen,
- ◇ Konzept des Phasensensors befindet sich im Technologietransfer,
- ◇ Beschreibung und experimentelle Ansätze zur Driftkompensation,
- ◇ Entwicklung des Rotierenden Magneten, Patent: DE 102007 046 881 B4, EP 2045581 A1,
- ◇ Aufbau und Optimierung des Rotierenden Magneten,
- ◇ Analytische wie auch experimentelle Beschreibungen in Journal-Publikationen,
- ◇ Kommerzielle Nutzung des Rotierenden Magneten geplant,
- ◇ Aufbau und Test des Magnetischen Flügelrades,
- ◇ Korrektur der bestehenden Lehrmeinung (analytisch und experimentell),
- ◇ Analytische Beschreibung des Rigaer Pumpenkonzeptes,
- ◇ Entwicklung eines kontaktl. Drehmomentsensors, Patent eingereicht

---

Ein weiterer, realisierter Ansatz basiert auf dem Prinzip des Magnetischen Flügelrades und kann folgendermaßen umrissen werden. Die Bewegung eines elektrisch leitfähigen Fluids im magnetischen Feld eines drehbar gelagerten und diametral magnetisierten Permanentmagneten verursacht die Induktion einer elektrischen Stromdichte im Fluid. Der induzierte elektrische Strom verursacht, entsprechend dem Ampereschen Gesetz ein Feld, welches sich dem applizierten Permanentmagnetenfeld überlagert. Die durch die Strömung verursachte Rotation des Magneten verursacht ihrerseits die Induktion einer elektrischen Stromdichte im Fluid, welche entsprechend der Lenzschen Regel ihrer Ursache (Rotation) entgegenwirkt. Der drehbar gelagerte Permanentmagnet wird in Folge der Wechselwirkung mit der Strömung solange beschleunigt, bis das durch die Rotation verursachte magnetische Drehmoment das antreibende, strömungsinduzierte magnetische Drehmoment ausgleicht. Unter konstanten Strömungsbedingungen wird sich ein in Abhängigkeit von der Geometrie des Strömungskanals bedingtes Gleichgewicht der Rotationsfrequenz einstellen. Das Messsystem ist bezüglich seiner notwendigen Funktionskomponenten und der Auswertelektronik besonders einfach und robust aufgebaut. Die theoretische Beschreibung wie auch experimentelle Zusammenhänge wurden in verschiedenen Fachjournalen veröffentlicht. Bezüglich der Optimierung des Rotierenden Magneten wurde auf die Qualität der mechanischen Lagerung und die Temperaturbeständigkeit des Permanentmagnetmaterials Wert gelegt. Die stark verringerte Lagerreibung und Masse des Rotierenden Magneten lassen eine zeitliche Auflösung von einigen hundert Millisekunden bis Sekunden zu. Beschränkend für den Einsatz wirken sich Bremskräfte in der Nähe elektrisch leitfähiger Rohr- oder Kanalwandungen aus sowie ferromagnetische Eigenschaften dergleichen. Das Konzept des Rotierenden Magneten wurde als Patent angemeldet (Patent: DE 102007046881 B4, EP 2045581 A2).

Im Zusammenhang mit eigenen theoretischen, wie auch experimentellen Untersuchungen zum Rotierenden Magneten wurde festgestellt, dass das physikalische Funktionsprinzip des Magnetischen Flügelrades seit seiner Erfindung durch J.A. Shercliff fehlinterpretiert wurde. Dem bisherigen Verständnis der strömungsbedingten Kraft- bzw. Drehmomentmessungen war gemeinsam, dass die zu messende Kraft- oder Drehmomentwirkung proportional zur elektrischen Leitfähigkeit als auch zum Quadrat des angelegten Magnetfeldes ist. Die Messung liefert demzufolge nicht unmittelbar den Durchfluss, sondern das Produkt aus mittlerer Strömungsgeschwindigkeit und der elektrischen Leitfähigkeit der bewegten Flüssigkeit. Die Bestimmung des Durchflusses erfordert deshalb die Kenntnis der temperaturabhängigen elektrischen Leitfähigkeit. Die quadratische Abhängigkeit vom aufgeprägten Magnetfeld kann in Abhängigkeit von der Strömung dazu führen, dass für ein ausreichendes Messsignal relativ hohe Magnetfelder angelegt werden müssen, die wiederum die Strömung beeinflussen. Das tatsächliche Wirkungsprinzip des Magnetischen Flügelrades ist mit allen verbundenen Konsequenzen dem des Rotierenden Magneten gleich.

Die Ableitung der theoretischen Zusammenhänge für das Magnetische Flügelrad bildet einen Ausgangspunkt für die Umkehrung des Prinzips eines Permanentmagneten basierten Durchflussmessers als Pumpe zu beschreiben. Die Ableitung befindet sich im Anhang der Arbeit und wurde durch Experimente an verschiedenen Flüssigmetallkreisläufen bestätigt. Die experimentellen wie auch theoretischen Ergebnisse haben sich besonders in Hinblick auf die temperaturkompensierte Testkreislaufsteuerung des GaInSn-Kreislaufes

als nützlich erwiesen.

Aus dem Vergleich der im Rahmen dieser Dissertation entwickelten kontaktlosen Durchflussmesser mit dem bereits bekannten Magnetischen Flügelrad lässt sich zusammenfassen, dass der Phasensensor als vollständig elektromagnetisches Durchflussmesserkonzept jene Eigenschaften aufweist, die in der Anwendung unter industriellen Bedingungen gefordert sind. Der Phasensensor wird im Technologietransfer zu einem kommerziellen, marktauglichen Endprodukt umgesetzt und in Kürze als spezifiziertes, handelsübliches Produkt erhältlich sein.

Im Zusammenhang mit den theoretischen Arbeiten zum Phasensensor wurde deutlich, dass die strömungsinduzierte Asymmetrisierung des Phasensensors auch durch eine spannungsbedingte Änderung der relativen magnetischen Suszeptibilität in einem ferromagnetischen Bauteil hervorgerufen werden kann. Auf dieser Grundlage lag es nahe, einen kontaktlosen Drehmomentsensor für besondere Anforderungen zu entwickeln. Der Vorteil der erfindungsgemäßen Anordnung und des erfindungsgemäßen Messverfahrens ist die Überwindung der bisher ungelösten Problematik von materialspezifischen, eigenspannungsbedingten Hystereseeffekten, sowie der Begrenzung von Drift- und Störeinflüssen im dynamischen Betrieb. Die Erfindung wurde in einer Patentschrift niedergelegt. Detaillierte Untersuchungen und Tests sowie eine theoretische Beschreibung wurden im Rahmen einer Bachelorarbeit (Entwicklung von Drehmomentsensoren für besondere Anforderungen) zusammengefasst und sollen zukünftig in einer referierten Fachzeitschrift publiziert werden.

Die vorliegende Arbeit kann in ihrer Gesamtheit nur einen Teil zu der vollständigen Entwicklungsfähigkeit des Themas beitragen. Ein wichtiger Aspekt des Gesamtwerkes ist es, dass die erfolgten Arbeiten und Erkenntnisse in zukünftigen Produkten ihren Niederschlag finden. Sowohl der Phasensensor, wie auch der Rotierende Magnet sollen als kommerzielle Produkte etabliert werden. Die im Gesamtkontext erworbenen und entwicklungsfähigen Erkenntnisse können in verschiedene Richtungen weiterentwickelt werden.

### **Gegenwärtige Situation**

- ◇ Phasensensor wird in Kürze als kommerzielles Produkt erhältlich sein,
- ◇ Nutzung des Phasensensorkonzeptes zur Messung von Zweiphasenströmungen,
- ◇ Nutzung des Phasensensorkonzeptes zur Messung von Strömungsprofilen,
- ◇ Umsetzung alternativer, kontakloser Strömungs-, Beschleunigungs- und Drehmomentsensoren

Zum einen kann der Phasensensor in seiner derzeitigen Entwicklungsstufe zur Messung von Zweiphasenströmungen und zur Detektion von Strömungsprofilen eingesetzt werden. Details sind dem Ausblick dieser Arbeit zu entnehmen. Im besonderen Fokus zukünftiger Arbeiten steht die Entwicklung von kontaktlosen Strömungs-, Beschleunigungs- und Drehmomentsensoren. Im Hinblick auf die Entwicklung und Miniaturisierung der elektrischen Messtechnik, verbunden mit leistungsfähigen Rechen- und Auswerteverfahren hat sich die Entwicklung der kontaktlosen Durchflusssensoren als eine fruchtbare Ergänzung der Messtechnik herausgestellt, welche in verschiedenen Anwendungsgebieten ein unabdingbares Alleinstellungsmerkmal hat.

## 6 Anhang

### 6.1 Allgemeine Beschreibung des Skin-Effektes

Die Behandlung der stationären Magnetfeldtransportgleichung (Gl. (2.9)) führt auf eine partielle, nichtlineare Differentialgleichung, deren Lösung die Dämpfung der magnetischen Feldamplitude in Wechselwirkung mit einem elektrisch leitfähigen Medium beschreibt. Nachfolgend soll das Problem anschaulich, im kartesischen Koordinatensystem und im zylindrischen Koordinatensystem betrachtet werden.

#### 6.1.1 Skin-Effekt im kartesischen Koordinatensystem

Besonders anschaulich lässt sich das Phänomen des Skineffektes im kartesischen Koordinatensystem beschreiben [48]. Der Einfachheit halber soll das Problem eindimensional betrachtet werden. Ausgangsgleichung ist die in Kapitel 2.5 benannte Magnetfeldtransportgleichung Gl. (2.9), wobei der Term des konvektiven Transportes  $((\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{B})$  und der Term der Änderung der magnetischen Induktion infolge Streckung und Stauchung der Fluidelemente  $((\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{v})$  im Falle  $\vec{v} = 0$  entfallen. Aus Gl. (2.9) folgt:

$$\partial_t \vec{B} = \eta_m \vec{\nabla}^2 \vec{B}. \quad (6.1)$$

Als Ansatz zur Lösung dieser Differentialgleichung wird eine sich in x-Richtung ausbreitende, ebene, harmonische Welle gewählt, die beschrieben durch  $\exp(-\lambda x)$  in Ausbreitungsrichtung kontinuierlich durch  $\lambda$  bedämpft wird, entsprechend:

$$B_y = B_0 \exp [i (\Omega t - kx)] \exp (-\lambda x).$$

Die Ausführung der Ableitungen nach der Ortsvariablen x und der Zeit t führt zu dem Ausdruck,

$$i\mu_0\sigma\Omega = (-ik - \lambda)^2,$$

dessen Zerlegung in Real- und Imaginärteil ein Gleichungssystem zur Bestimmung des Dämpfungsfaktors  $\lambda$  und des Wellenzahlvektors k ergibt. Die y-Komponente der magnetischen Induktion folgt in Ausbreitungsrichtung x der Beziehung:

$$B_y = B_0 \exp \left[ i \left( \Omega t - \frac{x}{\delta_E} \right) \right] \exp \left( -\frac{x}{\delta_E} \right), \quad \text{mit} \quad \delta_E = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\Omega}}.$$

Die Anwendung des Satzes von Moivre auf eine der Exponentialfunktionen ergibt:

$$\operatorname{Re}\{B_y\} = B_0 \cos\left(\Omega t - \frac{x}{\delta_E}\right) \exp\left(-\frac{x}{\delta_E}\right). \quad (6.2)$$

## 6.1.2 Skin-Effekt im zylindrischen Koordinatensystem

### 6.1.2.1 Fall 1: Induktionsfeld parallel zur Strömungsrichtung

Ausgangspunkt der Betrachtungen zum Skin-Effekt im zylindrischen Koordinatensystem [13, 14, 74] seien die Annahmen, dass ein in z-Richtung unendlich ausgedehntes und periodisches Magnetfeld mit einer rotationssymmetrischen Geometrie konstanter Leitfähigkeit interagiert. Die im leitfähigen Material induzierten Wirbelströme behindern dabei kontinuierlich die Durchdringung des applizierten magnetischen Feldes. Die Ausgangsgleichung ist wieder die in Kapitel 2.5 benannte Magnetfeldtransportgleichung Gl. (2.9), wobei auch hier die Terme des konvektiven Transportes  $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{B}$  und  $(\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{v}$  als Änderung der magnetischen Induktion infolge Streckung und Stauchung der Fluidelemente im Falle  $\vec{v} = 0$  entfallen. Aus Gl. 6.1 folgt somit:

$$\partial_t \vec{B} = \eta_m \vec{\nabla}^2 \vec{B}$$

Die bereits bezüglich Verlauf und zeitlichen Verhalten erwähnten Annahmen  $\vec{B} = \vec{B}(r) \vec{e}_z$  und  $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}(\vec{r}) \exp i(\Omega t)$  werden in die Diffusionsgleichung für das magnetische Feld eingesetzt und ergeben mit dieser:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{B} - i\sigma\mu\Omega \vec{B} = 0 \quad \text{oder in Zylinderkoordinaten} \quad \frac{d^2 B}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial B}{\partial r} - i\mu\sigma\Omega B = 0.$$

Die Einführung der Größen  $\delta_E^2 = \frac{2}{\Omega\mu\sigma}$  und  $\zeta = \frac{r}{\delta_E} \sqrt{-2i}$  führt auf eine Besselsche Differentialgleichung mit der Veränderlichen  $\zeta$  [74]:

$$\frac{d^2 B}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{dB}{d\zeta} + B = 0. \quad (6.3)$$

Die Lösungen dieser Gleichung haben die Gestalt:

$$B(r) = C_1 J_0 \left[ \frac{r}{\delta_E} \sqrt{-2i} \right] + C_2 H_0 \left[ \frac{r}{\delta_E} \sqrt{-2i} \right]$$

oder

$$B(r) = C_3 I_0 \left[ \frac{r}{\delta_E} \sqrt{-2i} \right] + C_4 K_0 \left[ \frac{r}{\delta_E} \sqrt{-2i} \right].$$

Weiterhin gilt [74]:

$$J_0 \left[ r\sqrt{\pm i} \right] = I_0 \left[ r\sqrt{\pm i} \right] \quad \text{und} \quad \frac{i\pi}{2} H_0 \left[ r\sqrt{\pm i} \right] = K_0 \left[ r\sqrt{\pm i} \right].$$

Die Grundlösungen werden nun noch in einen Real- und Imaginärteil aufgespalten. Somit erhält man [74]:

$$\begin{aligned} J_0 \left[ r\sqrt{\pm i} \right] &= \text{ber}(r) \pm (i)\text{bei}(r), \\ \frac{i\pi}{2} H_0 \left[ r\sqrt{\pm i} \right] &= \text{ker}(r) \pm (i)\text{kei}(r). \end{aligned}$$

Die Thomson-Funktionen  $\text{ber}(r)$  und  $\text{bei}(r)$  können in Reihen entwickelt werden. Bricht man diese Reihenentwicklungen nach dem zweiten Glied ab, so erhält man für  $r \leq 0,7$  einen relativen Fehler von einem Prozent [74].

$$\begin{aligned} \text{ber}(r) &= 1 - \frac{r^4}{64} + \frac{r^8}{147456} \\ \text{bei}(r) &= \frac{r^2}{4} - \frac{r^6}{2304} \end{aligned}$$

Mit der Randbedingung, dass das magnetische Feld  $B(r_a) = B_0$  ist, ergibt sich die Lösung für das Feld zu [54]:

$$B(r) = B_0 \frac{J_0 \left[ r\sqrt{-i\mu\sigma\Omega} \right]}{J_0 \left[ r_a\sqrt{-i\mu\sigma\Omega} \right]} = B_0 \frac{b_0 \left[ r\sqrt{\mu\sigma\Omega} \right]}{b_0 \left[ r_a\sqrt{\mu\sigma\Omega} \right]} \exp(i\Delta\phi), \quad (6.4)$$

mit den Ausdrücken für  $b_0$  und  $\Delta\phi$

$$b_0 \left( r\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right) = \sqrt{\text{ber}^2 \left( r\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right) + \text{bei}^2 \left( r\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right)},$$

$$b_0 \left( r_a\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right) = \sqrt{\text{ber}^2 \left( r_a\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right) + \text{bei}^2 \left( r_a\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right)},$$

$$\Delta\phi_P = \phi_{P1} - \phi_{P2} = \arctan \left| \frac{\text{bei} \left( r\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right)}{\text{ber} \left( r\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right)} \right| - \arctan \left| \frac{\text{bei} \left( r_a\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right)}{\text{ber} \left( r_a\sqrt{\Omega\mu\sigma} \right)} \right|.$$

◇ Phasensensor: Nichtleitfähige Kanalwandungen

Nichtleitfähige und nichtmagnetisierbare Kanalwandungen üben keinen Einfluss auf das von außen applizierte Feld aus. Auf Grund von  $\sigma \approx 0$  werden keine Wirbelströme in

die Kanalwandungen induziert. Die magnetischen Feldlinien passieren die Wandungen ungestört ( $\chi_{mag.} \approx 0$ ).

◇ Phasensensor: Leitfähige Kanalwandungen, Amplitudenabfall des Induktionsfeldes

Die Entstehung von Wirbelströmen in metallischen Rohrwandungen behindern die Durchdringung des Messvolumens durch das von außen applizierte Magnetfeld. Die Annahmen eines idealen rotationssymmetrischen Strömungsprofils sowie eines unendlich ausgedehnten magnetischen Feldes und Strömungskanal konstanter elektrischer Leitfähigkeit stellen starke Verzerrungen der in der Realität auftretenden Anwendungsfälle dar. Dennoch können wichtige Erkenntnisse bezüglich Amplitudenabfall und Phasenschub des Induktionsfeldes erlangt werden [54]. Der zuvor gewonnenen Gleichung

$$B(r) = B_0 \frac{J_0 [r\sqrt{-i\mu\sigma\Omega}]}{J_0 [r_a\sqrt{-i\mu\sigma\Omega}]} = B_0 \frac{b_0 [r\sqrt{\mu\sigma\Omega}]}{b_0 [r_a\sqrt{\mu\sigma\Omega}]} \exp [i\Delta\phi_P]$$

wird entnommen, dass das Induktionsfeld beim Durchgang einer zylindrischen Wand homogener Leitfähigkeit eine Amplitudenschwächung in Abhängigkeit der Wanddicke bewirkt. Eine Beispielrechnung für ein Rohr mit einem Außendurchmesser von  $R_a = 14$  mm, einer Wanddicke von 15 mm und einer Leitfähigkeit von  $\sigma_W = 1 * 10^6$  S/m (Stahl) bewirkt bei einer monofrequenten Feldanregung von  $f = 500$  Hz eine relative Feldamplitudenabschwächung von 0.3 Prozent. Für die weiteren Überlegungen kann man davon ausgehen, dass das äußere magnetische Feld ohne wesentlichen Amplitudenabfall im Rohrrinneren wirksam ist.

◇ Phasensensor: Leitfähige Kanalwandungen, Phasenschub des Induktionsfeldes

Neben der zu erwartenden Amplitudenbeeinflussung des äußeren magnetischen Feldes durch die leitfähige Kanalwand kommt es zu einer Phasenverschiebung zwischen dem äußeren und wandungsinneren Induktionsfeld [54]. Die gewählten, versuchsnahen Parameter wie Wanddicke (1.5 mm), Wandleitfähigkeit ( $\sigma_r = 10^6$  S/m) und Feldfrequenz ( $f = 500$  Hz) ergeben eine relative Phasenverschiebung von  $\Delta\phi_P = -2.2$  Grad. Das rohrinnere Feld eilt dem rohräußeren Feld erwartungsgemäß leicht nach. Abschließend kann festgestellt werden, dass Amplitudenschwächung und Phasenverschiebung invariante Beeinflussungen sind und bei einer Kalibrierung des Messsystems entfallen.

### 6.1.2.2 Fall 2: Induktionsfeld senkrecht zur Strömungsrichtung

Ausgangspunkt unserer Betrachtungen soll die Transportgleichung für das magnetische Vektorpotential sein, die sich aus der bereits beschriebenen Transportgleichung für das Induktionsfeld (Gl. (2.9)) gewinnen lässt [13, 14].

$$\partial_t \vec{A} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A} = \eta_m \vec{\nabla}^2 \vec{A}$$

Für den nichtleitfähigen Außenraum vereinfacht sich die Gleichung in eine Potentialgleichung der Gestalt:

$$\vec{\nabla}_a^2 \vec{A} = 0$$

Einmalige Integration ergibt das Ergebnis  $-\vec{\nabla} \times \vec{A}_0^a = \vec{B}_0$  und nochmalige Integration liefert  $\vec{A}_0^a = -1/2(\vec{B}_0 \times \vec{r})$ . In der zu  $\vec{B}_0$  senkrechten x,z-Ebene hat  $\vec{A}_0^a$  unter Verwendung von Polarkoordinaten nur eine  $\phi$ -Komponente. Innerhalb der leitfähigen Struktur setzt man für  $\vec{B}$ :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}_0 + \vec{\nabla} \times \vec{a} = \vec{B} + \vec{b}.$$

Die Stetigkeit der normalen und tangentialen Komponenten des Induktionsfeldes ist als Randbedingung für den Übergang zwischen nichtleitfähigem Außenraum und leitfähigen Innenraum (Rohr/Kanal) gültig. Da am Rand  $\vec{v} = 0$  gilt, erhalten wir für  $r = a$ :

$$\begin{aligned} B_{0n} &= \tilde{B}_n + b_n, \\ B_{0tg} &= \tilde{B}_{tg} + b_{tg}, \end{aligned}$$

sodass Stetigkeit für  $\vec{B}_0$  an der Stelle  $r = a$  folgt:

$$B_0 = \tilde{B} + b.$$

Für den Rand der leitfähigen Struktur gilt weiterhin:

$$\tilde{B} = B_0 \quad \text{und} \quad b = 0.$$

Mit dem Ansatz  $\tilde{B}_x = B_z = 0$  und  $\vec{v} = 0$  erscheint Gleichung 2.9 in der Form:

$$\nabla^2 \tilde{B}_y - j\sigma\mu_0\Omega\tilde{B}_y = 0,$$

wenn das Vektorpotential und das damit verbundene Induktionsfeld, wie im Fall 1 als zeitabhängig angesehen werden. Der Lösungsgang ist mit dem im Fall 1 dargestellten identisch.

## 6.2 Wirkungsweise der Rigaer Induktionspumpe

Nachfolgend soll anhand einer vereinfachten mathematischen Betrachtung die Wirkungsweise, der an verschiedenen Versuchsständen eingesetzten elektromagnetischen Rotationspumpe betrachtet werden. Die folgenden Vereinfachungen dienen dabei dem Zweck, eine analytische Lösung zu erhalten, welche die wichtigsten Einflussparameter bezüglich der Pumpeneffizienz aufzeigt.

### 6.2.1 Berechnung der im leitfähigen Fluid induzierten Stromdichte

Ausgehend von der Transportgleichung für die magnetische Induktion

$$\partial_t \vec{B} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} = (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + \eta_m \vec{\nabla}^2 \vec{B},$$

ergibt sich durch Umformung des Diffusionsterms die folgende Identität:

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = -\sigma \left\{ \partial_t \vec{B} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} - (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right\}. \quad (6.5)$$

Entsprechend der Problemstellung (vergl. Abb. 6.1) ist es vorteilhaft für die weiteren Betrachtungen Zylinderkoordinaten zu verwenden.

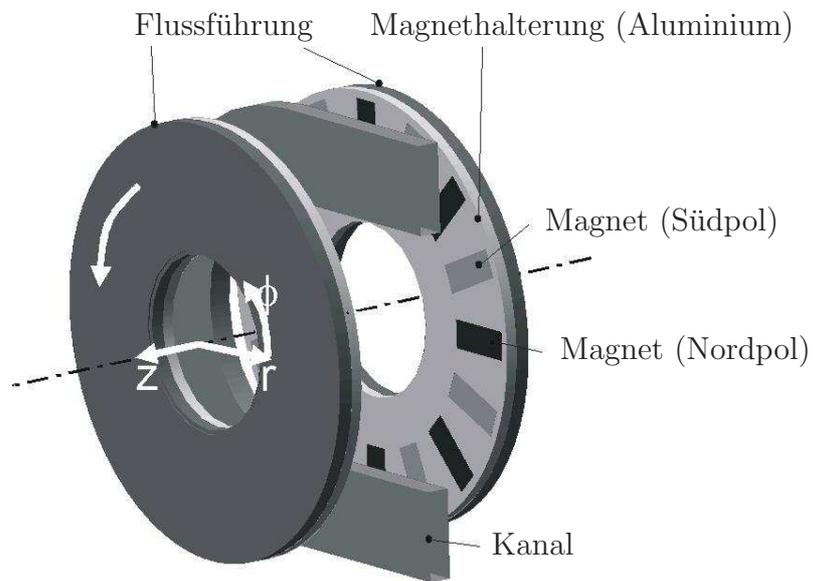


Abbildung 6.1: Rotierende elektromagnetische Pumpe

Die erste wesentliche Vereinfachung betrifft die Orientierung der magnetischen Induktion der paarweise angeordneten Permanentmagneten in der Pumpe. Für diese wird angenommen:

$$\vec{B} = B_0 \exp [i (\Omega t - N\phi)] \vec{e}_z, \quad (6.6)$$

mit den Parametern:  $B_0$ -Amplitude und  $N$ -Anzahl der Permanentmagnetenpolpaare. Die Relativgeschwindigkeit zwischen dem ortsfesten Kanal und dem darüber periodisch alternierenden Feld der magnetischen Induktion erscheint in der Form:

$$\vec{v} = r\Omega \vec{e}_\phi. \quad (6.7)$$

Zur Ableitung der in Gl. (6.5) erscheinenden Vektorgradienten muß der Gradientenoperator in Zylinderkoordinaten mit den Identitäten in Gl. (6.6) und (6.7) in Verbindung gebracht werden.

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} = \Omega \partial_\phi \quad \text{und} \quad \vec{B} \cdot \vec{\nabla} = B \partial_z \quad (6.8)$$

Einsetzen der Identitäten aus Gl. (6.8), sowie (6.6) und (6.7) in Gl. (6.5) ergibt:

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = -\sigma \{i\Omega B + \Omega \partial_\phi B\} \vec{e}_z. \quad (6.9)$$

Andererseits kann für die Rotation des Stromdichtevektors  $\vec{j}$  in Zylinderkoordinaten geschrieben werden:

$$\vec{\nabla} \times \vec{j} = \{r^{-1} \partial_\phi j_z - \partial_z j_\phi\} \vec{e}_r + \{\partial_z j_r - \partial_r j_z\} \vec{e}_\phi + \{r^{-1} \partial_r [r j_\phi] - r^{-1} \partial_\phi j_r\} \vec{e}_z. \quad (6.10)$$

Unter der zweiten vereinfachenden Annahme, dass  $j_z = 0$  ist, ergibt der Vergleich zwischen Gl. (6.9) und (6.10) einen Ausdruck für die induzierte Stromdichte gemäß:

$$-\sigma \{i\Omega B + \Omega \partial_\phi B\} = \frac{1}{r} \partial_r [r j_\phi] - \frac{1}{r} \partial_\phi j_r. \quad (6.11)$$

Gilt für das Stromdichtefeld die Beziehung  $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$ , (1. Kirchhoffsches Gesetz) kann für die Stromdichte eine Stromfunktion  $\Psi(r, \phi, t)$  eingeführt werden

$$j_r = \frac{1}{r} \partial_\phi \Psi \quad \text{und} \quad j_\phi = -\partial_r \Psi. \quad (6.12)$$

Die Kontinuitätsgleichung ist damit automatisch erfüllt. Einsetzen der Beziehungen aus Gl. (6.12) in Gl. (6.11) ergibt folglich:

$$i\sigma \Omega B [N - 1] = -\partial_{rr} \Psi - \frac{1}{r} \partial_r \Psi - \frac{1}{r^2} \partial_{\phi\phi} \Psi = -\nabla^2 \Psi. \quad (6.13)$$

Die Stromfunktion muß vom Ort und von der Zeit abhängig sein, sodass zur Lösung von Gl. (6.13) ein Ansatz gewählt werden kann, der im zeitlichen Anteil dem des magnetischen Induktionsfeldes entspricht. Die örtliche Abhängigkeit der Stromfunktion ist durch die Amplitude im Exponentialansatz entsprechend der folgenden Gleichung gegeben.

$$\Psi(r, \phi, t) = f(r) \exp [i (\Omega t - L\phi)] \quad (6.14)$$

Die homogene Lösung ergibt sich nach einfacher Rechnung zu:

$$f_h = C_1 r^N + C_2 r^{-N}$$

Die partikuläre Lösung folgt entsprechend der Lagrangschen Methode der 'Variation der Konstanten' zu:

$$f_p = -i\sigma\Omega B_0 \left[ \frac{N-1}{4-N^2} \right] r^2.$$

Aus der Linearkombination von homogener und partikulärer Lösung kann einerseits  $f(r)$  und weiterhin die Stromfunktion entsprechend Gl. (6.14) dargestellt werden.

$$f(r) = C_1 r^N + C_2 r^{-N} - i\sigma\Omega B_0 \left[ \frac{N-1}{4-N^2} \right] r^2$$

$$\Psi(r, \phi, t) = \left[ C_1 r^N + C_2 r^{-N} - i\sigma\Omega B_0 \left[ \frac{N-1}{4-N^2} \right] r^2 \right] \exp [i (\Omega t - N\phi)]$$

Entsprechend der Definition der Stromfunktion (Gl. (6.12)) sind nun auch die Komponenten der induzierten Stromdichte nachfolgend darstellbar:

$$j_\phi = \left[ -NC_1 r^{N-1} + NC_2 r^{-N-1} + i2\sigma\Omega B_0 \left[ \frac{N-1}{4-N^2} \right] r \right] \exp [i (\Omega t - N\phi)], \quad (6.15)$$

$$j_r = -iN \left[ C_1 r^{N-1} + C_2 r^{-N-1} - i\sigma\Omega B_0 \left[ \frac{N-1}{4-N^2} \right] r \right] \exp [i (\Omega t - N\phi)]. \quad (6.16)$$

Die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  bestimmt man aus den kinematischen Randbedingungen für die elektrische Stromdichte, da diese an den nichtleitfähigen Kanalwandungen entfällt. Entsprechend müssen aber auch  $\Psi(r, \phi, t)$ , sowie auch  $f(r)$  an den Kanalwandungen null werden. Die Bedingungen zur Bestimmung der Konstanten lauten demnach  $f(R_i) = 0$  und  $f(R_0) = 0$ . Somit folgt für  $C_1$  und  $C_2$ :

$$C_1 = i\sigma\Omega B_0 \left[ \frac{N-1}{4-N^2} \right] \left\{ \frac{R_0^{2+N} - R_i^{2+N}}{R_0^{2N} - R_i^{2N}} \right\},$$

$$C_2 = i\sigma\Omega B_0 \left[ \frac{N-1}{4-N^2} \right] \left\{ \frac{R_0^{2-N} - R_i^{2-N}}{R_0^{-2N} - R_i^{-2N}} \right\}.$$

### 6.2.2 Berechnung der im leitfähigen Fluid erzeugten Lorentzkraft

Die im Fluid erzeugte Lorentzkraft entsteht in erster Näherung durch die Wechselwirkung des applizierten Induktionsfeldes mit den induzierten Strömen. Die induzierten Magnetfelder werden bei dieser Approximation nicht berücksichtigt. Die erzeugte, volumenbezogene Lorentzkraft ergibt sich folglich zu:

$$\vec{f}_L = j_\phi B_z \vec{e}_r - j_r B_z \vec{e}_\phi. \quad (6.17)$$

Jedoch bewirkt nur die  $\vec{e}_\phi$ -Komponente einen Transport des Fluides durch den Kanalquerschnitt. Der Realteil dieser Kraft bestimmt sich entsprechend:

$$\langle f_L \rangle = \Re(j) \times \Re(B) = \frac{1}{2} \Re(j \times B^*)$$

Einsetzen in die zuvor genannte Rechenvorschrift liefert letztendlich den Ausdruck für die zeitgemittelte und volumenbezogene Lorentzkraft.

$$\langle f_{L_\phi} \rangle = \frac{B_0^2 N \Omega \sigma}{2} \left[ \frac{N-1}{4-N^2} \right] \left[ r - \left\{ \frac{R_0^{2+N} - R_i^{2+N}}{R_0^{2N} - R_i^{2N}} \right\} r^{N-1} - \left\{ \frac{R_0^{2-N} - R_i^{2-N}}{R_0^{-2N} - R_i^{-2N}} \right\} r^{-N-1} \right] \quad (6.18)$$

### 6.2.3 Berechnung des aufgeprägten Druckes

Die Pumpe prägt dem Fluid über die Eingriffslänge der Magneten einen Druck auf, der aus der zeitgemittelten und volumenbezogenen Lorentzkraft bestimmt werden kann. Eine Veranschaulichung der Problemstellung wird durch Abb. 6.2 erreicht.

Für die Lorentzkraft gilt:

$$\langle F_{L_\phi} \rangle = \int_0^{\phi_{max}=2\pi} d\phi \int_0^b db \int_{R_i}^{R_0} dr (r \langle f_{L_\phi} \rangle),$$

sowie für den über die Querschnittsfläche des Kanals wirkenden Druck:

$$p = \frac{\langle F_{L_\phi} \rangle}{(R_0 - R_i) b} = \frac{1}{(R_0 - R_i)} \int_0^{\phi_{max}=2\pi} d\phi \int_{R_i}^{R_0} dr (r \langle f_{L_\phi} \rangle). \quad (6.19)$$

Gl. (6.19) kann entnommen werden, dass der Pumpendruck mit der Anzahl der Magnetpole und dem Amplitudenquadrat der magnetischen Induktion im Pumpenkanal steigt. Des Weiteren sind die erzeugte Lorentzkraft und somit auch der Pumpendruck linear abhängig von der elektrischen Leitfähigkeit des zu fördernden Fluids und der Drehzahl der Pumpenscheiben.

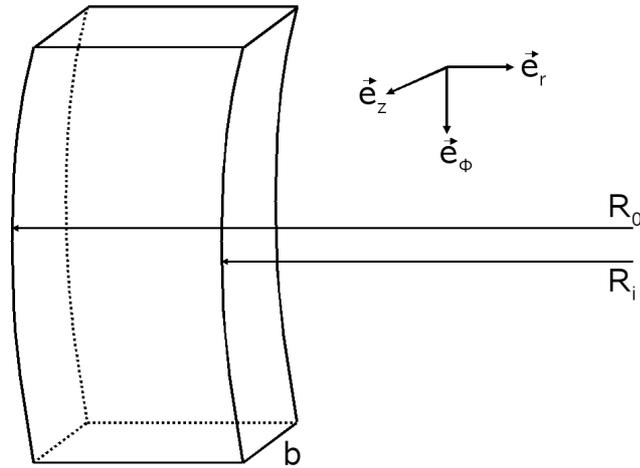


Abbildung 6.2: Ausschnitt aus den Pumpenkanal

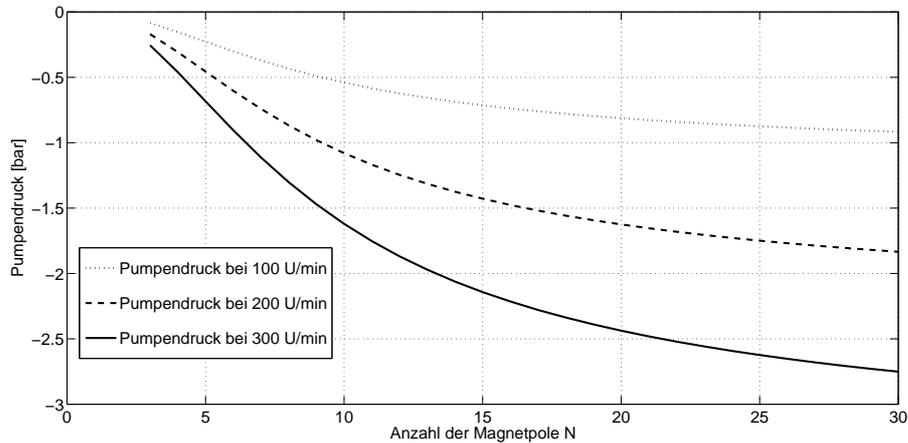


Abbildung 6.3: Pumpendruck in Abhängigkeit von der Polpaarzahl N

### 6.2.3.1 Beispielrechnung für einen GaInSn-Kreislauf

Die Rotationspumpe wird an einer GaInSn-Teststrecke eingesetzt, um unterschiedliche Durchflussraten, speziell zum Zweck der kontaktlosen Durchflussmessung bereitstellen zu können. Die elektrische Leitfähigkeit des Materials beträgt bei Raumtemperatur  $3.3 \cdot 10^6 \text{ S/m}$ . Die Tiefe  $b$  des Pumpenkanals (Abb. 6.2) im Eingriffsbereich der Permanentmagneten beträgt 10mm. Der Eingriffswinkel  $\phi$  entspricht  $180^\circ$ . Weitere Simulationsparameter sind  $R_0 = 145 \text{ mm}$  sowie  $R_i = 95 \text{ mm}$  und die magnetische Induktion im Pumpenkanal mit  $B=0.38\text{T}$ . Abb. 6.3 bildet die simulierten Pumpendrücke in Abhängigkeit von der Polpaarzahl  $N$  für drei Drehzahlen ab.

## 6.3 Versuchsstände und Messbedingungen

Das folgende Kapitel beschreibt den prinzipiellen Aufbau verschiedener Versuchsstände und deren technischer Auslegung. Die Teststrecken unterscheiden sich dabei wesentlich bezüglich ihrer Operationstemperaturen, Strömungsquerschnitte und Formen bzw. ihrer elektrischen Wandleitfähigkeiten. Des Weiteren decken die flüssigen Metalle in den verschiedenen Testkreisläufen einen weiten Bereich der elektrischen Leitfähigkeit ab. Da es sich bei allen folgenden Teststrecken um Umlaufkanäle handelt, ist ein besonderes Augenmerk auf die von den elektromagnetischen Pumpen verursachte Temperaturerhöhung und Leitfähigkeitsänderung zu legen.

### 6.3.1 GaInSn-Kreislauf

Der GaInSn-Kreislauf stellt den wichtigsten Versuchsstand zur Erprobung und Konditionierung der entwickelten Messtechniken dar. Er weist den höchsten messtechnischen Ausbau- und Automatisierungsgrad auf, wenngleich er auch bezüglich Kanaldurchmesser und erreichbarer Strömungsgeschwindigkeiten an die weiteren Testkreisläufe nicht heranreicht. Als zu förderndes Fluid kommt die eutektische Dreiphasenlegierung Gallium-Indium-Zinn  $Ga^{68}In^{20}Sn^{12}$  zum Einsatz, da sie einige interessante Eigenschaften aufweist, die einen sicherheitstechnisch komfortablen Umgang erlauben. Die Schmelztemperatur der eutektischen Legierung liegt bei  $T_S = 10^\circ\text{C}$ . Bezüglich der thermophysikalischen Eigenschaften von  $(Ga^{68}In^{20}Sn^{12})$  sei auf die Quelle [50] verwiesen. Die hohe elektrische Leitfähigkeit kommt der deutlichen Herausstellung des Messeffektes in der Testphase entgegen, währenddessen die hohe Wärmeleitfähigkeit für eine rasche und gleichmäßige Verteilung eingebrachter Wärmeenergie sorgt. Der Kanalinnendurchmesser des Umlaufkanals beträgt konstant 27 mm. Das leitfähige Fluid wird durch eine kontaktlose elektromagnetische Pumpe [75] durch den Umlaufkanal getrieben, deren Förderleistung stufenlos geregelt werden kann. Zur kontinuierlichen Überprüfung des erzeugten Durchflusses ist im Umlaufkanal eine kommerzielle, kalibrierte Kontaktpotentialsonde integriert, welche Temperatur und Leitfähigkeits- unabhängig ist und eine Messgenauigkeit von 0.5 Prozent vom Endwert aufweist. Da nun das Funktionsprinzip der eingesetzten, kontaktlosen elektromagnetischen Pumpe (vergl. Kapitel 6.2) auf der Induktion von Wirbelströmen im Fluid beruht, wird in Abhängigkeit von Rotationsfrequenz und elektrischer Fluidleitfähigkeit ständig eine elektrische Verlustleistung  $dP_V = j^2\sigma^{-1}d\tau$  eingebracht, die das Fluid stetig erwärmt. Diese Erwärmung hat zur Folge, dass die elektrische Leitfähigkeit des zu fördernden Fluids stetig abnimmt und somit schließlich eine unregelmäßige Pumpe den eingestellten Massenstrom nicht aufrechterhalten kann. Der kommerzielle Durchflusssensor ist temperaturunabhängig und somit geeignet, als Messglied einer Durchflussregelstrecke eingesetzt zu werden. Der beschriebene Regelkreis wurde am GaInSn-Kreislauf realisiert und erlaubt es, den Massendurchfluss unabhängig von der temperaturabhängigen, elektrischen Leitfähigkeit des Fluids zu kontrollieren. Darüber hinaus verfügt der Kreislauf über verschiedene Temperatursensoren, um für verschiedene Anwendungen die elektrische Leitfähigkeit des Fluids berechnen zu können. Integrierte Drucksensoren erlauben es den von der Pumpe erzeugten Differenzdruck zu ermitteln und ihn dem analytischen

Modell und den folgenden Rechenergebnissen gegenüberzustellen. Die vorangegangenen Ausführungen geben einen überblicksartigen Eindruck bezüglich des operativen Teils der GaInSn-Teststrecke. Der eigentliche Zweck des Umlaufkanals besteht allerdings in der Tatsache über einen modular veränderbaren und erweiterbaren Versuchstand zu verfügen, der den erforderlichen Testfällen der entwickelten und zu konditionierenden Messtechnik entspricht. Der obere Teil des Versuchstandes ist dreifach, in Rohre gleichen Innendurchmessers, gleicher Wandstärke aber unterschiedlicher Wandleitfähigkeit unterteilt. Diese ca. 40 cm langen Testsektionen bestehen in der Grundkonfiguration aus den Materialien: PVC, Kupfer und Bronze, mit einer Wandstärke von 2.7 mm. Alle Teststrecken können wahlweise durch Kugelhähne voneinander getrennt werden, wobei die Absperrhähne auch zur gezielten Asymmetrisierung des Strömungsprofils benutzt werden können.

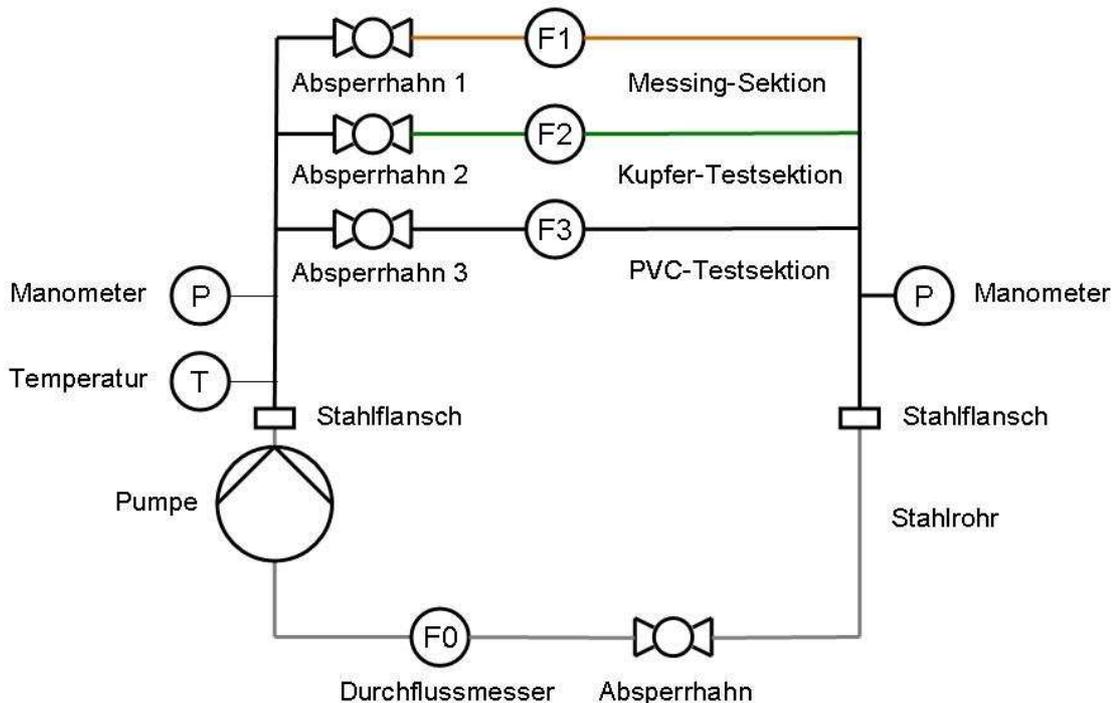


Abbildung 6.4: Prinzipskizze des GaInSn-Kreislaufs mit verschiedenen Testsektionen.

Die von der elektromagnetischen Pumpe angetriebene Strömung ist turbulent und wird auf Grund der zahlreichen, scharfen Umlenkungen zusätzlich asymmetrisiert. Strömungen, welche vom symmetrischen Profil abweichen, treten typischerweise immer hinter Rohrkrümmungen und Verteilern auf und gehen erst nach einer Fließstrecke der Länge  $l_H$  des 10-20 fachen Rohrdurchmessers  $d_i$  wieder in ein symmetrisches Profil über. Die Einlaufstrecke für die kommerziellen und entwickelten Messtechniken bestimmt sich aus der

folgenden Bedingung [70]:

$$l_H \geq (10 - 20)d_i \quad (6.20)$$

Der kommerzielle Durchflusssensor von ABB (Copa-XL DN25) setzt ein symmetrisches Strömungsprofil bezüglich seiner Systemspezifikationen voraus. Andererseits ist es von großer Bedeutung die entwickelten Durchflussmesser an einem Messort innerhalb der Testsektionen zu vergleichen, an dem die durch Umlenkungen asymmetrisierte Strömung wieder beruhigt oder symmetrisiert ist. Der kommerzielle Durchflusssensor () ist deshalb in einem Abstand von 50 cm hinter der Umlenkung (vertikal/horizontal) in den Kreislauf integriert worden. Das Verhältnis aus Einlaufstecke und Rohrrinnendurchmesser beträgt  $l_H/d_i = 18$ . Die entwickelten Durchflussmesser (LAB1-6) wurden bei einem Verhältnis von  $l_H/d_i = 12$  an den Testsektionen miteinander verglichen. Eine Ausnahme bilden die in Abschnitt 3.3.3 beschriebenen Experimente in denen bewusst der Einfluß einer asymmetrisierten Stömung auf die entwickelten Messtechniken untersucht werden sollte. Die Einlauflänge wurde deshalb durch die vor der Testsektion integrierten Kugelhähne auf  $l_H = 12.5$  cm verkürzt. Das Verhältnis aus Einlaufstecke und Rohrrinnendurchmesser beträgt  $l_H/d_i = 5$ . Die Strömung ist in diesem Fall, wie beabsichtigt, nicht symmetrisiert. Die maximal zu erreichende mittlere Strömungsgeschwindigkeit in einer Testsektion beträgt jeweils ca. 1.5 m/s. Alle am GaInSn-Loop durchgeführten Experimente wurden bei Raumtemperatur ausgeführt.

### 6.3.2 Na-Kreislauf

Natrium weist im schmelzflüssigen Zustand die höchste elektrische Leitfähigkeit unter den Flüssigmetallen auf und ist daher für magnetohydrodynamische Experimente verschiedenster Art besonders geeignet. Nachteilig wirkt sich die hohe Oxidationsneigung aus, deren Reaktionsgeschwindigkeit sich unter hohen Temperaturen erhöht. Aus diesem Grund müssen verschiedenartigste Sicherheitsbestimmungen zum Betrieb einer solchen Anlage beachtet werden. Eine sicherheitsrelevante Anforderung betrifft die Einschränkung der Auswahl des in Frage kommenden Kanalwerkstoffes (Stahl), sowie die Vermeidung eines Kontaktes mit Sauerstoff (Schutzgasatmosphäre). Die Schmelztemperatur von Natrium liegt bei  $T_S = 97.7^\circ\text{C}$ . Bezüglich der thermophysikalischen Eigenschaften von *Na* sei auf die Quelle [76, 77] verwiesen. Der Natrium-Kreislauf verfügt über ein Gesamtfüllvolumen von etwa 90 Litern, bei einer Betriebstemperatur von ca.  $200^\circ\text{C}$ . Die eingesetzte kontaktlose, elektromagnetische Linearpumpe erzeugt einen maximalen Durchfluss von ca.  $3 \text{ ls}^{-1}$ . Die in den verschiedenen horizontalen ( $A = 45 \times 45 \text{ mm}^2$ ) und vertikalen ( $A = 40 \times 45 \text{ mm}^2$ ) Testsektionen erreichbaren mittleren Geschwindigkeiten sind darüber hinaus von der Kanalform und vom Kanalquerschnitt abhängig. Experimente mit Durchflussmessern wurden hauptsächlich an einer ca. 2 m langen horizontalen Testsektion durchgeführt. Die Wanddicke der genannten Testsektionen beträgt 3 mm. Die entwickelten Durchflussmesser (LAB1-6) wurden bei einem Verhältnis von  $l_H/d_i = 20$  an den Testsektionen miteinander verglichen.

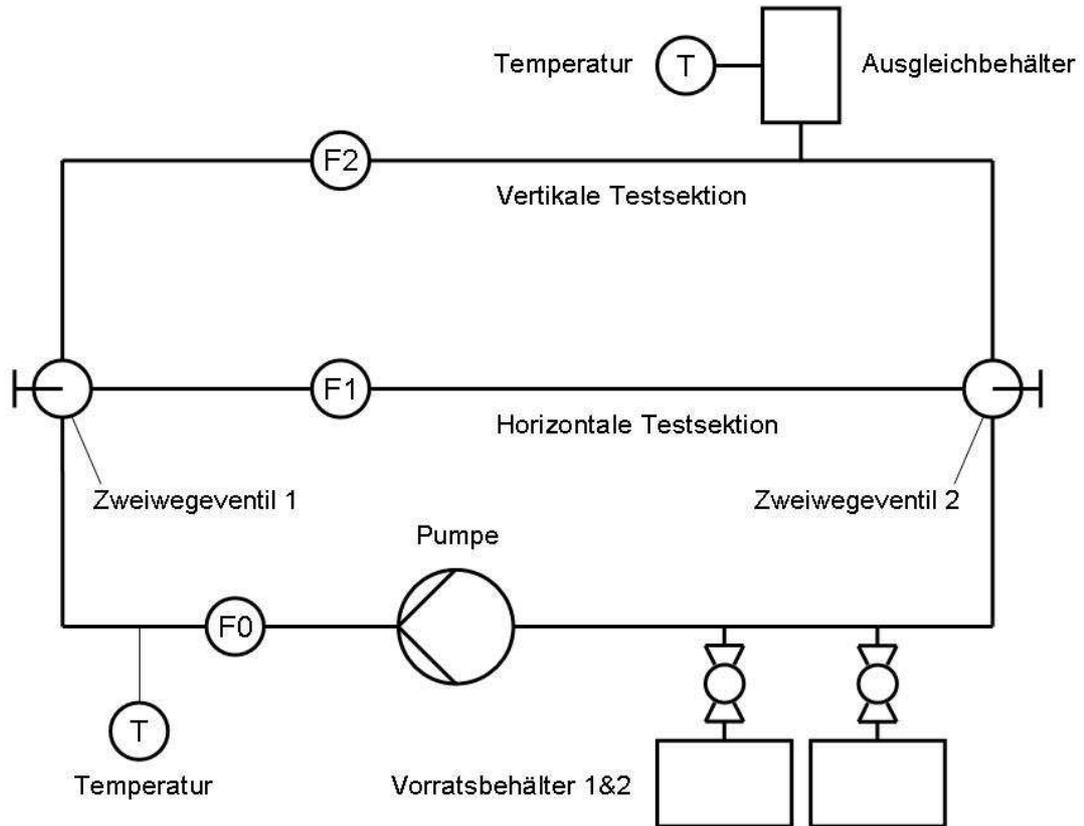


Abbildung 6.5: Prinzipskizze des Na-Kreislaufs mit verschiedenen Testsektionen.

### 6.3.3 Pb-Kreislauf

Das Interesse an kontaktlosen Durchflussmessungen an einem Blei-Kreislauf begründet sich anhand von zwei Aspekten. Die entwickelten Messtechniken sollen zum einen bei höheren Operationstemperaturen getestet werden und zweitens ihre Anwendbarkeit und Leistungsfähigkeit bei geringeren Fluidleitfähigkeiten unter Beweis stellen. Die Schmelztemperatur liegt bei  $T_S = 327.4\text{ °C}$ . Bezüglich der thermophysikalischen Eigenschaften von  $Pb$  sei auf die Quelle [50] verwiesen. Temperaturschwankungen werden durch eine Vielzahl von Temperaturfühlern (Messglied) und einem Wärmetauscher bzw. Heizung (Stellglied) in einem Regelkreis ausgeglichen. Der Kanaldurchmesser beträgt  $d_i = 29\text{ mm}$ , mit einer Wandstärke (Stahl) von  $4\text{ mm}$ . Der Rundkanal geht im Eingriffsbereich der kontaktlosen, elektromagnetische Pumpe [75] in einen rechteckförmigen Flachkanal mit den Innenabmaßen  $54 \times 6\text{ mm}$  und einer Wandstärke von  $3\text{ mm}$  über. Das Funktionsprinzip der kontaktlosen, elektromagnetische Pumpe entspricht dem im Anhang, Kapitel 6.2 dargestellten Konzept. Die entwickelten Durchflussmesser (LAB1-6) wurden bei einem Verhältnis von  $l_H/d_i = 10$  an den Testsektionen miteinander verglichen.

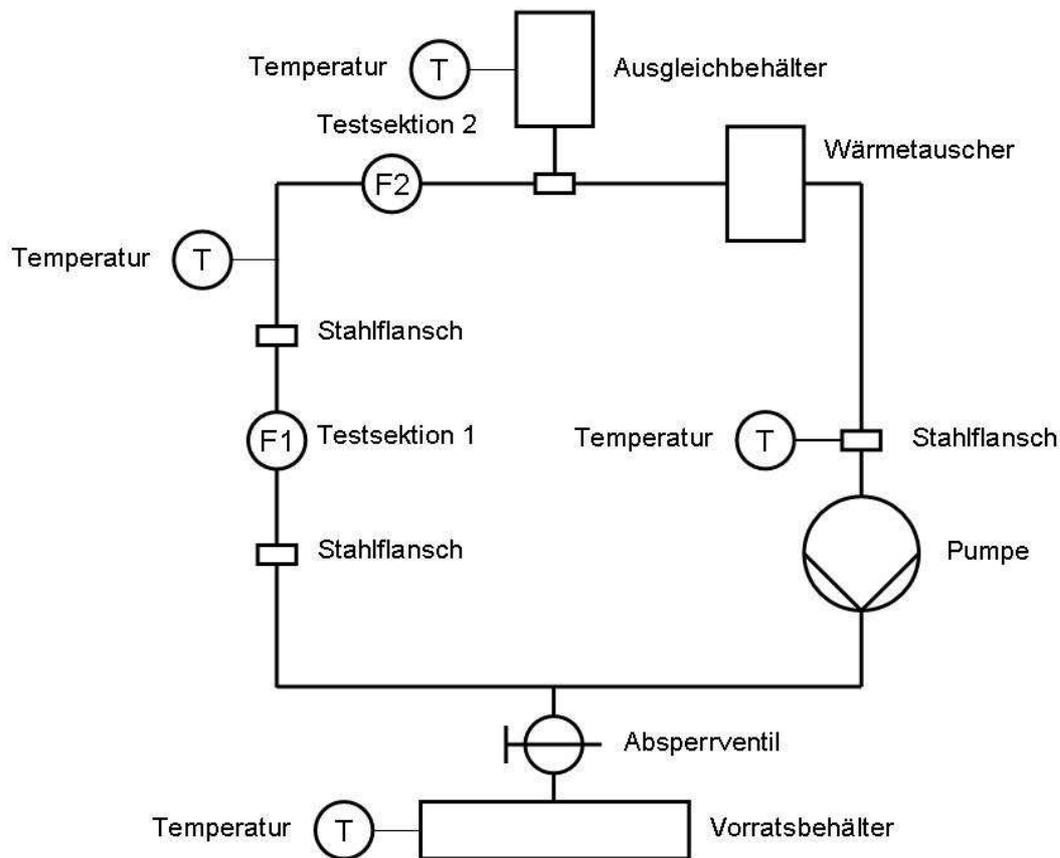


Abbildung 6.6: Prinzipskizze des Pb-Kreislaufs mit verschiedenen Testsektionen.

### 6.3.4 PbBi-Kreislauf (WebExplr-SCK · CEN Mol, Belgien)

Im Rahmen einer Messkampagne am SCK · CEN in Mol wurden Geschwindigkeitsmessungen an einer Blei-Bismut Schleife durchgeführt. Die schmelzflüssige Legierung ( $T_S \cong 125.5^\circ\text{C}$ ) wurde durch eine Propellerpumpe angetrieben und in einem Stahlkanal (Innendurchmesser  $d_i = 54.5\text{ mm}$ ) mit einer maximalen Geschwindigkeit von  $1.6\text{ ms}^{-1}$  gefördert. Der PbBi-Kreislauf ist mit einem Sichtfenster ausgestattet und ermöglicht somit eine direkte Beobachtung des fließenden Metalls über eine Gleitrampe. Bezüglich der thermophysikalischen Eigenschaften von  $Pb^{44}Bi^{56}$  sei auf die Quelle [76, 77, 78] verwiesen.

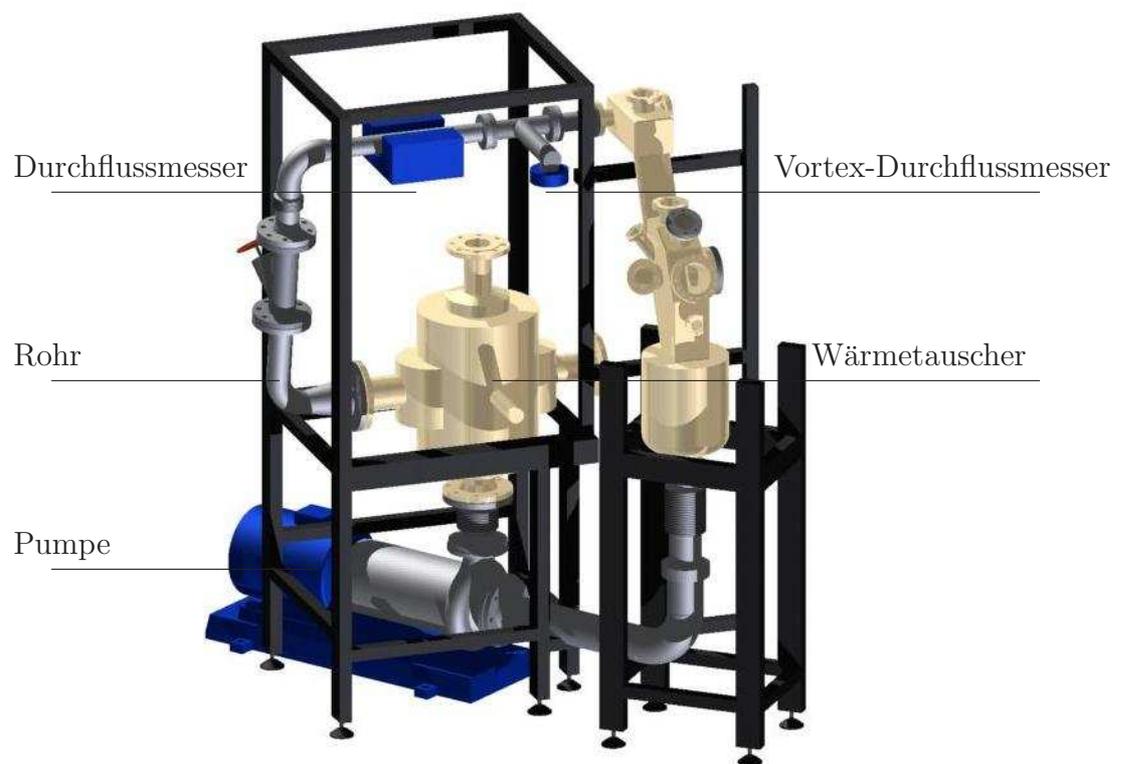


Abbildung 6.7: WebExpIr-Versuchsstand am SCK·CEN Mol, Belgien. Quelle: SCK·CEN Mol, Belgien

## 7 Symbolverzeichnis

### Lateinische Symbole

Symbol	Bedeutung
$a$	Flusseisenpolbreite
$A$	Magnetisches Vektorpotential, Fläche (dA Flächendifferential)
$\vec{A}$	Magnetisches Vektorpotential als Vektor
$A_\mu, A^\mu$	Magnetisches Vektorpotential (ko-, kontravariant)
$\hat{A}_0$	Spezielles magnetische Vektorpotentiale
$b$	Flusseisenabstand, Messspaltweite, induziertes magnetisches Feld
$b$	Induziertes magnetisches Feld als Vektor
$b_n, b_{tg}$	Spezielle induzierte magnetische Felder
$b_{ind}$	Induzierte magnetische Induktion
$b_0$	Betrag der Besselfunktion nullter Ordnung
$bei, ber$	Imaginär- und Realteil der Besselfunktion
$B$	Magnetische Induktion
$\vec{B}$	Magnetische Induktion als Vektor
$B_x, B_y, B_z$	Kartesische Komponenten der magnetischen Induktion
$\tilde{B}_x, \tilde{B}_y, \tilde{B}_z$	Spezielle magnetische Induktionen
$B_{0n}, B_{0tg}, \tilde{B}_n, \tilde{B}_{tg}$	Spezielle magnetische Induktionen
$B_0, B_O, B'_0, \bar{B}$	Spezielle magnetische Induktionen
$c$	Polhöhe
$c_p$	Isobare Wärmekapazität
$c_0$	Vakuumlichtgeschwindigkeit
$C$	Kapazität
$C_1, C_2$	Integrationskonstanten
$d_x, d_y, d_z$	Differentielle Wegelemente in kartesischen Koordinaten
$d_r, d_\phi, d_z$	Differentielle Wegelemente in Polarkoordinaten
$d_i$	Rohr-/Kanalinnendurchmesser
$d_W$	Wanddicke
$d_0$	Magnetisches Dipolmoment
$\vec{d}_0$	Magnetisches Dipolmoment als Vektor
$D$	Dielektrische Verschiebungsdichte
$\vec{D}$	Dielektrische Verschiebungsdichte als Vektor
$e_x, e_y, e_z$	Einheitsvektoren in kartesischen Koordinaten
$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$	Einheitsvektoren in kartesischen Koordinaten als Vektor
$e_r, e_\Phi, e_z$	Einheitsvektoren in Polarkoordinaten (polar)
$\vec{e}_r, \vec{e}_\Phi, \vec{e}_z$	Einheitsvektoren in Polarkoordinaten als Vektor
$exp, e$	Exponentialfunktion
$E$	Elektrische Feld
$\vec{E}$	Elektrisches Feld als Vektor

$E_x, E_y, E_z$	Kartesische Komponenten des elektrischen Feldes
$f$	Frequenz
$\hat{f}$	Frequenz (Maximum)
$f_L$	Lorentzkraftdichte
$\vec{f}_L$	Lorentzkraftdichte als Vektor
$F_e$	Coulombkraft
$\vec{F}_e$	Coulombkraft als Vektor
$F_{\mu\nu}, F^{\mu\nu}$	Faradaytensor (ko-, kontravariant)
$g_{\mu\nu}, g^{\mu\nu}$	Metrischer Tensor (ko-, kontravariant)
$G$	Greensche Funktion, Übertragungsfaktor (Multiplikator)
$h_0, h_1, h_2$	Abstände
$H$	Magnetische Feldstärke
$\vec{H}$	Magnetische Feldstärke als Vektor
$H_0$	Hankelfunktion nullter Ordnung
$i$	Imaginäre Einheit
$I_{ind}$	Induzierter Strom
$I_0$	Stromstärke, Modifizierte Besselfunktion nullter Ordnung
$I_E$	Spezielle Stromstärke
$j$	Leitungsstromdichte
$\vec{j}$	Leitungsstromdichte als Vektor
$j_x, j_y, j_z$	Leitungsstromdichte in kartesischen Koordinaten
$j_r, j_\phi, j_z$	Leitungsstromdichte in Polarkoordinaten
$J_0$	Besselfunktion nullter Ordnung
$J_1$	Besselfunktion erster Ordnung
$k$	Wellenzahlvektor, Flusseisenlänge, Konstante
$kei, ker$	Imaginär- und Realteil der Hankelfunktion
$k_l, k_t$	Laminarer und turbulenter Beiwert
$K$	Empfindlichkeitsfaktor
$K_b$	Empfindlichkeitsfaktor (symmetrisch)
$K_{l^*}$	Empfindlichkeitsfaktor (asymmetrisch)
$K_\sigma$	Empfindlichkeitsfaktor (elektrisch)
$K_0$	Modifizierte Besselfunktion nullter Ordnung
$l^*$	Verschiebungslänge
$l_h^*$	Verschiebungslänge (horizontal, mit $\vec{e}_x$ )
$l_H$	Einlauflänge
$l_v^*$	Verschiebungslänge (vertikal, mit $\vec{e}_y$ )
$l_0, l_1$	Flusseisenlängen
$L$	Induktivität
$L_S$	Senderspuleninduktivität
$L_E$	Empfängerspuleninduktivität
$L_\mu^\kappa$	Transformationskoeffizientenmatrix
$L_0$	Charakteristische Länge
$m$	Flusseisenlänge
$M$	Moment

$\vec{M}$	Moment als Vektor
$M_0$	Moment (antreibend)
$M_1$	Moment (rückwirkend)
$M_W$	Moment (Wand)
$n$	Flusseisenlänge
$N$	Anzahl (Magneten)
$p$	Druck
$r$	Radius
$\vec{r}$	Radiusvektor
$r_a$	Rohraußenradius
$R_a$	Außenradius
$R_i$	Innenradius, halber Kanalinnendurchmesser
$S$	Empfindlichkeit
$S_0$	Empfindlichkeit des Messgebers
$T$	Temperatur
$u_a$	Stochastische Störspannung
$u_C$	Kapazitive Störspannung
$u_{ext}$	Externe Störspannung
$u_{int}$	Interne Störspannung
$u_L$	Induktive Störspannung
$u_N$	Netzstörspannung
$u_r$	Rauschspannung
$u_R$	Ohmsche Störspannung
$U$	Elektrische Spannung
$U_a$	Stochastische Störspannungsamplitude
$U_C$	Kapazitive Störspannungsamplitude
$U_{E1}, U_{E2}$	Empfängerspulenspannungen
$U_{int}$	Interne Störspannungsamplitude
$U_L$	Induktive Störspannungsamplitude
$u_m$	Nutzsignal
$U_m$	Nutzsignalamplitude
$U_N$	Netzstörspannungsamplitude
$U_r$	Rauschspannungsamplitude
$U_R$	Ohmsche Störspannungsamplitude
$\Delta U_{Diff.}$	Differenzspannung
$U_1$	Primärspulenspannung (Transformator)
$U_2$	Sekundärspulenspannung (Transformator)
$V$	Volumen (Volumendifferential dV), Übertragungsfaktor
$\partial_t V$	Volumenstrom
$v$	Strömungsgeschwindigkeit
$\vec{v}$	Strömungsgeschwindigkeit als Vektor
$v_0, v', v_W$	Spezielle Strömungsgeschwindigkeiten
$w(r)$	Strömungsgeschwindigkeitsverteilung
$w(r)_l, w(r)_t$	Strömungsgeschwindigkeitsverteilung (laminar, turbulent)
$W$	Wertigkeitsvektor

$\vec{W}$	Wertigkeitsvektor als Vektor
$W_x, W_y, W_z$	Wertigkeitsvektorkomponenten in kartesischen Koordinaten
$W_E$	Windungszahl der Empfängerspule
$W_S$	Windungszahl der Senderspule
$X$	Eingangssignal
$Y$	Ausgangssignal
$Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$	Komplexe Widerstände

### Griechische Symbole

Symbol	Bedeutung
$\alpha$	Winkel, Brechungswinkel
$\beta$	Boost-Geschwindigkeitsverhältnis
$\gamma$	Lorentzfaktor
$\delta$	Diracsche Deltafunktion
$\delta_E$	Eindringtiefe oder Skintiefe
$\delta_{lm}, \delta^{lm}$	Kronecker-Tensor (ko-, kontravariant)
$\epsilon_0$	Absolute Dielektrizitätskonstante
$\epsilon_r$	Relative Dielektrizitätskonstante
$\epsilon_{ijk}, \epsilon^{ijk}$	Levi-Civita-Tensor (ko-, kontravariant)
$\epsilon_{\mu\nu\kappa\alpha}, \epsilon^{\mu\nu\kappa\alpha}$	Levi-Civita-Tensor (ko-, kontravariant)
$\zeta$	Radius, Substitutionsvariable
$\eta$	Dynamische Viskosität
$\eta_m$	Magnetische Diffusivität
$\theta$	Phasenverschiebung (i.Z. mit dem Nullpunktfehler)
$\kappa_W$	Wandleitfähigkeit
$\lambda$	Dämpfungsfaktor, Wärmeleitfähigkeit
$\lambda_\delta$	Magnetischer Streuleitwert
$\lambda_0$	Magnetischer Hauptleitwert
$\mu_r$	Relative Permeabilität
$\mu_0$	Absolute Permeabilität
$\nu$	Kinematische Viskosität
$\rho$	Dichte
$\rho_e$	Raumladungsdichte
$\sigma$	Elektrische Leitfähigkeit
$\sigma_W$	Elektrische Wandleitfähigkeit
$\sigma'$	Modifizierte elektrische Leitfähigkeit
$\tau$	Zeitkonstante
$\tau_I$	Übergangswiderstand
$\tau_m$	Diffusionszeit (Magnetfeld)
$\tau_R$	Relaxationszeit (Ladungsträger)
$\phi$	Magnetische Fluss, Winkel
$\phi_0, \phi_{ind}$	Spezielle magnetische Flüsse
$\phi_P$	Phasenverschiebung
$\varphi$	Elektrisches Potential
$\varphi_{Fl}, \varphi_W$	Spezielle elektrische Potentiale

$\chi_{mag}$	Magnetische Suszeptibilität
$\psi$	Winkel
$\Psi$	Stromfunktion
$\Omega$	Kreisfrequenz
$\Omega_0$	Dimensionslose Kreisfrequenz
$\hat{\Omega}_0$	Maximum der dimensionslosen Kreisfrequenz

### Kennzahlen

Symbol	Bedeutung
$Ec$	Eckertzahl
$Ha$	Hartmannzahl
$N$	Interaktionsparameter
$Pe$	Pecletzahl
$Re$	Reynoldszahl
$Rm$	Magnetische Reynoldszahl

### Operatoren

Symbol	Bedeutung
$\partial_n$	Partielle Ableitung nach den Normalkomponenten
$\partial_r$	Partielle Ableitung, Radialableitung
$\partial_t$	Partielle Ableitung nach der Zeit
$\partial_\mu, \partial^\mu$	Viererableitung (ko-, kontravariant)
$\partial_\phi$	Partielle Ableitung nach azimuthalen Komponente
$d$	Differentialoperator
$D_t$	Totale Zeitableitung
$\nabla$	Nabla-Operator
$\vec{\nabla} \cdot$	Divergenz
$\vec{n}_0 \vec{\nabla}_n$	Gradient ( $\vec{n}_0$ -Normalenvektor)
$\vec{\nabla} \times$	Rotation
$(\vec{A} \cdot \vec{\nabla})$	Vektorgradient
$\nabla^2$	Laplace-Operator
$\vec{\nabla}^2$	Laplace-Operator als Vektor

### Abkürzungen

Symbol	Bedeutung
MHD	Magnetohydrodynamik
LAB1...5	Labormodell1...5
SmCo	Samarium-Kobalt (Magnet)
$\mathcal{O}$	Landausches Ordnungssymbol
$\langle \rangle$	Reynoldsmittelung
$\Sigma$	Summenzeichen



## Literaturverzeichnis

- [1] K. Schmidt (2008) Sie bauten die ersten Tempel. dtV, 1. Auflage
- [2] M. Wheeler (1972) The Indus Civilisation, The Cambridge history of India. Cambridge University Press, 3. Auflage
- [3] M. Jansen (1993) Mohenjo Daro. Stadt der Brunnen und Kanäle. Wirtschafts und Verlagsgesellschaft Gas und Wasser
- [4] C. Fensterbusch (1991) Vitruv-Zehn Bücher über Architektur. Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, 5. Auflage
- [5] M. Faraday (1832) Experimental researches in electricity. Phil. Trans. 15, pp. 175
- [6] C. Wollaston (1881) Tidally induced e.m.f.s. in cables. J. Soc. Tel. Eng. Vol. 10, pp. 50
- [7] C. Smith, J. Slepian (1917) Electromagnetic ships log. U.S.-Patent 1249530
- [8] B. Thürlemann (1941) Methode zur elektrischen Geschwindigkeitsmessung in Flüssigkeiten. Helv. Phys. Acta. Vol. 14, pp. 383-419
- [9] J. A. Shercliff (1954) Relation between the velocity profile and the sensitivity of electromagnetic flowmeters. J. Appl. Phys. Vol. 25, pp. 817
- [10] W. L. Engl (1961) Relativistische Theorie des induktiven Durchflussmessers. Archiv für Elektrotechnik-RWTH Aachen, Seite 173-189
- [11] H. G. Elrod, R. R. Fouse (1952) An investigation of electro-magnetic flow meters. Transactions of the ASME, pp. 589-594
- [12] M. K. Bevir (1970) The theory of induced voltage electromagnetic flowmeters. J. of Fluid Mech. Vol. 43, pp. 577-590
- [13] W. L. Engl (1972) Der induktive Durchflussmesser mit inhomogenen Magnetfeld (Allgemeine Grundlagen und Lösung des ebenen Problems). Archiv für Elektrotechnik-RWTH Aachen , Seite 344-359
- [14] W. L. Engl (1972) Der induktive Durchflussmesser mit inhomogenen Magnetfeld (Lösung des räumlichen Problems). Archiv für Elektrotechnik-RWTH Aachen, Seite 269-277
- [15] M. Zecha (1973) Möglichkeiten der kontaktlosen elektrodynamischen Strömungsgeschwindigkeitsmessung. Dissertation, Universität Rostock, Sektion Technische Elektronik

- [16] J. E. Cha, Y. C. Ahn, K. W. Seo, H. Y. Nam (2003) The Performance of Electromagnetic Flowmeters in a Liquid Metal Two-Phase Flow. *J. of Nuclear Science and Technology*, Vol. 40, pp. 744-753
- [17] L. A. Adamovskii (2007) Vortex electromagnetic flowmeters. *Measurement Techniques*. Vol. 50
- [18] U. Opara, I. Bajsaie (2000) Concurrent two-phase downflow measurement with an induced voltage electromagnetic flowmeter. *Journal of Hydraulic Research*, pp. 93-98
- [19] O. Fiedler (1992) *Strömungs- und Durchflussmesstechnik*. R. Oldenbourg Verlag München Wien
- [20] E. J. Williams (1930) The induction of electromotive forces in a moving liquid by a magnetic field, and its application to an investigation of the flow of liquids. *Proc. Phys. Soc. Vol. 42*, pp. 466-478
- [21] J. A. Shercliff (1953) The theory of the D.C. electromagnetic flowmeter for liquid metals. Atomic Energy Research Establishment: Report X/R 1052, 1953
- [22] J. A. Shercliff (1956) The flow of conducting fluids in circular pipes under transverse magnetic fields. *J. fluid. Mechanics*. Vol. 01, pp. 644-666
- [23] V. Cushing (1958) Induction flowmeter. *Rev. Sci. Instr.* Vol. 29, pp. 692-697
- [24] J. A. Shercliff (1962) *The Theory of Electromagnetic Flow Measurement*. Cambridge University Press, Cambridge
- [25] F. Stefani, G. Gerbeth (2000) A contactless method for velocity reconstruction in electrically conducting fluids. *Measurement Science and Technology* 11, pp. 758-765
- [26] T. Weissenfluh (1985) Probes for Local Velocity and Temperature Measurements in Liquid Metal Flow. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 28, pp. 1563-1574
- [27] J. U. Knebel, L. Krebs (1994) Calibration of a Miniature Permanent Magnet Flow Meter Probe and its Application to Velocity Measurements in Liquid Sodium. *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 8, pp. 135-148
- [28] S. Eckert, A. Cramer, G. Gerbeth (2007) *Magnetohydrodynamics/Fluid Mechanics and Its Applications. Velocity Measurement Techniques for Liquid Metal Flows*. Volume 80, pp. 275-294
- [29] S. Miralles, G. Verhille, N. Plihon, J. F. Pinton (2011) The magnetic-distortion probe: Velocimetry in conducting fluids. *Rev. Sci. Instrum.* Vol. 8
- [30] F. Stefani, S. Eckert, D. Buchenau, G. Gerbeth (2011) DRES-DYN-A new platform for thermo-hydraulic studies and the development of measurement techniques for liquid sodium. *ICAPP Proc.*
- [31] J. Priede, D. Buchenau, G. Gerbeth (2006) Contactless Electromagnetic Induction Flowmeter Based on Phase Shift Measurements. *EPM Proc.* pp. 735-740

- [32] J. Priede, D. Buchenau, G. Gerbeth, S. Eckert (2006) Verfahren und Anordnung zur kontaktlosen Messung des Durchflusses elektrisch leitfähiger Medien. Patent, DE 10 2006 018 623 B4, EP 1847813 B1 (2009)
- [33] D. Buchenau, S. Eckert, G. Gerbeth, R. Stieglitz, M. Dierckx (2011) Measurement techniques for LBE flows. *Journal of Nuclear Materials* Vol. 415, pp. 396-403
- [34] S. Eckert, D. Buchenau, G. Gerbeth, F. Stefani, F. P. Weiss (2011) Some Recent Developments in the Field of Measuring Techniques and Instrumentation for Liquid Metal Flows. *Journal of Nuclear Science and Technology* Vol. 48, pp. 490-498
- [35] J. Priede, D. Buchenau, G. Gerbeth (2011) Contactless electromagnetic phase-shift flowmeter for liquid metals. *Meas. Sci. Technol.* Vol. 22
- [36] D. Buchenau, G. Gerbeth, J. Priede (2011) Contactless flowrate sensors for Na, PbBi and Pb flows. *Nureth-14 Proc.*
- [37] J. Priede, I. Buceniaks, A. Bojarevics, J. Gelfgats, D. Buchenau, G. Gerbeth (2007) Patent, DE 102007 046 881 A1 2009.04.16, EP 2045581A1 (2011)
- [38] J. Priede, D. Buchenau, G. Gerbeth (2009) Force-free and contactless sensor for electromagnetic flowrate measurements. *Magneto hydrodynamics* Vol. 45, pp. 451-458
- [39] J. Priede, D. Buchenau, G. Gerbeth (2011) Single-magnet rotary flowmeter for liquid metals. *J. Appl. Phys.* Vol. 110
- [40] J. A. Shercliff (1957) Improvements in or relating to Electromagnetic Flowmeters. Patent Specification 831226
- [41] V.E. Zirkunov, B.D. Scheigur, G.J. Schermans, R.K. Kalnins, Kontaktlose Kontrolle von Flüssigmetallströmungen, Riga, Zinatne, 1973, Seiten 49-51)
- [42] I. Buceniaks (2002) Electromagnetic induction flowmeter on permanent magnets. 5th Int. PAMIR conference on Fundamental and Applied MHD, Ramatuelle (France), Proc. pp. 103-105
- [43] I. Buceniaks (2005) Modelling of rotary inductive electromagnetic flowmeter for liquid metal flow control. In: Proc. of the 8th Int. Symp. on Magnetic Suspension Technology, Dresden, Germany, Sept. 26-28, 2005, pp. 204-208
- [44] W. Schlegelmilch (1954) Die Differentialoperationen der Vektoranalysis und ihre Bedeutung in Physik und Technik. VEB Verlag Technik Berlin
- [45] L. D. Landau, E. M. Lifschitz (1990) Lehrbuch der Theoretischen Physik, 8. Band, 5. Auflage
- [46] R. Lenk (1976) Theorie elektromagnetischer Felder. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin, Studienbücherei
- [47] S. Kästner (1964) Vektoren, Tensoren, Spinoren. Akademie Verlag Berlin, 2. Auflage

- [48] I. N. Bronstein, K. A. Semendajajew (1981) Taschenbuch der Mathematik. Verlag Nauka, Moskau BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, 20. Auflage
- [49] F. Krause, K. H. Rädler (1980) Mean-Field Magnetohydrodynamics and Dynamo Theorie. Akademie Verlag Berlin
- [50] U. Müller, L. Bühler (2001) Magnetofluidynamics in Channels and Containers. Springer-Verlag
- [51] M. S. Tillack, N. B. Morley (1998) Magnetohydrodynamics. MacGraw Hill, 14th Edition
- [52] A. Sommerfeld (1961) Elektrodynamik. Akademische Verlagsgesellschaft Geest und Portig K. G., 3. Auflage, Band 3
- [53] H. Schlichting, K. Gersten (2006) Grenzschicht-Theorie. Springer, 10. Auflage
- [54] G. Schommartz (1974) Induktive Strömungsmessung. VEB Verlag Technik Berlin, 1. Auflage
- [55] T. Schulenberg, R. Stieglitz (2010) Flow measurement techniques in heavy liquid metals. Nuclear Engineering and Design. Vol. 240, pp. 2077-2087
- [56] H. Lehde, W. Lang (1948) AC Electromagnetic Induction Flow Meter. US Patent, US 2.435.045
- [57] K. A. Davis (1965) Electromagnetic Flowmeter. US Patent, US 3.191.436
- [58] W. Wiesner (1982) Induktive Durchflussmessung flüssiger Metalle mit induktiven Signalabgriff. Elektrowärme International 40, Seite B35-B41
- [59] K. Küpfmüller, G. Kohn (1993) Theoretische Elektrotechnik und Elektronik. Springer, 14. Auflage
- [60] K. Küpfmüller, W. Mathis, A. Reibiger (2008) Theoretische Elektrotechnik-Eine Einführung. Springer, 17. Auflage
- [61] H. Lutz, W. Wendt (1998) Taschenbuch der Regelungstechnik. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 2. Auflage
- [62] M. P. Volz, K. Mazuruk (2004) Lorentz Body Force Induced By Travelling Magnetic Fields. Magnetohydrodynamics Vol. 40, pp. 117-126
- [63] A. Thess, E. V. Votyakov, Y. Kolesnikov (2006) Lorentz force velocimetry. Phys. Rev. Let. Vol. 96
- [64] A. Thess, E. Votyakov, B. Knaepen, O. Zikanov (2007) Theory of the Lorentz force flowmeter. New J. Phys. Vol. 9
- [65] Y. Kolesnikov, C. Karcher, A. Thess (2011) Lorentz Force Flowmeter for Liquid Aluminum: Laboratory Experiments and Plant Tests. Metallurgical and Materials Transactions B. Vol. 42, pp. 441-450

- [66] V. Minchenya, C. Karcher, Y. Kolesnikov, A. Thess (2011) Calibration of the Lorentz force flowmeter. *Flow Measurement and Instrumentation*. Vol. 22, pp. 242-247
- [67] R. Remmert (1989) *Funktionentheorie I*, Springer. 2. Auflage
- [68] J. D. Jackson (2006) *Klassische Elektrodynamik*. Gruyter, 4. Auflage
- [69] E. Schrüfer (1992) *Elektrische Meßtechnik*. Hanser, 5. Auflage
- [70] J. Nikuradse (1926) *Untersuchung über die Geschwindigkeitsverteilung in turbulenten Strömungen*. VDI-Verlag
- [71] Deutsches Institut für Normung (2006): *Qualitätsmanagement und Statistik*, DIN-Taschenbuch 223, Beuth Verlag
- [72] D. Buchenau, G. Schmidt, B. Wustmann (2011) *Sensoranordnung und Verfahren zur berührungslosen Bestimmung des wirksamen Drehmomentes in einer Welle*. Patent eingereicht.
- [73] G. Schmidt (2011) *Entwicklung von Drehmomentsensoren für besondere Anforderungen*. Bachelorarbeit, HTW-Berlin, Fachbereich Maschinenbau
- [74] W. Rehwald (1959) *Elementare Einführung in die Bessel-, Neumann- und Hankel-Funktionen*. S. Hirzel Verlag Stuttgart, 1. Band
- [75] I. Buceniaks (2000) *Perspectives of using rotating permanent magnets for electromagnetic induction pump design*.
- [76] W. F. Gale, T. C. Totemeier (2004) *Smithells Metals Reference Book*. Elsevier, 8th Edition
- [77] C. B. Jackson (1955) *Liquid Metals Handbook*. AEC Department of the Navy, Washington D.C.
- [78] Yu. Plevachuk, V. Sklyarchuk, S. Eckert, G. Gerbeth (2008) *Some physical data of the near eutectic liquid lead-bismuth*. *Journal of Nuclear Materials* Vol. 376, pp. 363-365



## **Eidesstattliche Erklärung**

Ich erkläre hiermit, dass ich die vorliegende Dissertation selbständig und ohne unerlaubte Hilfsmittel angefertigt, andere als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel nicht benutzt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe. Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form oder auszugsweise noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

Dresden, den 11. 04. 2012

Dominique Buchenau



## Danksagung

Ich hoffe sehr das man es mir nachsieht, wenn ich den üblichen Ablauf einer Danksagung dahingehend verkehre, dass ich mich zuerst bei meinen Eltern, **Rosemarie und Norbert Buchenau** für ihre Unterstützung, ihr Vertrauen und das geduldige Warten bis zur Fertigstellung dieser Dissertationsschrift bedanke. Ihnen sei diese Arbeit aus tiefempfundener Dankbarkeit gewidmet.

Meinem Hochschulbetreuern **Herrn Prof. Dr.-Ing. Robert Stieglitz**, Intitutsleiter des INR am KIT und **Herrn Prof. Dr. Uwe Hampel** vom Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf gebürt ein besonderer Dank für die zahlreichen wissenschaftlichen, wie auch stilistischen Anmerkungen und Anregungen.

Die vorliegende Arbeit wurde während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Helmholtz-Zentrums Dresden-Rossendorf, Institut für Fluidodynamik, in der Abteilung Magnetohydrodynamik angefertigt. Es muss an dieser Stelle nicht länglich beschrieben werden, dass eine Arbeit in diesem Umfang nur mit der Unterstützung der Kollegen gelingen kann. Im besonderen seien dabei der Leiter des Instituts für Fluidodynamik **Herr Dr. Gunter Gerbeth** und **Herr Dr. Valadimir Galindo** genannt.

Eine über viele Jahre enge Zusammenarbeit auf dem Gebiet der Messtechnikentwicklung verbindet mich auch mit **Herrn Prof. Dr. Janis Priede** von der University of Coventry. Sein maßgeblicher Anteil am Entstehungsprozess dieser Arbeit soll an dieser Stelle noch einmal besonders hervorgehoben werden.

Dresden, den 11. 04. 2012

Dominique Buchenau