

# Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Strukturbildung auf Vormischflammen

A. G. Class, D. B. Kuhn, IKET

## Einführung

Der Verbrennungsvorgang in typischen technischen Anwendungen, wie z.B. der motorischen Verbrennung oder der Feuerung in Heizungsanlagen, stellt einen hochgradig komplexen chemisch-physikalischen Prozess dar. Dieser beinhaltet unter anderem die Reaktionskinetik zwischen vielen beteiligten Spezies, die Wechselwirkung von Strömung und Chemie, Turbulenz, Flammlöschung, Wärmestrahlung und vieles mehr. Das Ziel der hier dargestellten Arbeiten am Institut für Kern- und Energietechnik ist es, neue mathematische Methoden zu entwickeln, mit denen das dynamische Verhalten von Flammen auf der Mikroskala beschrieben werden kann. Diese Eigendynamik bereitet der statistischen Beschreibung von Flammen durch zeitlich und räumlich gemittelte Größen besondere Probleme.

Der Beitrag beschäftigt sich mit einer speziellen Fragestellung im Übergangsbereich von laminarer zu turbulenter Verbrennung. In diesem Übergangsbereich wird aus einer glatten, zeitunabhängigen Flamme eine in zunehmendem Maße zerklüftete, zeitlich veränderliche Struktur. Die Fragestellung ist grundlegender Natur und die gewonnenen Erkenntnisse sind auch auf andere Problemstellungen der Stabilitätstheorie übertragbar.

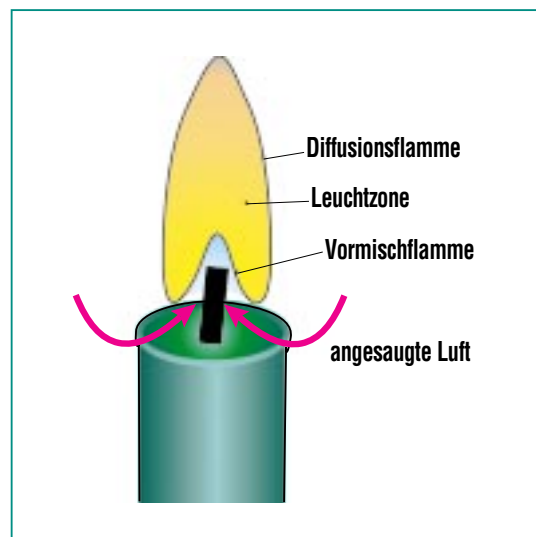
Im zweiten Abschnitt dieses Beitrages werden die zum Verständnis notwendigen Grundlagen der Flammentheorie am Beispiel einer Kerzenflamme herausgear-

beitet. Im dritten Abschnitt wird in die zellulare Verbrennung eingeführt und die Anknüpfung der Theorie zur Anwendung aufgezeigt. Im vierten Abschnitt wird eine zur Untersuchung derartiger Probleme geeignete Messtechnik dargestellt. Dieses Messverfahren, die Laserinduzierte Fluoreszenz, dient zur berührungsfreien Messung in zeitlich veränderlichen Flammen. Im fünften Abschnitt wird die mathematische Methode, mit der das Problem behandelt werden kann, in ihren Grundzügen erläutert. Schließlich werden auf dem Computer durch numerische Simulation berechnete Lösungen dargestellt. Diese sollen die Vielfalt und Ästhetik der auftretenden Lösungen illustrieren aber auch die sich dahinter verbergenden physikalischen Phänomene veranschaulichen. Daneben werden zum Vergleich Fotografien derartiger Flammen präsentiert.

## Grundlagen

Ausgangspunkt der Betrachtungen ist eine Kerzenflamme wie sie in Abb. 1 dargestellt ist. Die Kerzenflamme besitzt eine scharf nach außen abgegrenzte Leuchtzone. Im Inneren dieser Leuchtzone ist ein schwach bläulich leuchtender Kegel zu erkennen, der den Docht umgibt. Das zunächst feste Wachs der Kerze wird durch die Wärmestrahlung der Flamme aufgeschmolzen und dann im Docht durch Kapillarkräfte hochgezogen. Im unteren Bereich der Flamme strömt Luft auf den Docht zu und vermischt sich mit dem am Docht verdampfenden Wachs. Die Mischung ist an

dieser Stelle sehr fett, d.h. es ist nicht hinreichend Luft verfügbar, um das gesamte Wachs zu verbrennen. Die im Gemisch vorhandene Luft wird in der bläulichen Kegelflamme mit einer entsprechenden Menge Wachs verbrannt. Da Brennstoff und Sauerstoff schon vor der Reaktion vermischt sind, wird von einer Vormischflamme gesprochen. Oberhalb der Vormischflamme liegen eine Vielzahl unverbrannte Kohlenwasserstoffverbindungen vor, die Rußpartikel bilden. Diese tragen, bedingt durch die von ihnen emittierte Wärmestrahlung zum charakteristischen gelben Leuchten der Flamme bei. Im Bereich der Leuchtzone finden keine we-



**Abb. 1: Schematische Abbildung einer Kerzenflamme. Diese Flamme beinhaltet die beiden grundlegenden Verbrennungstypen: Vormisch- und Diffusionsflamme. Im Bereich der Vormischflamme wird das verdampfte Wachs mit der Luft vermischt und anschließend verbrannt, in der Diffusionsflamme reagiert das noch unverbrannte Wachs mit dem Sauerstoff der Umgebung. Dazwischen befindet sich die Leuchtzone, die durch das Glühen von Rußpartikeln entsteht.**

sentlichen chemischen Reaktionen statt. Erst am äußeren Rand der Leuchtzone treffen heiße, unverbrannte Kohlenwasserstoffe auf Luftsauerstoff, so dass diese chemisch umgesetzt werden. Der Sauerstoff gelangt dabei durch Diffusion entgegen der Strömungsrichtung zur Flamme. Es wird von einer Diffusionsflamme gesprochen. An dieser Stelle ist anzumerken, dass die Reaktionszonen der Vormisch- und der Diffusionsflamme jeweils nur einige hundertstel Millimeter dick sind, so dass die Reaktionszonen als sehr dünne Oberflächen aufgefasst werden können.

Bei großen Kerzenflammen, sie entstehen, wenn der Docht zu lang ist, sehen wir eine unruhig brennende Flamme, deren Form sich zeitlich ändert und die auch Strukturen mit kleinen Abmessungen aufweist. Man spricht von turbulenter Verbrennung (im Gegensatz zu stationärer, gleichmäßiger, laminarer Verbrennung). In technischen Brennräumen (Motoren, Kraftwerken, Heizungen) sind große Durchsätze gefordert, die mit starker Turbulenz einhergehen.

Die Kerzenflamme zeigt also die grundsätzlichen Strömungsformen, laminar und turbulent, sowie zwei grundsätzlich verschiedene Verbrennungstypen, die Vormisch- und die Diffusionsflamme. Letztere ist mischungskontrolliert (d. h. die Mischung von Brennstoff mit Luft ist für die Flammenausbreitung bestimmend). Diffusionsflammen werden deshalb immer eingesetzt, wenn explosive Bedingungen vermieden werden sollen, wie

z.B. in fossil gefeuerten Kraftwerken.

In vielen technischen Anwendungen reicht der einfache Grundsatz GEMISCHT + WÄRME = VERBRANNT aus, um Diffusionsflammen befriedigend zu modellieren. Anders verhält es sich bei Vormischflammen, deren bedeutendste Anwendung im Ottomotor zu finden ist. Es liegt überall im Brennraum ein brennbares Gemisch vor und die lokalen Verhältnisse um die Flamme bestimm-

men das Ausbreitungsverhalten. In Abb. 2 ist ein Querschnitt durch eine Vormischflamme schematisch dargestellt. Hinter der Flamme im Rauchgasgebiet ist die Temperatur hoch und der zur Verfügung stehende Brennstoff bei magerer Verbrennung bzw. der zur Verfügung stehende Sauerstoff bei fetter Verbrennung ist umgesetzt. An das Rauchgasgebiet schließt sich stromauf die Reaktionszone an. Hier ist die Temperatur weiterhin hoch und gleichzeitig liegt sowohl Brenn-

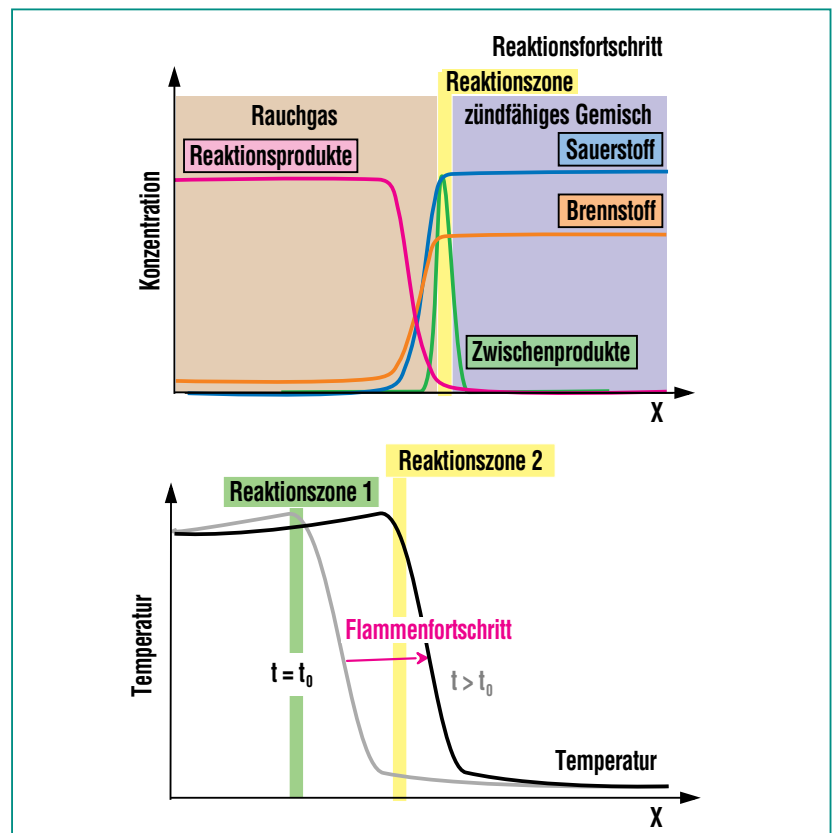


Abb. 2: Querschnitt durch eine Vormischflamme mit Brennstoffüberschuss (fett).

Oben: Die Flamme schreitet von links nach rechts voran. Dementsprechend liegt hinter der Flamme (links) verbranntes Rauchgas, und vor der Flamme (rechts) unverbranntes zündfähiges Gemisch vor. Dargestellt sind Konzentrationsverteilungen.

Unten: Der Temperaturverlauf zu zwei Zeitpunkten veranschaulicht das Fortschreiten der Reaktionszone in x-Richtung.

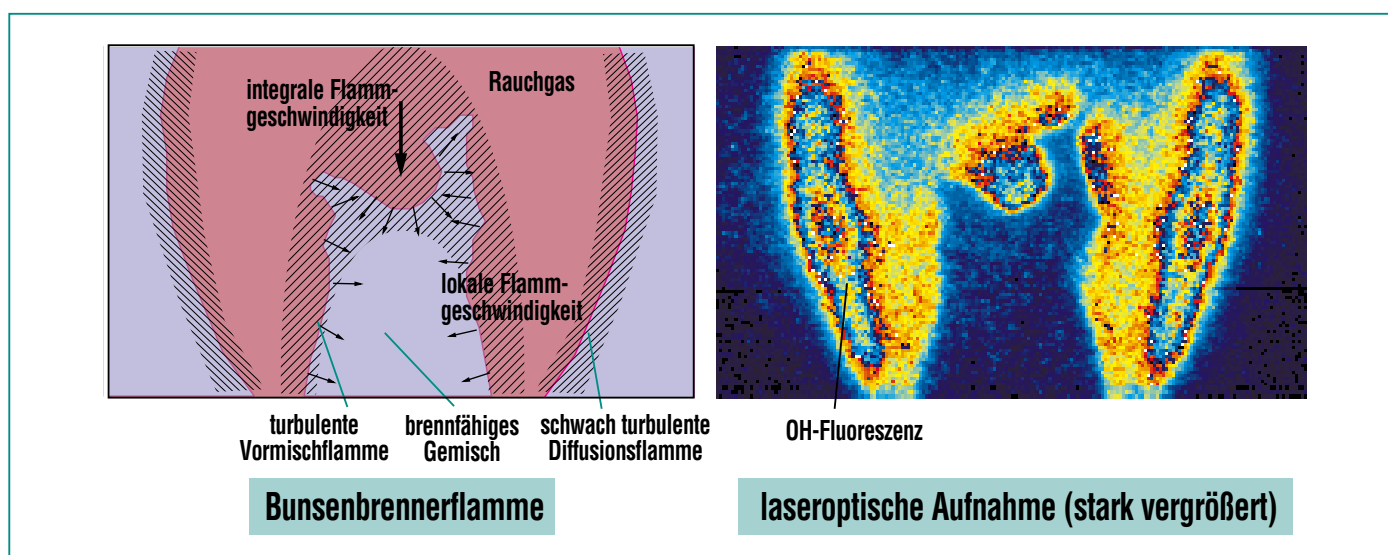
stoff als auch Sauerstoff vor, so dass der chemische Umsatz rasch erfolgt. Weiter stromauf liegt die Vorheizzone. Hier wird das Gemisch bis auf Zündtemperatur durch Wärmeleitung erhitzt und der Sauerstoff- sowie der Brennstoffgehalt nehmen in einer Diffusionschicht ab. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Flamme stellt sich so ein, dass die durch Reaktion freigesetzte Wärme gerade ausreicht das zuströmende kalte Gas auf Zündtemperatur zu erhitzen. Ist die Flamme heißer, läuft die Reaktion schneller ab und entsprechend ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit auch höher.

An diesen lokalen Betrachtungen ändert sich auch bei turbulenter Verbrennung, d.h. wenn ein stark instationäres und räumlich variables Geschwindigkeitsfeld vorliegt, wenig. Abb. 3 zeigt dies

schematisch an einem Ausschnitt aus einer turbulenten Bunsenbrennerflamme. Die Vormischflamme im inneren Kegel breitet sich lokal mit der laminaren Flammgeschwindigkeit in ihre lokale Normalenrichtung aus (kleine Pfeile). Jedoch ist die Flammenfläche durch das Strömungsfeld stark zerklüftet und somit vergrößert. Der Umsatz pro Volumen erhöht sich mit der im Volumen enthaltenen Flammenfläche und kann im turbulenten Fall ein Vielfaches des Umsatzes bei laminarer Verbrennung betragen.

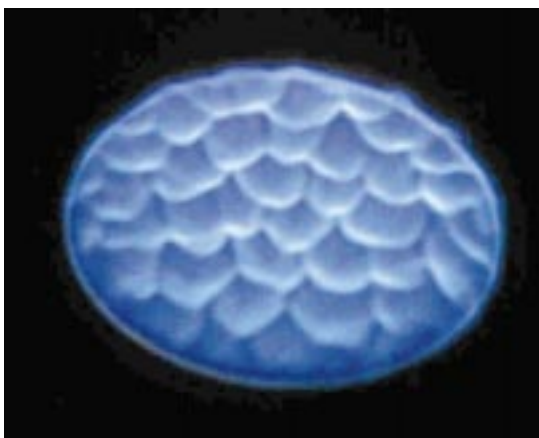
Soll nun versucht werden turbulente Flammen zu beschreiben, so muss eine Aussage erfolgen, wie stark die Flammenoberfläche mit steigender Turbulenz zunimmt. Dieser Ansatz funktioniert so lange, wie die Form der Flamme durch das turbulente Strömungsfeld aufgeprägt wird.

Schwieriger wird die Beschreibung, wenn die Flamme ein Eigenleben entwickelt, d.h. wenn sie eine räumlich/zeitliche Struktur entwickelt, ohne dass diese ursächlich auf das turbulente Strömungsfeld zurückzuführen ist. Diese Eigendynamik tritt auf, wenn Wärme entlang der Flamme transportiert wird, so dass sich ein Bereich der Flamme auf Kosten eines anderen Bereiches erhitzt. In den kalten Bereichen entstehen kalte Strahlen und es tritt unvollständige Verbrennung und unter anderem Kohlenmonoxid auf, während in den heißen Bereichen so hohe Temperaturen entstehen, dass zusätzliches „thermisches“ Stickoxid gebildet wird. Beides ist unerwünscht. Ursache dieses Transports von Wärme entlang der Flamme ist ein Wettbewerb von Stoff- und Wärmetransport, man spricht von thermisch/diffusiven Instabilitä-



**Abb. 3: Beispiel einer turbulenten Bunsenbrennerflamme.**  
**Rechts: Visualisierung des OH-Moleküls mittels Laserinduzierter Fluoreszenz (Belichtungszeit: 50 ns).** Links: Schema zum Foto. Die kleinen Pfeile stellen die lokale Flammgeschwindigkeit dar. Der große Pfeil repräsentiert die globale (integrale) Flammgeschwindigkeit. Die Flamme bewegt sich innerhalb der gestrichelt dargestellten turbulenten Reaktionszone.

ten. Mit zunehmender Wärmeleitfähigkeit verliert die Flamme zunehmend Wärme und brennt langsamer, während sie mit zunehmender Stoffdiffusivität zunehmend mit Brennstoff versorgt wird und somit heißer brennt. Wärmeleitfähigkeit und Stoffdiffusivität sind gemischabhängig, so dass manche Gemische diese Strukturbildung erwarten lassen können, während anderen dieses Verhalten fremd ist. Als einfache Regel kann festgestellt werden, dass sowohl bei fetten als auch bei mageren Gemischen mit Strukturbildung gerechnet werden muss, während nahe-stöchiometrische Mischungen oft ohne Strukturbildung brennen. Es muss also bei der für die Anwendung interessanten Magergemischverbrennung, aber auch im Fall der „stratifizierten Verbrennung“, bei der unterschiedliche Stöchiometrien im Brennraum gleichzeitig vorliegen, mit Strukturbildung auf der Flamme gerechnet werden.



**Abb. 4: Fotografie (Draufsicht) einer mageren, vorgemischten Methan-Luft-Flamme auf einem Flachflammenbrenner (Luftzahl = 1.5, 63 mm Durchmesser). Es zeigt sich ein charakteristisches, zelluläres Muster.**

## Zellulare Vormischflammen

Im vorigen Abschnitt wurde die Phänomenologie der Verbrennung erläutert und der Bezug zur Anwendung dargestellt. Wir kommen jetzt zur Definition eines speziellen Problems, anhand dessen die Wechselwirkung von Flammenstrukturen mit Strömungsfeldern untersucht werden soll.

Betrachtet wird ein Flachflammenbrenner, aus dem ein vorgemischtes, brennbares Gas auströmt. Dieses Gas wird in einer Vormischkammer gemischt und strömt dann durch eine ebene poröse Sintermetallplatte, die einen Durchmesser von mehreren Zentimetern besitzt, in die Brennzona. Für stöchiometrische Bedingungen liegt eine ebene Flamme vor, wobei sich in radialer Richtung praktisch keine Änderung der Strömungsgrößen ergeben. Kurz oberhalb der Sintermetallplatte verbrennt das Gas in einer Vormischflamme. Das Gemisch sei nun so zusammengesetzt, dass durch thermisch/diffusive Prozesse Flammenstrukturen wie oben beschrieben entstehen. Abb. 4 zeigt ein typisches Foto dieser Strukturen. Sie bestehen aus heißen Punkten auf der Flamme, die von kalten Rändern umgeben sind. Die Flamme wird in einzelne, zumeist regelmäßige Parzellen zergliedert, weshalb man von zellulärer Verbrennung spricht. Die Flammenstruktur in der Fotografie wurde erzeugt, indem bei einer Methan/Luft-Vormischflamme zunehmend magerere Gemischzusammensetzungen eingestellt wurden. Die ein-

zelnen Zellen haben einen Durchmesser von einigen Zehntel Millimetern bis hin zu Zentimetern. Die Größe der Zellen hängt ab von der Ausströmgeschwindigkeit des Gases aus dem Brenner und der Gemischzusammensetzung. Die Zellulärmuster treten bevorzugt bei hohen Ausströmgeschwindigkeiten auf, wenn die Flamme einen großen Abstand vom Brenner aufweist und wenig vom Brenner beeinflusst wird.

Unsere weiteren Betrachtungen richten sich auf den Fall, wenn ein zelluläres Muster, wie das in der Abbildung gezeigte, in Wechselwirkung mit einer Strömung entlang der Flamme tritt. Dies ist ein einfaches Modell, das dem Verständnis turbulenter Verbrennung dienen soll. Die Strömung entlang der Flamme wird erzeugt, indem Hindernisse im Rauchgasgebiet eingebracht werden, denen die Strömung ausweichen muss.

## Lasermesstechnik

Eine Vormischflamme, die ein zelluläres Muster aufweist, reagiert äußerst empfindlich auf Störungen. Sollen Messdaten in solch einer Flamme gewonnen werden, so erlauben nur optische, berührungsfreie Messverfahren unverfälschte Aussagen. Diese Verfahren nutzen die Tatsache, dass die Energie eines einzelnen Atoms oder Moleküls nur bestimmte Werte annehmen kann, also gequantelt ist [3]. Die Energiezustände eines Atoms werden durch die Besetzung der Elektronenschalen beschrieben.

Diese „elektronischen“ Zustände werden im Fall von Molekülen durch weitere Energiezustände unterteilt. Diese ergeben sich aus der Tatsache, dass Moleküle noch vibrieren und um ihre Trägheitsachsen rotieren können. Man spricht von „rotatorischen“ und „vibratorischen“ Energieniveaus. Die einzelnen Energieniveaus sind charakteristisch für die jeweilige Molekülart. Die Besetzung dieser Energieniveaus ist durch die Boltzmann-Verteilung als Funktion der Temperatur gegeben.

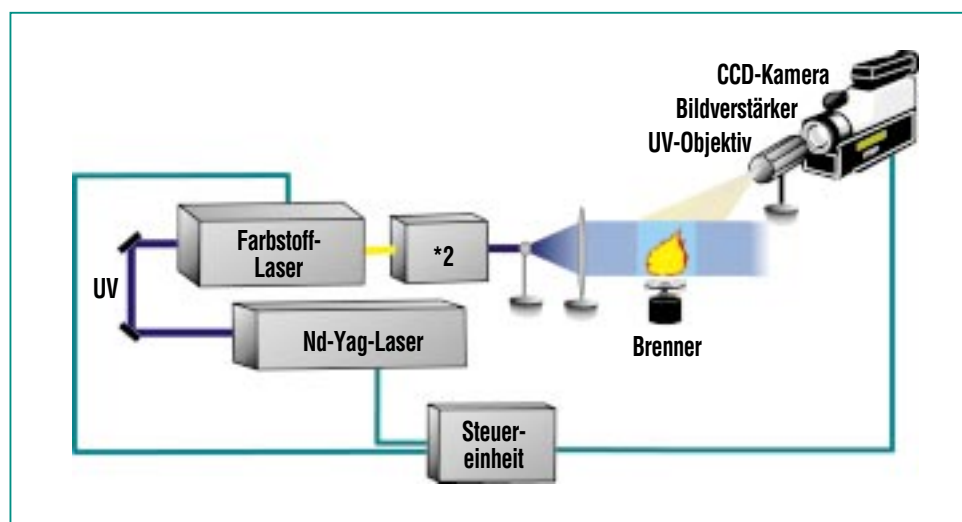
Am Institut für Kern- und Energietechnik (IKET) wird ein solches laseroptisches Messverfahren eingesetzt. Das Verfahren der Laserinduzierten Fluoreszenz erlaubt es, sowohl ausgewählte Zwischenprodukte der Verbrennung zu quantifizieren als auch die Temperatur berührungsfrei zu ermitteln [5,6].

Die Grundidee des Verfahrens besteht darin, die Gasmoleküle, deren Konzentration ermittelt werden soll, durch das Einstrahlen von Laserlicht einer exakt eingestellten Wellenlänge selektiv zur Fluoreszenz anzuregen. Die Energie der benutzten Photonen entspricht genau der Energiedifferenz zweier zuvor ausgewählter Energieniveaus der zu untersuchenden Molekülart. Nach kurzer Zeit (eine Milliardstel Sekunde) kehrt das Molekül aus dem angeregten Zustand unter Aussendung von Fluoreszenzlicht in den Grundzustand zurück. Diese Lichtintensität kann in eine Konzentration umgerechnet werden.

Um die Temperaturen zu messen, werden die Besetzungszustände verschiedener rotatorischer Energieniveaus ermittelt. Hierzu werden zwei LIF-Lasersysteme unterschiedlicher Lichtwellenlängen eingesetzt, die mit einem Zeitversatz von etwa einer millionstel Sekunde arbeiten. Aus dem Verhältnis der Fluoreszenzintensitäten kann dann auf die Temperatur zurückgeschlossen werden. Die Schwierigkeit des Verfahrens besteht in der geeigneten Abstimmung des Lasers, der geringen Fluoreszenzintensität und den kurzen Zeiten, in denen das Fluoreszenzlicht abgestrahlt wird.

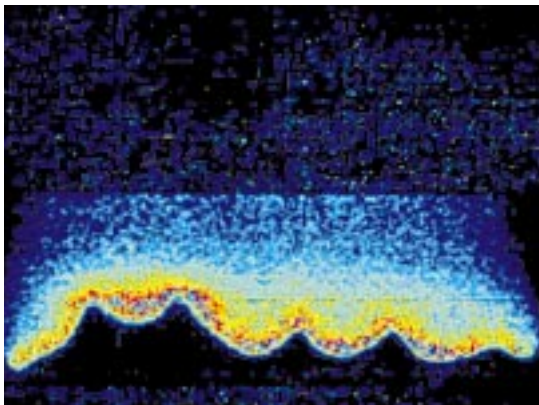
In Abb.5 ist der Messaufbau eines LIF-Lasersystems schematisch dargestellt. Ein starker NdYag-

Laser (2 Joule Pulsenergie pro Laserpuls) erzeugt einen Laserpuls von extrem kurzer Dauer (8 milliardstel Sekunden). Mit diesem Laserpuls wird die Energie für einen farblich abstimmbaren Farbstofflaser bereitgestellt. Das Laserlicht des Farbstofflasers wird durch eine Optik in einer Raumrichtung aufgeweitet, so dass sich ein vertikal (oder horizontal) ausgerichtetes Lichtband von einigen Zentimetern Höhe und einer Dicke unter 1 mm ergibt. Dieses Lichtband wird durch eine Flamme geführt. Eine schnelle, senkrecht zu dieser Ebene angeordnete CCD-Kamera misst das Fluoreszenzlicht der im Lichtband angeregten Moleküle in einem Zeitfenster von 10-500 milliardstel Sekunden nach dem



**Abb. 5: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaues zur berührungsfreien OH-Konzentrationsmessung mittels Laserinduzierter Fluoreszenz (LIF). Das Licht eines gepulsten Nd-Yag-Lasers wird zum Pumpen eines abstimmbaren Farbstofflasers benutzt. Die Lichtwellenlänge des Farbstofflasers wird bei einer Linienbreite von etwa 5 pm im Bereich von 280-283 nm auf eine Anregungswellenlänge des OH-Moleküls eingestellt. Die Lichtschnittoptik liefert ein paralleles Lichtband, das über einen Brenner geführt wird. Eine senkrecht dazu angeordnete CCD-Kamera detektiert das Fluoreszenzleuchten des OH-Moleküls.**

Farbstofflaserpuls. Bei der Temperaturmessung werden zwei gleichartige Systeme eingesetzt, deren Lichtbänder überlagert werden. Die Kamera nimmt mit einem zeitlichen Versatz von einer millionstel Sekunde zwei Bilder auf. Während dieses Zeitraumes können Temperaturänderungen vernachlässigt werden. Aus den Bildern wird flächenhaft das Temperatur- und Konzentrationsfeld eines Verbrennungszwischenprodukts im Lichtschnitt bestimmt. Abb. 6 zeigt beispielhaft die Konzentrationsverteilung des OH-Radikals in einer zellularen Flamme. Es steht Schwarz für die niedrigste Konzentration und Rot für eine Konzentration um 10 ppm (ppm = parts per million =  $10^{-6}$ ).



**Abb. 6:** Zweidimensionale OH-Konzentrationsverteilung in einer zellularen Flachflamme (vgl. Abb. 4). Die Aufnahme stellt einen senkrechten Schnitt durch eine Flamme in der Mittelebene dar. Die Messung erfolgte mittels Laserinduzierter Fluoreszenz. Das OH-Molekül dient als Visualisierungsmolekül, da es direkt in der Reaktionszone gebildet wird und sich dann langsam im Rauchgas abbaut.

## Theorie

Die Bildung von komplexen Mustern auf der Flamme kann selbstverständlich nicht analytisch berechnet werden. Es kann lediglich erreicht werden, dass mit zusätzlichen Annahmen und mathematischen Methoden das ursprüngliche Problem in ein einfacheres umgewandelt wird. Dieses kann dann mit Hilfe eines Computers ausgewertet werden. Beim vorliegenden Fall beinhaltet das Ausgangsproblem die zeitabhängige, dreidimensionale Verteilung der Temperatur und der Konzentrationen um die Flamme. In unmittelbarer Nähe der Flamme gibt es über sehr kurze Distanzen starke Änderungen dieser Größen. Das mathematisch vereinfachte Problem beschreibt direkt den lokalen Abstand der Flamme zum Brenner als Funktion der Zeit. Wir bezeichnen die Abweichung dieses Abstands von einer ebenen Referenzflamme als  $\phi$ . Damit reduziert sich die Anzahl der Unbekannten. Da der Abstand die dritte Dimension beinhaltet, verringert sich die Zahl der räumlichen Dimensionen von drei auf zwei. Die Richtung mit den stärksten Änderungen der Größen entfällt. Das vereinfachte Problem kann mindestens eine Million mal schneller auf einem Computer berechnet werden als das Ursprungsproblem. Eine direkte Lösung des Ursprungsproblems verbietet sich aufgrund des großen numerischen Aufwands.

Die Vereinfachung ergibt sich aus der Beobachtung, dass sich entlang der Flamme viel schwächere Änderungen ergeben als senkrecht zur Flamme. Das Problem wird zunächst unter Vernachlässi-

gung von Änderungen entlang der Flamme gelöst und dann kleine Korrekturen der Lösung vorgenommen. Diese sind abhängig von der lokalen Auslenkung  $\phi$  (oder der Krümmung) der Flamme. Die Korrekturen werden in mehreren Schritten verfeinert, wobei die Auslenkung der Flamme anfangs unbestimmt bleibt. Im dritten Korrekturschritt zeigt sich, dass die Auslenkung nicht beliebig gewählt werden darf, da andernfalls der Ansatz zum Widerspruch führt. Dieser Widerspruch kann nur aufgelöst werden, wenn die Auslenkung  $\phi$  der Flamme aus einer ebenen Flammenfront einer Bewegungsgleichung genügt:

$$\partial_t \phi + \nabla^4 \phi + 2\nabla^2 \phi + (\nabla \phi)^2 + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi + \alpha \phi = 0$$

Hier ist  $\partial_t$  die Zeitableitung,  $\mathbf{v}$  stellt das zweidimensionale Geschwindigkeitsfeld tangential zur Flamme dar und  $\alpha > 0$  charakterisiert die Mischung. Es ist  $\nabla = (\partial_x, \partial_y)$  der zweidimensionale Nabla-Operator, der räumliche Ableitungen tangential zur Flammenfront beschreibt. Die Gleichung wird nach ihrem Entdecker als eine modifizierte Kuramoto-Sivashinsky-Gleichung (KS) [7] bezeichnet, wobei hier ein Geschwindigkeitsterm und ein Dämpfungsterm hinzu kommen [1]. Die KS-Gleichung ist neben der Ginzburg-Landau-Gleichung (GL) eine der generischen Gleichungen zur Beschreibung von Strukturbildung in instabilen Prozessen. Während die GL-Gleichung die räumlich gemittelte Amplitude einer Struktur beschreibt, liefert die KS-Gleichung lokale Informationen. Durch räumliche Mittelung lässt sich aus einer KS-Gleichung eine GL-Gleichung herleiten [2].

Ist in der KS-Gleichung der Parameter  $\alpha$  größer als 1 liegt eine ebene Flamme vor. Für Werte zwischen 0 und 1 beschreibt die Gleichung das räumlich/zeitliche Verhalten der Flamme, wobei mit abnehmenden  $\alpha$  die Komplexität bis hin zum Chaos zunimmt. In diesem Bereich,  $0 < \alpha < 1$ , wird Strukturbildung erwartet, weshalb wir uns im folgenden auf diesen Bereich beschränken.

Wir fragen uns hier, welche Auswirkung eine Modifikation des Geschwindigkeitsfeldes auf die Flamme hat. Es soll an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen werden, dass im turbulenten Fall dieses Strömungsfeld zeitlich veränderlich ist. Es stellt sich auch die Frage, ob die Strömung die Entstehung zellulärer Strukturen verhindern oder gar fördern kann. Wie sieht die Struktur der Flamme in Gegenwart der Strömung aus? Um Einblicke in diese Fragestellungen zu gewinnen, untersuchen wir einige der einfachsten stationären Strömungsfelder.

### Die Zellteilungskaskade

Das betrachtete Strömungsfeld ist schematisch in Abb. 7 dargestellt. Oberhalb des Brenners ist eine Stauplatte angeordnet, so dass die Strömung zu beiden Seiten ausweichen muss. Die Radialkomponente der Strömung nimmt mit wachsendem Radius vom Zentrum aus zu. Zunächst zeigt sich, dass eine ebene Flamme stabil bezüglich kleiner Störungen ist, so dass die Flamme erst zelluläre Strukturen entwickelt, wenn sie einmalig mit einer hinreichend großen Störung versehen wird. Im allgemeinen sind die notwendigen Störungen außerordentlich klein, so dass im Experiment die Strukturbildung spontan beobachtet wird. Auf dem Computer muss dagegen eine anfängliche Störung ins System eingebracht werden. Wir wählen eine Störung, deren Form etwa einer Zelle im Zentrum des Brenners entspricht. Abb. 8 zeigt die zeitliche Entwicklung des Musters. Für  $\alpha$  wurde ein Wert um 0,9 gewählt. Nach oben ist die

Zeitachse aufgetragen. Die horizontale Richtung entspricht der räumlichen Ausdehnung des Brenners. Die Farben stehen für die Auslenkung  $\phi$  der Flamme

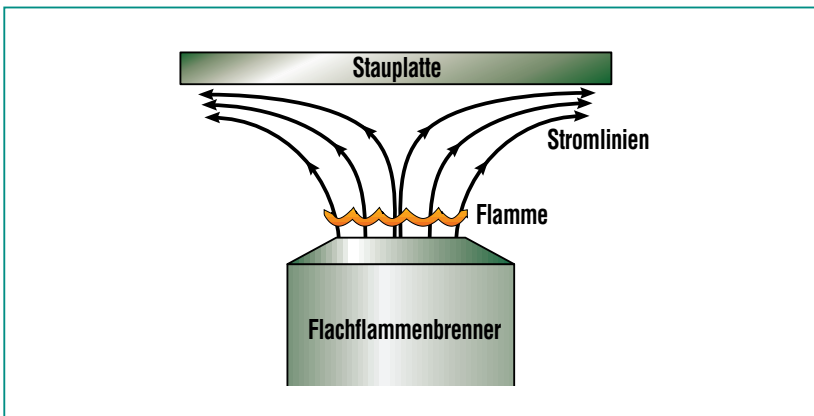


Abb. 7: Experimenteller Aufbau zur Realisierung der Zellteilungskaskade. Über dem Brenner ist eine Stauplatte angebracht, so dass die horizontale Geschwindigkeitskomponente des aus dem Brenner ausströmenden Gases in radialer Richtung ansteigt.

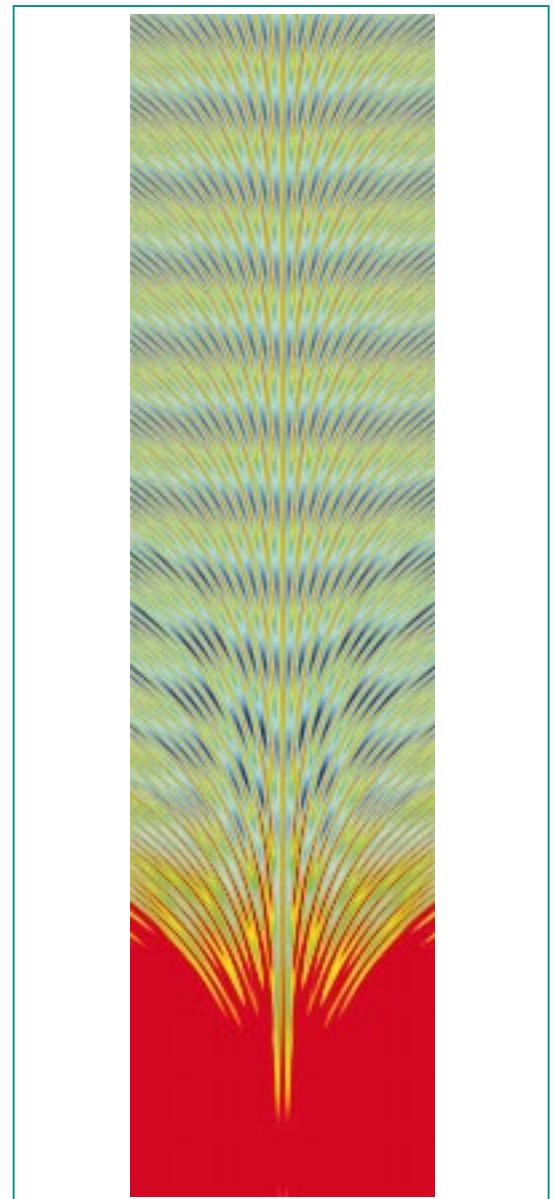
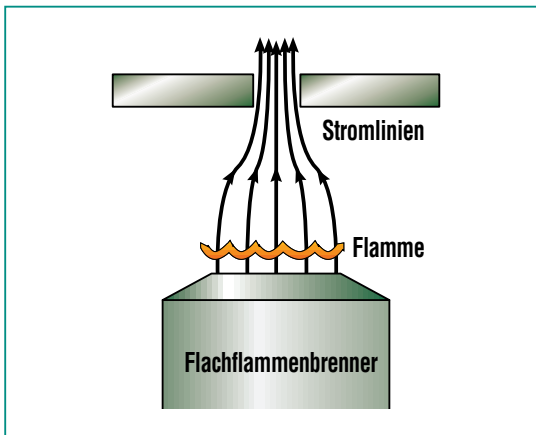
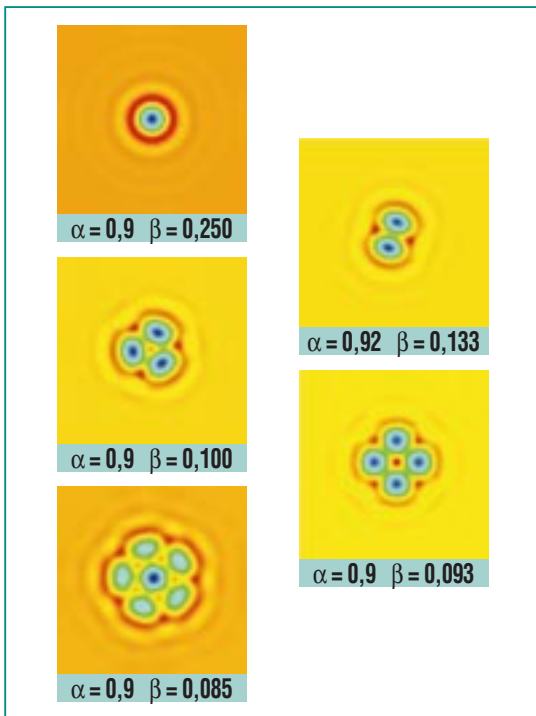


Abb. 8: Numerische Simulation: Zellteilungskaskade. Nach oben ist die Zeit aufgetragen. Die Farbe steht für den Abstand der Flamme vom Brenner. Die Zellen wandern mit der Strömung nach außen. In regelmäßigen Zeitabständen (horizontale Streifen oben) teilen sich die Zellen.



**Abb. 9: Experimenteller Aufbau zur Realisierung lokalisierter Muster.** Über dem Brenner ist eine Lochplatte angebracht, so dass die Strömung zur Brennermitte hin ausweichen muss.



**Abb. 10: Numerische Simulation: Draufsicht auf lokalisierte Muster im Brennerzentrum für verschiedene große Lochblenden.** In der Flammebene liegt näherungsweise ein Staupunktströmungsfeld  $v = (-\beta x, -\beta y)$  vor. Für kleine Öffnungen (oben) ist  $\beta$  groß und es liegt eine einzelne Zelle vor. Mit abnehmenden  $\beta$  nimmt die Zahl der Zellen zu.

aus dem ebenen Referenzzustand, wobei Blau für Auslenkungen in Richtung des Brenners und Rot für Auslenkungen weg vom Brenner steht.

Zunächst zeigt sich, dass die Zelle durch das nach außen hin zunehmende Strömungsfeld lateral gedehnt wird. Sie wächst in ihrer Größe an. Hat die Zelle etwa ihre Größe verdoppelt, so teilt sie sich in zwei Zellen. Jede einzelne dieser Zellen wird weiter durch das Strömungsfeld gedehnt und wächst in ihrer Größe an. Wieder nach einer Verdopplung ihrer Anfangsgröße teilen sich die Zellen, so dass dann vier Zellen vorliegen. Der Vorgang wiederholt sich immer so fort, wobei sich jeweils nach einer charakteristischen Zeit die Zahl der Zellen verdoppelt. Mit jeder Zellteilung geht eine Auf- und Abbewegung der ganzen Flamme einher. Dies zeigt sich durch horizontale Streifen im oberen Bereich der Abbildung. Die Größe des von Zellen bedeckten Gebiets wächst exponentiell an. Bemerkenswert ist die Ähnlichkeit des Vorgangs mit der Zellteilung in der Biologie, weshalb wir den Namen Zellteilungskaskade für den Vorgang gewählt haben. Die zwei- und dreidimensionalen Varianten dieses Vorgangs zeigen das Wachstum und die Teilung von runden oder langgestreckten Zellen.

Der hier dargestellte Fall zeigt ein geordnetes Wachstum der Zellen, d.h. jede einzelne Zelle entwickelt sich in zwei neue Zellen und der Verdopplungsprozess erfolgt in regelmäßigen Zeitabständen. Wird eine Mischung mit kleinerem  $\alpha$  oder eine schwächere

Strömung gewählt, so läuft der Vorgang bei weitem nicht so regelmäßig ab. Es gibt dann Zellen, die sich in drei teilen und andere die aussterben. Es gibt Zellen, die sich über längere Zeit nicht teilen und solche die sich schon nach sehr kurzer Zeit wieder teilen. Der ganze Zellhaufen wächst dennoch etwa exponentiell in seiner Größe an.

### Lokalisierte Muster

Wir untersuchen jetzt den Fall, bei dem das Strömungsfeld nach innen gerichtet ist. Dies wird experimentell verwirklicht, indem eine Platte mit einem zentralen Loch oberhalb des Brenners angeordnet wird (vgl. Abb. 9). Die Strömung muss also nach innen ausweichen. Wieder gilt, dass die ebene Flamme hinreichend stark gestört werden muss, damit eine Musterbildung einsetzt. Bei starker Strömung kann sich jedoch kein Muster entwickeln. In Abb. 10 sind Momentaufnahmen von zellularen Mustern für verschiedene Stärken der Strömung in ihrer Draufsicht auf den Brenner dargestellt. Die Farben stehen wieder für den Abstand der Flamme vom Brenner. Es handelt sich um einzelne Zellen, die im Zentrum des Brenners lokalisiert sind. Diese ordnen sich mit wachsender Anzahl in einer regelmäßigen hexagonalen Struktur an, wie die Atome in einer kristallinen Struktur. Mit abnehmender Stärke der Strömung und des Faktors  $\alpha$  nimmt die Größe des Gebietes mit Musterbildung zu und die Ordnung innerhalb des Gebietes ab. Es entstehen Fehlstellen und das Muster zeigt ein komplexes Zeitverhalten. Für kleine  $\alpha$  verliert



die Struktur ihre Ordnung und es entsteht, um bei dem Sinnbild des Kristalls zu bleiben, eine amorphe Zellstruktur.

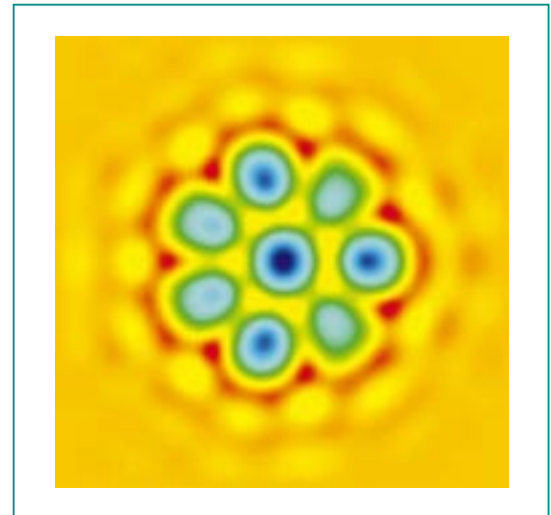
In Abb. 11 ist ein Muster, bestehend aus einer zentralen Zelle, die von sieben Zellen umgeben ist, dargestellt. Das Zeitverhalten des Musters hat uns dazu angeregt, es als „springende Pferdchen auf dem Kinderkarussell“ zu bezeichnen. Die Zellen gehen dabei hoch und runter wie die Pferdchen auf einem Kinderkarussell, wobei in der Abfolge immer zwei Pferdchen übersprungen werden. Dieser Auf- und Abbewegung ist zusätzlich eine langsame Drehbewegung der ganzen Anordnung überlagert. Muster wie sie in Abb. 10 und 11 dargestellt sind, wurden auch experimentell gefunden [4].

In Abb. 12 ist schließlich eine lokalisierte Zellanordnung dargestellt, die aus vielen Zellen besteht. Um das Raum/Zeit-Verhalten des Musters zu veranschaulichen, wollen wir wieder einen Vergleich aus dem täglichen Leben heranziehen, und über die Karriereleiter einer Zelle sprechen. Die Zellen im Muster seien die Mitarbeiter einer größeren Firma. Deutlich erkennbar sind große geordnete Bereiche innerhalb der Firma, d.h. die Institute oder Abteilungen. Ziel jedes Einzelnen aber auch der Abteilungen ist es, ins Zentrum der Firma zu rücken, um dort eine ausgezeichnete Stelle einzunehmen. Am Rand der Abteilungen ist die Struktur weniger geordnet und es kann vorkommen, dass ein Mitarbeiter von einer Gruppe in eine benachbarte Gruppe wechselt.

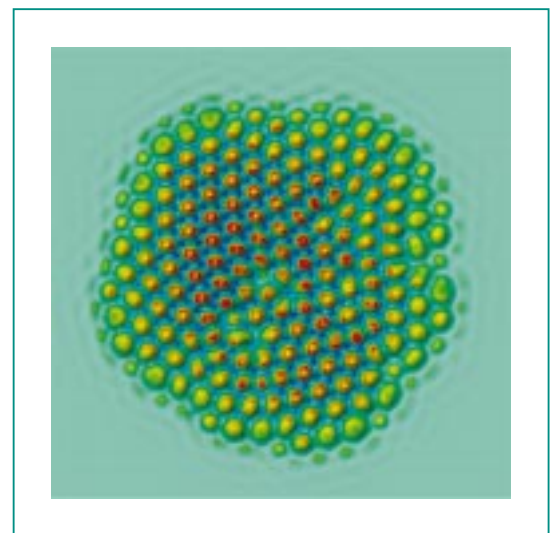
Zudem sind die Mitarbeiter am Rande der Gruppen oft beweglich und können sich durch häufiges Wechseln schneller in Richtung Zentrum vorarbeiten als diejenigen, die sich in starken Abteilungen befinden. Im Laufe der Wanderbewegung der Zellen zum Mittelpunkt steht immer weniger Platz zur Verfügung, sodass einzelne Zellen verschwinden; der Mitarbeiter kündigt. Wenn dies passiert, rücken alle Mitarbeiter ein Stückchen nach innen vor und im äußeren Bereich werden wieder neu zu besetzende Stellen frei. Ist  $\alpha$  klein, so ist die Abteilungsstruktur der Firma wesentlich schwächer ausgeprägt und die Dauer des Beschäftigungsverhältnisses der Mitarbeiter ist stark unterschiedlich. Es gibt dann auch Quereinsteiger und weniger Mitarbeiter die „von der Pike auf lernen“, also am Rande der Firma anfangen.

### Hexagonale Strömung

Bislang haben wir Strömungsfelder betrachtet, die nur einen einzelnen ausgezeichneten Punkt, das Zentrum, aufweisen. Wir wollen die Betrachtung jetzt auf eine etwas komplexere Anordnung erweitern. Oberhalb des Brenners werden runde Prallplatten in hexagonaler Anordnung angebracht. Die Strömung muss diesen ausweichen und durch die Spalte zwischen den Platten ausströmen. Es entsteht ein hexagonales Strömungsfeld in der Flammebene mit nach außen gerichteter Staupunktströmung im Zentrum der Hexagone unterhalb der Prallplatten. Abb. 13 zeigt ein berechnetes Muster, wobei die Strömung so stark gewählt wur-



**Abb. 11: Numerische Simulation: Draufsicht auf ein lokalisiertes Muster „Springende Pferdchen auf dem Kinderkarussell“ ( $\alpha=0,81$ ,  $\beta=0,05$ ). Die einzelnen Zellen führen eine Auf- und Abbewegung aus, während sich das ganze Muster langsam um seine Achse dreht.**



**Abb. 12: Numerische Simulation: Draufsicht auf ein lokalisiertes Muster „Karriereleiter einer Zelle“ ( $\alpha=0,93$ ,  $\beta=0,022$ ). Die Zellen bewegen sich auf das Zentrum des Musters zu. Im Inneren des Musters verschwinden einzelne Zellen während am Rand des Musters neue Zellen entstehen. (vgl. <http://www.fzk.de/iket/movies/carrier-cellmovie.avi>)**

de, dass sie gerade nicht ausreicht, um eine Musterbildung zu verhindern. Das Muster zeigt ein Abbild der Grenze der hexagonalen Struktur. Obwohl im Strömungsfeld nur schwache Ge-

schwindigkeitsänderungen auftreten, ist die Zellgrenze sehr deutlich ausgeprägt. Zellen bilden sich ausschließlich entlang der Staulinien am Rand der Hexagone.

Der Vorgang wiederholt sich periodisch in der Zeit.

Das Verhalten der Muster in hexagonalen Strömungsfeldern lässt sich mit dem Verhalten in Staupunktströmungen verstehen. Als zusätzliches Element kommen im wesentlichen langgestreckte Zellen, die Staupunkte miteinander verbinden, hinzu.

### Zusammenfassung

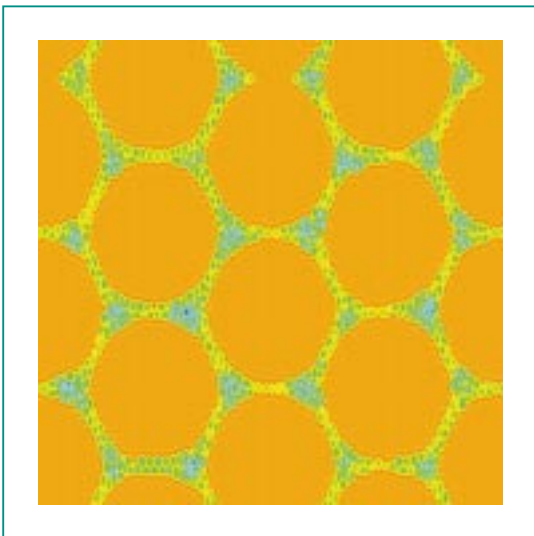
Bedingt durch die thermisch-diffusive Instabilität können auf Vormischflammen zelluläre Muster entstehen. Diese sind von Bedeutung für die Qualität der Verbrennung, da sie die Ursache für unvollständige Verbrennung und einen erhöhten Schadstoffausstoß sein können. Die Untersuchung der grundlegenden Eigenschaften der Flammenmuster erfolgt experimentell mit laseroptischen Methoden und theoretisch auf der Basis einer Kuramoto-Sivashinsky-Gleichung.

Die Muster treten in Wechselwirkung mit dem Strömungsfeld entlang der Flamme auf. Bei einer nach außen gerichteten Staupunktströmung ist das charakteristische Muster die Zellteilungskaskade, bei nach innen gerichteter Staupunktströmung sind es lokalisierte Muster. Entlang von Staulinien entstehen langgestreckte Zellen.

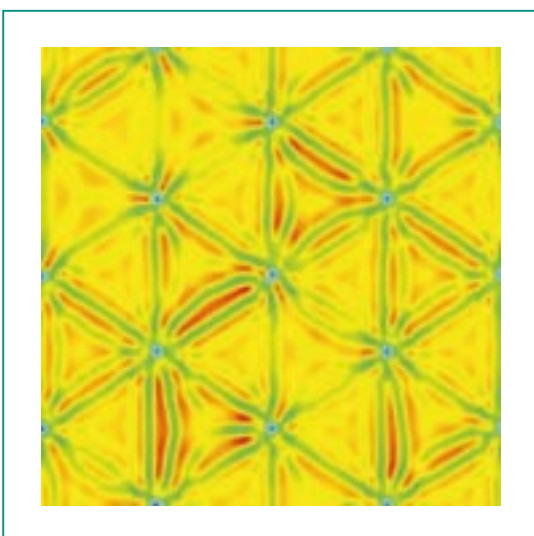
Komplexere Strömungsfelder sind durch charakteristische Punkte und Linien ausgezeichnet. In der Umgebung dieser ausgezeichneten Punkte und Linien verhält sich das Muster wie in den Fällen mit nur einem ausgezeich-

Wird anstelle der Hindernisse eine Platte mit hexagonal angeordneten Löchern benutzt, dreht sich die Richtung der Strömung in der Flammenebene. Die Strömung ist jetzt auf die Zentren der Hexagone hin gerichtet. In diesem Fall ergeben sich in der Umgebung der Zentren der Hexagone lokalisierte Muster, wie die oben beschriebenen. An der Grenze der Hexagone findet keinerlei Musterbildung statt.

Schließlich ist in Abb. 14 ein Muster dargestellt, bei dem die Strömung so schwach eingestellt wurde, dass im ganzen Gebiet Musterbildung einsetzt. Wieder sind die Mitten der Hexagone ausgezeichnet, da die Strömung auf diese hin gerichtet ist. Die Zentren benachbarter Hexagone sind jetzt durch langgestreckte Zellen miteinander verbunden, die sich unregelmäßig bewegen. Um das Zentrum jedes Hexagons herum sind sechs Staupunkte angeordnet. In deren Umgebung kann eine zweidimensionale Variante der Zellteilungskaskade beobachtet werden. Vom Staupunkt aus verlaufen langgestreckte Zellen in alle Richtungen. Dort wo der Abstand zwischen den Strahlen es zulässt, wird die Lücke durch weitere Strahlen ausgefüllt. Die Strahlen werden mit der Strömung vom Staupunkt wegtransportiert, so dass neue Zwischenräume entstehen, in denen neue Strahlen entstehen können.



**Abb. 13: Numerische Simulation: Draufsicht auf ein zelluläres Muster in hexagonaler Strömung: Scharf begrenzte Musterbildung am Rand der Hexagone (vgl. <http://www.fzk.de/iket/movies/hexagonmovie.avi>).**



**Abb. 14: Numerische Simulation: Hexagonale Strömung: Die Strömung ist auf das Zentrum (blaue Zellen) der Hexagone hin gerichtet.**

neten Punkt. Das Verständnis der einfachen Muster bildet somit die Grundlage zur Deutung des Verhaltens zellulärer Muster in komplexen Verhältnissen.

Zukünftige Arbeiten auf diesem Gebiet zielen darauf, die Musterbildung mit höherem Detaillierungsgrad der Modelle zu beschreiben, so dass neben qualitativen Aussagen auch verlässliche quantitative Daten geliefert werden können. Schließlich sollen die Erkenntnisse genutzt werden, um Modelle für turbulente Flam-

men, bei denen die Eigendynamik der Flamme und Musterbildung wichtig ist, zu entwickeln.

Die hier betrachtete Kuramoto-Sivashinsky-Gleichung ist eine generische Gleichung, die das nichtlineare Verhalten dynamischer Systeme an der Stabilitätsgrenze beschreibt, und kann für viele unterschiedliche Problemstellungen hergeleitet werden. So werden beispielsweise Oberflächenwellen einer Filmströmung auf einer schiefen Platte durch die KS-Gleichung be-

schrieben. Die daraus gewonnenen Ergebnisse sind somit auch auf andere Probleme, in denen zelluläre Strukturen von Bedeutung sind, übertragbar.

Der Vergleich zwischen den berechneten Flammenmustern und experimentell gemessenen Mustern ist Gegenstand derzeitiger Untersuchungen.

## Literatur

- [1] A. G. Class,  
*in J. Parisi, S. C. Müller,  
W. Zimmermann (eds.),  
A perspective look at nonlinear  
media in physics, chemistry,  
and biology, Springer, Berlin,  
(1998), 61*
- [2] A. G. Class, L. Bühler,  
S. H. Davis,  
*Physical Review Letters, 80(20),  
(1998), 4414*
- [3] A. C. Eckbreth,  
*Laser Diagnostics for  
Combustion Temperature and  
Species, Abacus Press,  
Cambridge, USA, (1988)*
- [4] M. Gorman, M. el-Hamdi,  
K. Robbins,  
*Combust. Sci. And Tech., 98,  
(1994), 37*
- [5] K. J. Rensberger,  
J. B. Jeffries, R.A. Copeland,  
K. Kohse-Höinghaus, M. L. Wise,  
D. R. Crosley,  
*Applied Optics, 28 (17), (1989),  
3556*
- [6] K. Kohse-Höinghaus,  
U. E. Meier,  
*3rd Int. Symposium on Special  
Topics in Chemical  
Propulsion: Non-Intrusive  
Combustion Diagnostics,  
Scheveningen, (1993).*
- [7] G. I. Sivashinsky,  
*Acta Astronautica, 18, (1973), 253*