



KIT SCIENTIFIC REPORTS 7649

# **Mein Weg zum Strömungsmechanischen Modell**

Herbert Oertel



Herbert Oertel

**Mein Weg zum Strömungsmechanischen Modell**

**Karlsruhe Institute of Technology**  
**KIT SCIENTIFIC REPORTS 7649**

# Mein Weg zum Strömungsmechanischen Modell

von  
Herbert Oertel

**Impressum**



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
KIT Scientific Publishing  
Straße am Forum 2  
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark of Karlsruhe  
Institute of Technology. Reprint using the book cover is not allowed.

[www.ksp.kit.edu](http://www.ksp.kit.edu)



*This document – excluding the cover – is licensed under the  
Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 DE License  
(CC BY-SA 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/>*



*The cover page is licensed under the Creative Commons  
Attribution-No Derivatives 3.0 DE License (CC BY-ND 3.0 DE):  
<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/de/>*

---

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Einführung</b>	5
<b>2 Strömungsmechanik</b>	9
2.1 Grundgleichungen	9
2.2 Strömung-Struktur Kopplung	11
<b>3 Strömungsmechanische Modelle</b>	13
3.1 Reibungsfreie Strömung	13
3.1.1 Stoßreflexion	13
3.2 Reibungsbehaftete Strömung	16
3.2.1 Grenzschichtströmung	16
3.2.2 Nachlaufströmung	20
3.2.3 Strömungskontrolle	22
3.3 Strömung mit Wärmeübertragung	27
3.3.1 Zellulare Konvektion	27
3.4 Bioströmungsmechanik	34
3.4.1 Vogelflug	34
3.4.2 Strömung im Herzen	43
<b>4 Ausblick</b>	61
<b>Auswahl an Literatur</b>	63
<b>Promotionen und Habilitationen</b>	66



# 1 Einführung

Der Titel des Artikels *Mein Weg zum Strömungsmechanischen Modell* leitet sich von einer Anekdote Heisenbergs über die Arbeitsweise Ludwig Prandtls anlässlich seiner Ernennung zum Ehrenmitglied der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Jahr 1947 ab. Heisenberg pries die besondere Fähigkeit Prandtls den Gleichungen ohne Rechnung anzusehen, welche Lösungen sie haben. Dies veranlasste Prandtl 1948 in den Physikalischen Blättern seinen *Weg zu hydrodynamischen Theorien* zu erläutern.

Prandtl relativiert Heisenbergs Aussage und setzt an den Anfang der Entwicklung seiner hydrodynamischen Theorien die Anschauung und das physikalische Verständnis des jeweiligen strömungsmechanischen Problems. Erst in zweiter Linie erfolgt die Lösung der strömungsmechanischen Grundgleichungen, die über die Beobachtung hinausgehende quantitative Aussagen ermöglichen und die über die Anschauung alleine nicht zu gewinnen sind.

Anhand von Strömungsbeispielen lassen sich die Wirkungsweise der einzelnen Terme der Grundgleichungen als Beschleunigungs-, Druck- und Reibungskräfte deuten. Das Erlernen dieser Fähigkeit bedarf einiger Übung, die den Studenten heute in den Grundvorlesungen der Strömungsmechanik vermittelt wird. So zeigen die Strömungsbeispiele der Abbildung 1.1 für die Navier-Stokes Gleichung der inkompressiblen Strömung, dass bei einer ausgebildeten Rohrströmung ausschließlich die Druck- und Reibungskraft wirksam sind. Bei der Platten-grenzschicht sind es die Terme der konvektiven Beschleunigung und der Reibungskraft, während die stationäre Zylinderumströmung von konvektiver Beschleunigung, Druck- und Reibungskraft bestimmt wird. Für die periodische Wirbelablösung der Kármánschen Wirbelstraße sowie für die instationäre Profilmströmung eines Tragflügels wirken alle vier Terme der Navier-Stokes Gleichung.

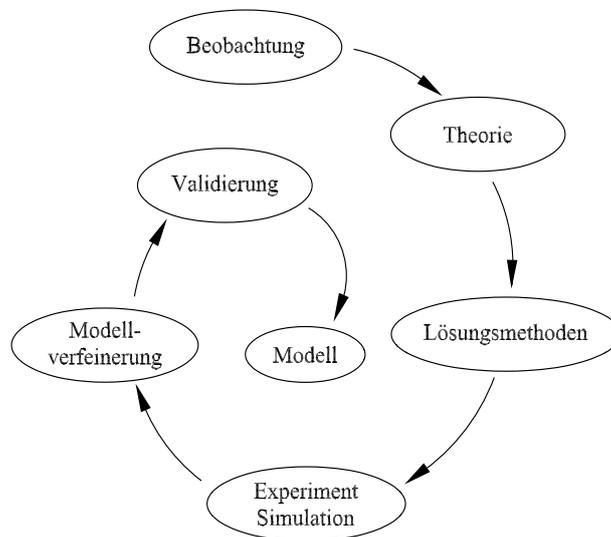
$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = - \nabla p + \mu \Delta \mathbf{v}$$

Strömung	lokale Beschleunigung	konvektive Beschleunigung	Druck	Reibung
Rohrströmung			✓	✓
Platten-grenzschicht		✓		✓
Zylinder-umströmung		✓	✓	✓
Kármánsche Wirbelstraße	✓	✓	✓	✓
Profil-umströmung	✓	✓	✓	✓

Abb. 1.1 Terme der Navier-Stokes Gleichung

Die Systematik der Entwicklung strömungsmechanischer Theorien und Modelle (siehe Abbildung 1.2) hat sich in den vergangenen Jahrzehnten weiterentwickelt. Standen zu Prandtls Zeiten vorwiegend analytische Lösungsmethoden der Grundgleichungen zur Verfügung, sind es heute vorrangig numerische Lösungsmethoden, die die Behandlung dreidimensionaler und instationärer Strömungen komplexer Geometrien in Natur und Technik ermöglichen. Nach wie vor steht am Anfang der Entwicklung die Beobachtung und Anschauung im Experiment, die von der Weiterentwicklung insbesondere lokaler und globaler optischer Messmethoden profitiert. Ergänzend werden zunehmend die Simulationsergebnisse der numerischen Lösung der strömungsmechanischen Grundgleichungen für die Beobachtung und Interpretation einer Strömung herangezogen.

Die Entwicklung einer strömungsmechanischen Theorie setzt die mathematische Modellbildung voraus, deren Ergebnis vereinfachte Modellgleichungen sind, die sich mit den jeweiligen Modellabstraktionen aus den strömungsmechanischen Grundgleichungen ableiten. Dies ist der wesentliche Schritt einer theoretischen Modellbildung, der viel Übung und Erfahrung bedarf. Waren es in der Vergangenheit aufgrund der begrenzten analytischen Lösungsmöglichkeiten vorwiegend zweidimensionale theoretische Modelle, so steht heute mit den numerischen Lösungsmethoden die Entwicklung dreidimensionaler Modelle im Vordergrund. Ist die vereinfachte Modellgleichung für ein gegebenes strömungsmechanisches Problem abgeleitet, folgt deren Validierung im Experiment und ergänzenden numerischen Lösung der vereinfachten Modellgleichung. Das Ergebnis ist im Allgemeinen eine Modellverfeinerung bezüglich der vorgegebenen Anfangs- und Randbedingungen und der von der Realität abgeleiteten Modellgeometrie.



**Abb. 1.2** Strömungsmechanisches Modell

*Mein Weg zu Strömungsmechanischen Modellen* führt von der Promotion bis zur Emeritierung von der Gasdynamik und Aerothermodynamik, Reibungsbehafteter Strömungen, Strömungen mit Wärmeübertragung bis zur Bioströmungsmechanik. Jedes der behandelten Fachgebiete wird einschließlich der experimentellen und numerischen Methoden in unserer Strömungsmechanik Lehrbuchreihe (Abbildung 1.3) für die Ausbildung der Studenten der Natur- und Ingenieurwissenschaften behandelt. Die ergänzenden Fachbücher geben dem Praktiker in Forschung und Industrie wichtige Hinweise zur Lösung strömungsmechanischer Probleme auf der Basis der neu entwickelten strömungsmechanischen Theorien und Modellen.



**Abb. 1.3** Lehrbücher der Strömungsmechanik

Aus dem breiten Spektrum der Forschungsarbeiten werden exemplarische Beispiele ausgewählt, die meinen Weg zu den strömungsmechanischen Theorien und Modellen aufzeigen.

Als Beispiel einer reibungsfreien Strömung der Gasdynamik dient die *schiefe Reflexion* von *Verdichtungsstößen*, die zum *Schallkriterium* des Übergangs von der regulären zur Mach-Reflexion führt.

Für die Modellentwicklung reibungsbehafteter Strömungen wird die *Stabilitätstheorie lokaler Störungen* abgeleitet und das stabilitätstheoretische Modell der *konvektiven und absoluten Instabilität* eingeführt. Deren Anwendung auf dreidimensionale *Grenzschicht- und Nachlaufströmungen* führt zu Transitionskriterien des laminar turbulenten Übergangs und einer effizienten Strömungsbeeinflussung zur Widerstandsreduzierung.

Ein klassisches Beispiel der Strömungen mit Wärmetransport ist die *Rayleigh-Bénard Konvektion*. Es wird die Vielfalt der nichtlinearen Verzweigungslösungen analysiert und die Bereichsgrenzen der stationären Zellularkonvektion, der oszillatorischen bis hin zur turbulenten Konvektionsströmung angegeben.

Die Bioströmungsmechanik befasst sich mit Strömungen, die von flexiblen biologischen Oberflächen aufgeprägt werden. Dies erfordert die mathematische Formulierung und theoretische Modellbildung der Strömung-Strukturkopplung. Es werden Modelle des *Vogelfluges* und der *Strömung im menschlichen Herzen* entwickelt und mit Modellexperimenten validiert.

## 2 Strömungsmechanik

Die kontinuumsmechanische Formulierung der Strömungsmechanik setzt voraus, dass die molekulare Mikrostruktur der Fluide vernachlässigt wird und ein stetig differenzierbarer Zusammenhang zwischen den charakteristischen physikalischen Größen besteht.

Die kontinuumsmechanischen Grundgleichungen der *Masse- Impuls-* und *Energieerhaltung* lassen sich aus der mikroskopischen Boltzmann Gleichung durch Momentenbildung ableiten. Diesen mühsamen Weg der Ableitungen sowie deren Voraussetzungen sollte jeder Strömungsmechaniker einmal nachvollzogen haben, um sich selbst die Grundlage für die Entwicklung neuer strömungsmechanischer Theorien zu schaffen.

Für diesen Artikel setzen wir die Kenntnis der strömungsmechanischen Grundgleichungen sowie deren analytische und numerische Lösungsmethoden entsprechend den Ausführungen in unseren Lehrbüchern voraus. Es werden lediglich die Grundgleichungen zusammengestellt, die als Grundlage für die daraus abgeleiteten strömungsmechanischen Modelle benötigt werden.

### 2.1 Grundgleichungen

#### Laminare Strömung

Für *inkompressible* Strömungen schreiben sich die Masse- und Impulserhaltung:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad , \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\nabla \cdot \mathbf{v}) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{v} \quad ,$$

mit der Reynolds-Zahl  $Re$ .

Mit Wärmetransport ergeben die Erhaltungsgleichungen unter der Voraussetzung der Boussinesq Approximation:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad , \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{Pr} \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = Ra T \mathbf{e} - \nabla p + \Delta \mathbf{v} \quad ,$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T = \Delta T \quad ,$$

mit den dimensionslosen Kennzahlen Prandtl- Zahl  $Pr$  und Rayleigh-Zahl  $Ra$ .

Für *kompresible* Strömungen erhält man die Masse-, Impuls- und Energieerhaltung:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) &= -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}, \\ \rho \left( \frac{\partial e}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) e \right) &= \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - p (\nabla \cdot \mathbf{v}),\end{aligned}\tag{2.3}$$

mit dem Schubspannungstensor  $\boldsymbol{\tau}$  und bei Vernachlässigung der Dissipation in der Energiegleichung. Mit  $e = c^p T - p/\rho$  ergibt sich die Energiegleichung eines kalorisch idealen Gases.

### Turbulente Strömung

Es gibt keinen Hinweis gegen die Gültigkeit der Grundgleichungen (2.1) – (2.3) auch für turbulente Strömungen, solange die turbulenten Längenskalen groß gegen die intermolekularen Abstände sind und der kontinuumsmechanische Ansatz gültig ist. Das Verhältnis der größten und kleinsten turbulenten Längenskalen  $l^0/l^k$  schreibt sich näherungsweise:

$$\frac{l^0}{l^k} \approx Re^{t\frac{3}{4}},$$

wobei  $Re^t$  eine turbulente Reynolds-zahl ist, für die  $Re^t < Re$  gilt.

Für eine turbulente Strömung der  $Re^t = 500$  beträgt  $l^0/l^k \approx 2 \cdot 10^4$ , so dass zur numerischen örtlichen Auflösung der kleinsten Turbulenzskalen mindestens  $2 \cdot 10^5$  Gitterpunkte und für dreidimensionale Strömungsprobleme etwa  $10^{16}$  Punkte benötigt werden. Berücksichtigt man, dass die zeitliche Auflösung einer instationären Strömung mindestens  $10^3$  Zeitschritte erfordert, ergibt sich bei 100 Operationen pro Gitterpunkt eine Größenordnung von  $10^{21}$  Rechenoperationen. Berücksichtigt man weiterhin, dass die Zeitschritte für eine stabile numerische Lösung umgekehrt proportional zum Quadrat der Stützstellenabstände reduziert werden müssen und damit die Rechenzeit mit der vierten Potenz der Reynolds-Zahl ansteigt, ist selbst der derzeit verfügbare leistungsfähigste Rechner mit  $1.6 \cdot 10^{16}$  Rechenoperationen pro Sekunde nicht in der Lage, mit einer direkten numerischen Lösungsmethode der strömungsmechanischen Grundgleichungen die kleinskaligen Turbulenzstrukturen aufzulösen.

Da bis heute keine universelle Theorie der Turbulenz entwickelt wurde, verbleibt insbesondere für technische Anwendungen der klassische Weg der zeitlichen Mittelung der Grundgleichungen mit dem massengemittelten Reynolds-Ansatz:

$$\mathbf{v} = \tilde{\mathbf{v}} + \mathbf{v}'', \quad p = \bar{p} + p', \quad T = \tilde{T} + T'',$$

der zu den *Reynolds-Gleichungen* kompressibler Strömungen führt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}}) &= 0 , \\ \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{v}})}{\partial t} + \bar{\rho} (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \tilde{\mathbf{v}} &= -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \tilde{\boldsymbol{\tau}} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^t , \\ \frac{\partial (\bar{\rho} c^p \tilde{T})}{\partial t} + (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \bar{\rho} c^p \tilde{T} &= \nabla \cdot (\lambda \nabla \tilde{T} + \lambda \overline{\nabla T''} - c^p \overline{\rho T'' \mathbf{v}''}) \\ &+ \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \bar{p} + (\overline{\mathbf{v}'' \cdot \nabla}) \bar{p} , \end{aligned} \tag{2.4}$$

mit dem zeitlich gemittelten Schubspannungstensor  $\tilde{\boldsymbol{\tau}}$  und den Reynolds-Spannungen  $\boldsymbol{\tau}^t$ . Da keine universelle Theorie der Turbulenzmodelle entwickelt wurde, müssen die jeweiligen Terme der turbulenten Schwankungsgrößen für jedes Strömungsproblem beziehungsweise bei technischen Anwendungen für jede Geometrieklasse gesondert modelliert und validiert werden.

Für die inkompressible Strömung erhält man mit dem Reynolds-Ansatz  $\mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}'$ ,  $p = \bar{p} + p'$ :

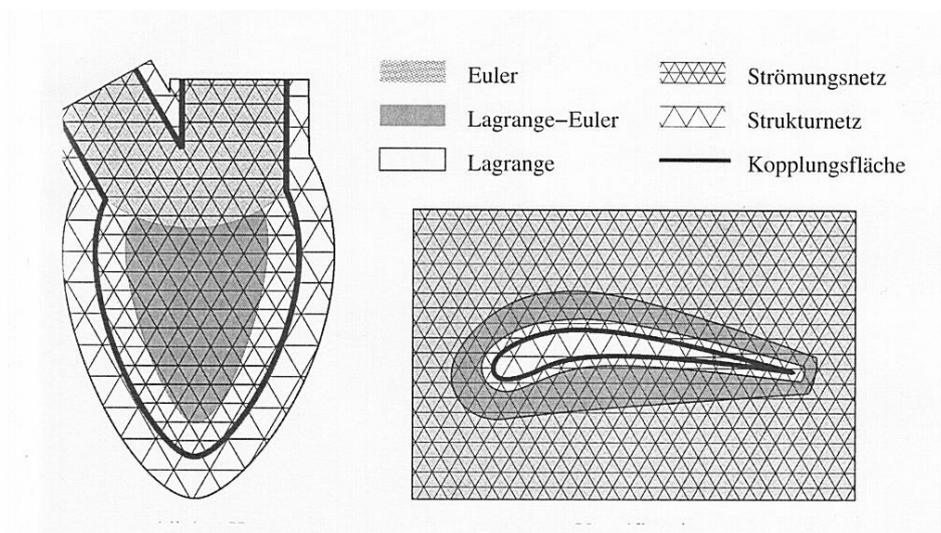
$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{\mathbf{v}} &= 0 , \\ \rho \left( \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{v}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{v}} \right) &= -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}^t . \end{aligned} \tag{2.5}$$

## 2.2 Strömung-Struktur Kopplung

Die Bioströmungsmechanik bewegter biologischer Oberflächen erfordert die die Kopplung der Grundgleichungen der Strömungsmechanik mit denen der Strukturmechanik. Da im Allgemeinen die numerischen Lösungsmethoden der Strömungsmechanik mit den Lösungsmethoden der Strukturmechanik nicht übereinstimmen, erfolgt die Kopplung über die bewegte Oberfläche, die die Grenzfläche  $G$  zwischen dem Strömungsraum und der biologischen Struktur darstellt. Für die Lagrange-Euler Formulierung der Masse- und Impulserhaltung erhält man sowohl für die inkompressible Strömung als auch für die biologische Struktur:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}^G) &= 0 , \\ \rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \Big|_G + ((\mathbf{v} - \mathbf{v}^G) \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) &= \nabla \boldsymbol{\sigma} . \end{aligned} \tag{2.6}$$

Dabei steht  $\mathbf{v}$  sowohl für den Strömungsvektor als auch für die Deformationsgeschwindigkeit. Der Schubspannungstensor  $\boldsymbol{\tau}$  der Strömung entspricht dem Spannungstensor  $\boldsymbol{\sigma}$  der Struktur.  $\mathbf{v}^G$  ist die Referenzgeschwindigkeit der bewegten Oberfläche im Lagrange mit bewegtem Bezugssystem. Relativ dazu sind die Grundgleichungen der Strömungsmechanik und Strukturmechanik in Euler Formulierung dargestellt. Diese gemischte ALE (Arbitrary Lagrange-Euler) Formulierung bietet bezüglich der Kopplung der strömungs- und strukturmechanischen Lösungsmethoden den Vorteil, dass die unterschiedlichen numerischen Rechnernetze der jeweiligen Bereiche an der Grenzfläche  $G$  gekoppelt werden können. Die Abbildung 2.1 zeigt die Bereichseinteilung mit den charakteristischen Rechnernetzen für die Strömung-Struktur gekoppelte Berechnung des menschlichen Herzventrikels und des Vogelflügels, die in Kapitel 3.4 behandelt werden.

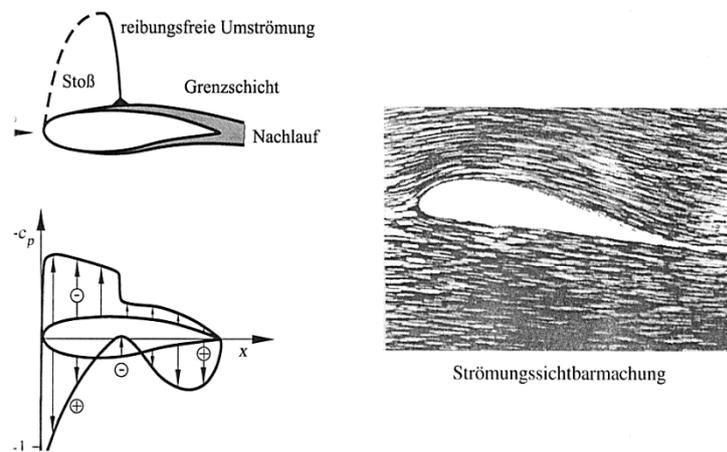


**Abb. 2.1** Bereichseinteilung der Strömung-Struktur Kopplung

## 3 Strömungsmechanische Modelle

### 3.1 Reibungsfreie Strömung

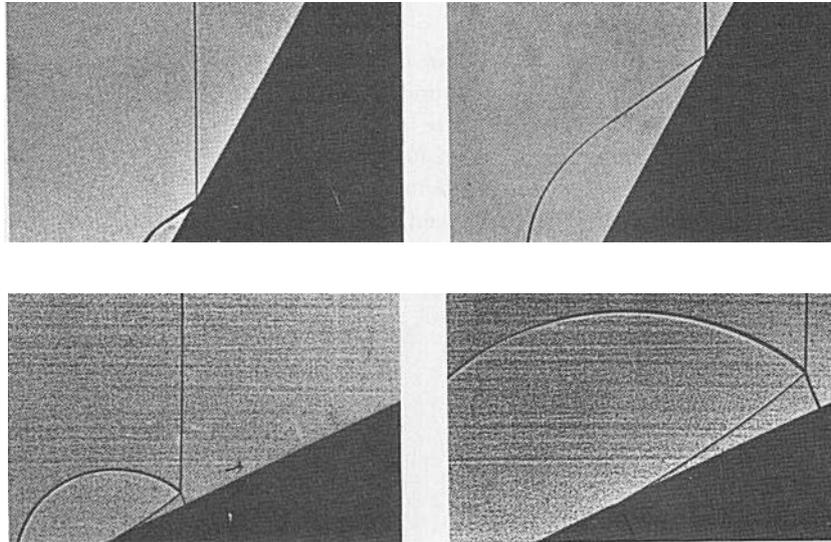
Für Strömungen großer Reynolds-Zahlen  $Re \gg 1$  ergeben sich entsprechend der Abbildung 3.1 die Bereiche der reibungsfreien Strömung und in Wandnähe die der reibungsbehafteten Grenzschichtströmung. In kompressiblen Strömungen kann es zur Ausbildung von Verdichtungsstößen kommen, deren eindimensionalen Grundgleichungen sich aus der Masse-, Impuls- und Energiegleichung (2.3) ableiten.



**Abb. 3.1** Bereiche der reibungsfreien und reibungsbehafteten Strömung

#### 3.1.1 Stoßreflexion

Die Abbildung 3.2 zeigt jeweils zwei Momentaufnahmen der Stoßreflexion am Keil. Bei großen Keilwinkeln stellt sich die reguläre Stoßreflexion mit dem einfallenden und reflektierten Verdichtungsstoß ein, während bei kleineren Keilwinkeln die Mach-Reflexion mit einer Dreistoßkonfiguration beobachtet wird. Einen ersten Ansatz für die Bestimmung des Grenzkeilwinkels zwischen der regulären und Mach-Stoßreflexion liefert das mathematische Modell der eindimensionalen Stromfadentheorie. In einem mit dem Reflexionspunkt mit bewegtem Bezugssystem gelten die stationären Gleichungen des senkrechten Verdichtungsstoßes:



**Abb. 3.2** Stoßreflexion am Keil

$$\begin{aligned}
 \rho v &= \text{konst.} , \\
 p + \rho v^2 &= \text{konst.} , \\
 h + \frac{1}{2} v^2 &= \text{konst.} ,
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

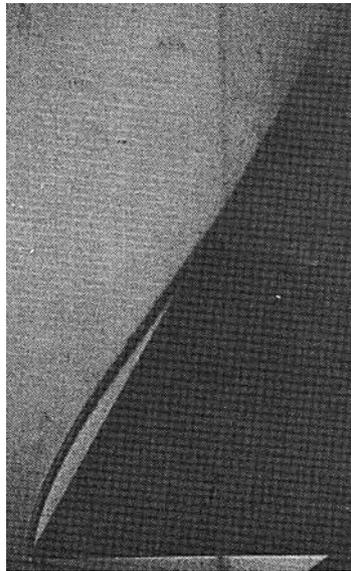
mit der Zustandsgleichung eines kalorisch idealen Gases  $h = c^p T$ .

Die schiefen Verdichtungsstöße berechnen sich mit den Gleichungen des senkrechten Verdichtungsstoßes, sofern man diese auf die Normalkomponenten der Geschwindigkeiten anwendet. Für die reguläre Stoßreflexion gilt die Randbedingung, dass die vom einfallenden Verdichtungsstoß verursachte Umlenkung des Geschwindigkeitsvektors von der Umlenkung des reflektierten Verdichtungsstoßes wieder rückgängig gemacht wird, so dass die wandparallele Abströmung zur Keiloberfläche gewährleistet ist. Die berechnete Stoßpolare des reflektierten Stoßes zeigt, dass oberhalb eines Grenzwinkels der Anströmung keine Lösung des Gleichungssystems existiert und die wandparallele Abströmung nicht mehr möglich ist.

Das Experiment zeigt jedoch, dass die reguläre Stoßreflexion mit einem geraden reflektierten Verdichtungsstoß bereits bei einem kleineren Einfallswinkel nicht mehr beobachtet wird und sich ein im Reflexionspunkt gekrümmter reflektierter Verdichtungsstoß einstellt. Dies lässt sich damit erklären, dass die Abström-Machzahl hinter dem reflektierten Verdichtungsstoß  $M \leq 1$  wird und die an der Keilspitze verursachten Störungen bis zum Reflexionspunkt auflaufen können. Die Folge ist, dass die stationären Gleichungen der eindimensionalen Stromfahtheorie (3.1) und damit auch der berechnete Grenzwinkel nicht mehr gültig sind und die Stoßreflexion instationär berechnet werden muss. Dies hat uns veranlasst, für den Übergang

der regulären zur Mach-Reflexion das physikalisch begründete *Schallkriterium* mit  $M \leq 1$  hinter dem reflektierten Stoß einzuführen, das sowohl im Experiment als auch bei der Berechnung mit der zweidimensionalen Euler-Gleichung bestätigt und validiert wurde.

Der konstante thermodynamische Zustand hinter dem regulär reflektierten Stoß kann auch dazu benutzt werden, um bei hohen Temperaturen Relaxationskoeffizienten der Aerothermodynamik chemisch reagierender Gase in einem Stoßrohr zu bestimmen. Stromab des reflektierten Stoßes der Abbildung 3.3 werden Temperaturen bis zu 7000 °K erreicht. Mit der Auswertung interferometrischer Messungen der Dichteprofile in den Relaxationszonen werden die Reaktionsgeschwindigkeitskomponenten der Luftmoleküle ermittelt, die beim Wiedereintritt eines Raumflugkörpers in die Erdatmosphäre auftreten (*H. Oertel*, Dissertation 1974).



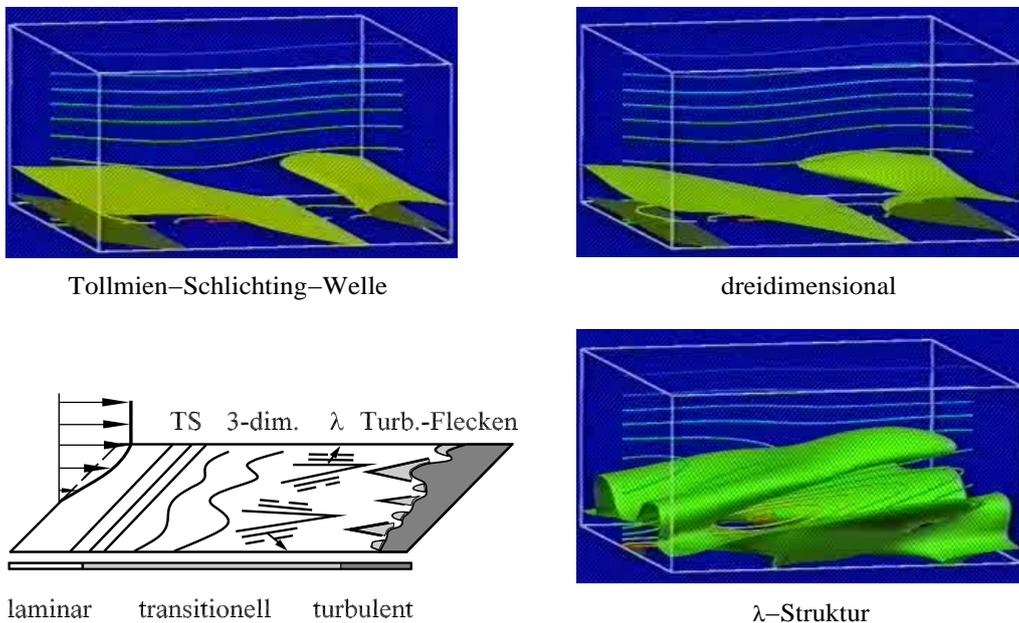
**Abb. 3.3** Reguläre Stoßreflexion am Keil

## 3.2 Reibungsbehaftete Strömung

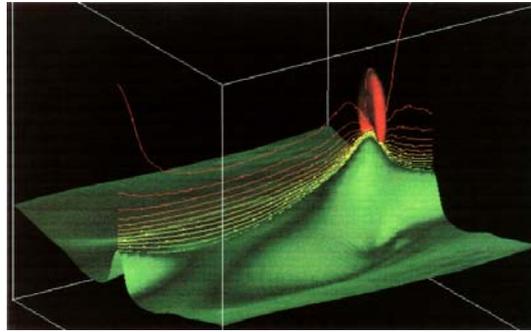
### 3.2.1 Grenzschichtströmung

Der Übergang von der laminaren zur turbulenten Grenzschichtströmungen wird bei überkritischen Reynolds-Zahlen von einer Folge strömungsmechanischer Instabilitäten bestimmt. Die Abbildung 3.4 zeigt das Prinzipbild des Transitionsvorgangs und die numerischen Lösungen der Grundgleichungen (2.1). Dargestellt sind Isoflächen der dominanten Komponente des Schervektors. Bei der kritischen Reynolds-Zahl  $Re^k = 5 \cdot 10^5$  setzt die Transition mit stromablaufenden Tollmien-Schlichting Wellen ein, sofern eine ebene Störung kleiner Störampplitude vorgegeben wird. Weiter stromab überlagern sich den ebenen Wellenfronten dreidimensionale Störungen, die zur Ausbildung von  $\lambda$ -Strukturen führen, in deren Spitzen die höchsten Geschwindigkeiten und Scherraten auftreten. Diese lokalen freien Scherschichten der transitionellen Grenzschichtströmung sind instabil und zerfallen stromab in kleinere Strukturen hoher Schubspannung. Diese bilden charakteristische Turbulenzflecken, die schließlich in die turbulente Grenzschichtströmung übergehen.

Bei kompressiblen Grenzschichten tritt im schallnahen Transitionsbereich eine Besonderheit auf, die in Abbildung 3.5 dargestellt ist. Die Isoflächen der Machzahl zeigen in den Simulationen der kompressiblen Grundgleichungen (2.3) rote Überschallbereiche in den Spitzen der  $\lambda$ -Strukturen. Deren Kopfwellen verursachen Resonanzen, die eine charakteristische Schallabstrahlung der transitionellen Grenzschichtströmung zur Folge haben.



**Abb. 3.4** Transition der zweidimensionalen Grenzschicht

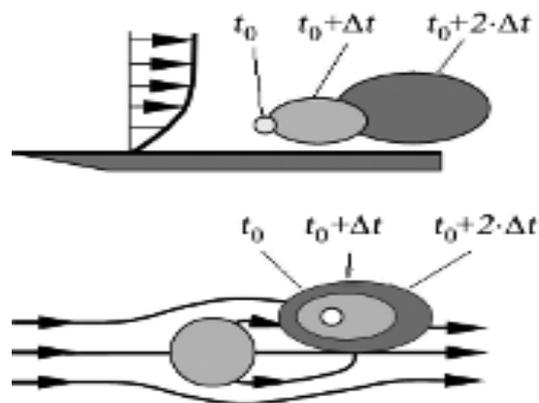


**Abb. 3.5** Transition der kompressiblen Grenzschicht

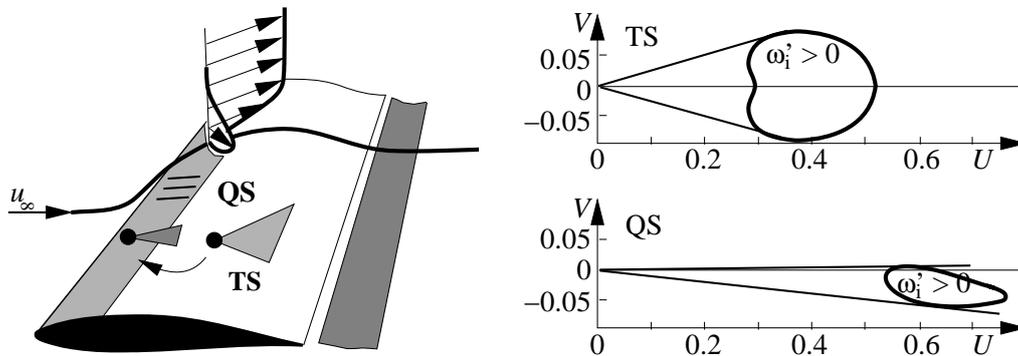
Da im Allgemeinen in der Praxis keine ebenen Anfangsstörungen in der Grenzschicht vorliegen sondern von Rauigkeitselementen der Oberfläche verursachte lokale Störungen, haben wir die Stabilitätstheorie dreidimensionaler lokaler Störungen entwickelt, die sowohl eine Bereichseinteilung in *absolute und konvektive strömungsmechanische Instabilitäten* als auch die Bestimmung der charakteristischen Ausbreitungsbereiche der lokalen Störungen in der Grenzschicht ermöglicht (H. Oertel, Prandtl Gedächtnis Vorlesung 1994)

Während entsprechend der Abbildung 3.6 Nachlaufströmungen einen absolut instabilen Bereich aufweisen, sind Grenzschichtströmungen konvektiv instabil. Lokale Störungen der Grenzschicht bewegen sich mit fortschreitender Zeit stromab, ohne dass sie den Ort der ursprünglichen Störung weiter beeinflussen. Im Gegensatz dazu beeinflussen in einer Nachlaufströmung die lokalen Störungen mit fortschreitender Zeit auch den ursprünglichen Ort ihrer Entstehung, weshalb man sie auch Resonanzbereiche nennt. So ist das Entstehen einer Kármánschen Wirbelstraße im Nachlauf eines Körpers ein Resonanzphänomen im absolut instabilen Bereich der Nachlaufströmung, die im nächsten Abschnitt beschrieben werden.

Die Anwendung der Stabilitätstheorie lokaler Störungen auf kompressible Grenzschichtströmungen eines transsonischen gepfeilten Tragflügels zeigt in Abbildung 3.7, dass die Transition



**Abb. 3.6** Absolut und konvektiv instabile Strömungsbereiche



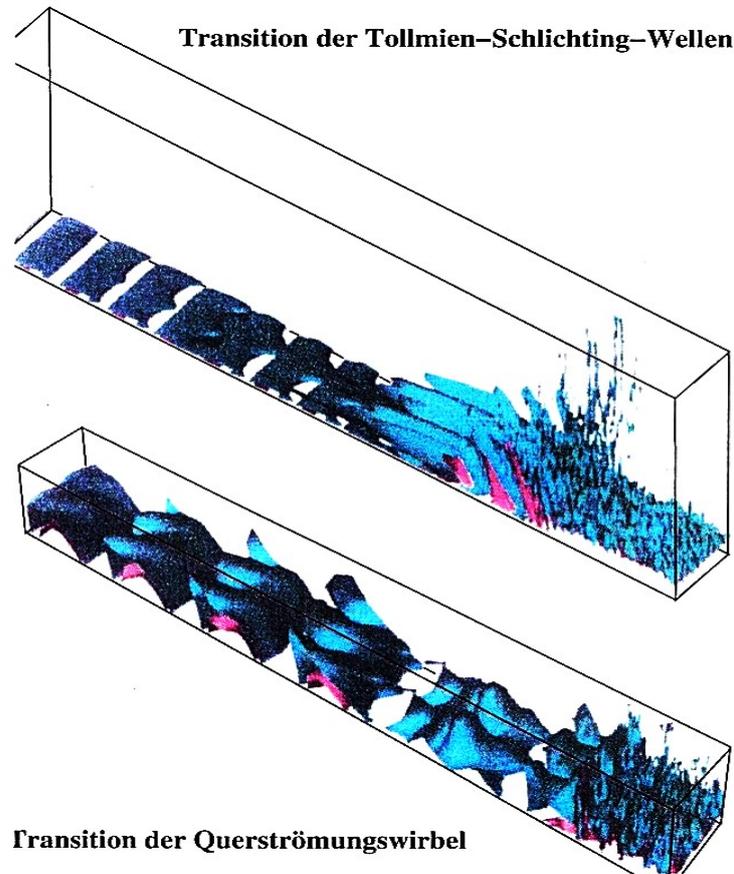
**Abb. 3.7** Transition der dreidimensionalen kompressiblen Grenzschicht

entlang der Staulinie der dreidimensionalen Flügelgrenzschicht mit Querströmungsimstabilitäten QS einsetzt. Diese Querströmungswellen verlaufen senkrecht zum Ausbreitungsbereich stromab und bilden mit ihren 0-Hertz Moden stationäre Längswirbel, die die Transition in der Flügelgrenzschicht einleiten. Weiter stromab setzt die Tollmien-Schlichting-Instabilität TS ein, die der Querströmungstransition überlagert wird.

Die Diagramme zeigen die Gebiete relativer zeitlicher Anfachung  $\omega_i$  der lokalen Störungen an zwei repräsentativen Positionen des Pfeilflügels, die sich mit der Gruppengeschwindigkeit der Störwellen stromab bewegen. Das untere Diagramm zeigt die Neutralkurve  $\omega_i = 0$  für eine Position in der Nähe der Vorderkante im Bereich der Querströmungsimstabilität, während das obere Diagramm die entsprechende Neutralkurve an einer Flügelposition weiter stromab zeigt, an der Tollmien-Schlichting-Instabilitäten auftreten. Beide Instabilitäten besitzen konvektiven Charakter, da der Ursprung der jeweiligen lokalen Störungen nicht im Anfachungsgebiet mit  $\omega_i > 0$  enthalten sind. Die anwachsende Störungsenergie wird in beiden Fällen stromab transportiert. Die Tangenten an die Neutralkurven bestimmen den Winkelbereich, innerhalb dessen die anwachsenden Störungen verbleiben. Im Falle der Querströmungsimstabilität ist der Ausbreitungsbereich sehr eng und liegt im Wesentlichen stromab. Dabei laufen die instabilen Querströmungswellen praktisch senkrecht zum Ausbreitungsgebiet, während die Tollmien-Schlichting-Wellen stromab verlaufen.

Mit der linearen Stabilitätstheorie lokaler Störungen lässt sich lediglich das Einsetzen der Instabilitäten und damit der Beginn der Transition sowie die Ausbreitungsbereiche der Störwellen bestimmen. Die Simulation der nichtlinearen Störwellenentwicklung und deren strukturelle Veränderungen im Anfachungsgebiet bleiben der direkten numerischen Lösung der kompressiblen Grundgleichungen (2.3) vorenthalten.

In Abbildung 3.8 sind die Isoflächen der Drehung der Tollmien-Schlichting-Transition und der Transition der Querströmungswirbel an den jeweiligen Positionen der Tragflügelgrenzschicht dargestellt. Die Bereiche hoher Drehung und Scherung sind rot gekennzeichnet. Der Transitionsprozess der Tollmien-Schlichting-Wellen beginnt wie bei der zweidimensionalen Grenzschicht mit ebenen stromablaufenden Wellen. Es folgt die Überlagerung dreidimensionaler Störungen und die Ausbildung der  $\lambda$ -Strukturen mit den Bereichen großer lokaler Scherung und den Übergeschwindigkeiten in den Spitzen. Im weiteren Verlauf der Transition zerfallen die lokalen Scherschichten innerhalb von wenigen Tollmien-Schlichting Wellenlänge in zunehmend kleinere Strukturen bis schließlich der turbulente Endzustand erreicht wird.



**Abb. 3.8** Transition der Tollmien-Schlichting und Querströmungs-Instabilitäten

Die Mechanismen des Transitionsprozesses der Querströmungswirbel sind ähnlich. Es sind ebenfalls die Ausbildung der  $\lambda$ -Strukturen verbunden mit hohen Scherraten und Schwankungsgrößen zu erkennen. Im Endstadium der Transition bilden sich Längswirbel die innerhalb eines kurzen Abstandes in die turbulente Grenzschichtströmung zerfallen.

Zu beachten ist, dass es sich um lokale Simulationsrechnungen der Transition an den jeweiligen Positionen der Instabilitäten in der Flügelgrenzschicht handelt. Da die Transition der Querströmungswirbel zur Turbulenz bereits im Bereich der Vorderkante des Flügels stattfindet, kommt die Tollmien-Schlichting-Transition stromab nicht mehr zum Tragen. Erst wenn man durch eine geeignete Strömungskontrolle zum Beispiel durch Absaugung der Querströmungswirbel den Übergang zur Turbulenz im Bereich der Vorderkante verhindert, findet auch in einer dreidimensionalen Grenzschicht ein Tollmien-Schlichting-Transition statt.

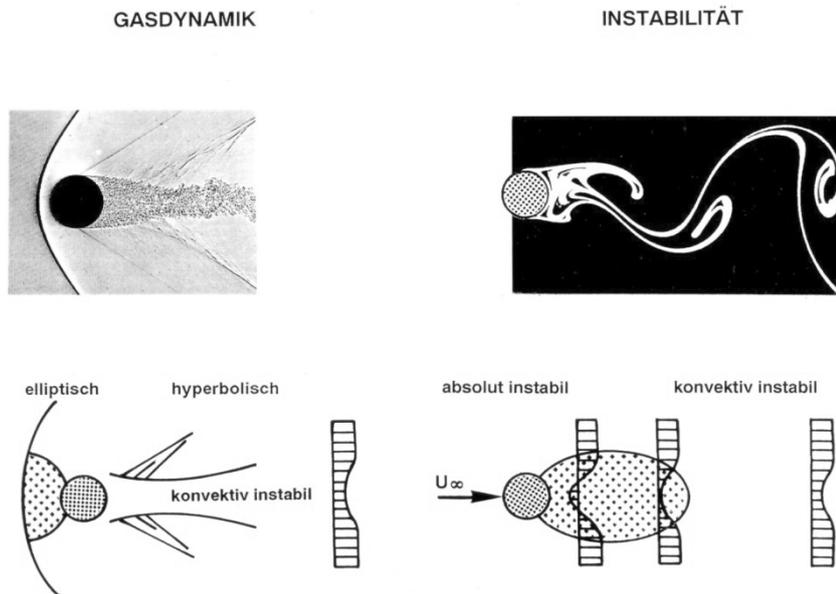
Das bisher gezeichnete Bild der Transition zur Turbulenz ist jedoch nicht einheitlich. Sowohl das Experiment als auch die numerischen Simulationsrechnungen zeigen, dass die Transitionsbereiche nicht allein durch eine Folge von Instabilitäten erklärbar ist. Sondern dass die nichtli-

neare Wechselwirkung mit Anfangsstörungen großer Störampplitude sowie Störungen der freien Anströmung den Transitionsprozess mit bestimmen. So können einzelne Stufen der Instabilitäten übergangen und direkt turbulente Spots gebildet werden, die dann in die turbulente Grenzschichtströmung übergehen.

Es gibt auch Strömungssituationen bei denen die lineare Stabilitätstheorie keinen geeigneten Einstieg in das Verständnis des Einsetzens der Turbulenz darstellt. In diesen Fällen beginnt die Turbulenz plötzlich und es erfolgt eine grundsätzliche Abfolge von Transitionsereignissen. Dabei erscheinen unterschiedliche Turbulenzskalen mehr oder weniger zur gleichen Zeit.

### 3.2.2 Nachlaufströmung

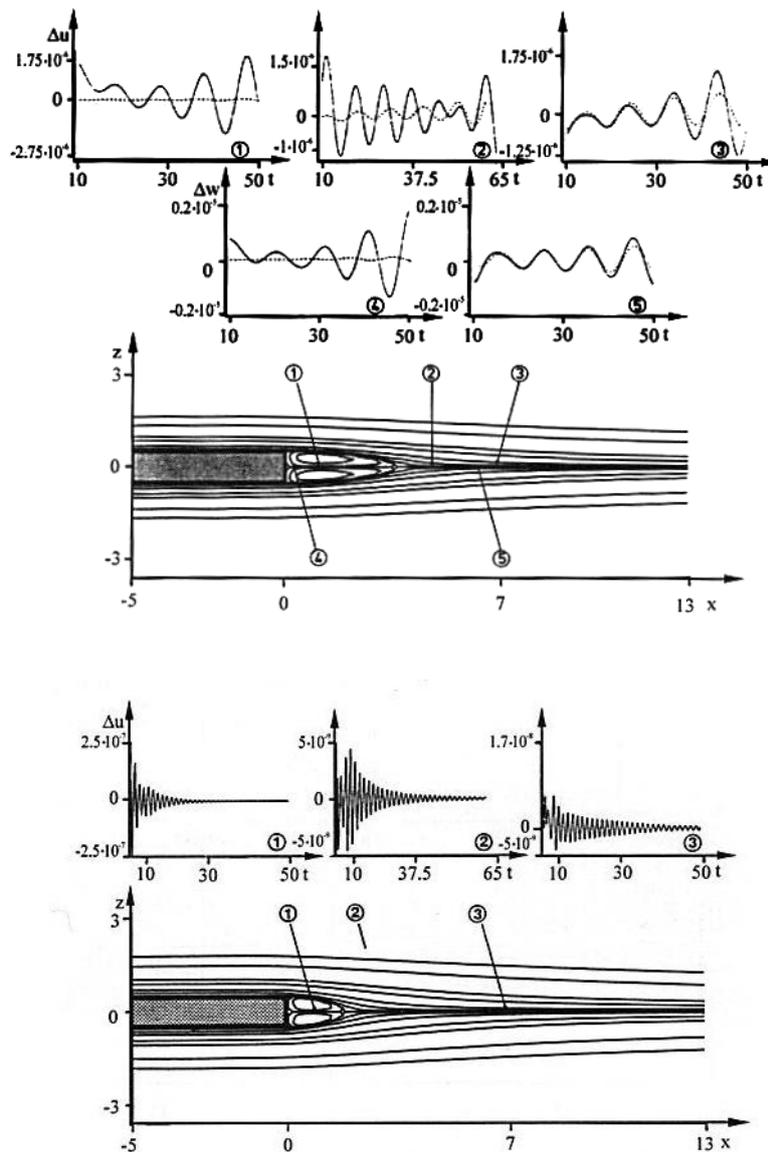
Die Klassifizierung von Strömungen in unterschiedliche Bereiche ist aus der Gasdynamik bekannt. Für die reibungsfreie Strömung führt dies zu Strömungsbereichen in denen elliptische, parabolische und hyperbolische Differentialgleichungen gelten. In Abbildung 3.9 ist dargestellt, dass der elliptische Unterschallbereich hinter der Kopfwelle einer Überschallströmung um einen Zylinder dem absolut instabilen Bereich der reibungsbehafteten Nachlaufströmung einer Kármánschen Wirbelstraße entspricht. In beiden Fällen beeinflussen lokal eingebrachte Störungen den gesamten Bereich. In den hyperbolischen Überschallbereichen laufen, wie in den konvektiv instabilen Bereichen der reibungsbehafteten Nachlaufströmung, lokale Störungen entlang den Charakteristiken stromab und beeinflussen nicht den Ursprung der Störung mit



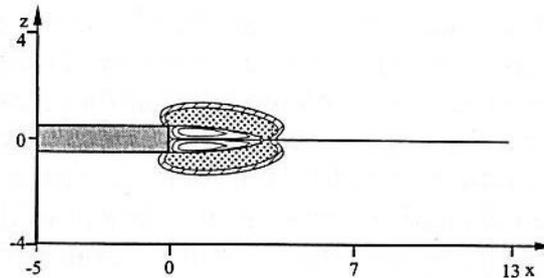
**Abb. 3.9** Bereiche der reibungsfreien und reibungsbehafteten Strömung

fortschreitender Zeit. Daraus resultiert, dass eine effiziente Strömungskontrolle der reibungsfreien Strömung in den elliptischen und der reibungsbehafteten Strömung in den absolut instabilen Bereichen erfolgen kann.

Da das stabilitätstheoretische Modell der absoluten und konvektiven Instabilität im Experiment nur indirekt nachweisbar ist, erfolgt die Validierung der Modellvorstellung mit numerischen Simulationsrechnungen, in dem die zeitliche Entwicklung lokal eingebrachter Störwellen im Nachlauf einer längs angeströmten Platte verfolgt wird. Dabei ist der Grundzustand der



**Abb. 3.10** Numerische Simulation der zeitlichen Entwicklung lokaler Störungen im Nachlauf



**Abb. 3.11** Absolut instabiler Bereich der Nachlaufströmung

instationären Simulationsrechnungen die stationäre Lösung der Navier-Stokes Gleichung (2.1). Die an den lokalen Stellen 1 bis 5 eingebrachten periodischen Störwellen sind in den Amplitudendiagrammen der Abbildung 3.10 gestrichelt gekennzeichnet. Die zeitlich anwachsenden Störwellen sind mit durchgezogenen Linien dargestellt. Im absolut instabilen Bereich 1 und 4 der Nachlaufströmung wachsen die Amplituden der Störwellen, wie von der Stabilitätstheorie vorhergesagt, stark an. Im Übergangsbereich 2 zur konvektiv instabilen Nachlaufströmung wird die Anfangsstörung nach dem ersten Anwachsen wieder gedämpft bevor sie erneut anwächst. Im konvektiv instabilen Bereich 3 und 5 werden die ursprünglichen Anfangsstörungen zeitlich nicht angefacht und bewegen sich räumlich stromab.

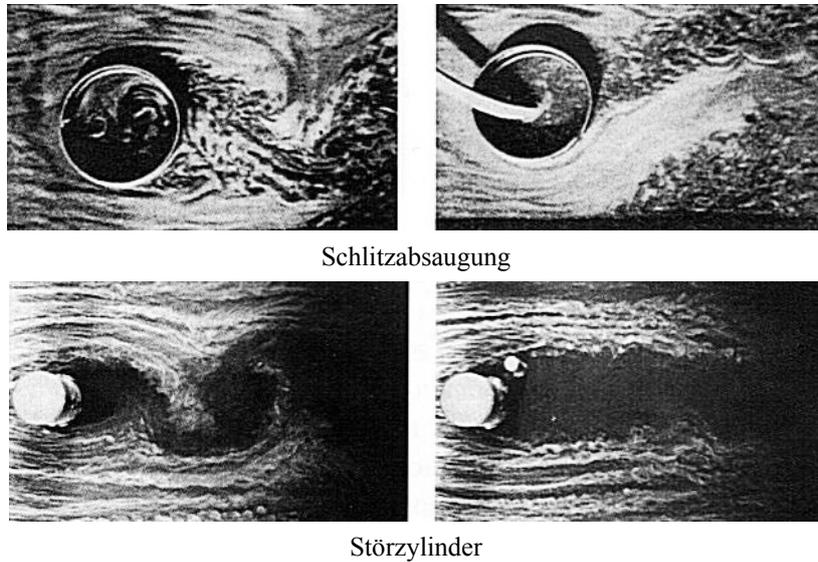
Bei der unterkritischen Reynolds-Zahl des unteren Diagramms, bei der sich im Nachlauf keine periodische Wirbelablösung ausbildet, werden entsprechend der stabilitätstheoretischen Vorhersage die lokal eingebrachten Störungen in allen Bereichen exponentiell gedämpft.

Die Abbildung 3.11 zeigt das zusammenfassende Ergebnis der Simulationsrechnungen für die Reynolds-Zahl  $Re = 200$ . Der gepunktete absolut instabile Bereich ist deutlich größer als stationär berechnete Rückströmgebiet hinter der längs angeströmten Platte. Die Simulationsrechnungen zeigen auch, dass sich bei Anfangsstörungen mit großer Störampplitude der absolut instabile Bereich deutlich vergrößert. Denselben Effekt erreicht man mit einer zusätzlichen Wärmezufuhr über eine beheizte längs angeströmte Platte. Dabei geht die Vergrößerung des absolut instabilen Bereichs mit einer Verringerung der periodischen Ablösefrequenz einher.

Das numerisch validierte stabilitätstheoretische Modell der absoluten Instabilität widerlegt die klassische Fernfeldtheorie der von Kármánschen Wirbelstraße. Die periodische Wirbelablösung wird in Wirklichkeit durch eine Resonanz im absolut instabilen Bereich hinter dem Körper im Nahfeld der Nachlaufströmung verursacht. Die stabilitätstheoretische Modellvorstellung bietet darüber hinaus die Grundlage für eine effiziente Strömungskontrolle reibungsbehafteter Strömungen.

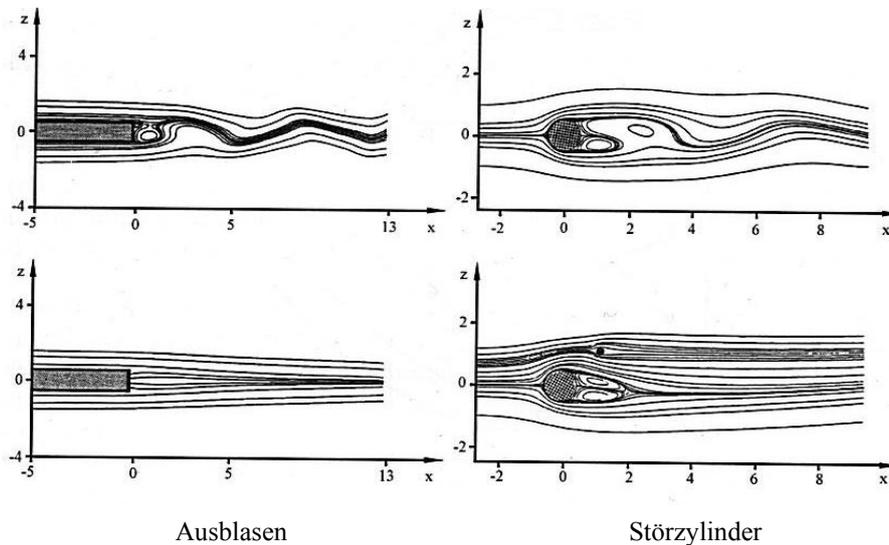
### 3.2.3 Strömungskontrolle

Die Strömungsbeeinflussung der Nachlaufströmung kann auf vielfältige Weise durch Absaugen oder Ausblasen, durch eine Teilerplatte oder in einem engen Reynolds-Zahlbereich durch einen Störzylinder, durch Rotation des Zylinders oder durch eine geeignete Formgebung der



**Abb. 3.12** Strömungskontrolle mit Schlitzabsaugung und Störzylinder

Hinterkante des umströmten Körpers erfolgen. In Abbildung 3.12 sind die bekannten Experimente von *L. Prandtl* 1905 mit Schlitzabsaugung an einem umströmten Zylinder und *P.J. Strykowski* 1990 mit einem Störzylinder im Nachlauf des Zylinders gezeigt. In beiden Fällen wird die periodische Wirbelablösung durch die Strömungsbeeinflussung verhindert und der Widerstand des umströmten Zylinders deutlich verringert. Den gleichen Effekt erzielt man entsprechend der Abbildung 3.13 durch Ausblasen an der Hinterkante einer längs angeströmten Platte.

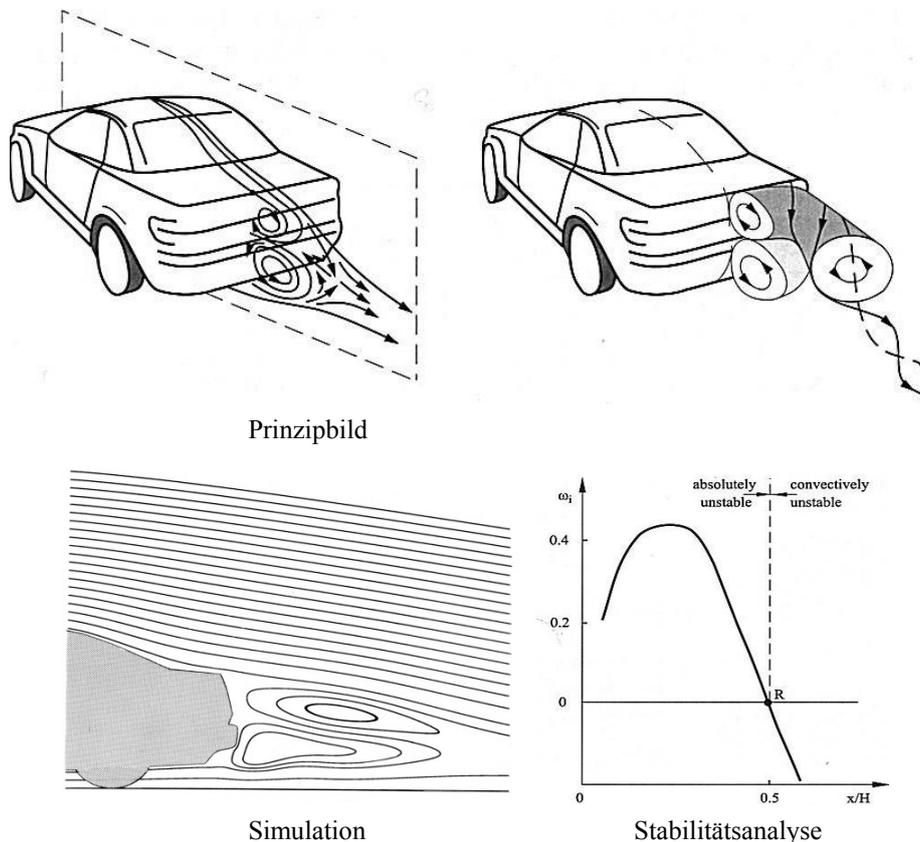


**Abb. 3.13** Numerische Simulation der Strömungskontrolle mit Ausblasen und Störzylinder

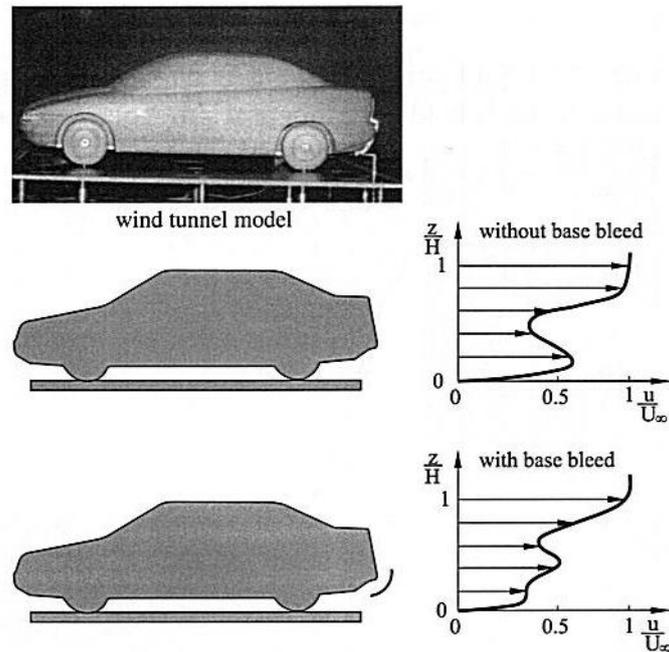
Die Stromlinien der numerischen Simulationsrechnungen zeigen, dass in allen Fällen der Strömungskontrolle der absolut instabile Bereich der Nachlaufströmung abgesaugt beziehungsweise stromab geschwenkt wird, so dass in Übereinstimmung mit der Stabilitätstheorie ohne absolut instabilen Bereich keine periodische Wirbelablösung stattfindet.

Die meisten technischen Strömungen sind turbulent. Dies erfordert die Erweiterung der Stabilitätstheorie lokaler Störungen auf der Basis der Reynolds-Gleichungen (2.4) für die kompressible und (2.5) für die inkompressible Strömung (H. Oertel, Prandtl Gedächtnis Vorlesung 1994). Dabei wird der zeitlich gemittelte Grundzustand der Stabilitätsanalyse mit den Reynolds-Gleichungen numerisch berechnet oder im Experiment gemessen. In den Störungsdifferenzialgleichungen der linearen Stabilitätstheorie werden die Störungen des turbulenten Schubspannungstensors vernachlässigt, so dass die charakteristischen Eigenschaften der Turbulenz ausschließlich im Grundprofil der Stabilitätsanalyse enthalten sind. Als Beispiel für die Anwendung der auf turbulente Strömungen erweiterten Stabilitätstheorie lokaler Störungen dient die turbulente Nachlaufströmung eines Kraftfahrzeuges.

Die Abbildung 3.14 zeigt das Prinzipbild der dreidimensionalen Nachlaufströmung eines Kraftfahrzeuges, die numerische Lösung der zeitlich gemittelten Reynolds-Gleichungen im



**Abb. 3.14** Nachlaufströmung eines Kraftfahrzeuges



**Abb. 3.15** Strömungskontrolle der Nachlaufströmung eines Kraftfahrzeuges

Mittelschnitt, sowie die mit der Stabilitätsanalyse berechneten Anfachungsraten im absolut und konvektiv instabilen Bereich der Nachlaufströmung. Die Grenzschichtablösung an der Hinterkante des Kofferraums verursacht im Nachlauf des Kraftfahrzeuges einen Hufeisenwirbel und an der Unterseite ein Rückströmgebiet, die stromab des im Mittelschnitt gezeigten Sattelpunktes in die konvektiv instabile Nachlaufströmung übergehen. Die mit der Stabilitätstheorie berechneten Anfachungsraten  $\omega_i$  ergeben im absolut instabilen Bereich der Nachlaufströmung positive und stromab im konvektiv instabilen Bereich negative Werte.

Das Entwicklungsziel einer widerstandsvermindernden Formgebung des Kraftfahrzeughecks besteht entsprechend der Stabilitätstheorie darin, die Abreißkante an der Oberseite und die Diffusorströmung an der Unterseite des Kraftfahrzeuges so zu gestalten, dass das absolut instabile Gebiet im Nachlauf und damit die periodischen Oszillationen des Hufeisenwirbels verhindert werden. Dies gelingt mit einem in die Stoßstange integrierten Strömungskanal, der einen Teil der Diffusorluft von der Unterseite des Kraftfahrzeuges in die Nachlaufströmung leitet. Die Abbildung 3.15 zeigt die im Windkanal gemessenen Geschwindigkeitsprofile im Nachlauf ohne und mit Strömungskontrolle. Mit Ausblasen wird der gesamte Bereich der Nachlaufströmung konvektiv instabil und es wird eine Widerstandsverringerung der Kraftfahrzeugumströmung von 10 % gemessen.

Auch die turbulente Nachlaufströmung von Flugzeugen ist absolut instabil, wie die Abbildung 3.16 eindrucksvoll zeigt. Der Nachlauf wird von den zwei Randwirbeln der Tragflügel gebildet, in die die Triebwerksfreistrahlen stromab einrollen. Die Nachlaufströmung wird durch die Kondensstreifen der Triebwerke in der Atmosphäre sichtbar, die von den Eiskristallen des bei der Verbrennung entstehenden Wassers gebildet werden. Im absolut instabilen Bereich des Nachlaufes werden die Randwirbel, wie von der Stabilitätstheorie vorhergesagt, instabil und

zerfallen stromab im konvektiv instabilen Bereich der Nachlaufströmung. Die Strömungsbeeinflussung erfolgt beim Tragflügel durch Winglets an den Flügelspitzen, die die Wirbelstärke der Randwirbel verringern und eine Widerstandsreduzierung von 3 % möglich machen. Die Winglets sind dem Vogelflügel nachempfunden, der die Verringerung des induzierten Widerstandes durch das Spreizen der Flügelendfedern erzielt, wie in Kapitel 3.4.1 näher ausgeführt wird.



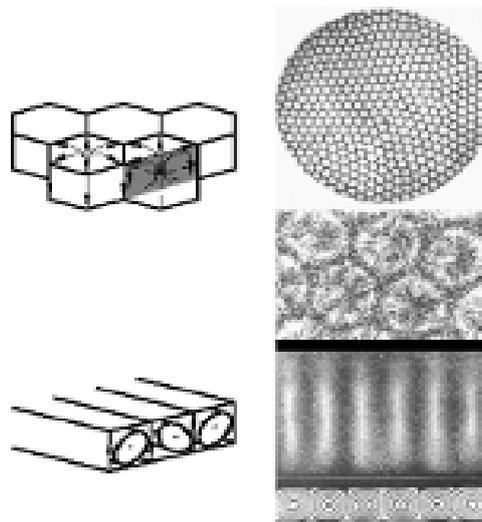
**Abb. 3.16** Nachlaufströmung eines Verkehrsflugzeuges

### 3.3 Strömungen mit Wärmeübertragung

Konvektionsströmungen mit Wärmeübertragung entstehen aufgrund von Dichteunterschieden, die einen Auftrieb zur Folge haben. In einer von unten beheizten horizontalen Schicht stellt sich eine thermisch instabile Schichtung ein, die bei einer kritischen Rayleigh-Zahl absolut instabil wird. Dabei wird der Wärmeleitungszustand durch räumlich periodische Konvektionszellen abgelöst, die die Wärmeübertragung in der Schicht deutlich vergrößern. Bei weiterer Erhöhung der Temperaturdifferenz zwischen den horizontalen Berandungen der Schicht vollzieht sich mit steigender Rayleigh-Zahl der Übergang zur Turbulenz von der stationären Zellularkonvektionsströmung über mehrere nichtlineare Verzweigungen der zeitlich periodischen Oszillationen der Konvektionszellen bis zur turbulenten Zellularkonvektion, bei der die großen Turbulenzstrukturen der ursprünglich stationären Konvektionszellen erhalten bleiben. Wie bei der konvektiv instabilen Grenzschicht ist der Transitionsprozess der Zellularkonvektion entscheidend von den Anfangsstörungen und Randbedingungen des Stabilitätsproblems sowie von der Prandtl-Zahl des Mediums abhängig (*H. Oertel, Habilitation 1979*).

#### 3.3.1 Zellulare Konvektion

Das klassische Beispiel einer thermischen Instabilität in einer von unten beheizten horizontalen Schicht ist die Rayleigh-Bénard Zellularkonvektion der Abbildung 3.17. Bei freien horizontalen Berandungen, wie sie in der Erdatmosphäre oder auf der Sonnenoberfläche vorkommen, setzt die Instabilität mit hexagonalen Konvektionszellen ein, in deren Zentrum Fluid aufsteigt und an deren Berandungen abwärts strömt. Bei festen horizontalen Berandungen bilden sich ohne Einfluss der Oberflächenspannung Konvektionsrollen. Die Ursache für die thermische Instabilität ist in beiden Fällen die gleiche. Kaltes also dichteres Medium ist über wärmerem

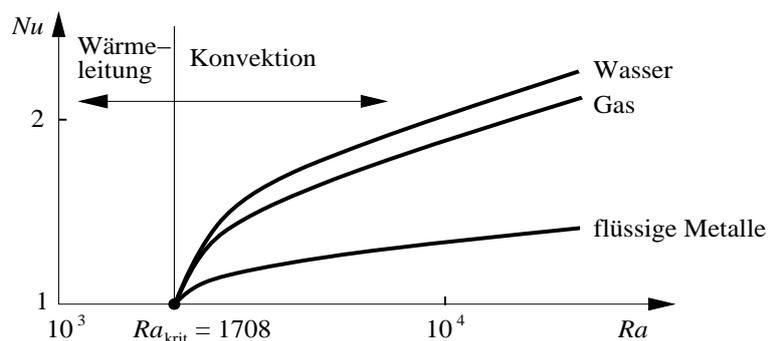


**Abb. 3.17** Thermische Zellularkonvektion

Medium geschichtet und tendiert dazu in tiefere Schichten zu fließen. Die Stabilitätstheorie und das Experiment zeigen, dass die zellulare Konvektionsströmung bei festen und isothermen horizontalen Berandungen unabhängig vom Medium bei der kritischen Rayleigh-Zahl  $Ra^k = 1708$ , bei einer freien Berandung bei  $Ra^k = 1101$  und bei zwei freien Berandungen bei  $Ra^k = 657$  einsetzt. Die Konvektionszellen bilden sich schlagartig bei der kritischen Rayleigh-Zahl in der gesamten horizontalen Schicht, was die stabilitätstheoretische Vorhersage bestätigt, dass auch die Rayleigh-Bénard Zellularkonvektion wie die Nachlaufströmung absolut instabil einsetzt.

Mit steigender Temperaturdifferenz zwischen den horizontalen Berandungen und damit steigender Rayleigh-Zahl erhöht sich entsprechend der Abbildung 3.18 der dimensionslose Wärmestrom  $Nu$  kontinuierlich. Dabei ist der Anstieg der Nusselt-Zahl sowie der Transitionsprozess von der stationären Zellularkonvektion über mehrere zeitabhängige oszillatorische Zustände bis hin zur turbulenten Konvektionsströmung stark abhängig von der Prandtl-Zahl des Mediums. Im Gegensatz zur Transition der Grenzschichtströmung bleibt bei der Zellularkonvektion die ursprünglich stationäre Zellstruktur bei großen Rayleigh-Zahlen als großräumige Turbulenzstruktur erhalten.

In einem von unten beheizten Konvektionsbehälter erhöht sich die kritische Rayleigh-Zahl, da vertikale Berandungen der horizontalen Schicht aufgrund der zusätzlichen Reibung stabilisierend wirken und das Einsetzen der Zellularkonvektion verzögern. Die Abbildung 3.19 zeigt Differenzialinterferogramme der stationären Konvektionsrollen in einem mit Silikonöl gefüllten rechteckigen Konvektionsbehälter der dimensionslosen Längsausdehnung von 10 bei steigender Rayleigh-Zahl. Bei der kritischen Rayleigh-Zahl setzt die Zellularkonvektion mit 10 Konvektionsrollen ein, die sich entlang der kürzeren Seite des Konvektionsbehälters orientieren. Dabei wirkt sich der Einfluss der vertikalen Berandungen lediglich auf die beiden Randzellen aus. Mit steigender Rayleigh-Zahl werden den Konvektionsrollen periodische dreidimensionale Störungen überlagert, die zu einer Verringerung der Zellzahl führen. So bilden sich in Silikonöl mit der Prandtl-Zahl 1800 bei den Rayleigh-Zahlen 2500, 5700, und 9000 zunächst 9, dann 8 und schließlich 7 dreidimensionale Konvektionsrollen. Erhöht man die Temperaturdifferenz zwischen den horizontalen Berandungen weiter, setzen zeitlich periodische Oszillationen entlang der Rollenachsen ein, deren Frequenz mit wachsender Rayleigh-Zahl ansteigt bis sich schließlich der Übergang zur turbulenten Konvektionsströmung über mehrere diskrete oszillatorische Verzweigungslösungen der Boussinesq-Gleichungen (2.2) vollzieht.



**Abb. 3.18** Dimensionsloser Wärmestrom



Abb. 3.19 Differenzialinterferogramme der thermischen Zellularkonvektion

Den Einfluss der Prandtl-Zahl des Mediums auf die unterschiedlichen Wege zur Turbulenz lässt sich von den Termen der dimensionslosen Boussinesq-Gleichungen (2.2) direkt ableiten.

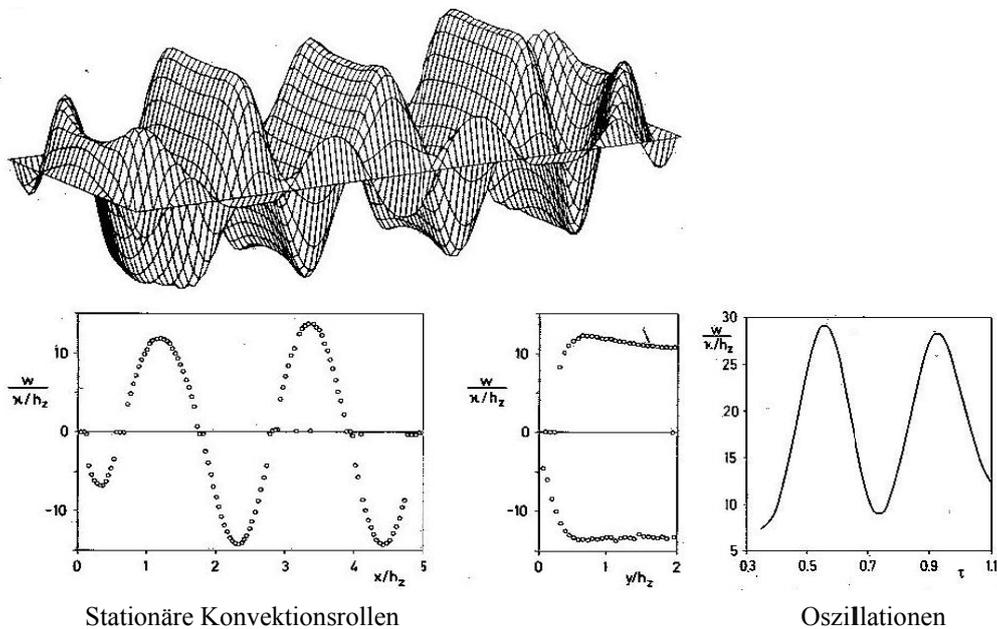


Abb. 3.20 Numerische Simulation der thermischen Zellularkonvektion

Vergleicht man den instationären Term  $1/Pr (\partial v/\partial t)$  mit dem Auftriebsterm  $Ra T e$  und dem Reibungsterm  $\Delta v$ , dominiert bei Medien kleiner Prandtl-Zahl der instationäre Term und der Übergang zur Turbulenz erfolgt bei kleineren Rayleigh-Zahlen, wobei in flüssigen Metallen auch der direkte Übergang zur turbulenten Konvektionsströmung ohne diskrete Verzweigungen möglich ist. In Gasen mit der Prandtl-Zahl 0.71 sind alle Terme der Boussinesq-Gleichungen von gleicher Größenordnung, während in Medien großer Prandtl-Zahl Auftrieb und Reibung dominieren mit der Folge, dass der Transitionsprozess in einem größeren Rayleigh-Zahlbereich über mehrere diskrete oszillatorische Zwischenstufen stattfindet.

Die numerischen Lösungen der Boussinesq-Gleichungen bestätigen die unterschiedlichen Wege zur Turbulenz. In Abbildung 3.20 sind zwei Beispiele der thermischen Zellularkonvektion in Luft für die stationären dreidimensionalen Konvektionsrollen bei  $Ra = 4000$  und die periodischen Geschwindigkeitsoszillationen bei  $Ra = 2 \cdot 10^4$  dargestellt. Der Vorteil der numerischen Simulationsergebnisse gegenüber den experimentellen integralen Differenzialinterferogrammen ist, dass die dreidimensionale Struktur der Konvektionsrollen im Konvektionsbehälter in einem großen Rayleigh-Zahlbereich dargestellt werden kann. Dies ist insbesondere für das Verständnis der transitionellen Verzweigungsprozesse der Oszillationen der Konvektionsrollen bis zur turbulenten Konvektionsströmung von Bedeutung.

### **Einfluss der Scherströmung und Rotation**

Wie bei der Grenzschicht sind auch bei den thermischen Instabilitäten die Übergänge zur turbulenten Zellularkonvektion abhängig von den Anfangs- und Randbedingungen sowie von

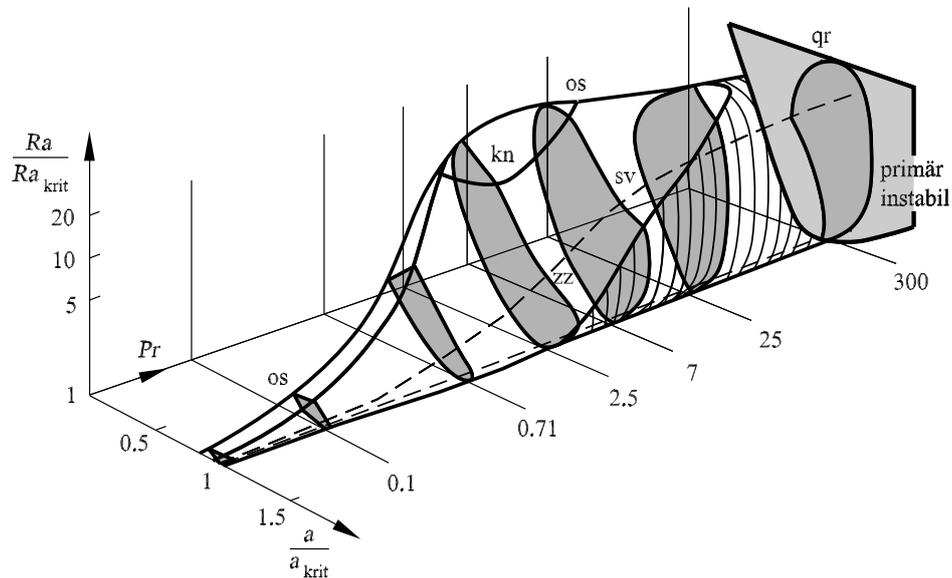


**Abb. 3.21** Einfluss der Scherströmung und Rotation auf die thermische Zellularkonvektion

den Amplituden und Wellenzahlen der Anfangsstörungen. Sie werden von vertikalen und horizontalen Temperaturgradienten oder der Neigung der horizontalen Schicht, den Zentrifugal- und Corioliskräften der Rotation und den Heizraten beeinflusst.

Die Differenzialinterferogramme der Abbildung 3.21 zeigen die thermische Zellarkonvektion in dem bisher beschriebenen horizontalen Konvektionsbehälter mit 10 Konvektionsrollen, den Einfluss eines überlagerten horizontalen Temperaturgradienten und den Einfluss der Rotation. Mit einem horizontalen Temperaturgradienten erhält man einen veränderten Grundzustand der thermischen Instabilität. Der Wärmeleitung wird eine Grundströmung überlagert. Es bildet sich an der vertikalen Berandung der kleineren Temperaturdifferenz zwischen den horizontalen Wänden eine Abtriebszone. An der gegenüberliegenden Berandung mit der größeren Temperaturdifferenz stellt sich die entsprechende Auftriebszone ein. Die Grundströmung hat eine destabilisierende Wirkung und verringert die kritische Rayleigh-Zahl der thermischen Zellarkonvektion. Die Amplituden der Konvektionsrollen wachsen in horizontaler Richtung entsprechend der lokalen Temperaturgradienten zwischen den horizontalen Berandungen des Konvektionsbehälters.

In einem um die Mittelachse rotierenden Konvektionsbehälter stellt sich aufgrund der Zentrifugalkraft und des inhomogenen vertikalen Dichtefeldes eine um die Rotationsachse symmetrische dreidimensionale Grundströmung ein. Dem destabilisierenden Einfluss dieser Grundströmung steht der stabilisierende Einfluss der Coriolis-Kraft entgegen, die senkrecht auf die Relativgeschwindigkeit wirkt. Zum anderen verursacht die Zentrifugalkraft bei großen Rayleigh-Zahlen aufgrund der Scherung in den thermischen Grenzschichten der Grundströmung den Tollmien-Schlichting Wellen ähnliche thermische Welleninstabilitäten, die den zellularen oszillatorischen Instabilitäten überlagert werden und den Transitionsprozess zur thermischen Turbulenz wesentlich beeinflussen.



**Abb. 3.22** Stabilitätsbereiche der thermischen Zellarkonvektion

### Einfluss von Anfangsstörungen

Bisher gingen wir von kleinen zufälligen Anfangsstörungen bei quasistatischer Aufheizung aus. Gibt man jedoch beim quasistatischen Aufheizvorgang die Wellenlänge der Konvektionsrollen durch räumlich periodische Anfangsstörungen vor, werden weitere sekundäre thermische Instabilitäten beobachtet. Deren Bereichsgrenzen sind in den Rayleigh-Zahl und Wellenzahl Stabilitätsdiagrammen der Abbildung 3.22 über der Prandtl-Zahl für die unendlich ausgedehnte Schicht mit festen horizontalen Berandungen dargestellt. Die Gestalt des Bereichs, in dem die primären Konvektionsrollen auftreten und die sekundären Instabilitäten abklingen, ist anhand von sechs Schnitten bei jeweils konstanter Prandtl-Zahl verdeutlicht. Je nachdem wo der Stabilitätsbereich verlassen wird, treten in Abhängigkeit der Prandtl-Zahl unterschiedliche sekundäre Instabilitäten auf. Die Grenzlinien der Stabilitätsbereiche berühren dabei die Stabilitätsgrenze der primären Instabilität mit der von der Prandtl-Zahl unabhängigen kritischen Rayleigh-Zahl  $Ra^k = 1708$  und der kritischen Wellenzahl  $a^k = 3.12$ .

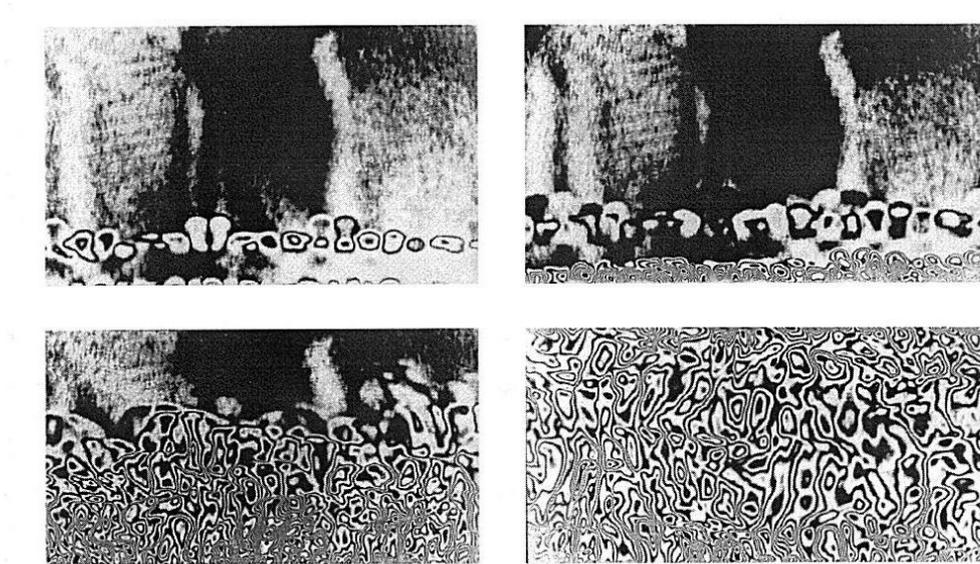
Bei Medien kleiner Prandtl-Zahl treten die bereits beschriebenen oszillatorischen sekundären Instabilitäten auf. Die zeitabhängige zick-zack Instabilität  $zz$  beobachtet man, wenn die vorgegebene Wellenlänge der Konvektionsrollen bei der jeweiligen Rayleigh-Zahl zu groß ist und sich durch die zick-zack Bildung eine Verkleinerung der Wellenlänge ergibt. Die schief-varikose Instabilität  $sv$  bildet eine räumlich periodische Variation in beiden horizontalen Richtungen mit einer periodischen Versetzung der Konvektionsrollen von einer Rolle zur anderen. Die Querrollen-Instabilität  $qr$  führt schließlich zu einer vollständigen Versetzung der Konvektionsrollen, die im rechten Winkel zueinander mit unterschiedlichen Wellenlängen orientiert sind.

Für Flüssigkeiten mit Prandtl-Zahlen größer als 7 ist die dreidimensionale Konvektionsströmung bei Rayleigh-Zahlen größer als  $2 \cdot 10^4$  stationär. Diese Instabilität bezeichnet man als bimodale Knoten-Instabilität  $kn$ . In Gasen mit der Prandtl-Zahl 0.71 beginnen die Konvektionsrollen bei der Rayleigh-Zahl  $1 \cdot 10^4$  zu oszillieren und es werden keine stationären Knoten-Instabilitäten beobachtet. Ein weiteres Anwachsen der Rayleigh-Zahl führt zu einem Anwachsen der Oszillationsamplitude und Oszillationsfrequenz. Die zeitabhängige Struktur der Konvektionszellen wird zunehmend irregulär bis sich schließlich der Übergang zur turbulenten Konvektionsströmung einstellt. Bei flüssigen Metallen mit Prandtl-Zahlen der Größenordnung  $1 \cdot 10^{-2}$  ist der Rayleigh-Zahl Bereich stationären Konvektionsströmung begrenzt und die turbulente Konvektionsströmung wird bereits bei einer Rayleigh-Zahl von 2500 erreicht.

Erhöht man die Heizrate, stellen sich statt des linearen Wärmeleitungsprofils bei quasistatischer Aufheizung zeitabhängige nichtlineare Wärmeleitungsprofile als Grundzustand des thermischen Stabilitätsproblems ein. Dies hat zum einen zur Folge, dass sich die kritische Rayleigh-Zahl der Konvektionsrollen mit wachsender Heizrate deutlich erhöht. Zum anderen braucht das Einsetzen der Konvektionszellen abhängig von der Prandtl-Zahl Zeit, um sich vollständig auszubilden. Je größer die Prandtl-Zahl des Mediums ist, umso länger ist die Ausbildungszeit.

Bei sehr starker Heizung und damit großen Anfangsstörungen bildet sich eine thermische Welle in der horizontalen Schicht aus, die sich mit einer von der Prandtl-Zahl abhängigen

charakteristischen Geschwindigkeit in vertikaler Richtung ausbreitet. Die zeitliche Abfolge der Differenzialinterferogramme der Abbildung 3.23 zeigen, dass die thermische Welle zunächst gegen räumlich periodische Konvektionsrollen in der Wellenfront instabil wird und nach einer Verzögerungszeit direkt der Übergang zur turbulenten Konvektionsströmung folgt. Dabei bleibt die großräumige räumlich periodische Struktur der primären Welleninstabilität auch im turbulenten Bereich erhalten bis sich schließlich thermische Grenzschichten an den unteren und oberen horizontalen Berandungen einstellen.



**Abb. 3.23** Instabilitäten einer thermischen Welle

### 3.4 Bioströmungsmechanik

Die Bioströmungsmechanik befasst sich mit Strömungen, die von flexiblen biologischen Oberflächen aufgeprägt werden. Dies erfordert die in Kapitel 2.2 eingeführte mathematische Formulierung und theoretische Modellbildung der Strömung-Struktur Kopplung. Diesbezüglich ist die Bioströmungsmechanik ein relativ junges Teilgebiet der Strömungsmechanik, deren vorrangiges Ziel in der technischen Umsetzung der von der natürlichen Evolution über Jahrtausende entwickelten Methoden der Strömungskontrolle und Widerstandsreduzierung besteht.

Aus der Vielzahl der biologischen Strömungen haben wir den *Vogelflug* und die Strömung im *menschlichen Herzen* und deren Anwendung in der Luftfahrt- und Medizintechnik ausgewählt. Die neu entwickelten Strömung-Strukturmodelle werden mit vereinfachten Modellexperimenten des Flügelschlages und des Herzzyklus validiert.

#### 3.4.1 Vogelflug

Der Vogelflug vereint im Flügelschlag den zum Fliegen erforderlichen Auftrieb mit dem Vortrieb. Entsprechend der Abbildung 3.24 ist der Flügel zu Beginn des Abwärtsschlages voll ausgestreckt und bewegt sich ohne Vorwärtskomponente relativ zum Vogel abwärts. In der

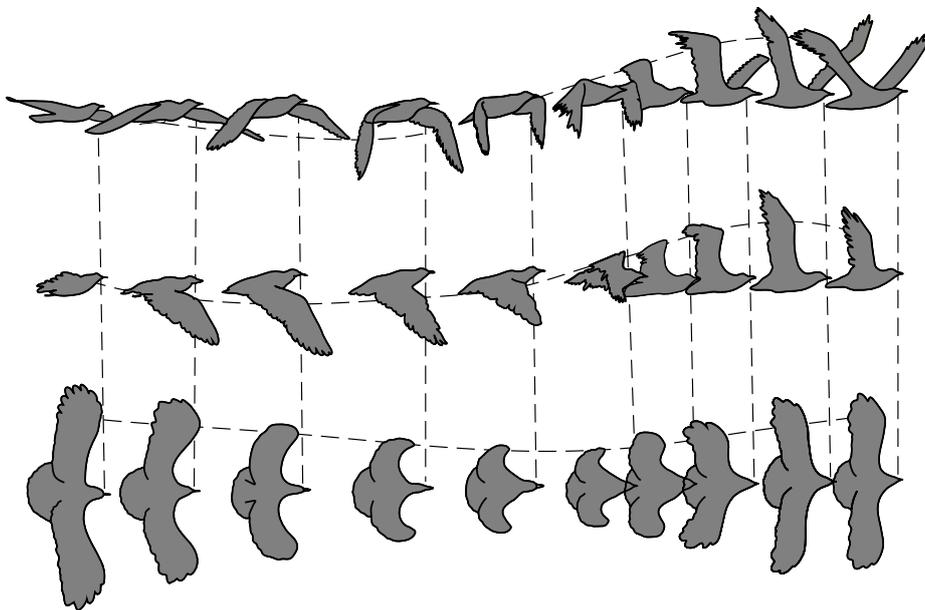


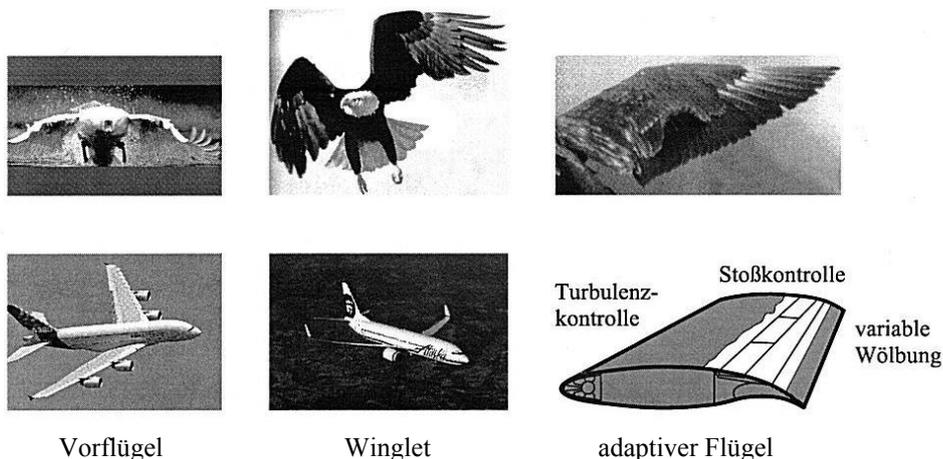
Abb. 3.24 Flügelschlag der Möwe

Mitte des Abwärtsschlages wird die Flügelspitze leicht gedreht und erzeugt die Vortriebskomponente. Am Ende des Abwärtsschlages ist der Flügel wieder gestreckt und erzeugt über die gesamte Flügelspannweite Auftrieb. Zu Beginn des Aufwärtsschlages wird der Flügel abgelenkt bei gleichzeitiger Erhöhung des Anstellwinkels, um den Verlust des Auftriebes im äußeren Teil des Flügels zu kompensieren. Dabei bewegt sich der Flügel nach hinten und die Flügelspitzen werden gespreizt. Die Hauptfedern des Flügels befinden sich dabei in Ruhestellung. In der Mitte des Aufwärtsschlages sind die Federn übereinander gefaltet. Die Rückwärtsbewegung wird fortgesetzt und der Anstellwinkel weiter erhöht. Am Ende des Aufwärtsschlages ist der Flügel wieder gestreckt und die Hauptfedern schwingen nach vorne, um den nächsten Abwärtsschlag vorzubereiten.

Die Stabilität des Vogelfluges wird mit den Schwanzfedern erreicht. Deren Spreizen ermöglicht auch abrupte Flugmanöver und das Abbremsen des Vogels bei der Landung. Die Flügel der Vögel sind für das Fliegen bei größeren Reynolds-Zahlen ausgelegt. So wird durch geeignete Grenzschichtkontrolle aufgrund der Beweglichkeit der Deckfedern, den Schlitzen in den Vorderflügeln und dem Spreizen der Flügelendfedern die Strömungsablösung vermieden und der induzierte Widerstand gering gehalten. Durch eine geeignete Oberflächenform wie Vorderkantenkämme und Federflaum wird der Reibungswiderstand reduziert und aerodynamische Geräusche vermindert.

Mit dem transsonischen Verkehrsflugzeug hat die Technik mit der Trennung von Auftrieb und Vortrieb zwar die natürliche Evolution des Vogelfluges bezüglich der Fluggeschwindigkeit weit übertroffen, dennoch lassen sich insbesondere für Start und Landung im Unterschallflug wesentliche Komponenten des Vogelflügels entsprechend der Abbildung 3.25 auch für das Verkehrsflugzeug technisch umsetzen. So dient der Vorderflügel eines Bussards oder der Eule als Vorbild für die Hochauftriebsklappen des Flugzeuges, die mit Krüger-Vorderklappen und Fowler-Hinterklappen bei einer Start- und Landegeschwindigkeit von 350 km/h beziehungsweise 250 km/h den Auftrieb bei vergrößerter Flügelfläche und Anstellwinkel sicherstellen.

Das Spreizen der Endfedern des Vogelflügels, das den induzierten Widerstand verringert, wird beim Verkehrsflugzeug mit Winglets nachempfunden. Dabei hat der abgelenkte Zusatzflügel eine geringere Tiefe als der Hauptflügel. Dadurch wird die auf der Unterseite des Flügels nach außen gerichtete Strömungsgeschwindigkeit durch die geringere Druckdifferenz zwischen



**Abb. 3.25** Technische Umsetzung des Vogelflügels

Unter- und Oberseite des Winglets abgeschwächt und die Wirbelstärke des Randwirbels verringert. Damit lässt sich der induzierte Widerstand um bis zu 5% verringern.

Die Technologie des transsonischen adaptiven Flügels wurde zunächst ohne Erkenntnisse der Flugeigenschaften des Vogels entwickelt. Der Verdichtungsstoß auf dem superkritischen Tragflügel wird mit einer kleinen Beule auf der Tragflügeloberfläche zum einen fixiert und zum anderen der Wellenwiderstand des Verdichtungsstoßes verringert. Mit dieser Stoßkontrolle lässt sich der Widerstand des Tragflügels um bis zu 9% verringern. Nutzt man die Erkenntnisse aus Kapitel 3.2.1 und vermeidet mit einer Absaugung die Querströmungsinstabilitäten an der Vorderkante des gefeilten Tragflügels kann man durch die Laminarisierung der Flügelschicht eine weitere Verringerung des Gesamtwiderstands um 7% erzielen.

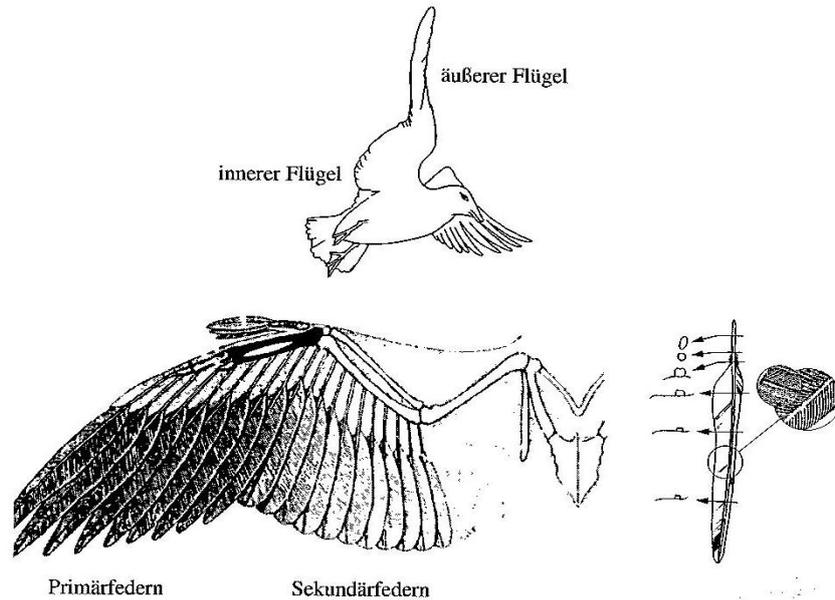
Der Vogel optimiert durch flexible Veränderungen der Profil- und Flügelform seine Flugbedingungen. Mit pneumatischen Flügelstrukturen kann man mit einem adaptiven transsonischen Tragflügel auch bei Verkehrsflugzeugen unterschiedliche Flügelwölbungen sowohl bei Start und Landung als auch im Reiseflug erzielen. In einem ersten Schritt werden die Hochauftriebsklappen an der Hinterkante des Flügels für eine Anpassung der Flügelform an die jeweiligen Flugbedingungen genutzt. Der adaptive Flügel passt sich elektronisch gesteuert den unterschiedlichen Flughöhen und Windverhältnissen an.

Vögel verfügen in extremen Fluglagen über sich passiv aufrichtende Deckfedern, die als Rückströmklappen wirken und den Unterdruckbereich an der Flügelvorderkante gegen eine Rückströmung von der Hinterkante abschirmen. Damit wird ein plötzlicher Auftriebseinbruch auf dem Flügel bei hohen Anstellwinkeln verhindert. Je nach Größe der Klappen werden beim Flugzeug mit automatisch ausfahrenden Rückströmklappen Steigerungen des Anstellwinkels von bis zu 25% erreicht. Beim Wiederanlegen der Strömung bei geringeren Anstellwinkeln schließt die Klappe von selbst. Damit bleibt das Flugzeug auch bei extremen Fluglagen sicher steuerbar.

### **Geometrie- und Strukturmodell des Vogelflügels**

Für die Modellierung der Strömungs-Struktur Kopplung des Flügelschlages ist zunächst ein Strukturmodell des Federkleides des Vogelflügels erforderlich. Der Vogelflügel der Abbildung 3.26 besteht aus den Primärfedern des Außenflügels und den Sekundärfedern des Innenflügels. Diesen überlagert sind unterschiedliche Arten von Deckfedern. Die Primärfedern können vom Vogel einzeln gesteuert und während des Schlagzyklus zur Reduzierung des induzierten Widerstandes gespreizt werden. Die Sekundärfedern des inneren Teils des Flügels sind parallel angeordnet und werden vom Vogel in einzelnen Gruppen durch elastische Membranen kontrolliert. Die Deckfedern schließen die Spalte zwischen den Hauptfedern und den Übergang zum Vogelrumpf. Im mittleren Teil des Flügels haben sie die Funktion der passiven Rückströmklappe, die bei hohen Anstellwinkeln die Strömungsablösung auf dem Flügel verhindert. Insofern hat die Evolution mit dem flexibel steuerbaren Vogelflügel einen adaptiven Flügel entwickelt, der sich jeder Fluglage und jedem Flugmanöver in idealer Weise anpasst.

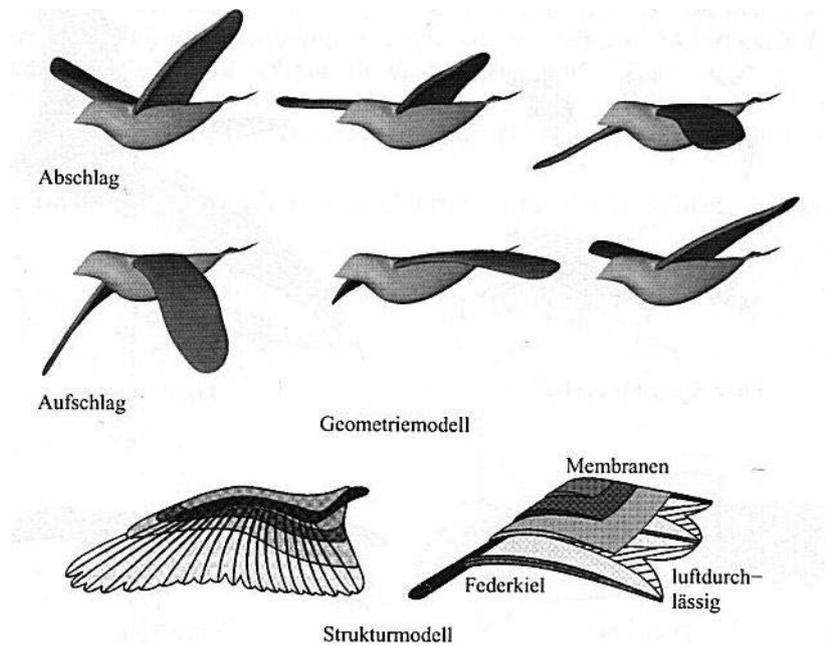
Die Struktur einer Einzelfeder ist im rechten Bild der Abbildung 3.26 gezeigt. Sie besteht aus dem Federkiel und den Federhaaren, die miteinander verzahnt sind. Die Federn sind überlappend angeordnet, so dass sie eine geschlossene Flügeloberfläche bilden. Die Flügeloberfläche ist während des Flügelaufschlages durch das Spreizen der Primärfederenden luftdurchlässig und beim Flügelabschlag zur Erzeugung des Vortriebs geschlossen.



**Abb. 3.26** Federkleid einer Möwe

Aus den Erkenntnissen des Aufbaus des Vogelflügels gilt es ein vereinfachtes Geometrie- und Strukturmodell in der Weise abzuleiten, dass alle charakteristischen aerodynamischen Merkmale eines Flügelschlages mit einem abstrahierten elastischen Strukturmodell des Vogelflügels abgebildet werden. Dafür wird in Vogelflugversuchen im Windkanal die Oberflächengeometrie des fliegenden Vogels stereografisch gefilmt und ein dynamisches Geometriemodell abgeleitet. Die Abbildung 3.27 zeigt das dreidimensionale Geometriemodell zu sechs unterschiedlichen Zeitpunkten des Flügelschlages.

Das vereinfachte Strukturmodell modelliert die Flügeloberfläche als zonale anisotrope elastische Membran. Dabei werden die unterschiedlichen Federgruppen des Vogelflügels gesondert betrachtet und anhand ihrer mechanischen und kinematischen Funktionalität zu einzelnen Bereichen zusammengefasst. Der Federkiel wird mit einem rechteckigen Kastenprofil abgebildet, das sich in Richtung der Hinterkante verjüngt und einen elliptischen Querschnitt annimmt. Entsprechend gemessener Werte wird ein linearer Verlauf des Elastizitätsmoduls mit einem mittleren Wert von  $E = 2.5 \text{ GPa}$  angenommen. Die Federhaare zwischen den Spalten der Hauptfedern werden mit einer Membran modelliert, die zwischen den Federkielen aufgespannt ist und ebenfalls den konstanten mittleren Wert des Elastizitätsmoduls besitzt. Zwei weitere Membranen modellieren die Deckfedern des Vogelflügels. Das für den Flügelschlag charakteristische Spreizen der Primärfedern wird vereinfacht durch die gestreiften Flächen in Abbildung 3.27 abgebildet. Beim Flügelschlag sind die Flächen luftundurchlässig und beim Flügelauflaufschlag teilweise geöffnet. Die geometrische Form der drei Membranen sind dem zu modellierenden Flügel angepasst. Die Dicke der Membran der Deckfedern ist an der Flügelvorderkante zwei bis dreimal so groß wie die der Federhaare und verjüngt sich in Richtung der Hinterkante, was zu einer Verjüngung des Flügelprofils führt. Aufgrund der hohen Biegesteifigkeit des Flügelknochens wird dieser im Strukturmodell als Festkörper angenommen. Die Kinematik des Auf- und Abschlages des Vogelfluges wird durch die Vorgabe einer orts- und



**Abb. 3.27** Geometrie- und Strukturmodell des Vogelflügels

zeitabhängige Bewegung der Flügelaußenkante in das Modell implementiert. Die Bewegung beinhaltet die gesamte komplexe Flügelschlagkinematik, die den stereografischen Aufnahmen des Vogelfluges im Windkanal entspricht. Dabei wird das Verhalten des Flügelbereiches innerhalb der Außenkanten mit dem Strukturmodell berücksichtigt.

### Validierung

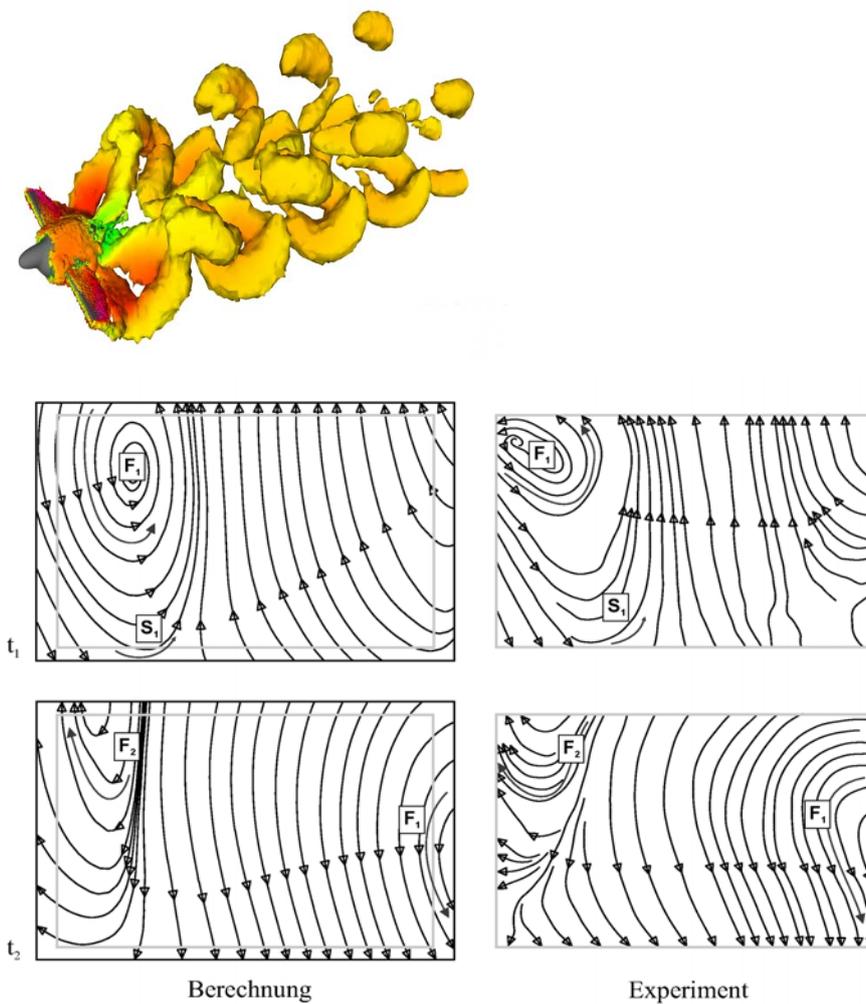
Die Validierung des Strukturmodells des Vogelflügels und der mathematischen Strömungs-Struktur Kopplungsmodelle des Kapitels 2.2 erfolgt mit Experimenten im Windkanal an einer vereinfachten Referenzgeometrie des Flügelschlages. Es werden die Geschwindigkeitsverteilungen in ausgewählten Laserschnitten im Nachlauf des Vogelmodells gemessen und mit Strömungs-Struktur gekoppelten Simulationsrechnungen verglichen und bezüglich der mathematischen und physikalischen Modelle bewertet.



**Abb. 3.28** Flügelschlagmodell

Grundlage der Validierung ist das vereinfachte Flügelschlagmodell der Abbildung 3.28. Es besteht aus einem steifen Modellkörper und einem elastischen Flügelpaar, das das zonale Strukturmodell der Abbildung 3.27 mit zwei Flügelmembranen abstrahiert. Die Flügelschlagbewegung des Modells basiert auf der vereinfachten Grundkinematik des Vogelfluges, wobei ein maximaler Schlagwinkel von  $30^\circ$  und ein maximaler Anstellwinkel von  $20^\circ$  bei einer Schlagfrequenz bis zu 12 Hz realisiert werden kann.

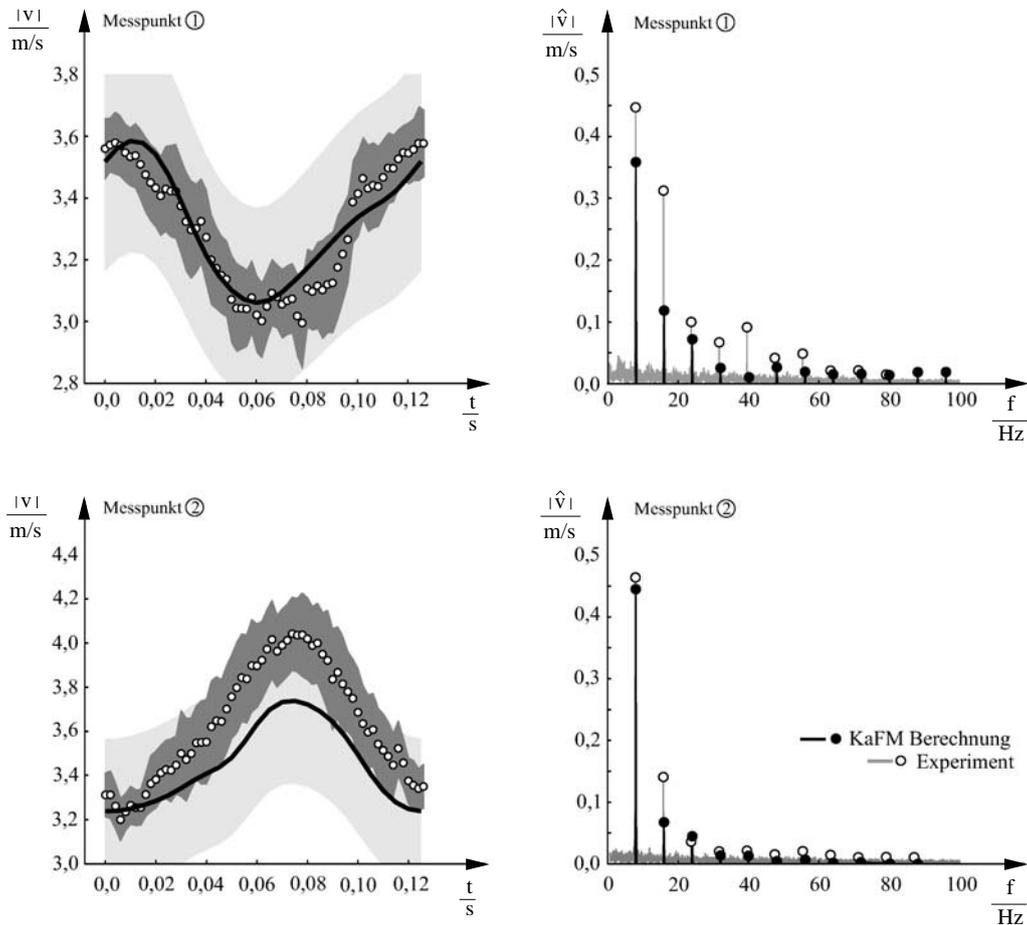
Die Strömung-Struktur gekoppelte Simulation erfolgt mit den Grundgleichungen (2.6) wobei für die Strömungsberechnung die Reynolds-Gleichungen der inkompressiblen Strömung (2.5) mit einem der Nachlaufströmung des Vogelfluges angepasstem anisotropem Zweigleichungsturbulenzmodell numerisch gelöst werden.



**Abb. 3.29** Stromlinienbilder im Nachlauf des Flügelschlagmodells

In Abbildung 3.29 sind die berechneten dreidimensionalen Isoflächen der Wirbelstärke im Nachlauf des Flügelschlagmodells bei der Reynolds-Zahl der Anströmung  $Re = 1.64 \cdot 10^4$  und der Schlagfrequenz des Modellflügels  $f = 8 \text{ Hz}$  sowie die berechneten und gemessenen Stromlinienbilder zu zwei Zeitpunkten in den Laserschnitten des Windkanalexperiments dargestellt. Für die Generierung der Stromlinienbilder aus den experimentellen Daten werden intervallgemittelte Geschwindigkeitsfelder der Geschwindigkeitskomponente  $u$  abzüglich der jeweiligen räumlichen Mittelwerte gebildet. Der Flügelschlag erzeugt zum Zeitpunkt  $t^1$  einen entgegen dem Uhrzeigersinn drehenden Wirbel  $F^1$ . Dieser bewegt sich aufgrund der Anströmgeschwindigkeit von links nach rechts durch den Messbereich und wird zum Zeitpunkt  $t^2$  aufgrund der nach unten gerichteten Stromlinien am rechten Rand des Messbereiches angedeutet. Ein weiterer Wirbel  $F^2$  mit entgegengesetzter Drehrichtung ist am linken Rand des Messbereiches zu erkennen. Die Wirbel  $F^1$  und  $F^2$  repräsentieren den Start- und Stoppwirbel, die aufgrund der Flügelschlagbewegung periodisch in den Nachlauf abschwimmen und in Längs- und Querrichtung miteinander verbunden sind.

Die quantitative Validierung des numerischen Modells erfolgt anhand des Vergleichs der

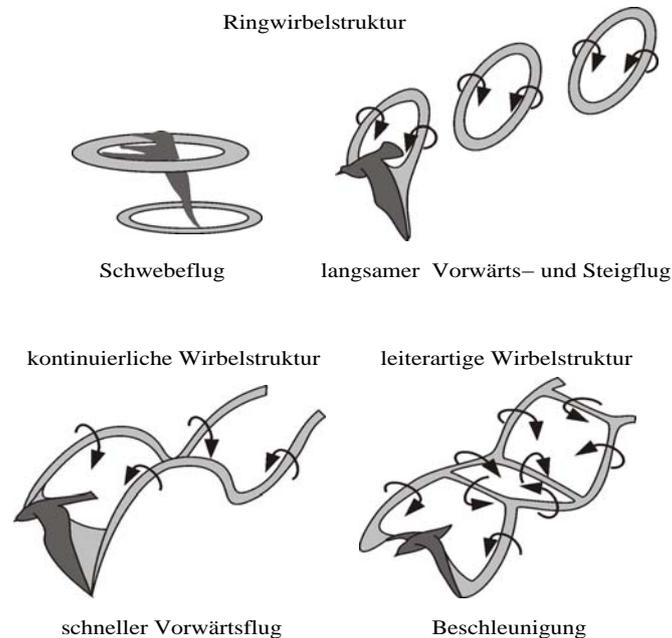


**Abb. 3.30** Geschwindigkeitsverläufe im Nachlauf des Flügelschlagmodells

experimentell und numerisch ermittelten Geschwindigkeitsverläufe an zwei Messpunkten im Nachlauf des Flügelschlagmodells. In Abbildung 3.30 ist die zeitliche Änderung des intervallgemittelten Geschwindigkeitsbetrages für einen Schlagzyklus dargestellt sowie die korrespondierenden Amplitudenspektren abzüglich ihres Gleichanteils. Die gemittelten Messwerte sind durch das 5 % Fehlerintervall für jeden Zeitschritt sowie durch den 10 % Fehlerbereich der numerischen Ergebnisse ergänzt. Die zeitliche Entwicklung des Geschwindigkeitsbetrages zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen dem Experiment und der Strömung-Struktur gekoppelten Berechnung. Die Abweichung der Werte entlang der Zeitachse liegt im Rahmen der Mess- und Berechnungsfehler. Auftretende lokale Schwankungen des experimentellen Geschwindigkeitsbetrages sind auf das kontinuierliche Entstehen kleinskaliger Wirbelstrukturen in den Scherschichten der großräumigen Wirbel zurückzuführen, die von der numerischen Strömungsberechnung nicht aufgelöst werden. Diese entstehen aufgrund der Flügelbewegung durch das Auftreten der entgegengesetzt drehenden Wirbelstrukturen im Nachlauf. Die weiteren gekennzeichneten Amplituden sind die Harmonischen der Grundschiwingung. Deren Werte fallen mit steigender Frequenz, wobei eine vergleichbare relative Abnahme zu erkennen ist.

Trotz der hohen Komplexität der Experimente und der numerischen Berechnung zeigen die ermittelten Geschwindigkeitsverläufe und Strömungsstrukturen über weite Bereiche eine sehr gute Übereinstimmung. Die von der Flügelschlagbewegung induzierten Wirbelstrukturen stimmen hinsichtlich ihrer zeitlichen und räumlichen Entwicklung überein. Bis auf die lediglich geringen Schwankungen der Geschwindigkeitsverläufe bezüglich der Maximal- und Minimalwerte sowie dem Auftreten höherfrequenter und kleinskaliger Wirbel ist damit das mathematische Modell der Strömung-Strukturkopplung validiert und kann für die Berechnung des realen Vogelfluges mit dem zonalen Strukturmodell der Abbildung 3.27 eingesetzt werden.

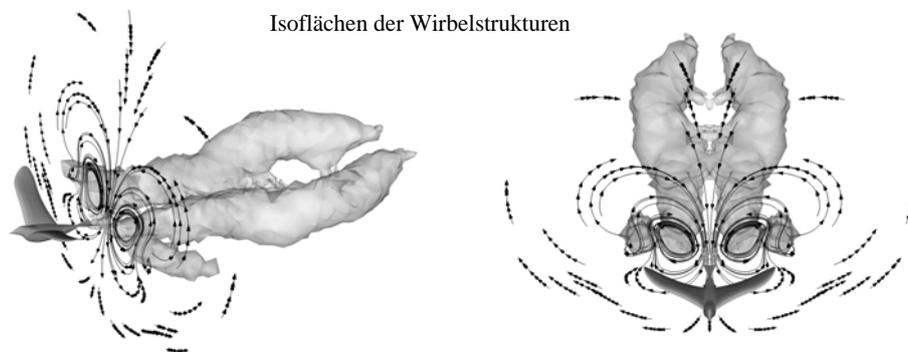
### Vogelflug



**Abb. 3.31** Flugphasen des Vogels

Je nach Flugphase des Vogels stellen sich im Nachlauf entsprechend der Abbildung 3.31 unterschiedliche Wirbelstrukturen ein. Im Schweben- und langsamen Steigflug verbinden sich der gebundene Wirbel des Flügels mit den beiden Randwirbeln der Flügelspitzen und dem Startwirbel zu einem geschlossenen Ringwirbel, der in den Nachlauf des Vogels abgeschwemmt wird. Bei hohen Fluggeschwindigkeiten erfolgt die Hubschlagbewegung bei nahezu konstanter Flügelfläche. Dabei bleibt die Zirkulationsrichtung des gebundenen Wirbels am Flügel während des Aufschlags gleichgerichtet, was ein periodisches Ablösen von Querwirbelstrukturen in den Umkehrpunkten der Schlagbewegung unterdrückt. Die kontinuierliche Wirbelstruktur im Nachlauf wird von den Randwirbeln dominiert, die sich aufgrund des Druckunterschiedes zwischen der Flügeloberseite und Flügelunterseite ausbilden. Beschleunigt der Vogel bei mittleren und hohen Fluggeschwindigkeiten, bleibt die Kinematik der Hubschlagbewegung erhalten und es bildet sich eine leiterartige Wirbelstruktur im Nachlauf aus. Dabei führt die Erhöhung der Schlagfrequenz zu einer Zunahme des Vortriebs. Aufgrund der veränderten Schlagkinematik ändert sich die Drehrichtung des gebundenen Wirbels während des Auf- und Abschlages. In den Umkehrpunkten der Schlagbewegung kommt es zum periodischen Ablösen von Wirbelstrukturen in Spannweitenrichtung, die die leiterartige Wirbelstruktur im Nachlauf zur Folge haben.

In Abbildung 3.32 sind die berechneten Isoflächen der Wirbelstrukturen im Nachlauf eines Trauerschnäppers im schnellen Vorwärtsflug der Reynolds-Zahl  $Re = 1.8 \cdot 10^4$  dargestellt. Dabei wird das dynamische Geometriemodell entsprechend der Abbildung 3.27 von stereografischen Aufnahmen des Trauerschnäpper Fluges im Windkanal abgeleitet und der Strömungsstruktur gekoppelten Simulationsrechnung vorgegeben. Es dominieren die an den Flügelspitzen entstehenden Randwirbel, die zu einer kontinuierlichen periodischen Wirbelstruktur mit unterschiedlichen alternierenden Zirkulationsrichtungen im Nachlauf des Vogels führen.



**Abb. 3.32** Strömungsberechnung des Trauerschnäpper Fluges

### 3.4.2 Strömung im Herzen

Der Blutkreislauf des menschlichen Körpers wird vom periodisch pulsierenden Herzen angetrieben. Das Herz pumpt mit nur 1 W Leistung in jeder Minute etwa 5 l Blut in den Kreislauf. Der Blutkreislauf besteht aus zwei getrennten, über das Herz miteinander verbundenen, Teilkreisläufen. Man bezeichnet den einen als Körperkreislauf und den anderen als Lungenkreislauf. Der Gesamtkreislauf sichert den Gasaustausch zwischen dem Stoffwechsel im menschlichen Körper und der Luft der Atmosphäre.

Das Herz besteht aus zwei getrennten Pumpkammern, dem linken und rechten Ventrikel und den Vorhöfen, die entsprechend der Abbildung 3.33 vom Herzmuskel gebildet werden. Der rechte Vorhof erhält sauerstoffarmes Blut aus dem Körperkreislauf. Der rechte Ventrikel füllt sich ausschließlich mit dem Blut aus dem rechten Vorhof, um sich bei seiner Kontraktion in den Lungenkreislauf zu entleeren. Das dort reoxigenierte Blut erreicht den linken Vorhof und wird vom linken Ventrikel in den Körperkreislauf gefördert. Die Vorhöfe und Ventrikel sind durch die druckgesteuerten Atrioventrikularklappen getrennt, die die Füllung des Herzens regulieren. Die rechte Klappe weist drei Segel auf, weshalb sie Trikuspidalklappe genannt wird. Die linke Bikuspidalklappe verfügt über zwei Segel und wird Mitralklappe genannt. Die Segelklappen bewirken, dass sich die Vorhöfe zwischen den Herzschlägen mit Blut füllen können und verhindern die Blutrückströmung während der Ventrikelkontraktion. Während der Ventrikelrelaxation verhindert die Aortenklappe den Blutrückstrom aus der Aorta in den linken Ventrikel und die Pulmonalklappe den Rückstrom aus der Pulmonalarterie in den rechten Ventrikel. Die Ventrikel durchlaufen während der Herzzyklen eine periodische Kontraktion (Systole) und Relaxation (Diastole).

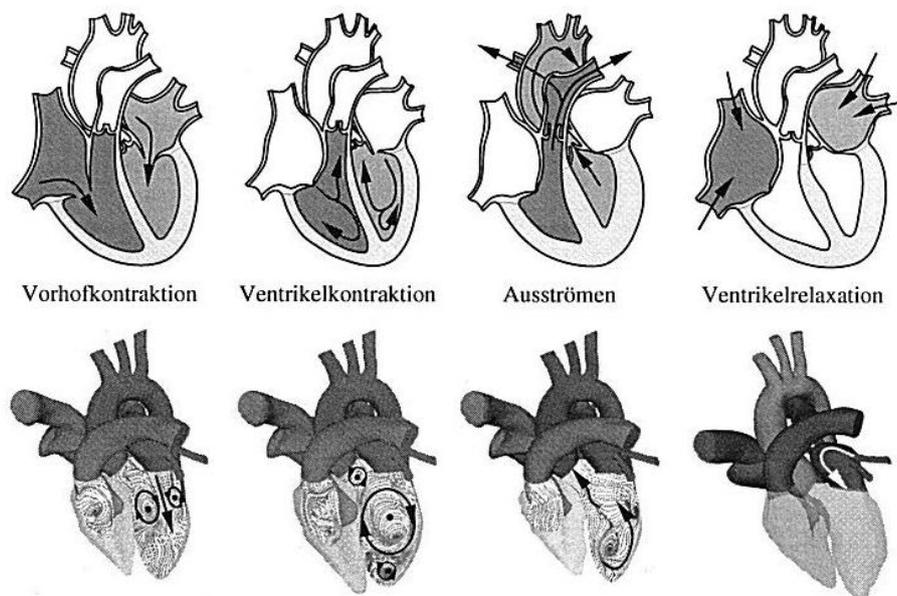
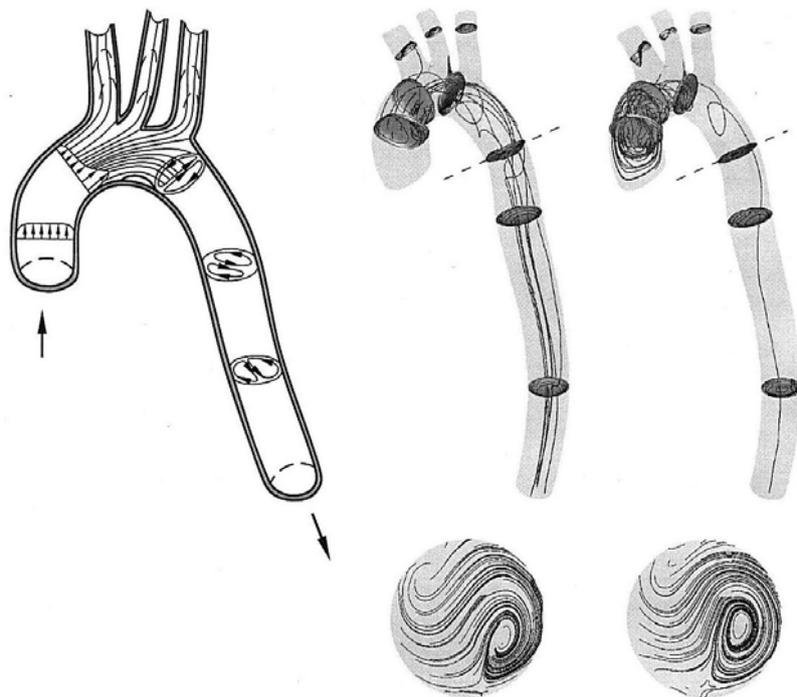


Abb. 3.33 Strömung im Herzen

Beim Öffnen der Mitralklappen- und Trikuspidalklappen stellen sich im linken und rechten Ventrikel während des Füllvorgangs zunächst Einströmjets ein, die nach einem Viertel des Herzzyklus jeweils von einem Ringwirbel begleitet werden. Die Abbildung 3.33 zeigt in der unteren Bildreihe die berechneten und in den Längsschnitt des Herzens projizierten Stromlinien. Die Ringwirbel entstehen als Ausgleichsbewegung für die im ruhenden Fluid des Ventrikels abgebremsten Einströmjets. Im weiteren Verlauf der Diastole nehmen aufgrund der Bewegung des Herzmyokards die Ringwirbel an Größe zu. Dabei erfolgt die Ausdehnung der Wirbel in axialer Richtung gleichmäßig, in radialer Richtung wird jedoch im linken Ventrikel die linke Seite verstärkt. Beim Eindringen in die Ventrikel verringern sich die Geschwindigkeiten der Wirbel und die Wirbelspitzen werden zu diesem Zeitpunkt nicht durchströmt. Im weiteren Verlauf des Einströmvorganges kommt es im linken Ventrikel aufgrund der starken Deformation zu einer Neigung des Ringwirbels in Richtung der Wirbelspitze. Dabei verringert sich die Geschwindigkeit der dreidimensionalen Strömung weiter, bis schließlich der Einströmvorgang abgeschlossen ist und die Mitralklappe schließt. Parallel induziert der obere Teil des Ringwirbels einen Sekundärwirbel im Aortenkanal.

Mit dem Öffnen der Aortenklappe beginnt der Ausströmvorgang in die Aorta und den Körperkreislauf. Dabei wird der Bewegungsablauf der Wirbel fortgesetzt. Es wird zunächst der Wirbel im Aortenkanal und dann in zeitlicher Abfolge der Ringwirbel ausgespült. Das Geschwindigkeitsmaximum des Ausströmvorganges wird im zentralen Bereich der Aortenklappe erreicht und nach  $2/3$  des Herzzyklus ist der Strömungspuls in der Aorta entsprechend der Abbildung 3.34 ausgebildet. Am Ende der Systole hat sich die Wirbelstruktur im linken und rechten



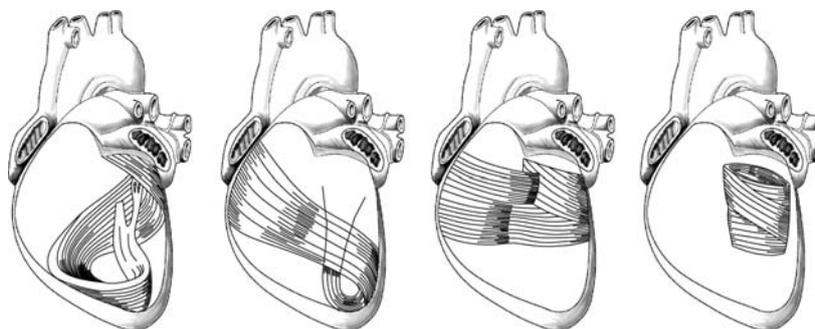
**Abb. 3.34** Strömung in der Aorta

Ventrikel vollständig aufgelöst. Dabei werden vom gesunden menschlichen Herzen etwa 62 % des linken Ventrikelvolumens ausgestoßen.

In der Aorta kommt es stromab der Aortenklappe nach einer Einlaufströmung des periodischen Strömungspulses aufgrund der Zentrifugalkraft in der Krümmung des Aortenbogens zu einer Sekundärströmung. Die Abbildung 3.34 zeigt das Prinzipbild der Sekundärströmung sowie Momentaufnahmen der berechneten Geschwindigkeitsprofile und Stromlinien nach dem Öffnen und kurz vor dem Schließen der Aortenklappe. Dabei entsteht eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu den Stromlinien, die eine Zirkulationsströmung in Richtung der Außenwand verursacht und sich in den Arterienabzweigungen fortsetzt. In der aufsteigenden Aorta überschreitet die Rohrströmung die kritische Reynolds-Zahl und der laminar turbulente Übergang setzt in der Nähe der Arterienwand während der Relaxationsphase des Herzens ein. Bevor sich jedoch die turbulente Strömung in der Aorta ausbilden kann, wirkt die Sekundärströmung in der Aortenkrümmung stabilisierend und verursacht damit eine Relaminarisierung der Strömung, so dass die pulsierende Strömung in der Aorta wie auch die in den Herzventrikeln mit den laminaren Grundgleichungen (2.1) der inkompressiblen Blutströmung berechnet werden kann. Der Pulsschlag des Herzens ist zu kurz, um auch ohne Relaminarisierung einer Sekundärströmung in den instationären Wandgrenzschichten eine turbulente Grenzschicht ausbilden zu können.

Die periodische Kontraktion und Relaxation während des Herzzyklus wird von den Herzmuskelsträngen der Abbildung 3.35 geleistet, die es mit einem Strukturmodell des Herzens zu modellieren gilt. Das Herz ist in einem Sack von Bindegewebe eingeschlossen. Die muskuläre Herzwand bezeichnet man als Myokard, die innen vom Endokard und außen vom Epikard begrenzt wird. Drei Gruppen von Muskelfasern winden sich um beide Ventrikel, während sich eine weitere Gruppe von Muskelfasern ausschließlich um den linken Herzventrikel schlingt.

Der für die Modellierung des Strukturmodells erforderliche Spannungs  $\sigma$  – Dehnungsverlauf der Muskelfasern ist in Abbildung 3.36 dargestellt. Es zeigt sich, dass für die innere Schicht des Myokards ein anderes anisotropes und nichtlineares Spannungs-Dehnungsgesetz als für die äußere Epikardschicht gilt. Im Myokard ergeben sich unterschiedliche Grenzwerte der Dehnung, je nachdem ob die Belastung entlang oder senkrecht zu den Muskelfasern erfolgt. Die äußere Muskelschicht des Herzventrikels zeigt zusätzlich eine Hysterese in der Belastungskurve.



**Abb. 3.35** Orientierung der Muskelfasern

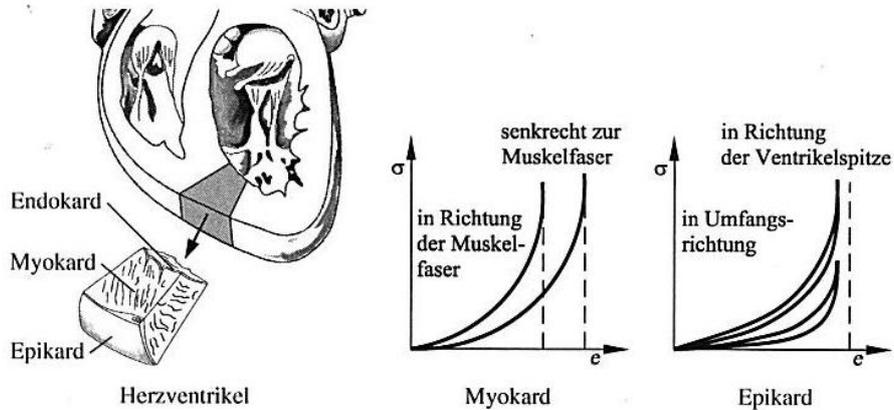


Abb. 3.36 Spannungs-Dehnungsverlauf der Muskelfasern

Das Ventrikelvolumen des Herzens beträgt beim Mann annähernd 750 ml und bei der Frau 550 ml. Unter dem Einfluss eines Ausdauertrainings und der damit verbundenen erhöhten Sauerstoffaufnahme während der Belastung des Herzens, kann das Herzvolumen auf bis zu 1700 ml ansteigen. Dies äußert sich im Druck-Volumen Diagramm der Abbildung 3.37. Mit steigender Arbeitsleistung der Ventrikel werden die p-V Kurven zu höheren Drücken und Auswurfvolumen verschoben. Sie werden begrenzt durch den enddiastolischen ED und endsystolischen ES Druck-Volumen Verlauf. Die Flächen der jeweiligen p-V Verläufe geben die Arbeitsleistung des Ventrikels an, die beim Normalpuls etwa 1 W beträgt. Die Arbeitsleistung steigt mit zunehmenden Füllvolumen des Ventrikels an. Dies hat seine Ursache in den mechanischen Eigenschaften der Herzmuskeln und ermöglicht eine kontinuierliche Anpassung des Herzens an verschiedene Körperlagen, Belastungen und Atmungsfrequenzen.

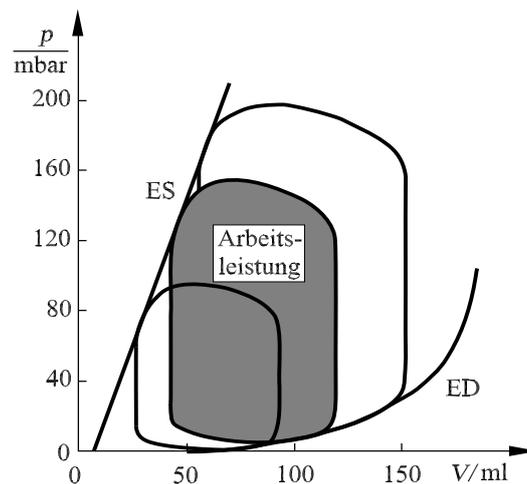


Abb. 3.37 Arbeitsleistung des linken Ventrikels

### Geometrie- und Strukturmodell des Herzens

Das dynamische Geometrie- und Strukturmodell des Herzens wird wie beim Vogelflügel vom realen menschlichen Herzen abgeleitet. Dazu dienen die Bilddaten der Magnet-Spin-Resonanztomographie (MRT) der Herzen von gesunden Probanden, die in Abbildung 3.38 dargestellt sind. Es werden zu jedem Zeitpunkt des Herzschlages 26 horizontale und vertikale Schnittebenen von der Aorta und Vena Cava, über die Vorhöfe und Herzklappen bis zu den Ventrikelspitzen ausgewertet. Dabei werden mehrere Herzzyklen zu jeweils 25 Zeitpunkten aufgenommen und mit Bilderkennungssoftware in das dynamische Geometriemodell überführt. Die Triggerung der Bildaufnahmen erfolgt mit dem parallel aufgezeichneten EKG der Probanden.

Der Volumenstrom der druckgesteuerten Herzklappen wird in den jeweiligen Projektionsebenen entsprechend der Abbildung 3.39 modelliert. Dazu werden die Flüsse durch die Herzklappenebenen der Probanden zusätzlich zu den MRT- Flussdaten mit Ultraschall-Doppler-Geschwindigkeitsmessungen ermittelt und die Öffnungsflächen in den Projektionsebenen der Klappen durch die Zuordnung eines variablen Widerstandes entsprechend angepasst.

Die Druckrandbedingungen der Arterienabgänge und Venenzugänge werden von einem vereinfachten Kreislaufmodell des menschlichen Körpers bereitgestellt. Das Kreislaufmodell berechnet den Strömungswiderstand in den Gefäßen sowie verschiedene Einflussparameter auf den Strömungswiderstand. Es besteht aus 128 einzelnen Segmenten dünnwandiger elastischer und zylindrischen Rohrsegmenten, wobei jedem Rohrsegment entsprechend der menschlichen Anatomie eine spezifische Länge, Wandstärke, Durchmesser und Elastizitätsmodul zugeordnet wird. Periphere Verzweigungen der Arteriolen und Kapillaren mit einem Durchmesser kleiner als 2 mm werden mit einem peripheren Widerstandsterm berücksichtigt.

Das Strukturmodell des menschlichen Herzens knüpft an das Prinzipbild der Muskelfaserrichtungen der Abbildung 3.35 und den Spannungs- Dehnungsverteilungen der Abbildung 3.36 an. Es beruht auf Messungen mit der Magnet-Spin-Resonanz MRT- phase mapping Methode, mit

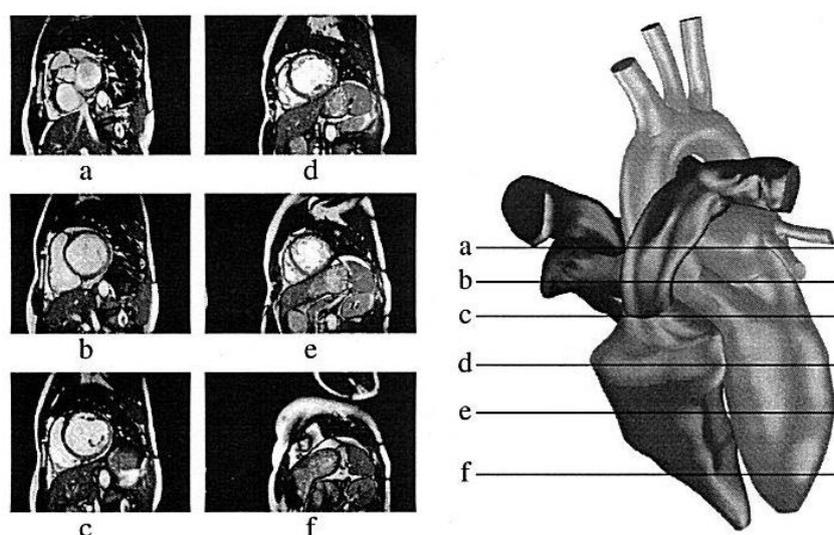
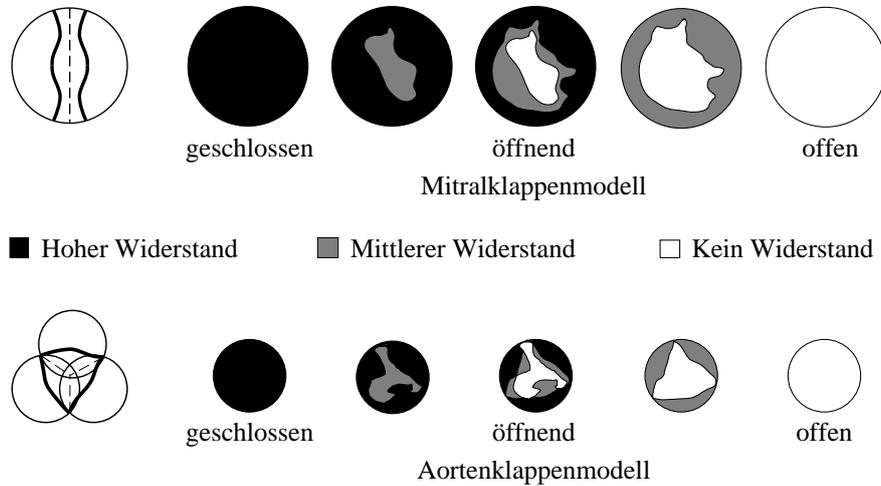


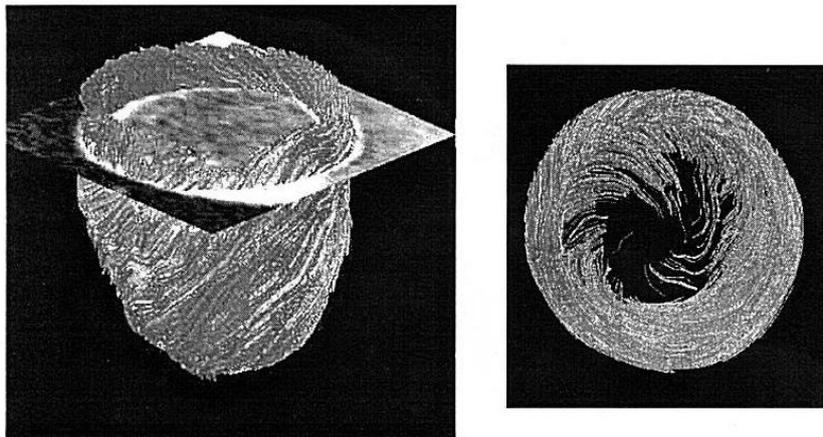
Abb. 3.38 Geometriemodell des Herzens



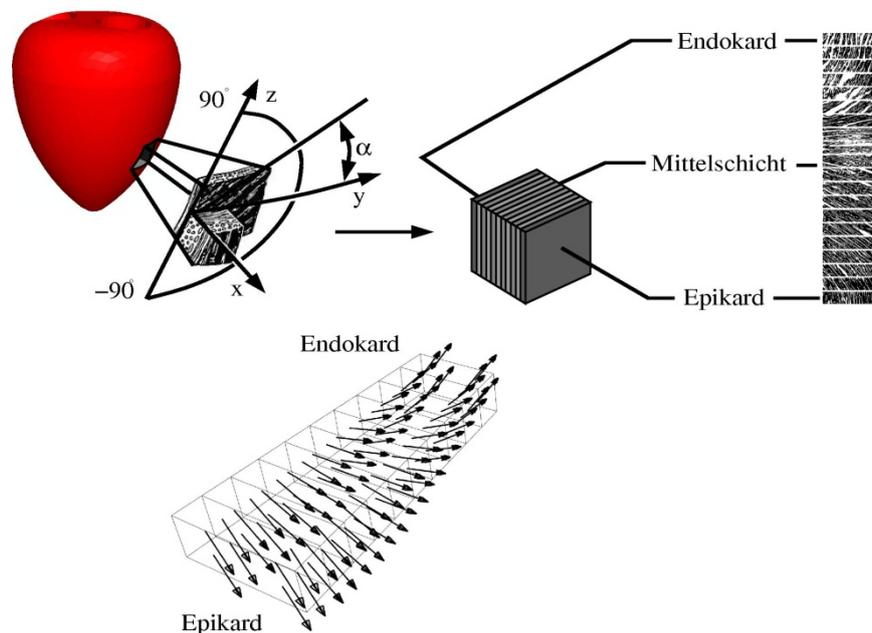
**Abb. 3.39** Modell der Mitralklappe und Aortenklappe des Herzens

der die Faserrichtungen in den Muskelschichten von Probanden sichtbar gemacht werden können. In Abbildung 3.40 sind die aus Geschwindigkeitsmessungen im Myokard des menschlichen Herzventrikels ausgewerteten Beschleunigungskurven des Herzmuskels gezeigt. Es bestätigt sich, dass sich die Muskelfasern spiralförmig um den Ventrikel orientieren und eine radiale und longitudinale Kontraktion des Ventrikels verursachen.

Diese Erkenntnisse über die sich ändernde Orientierung der Muskelfasern in den Muskelschichten werden mit dem Strukturmodell der Abbildung 3.41 abgebildet. Das Modell berücksichtigt die kontinuierliche Richtungsänderung der Muskelfasern im spannungsfreien Zustand



**Abb. 3.40** Orientierung der Muskelfasern im Herzventrikel



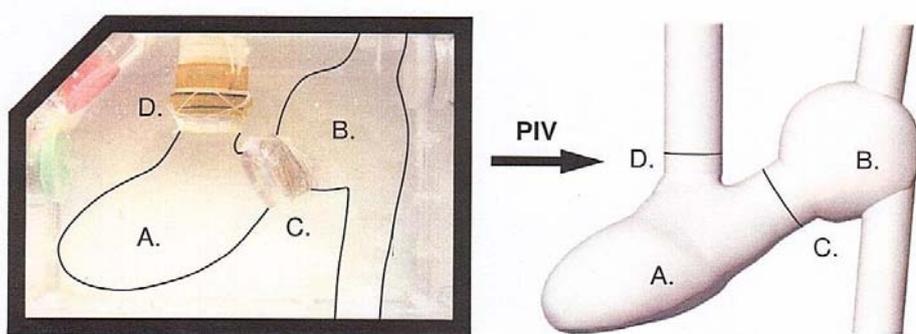
**Abb. 3.41** Strukturmodell des Herzventrikels

vom Endokard zum Epikard mit einer Winkeländerung von  $35^\circ$  bis  $-45^\circ$ , die sich während des Herzzyklus entsprechend des jeweiligen Spannungszustandes verändert. Die Berechnung der Kontraktion und Relaxation der Muskelfaserschichten erfolgt mit einem vereinfachten Ansatz der Dehnungs-Energiefunktion, die eine isotrope und anisotrope Komponente der Materialeigenschaften aufweist. Jeder einzelne Term der Dehnungs-Energiefunktion wird als Exponentialfunktion in Abhängigkeit der Invarianten des Greenschen Dehnungstensors modelliert.

### Validierung

Die Validierung des Strukturmodells und der Strömung-Struktur gekoppelten Berechnung des Herzens erfolgt in einer Druckkammer mit einem Modellventrikel und Vorhof die dem menschlichen Herzen nachgebildet sind. Die Abbildung 3.42 zeigt die Anordnung mit dem linken Ventrikel, dem Vorhof sowie den künstlichen Mitral- und Aorten Herzklappen. Die Pumpe der Druckkammer erzeugt ein periodisches Druckfeld, das den Pulsschlag des Herzens simuliert. Der Druckwiderstand des menschlichen Kreislaufs wird mit zwei Drosseln berücksichtigt.

Modellventrikel und Vorhof bestehen aus einem elastischen und durchsichtigen Material, welches das Spannungs-Dehnungsverhalten des Myokards abbildet. Der Brechungsindex des Silikonmaterials entspricht dem der Flüssigkeit in der Druckkammer und im Ventrikel, so dass zur Messung der Geschwindigkeitsverteilungen wie beim Flügelschlagmodell die optische Particle Image Velocimetry PIV eingesetzt werden kann. Die Nicht-Newtonschen Eigenschaften des

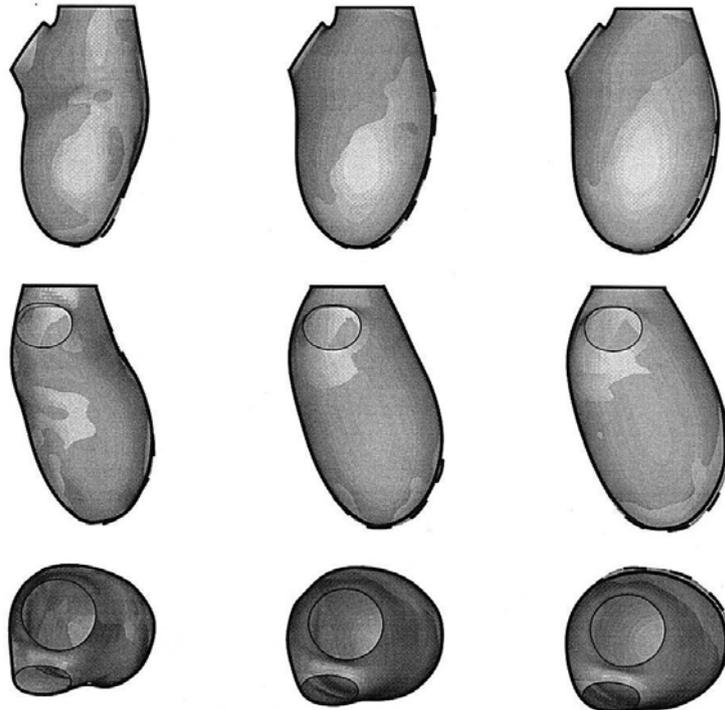


A. Ventrikel    B. Vorhof    C. Mitralklappe    D. Aortenklappe

**Abb. 3.42** Modellventrikel und Vorhof

Blutes werden dabei mit einer speziellen transparenten Flüssigkeit berücksichtigt.

Das Ergebnis der Strömung-Struktur gekoppelten Berechnung der Verformungen des Ventrikels mit den Druckrandbedingungen des Experimentes ist in Abbildung 3.43 dargestellt. Beim



Anfang der Diastole

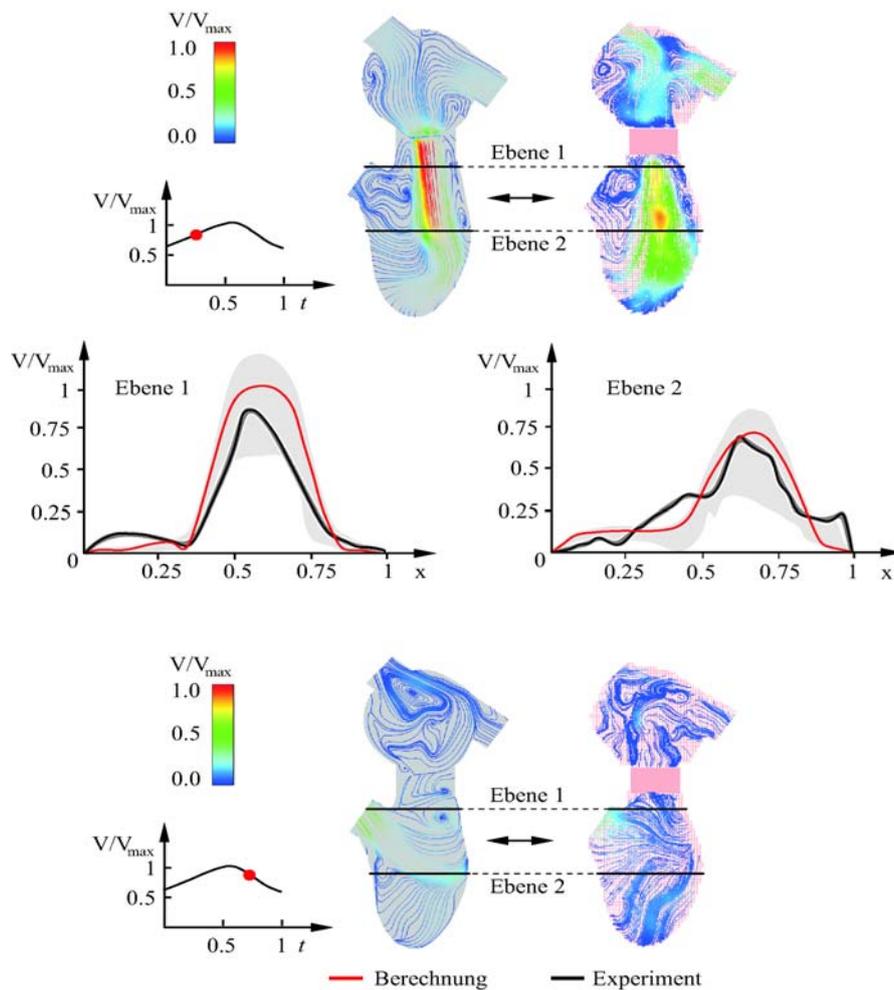
Mitte

Ende

**Abb. 3.43** Ventrikeldeformation

Öffnen der Mitralklappe zu Beginn der Diastole bildet sich im Ventrikel der in Abbildung 3.33 gezeigte Einströmjet mit der charakteristischen Ausgleichsströmung des Ringwirbels aus, die zu der Vergrößerung des Ventrikelvolumens führt. Im weiteren Verlauf der Diastole sorgt die Trägheit der Strömung dafür, dass sich der Ringwirbel axial weiter vergrößert, verbunden mit der Fortsetzung der Ventrikeldeformation während der Relaxationsphase. Am Ende der Diastole kommt es dann zu der im einführenden Abschnitt beschriebenen Neigung des Ringwirbels in die Ventrikelspitze, die mit dem Schließen der Mitralklappe den Einströmvorgang und damit die Ventrikelvergrößerung abschließt. Es folgt mit dem Öffnen der Aortenklappe die aktive Kontraktion, die den Ausstoßvorgang des Blutes in den Kreislauf während der Systole einleitet.

Die Abbildung 3.44 zeigt den quantitativen Vergleich der berechneten und gemessenen Stromlinien und Geschwindigkeitsverteilungen im Längsschnitt des Modellventrikels und des Vorhofes sowie in zwei horizontalen Ebenen. Sowohl die Geschwindigkeitsverteilungen als auch die



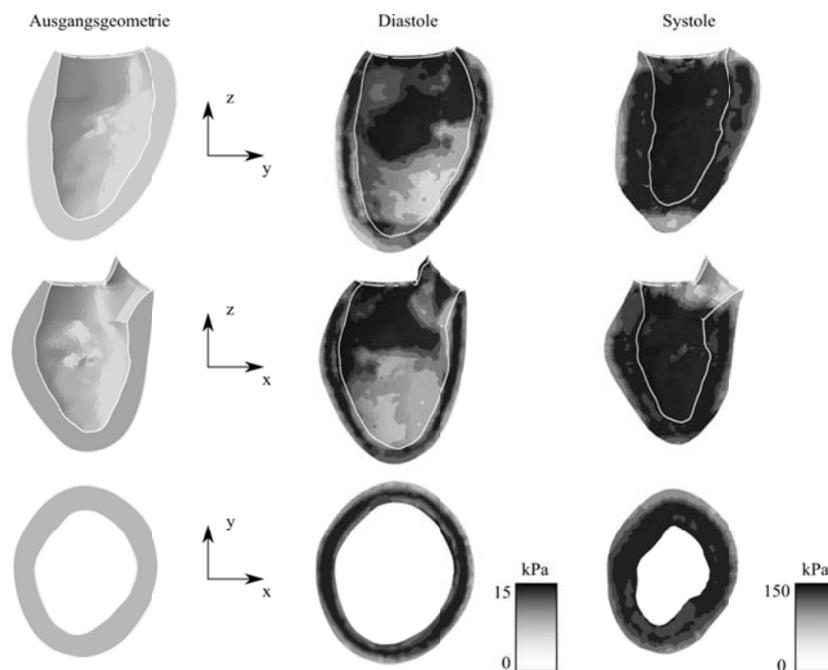
**Abb. 3.44** Stromlinien und Geschwindigkeitsverteilungen im Mittelschnitt

Strömungsstruktur stimmen im Rahmen der Mess- und Simulationsfehler während des Einströmvorganges der Diastole und dem Ausströmen der Systole überein. Die Diastole zeigt das tiefe Eindringen des Einströmjets in den Ventrikel. Der rechte Teil des asymmetrischen Ringwirbels bewegt sich in Richtung der Ventrikelspitze während der linke Teil im Aortenkanal fixiert wird. Die tangentielle Orientierung der Stromlinien im unteren Bereich des Ventrikels wird durch die einhergehende Vergrößerung des Ventrikelvolumens verursacht. Auch im Vorhof des Modellventrikels stimmen die Stromlinienbilder des Einströmvorganges gut überein. Es bildet sich im weiteren Verlauf der Diastole ein im Uhrzeigersinn drehender Wirbel aus, der das Einströmen durch die Mitralklappe in den Ventrikel bestimmt. Beim Ausströmen aus dem Ventrikel durch den Aortenkanal wird bei geöffneter Aortenklappe entsprechend der unteren Bildreihe zunächst der obere Bereich des Wirbels ausgespült bis schließlich im weiteren Verlauf der Systole in wohl geordneter Reihenfolge auch der Bereich der Ventrikelspitze erfasst wird.

Im Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen des Modellventrikels und Vorhofes hat sich das Modell der Strömungs-Strukturkopplung bewährt und kann für die Berechnung des menschlichen Herzens eingesetzt werden.

### Strömung im menschlichen Herzen

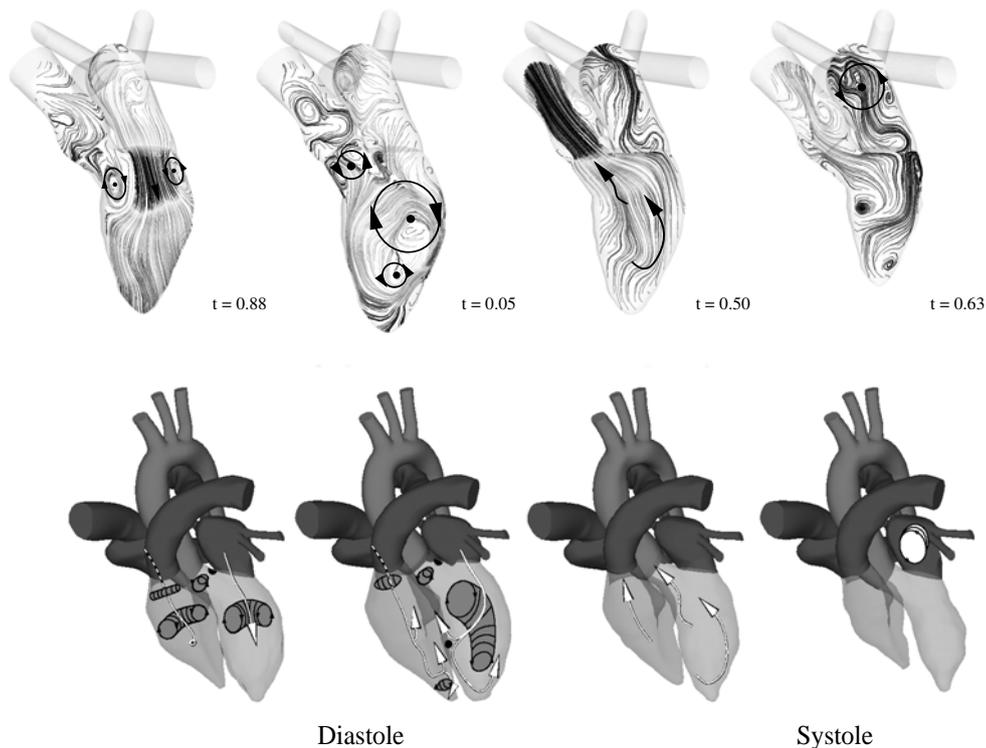
Die Abbildung 3.45 zeigt die berechnete Formänderung und Spannungsverteilung des gesunden menschlichen linken Herzventrikels auf der Basis des Geometrie- und Strukturmodells der Abbildungen 3.38 und 3.41. Zu Beginn der Strukturberechnung wird der spannungsfreie



**Abb. 3.45** Formänderung und Spannungsverteilung des linken Herzventrikels

Ausgangszustand vorgegeben, der sich während der Diastole und Systole des Herzzyklus verändert. Es sind jeweils die Längsachsenschnitte und ein mittlerer Horizontalschnitt des linken Ventrikels dargestellt. Während der Relaxationsphase der Diastole vergrößert sich das Ventrikelvolumen. Die Wandstärke des Herzmuskels nimmt ab und der Ventrikel dehnt sich in Umfangs- und Längsachsenrichtung aus. Aufgrund der helikalen Faseranordnung kommt es zu einer Drehung der Herzkammer. In der Austreibungsphase der Systole kontrahiert der Herzmuskel und das Ventrikelvolumen nimmt aufgrund der Verkürzung der Längsachsen- und Umfangsrichtung ab. Gleichzeitig vergrößert sich die Wandstärke, was durch die Umordnung der Muskelphaserschichten begünstigt wird. Analog zur Diastole kommt es zu einer Ventrikeldrehung. Die Drehrichtung ergibt sich aus dem Drehmoment der kontrahierenden Fasern und dem Abstand zwischen der Lage der Fasern und der Ventrikelmittelachse. Dabei hat die Verteilung der Faserrichtungen im Myokard einen wesentlichen Einfluss auf die Bewegung des Ventrikels.

Mit der Vergrößerung des Ventrikelvolumens während der Diastole wird der Herzmuskel durch den Kreislaufdruck gedehnt. Die höchsten Spannungen (schwarz) treten zum einen in der Mitte der Herzwand auf. An dieser Stelle verlaufen die Faserrichtungen nahezu in Umfangsrichtung. Zum anderen sind die großen Spannungen auf dem Endokard in der oberen Hälfte des Ventrikels zu erkennen. Bei Erreichen des endsystolischen Volumens entwickelt der Muskel seine größten Spannungen in der Mitte der Herzwand und auf dem Endokard. Das hohe Spannungsniveau auf dem Endokard lässt sich einerseits mit den großen Ventrikeldrücken zu diesem Zeitpunkt und andererseits mit der großen Verformung des Endokards erklären.

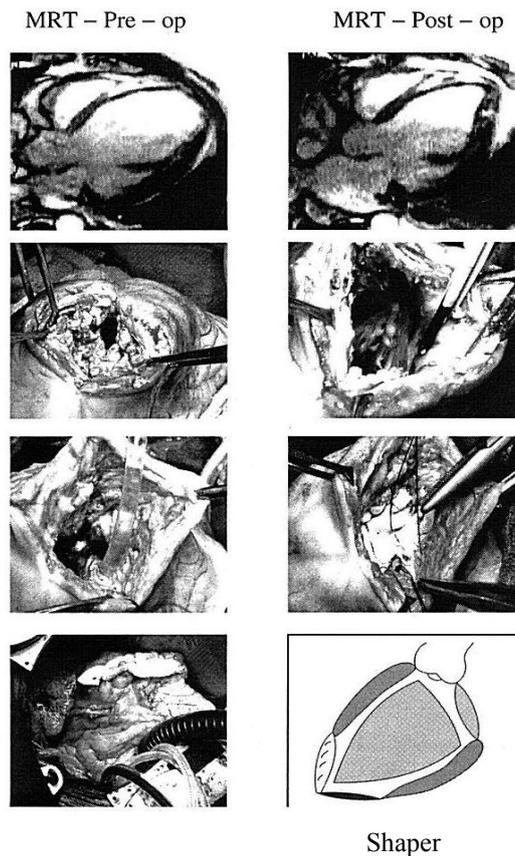


**Abb. 3.46** Strömung im menschlichen Herzen

Das Ergebnis der Strömung-Struktur gekoppelten Strömungsberechnung des linken menschlichen Ventrikels im Längsachsenschnitt sowie die dreidimensionale Wirbelstruktur im Herzen ist in Abbildung 3.46 zu vier Zeitpunkten des Herzzyklus dargestellt. Die Stromlinien zeigen den bereits beschriebenen Einstömjet vom Vorhof in den Ventrikel mit dem Ringwirbel als Ausgleichsströmung, die Neigung des Ringwirbels in die Ventrikelspitze während der Diastole und die damit vorbereitete geordnete zeitliche Abfolge des Ausströmvorgangs der Systole.

### Herzoperation

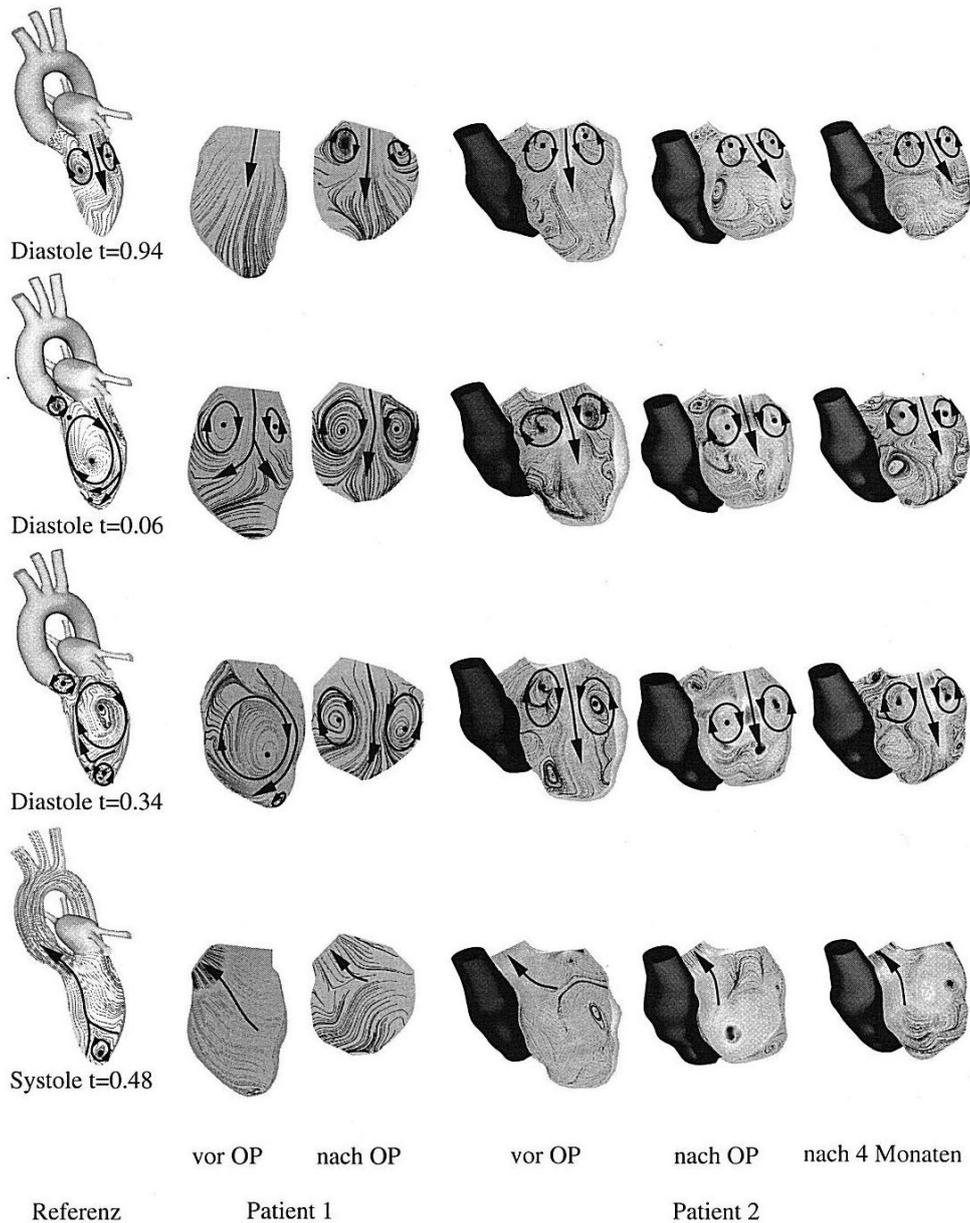
Herz-Kreislaufkrankungen gehören zu den häufigsten Erkrankungen der modernen Zivilisation. Die medizinischen Behandlungsmethoden von Herzerkrankungen reichen je nach Schwere der Erkrankung von medikamentöser Behandlung über operative Eingriffe, sei es minimal-invasiv mit Kathetern oder Herzoperationen am schlagenden Herzen bis hin zum Ersatz des erkrankten Herzens durch eine Transplantation. Allerdings stehen nicht genügend Spenderherzen zur Behandlung der Patienten zur Verfügung, so dass zur zeitlichen Überbrückung strömungsmechanische Herzunterstützungssysteme erforderlich sind. Alternativ werden auch



**Abb. 3.47** Ventrikelrekonstruktion

organerhaltende Herzoperationen mit einer Ventrikelrekonstruktion durchgeführt. Dabei wird erstmals das validierte Herzmodell des menschlichen Herzens für die Therapieplanung sowie struktur- und strömungsmechanischen Bewertung von Herzoperationen eingesetzt.

Ursache für eine Vergrößerung des linken menschlichen Ventrikels ist eine mangelnde Durchblutung der Herzkranzgefäße aufgrund von Ablagerungen insbesondere in den Verzweigungen



**Abb. 3.48** Strömung im Herzen zweier Patienten vor und nach einer Herzoperation

Der Koronararterien, die zu einem Herzinfarkt führen können. Dabei kommt es zu Vernarbungen des Ventrikelmyokards, die eine Verringerung der Pumpleistung zur Folge haben. Um die Pumpleistung für die Versorgung des Kreislaufes dennoch aufrecht zu erhalten, reagiert das Herz mit einer Vergrößerung des Pumpvolumens. Im Laufe der Zeit verhindert das vorhandene Volumen des Brustkorbes jedoch eine weitere Vergrößerung des Herzens, so dass eine Operation zwangsläufig erforderlich wird. Dabei ist die gängige Operationsmethode eine Ventrikelrekonstruktion, die die ursprüngliche Größe des Herzens näherungsweise wieder herstellt.

Die Abbildung 3.47 zeigt in Einzelbildern die einzelnen Phasen einer derartigen Ventrikelrekonstruktion sowie die Geometrie des Herzens vor und nach der Operation. Ein Teil des ischämischen Gewebes der Ventrikelspitze wird nach dem Öffnen des Herzventrikels entfernt und danach wird der verkleinerte Ventrikel mit einem sogenannten Patch wieder verschlossen. Für den Herzchirurgen stellt sich vor jeder Ventrikelrekonstruktion die Frage, welche zu operierend Ventrikelgeometrie bei den vorgegebenen ischämischen und nekrotischen Bereichen des Myokards für die Aufrechterhaltung des Kreislaufes die geeignetste ist. Hier geben die Simulationsrechnungen mit dem Herzmodell auf der Basis der MRT- Bilddaten der Patienten vor und nach der Operation dem Herzchirurgen wesentliche Hinweise.

In Abbildung 3.48 sind die Simulationsergebnisse im gesunden Referenzventrikel und den durch einen Herzinfarkt vergrößerten Ventrikeln von zwei Patienten vor und nach einer Ventrikelrekonstruktion und Bypass-Operation zu vier Zeitpunkten der Diastole und Systole dargestellt. Bei beiden Patienten stellt sich zwar zu Beginn der Diastole im Ventrikel der Einstromjet stromab der Mitralklappe mit dem charakteristischen Ringwirbel der Ausgleichsströmung ein, jedoch bildet sich im weiteren Verlauf der Diastole aufgrund der vergrößerten und nicht mehr konischen Ventrikelgeometrie ein stark asymmetrischer Ringwirbel aus, dessen Eindrehen in die Ventrikelspitze ausbleibt. Dadurch ist während der Systole die zeitliche Abfolge des Ausstoßvorgangs des Ringwirbels nicht mehr gewährleistet und es verbleibt eine größere Menge Blut im Ventrikel, was sich durch eine geringere Ejektionsfraktion  $E$  des Ventrikels bemerkbar macht.

Mit einer Ventrikelrekonstruktion wurde das Ventrikelvolumen der Patienten um ein Viertel bis ein Drittel verkleinert. Beim Patienten 1 wurde die Ventrikelspitze entfernt und eine

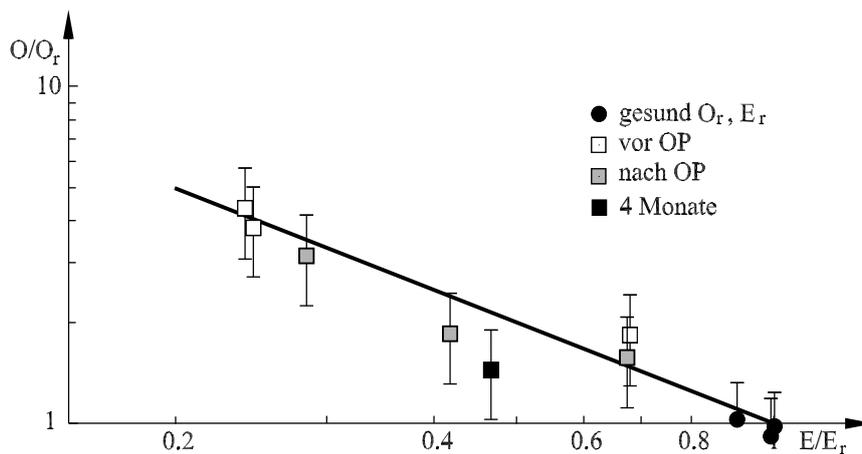


Abb. 3.49 Dimensionslose Pumparbeit

kugelsymmetrische Ventrikelgeometrie gewählt, während beim Patienten 2 zwar eine längliche Ventrikelgeometrie aber ohne ausgebildete konische Ventrikelspitze realisiert wurde. Die Stromlinienbilder nach der Operation zeigen, dass die kugelsymmetrische Ventrikelgeometrie eine Staupunktströmung an der unteren Ventrikelwand mit den größten Strömungsverlusten aufweist. Die längliche aber nicht konisch rekonstruierte Ventrikelgeometrie des zweiten Patienten verbessert zwar während der Systole den Auswurf in den Blutkreislauf, dennoch machen die Stromlinien auch nach vier Monaten Regeneration deutlich, dass sich wie beim ersten Patienten während der Diastole eine Staupunktströmung jedoch bei verringerter Geschwindigkeit einstellt und das charakteristische Eindrehen des Ringwirbels in die Ventrikelspitze entsprechend dem gesunden Referenzherzens nicht stattfindet. Daraus muss die Schlussfolgerung gezogen werden, dass bei einer Ventrikelrekonstruktion mit einer näherungsweise konischen Geometrie die beste postoperative Pumpleistung erzielt werden kann. Als Hilfestellung dient dem Operateur ein während der Operation aufblasbarer Shaper, der in Abbildung 3.47 im unteren Bild gezeigt ist.

Die Dimensionsanalyse der Strömungsmechanik ermöglicht den Zugang zur quantitativen Bewertung von Herzoperationen. In Abbildung 3.49 ist die dimensionslose Pumparbeit  $O$  über der Ejektionsfraktion  $E$  des Ventrikels jeweils bezogen auf die Referenzwerte des gesunden Ventrikels  $O_r$  und  $E_r$  doppelt logarithmisch aufgetragen. Die dimensionslose Pumparbeit  $O = (A_p t^b) / (\mu V_s)$  ist definiert als Verhältnis von Pumparbeit  $A_p$  mal Verweilzeit des Blutes im Ventrikel  $t^b$  und Zähigkeit des Blutes  $\mu$  mal Schlagvolumen  $V_s$ . Die Pumparbeit nimmt beim Herzpatienten verglichen mit dem gesunden Herzen ab und die Verweilzeit des Blutes im Ventrikel steigt verstärkt an, so dass die dimensionslose Pumparbeit größere Werte annimmt. Die Ejektionsfraktion  $E = V_s / V_d$  ist das Verhältnis von Schlagvolumen  $V_s$  und enddiastolischem Volumen  $V_d$ . Beim gesunden Herzen beträgt  $E = 62\%$ .

Die Abbildung 3.49 zeigt die mit dem Herzmodell berechneten Werte für drei Patienten vor und nach der Operation sowie die Referenzwerte von drei gesunden Probanden. Innerhalb der Fehlergrenzen liegen alle Werte im doppelt logarithmischen Maßstab auf einer Geraden und folgen dem Potenzgesetz  $O / O_r = E_r / E$ . Zum Beispiel verbessert sich beim zweiten Patienten nach der Ventrikelrekonstruktion und einer vier monatigen Regenerationsphase die dimensionslose Pumparbeit etwa um den Faktor 2.5. Eine Herzoperation ist demnach umso erfolgreicher je näher der Wert 1 des gesunden Herzens erreicht wird.

### **Herzunterstützungssystem**

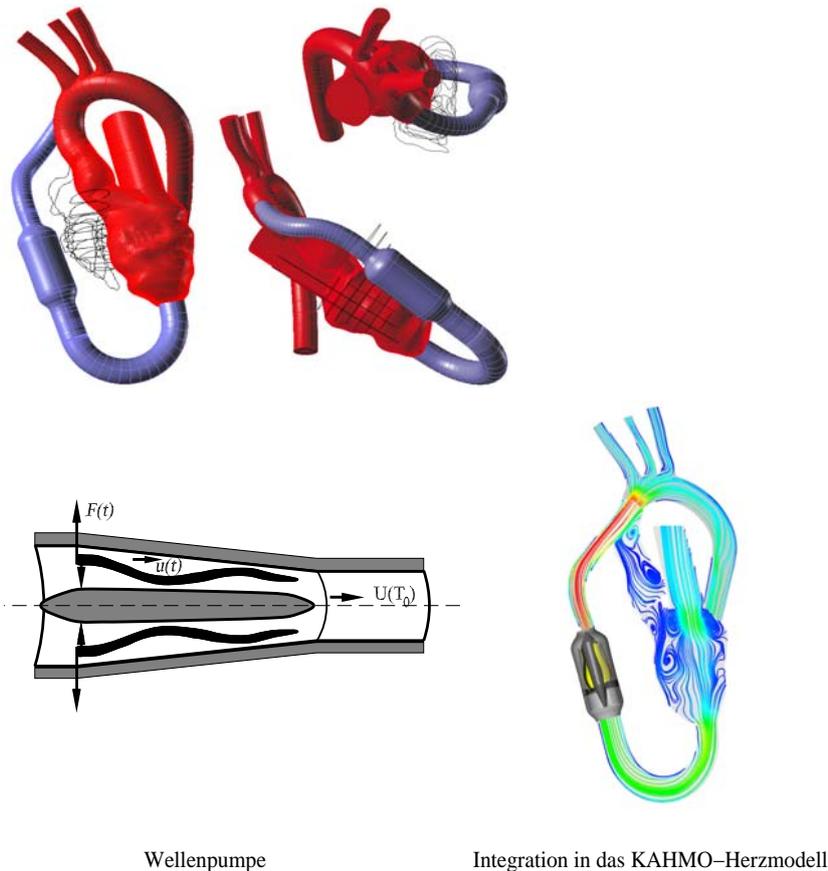
Ist eine operative Ventrikelrekonstruktion nicht mehr möglich, verbleibt zum Überleben die Herztransplantation. Da nicht genügend Spenderherzen verfügbar sind, kann zur Überbrückung ein künstliches Herzunterstützungssystem eingesetzt werden, das in einem Bypass die verbliebene Pumpleistung des pathologischen Herzventrikels bis zum Zeitpunkt der Herztransplantation unterstützt. Dies sind derzeit Kreislumpumpen, deren Rotordrehzahl bis zu 14000 Umdrehungen pro Minute beträgt, um die erforderliche Druckdifferenz für die Aufrechterhaltung des Blutkreislaufes zu gewährleisten. Der große technische Nachteil dieser Kreislumpumpen ist die hohe Beanspruchung der Keramiklager des Rotors, der schlechte strömungsmechanische Wirkungsgrad der Axialpumpe und die Blutschädigung durch die entstehenden hohen Scherraten sowie die Thrombenbildung in Rückströmbereichen.

Ein neuer Ansatz für ein Herzunterstützungssystem ist die neu entwickelte Schlauchwellenpumpe der Abbildung 3.50, die wie das natürliche Herz ohne rotierende Teile auskommt und

mit einer periodisch schwingenden Membran den erforderlichen Volumenstrom des Blutes erzeugt. Die Wellenpumpe besitzt einen besseren Wirkungsgrad als Radial- oder Axialpumpen und ein besseres Verhalten bezüglich der Blutschädigung durch Hämolyse sowie der Thrombenbildung.

In Abbildung 3.50 sind die Funktionsweise der Wellenpumpe und deren Bypass-Integration in den Herzventrikel dargestellt. Durch das elektromagnetische Aufbringen einer periodischen und axialsymmetrischen Kraft  $F(t)$  am äußeren Membranrand entsteht eine periodische Auslenkung der Membran. Die Auslenkung pflanzt sich als longitudinale Welle entlang der Membran fort und beschleunigt das Blut auf die Geschwindigkeit  $u(t)$ . Dabei wird bei einer Membranfrequenz von 120 Hz und einer Membranauslenkung von 2 mm ein Druck von 0.2 Bar aufgebaut, der den für den Kreislauf erforderlichen Volumenstrom erzeugt.

Für die Auslegung und Optimierung der Wellenpumpe werden wie beim Herzmodell die Strömung-Struktur gekoppelten Gleichungen (2.6) numerisch gelöst. Dabei müssen das Membranmaterial und die Gehäusewand der Wellenpumpe im Hinblick auf die Hämolyse und



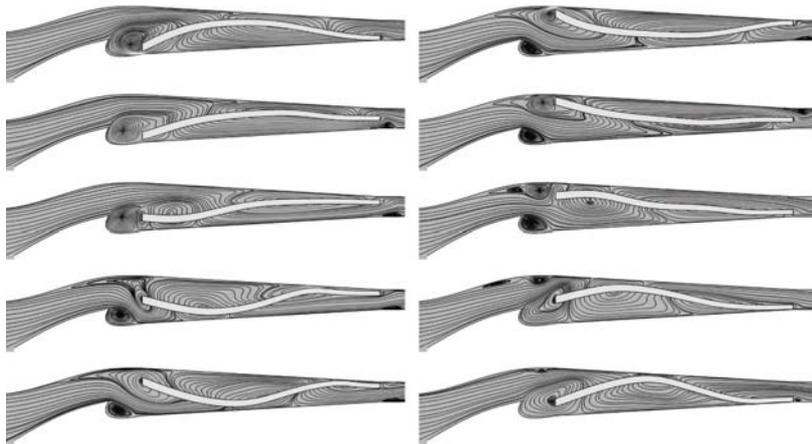
**Abb. 3.50** Wellenpumpe und Bypass-Integration in das Herzmodell

Thrombenbildung bestimmte physiologische Eigenschaften erfüllen, was mit einer speziellen Beschichtung erreicht wird.

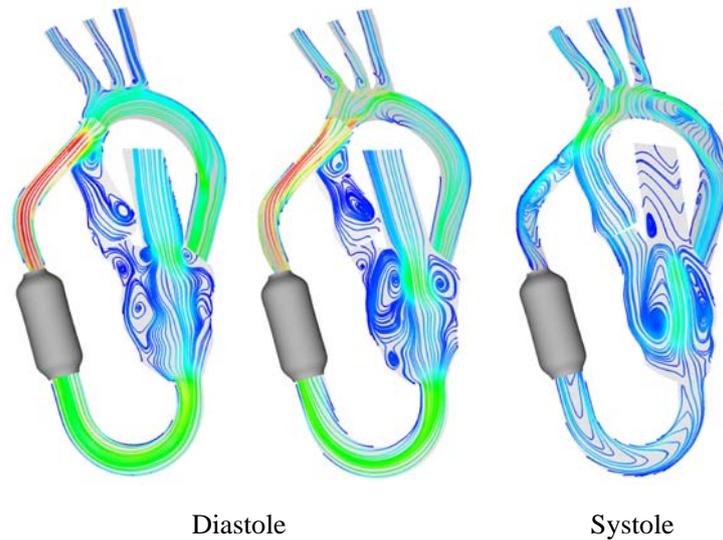
Die Abbildung 3.51 zeigt die berechneten Stromlinien im Mittelschnitt der Wellenpumpe für eine Schwingungsperiode. Am Einlass in den Strömungskanal entsteht aufgrund der Verdrängungswirkung der Membran ein Rückströmgebiet an der Gehäuseinnenseite. Die Einströmlippe ist so gestaltet, dass die Wirbelstärke der Rückströmung möglichst gering gehalten wird, um die Thrombenbildung und in den Scherströmungen des Wirbels die Hämolyse der roten Blutkörperchen zu verhindern. Auch am Austrittsseite der Membran entsteht ein Rückströmgebiet, das durch eine geeignete Kanalgeometrie und Steifigkeit der Membran mit einer kontinuierlichen fortlaufenden Welle ohne Reflexion an der Membranhinterkante vermieden werden kann.

Um die Funktionsfähigkeit der Wellenpumpe als Herzergänzungssystem nachzuweisen, wird für das Geometriemodell des zweiten Patienten die Pumpe in das Herzmodell in einem Bypass integriert. In Abbildung 3.50 sind drei Ansichten der üblicherweise von Herzchirurgen benutzten Bypassintegration des künstlichen Herzunterstützungssystems dargestellt. Der Wellenpumpen-Bypass wird an der defekten Ventrikelspitze angeschlossen und über eine gekrümmte flexible Anschlussleitung der Aorta zugeführt. Dabei ist die Krümmung der Anschlussleitung so zu wählen, dass die Sekundärströmung in den Krümmungen möglichst gering gehalten wird, um eine näherungsweise homogene Anströmung der Wellenpumpe und ablösefreies Einströmen in die Aorta zu gewährleisten. Die Wellenpumpe arbeitet entsprechend des Herzschlages pulsierend. Sie fördert während der Diastole des pathologischen Patientenventrikels, um mit ihrer Saugwirkung die eingeschränkte Elastizität des defekten Ventrikelmyokards zu unterstützen. Der Effekt der Unterstützung stellt sich durch eine homogene Durchströmung des Ventrikels während der Diastole ein.

Die Abbildung 3.52 zeigt die berechneten in den Mittelschnitt des Herzens und des Bypasses projizierten Stromlinien. Die Durchströmung des Ventrikels mit dem begleitenden Ringwirbel der Ausgleichsströmung sowie die Bypasswirkung der Wellenpumpe mit dem ablösefreien Einströmen in die Aorta sind deutlich zu erkennen. Während der Systole fördert die Pumpe nicht und der Kreislauf des Patienten wird von der verbleibenden Pumpleistung des defekten



**Abb. 3.51** Stromlinien im Mittelschnitt der Wellenpumpe für eine Schwingungsperiode



**Abb. 3.52** Strömung im Herzventrikel mit Wellenpumpen-Bypass

Ventrikels versorgt. Dabei wird die linke Seite des verbleibenden Ringwirbels aus dem Ventrikel gespült. Mit der Wellenpumpenunterstützung wird zwar nicht das Strömungsmuster des gesunden menschlichen Herzens der Abbildung 3.46 erzielt, aber mit dem temporären Volumenstrom der Wellenpumpe wird der Blutkreislauf wie beim gesunden Herzen aufrecht erhalten.

Mit der Strömung-Struktur gekoppelten Neuentwicklung der Schlauchwellenpumpe und der Simulation der ablösefreien Bypassintegration in das Herzmodell werden dem Herzchirurgen neue strömungsmechanische Hinweise für die Implantation und Regelung von Herzunterstützungssystemen gegeben.

## 4 Ausblick

Die Systematik der Entwicklung strömungsmechanischer Modelle und Theorien sowie deren technische Anwendungen wurden an ausgewählten Einzelbeispielen unserer Forschungsarbeiten der vergangenen vier Dekaden von der Gasdynamik über die vielfältigen Transitionszenarien strömungsmechanischer Instabilitäten der Turbulenzentstehung bis hin zur Strömungsstruktur gekoppelten Modellbildung der Bioströmungsmechanik aufgezeigt. Dabei folgt die Modellentwicklung Prandtls Leitgedanken, die Anschauung und das physikalische Verständnis des jeweiligen strömungsmechanischen Problems in den Vordergrund zu stellen. Als Hilfsmittel für die Entwicklung der strömungsphysikalischen Modelle und deren Validierung dienen neue Methoden der Stabilitätstheorie, der numerischen Strömungsmechanik und der optischen Strömungsmesstechnik.

Es zeigt sich, dass mit der Stabilitätstheorie lokaler Störungen und der numerischen Strömungssimulation zwar neue Erkenntnisse zum physikalischen Verständnis der vielfältigen Transitionsprozesse zur Turbulenz in Grenzschichten und Nachlaufströmungen erzielt werden können, dennoch ist es auch mit den ergänzenden mathematischen Methoden der Dynamik nichtlinearer Systeme sowie der Strukturbildung turbulenter Strömungen und deren Wechselwirkungen insbesondere bei Strömungen großer Reynolds-Zahlen nicht gelungen, eine *universelle Theorie der Turbulenz* zu entwickeln.

Unser physikalisches Verständnis der Turbulenz bleibt unvollkommen. Turbulente Strömungen beinhalten großräumige und kleinskalige Strukturen sowie große Schwankungen der Strömungsgrößen, die gleichzeitig vorkommen und miteinander wechselwirken. Dabei führt die separate Behandlung jedes einzelnen Phänomens nicht zum Erfolg. Es fehlt ein neuer theoretischer Ansatz, der die Dynamik der zeitlichen und räumlichen Strukturbildung in Abhängigkeit der Anfangs- und Randbedingungen mit den Beobachtungen im Experiment in Einklang bringt.

Demzufolge gilt das Turbulenzproblem als das letzte ungelöste Problem der klassischen Physik. Es erscheint folgerichtig, die Methoden der theoretischen Physik anderer stark gekoppelter nichtlinearer Systeme der Physik auch für das grundsätzliche Problem der nichtlinearen Kopplung der Turbulenzstrukturen anzuwenden. Dazu zählen die feldtheoretischen Methoden, die zum Beispiel die Berechnung der Skalierungsexponenten bei dreidimensionalen kritischen Phänomenen ermöglichen, wengleich die kritische Temperatur sowohl in der Natur als auch im Laborexperiment nicht vorhergesagt werden kann. Unglücklicherweise hat bisher keine der Methoden, die bei der Theorie der kritischen Phänomene erfolgreich angewandt werden, für die Vorhersage turbulenter Strömungen einen signifikanten Beitrag leisten können. Trotzdem wurden mit der Anwendung feldtheoretischer Störungsmethoden Fortschritte bezüglich der Berechnung der turbulenten Skalierungsexponenten eines konvektiven passiven Skalars des weißen Rauschens gemacht.

Man kennt zwar heute zahlreiche generelle Eigenschaften der Turbulenz, von denen auch einige berechnet werden können. Dennoch kann man für die Berechnung praktischer Strömungen in Natur und Technik nicht bis zum vollständigen theoretischen Verständnis der Turbulenz warten, so dass die problemspezifische Turbulenzmodellierung auf der Basis der Reynolds-Gleichungen und die grundlegenden physikalischen Untersuchungen zu einer universellen Theorie der Turbulenz Seite an Seite weiterexistieren werden. Davon haben wir auch in diesem Artikel mit der direkten numerischen Simulation der Transitionsprozesse zur Turbulenz und der Berechnung der Tragflügel- und Kraftfahrzeugumströmung sowie der Strömungsstruktur gekoppelten Berechnung des Vogelfluges auf der Basis der Reynolds-Gleichungen Gebrauch

gemacht. Dabei kommt je nach Problemstellung eine Hierarchie von Turbulenzmodellen zum Einsatz.

Bei der numerischen Simulation turbulenter Strömungen ist es üblich die großen und kleinen Turbulenzstrukturen sowie den dissipativen Bereich, unter der Voraussetzung einer schwachen Kopplung der unterschiedlichen Turbulenzstrukturen, getrennt zu betrachten. Dieses Bild der Turbulenz führt dazu, dass die kleineren Turbulenzstrukturen nahezu universell betrachtet werden und eine detaillierte Untersuchung der turbulenten Strömung nicht beachtet wird. Diese Modellvorstellung der turbulenten Strömung führt zur direkten numerischen Simulation der großen Turbulenzstrukturen und einer isotropen Modellierung der turbulenten Feinstruktur im dissipativen Bereich. Dabei verzichtet man insbesondere für technische Anwendungen auf Detailaussagen der nichtlinearen Wechselwirkungen der Turbulenzstrukturen. Parallel wurden auf der Basis der zeitlich gemittelten Reynold-Gleichungen problemspezifische anisotrope Reynolds-Spannungs- und Mehrgleichungs-Turbulenzmodelle entwickelt, die insbesondere die Berechnung gekoppelter Probleme wie den Einfluss der Rotation und Magnetfelder sowie Mehrphasenströmungen von Tropfen, Blasen und Partikeln in der Meteorologie, Geo- und Astrophysik oder Strömungen mit Verbrennung in der Antriebs- und Energietechnik ermöglichen.

Letztendlich bleibt die universelle theoretische Modellbildung der nichtlinearen Dynamik multi-skaliger Strukturen turbulenter Strömungen eine Herausforderung für die nachfolgende Generation von Physikern und Strömungsmechanikern.

## Auswahl an Literatur

### Strömungsmechanische Grundlagen

- H. Oertel.* Nonlinear Dynamics-Temporal and Spatial Structures in Fluid Mechanics. Springer, 1985
- H. Oertel sen., H. Oertel.* Optische Strömungsmesstechnik. Braun, 1989
- H. Oertel.* Aerothermodynamik. Springer, 1994. Universitätsverlag Karlsruhe, 2005
- H. Oertel.* Strömungsmechanik. Springer, 1995
- H. Oertel, M. Böhle, T. Reviol.* Strömungsmechanik, 6. Auflage. Vieweg+Teubner, 2011
- H. Oertel, M. Böhle.* Übungsbuch Strömungsmechanik. Springer, 1993
- H. Oertel, M. Böhle, T. Reviol.* Übungsbuch Strömungsmechanik, 8. Auflage. Springer Vieweg, 2012
- H. Oertel.* Introduction to Fluid Mechanics. Vieweg, 2001. Universitätsverlag Karlsruhe, 2005
- H. Oertel, E. Laurien.* Numerische Strömungsmechanik. Springer, 1995
- E. Laurien, H. Oertel.* Numerische Strömungsmechanik, 5. Auflage. Vieweg+Teubner, 2013
- H. Oertel, J. Delfs.* Strömungsmechanische Instabilitäten. Springer, 1996. Universitätsverlag Karlsruhe, 2005
- H. Oertel.* Bioströmungsmechanik. Vieweg+Teubner, 2008
- H. Oertel, S. Ruck.* Bioströmungsmechanik, 2. Auflage. Vieweg+Teubner, 2012
- H. Oertel ed..* Prandtl-Führer durch die Strömungslehre, 10. Auflage, Vieweg, 2001
- H. Oertel ed..* Prandtl-Führer durch die Strömungslehre, 13. Auflage. Springer Vieweg, 2012
- H. Oertel ed..* Prandtl-Essentials of Fluid Mechanics, 3<sup>rd</sup> edition. Springer, 2010
- H. Oertel ed..* Prandtl-Führer durch die Strömungslehre, Russische Übersetzung. Russian Institute of Dynamics, 2007
- H. Oertel ed..* Prandtl-Führer durch die Strömungslehre, Chinesische Übersetzung. Science Press, 2008
- L. Prandtl.* Abriss der Strömungslehre. Vieweg, 1931
- L. Prandtl.* Führer durch die Strömungslehre. Vieweg, 1942
- L. Prandtl.* Essentials of Fluid Mechanics. Hafner Publishing, 1952
- L. Prandtl.* Mein Weg zu hydrodynamischen Theorien. Physikalische Blätter 4, 89-92, 1948
- H. Schlichting, K. Gersten.* Grenzschicht Theorie, 10. Auflage. *H. Oertel.* Einsetzen der Turbulenz. Springer, 2006
- H. Schlichting, K. Gersten.* Boundary Layer Theory, 8<sup>th</sup> edition. *H. Oertel.* Onset of Turbulence. Springer, 2003

---

**Strömungsmechanische Beiträge**

- H. Oertel.* Berechnungen und Messungen der Dissoziationsrelaxation hinter schief reflektierten Stößen in Sauerstoff. Dissertation Universität Karlsruhe, 1974
- H. Oertel.* Oxygen Vibrational and Dissociation Relaxation behind Regular Reflected Shocks. *J. Fluid Mech.* 74, 477-495, 1976
- H. Oertel, K. Bühler.* A Special Differential Interferometer used for Convection Investigations. *J. Heat and Mass Transfer* 21, 1111-1115, 1978
- H. Hornung, H. Oertel, J. Sandeman.* *J. Fluid Mech.* 90, 3, 541-560, 1979
- H. Oertel.* Thermische Zellularkonvektion. Habilitation Universität Karlsruhe, 1979
- H. Oertel.* Thermal Instabilities, Convective Transport and Instability Phenomena. Braun, 1982
- H. Oertel.* Nonlinear Dynamics-Temporal and Spatial Structures in Fluid Mechanics. Nonlinear Dynamics of Transcritical Flows, ed. *H. L. Jordan, H. Oertel, K. Robert.* Springer, 13, 1-36, 1985
- K. R. Kirchartz, H. Oertel.* Three-Dimensional Thermal Cellular Convection in Rectangular Boxes. *J. Fluid Mech.* 192, 249-286, 1988
- K. Hannemann, H. Oertel.* Numerical Simulation of the Absolutely and Convectively Unstable Wake. *J. Fluid Mech.*, 199, 55-88, 1989
- H. Oertel.* Wakes behind Blunt Bodies. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 22, 539-564, 1990
- H. Oertel.* Numerische Strömungssimulation. *GAMM Mitteilungen*, 17, 11-37, 1994
- H. Oertel.* Basics of Aerothermodynamics. *Acta Mechanica*, 4, 171-182, 1994
- H. Oertel.* Bereiche der reibungsbehafteten Strömung. 37. Ludwig Prandtl Gedächtnisvorlesung, *GAMM Tagung Braunschweig*, 1994
- H. Oertel.* Bereiche der reibungsbehafteten Strömung. *ZFW*, 19, 119-128, 1995
- H. Oertel, J. Delfs.* Mathematische Analyse der Bereiche reibungsbehafteter Strömungen. *ZAMM* 75, 491-505, 1995
- H. Oertel.* Turbulenzentstehung in kompressiblen Grenzschichtströmungen. *Jahrbuch der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft*, 131-141, 1995
- J. Delfs, J. Ehrhard, E. Meiburg, H. Oertel.* Lagrange Identification of Absolutely Unstable Regimes in Wakes. *Acta Mechanica*, 122, 89-97, 1997
- T. Ehret, H. Oertel.* Calculation of Vortex Structures in the Near-Field Wake behind Cruising Aircraft. *Atmospheric Environment* 32, 3082-3095, 1998
- H. Oertel, R. Stank.* Dynamics of Localized Disturbances in Transonic Wing Boundary Layers. *AIAA 99-0551*, 1-11, 1999
- M. Stoyanov, H. Oertel.* Linear and Nonlinear Dynamics of Localized Disturbances in Three-Dimensional Boundary Layers. *ZAMM* 82, 685-698, 2002

- 
- H. Oertel*. 30 Jahre Strömungsmechanik-Institut für Strömungslehre, Institut für Theoretische Strömungsmechanik, Institut für Strömungsmechanik. Universitätsverlag Karlsruhe, 2002
- H. Oertel*. Modelling the Human Cardiac Fluid Mechanics. Universitätsverlag Karlsruhe, 2005
- Y. Cheng, H. Oertel, T. Schenkel*. Fluid-Structure Coupled Three-Dimensional CFD Simulation of the Left Ventricular Flow during Filling Phase. *Annals of Biomedical Engineering* 33, 567-576, 2005
- T. Schenkel, M. Reik, M. Malvé, M. Markl, B. Jung, H. Oertel*. MRI based CFD Analysis of Flow in a Human Left Ventricle-Methodology and Application to a Healthy Heart. *Annals of Biomedical Engineering* 37, 503-5015, 2009
- T. Doenst, K. Spiegel, M. Reik, M. Markl, J. Henning, S. Nitzsche, F. Beyersdorf, H. Oertel*. Fluid-Dynamic Modelling of the Left Ventricle – Prototypical Evaluation of the Effect of Ischemic Remodelling and Surgical Ventricular Reconstruction. *Annals of Thoracic Surgery* 87, 1187-1195, 2009
- S. Krittian, U. Janoske, T. Böhlke, H. Oertel*. Partitioned Fluid-Solid Coupling for Cardiovascular Blood flow – Left Ventricular Fluid Mechanics. *Annals of Biomedical Engineering*, DOI: 10.1007/s 10439-009-9895-7, 2010
- S. Krittian, T. Schenkel, U. Janoske, H. Oertel*. Partitioned Fluid-Solid Coupling for Cardiovascular Blood Flow – Validation Study of Pressure driven Fluid Domain Deformation. *Annals of Biomedical Engineering*, DOI: 10.1007/s 10439-010-0024-4, 2010
- H. Oertel*. Flow Control – Theoretical Concept of Absolute Instability. KIT Scientific Publishing, 2010
- S. Krittian, H. Oertel*. Modelling the Human Cardiac Fluid Mechanics, 4<sup>th</sup> edition. KIT Science Publishing, 2011
- S. Ruck, H. Oertel*. Modelling the Bird Flight. KIT Science Publishing, 2011

## Promotionen und Habilitationen

- J. Srulijes.* Zellularkonvektion in Behältern mit horizontalen Temperaturgradienten, 1979
- K. Bühler.* Zellularkonvektion in rotierenden Behältern, 1979
- K. R. Kirchartz.* Zeitabhängige Zellularkonvektion in horizontalen und geneigten Behältern, 1980
- H. Frick.* Zellularkonvektion in Fluidschichten mit zwei festen seitlichen Berandungen, 1980
- W. Jäger.* Oszillatorische und turbulente Konvektion, 1982
- R. Kessler.* Oszillatorische Konvektion, 1983
- H. Sobieczky.* Verfahren für die Entwurfsaerodynamik moderner Transportflugzeuge, 1984
- E. Katzer.* Numerische Untersuchung der laminaren Stoß-Grenzschichtwechselwirkung, 1985
- E. Meiburg.* Numerische Simulation der zwei- und dreidimensionalen Strukturbildung in Scherschichten und Nachläufen, 1985
- E. Laurien.* Numerische Simulation zur aktiven Beeinflussung des laminar turbulenten Übergangs in der Plattengrenzschichtströmung, 1985
- K. Bühler.* Strömungsmechanische Instabilitäten zäher Medien im Kugelspalt, 1985
- H. Bieler.* Theoretische Untersuchungen über primäre Instabilitäten in dreidimensionalen Grenzschichtströmungen, 1986
- H. Reister.* Numerische Simulation der Druckwellen-Grenzschicht Wechselwirkung, 1987
- K. Hannemann.* Numerische Simulation und stabilitätstheoretische Untersuchung des absolut und konvektiv instabilen Nachlaufs, 1987
- N. Gilbert.* Numerische Simulation des Übergangs von der laminaren in die turbulente Kanalströmung, 1988
- K. R. Kirchartz.* Dreidimensionale Konvektion in quaderförmigen Behältern, 1988
- F. Meyer.* Numerische Simulation der Transition in dreidimensionalen Grenzschichten, 1989
- W. Wetzel.* Gaskinetische Simulation von Hyperschallströmungen um dreidimensionale stumpfe Körper unter Wiedereintrittsbedingungen, 1989
- H. Zimmermann.* Berechnung von zwei- und dreidimensionalen Strömungen in einem transsonischen Turbinengitter unter besonderer Berücksichtigung der Verluste, 1990
- E. Zeggel.* Perspektiven und Schlüsselprobleme eine Druckwasserreaktors mit verbesserter Brennstoffnutzung, 1990
- K. D. Bunte.* Die Berechnung des Luftwiderstandes der Energieversorgungsanlage für die Bahnhöhenabnahme erdnahe Satelliten, 1991
- F. Seiler.* Theoretische und experimentelle Untersuchung der turbulenten Grenzschicht hinter einem Kolben im Stoßrohr, 1992
- J. T. Meyer.* Wechselwirkung eines Freistrahls mit einem Untergrundgas im verdünnten Strömungsbereich, 1993
- F. Leopold.* Simulation und stabilitätstheoretische Untersuchungen zum kompressiblen Nachlauf eines längs angeströmten Kreiszyinders, 1993

- 
- D. Hafermann.* Gaskinetische Simulation der Wiedereintritts-Aerothermodynamik um stumpfe Körper, 1993
- M. Böhle.* Sensitivitätsanalysen des chemischen Verhaltens von Wiedereintrittsströmungen im Nichtgleichgewicht, 1993
- S. Bross.* Entwicklung neuer Schaufelgitter aus Profilen variabler Geometrie zum Einsatz in Leiträdern drallgeregelter Turbomaschinen, 1993
- L. Brevdo.* Instabile Wellenpakete in der Blasius'schen Grenzschichtströmung, 1993
- T. Fischer.* Ein mathematisch-physikalisches Modell zur Beschreibung transitioneller Grenzschichtströmungen, 1993
- J. Delfs.* Numerische Simulation der transitionellen schallnahen Plattengrenzschichtströmung, 1994
- J. Maul.* Wärmeübergangsmessungen im Stoßrohr zur aerothermodynamischen Wand-Wechselwirkung, 1994
- A. Lieseberg.* Interferometrische Messung der aerothermodynamischen Wand-Wechselwirkung an einer längs angeströmten Platte, 1994
- J. Blazek.* Verfahren zur Berechnung der Lösung der Euler- und Navier-Stokes-Gleichungen bei stationären Über- und Hyperschallströmungen, 1994
- H. Holthoff.* Numerische Simulation des Wärmeübergangs in Hyperschallströmungen, 1995
- J. Wiesbaum.* Dreidimensionale numerische Simulation des aerothermodynamischen Wiedereintritts im kontinuumsmechanischen Bereich, 1995
- U. Herrmann.* Aerodynamische Untersuchung schlanker Konfigurationen im Hyperschall durch Lösung der Euler- und Navier-Stokes-Gleichungen, 1995
- T. Deck.* Numerische Simulation einer Kanalströmung um einen quaderförmigen mit Hilfe lokaler Gitterverfeinerung, 1995
- R. Schulz.* Entwicklung eines numerischen Verfahrens zur Simulation von Wolkenkavitation, 1995
- A. G. Class.* Zellulare Strukturen laminarer Staupunktflammen, 1995
- P. Leidner.* Numerische Untersuchung transsonischer Strömungen realer Gase, 1995
- A. Pfettcher.* Experimentelle und numerische Untersuchung einer Spaltströmung unter hohem Druck und hoher Temperatur, 1995
- R. Mössner.* Dreidimensionale numerische Simulation von Naturkonvektionsströmungen unter dem Einfluss von Magnetfeldern, 1995
- P. Ehrhard.* Tropfenausbreitung – ein Beispiel für die Behandlung bewegter Kontaktlinien, 1995
- C. C. Rossow.* Ein Finite-Volumen Verfahren mit Flussbilanzspaltung zur numerischen Strömungssimulation, 1995
- E. Laurien.* Numerische Simulation zur strömungsmechanischen Instabilität beim Wiedereintritt, 1995
- M. Hübel.* Experimentelle und theoretische Untersuchung der Innenströmung einer Seitenkanalpumpe, 1996

- T. J. P. Bol.* Transsonische Tragflügelumströmung mit passiver und aktiver Stoßkontrolle, 1996
- L. N. Carteciano.* Entwicklung eines Turbulenzmodells für Auftriebsströmungen, 1996
- J. Stilla.* Untersuchung zur Laminarhaltung von Tragflügeln mit Überschallvorderkante, 1996
- T. Ehret.* Numerische Simulation von stabilitätstheoretischen Untersuchungen von Flugzeug-Nachlaufwirbeln, 1996
- F. Ohle.* Geometrische und dynamische Phänomene bei Nachlaufströmungen hinter stumpfen Körpern, 1996
- U. Burr.* Turbulente Transportvorgänge in magnetohydrodynamischen Kanalströmungen, 1997
- I. Braun.* Die Verbrennung von Propan in Gasgemischen aus Sauerstoff und Kohlendioxid beziehungsweise Sauerstoff und Wasserdampf, 1997
- R. Stank.* Untersuchung zur Stabilität dreidimensionaler transsonischer Grenzschichtströmungen, 1998
- C. Hoelle.* Experimentelle Untersuchung der turbulenten Nachlaufströmung über einer beheizten Kugel in vertikaler Anströmung, 1998
- J. Franz.* Monolithisch integriertes Silizium-Mikrodosierungssystem mit thermodynamischem Mikroventil und kalorimetrischem Massenflusssensor, 1998
- G. Janssens-Maenhout.* Beiträge zur Modellierung und numerischen Simulation von Zweiphasenströmungen mit Wärmeübertragung, 1998
- C. Brenneisen.* Numerische Simulation und topologische Analyse dreidimensionaler Innenströmungen, 1998
- B. Mück.* Dreidimensionale numerische Untersuchung von Zwangskonvektionsströmungen in Rechteck-Kanälen mit Versperrung unter dem Einfluss von Magnetfeldern, 1998
- S. Büchner.* Numerische Untersuchungen der Nichtgleichgewichts-Reaktionskinetik in der Gasphase und an katalytischen Wänden, 1999
- D. Stern.* Stoß-Grenzschicht Beeinflussung bei Profil- und Tragflügelumströmungen, 1999
- S. Fehler.* Optische Untersuchung der Auswirkung des Kraftstoffsprays auf die Gemischbildung und Verbrennung in einem direkteinspritzenden Ottomotor, 1999
- P. Sprafke.* Numerische und experimentelle Untersuchung des dynamischen Verhaltens hydraulischer Systeme unter Berücksichtigung von Kavitation und Luftausgasung, 1999
- K. Debatin.* Lokalisation aeroakustischer Quellen in scherschichtdominanten Strömungen, 1999
- M. Bunk.* Modellierung zur Ausbreitung von Schmelzen bei gleichzeitiger Erstarrung, 1999
- E. Augenstein.* Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit auf den kompressiblen Zylindernachlauf, 1999
- I. Wintruff.* Ein adaptives Bewegte-Gitter Verfahren zur Berechnung von Aufschmelz- und Erstarrungsvorgängen, 2000
- A. Schöbel.* Experimentelle und numerische Untersuchung der Oxidation von Benzol im Strömungsreaktor bei mittleren Temperaturen, 2000
- E. Jehle.* Strömungsstrukturerkennung auf der Basis von numerischen Navier-Stokes Simulationen zur Einbindung in den Fahrzeugentwicklungsprozess, 2001

- 
- A. Joos.* Genauigkeitskontrolle und lokale Netzadaption zur effizienten Strömungsberechnung, 2001
- W. Wetzel.* Übertragbarkeit aerodynamischer Beiwerte von Windkanalversuchen im Modellmaßstab auf reale Fahrzeuggeometrien, 2001
- D. Kuhn.* Messung von Temperatur- und Konzentrationsprofilen mittels Laserinduzierter Fluoreszenz (LIF), 2001
- T. Schenkel.* Gemischte thermische Konvektion in einem Zweischichtensystem bei horizontalen Temperaturgradienten, 2002
- L. Heller.* Modellexperimente zu Aufschmelzvorgängen infolge innerer Wärmequellen, 2002
- A. Class.* Ein vereinfachtes Modell zur Beschreibung von Vormischflammen als gasdynamische Diskontinuität, 2002
- S. Meyer.* Numerische Simulation der Strömung im Aortenbogen, 2003
- M. Cagna.* Numerische Modellierung des zeitlichen Verhaltens von Strömungen in der Umgebung von Tiefenfiltern, 2003
- L. Zürcher.* Simulation der Strömung in der menschlichen Aorta, 2003
- R. Keber.* Simulation der Strömung im linken Ventrikel eines menschlichen Herzens, 2003
- I. Meisel.* Modellierung der Strömungs- und Transportprozesse in einem mikro-strukturierten Mischer, 2004
- V. Zivkov.* Experimentelle und numerische Untersuchung der aerodynamischen Kraftfahrzeug-eigenverschmutzung, 2004
- H. Stempel.* Sicherung eines Mikroklimas durch Scherschichten, 2004
- M. Heeß.* Einfluss unterschiedlicher Windkanalbedingungen auf die Fahrzeugumströmung, 2005
- S. Donisi.* Numerische Simulation der Strömung im erkrankten und operierten Ventrikel eines menschlichen Herzens, 2005
- D. Barz.* Modellierung elektrokinetischer Effekte in Mikroströmungen, 2005
- P. Back.* Numerische Simulation von Magnetokonvektion in Zylindern mit internen Wärmequellen, 2006
- M. Malvé.* Weiterentwicklung des Modells KAHMO – Modellierung der menschlichen Herzklappen und deren Defekte
- I. Eble.* Über Taylor Modelle, 2006
- M. Reik.* Simulation der Strömungsstruktur im menschlichen Herzen, 2007
- L. Bühler.* Zur Analogie zwischen Strömungen in rotierenden Systemen und Strömungen elektrisch leitender Fluide unter der Einwirkung starker Magnetfelder, 2007
- T. Ortega Gómez.* Stability Analysis of the High Performance Light Water Reactor, 2008
- S. Strein.* Theoretische Untersuchung zur Stabilität der Strömung in einem konvergenten Mikropalt bei Benetzung, 2008
- M. Hillenbrand.* Qualifizierung einer Messtechnik zur Erfassung freier Grenzflächen bei Flüssigmetallen, 2008

- S. Gordeev.* Strömungsmechanische Analyse von Hochgeschwindigkeits-Flüssigmetall Targets mit freien Oberflächen für kerntechnische Anwendungen, 2008
- R. Leonhardt.* Dynamische Untersuchung an Hydraulikkomponenten, 2008
- S. B. S. Krittian.* Modellierung der kardialen Strömung-Struktur Wechselwirkung, 2009
- J. Zeininger.* Turbulenter Wärmetransport in flüssigem Blei-Wismut an einem vertikalen Heizstab, 2009
- K. Spiegel.* Strömungsmechanischer Beitrag zur Planung von Herzoperationen, 2009
- T. Rößler.* Systematische Analyse zur Verbesserung der Vorhersage von Kühlanteilen am cw-Wert i der frühen Entwicklungsphase von Serienfahrzeugen, 2009
- A. Wank.* Fluid Dynamic Design of Complex Mixing Chambers, 2009
- M. Perschall.* Numerische Untersuchung des Wellenpumpenkonzepts und der mechanischen Herzunterstützung, 2010
- S. Höttges.* Numerische Untersuchung eines fluidischen Rückleitungsoszillators, 2010
- S. Ahmad.* Effect of Forward Sweep on the Performance of an axial Blower, 2010
- S. Schäußele.* Validierung der neuen Windkanäle im Aerodynamischen Versuchszentrum der BMW Group und Analyse der Übertragbarkeit der Ergebnisse, 2010
- S. Ruck.* Modellierung und Validierung des Vogelfluges, 2010
- T. Schenkel.* Das Karlsruher Herzmodell KAHMO – Ein modularer Ansatz zur numerischen Simulation der menschlichen Herzfunktion auf Basis von *in vivo* Messungen, 2010
- T. Baumann.* Turbulenzmodellierung von Strömungen niedriger molekularer Prandtlzahl, 2012
- M. P. Mühlhausen.* Strömung-Struktur gekoppelte Modellierung und Simulation des menschlichen Herzens, 2012
- C. Bruzzese.* Simulation vorgemischter Flammen mittels integraler Reaktionszonenmodellierung, 2012



