

Modellierung der Energiedissipation in Fügestellen im Frequenzbereich auf Basis von Linearisierungsverfahren

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der

Fakultät für Maschinenbau der
Universität Karlsruhe (TH),
Karlsruhe Institut für Technologie (KIT),

genehmigte

Dissertation

von

Dipl.-Ing. Tianyi Yu

aus Nanjing, China

Tag der mündlichen Prüfung:

27.06.2012

Hauptreferent:

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann

Korreferent:

Prof. Dr.-Ing.habil. Kai Willner

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner dreijährigen Tätigkeit als Doktorand in der Arbeitsgruppe Akustik und Schwingungsmechanik der Robert Bosch GmbH in enger Zusammenarbeit mit dem Institut für Technische Mechanik des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT).

Herrn Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Seemann danke ich für die fachliche Betreuung, die vielen wertvollen Diskussionen sowie die Übernahme des Hauptreferats. Besonders bedanken möchten ich mich für das mir entgegen gebrachte Vertrauen und die wissenschaftliche Freiheit sowie die stete Unterstützung und Förderung.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Kai Willner, vom Lehrstuhl für Technische Mechanik (LTM) an der Universität Erlangen-Nürnberg, danke ich für das Interesse an meiner Arbeit sowie die freundliche Übernahme des Korreferats.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Hans-Georg Horst und Herrn Dr.-Ing. Heiner Storck für die Anregung dieser Arbeit und die hervorragende Betreuung während den vergangenen drei Jahre. Ihre kompetente und tatkräftige Unterstützung haben den Erfolg dieser Arbeit erst ermöglicht. Des Weiteren danke ich ihnen für die angenehme und unkomplizierte Atmosphäre. Herrn Dr.-Ing. Heiner Storck danke ich besonders herzlich für die wertvollen Impulse während der Schlussphase meiner Arbeit, welche zum erfolgreichen Abschluss dieser Arbeit beigetragen haben.

Weiterhin bedanke ich mich bei Herrn Dr.-Ing. Winfried Keiper, dem Leiter der Forschungsabteilung Struktur- und Kontaktdynamik, Herrn Dr.-Ing. Stefan Zimmermann, dem Leiter der Forschungsgruppe Akustik und Schwingungsmechanik der Robert Bosch GmbH, den Kolleginnen und Kollegen in der Arbeitsgruppe für das hervorragende Arbeitsumfeld und die stets vorhandene Bereitschaft, mir ständig mit Rat und Tat zur Seite zu stehen. Herr Dr.-Ing. Hartmut Hetzler vom Insitut für Technische Mechanik des KIT danke ich für die stets vorhandene Diskussionsbereitschaft zu allen möglichen fachlichen Themen und wertvolle Hilfe und Unterstützung.

Zuletzt möchte ich mich bei meinen Eltern für die dauerhafte Unterstützung und den Rückhalt bedanken. Ohne ihre Erziehung und unablässige Fürsorge wäre mein bisheriger Weg nie möglich gewesen. Ihnen ist diese Arbeit gewidmet.

Stuttgart, im März 2011

Tianyi Yu

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	v
Verwendete Formelzeichen	xi
Abstract	xv
1 Einleitung	1
1.1 Motivation	1
1.2 Ziel und Inhalt der Arbeit	2
1.3 Literaturübersicht	4
1.4 Modellierung und Simulation von Fügstellen und zusammengesetzten Strukturen im Zeit- und Frequenzbereich	8
2 Trockener Kontakt	11
2.1 Physik des trockenen Kontaktes	11
2.1.1 Vorstellung von Kontakt und Reibung	11
2.1.2 Energiedissipation durch Reibung	17
2.2 Verschiedene Reibmodelle	19
2.2.1 Statische Reibmodelle	19
2.2.2 Dynamische Reibmodelle	22
2.2.3 Beschreibung der Kontakt- und Reibverhalten mittels FEM	24
2.3 Nichtlinearität im Kontaktgesetz	29
2.3.1 Kontaktgesetz in normaler Richtung	29
2.3.2 Kontaktgesetz in tangentialer Richtung	31
2.3.3 Hystereseverhalten	34

3	Linearisierungsverfahren	37
3.1	Problemstellung	37
3.2	Übersicht der Linearisierungsmethoden	38
3.2.1	Harmonische Balance und Energetische Balance Methoden	38
3.2.2	Andere Linearisierungsverfahren	43
3.3	Vergleich der HBM und EBM mit anderen Linearisierungsmethoden	46
4	Implementierung der harmonischen und energetischen Balance Methode für numerische Modelle	49
4.1	Duffing Schwingermodell	49
4.2	Dynamisches Klotz-Ebene Modell	52
4.2.1	Modellbeschreibung	53
4.2.2	Linearisierung durch HBM und EBM	55
4.2.3	Iterative Berechnung der äquivalenten Steifigkeit und des Dämpfungskoeffizienten	58
4.2.4	Ergebnisse und Diskussion	61
4.3	Balkenmodell	66
4.3.1	Modellbeschreibung	66
4.3.2	Kontaktbeschreibung und Implementierung der HBM und EBM	67
4.3.3	Ergebnisse und Diskussion	71
5	Anwendung des Kontaktmodells auf eine reale Teststruktur	75
5.1	Vorgehensweise	75
5.2	Beschreibung der Teststruktur	77
5.3	Experimentelle Untersuchung	79
5.4	Finite Elemente Modell	87
5.4.1	Modellbeschreibung	87
5.4.2	Einfluss der Kontaktparameter auf die Fügestellendämpfung	91
5.5	Vergleich der numerischen und experimentellen Untersuchungen	100
6	Zusammenfassung und Ausblick	105
A	Genauigkeit der Taylor-Entwicklung	109
B	Parameterwerte des Duffing Schwingers	111

INHALTSVERZEICHNIS

C Parameterwerte des Reibmodells	113
D Runge-Kutta Verfahren	115
Literaturverzeichnis	117

Abbildungsverzeichnis

1.1	Simulation des Schwingungsverhaltens und Bestimmung des Amplitudengangs und der modalen Dämpfungsgrade im Zeitbereich	9
1.2	Simulation des Schwingungsverhaltens und Bestimmung von Amplitudengang und Energiedissipation durch Fügestellendämpfung im Frequenzbereich	10
2.1	Die wahre Kontaktfläche	14
2.2	Die „Welding-Shearing-Ploughing“ Theorie	16
2.3	Das Mikroschlupf Phänomen	18
2.4	Starrer Körper im Kontakt mit einer starren Ebene unter äußerer Belastung	19
2.5	Zusammenhang zwischen Tangentialkraft F_T und Relativgeschwindigkeit $\dot{\delta}_T$	19
2.6	Stribeck-Kurve	21
2.7	Tangentialkontakt von Rauheitsspitzen, repräsentiert durch ausgelenkte Bürsten	22
2.8	Zusammenhang zwischen \dot{F}_T und $\dot{\delta}_T$ für den Bereich $-\mu F_N \leq F_T \leq \mu F_N$	23
2.9	Festlegung zweier korrespondierender Punkte durch die Oberflächennormale $\bar{\mathbf{e}}_N^{(1)}$ des Körpers $O^{(1)}$	26
2.10	Links: Zwei Körper in Kontakt. Rechts: Kontaktspannungen zwischen den beiden Körpern.	27
2.11	Darstellung der tangentialen Kontaktkräfte in FEM durch Feder- und Dämpferelemente.	28
2.12	Kontakt zweier kontraformer Körper	29
2.13	Kontakt zweier kontraformer Körper	30

2.14	Kontakt zweier kontraformer Körper	31
2.15	Beschreibung des Mikroschlupfverhaltens von Mindlin	33
2.16	Hysteresekurve im Kontaktkraft-Verschiebungs-Diagramm	35
2.17	Hysteresekurve im Kontaktkraft-Verschiebungs-Diagramm	36
3.1	Lösungen einer nichtlinearen Differentialgleichung durch Runge-Kutta- Verfahren und durch klassische harmonische Balance Methode	39
3.2	Direkte Linearisierung nichtlinearer Funktion mit HBM 1.Ordnung	40
3.3	Hystereseschleife	42
3.4	Iterative Lösung des nichtlinearen Problems mittels Newton-Verfahren	47
4.1	Auslenkung des Duffing Schwingers	50
4.2	Vergleich der Auslenkung des Duffing Schwingers zwischen Newton-Verfahren (Runge-Kutta) und KHBM 1.Ordnung	51
4.3	Amplitudengang des Duffing Schwingers in der Nähe der Hauptresonanz	52
4.4	Das Modell und die periodische tangentielle Kraft F'_T	53
4.5	Kontaktmodellierung durch Feder- und Dämpferelement	53
4.6	In ABAQUS aufgebautes Reibmodell	54
4.7	Linearisierung durch HBM	56
4.8	Erstellung der Ersatzfunktion	56
4.9	Linearisierung der Ersatzfunktion	57
4.10	Linearisierung der Ersatzfunktion für den Haftzustand	57
4.11	Berechnung der Hysteresefläche	58
4.12	Iterative Berechnung der äquivalenten Steifigkeit und des Dämpfungke- ffizienten für jeden Kontaktknoten	59
4.13	Konvergenzproblem bei der iterativen Berechnung wenn $a_1 = a_1^*$	60
4.14	Iteration ohne Konvergenzproblem mit reduzierter Annäherungsgeschwin- digkeit $a_1 = 0.5 \cdot (a_1 + a_1^*)$	60
4.15	Bewegung des Klotzes aus dem FEM Reibmodell	61
4.16	Bewegung des Klotzes aus dem linearisierten Reibmodell	62
4.17	Unterschied der maximalen Kontaktverschiebung zwischen dem nichtli- nearen und dem linearisierten Modell	63
4.18	Unterschied der maximalen Kontaktverschiebung zwischen dem nichtli- nearen und linearisierten Modell	63

4.19	Bewegung des Klotzes aus dem FEM Reibmodell	64
4.20	3 verschiedene Phasen in der Bewegung des Klotzes	64
4.21	Vergleich der Bewegung des Klotzes zwischen dem nichtlinearen und dem linearisierten Reibmodell	65
4.22	Unterschied der maximalen Kontaktverschiebung zwischen dem nichtli- nearen und dem linearisierten Modell	65
4.23	Das in ABAQUS aufgebaute Balkenmodell und der auf den oberen und den unteren Balken aufgebrauchte Druck	66
4.24	Randbedingung und Anregungskraft des Balkenmodells im Steady-State Analyseschritt	67
4.25	Interaktion zwischen ABAQUS-Löser und UINTER Subroutine	68
4.26	Unterteilung der relativen Kontaktverschiebung δ_T in zwei senkrechte Komponenten	68
4.27	Iterative Berechnung der Linearisierung durch UEXTERNALDB Sub- routine	70
4.28	Schwingungsform der Balken unter Einfluss der harmonischen Anre- gungskraft	71
4.29	Knoten am freien Ende für die Auswertung des Amplitudengangs	71
4.30	Amplitudengang des Auswertungsknotens	72
4.31	Vergleich des Amplitudengangs mit und ohne Berücksichtigung der Kon- taktdämpfung	72
4.32	Schwingungsformen des Balkens	73
4.33	Simulationsablauf der iterativen Berechnung	74
5.1	1. Stufe des Vorgehens: Modellabgleich mittels experimenteller und nu- merischer Untersuchungen	76
5.2	2. Stufe des Vorgehens: Validierung des abgeglichenen FE Modells	76
5.3	Ultraschallmesser der Firma Sonotec [48]	78
5.4	Piezoelektrischer Konverter und gesamte Struktur für die experimentelle Untersuchung	78
5.5	Zusammengesetzte reale Teststruktur und ihre einzelnen Bauteile	79
5.6	Ermittlung der Schwingungsamplitude der Sonotrode mittels eines La- servibrometers	79

5.7	Verlauf der elektrischen Spannungsamplitude	80
5.8	Verlauf der elektrischen Leistung abhängig von der maximalen Schwingungsamplitude der Sonotrode	81
5.9	Annäherung durch ein Polynom (Schraubendrehmoment = 3 Nm)	82
5.10	Vergrößerte Darstellung der Abbildung 5.9	82
5.11	Ermittlung des Durchschnittswertes aller 3 Messungen für das Schraubendrehmoment von 3 Nm	83
5.12	Gemittelte Messergebnisse für alle gemessenen Schraubendrehmomente zur Verspannung der Fügestelle	83
5.13	Bestimmung der Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge (Schraubendrehmoment = 3 Nm)	84
5.14	Bestimmung der Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge (Schraubendrehmoment = 2,5 Nm)	85
5.15	Bestimmung der Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge (Schraubendrehmoment = 2 Nm)	85
5.16	Bestimmung der Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge (Schraubendrehmoment = 1,5 Nm)	86
5.17	Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge für alle Schraubendrehmomente	86
5.18	Finite-Elemente-Modell der Struktur	87
5.19	Netz der Sonotrode	87
5.20	Netz der Klinge	88
5.21	Skizze des Spaltes zwischen der Sonotrode und der Klinge	88
5.22	Anregungsdruck am Ende der Sonotrode	89
5.23	Schwingungsamplitude an der klingenseitigen Stirnfläche der Sonotrode abhängig von der Anregungsfrequenz	89
5.24	Verlustleistung in den Fügstellen abhängig von der Anregungsfrequenz	90
5.25	Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in den Fügstellen (Schraubendrehmoment = 3 Nm)	90
5.26	Verlustleistung bei Reibkoeffizient $\mu_1 = 0.2$, $\mu_2 = 0.3$ und $\mu_3 = 0.4$	91
5.27	Kontaktfläche der Klinge	92
5.28	Haft- und Gleitzustand im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge bei Reibkoeffizient $\mu_2 = 0.3$ und $\mu_1 = 0.2$	92

5.29 Verlustenergiedichte im Kontakt bei Reibkoeffizient $\mu_2 = 0.3$ und $\mu_1 = 0.2$	93
5.30 Vergleich der Mindlin Kurve für unterschiedliche Reibkoeffizienten . . .	94
5.31 Verlustenergiedichte bei Tangentialkontaktsteifigkeit $k_{T0.1}$ und $k_{T0.2} =$ $\frac{3}{2} \cdot k_{T0.1}$ und $k_{T0.3} = \frac{4}{3} \cdot k_{T0.2}$	94
5.32 Haft- und Gleitzustand im Kontakt bei Tangentialkontaktsteifigkeit $k_{T0.1}$ und $k_{T0.2} = \frac{3}{2} \cdot k_{T0.1}$	95
5.33 Verlustenergiedichte im Kontakt bei Tangentialkontaktsteifigkeit $k_{T0.1}$ und $k_{T0.2} = \frac{3}{2} \cdot k_{T0.1}$	95
5.34 Vergleich der Mindlin Kurve für unterschiedliche Tangentialkontaktsteifigkeit bei vollständigem Haften	96
5.35 Geometrieänderung der Kontaktfläche	97
5.36 Verfeinertes Netz in der FE Simulation	97
5.37 Verlustleistung bei unterschiedlicher Kontaktflächegeometrie	98
5.38 Haft- und Gleitzustand im Kontakt bei unterschiedlicher Kontaktflächegeometrie	98
5.39 Verlustenergiedichte im Kontakt bei unterschiedlicher Kontaktflächengeometrie	99
5.40 Vergleich der Mindlin Kurve für unterschiedliche Kontaktflächengröße .	99
5.41 Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in Fügstellen (Schraubendrehmoment = 3 Nm)	101
5.42 Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in Fügstellen (Schraubendrehmoment = 2,5 Nm)	101
5.43 Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in Fügstellen (Schraubendrehmoment = 2 Nm)	102
5.44 Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in Fügstellen (Schraubendrehmoment = 1,5 Nm)	102
5.45 Verlustleistung bei unterschiedlichen Schraubendrehmomenten	103

Verwendete Formelzeichen

α_N	Annäherung zweier Punkte in Richtung der Kontaktflächennormalen
σ	Spaltenmatrix der Komponenten des Spannungstensors
ε	Spaltenmatrix der Komponenten des Verzerrungstensors
ΔE^d	Energieverlust über eine Periode durch das Hystereseverhalten
δ_T	Tangentiale Relativverschiebung zweier Körper
$\dot{\delta}_T$	Tangentiale Relativgeschwindigkeit
B	Verzerrungs-Verschiebungs-Matrix
D_{Tang}	Matrix der tangentialen Dämpfungskoeffizienten
e_N	Spaltenmatrix der Komponenten des Einheitsnormalenvektors
e_T	Spaltenmatrix der Komponenten des Einheitstangentenvektors
K_{Tang}	Tangentiale Steifigkeitsmatrix
M	System-Massenmatrix
t	Spaltenmatrix der Komponenten des Kontaktspannungsvektors
t*	Spaltenmatrix der Komponenten des Spannungsvektors
u	Spaltenmatrix der Komponenten des Verschiebungsvektors
x	Spaltenmatrix der Ortskoordinaten
g_N	Abstand zweier Punkte in Richtung der Kontaktflächennormalen
g_T	Abstand zweier Punkte senkrecht zur Kontaktflächennormalen
μ	Kinetischer Reibkoeffizient, Gleitreibkoeffizient
μ_0	Statischer Reibkoeffizient, Haftreibkoeffizient
ν	Querkontraktionszahl
ρ	Dichte
A	Kontaktfläche

VERWENDETE FORMELZEICHEN

A_R	wahre Kontaktfläche
A_{Hys}	Hysteresefläche
c	Viskosität
d	Tangentialdämpfungskoeffizient zwischen Knotenpaarung (senkrecht zur Kontaktflächennormalen)
E	Elastizitätsmodul
E^*	mittlerer Elastizitätsmodul im Hertzschen Kontaktmodell
F	Kraft
$f(\cdot)$	Funktionen von (\cdot)
F_N	Kontaktkraft in Richtung der Kontaktflächennormalen
F_T	Kontaktkraft senkrecht zur Kontaktflächennormalen
$F_{\text{Abstoßung}}$	Abstoßungskraft in Richtung der Kontaktflächennormalen
$F_{\text{Adhäsion}}$	Adhäsionskraft in Richtung der Kontaktflächennormalen
$f_{\text{Hys-Ersatz}}$	Ersatzfunktion der Hystereseurve
$f_{\text{Hys-O}}$	obere Hälfte der Hystereseurve
$f_{\text{Hys-U}}$	untere Hälfte der Hystereseurve
G	Schubmodul
G^*	mittlerer Schubmodul im Hertzschen Kontaktmodell
k	Tangentialkontaktsteifigkeit zwischen Knotenpaarung (senkrecht zur Kontaktflächennormalen)
k_0	Steigung am Ursprung einer Hystereseurve
k_N	Normalkontaktsteifigkeit (in Richtung der Kontaktflächennormalen)
k_T	Tangentialkontaktsteifigkeit (senkrecht zur Kontaktflächennormalen)
k_{T0}	Tangentialkontaktsteifigkeit bei vollständigem Haften
p_N	Normalkontaktdruck (in Richtung der Kontaktflächennormalen)
r	Radius
r^*	mittlerer Radius der kugelförmigen Kontaktpartner
r_1, r_2	Radien der kugelförmigen Kontaktpartner
r_A	Radius der Kontaktfläche im Hertzschen Kontaktmodell
r_C	Radius des Haftbereichs im Mindlinschen Kontaktmodell
$R_{\text{Adhäsion}}$	Teil der Reibkraft aufgrund von Adhäsionskräften
R_{Gleit}	Reibkraft: Wirkt tangentialer Relativbewegung entgegen

VERWENDETE FORMELZEICHEN

R_{Haft}	Haftkraft: Verhindert tangentielle Relativbewegung zweier Körper
$R_{\text{Pflügen}}$	Teil der Reibkraft aufgrund plastischer Deformationen
t	Zeit
t_N	Normalkontaktspannung (in Richtung der Kontaktflächennormalen)
t_T	Tangentialkontaktspannung (senkrecht zur Kontaktflächennormalen)
V	Volumen

Abstract

This thesis introduces a new method in the frequency domain which enables finite element models to predict the vibration behavior of structures with mechanical interfaces and the related energy loss caused by friction. The deviations between the simulated and measured vibration behavior is in many cases caused by insufficient modeling of the mechanical contact and neglecting the damping effects due to friction. These factors have significant influences on the resonance frequencies, mode shapes and damping characteristics of the structure. Therefore, the goals of this thesis are:

- (1) Development of a contact model in the frequency domain which takes the relevant contact properties and damping effects into consideration using suitable linearization methods.
- (2) Implementing the contact model in a commercial finite element software.
- (3) Proving the suitability and accuracy of the developed model through comparison between measured and simulated results of a real structure.

The common approaches for contact modeling in FE vibration simulations are rigid coupling of contact interfaces using the Lagrange-multiplier method and linear elastic coupling of interfaces with constant contact stiffness using the penalty method. Both approaches oversimplify the real physical behavior and neglect the energy dissipation. So they are not suitable for predicting the behavior of the connected structures. For an accurate simulation it is very important to implement an appropriate friction model. The damping effects in the dry contact are mainly caused by microslip and

macroscopic sliding between the contacting bodies in the tangential direction. In order to represent such contact behaviors, the model implemented in this thesis is based on the models of HERTZ and MINDLIN which can be used to describe the contact of a single spherical asperity with an elastic plane. The Hertzian model for normal contact considers a contact stiffness which is proportional to the normal pressure. The tangential contact is based on Mindlin's approach and takes microslip and the effect of local normal pressure on the tangential contact behavior into consideration.

The contact models are nonlinear and can be well implemented for FE-simulations (FE Software: ABAQUS) in the time domain. The common approach for such simulations is using the dynamic analysis in the time domain to calculate the vibration behavior. In order to determine the amplitude response and damping effects of the system, an extra data evaluation process has to be carried out.

However, due to the nonlinearity in the contact models, the FE-simulation in the time domain becomes computationally even more time consuming and possibly unstable. Furthermore, even though the damping effects can be evaluated through post processing, it only provides the entire energy dissipation of the system. The FE-simulation in the frequency domain, on the other hand, uses a steady-state analysis to determine the linearized response of a system to harmonic excitation. The amplitude response and damping effects can be directly obtained from the simulation. Therefore, no extra post processing is necessary. And since this analysis is a linear calculation, it reduces the computational effort and increases the stability. With the simulation in the frequency domain it is possible to evaluate the energy dissipation caused by friction separately, which means a more efficient analysis of the vibration behavior of the connected structures.

In order to simulate in the frequency domain, the nonlinear contact model in the tangential direction must be linearized so that for each excitation frequency, one equivalent contact stiffness and one equivalent damping coefficient can be obtained for each contact node in the steady-state analysis.

In this thesis, the harmonic balance method is implemented to linearize the hysteresis contact behavior caused by the periodic excitation force so as to calculate the equivalent contact stiffness. The energetic balance method is implemented to determine the equivalent damping coefficient.

For implementing the contact model in the commercial finite element method software ABAQUS, the friction model which describes the contact behavior is programmed as Fortran interface in this thesis (UINTER user subroutine). The harmonic and energetic balance methods for the linearization are also defined in the UINTER subroutine. Due to the fact that the equivalent contact stiffness depends on the amplitude and the damping coefficient depends on amplitude and frequency, it is essential to determine the two parameters iteratively.

In order to investigate the suitability and accuracy of the implemented linearization methods, three benchmark examples are simulated. The first example is a Duffing oscillator model and the vibration behavior of the oscillator in the steady state is calculated and taken for the evaluation. By comparing the results between the cases with and without linearization, this example demonstrates that although after linearization the model is linear, the important nonlinear characteristics of the contact behavior are still maintained in the model. This indicates that the implemented linearizations are suitable techniques for reducing the computation complexity and retaining the correct physical contact properties.

The second example describes the motion of a mass moving on a horizontal plane under the influence of pressure and tangential force. The results show that the linearized contact model is able to predict the contact displacement for microslip as well as for macroslip with sufficient accuracy.

In order to demonstrate the influence of the contact damping on the vibration behavior of structures with mechanical contact, the third model consisting of three rectangular beams is simulated. Two contact surfaces are generated between the three beams through constant pressure. In the steady state analysis, one end of the beams is fixed and a harmonic force is

ABSTRACT

acting on the free end. The example shows that the contact damping has a large influence on the contact displacement and vibration amplitude of the structure in the steady state.

After these benchmark examples, the contact interface model developed in this research is used to predict the energy loss due to mechanical contact in a real structure. A blade holder and a blade of an ultrasonic knife have been chosen for the analysis. A piezoelectric converter is connected to the blade holder and serves as excitation for the entire structure. The advantage is that the electric input power of the converter can be easily measured, so that the energy loss in the contact between the blade and the blade holder is experimentally determined.

An FE model of the blade and the blade holder has been created to simulate the energy loss in the contact between the two parts. The comparison between the measurements and simulation results showed clearly that the newly developed contact interface can predict the vibration behavior of such structure and the energy loss caused by contact damping with convincing accuracy.

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Unerwünschte Schwingungen in mechanischen Systemen führen sehr oft zu Funktion- und Komfortproblemen. Solche Schwingungen werden beispielweise in der Automobilindustrie häufig durch Straßenanregung, Motoren oder Bremsen verursacht. Ermüdungsbrüche in funktionalen Bauteilen sind typische Funktionsprobleme, die im schlimmsten Fall zum Ausfall des gesamten Fahrzeugs führen können, wie z.B. der Drahtbruch in Motorsteuergeräten. Darüber hinaus können Komfortprobleme entstehen, da die Abstrahlung von Luftschall von schwingenden Bauteilen des Fahrzeugs von Insassen oft als Geräuschbelästigung empfunden wird.

Die Reduzierung unerwünschter Schwingungen ist aus diesen Gründen ein besonders wichtiges Thema für Automobilhersteller und -zulieferer. Durch ein vibrations- und geräuscharmes Produkt kann die Funktionalität sichergestellt und der Komfort des Fahrzeugs verbessert werden, wodurch die steigenden Erwartungen des Kunden erfüllt werden können.

Die Behebung bestehender Schwingungsprobleme durch rein experimentelle Untersuchungen ist sehr kostenintensiv und aufwändig, da eine große Anzahl von Mustern gebaut und untersucht werden muss, um die Auswirkung der Designänderungen festzustellen. Deswegen sind die physikalische Modellierung des Produktes und die Vorhersage des Schwingungsverhaltens durch Simulation die am häufigsten gewählte Alternative zur experimentellen Vorgehensweise. Die Finite Elemente Methode (FEM) ist eine gängige Simulationsmethode, um das Schwingungsverhalten von Strukturen zu

untersuchen. Designänderungen können am bestehenden Modell vorgenommen und der Einfluss auf das Verhalten des gesamten Produktes simuliert werden. Somit können die Schwingungseigenschaften des Systems abgeschätzt werden, ohne die Anfertigung von Prototypen für jede Mustervariante. Dieser Vorteil ermöglicht den Einsatz der Simulation sowohl in der Entwurfsphase als auch danach zur Funktionalitätsverbesserung eines Produkts.

Da unerwünschte Vibrationsenergie durch die Reibung zwischen Kontaktkörpern dissipiert werden kann [40], ist es sehr wichtig, die Fügestellen und ihre Schwingungseigenschaften genau und effizient zu modellieren und zu simulieren, so dass auch diese Dämpfungseffekte untersucht werden können. Die Motivation für die vorliegende Arbeit ist die Tatsache, dass mittels bestehender Modelle zwar das Schwingungsverhalten der Bauteile im Zeitbereich simuliert werden kann, dass dieses Vorgehen aber wegen der nichtlinearen Kontakteigenschaften oft nicht robust genug ist und einen hohen Rechenaufwand erfordert. Außerdem können einige wichtige Systemeigenschaften nicht direkt aus einer zeitbereichsbasierten Simulation abgeleitet werden. Deswegen wird hier ein Kontaktmodell entwickelt, welches das Verhalten des Kontaktbereichs in Fügestellen im Frequenzbereich mit hoher Rechenrobustheit und geringer Rechenintensität erfasst. Dieses Modell wird in die kommerzielle Finite Elemente Software ABAQUS implementiert, um damit das Schwingungsverhalten zusammengesetzter Strukturen und die Dämpfungseffekte durch Fügestellen vorhersagen zu können.

1.2 Ziel und Inhalt der Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, durch tribologische Modellierung des trockenen Kontakts in Fügestellen eine rechenzeiteffiziente und robuste Vorhersage des Schwingungsverhaltens zusammengesetzter Strukturen und der Energiedissipation in Fügestellen von Finite Elemente Modellen im Frequenzbereich mit hinreichender Genauigkeit zu erreichen. Um dies zu realisieren, wird in dieser Arbeit ein neues Kontaktmodell für die Frequenzbereich-Simulation vorgestellt. Es linearisiert die Kontakteigenschaften um einen Arbeitspunkt, um die Recheneffizienz und Rechenrobustheit zu verbessern und die durch Reibung in Fügestellen entstandene Energiedissipation zu ermitteln. Beson-

ders wichtig dabei ist, dass die wesentlichen nichtlinearen Eigenschaften des Kontakts trotz der Linearisierung in der Struktur beibehalten werden.

Zur Implementierung des Kontaktmodells in das FE Programm ABAQUS werden zwei User-Subroutinen UINTER und UEXTERNALDB programmiert. In UINTER werden die nichtlinearen Kontakteigenschaften mit Hilfe der Linearisierungsverfahren der Harmonischen Balance Methode (HBM) und der Energetischen Balance Methode (EBM) linearisiert und die Dämpfungseffekte in den Fügstellen bestimmt. Die Subroutine UEXTERNALDB dient dazu, die notwendige iterative Berechnung zu definieren und steuern.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: In den folgenden beiden Abschnitten wird zum Einstieg in das Thema zuerst eine Literaturübersicht zum „Einfluss von Fügstellen auf das Verhalten zusammengesetzter Strukturen“ und „Linearisierungsverfahren“ gegeben und anschließend die Modellierung der Fügstellen mit Hilfe von FEM im Zeit- und Frequenzbereich vorgestellt.

In Kapitel 2 werden die physikalischen Grundlagen des trockenen Kontakts vorgestellt und ein Überblick über verschiedene Reibmodelle sowie die Beschreibung des Reibverhaltens in der FEM gegeben. Anschließend werden die nichtlinearen Kontakteigenschaften in normaler und tangentialer Richtung ausführlich diskutiert, welche erhöhten Rechenaufwand und geringe Rechenrobustheit verursachen.

In Kapitel 3 wird zuerst eine Übersicht über häufig verwendete Linearisierungsverfahren gegeben. In den folgenden Abschnitten werden dann die in dieser Arbeit implementierten Methoden Harmonische und Energetische Balance detailliert erläutert. Zum Schluss werden beide Verfahren verglichen.

In Kapitel 4 werden das Kontaktmodell und die Linearisierungsmethoden an drei numerischen Beispielen getestet, um die Auswirkung und Tauglichkeit des Kontaktmodells und der Verfahren zeigen zu können. Das erste Beispiel ist ein Duffing-Schwinger, anhand dessen die Genauigkeit der beiden Linearisierungsmethoden überprüft werden kann. Das zweite Beispiel ist ein einfaches Reibmodell, bei welchem ein Klotz auf einer Ebene liegt und durch eine tangentiale Kraft in Bewegung gebracht wird. Dieses Modell dient dazu, die Tauglichkeit der in dieser Arbeit vorgestellten Implementierung der HBM und EBM sowie die dadurch entstandenen Abweichungen für die Vorhersage

der Kontaktverschiebung sowohl im Haftzustand als auch im Gleitzustand zu demonstrieren. Das dritte Modell zeigt die komplette Implementierung des Kontaktmodells für die FEM Simulation und stellt den Einfluss der Dämpfungseffekte in Fügstellen dar.

In Kapitel 5 wird das Kontaktmodell schließlich zur Prädiktion des Schwingungsverhaltens einer realen Struktur angewendet. Dabei werden Einflüsse der Kontaktparameter und Größe der Kontaktfläche auf die Fügstellendämpfung untersucht. Durch den Vergleich zwischen experimenteller Untersuchung und Simulation wird gezeigt, dass mit dem neu entwickelten Kontaktmodell die Energiedissipation in Fügstellen ausreichend genau vorhersagt werden kann.

1.3 Literaturübersicht

Fügstellen und Fügstellendämpfung

Bei UNGAR (1973) [52] findet man eine Übersicht über experimentelle Untersuchungsergebnisse und deren Interpretationen zur Fügstellendämpfung. Er zeigt die Abhängigkeit der Dämpfung von der Art der Beanspruchung (Normal- oder Schubbelastung) und des Zustand des Kontaktes (trocken oder geschmiert). Bei trockenem Kontakt ist die Dämpfung durch Mikroschlupf am größten. Bei geschmierten Flächen hängt die Dämpfung hauptsächlich von den Eigenschaften des Schmierstoffes ab.

LANZAN UND GOODMAN (1961) [29] zeigen, dass die Dämpfung in Fügstellen zur Reduktion von Spannungen in Turbinenschaufeln geeignet ist. Die Untersuchungen zeigen, dass die Fügstellendämpfung sowohl bei verschwindendem wie auch bei sehr hohem Kontaktdruck beinahe null ist und dazwischen ein Maximum annimmt. Sie zeigen auch, dass die dissipierte Energie im Vergleich zur inneren Dämpfung der Werkstoffe sehr hoch sein kann. In BACK, BURDEKIN UND COWLEY (1973) [4] findet man FE-Analysen einer Werkzeugmaschine, in denen der Einfluss von Kontaktsteifigkeiten in Normal- und Tangentialrichtung auf das dynamische Verhalten untersucht wird. Die Rauheit der Kontaktflächen wird bei der Modellierung des Fügstellenverhaltens berücksichtigt.

ANDRESEN, OTTL UND RITTER (1977) [3] untersuchen experimentell und analytisch eine Laschenverbindung von Aluminiumplatten mit einer Schraube. Die Laschenverbindung wird durch eine oszillierende, quasistatische Zugkraft belastet und die Hysterese

zwischen angreifender Zugkraft und der Relativverschiebung der beiden Laschen gemessen. Sie zeigen, dass die entstehenden Hysteresekurven eine Lanzettform hat und die Verlustarbeit frequenzunabhängig ist. In OTTL (1981) [41] findet man eine Auflistung verschiedener Dämpfungsmodelle zur Beschreibung frequenzabhängiger dynamischer und statischer Dämpfungseffekte. Er zeigt, dass bei trockener Reibung das Verhalten nichtlinear ist und durch nichtlineare Integro-Differentialgleichungen beschrieben werden kann, wenn aber Quetschverluste im atmenden Spalt „Gas Pumping“ der dominierende Effekt der Dämpfung ist, ist das Verhalten überwiegend linear und kann mit linearen Differentialgleichungen beschrieben werden.

In GAUL (1982) [20] wird das Dämmungs- und Dämpfungsverhalten zweier verbundener Balken unter Biegewellenbelastung einer von der Gesamtstruktur isolierten Fügestelle untersucht, da hierdurch Effekte der Struktur auf die Dämpfung in der Fügestelle ausgeschlossen werden können. Das gemessene nichtlineare Übertragungsverhalten wird in der Simulation durch Coulombsche Reibung modelliert und die Fügstellen werden durch amplituden- und frequenzabhängige Federn und Dämpfer ersetzt. Damit ist es möglich, die Reflektion und Dissipation von Biegewellen an der Fügestelle zu beschreiben. GAUL (1983) [21] und GAUL UND BOHLEN (1984) [22] untersuchen die Longitudinalwellenausbreitung in zwei Stäben, die über eine Laschenverbindung gekoppelt sind. Hier wird das Übertragungsverhalten durch ein diskretes Hysterese-Modell nach Masing modelliert und mittels energetischer Balance linearisiert. In LENZ UND GAUL (1995) [30] und GAUL UND LENZ (1997) [23] wird ein „lumped joint model“ vorgestellt, das die auftretende Hysterese mit dem kontinuierlichen Valanismodell beschreibt. Mit dem Valanismodell lässt sich gemessenes Mikroschlupfverhalten besser modellieren als mit dem diskreten Masingmodell. Damit ist das Dämpfungsverhalten der Fügestelle besser abbildbar, da schon bei kleinen Belastungsamplituden Dissipation stattfindet.

WILLNER UND GAUL (1995) [57] untersuchen den Einfluss der Oberflächenrauheit der beiden Kontaktflächen auf das Kontaktverhalten einer Fügestelle. Sie leiten dazu aus einem statistischen Modell für raue Oberflächen nach GREENWOOD UND WILLIAMSON makroskopische Kontaktgesetze ab. Das statistische Modell beruht dabei auf der Beschreibung einer einzelnen Rauheitsspitze mit den Theorien von HERTZ UND

MINDLIN. Sie leiten daraus ein Reibgesetz für den Tangentialkontakt ab, bei dem eine Haft-Gleit-Unterscheidung unnötig wird. Der Haftbereich wird durch einen Mikroschlupfbereich ersetzt, der kontinuierlich in den Gleitbereich übergeht.

In BUTLER, HEMEZ, SCHULTZE UND SOHN (2001) [10] wird ein sehr detailliertes FE-Modell einer Schraubenverbindung aufgebaut. Die Bauteile der Struktur sind linear elastisch und durch nichtlineare Kontaktgesetze miteinander gekoppelt. Simuliert wird die Reaktion der Struktur auf eine Anregung durch eine hohe Impulskraft. Sie zeigen, dass es mit detaillierter Modellbildung möglich ist, das experimentell ermittelte Strukturverhalten genau nachzuvollziehen. Allerdings benötigt das Modell sehr hohen Rechenaufwand. Zur Simulation einer Millisekunde Echtzeit braucht der verwendete Supercomputer 1,3 Stunden Prozessorzeit.

In der Arbeit von MAYER (2007) [34] wird der Einfluss von Fügstellen auf das dynamische Verhalten zusammengesetzter Strukturen untersucht. Der Fokus der Arbeit ist der Dämpfungseffekt, verursacht durch Mikroschlupfverhalten im Kontakt. Das nichtlineare Kontaktverhalten wird im FE-Modell berücksichtigt und die Simulationsberechnungen werden im Zeitbereich durchgeführt. Die Untersuchungen zeigen, dass obwohl keine relative Kontaktverschiebung in der makroskopischen Skala stattfindet, Energie aufgrund des Mikroschlupfphänomens im Kontaktbereich dissipiert wird.

Linearisierungsverfahren und ihre Anwendungen

Die Linearisierung durch Taylor-Entwicklung ist ein weit verbreitetes Verfahren. In der Vergangenheit wurden verschiedene Implementierungsvarianten von Forschern entwickelt, so dass unterschiedliche Typen von Nichtlinearität damit behandelt werden können. RAMOS (2006) [44] untersucht eine stückweise Linearisierungsmethode basierend auf einer Taylor-Reihe für glatte und partielle Potenz-Nichtlinearität. Er zeigt, dass für glatte Nichtlinearität das vorgestellte Verfahren sehr stabil ist und eine Genauigkeit der zweiten Ordnung liefert. Für partielle Nichtlinearität ist diese Methode nur bedingt stabil und eine Genauigkeit der ersten Ordnung kann erreicht werden (Erklärungen zur Genauigkeit der ersten und der zweiten Ordnung siehe Anhang).

Der Fourier-Reihe-Ansatz ist auch ein oft verwendetes Linearisierungsverfahren. Die darauf basierende harmonische Balance Methode hat ebenfalls viele verschiedene

Implementierungsvarianten. Das ursprünglich von KRYLOV UND BOGOLJUBOV entwickelte harmonische Balance Verfahren ist ausführlich in WORDEN UND TOMLINSON (2001) [58] dargestellt und macht die Annahme, dass das untersuchte Modell harmonisch angeregt und dessen Antwort im Wesentlichen durch die Grundharmonische gleicher Frequenz dominiert wird. BUDAK (1993) [8] verwendet die harmonische Balance Methode zur Berechnung der Frequenzbereichsantwort von Mehr-Freiheitsgrad-Systemen bei Nichtlinearität mit symmetrischer Kennlinie.

In LIU, DOWELL UND HALL (2006) [33] findet man die Implementierung der harmonischen Balance Methode für das Van Der Pol Schwingermodell. Sie zeigen, dass mit ausreichenden Kosinus- und Sinus-Funktionen in der Fourier-Reihe das Verfahren das Schwingungsverhalten mit vernünftiger Genauigkeit repräsentieren kann. KIM UND PERKINS (2002) [27] verwenden eine modifizierte harmonische Balance Methode für die Untersuchung des nichtglatten Stick-Slip Modells. Das vorgestellte Verfahren beseitigt die Konvergenzschwierigkeit, die oft bei der klassischen harmonischen Balance Methode auftritt. SZE, CHEN UND HUANG (2004) [50] verwenden die inkrementelle harmonische Balance Methode für ein nichtlineares Balkenmodell und zeigen, dass mit der richtigen Implementierung das Verfahren auch für starke Nichtlinearität und große Schwingungsamplitude geeignet ist.

In der Literatur findet man diverse Anwendungen der Störungsrechnung und ihre Erweiterungsmethoden für die Linearisierung. MICKENS (2002) [43] kombiniert die äquivalente Linearisierungsmethode mit der Störungsrechnung, um nichtlineare Schwingungsdifferentialgleichungen zu lösen und zeigt, dass durch die Kombination die Nachteile der jeweiligen Verfahren kompensiert werden können. CHEUNG UND CHEN (1990) [11] implementieren eine modifizierte Lindstedt-Poincaré-Methode für ein Ein-Freiheitsgrad-System mit starker Nichtlinearität und zeigen, dass durch eine Modifikation diese Methode für sowohl gerade als auch ungerade Nichtlinearität geeignet ist.

Andere Linearisierungsmethoden wie die Weighted Linearization Methode findet man in AGRWAL UND DENMAN (1984) [2]. In ihrer Arbeit wird das Verfahren für polynomische Nichtlinearität implementiert. Verschiedene Gewichtsfunktionen werden untersucht, um festzustellen welche Funktionen für große Schwingungsamplituden besser geeignet sind.

SOCHA UND SOBIECHOWSKI (1999) [47] untersuchen statistische Linearisierungsverfahren für einen Duffing-Schwinger unter nicht-Gausscher Anregung. Sie zeigen, dass mit dem vorgestellten Ansatz diese Methode in der Lage ist, das Schwingungsverhalten mit akzeptabler Abweichung zu beschreiben.

1.4 Modellierung und Simulation von Fügstellen und zusammengesetzten Strukturen im Zeit- und Frequenzbereich

Modellierung und Simulation im Zeitbereich

Für die Modellierung der Fügstellen und die Vorhersage des Schwingungsverhaltens zusammengesetzter Strukturen im Zeitbereich wird im Rahmen dieser Arbeit eine dynamische Analyse mittels der FEM-Software ABAQUS durchgeführt. Die Strukturen werden dabei angeregt und das entsprechende zeitabhängige Schwingungsverhalten berechnet. Um die Abhängigkeit der Schwingungsamplitude von der Anregungsfrequenz und den Dämpfungseffekten in der Strukturen zu untersuchen, ist meistens eine zusätzliche Datenbearbeitung notwendig. Durch die Fast Fourier Transformation (FFT) lässt sich die Schwingungsantwort in harmonische Anteile mit ihren zugehörigen Amplituden und Phasen zerlegen. Hieraus können die modalen Dämpfungsgrade der Struktur ermittelt werden, siehe Abbildung 1.1.

Nichtlineare Kontakteigenschaften könnten in einer User Subroutine definiert werden und durch die Interaktion zwischen ABAQUS-Löser und Subroutine werden Kontaktkraft und Steifigkeit für jedes Zeit-Inkrement neu berechnet. Der hohe Rechenaufwand und niedrige Robustheit der Simulation im Zeitbereich ist meistens auf Nichtlinearitäten im Kontaktgesetz zurückzuführen. Die Nichtlinearität fordert mehrere Rechenschritte und kann zu Schwierigkeiten bei Gleichgewichtsfindung der Kontaktknoten führen und in manchen Fällen den Abbruch der gesamten Simulation verursachen. Darüber hinaus müssen kleine Zeitinkremente gewählt werden, um hochfrequente Vorgänge erfassen zu können. Wie in Abbildung 1.1 dargestellt, ist eine zusätzliche Datenbearbeitung nach der eigentlichen Simulation noch notwendig, um die gewünschten

1.4 Modellierung und Simulation von Fugestellen und zusammengesetzten Strukturen im Zeit- und Frequenzbereich

Endergebnisse zu ermitteln. Obwohl dieser Schritt die Bestimmung der Dämpfungsgrade ermöglicht, ist eine direkt Ausgabe der Energiedissipation und Dämpfungseinflüsse der Fugestellen nicht vorhanden. Dies liegt daran, dass in der Regel Materialdämpfung im FE-Modell definiert ist und anhand der berechneten Dämpfungsgrade die Material- und Fugestellendämpfung nicht voneinander getrennt werden können.

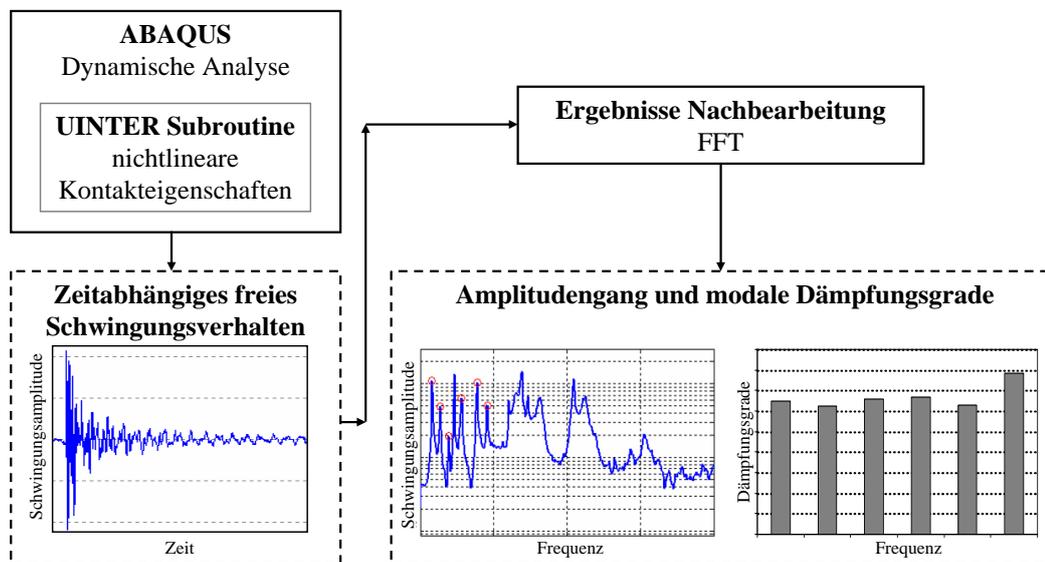


Abbildung 1.1: Simulation des Schwingungsverhaltens und Bestimmung des Amplitudengangs und der modalen Dämpfungsgrade im Zeitbereich

Modellierung und Simulation im Frequenzbereich

Die Steady-State Analyse kommt für die ABAQUS Simulation im Frequenzbereich zum Einsatz. Diese Analyse berechnet die stationäre Antwort eines linearisierten Systems auf eine harmonischen Anregung [1]. Die verschiedenen Anregungsfrequenzen werden vom Benutzer definiert und die Simulation liefert die Schwingungsverhalten der Strukturen für die jeweilige Frequenz. Deswegen liegt der Amplitudengang des Systems direkt als Ergebnis der Analyse vor, es sind keine Post-Processing Schritte nötig, siehe Abbildung 1.2.

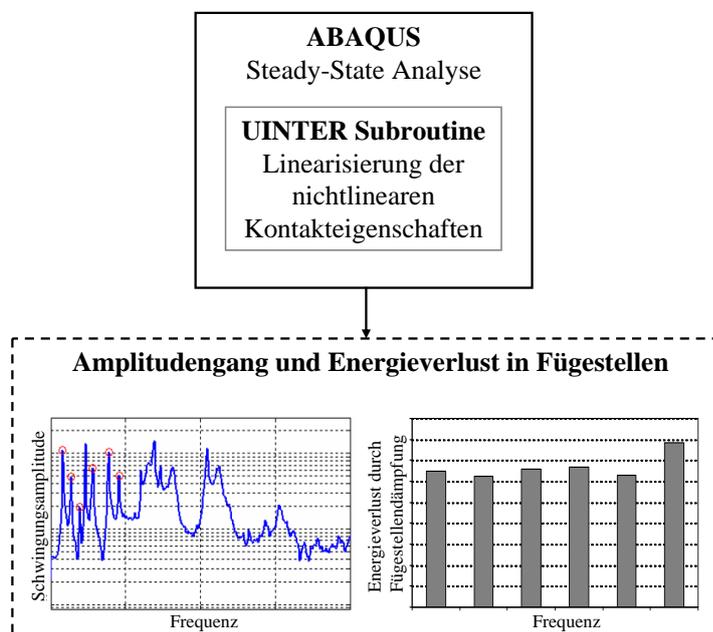


Abbildung 1.2: Simulation des Schwingungsverhaltens und Bestimmung von Amplitudengang und Energiedissipation durch Fugstellendämpfung im Frequenzbereich

Ähnlich wie die Modellierung der Fugstellen im Zeitbereich können die Kontakteigenschaften für die Frequenzbereich-Simulation ebenfalls in einer Subroutine definiert werden. Da für jede Anregungsfrequenz eine konstante Kontaktsteifigkeit und ein Dämpfungskoeffizient erforderlich sind, muss das nichtlineare Kontaktgesetz mit einer geeigneten Methode durch ein äquivalentes lineares Gesetz angenähert werden. Durch den Dämpfungskoeffizient kann die Fugstellendämpfung in der Kontaktmodellierung berücksichtigt werden und die Subroutine ermöglicht es, den gesamten Energieverlust aufgrund der Kontaktreibung zu berechnen und direkt nach der Simulation als Endergebnisse darzustellen.

Durch die Linearisierung des nichtlinearen Kontaktgesetzes verbessert sich die Recheneffizienz und Robustheit solcher FEM-Berechnungen. Aufgrund der direkten Ermittlung der Endergebnisse nach der Simulation lassen sich auch Ablauf und Aufwand der gesamten Untersuchung vereinfachen. Zusätzlich können die Dämpfungseinflüsse durch Material und Fugstellen getrennt dargestellt werden, so dass es eine klarere und detaillierte Analyse möglich ist.

Kapitel 2

Trockener Kontakt

2.1 Physik des trockenen Kontaktes

Um die Begriffe Reibung, Kontaktfläche und Mikroschlupf besser zu verstehen, werden einige Erkenntnisse aus der Tribologie diskutiert. Unklare Vorstellungen über solche Begriffe können zur falschen Modellierung wichtiger Kontakteigenschaften führen. Zum Beispiel ist die Ursache für den Bewegungswiderstand durch Reibung nicht die Oberflächenrauheit, sondern unter anderem durch die chemische Bindung in der Kontaktzone verursacht.

2.1.1 Vorstellung von Kontakt und Reibung

Geschichte der Reibungsforschung: Ein kurzer geschichtlicher Überblick über die Untersuchung der Reibung soll den Fortschritt der Kenntnisse im Bereich der Reibung darstellen. Die Reibungsmechanik vom Altertum bis heute findet man in VOGELPOHL (1981) [54].

Bereits DA VINCI (1519) [54] hat einige Untersuchungen zur Reibung vorgenommen, aber die erste durchgeführte Untersuchung der Reibung zwischen festen Körpern ist von AMONTONS (1699) [54]. Nach experimentellen Reibversuchen verschiedener Materialpaarungen kam Amontons zu folgenden Ergebnissen,

- (i) Der Widerstand durch Reibung ist nur proportional zur Größe des Kontaktdrucks (Normallast) aber nicht zur (scheinbaren) Kontaktfläche.

2. TROCKENER KONTAKT

- (ii) Wenn die Oberflächen mit Schweinefett geschmiert sind, ist der Reibwiderstand ungefähr gleich für Blei, Kupfer, Eisen und Holz in jeder Paarung. Hier wurde kein trockener Kontakt sondern das Reibverhalten von geschmierten Oberflächen untersucht.
- (iii) Der Reibwiderstand entspricht mehr oder weniger einem Drittel des Kontaktdrucks. Amontons interpretierte die ineinandergreifenden Rauheitsspitzen als Ursache für den Reibwiderstand. Die Reibkraft ist dann die nötige Kraft, um die Rauheiten übereinander zu heben.

DESAGULIERS (1724) [54] erklärte als erster die intermolekularen Anziehungskräfte zur Ursache für den Reibwiderstand, was heute Adhäsion genannt wird. Damit kann erklärt werden, warum es auch bei glatten Oberflächen einen hohen Reibwiderstand gibt.

EULER (1748) [54] führte den Buchstaben μ als Reibkoeffizient ein und unterschied zwischen statischer und kinetischer Reibung. Nach verschiedenen experimentellen Untersuchungen kam er zum Ergebnis, dass die kinetische Reibung kleiner als die statische sein muss.

Der Begriff der Reibung ist wegen seiner oft genannten Reibversuche mit dem Namen COULOMB (1785) [54] sehr eng verbunden. Er erklärte die Kombination von intermolekularen Anziehungskräften und das Ineinandergreifen der Rauheitsspitzen als Ursache für den Reibwiderstand. Coulomb schloss aus seinen Untersuchungen, dass es vier Hauptfaktoren gibt, die den Reibwiderstand beeinflussen:

- (i) die Beschichtung der Oberflächen und die Materialpaarung,
- (ii) den Kontaktdruck,
- (iii) die Größe der scheinbaren Kontaktfläche,
- (iv) die Kontaktdauer (Ruhezeit).

Coulombs Untersuchungen bestätigten die Aussage von Amontons, dass die Reibung proportional zum Normaldruck aber nicht der Größe der scheinbaren Kontaktfläche ist. Er fand auch, wie Euler, dass die statische Reibung in den meisten Fällen größer ist als die kinetische.

LESLIE (1804) [54] führte als erster den Deformationsaspekt in die Reibungsforschung ein. Er nannte die plastische Deformation der kontaktierenden Rauheitsspitzen als den Grund der Reibungsdissipation. Die Topografie der Kontaktflächen verändert sich somit ständig während des Gleitens.

RENNIE (1829) und MORIN (1835) [54] bestätigten beide Coulombs Untersuchungen und erweiterten sie mit mehreren Versuchen. Rennie fand, dass mit steigendem Normaldruck der Reibkoeffizient bei Eis stetig fällt. Morins Arbeit waren im 19. Jahrhundert so berühmt, dass die Reibgesetze in seiner Zeit als Morinsche Gesetze bekannt waren.

HERTZ (1881) [54] untersuchte die Deformationen und Spannungen im Kontaktgebiet zwischen zwei nicht konformen, elastischen Körpern. Hertz' Ergebnisse sind Grundlage vieler Untersuchungen in der Tribologie.

In einer Reihe von Experimenten untersuchte STRIBECK (1902) [49] geschmierte Gleit- und Rollenlager. In seinen Versuchen wurden die Drehzahl und die Last variiert. Dabei entstand die Kurve, die den Zusammenhang zwischen Reibkoeffizient und Lagerpressung beschreibt. Diese Kurve durchläuft ein Minimum und steigt wieder nach Durchschreiten dieses Minimums. Der Zusammenhang zwischen Reibkoeffizient und Drehzahl hat einen ähnlichen Verlauf. Diese Kurve ist heute als Stribeck-Kurve bekannt, welche die Übergänge zwischen trockener Reibung, Grenzschmierung, gemischter Reibung und schließlich vollständiger Schmierung mit steigender Gleitgeschwindigkeit darstellt.

Das Buch von DOWSON (1998) [16] ist sehr empfehlenswert für diejenigen, die mehr über die Geschichte der Tribologie erfahren möchten.

Basiselemente des Kontaktes und der Reibung: Die drei Basiselemente der modernen Kontakt- und Reibungsuntersuchung sind:

- (I) Die tatsächliche Kontaktfläche: sie ist die Summe der Flächen einzelner Kontaktpots, siehe Abbildung 2.1.
- (II) Das Verschweißen der Kontaktpots: es wird verursacht durch das Bilden von chemischen Bindungen und deren Festigkeit.

2. TROCKENER KONTAKT

- (III) Das Pflügen und Scheren der Bindungen: Dies geschieht durch die Relativbewegung der Kontaktflächen

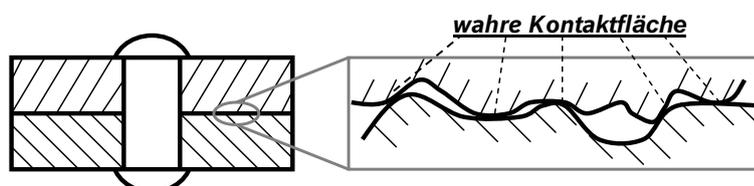


Abbildung 2.1: Die wahre Kontaktfläche - Links: Nietverbindung. Rechts: vergrößerte Darstellung der scheinbar konformen Kontaktzone der Nietverbindung

Scheinbare und wahre Kontaktfläche: Die Annahme, dass alle Oberflächen auf mikroskopischer Ebene rau sind, ist die Basis der Vorstellung des trockenen Kontakts. Um das Kontaktverhalten, z.B. Reibung, Normaldruck und Verschleiß besser zu verstehen, muss die Oberflächentopografie im Kontaktgebiet richtig berücksichtigt werden.

Wie in der Abbildung 2.1 dargestellt, ist die gemeinsame wahre Kontaktfläche der Kontaktkörper viel kleiner als die scheinbare Kontaktfläche. Diese wahre Kontaktfläche besteht aus vielen Einzelkontakten, den Rauheitsspitzen. Aus diesem Grund kann man sich vorstellen, dass die Reibgesetze eigentlich unabhängig von der scheinbaren Kontaktfläche sind.

Die Größe der wahren Kontaktfläche hängt stark vom herrschenden Kontaktdruck ab. Mit steigendem Normaldruck kommen immer mehr Oberflächen in Kontakt. Der genaue Zusammenhang ist abhängig von den Eigenschaften der Oberfläche. Es gibt bereits viele Untersuchungen, um das Verhältnis zwischen Kontaktfläche und Normallast zu bestimmen [25]. Die Ergebnisse solcher Untersuchungen deuten auf folgende Punkte hin:

- (i) Modellierung der Oberfläche mit paraboloidförmigen Rauheiten für rein elastische Verformung: Bei Annahme, dass alle Rauheiten gleich hoch sind, ist die wahre Kontaktfläche A_R proportional zu $F_N^{2/3}$. Bei unterschiedlicher Höhenverteilung der Rauheiten und Annahme dass die Größe jedes Kontaktpots unverändert bleibt, ist A_R proportional zu F_N .

- (ii) Modellierung der Oberfläche mit konischen oder pyramidalen Rauheiten für rein elastische Verformung: A_R ist proportional zu F_N .
- (iii) Modellierung der Oberfläche mit kugelförmigen Rauheiten für rein plastische Verformung: Weil der Fließdruck eine Materialkonstante ist [7], A_R ist ungefähr proportional zu F_N .

Aus den drei oben genannten Punkten kann man schließen, dass eine Proportionalität zwischen der wahren Kontaktfläche und der Normalkraft besteht, d.h.

$$A_R \sim F_N \quad . \quad (2.1)$$

Verschweißen der Kontaktflächen an den Kontaktpots: An den Kontaktpots, aus welchen die wahre Kontaktfläche besteht, entstehen Verschweißungen zwischen den Kontaktkörpern [51]. In der Verschweißzone finden sich chemische Bindungen in unterschiedlicher Form, z.B. Atom-, Metall-, Ionen-, van-der-Waalsbindungen. Über diese Bindungen wird die Druckkraft in der Kontaktzone übertragen, die Stärke der Bindungen hängt dabei von der Bindungsart ab. Ionenbindungen, bspw. können aufgrund der hohen Gitterenergie eine größere Druckkraft übertragen als van-der-Waals-Bindungen. Obwohl die van-der-Waals-Bindung relativ schwach ist, kann sie zwischen allen Werkstoffarten auftreten und ist deswegen die häufigste Ursache für Adhäsionskräfte. Damit lautet das Kräftegleichgewicht in Normalenrichtung zwischen zwei Körpern, die durch eine Normalkraft zusammengepresst werden,

$$F_N + F_{\text{Adhäsion}} = F_{\text{Abstoßung}}. \quad (2.2)$$

Da die Adhäsionskraft für viele Oberflächen sehr klein ist, kann diese Kraft bei der Normalkontaktbetrachtung vernachlässigt werden. Allerdings kann die Adhäsion beim Kontakt extrem glatter Oberflächen größeren Einfluss haben.

Die „Welding-Shearing-Ploughing“ Theorie: Diese Theorie ist die meist akzeptierte Theorie zur Erklärung der Reibung bei metallischen Kontakten. BOWDEN [7] hat diese Theorie im Jahr 1954 vorgeschlagen. Die drei Annahmen seiner Theorie sind (siehe Abbildung 2.2):

- (i) Das Verschweißen an den Spitzen der höchsten Rauheiten ist vom herrschenden Normaldruck und der wahren Kontaktfläche A_R abhängig.

2. TROCKENER KONTAKT

- (ii) Das Abscheren dieser Bindungen geschieht durch eine Tangentialkraft F_T in der Kontaktfläche.
- (iii) Rauheiten eines Materials durch die Oberfläche des anderen verursacht das Pflügen.

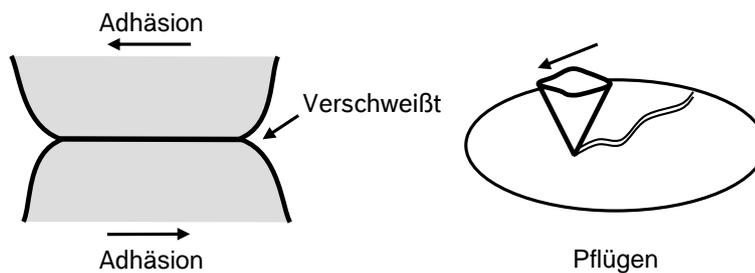


Abbildung 2.2: Die „Welding-Shearing-Ploughing“ Theorie - Links: Adhäsion und Verschleiß. Rechts: Pflügen.

Die adhäsiven Kräfte sind der Grund des Scherwiderstands und tragen die Adhäsionskomponente der Reibung $R_{\text{Adhäsion}}$ bei. Die Materialfestigkeit ist verantwortlich für den Pflügewiderstand. Dieser Widerstand ist die Deformationskomponente der Reibung und wird $R_{\text{Pflügen}}$ genannt.

Mit dieser Vorstellung ergibt sich die gesamte Reibkraft zu

$$R_{\text{Gleit}} = R_{\text{Adhäsion}} + R_{\text{Pflügen}}. \quad (2.3)$$

Die Adhäsionskraft spielt beim Reibkontakt eine deutlich wichtigere Rolle als beim Normalkontakt. Das Pflügen ist hier nicht die dominierende Komponente. Daraus kann man schließen dass die Annahme, dass raue Oberflächen einen höheren Reibwiderstand besitzen als glatte Oberflächen, falsch sein kann, siehe TABOR [51]:

„... in the field of applied mechanics, it is still customary to refer to frictional surfaces as rough, and frictionless surfaces as smooth. This is in spite of the fact that we know that this correlation is false and completely out of date!“

Einfluss von Verunreinigungen der Oberflächen: Oxidschichten bilden sich auf reinen Metalloberflächen, wenn diese der Luft ausgesetzt sind. Diese Schichten sind die

häufigsten Verunreinigungen auf Metallen. Die Stärke der adhäsiven Bindungen kann durch Oberflächenverunreinigungen geschwächt werden, auch wenn die Schichten sehr dünn sind [51]:

”For example, the metallic bond is completely broken if it is extended by more than about 1 Å (=0,1 nm). Consequently, a single layer of absorbed gas which is, say, 5 Å thick, may reduce the interaction between the contacting bodies to that due solely to the residual van der Waals forces.“

Dünne Schichten fettiger Säure oder Seife sowie Ölfilme sind ebenfalls wichtige Verunreinigungen, welche die Bindungsstärke im Kontakt schwächen können. Solche Schichten befinden sich auch sehr oft in scheinbar trockenen Kontaktzonen. Allerdings sind diese Schichten für die gezielte Reibreduzierung nicht geeignet, da sie leicht zerstört werden. Stattdessen sollen trockene Schmiermittel wie Graphit oder Molybdändisulfid verwendet werden [13].

2.1.2 Energiedissipation durch Reibung

Makroskopisches Gleiten: Ein Teil der Bewegungsenergie wird aufgrund von Reibung dissipiert, wenn zwei Körper sich im Kontakt relativ zueinander bewegen. Mit anderen Worten reduziert Reibung das makroskopische Gleiten zwischen Kontaktpartnern. Die durch Reibung dissipierte Bewegungsenergie wird in andere Energieformen umgewandelt. Dafür spielen folgende Punkte eine wesentliche Rolle [13]:

⇒ Bewegungsenergie wird absorbiert durch:

- Trennung der chemischen Bindungen in der Kontaktzone,
- Plastische Verformung von Rauheiten und Pflügen,
- Erzeugung und Vernichtung der Versetzungen und Gitterfehlern.

⇒ Anregung von geordneten Gitterschwingungen im Kontaktbereich und Ausbreitung dieser Schwingungen in Form von Schallwellen in die Umgebung.

⇒ Anregung von ungeordneten Gitterschwingungen (Temperaturerhöhung) im Kontaktbereich und Ausbreitung dieser Schwingungen durch Wärmetransport in die Umgebung.

2. TROCKENER KONTAKT

Mikroschlupf: Mikroschlupf beschreibt das Phänomen, dass in einzelnen Oberflächenbereichen Gleiten auftritt, obwohl makroskopisch kein ausgeprägtes Gleiten zwischen den kontaktierenden Körpern beobachtet werden kann, siehe Abbildung 2.3. Mikroschlupf ist die Hauptursache zur Energiedissipation in Fügestellen, wenn keine speziellen Maßnahmen zur Erhöhung der Strukturdämpfung gegeben wurden [19]. Die Ursache für diese Erscheinung sind im Wesentlichen:

- ungleichförmige Verteilung des Kontaktdrucks sowie
- Tangentialspannungen, welche die lokale Schlupfzonen im Kontaktbereich bei deformierbaren Kontaktpartnern verursachen.

Die ungleichförmige Kontaktdruckverteilung kann durch lokale unterschiedliche Kräfte und Momente oder die Kontaktgeometrie entstehen. Da der makroskopisch konforme Kontakt auf mikroskopischer Ebene aus kontraformen Kontakte der Rauheitsspitzen besteht, kann Mikroschlupf aber auch bei scheinbar konformen Kontakten mit makroskopisch gleichmäßiger Druckverteilung auftreten. MINDLIN (1949) [36] hat dieses Phänomen für Hertzsche Kontakte nachgewiesen.

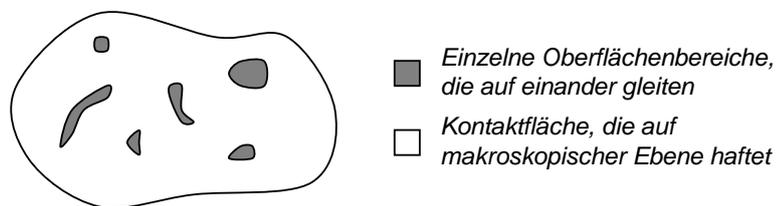


Abbildung 2.3: Das Mikroschlupf Phänomen - Darstellung einer „Kontaktzone“, in der Mikroschlupf vorliegt.

Die Experimente von COURTNEY-PRATT UND EISNER (1957) [12] haben gezeigt, dass die Amplituden der Relativverschiebungen im Mikroschlupfbereich im Mikrometer- oder Nanometerbereich liegen können. Das bedeutet, dass für oszillierende Tangentialkräfte Hysteresen im Kraft-Verschiebungsdiagramm auch ohne makroskopisches Gleiten zwischen den kontaktierenden Körpern entstehen. Die Fläche der Hysterese stellt die Energiedissipation pro Zyklus dar. Da unterschiedliche Verschiebungsamplituden aus den Eigenschwingungsformen resultieren, wird die modale Dämpfung einzelner Moden einer Struktur unterschiedlich beeinflusst.

2.2 Verschiedene Reibmodelle

In der Geschichte der Reibungsforschung wurden viele Reibmodelle von unterschiedlichen Forscher entwickelt. Einige klassische und häufig verwendete Modelle werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

2.2.1 Statische Reibmodelle

Klassisches Reibmodell nach Da Vinci, Amontons und Coulomb

Wie in Abbildung 2.4 dargestellt, stellen wir uns einen starren Klotz auf einer gleichfalls starren Ebene vor. Die dadurch entstandene Kontaktfläche ist eben und trocken. Eine äußere Kraft F' belastet den Klotz. Diese Kraft besitzt eine Komponente normal zur Kontaktfläche F'_N und eine tangentiale Komponente F'_T .

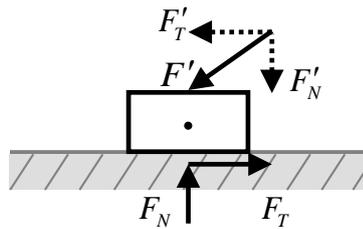


Abbildung 2.4: Starrer Körper im Kontakt mit einer starren Ebene unter äußerer Belastung

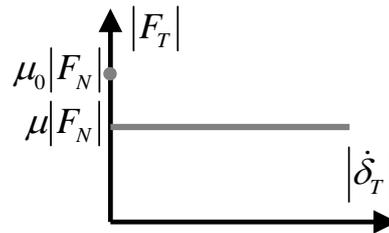


Abbildung 2.5: Zusammenhang zwischen Tangentialkraft F_T und Relativgeschwindigkeit $\dot{\delta}_T$

Nach DA VINCI (1519) [54], und AMONTONS (1699) [54] und COULOMB (1781) [54] beinhaltet das Reibgesetz folgende Punkte:

- Haften: Solange die Relativgeschwindigkeit $\dot{\delta}_T$ verschwindet und die Tangentialkraft F_T (siehe Abbildung 2.4) nicht größer als die maximale Haftkraft $R_{\text{Haft,max}}$ ist, haften die beiden Kontaktkörper aneinander. In diesem Fall ist die Haftkraft R_{Haft} eine Reaktionskraft und sie entspricht der Tangentialkraft F_T allerdings mit umgekehrter Richtung. Das heißt Haften liegt vor, solange

$$\dot{\delta}_T = 0 \quad \wedge \quad |F_T| \leq |R_{\text{Haft,max}}| = \mu_0 |F_N| \quad (2.4)$$

mit μ_0 als statischem Reibkoeffizient.

2. TROCKENER KONTAKT

- Gleiten: Wenn die Tangentialkraft F_T betragsmäßig die maximale Haftkraft $R_{\text{Haft,max}}$ überschreitet, setzt sich der Klotz in Bewegung mit der Geschwindigkeit $\dot{\delta}_T$. Die Reibkraft R_{Gleit} ist dann eine eingeprägte Kraft und proportional zur Normalkraft F_N :

$$F_T = R_{\text{Gleit}} = -\mu|F_N|\frac{\dot{\delta}_T}{|\dot{\delta}_T|} \quad |R_{\text{Gleit}}| = \mu|F_N| \quad (2.5)$$

mit μ als kinetischem Reibkoeffizient. Der kinetische Reibkoeffizient ist oftmals kleiner als der statische Reibkoeffizient.

- Die Größe des statischen und kinetischen Reibkoeffizienten und der Haft- bzw. Reibkraft ist von der scheinbaren Kontaktfläche unabhängig.
- Statischer und kinetischer Reibkoeffizient sind von Materialpaarung und Oberflächentopographie abhängig.
- Der kinetische Reibkoeffizient μ hängt von der Relativgeschwindigkeit $\dot{\delta}_T$ nicht ab [54], siehe Abbildung 2.5.

Viskose Reibung

Bei viskoser Reibung sind die beiden Körper durch eine dünne Newtonsche Flüssigkeitsschicht vollständig getrennt. Die Relativgeschwindigkeit $\dot{\delta}_T$ zwischen den Körpern ist proportional zur Tangentialkraft F_T :

$$F_T = c(F_N) \cdot \dot{\delta}_T \quad (2.6)$$

Der viskose Dämpfungskoeffizient c und die Dicke der Flüssigkeitsschicht hängen von der Normalkraft F_N ab [25].

Stribeck-Kurve

Die wichtigsten Ergebnisse aus Stribecks Untersuchungen von Gleit- und Rollenlager sind [49]:

- Der statische Reibkoeffizient hängt von der Pressung nicht ab.

- Der Reibkoeffizient nimmt mit steigender Geschwindigkeit zunächst ab und wächst nach Durchlaufen eines Minimums wieder an, siehe Abbildung 2.6.
- Je größer die Pressung ist, desto höher ist die Geschwindigkeit, bei der das Minimum erreicht wird.
- Der Reibkoeffizient steigt mit sinkender Temperatur.

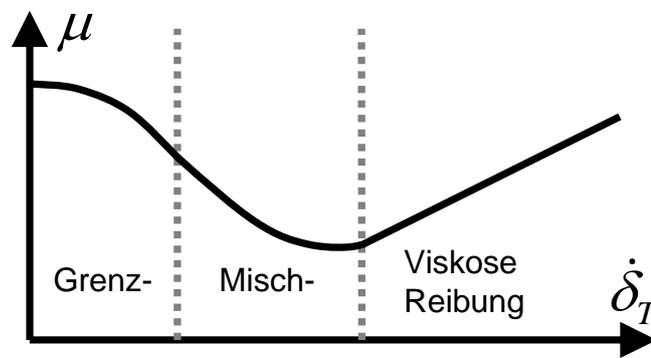


Abbildung 2.6: Stribeck-Kurve - mit Reib- bzw. Schmierzuständen

Die Stribeck-Kurve kann in folgende unterschiedliche Bereiche eingeteilt werden [49]:

- (i) Bereich der Grenzreibung: die Oberflächen der in Kontakt stehenden Körper sind mit einer Adsorptionsschicht aus Schmierstoffmolekülen bedeckt. Die Relativebewegung erfolgt durch Aufeinanderabgleiten der Schmierstoffmoleküle.
- (ii) Mischreibung: die Belastung wird vom Schmierfilm und sich bemühen Rauheitshügeln der Kontaktpartner aufgenommen.
- (iii) Flüssigkeitsreibung: der Druck ist sehr hoch, die Schmierfilmdicke sehr gering, die Filmviskosität hängt von Druck, Temperatur und Relativegeschwindigkeit ab.

2.2.2 Dynamische Reibmodelle

Im Folgenden werden dynamische Reibmodelle vorgestellt, die sowohl den Mikroschlupf- als auch den Gleitbereich beinhalten. Die Übergang zwischen den beiden Bereichen ist bei solchen Modellen kontinuierlich bezüglich der Kontaktkraft.

Dahlsches Bürstenmodell

DAHL hat ein dynamisches Reibmodell vorgestellt, bei welchem der Haftbereich durch einen Mikroschlupfbereich ersetzt wurde [14]. Dieses Modell entspricht dem Reibgesetz von Coulomb, aber modelliert den Stribeck-Effekt nicht. Hier werden die Oberflächenrauheiten der zwei kontaktierenden starren Körper durch Bürsten repräsentiert, siehe Abbildung 2.7. Die Bürsten verhalten sich wie Federn bei einer Tangentialbelastung und erzeugen dadurch die Reibkraft. Bei steigender Kraft rutschen immer mehr der Bürsten durch, bis die Kraft die Haftgrenze überschreitet und die beiden Kontaktpartner aneinander gleiten.

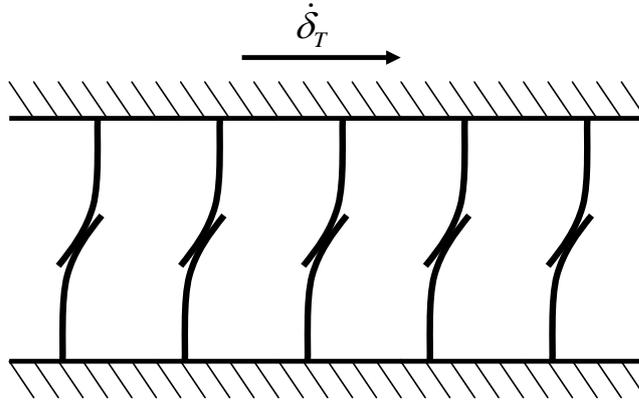


Abbildung 2.7: Tangentialkontakt von Rauheitsspitzen, repräsentiert durch ausgelenkte Bürsten

Das Dahlsche Modell folgt der Evolutionsgleichung für die Reibkraft

$$\dot{F}_T = k_0 \dot{\delta}_T \left| 1 - \frac{F_T}{\mu F_N} \operatorname{sgn}(\dot{\delta}_T) \right|^i \cdot \operatorname{sgn} \left(1 - \frac{F_T}{\mu F_N} \operatorname{sgn}(\dot{\delta}_T) \right). \quad (2.7)$$

Das Modell wurde am häufigsten verwendet mit der Vereinfachung durch $i = 1$:

$$\dot{F}_T = k_0 \dot{\delta}_T \left(1 - \frac{F_T}{\mu F_N} \operatorname{sgn}(\dot{\delta}_T) \right). \quad (2.8)$$

Der Zusammenhang zwischen \dot{F}_T und $\dot{\delta}_T$ für den Bereich $-\mu F_N \leq F_T \leq \mu F_N$ wird in Abbildung 2.8 dargestellt.

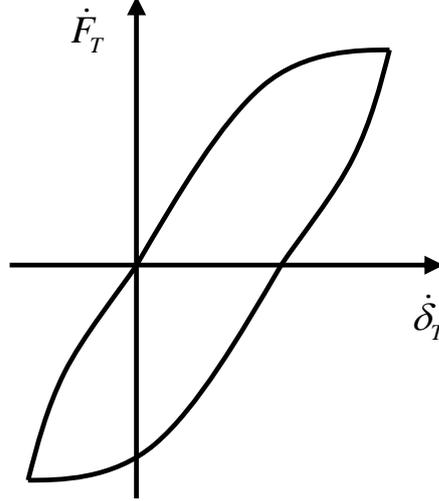


Abbildung 2.8: Zusammenhang zwischen \dot{F}_T und $\dot{\delta}_T$ für den Bereich $-\mu F_N \leq F_T \leq \mu F_N$

Die in diesem Fall resultierende Tangentialkontaktsteifigkeit ist:

$$k_T = \frac{dF_T}{d\delta_T} = k_0 \left(1 - \frac{F_T}{\mu F_N} \operatorname{sgn}(d\delta_T) \right). \quad (2.9)$$

Die Steigung der Kraft-Verschiebungs-Kurve k_T (Tangentialkontaktsteifigkeit) nimmt stetig von k_0 bis 0 ab bei positivem Schlupfinkrement $d\delta_T$ und Anwachsen der Tangentialkraft F_T von 0 bis zum Maximum μF_N . Die Kurve kann durch den Exponent i an experimentelle Daten angepasst werden [14].

Ein wesentlicher Problempunkt des Dahlmodells liegt bei Bewegungsumkehr: die Steigung der Kurve beim Umschalten vom Gleitbereich in den Mikroschlupfbereich beträgt $2k_0$, während im Entlastungsbereich (von $F_T = \mu F_N$ bis $F_T = 0$) die Steigung stetig von $2k_0$ bis k_0 abnimmt. Bei zyklischer Belastung entstehen dann symmetrische Hysteresekurven. Aber der Entlastungsbereich nach dem Dahlmodell stimmt mit gemessenen Hysteresen nicht überein. Die Steigung der gemessenen Kontaktsteifigkeit liegt im Allgemeinen im Bereich $0 \leq k_T \leq k_0$.

2.2.3 Beschreibung der Kontakt- und Reibverhalten mittels FEM

Finite Elemente Methode

Nach der finite Elemente Methode (FEM) [5, 31] wird das zu betrachtende kontinuierliche Objekt durch ein Netz von finiten Elementen angenähert. Die in einem lokalen xyz -Koordinatensystem gemessenen Verschiebung \mathbf{u} innerhalb eines jeden Elements werden als Funktionen der q Knotenpunktverschiebungen der Elemente-Gruppierung angenommen, wobei q die Anzahl an Knoten des Elementes ist. Es gilt für das m -te Element:

$$\mathbf{u}^{(m)}(x, y, z) = \mathbf{H}^{(m)}(x, y, z) \cdot \hat{\mathbf{U}} \quad (2.10)$$

$\mathbf{H}^{(m)}$ ist die Verschiebungsinterpolationsmatrix, der hochgestellte Index m kennzeichnet das m -te Element und $\hat{\mathbf{U}}$ ist ein $3 \times q$ -dimensionaler Vektor, der die drei globalen Verschiebungskomponenten U_i, V_i, W_i aller Knotenpunkte enthält:

$$\hat{\mathbf{U}}^T = [U_1 V_1 W_1 \quad U_2 V_2 W_2 \quad \cdots \quad U_q V_q W_q] \quad (2.11)$$

Obwohl alle Knotenpunktverschiebungen der Elemente-Gruppierung im Verschiebungsvektor $\hat{\mathbf{U}}$ aufgelistet sind, hängen die Verschiebungen und Verzerrungen im Inneren eines bestimmten Elements nur von den Verschiebungen der Knoten dieses Elements ab. Die der Verschiebungsannahme (2.10) entsprechenden Element-Verzerrungen können durch

$$\varepsilon^{(m)}(x, y, z) = \mathbf{B}^{(m)}(x, y, z) \cdot \hat{\mathbf{U}} \quad (2.12)$$

ermittelt werden. Dabei ist $\mathbf{B}^{(m)}$ die Verzerrungs-Verschiebungsmatrix und man erhält die Zeilen von $\mathbf{B}^{(m)}$ durch Differenzieren und Kombinieren der Zeilen der Matrix $\mathbf{H}^{(m)}$.

Einsetzen der Interpolationen in das Prinzip von Lagrange-d'Alembert liefert die Bewegungsgleichungen für das Gesamtsystem:

$$\mathbf{M}\ddot{\hat{\mathbf{U}}} + \mathbf{K}\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{R}. \quad (2.13)$$

Die Matrix

$$\mathbf{M} = \sum_m \int_{V^{(m)}} \rho^{(m)} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{H}^{(m)} dV^{(m)} \quad (2.14)$$

ist die System-Massenmatrix und die Matrix

$$\mathbf{K} = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \mathbf{C}^{(m)} \mathbf{B}^{(m)} dV^{(m)} \quad (2.15)$$

ist die System-Steifigkeitsmatrix. Der Lastvektor \mathbf{R} enthält den Anteil der auf die Elemente wirkende Volumenkräfte

$$\mathbf{R}_B = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{H}^{(m)T} \mathbf{f}^{B(m)} dV^{(m)} \quad (2.16)$$

Oberflächenkräfte

$$\mathbf{R}_S = \sum_m \int_{S^{(m)}} \mathbf{H}^{S(m)T} \mathbf{f}^{S(m)} dS^{(m)} \quad (2.17)$$

Anfangsspannungen

$$\mathbf{R}_I = \sum_m \int_{V^{(m)}} \mathbf{B}^{(m)T} \boldsymbol{\tau}^{I(m)} dV^{(m)} \quad (2.18)$$

und Einzelkräfte R_C .

$\ddot{\mathbf{U}}$ ist die zweite Zeitableitung des System-Verschiebungsvektors und beinhaltet die Verschiebungsvektoren aller Knoten im Gesamtsystem.

Kontaktbehandlung mittels FEM

Wenn zwei Körper $O^{(i)}$ in mechanischem Kontakt miteinander sind, berühren sie sich an einer bestimmten Kontaktfläche $\partial_C O^{(i)}$. Die Kontaktspannungen zwischen den beiden Körpern werden durch diese Fläche übertragen. Hier wird angenommen, dass die Kontaktränder zumindest lokal konvex sind [59]. Somit wird es zu jedem Punkt $\mathbf{x}^{(2)}$ in $\partial_C O^{(2)}$ einen korrespondierenden Punkt $\bar{\mathbf{x}}^{(1)}$ in $\partial_C O^{(1)}$ geben, mit dem der Abstand zwischen den Oberflächen minimal wird, siehe Abbildung 2.9. Der senkrechte Abstand

2. TROCKENER KONTAKT

zwischen diesen korrespondierenden Punkte kann mit der Oberflächennormalen $\bar{\mathbf{e}}_N^{(1)}$ auf $\partial_C O^{(1)}$ berechnet werden:

$$\mathbf{g}_N = \left(\mathbf{x}^{(2)} - \bar{\mathbf{x}}^{(1)} \right)^T \bar{\mathbf{e}}_N^{(1)}. \quad (2.19)$$

Im geometrisch linearen Fall wird die Abstandsfunktion durch die Ausgangspositionen $\mathbf{X}^{(1)}$, $\mathbf{X}^{(2)}$ der beiden Punkte definiert [59]:

$$\mathbf{g}_N = \left(\mathbf{u}^{(2)} - \bar{\mathbf{u}}^{(1)} \right)^T \bar{\mathbf{e}}_N^{(1)} + \mathbf{g}_N^*, \quad (2.20)$$

wobei

$$\mathbf{g}_N^* = \left(\mathbf{X}^{(2)} - \bar{\mathbf{X}}^{(1)} \right)^T \bar{\mathbf{e}}_N^{(1)} \quad (2.21)$$

der Anfangsabstand zwischen den beiden Punkten und $\mathbf{u}^{(1)}$, $\mathbf{u}^{(2)}$ deren Verschiebungen sind.

Mit Hilfe zweier Tangentenvektoren $\bar{\mathbf{e}}_{T1}^{(1)}$ und $\bar{\mathbf{e}}_{T2}^{(1)}$ lässt sich der tangentielle Abstand zwischen den beiden Punkten definieren:

$$\mathbf{g}_{T\alpha} = \left(\mathbf{u}^{(2)} - \bar{\mathbf{u}}^{(1)} \right)^T \bar{\mathbf{e}}_{T\alpha}^{(1)} + \mathbf{g}_{T\alpha}^*, \quad \alpha = 1, 2 \quad (2.22)$$

mit

$$\mathbf{g}_{T\alpha}^* = \left(\mathbf{X}^{(2)} - \bar{\mathbf{X}}^{(1)} \right)^T \bar{\mathbf{e}}_{T\alpha}^{(1)}. \quad (2.23)$$

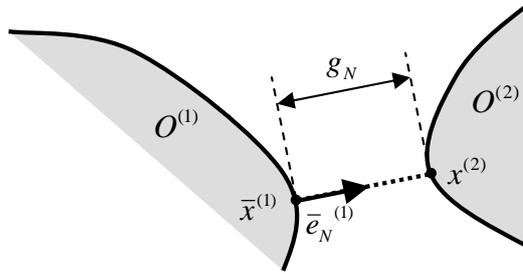


Abbildung 2.9: Festlegung zweier korrespondierender Punkte durch die Oberflächennormale $\bar{\mathbf{e}}_N^{(1)}$ des Körpers $O^{(1)}$ - Der Normalenabstand wird mit den Koordinaten der Punkte und dem Normalenvektor berechnet.

Die Kontaktspannung $\mathbf{t}^{(1)}$ beinhaltet ebenfalls eine Komponente normal zur Kontaktfläche und zwei tangentielle Komponenten:

$$t_N^{(1)} = \mathbf{t}^{(1)T} \bar{\mathbf{e}}_N^{(1)}, \quad (2.24)$$

$$t_{T\alpha}^{(1)} = \mathbf{t}^{(1)T} \bar{\mathbf{e}}_{T\alpha}^{(1)}. \quad (2.25)$$

Mit dem Newtonschen Reaktionsprinzip sind die Spannung auf dem anderen Körper, $\mathbf{t}^{(2)} = -\mathbf{t}^{(1)}$ und die Beträge $t_N = t_N^{(1)} = t_N^{(2)}$ und $t_{T\alpha} = t_{T\alpha}^{(1)} = t_{T\alpha}^{(2)}$, siehe Abbildung 2.10.

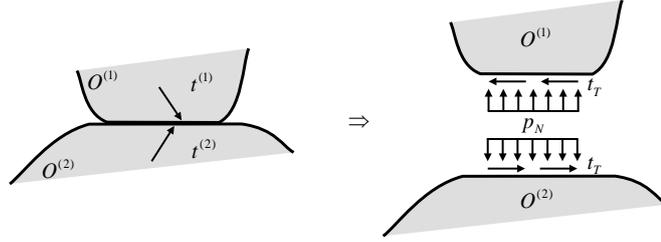


Abbildung 2.10: Links: Zwei Körper in Kontakt. Rechts: Kontaktspannungen zwischen den beiden Körpern.

Angenommen, die relevante Kontaktgeometrie der realen Objekte im FE Modell sind berücksichtigt, ist eine Durchdringung in Normalenrichtung nicht möglich, $g_N \geq 0$. Wenn $g_N > 0$, ist der Kontakt offen und bei $g_N = 0$ der Kontakt geschlossen. Der resultierende Normaldruck in den beiden Zuständen ist:

$$g_N > 0 \quad \Rightarrow \quad p_N = 0, \quad (2.26)$$

$$g_N = 0 \quad \Rightarrow \quad p_N > 0. \quad (2.27)$$

In der Realität sind die Oberflächen im Allgemeinen rau und die Verformung der Rauheiten im Kontakt soll berücksichtigt werden. Leider ist eine genaue geometrische Beschreibung solcher rauen Oberflächen kaum möglich [55, 56]. Deswegen muss ein gemittelttes Verhalten in Form eines konstitutiven Kontaktgesetzes formuliert werden. Um den Zusammenhang zwischen Normaldruck und normalem Relativabstand $p_N = p_N(g_N)$ zu beschreiben, wird eine minimale Durchdringung der beiden Körper zugelassen $g_N < 0$, welche die Verformung der Rauheiten repräsentieren. In tangentialer Richtung ist ebenfalls eine konstitutive Gleichung nötig, um das Mikroschlupfverhalten zu modellieren.

Ähnlich wie in normaler Richtung hängen die Kontaktspannungen in tangentialer Richtung von der Relativverschiebung und deren Geschwindigkeit ab, $t_T = f(\delta g_{T\alpha}, \delta \dot{g}_{T\alpha})$. Durch eine Linearisierung bezüglich der Relativverschiebung kann die Kontaktsteifigkeit in tangentialer Richtung definiert werden:

$$\mathbf{K}_{\text{Tang}} = \frac{\partial t_T}{\partial \delta g_{T\alpha}}. \quad (2.28)$$

2. TROCKENER KONTAKT

Ebenfalls wird der Dämpfungskoeffizient in tangentialer Richtung durch eine Linearisierung bezüglich der Relativverschiebungsgeschwindigkeit definiert:

$$\mathbf{D}_{\text{Tang}} = \frac{\partial t_T}{\partial \dot{\delta}_{T\alpha}}. \quad (2.29)$$

Damit lassen sich die Bewegungsgleichungen (2.13) der Kontaktknoten in tangentialer Richtung wie folgt umformulieren:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{D}_{\text{Tang}}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{\text{Tang}}\mathbf{U} = \mathbf{R}. \quad (2.30)$$

Mit den beiden oben genannten Parametern kann man die Beschreibung des Kontaktverhaltens in FEM so interpretieren, dass jede Kontaktknotenpaarung durch ein Federelement und ein Dämpferelement verbunden ist, siehe Abbildung 2.11. Die Kontaktkräfte werden durch die Feder- und Dämpferkraft ersetzt, die von der Kontaktrelativverschiebung und deren Geschwindigkeit abhängig sind.

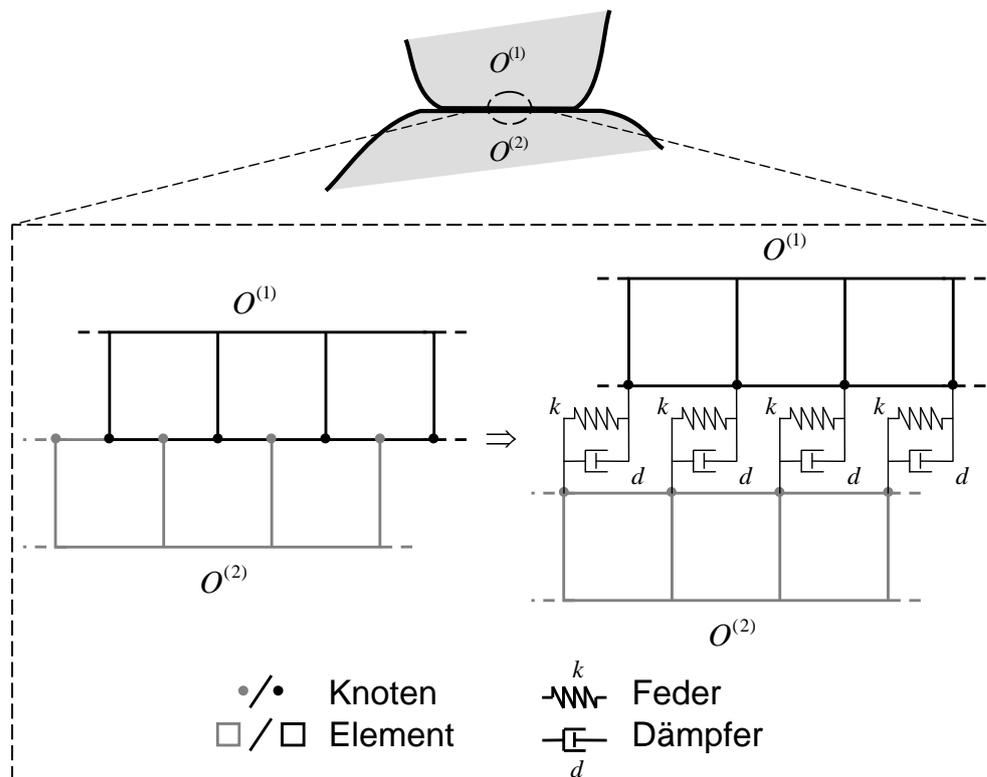


Abbildung 2.11: Darstellung der tangentialen Kontaktkräfte in FEM durch Feder- und Dämpferelemente.

2.3 Nichtlinearität im Kontaktgesetz

Die Reibmodelle, die in dieser Arbeit verwendet werden, beschreiben das nichtlineare Kontaktverhalten in normaler und tangentialer Richtung. Die jeweiligen Kontaktgesetze werden hier vorgestellt, um die vorhandene Nichtlinearität im Kontakt darzustellen. Da in der Realität die relative Kontaktverschiebung in tangentialer Richtung viel größer als die Verschiebung in normaler Richtung sein könnte, wird die Energiedissipation im Kontakt hauptsächlich durch tangentiale Kontaktverschiebung verursacht. Deswegen ist der Fokus dieses Abschnittes das nichtlineare Kontaktverhalten in tangentialer Richtung.

2.3.1 Kontaktgesetz in normaler Richtung

Das Kontaktmodell in normaler Richtung basiert auf dem Hertzschen Kontakt einzelner Rauheitsspitzen. Die elastische Deformation in der Kontaktzone zweier gekrümmter Oberflächen unter Normallast kann mit Hilfe der Hertzschen Theorie (1881) [24] ermittelt werden. Unter der Annahme, dass die beiden Kontaktkörper linear-elastisch sind, reibungsfreie und kontraforme Oberflächen besitzen, die lokal durch Paraboloiden beschrieben werden können, entsteht nur senkrechter Druck $p_N(r)$ im Kontaktbereich. r ist eine radiale Koordinate für die entstandene kreisförmige Kontaktfläche.

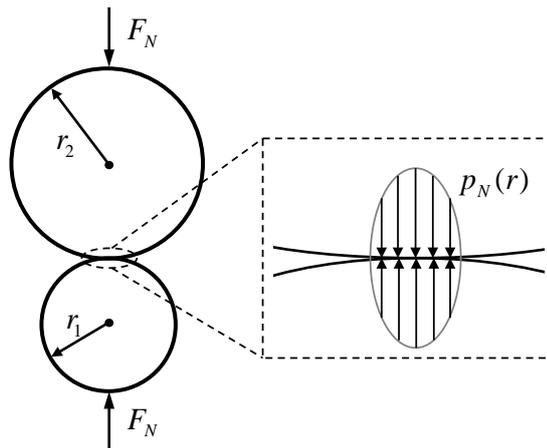


Abbildung 2.12: Kontakt zweier kontraformer Körper - Druckverlauf nach Hertz in der vergrößerten Darstellung auf der rechten Seite

Weiterhin nimmt Hertz dabei an, dass die Kontaktfläche eben und sehr klein gegenüber

2. TROCKENER KONTAKT

der Größe der Körper ist. Bei gegebener Normalkraft können die Größe der Kontaktfläche, der Druckverlauf über der Kontaktfläche und der Maximaldruck mittels der Hertzschen Theorie ermittelt werden, siehe Abbildung 2.12. Die Herleitung der Hertzschen Formeln findet man im Buch von JOHNSON [25].

Ein mittlerer Radius r^* und ein mittlerer Elastizitätsmodul E^* lassen sich zwischen den beiden Kugeln mit Radien r_1 und r_2 und Elastizitätsmoduln E_1 und E_2 definieren:

$$r^* = \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)^{-1} \quad E^* = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1}. \quad (2.31)$$

Mit der Normalkraft F_N ist der Radius der kreisförmigen Kontaktfläche A :

$$r_A = \left(\frac{3|F_N|r^*}{4E^*} \right)^{1/3} \quad \text{und damit} \quad A = \pi r_A^2. \quad (2.32)$$

Die Druckverteilung über der Kontaktfläche ist damit

$$p_N(r) = \frac{3|F_N|}{2\pi r_A^2} \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_A^2}} = p_{\max} \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_A^2}} \quad \text{mit} \quad p_{\max} = \frac{3|F_N|}{2\pi r_A^2}. \quad (2.33)$$

Stellt man sich zwei Punkte in den Kontaktkörpern vor, die sich gegenüber liegen und ausreichend weit vom Kontakt entfernt und nicht von der elastischen Verformung betroffen sind, so ergibt sich die Annäherung dieser zwei Punkte durch die Normalkraft zu (siehe Abbildung 2.13)

$$\alpha_N = \frac{r_A^2}{r^*} = \left(\frac{9|F_N|^2}{19r^*E^{*2}} \right)^{1/3}. \quad (2.34)$$

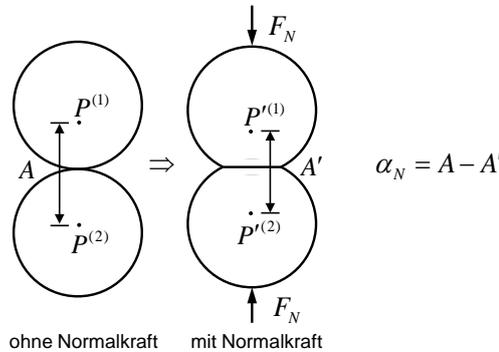


Abbildung 2.13: Kontakt zweier kontraformer Körper

Damit kann man eine Steifigkeit des Kontakts in normaler Richtung definieren:

$$k_N = \frac{dF_N}{d\alpha_N} = 2r_A E^* = (6r^* E^{*2} |F_N|)^{1/3} = \frac{3 |F_N|}{2 \alpha_N}. \quad (2.35)$$

(2.34) und (2.35) zeigen einen deutlich nichtlinearen Zusammenhang zwischen der Normalkraft F_N und der Annäherung der Kontaktflächen α_N bzw. der Kontaktsteifigkeit in normaler Richtung k_N .

2.3.2 Kontaktgesetz in tangentialer Richtung

MINDLIN (1949) [36] erweitert den Hertzschen elastischen Kontakt zweier Paraboloiden auf die Bewegung in tangentialer Richtung unter Wirkung einer Tangentialkraft F_T . Er nimmt an, dass die Druckverteilung in normaler Richtung von der Tangentialkraft nicht beeinflusst wird und damit durch die Hertzsche Theorie gegeben ist.

Vollständiges Haften der Kontaktpartner: Unter der Annahme, dass im Kontakt keine tangentiale Verschiebung zwischen den Kontaktkörpern entsteht, ist eine Verteilung der Tangentialspannungen gegeben durch

$$t_T(r) = t_{\min} \frac{1}{\sqrt{1 - r^2/r_A^2}} \quad \text{mit} \quad t_{\min} = \frac{|F_T|}{2\pi r_A^2}. \quad (2.36)$$

Wie in normaler Richtung stellt man sich zwei Punkte in den Kontaktkörpern vor, die gegenüber einander ausreichend weit vom Kontakt entfernt und nicht von der elastischen Verformung betroffen sind. Die tangentiale Relativverschiebung dieser Punkte ergibt sich damit zu (siehe Abbildung 2.14)

$$\delta_T = \frac{|F_T|}{8r_A G^*} \quad \text{mit} \quad G^* = \left(\frac{2 - \nu_1}{G_1} + \frac{2 - \nu_2}{G_2} \right)^{-1}. \quad (2.37)$$

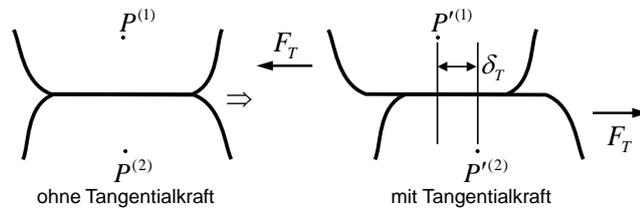


Abbildung 2.14: Kontakt zweier kontraformer Körper - Tangentiale relative Verschiebung zweier in den Kontaktkörpern einander gegenüber liegenden Punkte

2. TROCKENER KONTAKT

Damit wird die tangential Kontaktsteifigkeit definiert:

$$k_{T0} = \frac{dF_T}{d\delta_T} = 8r_A G^*. \quad (2.38)$$

Vollständiges Gleiten der Kontaktpartner: Nimmt man an, dass das Gesetz für Gleitreibung im kreisförmigen Kontaktgebiet an der Kontaktpunkten gilt, ergibt sich die Tangentialspannung \vec{t}_T zu

$$\frac{|F_T|}{|F_N|} = \mu = \frac{|t_T(r)|}{|p(r)|}. \quad (2.39)$$

Die Verteilung der Tangentialspannung über der Kontaktfläche bei vollständigem Gleiten ist:

$$|t_T(r)| = \mu|p_N(r)| = \mu p_{\max} \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_A^2}}. \quad (2.40)$$

Partielles Gleiten (Mikroschlupf): Für den Fall $0 < |F_T| < \mu|F_N|$ liegt das Verhalten der Kontaktkörper zwischen den beiden oben genannten Extremen. Auch wenn die Kontaktkörper, makroskopisch betrachtet, aufeinander haften, kann es Schlupf in manchen Gebieten der Kontaktflächen geben. Solches Gleiten tritt dort am wahrscheinlichsten auf, wo die Tangentialspannung lokal die Haftgrenze überschreitet. Die Tangentialspannungsverteilung ist axialsymmetrisch zum Mittelpunkt der Kontaktfläche mit dem Minimum in der Mitte. Deswegen ist der Haftbereich konzentrisch zur Kontaktfläche und ebenso kreisförmig mit Radius ($r_c < r_A$). Die Tangentialspannung im Haftbereich ist dann [36]

$$|t_T^{\text{Haft}}(r)| = \mu p_{\max} \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_A^2}} - \frac{r_C}{r_A} \mu p_{\max} \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_C^2}}, \quad 0 < r \leq r_C. \quad (2.41)$$

Ein ringförmiger Gleitbereich liegt außerhalb des Haftbereichs und die Verteilung der Tangentialspannung, durch das punktförmige Gleitreibgesetz gegeben, ist

$$|t_T^{\text{Gleit}}(r)| = \mu p_{\max} \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_A^2}}, \quad r_C < r \leq r_A. \quad (2.42)$$

Die Tangentialkraft ergibt sich durch Integration der Tangentialspannungen über der Kontaktfläche,

$$|F_T| = \int_0^{r_A} |t_T^{\text{Gleit}}(r)| 2\pi r dr - \int_0^{r_C} |t_T^{\text{Haft}}(r)| 2\pi r dr = \mu|F_N| \left(1 - \frac{r_C^3}{r_A^3}\right), \quad (2.43)$$

und damit

$$r_C = r_A \left(1 - \frac{|F_T|}{\mu|F_N|} \right)^{1/3}. \quad (2.44)$$

Analog zu Gleichung (2.37) lautet die Relativverschiebung zweier Punkte in Richtung von F_T [25]

$$|\delta_T| = \frac{3\mu|F_N|}{16r_A G^*} \left[1 - \left(1 - \frac{|F_T|}{\mu|F_N|} \right)^{2/3} \right]. \quad (2.45)$$

Es lässt sich eine maximale Relativverschiebung δ_T^{\max} definieren, die den Mikroschlupf vom Makroschlupfbereich trennt,

$$\delta_T^{\max} = |\delta_T|(|F_T| \rightarrow \mu|F_N|) = \frac{3\mu|F_N|}{16r_A G^*} = \frac{\mu E^*}{4G^*} \alpha_N = \frac{k_N}{k_{T0}} \mu \alpha_N. \quad (2.46)$$

Man sieht hier, dass der Mikroschlupfbereich von der Durchdringung α_N im Bereich $0 \leq \delta_T < \delta_T^{\max}$ abhängig ist. Die Tangentialkraft (2.47) lässt sich durch Einsetzen von δ_T^{\max} umformen zu (siehe auch Abbildung 2.15)

$$|F_T| = \mu|F_N| \left[1 - \left(1 - |\delta_T|/\delta_T^{\max} \right)^{3/2} \right]. \quad (2.47)$$

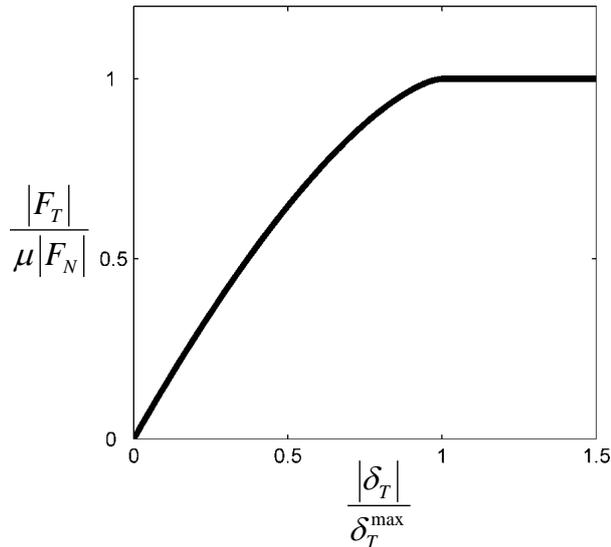


Abbildung 2.15: Beschreibung des Mikroschlupfverhaltens von Mindlin - Qualitativer Verlauf der Tangentialkraft $|F_T|/\mu|F_N|$ über der tangentialen Relativverschiebung $|\delta_T|/\delta_T^{\max}$

2. TROCKENER KONTAKT

Damit läßt sich wieder eine tangential Kontaktsteifigkeit definieren

$$k_T = \frac{dF_T}{d\delta_T} = k_{T0} \left(1 - \frac{|\delta_T|}{\delta_T^{\max}}\right)^{1/2} = k_{T0} \left(1 - \frac{|F_T|}{\mu|F_N|}\right)^{1/3}. \quad (2.48)$$

Die Vorhersage dass lokal kleine Schlupfe auftreten, bevor die ganze Kontaktfläche zu gleiten beginnt, wird von COURTNEY-PRATT UND EISNER [12] bestätigt.

Kombiniert man die Gleichung (2.38), Gleichung (2.46) und Gleichung (2.47), so ergibt sich der Zusammenhang zwischen der tangentialen Kontaktkraft und der tangentialen Relativverschiebung

$$|F_T| = \mu|F_N| \left[1 - \left(1 - \frac{|\delta_T|}{\frac{3}{2} \frac{\mu|F_N|}{k_{T0}}}\right)^{3/2}\right] \quad (2.49)$$

Sowohl Gleichung (2.49) als auch Abbildung 2.15 zeigen einen deutlich nichtlinearen Zusammenhang zwischen der tangentialen Kontaktkraft F_T und der tangentialen Relativverschiebung δ_T .

2.3.3 Hystereseverhalten

Mit den in Abschnitt 2.3.1 und Abschnitt 2.3.2 vorgestellten Reibmodellen und Gesetzen, wirkt eine äußere periodische Kraft in tangentialer Richtung (z.B. $F'_T = \hat{F}'_T \cdot \sin(\omega t)$) im Kontaktbereich und eine Hysteresekurve zwischen tangentialer Kontaktkraft F_T und Relativverschiebung δ_T entsteht, siehe Abbildung 2.16 [34].

Nach der Last unterscheidet sich die Hysteresekurve zwischen

- Belastung ($F'_T > 0$ **und** $\dot{\delta}_T \geq 0$ oder $F'_T < 0$ **und** $\dot{\delta}_T \leq 0$) und
- Entlastung ($F'_T > 0$ **und** $\dot{\delta}_T < 0$ oder $F'_T < 0$ **und** $\dot{\delta}_T > 0$).

Nach dem Verlauf der Kurve unterteilt sich die Hysterese in drei Phasen:

- 1. Phase: $0 < F'_T < \mu|F_N|$ **und** $\dot{\delta}_T > 0$ oder $-\mu|F_N| < F'_T < 0$ **und** $\dot{\delta}_T < 0$. Mikroschlupf tritt im Kontaktbereich auf, obwohl makroskopisch betrachtet die Kontaktkörper noch aneinander haften. Diese Phase wird durch Gleichung (2.49) beschrieben und gehört zur oben genannten Belastung.

- 2. Phase: $F'_T \geq \mu|F_N|$ oder $F'_T \leq -\mu|F_N|$. Bei Überschreiten der Haftgrenze tritt Coulomb Reibung auf und makroskopisches Gleiten zwischen den Kontaktkörpern wird beobachtet. Diese Phase wird durch Gleichung (2.39) beschrieben und gehört wie die 1. Phase ebenfalls zur Belastung.
- 3. Phase: $0 < F'_T < \mu|F_N|$ **und** $\dot{\delta}_T < 0$ oder $-\mu|F_N| < F'_T < 0$ **und** $\dot{\delta}_T > 0$. Diese Phase gehört zur Entlastung und wird als rein elastisch angenommen. Die Elastizität der kontaktierenden Rauheiten führt zur kleinen tangentialen Verschiebung der Kontaktkörper in Richtung gegen das vorherige makroskopische Gleiten. Die tangentiale Kontaktsteifigkeit dieser Phase wird durch Gleichung (2.38) definiert.

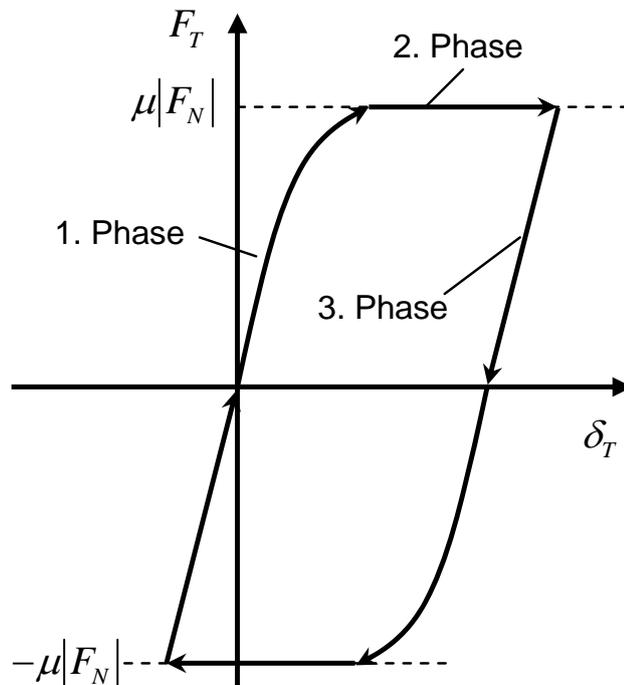


Abbildung 2.16: Hysteresekurve im Kontaktkraft-Verschiebungs-Diagramm - geschlossene Hysteresekurve, entstanden durch eine äußere harmonische Kraft in tangentialer Richtung

Im Fall einer äußeren, harmonischen Kraft in tangentialer Richtung ($F'_{T_{\max}} = -F'_{T_{\min}}$), ist die Relativverschiebung der Kontaktkörper in Richtung $F'_{T_{\max}}$ genauso groß wie in Richtung $F'_{T_{\min}}$. Damit entsteht eine geschlossene Hysteresekurve wie sie in Abbildung 2.16 dargestellt ist. Wenn die maximale Amplitude dieser äußeren harmonischen

2. TROCKENER KONTAKT

Kraft $F'_{T\max}$ die Haftgrenze nicht überschreitet ($F'_{T\max} < \mu|F_N|$), taucht die 2.Phase der Hysterese nicht auf. Aber wegen der Mikroschlupf- und Entlastungsphase, entsteht auch ohne makroskopisches Gleiten eine geschlossene Hysteresekurve, siehe Abbildung 2.17.

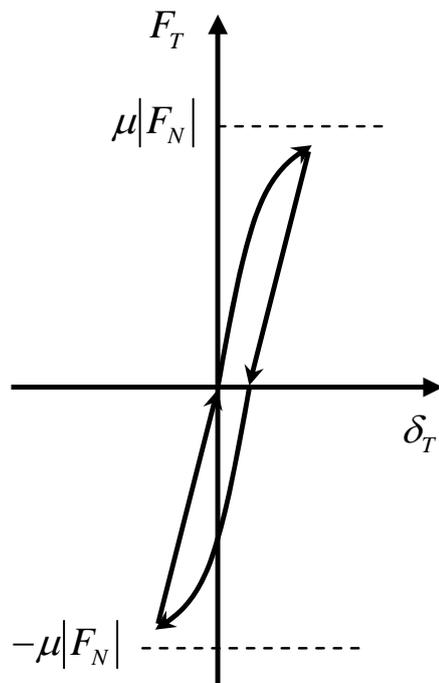


Abbildung 2.17: Hysteresekurve im Kontaktkraft-Verschiebungs-Diagramm - geschlossene Hysteresekurve ohne makroskopisches Gleiten

Obwohl die 2. und die 3. Phase der Hysteresekurve jeweils einen linearen Zusammenhang zwischen tangentialer Kontaktkraft F_T und Relativverschiebung δ_T repräsentieren, stellt die gesamte Hysteresekurve ganz betrachtet ein stark nichtlineares Kontaktverhalten unter Wirkung einer äußeren harmonischen Kraft in tangentialer Richtung F'_T dar.

Kapitel 3

Linearisierungsverfahren

3.1 Problemstellung

Um das Schwingungsverhalten zusammengesetzter Strukturen und der Energiedissipation in Fügstellen mit Finite Elemente Methoden im Frequenzbereich zu modellieren, kommt die Steady-State Analyse für die ABAQUS Simulation zum Einsatz. In dieser Analyse wird die stationäre Antwort einer Struktur unter Einfluss harmonischer Anregungen berechnet. Die Kontakteigenschaften können in einer User Subroutine definiert werden und die Bewegung der Knoten wird durch die in Abschnitt 2.2.3 erklärte Gleichung (2.30) bestimmt.

Für die hier verwendete Software ABAQUS müssen die Kontaktsteifigkeit \mathbf{K}_{Tang} und die Dämpfungskoeffizient \mathbf{D}_{Tang} für eine bestimmte Anregungsfrequenz konstant sein. Deswegen ist es notwendig, die im Abschnitt 2.3 vorgestellte Nichtlinearität im Kontaktverhalten durch eine geeignete Linearisierungsmethode zu linearisieren. Die verwendete Methode dient dazu, ein nichtlineares System für einen bestimmten Arbeitspunkt durch ein äquivalentes lineares System zu ersetzen. Damit können für die Analyse des betrachteten Arbeitspunktes Methoden der linearen Systemtheorie wie z.B. Übertragungsfunktion und Frequenzganganalyse verwendet werden.

Im Folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten Methoden sowie andere Linearisierungsverfahren vorgestellt. Durch Vergleich der verschiedenen Verfahren werden die Vor- und Nachteile der entsprechenden Methoden dargestellt.

3.2 Übersicht der Linearisierungsmethoden

Unter Linearisierung versteht man die Annäherung einer nichtlinearen Funktion oder Differentialgleichung durch eine lineare Funktion oder Differentialgleichung. Verschiedene Verfahren wurden in der Vergangenheit entwickelt, um die Nichtlinearität zu vereinfachen und die Komplexität des entsprechenden Systems zu reduzieren.

3.2.1 Harmonische Balance und Energetische Balance Methoden

Die harmonische Balance Methode (HBM) und Energetische Balance Methode (EBM) sind die Linearisierungsverfahren, die in dieser Arbeit verwendet werden, um die Nichtlinearität des Kontaktgesetzes in tangentialer Richtung zu umgehen. In diesem Abschnitt werden die beiden Methoden vorgestellt und im Detail diskutiert.

Harmonische Balance Methode: Die harmonische Balance Methode ist eines der bekanntesten Verfahren im Frequenzbereich für die Bestimmung der periodischen Lösungen nichtlinearer Differentialgleichungen [35]. In der Schwingungsmechanik wird diese Methode verwendet, um das Steady-State Verhalten des nichtlinearen Systems zu analysieren. Ebenfalls kommt HBM sehr oft in der Regelungstechnik und in der elektrischen Schaltkreisanalyse zum Einsatz [18, 37].

Die klassische harmonische Balance Methode (KHBM) benutzt abgebrochene Fourier-Reihen für die Approximation. Gegeben seien eine Reihe von Differentialgleichungen und Anfangsbedingungen, beschrieben durch z.B.:

$$f\left(t, x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n)}\right) = 0 \quad (3.1)$$

Zur näherungsweisen Lösung wird die Funktionenreihe

$$x = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^m a_n \cos(nt) + \sum_{n=1}^m b_n \sin(nt) \quad (3.2)$$

benutzt. Da der Fourier-Reihe Ansatz unendlich differenzierbar ist, werden alle Ableitungen $x^{(n)}$ durch Sinus- und Cosinus-Funktionen ersetzt. Einsetzen in die Differentialgleichung und Koeffizientenvergleich bezüglich $\sin(nt)$ und $\cos(nt)$ ergibt die Koeffizienten a_n und b_n . Die Genauigkeit der angenäherten Lösung hängt stark von der Anzahl der

3.2 Übersicht der Linearisierungsmethoden

Sinus- und Cosinusfunktionen (Größe der Summationsgrenze m in Gleichung (3.2)) ab. Je größer m ist, desto genauer ist die Approximation. Andererseits steigt damit auch der Aufwand für die Bestimmung der Koeffizienten. Der Zusammenhang zwischen der Nährgenauigkeit und der Anzahl der Funktionen im Ansatz wird hier durch eine gewöhnliche Differentialgleichung 2. Ordnung als Beispiel dargestellt.

Gegeben sei eine nichtlineare Differentialgleichung

$$\ddot{x} + \alpha(x^2 - 1)\dot{x} + x = F \sin(\omega t), \quad \dot{x}(0) = 0 \text{ und } x(0) = 0.2 \quad (3.3)$$

mit

$$F = 30, \quad \omega = 2, \quad \alpha = 1, \quad \text{und} \quad t \in [0, 20] \quad (3.4)$$

Die Lösungen durch KHBM mit $m = 1$ und $m = 3$ sind in Abbildung 3.1 dargestellt. Zum Vergleich wird die Gleichung mit Runge-Kutta-Verfahren gelöst, die entsprechende Lösung als Referenz genommen und ebenfalls in Abbildung 3.1 dargestellt. Der mittlere quadratische Fehler (RMSE) zwischen Runge-Kutta-Verfahren und KHBM bei $m = 1$ ist 30.4 und 19.8 bei $m = 3$. Eine verbesserte Approximation ist durch die Erhöhung der Sinus- und Cosinus-Funktionsanzahl entstanden.

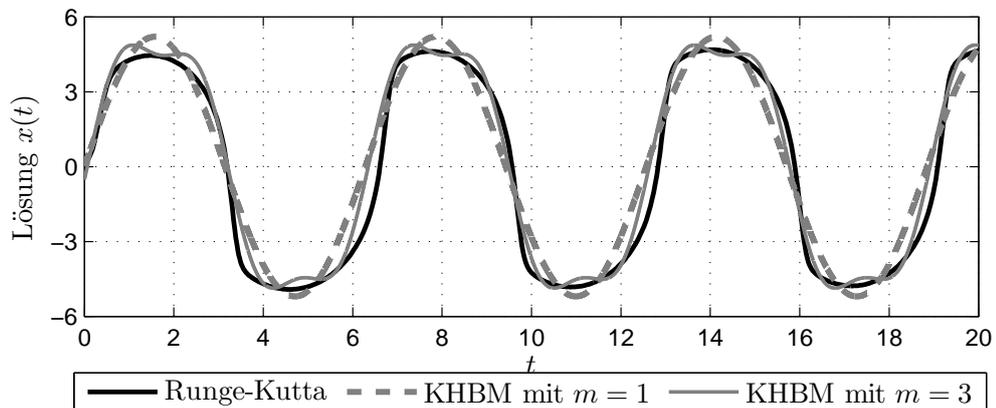


Abbildung 3.1: Lösungen einer nichtlinearen Differentialgleichung durch Runge-Kutta-Verfahren und durch klassische harmonische Balance Methode

Um einen linearen Zusammenhang zwischen einer nichtlinearen Funktion $f(x)$ und seiner periodischen Lösung $x(t)$ zu bestimmen, wird die harmonische Balance Methode 1. Ordnung verwendet ($m = 1$). Zunächst wird die periodische Lösung durch eine

3. LINEARISIERUNGSVERFAHREN

harmonische Lösung beschrieben

$$x(t) = A \sin(\omega t). \quad (3.5)$$

Mit einer Fourier-Reihe lässt sich die gesuchte Funktion durch

$$f(x(t)) = f(\omega t) \simeq \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^m a_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^m b_n \sin(n\omega t) \quad (3.6)$$

mit

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) d(\omega t)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \cos(n\omega t) d(\omega t)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \sin(n\omega t) d(\omega t)$$

approximieren.

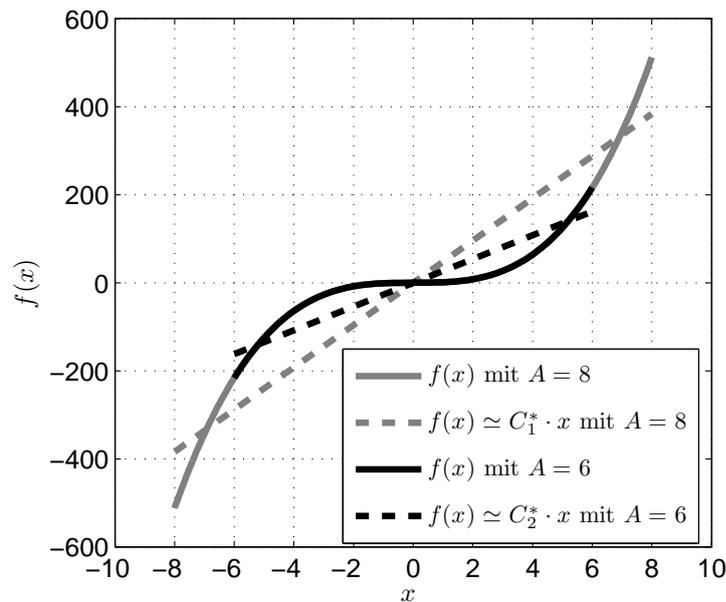


Abbildung 3.2: Direkte Linearisierung nichtlinearer Funktion mit HBM 1. Ordnung - Einfluss der Amplitude A auf $C^*(A)$

3.2 Übersicht der Linearisierungsmethoden

Im Fall einer ungeraden Funktion $f(x)$ und $m = 1$, sind alle $a_n = 0$ und damit ergibt sich die Funktion

$$f(x(t)) \simeq b_1 \sin(\omega t) \quad (3.7)$$

mit

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \sin(\omega t) d(\omega t).$$

So ergibt sich die angenährte lineare Zusammenhang zwischen $f(x)$ und x

$$\frac{f(x)}{x} = \frac{b_1 \sin(\omega t)}{A \sin(\omega t)} = \frac{b_1}{A} = C^*(A) \quad \Rightarrow \quad f(x) \simeq C^*(A) \cdot x \quad (3.8)$$

Damit kann die nichtlineare Funktion $f(x)$ durch eine Gerade mit einer konstanten Steigung $C^*(A)$ ersetzt werden. Wie in Gleichung (3.8) erklärt wird, ist die Konstante $C^*(A)$ von der Amplitude A abhängig. Der Einfluss der Amplitude A auf $C^*(A)$ zeigt sich durch den Vergleich zweier Linearisierungen der gleichen nichtlinearen Funktion $f(x)$ mit $A = 8$ und $A = 6$, siehe Abbildung 3.2.

Energetische Balance Methode: Mit der energetischen Balance Methode kann eine Ersatzdämpfungskantante d^* für eine typische geschlossene Kraft-Verformung-Hystereseschleife wie in Abbildung 2.16 bestimmt werden, so dass der gesamte Energieverlust während einer Periode durch

$$\Delta E^{d^*} = \int_0^T d^* \dot{\delta}_T^2 dt \quad (3.9)$$

berechnet wird.

Für die Herleitung der Energieverluste durch das Hystereseverhalten ΔE^d wird angenommen, dass die Kräfte in der Kraft-Verformungsbeziehung sich in konservative Kräfte (Potentialkräfte) und nicht konservative Kräfte (Dämpfungskräfte) trennen lassen, siehe Abbildung 3.3

$$F^{kd}(\delta_T, \dot{\delta}_T) = F^d(\delta_T, \dot{\delta}_T) + F^k(\delta_T) \quad (3.10)$$

3. LINEARISIERUNGSVERFAHREN

Somit ergibt sich die Energieverlust einer Periode

$$\Delta E^d = \int_0^T F^{kd}(\delta_T, \dot{\delta}_T) dt = \int_0^T F^d(\delta_T, \dot{\delta}_T) dt + \int_0^T F^k(\delta_T) dt \quad (3.11)$$

mit

$$\int_0^T F^k(\delta_T) dt = -\Delta E_{\text{pot}} = 0$$

Aus Gleichung (3.11) kann man feststellen, dass der Energieverlust einer Periode gleich der von der Hystereseschleife eingeschlossenen Fläche ist

$$\Delta E^d = \int_0^T F^d(\delta_T, \dot{\delta}_T) dt = A_{\text{Hys}} \quad (3.12)$$

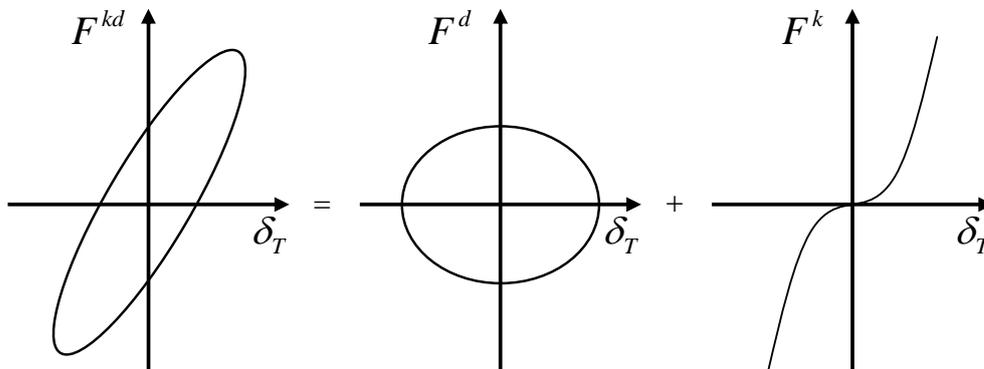


Abbildung 3.3: Hystereseschleife - Trennung der konservativen und nicht konservativen Kräfte

Für eine in Abbildung 3.3 dargestellte Hystereseschleife wird der Zeitverlauf $\delta_T(t)$ wieder ähnlich wie in HBM durch eine harmonische Lösung

$$\delta_T(t) = A \cos(\omega t) \quad (3.13)$$

ersetzt. Somit ergibt sich die Ersatzdämpfungskonstante nach der energetischen Balance Methode

$$\Delta E^{d*} \stackrel{!}{=} \Delta E^d = A_{\text{Hys}}$$

3.2 Übersicht der Linearisierungsmethoden

$$\begin{aligned}
 \text{mit: } \Delta E^{d^*} &= \int_0^T d^* \dot{\delta}_T^2 dt = \int_0^T d^* \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t) dt = \pi \omega A^2 d^*, \text{ da } \int_0^T \sin^2(\omega t) dt = \frac{\pi}{\omega} \\
 &\Rightarrow \pi \omega A^2 d^* \stackrel{!}{=} A_{\text{Hys}} \\
 &\Rightarrow d^*(A) = \frac{A_{\text{Hys}}}{\pi \omega A^2} \tag{3.14}
 \end{aligned}$$

Gleichung (3.14) zeigt auch bei der Ersatzdämpfungskonstanten $d^*(A)$ für ein nichtlineares System die Abhängigkeit von der Amplitude der harmonischen Lösung A , wie die konstante Steigerung $C^*(A)$ durch die Linearisierung von HBM in Gleichung (3.8).

3.2.2 Andere Linearisierungsverfahren

Störungsrechnung: Die Störungsrechnung, die erst von Astronomen verwendet wurde, um die Auswirkungen kleiner Störungen auf die Bewegungen der Himmelskörper vorherzusagen, ist eine der am häufigsten verwendeten analytischen Methoden in verschiedenen Naturwissenschaftsgebieten, um die Nichtlinearität zu umgehen [26].

In einem klassischen Störungsproblem wird das System durch eine Reihe von Differentialgleichungen und Anfangsbedingungen beschrieben, wie z.B.:

$$f(t, x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n)}, \varepsilon) = 0 \tag{3.15}$$

mit ε als kleinem Parameter, für den $0 < \varepsilon \ll 1$ gilt.

Zur näherungsweise Lösung wird die Funktionenreihe

$$x = x_0 + \varepsilon \cdot x_1 + \varepsilon^2 \cdot x_2 + \dots + \varepsilon^n \cdot x_n \tag{3.16}$$

benutzt. Einsetzen in die Differentialgleichung und Koeffizientenvergleich bezüglich ε ergibt ein System von Differentialgleichungen für die Funktionen x_i . Die Funktion x_0 ist die Lösung des ungestörten Systems mit $\varepsilon = 0$. Wenn das ungestörte Problem analytisch lösbar ist, kann auch oft die erste Näherung der Störung analytisch gelöst werden.

Aufgrund der breiten Anwendungen dieser Methode wurde die Störungsrechnung im Laufe der Zeit von verschiedenen Wissenschaftlern erweitert, um die Verwendungsbegrenzungen dieser Verfahren zu reduzieren.

3. LINEARISIERUNGSVERFAHREN

- Die von LINDSTEDT (1882) und POINCARÉ (1886) entwickelte *Lindstedt-Poincaré-Methode* dient zur gleichmäßigen Approximation periodischer Lösungen gewöhnlicher Differentialgleichungen in Fällen, wo die übliche Störungstheorie versagt, und entfernt säkulare Terme der Störungsrechnung [38].
- Die *Krylov-Bogoliubov-Mitropolskii (KBM) Methode* wurde zuerst von KRYLOV (1947) und BOGOLIUBOV (1947) entwickelt, um periodische Lösungen von gewöhnlichen Differentialgleichung 2. Ordnung zu berechnen [28]. Später haben BOGOLIUBOV (1961) und MITROPOLSKII (1961) die Methode für den gedämpften oszillatorischen Prozess erweitert [6].
- STURROCK (1957) führte als erster die *Method of Multiple Scales* ein [39]. Diese Methode berücksichtigt die Einflüsse der Amplitudenänderung des Systems und eliminiert damit die säkularen Terme, die zu grenzlosen Störungen führen können.

Die Genauigkeit dieser Methode hängt stark von der Auswahl des kleinen Parameters ε ab. Eine unpassende Auswahl des Parameters ε kann zu großen Abweichungen in der Lösung führen. Für diese Methode soll $0 < \varepsilon \ll 1$ sein, deswegen begrenzt sich dieses Verfahren auf Systeme mit schwacher Nichtlinearität.

Potenzreihen-Methode: Mit der Potenzreihen-Methode wird die Lösung einer nichtlinearen, gewöhnlichen Differentialgleichung wie

$$f(x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{(n)}) = 0 \quad (3.17)$$

durch eine Funktionenreihe

$$x = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_i x^i \quad (3.18)$$

approximiert.

Anders als die Methode der Störungsrechnung kann die Potenzreihen-Methode auch verwendet werden, wenn sich kein kleiner Parameter ε im System befindet. Aber die

3.2 Übersicht der Linearisierungsmethoden

Berechnung der Koeffizienten ist oft aufwendig und die approximierte Lösung konvergiert nur sehr langsam. Dadurch wird der Anwendungsbereich dieser Methode stark begrenzt.

Weighted Linearization Method: Mit Hilfe der weighted linearization Methode wird eine nichtlineare Funktion durch eine lineare Funktion angenähert, die den mittleren quadratischen Fehler minimiert [46].

Angenommen, die nichtlineare, gewöhnliche Differentialgleichung für ein 1-FHG nichtlineares Oszillationsproblem ist in Form von

$$\ddot{x} + f(x) = 0 \quad (3.19)$$

gegeben, mit der nichtlinearen ungeraden Funktion $f(x)$ und Anfangsbedingungen $x|_{t=0} = A$ und $\dot{x}|_{t=0} = 0$. A ist die Amplitude der Schwingung.

Die nichtlineare Funktion wird dann angenähert durch

$$f(x) \simeq \sum_{i=0}^n a_i x^i. \quad (3.20)$$

Die Koeffizienten a_i ergeben sich durch

$$a_i = \frac{\int_{-A}^A x^i f(x) \omega(x) dx}{\int_{-A}^A x^{2i} \omega(x) dx}, \quad (3.21)$$

mit der Gewichtsfunktion $\omega(x)$ definiert im Intervall $(-A, A)$.

In der Literatur findet man verschiedene Vorschläge der Gewichtsfunktion $\omega(x)$. Angeregt von der Panovkoschen direkten Linearisierungsmethode [42], nahm SINHA (1970) $|x|^m$ für $\omega(x)$. DENMAN (1959) schlug die $\omega(x)$ in Form von $(1 - x^2/A^2)^{-1/2}$ vor [15].

3.3 Vergleich der HBM und EBM mit anderen Linearisierungsmethoden

In diesem Abschnitt werden die HBM und EBM mit den anderen Linearisierungsmethoden verglichen. Die Vor- und Nachteile der jeweiligen Methode werden dabei erläutert und diskutiert. Somit lassen sich die Begründungen für die Anwendung der HBM und EBM in dieser Arbeit darstellen.

Vergleich zur Störungsrechnung: Die Störungsrechnung und KHBM sind Methoden mit ähnlichem Prinzip. Für die approximierte Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen wird eine bestimmte Funktionenreihe benutzt. Durch die in Abschnitt 3.2.1 vorgestellte Modifikation kann eine nichtlineare Funktion mit HBM direkt linearisiert werden. Diese Möglichkeit gibt es bei der Störungsrechnung aber nicht. Außerdem ist aufgrund des kleinen Parameters ε die Störungsrechnung nur für ein nichtlineares Problem mit kleiner Amplitude geeignet. Darauf beschränkt sich die HBM hingegen nicht.

Vergleich zur Weighted Linearization Method: Die in Abschnitt 3.2.2 genannte Weighted Linearization Method kann eine nichtlineare Funktion direkt linearisieren wie die HBM. Der entscheidende Nachteil dieser Methode ist die Gewichtsfunktion $\omega(x)$. Für ein nichtlineares Problem mit kleiner und großer Amplitude werden nach Erfahrung unterschiedliche Gewichtsfunktionen $\omega(x)$ vorgeschlagen [46]. Bei der Kontaktmodellierung, abhängig von der Größe der Reibkraft, kann das Kontaktverhalten sich zwischen Haften und Gleiten unterscheiden. Die Amplitude der relativen Verschiebung zwischen den Kontaktkörpern im Haftzustand ist sehr klein im Vergleich zum Gleiten. Für ein Kontaktproblem, bei dem die beiden Zustände auftreten, kann diese Methode mit einer bestimmten Gewichtsfunktion das Kontaktverhalten nur teilweise gut approximieren.

Vergleich zum Newton-Verfahren: Für die nichtlinearen Probleme verwendet die FEM Software ABAQUS/Standard das numerische Newton-Verfahren. Die entsprechende nichtlineare Kennlinie wird damit in mehrere Inkremente unterteilt und jedes Inkrement wird dann als einzelnes Problem angesehen und iterativ berechnet [1].

Als Beispiel wird ein nichtlineares Kraft-Verschiebungsproblem und die Vorgehensweise der ABAQUS Lösung in Abbildung 3.4 dargestellt. Zum Zeitpunkt der Anfangskraft wird eine Linearisierung mit der Steifigkeit K_0 an die Kraft-Verschiebungskurve gelegt. Wenn der Unterschied zwischen berechneter Kraft P und realer Kraft I_a größer als

3.3 Vergleich der HBM und EBM mit anderen Linearisierungsmethoden

die gegebene Toleranz ist, wird eine neue Linearisierung im 2. Iterationsschritte mit der Steifigkeit K_a durchgeführt. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis die berechnete Kraft gleich der realen Kraft ist. Damit ist dann die aus der Zielkraft resultierende Verschiebung erreicht.

Die Genauigkeit der iterativen numerischen Methode verbessert sich mit steigender Anzahl der Iterationen. Um eine nichtlineare Funktion durch eine konstante Steigung zu ersetzen, wie für das Beispiel in Abbildung 3.2, hängt das Ergebnis solcher iterativen Verfahren sehr stark vom Arbeitspunkt ab. Die resultierende Steigung durch eine einmalige Linearisierung (Iteration) wie die HBM wird beim Newton-Verfahren zu einer größeren Abweichung führen. Um diese Abweichung zu reduzieren, sind dann mehrere Iterationen notwendig, die einen deutlich höheren Rechenaufwand im Vergleich zur HBM fordern.

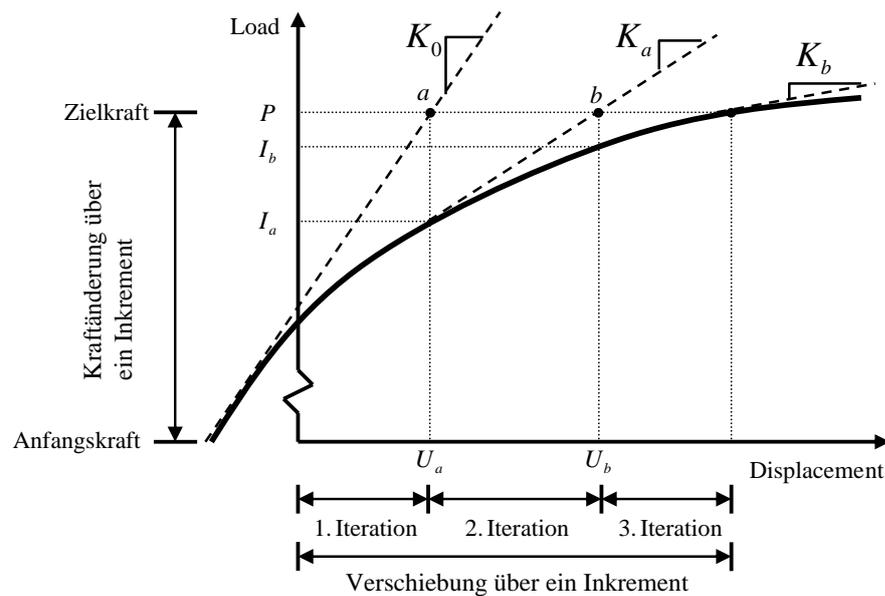


Abbildung 3.4: Iterative Lösung des nichtlinearen Problems mittels Newton-Verfahren

In dieser Arbeit fokussiert sich die Implementierung der HBM und EBM auf ein nicht-lineares Kontaktverhalten in Fügestellen unter Einfluss monofrequenter Anregung. Im Rahmen der geplanten Anwendung wird die Struktur in FE-Simulationen mit bestimmten Anregungsspektren beaufschlagt. In der Analyse sind die Anregungsspektren

3. LINEARISIERUNGSVERFAHREN

nicht kontinuierlich, sondern haben diskrete Frequenzen $n \cdot f_0$. Es wird angenommen, dass die Schwingung die gleiche Grundfrequenz wie die periodische Anregung besitzt. Für die Analyse mit multifrequenter Anregung ist die hier vorgestellte Anwendung nicht geeignet.

Kapitel 4

Implementierung der harmonischen und energetischen Balance Methode für numerische Modelle

In diesem Kapitel werden die HBM und EBM in verschiedenen numerischen Modellen eingesetzt. Die Vorgehensweise dient dazu, die Genauigkeit und Eignung der beiden Methoden für die Modellierung des Kontaktverhaltens zu untersuchen.

4.1 Duffing Schwingermodell

Anhand eines Schwingermodells wird die Genauigkeit der klassischen harmonischen Balance Methode (KHBM) untersucht und ob das Prinzip der harmonischen Balance Methode für die Beschreibung des Verhaltens eines nichtlinearen Schwingers im stationären Zustand geeignet ist.

In diesem Abschnitt wird der Duffing Schwinger [53] als Beispiel genommen. Er kann als Erweiterung des linearen harmonischen Oszillators, um eine kubische Rückstellkraft betrachtet werden. Sein Verhalten wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$\ddot{x} + d\dot{x} + kx + \alpha x^3 = F \sin(\omega_0 t). \quad (4.1)$$

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

Für bestimmte Bereiche der Parameter können chaotische Schwingungen in diesem System auftreten. Aber wenn hinreichend Dämpfung im Spiel ist, kann sich in der Regel kein chaotisches Verhalten ausbilden. Wegen der Untersuchung der Energiedissipation in Fügstellen in dieser Arbeit ist dann das chaotische Schwingungsverhalten dieses Systems nicht der Fokus. Deswegen wird in diesem Abschnitt das periodische Schwingungsverhalten des Schwingers im stationären Zustand untersucht.

Als Referenz wird die Gleichung (4.1) (Parameterwerte siehe Anhang) mit Newton-Verfahren (Runge-Kutta) gelöst, das Schwingungsverhalten ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Nach einer Einschwingungsphase kommt der Schwinger bei $t = 11\text{s}$ in den stationären Zustand und die maximale Auslenkung x bleibt konstant bei 0.393.

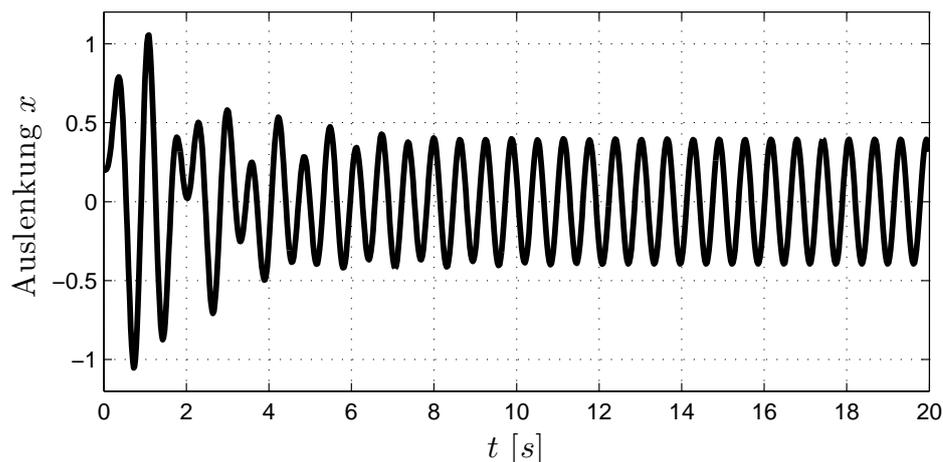


Abbildung 4.1: Auslenkung des Duffing Schwingers

Mit der in Abschnitt 3.2.1 genannten KHBM wird das Schwingungsverhalten im stationären Zustand approximiert. Hier ist der Parameter m in (3.2) genau wie bei der HBM zu 1 gesetzt. Die angenäherte Lösung von KHBM zeigt sich in Abbildung 4.2. Da die Auslenkung $x(t)$ in der KHBM durch eine harmonische Funktion ersetzt ist, bleibt die Schwingungsamplitude über die gesamte Zeitspanne konstant. Der maximale Wert der approximierten Lösung liegt bei 0.395 und der Unterschied zwischen der Referenz und Annäherung ist 0,5%. Damit lässt sich feststellen dass das Prinzip der HBM das Schwingungsverhalten im stationären Zustand mit guter Genauigkeit approximieren kann.

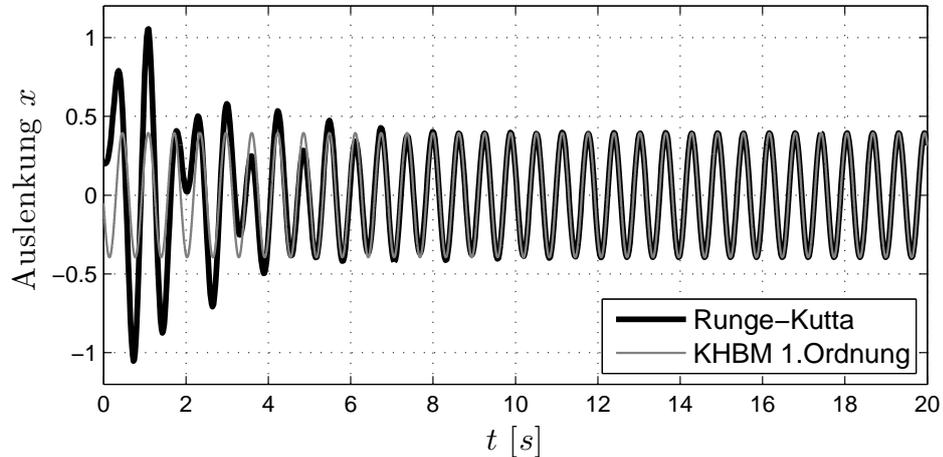


Abbildung 4.2: Vergleich der Auslenkung des Duffing Schwingers zwischen Newton-Verfahren (Runge-Kutta) und KHBM 1.Ordnung

Durch die Variation der Anregungsfrequenz ω_0 in Gleichung (4.1) kann der Zusammenhang zwischen der Frequenz und der maximalen Schwingungsamplitude im stationären Zustand festgestellt werden. Ein typisches Merkmal im Amplitudengang eines solches Systems ist die gekrümmte Spitze [17]. Dieser Zusammenhang lässt sich analytisch approximieren und ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Im Bereich $8,7 < \omega_0 < 13,3$ würde es theoretisch für jede Anregungsfrequenz drei unterschiedliche Schwingungsamplituden geben. Dieses Phänomen taucht weder in der Realität noch in der Lösung von KHBM auf. Aber durch ein „Sweep up“ (langsame Erhöhung des Parameter ω_0 von 0 auf 20 Rad) und „Sweep down“ (langsame Reduzierung des Parameter ω_0 von 20 auf 0 Rad) werden Sprünge im Amplitudengang beobachtet, siehe Abbildung 4.3. Die Untersuchungen zeigen, dass das wesentliche Verhalten eines nichtlinearen, glatten Systems mit kubischer Steifigkeit gut abgebildet wird.

Wie in verschiedenen Literaturstellen beobachtet wird, treten auch superharmonische Resonanzen im Duffing Schwingungssystem auf. Dieser Effekt ist in Abbildung 4.3 nicht zu sehen, sondern nur die Auswirkung der kubischen Nichtlinearität auf die „Hauptresonanz“ (d.h. bei Anregungsfrequenzen in der Nähe der „Hauptresonanz“ des zugehörigen Problems). Dies liegt daran, dass die KHBM 1.Ordnung für die Untersuchung in diesem Abschnitt verwendet wird. Mit der entsprechenden KHBM höherer Ordnung sind die superharmonischen Resonanzen auch im Amplitudengang zu erkennen.

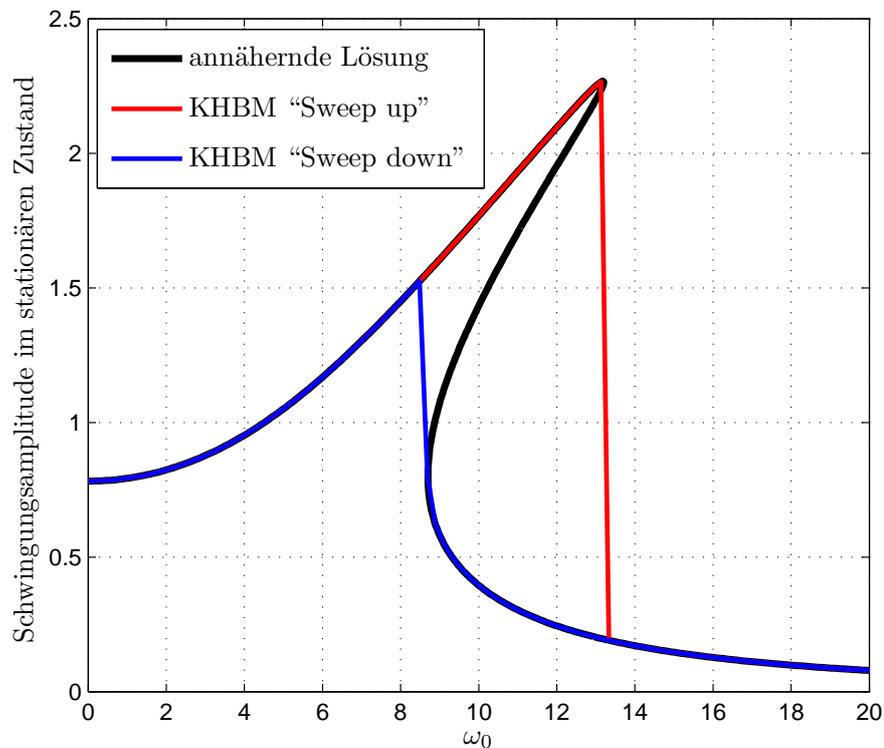


Abbildung 4.3: Amplitudengang des Duffing Schwingers in der Nähe der Hauptresonanz

Im Abschnitt 3.3 wird erklärt, dass in der geplanten Anwendung die Struktur in einer FE-Simulation mit einer bestimmten, monofrequenten Anregung beaufschlagt wird. In der Annahme, dass die Schwingung die gleiche Grundfrequenz wie die periodische Anregung besitzt, ist deswegen der Fokus der Untersuchung in diesem Abschnitt die KHBM 1.Ordnung.

4.2 Dynamisches Klotz-Ebene Modell

In diesem Abschnitt werden die harmonische und energetische Balance Methoden für die Beschreibung des nichtlinearen Reibverhaltens eingesetzt, um die Anwendbarkeit und Genauigkeit der Verfahren für die nichtglatte Kontaktmodellierung zu untersuchen.

4.2.1 Modellbeschreibung

Für die Implementierung der HBM und EBM wird das Reibmodell nach DA VINCI und COULOMB [54] als Untersuchungsbeispiel genommen. Man stellt sich einen starren Klotz auf einer Ebene vor. Eine äußere normale Kraft F'_N und eine tangentielle Kraft F'_T belasten den Klotz. Die entstandene Kontaktfläche ist eben und trocken. Die normale Kraft F'_N ist konstant, so dass der Normaldruck im Kontakt unabhängig von der Zeit unverändert bleibt. In tangentialer Richtung wird der Klotz durch die periodische Kraft $F'_T = \hat{F}'_T \sin(\omega t)$ in Bewegung gesetzt, siehe Abbildung 4.4.

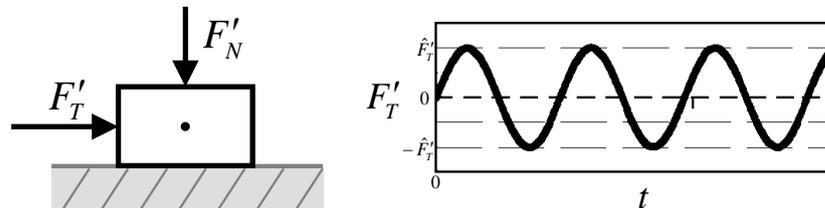


Abbildung 4.4: Das Modell und die periodische tangentielle Kraft F'_T

Das nichtlineare Kontaktverhalten in tangentialer Richtung wird durch Gleichung (2.49) beschrieben. Als Folge der periodischen Anregungskraft $F'_T = \hat{F}'_T \sin(\omega t)$ entsteht eine Hysterese zwischen der tangentialen Kontaktkraft F_T und der Bewegung des Klotzes, wie sie in Abbildung 2.16 dargestellt ist. Durch die Linearisierung nach HBM und KBM können eine konstante, tangentielle Kontaktsteifigkeit k_T^* und ein ebenfalls konstanter Dämpfungskoeffizient d_T^* für eine konstante Erregungsamplitude im stationären Zustand festgestellt werden. Mit diesen beiden Parametern lässt sich die Kontaktmodellierung zwischen dem Klotz und der Ebene durch ein Feder- und Dämpferelement ersetzen, siehe Abbildung 4.5.

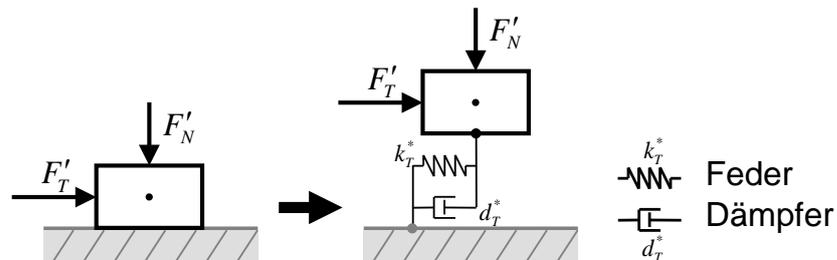


Abbildung 4.5: Kontaktmodellierung durch Feder- und Dämpferelement

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

Somit kann die Bewegung des Klotzes durch eine lineare, gewöhnliche Differentialgleichung

$$m\ddot{x} + d_T^*\dot{x} + k_T^*x = \hat{F}'_T \sin(\omega t) \quad (4.2)$$

approximiert werden. Zu prüfen ist, ob die Amplitude $\max(x(t))$ im stationären Zustand durch die Linearisierung mit hinreichender Genauigkeit angenähert wird. Um die Genauigkeit der Methoden auszuwerten, ist es notwendig, die Amplitude $\max(x(t))$ dieses linearisierten Modells mit der Bewegung des Klotzes in einem nichtlinearen System zu vergleichen. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, das gleiche Reibmodell mit dem nichtlinearen tangentialen Kontaktverhalten abzubilden. Da die Kontaktmodellierung des nichtlinearen Mindlin Gesetzes (2.49) mittels der Finite Elemente Methode im Zeitbereich bereits vorhanden ist [34], wird das gleiche Modell in der FEM-Software ABAQUS aufgebaut und berechnet.

Wie in Abbildung 4.6 dargestellt, beinhaltet das FE-Modell ebenfalls einen Klotz und eine flache Ebene. Durch einen Normaldruck entsteht Kontakt zwischen den beiden Körpern. Der Normaldruck bleibt während der gesamten Simulation konstant. In tangentialer Richtung (x -Richtung) wird der Klotz in seinem Massenschwerpunkt durch die gleiche periodische Kraft $F'_T = \hat{F}'_T \sin(\omega t)$ belastet. Somit kann die relative Verschiebung zwischen den Kontaktkörpern nur parallel zur tangentialen Kraft F'_T auftreten. Als Randbedingung sind die 6 Freiheitsgrade der Ebene in allen Raumrichtungen gesperrt so dass sie sich nicht bewegen darf. Zur Auswertung wird die Verschiebung des Klotzes in x -Richtung genommen.

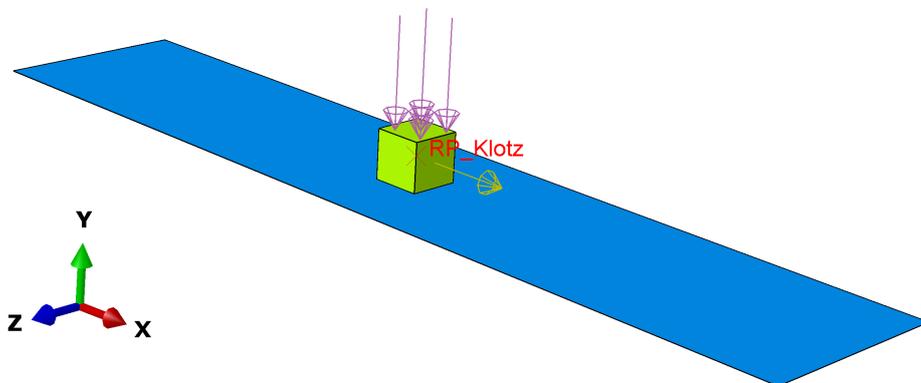


Abbildung 4.6: In ABAQUS aufgebautes Reibmodell

4.2.2 Linearisierung durch HBM und EBM

Bestimmung der äquivalenten tangentialen Kontaktsteifigkeit k_T^* : Für die Linearisierung der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit in tangentialer Richtung wird die im Abschnitt 3.2.1 genannte harmonische Balance Methode implementiert. Wenn die Amplitude der periodischen Anregungskraft F'_T die Haftgrenze $\mu F'_N$ überschreitet, entsteht wie im Abschnitt 2.3.3 erläutert eine Hysterese zwischen der tangentialen Kontaktkraft F_T und der relativen Verschiebung der Kontaktkörper δ_T , die drei Phasen enthält, siehe Abbildung 2.16.

Die 1. Phase, die durch das Mindlin Kontaktgesetz beschrieben wird, ist der Hauptverursacher der Nichtlinearität im System. Die 2. und 3. Phase sind einzeln betrachtet linear. Die Untersuchungen zeigen jedoch, dass wenn nur die 1. Phase oder die 1. und 2. Phase zusammen (Da die Übergang zwischen der beiden Phasenfunktionen glatt ist, kann sie als eine einzelne nichtlineare Funktion betrachtet werden.) durch die HBM linearisiert wird (siehe Abbildung 4.7), die ausgerechnete Kontaktverschiebung des linearen Systems deutlich kleiner ist als die Ergebnisse des nichtlinearen Referenzsystems mit FEM. In anderen Worten: die berechnete äquivalente Kontaktsteifigkeit k_T^* ist in diesem Fall viel zu hoch. Der Grund dieser großen Abweichung liegt darin, dass wenn makroskopisches Gleiten zwischen der Kontaktkörpern auftritt, die Coulomb-Reibung (2. Phase) hauptverantwortlich für die gesamte Kontaktverschiebung ist. Da das Verhalten des Klotzes in dieser Phase durch die Gleichung $m\ddot{x} = F'_T - \mu F'_N$ beschrieben werden kann, ist es offensichtlich, dass im diesen Bereich die tangentiale Steifigkeit gleich 0 sein soll. Deswegen führen die in Abbildung 4.7 dargestellten zwei Implementierungen der HBM zu einer zu großen Kontaktsteifigkeit und sind aus diesem Grund dafür nicht geeignet.

Um eine vernünftige, äquivalente Steifigkeit zu berechnen, ist es notwendig eine Ersatzfunktion für die Linearisierung zu erstellen, die alle drei Phasen der Hysterese berücksichtigt. Für die Generierung dieser Ersatzfunktion wird die gesamte Hysterese zuerst in zwei Bereiche geteilt, nämlich die obere Hälfte $f_{\text{Hys-O}}(x)$ und die untere Hälfte $f_{\text{Hys-U}}(x)$. Anschließend wird der Mittelwert der beiden Hälften durch

$$f_{\text{Hys-Ersatz}}(x) = \frac{f_{\text{Hys-O}}(x) + f_{\text{Hys-U}}(x)}{2} \quad (4.3)$$

berechnet. Damit wird die Ersatzfunktion der Hysterese erstellt, siehe Abbildung 4.8.

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

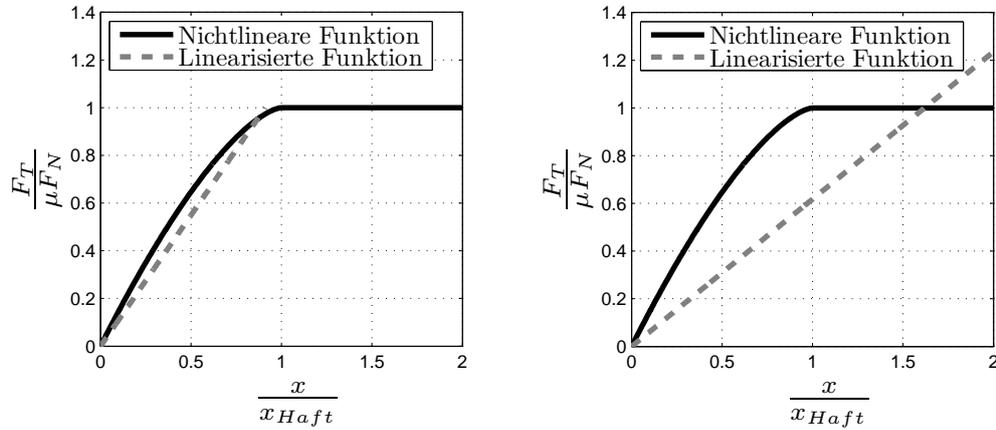


Abbildung 4.7: Linearisierung durch HBM - Links: Linearisierung der 1.Phase. Rechts: Linearisierung der 1. und 2. Phase

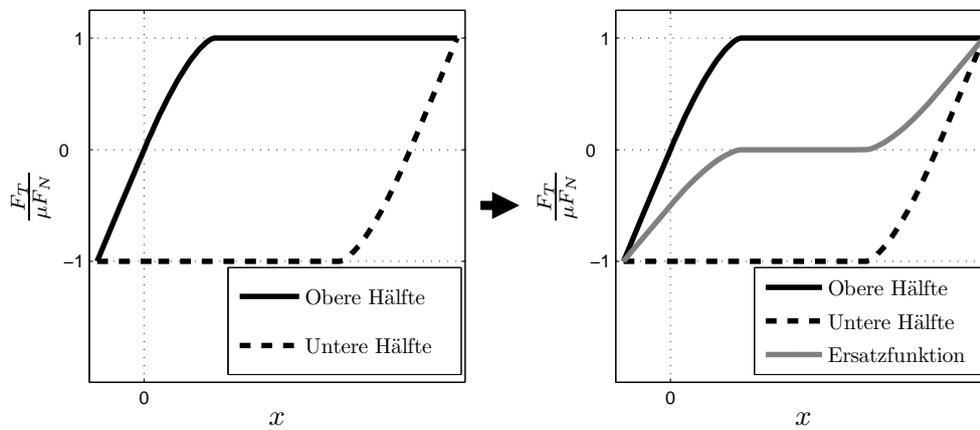


Abbildung 4.8: Erstellung der Ersatzfunktion - Links: Obere und untere Hälfte der Hysterese. Rechts: Ersatzfunktion der Hysterese.

In der ausgerechneten Ersatzfunktion sind alle drei Phasen der Hysterese wieder zu finden. Der flache Bereich ($f_{\text{Hys-Ersatz}}(x) = 0$) in der Mitte der Funktion repräsentiert die Coulomb Reibung (2. Phase). Der linke und der rechte Bereich betrachten die 1. und 3. Phasen der Hysterese. Da die beiden Hälften der Hysterese glatte Funktionen sind, ist die daraus entstandene Ersatzfunktion ebenfalls glatt. Wie im Abschnitt 3.2.1 bereits erklärt, ist die Voraussetzung der Implementierung der HBM, dass die nichtlineare

Funktion ungerade sein muss. Deswegen wird die Ersatzfunktion zunächst im Koordinatensystem so verschoben, dass sie ungerade ist und dann durch die HBM linearisiert, siehe Abbildung 4.9.

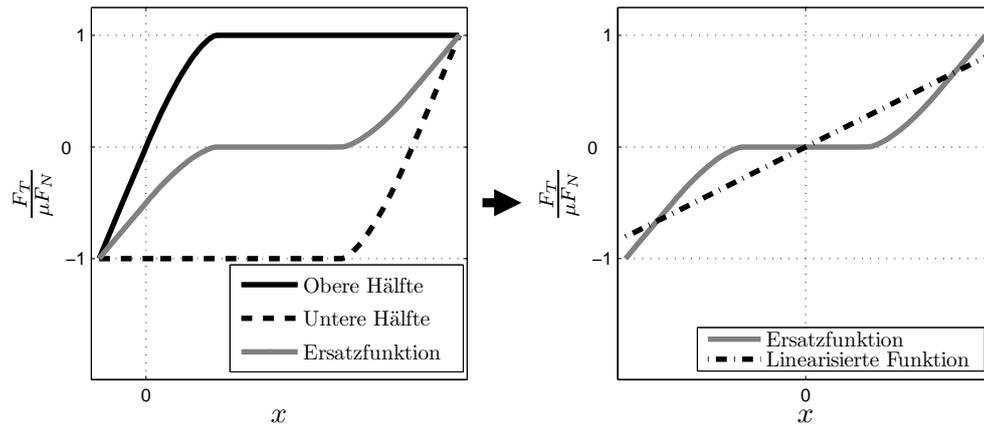


Abbildung 4.9: Linearisierung der Ersatzfunktion - Links: Ersatzfunktion der Hysterese. Rechts: Verschiebung und Linearisierung der Ersatzfunktion

Somit wird die äquivalente, tangentielle Kontaktsteifigkeit k_T^* bestimmt. Der gleiche Rechenvorgang gilt auch für den Fall, dass die tangentielle Anregungskraft F_T' unterhalb der Haftgrenze $\mu F_N'$ liegt und kein makroskopisches Gleiten der Kontaktkörper auftritt, siehe Abbildung 4.10.

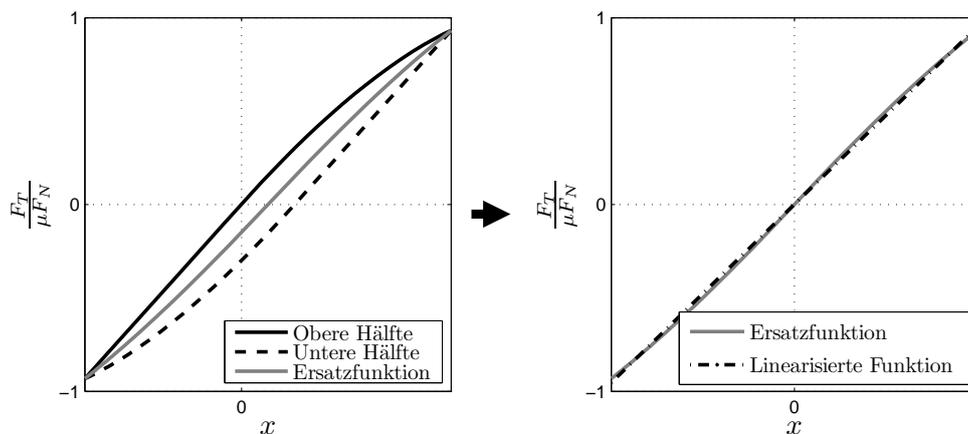


Abbildung 4.10: Linearisierung der Ersatzfunktion für den Haftzustand - Links: Ersatzfunktion der Hysterese. Rechts: Verschiebung und Linearisierung der Ersatzfunktion

Bestimmung des äquivalenten tangentialen Dämpfungskoeffizienten d_T^* : Für die Berechnung des äquivalenten Dämpfungskoeffizienten in tangentialer Richtung wird die im Abschnitt 3.2.1 genannte, energetische Balance Methode implementiert.

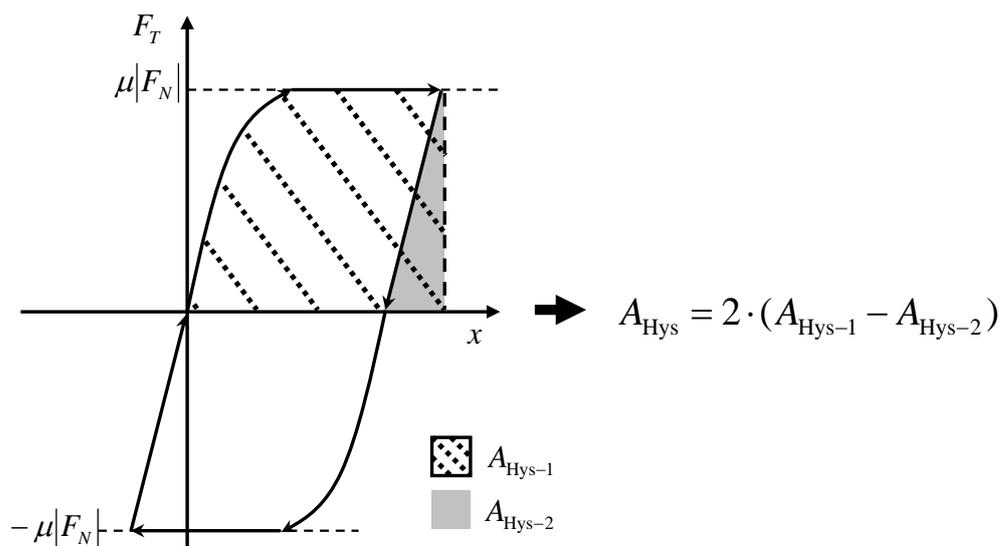


Abbildung 4.11: Berechnung der Hysterese-Fläche

Um die Größe der von der Hystereseschleife eingeschlossenen Fläche zu berechnen, werden zuerst die Flächegrößen unter den ersten und zweiten Phasen $A_{\text{Hys-1}}$ und die Fläche unter der dritten Phase der Hysterese $A_{\text{Hys-2}}$ ermittelt. Durch die Subtraktion der beiden Flächen ergibt sich die Hälfte der Hysteresegröße, siehe Abbildung 4.11. Für die Kalkulationen der Flächen unter die jeweiligen Kurven wird die Simpsonregel als numerisches Integrations-Verfahren verwendet [45]. Mit der ausgerechneten Hysterese-Fläche kann der äquivalente Dämpfungskoeffizient d_T^* nach Gleichung (3.14) bestimmt werden.

4.2.3 Iterative Berechnung der äquivalenten Steifigkeit und des Dämpfungskoeffizienten

Die Implementierungen der HBM und EBM, wie im Abschnitt 4.2.2 vorgestellt, sind und die Gleichung (3.8) und Gleichung (3.14) zeigen deutlich, dass die durch die Linearisierung bestimmte, äquivalente Steifigkeit und der Dämpfungskoeffizient von der maximalen relativen Kontaktverschiebung abhängig sind. Mit anderen Worten, die Linea-

risierung mit HBM und EBM kann nur angewendet werden, wenn die Hystereseurve bereits vorliegt. Da die ausgerechnete konstante Steifigkeit und der Dämpfungskoeffizient dazu dienen, dass eine lineare gewöhnliche Differentialgleichung erstellt und gelöst werden kann, um die maximale relative Verschiebung zwischen den Kontaktkörpern zu ermitteln, müssen die Rechengänge der beiden äquivalenten Parameter iterativ durchgeführt werden.

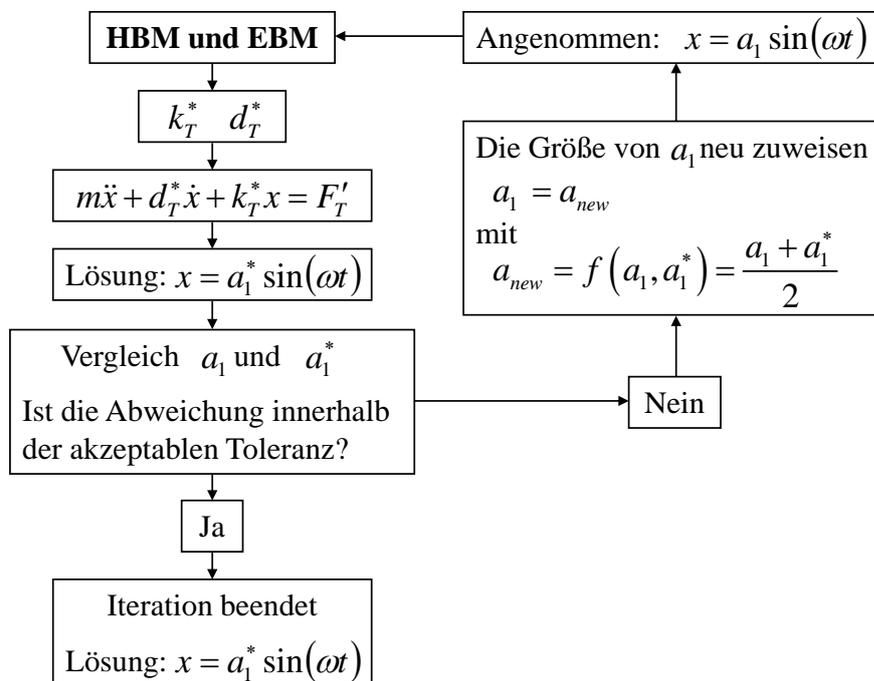


Abbildung 4.12: Iterative Berechnung der äquivalenten Steifigkeit und des Dämpfungskoeffizienten für jeden Kontaktknoten

Am Anfang der Iteration wird die maximale Kontaktverschiebung des Kontaktknotens geschätzt. Somit wird die Lösung der linearen, gewöhnlichen Differentialgleichung mit dem Koeffizienten a_1 in der Form von $x = a_1 \sin(\omega t)$ angenommen. Mit dieser Amplitude werden die äquivalente Steifigkeit k_T^* und der Dämpfungskoeffizient d_T^* für den zugehörigen Kontaktknoten durch HBM und EBM bestimmt. Die anschließend erstellte, lineare Differentialgleichung $m\ddot{x} + d_T^* \dot{x} + k_T^* x = F_T'$ wird gelöst und die zugehörige Lösung ist ebenfalls in der Form von $x = a_1^* \sin(\omega t)$. Danach wird die geschätzte Amplitude a_1 mit dem gerechneten Wert a_1^* verglichen. Wenn der Unterschied zwischen

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

den beiden Amplituden innerhalb der zulässigen Toleranz liegt, ist die Iteration beendet und die maximale Kontaktverschiebung endgültig ermittelt. Wenn die Abweichung zwischen a_1 und a_1^* außerhalb der Toleranz ist, wird eine neue geschätzte Amplitude angenommen und der selbe Rechenvorgang wiederholt sich, bis die akzeptable Toleranz erreicht ist, siehe Abbildung 4.12.

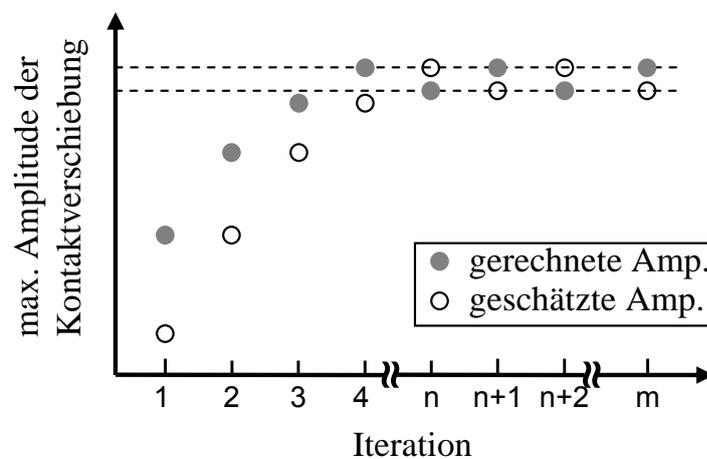


Abbildung 4.13: Konvergenzproblem bei der iterativen Berechnung wenn $a_1 = a_1^*$

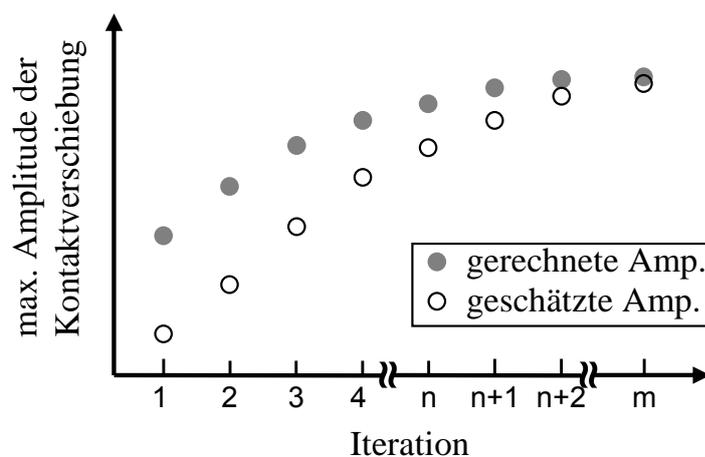


Abbildung 4.14: Iteration ohne Konvergenzproblem mit reduzierter Annäherungsgeschwindigkeit $a_1 = 0.5 \cdot (a_1 + a_1^*)$

Die Anzahl der Iterationen kann logischer Weise dadurch reduziert werden, dass die geschätzte Amplitude a_1 den gleichen Wert wie die berechnete Amplitude aus der letzten Iteration a_1^* nimmt ($a_1 = a_1^*$). Diese Maßnahme kann die iterative Berechnung tatsächlich beschleunigen, aber führt auch in manchen Fällen zum Problem, dass die geschätzte Amplitude immer zwischen zwei konstanten Werten wechselt und niemals konvergiert, siehe Abbildung 4.13.

Um dieses Problem zu beseitigen, wird die geschätzte Amplitude langsamer an den ausgerechneten Wert angenähert. Die neue angenommene Amplitude ist der Mittelwert der geschätzten und gerechneten Kontaktverschiebung der letzten Iteration, siehe Abbildung 4.12 und Abbildung 4.14.

4.2.4 Ergebnisse und Diskussion

Die Ergebnisse aus der FEM und dem linearisierten Modell werden in diesem Abschnitt dargestellt. Die beiden Modelle verwenden identische Parameter für die Kontakteigenschaft, siehe Anhang. Je nach Größe der Anregungskraft F'_T unterscheidet sich der Kontaktzustand zwischen Haften und Gleiten. Die Vergleiche der Ergebnisse werden in den zwei Zuständen getrennt vorgestellt.

Haftzustand: Mit den ausgewählten Parametern liegt die Haftgrenze μF_N bei 0,6 N. Für eine Anregungskraft $F'_T = \hat{F}'_T \sin(\omega t)$ mit $\hat{F}'_T = 0,5$ N bleibt der Klotz im Haften. In Abbildung 4.15 ist die Bewegung des Klotzes aus dem FEM Modell dargestellt.

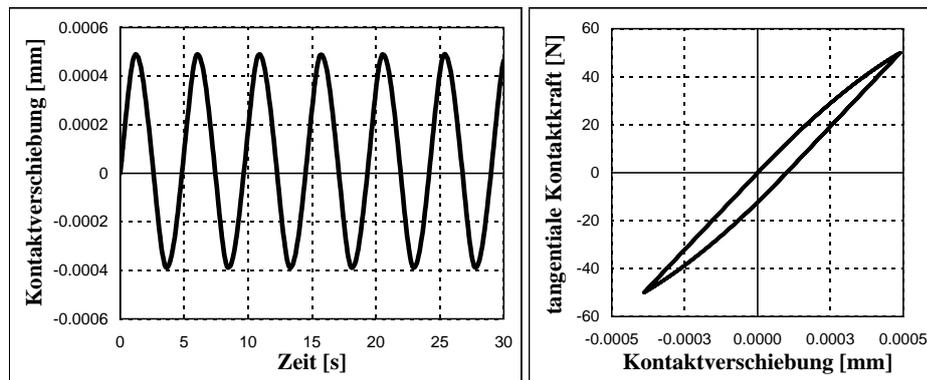


Abbildung 4.15: Bewegung des Klotzes aus dem FEM Reibmodell - Links: Verschiebung des Klotzes in tangentialer Richtung. Rechts: Hysteresekurve im Kontaktkraft-Verschiebungs-Diagramm

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

Die maximale Verschiebung des Klotzes in positiver x -Richtung (siehe Abbildung 4.6) beträgt $4,904 \cdot 10^{-4}$ mm und in negativer x -Richtung ist sie $3,899 \cdot 10^{-4}$ mm. So ist die durchschnittliche Verschiebungsamplitude $4,401 \cdot 10^{-4}$ mm.

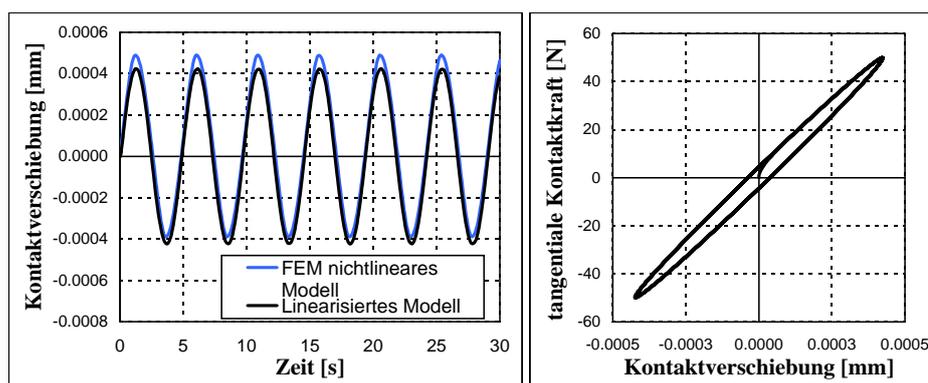


Abbildung 4.16: Bewegung des Klotzes aus dem linearisierten Reibmodell
 - Links: Verschiebung des Klotzes in tangentialer Richtung. Rechts: Hysteresekurve im Kontaktkraft-Verschiebung-Diagramm

Abbildung 4.16 repräsentiert die Ergebnisse des linearisierten Modells. Die maximale Amplitude in positiver und negativer x -Richtung sind $4,268 \cdot 10^{-4}$ mm und $4,266 \cdot 10^{-4}$ mm. Somit beträgt die durchschnittliche Verschiebungsamplitude $4,267 \cdot 10^{-4}$ mm und die Abweichung im Vergleich zum nichtlinearen FEM Modell liegt bei 3,1%. Ein anderer, erkennbarer Unterschied ist, dass die verschiedenen Phasen in der Hysteresekurve des nichtlinearen Systems durch die Linearisierung nicht mehr im Kontaktkraft-Verschiebungs-Diagramm des linearen Modells vorhanden sind.

Abbildung 4.17 stellt die Abweichungen des linearisierten Systems dar, wenn die Amplitude der Anregungskraft \hat{F}_T' konstant ist und ihre Frequenz zwischen 0,1 und 20 Rad variiert. Abbildung 4.18 repräsentiert die Ergebnisse des Vergleiches, wenn die Frequenz der Anregungskraft ω konstant gehalten wird und ihre Amplitude zwischen 40 und 55 N variiert. Die Untersuchungen zeigen, dass der durch die Linearisierung entstandene Unterschied stets innerhalb 5% liegt und das linearisierte Modell die maximale Verschiebung des Klotzes im stationären Zustand mit guter Genauigkeit abbilden kann.

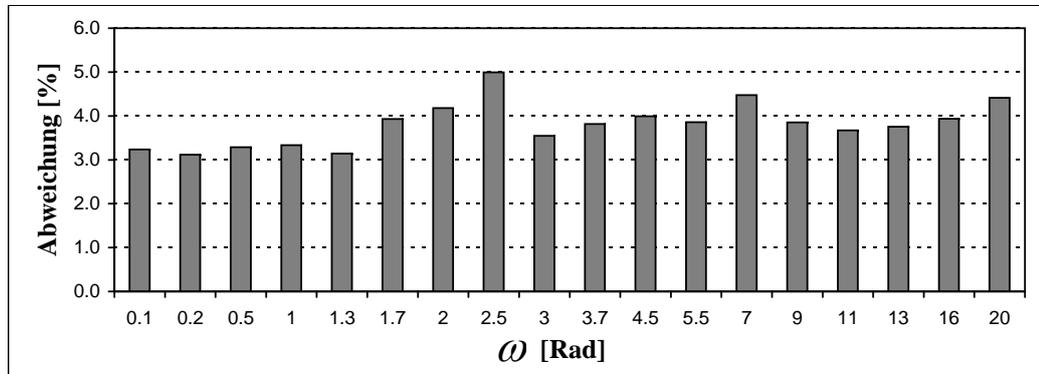


Abbildung 4.17: Unterschied der maximalen Kontaktverschiebung zwischen dem nichtlinearen und dem linearisierten Modell - Amplitude der Anregungskraft $\hat{F}'_T = 50$ N und Frequenz der Anregungskraft $0,1 \text{ Rad} \leq \omega \leq 20 \text{ Rad}$

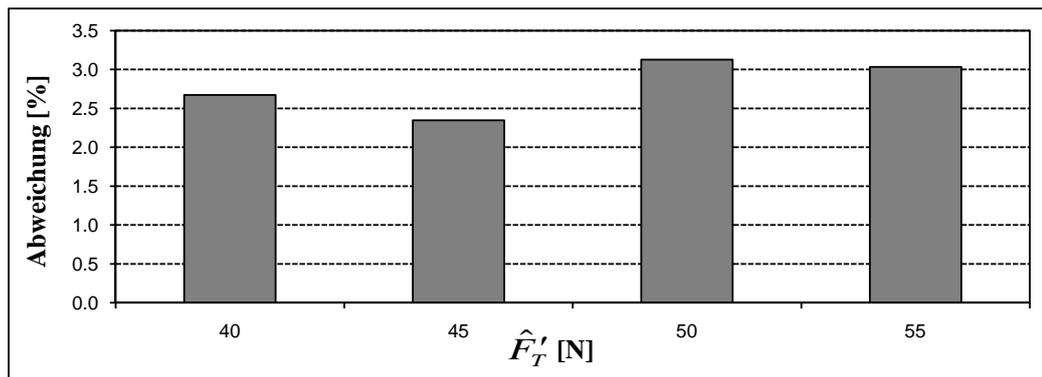


Abbildung 4.18: Unterschied der maximalen Kontaktverschiebung zwischen dem nichtlinearen und linearisierten Modell - Frequenz der Anregungskraft $\omega = 1,3$ Rad und Amplitude der Anregungskraft $40 \text{ N} \leq \hat{F}'_T \leq 55 \text{ N}$

Gleitzustand: Mit einer Amplitude $\hat{F}'_T = 75$ N überschreitet die Anregungskraft die Haftgrenze und der Klotz wird damit ins makroskopische Gleiten gebracht.

Abbildung 4.19 stellt die Bewegung des Klotzes in x -Richtung aus dem nichtlinearen FEM Modell dar. Der Klotz erreicht eine maximale Verschiebung von 41,79 mm. In Abbildung 4.20 sind die 3 unterschiedlichen Phasen der Hysterese zu erkennen. Von 0 bis 0,79 s ist der Klotz noch im Haftzustand (1.Phase) und von 0,79 bis 2,1 s tritt die

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

Coulomb Reibung auf. In dieser 2.Phase wird das makroskopische Gleiten beobachtet. Von 2,1 bis 2,4 s befindet sich der Klotz in der 3.Phase.

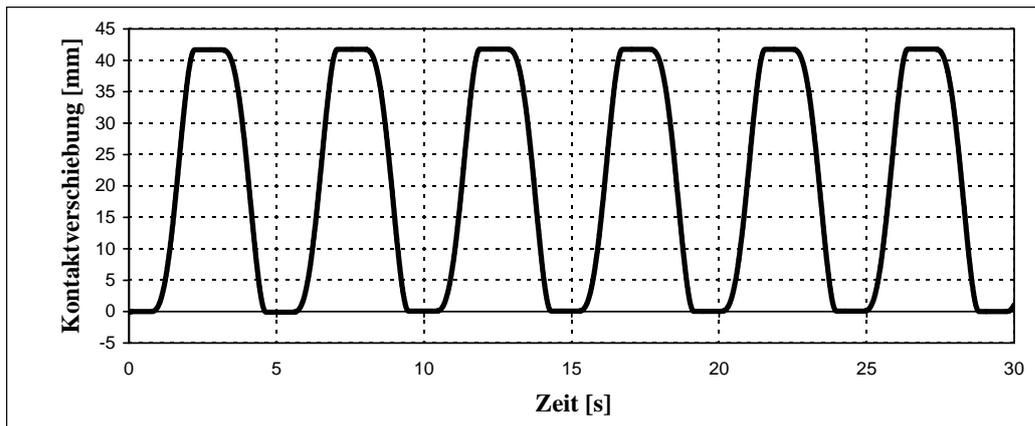


Abbildung 4.19: Bewegung des Klotzes aus dem FEM Reibmodell

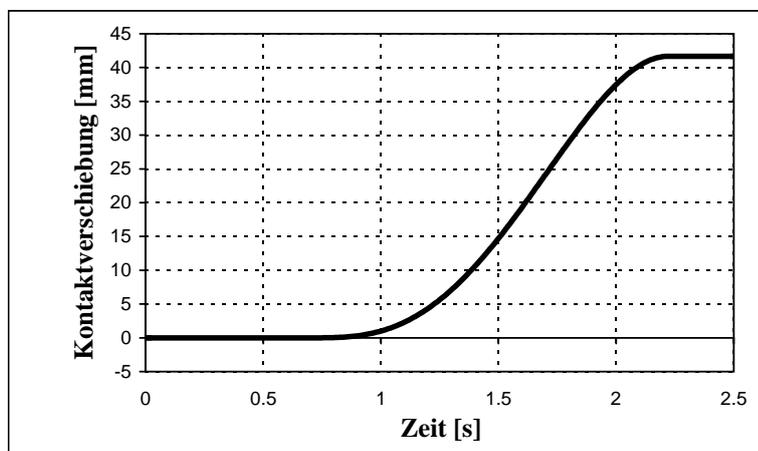


Abbildung 4.20: 3 verschiedene Phasen in der Bewegung des Klotzes

Durch die Linearisierung sind die 3 verschiedenen Phasen bei der Bewegung des Klotzes ebenfalls wie im Haftzustand nicht mehr im linearisierten Modell zu erkennen, siehe Abbildung 4.21. Aber der Hauptfokus ist, zu prüfen, ob die maximale Kontaktverschiebung durch das lineare System vernünftig berechnet werden kann. Die Ergebnisse zeigen, dass die maximale Bewegung des Klotzes 40,86 mm ist und im Vergleich zum nichtlinearen

FEM Modell liegt die Abweichung bei 2,2%.

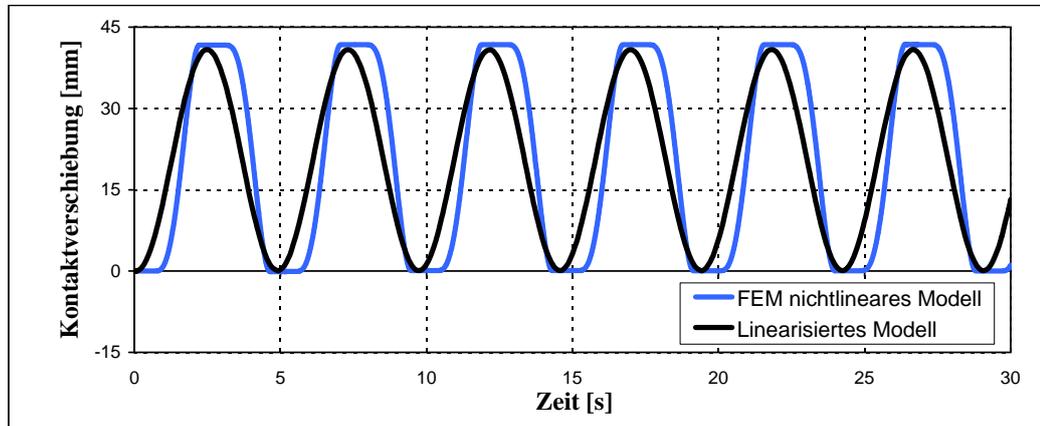


Abbildung 4.21: Vergleich der Bewegung des Klotzes zwischen dem nichtlinearen und dem linearisierten Reibmodell

Abbildung 4.22 stellt die Abweichungen des linearisierten Modells mit der Anregungsfrequenz $\omega = 1,3$ Rad und Anregungsamplitude \hat{F}'_T zwischen 70 und 82 N dar. Die durch die Linearisierung entstandenen Unterschiede liegen beim Gleitzustand bei maximal 9%. Da die Abweichung durch Linearisierung keinen direkten Zusammenhang mit der Anregungsamplitude besitzt, stellt kein monoton Zu- oder Abnehmen der Abweichung mit Veränderung der Anregungsamplitude in Abbildung 4.22 dar.

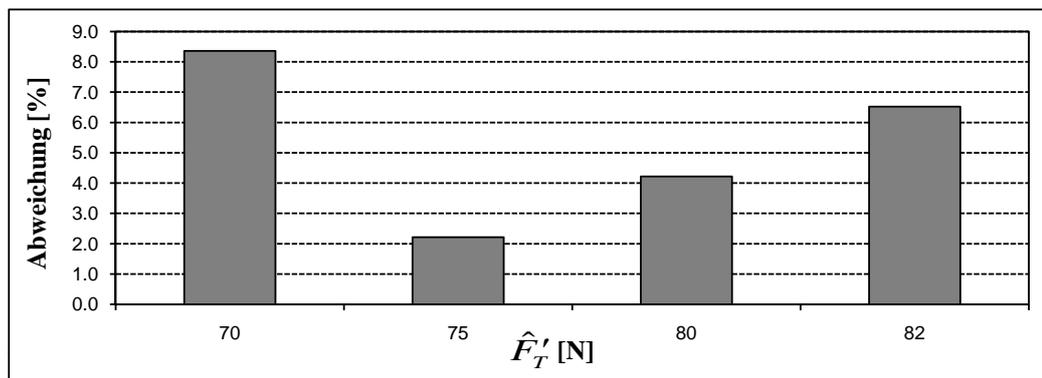


Abbildung 4.22: Unterschied der maximalen Kontaktverschiebung zwischen dem nichtlinearen und dem linearisierten Modell - Frequenz der Anregungskraft $\omega = 1,3$ Rad und Amplitude der Anregungskraft $70 \text{ N} \leq \hat{F}'_T \leq 82 \text{ N}$

Die Untersuchungen zeigen deutlich, dass mit der in dieser Arbeit vorgestellten Implementierung der HBM und EBM die maximale Kontaktverschiebung zwischen Klotz und Ebene sowohl im Haftzustand als auch im Gleitzustand durch eine lineare gewöhnliche Differentialgleichung mit vernünftiger Genauigkeit berechnet werden kann.

4.3 Balkenmodell

In diesem Abschnitt werden die HBM und EBM für die Vorhersagen der maximalen Kontaktverschiebung und des Energieverlustes durch Kontaktreibung im FEM Modell implementiert. Die Untersuchungen dienen dazu, die Notwendigkeit der Betrachtung der Fügstellendämpfung darzustellen und ihre Einflüsse auf das Verhalten der gesamten Struktur zu ermitteln.

4.3.1 Modellbeschreibung

Das in der FEM-Software ABAQUS aufgebaute Modell beinhaltet drei aufeinander liegende Balken. Sie sind alle aus Stahl und verformbar. Der obere und der untere Balken haben die gleiche Geometrie ($\mathbf{L} \times \mathbf{B} \times \mathbf{H} = 60 \times 10 \times 2 \text{ mm}^3$) und der dazwischen liegende Balken ist halb so dick wie die anderen beiden ($\mathbf{L} \times \mathbf{B} \times \mathbf{H} = 60 \times 10 \times 1 \text{ mm}^3$), siehe Abbildung 4.23.

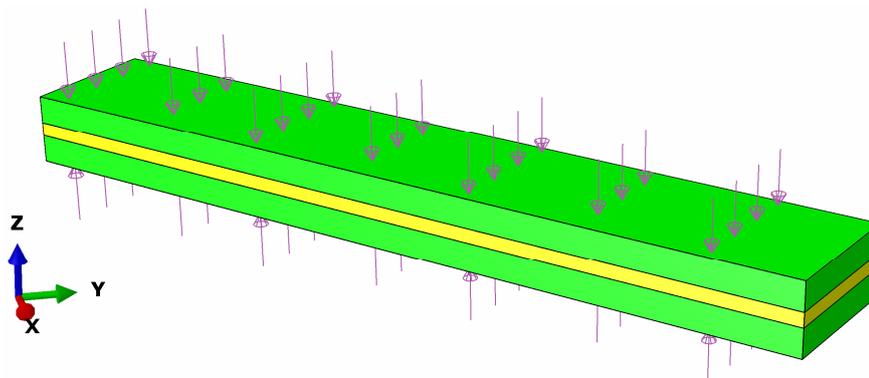


Abbildung 4.23: Das in ABAQUS aufgebaute Balkenmodell und der auf den oberen und den unteren Balken aufgetragene Druck

Um Kontakt zwischen den Balken herzustellen, werden zuerst in einem statischen Analyseschritt Druck auf die oberen und unteren Balken gebracht. Dieser Druck wird während der gesamten Analyse konstant gehalten, so dass zwei Kontaktflächen zwischen den drei Balken entstehen.

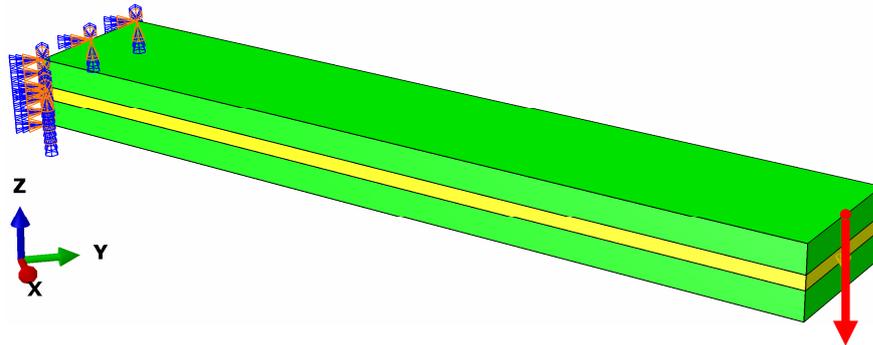


Abbildung 4.24: Randbedingung und Anregungskraft des Balkenmodells im Steady-State Analyseschritt

Anschließend werden die Balken in einer Steady-State Analyse zur Schwingung angeregt. Als Randbedingung sind die Balken an einem Ende festgehalten (die 6 Freiheitsgrade der dortigen Knoten werden in allen Raumrichtungen gesperrt). Am freien Ende wirkt eine harmonische Anregungskraft $F_T' = \hat{F}_T' \sin(\omega t)$ in Z -Richtung während dieser Analyse in der Mitte der oberen Kante der Balken, siehe Abbildung 4.24. Die Frequenz der Anregungskraft ω wird in 100 Schritten von 1 bis 100 Hz erhöht. Die Steady-State Analyse liefert für jede abgetastete Frequenz das Schwingungsverhalten der gesamten Struktur im stationären Zustand und den durch Kontaktreibung entstandenen Energieverlust.

4.3.2 Kontaktbeschreibung und Implementierung der HBM und EBM

Kontaktbeschreibung durch die UINTER Subroutine: Die bereits in der FEM-Software ABAQUS vorhandene Kontaktdefinition kann das in Abschnitt 2.3.2 genannte nichtlineare Gesetz nicht abbilden. Deswegen muss das Kontaktverhalten durch eine „User-defined interfacial constitutive behavior“ (UINTER) Subroutine definiert werden.

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

Die UINTER Subroutine interagiert mit dem ABAQUS-Löser in allen Iterationen der gesamten Simulation und wird für jeden sich im Kontakt befindenden „Slave“-Knoten aufgerufen [1]. Während des Steady-State Analyseschritts wird die Hysteresekurve des einzelnen Knotens mit einer geschätzten relativen Kontaktverschiebung in der Subroutine abgebildet und anschließend durch HBM und EBM linearisiert. Die dadurch ausgerechnete äquivalente tangentielle Kontaktsteifigkeit k_T^* und der Dämpfungskoeffizient d_T^* werden von der Subroutine an den ABAQUS-Löser übergeben. Mit diesen beiden Parametern löst ABAQUS eine lineare Differentialgleichung, Gleichung (2.30), um das Verhalten des Kontaktknotens zu ermitteln, siehe Abbildung 4.25.

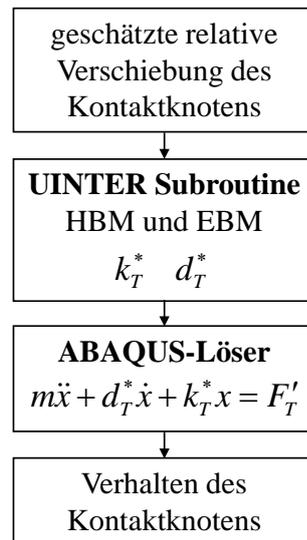


Abbildung 4.25: Interaktion zwischen ABAQUS-Löser und UINTER Subroutine

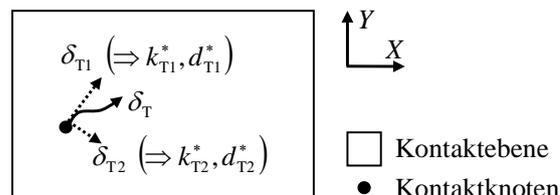


Abbildung 4.26: Unterteilung der relativen Kontaktverschiebung δ_T in zwei senkrechte Komponenten

Da die relative Kontaktverschiebung δ_T sich in der XY -Ebene (Abbildung 4.23) in zwei senkrechte Komponenten δ_{T1} und δ_{T2} aufteilen lässt, ergibt sich in jeder Komponenten-Richtung eine Hysteresekurve für den „Slave“-Knoten. Deswegen gehören zu jedem Knoten zwei äquivalente Steifigkeiten und Dämpfungskoeffizienten, siehe Abbildung 4.26.

Durch die Abbildung der Hysteresekurve in der UINTER Subroutine kann die Flächengröße der Hysterese berechnet werden. Somit liefert diese Subroutine zusätzlich noch den gesamten Energieverlust aufgrund der Kontaktreibung.

Iterative Berechnung der Linearisierung durch UEXTERNALDB Subroutine: Um die iterative Berechnung der äquivalenten Kontaktsteifigkeit und des Dämpfungskoeffizienten im FEM Modell zu implementieren, wird eine „User-defined external database“ (UEXTERNALDB) Subroutine verwendet. Diese Subroutine kann am Anfang und am Ende der gesamten Analyse oder jeder Iteration aufgerufen werden und beeinflusst den Ablauf der Simulation.

In der Steady-State Analyse wird in jedem Berechnungsschritt das Verhalten des gesamten Systems unter dem Einfluss der Anregungskraft mit einer bestimmten Frequenz ermittelt. Für jedes neue Inkrement wird die Anregungsfrequenz nach Definition des Nutzers geändert. Die geschätzte Kontaktverschiebung des Kontaktknotens im ersten Inkrement ist eine vom Benutzer gegebene Zahl. Mit der in der Subroutine UINTER kalkulierten äquivalenten Steifigkeit und dem Dämpfungskoeffizient liefert ABAQUS am Ende dieses Inkrementes die ausgerechneten Kontaktverschiebungen jedes Kontaktknotens und speichert sie ab. Im nächsten Inkrement wird die geschätzte Kontaktverschiebung abhängig vom gespeicherten Ergebnis aus dem letzten Inkrement bestimmt und die Resultate des aktuellen Inkrements aus ABAQUS werden ebenfalls abgespeichert. So werden die Auslenkung des Kontaktknotens für alle nachfolgenden Inkremente geschätzt bis die Steady-State Analyse beendet ist.

Danach werden die geschätzten Kontaktverschiebungen mit den von ABAQUS berechneten Ergebnissen für jedes Inkrement verglichen, um zu prüfen, ob die Abweichung innerhalb der akzeptablen Toleranz liegt. Die Inkremente, deren Abweichungen größer als die Toleranz sind, werden in einer neuen Steady-State Analyse wieder berechnet. Für diese zweite Analyse wird die von der letzten Steady-State Simulation berechnete Kontaktverschiebung als geschätzter Wert genommen. Am Ende der Analyse wird der

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

Vergleich wieder durchgeführt. Diese Rechnungsschleife wiederholt sich, bis die Abweichungen an jedem Kontaktknoten aller Inkremente kleiner als die Toleranz sind, siehe Abbildung 4.27.

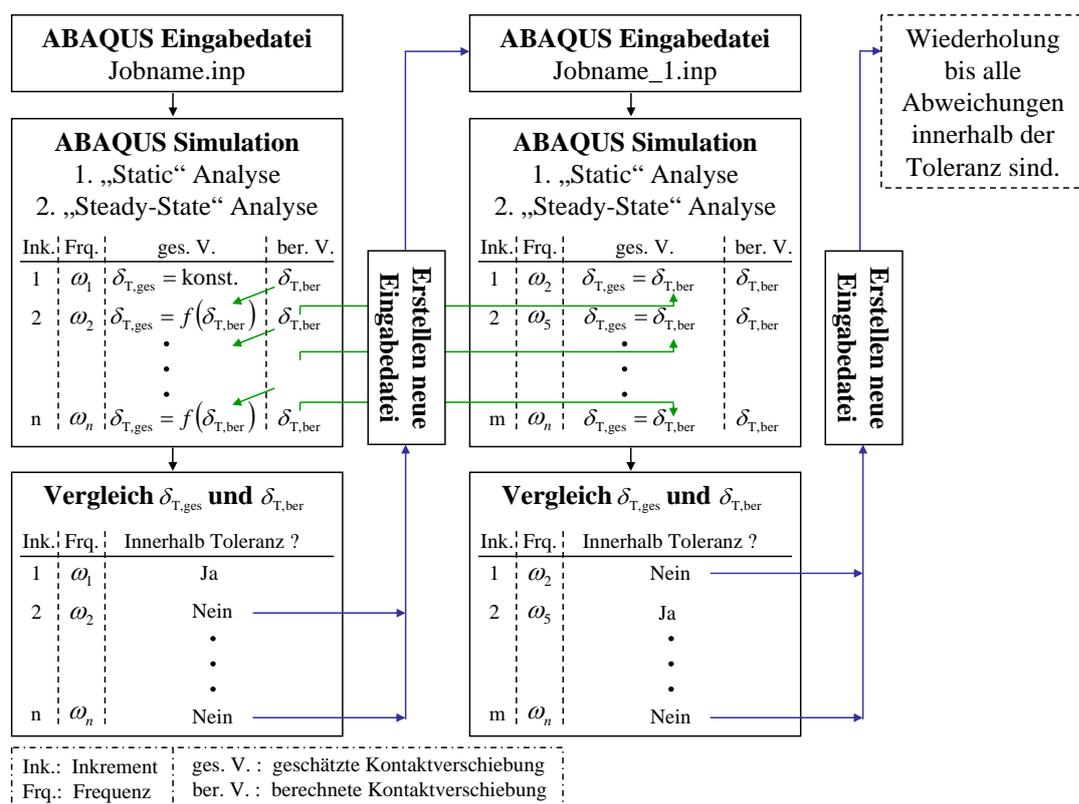


Abbildung 4.27: Iterative Berechnung der Linearisierung durch UEXTER-NALDB Subroutine

Wenn kein Inkrement die Neuberechnung mehr benötigt, bedeutet dies, dass alle Kontaktverschiebungen der Knoten richtig geschätzt sind. Dann wird eine Schlussimulation mit allen vom Benutzer definierten Anregungsfrequenzen wie in der ersten Steady-State Analyse durchgeführt. In der Ausgabedatei dieser Simulation befinden sich alle geforderten Ergebnisse. Der gesamte Ablauf der iterativen Berechnung wird in der UEXTERANLDB Subroutine definiert und beim Starten der Simulation automatisch ausgeführt.

4.3.3 Ergebnisse und Diskussion

Unter dem Einfluss der harmonischen Anregungskraft verformen sich die Balken und die Schwingungsformen unterscheiden sich von Frequenz zu Frequenz. Da ein Ende der Balken festgehalten wird und die Anregungskraft am freien Ende wirkt, tritt die maximale Auslenkung der Knoten in Z -Richtung am freien Ende auf, siehe Abbildung 4.28.

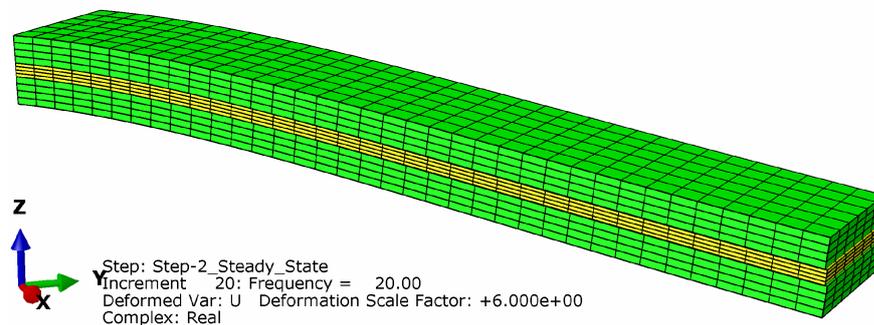


Abbildung 4.28: Schwingungsform der Balken unter Einfluss der harmonischen Anregungskraft

Um die Abhängigkeit des Schwingungsverhaltens von der Anregungsfrequenz der Kraft zu repräsentieren, wird die maximale Auslenkung eines Knotens in Z -Richtung in Abbildung 4.30 dargestellt. Für diese Auswertung wird ein Knoten in der Mitte der oberen Kante des zwischenschichten Balkens am freien Ende genommen, siehe Abbildung 4.29.

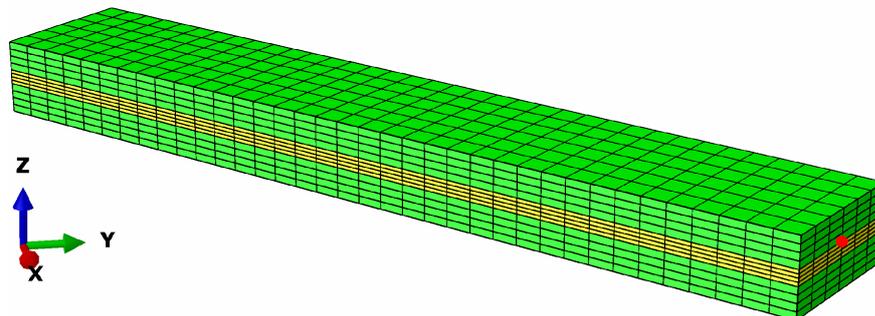


Abbildung 4.29: Knoten am freien Ende für die Auswertung des Amplitudengangs

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

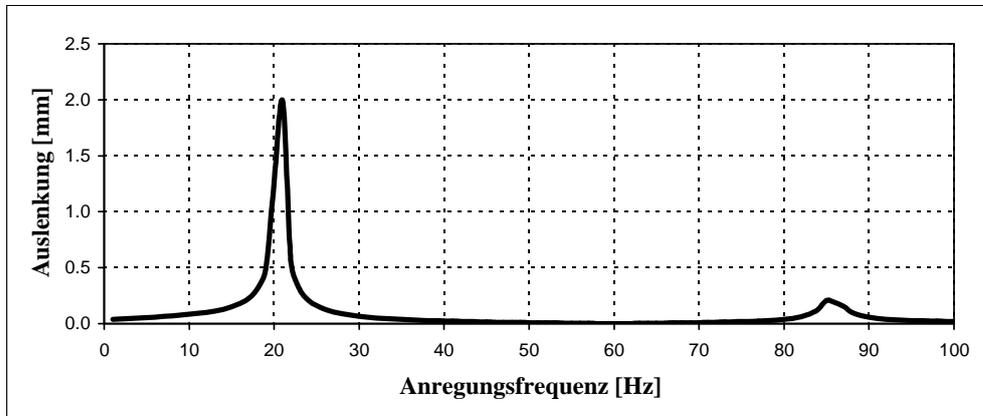


Abbildung 4.30: Amplitudengang des Auswertungsknotens

Zwei Spitzen sind im Amplitudengang des Auswertungsknotens deutlich zu erkennen. Die maximale Auslenkung innerhalb des berechneten Frequenzbereiches liegt bei 21 Hz und das zweite Maximum bei 86 Hz. Die entsprechenden Schwingungsformen der beiden Frequenzen sind in Abbildung 4.32 dargestellt.

Um die Einflüsse der Kontaktdämpfung auf das Strukturverhalten der Balken zu demonstrieren, wird dasselbe Modell ohne die Berücksichtigung der Dämpfung berechnet und die Ergebnisse der beiden Simulationen werden anschließend verglichen. Abbildung 4.31 stellt die Amplitudengänge des gleichen Auswertungsknotens für die Berechnung mit und ohne Betrachtung der Kontaktdämpfung dar.

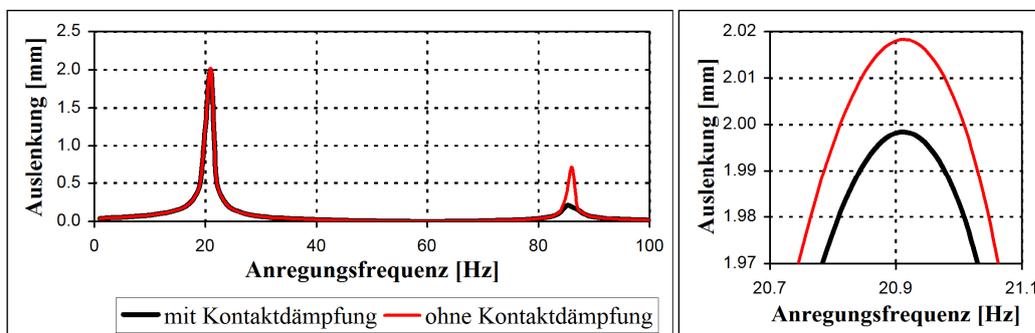


Abbildung 4.31: Vergleich des Amplitudengangs mit und ohne Berücksichtigung der Kontaktdämpfung

Wie erwartet ist die maximale Auslenkung des Knotens mit Berücksichtigung der Dämpfung kleiner als wenn keine Kontaktdämpfung berechnet wird. Dieser Unterschied ist bei der zweiten Spitze (86 Hz) viele deutlicher als bei der ersten (21 Hz), obwohl die absolute Amplitude der Bewegung bei 21 Hz mehrfach größer ist. Der Grund liegt darin, dass die Schwingungsform bei 86 Hz zu mehreren relativen Kontaktverschiebungen zwischen den Balken führt. Deswegen wird bei dieser Frequenz mehr Energie durch die Reibung dissipiert und der Einfluss der Dämpfung ist viel deutlicher.

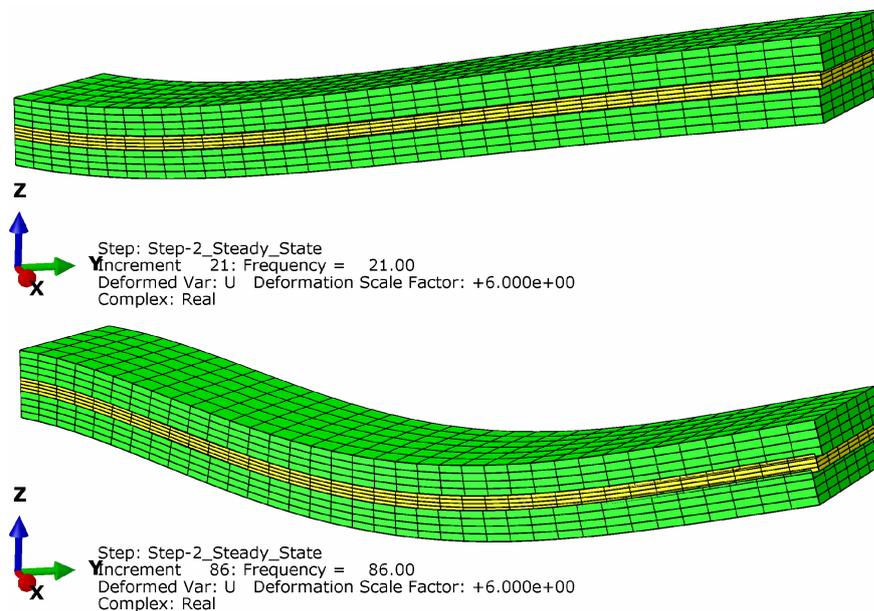


Abbildung 4.32: Schwingungsformen des Balkens - Oben: Schwingungsform bei Anregungsfrequenz $\omega = 21$ Hz. Unten: Schwingungsform bei Anregungsfrequenz $\omega = 86$ Hz.

Abbildung 4.33 repräsentiert den gesamten Ablauf der Simulationen aufgrund der iterativen Berechnung der Linearisierung. Die erste Simulation hat im Steady-State Schritt wie vom Benutzer definiert 100 Frequenzen zu berechnen. Am Ende dieser Rechnung sind nur noch 33 Frequenzen, die wiederholt werden müssen, weil ihre Abweichung außerhalb der Toleranz sind. Nach 5 Simulationen sind alle Inkremente erfolgreich berechnet und eine letzte Simulation mit allen 100 Frequenzen wird anschließend durchgeführt. Wie in Abbildung 4.33 dargestellt, nimmt die Rechenzeit mit der Anzahl der Frequenzen ab.

4. IMPLEMENTIERUNG DER HARMONISCHEN UND ENERGETISCHEN BALANCE METHODE FÜR NUMERISCHE MODELLE

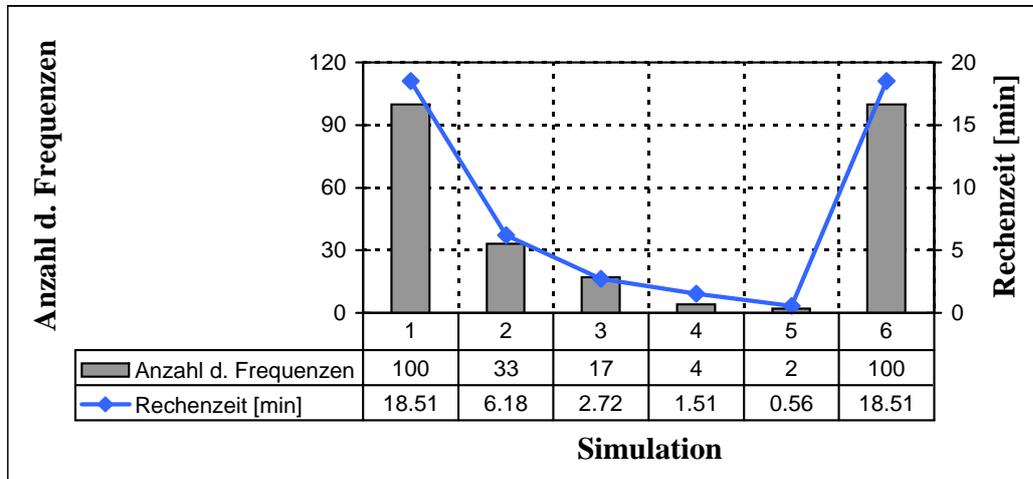


Abbildung 4.33: Simulationsablauf der iterativen Berechnung

Die Untersuchungen zeigen, dass die HBM und EBM sowie die iterative Berechnung der Linearisierung für die FEM Simulation erfolgreich implementiert ist. Die Fügstellendämpfung hat bedeutenden Einfluss auf das gesamte Strukturverhalten und sollte nicht vernachlässigt werden.

Kapitel 5

Anwendung des Kontaktmodells auf eine reale Teststruktur

5.1 Vorgehensweise

Das in den vorigen Kapiteln entwickelte und getestete Kontaktmodell wird hier zur Berechnung der Energiedissipation in Fügstellen einer realen Struktur angewendet. Um gezielt den Einfluss der Fügstellendämpfung auf die Teststruktur untersuchen zu können, ist es notwendig, dass das mechanische Verhalten der gesamten Struktur im Finite Elemente (FE) Modell möglichst realitätsnah abgebildet wird. Dafür wird hier der Energieverlust in Fügstellen der Teststruktur experimentell bestimmt. Anhand dieser Messung werden die Modellparameter bestimmt.

Grundsätzlich könnte das Vorgehen in zwei Stufen geteilt werden. Zuerst wird durch Vergleich zwischen Simulation und Messung der Einfluss einzelner Kontaktparameter untersucht und an die experimentellen Ergebnisse angepasst. Mit diesem Schritt ist es möglich, ein abgeglichenes Modell zu erhalten und Fehlerquellen aufgrund falscher Kontaktparameter zu minimieren, siehe Abbildung 5.1. Außerdem können die Einflussfaktoren und ihre Effekte auf die Fügstellendämpfung dadurch besser verstanden werden.

Die zweite Stufe ist die Validierung des abgeglichenen FE Modells. Das Modell wird mit unterschiedlichen Anregungsamplituden in Schwingung versetzt. Die aus der Simulation berechneten Energieverluste in Fügstellen werden mit den gemessenen Er-

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

gebnissen aus den experimentellen Untersuchungen verglichen, um die Genauigkeit der Kontaktmodellierung zu ermitteln, siehe Abbildung 5.2.

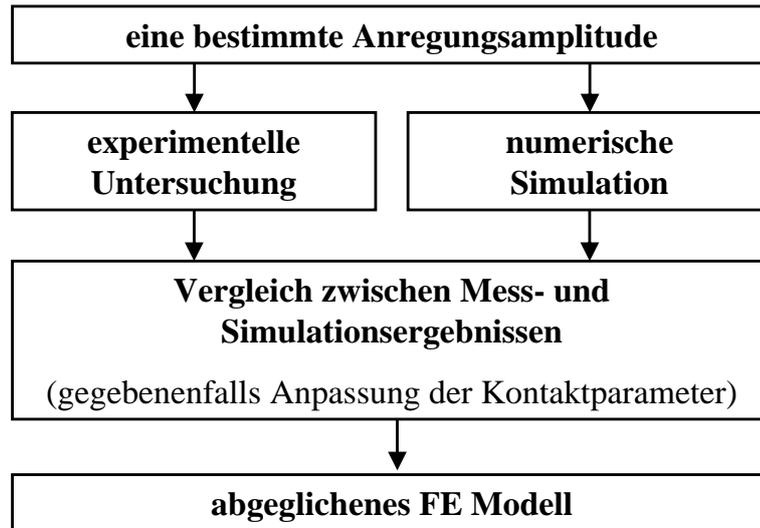


Abbildung 5.1: 1. Stufe des Vorgehens: Modellabgleich mittels experimenteller und numerischer Untersuchungen

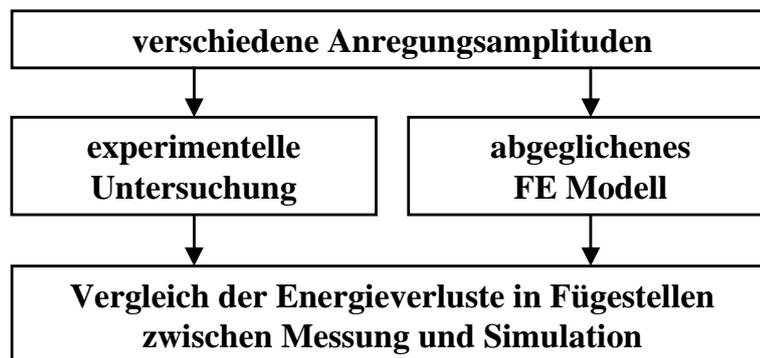


Abbildung 5.2: 2. Stufe des Vorgehens: Validierung des abgeglichenen FE Modells

5.2 Beschreibung der Teststruktur

Es ist offensichtlich, dass die Wahl der zur Validierung geeigneten Struktur nicht leicht fällt, weil die in den Fügstellen tatsächlich dissipierte Energie nicht zugänglich ist. Um dieses Problem zu umgehen, wird ein piezoelektrischer Konverter als Beispiel gewählt. Da die elektrische Eingangsleistung des Konverters sehr gut messbar ist, können die Energieverluste in Fügstellen direkt ermittelt werden. Zusätzlich ist die Schwingungsamplitude durch elektrische Zufuhr einstellbar.

Ein Beispiel für einen solchen piezoelektrischen Konverter ist das von der Firma Sonotec hergestellte Ultraschallmesser [48], siehe Abbildung 5.3. Die Beschaltung und Ansteuerung des Piezokonverters im Produkt von Sonotec sind relativ komplex. Sie können Unklarheit in die Bestimmung der Leistungszufuhr bringen und zu einer ungenauen Bewertung und Analyse der Messdaten führen. Deswegen ist eine vereinfachte Struktur besser für den Zweck der experimentellen Untersuchung geeignet. Ähnlich wie das reale Produkt besteht die hier verwendete Teststruktur aus einem piezoelektrischen Konverter, einer Sonotrode und einer Klinge, siehe Abbildung 5.4. Die Sonotrode und die Klinge werden durch eine M3 Senkkopfschraube miteinander verbunden, siehe Abbildung 5.5. Die gesamte Länge der zusammengesetzten Sonotrode und Klinge beträgt 90 mm. Die Schraube kann mit einem Drehmomentschlüssel auf ein bestimmtes Anzugsmoment angezogen werden, wodurch eine Kontaktfläche zwischen der Sonotrode und der Klinge entsteht. Wenn die Struktur in Schwingung gebracht wird, können relative Verschiebungen in dieser Fügstelle zwischen den beiden Kontaktkörpern auftreten, welche die Energiedissipation verursacht.

Um die Effekte der Fügstellendämpfung besser darzustellen und zu untersuchen, ist es sinnvoll, die zusammengesetzte Struktur in einer Richtung anzuregen, die parallel zur Kontaktfläche ist. Somit wird die Schwingung der Bauteile in dieser Richtung am deutlichsten und die relative Kontaktverschiebung und die dadurch entstandene Energiedissipation sind ebenfalls am größten.

Nach Halbwellensynthese [32] kann ein aus mehreren Subsystemen bestehendes System so synthetisiert werden, dass beim Koppeln der Teilsysteme deren Eigenschwingungsformen und somit auch die Eigenfrequenz im Idealfall unverändert zum ungekoppelten Zustand bleiben. Deswegen können Konverter und Sonotrode mit Klinge unge-

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

koppelt voneinander in ihrer 1. Längseigenschwingungsform schwingen. Die Ermittlung der Energieverluste in Fugestellen wird in Abschnitt 5.3 erläutert.



Abbildung 5.3: Ultraschallmesser der Firma Sonotec [48]



Abbildung 5.4: Piezoelektrischer Konverter und gesamte Struktur für die experimentelle Untersuchung - Oben: Piezoelektrischer Konverter. Unten: Konverter mit Sonotrode und Klinge

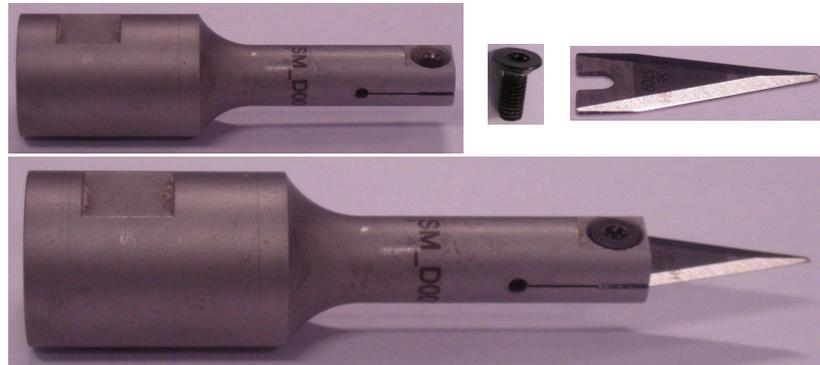


Abbildung 5.5: Zusammengesetzte reale Teststruktur und ihre einzelnen Bauteile - Oben links: Sonotrode. Oben mitte: Senkkopfschraube. Oben rechts: Klinge

5.3 Experimentelle Untersuchung

Mittels eines Laservibrometers wurde die Verschiebung an der klingenseitigen Stirnfläche der Sonotrode während der Schwingung gemessen, siehe Abbildung 5.6 (Dank Herrn Günther von der Abteilung CR/ARM kann diesen von ihm aufgebauten Prüfstand für die experimentelle Untersuchung benutzt werden). Durch die Änderung der elektrischen Spannung kann die Schwingungsamplitude der Sonotrode eingestellt werden.

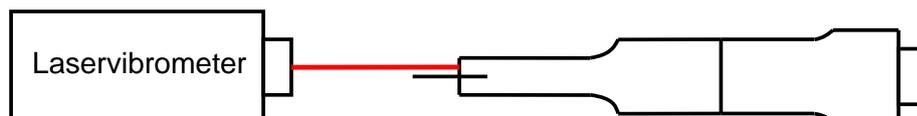
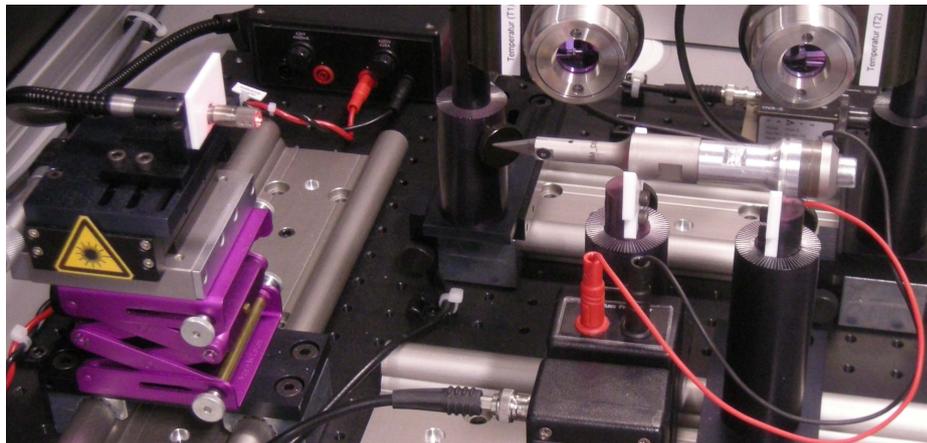


Abbildung 5.6: Ermittlung der Schwingungsamplitude der Sonotrode mittels eines Laservibrometers

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

Mit den gemessenen Spannungs- und Stromgrößen, die für die Erregung der Struktur bei einer bestimmten Amplitude nötig sind, ist es möglich, die elektrische Eingangsleistung zu berechnen. Somit kann der Verlauf der Eingangsleistung abhängig von der maximalen Schwingungsamplitude bestimmt werden.

Während der Messung wird die Spannung mit der Zeit geändert. Wenn die Struktur sich im stationären Schwingungszustand befindet und die erwünschte maximale Schwingungsamplitude erreicht ist, wird die Spannung erhöht, um die Struktur auf die nächste Schwingungsamplitude zu bringen. Nachdem die obere Grenze zu untersuchenden Amplitudenbereiches erreicht ist, wird die Spannung in der gleichen Weise wieder bis auf die untere Grenze reduziert, siehe Abbildung 5.7.

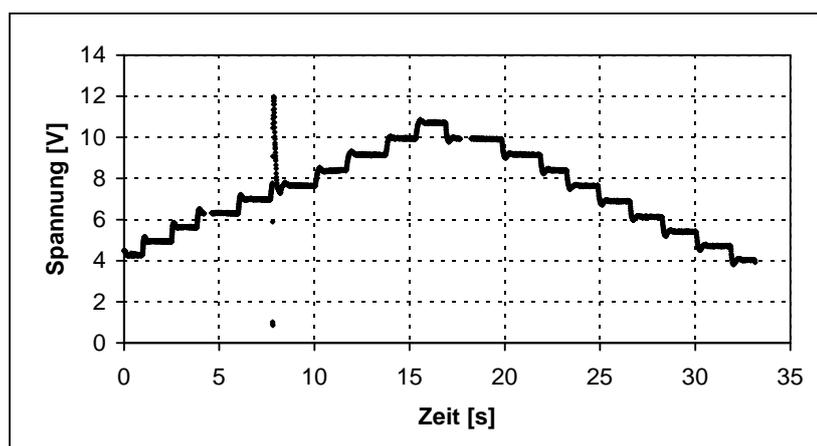


Abbildung 5.7: Verlauf der elektrischen Spannungsamplitude

Um die Energieverluste in den Fügstellen zu ermitteln, werden Messungen an der Struktur sowohl mit der Klinge als auch ohne dieses Bauteil durchgeführt. Die Differenz der elektrischen Leistungen zwischen den Messungen ist die experimentell bestimmte Energiedissipation des Kontaktes zwischen Klinge und Sonotrode. Um den Einfluss der Verspannungskraft auf die Fügstellendämpfung zu untersuchen, wurde das Drehmoment an der Senkkopfschraube zwischen 1,5 Nm und 3 Nm variiert. Da Streuungen in den Messergebnissen zu erwarten sind, wurde jede Messung dreimal durchgeführt. Zwischen jeder einzelnen Messung wurde die Klinge von der Sonotrode entfernt und wieder neu montiert. Dieser Vorgang dient dazu, die Wiederholbarkeit der Messungen zu prüfen.

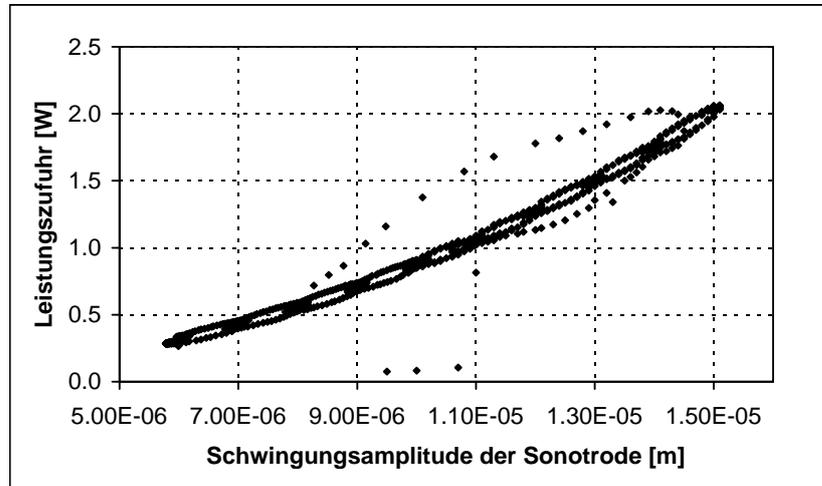


Abbildung 5.8: Verlauf der elektrischen Leistung abhängig von der maximalen Schwingungsamplitude der Sonotrode

Auf die fast sprungförmige Erhöhung und Reduzierung der elektrischen Spannung folgt ein transienter Übergang in den nächsten stationären Schwingungszustand. Daraus resultiert das kettengliedförmige Band in der Darstellung der Rohdaten in Abbildung 5.8, das jeweils stationäre Punkte verbindet. Um die Energieverluste in Fügstellen durch die experimentellen Untersuchungen auszuwerten, wird zunächst jede einzelne Leistungs-Schwingungsamplitude-Kurve (wie in Abbildung 5.8 dargestellt) durch eine Polynomfunktion angenähert, anhand deren dann die weitere Auswertung vorgenommen wurden, siehe Abbildung 5.9. Wichtig bei der Approximation ist, dass das Ersatzpolynom hauptsächlich durch die Messergebnisse der stationären Zustände bestimmt ist. Wie in Abbildung 5.10 dargestellt ist, läuft die Polynomfunktion durch die stationäre Messergebnisse. Die transienten Messpunkte, welche durch die Erhöhung und Reduzierung der elektrischen Spannung verursacht werden, „eliminieren“ sich gegenseitig für die Annäherung. Somit werden die Approximationsergebnisse von solchen transienten Messpunkten nicht beeinflusst.

Anhand der Approximation wird der Durchschnittswert der jeweils 3 Messungen mit dem selben Schraubendrehmoment ermittelt und als endgültiges Messergebnis genommen. Beispielsweise wird die Ermittlung des Durchschnittswertes für das Schraubendrehmoment von 3 Nm in Abbildung 5.11 dargestellt. Das gleiche Vorgehen wird auch für die Messergebnisse mit dem Schraubendrehmoment von 2,5 Nm und 2 Nm

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

durchgeführt. Für das Schraubendrehmoment von 1,5 Nm ist nur eine Messung vorhanden.

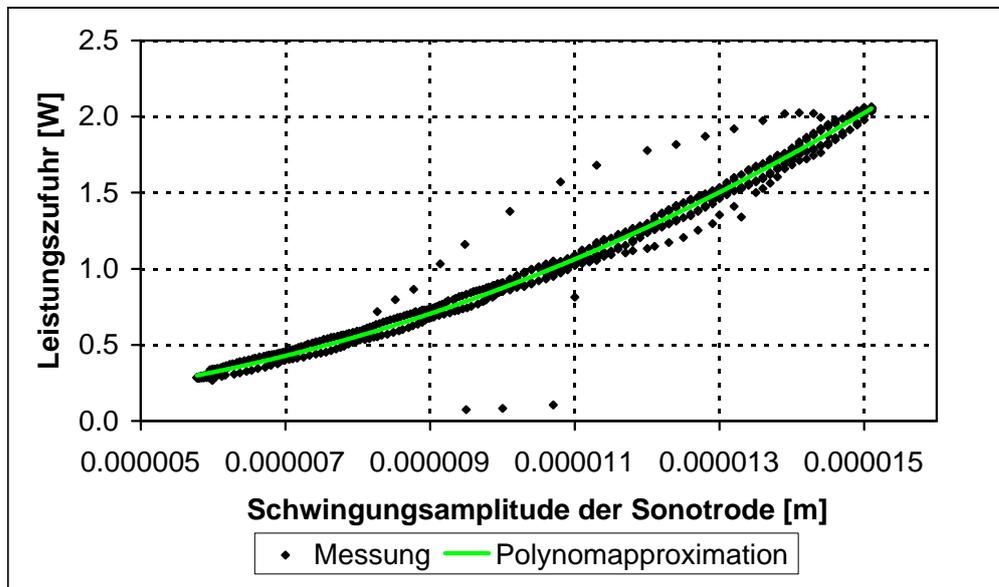


Abbildung 5.9: Annäherung durch ein Polynom (Schraubendrehmoment = 3 Nm)

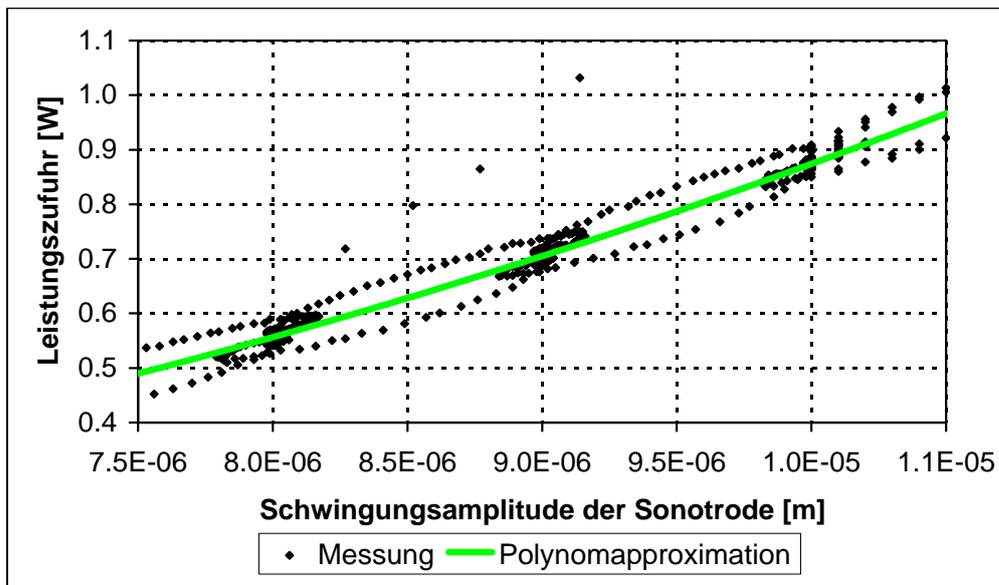


Abbildung 5.10: Vergrößerte Darstellung der Abbildung 5.9

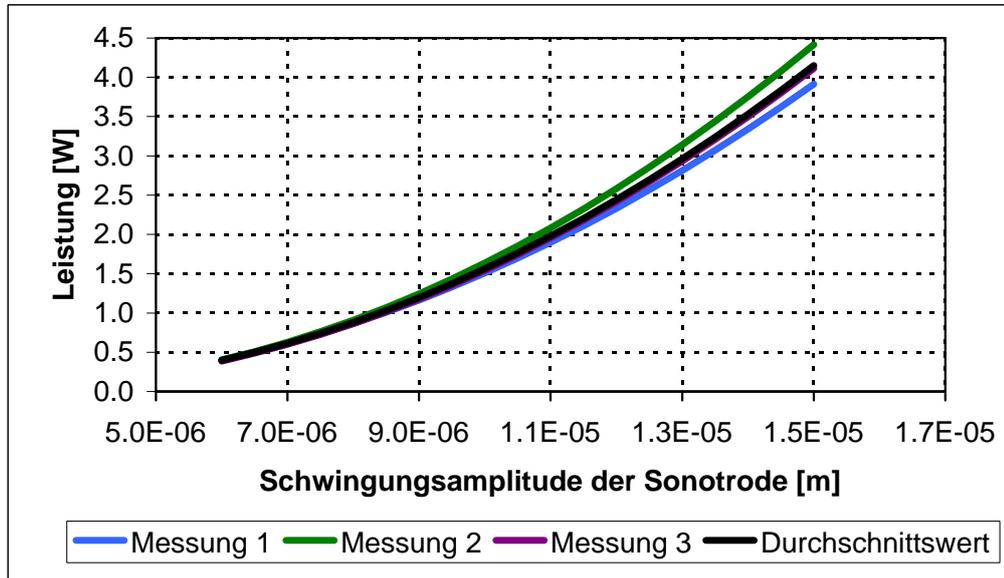


Abbildung 5.11: Ermittlung des Durchschnittswertes aller 3 Messungen für das Schraubendrehmoment von 3 Nm

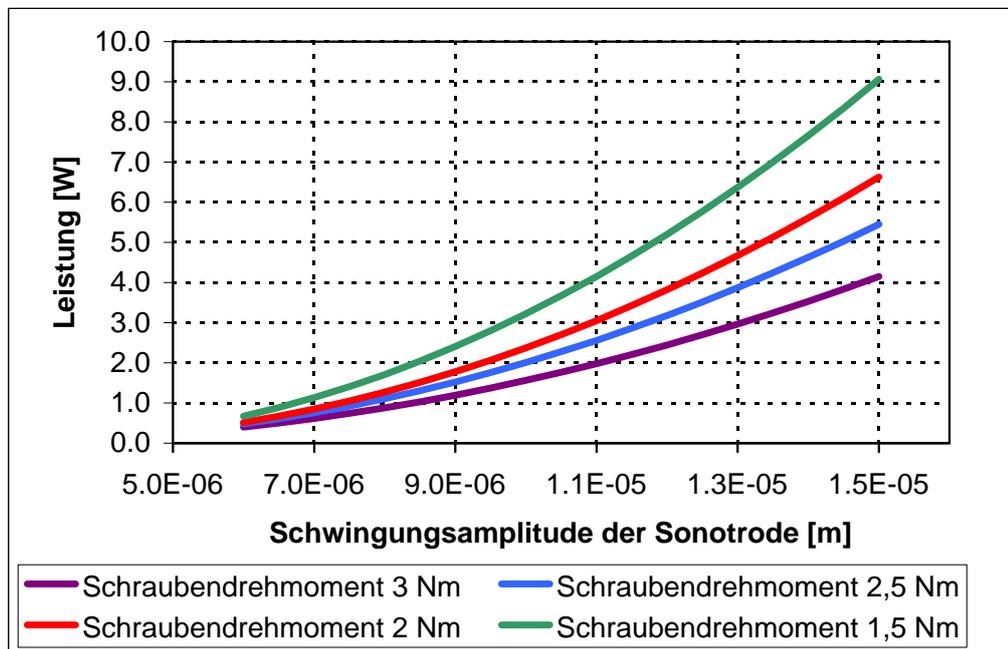


Abbildung 5.12: Gemittelte Messergebnisse für alle gemessenen Schraubendrehmomente zur Verspannung der Fügestelle

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

In Abbildung 5.12 sind die endgültigen Messergebnisse aller untersuchten Schraubendrehmomente gezeichnet. Ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen der Schwingungsamplitude der Sonotrode und der elektrischen Eingangsleistung ist bei jeder Kurve zu erkennen. Die benötigte Leistung steigt mit der Schwingungsamplitude der Sonotrode. Für die gleiche Amplitude gilt: je kleiner das Schraubendrehmoment, desto höher ist die notwendige Eingangsleistung.

Durch Subtraktion der Messergebnisse mit und ohne die Klinge lässt sich die Fügestellendämpfung zwischen Klinge und Sonotrode bestimmen. In den Abbildungen 5.13, 5.14, 5.15 und 5.16 sind die gemessene Verlustleistung im Kontakt für jedes Schraubendrehmoment dargestellt. Zusammengefasst sind die Verlustleistung in Fügestellen für alle Schraubendrehmomente in Abbildung 5.17 gezeichnet. Hier erkennt man wieder den nichtlinearen Zusammenhang zwischen der Schwingungsamplitude der Sonotrode und der Verlustleistung. Ähnlich wie in Abbildung 5.12 steigt die Verlustleistung mit abfallendem Schraubendrehmoment für die gleiche Schwingungsamplitude.

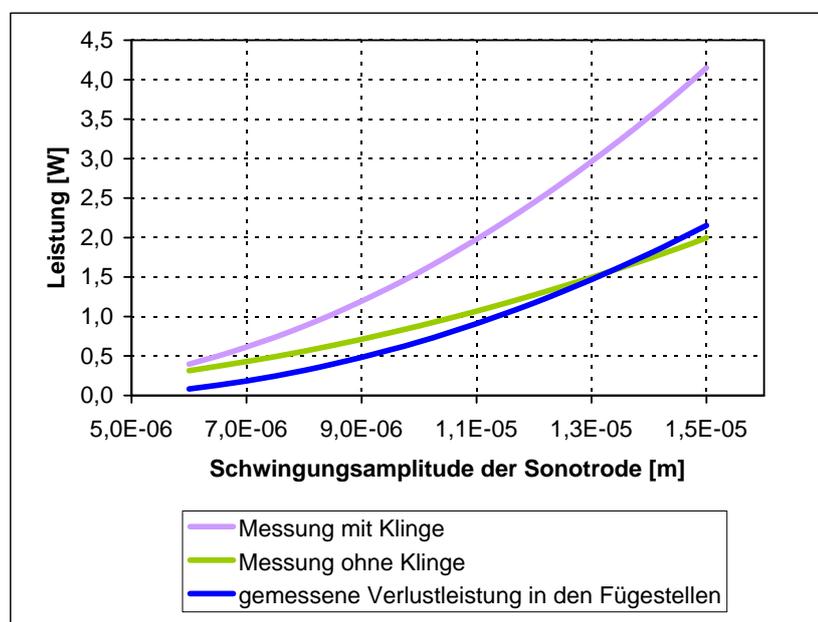


Abbildung 5.13: Bestimmung der Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge (Schraubendrehmoment = 3 Nm)

5.3 Experimentelle Untersuchung

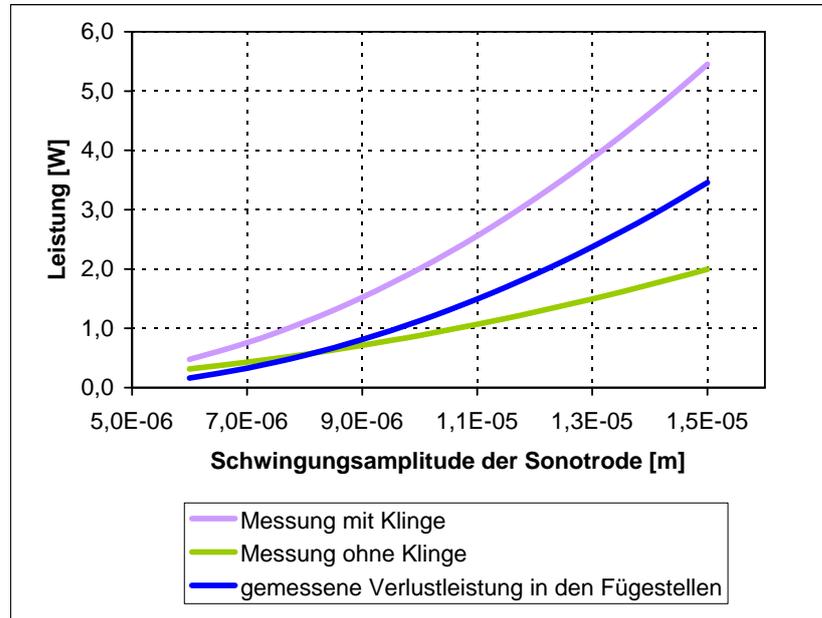


Abbildung 5.14: Bestimmung der Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge (Schraubendrehmoment = 2,5 Nm)

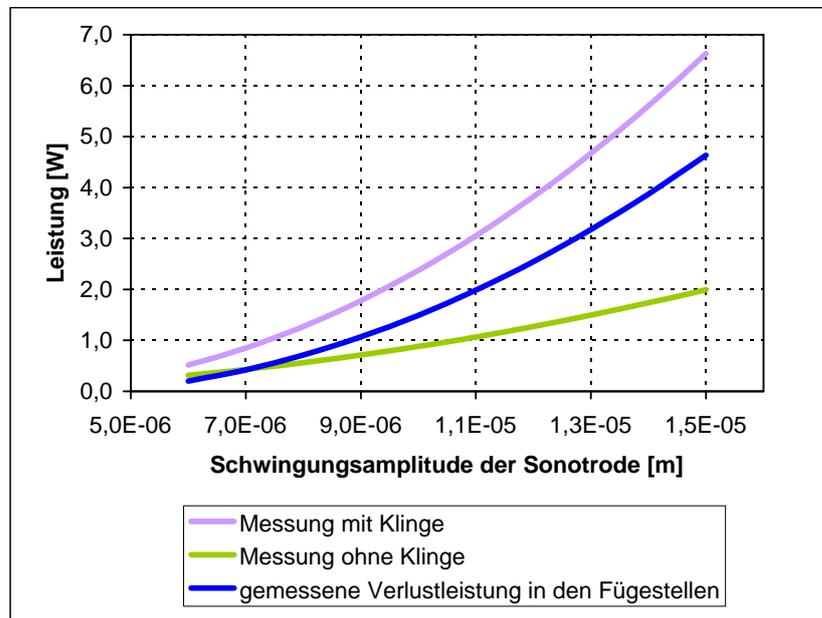


Abbildung 5.15: Bestimmung der Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge (Schraubendrehmoment = 2 Nm)

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

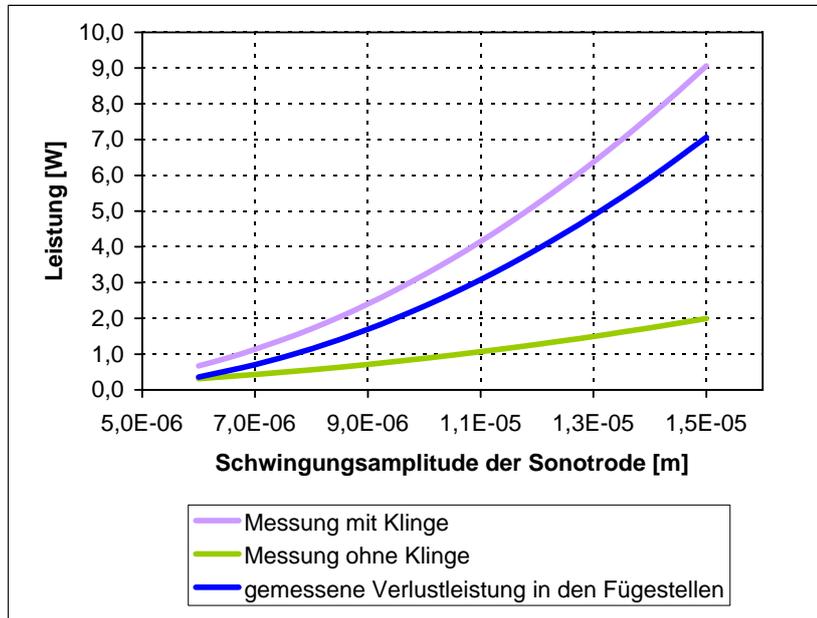


Abbildung 5.16: Bestimmung der Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge (Schraubendrehmoment = 1,5 Nm)

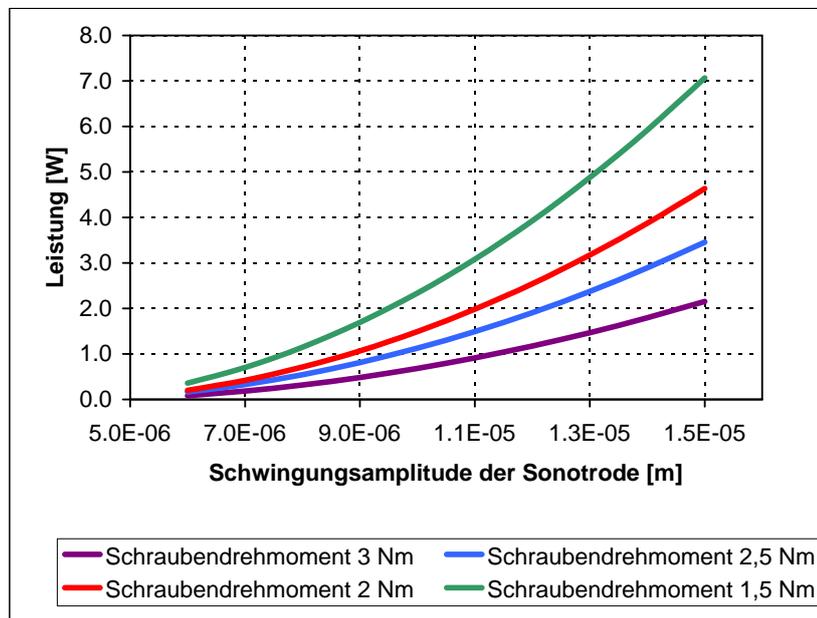


Abbildung 5.17: Verlustleistung im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge für alle Schraubendrehmomente

5.4 Finite Elemente Modell

5.4.1 Modellbeschreibung

Das Finite-Elemente-Modell der realen Struktur (Sonotrode mit Klinge) ist in Abbildung 5.18 dargestellt. Aufgrund der Geometriesymmetrie der Struktur, wird ein Halbmodell zu Gunsten der Simulationseffizienz in der FE Software ABAQUS aufgebaut. Die Randbedingungen wurden so gewählt, dass das Modell unter Anregung die gleiche symmetrische Eigenschaft wie das Vollmodell zeigt. Das Modell der Sonotrode besteht aus 11818 Elementen (davon 4680 Hexaederelemente und 7138 Tetraederelemente) und das der Klinge aus 3036 Elementen (davon 2582 Hexaederelemente und 454 Tetraederelemente), siehe Abbildung 5.19 und Abbildung 5.20. Die Senkkopfschraube und die Gewinde in der Sonotrode werden wegen des Rechenaufwands nicht modelliert. Obwohl zwischen der Schraube und dem Gewinde sich auch eine Kontaktfläche befindet, die zusätzliche Fügstellendämpfung erzeugen kann, wird die dadurch entstandene Energiedissipation aufgrund des hohen Kontaktdruckes als sehr klein im Vergleich zu den Energieverlusten in den übrigen Fügstellen angenommen.

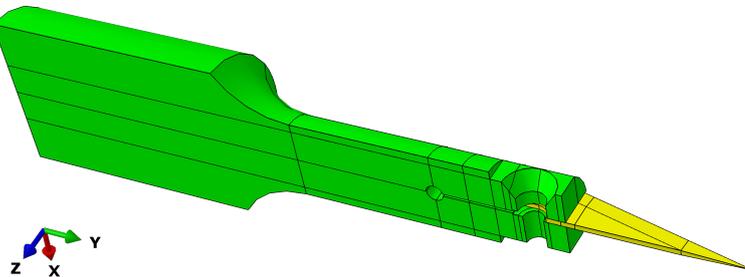


Abbildung 5.18: Finite-Elemente-Modell der Struktur

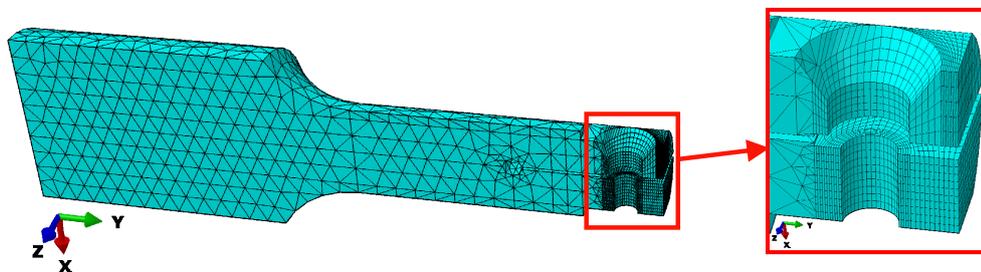


Abbildung 5.19: Netz der Sonotrode

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

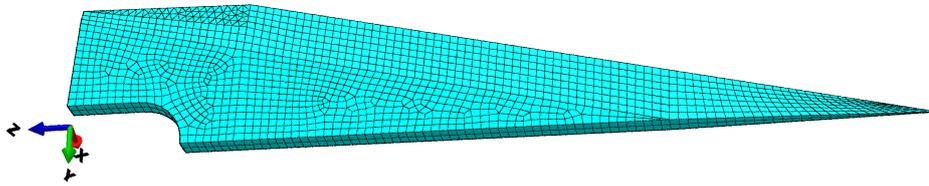


Abbildung 5.20: Netz der Klinge

Die gemessene Spaltbreite der Sonotrode beträgt 0,6 mm und die Dicke der Klinge ist 0,585 mm. Es ist notwendig, diesen Spalt von 0,015 mm zwischen den Bauteilen im FE-Modell zu berücksichtigen, um den richtigen Kontaktdruck zu modellieren, siehe Abbildung 5.21. An den beiden Kontaktflächen zwischen den beiden Bauteilen wird das entwickelte Kontaktmodell eingesetzt und die Kontaktparameter wie μ und k_{T0} in Gleichung (2.49) sind im Kontaktmodell definiert.

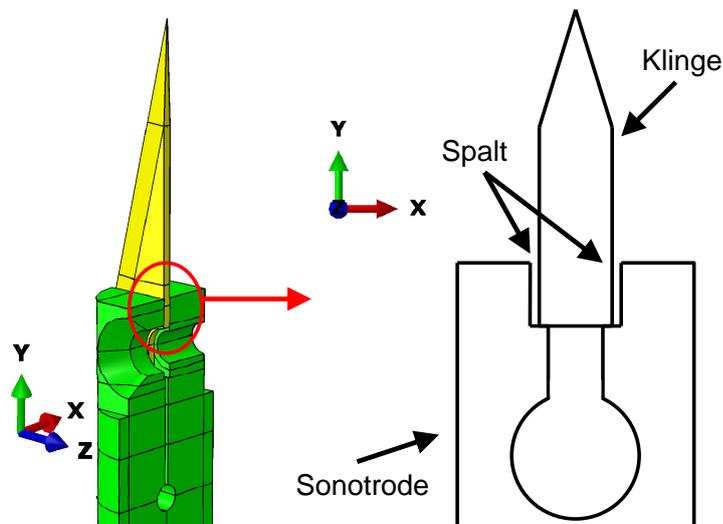


Abbildung 5.21: Skizze des Spaltes zwischen der Sonotrode und der Klinge

Das in der experimentellen Untersuchung eingesetzte Schraubenmoment wird im FE-Modell durch zwei äquivalente Punktkräfte ersetzt. Die durch diese Kräfte entstehenden Vorspannungen in der Struktur werden in einer statischen Analyse berechnet. Anschließend werden die Bauteile in einer Steady-State-Analyse durch einen harmonischen Druck am Ende der Sonotrode angeregt, um die Anregung des Konverters abzubilden (siehe Abbildung 5.22).

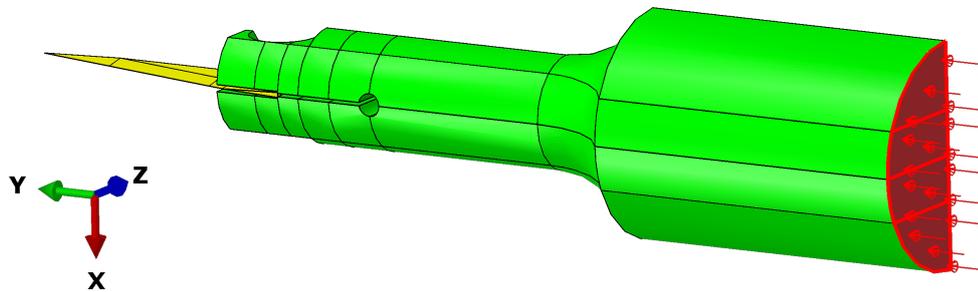


Abbildung 5.22: Anregungsdruck am Ende der Sonotrode

Die FE Berechnung liefert das Schwingungsverhalten der Struktur und die Energiedissipation in Fugestellen. In Abbildung 5.23 sind die maximalen Schwingungsamplituden an der klingenseitigen Stirnfläche der Sonotrode abhängig von der Anregungsfrequenz dargestellt. Durch Änderung des Anregungsdruckes kann die maximale Schwingungsamplitude auf ein bestimmte Größe eingestellt werden. In dieser Darstellung erreicht die Sonotrode eine maximale Schwingungsamplitude von $15 \mu\text{m}$. Die dazugehörigen Verlustleistungen in den Fugestellen in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz werden in Abbildung 5.24 gezeichnet.

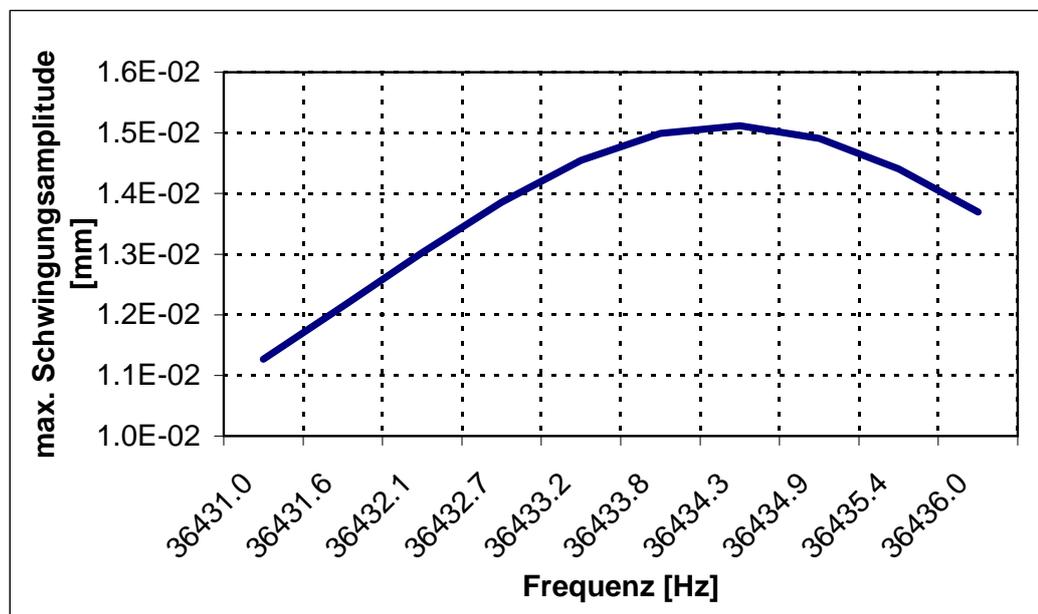


Abbildung 5.23: Schwingungsamplitude an der klingenseitigen Stirnfläche der Sonotrode abhängig von der Anregungsfrequenz

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

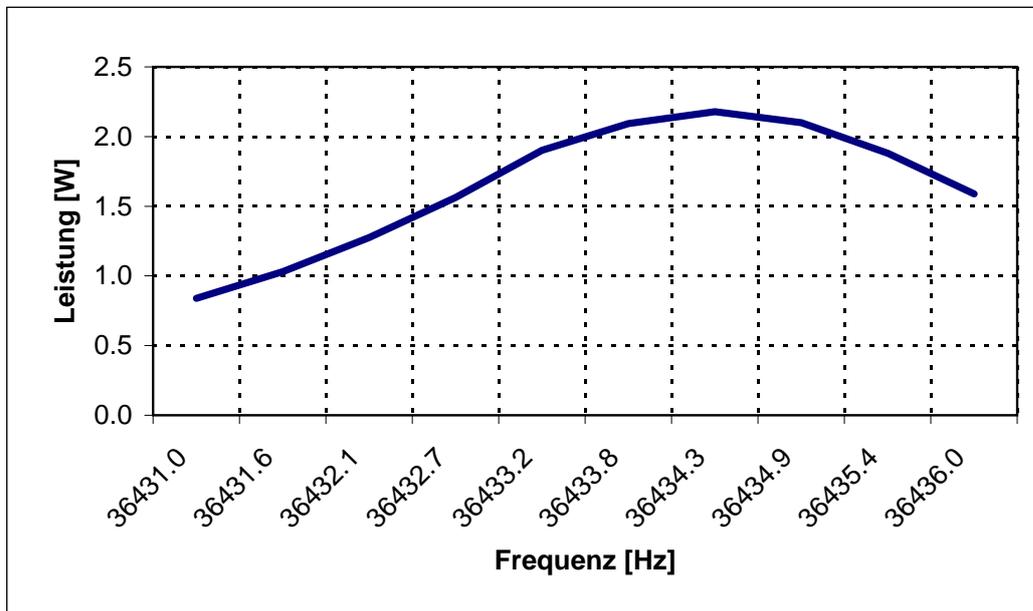


Abbildung 5.24: Verlustleistung in den Fügstellen abhängig von der Anregungsfrequenz

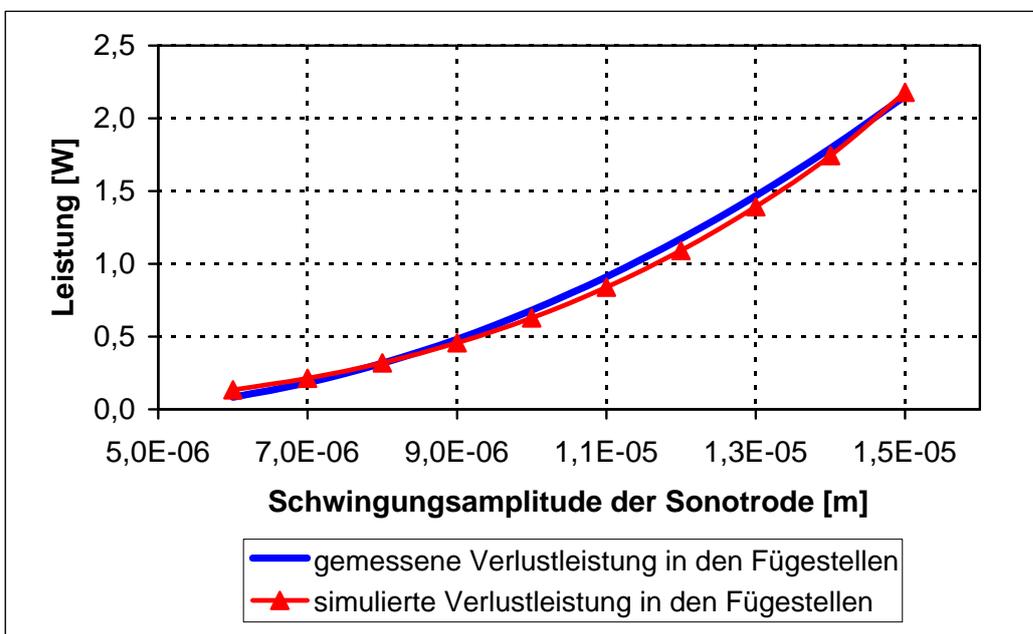


Abbildung 5.25: Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in den Fügstellen (Schraubendrehmoment = 3 Nm)

Wie in Abschnitt 5.1 bereits erklärt, müssen gegebenenfalls die Kontaktparameter an die experimentellen Ergebnisse angepasst werden, um ein abgeglichenes FE Modell zu erhalten. Vergleicht man die simulierten Verlustleistungen für ein Schraubenmoment von 3 Nm mit den gemessenen Werten, so wird deutlich, dass bereits mit den im FE-Modell eingesetzten Kontaktparametern sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und experimenteller Untersuchung einstellt (siehe Abbildung 5.25). Deswegen ist ein Modellabgleich in diesem Fall nicht mehr notwendig.

5.4.2 Einfluss der Kontaktparameter auf die Fügstellendämpfung

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Kontaktparameter auf die Fügstellendämpfung untersucht. Zunächst werden 3 unterschiedliche Reibkoeffizienten ($\mu_1 = 0.2$, $\mu_2 = 0.3$ und $\mu_3 = 0.4$) in der Simulation eingesetzt und in allen 3 Fällen wird die Sonotrode auf eine Schwingungsamplitude von 15 μm angeregt. Die maximalen Verlustleistung aus den Rechnungen sind in Abbildung 5.26 dargestellt.

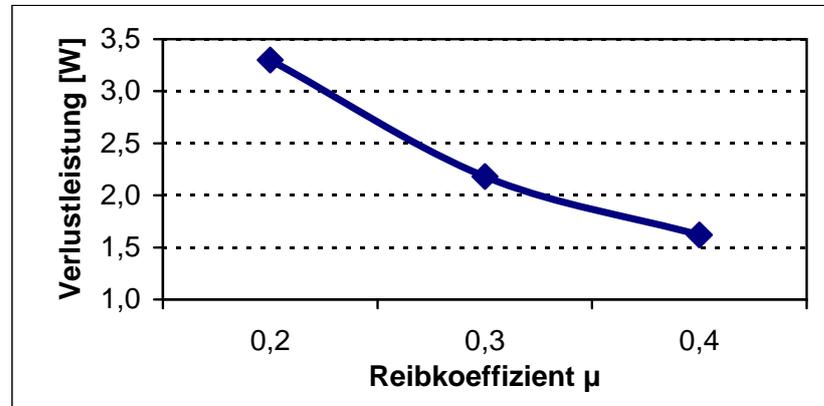


Abbildung 5.26: Verlustleistung bei Reibkoeffizient $\mu_1 = 0.2$, $\mu_2 = 0.3$ und $\mu_3 = 0.4$

Um einen genaueren Einblick zu bekommen und die Einflüsse im Kontakt detailliert darzustellen, werden die Haft- und Gleitzustände der Kontaktknoten an den beiden Kontaktflächen (siehe Abbildung 5.27) der Klinge in Abbildung 5.28 dargestellt. Jeder Kreis repräsentiert einen Kontaktknoten und seine Position im Koordinatensystem. Der Zustand des Kontaktes ist farblich kodiert, wobei ein Wert kleiner als 1 bedeutet, dass der Knoten sich im Mikroschlupfbereich befindet und ein Wert größer als 1, dass Gleiten

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

vorliegt. Die Kreisfläche repräsentiert den Betrag der relativen Knotenverschiebung. Die Ergebnisse zeigen eindeutig, dass alle Kontaktknoten sich im Mikroschlupfbereich befinden und kein makroskopisches Gleiten zwischen den Kontaktkörpern stattfindet.

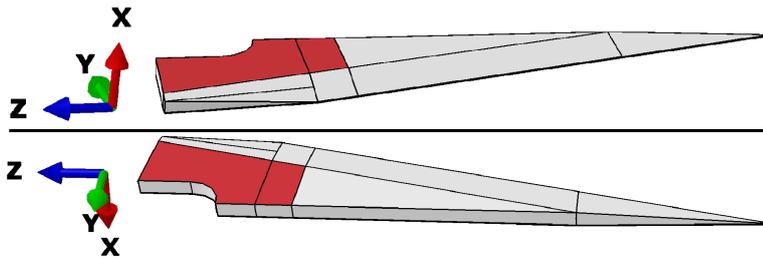


Abbildung 5.27: Kontaktfläche der Klinge - Oben: Kontaktfläche 1. Unten: Kontaktfläche 2

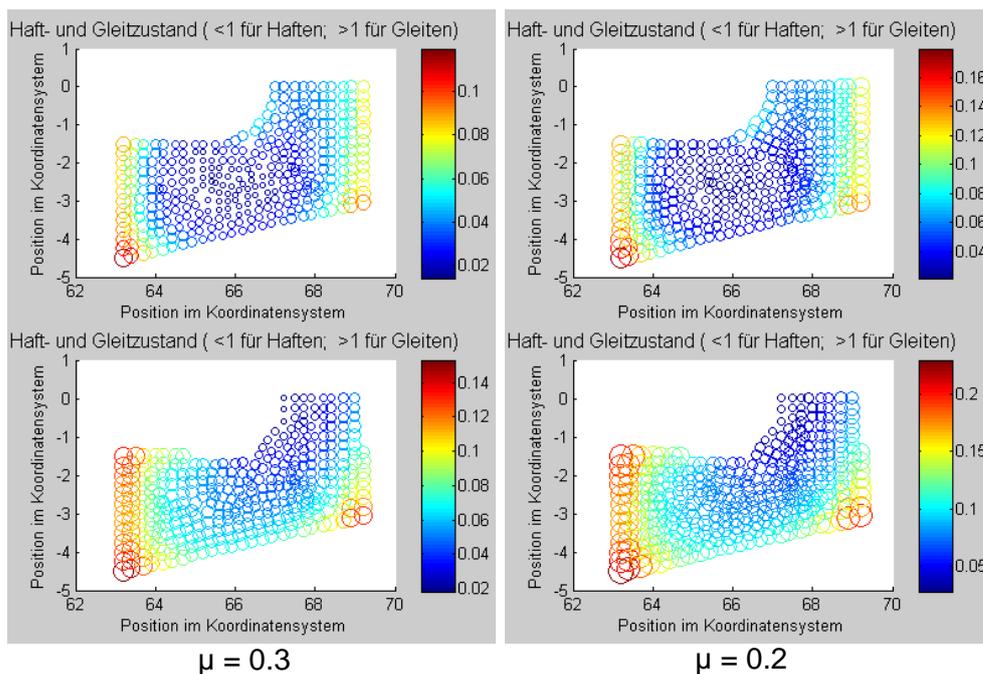


Abbildung 5.28: Haft- und Gleitzustand im Kontakt zwischen Sonotrode und Klinge bei Reibkoeffizient $\mu_2 = 0.3$ und $\mu_1 = 0.2$

Auf ähnliche Weise ist die Verlustenergiedichte (Energieverlust eines Knotens geteilt durch die dem Knoten zugeordnete Fläche) in Abbildung 5.29 dargestellt. Die Größe des Kreises repräsentiert die Verlustenergiedichte.

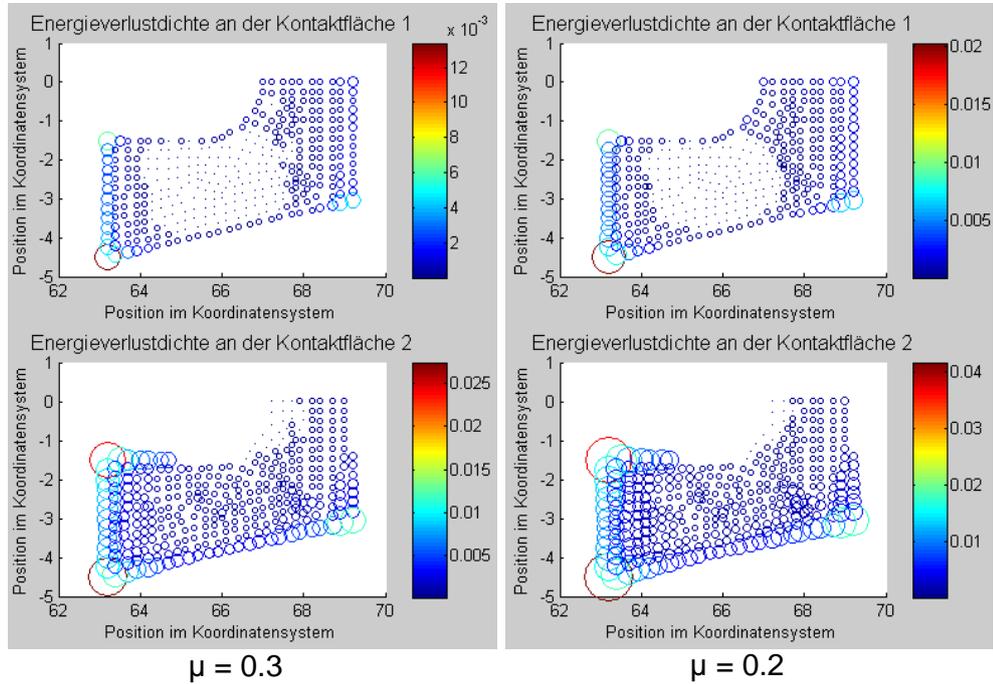


Abbildung 5.29: Verlustenergiedichte im Kontakt bei Reibkoeffizient $\mu_2 = 0.3$ und $\mu_1 = 0.2$

In diesen Darstellungen ist die lokale Verlustenergiedichte bei $\mu_1 = 0.2$ größer als bei $\mu_2 = 0.3$. Das bedeutet, bei einem kleineren Reibkoeffizient tritt mehr relative Verschiebung zwischen den Kontaktkörpern auf und verursacht auch eine höhere Fügstellendämpfung.

Der Grund dafür, dass ein kleinerer Reibkoeffizient zu größerer Kontaktverschiebung führt, ist aus Abbildung 5.30 ersichtlich: hier wird das in Abschnitt 2.3.2 vorgestellte tangentielle Kontaktgesetz von Mindlin für zwei unterschiedliche Reibkoeffizienten μ_1 und μ_2 ($\mu_2 > \mu_1$) gezeichnet. Wie in Abbildung 5.28 dargestellt ist, bleiben alle Kontaktknoten bei beiden Fällen im Mikroschlupfbereich; deswegen ist hier der Fokus dieses Bereichs in der Mindlin Kurve. Wegen konstanter Schwingungsamplituden wird davon ausgegangen, dass die tangentielle Gesamtkraft im Kontakt weitgehend konstant ist. Bei Annahme homogener Verteilung im Kontakt zeigt Abbildung 5.30 für konstante Schubspannung τ^* dass für μ_2 die Fläche geschlossen von OA_2B_2 kleiner ist als die Fläche bei μ_1 geschlossen von OA_1B_1 . Somit ist es eindeutig, dass beim Kontakt mit niedrigem Reibkoeffizient mehr Energie dissipiert wird.

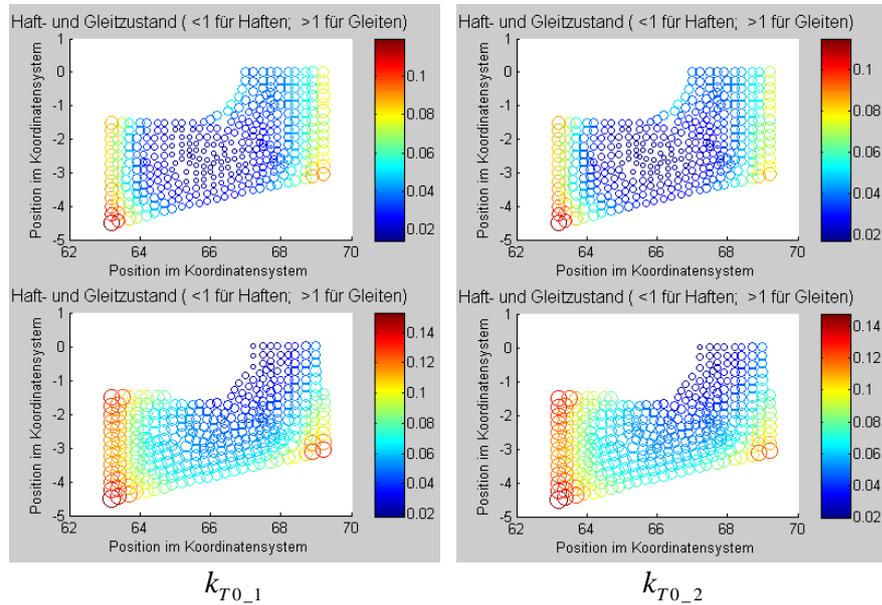


Abbildung 5.32: Haft- und Gleitzustand im Kontakt bei Tangentialkontaktsteifigkeit $k_{T0,1}$ und $k_{T0,2} = \frac{3}{2} \cdot k_{T0,1}$

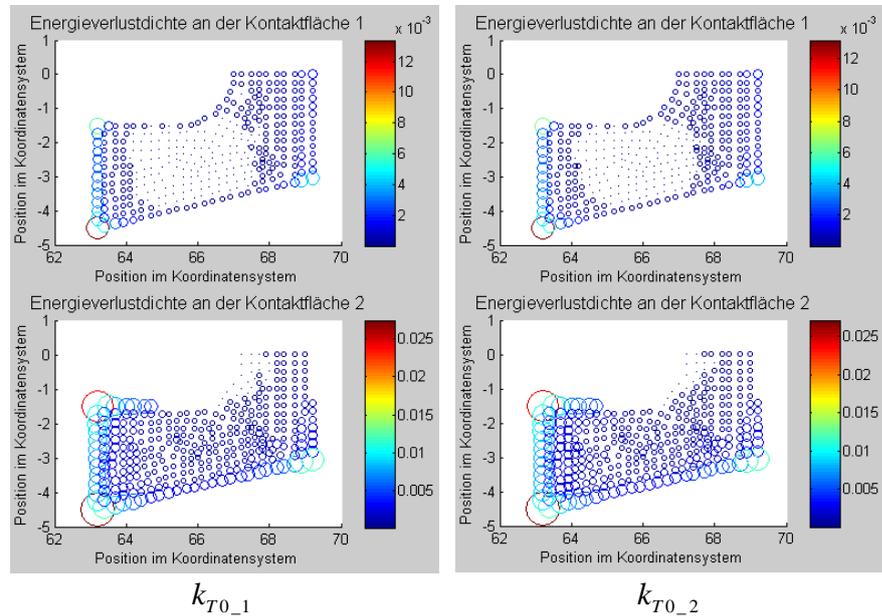


Abbildung 5.33: Verlustenergiedichte im Kontakt bei Tangentialkontaktsteifigkeit $k_{T0,1}$ und $k_{T0,2} = \frac{3}{2} \cdot k_{T0,1}$

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

Ein Vergleich der Ergebnisse zeigt, dass eine kleinere Tangentialkontaktsteifigkeit bei vollständigem Haften zu größerer Energiedissipation im Kontakt führt, obwohl der Unterschied in diesem Fall nicht so deutlich wie beim Reibkoeffizientvergleich ist. Die Ursache hierfür kann ebenfalls durch den Vergleich der Mindlin Kurven für zwei verschiedene Kontaktsteifigkeiten erklärt werden. Wie in Abbildung 5.34 dargestellt, ist die Fläche OA_2B_2 für $k_{T0,2}$ kleiner als die Fläche OA_1B_1 für $k_{T0,1}$. Deswegen wird im Kontakt mit kleinerer Tangentialkontaktsteifigkeit mehr Energie dissipiert.

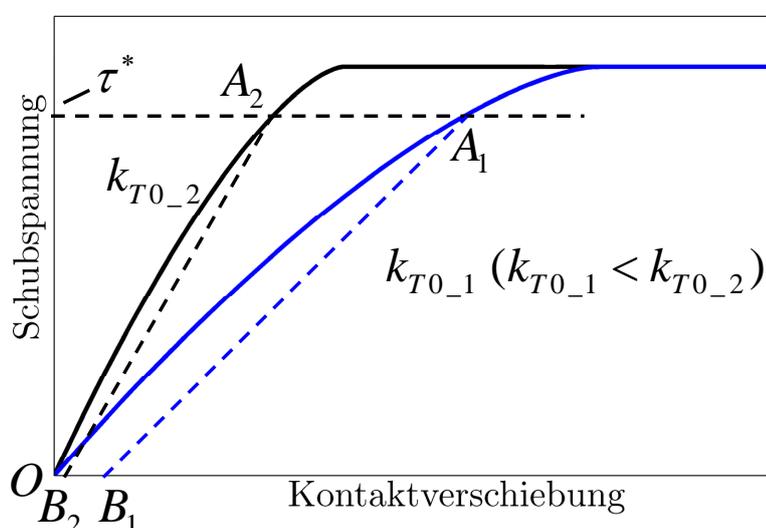


Abbildung 5.34: Vergleich der Mindlin Kurve für unterschiedliche Tangentialkontaktsteifigkeit bei vollständigem Haften

Außer den oben genannten Kontaktparametern wird auch der Einfluss der Kontaktfläche auf die Fügestellendämpfung untersucht. Dafür wird die originale Kontaktfläche an der Sonotrode durch eine kleinere L-förmige Fläche ersetzt, siehe Abbildung 5.35. Durch diese Geometrieänderung, wird die Fläche des Kontakts verkleinert.

Um den Einfluss Vernetzung auf die Simulationsergebnisse zu untersuchen, wird eine Simulation mit verfeinertem Netz durchgeführt, siehe Abbildung 5.36. Im Vergleich zur originalen Vernetzung besitzt die Klinge mit feinerem Netz insgesamt 5705 Elemente. Der Unterschied zwischen den beiden Simulationsergebnissen liegt unterhalb von 2%. Das bedeutet, dass die originale Vernetzung bereits fein genug ist, um die wichtigsten Effekte im Kontakt darzustellen. Die folgenden Ergebnisse basieren auf der Simulation mit der originalen Vernetzung.

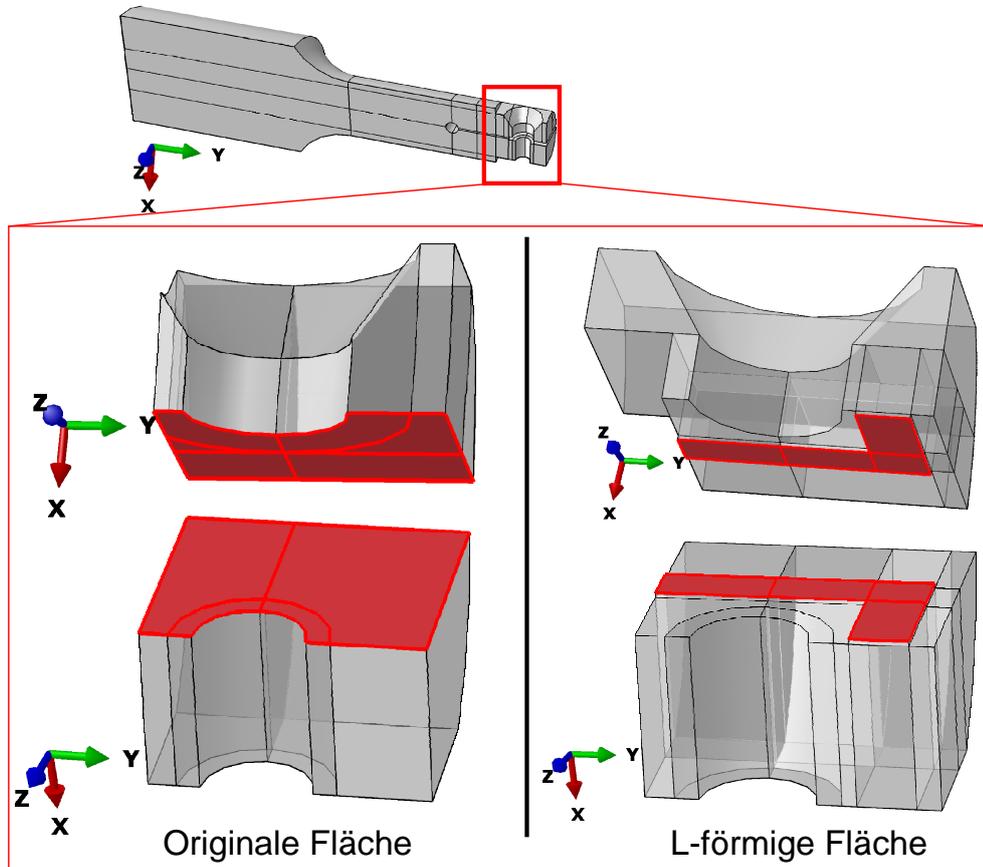


Abbildung 5.35: Geometrieänderung der Kontaktfläche - Links: originale Kontaktfläche an der Sonotrode. Rechts: L-förmige Kontaktfläche an der Sonotrode nach der Geometrieänderung

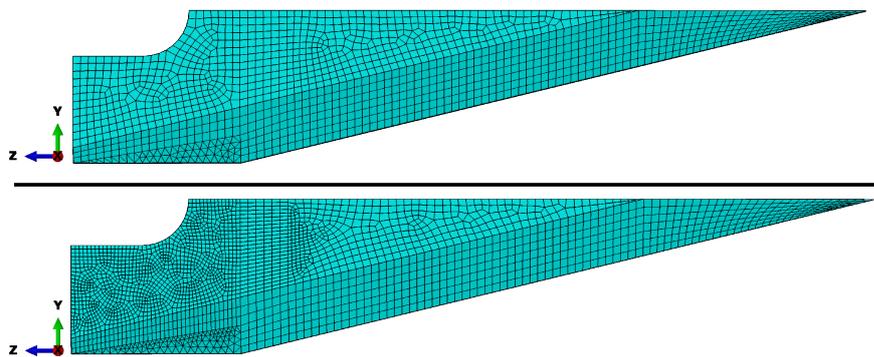


Abbildung 5.36: Verfeinertes Netz in der FE Simulation - Oben: originale Vernetzung der Klinge. Unten: verfeinerte Vernetzung der Klinge

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

Die maximale Verlustleistung der beiden Rechnungen sind in Abbildung 5.37 dargestellt. In Abbildung 5.38 und Abbildung 5.39 sind Haft- und Gleitzustand und Verlustenergiedichte im Kontakt gezeichnet.

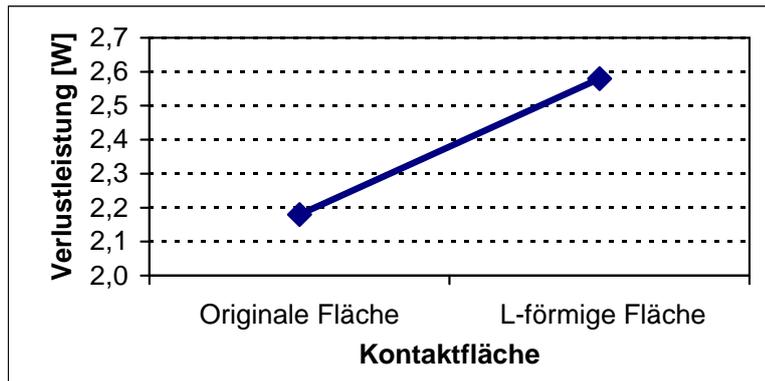


Abbildung 5.37: Verlustleistung bei unterschiedlicher Kontaktflächegeometrie

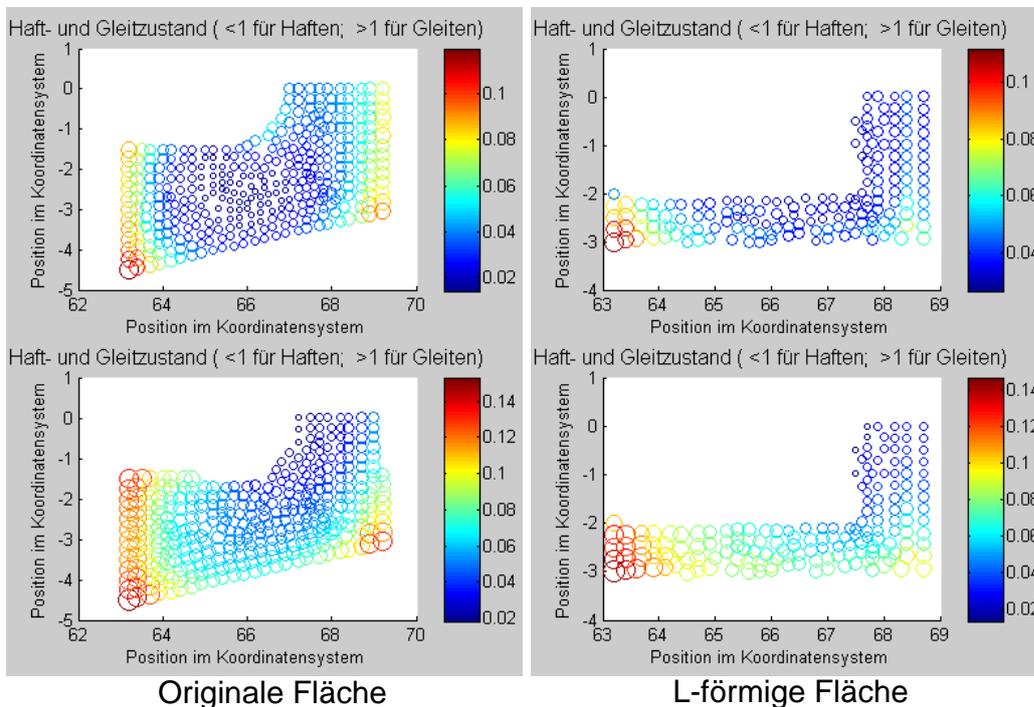


Abbildung 5.38: Haft- und Gleitzustand im Kontakt bei unterschiedlicher Kontaktflächegeometrie

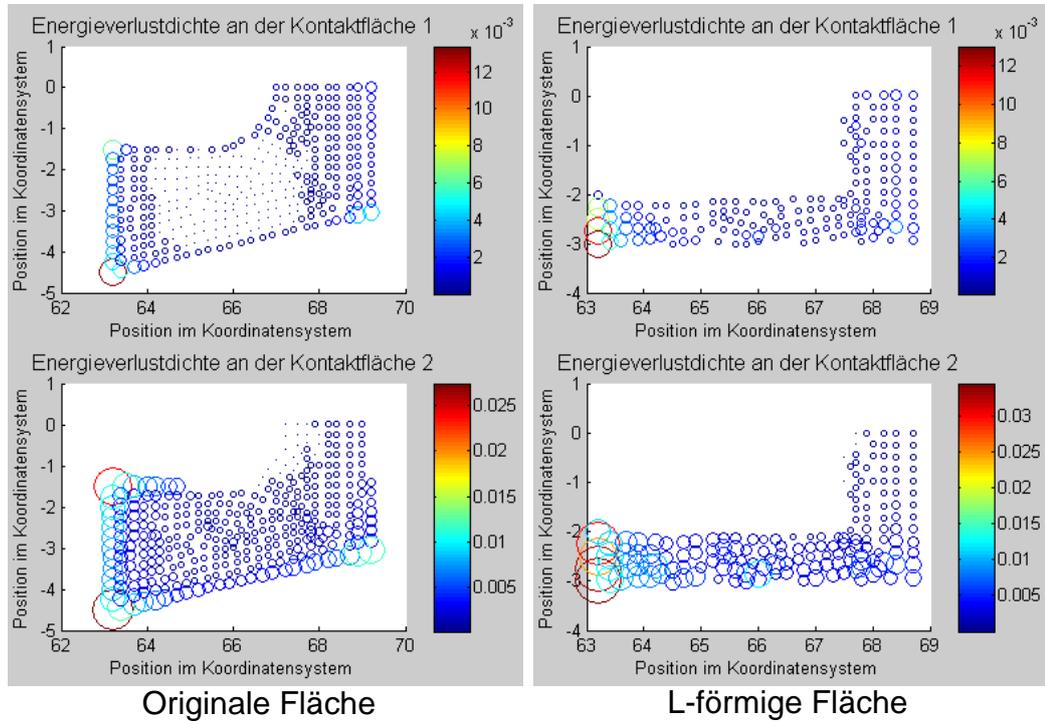


Abbildung 5.39: Verlustenergiedichte im Kontakt bei unterschiedlicher Kontaktflächengeometrie

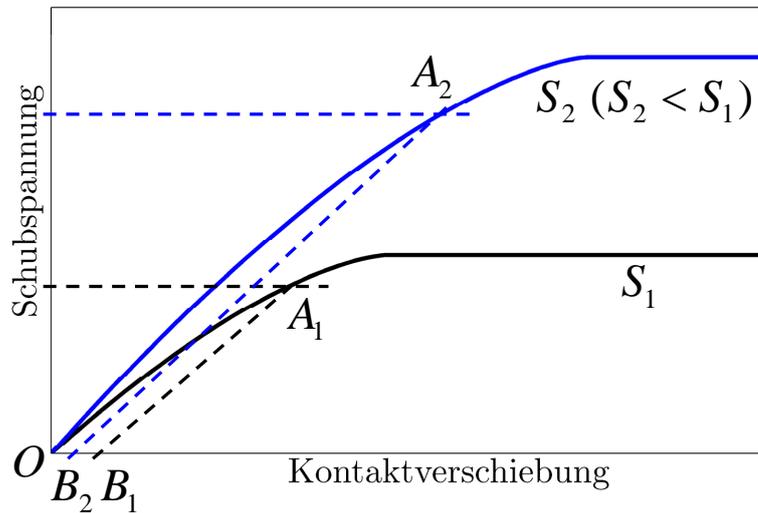


Abbildung 5.40: Vergleich der Mindlin Kurve für unterschiedliche Kontaktflächengröße

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

Die Ergebnisse zeigen, dass eine kleinere Kontaktfläche mehr Energiedissipation im Kontakt verursacht. Der Grund dieses Einflusses kann wieder durch den Vergleich der Mindlin-Kurven erklärt werden. In Abbildung 5.40 sind die Mindlin Kurve für zwei Kontaktflächegrößen S_1 und S_2 ($S_2 < S_1$) dargestellt. Aufgrund der kleineren Kontaktfläche S_2 ist die Schubspannung in diesem Fall größer als die bei S_1 . Die Berechnung zeigt, dass die Fläche OA_2B_2 größer als die Fläche OA_1B_1 ist. Somit ist es ersichtlich, dass eine reduzierte Kontaktfläche zur höheren Fügstellendämpfung führt.

Wie in Abbildung 5.38 zu sehen ist, haben die Knoten am Rand der Kontaktfläche eine größere relative Verschiebung im Vergleich zu den Knoten im Inneren der Fläche. Der Grund dieses Effektes ist der niedrigere Kontaktdruck im Randbereich. Damit können die höheren Energieverluste am Rand der Kontaktfläche erklärt werden.

Besonders wichtig bei der Analyse der Ergebnisse ist, dass die gezeigten Zusammenhänge für „konstante“ Tangentialgesamtkraft im Kontakt gelten.

5.5 Vergleich der numerischen und experimentellen Untersuchungen

Um die Genauigkeit des FE Modells zu untersuchen, wird die Schraubenkraft im FE Modell entsprechend dem Schraubenanzugsmoment in der Messung variiert. Der Vergleich zwischen jeweiligen Mess- und Simulationsergebnissen wird in den Abbildungen 5.41, 5.42, 5.43 und 5.44 dargestellt.

Der Vergleich für das Schraubendrehmoment von 3 Nm zeigt, dass die Simulationsergebnisse den nichtlinearen Zusammenhang zwischen der Energiedissipation in den Fügstellen und der Schwingungsamplitude der Sonotrode sehr gut repräsentieren können. Der maximale Unterschied zwischen Messung und Simulation ist 0,08 W bei der Schwingungsamplitude von $1,2 \cdot 10^{-5}$ m. Es entspricht einer relativen Abweichung von 6,9%. Für das Schraubendrehmoment von 2,5 Nm liegt der maximale Unterschied bei der Amplitude von $1,4 \cdot 10^{-5}$ m für 0,5 W. Die relative Abweichung zwischen gemessener und simulierter Verlustleistung ist 19,4%.

5.5 Vergleich der numerischen und experimentellen Untersuchungen

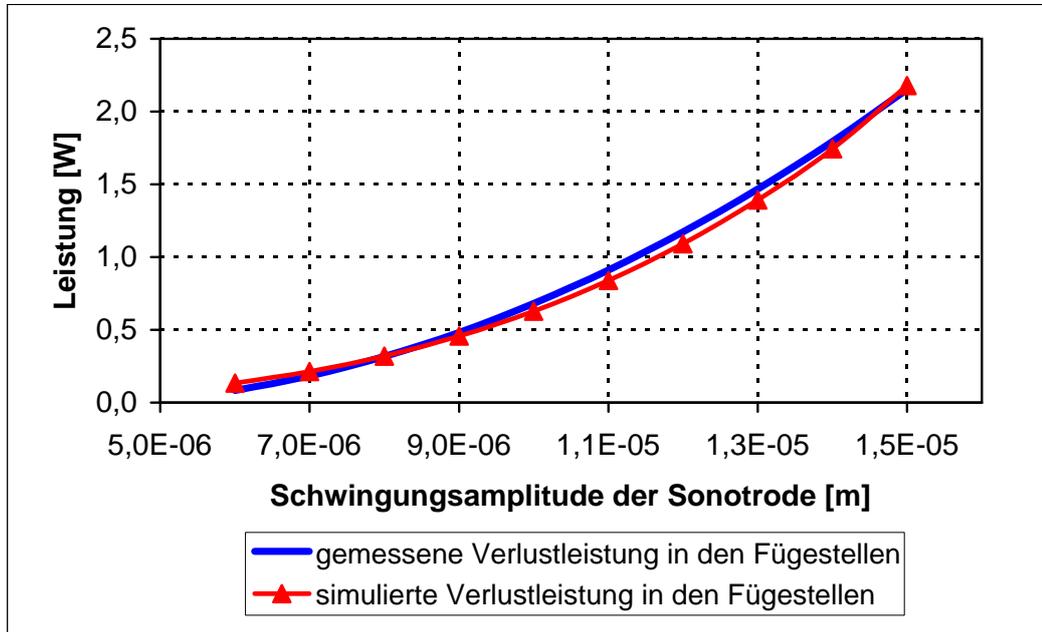


Abbildung 5.41: Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in Fügstellen (Schraubendrehmoment = 3 Nm)

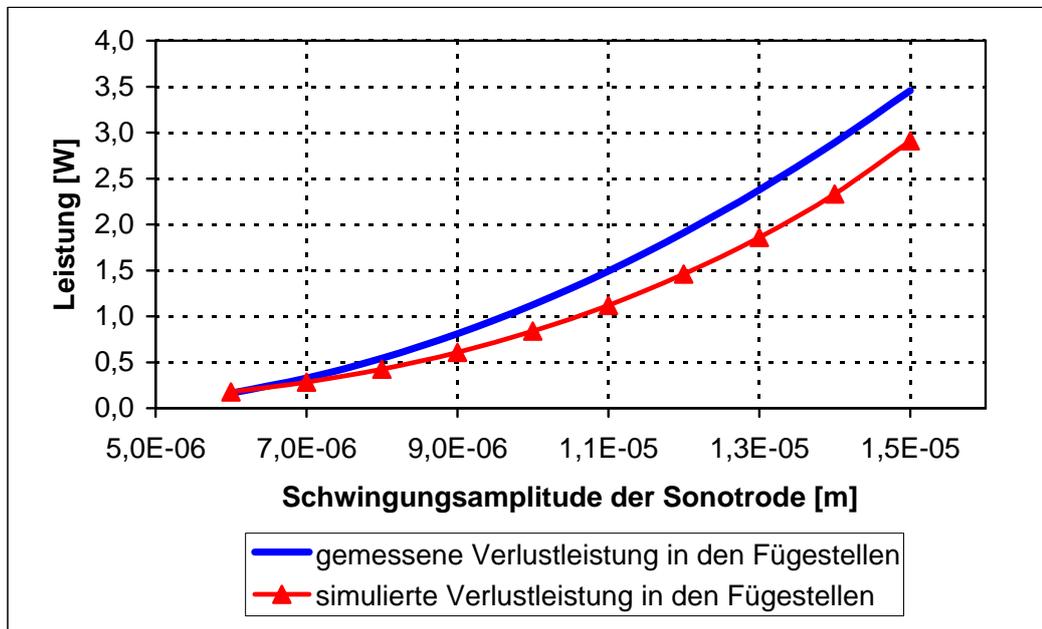


Abbildung 5.42: Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in Fügstellen (Schraubendrehmoment = 2,5 Nm)

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

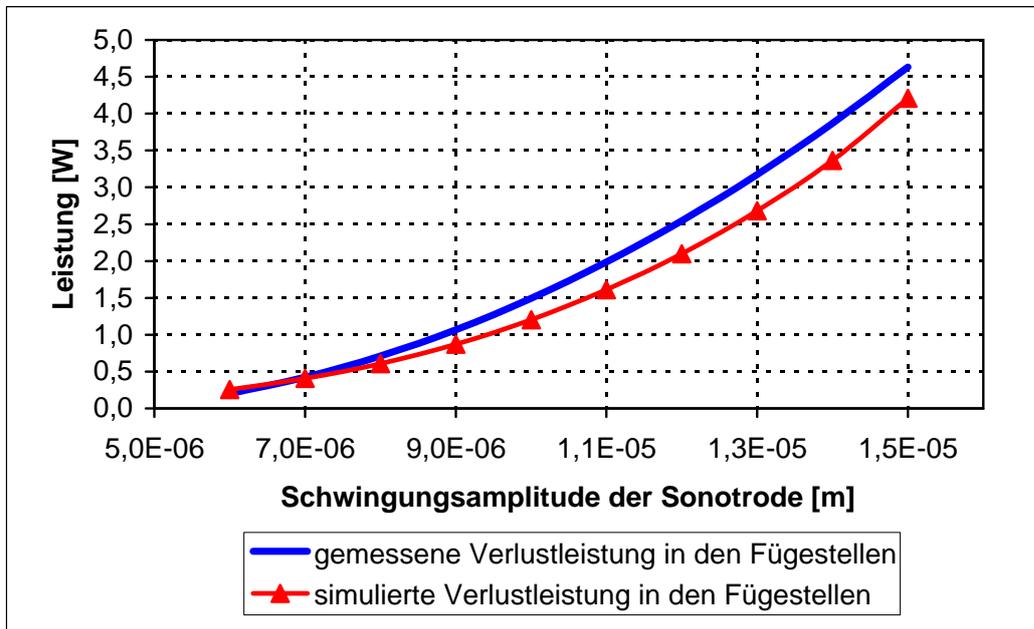


Abbildung 5.43: Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in Fügstellen (Schraubendrehmoment = 2 Nm)

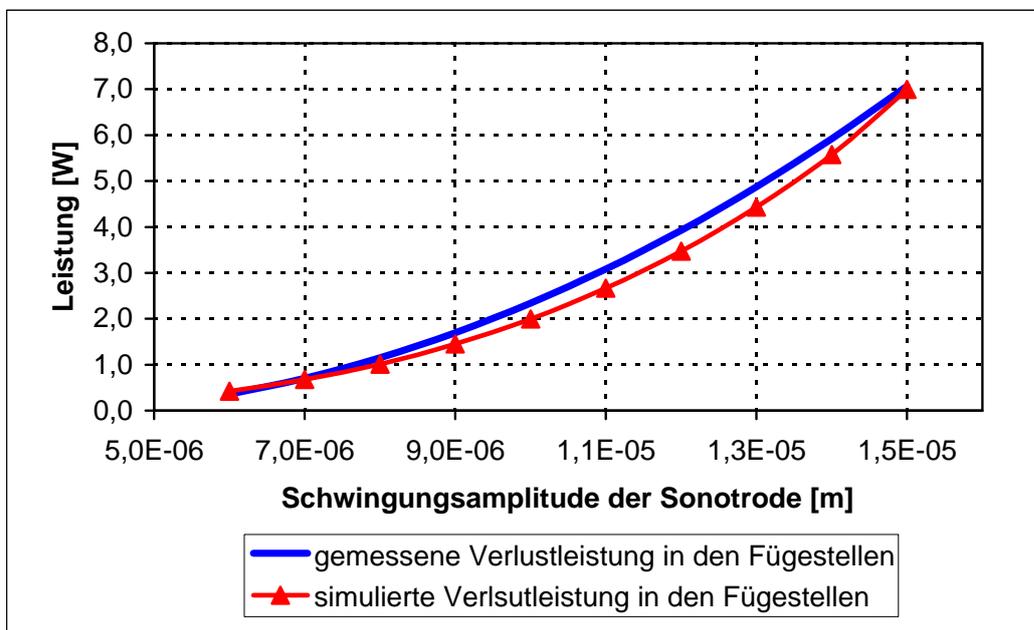


Abbildung 5.44: Vergleich der gemessenen und simulierten Verlustleistung in Fügstellen (Schraubendrehmoment = 1,5 Nm)

5.5 Vergleich der numerischen und experimentellen Untersuchungen

Für ein Schraubendrehmoment von 2 Nm ist der maximale Unterschied ebenfalls 0,5 W bei $1,4 \cdot 10^{-5}$ m Schwingungsamplitude. Hier ist die relative Abweichung zwischen den experimentellen und numerischen Ergebnissen 13,1%. Beim Schraubendrehmoment von 1,5 Nm ergibt sich ein maximaler Unterschied von 0,4 W bei einer Amplitude von $1,2 \cdot 10^{-5}$ m, eine Abweichung um 11,6%.

Um den Einfluss des Schraubenanzugsmoments auf die Fügstellendämpfung darzustellen, werden die Verlustleistungen aller gemessenen und simulierten Ergebnisse für eine Schwingungsamplitude von $1,5 \cdot 10^{-5}$ m in Abbildung 5.45 dargestellt. Hier ist auch ein nichtlinearer Zusammenhang zwischen den Verlustleistungen und dem Schraubenanzugsmoment zu erkennen. Ein kleines Moment bedeutet einen niedrigen Kontaktdruck: unter der Annahme, dass die Tangentialgesamtkraft im Kontakt und die Größe der Kontaktfläche konstant sind, führt der kleinere Kontaktdruck zu höherer Energiedissipation in Fügstellen.

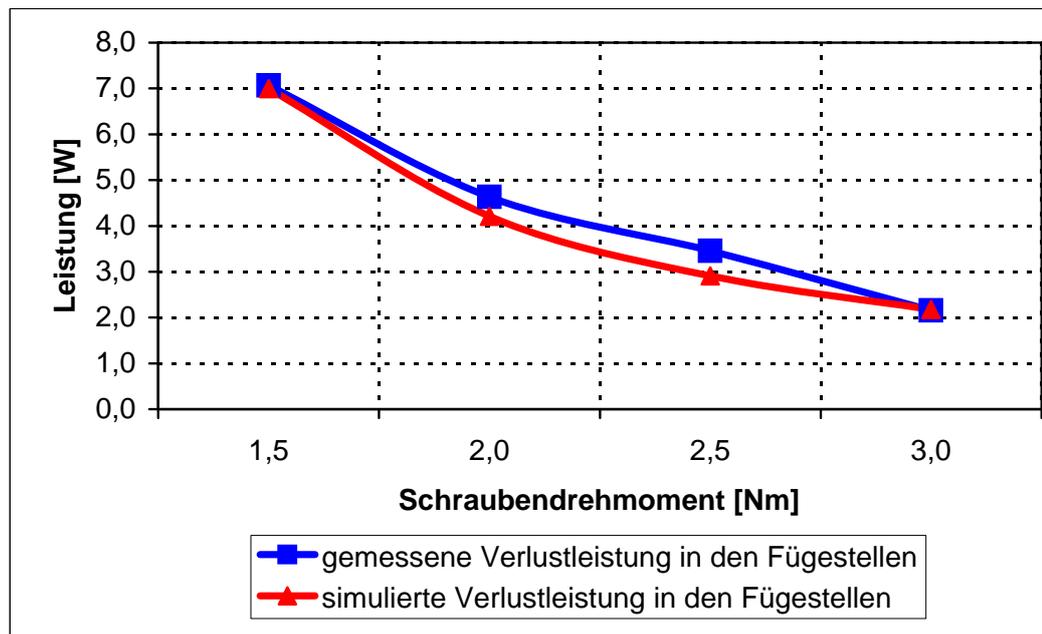


Abbildung 5.45: Verlustleistung bei unterschiedlichen Schraubendrehmomenten

Die oben dargestellten Vergleiche zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und den numerischen Ergebnissen. Der nichtlineare Verlauf der Verlustleistung abhängig von der Schwingungsamplitude wird ebenfalls sehr gut getroffen. Die

5. ANWENDUNG DES KONTAKTMODELLS AUF EINE REALE TESTSTRUKTUR

experimentell ermittelte Energiedissipation liegt in der Regel etwas höher als die simulativ ermittelte. Eine Begründung dafür könnte der vernachlässigte Kontakt zwischen Schraube und Sonotrode im FE Modell sein, der zusätzliche Fügstellendämpfung verursachen könnte. Zusammenfassend kann man sagen, dass es mit der hier angewandten Methode möglich ist, Vorhersagen über die Energiedissipation in Fügstellen zusammengesetzter Strukturen zu treffen.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit stellt eine neue Methode vor, die Vorhersagen des Schwingungsverhaltens und der Energiedissipation in Fügstellen zusammengesetzter Strukturen mittels Finite Elemente Modellen im Frequenzbereich ermöglicht. Die große Abweichung zwischen simuliertem und gemessenem Schwingungsverhalten wird oftmals durch ungenaue Modellierung des mechanischen Kontakts und Nichtberücksichtigung der Dämpfungseffekte in Fügstellen verursacht. Solche Faktoren haben entscheidende Einflüsse auf Resonanzfrequenzen, Schwingformen der Struktur und die Dämpfungseffekte. Deswegen sind die Ziele dieser Arbeit:

- (i) Die Entwicklung eines Kontaktmodells, welches die wichtigsten physikalischen Eigenschaften und Dämpfungseffekte abbildet und für einen gegebenen Arbeitspunkt eine Linearisierung zulässt, sodass es im Rahmen von Frequenzgangrechnungen eingesetzt werden kann.
- (ii) Die Implementierung des Kontaktmodells in eine kommerzielle FE Software.
- (iii) Der Nachweis von Genauigkeit und Eignung des Modells durch Vergleich von simuliertem und gemessenem Schwingungsverhalten und Energiedissipation in Fügstellen einer realen Teststruktur.

Zusammenfassung

Die am häufigsten verwendeten Kontaktmodelle bei der Untersuchung zusammengesetzter Strukturen mittels der Finite-Elemente-Methode sind die starre Kopplung der Kontaktflächen mit der *Lagrange-Multiplikator-Methode* und die elastische Kopplung der Kontaktflächen mit einer konstanten Kontaktsteifigkeit. Beide Methoden vereinfachen das wahre physikalische Verhalten stark und sind für die Untersuchung der Fügestellendämpfung in zusammengesetzten Strukturen nicht ausreichend.

Für eine genaue Beschreibung des Kontaktverhaltens ist es sehr wichtig, ein geeignetes Kontaktgesetz zu implementieren. Die Energiedissipation in Fügestellen entsteht hauptsächlich durch Mikroschlupf und makroskopisches Gleiten zwischen den Kontaktkörpern. Um diesen Effekt abzubilden, sind die tribologischen Modelle von HERTZ und MINDLIN die Basis des in dieser Arbeit vorgestellten Kontaktmodells. Das Modell von HERTZ beschreibt das Kontaktverhalten in normaler Richtung und das Mindlinsche Modell bildet das Mikroschlupfverhalten in tangentialer Richtung gut ab und berücksichtigt zusätzlich die Abhängigkeit des Tangentialkontakts vom Normalkontakt.

Die Kontaktgesetze der beiden Modelle sind nichtlinear und können für FE Simulationen im Zeitbereich ohne Weiteres implementiert werden. Aufgrund dieser Nichtlinearität benötigt die FE Simulation im Zeitbereich meistens einen höheren Rechenaufwand als die Simulation im Frequenzbereich und könnte sehr instabil sein. Um die Dämpfungseffekte in Fügestellen auszuwerten, müssen zusätzliche Datenbearbeitungen durchgeführt werden. Mit einer FE-Simulation im Frequenzbereich ist es möglich, solche Nachteile zu umgehen.

Die Voraussetzung einer FE-Simulation im Frequenzbereich mit der Berücksichtigung der Fügestellendämpfung ist die Linearisierung des nichtlinearen Kontaktgesetzes in tangentialer Richtung, so dass eine konstante äquivalente Kontaktsteifigkeit und ein konstanter äquivalenter Dämpfungskoeffizient für jeden Kontaktknoten ermittelt werden. In dieser Arbeit wurden die Methode der harmonischen Balance für die Bestimmung der Kontaktsteifigkeit und die Methode der energetischen Balance für die Bestimmung des Dämpfungskoeffizienten implementiert.

Für die Implementierung des Kontaktmodells in ein kommerzielles FE Programm wurden die verwendeten Kontaktgesetze und Linearisierungsverfahren in einer Fortran

User Subroutine programmiert. Aufgrund der Amplituden- bzw. Frequenzabhängigkeit der äquivalenten Kontaktsteifigkeit und Dämpfungskoeffizienten müssen die beiden Parameter iterativ bestimmt werden.

Um die Eignung und Genauigkeit der implementierten Linearisierungsverfahren zu untersuchen, wurden drei numerische Modelle simuliert. Das erste Beispiel ist ein Duffing-Schwinger, der dazu dient, die Eignung der klassischen harmonischen Balance Methode (KHBM) für die Vorhersagen der Schwingungsamplitude in stationären Zustand darzustellen. Das zweite Beispiel ist ein einfaches Reibmodell. Die Genauigkeit der Methoden für die Beschreibung des Reibverhaltens wurde durch dieses Beispiel untersucht. Ein Balkenmodell wurde als drittes Beispiel genommen, um den Einfluss der Fügstellendämpfung auf das Schwingungsverhalten zusammengesetzter Strukturen zu untersuchen.

Den Abschluss der Arbeit bildet die Anwendung des Kontaktmodells zur Vorhersage des Schwingungsverhaltens und der Energiedissipation in Fügstellen einer realen Teststruktur. Drei Bauteile eines Ultraschallmessers (piezoelektrischer Konverter, Sonotrode und Klinge) wurden zusammengesetzt und die Schwingungsamplitude der Struktur sowie die Verlustleistungen in Fügstellen wurden experimentell ermittelt. Ein FE Modell der Sonotrode mit Klinge wurde aufgebaut und die Energiedissipation im Kontakt zwischen den beiden Bauteilen wurde berechnet. Der Vergleich der Simulation mit experimentellen Daten zeigt, dass mit dem neu entwickelten Kontaktmodell das Schwingungsverhalten und der Einfluss der Fügstellendämpfung zusammengesetzter Strukturen mit hinreichender Genauigkeit vorhergesagt werden können.

Darüber hinaus wird gezeigt, dass die Analyse von Simulationsdaten Einblicke in die fügstellenrelevanten Wirkzusammenhänge ermöglicht.

Ausblick

Eine Weiterentwicklung des Kontaktmodells wäre die Implementierung der höheren harmonischen Balance Methode für die Linearisierung der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit. Somit könnte das Kontaktmodell auch für die Vorhersagen des Schwingungsverhaltens und die Energiedissipation in den Fügenstellen zusammengesetzter Strukturen mit multifrequenter Anregung verwendet werden. Das Kontaktmodell könnte auch für

6. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

die Berechnung der äquivalenten Kontaktsteifigkeit und des Dämpfungskoeffizienten in normaler Kontaktrichtung eingesetzt werden. Damit könnten die Dämpfungseffekte in normaler Kontaktrichtung auch berücksichtigt werden, wenn sie einen dominierenden Einfluss auf die gesamte Fügestellendämpfung haben.

Anhang A

Genauigkeit der Taylor-Entwicklung

Für eine beliebig oft stetig differenzierbare Funktion $f(x)$ ist die Taylor-Entwicklung um Ort x :

$$\begin{aligned} f(x + \Delta x) &= f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{1}{2}f''(x)\Delta x^2 + \frac{1}{6}f'''(x)\Delta x^3 + \dots \\ &= \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}f^{(k)}(x)\Delta x^k + O(\Delta x^{k+1}) \end{aligned}$$

und $O(\Delta x^{k+1})$ ist der Fehlerterm der Taylor-Entwicklung.

Für $k = 1$ ist die Taylor-Entwicklung

$$f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x + O(\Delta x^2)$$

und so hat diese Approximation die Genauigkeit der ersten Ordnung.

Für $k = 2$ ist die Taylor-Entwicklung

$$f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{1}{2}f''(x)\Delta x^2 + O(\Delta x^3)$$

und so hat diese Approximation die Genauigkeit der zweiten Ordnung.

A. GENAUGIGKEIT DER TAYLOR-ENTWICKLUNG

Anhang B

Parameterwerte des Duffing Schwingers

Differentialgleichung des Duffing Schwingers

$$\ddot{x} + \dot{x} + 20x + 40x^3 = 30 \sin(10t) \quad (\text{B.1})$$

mit

$$x(0) = 0,2$$

$$\dot{x}(0) = 0.$$

B. PARAMETERWERTE DES DUFFING SCHWINGERS

Anhang C

Parameterwerte des Reibmodells

Parameter für die Beschreibung des Kontaktverhaltens nach Gleichung (2.49)

$$\begin{aligned}\mu &= 0,3 \\ k_{T0} &= 1282,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}}.\end{aligned}$$

Sonstige Parameter:

$$\begin{aligned}m &= 200 \text{ Kg} \\ \omega &= 1,3 \frac{\text{Rad}}{\text{s}} \\ F_N &= 2 \text{ N}.\end{aligned}$$

C. PARAMETERWERTE DES REIBMODELLS

Anhang D

Runge-Kutta Verfahren

Das Runge-Kutta-Verfahren wurde um 1900 von den deutschen Mathematikern RUNGE und KUTTA entwickelt [9]. Es ist eine der häufigsten verwendeten Iterationsmethoden für die Approximation der Lösungen gewöhnlicher Differentialgleichungen.

Eine Variante der sehr populären Runge-Kutta-Verfahren ist die RK4 Methode oder auch klassische Runge-Kutta Methode genannt. Gegeben sei ein Anfangswertproblem

$$x' = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0. \quad (\text{D.1})$$

Die angenäherte Lösung dieser Differentialgleichung ergibt sich durch

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{6}h (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (\text{D.2})$$

mit

$$\begin{aligned} h &= t_{n+1} - t_n, \\ k_1 &= f(t_n, x_n), \\ k_2 &= f\left(t_n + \frac{1}{2}h, x_n + \frac{1}{2}hk_1\right), \\ k_3 &= f\left(t_n + \frac{1}{2}h, x_n + \frac{1}{2}hk_2\right), \\ k_4 &= f(t_n + h, x_n + hk_3). \end{aligned}$$

Der durch die Approximation der Methode entstandene Fehler je Iteration liegt in der Ordnung von h^5 und der gesamte Fehler bei h^4 .

Literaturverzeichnis

- [1] *ABAQUS User Manual*.
- [2] AGRWAL, V. P. UND DENMAN, H. H. Weighted Linearization Technique for Period Approximation in Large Amplitude Non-linear Oscillations. *Journal of Sound and Vibration* 99 (1985).
- [3] ANDRESEN, K., OTTL, D., UND RITTER, R. Zur Hysterese einer auf Zug beanspruchten Schraubverbindung. *Forschung im Ingenieur-Wesen* 43 (1977).
- [4] BACK, N., BURDEKIN, M., UND COWLEY, A. Analysis of machine tool joints by the finite element method. *Int. Machine Tool Design and Research Conf.* 14 (1973).
- [5] BATHE, K. *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, 1996.
- [6] BOGOLIUBOV, N. N. UND MITROPOLSKII, Y. A. *Asymptotic Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations*. Gordon and Breach, 1961.
- [7] BOWDEN, F. P. UND TABOR, D. *The Friction and Lubrication of Solids*. Clarendon Press, 1954.
- [8] BUDAK, E. Iterative receptance method for determining harmonic response of structures with symmetrical non-linearities. *Mechanical Systems and Signal Processing* 7 (1993).
- [9] BUTCHER, J. C. *Numerical methods for ordinary differential equations*. John Wiley & Sons Ltd, 2003.

LITERATURVERZEICHNIS

- [10] BUTLER, T. A., HEMEZ, F. M., SCHULTZE, J., UND SOHN, H. Model validation for a complex jointed structure. *Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference IMAC XIX, Kissimmee, Florida, USA* (2001), S. 1325–1331.
- [11] CHEUNG, Y. K. UND CHEN, S. H. A modified Lindstedt-Poincaré-Method for certain strongly non-linear oscillators. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 26 (1991).
- [12] COURTNEY-PRATT, J.S. UND EISNER, E. The effect of a tangential force on the contact of metallic bodies. *Proceedings of the Royal Society of London* 238 (1957), S. 529–550.
- [13] CZICHOS, H. UND HABIG, K.-H. *Tribologie Handbuch*. Braunschweig: Vieweg Verlag, 2003.
- [14] DAHL, P. A solid friction model. *Tech. Rep. 58* (1968).
- [15] DENMAN, H. H. Amplitude Dependence of Frequency in a Linear Approximation to the Simple Pendulum Equation. *American Journal of Physics* 27 (1959).
- [16] DOWSON, D. *History of Tribology*. Professional Engineering Publishing, 1902.
- [17] DRESIG, H. UND HOLZWEISSIG, F. *Maschinendynamik*. Springer Verlag, Berlin, 2007.
- [18] FÖLLINGER, O. *Nichtlineare Regelungen*. Oldenbourg Verlag, München, 1989.
- [19] GAUL, L. Zur Dämmung und Dämpfung von BiegeWellen an Fügstellen. *Ingenieur-Archiv* 51 (1981), S. 101–110.
- [20] GAUL, L. Zur Wellenausbreitung in Strukturen mit Fügstellen. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik ZAMM* 62 (1982), S. T41–T44.
- [21] GAUL, L. Zum Einfluss von Schraub-, Niet- und Klemmverbindungen auf die Dynamik von Maschinen und Strukturen. *Festschrift Fachbereich Maschinenbau: 10 Jahre Hochschule der Bundeswehr Hamburg* (1983), S. 49–58.
- [22] GAUL, L., UND BOHLEN, S. Zum nichtlinearen Übertragungsverhalten von Fügstellen. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik ZAMM* 64 (1984), S. T45–T48.

- [23] GAUL, L., UND LENZ, J. Nonlinear Dynamics of Structures Assembled by Bolted joints. *Acta Mechanica* 125 (1997), S. 169–181.
- [24] HERTZ, H. Über die Berührung fester elastischer Körper. *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 92 (1881).
- [25] JOHNSON, K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
- [26] KEVORKIAN, J. UND COLE, J. *Multiple scale and singular perturbation methods*. Springer Verlag, Berlin/ Heidelberg/ New York, 1996.
- [27] KIM, W. J. UND PERKINS, N. C. Harmonic balance/Galerkin method for non-smooth dynamic systems. *Journal of Sound and Vibration* 261 (2003).
- [28] KRYLOV, N. N. UND BOGOLIUBOV, N. N. *Introduction to Nonlinear Mechanics*. Princeton University Press, 1947.
- [29] LANZAN, B. J., UND GOODMAN, L. E. *Material and Interface Damping*. McGraw-Hill, 1961.
- [30] LENZ, J., UND GAUL, L. The influence of microslip on the dynamic behavior of bolted joints. *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference IMAC XIII, Nashville, Tennessee, USA* (1995), S. 248–254.
- [31] LINK, M. *Finite Elemente in der Statik und Dynamik*. Teubner Verlag, Stuttgart, 2002.
- [32] LITTMANN, W., UND HEMSEL, T. Load-adaptive phase-controller for resonant driven piezoelectric devices. *World Congress on Ultrasonics* (2003).
- [33] LIU, L., DOWELL, E. H., UND HALL, K. A novel harmonic balance analysis for the Van Der Pol oscillator. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 42 (2007).
- [34] MAYER, M. *Zum Einfluss von Fügstellen auf das dynamische Verhalten zusammengesetzter Strukturen*. Andre Verlag, Stuttgart, 2007.
- [35] MICKENS, R. E. A generalization of the method of harmonic balance. *Journal of Sound and Vibration* 111 (1986).

LITERATURVERZEICHNIS

- [36] MINDLIN, R. Compliance of Elastic Bodies in Contact. *Journal of Applied Mechanics* 16 (1949), S. 259–268.
- [37] NAKHLA, M. S. UND VLACH, J. A piecewise harmonic balance technique for determination of periodic response of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 23 (1976).
- [38] NAYFEH, A. H. *Perturbation Method*. Wiley Verlag, New York, 1973.
- [39] NAYFEH, A. H. *Introduction to Perturbation Techniques*. Wiley Verlag, New York, 1981.
- [40] OTTL, D. *Schwingungen mechanischer Systeme mit Strukturdämpfung*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1981.
- [41] OTTL, D. *Nichtlineare Dämpfung in Raumfahrtstrukturen*. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1985.
- [42] PANOVKO, Y. G. A Review of Applications of the Method of Direct Linearisation. *int. Congr. of Applied Mechanics, Munich 11* (1964).
- [43] RAMOS, J. I. A combined equivalent linearization and averaging perturbation method for non-linear oscillator equations. *Journal of Sound and Vibration* 264 (2003).
- [44] RAMOS, J. I. Piecewise-linearized methods for oscillators with fractional-power nonlinearities. *Journal of Sound and Vibration* 300 (2006).
- [45] SCHWARZ, H. UND KÖCKLER, N. *Numerische Mathematik*. Teubner Verlag, Stuttgart, 2006.
- [46] SINHAAND, S. C. UND SRINIVASAN, P. A Weighted Mean Square Method of Linearization in Non-linear Oscillations. *Journal of Sound and Vibration* 16 (1971).
- [47] SOCHA, L. UND SOBIECHOWSKI, C. Statistical Linearization of The Duffing Oscillator under Non-Gaussian External Excitation. *Journal of Sound and Vibration* 231 (2000).
- [48] SONOTEC Co., L. http://www.sonotec.com/cutter2/sonofile06_en.pdf.

- [49] STRIBECK, R. Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager. *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure* 46 (1902), S. 1342–1348 und 1432–1437.
- [50] SZE, K. Y., CHEN, S. H., UND HUANG, J. L. The incremental harmonic balance method for nonlinear vibration of axially moving beams. *Journal of Sound and Vibration* 281 (2005).
- [51] TABOR, D. Friction - The Present State of Our Understanding. *Journal of Lubrication Technology* 103 (1981), S. 169–179.
- [52] UNGAR, E. E. The Status of Engineering Knowledge Concerning the Damping of Built-Up Structures. *Journal of Sound and Vibration* 26 (1973).
- [53] VIRGIN, L. N. *Introduction to Experimental Nonlinear Dynamics*. Cambridge University Press, 2000.
- [54] VOGELPOHL, P. UND KRAUSE, H. Geschichte der Reibung, eine vergleichende Betrachtung aus der Sicht der klassischen Mechanik. *Technikgeschichte in Einzeldarstellungen* 35 (1981).
- [55] WILLNER, K. Ein statisches Modell für den Kontakt metallischer Körper. *Bericht aus dem Institut für Mechanik, Universität der Bundeswehr Hamburg* (1995).
- [56] WILLNER, K. *Kontinuums- und Kontaktmechanik*. Springer Verlag, Berlin/ Heidelberg/ New York, 2003.
- [57] WILLNER, K., UND GAUL, L. A penalty approach for contact description by FEM based on interface physics. *Computational Mechanics Publications* (1995), S. 257–264.
- [58] WORDEN, K. UND TOMLINSON, G. R. *Nonlinearity in Structural Dynamics, Detection, Identification and Modelling*. IOP Publishing Ltd, 2001.
- [59] WRIGGERS, P. *Computational Contact Mechanics*. John Wiley & Sons Ltd, 2002.