

# **Optimale Regelung der permanentmagneterregten Synchronmaschine unter Nutzung des Reluktanzmoments**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

**DOKTOR-INGENIEURS**

von der Fakultät für  
Elektrotechnik und Informationstechnik  
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)  
genehmigte

**DISSERTATION**

von  
Dipl.-Ing. Carsten Ackermann  
geb. in Heilbronn

Tag der mündlichen Prüfung:  
Hauptreferent:  
Korreferent:

12. Juli 2012  
Prof. Dr.-Ing. Michael Braun  
Prof. Dr.-Ing. Ingo Hahn



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Elektrotechnischen Institut des Karlsruher Instituts für Technologie. Allen, die diese Arbeit möglich gemacht haben, danke ich von Herzen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Michael Braun danke ich für die Betreuung der Arbeit, für seine Anregungen, die stetige Unterstützung sowie für das entgegen gebrachte Vertrauen und den Freiraum bei der Bearbeitung des Themas.

Besonderer Dank gebührt Herrn Prof. Dr.-Ing. Helmut Späth für die Unterstützung und die besondere fachliche Betreuung in allen Fragen der Modellbildung der permanentmagneterregten Synchronmaschine. Ohne diese Unterstützung und den Einsatz für dieses Themengebiet wäre diese Arbeit so nicht möglich gewesen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Ingo Hahn danke ich für die Übernahme des Korreferats und das Interesse an diesem Themengebiet.

In Erinnerung an Herrn Arno Mathoy, der leider viel zu früh verstorben ist, geht der Dank an die Firma BRUSA für die Überlassung der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit ausgeprägter Reluktanz, wodurch ein Hauptteil dieser Arbeit erst entstehen konnte.

Ein großes Dankeschön geht an meine Kollegen am ETI für jede Unterstützung in wissenschaftlicher und persönlicher Hinsicht. Dies gilt insbesondere für meine langjährigen Zimmerkollegen Klaus-Peter Becker und Alexander Stahl, die bei allen Fragen ein offenes Ohr hatten. Frank Becker und Jochen Weber danke ich für die langjährige freundschaftliche Zusammenarbeit.

Außerdem danke ich allen Studenten, die mit ihren Diplom- und Studienarbeiten zum Fortschritt der Arbeit beigetragen und beim Aufbau der Prüfstände und der Erzeugung von Messergebnissen mitgeholfen haben.

Allen Mitarbeitern der Werkstatt des ETI danke ich für die Mithilfe beim Aufbau der Prüfstände und der Fertigung des Signalprozessorsystems.

Schließlich möchte ich mich noch ganz herzlich bei meinen Eltern für die stete Unterstützung während des Studiums und der nachfolgenden Zeit bedanken.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Einsatz der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Reluktanz . . . . .	1
1.2	Stand der Technik . . . . .	2
1.3	Motivation . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Modellierung der permanentmagneterregten Synchronmaschine</b>	<b>7</b>
2.1	Bauformen . . . . .	8
2.2	Allgemeines Modell . . . . .	8
2.2.1	Modellierung . . . . .	8
2.2.2	Systemgleichungen . . . . .	10
2.3	Normierung . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Optimierung</b>	<b>21</b>
3.1	Optimaler Betrieb bei Stromvorgabe . . . . .	22
3.1.1	Betrieb an der Stromgrenze . . . . .	22
3.1.2	Betrieb an der Strom- und Spannungsgrenze . . . . .	22
3.1.3	Betrieb an der Spannungsgrenze . . . . .	23
3.1.4	Eckwinkelgeschwindigkeit . . . . .	24
3.1.5	Kennfelder bei Stromvorgabe . . . . .	24
3.1.6	Bereich optimaler Betriebspunkte . . . . .	24
3.2	Optimaler Betrieb bei Drehmomentvorgabe . . . . .	29
3.2.1	Beschreibung für Grund- und Feldschwächbereich . . . . .	29
3.2.2	Lösung für den gesamten Betriebsbereich . . . . .	30
3.2.3	Kennfeld bei Drehmomentvorgabe . . . . .	33
3.3	Auslegungsvergleich bei Variation der Reluktanz . . . . .	33
3.3.1	Kennfelder für Auslegungsvarianten . . . . .	35
3.3.2	Kurzschlussdrehmoment . . . . .	38
3.3.3	Leerlaufspannung . . . . .	39

<b>4</b>	<b>Zeitdiskreter Stromregler</b>	<b>41</b>
4.1	Digitale Regelungssysteme mit Rechenzeit . . . . .	41
4.2	Modellbildung der Strecke . . . . .	43
4.3	Zeitdiskreter Stromregler ohne Berücksichtigung einer Rechenzeit . . . . .	44
4.4	Zeitdiskreter Stromregler bei Berücksichtigung einer Rechenzeit	48
4.5	Zeitdiskreter Stromregler mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechenzeit . . . . .	51
4.5.1	Stellgrößenbegrenzung . . . . .	55
4.6	Zeitdiskreter Stromregler mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechenzeit mit Polvorgabe für Führungs- und Störgröße	56
4.7	Verhalten des geschlossenen Regelkreises . . . . .	60
4.7.1	Führungsverhalten . . . . .	61
4.7.2	Störverhalten . . . . .	62
4.7.3	Stabilität . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Regelung der permanentmagneterregten Synchronmaschine</b>	<b>65</b>
5.1	Rotororientierte Regelung . . . . .	66
5.2	Drehzahlregelung . . . . .	68
5.3	Stromregelung . . . . .	69
5.3.1	Entkopplung . . . . .	69
5.3.2	Stromregelung mit PI-Regler . . . . .	69
5.3.3	Zustandsraumbeschreibung . . . . .	72
5.3.4	Stromzustandsregler . . . . .	74
5.3.5	Stromregelung mit zeitdiskretem Regler . . . . .	86
<b>6</b>	<b>Aufbau des Prüfstandes</b>	<b>91</b>
6.1	Maschinen . . . . .	91
6.2	Leistungselektronischer Aufbau . . . . .	93
6.3	Signalverarbeitung . . . . .	94
6.3.1	Digitaler Signalprozessor . . . . .	96
6.3.2	Modulator-Karte . . . . .	97
6.3.3	Analog-Digital-Wandler-Karte . . . . .	101
<b>7</b>	<b>Experimentelle Ergebnisse</b>	<b>103</b>
7.1	Parameterbestimmung . . . . .	103
7.1.1	Messmethode . . . . .	104
7.1.2	Stromabhängige Kennfelder . . . . .	107
7.1.3	Drehzahlabhängige Kennfelder bei Stromvorgabe . . . . .	114
7.2	Strom- und Drehzahlregelung . . . . .	117
7.2.1	Permanentmagneterregte Synchronmaschine mit Reluktanz	117

7.2.2	Permanentmagneterregte Synchronmaschine mit Oberflächenmagneten . . . . .	120
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>127</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>129</b>
A.1	Technische Daten . . . . .	129
	<b>Lebenslauf</b>	<b>149</b>





# 1

## Einleitung

### 1.1 Einsatz der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Reluktanz

Elektrische Antriebe erweitern ihre Einsatzbereiche derzeit über die herkömmlichen Einsatzgebiete in der Industrie auf Anwendungen in der Antriebstechnik für Fahrzeuge oder mobile Arbeitsmaschinen. Wünschenswert ist dabei, ein einfaches mechanisches System zu erhalten, das dennoch energieeffizient ist und ein dynamisches Vorankommen ermöglicht. Daher sind Antriebslösungen gefragt, die mit einem einfachen Untersetzungsgetriebe zwischen Motor und Abtrieb einsetzbar sind. Elektrische Motoren für diesen Einsatzbereich müssen somit über den vollen Drehzahlbereich betrieben werden können. Eine Variationsmöglichkeit stellt hierbei die Wahl des Verhältnisses von Eckdrehzahl zur Maximaldrehzahl des Antriebssystems dar. Bei einer fremdbelüfteten oder wassergekühlten Maschine im thermisch dauerhaft zulässigen Betrieb mit Bemessungsgrößen steht hierbei im Grunddrehzahlbereich vom Stillstand bis zur Eckdrehzahl das volle Nennmoment zur Verfügung. Die vom Motor erzeugte mechanische Leistung steigt hierbei linear mit der Drehzahl an. Im Feldschwäcbereich muss aufgrund der begrenzten Speisespannung der Statorfluss mit Zunahme der Drehzahl reduziert werden. In diesem Betriebsbereich ist die von der elektrischen Maschine abgegebene Leistung näherungsweise konstant, während das maximal erreichbare Drehmoment mit der Drehzahl absinkt. Um einen guten Kompromiss zwischen dem Bauvolumen der Maschine und dem Motordrehmoment einerseits sowie der Höchstgeschwindigkeit andererseits zu erreichen, ist ein Verhältnis von Nenneckdrehzahl zur maximalen Drehzahl

von 1:3 bis 1:4 ein üblicher Wert.

Für diesen beschriebenen Einsatzzweck eignen sich permanentmagneterregte Synchronmaschinen mit so genannten vergrabenen Magneten und einem magnetisch stark unsymmetrisch aufgebauten Rotor in besonderem Maße. Hierbei ist die Maschine auf eine hohe Reluktanz mit einem höheren magnetischen Leitwert in der Querachse im Vergleich zur am Permanentmagneten orientierten Längsachse auszulegen. Ein derartiges Maschinendesign erfordert im Vergleich zu einer magnetisch symmetrisch aufgebauten Maschine Veränderungen in der Reglerstruktur. Bei Betrachtung von Drehfeldmaschinen in einem flussfesten Bezugssystem wie der feldorientierten Regelung der Asynchronmaschine oder der rotororientierten Regelung der magnetisch symmetrischen Synchronmaschine können die Stromkomponenten in diesem Bezugssystem in einen feldbildenden und einen drehmomentbildenden Anteil aufgeteilt werden. Aufgrund des Reluktanzmoments führt diese Aufteilung bei permanentmagneterregten Synchronmaschinen mit Reluktanz jedoch nicht zu einer optimalen Betriebsweise der Maschine, so dass hier auf neue Konzepte zurückgegriffen werden muss.

Permanentmagneterregte Synchronmaschinen profitieren in diesem Umfeld von der erheblichen Verbesserung der Magnetwerkstoffe. Permanentmagnete aus Seltenen Erden wie Neodym-Eisen-Bor-Magnete besitzen eine erheblich größere Remanenzflussdichte und magnetische Koerzitivfeldstärke und daraus folgend eine hohe magnetische Energiedichte als andere Permanentmagnetmaterialien. Der gute Wirkungsgrad und die sehr gute Leistungsdichte machen die permanentmagneterregten Synchronmaschinen zu einer interessanten Alternative gegenüber Asynchronmaschinen oder fremderregten Synchronmaschinen.

## 1.2 Stand der Technik

Die Modellbildung der permanentmagneterregten Synchronmaschine in einem rotororientierten Bezugssystem, dessen reelle Achse sich an der Lage des Permanentmagnetflusses orientiert, ist allgemein verbreitet [18, 26, 27].

Zum wirtschaftlich und energetisch günstigsten Betrieb der permanentmagneterregten Synchronmaschine ist die optimale Ausnutzung des synchronen Moments und des Reluktanzmoments unter Minimierung der Verlustleistung der Maschine notwendig. Aufgrund der vergleichsweise einfachen Modellierbarkeit der Verluste im Statorwiderstand und der einfachen Messbarkeit des Statorstroms wird zur Verlustminimierung häufig das Kriterium minimalen Statorstromraumzeigerbetrags zur Erzeugung eines bestimmten Drehmoments verwendet [12, 16, 26]. Hiermit wird primär der Anteil der Kupferverluste im Stator minimiert, Eisenverluste werden vernachlässigt oder als konstant angesehen und nicht berücksichtigt. Ausgehend von den Systemgleichungen im ro-

tororientierten Bezugssystem kann eine Bestimmung des maximalen Drehmoment unter Vorgabe einer Grenze des erlaubten Spannungs- und Stromraumzeigerbetrags erreicht werden. Abhängig von der Drehzahl sind drei verschiedene Bereiche zu unterscheiden, in denen sich unterschiedliche Formeln zur Berechnung des maximalen Drehmoments ergeben [1, 19, 26]:

- Betrieb an der Stromgrenze (Bereich maximalen Moments pro Ampere MMPA)
- Betrieb an der Strom- und Spannungsgrenze
- Betrieb an der Spannungsgrenze (Bereich maximalen Moments pro Volt MMPV)

Die Kennlinien sind nur für konstante Maschinenparameter aus den Systemgleichungen im rotororientierten Bezugssystem berechenbar, da sie auf dem linearen Modell der Synchronmaschine aufbauen. Aufgrund der bei hohen Flussdichten auftretenden Sättigungseffekte im Eisen elektrischer Maschinen sind die Motorparameter in den meisten Fällen nicht über den gesamten Arbeitsbereich konstant. Eine Modellierung der Induktivitäten in Längs- und Querachse der rotorbezogenen Beschreibungsweise wird hierbei allgemein als Funktion der Statorstromkomponenten in der Form

- $L_d = f_1(i_d, i_q)$
- $L_q = f_2(i_d, i_q)$

angesetzt [4, 24].

Zur Bestimmung der Induktivitäten, deren Kenntnis für die Nachführung der Stromreglerparameter zum Erhalt der Dynamik in allen Betriebsbereichen notwendig ist, gibt es verschiedene Ansätze der Bestimmung durch elektrische Messungen an einer bestehenden Maschine:

- Messung im stationären Betrieb bei sinusförmiger Speisung [9, 24]
- Messung mit rechteckförmiger periodischer Spannung [30]
- Frequenzgangmessung [10]

Sind die Konstruktionsdaten bekannt, so ist ebenso die Berechnung der Stromabhängigkeit der Induktivitäten mittels der Finite-Elemente-Methode möglich [15, 22].

Die aus der Parameteridentifikation gewonnenen Werte können in Kennfeldern hinterlegt werden und zur Anpassung der Regelparame-ter im Betrieb der Synchronmaschine verwendet werden. Wird bei der Parameterermittlung zusätzlich das Drehmoment an der Abtriebswelle der Synchronmaschine gemessen, so können aus diesen Strommesswerten wiederum Kennfelder ermittelt

werden, die für einen optimalen Betrieb der Maschine mit minimalen Strom für ein bestimmtes Drehmoment genutzt werden.

Zur Maschinensteuerung wird die rotororientierte Regelung in einer Kaskadenstruktur aus überlagertem Drehzahlregler und unterlagerter Stromregelung verwendet. Mit einer unabhängigen Regelung für die Längs- und die Querkomponente des rotorbezogenen Statorstromraumzeigers erreicht die Stromregelung eine gute Dynamik, da sie als Stellglied für die Drehzahlregelung dient und die Dynamik der Drehmomenterzeugung wesentlich bestimmt. Für die Auslegung der Stromregelung sind verschiedene Verfahren bekannt:

- zeitkontinuierlich ausgelegte PI-Regler [7, 13]
- zeitdiskret ausgelegte Stromzustandregler [20]
- Regler auf endliche Einstellzeit (Dead-Beat-Regler)

Für diese Verfahren ist eine möglichst genaue Kenntnis der Maschinenparameter notwendig, um eine hohe Dynamik erreichen zu können. Durch adaptive Verfahren mit Streckenidentifikation [2, 31] könnte die Notwendigkeit einer genauen Kennfeldvermessung vermieden und der Speicherbedarf auf dem Signalprozessor verringert werden. Diese Verfahren müssen jedoch noch für Synchronmaschinen mit unterschiedlicher Induktivität in d- und q-Achse erüchtigt werden.

### 1.3 Motivation

Auf Grundlage der Systemgleichungen im rotororientierten Bezugssystem wird eine normierte Beschreibung hergeleitet. Als Bezugsgrößen dienen die Bemessungsgrößen der Maschine. Mit Hilfe dieser normierten Beschreibung werden Vergleiche von Maschinen mit unterschiedlicher Reluktanz werden vereinfacht. Somit können die Vorteile der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Reluktanz herausgearbeitet werden: Zu nennen sind vor allem das höhere erreichbare Drehmoment im Feldschwächbereich, das wesentlich erhöhte maximale Drehmoment bei Überlast im Grund- und Feldschwächbereich, ein niedriges Kurzschlussdrehmoment sowie eine wesentlich niedrigere Leerlaufspannung. Hierauf aufbauend wird die optimale Steuerung zum Betrieb mit minimalem Statorstrom analytisch beschrieben. Es wird zuerst der Fall dargelegt, wie bei vorgegebenem Statorstromraumzeigerbetrag und gegebener Drehzahl das maximal mögliche Drehmoment erzeugt werden kann. Im weiteren wird die Lösung für den Fall hergeleitet, wie der Statorstromraumzeiger mit minimalem Betrag für ein gewünschtes Soll Drehmoment bei gegebener Drehzahl ermittelt werden kann.

Zur Regelung der Synchronmaschine wird ein zeitdiskreter Stromzustandsregler mit Entkopplung entworfen, der eine im Vergleich zum Stromzustandsregler nach [20] vereinfachte Reglerstruktur aufweist. In Messungen an zwei verschiedenen Synchronmaschinen wird die Funktionsfähigkeit aufgezeigt.

Für eine permanentmagneterregte Synchronmaschine mit vergrabenen Magneten und einer großen Differenz zwischen dem magnetischen Leitwert in d- und q-Achse werden ein geeignetes Kennfeld zum Betrieb mit minimalem Statorstrombetrag und weitere Kennfelder zur Nachführung der Parameter des Stromregelkreises durch Messungen bei Umrichterspeisung gewonnen und angewandt.



# 2

## **Modellierung der permanentmagneterregten Synchronmaschine**

Synchronmaschinen werden seit Ende des 19. Jahrhunderts für die Erzeugung elektrischer Energie in der Bauform als fremderregter Synchrongenerator verwendet. Der Betrieb am starren Netz erfordert dabei meist ein Hochfahren der Maschine ohne Netz und eine Synchronisation bei passender Phasenlage. Für den Einsatz in drehzahlvariablen Anwendungen waren lange Zeit Gleichstrommotoren oder Asynchronmotoren die dominierenden Motortypen. Die Gleichstrommotoren konnten entweder über einen Leonard-Umformersatz oder über Thyristorstromrichter am Netz mit einer variablen Gleichspannung gespeist werden oder über Vorwiderstände an einer festen Versorgungsspannung betrieben werden. Asynchronmotoren konnten am Drehspannungsnetz entweder als Schleifringläufer mit Vorwiderständen oder als Kurzschlussläufer mit Polumschaltung bei bedingt einzustellender Drehzahl betrieben werden. Mit der verbesserten Verfügbarkeit von leistungselektronischen Stellgliedern mit selbstgeführten Halbleiterbauelementen seit den 1970er Jahren und von Signalverarbeitungssystemen mit digitalen Signalprozessoren oder Mikrocontrollern stehen leistungsfähige und zuverlässige Stellglieder zum geregelten Betrieb zur Verfügung, die den Einsatzbereich aller Drehstrommaschinen stark erweitert haben und die Gleichstrommaschine in vielen industriellen Anwendungen weitgehend verdrängt haben. Die selbstgeführte Drehstrombrückenschaltung mit IGBT am Spannungszwischenkreis ist heute der Standardumrichter zur Speisung von Drehstrommaschinen mittlerer Leistung. Die Entwicklung von Permanentmagnetmaterialien wie Neodym-Eisen-Bor mit höheren Energie-

dichten und Koerzitivfeldstärken bei Erweiterung des thermischen Arbeitsbereiches ermöglicht die Entwicklung von permanentmagneterregten Synchronmotoren hoher Leistungsdichte und hoher Dynamik und eröffnet dieser Maschine neue Einsatzbereiche [17].

## **2.1 Bauformen**

Synchronmaschinen können mechanisch als Innenläufer- sowie als Außenläufermaschine konstruiert und gebaut werden. Vorteil des Innenläufers ist hierbei das kleinere Trägheitsmoment im Vergleich zum Außenläufer, was vor allem für hochdynamische Anwendungen wichtig ist. Der Stator kann sowohl mit Zahnspulenwicklung oder mit konventioneller verteilter Wicklung ausgeführt sein. Statoren mit Zahnspulenwicklungen sind zumeist einfacher und kostengünstiger zu produzieren. Die Feldverteilung enthält jedoch einen höheren Anteil an Harmonischen als es bei einer verteilter Wicklung der Fall wäre. Die Länge des Wickelkopfes wird durch eine Zahnspulenwicklung deutlich verringert, wodurch sich kompakte Maschinen mit kurzer Baulänge realisieren lassen, die ein sehr gutes Verhältnis von aktiver Länge zur Baulänge besitzen. Der Rotor kann entweder eine Feldwicklung für die fremderregte Synchronmaschine tragen oder ist mit Permanentmagneten bestückt. Für die fremderregte Synchronmaschine benötigt man somit Schleifringe oder ein transformatorisches Übertragungssystem, um den Erregerstrom auf den Rotor zu transferieren. Aufgrund des zusätzlichen Aufwands, des zusätzlichen benötigten Bauraums und des Verschleisses an den Schleifringen werden derzeit permanentmagneterregte Maschinen bevorzugt eingesetzt. Die Lage der Permanentmagnete kann je nach gewünschtem Maschinenverhalten unterschiedlich gestaltet werden. Die Magnete können als Oberflächenmagnete auf den Rotormantel geklebt werden oder als sogenannte vergrabene Magnete im Rotor eingebettet werden, so dass unterschiedliche magnetische Leitwerte in den Hauptachsen entstehen.

Die permanentmagneterregte Synchronmaschine mit vergrabenen Magneten und einer konventionellen verteilter Statorwicklung soll im Folgenden modelliert werden, um die Systemgleichungen herzuleiten. Die Vorteile dieser Anordnung werden im Kapitel 3.3 ausführlich beschrieben.

## **2.2 Allgemeines Modell**

### **2.2.1 Modellierung**

Zur Beschreibung der permanentmagneterregten Synchronmaschine wird im Stator eine konventionelle verteilte Drehstromwicklung angenommen, wie sie in Abbildung 2.1 als Prinzip dargestellt ist. Diese besteht im minimalen Fall für eine zweipolige Maschine aus drei räumlich um  $120^\circ$  versetzt angeordneten



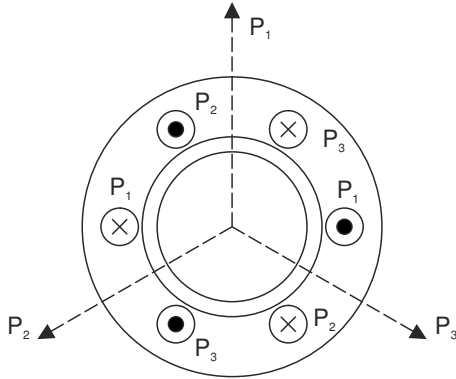


Abbildung 2.1: Beispiel einer Drehstromwicklung ( $p=1$  und  $q=1$ )

Strängen in Form von Durchmesserspulen, deren Seiten jeweils in einer Nut des Stators untergebracht sind. Wird ein Strang dabei von einem Strom durchflossen, so wird ein Fluss in Richtung der gleichnamigen Achse erzeugt. Die Felder der 3 Stränge überlagern sich und bilden ein gemeinsames resultierendes Feld. Die von jedem Strang erzeugte Anzahl an Paaren magnetischer Pole wird als Polpaarzahl bezeichnet. Werden die drei Stränge der Drehstromwicklung mit einem sinusförmigen symmetrischen Drehstromsystem, d.h. mit drei um  $120^\circ$  elektrisch versetzten sinusförmigen Strömen gleicher Amplitude nach (2.1) gespeist, so bildet sich im Luftspalt ein Drehfeld konstanter Amplitude, welches mit der Winkelgeschwindigkeit  $\frac{\omega}{p}$  umläuft.

$$i_{p1}(t) = \sqrt{2} \cdot \hat{I} \cdot \cos(\omega t) \quad (2.1a)$$

$$i_{p2}(t) = \sqrt{2} \cdot \hat{I} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.1b)$$

$$i_{p3}(t) = \sqrt{2} \cdot \hat{I} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (2.1c)$$

Unter der Voraussetzung, dass die magnetische Spannung im Eisen vernachlässigt wird und Endeffekte an den Stirnseiten unberücksichtigt bleiben, kann die resultierende Felderregerkurve gezeichnet werden. Abbildung 2.2 zeigt die abgewinkelte Statorwicklung und die als Dirac-Impuls in der Nutschlitzmitte angenommene Strombelagsverteilung  $a$  sowie die Felderregerkurve  $v$  für die Ströme zum Zeitpunkt  $\omega t = 0$  bei konstantem Luftspalt.

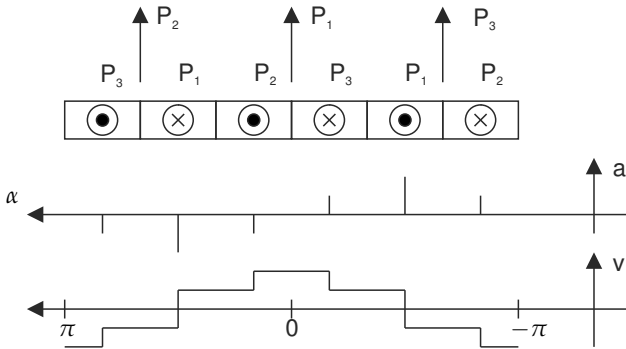


Abbildung 2.2: Felderreggerkurve  $v$  einer einschichtigen ungesehnten Drehstromwicklung ( $p=1$  und  $q=1$ ) mit Strombelagsimpulsen  $a$

Die Feldverteilung kann dabei durch weitere Maßnahmen verbessert werden, um den Anteil der höheren Harmonischen zu reduzieren ohne die Höhe der Grundwelle zu stark zu verringern. Hierbei ist die Erhöhung der Anzahl der Nuten pro Pol und Strang  $q$  eine wichtige Massnahme. Wird die Wicklung als Zweischichtwicklung ausgeführt, besteht zusätzlich die Möglichkeit der Sehnung, wobei die Verteilung der Wicklungen in Ober- und Unterschicht versetzt wird und die Leiter einer Wicklung in unterschiedlichen Nuten der Ober- bzw. Unterschicht angeordnet sind. Durch Schrägung der Statorwicklung ist ebenfalls eine Verbesserung möglich. Aus den geometrischen Daten der Wicklungsanordnung können durch Betrachtung der im Luftspalt gespeicherten magnetischen Energie die Luftspaltfeldinduktivitäten der Maschine berechnet werden. Bei der Berechnung von Wechselinduktivitäten wird zur Vereinfachung des Modells nur die Grundwelle berücksichtigt. Die darauf aufbauenden Systemgleichungen werden daher auch als Grundwellenmodell bezeichnet.

## 2.2.2 Systemgleichungen

Die permanentmagneterregte Synchronmaschine kann somit nach [18, 28] im statorfesten Bezugssystem mit den folgenden Systemgleichungen beschrieben werden, wenn die aus dem Schaltbild (Abb. 2.3) hervorgehenden Maschengleichungen aufgestellt werden:

$$(u_S) = (R_S) \cdot (i_S) + \frac{d}{dt}(\Psi_S) \quad (2.2)$$

$$(\Psi_S) = (L_{SS})(i_S) + (\Psi_{PMS}) \quad (2.3)$$

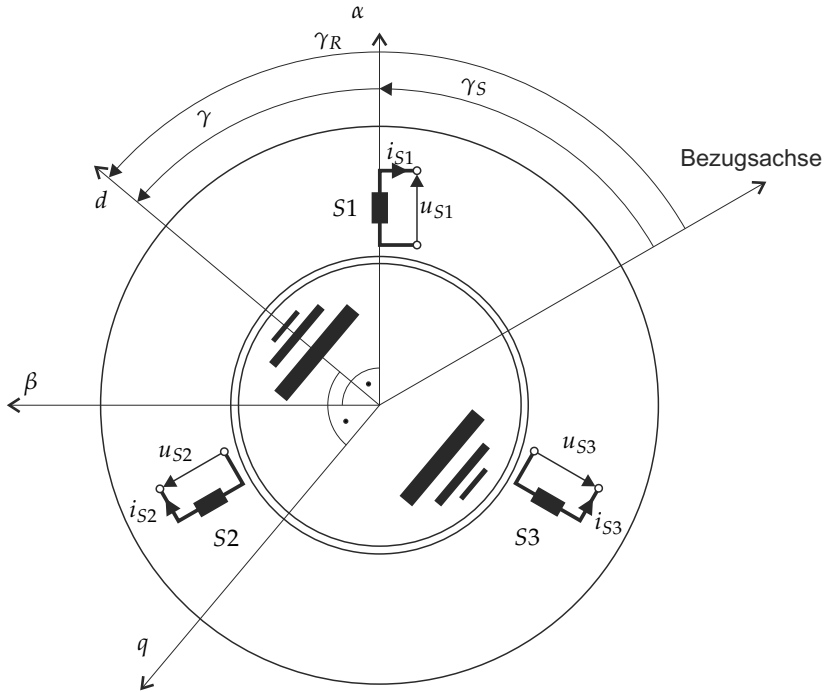


Abbildung 2.3: Schematisiertes Schnittbild einer zweipoligen permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Darstellung der Bezugssysteme

Die Vektoren  $(u_S)$ ,  $(i_S)$  und  $(\Psi_S)$  fassen dabei die 3 Strangspannungen bzw. -ströme und die Flüsse zusammen. Die Widerstandsmatrix  $(R_S)$  berücksichtigt die ohmschen Widerstände der Statorwicklung und ist aufgrund der galvanischen Trennung der 3 Stränge eine Diagonalmatrix.

$$(u_S) = \begin{pmatrix} u_{S1} \\ u_{S2} \\ u_{S3} \end{pmatrix} \quad (i_S) = \begin{pmatrix} i_{S1} \\ i_{S2} \\ i_{S3} \end{pmatrix} \quad (\Psi_S) = \begin{pmatrix} \Psi_{S1} \\ \Psi_{S2} \\ \Psi_{S3} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$$(R_S) = \begin{pmatrix} R_S & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 \\ 0 & 0 & R_S \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Die Induktivitätsmatrix ( $L_{SS}$ ) besteht einerseits aus den konstanten Eigen-, Wechsel- und Streuinduktivitäten, die eine symmetrische und zyklische Matrix bilden. Aufgrund der variierenden Permeabilität kommt ein zweiter Anteil mit der Amplitude  $L_{SB}$  hinzu, der als sinusförmig mit dem doppelten Rotorpositionswinkel veränderlich modelliert wird. Die Variation der Permeabilität beruht auf der Eigenschaft der Permanentmagnete, näherungsweise die Permeabilität von Luft ( $\mu_r \approx 1$ ) zu besitzen. Somit ist die Höhe der Magnete wie ein Luftspalt zu rechnen. Bei vergrabenen Magneten ergibt sich somit in der Achse der Permanentmagnete ein größerer effektiver Luftspalt als in der Querachse, der Parameter  $L_{SB}$  wird negativ. Bei Maschinen mit Oberflächenmagneten ergäbe sich ein konstanter Luftspalt, womit der Parameter  $L_{SB}$  gleich Null werden würde.

$$(L_{SS}) = L_{SA} \cdot \begin{pmatrix} 1 + \sigma_{Sii} & -\frac{1}{2} + \sigma_{Sik} & -\frac{1}{2} + \sigma_{Sik} \\ -\frac{1}{2} + \sigma_{Sik} & 1 + \sigma_{Sii} & -\frac{1}{2} + \sigma_{Sik} \\ -\frac{1}{2} + \sigma_{Sik} & -\frac{1}{2} + \sigma_{Sik} & 1 + \sigma_{Sii} \end{pmatrix} + L_{SB} \cdot \begin{pmatrix} \cos(2\gamma) & \cos(2\gamma - \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\gamma - \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(2\gamma - \frac{2\pi}{3}) & \cos(2\gamma - \frac{4\pi}{3}) & \cos(2\gamma) \\ \cos(2\gamma - \frac{4\pi}{3}) & \cos(2\gamma) & \cos(2\gamma - \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Der von den Permanentmagneten erzeugte Fluss wird wie die Induktivitäten nur mit seiner 1. Harmonischen modelliert:

$$(\Psi_{PMS}) = \Psi_{PMSS} \begin{pmatrix} \cos(\gamma) \\ \cos(\gamma - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\gamma - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Zur Beschreibung elektrischer Maschinen ist die Raumzeigerdarstellung eine weitverbreitete Transformation, die bereits von Park [21], Clarke [5] und Kovacs [11] vorgestellt wurde. Hierbei sind zwei Varianten zu unterscheiden: Die leistungsinvariante und die bezugsleiterinvariante Transformation. Die leistungsinvariante Transformation ist eine unitäre Transformation, bei der die Leistung ohne Vorfaktor aus den transformierten Größen wie im Ursprungssystem bestimmt werden kann. Die bezugsleiterinvariante Transformation hat den Vorteil, dass die Komponenten des Raumzeigers bei einem symmetrischen System die gleichen Amplituden wie die Größen des Ursprungssystems besitzen. Bei einer analogen Signalverarbeitung ist dies von großem Vorteil. Da beide Transformationen sich allein durch einen Vorfaktor voneinander unterscheiden, sind bei einer digitalen Verarbeitung auf einem Prozessor mit Gleitkommaarithmetik beide Transformation ohne Einschränkungen umsetzbar. In dieser Arbeit wird die von Späth [27] verwendete leistungsinvariante Transformation zur Entkopplung der Phasen verwendet. Die unitäre Transformationsmatrix ( $X$ )

lautet:

$$(X) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{pmatrix}; \quad (X) = (X)^{*T} \quad (2.8)$$

$$\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (2.9)$$

Zur Eliminierung der Winkelabhängigkeit der bisherigen Systemmatrizen wird die unitäre Transformationsmatrix um eine Drehmatrix zur Matrix ( $C_S$ ) erweitert. Im Gegensatz zur Modellbildung bei der Asynchronmaschine, bei der eine freie Wahl des Bezugssystems möglich ist, kann bei der Synchronmaschine nur durch die Wahl des rotororientierten Bezugssystems ( $\gamma_S = -\gamma$ ,  $\gamma_R = 0$ ) eine winkelunabhängige Systembeschreibung erzielt werden.

$$(C_S) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \underline{a}^2 & \underline{a} & 1 \\ \underline{a} & \underline{a}^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{j\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-j\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Aufgrund der unitären Transformationsmatrix ist die Inverse der Matrix ( $C_S$ ) gleich ihrer adjungierten Matrix:

$$(C_S)^{-1} = (C_S)^{*T} \quad (2.11)$$

Der Vektor der transformierten Größen, der aus dem Raumzeiger, dem komplex konjugierten Raumzeiger und der Nullkomponente besteht, ist über diese Transformationsmatrix ( $C_S$ ) mit den bereits hergeleiteten Größen verknüpft:

$$(u_S) = (C_S)(\underline{u}_S), \quad (i_S) = (C_S)(\underline{i}_S), \quad (\Psi_S) = (C_S)(\underline{\Psi}_S) \quad (2.12)$$

$$(\underline{u}_S) = \begin{pmatrix} \underline{u}_S \\ \underline{u}_S^* \\ u_{S0} \end{pmatrix}, \quad (\underline{i}_S) = \begin{pmatrix} \underline{i}_S \\ \underline{i}_S^* \\ i_{S0} \end{pmatrix}, \quad (\underline{\Psi}_S) = \begin{pmatrix} \underline{\Psi}_S \\ \underline{\Psi}_S^* \\ \Psi_{S0} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Wendet man die Transformationsvorschrift aus (2.10) auf (2.2) und (2.3) an, so ergeben sich die Gleichungen für das transformierte System, die aufgrund der gewählten Transformationsmatrix unter Benutzung der Gleichungen (2.11) bis (2.13) einfach zu berechnen sind:

$$(\underline{u}_S) = (C_S)^{*T}(R_S)(C_S)(\underline{i}_S) + (C_S)^{*T} \frac{d}{dt}(C_S)(\underline{\Psi}_S) + \frac{d}{dt}(\underline{\Psi}_S) \quad (2.14)$$

$$(\underline{\Psi}_S) = (C_S)^{*T}(L_{SS})(C_S)(\underline{i}_S) + (C_S)^{*T}(\Psi_{PMS}) \quad (2.15)$$

Setzt man in die so erhaltenen Beziehungen die ursprünglichen Widerstands-, Induktivitäts- und Flussmatrizen (2.5) bis (2.7) ein, erhält man nach Durchführung einiger Matrixmultiplikationen die Spannungs- und Flussgleichungen:

$$\begin{pmatrix} \underline{u}_S \\ \underline{u}_S^* \\ u_{S0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_S & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 \\ 0 & 0 & R_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{i}_S \\ \dot{i}_S^* \\ i_{S0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} j\dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & -j\dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{\Psi}_S \\ \underline{\Psi}_S^* \\ \Psi_{S0} \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \underline{\Psi}_S \\ \underline{\Psi}_S^* \\ \Psi_{S0} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

$$\begin{pmatrix} \underline{\Psi}_S \\ \underline{\Psi}_S^* \\ \Psi_{S0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(L_d + L_q) & \frac{1}{2}(L_d - L_q) & 0 \\ \frac{1}{2}(L_d - L_q) & \frac{1}{2}(L_d + L_q) & 0 \\ 0 & 0 & L_{S0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{i}_S \\ \dot{i}_S^* \\ i_{S0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_{PM} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Psi_{PM} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

mit den Haupt- und Streuinduktivitäten:

$$L_{hd} = \frac{3}{2}(L_{SA} + L_{SB}) \quad L_d = L_{hd} + L_{S\sigma} \quad (2.18)$$

$$L_{hq} = \frac{3}{2}(L_{SA} - L_{SB}) \quad L_q = L_{hq} + L_{S\sigma} \quad (2.19)$$

$$L_{S\sigma} = L_{SA}(\sigma_{ii} - \sigma_{ik}) \quad (2.20)$$

$$(2.21)$$

mit dem Permanentmagnetfluss:

$$\Psi_{PM} = \sqrt{\frac{3}{2}}\Psi_{PMSS} \quad (2.22)$$

und der Statorstreuung:

$$\sigma_S = \frac{L_{S\sigma}}{L_{hd}} \quad (2.23)$$

Die erste Gleichung in (2.16) ergibt den Spannungsraumzeiger. Die 2. Gleichung besteht aus der komplex Konjugierten der ersten Gleichung und liefert keine zusätzlichen Informationen. Betreibt man eine Maschine in Sternschaltung ohne angeschlossenen Sternpunkt, so ist aufgrund der Knotenregel die Summe aller Ströme und damit die Nullkomponente des Stromes  $i_{S0}$  gleich Null. Somit wird bei der idealen Grundwellenmaschine auch die Nullkomponente der Statorspannung zu Null und die 3. Gleichung kann ebenfalls entfallen.

Das komplexe Spannungsgleichungssystem (2.16) und (2.17) kann über die zeitinvariante Transformationsmatrix ( $K$ ) in reelle Komponenten verwandelt werden.

$$(K) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & j & 0 \\ 1 & -j & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}; \quad (K) = (K)^{*T} \quad (2.24)$$

$$(\underline{u}_S) = (K) \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \\ u_{S0} \end{pmatrix}, \quad (\dot{i}_S) = (K) \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{S0} \end{pmatrix}, \quad (\underline{\Psi}_S) = (K) \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \\ \Psi_{S0} \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Die Spannungs- und Flussgleichung im leistungsinvariant transformierten rotorfesten Bezugssystem lauten somit in Komponentenschreibweise:

$$u_d = R_S i_d + \dot{\Psi}_d - \dot{\gamma} \Psi_q \quad (2.26)$$

$$u_q = R_S i_q + \dot{\Psi}_q + \dot{\gamma} \Psi_d \quad (2.27)$$

$$u_{S0} = R_S i_{S0} + \dot{\Psi}_{S0} \quad (2.28)$$

mit

$$\Psi_d = L_d i_d + \Psi_{PM} \quad (2.29)$$

$$\Psi_q = L_q i_q \quad (2.30)$$

$$\Psi_{S0} = L_{S0} i_{S0} \quad (2.31)$$

Zur besseren Handhabung werden für die Beträge der Raumzeiger folgende Größen definiert:

$$|\underline{u}_S| = \frac{1}{\sqrt{2}} u_S \quad u_S = \sqrt{u_d^2 + u_q^2} \quad (2.32)$$

$$|\dot{i}_S| = \frac{1}{\sqrt{2}} i_S \quad i_S = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} \quad (2.33)$$

$$|\underline{\Psi}_S| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_S \quad \Psi_S = \sqrt{\Psi_d^2 + \Psi_q^2} \quad (2.34)$$

Bei Speisung einer Maschine mit einem sinusförmigen, symmetrischen System können die Werte der Spannung  $u_S$  bzw. des Stroms  $i_S$  folgendermaßen aus den Effektivwerten der Stranggrößen berechnet werden:

$$i_S = \sqrt{3} \cdot I_S \quad u_S = \sqrt{3} \cdot U_S \quad (2.35)$$

Über eine Leistungsbetrachtung im transformierten System, das somit im Grundwellenmodell eine winkelunabhängige Induktivitätenmatrix enthält,

kann auf die mechanische Leistung und das Drehmoment geschlossen werden. Das Drehmoment berechnet sich aus den transformierten Größen zu

$$\begin{aligned}
 M_i &= 2pIm \{i_S \Psi_S^*\} \\
 &= pIm \{(i_d + ji_q)(L_d i_d + \Psi_{PM} - jL_q i_q)\} \\
 &= \underbrace{p\Psi_{PM} i_q}_{\text{synchrones Moment}} + \underbrace{p(L_d - L_q) i_d i_q}_{\text{Reluktanzmoment}}
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Das Drehmoment einer permanentmagneterregten Maschine setzt sich dabei aus zwei Anteilen zusammen: Das synchrone Moment ist proportional zum Permanentmagnetfluss und der Stromkomponente  $i_q$ . Das Reluktanzmoment ist dagegen proportional abhängig von der Differenz der Induktivitäten in d- und q-Achse und vom Produkt der Stromkomponenten  $i_d$  und  $i_q$ . Bei einer Maschine mit Oberflächenmagneten und näherungsweise konstantem magnetischem Leitwert in d- und q-Achse sind die Induktivitäten  $L_d$  und  $L_q$  gleich groß und das Reluktanzmoment wird zu Null. Bei Maschinen mit vergrabenen Magneten und  $L_d < L_q$  wird die Differenz der Induktivitäten negativ. Wird ein positives Drehmoment gewünscht, so kann mit einem positiven Wert des q-Stroms und einem negativen Wert des d-Stromes sowohl ein positives synchrones Moment als auch ein positives Reluktanzmoment generiert werden. Dies ist besonders im Feldschwäcbereich bei Betrieb an der Spannungsgrenze von Vorteil, da hier bei permanentmagneterregten Maschinen eine negative Stromkomponente  $i_d < 0$  zur Verringerung des Flusses in der d-Achse eingepreßt werden muss.

Abbildung 2.4 zeigt das vollständige Strukturbild der permanentmagneterregten Synchronmaschine im rotororientierten Koordinatensystem für das Grundwellenmodell. Das Modell besteht aus dem elektrischen Teilsystem mit den PT1-Gliedern in d- und q-Achse sowie den induzierten Spannungen, die zu einer Verkopplung beider Achsen führen. Das mechanische Teilsystems wird als starre Verbindung von elektrischer Maschine und Last mit dem Trägheitsmoment  $J$  beschrieben, auf das die Differenz aus innerem Moment und Lastmoment wirkt. Die mechanische Bewegungsgleichung für eine starre Verbindung lautet:

$$M_i - M_L = J \frac{d\Omega}{dt} \tag{2.37}$$

## 2.3 Normierung

Zum Vergleich verschiedener Maschinen unterschiedlicher Baugröße und Bauleistung ist eine Betrachtung in normierten Größen notwendig, um allgemeingültige Aussagen zu gewinnen. Aus einer bezogenen Darstellung können Er-



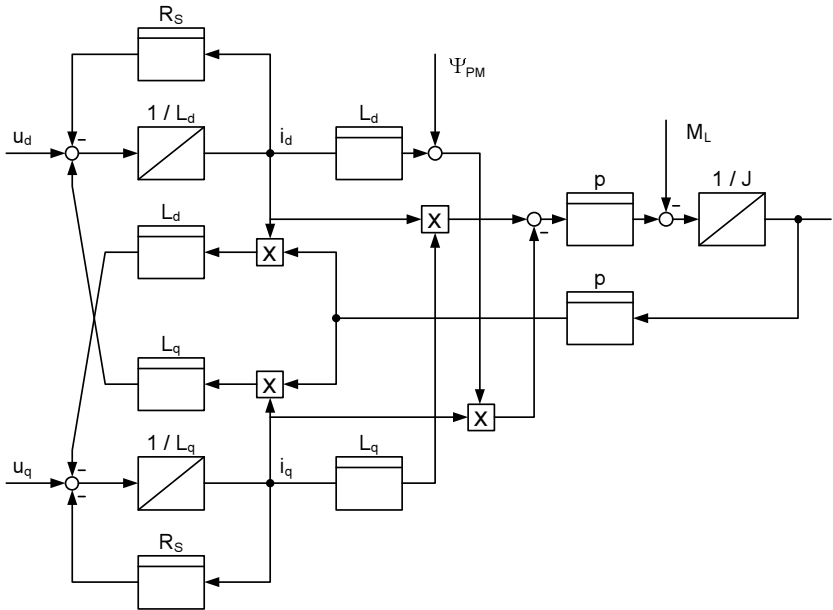


Abbildung 2.4: Vollständiges elektrisches und mechanisches Modell der permanentmagneterregten Synchronmaschine im rotorfesten Bezugssystem

kenntnisse zum Einfluss verschiedener Maschinenparameter auf das Betriebsverhalten gewonnen werden, um damit die Vor- oder Nachteile bei Variation eines Maschinenparameters abschätzen zu können.

Die folgenden Überlegungen basieren auf den in den letzten Abschnitten hergeleiteten Gleichungen zur Beschreibung der permanentmagneterregten Synchronmaschine im rotororientierten Bezugssystem. Daher wird auch hier nur das Grundwellenmodell der Maschine mit linearem Verhalten ohne Sättigungseinflüsse abgebildet. Für die Bezeichnung der einzuführenden Größen gilt dabei die Konvention, dass die Nennwerte von Effektivwerten mit dem üblichen Index "N" gekennzeichnet werden. Nennwerte der Raumzeigergrößen im nicht-normierten und im normierten System werden zur Unterscheidung mit dem Index "r" (Abkürzung für Englisch: rated) markiert.

Für die Darstellung in normierten Größen werden die Entwurfsparameter  $\psi$

und  $l$  definiert [1].

$$\psi = \frac{L_{hd} i_{Sr}}{\Psi_{PM}} \quad (2.38)$$

$$l = \frac{L_d - L_q}{L_{hd}} \quad (2.39)$$

Der Parameter  $\psi$  ist dabei ein Maß, wie stark der Fluss in der d-Achse mit dem Nennstrom verringert werden kann:

$$\Psi_d(i_d = -i_{Sr}) = \Psi_{PM}(1 - (1 + \sigma_S)\psi) \quad (2.40)$$

Der Parameter  $l$  ist ein Maß für die Reluktanz der Maschine, d.h. für die magnetische Unsymmetrie der d-Achse im Vergleich zur q-Achse.

Tabelle 2.1 listet die verwendeten Bezugsgrößen für Strom, Fluss und Winkelgeschwindigkeit auf. Die Bezugsgrößen für die Spannung, das Drehmoment und den Statorwiderstand können unter Verwendung der Entwurfsparameter, der Polpaarzahl und des Statorstreukoeffizienten daraus hergeleitet werden.

Nenn-Statorstrom	$i_{Sr} = \sqrt{3}I_{SN}$
Permanentmagnetfluss	$\Psi_{PM}$
Winkelgeschwindigkeit im Nenn-Eckpunkt	$\omega_{Er} = 2\pi p n_{Er}$

Tabelle 2.1: Bezugsgrößen der normierten Darstellung

Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{Er}$  ist der Nennwert der (elektrischen) Winkelgeschwindigkeit im Eckpunkt, d.h. am Übergangspunkt zwischen Spannungsbereich und Feldschwächbereich, bei Betrieb der Maschine mit Nennstrom  $i_{Sr}$  und Erzeugung des mit Nennstrom maximal erreichbaren Drehmoments.

Mit den Definitionen (2.38) und (2.39) und den Bezugsgrößen aus Tabelle 2.1 lassen sich alle bezogenen Größen definieren:

$$i_{db} = \frac{i_d}{i_{Sr}} \quad i_{qb} = \frac{i_q}{i_{Sr}} \quad (2.41)$$

$$u_{db} = \frac{u_d}{\omega_{Er} \Psi_{PM}} \quad u_{qb} = \frac{u_q}{\omega_{Er} \Psi_{PM}} \quad (2.42)$$

$$\Psi_{db} = \frac{\Psi_d}{\Psi_{PM}} \quad \Psi_{qb} = \frac{\Psi_q}{\Psi_{PM}} \quad (2.43)$$

$$\omega_b = \frac{\omega}{\omega_{Er}} = \frac{\hat{\gamma}}{\omega_{Er}} \quad (2.44)$$

$$r_b = \frac{R_S}{\omega_{Er} L_{hd}} = \frac{R_S i_{Sr}}{\psi \omega_{Er} \Psi_{PM}} \quad (2.45)$$

$$m_b = \frac{M_i}{p\Psi_{PM}i_{Sr}} \quad (2.46)$$

$$p_b = \frac{P_{mech}}{\Psi_{PM}i_{Sr}\omega_{Er}} = \frac{M_i}{p\Psi_{PM}i_{Sr}} \frac{p\Omega}{\omega_{Er}} = m_b\omega_b \quad (2.47)$$

Mit dieser Festlegung der bezogenen Größen lassen sich alle zur Beschreibung der permanentenerregten Synchronmaschine notwendigen Gleichungen in bezogenen Größen formulieren. Durch Normierung auf die Spannung  $\omega_{Er}\Psi_{PM}$  ergeben sich die bezogenen Spannungsgleichungen aus (2.26) und (2.27):

$$u_{db} = \psi r_b i_{db} - \omega_b \psi (1 + \sigma_S - l) i_{qb} + \psi (1 + \sigma_S) \frac{di_{db}}{d(\omega_{Er}t)} \quad (2.48)$$

$$u_{qb} = \psi r_b i_{qb} + \omega_b [\psi (1 + \sigma_S) i_{db} + 1] + \psi (1 + \sigma_S - l) \frac{di_{qb}}{d(\omega_{Er}t)} \quad (2.49)$$

Für den stationären Betrieb bei Vernachlässigung des Statorwiderstands können die Spannungsgleichungen vereinfacht werden zu:

$$u_{db} = -\omega_b \psi (1 + \sigma_S - l) i_{qb} \quad (2.50)$$

$$u_{qb} = \omega_b [\psi (1 + \sigma_S) i_{db} + 1] \quad (2.51)$$

Durch Bezug auf den Permanentmagnetfluss resultieren die bezogenen Flussgleichungen aus (2.29) und (2.30):

$$\Psi_{db} = \psi (1 + \sigma_S) i_{db} + 1 \quad (2.52)$$

$$\Psi_{qb} = \psi (1 + \sigma_S - l) i_{qb} \quad (2.53)$$

Die Bezugsgröße für das Drehmoment ist das mit Nennstrom erzeugbare synchrone Moment, d.h. das bei Speisung der Maschine mit Nennstrom in der q-Achse und d-Strom Null generierte Drehmoment. Die bezogene Drehmomentgleichung ergibt sich zu:

$$m_b = i_{qb} + \psi l i_{db} i_{qb} \quad (2.54)$$

Analog zur Beschreibung in [27] sind auch die bezogenen Raumzeiger leistungsinvariant definiert:

$$\underline{u}_{Sb} = \frac{1}{\sqrt{2}} (u_{db} + j u_{qb}) \quad (2.55)$$

$$\underline{i}_{Sb} = \frac{1}{\sqrt{2}} (i_{db} + j i_{qb}) \quad (2.56)$$

$$\underline{\Psi}_{Sb} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_{db} + j \Psi_{qb}) \quad (2.57)$$

Zur einfacheren Berechnung werden für die Beträge der Raumzeiger folgende Größen definiert:

$$|\underline{u}_{Sb}| = \frac{1}{\sqrt{2}} u_{Sb} \qquad u_{Sb} = \sqrt{u_{db}^2 + u_{qb}^2} \qquad (2.58)$$

$$|\underline{i}_{Sb}| = \frac{1}{\sqrt{2}} i_{Sb} \qquad i_{Sb} = \sqrt{i_{db}^2 + i_{qb}^2} \qquad (2.59)$$

$$|\underline{\Psi}_{Sb}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Psi_{Sb} \qquad \Psi_{Sb} = \sqrt{\Psi_{db}^2 + \Psi_{qb}^2} \qquad (2.60)$$

# 3

## Optimierung

Im Hinblick auf die Energieeffizienz ist es das Ziel einer Maschinensteuerung, ein gewünschtes Drehmoment mit den geringstmöglichen Verlusten im Motor und im Umrichter zu erzeugen. Die Drehzahl der Maschine wird durch überlagerten Steuerungen vorgegeben: Bei einer Drehmomentsteuerung bestimmt die Lastkennlinie die sich einstellende Drehzahl und bei einer Drehzahlregelung wird die Soll Drehzahl erreicht, wenn keine Begrenzungen vorliegen. Aufgrund des synchronen Funktionsprinzips muss die vom Frequenzumrichter erzeugte Statorfrequenz direkt proportional zur Drehzahl der Maschine sein. Da die Drehzahl, wie bereits beschrieben, von übergeordneten Steuerungen abhängig ist, ist somit keine Variation der Statorfrequenz zur Verlustminimierung möglich. Der Fluss der Permanentmagnete kann im Gegensatz zum Rotorfluss der Asynchronmaschine und zum Erregerfeld einer stromerregten Synchronmaschine nicht variiert werden und bietet ebenfalls kein Optimierungspotential. Somit verbleiben die ohmschen Verluste in der Statorwicklung als beeinflussbare Verlustquelle. Die Aufgabe der optimalen Steuerung einer permanentmagneterregten Synchronmaschine besteht also darin, unter Berücksichtigung des Reluktanzeffektes denjenigen Statorstrom in Betrag und Phasenlage zu bestimmen, mit dem ein gewünschtes Drehmoment mit minimalem Statorstrom erzeugt werden kann, wie es in [26] für nichtbezogene Größen dargestellt wird.

Durch diese Optimierung auf stromminimalen Betrieb werden ebenfalls die stromabhängigen Durchlass- und Schaltverluste des Frequenzumrichters verringert. Die Verwendung unterschiedlicher Modulationsarten des Umrichters wie Sinus-Dreieck-, Raumzeiger-, Flat-Top- oder Supersinus-Modulation wird in dieser Arbeit nicht betrachtet.

## 3.1 Optimaler Betrieb bei Stromvorgabe

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie im stationären Betrieb mit konstanter Drehzahl bei Vorgabe des Statorstroms  $i_{Sb}$  und der Statorspannung  $u_{Sb}$  das Stromwertepaar  $(i_{db}, i_{qb})$  derart berechnet werden kann, dass das maximale Drehmoment innerhalb dieser vorgegebenen Grenzen generiert wird. Dies führt abhängig von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_b$  zu 3 Betriebsbereichen: Im ersten arbeitet die Maschine nur an der Stromgrenze, im zweiten an der Strom- und Spannungsgrenze sowie im dritten nur an der Spannungsgrenze. Es werden jeweils die Werte  $(i_{db}, i_{qb})$  für motorischen Betrieb berechnet, für generatorischen Betrieb ist der q-Strom negativ mit gleichem Betrag zu wählen.

### 3.1.1 Betrieb an der Stromgrenze

Bei niedrigen Drehzahlen der Maschine ist die Gegenspannung noch betragsmäßig klein und somit einzig der Strom  $i_{Sb}$  die ausschlaggebende Begrenzung. Die Höhe dieses Wertes kann entweder durch die Stromtragfähigkeit des Umrichters oder des Motors bestimmt werden oder durch die thermische Grenzen der Komponenten beschränkt werden. Zur Bestimmung des maximalen Moments wird das Drehmoment nur als Funktion des Stroms  $i_{db}$  ausgedrückt,  $i_{qb}$  entfernt und der Extremwert der Drehmomentgleichung bestimmt.

$$m_b = \sqrt{i_{Sb}^2 - i_{db}^2} (1 + \psi l i_{db}) \quad (3.1)$$

$$\frac{dm_b}{di_{db}} = \frac{\psi l i_{Sb}^2 - 2\psi l i_{db}^2 - i_{db}}{\sqrt{i_{Sb}^2 - i_{db}^2}} = 0 \quad (3.2)$$

Nach Berücksichtigung der Randwerte und Auswahl der Wurzel der quadratischen Gleichung ergibt sich die Lösung zu:

$$i_{db} = \frac{1}{4\psi l} \left( \sqrt{1 + 8(\psi l i_{Sb})^2} - 1 \right) \quad (3.3)$$

$$i_{qb} = \sqrt{i_{Sb}^2 - i_{db}^2} \quad (3.4)$$

Mit dem in (3.3) und (3.4) bestimmten Stromwertepaar kann somit im stationären Fall im Grunddrehzahlbereich ein maximales Moment mit dem Strombetrag  $i_{Sb}$  erzeugt werden.

### 3.1.2 Betrieb an der Strom- und Spannungsgrenze

Im Betrieb an der Strom- und Spannungsgrenze kann das Drehmoment nicht optimiert werden, da beide Einflussgrößen fest vorgegeben sind und die Drehzahl des Systems ebenfalls feststeht. Das zu wählende Stromwertepaar  $(i_{db}, i_{qb})$

wird durch Betrachtung der Spannungsgleichungen im stationären Betrieb bestimmt.

$$\begin{aligned} u_{Sb}^2 &= u_{db}^2 + u_{qb}^2 \\ &= \omega_b^2 \left[ (\psi(1 + \sigma_S - l)i_{qb})^2 + (\psi(1 + \sigma_S)i_{db} + 1)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Durch Ersetzen des q-Stromes mit (2.59) und Lösen der quadratischen Gleichung können die Stromkomponenten mit dem neu eingeführten Parameter  $\chi$  ermittelt werden:

$$i_{db} = \frac{\psi(1 + \sigma_S) - \sqrt{\psi^2(1 + \sigma_S)^2 - \chi \left[ \left( \frac{u_{Sb}}{\omega_b} \right)^2 - (\psi(1 + \sigma_S - l)i_{Sb})^2 - 1 \right]}}{\chi} \quad (3.6)$$

$$\chi = \psi^2 \left( (1 + \sigma_S - l)^2 - (1 + \sigma_S)^2 \right) \quad (3.7)$$

$$i_{qb} = \sqrt{i_{Sb}^2 - i_{db}^2} \quad (3.8)$$

### 3.1.3 Betrieb an der Spannungsgrenze

Bei einem üblicherweise stromrichteragespeisten geregelt Antriebe ist die vom Maschinenumrichter stellbare Spannung durch die zur Verfügung stehende Zwischenkreisspannung und durch das verwendete Modulationsverfahren begrenzt. Zusätzlich sollte eine Stellreserve für dynamische Anforderungen vorgehalten werden.

Im Betrieb an der Spannungsgrenze wird das Drehmoment unter Einhaltung der Spannung  $u_{Sb}$  maximiert, indem wiederum die Extremwerte der Drehmomentfunktion  $m_b(i_{db})$  berechnet werden. Hierzu wird (3.5) nach  $i_{qb}$  aufgelöst und in die Drehmomentformel (2.54) eingesetzt:

$$m_b = \frac{\sqrt{\left( \frac{u_{Sb}}{\omega_b} \right)^2 - (\psi(1 + \sigma_S)i_{db} + 1)^2}}{\psi(1 + \sigma_S - l)} (1 + \psi l i_{db}) \quad (3.9)$$

Die Berechnung des Extremwerts kann analog zu der Berechnung aus Kapitel 3.1.1 durchgeführt und liefert die Lösung für den Betrieb an der Spannungsgrenze:

$$i_{db} = \frac{-(1 + \sigma_S + 3l) + \sqrt{(1 + \sigma_S - l)^2 + 8 \left( l \frac{u_{Sb}}{\omega_b} \right)^2}}{4\psi l (1 + \sigma_S)} \quad (3.10)$$

$$i_{qb} = \frac{\sqrt{\left( \frac{u_{Sb}}{\omega_b} \right)^2 - (\psi(1 + \sigma_S)i_{db} + 1)^2}}{\psi(1 + \sigma_S - l)} \quad (3.11)$$

### 3.1.4 Eckwinkelgeschwindigkeit

Die bezogene Eckwinkelgeschwindigkeit  $\omega_{bE}$  bildet die Grenze zwischen dem Grunddrehzahlbereich bei Betrieb an der Stromgrenze und dem Feldschwächbereich bei Betrieb an der Strom- und Spannungsgrenze. Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{bE}$  ist dabei abhängig von der Spannung  $u_{Sb}$ , dem Strom  $i_{Sb}$  und den Maschinenparametern. Durch Gleichsetzen von (3.3) und (3.6) und Auflösen nach dem bezogenen Fluss  $\Psi_{bE}$  ergibt sich:

$$\omega_{bE} = \frac{u_{Sb}}{\Psi_{bE}} \quad (3.12)$$

$$\Psi_{bE}^2 = 1 + \frac{(1 + \sigma_S - l)^2 + (1 + \sigma_S)^2}{2} \psi^2 i_{Sb}^2 + \frac{2(1 + \sigma_S) + l}{8l} \left( \sqrt{1 + 8(\psi l i_{Sb})^2} - 1 \right) \quad (3.13)$$

### 3.1.5 Kennfelder bei Stromvorgabe

Die in den Kapiteln 3.1.1 bis 3.1.3 hergeleiteten Formeln zur Bestimmung des maximalen Drehmoments bei gegebenem maximal nutzbaren Statorstrom- und Statorspannungsraumzeigerbetrag werden wie für den im nächsten Kapitel dargelegten Bereich optimaler Betriebspunkte auf die in Kapitel 3.3 näher beschriebene permanenterrregte Synchronmaschine PSM1 mit Reluktanz angewandt. Die Abbildungen 3.1 bis 3.3 zeigen die über der normierten Winkelgeschwindigkeit dargestellten Verläufe der normierten Stromraumzeigerkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  sowie des normierten Drehmoments  $m_b$ . Die Werte zeigen den Verlauf der Größen, wenn bei einem vorgegebenen maximal nutzbaren normierten Strombetrag  $i_{Sb}$  unter Einhaltung der Nennspannung  $u_{Sbr}$  das maximale Drehmoment abhängig von der bezogenen Drehzahl  $\omega_b$  erzeugt wird. Jedes Diagramm enthält 8 Kurven, wobei der normierte Strombetrag  $i_{Sb}$  als Parameter in äquidistanten Schritten von 0,25 über 0,5 bis auf 2 erhöht wird.

### 3.1.6 Bereich optimaler Betriebspunkte

Abbildung 3.5 zeigt den motorischen Bereich optimaler Betriebspunkte einer permanentmagneteregt Synchronmaschine mit  $L_d < L_q$  in der von den Statorstromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  aufgespannten Ebene. Dargestellt ist das Kennfeld für die Maschine PSM1 mit einer bezogenen Reluktanz von  $l = -3,4$ , deren Daten in Kapitel 3.3 definiert werden. Der generatorische Bereich liegt bei Vernachlässigung des ohmschen Statorspannungsabfalls achsensymmetrisch zur d-Achse. Da darin keine weiteren Informationen enthalten sind, wird er nicht dargestellt. Das Diagramm enthält die schwarz gezeichneten Kreise für



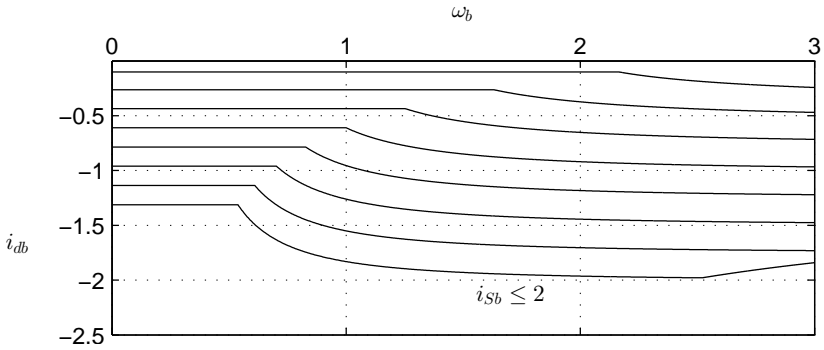


Abbildung 3.1: Drehzahlabhängiger Verlauf der bezogenen d-Stromkomponente mit dem Statorstrombetrag  $i_{sb}$  als Parameter ( $i_{sb} \leq 0,25, 0,5 \dots 2$ )

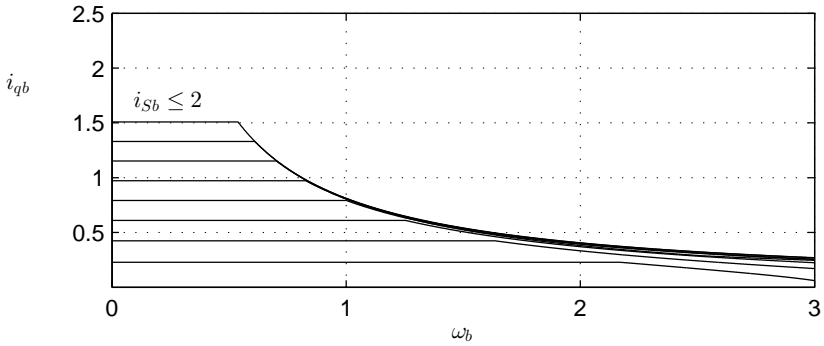


Abbildung 3.2: Drehzahlabhängiger Verlauf der bezogenen q-Stromkomponente mit dem Statorstrombetrag  $i_{sb}$  als Parameter ( $i_{sb} \leq 0,25, 0,5 \dots 2$ )

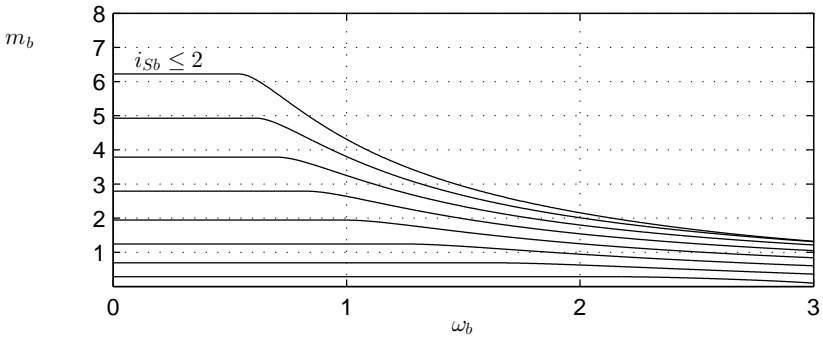


Abbildung 3.3: Drehzahlabhängiger Verlauf des bezogenen Drehmoments mit dem Statorstrombetrag  $i_{sb}$  als Parameter ( $i_{sb} \leq 0,25, 0,5 \dots 2$ )

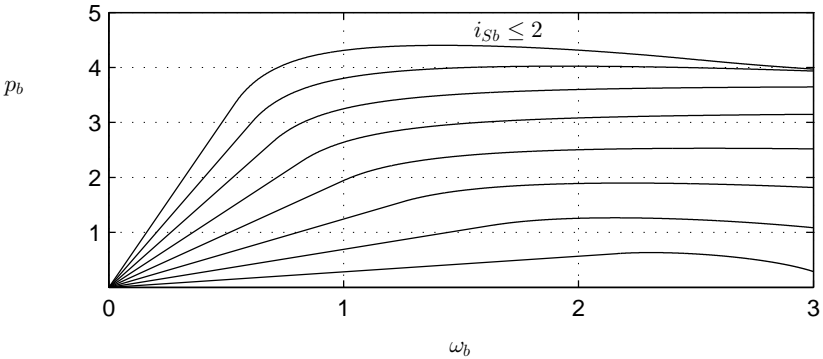


Abbildung 3.4: Drehzahlabhängiger Verlauf der bezogenen mechanischen Leistung mit dem Statorstrombetrag  $i_{sb}$  als Parameter ( $i_{sb} \leq 0,25, 0,5 \dots 2$ )

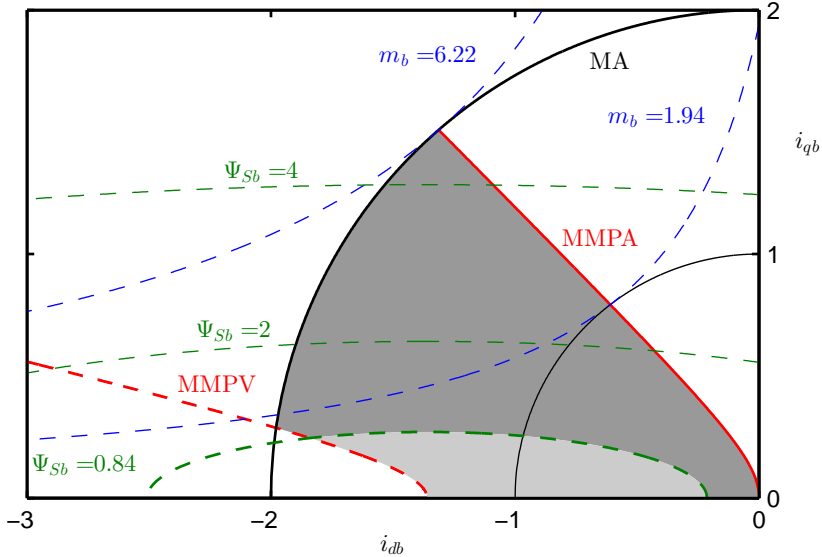


Abbildung 3.5: Bereich optimaler Betriebspunkte bei Berücksichtigung einer maximalen mechanischen Drehzahl von  $\omega_{bmax} = 3$  der PSM1

Nennstrom und doppelten Nennstrom. In blauer Farbe sind die Kurven konstanten Drehmoments dargestellt. Es sind zwei Kurven für diejenigen Drehmomente dargestellt, die mit einfachem Nennstrom ( $m_b = 1.94$ ) bzw. mit doppeltem Nennstrom ( $m_b = 6.22$ ) maximal erreichbar sind. Als grüne gestrichelte Linien sind die Ellipsen konstanten Statorflusses für die Fälle enthalten, in denen der Statorfluss gleich dem doppelten oder vierfachen Permanentmagnetfluss entspricht. Ebenso ist die Ellipse konstanten Statorflusses für den Minimalwert des Flusses mit  $\Psi_{Sb} = 0.84$  bei Nennspannung und der maximalen Drehzahl  $\omega_{max} = 3$  dargestellt. Die Gleichung für die Ellipsen konstanten Statorflussbetrags  $\Psi_{Sb}$  kann aus (2.52) und (2.53) hergeleitet werden:

$$\Psi_{Sb}^2 = (\psi(1 + \sigma_S)i_{db} + 1)^2 + (\psi(1 + \sigma_S - l)i_{qb})^2 \quad (3.14)$$

Der Mittelpunkt der Ellipsen ist der ideale Kurzschlusspunkt bei Vernachlässigung des Spannungsabfalls am Statorwiderstand. In diesem Punkt ist der Statorfluss und die Statorspannung der Maschine gleich Null. Der ideale Kurz-

schlusspunkt kann aus (2.50) und (2.51) berechnet werden:

$$i_{dbk} = \frac{-1}{\psi(1 + \sigma_S)} \quad i_{qbk} = 0 \quad (3.15)$$

Der Bereich optimaler Betriebspunkte wird durch die folgenden Grenzkennlinien beschränkt:

- Die äußere Grenze des Bereichs bildet der Kreis des maximal zulässigen Stromraumzeigerbetrags (MA). Der Kreis mit  $i_{Sb} = 1$  bildet die erste Begrenzung des Bereichs optimaler Betriebspunkte, der thermisch dauerhaft erreichbar ist. Betriebspunkte zwischen den Kreisen mit  $i_{Sb} = 1$  und  $i_{Sb} = 2$  sind nur im Rahmen der zulässigen thermischen Überlastung der Maschine bzw. des Umrichters kurzzeitig anfahrbar.
- Die Forderung nach Erzeugung eines Drehmoments mit minimalem Strombetrag führt im Grunddrehzahlbereich zur Kurve des maximalen Moments pro Ampere (MMPA), die nach den in Abschnitt 3.1.1 hergeleiteten Formeln beschrieben werden kann. Die durchgezogene rote Kurve zeigt dabei die Trajektorie des bezogenen Stromwertepaars  $(i_{db}, i_{qb})$  nach (3.3) und (3.4), wenn der Strombetrag von Null auf 2 erhöht wird. Das Drehmoment wird dabei von Null (Ursprung des Koordinatensystem) bis auf  $m_b = 6,22$  (Schnittpunkt der Trajektorie mit dem Kreis des doppelten Strombetrags) erhöht.
- Im Feldschwäcbereich bei Betrieb an der Spannungsgrenze wird der Bereich optimaler Betriebspunkte durch die Kurve des maximalen Moments pro Volt (MMPV) begrenzt, die nach den in Kapitel 3.1.3 hergeleiteten Formeln beschrieben werden kann. Die als gestrichelte rote Linie dargestellte Trajektorie nach (3.10) und (3.11) ist für die bezogene Nennspannung  $u_{Sb} = u_{Sbr} = 2,5$  der untersuchten PSM1 eingezeichnet.
- Die von der konstruktiven mechanischen Auslegung des Antriebs bestimmte maximale Drehzahl  $\omega_{bmax} = 3$  legt zusammen mit der Nennspannung  $u_{Sbr}$  den minimalen Statorfluss fest, mit dem die Synchronmaschine betrieben wird. Die Ellipse des konstanten Statorflusses  $\Psi_{Sb} = 0,84$  ist somit eine weitere Begrenzung des Bereichs optimaler Betriebspunkte.
- Die Abszissenachse bildet die letzte Begrenzung des motorischen Bereichs optimaler Betriebspunkte, auf der der Querstrom  $i_{qb}$  und somit das Drehmoment  $m_b$  gleich Null sind.

Im Diagramm 3.5 ist der Bereich optimaler Betriebspunkte bei einer maximalen Drehzahl von  $\omega_{bmax} = 3$  als dunkelgraue Fläche eingezeichnet. Die hellgrau unterlegte Fläche kann aufgrund der begrenzten mechanischen Drehzahl nicht

genutzt werden und ist im Vergleich zu [12] daher nicht im Bereich optimaler Betriebspunkte enthalten. Nur bei einer theoretisch erlaubten unendlich hohen Maximaldrehzahl und einem damit minimalen Statorfluss, der im ideellen Kurzschlusspunkt gleich Null wird, gehört auch die hellgrau eingezeichnete Fläche zum Bereich optimaler Betriebspunkte.

## 3.2 Optimaler Betrieb bei Drehmomentvorgabe

Im realen Betrieb einer Maschine besteht die Aufgabe darin, aus dem Sollmoment des Drehzahlreglers dasjenige Stromwertepaar  $(i_{db}, i_{qb})$  zu bestimmen, welches das Sollmoment mit dem minimal möglichen Strombetrag  $i_{sb}$  generiert. Hierbei ist der Strombetrag nicht wie in Kapitel 3.1 vorgegeben, sondern muss über die entsprechenden Gleichungen und deren Lösung ermittelt werden. Dazu wird das Drehmoment im Grunddrehzahl- und Feldschwächbereich als Funktion des Stromes  $i_{db}$  dargestellt, um diese Gleichungen zu lösen.

### 3.2.1 Beschreibung für Grund- und Feldschwächbereich

#### Grunddrehzahlbereich

Im Grunddrehzahlbereich kann das optimale Drehmoment nach (2.54), (2.59) und (3.3) in Abhängigkeit des d-Stromes beschrieben werden:

$$m_b = \frac{1}{\psi l} (1 + \psi l i_{db}) \sqrt{\psi l i_{db} (1 + \psi l i_{db})} \quad (3.16)$$

Mit der Substitution

$$x = 1 + \psi l i_{db} \quad (3.17)$$

ergibt sich die Gleichung 4. Ordnung

$$x^4 - x^3 - (\psi l m_b)^2 = 0 \quad (3.18)$$

#### Feldschwächbereich

Im Feldschwächbereich bei Betrieb der Maschine an der Spannungsgrenze lässt sich das optimale Drehmoment nach (2.54), (2.59) und (3.6) wiederum in Abhängigkeit des d-Stromes folgendermaßen beschreiben:

$$m_b = \frac{(1 + \sigma_S)(1 + \psi l i_{db})}{\psi l (1 + \sigma_S - l)} \sqrt{\left(\frac{u_{sb}}{\omega_b} \frac{l}{1 + \sigma_S}\right)^2 - \left(1 + \psi l i_{db} - \frac{1 + \sigma_S - l}{1 + \sigma_S}\right)} \quad (3.19)$$

Mit der Substitution (3.17) analog zum Grunddrehzahlbereich und der Einführung eines neuen Maschinenparameters

$$\chi_2 = \frac{1 + \sigma_S - l}{1 + \sigma_S} \quad (3.20)$$

ergibt sich die Gleichung 4. Ordnung

$$x^4 - 2\chi_2 x^3 + \left( \chi_2^2 - \left( \frac{u_{Sb}}{\omega_b} \frac{l}{1 + \sigma_S} \right)^2 \right) x^2 + (\psi l \chi_2 m_b)^2 = 0 \quad (3.21)$$

## 3.2.2 Lösung für den gesamten Betriebsbereich

### Quartische Gleichung

Für alle Betriebsbereiche ergibt sich somit eine Gleichung 4. Ordnung mit unterschiedlichen Koeffizienten für den Betrieb ohne bzw. mit Spannungsbegrenzung, deren Lösung hier skizziert werden soll:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \quad (3.22)$$

Koeffizienten im Grunddrehzahlbereich ohne Spannungsbegrenzung ( $m_b < m_{bg}$ ):

$$a = -1 \quad (3.23)$$

$$b = 0 \quad (3.24)$$

$$c = 0 \quad (3.25)$$

$$d = -(m_b \psi l)^2 \quad (3.26)$$

Koeffizienten im Feldschwächbereich bei Spannungsbegrenzung ( $m_b > m_{bg}$ )

$$a = -2\chi_2 \quad (3.27)$$

$$b = \chi_2^2 - \left( \frac{u_{Sb}}{\omega_b} \cdot \frac{l}{1 + \sigma_S} \right)^2 \quad (3.28)$$

$$c = 0 \quad (3.29)$$

$$d = (m_b \psi l \chi_2)^2 \quad (3.30)$$

### Reduzierte quartische Gleichung

Mit der Substitution

$$z = x + \frac{1}{4}a \quad (3.31)$$

lässt sich die vollständige Gleichung 4. Ordnung (3.22) auf die reduzierte Form unter Beseitigung des Terms dritter Ordnung bringen:

$$z^4 + pz^2 + qz + r = 0 \quad (3.32)$$

$$p = -\frac{3}{8}a^2 + b \quad (3.33)$$

$$q = \frac{1}{8}a^3 - \frac{1}{2}ab + c \quad (3.34)$$

$$r = -\frac{3}{256}a^4 + \frac{1}{16}a^2b - \frac{1}{4}ac + d \quad (3.35)$$

### Kubische Gleichung

Unter Hinzunahme der Hilfsvariablen  $x_k$  kann die reduzierte Gleichung 4. Ordnung (3.32) zu einem Quadrat ergänzt werden:

$$(z^2 + p + x_k)^2 = (p + 2x_k)z^2 - qz + p^2 - r + 2px_k + x_k^2 \quad (3.36)$$

Es ergibt sich nur ein vollständiges Quadrat, wenn die Diskriminante der rechten Seite von (3.36) gleich Null wird. Dieser Rechenschritt führt zur folgenden kubischen Gleichung:

$$x_k^3 + a_k x_k^2 + b_k x_k + c_k = 0 \quad (3.37)$$

$$a_k = \frac{5}{2}p \quad (3.38)$$

$$b_k = 2p^2 - r \quad (3.39)$$

$$c_k = \frac{1}{2}p^3 - \frac{1}{2}pr - \frac{1}{8}q^2 \quad (3.40)$$

### Reduzierte kubische Gleichung

Mit der Substitution

$$z_k = x_k + \frac{1}{3}a_k \quad (3.41)$$

kann die kubische Gleichung ebenfalls auf die reduzierte Form ohne quadratischen Term umgeformt werden:

$$z_k^3 + p_k z_k + q_k = 0 \quad (3.42)$$

$$p_k = b_k - \frac{1}{3}a_k^2 \quad (3.43)$$

$$q_k = \frac{2}{27}a_k^3 - \frac{1}{3}a_k b_k + c_k \quad (3.44)$$

## Lösung

Die reduzierte kubische Gleichung ist mithilfe der Formel von Cardano [3] lösbar. Hierzu muss die Determinante  $D_k$  bestimmt werden, die im vorliegenden Falle größer Null ist, um daraus die beiden Wurzeln  $u_k$  und  $v_k$  zu errechnen, die die Lösung der reduzierten kubischen Gleichung ergeben.

$$D_k = \left(\frac{p_k}{3}\right)^2 + \left(\frac{q_k}{2}\right)^2 \quad (3.45)$$

$$u_k = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q_k + \sqrt{D_k}} \quad (3.46)$$

$$v_k = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q_k - \sqrt{D_k}} \quad (3.47)$$

$$z_k = u_k + v_k \quad (3.48)$$

Aus der Lösung der reduzierten kubischen Gleichung lässt sich nach (3.41) sofort die Lösung der vollständigen kubischen Gleichung ermitteln:

$$x_k = z_k - \frac{1}{3}a_k \quad (3.49)$$

Die Lösung der reduzierten quartischen Gleichung durch Auflösen von (3.36) lautet:

$$w = \sqrt{p + 2x_k} \quad (3.50)$$

$$v = \begin{cases} 1, & \text{für } m_b < m_{bg} \\ -1, & \text{für } m_b \geq m_{bg} \end{cases} \quad (3.51)$$

$$z = \frac{w}{2} + v \sqrt{\left(\frac{w}{2}\right)^2 - \left(\frac{q}{2w} + p + x_k\right)} \quad (3.52)$$

Damit ist ebenso die quartische Gleichung durch Rücksubstitution nach (3.31) gelöst:

$$x = z - \frac{1}{4}a \quad (3.53)$$

Somit kann nun im letzten Schritt die anfängliche Substitution (3.17) rückgängig gemacht werden und der d-Strom für geringstmöglichen Statorstrombetrag bei gegebenem Drehmoment berechnet werden. Die dazugehörige Stromkomponente in der q-Achse kann aus der Drehmomentgleichung bestimmt werden.

$$i_{db} = \frac{x - 1}{\psi l} \quad (3.54)$$

$$i_{qb} = \frac{m_b}{x} \quad (3.55)$$



## Grenzmoment

Zur Beurteilung, ob ein Betriebspunkt im Grunddrehzahlbereich oder im Feldschwächbereich liegt, werden (3.18) und (3.21) nach dem bezogenen Drehmoment aufgelöst und gleichgesetzt. Nach Umformungen erhält man eine quadratische Gleichung für  $x_g$ .

$$x_g = \frac{\chi_2(\chi_2 + 2) + \sqrt{\chi_2^3(4 - 3\chi_2) + 4(1 + \chi_2^2) \left(\frac{u_{sb}}{\omega_b} \frac{1}{1 + \sigma_s}\right)^2}}{2(1 + \chi_2^2)} \quad (3.56)$$

Hieraus kann das Grenzmoment mithilfe von (3.18) bestimmt werden.

$$m_{bg} = \frac{x_g \sqrt{x_g(x_g - 1)}}{\psi l} \quad (3.57)$$

Ist somit das gewünschte Soll Drehmoment kleiner als das Grenzdrehmoment, so befindet sich der Betriebspunkt im Grunddrehzahlbereich, ansonsten im Feldschwächbereich.

### 3.2.3 Kennfeld bei Drehmomentvorgabe

Durch die im vorhergehenden Kapitel hergeleiteten Beziehungen zur Ermittlung der Stromkomponenten, mit denen ein gewünschtes Sollmoment mit geringstmöglichen Strombetrag erzeugt werden kann, ist die direkte Berechnung der Kennlinien für die Stromkomponenten in Abhängigkeit des Drehmoments möglich. Abbildung 3.6 zeigt diesen Verlauf der bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  sowie des Strombetrags  $i_{sb}$  im Grunddrehzahlbereich ohne Spannungsbegrenzung über dem normierten Drehmoment  $m_b$ .

## 3.3 Auslegungsvergleich bei Variation der Reluktanz

Zur anschaulichen Darstellung der Vorteile einer permanentmagneterregten Synchronmaschine mit höherem magnetischen Leitwert in der Querachse im Vergleich zur Längsachse werden in diesem Abschnitt der Verlauf charakteristischer Größen gezeigt. Dabei wird bei allen Kennlinien außer dem Diagramm des Kurzschlussmoments (Abb. 3.12) der Spannungsabfall am Statorwiderstand vernachlässigt.

Der Vergleich zweier Maschinen mit unterschiedlicher Reluktanz wird auf der Basis der folgenden Annahmen durchgeführt: Durch die verwendete Energieversorgung wie z.B. durch eine Batterie oder eine ungesteuerte Gleichrichtung aus einem Drehstromnetz ist die Nennspannung festgelegt und soll für beide Maschinen ausgenutzt werden. Aufgrund der mechanischen Lastkennlinie und der Anforderungen an die Dynamik im Grunddrehzahlbereich sind

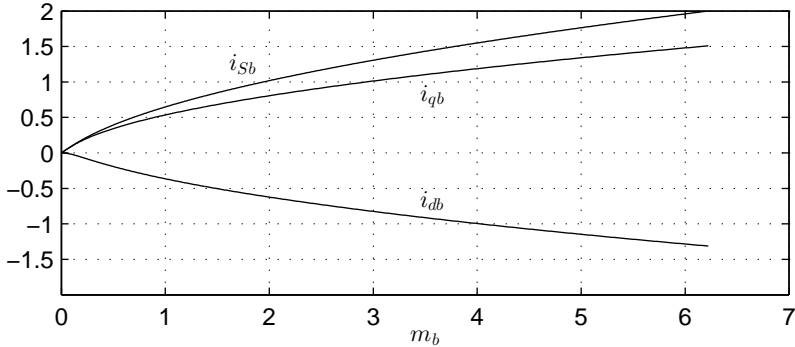


Abbildung 3.6: Verlauf des Strombetrags  $i_{Sb}$  und der Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  zur Erzeugung des Drehmoments mit minimalem Strombetrag im Grunddrehzahlbereich

ebenso das Nennmoment und die Eckdrehzahl gegeben. Bei ebenfalls gleicher Wahl der Polpaarzahl  $p$ , des Statorstreuoeffizienten  $\sigma_S$  und des Entwurfsparameters  $\psi$  wird nur der Parameter der bezogenen Reluktanz  $l$  variiert. Tabelle 3.1 enthält die vorgegebenen Parameter für den Entwurfsvergleich. Die Maschine mit Reluktanz und unterschiedlichen Induktivitäten in d- und q-Achse wird als PSM1 bezeichnet, die Maschine mit einem symmetrischen Aufbau des Rotors und identischen Induktivitäten als PSM2.

Unter der geltenden Bedingung, dass der Nennpunkt der Maschine gleichzeitig der Eckpunkt ( $\omega_{br} = 1$  und  $i_{Sbr} = 1$ ) ist und dass das Drehmoment im Nennpunkt mit kleinstmöglichem Strombetrag erzeugt wird, können alle weiteren Maschinenparameter und Werte im Nennpunkt unter Verwendung der in diesem Kapitel hergeleiteten Formeln aus den Angaben in Tabelle 3.1 errechnet werden. Tabelle 3.2 listet die wichtigsten berechneten Kenngrößen auf. Hierbei fallen zwei wesentliche Unterschiede auf: Die Maschinenvariante PSM2 benötigt einen mehr als doppelt so großen Permanentmagnetfluss im Vergleich zur PSM1, um die gewünschten Betriebspunkte zu erreichen. Im Gegenzug benötigt PSM1 einen um 4,8% höheren Nennstrom im Vergleich zur PSM2, um das gleiche Nennmoment zu erreichen.

Die Abbildungen 3.7 bis 3.11 zeigen die Kennlinien der relevanten Größen über der normierten Winkelgeschwindigkeit respektive normierten Drehzahl von Null bis zur gegebenen maximalen bezogenen Drehzahl  $\omega_{bmax} = 3$ . In Rot sind die Kennlinien der reluktanten PSM1, in Blau die Kennlinien der symmetrisch aufgebauten PSM2 gezeichnet. Neben den Kurven bei Betrieb mit Nenn-

Größe	Bezeichnung	Wert PSM1	Wert PSM2
Nennspannung	$u_{Sr} = \sqrt{3}U_{SN}$	240 V	
Nennmoment	$M_N$	85 Nm	
Nennzahl	$n_N$	4000 min <sup>-1</sup>	
maximale Drehzahl	$n_{max}$	12000 min <sup>-1</sup>	
maximaler Strom	$i_{Sbmax}$	$2i_{Sbr}$	
Statorwiderstand	$R_S$	10 mΩ	
Statorstreukoeffizient	$\sigma_S$	0,05	
Polpaarzahl	$p$	3	
Entwurfsparameter	$\psi$	0,7	0,7
Entwurfsparameter	$l$	-3,4	0

Tabelle 3.1: Gegebene Maschinenparameter und Nennwerte für Entwurfsvergleich

Größe	Bezeichnung	PSM1	PSM2
Nennstrom	$i_{Sr} = \sqrt{3}I_{SN}$	193,2 A	184,1 A
Induktivität in der d-Achse	$L_d$	0,29 mH	0,61 mH
Induktivität in der q-Achse	$L_q$	1,22 mH	0,61 mH
Permanentmagnetfluss	$\Psi_{PM}$	0,075 Vs	0,154 Vs
bez. Spannung im Nennpunkt	$u_{Sbr}$	2,53	1,24
bez. Moment im Nennpunkt	$m_{br}$	1,94	1
bez. d-Strom im Nennpunkt	$i_{dbr}$	-0,61	0
bez. q-Strom im Nennpunkt	$i_{qbr}$	0,79	1

Tabelle 3.2: Errechnete Maschinenparameter und Nennwerte für Entwurfsvergleich

strom sind ebenfalls die Kurven für doppelten Nennstrom enthalten, um das unterschiedliche Verhalten im Überlastfall zu zeigen. Kurven für Nennstrom sind dabei als durchgezogene Linie, Kurven für den doppelten Nennstrom als gestrichelte Linien dargestellt.

### 3.3.1 Kennfelder für Auslegungsvarianten

Die Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  werden nach den Gleichungen in Kapitel 3.1 derart gewählt, dass unter Berücksichtigung des Statorstrombetrags  $i_{Sb}$  und der Nennspannung  $u_{Sbr}$  in Abhängigkeit der bezogenen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_b$  das maximale Moment erzeugt wird. Bild 3.7 zeigt dabei den Verlauf der Stromkomponente  $i_{db}$  und Bild 3.8 den Verlauf der Stromkomponenten

te  $i_{qb}$ . Als Knick in den Kennlinien ist die Eckdrehzahl bei  $\omega_b = 1$  für einfachen Nennstrom klar zu erkennen. Die Eckdrehzahl bei doppeltem Nennstrom liegt bei PSM2 höher als bei der symmetrischen PSM1. Einzig der Kennlinie des Längstroms bei PSM1 für doppelten Nennstrom ist bei  $\omega_b = 2,5$  der Übergang zur Kurve maximalen Moments pro Volt deutlich anzusehen.

Aus den somit berechneten Stromkomponenten ist nach (2.50) und (2.51) der bezogene Statorspannungsbetrag im stationären Zustand bestimmt und in Abbildung 3.9 dargestellt. Zu berücksichtigen ist bei der normierten Darstellung die für beide Maschinen verschiedene Bezugsspannung, so dass trotz gleichgroßer Nennspannung ein verschieden großer bezogener Wert im Feldschwächbereich erreicht wird.

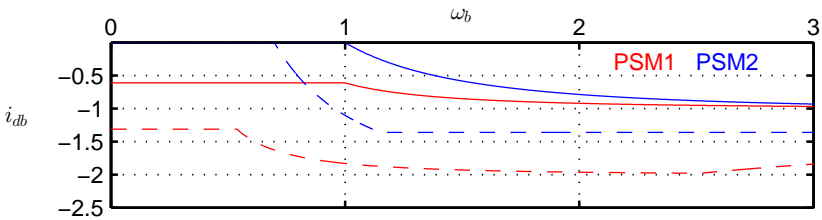


Abbildung 3.7: Verlauf des bezogenen Stroms  $i_{db}$  über der normierten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_b$  für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien:  $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien:  $i_{sb} = 2$ )

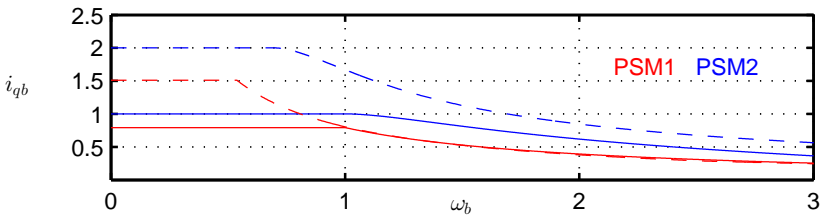


Abbildung 3.8: Verlauf des bezogenen Stroms  $i_{qb}$  über der normierten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_b$  für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien:  $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien:  $i_{sb} = 2$ )

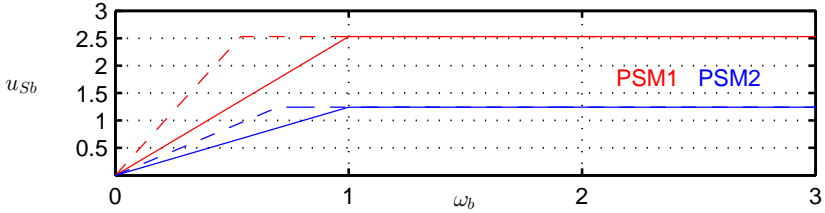


Abbildung 3.9: Verlauf der bezogenen Spannung  $u_{sb}$  über der normierten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_b$  für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien:  $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien:  $i_{sb} = 2$ )

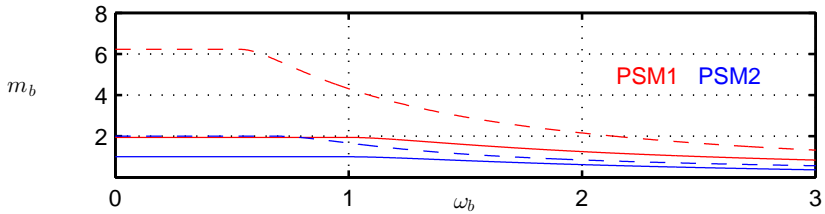


Abbildung 3.10: Verlauf des bezogenen Moments  $m_b$  über der normierten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_b$  für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien:  $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien:  $i_{sb} = 2$ )

Das aus den Statorstromkomponenten nach der Drehmomentgleichung (2.54) bestimmbare bezogene Drehmoment ist in Abbildung 3.10 zu sehen. Zur besseren Veranschaulichung ist in Abbildung 3.11 zusätzlich der Quotient aus bezogenem Moment und bezogenem Moment im Nennpunkt dargestellt, der dem Quotienten aus (nichtbezogenem) Drehmoment zu Nennmoment entspricht:

$$\frac{m_b}{m_{br}} = \frac{M_i}{M_N} \quad (3.58)$$

Hier wird der deutliche Vorteil der reluctanzbehafteten PSM1 sichtbar: Bei Nennstrom ist das Drehmoment im Grunddrehzahlbereich gleich, jedoch im Feldschwächbereich deutlich größer als bei der Vergleichsmaschine PSM2. Bei maximaler Drehzahl und Nennstrom liegt das Drehmoment von PSM1 um 18,5% über dem Drehmoment von PSM2. Im Überlastfall bei doppeltem Nenn-

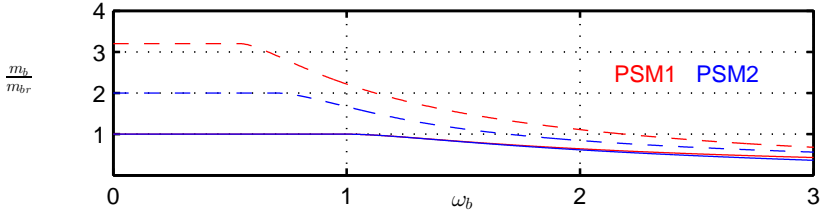


Abbildung 3.11: Quotient aus bezogenem Moment  $m_b$  und bezogenem Moment im Nennpunkt  $m_{br}$  über der normierten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_b$  für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien:  $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien:  $i_{sb} = 2$ )

strom liegt das von PSM1 erzeugbare Drehmoment über den kompletten Drehzahlbereich deutlich über dem von PSM2. Im Stillstand kann von PSM1 das 1,6-fache und bei maximaler Drehzahl das 1,2-fache des Drehmoments erzielt werden, das die PSM2 im jeweiligen Punkt erzeugen könnte.

### 3.3.2 Kurzschlussdrehmoment

Im Fehlerfall eines dreipoligen Kurzschlusses der Maschinen an den Statorklemmen ist das dabei erzeugte Drehmoment von Interesse, da dieses zu ungewolltem Verhalten z.B. bei einem Fahrzeugantrieb führen kann. Hierzu betrachtet man die Spannungsgleichungen im stationären Fall bei Beachtung des Spannungsabfalls am Statorwiderstand.

$$u_{dbk} = \psi r_b i_{dbk} - \omega_b \psi (1 + \sigma_S - l) i_{qbk} = 0 \quad (3.59)$$

$$u_{qbk} = \psi r_b i_{qbk} + \omega_b [\psi (1 + \sigma_S) i_{dbk} + 1] = 0 \quad (3.60)$$

Hieraus lassen sich die bezogenen Statorstromkomponenten und das Drehmoment bestimmen:

$$i_{dbk} = -\frac{\omega_b^2 \frac{1}{\psi} (1 + \sigma_S - l)}{r_b^2 + (1 + \sigma_S)(1 + \sigma_S - l)\omega_b^2} \quad (3.61)$$

$$i_{qbk} = -\frac{\omega_b \frac{1}{\psi} r_b}{r_b^2 + (1 + \sigma_S)(1 + \sigma_S - l)\omega_b^2} \quad (3.62)$$

$$m_{bk} = i_{qbk} + \psi l i_{dbk} i_{qbk} \quad (3.63)$$

Als Vorteil der PSM1 ist das betragsmäßig deutlich geringere Maximum des Drehmoments im dreipoligen Kurzschluss im Vergleich zu PSM2 zu sehen. Abbildung 3.12 zeigt den Verlauf des Kurzschlussmoments beider Maschinenauslegungen in Abhängigkeit der Drehzahl.

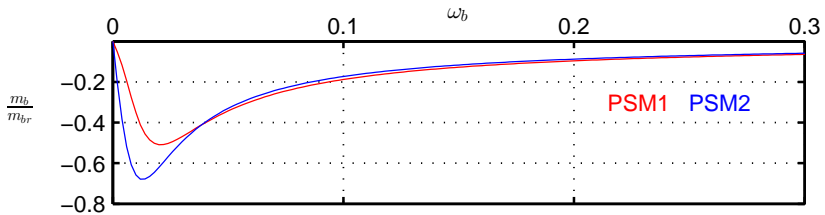


Abbildung 3.12: Quotient aus bezogenem Moment  $m_b$  und bezogenem Moment im Nennpunkt  $m_{br}$  über der normierten Winkelgeschwindigkeit  $\omega_b$  im dreipoligen Kurzschluss für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2

### 3.3.3 Leerlaufspannung

Zum geregelten Betrieb einer Synchronmaschine ist die Speisung mit einem Umrichter notwendig, um eine Statorspannung variabler Amplitude und Frequenz zu erzeugen. Als Umrichter findet dabei der Pulswechselrichter in Drehstrombrückenschaltung mit IGBT- oder MOSFET-Halbleiterschaltern und antiparallelen Dioden weite Anwendung. Im Falle eines Umrichterfehlers würde man die Ansteuerimpulse der Halbleiterschalter sperren, womit keine Stromregelung der angeschlossenen Maschine mehr möglich ist. Befindet sich die Maschine beim Auftreten des Fehlerfalls im Feldschwächbetrieb, so kann auch kein feldschwächender negativer d-Strom eingepreßt werden, um die Maschinenspannung zu begrenzen. Betrachtet man den stationären Zustand, so liegt die volle Polradspannung an den Klemmen der Maschine an, die je nach Maschinenentwurf und Drehzahl weit über der Nennspannung liegen kann. Liegt die Polradspannung über der Sperrfähigkeit der Leistungshalbleiter, so sind zusätzliche Schutzmaßnahmen wie ein Kurzschliesser für die Statorklemmen der Maschine notwendig. Die bezogene Spannung im Leerlauf  $u_{sb0}$  lässt sich aus den vereinfachten Spannungsgleichungen (2.50) und (2.51) angeben, da die Ströme gleich Null sind.

$$u_{sb0} = \omega_b \quad (3.64)$$

Die bezogene Spannung kann daher derart interpretiert werden, dass sie angibt, bei welcher bezogenen Drehzahl eine Maschine im Leerlauf die Nennspannung erreicht. Für die Vergleichsmaschinen gilt nach Abb. 3.9 eine bezogene Nennspannung von  $u_{Sbr} = 2,5$  für PSM1 bzw. 1,2 für PSM2. Somit erreicht die reluktanzbehaftete PSM1 im Leerlauf erst bei 2,5-facher Nenndrehzahl die Nennspannung, während die symmetrisch aufgebaute PSM2 schon bei 1,2-facher Nenndrehzahl die Nennspannung erreicht. Ab dieser Drehzahl muss auch im Leerlauf ein feldschwächender d-Strom eingeprägt werden, um höhere Drehzahlen zu erreichen. Da dieser Strom Verluste verursacht, ist dies ein klarer Pluspunkt für eine Maschine mit  $L_d < L_q$ . Betrachtet man das Verhältnis der Leerlaufspannung zur Nennspannung, so gilt:

$$\frac{u_{S0}}{u_{Sr}} = \frac{u_{Sb0}}{u_{Sbr}} = \frac{\omega_b}{u_{Sbr}} \quad (3.65)$$

Bei der angenommenen Maximaldrehzahl von dreifacher Nenndrehzahl ( $\omega_{bmax} = 3$ ) ergeben sich Leerlaufspannungen von 1,2-facher Nennspannung für PSM1 bzw. 2,4-facher Nennspannung für PSM2. Die Amplitude der verketteten Spannung an den Maschinenklemmen beträgt somit 403 V für PSM1 und 820 V für PSM2. Somit sind beim Einsatz von Halbleiterbauelementen mit 600 V Sperrspannung bei der magnetisch symmetrischen Maschine PSM2 unbedingt Schutzmaßnahmen notwendig, während die Leerlaufspannung der PSM1 nicht zu einer Schädigung des Umrichters führen sollte.



# 4

## Zeitdiskreter Stromregler

In der Leistungselektronik und der elektrischen Antriebstechnik ist die Einregelung des Stromes auf einen gewünschten Sollwert von hoher Wichtigkeit, da somit das Drehmoment einer Maschine oder die übertragene Leistung eines DC-DC-Wandlers vorgegeben werden können.

In diesem Kapitel werden die Reglerparameter für einen zeitdiskreten Stromregler anhand der Stromregelung einer ohmsch-induktiven Last mit Gegenspannung hergeleitet. Im nachfolgenden Kapitel 5 wird gezeigt, wie durch eine Erweiterung auf zwei Regelstrecken und durch Hinzunahme einer Entkopplungsschaltung, die für die Unabhängigkeit der beiden Strecken sorgt, eine getrennte Regelung des d- und q-Stromes einer permanentmagneterregten Synchronmaschine erfolgt. Für jede dieser Strecken kann der in diesem Kapitel hergeleitete zeitdiskrete Regler eingesetzt werden.

### 4.1 Digitale Regelungssysteme mit Rechentotzeit

Digitale Signalprozessoren und Mikrocontroller haben in der modernen Antriebstechnik die analogen und zeitkontinuierlichen Rechenschaltungen abgelöst. Daher ist auf Seiten der Regelungstechnik auch der Übergang von der reinen zeitkontinuierlichen Betrachtung [7] zur zeitdiskreten Betrachtungsweise notwendig [6, 20, 26].

Abbildung 4.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer zeitdiskreten Regelung:

- Alle Regelungsalgorithmen werden in einem festen Abtastraster z.B. auf einem Signalprozessor oder Mikrocontroller berechnet.

- Der damit zeitdiskret arbeitende Regler bestimmt aus den abgetasteten Werten der Führungs- und Regelgrößen die Reglerstellgröße.
- Die Reglerstellgröße wird über ein Halteglied zeitkontinuierlich dem Stellglied zugeführt.
- Das Stellglied wirkt mit der Stellgröße auf die zeitkontinuierliche Strecke ein. Das Stellglied wird als Proportionalglied mit Verstärkung 1 und ohne weitere Totzeit modelliert.

Die Abbildung enthält alle benötigten Größen der Regelung:

- Führungsgröße (Stromsollwert  $i_w$ )
- Regelgröße (Stromistwert  $i$ )
- Stellgröße (Ausgangsspannung des Reglers  $u_R$ )

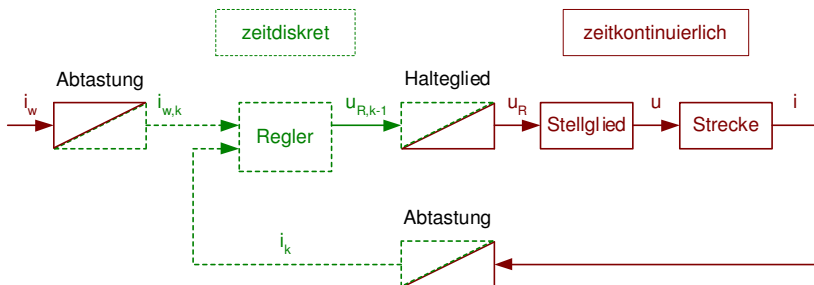


Abbildung 4.1: Darstellung der zeitdiskreten und zeitkontinuierlichen Bestandteile eines Strom-Regelkreises

Bei modernen Regelungssystemen wird mit Hilfe eines Mikrocontrollers oder digitalen Signalprozessors aus dem analog aufbereiteten und danach analog-digital gewandelten Messwert innerhalb einer Abtastperiode die Sollspannung als Ausgangsgröße der Regelung berechnet, die erst im nächsten Abtastintervall vom Stellglied (z.B. einem Umrichter) ausgegeben werden kann. Somit kann der Sollwert nicht mehr innerhalb eines Abtastschrittes eingeregelt werden, sondern es vergehen mindestens 2 Abtastperioden, bis der Istwert zum Abtastzeitpunkt  $k+2$  den gewünschten Sollwert des Abtastzeitpunkts  $k$  erreicht, wie Abbildung 4.2 anhand des Beispiels der Stromregelung deutlich macht.

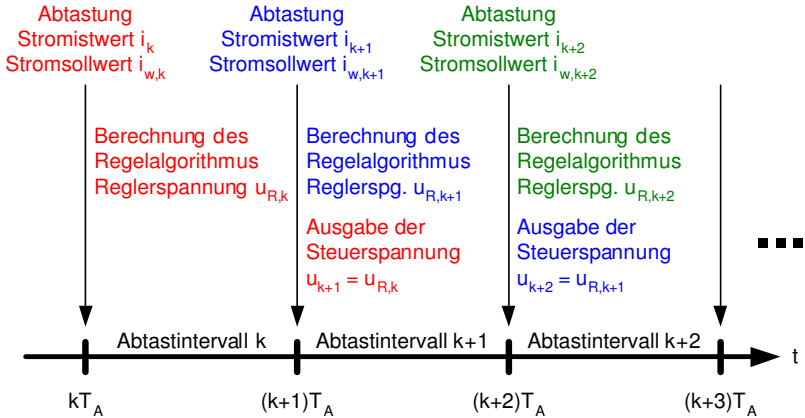


Abbildung 4.2: Zeitdiskrete Regelung mit Berücksichtigung einer Rechenzeit von einem Abtastintervall

## 4.2 Modellbildung der Strecke

Im Folgenden wird somit zur grundlegenden Modellbildung als Strecke eine ohmsch-induktive Last mit Gegenspannung  $u_i$  betrachtet, deren zeitkontinuierliche Differentialgleichung

$$u(t) - u_i(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (4.1)$$

lautet. Hieraus können die zur Auslegung der Regelparameters eines zeitdiskreten Stromreglers notwendigen Grundlagen hergeleitet werden.

Zur Systemanalyse werden die Laplace-Transformierte der Regelstrecke

$$G(s) = \frac{I(s)}{U(s) - U_i(s)} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1 + \tau \cdot s} \quad (4.2)$$

und die Laplace-Transformierte des Abtast-Halte-Glieds nach [6]

$$G_{AH}(s) = \frac{1}{s} \cdot \left(1 - e^{-T_A s}\right) \quad (4.3)$$

mit der Streckenzeitkonstanten  $\tau = \frac{L}{R}$  und der Abtastzeit  $T_A$  des zeitdiskreten Abtastsystems benötigt. Zur zeitdiskreten Betrachtung werden diese Übertra-

gungsfunktionen mithilfe der z-Transformation überführt:

$$\begin{aligned}
 G(z) &= \mathcal{Z} \{ G_{AH}(s) \cdot G(s) \} \\
 &= \mathcal{Z} \left\{ (1 - e^{-T_A s}) \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1 + \tau \cdot s} \right\} \\
 &= \frac{1}{R} \cdot \frac{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}}{z - e^{-\frac{T_A}{\tau}}}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Für die z-Transformierten der Spannungen und Ströme folgt hieraus:

$$(U(z) - U_i(z)) \cdot \frac{1}{R} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}} \right) = I(z) \cdot \left( z - e^{-\frac{T_A}{\tau}} \right) \tag{4.5}$$

Die zeitdiskrete Darstellung der Spannungen und Ströme zu den Abtastzeitpunkten lässt sich hieraus einfach ermitteln:

$$\left( u(kT_A) - u_i(kT_A) \right) \cdot \frac{1}{R} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}} \right) = i \left( (k+1)T_A \right) - e^{-\frac{T_A}{\tau}} \cdot i(kT_A) \tag{4.6}$$

Die vorhergehende Gleichung ist äquivalent zur folgenden verkürzten Darstellung mit dem Abtastzeitpunkt als Index, wobei ein Wert zum Zeitpunkt  $kT_A$  mit dem Index  $k$ , ein Wert zum Zeitpunkt  $(k+1)T_A$  mit dem Index  $k+1$ , usw. gekennzeichnet wird:

$$(u_k - u_{i,k}) \cdot \frac{1}{R} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}} \right) = i_{k+1} - e^{-\frac{T_A}{\tau}} \cdot i_k \tag{4.7}$$

Durch Umstellung der Gleichung (4.7) kann der Strom im nachfolgenden Abtastintervall  $k+1$  aus den bekannten Größen im vorherigen  $k$ -ten Abtastintervall berechnet werden:

$$i_{k+1} = e^{-\frac{T_A}{\tau}} \cdot i_k + \frac{1}{R} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}} \right) \cdot (u_k - u_{i,k}) \tag{4.8}$$

Abbildung 4.3 zeigt die somit ermittelte zeitdiskretisierte Regelstrecke. Erkennbar wird das Verhalten eines PT1-Gliedes, mit dem der Strom auf eine Eingangsgröße reagiert.

### 4.3 Zeitdiskreter Stromregler ohne Berücksichtigung einer Rechentotzeit

Will man einen Regler entwerfen, der den Strom-Sollwert in einem Abtastschritt einregelt, so kann die Berechnungsvorschrift für die Stellgröße, die Ausgangsspannung des Reglers  $u_R$ , ohne Berücksichtigung einer Rechentotzeit direkt aus (4.8) durch Auflösung nach der Spannung  $u_k$  abgeleitet werden. Der

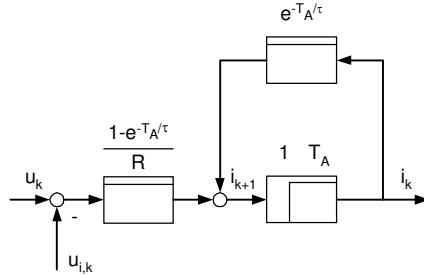


Abbildung 4.3: Zeitdiskretisierte Regelstrecke mit Steuerspannung  $u_k$  und Gegenspannung  $u_{i,k}$

Stromrichter wird als verzögerungsfrei angenommen und der Stromistwert des nächsten Abtastintervalls soll  $i_{k+1}$  genau dem Sollwert  $i_{w,k}$  des aktuellen Abtastschrittes entsprechen. Über die Störgrößenaufschaltung  $u_z$  ist eine Vorsteuerung der Gegenspannung möglich, wenn diese gemessen oder über ein Rechenmodell geschätzt werden kann. Somit gilt für die Größen nach Abbildung 4.4:

$$i_{k+1} = i_{w,k} \quad (4.9)$$

$$u_{z,k} = u_{i,k} \quad (4.10)$$

$$u_k = u_{R,k} \quad (4.11)$$

Die Ausgangsspannung des Reglers bestimmt sich somit zu:

$$u_{R,k} = u_{z,k} + m \cdot i_{w,k} - k_P \cdot i_k \quad (4.12)$$

Hieraus lassen sich die Parameter des regelungstechnischen Strukturschaltbildes nach Abbildung 4.4 ablesen:

$$m = \frac{R}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \quad (4.13)$$

$$k_P = \frac{R \cdot e^{-\frac{T_A}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \quad (4.14)$$

Die vom Regler berechnete Stellgröße wird auf den vom Stellglied erreichbaren Wertebereich begrenzt. In Kapitel 4.5.1 wird für den vollständigen Regler ausführlich auf die Stellgrößenbegrenzung eingegangen.

Abbildung 4.5 zeigt die Verläufe des Stromsollwerts  $i_w$  und des Stromistwerts  $i$  sowie der Spannung  $u$  des Stellglieds und der Gegenspannung  $u_i$  beim zeitdiskreten Stromregler ohne Integralanteil und ohne Berücksichtigung einer Rechenzeit. Hierbei wird von einem unendlich schnell schaltenden Stellglied

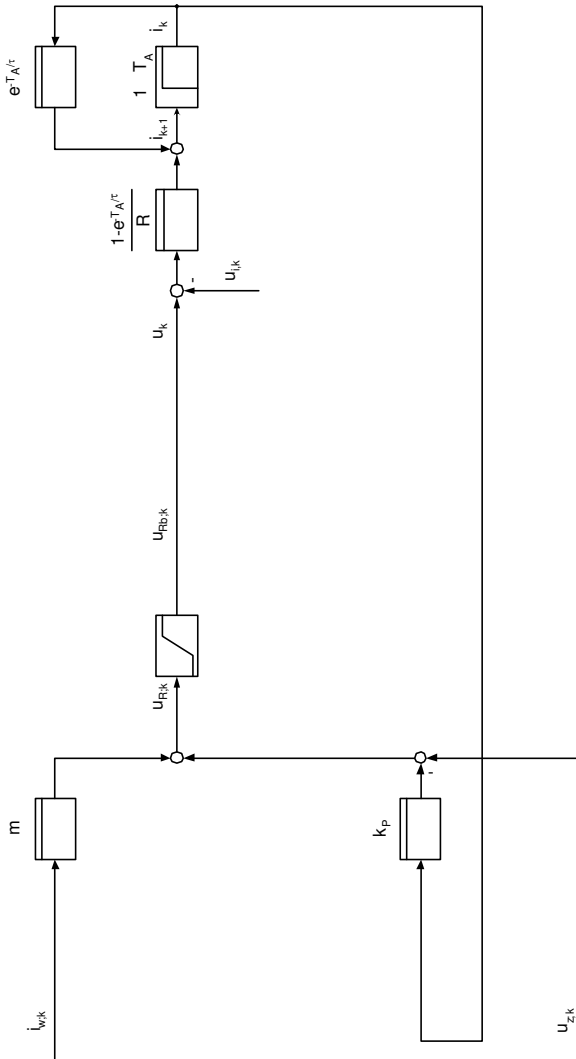


Abbildung 4.4: Strukturbild des Stromregelkreises ohne Integralanteil und ohne Berücksichtigung einer Rechenzeit von einem Abtastintervall

ausgegangen, so dass Sprünge in der Spannung  $u$  auftreten können. Die Induktivität integriert die anliegende Spannung, so dass im Stromwert  $i$  ein kontinuierlicher Verlauf ohne Sprünge zu sehen ist. Die Parameter der Simulation wurden folgendermaßen gewählt:

- Parameter der Regelstrecke:  $R = 1\Omega$ ,  $L = 1mH$
- Abtastzeit  $T_A = 100\mu s$
- Sollwertsprung zum Zeitpunkt  $t = 0,5ms$  auf  $i_w = 1A$
- Störgrößensprung zum Zeitpunkt  $t = 2,5ms$  auf  $u_i = 2V$
- keine Vorsteuerung der Störgröße  $u_z = 0V$

Der so bestimmte Regler kann den Stromwert in einem Schritt auf den gewünschten Sollwert erhöhen. Aufgrund des fehlenden Integralanteils und der fehlenden Vorsteuerung der Störgröße wird diese nicht ausgeregelt und es existiert eine bleibende Regelabweichung.

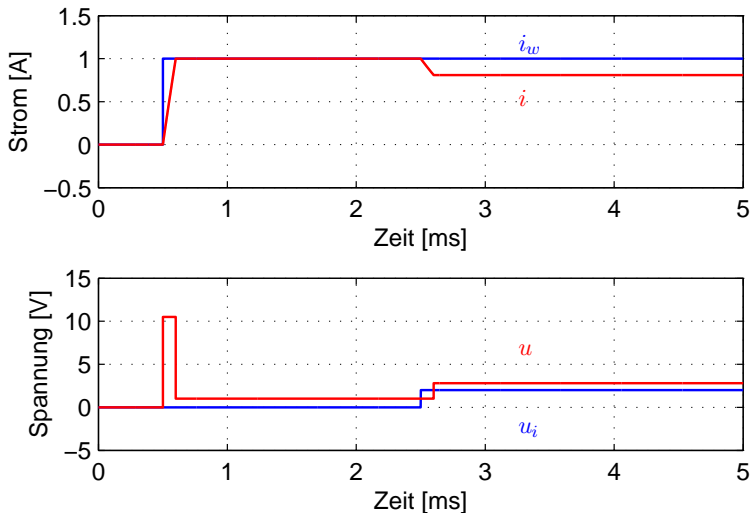


Abbildung 4.5: Zeitverläufe des zeitkontinuierlichen Systemteils mit Stromregler ohne Integralanteil und ohne Rechenzeit

## 4.4 Zeitdiskreter Stromregler bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit

Für einen zeitdiskreten Stromregler unter Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastintervall gemäß Abbildung 4.6 sind die folgenden Parameter zu berechnen:

- Vorsteuerfaktor  $m$
- Proportionalbeiwert  $k_p$
- Totzeitbeiwert  $k_T$

Der Vorsteuerfaktor wird wie beim Stromregler ohne Berücksichtigung einer Rechentotzeit gewählt, da die Reaktion auf eine Änderung der Führungsgröße im Vergleich zum Regler ohne Rechentotzeit nur um einen Abtastschritt verschoben, aber ansonsten identisch sein soll:

$$m = \frac{R}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \quad (4.15)$$

Die Rückführung des Stromistwerts kann jedoch nicht mit dem gleichen Faktor wie beim Stromregler ohne Rechentotzeit erfolgen, da die im aktuellen Abtastintervall berechnete Stellgröße erst im darauf folgenden Intervall vom Stellglied ausgegeben werden kann. Über den Faktor  $k_T$  kann hier jedoch aus der vom Regler berechneten Spannung schon vorausberechnet werden, welcher Stromistwert zu erwarten ist.

Zur Bestimmung von  $k_T$  und  $k_p$  betrachtet man einen Sollwertsprung bei einem vorher unbestromten System ohne Gegenspannung:

$$i_k = 0 \quad (4.16)$$

$$u_{R,k-1} = 0 \quad (4.17)$$

$$u_{Z,k-1+n} = u_{i,k+n} = 0 \quad (4.18)$$

$$i_{w,k+n} = i_w \quad (4.19)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.20)$$

Somit ist bei funktionierender Regelung davon auszugehen, dass der Stromistwert im Abtastintervall  $k+2$  exakt gleich dem Sollwert wird, während er im Abschnitt  $k$  gleich Null ist und aufgrund der Rechentotzeit auch im Abschnitt  $k+1$  gleich Null bleibt:

$$i_{k+1} = 0 \quad (4.21)$$

$$i_{k+2} = i_w \quad (4.22)$$



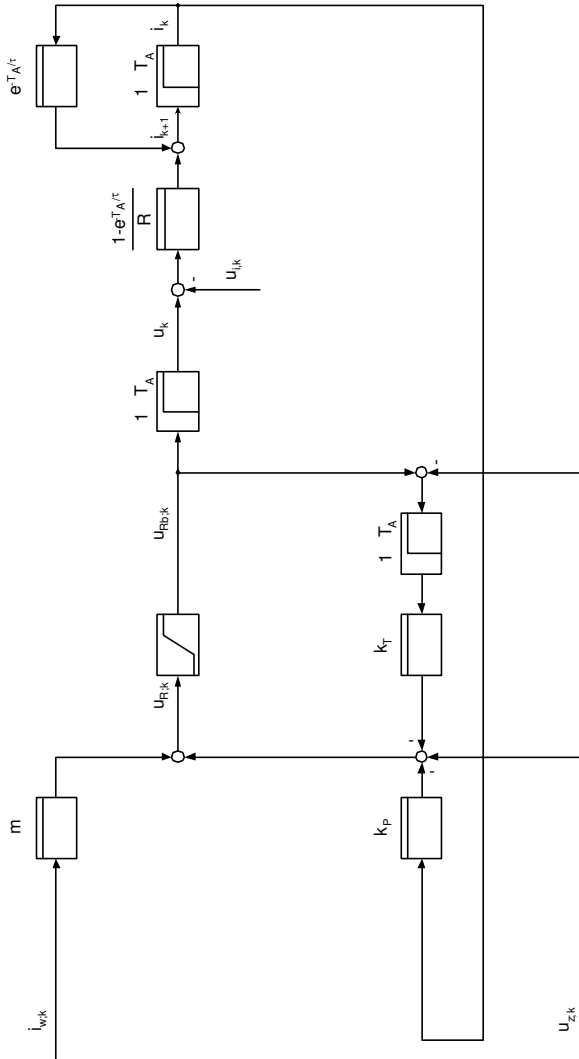


Abbildung 4.6: Strukturbild des Stromregelkreises ohne Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechenzeit von einem Abtastintervall

Die Reglerausgangsspannung kann im Abtastintervall  $k$  zu

$$\begin{aligned} u_{R,k} &= m \cdot i_{w,k} - k_P \cdot i_k - k_T \cdot (u_{R,k-1} - u_{Z,k-1}) + u_{Z,k} \\ &= m \cdot i_w \end{aligned} \quad (4.23)$$

im Abtastintervall  $k+1$  zu

$$\begin{aligned} u_{R,k+1} &= m \cdot i_w - k_T \cdot u_{R,k} \\ &= (m - k_T \cdot m) \cdot i_w \end{aligned} \quad (4.24)$$

sowie im Abtastintervall  $k+2$  zu

$$u_{R,k+2} = m \cdot i_w - k_P \cdot i_w - k_T \cdot u_{R,k+1} \quad (4.25)$$

bestimmt werden. Im Abtastschritt  $k$  wird die Stellspannung berechnet, die im Intervall  $k+1$  ausgegeben wird und im Abtastpunkt  $k+2$  den Strom-Istwert auf den gewünschten Strom-Sollwert bringt. Nur im Intervall  $k$  muss also eine Stellspannung ausgegeben werden, um den Strom aufzubauen, danach geht die Spannung auf den stationären Endwert, um den ohmschen Spannungsabfall am Widerstand auszugleichen.

$$u_{R,k+1} = u_{R,k+2} = R \cdot i_w \quad (4.26)$$

Aus (4.24) und (4.26) lässt sich somit der Parameter  $k_T$  ermitteln:

$$k_T = e^{-\frac{T_A}{\tau}} \quad (4.27)$$

Aus (4.25) und (4.26) und dem soeben berechneten Parameter  $k_T$  kann der Parameter  $k_P$  bestimmt werden:

$$k_P = \frac{R \cdot e^{-\frac{2 \cdot T_A}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \quad (4.28)$$

Abbildung 4.7 zeigt die Verläufe des Strom-Soll- und Ist-Werts sowie der Stellspannung und Gegenspannung des zeitdiskreten Stromreglers ohne Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechenzeit von einem Abtastschritt. Die Simulation baut auf denselben Parametern wie im letzten Abschnitt auf:

- Parameter der Regelstrecke:  $R = 1\Omega, L = 1mH$
- Abtastzeit  $T_A = 100\mu s$
- Sollwertsprung zum Zeitpunkt  $t = 0,5ms$  auf  $i_w = 1A$
- Störgrößensprung zum Zeitpunkt  $t = 2,5ms$  auf  $u_i = 2V$
- keine Vorsteuerung der Störgröße  $u_z = 0V$

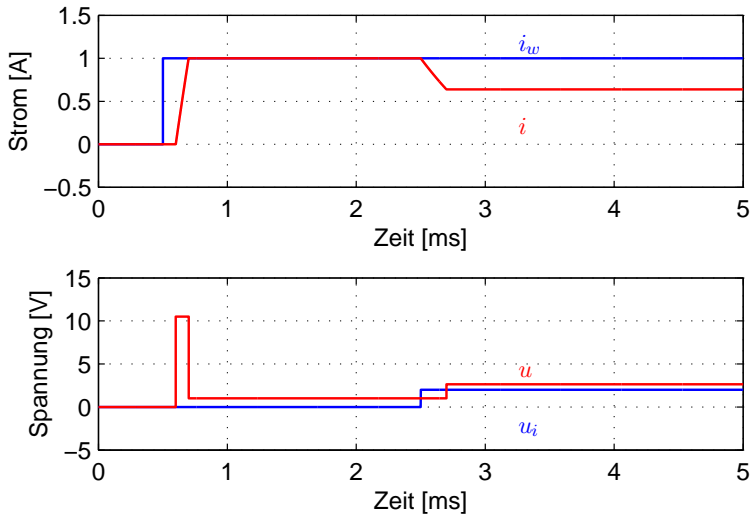


Abbildung 4.7: Zeitverläufe des zeitkontinuierlichen Systems mit Stromregler ohne Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechenzeit

Bei Berücksichtigung der Rechenzeit wird die Regelgröße um einen Abtastschritt später auf den Sollwert eingeregelt. Durch den fehlenden Integralanteil wird die Störgröße wiederum nicht ausgeglichen und führt aufgrund der Rechenzeit zu einer vergrößerten Abweichung zwischen Soll- und Istwert im Vergleich zum Zustand ohne Rechenzeit.

#### 4.5 Zeitdiskreter Stromregler mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechenzeit

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Parameter einer Maschine nicht immer mit ihrem exakten Wert bekannt sind und sich während des Betriebs aufgrund von Temperatur- oder Sättigungseinflüssen verändern können, ist die Einführung eines Integralanteils sinnvoll. Hierdurch wird ebenfalls eine bleibende Regelabweichung aufgrund der Gegenspannung verhindert. Die Stromregelung wird so ausgelegt, dass die Zeitkonstante vorgegeben werden kann, mit der eine Abweichung von Sollwert und Istwert ausgeglichen wird.

Beim zeitdiskreten Stromregler mit Integralanteil unter Berücksichtigung einer Rechenzeit von einem Abtastschritt gemäß Abbildung 4.8 sind die folgenden

Parameter zu berechnen:

- Vorsteuerfaktor  $m$
- Integrationsbeiwert  $k_I$
- Proportionalbeiwert  $k_P$
- Totzeitbeiwert  $k_T$

Der Vorsteuerfaktor wird wie in Kapitel 4.3 bestimmt:

$$m = \frac{R}{1 - e^{-\frac{T_A}{T}}} \quad (4.29)$$

Durch Vorgabe der Integrationszeitkonstanten  $\tau_I$  kann für den geschlossenen Regelkreis der Pol  $z_I = e^{-\frac{T_A}{\tau_I}}$  für den Integralanteil vorgegeben werden. Der Integrationsbeiwert wird proportional zum Vorsteuerfaktor und zu  $1 - z_I$  eingestellt:

$$\begin{aligned} k_I &= (1 - z_I) \cdot m \\ &= (1 - z_I) \cdot \frac{R}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \end{aligned} \quad (4.30)$$

Für die Berechnung der Parameter  $k_T$  und  $k_P$  wird wie im vorangegangenen Abschnitt wiederum ein Strom-Sollwertsprung bei einem zuvor unbestromten System ohne Gegenspannung betrachtet:

$$i_k = 0 \quad (4.31)$$

$$u_{R,k-1} = 0 \quad (4.32)$$

$$u_{I,k} = 0 \quad (4.33)$$

$$u_{Z,k-1+n} = u_{i,k+n} = 0 \quad (4.34)$$

$$i_{w,k+n} = i_w \quad (4.35)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.36)$$

Für die Bestimmung der Reglerparameter sind wiederum die Reglerausgangsspannungen in den Abtastschritten  $k$ ,  $k+1$  und  $k+2$  zu ermitteln. Die Stromistwerte in den Abschnitten  $k+1$  und  $k+2$  sind analog zum vorherigen Abschnitt gleich Null aufgrund der Rechenzeit bzw. gleich dem Sollwert:

$$i_{k+1} = 0 \quad (4.37)$$

$$i_{k+2} = i_w \quad (4.38)$$

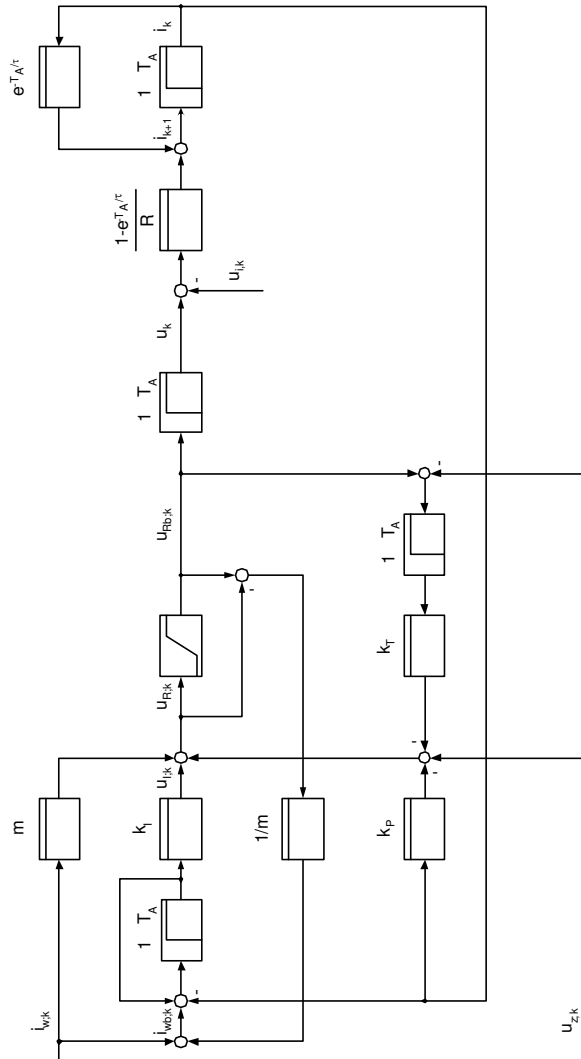


Abbildung 4.8: Strukturbild des Stromregelkreises mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastintervall und Stellgrößenbeschränkung

Hieraus kann der Wert des zeitdiskreten Integrators zu

$$\begin{aligned} u_{I,k+1} &= u_{I,k} + k_I \cdot (i_{w,k} - i_k) \\ &= k_I \cdot i_w \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} u_{I,k+2} &= u_{I,k+1} + k_I \cdot (i_{w,k+1} - i_{k+1}) \\ &= 2k_I \cdot i_w \end{aligned} \quad (4.40)$$

und die Reglerausgangsspannung im Abtastintervall k zu

$$\begin{aligned} u_{R,k} &= m \cdot i_{w,k} - k_P \cdot i_k - k_T \cdot (u_{R,k-1} - u_{Z,k-1}) + u_{Z,k} + u_{I,k} \\ &= m \cdot i_w, \end{aligned} \quad (4.41)$$

die Reglerausgangsspannung im Abtastintervall k+1 zu

$$\begin{aligned} u_{R,k+1} &= m \cdot i_w - k_T \cdot u_{R,k} + u_{I,k+1} \\ &= (m - k_T \cdot m + k_I) \cdot i_w \end{aligned} \quad (4.42)$$

und letztlich die Reglerausgangsspannung im Abtastintervall k+2 zu

$$\begin{aligned} u_{R,k+2} &= m \cdot i_w - k_P \cdot i_w - k_T \cdot u_{R,k+1} + u_{I,k+2} \\ &= (m - k_P + 2k_I - k_T \cdot (m - k_T \cdot m + k_I)) \cdot i_w \end{aligned} \quad (4.43)$$

angegeben werden. Die Reglerspannung nimmt im optimalen Fall ab dem Abtastintervall k+1 den stationären Wert ein und entspricht dem ohmschen Spannungsabfall am Widerstand R:

$$u_{R,k+1} = u_{R,k+2} = R \cdot i_w \quad (4.44)$$

Somit lässt sich aus den Gleichungen (4.42) und (4.44) der Parameter  $k_T$  unter Berücksichtigung der Regelparameter aus (4.29) und (4.30) zu

$$k_T = 1 - z_I + e^{-\frac{T_A}{\tau}} \quad (4.45)$$

und aus (4.43) und (4.44) und den bereits ermittelten Parameter aus (4.29), (4.30) und (4.45) der Parameter  $k_P$  zu

$$k_P = R \cdot \frac{e^{-\frac{2T_A}{\tau}} + (1 - z_I) \cdot (1 + e^{-\frac{T_A}{\tau}})}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \quad (4.46)$$

bestimmen.

Abbildung 4.9 zeigt die Verläufe des Strom-Soll- und Ist-Werts sowie der Stellspannung und Gegenspannung des zeitdiskreten Stromreglers mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastschritt. Die Parameter der Simulation sind wie folgt gewählt und um die Integrationszeitkonstante erweitert:

- Parameter der Regelstrecke:  $R = 1\Omega, L = 1mH$
- Abtastzeit  $T_A = 100\mu s$
- Sollwertsprung zum Zeitpunkt  $t = 0,5ms$  auf  $i_w = 1A$
- Störgrößensprung zum Zeitpunkt  $t = 2,5ms$  auf  $u_i = 2V$
- keine Vorsteuerung der Störgröße  $u_z = 0V$
- Integrationszeitkonstante  $\tau_I = 2 * T_A, z_I = e^{-\frac{T_A}{\tau_I}}$

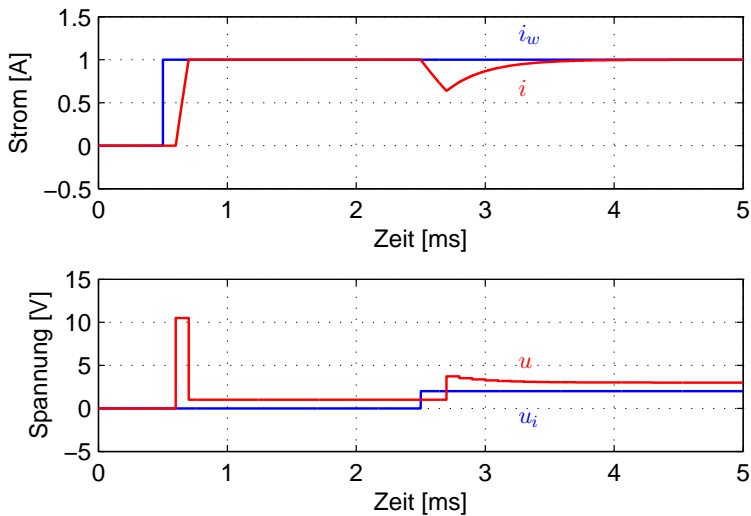


Abbildung 4.9: Zeitverläufe des zeitkontinuierlichen Systems mit Stromregler mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechenzeit

#### 4.5.1 Stellgrößenbegrenzung

Bei allen realen Systemen steht immer nur eine begrenzte Stellspannung zur Verfügung, so dass die Reglerausgangsspannung auf die maximale mögliche Stellspannung begrenzt werden muss, um ungewollte Effekte zu verhindern. Da in diesem Kapitel erstmals ein Integrator mit im Regelkreis vorhanden ist, muss unbedingt von der begrenzten Stellgröße auf diejenige Führungsgröße

$i_{wb}$  zurückgerechnet werden, die mit der begrenzten Stellgröße erreicht wird. Somit ist sichergestellt, dass im Integrator die korrekte Soll-Istwert-Differenz aufintegriert wird und es zu keinem sogenannten Wind-Up-Effekt kommt. Dabei gelten im ersten Schritt für die unbegrenzte Reglerausgangsspannung

$$u_{R,k} = m \cdot i_{w,k} - k_P \cdot i_k - k_T \cdot (u_{Rb,k-1} - u_{Z,k-1}) + u_{Z,k} + u_{I,k} \quad (4.47)$$

sowie für die begrenzte Reglerausgangsspannung

$$u_{Rb,k} = m \cdot i_{wb,k} - k_P \cdot i_k - k_T \cdot (u_{Rb,k-1} - u_{Z,k-1}) + u_{Z,k} + u_{I,k} \quad (4.48)$$

Durch Differenzbildung erhält man:

$$u_{Rb,k} - u_{R,k} = m \cdot (i_{wb,k} - i_{w,k}) \quad (4.49)$$

Der begrenzte Wert des Stromsollwertes kann somit folgendermaßen berechnet werden:

$$i_{wb,k} = \frac{1}{m} \cdot (u_{Rb,k} - u_{R,k}) + i_{w,k} \quad (4.50)$$

Solange die Stellgrößenbegrenzung aktiv ist, kann somit nicht der gewünschte Sollwert im nächsten Abtastschritt eingeregelt werden. Greift die Begrenzung aufgrund eines im stationären Zustand erreichbaren Sollwertes, dann bleibt die Begrenzung solange aktiv, bis der Istwert soweit angestiegen ist, dass die Stellgröße nicht mehr begrenzt werden muss und der Sollwert eingeregelt werden kann. Das regelungstechnische Strukturschaltbild in Abbildung 4.8 enthält bereits die benötigten Elemente zur Berücksichtigung der Stellgrößenbegrenzung. Der Stromregler mit Integralanteil reagiert auf einen Sollwertsprung der Führungsgröße exakt wie der zuvor bestimmte Regler ohne Integralanteil, wenn eine Rechentotzeit berücksichtigt wird. Der Integralanteil sorgt nunmehr für eine schnelle Ausregelung der nicht vorgesteuerten Gegenspannung.

## 4.6 Zeitdiskreter Stromregler mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit mit Polvorgabe für Führungs- und Störgröße

Beim zeitdiskreten Stromregler mit Integralanteil unter Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastschritt und mit Polvorgabe für Führungs- und Störgröße gemäß Abbildung 4.8 sind wie im vorhergehenden Kapitel die folgenden Parameter zu berechnen:

- Vorsteuerfaktor  $m$
- Integrationsbeiwert  $k_I$



- Proportionalbeiwert  $k_P$
- Totzeitbeiwert  $k_T$

Abweichend von den vorherigen Abschnitten soll nun der Stromsollwert nicht mehr in einem Abtastschritt eingestellt werden, sondern mit einem exponentiellen Verlauf mit der wählbaren Zeitkonstanten  $\tau_w$ , um eine frei wählbare Dynamik des Regelkreises zu ermöglichen. Der Vorsteuerfaktor wird ausgehend von dem in Kapitel 4.3 bestimmten Wert mit einem zu wählenden Pol  $z_w = e^{-\frac{T_A}{\tau_w}}$  für den geschlossenen Regelkreis bestimmt:

$$m = (1 - z_w) \cdot \frac{R}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \quad (4.51)$$

Wie im vorhergehenden Abschnitt kann durch Vorgabe der Integrationszeitkonstanten  $\tau_I$  der Pol  $z_I = e^{-\frac{T_A}{\tau_I}}$  für den Integralanteil vorgegeben werden. Der Integrationsbeiwert wird analog zu Kapitel 4.5 proportional zum Vorsteuerfaktor und zu  $1 - z_I$  eingestellt:

$$\begin{aligned} k_I &= (1 - z_I) \cdot m \\ &= (1 - z_w) \cdot (1 - z_I) \cdot \frac{R}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \end{aligned} \quad (4.52)$$

Für die Berechnung der Parameter  $k_T$  und  $k_P$  wird wiederum ein Stromsollwertsprung bei einem zuvor unbestromten System betrachtet:

$$i_k = 0 \quad (4.53)$$

$$u_{R,k-1} = 0 \quad (4.54)$$

$$u_{I,k} = 0 \quad (4.55)$$

$$u_{Z,k+n} = u_{i,k+n+1} = 0 \quad (4.56)$$

$$i_{w,k+n} = i_w \quad (4.57)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.58)$$

Die Ströme in den Abtastschritten  $k+1$  und  $k+2$  sind aufgrund des unveränderten Verhaltens im Vergleich zum vorherigen Abschnitt wie in (4.37) und (4.38) und die Werte des Integrators wie in (4.39) und (4.40) gegeben. Die Reglerausgangsspannung ergibt sich somit im Abtastintervall  $k$  zu

$$\begin{aligned} u_{R,k} &= m \cdot i_{w,k} - k_P \cdot i_k - k_T \cdot (u_{R,k-1} - u_{Z,k-1}) + u_{Z,k} + u_{I,k} \\ &= m \cdot i_w \end{aligned} \quad (4.59)$$

im Abtastintervall  $k+1$  zu

$$\begin{aligned} u_{R,k+1} &= m \cdot i_w - k_T \cdot u_{R,k} + u_{I,k+1} \\ &= (m - k_T \cdot m + k_I) \cdot i_w \end{aligned} \quad (4.60)$$

und im Abtastintervall  $k+2$  zu

$$\begin{aligned} u_{R,k+2} &= m \cdot i_w - k_P \cdot i_w - k_T \cdot u_{R,k+1} + u_{I,k+2} \\ &= (m - k_P + 2k_I - k_T \cdot (m - k_T \cdot m + k_I)) \cdot i_w. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Zur Bestimmung der Parameter  $k_T$  und  $k_P$  ist hier ein anderes Vorgehen im Vergleich zum Stromregler mit endlicher Einstellzeit notwendig, da nach 2 Abtastschritten noch kein stationärer Zustand erreicht werden soll. Daher ist es hier angebracht, sich den Verlauf des Stromsollwertes genauer anzusehen. In Abbildung 4.10 stellt die gestrichelte Linie die sprungförmige Vorgabe des Sollwertes von Null auf  $i_w$  dar. Die durchgezogene Linie kennzeichnet den sich durch Vorgabe der Zeitkonstante  $\tau_w$  und damit des Pols  $z_w$  ergebenden gewünschten Verlauf des Stromes. Hieraus lassen sich nun die Reglerausgangsspannungen

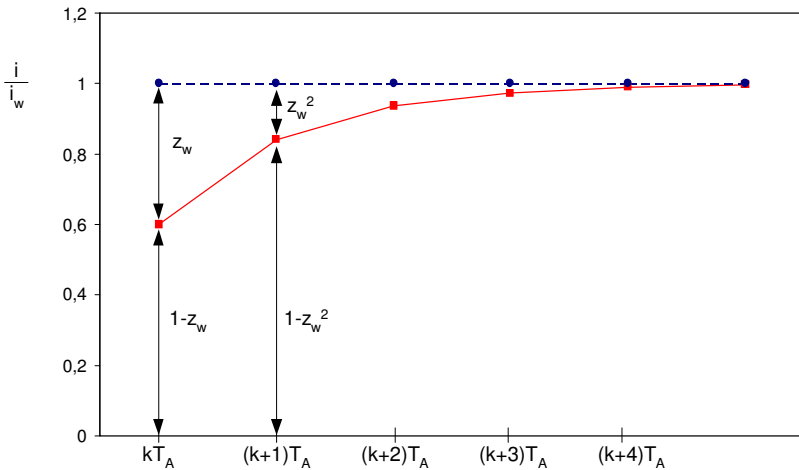


Abbildung 4.10: Zeitlicher Verlauf des Stromsollwertes an den Abtastpunkten

in den Abtastschritten  $k+1$  und  $k+2$  bestimmen:

- im Abtastschritt  $k$  wird die Reglerausgangsspannung bestimmt, um den Strom von 0 auf  $(1 - z_w) \cdot i_w$  zu erhöhen

- im Abtastschritt  $k+1$  muss also der ohmsche Spannungsabfall für den schon eingepprägten Strom gestellt werden:  $R \cdot (1 - z_w) \cdot i_w$
- im Abtastschritt  $k+1$  muss zusätzlich eine Spannung eingepragt werden, um den Strom von  $(1 - z_w) \cdot i_w$  auf  $(1 - z_w^2) \cdot i_w$  zu erhohen:  $z_w \cdot m \cdot i_w$
- für den Abtastschritt  $k+2$  gelten die Überlegungen analog

Somit sollen die Reglerausgangsspannungen in den Schritten  $k+1$  und  $k+2$  folgende Werte annehmen:

$$u_{R,k+1} = R \cdot (1 - z_w) \cdot i_w + z_w \cdot m \cdot i_w \quad (4.62)$$

$$u_{R,k+2} = R \cdot (1 - z_w^2) \cdot i_w + z_w^2 \cdot m \cdot i_w \quad (4.63)$$

Hieraus lässt sich nun mithilfe von (4.60) und (4.62) der Parameter  $k_T$  zu

$$k_T = 1 - z_w - z_I + e^{-\frac{T_A}{\tau}} \quad (4.64)$$

und darauf aufbauend mit (4.61) und (4.63) der Parameter  $k_P$  zu

$$k_P = \left( (1 - z_w) \cdot (1 - z_I) + (1 - z_w - z_I + e^{-\frac{T_A}{\tau}}) \cdot e^{-\frac{T_A}{\tau}} \right) \cdot \frac{R}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \quad (4.65)$$

bestimmen. Abbildung 4.11 zeigt die Verläufe des Strom-Soll- und Ist-Werts sowie der Stellspannung und Gegenspannung des zeitdiskreten Stromreglers mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechenzeit von einem Abtastschritt für einen Sprung der Führungs- und Störgröße. Die Parameter der Simulation sind wie folgt gewählt und um die Führungsgrößenzeitkonstante erweitert:

- Parameter der Regelstrecke:  $R = 1\Omega$ ,  $L = 1mH$
- Abtastzeit  $T_A = 100\mu s$
- Sollwertsprung zum Zeitpunkt  $t = 0,5ms$  auf  $i_w = 1A$
- Störgrößensprung zum Zeitpunkt  $t = 2,5ms$  auf  $u_i = 2V$
- keine Vorsteuerung der Störgröße  $u_z = 0V$
- Integrationszeitkonstante  $\tau_I = 2 * T_A$ ,  $z_I = e^{-\frac{T_A}{\tau_I}}$
- Führungsgrößenzeitkonstante  $\tau_w = 2 * T_A$ ,  $z_w = e^{-\frac{T_A}{\tau_w}}$

Beim zeitdiskreten Stromregler mit Polvorgabe für die Führungsgröße wird der Strom nunmehr nicht in einem Abtastintervall eingeregelt, sondern in einem exponentiellen Verlauf mit der Führungsgrößenzeitkonstante als bestimmende Zeitkonstante.

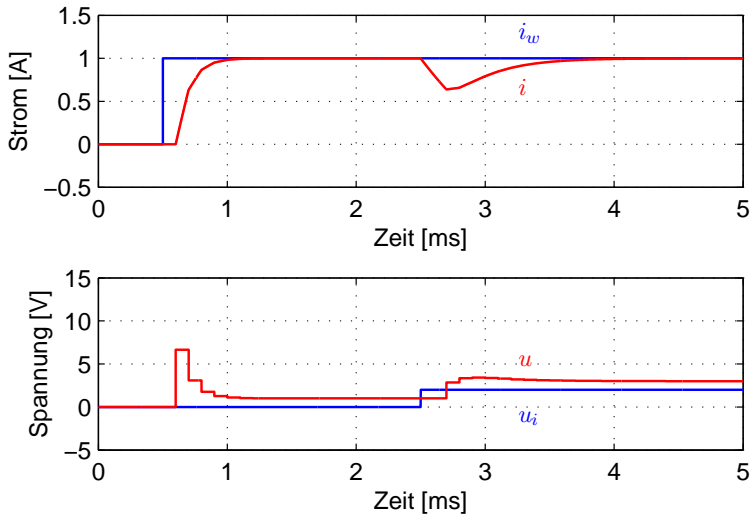


Abbildung 4.11: Zeitverläufe des zeitkontinuierlichen Systems mit Stromregler mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit mit 2 Zeitkonstanten für Führungs- und Störverhalten

## 4.7 Verhalten des geschlossenen Regelkreises

Um das Verhalten des geregelten Systems zu beurteilen, wird die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises für die Stromregelung nach Kapitel 4.6 gebildet. Zur Aufstellung der kompletten Übertragungsfunktion werden hier kurz die einzelnen benötigten Teilfunktionen beschrieben. Aus dem Regelgesetz

$$u_{R,k} = m \cdot i_{w,k} - k_p \cdot i_k + u_{I,k} - k_T \cdot u_{R,k-1} \quad (4.66)$$

für den Regelkreis gemäß Abbildung 4.8 kann somit im  $z$ -Bereich der Zusammenhang zwischen Reglerspannung, Integratorspannung, Stromsoll- und istwert zu

$$U_R(z) = \frac{m \cdot I_w(z) - k_p \cdot I(z) + U_I(z)}{1 + k_T z^{-1}} \quad (4.67)$$

angegeben werden. Die Integratorspannung ist von der Differenz aus Strom-Ist- und Sollwert abhängig und über das rückgekoppelte Verzögerungsglied

ergibt sich die Spannung zu

$$U_I(z) = k_I \cdot \frac{I_w(z) - I(z)}{z - 1} \quad (4.68)$$

Die Rechenzeit bestimmt den Zusammenhang von Stellspannung und Reglerausgangsspannung als einfache Verzögerung zu

$$U_R(z) = z \cdot U(z) \quad (4.69)$$

Mit dem aus (4.8) bekannten Streckenverhalten

$$U(z) = U_i(z) + \frac{R}{1 - e^{-\frac{T_A}{T}}} \cdot (z - e^{-\frac{T_A}{T}}) \cdot I(z) \quad (4.70)$$

kann die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises nun mit den Gleichungen (4.67) - (4.70) zu

$$I(z) = \frac{1 - e^{-\frac{T_A}{T}}}{R} \left( \frac{mz - m + k_I}{z(z - z_I)(z - z_w)} \cdot I_w(z) - \frac{(z + k_T)(z - 1)}{z(z - z_I)(z - z_w)} \cdot U_i(z) \right) \quad (4.71)$$

bestimmt werden. Für die Regelparameter gelten die Gleichungen (4.51), (4.52), (4.64) und (4.65) des zeitdiskreten Stromreglers mit Polvorgabe für die Führungs- und Störgröße.

### 4.7.1 Führungsverhalten

Ausgehend von (4.71) lässt sich die Führungsübertragungsfunktion aufstellen:

$$\frac{I(z)}{I_w(z)} = \frac{1 - e^{-\frac{T_A}{T}}}{R} \cdot \frac{mz - m + k_I}{z(z - z_I)(z - z_w)} \quad (4.72)$$

Durch Einsetzen der Parameter  $m$  und  $k_I$  lässt sich die Führungsübertragungsfunktion zu

$$\frac{I(z)}{I_w(z)} = \frac{1 - z_w}{z(z - z_w)} \quad (4.73)$$

vereinfachen. Zur Bewertung des Führungsverhaltens wird die Reaktion des Systems auf einen Sprung der Führungsgröße betrachtet, die im Zeitbereich mit

$$i_w(t) = I_w \cdot \sigma(t) \quad (4.74)$$

und im z-Bereich mit

$$I_w(z) = I_w \cdot \frac{z}{z - 1} \quad (4.75)$$

beschrieben wird. Der Stromistwert ergibt sich daher im  $z$ -Bereich zu

$$I(z) = I_w \cdot \frac{1 - z_w}{(z - z_w)(z - 1)} \quad (4.76)$$

und kann durch Rücktransformation in den Zeitbereich mit der Gleichung

$$\begin{aligned} i(t) &= Z^{-1}\{I(z)\} \\ &= I_w \cdot (1 - e^{-\frac{t-T_A}{\tau_w}}) \cdot \sigma(t - T_A) \end{aligned} \quad (4.77)$$

angegeben werden. Der Stromistwert wird somit mit einer Verzögerungszeit von einem Abtastschritt aufgrund der Rechenzeit in einem exponentiellen Verlauf mit der gewählten Zeitkonstante  $\tau_w$  eingepreßt. Die Zeitkonstante der Strecke ist durch den Regler vollständig eliminiert und tritt in der Sprungantwort im Kleinsignalverhalten bei nicht begrenzter Reglerausgangsspannung nicht auf. Die Funktion  $i(t)$  gibt dabei den genauen Verlauf des Stromistwertes nur in den Abtastzeitpunkten exakt wieder. Zwischen den Abtastzeitpunkten ändert sich der Strom in einem exponentiellen Verlauf mit der Streckenzeitkonstanten  $\tau$ .

#### 4.7.2 Störverhalten

Analog zum Führungsverhalten lässt sich das Störverhalten herleiten. Wiederum ausgehend von (4.71) lässt sich die Störübertragungsfunktion aufstellen:

$$\frac{I(z)}{U_i(z)} = -\frac{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}}{R} \cdot \frac{(z + k_T)(z - 1)}{z(z - z_I)(z - z_w)} \quad (4.78)$$

Zur Bewertung wird die Systemreaktion auf einen Störgrößensprung betrachtet, der im  $z$ -Bereich mit

$$U_i(z) = U_i \cdot \frac{z}{z - 1} \quad (4.79)$$

angegeben werden kann. Für den Stromistwert resultiert daraus im  $z$ -Bereich:

$$\begin{aligned} I(z) &= -U_i \cdot \frac{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}}}{R} \cdot \frac{z + k_T}{(z - z_I)(z - z_w)} \cdot \frac{(z - 1)(z - e^{-\frac{T_A}{\tau}})}{(z - 1)(z - e^{-\frac{T_A}{\tau}})} \\ &= -\frac{U_i}{R} \cdot \left( (1 - z^{-2}) \cdot \frac{z}{z - 1} - (1 - e^{-\frac{2T_A}{\tau}} z^{-2}) \cdot \frac{z}{z - e^{-\frac{T_A}{\tau}}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1 + e^{-\frac{T_A}{\tau}} - z_w)(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}})z_I}{z_I - z_w} \cdot \frac{z}{z - z_I} \cdot z^{-2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1 + e^{-\frac{T_A}{\tau}} - z_I)(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}})z_w}{z_I - z_w} \cdot \frac{z}{z - z_w} \cdot z^{-2} \right) \end{aligned} \quad (4.80)$$

Durch Rücktransformation in den Zeitbereich lässt sich hieraus die Antwort des Systems auf einen Störgrößensprung bestimmen:

$$\begin{aligned}
 i(t) = & -\frac{U_i}{R} \cdot \left( (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \cdot (\sigma(t) - \sigma(t - 2T_A)) \right. \\
 & + \frac{(1 + e^{-\frac{T_A}{\tau}} - z_w)(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}})z_I}{z_I - z_w} \cdot e^{-\frac{t-2T_A}{\tau_I}} \cdot \sigma(t - 2T_A) \\
 & \left. - \frac{(1 + e^{-\frac{T_A}{\tau}} - z_I)(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau}})z_w}{z_I - z_w} \cdot e^{-\frac{t-2T_A}{\tau_w}} \cdot \sigma(t - 2T_A) \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.81}$$

Im Verlauf des Stromistwerts lässt sich klar erkennen, dass für  $0 < t \leq 2T_A$  allein das Streckenverhalten den Stromverlauf bestimmt, da aufgrund der Abtastung der Messwerte und der Rechentotzeit erst ab  $t = 2T_A$  eine Reaktion der Stromregelung erfolgt. Ab diesem Zeitpunkt wird das Systemverhalten durch zwei Anteile bestimmt, die einen exponentiellen Verlauf mit den Zeitkonstanten  $\tau_I$  und  $\tau_w$  besitzen. Die Zeitkonstante  $\tau_w$  ist durch das gewünschte Führungsgrößenverhalten bereits festgelegt. Somit kann nur durch geeignete Wahl der Zeitkonstanten  $\tau_I$  und damit des Parameters  $z_I$  das Störverhalten beeinflusst werden.

### 4.7.3 Stabilität

In diesem Abschnitt soll kurz auf die Stabilität des erhaltenen Regelkreises als Auslegungskriterium eingegangen werden. Hierbei soll eine Betrachtung der Übertragungsstabilität (BIBO-Stabilität: Bounded Input- Bounded Output) nach [6] erfolgen, womit ein System als stabil bezeichnet wird, das auf eine beschränkte Eingangsfolge ( $u_k$ ) mit einer beschränkten Ausgangsfolge ( $y_k$ ) reagiert.

Ist hierbei die Übertragungsfunktion  $G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$  eine rationale Funktion  $G(z) = \frac{Z(z)}{N(z)}$  und es gilt  $\text{Grad } Z \leq \text{Grad } N$ , so ist das zeitdiskrete System stabil, wenn alle Polstellen von  $G(z)$  innerhalb des Einheitskreises der  $z$ -Ebene liegen. Aus (4.72) bzw. (4.78) können die Polstellen des hier aufgestellten zeitdiskreten Regelkreises zu

$$z_{p1} = 0$$

$$z_{p2} = z_w$$

$$z_{p3} = z_I$$

bestimmt werden. Da die Zeitkonstanten  $\tau_w$  und  $\tau_I$  nur positive reelle Werte annehmen, gilt:

$$z_w = e^{-\frac{T_A}{\tau_w}} \leq 1$$

$$z_I = e^{-\frac{T_A}{\tau_I}} \leq 1$$

Somit liegen alle Polstellen des zeitdiskreten Regelkreises innerhalb des Einheitskreise der z-Ebene und das Abtastsystem ist stabil.



# 5

## Regelung der permanentmagnet- erregten Synchronmaschine

Dieses Kapitel behandelt die Regelung einer permanentmagnet-erregten Synchronmaschine mit Reluktanz und Sättigungseinflüssen aufgrund der Sättigung der Eisenwege in der Maschine. Aufbauend auf den im Kapitel 2 hergeleiteten Systemgleichungen der magnetisch unsymmetrischen Synchronmaschine wird die Regelung zum Einsatz als drehzahlvariables Stellglied beschrieben. Dazu wird eine kaskadenförmige Regelungsstruktur mit überlagertem Drehzahlregler und unabhängigen unterlagerten Stromreglern in d- und q-Achse entworfen. Aufgrund der Sättigungseinflüsse werden über ein geeignetes Kennfeld aus dem vom Drehzahlregler vorgegebenen Drehmoment und der Drehzahl die optimalen Stromsollwerte für die d- und q-Statorstromkomponente bestimmt. Über weitere Kennfelder der Induktivitäten beider Achsen ist eine Nachführung der Parameter für die Statorstromregelstrecken vorgesehen. Für die unterlagerte Stromregelstrecke werden drei verschiedene Regler vorgestellt: PI-Regler, Stromzustandsregler nach [20] und der zeitdiskrete Zustandsregler nach Kapitel 4.6. Der Proportional-Integral-Regler (PI-Regler) ist der weitest verbreitete Reglertyp und wird nach dem Betragsoptimum mit Entkopplung der Achsen ausgelegt. Der Stromzustandsregler bietet eine einstellbare Dynamik bis zum Deadbeat-Verhalten. Mit Rücksicht auf die Variation der Parameter durch Sättigungseffekte wird diese Dynamik nicht voll ausgenutzt, durch die sehr gute Störgrößenregelung ist jedoch eine verbesserte Regeldynamik zu erreichen. Der zeitdiskrete Stromregler bietet die Vorteile des Stromzustandsreglers mit einer einfacheren Berechnung des Regelungs-

algorithmus und einem besseren Verhalten bei unterschiedlichen Parametervariationen in Längs- und Querachse.

## 5.1 Rotororientierte Regelung

Die rotororientierte Regelung der Synchronmaschine ist eine häufig eingesetzte Methode zur Regelung dieses Maschinentyps. Die Regelung in einem rotierenden Bezugssystem bietet den Vorteil, dass in diesem System im stationären Zustand Gleichgrößen vorhanden sind, die durch geeignete Regler somit ohne Amplituden- und Phasenfehler eingepreßt werden können. Die Modellbildung in Kapitel 2 bietet alle Gleichungen, die das Verhalten einer permanentmagneterregten Synchronmaschine mit unterschiedlichen magnetischen Leitwert in Längs- und Querachse beschreiben und die Transformation in das Bezugssystem ermöglichen. In Abbildung 5.1 ist das Blockschaltbild der rotororientierten Regelung dargestellt.

Der Drehzahlregelkreis bildet den übergeordneten Regelkreis, der aus der Soll-Istwert-Differenz der Drehzahl den Sollwert des Drehmomentes bestimmt. Die Auslegung des Drehzahlregelkreises wird in Abschnitt 5.2 behandelt.

Aus dem Sollmoment des Drehzahlreglers ist der Sollwert des Statorstromraumzeigers zu bestimmen. In Abweichung zum feldorientierten Betrieb eines Asynchronmotors oder eines magnetisch symmetrisch aufgebauten Synchronmotors, bei denen das Drehmoment ausschließlich von der Stromkomponente in der Querachse  $i_q$  abhängt, wird bei permanentmagneterregten Synchronmaschinen mit Reluktanz ein passendes Wertepaar  $(i_d, i_q)$  benötigt, um das Drehmoment mit minimalem Statorstrom zu erzeugen. In Kapitel 3 wird erläutert, wie bei bekannten und lastunabhängigen Parametern einer Maschine aus dem Sollmoment und der Drehzahl der optimale Stromraumzeiger-Sollwert berechnet werden kann. Die aufwändige Berechnung stellt jedoch hohe Anforderungen an den Signalprozessor, die häufig nicht zu erfüllen sind. Ebenso ist bei den meisten Maschinen aufgrund von Sättigungseinflüssen eine stromabhängige Variation der Induktivitäten in Längs- und Querachse vorzusehen, womit eine Vorausberechnung des optimalen Stromes nicht mehr möglich ist. Für diese Anwendungen ist als geeignete Maßnahme ein Kennfeld vorzusehen, welches den Zusammenhang zwischen gemessener Drehzahl und dem Sollmoment als Eingangsgrößen und dem optimalen Stromraumzeiger-Sollwert herstellt. Bei Betrieb des Motors an einer Batterie mit schwankender Zwischenkreisspannung ist die Spannungshöhe ebenfalls im Kennfeld zu berücksichtigen. Das Kennfeld kann dabei vorab berechnet werden oder aus Messungen an der Maschine bestimmt werden.

Die Stromregelung bildet die unterlagerte Regelungsebene. Der Stromregelung wird der Soll- und Istwert des Statorstromraumzeigers und die elektrische Win-

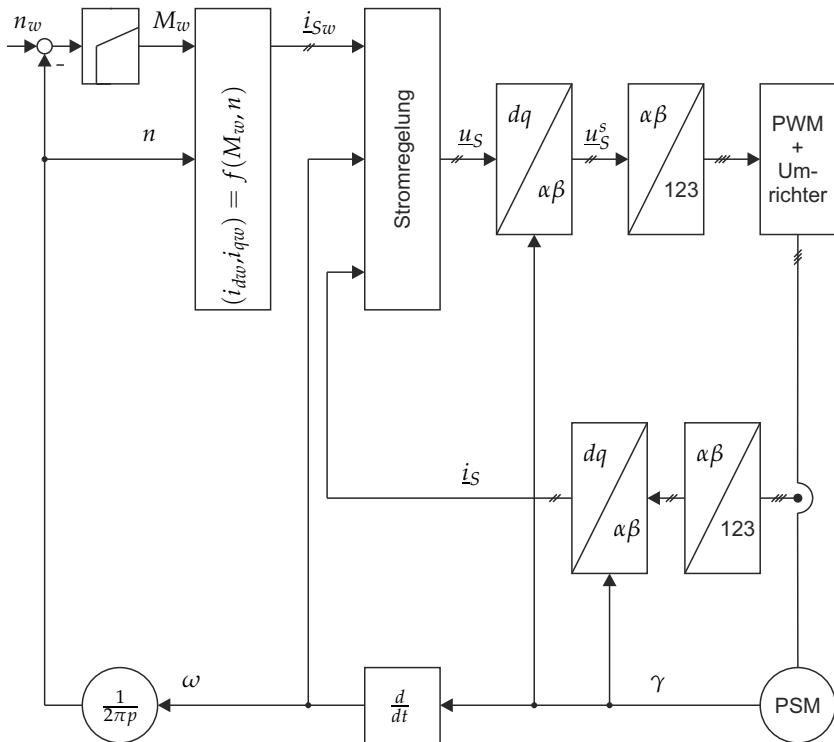


Abbildung 5.1: Blockschaltbild der Rotororientierten Regelung einer Synchronmaschine

kelgeschwindigkeit  $\omega$  zugeführt.

Der Rotorpositionswinkel wird durch Auswertung eines Absolutwertgebers bestimmt. Als Absolutwertgeber sind Resolver oder optische Geber mit mehreren Spuren geeignet, die direkt und ohne Referenzfahrt die Bestimmung des absoluten Rotorpositionswinkels ermöglichen. Mithilfe des Rotorpositionswinkels  $\gamma$  wird aus den 3 gemessenen Statorströmen der Statorstromraumzeiger im rotorfesten Bezugssystem gewonnen und der Stromregelung zur Verfügung gestellt. Die vom Stromregler ausgegebene Sollspannung wird wiederum in das statorfeste Bezugssystem zurücktransformiert und von der Modulationseinheit in Steuerbefehle für die Halbleiter des Maschinenstromrichters umgewandelt. Durch Differentiation des Rotorpositionswinkels wird die Winkelgeschwindigkeit und daraus die Istzahl für den Drehzahlregelkreis berechnet.

## 5.2 Drehzahlregelung

Die Drehzahlregelung erfolgt mit einem klassischen PI-Regler, der nach dem symmetrischen Optimum ausgelegt und anschließend zeitdiskretisiert wird. Die Berechnung erfolgt wie die Stromregelung auf einem digitalen Signalprozessor mit einer festen Abtastzeit. Die Übertragungsfunktion des PI-Reglers wird zu

$$F_{Rn} = V_{Rn} \cdot \left( 1 + \frac{1}{s \cdot T_{Rn}} \right) \quad (5.1)$$

angesetzt. Die Übertragungsfunktion der Strecke lässt sich aus der Bewegungsgleichung für ein rotatives System zu

$$F_{Sn} = \frac{n}{M} = \frac{1}{2\pi J} \cdot \frac{1}{s} \quad (5.2)$$

mit dem Gesamtträgheitsmoment  $J$  des als starr angenommenen Verbundes aus Arbeitsmaschine und Last herleiten. Als zusätzliche Glieder im Regelkreis werden die Totzeiten des Stellgliedes, d.h. des momenteneinprägenden Stromregelkreises, und die Zeitkonstante der Drehzahlglättung als PT1-Glied mit der Zeitkonstante  $T_{\sigma n}$  zusammengefasst:

$$F_{SG} = \frac{1}{1 + T_{\sigma n}} \quad (5.3)$$

Somit kann die Übertragungsfunktion des offenen Drehzahlregelkreises aus der Multiplikation der 3 Übertragungsfunktionen von Regler, Strecke und zusammengefassten Stell- und Messglied mit

$$F_{0n} = F_{Rn} \cdot F_{SG} \cdot F_{Sn} \quad (5.4)$$

beschrieben werden. Beim Entwurf des Reglers nach dem symmetrischen Optimum [26] wird die Durchtrittsfrequenz des Betragsganges des offenen Kreises in die Mitte der Frequenzen  $\frac{1}{T_{Rn}}$  und  $\frac{1}{T_{\sigma n}}$  gelegt. Mit der verwendeten Wahl der zu einer ausreichenden Phasenreserve führenden Reglerzeitkonstanten zu

$$T_{Rn} = 9T_{\sigma n} \quad (5.5)$$

kann der Verstärkungsfaktor des Drehzahlreglers hieraus zu

$$V_{Rn} = \frac{2\pi J}{3T_{\sigma n}} \quad (5.6)$$

bestimmt werden.

## 5.3 Stromregelung

### 5.3.1 Entkopplung

Die Stromregelung mit Entkopplung baut auf den im Kapitel 2 hergeleiteten Gleichungen zur Modellierung der Synchronmaschine im rotorfesten Bezugssystem auf. Die Gleichungen (2.26), (2.27), (2.29) und (2.30) bilden die Grundlage der Regelung im rotierenden Koordinatensystem. Werden die von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \dot{\gamma}$  und den Stromkomponenten  $i_d$  bzw.  $i_q$  abhängigen Terme ideal vorgesteuert, die zu einer Verkopplung der beiden Achsen führen, so erhält man zwei voneinander unabhängige Gleichungen für die Spannungen in Längs- und Querachse:

$$u_d = R_S i_d + L_d \dot{i}_d \quad (5.7)$$

$$u_q = R_S i_q + L_q \dot{i}_q + \omega \Psi_{PM} \quad (5.8)$$

Diese voneinander unabhängigen ohmsch-induktiven Regelstrecken mit Gegenspannung in d- und q-Achse mit den Zeitkonstanten

$$\tau_d = \frac{L_d}{R_S} \quad (5.9)$$

$$\tau_q = \frac{L_q}{R_S} \quad (5.10)$$

können somit getrennt betrachtet werden und ermöglichen eine Auslegung von zwei Stromreglern separat für jede Achse. Aufgrund der Wahl des rotororientierten Bezugssystems ist nur eine Gegenspannung in der q-Richtung vorhanden, die bei bekanntem Permanentmagnetfluss und Drehzahl vorgesteuert werden kann oder durch einen Integralanteil im Regler ausgeregelt werden kann. Somit kann der im Kapitel 4 hergeleitete zeitdiskrete Regler für die Stromregelung der Ströme in Längs- und Querachse einer permanentmagneterregten Synchronmaschine verwendet werden.

### 5.3.2 Stromregelung mit PI-Regler

Der Proportional-Integral-Regler für die Anwendung zur Stromregelung elektrischer Maschinen wird nach dem Betragsoptimum ausgelegt. Basierend auf den Differentialgleichungen (5.7) und (5.8) können nach Transformation in den Laplace-Bereich die Übertragungsfunktionen der entkoppelten Strecken zu

$$F_{Sd/q} = \frac{i_{d/q}}{u_{d/q}} = \frac{1}{R_S} \frac{1}{1 + \tau_{d/q}s} \quad (5.11)$$

bestimmt werden. Für die d- und die q-Achse ergeben sich dabei ähnliche Übertragungsfunktionen, so dass dies in einer Formel dargestellt wird. Diese gilt für

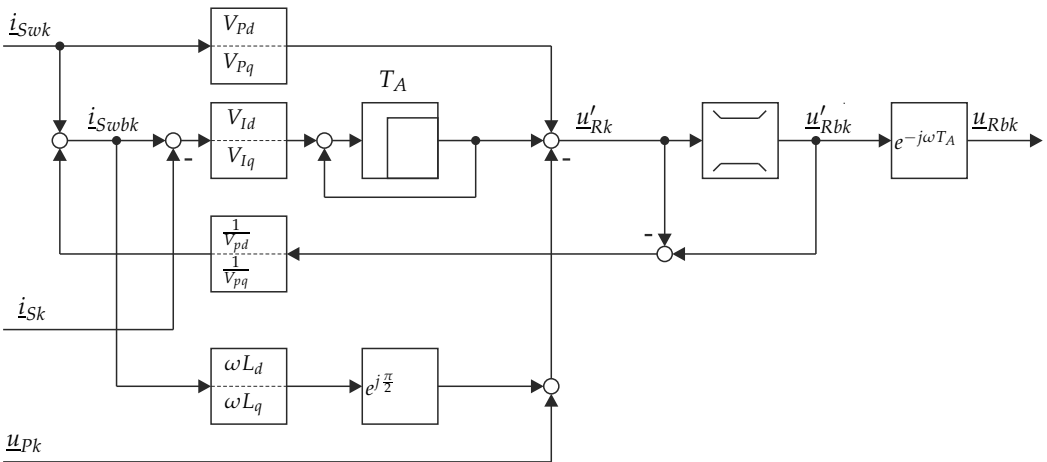


Abbildung 5.2: Strukturtaubild eines PI-Reglers mit Entkopplung

eine Achse, wenn statt der Auswahl d/q nur ein Index gesetzt wird. Die Rechenzeit und die Totzeit des Stellgliedes werden gemeinsam als PT1-Glied approximiert:

$$F_{Si} = \frac{1}{1 + T_{\sigma i}s} \quad (5.12)$$

Die Übertragungsfunktion des PI-Reglers wird zu

$$F_{Rid/q} = V_{Rid/q} \cdot \left( 1 + \frac{1}{s \cdot T_{Rid/q}} \right) \quad (5.13)$$

angesetzt. Die Reglerzeitkonstante wird zur Kompensation der Streckenzeitkonstanten eingesetzt, die Reglerverstärkung wird nach dem Betragsoptimum bestimmt. Der geschlossene Regelkreis wird zum Verzögerungsglied zweiter Ordnung. Durch Wahl der Dämpfung zu  $d = 1/\sqrt{2}$  ergibt sich ein optimales Führungsverhalten. Zur einfacheren Umsetzung auf dem Signalprozessorsystem werden die Reglerverstärkung und die Reglerzeitkonstante in zwei Verstärkungsfaktoren für den Proportional- und Integralanteil umgerechnet. Die Regelparameter des PI-Reglers für das regelungstechnische Blockschaltbild 5.2 lauten somit:

$$V_{Pd/q} = V_{Rid/q} = \frac{L_{d/q}}{2T_{\sigma i}} \quad (5.14)$$

$$V_{Id/q} = \frac{V_{Rid/q}}{T_{Rid/q}} = \frac{R_S}{2T_{\sigma i}} \quad (5.15)$$

## Simulationsergebnisse

Abbildung 5.3 zeigt die Zeitverläufe der zeitdiskreten Stromregelung für eine permanentmagneterrgte Synchronmaschine mit Reluktanz. Die Parameter der Maschine entsprechen den Parametern der PSM1 aus Kapitel 3.3. Dargestellt werden die Verläufe der von der Regelung berechneten Sollspannungskomponenten und die Verläufe der Soll- und Istwerte der Statorstromkomponenten jeweils für die Längs- und Querkomponente. Die Summe der kleinen Zeitkonstanten beträgt für beide Achsen  $T_{\sigma i} = 1,5T_A$ . Die Drehzahl der Maschine zum Zeitpunkt  $t = 0s$  beträgt  $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ , was der halben Nenn Drehzahl entspricht. Die Regelung wird mit einer Abtastzeit von  $125 \mu s$  durchgeführt.

Das Diagramm enthält die Zeitverläufe über eine Zeitdauer von 10 ms. Das Diagramm startet bei  $t = 0s$  mit unbestromter Maschine:  $i_d = i_q = 0$ . Zum Zeitpunkt  $t = 2ms$  wird ein Sollwertsprung des d-Stromes von 0 auf  $i_{dW} = -100 A$  und zum Zeitpunkt  $t = 6ms$  ein Sollwertsprung des q-Stromes von 0A auf  $i_{qW} = 40 A$  vorgegeben. Beide Sollwertsprünge sind derart gewählt, dass sie ohne einen Eingriff der Stellgrößenbegrenzung eingeregelt werden können.

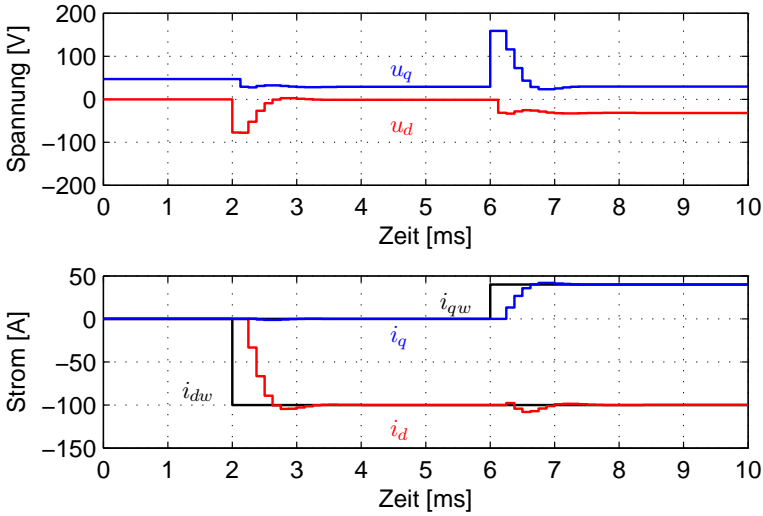


Abbildung 5.3: Zeitdiskrete Zeitverläufe der Stromregelstrecke mit PI-Reglern nach dem Betragsoptimum

### 5.3.3 Zustandsraumbeschreibung

Die zeitdiskrete Stromzustandsregelung baut auf den linearen Systemgleichungen für die permanentmagneterregte Synchronmaschine in Gl. (2.26) und (2.27) auf. Durch Einsetzen der Flussgleichungen aus Gl. (2.29) und (2.30) und Auflösen der Gleichungen nach den zeitlichen Ableitungen der Statorstromkomponenten kann eine Zustandsraumdarstellung hergeleitet werden:

$$\dot{i}_d = -\frac{1}{\tau_d} i_d + \omega \frac{L_q}{L_d} i_q + \frac{1}{L_d} u_d \quad (5.16)$$

$$\dot{i}_q = -\frac{1}{\tau_q} i_q - \omega \frac{L_d}{L_q} i_d + \frac{1}{L_q} u_q - \frac{1}{L_q} u_{p,q} \quad (5.17)$$

Hierbei werden zur übersichtlichen Darstellung die Statorzeitkonstanten

$$\tau_d = \frac{L_d}{R_S} \quad (5.18)$$

$$\tau_q = \frac{L_q}{R_S} \quad (5.19)$$



und der Polradspannungsraumzeiger, der aufgrund der Wahl des Bezugssystems nur eine Komponente in q-Richtung besitzt,

$$\underline{u}_P = j \frac{1}{\sqrt{2}} u_{P,q} = j \frac{1}{\sqrt{2}} \omega \Psi_{PM} \quad (5.20)$$

eingeführt und angewendet.

Die allgemeine Form der Zustandsraumdarstellung lautet:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{\mathbf{A}} \underline{x} + \underline{\mathbf{B}} \underline{u} + \underline{e}z \quad (5.21)$$

$$\underline{y} = \underline{\mathbf{C}} \underline{x} + \underline{\mathbf{D}} \underline{u} \quad (5.22)$$

Hieraus kann die allgemeine Darstellung der permanentmagneterregten Synchronmaschine in Zustandsraumdarstellung abgeleitet werden. Bei Verwendung der Statorstromkomponenten als Zustandsgrößen ergibt sich ein Zustandsvektor  $\underline{x}$ , der identisch dem Regelgrößenvektor  $\underline{y}$  ist:

$$\underline{x} = \underline{y} = \begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

Der Steuervektor wird zu

$$\underline{u} = \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} \quad (5.24)$$

die Störgröße zu

$$z = u_{P,q} \quad (5.25)$$

gewählt. Bei dieser Wahl der Zustandsgrößen können die Systemmatrizen durch Vergleich der Differentialgleichungen (5.16) und (5.17) mit der allgemeinen Form der Zustandsraumdarstellung in (5.21) und (5.22) bestimmt werden.

$$\underline{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\tau_d} & \omega \frac{L_d}{L_q} \\ -\omega \frac{L_d}{L_q} & -\frac{1}{\tau_q} \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

$$\underline{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

$$\underline{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

$$\underline{\mathbf{D}} = \underline{0} \quad (5.29)$$

$$\underline{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{L_q} \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

### 5.3.4 Stromzustandsregler

Um die permanentmagneterregten Synchronmaschine mit unterschiedlichen Zeitkonstanten in Längs- und Querachse mit einem Raumzeiger darstellen zu können, wird in [20] angenommen, dass die Statorzeitkonstanten näherungsweise gleichgroß sind:

$$\tau_S = \tau_d = \tau_q \quad (5.31)$$

Dies wird mit damit begründet, dass sich die Wicklungen einer elektrischen Maschine überwiegend induktiv verhalten. Somit sei der ohmsche Anteil von geringer Bedeutung, so dass jeder Achse ein unterschiedlicher Wert des ohmschen Widerstands zugeordnet werden kann, womit sich die identische Statorzeitkonstante in Längs- und Querachse ergibt.

Wird zusätzlich eine modifizierte Stromkomponente in der Längsachse

$$i_d^\# = \frac{L_d}{L_q} i_d \quad (5.32)$$

eingeführt, so können (5.16) und (5.17) umgeformt werden:

$$\dot{i}_d^\# = -\frac{1}{\tau_S} i_d^\# + \omega i_q + \frac{1}{L_q} u_d \quad (5.33)$$

$$\dot{i}_q = -\frac{1}{\tau_S} i_q - \omega i_d^\# + \frac{1}{L_q} u_q - \frac{1}{L_q} u_{P,q} \quad (5.34)$$

Mit der Definition des modifizierten Stromraumzeigers

$$\underline{i}_S^\# = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( i_d^\# + j i_q \right) \quad (5.35)$$

können die zwei Differentialgleichungen der permanentmagneterregten Synchronmaschine für Längs- und Querachse zu einer einzigen Raumzeigerdifferentialgleichung zusammengefasst werden:

$$\dot{\underline{i}}_S^\# = \left( -\frac{1}{\tau_S} - j\omega \right) \underline{i}_S^\# + \frac{1}{L_q} \underline{u}_S - \frac{1}{L_q} \underline{u}_P \quad (5.36)$$

Durch diese Näherung der Zeitkonstanten ist eine Beschreibung der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit unterschiedlichen Leitwerten in d- und q-Achse analog zur magnetisch symmetrischen Synchronmaschine und zur Asynchronmaschine möglich.

Die Differentialgleichung (5.36) kann für den Zeitpunkt  $t = (k + 1)T_A$  gelöst werden:

$$\begin{aligned} \underline{\dot{I}}_{S,k+1}^{\#} &= e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A} \underline{\dot{I}}_{S,k}^{\#} \\ &+ \frac{1}{Lq} \int_{kT_A}^{(k+1)T_A} e^{\left(-\frac{1}{\tau_S} - j\omega\right)\left((k+1)T_A - t'\right)} \left(\underline{u}_S(t') - \underline{u}_P(t')\right) dt' \end{aligned} \quad (5.37)$$

Die Erzeugung der Speisespannung erfolgt bei modernen Drehstromantrieben durch eine Drehstrombrückenschaltung mit selbstgeführten Leistungshalbleitern und Gleichspannungszwischenkreis. Die Erzeugung des Pulsmusters des speisenden Umrichters geschieht üblicherweise im statorfesten  $\alpha$ - $\beta$ -Bezugssystem oder äquivalent dazu getrennt für jede der 3 Ausgangsphasen des Umrichters. Aufgrund der bei aktuellen Umrichtern angewandten hohen Pulsfrequenz ist es möglich, für die Auslegung der Regelung nur die Mittelwerte der Statorspannung über eine Pulsperiode zu betrachten. Somit kann innerhalb einer Abtastperiode mit einer konstanten Statorspannung im statorfesten Bezugssystem gerechnet werden. Dies bedeutet jedoch bei einer mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  drehenden Synchronmaschine, dass der rotorfeste Statorspannungsraumzeiger während einer Pulsperiode nicht mehr als konstant angesehen werden kann. Die Statorspannungsraumzeiger im rotorfesten und im statorfesten Bezugssystem sind über den Rotorpositionswinkel miteinander verknüpft:

$$\underline{u}_S = e^{-j\gamma} \underline{u}_S^s \quad (5.38)$$

Nimmt man an, dass sich die Winkelgeschwindigkeit der Maschine innerhalb eines Abtastintervalls nicht ändert, so nimmt der Rotorpositionswinkel ausgehend vom Wert des letzten Abtastpunktes linear zu:

$$\gamma(t) = \gamma_k + \omega(t - kT_A), \quad kT_A \leq t \leq (k + 1)T_A \quad (5.39)$$

Mit der Statorspannung im statorfesten Bezugssystem und der Approximation des Rotorpositionswinkels lässt sich (5.37) folgendermaßen umformen:

$$\begin{aligned} \underline{\dot{I}}_{S,k+1}^{\#} &= e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A} \underline{\dot{I}}_{S,k}^{\#} - \frac{1}{Lq} \int_{kT_A}^{(k+1)T_A} e^{\left(-\frac{1}{\tau_S} - j\omega\right)\left((k+1)T_A - t'\right)} \underline{u}_P(t') dt' \\ &+ \frac{1}{Lq} \int_{kT_A}^{(k+1)T_A} e^{-\frac{(k+1)T_A - t'}{\tau_S}} e^{-j(\gamma_k + \omega T_A)} \underline{u}_S^s(t') dt' \end{aligned} \quad (5.40)$$

Unter der Annahme, dass die Zeitkonstante  $\tau_S$  hinreichend groß gegenüber der Abtastzeit  $T_A$  ist, kann der erste Exponentialausdruck im ersten Integral in

guter Näherung durch seinen Mittelwert über das Integrationsintervall ersetzt werden und vor das Integral der Statorspannung gezogen werden:

$$\begin{aligned} \underline{i}_{S,k+1}^{\#} &= e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A} \underline{i}_{S,k}^{\#} \frac{1}{L_q} \int_{kT_A}^{(k+1)T_A} e^{\left(-\frac{1}{\tau_S} - j\omega\right)\left((k+1)T_A - t'\right)} \underline{u}_P(t') dt' \\ &+ \frac{1}{L_q} \frac{\tau_S}{T_A} \left(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}\right) e^{-j(\gamma_k + \omega T_A)} \int_{kT_A}^{(k+1)T_A} \underline{u}_S^s(t') dt' \end{aligned} \quad (5.41)$$

Die Statorspannung im statorfesten Bezugssystem  $\underline{u}_S^s$  und die Polradspannung als langsam mit der Drehzahl des System veränderliche Größe sind somit über das Integrationsintervall als konstante Größen anzusehen und können durch den zeitdiskreten Wert am Anfang des Integrationsintervalls ersetzt werden. Somit kann das zweite Integral in (5.41) ohne Probleme gelöst werden.

$$\begin{aligned} \underline{i}_{S,k+1}^{\#} &= e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A} \underline{i}_{S,k}^{\#} + \frac{\tau_S}{L_q} \left(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}\right) e^{-j(\gamma_k + \omega T_A)} \underline{u}_{S,k}^s \\ &- \frac{\tau_S}{L_q} \frac{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A}}{1 + j\omega \tau_S} \underline{u}_{P,k} \end{aligned} \quad (5.42)$$

Berücksichtigt man bei der Rückersetzung der Statorspannung im festen  $\alpha$ - $\beta$ -Systems durch die rotorbezogene Steuerspannung des Stellgliedes eine Rechenzeitzeit von einem Abtastintervall

$$\underline{u}_{S,k}^s = \underline{u}_{St,k-1}^s \quad (5.43)$$

$$= e^{j\gamma_{k-1}} \underline{u}_{St,k-1} \quad (5.44)$$

und erweitert die Gültigkeit von (5.39) auf  $t = (k-1)T_A$ , womit sich der Exponentialterm zu

$$e^{j\gamma_{k-1}} = e^{j\gamma_k} e^{-j\omega T_A} \quad (5.45)$$

ergibt, so kann die endgültige Lösung der Differentialgleichung angegeben werden:

$$\begin{aligned} \underline{i}_{S,k+1}^{\#} &= e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A} \underline{i}_{S,k}^{\#} + \frac{\tau_S}{L_q} \left(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}\right) e^{-j2\omega T_A} \underline{u}_{St,k-1}^s \\ &- \frac{\tau_S}{L_q} \frac{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A}}{1 + j\omega \tau_S} \underline{u}_{P,k} \end{aligned} \quad (5.46)$$

Zur Berechnung der Steuerspannung muss Gl. (5.46) derart umgeformt werden, dass nur bereits bekannte Werte des Stromraumzeigers und der Polradspannung benötigt werden. Hierzu wird die Polradspannung als langsam veränderliche Größe angenommen, da im Allgemeinen die mechanische Zeitkonstante

viel größer ist als die Abtastperiode, so dass die Winkelgeschwindigkeit des Rotors und damit die Polradspannung von einem Abtastintervall zum nächsten näherungsweise konstant bleibt:  $\underline{u}_{P,k+1} \approx \underline{u}_{P,k}$ . Zur einfacheren Darstellung wird zudem die Abkürzung

$$\tilde{\underline{u}}_{P,k} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \frac{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A}}{1 + j\omega \tau_S} \underline{u}_{P,k} \quad (5.47)$$

und die Zustandsraumzeigergröße  $\underline{v}_T$  eingeführt, die sich aus dem gedrehten Steuerspannungsraumzeiger und dem modifizierten Polradspannungsraumzeiger ergibt:

$$\underline{v}_{T,k+1} = e^{-j2\omega T_A} \underline{u}_{St,k} - \tilde{\underline{u}}_{P,k} \quad (5.48)$$

Somit kann aus Gl. (5.46) unter Zuhilfenahme der in (5.47) und (5.48) eingeführten Größen und der Näherung einer langsam veränderlichen Polradspannung der modifizierte Stromraumzeiger zum Zeitpunkt  $k+2$  ermittelt werden.

$$\begin{aligned} \underline{i}_{S,k+2}^{\#} &= e^{-2\left(\frac{T_A}{\tau_S} + j\omega T_A\right)} \underline{i}_{S,k}^{\#} \\ &+ \frac{\tau_S}{L_q} \left(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}\right) \left(e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A} \underline{v}_{T,k} + e^{-j2\omega T_A} \underline{u}_{St,k} - \tilde{\underline{u}}_{P,k}\right) \end{aligned} \quad (5.49)$$

Zur Entkopplung der beiden Stromkomponenten in der d- und q-Achse wird der Hilfsstromsollwertraumzeiger  $\tilde{\underline{i}}_{S,w}^{\#}$ , der gleich der rechten Seite von Gl. (5.49) gesetzt wird, eingeführt.

$$\tilde{\underline{i}}_{S,w,k}^{\#} = \underline{i}_{S,k+2}^{\#}. \quad (5.50)$$

Durch Umstellung der Differenzgleichung (5.49) nach der Steuerspannung unter Berücksichtigung des Hilfs-Stromsollwertraumzeigers  $\tilde{\underline{i}}_{S,w}^{\#}$  ergibt sich das Entkopplungsgesetz zur Berechnung der Steuerspannung aus den gemessenen Werten des Stromraumzeigers und den berechneten Werten der Polradspannung zu:

$$\begin{aligned} \underline{u}_{St,k} &= e^{j2\omega T_A} \left( \frac{L_q}{\tau_S} \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \tilde{\underline{i}}_{S,w,k}^{\#} - \frac{L_q}{\tau_S} \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} e^{-2\left(\frac{T_A}{\tau_S} + j\omega T_A\right)} \underline{i}_{S,k}^{\#} \right. \\ &\quad \left. - e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A} \underline{v}_{T,k} + \tilde{\underline{u}}_{P,k} \right). \end{aligned} \quad (5.51)$$

Wird die in Gl. (5.51) beschriebene Vorschrift zur Steuerung einer Synchronmaschine umgesetzt, so kann der Stromwert in zwei Abtastschritten auf den als Stromsollwert anzusehenden Hilfsstromraumzeiger  $\tilde{\underline{i}}_{S,w}$  überführt werden.

Dies entspricht dem Regelverhalten eines Deadbeat-Reglers mit endlicher Einstellzeit. Hierzu ist eine möglichst genaue Kenntnis der Parameter der Maschine notwendig, sowie eine exakte Messung des Stromwertes, des Rotorpositionswinkels und der Rotorwinkelgeschwindigkeit. In der Praxis können die Parameter einer elektrischen Maschine nicht immer exakt bestimmt werden oder sie ändern sich während des Betriebs durch Temperatureinflüsse oder Sättigungseffekte. So sind die Werte des ohmschen Statorwiderstands und des Permanentmagnetflusses temperaturabhängige Größen, die Werte der Induktivitäten in Längs- und Querachse können je nach Auslegung der Maschine vor allem im Überlastbereich eine starke Sättigung aufweisen. Über Parameterkennfelder oder thermische Modelle der elektrischen Maschine kann eine Nachführung der Parameter erfolgen, um eine möglichst exakte Modellierung zu erreichen. Zusätzlich zu den Parameterungenauigkeiten sind die benötigten Messwerte ebenfalls fehlerbehaftet. Abweichungen der digital erfassten Werte zu den tatsächlichen Istwerten haben ihre Ursache in der analogen Messwertaufbereitung durch Offset- und Verstärkungsfehler sowie in der Analog-Digital-Wandlung durch Quantisierungs-, Offset-, Linearitäts- und Verstärkungsfehler. Da die Reglerparameter bei Reglern mit endlicher Einstellzeit im allgemeinen relativ groß sind, kann es durch das Messrauschen und die Parameterungenauigkeiten zu einer großen Welligkeit der Stellgrößen kommen. Aus diesem Grund ist es wünschenswert, die Dynamik des Reglers zugunsten eines ruhigeren Verlaufs der Stellgrößen zurückzunehmen. Ebenso ist die Einfügung eines integrierenden Anteils im Stromregler zur Erzielung stationärer Genauigkeit vorzusehen. Der Integralanteil  $\underline{v}_I$  kann hierbei über die Raumzeigerdifferenzgleichung

$$\underline{v}_{I,k+1} = \underline{v}_{I,k} + \underline{i}_{S,w,k}^{\#} - \underline{i}_{S,k}^{\#} \quad (5.52)$$

berechnet werden.

Zur weiteren Modellierung der Verzögerung aufgrund der Berücksichtigung der Rechenzeit wird der um ein weiteres Abtastintervall verzögerte Hilfsstromsollwertraumzeiger  $\tilde{\underline{i}}_{S,w}^{\#}$  eingeführt, der mit dem Stromraumzeiger und dem bereits bestimmten Hilfsstromsollwertraumzeiger  $\underline{i}_{S,w}^{\#}$  über die Gleichungen

$$\underline{i}_{S,k+1}^{\#} = \tilde{\underline{i}}_{S,w,k}^{\#} \quad (5.53)$$

$$\tilde{\underline{i}}_{S,w,k+1}^{\#} = \underline{i}_{S,w,k}^{\#} \quad (5.54)$$

verknüpft ist. Die Gleichungen (5.52), (5.53) und (5.54) bilden die 3 Zustandsdifferenzgleichungen des Systems der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Betrachtung einer Rechenzeit von einem Abtastintervall. Aus-

gehend von der allgemeinen Form der Zustandsdifferenzgleichung

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = \underline{\Phi} \cdot \underline{\mathbf{x}}_k + \underline{\mathbf{h}} \cdot \tilde{l}_{S,w,k}^{\#} + \underline{\mathbf{h}}_w \cdot l_{S,w,k}^{\#} \quad (5.55)$$

$$l_{S,k}^{\#} = \underline{\mathbf{c}}_R^T \cdot \underline{\mathbf{x}}_k \quad (5.56)$$

und dem gültigen Regelgesetz

$$\tilde{l}_{S,w,k}^{\#} = \underline{\mathbf{m}} \cdot l_{S,w,k}^{\#} - \underline{\mathbf{k}}^T \cdot \underline{\mathbf{x}}_k \quad (5.57)$$

können bei Verwendung des Zustandsgrößenvektors

$$\underline{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} l_S^{\#} \\ \tilde{l}_S^{\#} \\ \underline{v}_I \end{pmatrix}, \quad (5.58)$$

der Stellgröße  $\tilde{l}_{S,w}^{\#}$  und der Regelgröße  $l_S^{\#}$  die Systemmatrizen bestimmt werden:

$$\underline{\Phi} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (5.59)$$

$$\underline{\mathbf{h}}^T = (0 \quad 1 \quad 0), \quad (5.60)$$

$$\underline{\mathbf{h}}_w^T = (0 \quad 0 \quad 1), \quad (5.61)$$

$$\underline{\mathbf{c}}_R^T = (1 \quad 0 \quad 0). \quad (5.62)$$

Hieraus kann die Steuerbarkeitsmatrix

$$\underline{\mathbf{Q}}_S = (\underline{\mathbf{h}} \quad \underline{\Phi} \underline{\mathbf{h}} \quad \underline{\Phi}^2 \underline{\mathbf{h}}), \quad (5.63)$$

und deren Inverse berechnet werden, die identisch sind

$$\underline{\mathbf{Q}}_S = \underline{\mathbf{Q}}_S^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (5.64)$$

Die Transformationsmatrix  $\underline{\mathbf{T}}$  kann somit aus der inversen Steuerbarkeitsmatrix und der Transitionsmatrix  $\underline{\Phi}$  zu

$$\underline{\mathbf{T}} = \begin{pmatrix} \underline{\mathbf{t}}_1^T \\ \underline{\mathbf{t}}_2^T \\ \underline{\mathbf{t}}_3^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (5.65)$$

bestimmt werden.

Durch Pol- bzw. Eigenwertvorgabe werden 3 Eigenwerte des Regelkreises festgelegt. Um eine Entkopplung der Komponenten in d- und q-Achse zu gewährleisten, sind reelle Regelungseigenwerte vorzusehen. Zur Anpassung an den gewünschten und benötigten Grad an Dynamik sieht [20] die Möglichkeit vor, eine unterschiedliche Wahl der Regelungseigenwerte in der d- und der q-Achse vorzunehmen. Bei magnetisch symmetrisch aufgebauten Synchronmotoren ist allein die Stromkomponente  $i_q$  in Querrichtung für die Drehmomentbildung verantwortlich, während die Längsstromkomponente  $i_d$  nur zur Feldschwächung benötigt wird. Daher ist es bei diesem Maschinentyp sinnvoll, für die q-Achse eine hohe Dynamik zur Drehmomentregelung vorzusehen und für die d-Achse eine geringere Dynamik, da aufgrund hoher Trägheitsmomente und der damit verbundenen langsam veränderlichen Drehzahl auch der feldschwächende Strom nur langsam verändert werden muss und keine Sprünge der Drehzahl möglich sind. Bei einer permanentmagneterregten Synchronmaschine mit unterschiedlichen Induktivitäten in Längs- und Querachse wird jedoch das innere Drehmoment der Maschine aus dem synchronen und dem Reluktanzmoment gebildet. Da zum Betrieb der Maschine mit minimalem Statorstrom beide Anteile genutzt werden müssen, werden sowohl im Grunddrehzahl- wie auch im Feldschwächbereich beide Stromkomponenten zur Drehmomentregelung benötigt. Somit ist es naheliegend, die Regelungseigenwerte in beiden Achsen identisch zu wählen.

Zwei Regelungseigenwerte werden durch Vorgabe geeigneter Zeitkonstanten durch die Gleichungen

$$z_{R,1} = e^{-\frac{T_A}{T_{R,1}}} \quad (5.66)$$

$$z_{R,2} = e^{-\frac{T_A}{T_{R,2}}} \quad (5.67)$$

bestimmt. Der dritte Regelungseigenwert wird aufgrund der Rechenzeit von einem Abtastintervall, die einem zeitdiskreten Eigenwert von  $z = 0$  entspricht, zu

$$z_{R,3} = 0 \quad (5.68)$$

gewählt. Die gewählten Regelungseigenwerte führen auf das charakteristische Polynom des geschlossenen Stromregelkreises:

$$(z - z_{R,1}) \cdot (z - z_{R,2}) \cdot (z - z_{R,3}) = z^3 - (z_{R,1} + z_{R,2}) + z_{R,1} \cdot z_{R,1} \cdot z \quad (5.69)$$

$$= z^3 + a_{R,2} \cdot z^2 + a_{R,1} \cdot z + a_{R,0} \quad (5.70)$$



Somit kann der Regelungsvektor

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{k}} &= a_{R,0} \cdot \underline{\mathbf{t}}_1 + a_{R,1} \cdot \underline{\mathbf{t}}_2 + a_{R,3} \cdot \underline{\mathbf{t}}_3 + \underline{\Phi}^T \cdot \underline{\mathbf{t}}_3 \\ &= \begin{pmatrix} (1 - z_{R,1})(1 - z_{R,2}) \\ 1 - z_{R,1} - z_{R,2} \\ -(1 - z_{R,1})(1 - z_{R,2}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.71)$$

ermittelt werden.

Aus der Zustandsdifferenzgleichung (5.55), der Ausgangsgleichung (5.56) und dem Regelgesetz (5.57) kann mithilfe der z-Transformation die Führungsübertragungsfunktion

$$\begin{aligned}F_w(z) &= \frac{\underline{I}_S^\#(z)}{\underline{I}_{S,w}^\#(z)} \\ &= \underline{\mathbf{c}}_R^T \cdot \left( z \cdot \underline{\mathbf{I}} - \underline{\Phi} + \underline{\mathbf{h}} \cdot \underline{\mathbf{k}}^T \right)^{-1} \cdot (\underline{\mathbf{h}} \cdot \underline{\mathbf{m}} + \underline{\mathbf{h}}_w) \end{aligned} \quad (5.72)$$

hergeleitet werden, und für die gewählten Regelungseigenwerte zu

$$F_w(z) = \frac{(z - 1) \cdot \underline{\mathbf{m}} + (1 - z_{R,1}) \cdot (1 - z_{R,2})}{(z - z_{R,1}) \cdot (z - z_{R,2}) \cdot z} \quad (5.73)$$

bestimmt werden. Um nun den Pol bei  $z_{R,2}$  zu kompensieren, wird das Vorfilter zu

$$\underline{\mathbf{m}} = 1 - z_{R,1} \quad (5.74)$$

gewählt. Hierdurch ergibt sich der Zusammenhang zwischen dem Sollwert und dem Istwert des Stromraumzeigers in der z-Ebene

$$\underline{I}_S^\#(z) = \frac{1 - z_{R,1}}{(z - z_{R,1}) \cdot z} \underline{I}_{S,w}^\#(z) \quad (5.75)$$

oder in der Darstellung der zeitdiskreten Zeitpunkte

$$\underline{I}_{S,k+2}^\# = z_{R,1} \cdot \underline{I}_{S,k+1}^\# + (1 - z_{R,1}) \cdot \underline{I}_{S,w,k}^\# \quad (5.76)$$

Es ergibt sich somit ein proportionales Verhalten mit Verzögerung erster Ordnung und zusätzlicher Totzeit von einer Abtastperiode im Führungsverhalten. Mithilfe des gefundenen Regelungsvektors in (5.71) lässt sich der Hilfsstromsollwertraumzeiger angeben:

$$\begin{aligned}\underline{I}_{S,w,k}^\# &= (1 - z_{R,1}) \cdot \underline{I}_{S,w,k}^\# - (1 - z_{R,1}) \cdot (1 - z_{R,2}) \cdot \underline{I}_{S,k}^\# \\ &\quad - (1 - z_{R,1} - z_{R,2}) \cdot \underline{I}_{S,k+1}^\# + (1 - z_{R,1}) \cdot (1 - z_{R,12}) \cdot \underline{v}_{I,k} \end{aligned} \quad (5.77)$$

Mit der Annahme der näherungsweise konstanten Polradspannung  $\tilde{u}_{P,k+1} \approx \underline{u}_{P,k}$  kann der Hilfsstromsollwertraumzeiger (5.77) unter Berücksichtigung von (5.46), (5.47) und (5.48) in die Entkopplungsgleichung (5.51) eingesetzt werden, womit die endgültige Lösung für das Gesamtregelgesetz des Stromzustandsreglers ermittelt werden kann:

$$\begin{aligned} \underline{u}_{St,k} &= e^{j2\omega T_A} \frac{L_q}{\tau_S} \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \left( (1 - z_{R,1}) \underline{i}_{S,w,k}^{\#} + (1 - z_{R,1})(1 - z_{R,2}) \underline{v}_{I,k} \right. \\ &\quad \left. - \left( (1 - z_{R,1})(1 - z_{R,2}) + e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A} (1 - z_{R,1} - z_{R,2}) + e^{-2\left(\frac{T_A}{\tau_S} + j\omega T_A\right)} \right) \underline{i}_{S,k}^{\#} \right) \\ &\quad - e^{j2\omega T_A} \left( e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A} + (1 - z_{R,1} - z_{R,2}) \right) \underline{v}_{T,k} + e^{j2\omega T_A} \underline{u}_{P,k} \end{aligned} \quad (5.78)$$

Zum Einsatz kommt der Stromreglerentwurf für eine magnetisch unsymmetrische Maschine nach [20]. Bild 5.4 zeigt das komplexe Strukturbild des achsensymmetrischen Stromzustandsreglers bei Berücksichtigung der Rechenzeit von einem Abtastintervall.

Durch Zusammenfassung der Vorfaktoren lässt sich das Gesamtregelgesetz (5.78) mit den Reglerkoeffizienten übersichtlicher darstellen.

$$\begin{aligned} u'_{St,d/q,k} &= M'_{d/q} \cdot i_{w,d/q,k} + K'_{I,d/q} \cdot v_{I,d/q,k} \\ &\quad - K'_{P,1,d/q} \cdot i_{d/q,k} - K'_{P,2,d/q} \cdot i'_{d/q,k} - K'_{P,3,d/q} \cdot i''_{d/q,k} \\ &\quad - K'_{T,1,d/q} \cdot v_{T,d/q,k} - K'_{T,2,d/q} \cdot v'_{T,d/q,k} + \underline{K}_z \cdot \underline{u}_{P,k} \end{aligned} \quad (5.79)$$

$$(5.80)$$

Mit den Hilfsraumzeigern

$$\underline{i}'_k = e^{-j\omega T_A} \cdot \underline{i}^{\#}_k \quad (5.81)$$

$$\underline{i}''_k = e^{-j\omega T_A} \cdot \underline{i}'_k \quad (5.82)$$

$$\underline{v}'_{T,k} = e^{-j\omega T_A} \cdot v_{T,k} \quad (5.83)$$

und den Reglerkoeffizienten

$$M'_d = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \frac{L_d}{\tau_S} \cdot (1 - z_{R,1,d}) \quad (5.84)$$

$$M'_q = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \frac{L_q}{\tau_S} \cdot (1 - z_{R,1,q}) \quad (5.85)$$

$$K'_{P,1,d} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \frac{L_d}{\tau_S} \cdot (1 - z_{R,1,d}) \cdot (1 - z_{R,2,d}) \quad (5.86)$$

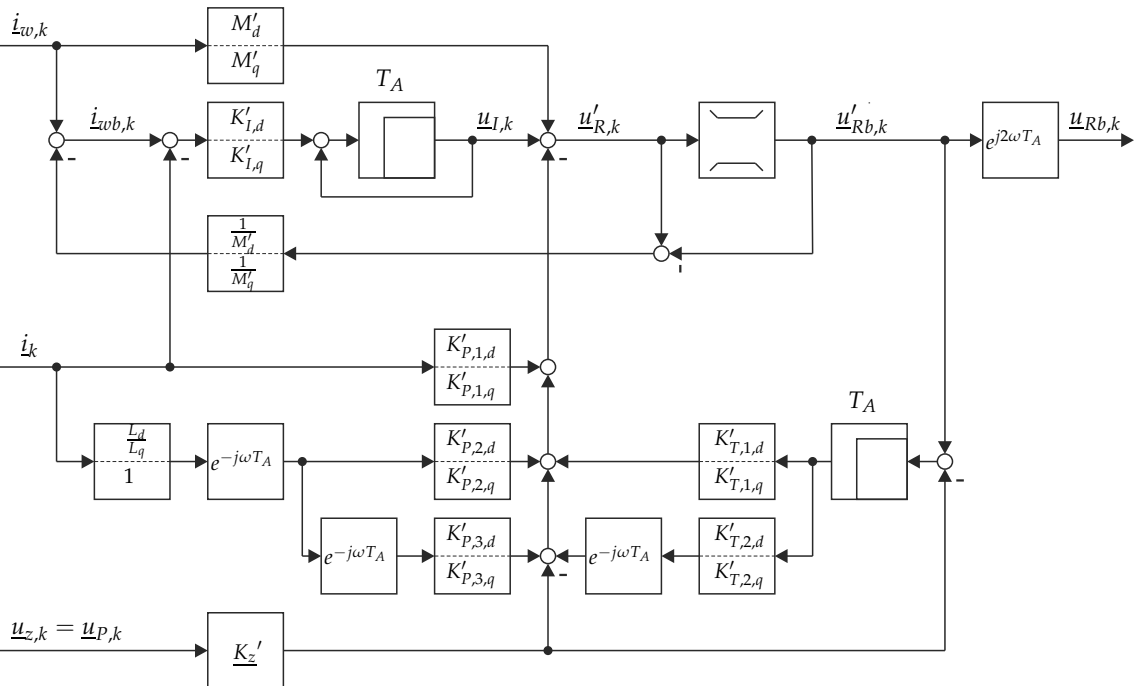


Abbildung 5.4: Strukturschaubild des achsensymmetrischen Stromzustandsreglers für eine permanentmagnetregte, magnetisch unsymmetrische Synchronmaschine mit Rechenzeit

$$K'_{P,1,q} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \frac{Lq}{\tau_S} \cdot (1 - z_{R,1,q}) \cdot (1 - z_{R,2,q}) \quad (5.87)$$

$$K'_{P,2,d} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \frac{Lq}{\tau_S} \cdot (1 - z_{R,1,d} - z_{R,2,d}) \cdot e^{-\frac{T_A}{\tau_S}} \quad (5.88)$$

$$K'_{P,2,q} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \frac{Lq}{\tau_S} \cdot (1 - z_{R,1,q} - z_{R,2,q}) \cdot e^{-\frac{T_A}{\tau_S}} \quad (5.89)$$

$$K'_{P,3,d/q} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \frac{Lq}{\tau_S} \cdot e^{-\frac{2T_A}{\tau_S}} \quad (5.90)$$

$$K'_{T,1,d/q} = 1 - z_{R,1,d/q} - z_{R,2,d/q} \quad (5.91)$$

$$K'_{T,2,d/q} = e^{-\frac{T_A}{\tau_S}} \quad (5.92)$$

$$K'_{I,d} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \frac{L_d}{\tau_S} \cdot (1 - z_{R,1,d}) \cdot (1 - z_{R,2,d}) \quad (5.93)$$

$$K'_{I,q} = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \frac{Lq}{\tau_S} \cdot (1 - z_{R,1,q}) \cdot (1 - z_{R,2,q}) \quad (5.94)$$

$$\underline{K}'_z = \frac{1}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}}} \cdot \left( \frac{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S} - j\omega T_A}}{1 + j\omega \tau_S} \right) \quad (5.95)$$

ist der Stromzustandsregler somit vollständig definiert.

## Simulationsergebnisse

Abbildung 5.5 zeigt die Zeitverläufe der Stell- und Regelgrößen der Stromzustandsregelung nach [20] bei jeweils einem Führungsgrößensprung der beiden Komponenten des Stromsollwerttraumzeigers für eine permanentmagneterregte Synchronmaschine mit Reluktanz. Die Parameter der Maschine entsprechen den Parametern der PSM1 aus Kapitel 3.3. Dargestellt werden die Verläufe der von der Regelung berechneten Sollspannungskomponenten und die Verläufe der Soll- und Istwerte der Statorstromkomponenten jeweils für die Längs- und Querkomponente. Die Zeitkonstanten der Regelung wurden für die d- und die q-Achse identisch zu  $\tau_{R,1,d} = \tau_{R,1,q} = T_A$  und  $\tau_{R,2,d} = \tau_{R,2,q} = 3T_A$  gewählt. Hiermit lassen sich die Eigenwerte der Regelung ermitteln:

$$z_{R,1,d/q} = e^{-\frac{T_A}{\tau_{R,1,d/q}}} \quad (5.96)$$

$$z_{R,2,d/q} = e^{-\frac{T_A}{\tau_{R,2,d/q}}} \quad (5.97)$$

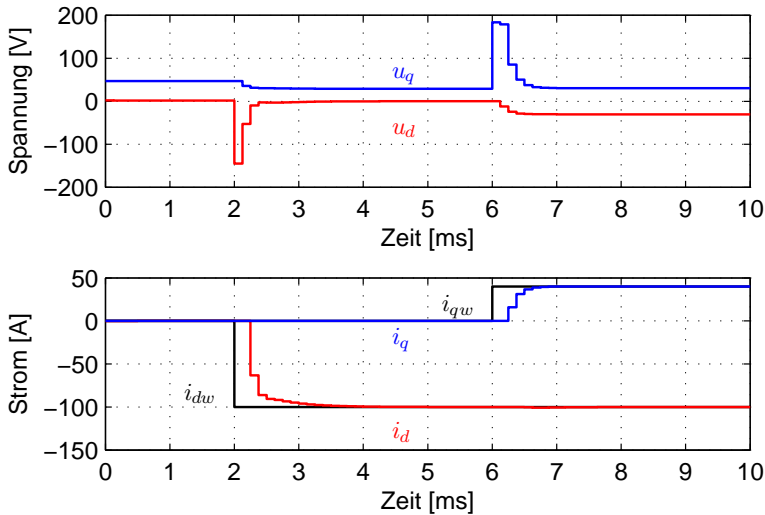


Abbildung 5.5: Zeitdiskrete Zeitverläufe der Stromregelstrecke mit Stromzustandsregler nach [20]

Die Streckenzeitkonstante  $\tau_S$  wurde für die Regelung als Mittelwert aus den Statorzeitkonstanten in d- und q-Richtung gewählt:

$$\tau_S = \frac{1}{2} \cdot (\tau_d + \tau_q) \quad (5.98)$$

Die Drehzahl der Maschine zum Zeitpunkt  $t = 0$ s beträgt  $n = 2000 \text{ min}^{-1}$ , was der halben Nenndrehzahl entspricht. Die Regelung wird mit einer Abtastzeit von  $125 \mu\text{s}$  durchgeführt.

Das Diagramm enthält die Zeitverläufe über eine Zeitdauer von 10 ms. Das Diagramm startet bei  $t = 0$ s mit unbestromter Maschine:  $i_d = i_q = 0$ . Zum Zeitpunkt  $t = 2$ ms wird ein Sollwertsprung des d-Stromes von 0 auf  $i_{dw} = -100 \text{ A}$  und zum Zeitpunkt  $t = 6$ ms ein Sollwertsprung des q-Stromes von 0A auf  $i_{qw} = 40 \text{ A}$  vorgegeben. Die Höhe der Sollwertsprünge wurde derart gewählt, dass keine Stellgrößenbegrenzung auftritt. Der Strom in der q-Achse wird gemäß der eingestellten Reglerzeitkonstanten exakt auf den Sollwert ohne Überschwingen eingeregelt. Im Verlauf des d-Stromes ist jedoch zu sehen, dass die Näherung beim Entwurf, eine identische Streckenzeitkonstante in d- und q-Achse anzunehmen, zu einem verzögerten Erreichen des Sollwertes führt,

der jedoch wiederum ohne Überschwingen erreicht wird. Die Entkopplung der beiden Stromkomponenten ist gegeben, so dass Sollwertsprünge in einer Achse zu äußerst geringen Auswirkungen auf die jeweils andere Achse führt.

### 5.3.5 Stromregelung mit zeitdiskretem Regler

Aufbauend auf Kapitel 4, in dem ein zeitdiskreter Zustandsregler für eine einphasige ohmsch-induktive Last mit Gegenspannung entworfen wurde, soll dieser Regler zur Regelung einer permanentmagneterregten Synchronmaschine ausgebaut werden. In Analogie zur Stromregelung mit PI-Reglern wird eine vorgelagerte Entkopplung und zusätzlich eine Vorsteuerung der vom Permanentmagneten induzierten Spannung  $\underline{u}_P$  vorgenommen. Somit entfallen in der Zustandsraumbeschreibung nach (5.16) und (5.17) die Terme der Verkopplung und der induzierten Spannung:

$$\dot{i}_d = -\frac{1}{\tau_d} i_d + \frac{1}{L_d} u_d \quad (5.99)$$

$$\dot{i}_q = -\frac{1}{\tau_q} i_q + \frac{1}{L_q} u_q \quad (5.100)$$

Ausgehend von dieser Zustandsraumbeschreibung kann, wie im vorherigen Abschnitt ausführlich beschrieben, unter der Näherung identischer Zeitkonstanten  $\tau_S = \tau_d = \tau_q$  mit der in (5.32) definierten modifizierten Stromkomponente in der Längsachse eine Beschreibung der Regelstrecke in Raumzeiger-schreibweise hergeleitet werden:

$$\dot{\underline{i}}_S^\# = -\frac{1}{\tau_S} \underline{i}_S^\# + \frac{1}{L_q} \underline{u}_S \quad (5.101)$$

Analog zum vorherigen Abschnitt ist die Lösung der Gleichung unter Beachtung der Rechenzeit und der Speisung der Maschine im statorfesten Bezugssystem:

$$\underline{i}_{S,k+1}^\# = e^{-\frac{T_A}{\tau_S}} \underline{i}_{S,k}^\# + \frac{\tau_S}{L_q} \left( 1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_S}} \right) e^{-j2\omega T_A} \underline{u}_{R,k-1} \quad (5.102)$$

Mit Einführung der gedrehten Reglerausgangsspannung

$$\underline{u}'_{R,k+1} = e^{-j2\omega T_A} \underline{u}_{R,k-1} \quad (5.103)$$

kann die Lösung der Differentialgleichung in Komponentenschreibweise kompakt dargestellt werden. Durch Rückersetzung der als gleich angenommenen Zeitkonstanten können wieder die unterschiedlichen Induktivitäten in Längs-

und Querachse direkt ohne Umrechnung des Statorstromraumzeigers berücksichtigt werden. Man erhält die nur in Komponentenschreibweise darstellbaren zeitdiskreten Zustandsgleichungen:

$$i_{d,k+1} = e^{-\frac{T_A}{\tau_d}} \cdot i_{d,k} + \frac{1}{R_S} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_d}}\right) \cdot u'_{Rd,k-1} \quad (5.104)$$

$$i_{q,k+1} = e^{-\frac{T_A}{\tau_q}} \cdot i_{q,k} + \frac{1}{R_S} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_q}}\right) \cdot u'_{Rq,k-1} \quad (5.105)$$

Somit existieren zwei getrennte Regelstrecken in der d- und q-Achse, die gemäß den in Abschnitt 4.6 hergeleiteten Regelparametern mit der Vorgabe zweier Polstellen berechnet werden können. Die Polstellen können für die Achsen getrennt aus den vorzugebenden Zeitkonstanten zu

$$z_{wd/q} = e^{-\frac{T_A}{\tau_{wd/q}}} \quad (5.106)$$

$$z_{Id/q} = e^{-\frac{T_A}{\tau_{Id/q}}} \quad (5.107)$$

ermittelt werden.

Zur notwendigen Entkopplung wird aus den Stromsollwerten in d- und q-Achse über ein Filter mit der Führungsgrößenzeitkonstante  $\tau_{wd}$  bzw.  $\tau_{wq}$  der in der nachfolgenden Abtastperiode zu erwartende Istwert gebildet. Durch Multiplikation mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und der jeweiligen Induktivität  $L_d$  bzw.  $L_q$  und anschließende Drehung um  $-\frac{\pi}{2}$  werden die Entkopplungsspannungen berechnet. Zusammen mit der induzierten Spannung  $\underline{u}_{pk}$  werden die Entkopplungsspannungen mit den übrigen Anteilen zur Reglerausgangsspannung addiert.

Somit lauten zusammengefasst die Regelparameter des vereinfachten Stromzustandsreglers für das regelungstechnische Blockschaltbild (Abb. 5.6):

$$m_d = \frac{R_S}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_d}}} \cdot (1 - z_{wd}) \quad (5.108)$$

$$m_q = \frac{R_S}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_q}}} \cdot (1 - z_{wq}) \quad (5.109)$$

$$k_{Pd} = \frac{R_S}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_d}}} \cdot \left( (1 - z_{wd}) \cdot (1 - z_{Id}) + (1 - z_{wd} - z_{Id} + e^{-\frac{T_A}{\tau_d}}) \cdot e^{-\frac{T_A}{\tau_d}} \right) \quad (5.110)$$

$$k_{Pq} = \frac{R_S}{1 - e^{-\frac{T_A}{\tau_q}}} \cdot \left( (1 - z_{wq}) \cdot (1 - z_{Iq}) + (1 - z_{wq} - z_{Iq} + e^{-\frac{T_A}{\tau_q}}) \cdot e^{-\frac{T_A}{\tau_q}} \right) \quad (5.111)$$

$$k_{Td} = 1 - z_{wd} - z_{Id} + e^{-\frac{T_A}{\tau_d}} \quad (5.112)$$

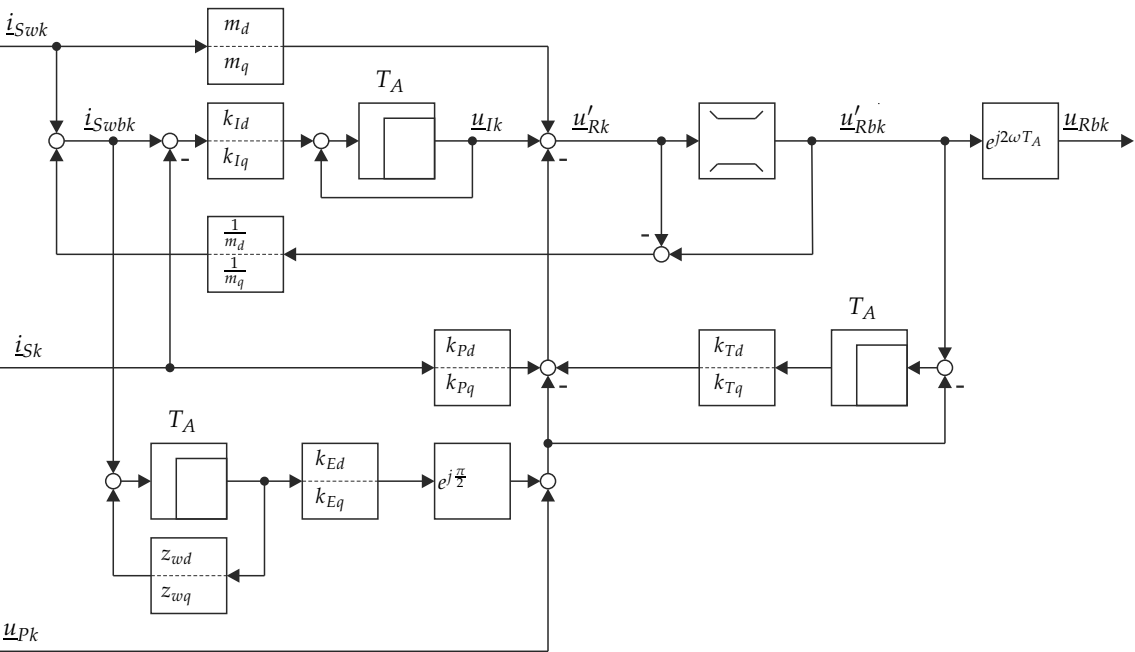


Abbildung 5.6: Strukturtaubild eines zeitdiskreten Stromzustandsreglers mit Entkopplung für eine permanentmagnetterregte, magnetisch unsymmetrische Synchronmaschine mit Rechenzeit



$$k_{Tq} = 1 - z_{wq} - z_{Iq} + e^{-\frac{T_A}{Tq}} \quad (5.113)$$

$$k_{Id} = \frac{R_S}{1 - e^{-\frac{T_A}{Td}}} \cdot (1 - z_{wd}) \cdot (1 - z_{Id}) \quad (5.114)$$

$$k_{Iq} = \frac{R_S}{1 - e^{-\frac{T_A}{Tq}}} \cdot (1 - z_{wq}) \cdot (1 - z_{Iq}) \quad (5.115)$$

$$k_{Ed} = (1 - z_{wd}) \cdot \omega L_d \quad (5.116)$$

$$k_{Eq} = (1 - z_{wq}) \cdot \omega L_q \quad (5.117)$$

## Simulationsergebnisse

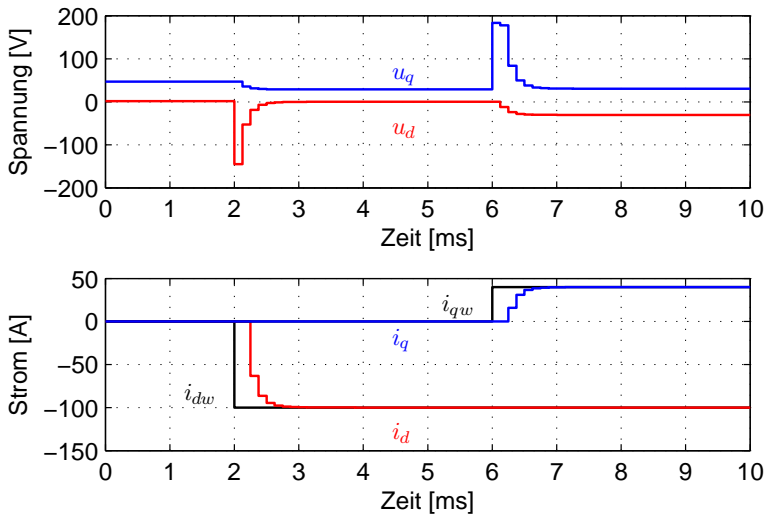


Abbildung 5.7: Zeitdiskrete Zeitverläufe der Stromregelstrecke mit zeitdiskreter Stromregelung und Entkopplung

Abbildung 5.7 zeigt die Zeitverläufe der Regel- und Stellgrößen für zwei Führungsprünge bei der zeitdiskreten Stromregelung für eine permanentmagneterregte Synchronmaschine mit Reluktanz. Die Parameter der Maschine entsprechen den Parametern der PSM1 aus Kapitel 3.3. Die Stellgrößen wurden konstant über einen Abtastschritt modelliert. Dargestellt werden die Verläufe der von der Regelung berechneten Sollspannungskomponenten und die Verläufe

der Soll- und Istwerte der Statorstromkomponenten jeweils für die Längs- und Querkomponente. Die Zeitkonstanten der Regelung wurden für die d- und die q-Achse identisch zu  $\tau_w = \tau_{wd} = \tau_{wq} = T_A$  und  $\tau_I = \tau_{Id} = \tau_{Iq} = 3T_A$  gewählt. Die Drehzahl der Maschine zum Zeitpunkt  $t = 0s$  beträgt  $n = 2000\text{min}^{-1}$ , was der halben Nenndrehzahl entspricht. Die Regelung wird mit einer Abtastzeit von  $125\ \mu s$  durchgeführt.

Das Diagramm enthält die Zeitverläufe über eine Zeitdauer von 10 ms. Das Diagramm startet bei  $t = 0s$  mit unbestromter Maschine:  $i_d = i_q = 0$ . Zum Zeitpunkt  $t = 2ms$  wird ein Sollwertsprung des d-Stromes von 0 auf  $i_{dw} = -100\ A$  und zum Zeitpunkt  $t = 6ms$  ein Sollwertsprung des q-Stromes von 0A auf  $i_{qw} = 40\ A$  vorgegeben. Beide Sollwertsprünge sind derart gewählt, dass sie ohne einen Eingriff der Stellgrößenbegrenzung eingeregelt werden können. Die Ströme werden bei beiden Sollwertsprüngen nach der gegebenen Zeitkonstante  $\tau_w$ , die für beide Achsen gleich groß gewählt wurde, ohne Überschwingen eingeregelt. Bei beiden Sollwertänderungen ist in der jeweils anderen Achse keine Auswirkung auf den Stromverlauf sichtbar. Somit kann die Entkopplung als wirksam angesehen werden.

# 6

## Aufbau des Prüfstandes

Zur Untersuchung des Betriebsverhalten einer permanentmagneterregten Maschinen (PSM) der Firma BRUSA und zur Anwendung der bisher vorgestellten Regelungsalgorithmen soll in diesem Kapitel der Aufbau des hierfür errichteten Prüfstandes gezeigt werden. Ausgehend von einer Beschreibung der verwendeten Maschinen und dem mechanischen Aufbau soll ebenso auf die Leistungselektronik zur Speisung der Motoren und auf das weiterentwickelte Digitale Signalprozessorsystem eingegangen werden.

### 6.1 Maschinen

Zur Untersuchung des Verhaltens sowohl der permanentmagneterregten Maschine als auch der verwendeten Regelung muss gezielt ein Lastdrehmoment an der Welle der Maschine vorgegeben werden können. Dies wird hier durch eine weitere elektrische Maschine als Lastmaschine erreicht, die über eine Kuppelung und eine Drehmomentmesswelle an die PSM gekoppelt wird. Als Lastmaschine wurde eine Asynchronmaschine der Firma Wittur ausgewählt, die in der Lage ist, auch im hohen Feldschwächbereich das Drehmoment der PSM aufbringen zu können.

Die permanentmagneterregte Synchronmaschine der Firma BRUSA besitzt eine Nennleistung von 37 kW bei einer Nenndrehzahl von  $4000 \text{ min}^{-1}$  und einem Nenndrehmoment von 85 Nm. Im Nennpunkt entsprechen die Maschinenparameter weitgehend der in Abschnitt 3.3 gegebenen PSM1. Genauere Angaben zu den Kenngrößen der beiden verwendeten Maschinen befinden sich im Anhang in den Tabellen A.1 und A.2. Abbildung 6.1 zeigt die auf einem Maschinenbett

aneinandergekuppelten Maschinen.

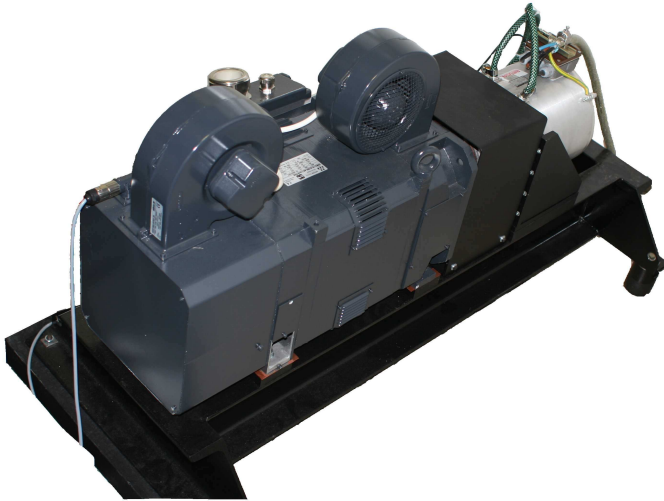


Abbildung 6.1: Motorenprüfstand mit wassergekühlter permanentmagneterregter Synchronmaschine und Lastmaschine

Die Drehmomentmesswelle der Firma HBM ermöglicht die direkte Messung des über die Welle übertragenen mechanischen Drehmoments. Das Funktionsprinzip der Messung beruht auf der Widerstandsänderung von Dehnmessstreifen, die sich im Messflansch befinden. Bei Übertragung eines Drehmoments über die Messwelle kommt es zur einer Torsion, die zu einer Dehnung bzw. Stauchung der Dehnmessstreifen führt. Die somit eintretende Änderung des ohmschen Widerstands kann über geeignete Messschaltungen ausgewertet und gegen Störeinflüsse stabilisiert werden. Das Messsignal wird im Anschluss weiterverarbeitet, um es kontaktlos vom rotierendem Messflansch auf einen feststehenden Stator zu übertragen, an dem es abgegriffen und dem Signalprozessorsystem zur Auswertung zugeführt werden kann. Das auszuwertende Signal des Drehmomentmessflansches ist dabei ein frequenzmoduliertes Signal mit einer Mittenfrequenz von 10 kHz bei unbelasteter Messwelle. Bei Übertragung des Nennmoments der Messwelle erhöht bzw. erniedrigt sich die Frequenz um 5 kHz abhängig von der Wirkrichtung des Moments. Die Auswertung des Signals erfolgt dabei analog der Drehzahlbestimmung bei einem Inkrementalgeber durch Bestimmung der Flanken und dazwischenliegenden Zeiten.

## 6.2 Leistungselektronischer Aufbau

Der leistungselektronische Aufbau des Prüfstandes ermöglicht einen energieeffizienten Betrieb der zwei Motoren mit Speisung aus dem Drehspannungsnetz. Er besteht aus insgesamt 4 Leistungshalbleitermodulen der Firma SEMIKRON vom Typ SKiiP 513GD122-3DUL mit einem Maximalstrom von  $I_C = 500 \text{ A}$ . Die Module bestehen aus jeweils 6 IGBT-Leistungshalbleitern mit antiparalleler Diode in der Anordnung einer Drehstrombrückenschaltung. IGBTs (Insulated Gate Bipolar Transistors) sind die im Bereich einer Sperrfähigkeit von 1200 V die meist benutzten Halbleiterbauelemente, da sie die Vorteile des Bipolartransistors mit gutem Durchlassverhalten mit den Vorteilen der verlustarmen Gateansteuerung des Feldeffekttransistors kombinieren. Die Module enthalten neben den Leistungshalbleitern bereits die komplette Gate-Ansteuerung und Überwachungseinrichtungen für den Fehlerfall. Integriert sind ebenso drei Kompensationsstromwandler zur Messung der 3 Ausgangsströme und eine Spannungsmessung auf der Zwischenkreisspannungsseite.

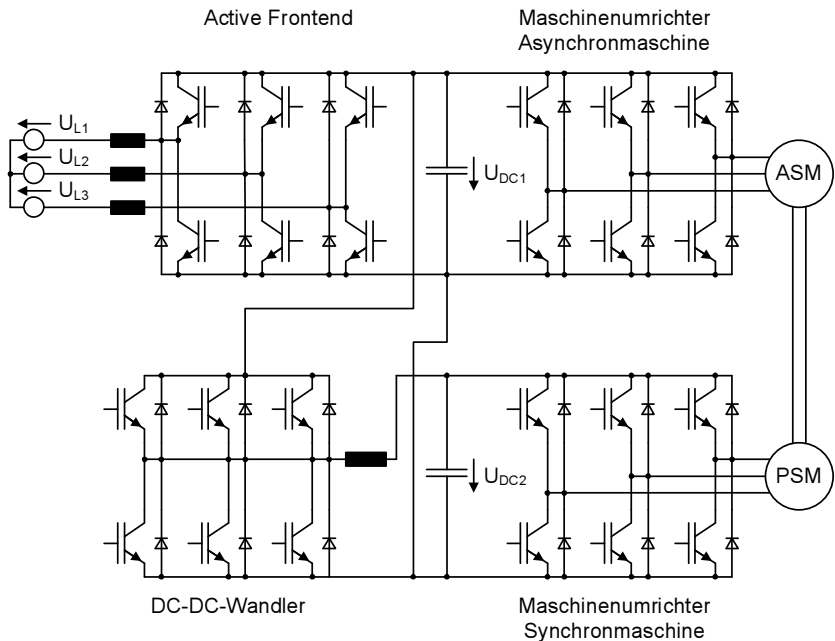


Abbildung 6.2: Schaltbild der Leistungselektronik des Maschinenprüfstandes

Abbildung 6.2 zeigt das Schaltbild der Leistungselektronik mit allen 24 IGBT-Halbleitern und antiparallelen Freilaufdioden. Ein Leistungshalbleitermodul arbeitet als aktive Netzeinspeisung zur bidirektionalen Energieübertragung zwischen Netz und dem ersten Zwischenkreis mit der Spannung  $U_{DC1}$ . Die netzseitige Kommutierungsinduktivität wird auf eine relative Kurzschlussspannung von  $u_k = 10\%$  ausgelegt. Das zweiten Leistungshalbleitermodul wird als Maschinenumrichter der Asynchronmaschine in Drehstrombrückenschaltung am ersten Zwischenkreis betrieben. Aufgrund der Auslegung der Synchronmaschine auf eine niedrigere Zwischenkreisspannung, wie sie im Einsatzgebiet als Fahrzeugantrieb üblich ist, wird eine zweite Zwischenkreisspannung von ca. 320 V benötigt. Daher wird das dritte Leistungshalbleitermodul als Tiefsetzsteller verwendet und alle 3 Halbbrücken parallel geschaltet. Das vierte Leistungshalbleitermodul wird am zweiten Zwischenkreis mit der Spannung  $U_{DC2}$  wiederum in Drehstrombrückenschaltung als Maschinenumrichter für die permanentmagneterregte Synchronmaschine verwendet [8].

Im stationären Fall wird eine der mechanisch gekuppelten Maschinen im motorischen Betrieb Leistung aufnehmen und die andere im generatorischen Betrieb diese Leistung abzüglich der Verluste abgeben. Der gewählte Versuchsaufbau bietet den Vorteil, dass der Leistungsausgleich direkt über den Zwischenkreis und den DC-DC-Steller erfolgt und über den aktiven Netzstromrichter nur die Verluste gedeckt werden müssen.

Abbildung 6.3 zeigt die beiden Schaltschränke, in denen die komplette Leistungselektronik untergebracht ist. Das Schaltungsdesign der beiden leicht unterschiedlichen Schaltschränke mit einem Zwischenkreis aus Elektrolyt- bzw. Folienkondensatoren ermöglicht eine flexible Verschaltung und Kopplung der beiden Leistungselektronik-Baugruppen. Zusätzlich ist im rechten Schaltschrank noch ein Einschubrahmen eingebaut, der das digitale Signalprozessorsystem und die gesamte Signalverarbeitung enthält.

### 6.3 Signalverarbeitung

Die Signalverarbeitung erfolgt mit dem am ETI vorhandenen digitalen Signalprozessorsystem. Dieses baut auf universellen Einschubkarten in einem 19-Zoll-Rahmen auf, die über einen parallelen Bus, den sogenannten ETI-Bus, Daten austauschen können. Die universellen Einschubkarten werden meist durch eine an den jeweiligen Prüfstand angepasste Adapterkarte angebunden, um eventuelle Pegelanpassungen und Treiberschaltungen bedarfsgerecht einsetzen zu können. Die Einschubkarte mit digitalem Signalprozessor übernimmt die Berechnung der übergeordneten Steuerung und Regelung der gesamten Anlage. Als Bus-Master bestimmt die Signalprozessorkarte die Zugriffe auf dem Bus und kann von den Einschubkarten Istwerte einlesen oder Sollwerte und Steu-

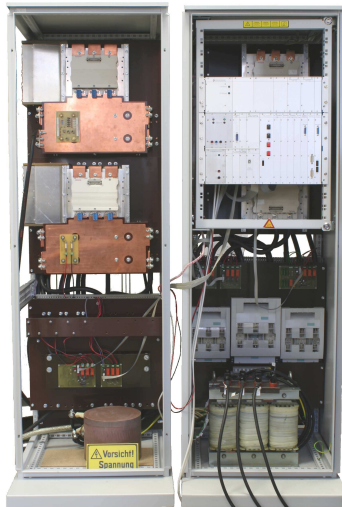


Abbildung 6.3: Leistungselektronik und Signalverarbeitung mit Signalprozessorsystem des Prüfstandes

erbefehle ausgeben. Die Erfassung analoger Größen wird hierbei von Analog-Digital-Wandlerkarten übernommen, die jeweils vier analoge Eingänge besitzen und den digitalisierten Wert für den Signalprozessor bereitstellen. Die Verarbeitung der Signale von Winkel- oder Drehmomentmess-Signalen erfolgt auf speziellen Karten mithilfe eines FPGA. Die Modulatorkarte berechnet aus den vom DSP vorgegebenen Aussteuergraden die logischen Ansteuersignale für alle Halbleiterbauelemente und dient zusätzlich zur Ausgabe weiterer digitaler Steuersignale. Fehlermeldungen der Leistungselektronik werden direkt verarbeitet und an den DSP weitergegeben.

Abbildung 6.4 zeigt das komplette Signalverarbeitungsschema des Prüfstandes zum Betrieb einer permanentmagneterregten Synchronmaschine als Prüfling und einer Asynchronmaschine als Lastmaschine mit der im Abschnitt 6.2 beschriebenen Leistungselektronik mit insgesamt 4 Funktionsblöcken. Mit einer DSP-Karte, insgesamt 6 Analog-Digital-Wandler-Karten, einer Modulatorkarte, 2 Winkelerfassungskarten und einer Drehmomenterfassung erfolgt in einem Einschubrahmen die gesamte Signalverarbeitung. Zur Bestimmung der ana-

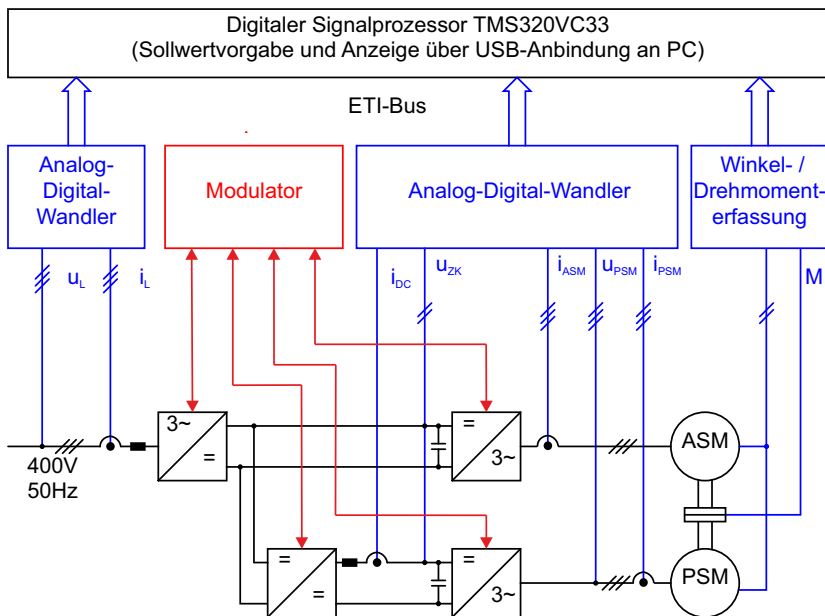


Abbildung 6.4: Signalverarbeitung der Gesamtanlage mit dem digitalen Signalprozessorsystem des ETI

loggen Istwerte werden auf der Netzseite die Netzspannungen und Netzströme gemessen. Auf der Gleichspannungsseite werden die Ströme des DC-DC-Wandlers und beide Zwischenkreisspannungen erfasst. Zur Maschinenregelung werden jeweils alle drei Strangströme der Asynchron- und Synchronmaschine sowie zur Kennfeldbestimmung die Spannung am Umrichteranschluss zur Synchronmaschine gemessen. Auf der mechanischen Seite werden über einen Inkrementalgeber die Lage der Asynchronmaschine, über einen Absolutwertgeber die Lage der Synchronmaschine und über eine Drehmomentmesswelle das Wellenmoment bestimmt.

### 6.3.1 Digitaler Signalprozessor

Der digitale Signalprozessor ist die zentrale Einheit, auf der die Berechnung der Steuerungs- und Regelungsalgorithmen stattfindet. Verwendet wird ein Gleitkommaprozessor der Firma Texas Instruments vom Typ TMS320VC33, der mit 150 Mhz betrieben wird. Das Funktionsschema in Abbildung 6.5 zeigt die Ein-



bindung des Signalprozessors auf der Einschubkarte für den 19-Zoll-Rahmen. Zur Kommunikation mit den anderen Einschubkarten des Systems dient das als Buskoppler 1 bezeichnete Field Programmable Gate Array (FPGA), das als Busmaster des asynchronen parallelen ETI-Bus fungiert [29]. Über 2 Steuerleitungen und 8 Adressleitungen kann der Buskoppler 1 die Adresse und die Datenübertragungsrichtung festlegen. Mit einem Buszugriff können somit 16 Datenbit zwischen der Signalprozessorkarte und einer anderen Einschubkarte ausgetauscht werden. Eine direkte Kommunikation zwischen 2 anderen Einschubkarten außer der Signalprocessorplatine ist nicht möglich und notwendig.

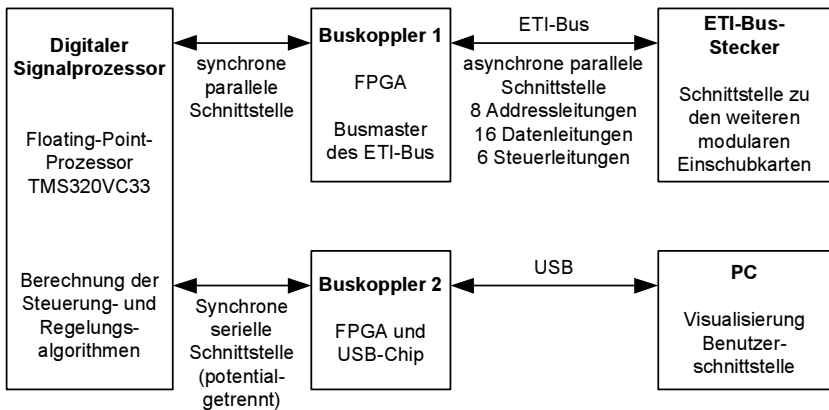


Abbildung 6.5: Funktionsschema der DSP-Karte

Um eine Benutzerschnittstelle zu schaffen, existiert eine weitere Strecke, die es ermöglicht, Daten zwischen dem Signalprozessor und einem PC auszutauschen. Hierzu wird die synchrone serielle Schnittstelle des Signalprozessors potentialgetrennt an den Buskoppler 2 angebunden. Der Buskoppler 2 besteht aus einem weiteren FPGA und einem USB-Treiber-Chip, die die Daten der seriellen Schnittstelle auf das USB-Protokoll umsetzen. Über diese Benutzerschnittstelle ist es möglich, den Signalprozessor mit einem neuen Programm zu booten, sowie Messwerte vom Signalprozessor zu visualisieren und Sollwerte des Benutzers an den Signalprozessor zu übertragen.

### 6.3.2 Modulator-Karte

Die geeignete Wahl der Schaltzeitpunkte der Leistungshalbleiter ist die Aufgabe der in diesem Abschnitt beschriebenen Modulatorkarte. Zum Betrieb der

Leistungselektronik ist es notwendig, aus den für jede Abtastperiode berechneten zeitdiskreten Sollwerten für die Umrichter Ausgangsspannungen zeitkontinuierliche Signale zur Steuerung der Halbleiter zu erzeugen. Diese logischen Signale werden potentialgetrennt übertragen und von den direkt an den Halbleitern befindlichen Gate-Treiberstufen verstärkt, um einen Halbleiterschalter in den gewünschten leitenden oder sperrenden Zustand zu überführen. Abbildung 6.6 zeigt das Schaltbild einer Drehstrombrückenschaltung, die im vorliegenden Versuchsaufbau (Abb. 6.2) in dieser Form als aktive Netzeinspeisung und zweimal als maschinenseitiger Wechselrichter genutzt wird. Diese Schaltung ist die meistbenutzte Schaltung zur Erzeugung eines Drehspannungssystems variabler Frequenz und Ausgangsspannung aus einem durch Kondensatoren stabilisierten Gleichspannungszwischenkreis, wie es zur Speisung einer drehzahlvariabel betriebenen Drehfeldmaschine benötigt wird. Sie besteht aus drei Brückenweigen, die aus zwei in Reihe liegenden Transistoren mit jeweils antiparalleler Diode und in der Mitte der Reihenschaltung befindlicher Ausgangsklemme gebildet werden.

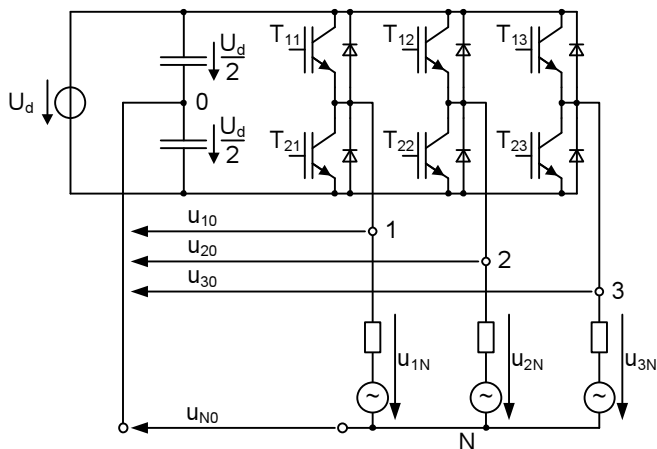


Abbildung 6.6: Schaltbild einer selbstgeführten Drehstrombrückenschaltung

Die Modulatorkarte enthält als Kern einen FPGA der Firma Altera, auf dem die Berechnungen zur Generierung der Ansteuersignale mit einem festen Takt von 100 Mhz ausgeführt werden. Durch die bidirektionale Anbindung an den Kommunikationsbus zur Signalprozessorkarte können sowohl Sollwerte zur Modulatorkarte übertragen werden als auch Fehler oder sonstige Zustandsgrößen des Umrichters zum Signalprozessor zurückgemeldet werden. Mit einem 4 bit

breiten Adressbereich der Modulatorkarte können bis zu 16 Datenworte zwischen Modulator und DSP in beide Richtungen übertragen werden und somit mehrere Umrichter aus einer Modulatorkarte angesteuert werden.

Die Sollwerte für die Modulation werden von den auf dem digitalen Signalprozessor laufenden Regelverfahren generiert. Als Sollwerte werden die 3 Ausgangsspannungen  $U_{10}$ ,  $U_{20}$  und  $U_{30}$  berechnet, die von den Ausgangsklemmen zum Mittelpunkt des Zwischenkreises gezählt werden. Aus diesen Sollspannungen  $u_{x0}$  mit  $x = 1,2,3$  und der gemessenen Zwischenkreisspannung werden bereits im Signalprozessor die relativen Einschalt Dauern  $a_x$  für die Transistoren des jeweiligen oberen Brückenzeigs gebildet:

$$a_x = \frac{u_{x0}}{U_d} + \frac{1}{2} \quad x = 1,2,3 \quad (6.1)$$

Diese Einschalt Dauern werden vom Signalprozessor über den ETI-Bus an die Modulatorkarte übertragen. Am Beginn einer Modulationsperiode werden jeweils die neuen Einschalt Dauern übernommen. Beim angewendeten Trägerverfahren mit einem Dreieckhilfssignal  $h_d$  der Amplitude 1 werden die Austeuergrade  $a_x$  mit dem Dreieckhilfssignal verglichen und die Steuersignale  $h_x$  generiert:

$$h_x = \begin{cases} 0 & \text{für } a_x < h_d \\ 1 & \text{für } a_x \geq h_d \end{cases} \quad (6.2)$$

Das Dreieckhilfssignal wird dabei über einen Zähler realisiert, dessen maximaler Zählerstand von der Taktfrequenz des FPGA und der gewünschten Taktfrequenz des Umrichters bestimmt wird. Aus den Steuersignalen  $h_x$  können bei idealen Schaltern mit unendlich kleiner Schaltzeit direkt die Ansteuersignale für die Leistungshalbleiter erzeugt werden:

$$T_{1x} = h_x \quad (6.3)$$

$$T_{2x} = \overline{h_x} \quad (6.4)$$

Abbildung 6.7 zeigt links den Zeitverlauf der 3 relativen Einschalt Dauern  $a_x$  über eine größere Zeitdauer. Rechts im Bild ist der Verlauf über eine Abtastperiode  $T_A$  dargestellt: Die konstant gehaltenen Werte  $a_x$  werden mit dem Dreieckhilfssignal  $h_d$  verglichen und die Steuersignale  $h_x$  generiert. Bei einem Wert des Steuersignals von 1 wird somit der obere Transistor geschlossen, beim Wert 0 der untere Transistor in einem Brückenzeig. Somit ergeben sich die Ausgangsspannungen  $u_{x0}$  gemäß der Definition aus Abbildung 6.6. Aufgrund der unterschiedlichen Zeitdauern für das Ein- bzw. Ausschalten der realen Transistoren und möglicher Verzögerungen in den Treiberstufen zur Gateansteuerung muss eine Verriegelungszeit zwischen einem Ausschaltbefehl für den gerade

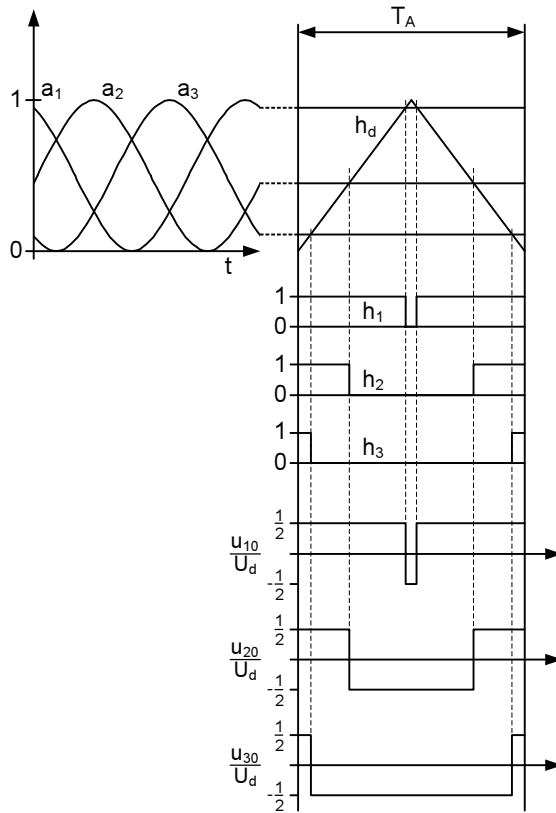


Abbildung 6.7: Modulationsverfahren mit Dreieckhilfssignal

leitenden Transistor und dem Einschaltbefehl für den komplementären Transistor eingehalten werden. Nur so kann gewährleistet werden, dass in einem Brückenweig immer nur ein Halbleiter geschlossen ist und der Spannungszwischenkreis nicht kurzgeschlossen wird. Sind während dieser Verriegelungszeit beide Transistoren im sperrenden Zustand, so bestimmt der Ausgangsstrom während dieser Zeitdauer die Spannung an der Ausgangsklemme. Fließt ein positiver Laststrom vom Umrichter zur Last, so leitet die untere Diode eines Brückenweiges, fließt der Strom von der Last zum Umrichter, so leitet die obere Diode eines Brückenweiges. Die so entstehende fehlerhafte Spannungszeitfläche kann durch eine Anpassung der Einschaltzeiten der Transis-

toren in einem Brückenweig ausgeglichen werden. Zusätzlich sollten zur sicheren Kommutierung eine Mindesteinschaltzeit eines Transistors berücksichtigt werden. Die Anpassung der Ansteuersignale zur Einhaltung der Verriegelungszeit und der Mindesteinschaltzeit sowie die Korrektur der Spannungszeitflächen während der Verriegelungszeit werden auf dem FPGA des Modulators durchgeführt, um eine möglichst exakt dem Sollwert entsprechende Ausgangsspannung zu erhalten und um Nichtlinearitäten im Übertragungsverhalten des Modulators vorzubeugen. Die Information über die Vorzeichen der Umrichterausgangsströme wird vom Signalprozessor aus den Strommesswerten bestimmt und an die Modulatorkarte weitergegeben.

### 6.3.3 Analog-Digital-Wandler-Karte

Zur Messung analoger Größen wird eine universelle Analog-Digital-Wandler-Karte eingesetzt, die 4 analoge Eingänge mit einem Eingangsspannungsbereich von  $-10\text{ V}$  bis  $+10\text{ V}$  besitzt. Die zu messenden Größen müssen über geeignete Schaltungen auf diesem Spannungsbereich skaliert werden. Zur Messung von Strömen im Versuchsaufbau werden Kompensationsstromwandler eingesetzt und abhängig von Eingangsstrombereich und dem Übersetzungsverhältnis über einen passenden Bürdewiderstand ein Spannungsabfall erzeugt, der dem Spannungsbereich der Analog-Digital-Wandlerkarte möglichst exakt entspricht. Zur Messung von hohen Spannungen wie der Zwischenkreisspannung oder der Umrichterausgangsspannung werden quasipotentialgetrennte Operationsverstärkerschaltungen mit geeignetem Verstärkungsverhältnis genutzt.

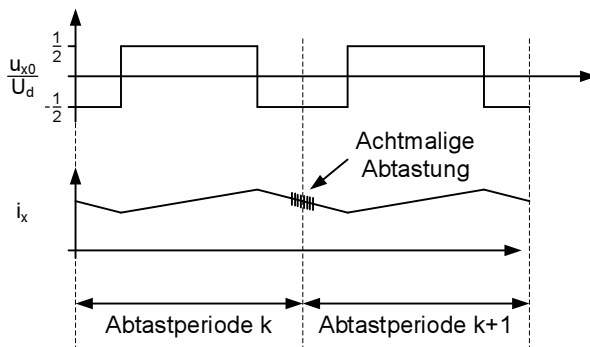


Abbildung 6.8: Mehrfachabtastung

Die Analog-Digital-Wandler-Karte enthält als wesentliche Funktionselemente den AD-Wandler vom Typ THS1206 der Firma Texas Instruments und einen

FPGA zur Messwertaufbereitung. Zur Stabilisierung der Messergebnisse wird nicht ein Messwert zum Abtastzeitpunkt, sondern der Mittelwert aus 8 Messwerten, die symmetrisch zum Abtastzeitpunkt liegen, ausgewertet. Abbildung 6.8 zeigt einen Ausschnitt eines möglichen Stromverlaufs mit den 8 Abtastungen um den Periodenbeginn. Hierzu werden alle Kanäle mit einer Abtastrate von 1,5 MSamples pro Sekunde dauerhaft abgetastet und die digitalisierten Werte an den FPGA weitergeleitet. Im FPGA werden hieraus die benötigten 8 Werte um den Abtastzeitpunkt herausgefiltert und es wird der Mittelwert gebildet. Die somit gebildeten Messergebnisse werden in einem Register gespeichert und können von dort über einen Lesezugriff des ETI-Bus von der DSP-Karte zur Verarbeitung im Regelalgorithmus abgeholt werden.

# 7

## Experimentelle Ergebnisse

In Kapitel 2 wurde die Modellierung der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit unterschiedlichen Induktivitäten in der Längs- und Querachse anhand eines linearen Modells hergeleitet und Kennfelder für diesen Maschinentyp ohne Sättigungseinflüsse dargestellt. Für den als Hybrid-Synchronmaschine bezeichneten Motor der Firma Brusa wird im folgenden die Parameterermittlung vorgestellt und alle interessanten Kennlinien dargestellt, um einen Vergleich zwischen dem Modell ohne Sättigungseinflüsse und dem realen Verhalten mit Sättigungseffekten bei hohen Strömen zu erhalten. Die Maschinenparameter der in Abschnitt 3.3 vorgestellten PSM1 entsprechen dabei den Maschinenparametern des untersuchten Motors im Nennpunkt.

Anschließend wird die Funktionsfähigkeit der in Kapitel 5.3.5 dargestellten zeitdiskreten Stromregelung im rotorfesten Bezugssystem mit Messergebnissen bewiesen. Dies wird anhand der gemessenen Stromverläufe an zwei unterschiedlichen permanentmagneterregten Synchronmaschinen erläutert: Zum einen werden Messungen an der Synchronmaschine der Firma Brusa mit hoher Reluktanz und damit stark unterschiedlichen Streckenzeitkonstanten in d- und q-Achse gezeigt, zum anderen an einer Synchronmaschine der Firma LTi-Drives, die an der Rotoroberfläche montierte Permanentmagnete besitzt.

### 7.1 Parameterbestimmung

Dieser Abschnitt befasst sich mit der Bestimmung der Parameter einer Maschine aus Messungen im rotierenden Betrieb. Durch den in 6 vorgestellten Prüfaufbau ist es möglich, jeden beliebigen Arbeitspunkt im stationären Betrieb anzu-

fahren und über eine ausreichend lange Messzeit zu halten, um stabile Messergebnisse zu erhalten.

### 7.1.1 Messmethode

Zur Bestimmung der Parameter wird auf die im Kapitel 2 hergeleiteten Gleichungen (2.26, 2.27, 2.29 und 2.30) der permanentmagneterregten Synchronmaschine im rotororientierten Bezugssystem zurückgegriffen. Betrachtet man die Maschine im stationären Betriebspunkt, so ergibt sich folgendes Gleichungssystem in der Komponentenschreibweise:

$$u_d = R_S i_d - \omega L_q i_q \quad (7.1)$$

$$u_q = R_S i_q + \omega (L_d i_d + \Psi_{PM}) \quad (7.2)$$

Aufgrund von Sättigungseffekten ist eine Stromabhängigkeit der Induktivitäten zu erwarten. Aus diesem Grund genügt es nicht, diese Maschinenparameter in einem Arbeitspunkt zu messen, sondern es muss für den kompletten Arbeitsbereich der Maschine ein Kennfeld erstellt werden. Die stromabhängigen Induktivitäten lassen sich somit zu

$$L_d(i_d, i_q) = \frac{u_q - R_S i_q - \omega \Psi_{PM}}{\omega i_d} \quad (7.3)$$

$$L_q(i_d, i_q) = \frac{u_d - R_S i_d}{\omega i_q} \quad (7.4)$$

in jedem Arbeitspunkt ( $i_d, i_q$ ) bestimmen [4, 24]. Der Statorwiderstand der Maschine kann hierbei durch eine einfache Gleichstrommessung vorab bestimmt werden. Zur Ermittlung des Permanentmagnetflusses wird ebenfalls in einer vorab durchgeführten Messung die Synchronmaschine von der angekuppelten Lastmaschine angetrieben, so dass aus der induzierten Spannung im Leerlauf der Synchronmaschine der Permanentmagnetfluss ermittelt werden kann:

$$\Psi_{PM} = \frac{u_q}{\omega} \quad (7.5)$$

Die Messungen erfolgen bei einer konstanten Drehzahl von  $2000 \text{ min}^{-1}$ , die der halben Nenndrehzahl entspricht, um einen möglichst großen Bereich der Statorstromraumzeigerebene vermessen zu können. Hierfür wird die Lastmaschine drehzahl geregelt betrieben. In die zu untersuchende Synchronmaschine wird über die Stromregelung der gewünschte Stromraumzeigersollwert eingeprägt.

Durch Messung der Strangströme und -spannungen im statorfesten Bezugssystem und anschließender Transformation mithilfe des ebenfalls gemessenen Rotorpositionswinkels in das rotorfeste Bezugssystem sind alle benötigten Werte



vorhanden. Weiterhin wird das von der Synchronmaschine an der Welle abgegebene Drehmoment über den Drehmomentmessflansch gemessen. Über eine vorab durchgeführte Messung des drehzahlabhängigen durch Reibung und Eisenverluste im Leerlauf verursachten Verlustmoments kann eine Korrektur des Drehmoments durchgeführt werden, um auf das innere Drehmoment der permanentmagneterregten Synchronmaschine näherungsweise zu schließen. Hierfür wurde der unbestromte Synchronmotor von der Lastmaschine angetrieben und das Drehmoment am Messflansch aufgezeichnet und für die spätere Korrektur gespeichert.

Die Gewinnung der Messwerte erfolgt mit dem digitalen Signalprozessorsystem bei einer Pulsweitenmodulations- und Abtastfrequenz von 4kHz. Die Spannungen und Ströme werden taktsynchron mit der in Kapitel 6.3.3 beschriebenen Analog-Digital-Wandler-Karte als Momentanwerte erfasst. Der Rotorpositionswinkel, die Drehzahl und das Drehmoment werden ebenfalls mit 4 kHz abgetastet bzw. berechnet. Alle Messungen wurden dabei in einem äquidistanten kartesischen Messraster von  $\frac{1}{16}i_{Sr}$  in der d- und q-Achse durchgeführt [14]:

$$i_{db} = 0, -\frac{1}{16}, \dots, -1,5 \quad (7.6)$$

$$i_{qb} = -1,25, -1,1875, \dots, 1,25 \quad (7.7)$$

Somit wird sowohl der motorische Bereich bei positiven q-Strömen als auch der generatorische Bereich bei negativen q-Strömen abgedeckt. Eine Vermessung der Maschine bei positiven d-Strömen erfolgte nicht, da dieser Bereich für den Betrieb mit minimalem Statorstrom zur Erzeugung eines Drehmoments nicht genutzt wird. Für jeden Punkt des Messrasters werden dabei die benötigten Werte über eine Zeitdauer von 100ms erfasst und die gegebenenfalls transformierten Größen gemittelt.

### Bereich optimaler Betriebspunkte

Abbildung 7.1 zeigt den gemessenen Bereich optimaler Betriebspunkte der permanentmagneterregten Synchronmaschine der Firma Brusa. Dargestellt sind die zwei schwarzen Kreise konstanten Statorstromraumzeigerbetrags für die Werte  $i_{Sb} = 1$  und  $i_{Sb} = 1,5$ . Punkte innerhalb des Kreises  $i_{Sb} = 1$  sind thermisch dauerhaft als Arbeitspunkt zulässig. Betriebspunkte mit  $i_{Sb} > 1$  sind nur im Rahmen der zulässigen thermischen Überlastung der Maschine bzw. des Umrichters kurzzeitig erreichbar. In roter Farbe ist die Kennlinie maximalen Drehmoments pro Ampere (MMPA) dargestellt. Diese Kennlinie wurde aus den gemessenen Werten mithilfe eines Suchalgorithmus und Interpolation über kubische Splines bestimmt. Solange keine Stellgrößenbeschränkung aktiv ist, kann mit einem Arbeitspunkt auf dieser Kurve wiederum ein bestimmtes Drehmoment mit minimalem Statorstromraumzeigerbetrag generiert werden.

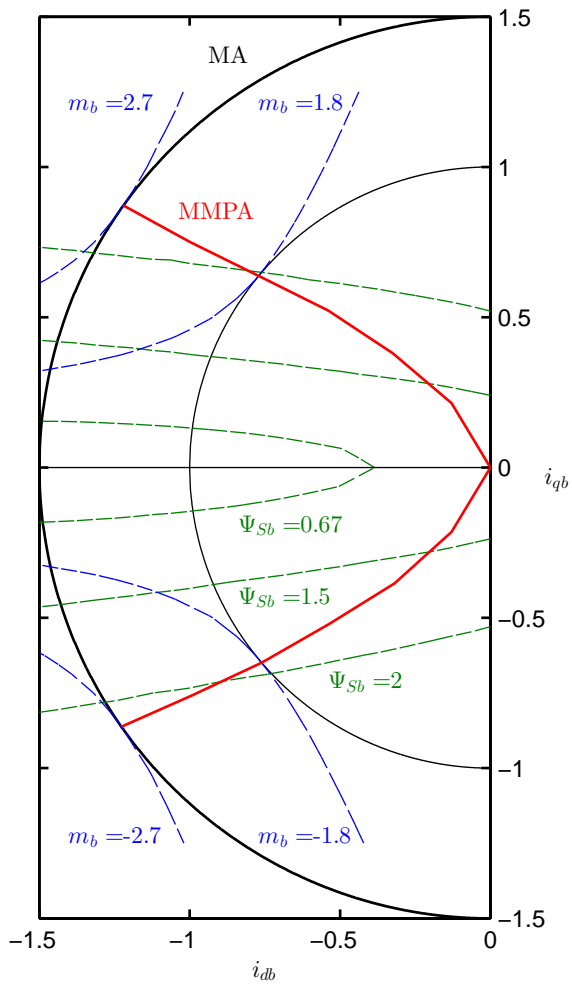


Abbildung 7.1: Gemessener Bereich optimaler Betriebspunkte der Maschine der Firma Brusa in der Ebene der Statorstromraumzeigerkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$

Als grüne Linien dargestellt sind die Ellipsen für die Fälle, dass der Statorfluss gleich dem ein- oder doppelten Permanentmagnetfluss entspricht, und für den Fall des minimalen Flusses bei Nennspannung und maximaler Drehzahl mit  $\Psi_{sb} = 0,67$ . Die maximale Drehzahl wird hierbei in Anlehnung an die PSM1 zur 3-fachen Nenneckdrehzahl gewählt, um den gleichen Drehzahlbereich abzubilden. Die Kennlinien konstanten Drehmomentes sind als blaue Linien hinterlegt. Sie sind für die bezogenen Drehmomente eingezeichnet, die im motorischen bzw. generatorischen Betrieb mit einfachen oder 1,5-fachem Nennstrom erreicht werden können. Diese Kennlinien kennzeichnen bezogene Drehmomente von  $m_b = 1,8$  bzw.  $m_b = 2,7$  oder Drehmomente von 85 Nm bzw. 127,5 Nm

Im Vergleich zum simulierten Bereich der PSM1 in Abbildung 3.5 ist der Einfluss von Sättigungseffekten deutlich zu erkennen. Bei konstanten Parametern gilt für einen Arbeitspunkt ( $i_{db,A}, i_{qb,A}$ ) auf der Kennlinie maximalen Moments pro Ampere nach den in Kapitel 2 hergeleiteten Beziehungen:

$$i_{db,A} < i_{qb,A} \quad (7.8)$$

Im Verlauf der gemessenen Kurve maximalen Moments pro Ampere wird jedoch ab einem Wert von ca.  $i_{sb} = 0,5$  die d-Stromkomponente eines Arbeitspunktes größer als die q-Stromkomponente, was auf eine starke Sättigung durch die Querstromkomponente hinweist. Die Sättigungseffekte sind ebenfalls am großen Abstand der Flussellipsen für  $\Psi_{sb} = 1,5$  und  $\Psi_{sb} = 2,0$  erkennbar, die ohne Sättigungseffekte in geringerem Abstand liegen müssten. Dieser Effekt beruht auf der Erhöhung des Werts der bezogenen Reluktanz für große Querströme, die in Abbildung 7.4 genauer zu sehen ist. Hierdurch wird gemäß (3.14) die Länge der kleinen Halbachsen der Flussellipsen vergrößert.

Somit müssen für den optimalen Betrieb mit minimalem Statorstrom geeignete Kennfelder ausgemessen werden, da die direkte Berechnung eines optimalen Arbeitspunktes bei nichtkonstanten Maschinenparametern mit den Gleichungen aus Kapitel 3 nicht möglich ist.

## 7.1.2 Stromabhängige Kennfelder

Im folgenden werden Kennfelder wichtiger Größen der permanentmagneterregten Synchronmaschine in Abhängigkeit der bezogenen Stromkomponenten in Längs- und Querachse dargestellt. Die bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  spannen in den Diagrammen die Ebene auf, über der in z-Richtung die Messwerte der jeweiligen abhängigen Größe aufgetragen werden. Eingezeichnet sind alle Messpunkte und die Verbindungslinien zwischen den benachbarten Messpunkten.

## Induktivitäten in Längs- und Querachse

Die Bestimmung der Induktivitäten sind für eine möglichst exakte Stromregelung von besonderer Wichtigkeit, um in jedem Betriebspunkt die Parameter des Stromreglers an die Strecke anpassen zu können. Somit kann in jedem Betriebspunkt eine gute Regeldynamik erreicht werden.

Abbildung 7.2 und 7.3 zeigen die gemessenen Induktivitäten in der d- und q-Achse nach den in Gl. (7.3) und (7.4) vorgestellten Verfahren. Da diese Formeln im Nenner die Stromkomponente der d- bzw. der q-Achse enthalten, ist im Bereich kleiner Stromkomponenten in d- oder q-Achse eine Berechnung nicht möglich oder stark fehleranfällig. Daher wird für kleine Stromkomponenten in d- oder q-Achse durch Interpolation der vorhandenen Messwerte das Kennfeld ergänzt, da ein stetiger Verlauf der Kennlinien zu erwarten ist. Somit lässt sich für die Regelung ein ausreichend genauer Wert ermitteln, um im kompletten Arbeitsbereich die Parameter zur Stromregelung berechnen zu können.

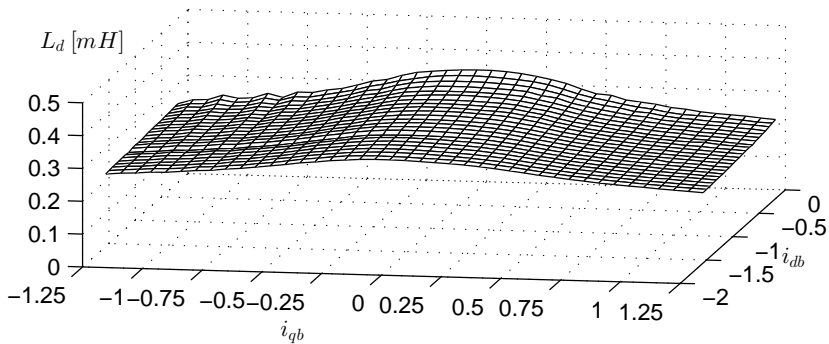


Abbildung 7.2: Gemessene Abhängigkeit der Induktivität  $L_d$  von den bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$

Diagramm 7.2 zeigt für die Induktivität  $L_d$  eine sehr geringe Abhängigkeit von der Stromkomponente  $i_{db}$ , jedoch eine nicht zu vernachlässigende Abhängigkeit von der Stromkomponente  $i_{qb}$ , die zu einer Verringerung des Induktivitätswerts bei Erhöhung des q-Strombetrags führt. Diagramm 7.3 zeigt für die Induktivität in der Querachse  $L_q$  eine noch stärker ausgeprägte Sättigungsabhängigkeit von der q-Stromkomponente aufgrund der Sättigung der Eisenwege. Der Einfluss der d-Stromkomponente auf die Induktivität  $L_q$  kann vernachlässigt werden.

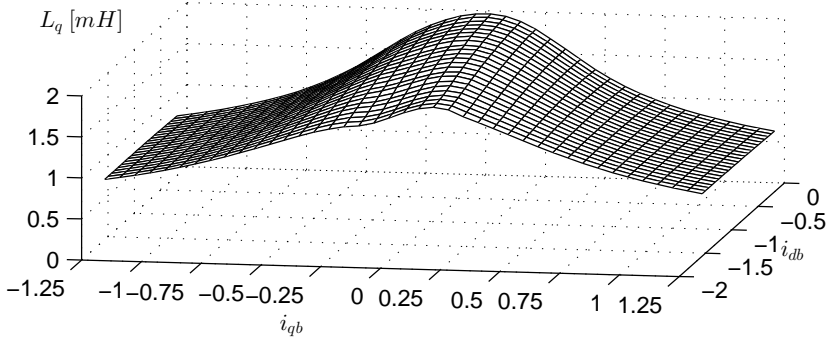


Abbildung 7.3: Gemessene Abhängigkeit der Induktivität  $L_q$  von den bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$

### Bezogene Reluktanz

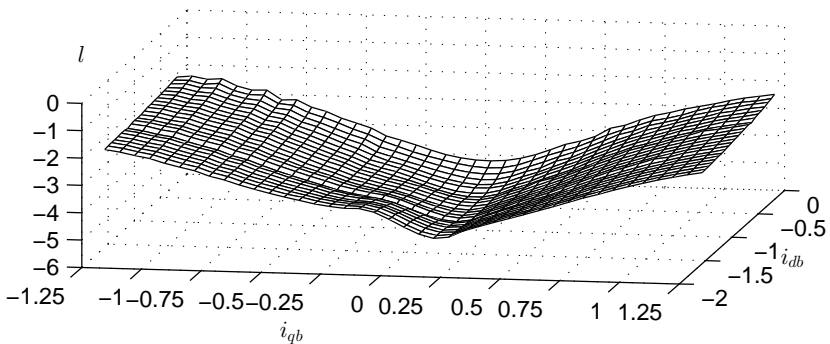


Abbildung 7.4: Gemessene Abhängigkeit der bezogenen Reluktanz  $l$  von den bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$

Aus den Kennlinien der Induktivitäten  $L_d$  und  $L_q$  wird unter der Annahme eines Statorstrefaktors  $\sigma_S = 0,05$  der Entwurfsparameter der bezogenen Reluktanz  $l$  gemäß (2.39) berechnet. Abbildung 7.4 zeigt die große Abhängigkeit der bezogenen Reluktanz von der Stromkomponente  $i_{qb}$ . Geht der Betrag der q-Stromkomponente gegen Null, tritt der kleinste Wert der bezogenen Reluktanz auf, die durchgehend negative Werte besitzt. Je größer der Betrag der

Stromkomponente  $i_{qb}$  wird, umso geringer werden somit die Unterschiede im magnetischen Leitwert in der Längs- und Querachse.

## Drehmoment

Zur Demonstration der Drehmoment-Charakteristik der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Reluktanz wird in den folgenden zweidimensionalen Darstellungen das bezogene Drehmoment über der bezogenen Statorstromkomponente  $i_{qb}$  abgebildet. Die Statorstromkomponente  $i_{db}$  dient als Parameter zu Erzeugung der abgebildeten Kurvenschar. Zur besseren Übersichtlichkeit sind die Diagramme für motorischen und generatorischen Betrieb getrennt dargestellt.

Abbildung 7.5 zeigt das mit der Drehmomentmesswelle gemessene Motordrehmoment im motorischen Betriebsbereich der Synchronmaschine. Die unterste Kurve zeigt dabei das bezogene Drehmoment bei alleiniger Nutzung des synchronen Moments bei  $i_{db} = 0$ . Das bezogene Drehmoment steigt erwartungsgemäß linear mit der Stromkomponente  $i_{qb}$  an. Die oberste Kurve zeigt den Drehmomentverlauf beim minimalen Wert der bezogenen d-Stromkomponente  $i_{db} = -1.5$  unter Nutzung von synchronem Moment und Reluktanzmoment. Deutlich ist bei den Kurven für  $i_{db} \neq 0$  die Sättigung erkennbar, die einen großen Einfluss auf die Reluktanz besitzt. Somit ist bei einem konstantem d-Strom das Drehmoment nicht als Gerade in Abhängigkeit des q-Stroms zu sehen.

Abbildung 7.6 zeigt in gleicher Weise wie zuvor den Drehmomentverlauf im generatorischen Betriebsbereich. Die Kennlinien von Motor- und Generatorbetrieb sind in guter Näherung punktsymmetrisch zum Ursprung.

## Modelliertes Drehmoment

Zum Plausibilisierung der ermittelten Werte des Permanentmagnetflusses und der stromabhängigen Induktivitäten  $L_d(i_d, i_q)$  und  $L_q(i_d, i_q)$  wird eine Modellierung des inneren Drehmoments des permanentmagneterregten Synchronmotors vorgenommen und mit dem gemessenen Drehmoment verglichen. Die Modellierungsgleichung folgt gemäß (2.36) der Formel

$$M_{mod}(i_d, i_q) = p \cdot \Psi_{PM} \cdot i_q + p(L_d(i_d, i_d) - L_q(i_d, i_q)) \cdot i_d \cdot i_q \quad (7.9)$$

und kann mit Hilfe des Bezugsmoments als bezogene Größe zu

$$m_{bmod}(i_d, i_q) = \frac{M_{mod}(i_d, i_q)}{p \Psi_{PM} i_{Sr}} \quad (7.10)$$

bestimmt werden. Die Abbildungen 7.7 und 7.8 zeigen die modellierten bezogenen Drehmomentverläufe im Motor- und Generatorbetrieb. Wie bei den gemessenen Drehmomentverläufen sind die Sättigungseffekte gut zu erkennen.

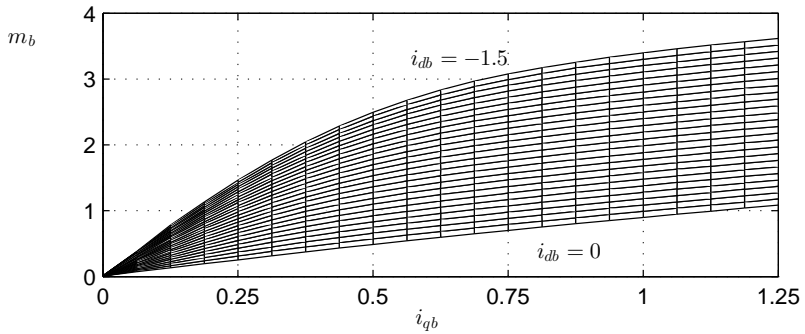


Abbildung 7.5: Gemessene Abhängigkeit des bezogenen Drehmoments  $m_b$  von den bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  im motorischen Betrieb

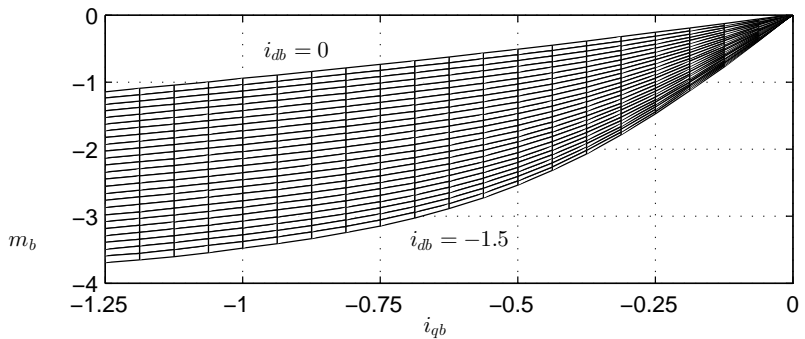


Abbildung 7.6: Gemessene Abhängigkeit des bezogenen Drehmoments  $m_b$  von den bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  im generatorischen Betrieb

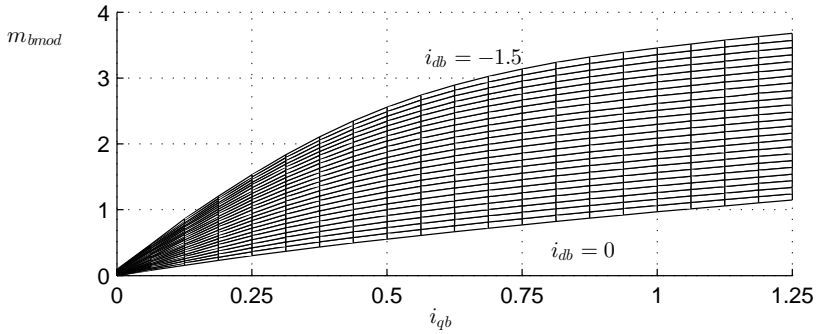


Abbildung 7.7: Modellierung des bezogenen Drehmoments  $m_b$  in Abhängigkeit der bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  im motorischen Betrieb

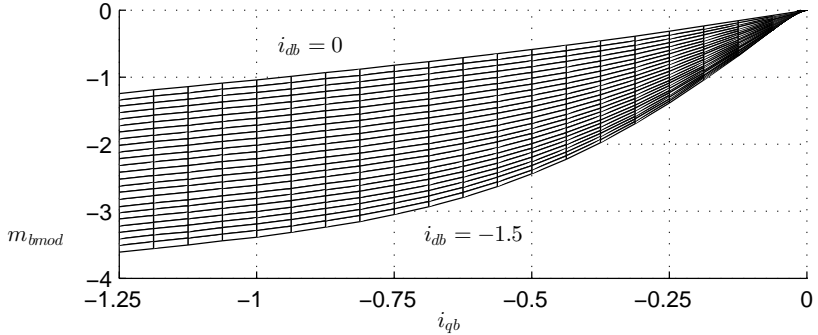


Abbildung 7.8: Modellierung des bezogenen Drehmoments  $m_b$  in Abhängigkeit der bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  im generatorischen Betrieb



Zur besseren Kenntlichkeit wird aus den bezogenen Größen die Differenz zwischen gemessenem Drehmoment und modellierten Drehmoment berechnet und ins Verhältnis zum bezogenen Drehmoment im Nennpunkt  $m_{br}$  gesetzt. Die Abbildungen 7.9 und 7.10 zeigen dieses Verhältnis getrennt für motorischen und generatorischen Betriebsbereich. Erkennbar ist eine mit sinkender q-Stromkomponente leicht zunehmende Abweichung, die sich jedoch insgesamt im niedrigen Prozentbereich bewegt. Dies belegt die sehr gute Genauigkeit der in diesem Kapitel vorgenommenen Parameteridentifikation der permanentmagneterregten Synchronmaschine.

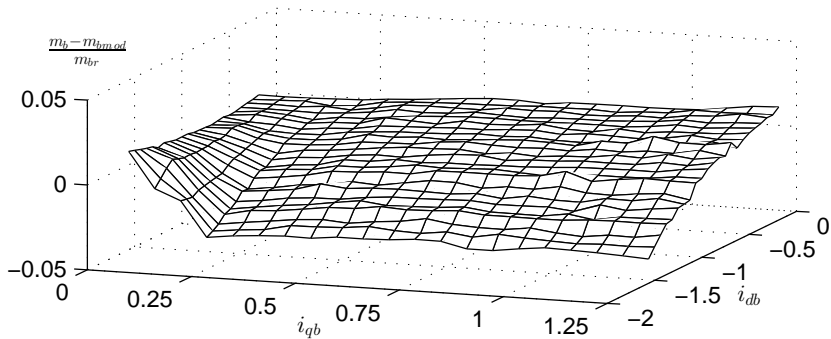


Abbildung 7.9: Abweichung zwischen gemessenem und modelliertem Drehmoment in Abhängigkeit der bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  im motorischen Betrieb

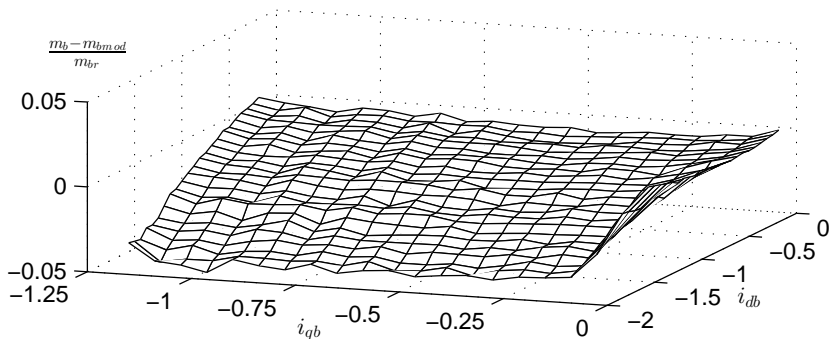


Abbildung 7.10: Abweichung zwischen gemessenem und modelliertem Drehmoment in Abhängigkeit der bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  im generatorischen Betrieb

### 7.1.3 Drehzahlabhängige Kennfelder bei Stromvorgabe

Ausgehend von den gewonnenen Messdaten im vorherigen Abschnitt werden die Kennlinien berechnet, mit denen bei Vorgabe eines Statorstromraumzeigerbetrags in Abhängigkeit der Drehzahl das maximale Drehmoment erzeugt werden kann. Hierzu werden ausgehend von den Messdaten im kartesischen Messraster mittels Interpolation Daten in einem polaren Messraster mit gleichverteilter Amplitude und Winkel berechnet. Aus dem für jeden Punkt berechneten Statorflussbetrag kann die maximale Winkelgeschwindigkeit errechnet werden, die mit einem beliebigen Arbeitspunkt in der  $i_d$ - $i_q$ -Ebene erreicht werden kann.

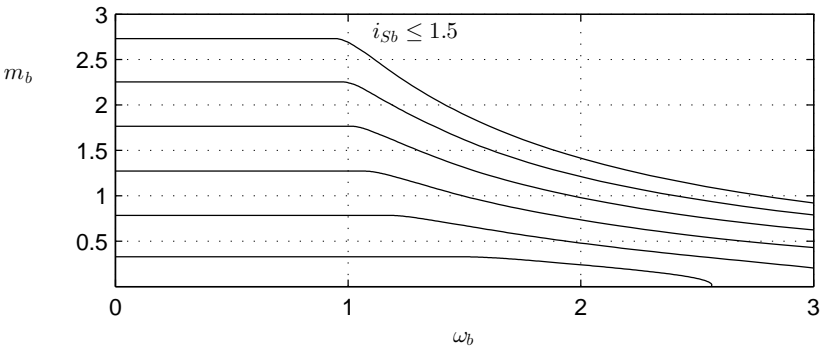


Abbildung 7.11: Verlauf des maximal erzeugbaren bezogenen Drehmoments  $m_b$  über der bezogenen Drehzahl bei Vorgabe eines bezogenen Strombetrags  $i_{sb}$

Für die 6 bezogenen Statorstromraumzeigerbeträge 0,25, 0,5, 0,75, 1,0, 1,25 und 1,5 werden im folgenden die Kennlinien vorgestellt. Abbildung 7.11 zeigt den Verlauf des bezogenen Drehmoments in Abhängigkeit der bezogenen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_b$ . Sichtbar ist die für größer werdendes Drehmoment sinkende Eckdrehzahl, bei der vom Grunddrehzahlbereich in den Feldschwächbereich bei Betrieb mit konstanter Statorspannung gewechselt wird. Aufgrund der Sättigung des Eisens ist der Rückgang der Eckdrehzahl weitaus kleiner als im simulierten Verlauf nach Abbildung 3.3. Für den Statorstrombetrag  $i_{sb} = 0,25$  beträgt die maximal erreichbare bezogene Drehzahl  $\omega_b = 2,6$ . Mit den größeren Statorstrombeträgen  $i_{sb} \geq 0,5$  können Maximal-Drehzahlen erreicht werden, die größer als die erlaubte mechanische Grenzdrehzahl von  $\omega_b = 3$  sind.

Die Abbildungen 7.12 und 7.13 zeigen die zum Erreichen des maximalen Drehmoments einzuprägenden bezogenen Stromkomponenten  $i_{db}$  und  $i_{qb}$  in Ab-

hängigkeit der bezogenen Drehzahl für die 6 betrachteten Statorstromraumzeigerbeiträge. Wie bereits im Bereich optimaler Arbeitspunkte wird auch hier die deutliche Abhängigkeit der Induktivitäten von Querstrom sichtbar, die bei gleichem vorgegebenen Statorstrombetrag zu einem betragsmäßig höheren Längsstrom  $i_{dq}$  und einem kleineren Querstrom  $i_{qb}$  im Vergleich zu den theoretischen Kennlinien mit konstanten Maschinenparametern in Abbildung 3.1 bzw. 3.2 führen.

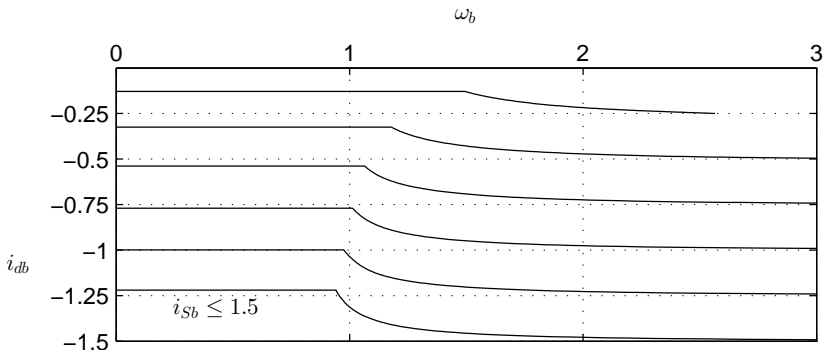


Abbildung 7.12: Verlauf der bezogenen Statorstromraumzeigerkomponente  $i_{db}$  über der bezogenen Drehzahl bei Vorgabe eines bezogenen Strombetrags  $i_{sb}$  und Erzeugung maximalen Drehmoments

Abbildung 7.14 zeigt den Statorflussraumzeigerbetrag  $\Psi_{sb}$  in Abhängigkeit der bezogenen Winkelgeschwindigkeit, der den Verlauf der Eckdrehzahl deutlich erkennen lässt. Die im Feldschwäcbereich anliegende bezogene Statorspannung von  $u_{sb} = u_{sbr} = 2$  wird eingehalten.

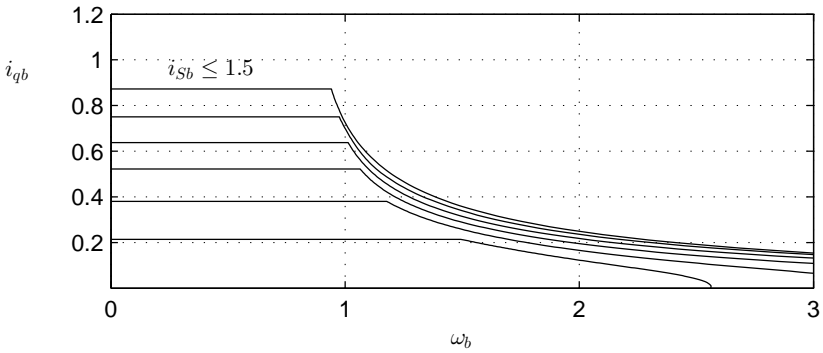


Abbildung 7.13: Verlauf der bezogenen Statorstromraumzeigerkomponente  $i_{qb}$  über der bezogenen Drehzahl bei Vorgabe eines bezogenen Strombetrags  $i_{Sb}$  und Erzeugung maximalen Drehmoments

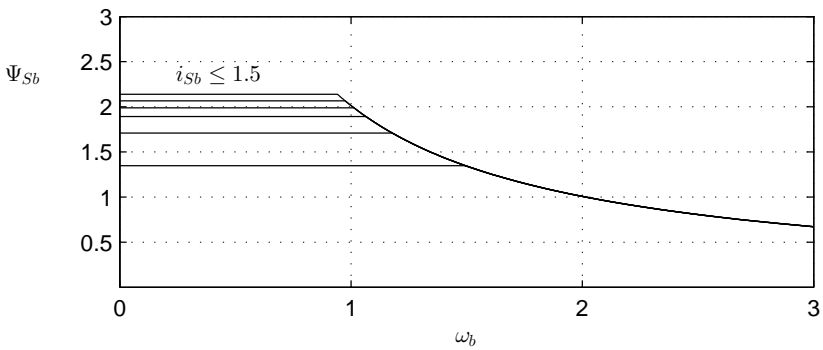


Abbildung 7.14: Verlauf des bezogenen Statorflussbetrags  $\Psi_{Sb}$  über der bezogenen Drehzahl bei Vorgabe eines bezogenen Strombetrags  $i_{Sb}$

## 7.2 Strom- und Drehzahlregelung

Der Nachweis der Funktionsfähigkeit der in Kapitel 5.3.5 hergeleiteten zeitdiskreten Stromregelung im realen Betrieb wird in diesem Abschnitt mit zwei permanentmagneterregten Synchronmaschinen erbracht. Im ersten Teil wird die im vorherigen Abschnitt zur Parameteridentifikation vermessene Synchronmaschine der Firma Brusa mit vergrabenen Magneten und hoher Reluktanz gezeigt, im zweiten Teil wird die Stromregelung für eine permanentmagneterregte Synchronmaschine mit Oberflächenmagneten dargestellt. In allen Abbildungen dieses Abschnittes werden die mit Hilfe des digitalen Signalprozessorsystems mit einer Abtastzeit von  $125 \mu\text{s}$  abgetasteten zeitdiskreten Messwerte abgebildet. Zwischen den Abtastzeitpunkten wird der Verlauf der Messwerte über ein Halteglied nullter Ordnung festgehalten und ausgegeben.

### 7.2.1 Permanentmagneterregte Synchronmaschine mit Reluktanz

Aufbauend auf den im Kapitel 7.1 bestimmten Parametern der permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Reluktanz wird in diesem Abschnitt die Stromregelung anhand mehrerer Sollwertsprünge in ihrer Funktionsfähigkeit getestet. Die Asynchronmaschine nach Tabelle A.2 wird als Lastmaschine drehzahl geregelt betrieben und hält die angegebene Drehzahl, während die Synchronmaschine stromgeregelt betrieben wird. Die Zeitkonstanten zur Berechnung der Regelungseigenwerte der Stromregelung der Synchronmaschine werden zu

$$\tau_w = \tau_{wd} = \tau_{wq} = 2T_A = 250 \mu\text{s} \quad (7.11)$$

$$\tau_I = \tau_{Id} = \tau_{Iq} = 5T_A = 675 \mu\text{s} \quad (7.12)$$

gewählt.

#### Sollwertsprung im Stillstand

Abbildung 7.15 und 7.16 zeigen die Stromverläufe im rotorfesten Bezugssystem mit zeitdiskretem Stromregler nach Kapitel 5.3.5 bei einem Sollwertsprung des d-Stroms von Null auf  $-50 \text{ A}$  bzw. des q-Stroms von Null auf  $50 \text{ A}$ . Die Zeitverläufe entsprechen dem gewünschten Verlauf mit den Zeitkonstanten aus (7.11) und (7.12).

#### Sollwertsprung bei halber Nenndrehzahl

Um zusätzlich zur Funktion der eigentlichen zeitdiskreten Stromregelung auch den Nachweis der korrekten Entkopplung der beiden Achsen in Längs- und Querrichtung zu führen, werden Sollwertsprünge bei halber Nenndrehzahl

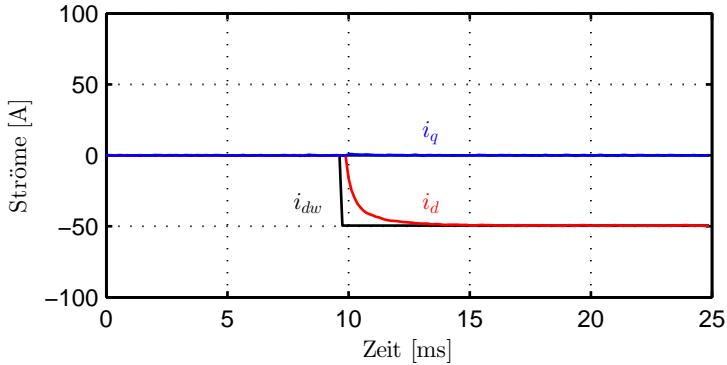


Abbildung 7.15: Sollwertsprung der d-Stromkomponente im Stillstand

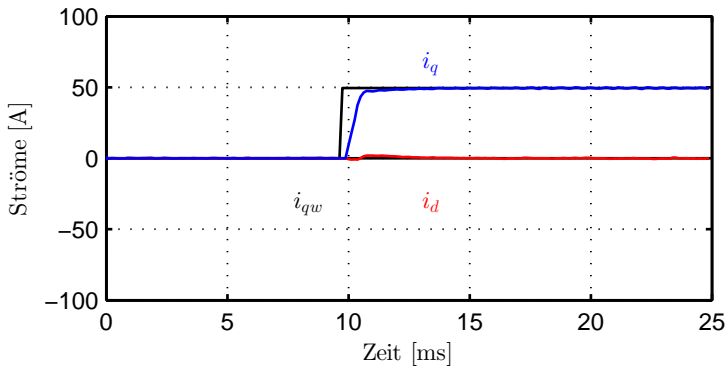


Abbildung 7.16: Sollwertsprung der q-Stromkomponente im Stillstand

durchgeführt. Die folgenden Abbildungen stellen einen Sollwertsprung der d-Stromkomponente von Null auf -50 A bei halber negativer Nenndrehzahl dar. Abbildung 7.17 zeigt den Zeitverlauf der Ströme in rotorfesten Koordinaten, Abbildung 7.18 zeigt die 3 gemessenen Statorstrangströme der Synchronmaschine. Es kann nahezu keine Auswirkung auf die Stromkomponente in der q-Achse festgestellt werden, womit eine gelungene Entkopplung festgestellt werden kann.

Die Abbildungen 7.19 und 7.20 zeigen den Sollwertsprung der q-Stromkomponente von Null auf +50 A ebenfalls bei halber negativer Nenndrehzahl. Die Zeitverläufe im rotororientierten Bezugssystem und die 3 Statorstrangströme zeigen die gewünschte Einregelung des Istwerts auf den Sollwert mit der vor-

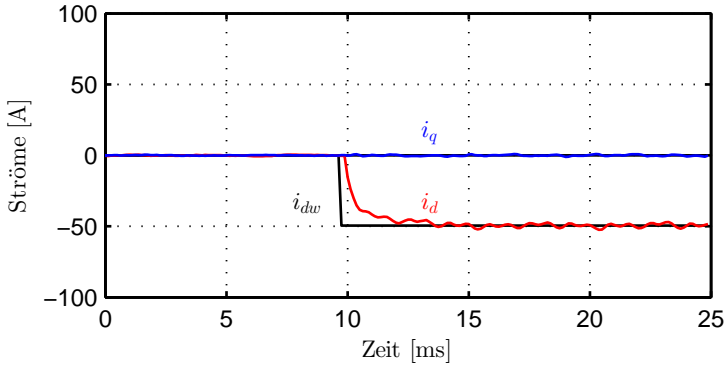


Abbildung 7.17: Sollwertsprung der d-Stromkomponente bei halber Nenndrehzahl

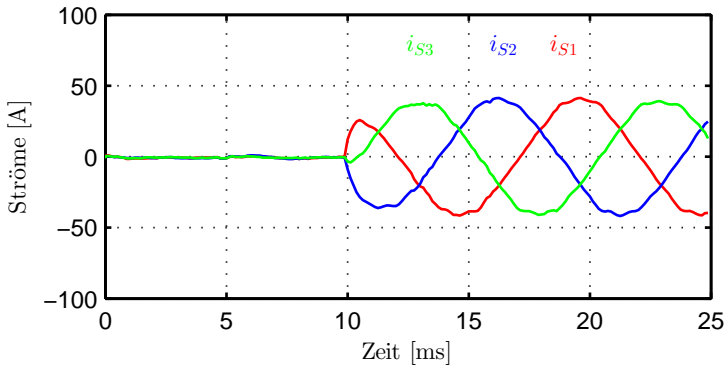


Abbildung 7.18: Statorströme bei Sollwertsprung der d-Stromkomponente bei halber Nenndrehzahl

gegebenen Zeitkonstante ohne Überschwingen und ohne Einfluss auf die d-Stromkomponente, was wiederum auf eine gelungene Entkopplung schließen lässt.

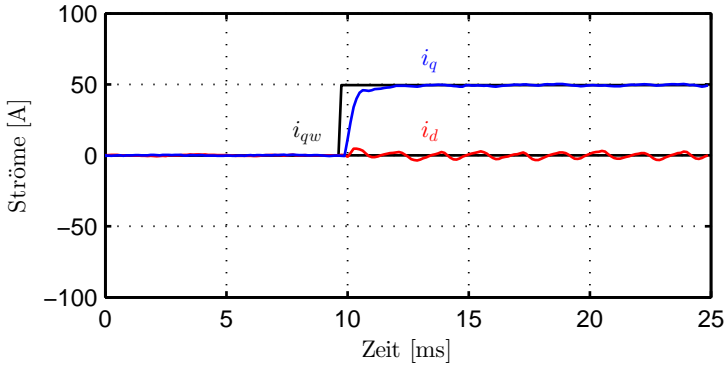


Abbildung 7.19: Sollwertsprung der q-Stromkomponente bei halber Nenndrehzahl

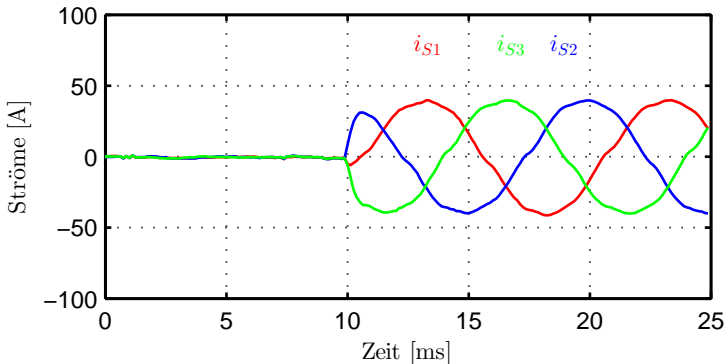


Abbildung 7.20: Statorströme bei Sollwertsprung der q-Stromkomponente bei halber Nenndrehzahl

## 7.2.2 Permanentmagneterregte Synchronmaschine mit Oberflächenmagneten

In diesem Abschnitt werden Messungen an einer permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Oberflächenmagneten der Firma LTI-Drives vorgestellt. Die Maschine hat eine Nennleistung von 6,6 kW bei einem Nennmoment von 21 Nm. Weitere Maschinendaten sind in Tabelle A.3 zu finden. Die Statorwicklung ist als verteilte Wicklung ausgeführt. Die Induktivitäten der Maschine sind in der Querachse geringfügig größer als in der Längsachse und im Bereich des



Nennstroms näherungsweise konstant. Die Nutzung des Reluktanzmoments ist bei dieser Maschine jedoch nicht praktikabel, da nur eine sehr geringfügige Erhöhung des Drehmomentes um weniger als ein Prozent des Nennmoments bei optimaler Stromeinprägung erreicht werden kann [25]. Die Maschine ist in einem Maschinensatz mit der in Tabelle A.4 beschriebenen Synchronmaschine der Firma Lenze als Lastmaschine gekuppelt [23]. Zur Speisung der beiden Maschinen dienen zwei selbstgeführte Drehstrombrückenschaltungen mit IGBT, die einen gemeinsamen Zwischenkreis bilden. Dieser Zwischenkreis wird aus dem 400 V-Drehspannungsnetz über eine Diodenbrücke gespeist. Ein Bremschopper ermöglicht den generatorischen Betriebsbereich bei einem Abbremsvorgang des Maschinensatzes. Die Maschinenregelung erfolgt mit dem digitalen Signalprozessorsystem, wie es in Abschnitt 6.3 beschrieben wird. Die Regelung wird wie im vorherigen Abschnitt mit einer Frequenz von 8 kHz betrieben.

### Zeitdiskrete Stromregelung

Durch Verwendung der in Abschnitt 5.3.5 skizzierten zeitdiskreten Regelung kann für beide Achsen unabhängig von der Streckenzeitkonstanten eine Reglerzeitkonstante vorgegeben werden, mit der ein Sollwert eingeregelt werden soll. Die Abbildungen 7.21 und 7.22 zeigen die Zeitverläufe beim Sollwertsprung der d- bzw. q-Stromkomponente im rotorfesten Bezugssystem ohne Eingriff der Stellgrößenbegrenzung. Die Drehzahl des Maschinensatzes wird mit der Lastmaschine auf Null gehalten. Die Eigenwerte der Regelung werden nach (5.106) und (5.107) aus den für die d- und q-Achse identisch gewählten Zeitkonstanten

$$\tau_w = \tau_{wd} = \tau_{wq} = T_A = 125\mu s \quad (7.13)$$

$$\tau_I = \tau_{Id} = \tau_{Iq} = 3T_A = 375\mu s \quad (7.14)$$

berechnet. Die Abbildungen zeigen den Übergang des Istwerts auf den in schwarz dargestellten Sollwert mit der vorgegebenen Zeitkonstante  $\tau_w$  aus (7.13) für beide Achsen. Die Ströme und der Rotorpositionswinkel wurden mit dem digitalen Signalprozessorsystem im Abtastraster von  $125\mu s$  aufgenommen, womit die dargestellten rotororientierten Größen berechnet werden konnten.

### Vergleich der Stromregelung mit zeitdiskretem Regler und PI-Regler

Abbildung 7.23 bis 7.26 zeigen als Vergleich die mit dem digitalen Signalprozessorsystem abgetasteten ungeglätteten Zeitverläufe bei der Stromregelung mit zeitdiskretem Regler und PI-Regler bei einem Sollwertsprung der q-Stromkomponente von Null auf 15 A. Die Drehzahl wurde durch die Lastmaschine auf  $-1000\text{min}^{-1}$  näherungsweise konstant gehalten. Für den zeitdiskre-

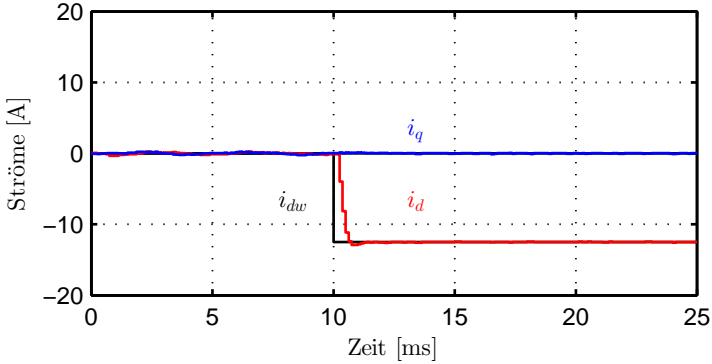


Abbildung 7.21: Sollwertsprung d-Komponente

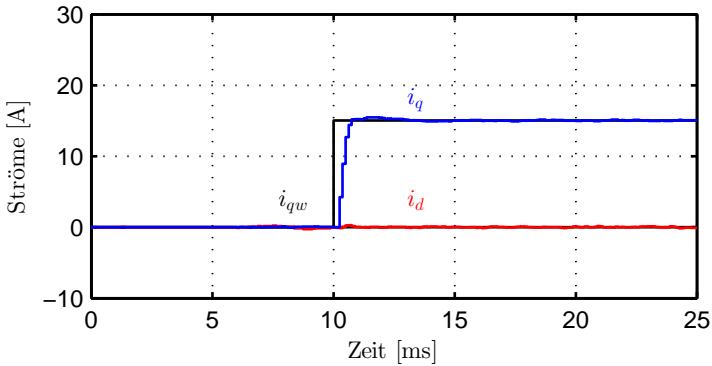


Abbildung 7.22: Sollwertsprung q-Komponente

ten Stromregler werden die im vorherigen Abschnitt bereits angegebenen Reglerzeitkonstanten nach (7.13) und (7.14) verwendet. Der PI-Stromregler wird aufgrund der Rechentotzeit und der Verzögerung durch das Stellglied mit der Summe der kleinen Zeitkonstanten von  $T_{\sigma i} = 2T_A$  eingestellt. Die Abbildungen 7.23 und 7.24 zeigen die Zeitverläufe der Ströme im rotorfesten Bezugssystem für die zeitdiskrete Stromregelung und die PI-Regelung. Abbildung 7.25 und 7.26 zeigen jeweils die Zeitverläufe der 3 Statorstrangströme. Wie im vorherigen Abschnitt kann auch hier durch den zeitdiskreten Stromregler der Stromistwert ohne Überschwingen mit der gewünschten Führungsgrößenzeitkonstanten eingeregelt werden. Die Zeitverläufe für die PI-Stromregelung zeigen den charakteristischen Verlauf mit Überschwingen und Einpendelung auf

den Sollwert, der sowohl in den rotororientierten Strömen als auch in den statorfest gemessenen Strömen sichtbar ist. Sowohl bei zeitdiskretem Regler als auch beim PI-Regler ist eine gute Entkopplung der beiden Achsen gegeben, so dass der Sollwertsprung einer Stromkomponente kaum Auswirkungen auf die jeweils andere Stromkomponente zeigt. Durch die optimale Stromeinprägung ohne Überschwingen ist der zeitdiskrete Stromregler somit hervorragend für die Regelung elektrischer Maschinen geeignet und dem nach dem Betragsoptimum ausgelegten PI-Regler überlegen.

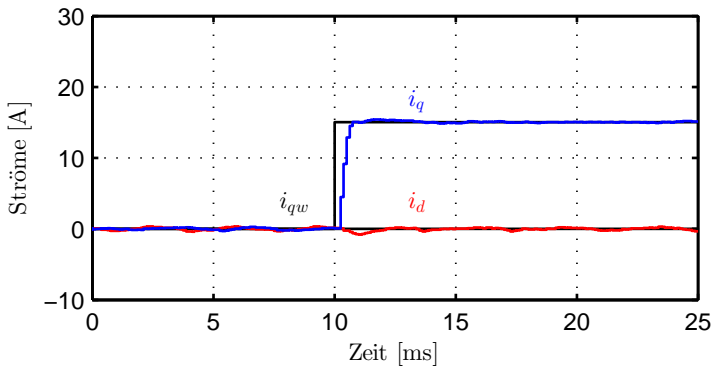


Abbildung 7.23: Zeitdiskreter Stromregler

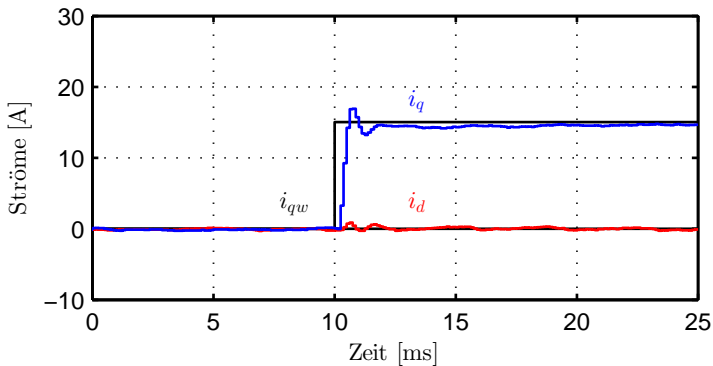


Abbildung 7.24: Stromregelung mit PI-Regler

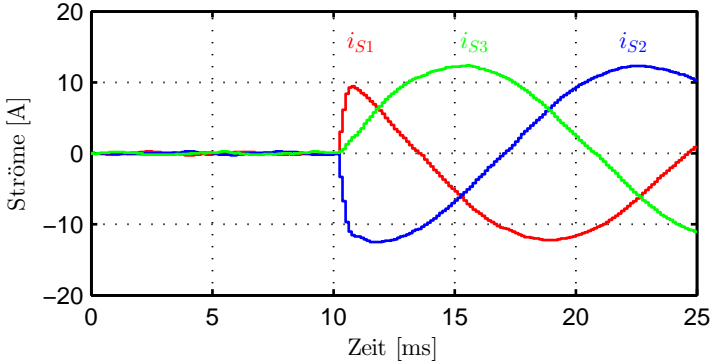


Abbildung 7.25: Zeitdiskreter Stromregler

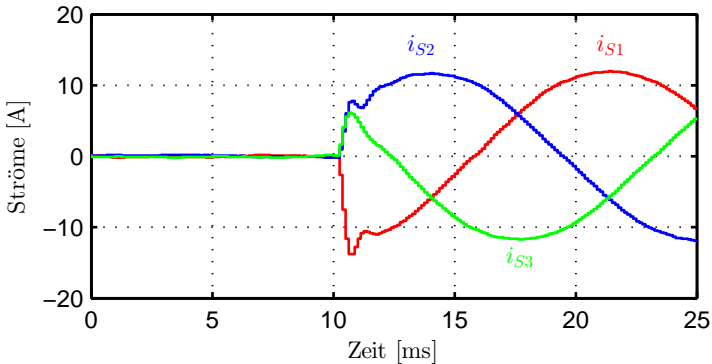


Abbildung 7.26: Stromregelung mit PI-Regler

## Drehzahlregelung

Im Abschnitt 5.2 wurde die Auslegung des Drehzahlregelkreises diskutiert, die in diesem Abschnitt für die permanentmagneterregte Synchronmaschine mit Oberflächenmagneten eingesetzt wird. Da der Hauptaugenmerk auf der unterlagerten Stromregelung liegt, wird auf Messungen der Drehzahlregelung der Maschine mit vergrabenen Magneten verzichtet. Die Antriebsmaschine wird mit dem zeitdiskreten Stromregler nach Kapitel 5.3.5 und den Reglerzeitkonstanten nach (7.13) und (7.14) als unterlagertem Regler in der kaskadenförmigen Reglerstruktur betrieben. Abbildung 7.27 zeigt hierzu einen Reversiergang des Maschinensatzes, wobei die Lastmaschine unbestromt blieb. Zum

Zeitpunkt  $t = 100 \text{ ms}$  wird ein Drehzahlsollwertsprung von  $-2000 \text{ min}^{-1}$  auf  $+2000 \text{ min}^{-1}$  vorgegeben. Das Diagramm zeigt, dass die drehmomentbildende Stromkomponente in der q-Achse ohne Überspringen auf den Wert des Nennstromes  $i_q = \sqrt{3}I_N = 23,4 \text{ A}$  ohne Spannungsbegrenzung eingeregelt wird. Die Entkopplung ist gegeben, so dass in der Stromkomponente in der Längsachse  $i_d$  nahezu keine Abweichung vom Sollwert Null festgestellt werden kann. Die Reversierzeit beträgt ca. 230 ms.

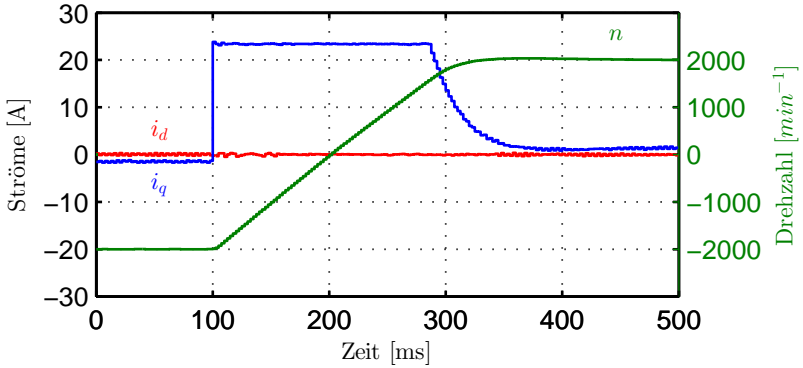


Abbildung 7.27: Reversierung



# 8

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird eine neue Beschreibung der permanentmagneterregten Synchronmaschine in normierten Größen vorgestellt, die speziell für Maschinen mit unterschiedlichem magnetischen Leitwert in Längs- und Querrichtung zur Permanentmagnetachse geeignet ist. Die Beschreibung baut auf der allgemein verwendeten Darstellung der Synchronmaschine im rotororientierten Bezugssystem auf. Ausgehend von dieser normierten Beschreibung wird eine geschlossene Lösung zur Steuerung der Maschine entwickelt, mit der eine Drehmomenterzeugung bei minimalem Statorstromraumzeigerbetrag und somit geringstmöglichen Statorkupferverlusten möglich ist. Es wird eine erste Steuerung vorgeschlagen, die bei gegebenem Statorstromraumzeigerbetrag das maximale Drehmoment in Abhängigkeit der Drehzahl erzeugt. Eine zweite Steuerung beschreibt die Berechnung des minimalen Statorstromraumzeigerbetrags und der Stromkomponenten in d- und q-Achse, wenn ein gewünschtes Drehmoment bei ebenfalls gegebener Drehzahl generiert werden soll.

Im zweiten Abschnitt dieser Arbeit wird ein zeitdiskreter Stromregler für ein Abtastsystem mit einer Rechenzeit von einer Abtastperiode vorgestellt. Nach der Bestimmung der Reglerparameter für den Fall einer einphasigen ohmsch-induktiven Last wird der zeitdiskrete Stromregler für den Einsatz zur Regelung einer permanentmagneterregten Synchronmaschine in rotororientierten Koordinaten erweitert. Ein Vergleich mit einem nach dem Betragsoptimum ausgelegten PI-Regler und einem Zustandsregler nach [20] zeigen die deutlich besseren Eigenschaften des zeitdiskreten Stromreglers. Gegenüber dem PI-Regler zeichnet sich der zeitdiskrete Stromregler durch eine verbesserte Störgrößen-ausregelung aus. Im Vergleich zum Stromzustandsregler ist eine einfachere

Struktur und ein damit niedriger Rechenaufwand für ein Signalprozessorsystem zu verzeichnen. Aufgrund des Aufbaus ist eine Anwendung der zeitdiskreten Stromregelung auf andere Maschinentypen wie die Asynchronmaschine ohne weiteres möglich. Die Dynamik der Regelung ist mit dem zeitdiskreten Stromregler über die Vorgabe der Führungsgrößenzeitkonstante und der Integrationszeitkonstante einfach vorgebbar.

Durch Messungen werden die Parameter einer permanentmagneterregten Synchronmaschine bestimmt und die Kennfelder der Maschine mit Sättigungseinflüssen ausführlich beschrieben. Mithilfe der zeitdiskreten Stromregelung wird somit eine hochdynamische Regelung der Maschine realisiert.



# A

## Anhang

### A.1 Technische Daten

Tabelle A.1: Brusa HSM1-6.17.12

Technische Daten	Kurzzeichen	Wert
Polpaarzahl	$p$	3
Bemessungsdrehzahl	$n_N$	4.000 min <sup>-1</sup>
Bemessungsdrehmoment	$M_N$	85,0 N m
Bemessungsleistung	$P_N$	37,0 kW
Bemessungsstrom	$I_N$	121,0 A
Leistungsfaktor	$\cos\varphi_N$	0,967
Maximale Drehzahl	$n_{max}$	11.000 min <sup>-1</sup>
Maximaldrehmoment	$M_{max}$	223,0 N m
Maximaler Strangstrom	$I_{max}$	300,0 A

Tabelle A.2: Wittur 2SB 3-16.D-50I.44-1JLN-F6Z

Technische Daten	Kurzzeichen	Wert
Polpaarzahl	$p$	2
Nenndrehzahl	$n_N$	$4.000 \text{ min}^{-1}$
Nenndrehmoment	$M_N$	143 N m
Nennleistung	$P_N$	60 kW
Nennspannung	$U_N$	400 V
Nennstrom	$I_N$	103 A
Nenn-Leistungsfaktor	$\cos \varphi_N$	0,93
Trägheitsmoment	$J$	$0,08 \text{ kg m}^2$
Nenn-Magnetisierungsstrom	$I_{\mu N}$	29 A
Nennwirkungsgrad	$\eta_N$	0,92
Verhältnis Kipp- zu Nennmoment	$\frac{M_K}{M_N}$	3,6

Tabelle A.3: LTi Drives LST-190-1-30-560

Technische Daten	Kurzzeichen	Wert
Polpaarzahl	$p$	3
Bemessungsdrehzahl	$n_N$	$3.000 \text{ min}^{-1}$
Bemessungsdrehmoment	$M_N$	21,0 N m
Bemessungsleistung	$P_N$	6,6 kW
Bemessungsspannung	$U_N$	330 V
Bemessungsstrom	$I_N$	13,5 A
Trägheitsmoment	$J$	$36 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$
Statorwiderstand	$R_S$	238 m $\Omega$

Tabelle A.4: Lenze MCS14P32RS0B0

<b>Technische Daten</b>	<b>Kurzzeichen</b>	<b>Wert</b>
Polpaarzahl	$p$	4
Bemessungsdrehzahl	$n_N$	$3.225 \text{ min}^{-1}$
Bemessungsdrehmoment	$M_N$	21,0 N m
Bemessungsleistung	$P_N$	7,1 kW
Bemessungsspannung	$U_N$	315 V
Bemessungsstrom	$I_N$	15,6 A
Leistungsfaktor	$\cos\varphi_N$	0,90
Trägheitsmoment	$J$	$34,823 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$



# Symbolverzeichnis

$\gamma$	elektrischer Rotorpositionswinkel
$\gamma_R$	Winkel zwischen Bezugsachse und 1. Strang des Rotors
$\gamma_S$	Winkel zwischen Bezugsachse und 1. Strang des Stators
$(\Psi_S)$	Vektor der Statorflüsse
$(C)$	Transformationsmatrix
$(i_S)$	Vektor der Statorströme
$(L_{SS})$	Induktivitätenmatrix des Statorkreises
$(R_S)$	Widerstandsmatrix des Statorkreises
$(u_S)$	Vektor der Statorspannungen
$\Omega$	mechanische Winkelgeschwindigkeit
$\omega$	elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit
$\omega_b$	bezogene Winkelgeschwindigkeit
$\omega_{Er}$	Winkelgeschwindigkeit des Eckpunkts bei Nennstrom
$\omega_E$	elektrische Winkelgeschwindigkeit im Eckpunkt
$\psi$	Entwurfsparameter für die bezogene Darstellung
$\Psi_d$	d-Komponente des Statorflussraumzeigers
$\Psi_{PM}$	Permanentmagnetflussverkettung
$\Psi_q$	q-Komponente des Statorflussraumzeigers
$\psi_{S1}$	Statorflussverkettung des 1. Statorstrangs
$\psi_{S2}$	Statorflussverkettung des 2. Statorstrangs
$\psi_{S3}$	Statorflussverkettung des 3. Statorstrangs
$\sigma$	Oberwellenkoeffizient
$\sigma_s$	Statorstreuoeffizient
$\tau_d$	Statorzeitkonstante der Längsachse
$\tau_q$	Statorzeitkonstante der Querachse
$\tau_S$	Statorzeitkonstante
$\Phi$	Transitionsmatrix
$\underline{\Psi}_S$	Statorflussraumzeiger
$\underline{A}$	Dynamikmatrix
$\underline{B}$	Steuereingangsmatrix

<u>C</u>	Ausgangsmatrix
<u>D</u>	Steuerdurchgangsmatrix
<u>e</u>	Störeingangsmatrix
<u>u</u>	Stellgrößenvektor
<u>x</u>	Zustandsvektor
<u>y</u>	Regelgrößenvektor
<u>z</u>	Störgrößenmatrix
$\underline{i}_S$	Statorstromraumzeiger
$\underline{u}_P$	Polradspannungsraumzeiger
$\underline{u}_{St}$	Steuerspannungsraumzeiger
$\underline{u}_S$	Statorspannungsraumzeiger
$i_{dbk}$	bezogene d-Statorstromkomponente im idealen Kurzschluss
$i_{dbr}$	d-Komponente des bezogenen Statorstromraumzeigers im Nennpunkt
$i_{db}$	d-Komponente des bezogenen Statorstromraumzeigers
$i_d$	d-Komponente des Statorstromraumzeigers
$i_d^\#$	modifizierte d-Komponente des Statorstromraumzeigers
$i_{qbk}$	bezogene q-Statorstromkomponente im idealen Kurzschluss
$i_{qbr}$	q-Komponente des bezogenen Statorstromraumzeigers im Nennpunkt
$i_{qb}$	q-Komponente des bezogenen Statorstromraumzeigers
$i_q$	q-Komponente des Statorstromraumzeigers
$i_{S1}$	Momentanwert des Stroms des 1. Statorstrangs
$i_{S2}$	Momentanwert des Stroms des 2. Statorstrangs
$i_{S3}$	Momentanwert des Stroms des 3. Statorstrangs
$i_{Sbr}$	Nennwert des bezogenen Statorstrombetrags
$i_{Sb}$	bezogener Statorstrombetrag
$I_{SN}$	Effektivwert des Statorstrangstromes im Nennpunkt
$i_{Sr}$	Nennwert des Statorstrombetrags
$i_S$	Statorstrombetrag
$J$	Trägheitsmoment
$K'_{I,d/q}$	Regelungsparameter Integrationsbeiwert
$K'_{P,1,d/q}$	Regelungsparameter Proportionalbeiwert 1
$K'_{P,2,d/q}$	Regelungsparameter Proportionalbeiwert 2
$K'_{P,3,d/q}$	Regelungsparameter Proportionalbeiwert 3
$K'_{T1,d/q}$	Regelungsparameter Rückführungsbeiwert
$K'_{T2,d/q}$	Regelungsparameter Rückführungsbeiwert
$K'_{Z,d/q}$	Regelungsparameter Störgrößenbeiwert
$l$	Entwurfparameter für die bezogene Darstellung
$L_d$	Induktivität der d-Achse
$L_{hd}$	Hauptinduktivität der d-Achse

$L_q$	Induktivität der q-Achse
$L_{S\sigma}$	Statorstreuinduktivität
$M_i$	inneres Drehmoment
$M_L$	Lastmoment
$m_{br}$	bezogenes Drehmoment im Nennpunkt
$m_b$	bezogenes Drehmoment
$M'_{d/q}$	Regelungsparameter Vorsteuerfaktor
$n$	mechanische Drehzahl
$p$	Polpaarzahl
$p_b$	bezogene mechanische Leistung
$R_S$	Statorwiderstand
$r_S$	bezogener Statorwiderstand
$T_A$	Abtastperiodendauer
$u_{dbr}$	d-Komponente des bezogenen Statorspannungsraumzeigers im Nennpunkt
$u_{db}$	d-Komponente des bezogenen Statorspannungsraumzeigers
$U_{DC}$	Zwischenkreisspannung
$u_d$	d-Komponente des Statorspannungsraumzeigers
$u_{qbr}$	q-Komponente des bezogenen Statorspannungsraumzeigers im Nennpunkt
$u_{qb}$	q-Komponente des bezogenen Statorspannungsraumzeigers
$u_q$	q-Komponente des Statorspannungsraumzeigers
$u_{S1}$	Momentanwert der Spannung des 1. Statorstrangs
$u_{S2}$	Momentanwert der Spannung des 2. Statorstrangs
$u_{S3}$	Momentanwert der Spannung des 3. Statorstrangs
$u_{Sbr}$	Nennwert des bezogenen Statorspannungsbetrags
$u_{Sb}$	bezogener Statorspannungsbetrag
$U_{SN}$	Effektivwert der Statorstrangspannung im Nennpunkt
$u_{Sr}$	Nennwert des Statorspannungsbetrags
$u_S$	Statorspannungsbetrag
$z_{R,x,d/q}$	Regelungseigenwert der Stromregelstrecke in d/q-Achse





# Abbildungsverzeichnis

2.1	Beispiel einer Drehstromwicklung ( $p=1$ und $q=1$ ) . . . . .	9
2.2	Felderregerkurve $v$ einer einschichtigen ungesehnten Drehstromwicklung ( $p=1$ und $q=1$ ) mit Strombelagsimpulsen $a$ . . . . .	10
2.3	Schematisiertes Schnittbild einer zweipoligen permanentmagneterregten Synchronmaschine mit Darstellung der Bezugssysteme . . . . .	11
2.4	Vollständiges elektrisches und mechanisches Modell der permanentmagneterregten Synchronmaschine im rotorfesten Bezugssystem . . . . .	17
3.1	Drehzahlabhängiger Verlauf der bezogenen d-Stromkomponente mit dem Statorstrombetrag $i_{sb}$ als Parameter ( $i_{sb} \leq 0,25, 0,5 \dots 2$ ) . . . . .	25
3.2	Drehzahlabhängiger Verlauf der bezogenen q-Stromkomponente mit dem Statorstrombetrag $i_{sb}$ als Parameter ( $i_{sb} \leq 0,25, 0,5 \dots 2$ ) . . . . .	25
3.3	Drehzahlabhängiger Verlauf des bezogenen Drehmoments mit dem Statorstrombetrag $i_{sb}$ als Parameter ( $i_{sb} \leq 0,25, 0,5 \dots 2$ ) . . . . .	26
3.4	Drehzahlabhängiger Verlauf der bezogenen mechanischen Leistung mit dem Statorstrombetrag $i_{sb}$ als Parameter ( $i_{sb} \leq 0,25, 0,5 \dots 2$ ) . . . . .	26
3.5	Bereich optimaler Betriebspunkte bei Berücksichtigung einer maximalen mechanischen Drehzahl von $\omega_{bmax} = 3$ der PSM1 . . . . .	27
3.6	Verlauf des Strombetrags $i_{sb}$ und der Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ zur Erzeugung des Drehmoments mit minimalem Strombetrag im Grunddrehzahlbereich . . . . .	34
3.7	Verlauf des bezogenen Stroms $i_{db}$ über der normierten Winkelgeschwindigkeit $\omega_b$ für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien: $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien: $i_{sb} = 2$ ) . . . . .	36

3.8	Verlauf des bezogenen Stroms $i_{qb}$ über der normierten Winkelgeschwindigkeit $\omega_b$ für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien: $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien: $i_{sb} = 2$ ) . . . . .	36
3.9	Verlauf der bezogenen Spannung $u_{sb}$ über der normierten Winkelgeschwindigkeit $\omega_b$ für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien: $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien: $i_{sb} = 2$ ) . . . . .	37
3.10	Verlauf des bezogenen Moments $m_b$ über der normierten Winkelgeschwindigkeit $\omega_b$ für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien: $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien: $i_{sb} = 2$ ) . . . . .	37
3.11	Quotient aus bezogenem Moment $m_b$ und bezogenem Moment im Nennpunkt $m_{br}$ über der normierten Winkelgeschwindigkeit $\omega_b$ für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 (durchgezogene Linien: $i_{sb} = 1$ , gestrichelte Linien: $i_{sb} = 2$ ) . . . . .	38
3.12	Quotient aus bezogenem Moment $m_b$ und bezogenem Moment im Nennpunkt $m_{br}$ über der normierten Winkelgeschwindigkeit $\omega_b$ im dreipoligen Kurzschluss für die beiden Maschinenentwürfe PSM1 und PSM2 . . . . .	39
4.1	Darstellung der zeitdiskreten und zeitkontinuierlichen Bestandteile eines Strom-Regelkreises . . . . .	42
4.2	Zeitdiskrete Regelung mit Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastintervall . . . . .	43
4.3	Zeitdiskretisierte Regelstrecke mit Steuerspannung $u_k$ und Gegenspannung $u_{i,k}$ . . . . .	45
4.4	Strukturbild des Stromregelkreises ohne Integralanteil und ohne Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastintervall . . . . .	46
4.5	Zeitverläufe des zeitkontinuierlichen Systemteils mit Stromregler ohne Integralanteil und ohne Rechentotzeit . . . . .	47
4.6	Strukturbild des Stromregelkreises ohne Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastintervall . . . . .	49
4.7	Zeitverläufe des zeitkontinuierlichen Systems mit Stromregler ohne Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit . . . . .	51
4.8	Strukturbild des Stromregelkreises mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastintervall und Stellgrößenbeschränkung . . . . .	53
4.9	Zeitverläufe des zeitkontinuierlichen Systems mit Stromregler mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit . . . . .	55
4.10	Zeitlicher Verlauf des Stromsollwertes an den Abtastpunkten . . . . .	58

4.11	Zeitverläufe des zeitkontinuierlichen Systems mit Stromregler mit Integralanteil bei Berücksichtigung einer Rechentotzeit mit 2 Zeitkonstanten für Führungs- und Störverhalten . . . . .	60
5.1	Blockschaltbild der Rotororientierten Regelung einer Synchronmaschine . . . . .	67
5.2	Strukturschaubild eines PI-Reglers mit Entkopplung . . . . .	70
5.3	Zeitdiskrete Zeitverläufe der Stromregelstrecke mit PI-Reglern nach dem Betragsoptimum . . . . .	72
5.4	Strukturschaubild des achsenunsymmetrischen Stromzustandsreglers für eine permanentmagneterregte, magnetisch unsymmetrische Synchronmaschine mit Rechentotzeit . . . . .	83
5.5	Zeitdiskrete Zeitverläufe der Stromregelstrecke mit Stromzustandsregler nach [20] . . . . .	85
5.6	Strukturschaubild eines zeitdiskreten Stromzustandsreglers mit Entkopplung für eine permanentmagneterregte, magnetisch unsymmetrische Synchronmaschine mit Rechentotzeit . . . . .	88
5.7	Zeitdiskrete Zeitverläufe der Stromregelstrecke mit zeitdiskreter Stromregelung und Entkopplung . . . . .	89
6.1	Motorenprüfstand mit wassergekühlter permanentmagneterregter Synchronmaschine und Lastmaschine . . . . .	92
6.2	Schaltbild der Leistungselektronik des Maschinenprüfstandes . . . . .	93
6.3	Leistungselektronik und Signalverarbeitung mit Signalprozessorsystem des Prüfstandes . . . . .	95
6.4	Signalverarbeitung der Gesamtanlage mit dem digitalen Signalprozessorsystem des ETI . . . . .	96
6.5	Funktionsschema der DSP-Karte . . . . .	97
6.6	Schaltbild einer selbstgeführten Drehstrombrückenschaltung . . . . .	98
6.7	Modulationsverfahren mit Dreieckhilfssignal . . . . .	100
6.8	Mehrfachabtastung . . . . .	101
7.1	Gemessener Bereich optimaler Betriebspunkte der Maschine der Firma Brusa in der Ebene der Statorstromraumzeigerkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ . . . . .	106
7.2	Gemessene Abhängigkeit der Induktivität $L_d$ von den bezogenen Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ . . . . .	108
7.3	Gemessene Abhängigkeit der Induktivität $L_q$ von den bezogenen Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ . . . . .	109
7.4	Gemessene Abhängigkeit der bezogenen Reluktanz $l$ von den bezogenen Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ . . . . .	109

7.5	Gemessene Abhängigkeit des bezogenen Drehmoments $m_b$ von den bezogenen Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ im motorischen Betrieb . . . . .	111
7.6	Gemessene Abhängigkeit des bezogenen Drehmoments $m_b$ von den bezogenen Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ im generatorischen Betrieb . . . . .	111
7.7	Modellierung des bezogenen Drehmoments $m_b$ in Abhängigkeit der bezogenen Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ im motorischen Betrieb . . . . .	112
7.8	Modellierung des bezogenen Drehmoments $m_b$ in Abhängigkeit der bezogenen Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ im generatorischen Betrieb . . . . .	112
7.9	Abweichung zwischen gemessenem und modelliertem Drehmoment in Abhängigkeit der bezogenen Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ im motorischen Betrieb . . . . .	113
7.10	Abweichung zwischen gemessenem und modelliertem Drehmoment in Abhängigkeit der bezogenen Stromkomponenten $i_{db}$ und $i_{qb}$ im generatorischen Betrieb . . . . .	113
7.11	Verlauf des maximal erzeugbaren bezogenen Drehmoments $m_b$ über der bezogenen Drehzahl bei Vorgabe eines bezogenen Strombetrags $i_{sb}$ . . . . .	114
7.12	Verlauf der bezogenen Statorstromraumzeigerkomponente $i_{db}$ über der bezogenen Drehzahl bei Vorgabe eines bezogenen Strombetrags $i_{sb}$ und Erzeugung maximalen Drehmoments . . .	115
7.13	Verlauf der bezogenen Statorstromraumzeigerkomponente $i_{qb}$ über der bezogenen Drehzahl bei Vorgabe eines bezogenen Strombetrags $i_{sb}$ und Erzeugung maximalen Drehmoments . . .	116
7.14	Verlauf des bezogenen Statorflussbetrags $\Psi_{sb}$ über der bezogenen Drehzahl bei Vorgabe eines bezogenen Strombetrags $i_{sb}$ . . .	116
7.15	Sollwertsprung der d-Stromkomponente im Stillstand . . . . .	118
7.16	Sollwertsprung der q-Stromkomponente im Stillstand . . . . .	118
7.17	Sollwertsprung der d-Stromkomponente bei halber Nenndrehzahl	119
7.18	Statorströme bei Sollwertsprung der d-Stromkomponente bei halber Nenndrehzahl . . . . .	119
7.19	Sollwertsprung der q-Stromkomponente bei halber Nenndrehzahl	120
7.20	Statorströme bei Sollwertsprung der q-Stromkomponente bei halber Nenndrehzahl . . . . .	120
7.21	Sollwertsprung d-Komponente . . . . .	122
7.22	Sollwertsprung q-Komponente . . . . .	122
7.23	Zeitdiskreter Stromregler . . . . .	123
7.24	Stromregelung mit PI-Regler . . . . .	123

7.25 Zeitdiskreter Stromregler . . . . .	124
7.26 Stromregelung mit PI-Regler . . . . .	124
7.27 Reversierung . . . . .	125



# Tabellenverzeichnis

2.1	Bezugsgrößen der normierten Darstellung . . . . .	18
3.1	Gegebene Maschinenparameter und Nennwerte für Entwurfs- vergleich . . . . .	35
3.2	Errechnete Maschinenparameter und Nennwerte für Entwurfs- vergleich . . . . .	35
A.1	Brusa HSM1-6.17.12 . . . . .	129
A.2	Wittur 2SB 3-16.D-50I.44-1JLN-F6Z . . . . .	130
A.3	LTi Drives LST-190-1-30-560 . . . . .	130
A.4	Lenze MCS14P32RS0B0 . . . . .	131





# Literaturverzeichnis

- [1] ACKERMANN, C. ; SPÄTH, H.: *Betriebliche Nutzung eines Reluktanzmoments bei permanentmagneterregten Synchronmaschinen*. Internationaler ETG-Kongress 2011, Würzburg, 2011
- [2] BECKER, Frank: *Ein neues adaptives Verfahren zur hochdynamischen Stromregelung*. Dissertation, Elektrotechnisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie, 2011
- [3] BRONSTEIN, I.N. ; SEMENDJAJEW, K.A. ; MUSIOL, G. ; H.MÜHLIG: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 2000
- [4] CHEDOT, L. ; FRIEDRICH, G.: *A cross saturation model for interior permanent magnet synchronous machine. Application to a starter-generator*. Conference Record of the 2004 IEEE Industry Applications Conference, 39th IAS Annual Meeting, Vol. 1, S. 4, 2004
- [5] CLARKE, Edith: *Circuit Analysis of A-C Power Systems*. Bd. 1: *Symmetrical and Related Components*. 5. John Wiley and Sons, Inc., 1956
- [6] FÖLLINGER, Otto: *Lineare Abtastsysteme*. Oldenbourg, 1993
- [7] FÖLLINGER, Otto: *Regelungstechnik*. Hüthig, 2008
- [8] GEMASSMER, Tobias: *Aufbau eines Prüfstands und Parameterbestimmung einer permanentmagneterregten Synchronmaschine*. Diplomarbeit, Elektrotechnisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie, 2009
- [9] KELLNER, S. L. ; EBERSBERGER, S. ; PIEPENBREIER, B.: *PMSM  $d, q$ -Reference Frame Model using Absolute and Differential Inductance Surfaces*. PCIM Europe 2011, Nürnberg, 2011
- [10] KIEL, J. ; BEINEKE, S. ; BÜNTE, A.: *Bestimmung von arbeitspunktabhängigen Maschinenparametern bei Synchronmaschinen*. SPS/IPC/DRIVES 2000, Nürnberg, S. 814-821, 2000

- [11] KOVACS, K. P. ; RACZ, I.: *Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen*. Bd. 1. Verlag der ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959
- [12] KUNTER, M.S. ; SCHOENEN, T. ; HOFFMANN, W. ; DE DONCKER, R.W.: *IPMSM control regime for a hybrid-electric vehicle application*. Emobility - Electrical Power Train, 2010, S. 1-5, 2010
- [13] LUTZ ; WENDT: *Taschenbuch der Regelungstechnik*. Harri Deutsch, 2002
- [14] MAUTE, Matthias: *Parameteridentifikation und Stromzustandsregelung einer permanentmagneterregten Synchronmaschine*. Diplomarbeit, Elektrotechnisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie, 2010
- [15] MEESSEN, K.J. ; THELIN, P. ; SOULARD, J. ; LOMONOVA, E.A.: *Inductance Calculations of Permanent-Magnet Synchronous Machines Including Flux Change and Self- and Cross-Saturations*. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 44, Nr. 10, S. 2324-2331, 2008
- [16] MEYER, M. ; BÖCKER, J. :. *Bestimmung von arbeitspunktabhängigen Maschinenparametern bei Synchronmaschinen*. 2006
- [17] MÜLLER, Germar ; PONICK, Bernd: *Grundlagen elektrischer Maschinen*. Wiley-VCH, 2006
- [18] MÜLLER, Germar ; PONICK, Bernd: *Theorie elektrischer Maschinen*. Wiley-VCH, 2009
- [19] MORIMOTO, S. ; TAKEDA, Y. ; HIRASA, T. ; TANIGUCHI, K.: *Expansion of operating limits for permanent magnet motor by current vector control considering inverter capacity*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 26, S. 866-871, 1990
- [20] NUSS, Uwe: *Hochdynamische Regelung elektrischer Antriebe*. VDE Verlag, 2010
- [21] PARK, R. H.: *Definition of Ideal Synchronous Machine and Formula for the Armature Flux Linkages*. General electric review: a monthly magazine for engineers, Vol. 31, S. 332-334, 1928
- [22] POLTSCHAK, F. ; AMRHEIN, W.: *A dynamic nonlinear model for permanent magnet synchronous machines*. IEEE International Symposium on Industrial Electronics, ISIE 2008, S. 724-729, 2008
- [23] PROBST, Jürgen: *Aufbau eines signalprozessorgesteuerten Umrichtersystems zur rotororientierten Regelung eines Maschinensatzes aus zwei permanenterregten Synchronmaschinen*. Diplomarbeit, Elektrotechnisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie, 2008

- [24] RAHMAN, K. M. ; HITI, S.: *Identification of machine Parameters of a Synchronous Motor*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 41, Nr. 2, 2005
- [25] RUF, Florian: *Untersuchung des Betriebsverhaltens permanentmagneterregter Synchronmaschinen bei rotororientierter Regelung*. Diplomarbeit, Elektrotechnisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie, 2009
- [26] SCHRÖDER, Dierk: *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*. Springer, 2009
- [27] SPÄTH, Helmut: *Elektrische Maschinen*. Springer, 1973
- [28] SPÄTH, Helmut: *Steuerverfahren fuer Drehstrommaschinen*. Springer, 1983
- [29] STAHL, Alexander: *Realisierung eines intelligenten Buskopplers für zyklische Zugriffe auf einem FPGA*. Diplomarbeit, Elektrotechnisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie, 2007
- [30] STUMBERGER, B. ; STUMBERGER, G. ; DOLINAR, D. ; HAMLER, A. ; TRLEP, M.: *Evaluation of Saturation and Cross-Magnetization Effects in Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 39, No. 5, S. 1264- 1271, 2003
- [31] WEIGOLD, Jörg: *Ein neues aufwandsarmes Verfahren zur hochdynamischen Stromregelung für permanenterregte Synchronmaschinen*. Dissertation, Elektrotechnisches Institut, Karlsruher Institut für Technologie, 2009