

Entwicklung einer Methode zur Antriebsschlupfregelung für Elektrofahrzeuge

Masterarbeit

von

Jan Erik Stellet

am

Institut für Industrielle Informationstechnik

Zeitraum: 04.05.2012 – 05.11.2012
Hauptreferent: Prof. Dr.-Ing. Fernando Puente León
Betreuer: Dipl.-Ing. Andre Suchanek
Dr.-Ing. Martin Gießler

Abstract

Fahrerassistenzsysteme zur Dynamikregelung unterstützen den Fahrer in kritischen Situationen. Um einen Kontrollverlust während der Beschleunigung auf Fahrbahnen mit geringem Reibwert zu verhindern, unterbindet eine Antriebsschlupfregelung das Durchdrehen der Räder. Die Entwicklung einer derartigen Regelung des Motormomentes für Elektrofahrzeuge wird in dieser Arbeit behandelt.

Das modellbasierte Verfahren erfordert die Schätzung von Fahrzustandsgrößen, wie der Rad-
aufstandskraft und der Radumfangskraft. Hierzu werden lineare und nichtlineare Zustands-
schätzer eingesetzt und verglichen. Zur Beschreibung der Kraftübertragung am Reifen werden
verschiedene Modelle von μ -Schlupf-Kurven betrachtet. Es wird eine lineare Parametrierung
des Burckhardt-Modells untersucht und eine verbesserte Variante mit höherer Genauigkeit und
geringerer Parameterzahl vorgeschlagen. Mit dem Ziel einer kraftschlussoptimalen Sollschlupf-
vorgabe wird eine Methode zur Online-Schätzung der Modellparameter untersucht. Hierzu wird
ein rekursiver Least-Squares-Schätzer mit variablem Vergessensfaktor angewendet. Im Ver-
gleich zu bisherigen Ansätzen mit konstantem Vergessensfaktor ergibt sich eine vorteilhafte
Robustheit bei gleichzeitig schneller Reaktion auf Parameteränderungen.

Zur Regelung der nichtlinearen Schlupfdynamik werden Sliding-Mode-Regler untersucht. Die
Verwendung eines bedingt aktivierten PI-Reglers garantiert die stationäre Genauigkeit und ver-
meidet das Chattering. Das Fahrverhalten mit Antriebsschlupfregelung wird in charakteristi-
schen Fahrmanövern simuliert und mit dem unregelmäßigen Fahrzeug verglichen. Neben einer
Erhöhung der Fahrsicherheit kann auch ein verringerter Energieumsatz festgestellt werden.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	iii
Tabellenverzeichnis	v
1 Einleitung	1
1.1 Stand der Technik	1
1.2 Zielsetzung und Gliederung der Arbeit	2
2 Grundlagen und Methoden	3
2.1 Batterieelektrische Kraftfahrzeuge	3
2.2 Simulationsmodell eines batterieelektrischen Fahrzeuges	4
2.3 Fahrerassistenzsysteme zur Regelung der Fahrdynamik	6
2.4 Sensoren	9
2.5 Grundlagen der Parameterschätzung	10
2.5.1 Least-Squares-Schätzer	10
2.5.2 Maximum-Likelihood-Schätzer	12
2.6 Grundlagen der Zustandsschätzung	13
2.6.1 Lineares Kalman-Filter	13
2.6.2 Extended Kalman-Filter	14
2.7 Modellbasierte Antriebsschlupfregelung	15
2.7.1 Systemaufbau und Komponenten	15
2.7.2 Annahmen	17
3 Modellbasierte Schätzung des Fahrbahnreibwertes	19
3.1 Modellierung des Reifen-Fahrbahn-Kontaktes	19
3.1.1 Statische Reifenmodelle	20
3.1.2 Schlupfdynamik im Viertelfahrzeugmodell	22
3.2 Schätzung von Reifenschlupf und Kraftschluss	25
3.2.1 Schätzung des Reifenschlupfes	26
3.2.2 Schätzung der Radaufstandskraft	28
3.2.3 Schätzung der Radumfangskraft mit Least-Squares-Schätzer	29
3.2.4 Schätzung der Radumfangskraft mit Kalman-Filter	31
3.2.5 Vergleich der Schätzung der Radumfangskraft	34
3.2.6 Einfluss von Parameteränderungen	35
3.3 Parameteridentifikation für statische Reifenmodelle	38
3.3.1 Least-Squares-Schätzer für Reifenmodell nach KIENCKE	41

3.3.2	Lineare Parametrierung des Reifenmodells nach Burckhardt	42
3.3.3	Maximum-Likelihood-Schätzer für Reifenmodell nach Burckhardt	48
3.3.4	Vergleich der Modelle anhand von simulierten Messdaten	49
3.3.5	Vergleich der Modelle anhand von realen Messdaten	55
3.4	Online-Identifikation	55
3.4.1	Initialisierung und Aktivierung	57
3.4.2	Andauernde Anregung	58
3.4.3	Erkennen von Parameteränderungen	60
3.4.4	Simulativer Vergleich und kombinierter Ansatz	60
3.4.5	Systemgrenzen	66
4	Reglerentwurf und Auslegung	69
4.1	Grundlagen des Reglerentwurfs und stationärer Fall	69
4.1.1	Regelgröße und Sollwert	69
4.1.2	Modell der Regelstrecke	71
4.1.3	Momentenbegrenzung im stationären Fall	72
4.2	Sliding-Mode Regler erster Ordnung	73
4.2.1	Regelungsgesetz	73
4.2.2	Wahl der Schaltfläche	75
4.2.3	Wahl der Systemapproximation	77
4.3	Reglerauslegung und -parametrierung	80
4.3.1	Anfahrssituation	81
4.3.2	Vergleich der Sliding-Mode Regler	82
4.3.3	Wahl der Reglerparameter	84
4.4	Sliding-Mode Regler zweiter Ordnung	88
5	Integration und Test des Systementwurfs	91
5.1	Integration der Systemkomponenten	91
5.2	Definition von Testmanövern und Simulationsergebnisse	92
5.2.1	Anfahren und Geradeausbeschleunigen	92
5.2.2	Geradeausbeschleunigen bei ungleichem Reibwert	93
5.2.3	Beschleunigen in der Kurve	94
6	Zusammenfassung und Ausblick	97
A	Anhang	99
A.1	Reifenmodell im Simulationsmodell	99
A.2	Zusammenhang von Kalman-Filter und RLS-Schätzer	100
A.3	Simulationsergebnisse zur Parameteridentifikation	101
A.4	Simulationsergebnisse zur Wahl der Reglerparameter	104
A.5	Simulationsergebnisse zum Manöver Anfahren und Geradeausbeschleunigen	106
	Literaturverzeichnis	107

Abbildungsverzeichnis

2.1	Horizontaldynamik im Mehrkörpermodell	5
2.2	Struktur des Antriebsstrangmodells	6
2.3	Darstellung des Zusammenhangs Fahrer-Regler-Fahrzeug	8
2.4	Struktur einer Fahrdynamikregelung	8
2.5	Aufbau Drehratensensor	9
2.6	Aufbau Beschleunigungssensor	9
2.7	Modularer Systemaufbau	16
3.1	Verlauf von typischen μ -Schlupf-Kurven	20
3.2	Darstellung zur Schlupfdynamik und Equilibria	24
3.3	Berechnung und Filterung Reifenschlupf	27
3.4	Schätzung der Radaufstandskraft	30
3.5	Vergleich LS-Schätzer und Kalman-Filter	36
3.6	Vergleich Kalman-Filter und EKF	36
3.7	Übersicht der schlupfbasierten Reibwertermittlung	40
3.8	Vergleich der Reifenmodelle „Asphalt trocken“	53
3.9	Vergleich der Reifenmodelle „Asphalt nass“	53
3.10	Vergleich der Reifenmodelle „Plastersteine“	54
3.11	Vergleich der Reifenmodelle „Schnee“	54
3.12	μ -Schlupf-Kurve Prüfstandsmessdaten „Asphalt nass“	56
3.13	Schlupfentwicklung bei Anfahren und Beschleunigung	58
3.14	RLS mit variablem Vergessensfaktor	62
3.15	RLS mit variablem Vergessensfaktor, μ -Sprung	62
3.16	RLS Initialisierung	64
3.17	RLS Initialisierung, μ -Sprung	64
3.18	RLS Sprungerkennung, μ -Sprung	65
3.19	Kombinierter Ansatz	65
4.1	Längs- und Seitenkraftschluss über Schlupf	70
4.2	Vergleich der virtuellen Fahrer	81
4.3	Anfahrtsituation geregelt/ungeregelt	83
4.4	Reifenschlupf beim Anfahren, unterschiedliche Fahrbahn	83
4.5	Vergleich der Sliding-Mode Regler (Regelgröße)	85
4.6	Vergleich der Sliding-Mode Regler (Stellgröße)	85
4.7	Parametervariation α , qualitativ	86
4.8	Parametervariation ϵ , qualitativ	86

4.9	Parametervariation, quantitativ ($\epsilon = 0,20$)	87
5.1	Simulationsergebnis Anfahren und Beschleunigen	94
5.2	Simulationsergebnis Geradeausbeschleunigen ungleicher Reibwert	95
5.3	Simulationsergebnis Beschleunigen in der Kurve	96
A.1	Reifenmodell der CARMAKER-Simulation	99
A.2	RLS mit variablem Vergessensfaktor ($\alpha = 0,998$)	103
A.3	RLS mit variablem Vergessensfaktor ($\alpha = 0,998$), μ -Sprung	103
A.4	Parametervariation ϵ , qualitativ	104
A.5	Parametervariation, quantitativ ($\epsilon = 0,15$)	105
A.6	Parametervariation, quantitativ ($\epsilon = 0,25$)	105
A.7	Simulationsergebnis Anfahren und Beschleunigen, $\mu_{\max} = 0,7$	106

Tabellenverzeichnis

2.1	Fahrzeugparameter	5
3.1	Parameteränderungen bei Schätzung der Radkräfte	39
3.2	Änderung der Systemkovarianz	39
3.3	Vergleich der λ_{\max} -Identifikation	52
3.4	Vergleich der μ_{\max} -Identifikation	52
3.5	Vergleich der μ_{\max} -Identifikation (Varianz)	52
3.6	Vergleich der Burckhardt-Modelle	55
A.1	Vergleich der λ_{\max} -Identifikation, 21 Messwerte	101
A.2	Vergleich der μ_{\max} -Identifikation, 21 Messwerte	101
A.3	Vergleich der Burckhardt-Modelle, 21 Messwerte	101
A.4	Vergleich der λ_{\max} -Identifikation, 31 Messwerte	102
A.5	Vergleich der μ_{\max} -Identifikation, 31 Messwerte	102
A.6	Vergleich der Burckhardt-Modelle, 31 Messwerte	102

Kapitel 1

Einleitung

Die Wirtschaftskraft einer Gesellschaft ist eng mit ihrer Mobilität verknüpft [WFO11]. Dabei unterliegt die Entwicklung von Mobilitätslösungen – insbesondere die Fahrzeugtechnik – getrieben von nationalen Veränderungsprozessen und internationalen Marktanforderungen einem steten Wandel. In den vergangenen Jahren sind verstärkt teil- und vollelektrisch betriebene Fahrzeuge in den Blickpunkt geraten.

Am Karlsruher Institut für Technologie (KIT) werden in einem institutsübergreifenden Projekt der Aufbau und die Entwicklung optimaler Betriebsstrategien eines batterieelektrisch betriebenen Fahrzeuges erforscht. Eine DAIMLER A-KLASSE wird auf Batteriebetrieb umgerüstet und dabei auftretende Fragestellungen in den Lehrauftrag der Universität integriert. Unter anderem erlaubt der elektrifizierte Antriebsstrang die Weiterentwicklung von Assistenzsystemen auf den Gebieten der Fahrzeugsicherheit und -dynamik.

In dieser Arbeit werden Methoden zur Antriebsschlupfregelung (ASR), der grundlegenden Fahrdynamikregelung im Antriebsfall, untersucht. Eine Implementierung der Verfahren in das Fahrzeug sowie die Weiterentwicklung zu umfassenden Längs- und Querdynamikregler kann sich hieran anschließen. Zunächst werden im Folgenden der Stand bisheriger Forschungsansätze sowie die Gliederung der Arbeit beschrieben.

1.1 Stand der Technik

Die Forschung an und die Entwicklung von batterieelektrischen Fahrzeugen ist ein aktuelles in Wissenschaft und Industrie verfolgtes Thema. Im Zuge dessen werden neue Konzepte zur Antriebsschlupfregelung untersucht, die das Potenzial des Elektroantriebes – schnelle und präzise Momentenbereitstellung sowie -messung [HTT98] – ausschöpfen. Eine einheitliche Vorgehensweise ist bisher nicht erkennbar, sodass ein Überblick über einige veröffentlichte Ansätze mit experimenteller Überprüfung gegeben wird.

In den Arbeiten von HORI ET AL [HTT98, Hor04, YOH09] wird bereits seit 1998 über an Versuchsfahrzeugen gemachte Erkenntnisse berichtet. Bei den verschiedenen betrachteten Methoden handelt es sich um lineare und nichtlineare Regler, eine Modellbildung der Schlupfdynamik oder des Reifen-Fahrbahn-Kontaktes wird jedoch nicht betrachtet.

MAGALLAN ET AL [MDAG11] modellieren die Kraftübertragung am Reifen mit einem dynamischen Reifenmodell. Während die Modellparameter als bekannt vorausgesetzt werden, wird der Fahrbahnreibwert als Systemzustand mittels nichtlinearer Beobachter geschätzt. Entsprechend dem Reibwert wird bei der Ansteuerung des Elektroantriebes die Momentenanforderung begrenzt, eine modellbasierte Schlupfregelung findet nicht statt.

Eine eingehende Untersuchung zur Schätzung aller Modellparameter des Reifen-Fahrbahn-Kontaktes für stationäre Reifenmodelle wird in den Arbeiten von TANELLI ET AL [TPS09] sowie DE CASTRO ET AL [dCAF11] vorgenommen. Diese Methoden sind zur Bestimmung des kraftschlussoptimalen Sollschlupfes geeignet. In weiteren Veröffentlichungen betrachten die Autoren darauf aufbauend die modellbasierte Regelung der Schlupfdynamik mit nichtlinearen Sliding-Mode-Reglern [dCAF10, dCAF12b].

Andere zur Regelung verwendete Methoden sind Fuzzy-Regler [LT03], modellprädiktive Regler [BBFH06] oder adaptive Regler [dCAT⁺12].

1.2 Zielsetzung und Gliederung der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung von modellbasierten Zustandsschätz- und Regelungsverfahren zur Antriebsschlupfregelung. Das entwickelte Verfahren wird in einer Gesamtfahrzeugsimulation integriert und getestet.

Die Auswahl geeigneter Verfahren stützt sich auf eine Recherche relevanter Ansätze sowie deren analytische Charakterisierung und simulationsgestützte Bewertung. Zu den angelegten Kriterien gehören eine einfache Parametrierbarkeit, Robustheit gegenüber nichtmodellierten Störeinflüssen sowie vorteilhafte Eigenschaften für die Implementierung.

Zunächst wird in Kapitel 2 auf den Hintergrund der Arbeit, grundlegende Methoden sowie den Systemaufbau eingegangen. Die Entwicklung der einzelnen Teilsysteme wird in den Hauptkapiteln 3 und 4 behandelt. Die in das Gesamtfahrzeugmodell integrierte Antriebsschlupfregelung wird schließlich anhand von Fahrmanövern untersucht und bewertet, dies wird in Kapitel 5 beschrieben. Eine Zusammenfassung und ein Ausblick folgen im abschließenden Teil 6.

Kapitel 2

Grundlagen und Methoden

In diesem Kapitel wird in die Thematik der Arbeit eingeführt, indem der Hintergrund sowie grundlegende Methoden der Signalverarbeitung vorgestellt werden. Zunächst wird in Abschnitt 2.1 die Motivation zur Elektrifizierung des Antriebsstranges dargestellt. Es schließt sich eine Beschreibung zur Modellbildung der Fahrzeugdynamik in 2.2 an. Wie Fahrerassistenzsysteme zur Dynamikregelung eingesetzt werden, wird in 2.3 betrachtet sowie die dabei eingesetzten Sensoren in 2.4 vorgestellt. In 2.5 und 2.6 werden die Grundlagen der Parameter- und Zustandsschätzung beschrieben. Abschließend folgt in 2.7 die Beschreibung eines möglichen Systemaufbaus einer modellbasierten Antriebsschlupfregelung.

2.1 Batterieelektrische Kraftfahrzeuge

Konventionelle Fahrzeugantriebe mit Verbrennungsmotor erfüllen die im Personenverkehr gestellten Anforderungen aufgrund der Reichweite, Leistung und der breiten Verfügbarkeit des Kraftstoffes gut. Obwohl der Nutzer nicht bereit ist, an diesen Ausprägungen Rückschritte in Kauf zu nehmen, forcieren aktuell zahlreiche Treiber die Entwicklung alternativer Antriebskonzepte. Global sind schwindende Erdölreserven sowie eine Verringerung der CO_2 -Emissionen zu nennen. Erklärtes Ziel zahlreicher Initiativen der Gesetzgeber und Fahrzeughersteller ist daher die Diversifizierung der im Individualverkehr eingesetzten Energieträger mit einem idealerweise hohen Anteil erneuerbarer Energiequellen. Auch lokal motivieren gestiegene Anforderungen in Bezug auf Lärm- und Schadstoffemissionen, etwa in Innenstädten, die Abkehr vom Verbrennungsantrieb [WFO11].

Unter den verschiedenen Ansätzen finden voll- und teilelektrisch angetriebene Fahrzeuge starkes Interesse in Forschung durch Industrie und Wissenschaft. Im Rahmen des Projektes „Batterieelektrisches Fahrzeug für Forschung und Lehre“ wird die Vollelektrifizierung des Antriebsstranges eines Personenkleinwagens vom Typ DAIMLER A-Klasse vom Typ W168 entwickelt und Optimierungsmöglichkeiten des Systems untersucht. Das frontgetriebene Fahrzeug wird dabei anstelle des herkömmlichen Antriebes mit einem Asynchronmotor ausgestattet. Grundsätzlich sind auch andere Konfigurationen wie radindividuelle Antriebsmotoren denkbar, was weitergehende Freiheitsgrade in der Fahrdynamik erlaubt [Hor04].

Die erforderlichen Anpassungen im Antriebsstrang gegenüber einem Verbrennungsmotor be-

treffen unter anderem die Versorgung von Nebenverbrauchern, die Momentenübertragung zum Rad sowie zur Bremsenergieerückgewinnung (Rekuperation) auch die Koordination mit der Hydraulikbremse. In dieser Arbeit wird auf die Längsdynamikregelung im Antriebsfall, die Antriebsschlupfregelung, eingegangen. Aufgrund der präzisen sowie schnellen Dynamik des Asynchronmotors können detaillierte modellbasierte Verfahren eingesetzt werden. Die Entwicklung und Überprüfung der Methode werden anhand eines Gesamtfahrzeugmodells vorgenommen, dessen Aufbau im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

2.2 Simulationsmodell eines batterieelektrischen Fahrzeuges

Zur Bestimmung kritischer Lastfälle bei der Komponentenauslegung und Entwicklung optimierter Betriebsstrategien wurde in der Diplomarbeit [Pau12] ein Gesamtfahrzeugmodell des elektrifizierten Fahrzeuges erstellt. Dies umfasste die Ermittlung relevanter Fahrzeugparameter sowie die Abbildung der Fahrzeugdynamik in eine Simulationsumgebung.

Das Modell basiert auf der Simulationsanwendung IPG CARMAKER, bei der das Fahrzeug in einem hohen Detaillierungsgrad als Mehrkörpermodell modelliert wird. Zur Einführung in die Modellierung sowie die Bezeichnungen sind in Abbildung 2.1 die relevanten Größen der Horizontaldynamik dargestellt. Der Fahrzeugaufbau ist mit den vier Rädern über Federn und Dämpfer gekoppelt und übt die Radaufstandskraft $F_{z,ij}$ auf jedes Rad aus¹. An jedem Rad werden die Umfangskraft $F_{x,ij}$ und Seitenkraft $F_{y,ij}$ übertragen. Die Entstehung dieser Kräfte ist durch das Antriebs- und Bremsmoment, den Lenkwinkel sowie die Radaufstandskräfte (Reifen-Fahrbahn-Kontakt) bestimmt. Der Fahrzeugaufbau wird somit durch die Summe der wirkenden Radkräfte in eine Translations- und Rotationsbewegung versetzt, neben der Massenträgheit müssen auch äußere Fahrwiderstände wie die Luftwiderstandskraft F_{aero} überwunden werden. Aufgrund der Kopplung beeinflusst die Dynamik des Fahrzeugaufbaus wiederum die Radaufstandskräfte und damit die Kraftübertragung.

Bereits ohne Modellierung des Antriebsstranges sowie des Reifen-Fahrbahn-Kontaktes wird somit eine Komplexität von $5 \cdot 6 = 30$ Freiheitsgraden erreicht. Auf eine ausführliche Beschreibung der dynamischen Zusammenhänge im Modell wird an dieser Stelle verzichtet. Die relevanten Aspekte werden in den entsprechenden Zusammenhängen aufgegriffen und zur Ableitung einfacher, echtzeittauglicher Reglermodelle genutzt.

Die Anpassung der Modellparameter im Simulationsmodell erfolgte durch Messungen und Schätzungen, die entsprechenden Größen sind auszugsweise in Tabelle 2.1 angegeben. Bei der Kraftübertragung am Reifen wird ein vorgegebenes Reifenmodell verwendet, dessen Kenngrößen dem am Fahrzeug eingesetzten Typ entsprechen. Schließlich kann auch die Mensch-Maschine Interaktion in das Modell integriert werden, um ein realistisches Fahrerverhalten zu erzeugen.

¹Notation: $i \in \{V, H\}$ für Vorder- und Hinterachse, $j \in \{L, R\}$ für linke und rechte Fahrzeugseite.

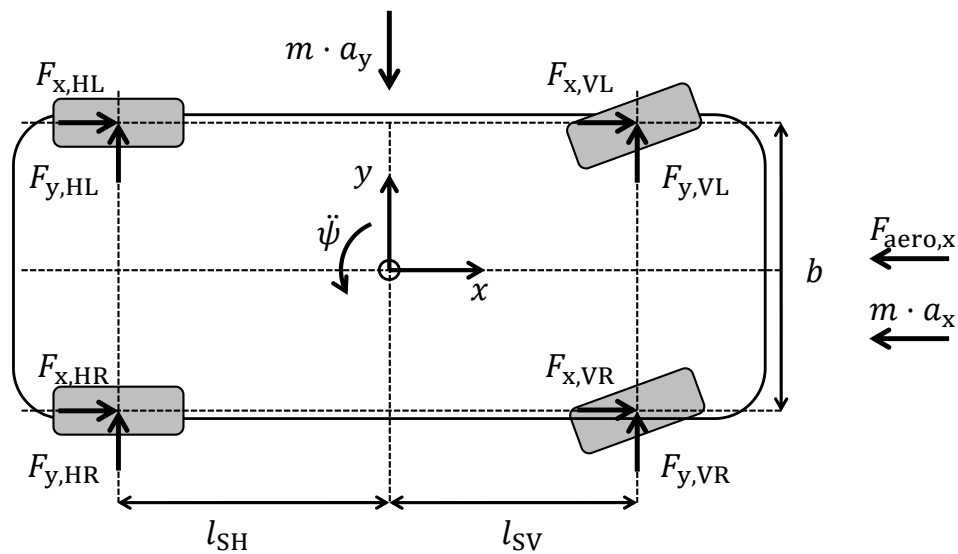


Abbildung 2.1: Horizontaldynamik im Mehrkörpermodell. Eigene Darstellung.

Bezeichnung	Symbol	Wert
Gesamtmasse (leer)	m_{ges}	1468 kg
Radstand	l	2,568 m
Spurweite	b	1,556 m
Schwerpunktshöhe	h_S	0,508 m
Schwerpunktlage (horizontal, zu Vorderachse)	l_{SV}	1,084 m
Schwerpunktlage (horizontal, zu Hinterachse)	l_{SH}	1,484 m
Dynamischer Reifenradius	r	0,293 m
Reifenparameter		175 R65 15
Rollwiderstandsbeiwert Reifen	f_r	0,01
Trägheitsmoment Rad	J_r	0,459 kgm ²
c_W -Wert	c_W	0,31
Querschnittsfläche	A	2,1 m ²
Übersetzungsverhältnis Getriebe		9,96 : 1
Maximales Motormoment	$M_{\text{Antr,max}}$	210 Nm

Tabelle 2.1: Aufstellung relevanter Fahrzeugparameter des verwendeten Modells aus [Pau12].

Als Modifikation des CARMAKER-Modells wird über eine Schnittstelle in MATLAB SIMULINK das Modell des Antriebsstranges durch die elektrifizierte Variante ersetzt. Dieser Teil ist schematisch in Abbildung 2.2 dargestellt. Ausgehend von einem Modell der Batterie findet der Leistungsfluss über die Leistungselektronik statt. Anstelle einer Modellierung auf Ebene von Strömen und Spannungen werden alle Bauteile leistungs basiert mit dem jeweiligen Wirkungsgrad beschrieben. Der Asynchronmotor wird in Form eines Kennfeldes des Drehmoments über der Drehzahl sowie dem jeweiligen Wirkungsgrad im Modell hinterlegt. Vereinfachend wird der Antriebsstrang hier als starr angenommen, sodass die Trägheitsmomente von Motor, Planetengetriebe und Wellen anteilig auf die Räder bezogen werden können. Des Weiteren werden drehzahlunabhängige und drehzahlabhängige Reibungsmomente berücksichtigt. Das Planetengetriebe besitzt eine feste Übersetzung von 1 : 9,96 und übernimmt gleichzeitig die Funktion des Differenzials. Das Drehmoment an beiden Rädern ist daher stets gleich.

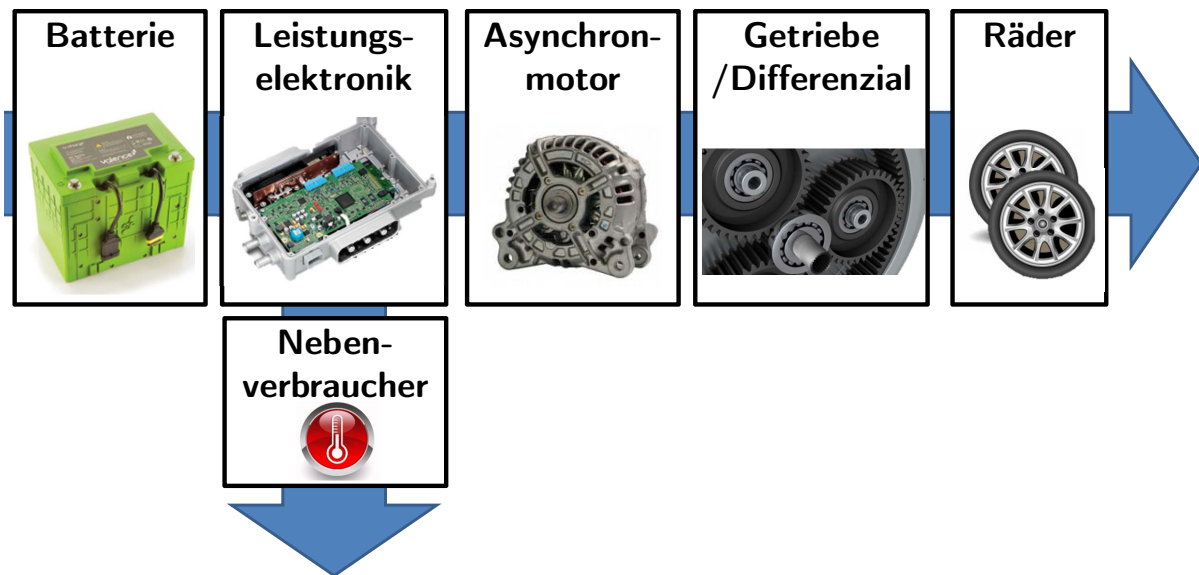


Abbildung 2.2: Struktur des Antriebsstrangmodells mit Darstellung des Leistungsflusses. Eigene Darstellung.

Zusammengefasst kann mit der detaillierten Mehrkörpermodellierung der Dynamik von Fahrwerk und Fahrzeugaufbau eine realistische Simulation der Fahrdynamik erzielt werden. Dieses Simulationsmodell wird zur Entwicklung der Antriebsschlupfregelung verwendet, da es eine reproduzierbare und von unbekanntem Einflüssen isolierte Umgebung bietet. Im folgenden Abschnitt wird auf die Aufgaben der Fahrdynamikregelung und die Einordnung der Antriebsschlupfregelung eingegangen.

2.3 Fahrerassistenzsysteme zur Regelung der Fahrdynamik

Die Fähigkeit, ein Fahrzeug zu beherrschen, erfordert vom Menschen eine gute Sinneswahrnehmung, korrekte Situationsinterpretation und die auf einen Erfahrungsschatz gestützte rich-

tige Reaktion. Es ist die Aufgabe der Fahrerassistenzsysteme, hier unterstützend einzugreifen und mithilfe von schnelleren sowie präziseren Mess- und Stellvorgängen ein höheres Maß an Kontrolle zu erlauben.

Im fahrdynamischen Normalbereich folgt das Fahrzeug annähernd linear und vom Fahrer gut abschätzbar der Brems-, Beschleunigungs- oder Lenkwinkelvorgabe. Eine fahrdynamisch kritische Situation ist hingegen dadurch gekennzeichnet, dass die verlangte Kraftübertragung an den Reifen den Haftreibungswert überschreitet. Ein niedriger Fahrbahnreibungswert bei Nässe oder Eis begünstigt dies. Es kommt zum Blockieren oder Durchdrehen der Räder, dies vermindert auch die Fähigkeit zum Seitenkraftaufbau. Das Fahrzeug kann vom Fahrer nicht mehr stabilisiert werden (Stabilitätsverlust) und folgt dem Einlenkwunsch nicht mehr (Steuerbarkeitsverlust). Die wesentliche Schwierigkeit ist, dass der ungeübte Fahrer mit seinem Erfahrungsschatz das Fahrzeug im Grenzbereich nicht kontrollieren kann [ZE94]. Dies hat die Entwicklung von Assistenzsystemen zur Fahrdynamikregelung motiviert, deren Nutzen zur Erhöhung der Fahrtsicherheit empirisch nachgewiesen werden kann [LGHB03].

Die Fahrdynamikregelung unterstützt den Fahrer, indem das Verhalten des geregelten Fahrzeugs im Grenzbereich an das dem Fahrer wohlbekannte Normalverhalten angeglichen wird. Historisch wurde zunächst das Blockieren der Räder beim Bremsen betrachtet, was 1978 zur Einführung des Antiblockiersystems (ABS) führte. Es folgte 1986 die Antriebsschlupfregelung (ASR) für den Beschleunigungsfall. Gemeinsam ist, dass diese Systeme in längsdynamisch kritischen Fahrsituationen das Blockieren bzw. Durchdrehen der Räder verhindern (Schlupfregelung), den Seitenkraftaufbau ermöglichen und somit ein Ausweichen und Stabilisieren erlauben. Damit der Fahrer auch in bisher nicht abgedeckten Situationen mit kritischer Querdynamik unterstützt werden kann, wurde 1995 die „Fahrdynamikregelung“ (auch: Elektronisches Stabilitätsprogramm, ESP) eingeführt [ZE94]. Die Eingliederung eines Fahrdynamikreglers im Zusammenhang von Fahrer und Fahrzeug ist in Abbildung 2.3 dargestellt.

Die Fahrdynamikregelung integriert ABS und ASR als unterlegte Regler, welches in Abbildung 2.4 dargestellt ist [vZ06]. Basierend auf den mittels Beobachtern aus geeigneten Messgrößen identifizierten fahrdynamischen Größen wird ein Vergleich mit dem Sollverhalten vorgenommen. Ein korrigierender Stelleingriff wird dann in eine radindividuelle Vorgabe des Sollschlupfes umgesetzt und durch das ABS und ASR eingeregelt. Der ABS-Regler regelt den Bremsschlupf durch individuelle Ansteuerung der Radbremsen. Im Antriebsfall teilt sich der Sollschlupf auf in einen durch den Antrieb realisierbaren symmetrischen Teil sowie einen über radindividuelles Bremsen steuerbaren asymmetrischen Anteil. Der symmetrische Anteil des Antriebsschlupfes kann durch Ansteuerung des Motors sowie zur Verbesserung der Reaktionsgeschwindigkeit zusätzlich durch ein symmetrisches Bremsmoment erfolgen. Im Falle eines Elektroantriebes kann dieser als alleiniger schneller Aktor verwendet werden. Die Vorgabe des Sollschlupfes orientiert sich in dieser Arbeit an den Anforderungen der Längsdynamik. Ein asymmetrischer Sollschlupf, wie er zur Beeinflussung der Gierbewegung des Fahrzeuges erforderlich ist, wird nicht betrachtet.

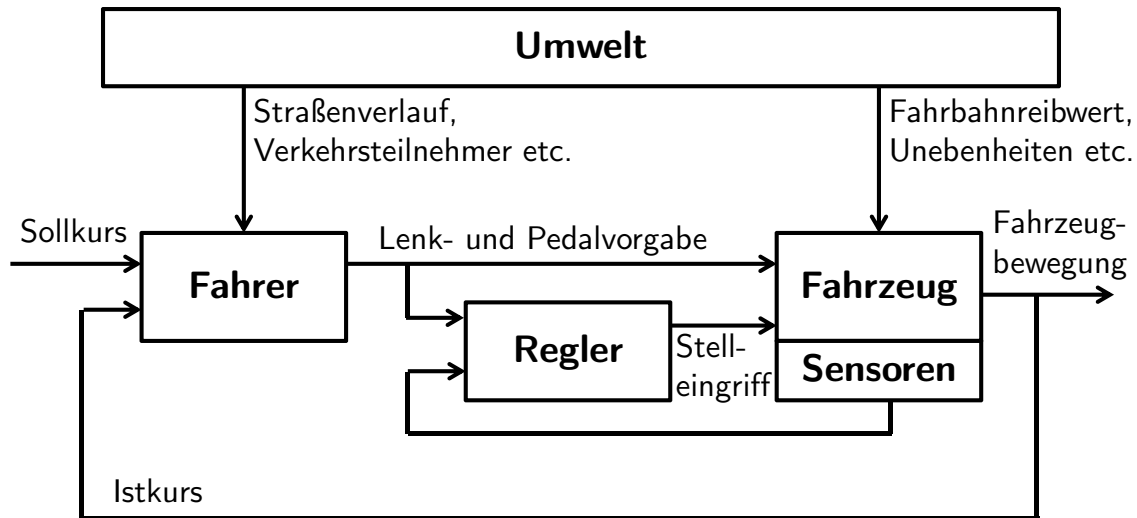


Abbildung 2.3: Darstellung des Zusammenhangs Fahrer-Regler-Fahrzeug. Der Fahrerwunsch (Sollkurs) wird vom Fahrer in Abhängigkeit von äußeren Umwelteinflüssen sowie der wahrgenommenen Fahrzeugbewegung in eine Vorgabe von Pedal- und Lenkradbetätigung umgesetzt. Innerhalb dieses äußeren Regelkreises befindet sich der Fahrdynamikregler, der den Fahrzustand messtechnisch erfasst und korrigierend auf die Fahrervorgabe einwirkt. Die Regelstrecke „Fahrzeug“ unterliegt dabei äußeren Störeinflüssen. Abbildung erstellt nach der Vorlage in [SZ03].

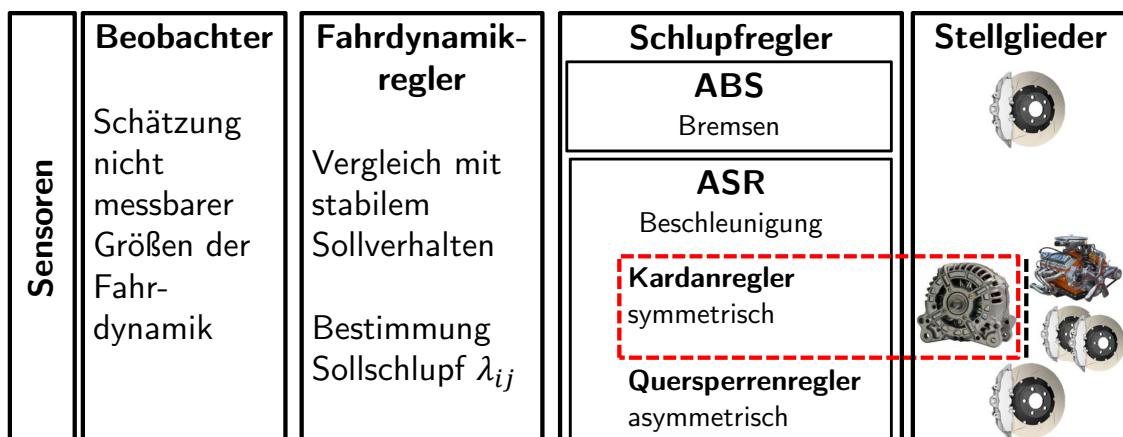


Abbildung 2.4: Struktur einer Fahrdynamikregelung mit Eingliederung der Antriebsschlupfregelung als unterlagerten Regler. Die in dieser Arbeit betrachtete symmetrische Schlupfregelung im Antriebsfall unter Verwendung eines Elektroantriebes als alleinigen Aktor ist rot hervorgehoben. Abbildung erstellt basierend auf der Beschreibung in [vZ06].

2.4 Sensoren

In diesem Abschnitt werden zwei Sensortypen beschrieben, auf deren Messwerte in der Antriebsschlupfregelung zurückgegriffen wird.

Raddrehzahlsensoren messen die Drehgeschwindigkeit der Räder und sind damit die primäre Informationsquelle über den Reifen-Fahrbahn-Kontakt. Der Aufbau eines heutzutage typischerweise eingesetzten aktiven Drehzahlsensor gliedert sich in zwei Komponenten und ist in der Grafik 2.5 veranschaulicht [Rei10]: Ein ringförmiger Impulsgeber ist fest mit der Radnabe verbunden. Es handelt sich um einen Multipolring, der sich aus mit abwechselnder Polarität magnetisierten Elementen zusammensetzt. Der zweite Bestandteil ist der Sensorkopf, etwa in Form einer Hall-Sonde. Diese ist mit dem Fahrzeug verbunden und streicht in geringem Abstand über den Multipolring. Das bei Drehung des Rades im Sensorkopf gemessene Magnetfeld ändert die Polarität mit einer Frequenz, die proportional zur Raddrehrate ist. Im Fahrzeugmodell wird der Sensor simuliert, indem die bekannten Drehraten mit weißem Gaußschen Rauschen überlagert werden. Dabei wird die Standardabweichung wie in der Arbeit [SCL08] zu $\sigma_e = 0,0995 \text{ rad/s}$ gewählt.

Hall-Beschleunigungssensoren werden verwendet, um die Längs- und Querschleunigung des Fahrzeuges zu erfassen. Dieser Sensortyp ist ebenfalls in mit Antriebsschlupfregelung ausgestatteten Fahrzeugen verbaut [Rei10]. Das Funktionsprinzip ist, wie in Abbildung 2.6 dargestellt, die Verwendung eines Permanentmagneten als seismische Masse am Ende einer bandförmigen Feder. Wirkt eine Beschleunigung quer zur Ausrichtung der Feder, wird die Masse ausgelenkt. Bei bekannter Federkonstante kann aus der Stärke der Auslenkung die dabei vorliegende Beschleunigung bestimmt werden. Um den Auslenkungsweg zu erfassen, ist eine Hall-Sonde oberhalb der Masse und zentral zu deren Nulllage angebracht. Die gemessene Hall-Spannung verhält sich näherungsweise linear zur Auslenkung. Hier wird dieser Sensor wie in [SCL08] modelliert, indem simuliertes Messrauschen mit einer Standardabweichung von $\sigma_e = 0,1 \text{ m/s}^2$ auf die tatsächliche Beschleunigung addiert wird.

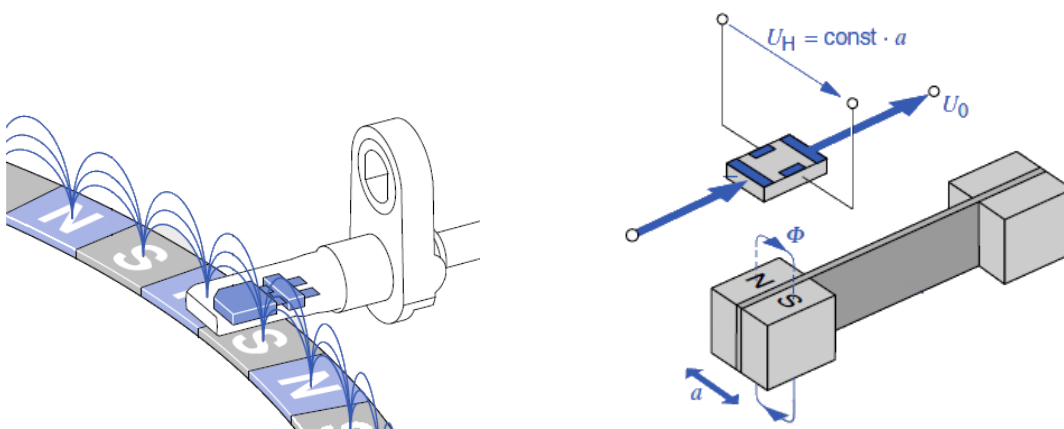


Abbildung 2.5: Aufbau eines Drehzahlsensors. **Abbildung 2.6:** Aufbau eines Beschleunigungssensors. Bildquelle: [Rei10].

2.5 Grundlagen der Parameterschätzung

Nachdem zuvor der Hintergrund der Aufgabenstellung beleuchtet wurde, wird in diesem und dem nächsten Unterkapitel auf Methoden der Signalverarbeitung zur Parameter- und Zustandsschätzung eingegangen. Die zunächst betrachteten Parameterschätzverfahren dienen der Identifikation von Parameterwerten eines statischen oder dynamischen Prozessmodells anhand von Messwerten der Ein- und Ausgangsgrößen [KSW08].

2.5.1 Least-Squares-Schätzer

In diesem Abschnitt wird zunächst der Least-Squares-Schätzer (LS-Schätzer) vorgestellt. Ein Vorteil des Verfahrens ist die einfache Struktur sowie die Existenz einer rekursiven Formulierung ohne rechenaufwändige Matrixinversion. Für den Einsatz bei Systemen mit langsam zeitveränderlichen Parametern werden zwei Erweiterungen vorgestellt.

Wesentliche Voraussetzung für die Anwendung eines LS-Schätzers ist ein Signalmodell, welches statisch oder langsam zeitvariant und linear in den Parametern ist. Das Modell ist mit der Eingangsgröße $\psi^T(k)$, dem Messwert $y(k)$ und dem gesuchten Parametervektor θ gegeben durch:

$$y(k) = \psi^T(k) \theta . \quad (2.1)$$

Sind N Messwerte $y(k_0), \dots, y(k_0 + N)$ sowie die zugehörigen Eingangsgrößen $\psi^T(k)$ bekannt, lässt sich die Forderung einer optimalen Schätzung von θ nach einem quadratischen Gütemaß ausdrücken durch:

$$J = \sum_{k=k_0}^{k_0+N} \left(y(k) - \psi^T(k) \hat{\theta} \right)^2 \rightarrow \min . \quad (2.2)$$

Dies wird durch die LS-Schätzgleichung gelöst [KSW08]

$$\hat{\theta} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \cdot \Psi^T \mathbf{y} \quad (2.3)$$

wobei Ψ und \mathbf{y} die in Matrix- beziehungsweise Vektorform zusammengefassten Eingangs- und Messwerte bezeichnet.

Für die Online-Implementierung des Verfahrens stellt sich die Frage, wie mit der über der Zeit wachsenden Zahl an Messwerten umgegangen wird. Eine alternative rekursive Darstellung vermeidet das Anwachsen des Speicherbedarfs für Ψ , indem die Information aus allen vorherigen Zeitschritten in Form des Schätzwertes $\hat{\theta}(k-1)$ sowie der Kovarianzmatrix der Schätzung $\mathbf{P}(k-1)$ festgehalten wird. Zusammen mit einem Gewichtungsfaktor $\gamma(k)$ berechnet sich hieraus der Folgeschätzwert $\hat{\theta}(k)$. Der rekursive Least-Squares-Schätzer (RLS-Schätzer) lautet

nach [KSW08]:

$$\gamma(k) = \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k) \cdot [1 + \boldsymbol{\psi}^T(k) \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k)]^{-1} \quad (2.4)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \gamma(k) \cdot [y(k) - \boldsymbol{\psi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)] \quad (2.5)$$

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{P}(k-1) - \gamma(k) \boldsymbol{\psi}^T(k) \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k) \quad (2.6)$$

Zur Initialisierung des Verfahrens kann ein vorgegebener Wert $\hat{\boldsymbol{\theta}}(0)$ oder einmalig eine LS-Schätzung nach (2.3) eingesetzt werden. Die Schätzfehlerkovarianz wird als Diagonalmatrix mit einer zu wählenden Konstante c angesetzt:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(0) = (\boldsymbol{\Psi}_0^T \boldsymbol{\Psi}_0)^{-1} \cdot \boldsymbol{\Psi}_0^T \mathbf{y}_0 \quad (2.7)$$

$$\mathbf{P}(0) = c \cdot \mathbf{I} \quad (2.8)$$

Falls die Modellparameter langsam zeitveränderlich sind, nimmt die Aussagekraft von zeitlich zurückliegenden Messwerten ab. Es ist daher sinnvoll, den Einfluss der Messwerte auf den aktuellen Schätzwert $\hat{\boldsymbol{\theta}}(k)$ mittels eines Vergessensfaktors α ($0 < \alpha \leq 1$, typische Werte etwa $\alpha = 0,95 \dots 0,995$) exponentiell zu gewichten. Dies führt auf die folgende Form der Schätzgleichungen [KSW08]:

$$\gamma(k) = \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k) \cdot [\alpha + \boldsymbol{\psi}^T(k) \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k)]^{-1} \quad (2.9)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \gamma(k) \cdot [y(k) - \boldsymbol{\psi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)] \quad (2.10)$$

$$\mathbf{P}(k) = \frac{1}{\alpha} [\mathbf{P}(k-1) - \gamma(k) \boldsymbol{\psi}^T(k) \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k)] \quad (2.11)$$

Bei der grundlegenden Form aus (2.9)-(2.11) treten für bestimmte Folgen von Eingangsdaten zwei unerwünschte Effekte auf.

Der Algorithmus kann „einschlafen“, weil für $k \rightarrow \infty$ die Kovarianzmatrix $\mathbf{P}(k) \rightarrow \mathbf{0}$ konvergiert (Konsistenz des Schätzers). Dann gilt aber auch $\gamma(k) \rightarrow 0$ was verhindert, dass der Schätzer bei langsam zeitveränderlichen Parametern auf Abweichungen reagieren kann. Eine Modifikation zur Vermeidung dieser Schwierigkeit erweitert die Berechnung der Kovarianzmatrix aus (2.11) um einen vom aktuellen Schätzfehler abhängigen Term [KSW08]:

$$\mathbf{P}(k) = \frac{1}{\alpha} \left[\mathbf{P}(k-1) - \gamma(k) \boldsymbol{\psi}^T(k) \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k) + 10^3 \left(y(k) - \boldsymbol{\psi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) \right)^2 \cdot \mathbf{I} \right] \quad (2.12)$$

Zweitens kann es auch zum *Wind-up*-Effekt kommen, wenn das System eingeschwungen ist und die Eingangsdaten nur einen geringen Informationsgehalt besitzen [FKY81]. Aufgrund des zeitbasierten Vergessens verringert sich dann die im Schätzer vorhandene Information. Dies äußert sich für $\boldsymbol{\psi}^T(k) \mathbf{P}(k-1) = \mathbf{0}$ in einer wegen $\alpha < 1$ exponentiell anwachsenden Kovarianzmatrix:

$$\mathbf{P}(k) = \frac{1}{\alpha} \mathbf{P}(k-1) \quad (2.13)$$

Damit reagiert der Schätzer sehr empfindlich auf Abweichungen und insbesondere Störungen. In [FKY81] wird die Idee eines variablen Vergessensfaktors eingeführt, um diesen Effekt zu vermeiden. Bei geringer Anregung wird der Vergessensfaktor dabei zu $\alpha \approx 1$ gewählt, sodass bestehende Information erhalten bleibt. Die Schätzgleichungen ergeben sich als Modifikation von (2.9)-(2.11):

$$\gamma(k) = \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k) \cdot [1 + \boldsymbol{\psi}^T(k) \mathbf{P}(k-1) \boldsymbol{\psi}(k)]^{-1} \quad (2.14)$$

$$\alpha(k) = \max \left(\alpha_{\min}, 1 - \frac{1}{\Sigma_0} [1 - \boldsymbol{\psi}^T(k) \gamma(k)] \cdot [y(k) - \boldsymbol{\psi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)]^2 \right) \quad (2.15)$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1) + \gamma(k) \cdot [y(k) - \boldsymbol{\psi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}}(k-1)] \quad (2.16)$$

$$\mathbf{P}(k) = \frac{1}{\alpha(k)} [\mathbf{P}(k-1) - \gamma(k) \boldsymbol{\psi}^T(k) \mathbf{P}(k-1)] \quad (2.17)$$

Hierbei ist α_{\min} ein unterer Wert für den Vergessensfaktor, etwa $\alpha_{\min} = 0,95$. Der letzte Faktor in (2.15) ist der quadratische Prädiktionsfehler. Falls ein Messwert $y(k)$ keinerlei neue Information einbringt, wird dieser Fehler einen sehr kleinen Wert annehmen und mit $\alpha(k) \rightarrow 1$ das Vergessen ausgesetzt. Der Parameter Σ_0 stellt einen nominalen Informationsgehalt dar, welcher durch Variation des Vergessensfaktors beibehalten werden soll. Eine mögliche Wahl ist [FKY81]:

$$\Sigma_0 = \sigma_0^2 \frac{1}{1 - \alpha_0} \quad (2.18)$$

Dabei bezeichnet α_0 einen nominalen Vergessensfaktor und σ_0^2 die erwartete Varianz des Messrauschens im System.

2.5.2 Maximum-Likelihood-Schätzer

Der Maximum-Likelihood-Schätzer (ML-Schätzer) ist ein allgemeines Schätzverfahren, das von einer stochastischen Beschreibung der Signale ausgeht. Im hier zunächst betrachteten Fall wird angenommen, dass die Messgröße y von einem mittelwertfreien Gaußschen Rauschprozess e mit der Varianz σ_e^2 überlagert wird. Anders als in (2.1) wird ein allgemeines Signalmodell angenommen:

$$y(k) = f(\boldsymbol{\psi}^T(k), \boldsymbol{\theta}) + e \quad (2.19)$$

Die tatsächlichen Modellparameter sind nicht bekannt und sollen geschätzt werden. Der Ansatz des Schätzers ist die Maximierung der Likelihood-Wahrscheinlichkeitsdichte, das heißt der Wahrscheinlichkeit, mit der die Messwertpaare $(\boldsymbol{\psi}^T(k), y(k))$ zu einer geschätzten Funktion $\hat{f}(\boldsymbol{\psi}^T(k), \hat{\boldsymbol{\theta}})$ gehören [KSW08]. Mit der hier angenommenen Normalverteilung der Messrauschamplitude folgt für die Likelihood-Dichte h für ein Wertepaar:

$$h(\boldsymbol{\psi}^T(k)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_e} \cdot \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(y(k) - \hat{f}(\boldsymbol{\psi}^T(k), \hat{\boldsymbol{\theta}}))^2}{\sigma_e^2} \right) \quad (2.20)$$

Da eine stochastische Unabhängigkeit der N einzelnen Messwerte angenommen wird, folgt für die Verbunddichtefunktion:

$$h(\Psi) = \prod_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_e} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\left(y(k) - \hat{f}\left(\psi^T(k), \hat{\theta}\right)\right)^2}{\sigma_e^2}\right). \quad (2.21)$$

Diese Verbunddichte soll durch die optimale Schätzung des Parametervektors $\hat{\theta}$ maximiert werden. Hierzu wird zunächst logarithmiert, da dies die Lage des Maximums nicht verändert:

$$\log h(\Psi) = -\frac{N}{2} \log 2\pi \log \sigma_e - \frac{1}{2\sigma_e^2} \sum_{k=1}^N \left(y(k) - \hat{f}\left(\psi^T(k), \hat{\theta}\right)\right)^2. \quad (2.22)$$

Folglich kann die Maximierung von (2.21) durch Minimierung des zweiten Terms in (2.22) gelöst werden. Dies ist die Bestimmungsgleichung des Schätzwertes $\hat{\theta}$:

$$\sum_{k=1}^N \left(y(k) - \hat{f}\left(\psi^T(k), \hat{\theta}\right)\right)^2 \xrightarrow{\hat{\theta}} \min. \quad (2.23)$$

Es können etwa iterative Algorithmen angewendet werden, wie in [TPS09]. Im Spezialfall des linearen Signalmodells (2.1) wäre das Minimum in (2.23) durch Ableiten und Nullsetzen bestimmbar. Das Ergebnis entspricht in diesem Fall dem bereits bekannten Least-Squares-Schätzer [KSW08].

2.6 Grundlagen der Zustandsschätzung

Im Unterschied zur Parameterschätzung unterliegen die bei der Zustandsschätzung gesuchten Größen $\mathbf{x}(k)$ einer bekannten, hier zeitdiskreten Dynamik. Für rein deterministische Systeme ist dies mithilfe eines Zustandsbeobachters lösbar [FDK94]. Es wird dabei ausgehend von den Messwerten $\mathbf{y}(k)$ eine Schätzung $\hat{\mathbf{x}}(0)$ des Systemanfangszustands $\mathbf{x}(0)$ gesucht, da mit der bekannten Systemdynamik die weitere Zustandstrajektorie $\hat{\mathbf{x}}(k)$ vollständig rekonstruiert werden kann. Im Unterschied dazu werden hier Systeme mit überlagerten stochastischen Prozessen betrachtet. Die im Folgenden an den Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}(k)$ gestellte Forderung ist, dass dieser mit dem bedingten Erwartungswert übereinstimmt [KSW08]:

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = E\{\mathbf{x}(k) | \mathbf{y}(k)\}. \quad (2.24)$$

2.6.1 Lineares Kalman-Filter

Es wird ein lineares zeitdiskretes Systemmodell betrachtet:

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{L} \mathbf{w}(k) \quad (2.25)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k). \quad (2.26)$$

Dabei bezeichnet \mathbf{x} den Systemzustand, Φ die Systemmatrix, \mathbf{u} die bekannte Eingangsgröße und \mathbf{y} die Messgröße. Des Weiteren sind \mathbf{w} , \mathbf{v} das System- und Messrauschen. Diese werden als unabhängige stochastische Prozesse in Form von mittelwertefreiem, weißen Gaußschen Rauschens angenommen und sind durch die Kovarianzen \mathbf{Q} und \mathbf{R} charakterisiert.

Die Forderung (2.24) für das System (2.25)-(2.26) führt auf das lineare Kalman-Filter. Der Algorithmus gliedert sich dabei in einen Prädiktionsschritt (\mathbf{x}^* , \mathbf{P}^* : Prädiktionswert) sowie den darauffolgenden Innovationsschritt ($\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{P}}$: Schätzwert).

Prädiktionsschritt:

$$\mathbf{x}^*(k+1) = \Phi \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{b} \mathbf{u}(k) \quad (2.27)$$

$$\mathbf{P}^*(k+1) = \Phi \hat{\mathbf{P}}(k) \Phi^T + \mathbf{L} \mathbf{Q} \mathbf{L}^T \quad (2.28)$$

Filterschritt (Innovationsschritt):

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}^*(k+1) \mathbf{C}^T \cdot [\mathbf{C} \mathbf{P}^*(k+1) \mathbf{C}^T + \mathbf{R}]^{-1} \quad (2.29)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{x}^*(k+1) + \mathbf{K}(k+1) \cdot [y(k+1) - \mathbf{C} \mathbf{x}^*(k+1)] \quad (2.30)$$

$$\hat{\mathbf{P}}(k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1) \mathbf{C}] \cdot \mathbf{P}^*(k+1) \quad (2.31)$$

2.6.2 Extended Kalman-Filter

Reale Systeme verfügen vielfach über nichtlineare Systemgleichungen. Ein anschauliches Beispiel sind die an ein Fahrzeug angreifenden Luftwiderstandskräfte. In Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v nehmen diese zu ($F_{\text{aero}} \propto v^2$), sodass das Erzielen einer bestimmten Beschleunigung bei hoher Geschwindigkeit eine größere Antriebsleistung erfordert als bei niedriger Geschwindigkeit. Während das Superpositionsprinzip somit nicht mehr global gilt, kann dies jedoch für eine kleine Umgebung um einen Arbeitspunkt herum angenommen werden. Dies ist die dem Extended Kalman-Filter zugrunde liegende Idee. Das nichtlineare Systemmodell wird beschrieben durch:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{v}(k)) \quad (2.32)$$

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{w}(k) \quad (2.33)$$

Die Funktionen $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), \mathbf{v}(k))$ und $\mathbf{g}(\mathbf{x}(k))$ werden in einer Taylorreihe [BS89] um den vorherigen Schätz- bzw. Prädiktionswert entwickelt und nach dem linearen Term abgebrochen. Hierbei ergeben sich:

$$\Phi(k) = \frac{d}{d\mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) \Big|_{\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{L}(k) = \frac{d}{d\mathbf{v}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) \Big|_{\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{C}(k+1) = \frac{d}{d\mathbf{x}} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}^*(k+1)} \quad (2.36)$$

Ausgehend von den linearisierten Systemgleichungen lässt sich analog zum linearen Kalman-Filter das Extended Kalman-Filter herleiten [KSW08].

Prädiktionsschritt:

$$\mathbf{x}^*(k+1) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(k), \mathbf{u}(k)) \quad (2.37)$$

$$\mathbf{P}^*(k+1) = \mathbf{\Phi}(k) \hat{\mathbf{P}}(k) \mathbf{\Phi}^T(k) + \mathbf{L}(k) \mathbf{Q} \mathbf{L}^T(k) \quad (2.38)$$

Filterschritt (Innovationsschritt):

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}^*(k+1) \mathbf{C}^T(k+1) \cdot [\mathbf{C}(k+1) \mathbf{P}^*(k+1) \mathbf{C}^T(k+1) + \mathbf{R}]^{-1} \quad (2.39)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{x}^*(k+1) + \mathbf{K}(k+1) \cdot [y(k+1) - \mathbf{g}(\mathbf{x}^*(k+1))] \quad (2.40)$$

$$\hat{\mathbf{P}}(k+1) = [\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1) \mathbf{C}(k+1)] \cdot \mathbf{P}^*(k+1) . \quad (2.41)$$

Der hier gemachte Ansatz zur nichtlinearen Zustandsschätzung liegt in der Linearisierung der Systemgleichungen. Unter dieser Voraussetzung werden die Gaußschen Rauschprozesse beim Zustandsübergang wieder in Gaußsche Prozesse abgebildet. Zur vollständigen Beschreibung der Zustandsdichte müssen daher nur die zwei Momente Erwartungswert und Kovarianz bestimmt werden.

2.7 Modellbasierte Antriebsschlupfregelung

2.7.1 Systemaufbau und Komponenten

Die Systemstruktur der Antriebsschlupfregelung orientiert sich an bisherigen Veröffentlichungen zur modellbasierten Schlupfregelung. Ein möglicher Systemaufbau ist in der Arbeit [UK99] beschrieben und wird in ähnlicher Form in weiteren Veröffentlichungen zu dieser Problemstellung verwendet. Vorteilhaft an diesem Aufbau ist, dass eine Untergliederung in drei weitestgehend unabhängig zu entwickelnden Module vorliegt.

Das Vorgehen besteht aus der Modellierung der Schlupfdynamik und anschließendem Entwurf eines nichtlinearen Reglers. Abgesehen von der unterschiedlichen Definition ergeben sich für Brems- und Antriebsschlupf ähnliche Modellstrukturen, sodass einzelne Methoden auf beide Fälle anwendbar sind. Das Verfahren gliedert sich wie in Abbildung 2.7 dargestellt in Module zur Bestimmung von Fahrzustandsgrößen, einer Parameterschätzung des Fahrbahnreibwertes sowie den eigentlichen Schlupfregler. Der Sollschlupf kann entweder fest vorgegeben oder während der Fahrt in Abhängigkeit der Fahrbahnverhältnisse dynamisch angepasst werden. Die modellbasierte Reibwertschätzung in dieser Arbeit ist daher nicht zwingender Bestandteil einer Antriebsschlupfregelung und nicht in jeder Veröffentlichung zu finden.

Bei der Bestimmung des Fahrzustandes werden ausschließlich längsdynamische Größen betrachtet. Diese Vereinfachung führt auf übersichtlichere Formen der eingesetzten Schätzfilter.

Des Weiteren beschränken sich die verwendeten Messgrößen daher auf die Raddrehraten sowie Längs- und Querschleunigungssensoren.

Im Einzelnen wird zunächst in Abschnitt 3.1 die Modellbildung der Schlupfdynamik und insbesondere die Reifenmodellierung betrachtet. Die Berechnung des Reifenschlupfes wird dann in Unterkapitel 3.2.1 behandelt. Sowohl zur Schätzung des Fahrbahnreibwertes als auch im Regler werden des Weiteren die am Reifen wirkenden Kräfte verwendet. Da diese nicht mit standardmäßig im Fahrzeug eingesetzten Sensoren messbar sind, werden Schätzmethoden für die Radaufstandskraft in 3.2.2 sowie die Radumfangskraft in 3.2.3-3.2.4 entwickelt.

Die Möglichkeiten zur Modellidentifikation der Kraftübertragung werden in Abschnitt 3.3 anhand von drei Reifenmodellen untersucht. Unter Verwendung eines dort entwickelten Modells wird dann in 3.4 eine Methode zur rekursiven Online-Schätzung angewendet.

Schließlich wird in Kapitel 4 ein Regelungskonzept für die nichtlineare Schlupfdynamik entwickelt. Aufgrund der Nichtlinearitäten und Unsicherheiten im Modell wird hier ein modellbasierter Sliding-Mode-Regler verwendet. Wegen der vergleichsweise schnellen Aktordynamik des Elektromotors bietet sich die Verwendung dieses strukturvariablen Reglers an und wird in zahlreichen anderen Arbeiten [LT03, HAAS08, dCAF11] zur Schlupfregelung eingesetzt.

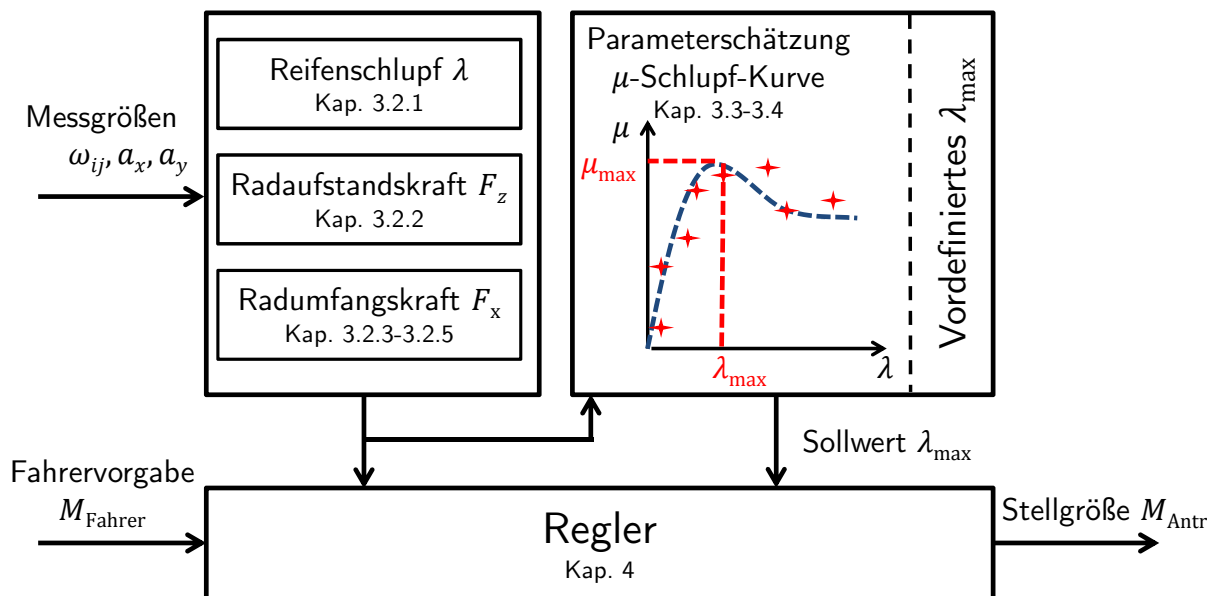


Abbildung 2.7: Veranschaulichung des modularen Systemaufbaus. Die Schätzung der Fahrzustandsgrößen ist von der Sollsclupfvorgabe sowie dem Regler entkoppelt. Der Sollsclupf kann einen vordefinierten Wert annehmen oder bei ausreichender Systemanregung aus der Schätzung der μ -Schlupf-Kurve hervorgehen. Eigene Darstellung.

2.7.2 Annahmen

In zusammengefasster Form werden die grundlegenden Annahmen beschrieben, die der Entwicklung der einzelnen Verfahren zugrunde liegen. Die Folgerungen werden dann in den entsprechenden Zusammenhängen weiter ausgeführt:

- Die Fahrdynamik beim Einsatz des Systems ist annähernd durch eine reine Längsdynamik beschrieben. Es wird nur der Beschleunigungsfall betrachtet und angenommen, dass das Bremspedal während der Systemaktivierung nicht betätigt ist.
- Es liegt eine ebene Fahrbahn ohne Steigung vor.
- Ein Elektromotor treibt die Vorderachse an, die Verteilung des Antriebsmomentes auf beide Räder ist gleich und erfolgt durch ein Planetengetriebe mit fester Übersetzung. Das von der Leistungselektronik angeforderte Motormoment ist zu jeder Zeit exakt bekannt.

Kapitel 3

Modellbasierte Schätzung des Fahrbahnreibwertes

Dieser Teil der Arbeit entwirft ein modellbasiertes Konzept zur Schätzung des Fahrbahnreibwertes als zentrale Größe der Antriebsschlupfregelung. Eine besondere Schwierigkeit ist, dass die Eigenschaften des Fahrbahnuntergrundes nicht a priori bekannt sind und wechseln. Des Weiteren hat auch der Reifentyp und -zustand Einfluss auf die Kraftübertragung.

Grundsätzlich wird eine reine Längsdynamik zur Modellierung zugrunde gelegt. Im Unterkapitel 3.1 werden die Grundlagen der Kraftübertragung am Reifen eingeführt, drei Modelle vorgestellt und eine Stabilitätsanalyse der Schlupfdynamik durchgeführt. Anschließend wird in Abschnitt 3.2 untersucht, wie Schlupf- und Kraftschlussinformationen aus typischen Sensorkonfigurationen ermittelt werden können. In 3.3 werden die Modelle untersucht und Methoden zur Parameterschätzung angewendet. Dies führt zu einem Konzept zur robusten Online-Identifikation in Abschnitt 3.4. Anhand der geschätzten Kraftschluss-Schlupf-Kurve kann damit die maximal übertragbare Radumfangskraft bestimmt werden.

3.1 Modellierung des Reifen-Fahrbahn-Kontaktes

Die Kraftübertragung zwischen einem angetriebenen Fahrzeugreifen und der Fahrbahn ist durch eine kraftschlüssige Verbindung gekennzeichnet [MW04]. Im Gegensatz zu der theoretisch unbegrenzten Kraftübertragung eines Zahnrades auf einer Zahnradbahn sind die beim Gummireifen auftretenden Reibungsmechanismen abhängig von der Normalkraft sowie Fahrbahn- und Reifenbeschaffenheit. Die maximal an der Radaufstandsfläche (Latsch) übertragbare Kraft ist mit dem maximalen Reibungsbeiwert μ_{\max} (Haftbeiwert):

$$F_{x,\max} = \mu_{\max} F_z . \quad (3.1)$$

Wird das antreibende Moment erhöht, sodass die maximal übertragbare Kraft überschritten wird, beginnen die Latschelemente durchzurutschen. Die Haftreibung wird anteilig durch Gleitreibung ersetzt, bis schließlich lediglich Gleitreibung vorliegt. Im Allgemeinen ist die bei Gleitreibung übertragbare Kraft kleiner als bei Haftreibung.

Makroskopisch kann das einsetzende Gleiten des Reifens über die dimensionslose Größe des Reifenschlupfes λ beschrieben werden. Im Beschleunigungsfall bei reiner Längsbewegung wird dazu die Differenz zwischen Umfangsgeschwindigkeit und Geschwindigkeit der Radaufstandsfläche in Bezug zur Umfangsgeschwindigkeit gesetzt:

$$\lambda = \frac{\omega r - v_x}{\omega r} . \quad (3.2)$$

Als zweite dimensionslose Größe wird der Längskraftschluss μ eingeführt. Dieser setzt die Radumfangskraft ins Verhältnis zur vertikalen Radaufstandskraft:

$$\mu = \mu(\lambda) = \frac{F_x}{F_z} . \quad (3.3)$$

Der nichtlineare Zusammenhang zwischen Kraftschluss und Reifenschlupf ist abhängig von Reifen- und Fahrbahnparametern. Es existiert eine Vielzahl von empirischen Modellen für stationäre Verhältnisse (μ -Schlupf-Kurve). Exemplarisch sind vier typische Kurvenverläufe in Abbildung 3.1 dargestellt. Drei häufig verwendete Modelle werden im folgenden Unterabschnitt beschrieben. Daneben gibt es physikalisch motivierte Modelle, die von einer mikroskopischen Betrachtung der Gummireibung ausgehen und auch dynamische Effekte berücksichtigen [CdWOAL95].

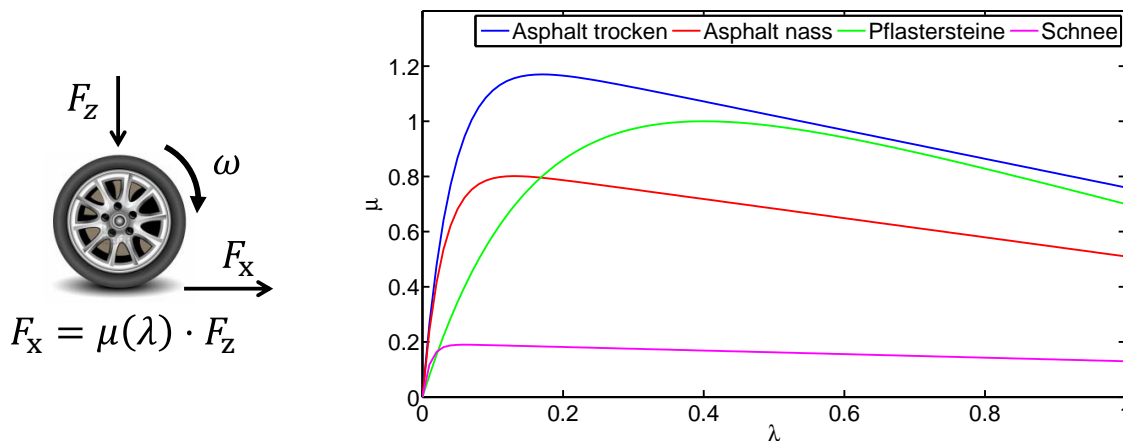


Abbildung 3.1: Darstellung der Kraftübertragung am Reifen und Verlauf von typischen μ -Schlupf-Kurven. Abbildung erstellt nach dem Burckhardt-Reifenmodell unter Verwendung der Parameterwerte aus [KN05].

3.1.1 Statische Reifenmodelle

Im Folgenden wird ausschnittsweise die Bandbreite unterschiedlich komplexer Reifenmodelle gezeigt. Naheliegenderweise kann die Berücksichtigung weiterer Effekte und Abhängigkeiten eine höhere Abbildungsgenauigkeit des Reifenverhaltens hervorbringen. Bei dem hier verfolgten Ziel ist die Genauigkeit jedoch nicht das alleinige Kriterium und eine Bewertung der Modelle wird daher in 3.3 vorgenommen.

Reifenmodell nach PACEJKA

Das vielfach eingesetzte empirische Modell nach PACEJKA [Pac07] beschreibt die stationäre μ -Schlupf-Kurve mit trigonometrischen Funktionen:

$$\mu(\lambda) = D \cdot \sin [C \arctan (B \cdot \lambda - E (B \cdot \lambda - \arctan (B \cdot \lambda)))] . \quad (3.4)$$

Dieser Zusammenhang wird auch als „Magic Tire Formula“ bezeichnet und es existieren zahlreiche Erweiterungen auf Modelle mit mehr als 20 Parametern. Den Parametern in der Grundform (3.4) kann zum Teil eine anschauliche Bedeutung zugeordnet werden. Es entspricht D dem Maximalwert μ_{\max} , C ist ein Formfaktor und B kann als Kurvensteigung im linearen Bereich (Steifigkeit) interpretiert werden.

Weit verbreitet ist der Einsatz des Modells (3.4) als Simulationsmodell, etwa in der in dieser Arbeit verwendeten Software CARMAKER. Vorteilhaft ist die Verwendung standardisierter Dateiformate für die Modellparameter, was zur Etablierung beim Einsatz in der Fahrzeugentwicklung und dem Austausch mit Reifenherstellern beigetragen hat.

Burckhardt-Modell

Ein weiteres empirisches Modell beruht auf den Messungen von BURCKHARDT [Bur93]. Hierbei werden lineare und Exponentialfunktionen eingesetzt. In der Grundform mit drei Parametern ist das Modell gegeben durch:

$$\mu(\lambda) = c_1 (1 - e^{-c_2 \cdot \lambda}) - c_3 \cdot \lambda . \quad (3.5)$$

Daneben gibt es eine erweiterte Form, die einen geschwindigkeitsabhängigen Term sowie einen Faktor zur Beschreibung des Einflusses der absoluten Radaufstandskraft besitzt [KN05].

Ein Vorteil des Modells (3.5) gegenüber der „Magic Tire Formula“ ist die einfachere Struktur der Gleichung und damit verbunden geringere Anforderungen an die Rechenzeit bei Mikrorechnern und Steuergeräten. Des Weiteren ist (3.5) bis auf einen Term linear in den Modellparametern. Dies motiviert Ansätze zur vollständigen Linearisierung des Modells, um dann lineare Parameterschätzverfahren anwenden zu können. Während das Pacejka-Modell somit als detailliertes Simulationsmodell Verwendung findet, wird das Burckhardt-Modell hier bei der Regelungsauslegung eingesetzt.

KIENCKE Modell

Die erwähnte Nichtlinearität in den Reifenmodellen nach PACEJKA und BURCKHARDT hat zur Entwicklung weiterer Modelle geführt, welche linear in den Parametern sind. Es handelt sich beispielsweise um Polynome oder gebrochen rationale Funktionen. Exemplarisch wird hier das Modell nach KIENCKE betrachtet [Dai96]:

$$\mu(\lambda) = \frac{\mu_0 \lambda}{1 + c_1 \lambda + c_2 \lambda^2} . \quad (3.6)$$

Der Parameter μ_0 bestimmt in diesem Modell die Kurvensteigung im linearen Bereich.

3.1.2 Schlupfdynamik im Viertelfahrzeugmodell

Ein gemeinsames Charakteristikum der vorgestellten Modelle der Radumfangskraft ist die Existenz eines einzelnen, unterschiedlich stark ausgeprägten Maximums μ_{\max} beim Schlupfwert λ_{\max} . Im Folgenden wird die besondere Bedeutung dieses Punktes beleuchtet, da dieser nicht nur den erstrebenswerten maximalen Kraftschluss ermöglicht, sondern gleichzeitig auch den Übergang in einen instabilen Systemzustand festlegt.

Für die weitere Untersuchung wird das Viertelfahrzeugmodell [KN05, Sch06] zugrunde gelegt. Die Fahrzeuglängsdynamik wird in diesem einfachen Modell beschrieben, indem die an jedem Rad auf die Fahrbahn übertragene Kraft auf die anteilige Fahrzeugmasse bezogen wird. Diese Form wird vielfach als vereinfachtes Reglermodell der Längsdynamik verwendet. Hier tragen nur die Vorderräder zum Vortrieb bei, sodass jeweils eine Fahrzeughälfte betrachtet wird¹. Unter der Annahme symmetrischer Verhältnisse werden im Folgenden nur die Gleichungen für eine der zwei Seiten aufgestellt. Das Modell ist dann durch eine Gleichung für das angetriebene Rad sowie die Beschleunigung der zugehörigen Fahrzeughälfte mit der Masse m beschrieben. Antriebs- und Bremsmoment sind ebenfalls auf jeweils ein Rad bezogen. Im Gegensatz zu komplexeren Simulationsmodellen, etwa in IPG CARMAKER, entfällt die Modellierung der Radaufhängung, der Reifen sowie der Aktordynamik:

$$J_r \dot{\omega} = M_{\text{Antr}} - M_{\text{Brems}} - F_x r - F_{\text{roll}} r \quad (3.7)$$

$$m \dot{v}_x = F_x - F_{\text{aero}} \quad (3.8)$$

Der auf die Fahrzeughälfte wirkende Luftwiderstand wird hier mit der Querschnittsfläche A , der Luftdichte² ρ sowie dem Strömungswiderstandskoeffizienten c_W modelliert durch [MW04]:

$$F_{\text{aero}} = c_W A \frac{\rho}{2} v_x^2 \quad (3.9)$$

Des Weiteren wird der Rollwiderstand des Reifens mit dem Rollwiderstandsbeiwert f_r beschrieben durch [MW04]:

$$F_{\text{roll}} = f_r F_z \quad (3.10)$$

Hier wird der Rollwiderstand, der durch Verlustprozesse beim Abrollen und Umformen des Gummireifens entsteht, wie in [Sch06, MGO⁺12] als ein Verlustmoment modelliert. Anschaulich muss das Antriebsmoment M_{Antr} um die Radachse zunächst dieses Gegenmoment überwinden, bevor der Reifen zu rollen beginnt. In anderen Anwendungen interessiert nur die Schwerpunktsdynamik (3.8), daher kann dann vereinfachend F_{roll} wie die Luftwiderstandskraft als auf den Fahrzeugaufbau wirkende Kraft modelliert werden.

¹In zahlreichen Veröffentlichungen wird das Modell für den Bremsfall betrachtet, dann liegt tatsächlich ein Viertelfahrzeug vor.

²hier: $\rho(25^\circ\text{C}) = 1,184 \text{ kg/m}^3$.

Analog zu den Herleitungen in [OSS03] wird die Dynamik von λ für den Antriebsfall bestimmt und die Stabilität untersucht³. Aus der Definition von λ folgt für die Ableitung:

$$\dot{\lambda} = \frac{d}{dt} \frac{\omega r - v_x}{\omega r} = \frac{v_x \dot{\omega}}{\omega^2 r} - \frac{\dot{v}_x}{\omega r}. \quad (3.11)$$

Zusammen mit (3.8) sowie $v_x = (1 - \lambda) \omega r$ aus der Definition folgt dann:

$$\dot{\lambda} = (1 - \lambda) \frac{\dot{\omega}}{\omega} - \frac{F_x - F_{\text{aero}}}{m \omega r} \quad (3.12)$$

Einsetzen von (3.3) sowie (3.7) und Erweitern der Brüche liefert:

$$\dot{\lambda} = (1 - \lambda) \frac{v_x}{\omega r} \frac{r}{v_x} \cdot \frac{M_{\text{Antr}} - F_x r - F_{\text{roll}} r}{J_r} - \frac{v_x}{\omega r} \frac{F_x - F_{\text{aero}}}{m v_x} \quad (3.13)$$

$$= - \frac{(1 - \lambda)^2}{v_x} \frac{r}{J_r} (-M_{\text{Antr}} + F_x r + F_{\text{roll}} r) - \frac{(1 - \lambda)}{v_x} \left(\frac{F_x - F_{\text{aero}}}{m} \right) \quad (3.14)$$

$$= - \underbrace{\frac{(1 - \lambda)^2}{v_x} \frac{r}{J_r}}_{=: \gamma(\lambda)} \left[\underbrace{\left(\frac{J_r}{m r^2} \frac{1}{1 - \lambda} + 1 \right) \mu(\lambda) F_z r - \frac{J_r}{m r^2} \frac{1}{1 - \lambda} F_{\text{aero}} r + F_{\text{roll}} r - M_{\text{Antr}}}_{=: \Psi(\lambda)} \right]. \quad (3.15)$$

Die zusätzliche Dynamik von v_x nach (3.8) wird an dieser Stelle vernachlässigt, sodass die Fahrzeuggeschwindigkeit als langsam zeitveränderlicher Parameter angenommen wird [OSS03]. Die verbleibende Differentialgleichung (3.15) ist allerdings nichtlinear, sodass die Theorie über Stabilität und Equilibria aus der linearen Systemtheorie nicht anwendbar ist. Wesentlich ist, dass zu einem Wert der Eingangsgröße M_{Antr} mehr als ein Equilibrium existieren kann [Slo91].

In [OSS03] und [OSS05] wird eine ausführliche Analyse von (3.8) vorgenommen. Es wird festgestellt, dass ein stationärer Wert λ^* stets unabhängig von der Fahrzeuggeschwindigkeit ist. Dies ist durch Nullsetzen der linken Seite in (3.14) sofort ersichtlich.

Anhand von konkreten Parameterwerten sowie einer vorgegebenen Funktion $\mu(\lambda)$ werden die Equilibria von (3.14) in [OSS03] veranschaulicht. Eine weitere Umformung auf (3.15) vereinfacht diese Untersuchung, da lediglich die Funktion $\Psi(\lambda)$ zu betrachten ist. Die Verhältnisse sind für eine bestimmte Funktion⁴ $\mu(\lambda)$ sowie Fahrzeugparameter⁵ in Abbildung 3.2 exemplarisch dargestellt.

Es sind qualitativ drei Fälle für das Antriebsmoment zu unterscheiden: Im unteren Drehmomentbereich (etwa $M_{\text{Antr}} = M_1$) liegt ein stabiles Equilibrium mit einem Schlupf $\lambda^* < 1$

³Die Antriebsschlupfregelung ist für den Beschleunigungsfall definiert. Es wird daher im Folgenden davon ausgegangen, dass neben M_{Antr} nicht auch gleichzeitig ein Bremsmoment M_{Brems} vorliegt und so die Übersichtlichkeit der Herleitungen erhöht.

⁴Burckhardt-Modell für „Asphalt trocken“ mit Parameterwerten aus [KN05].

⁵Masse einer Fahrzeughälfte $m = 0,5 \cdot 1468 \text{ kg}$, Trägheitsmoment $J_r = 0,459 \text{ kgm}^2$, Radradius $r = 0,293 \text{ m}$ und Vernachlässigung der Fahrwiderstände.

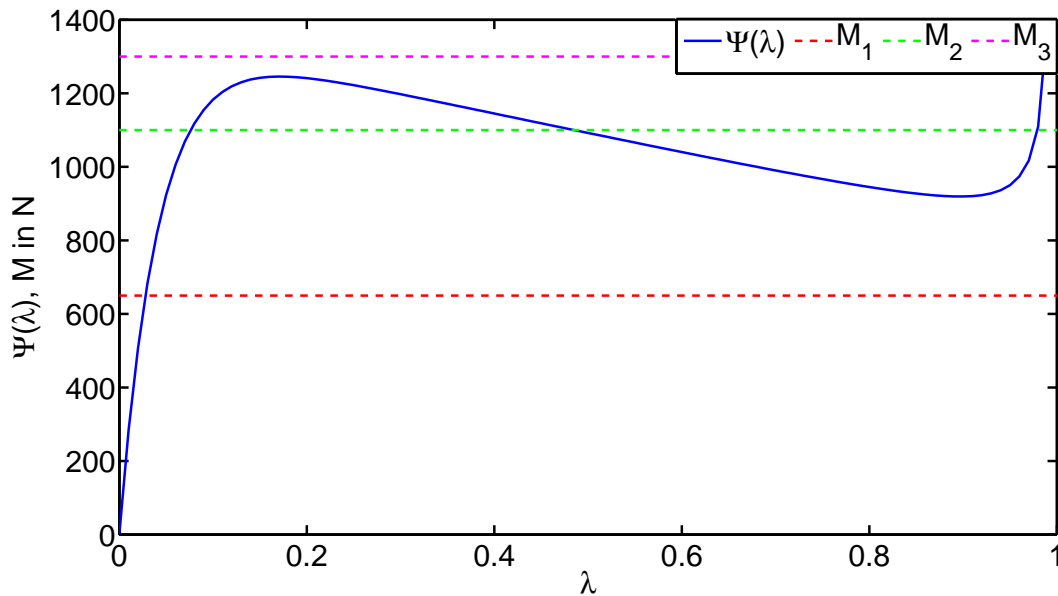


Abbildung 3.2: Exemplarische Darstellung der Funktion $\Psi(\lambda)$. Die Schnittpunkte mit dem gestrichelt eingezeichneten Antriebsmoment M_{Antr} markieren die jeweiligen Equilibria von (3.15).

vor, sodass das Fahrzeug mit konstanter Beschleunigung fährt. Dieser Schlupfwert wird sich unabhängig von den Anfangsbedingungen einstellen. Wird das Antriebsmoment erhöht (etwa $M_{\text{Antr}} = M_2$), so ergeben sich drei Equilibria, ein stabiles, ein instabiles sowie ein stabiles im hohen Schlupfbereich. Aufgrund der Instabilität der zweiten Ruhelage wird der Schlupf nicht an diesem Wert verharren, sondern weiter anwachsen („*break-loose*“-Effekt [OSS03]). Im Grenzfall der maximal möglichen Beschleunigung fallen die ersten beiden Equilibria zu einem Punkt zusammen. Jenseits eines kritischen Antriebsmomentes (etwa $M_{\text{Antr}} = M_3$) liegt schließlich nur noch das stabile Equilibrium im sehr hohen Schlupfbereich $\lambda^* \approx 1$ vor. Dieser Systemzustand ist offensichtlich unerwünscht und kann ausschließlich durch eine Verringerung der Antriebsleistung wieder verlassen werden. Hier wird nur der für die Praxis relevante erste Fall einer stabilen Ruhelage bei niedrigem Schlupf betrachtet. Es wird im Folgenden nachgewiesen, dass nur ein zum ansteigenden Bereich der μ -Schlupf-Kurve gehörender Schlupfwert λ^* ein stabiles Equilibrium von (3.14) darstellt. Dies unterstreicht die Bedeutung der Aufgabe, das zum Maximalwert μ_{max} korrespondierende λ_{max} und damit den Übergang in den abfallenden Kurvenbereich zu bestimmen. Dabei wird die Luftwiderstandskraft außer Acht gelassen.

Zunächst wird das erforderliche konstante⁶ Antriebsmoment M_{Antr}^* bestimmt, das zu einem stationären Wert λ^* führt. Mit dem Ansatz $\dot{\lambda}^* = 0$ in (3.14) ergibt sich durch Umformen:

$$M_{\text{Antr}}^* = \mu(\lambda^*) F_z r + \frac{J_r}{rm(1-\lambda^*)} \cdot \mu(\lambda^*) F_z. \quad (3.16)$$

Die lokale Stabilität eines Equilibriums lässt sich mithilfe einer Taylorreihenentwicklung nachweisen [Slo91]. Hierzu wird die Differentialgleichung einer Perturbation vom Linearisierungs-

⁶Aufgrund des hier vernachlässigten geschwindigkeitsabhängigen Luftwiderstandes.

punkt λ^* als Taylorreihe erster Ordnung approximiert:

$$\frac{d}{dt}(\lambda - \lambda^*) = g(\lambda^*) + g'(\lambda)|_{\lambda^*}(\lambda - \lambda^*) . \quad (3.17)$$

Die Funktion $g(\lambda)$ bezeichnet dabei die rechte Seite von (3.14). Aufgrund der Equilibriumsbedingung gilt aber gleichzeitig $g(\lambda^*) = 0$. Entscheidend ist daher lediglich das Vorzeichen der ersten Ableitung $g'(\lambda)|_{\lambda^*}$.

Diese Ableitung wird bestimmt zu:

$$g'(\lambda) = \frac{F_z}{v_x} \left[\left(\frac{2(1-\lambda)r^2}{J_r} + \frac{1}{m} - \frac{2(1-\lambda)r}{J_r} \cdot \frac{M_{\text{antr}}}{\mu(\lambda)F_z} \right) \cdot \mu(\lambda) - \left(\frac{(1-\lambda)^2 r^2}{J_r} + \frac{1-\lambda}{m} \right) \cdot \mu'(\lambda) \right] . \quad (3.18)$$

Auswerten für $\lambda = \lambda^*$ und damit Einsetzen von M_{Antr}^* aus (3.16) führt auf:

$$\frac{d}{dt}(\lambda - \lambda^*) = \frac{F_z}{v_x} \left[\underbrace{\left(\frac{2\lambda - 1}{m} \right)}_{\ll 1} \cdot \mu(\lambda^*) - \underbrace{\left(\frac{(1-\lambda)^2 r^2}{J_r} + \frac{1-\lambda}{m} \right)}_{> 0} \cdot \underbrace{\mu'(\lambda^*)}_{\geq 0} \right] . \quad (3.19)$$

Unter Abschätzung der Fahrzeugmasse $m \gg 1$ ist diese Ableitung somit stets negativ, sofern $\mu'(\lambda^*)$ größer als Null ist. Ein Equilibrium im ansteigenden Bereich der Kurve ist daher stabil, im abfallenden Bereich mit $\mu'(\lambda^*) < 0$ hingegen nicht. Damit ist der als Regelziel maximal zulässige Schlupf λ_{max} näherungsweise der zum Maximum μ_{max} gehörige Wert.

3.2 Schätzung von Reifenschlupf und Kraftschluss

Dieses Unterkapitel befasst sich mit der Ermittlung der jeweils momentanen Schlupf- und Kraftschlusswerte. Die gewonnenen Messgrößen dienen dann im nächsten Unterkapitel zur Identifikation der μ -Schlupf-Kurve und folglich der Bestimmung des Maximums ($\lambda_{\text{max}}, \mu_{\text{max}}$). Der Reifenschlupf λ ist eine definierte Inbezugsetzung der Fahrzeuggeschwindigkeit v_x zu den Radrehzahlen ω . Im Beschleunigungsfall mit lediglich zwei angetriebenen Rädern ist diese Größe aus den gemessenen Drehzahlen aller Räder bestimmbar (Abschnitt 3.2.1). Schwieriger ist die Ermittlung des Kraftschlusses μ , da eine direkte Messung der Reifenkräfte ohne eine spezielle Sensorik nicht möglich ist [Dai96]. Es werden daher Schätzer für die Radaufstandskraft F_z (3.2.2) und Radumfangskraft F_x (3.2.3 sowie 3.2.4) vorgestellt. Damit ergibt sich der gesuchte Kraftschluss zu:

$$\mu = \frac{F_x}{F_z} . \quad (3.20)$$

3.2.1 Schätzung des Reifenschlupfes

Die Schlupfdefinition

$$\lambda = \frac{\omega r - v_x}{\omega r} . \quad (3.21)$$

erfordert die Kenntnis der Raddrehrate ω sowie der Fahrzeuglängsgeschwindigkeit v_x . Erstere Größe ist mithilfe der im Fahrzeug verbauten Drehzahlsensoren messbar.

Fahrzeuggeschwindigkeit

Für die Fahrzeuggeschwindigkeit gilt, dass diese im Beschleunigungsfall aus den gemessenen Raddrehzahlen der nicht angetriebenen Räder bestimmt werden kann:

$$v_x = \frac{1}{2} (\omega_{HL} r + \omega_{HR} r) . \quad (3.22)$$

Es wird dabei angenommen, dass kein Moment, außer vernachlässigbarer Lagerreibung, auf die nicht angetriebenen Räder wirkt. Daher ist die übertragene Umfangskraft ungefähr Null und somit auch $\lambda = 0$ beziehungsweise die Umfangsgeschwindigkeit gleich der Fahrzeuggeschwindigkeit. Eine Mittelwertbildung zwischen dem linken und rechten Rad korrigiert den Unterschied bei Kurvenfahrten. Wie in [Bur93] gezeigt, tritt mit dieser Berechnungsmethode bei Kurvenfahrten ein vernachlässigbarer Fehler im Promillebereich auf. Hingegen führt der Diagonalvergleich des linken Vorderrads mit dem rechten Hinterrad zu einem nicht vernachlässigbaren Pseudoschlupf.

Offensichtlich gilt dieser einfache Zusammenhang nicht, wenn alle Räder angetrieben werden. Ebenfalls wirken Radbremsen typischerweise an allen Rädern. Daher muss für Antiblockiersysteme im Bremsfall auf andere Ansätze zurückgegriffen werden, etwa durch Sensordatenfusion [KN05].

Bei der Realisierung der Methode wirkt sich die Division durch $v_r := \omega r$ für kleine Geschwindigkeitswerte nachteilig aus. Es kommt zu starken Streuungen und einer Verstärkung des Sensorsmessrauschens. Daher wird die Bezugsgröße hier nach unten durch einen in Simulationen ermittelten Wert begrenzt:

$$v_r = \max(\omega r; 0,8 \text{ m/s}) . \quad (3.23)$$

Des Weiteren werden die Signale der Drehratensensoren zur Rauschunterdrückung vorgefiltert. Hierbei wird ein Tiefpass erster Ordnung mit der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{T_s + 1} \quad (3.24)$$

eingesetzt. Anhand von Simulationsergebnissen wird die Zeitkonstante T experimentell zu $T_V = 0,01 \text{ s}$ für die Vorder- sowie $T_H = 0,1 \text{ s}$ für die Hinterräder gewählt. Dieser unterschiedlichen Wahl liegt der Gedanke zugrunde, dass die Fahrzeuggeschwindigkeit eine langsamere Dynamik aufweist als das zu regelnde Rad an der Vorderachse.

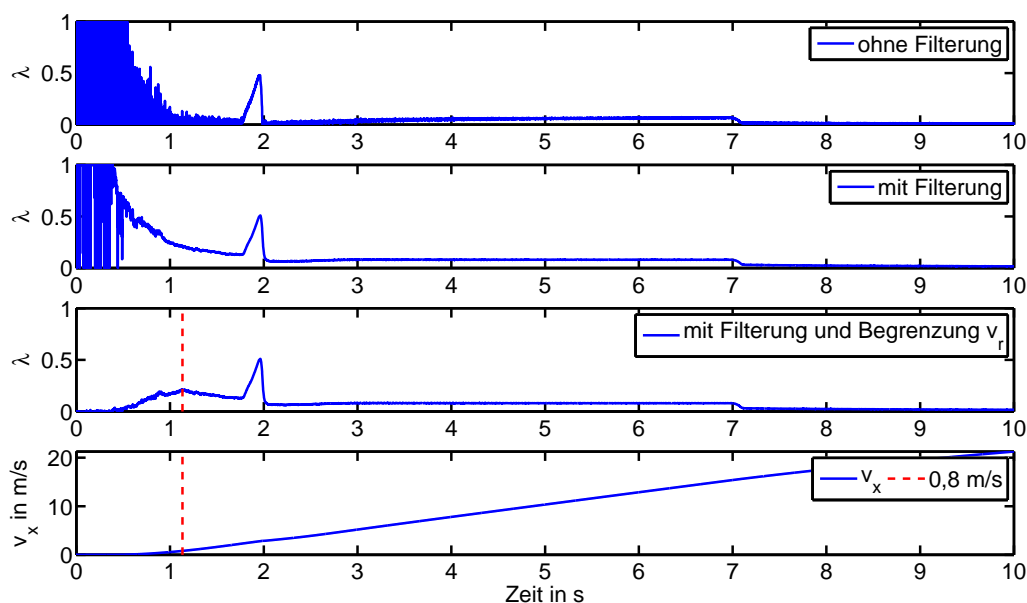


Abbildung 3.3: Vergleich der λ -Berechnung. a) ohne Filterung, b) mit Tiefpassfilterung, c) zusätzlich Begrenzung v_r nach (3.23).

Zur Überprüfung dieser Operationen wird eine Beschleunigungsfahrt in CARMAKER simuliert. Die Signale der Raddrehzahlsensoren werden wie in Abschnitt 2.4 beschrieben mit simuliertem Messrauschen verfälscht. Anhand der Ergebnisse in Abbildung 3.3 ist erkennbar, dass ohne die Begrenzung der Bezugsgeschwindigkeit nach (3.23) eine massive Verstärkung der Rauschamplitude auftritt. Dies kann durch die Tiefpassfilterung allein nicht beseitigt werden. Da bei der späteren Parameterschätzung und Reglerauslegung die Anfahrtsituationen bis zu einer Geschwindigkeit von $v_x = 2,78 \text{ m/s} \approx 10 \text{ km/h}$ gesondert betrachtet werden, ist die hier entstandene Verfälschung der Schlupfwerte nicht nachteilig.

Dynamischer Reifenradius

Der komplexe Abrollvorgang eines luftgefüllten Reifens wird durch das Modell eines rollenden Rades mit konstantem Radius angenähert. Dieser effektive Rollradius ist bei Gummireifen eine dynamische Größe und abhängig von der Radaufstandskraft, Reifenluftdruck sowie weiteren Reifeneigenschaften. Bisher wurde angenommen, dass der Radius r für die angetriebenen Räder an der Vorder- sowie der nicht angetriebenen Hinterachse übereinstimmt und bekannt ist.

Eine Methode zur Online-Schätzung für die nicht angetriebenen Räder wird in [CG05] beschrieben. Hierfür wird eine zusätzliche Informationsquelle über die Fahrzeuggeschwindigkeit v_x verwendet, beispielsweise mithilfe des Global Positioning Systems (GPS). Aus (3.22) kann so ein Least-Squares-Schätzer für r_H aufgestellt werden. Alternativ wird in [KN05] beschrieben, wie sich dieser Radius bei Kenntnis der Radaufstandskraft und Modellierung des Reifens als Feder mit bekannter Federkonstante aus dem nominalen Reifenradius berechnen lässt.

Auch bei exakt bekanntem r_H ergibt sich aufgrund der Dynamik der angetriebenen Räder ein anderer Wert für r_V [CG05]. Die Auswirkungen bei der Schlupfberechnung werden in [Gus97b] untersucht. Es wird dabei angenommen, dass sich r_H um eine relative Abweichung δ_r von r_V unterscheidet:

$$r_V = r_H (1 - \delta_r) . \quad (3.25)$$

In (3.21) gilt dann für den tatsächlichen Wert (vereinfachend wird anders als in (3.22) lediglich ein Hinterrad als jeweilige Referenz herangezogen):

$$\lambda = \frac{\omega_V r_V - \omega_H r_H}{\omega_H r_H} = \frac{\omega_V}{\omega_H} (1 - \delta_r) - 1 . \quad (3.26)$$

Weil δ_r unbekannt ist, steht als Messwert jedoch

$$\lambda_m = \frac{\omega_V r_H - \omega_H r_H}{\omega_H r_H} = \frac{\omega_V}{\omega_H} - 1 \quad (3.27)$$

zur Verfügung. Mithilfe einer Taylorentwicklung kann die Auswirkung von δ_r auf λ als ein konstanter Fehler abgeschätzt werden [Gus97b]:

$$\lambda_m = \frac{\omega_V r_H}{\omega_H r_H} - 1 = \frac{\lambda}{1 - \delta_r} + \frac{\delta_r}{1 - \delta_r} = (\lambda + \delta_r) (1 + \delta_r + \delta_r^2 + \dots) \approx \lambda + \delta_r . \quad (3.28)$$

In [CG05] wird eine Methode beschrieben, um r_V konsistent zu schätzen. Hierbei wird die μ -Schlupf-Kurve für kleine Schlupfwerte durch eine Gerade approximiert. Aufgrund der Modellgleichung muss jedoch zur konsistenten Schätzung ein nichtlineares Parameterschätzverfahren eingesetzt werden, sodass das Messrauschen korrekt berücksichtigt werden kann.

Eine Vernachlässigung dieser beiden Effekte kann daher zu einem dauerhaften Fehler führen. In Hinblick auf die bei der Schätzung der übrigen Zustandsgrößen verwendeten Vereinfachungen und aufgrund der Vielzahl der sich ergebenden Fragestellungen wird dies hier jedoch nicht weiter betrachtet.

3.2.2 Schätzung der Radaufstandskraft

Die senkrecht zur Radaufstandsfläche stehende und als Radlast bezeichnete Kraft F_z setzt sich aus einem statischen und einem dynamischen Anteil zusammen. Eine grundlegende Annahme ist im Folgenden, dass sich das Fahrzeug ebenerdig bewegt.

An den Vorderrädern ist der statische Anteil gegeben durch [MW04]:

$$F_{z,vj} = \frac{1}{2} \frac{l_{SH}}{l} mg . \quad (3.29)$$

Der zweite Faktor beschreibt die Lastverteilung des Fahrzeugaufbaus. Dabei ist l der Radstand sowie l_{SH} der horizontale Abstand der Hinterachse vom Fahrzeugschwerpunkt.

Zusätzlich hat das dynamische Verhalten des Fahrzeugs einen Einfluss auf die Radlast. Hier sind unter anderem der Luftwiderstand, Auftriebskräfte aufgrund der Radrotation sowie das Nicken und Wanken des Fahrzeugaufbaus bei Beschleunigung und Kurvenfahrt zu nennen [MW04]. In [Sve07] wird ein dynamischer, auf der Fahrzeuglängsbeschleunigung basierender Anteil modelliert:

$$F_{z,Vj} = \frac{1}{2} \frac{l_{SH}}{l} mg - \frac{1}{2} \frac{h_S}{l} m a_x . \quad (3.30)$$

Es ist h_S die Schwerpunkthöhe und b die Spurweite des Fahrzeugs. Ein weiteres Modell berücksichtigt sowohl den Einfluss von Längs- als auch Querbeschleunigung [KN05]:

$$F_{z,VL} = \frac{1}{2} \frac{l_{SH}}{l} mg + \left(-\frac{1}{2} a_x - \frac{l_{SH}}{b} a_y + \frac{h_S}{b} \frac{a_x a_y}{g} \right) \frac{h_S}{l} m \quad (3.31)$$

$$F_{z,VR} = \frac{1}{2} \frac{l_{SH}}{l} mg + \left(-\frac{1}{2} a_x + \frac{l_{SH}}{b} a_y - \frac{h_S}{b} \frac{a_x a_y}{g} \right) \frac{h_S}{l} m . \quad (3.32)$$

Dieses Modell wird auch in [Gus97b] verwendet, wobei zusätzlich die Luftwiderstandskraft am Fahrzeug in Betracht gezogen wird.

Abbildung 3.4 zeigt die Ergebnisse eines simulativen Vergleichs. Es werden die statische Schätzung nach (3.29) sowie die Varianten mit Einbeziehung der Längs- und Querbeschleunigung nach (3.30) und (3.31) implementiert und mit den tatsächlichen Werten verglichen. Hierzu wird die Fahrdynamiksimulation *CARMAKER* mit einem Manöver bestehend aus Längsbeschleunigung und Konstantfahrt (150 m, auf 60 km/h) sowie anschließend einer Kurvendurchfahrt (90°, Kurvenradius 100 m) eingesetzt.

Anhand der Kurvenverläufe ist die hohe Genauigkeit der dynamischen Schätzung erkennbar. Lediglich der Fahrzeugaufbau und die Radaufhängung führen zu einer nicht modellierten Dynamik und daher leichten Abweichungen. Die rein statische Schätzung liefert im beschleunigungsfreien Fall ebenfalls sehr gute Ergebnisse, während der anfänglichen Beschleunigung ergibt sich ein Fehler von hier maximal 20%. Bei der hier betrachteten Kurvendurchfahrt führt die Nichtberücksichtigung der Querdynamik ebenfalls zu einem Fehler von etwa 20%.

3.2.3 Schätzung der Radumfangskraft mit Least-Squares-Schätzer

Systemmodell

In [KN05] wird das Momentengleichgewicht am einzelnen Rad aufgestellt und nach der Radumfangskraft aufgelöst. Der Rollwiderstand wird dabei nicht einbezogen. Es folgt dann aus (3.7) die Radumfangskraft zu:

$$F_x = \frac{M_{Antr} - J_r \dot{\omega}}{r} . \quad (3.33)$$

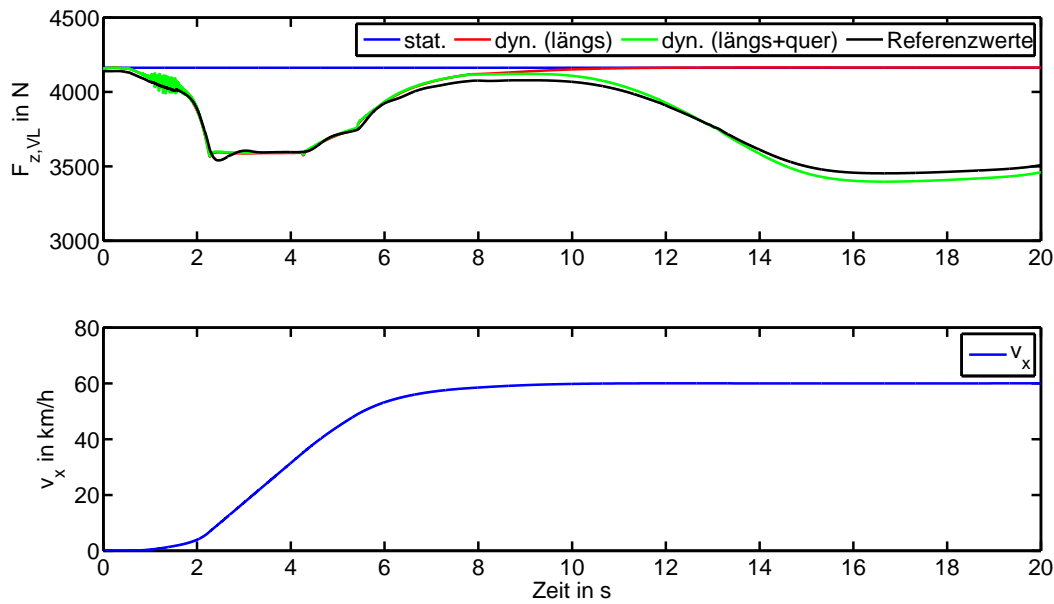


Abbildung 3.4: Vergleich der rein statischen (3.29) sowie statisch und dynamischen (3.30), (3.31) Schätzung der Radaufstandskraft mit den tatsächlichen Werten.

Hierzu muss die Radbeschleunigung $\dot{\omega}$ messbar sein. In [KN05] wird eine einfache zeitdiskrete Differentiation der Raddrehzahlmessung vorgenommen:

$$\dot{\omega}(k) = \frac{\omega(k) - \omega(k-1)}{T}. \quad (3.34)$$

Bei der Bestimmung des Antriebsmoments M_{Antr} am Reifen aus der Drehmomentanforderung der Leistungselektronik M_{LE} sind die Getriebeübersetzung sowie drehzahlunabhängige und drehzahlabhängige Reibungsmomente zu berücksichtigen. Für das in dieser Arbeit behandelte Fahrzeug mit einer gleichmäßigen Momentenverteilung auf die Räder durch das Differential sowie einer konstanten Übersetzung von 9,96 : 1 ergibt dies:

$$M_{\text{Antr}} = 9,96 \cdot 0,5 \left(M_{\text{LE}} - 5 \text{ Nm} - 5 \text{ Nm} \cdot \frac{n}{13000} \right). \quad (3.35)$$

Die Genauigkeit der Antriebsstrangmodellierung ist wesentlich für die Qualität des Schätzergebnisses. Anstelle eines statischen Modells wie (3.35) ist die Verwendung eines dynamischen Motormodells wie in [TSP10] möglich.

Die Differentiation des in der Praxis messrauschbehafteten Signals nach (3.34) führt zu einer Verstärkung des Messrauschens. Daher ist eine Filterung erforderlich, etwa in Form der im nächsten Unterabschnitt vorgestellten Anwendung eines rekursiven LS-Schätzers. In [XXL⁺11] wird alternativ ein Tiefpassfilter verwendet. Des Weiteren werden komplexere Optimalfilter als effiziente Methode bei der Differentiation von Raddrehzahlen zur Kraftschlussberechnung in [Uch01] ausführlich diskutiert.

Das angeforderte Antriebsmoment M_{LE} steht im Elektrofahrzeug zur Verfügung. Bei Fahrzeugen mit Verbrennungsmotor kann diese Größe über die Motorlast geschätzt werden. Ähnliche

Ansätze, die keine Information über das Antriebsmoment erfordern und auf zusätzliche Sensoren zurückgreifen, werden in [RPPL12] vorgestellt.

Alternativ zu diesem Ansatz wird in [MUH03, VdNFM11] die Newtonsche Bewegungsgleichung des Fahrzeugs mit der gemessenen Fahrzeuglängsbeschleunigung nach den Radumfangskräften aufgelöst. Allerdings kann hierbei nicht nach den beiden angetriebenen Rädern unterschieden werden da nur der mittlere Wert beider Seiten bekannt ist. In [GCL⁺11] werden die beiden Ansätze gegenübergestellt. Der obige Ansatz auf Basis der Raddrehzahlen wird hier bevorzugt, da eine bessere Messgüte gegenüber den in Fahrzeugen typischerweise verbauten Beschleunigungssensoren erzielt werden kann. In [XXL⁺11] wird herausgestellt, dass die praktische Realisierung des Verfahrens bei Elektrofahrzeugen aufgrund der präzisen und direkten Berechnungsmöglichkeit von M_{Antr} vorteilhaft ist. Eine Kombination beider Ansätze in einem Kalman-Filter wird in Abschnitt 3.2.4 betrachtet.

Anwendung des Least-Squares-Schätzers

Auf die zuvor gewonnene Berechnungsvorschrift für F_x nach (3.33) wird in [KN05] ein RLS-Schätzer angewendet. Hierbei wird

$$y(k) = \frac{M_{\text{Antr}} - J_r \dot{\omega}}{r} \quad (3.36)$$

und $\theta = F_x$ als zu schätzender Parameter gesetzt. Aus dem Signalmodell mit $\psi^T = 1$ ergibt sich nach (2.9)-(2.12) der folgende Schätzalgorithmus:

$$\hat{F}_x(k+1) = \hat{F}_x(k) + \frac{\hat{p}(k)}{\hat{p}(k) + \alpha} \left(y(k+1) - \hat{F}_x(k) \right), \quad (3.37)$$

$$\hat{p}(k+1) = \frac{\hat{p}(k)}{\hat{p}(k) + \alpha} + 10^3 \cdot \left(y(k+1) - \hat{F}_x(k) \right)^2. \quad (3.38)$$

Der beschriebene Algorithmus kann unabhängig für jedes der beiden angetriebenen Räder zur Bestimmung von $F_{x,VL}$ und $F_{x,VR}$ implementiert werden. Im Gegensatz zur im Folgenden dargestellten Methode ist keine Verknüpfung über die Fahrzeugbewegung vorhanden.

3.2.4 Schätzung der Radumfangskraft mit Kalman-Filter

Alternativ kann ein Zustandsschätzer, wie das Kalman-Filter, zur Ermittlung von $F_{x,Vj}$ eingesetzt werden. Es wird gezeigt, dass dieser rekursive Algorithmus für einen Spezialfall in den zuvor betrachteten RLS-Schätzer übergeht und daher hier ein verallgemeinertes Vorgehen darstellt.

Zeitkontinuierliches Systemmodell

Es wird eine Beschreibung der Fahrzeugschwerpunkt- und Raddynamik ähnlich zu [RPPL12] verwendet. Der Zustandsvektor wird definiert als:

$$\mathbf{x} = [\omega_{VL} \quad \omega_{VR} \quad v_x \quad F_{x,VL} \quad F_{x,VR}]^T . \quad (3.39)$$

Die Dynamik von ω_{Vj} wird mit $u := M_{Antr}$ durch (3.7) bei vernachlässigtem Rollwiderstand beschrieben:

$$\dot{\omega}_{Vj} = -\frac{r}{J_r} F_{x,Vj} + \frac{1}{J_r} u + w_j \quad j \in \{L, R\} . \quad (3.40)$$

Die Ungenauigkeit der Modellbeschreibung wird über den stochastischen Rauschprozess w_j erfasst. Es handle sich, wie auch in allen anderen Fällen, vereinfacht um einen mittelwertfreien, weißen Rauschprozess mit normalverteilter Rauschamplitude (Gaußsches Rauschen). Das Antriebsmoment stellt die Eingangsgröße u des Systems dar.

Erneut wird angenommen, dass keine Fahrbahnsteigung vorliegt. Der Schwerpunkt des Fahrzeugs mit der Gesamtmasse m_{ges} wird beschleunigt nach:

$$\dot{v}_x = \frac{1}{m_{ges}} (F_{x,VL} + F_{x,VR} - F_{aero}) + w_3 . \quad (3.41)$$

Es ist in der Literatur nicht eindeutig, ob der Luftwiderstand bei der Modellbildung mit dem Ziel der Radumfangkraftschätzung berücksichtigt werden muss. Dieser wird in den Veröffentlichungen [Uch01, CYY⁺10, RPPL12] berücksichtigt, in [LMH07, BCLT08] hingegen vernachlässigt. Im Folgenden wird der Luftwiderstand F_{aero} nach (3.9) modelliert und ein Extended Kalman-Filter eingesetzt. Anhand einer Simulation wird anschließend der Unterschied bei Vernachlässigung dieser Größe untersucht.

Die Dynamik der vierten und fünften Zustandsgröße, der Radumfangkraft $F_{x,Vj}$ ist unbekannt, da diese vom im Modell nicht berücksichtigten Reifenschlupf sowie externen Faktoren wie der Straßenbeschaffenheit abhängt. Es wird daher ein Rauschprozess angesetzt (Random-Walk Modell):

$$\dot{F}_{x,Vj} = w_j . \quad (3.42)$$

Ein Vorteil des Kalman-Filters ist, dass Messwerte anhand verschiedener Messgleichungen unabhängig voneinander und mit unterschiedlichen Taktraten eingebunden werden können. Des Weiteren entfällt hier, anders als bei Verwendung des Least-Squares-Schätzers, die manuelle Differentiation der gemessenen Winkelgeschwindigkeit.

Die Messgleichungen der Drehraten an den angetriebenen Rädern sind:

$$y_1 = \omega_{VL} = \mathbf{c}_1 \mathbf{x} + v_1 = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x} + v_1 \quad (3.43)$$

$$y_2 = \omega_{VR} = \mathbf{c}_2 \mathbf{x} + v_2 = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \mathbf{x} + v_2 . \quad (3.44)$$

Hierbei bezeichnet v das Sensormessrauschen. Die zweite Zustandsgröße, die Fahrzeuggeschwindigkeit, kann anhand der Winkelgeschwindigkeit ω_{Hj} der nicht angetriebenen Hinterräder gemessen werden:

$$y_3 = \frac{1}{2} (\omega_{HL} + \omega_{HR}) = \mathbf{c}_3 \mathbf{x} + v_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + v_3 . \quad (3.45)$$

Ebenso ist eine zusätzliche Sensordatenfusion mit der Geschwindigkeitsmessung eines GPS-Navigationssystems [RPPL12] denkbar.

Zeitdiskretes Systemmodell

Zum Aufstellen der Kalman-Filtergleichungen werden die Systemgleichungen (3.40)-(3.42) mit der Abtastzeit T mit Euler-Approximation [FDK94] diskretisiert:

$$\mathbf{x}(k+1) = \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(k) - \frac{r}{J_r} T x_4(k) \\ x_2(k) - \frac{r}{J_r} T x_5(k) \\ x_3(k) + \frac{1}{m_{\text{ges}}} (x_4(k) + x_5(k) - c_W A_2^{\rho} x_3^2(k)) T \\ x_4(k) \\ x_5(k) \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{f}(\mathbf{x}(k))} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{J_r} T \\ \frac{1}{J_r} T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{b}} u(k) + \underbrace{\begin{bmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \\ w_3(k) \\ w_4(k) \\ w_5(k) \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{w}(k)} . \quad (3.46)$$

Für die Anwendung des Extended Kalman-Filters ist eine Linearisierung von $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k))$ um einen Zustand $\mathbf{x}(k)$ erforderlich. Dies betrifft hier lediglich den nichtlinearen Term F_{aero} . Die linearisierte Systemmatrix ist:

$$\Phi(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{r}{J_r} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{r}{J_r} \\ 0 & 0 & 1 - \frac{1}{m_{\text{ges}}} c_W A \rho x_3(k) & \frac{1}{m_{\text{ges}}} & \frac{1}{m_{\text{ges}}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \quad (3.47)$$

Als Messinformationen werden Raddrehzahlen verwendet. Es ergibt sich aus (3.43)-(3.45) die zeitdiskrete, lineare Messgleichung:

$$\mathbf{y}(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{C}} \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) . \quad (3.48)$$

Die Kovarianzmatrizen der Rauschprozesse werden mit \mathbf{Q} für das Systemrauschen $\mathbf{w}(k)$ sowie \mathbf{R} für das Messrauschen $\mathbf{v}(k)$ bezeichnet. Während \mathbf{Q} in der Praxis einen Designparameter darstellt, kann \mathbf{R} bei Kenntnis über das Sensormessrauschen entsprechend gewählt werden.

Unter der Annahme mittelwertfreier und voneinander unabhängiger Gaußscher Rauschprozesse mit der Varianz σ_e^2 ist hier:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_e^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_e^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5\sigma_e^2 \end{bmatrix}. \quad (3.49)$$

Mit den System- und Messgleichungen (3.46)-(3.48) sowie den Kovarianzmatrizen lässt sich das Extended Kalman-Filter entsprechend Abschnitt 2.6.2 aufstellen. Wird der Luftwiderstand mit $F_{\text{aero}} = 0$ vernachlässigt, geht $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k))$ in $\Phi\mathbf{x}(k)$ über mit Φ entsprechend (3.47) für $c_W = 0$. In diesem Fall kann ein lineares Kalman-Filter nach Abschnitt 2.6.1 entworfen werden.

Zusammenfassung

In diesem Abschnitt wurde ein alternatives Verfahren zur Schätzung der Radumfangskraft vorgestellt. Das Kalman-Filter unterscheidet sich in drei Gesichtspunkten vom RLS-Algorithmus aus Abschnitt 3.2.3:

1. Die Winkelbeschleunigung $\dot{\omega}$ erscheint implizit in den dynamischen Gleichungen und wird nicht manuell durch Differentiation gewonnen.
2. Die Drehraten der Hinterräder werden als zusätzliche Messgröße über die Bewegungsgleichung des Fahrzeugs (3.41) in die Schätzung von $F_{x,Vj}$ eingekoppelt.
3. Die geschätzten Radlängskräfte $F_{x,Vj}$ werden nicht unabhängig voneinander ermittelt, da sie im System verknüpft sind.

Bei genauerer Betrachtung zeigte sich, dass der entwickelte Ansatz eine Verallgemeinerung des zuvor beschriebenen rekursiven Least-Squares-Schätzers ist (Herleitung in Anhang A.2). Anstelle des Vergessensfaktors α treten jetzt zusätzliche, intuitiv interpretierbare Freiheitsgrade in Form der Kovarianzmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} auf.

Vorteilhafterweise ist das verwendete Kalman-Filter modular aufgebaut, sodass sowohl eine Erweiterung des Systemmodells – etwa um die nicht berücksichtigte Querdynamik – als auch das Hinzufügen weiterer Sensormesswerte leicht möglich ist.

3.2.5 Vergleich der Schätzung der Radumfangskraft

Mithilfe von simulierten Messdaten aus der Fahrdynamiksimulation CARMAKER werden in diesem Abschnitt die zwei zuvor beschriebenen Verfahren zur Schätzung der Reifenumfangskraft $F_{x,VL}$ angewendet. Des Weiteren wird untersucht, wie sich eine Vernachlässigung von Luft- und Rollwiderstand auswirkt.

Für den Vergleich von RLS-Schätzer und Kalman-Filter wird ein Beschleunigungsmanöver auf einer Fahrstrecke mit dem Reibwert $\mu_{\text{max}} = 0,6$ sowie einem Sprung auf $\mu_{\text{max}} = 0,3$ nach 20 m

vorgegeben. Die zweite Simulation zum Vergleich von linearem Kalman-Filter und Extended Kalman-Filter wird über $t = 20$ s und gleichbleibendem $\mu_{\max} = 0,6$ ausgeführt.

Die gemessenen Drehraten werden mit weißem Rauschen mit $\sigma_e = 0,0995$ rad/s beaufschlagt. Der RLS-Schätzer nach Abschnitt 3.2.3 wird in Hinblick auf eine möglichst effektive Rauschunterdrückung mit $\alpha = 0,999$ parametrisiert. Für das Kalman-Filter nach 3.2.4 wird die Kovarianzmatrix \mathbf{Q} experimentell so ermittelt, dass sich eine angemessene Geschwindigkeit ergibt. Es ist \mathbf{Q} eine Diagonalmatrix mit den Einträgen $[0,01 \ 0,01 \ 1 \cdot 10^{-9} \ 4 \ 4]$ und \mathbf{R} entsprechend (3.49) gewählt.

Die im Vergleich von RLS und Kalman-Filter erzielten Ergebnisse sind in Abbildung 3.5 ausschnittsweise über der Zeit aufgetragen. Beide Verfahren zeigen eine erfolgreiche Schätzung der Radumfangskraft. Der RLS-Schätzer erweist sich jedoch als anfälliger für Messrauschen, da die Raddrehzahlen differenziert werden. Hingegen weist das Kalman-Filter eine geringfügig langsamere Dynamik auf. Aufgrund der besseren Rauschunterdrückung sowie der modularen Struktur wird im Folgenden das Kalman-Filter verwendet.

In der zweiten Simulation wird untersucht, wie sich die Vernachlässigung des Luftwiderstands auswirkt. Die Ergebnisse in Abbildung 3.6 zeigen, dass eine Nichtberücksichtigung von F_{aero} insbesondere bei hohen Geschwindigkeiten zu einer zu niedrig geschätzten Radumfangskraft führen. Dies erklärt sich anhand von (3.41), da hier die zum Erreichen einer bestimmten Beschleunigung erforderliche Kraft als zu niedrig angenommen wird. Für einen quantitativen Vergleich wird der Betrag des Fehlers über der Simulationszeit integriert und auf den tatsächlichen Wert $F_{x,\text{VL,tats}}$ bezogen:

$$e_{\text{rel}} = \frac{\int_0^{t_e} |F_{x,\text{VL}}(t) - F_{x,\text{VL,tats}}(t)| dt}{\int_0^{t_e} F_{x,\text{VL,tats}}(t) dt} . \quad (3.50)$$

Diese relative mittlere Abweichung ist bei Vernachlässigung des Luftwiderstands $e_{\text{rel,KF}} = 3,6\%$. Im zweiten Fall beträgt der Fehler mit $e_{\text{rel,EKF}} = 1,6\%$ weniger als die Hälfte. Es wird daher im Folgenden das Extended Kalman-Filter verwendet. Eine zusätzliche Berücksichtigung des Rollwiderstandes in den Modellgleichungen bringt je nach Szenario eine weitere Verbesserung von 1%.

3.2.6 Einfluss von Parameteränderungen

Eine Herausforderung beim Einsatz modellbasierter Schätzverfahren ist die korrekte Abbildung der physikalischen Zusammenhänge im Modell und hier insbesondere die Werte der Parameter. Im Folgenden werden drei in den Modellen zur Schätzung der Radaufstandskraft aus 3.2.2 sowie der Radumfangskraft aus 3.2.4 bisher nicht berücksichtigte Einflussfaktoren analysiert:

- Fahrzeugmasse: Während im Modell das Leergewicht Verwendung findet, kann die tatsächliche Masse mit Insassen und Beladung einen höheren Wert annehmen.

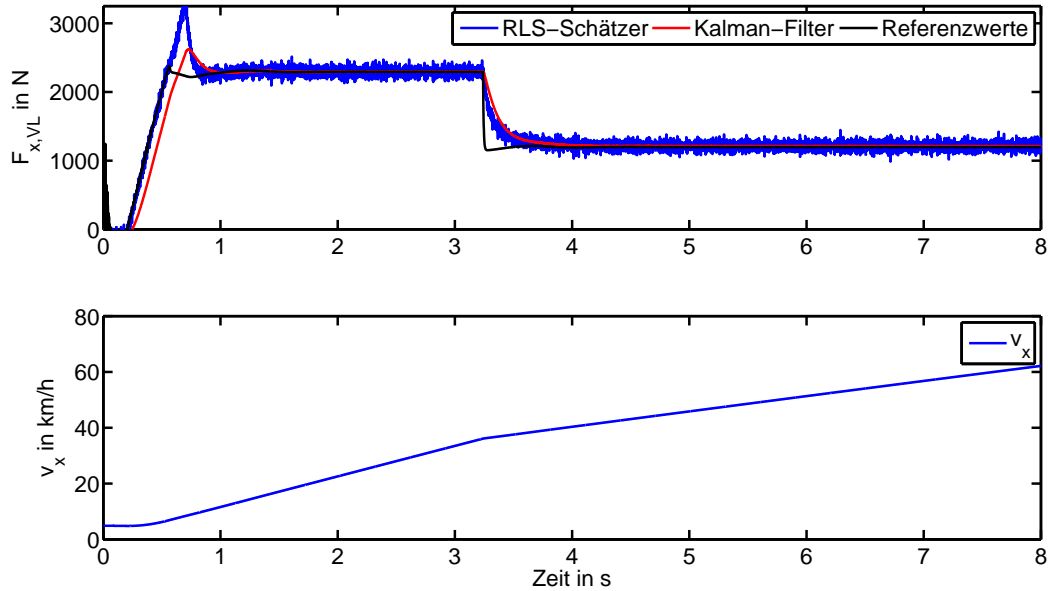


Abbildung 3.5: Vergleich des Least-Squares-Schätzers mit dem linearen Kalman-Filter.

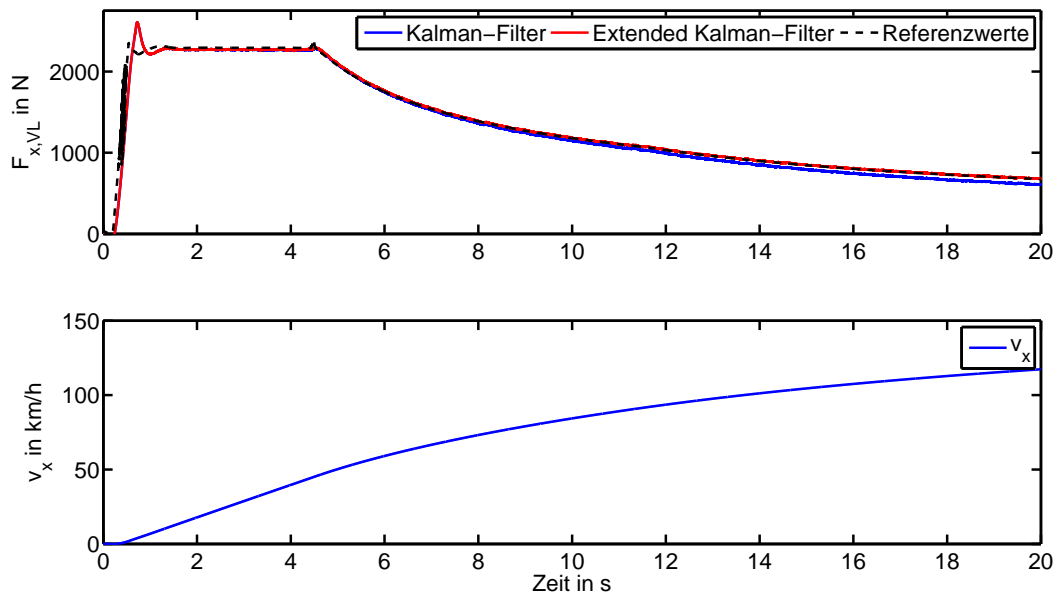


Abbildung 3.6: Vergleich des linearen Kalman-Filters bei Vernachlässigung des Luftwiderstands sowie des Extended Kalman-Filters mit dessen Berücksichtigung zur Schätzung der Reifenumfangskraft $F_{x,VL}$.

- **Fahrbahnsteigung:** Die Modellgleichungen gehen von einer ebenen Fahrbahn aus und berücksichtigen die an einer Steigung auftretenden zusätzlichen Kräfte nicht. Fahrbahnsteigungen auf öffentlichen Straßen betragen etwa maximal $\pm 20\%$ [KN05].
- **Kurvenfahrt:** Der Einfluss der Fahrzeugquerdynamik wird bisher vernachlässigt. Dieser ist unter anderem abhängig von der Kurvengeschwindigkeit sowie dem Kurvenradius.

Nicht berücksichtigt werden die Parameter r und J_r des Reifens. Obgleich auch diese in Abhängigkeit von Reifenluftdruck oder Alterung einer Schwankung unterliegen, wird zur Vereinfachung von gleichbleibenden Verhältnissen ausgegangen. Die Faktoren werden unabhängig voneinander in CARMAKER untersucht:

1. Beschleunigung aus dem Stillstand bei gerader, ebener Fahrbahn. Der Fahrbahnreibungskoeffizient ist $\mu_{\max} = 0,6$ sowie die Simulationsdauer $t = 20$ s. Neben dem Referenzfall mit $m = 100\%$ wird eine (symmetrisch zur Längsachse gelagerte) Beladung des Fahrzeugs von $+10\%$, $+20\%$ und $+30\%$ hinzugefügt.
2. Abweichend vom ersten Szenario folgt auf den ersten 100 m umfassenden ebenen Fahrbahnanteil eine Steigung von $+2,5\%$, $+5,0\%$, $+7,5\%$ und $+10\%$ bis zum Simulationsende. Das Fahrmanöver, der Reibwert und die Fahrzeugmasse bleiben unverändert zum Referenzfall.
3. Analog zum zweiten Fall folgt nach den ersten 100 m eine 180° -Linkskurve mit einem Kurvenradius von 200 m, 175 m, 150 m und 125 m. Das Manöver endet wie zuvor nach 20 s und bevor der Kurvenausgang erreicht ist.

Die Ergebnisse in Form des über der Zeit integrierten relativen Fehlers $|F_{\text{tats}} - F|/F_{\text{tats}}$ bei der Schätzung von $F_{x,vj}$ und $F_{z,vj}$ sind in Tabelle 3.1 angegeben. Aufgrund des symmetrischen Aufbaus sind die Ergebnisse in den ersten beiden Fällen für beide Räder identisch.

Übereinstimmend mit den Ergebnissen in [RPPL12] kann zunächst festgehalten werden, dass die Änderung der Fahrzeugmasse einen annähernd proportionalen mittleren Fehler in der Radaufstandskraft hervorruft. Ebenfalls verursacht dies einen wachsenden Fehler in der geschätzten Radumfangskraft, dieser fällt jedoch geringer aus.

Des Weiteren zeigt die Fahrbahnsteigung einen Einfluss auf beide Schätzergebnisse, in diesem Fall mit stärkerer Auswirkung in F_x . Wie in der Veröffentlichung [RPPL12] gezeigt, lässt sich der Fahrbahngradient unter Verwendung von Beschleunigungssensoren schätzen und die Schätzung damit korrigieren.

Schließlich zeigt der dritte Tabellenabschnitt, dass es infolge der Querdynamik zu einem un-symmetrischen Fehler kommt. Obwohl die Querbewegung im Ansatz bereits berücksichtigt wird, kommt es zu einer zu niedrigen Schätzung von F_z für das kurveninnere sowie einem zu hohen Wert für das kurvenäußere Rad. Die Differenz steigt hierbei mit kleinerem Kurvenradius. Erneut kommt es bei der Schätzung von F_x zu einer stärkeren Abweichung.

Bei der Schätzung von F_z liegen die mittleren Abweichungen mit Ausnahme des ersten Falls unterhalb von $\pm 5\%$. Eine wesentliche Verbesserung der Schätzung ist daher hier durch eine zusätzliche Massenschätzung zu erreichen, etwa nach den in [FKS08] beschriebenen Methoden.

Zur robusten Schätzung der Radumfangskraft im Fall von Steigung und Kurvenfahrt bieten sich zwei Vorgehensweisen an. Zum einen können diese Einflüsse in die Modellgleichungen (3.40)-(3.42) einbezogen werden. Eine kritische Frage ist hierbei, wie die zusätzlichen Zustandsgrößen Fahrbahnsteigung und Seitenkraft mit der zur Verfügung stehenden Sensorkonfiguration und -güte ermittelt werden können. Eine Schätzung des Fahrbahngradienten wird modellbasiert in [RPPL12] sowie unter Hinzunahme von GPS-Sensorsignalen in [BRG01] untersucht. Die Berücksichtigung der Querdynamik im Kalman-Filter wird etwa in der Arbeit [CYY⁺10] beschrieben, als Messgrößen werden hier die Längs- und Querschleunigung sowie die Gierrate verwendet. Das in [BCLT08] beschriebene Extended Kalman-Filter greift zusätzlich auch auf die Raddrehzahlen zurück.

Ein alternatives Vorgehen ist die Anpassung der Systemkovarianzmatrix \mathbf{Q} . Während in die Bewegungsgleichung des Fahrzeugschwerpunkts (3.41) sowohl die Fahrzeugmasse m , die Seitenkraft als auch die nicht berücksichtigte Hangabtriebskraft eingehen, beschreibt die Momentengleichung der Räder (3.40) unabhängig hiervon die Radumfangskraft. Es wird daher jetzt $\mathbf{Q} = [0,01 \ 0,01 \ 0,1 \ 4 \ 4]$ gewählt, um der größeren Unsicherheit in (3.41) Rechnung zu tragen. Die Ergebnisse in Tabelle 3.2 zeigen, dass der Fehler beim Referenzfall zwar erhöht, jedoch dafür in den abweichenden Fällen verringert wird. Weil diese Maßnahme für mittlere Fehler deutlich unter $\pm 5\%$ sorgt, werden die modellbasierten Ansätze hier nicht weiter untersucht.

3.3 Parameteridentifikation für statische Reifenmodelle

Das Ziel dieses Unterkapitels ist die Ermittlung des maximalen Kraftschlusses μ_{\max} , den die vorherrschende Kombination aus Reifen-, Fahrbahn- sowie Witterungsverhältnissen zulässt. Weil eine schlupfbasierte Regelung verfolgt wird, ist des Weiteren als Sollwert λ_{\max} der zu μ_{\max} korrespondierende Schlupfwert erforderlich. Dies ist für die Längsregelung daher die zentrale Größe, um eine sichere und stabile Fahrdynamik zu gewährleisten. Neben schlupfbasierten Methoden sind Verfahren bekannt, die auf zusätzliche Sensoren (optisch, akustisch, Reifendeformation) zurückgreifen [MUH03]. Die hier verfolgten schlupfbasierte Ansätze kommen mit standardmäßig verbauten Raddrehratensensoren aus.

Grundsätzlich unterscheiden sich die schlupfbasierten Ansätze zur Erkennung von μ_{\max} in qualitative und quantitative Verfahren [dCAF11]. Erstgenannte Methoden liefern eine abgestufte Einschätzung der Reibwertverhältnisse, etwa „griffig“, „weniger griffig“ oder „sehr griffig“ mit je einem korrespondierenden μ_{\max} -Wert [Gus97b, Uch01, MUH03, RPPL12]. In den aufgeführten Arbeiten werden keine vollständigen Reifenmodelle, sondern lediglich die Parameter Steigung k (engl. *slip-slope*) und Offset δ einer Geradenapproximation des linearen Kurven-

	$F_{x,VL}$	$F_{x,VR}$	$F_{z,VL}$	$F_{z,VR}$
Referenzfall	1,6%		1,3%	
$m = 110\%$	3,4%		12,4%	
$m = 120\%$	5,8%		18,2%	
$m = 130\%$	7,7%		25,4%	
$S = 2,5\%$	3,8%		2,1%	
$S = 5,0\%$	6,4%		2,7%	
$S = 7,5\%$	8,7%		3,3%	
$S = 10\%$	11,0%		4,0%	
$R = 200$ m	2,5%	2,0%	1,3%	3,0%
$R = 175$ m	3,0%	2,3%	1,6%	3,2%
$R = 150$ m	4,8%	4,0%	2,1%	3,5%
$R = 125$ m	7,8%	7,0%	2,9%	4,1%

Tabelle 3.1: Auswirkungen von Fahrzeugmasse m , Fahrbahnsteigung S und Querdynamik (Kurvenfahrt mit Radius R) auf den mittleren relativen Schätzfehler.

	$F_{x,VL}$	$F_{x,VR}$
Referenzfall	3,0%	
$m = 110\%$	3,3%	
$m = 120\%$	3,3%	
$m = 130\%$	3,5%	
$S = 2,5\%$	2,8%	
$S = 5,0\%$	2,6%	
$S = 7,5\%$	2,5%	
$S = 10\%$	2,3%	
$R = 200$ m	2,6%	3,2%
$R = 175$ m	2,5%	3,3%
$R = 150$ m	2,4%	3,3%
$R = 125$ m	2,3%	3,2%

Tabelle 3.2: Schätzung der Radumfangskraft für geänderte Systemkovarianz.

bereichs (bei niedrigen Schlupfwerten) geschätzt. Mit den geschätzten Parametern wird dann ein Rückschluss auf den außerhalb des linearen Bereiches liegenden Haftreibungswert μ_{\max} vorgenommen. Es fehlte zunächst eine vollständige physikalische Erklärung des Zusammenhangs zwischen linearem Kurvenbereich und Maximalwert, wobei neuere Arbeiten [Ahn11] diesen Effekt begründen. Allerdings ist die Kurvensteigung von zahlreichen Faktoren wie dem Reifenzustand und -druck abhängig [CG05]. In [Ahn11] wird beispielsweise zwischen drei verschiedenen Haftbeiwerten unterschieden. Die tabellenbasierte Einordnung von k und δ wird dabei anhand von Referenzmessungen aufgestellt und ist lediglich für das Testfahrzeug mit den verwendeten Reifen gültig. Qualitative Ansätze vermeiden daher Schwierigkeiten, die bei der vollständigen quantitativen Modellidentifikation auftreten können, schaffen jedoch die zusätzliche Aufgabe der Klassifikation und des Klassifikatortrainings. In [Ray97] wird dies allgemein mithilfe von Hypothesen (Kurvenverläufe für verschiedene Reibwerte) und dem Bayes-Theorem gelöst.

Des Weiteren können quantitative Verfahren verwendet werden [Dai96, TPS09, dCAF11]. Im Unterschied zu den zuvor genannten Methoden werden hier Modelle zur Beschreibung der vollständigen μ -Schlupf-Kurve aufgestellt und die Modellparameter geschätzt. Das Maximum ($\lambda_{\max}, \mu_{\max}$) im Kurvenverlauf lässt sich dann analytisch berechnen. Es ist hervorzuheben, dass ein Modell des gesamten Kurvenverlaufs – im Gegensatz zu den genannten qualitativen Ansätzen – auch die Chance auf eine höhere Schätzgüte bietet, indem Messwerte außerhalb des linearen Bereichs einfließen. Dies motiviert hybride Ansätze, bei denen selektiv nur eine Geradenapproximation, oder ein zweites Modell für den nichtlinearen Kurvenbereich geschätzt

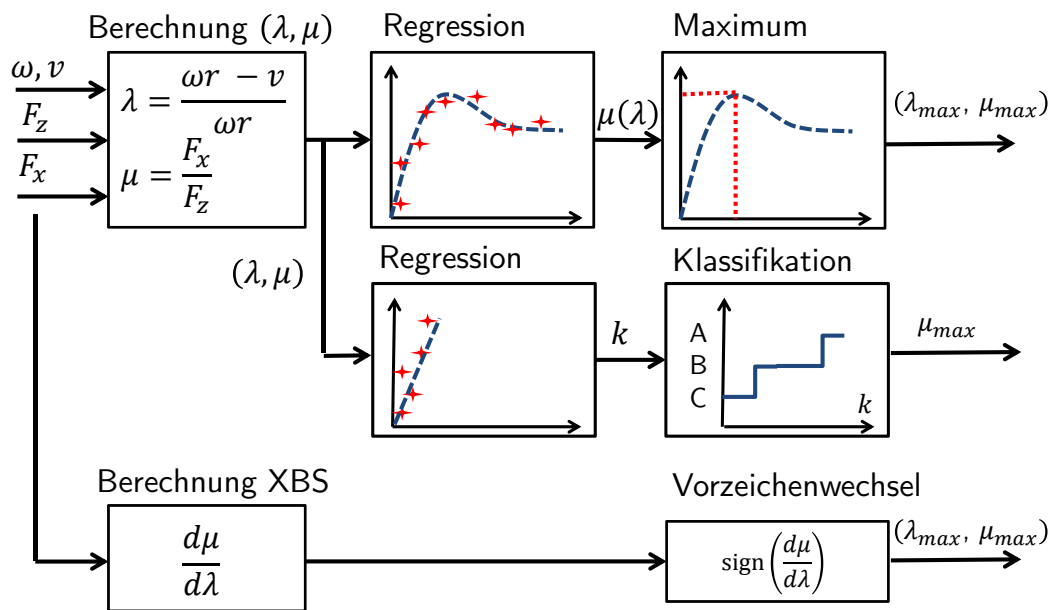


Abbildung 3.7: Darstellung der Methoden zur schlupfbasierten Reibwertermittlung: Modellbasiert (quantitativ), Slip-Slope-basiert (qualitativ) sowie auf Grundlage des Vorzeichens der XBS (quantitativ). Abbildung erstellt nach [dCAF11].

werden [Sve07, Ahn11].

Darüber hinaus existieren quantitative Ansätze auf Basis der momentanen Steigung der μ -Schlupf-Kurve (engl. *extended braking stiffness, XBS*) [OAS⁺03, TS06, VdNFM11, GCL⁺11]. Offensichtlich korrespondiert der maximale Reibbeiwert zu einem Vorzeichenwechsel dieser ersten Ableitung. Es lassen sich daher $(\lambda_{max}, \mu_{max})$ ermitteln, ohne den gesamten Kurvenverlauf zu schätzen.

Eine Übersicht der drei beschriebenen schlupfbasierten Verfahren zeigt Abbildung 3.7. Aufgrund der Einsichten, die eine modellbasierte Herangehensweise erlaubt und zugunsten eines klassifikatorfreien Systemaufbaus wird der Ansatz mit einem vollständigen $\mu(\lambda)$ -Modell hier verfolgt.

Eine Nutzwertbewertung verschiedener schlupfbasierter Methoden wird in [LEH11] vorgestellt. Anhand von für die praktische Anwendung der Verfahren relevanten und gewichteten Kriterien werden 25 Methoden zur Schätzung von μ_{max} bewertet. Die niedrigste erzielte Wertung entspricht 76 Punkten, der Höchstwert liegt bei 102. Von diesen 25 Verfahren erreichen 14 eine Wertung von mindestens 95 Punkten. Hierbei handelt es sich in vier Fällen um einen qualitativen Ansatz basierend auf dem *slip-slope*. In weiteren sechs Methoden wird μ_{max} qualitativ oder quantitativ geschätzt ohne, dass das zugehörige λ_{max} ermittelt wird. Vier Verfahren sind schließlich als quantitative Ansätze zu charakterisieren, bei denen ein Modell der μ -Schlupf-Kurve geschätzt wird. Die Bandbreite dieser Ergebnisse macht deutlich, dass modellbasierte Ansätze eine nicht für jeden Anwendungsfall gerechtfertigte Komplexität besitzen. Systeme zur integrierten Kollisionsvermeidung erfordern beispielsweise lediglich die Kenntnis von μ_{max} , um

eine Abschätzung über den Bremsweg sowie das Ausweichpotenzial zu treffen [LEH11]. Auch das Ziel einer schlupfbasierten Regelung des Antriebs ließe sich mithilfe eines qualitativen Ansatzes und der situationsabhängigen Wahl des Sollschlupfwertes erreichen. Die vollständig modellbasierten Ansätze sind demgegenüber komplexer, bieten dafür aber eine klassifikatorfreie und physikalisch begründete Lösung.

Die in dieser Arbeit betrachteten Ansätze zeichnen sich durch statische Modelle der μ -Schlupf-Kurve aus. Zwar werden die den Reifen-Fahrbahnkontakt beschreibenden Parameter als langsam zeitveränderliche Größen angenommen, der $\mu(\lambda)$ Zusammenhang sei aber eine Kennlinie ohne Dynamik.

Des Weiteren ist zu unterscheiden, ob die zu schätzenden Parameter linear oder nichtlinear in das Modell eingehen. Im Abschnitt 3.3.1 wird zunächst ein Least-Squares-Schätzer für das lineare Modell nach KIENCKE entworfen. Anschließend wird in Unterkapitel 3.3.2 untersucht, wie das Burckhardt-Modell linearisiert werden kann, sodass auch hier ein linearer Schätzer angewendet wird. Schließlich wird in 3.3.3 der Einsatz eines Maximum-Likelihood-Schätzers für das ursprüngliche, in den Parametern nichtlineare Burckhardt-Modell betrachtet. Im abschließenden Teil 3.3.4 werden die Verfahren mithilfe von Simulationen verglichen und die Ergebnisse diskutiert.

Eine Parameterschätzung für ein Modell der gesamten μ -Schlupf-Kurve erfordert eine ausreichende Zahl an Messwerten mit einer aussagekräftigen Verteilung in der $\mu - \lambda$ -Ebene. Dieser Teilfrage einer andauernden Anregung (engl. *persistence of excitation*) des Systems wird in Abschnitt 3.4.2 nachgegangen.

3.3.1 Least-Squares-Schätzer für Reifenmodell nach KIENCKE

Im zunächst betrachteten Ansatz wird für das Modell aus [Dai96] ein RLS-Schätzer entworfen. Der Reifenkraftschluss in Längsrichtung wird beschrieben durch die Vorschrift:

$$\mu(\lambda) = \frac{\mu_0 \lambda}{1 + c_1 \lambda + c_2 \lambda^2}. \quad (3.51)$$

Diese μ -Schlupf-Kurvenschar wird über die drei Parameter c_1 , c_2 und μ_0 bestimmt. In [Dai96] wird postuliert, dass der Wert der Anfangssteigung μ_0 für verschiedene Fahrbahnverhältnisse im Bereich $\mu_0 \in [20,30]$ liege und daher fest vorgegeben werden könne. In [MUH03] wird bestätigt, dass die verringerte Zahl an zu schätzenden Werten die Schätzperformance, insbesondere das Erzielen eines stabilen Ergebnisses, verbessert. Diese Annahme wird hier nicht getroffen, um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse mit anderen Modellen und Schätzern zu gewährleisten.

Analog zum Vorgehen in [Dai96] wird zunächst (3.51) in die Form des LS-Schätzers nach (2.1)

umgeformt:

$$\underbrace{\mu}_{=y} = \underbrace{[\lambda \quad -\mu\lambda \quad -\mu\lambda^2]}_{=qb^T} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mu_0 \\ c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}}_{=\theta}. \quad (3.52)$$

Hiermit lässt sich der (rekursive) Least-Squares-Schätzer für die μ -Schlupf-Kurve nach Abschnitt 2.5.1 anwenden.

Bestimmung des Maximums

Zur Ermittlung eines kraftschlussoptimalen Längsschlupfwertes λ_{\max} wird das Maximum des geschätzten Verlaufs berechnet. Es ist:

$$\frac{d}{d\lambda} \Big|_{\lambda_{\max}} = 0 \rightarrow \lambda_{\max} = \sqrt{\frac{1}{c_2}}. \quad (3.53)$$

Plausibilitätskriterien

In [LMH07] wird auf Basis der gemessenen oder geschätzten Fahrzeugbeschleunigung a_x in Längsrichtung ein Plausibilitätskriterium als untere Grenze für μ_{\max} angegeben. Die Idee ist dabei, dass eine gemessene Beschleunigung a_x des Fahrzeugs nur von den antreibenden Kräften $F_{x,VL}$ und $F_{x,VR}$ stammen kann. Die weiteren Fahrwiderstandskräfte werden in der Newtonschen Bewegungsgleichung außer Acht gelassen. Es folgt daher, dass a_x gerade eine untere Grenze für das Produkt $\mu_{\max} \cdot g$ darstellt [LMH07]:

$$|a_x|_{\max} \leq \frac{|F_{x,VL} + F_{x,VR}|}{m} \leq \mu_{\max} \cdot g. \quad (3.54)$$

Zusätzlich wird die in der Praxis anzufindende obere Grenze $\bar{\mu}_{\max} = 1,2$ angesetzt [Sve07]. Diese Absicherungen sind bei allen Schätzverfahren anwendbar.

3.3.2 Lineare Parametrierung des Reifenmodells nach Burckhardt

In diesem Abschnitt wird die Anwendung des Least-Squares-Schätzers auf das nichtlineare Burckhardt-Modell beschrieben. Hierzu wird der in Hinblick auf die Parameter nichtlineare Term des Modells durch eine Linearkombination von Basisfunktionen (lineare Parametrierung) approximiert. Die Koeffizienten sind Parameter des approximierten Modells, sodass die Zahl der insgesamt zu schätzenden Modellparameter in der Regel steigt.

Problemstellung

Die Funktion $\mu(\lambda)$ ist im Burckhardt-Modell definiert als [Bur93]:

$$\mu(\lambda) = c_1 - c_1 \cdot e^{-c_2 \cdot \lambda} - c_3 \cdot \lambda. \quad (3.55)$$

Mögliche Erweiterungen des Zusammenhangs, etwa um den Einfluss der Absolutgeschwindigkeit oder der Radaufstandskraft zu berücksichtigen [KN05], werden hier nicht betrachtet, da sie jeweils mehrere weitere Nichtlinearitäten erzeugen. Prinzipiell ist das hier beschriebene Vorgehen aber übertragbar.

Weil ein Least-Squares-Schätzer nur bei linear parametrisierten Modellen anwendbar ist, wird der einzige nichtlineare Term in (3.55) im Folgenden durch Basisfunktionen approximiert. Dabei sei

$$f(\lambda) = c_1 \cdot e^{-c_2 \lambda} \quad (3.56)$$

die Ursprungsfunktion, zu der eine Approximation $\hat{f}(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1)$ gefunden werden soll. Das Modell muss dabei linear in den Parametern $\boldsymbol{\theta}_1$ sein.

Wahl der Basisfunktionen

In [TPS09] wird zugrunde gelegt, dass der Koeffizient c_2 für typische Fahrbahnverhältnisse (Asphalt, Beton, Schnee) im Bereich $c_2 \in [4, 100]$ liegt [KN05]. Es wird dann eine Approximation mit vier Exponentialfunktionen und einer gleichmäßigen Verteilung der Exponenten in diesem Intervall gewählt:

$$\hat{f}(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1) = \theta_3 \cdot e^{-4\lambda} + \theta_4 \cdot e^{-36\lambda} + \theta_5 \cdot e^{-68\lambda} + \theta_6 \cdot e^{-100\lambda}. \quad (3.57)$$

Das gesamte approximierte Burckhardt-Modell lautet in diesem Fall

$$\mu(\lambda) = \theta_1 + \hat{f}(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1) - \theta_2 \cdot \lambda \quad (3.58)$$

und wird durch den Parametervektor

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4 \quad \theta_5 \quad \theta_6]^T \quad (3.59)$$

bestimmt. Dieses Modell entspricht somit der geforderten Form:

$$\underbrace{\mu(\lambda)}_{=y} = \underbrace{[1 \quad -\lambda \quad e^{-4\lambda} \quad e^{-36\lambda} \quad e^{-68\lambda} \quad e^{-100\lambda}]}_{=\boldsymbol{\psi}^T} \cdot \boldsymbol{\theta}. \quad (3.60)$$

Anstelle der gleichmäßigen Verteilung der Exponenten betrachten DE CASTRO ET AL. die Wahl der approximierenden Funktion $\hat{f}(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1)$ als Optimierungsproblem [dCAF11]. Die numerische Lösung dieses Problems liefert eine Parametrierung, die mit lediglich drei Exponentialfunktionen zu einem wesentlich besseren Ergebnis gelangt als der Ansatz von TANELLI ET AL.

Eine in diesem Sinne optimale Approximation minimiert die quadratische Norm des Fehlers:

$$\epsilon = \left\| f - \hat{f} \right\| = \int_0^{\bar{\lambda}} \left[f(\lambda) - \hat{f}(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1) \right]^2 d\lambda. \quad (3.61)$$

Die Integration wird hierbei auf den für die Praxis relevanten Bereich $\lambda \in [0, \bar{\lambda}]$ mit $\bar{\lambda} = 0,5$ beschränkt [dCAF11]. Unter der Annahme von $i = 1 \dots n$ linear unabhängiger Basisfunktionen $h_i(\lambda)$ und Kenntnis von $f(\lambda)$ lässt sich das Problem (3.61) eindeutig nach dem Koeffizientenvektor $\boldsymbol{\theta}_1$ auflösen. Die Lösung ist allgemein gegeben durch:

$$\hat{f}(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1) = \underbrace{\begin{bmatrix} h_0(\lambda) & \dots & h_n(\lambda) \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{H}(\lambda)} \cdot \boldsymbol{\theta}_1 \quad (3.62)$$

mit

$$\boldsymbol{\theta}_1 = \underbrace{\begin{bmatrix} \langle h_1(\lambda) | h_1(\lambda) \rangle & \dots & \langle h_n(\lambda) | h_1(\lambda) \rangle \\ \vdots & & \vdots \\ \langle h_1(\lambda) | h_n(\lambda) \rangle & \dots & \langle h_n(\lambda) | h_n(\lambda) \rangle \end{bmatrix}^{-1}}_{=: \mathbf{G}^{-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} \langle f(\lambda) | h_1(\lambda) \rangle \\ \vdots \\ \langle f(\lambda) | h_n(\lambda) \rangle \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{c}}. \quad (3.63)$$

Die Gramsche Matrix \mathbf{G} ist regulär, wenn die Basisfunktionen $h_i(\lambda)$ linear unabhängig sind, sodass eine eindeutige Lösung existiert [KSW08]. In [dCAF11] werden verschiedene Typen von Basisfunktionen wie Polynomfunktionen oder Exponentialfunktionen untersucht. Es wird gefunden, dass sich hier eine Approximation mit Exponentialfunktionen am besten eignet:

$$\hat{f}(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n \theta_i \cdot h_i(\lambda) = \sum_{i=1}^n \theta_i \cdot e^{-w_i \lambda}. \quad (3.64)$$

Gesucht sind für die Herleitung der Basisfunktionen die konstanten Exponenten w_i und nicht die Koeffizienten θ_i . Allerdings erlaubt (3.63), das Gütefunktional (3.61) umzuformulieren [dCAF11]. An dieser Stelle wird nun ebenfalls berücksichtigt, dass die Ursprungsfunktion $f = f(\lambda, c_2)$ hier als eine über den Parameter c_2 bestimmte Schar vorliegt:

$$\epsilon(\mathbf{w}, c_2) = \int_0^{\bar{\lambda}} \left[f(\lambda, c_2) - \mathbf{H}(\lambda, \mathbf{w}) \boldsymbol{\theta}_1 \right]^2 d\lambda \quad (3.65)$$

$$= \int_0^{\bar{\lambda}} \left[f(\lambda, c_2) - \mathbf{H}(\lambda, \mathbf{w}) \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{w}) \mathbf{c}(\mathbf{w}, c_2) \right]^2 d\lambda. \quad (3.66)$$

Die Optimierung soll eine optimale Approximation nicht lediglich einer, sondern aller in der Realität anzutreffenden Funktionen $f(\lambda, c_2)$ leisten. Daher wird in [dCAF11] aus (3.66) der totale Fehler $\epsilon_T(\mathbf{w})$ definiert, indem über alle möglichen $c_2 \in [4, 100]$ integriert wird:

$$\epsilon_T(\mathbf{w}) = \int_4^{100} \int_0^{\bar{\lambda}} \left[f(\lambda, c_2) - \mathbf{H}(\lambda, \mathbf{w}) \mathbf{G}^{-1}(\mathbf{w}) \mathbf{c}(\mathbf{w}, c_2) \right]^2 d\lambda dc_2. \quad (3.67)$$

Zwischenergebnis

Das durch die Minimierung des totalen Fehlers nach (3.67) unter Berücksichtigung der Definitionen in (3.63) gegebene Optimierungsproblem wird in [dCAF11] numerisch gelöst. Das Ergebnis zeigt, dass eine Parametrierung mit drei oder vier Exponentialfunktionen zu sehr guten Ergebnissen führt.

Die gefundene Lösung für $n = 3$ lautet:

$$\hat{f}(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1) = \theta_3 \cdot e^{-4,99\lambda} + \theta_4 \cdot e^{-18,43\lambda} + \theta_5 \cdot e^{-65,62\lambda} . \quad (3.68)$$

Dies liefert den totalen Fehler $\epsilon_T = 0,0046$, wohingegen die von TANELLI ET AL. gewählte Lösung nach (3.57) trotz der höheren Ordnung $n = 4$ nur $\epsilon_T = 0,0093$ erzielt [dCAF11]. Einen noch geringeren Fehler von $\epsilon_T = 0,0005$ ergibt die Parametrierung mit $n = 4$:

$$\hat{f}(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1) = \theta_3 \cdot e^{-4,28\lambda} + \theta_4 \cdot e^{-11,37\lambda} + \theta_5 \cdot e^{-32,32\lambda} + \theta_6 \cdot e^{-77,05\lambda} . \quad (3.69)$$

In Hinblick auf die Zahl der zu schätzenden Modellparameter wird jedoch die erstgenannte Lösung empfohlen.

Insgesamt liegt damit unter Verwendung von (3.68) die im Folgenden als „linear parametrisiertes Burckhardt-Modell“ bezeichnete Formulierung vor:

$$\boldsymbol{\mu}(\lambda) = \begin{bmatrix} 1 & -\lambda & e^{-4,99\lambda} & e^{-18,43\lambda} & e^{-65,62\lambda} \end{bmatrix} \cdot \boldsymbol{\theta} . \quad (3.70)$$

Modifikation des Ansatzes

Das Modell nach (3.70) stellt eine Approximation des Burckhardt-Modells (3.55) dar. Bei genauerer Betrachtung zeigt sich, dass im ursprünglichen Modell eine Zwangsbedingung vorhanden ist, die in der linearisierten Form nicht mehr vorkommt. Es ist für das Burckhardt-Modell

$$\boldsymbol{\mu}(\lambda = 0) = c_1 (1 - e^{-c_2 \cdot 0}) - c_3 \cdot 0 = 0 \quad (3.71)$$

wohingegen Einsetzen von $\lambda = 0$ in (3.70) ergibt:

$$\boldsymbol{\mu}(\lambda = 0) = \theta_1 + \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 . \quad (3.72)$$

Die Möglichkeit, dass $\boldsymbol{\mu}(\lambda = 0)$ einen anderen Wert als Null annehmen kann, stellt daher einen zusätzlichen Freiheitsgrad im Modell dar.

Sofern die Messdaten den Bereich in der Nähe des Ursprungs hinreichend gut beschreiben, ist dies unproblematisch. In der Praxis treten jedoch Schwierigkeiten auf: Werden rekursive Schätzverfahren mit begrenztem Zeithorizont eingesetzt, haben zeitlich weit zurückliegende Messergebnisse einen verschwindenden Einfluss auf die aktuelle Schätzung. Bei einer realen Beschleunigungssituation wird die μ -Schlupf-Kurve beginnend im linear ansteigenden Bereich

ab $\lambda = 0$ durchlaufen. Während der Beschleunigung werden diese niedrigen Schlupfwerte zunächst nicht mehr erreicht. Damit geht das Wissen über diesen charakteristischen Teil der Kurve verloren. Es ist daher möglich, dass die Schätzung – im Sinne einer optimalen Anpassung an die Messwerte im abfallenden Kurvenbereich – zu einer unplausiblen Lösung gelangt. Dies äußert sich konkret in sehr hohen $\mu(0)$ -Werten der geschätzten μ -Schlupf-Kurve. Die Bestimmung des gesuchten Maximums wird aufgrund dieses Effektes erschwert.

Diese Schwierigkeit wird VON DE CASTRO ET AL. in der Veröffentlichung [dCAF12a] aufgegriffen. Die dargestellte Lösung integriert die Zwangsbedingung $\mu(\lambda = 0) = 0$ in den Parameterschätzer, sodass anstelle des RLS-Schätzers das modifizierte „Constrained RLS“ Verfahren [Lju99] eingesetzt wird.

Hier wird vorgeschlagen, die Struktur der Basisfunktionen zu modifizieren, sodass $\mu(0) = 0$ stets vorliegt. Es kann dann weiterhin das unmodifizierte RLS-Verfahren eingesetzt werden. Die modifizierte Funktion $\hat{f}_2(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1, \mathbf{w})$ zur Approximation der Funktion

$$f_2(\lambda) = c_1 (e^{-c_2 \lambda} - 1) \quad (3.73)$$

wird gewählt zu:

$$\hat{f}_2(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1, \mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n \theta_i (e^{-w_i \lambda} - 1) . \quad (3.74)$$

Es wird mithilfe numerischer Verfahren untersucht, wie sich die optimalen Exponenten w_i zu den für die unmodifizierte Struktur in [dCAF11] gefundenen Werten (3.68) verhalten. Hierzu wird zunächst das Gütefunktional $\epsilon_T(\mathbf{w})$ aus (3.67) in MATLAB implementiert. Die Integralterme werden dabei nach der Trapezregel approximiert:

$$\int_a^b c(x) dx \approx \sum_{k=1}^{N-1} c(x_k) \Delta x + \frac{1}{2} (c(x_{k+1}) - c(x_k)) \Delta x . \quad (3.75)$$

Als Schrittweite werden $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4}$ und $\Delta\beta = 10^{-3}$ gewählt. Der in [dCAF11] angegebene Fehler für die dort gefundenen Parameterwerte kann hier annähernd⁷ reproduziert werden.

In einem zweiten Schritt wird die Suche nach optimalen Parameterwerten für das originale Modell und die modifizierte Form (3.74) mithilfe der auch in [dCAF11] verwendeten Optimierungsfunktion ZIENA OPTIMIZATION LLC [LLC11]⁸ ausgeführt. Anstelle der in (3.68) angegebenen Lösung mit $\epsilon_T = 0,0043$ wird das leicht abweichende Ergebnis

$$\hat{f}_1(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1) = \theta_3 \cdot e^{-6,184\lambda} + \theta_4 \cdot e^{-20,415\lambda} + \theta_5 \cdot e^{-66,974\lambda} \quad (3.76)$$

mit einem Fehler von $\epsilon_T = 0,0036$ gefunden.

⁷Es ergibt sich bei der Wahl der Schrittweiten $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4}$ und $\Delta\beta = 10^{-3}$ der Fehler $\epsilon_T = 0,0043$. Für größere Integrationsschrittweiten $\Delta\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ und $\Delta\beta = 10^{-2}$ kann das in [dCAF11] angegebene $\epsilon_T = 0,0046$ reproduziert werden.

⁸Alternativ führt die MATLAB eigene Funktion `fminsearch()` zu vergleichbaren Ergebnissen.

Des Weiteren zeigt sich, dass die modifizierte Struktur (3.74) ebenfalls eine geänderte Wahl der w_i erfordert. Für $n = 3$ wird mit der Lösung

$$\hat{f}_2(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1) = \theta_2 (e^{-8,105\lambda} - 1) + \theta_3 (e^{-27,547\lambda} - 1) + \theta_4 (e^{-75,012\lambda} - 1) \quad (3.77)$$

ein Fehler von $\epsilon_T = 0,0018$ erzielt. Das im Folgenden als „modifiziertes linear parametrisiertes Burckhardt-Modell“ bezeichnete Modell ist damit gegeben durch

$$\mu(\lambda) = [-\lambda \quad (e^{-8,105\lambda} - 1) \quad (e^{-27,547\lambda} - 1) \quad (e^{-75,012\lambda} - 1)] \cdot \boldsymbol{\theta} \quad (3.78)$$

mit jetzt vier Modellparametern

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3 \quad \theta_4]^T. \quad (3.79)$$

Eine weitere Verringerung der Basisfunktionen auf zwei und analoge Optimierung der Exponenten liefert die Lösung

$$\hat{f}_2(\lambda, \boldsymbol{\theta}_1) = \theta_2 (e^{-12,530\lambda} - 1) + \theta_3 (e^{-62,435\lambda} - 1) \quad (3.80)$$

mit einem Absolutfehler von $\epsilon_T = 0,0224$. Die theoretische Genauigkeit dieser Approximation ist somit erheblich geringer als für das Modell (3.78). In der Implementierung können sich aufgrund der verringerten Parameterzahl dennoch Vorteile zeigen. Der in der Praxis erzielbare Kompromiss zwischen Genauigkeit und Robustheit ist anhand von realen Messdaten zu prüfen.

Analog zu Abschnitt 3.3.1 kann die Least-Squares-Schätzergleichung aufgestellt werden.

Bestimmung des Maximums

Der gesuchte Maximalwert μ_{\max} des Modells (3.78) lässt sich hier nicht analytisch bestimmen, sodass auf eine iterative Berechnung mit numerischen Verfahren zurückgegriffen werden muss. Eine Anwendung des Newton-Verfahrens [BS89] zur Bestimmung der Nullstelle von $\mu'(\lambda)$ ist hier gegeben durch:

$$\lambda_{\max}(i+1) = \lambda_{\max}(i) - \frac{\mu_1(\lambda_{\max}(i))}{\mu_2(\lambda_{\max}(i))} \quad (3.81)$$

mit

$$\mu_1(\lambda) = -\theta_2\lambda - 8,105 \cdot \theta_3 \cdot e^{-8,105\lambda} - 27,547 \cdot \theta_4 \cdot e^{-27,547\lambda} - 75,012 \cdot \theta_5 \cdot e^{-75,012\lambda} \quad (3.82)$$

$$\mu_2(\lambda) = 8,105^2 \cdot \theta_3 \cdot e^{-8,105\lambda} + 27,547^2 \cdot \theta_4 \cdot e^{-27,547\lambda} + 75,012^2 \cdot \theta_5 \cdot e^{-75,012\lambda}. \quad (3.83)$$

Ein Nachteil des Newton-Verfahrens ist, dass der Lösungsbereich nicht vorab eingegrenzt werden kann. Ein Bisektionsverfahren hingegen erlaubt die Vorgabe eines Intervalls $[\underline{\lambda}, \bar{\lambda}]$ [BS89]. Sofern diese Menge eine (eindeutige) Nullstelle von $\mu'(\lambda)$ enthält, wird der Algorithmus gegen diese konvergieren. Ein einfacher Algorithmus zur Intervallhalbierung lautet mit $\mu_1(\lambda)$ aus (3.82):

1. Wähle die Startwerte $a(0) = \underline{\lambda}$, $b(0) = \bar{\lambda}$ und prüfe, ob $\text{sgn}(\mu_1(a(0))) \neq \text{sgn}(\mu_1(b(0)))$. Keine Lösung, wenn dies nicht erfüllt ist.
2. Wähle $c(i) = a(i) + \frac{1}{2}(b(i) - a(i))$.
3. Wenn $\text{sgn}(\mu_1(c(i))) \neq \text{sgn}(\mu_1(b(i)))$, ist $a(i+1) = c(i)$. Ist dies nicht der Fall, ist $b(i+1) = c(i)$. Fortsetzen des Algorithmus in Schritt 2, solange $b(i) - a(i) \geq \epsilon$ mit einer zu wählenden Genauigkeit ϵ . gilt. Bei Erreichen des Abbruchkriteriums ist die Näherungslösung $\lambda_{\max} = c(i)$ gefunden.

Nachteilig am Bisektionsverfahren in der beschriebenen Form ist die Abhängigkeit von der Wahl des Anfangsintervalls $[\underline{\lambda}, \bar{\lambda}]$. Ist dieses zu klein gewählt, wird der gesuchte Hochpunkt möglicherweise nicht erfasst. Ein zu großes Intervall hingegen birgt das Risiko, dass sowohl ein Hoch- als auch ein Tiefpunkt enthalten sind, die Ableitung $\mu'(\lambda)$ an den Intervallgrenzen somit das gleiche Vorzeichen aufweist. In diesen Fällen wird fälschlicherweise keine Lösung gefunden.

Es sind weitere Verfeinerungen denkbar, um eine weniger konservative und gleichermaßen abgesicherte Variante des Bisektionsalgorithmus zu erreichen. Hier wird stattdessen das Newton-Verfahren aus (3.81) verwendet und abschließend geprüft, ob das Ergebnis λ_{\max} innerhalb eines plausiblen Intervalls $[\underline{\lambda}, \bar{\lambda}]$ liegt sowie ob nach dem Wert der zweiten Ableitung (3.83) mit $\mu_2(\lambda_{\max}) < 0$ ein Maximum vorliegt.

3.3.3 Maximum-Likelihood-Schätzer für Reifenmodell nach Burckhardt

Zur direkten Parameterschätzung beim nichtlinearen Burckhardt-Modell kann ein Maximum-Likelihood-Schätzer verwendet werden [TPS09].

Entsprechend Abschnitt 2.5.2 ergibt sich die nichtlineare Messgleichung mit der Annahme eines mittelwertfreien Gaußschen Rauschprozess e mit der Varianz σ_e^2 aus (3.55):

$$\mu(\lambda) = c_1 - c_1 \cdot e^{-c_2 \cdot \lambda} - c_3 \cdot \lambda + e; \quad (3.84)$$

Die ML-Schätzgleichung für N Messwerte $(\lambda(k), \mu(k))$ ist dann nach (2.23):

$$\sum_{k=1}^N \left(\mu(k) - \hat{\mu}(\lambda(k), \hat{\theta}) \right)^2 \xrightarrow{\hat{\theta}} \min. \quad (3.85)$$

Die Lage des Extremums der Schlupf-Kraftschluss-Kurve im Burckhardt-Modell kann mit den gefundenen Parameterwerten bestimmt werden zu:

$$\lambda_{\max} = -\frac{1}{c_2} \log \left(\frac{c_3}{c_1 c_2} \right). \quad (3.86)$$

Dies ergibt den maximalen Reibwert:

$$\mu_{\max} = c_1 + \frac{c_3}{c_2} \left(\log \left(\frac{c_3}{c_1 c_2} \right) - 1 \right). \quad (3.87)$$

Näherungsweise entspricht daher μ_{\max} dem Parameter c_1 , was dessen Bedeutung veranschaulicht [Bur93, Pet03].

3.3.4 Vergleich der Modelle anhand von simulierten Messdaten

Dieser Abschnitt beschreibt einen Vergleich der zuvor vorgestellten Verfahren zur Identifikation des maximalen Reibbeiwertes μ_{\max} mithilfe von Rechnersimulationen. Es wird dabei die Kombination aus dem verwendeten Modell sowie Schätzverfahren untersucht und die Ergebnisse (Mittelwerte, Varianzen) verglichen.

Vorgehen

Als Referenzkurve dient das Burckhardt-Modell mit Parametersätzen aus [KN05]. Aus diesem Modell werden Messwerten generiert, indem 41 äquidistante λ -Werte aus dem Bereich $\lambda \in [0; 0,4]$ gewählt und die zugehörigen μ -Werte berechnet werden. In zwei weiteren Simulationsreihen wird dies mit 21 Werten mit $\lambda \in [0; 0,2]$ sowie 31 Werten mit $\lambda \in [0; 0,3]$ durchgeführt. Anschließend werden diese μ -Werte von mittelwertfreien Gaußschen Rauschen mit $\sigma_e = 0,05$ überlagert. Die Schätzung der Modellparameter wird unter Verwendung des Least-Squares-Ansatzes aus Abschnitt 3.3.1, eines Least-Squares-Schätzers für das linear parametrisierte Burckhardt-Modell nach Abschnitt 3.3.2 sowie einer numerischen Lösung des Maximum-Likelihood-Problems für das vollständige Burckhardt-Modell aus Unterkapitel 3.3.3 vorgenommen. Alle Parameterschätzer werden in Blockverarbeitung implementiert.

Mit den geschätzten Parameterwerten werden der Maximalwert μ_{\max} sowie der zugehörige Schlupfwert λ_{\max} des jeweiligen Modells berechnet. Die Bestimmung des Maximums wird entweder analytisch für das KIENCKE-Modell sowie das Burckhardt-Modell oder numerisch für das linear parametrisierte Burckhardt-Modell ausgeführt. Die aus jeweils $N = 10000$ Simulationsläufen resultierenden Mittelwerte sind in Tabelle 3.4 dargestellt. Weil die Ermittlung von λ_{\max} nicht in allen Fällen konvergiert, kommt es zu einer künstlichen Streuung und Verschiebung des Mittelwertes. Deshalb wird zusätzlich der Median angegeben, da dieser robuster gegenüber Ausreißern (engl. *outliers*) ist. Eingangsdaten mit $\lambda \in [0; 0,2]$ sowie $\lambda \in [0; 0,3]$ ergeben des Weiteren die im Anhang in den Tabellen A.1-A.6 angegebenen Ergebnisse.

Exemplarisch zeigen des Weiteren die Abbildungen 3.8 bis 3.11 die Kurvenverläufe und zugehörige $(\lambda_{\max}, \mu_{\max})$. Dies erlaubt neben dem quantitativen Vergleich auch eine qualitative Bewertung der Modelltypen und ihrer Eignung für das entsprechende Szenario. Auffällig ist hierbei wie in Abbildung 3.8 erkennbar, dass der Verlauf des linear parametrisierten Burckhardt-Modells für hohe Schlupfwerte stark abweichen kann, insbesondere da dieser Messbereich nicht erfasst wird.

Des Weiteren wird ein quantitativer Vergleich des linear parametrisierten Burckhardt-Modells mit der vorgeschlagenen Modifikation vorgenommen. Hierzu wird die absolute Abweichung

zwischen den geschätzten Kurvenverläufen $\mu_{\text{LS}}(\lambda, \hat{\theta})$ nach (3.70) sowie (3.78) und der Referenzschätzung des ML-Schätzers integriert:

$$\epsilon = \int_0^1 \left| \mu_{\text{ML}}(\lambda, \hat{\theta}) - \mu_{\text{LS}}(\lambda, \hat{\theta}) \right| d\lambda. \quad (3.88)$$

Die Ergebnisse dieses Vergleichs sind in Tabelle 3.6 festgehalten.

Ergebnisse

Es ergeben sich sehr gute Ergebnisse für die linear parametrisierten Burckhardt-Modelle. Die Genauigkeit wird erwartungsgemäß vom Maximum-Likelihood-Schätzer für das vollständige Burckhardt-Modell übertroffen, wobei die relative Abweichung gering ist. Da dieses Verfahren als einziges das tatsächliche, den Messwerten zugrunde liegende Systemmodell verwendet, kann es als Referenzschätzung betrachtet werden. Vorteilhaft ist demgegenüber die geringere Rechenanforderung des Least-Squares-Schätzers bei Verwendung des approximierten linear parametrisierten Modells. Das Polynommodell aus [KN05] zeigt unterschiedlich gute Ergebnisse, wobei für das Szenario „Asphalt (nass)“ eine erhebliche mittlere Abweichung vorliegt und eine zuverlässige Anpassung im Fall „Schnee“ nicht zu erzielen war. Weitere Simulationen mit erheblich schwächerem Messrauschen ($\sigma_e = 0,001$) zeigten, dass die spezielle μ -Schlupf-Kurve mit einer betragsmäßig sehr kleinen Steigung im abfallenden Bereich nur dann zufriedenstellend als rationale Funktion identifiziert werden kann, wenn diese Steigung trotz des Messrauschens noch gut aus den Messwerten erkennbar ist.

Die Varianz der Schätzwerte in Tabelle 3.5 weist im Fall „Pflastersteine“ vergleichsweise hohe Werte für die Burckhardt-Modelle auf. Abbildung 3.10 veranschaulicht diese Situation und weist auf eine grundsätzliche Schwierigkeit bei der Ermittlung des Kurvenmaximums hin. Der tatsächliche Wert von μ_{max} korrespondiert in diesem Szenario zu dem höchsten überhaupt in den Messwerten enthaltenen Schlupfwert $\lambda_{\text{max}} = 0,4$. Es sind daher keinerlei Messinformationen vorhanden, die präzise auf das Abfallen des Kurvenverlaufs jenseits des Maximums hinweisen. In Verbindung mit dem Messrauschen ist die Bestimmung des Extremwertes wie auch für den Parametersatz „Schnee“ daher vergleichsweise unzuverlässig. Dies erklärt ebenfalls die starken Abweichungen zwischen Mittelwert und Median in diesem Fall.

Aufgrund der festgestellten Schwierigkeiten bei den Parametersätzen „Pflastersteine“ und „Schnee“ ist der Vergleich des linear parametrisierten Burckhardt-Modells nach [dCAF11] mit der hier vorgestellten Modifikation nur für die ersten drei der fünf Szenarien sinnvoll. Es ergeben sich vier Beobachtungen:

- Die Abweichung der λ_{max} -Schätzung (Mittelwert und Median) ist in zwei von drei Fällen bei der modifizierten Variante höher.
- Hingegen zeigt der Vergleich der μ_{max} -Werte in allen drei Fällen eine erheblich bessere Übereinstimmung mit dem tatsächlichen Wert.

- Dies lässt sich anhand des quantitativen Vergleichs in Tabelle 3.6 sowie eines qualitativen Vergleichs der Abbildungen 3.8 und 3.9 verallgemeinern: Der Kurvenverlauf der Modifikation approximiert das ursprüngliche Burckhardt-Modell besser und liegt daher näher an der Referenzschätzung des ML-Schätzers. In den ersten drei Fällen wird das mittlere Fehlerintegral um mehr als 50% reduziert. Diese relative Verbesserung zeigt sich auch in den zwei weiteren Simulationsreihen, wie in A.3 und A.6 angegeben.
- Schließlich weist auch die Schätzfehlervarianz der μ_{\max} -Werte in zwei der drei Fälle einen geringeren Wert auf. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass eine geringere Zahl an zu schätzenden Parametern generell vorteilhaft ist.

Analyse

Die Ergebnisse für den Fall „Pflastersteine“ bestätigen, dass eine vorausschauende Identifikation des maximalen Reibwertes während einer Fahrt im Niedrigschlupfbereich bei quantitativen Ansätzen eine erhebliche Schwierigkeit darstellt. Dies begründet die Motivation zur Entwicklung qualitativer Methoden. Die Anwendung für Notbremsassistenten- und Antiblockiersysteme verdeutlicht die Relevanz dieser Frage. Ein minimaler Bremsweg lässt sich erzielen, wenn zu jeder Zeit die Information über den derzeit maximal möglichen Reibbeiwert vorliegt. Damit kann eine plötzlich auftretende Bremsung von Anfang an optimal ausgeführt werden.

Eine grundsätzliche und wünschenswerte Eigenschaft eines Parameterschätzers ist die sogenannte Erwartungstreue. Dies bedeutet, dass der Erwartungswert der stochastischen Schätzwerte mit den tatsächlichen Parametern übereinstimmt, was insbesondere bei mittelwertfreien Rauschprozessen eine naheliegende Forderung ist [KSW08]. Die hier durchgeführte Bestimmung des mittleren Fehlers ist bereits ein guter Indikator dafür, dass lediglich der Maximum-Likelihood-Schätzer erwartungstreu ist. Eine offensichtliche Ursache ist, dass tatsächliches System und Modell im Fall der Least-Squares-Schätzer nicht übereinstimmen.

Des Weiteren kann auch eine Verletzung der zugrunde liegenden Annahmen über die Eingangsgrößen eine biasbehaftete Schätzung hervorrufen. Im hier betrachteten Fall wird davon ausgegangen, dass lediglich die μ -Werte von Messrauschen beeinflusst werden. Tatsächlich ist in der Praxis aber auch die Eingangsgröße λ eine Messgröße und daher rauschbehaftet. Ein derartiges „*errors in variables*“ Problem ist mithilfe komplexerer Ansätze anzugehen, etwa einem Total-Maximum-Likelihood oder Total-Least-Squares-Schätzer [Ful87]. In [CG05] wird ein Total-Least-Squares-Ansatz zur konsistenten Schätzung einer Geradenapproximation des linearen Bereichs der μ -Schlupf-Kurve diskutiert. Das dort beschriebene Vorgehen ist prinzipiell auf die hier behandelte Identifikation eines vollständigen Modells übertragbar. Diese Frage wird hier allerdings zurückgestellt, da die Modelle an sich bereits nur eine angenäherte empirische Beschreibung der realen Vorgänge darstellen.

Parametersatz	λ_{\max}	KIENCKE	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckh.	Burckhardt
Asphalt	0,170	0,216	0,168	0,174	0,171
		0,217	0,167	0,174	0,170
Asphalt (nass)	0,131	0,217	0,139	0,133	0,132
		0,218	0,137	0,131	0,131
Beton	0,160	0,214	0,160	0,162	0,161
		0,214	0,159	0,162	0,160
Pflastersteine	0,400	0,323	0,383	0,356	0,416
		0,321	0,384	0,403	0,401
Schnee	0,060	–	0,111	0,109	0,125
		–	0,101	0,090	0,068

Tabelle 3.3: Vergleich der λ_{\max} -Identifikation (Mittel- und Medianwerte (2. Zeile) aus $N = 10000$ Simulationen).

Parametersatz	μ_{\max}	KIENCKE	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckh.	Burckhardt
Asphalt	1,170	1,238	1,176	1,170	1,170
		1,234	1,176	1,170	1,170
Asphalt (nass)	0,801	1,021	0,809	0,806	0,802
		0,964	0,809	0,806	0,801
Beton	1,090	1,168	1,097	1,090	1,090
		1,161	1,097	1,090	1,090
Pflastersteine	1,000	1,004	0,963	0,840	0,994
		1,003	1,002	0,997	0,998
Schnee	0,190	–	0,166	0,158	0,191
		–	0,180	0,177	0,192

Tabelle 3.4: Vergleich der μ_{\max} -Identifikation (Mittel- und Medianwerte (2. Zeile) aus $N = 10000$ Simulationen).

Parametersatz	KIENCKE	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckhardt	Burckhardt
Asphalt	1,007	0,152	0,155	0,164
Asphalt (nass)	86,85	0,184	0,169	0,172
Beton	1,782	0,155	0,150	0,165
Pflastersteine	0,170	40,919	139,297	1,589
Schnee	–	3,070	4,424	0,218

Tabelle 3.5: Vergleich der μ_{\max} -Identifikation (Varianz der Schätzung aus $N = 10000$ Simulationen, alle Werte mit 10^3 skaliert).

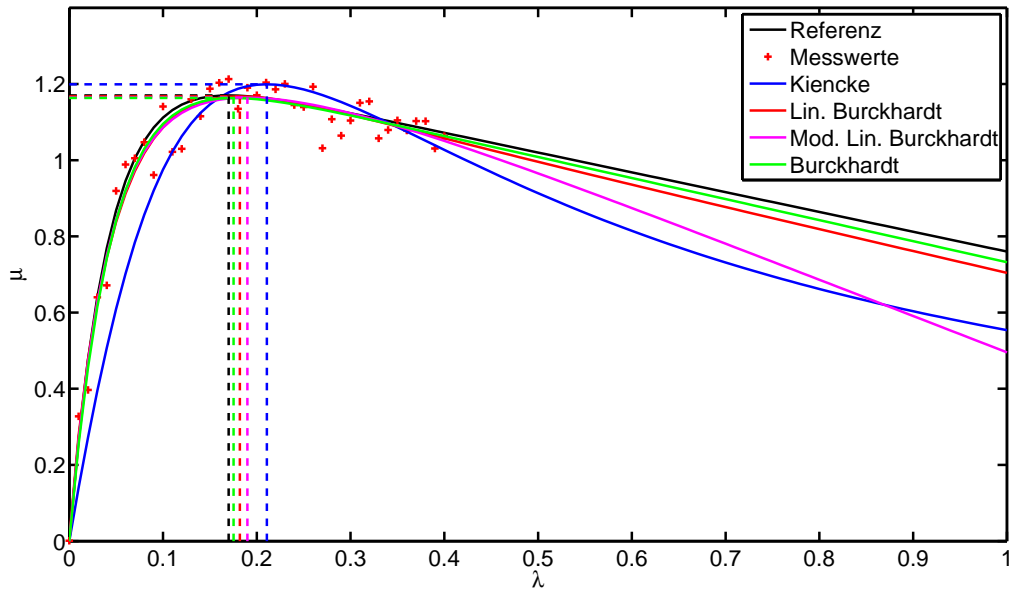


Abbildung 3.8: Exemplarischer Kurvenverlauf und Schätzergebnis für Parametersatz „Asphalt trocken“.

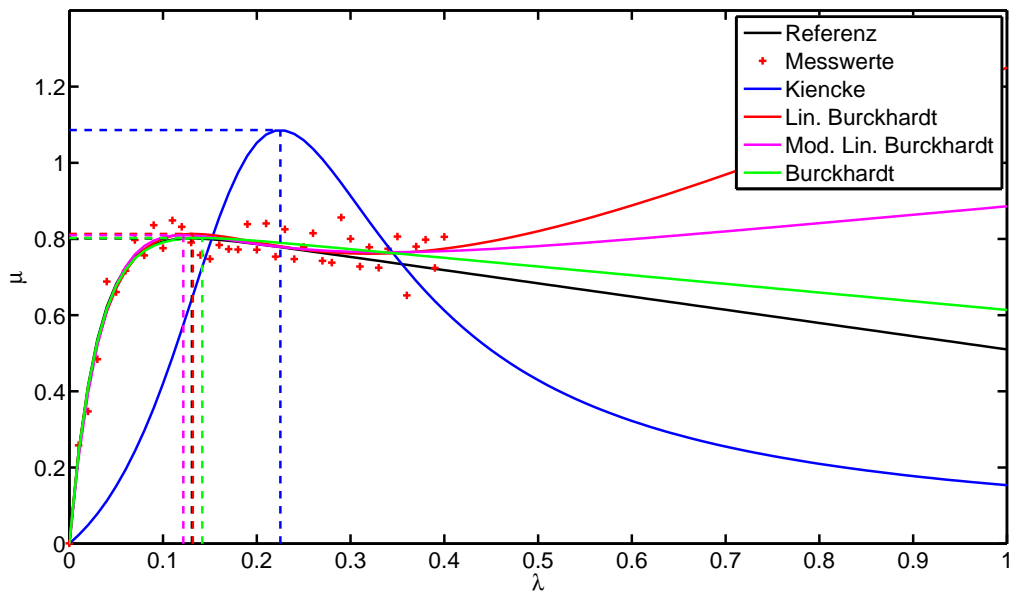


Abbildung 3.9: Exemplarischer Kurvenverlauf und Schätzergebnis für Parametersatz „Asphalt nass“.

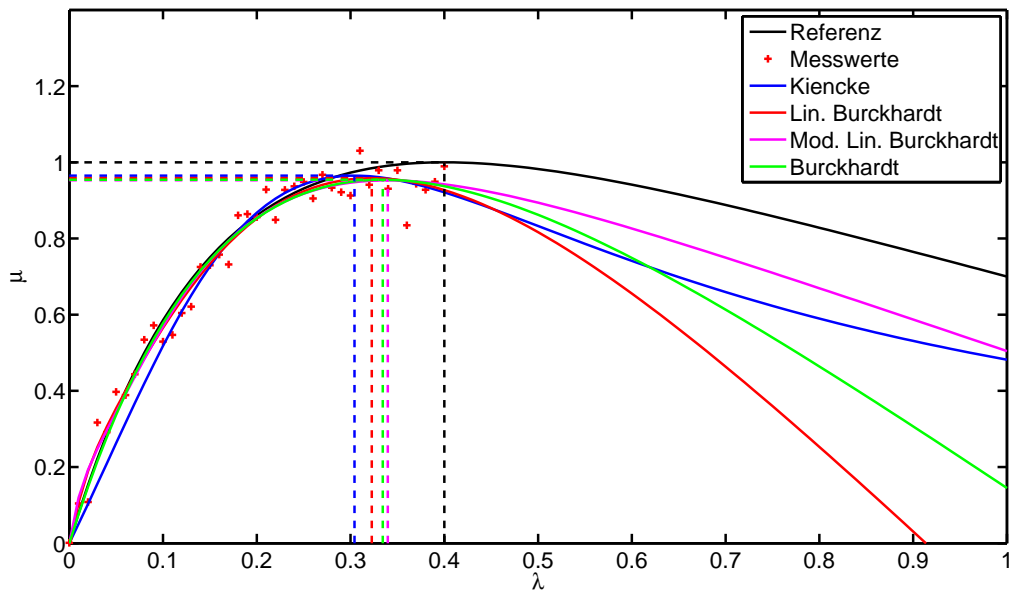


Abbildung 3.10: Exemplarischer Kurvenverlauf und Schätzergebnis für Parametersatz „Pflastersteine (trocken)“.

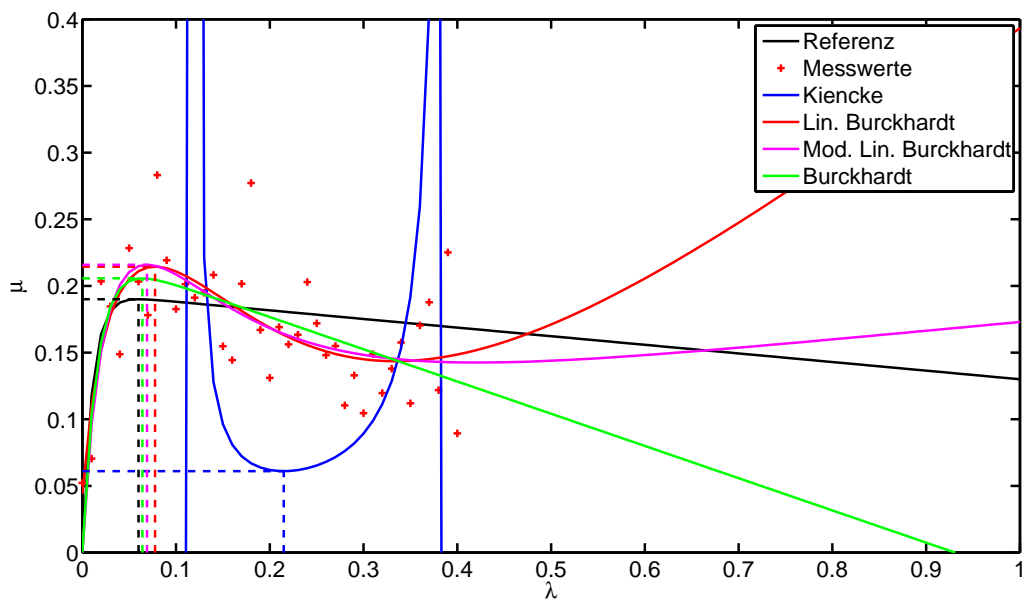


Abbildung 3.11: Exemplarischer Kurvenverlauf und Schätzergebnis für Parametersatz „Schnee“.

Parametersatz	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckhardt
Asphalt	0,1025	0,0461
Asphalt (nass)	0,1134	0,0502
Beton	0,1063	0,0436
Pflastersteine	0,0656	0,0876
Schnee	0,0851	0,0528

Tabelle 3.6: Vergleich der linear parametrisierten Burckhardt-Modelle mit der ML-Schätzung des Burckhardt-Modells (Mittelwert des absoluten Fehlers ϵ nach (3.88) aus $N = 10000$ Simulationen).

Fazit

Zusammenfassend kann die Least-Squares-Schätzung des modifizierten linear parametrisierten Burckhardt-Modells als guter Kompromiss zwischen Komplexität und Leistung gewählt werden. Mit der eingeführten Veränderung sind in diesem Modell vier Parameter zu schätzen und damit lediglich ein zusätzlicher Wert im Vergleich zum Modell der gebrochen rationalen Funktion aus [KN05]. Ein Vorteil des Verfahrens ist, dass eine einfache rekursive Formulierung existiert. In [TPS09] wird eine ebenfalls rekursive Formulierung für das iterative Lösungsverfahren des Maximum-Likelihood-Schätzers eingesetzt. Es zeigten sich jedoch in einigen Fällen Konvergenzprobleme, sodass dieser Ansatz hier zugunsten des ähnlich genauen LS-Schätzers nicht weiter verfolgt wird.

3.3.5 Vergleich der Modelle anhand von realen Messdaten

Im vorherigen Abschnitt wurden die Verfahren anhand von simulierten Messdaten verglichen. Zur Überprüfung der Methoden anhand von realen Messdaten werden Prüfstandsmessungen⁹ herangezogen und die Schätzverfahren in Blockverarbeitung angewendet.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.12 dargestellt. Während die auf dem Burckhardt-Modell basierenden Methoden sehr ähnliche Ergebnisse hervorbringen, zeigt sich eine erhebliche Abweichung zum Ansatz nach KIENCKE aus Abschnitt 3.3.1. Eine qualitative Bewertung zeigt daher, dass das linear parametrisierte Burckhardt-Modell zu einer guten Identifikation führt.

3.4 Online-Identifikation

Bisher wurden Modelle zur Beschreibung der Kraftschluss-Schlupf-Charakteristik entwickelt und geeignete Schätzverfahren in offline-Blockverarbeitung aufgezeigt. Im Folgenden wird un-

⁹Asphalt nass: Dunlop WinterSport 205/55

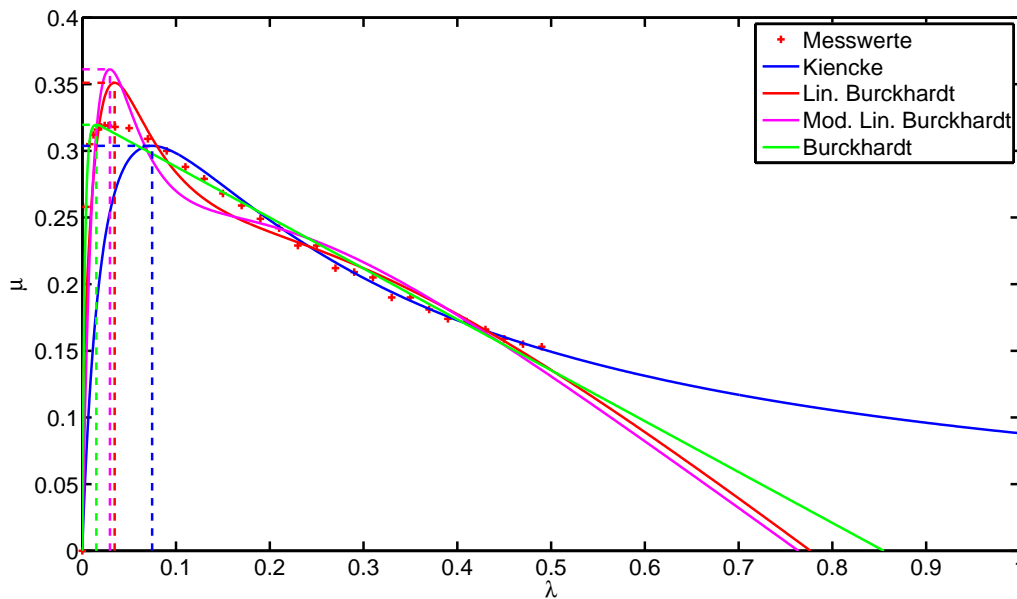


Abbildung 3.12: Exemplarischer Kurvenverlauf und Schätzergebnis für Prüfstandsmessdaten (Asphalt nass).

tersucht, mit welchen Methoden die Parameteridentifikation online erfolgen kann. Es wird dabei angenommen, dass der Fahrbahnreibwert μ_{\max} und damit die Modellparameter stückweise konstant sind (homogene Fahrbahn), jedoch spontane Wechsel der Verhältnisse auftreten können (μ -Sprung). Als Modell kommt das modifizierte linear parametrisierte Burckhardt-Modell aus 3.3.2 zum Einsatz, sodass der lineare Least-Squares-Schätzer anwendbar ist.

Zur Verdeutlichung der sich ergebenden Teilaspekte wird zunächst die hypothetische Ideallösung betrachtet: Um die gesamte Information aus den gemessenen (λ, μ) Werten zu gewinnen, muss ein Least-Squares-Schätzer in Blockverarbeitung eingesetzt werden. Hierbei werden die gesamten Messdaten gespeichert und erst am Schluss ein Schätzwert berechnet. Jeweils mit Beginn eines μ -Sprungs muss der Schätzer zurückgesetzt werden. Dieses Vorgehen ist offensichtlich in der Praxis nicht zielführend, da die Schätzwerte nicht permanent (online) sondern erst im Nachhinein bereit stehen. Des Weiteren ist der bei der Sammlung aller Messdaten anfallende Speicherbedarf nicht vorab bekannt. Schließlich ist auch die Echtzeitfähigkeit zu hinterfragen, da die benötigte Rechenzeit von der Datenmenge abhängt.

Dies motiviert die Gliederung der Aufgabe in drei Teilfragen:

1. **Initialisierung:** Rekursive Schätzer benötigen einen Startwert. Des Weiteren ist ein Weg zu finden, um während Zeiträumen ohne verlässliche Schätzung ein zulässiges Ergebnis auszugeben.
2. **Andauernde Anregung:** Bei fehlenden Veränderungen in den Messinformationen wird keine neue Information gewonnen. Das Schätzverfahren ist derart auszulegen, dass eine negative Beeinflussung hierdurch vermieden wird.

3. **Erkennung von Parameteränderungen:** Das Verfahren soll robust gegen einen Wechsel der Fahrbahneigenschaften sein. Dies kann vereinfacht werden, indem eine separate Methode zur Erkennung eines μ -Sprungs eingesetzt wird.

3.4.1 Initialisierung und Aktivierung

In [TPS09] wird zur Initialisierung zunächst ein Least-Squares-Schätzer in Blockverarbeitung für $N = 20$ Datenpunkte ausgeführt. Ab $\lambda > \lambda_{\text{init}}$ mit $\lambda_{\text{init}} = 0,07$ wird dann mit einem rekursiven Least-Squares-Schätzer mit konstantem Vergessensfaktor fortgefahren. Alternativ wird in [dCAF11] der Parametersatz einer μ -Schlupf-Kurve vom Typ „Asphalt trocken“ als Initialschätzung vorgegeben. Letzterer Ansatz führt zu schnellerer Konvergenz, wenn die Anfangswerte bereits gut mit den tatsächlichen Parametern übereinstimmen. Die Frage, ob während der Initialisierungsphase und darüber hinaus eine ausreichende Anregung des Systems vorliegt, wird in diesen Arbeiten nicht thematisiert.

Obgleich die Initialisierung mit einer LS-Blockverarbeitung für die gesammelten Messwerte zwischen der Systemaktivierung und dem Erreichen von λ_{init} in [TPS09, dCAF11] zu guten Ergebnissen führen, wird hierbei nur der Bremsfall betrachtet. Anders als im Bremsfall sind bei der Antriebsschlupfregelung sowohl Situationen mit einer initialen Geschwindigkeit $v_x = 0$ (Anfahren) als auch der Beschleunigung während der Fahrt mit $v_x > 0$ zu berücksichtigen. Es wird unterstellt, dass dies aufgrund von Fahrbahnreibung und Höhe der Momentenanforderung in beiden Fällen mit einem relevanten Reifenschlupf einhergeht.

Grundsätzlich sind Antriebs- und Bremsfall bei der μ -Schlupf-Modellbildung mit dem einzigen Unterschied der Schlupfdefinition analog zu behandeln. Eine genauere Betrachtung zeigt jedoch, dass das Kraftschluss-Schlupf-Verhältnis bei der Anfahrtsituation nicht mit den statischen Modellen aus 3.3 beschrieben werden kann. BURCKHARDT stellt hierzu fest, dass wegen dynamischer Vorgänge für $v_x < 10$ km/h höhere Schlupfwerte auftreten [Bur93]. Abbildung 3.13 zeigt, dass dies im CARMAKER Simulationsmodell berücksichtigt ist. Das simulierte Fahrmanöver auf einer Fahrbahn mit $\mu_{\text{max}} = 0,3$ besteht aus einer Beschleunigung aus dem Stand, anschließender Konstantfahrt mit $v_x = 40$ km/h sowie erneuter Beschleunigung ab $t = 15$ s. Es ist erkennbar, dass die (λ, μ) Wertepaare für $v_x < 10$ km/h (blau markiert) einen anderen Verlauf aufweisen, als die während der zweiten Beschleunigungsphase gesammelten Daten (grün).

Für die Initialisierung und Aktivierung des Schätzers lässt sich daher folgern: Beschleunigungen aus einer Fahrt mit $v_x > 10$ km/h sind analog zum Bremsfall zu behandeln und es bietet sich die schwellwertbasierte Methode aus [TPS09, dCAF11] an. Bei einer Anfahrtsituation kann formal jedoch erst ab Erreichen einer Mindestgeschwindigkeit mit der Schätzung begonnen werden. Es ist daher ein Kompromiss zwischen dem ersten Zeitpunkt, zu dem eine ausreichende Informationsmenge vorhanden ist und der Unterdrückung der dynamischen Effekte zu finden.

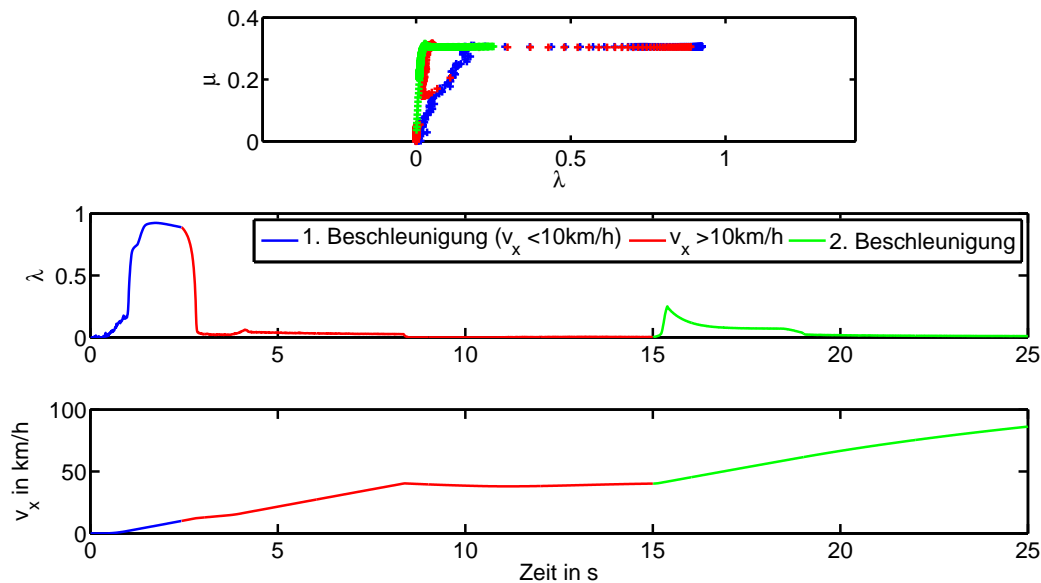


Abbildung 3.13: Zusammenhang von Schlupf und Kraftschluss beim Anfahren sowie einer zweiten Beschleunigungsphase während der Fahrt.

3.4.2 Andauernde Anregung

Bei den zuvor vorgestellten Identifikationsverfahren werden die Parameter eines Modells an gesammelte Messinformationen angepasst. Das Optimierungskriterium ist hierbei der Fehler zwischen Modell und Messwerten. Die Aussagekraft des Schätzergebnisses ist daher davon abhängig, wie gut die zur Verfügung stehenden Messinformationen den relevanten Wert-, Zeit- und (für dynamische Systeme) Frequenzraum abdecken.

Für das hier betrachtete statische System sind die Anregung im Wert- und Zeitbereich relevant [Sve07]:

1. **Anregung im Zeitbereich:** Veränderungen der tatsächlichen Parameterwerte über der Zeit können nur erkannt werden, wenn die dem Schätzer zugeführten Informationen hinreichend gut die geänderten Verhältnisse beschreiben.
2. **Anregung im Wertebereich:** Die $\mu - \lambda$ -Ebene muss ausreichend erfasst werden, da Messwerte aus dem linearen Kurvenbereich allein nicht genügen, um die gesamte Charakteristik zu identifizieren. Auch eine starke Clusterbildung in der $\mu - \lambda$ -Ebene erlaubt keine eindeutige Parameterschätzung.

Anregung im Zeitbereich

Rekursive Least-Squares-Schätzverfahren bewahren frühere Messinformationen in Form der vorherigen Schätzwerte. Damit die Schätzung bei einem Wechsel der Parameter gegen den neu-

en Wert konvergiert, werden die vergangenen Daten mit einem Vergessensfaktor $\alpha < 1$ gewichtet. Nachteilig ist, dass ein konstanter Vergessensfaktor nicht den Informationsgehalt der Messdaten berücksichtigt. Daher wird in [GWD94] ein variabler Vergessensfaktor eingesetzt. Für geringen Informationsgehalt ist $\alpha \rightarrow 1$, sodass die Schätzung eingefroren wird. Ähnlich wird in [Gus97b] vorgegangen. Anstelle eines RLS-Schätzers kommt ein Kalman-Filter zum Einsatz, dessen Rekursion bei fehlender Anregung gestoppt wird.

Anregung im Wertebereich

In den zeitorientierten rekursiven Schätzern existiert keine Feststellung, wie die Messinformation den Wertebereich der $\mu - \lambda$ -Ebene abdeckt. Im Falle einer suboptimalen Initialisierung und geringer Variation im Wertebereich ist eine erfolgreiche Schätzung daher erschwert.

Ein Ansatz wird in [HKSJ08] verfolgt, indem ein rekursiver Least-Squares-Schätzer mit variablem Vergessensfaktor eingesetzt wird. Der Vergessensfaktor wird dabei an der Verteilung der Messdaten ausgerichtet, sodass die äquivalente Länge des Datenspeichers stets eine gewisse Mindestbandbreite (etwa der Schlupfwerte) abdeckt.

In [Sve07] wird ein grundsätzlicheres Konzept entworfen, das eine Erneuerung der Messinformation im Schätzer nicht mehr rein zeitbasiert, sondern aufgrund der Lage in der $\mu - \lambda$ -Ebene vornimmt. Hierbei wird der Wertebereich entlang der Schlupf- und Kraftschlussachse äquidistant¹⁰ diskretisiert und zu jedem Intervall der Mittelwert der zweiten Größe gespeichert. Vereinfacht wird dies hier lediglich für die λ -Achse betrachtet. Es gibt daher eine feste Anzahl von n_λ Intervallen, denen die gemessenen (λ, μ) Punkte zugeordnet werden. Die zu einem Intervall gehörenden Mittelwerte $(\bar{\lambda}_i, \bar{\mu}_i)$ werden laufend mit den zugeordneten Messwerten aktualisiert, wobei maximal N_{\max} Werte berücksichtigt werden (Vergessensfaktor $\alpha = 1 - 1/N_{\max}$).

Wie im Falle der rekursiven LS-Schätzung (zeitliche Gewichtung) können die gebildeten Mittelwerte, welche die neuen „Messwerte“ für den Parameterschätzer darstellen, mit Gewichtungsfaktoren versehen werden. Diese können sich beispielsweise an der Aktualität der Messwerte orientieren. Eine andere Möglichkeit ist es, Gewichtungsfaktoren w_i in Abhängigkeit der Zahl n_i ($0 \leq n_i \leq N$) der einem Intervall zugeordneten Messwerte zu definieren:

$$w_i(n_i) = \begin{cases} 0, & n_i < N_{\text{low}} \\ \frac{n_i - N_{\text{low}}}{N_{\text{high}} - N_{\text{low}}}, & N_{\text{low}} \leq n_i \leq N_{\text{high}} \\ 1, & n_i > N_{\text{high}} \end{cases} \quad (3.89)$$

Dies begünstigt Mittelwerte, die sich aus einer Vielzahl an Einzelwerten zusammensetzen und daher erwartungsgemäß eine geringere Varianz aufweisen.

Das Optimierungsproblem lautet unter Einbeziehung der Gewichtungsfaktoren:

$$J = \sum_{i=1}^{N_\lambda} w_i \left(\bar{\mu}_i - \psi_i^T(k) \hat{\theta} \right)^2 \rightarrow \min \quad (3.90)$$

¹⁰Komplexere Ansätze, etwa basierend auf Auftretenshäufigkeiten oder der Kurvensteigung, sind denkbar.

und wird durch den Least-Squares-Schätzer in Blockverarbeitung

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\Psi})^{-1} \cdot \boldsymbol{\Psi}^T \mathbf{W} \mathbf{y} \quad (3.91)$$

gelöst, wobei \mathbf{W} eine Diagonalmatrix der Gewichtungsfaktoren ist [KSW08].

Ein Vorteil dieser Methode ist, dass sowohl die zeitliche als auch räumliche Variation der Messwerte berücksichtigt werden. Die zeitliche Dimension wird bei der Datenspeicherung implizit berücksichtigt, indem nur die letzten N_{\max} Werte in jedem Intervall einfließen. Zweitens kann mit dem Diskretisierungskonzept der erforderliche Speicherplatz begrenzt und gleichzeitig eine Aussage über den erfassten Wertebereich getroffen werden. In [Sve07] wird eine Schätzung nur dann ausgeführt, wenn eine ausreichende Abdeckung des Wertebereichs vorliegt. Hierzu werden schwellwertbasierte Kriterien eingeführt, betreffend sowohl einen Mindestwert λ_{init} für den Schlupf, als auch eine Mindestzahl K an Intervallen mit $n_i \geq N_{\text{low}}$.

Es wird bei der Entwicklung des Konzeptes in [Sve07] nur der Fall einer homogenen Fahrbahn betrachtet. Lediglich in Ansätzen wird daher der Frage nachgegangen, wie die Erkennung und Reaktion auf einen μ -Sprung integriert werden kann.

3.4.3 Erkennen von Parameteränderungen

Die Variation des Fahrbahnreibwertes ist wesentlich durch abrupte Sprünge beim Übergang auf einen anderen Untergrund gekennzeichnet. Anders als bei zeitlich langsamen Vorgängen, die in einem rekursiven Schätzer berücksichtigt werden, kann die Erkennung und Ausführung einer definierten Reaktion auf einen μ -Sprung sinnvoll sein.

Eine einfach zu implementierende Möglichkeit ist der „CUSUM Change Detector“ [Gus97a, Gus97b]. Der Algorithmus besteht aus einer Aufsummierung $g(k)$ des Fehlers zwischen Modell und aktuellem Messwert (Residuum) in Verbindung mit einer schwellwertbasierten Alarmauslösung bei Überschreiten eines Wertes h . Die Robustheit gegenüber kurzfristigen Abweichungen erhöht die Subtraktion einer Konstante v in jedem Schritt. Mit der Initialisierung $g(0) = 0$ sowie einer Beschränkung auf Werte $g(k) \geq 0$ lautet die rekursive Berechnungsvorschrift:

$$g(k) = \max \left(0, g(k-1) + \left(\mu(k) - \boldsymbol{\psi}^T(k) \hat{\boldsymbol{\theta}} \right) - v \right) . \quad (3.92)$$

Als Reaktion auf eine erkannte Abweichung $g(k) \geq h$ kann eine Veränderung der Schätzerparameter (in [Gus97b] die im Kalman-Filter verwendete Systemkovarianzmatrix) zur schnelleren Adaption oder eine vollständige Neuinitialisierung des Parameterschätzers erfolgen.

3.4.4 Simulativer Vergleich und kombinierter Ansatz

In diesem Abschnitt werden die zuvor beschriebenen Konzepte anhand einer Simulation verglichen. Das verwendete Fahrmanöver mit einer Dauer von 20 s stellt eine Beschleunigungsfahrt

aus dem Stand auf einer Fahrbahn mit $\mu_{\max} = 0,6$ dar. In einer zweiten Variante wechselt der Reibwert nach 50 m auf $\mu_{\max} = 0,3$. Die Abtastzeit der Sensoren wird zu 10 ms gewählt, wobei kein simuliertes Messrauschen aufgeschlagen wird.

Konstanter und variabler Vergessensfaktor

Entsprechend dem Vorgehen in [TPS09, dCAF11] wird zunächst ein RLS-Schätzer mit konstantem Vergessensfaktor $\alpha = 0,99$ eingesetzt. Des Weiteren wird ein RLS-Schätzer mit variablem Vergessensfaktor ($\alpha_0 = 0,95$, $\sigma_0^2 = 0,05$) verwendet. Drittens wird das Ergebnis einer im Nachhinein ausgeführten LS-Schätzung in Blockverarbeitung zum Vergleich herangezogen. Die Initialisierung erfolgt wie in [dCAF11] durch Vorgabe eines typischen Parametersatzes¹¹ für die Verhältnisse „Asphalt trocken“ sowie $P(0) = 10 \cdot I$. Die Schätzer werden wie auch in allen weiteren Versuchen erst aktiviert, wenn eine Mindestgeschwindigkeit von $v_x = 5$ km/h erreicht ist.

In den Abbildungen 3.14 und 3.15 sind die Ergebnisse der Simulation dargestellt. Neben dem Ergebnis der μ_{\max} -Identifikation sind die Spur der Schätzfehlerkovarianz $\mathbf{P}(k)$, der Vergessensfaktor α sowie die Eingangsdaten in der $\mu - \lambda$ -Ebene abgebildet.

Die Ergebnisse zeigen die Schwierigkeit eines konstanten Vergessensfaktors: Aufgrund der fehlenden Anregung divergiert die Schätzung ab etwa $t = 8$ s. Des Weiteren ist in beiden Simulationen ein starkes Anwachsen der Kovarianzmatrix zu erkennen. In [dCAF11] wird als Vergessensfaktor $\alpha = 0,998$ statt des hier verwendeten $\alpha = 0,99$ eingesetzt. Dadurch wird das Divergieren im ersten Szenario verhindert, gleichzeitig leidet jedoch die Fähigkeit zur Adaption (ein μ -Sprung wird in [dCAF11] nicht betrachtet). Die Ergebnisse mit geänderter Parameterwahl sind im Anhang in A.2-A.3 aufgeführt.

Die Verwendung eines variablen Vergessensfaktors erzielt zunächst einen ähnlichen Zeitverlauf wie für konstantes α . Anders als zuvor divergiert die Schätzung bei fehlender Anregung nicht, da der Vergessensfaktor jetzt $\alpha \approx 1$ beträgt. Dies verhindert ebenfalls das unkontrollierte Anwachsen der Kovarianzmatrix.

Initialisierung

In einer zweiten Simulation wird die Initialisierung des RLS-Schätzers mit variablem Vergessensfaktor untersucht. Im ersten Fall wird erneut mit einem vorgegebenen Parametersatz initialisiert. Alternativ dazu wird jetzt zunächst eine LS-Schätzung in Blockverarbeitung für die ersten 40 Messwerte nach Erreichen von $v_x = 5$ km/h durchgeführt. Damit die nötige Variation der Werte erreicht wird, ist diese Anzahl in Abhängigkeit der Abtastrate experimentell zu ermitteln. Zur Erhöhung der Robustheit bietet sich das in Abschnitt 3.4.2 beschriebene Speicherkonzept

¹¹Für das mod. lin. Burckhardt-Modell sind dies: $\theta_1 = -0,6620$, $\theta_2 = -0,1873$, $\theta_3 = -1,2304$ $\theta_4 = 0,0760$.

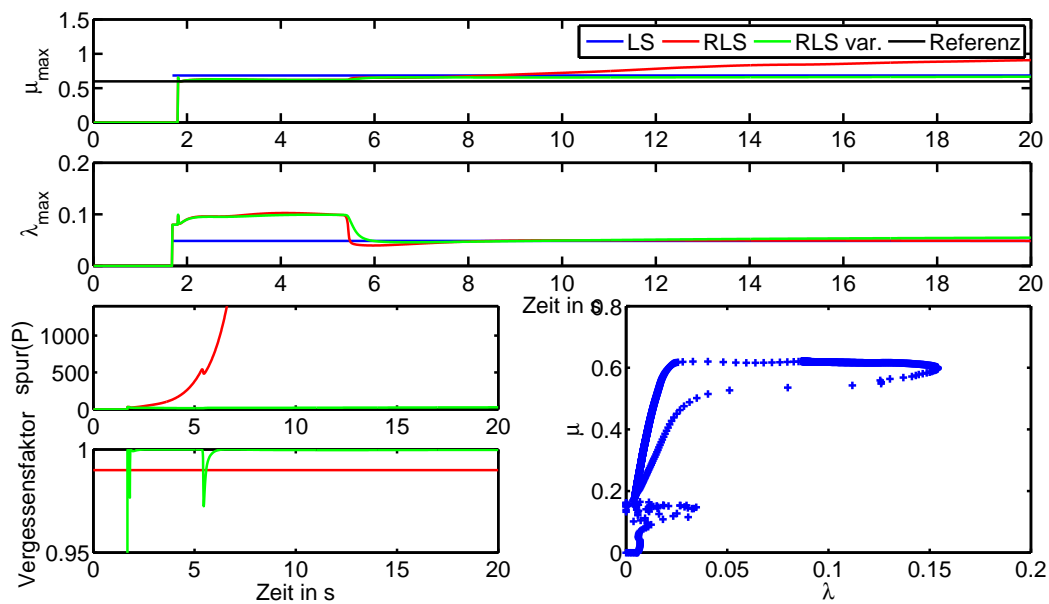


Abbildung 3.14: Vergleich RLS (rot) mit RLS mit variablem Vergessensfaktor (grün). Der Referenzwert $\mu_{\max} = 0,6$ ist in schwarz sowie das Ergebnis einer nachträglichen LS-Schätzung in Blockverarbeitung in blau eingetragen.

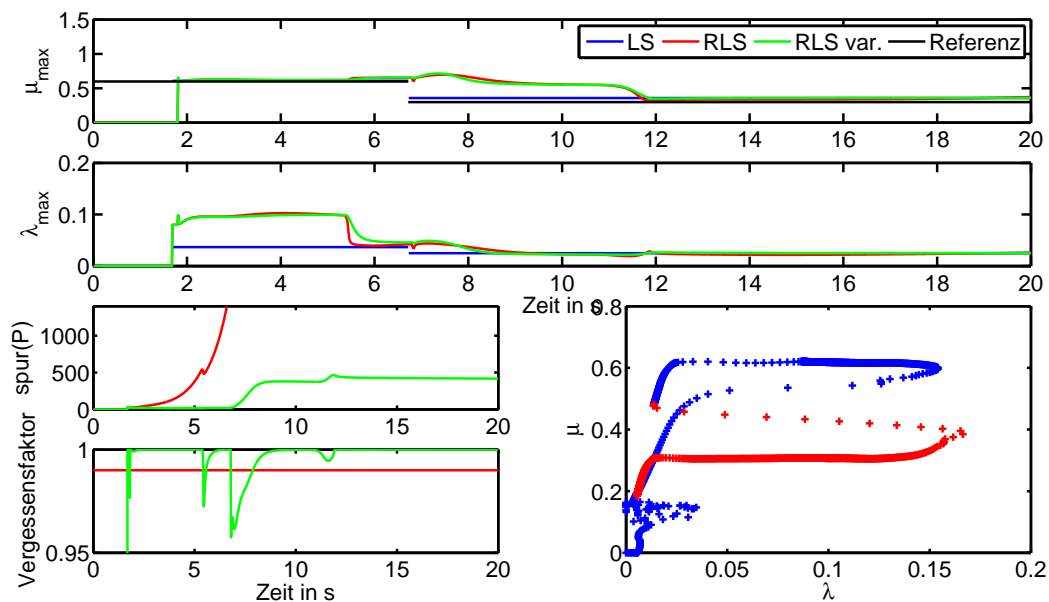


Abbildung 3.15: Vergleich RLS (rot) mit RLS mit variablem Vergessensfaktor (grün). Der Referenzwert (schwarz) wechselt von $\mu_{\max} = 0,6$ auf $\mu_{\max} = 0,3$. Das Ergebnis einer nachträglichen LS-Schätzung in Blockverarbeitung ist in blau eingetragen. Die Messwerte in der $\mu - \lambda$ -Ebene vor dem μ -Sprung sind in blau, die danach in rot markiert.

aus [Sve07] an, welches die Variation in der $\mu - \lambda$ -Ebene explizit vorgeben lässt. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 3.16 und 3.17 dargestellt.

Da in dieser Simulation das von der vorgegebenen Initialisierung bestimmte $\mu_{\max}(0) = 1,17$ eine erhebliche Abweichung vom tatsächlichen $\mu_{\max} = 0,6$ aufweist, ist das Konvergenzverhalten des RLS-Schätzers nicht optimal. Dies wird auch beim Vergleich in [dCAF11] festgestellt. Die Initialisierung in LS-Blockverarbeitung zeigt hingegen sehr gute Ergebnisse, auch wenn der erste Schätzwert erst mit einiger Verzögerung bereit steht. In Hinblick auf den Einsatz des Systems zur schlupfbasierten Antriebsregelung ist das nicht gravierend, da die Kenntnis des Reibwertes μ_{\max} für diese Anwendung sekundär ist. Die Vorgabe eines sinnvollen Sollschlupfes λ_{\max} ist dennoch stets möglich. Des Weiteren ergeben sich geringere Werte der Kovarianz.

Erkennen von Parameteränderungen

In den vorherigen Abschnitten wurde untersucht, wie ein robustes Zeitverhalten und gleichzeitig eine gute Anpassungsfähigkeit des Schätzers erreicht werden kann. Des Weiteren wurden zwei Möglichkeiten zur Anfangsinitialisierung betrachtet.

Die Parameteränderung in Form des μ -Sprungs wird bei diesen Methoden implizit im RLS-Schätzer erfasst. Der Prädiktionsfehler wird mit der Verstärkung $\gamma(k)$ gewichtet und als Korrektur auf den Schätzwert $\theta(k)$ addiert. Mithilfe einer separaten Erkennung von Parameteränderungen kann dies beschleunigt werden. Hierzu wird ein CUSUM Change Detector nach (3.92) implementiert. Als Reaktion auf eine Überschreitung der Detektionsschwelle h wird die Kovarianzmatrix mit $\mathbf{P} = 10 \cdot \mathbf{I}$ neu initialisiert. Der Schätzer wird hiermit empfindlicher auf die Abweichung reagieren, da die Verstärkung $\gamma(k)$ erhöht wird.

Alternativ ist eine vollständige Neuinitialisierung des Schätzers denkbar. Dies wird hier jedoch nicht verfolgt: Zunächst stellt sich die Frage, ob die notwendige Anregung des Systems vorliegt. Ein zweites Argument gegen die vollständige Neuinitialisierung ist, dass nur ein Teil der Modellparameter einen Bezug zum Fahrbahnreibwert μ_{\max} haben, andere hingegen die (hier: unveränderten) Eigenschaften des Reifen beschreiben. Obgleich das linear parametrisierte Modell aus Abschnitt 3.3.2 den Parametern keine anschauliche Bedeutung zuordnet, liegt der Gedanke nahe, bei einem Wechsel der Fahrbahn die gesammelte Information nicht vollständig zurückzusetzen.

Abbildung 3.18 zeigt den Effekt einer Neuinitialisierung der Kovarianzmatrix. Der summierte Prädiktionsfehler $g(k)$ ist ebenfalls dargestellt. Als Parameter des CUSUM Detektors werden experimentell $v = 0,025$ (entspricht bei $\mu_{\max} = 0,6$ einem tolerierten Fehler von 4,2%) sowie als Detektionsschwelle $h = 4,0$ ermittelt. Wie in dem Diagramm erkennbar, erlaubt dies eine Abgrenzung der Parameteränderung gegenüber Störeinflüssen. Der Zeitverlauf der μ_{\max} -Schätzung weist infolge der neu initialisierten Kovarianzmatrix ein schnelleres Konvergenzverhalten auf.

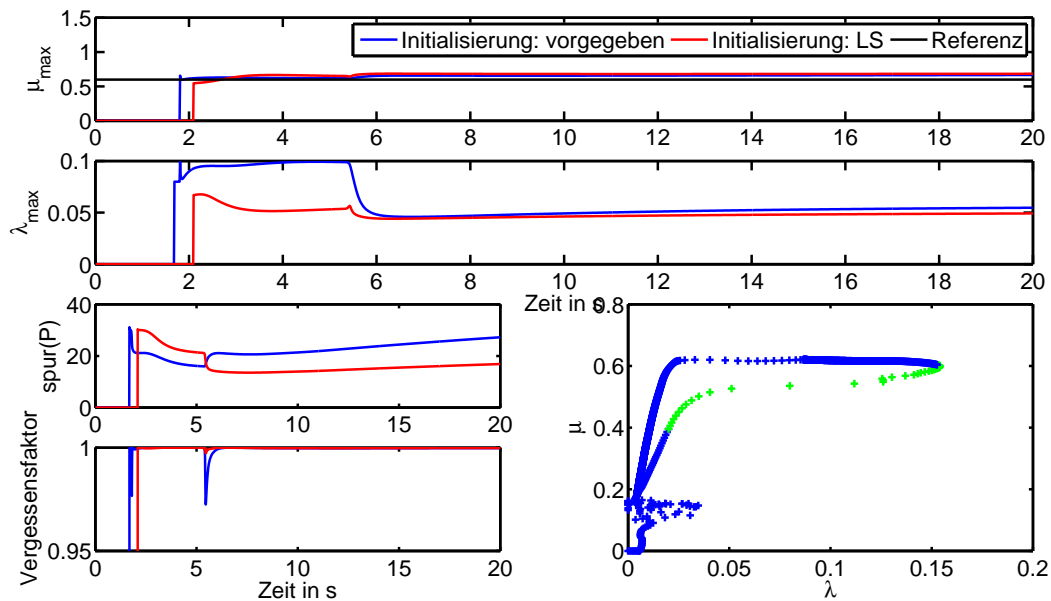


Abbildung 3.16: Vergleich der Initialisierungsmethoden für den RLS-Schätzer mit variablem Vergessensfaktor. Blau: Initialisierung mit vorgegebenen Parametersatz, Rot: LS-Schätzer in Blockverarbeitung. Der Referenzwert $\mu_{\max} = 0,6$ ist in schwarz eingetragen. Die zur Initialisierung verwendeten Messwerte sind in der $\mu - \lambda$ -Ebene in grün hervorgehoben.

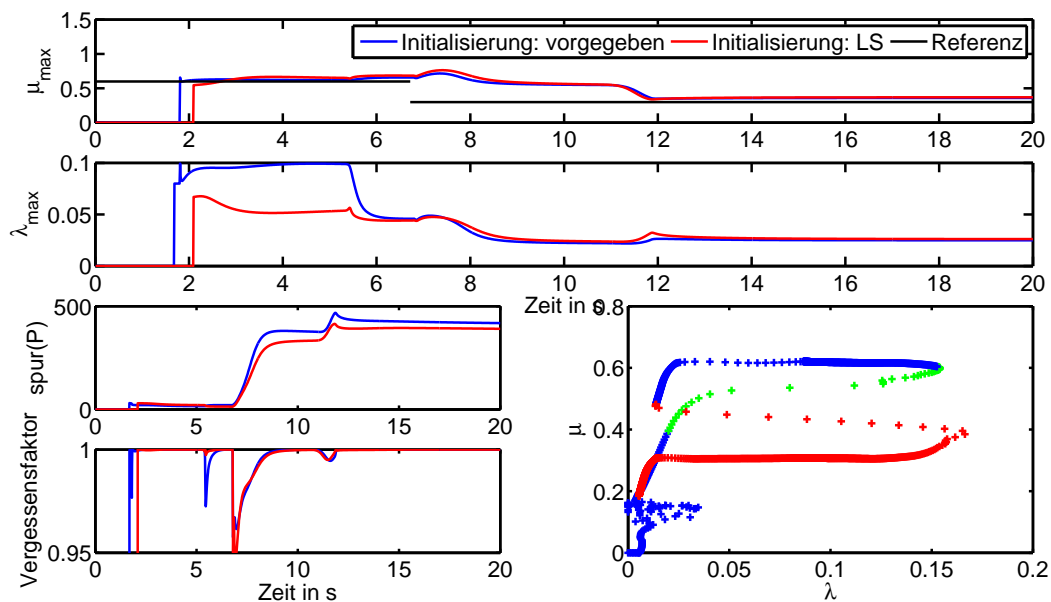


Abbildung 3.17: Vergleich der Initialisierungsmethoden für den RLS-Schätzer mit variablem Vergessensfaktor. Blau: Initialisierung mit vorgegebenen Parametersatz, Rot: LS-Schätzer in Blockverarbeitung. Der Referenzwert (schwarz) wechselt von $\mu_{\max} = 0,6$ auf $\mu_{\max} = 0,3$. Die zur Initialisierung verwendeten Messwerte sind in der $\mu - \lambda$ -Ebene in grün hervorgehoben.

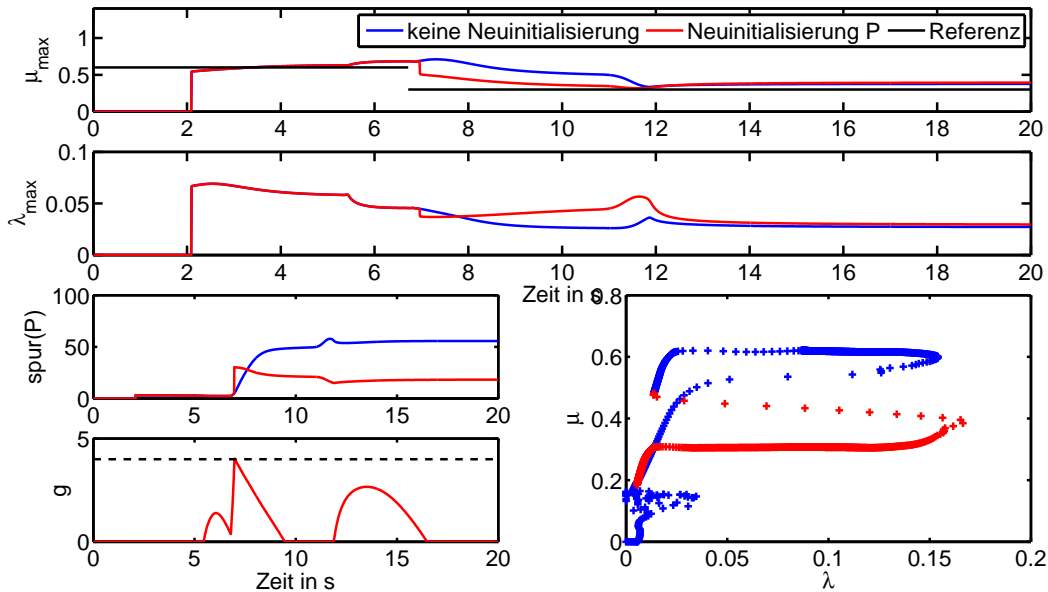


Abbildung 3.18: Vergleich der Anpassung mit und ohne Neuinitialisierung der Kovarianzmatrix für den RLS-Schätzer mit variablem Vergessensfaktor. Blau: keine Neuinitialisierung, Rot: Neuinitialisierung auf $\mathbf{P} = 10 \cdot \mathbf{I}$ bei Erkennen eines Sprunges.

Kombinierter Ansatz

Aufgrund der Erkenntnisse aus den Simulationen wird ein kombinierter Ansatz verfolgt. Der Ablauf ist schematisch in Abbildung 3.19 dargestellt. Ein rekursiver Least-Squares-Schätzer wird in Bezug auf den Implementierungs- und Rechenaufwand gegenüber dem Verfahren in Blockverarbeitung aus [Sve07] bevorzugt. Zur erstmaligen Initialisierung des Schätzers wird ein LS-Schätzer in Blockverarbeitung eingesetzt.

Anders als in bisherigen Arbeiten [TPS09, dCAF11] berücksichtigt der kombinierte Ansatz explizit das langfristige Systemverhalten: Mithilfe eines variablen Vergessensfaktors wird der *Wind-up*-Effekt vermieden. Zweitens wird wie in [Gus97b] die CUSUM Methode zur Erkennung von Parameteränderungen verwendet, um eine schnelle Anpassung auf einen μ -Sprung zu gewährleisten.

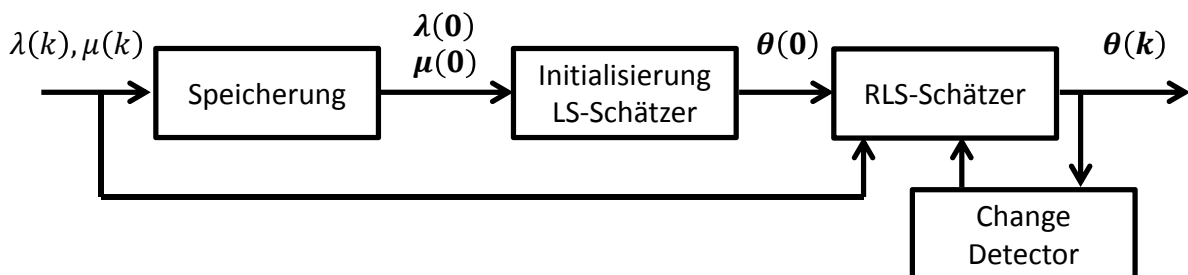


Abbildung 3.19: Aufbau des kombinierten Ansatzes.

3.4.5 Systemgrenzen

Die im vorherigen Abschnitt 3.4.4 beschriebene Methode zeigt für die verwendeten Messdaten eine zuverlässige und schnelle Identifikation der μ -Schlupf-Kurve. Bei der Implementierung und Anwendung können jedoch systembedingte Einschränkungen auftreten. Insgesamt ist aber zu berücksichtigen, dass die schlupfbasierte Regelungsstrategie vollkommen unabhängig von der hier betrachteten Identifikation mit einem vorgegebenen Referenzwert λ_{\max} eingesetzt werden kann.

Bauartbedingt zu geringe Systemanregung: Im Gegensatz zu dem durch eine Hydraulikbremse am Rad erzeugbare Drehmoment ist das Antriebsmoment des hier betrachteten Elektromotors stark begrenzt. Eine exemplarische Näherungsrechnung für das zur vollen Kraftschlussausnutzung auf einer Fahrbahn mit Haftreibwert von $\mu_{\max} = 1,17$ motorseitig erforderliche Moment nach (3.16) verdeutlicht dies:

$$M_{\text{Antr}}^* \approx \mu_{\max} F_z r \approx \frac{1}{9,96} \cdot 2 \cdot 1,17 \cdot 4000 \text{ Nm} \cdot 0,293 \text{ m} = 275,35 \text{ Nm} . \quad (3.93)$$

Das erforderliche Antriebsmoment ist größer als das hier maximal mögliche Moment $M_{\text{Antr,max}} = 210 \text{ Nm}$.

Schwach ausgeprägtes Maximum: Die Grundidee einer kraftschlussoptimalen Antriebschlupfregelung ist die Regelung auf das jeweilige Maximum der μ -Schlupf-Kurve. Während die theoretischen Kurven in Abbildung 3.8-3.10 über ein deutlich ausgeprägtes Maximum verfügen, ist dies für das im CARMAKER-Simulationsmodell eingesetzte Reifenmodell wie in Abbildung A.1 ersichtlich nicht der Fall. Für die Robustheit der Methode ist es entscheidend, dass eine geschätzte Funktion $\mu(\lambda)$ ohne plausibles, lokales Maximum als solche erkannt und stattdessen ein fester Sollwert λ_{\max} zur Regelung verwendet wird.

Fehlende Systemanregung im geschlossenen Regelkreis: Der in Kapitel 4 beschriebene Regler wirkt der hier angestrebten Systemanregung entgegen. Im Falle eines μ -Sprungs ist etwa ein möglichst schnelles Einschwingen zu erzielen, die Variation in der $\mu - \lambda$ -Ebene wird gering gehalten. Bei Verwendung des Speicherkonzeptes aus [Sve07] stellt dies zwar keine Einschränkung für die Robustheit des Verfahrens da, jedoch wird kein Schätzwert verfügbar sein, bevor nicht die erforderliche Variation erreicht wird.

Eine Anregung des Systems über eine künstliche Variation des Antriebsmoments wird hier aus Fahrerakzeptanz- und Sicherheitsgründen nicht als Lösungsmöglichkeit betrachtet. Da somit die gemessene Informationsmenge nicht erhöht werden kann, ist nach Möglichkeiten zu suchen, die zur Schätzung erforderliche Information zu reduzieren. Eine Idee ist eine Zweiteilung der Parameterschätzung, indem ein vereinfachtes lineares Modell wie in [LT03] verwendet wird:

$$\mu(\lambda) = \frac{\mu_{\max}}{\mu_{\max,0}} \cdot \mu(\lambda, \mu_{\max,0}) . \quad (3.94)$$

Die Funktion $\mu(\lambda, \mu_{\max,0})$ beschreibt dabei den Verlauf einer μ -Schlupf-Kurve für *einen* bekannten Fahrbahnreibwert $\mu_{\max,0}$. Dem bisherigen Vorgehen folgend kann hierfür beispielsweise das modifizierte linear parametrisierte Burckhardt-Modell verwendet und der Parametervektor

θ mit auf dieser Fahrbahn gewonnenen Messdaten geschätzt werden. Diese einmalige Schätzung hält dann die Eigenschaften des Reifens fest, wohingegen (3.94) als einzigen online zu schätzenden Parameter den aktuellen Fahrbahnreibungwert μ_{\max} enthält.

Ein Kompromiss bei der Modellierungsgenauigkeit wird bei diesem Ansatz eingegangen, indem die Form der μ -Schlupf-Kurve als für alle Fahrbahneigenschaften identisch angenommen und die Kurve lediglich skaliert wird. Es ist zu beachten, dass hierbei auch die Kurvensteigung in Abhängigkeit von μ_{\max} skaliert wird, was in Einklang mit den qualitativen *slip-slope* Ansätzen steht. Des Weiteren ist eine einmalige Schätzung für $\mu_{\max,0}$ erforderlich, diese ist dann jedoch nur für den jeweils verwendeten Reifentyp gültig. Eine automatisierte, in angemessenen Zeitabständen und bei ausreichender Systemanregung ausgeführte Schätzung des vollständigen Modells ist denkbar, wird hier jedoch nicht weiter detailliert.

Kapitel 4

Reglerentwurf und Auslegung

Dieses Kapitel beschreibt den Reglerentwurf für die Antriebsschlupfregelung. Es wird zunächst in 4.1.1 auf die Regelziele, das Modell der Regelstrecke sowie den stationären Fall eingegangen. Im Abschnitt 4.2 wird dann ein Sliding-Mode-Regler erster Ordnung für die Regelstrecke entworfen. Die systematische Wahl der Reglerparameter wird anschließend in 4.3 untersucht. Als alternatives Konzept wird die Theorie der Sliding-Mode-Regler zweiter Ordnung in 4.4 vorgestellt sowie auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede zum hier verfolgten Ansatz eingegangen.

4.1 Grundlagen des Reglerentwurfs und stationärer Fall

4.1.1 Regelgröße und Sollwert

Das Ziel der Antriebsschlupfregelung ist die Begrenzung des Antriebsmomentes bis zum größtmöglichen Kraftschluss unter gleichzeitiger Gewährleistung von Fahrstabilität und Lenkbarkeit. In dieser Arbeit wird allein der Reifenschlupf als Regelgröße betrachtet. Eng verwandt ist die Wahl der Differenzgeschwindigkeit $\omega r - v_x$ als Regelgröße [HCM02]. In [STC07] wird zusätzlich die Fahrzeugbeschleunigung einbezogen.

Des Weiteren existieren Ansätze, die nicht schlupfbasiert sind [YOH09]. Es kommen die direkte Regelung des Kraftschlusses μ [GCL⁺11] oder indirekt über die aktuelle Tangentensteigung der μ -Schlupf-Kurve als Regelgröße [DPBH11] in Betracht. Es ist allerdings zu berücksichtigen, dass die Kraftübertragung in Längs- und Querrichtung nicht unabhängig voneinander sind. Die geometrische Summe beider Kräfte wird aufgrund des Fahrbahnreibwertes μ_{\max} begrenzt („Kammischer Kreis“ [KN05]), sodass bei maximalem Längskraftschluss keine Seitenkraft übertragen werden kann. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 4.1 dargestellt, indem Längs- und Seitenkraftschluss über den Schlupf für verschiedene Werte des Schräglaufwinkels α aufgetragen sind. Für zunehmenden Schräglaufwinkel verschiebt sich das Längskraftmaximum zu höheren Schlupfwerten, wobei steigender Schlupf wiederum zu einem verringerten Seitenkraftschluss führt. Ein nur in Situationen ohne Querdynamik ermitteltes kraftschlussoptimales λ_{\max} führt bei Kurvenfahrt zwar nicht mehr zu einem maximalen Längskraftschluss, ermöglicht jedoch den Seitenkraftaufbau. Für den Bremsfall wird dieser Vorteil einer schlupfbasierten Regelung gegenüber einer Längskraftschlussmaximierung in [BL93] herausgestellt.

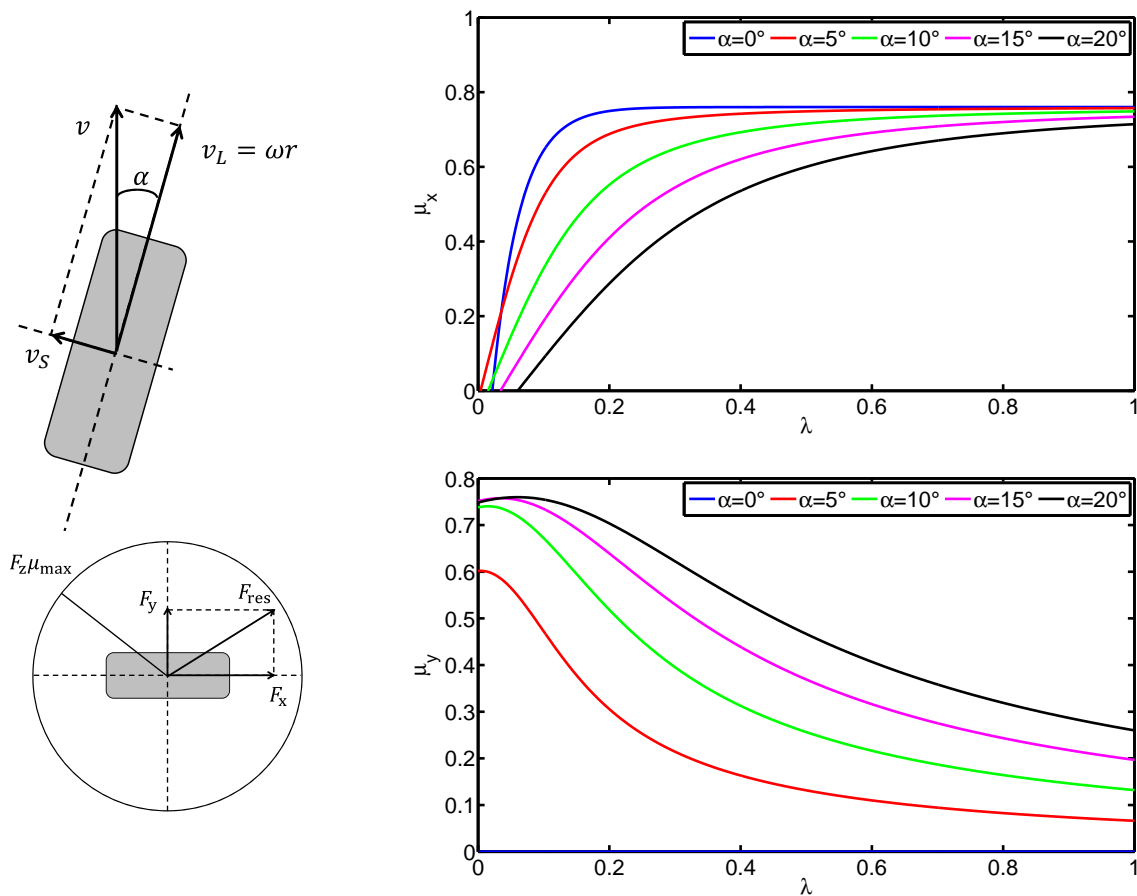


Abbildung 4.1: Längs- und Seitenkraftschluss über Schlupf bei unterschiedlichem Schräglaufwinkel α . Dies ist der Winkel, unter dem der Reifen schräg zur Bewegungsrichtung v der Radaufstandsfläche abrollt. Neben der Kraft in Richtung der Reifenlängsachse F_x wird dabei eine Seitenkraft F_y übertragen. Für $\alpha > 0$ verlaufen die $\mu_x(\lambda)$ -Kurven nicht mehr durch den Ursprung, da die Schrägstellung eine bremsende Kraft verursacht. Die resultierende Kraft wird durch den Fahrbahnreibwert begrenzt (Kammscher Kreis). Grafiken erstellt nach [Bur93].

Eine weitere mögliche Differenzierung ist die explizite Berücksichtigung der Querdynamik bei der Sollsclupfbestimmung [PK99]. Hier wird nicht ein fester Sollwert λ_{\max} vorgegeben, sondern dieser als eine Funktion $\lambda_{\max}(\alpha)$ des Schräglaufwinkels gewählt. Das Verhältnis von Längs- und Seitenkraftschlusspotenzial wird somit an die Situation angepasst. Die Schätzung der zusätzlichen Fahrzustandsgrößen erfordert allerdings den Einsatz eines Gierratensensors. Zwar zeigen die Simulationen in der Arbeit ein verbessertes Querdynamikverhalten, es ist jedoch möglich, dass eine dezidierte Querdynamikregelung (ESP) dies auch leisten würde. Aufgrund dieser Fragen wird diesem Ansatz hier nicht nachgegangen.

Die Sollsclupfbestimmung orientiert sich in dieser Arbeit an der reinen Längsdynamik. Es wird λ_{\max} als Maximum der geschätzten μ -Schlupf-Kurve gewählt. Bei dieser Wahl ist der

Längskraftschluss des Fahrzeugs maximiert. Gleichzeitig handelt es sich nach Abschnitt 3.1.2 um die Grenze, bis zu der stabile Equilibria erzielt werden. Eine konservativere Einstellung auf Werte, die unterhalb der maximal zulässigen liegen, ist denkbar. Steht kein Schätzwert zur Verfügung, wird auf einen festen, anhand der hier vorliegenden μ -Schlupf-Kurven aus Abbildung A.1 abgelesenen Sollwert $\lambda_{\max} = 0,07$ zurückgegriffen.

Weitere Faktoren, die bei der Sollschlupfbestimmung zusätzlich berücksichtigt werden können, sind nach [Rei10] die äußeren Fahrwiderstände (Tiefschnee, Schlechtweg) sowie querdynamische Messgrößen wie Gierrate, Lenkwinkel und Querschleunigung. Dies bietet Raum zur Optimierung des implementierten Systems für unterschiedliche Umgebungsverhältnisse.

4.1.2 Modell der Regelstrecke

Nach (3.15) ist die Schlupfdynamik einer Fahrzeugseite¹ gegeben durch:

$$\dot{\lambda} = - \underbrace{\frac{(1-\lambda)^2}{v_x} r}_{=: \gamma(\lambda)} \left[\underbrace{\left(\frac{J_r}{mr^2} \frac{1}{1-\lambda} + 1 \right) \mu(\lambda) F_z r - \frac{J_r}{mr^2} \frac{1}{1-\lambda} F_{\text{aero}} r + F_{\text{roll}} r - M_{\text{Antr}}}_{=: \Psi(\lambda)} \right] \quad (4.1)$$

und es soll gelten:

$$\lambda \leq \lambda_{\max} . \quad (4.2)$$

Eine Steuerung der Dynamik kann lediglich über das Antriebsmoment M_{Antr} erfolgen. Das Systemkonzept sieht vor, dass dem Fahrerwunsch grundsätzlich Vorrang zu gewähren ist. Daher wird M_{Antr} nach oben hin durch das vom Fahrer angeforderte Moment begrenzt²:

$$M_{\text{Antr}} = M_{\text{Fahrer}} \cdot u, \quad 0 \leq u \leq 1 . \quad (4.3)$$

In der Praxis wird somit ein niedriger Schlupfwert nicht durch Steigerung der Antriebsleistung über M_{Fahrer} hinaus erhöht. Zu hohe Schlupfwerte werden hingegen wie gewünscht durch Begrenzung von M_{Antr} ausgegletzt.

Das Modell der Regelstrecke bezieht sich auf eines der beiden angetriebenen Vorderräder. In Situationen mit ungleichen Reibwertverhältnissen (μ -Split) ergeben sich aus zwei unabhängigen Reglern damit zwei unterschiedliche Stellgrößen u_{VL} , u_{VR} . Weil bei dem hier betrachteten Fahrzeug lediglich ein Antriebsmotor vorhanden ist, bietet sich die Verwendung des Select-low Prinzips an. Es wird der kleinere Wert verwendet:

$$M_{\text{Antr}} = M_{\text{Fahrer}} \cdot \min(u_{\text{VL}}; u_{\text{VR}}) . \quad (4.4)$$

¹Da hier zwei Räder angetrieben werden, wird die Hälfte der Gesamtfahrzeugmasse m_{ges} auf jedes der Antriebsräder bezogen. Ebenso bezieht sich die Querschnittsfläche A auf eine Fahrzeughälfte.

²Zur Vereinfachung der Notation und Vereinheitlichung in Bezug die Anzahl der vorhandenen Motoren in anderen Veröffentlichungen werden M_{Antr} und M_{Fahrer} hier auf jeweils ein Rad bezogen.

Da sich das Antriebsmoment somit immer nach der Fahrbahnseite mit dem geringeren Reibwert richtet, schöpft diese Wahl nicht das gesamte Kraftschlusspotenzial aus. In [MDAG11] wird ein Fahrzeug mit zwei unabhängig angetriebenen Rädern verwendet und das Select-low Prinzip mit einer individuellen Regelung der Räder auf den jeweils maximalen Kraftschluss (Select-high) verglichen. Hierbei tritt jedoch aufgrund der ungleichen Kraftverteilung ein unerwünschtes Giermoment des Fahrzeugs auf. Des Weiteren ist bei dem hier betrachteten Antrieb eine unsymmetrische Momentenaufteilung nur mithilfe eines radselektiven Eingriffs der Hydraulikbremse möglich, sodass auch Energieeffizienzgründe gegen das Select-high-Prinzip sprechen.

4.1.3 Momentenbegrenzung im stationären Fall

In [MDAG11] wird eine Antriebsschlupfregelung für ein Elektrofahrzeug entworfen, indem ausgehend von der geschätzten μ -Schlupf-Kurve das Maximum μ_{\max} bestimmt wird. Die Regelung wird als eine Begrenzung des maximal vom Motor anzufordernden Drehmoments ausgeführt. Da keine direkte Rückkopplung vorliegt, handelt es sich um eine Steuerung:

$$M_{\text{Antr}} = \min(M_{\text{Fahrer}}; \mu_{\max} F_z r) . \quad (4.5)$$

Dies entspricht nach (3.16) der stationären Lösung mit $\lambda^* = \lambda_{\max}$:

$$M_{\text{Antr}}^* = \left(\underbrace{\frac{J_r}{mr^2}}_{\ll 1} \frac{1}{(1 - \lambda^*)} + 1 \right) \mu(\lambda^*) F_z r \quad (4.6)$$

$$\approx \mu(\lambda_{\max}) F_z r . \quad (4.7)$$

Hierbei werden das Verhältnis des Reifenträgheitsmoments J_r zum Produkt mr^2 als klein abgeschätzt und die Fahrwiderstände vernachlässigt. Wegen der Unbeschränktheit des zweiten Faktors in diesem Term für $\lambda^* \rightarrow 1$ wird des Weiteren vorausgesetzt, dass der Sollwert λ_{\max} klein gegenüber Eins ist.

Zusammenfassend handelt es sich daher lediglich um eine Steuerung des Schlupfes im stationären Fall. Die nichtlineare Dynamik von (4.1) wird nicht berücksichtigt. Um dies zu leisten, werden in den folgenden Untersuchungen Systeme mit einem geschlossenen Regelkreis entworfen. Es wird hierbei insofern Gebrauch von (4.6) gemacht, dass die Reglerausgangsgröße zur Absicherung stets nach unten hin durch einen plausiblen Wert

$$M_{\text{Antr},\min} = \mu_{\min}(\lambda_{\max}) F_{z,\min} r \quad (4.8)$$

begrenzt wird. Hierbei kann als niedrigster sinnvoller Wert $\mu_{\min}(\lambda_{\max}) = 0,19$ für eine Eisoberfläche angenommen werden [KN05]. Eine Abschätzung der minimalen Radaufstandskraft $F_{z,\min}$ folgt aus den Simulationen in Abschnitt 3.2.2. Im Fall $M_{\text{Fahrer}} < M_{\text{Antr},\min}$ wird $M_{\text{Antr}} = M_{\text{Fahrer}}$ durch die Fahrervorgabe nach oben begrenzt.

4.2 Sliding-Mode Regler erster Ordnung

In diesem Abschnitt wird zunächst die idealisierte Sliding-Mode Regelung erster Ordnung zur Schlupfregelung betrachtet. Dabei werden die Grundlagen der Methode vorgestellt und auf die Schwierigkeiten hingewiesen.

Ein Vorteil der nichtlinearen Sliding-Mode Regelung ist die einfache und wenig rechenaufwändige Implementierung in Digitalrechnern [BFLU99]. Des Weiteren sind anders als bei Verfahren mit mehreren linearen Reglern, die für jeweils einen Arbeitspunkt entworfen werden [JR03, Pet03], lediglich die Parameter eines Reglers vorzugeben.

Die Grundlage des Verfahrens ist die nichtlineare Differentialgleichung der Schlupfdynamik im Beschleunigungsfall (4.1) sowie die Definition der Eingangsgröße (4.3):

$$\dot{\lambda} = -\gamma(\lambda) [\Psi(\lambda) - u \cdot M_{\text{Fahrer}}] . \quad (4.9)$$

4.2.1 Regelungsgesetz

Der Entwurf eines Sliding-Mode Reglers gliedert sich in zwei Schritte [Slo91]:

1. Definition einer stabilen Trajektorie im Zustandsraum. Diese Trajektorie $s(\mathbf{x})$ wird als Schaltfläche (engl. *Sliding Surface*) bezeichnet. Aufgrund der Definition der Dynamik konvergiert der Systemzustand \mathbf{x} in den Ursprung, sobald die Schaltfläche mit $s(\mathbf{x}) = 0$ einmal erreicht wird (*Sliding Phase*).
2. Allgemein wird der Anfangszustand des Systems nicht bereits auf der Schaltfläche liegen. Der eigentliche Regler dient dazu, mit $s(\mathbf{x}) \rightarrow 0$ den Systemzustand in Richtung der vorgegebenen Dynamik zu verschieben (*Reaching Phase*).

Im hier betrachteten Fall eines Systems erster Ordnung ist die Wahl einer stabilen Schaltfläche im einfachsten Fall:

$$s := \lambda - \lambda_{\max} . \quad (4.10)$$

Damit liegt in der *Sliding Phase* lediglich eine Nulldynamik vor. Das Erreichen der *Reaching Phase* ist daher in diesem Fall gleichbedeutend mit dem Ziel des gewünschten Referenzschlupfes λ_{\max} .

Der zweite Schritt ist die Wahl eines Regelungsgesetzes, welches $s \rightarrow 0$ erzielt. Hierzu werden die Stabilitätsbetrachtungen von Lyapunov zugrunde gelegt [Slo91]. Im Gegensatz zur Stabilitätsanalyse der Systemeigenwerte bei linearen Systemen [FDK94] handelt es sich um ein verallgemeinertes Verfahren, das auf nichtlineare Systeme anwendbar ist. Der Stabilitätsbeweis gliedert sich dabei in zwei Schritte: Zunächst muss eine Lyapunov-Funktion $V(\mathbf{x})$ der Zustandsvariablen gefunden werden. Anschließend ist zu zeigen, dass die zeitliche Ableitung

dieser Funktion entlang der Systemtrajektorien negativ definit ist. Die grundsätzliche Schwierigkeit dieses Ansatzes ist die Uneindeutigkeit der Lyapunov-Funktionen. Des Weiteren existieren nur eingeschränkt konstruktive Verfahren, um eine gültige Lyapunov-Funktion zu finden [Slo91]. Kann keine Lyapunov-Funktion gefunden werden, bedeutet dies jedoch nicht, dass das System instabil ist.

Während der *Reaching Phase* soll die Schaltfläche (4.10) erreicht werden. Es wird daher eine gültige, quadratische Lyapunov-Funktion gewählt zu [Slo91]:

$$V(s) = \frac{1}{2}s^2. \quad (4.11)$$

Die Konvergenz von s in den Ursprung ist sichergestellt, sofern

$$\dot{V}(s) = \dot{s}s \quad (4.12)$$

negativ ist. Mit der Funktion

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} +1, & s \geq 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

wird ein Regelungsgesetz für u definiert. Dieses besteht aus einem kontinuierlichen sowie einem umschaltenden Anteil [dCAF12b]:

$$u = \frac{1}{M_{\text{Fahrer}}} \left[\hat{\Psi}(\lambda) - \left(\frac{k}{\gamma(\lambda)} + \rho(\lambda) \right) \text{sgn}(s) \right] \quad (4.14)$$

Der Regler wird nur im Fall $M_{\text{Fahrer}} > 0$ aktiv. Die Funktion $\Psi(\lambda)$ ist abhängig von mehreren unsicheren Größen wie $\mu(\lambda)$. Aus diesem Grund ist in der Praxis nur eine Schätzung $\hat{\Psi}(\lambda)$ bekannt. Ein großer Vorteil des Verfahrens ist, dass die Konvergenz dennoch gewährleistet werden kann. Hierzu ist lediglich eine Abschätzung des Fehlers, nicht aber eine vollständige Modellbildung der Störung erforderlich. Es sei dabei $\rho(\lambda)$ eine obere Schranke der Abweichung des Modells gegenüber dem tatsächlichen $\Psi(\lambda)$:

$$\left| \Psi(\lambda) - \hat{\Psi}(\lambda) \right| \leq \rho(\lambda) \quad (4.15)$$

Für die Lyapunov-Funktion (4.12) des geregelten Systems gilt mit (4.9) [dCAF12b]:

$$\dot{V}(s) = -\gamma(\lambda) [\Psi(\lambda) - M_{\text{Fahrer}} \cdot u] s \quad (4.16)$$

$$= -\gamma(\lambda) \left[\Psi(\lambda) - \hat{\Psi}(\lambda) + \left(\frac{k}{\gamma(\lambda)} + \rho(\lambda) \right) \text{sgn}(s) \right] s \quad (4.17)$$

$$= -\gamma(\lambda) \left[\left(\Psi(\lambda) - \hat{\Psi}(\lambda) \right) s + \rho(\lambda) |s| + \frac{k}{\gamma(\lambda)} |s| \right] \quad (4.18)$$

$$\leq \underbrace{-\gamma(\lambda)}_{>0} \left[\underbrace{\left| \Psi(\lambda) - \hat{\Psi}(\lambda) \right| |s| + \rho(\lambda) |s|}_{\geq 0} + \frac{k}{\gamma(\lambda)} |s| \right] \quad (4.19)$$

$$\leq -k |s|. \quad (4.20)$$

Dies ist der Konvergenzbeweis [Slo91] für den Fall $0 \leq u \leq 1$. Es ist zu berücksichtigen, dass die maximale Reglereingangsgröße nach (4.3) begrenzt ist. Das als virtuelles Gegenmoment interpretierbare $\Psi(\lambda)$ ist für $\lambda \rightarrow 1$ hingegen unbeschränkt. Dieser Fall muss jedoch nicht separat untersucht werden, da die negative Definitheit in (4.16) erhalten bleibt [dCAF12b].

Des Weiteren wird die Funktion $\gamma(\lambda)$ stillschweigend als ideal bekannt vorausgesetzt. Tatsächlich können sowohl die enthaltenen Messgrößen λ und v als auch die Parameter r und J_r Fehler aufweisen. Praktisch gefährdet dies die Konvergenz in (4.16) jedoch nicht, da das Vorzeichen erhalten bleibt und lediglich ein positiver Vorfaktor hinzukommt.

In der Praxis schwierig ist die Diskontinuität des idealen Regelungsgesetzes (4.14). Zum einen ist die Idealisierung einer sprunghaften Aktuatordynamik bei realen Systemen nicht realistisch. Zum anderen wird aufgrund von Ungenauigkeiten bei der Modellierung die Schaltfläche niemals exakt erreicht, sodass das sogenannte *Chattering* auftritt. Es handelt sich um eine hochfrequente Oszillation der Stellgröße, die durch die Diskontinuität der Regelung erzeugt wird. Da diese Schwingung einen unnötigen Stellaufwand darstellt und zudem bei mechanischen Systemen zur Ermüdung der Bauteile führen kann, muss der *Chattering*-Effekt in der Praxis unterbunden werden.

Es wird daher anstelle der $\text{sgn}(\cdot)$ -Funktion die kontinuierliche $\text{sat}(\cdot)$ -Funktion implementiert [Slo91]:

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} \text{sgn}(s), & |s| \geq \epsilon \\ \frac{s}{\epsilon}, & |s| < \epsilon \end{cases} \quad (4.21)$$

Bei der Untersuchung der Eigenschaften dieser Modifikation wird im Folgenden mit

$$\Pi_\epsilon = \{e := \lambda - \lambda_{\max} : |s(e)| \leq \epsilon\} \quad (4.22)$$

die Menge der Regelabweichungen $e = \lambda - \lambda_{\max}$ bezeichnet, für die $s(e)$ innerhalb des Toleranzbandes ϵ liegt.

Für die Schaltfläche (4.10) geht die $\text{sat}(s)$ -Funktion für $e \notin \Pi_\epsilon$ in $\text{sgn}(s)$ über. Nach dem Nachweis in (4.16) folgt daher die Konvergenz von λ in den Toleranzbereich Π_ϵ um den Sollwert λ_{\max} . Innerhalb des Toleranzbandes $e \in \Pi_\epsilon$ ist die Konvergenz und damit $\lambda \rightarrow \lambda_{\max}$ im Allgemeinen nicht mehr gesichert. Die Wahl des Parameters ϵ stellt daher eine Abwägung zwischen der Vermeidung des *Chattering* und der erzielbaren Genauigkeit der Regelung dar.

Zurückgewinnen lässt sich die stationäre Genauigkeit durch einen zusätzlichen Integralterm [SCL08, dCAF12b]. Diese Maßnahme führt zu alternativen Definitionen der Schaltfläche.

4.2.2 Wahl der Schaltfläche

Hergeleitet wurde der ideale Sliding-Mode Regler zunächst mit der einfachen Schaltfläche (4.10). Die Schwierigkeit liegt hier in der fehlenden stationären Genauigkeit des Reglers, wenn

der ideale diskontinuierliche Anteil durch eine kontinuierliche Approximation ersetzt wird. Mithilfe von modifizierten Schaltflächen lässt sich dieser Nachteil beheben [SCL08, dCAF12b].

In [SCL08] werden insgesamt drei Schaltflächen analysiert und verglichen. Hier wird der Ansatz:

$$s_2 := (\lambda - \lambda_{\max}) + \alpha \int_0^t (\lambda - \lambda_{\max}) \, d\tau \quad (4.23)$$

mit zu wählender Konstante α näher untersucht. Es handelt sich um einen Proportional-Integral-Regler (PI-Regler). Die Lyapunov-Funktion ist zunächst:

$$\dot{V}(s_2) = -\gamma(\lambda) [\Psi(\lambda) + \alpha(\lambda - \lambda_{\max}) - M_{\text{Fahrer}} \cdot u] s_2. \quad (4.24)$$

Das Regelungsgesetz wird daher jetzt gewählt zu [SCL08]:

$$u = \frac{1}{M_{\text{Fahrer}}} \left[\hat{\Psi}(\lambda) + \alpha(\lambda - \lambda_{\max}) - \left(\frac{k}{\gamma(\lambda)} + \rho(\lambda) \right) \text{sat}(s_2) \right]. \quad (4.25)$$

Für das geregelte System (4.1) gilt dann mit $e = \lambda - \lambda_{\max}$:

$$\dot{\lambda} = -\gamma(\lambda) \left[\Psi(\lambda) - \hat{\Psi}(\lambda) - \alpha e + \left(\frac{k}{\gamma(\lambda)} + \rho(\lambda) \right) \text{sat} \left(e + \alpha \int_0^t e \, d\tau \right) \right]. \quad (4.26)$$

Zunächst wird der Fall $e \in \Pi_\epsilon$ betrachtet und gezeigt, dass trotz eines SMC-Regleransatzes mit kontinuierlicher Approximation $\text{sat}(s_2)$ stationäre Genauigkeit erzielt werden kann. Der Sollwert λ_{\max} wird als konstant angenommen. Innerhalb des Toleranzbereichs Π_ϵ ist dann mit der Definition (4.21) die Differentialgleichung des Fehlers e gegeben durch:

$$\begin{aligned} \dot{e} = & -\gamma(e + \lambda_{\max}) \left[\Psi(e + \lambda_{\max}) - \hat{\Psi}(e + \lambda_{\max}) - \alpha e \right. \\ & \left. + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{k}{\gamma(e + \lambda_{\max})} + \rho(e + \lambda_{\max}) \right) \left(e + \alpha \int_0^t e \, d\tau \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Aufgrund des Integralterms ist für $\dot{e} = 0$ das Equilibrium $e^* = 0$ offensichtlich. Dass $e^* = 0$ und damit $\lambda = \lambda_{\max}$ bei geeigneter Wahl der Parameter α und ϵ ein asymptotisch stabiles Equilibrium ist, wird in [SCL08] bewiesen. Das Ergebnis zeigt, dass sich mithilfe der Schaltfläche (4.23) sowohl *Chattering*-Kompensation als auch stationäre Genauigkeit erzielen lassen.

Der Konvergenznachweis für den zweiten Fall $e \notin \Pi_\epsilon$ orientiert sich an der Herleitung für den idealen Sliding-Mode Regler in (4.16) und wird in [SCL08] gezeigt.

Nachteilig ist der bei PI-Reglern in stellgrößenbeschränkten Systemen auftretende *Wind-up*-Effekt. Die Fehlerintegration wird auch dann unverändert fortgesetzt, wenn der Aktuator bereits die Stellgrößenbeschränkung erreicht hat. Diese weiterlaufende Integration im Großsignalbereich wird dann zu einem verschlechterten Kleinsignalverhalten führen, da der Regler über das Ziel hinausschießt.

Zur Vermeidung des *Wind-up*-Effektes wird in [SK05] eine Modifikation (Sliding-Mode Regler mit bedingtem (engl. *conditional*) PI-Anteil, SMC+CI-Regler) des Verfahrens eingeführt, sodass der PI-Regler lediglich innerhalb des Toleranzbereiches Π_ϵ aktiviert wird. Dies wird in [dCAF12b] auf das hier vorliegende Problem übertragen.

Damit der PI-Anteil nur bedingt aktiviert ist, wird die Schaltfläche (4.23) erweitert

$$s_4 := (\lambda - \lambda_{\max}) + \alpha\sigma \quad (4.28)$$

$$\dot{\sigma} = -\alpha\sigma + \epsilon \text{sat}(s_4) \quad (4.29)$$

und das Regelungsgesetz (4.14) mit kontinuierlicher $\text{sat}(\cdot)$ -Funktion verwendet:

$$u = \frac{1}{M_{\text{Fahrer}}} \left[\hat{\Psi}(\lambda) - \left(\frac{k}{\gamma(\lambda)} + \rho(\lambda) \right) \text{sat}(s_4) \right]. \quad (4.30)$$

Aufgrund der vorherigen Untersuchungen genügt es, zwei Eigenschaften nachzuweisen:

1. Für $e \in \Pi_\epsilon$ handelt es sich um die PI-Reglerstruktur aus (4.23). Dann ist das Ergebnis aus (4.27) gültig und die Konvergenz $\lambda \rightarrow \lambda_{\max}$ sichergestellt.
2. Für $e \notin \Pi_\epsilon$ geht (4.28) in den idealen Sliding-Mode Regler (4.14) ohne PI-Anteil über, sodass die Konvergenz in den Toleranzbereich Π_ϵ nach (4.16) folgt. Die vorteilhafte Robustheit eines Sliding-Mode Reglers bleibt daher erhalten.

Zunächst wird das Innere des Toleranzbereiches betrachtet. Hier ist $\epsilon \text{sat}(s_4) = s_4$ und damit:

$$\dot{\sigma} = -\alpha\sigma + (\lambda - \lambda_{\max}) + \alpha\sigma = e. \quad (4.31)$$

Dann ist aber auch s_4 identisch zu (4.23) und es ergibt sich ein PI-Regelungsgesetz aus (4.30):

$$u = \frac{1}{M_{\text{Fahrer}}} \left[\hat{\Psi}(\lambda) - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{k}{\gamma(\lambda)} + \rho(\lambda) \right) \left(e + \alpha \int_0^t e \, d\tau \right) \right]. \quad (4.32)$$

Der zweite Nachweis für $e \notin \Pi_\epsilon$ erfordert im Wesentlichen das Zwischenergebnis

$$|\sigma(t)| \leq \frac{\epsilon}{\alpha} \quad (4.33)$$

welches bei entsprechendem Anfangswert $\sigma(0)$ nachgewiesen werden kann [SK05]. Dann ist:

$$\text{sat}(s_4) = \text{sgn}(\lambda - \lambda_{\max} + \alpha\sigma) = \text{sgn}(\lambda - \lambda_{\max}) \quad \forall t. \quad (4.34)$$

Damit ist das Regelungsgesetz (4.30) identisch zu (4.14), was zu zeigen war.

4.2.3 Wahl der Systemapproximation

Wie zuvor festgestellt, genügt es eine Schätzung der Funktion $\Psi(\lambda)$ sowie eine obere Schranke des Fehlers zu kennen, um die Konvergenz der Sliding-Mode-Regelung zu gewährleisten.

Diese Eigenschaft ist auf den ersten Blick sehr vorteilhaft, da sie den Modellierungsaufwand drastisch reduziert. Je allgemeiner jedoch die Funktion $\hat{\Psi}(\lambda)$ ausfällt, desto konservativer muss auch die Abschätzung der maximalen Abweichung $\rho(\lambda)$ gewählt werden. Hierdurch nimmt der diskontinuierliche Anteil im Regelungsgesetz (4.14) zu. Dies ist nachteilig, da die Anregung von nicht modellierter Systemdynamik verstärkt wird. Des Weiteren erhöht sich die Amplitude des hochfrequenten *Chatterings*, was in Hinblick auf den Aktuator nicht wünschenswert ist. Im Rahmen der Schlupfregelung existieren mehrere Ansätze zur Wahl von $\hat{\Psi}(\lambda)$:

- A-priori Vorgabe von $\hat{\Psi}(\lambda)$. In [HAAS08, eMZJ⁺09] werden die unsicheren Terme in $\Psi(\lambda)$ für den Bremsfall durch konstante Approximationen ersetzt. Ein anderer Ansatz ist die Approximation in Abhängigkeit des angeforderten Moments M_{Fahrer} , sodass der unsichere Term $\mu(\lambda)$ sowie die Fahrzeugparameter nicht im Reglermodell erscheinen [dCAF12b].
- Eine weitere Methode ist die punktweise online Auswertung von $\Psi(\lambda)$. Hierbei wird die unsichere Radumfangskraft $F_x = \mu(\lambda) F_z$ wie in Abschnitt 3.2 geschätzt und zusammen mit den Fahrzeugparametern sowie λ der Funktionswert $\hat{\Psi}(\lambda)$ aus (4.1) berechnet [HCM02, SCL08]. Anstelle der Verwendung eines Zustandsschätzers kann F_x auch direkt aus (3.33) berechnet werden [Buc02].
- Selbstoptimierende Regler (engl. *Self-tuning Controller*). Hierbei wird die Funktion $\hat{\mu}(\lambda)$ mithilfe von Parameteridentifikationsverfahren basierend auf dem Prädiktionsfehler $\mu(\lambda) - \hat{\mu}(\lambda)$ ermittelt und daraus $\hat{\Psi}(\lambda)$ gebildet [LT03, AFTV10]. Dies entspricht der Vorgehensweise aus Abschnitt 3.3 und ist daher zunächst unabhängig vom Reglergesetz.
- Adaptive Regler (engl. *Model Reference Adaptive Control, MRAC*). In diesem Ansatz in [dCAT⁺12] wird das lineare Modell für $\mu(\lambda)$ aus Abschnitt 3.3.2 verwendet und zu $\Psi(\lambda)$ erweitert. Im Unterschied zum selbstoptimierenden Regler wird jetzt der Ausgangsfehler des Reglers $\lambda - \lambda_{\text{max}}$ zur Adaption verwendet [Slo91].

Die zitierten Ansätze unterscheiden sich vor allem bei der Bestimmung des $\mu(\lambda)$ Terms und lassen sich anhand ihrer Adaptionleistung charakterisieren. Eine starke Adaption ist dabei mit einer größeren Informationsspeicherung gleichzusetzen, etwa einer vollständig geschätzten μ -Schlupf-Kurve (selbstoptimierender oder adaptiver Regler). Bei der punktweisen Auswertung wird nur eine lokale, stückweise konstante Approximation gewählt und kein globales $\mu(\lambda)$ -Modell geschätzt. Damit reagiert das Verfahren schneller, bewahrt die Information über den Verlauf eines einmal erreichten Bereichs in der $\mu - \lambda$ -Ebene jedoch nicht. Eine Vorgabe von $\hat{\Psi}(\lambda)$ ohne Adaption ist schließlich unabhängig von Messgrößen und es ist leicht möglich, eine Abschätzung des maximalen Fehlers $\rho(\lambda)$ zu gewinnen [dCAF12b].

Ausgehend von der vorherigen Diskussion sind auch hybride Ansätze denkbar, bei denen zunächst von einer konstanten Approximation und nach Erreichen der notwendigen Anregung auf ein adaptiertes Modell übergegangen wird. Diese Frage stellt einen möglichen Anknüpfungspunkt für zukünftige Untersuchungen dar.

Weil die nach Unterkapitel 3.2.4 geschätzte Radumfangskraft F_x gut mit den tatsächlichen Werten übereinstimmt, wird $\hat{\Psi}(\lambda)$ hier nach dem Modell (4.1) approximiert und mit den geschätzten Messgrößen punktweise ausgewertet. Hierbei kommt ein Kalman-Filter zum Einsatz, sodass eine Zeitverzögerung entsteht. Im Gegensatz zur unmittelbaren Auswertung von (3.33) minimiert dies jedoch den Einfluss des Messrauschens. Wie in [HCM02] werden der Luft- und Rollwiderstand nach (3.9)-(3.10) berücksichtigt:

$$\hat{\Psi}(\lambda) = \left(\frac{J_r}{mr^2} \frac{1}{1-\lambda} + 1 \right) F_x r - \frac{J_r}{mr^2} \frac{1}{1-\lambda} F_{\text{aero}} r + F_{\text{roll}} r . \quad (4.35)$$

Zur Festlegung der Fehlerfunktion $\rho(\lambda)$ werden ausgehend von Simulationsergebnissen eine Reihe von Abschätzungen und Annahmen über die Terme in (4.35) getroffen:

- Der Schlupf λ sowie die Reifenparameter r und J_r seien hinreichend genau bekannt.
- Die Fahrzeugmasse m_{ges} unterliegt unbekanntem Schwankungen. Es existiere ein bekannter unterer Wert $m_{\text{ges,min}}$ (Fahrzeugleergewicht sowie Fahrer) und ein oberer Wert $m_{\text{ges,max}}$ (Fahrzeugleergewicht sowie maximale Personenzahl und Beladung). Entsprechend ergeben sich die Werte für die hier verwendete halbe Fahrzeugmasse m .
- In 3.2.6 wird der mittlere Fehler in der geschätzten Radumfangskraft F_x untersucht. Ausgehend von diesen Ergebnissen wird hier eine maximale relative Abweichung von $\beta_F = \pm 5\%$ angenommen.
- Die modellierten Fahrwiderstände werden ebenfalls mit einer maximalen relativen Abweichung von $\beta_R = \pm 5\%$ angenommen.

Für die jeweilige Größe in (4.35) wird der Mittelwert als ein Schätzwert verwendet. Exemplarisch ist dann für die Masse m der Schätzwert

$$\hat{m} = \frac{1}{2} (m_{\text{min}} + m_{\text{max}}) \quad (4.36)$$

und es gilt für den Fehler $\tilde{m} = m - \hat{m}$ sowie dessen obere Schranke β_m :

$$\tilde{m} \leq \beta_m = \frac{1}{2} (m_{\text{max}} - m_{\text{min}}) . \quad (4.37)$$

Wegen der Annahme symmetrischer Grenzen für F_x und F_{aero} ist die explizite Definition oberer und unterer Schranken nicht erforderlich. Einsetzen der Werte in (4.35) führt auf die Abschätzung für den Fehler $\tilde{\Psi}(\lambda) = \Psi(\lambda) - \hat{\Psi}(\lambda)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}(\lambda) = & \left(\frac{J_r}{mr^2} \frac{1}{1-\lambda} + 1 \right) \tilde{F}_x r - \frac{J_r}{r} \frac{1}{1-\lambda} \frac{\tilde{m}}{m\hat{m}} F_x \\ & - \frac{J_r}{mr} \frac{1}{1-\lambda} \tilde{F}_{\text{aero}} + \frac{J_r}{r} \frac{1}{1-\lambda} \frac{\tilde{m}}{m\hat{m}} F_{\text{aero}} + \tilde{F}_{\text{roll}} r . \end{aligned} \quad (4.38)$$

Anwenden der Dreiecksungleichung sowie der Abschätzungen ergibt:

$$\left| \tilde{\Psi}(\lambda) \right| \leq \left| \left(\frac{J_r}{mr^2} \frac{1}{1-\lambda} + 1 \right) \tilde{F}_x r \right| + \frac{J_r}{r^2} \frac{1}{1-\lambda} \left| \frac{\tilde{m}}{m\hat{m}} F_x r \right| + \frac{J_r}{mr} \frac{1}{1-\lambda} \left| \tilde{F}_{\text{aero}} \right| \quad (4.39)$$

$$+ \frac{J_r}{r} \frac{1}{1-\lambda} \left| \frac{\tilde{m}}{m\hat{m}} F_{\text{aero}} \right| + \left| \tilde{F}_{\text{roll}} r \right|$$

$$\leq \left(\frac{J_r}{m_{\text{min}} r^2} \frac{\beta_F}{1-\lambda} + \beta_F + \frac{J_r}{r^2} \frac{1}{1-\lambda} \frac{\beta_m}{m_{\text{min}} \hat{m}} \right) F_x r \quad (4.40)$$

$$+ \left(\frac{J_r}{m_{\text{min}} r} \frac{\beta_R}{1-\lambda} + \frac{J_r}{r} \frac{1}{1-\lambda} \frac{\beta_m}{m_{\text{min}} \hat{m}} \right) F_{\text{aero}} + \beta_R F_{\text{roll}} r \quad (4.41)$$

$$=: \rho(\lambda) . \quad (4.42)$$

4.3 Reglerauslegung und -parametrierung

Die im vorherigen Unterkapitel theoretisch beschriebenen Regelungsverfahren werden im Folgenden in der Fahrdynamiksimulation IPG CARMAKER mit einem vollständigen Fahrzeugmodell untersucht. Das Fahrmanöver wird als eine Beschleunigungsfahrt aus dem Stand auf gerader, ebener Fahrbahn angesetzt.

Neben dem Fahrzeug ist auch der menschliche Fahrer in der Simulation abzubilden, hier zunächst nur das Längsdynamikverhalten. Um die Fahrdynamikregelung isoliert vergleichen zu können, bietet sich ein open-loop Fahrermodell an, bei dem die Gaspedalstellung und damit Momentenanforderung ohne Rückkopplung an die Fahrsituation vorgegeben werden [Bei99]. Eine mögliche Ausführung mit einer steilen rampenförmigen Gaspedalbetätigung (in 0,5 s auf 100%) ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Dieses Verhalten weicht allerdings von dem eines typischen menschlichen Fahrers ab. In Abschnitt 4.3.1 wird untersucht, welche grundsätzlichen Schwierigkeiten bei der Anfahrsituation auftreten. Damit diese Betrachtungen sich an realistischen Verhältnissen orientieren, wird im Folgenden ein dem menschlichen Fahrer nachgebildeter „IPG Standardfahrers“ bis zum Erreichen von $v_x = 10 \text{ km/h}$ eingesetzt und erst anschließend in den open-loop Betrieb gewechselt. Dies ist in Abbildung 4.2 in blau dargestellt.

Die homogene Fahrbahnoberfläche weist einen μ -Sprung auf: Zuerst beginnt ein Segment der Länge 20 m mit $\mu_{\text{max}} = 0,5$ und anschließend folgt ein Sprung auf $\mu_{\text{max}} = 0,3$. Das Manöver endet nach $t_e = 10 \text{ s}$ und es wird eine Endgeschwindigkeit von ungefähr 65 km/h erreicht.

Damit die Regelungsalgorithmen isoliert verglichen werden können, wird auf simuliertes Messrauschen verzichtet. Ebenfalls wird anstelle einer dynamischen Schätzung des Sollwertes λ_{max} der konstante Wert $\lambda_{\text{max}} = 0,07$ gewählt, was annähernd dem Maximum der μ -Schlupf-Kurve für die gewählte Kombination aus Reifen und Fahrbahn entspricht.

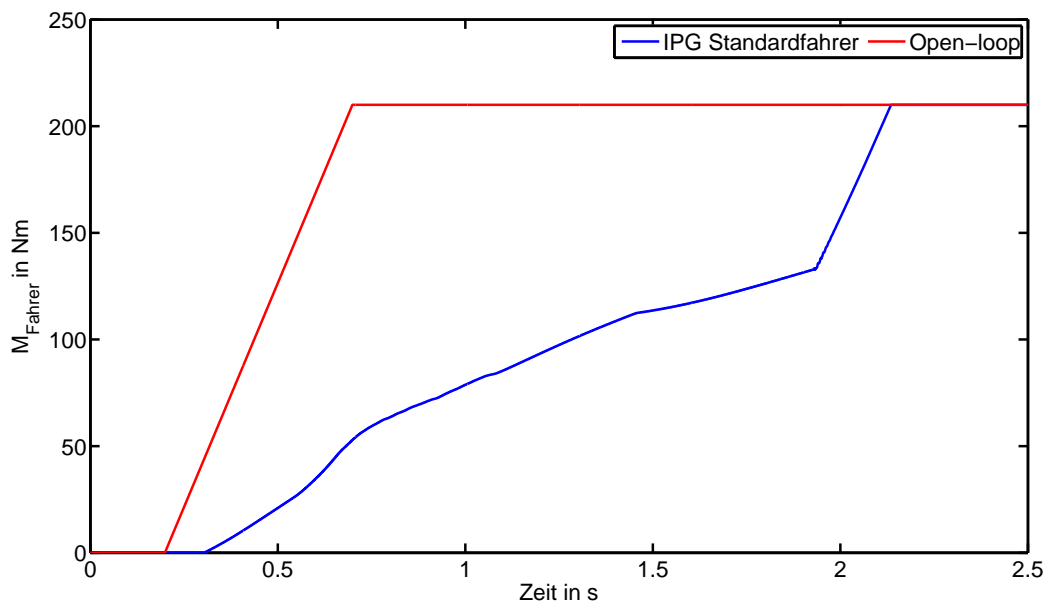


Abbildung 4.2: Vergleich des Anfahrvorgangs eines „IPG Standardfahrers“ mit einer Open-Loop Momentenvorgabe.

4.3.1 Anfahrssituation

Bei der beschriebenen Schlupfregelung wird bisher keine Unterscheidung verschiedener Fahrzustände vorgenommen. Insbesondere findet sich in Arbeiten zur schlupfbasierten Traktionsregelung nach dem Sliding-Mode Prinzip kein Hinweis auf eine gesonderte Berücksichtigung der Anfahrssituation [XXL⁺11, dCAF12b]. Bei der simulativen Überprüfung in [Vec08] wird dieser Fall beispielsweise ausgeklammert, indem von einer Anfangsgeschwindigkeit von $v_x = 20 \text{ km/h}$ ausgegangen wird.

Wird die Schlupfregelung mit einem dem Maximum der μ -Schlupf-Kurve (hier ist $\lambda_{\max} = 0,07$ gewählt) entsprechenden Sollwert betrieben, kommt es in Simulationen zu einem sehr moderaten Anfahrverhalten. In Abbildung 4.3 ist dies dargestellt, indem das unregulierte Fahrzeug mit der SMC+CI Antriebsschlupfregelung verglichen wird. Es ist erkennbar, dass der Schlupf im geregelten Fall (rot) von Beginn an effektiv eingeregelt wird, während es im unregulierten Fall (blau) zu dauerhaft unzulässig hohen Schlupfwerten kommt. Gleichzeitig ist der Geschwindigkeitsaufbau des geregelten Fahrzeugs jedoch vergleichsweise langsam.

BURCKHARDT liefert hierfür eine Erklärung. Aufgrund der dynamischen Vorgänge im Reifen sei für Geschwindigkeiten $v_x < 10 \text{ km/h}$ ein höherer Schlupf erforderlich, damit der Kraftschlussaufbau erfolgen kann [Bur93]. Das schnelle Einregeln wirkt sich hier daher negativ aus. Besonders deutlich wird der Verlust des Beschleunigungspotenzials bei Elektroantrieben, da hier bereits sehr früh ein hohes Antriebsmoment zur Verfügung steht.

Die hier verfolgte Strategie zur Vermeidung dieser Schwierigkeit besteht in einer nur für $v_x \geq$

10 km/h aktiven Regelung, das Ergebnis ist in Abbildung 4.3 in grün dargestellt. Während der Schlupf ab $t = 2$ s vergleichbar schnell eingeregelt wird, zeigt sich eine deutliche Verbesserung des Beschleunigungsverhaltens. Damit ist sowohl eine akzeptable Anfahrtdynamik als auch die Sicherstellung der Fahrstabilität sowie des Seitenkraftaufbaus erzielt.

In [Bur93] wird für die Systemauslegung einer konventionellen Antriebsschlupfregelung eine für Anfahrtsituationen geeignete Regelschwelle angegeben. Dies wird im Folgenden verwendet, um die Zulässigkeit der obigen Strategie zu untersuchen. Eine obere Grenze der zulässigen Differenzgeschwindigkeit $\Delta v = \omega r - v_x$ sei:

$$\Delta v = 4 \text{ km/h} + 0,04 \cdot v_x . \quad (4.43)$$

Die Differenzgeschwindigkeit in (4.43) wird in den äquivalenten Schlupf umgerechnet und in einer Simulation für drei verschiedene Fahrbahnreibwerte $\mu_{\max} \in \{0,3; 0,5; 0,7\}$ mit den sich ergebenden Schlupfwerten verglichen. Die Ergebnisse in Abbildung 4.4 zeigen, dass nur für $\mu_{\max} = 0,3$ eine zeitweise sowie für $\mu_{\max} = 0,5$ eine unwesentliche Überschreitung der Schwellen vorliegt. Dies bestätigt, dass bei dem hier verwendeten Fahrzeug und für die meisten Fahrbahnoberflächen die geschwindigkeitsabhängig aktivierte Regelung zulässig ist.

Das unregelmäßige Verhalten ist abhängig von der Fahrervorgabe M_{Fahrer} und die erzielten Ergebnisse sind somit nur für ein dem „IPG Standardfahrer“ äquivalenten Verhalten gültig. Es sind daher weitergehende Ansätze zur Optimierung des Anfahrverhaltens auch bei Fahrbahnen mit sehr geringem Reibwert und aggressiverem Fahrerverhalten denkbar, indem beispielsweise ein dynamisches Reifenmodell verwendet wird. In der Arbeit [BBFH06] wird eine modellprädiktive Antriebsschlupfregelung entworfen und dabei ein geschwindigkeitsabhängiger Sollwert der Differenzgeschwindigkeit Δv eingesetzt (anders als bei der Regelung von λ entfällt bei Δv die aufgrund des Messrauschens für niedrige Geschwindigkeiten problematische Normierung). Die experimentellen Ergebnisse bei aggressivem Anfahren auf einer Eisoberfläche zeigen gute Ergebnisse, sodass sich eine Übertragung dieses Ansatzes auf den Sliding-Mode Regler anbietet. Dies wird aufgrund der Komplexität der Fragestellung hier nicht weiter untersucht. Ebenfalls ist eine Verwendung der Regelschwelle aus (4.43) als Sollwert möglich, dies erfordert aufgrund des Sprungs jedoch zusätzlich eine Abstimmung des Übergangsverhaltens.

4.3.2 Vergleich der Sliding-Mode Regler

Der vorgestellte Sliding-Mode Regler (4.14) mit $\text{sat}(\cdot)$ -Funktion sowie die um einen bedingten PI-Anteil (SMC+CI) erweiterte Struktur aus (4.30) werden zunächst verglichen.

Die Regler werden dabei wie folgt parametrisiert: Als Reglerverstärkung kommen vier verschiedene Werte $k \in [10; 60]$ zum Einsatz. Die Breite des Toleranzbereiches zur *Chattering*-Unterdrückung wird als $\epsilon = 0,2$ gewählt. Hiermit wird zum einen das *Chattering* unterdrückt und zum anderen das Toleranzband in Hinblick auf Messrauschen nicht zu eng gewählt. Für den SMC+CI-Regler wird der Parameter $\alpha = 1,0$ gewählt. Die Abschätzung der Fehlerfunktion $\rho(\lambda)$ erfolgt wie in (4.42).

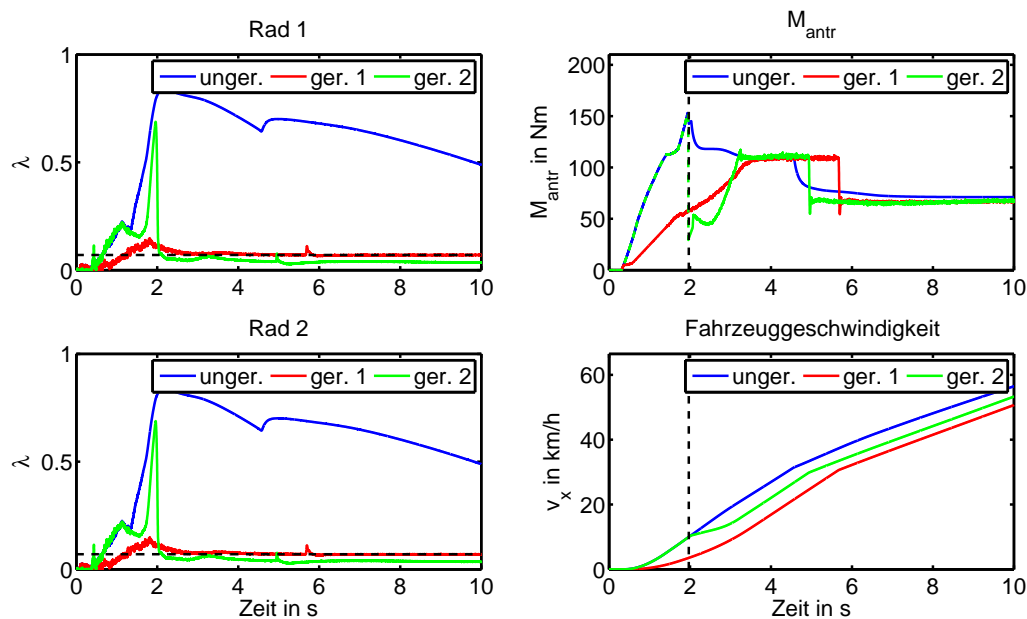


Abbildung 4.3: Vergleich des unregulierten Fahrzeugs (unger.), einer dauerhaften Regelung (ger. 1) sowie einer erst für $v_x > 10$ km/h aktivierten Regelung (ger. 2). Verwendung des SMC+CI-Reglers mit identischen Parametern.

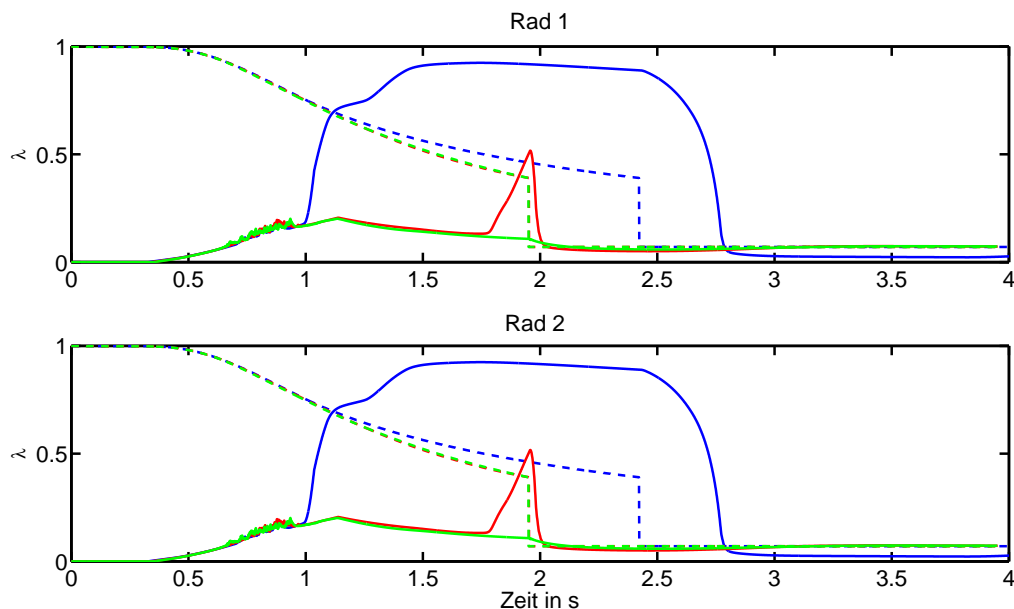


Abbildung 4.4: Reifenschlupf bei Regleraktivierung für $v_x > 10$ km/h auf drei verschiedenen Fahrbahnoberflächen (blau: $\mu_{\text{max}} = 0,3$, rot: $\mu_{\text{max}} = 0,5$ und grün: $\mu_{\text{max}} = 0,7$). Die nach [Bur93] zulässigen Schlupfwerte entsprechend (4.43) sind jeweils gestrichelt eingezeichnet.

In den Abbildungen 4.5 und 4.6 sind die Simulationsergebnisse der beiden Regler gegenübergestellt. Die beiden angetriebenen Räder verhalten sich in der Simulation nicht exakt gleich. Als mögliche Ursache hierfür kommt die Dynamik des Fahrzeugaufbaus in Betracht. Um einen qualitativen Vergleich zu ermöglichen, wird stets dasjenige Rad mit dem höheren Endschlupf als „Rad 1“ bezeichnet. Da als Reglerausgangsgröße der kleinere Wert aus $[u_{VL}, u_{VR}]$ gewählt wird, bestimmt dieses Rad mit dem höheren Schlupf das resultierende Antriebsmoment.

Ein größerer Wert der Verstärkung k führt für beide Reglertypen zu einer schnelleren Sprungantwort. Die Wahl von $\epsilon = 0,2$ unterbindet das *Chattering* des SMC-Reglers effektiv, jedoch wird die stationäre Genauigkeit nur annähernd erzielt. Der SMC+CI-Regler ist hingegen stationär genau und weist ein vergleichbar schnelles Einschwingverhalten auf.

Grundsätzlich weisen die Ergebnisse die Sliding-Mode Regelung als eine geeignete Methode aus. Hervorzuheben ist die in beiden Fällen sehr schnelle Reaktion auf den Wechsel des Haftreibungswertes bei etwa $t = 5$ s, wie in Abbildung 4.6 erkennbar.

4.3.3 Wahl der Reglerparameter

Der Sliding-Mode Regler mit bedingtem PI-Anteil (4.30) verfügt über die drei Parameter k (Verstärkung), ϵ (Toleranzband) und den Verstärkungsfaktor α des Fehlerintegrators. Mithilfe zweier qualitativer sowie eines quantitativen Vergleichs im zuvor beschriebenen Simulationsszenario wird der Einfluss der Parameter untersucht.

Zunächst wird der SMC+PI-Regler mit vier verschiedenen Werten $\alpha \in [0,2; 5,0]$ bei $k = 50$ und $\epsilon = 0,1$ angewendet. Die Ergebnisse sind in der Grafik 4.7 dargestellt. Die Ergebnisse zeigen, dass die Wahl von α nur einen geringen qualitativen Unterschied im Einschwingverhalten hervorruft. Es ist eine leichte Abnahme des Überschwingens für kleine Werte erkennbar, da sich das System dann ähnlich dem schnellen SMC-Regler ohne PI-Anteil verhält.

In einem zweiten qualitativen Vergleich wird $k = 50$ und $\alpha = 2,0$ gewählt und die Breite des Toleranzbandes mit vier Werten $\epsilon \in [0,10; 0,25]$ variiert, das Ergebnis zeigt Abbildung 4.8. Der Zeitverlauf des Schlupfes weist für $\epsilon = 0,10$ ein geringeres Überschwingen und eine kleinere Einschwingdauer auf. Dies ist dadurch begründet, dass der SMC+CI Regler für $\epsilon \rightarrow 0$ in das theoretische Optimum des idealen SMC Reglers übergeht. In der idealisierten Simulation tritt dabei für $\epsilon = 0,05$ *Chattering* auf (siehe Abbildung A.4 im Anhang).

Drittens wird ein quantitativer Vergleich mithilfe eines Güteintegrals herangezogen. Analog zu dem Vorgehen in [HAAS08] werden für das Rad mit dem jeweils höheren Schlupf der mittlere relative Fehler

$$\bar{\lambda} = \frac{\int_{t_a}^{t_e} |\lambda(t) - \lambda_{\max}(t)| dt}{\int_{t_a}^{t_e} \lambda_{\max}(t) dt} \quad (4.44)$$

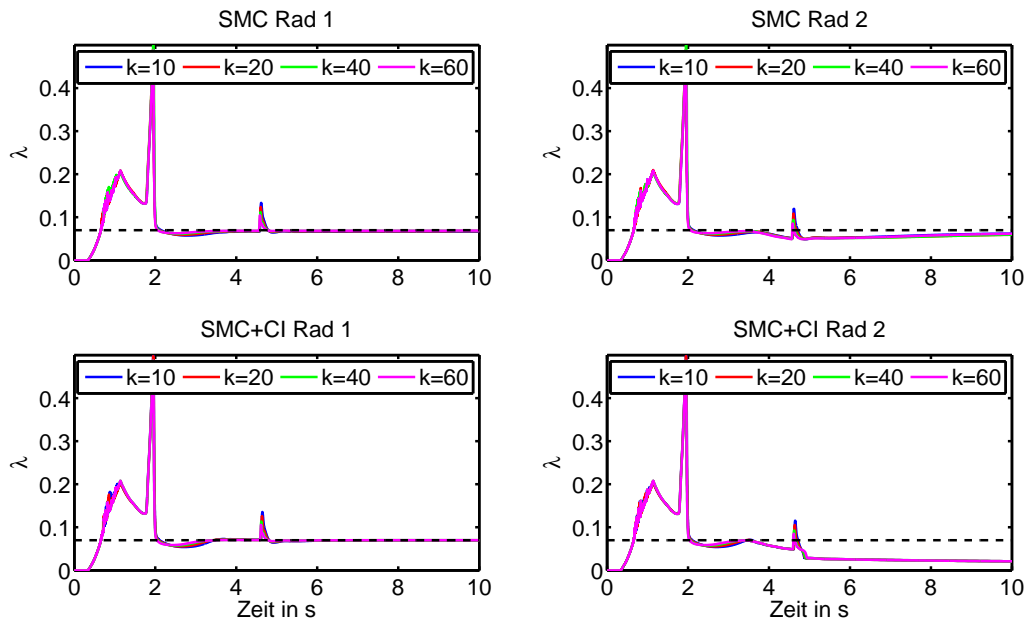


Abbildung 4.5: Vergleich der Regelgröße λ der Antriebsräder für unterschiedliche Verstärkungen k (oben: SMC, unten: SMC+CI).

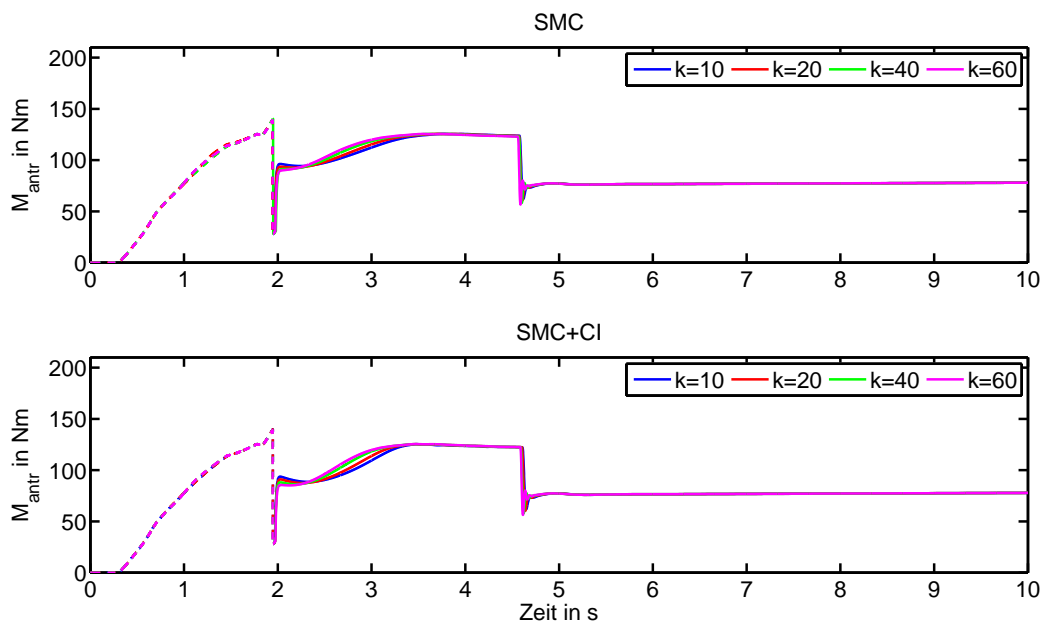


Abbildung 4.6: Vergleich der Stellgröße M_{antr} für unterschiedliche Verstärkungen k (oben: SMC, unten: SMC+CI).

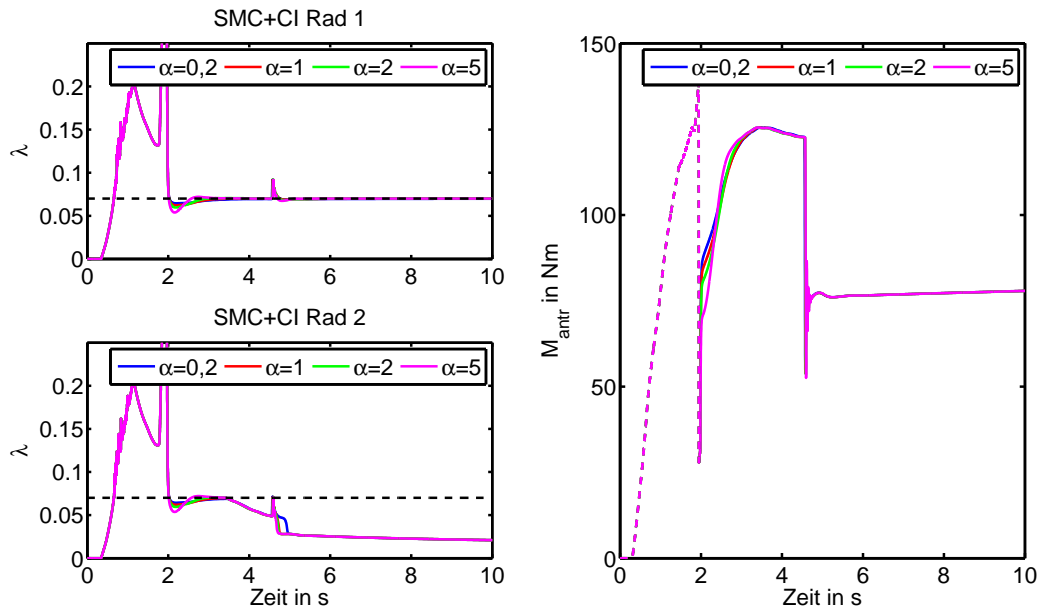


Abbildung 4.7: Vergleich der Regelgröße λ der Antriebsräder sowie der Stellgröße M_{antr} für unterschiedliche Verstärkungen α des Fehlerintegrators ($k = 50$, $\epsilon = 0,1$).

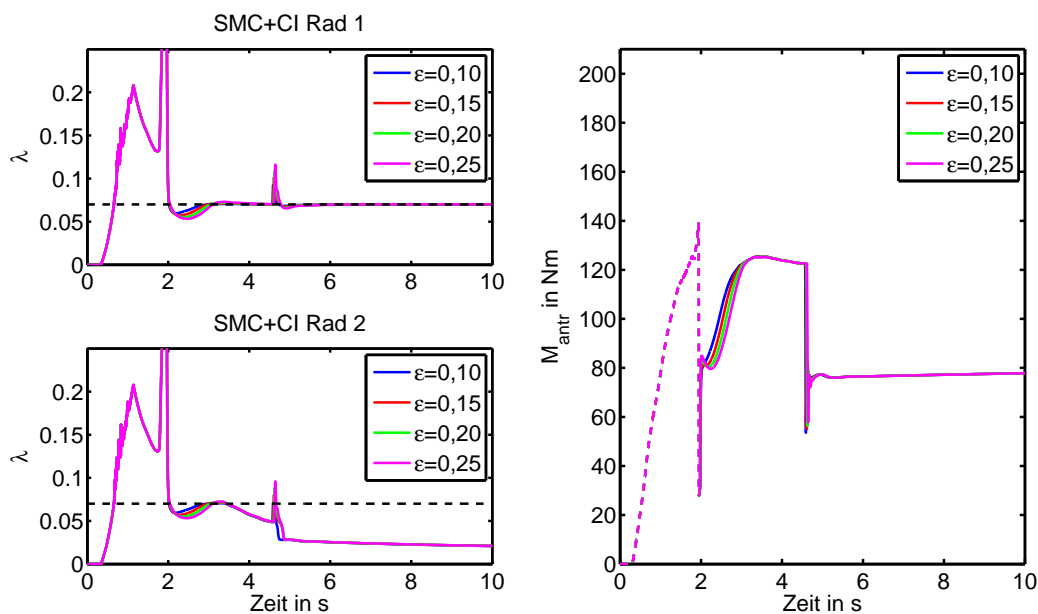


Abbildung 4.8: Vergleich der Regelgröße λ der Antriebsräder sowie der Stellgröße M_{antr} für unterschiedliche Breite ϵ des Toleranzbandes ($k = 50$, $\alpha = 2,0$).

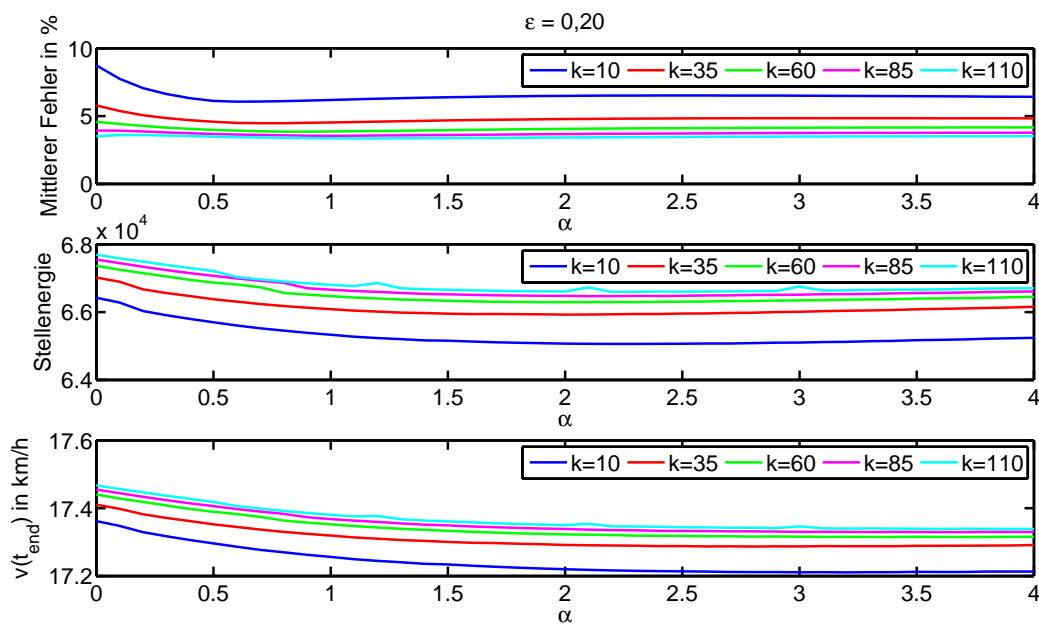


Abbildung 4.9: Einfluss des Parameters α auf den mittleren Fehler sowie die Stellenergie für verschiedene Verstärkungen k ($\epsilon = 0,20$).

sowie die Stellenergie

$$J = \int_{t_a}^{t_e} (M_{\text{Antr}}(t))^2 dt \quad (4.45)$$

definiert. Hierbei werden als Anfangszeit t_a der Zeitpunkt der Regleraktivierung bei $v_x = 10$ km/h und als Endzeit $t_e = 10$ s gewählt. Des Weiteren wird auch die erreichte Endgeschwindigkeit $v_x(t_e)$ herangezogen. In Abhängigkeit von fünf verschiedenen Werten für die Reglerverstärkung $k \in [10; 110]$ sind die jeweiligen Größen in Abbildung 4.9 über $\alpha \in [0; 5,0]$ aufgetragen. Hierbei ist $\epsilon = 0,20$ gewählt, die Ergebnisse für $\epsilon = 0,15$ sowie $\epsilon = 0,25$ sind im Anhang in den Abbildungen A.5 und A.6 dargestellt. Es lassen sich die folgenden Tendenzen ablesen:

- Der Vergleich von 4.9, A.5 und A.6 zeigt, dass ein größeres Toleranzband ϵ den mittleren Fehler erhöht.
- Hohe Werte für k verringern den mittleren Fehler und sorgen daher für ein schnelleres Einschwingverhalten. Gleichzeitig erhöht sich die notwendige Stellenergie.
- Die Kurvenläufe zeigen für $\alpha = 0$ bis $\alpha = 2,0$ einen abnehmenden Fehler aufgrund der stationären Genauigkeit. Des Weiteren nimmt auch hier die Stellenergie zu. Eine weitere Erhöhung bis zu $\alpha = 5,0$ verringert den Fehler nur unwesentlich.

Hieraus lässt sich ein methodisches Vorgehen zur Wahl der Reglerparameter in drei Schritten ableiten:

1. Als erstes ist die Breite des Toleranzbandes ϵ zu wählen. Grundsätzlich verringern kleinere Werte den mittleren Fehler sowie das Überschwingen. In der Simulation ist dies bei $\epsilon = 0,10$ kein *Chattering* zu beobachten. Hingegen sind bei der Implementierung in einem realen Fahrzeug größere Modellungenauigkeiten, Messrauschen sowie nicht modellierte Dynamiken zu erwarten, sodass ϵ ausreichend groß gewählt werden sollte. In [dCAF12b] wird in der Simulationsumgebung $\epsilon = 0,04$, bei der Implementierung im realen Fahrzeug hingegen $\epsilon = 0,25$ gewählt. Hier wird $\epsilon = 0,20$ gesetzt.
2. Zweitens kann anhand der für das gewählte ϵ ermittelten Kurven der Verstärkungsfaktor α des PI-Anteils gewählt werden. Ohne PI-Anteil ($\alpha = 0$) kommt es zu einem vergleichsweise großen mittleren Fehler, hohe Werte führen jedoch nur zu einer unwesentlichen Verbesserung. Daher wird hier $\alpha = 2,0$ gewählt.
3. Schließlich ist die Reglerverstärkung k zu bestimmen. Ein hoher Wert vermindert in allen Fällen den mittleren Fehler, führt jedoch auch zu einer höheren Stellenergie. Für das gewählte ϵ und α zeigt sich $k = 60$ als sinnvoller Kompromiss.

Es ist nicht garantiert, dass diese Wahl der Reglerparameter auch für andere Fahrmanöver als die betrachtete Kombination aus Anfahren und μ -Sprung oder gar außerhalb der Simulationsumgebung zu guten Ergebnissen führt. Das beschriebene methodische Vorgehen ist daher gegebenenfalls zu übertragen.

Eine alternative Vorgehensweise ist die analytische Bestimmung der Parameter des PI-Anteils in (4.32). Es ist erkennbar, dass innerhalb des Toleranzbandes im Wesentlichen ein PI-Regler mit der Verstärkung k des proportionalen Anteils sowie $k\alpha$ als Vorfaktor des Integralanteils vorliegt. Die Verwendung reiner PI-Regler zur Schlupfregelung im Bremsfall wird in der Dissertation [JR03] ausführlich untersucht. Dabei wird die Systemdynamik linearisiert und nach Vorgabe eines Gütekriteriums ein Optimalreglerentwurf durchgeführt, als dessen Lösung sich die Verstärkungsfaktoren ergeben. Es stellt sich hierbei die Frage, wie das Gütekriterium zu wählen ist. Vorteilhaft im Sinne der Übertragbarkeit auf unterschiedliche Fahrzeuge ist, dass die Wahl des Gütekriteriums unabhängig von den Modellparametern des Systems ist. Diese werden erst bei der Berechnung der eigentlichen Verstärkungsfaktoren einbezogen. Die Übertragung dieses Ansatzes auf den SMC-CI Regler ist daher eine mögliche Weiterentwicklung der Methode.

4.4 Sliding-Mode Regler zweiter Ordnung

Als weitere Möglichkeit zur *Chattering*-Unterdrückung eignen sich Sliding-Mode Regler zweiter Ordnung [BFLU99]. Die grundlegende Idee ist, dass der umschaltende Anteil des Regelungsgesetzes nur noch auf die Ableitung des Stellsignals wirkt und daher nach Integration eine

kontinuierliche Steuergröße resultiert. Daher werden in der *Reaching Phase* die Forderungen

$$s \rightarrow 0 \quad (4.46)$$

$$\dot{s} \rightarrow 0 \quad (4.47)$$

zur Gewinnung eines Regelungsgesetzes aufgestellt [Lev93].

Bei der Anwendung des Sliding-Mode Reglers zweiter Ordnung ist anhand der relativen Ordnung r des Systems zwischen zwei Fällen zu unterscheiden. Bei einer relativen Ordnung $r = 1$ kann der Sliding-Mode Regler erster Ordnung oder alternativ zur Vermeidung von *Chattering* ein Sliding-Mode Regler zweiter Ordnung eingesetzt werden. Die relative Ordnung bezeichnet dabei die Ableitung von s , auf welche die Eingangsgröße einwirkt. Das System (4.9) besitzt in diesem Zusammenhang die relative Ordnung $r = 1$, da das Antriebsmoment als Eingangsgröße in der ersten Ableitung \dot{s} der Schaltfläche auftritt.

Es existieren verschiedene Algorithmen zur Abbildung eines Sliding-Mode Reglers zweiter Ordnung [BFLU99, BPPU03]. Zwei gängige Verfahren sind dabei:

- Der *sub-optimale Algorithmus* wird in [Vec08, AFTV10] beschrieben und zur Schlupfregelung im Brems- und Beschleunigungsfall angewendet.
- Der *Super-Twisting Algorithmus* [Lev93] zeichnet sich durch eine für die Implementierung vorteilhafte und einfache Form aus. In [STLRLR11] und [HSS⁺12] wird das Verfahren zur Schlupfregelung im Bremsfall erfolgreich eingesetzt.

Der Super-Twisting Algorithmus ist gegeben durch [BFLU99, HSS⁺12]:

$$M_{\text{Antr}} = \hat{\Psi}(\lambda) - \frac{u_1(t) + u_2(t)}{\gamma(\lambda)} \quad (4.48)$$

mit

$$\dot{u}_1(t) = \begin{cases} -M_{\text{Antr}}, & M_{\text{Antr}} > M_0 \\ -W \operatorname{sgn}(s), & M_{\text{Antr}} \leq M_0 \end{cases} \quad (4.49)$$

$$u_2(t) = \begin{cases} -\beta \sqrt{|s_0|} \operatorname{sgn}(s), & |s| > s_0 \\ -\beta \sqrt{|s|} \operatorname{sgn}(s), & |s| \leq s_0. \end{cases} \quad (4.50)$$

Der offensichtliche Unterschied des Regelungsgesetzes (4.48) zu (4.14) ist, dass ein diskontinuierlicher Term nun auf $\dot{u}_1(t)$ und nicht auf die Stellgröße M_{Antr} selbst wirkt. Die Stellgröße ist damit eine kontinuierliche Größe.

Im Gegensatz zum Regler erster Ordnung mit der Lyapunov-Funktion (4.11) ist der Konvergenznachweis mit einer Lyapunov-Funktion für den Super-Twisting Algorithmus nur mit einer erheblich komplexeren Funktion möglich. Dies wurde in [MO08] ausführlich untersucht. Die dabei auftretenden Abschätzungen der Fehlerterme beziehen sich allerdings nicht mehr auf die

Funktion $\Psi(\lambda)$ selbst, sondern deren Ableitung $\frac{d}{d\lambda}\Psi(\lambda)$, was in [AFTV10, HSS⁺12] analysiert wird.

Aufgrund der sich dabei ergebenden Unsicherheiten wird hier der Ansatz erster Ordnung mit der garantierten Konvergenz nach (4.16) bevorzugt. Das Verfahren ist insbesondere deshalb anschaulicher, da sich die Fehlerabschätzung in (4.42) auf Größen mit direkter physikalischer Bedeutung stützt. In einer weiterführenden, bisher noch nicht in der Literatur aufgezeigten Untersuchung könnte die Leistungsfähigkeit des Reglers zweiter Ordnung mit dem SMC+CI Regler verglichen werden.

Kapitel 5

Integration und Test des Systementwurfs

Die Integration der zuvor beschriebenen Methoden sowie die gesamtheitliche Untersuchung im Simulationsmodell anhand charakteristischer Fahrmanöver werden in diesem Kapitel beschrieben.

5.1 Integration der Systemkomponenten

Zunächst wird die Integration der Module in das Simulationsmodell kurz zusammengefasst. Diese orientiert sich an dem in Abbildung 2.7 skizzierten Systemaufbau. Als Systemtaktzeit ist $T = 10^{-3}s$ eingestellt und alle Systemkomponenten arbeiten synchron zueinander.

Die Berechnung, Filterung und Schätzung von Reifenschlupf, Radumfangskraft sowie Radaufstandskraft erfolgt nach den in den Abschnitten 3.2.1, 3.2.2 und 3.2.4 beschriebenen Methoden.

Bei der Online-Identifikation der μ -Schlupf-Kurve nach 3.4 wird ein Kriterium eingeführt, um den Schätzvorgang nicht von Simulationsbeginn an sondern erst bei einer signifikanten zu erwartenden Anregung zu starten. Dazu wird die Steigung der Momentenvorgabe des Fahrers betrachtet. Anschaulich handelt es sich um die Schnelligkeit, mit der das Fahrpedal betätigt wird. Überschreitet der gleitende Mittelwert dieser Größe für eine Dauer von 50 Zeitschritten einen experimentell ermittelten Schwellwert, wird die Initialisierung des Schätzers begonnen. Zur Erhöhung der Robustheit werden für die Aktivierung und den erneuten Übergang zum inaktiven Zustand zwei unterschiedliche Schwellwerte verwendet (Hysterese). Weil die Sollwertermittlung wie in 4.1.1 beschrieben nur bei reiner Längsdynamik durchgeführt werden soll, wird des Weiteren die gemessene Querbeschleunigung betrachtet. Eine Initialisierung findet nicht statt, wenn $a_y > 0,5 \text{ m/s}^2$ ist.

Zur einmaligen Initialisierung wird eine LS-Blockverarbeitung basierend auf dem in 3.4.2 beschriebenen Speicherkonzept durchgeführt. Dabei wird der Wertebereich $\lambda \in [0; 0,3]$ in Intervalle mit der Breite 0,01 diskretisiert. Zu jedem Intervall wird der gleitende Mittelwert über die letzten 10 Datenpunkte gebildet. Wenn zu 15 Intervallen jeweils mindestens zwei Werte sowie davon zu fünf Intervallen jeweils mindestens fünf Messwerte zugeordnet sind, wird die Schätzung ausgeführt. Diese Kriterien orientieren sich am Vorgehen in [Sve07] und wurden experimentell ermittelt. Falls diese Kriterien noch nicht erreicht sind aber zwischenzeitlich die

Fahrervorgabe unter das Aktivierungskriterium sinkt, wird der Speicher bis zur nächsten Aktivierung zurückgesetzt. Hierdurch wird einer unzulässigen Vermischung verschiedener Messwerte vorgebeugt. Unabhängig von diesen Bedingungen wird nach erfolgreicher Initialisierung der RLS-Schätzer mit variablem Vergessensfaktor fortlaufend ausgeführt.

Die Regler für beide angetriebenen Räder werden entsprechend 4.2.2 als SMC-CI-Regler ausgeführt und die Stellgröße nach dem Select-low-Prinzip gebildet. Dabei wird die Anfahrtsituation gemäß 4.3.1 berücksichtigt und die Reglerparameter nach 4.3.3 gewählt.

5.2 Definition von Testmanövern und Simulationsergebnisse

Die vollständig in das CARMAKER Simulationsmodell integrierte Antriebsschlupfregelung wird mithilfe von Testmanövern untersucht. Zunächst ist zur Ermittlung der Wirkungsfähigkeit ein Referenzfall zu bestimmen, der zum qualitativen und quantitativen Vergleich dient. Denkbar ist etwa der Vergleich mit einem Serienprodukt oder einer alternativen Lösung basierend auf anderen Methoden. Da dies im Umfang dieser Arbeit nicht möglich ist, wird als Referenz der unregelmäßige Fall zugrunde gelegt. Das vom Motor angeforderte Drehmoment folgt dabei im Rahmen der Systemgrenzen der Fahrervorgabe. Zweitens sind die zu verwendenden Fahrmanöver zu definieren. Eine Sammlung von 24 definierten Manövern zur Bewertung der Fahrdynamik wird in [RBZ98] beschrieben. Der Großteil dieser Manöver bezieht sich jedoch auf das querdynamische und Bremsverhalten des Fahrzeugs („Spurwechsel“, „Bremsen in der Kurve“). Zur isolierten Untersuchung der Antriebsschlupfregelung wird hier in Analogie zum Manöver „Geradeausbremsen“ der Anwendungsfall der Geradeausbeschleunigung in Abschnitt 5.2.1 und 5.2.2 betrachtet. Des Weiteren wird in [Bei99] eine Abwandlung der „instationären Kreisfahrt“ als Beschleunigen in der Kurve vorgeschlagen und hier entsprechend der Beschreibung in 5.2.3 untersucht.

5.2.1 Anfahren und Geradeausbeschleunigen

Diese Simulation betrachtet das Anfahren und Beschleunigen bei einem Fahrbahnreibungskoeffizienten von $\mu_{\max} = 0,3$, was etwa einer Schneeoberfläche entspricht.

Das Fahrerverhalten unterteilt sich in zwei Abschnitte. Im Anfahrbereich bis $v_x = 10$ km/h wird der „IPG Standardfahrer“ eingesetzt. Anschließend wird eine einfache Geschwindigkeitsregelung auf $v_x = 80$ km/h bis zum Ende der Simulation bei $t = 15$ s eingesetzt, sodass eine durchgängige maximale Beschleunigung angestrebt wird.

Die Ergebnisse dieser Simulation sind in Abbildung 5.1 dargestellt. Anhand der Schlupfverläufe ist zunächst die Effektivität der Regelung erkennbar. Der Geschwindigkeitsverlauf zeigt einen annähernd identischen Verlauf mit konstanter Beschleunigung. Dies ist aufgrund der hier vorliegenden μ -Schlupf-Kurve zu erklären, da der maximale Kraftschlusswert sich nur unwesentlich

vom Kraftschluss im hohen Schlupfbereich abhebt. Daher wird trotz hoher Schlupfwerte im unregelmäßigen Fall eine vergleichbare Längskraft übertragen.

Bemerkenswert ist hingegen das Ergebnis zur abgegebenen Motorleistung:

$$P = M \cdot \omega . \quad (5.1)$$

Das Motormoment M weist über weite Strecken einen identischen Verlauf im geregelten und unregelmäßigen Fall auf. Dies ist auf die Kennlinie des Elektromotors zurückzuführen, nach welcher das Moment für zunehmende Drehzahl abnimmt. Im unregelmäßigen Fall sind die Drehzahlen erheblich höher als für das geregelte System (erkennbar am höheren Schlupf bei identischer Geschwindigkeit). Damit ist auch die Leistung bei identischer Drehmomentabgabe höher. Mit abnehmenden Schlupf des unregelmäßigen Fahrzeugs für $t = 15$ s stimmt die Leistungsabgabe wieder überein. Wird die Leistung über der Simulationszeit integriert, ergibt sich eine vom Motor abgegebene Gesamtenergie von $W_{\text{unregelmäßig}} = 853$ kJ sowie von lediglich $W_{\text{geregelt}} = 476$ kJ im geregelten Fall. In Anbetracht der vergleichbaren erzielten Fahrzeuggeschwindigkeit liegt somit infolge der Vermeidung einer unnötigen Beschleunigung bereits durchdrehender Räder ein um 44 % verringerter Energieumsatz vor.

Es ist zu berücksichtigen, dass dieser hohe relative Wert auf den sehr geringen Fahrbahnreibungswert bei gleichzeitig aggressiver Fahrervorgabe sowie die Betrachtung von niedrigen Absolutgeschwindigkeiten zurückzuführen ist¹. Die Verwendung einer homogenen Fahrbahn mit $\mu_{\text{max}} = 0,7$ bei Beschleunigung auf $v_x = 80$ km/h durch den „IPG Standardfahrer“ führt zu einer Differenz von immerhin 3,3 % (Ergebnisdiagramme im Anhang in Abbildung A.7). Die Auswirkung der Antriebsschlupfregelung auf die Reichweite bei Elektrofahrzeugen ist damit nicht zu vernachlässigen. Ausführliche Untersuchungen zur Abschätzung des Potenzials in standardisierten Fahrzyklen sind denkbar.

5.2.2 Geradeausbeschleunigen bei ungleichem Reibwert

Dieses Fahrmanöver besteht erneut aus einer reinen Längsdynamik. Der Fahrbahnreibungswert beträgt dabei zunächst homogen $\mu_{\text{max}} = 0,6$ und wechselt nach 100 m auf $\mu_{\text{max}} = 0,3$ für die linke sowie $\mu_{\text{max}} = 1,0$ für die rechte Fahrbahnseite (μ -Split).

Das Fahrerverhalten gliedert sich in drei Abschnitte. Im Anfahrbereich bis $v_x = 10$ km/h wird der „IPG Standardfahrer“ eingesetzt. Daran schließt sich eine einfache Geschwindigkeitsregelung auf $v_x = 40$ km/h bis zum Zeitpunkt $t = 15$ s an. Im dritten Abschnitt hat das mit konstanter Geschwindigkeit fahrende Fahrzeug den μ -Split Bereich der Fahrbahn erreicht. Es wird jetzt nach dem open-loop Prinzip vom Fahrer die maximale Beschleunigung angefordert (Gaspedalstellung auf 100% innerhalb von 0,05 s). Das Manöver umfasst damit zwei Teilaufgaben, die Anfahrssituation auf homogener Fahrbahn sowie die Beschleunigung bei ungleichem Reibwert.

¹Zur Plausibilisierung kann die zur Beschleunigung erforderliche Energie im idealisierten, verlustfreien Fall hier zu $W_{\text{kin}} = 0,5 \cdot m v^2 \approx 359$ kJ bestimmt werden.

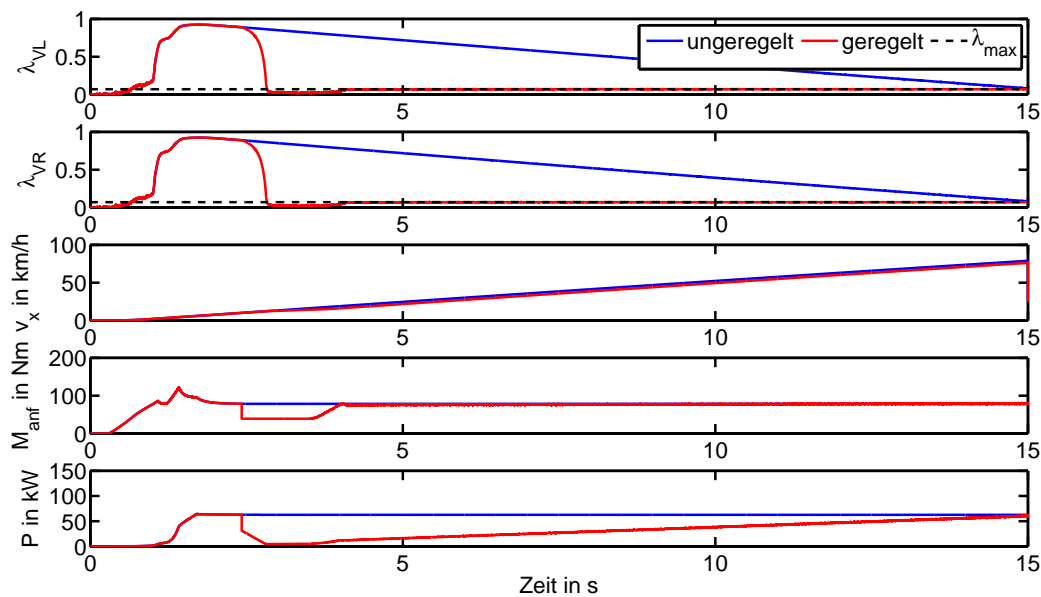


Abbildung 5.1: Simulationsergebnis des Manövers Anfahren und Beschleunigen. Blau: ungeregelt, Rot: geregelt.

Die Ergebnisse dieser Simulation sind in Abbildung 5.2 dargestellt. Im Zeitabschnitt bis $t = 15\text{ s}$ zeigt sich ein vergleichbares Verhalten wie im ersten Fahrmanöver. Mit Beginn der zweiten Beschleunigung weist wie erwartet der linke Reifen einen geringen Schlupf auf, wohingegen die durch niedrig- μ gekennzeichnete rechte Seite die eigentliche Reglervorgabe bestimmt. Aufgrund des Select-low Prinzips wird der Kraftschluss auf der hoch- μ Seite nicht vollständig ausgenutzt.

Während im ersten Fahrmanöver nicht die erforderliche Systemanregung zur Schätzung der μ -Schlupf-Kurve erreicht wird, ist dies hier für das rechte Rad ab $t = 15\text{ s}$ der Fall. Der Reglersollwert λ_{\max} wird daher jetzt entsprechend des geschätzten Verlaufs angepasst.

Des Weiteren ergibt sich infolge der μ -Split Situation eine Gierbewegung des Fahrzeugs. Das geregelte System weist hierbei einen höheren Anfangswert auf. Dies kann auf die schnelle, sprunghafte Momentenregelung zurückgeführt werden und bietet einen Anknüpfungspunkt für weitere Optimierungen des Reglers.

5.2.3 Beschleunigen in der Kurve

Ein wesentliches Ziel der Antriebsschlupfregelung ist die Wahrung des Seitenkraftaufbaus bei Beschleunigung. Im Folgenden wird dies anhand des in [Bei99] zur Validierung verwendeten Fahrmanövers untersucht.

Es erfolgt zunächst ein Abschnitt aus Anfahren und Beschleunigen auf $v_x = 40\text{ km/h}$ auf gerader Fahrbahn mit $\mu_{\max} = 0,6$, der dem in 5.2.2 beschriebenen entspricht. Unter Beibehaltung

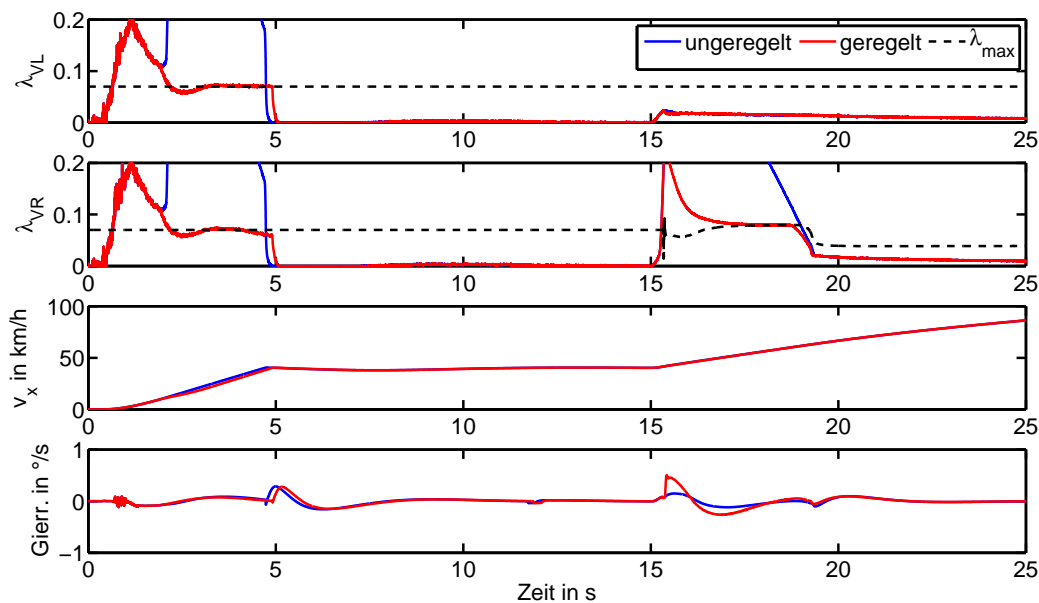


Abbildung 5.2: Simulationsergebnis des Manövers Geradeausbeschleunigung bei ungleichem Reibwert. Blau: unregelt, Rot: geregelt.

der konstanten Geschwindigkeit wird dann in eine Kurve mit Radius $R = 100$ m eingelenkt, wobei der Fahrbahnreibwert jetzt auf $\mu_{\max} = 0,3$ wechselt. Der simulierte „IPG Standardfahrer“ gibt den zum Folgen des Kurvenverlaufs notwendigen Lenkwinkel entsprechend dem Verhalten eines menschlichen Fahrers vor. Die sich einstellende Querbewegung beträgt wie in [Bei99] $a_y = 1,2 \text{ m/s}^2$. Zum Zeitpunkt $t = 20$ s wird aus diesen stationären Verhältnissen heraus die maximale Beschleunigung angefordert (Gaspedalstellung auf 100% innerhalb von 0,05 s).

In der Abbildung 5.3 sind die Fahrzeuggeschwindigkeit, die fahrdynamischen Größen Querbewegung und Gierrate sowie die Lenkwinkelvorgabe des Fahrermodells dargestellt. Des Weiteren veranschaulicht der Verlauf Fahrzeugtrajektorie das Manöver. Zur Bewertung werden in [Bei99] mehrere Kriterien genannt, unter anderem ein möglichst geringer Sprung der Gierrate bei der Beschleunigung, eine entsprechend dem Fahrerwunsch möglichst hohe Geschwindigkeitszunahme sowie grundsätzlich das gefahrlose Folgen des Fahrbahnverlaufs.

Aufgrund der abnehmenden Seitenkräfte sei bei einem frontgetriebenen Fahrzeug ein nach kurvenaußen gerichtetes Giermoment zu erwarten (Steuerbarkeitsverlust) [Bei99], was sich in Form der hier abnehmenden (positiven) Gierrate bestätigt. Das Abfallen der Gierrate als auch der Querbewegung erfolgt im geregelten System mit geringerem Spitzenwert und einem schnelleren Einschwingen. Der Verlauf des Lenkwinkels und der Fahrtrajektorie zeigen die anschaulichen Auswirkungen: Das unregelte Fahrzeug weicht vom Fahrbahnverlauf nach außen hin ab und der simulierte Fahrer versucht den Kurvenverlauf einzuhalten, was sich in dem hohen Einschlagswinkel des Lenkrades äußert. Dennoch hat sich das unregelte Fahrzeug am Ende des Manövers bei $t = 25$ s seitwärts um 5 m vom Fall mit Regelung entfernt. Dies unterstreicht

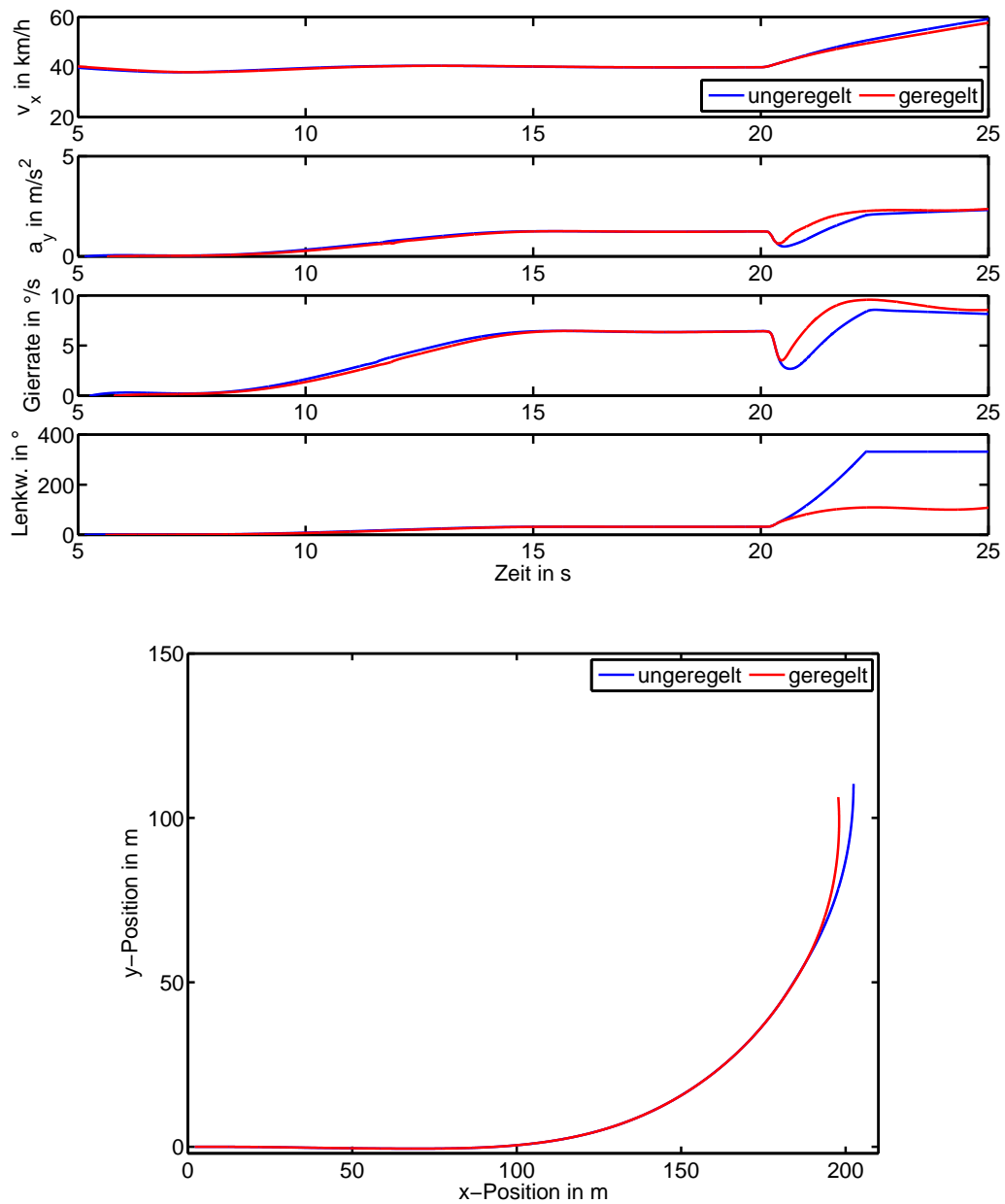


Abbildung 5.3: Simulationsergebnis des Manövers Beschleunigen in der Kurve. Blau: unregelt, Rot: geregelt.

die Bedeutung der Antriebsschlupfregelung als Sicherheitssystem, insbesondere bei Situationen mit unbekanntem Reibwertverhältnissen in Kurven (eisbedeckte Fahrbahn).

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wird eine Methode zur Antriebsschlupfregelung entwickelt und in das Gesamtfahrzeugmodell eines Elektrofahrzeuges integriert. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens konnte in der Simulation nachgewiesen werden.

Zusammengefasst werden folgende relevanten Aspekte des Verfahrens behandelt: Die Dynamik des Reifenschlupfes im Antriebsfall wird modelliert und die messtechnische Schlupferfassung untersucht. Zur Ermittlung der nicht messbaren Radaufstands- und Radumfangkräfte werden Schätzverfahren eingesetzt. In Hinblick auf einige in den zugrunde liegenden Modellgleichungen nicht berücksichtigte Einflussfaktoren wird anhand von Simulationen eine Fehlerabschätzung durchgeführt.

Die Schätzung der Modellparameter von μ -Schlupf-Kurven wird für drei gängige Modelle untersucht. Damit ein linearer Least-Squares-Schätzer eingesetzt werden kann, wird auf die Idee der linearen Parametrierung des Burckhardt-Modells zurückgegriffen. Eine modifizierte Wahl der bei bisherigen Parametrierungen eingesetzten Basisfunktionen wird diskutiert, das zugehörige Optimierungsproblem numerisch gelöst und das verbesserte Modell in Simulationen verglichen. Es schließt sich eine Untersuchung zu Fragen der Initialisierung und Systemanregung bei rekursiven Schätzverfahren an und es wird ein robuster kombinierter Ansatz entworfen.

Zur eigentlichen Regelung der Schlupfdynamik werden modellbasierte Sliding-Mode-Regler untersucht. Die Sicherstellung der Konvergenz erfordert eine Abschätzung der unsicheren Modellanteile sowie des dabei vorliegenden Fehlers. Des Weiteren wird untersucht, wie das in der Praxis schädliche Chattering vermieden werden kann. Zur Parametrierung des verwendeten Reglers mit bedingtem PI-Anteil wird ein qualitativer und quantitativer Vergleich durchgeführt.

Grundsätzlich gelten für das Reifenverhalten bei Bremsen und Beschleunigen vergleichbare Zusammenhänge. Eine naheliegende Weiterführung der entwickelten Methode ist daher die Übertragung auf ein Antiblockiersystem. Neben Anpassungen bei der Schlupfberechnung und Fahrzustandsschätzung ist dabei auch die Koordinierung vom elektromotorischen Bremsmoment mit den konventionellen Hydraulikbremsen zu entwickeln. Weiteres Untersuchungspotenzial bieten Fahrzeugkonzepte mit radindividuellem Elektroantrieb. Die Vorteile des schnellen Aktors können zur verbesserten Regelung in querdynamisch kritischen Situationen führen.

Anhang A

Anhang

A.1 Reifenmodell im Simulationsmodell

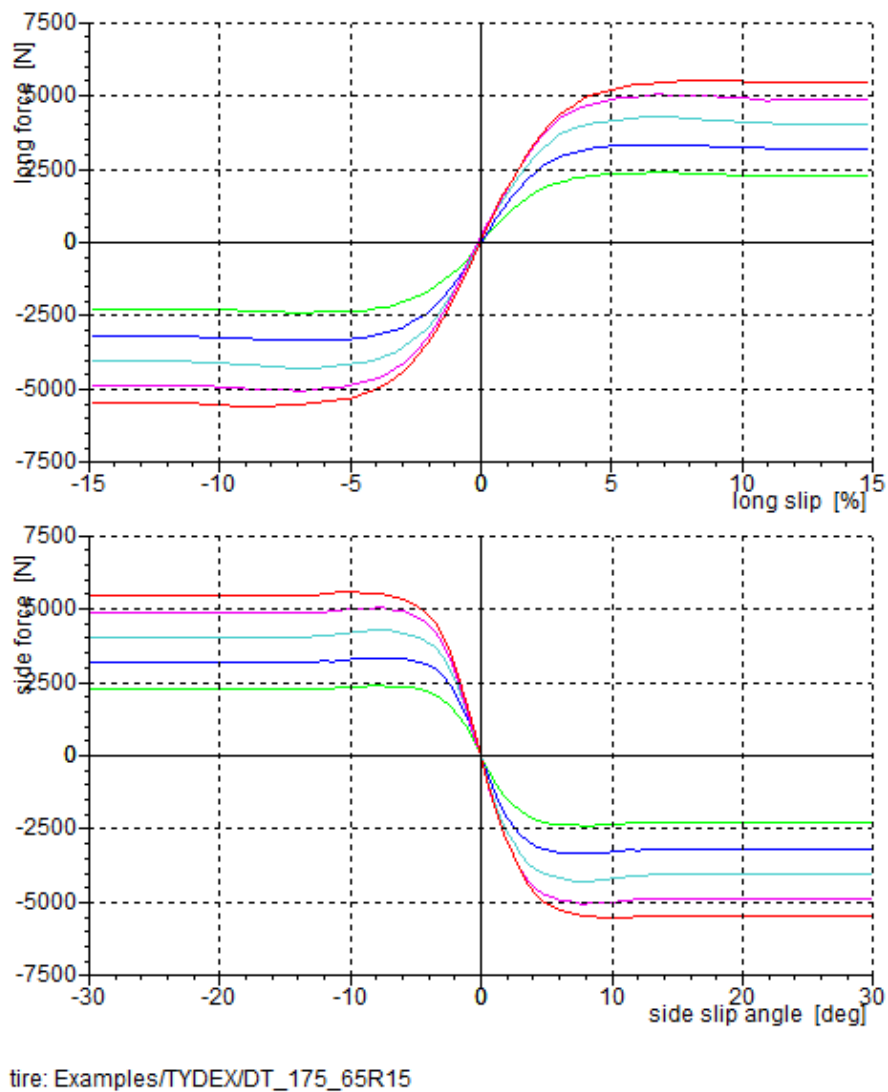


Abbildung A.1: Umfangskraft-Schlupf-Kurve und Seitenkraft-Schräglaufwinkel-Diagramm des in der CARMAKER-Simulation verwendeten Reifenmodells (175R6515) für unterschiedliche Radaufstandskraft.

A.2 Zusammenhang von Kalman-Filter und RLS-Schätzer

Es lässt sich allgemein zeigen, dass der RLS-Schätzer ein Spezialfall der Kalman-Schätzung ist [Lju02]. Bei der Anwendung zur Schätzung der Radumfangskraft wird die enge Verwandtschaft der beiden Verfahren deutlich, wenn beide Fahrzeugseiten isoliert betrachtet werden. Die Winkelgeschwindigkeit werde direkt differenziert und die Zustandsdifferentialgleichung für die Fahrzeugschwerpunktsbewegung nicht eingeführt. Es ergibt sich anstelle von (3.46) das eindimensionale System für ein angetriebenes Rad:

$$F_x^*(k+1) = F_x^*(k) + w_1(k) . \quad (\text{A.1})$$

Der Messwert wird wie in (3.36) aus den messbaren Größen definiert:

$$y(k) = \frac{M_{\text{Antr}} - J_r \dot{\omega}}{r} = F_x . \quad (\text{A.2})$$

Die Gleichungen des Kalman-Filters für das System (A.1)-(A.2) können entsprechend Abschnitt 2.6.1 aufgestellt werden. Prädiktions- und Filtergleichung werden ineinander eingesetzt:

$$p^*(k+1) = \frac{Rp^*(k)}{p^*(k) + R} + Q \quad (\text{A.3})$$

$$\hat{F}_x(k+1) = \hat{F}_x(k) + \frac{p^*(k+1)}{p^*(k+1) + R} \cdot \left(y(k+1) - \hat{F}_x(k) \right) . \quad (\text{A.4})$$

Diese Form ähnelt dem rekursiven Least-Squares-Schätzer aus Abschnitt 3.2.3. Tatsächlich gehen (A.3)-(A.4) bis auf den zusätzlichen additiven Term der Kovarianzgleichung in (3.37)-(3.38) über, wenn:

$$R = \lambda \quad (\text{A.5})$$

$$Q = \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \cdot \frac{p^*(k)}{p^*(k) + \alpha} \quad (\text{A.6})$$

gewählt werden [Lju02].

A.3 Simulationsergebnisse zur Parameteridentifikation

Parametersatz	λ_{\max}	KIENCKE	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckh.	Burckhardt
Asphalt	0,170	0,145	0,131	0,132	0,247
		0,143	0,147	0,151	0,169
Asphalt (nass)	0,131	0,124	0,117	0,116	0,214
		0,124	0,118	0,120	0,131
Beton	0,160	0,139	0,130	0,129	0,231
		0,138	0,142	0,145	0,159

Tabelle A.1: Vergleich der λ_{\max} -Identifikation (Mittel- und Medianwerte (2. Zeile) aus $N = 10000$ Simulationen) für 21 Messwerte $\lambda \in [0; 0,2]$.

Parametersatz	μ_{\max}	KIENCKE	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckh.	Burckhardt
Asphalt	1,170	1,200	1,000	0,935	1,161
		1,197	1,165	1,169	1,169
Asphalt (nass)	0,801	0,879	0,780	0,755	0,800
		0,868	0,806	0,804	0,801
Beton	1,090	1,125	0,970	0,902	1,083
		1,124	1,088	1,090	1,090

Tabelle A.2: Vergleich der μ_{\max} -Identifikation (Mittel- und Medianwerte (2. Zeile) aus $N = 10000$ Simulationen) für 21 Messwerte $\lambda \in [0; 0,2]$.

Parametersatz	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckhardt
Asphalt	1,3720	0,6193
Asphalt (nass)	1,5026	0,6660
Beton	1,4113	0,6225

Tabelle A.3: Vergleich der linear parametrisierten Burckhardt-Modelle mit der ML-Schätzung des Burckhardt-Modells (Mittelwert des absoluten Fehlers ϵ nach (3.88) aus $N = 10000$ Simulationen) für 21 Messwerte $\lambda \in [0; 0,2]$.

Parametersatz	λ_{\max}	KIENCKE	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckh.	Burckhardt
Asphalt	0,170	0,179	0,164	0,172	0,180
		0,179	0,163	0,173	0,170
Asphalt (nass)	0,131	0,169	0,132	0,131	0,145
		0,170	0,129	0,129	0,132
Beton	0,160	0,175	0,155	0,162	0,167
		0,175	0,154	0,162	0,160

Tabelle A.4: Vergleich der λ_{\max} -Identifikation (Mittel- und Medianwerte (2. Zeile) aus $N = 10000$ Simulationen) für 31 Messwerte $\lambda \in [0; 0,3]$.

Parametersatz	μ_{\max}	KIENCKE	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckh.	Burckhardt
Asphalt	1,170	1,224	1,170	1,154	1,171
		1,222	1,173	1,171	1,171
Asphalt (nass)	0,801	0,945	0,809	0,804	0,806
		0,912	0,809	0,806	0,802
Beton	1,090	1,150	1,094	1,086	1,091
		1,147	1,094	1,091	1,091

Tabelle A.5: Vergleich der μ_{\max} -Identifikation (Mittel- und Medianwerte (2. Zeile) aus $N = 10000$ Simulationen) für 31 Messwerte $\lambda \in [0; 0,3]$.

Parametersatz	lin. Burckhardt	mod. lin. Burckhardt
Asphalt	0,2986	0,1307
Asphalt (nass)	0,3358	0,1147
Beton	0,3077	0,1280

Tabelle A.6: Vergleich der linear parametrisierten Burckhardt-Modelle mit der ML-Schätzung des Burckhardt-Modells (Mittelwert des absoluten Fehlers ϵ nach (3.88) aus $N = 10000$ Simulationen) für 31 Messwerte $\lambda \in [0; 0,3]$.

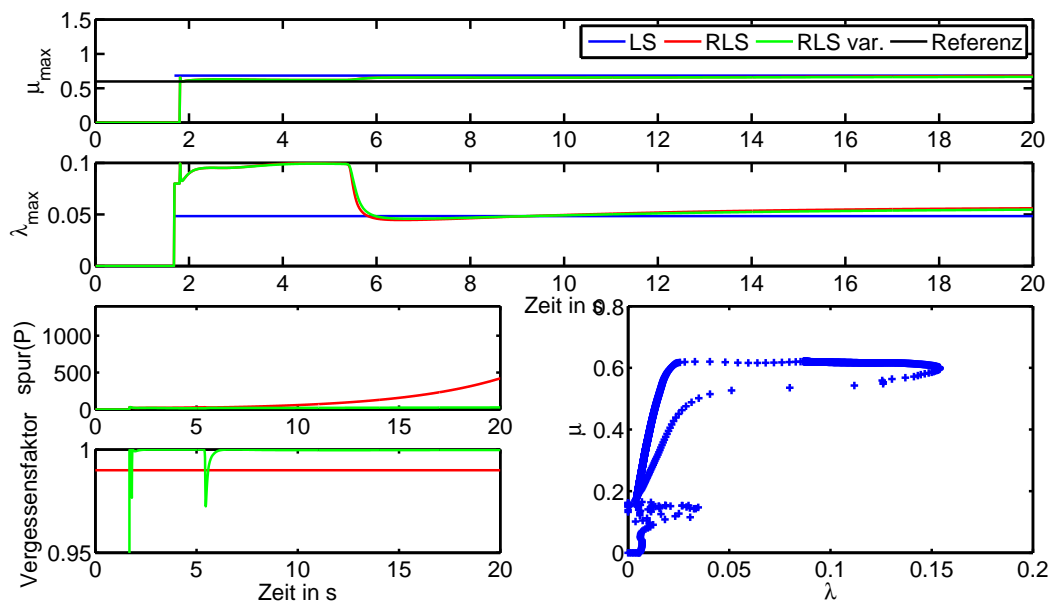


Abbildung A.2: Vergleich RLS (rot, $\alpha = 0,998$ wie in [dCAF11]) mit RLS mit variablem Vergessensfaktor (grün). Der Referenzwert $\mu_{\max} = 0,6$ ist in schwarz sowie das Ergebnis einer nachträglichen LS-Schätzung in Blockverarbeitung in blau eingetragen.

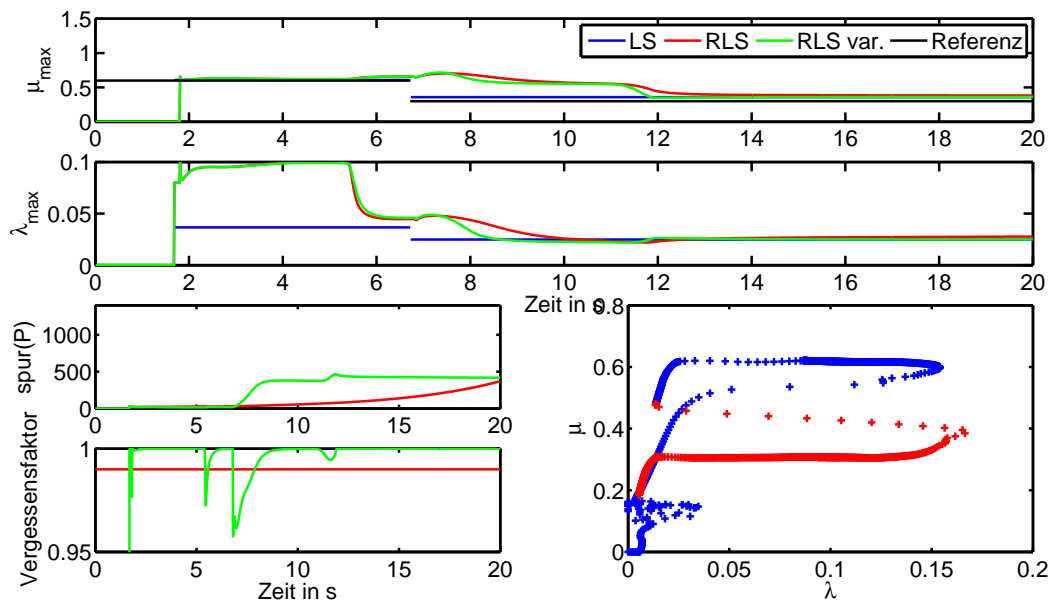


Abbildung A.3: Vergleich RLS (rot, $\alpha = 0,998$ wie in [dCAF11]) mit RLS mit variablem Vergessensfaktor (grün). Der Referenzwert (schwarz) wechselt von $\mu_{\max} = 0,6$ auf $\mu_{\max} = 0,3$. Die Messwerte in der $\mu - \lambda$ -Ebene vor dem μ -Sprung sind in blau, die danach in rot eingetragen.

A.4 Simulationsergebnisse zur Wahl der Reglerparameter

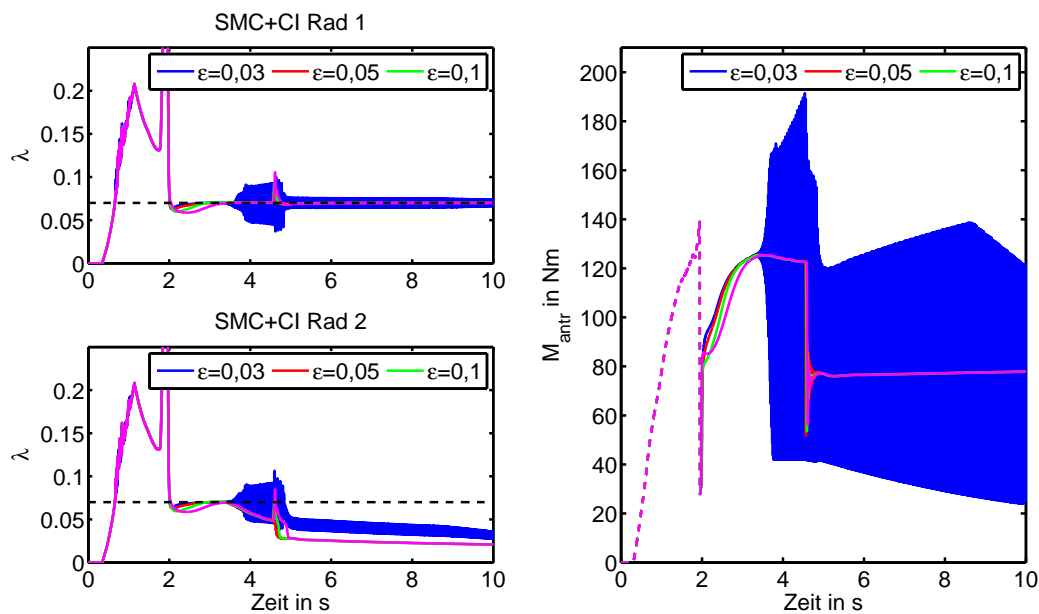


Abbildung A.4: Vergleich der Regelgröße λ der Antriebsräder sowie der Stellgröße M_{stell} für unterschiedliche Breite ϵ des Toleranzbandes. Für $\epsilon = 0,03$ tritt massives, in einer Implementierung nicht zulässiges Chattering auf ($k = 50$, $\alpha = 2,0$).

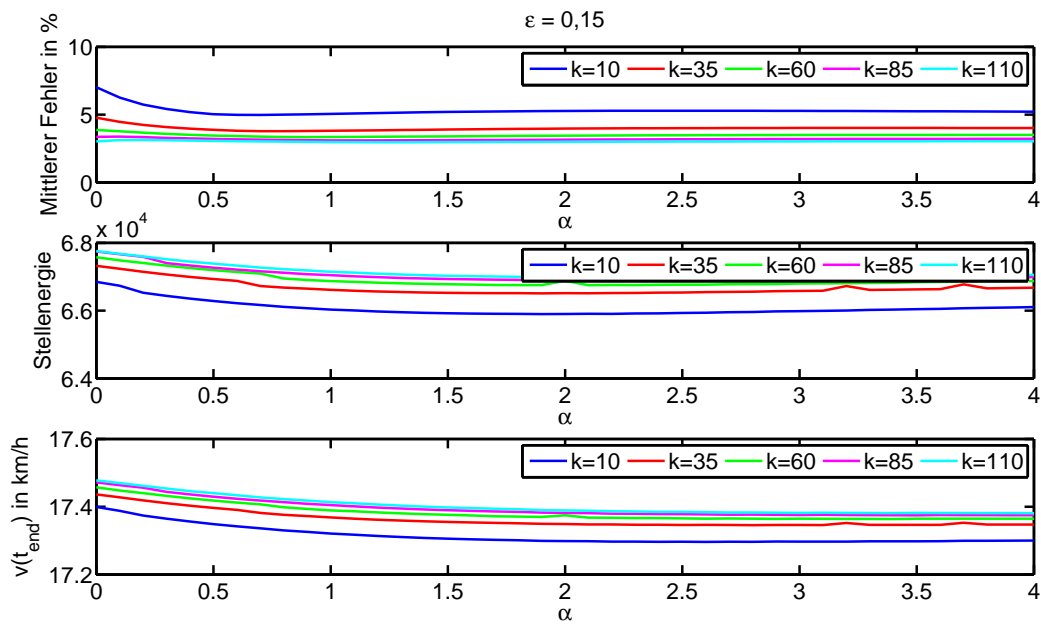


Abbildung A.5: Einfluss des Parameters α auf den mittleren Fehler sowie die Stellenergie für verschiedene Verstärkungen k ($\epsilon = 0,15$).

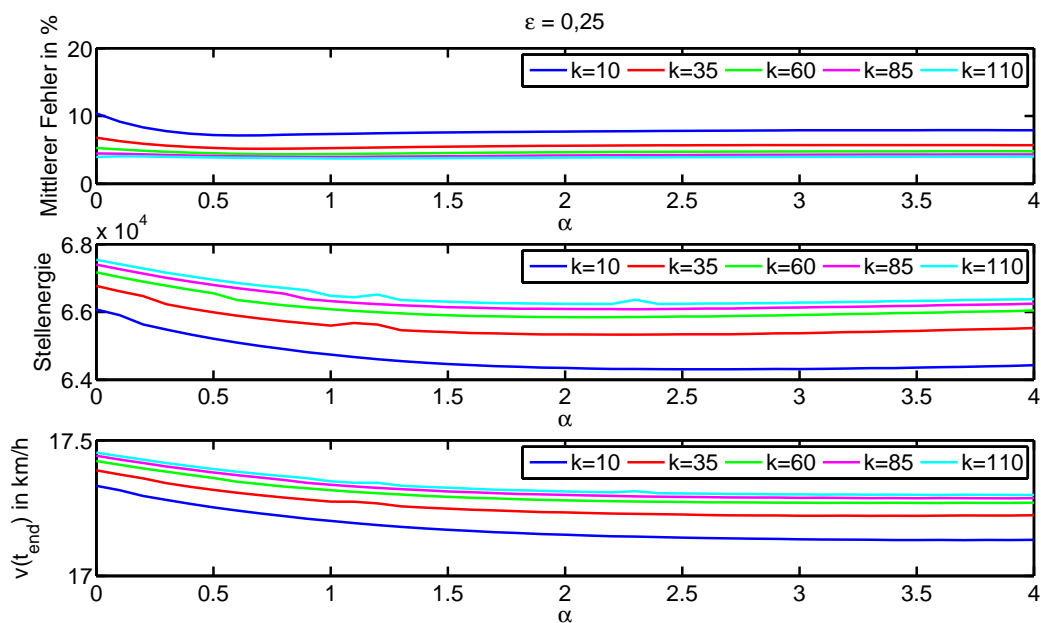


Abbildung A.6: Einfluss des Parameters α auf den mittleren Fehler sowie die Stellenergie für verschiedene Verstärkungen k ($\epsilon = 0,25$).

A.5 Simulationsergebnisse zum Manöver Anfahren und Geradeausbeschleunigen

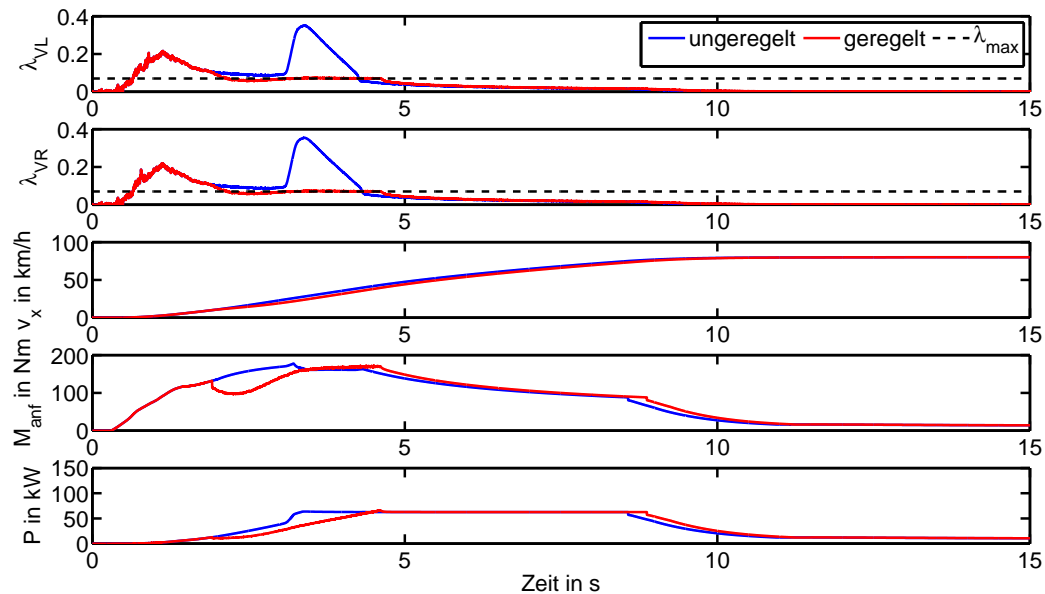


Abbildung A.7: Simulationsergebnis des Manövers Anfahren und Beschleunigen bei $\mu_{\max} = 0,7$ unter Verwendung des „IPG Standardfahrer“. Die umgesetzte Energie im unregelmerten Fall beträgt 491,5 J, bei aktiver Regelung sind es 475,4 J, eine Verringerung um 3,3%. Blau: unregelt, Rot: geregelt.

Literaturverzeichnis

- [AFTV10] AMODEO, M., A. FERRARA, R. TERZAGHI und C. VECCHIO: *Wheel Slip Control via Second-Order Sliding-Mode Generation*. Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on, 11(1):122–131, März 2010.
- [Ahn11] AHN, CHANG SUN: *Robust Estimation of Road Friction Coefficient for Vehicle Active Safety Systems*. Doktorarbeit, The University of Michigan, 2011.
- [BBFH06] BORRELLI, F., A. BEMPORAD, M. FODOR und D. HROVAT: *An MPC/hybrid system approach to traction control*. Control Systems Technology, IEEE Transactions on, 14(3):541–552, Mai 2006.
- [BCLT08] BAFFET, G., A. CHARARA, D. LECHNER und D. THOMAS: *Experimental evaluation of observers for tire/road forces, sideslip angle and wheel cornering stiffness*. Vehicle System Dynamics, 46(6):501–520, Mai 2008.
- [Bei99] BEIKER, SVEN: *Verbesserungsmöglichkeiten des Fahrverhaltens von Pkw durch zusammenwirkende Regelsysteme*. Doktorarbeit, Technische Universität Braunschweig, 1999.
- [BFLU99] BARTOLINI, GIORGIO, ANTONELLA FERRARA, ARIE LEVANT und ELIO USAI: *On Second Order Sliding Mode Controllers*. Lecture Notes in Control and Information Sciences, 247:329–350, 1999.
- [BL93] BOWMAN, J. ERIC und E. H. LAW: *A Feasibility Study of an Automotive Slip Control Braking System*. SAE Technical Paper, 930762, 1993.
- [BPPU03] BARTOLINI, GIORGIO, ALESSANDRO PISANO, ELISABETTA PUNTA und ELIO USAI: *A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems*. International Journal of Control, 76(9-10):875–892, 2003.
- [BRG01] BAE, H.S., J. RYU, und C. GERDES: *Road Grade and Vehicle Parameter Estimation for Longitudinal Control Using GPS*. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, Oakland, California, Aug. 2001.
- [BS89] BRONSTEIN, I. N. und K. A. SEMENDJAJEW: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 1989.
- [Buc02] BUCKHOLTZ, KENNETH R.: *Reference Input Wheel Slip Tracking Using Sliding Mode Control*. SAE Technical Paper, 2002-01-0301, 2002.

- [Bur93] BURCKHARDT, MANFRED: *Fahrwerktechnik: Radschlupf-Regelsysteme*. Vogel-Fachbuch : KraftfahrzeugtechnikFahrwerktechnik. Vogel, Würzburg, 1. Aufl. Auflage, 1993.
- [CdWOAL95] WIT, C. CANUDAS DE, H. OLSSON, K.J. ASTROM und P. LISCHINSKY: *A new model for control of systems with friction*. Automatic Control, IEEE Transactions on, 40(3):419 –425, März 1995.
- [CG05] CARLSON, C.R. und J.C. GERDES: *Consistent nonlinear estimation of longitudinal tire stiffness and effective radius*. Control Systems Technology, IEEE Transactions on, 13(6):1010 – 1020, Nov. 2005.
- [CYY⁺10] CHO, WANKI, JANGYEOL YOON, SEONGJIN YIM, BONGYEONG KOO und KYONGSU YI: *Estimation of Tire Forces for Application to Vehicle Stability Control*. Vehicular Technology, IEEE Transactions on, 59(2):638 –649, Feb. 2010.
- [Dai96] DAISS, ARMIN: *Beobachtung fahrdynamischer Zustände und Verbesserung einer ABS- und Fahrdynamikregelung*. Fortschrittberichte VDI. VDI Verlag, Düsseldorf, 1996.
- [dCAF10] CASTRO, RICARDO DE, RUI ESTEVES ARAÚJO und DIAMANTINO FREITAS: *A Single Motion Chip for Multi-Motor EV Control*. In: *10th International Symposium on Advanced Vehicle Control, AVEC*, 2010.
- [dCAF11] CASTRO, RICARDO DE, RUI ESTEVES ARAÚJO und DIAMANTINO FREITAS: *Optimal Linear Parameterization for On-Line Estimation of Tire-Road Friction*. In: *IFAC World Congress*, Band 18, Seiten 8409–8414, Milano, Italien, 2011.
- [dCAF12a] CASTRO, RICARDO DE, RUI ESTEVES ARAÚJO und DIAMANTINO FREITAS: *Real-time estimation of tyre-road friction peak with optimal linear parameterisation*. IET Control Theory and Applications, preprint, 2012.
- [dCAF12b] CASTRO, RICARDO DE, RUI ESTEVES ARAÚJO und DIAMANTINO FREITAS: *Wheel Slip Control of EVs based on Sliding Mode Technique with Conditional Integrators*. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, PP(99):1, 2012.
- [dCAT⁺12] CASTRO, RICARDO DE, RUI ESTEVES ARAÚJO, MARA TANELLI, SERGIO M. SAVARESI und DIAMANTINO FREITAS: *Torque blending and wheel slip control in EVs with in-wheel motors*. Vehicle System Dynamics, 50(sup1):71–94, Juli 2012.
- [DPBH11] DEUR, JOSKO, DANIJEL PAVKOVIC, GILBERTO BURGIO und DAVOR HROVAT: *A model-based traction control strategy non-reliant on wheel slip information*. Vehicle System Dynamics, 49(8):1245–1265, 2011.
- [eMZJ⁺09] MAO, YAN E, YAN ZHENG, YUANWEI JING, G.M. DIMIROVSKI und SIYING HANG: *An LMI approach to slip ratio control of vehicle Antilock braking systems*. In: *American Control Conference, 2009. ACC '09.*, Seiten 3350 –3354, Juni 2009.

- [FDK94] FÖLLINGER, OTTO, FRANK DÖRRSCHEIDT und MANFRED KLITTICH (Herausgeber): *Regelungstechnik : Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. Hüthig, Heidelberg, 8., überarb. Aufl. Auflage, 1994.
- [FKS08] FATHY, H.K., DONGSOO KANG und J.L. STEIN: *Online vehicle mass estimation using recursive least squares and supervisory data extraction*. In: *American Control Conference, 2008*, Seiten 1842 –1848, Juni 2008.
- [FKY81] FORTESCUE, T.R., L.S. KERSHENBAUM und B.E. YDSTIE: *Implementation of self-tuning regulators with variable forgetting factors*. *Automatica*, 17(6):831 – 835, 1981.
- [Ful87] FULLER, WAYNE A.: *Measurement error models*. Wiley series in probability and mathematical statistics. Wiley, New York [u.a.], 1987.
- [GCL⁺11] GEAMANU, M.S., A. CELA, G. LESOLLIEC, H. MOUNIER und S. NICULESCU: *Road condition estimation and longitudinal control for electric vehicles*. In: *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference on*, Seiten 599 –604, Korea, Okt. 2011.
- [Gus97a] GUSTAFSSON, FREDRIK: *A Comparative Study On Change Detection For Some Automotive Applications*. In: *Proc. European Control Conference*, 1997.
- [Gus97b] GUSTAFSSON, FREDRIK: *Slip-based tire-road friction estimation*. *Automatica*, 33(6):1087 – 1099, 1997.
- [GWD94] GERMANN, S., M. WURTENBERGER und A. DAISS: *Monitoring of the friction coefficient between tyre and road surface*. In: *Control Applications, 1994., Proceedings of the Third IEEE Conference on*, Band 1, Seiten 613 –618, Aug. 1994.
- [HAAS08] HARIFI, A., A. AGHAGOLZADEH, G. ALIZADEH und M. SADEGHI: *Designing a sliding mode controller for slip control of antilock brake systems*. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 16(6):731 – 741, 2008.
- [HCM02] HADRI, A. EL, J.C CADIOU und N.K. M’SIRDI: *Adaptive sliding mode control of vehicle traction*. In: *15th Triennial World Congress, Barcelona*, 2002.
- [HKSJ08] HAFFNER, L., M. KOZEK, JINGXIN SHI und H.P. JORGL: *Estimation of the maximum friction coefficient for a passenger vehicle using the instantaneous cornering stiffness*. In: *American Control Conference, 2008*, Seiten 4591 –4596, Juni 2008.
- [Hor04] HORI, Y.: *Future vehicle driven by electricity and Control-research on four-wheel-motored UOT electric march II*. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 51(5):954 – 962, Okt. 2004.
- [HSS⁺12] HAMZAH, N., Y.M. SAM, H. SELAMAT, M.K. ARIPIIN und R. GHAZALI: *Second order sliding mode controller for longitudinal wheel slip control*. In: *Signal Proces-*

- sing and its Applications (CSPA), 2012 IEEE 8th International Colloquium on*, Seiten 138 –143, Mär. 2012.
- [HTT98] HORI, Y., Y. TOYODA und Y. TSURUOKA: *Traction control of electric vehicle: basic experimental results using the test EV* „UOT electric march rdquo;. Industry Applications, IEEE Transactions on, 34(5):1131 –1138, Sep. 1998.
- [JR03] JOHANSSON, R. und A. RANTZER: *Nonlinear and Hybrid Systems in Automotive Control*. SAE-R. Sae International, 2003.
- [KN05] KIENCKE, UWE und LARS NIELSEN: *Automotive control systems*. Springer, Berlin, 2. Auflage, 2005.
- [KSW08] KIENCKE, UWE, MICHAEL SCHWARZ und THOMAS WEICKERT: *Signalverarbeitung : Zeit-Frequenz-Analyse und Schätzverfahren*. Oldenbourg, München, 2008.
- [LEH11] LEX, CORNELIA, ARNO EICHBERGER und WOLFGANG HIRSCHBERG: *Comprehensive evaluation of different approaches to estimate the tire-road grip potential and their application in driver assistance systems*. In: *Chassis.tech plus 2011*, Seiten 675–703, München, Juni 2011.
- [Lev93] LEVANT, ARIE: *Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control*. International Journal of Control, 58(6):1247–1263, 1993.
- [LGHB03] LANGWIEDER, KLAUS, JOHANN GWEHENBERGER, THOMAS HUMMEL und JENO BENDE: *Benefit Potential of ESP in Real Accident Situations Involving Cars and Trucks*. In: *18th International Technical Conference on the Enhanced Safety of Vehicles*, Japan, Mai 2003. GDV Institute for Vehicle Safety Munich.
- [Lju99] LJUNG, LENNART: *System Identification: Theory for the User (2nd Edition)*. Prentice Hall, 2 Auflage, Jan. 1999.
- [Lju02] LJUNG, LENNART: *Recursive Identification Algorithms*. Circuits, Systems and Signal Processing, 21(1):57–68, 2002.
- [LLC11] LLC, ZIENA OPTIMIZATION: *Knitro Documentation 8.0*. <http://www.ziena.com/documentation.htm>, Nov. 2011. Abgerufen 14.08.2012.
- [LMH07] LI, K., J. A. MISENER und K. HEDRICK: *On-board road condition monitoring system using slip-based tyre-road friction estimation and wheel speed signal analysis*. Proc. IMechE, 221:129–146, 2007.
- [LT03] LEE, HYEONGCHEOL und M. TOMIZUKA: *Adaptive vehicle traction force control for intelligent vehicle highway systems (IVHSs)*. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, 50(1):37 – 47, Feb. 2003.
- [MDAG11] MAGALLAN, G.A., C.H. DE ANGELO und G.O. GARCIA: *Maximization of the Traction Forces in a 2WD Electric Vehicle*. Vehicular Technology, IEEE Transactions on, 60(2):369 –380, Feb. 2011.

- [MGO⁺12] MAJDOUB, K. EL, F GIRI, H. OUADI, L. DUGARD und CHAOUI F.Z.: *Vehicle longitudinal motion modeling for nonlinear control*. Control Engineering Practice, 20:69–81, 2012.
- [MO08] MORENO, J.A. und M. OSORIO: *A Lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers*. In: *Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on*, Seiten 2856–2861, Dez. 2008.
- [MUH03] MÜLLER, STEFFEN, MICHAEL UCHANSKI und KARL HEDRICK: *Estimation of the Maximum Tire-Road Friction Coefficient*. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 125(4):607–617, Dez. 2003.
- [MW04] MITSCHKE, MANFRED und HENNING WALLENTOWITZ: *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. VDI. Springer, Berlin, 4., neubearb. Aufl. Auflage, 2004.
- [OAS⁺03] ONOA, EIICHI, KATSUHIRO ASANO, MASARU SUGAIA, SHOJI ITOB, MASAKI YAMAMOTO, MAMORU SAWADAC und YOSHIYUKI YASUID: *Estimation of automotive tire-force characteristics using wheel velocity*. Control Engineering Practice, 11(12):1361–1370, 2003.
- [OSS03] OLSON, B. J., S.W. SHAW und G. STÉPÁN: *Nonlinear Dynamics of Vehicle Traction*. Vehicle System Dynamics, 40(5):377–399, 2003.
- [OSS05] OLSON, B. J., S.W. SHAW und G. STÉPÁN: *Stability and Bifurcation of Longitudinal Vehicle Braking*. Nonlinear Dynamics, 40(4):339–365, 2005.
- [Pac07] PACEJKA, H. B.: *Tire and vehicle dynamics*. SAE International, 2 Auflage, 2007.
- [Pau12] PAUL, JENS: *Aufbau eines Fahrzeugsimulationsmodells für Untersuchungen zum batterieelektrischen Fahrbetrieb*. Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie, Lehrstuhl für Fahrzeugtechnik, Mai 2012.
- [Pet03] PETERSEN, IDAR: *Wheel Slip Control in ABS Brakes using Gain Scheduled Optimal Control with Constraints*. Doktorarbeit, Norwegian University of Science and Technology, 2003.
- [PK99] PARK, JONG HYEON und CHAN YOUNG KIM: *Wheel Slip Control in Traction Control System for Vehicle Stability*. Vehicle System Dynamics, 31(4):263–278, 1999.
- [Ray97] RAY, LAURA R.: *Nonlinear tire force estimation and road friction identification: simulation and experiments*. Automatica, 33(10):1819–1833, Okt. 1997.
- [RBZ98] RÖNITZ, R., H.-H. BRAESS und A. ZOMOTOR: *Verfahren und Kriterien zur Bewertung des Fahrverhaltens von Personenkraftwagen - Ein Rückblick auf die letzten 20 Jahre*. Automobiltechnische Zeitschrift ATZ, 99(12):780–786, 1998.

- [Rei10] REIF, KONRAD: *Fahrstabilisierungssysteme und Fahrerassistenzsysteme*. Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, Wiesbaden, 2010.
- [RPPL12] RAJAMANI, RAJESH, GRIDSADA PHANOMCHOENG, DAMRONGRIT PIYABONGKARN und JAE Y. LEW: *Algorithms for Real-Time Estimation of Individual Wheel Tire-Road Friction Coefficients*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 17(6):1183–1195, Dez. 2012.
- [Sch06] SCHORN, MATTHIAS: *Modelle zur Beschreibung des Fahrzeugverhaltens*. In: ISERMANN, ROLF (Herausgeber): *Fahrdynamik-Regelung: Modellbildung, Fahrerassistenzsysteme, Mechatronik*, Kapitel 2, Seiten 27–46. Friedr. Vieweg & Sohn Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2006.
- [SCL08] SHIM, TAEHYUN, SEHYUN CHANG und SEOK LEE: *Investigation of Sliding-Surface Design on the Performance of Sliding Mode Controller in Antilock Braking Systems*. Vehicular Technology, IEEE Transactions on, 57(2):747–759, März 2008.
- [SK05] SESHAGIRI, SRIDHAR und HASSAN K. KHALIL: *Robust output feedback regulation of minimum-phase nonlinear systems using conditional integrators*. Automatica, 41(1):43–54, 2005.
- [Slo91] SLOTINE, JEAN-JACQUES E.: *Applied nonlinear control*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1991.
- [STC07] SAVARESI, SERGIO M., MARA TANELLI und CARLO CANTONI: *Mixed Slip-Deceleration Control in Automotive Braking Systems*. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 129(1):20–31, 2007.
- [STLRLR11] SANCHEZ-TORRES, J.D., A.G. LOUKIANOV, J. RUIZ-LEON und J. RIVERA: *ABS + active suspension control via sliding mode and linear geometric methods for disturbance attenuation*. In: *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, Seiten 8076–8081, Dez. 2011.
- [Sve07] SVENDENIUS, JACOB: *Tire Modeling and Friction Estimation*. Doktorarbeit, Lund University, Apr. 2007.
- [SZ03] SCHÄUFFELE, JÖRG und THOMAS ZURAWKA: *Automotive Software-Engineering*. Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden, 2003.
- [TPS09] TANELLI, M., L. PIRODI und S.M SAVARESI: *Real-time identification of tire-road friction conditions*. IET Control Theory and Applications, 3(7):891–906, 2009.
- [TS06] TANELLI, MARA. und SERGIO M. SAVARESI: *Friction-curve peak detection by wheel-decceleration measurements*. In: *Proceedings of the IEEE Intelligent*

- Transportation Systems Conference 2006*, Seiten 1592–1597, Toronto, Kanada, Sep. 2006.
- [TSP10] TEITZER, MARIO, RALF STROPH und ALFRED PRUCKNER: *Simulation einer ABS-Regelung mit Elektromotoren beim generatorischen Bremsen in starken Elektrofahrzeugen*. In: *chassis.tech plus*, Seiten 427–445, 2010.
- [Uch01] UCHANSKI, MICHAEL: *Road Friction Estimation for Automobiles Using Digital Signal Processing Methods*. Doktorarbeit, University of California, Berkeley, 2001.
- [UK99] UNSAL, C. und P. KACHROO: *Sliding mode measurement feedback control for antilock braking systems*. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 7(2):271–281, März 1999.
- [VdNFM11] VILLAGRA, JORGE, BRIGITTE D’ANDRÉA NOVEL, MICHAEL FLIESS und HUGUES MOUNIER: *A diagnosis-based approach for tire-road forces and maximum friction estimation*. *Control Engineering Practice*, 19:174–184, 2011.
- [Vec08] VECCHIO, CLAUDIO: *Sliding Mode Control: theoretical developments and applications to uncertain mechanical systems*. Doktorarbeit, Università degli Studi di Pavia, 2008.
- [vZ06] ZANTEN, ANTON VAN: *Elektronisches Stabilitätsprogramm (ESP)*. In: ISERMANN, ROLF (Herausgeber): *Fahrdynamik-Regelung : Modellbildung, Fahrerassistenzsysteme, Mechatronik*, Kapitel 8, Seiten 169–211. Friedr. Vieweg & Sohn Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, Wiesbaden, 2006.
- [WFO11] WALLENTOWITZ, HENNING, ARNDT FREIALDENHOVEN und INGO OLSCHESKI: *Strategien zur Elektrifizierung des Antriebsstranges - Technologien, Märkte und Implikationen*. *ATZ/MTZ-Fachbuch*. Vieweg Teubner, 2. Auflage Auflage, 2011.
- [XXL⁺11] XU, KUN, GUOQING XU, WEIMIN LI, LINNI JIAN und ZHIBIN SONG: *Anti-skid for Electric Vehicles based on sliding mode control with novel structure*. In: *Information and Automation (ICIA), 2011 IEEE International Conference on*, Seiten 650–655, Juni 2011.
- [YOH09] YIN, DEJUN, SEHOON OH und Y. HORI: *A Novel Traction Control for EV Based on Maximum Transmissible Torque Estimation*. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 56(6):2086–2094, Juni 2009.
- [ZE94] ZANTEN, A. VAN und R. ERHARDT: *FDR- Die Fahrdynamikregelung von Bosch*. *ATZ, Automobiltechnische Zeitschrift*, 96(11):674–689, 1994.