

Forschungsberichte

Christian Sander

**Ein neuer Prozess für die Produktentwicklung zur  
Topologieoptimierung bewegter Bauteile unter  
besonderer Berücksichtigung des Trägheitseinflusses**

**A new extension of the topology optimization process  
for the development of accelerated and moving  
structures considering the inertia**

Band 75

Herausgeber: o. Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. A. Albers

Copyright: IPEK ■ Institut für Produktentwicklung, 2014  
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)  
Universität des Landes Baden-Württemberg und  
nationales Forschungszentrum in der Helmholtz-Gemeinschaft

Alle Rechte vorbehalten

Druck: Stolzenberger Druck und Werbung GmbH & Co. KG, Leimen  
06224-7697915

ISSN 1615-8113

# **Ein neuer Prozess für die Produktentwicklung zur Topologieoptimierung bewegter Bauteile unter besonderer Berücksichtigung des Trägheitseinflusses**

Zur Erlangung des akademischen Grades eines  
**Doktors der Ingenieurwissenschaften**  
von der Fakultät für Maschinenbau des  
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte  
**Dissertation**

von

Dipl.-Ing. Christian Sander  
aus Berlin

Tag der mündlichen Prüfung: 28. Mai 2014

Hauptreferent: o. Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. A. Albers

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. R. Dillmann



# Vorwort des Herausgebers

Wissen ist einer der entscheidenden Faktoren in den Volkswirtschaften unserer Zeit. Der Unternehmenserfolg wird in der Zukunft mehr denn je davon abhängen, wie schnell ein Unternehmen neues Wissen aufnehmen, zugänglich machen und verwerten kann. Die Aufgabe eines Universitätsinstitutes ist es, hier einen wesentlichen Beitrag zu leisten. In den Forschungsarbeiten wird ständig Wissen generiert. Dieses kann aber nur wirksam und für die Gemeinschaft nutzbar werden, wenn es in geeigneter Form kommuniziert wird. Diese Schriftenreihe dient als eine Plattform zum Transfer und macht damit das Wissenspotenzial aus aktuellen Forschungsarbeiten am IPEK - Institut für Produktentwicklung Karlsruhe (ehemals: Institut für Maschinenkonstruktionslehre und Kraftfahrzeugbau) verfügbar.

Die Forschungsfelder des Institutes sind die methodische Entwicklung und das Entwicklungsmanagement, die rechnergestützte Optimierung von hochbelasteten Strukturen und Systemen, die Antriebstechnik mit einem Schwerpunkt auf den Gebieten Antriebsstrang-Engineering und Tribologie von Lager- und Funktionsreibsystemen, die Mikrosystemtechnik mit dem Focus auf die zugehörigen Entwicklungsprozesse sowie die Mechatronik. Die Forschungsberichte werden aus allen diesen Gebieten Beiträge zur wissenschaftlichen Fortentwicklung des Wissens und der zugehörigen Anwendung - sowohl den auf diesen Gebieten tätigen Forschern als auch ganz besonders der anwendenden Industrie - zur Verfügung stellen. Ziel ist es, qualifizierte Beiträge zum Produktentwicklungsprozess zu leisten.

Albert Albers



# Vorwort zu Band 75

Im modernen Maschinen- und Fahrzeugbau gibt es ganz wesentliche Megatrends in der Entwicklung. Der eine Megatrend ist der Zwang zur weiteren Erhöhung der Leistungsdichte, um so mehr Funktionalität in immer kleineren Bauräumen zu realisieren. Der zweite Megatrend ist die Steigerung der Energieeffizienz in allen Belangen, um somit einen Beitrag zur Reduzierung der CO<sub>2</sub>-Belastung unserer Umwelt zu erreichen und der dritte Megatrend, der sich in den letzten Jahren deutlich aufzeigt, und hier eher als Mittel zum Zweck gesehen werden kann, ist die Hinwendung zu einem immer weiter optimierten Leichtbau aller technischen Systeme.

Zu beobachten ist dies z. B. durch die Verwendung von neuen Materialien, die CFK-Werkstoffe, mit gezielter Ausnutzung von Anisotropien, wie sie z. B. im Fahrzeugbau beim BMW E3 exemplarisch zu sehen ist. Allein der Materialleichtbau reicht allerdings bei Weitem nicht aus. Ergänzt werden muss dieser Ansatz durch einen konsequenten Gestalt- und Systemleichtbau. Das heißt, es müssen alle Potenziale am Bauteil und in der Wechselwirkung mit dem technischen System genutzt werden, um Leichtbaulösungen darzustellen. In diesem Zusammenhang sind moderne mathematische Methoden sehr hilfreich.

Seit vielen Jahren wird am IPEK - Institut für Produktentwicklung - auf dem Gebiet der rechnergestützten Optimierung von Bauteilen mit dem Fokus auf Topologieoptimierung, aber auch Formoptimierung gearbeitet. Die sich in diesem Gebiet in den letzten Jahren zunehmend etablierenden Ansätze mit komplexen Methoden die Optimierung von Strukturen voranzutreiben, bieten auch in der Zukunft ein sehr hohes Potenzial. Insbesondere die immer größere zur Verfügung stehende Rechnerleistung führt hier zu neuen Ansätzen. So konnten u. a. am IPEK in den letzten Jahren die Möglichkeiten der Topologie-Optimierung durch Berücksichtigung verschiedenster weiterer Constraints und Randbedingungen erweitert werden.

An dieser Stelle setzt die Arbeit von Herrn Dr.-Ing. Christian Sander an. Er hat sich zum Ziel gesetzt, einen neuen Prozess der automatisierten Topologieoptimierung bewegter Bauteile unter besonderer Berücksichtigung des Trägheitseinflusses zu erforschen und diesen an realen Beispielen zu validieren. Dies gelingt Ihm in ausgezeichneter Weise,

sodass die Arbeit einen wesentlichen Beitrag zur Nutzung der Leichtbaupotenziale in der modernen Produktentwicklung leistet. Gleichzeitig öffnet die Arbeit neue Gebiete für die Forschung.

Albert Albers

# Kurzfassung

Die Bedeutung des Leichtbaus und der Energieeffizienz hat in den letzten Jahren stark zugenommen und nimmt daher einen immer höheren Stellenwert bei der heutigen Produktentwicklung ein. Die Hauptmotivation hierfür ist die Steigerung der Wettbewerbsfähigkeit von hergestellten Produkten. Aber besonders dynamisch bewegte mechatronische Systeme stellen aufgrund der unterschiedlichen Wechselwirkungen und physikalischen Effekte eine Herausforderung für den Produktentwickler dar. Bei der virtuellen Produktentwicklung ist der Trend zu beobachten, dass immer häufiger unterschiedliche Simulationsmethoden zur ganzheitlichen Betrachtung von mechatronischen Systemen und Produkten etabliert und verwendet werden.

In der vorliegenden Arbeit wird ein neuer Prozess der virtuellen Produktentwicklung zur Optimierung der Gestalt von mechanischen Bauteilen in dynamisch bewegten Systemen vorgestellt. Hierzu wird eine Methode entwickelt, die den Trägheitseinfluss bei der Gestaltsynthesierung berücksichtigt. Der neue Prozess basiert auf der Methode der Topologieoptimierung. Sie wird mit der Mehrkörpersimulation, der Finiten Element Analyse und der Berechnung eines Adaptionkennwertes, der die kinetische Energie beinhaltet, gekoppelt. Es wird gezeigt, dass der neue Optimierungsprozess nicht auf akademische Modelle beschränkt ist, sondern auch auf Aufgabenstellungen aus der Praxis angewendet werden kann. Hierzu wurden in dieser Arbeit Komponenten des humanoiden Roboters ARMAR, des IPEK-Schaltroboters und eines Industrieroboters optimiert, um die Leistungsfähigkeit des neuen Prozesses zu untersuchen.

Abschließend wird diskutiert, welcher Optimierungsprozess zu welchem Zeitpunkt der Produktentstehung genutzt werden sollte, welche Grenzen bestehen und welche Kompetenzen zur Nutzung im Unternehmen benötigt werden. Zum Schluss wird aufgezeigt, welche Forschungsaufgaben weiterverfolgt werden sollten.



# Abstract

Lightweight design and energy efficiency have an important role in current product development. Therefore, the main incentive is to enhance competitiveness of manufactured products. Especially the design of dynamic moving structures in mechatronic systems is a challenge for product developers due to the different interactions, complicated boundary conditions and physical effects. In virtual product development, researchers try to establish methods and processes to achieve a holistic simulation and optimization of structures in mechatronic products and systems. In recent years, many of these methods have been in daily use with an upward trend.

This dissertation introduces a new approach in context of virtual product development for computer-aided design to optimize structures in dynamic moving systems. One focus to achieve it is to analyze and optimize the design of mechanical structures and the entire system. Therefore, the main aspect is the development of a method to automatically reduce the inertia during synthesis of structures design. The presented work uses an integrated process of the finite element analysis, multi-body simulation and topology optimization for structural optimization of structures in accelerated, moving systems. Through the integration of different simulation methods, the interactions between structures and systems can be taken into account during structural optimization. The design of individual structures considers the complex system behavior, and reduces the inertia and enhances the reliability and energy efficiency. It shows that the new optimization process is not limited to academic models, but can also be applied to problems in practice. For this purpose, components of the humanoid robot ARMAR, the IPEK robot shifter and an industrial robot are optimized in order to investigate the performance of the new process in this work.

Finally, it is discussed which optimization process should be used at what time of product development, which limits exist and what the required skills are to use the process in a company.



# Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als akademischer Mitarbeiter am IPEK - Institut für Produktentwicklung des Karlsruher Instituts für Technologie.

Mein ausdrücklicher Dank gilt meinem Doktorvater Herrn o. Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. Albert Albers. Das große Vertrauen, dass er mir während meiner Arbeit als akademischer Mitarbeiter entgegen gebracht hat, sowie die Freiräume haben mich und meine Arbeit stark geprägt und voran gebracht. Die lebhaften Diskussionen in den wissenschaftlichen Gesprächen mit Ihm haben zu neuen Ideen und Anregungen geführt.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Dillmann bedanke ich mich für die Übernahme des Korreferats. Er begleitete meine Arbeit im Rahmen des Sonderforschungsbereiches 588 von Anfang an und hat stark zu meiner Affinität zur Robotik beigetragen.

Für die Offenheit und Unterstützung, sowie unvergesslichen fünf Jahre, möchte ich mich bei allen Mitarbeitern des IPEK, insbesondere meinen Kollegen der Forschungsgruppe CAE/Optimierung und Projektgruppe Robotik, bedanken. Selbstverständlich gilt der Dank auch allen meinen studentischen Hilfskräften und Abschlussarbeitern für Ihre tatkräftige Unterstützung.

Ein besonderer Dank gilt Volker Bartenbach, Björn Ebel, Paul Martin und Anne Ruckpaul aus meinem Promotionsbund, die mit den vielen fachübergreifend geführten Diskussionen maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Hervorzuheben sind auch Dr.-Ing. Benoît Lorentz und Dr.-Ing. Jens Ottnad die mit Ihrer Korrektur und Ihren Diskussionen halfen, den Fokus auf die wesentlichen Themen zu setzen.

Mein herzlichster Dank gilt meiner Familie und meinen Freunden, die diese Arbeit durch ihre Unterstützung und ihren Rückhalt möglich gemacht haben. Meinen Eltern danke ich dafür, dass sie mir diesen Weg ermöglicht und mich auf diesem stets begleitet haben. Für den starken Rückhalt auch in anstrengenden Zeiten und vor allem für das Verständnis danke ich meiner Frau Heike von ganzem Herzen.

Christian Sander



*Für meine Familie*



Wir sind nicht nur verantwortlich für das, was wir tun,  
sondern auch für das, was wir nicht tun.

*Molière*



# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xxiii</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>xxv</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Stand der Forschung</b>	<b>7</b>
2.1 Grundbegriffe . . . . .	8
2.1.1 Ziel-, Handlungs- und Objektsystem . . . . .	8
2.1.2 Der Contact and Channel-Connector-Ansatz (C&C <sup>2</sup> -A) . . . . .	9
2.1.3 Der Reifegrad einer Gestalt . . . . .	10
2.1.4 Taxonomie zur Bewertung von Kompetenzen . . . . .	13
2.2 Leichtbau in der Produktentwicklung . . . . .	14
2.3 Mechanik starrer Körper . . . . .	15
2.3.1 Körper als System von Massepunkten . . . . .	16
2.3.2 Bewegung eines starren Körpers . . . . .	17
2.3.3 Berechnung des Momentanpols . . . . .	18
2.3.4 Trägheitsmoment eines starren Körpers . . . . .	18
2.3.5 Energie eines starren Körpers . . . . .	22
2.4 Mehrkörpersimulation . . . . .	23
2.4.1 Historie der Mehrkörpersimulation . . . . .	24
2.4.2 Starre Mehrkörpersysteme . . . . .	24
2.4.3 Elastische Mehrkörpersysteme . . . . .	29
2.5 Finite Element Methode . . . . .	33
2.6 Optimierung . . . . .	34
2.6.1 Historie der Strukturoptimierung . . . . .	35
2.6.2 Varianten der Strukturoptimierung . . . . .	36
2.6.3 Topologieoptimierungsmethoden . . . . .	37
2.7 Optimierungsmethoden und -prozesse . . . . .	43
<b>3 Motivation und Zielsetzung</b>	<b>49</b>
3.1 Motivation . . . . .	49
3.2 Ziele der Arbeit . . . . .	52

<b>4</b>	<b>Ein neuer Optimierungsprozess</b>	<b>55</b>
4.1	Energetische Betrachtung der Materialverteilung einer beliebigen Gestalt	56
4.2	Erweiterung des Topologieoptimierungsprozesses . . . . .	58
4.3	Berechnung der Energie des bewegten Designraums . . . . .	64
4.3.1	Potentielle Energie des bewegten Designraums . . . . .	65
4.3.2	Kinetische Energie des bewegten Designraums . . . . .	65
4.3.3	Vernachlässigung der Trägheitsmomente im Elementschwerpunkt	67
4.3.4	Bestimmung des Abstandes zwischen den Finiten Elementen und dem Momentanpol . . . . .	73
4.4	Adaptionskoeffizient der Rotationsenergiedichte . . . . .	76
4.5	Adaptionskoeffizient des Rotationsenergiwirkungswertes . . . . .	77
4.6	Automatisierte Anpassung des Quotientenexponenten . . . . .	79
4.7	Automatisierte Lastfallerkennung . . . . .	81
4.8	Zusammenfassung der neuen Optimierungsprozesse . . . . .	85
4.8.1	Der erweiterte Topologieoptimierungsprozess TopKE . . . . .	87
4.8.2	Der erweiterte Topologieoptimierungsprozess DyTop . . . . .	88
4.8.3	Der erweiterte Topologieoptimierungsprozess DyTopKE . . . . .	89
<b>5</b>	<b>Potentialanalyse der erweiterten Topologieoptimierungsprozesse</b>	<b>91</b>
5.1	Potentialanalyse von TopKE und der Adaptionskoeffizienten $A_x$ und $A_\psi$	91
5.1.1	Demonstratorsystem . . . . .	92
5.1.2	Referenzmodell . . . . .	94
5.1.3	Modell mit einer Bewegung um eine Rotationsachse . . . . .	95
5.1.4	Vergleich der Ergebnisse für den Adaptionskoeffizienten $A_x$ . . .	97
5.1.5	Vergleich der Ergebnisse für den Adaptionskoeffizienten $A_\psi$ . . .	99
5.1.6	Modell mit einer komplexen Bewegung . . . . .	101
5.1.7	Vergleich der Ergebnisse für den Adaptionskoeffizienten $A_x$ . . .	102
5.1.8	Vergleich der Ergebnisse für den Adaptionskoeffizienten $A_\psi$ . . .	104
5.1.9	Zwischenfazit . . . . .	107
5.2	Potentialanalyse von DyTop und DyTopKE . . . . .	107
5.2.1	Demonstratormodell und Beschreibung des Bewegungsmodells	108
5.2.2	Referenzmodelle . . . . .	109
5.2.3	Ergebnisse der erweiterten Topologieoptimierung DyTop . . . . .	110
5.2.4	Ergebnisse der erweiterten Topologieoptimierung DyTopKE . . . . .	111
5.2.5	Zwischenfazit . . . . .	112
5.3	Gesamtfazit . . . . .	113
<b>6</b>	<b>Optimierung realer Systeme</b>	<b>115</b>
6.1	Optimierung des IPEK - Schaltroboters . . . . .	115
6.1.1	Mehrkörpersystem, Trajektorie und der Designraum . . . . .	116

---

6.1.2	Optimierungsergebnis für den Oberarm . . . . .	118
6.1.3	Optimierungsergebnis für den Unterarm . . . . .	119
6.1.4	Zwischenfazit . . . . .	121
6.2	Optimierung des Gelenkarmroboters KR 5 arc . . . . .	121
6.2.1	Mehrkörpersystem, Trajektorie und der Designraum . . . . .	122
6.2.2	Optimierungsergebnis für die Schwinge . . . . .	124
6.2.3	Zwischenfazit . . . . .	125
6.3	Gesamtfazit . . . . .	126
<b>7</b>	<b>Die erweiterte Topologieoptimierung im Produktentwicklungsprozess</b>	<b>127</b>
7.1	Einfluss von Leichtbaumethoden auf dynamisch bewegte Bauteile . . .	127
7.1.1	Reduktion der Masse . . . . .	128
7.1.2	Erhöhung der Steifigkeit . . . . .	130
7.2	Kompetenzen zur Nutzung der erweiterten Topologieoptimierung . . . .	130
7.3	Grenzen der erweiterten Topologieoptimierung . . . . .	133
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>135</b>
8.1	Zusammenfassung . . . . .	135
8.2	Ausblick . . . . .	137
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>147</b>
	<b>Stichwortverzeichnis</b>	<b>166</b>



# Symbolverzeichnis

## Lateinische Symbole

$a, b, c$	beliebige Variable
$A_x$	Adaptionskoeffizient der Rotationsenergiedichte
$A_\psi$	Adaptionskoeffizient des Energiedichtewirkungsgrades
$a_{max}$	maximale Verschiebung
$C$	Nachgiebigkeit
$c_i$	Gewichtungsfaktor
$d_{KD}$	Abstandsformel
$D_i$	Momentanpol
$E$	Energie
$E$	Elastizitätsmodul
$F$	Kraft
$g$	Gravitationsfeldstärke
$h$	Höhe vom Boden
$I$	Trägheitsmatrix
$i$	Zähler
$J$	Trägheitsmoment
$K$	Steifigkeitsmatrix
$l$	Verbindungsvektor
$L$	Drehimpuls
$L$	Lagrange-Funktion
$L_0$	Gesamtdrehimpuls
$m$	Masse
$M$	Massenmatrix
$n$	Anzahl
$N$	Einzellastfälle
$p$	Gesamtimpuls
$Q_\Theta$	EULER-Gleichung
$q_0$	EULER-Parameter
$q_1$	EULER-Parameter

$q_2$	EULER-Parameter
$q_3$	EULER-Parameter
$Q_R$	NEWTONSche Gesetz
$R_\Psi, R_\Phi, R_\Theta$	Transformationsmatrix
$r_p$	Verbindungsvektor
$r_s$	Schwerpunkt
$S$	Schwerpunktskoordinaten
$T$	Bewegungsgleichung
$T$	kinetische Energie
$T$	Rotationsmatrix
$T_{rot}$	rotatorische kinetische Energie
$T_{trans}$	translatorische kinetische Energie
$u$	Verformungsvektor
$U$	Dehnungsenergie
$v$	Geschwindigkeit
$V$	potentielle Energie

## Griechische Symbole

$\phi$	Eigenvektor
$\chi$	Rotationsenergiedichte
$\epsilon$	Dehnung
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit
$\phi$	Achswinkel
$\Psi, \Phi, \Theta$	EULER-Winkel
$\psi$	Energiedichtewirkungsgrad
$\rho$	Dichte
$\sigma$	mechanische Spannung
$\Upsilon$	Dehnungsenergiedichte
$\vec{e}$	Einheitsvektor
$A$	Fläche



# Abkürzungen

<b>C</b>	Konnektor
<b>FE</b>	Finite Element
<b>FEA</b>	Finite Element Analyse
<b>FEM</b>	Finite Element Methode
<b>LSS</b>	Leitstützstruktur
<b>MKS</b>	Mehrkörpersimulation
<b>SIMP</b>	Solid Isotropic Material with Penalization
<b>TOPO</b>	Topologieoptimierung
<b>WF</b>	Wirkfläche
<b>WFP</b>	Wirkflächenpaar



# 1 Einleitung

Der weltweite Energieverbrauch ist in den letzten 200 Jahren um den Faktor 26 von  $20 \cdot 10^{18} \frac{J}{a}$  auf  $530 \cdot 10^{18} \frac{J}{a}$  gestiegen, wie in der Abbildung 1.1 dargestellt.<sup>1</sup> Die industrialisierten Staaten haben dabei am meisten zu dieser Steigerung beigetragen, ohne dass die Bevölkerung im gleichen Maße gestiegen ist. Der erhöhte Energieverbrauch und der hiermit verbundene gestiegene Ausstoß von Treibhausgasen (vor allem CO<sub>2</sub> mit 77 %) hat eine weltweite Änderung des Klimas und somit der Lebensbedingungen für alle Lebewesen zur Folge.<sup>2</sup> Der Zwischenstaatliche Ausschuss über Klimaänderungen<sup>3</sup> hat im Jahr 2007 festgestellt, dass es „ein sehr hohes Zutrauen in die Aussage [gibt], dass der global gemittelte Nettoeffekt aller Aktivitäten der Menschheit seit 1750 eine Erwärmung ist“.<sup>4</sup> Die Sorge über diese Veränderung motiviert die Menschen, neue Prozesse und Methoden zu entwickeln, um den Ausstoß von Treibhausgasen zu minimieren und die Klimaveränderung zu stoppen.

Es existieren unterschiedliche technische Möglichkeiten, um dieses Ziel zu erreichen. Neben der Entwicklung der Nuklearfusion werden häufig die Weiterentwicklung und der Ausbau der erneuerbaren Energien und die Steigerung der Energieeffizienz von Produkten genannt. Hierbei wird der Energieeffizienzsteigerung der größte Einfluss und das höchste Potential zur Reduktion der Treibhausgase zugesprochen.<sup>5</sup> Bei der Produktentwicklung werden die Umweltbeeinträchtigungen maßgeblich durch den Produktentwickler festgelegt. Die Auswahl der verwendeten Werkstoffe, der Energieverbrauch und die Emissionen bei der Herstellung, Nutzung und dem Recycling eines Produkts sind hierbei entscheidende Faktoren.<sup>6</sup> Neben einer treibhausgasarmen Energieerzeugung ist gerade die effiziente Nutzung der Energie von großer Bedeutung. Das Verhältnis der Energie zur Befriedigung energierelevanter Bedürfnisse, wie zum Beispiel für die Errei-

---

<sup>1</sup>Wilson & Grubler 2011

<sup>2</sup>Cramer et al. 2001 / Rahmstorf & Schellnhuber 2012

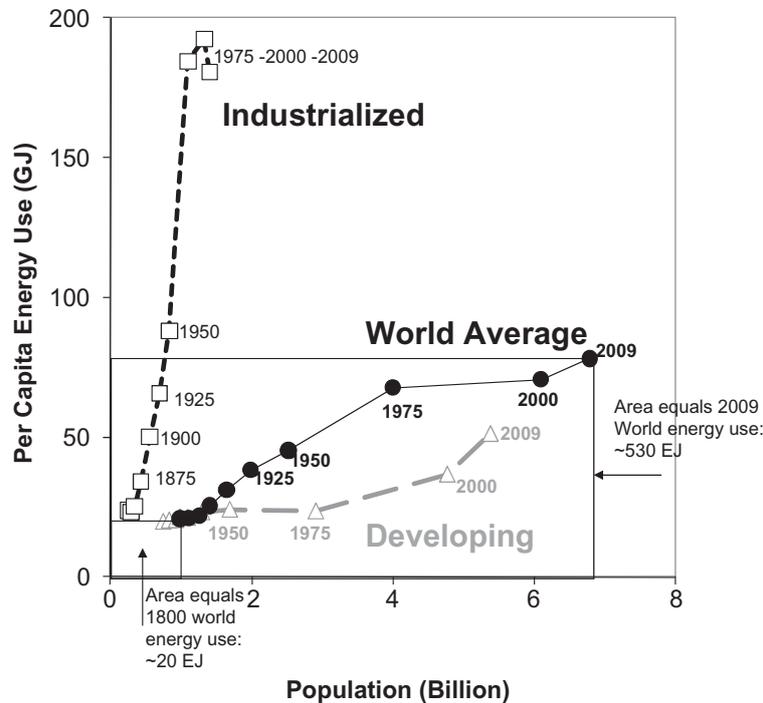
<sup>3</sup>Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC) eingerichtet durch United Nations Environment Programme (UNEP) und der World Meteorological Organization (WMO), um für politische Entscheidungsträger den Stand der wissenschaftlichen Forschung zusammenzufassen. Der IPCC forscht nicht selbst, sondern trägt die Ergebnisse der Forschungen in den verschiedenen Disziplinen zusammen, darunter besonders der Klimatologie.

<sup>4</sup>Grassl 2007

<sup>5</sup>Wilson & Grubler 2011

<sup>6</sup>Birkhofer et al. 2012

chung eines bestimmten Maßes an Energie- oder Mobilitätsleistung, wird als Energie- bzw. Endenergieeffizienz bezeichnet.<sup>7</sup> Ein Optimum der Energieeffizienz wird daher erreicht, wenn der gewünschte Effekt bei minimalem Energieaufwand erreicht wird.



**Abbildung 1.1** Jährliches Veränderung des Energieverbrauchs und der Bevölkerung zwischen 1800-2009. Quelle: Grubler (2008, aktualisiert mit P.I.c. 2010; IEA 2010). Ergebnisse vor 1950 sind Schätzungen.<sup>8</sup>

Die Europäische Union, die Bundesrepublik Deutschland, verschiedene Nichtregierungsorganisationen, aber auch die Industrie haben sich zum Ziel gesetzt, den Energieverbrauch in den Bereichen Leben, Transport, Kraftwerkstechnik und Industrie zu senken, indem die Energieeffizienz stark gesteigert wird. Da der höchste Verbrauch an Primärenergie in Deutschland dem industriellen Sektor zugesprochen wird, ist hier eine Steigerung der Energieeffizienz von großem Nutzen.<sup>9</sup>

Um die Menge des Energiebedarfs während der Nutzung zu optimieren, werden von BIRKHOFFER ET AL.<sup>10</sup> unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten empfohlen. Dazu zählen unter anderem die Entwicklung von „häufig bewegte[n] bzw. beschleunigte[n] Teile[n] in Leichtbauweise“ und die Minimierung des „Bedarf[s] an Antriebsenergie“. Es muss allerdings berücksichtigt werden, dass der wachsende Wettbewerb, unter anderem getrieben durch die Globalisierung der Märkte, nur Lösungen akzeptiert, die nur geringfügige Mehrkosten aufweisen oder aufgrund der Energieeinsparung die Mehrkosten

<sup>7</sup>Pehnt 2010

<sup>8</sup>Bildquelle: Wilson & Grubler 2011

<sup>9</sup>Neugebauer et al. 2010

<sup>10</sup>Birkhofer et al. 2012

kompensieren können. Hinzu kommt die Verkürzung der Produktlebenszyklen, die den Produktentwickler vor die Herausforderung stellt, in kürzerer Zeit neue Produkte zu entwickeln. So hat sich die Produktlebensdauer im Markt zwischen den Jahren 1991 und 2000 um etwa 60 % verringert.<sup>11</sup>

Eine Studie des Fraunhofer ISI<sup>12</sup> hat gezeigt, dass der Produktlebenszyklus seitdem nicht weiter verkürzt wurde. Berücksichtigt man allerdings die steigende Komplexität aufgrund zahlreicher verschiedener Funktionen und Technologien, sowie starker Interaktionen in interdisziplinären Feldern bei gleicher Entwicklungszeit, so ist der Entwicklungsaufwand gestiegen. Unternehmen stehen daher vor der Herausforderung, innovative Produkte innerhalb kürzester Zeit entwickeln zu müssen, um ihre langfristige Wettbewerbsfähigkeit zu sichern.<sup>13</sup> Um dieser Herausforderung gerecht zu werden, müssen die Produktentwicklungsprozesse sowohl verkürzt, als auch an diese Gegebenheiten angepasst werden. Eine Zielsetzung dieser Anpassung ist der frühe Erwerb von Wissen über das zukünftige Produkt, um kostengünstig frühe Anpassungen durchführen zu können. Die Integration der virtuellen Produktentwicklung in die bestehenden Prozesse sieht ALBERS<sup>14</sup> als notwendig an. Auf diese Weise kann die Anzahl realer Prototypen verringert werden, was maßgeblich Entwicklungszeit und -kosten reduziert. Der X-in-the-Loop-Ansatz von ALBERS ET AL.<sup>15</sup> berücksichtigt diese Möglichkeit und integriert Versuch und Simulation gleichbedeutend zur Produktvalidierung.

Der Einsatz von Simulationswerkzeugen ist heute gängige Praxis in der Produktentwicklung. Zur Analyse der Spannungsverteilung und der maximalen Verschiebungen bei mechanischen Komponenten wird die Finite Element Analyse (FEA) verwendet. Zur Untersuchung des dynamischen Verhaltens, hier im Sinne einer beschleunigten Bewegung von mechanischen und mechatronischen Systemen, wird häufig die Mehrkörpersimulation (MKS) eingesetzt. Die Integration von elastischen Körpern in eine MKS ermöglicht realistische Informationen über die Belastungen für das Bauteil, sowie über die maximalen Verschiebungen am Endpunkt einer Struktur.<sup>16</sup> Auch die so genannte parameterfreie Strukturoptimierung spielt zunehmend eine wichtige Rolle in der modernen Produktentwicklung. Wird die MKS in den Strukturoptimierungsprozess integriert, so ist es möglich, Körper in dynamischen Systemen bezüglich der Wechselwirkung zwischen den körpereigenen mechanischen Eigenschaften und der Dynamik des gesamten Systems zu optimieren.<sup>17</sup> In Albers et al. 2008b wird ein Optimierungsprozess zur Topologieoptimierung von flexiblen Körpern in geregelten, dynamischen

---

<sup>11</sup>Bullinger et al. 1997 / Maier 2011

<sup>12</sup>Kinkel 2005

<sup>13</sup>Eversheim et al. 2005

<sup>14</sup>Albers & Nowicki 2003

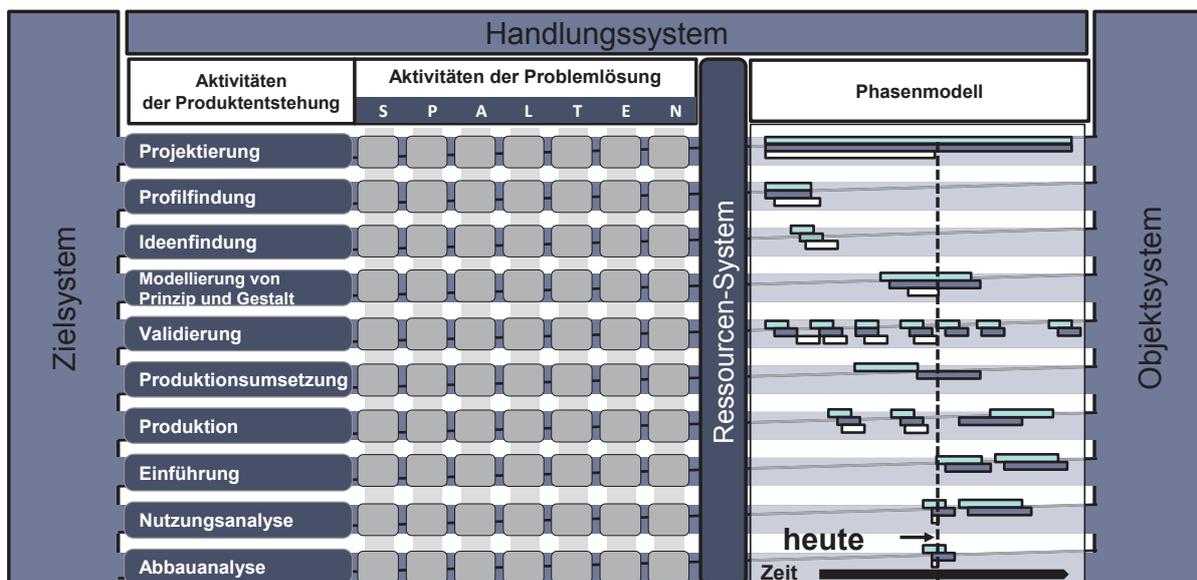
<sup>15</sup>Albers & Düser 2010

<sup>16</sup>Esteban 2010

<sup>17</sup>Häußler et al. 2001 / Häußler et al. 2004

mechanischen Systemen vorgestellt. Dieser Optimierungsprozess wurde zu einer integrierten Topologieoptimierungsmethode erweitert, bei dem flexible Körper in geregelten dynamischen mechatronischen Systemen optimiert werden, wobei die Regelparameter auch während jeder Iteration des Prozesses Teil der Optimierung sind.<sup>18</sup>

Die zuvor beschriebenen umfangreichen Vorarbeiten am IPEK - Institut für Produktentwicklung im Bereich der Kopplung von Simulations- und Optimierungsmethoden bilden das Fundament dieser Arbeit. Die hier vorgestellten Ansätze stellen eine konsequente Fortführung der Strategie der integrierten und virtuellen Produktentwicklung dar. Aufbauend auf dem Stand der Forschung werden die Motivation und die Zielsetzung der Arbeit präsentiert. Anschließend wird durch die Integration der Mehrkörpersimulation, der Finiten Element Analyse, der Topologieoptimierung sowie eines Adaptionkoeffizienten in einen komplexen gekoppelten Optimierungsprozess die Rotationsträgheit eines Bauteils gezielt im Systemkontext positiv beeinflusst. Anhand von akademischen und realen Beispielen wird das Potential der neuen Prozesse in den darauf folgenden zwei Kapiteln analysiert, und es werden die Leistungsfähigkeit, sowie Einschränkungen aufgezeigt. Im vorletzten und letzten Kapitel wird als logischer Schluss die Anwendbarkeit der Methode in der Produktentwicklung diskutiert, und Handlungsempfehlungen werden abgeleitet.



**Abbildung 1.2** Einbindung dieser Arbeit in das integrierte Produktentstehungsmodell iPeM.<sup>19</sup>

Werden Methoden und Prozesse im Umfeld des Maschinenbaus angewendet und entwickelt, so ist zu beachten, in welchem Kontext diese im Produktentstehungsprozess angewendet werden. Das von ALBERS<sup>20</sup> entwickelte **integrierte Produktentstehungsmodell** (iPeM) ermöglicht es, die unterschiedlichen Sichten auf den Entwicklungspro-

<sup>18</sup>Albers & Otnad 2010

<sup>19</sup>nach Albers 2012

<sup>20</sup>Albers 2010

zess in einem Modell darzustellen. So ist es einerseits möglich im Phasenmodell (siehe Abbildung 1.2 rechts) den Verlauf der einzelnen Aktivitäten zu verfolgen, die zeitlichen Zusammenhänge und Verknüpfungen zu analysieren und so den Überblick über das Handlungssystem zu bekommen. Zum anderen wird der Produktentwickler unterstützt, indem er die einzelnen Aktivitäten des Produktentstehungsmodell (siehe Abbildung 1.2 links) als einen Problemlösungsprozess gemäß der Problemlösungssystematik SPALTEN<sup>21</sup> abbildet.

Das integrierte Produktentstehungsmodell mit dem Systemtriple Ziel-, Handlungs- und Objektsystem sowie der Aktivitätenmatrix beschreibt, wie der Produktentwickler von Zielsystem zum Objektsystem gelangt. Das Handlungssystem in der Mitte von Abbildung 1.2 überführt das Zielsystem in ein Objektsystem. Der Optimierungsprozess, der in dieser Arbeit entwickelt wird, unterstützt den Produktentwickler maßgeblich während der Aktivität **Modellierung von Produkt und Gestalt** und stellt somit ein Teilhandlungssystem dar.

---

<sup>21</sup>Albers et al. 2005



## 2 Stand der Forschung

In diesem Kapitel werden der aktuelle Stand der Forschung aufgezeigt und die vertiefenden Grundlagen zum besseren Verständnis der Arbeit dargestellt.

Im Kapitel Abschnitt 2.1 werden die Grundbegriffe der Produktentwicklung vorgestellt. Als erstes wird auf den Zusammenhang von Ziel-, Handlungs- und Objektsystem eingegangen. Danach wird der C&C<sup>2</sup>-Ansatz nach ALBERS vorgestellt. Die in dieser Arbeit verwendete Definition des Reifegrads einer Gestalt ermöglicht eine Abgrenzung der Gestaltqualität nach der Erfüllung der gewünschten Funktionen. Im Unterabschnitt 2.1.4 wird die Taxonomie und im Speziellen das Vorgehen nach Bloom vorgestellt. Sie dient als Klassifikationsschema für die in dieser Arbeit vorgestellten Algorithmen und Optimierungsprozesse. Im späteren Kapitel 7 werden die entwickelten Optimierungsprozesse anhand der Taxonomie nach BLOOM<sup>22,23</sup> im Kontext der Anwendbarkeit in der Produktentwicklung bewertet.

Nach der Definition der Grundbegriffe werden der Leichtbau in der Produktentwicklung (Abschnitt 2.2) beschrieben und die aktuellen Trends und Richtungen im Bereich Leichtbau aufgezeigt.

Die Grundlagen zum Verständnis des entwickelten Algorithmus sind im Abschnitt 2.3 bis 2.6 erläutert. Abschnitt 2.3 beschreibt das mechanische Verhalten von starren Körpern. Im Abschnitt Mehrkörpersimulation (Abschnitt 2.4) wird im speziellen auf die Analyse des Bewegungsverhaltens von mechanischen Systemen eingegangen. Es wird auch die Möglichkeit einer MKS mit flexiblen Körpern beschrieben. Der Abschnitt 2.5 beschreibt ein numerisches Näherungsverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen. Die FEA wird in den folgenden Kapiteln benötigt, um das elastische Verhalten von Körpern zu berechnen und um Körper zu optimieren. Die Optimierung wird im Abschnitt 2.6 erklärt, wobei im Besonderen auf die Topologieoptimierung als Teil der Strukturoptimierung eingegangen wird. Am Ende von Abschnitt 2.6 werden Optimierungsprozesse vorgestellt, die eine Kopplung der MKS, Regelung, FEA und Optimierung darstellen und es somit ermöglichen, Bauteile im Systemzusammenhang zu verbessern.

---

<sup>22</sup>Benjamin S. Bloom, US-amerikanischer Psychologieprofessor, (1913-1999)

<sup>23</sup>Bloom et al. 1976

## 2.1 Grundbegriffe

### 2.1.1 Ziel-, Handlungs- und Objektsystem

Systeme und Prozesse werden mithilfe von Modellen beschrieben und untersucht. Ein Modell ist hierbei immer eine ziel- bzw. funktionsorientierte Beschreibung oder Nachbildung der wesentlichen Zusammenhänge des betrachteten Problems. Das Denken in Modellen ist in den unterschiedlichen Disziplinen vorhanden, allerdings ändert sich der Standpunkt der Systembeschreibung hierbei.<sup>24</sup> Unter einem System versteht HEIMANN<sup>24</sup> eine „abgegrenzte Anordnung von aufeinander einwirkenden Gebilden, [...] die untereinander und mit der Umwelt informatorisch verbunden sind“. Präziser beschreibt ROPOHL<sup>25</sup> ein System als das Quadrupel<sup>26</sup> der Mengen, bestehend aus Attributen, Funktionen, Teilen und Relationen. Im Bezug auf die Technik, beziehungsweise die Produktentwicklung als soziotechnisches System wird eine Aufteilung in drei Teilsysteme von ihm vorgenommen. Er spricht hierbei von einem Ziel-, einem Handlungs- und einem Sachsystem zur Beschreibung der Produktentwicklung im Sinne eines soziotechnischen Systems. In der Literatur wird auch häufig anstatt des Begriffs Sachsystem, Objektsystem verwendet.<sup>27</sup> Im Folgenden werden die Begriffe Ziel-, Handlungs- und Objektsystem nach ALBERS<sup>28</sup> definiert:

- Das **Zielsystem** beinhaltet den geplanten Zustand eines Produktes und alle dafür notwendigen Abhängigkeiten, Randbedingungen und Restriktionen. Die gedanklich vorweggenommenen und geplanten Eigenschaften des Objektsystems, das heißt der gewünschte zukünftige Zustand des Produktes (und dessen Komponenten) wird im Zielsystem beschrieben, allerdings nicht die Lösung als solche. Das Zielsystem wird im Verlauf des Produktentstehungsprozesses kontinuierlich erweitert und konkretisiert. Sowohl der Markt und der Kunde, als auch der Produktentwickler bestimmen das Zielsystem, das teilweise in Lastenheften und Anforderungslisten festgehalten wird. ALBERS<sup>29</sup> stellt heraus, dass die richtige Definition des Zielsystems maßgeblich über den Erfolg in der Produktentwicklung entscheidet.
- Das **Handlungssystem** ist ein soziotechnisches System, das aus strukturierten Aktivitäten, Methoden und Prozessen aufgebaut ist. Alle zur Realisierung einer Produktentstehung benötigten Ressourcen (Personal, Software, Budget, Maschinen,

---

<sup>24</sup>Heimann et al. 2007

<sup>25</sup>Ropohl 2009

<sup>26</sup>Quadrupel ist ein geordneter vierstelliger Ausdruck

<sup>27</sup>Albers et al. 2012 / Fricke et al. 1998 / Wenzel 2003

<sup>28</sup>Albers & Meboldt 2007 / Albers 2010 / Albers & Braun 2011

<sup>29</sup>Albers & Meboldt 2007

etc.) sind im Handlungssystem enthalten. Sowohl das Ziel- als auch das Objektsystem werden durch das Handlungssystem erstellt, als auch das Zielsystem in das Objektsystem überführt.

- Im **Objektsystem** sind alle Teillösungen, die während des Entstehungsprozesses anfallen, in Dokumentenform und Artefakten enthalten. Das Hauptelement ist das eigentliche Produkt, wenn die Produktentstehung abgeschlossen ist. Das Handlungssystem nimmt während des Produktentstehungsprozesses Teile des Objektsystems auf, und leitet daraus durch Schritte der Analyse und Validierung neue Ziele ab. Das Objektsystem ist vollständig, wenn der Zielzustand erreicht ist.

Die Produktentstehung wird von ALBERS<sup>30</sup> als Gesamtsystem gesehen, das sich mit den Teilsystemen Ziel-, Handlungs- und Objektsystem beschreiben lässt. Sie kann demnach als Überführung von teils unpräzise formulierten Zielen in ein konkretes Produkt verstanden werden. Er spricht in diesem Zusammenhang vom Systemtripel ZHO. Das Ziel-, Handlungs- und Objektsystem beeinflussen sich dabei gegenseitig.

### 2.1.2 Der Contact and Channel-Connector-Ansatz (C&C<sup>2</sup>-A)

Die Beschreibung von Produkten und Systemen erfolgt häufig während des Entwicklungsprozesses anhand der Gestalt. Eine gängige Repräsentationsform der Gestalt im Maschinenbau sind CAD-Modelle und die zugehörigen technischen Zeichnungen. Eine vollständige Beschreibung des Produktes ist damit nicht zwingend gegeben, da die Funktionen nicht ersichtlich sind. Das von ALBERS<sup>31</sup> und MATTHIESEN<sup>32</sup> entwickelte Contact & Channel Modell (C&CM) ermöglicht die Beschreibung und Analyse der Funktionen und der Interaktionen innerhalb eines Systems. Die intensive Verwendung des C&CM in der Forschung, Industrie und in Lehre hat die Notwendigkeit einer Erweiterung gezeigt. Das C&CM wurde von ALBERS<sup>33</sup> und ALINK<sup>34</sup> in den Contact and Channel-Connector-Ansatz (C&C<sup>2</sup>-A) überführt. Der heutige C&C<sup>2</sup>-Ansatz ermöglicht die Kopplung von Funktion und Gestalt bei der Analyse und der Synthese technischer Systeme. Die Grundlage für diesen Ansatz bilden die Systemtheorie und die Arbeiten von Rodenacker<sup>35</sup>, Roth<sup>36</sup>, Hubka<sup>37</sup> und weiteren Wissenschaftlern. Um den Zusammenhang von Funktion und Gestalt auf einer abstrakten Ebene beschreiben zu können,

---

<sup>30</sup>Albers & Braun 2011

<sup>31</sup>Albers & Matthiesen 2002

<sup>32</sup>Mathiesen 2002

<sup>33</sup>Albers & Sadowski 2013

<sup>34</sup>Alink 2010

<sup>35</sup>Rodenacker 1991

<sup>36</sup>Roth 1994a / Roth 1994b

<sup>37</sup>Hubka 1984

werden vier zentrale Elemente eingeführt. Das sind die Wirkflächen, Wirkflächenpaare, Leitstützstruktur und Konnektoren. Sie sind nach ALBERS<sup>38</sup> und MATTHIESEN<sup>39</sup> wie folgt definiert.

- Unter einer **Wirkfläche (WF)** versteht man feste Oberflächen von Körpern oder Grenzflächen von Fluiden und Feldern, die zeitweise oder dauerhaft im Kontakt zu einer weiteren WF stehen und am Energie-, Stoff und Informationsaustausch des technischen Systems beteiligt sind.
- Ein **Wirkflächenpaar (WFP)** wird immer aus genau zwei WF gebildet, die zeitweise, ganz oder teilweise in Kontakt stehen und zwischen denen Energie, Stoff und Informationen ausgetauscht werden.
- Die **Leitstützstruktur (LSS)** ist ein Volumen von Körpern, Fluiden oder felddurchsetzten Räumen, die genau zwei WFP verbinden. Die LSS ermöglicht zeitweise eine Leitung von Energie, Stoff oder Information zwischen den WFP eines Körpers, Fluids oder eines Feldes. Eine LSS kann sich abhängig vom Detaillierungsgrad der Modellbildung über Systeme oder Subsysteme hinweg erstrecken. LSS existieren gemeinsam mit den zugehörigen WFP ausschließlich im Zeitraum der Funktionserfüllung.
- Ein **Konnektor (C)** integriert die wirkungsrelevanten Eigenschaften, die außerhalb des Betrachtungsraums liegen, in die Systembetrachtung. Ein C ist eine für die Beschreibung der betrachteten Funktion relevante Abstraktion der Systemumwelt. Demnach liegt ein C nicht im betrachteten System und somit nicht im Designraum.

Zur besseren Beschreibung von Strukturoptimierungsprozessen und Ergebnissen ist eine weitere Konkretisierung sinnvoll. Daher werden die Begriffe **Tragstruktur** und **Reststruktur** eingeführt. Unter Tragstruktur (TS) wird die Menge aller möglicher Leitstützstrukturen verstanden. Bereiche, die niemals eine Tragstruktur sind, werden als Reststruktur (RS) bezeichnet.<sup>40</sup>

### 2.1.3 Der Reifegrad einer Gestalt

Der Begriff „Reifegrad“ ist in der Literatur nicht eindeutig definiert, obwohl zum Beispiel das Reifegradmanagement eine in der Praxis etablierte Vorgehensweise im Rahmen

<sup>38</sup>Albers & Matthiesen 2002 / Albers et al. 2011 / Albers & Sadowski 2013

<sup>39</sup>Mathiesen 2002

<sup>40</sup>Albers & Matthiesen 2002

der Sachfortschrittskontrolle darstellt.<sup>41</sup>

PFEIFER ET AL.<sup>42</sup> führen den Begriff der Projektreife ein. Dieser fokussiert sich „weniger auf die Einhaltung der inhaltlichen Vorgaben im Sinne der Fortschrittskontrolle, als auf die Einhaltung der terminlichen Vorgaben“.

MASING und PFEIFER<sup>43</sup> definieren den Produktreifegrad über den Produktentstehungsprozess, weil hier die wesentlichen Merkmale des Produktes entworfen und technisch realisiert werden. „Das Qualitätsniveau des Produktentstehungsprozesses kann daher an der erzielten Produktreife gemessen werden.“

Es lässt sich daher allgemein für diese Arbeit sagen, dass der Reifegrad eines Prozesses oder Produktes dessen aktuellen Entwicklungsstand beschreibt. Die Gestalt gehört zu den wichtigsten elementaren Eigenschaften eines technischen Systems und repräsentiert den aktuellen Entwicklungsstand eines Produktes.<sup>44</sup> Es werden in dieser Arbeit drei Stufen des Reifegrades definiert, die ein Produkt in der Aktivität *Modellierung von Funktion und Gestalt* im iPeM einnehmen kann. Die Notwendigkeit hierfür hat sich vor allem bei der Kommunikation zwischen unterschiedlichen Disziplinen gezeigt. In der Robotik wird zum Beispiel unter Gestalt meistens die Anordnung von Gelenken zueinander verstanden, wohingegen in der Produktentwicklung einer Gestalt ein höherer Detaillierungsgrad, wie zum Beispiel die Topologie, zugeschrieben wird. Die drei Stufen werden wie folgt definiert:

- Die Architektur eines Systems, bei der die Anordnung und geometrischen Abstände zwischen Gelenken definiert werden, wird mit dem **Reifegrad 1** beschrieben. Mit dem Reifegrad 1 kann die Hauptfunktion (HptFkt) erfüllt werden.
- Beim **Reifegrad 2** besitzen die Bauteile schon eine grobe Gestalt, bei der viele WFPs noch nicht berücksichtigt sind. Ein Gestaltvorschlag der Topologieoptimierung würde dem entsprechen. Beim Reifegrad 2 werden die Hauptfunktionen und teilweise einige Nebenfunktionen erfüllt.
- Die Gestalt besitzt bei einem **Reifegrad 3** alle notwendigen WFPs, damit alle Funktionen erfüllt werden können. Vor allem Aussehens-, Fertigungs-, Festigkeitsgesichtspunkte, sowie ökonomische und ökologische Vorgaben werden von der Gestalt erfüllt.

Der Reifegrad ändert sich iterativ und steht im Bezug zur Funktionserfüllung. Er sollte

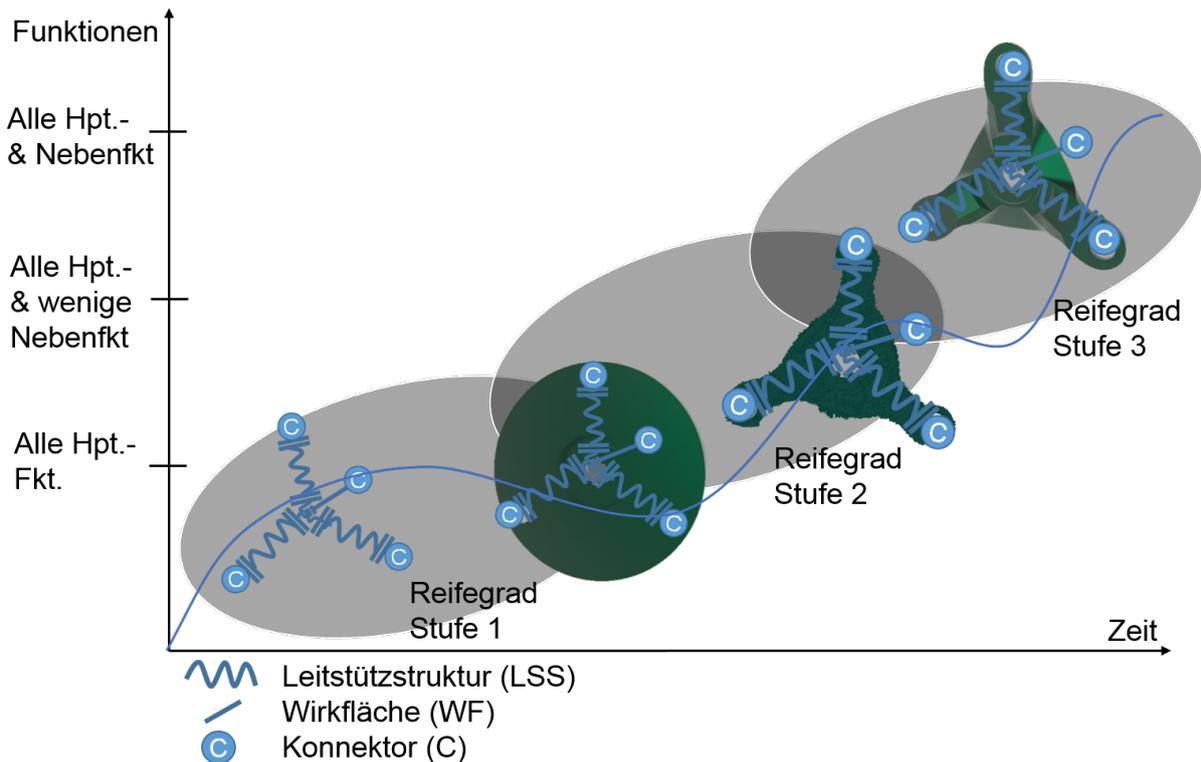
---

<sup>41</sup>Müller 2007

<sup>42</sup>Pfeifer et al. 1996

<sup>43</sup>Masing & Pfeifer 2007

<sup>44</sup>Hubka 1984



**Abbildung 2.1** Arbiträrer zeitlicher Verlauf des Reifegrades eines Planetenträgers in einem Getriebe

während des Entwicklungsprozesses steigen, kann aber auch degenerieren. In Abbildung 2.1 ist ein arbiträrer Verlauf des Reifegrades für einen Planetenträger über die Zeit dargestellt, sowie zu diskreten Zwischenschritten die Gestalt des Bauteils abgebildet. Die Architektur eines Bauteils mit seinen Funktionen kann mithilfe des C&C<sup>2</sup>-Ansatzes dargestellt werden. Wird ein Strukturoptimierungsprozess durchlaufen, so liegt der Designraum<sup>45</sup> im Übergangsbereich zwischen einem Reifegrad mit der Stufe 1 und 2. Ein Gestaltungsvorschlag der Topologieoptimierung, bei dem alle Hauptfunktionen und teilweise einige Nebenfunktionen erfüllt werden, entspricht einem Reifegrad 2. Wird der Gestaltungsvorschlag in eine Gestalt überführt, bei der die Fertigungsrandbedingungen, WFP zu weiteren Bauteilen, Symmetrierandbedingungen etc. berücksichtigt werden, so kann bei diesem Ergebnis von einem Bauteil mit der Funktion und Gestalt des Reifegrades 3 gesprochen werden.

Im iPeM kann der Reifegrad im Bereich des Phasendiagramms dargestellt werden. Meilensteine zur Übergabe von Ergebnissen zwischen den unterschiedlichen Disziplinen können durch die Übergänge der Reifegradstufen kenntlich gemacht werden

<sup>45</sup>Der Designraum in der Strukturoptimierung beschreibt den maximal möglichen Raum zur Gestaltung der Leitstützstrukturen - vgl. Unterabschnitt 2.6.2

### 2.1.4 Taxonomie zur Bewertung von Kompetenzen

Die Taxonomie ist ein einheitliches Verfahren, mit dem Objekte nach bestimmten Kriterien klassifiziert, das heißt in Kategorien oder Klassen (auch Taxa genannt) eingeordnet werden.<sup>46</sup> Sie erleichtert den Umgang mit Einzelfällen und ermöglicht summarische Aussagen, die bis hin zu einer Erklärung von Zusammenhängen führen können und somit auch die Kommunikation erleichtern. Ursprünglich kommt die Taxonomie aus der Biologie und ist ein Klassifikationssystem für Tiere und Pflanzen unter Berücksichtigung ihrer Verwandtschaft mit den Kategorien Stämme, Klassen, Ordnungen usw.. Eine synonyme Verwendung von „Taxonomie“ und „Klassifikation“ ist nicht zulässig, denn Taxonomien haben bestimmte Strukturmerkmale, die in ihrer Komplexität die Regeln für ein Klassifikationssystem überschreiten. Ein Klassifikationsschema kann viele beliebige Elemente haben, was bei der Taxonomie nicht der Fall ist. Eine Taxonomie muss so erzeugt sein, dass die Ordnung der Begriffe irgendeinem wirklichen Ordnungsprinzip der Phänomene, die durch die Begriffe repräsentiert sind, zugeordnet ist.

Wenn Taxonomie im Zusammenhang mit Zielorientierung steht, versteht man es als ein hierarchisches Klassifikationsschema. Dieses wird meistens zum Ordnen von Lernzielen nach theoretischen Kriterien verwendet. Die Kriterien werden aufsteigend geordnet und sind konsekutiv, das heißt ein Element der niedrigeren Kategorie ist jeweils ein Teil der höheren Kategorie. BLOOM<sup>47</sup> und KRATHWOHL<sup>48</sup> sind die bekanntesten Autoren von Taxonomien. Die Motivation für die Entwicklung war das Bestreben, Prüfungsaufgaben verschiedener Fächer vergleichen zu können und so einen Maßstab für die Bewertung zu definieren. Es werden die fachspezifischen Inhalte ausgeklammert und der Verhaltensaspekt als Dimensionierungskriterium herangezogen.

Um die menschlichen Verhaltensweisen zu erfassen, werden das Verhalten bzw. die den Verhaltensdispositionen zugrundeliegenden psychischen Aktivitäten in drei Hauptbereiche aufgegliedert. Das ist der affektive, der kognitive, sowie der psychomotorische Bereich. Im affektiven Bereich erfolgt die Anordnung der Ziele nach dem Grad ihrer Internalisierung (Eingliederung in das persönliche Wertesystem), im kognitiven Bereich nach dem Grad ihrer Komplexität (Wissen und intellektuelle Fähigkeiten)<sup>49</sup> und im psychomotorischen Bereich nach dem Grad der erforderlichen Koordination. Diese drei Bereiche werden in weitere Niveaustufen untergliedert. Der kognitive Bereich, der in dieser Arbeit zur Bewertung von Kompetenzen verwendet wird, wurde von BLOOM weiter in folgende 6 Stufen unterteilt:<sup>50</sup>

---

<sup>46</sup>Koschnick 1993

<sup>47</sup>Benjamin S. Bloom, US-amerikanischer Psychologieprofessor, (1913-1999)

<sup>48</sup>David R. Krathwohl, US-amerikanischer Psychologieprofessor, (1921-)

<sup>49</sup>Bloom et al. 1976

<sup>50</sup>Sitte & Wohlschlägl 2001

- Taxonomiestufe I ⇒ Wissen, Kenntnisse
- Taxonomiestufe II ⇒ Verständnis
- Taxonomiestufe III ⇒ Anwendung
- Taxonomiestufe IV ⇒ Analyse
- Taxonomiestufe V ⇒ Synthese
- Taxonomiestufe VI ⇒ Bewertung

Um Lernziele zu formulieren, werden den einzelnen Taxonomiestufen Verben zugeordnet. Auszugsweise sind in Tabelle 2.1 die für diese Arbeit wichtigsten Verben zur Klassifikation genannt.

**Tabelle 2.1** Verben der Taxonomiestufen<sup>51</sup>

<b>Taxonomiestufe I</b>	<b>Taxonomiestufe II</b>	<b>Taxonomiestufe III</b>
benennen	erläutern	anwenden
beschreiben	übertragen	berechnen
skizzieren	identifizieren	erstellen
aufschreiben	herausstellen	nutzen
<b>Taxonomiestufe IV</b>	<b>Taxonomiestufe V</b>	<b>Taxonomiestufe VI</b>
auswählen	konzipieren	beurteilen
einordnen	entwerfen	kritisch vergleichen
analysieren	in Beziehung setzen	evaluieren
vergleichen		

In Kapitel 7 dieser Arbeit wird die Taxonomie nach Bloom genutzt, um eine Bewertung der neu entwickelten, in Kapitel 4 beschriebenen Methode vorzunehmen.

## 2.2 Leichtbau in der Produktentwicklung

„Der Leichtbau hat die Aufgabe, das Gewicht technischer Konstruktionen zu verringern [...] die Beanspruchung möglichst auf die gesamte Konstruktion zu verteilen, die zulässigen Spannungen weitgehend und gleichmäßig auszunutzen und die verfügbaren Räume zu Trägern von großer Tragfähigkeit und hoher Steifigkeit zu gestalten.“<sup>52</sup> Er stellt den Produktentwickler vor neue Herausforderungen, sowohl leichte als auch zuverlässige Produkte zu entwickeln. Der Leichtbau wurde zuerst maßgeblich von der Luft- und Raumfahrtforschung vorangetrieben. Aber mit dem Hintergrund des weltweit steigenden CO<sub>2</sub>-Ausstoßes, der Verknappung fossiler Brennstoffe und auch des Wunsches nach größeren Geschwindigkeiten und schnelleren Beschleunigungen gewinnt der Leichtbau

<sup>51</sup>Meyer 2004

<sup>52</sup>Schapitz 1963

bei sich bewegenden Systemen und Bauteilen aus dem Alltag stark an Bedeutung. So ist bei Fahr- und Flugzeugen eine geringere Antriebsleistung für die gleichen Fahr- bzw. Flugeigenschaften notwendig. Des Weiteren sinkt der Kraftstoffverbrauch, bzw. die Nutzlast kann bei gleichem Kraftstoffverbrauch erhöht werden. Neue elektromobile Antriebskonzepte erfordern durch die Begrenzung der heute vorhandenen spezifischen Energiespeicherkapazitäten ( $9 \frac{MJ}{kg}$  Diesel und  $0,36 \frac{MJ}{kg}$  Batterie inkl. Wandlungsverluste)<sup>53</sup> eine weitaus stärkere Fokussierung auf Leichtbauaspekte im Automobilbau.

Der effektive und sinnvolle Einsatz des Leichtbaus muss dabei schon in der frühen Produktentwicklungsphase unter ganzheitlichen Gesichtspunkten erfolgen.<sup>54</sup> Dies gilt vor allem für die Konstruktion und Auslegung von mechatronischen Leichtbausystemen, die u.a. aufgrund ihrer Kinematik und einer adaptiven Regelung weniger steif ausgeführt werden müssen.<sup>55</sup> Eine weitere Motivation für Leichtbau ist die Sicherheit für den Menschen bei Systemen mit hoher Dynamik, die direkt mit dem Menschen interagieren. Eine Reduktion der Masse durch den Leichtbau hat direkt eine Reduktion des Impulses bei einer Kollision des bewegten Bauteils mit einem Menschen zur Folge. Hierdurch kann die Verletzungsgefahr für den Menschen gesenkt werden. Ein Beispiel für ein solches System ist ein am IPEK entwickeltes Manipulandum mit einer Mensch - Maschine - Schnittstelle am Endeffektor der Maschine, die eine hohe Dynamik aufweist. Bei einem solchen System ist die Reduktion der bewegten Masse auch gleichzeitig eine Erhöhung der Sicherheit.<sup>56</sup>

Nach ALBERS ist der Leichtbau eine Entwicklungsstrategie, die darauf ausgerichtet ist, unter vorgegebenen Randbedingungen eine geforderte Funktion durch ein System geringster Masse zu realisieren. Somit entspricht der Leichtbau einem Handlungssystem, das ein Zielsystem in ein Objektsystem überführt. Im Bezug auf die Gestalt eines Produkts sollten daher möglichst alle Reststrukturen eliminiert werden.

## 2.3 Mechanik starrer Körper

In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit relevanten Grundlagen der Mechanik starrer Körper erläutert. Unter einem starren Körper versteht man einen beliebigen Körper, der unter der Wirkung von Kräften keine Deformation erfährt; die Abstände von beliebigen Körperpunkten bleibt demnach immer gleich.<sup>57</sup>

---

<sup>53</sup>Guzzella 2010

<sup>54</sup>Hessenauer 2014

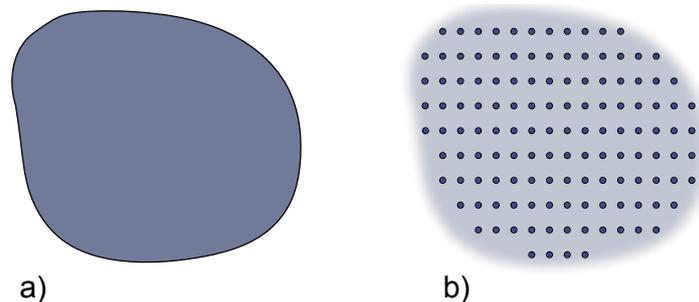
<sup>55</sup>Albers et al. 2006

<sup>56</sup>Bartenbach et al. 2013

<sup>57</sup>Gross et al. 2003

### 2.3.1 Körper als System von Massepunkten

Ein Körper kann in eine diskrete Anzahl Massepunkte unterteilt werden. Die Gesamtmasse ergibt sich aus der Summe aller Massepunkte. In Abbildung 2.2 a) ist ein Volumenkörper dargestellt, der, wie in Abbildung 2.2 b) gezeigt, in einen diskreten Körper bestehend aus kleinen Massepunkte aufgeteilt werden kann. Bei einem starren Körper sind die Punktmassen zueinander starr verbunden, d.h. es sind keine Relativbewegungen zwischen den Massenpunkten zulässig. Die Abstände zwischen den einzelnen Massepunkten bleiben auch unter der Einwirkung von äußeren Kräften unverändert.



**Abbildung 2.2** a) Volumenkörper; b) Massepunktsystem als Ersatzmodell

Je feiner die Diskretisierung, d.h. die Aufteilung des Körpers in kleine Elemente gewählt wird, desto besser werden die kinetischen Eigenschaften des Körpers im Ersatzsystem abgebildet. Es gelten die Eigenschaften für Massenpunkte auch für Massenpunktsysteme. Sie haben auch Gültigkeit für den Grenzfall, wenn  $n \rightarrow \infty$  und  $m \rightarrow 0$ , d.h. für den kontinuierlichen Körper. Die Gesamtmasse, der Schwerpunkt, der Gesamtimpuls, sowie der Gesamtdrehimpuls werden im System von Massepunkten als Summen definiert. Bei einem Starrkörper werden diese physikalischen Größen durch den Grenzwert  $\infty$  der Summen definiert. Hieraus ergeben sich daher Integrale. In der Tabelle 2.2 sind die geltenden Werte einander gegenüber gestellt.<sup>58</sup>

**Tabelle 2.2** Eigenschaften von Massepunktsystemen und Körpern

	Massepunktsystem	Körper
Gesamtmasse $m$	$m = \sum_{i=1}^n m_i$	$m = \int dm$
Schwerpunkt $\mathbf{r}_s$	$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i = m \mathbf{r}_s$	$\int \mathbf{r} dm = m \mathbf{r}_s$
Gesamtimpuls $\mathbf{p}$	$\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i$	$\mathbf{p} = \int \mathbf{v} dm$
Gesamtdrehimpuls $\mathbf{L}_0$	$\mathbf{L}_0 = \sum_{i=1}^n \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i$	$\mathbf{L}_0 = \int \mathbf{r} \times \mathbf{v} dm$

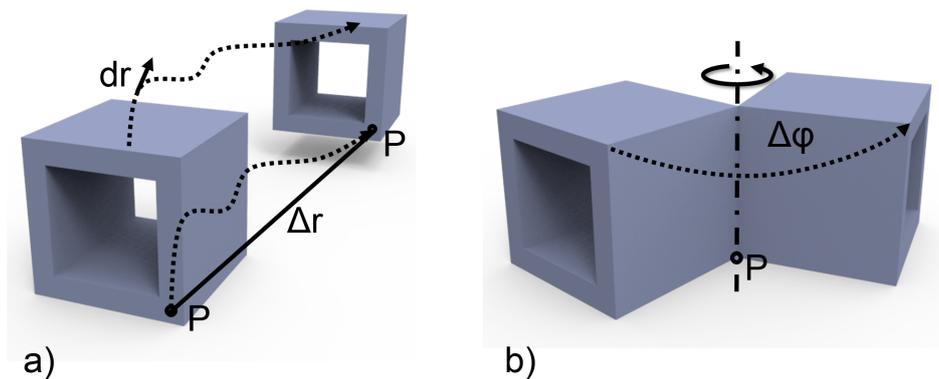
Eine technische Umsetzung eines idealen starren Körpers ist nicht möglich, in vielen

<sup>58</sup>Gross & Marx 2001 / Holzmann et al. 2010

Fällen ist diese Annahme aber eine gute Näherung an ein reales Verhalten.<sup>59</sup>

### 2.3.2 Bewegung eines starren Körpers

Die in Abschnitt 2.3 genannte Diskretisierungsmöglichkeit des starren Körpers ermöglicht eine Übertragung des dynamischen Verhaltens eines Massepunktes auf den eines starren Körpers.



**Abbildung 2.3** Bewegung starrer Körper a) Translation; b) Rotation

Jede Bewegung eines starren Körpers kann in eine translatorische und in eine rotatorische Bewegung aufgeteilt werden, wie in Abbildung 2.3 dargestellt. Wird der Körper ausschließlich parallel zu sich selbst verschoben, so handelt es sich um eine reine Translationsbewegung. Die Änderung der Position wird durch einen Verschiebungsvektor  $\Delta r$  eindeutig beschrieben, wobei der Bewegungsablauf aus einer zeitliche Aneinanderreihung von  $dr$  kleinen Verschiebungen zusammengesetzt wird. Im dreidimensionalen Raum existieren drei Verschiebungsrichtungen. Wird ein starrer Körper und somit alle Massenpunkte auf einer Kreisbahn um eine feste Drehachse mit dem Winkel  $\varphi$  gedreht, so spricht man von einer Rotation. Die Orientierung des Körpers im Raum wird um den Drehwinkel  $\Delta\varphi$  verändert. Ein Bewegungsablauf kann wie bei der Translationsbewegung über eine zeitliche Aneinanderreihung von  $d\varphi$  kleinen Drehungen beschrieben werden. Jede Bewegung eines starren Körpers um einen fixen Raumpunkt  $Q$  kann als Rotation um eine feste Drehachse, die durch den Punkt  $Q$  verläuft, dargestellt werden. Die Hinzunahme des EULER'schen<sup>60</sup> Theorems ermöglicht die Aussage, dass jede Bewegung eines starren Körpers durch die Überlagerung einer Rotation und einer Translation beschrieben werden kann.<sup>61</sup>

<sup>59</sup>Schröder et al. 2008

<sup>60</sup>Leonhard Euler, schweizer Mathematiker, (1707-1783)

<sup>61</sup>Gross & Marx 2001

### 2.3.3 Berechnung des Momentanpols

Liegt bei der Bewegung eines Körpers ein Geschwindigkeitsfeld vor, die keiner reinen Translationsbewegung entspricht, so kann zu jedem Zeitpunkt eine Achse im Raum berechnet werden, um welche er eine reine Drehbewegung durchführt. Handelt es sich um eine planare Bewegung, und die Rotation erfolgt um eine innen liegende Achse, so befinden sich die Punkte darauf im Moment in Ruhe. Aus diesem Umstand leitet sich auch der Name **Momentanpol** der aktuellen Drehachse ab. Der Momentanpol ist nicht zwingend ortsfest und kann sowohl innerhalb, als auch außerhalb des betrachteten Körpers liegen (vgl. Abbildung 2.4). Die Gleichung 2.1 beschreibt die Berechnungsvorschrift für den Momentanpol mit  $x_i = \overline{K_0 K_i}$  und  $\mu \in \mathbb{R}$ :

$$D_i = x_i + \frac{1}{|\omega_{i,0}|^2} (\omega_{i,0} \times \dot{x}_i) + \mu \omega_{i,0} \quad (2.1)$$

Für den senkrechten Abstand des Punktes  $P$  auf Körper  $K_i$  gilt zu jeder Zeit die Beziehung:

$$d_{PD} = \frac{|\mathbf{l} \times \omega_{i,0}|}{|\omega_{i,0}|} \quad (2.2)$$

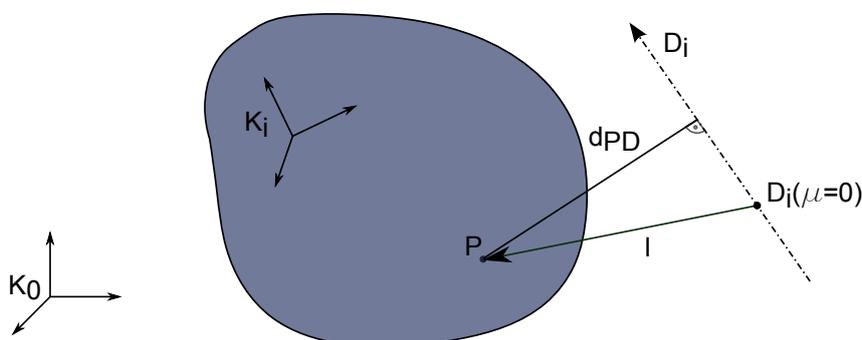


Abbildung 2.4 Momentanpol eines Körpers

In dieser Gleichung beschreibt  $l$  den Verbindungsvektor zwischen Punkt  $P$  und einem beliebigen Punkt der momentanen Drehachse. Typischerweise wird hier der Aufpunkt  $D_i(\mu = 0)$  verwendet.<sup>62</sup>

### 2.3.4 Trägheitsmoment eines starren Körpers

Das erste NEWTON'sche<sup>63</sup> Axiom wird häufig auch das Trägheitsaxiom genannt.<sup>64</sup>

<sup>62</sup>Husty et al. 1997

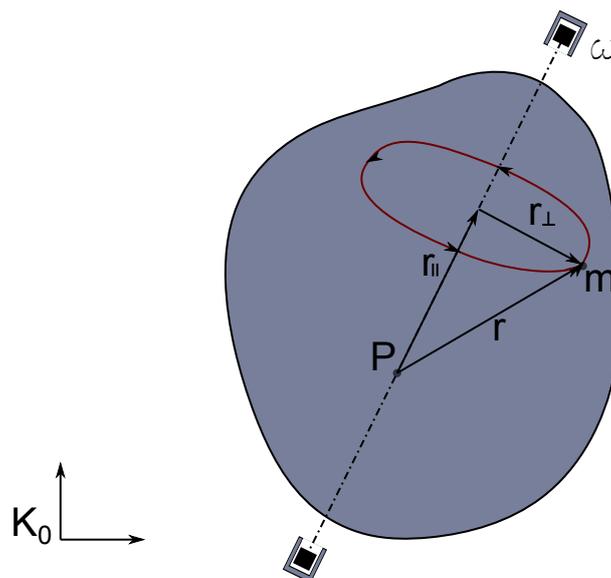
<sup>63</sup>Isaac Newton, englischer Naturforscher, Philosoph und Verwaltungsbeamter, (1642-1727)

<sup>64</sup>Gross & Marx 2001 / Petry 2012

Nach HOLZMANN<sup>65</sup> kann das NEWTON'sche Trägheitsaxiom wie folgt formuliert werden: „Jeder Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, solange er nicht durch Kräfte gezwungen wird, diesen Zustand zu ändern.“

Bei einer translatorischen und gleichförmigen Bewegung ist der Geschwindigkeitsvektor  $v$  konstant. Wird der Körper beschleunigt oder abgebremst, so ändert sich der Geschwindigkeitsvektor. Nach dem Trägheitsaxiom wird die Ursache für die Beschleunigung (das Abbremsen) als Kraft bezeichnet. Werden zwei Körper unterschiedlicher Masse miteinander verglichen, so erkennt man, dass sie durch die gleiche Kraft unterschiedlich beschleunigt werden. Diese Eigenschaft von Körpern wird auch als **träge Masse**  $m$  bezeichnet. Führt ein Körper eine Drehbewegung aus, so entspricht die Masse bei einer translatorischen Bewegung dem Trägheitsmoment. Das bedeutet, dass ebenfalls eine Kraft benötigt wird, um einen Körper in Drehung zu versetzen, beziehungsweise abzubremesen.

In Abbildung 2.5 ist ein Körper, der sich um eine im Raum fest positionierte Achse drehen kann, dargestellt.



**Abbildung 2.5** Drehimpuls eines Körpers

Wählt man einen beliebigen Punkt  $P$  auf der Drehachse, so ist dieser Punkt raumfest. Die Bewegungsgleichung lautet:

$$\mathbf{T} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} \quad (2.3)$$

Mit der Formel für den Gesamtdrehimpuls aus Tabelle 2.2 und mit dem Zusammenhang  $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$  kommt man zu:

$$\mathbf{L} = \int \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) dm = \int \mathbf{r}^2 \boldsymbol{\omega} dm \quad (2.4)$$

<sup>65</sup>Holzmann et al. 2010

Bei der Rotation eines starren Körpers haben alle Massenelemente die gleiche Winkelgeschwindigkeit. Daher kann  $\omega$  vor das Integral gezogen werden. Das Trägheitsmoment wird wie folgt definiert:

$$\mathbf{I} := \int \mathbf{r}^2 \, dm \quad (2.5)$$

Und man gelangt zum Drehimpuls:

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} \quad (2.6)$$

Wird der Drehimpuls explizit angegeben, so ist es zweckmäßig, die Koordinaten in einem körperfesten kartesischen Koordinatensystem anzugeben.

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Mit Gleichung 2.6 und Gleichung 2.7 ergibt sich der Drehimpuls zu Gleichung 2.8.

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_x \\ \mathbf{L}_y \\ \mathbf{L}_z \end{bmatrix} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} J_x\omega_x + J_{xy}\omega_y + J_{xz}\omega_z \\ J_{yx}\omega_x + J_y\omega_y + J_{yz}\omega_z \\ J_{zx}\omega_x + J_{zy}\omega_y + J_z\omega_z \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Die Trägheitsmomente berechnen sich jeweils mit:

$$\begin{aligned} J_x &= \int (y^2 + z^2) \, dm, & J_{xy} &= J_{yx} = - \int (xy) \, dm \\ J_y &= \int (z^2 + x^2) \, dm, & J_{yz} &= J_{zy} = - \int (yz) \, dm \\ J_z &= \int (x^2 + y^2) \, dm, & J_{zx} &= J_{xz} = - \int (zx) \, dm \end{aligned} \quad (2.9)$$

In Gleichung 2.10 ist der allgemeine Trägheitstensor dargestellt. Er ist symmetrisch zur Hauptdiagonalen. Auf der Hauptdiagonalen sind die Massenträgheitsmomente bezüglich der  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Achse eingetragen. Die Nebenelemente werden entweder Deviationsmomente oder Zentrifugalmomente genannt. Bei homogenen, symmetrischen Körpern sind die Symmetrieachsen Hauptachsen, und dementsprechend verschwinden hier die Deviationsmomente.

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} J_x & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{yx} & J_y & J_{yz} \\ J_{zx} & J_{zy} & J_z \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Das Trägheitsmoment ist bei einer festen Drehachse eine Konstante, die die Verteilung der Masse um die Drehachse charakterisiert. Es ist die Proportionalitätskonstante zwischen Drehimpuls und Winkelgeschwindigkeit bei der Rotationsbewegung. Bei der translatorischen Bewegung übernimmt diese Rolle die träge Masse. Im Gegensatz zur

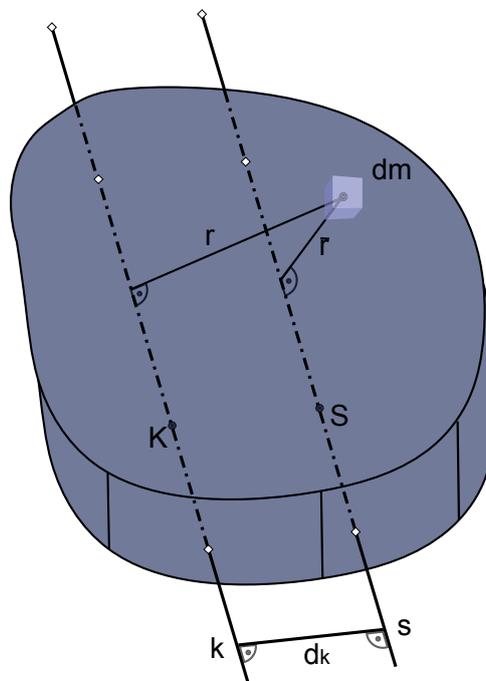
Translation, bei der die Masse konstant ist, hat ein Körper für beliebige Drehachsen auch unterschiedliche Trägheitsmomente  $I_n$ .<sup>66</sup>

### Satz von STEINER

Das Trägheitsmoment bezieht sich immer auf eine Drehachse und ändert seinen Wert, sobald die Achse eine neue Position oder Orientierung einnimmt. Um das Trägheitsmoment nicht immer neu zu berechnen, kann der Satz von STEINER<sup>67</sup> hinzugenommen werden. Er gibt die Relation zwischen dem Trägheitsmoment bezüglich einer Drehachse durch den Körperschwerpunkt und dem Trägheitsmoment bezüglich einer dazu beliebig parallelen Achse an (siehe Abbildung 2.6). Die Formel hierzu lautet:

$$I_K = I_{K,S} + m_{ges} \cdot d_K^2 \quad (2.11)$$

Mit  $I_{K,S}$  dem Trägheitsmoment im Schwerpunkt und  $d_k$  dem Abstand zwischen den zwei parallelen Achsen kann das Trägheitsmoment um eine beliebig verschobene Achse berechnet werden. Für einfache Körper wie Zylinder, Scheiben, Kugeln, etc. sind die Trägheitsmomente bezogen auf den Schwerpunkt definiert und können in der Literatur nachgeschlagen werden.<sup>68</sup>



**Abbildung 2.6** Verdeutlichung des STEINER'schen Satz

<sup>66</sup>Gross & Marx 2001

<sup>67</sup>Jakob Steiner, schweizer Mathematiker, (1796-1863)

<sup>68</sup>Schröder et al. 2008

### 2.3.5 Energie eines starren Körpers

Energie entspricht gespeicherter Arbeit. Die Energie eines starren Körpers setzt sich zusammen aus der Summe der potentiellen und der kinetischen Energie. Nach dem Energiesatz ist dieser Betrag zu jedem Zeitpunkt konstant.

$$E_{ges} = V + T \quad (2.12)$$

#### Potentielle Energie

Ein starrer Körper oder ein System hat entweder aufgrund seiner Lage in einem elektrischen, bzw. einem Gravitationsfeld oder bei einer bestimmten Konfiguration einen quantifizierbaren Energieinhalt. Bei einem flexiblen Körper wird zusätzlich potentielle Energie im Bauteil in Form von Verformungsenergie gespeichert. Bei linear-elastischem Verhalten des Körpers kann diese Energie wie für eine linear - elastische Feder mit einer Steifigkeit  $k$  bei einer Verschiebung um die Strecke  $x$  mit  $V = 0,5kx^2$  berechnet werden. Bei einer Verformung wird ein gewisser Teil der Energie in Wärme umgewandelt und dissipiert. Die potentielle Energie eines starren Körpers, auch oft im speziellen als Lageenergie eines Körpers bezeichnet, der aus  $n$  Massepunkten besteht, berechnet sich aus der Summe der Einzelenergien für jeden Massepunkt zu (Gleichung 2.13):

$$V = \sum_n m_n \mathbf{g}^\top \mathbf{h}_n \quad (2.13)$$

Mit  $m_n$  der Masse des  $n$ -ten Massepunktes,  $\mathbf{g}$  der Gravitationsfeldstärke (Gravitation auf der Erde beträgt ca.  $9,81 \frac{m}{s^2}$ ) und  $\mathbf{h}$  der Höhe über dem Boden kann die potentielle Energie  $V$  berechnet werden.

#### Kinetische Energie

Ein sich mit einer beliebigen Geschwindigkeit bewegendes Körper verfügt über einen bestimmten Betrag an kinetischer Energie. Sie entspricht der gespeicherten Arbeit, die notwendig war, um den Körper in Bewegung zu setzen, und setzt sich aus der Arbeit der translatorischen Bewegung und aus der Arbeit der rotatorischen Bewegung zusammen.

Die kinetische Energie für einen Körper, bestehend aus  $n$  Massepunkten, kann mit

Gleichung 2.14 berechnet werden.

$$T = \sum_n (T_{n,trans} + T_{n,rot}) \quad (2.14)$$

Mit der Formel für die translatorische kinetische Energie (Gleichung 2.15),

$$T_{n,trans} = \frac{1}{2} m_n \mathbf{v}_n^\top \mathbf{v}_n \quad (2.15)$$

und mit der für die rotatorische kinetische Energie (Gleichung 2.16),

$$T_{n,rot} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{K,O}^\top \mathbf{I}_n \boldsymbol{\omega}_{K,O} \quad (2.16)$$

ergibt sich die gesamte kinetische Energie zu (Gleichung 2.17):

$$T = \frac{1}{2} \sum_n (m_n \mathbf{v}_n^\top \mathbf{v}_n + \boldsymbol{\omega}_{K,O}^\top \mathbf{I}_n \boldsymbol{\omega}_{K,O}) \quad (2.17)$$

Mit  $m_n$  der Masse des  $n$ -ten Massepunktes,  $\mathbf{v}_n$  der translatorischen Geschwindigkeit des Massepunktes,  $\boldsymbol{\omega}_{K,O}^\top$  der rotatorischen Geschwindigkeit und  $\mathbf{I}_n$  dem Trägheitstensor kann die kinetische Energie eines Körpers berechnet werden.<sup>69</sup>

## 2.4 Mehrkörpersimulation

Die MKS ist ein Teilgebiet der technischen Mechanik. Sie beschäftigt sich mit der Simulation des Bewegungsverhaltens von mechanischen Systemen. Als ein System werden in diesem Zusammenhang mehrere gelenkig miteinander verbundene Körper verstanden, die in Wechselwirkung zueinander stehen.

Es wird zwischen zwei Grundproblemen unterschieden: das ist zum einen die Kinematik vom griechischen *kinema* zu deutsch „Bewegung“, bei der die geometrischen Abläufe der Bewegung einschließlich abgeleiteter Größen, wie Geschwindigkeit und Beschleunigung untersucht werden, und zum anderen die Kraft (aus dem griechischen *dýnamis*), bei der die Zusammenhänge zwischen Kräften und Bewegungen erfasst werden. Typische Beispiele, bei der die MKS angewendet wird, sind Getriebe von Windkraftanlagen, Flugzeugfahrwerke, Automobilfahrwerke, Produktionsanlagen und Roboter.

Mehrkörpersysteme bestehen aus einer endlichen Anzahl  $N$  von massebehafteten Körpern. Diese werden durch weitere Elemente (z.B. Gelenke) miteinander an diskreten Punkten der Körper verbunden. Die Verbindungselemente können Kräfte und

<sup>69</sup>Gross et al. 2004

Momente zwischen den einzelnen Körpern übertragen. Darüber hinaus können auf die Körper äußere Kräfte und Momente wirken. Das Ziel der MKS ist, die Zeitentwicklung eines Systems zu verstehen. Hierbei stellt sich die Frage, wie sich das System verhält und wie sich die Körper bewegen. Auch ist die Frage nach den Lastkollektiven und Beschleunigungen von großer Bedeutung bei einer MKS. Es kann auch untersucht werden, ob das System geregelt werden muss oder ob die richtige Regelung gewählt wurde. Das primäre Interesse besteht am Verhalten eines Systems oder an Körpern in einem System-Zusammenhang.<sup>70</sup>

### 2.4.1 Historie der Mehrkörpersimulation

Die mathematischen Grundlagen zur Berechnung von Mehrkörpersystemen haben D'ALEMBERT<sup>71</sup>, EULER, HAMILTON<sup>72</sup>, LAGRANGE<sup>73</sup> und NEWTON geschaffen. Mit zunehmender Entwicklung der Computertechnik wurde es möglich, dynamische Modelle mit mehreren Körpern zu berechnen. Die ersten Computerprogramme wurden in den 70er Jahren des 20. Jahrhunderts entwickelt. Diese konnten Mehrkörpersysteme mit starren Körpern berechnen. Um Details eines Systems genauer abzubilden, wird das Verfahren daher oft mit anderen Simulationsverfahren kombiniert. Die häufigste Kopplung findet mit der FEA statt. Hierbei wird ein Körper, dessen Flexibilität nicht zu vernachlässigen ist, in einer Finite Element (FE) Repräsentationsform in die MKS integriert. Allerdings ist eine „modale Reduktion“ notwendig, um die benötigten Rechenressourcen in einem annehmbaren Bereich zu belassen.<sup>74</sup>

### 2.4.2 Starre Mehrkörpersysteme

Starre Mehrkörpersysteme bestehen aus einer endlichen Anzahl massebehafteter starrer Körper. Die Körper stehen zueinander in Wechselwirkung und können Kräfte untereinander übertragen. Es wird hierbei zwischen passiven mechanischen oder elektromechanischen bzw. aktiven Elementen (z.B. Antriebe) bei der Verbindung der Körper unterschieden. Auf die Körper können äußere Kräfte und Drehmomente wirken, die bei der MKS berücksichtigt werden. Die Beschreibung und Simulation von Mehrkörpersystemen wird in Heimann et al. 2007, Schiehlen 2006 und Shabana 2010 ausführlich erklärt.

---

<sup>70</sup>Kuypers 2002 / Schiehlen & Eberhard 2012

<sup>71</sup>Jean-Baptiste le Rond d'Alembert, französischer Mathematiker, Physiker und Philosoph, (1717-1783)

<sup>72</sup>Sir William Rowan Hamilton, irischer Mathematiker und Physiker, (1805-1865)

<sup>73</sup>Joseph-Louis de Lagrange, italienischer Mathematiker und Astronom, (1736-1813)

<sup>74</sup>Rill & Schaeffer 2010

## Kinematik starrer Mehrkörpersysteme

Zur Beschreibung der Lage eines starren Körpers im Raum ist die Position und Orientierung eines körperfesten Bezugssystems  $KS_i$  zu einem raumfesten Inertialsystem  $KS_0$  ausreichend. Die Position eines beliebigen Punktes auf dem Körper kann mit dem Ortsvektor  $r_p$  beschrieben werden. Er wird aus der Summe des Verbindungsvektors zwischen den beiden Koordinatensystemen (inertial- und körperfesten Koordinatensystem) und dem Relativvektor berechnet. Mit der Transformationsmatrix  $R^{i0}$  (vom lokalen körperfesten Koordinatensystem ins Inertialsystem) ergibt sich die Gleichung 2.18:

$$r_p = x_i + R^{i0} \cdot s_{i,P} \quad (2.18)$$

Bei einer reinen Translation wird die Transformationsmatrix  $R^{i0}$  zur Einheitsmatrix  $I$ . Die Transformationsmatrix ist aufgrund der Orthogonalität des kartesischen Koordinatensystems ebenfalls orthogonal, d.h. die Transponierte entspricht der Inversen. Bei einer reinen Rotation wird  $x_i = 0$ , bei einer reinen Translation entspricht  $R^{i0}$  der Einheitsmatrix  $I$ . Die Parameter der Transformationsmatrix können über unterschiedliche Verfahren bestimmt werden. Bei typischen MKS-Programmen wird die Drehung im Raum mit den EULER-Parametern beschrieben. Die Drehung des Körpers kann mit den drei EULER-Winkel  $\Psi$ ,  $\Theta$  und  $\Phi$  (Gleichung 2.19) durchgeführt werden.

$$R_\Psi = \begin{bmatrix} \cos(\Psi) & -\sin(\Psi) & 0 \\ \sin(\Psi) & \cos(\Psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_\Theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Theta) & -\sin(\Theta) \\ 0 & \sin(\Theta) & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$R_\Phi = \begin{bmatrix} \cos(\Phi) & -\sin(\Phi) & 0 \\ \sin(\Phi) & \cos(\Phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Die Verdrehung des Körperfesten-Koordinatensystems wird durch drei aufeinander folgende Drehungen beschrieben. Die Drehreihenfolge ist aufgrund der Nichtkommutativität der Matrixmultiplikation von entscheidender Bedeutung. Hieraus ergibt sich die Rotationsmatrix der Form (Gleichung 2.20):

$$R^{i0} = R_\Psi R_\Theta R_\Phi = \begin{bmatrix} \cos(\Psi)\cos(\Phi) - \sin(\Psi)\cos(\Theta)\sin(\Phi) & -\cos(\Psi)\sin(\Phi) - \sin(\Psi)\cos(\Theta)\cos(\Phi) & \sin(\Psi)\sin(\Theta) \\ \sin(\Psi)\cos(\Phi) + \cos(\Psi)\cos(\Theta)\sin(\Phi) & -\sin(\Psi)\sin(\Phi) + \cos(\Psi)\cos(\Theta)\cos(\Phi) & -\cos(\Psi)\sin(\Theta) \\ \sin(\Theta)\sin(\Phi) & \sin(\Theta)\cos(\Phi) & \cos(\Theta) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Es wird zunächst um die 3-Achse mit dem Winkel  $\Psi$  gedreht. Danach wird um die 1-Achse mit dem Winkel  $\Theta$  und anschließend um die 2-Achse mit dem Winkel  $\Phi$  ge-

dreht. Es kann bei bestimmten Orientierungen der drei EULER-Winkeln zueinander zu Singularitäten der Drehmatrix kommen. Um das auszuschließen, verwenden die meisten MKS-Programme wie z.B. MSC.Adams<sup>75</sup> die in Gleichung 2.21 dargestellten EULER-Parameter.

$$\begin{aligned} q_0 &= \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right)\cos\left(\frac{\psi + \varphi}{2}\right), & q_1 &= \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right)\cos\left(\frac{\psi - \varphi}{2}\right), \\ q_2 &= \sin\left(\frac{\vartheta}{2}\right)\cos\left(\frac{\psi - \varphi}{2}\right), & q_3 &= \cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right)\cos\left(\frac{\psi + \varphi}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Mit Hilfe der EULER-Parameter lässt sich die Transformationsmatrix zu:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 2(q_0^2 + q_1^2) - 1 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1 + q_2) - q_0q_3 & 2(q_0^2 + q_2^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1 + q_3) + q_0q_2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & 2(q_1^2q_3^2) - 1 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

angeben.<sup>76</sup>

Zur Beschreibung eines Systems wird in der MKS, wie zuvor erwähnt, ein Satz unabhängiger Koordinaten benötigt. Die Ortskoordinaten  $R^{i0}$  und die EULER-Parameter werden hierzu in einem Vektor  $q_i$  zusammengefasst. Der Koordinatensatz für das gesamte Mehrkörpersystem wird häufig auch generalisierte Koordinaten genannt.

Die Geschwindigkeit eines Punktes  $P$  auf einem starren Körper bezüglich eines Inertialsystems kann durch die zeitliche Differentiation der Grundgleichung (Gleichung 2.23) zu:

$$\dot{\mathbf{r}}_p = \frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \dot{\mathbf{x}}_i + \dot{\mathbf{R}}^{i0} \cdot \mathbf{s}_{i,P} (+ \mathbf{R}^{i0} \cdot \dot{\mathbf{s}}_{i,P}) \quad (2.23)$$

berechnet werden. Wobei  $\mathbf{R}^{i0} \cdot \dot{\mathbf{s}}_{i,P}$  die Relativgeschwindigkeit des Punktes  $P$  im körperfesten-Koordinatensystem beschreibt, die bei Starrkörpern zu Null wird.

Die Beschleunigung des Punktes  $P$  auf dem Starrkörper bezüglich des Inertialsystems lässt sich wiederum durch eine weitere zeitliche Differentiation der Gleichung 2.23 berechnen. Die Gleichung der Beschleunigung lautet:

$$\ddot{\mathbf{r}}_p = \frac{d^2\mathbf{r}_p}{dt^2} = \ddot{\mathbf{x}}_i + \ddot{\mathbf{R}}^{i0} \cdot \mathbf{s}_{i,P} (+ \mathbf{R}^{i0} \cdot \dot{\mathbf{s}}_{i,P}) \quad (2.24)$$

Gelenke, die mehrere Körper des Mehrkörpersystems miteinander verbinden, üben Zwangskräfte auf die Einzelkörper aus und reduzieren die Freiheitsgrade und dabei die Bewegungen der Körper zueinander. Es wird zwischen holonomen und nicht-holonomen Zwangsbedingungen unterschieden. Die holonomen Bedingungen hängen von den

<sup>75</sup>MSC.Software 2012a

<sup>76</sup>Rill & Schaeffer 2010

generalisierten Koordinaten und explizit von der Zeit ab (siehe Gleichung 2.25).

$$\Psi(\mathbf{q}, t) = 0 \quad (2.25)$$

Die nicht-holonomen Zwangsbedingungen hängen zusätzlich von der Ableitung der generalisierten Koordinaten und daher von der Geschwindigkeiten ab (siehe Gleichung 2.26).

$$\Psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = 0 \quad (2.26)$$

### Dynamik starrer Mehrkörpersysteme

Im Gegensatz zu kinematischen Systemen ohne Freiheitsgrad (z.B. ein angetriebenes Viergelenk) besitzt ein dynamisches System (z.B. ein Feder-Masse-Pendel) mindestens einen Freiheitsgrad. Um die Zeitentwicklung eines dynamischen Systems zu bestimmen, müssen die für die Bewegungen der Körper verantwortlichen Kräfte, Beschleunigungen und die Masse berücksichtigt werden. Aus diesem Grund müssen die physikalischen Bewegungsgesetze mit einbezogen werden. Die NEWTON - EULER'schen- Bewegungsgesetze ermöglichen dies zum Beispiel. Sie können mit Hilfe der sogenannten generalisierten Kräfte formuliert werden. Analog zur Formulierung auf Basis von generalisierten Koordinaten werden translatorische und rotatorische Komponenten zusammengefasst, wobei der Index  $R$  für Kraft und der Index  $\Theta$  für Moment steht:

$$\mathbf{Q}_R^i = m^i \cdot \ddot{\mathbf{R}}^i \quad \text{2. NEWTON'sche Gesetz} \quad (2.27)$$

$$\mathbf{Q}_\Theta^i = \mathbf{I}^i \cdot \ddot{\Theta}^i \quad \text{EULER - Gleichung} \quad (2.28)$$

Die Gleichung 2.27 und 2.28 beschreiben die Dynamik eines bewegten und starren Körpers unter der Annahme, dass alle Kräfte im Schwerpunkt angreifen und die Rotationsachse durch diesen verläuft. Ist dies nicht der Fall, so entsteht eine Kopplung zwischen der Translation und der Rotation. Aus diesen Gleichungen kann ein Differentialgleichungssystem 2. Ordnung aufgestellt werden, das mit Hilfe der generalisierten Koordinaten und der Massenmatrix folgendermaßen formuliert wird:

$$\mathbf{M}^i \ddot{\mathbf{q}}^{iT} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_R^i \\ \mathbf{Q}_\Theta^i \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Die Massenmatrix  $\mathbf{M}^i$  beschränkt sich auf die Werte der Hauptdiagonale, wenn das körperfeste Koordinatensystem nicht in einem beliebigen Punkt, sondern im Schwerpunkt des Körpers gelegt wird und die Koordinatenachsen in Richtung der Trägheitshauptachsen ausgerichtet sind. Die Deviationsmomente aus der Kopplung zwischen Rotation

und Translation werden so zu null und die Massenmatrix zu einer Diagonalmatrix (Gleichung 2.30). Es handelt sich um eine reine Translation und eine reine Rotation um den Schwerpunkt ohne Kopplung der Trägheitswirkung. Für den dreidimensionalen Fall kann die Matrix in folgender Form notiert werden:

$$\mathbf{M}^i = \begin{bmatrix} m^i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m^i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m^i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I}^i \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Hierbei ist  $m_i$  die Gesamtmasse des Körpers  $i$ . Die Hauptträgheitsmomente  $\mathbf{I}^i$  des Körpers  $i$  entsprechen auch einer Diagonalmatrix:

$$\mathbf{I}^i = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Es existieren mehrere methodische Verfahren zur Herleitung der Bewegungsgleichungen für starre Körper mit kinematischen Bindungen. Hierzu zählt das Prinzip des kleinsten Zwanges von GAUSS<sup>77</sup>, ein allgemeines Extremalprinzip von HAMILTON sowie die Methoden von D'ALEMBERT und LAGRANGE. Beim Prinzip nach D'ALEMBERT und bei den LAGRANGE'schen Gleichungen 2. Art handelt es sich um gewöhnliche Differentialgleichungen (ODE) für einen minimalen Satz von generalisierten Koordinaten, weil die Zwangskräfte und -momente automatisch eliminiert werden. Deshalb werden auch diese Methoden in kommerziellen MKS-Programmen verwendet. Bei der MKS mit der in dieser Arbeit verwendeten Software MSC.Adams werden die LAGRANGE'schen Gleichungen 1. Art verwendet.<sup>78</sup>

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T(y, \dot{y})}{\partial \dot{y}} \right)^\top - \left( \frac{\partial T(y, \dot{y})}{\partial y} \right)^\top = Q \quad (2.32)$$

Durch die Einführung der LAGRANGE-Funktion  $L$ , die der Differenz der kinetischen und der potenziellen Energien aller Körper im System entspricht, kann die Gleichung 2.32 noch etwas kompakter geschrieben werden.<sup>79</sup>

$$L = T - V \quad (2.33)$$

<sup>77</sup>Johann Carl Friedrich Gauß, deutscher Mathematiker, Astronom, Geodät und Physiker, (1777-1855)

<sup>78</sup>MSC.Software 2012a

<sup>79</sup>Rill & Schaeffer 2010

### 2.4.3 Elastische Mehrkörpersysteme

Der Leichtbau, besonders in der Luft- und Raumfahrttechnik, erfordert das genaue Dimensionieren von sicherheitsrelevanten Bauteilen. Hierzu müssen neben den statischen Lastfällen für eine statische FEA auch die Lastfälle aufgrund der Dynamik berücksichtigt werden. Auch bei Systemen mit hoher Dynamik und einer großen Anforderung an die Präzision, wie zum Beispiel bei Druckmaschinen oder Industrierobotern müssen die Belastungen aufgrund der Dynamik bei der Dimensionierung berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit, die elastischen Eigenschaften von realen Bauteilen in einem starren Mehrkörpersystem zu berücksichtigen, ist die Zerlegung elastischer Bauteile in mehrere Gelenke und Feder-Dämpfer-Elemente, die mit starren Körpern verbunden sind. Solche Systeme werden häufig als „lumped mass systems“ bezeichnet.<sup>80</sup>

Ein sehr verbreitetes Verfahren zur Berechnung elastischer Strukturen stellt die FEA (siehe Abschnitt 2.5) dar, wobei abhängig vom Detaillierungsgrad und dem konkreten Körper bei der Modellierung in der Regel mehrere zehner- oder auch hunderttausend Freiheitsgrade entstehen. Im Gegensatz dazu finden bei der Berechnung mit MKS-Programmen je nach Modellgröße weniger als fünfzehn Freiheitsgrade Anwendung. Die direkte Einbindung von elastischen Körpern einer konventionellen FE-Repräsentation ist nicht empfehlenswert, weil bei dynamischen Bewegungen zu jedem Zeitschritt der MKS die Gleichungen der FEA mit den zehner- oder auch hunderttausend Freiheitsgrade gelöst werden müssen. Das führt zu einer sehr hohen Anzahl an Rechenoperationen, die bei heutigen Rechnerarchitekturen nicht in einer sinnvollen Rechenzeit bewältigt werden können. Zur Reduktion des Rechenaufwands existieren unterschiedliche Ansätze, wie zum Beispiel die GUYAN<sup>81</sup>-Reduktion<sup>82</sup> oder der weitaus verbreitetere CRAIG<sup>83</sup>-BAMPTON<sup>84</sup>-Ansatz.<sup>85</sup>

Die Modellierung, die mathematische Beschreibung und die numerische Berechnung nicht-linearer Körperbewegungen mit großen elastischen Deformationen erfordert einen hohen Aufwand. Während der MKS müssen zu jedem Zeitschritt die Gleichungen aus der Kontinuumsmechanik gelöst werden.

---

<sup>80</sup>Rill & Schaeffer 2010

<sup>81</sup>Robert J. Guyan, US-amerikanischer Wissenschaftler

<sup>82</sup>Guyan 1965

<sup>83</sup>Roy R. Craig Jr., US-amerikanischer Ingenieur, (1934-)

<sup>84</sup>Mervyn Cc. Bampton, US-amerikanischer Ingenieur, (1928-)

<sup>85</sup>Shabana 2010

## Kinematik elastischer Mehrkörpersysteme

Zur Beschreibung der Lage eines elastischen Körpers im Raum ist die Position und Orientierung eines körperfesten Bezugssystems  $KS_i$  zu einem raumfesten Inertialsystem  $KS_0$  nicht mehr ausreichend. Der Positionsvektor eines beliebigen Punkts auf dem Körper muss um den Anteil der Verformung erweitert werden. Der Ortsvektor  $r_p$  ergibt sich daher aus der Summe des Verbindungsvektors zwischen den beiden Koordinatensystemen (Inertial- und Körperfesten-Koordinatensystem), dem Relativvektor  $s_{i,P}$  als Verbindungsvektor zu einem beliebigen Punkt  $P$  auf dem Körper sowie dem Verformungsvektor des Positionsvektors  $u_{i,P}$  im körperfesten Koordinatensystem. Mit der Transformationsmatrix  $R^{i0}$  (vom lokalen Körperfesten-Koordinatensystem ins Inertialsystem) ergibt sich die Gleichung 2.34:

$$r_p = x_i + R^{i0} \cdot (s_{i,P} + u_{i,P}) \quad (2.34)$$

Der Verformungsvektor  $u_{i,P}$  beschreibt die Änderung der Lage des Punktes  $P$  nach der Deformation aufgrund des elastischen Werkstoffverhaltens. Die generalisierten Koordinaten werden um den Verformungsvektor erweitert.

## Elastische Körper mit der Finiten Element Beschreibung

Der Verformungsvektor  $u_{i,P}$  kann mithilfe der FEA bestimmt werden. Ein Körper wird bei der Finite Element Methode (FEM) in eine diskrete Anzahl an Elementen mit einer diskreten Anzahl an Knoten zerlegt. Jedem Elementknoten wird eine Masse  $m_n$  zugewiesen, und eine Steifigkeitsmatrix wird aufgebaut, die die Eigenschaften der Knoten zueinander beschreibt. Die Matrix bildet die Verformung eines Körpers auf Knotenebene bei kleinen Verformungen ab. Somit beschreibt der Vektor  $u_{i,P}$  die Knotenverschiebungen aufgrund einer elastischen Deformation. Der Verformungsvektor eines Knotens  $n$  kann wie in Gleichung 2.35 dargestellt werden:

$$u_n = K_n^{-1} \cdot F_n \quad (2.35)$$

$K_n$  entspricht der der Steifigkeitsmatrix des Bauteils. Die Gleichung 2.35 entspricht einem Teil der Gleichung für eine lineare statische FEA. Wird dieser Ansatz in die MKS integriert, so entsteht ein numerisch sehr ineffizientes Simulationsmodell aufgrund der hohen Anzahl an Freiheitsgraden. Weil heute FE-Simulationen häufig über eine Million Freiheitsgrade besitzen, muss eine Methode zur Reduktion dieser verwendet werden. Hierzu bietet sich die modale Superposition und das CRAIG-BAMPTON-Verfahren an.<sup>86</sup>

<sup>86</sup>Häußler et al. 2001 / MSC.Software 2012b

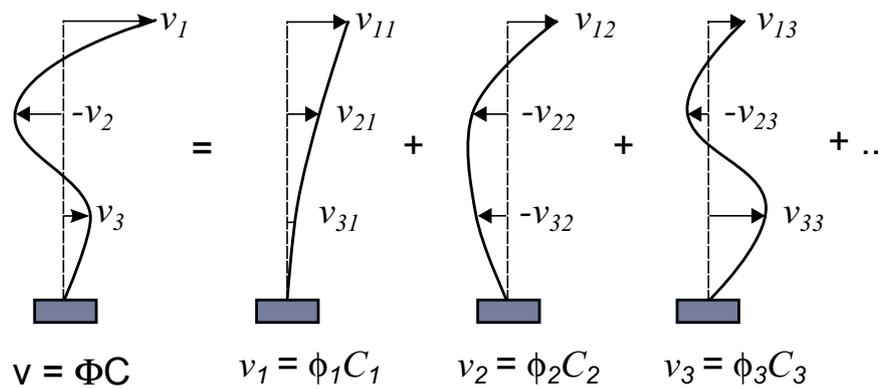


Abbildung 2.7 Modale Superposition

### Modale Superposition und Synthese der Modalmatrix nach CRAIG-BAMPTON

Die Beschreibung eines flexiblen Körpers in einer MKS in einer konventionellen FE Repräsentation ist, wie oben erläutert, nicht praktikabel. Das Simulationsmodell ist aufgrund der hohen Anzahl an Freiheitsgraden und den vielen Zeitschritten nicht in einer vertretbaren Rechenzeit bewältigbar. Daher müssen die Freiheitsgrade des flexiblen Körpers reduziert werden, um so eine Reduktion der zu lösenden Gleichungen zu erreichen. Eine Möglichkeit hierzu ist die modale Superposition. Bei kleinen Deformationen ist es zulässig, die Verformungen  $D(t)$  durch eine beschränkte Anzahl gewichteter Eigenvektoren  $\phi_i$  zu beschreiben. Das heißt, dass die Verformung zu jedem Zeitpunkt der Simulation mit Gleichung 2.36 beschrieben werden kann. Die Knotenverformungen  $u_n$  sind somit ebenfalls enthalten (siehe Abbildung 2.7).

$$D(t) = \sum_{i=1}^{n_m} \phi_i c_i(t) \quad (2.36)$$

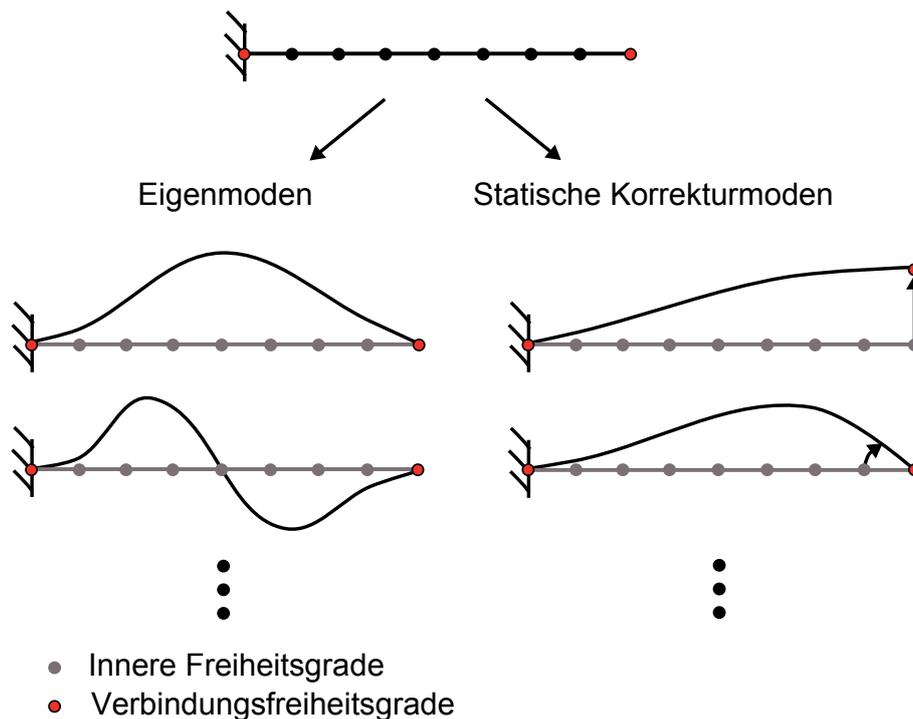
Die Formvektoren können mithilfe einer FEA bestimmt werden. Sie enthalten für jeden Knoten des FE-Netzes Informationen über die Deformation. Der entscheidende Punkt hierbei ist, dass die Formvektoren zeitinvariant und somit der Vektor konstant ist. Die Varianz aufgrund der zeitlichen Änderung wird im Gewichtungsfaktor  $c_i$  berücksichtigt, und dieser ist somit der einzige Freiheitsgrad, um den flexiblen Körper zu beschreiben. Die Anzahl an verwendeten Formvektoren  $n_m$  ist begrenzt, wodurch natürlich auch die Ergebnisgüte und -genauigkeit eingeschränkt ist. Das heißt, dass die Genauigkeit des Modells sehr stark von der Wahl der Formvektoren abhängt.<sup>87</sup> Der von CRAIG und BAMPTON vorgeschlagene Ansatz<sup>88</sup>, bei dem anstatt der Eigenvektoren statische Korrekturmoden und Eigenmoden bei fixiertem Rand Verwendung finden, ermöglicht eine hinreichend genau Abbildung der Deformation. Dieser erweiterte Ansatz wird als

<sup>87</sup>Schwertassek et al. 1999

<sup>88</sup>Bampton & Craig JR. 1968

Component Mode Synthesis (CMS) oder auch als gemischt statisch-modale Reduktion bezeichnet. Er wird in unterschiedlichen MKS-Programmen, u.a. auch in MSC.Adams, verwendet.<sup>89</sup>

Von CRAIG und BAMPTON werden zwei Grundtypen von Formvektoren vorgeschlagen. Das sind zum einen die statischen Korrekturmodes und zum anderen die Formvektoren des flexiblen Körpers. Die statischen Korrekturmodes  $\phi_i^c$  werden durch das Aufbringen von sechs verschiedenen Einzelverschiebungen erzeugt. Hierzu wird an den Stellen, an denen der flexible Körper mit anderen Körpern im Mehrkörpersystem verbunden wird, fest eingespannt und wahlweise in einem Knoten mit einer Kraft oder einem Drehmoment beaufschlagt. Es herrscht eine Übereinstimmung der Verschiebungen und der modalen Koordinaten der Einspannungsvektoren in den entsprechenden Randfreiheitsgraden. Diese Korrekturen sind sehr wichtig, weil somit das flexible Verhalten im Gesamtsystem besser berücksichtigt werden kann. Die Formvektoren des flexiblen Körpers werden, wie oben beschrieben, in einer FEA bestimmt, worauf hier aber nicht weiter eingegangen wird.



**Abbildung 2.8** Prinzip der Component Mode Synthesis (CMS)

In Abbildung 2.8 sind für einen Biegebalken zwei Eigenmoden und zwei statische Korrekturmodes dargestellt. Der Balken ist auf der linken Seite fest eingespannt und hat an seinen Enden den Knoten für das nächste Gelenk. Im linken Teil von Abbildung 2.8 wird der erste und der dritte Eigenmode bei fester Einspannung dargestellt, die durch

<sup>89</sup>Meirovitch 1998

das Lösen des Eigenwertproblems berechnet werden können. Im rechten Bereich von Abbildung 2.8 ist der statische Korrekturmode für eine Einheitsverschiebung, im unteren Bereich der Abbildung für eine Einheitsverdrehung dargestellt.<sup>90</sup>

## 2.5 Finite Element Methode

Die theoretischen Grundlagen von RAYLEIGHT<sup>91</sup>, RITZ<sup>92</sup> und GALERKIN<sup>93</sup> für die FEM vom Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts wurden Mitte des letzten Jahrhunderts für den praktischen Einsatz weiterentwickelt und haben gerade durch die starke Zunahme an Rechenleistung und die kontinuierliche Verkürzung der Entwicklungszeit an Bedeutung gewonnen. Sie ist ein numerisches Näherungsverfahren zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen, mit dem unterschiedlichste physikalisch/mathematisch beschreibbare Phänomene berechnet werden können. Dabei wird das Bauteil in eine endliche Anzahl Elemente aufgeteilt, wobei hier vom Vernetzen, Diskretisieren oder Meshing gesprochen wird. Die FEM wird häufig für Berechnungen der Statik (z.B. Verformungen und Spannungen), der Dynamik (z.B. Eigenfrequenzen und Eigenformen), der Strömungsmechanik (z.B. Geschwindigkeit und Druck), der Akustik (z.B. NVH und Schallverteilung) und vieles mehr verwendet. Der Einsatz der FEM in der Produktentwicklung ermöglicht die Verkürzung der Produktentwicklungszeit, eine Senkung der Entwicklungskosten, die Einsparung von Werkstoffen, das frühzeitige Erkennen von Schwachstellen, eine Optimierung der Gestalt, die Reduktion der Anzahl an Prototypen und eine Qualitätssteigerung der Konstruktion. Daher ist die FEM in den letzten Jahren zu einem Standardwerkzeug für Ingenieure geworden.<sup>94</sup>

In der Abbildung 2.9 ist das Ergebnis einer FEA dargestellt; in der Abbildung sind die FE erkennbar. Es kann grundsätzlich zwischen 2-D Schalen- und 3-D Volumen-Elementen unterschiedlichster Form und Ansatzfunktion unterschieden werden. Bei den 2D-Elementen werden hauptsächlich Dreiecks- (Tri) und Vierecks-Elemente (Quad) mit quadratischem oder linearem Elementansatz verwendet. Bei Volumenelementen werden meistens Tetraeder- und Hexaeder-Elemente, ebenfalls mit quadratischem oder linearem Elementansatz, verwendet. Wie am Beispiel des Klimageräts sichtbar, ist eine Mischung der Elemente problemlos möglich.<sup>95</sup> Die Farben der Elemente in Abbildung 2.9

<sup>90</sup>Albers et al. 2002 / Häußler et al. 2001 / Ottarson et al. 1998 / Woschke et al. 2007

<sup>91</sup>John William Strutt, 3. Baron Rayleigh, englischer Physiker, (1842-1919)

<sup>92</sup>Walter Ritz, schweizer Mathematiker und Physiker, (1878-1909)

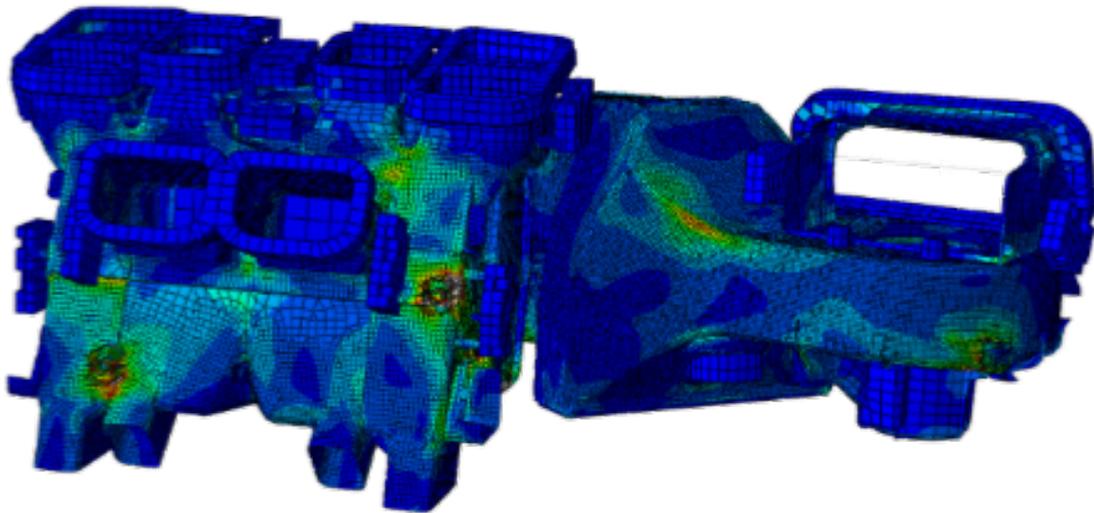
<sup>93</sup>Boris Grigorjewitsch Galjorkin, sowjetischer Ingenieur und Mathematiker, (1871-1945)

<sup>94</sup>Brand 2013

<sup>95</sup>Gemeinsames Projekt mit der Fa. Behr / Ergebnisse wurden auf der Internationalen Automobilausstellung in Frankfurt (IAA) 2013 vorgestellt

entsprechen in diesem Fall unterschiedlichen Beträgen einer Vergleichsspannung (nach der Gestaltänderungshypothese) bei einem Beschleunigungslastfall.

In der vorliegenden Arbeit sind hauptsächlich die Verformungen und Spannungen von größerem Interesse. Diese gehören zum Bereich der statischen FE-Berechnung und werden ausführlich in BATHE 2002, KLEIN 2012 und RIEG & HACKENSCHMIDT 2000 beschrieben. Die Dynamik im Kontext der FEA wird in der vorliegenden Arbeit nur als Repräsentationsform von flexiblen Körpern bei der MKS, wie im Unterabschnitt 2.4.3 beschrieben, benötigt. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen und hierfür auf die Literatur von BATHE 2002 verwiesen.



**Abbildung 2.9** Ergebnis einer Finiten Element Analyse am Beispiel eines Leichtbau-  
klimageräts

## 2.6 Optimierung

Unter einem Optimum versteht man das am besten erreichbare Resultat im Sinne eines Kompromisses zwischen unterschiedlichen Parametern oder Eigenschaften, die durchaus gegenläufig sein können, unter dem Aspekt eines Gesamtziels oder einer Gesamtanwendung. Es darf nicht mit dem *Ideal* verwechselt werden, womit das beste Denkbare, das heißt, das globale Maximum (oder Minimum) bezeichnet wird. Die Suche nach dem Optimum unter gegebenen Voraus- und Zielsetzungen nennt man Optimierung.

## 2.6.1 Historie der Strukturoptimierung

Die Optimierung ist eine relativ junge Disziplin innerhalb der Mathematik. Es wurden erstmals Ansätze zur Bestimmung von Maxima und Minima<sup>96</sup> im Jahre 1629 von FERMAT<sup>97</sup> veröffentlicht. Die von ihm vorgestellte Methode wurde später in der von LEIBNITZ<sup>98</sup> und NEWTON geschaffenen Differentialrechnung aufgegriffen. Die Arbeit zur Herleitung eines optimalen Stabtragwerks<sup>99</sup> von MICHELL<sup>100</sup>, die er Anfang des zwanzigsten Jahrhunderts veröffentlichte, wird als eine der ersten Arbeiten zur Topologieoptimierung gesehen.<sup>101</sup> Seine Arbeit basiert auf den Sätzen zur Auslastung von Stabtragwerken von MAXWELL<sup>102</sup>. Mit der Entwicklung der digitalen Rechnertechnik in den 50er und 60er Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts hat sich die FEM verbreitet. So kam es zu einer starken Weiterentwicklung der Strukturoptimierung auf Basis einer FEA. Die ersten numerischen Programme wurden für die Baustatik entwickelt, bei der die Stabquerschnittsflächen optimiert wurden.

Durch die Parametrisierung der Querschnittsabmessungen von Balkenelementen wurde die Strukturoptimierung zur so genannten Parameteroptimierung weiterentwickelt. Diese Parameter lassen sich in einem FEA-Programm sehr einfach und ohne Veränderung des eigentlichen Modells variieren. Die Topologieoptimierung wurde seit dem Ansatz von MICHELL erst ca. 70 Jahre später (1972) durch ROZVÁNYI<sup>103</sup> weiterentwickelt<sup>104</sup>. Im Jahr 1976/1977 veröffentlichten PRAGER und ROZVANY die erste grundlegende Theorie der Topologieoptimierung.<sup>105</sup> Mit der Arbeit von BENDSØE<sup>106</sup> und KIKUCHI<sup>107</sup> von 1988 wurde der Grundstein für die numerische Topologieoptimierung gelegt.<sup>108</sup> Seit dieser Veröffentlichung wurde die Topologieoptimierung kontinuierlich weiterentwickelt und verbessert. Viele dieser Optimierungsmethoden sind heute in kommerziellen Programmen verfügbar und werden bei der Produktentwicklung durch den Ingenieur zur Gestaltfindung eingesetzt.<sup>109</sup>

---

<sup>96</sup>Fermat 1934

<sup>97</sup>Pierre de Fermat, französischer Mathematiker und Jurist, (1601-1665)

<sup>98</sup>Gottfried Wilhelm Leibniz, u.a. deutscher Philosoph, Mathematiker und Physiker, (1646-1716)

<sup>99</sup>Michell 1904

<sup>100</sup>Anthony George Maldon Michell, englischer Ingenieur, (1870-1959)

<sup>101</sup>Kober 2011

<sup>102</sup>James Clerk Maxwell, schottischer Physiker, (1831-1879)

<sup>103</sup>György Rozványi, ungarischer Ingenieur, (1930)

<sup>104</sup>Rozványi 2008

<sup>105</sup>Rozványi 1976 / Prager & Rozványi 1977

<sup>106</sup>Martin Philip Bendsøe, dänischer Mathematiker, (1955)

<sup>107</sup>Noboru Kikuchi, japanischer Ingenieur, (1951)

<sup>108</sup>Bendsøe & Kikuchi 1988

<sup>109</sup>Wöhrle et al. 2013

## 2.6.2 Varianten der Strukturoptimierung

HARZHEIM<sup>110</sup> teilt die Strukturoptimierung in drei verschiedene Typen für unterschiedliche Anwendungsbereiche auf. Das sind die Dimensionierung (Sizing), die Form-/Gestaltoptimierung und die Topologieoptimierung. In Abbildung 2.10 sind die drei Varianten der Optimierung am Beispiel einer Brücke dargestellt.

Bei der **Dimensionierung** werden wenige diskrete Zahlenwerte variiert, wie beispielsweise Wandstärken von Blechen oder Durchmesser von Wellen. Häufig ähnelt eine Dimensionierung einer Skalierung der Querschnittsabmaße von Bauteilen.

Die **Form-/Gestaltoptimierung**, oder oft auch **Shapeoptimierung** genannt, wird dazu genutzt um die Form, das heißt die äußere Gestalt eines Bauteils zu modifizieren. Dem Optimierungsprogramm müssen die möglichen Formvariationen übergeben werden. Dabei stellt die Formoptimierung eine der arbeitsintensivsten Formen der Optimierung dar. Einer der Haupteinsatzfelder der Formoptimierung ist die Reduktion von Spannungsüberhöhungen bei Querschnittsübergängen und damit einer Erhöhung der Lebensdauer eines wechselnd belasteten Bauteils.

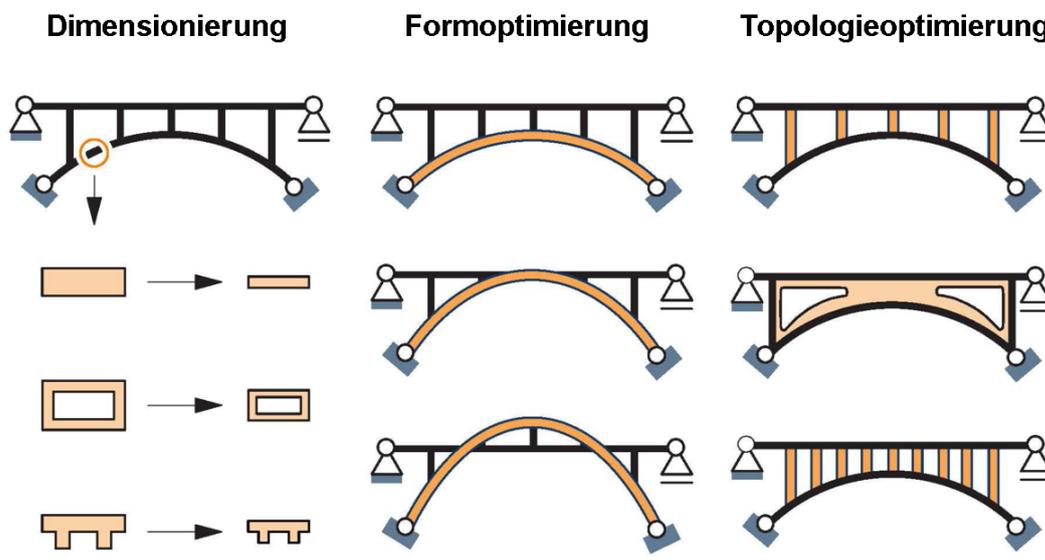


Abbildung 2.10 Varianten der Strukturoptimierung<sup>111</sup>

Bei der **Topologieoptimierung** wird das Hinzufügen von Löchern innerhalb der Komponenten zugelassen, was bei den zuvor genannten Optimierungsvarianten nicht möglich ist. Auch ist die Änderung der Berandung zulässig. Diese Art der Optimierung ist zwar komplexer, allerdings hierdurch nicht aufwändiger bei der Berechnung als die Formoptimierung, weil die wirkliche Kontur durch eine Dichteverteilung approximiert wird. Die

<sup>110</sup>Harzheim 2008

<sup>111</sup>nach Enkler 2010

Topologieoptimierung wird im Produktentwicklungsprozess eingesetzt, um Vorschläge für Gestaltentwurf von Bauteilen zu erhalten.

### 2.6.3 Topologieoptimierungsmethoden

Die Topologieoptimierung ist eine sehr flexible Form der Optimierung. Am häufigsten wird hierbei ein Gestaltvorschlag für ein möglichst steifes Bauteil bei einer geringen Masse und einem vorgegeben maximalen Bauraum gesucht. Eine weitere häufig Zielgröße der Topologieoptimierung ist das Verschieben/Verändern der Eigenfrequenzen von Bauteilen. Bei der Topologieoptimierung wird von einem vorgegebenen maximalen Bauraum ausgegangen, der in dieser Arbeit als *Designraum* bezeichnet wird, der zum Beispiel hinsichtlich der äußeren Belastungen und der Zielgrößen optimiert wird. Dabei ist es zulässig, dass dem Volumen Löcher hinzugefügt werden oder sich die äußere Form innerhalb des Designraums ändert. Der Topologieoptimierung liegt eine FEA zugrunde, die benötigt wird, um die Zielgrößen für den Topologieoptimierer zu berechnen. Man spricht hierbei häufig von einer parameterfreien Optimierung aufgrund der großen Anzahl (oft >100 000) an Freiheitsgraden bei der FEA. Die Topologieoptimierung kann grob in zwei Gruppen eingeteilt werden, die sich sowohl in der Formulierung des Optimierungsproblems als auch in der Lösungsmethode unterscheiden. Das ist zum einen das Verfahren der *mathematischen Programmierung* und zum anderen die Methode der *Optimalitätskriterien*.

Optimierungsaufgaben bei der Strukturoptimierung sind im allgemeinen nicht linear und sehen wie folgt aus<sup>112</sup>:

$$\min(\max)f(x), \quad x \in \mathbb{R}^i \quad (2.37)$$

$$g_j(x) \geq 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (2.38)$$

$$h_k(x) = 0, \quad k = 1, \dots, n \quad (2.39)$$

$$X_i^m \geq X_i \geq X_i^n, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.40)$$

Hierbei ist  $f(x)$  die Zielfunktion (object function), die je nach Anwendungsfall entweder minimiert oder maximiert werden soll.  $x$  beschreibt den Vektor der Designvariablen. Beispiele für die Zielfunktion sind:

- Masse
- Eigenfrequenz

---

<sup>112</sup>Baier et al. 1994

- Spannungen
- Dehnungen

Die Funktionen  $g_j(x)$  und  $h_k(x)$  sind Ungleichheits-(inequality)- und Gleichheitsnebenbedingungen (equality constraints), die sowohl linear als auch nicht-linear sein können.  $X$  beschreibt vorgegebene Schranken (side constraints), die den Lösungsraum weiter beschränken.

Nicht-lineare Optimierungsaufgaben können in der Regel nicht direkt gelöst werden, sondern es muss die Lösung iterativ gefunden werden. Mithilfe eines Vektors kann, ausgehen von einem momentanen Lösungsvektor eine neue Lösung berechnet werden.

## Mathematische Programmierung

Die Topologieoptimierung kann durch die Formulierung eines Ersatzproblems mithilfe der mathematischen Programmierung durchgeführt werden. Die Ableitung der Zielfunktion und der Restriktionen nach den Designvariablen ergibt die Suchrichtung bei der Sensitivitätsanalyse. Die Berechnung der Sensitivitäten kann sehr rechenaufwändig sein, vor allem wenn diese durch eine numerische Differenzenbildung berechnet werden müssen. Um den Berechnungsaufwand zu reduzieren, werden die Nebenbedingungen in passiv und aktiv aufgeteilt. Es werden hierbei nur die aktiven Nebenbedingungen bei der Sensitivitätsanalyse berücksichtigt. Das E-Modul jedes einzelnen FE wird über die auf Eins normierte Dichte gesteuert. Bei einer Dichte von Eins entspricht das E-Modul den tatsächlichen Werkstoffeigenschaften. Das minimale E-Modul bei der Dichte null entspricht einem fiktiven kleinen E-Modul. Zur Berechnung stehen unterschiedliche Lösungsalgorithmen zur Verfügung und werden in der Literatur <sup>113</sup> ausgiebig beschrieben.

Der Berechnungsingenieur muss die Lösung einer Optimierung, die mithilfe der mathematischen Programmierung durchgeführt wird, genau analysieren, denn durch ungeeignete Startwerte kann es vorkommen, dass der Optimierungsalgorithmus nur ein lokales Minimum oder Maximum als Lösung erkennt. Eine Variation der Startwerte ist daher immer ratsam.<sup>114</sup>

<sup>113</sup>Bendsøe & Sigmund 2003 / Harzheim 2008

<sup>114</sup>Meske et al. 2000

## Optimalitätskriterien-Verfahren

Beim Optimalitätskriterien-Verfahren wird kein mathematisches Optimierungsproblem gelöst, sondern eine empirische Iterationsvorschrift angewendet. Das empirische Wissen wird unter anderem aus den Bereichen der Physik, der Biologie und der Mechanik gewonnen. Ein Beispiel hierzu ist das Anfang der 90er Jahre entwickelte Soft-Kill-Option-Verfahren (SKO)<sup>115</sup>, bei dem die adaptive biologische Wachstumsregel simuliert wird. Hierbei wird in Analogie zum Wachstum von Bäumen an hochbelasteten Stellen Werkstoff angelagert. Dies führt zu einer Homogenisierung der mechanischen Spannungen in einem Bauteil und somit zu einer gleich verteilten Belastung. Ein weiteres Beispiel aus der Physik ist der Energiesatz, wonach ein System den Zustand minimaler Gesamtenergie anstrebt. Das Fully-Stressed-Design ist ein sehr bekanntes Optimalitätskriterium aus der Strukturmechanik, bei dem angenommen wird, dass ein Tragwerk die geringste Masse aufweist, wenn so viele Streben wie möglich voll beansprucht sind.<sup>116</sup>

Die Methoden der Optimalitätskriterien sind aufgrund der Ausnutzung von speziellem physikalischen Wissen auf das jeweilige Anwendungsgebiet beschränkt. Die Anwendung dieses Wissens führt dazu, dass die einzelnen Optimierungsschritte für den Berechner verständlich und nachvollziehbar sind. Bei den Methoden der Optimalitätskriterien sind die Kriterien und das Antwortverhalten des physikalischen Modells auf Veränderungen des Ausgangszustandes in den Lösungsalgorithmus direkt integriert. Auf diese Art erreicht man ein sehr gutes Konvergenzverhalten. Dieses ist bei einem mathematischen Optimierungsalgorithmus nur schwer erreichbar. Die Hypothese von BAUD<sup>117,118</sup> und das Abklinggesetz von NEUBER<sup>119,120</sup> sind die grundlegenden Arbeiten auf diesem Gebiet. Diese Ansätze wurden von SCHNACK<sup>121,122</sup> zur Gestaltoptimierung erweitert. Darauf aufbauend wurde von SAUTER<sup>123</sup> ein Verfahren zur Topologieoptimierung<sup>124</sup> entwickelt. Mitte der 1990er Jahre wurde aus den Forschungsarbeiten am IPEK<sup>125</sup> das Spin-off Unternehmen FE-Design<sup>126</sup> gegründet. Die in dieser Arbeit verwendete Software zur Topologieoptimierung ist eine Weiterentwicklung der zuvor beschriebenen Arbeiten durch FE-Design und wird unter dem Namen TOSCA vertrieben.

---

<sup>115</sup>Baumgartner et al. 1992

<sup>116</sup>Harzheim 2008

<sup>117</sup>Baud 1934

<sup>118</sup>R.V. Baud, schweizer Maschinen Ingenieur ETH, (1894-?)

<sup>119</sup>Neuber 1971

<sup>120</sup>Heinz Neuber, deutscher Professor der Mechanik, (1906-1989)

<sup>121</sup>Schnack 1978

<sup>122</sup>Eckart Schnack, deutscher Professor der Mechanik

<sup>123</sup>Jürgen Sauter, deutscher Ingenieur

<sup>124</sup>Sauter 1991

<sup>125</sup>zu diesem Zeitpunkt noch Institut für Maschinenkonstruktionslehre und Kraftfahrzeugbau - mkl

<sup>126</sup>[www.fe-design.de](http://www.fe-design.de)

Die Strukturantworten, die vom Topologieoptimierer benötigt werden, werden von FEM-Programmen berechnet. Das häufigste Optimierungsziel ist die Maximierung der Steifigkeit einer Struktur. Häufig wird das Optimierungsproblem über die mittlere Nachgiebigkeit formuliert. Wird diese auf ein gesamtes Bauteil bezogen, wird von der globalen mittleren Nachgiebigkeit gesprochen. Sie ist definiert als das Produkt aus dem Kraft- und dem Verschiebungsvektor für jedes FE (siehe Gleichung 2.41) mit  $F_n$  der Kraft am n-ten Kraftangriffspunkt und  $u_n$  der dort auftretenden Verschiebung.

$$C = \sum_n F_n^\top u_n \quad (2.41)$$

Bei dieser Formulierung des Optimierungsproblems für die globale mittlere Nachgiebigkeit kann sowohl die Kraft als auch die Verschiebung von außen auf die Struktur aufgebracht werden. Werden die Belastungen über Kräfte definiert, so sind diese in Gleichung 2.41 konstant. Die Minimierung der globalen mittleren Nachgiebigkeit führt zu einer Minimierung der resultierenden Verschiebungen und somit zu einer Maximierung der Steifigkeit. Werden andersherum Verschiebungen aufgebracht, so sind die Kräfte die resultierenden Reaktionskräfte. Die Struktur mit der höchsten Steifigkeit erhält man, wenn die Reaktionskräfte und damit auch die mittlere globale Nachgiebigkeit minimiert werden. Die globale mittlere Nachgiebigkeit ist gleich der doppelten geleisteten externen Arbeit. Aufgrund der Energieerhaltung muss sie gleich der doppelten inneren Dehnungsenergie sein (siehe Gleichung 2.42). Eine Minimierung der globalen mittleren Nachgiebigkeit entspricht demnach einer Minimierung der inneren Dehnungsenergie.

$$C = \sum_n F_n^\top u_n \stackrel{!}{=} 2 \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\boldsymbol{\sigma}^\top \boldsymbol{\varepsilon} \, dV) = 2U \quad (2.42)$$

Die Dehnungsenergie  $U = 1/2(\mathbf{u}^\top \mathbf{K} \mathbf{u})$  kann direkt aus der Hauptgleichung der FEM der linearen Statik hergeleitet werden. Hierzu wird Gleichung 2.43 auf beiden Seiten mit der Verschiebung multipliziert.

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2.43)$$

Dies führt zu Gleichung 2.44, was von einem FE-Solver direkt berechnet werden kann.

$$\mathbf{u}^\top \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{u}^\top \mathbf{F} \quad (2.44)$$

Werden mehrere Lastfälle bei einer Optimierung berücksichtigt, so wird als Zielfunktion die gewichtete Summe der mittleren Nachgiebigkeit aus den Einzellastfällen verwendet. Sie berechnet sich mit  $N$  Einzellastfällen, den zugehörigen mittleren Nachgiebigkeiten  $c_k$  und dem Gewichtungsfaktor  $w_k$  wie in Gleichung 2.45 dargestellt.

$$C = \sum_{k=1}^N w_k c_k \quad (2.45)$$

Somit kann anstatt der mittleren Nachgiebigkeit alternativ die Dehnungsenergie als Zielfunktion verwendet werden. Bei einem mit FE diskretisierten Körper wird die Summe der Dehnungsenergien der einzelnen Elemente als Zielfunktion für die Optimierung verwendet.

Die Thesen zur Beanspruchungshomogenisierung wurden aufgegriffen und erweitert.<sup>127</sup> Hierbei wurde der Zusammenhang zwischen einer optimalen Dichteverteilung im Designraum und einer homogenen Dehnungsenergiedichte beschrieben. Es werden unterschiedliche Prinzipien der Mechanik herangezogen, wie das Prinzip vom stationären Wert des Gesamtpotentials, der Arbeitssatz der Mechanik, das Green-Dirichlet'sche Prinzip sowie die Gleichgewichtsbedingung für elastische Körper. Daraus wird abgeleitet, dass bei konstanter Belastung die Dehnungsenergie zur Verschiebung proportional ist. Eine Minimierung der Dehnungsenergie hat folglich auch eine Minimierung der Verschiebungen zur Folge. Somit ergibt sie ein Maximum der Steifigkeit bei einer bestimmten Masse. Daher muss das Volumen auf einen kleineren Wert restringiert werden, um triviale Lösungen zu vermeiden. Das Optimierungsproblem kann demnach wie folgt beschrieben werden: Minimiere die Summe der Dehnungsenergie mit einer Volumenrandbedingung.<sup>128</sup>

Um das Volumen unterschiedlicher FE zu berücksichtigen, wird die Dehnungsenergie auf das Elementvolumen bezogen. Hieraus ergibt sich die Dehnungsenergiedichte. Über eine Anpassung des E-Moduls der einzelnen FE kann eine optimale Dichteverteilung erreicht werden.<sup>129</sup> Eine beliebige Einstellung der Dichte über ein reales Bauteil ist in der Praxis allerdings nicht möglich. Für die Materialverteilung sind daher nur die Extremwerte  $\rho^* = 0$  und  $\rho^* = 1$  für die relative Dichte eines beliebigen Werkstoffes von Interesse, bei denen auch beim Homogenisierungsansatz das Material isotrop ist und eine Designvariable zur Beschreibung ausreicht. Aus diesem Grund wird häufig mit dem Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP)-Ansatz<sup>130</sup> direkt ein isotroper Werkstoff für die Topologieoptimierung zugrunde gelegt. Dabei wird für jedes FE  $i$  nur eine Designvariable  $x_i$  benötigt, welche der relativen Dichte gleich gesetzt wird (Gleichung 2.46).

$$x_i = \frac{\rho_i}{\rho_i^0} \quad (2.46)$$

Der Zusammenhang zwischen Designvariable und E-Modul wird als Potenzansatz dargestellt (Gleichung 2.47)

$$\frac{E_i}{E_i^0} = x_i^p; p > 0 \quad (2.47)$$

Hierbei entsprechen  $\rho_i^0$  und  $E_i^0$  der Dichte und dem E-Modul des gewählten Werkstoffes.

<sup>127</sup>Allinger 1993

<sup>128</sup>FE-Design 2011

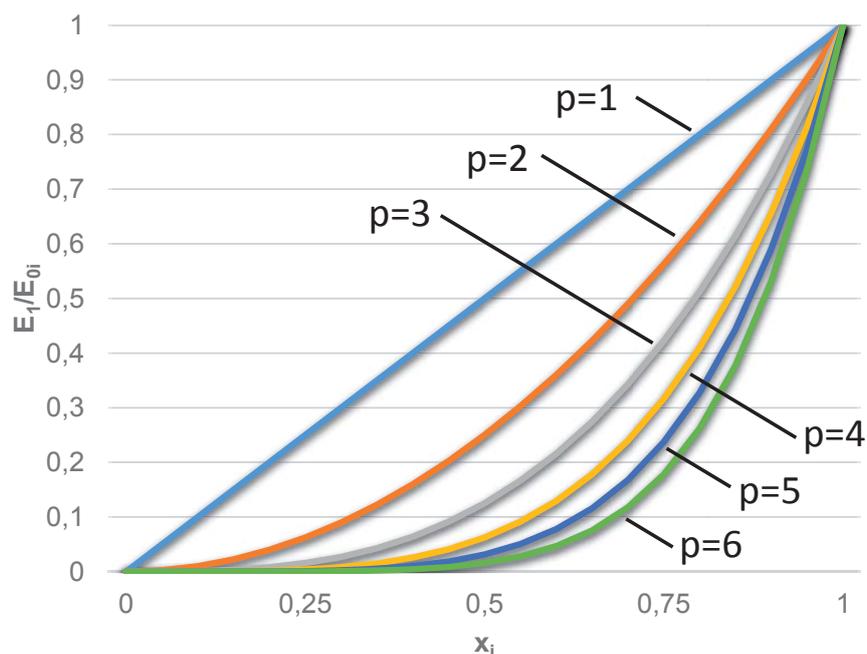
<sup>129</sup>Mlejnek & Schirmmacher 1993

<sup>130</sup>Bendsøe & Sigmund 2003

Mit der Erhöhung des Exponenten  $p$  bewegt sich das optimierte Design immer mehr zu einem Design ohne Zwischenwerte. In Abbildung 2.11 ist dieser Verlauf zu sehen.

Es werden häufig drei Bereiche in unterschiedliche Materialgruppen unterteilt. Das sind die SOFT-, HARD- und TRANS-Bereiche. Die SOFT-Elemente haben eine vernachlässigbares E-Modul und eine geringe Dichte. Sie sind kaum am Kraftfluss beteiligt. Dem gegenüber stehen die HARD-Elemente, die als Tragstruktur identifiziert werden, da sie mit dem hohen E-Modul die höchste Steifigkeit aufweisen und den größten Betrag an Dehnungsenergie aufnehmen können. TRANS-Elemente haben noch keine eindeutige Strukturzuordnung und müssen in weiteren Iterationen den SOFT- oder HARD-Elementen zugeordnet werden.

In der praktischen Anwendung hat sich gezeigt, dass ein Wert für  $p \geq 3$  benötigt wird, um einen verwendbaren Designvorschlag zu erhalten. Es kann gezeigt werden, dass das Gesetz für  $p \geq 3$  bei einer 2-dimensionalen und für  $p \geq 2$  bei einer 3-dimensionalen Struktur einen physikalischen Werkstoff beschreibt.<sup>131</sup>



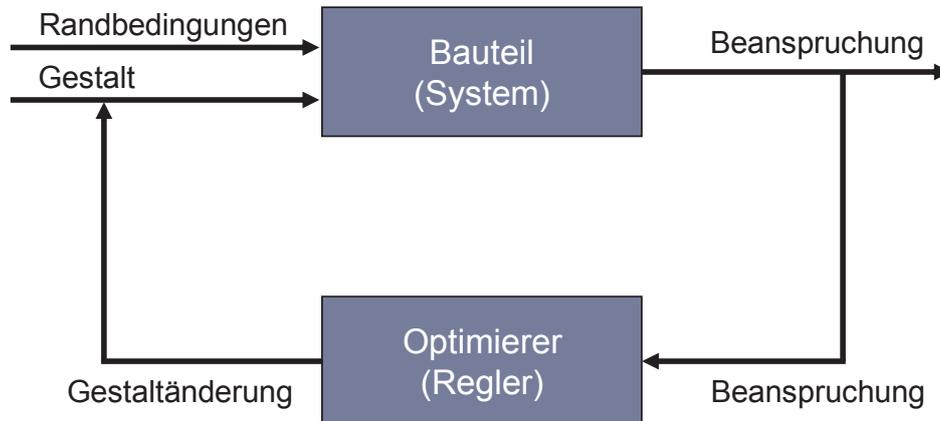
**Abbildung 2.11** SIMP-Ansatz für verschiedene Exponenten  $p$

In der zuvor genannten Software TOSCA wird die These der *Homogenisierung der Dehnungsenergiedichte* umgesetzt. Hierbei werden in schwach beanspruchten Bereichen der Bauteile die Masse und das E-Modul der FE reduziert. Dadurch wird eine Art Umverteilung der Struktur erreicht.

Die Optimierung nach dem Optimalitätskriterien-Verfahren wird auch häufig als *Reglerbasierte Optimierung* bezeichnet. Der Grund hierfür ist, dass ein Optimierungsalgorith-

<sup>131</sup>Bendsøe & Sigmund 1999

mus, der auf der Basis von Optimalitätskriterien beruht, auch als ein spezieller Regler eines Regelkreises betrachtet werden kann (siehe Abbildung 2.12).<sup>132</sup>



**Abbildung 2.12** Strukturoptimierung auf der Basis von Optimalitätskriterien als Regelkreis<sup>133</sup>

## 2.7 Optimierungsmethoden und -prozesse

Bei der heutigen Produktentwicklung werden immer häufiger Optimierungsmethoden und -prozesse notwendig. Je nach Reifegrad der Lösung und das Anwendungsgebiet werden für die Gestaltfindung unterschiedliche Verfahren verwendet.

ARAKELIAN ET AL.<sup>134</sup> haben eine analytische Methode entwickelt, um die Antriebsdrehmomente für ein serielles Robotersystem mit zwei Freiheitsgraden zu minimieren. Bei diesem Ansatz wird in einem ersten Schritt die Trajektorie der Kinematik optimiert. Daraufhin wird die bewegte Masse für die einzelnen Körper reduzieren. Hierzu wird eine geringe Anzahl an Gestaltparameter im Vergleich zu einer Topologieoptimierung verwendet, um die Körper und Zusammenhänge des Systems zu beschreiben. Das Ergebnis einer solchen Optimierung führt zu einem abstrakten Gestaltvorschlag mit einem geringen Reifegrad. Allerdings kann mithilfe dessen eine ideale Kinematik bezüglich des geforderten Arbeitsbereichs mit möglichst geringem Energieverbrauch gefunden werden.

CHABLAT, WENGER und PASHKEVICH<sup>135</sup> haben einen Prozess vorgestellt, wie eine Gestalt mit einem Reifegrad 1 für eine Robotersystem mit Parallelkinematik berechnet werden kann. Dieser Beitrag ermöglicht die Berechnung einer neuen kinematischen

<sup>132</sup>Ottad 2009

<sup>133</sup>nach Ottad 2009

<sup>134</sup>Arakelian et al. 2011

<sup>135</sup>Chablat & Wenger 2003 / Pashkevich et al. 2005

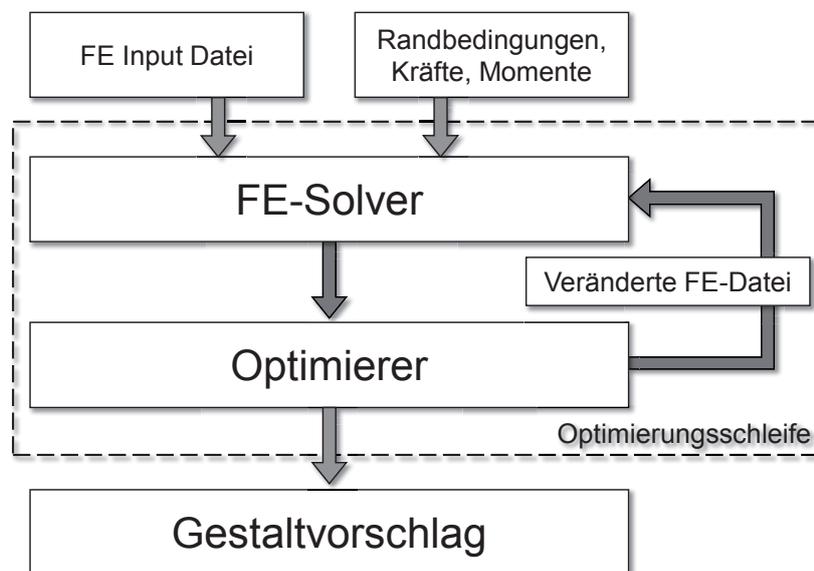
Anordnung, aber beschränkt sich auch drauf. Die Synthetisierung einer Gestalt höheren Reifegrades ermöglicht dieser Optimierungsprozess nicht.

Die FEA wird meistens zur Berechnung von mechanische Spannungen, der Spannungsverteilung und der Verschiebung und dem Verschleiß von mechanischen Bauteilen verwendet (siehe Abschnitt 2.5). Das dynamische Verhalten, hier verstanden als das Bewegungsverhalten und nicht als das Schwingungsverhalten von mechanischen und mechatronischen Systemen, wird mithilfe von MKSs-Programmen analysiert. Die Integration von flexiblen Körpern in MKS ermöglicht auch, sehr realistische Informationen über die Belastungen und die maximalen Verschiebungen bei komplexen Systemen zu berechnen.

Die **konventionelle Topologieoptimierung** (Reglerbasierter-Ansatz; siehe Abschnitt 2.6.3) wird in den meisten Fällen zur Berechnung von Gestaltvorschlägen für leichte und möglichst steife Strukturbauteile in der frühen Produktentwicklungsphase herangezogen. Die Standardformulierung bei der konventionellen Topologieoptimierung beinhaltet die Minimierung der Nachgiebigkeit bei einer Einschränkung des Volumens. Bei der Topologieoptimierung spricht man häufig von einer parameterfreien Optimierung. Das ist damit begründet, dass die Gestalt der Struktur durch eine große Anzahl an Elementen und Knoten beschrieben ist und diese bei der Optimierung direkt als Designvariablen genutzt werden. Diese Anzahl ist um ein Vielfaches größer als bei einer Parameteroptimierung. Ein großer Vorteil bei diesem Vorgehen ist, dass der Designraum, das heißt die zulässige Menge der Designs, alle möglichen Lösungen umfasst.

Der prinzipielle Ablauf einer konventionellen Topologieoptimierung ist in Abbildung 2.13 dargestellt. Zuerst muss für das zu optimierende Bauteil ein FE-Modell für den maximalen zur Verfügung stehenden Bauraum erstellt werden. Zusätzlich müssen die Parameter für die Topologieoptimierung definiert werden. Nach dem Starten des automatisierten Optimierungsprozess wird als erstes eine FEA durchgeführt. Das Ergebnis dieser Berechnung ist die Grundlage für die Topologieoptimierung. Der Optimierer variiert die Werkstoffeigenschaften (E-Modul und Dichte) für jedes FE des Designbereichs. Mit dem Modell mit den veränderten Werkstoffeigenschaften wird eine neue FEA durchgeführt. Dies geschieht iterativ bis das Ziel der Optimierung, bzw. das Abbruchkriterium erreicht wurde. Der Reglerbasierte-Ansatz konvergiert erfahrungsgemäß nach 15 Iterationen, auch wenn das Modell große Nicht-Linearität wie z.B. Kontaktbedingungen enthält. Ein Nachteil dieser Optimierungsmethode ist die beschränkte Anzahl an Zielfunktionen und Randbedingungen im Vergleich zu den Methoden der mathematischen Programmierung. Das Ergebnis der Berechnung ist ein Gestaltvorschlag des Reifegrads 2, der hinsichtlich der vorgegebenen Parameter und Randbedingungen optimal ist. Die konventionelle

Topologieoptimierung wird heute erfolgreich in der Automobil- und Luftfahrtindustrie, sowie im Design-Prozess von Konsumgütern verwendet.<sup>136</sup>



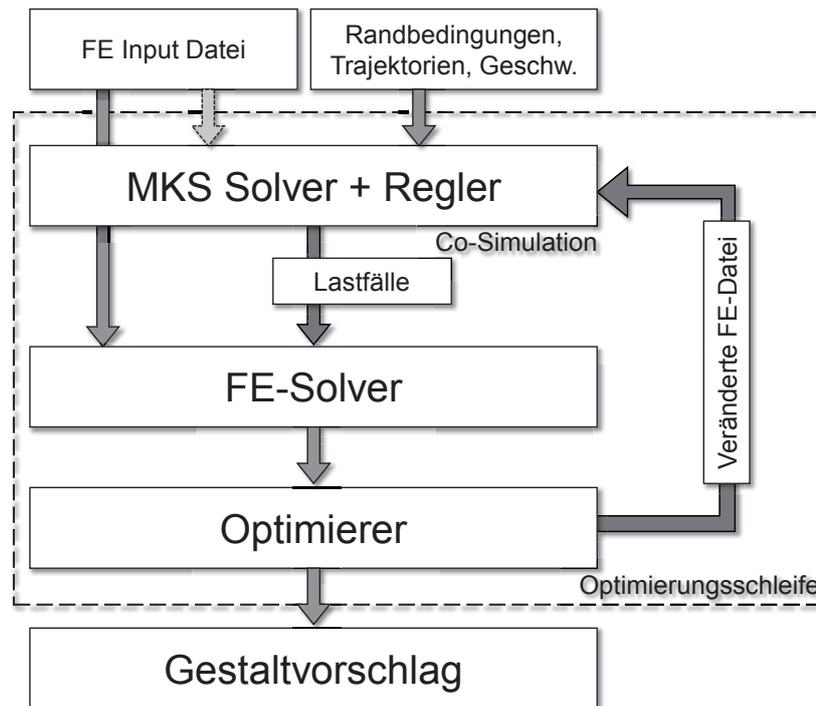
**Abbildung 2.13** Konventioneller Topologieoptimierungsprozess

Die Kombination der MKS und der Strukturoptimierung in einem geschlossenen Prozess ermöglicht es, mechanische Bauteile im Systemzusammenhang zu berechnen und automatisiert zu optimieren. Es werden MKS mit flexiblen Körpern verwendet, und so kann die Verbindung zwischen der MKS, der FEM und der Topologieoptimierung hergestellt werden. Damit ist es möglich, die Lastfälle aufgrund der Massenträgheit bei einem dynamisch beschleunigten System in einer Topologieoptimierung zu berücksichtigen.<sup>137</sup> Die Rückkopplung durch die Änderung der Topologie und somit die Änderung des dynamischen Verhaltens wird allerdings bei diesem Ansatz noch nicht berücksichtigt. ALBERS ET. AL. haben diesen Zusammenhang untersucht. Hierzu wird eine weitere Kopplung der Simulationsumgebungen durchgeführt. Die MKS wird durch eine Co-Simulation erweitert, die das geregelte Systemverhalten simuliert. Die Erweiterung ist in Abbildung 2.14 dargestellt.

Es findet ein Datenaustausch zwischen der MKS und dem Regelkreis innerhalb einer Co-Simulation statt. Anhand der Ergebnisse der Co-Simulation werden für jede Iteration im Optimierungsprozess die kritischen Lastfälle extrahiert und bei der Topologieoptimierung berücksichtigt. Es konnte gezeigt werden, dass die Regelung eines mechatronischen Systems einen Einfluss auf die Gestalt des Optimierungsergebnisses hat. Die Erweiterung ermöglichte das Optimieren von komplexen mechatronischen Systemen, wie zum Beispiel Komponenten des humanoiden Robotersystems ARMAR

<sup>136</sup>Pedersen & Allinger 2006 / Schramm & Zhou 2006

<sup>137</sup>Häußler et al. 2001 / Häußler et al. 2004 / Müller 2005



**Abbildung 2.14** Erweiterter Topologieoptimierungsprozess mit Berücksichtigung des Verhaltens bei geregelt mechatronischen Systemen

im Systemzusammenhang.<sup>138</sup>

Bei der oben beschriebenen erweiterten Optimierung hat sich gezeigt, dass die Reglerparameter, die zu Beginn der Optimierung festgelegt wurden, kein optimales Systemverhalten des mechatronischen Systems nach der Optimierung garantierten. So wird das System von Iteration zu Iteration immer schlechter geregelt, was zu falschen Belastungen führte und somit das Endergebnis der Optimierung negativ beeinflusste. Der Gestaltvorschlag ist somit nicht optimal auf das Systemverhalten zugeschnitten. Daraufhin wurde die Regelung während jeder Optimierungsiteration automatisiert angepasst, was eine weitere Verbesserung des Optimierungsergebnisses darstellt.<sup>139</sup>

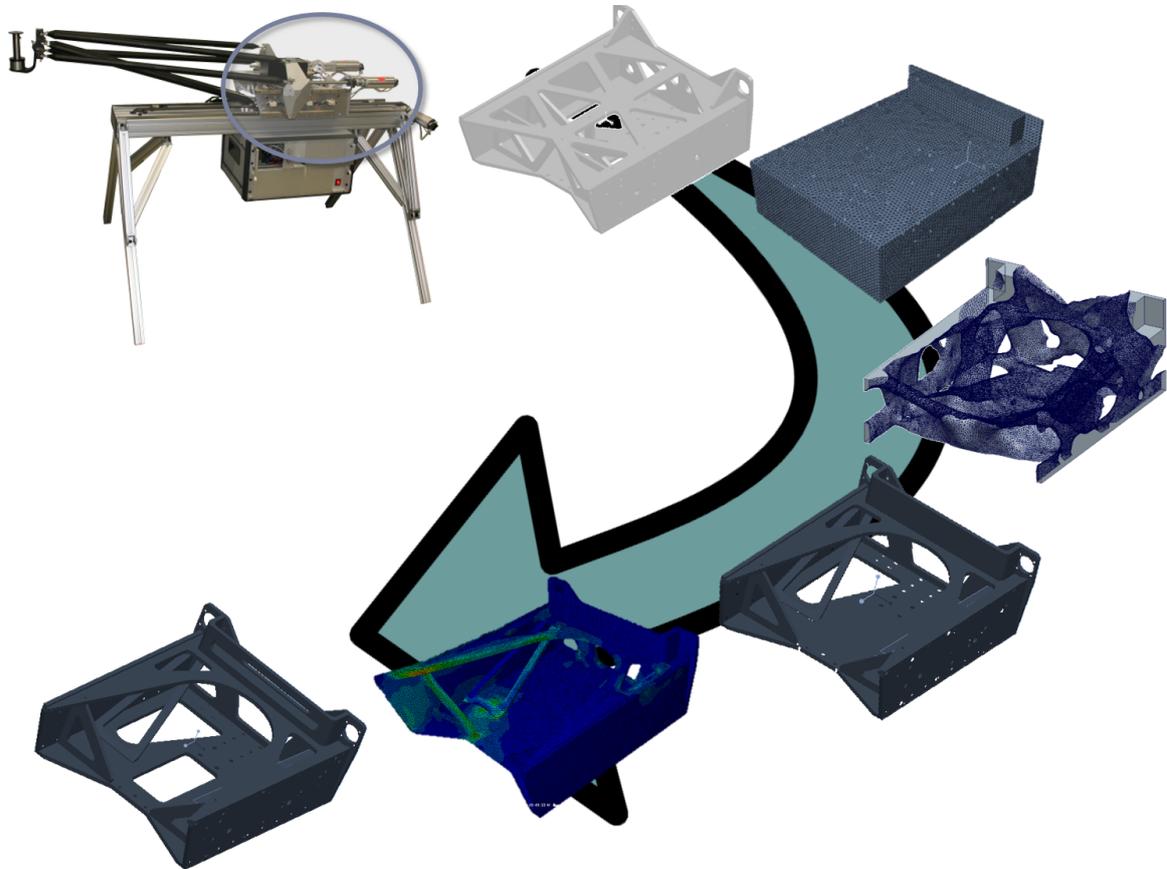
In Abbildung 2.15 ist der Ablauf eines klassischen Strukturoptimierungsprozesses inklusive Bauraumableitung, Redesign und Validierungsrechnung am Beispiel eines Manipulandums<sup>140</sup> dargestellt. Anhand der gegebenen Konstruktion wird der Designraum abgeleitet und ein FE-Modell erstellt. Es werden die kritischen Lastfälle anhand einer Mehrkörpersimulation bestimmt und modelliert. Das Ergebnis der Topologieoptimierung ist ein Gestaltvorschlag (Gestalt mit Reifegrad 2), der vom Konstrukteur genutzt wird, um eine neue Gestalt mit einem Reifegrad 3 zu erstellen. Die neue Konstruktion wird in eine Validierungsrechnung überführt und auf Steifigkeit und Festigkeit untersucht.

<sup>138</sup>Albers & Otnad 2008 / Albers et al. 2008a / Albers et al. 2008b

<sup>139</sup>Otnad 2009 / Albers et al. 2009 / Albers & Otnad 2010 / Albers & Sander 2010

<sup>140</sup>Bartenbach et al. 2013

Anschließend kann in kritischen Bereichen die Gestalt verstärkt, in nicht kritisch beanspruchten Bereichen weiter geschwächt werden. Dies kann auch durch eine lokale Topologieoptimierung oder Formoptimierung erreicht werden.



**Abbildung 2.15** Topologieoptimierungsprozess am Beispiel eines Manipulandums - von einer Ausgangsgeometrie zu einem neuen Designvorschlag



# 3 Motivation und Zielsetzung

## 3.1 Motivation

Aus volkswirtschaftlicher Sicht ist die Hauptmotivation für die Entwicklung energieeffizienter Produkte die Steigerung der Wettbewerbsfähigkeit von hergestellten Produkten. Die Energiekosten haben als Bestandteil der Ressourcenkosten einen signifikanten Anteil an den betrieblichen Kosten der Industrie bei der Produktion. Hierzu zählen beispielsweise die Energiekosten zur Druckluftbereitstellung, für den Betrieb von Bearbeitungszentren, Handlingsystemen wie Robotersysteme und anderen Systemen in der industriellen Produktion.<sup>141</sup> Bei einer Werkzeugmaschine entfallen nach SCHRÖTER<sup>142</sup> und MATTES<sup>143</sup> etwa 21 % der Jahresbetriebskosten allein auf die Energieversorgung, was sich direkt im Preis für das angebotene Produkt widerspiegelt. Eine gezielte Verbesserung hinsichtlich einer besseren Ausnutzung der Energie hat somit einen bedeutenden Einfluss auf die gesamte Energie, die für die Produktion benötigt wird, und damit auch auf die Ressourcenbilanz. Ein praktischer Nebeneffekt ist, dass diese Reduktion direkt als Imagegewinn genutzt werden kann, da sowohl politisch als auch gesellschaftlich das Umweltbewusstsein einen immer höheren Stellenwert einnimmt.<sup>144</sup>

Neben der energieeffizienten Herstellung von Produkten hat natürlich auch der Energieverbrauch des produzierten Guts während seines eigentlichen Betriebs einen signifikanten Einfluss auf die Absetzbarkeit eines Produktes.<sup>145</sup> Es müssen einerseits geforderte Normen für den Betrieb eingehalten werden, andererseits muss, wie zuvor schon angesprochen, auch dem Kunden ein „hochwertigeres Produkt“ aus Umweltsicht angeboten werden. Es wurden zwei wesentliche Motivationsgründe identifiziert, wann ein Kunde energieeffiziente Produkte (während der Nutzung) bevorzugt - das ist hauptsächlich die Reduktion der Energiekosten und teilweise das gesteigerte Umweltbewusstsein.<sup>146</sup>

---

<sup>141</sup>Thamling et al. 2010

<sup>142</sup>Schröter et al. 2009

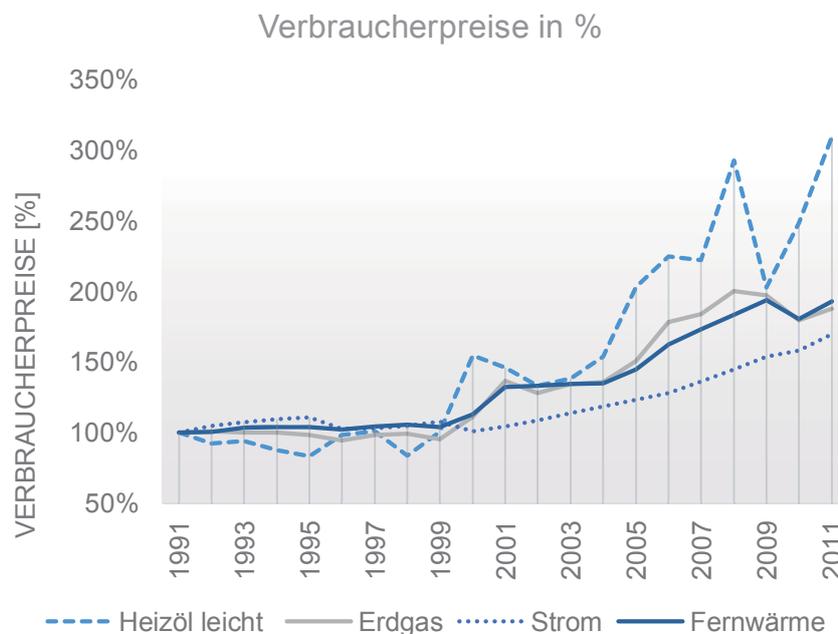
<sup>143</sup>Mattes & Schröter 2011

<sup>144</sup>Brüggemann 2005

<sup>145</sup>Umweltbundesamt 2011

<sup>146</sup>Sweeney et al. 2013

Politische und gesellschaftlich-ethische Motive sind vor allem die Versorgungssicherheit, der Klima- und Umweltschutz, sowie die Förderung der sozialen Gerechtigkeit, die aufgrund der immer steigenden Energiekosten gefährdet (siehe Abbildung 3.1) ist. Um den Primärenergiebedarf Deutschlands zu decken, mussten im Jahr 2011 etwa 70% der primären Energieträger importiert werden<sup>147</sup>, woraus sich eine große Abhängigkeit vom Ausland ableiten lässt. Der Klima- und Umweltschutz rückt immer mehr in den Vordergrund, denn der steigende CO<sub>2</sub>-Ausstoß hat direkte Folgen auf das Klima und somit auf alle Lebewesen im Ökosystem der Erde. Dies muss gerade im Hinblick des starken weltweiten Bevölkerungswachstums und der zunehmenden Industrialisierung von Schwellenländern berücksichtigt werden, da hierdurch eine weitere Zunahme der CO<sub>2</sub>-Emissionen zu erwarten ist.<sup>148</sup> Die Entwicklung des weltweiten CO<sub>2</sub>-Ausstoßes ist in den letzten 60 Jahren nicht proportional zum Bevölkerungswachstum gestiegen, sondern beträgt inzwischen ein Vielfaches hiervon (siehe Abbildung 3.2).



**Abbildung 3.1** Entwicklung der Verbraucherpreise<sup>149</sup>

Für die Entwicklung energieeffizienter Produkte, bzw. die energieeffiziente Entwicklung von Produkten wurden unterschiedliche Prozesse erforscht und dem Entwickler zur Verfügung gestellt.<sup>150</sup> Diese Methoden unterstützen den Produktentwickler bei der Gestaltung leichter Bauteile, aber es gibt keine Verfahren, die es ermöglichen Bauteile mit dem geringsten Energieverbrauch zu synthetisieren. Insbesondere für die Entwicklung von Bauteilen, die dynamisch bewegt werden existieren keine Prozesse und Metho-

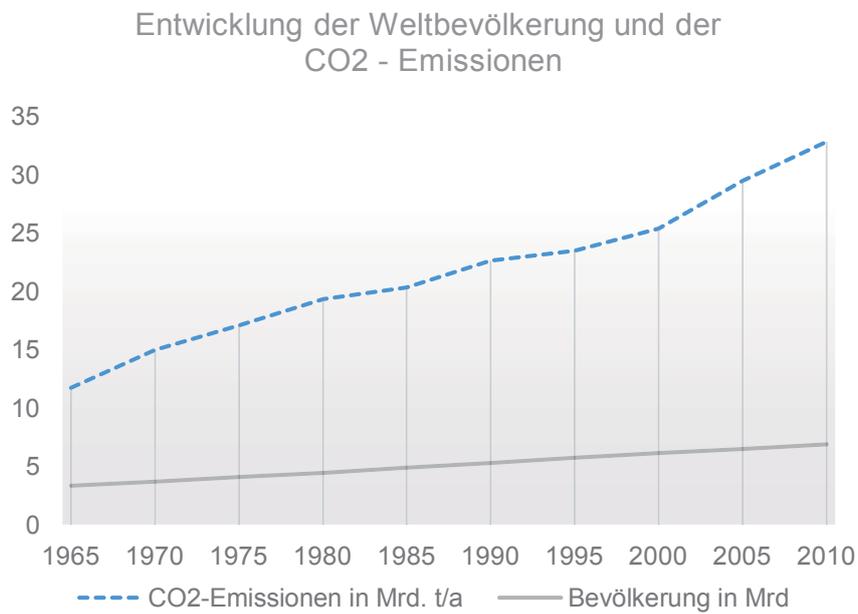
<sup>147</sup>BMW 2013

<sup>148</sup>Houghton et al. 2001

<sup>149</sup>Daten aus den Quellen: P.I.c. 2013 und United Nations 2012

<sup>150</sup>Birkhofer et al. 2012 / Brecher et al. 2009 / Eisele 2012 / Lee 2012 / Martin et al. 2013 / Rath et al. 2011 / Telenko et al. 2008

den, die eine automatisierte Veränderung des Trägheitstensors und des Schwerpunktes ermöglichen, um den Energieverbrauch im Systemkontext berücksichtigen zu können.



**Abbildung 3.2** CO<sub>2</sub> Ausstoß<sup>151</sup>

<sup>151</sup>Daten aus den Quellen: P.I.c. 2013 und United Nations 2012

## 3.2 Ziele der Arbeit

Die Forschungshypothese, die dieser Arbeit zugrunde liegt, kann wie folgt formuliert werden:

Es **existiert eine Materialverteilung** bei einem Strukturbauteil, welches **dynamisch im Raum bewegt wird**, die in Bezug auf den **Energieverbrauch** besser ist als eine **homogene Materialverteilung bei gleichem Volumen** und als bei einem **konventionell topologieoptimierten Strukturbauteil**.

Das Ziel ist demnach die Entwicklung einer Methode oder eines Prozesses zur Optimierung von Strukturbauteilen. Die Voraussetzung hierfür ist der Nachweis der Forschungshypothese. Die elementaren Forschungsfragen lauten:

- Existiert eine Materialverteilung wie in der Forschungshypothese genannt?
- Kann ein Prozess oder eine Methode entwickelt werden, um eine optimierte Struktur automatisiert zu synthetisieren?
- Steigt die Energieeffizienz durch eine Erweiterung der Topologieoptimierung?

Das Praxisziel dieser Arbeit ist, den Produktentwickler beim Gestaltentwurf eines Produkts des Reifegrads 2 zu unterstützen. Hierzu wird eine Methode entwickelt, die den Trägheitseinfluss bei dynamisch bewegten Bauteilen bei der ersten Gestaltsynthese berücksichtigt. Der neue Optimierungsprozess, soll nicht auf akademische Modelle beschränkt sein, sondern auch Aufgabenstellungen aus der Praxis effizient behandeln können. Soweit dies möglich ist, bilden daher kommerzielle Softwaretools die Basis für Erweiterungen und Ergänzungen, was eine effiziente Umsetzbarkeit für die industrielle Nutzung ermöglicht. Weiterhin wird durch die Integration von leistungsfähigen Softwarepaketen die Anwendbarkeit nicht auf kleine Modelle beschränkt, sondern ist auch für komplexe reale Systeme gegeben.

Der Wunsch, den Trägheitstensor gezielt minimieren oder maximieren zu können, hat unter anderem folgende Gründe:

- Reduktion der Verlustleistungen bei elektrischen Antrieben.
- Reduktion der Reibungsverluste aufgrund der Massenkräfte und hierdurch eine Erhöhung der Lebensdauer.
- Erhöhung der Dynamik bei gleicher Bauteilmasse, weil die Trägheitskräfte reduziert

werden und hierdurch der Körper weniger belastet wird.

- Erhöhung der Positionierungsgenauigkeit, weil die Endeffektorsteifigkeit erhöht wird.

Besonders der erste Punkt zeigt, unter der Berücksichtigung des Standes der Forschung, die Relevanz dieser Untersuchungen. Eine gezielte Reduktion der Verlustleistung durch die Reduktion des Trägheitseinflusses hat eine Steigerung der Energieeffizienz zur Folge. Untersuchungen von KROLL ET AL.<sup>152</sup> haben gezeigt, dass eine Steigerung von 30 % durch gezielten Leichtbau möglich ist. In dieser Abschätzung wurden allerdings nur klassische Leichtbaumethoden berücksichtigt, und eine Änderung des Trägheitstensors wurde hierbei nicht untersucht. Diese Anpassung würde zu einer weiteren Steigerung der Energieeffizienz von Bauteilen führen.

Im Kapitel 4 werden eine neue Methode auf Basis der Topologieoptimierung entwickelt und unterschiedliche Optimierungsprozesse definiert. Anhand von akademischen Beispielen werden im Kapitel 5 die neuen Prozesse miteinander verglichen und das Potential aufgezeigt. Im Kapitel 6 werden zwei Beispiele aus der Praxis mithilfe der neuen Prozesse optimiert, um die Praxistauglichkeit zu zeigen. Eine Bewertung der Prozesse mithilfe der Taxonomie nach BLOOM bezüglich der Eingliederung in den Produktentwicklungsprozess wird im Kapitel 7 beschrieben.

---

<sup>152</sup>Kroll et al. 2010 / Kroll et al. 2011



# **4 Ein neuer Prozess zur Strukturoptimierung von mechanischen Bauteilen in dynamisch bewegten Systemen**

In diesem Kapitel wird der Einfluss der Materialverteilung und der Gesamtmasse von Strukturbauteilen auf die kinetische Energie gezeigt und somit die erste Forschungsfrage aus Abschnitt 3.2 beantwortet. Darauf aufbauend wird gezeigt, dass ein neuer Ansatz zur Optimierung von Bauteilen in dynamisch bewegten Systemen gefunden werden kann. Unter Optimierung wird an dieser Stelle eine Methode oder ein Prozess verstanden, die ein am besten erreichbares Resultat im Sinne eines Kompromisses zwischen unterschiedlichen Parametern automatisiert berechnen.

Dieser Arbeit liegt die Topologieoptimierung als Teil der Strukturoptimierung zugrunde. Das wird damit begründet, dass die Methode der Topologieoptimierung dazu verwendet wird, Gestaltungsvorschläge des Reifegrads 2 für Leichtbaustrukturen zu berechnen. Diese sind hinsichtlich der Energieeffizienz gegenüber herkömmlichen Konstruktionen überlegen. Allerdings geht der Energieverbrauch oder die Trägheit bei der Optimierung mithilfe der Topologieoptimierung nicht direkt als Kriterium bei der Lösungsfindung ein. Das bedeutet, dass in Abhängigkeit der Kinematik und der vorgegebenen Trajektorien des Mehrkörpersystems es nützlich sein könnte, die Materialverteilung des zu optimierenden Bauteils dahingehend zu verbessern, dass die Trägheitsmomente reduziert werden, was die Energieeffizienz eines Bauteils während einer beschleunigten und abgebremsten Bewegung reduziert. Ein Vorteil bei diesem iterativen Verfahren ist die Möglichkeit, zwischen den Iterationen in den automatisierten Prozess einzugreifen und so zusätzliche Parameter zu berücksichtigen.

Um eine Verwechslung mit der Frequenzanalyse zu verhindern, wird an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass in dieser Arbeit unter dynamisch bewegten Systemen immer Systeme verstanden werden, bei denen sich der Verbindungsvektor zwischen einem

beliebigen körperfesten und einem Inertialkoordinatensystem zeitlich im makroskopischen Bereich ändert, so dass man von einer gleichbleibenden oder beschleunigten Bewegung von mindestens einem Körper sprechen kann.

## 4.1 Energetische Betrachtung der Materialverteilung einer beliebigen Gestalt

Die erste Forschungsfrage aus Abschnitt 3.2 bezieht sich direkt auf die Forschungshypothese und lautet:

*Existiert eine Materialverteilung wie in der Forschungshypothese<sup>153</sup> genannt?*

Daher wird in diesem Kapitel gezeigt, dass die Materialverteilung bei einem Strukturbauteil, das dynamisch im Raum bewegt wird, einen Einfluss auf den Energieverbrauch hat. In Abbildung 4.1 sind sieben Balken mit der gleichen Masse, aber unterschiedlicher Verteilung der Masse und ein Balken mit einer erhöhten Masse dargestellt. Die Eigenschaften der Balken werden in diesem Kapitel durch die Eigenschaft von Punktmassen beschrieben (siehe Unterabschnitt 2.3.1). Zur Berechnung der kinetischen Energie wird die Position des Schwerpunkts gesucht. Das Flächenmoment 1. Grades der zweidimensionalen Körper kann mit Gleichung 4.1 berechnet werden. Hierbei entspricht  $A$  der Fläche des Körpers und  $x$  und  $y$  den kartesischen Koordinaten.

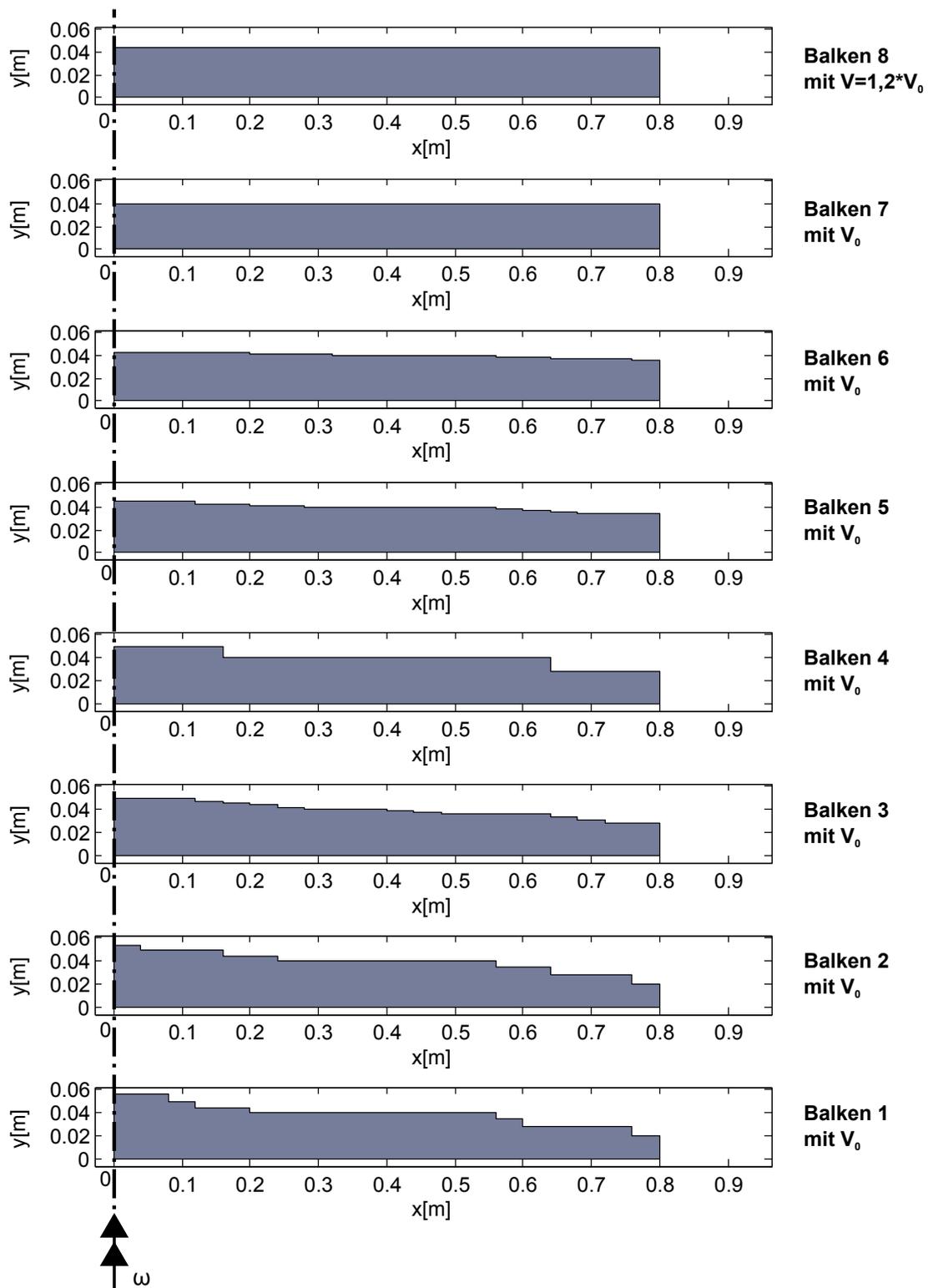
$$S_x = \int x \, dA, \quad S_y = \int y \, dA, \quad S_z = \int z \, dA \quad (4.1)$$

Durch die Bildung des Quotienten der Flächenmomente 1. Grades mit dem jeweiligen Flächeninhalt ergeben sich die Koordinaten des Schwerpunktes. Die kinetische Energie bei einer reinen rotatorischen Bewegung um eine Drehachse kann mit der Gleichung 4.2 für einen dreidimensionalen Körper berechnet werden.

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \rho d A_{ges} \omega^2 x_s \quad (4.2)$$

Die Masse  $m$  des Körpers berechnet sich aus dem Produkt der Dichte  $\rho$ , der Dicke  $d$  und der Fläche  $A$  des Körpers. Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ist vorgegeben, und der Abstand  $x_s$  zwischen Drehachse und Schwerpunkt muss abhängig von der Kinematik bestimmt werden und kann eine Funktion der Zeit sein. Für die Körper aus Abbildung 4.1

<sup>153</sup>Forschungshypothese: Es existiert eine Materialverteilung bei einem Strukturbauteil, welches dynamisch im Raum bewegt wird, die besser ist als eine homogene Materialverteilung bei gleichem Volumen und als bei einem konventionell topologieoptimierten Ergebnis, im Bezug auf den Energieverbrauch.



**Abbildung 4.1** Balken mit unterschiedlicher Massenverteilung und gleicher Drehachse

ergeben sich unterschiedliche Rotationsenergien. Diese sind jeweils auf den Körper 7 bezogen, und es ist ersichtlich, dass sowohl die Materialanordnung (Körper 1-6), als auch die Gesamtmasse (Körper 8) einen bedeutenden Einfluss auf die aufgenommenen Rotationsenergie haben.

Dieses Ergebnis ist auch aus Gleichung 4.2 ablesbar. Die Gesamtmasse des Körpers geht linear in die Energieberechnung ein. Das gleiche gilt für den Abstand der Drehachse zum Massenschwerpunkt. Daher kann im allgemeinen gesagt werden, dass die Materialverteilung bei einem Strukturbauteil, das dynamisch im Raum gedreht wird, einen signifikanten Einfluss auf den Energieverbrauch haben kann. Bei einer reinen transversalen Bewegung trifft dies nicht zu. Je weiter der Schwerpunkt und die Drehachse voneinander entfernt sind, desto größer wird dieser Einfluss.

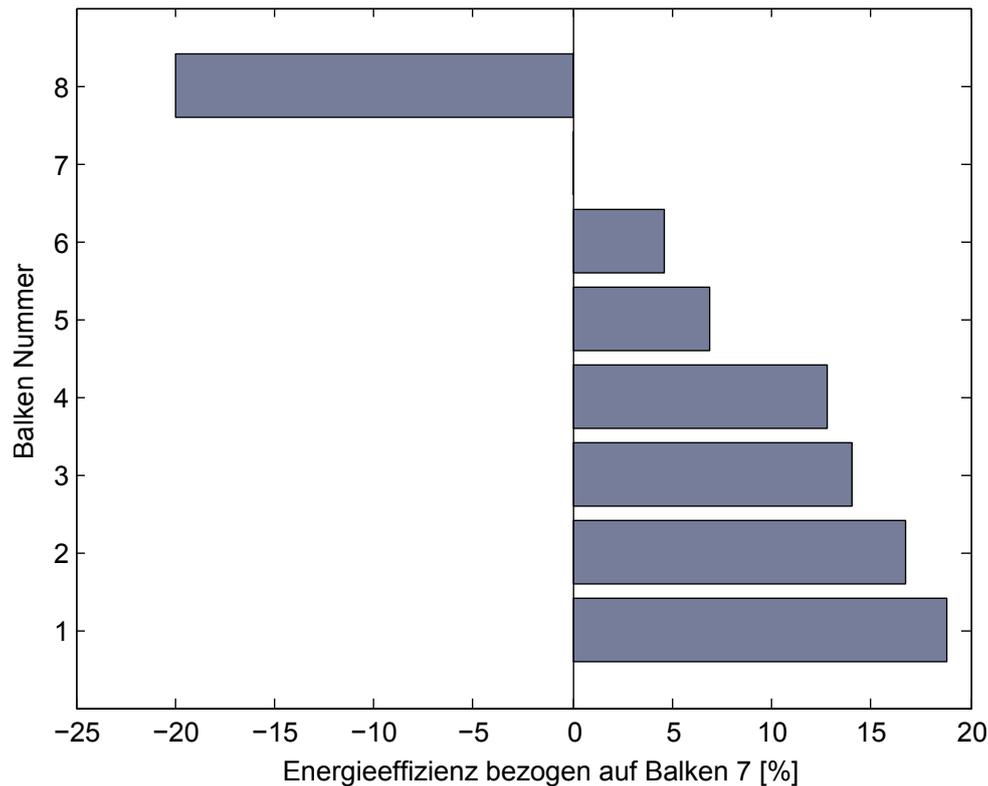
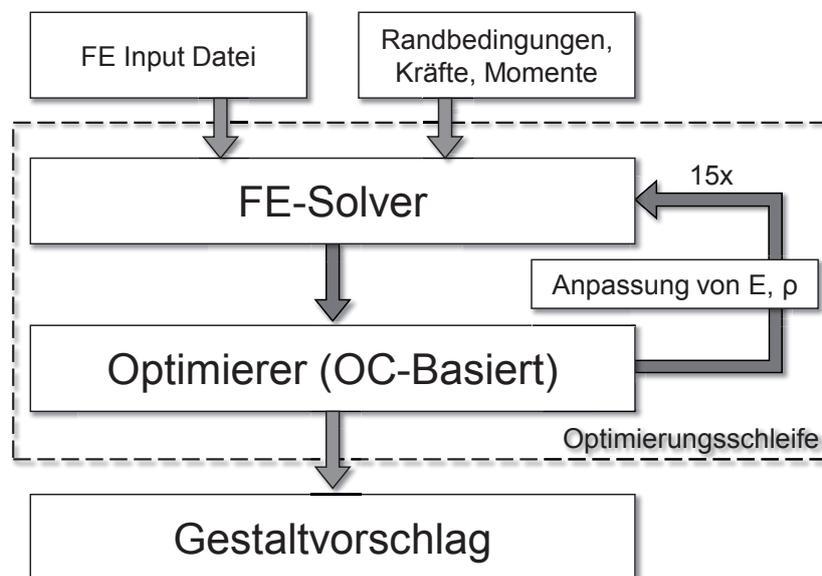


Abbildung 4.2 Energieeffizienz bezogen auf Balken 7

## 4.2 Erweiterung des Topologieoptimierungsprozesses unter Berücksichtigung des Trägheitseinflusses eines dynamisch bewegten Bauteils

Kann ein Prozess oder eine Methode entwickelt werden, um eine optimierte Struktur automatisiert zu synthetisieren? Dies ist die zweite Forschungsfrage aus Abschnitt 3.2. Als Basis des neuen Prozesses bietet sich der Topologieoptimierungsprozess an. Er ermöglicht die automatisierte Synthetisierung einer Gestalt mit Reifegrad 2 anhand vorgegebener Belastung und Lagerungen, sowie eines vorgegebenen Gestaltungsraums.

Die **konventionelle Topologieoptimierung** wird in den meisten Fällen zur Berechnung von Gestaltungsvorschlägen für möglichst leichte und steife Strukturbauteile in der frühen Produktentwicklungsphase verwendet. Beim Reglerbasierten-Ansatz wird ein modifizierter Optimalitätskriterien-Algorithmus (oc) angewendet. Die Standardformulierung bei der konventionellen Topologieoptimierung in der Praxis beinhaltet die Minimierung der Nachgiebigkeit bei einer Einschränkung des Zielvolumens. Einer konventionellen Topologieoptimierung liegt ein vollwertiges FE-Modell des Designraums<sup>154</sup> zugrunde. Die FEA muss zu jeder Iteration neu erfolgen, denn einerseits liefern die Ergebnisse der FEA dem Optimierer die benötigten Werte der Zielfunktion und der Nebenbedingungen, andererseits verändert der Optimierer zu jeder Iteration die Werkstoffeigenschaften (Dichte und E-Modul) für jedes FE des Designraums. Das geschieht so lange, bis ein Abbruchkriterium erfüllt wird. Bei der konventionellen Topologieoptimierung konvergiert die Berechnung nach 15 Iterationen.<sup>155</sup> Das ist auch für sehr große Modelle der Fall. Bei dem in dieser Arbeit verwendeten Optimierer wird die These der Homogenisierung der Dehnungsenergiegedichte verwendet. Daher muss der FE-Solver zu jeder Iteration die Dehnungsenergie für jedes FE berechnen und auf das jeweilige Elementvolumen beziehen. In Abbildung 4.3 ist der Optimierungsprozess für einen Optimalitätskriterienbasierten-Algorithmus dargestellt.



**Abbildung 4.3** Klassischer Topologieoptimierungsprozess

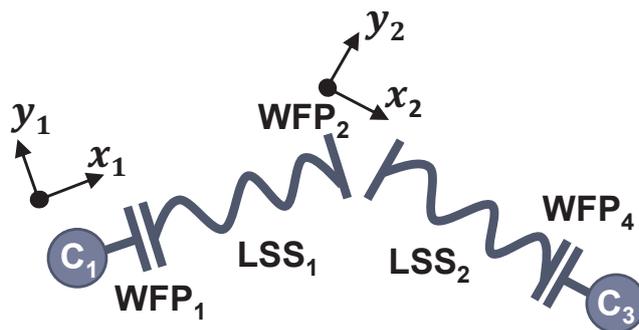
Die neue **erweiterte Topologieoptimierung** hat die Erhöhung der Energieeffizienz eines Gestaltungsvorschlags zum Ziel. Das bedeutet, dass bei einer vorgegebenen Bewegung und vergleichbarer Gesamtmasse eine geringere Arbeit aufgebracht werden muss.

<sup>154</sup>Bei einer Topologieoptimierung bezeichnet der Designraum das maximale Volumen des vorgegebenen Bauraum der zur Optimierung der Gestalt genutzt werden darf (siehe auch Unterabschnitt 2.6.3)

<sup>155</sup>FE-Design 2011

Eine Steigerung der Energieeffizienz eines Bauteils mit vorgegebener Trajektorie ist durch die Reduktion des Energieaufwands bei gleichem Nutzen möglich. Daher müssen die neue Methode, bzw. der neue Prozess die Bereiche in dem zu optimierenden Bauteil identifizieren, die für einen hohen Energieaufwand bei einer dynamischen Bewegung verantwortlich sind. Unter Energie wird in diesem Zusammenhang die im Körper beinhaltete potentielle und kinetische Energie verstanden.

Ein beliebiges Wirknetz, das aus zwei Leitstützstrukturen, drei Wirkflächenpaaren und zwei Konnektoren besteht, kann wie in Abbildung 4.4 dargestellt aufgebaut sein. Der Konnektor 1 (C1) erlaubt keine Translation und schränkt die Rotationen um die  $x_1$  und  $y_1$ -Achse ein. Das Wirkflächenpaar 2 (WFP2) kann sich im Raum translatorisch bewegen und hat einen Freiheitsgrad um die  $z_2$ -Achse. Der Konnektor 3 (C3) überträgt die äußeren Kräfte auf das System. Die Leitstützstruktur 1 (LSS1) ist masselos und unendlich steif, wohingegen die Leitstützstruktur 2 (LSS2) eine Dichte und ein Volumen besitzt und nicht unendlich steif ist. Das Gesamtsystem wird einem Gravitationsfeld ausgesetzt.



**Abbildung 4.4** Wirknetz eines beliebigen Systems

Wird die LSS2 zu einem beliebigen Zeitpunkt betrachtet, bei dem sich die Parameter von C1 und WFP2 nicht ändern, so ist die Lage der LSS im Raum fest. Zu diesem Zeitpunkt hat eine massebehaftete und deformierbare LSS eine spezielle energetische Eigenschaft aufgrund ihrer Position im Gravitationsfeld und ihrer Deformation. Man spricht in diesem Fall von der potentiellen Energie der LSS. Ist demnach eine beliebige LSS deformierbar und kann aus  $n$  FE aufgebaut werden, so wird die potentielle Energie der LSS aus der Summe der Lage- und der Verformungsenergien aller FE berechnet. Dabei errechnet sich die Lageenergie über die Gravitationsfeldstärke. Der Einfluss des Gravitationsfelds  $g$  wird durch die Eigenschaften des Konnektors 1, dem WFP2 und der LSS1 beeinflusst. Das heißt, sie kann durch die Bahnplanung, den Weg-Zeit-Verlauf, sowie die kinematische Struktur (Gestalt des Systems mit Reifegrad 1) gesteuert werden. Wird das WFP2 aktiv von außen gestellt oder geregelt, und der Steller oder der Regler ist nicht Bestandteil des Betrachtungsraums, so wird in dieser Arbeit zwischen

WFP2 ein Konnektor und ein weiteres WFP eingefügt. In Abbildung 4.5 ist das grafisch verdeutlicht. Dies ermöglicht die Berücksichtigung der Stellgrößen von außen, ohne diese im Betrachtungsraum mit abzubilden.

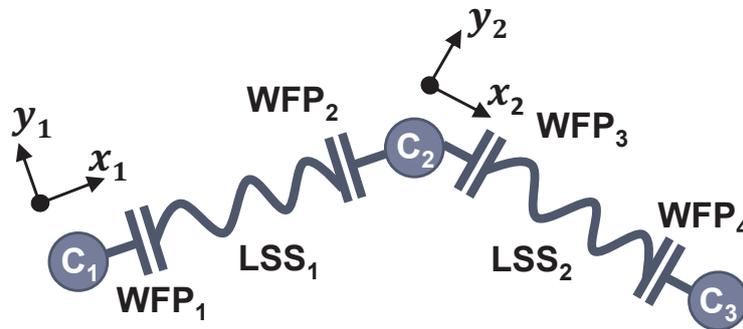


Abbildung 4.5 Wirknetz eines aktuierten Systems

Die Optimierung der Bahnplanung<sup>156</sup> sowie der kinematischen Struktur<sup>157</sup> ist heutzutage ein gut erforschtes Gebiet. Die Verformungsenergie eines Körpers berechnet sich aus dem Produkt der halben Steifigkeit und der quadrierten Verschiebung des Körpers aufgrund einer äußeren Kraft. Der Prozess der konventionellen Topologieoptimierung trägt zur Verringerung der potentiellen Energie mit der Minimierung der Verformung und der Reduzierung der Gesamtmasse bei. Ein flexibler und ein starrer Körper unterscheiden sich in der Art, dass im ersten Fall bei einer aufgeprägten Kraft oder Beschleunigung Bestandteile der Energie in Verformung und innere Reibung des flexiblen Körpers umgewandelt werden; ein Starrkörper ist in dieser Hinsicht verlustfrei. Minimiert man den Betrag der Verformungsenergie bei gleichbleibender Belastung, wird beinahe die komplette zugeführte Arbeit in Bewegungsenergie des Körpers umgewandelt. Bei einer metallischen Struktur, die auf potentielle Energie hin optimiert wird, kann daher bei der Berechnung der kinetischen Energie in guter Näherung von einem Starrkörper ausgegangen werden.

Ändern sich die Eigenschaften der Konnektoren 1 und 2 während der Zeit, so besitzt eine massebehaftete LSS neben potentieller auch kinetische Energie. Das heißt, bei einer vorgegebenen Trajektorie des Wirknetzes, sowie einem bekannten Zeit-Weg-Verlauf für eine beliebige LSS ergeben sich aus der Definition der kinetischen Energie (siehe Abschnitt 2.3.5) zwei Parameter, mit denen die Bewegungsenergie der LSS beeinflusst werden kann. Dies ist zum einen die Gesamtmasse der bewegten Struktur und zum anderen die Materialverteilung bei der Rotation, ausgedrückt über den Trägheitstensor (siehe Unterabschnitt 2.3.4). Daraus kann abgeleitet werden, dass zur Reduktion der Antriebsverlustleistung und somit zur Steigerung der Energieeffizienz die Masse im Designraum reduziert und optimal verteilt werden muss. Der eingesetzte Optimie-

<sup>156</sup>Ata 2007 / Garg & Kumar 2002 / Rubio et al. 2011

<sup>157</sup>Arakelian et al. 2011 / Pashkevich et al. 2005 / Pashkevich et al. 2009

rungsalgorithmus, der in Abschnitt 2.6.3 vorgestellt wurde, arbeitet die resultierende Gesamtmasse des Designraum als Randbedingung ein. Damit ergibt sich durch die besprochene Entfernung aller Reststrukturen eine annähernd ideale Massenreduktion. Beachtet man dabei, dass jeder Werkstoff bis zum Versagen nur eine begrenzte Dehnungsenergiedichte „aufnehmen“ kann, so ist die Minimierung der Masse nach unten begrenzt. Aus diesem Grund verbleibt für die weitere Optimierung der kinetischen Energie einer mechanischen Struktur nur die Optimierung des Trägheitsverhaltens, was zur Verringerung der benötigten Rotationsenergie bei Verwendung des gleichen Werkstoffes führt.

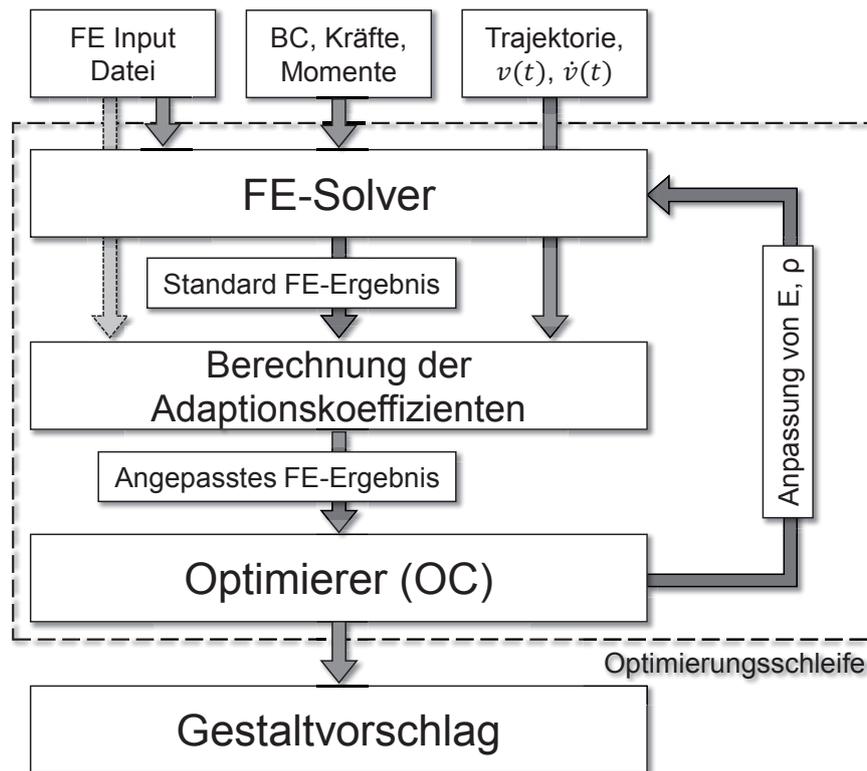
Die **Grundidee dieser Arbeit** zur Integration der Energieeffizienz in die Topologieoptimierung besteht darin, einen **spezifischen Adaptionswert** zu definieren, der den **Einfluss der Rotationsenergie eines FE am Gesamtsystemverhalten** repräsentiert. Dieser Wert soll zu jeder Iteration der Topologieoptimierung neu berechnet und mit der Dehnungsenergie verrechnet werden und somit ineffiziente FE, die weniger stark am Kraftfluss beteiligt sind, bei der Optimierung bevorzugt entfernen.

Um die Zustände von FE im zuvor beschriebenen Kontext zu beschreiben, muss der Betrag an Dehnungs- und Rotationsenergie für jedes FE analysiert werden. Wird die Dehnungsenergie der Rotationsenergie gegenüber gestellt, so können die Zustände in Tabelle 4.1 von FE im Designraum auftreten. Der Umgang bei der Optimierung mit den unterschiedlichen Elementen wird in der Bewertung der kombinierten Zustände beschrieben. So wird zum Beispiel ein FE mit einer niedrigen Dehnungsenergie und einer hohen Rotationsenergie bei der Optimierung als ungünstig identifiziert und somit als Reststruktur entfernt.

**Tabelle 4.1** Zustände von Finiten Elementen bei der erweiterten Topologieoptimierung

<b>Eigenschaften</b>	<b>niedrige Rotationsenergie</b>	<b>hohe Rotationsenergie</b>
<b>hohe Dehnungsenergie</b>	behalten	prüfen
<b>niedrige Dehnungsenergie</b>	prüfen	entfernen

In dieser Arbeit wurden zwei unterschiedliche Adaptionswerte entwickelt, die in den Abschnitten 4.4 und 4.5 hergeleitet werden. In Abbildung 4.6 ist der erweiterte Optimierungsprozess wie oben beschrieben dargestellt. Dieser Prozess wird ab hier mit *TopKE* (**T**opology **O**ptimization with consideration of **K**inetic **E**nergy) abgekürzt. In der Abbildung ist sichtbar, dass zwischen der FE-Berechnung und der Optimierung eine Routine hinzugekommen ist, die die Adaptionskoeffizienten zu jeder Iteration berechnet und die Ergebnisdaten des FE-Solvers verändert. Diese modifizierten Simulationsergebnisse werden vom Optimierer (OC-basiert) interpretiert und das E-Modul, sowie die Dichte jedes FE angepasst.



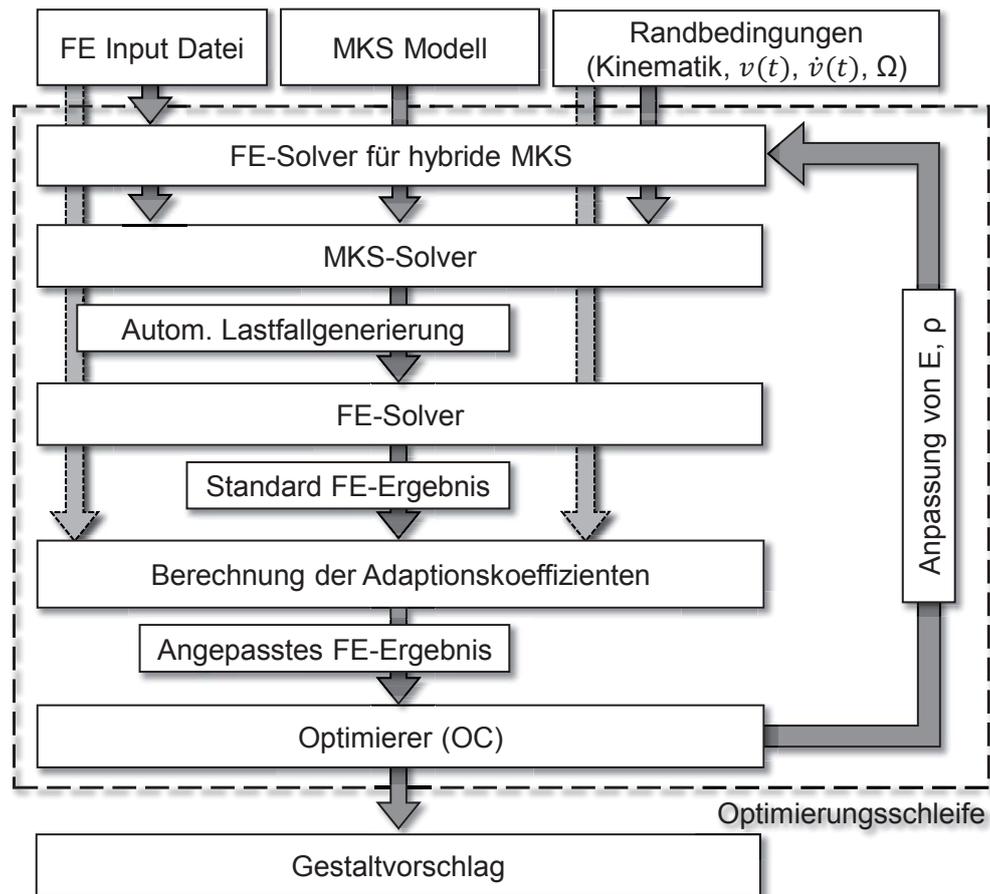
**Abbildung 4.6** Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung (TopKE)

Bei der konventionellen Topologieoptimierung aber auch bei der *TopKE* werden der Optimierung statische Lastfälle zugrunde gelegt, die zu Beginn der Optimierung im FE Modell definiert werden. Diese statischen Lastfälle repräsentieren meistens nicht die tatsächlichen maximalen Belastungen, die während einer Bewegung auftreten. Es besteht aber die Möglichkeit, bei einer Voruntersuchung mithilfe einer MKS die maximalen Lastfälle während der Bewegung zu identifizieren und dem FE Modell zugrunde zu legen. Allerdings ändert sich die Masse und die Trägheit des Körpers während der Optimierung signifikant (oft mehr als 60 %), so dass diese Annahme nicht mehr zulässig ist. In Arbeiten am IPEK - Institut für Produktentwicklung wurde dieser Zusammenhang schon 1999 bei der Formoptimierung untersucht.<sup>158</sup> Später wurde die automatisierte Lastfallerkennung auch auf die Topologieoptimierung übertragen. Es konnte die Relevanz einer automatisierten Lastfallerkennung an einer Leitstützstruktur einer Werkzeugmaschine gezeigt werden.<sup>159</sup>

Aus diesem Grund wird der erweiterte Optimierungsprozess *TopKE* um eine automatische Lastfallerkennung ergänzt. Diese wird in Abschnitt 4.7 entwickelt. In Abbildung 4.7 ist die Erweiterung in einem Ablaufplan dargestellt. Dem FE-Solver muss eine hybride MKS vorgeschaltet werden, die Bestandteil des Optimierungslaufes ist und zu jeder Iteration neu gestartet wird. In der MKS wird das Verhalten des Systems simuliert,

<sup>158</sup>Müller et al. 1999

<sup>159</sup>Häußler et al. 2004



**Abbildung 4.7** Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung mit automatischer Lastfallerkennung (DyTopKE)

und die maximalen Lastfälle werden extrahiert. Dies ermöglicht eine Optimierung im Kontext des Gesamtsystemverhaltens. Dieser erweiterte Optimierungsprozess wird mit *DyTopKE* (**D**ynamic **T**opology Optimization with consideration of **K**inetic **E**nergy) abgekürzt.

### 4.3 Berechnung der Energie des bewegten Designraums

In diesem Kapitel wird darauf eingegangen, wie die potentielle und die kinetische Energie des bewegten Designraums für jedes FE berechnet wird. Dies ist notwendig, um die in den Abschnitten 4.4 und 4.5 verwendeten Adaptionkennwerte berechnen zu können.

### 4.3.1 Potentielle Energie des bewegten Designraums

Wird ein FE mit einer beliebigen Masse parallel zum Gravitationsfeldvektor verschoben, so wird Arbeit verrichtet und der Betrag der Lageenergie als Teil der potentiellen Energie verändert. Ein Beispiel hierfür ist eine mechanische Standuhr mit Uhrgewicht. Das Uhrgewicht hängt hierbei an einem Seil und hält das Pendel in Bewegung. Es unterliegt der Schwerkraft und legt einen Weg zurück. Die verrichtete Arbeit wird hier durch die Änderung der potentielle Energie aufgebracht.

Eine beidseitig gegeneinander gerichtete Kraft auf ein FE führt zu einer Verformung, und somit ändert sich der Betrag der Verformungsenergie. Ein typisches Beispiel ist der Bogen, der beim Spannen mit einem Pfeil Energie speichert. Bei dieser Energie spricht man ebenfalls von potentieller Energie. Daher kann die potentielle Energie eines flexiblen Körpers, der aus  $n$  FE aufgebaut ist, aus der Summe der Lage- und der Verformungsenergie wie in Gleichung 4.3 berechnet werden. Hierbei steht  $V_{FE,g}(\xi)$  für die Lageenergie jedes einzelnen FE aufgrund der Gravitationswirkung und  $\frac{1}{2} \xi^T \mathbf{K}_{FE} \xi$  beschreibt die Verformungsenergie jedes FE.

$$V = \sum_n (V_{FE,g}(\xi) + \frac{1}{2} \xi^T \mathbf{K}_{FE} \xi) \quad (4.3)$$

### 4.3.2 Kinetische Energie des bewegten Designraums

Wird auf einen beliebigen frei schwebenden Körper eine Kraft eingeleitet, so wird er beschleunigt. Im Gegensatz zu einem flexiblen Körper, der sich aufgrund einer Kraft verformen kann, und somit einen Teil der Energie in innere Reibung und Verformungsenergie umwandelt, nutzt ein starrer Körper die gesamte eingepreßte Energie ausschließlich zur Beschleunigung. Geht man davon aus, dass der Betrag der Verformungsenergie bei einer konstanten Belastung minimiert wird, so kann man annehmen, dass die gesamte Arbeit in kinetische Energie umgewandelt wird. Wird die potentielle Energie einer metallischen Struktur optimiert, so kann mit hinreichender Genauigkeit die kinetische Energie mithilfe der Annahme eines starren Körpers errechnet werden.

Die kinetische Energie setzt sich aus der Summe von translatorischer und rotatorischer kinetischer Energie zusammen (siehe Abschnitt 2.3.5). Die kinetische Energie des Designraums entspricht daher der Summe der kinetischen Energie jedes FE wie in Gleichung 4.4 dargestellt.

$$T = \sum_n (T_{FE,trans} + T_{FE,rot}) \quad (4.4)$$

Die Energie eines FE bei einer translatorischen Bewegung errechnet sich mit der Elementmasse  $m_{FE}$  und der Geschwindigkeit  $\boldsymbol{\nu}_{FE}^T$  wie in Gleichung 4.5 dargestellt.

$$T_{FE,trans}(t) = \frac{1}{2} m_{FE} \boldsymbol{\nu}_{FE}^T(t) \boldsymbol{\nu}_{FE}(t) \quad (4.5)$$

Die Rotationsenergie eines FE kann mit der Gleichung 4.6 und der Winkelgeschwindigkeit  $\boldsymbol{\omega}_{K,O}^T$  des starren Körpers und dem Trägheitstensor  $\mathbf{I}_{FE}$  berechnet werden.

$$T_{FE,rot}(t) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{K,O}^T(t) \mathbf{I}_{FE} \boldsymbol{\omega}_{K,O}(t) \quad (4.6)$$

Eingesetzt in Gleichung 4.4 ergibt sich Gleichung 4.7.

$$T(t) = \frac{1}{2} \sum_n (m_{FE} \boldsymbol{\nu}_{FE}^T \boldsymbol{\nu}_{FE} + \boldsymbol{\omega}_{K,O}^T \mathbf{I}_{FE} \boldsymbol{\omega}_{K,O}) \quad (4.7)$$

Eine beliebige Bewegung eines Körpers im Raum kann zu jedem Zeitpunkt in eine rein translatorische und eine rein rotatorische Bewegung aufgeteilt werden. Es kann immer eine zeitabhängige Achse berechnet werden, um die ein Körper eine rein planare Drehung durchführt.<sup>160</sup> Mit Hilfe dieser Eigenschaft ist es möglich, die Rotationsenergie eines Körpers mithilfe einer skalaren Funktion zu berechnen (Gleichung 4.8).

$$T_{FE,rot}(t) = \frac{1}{2} J_{FE}(t) \omega(t)^2 \quad (4.8)$$

Der Trägheitstensor  $I$  in Gleichung 4.6 und Gleichung 4.7 kann somit durch das Trägheitsmoment bezüglich der momentanen Drehachse  $J_{FE}$  ersetzt werden. Das Trägheitsmoment beschreibt das Verhalten des Körpers gegenüber Änderungen der Rotation. Es kann mit Hilfe des SATZES VON STEINER (Abschnitt 2.3.4), wie in Gleichung 4.9 dargestellt, in zwei Komponenten aufgeteilt werden. Das ist zum einen das Trägheitsmoment des FE um sich selbst mit der Drehachse im Schwerpunkt und zum anderen der Anteil aufgrund der Verschiebung der Drehachse um den Abstand  $d_{FE}$  aus dem Schwerpunkt des FE.

$$J_{FE}(t) = J_{FE,S}(t) + m_{FE} d_{FE}(t)^2 \quad (4.9)$$

Der SATZ VON STEINER und der Zusammenhang zwischen der Masse als Funktion des Volumens  $m_{FE} = \rho_{FE} V_{FE}$  ermöglicht die Berechnung der rotatorischen kinetischen Energie für jedes FE des Designraums. Nach dem Einsetzen der Werte in Gleichung 4.8 ergibt sich die Gleichung 4.10.

$$T_{FE,rot}(t) = \frac{1}{2} \left( J_{FE,S}(t) + \rho_{FE} V_{FE} d_{FE}(t)^2 \right) \omega(t)^2 \quad (4.10)$$

Für den Designraum ergibt sich somit die gesamte Rotationsenergie als Summe der

<sup>160</sup>Husty et al. 1997

Energie der FE (siehe Gleichung 4.10).

$$T_{rot}(t) = \frac{1}{2} \sum_n [J_{FE,S}(t) + \rho_{FE} V_{FE} d_{FE}(t)^2] \omega(t)^2 \quad (4.11)$$

Die rotatorische kinetische Energie kann bei gegebener Rotationsträgheit des FE im Schwerpunkt  $J_{FE,S}$  und gegebener Rotationsträgheit zur momentanen Drehachse  $T_{FE,r} = \rho_{FE} V_{FE} d_{FE}^2$  sowie einem bekannten Vektor der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  für alle Elemente im Designraum berechnet werden. Die kinetische Energie des Designraums lässt sich durch das Einsetzen von Gleichung 4.11 in Gleichung 4.7 wie folgt berechnen:

$$T(t) = \frac{1}{2} \sum_n [m_{FE} \nu_{FE}^T(t) \nu_{FE}(t) + (J_{FE,S}(t) + \rho_{FE} V_{FE} d_{FE}(t)^2) \omega(t)^2] \quad (4.12)$$

### 4.3.3 Vernachlässigung der Trägheitsmomente im Elementschwerpunkt

Die Trägheitsmomente im Schwerpunkt eines FE können vernachlässigt werden, wenn das Volumen der Gesamtstruktur bedeutend größer ist, als das der FE. Um das zu zeigen, werden die Beträge des Trägheitsmoments  $J_S$  eines FE und die Rotationsträgheit  $R_T$  miteinander verglichen. Hierzu wird ein FE in Tetraederform als Referenzelement verwendet. Diese Elementform wird in der Praxis häufig bevorzugt, weil sie eine automatisierte Vernetzung von komplexen Geometrien ermöglichen. In Abbildung 4.8 ist ein einfacher Tetraeder mit einem allgemeinen kartesischen Koordinatensystem  $x, y, z$  und einem Koordinatensystem  $x_s, y_s, z_s$  im Elementschwerpunkt dargestellt.

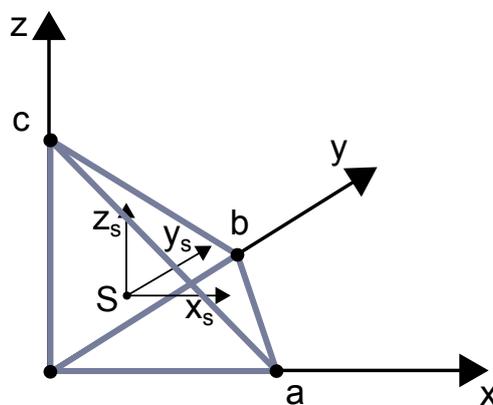


Abbildung 4.8 Tetraederelement mit zugehörigen Koordinatensystemen

Der Trägheitstensor  $I$  im Schwerpunkt des FE mit Tetraederform berechnet sich mit

dem Volumenintegral wie in Gleichung 4.13 dargestellt.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{I}_{TET} &= \int \begin{bmatrix} J_{x_s} & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{xy} & J_{y_s} & J_{yz} \\ J_{xz} & J_{yz} & J_{z_s} \end{bmatrix} \rho_{TET} dV_{TET} \\
 &= \int_{x_s=-\frac{a}{4}}^{\frac{3}{4}a} \int_{y_s=-\frac{b}{4}}^{b(\frac{1}{2}-\frac{x_s}{a})} \int_{z_s=-\frac{c}{4}}^{c(\frac{1}{4}-\frac{x_s}{a}-\frac{y_s}{b})} \begin{bmatrix} y_s^2 + z_s^2 & -x_s y_s & -x_s z_s \\ -x_s y_s & x_s^2 + z_s^2 & -y_s z_s \\ -x_s z_s & -y_s z_s & x_s^2 + y_s^2 \end{bmatrix} \rho_{TET} dz_s dy_s dx_s \\
 &= \rho_{TET} \begin{bmatrix} \frac{abc}{160}(b^2 + c^2) & \frac{a^2 b^2 c}{480} & \frac{a^2 b c^2}{480} \\ \frac{a^2 b^2 c}{480} & \frac{abc}{160}(a^2 + c^2) & \frac{ab^2 c^2}{480} \\ \frac{a^2 b c^2}{480} & \frac{ab^2 c^2}{480} & \frac{abc}{160}(a^2 + b^2) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Das Trägheitsmoment bezüglich einer beliebigen Achse wird durch das Produkt des Trägheitstensors  $I$  mit dem Einheitsvektor  $\vec{e}_i$  der Winkelgeschwindigkeit gebildet. An dieser Stelle werden die Einheitsvektoren für Drehbewegungen um die Hauptnormalachsen, sowie Bewegungen um schräge Deviationsachsen verwendet, um beispielhaft unterschiedliche Trägheitsmomente zu bestimmen. Sie decken ein ausreichend großes Spektrum an Drehbewegungen des FE ab, um den Einfluss der Achslage auf das Trägheitsmoment zu zeigen. Die korrespondierenden Einheitsvektoren sind in Gleichung 4.14 dargestellt.

$$\begin{aligned}
 \vec{e}_1 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \\
 \vec{e}_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_5 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_6 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_7 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Wird der Trägheitstensor mit den Einheitsvektoren multipliziert, so ergeben sich die

Trägheitsmomente aus Gleichung 4.15.

$$\begin{aligned}
 J_{S,1} &= \rho_{TET} \frac{abc}{160} (b^2 + c^2), \quad J_{S,2} = \rho_{TET} \frac{abc}{160} (a^2 + c^2), \quad J_{S,3} = \rho_{TET} \frac{abc}{160} (a^2 + b^2), \\
 J_{S,4} &= \frac{\rho_{TET}}{\sqrt{2}} \left( \frac{abc}{160} (a^2 + b^2 + 2c^2) + \frac{a^2 b^2 c}{240} \right), \quad J_{S,5} = \frac{\rho_{TET}}{\sqrt{2}} \left( \frac{abc}{160} (a^2 + 2b^2 + c^2) + \frac{a^2 b c^2}{240} \right), \\
 J_{S,6} &= \frac{\rho_{TET}}{\sqrt{2}} \left( \frac{abc}{160} (2a^2 + b^2 + c^2) + \frac{a b^2 c^2}{240} \right), \\
 J_{S,7} &= \frac{\rho_{TET}}{\sqrt{3}} \left( \frac{abc}{80} (a^2 + b^2 + c^2) + \frac{a^2 b^2 c}{240} + \frac{a^2 b c^2}{240} + \frac{a b^2 c^2}{240} \right)
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Das Vernachlässigen des Trägheitsmoments der FE ist zulässig, wenn der Betrag der Rotationsträgheit im Vergleich zum Trägheitsmoment bedeutend größer ist. Um das zu zeigen, wird die Rotationsträgheit dem Trägheitsmoment gleich gesetzt. Auf diese Weise kann der Abstand zwischen dem Schwerpunkt und der Drehachse (der Rotationsträgheit) berechnet werden, an dem die beiden Größen den gleichen Wert haben. Ist der Abstand sehr klein, so kann bei einer feinen Vernetzung davon ausgegangen werden, dass das Trägheitsmoment vernachlässigbar ist.

Zur Berechnung der Trägheitsmomente muss ein Zusammenhang für die Kantenlängen der Tetraederkanten gefunden werden. Wird von einer gleichmäßigen Vernetzung des Designraums ausgegangen, so ist die Umkugelung aller FE gleich groß. Die Umkugelung beschreibt die kleinste Kugel, die um ein Strukturelement gelegt werden kann, wenn ihr Mittelpunkt im Schwerpunkt liegt. Die Ortsvektoren des in Abbildung 4.8 dargestellten Tetraeder können bezüglich des  $x, y, z$ -Koordinatensystem wie in Gleichung 4.16 aufgestellt werden.

$$\vec{o}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{o}_2 = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{o}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{o}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix} \tag{4.16}$$

Der Ortsvektor  $\vec{r}_{S,TET}$  für den Schwerpunkt des Tetraeders kann mithilfe der Schwerpunktsformel (Gleichung 4.17) berechnet werden. Der Vektor  $\vec{r}_{S,i}$  zeigt vom Ursprung des beliebigen körperfesten Koordinatensystem auf den jeweiligen Schwerpunkt des einzelnen Teilkörpers  $i$  der Masse  $m_i$ . Eingesetzt für den Tetraeder ergibt sich daher der Vektor zu Gleichung 4.18

$$\vec{r}_{S,TET} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{r}_{s,i} m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad \text{und} \quad m_i = 1 \rightarrow r_{S,TET} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_{s,i} \tag{4.17}$$

$$\vec{r}_{S,TET} = \frac{1}{4} \left( \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Die Verbindungsvektoren zwischen dem Schwerpunkt  $r_{S,TET}$  und den Knoten  $k_i$  des FE berechnen sich wie in Gleichung 4.19.

$$\overline{r_{S,TET}k_1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, \quad \overline{r_{S,TET}k_2} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3a \\ -b \\ -c \end{pmatrix}, \quad \overline{r_{S,TET}k_3} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -a \\ 3b \\ -c \end{pmatrix}, \quad \overline{r_{S,TET}k_4} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -a \\ -b \\ 3c \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

Wird die Gleichheit zwischen dem Abstand der Knoten zum Schwerpunkt und dem Umkugelungsradius gefordert, so muss der Betrag des Abstands dem Radius gleich gesetzt werden (siehe Gleichung 4.20)

$$|\overline{r_{S,TET}k_i}| \stackrel{!}{=} r_{Kugel} \quad (4.20)$$

Für die gleichen Kantenlängen  $a = b = c = q$  kann mit Gleichung 4.19 und der Bedingung aus Gleichung 4.20 der Umkugelungsradius berechnet werden (siehe Gleichung 4.21). Wird diese Gleichung nach  $q$  umgestellt, so können die Kantenlängen über den Kugelradius berechnet werden, wie in Gleichung 4.22 dargestellt.

$$r_{Kugel} = \frac{1}{4} \sqrt{9a^2 + b^2 + c^2} = \frac{1}{4} \sqrt{a^2 + 9b^2 + c^2} = \frac{1}{4} \sqrt{a^2 + b^2 + 9c^2} = \frac{1}{4} \sqrt{11}q \quad (4.21)$$

$$q = \frac{4}{\sqrt{11}} r_{Kugel}, \quad \text{für } a = b = c = q \quad (4.22)$$

Das Trägheitsmoment wird der Rotationsträgheit gleich gesetzt (siehe Gleichung 4.23). An dieser Stelle wird von einem Tetraeder mit gleicher Kantenlänge ausgegangen. So ergibt sich der Abstand der Drehachsen, bei der beide Trägheiten den gleichen Betrag haben, zu Gleichung 4.24.

$$R_t = \rho_{TET} V_{TET} d_{S,a}^2 \stackrel{!}{=} J_{S,a} \quad \text{und} \quad V_{TET} = \frac{abc}{6} = \frac{q^3}{6} = \frac{32}{3\sqrt{11}} r_{Kugel} \quad (4.23)$$

$$d_{S,a} = \sqrt{\frac{J_{S,a}}{\rho_{TET} V_{TET}}} \quad (4.24)$$

Für die Trägheitsmomente  $J_{S,a}$  bei Drehungen um unterschiedliche Haupt- und Deviationsachsen (Gleichung 4.14) werden die Abstände berechnet und die Ergebnisse sind in Gleichung 4.25 dargestellt. Aufgrund der Symmetrie bei gleicher Kantenlänge eines Tetraeder sind die Trägheitsmomente um die Achse  $\vec{e}_1$  bis  $\vec{e}_3$ , sowie um die Achse  $\vec{e}_4$  bis  $\vec{e}_6$  jeweils gleich. Der größte Abstand, bei dem die beiden Momente gleich sind, beträgt ca. 0,42 des Umkugelungsradius.

$$\begin{aligned}
d_{S,a=1..3} &= \sqrt{\frac{J_{S,a=1..3}}{\rho_{TET} V_{TET}}} = \sqrt{\frac{q^5 \rho_{TET}}{80} \frac{6}{\rho_{TET} q^3}} = \sqrt{\frac{6}{55}} r_{Kugel} \approx 0,33 r_{Kugel} \\
d_{S,a=4..6} &= \sqrt{\frac{J_{S,a=4..6}}{\rho_{TET} V_{TET}}} = \sqrt{\frac{7q^5 \rho_{TET}}{240\sqrt{2}} \frac{6}{\rho_{TET} q^3}} = \sqrt{\frac{7}{40\sqrt{2}}} r_{Kugel} \approx 0,35 r_{Kugel} \quad (4.25) \\
d_{S,a=7} &= \sqrt{\frac{J_{S,7}}{\rho_{TET} V_{TET}}} = \sqrt{\frac{q^5 \rho_{TET}}{20\sqrt{3}} \frac{6}{\rho_{TET} q^3}} = \sqrt{\frac{3}{10\sqrt{3}}} r_{Kugel} \approx 0,42 r_{Kugel}
\end{aligned}$$

Bei Bauteilen mit komplexer Geometrie können stark deformierte Tetraeder bei der Vernetzung häufig nicht verhindert werden. Die Kantenlängen bei diesen Elementen variieren sehr stark, wodurch auch das Trägheitsmoment des Elements höher ausfällt. Daher können zwei der vier Knoten unverhältnismäßig weit von der Standardumkuglung entfernt liegen. Es könnte zum Beispiel folgender Zusammenhang der Kantenlängen auftreten (Gleichung 4.26):

$$a = 5r_{Kugel}, b = \frac{6}{5}r_{Kugel}, c = 6r_{Kugel} \quad (4.26)$$

Mit Gleichung 4.23 und 4.24, sowie dem Zusammenhang aus Gleichung 4.26 ergeben sich die in Gleichung 4.27 dargestellten Trägheitsmomente als Funktion des Kugelradius für stark verzerrte Elemente. Der größte Abstand entsteht bei einer Drehung um die Achse 7, und der maximale Abstand, bei dem die beiden Momente gleich sind, beträgt ca. das 1,82 Fache des Umkugelungsradius.

$$\begin{aligned}
d_{S,1} &= \sqrt{\frac{J_{S,1}}{\rho_{TET}V_{TET}}} = \frac{1}{20} \sqrt{15b^2 + 15c^2} \approx 1,18 r_{Kugel} \\
d_{S,2} &= \sqrt{\frac{J_{S,2}}{\rho_{TET}V_{TET}}} = \frac{1}{20} \sqrt{15a^2 + 15c^2} \approx 1,51 r_{Kugel} \\
d_{S,3} &= \sqrt{\frac{J_{S,3}}{\rho_{TET}V_{TET}}} = \frac{1}{20} \sqrt{15a^2 + 15b^2} \approx 1,00 r_{Kugel} \\
d_{S,4} &= \sqrt{\frac{J_{S,4}}{\rho_{TET}V_{TET}}} = \frac{1}{40} \sqrt{10} \sqrt{\sqrt{2} (3a^2 + 3b^2 + 6c^2 + 2ab)} \approx 1,65 r_{Kugel} \\
d_{S,5} &= \sqrt{\frac{J_{S,5}}{\rho_{TET}V_{TET}}} = \frac{1}{40} \sqrt{10} \sqrt{\sqrt{2} (3a^2 + 6b^2 + 3c^2 + 2ac)} \approx 1,49 r_{Kugel} \\
d_{S,6} &= \sqrt{\frac{J_{S,6}}{\rho_{TET}V_{TET}}} = \frac{1}{40} \sqrt{10} \sqrt{\sqrt{2} (6a^2 + 3b^2 + 3c^2 + 2cb)} \approx 1,56 r_{Kugel} \\
d_{S,7} &= \sqrt{\frac{J_{S,7}}{\rho_{TET}V_{TET}}} = \frac{1}{60} \sqrt{30} \sqrt{\sqrt{3} (3a^2 + 3b^2 + 3c^2 + ab + ac + cb)} \approx 1,82 r_{Kugel}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Es ist sehr gut zu erkennen, dass bei einer kleiner Verschiebung der Drehachse aus dem Schwerpunkt heraus die Rotationsträgheit des FE den Betrag des Trägheitsmoments erreicht. Mit zunehmender Entfernung steigt die Rotationsträgheit quadratisch an, was die Dominanz des Betrags der Rotationsträgheit zeigt. Bei der Topologieoptimierung wird das Bauteil mit mehreren 10 000 bis 100 000 Elementen mit einem ähnlichen Elementvolumen vernetzt.<sup>161</sup> Dementsprechend ist die Ausdehnung des Designraums bedeutend größer, als die der FE. Dadurch ist der Schwerpunkt der einzelnen FE weit von der momentanen Drehachse entfernt. Die Entfernung übertrifft den Radius der Umkuglung um ein Vielfaches. Aus diesem Grund kann bei der Berechnung der kinetischen Rotationsenergie mit Gleichung 4.11 das Trägheitsmoment um den Schwerpunkt der FE vernachlässigt werden. Somit ergibt sich die Gleichung 4.28.

$$T_{rot}(t) = \sum_n R_{T,FE} \omega(t)^2 = \frac{1}{2} \sum_n \rho_{FE} V_{FE} d_{FE}(t)^2 \omega(t)^2 \tag{4.28}$$

<sup>161</sup>Im Rahmen eines gemeinsamen Industrieprojekts wurde z.B. ein Klimagerät für die Optimierung mit 1 481 126 vernetzt.

### 4.3.4 Bestimmung des Abstandes zwischen den Finiten Elementen und dem Momentanpol

Zur Berechnung der Rotationsenergie wird zu jedem Zeitpunkt der Betrag des Verbindungsvektors zwischen dem Schwerpunkt jedes FE und dem Momentanpol benötigt. Der Momentanpol für einen beliebigen bewegten Körper kann wie in Unterabschnitt 2.3.3 beschrieben und mit der Gleichung 2.2 berechnet werden. Da sich die Position des Momentanpols während einer Bewegung zeitlich ändert, kann auch der Abstand variieren. Daher muss für das Mehrkörpersystem zu jeder Gelenkwinkelkombination die Position bezogen auf das initiale Koordinatensystem berechnet werden. Hierzu bietet es sich an, eine analytische Formel herzuleiten, die als Eingangsgrößen die Informationen der Konnektoren (hier: Gelenkwinkel) hat und als Ausgangsgröße die Position der zu optimierenden LSS (Designraums) ausgibt. In der Robotik wird dieses Vorgehen als die Bestimmung der Vorwärtskinematik beschrieben. Das für die meisten Berechnungen in dieser Arbeit zugrunde liegende Mehrkörpersystem besteht aus vier Konnektoren und drei Leitstützstrukturen. In Abbildung 4.9 ist das Mehrkörpersystem dargestellt, das einem System bestehend aus vier Gelenken und drei Körpern entspricht.

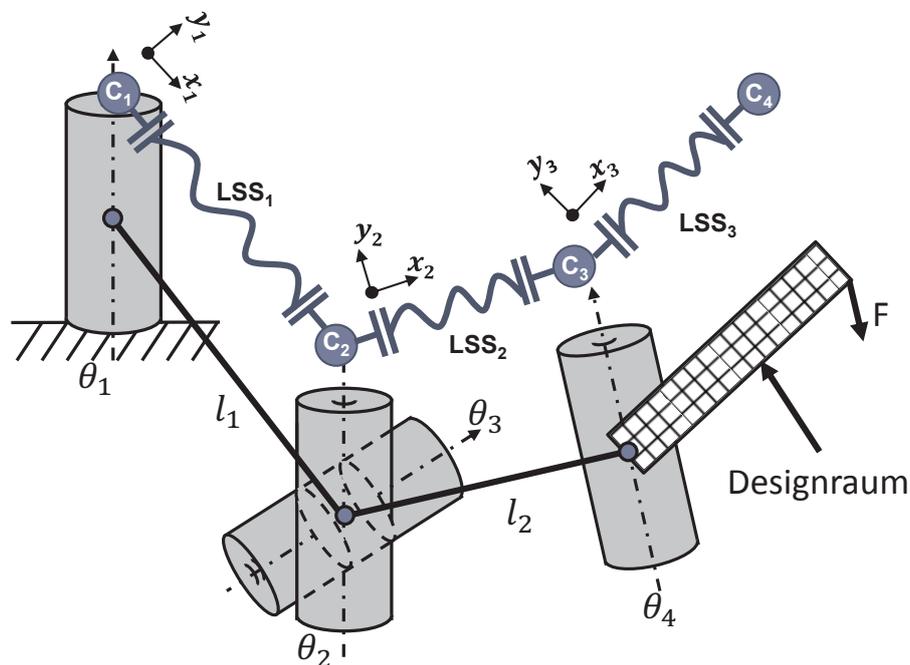


Abbildung 4.9 Mehrkörpersystem mit vier Gelenken

Die körpereigenen Koordinaten der einzelnen Körper bezüglich des Inertialsystems können mithilfe einer homogenen Transformation berechnet werden. Hierzu werden vier homogene Transformationsmatrizen für jedes Gelenk aufgestellt (siehe Gleichung 4.29).

$$\begin{aligned}
\mathbf{T}_{\theta_1} &= \begin{bmatrix} \cos(\dot{\theta}_1 t) & -\sin(\dot{\theta}_1 t) & 0 & 0 \\ \sin(\dot{\theta}_1 t) & \cos(\dot{\theta}_1 t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{T}_{\theta_2} &= \begin{bmatrix} \cos(\dot{\theta}_2 t) & -\sin(\dot{\theta}_2 t) & 0 & l_1 \\ \sin(\dot{\theta}_2 t) & \cos(\dot{\theta}_2 t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
\mathbf{T}_{\theta_3} &= \begin{bmatrix} \cos(\dot{\theta}_3 t) & 0 & \sin(\dot{\theta}_3 t) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\dot{\theta}_3 t) & 0 & \cos(\dot{\theta}_3 t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \mathbf{T}_{\theta_4} &= \begin{bmatrix} \cos(\dot{\theta}_4 t) & -\sin(\dot{\theta}_4 t) & 0 & l_2 \\ \sin(\dot{\theta}_4 t) & \cos(\dot{\theta}_4 t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Die gesamte Verdrehung des körperfesten Koordinatensystems wird durch die Multiplikation der vier aufeinander folgenden Drehungen beschrieben. Die Drehreihenfolge ist aufgrund der Nicht-Kommutativität der Matrixmultiplikation von entscheidender Bedeutung. Daher berechnet sich die Gesamttransformationsmatrix wie in Gleichung 4.30 beschrieben.

$$\mathbf{T}_{ges} = \mathbf{T}_{\theta_1} \mathbf{T}_{\theta_2} \mathbf{T}_{\theta_3} \mathbf{T}_{\theta_4} \tag{4.30}$$

Der Translationsanteil der Gesamttransformationsmatrix  $\mathbf{T}_{ges}[1..3, 4]$  entspricht hierbei dem Ortsvektor des körpereigenen Koordinatensystems. Neben den allgemeinen Knotenkoordinaten und den daraus ableitbaren Geschwindigkeiten wird die Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \dot{\theta}$  benötigt. Die Rotationsmatrix ist aufgrund der Orthogonalität der verwendeten Koordinatensysteme ebenfalls orthogonal, und daher entspricht die Transponierte der Inversen (vgl. Abschnitt 2.4.2). Dieser Zusammenhang kann genutzt werden, um die Winkelgeschwindigkeit anhand der Rotationsmatrix herzuleiten. Hierzu wird die Ableitung von  $\mathbf{R}^{i0}(\mathbf{R}^{i0})^\top$  gebildet und, wie in Gleichung 4.31 und Gleichung 4.32 dargestellt, die Winkelgeschwindigkeit  $\tilde{\omega}$  hergeleitet.<sup>162</sup>

$$\frac{d}{dt} \mathbf{R}^{i0}(\mathbf{R}^{i0})^\top = \dot{\mathbf{R}}^{i0}(\mathbf{R}^{i0})^\top + \mathbf{R}^{i0}(\dot{\mathbf{R}}^{i0})^\top = \mathbf{0} \tag{4.31}$$

$$\dot{\mathbf{R}}^{i0}(\dot{\mathbf{R}}^{i0})^\top = -\mathbf{R}^{i0}(\dot{\mathbf{R}}^{i0})^\top = \tilde{\omega}_{i,0} \Rightarrow \dot{\mathbf{R}}^{i0} = \tilde{\omega}_{i,0} \mathbf{R}^{i0} \tag{4.32}$$

Um die Matrizenrechnung für das Kreuzprodukt anwenden zu können, wird der Tildeoperator verwendet. Hierbei wird jedem Vektor eine schiefsymmetrische Matrix zugeordnet, welche mit dem Buchstaben des Vektors und einer darüber beschriebenen Tilde gekennzeichnet wird. Dieses Vorgehen ermöglicht die Berechnung des Kreuzproduktes mit einem Matrizenprodukt.<sup>163</sup> Die Winkelgeschwindigkeit  $\tilde{\omega}_{i,0}$  ist bezogen auf das

<sup>162</sup>Husty et al. 1997

<sup>163</sup>Dresig & Holzweißig 2011

Inertialkoordinatensystem und kann wie in Gleichung 4.33 dargestellt werden.

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{i,0} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Dies ermöglicht eine einfache Berechnung der Geschwindigkeit eines starren Körpers mit Gleichung 2.23 und ergibt Gleichung 4.34.

$$\dot{\mathbf{r}}_p = \frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \dot{\mathbf{x}}_i + \dot{\mathbf{R}}^{i0} \cdot \mathbf{s}_{i,P} = \dot{\mathbf{x}}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{i,0} \mathbf{R}^{i0} \mathbf{s}_{i,P} = \dot{\mathbf{x}}_i + \boldsymbol{\omega}_{i,0} \times \mathbf{R}^{i0} \mathbf{s}_{i,P} \quad (4.34)$$

Der DARBOUXsche<sup>164</sup> Drehvektor  $\boldsymbol{\omega}$  kann mit Gleichung 4.33 wie folgt geschrieben werden:

$$\boldsymbol{\omega} = [\tilde{\omega}(3, 2), \tilde{\omega}(1, 3), \tilde{\omega}(2, 1)]^\top \quad (4.35)$$

Mit der Formel zur Berechnung des Momentanpols (Gleichung 2.1) aus Unterabschnitt 2.3.3, der Gesamttransformationsmatrix (Gleichung 4.30) mit den lokalen Transformationsmatrizen (Gleichung 4.29), der Winkelgeschwindigkeit aus Gleichung 4.35 und mit dem Zusammenhang aus Gleichung 4.33 kann die momentane Drehachse  $\mathbf{D}_{DR}$  des Körpers in den Koordinaten des Inertialsystems berechnet werden (siehe Gleichung 4.36).

$$\mathbf{D}_{DR}(\mu) = \mathbf{T}_{ges}[1..3, 4] + \frac{1}{|\boldsymbol{\omega}|^2} \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{T}}_{ges}[1..3, 4] + \mu \boldsymbol{\omega} \quad (4.36)$$

Um die Rotationsenergie für jedes FE berechnen zu können, muss auch der Abstand des Schwerpunktes des Elements zum Momentanpol bekannt sein. Die Koordinaten der Elementknoten sind im körpereigenen FE-Koordinatensystem angegeben. Daher wird die Gleichung 4.36 in das FE-Koordinatensystem transformiert. Der Abstand eines beliebigen Punktes zum Momentanpol kann mit Gleichung 2.2 berechnet werden. Hierzu ist nur der Ortsvektor des Aufpunktes  $\mathbf{D}_{DR}(\mu = 0)$  und der Richtungsvektor  $\boldsymbol{\omega}$  dieser Geraden notwendig, so dass eine Transformation der beiden Vektoren ausreicht.

$$\mathbf{d}_{DP,4} = \mathbf{R}_{ges}^\top (\mathbf{D}_{DR}(\mu = 0) - \mathbf{T}_{ges}[1..3, 4]) = \mathbf{R}_{ges}^\top \left( \frac{1}{|\boldsymbol{\omega}|^2} \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{T}}_{ges}[1..3, 4] \right) \quad (4.37)$$

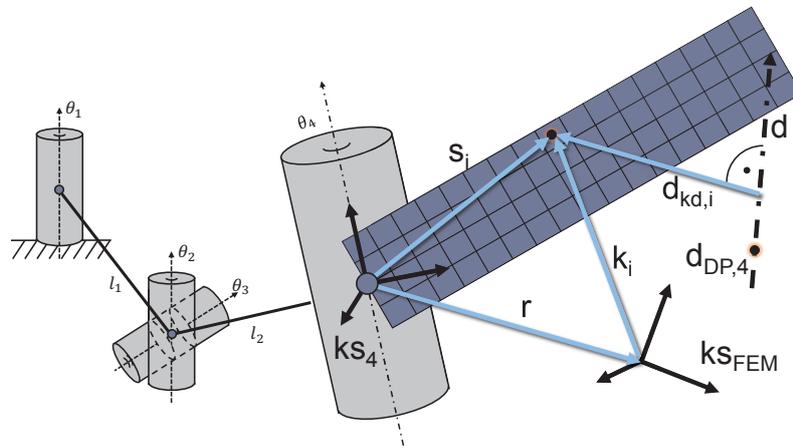
$$\boldsymbol{\omega}_4 = \mathbf{R}_{ges}^\top \boldsymbol{\omega} \quad (4.38)$$

Das Koordinatensystem des FE-Körpers und somit auch der FE liegt nicht zwingend in der Drehachse des Körpers. Daher muss der Relativvektor  $\mathbf{r}$  vom Koordinatenursprung zur Drehachse bekannt sein. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Die allgemeine Abstandsformel für einen beliebigen Knoten oder Punkt  $k_i$  ergibt sich

<sup>164</sup>Jean-Gaston Darboux, französischer Mathematiker, (1842-1917)

somit zu Gleichung 4.39.

$$d_{KD,i} = \frac{|(DP_4 - (k_i - r)) \times \omega_4|}{|\omega_4|} \quad (4.39)$$



**Abbildung 4.10** Zusammenhang der Koordinatensysteme und Abstände

## 4.4 Adaptionkoeffizient der Rotationsenergiedichte

In diesem Unterkapitel wird ein Adaptionkoeffizient mit den folgende Eigenschaften hergeleitet:

- basierend auf der Rotationsenergie
- für jedes FE einzeln berechenbar
- der Betrag zwischen 0 und 1 liegend
- die Dehnungsenergiedichte der FE manipulierend

Der Adaptionkoeffizient wird für jedes FE mit der vereinfachten Formel für die Rotationsenergie (Gleichung 4.28) berechnet. Der Abstand  $d_{FE}$  jedes Elements zur Drehachse kann mit der Gleichung 4.39 aus Unterabschnitt 4.3.4 berechnet werden. Bei der Vernetzung des Designraums werden unterschiedlich große Elemente erzeugt, die somit unterschiedliche Volumina besitzen. Die Rotationsenergie der einzelnen FE kann aus diesem Grund nicht direkt miteinander verglichen werden, da der Betrag proportional zum Volumen ist. Um diesen Effekt auszugleichen, wird der Quotient aus dem Energiebetrag jedes Elements und dem Volumen genommen (Gleichung 4.40) und als Rotationsenergiedichte  $\chi$  bezeichnet.

$$\chi_{FE} = \frac{T_{FE,rot}}{V_{FE}} = \frac{1}{2} \rho_{FE} d_{FE}(t)^2 \omega(t)^2 \quad (4.40)$$

Zur Berechnung des Adaptionwertes wird das Element mit dem kleinsten Betrag an Rotationsenergiedichte als Referenzelement verwendet. Durch die Bildung des Quotienten entsteht für jedes FE ein normierter Rotationsenergiedichte-Quotient mit einem Wert zwischen 0 und 1 (Gleichung 4.41).

$$A_{\chi,FE} = \left( \frac{\chi_{FE,min}}{\chi_{FE}} \right)^q = \left( \frac{(\rho d(t)^2)_{min}}{\rho_{FE} d_{FE}(t)^2} \right)^q \quad (4.41)$$

Der Quotientenexponent  $q$  des Adaptionkoeffizient  $A_{\chi,FE}$  wird ähnlich wie beim SIMP-Ansatz (Abschnitt 2.6.3) verwendet, um die Beträge der Quotienten stärker in 0- und 1- Richtung zu verschieben und somit ein besseres Konvergenzverhalten zu erreichen. In Abschnitt 4.6 wird die Bestimmung des Quotienten beschrieben. Die Änderung der Dehnungsenergiedichte  $\gamma$  jedes einzelnen FE, die als Ergebnis des FE-Solver vorliegt, erfolgt durch Multiplikation mit dem berechneten zugehörigen Adaptionkoeffizient  $A_{\chi,FE}$ . Wie in Gleichung 4.42 zu erkennen ist, verhält sich somit der Adaptionkoeffizient wie ein Wirkungsgrad, der die Dehnungsenergiedichte herabsetzt.

$$\gamma_{FE,neu} = A_{\chi,FE} \cdot \gamma_{FE,ausFEA} \quad (4.42)$$

Beispielsweise werden Elemente, die eine große Rotationsenergiedichte besitzen und somit an einer kinematisch ungünstigen Position liegen und nur zu einem geringen Teil am Kraftfluss beteiligt sind und daher nur eine geringe Dehnungsenergiedichte aufweisen, auf diese Weise vom Optimierer entfernt. Besonders die noch unklaren TRANS-Elemente („prüfen“ in Tabelle 4.1) werden in der Art manipuliert, dass sie entweder „behalten“ oder „entfernt“ werden. Die Struktur von Ergebnissen der Optimierung ist damit nahe der Drehachse stärker ausgeprägt und auf der dazu entferntesten Seite des Bauteils ausgedünnt.<sup>165</sup>

## 4.5 Adaptionkoeffizient des Rotationsenergiewirkungsgrades

In diesem Kapitel wird ein zweiter Adaptionkoeffizient hergeleitet, der wie bei der Rotationsenergiedichte in Abschnitt 4.4 folgende Eigenschaften besitzen soll:

- basierend auf der Rotationsenergie

<sup>165</sup>Sander et al. 2012 / Sander et al. 2013b

- für jedes FE einzeln berechenbar
- der Betrag zwischen 0 und 1 liegend
- die Dehnungsenergiedichte der FE manipulierend

Eine weitere Möglichkeit, einen Adaptionkoeffizienten zu berechnen, der den zuvor beschriebenen Anforderungen entspricht, ist den Quotienten zwischen der Dehnungsenergiedichte und der Rotationsenergiedichte zu bilden. Dieser Quotient kann als Wirkungsgrad zwischen nutzbarer und aufgebrachtener Energie verstanden werden. Hierbei würde man die Dehnungsenergiedichte als die nutzbare Energie verstehen, weil sie die Kenngröße für die Elemente ist, die am Kraftfluss maßgeblich beteiligt sind. Die Rotationsenergiedichte entspricht der im FE enthaltenen Energie und könnte somit als die aufgebrachte Energie verstanden werden. Die Rotationsenergiedichte entspricht der Rotationsenergie eines FE bezogen auf sein Volumen und kann wie in Gleichung 4.40 berechnet werden. Somit ergibt sich der Energiedichten-Wirkungsgrad wie in Gleichung 4.43 dargestellt.

$$\psi_{FE} = \frac{\gamma_{FE}}{\chi_{FE}} \quad (4.43)$$

Zur Berechnung des Adaptionwertes wird das Element mit dem betraglich größten Energiedichten-Wirkungsgrad als Teiler für alle FE im Designraum verwendet. Wie in Abschnitt 4.5 wird durch die Bildung des Quotienten für jedes FE ein normierter Rotationsenergiedichte-Quotient berechnet mit einem Wert zwischen 0 und 1.

$$A_{\psi,FE} = \left( \frac{\psi_{FE}}{\psi_{max}} \right)^q = \left( \frac{\gamma_{FE}}{\chi_{FE}} \left( \frac{\chi}{\gamma} \right)_{max} \right)^q \quad (4.44)$$

Der Adaptionwert basierend auf dem Rotationsenergiedichte-Wirkungsgrad kann nicht im Vorfeld anhand bekannter Parameter berechnet werden. Der Rotationsenergiedichte-Wirkungsgrad muss zu jeder Iteration bei der Topologieoptimierung neu berechnet werden, wozu die Dehnungsenergiedichte der aktuellen Iteration aus den FE-Ergebnissen ausgelesen werden muss. Der zusätzliche Einlese- und Berechnungsaufwand erhöht die Optimierungsdauer.

Der Adaptionkoeffizient des Rotationsenergiestufigen Wirkungsgrades ist etwas weniger aggressiv gegen Elemente, die zwar an einer kinematisch ungünstigen Position liegen, für den Kraftfluss allerdings wichtig sind. Anders als bei  $A_{\chi}$  werden nicht nur Elemente „behalten“, die in der Nähe der Drehachse liegen, sondern es werden auch Elemente, die eine große Entfernung zur Drehachse aufweisen, kaum „bestraft“, solange  $A_{\psi,FE}$  hinreichend groß ist. Das kann gerade bei Kräfteinleitungspunkten vorkommen. Die Tendenz bei den FE, die zur Kategorie „prüfen“ gehören, ist mit diesem Adaptionwert

anfangs ebenfalls unklarer und kann erst im späteren Verlauf eindeutig zugeordnet werden. Die Optimierung wird dadurch insgesamt stabiler, jedoch auch langsamer. Die Änderung der Dehnungsenergiedichte  $\gamma$  jedes einzelnen FE, die als Ergebnis des FE-Solvers vorliegt, erfolgt durch Multiplikation mit dem berechneten zugehörigen Adaptionkoeffizient  $A_{\psi,FE}$ . Wie in Gleichung 4.45 zu erkennen ist, verhält sich somit der Adaptionkoeffizient wie ein Wirkungsgrad, der die Dehnungsenergiedichte herabsetzt.<sup>166</sup>

$$\gamma_{FE,neu} = A_{\psi,FE} \cdot \gamma_{FE,aus FEA} \quad (4.45)$$

## 4.6 Automatisierte Anpassung des Quotientenexponenten

Bei der Berechnung der Adaptionkoeffizienten der Rotationsenergiedichte (Gleichung 4.41) und des Rotationsenergiedichte-Wirkungsgrades (Gleichung 4.44) wird ein Wert zwischen 0 und 1 ermittelt. Ähnlich wie beim SIMP-Ansatz (Abschnitt 2.6.3) wird ein Quotientenexponent  $q$  verwendet, um die Beträge der Quotienten stärker in 0- und 1- Richtung zu verschieben und somit das Konvergenzverhalten zu verbessern.

Die Maximalwerte der Adaptionkoeffizienten liegen immer bei 1. Der Betrag des Minimalwertes hingegen wird durch die Wahl des Adaptionkoeffizienten und die Lage des Momentanpols beeinflusst.

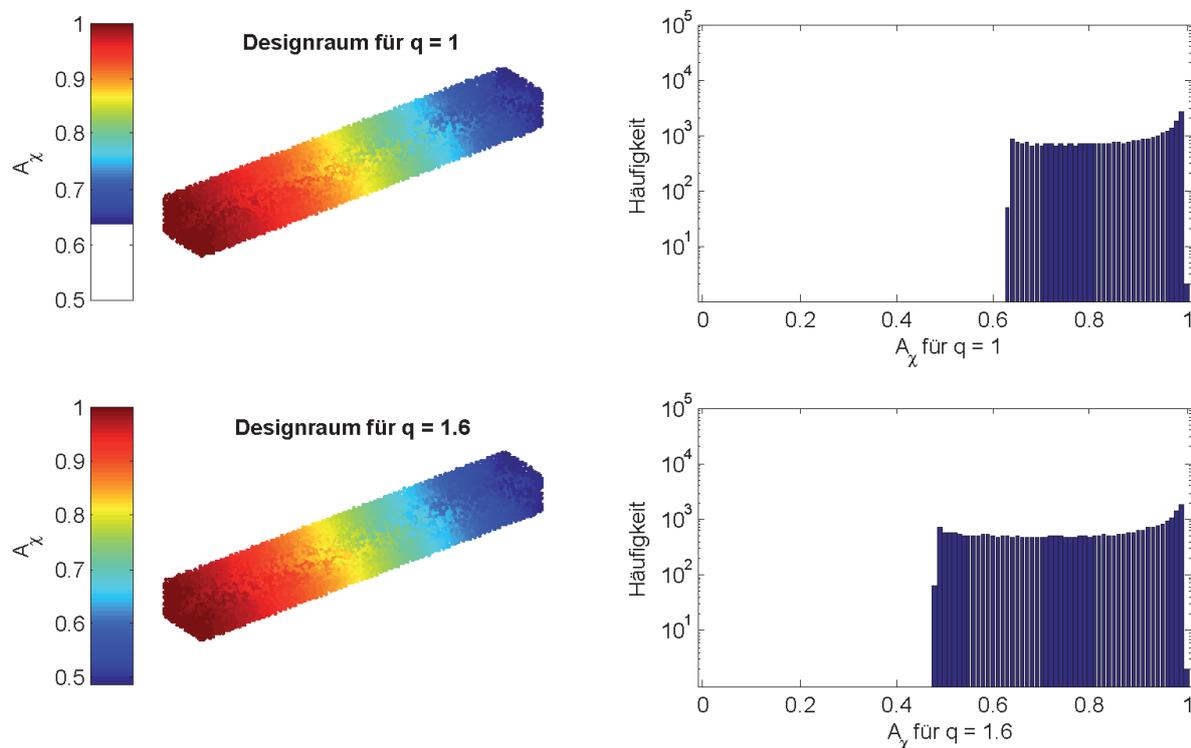
Beim Adaptionkoeffizienten der Rotationsenergiedichte liegen die einzelnen Werte der FE nah beieinander, da die Differenzen der jeweiligen Rotationsenergiedichten teilweise gering ausfallen. Dies hat zur Folge, dass auch die Unterschiede zwischen den angepassten Dehnungsenergiedichten eher gering sind. Um den Einfluss der Energieeffizienz auf den Designraum zu erhöhen, muss der Quotientenexponent  $q > 0$  gewählt werden, wodurch der Wertebereich der Adaptionkoeffizienten verbreitert oder gestaucht wird. Der Betrag des Quotientenexponenten darf nicht zu groß werden, da sonst die Streckung der Adaptionkoeffizienten zwischen 0 und 1 zu groß wird. Das Resultat wäre, dass die Dehnungsenergiedichten der FE zu stark reduziert werden und damit die Topologieoptimierung instabil wird.

Der gleiche Effekt kann auch in Folge der Energieeffizienzanzpassung beim Adaptionswert des Rotationsenergiedichte-Wirkungsgrad auftreten. Der Wirkungsgradquotient jedes FE und auch der resultierende Adaptionwert variieren sehr stark. Das Refe-

<sup>166</sup>Sander et al. 2012 / Sander et al. 2013b

renzelement mit dem besten Wirkungsgrad liegt im Kraftfluss der Belastung an einer Stelle, die einen geringen Abstand zum Momentanpol hat. Im Gegensatz dazu gibt es im Designraum Elemente der Reststruktur, die weit vom Momentanpol entfernt sind. Bei der Multiplikation der resultierenden Adaptionswerte mit den Dehnungsenergiedichten entstehen somit stark reduzierte Werte. Dies kann die Topologieoptimierung ebenfalls instabil werden lassen. Da sich der Kraftfluss durch die Topologieoptimierung bei jeder Iteration verändert, ist der EDW-Quotient, anders als der RED-Quotient, nicht statisch. Aus diesem Grund muss der Quotientenexponent in der Lage sein, sich an die aktuelle Verteilung der Adaptionskoeffizienten anzupassen.

Der minimale Betrag der Adaptionswerte sollte im Bereich zwischen 0,2 und 0,5 liegen, um eine stabile Topologieoptimierung auf Basis der Energieeffizienz durchzuführen. Dieser Wert wurde empirisch mit unterschiedlichen statischen Quotientenexponenten ermittelt und hat sich als sehr effizient gezeigt. Um den minimalen Adaptionswert in den Bereich zwischen 0,2 bis 0,5 zu verschieben, wird der zugehörige Quotientenexponent dynamisch an die Verteilung der Adaptionskoeffizienten angepasst. Diese Anpassung erfolgt vor der Berechnung der Adaptionskoeffizienten im Modul „Berechnung der Adaptionskoeffizienten“ (siehe Abbildung 4.7).



**Abbildung 4.11** Beispiel für die Anpassung des Quotientenexponenten  $q$  für einen Balken

In Abbildung 4.11 ist die Anpassung des Quotientenexponenten  $q$  für einen Balken beispielhaft dargestellt. Bei einem Quotientenexponenten von 1 verteilen sich die Adaptionskoeffizienten (hier nach der Rotationsenergiedichte) zwischen 0,65 und 1, was im

Histogramm am rechten Bildrand gut zu erkennen ist. Die automatisierte Bestimmung des Quotientenexponenten hat einen Wert von 1,6 für den Quotienten berechnet, so dass sich die Adaptionskoeffizienten von 0,5 bis 1 erstrecken. Somit kann die Dehnungsenergiegedichte um bis zu das 0,5-fache für Elemente mit einer geringen Rotationsenergiegedichte gesenkt werden.

## 4.7 Automatisierte Lastfallerkennung

Einer Topologieoptimierung muss ein FE-Modell mit allen Randbedingungen zugrunde liegen. Die Lastfälle bei einer statischen Belastung können problemlos a priori für eine Topologieoptimierung definiert werden. Bei dynamisch bewegten Bauteilen sind die Lastfälle aufgrund des Systemverhaltens nicht einfach zu bestimmen, sondern müssen einer Gesamtsystemanalyse entnommen werden. Es ist hierbei zu beachten, dass sich die Lastfälle aufgrund der Änderung der Masse und des Trägheitstensors während der Optimierung nach jeder Iteration ändern können.

Ansätze der systembasierenden Strukturoptimierung haben die Notwendigkeit einer automatisierten Lastfallerkennung gezeigt. Um einen effizienten Optimierungsprozess zu gewährleisten, wurde ein Verfahren zum Lastfallexport durch Eingriffe in einer MKS realisiert und konnte automatisiert in den Optimierungsprozess integriert werden.<sup>167</sup> Ein Nachteil dieses Prozesses ist, dass geeignete Zeitpunkte in der Gesamtsystemsimulation für die Lastfallextraktion gewählt werden müssen. Die Auswahl dieser Zeitpunkte erfolgt durch den Benutzer und kann somit während des automatisierten Prozesses nicht angepasst werden. Es konnte gezeigt werden, dass die Zeitpunkte, bei denen die maximale Belastung für das Bauteil auftritt, während der Optimierung variieren können. In Abbildung 4.12 ist die Summe der Dehnungsenergie, als Maß für die Belastung des Körpers, über die Zeit für die nullte und die 14. Iteration während der Optimierung dargestellt. Es ist sichtbar, dass sich die Zeitpunkte der maximalen Belastung während der Optimierung signifikant ändern.

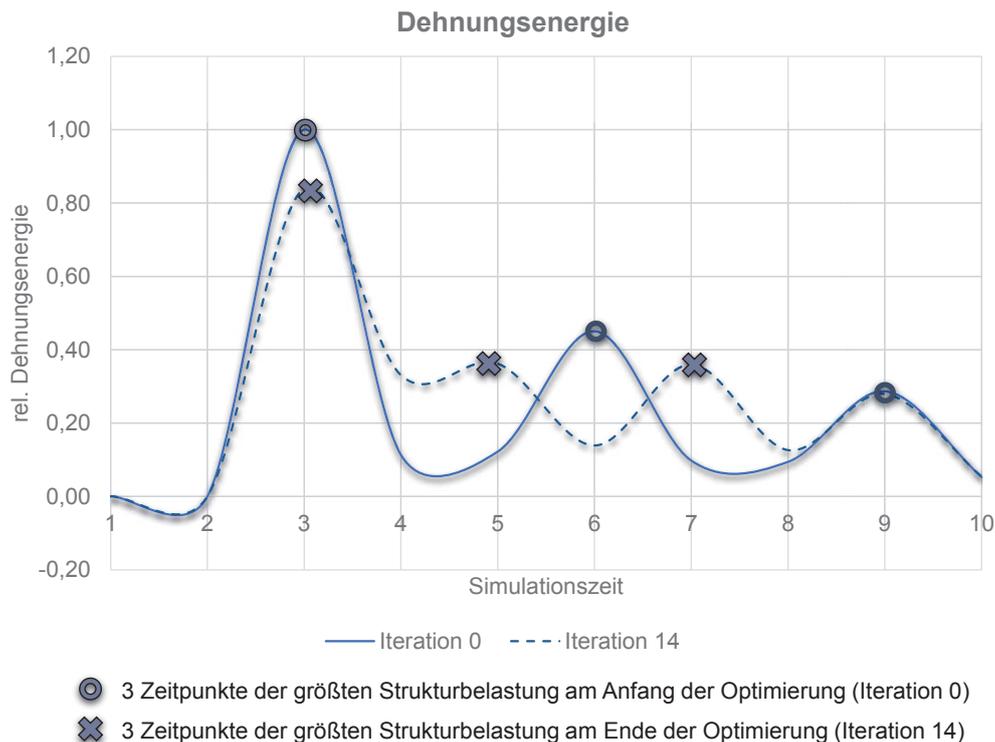
Programmspezifische Lösungen, wie zum Beispiel das Data Element FEMdata<sup>168</sup> von MD.ADAMS<sup>169</sup> ermöglichen den Export von Lastfällen zu den Zeitpunkten, zu denen die Komponenten der äußeren Kräfte und Momente in den Interfaceknoten des flexiblen Körper maximal und minimal werden. Wird ein flexibler Körper mit zwei Interfaceknoten analysiert, so ergeben sich dabei 24 Lastfälle (min/max von  $F_X, F_Y, F_Z, T_X, T_Y, T_Z$ ).

---

<sup>167</sup>Müller 2005

<sup>168</sup>MSC.Software 2012a

<sup>169</sup>MKS-Software der Firma MSC



**Abbildung 4.12** Verlauf der Dehnungsenergie über den Simulationszeitraum für die 0. und die 14. Iteration der Topologieoptimierung

Darunter befinden sich jedoch Lastfälle, die für die Topologieoptimierung irrelevant sind. Des Weiteren werden nur die Belastungen zu den Zeitpunkten der Maxima der einzelnen Komponenten und nicht die maximalen Belastungen selektiert. Bestehen Lastfälle aus der Überlagerung einzelner Belastungen, so fallen die Maxima der einzelnen Belastungen im Allgemeinen nicht mit dem Maximum der Überlagerung zusammen.

Aus diesem Grund wurde in der Arbeit von OTTNAD<sup>170</sup> eine automatisierte Lastfallerkennung entwickelt und in den Topologieoptimierungsprozess integriert. Es wurden in einer MKS die Zeitpunkte der maximalen Belastungen ermittelt und die zugehörigen Lastfälle exportiert. Hierzu wurde, wie bei der Topologieoptimierung mit dem reglerbasierten Ansatz (siehe Abschnitt 2.6.3) auch, die Dehnungsenergie als Indikator für die Belastung des Bauteils herangezogen (vgl. Abschnitt 4.2). Dazu müssen der zu optimierende Körper in der MKS als ein flexibler Körper integriert und die Dehnungsenergie über die Zeit ausgegeben werden. Hierdurch wird es möglich, die Dehnungsenergie  $U$  des flexiblen Körper über die modale Steifigkeitsmatrix  $K_{mod}$  und die modalen Koordinaten  $u$  zu jedem Zeitpunkt zu berechnen (Gleichung 4.46).

$$U = u^T K u \quad (4.46)$$

<sup>170</sup>Ottnad 2009

Zusätzlich werden zu jedem Zeitpunkt für die Interfaceknoten des flexiblen Körpers die dazugehörigen Belastungen ausgegeben. Daraufhin werden anhand der Zeitpunkte mit maximaler Dehnungsenergie die zugehörigen Lastfälle exportiert und der FE-Berechnung für die Topologieoptimierung zugrunde gelegt.

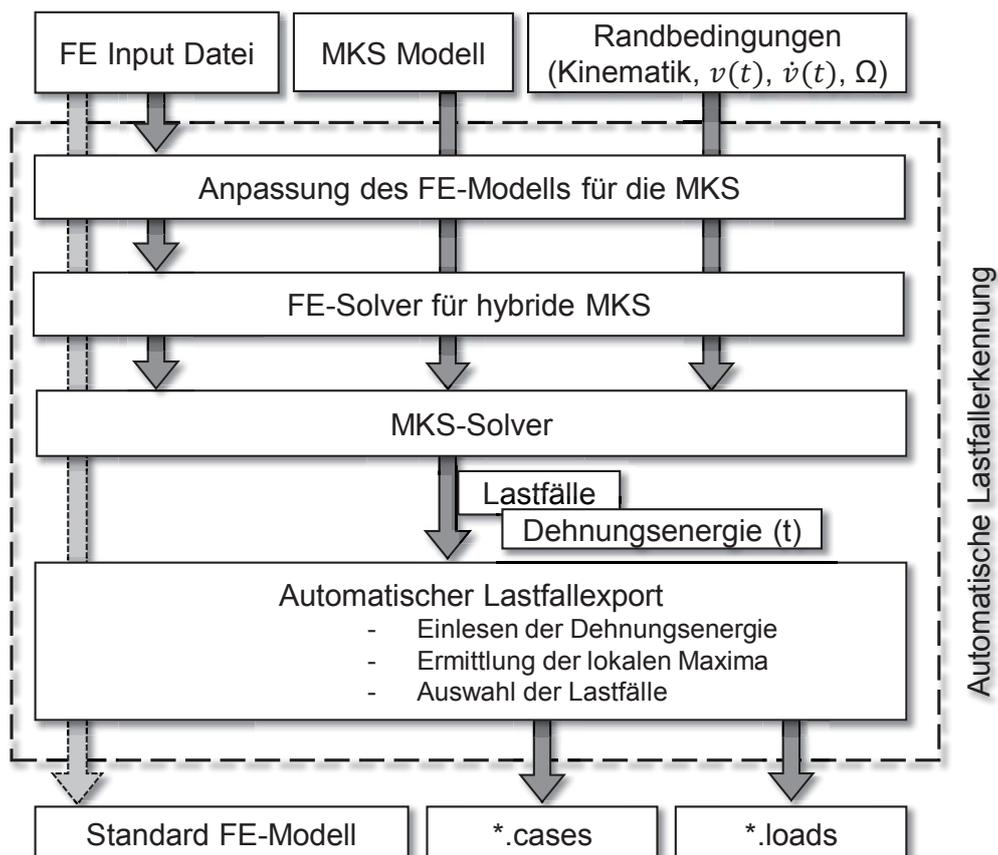
In dieser Arbeit wird ein ähnliches Vorgehen, wie von OTTNAD vorgeschlagen, umgesetzt. Der Designraum muss als flexibler Körper in die MKS integriert werden. Hierzu muss er in einer FE-Repräsentation vorliegen, und es müssen die modalen Moden, sowie die Korrekturmoden bestimmt werden (vgl. Abschnitt 2.4.3). Während der MKS mit einem flexiblen Körper werden daraufhin die Dehnungsenergie und die zugehörigen Lastfälle für jeden Zeitpunkt der Simulation exportiert. Es werden die lokalen Maxima der Dehnungsenergie automatisiert gesucht und abgespeichert. Liegen die lokalen Maxima zeitlich zu nah beieinander, so wird der Größere von Beiden gewählt und der Kleinere gelöscht. Da sich diese Maxima vom jeweiligen Zeitpunkt ihres Auftretens kaum unterscheiden und oft aufgrund von Schwingungen entstehen, hat das Löschen des kleineren Wertes vernachlässigbaren Einfluss auf die Struktur. Das Filtern der Lastfälle ist allerdings notwendig, um die Rechenzeit in einem akzeptablen Bereich zu halten. Auf diese Weise reduziert man die Anzahl der Lastfälle von mehreren Hundert (für jeden Zeitschritt einen) auf weniger als 10 maximale Lastfälle.

In Abbildung 4.13 ist der Ablauf der automatischen Lastfallerkennung dargestellt. Die Eingangsgrößen sind das FE-Modell, die MKS, sowie die zugehörigen Randbedingungen und Simulationsparameter. Für einen späteren automatisierten Berechnungslauf während der Topologieoptimierung ist es notwendig, dass das FE-Modell der statisch linearen Simulation zu einer modalen Berechnung verändert wird. Dies ermöglicht die Bestimmung der Eigenmoden und -formen, sowie der Korrekturmoden für die hybride MKS. Während der Simulation der Bewegung in der MKS-Umgebung werden alle Lastfälle, sowie die Dehnungsenergie des flexiblen Körpers zu jedem Simulationszeitpunkt exportiert. Die Bestimmung der Zeitpunkte, bei denen die Dehnungsenergie lokale Maxima aufweist, wird genutzt, um die für die Topologieoptimierung relevanten Lastfälle zu identifizieren und zu exportieren. Die Ausgangsgrößen sind somit zwei Dateien, in denen die Lasten und die Lastfälle abgespeichert sind.

Beim automatisierten Lastenexport muss berücksichtigt werden, dass die Lastfälle Reaktionskräfte aus der dynamischen Bewegung darstellen. Somit ist der Körper auch nicht statisch bestimmt. Bei einer Simulation mit der FEA dürfen keine Starrkörperbewegungen auftreten, da sonst die Steifigkeitsmatrix des Modells singulär wird und somit das Gleichungssystem nicht eindeutig lösbar ist.

Um derartige Problemstellungen handhaben zu können, wird die Methode *Inertia Relief*

verwendet, die von den unterschiedlichen FE-Solvern angeboten wird. Beim Inertia Relief wird die Trägheit der Struktur genutzt, um den angreifenden Lasten entgegenwirken zu können. Es wird ein Beschleunigungsfeld berechnet, das der Beschleunigung der angreifenden Lasten entgegen wirkt, so dass keine Starrkörperbewegungen auftreten können. Das heißt, es wird die Annahme getroffen, dass sich die Struktur im statischen Gleichgewicht befindet, obwohl sie statisch nicht bestimmt ist und somit eine Starrkörperbewegung durchführen könnte. In der gekoppelten Topologieoptimierung wird das automatische Inertia Relief eingesetzt, bei dem der FE-Solver das Referenzsystem für das Inertia Relief selbst auswählt.<sup>171</sup> Es lässt sich zusammenfassen, dass die Methode des Inertia Relief in der gekoppelten Topologieoptimierung genutzt wird, um aus den äußeren Belastungen auf die Trägheitsbelastungen der einzelnen FE durch die Bewegung zurück zuschließen. Für die Elemente werden dabei diejenigen Trägheitsbelastungen angenommen, die gemeinsam mit den äußeren Belastungen eine verschwindende Resultierende erzeugen.<sup>172</sup>



**Abbildung 4.13** Ablauf und Implementierung der automatischen Lastfallerkennung

<sup>171</sup>MSC.Software 2011

<sup>172</sup>Sander et al. 2013a

## 4.8 Zusammenfassung der neuen Optimierungsprozesse

Es können, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, unterschiedliche Strukturoptimierungsprozesse für mechanische Bauteile in dynamisch bewegten Systemen erstellt werden. Hierbei ist in dieser Arbeit der Ansatz gewählt, kommerziell verfügbare Softwaretools zu verwenden, um einen Transfer des Prozesses in die industrielle Anwendung zu vereinfachen. Folgende Softwarepakete werden für die Optimierungsprozesse miteinander gekoppelt:

- FE-Solver für lineare statische Problemstellungen:  
⇒ **Nastran SOL 101** von MSC.Software<sup>173</sup>
- FE-Solver für die Modalanalyse:  
⇒ **Nastran SOL 103** von MSC.Software<sup>173</sup>
- Mehrkörpersimulationsumgebung und -solver:  
⇒ **Adams** von MSC.Software<sup>174</sup>
- Topologieoptimierungssoftware:  
⇒ **Tosca.Structure** von FE-Design<sup>175</sup>
- Berechnung der Adaptionkoeffizienten und Hauptsteuerungssoftware:  
⇒ **Matlab** von MathWorks<sup>176</sup>
- Schnittstelle zwischen FE-Ergebnissen und Matlab:  
⇒ **IMAT Toolbox** von ATA Engineering<sup>177</sup>

Die Strukturoptimierungssoftware Tosca.Structure der Firma FE-Design bildet die zentrale Software im erweiterten Optimierungsprozess. FE-Design wurde Mitte der 1990er Jahre, ausgehend von den Forschungsarbeiten am IPEK - Institut für Produktentwicklung<sup>178</sup> als Spin-off Unternehmen gegründet. Die enge Kooperation ermöglicht den Zugriff auf die Softwarestruktur, so dass die entsprechenden Zusatzfunktionen für den erweiterten Prozess hinzugefügt werden konnten. Die benötigten Funktionalitäten wurden auch in die kommerzielle Version implementiert, so dass keine „spezielle“

<sup>173</sup>[www.mscsoftware.com/product/msc-nastran](http://www.mscsoftware.com/product/msc-nastran)

<sup>174</sup>[www.mscsoftware.com/product/adams](http://www.mscsoftware.com/product/adams)

<sup>175</sup>[www.fe-design.de/produkte/tosca-structure/](http://www.fe-design.de/produkte/tosca-structure/)

<sup>176</sup>[www.mathworks.de/products/matlab/](http://www.mathworks.de/products/matlab/)

<sup>177</sup><http://www.ata-e.com/software/imat>

<sup>178</sup>damals Institut für Maschinenkonstruktionslehre und Kraftfahrzeugbau - mkl

Softwareversion für die in dieser Arbeit vorgestellten Prozesse notwendig ist.

Unter Matlab versteht man neben der Softwareumgebung auch eine höhere Programmiersprache, die für numerische Berechnungen, Visualisierung von Daten, zur Datenanalyse, Algorithmen-Entwicklung und zur Erstellung von Modellen und Anwendungen geeignet ist. Mit Matlab wird das gesamte Optimierungsframework gesteuert. Der Hauptaufruf erfolgt mit Matlab. Die Schnittstellenfunktion zwischen den unterschiedlichen Programmen erfolgt mit Matlab. Die Matlab Toolbox IMAT von ATA Engineering dient als Schnittstelle zu den FE-Ergebnissen. Auch werden die Rotationsträgheit und die Adaptionskoeffizienten mit Matlab bestimmt und die Ergebnisdatei mit der angepassten Dehnungsenergiedichte durch Matlab geschrieben.

Als MKS-Programm wird Adams von MSC.Software genutzt. Diese Software wird nur zur Erstellung des Grundmodells mit der graphischen Schnittstelle, ansonsten im automatischen Optimierungsprozess im Batch-Mode betrieben. Zur Integration von flexiblen Körpern wird das Modul ADAMS/Flex genutzt, das auf der Component Mode Synthesis (CMS) beruht.

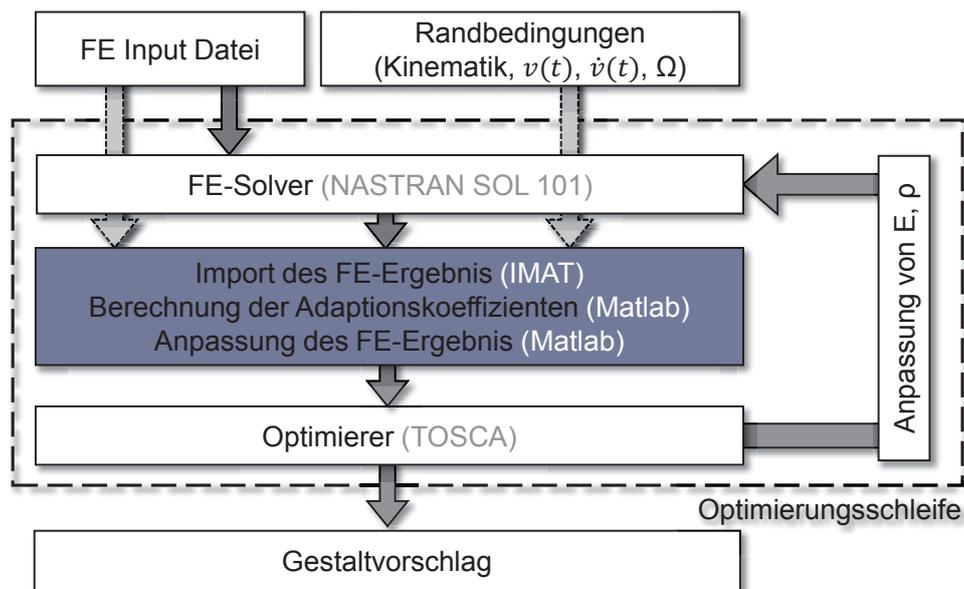
Nastran von MSC.Software wird als FE-Solver verwendet. Die statische Rechnung erfolgt hierbei mit der SOL 101. Die für die hybride MKS notwendigen FE-Rechnungen zur Bestimmung der Eigenmoden werden mit Nastran SOL 103 von MSC durchgeführt.

Damit sind alle Bausteine für den Optimierungsprozess gegeben, mit denen die Systemsimulation in Verbindung mit der Optimierung durchgeführt werden kann. Prinzipiell können alle Softwareprodukte auch durch alternative Produkte ersetzt werden, sofern die gestellten Anforderungen erfüllt werden. Allerdings muss hier auf die Schnittstellenkompatibilität geachtet werden; ggf. sind Daten konvertiert.

In dieser Arbeit werden vier unterschiedliche Optimierungsprozesse verglichen. Das ist zum einen die konventionelle Topologieoptimierung, wie sie in Abschnitt 2.7 bereits beschrieben ist. Der zweite Prozess ist die Topologieoptimierung mit der Berücksichtigung der Rotationsträgheit (TopKE) des Bauteils im Systemzusammenhang (Unterabschnitt 4.8.1). Im Unterabschnitt 4.8.2 wird die konventionelle Topologieoptimierung mit der automatischen Lastfallerkennung, wie in Abschnitt 4.7 beschrieben, erweitert und der Energieverbrauch zur Durchführung der Bewegung des optimierten Bauteils als Vergleichswert herangezogen (DyTop). Die aufwendigste Kopplung stellt die erweiterte Topologieoptimierung mit automatischer Lastfallerkennung und Berücksichtigung der Rotationsträgheit dar (DyTopKE). Sie wird in Unterabschnitt 4.8.3 beschrieben.

### 4.8.1 Der erweiterte Topologieoptimierungsprozess TopKE

Beim erweiterten Topologieoptimierungsprozess TopKE (**Topology Optimization with consideration of Kinetic Energy**) wird eine klassische Topologieoptimierung mit der Berechnung des Adaptionkoeffizienten ergänzt, um auf diese Weise FE mit einer hohen Rotationsenergiedichte zu „bestrafen“ (siehe Abbildung 4.14). Der Topologieoptimierung liegt ein FE-Modell mit statischen Lastfällen zugrunde. Zusätzlich werden Informationen zur Kinematik, den Beschleunigungen und Geschwindigkeiten für die Optimierung benötigt. Die Topologieoptimierung startet mit einer linearen FEA (SOL 101 in Nastran), um die Dehnungsenergiedichte jedes FE zu berechnen. Mit dem *livesolver-Aufruf* wird eine Matlabinstanz aufgerufen. Mithilfe der IMAT-Toolbox werden das FE-Netz, die Randbedingungen für die dynamische Bewegung, sowie die Ergebnisse aus der linear statischen FEA eingelesen.



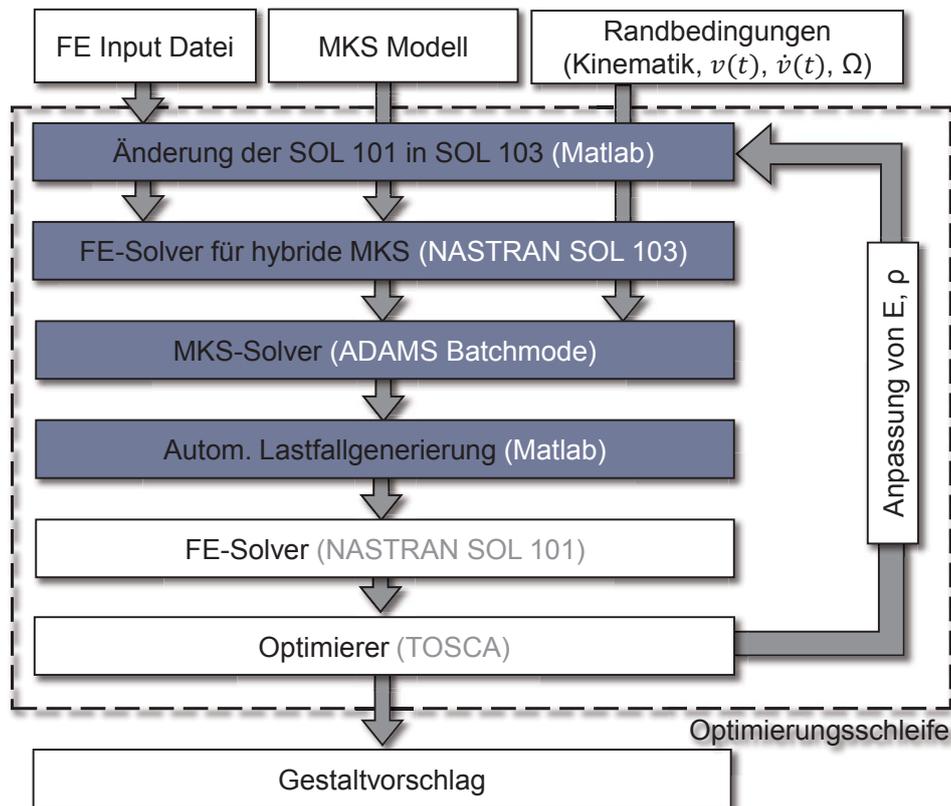
**Abbildung 4.14** Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung (TopKE)

Mit diesen Werten kann die angepasste Dehnungsenergiedichte für jedes FE nach Gleichung 4.42 oder Gleichung 4.45 berechnet werden. Für alle Elemente wird eine neue Ergebnisdatei geschrieben, die von der Topologieoptimierungssoftware eingelesen und ausgewertet wird. Die Dichte und das E-Modul der FE mit einer geringen Dehnungsenergiedichte<sup>179</sup> wird verringert und eine neue FEA durchgeführt. Dieser Vorgang wird iterativ 15 mal wiederholt, bis die Optimierung konvergiert ist. Das Ergebnis der Topologieoptimierung ist ein Gestaltvorschlag mit dem Reifegrad 2.

<sup>179</sup>hier ist die Dehnungsenergiedichte schon durch den Adaptionkoeffizienten angepasst

## 4.8.2 Der erweiterte Topologieoptimierungsprozess DyTop

Beim erweiterten Topologieoptimierungsprozess DyTop (**D**ynamic **T**opology **O**ptimization) wird die klassische Topologieoptimierung mit einer Mehrkörpersimulation und einer automatischen Lastfallerkennung erweitert (siehe Abbildung 4.15).



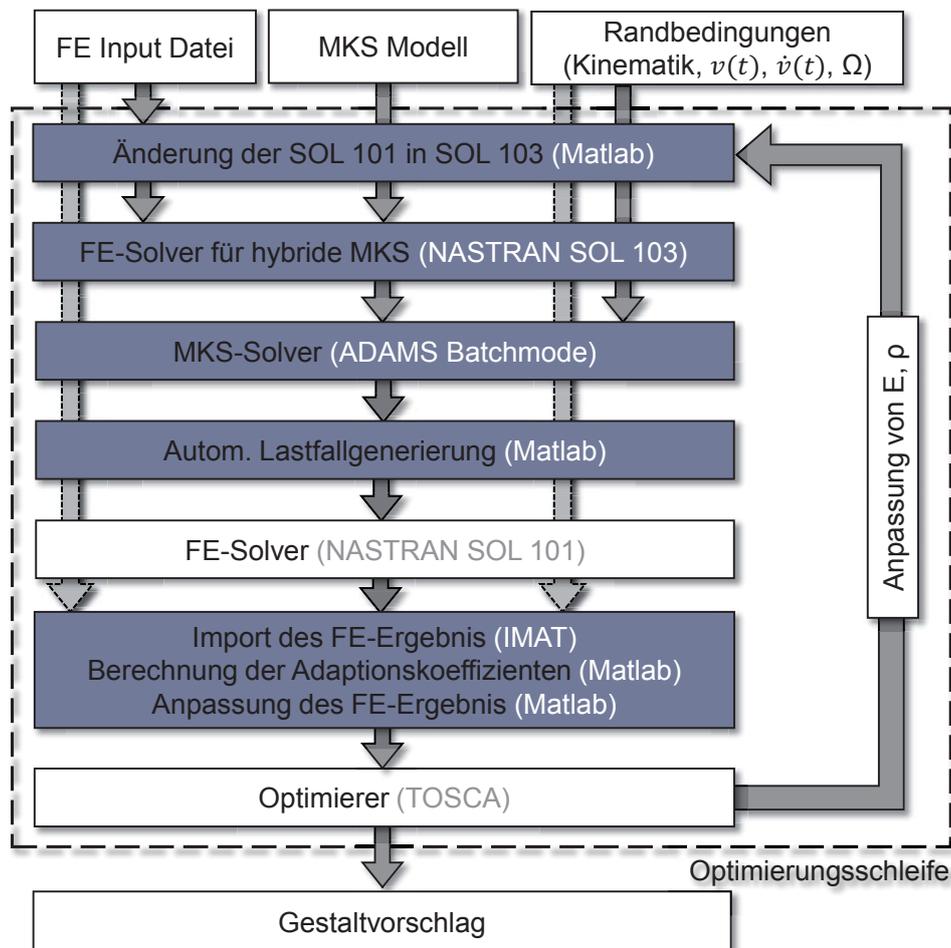
**Abbildung 4.15** Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung (DyTop)

Hierzu werden ein FE-Modell des Designraums ohne Lastfälle, ein MKS-Modell mit dem Designraum als flexiblen Körper und die Randbedingungen als Eingangsgrößen benötigt. Wird die Optimierung gestartet, so werden die Eigenmoden, sowie die statischen Korrekturmoden des flexiblen Körpers bestimmt, um einen flexiblen Körper in der MKS einzubinden. Die Simulation des Mehrkörpermodells erfolgt in einem Batchmode mit der Software Adams. Mit Matlab werden die kritischen Lastfälle erkannt und für eine statische lineare FEA abgespeichert, welche direkt ausgeführt wird. TOSCA analysiert das Ergebnis der statischen FE-Simulation und ändert das E-Modul, sowie die Dichte von Elementen, die am Kraftfluss kaum bzw. nicht beteiligt sind, im FE-Modell.

Dieses Modell dient als neue Grundlage zur Berechnung der Eigenmoden und der statischen Korrekturmoden. Wie auch bei TopKE wird dieser Prozess 15 mal wiederholt, bis das Ergebnis konvergiert ist. Am Ende wird ein Gestaltvorschlag erzeugt.

### 4.8.3 Der erweiterte Topologieoptimierungsprozess DyTopKE

DyTopKE (**D**ynamic **T**opology Optimization with consideration of **K**inetic **E**nergy) ist ein erweiterter Topologieoptimierungsprozess (Abbildung 4.16), der eine Kombination aus den zuvor vorgestellten Optimierungsprozessen TopKE aus Unterabschnitt 4.8.1 und DyTop aus Unterabschnitt 4.8.2 darstellt.



**Abbildung 4.16** Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung (DyTopKE)

Die Verknüpfung der automatischen Lastfallerkennung, sowie die Berechnung des Adaptionkoeffizienten ermöglichen die Betrachtung des Bauteils im Systemkontext mit dem Fokus auf die Reduktion der kinetischen Energie. Diese Verbesserung bei gleichem Nutzen entspricht einer Erhöhung der Energieeffizienz.<sup>180</sup> Von diesem Optimierungsprozess wird die größte Energieeffizienzsteigerung erwartet. Als Eingangsgrößen werden das FE-Modell, das MKS-Modell, sowie die Randbedingungen benötigt. Der automatisierte Prozess wird teilweise von Matlab und von TOSCA gesteuert.

<sup>180</sup>Pehnt 2010



# 5 Potentialanalyse der erweiterten Topologieoptimierungsprozesse

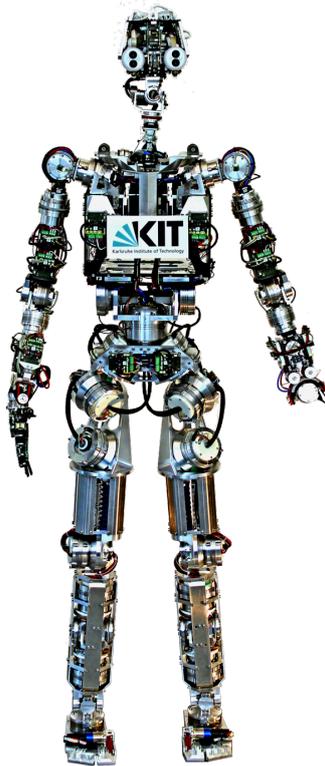
In Kapitel 4 wurden eine neue Methode zur Berücksichtigung des Trägheitsmoments bei der Produktentwicklung von bewegten Bauteilen vorgestellt und neue Prozesse definiert, mit denen automatisiert Gestaltungsvorschläge synthetisiert werden können. Es wurden drei unterschiedliche Erweiterungsstufen diskutiert, die sich in ihrer Komplexität unterscheiden. Das ist einerseits die Erweiterung der Topologieoptimierung um die Berücksichtigung des Trägheitsmoments (TopKE), sowie eine Erweiterung um eine automatische Lastfallerkennung (DyTop). Die dritte Variante ist eine Topologieoptimierung, bei der sowohl das Trägheitsmoment berücksichtigt wird, als auch die Lastfälle automatisch bestimmt werden (DyTopKE). Des Weiteren wurden zwei Berechnungsmöglichkeiten für die Adaptionkoeffizienten für die Berücksichtigung des Trägheitsmoments hergeleitet. Das ist zum einen die der Rotationsenergiedichte ( $A_\chi$ ) und zum anderen die des Energiedichtewirkungsgrades ( $A_\psi$ ). Diese Methoden werden in diesem Kapitel auf unterschiedliche Beispiele angewendet. Es werden die Ergebnisse mit denen der konventionellen Topologieoptimierung (Topo) verglichen. Auf diese Weise kann das Potential der unterschiedlichen Optimierungsmethoden gezeigt werden.

## 5.1 Potentialanalyse von TopKE und der Adaptionkoeffizienten $A_\chi$ und $A_\psi$

In diesem Kapitel wird die Erweiterung der Topologieoptimierung mit der Berücksichtigung der Rotationsträgheit (TopKE), die in Unterabschnitt 4.8.1 vorgestellt worden ist, anhand zwei unterschiedlicher Kinematiken mit einem konventionell topologieoptimierten Bauteil verglichen. Außerdem wird die Effektivität der Adaptionkoeffizienten der Rotationsenergiedichte  $A_\chi$  und des Rotationsenergiedichtewirkungsgrad  $A_\psi$  analysiert, indem die Ergebnisse bei gleicher Bewegung verglichen werden.

### 5.1.1 Demonstratorsystem

Das Beispielsystem ist in diesem Fall die Struktur des Arms des humanoiden Roboters ARMAR<sup>181</sup>, der im Sonderforschungsbereich 588 (SFB588) „Humanoide Roboter-Lernende und kooperierende multimodale Roboter“<sup>182</sup> entwickelt wurde. In Abbildung 5.1 ist der Demonstrator ARMAR IV abgebildet.



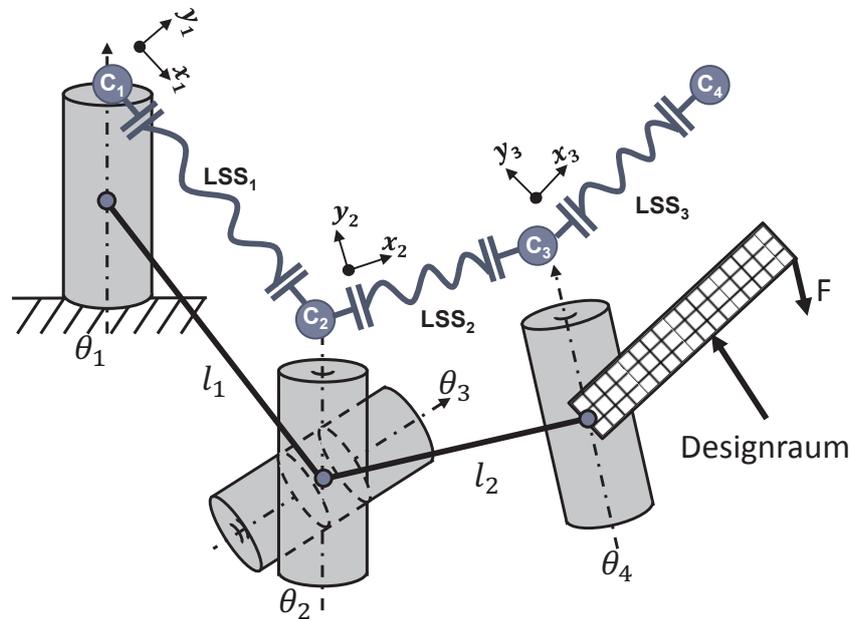
**Abbildung 5.1** Foto des humanoiden Roboters ARMAR IV (SFB 588)

Die Vision des SFB 588-Humanoide Roboter war die Entwicklung eines Roboters, der den Menschen in seinen Alltagsumgebungen bei den täglichen Aufgaben unterstützt. Damit das Robotersystem dem Menschen in den geforderten Bereichen ein möglichst hilfreicher Assistent sein kann, sollte er für die Erfüllung komplexer Tätigkeiten unter anderem die im folgenden beschriebenen Eigenschaften und Fähigkeiten aufweisen. Einer der wichtigsten Punkte ist die Akzeptanz des Roboters bei den Menschen. Hierbei ist man sich im Sonderforschungsbereich 588 einig, dass eine menschenähnliche Gestalt des Roboters für die Zusammenarbeit mit dem Menschen von großem Vorteil ist. Dementsprechend werden hohe Anforderungen an den Bauraum gestellt. Die begrenzte Leistungsdichte eines Aktors erfordert in diesem Kontext daher eine Minimierung der bewegten Massen. Des weiteren soll das Robotersystem autark ohne eine externe Energiequelle operieren können, weshalb ein möglichst geringer Energieverbrauch gefordert

<sup>181</sup>Albers et al. 2006 / Asfour et al. 2013

<sup>182</sup>Webseite des Sonderforschungsbereichs 588, <http://www.sfb588.uni-karlsruhe.de/about/>

wird. Aufgrund dessen wird ein Mehrkörpersystem mit 4 Freiheitsgraden aufgebaut, um das Potential der erweiterten Topologieoptimierung für den humanoiden Roboter ARMAR aufzuzeigen. In Abbildung 5.2 ist das Mehrkörpersystem einer Armkinematik dargestellt.

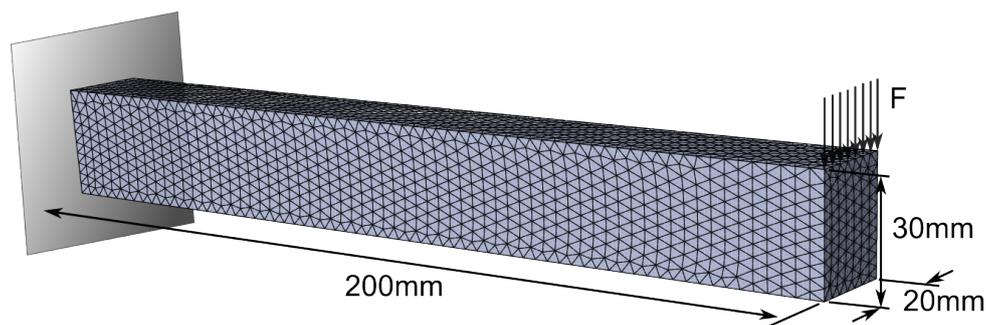


**Abbildung 5.2** Armkinematik der ersten 4 Freiheitsgrade eines humanoiden Roboters

Die Leitstützstruktur 3, der Designraum für die Optimierung, entspricht den Proportionen eines menschlichen Arms. Er hat eine Länge von 200 mm, eine Breite von 20 mm und eine Höhe von 30 mm (siehe Abbildung 5.3). Das zugehörige FE-Modell besteht aus 34 462 TET10- Elementen mit 50 840 Knoten. Die Segmentlängen  $l_1$  und  $l_2$  des Mehrkörpersystems sind beispielhaft zu 500 mm definiert. Eine hochfeste Aluminiumlegierung (siehe Tabelle 5.1) wird als Werkstoff für den Designraum gewählt.

**Tabelle 5.1** Werkstoffkennwerte der verwendeten Aluminiumlegierung

E-Modul [MPa]	Querkontraktionszahl	Dichte [ $kg/m^3$ ]
70 000	0,33	$2,7 \cdot 10^{-9}$

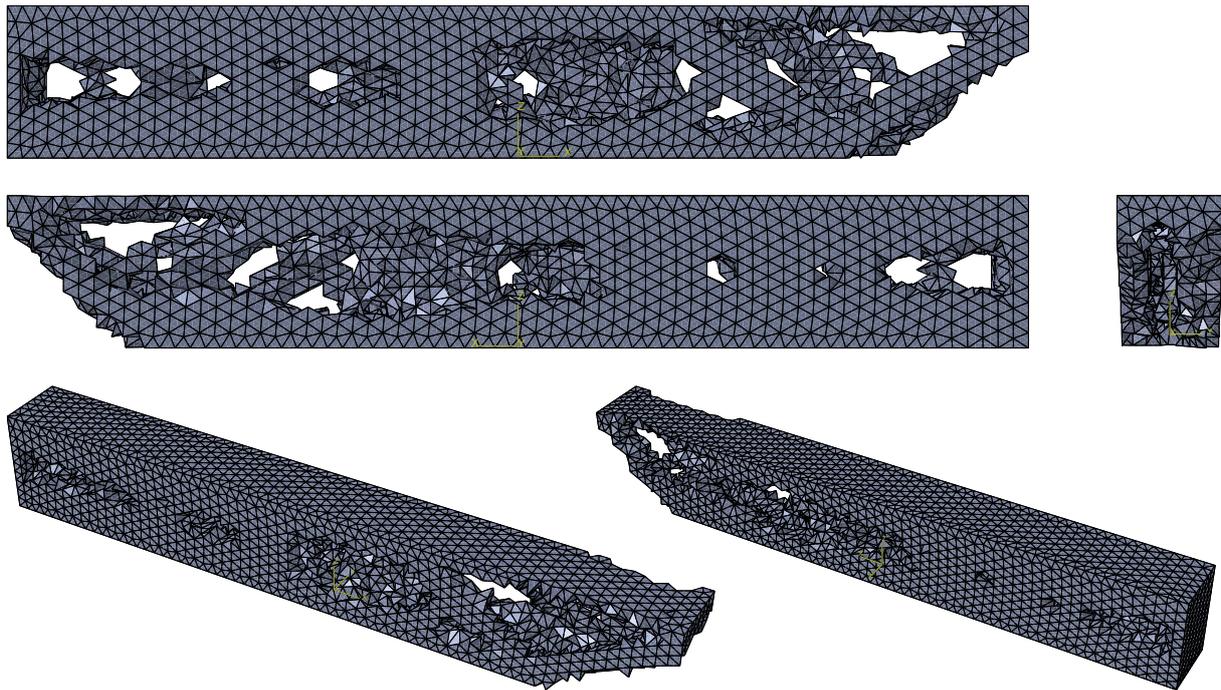


**Abbildung 5.3** Die LSS<sub>3</sub>, der Designraum für den Arm eines humanoiden Roboters

## 5.1.2 Referenzmodell

Diesem Demonstrator liegt ein Referenzbauteil zugrunde, das genutzt wird, um die Ergebnisse der unterschiedlichen Erweiterungen vergleichen zu können. Das Referenzbauteil ist ein konventionell topologieoptimiertes Bauteil mit dem gleichen Bauraum wie in Abbildung 5.3 dargestellt. Dieser Vergleich ist an dieser Stelle notwendig, weil für den neu entwickelten Arm des Roboters keine Referenzstruktur existiert.

Unter der konventionellen Topologieoptimierung wird hier die Optimierung mit dem reglerbasierten Ansatz verstanden, der auf einem modifizierten Optimalitätskriterien-Algorithmus (oc) basiert (siehe Abschnitt 2.6.3). Der in Abschnitt 5.1 beschriebene Designraum wird mit einem Standardlastfall optimiert, indem der Adaptionkoeffizient für alle Elemente und den gesamten Optimierungsprozess bei der erweiterten Topologieoptimierung auf 1 festgelegt wird. Der Designraum ist hierfür auf der einen Seite fest eingespannt, und auf die vorderste Kante wird eine Linienlast eingeleitet, wie in Abbildung 5.3 dargestellt.



**Abbildung 5.4** Ergebnis der konventionellen Topologieoptimierung für einen Balken mit einem Zielvolumen von 60 %

Der Optimierer schlägt als Endergebnis die in Abbildung 5.4 dargestellte Gestalt für den gegebenen Lastfall mit einem Zielvolumen von 60 % und dem Ziel maximale Steifigkeit vor. Es werden keine weiteren Randbedingungen, wie zum Beispiel Fertigungsrandbedingungen oder eine Einschränkung der Strebendicke vorgegeben.

Für diesen Gestaltentwurf wird die Arbeit berechnet, die benötigt wird, um die vorgege-

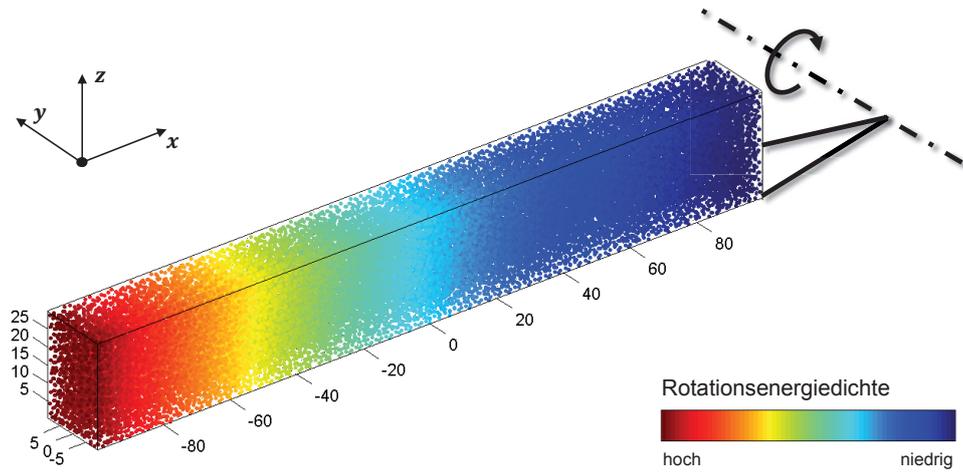
bene Bewegung durchzuführen. Hierbei werden die gleichen Trajektorien verwendet wie für die Ergebnisse der erweiterten Topologieoptimierung, und daher können sie miteinander verglichen werden.

### 5.1.3 Modell mit einer Bewegung um eine Rotationsachse

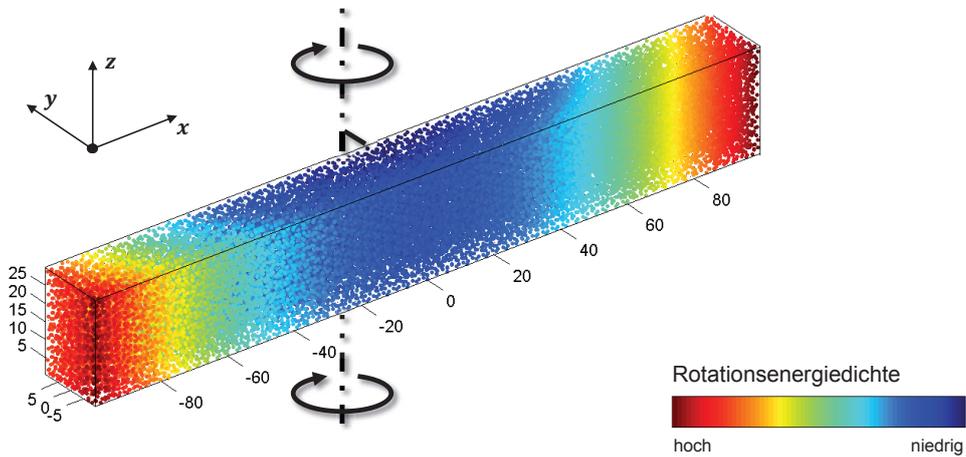
Die einfachste Bewegung, bei der ein Körper Rotationsenergie aufnimmt, ist eine Rotation (von Drehzahl null zur Enddrehzahl) um eine beliebige Achse. Wird das in Abbildung 5.2 dargestellte Mehrkörpersystem des Arms zugrunde gelegt, so kann für die Winkelgeschwindigkeiten und -beschleunigungen folgendes angenommen werden:  $\theta_{1..3} = \dot{\theta}_{1..3} = 0$ ,  $\theta = 0,5\pi [s^{-1}]$  und  $\theta(t = 0) = 0$ . Das entspricht einer Fixierung der ersten drei Freiheitsgrade und einer einfachen Drehung um den letzten Freiheitsgrad mit einer Anfangsdrehzahl von null. Diese Konfiguration als akademisches Beispiel wird hier als TopKE\_ex1 bezeichnet. Die relative Lage der Drehachse ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Es wird die Drehachse bei diesem Beispiel um  $250 \text{ mm}$  in x-Richtung verschoben, um den Einfluss der Trägheit bei der erweiterten Topologieoptimierung zu erhöhen, und somit eine stärkere Änderung des Gestaltungsvorschlags sichtbar zu machen.

Der Abstand zwischen jedem FE und der Drehachse kann mit der zuvor bestimmten Abstandsformel automatisch berechnet werden (siehe Unterabschnitt 4.3.4). Der Anteil jedes Elements an der Rotationsenergie sowie die Adaptionkoeffizienten nach der Rotationsenergiedichte und des Energiedichtewirkungsgrades können mit Gleichung 4.40 und 4.44 berechnet werden. Die Verteilung der Rotationsenergiedichte ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Der rote Bereich (in der Legende links) kennzeichnet den Bereich hoher Rotationsenergiedichte, der Blaue (in der Legende rechts) geringer Dichte. Bei diesem trivialen Beispiel, bei dem sich die Drehachse nicht ändert, kann dieser Zusammenhang auch sehr gut nachvollzogen werden. Die Dehnungsenergiedichte wird zu jeder Iteration der Topologieoptimierung für jedes FE mit  $\gamma_{FE,neu} = A_{\chi,FE} \cdot \gamma_{FE,aus FEA}$  (siehe auch Gleichung 4.42) oder  $\gamma_{FE,neu} = A_{\psi,FE} \cdot \gamma_{FE,aus FEA}$  (siehe auch Gleichung 4.45) automatisch angepasst. Der Quotientenexponent wird wie in Abschnitt 4.6 definiert ebenfalls zu jeder Iteration angepasst und verbessert somit das Ergebnis.

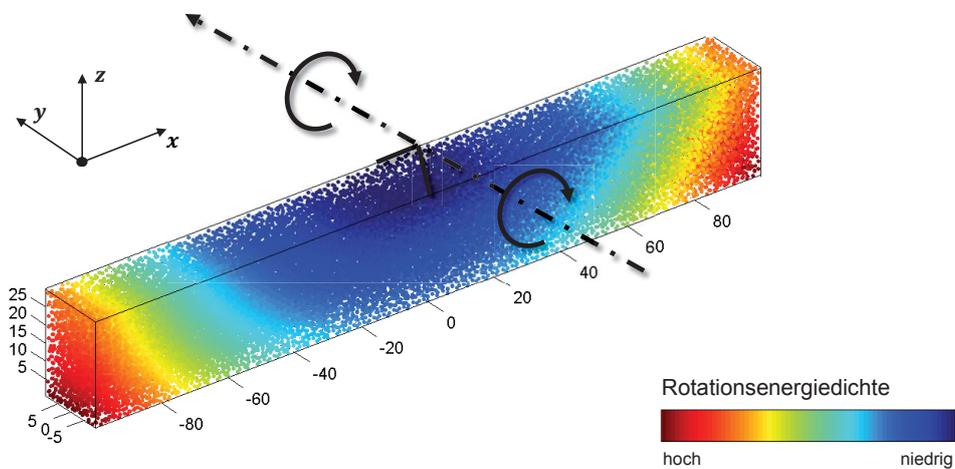
Zum besseren Vergleich werden zwei weitere akademische Beispiele mit unterschiedlichen Drehachsen erstellt. Bei TopKE\_ex2 verläuft die Drehachse parallel zur z-Achse durch den Punkt  $(0, 60, 0)^T$  und bei TopKE\_ex3 verläuft sie parallel zur y-Achse und durch den Punkt  $(0, 0, 70)^T$ . Die Verteilung der Rotationsenergiedichte, sowie die Drehachsen für TopKE\_ex2 sind in Abbildung 5.6 und für TopKE\_ex3 in Abbildung 5.7 dargestellt.



**Abbildung 5.5** TopKE\_ex1: Verteilung der Rotationsenergiedichte für eine Drehung um eine fixe Drehachse parallel zur y-Achse und durch  $(150, 0, 0)^T$



**Abbildung 5.6** TopKE\_ex2: Verteilung der Rotationsenergiedichte für eine Drehung um eine fixe Drehachse parallel zur z-Achse und durch  $(0, 60, 0)^T$



**Abbildung 5.7** TopKE\_ex3: Verteilung der Rotationsenergiedichte für eine Drehung um eine fixe Drehachse parallel zur z-Achse und durch  $(0, 0, 70)^T$

Aufgrund der hohen Anzahl unterschiedlicher Gestaltungsvorschläge der Topologieoptimierung für die zuvor genannten Beispiele wird hier nur genauer auf das Beispiel TopKE\_ex1 eingegangen. Für TopKE\_ex2 und TopKE\_ex3 werden die Gestaltungsvorschläge nicht gezeigt, allerdings wird die Änderung der kinetischen Energie diskutiert. Es wird sich hier immer auf das Modell der konventionellen Topologieoptimierung aus Unterabschnitt 5.1.2 bezogen. Der Gestaltungsvorschlag hierfür ist in Abbildung 5.4 dargestellt.

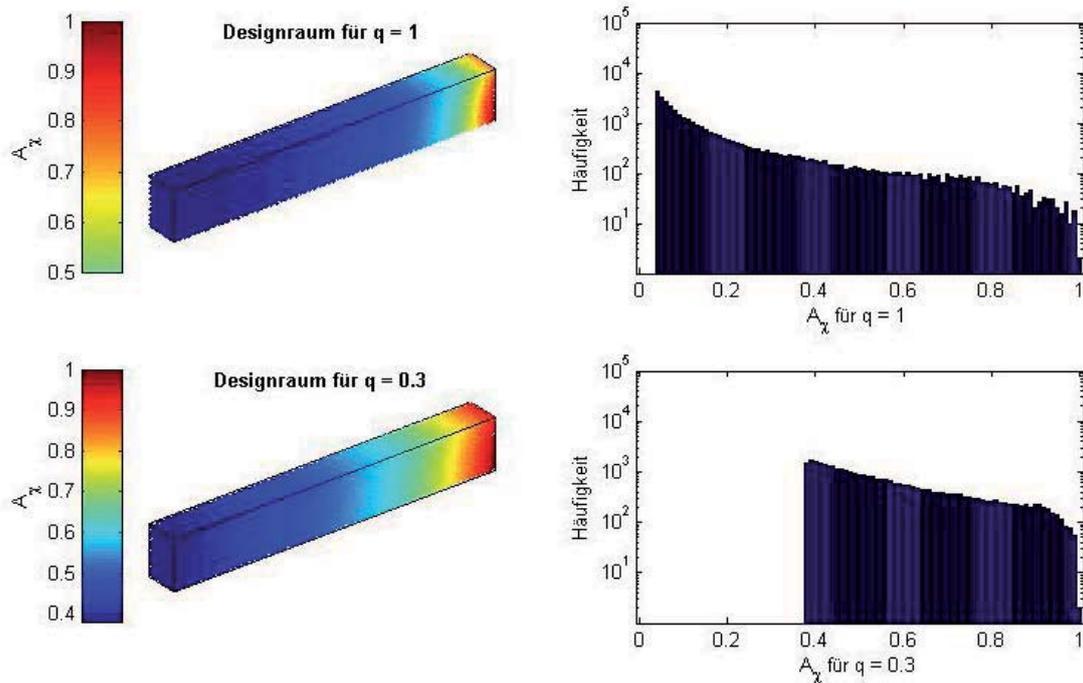
#### 5.1.4 Vergleich der Ergebnisse für den Adaptionkoeffizienten der Rotationsenergiedichte $A_\chi$

Der Abstand zwischen der Drehachse und dem Designraum ist bei TopKE\_ex1 sehr gering. Resultierend hieraus und wegen der quadratischen Abhängigkeit der Rotationsenergiedichte zur Entfernung der Drehachse ist der Bereich, in dem die Adaptionkoeffizienten liegen, verhältnismäßig groß. Die Anpassung des Quotientenexponenten ist, wie in Abbildung 5.8 zu erkennen, notwendig, damit die Dehnungsenergiedichte der FE in der Nähe der Einspannung nicht zu stark herabgesetzt wird. Die Optimierung würde in diesem Fall nicht mehr konvergieren. Der für dieses Beispiel ermittelte und verwendete Quotientenexponent beträgt 0,3. Der Adaptionkoeffizient der Rotationsenergiedichte liegt damit zwischen 0,4 und 1 und nicht zwischen 0,05 und 1.

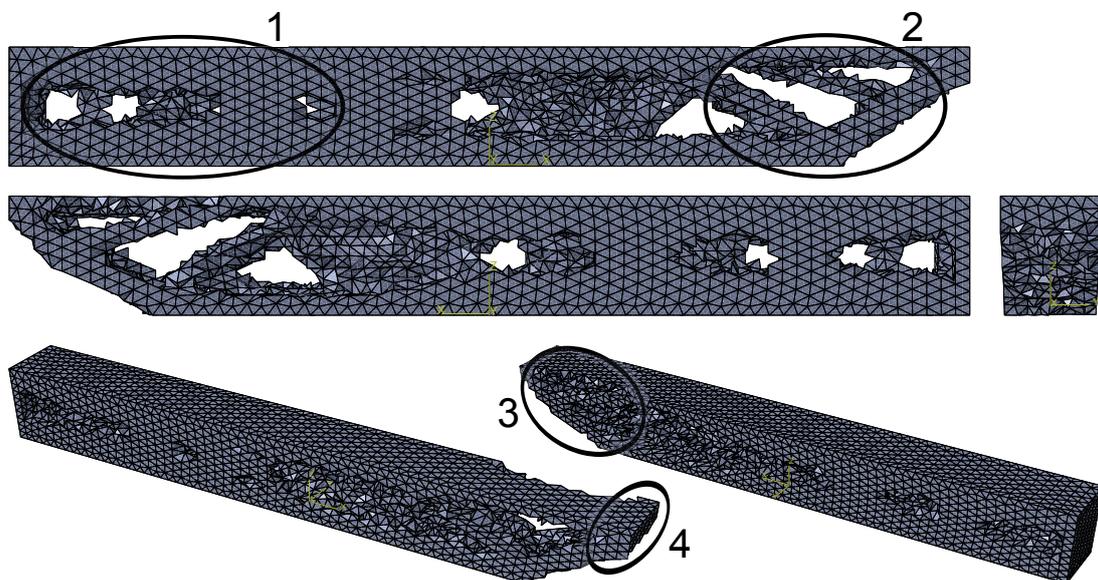
Hier ist eine einmalige Berechnung des Quotienten bei der ersten Iteration ausreichend. In Abbildung 5.8 ist beispielhaft die Verteilung der Adaptionkoeffizienten für zwei Quotientenexponenten ( $q$ ) für die Rotationsenergiedichte dargestellt. Zur besseren Erkennbarkeit kleinerer Häufigkeiten wird für das Histogramm eine logarithmische Skala gewählt. Ein Nachteil dieser Darstellung ist, dass der Wertebereich erst ab  $10^0$  beginnt. Dadurch können Ergebnisse mit einem oder keinem Auftreten der Adaptionkoeffizienten nicht unterschieden werden. Um dies zu Umgehen, wird bei der Darstellung die komplette Häufigkeitsverteilung um ein Ereignis erhöht.

In Abbildung 5.9 ist der Gestaltungsvorschlag auf Basis der erweiterten Topologieoptimierung TopKE mit dem Adaptionkoeffizienten der Rotationsenergiedichte dargestellt. Es ist eine Verlagerung des Materials in Richtung der Drehachse zu erkennen. Der gekennzeichnete Bereich 1 in Abbildung 5.9 ist im Vergleich zum Ergebnis der konventionellen Topologieoptimierung in Abbildung 5.4 mit weniger FE besetzt. Es werden wenige Elemente in der Mitte übrig gelassen, so dass sich hier eine Art I-Profil ausgebildet hat. Somit wird der Abstand zur Drehachse bei der Topologieoptimierung berücksichtigt. Insbesondere in der Nähe der Kraftereinleitung werden Bereiche, die bei der konventionellen Topologieoptimierung frei waren, mit FE geschlossen (siehe gekennzeichnete Bereiche

2, 3 und 4 in Abbildung 5.9).



**Abbildung 5.8** Verteilung und Auftreten der Adaptionquotienten für die Rotationsenergiedichte bei TopKE\_ex1 ( $A_\chi$ )



**Abbildung 5.9** Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung für TopKE\_ex1 ( $A_\chi$ ) mit einem Zielvolumen von 60 %

Für die gesamte Struktur wird die Summe der kinetischen Energie berechnet. Dazu wird die Summe der kinetischen Energie für jedes FE anhand des jeweiligen Volumens und der Dichte ermittelt. Diese werden für alle Elemente im Designraum addiert. In Tabelle 5.2 sind die Beträge dargestellt. Mit der erweiterten Topologieoptimierung TopKE\_ex1 kann bei diesem Beispiel die kinetische Energie um 6 % verglichen mit der konventionellen Topologieoptimierung reduziert werden. Bei den Beispielen 2 (TopKE\_ex2 ( $A_\chi$ ))

und 3 (TopKE\_ex3 ( $A_\chi$ )) kann eine Reduktion der kinetischen Energie von 3,6 % und 0,5 % im Vergleich zur konventionellen Topologieoptimierung erreicht werden (siehe Tabelle 5.2).<sup>183</sup>

**Tabelle 5.2** Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung mit dem Adaptionkoeffizienten nach der Rotationsenergiedichte

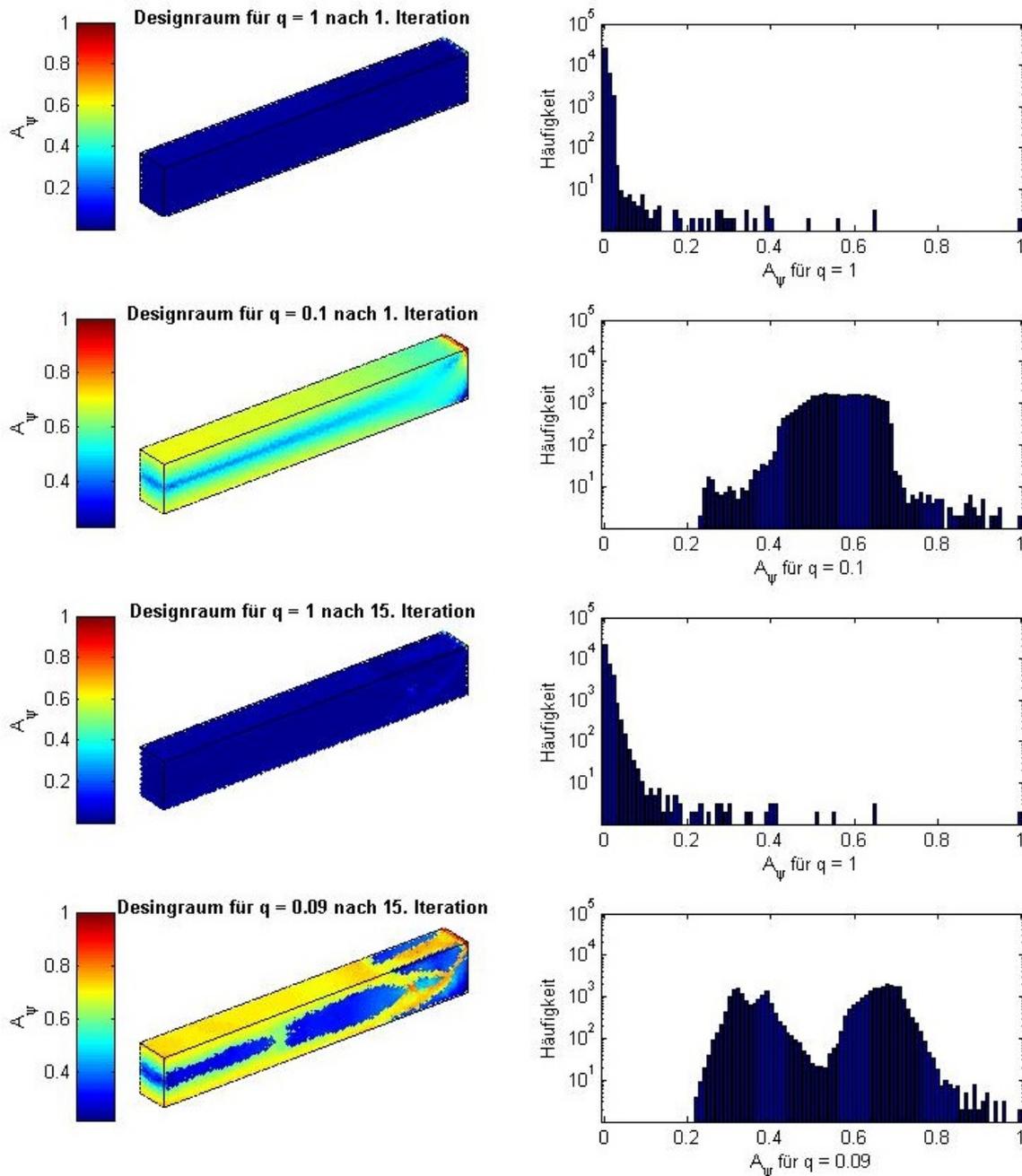
Berechnungsmodell	Kinetische Energie [mJ]	Differenz [%]
Topo	15811	0
TopKE_ex1 ( $A_\chi$ )	14852	-6.06
Topo_ex2	3393	0
TopKE_ex2 ( $A_\chi$ )	3270	-3.62
Topo_ex3	3131	0
TopKE_ex3 ( $A_\chi$ )	3106	-0.50

### 5.1.5 Vergleich der Ergebnisse für den Adaptionkoeffizienten des Rotationsenergiedichtewirkungsgrades $A_\psi$

Wie oben erwähnt, wird der gleiche Designraum mit dem Adaptionkoeffizienten des Rotationsenergiedichtewirkungsgrades optimiert. Dabei sind das Ziel, sowie die Rand- und Nebenbedingungen gleich zum oberen Modell, während der Quotientenexponent für jede Iteration bei diesem Adaptionkoeffizient angepasst werden muss. In Abbildung 5.10 ist das Ergebnis der Anpassung für die erste und letzte Iteration dargestellt. Da sich der Kraftfluss durch die Topologieoptimierung bei jeder Iteration verändert, wird der Quotientenexponent für den Energiedichtewirkungsgradquotienten zu jeder Iteration angepasst (siehe auch Gleichung 4.22). Für den Rotationsenergiedichtequotienten gilt dies nicht. Ein Exponent  $q$  von 1, wie dargestellt, würde hier keine konvergierte Lösung liefern. Aufgrund der Reduzierung des E-Moduls und der Dichte der FE, die am Kraftfluss kaum beteiligt sind, reduziert sich in diesen Elementen auch die Dehnungsenergiedichte. In Folge dessen lassen sich in der Abbildung, die den 15. Iterationsschritt zeigt, schon deutlich die Konturen des Designvorschlags erkennen. Die Anpassung mit den Energiedichtewirkungsgradquotienten ist weniger aggressiv und im allgemeinen stabiler während des Optimierungsprozesses.

In Abbildung 5.11 ist der Gestaltvorschlag auf Basis der erweiterten Topologieoptimierung TopKE mit dem Adaptionkoeffizienten des Rotationsenergiedichtewirkungsgrades dargestellt. Der Unterschied der Gestalt zwischen diesem Ergebnis und dem der konventionellen Topologieoptimierung (siehe Abbildung 5.4) ist geringer als zuvor. Allerdings

<sup>183</sup>Sander et al. 2012

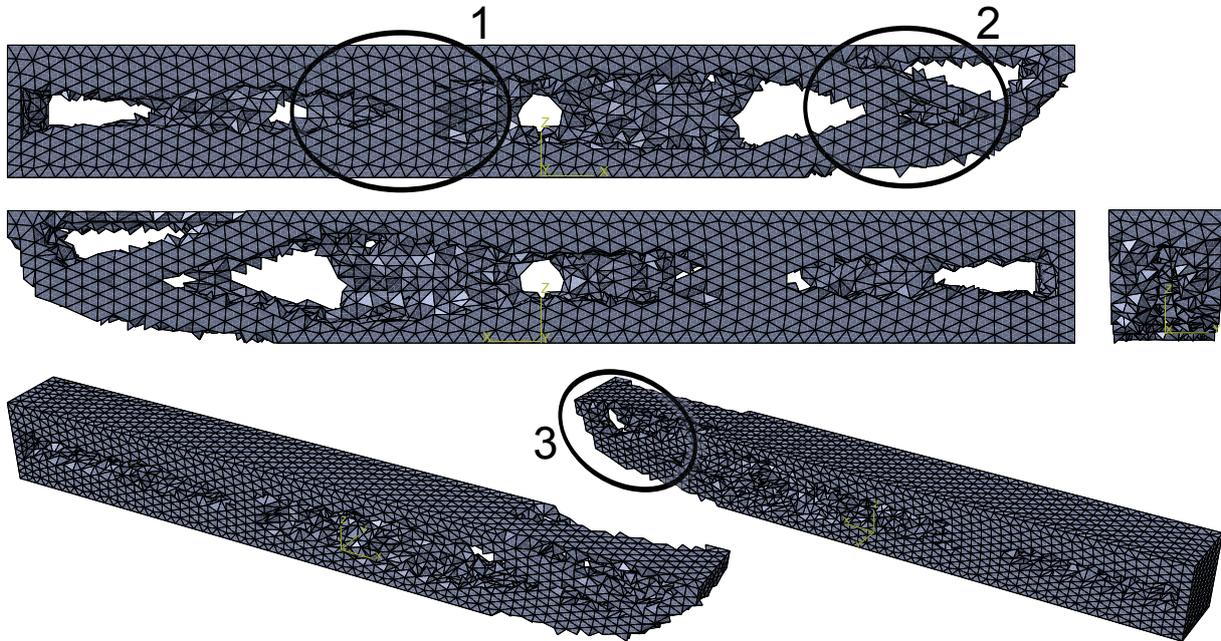


**Abbildung 5.10** Verteilung und Auftreten der Adaptionsquotienten für den Rotationsenergiegradwirkungswert bei TopKE\_ex1 ( $A_\psi$ )

sind einige entscheidende Abweichungen zu erkennen. Die FE sind hier ebenfalls eher in Richtung der Drehachse verschoben (markierter Bereich 1 in Abbildung 5.11). Im Bereich der Krafteinleitung, der mit 3 gekennzeichnet ist, bilden sich ähnlich zum Grundmodell zwei Elementstrahlen aus, die hier weiter nach unten gezogen sind.

Für die Struktur wird hier ebenfalls die gesamte kinetische Energie berechnet, die benötigt wird, um die Bewegung durchzuführen. Dazu wird die Summe der kinetischen Energien für jedes FE anhand des jeweiligen Volumens und der Dichte ermittelt. Diese werden für alle Elemente im Designraum addiert. In Tabelle 5.3 sind die Beträge

dargestellt. Mit der erweiterten Topologieoptimierung TopKE\_ex1 ( $A_\psi$ ) kann bei diesem Beispiel die kinetische Energie um 0,94 % verglichen mit der konventionellen Topologieoptimierung reduziert werden. Bei den Beispielen 2 (TopKE\_ex2 ( $A_\psi$ )) und 3 (TopKE\_ex3 ( $A_\psi$ )) können 0,63 % und 0,28 % der kinetischen Energie im Vergleich zur konventionellen Lösung reduziert werden.<sup>184</sup>



**Abbildung 5.11** Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung für TopKE\_ex1 ( $A_\psi$ ) mit einem Zielvolumen von 60 %.

**Tabelle 5.3** Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung mit dem Adaptionkoeffizienten des Rotationsenergiedichtenwirkungsgrades

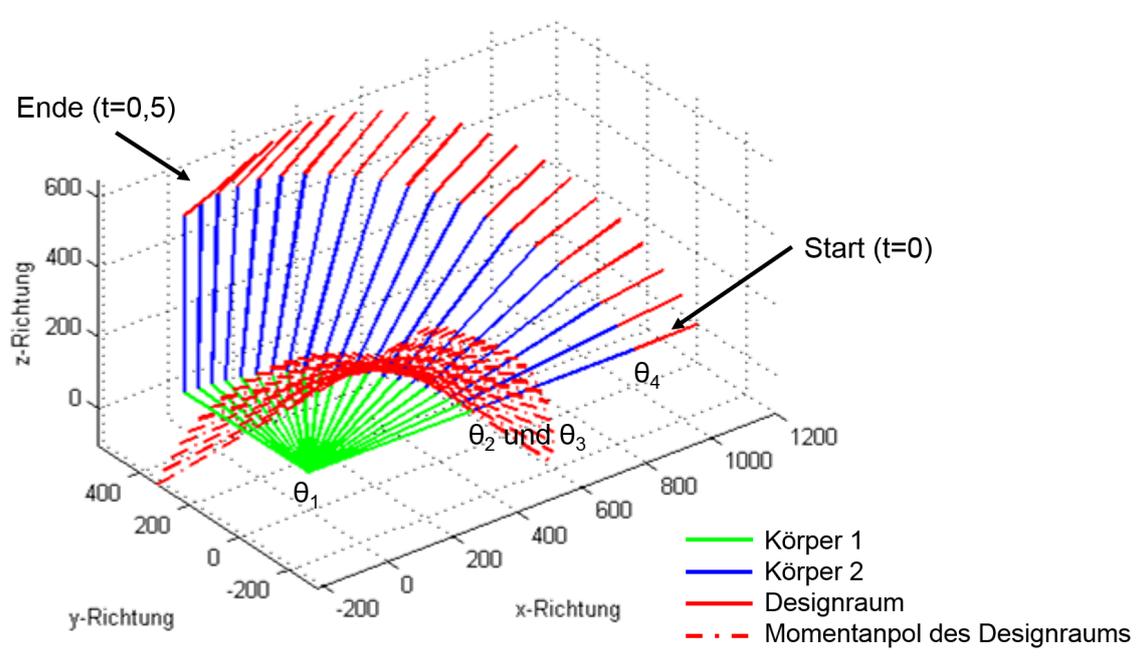
Berechnungsmodell	Kinetische Energie [mJ]	Differenz [%]
Topo_ex1	15811	0
TopKE_ex1 ( $A_\psi$ )	15662	-0.94
Topo_ex2	3393	0
TopKE_ex2 ( $A_\psi$ )	3372	-0.63
Topo_ex3	3131	0
TopKE_ex3 ( $A_\psi$ )	3122	-0.28

### 5.1.6 Modell mit einer komplexen Bewegung

Bei diesem Modell wird der Designraum, der in Abschnitt 5.1 beschrieben und in Abbildung 5.3 dargestellt ist, mit der erweiterten Topologieoptimierung TopKE optimiert und mit dem Ergebnis der konventionellen Topologieoptimierung bei gleicher

<sup>184</sup>Sander et al. 2013b

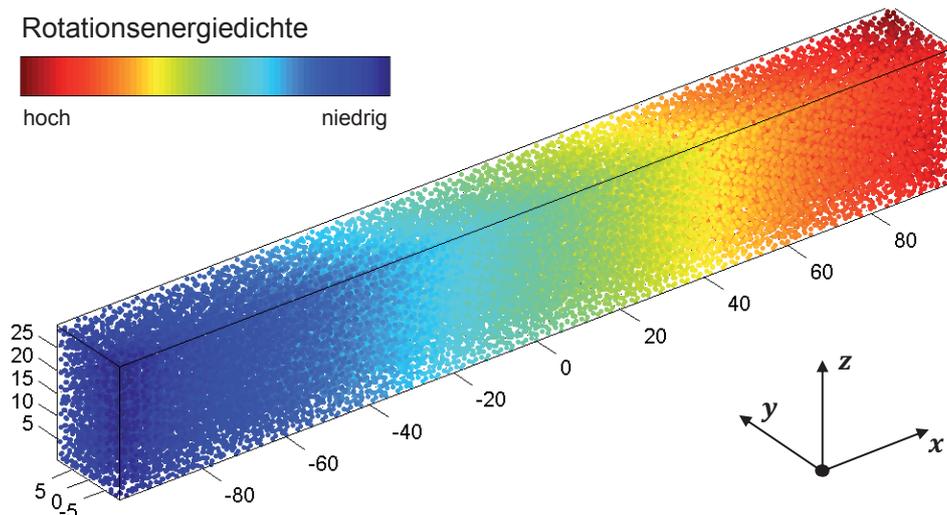
Bewegung verglichen. Im Gegensatz zu den zuvor vorgestellten Beispielen mit einer einfachen Bewegung um eine stehende Drehachse ändert sich hier die Position der Drehachse mit der Zeit. Es wird das in Abbildung 5.2 dargestellte Mehrkörpermodell des Roboterarms mit vier Freiheitsgraden zugrunde gelegt. Die Bewegung des Arms (siehe Abbildung 5.12) startet aus der gestreckten Lage mit den Gelenkwinkelpositionen  $\theta(t=0)_{i=1..4} = 0$  mit  $\theta = \theta_4$ . Dabei liegen alle Gelenkmittelpunkte auf einer Geraden. Die Winkelgeschwindigkeiten betragen  $\dot{\theta}_1 = 180 [^\circ/s]$ ,  $\dot{\theta}_2 = -90 [^\circ/s]$ ,  $\dot{\theta}_3 = -180 [^\circ/s]$  und  $\dot{\theta}_4 = -90 [^\circ/s]$ . Bei komplexen Bewegungen muss im Allgemeinen der Abstand zwischen der momentanen Drehachse und dem jeweiligen FE zu jedem Zeitschritt der MKS (hier jeweils  $0,025 s$ ) neu berechnet werden. Auf Basis dieser Berechnung können die Adaptionkoeffizienten bestimmt und die Dehnungsenergiedichte, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, bei der Topologieoptimierung beeinflusst werden.



**Abbildung 5.12** TopKE\_ex4: Bewegung des Designraums  $\dot{\theta}_1 = 180 [^\circ/s] = \pi [s^{-1}]$ ,  $\dot{\theta}_2 = -90 [^\circ/s] = -\frac{1}{2}\pi [s^{-1}]$ ,  $\dot{\theta}_3 = -180 [^\circ/s] = -\pi [s^{-1}]$ ,  $\dot{\theta}_4 = -90 [^\circ/s] = -\frac{1}{2}\pi [s^{-1}]$

### 5.1.7 Vergleich der Ergebnisse für den Adaptionkoeffizienten der Rotationsenergiedichte $A_x$

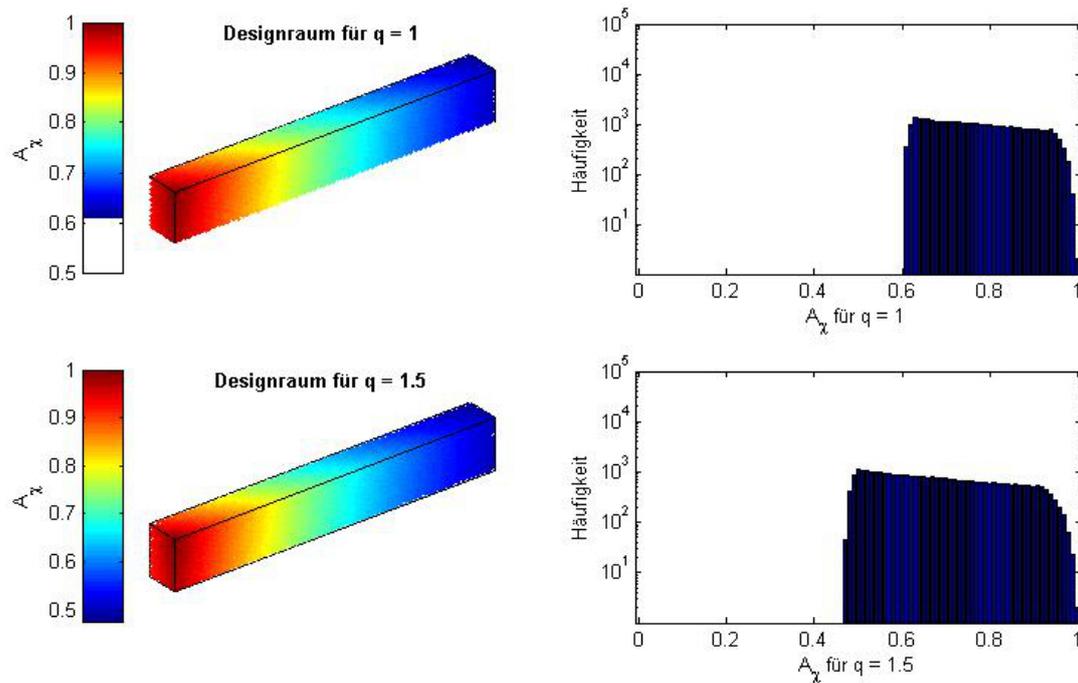
Die Verteilung der Summe der Rotationsenergiedichte für das Beispiel mit der komplexen Bewegung ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Es ist sehr gut zu erkennen, dass die Rotationsenergiedichte gleicher Werte nicht schichtweise parallel zu einer der Hauptebenen  $xy$ ,  $xz$  oder  $yz$  verteilt ist. Vielmehr sind Schichten gleicher Rotationsenergiedichte um die z und y Achse gedreht.



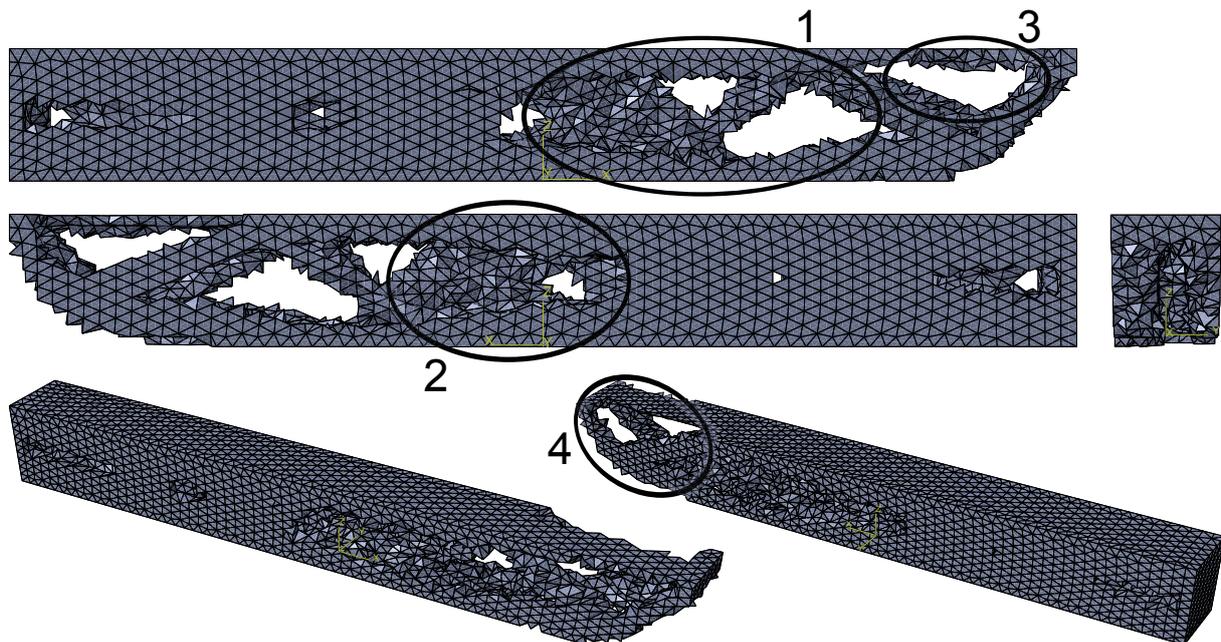
**Abbildung 5.13** Verteilung der Rotationsenergiedichte für eine komplexe Bewegung mit  $\dot{\theta}_1 = 180 [^\circ/s] = \pi [s^{-1}]$ ,  $\dot{\theta}_2 = -90 [^\circ/s] = -\frac{1}{2}\pi [s^{-1}]$ ,  $\dot{\theta}_3 = -180 [^\circ/s] = -\pi [s^{-1}]$ ,  $\dot{\theta}_4 = -90 [^\circ/s] = -\frac{1}{2}\pi [s^{-1}]$

Die Verteilung der Adaptionkoeffizienten ist bei dieser Bewegung im Designraum weniger stark ausgeprägt als bei den zuvor genannten Beispielen. Das ist im Histogramm in Abbildung 5.14 bei einem Quotientenexponenten von 1 sehr gut zu erkennen. Diese homogene Verteilung kann mit dem relativ großen Abstand der momentanen Drehachse zu den jeweiligen FE zu jedem Simulationszeitpunkt begründet werden. Aufgrund dieser geringen Spreizung der Adaptionkoeffizienten würde sich das Optimierungsergebnis mit einem Quotientenexponenten von 1 nur geringfügig vom konventionell optimierten Bauteil unterscheiden. Aus diesem Grund wird mit der dynamischen Anpassung des Quotientenexponenten ein Wert größer 1 für  $q$  berechnet. In Abbildung 5.14 ist die Auffächerung der Adaptionswerte sehr gut zu erkennen. Die Dehnungsenergiedichte wird somit für die energieeffizientesten FE um die Hälfte reduziert.

Der Gestaltvorschlag auf Basis der erweiterten Topologieoptimierung TopKE mit dem Adaptionkoeffizienten der Rotationsenergiedichte ist in Abbildung 5.15 für das komplexe Bewegungsbeispiel dargestellt. Der Unterschied der Gestalt zwischen diesem Ergebnis und dem der konventionellen Topologieoptimierung (siehe Abbildung 5.4) ist erkennbar. Die FE in den vorderen Bereichen 1, 2 und 3 sind stark ausgedünnt. In der Nähe der Einspannung ist die Struktur in der Mitte geöffnet (Bereich 4), so dass zwei Streben die Kraft in den unteren Teil des Balkens leiten. Diese Streben sind im Vergleich zur konventionellen Topologieoptimierung abgerundet. Im hinteren Bereich der Struktur werden mehr FE stehen gelassen.



**Abbildung 5.14** Verteilung und Auftreten der Adaptionquotienten für die Rotationsenergiedichte bei TopKE\_ex4 ( $A_x$ )

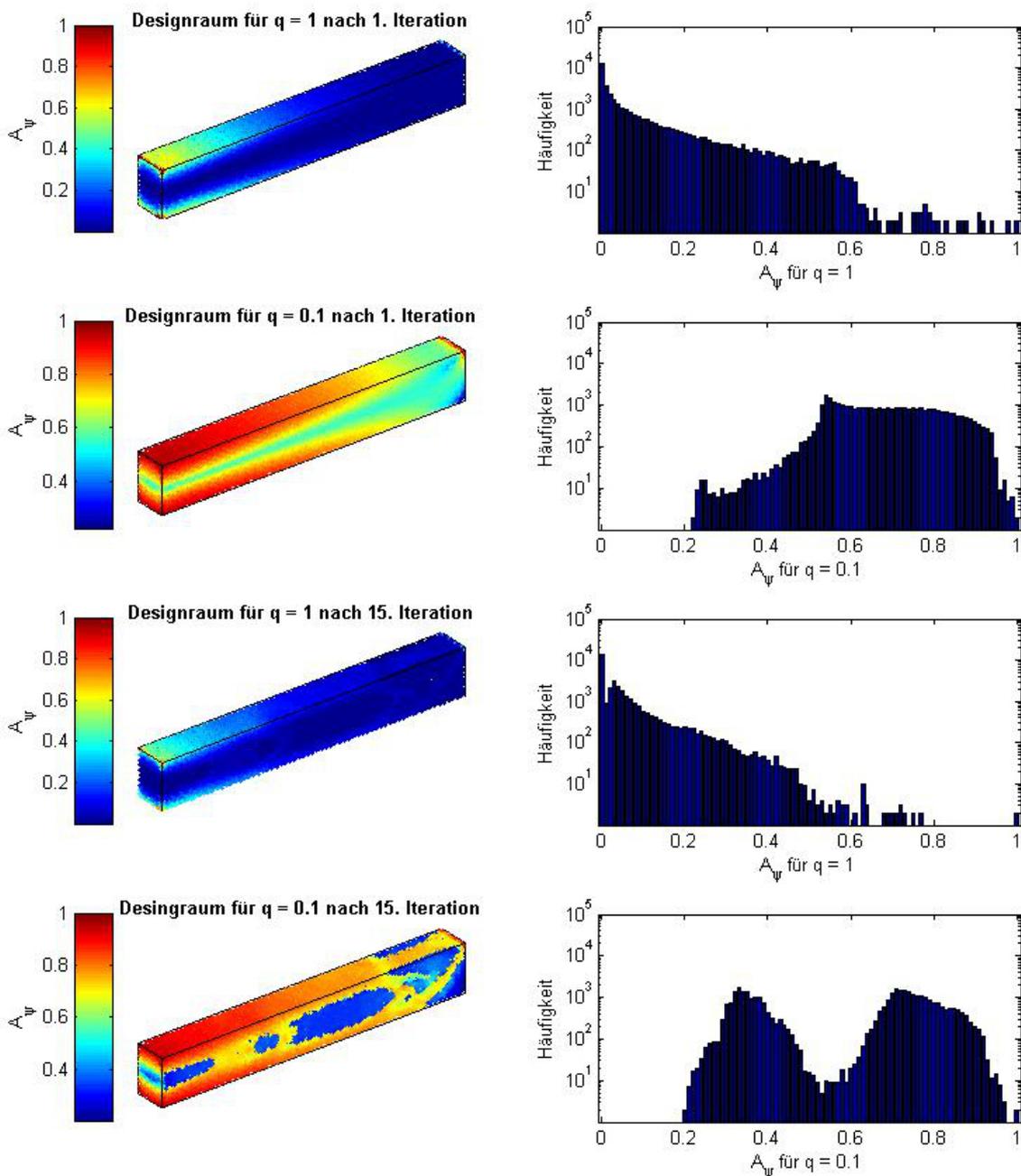


**Abbildung 5.15** Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung für TopKE\_ex4 ( $A_x$ ) mit einem Zielvolumen von 60 %

### 5.1.8 Vergleich der Ergebnisse für den Adaptionkoeffizienten des Rotationsenergiedichtewirkungsgrades $A_\psi$

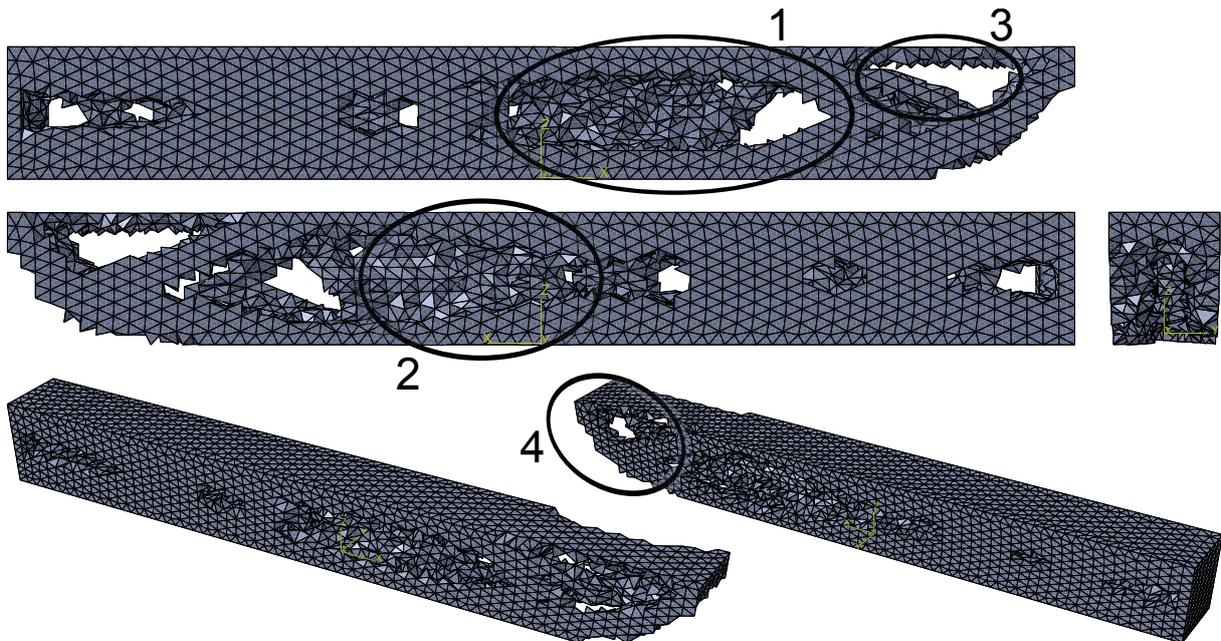
Wird für die erweiterte Topologieoptimierung der Adaptionkoeffizient des Rotationsenergiedichtewirkungsgrades verwendet, so fällt der Unterschied zwischen der kon-

ventionellen und der erweiterten Topologieoptimierung beim Designvorschlag geringer aus. In Abbildung 5.16 ist die Verteilung der Adaptionkoeffizienten zu erkennen. Im Histogramm für den Quotientenexponent  $q$  mit dem Wert 1 ist zu erkennen, dass der Großteil der Adaptionkoeffizienten einen Wert kleiner 0,6 und sehr viele einen Wert kleiner 0,2 haben. Diese Verteilung würde die Dehnungsenergie dieser FE sehr stark herabsetzen und so den Einfluss der Rotationsenergie zu stark gewichten. Daher ist der Quotientenexponent bei diesem Beispiel kleiner 1, um die Aggressivität des Adaptionkoeffizienten zu reduzieren. Die Veränderung der Verteilung ist im zweiten Histogramm in Abbildung 5.16 zu erkennen.



**Abbildung 5.16** Verteilung und Auftreten der Adaptionquotienten für den Rotationsenergiegedichtewirkungsgrad bei TopKE\_ex4 ( $A_\psi$ )

Der Gestaltungsvorschlag als Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung ( $A_\psi$ ) für das komplexe Bewegungsbeispiel ist in Abbildung 5.17 dargestellt. Im Vergleich zur Gestalt der konventionellen Topologieoptimierung (siehe Abbildung 5.4) werden in den vorderen Bereichen 1, 2 und 3 mehr Elemente aus der Struktur entfernt. So sind eine größere Öffnung im mittleren Bereich, sowie auch die Reduzierung der Elemente im vorderen Bereich zu erkennen. Die Struktur wird auch im Bereich 4 der Krafteinleitung geöffnet, so dass zwei Streben den oberen und den unteren Bereich miteinander verbinden.



**Abbildung 5.17** Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung für TopKE\_ex4 ( $A_\psi$ ) mit einem Zielvolumen von 60 %

**Tabelle 5.4** Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung

Berechnungsmodell	Kinetische Energie [mJ]	Differenz [%]
Topo	8292	0
TopKE_ex4 ( $A_\chi$ )	8241	-0.61
TopKE_ex4 ( $A_\psi$ )	8279	-0.15

Für die gesamte Struktur wird die kinetische Energie, die zur Durchführung der komplexen Bewegung benötigt wird, berechnet. Dazu wird die Summe der kinetischen Energien für jedes FE anhand des jeweiligen Volumens und der Dichte ermittelt. Diese werden für alle Elemente im Designraum addiert. In Tabelle 5.4 sind die Beträge dargestellt. Mit der erweiterten Topologieoptimierung TopKE\_ex4 ( $A_\psi$ ) kann bei diesem Beispiel die kinetische Energie um 0,6 % verglichen mit der konventionellen Topologieoptimierung reduziert werden. Die Reduzierung mit dem Energiedichtewirkungsgrad fällt mit 0,15 % sehr gering aus.<sup>185</sup>

<sup>185</sup>Sander et al. 2012 / Sander et al. 2013b

### 5.1.9 Zwischenfazit

In diesem Kapitel konnte gezeigt werden, dass die Berücksichtigung der Rotationsträgheit bei der Topologieoptimierung einen positiven Einfluss auf den Energieverbrauch hat. Die Erweiterung der Topologieoptimierung mit den Adaptionkoeffizienten der Rotationsenergiedichte und des Energiedichtewirkungsgrades ermöglicht die Synthetisierung einer Gestalt, die im Hinblick auf ihren Energieverbrauch um bis zu 6 % besser ist als die eines konventionell optimierten Bauteils für das hier angenommene Mehrkörpersystem und Trajektorie. Die beiden Adaptionkoeffizienten konnten nicht das gleiche Potential an Energieersparnis bei der gleichen Masse erzielen. Der Adaptionkoeffizient der Rotationsenergiedichte ( $A_\chi$ ) konnte immer eine Struktur synthetisieren, die für die gleiche Bewegung weniger Energie benötigt. Dementsprechend wird diesem Ansatz ein höheres Potential zugewiesen.

Bei den Erweiterungen, die in diesem Kapitel diskutiert wurden, werden die Lastfälle, die aufgrund der Bewegung auftreten, nicht berücksichtigt. Durch einen automatischen Lastfalllexport wird dies ermöglicht und somit das Verhalten des Bauteils im Systemzusammenhang besser beschrieben. Das wird im folgenden Kapitel anhand der Erweiterung DyTop (Unterabschnitt 4.8.2) und DyTopKE (Unterabschnitt 4.8.3) untersucht.

## 5.2 Potentialanalyse von DyTop und DyTopKE

In diesem Kapitel wird die Erweiterung der Topologieoptimierung mit einer automatischen Lastfallerkennung (Abschnitt 4.7) und der Berücksichtigung der Rotationsträgheit (DyTopKE) an einem Mehrkörpersystem mit vier Freiheitsgraden validiert. Auf diese Weise wird der Systemzusammenhang und die Wechselwirkungen zwischen dem Bauteil und dem System besser abgebildet. Die Erweiterung der Topologieoptimierung um eine automatische Lastfallerkennung DyTop wurde in Unterabschnitt 4.8.2 beschrieben. Auf die Berücksichtigung der Rotationsenergie bei DyTopKE wurde ausführlich in Unterabschnitt 4.8.3 eingegangen. Für einen Vergleich wird die Arbeit berechnet, die zum Beschleunigen der Gestaltvorschläge der erweiterten Topologieoptimierungen DyTop und DyTopKE, bei der eine automatische Lastfallerkennung hinzugefügt wurde, und der konventionellen Topologieoptimierung benötigt wird. Außerdem wird die Arbeit berechnet, die ein Rohr mit gleicher Masse bei der gleichen Trajektorie benötigt.<sup>186</sup>

In Abschnitt 5.1 konnte gezeigt werden, dass mit dem Adaptionkoeffizienten nach der

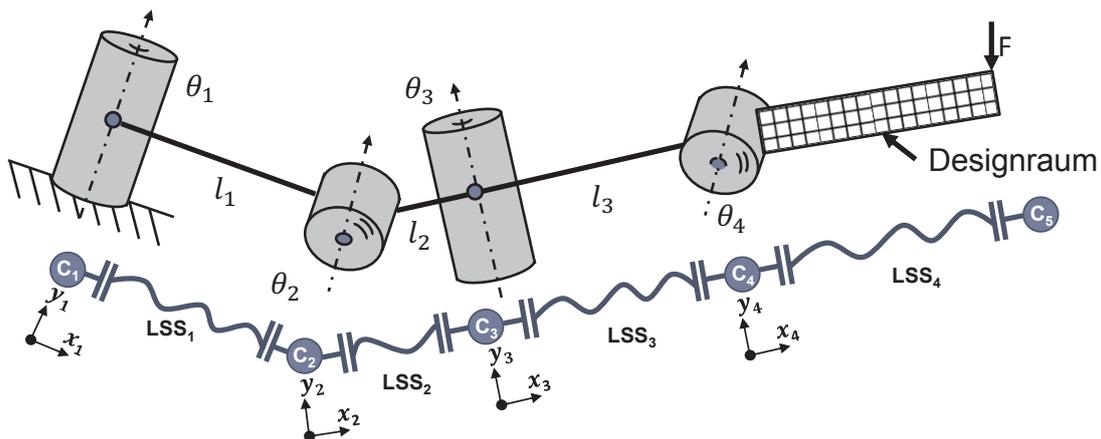
---

<sup>186</sup>Sander et al. 2013a

Rotationsenergiedichte ( $A_\chi$ ) eine größere Verbesserung beim Energieverbrauch erzielt werden kann, als mit dem Adaptionkoeffizienten nach dem Rotationsenergiedichtewirkungsgrad ( $A_\psi$ ). Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel der Adaptionkoeffizient  $A_\chi$  für die erweiterte Topologieoptimierung DyTopKE verwendet.

### 5.2.1 Demonstratormodell und Beschreibung des Bewegungsmodells

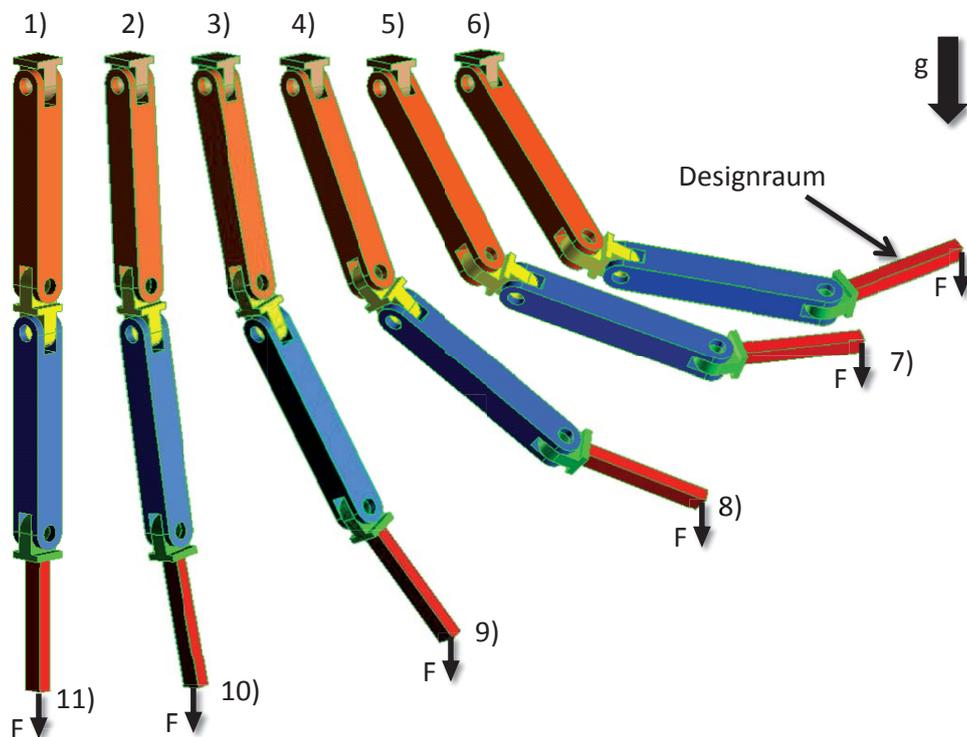
Das verwendete Mehrkörpersystem hat vier Freiheitsgrade, die seriell hintereinander angeordnet sind. Die Leitstützstrukturen zwischen den Konnektoren (LSS<sub>1</sub> bis LSS<sub>3</sub>) haben die Eigenschaften von Starrkörpern. In Abbildung 5.18 ist die Armkinematik und der Designraum (LSS<sub>4</sub>) dargestellt. Der Designraum (LSS<sub>4</sub>) muss in der MKS, wenn die Lastfälle automatisch bestimmt werden, als flexibler Körper eingebunden werden. Er hat eine Länge von 200 mm, eine Höhe von 30 mm und eine Breite von 20 mm.



**Abbildung 5.18** Serielle Armkinematik eines Robotersystems mit vier Freiheitsgraden

Der Designraum wird mit 30 531 FE des Typs CTETRA4 vernetzt. Der durchschnittliche Abstand der Elementknoten beträgt bei dieser Vernetzung ca. 3 mm. Die zugewiesenen Werkstoffeigenschaften entsprechen der einer hochfesten Aluminiumlegierung. Die Werkstoffkennwerte sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Auf der einen Seite ist der Designraum mit dem Gelenk  $\theta_4$  verbunden, auf der gegenüberliegenden Seite wird eine Kraft von 80 N in den Balken eingeleitet. Sie ist in Gravitationsvektorrichtung ausgerichtet, und der Richtungsvektor ändert sich auch während der Bewegung nicht. Den Starrkörpern wird keine Masse zugewiesen, weil keine Reibung in den Gelenken modelliert wird, das Mehrkörpersystem nicht geregelt ist und der Designraum der letzte Körper in der kinematischen Anordnung ist. In der Ausgangsstellung ist der Arm nach unten ausgerichtet, wie in Abbildung 5.19 dargestellt. Der Arm wird von der Stellung 1 (siehe Abbildung 5.19) bis zur Stellung 6 innerhalb von zwei Sekunden angehoben

und in zwei Sekunden gesenkt. Man kann sich die Bewegung wie das Heben und Senken einer Last, die an einem Seil befestigt ist, vorstellen. Das Zielvolumen für die Topologieoptimierung beträgt 60 %.



**Abbildung 5.19** Bewegung des Mehrkörpersystems mit vier Freiheitsgraden

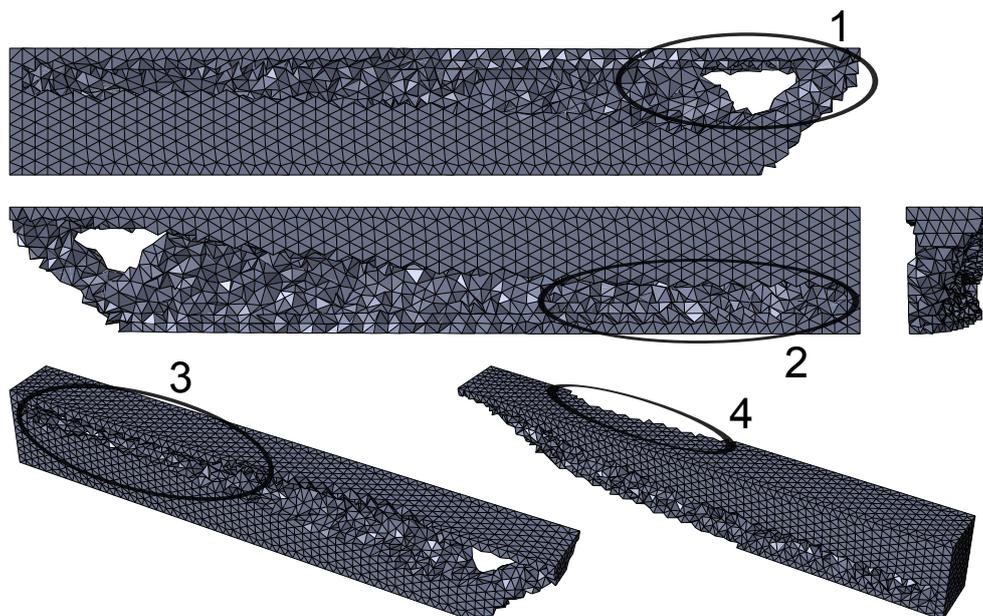
## 5.2.2 Referenzmodelle

Bei diesem Demonstratorsystem werden zwei unterschiedliche Modelle zum Vergleich verwendet. Das ist einerseits das Ergebnis einer konventionellen Topologieoptimierung und zum anderen ein Hohlprofil. Der Grund hierfür ist, dass das Potential der erweiterten Topologieoptimierungsprozesse auch anhand von Standardbauteilen berechnet werden soll. Das Referenzbauteil wird als ein hohles Rohr gestaltet, das die gleiche äußere Kontur, die gleiche Dichte und das gleiche Volumen besitzt wie die Ergebnisse der Topologieoptimierung. Für diese Struktur wird ebenfalls die kinetische Energie berechnet, die benötigt wird, um die gleiche Bewegung auszuführen.

Bei der konventionellen Topologieoptimierung wird für alle FE der Adaptionkoeffizient bei der erweiterten Topologieoptimierung TopKE zu eins definiert, so dass dessen Einfluss entfernt wird. Das entspricht dem gleichen Vorgehen wie in Unterabschnitt 5.1.2. Die statischen Lastfälle für die konventionelle Topologieoptimierung werden anhand der Bewegung bestimmt. In der Null-Lage zu Beginn der Optimierung wirken die Kraft von  $80\text{ N}$  plus das Eigengewicht des Designraums in dessen Längsrichtung. Die zweite

Position, in der die Last ein Maximum hat, ist nach zwei Sekunden erreicht, wenn der Arm angehoben wird. Die dritte Kraft nach weiteren zwei Sekunden entspricht der ersten Kraft und muss daher nicht ein weiteres Mal aufgeprägt werden. Die Belastungen, die zu jedem Zeitpunkt während der Topologieoptimierung auftreten, können nicht berücksichtigt werden, da ansonsten die Anzahl an Lastfälle nicht mehr handhabbar ist. Somit werden zwei Lastfälle, die sich in ihrem Richtungsvektor unterscheiden, mit jeweils  $80\text{ N}$  plus das Eigengewicht des Designraums, für die konventionelle Topologieoptimierung verwendet.

In Abbildung 5.20 ist der Gestaltungsvorschlag der konventionellen Topologieoptimierung dargestellt. Es werden viele FE in der Nähe der Kräfteinleitung (siehe Bereich 1 in Abbildung 5.20), sowie auf der Unterseite des Designraums entfernt. Im Bereich 2 und 3 in Abbildung 5.20 werden ebenfalls größere Bereiche frei gelassen. Der obere Bereich des Balkens wird dahingegen kaum verändert. Hier bleiben fast alle FE stehen (Bereich 4). Der Designvorschlag aus der konventionellen Topologieoptimierung benötigt zur Durchführung der Bewegung  $1975\text{ mJ}$ .



**Abbildung 5.20** Ergebnis der konventionellen Topologieoptimierung

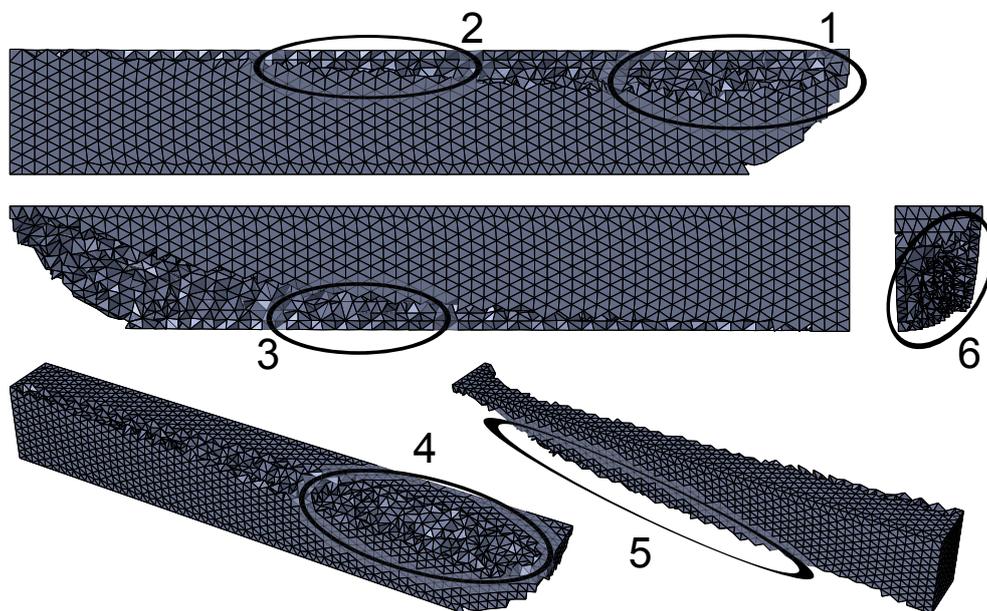
### 5.2.3 Ergebnisse der erweiterten Topologieoptimierung DyTop

Die Erweiterung der konventionellen Topologieoptimierung durch einen automatischen Lastfallexport wurde in Abschnitt 4.7 erklärt. Es werden zu Beginn jeder Iteration die kritischsten Lastfälle berechnet und der Topologieoptimierung zur Verfügung gestellt. Somit werden sowohl die äußere Kraft von  $80\text{ N}$ , als auch die Gewichtskraft und die

Massenträgheit bei der Definition der Lastfälle berücksichtigt. Der Adaptionkoeffizient wird hier ebenfalls zu eins definiert.

Der Gestaltungsvorschlag für diese Optimierung ist in Abbildung 5.21 dargestellt. Im Gegensatz zum Ergebnis der konventionellen Topologieoptimierung ergibt sich keine offene Struktur im Bereich der Krafteinleitung (siehe Bereich 1). Allerdings werden in den beiden gegenüberliegenden Kanten mehr Elemente entfernt (siehe Bereich 2, 3, 4 und 5) als bei der konventionellen Topologieoptimierung. Der Gestaltungsvorschlag hat die Form eines Keils, wie im Bereich 6 zu erkennen ist.

Der Designvorschlag aus der Topologieoptimierung mit automatischer Lastfallerkennung benötigt zur Durchführung der Bewegung  $1955 \text{ mJ}$  und somit weniger, als das Ergebnis der konventionellen Topologieoptimierung.



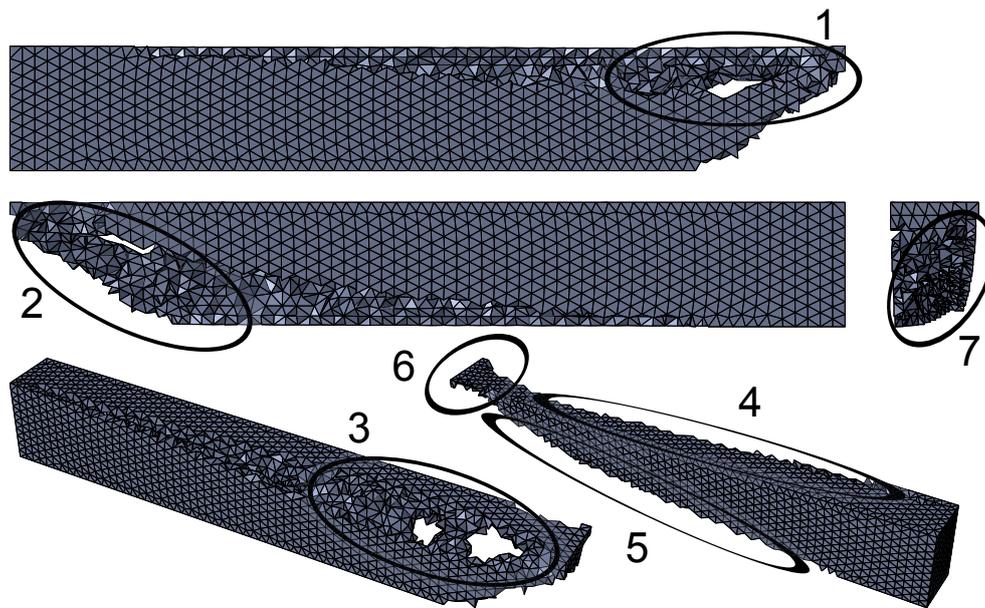
**Abbildung 5.21** Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung mit automatischer Lastfallerkennung (DyTop)

#### 5.2.4 Ergebnisse der erweiterten Topologieoptimierung DyTopKE

An dieser Stelle wird die höchste Erweiterungsstufe der Topologieoptimierung, die in dieser Arbeit entwickelt wurde, zur Optimierung der Gestalt mit den oben genannten Randbedingungen und Ziel verwendet. Der Quotientenexponent für den Adaptionkoeffizient beträgt 1,1 und wurde ebenfalls im automatisierten Prozess bestimmt.

In Abbildung 5.22 ist der Gestaltungsvorschlag für die erweiterte Topologieoptimierung dargestellt. Im Bereich der Krafteinleitung werden nahezu alle FE entfernt, bis auf die Elemente, an denen die äußere Kraft eingeleitet wird (siehe Abbildung 5.22, Bereich

2 und 6). Im mittleren Bereich (siehe 1 und 3) werden viele Elemente entfernt, und es entsteht eine Art Fachwerk. Auch werden im Bereich der oberen und unteren Kante (Bereich 4 und 5) viele Elemente entfernt. Über 50 % der Elemente werden hierbei alleine im oberen Bereich eliminiert. Der Designvorschlag aus der erweiterten Topologieoptimierung benötigt zur Durchführung der Bewegung  $1951 \text{ mJ}$ . Bei dieser Erweiterung ist die Keilform des Gestaltungsvorschlags noch besser zu erkennen (Bereich 7).



**Abbildung 5.22** Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung mit automatischer Lastfallerkennung und dem Adaptionkoeffizienten  $A_x$

### 5.2.5 Zwischenfazit

Für die vier zuvor genannten Gestaltungsvorschläge wird die kinetische Energie berechnet, die benötigt wird, um die Bewegung jeweils auszuführen. In Tabelle 5.5 sind die Werte zusammengefasst. Für die Durchführung der Bewegung wird vom Rohr die meiste Energie benötigt. Mit einem konventionell topologieoptimierten Bauteil, kann in diesem Fall etwa 2,5 % der kinetischen Energie im Vergleich zu einem einfachen Rohr eingespart werden. Werden die Lastfälle aus der dynamischen Bewegung mit berücksichtigt, ergibt sich eine weitere Reduktion des Energieverbrauchs von 1 %. Das ist vor allem damit zu erklären, dass die Trägheitslasten teilweise bei der automatischen Lastfallerkennung mit ausgewählt werden, wenn sie eine hohe Belastung der Struktur zur Folge haben. Eine weitere Reduktion der kinetischen Energie ist möglich, wenn der Adaptionkoeffizient für die Bewegung berechnet und die Dehnungsenergiedichte angepasst wird. Die Gesamtreduktion, die somit erzielt werden kann, beträgt 3,7 %.

**Tabelle 5.5** Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung

Berechnungsmodell	Kinetische Energie [mJ]	Differenz [%]
Hohlprofil	2026	0
Topo	1975	-2,5
DyTop_ex5	1955	-3,5
DyTopKE_ex5	1951	-3.7

## 5.3 Gesamtfazit

In den Abschnitten 5.1 und 5.2 konnte gezeigt werden, dass die Erweiterung der Topologieoptimierung einen positiven Einfluss auf die Gestalt in Bezug auf die kinetische Energie hat. Im ersten Schritt wurde verglichen, welcher Adaptionkoeffizient in Bezug auf die kinetische Energie das größere Einsparungspotential bietet. Sowohl für eine einfache Bewegung um eine Achse, als auch für eine komplexe Bewegung hat sich gezeigt, dass der Adaptionkoeffizient nach der Rotationsenergiedichte ( $A_\chi$ ) um den Faktor zwei bis sechs höhere Energieeinsparungen durch die Verringerung der Rotationsenergie im Vergleich zum Adaptionkoeffizienten nach dem Rotationsenergiedichtewirkungsgrad ( $A_\psi$ ) erzielen kann. Daher wird die Verwendung des Adaptionkoeffizienten  $A_\chi$  bei der erweiterten Topologieoptimierung empfohlen, da er bei geringerem Berechnungsaufwand (vgl. Abschnitt 4.5) das bedeutend bessere Ergebnis liefert.

Ansätze der systembasierenden Strukturoptimierung haben die Notwendigkeit einer automatisierten Lastfallerkennung gezeigt.<sup>187</sup> Aus diesem Grund wurde die automatisierte Lastfallerkennung, wie in Abschnitt 4.7 beschrieben, in den erweiterten Optimierungsprozess integriert. Die Ergebnisse aus Abschnitt 5.2 zeigen, dass die Berücksichtigung der automatisierten Lastfallerkennung auch im Hinblick auf die Reduzierung der kinetischen Energie sinnvoll ist, solange die äußeren Belastungen eine ähnliche oder geringere Größenordnung im Vergleich zu den Belastungen aufgrund der Massenträgheit aufweisen. Mit der Berücksichtigung der Lastfälle aus der Dynamik, kann eine Reduzierung der kinetischen Energie erzielt werden. Wird zusätzlich für das gleiche System der Adaptionkoeffizient  $A_\chi$  berechnet, um so die Rotationsträgheit bei der Topologieoptimierung mit zu berücksichtigen, ist eine weitere Reduktion der kinetischen Energie zur Durchführung der Bewegung möglich.

Im folgenden Kapitel werden die hier gewonnen Erkenntnisse genutzt, um Systeme aus der Praxis zu optimieren.

<sup>187</sup>u.a. Müller 2005



# 6 Optimierung realer Systeme mit komplexen Bewegungsszenarien

In Kapitel 5 wurde an zwei Beispielen die Funktionsweise der neuen Strukturoptimierungsprozesse gezeigt. Die entwickelten Adaptionkoeffizienten wurden miteinander verglichen, und es konnte gezeigt werden, dass der Adaptionkoeffizient nach der Rotationsenergiedichte ( $A_\chi$ ) eine größere Energieeinsparung erzielt, als der Adaptionkoeffizient nach dem Rotationsenergiedichtewirkungsgrad ( $A_\psi$ ). Es konnte bei den diskutierten Ergebnissen eine Energieeinsparung von bis zu 6 % erreicht werden. Die erweiterte Topologieoptimierung DyTopKE konnte das größte Potential ausschöpfen, gefolgt von DyTop und der konventionellen Topologieoptimierung.

In diesem Kapitel wird die erweiterte Topologieoptimierung auf zwei Beispiele aus der Praxis angewendet. Das ist zum einen die Optimierung der Armsegmente des IPEK - Schaltroboters<sup>188</sup>, der in der Projektgruppe Robotik entwickelt wurde, und zum anderen die Optimierung des Auslegers eines Gelenkarmroboters, wie er zum Beispiel in der Massenfertigung in der Automobilindustrie Verwendung findet.

## 6.1 Optimierung des IPEK - Schaltroboters

Der IPEK - Schaltroboter wurde für den powertrain-in-the-loop Prüfstand<sup>189</sup> am IPEK entwickelt, um PKW- und LKW-Schaltgetriebe bei automatisierten Prüfläufen zur Validierung von Getrieben im Kontext des X-in-the-Loop-Ansatzes<sup>190</sup> autonom zu betätigen. Der X-in-the-Loop-Ansatz (XiL) hat die Zielsetzung, die Absicherung von Produkteigenschaften über weite Strecken der Entwicklung unabhängig von rein physischen Gesamtsystemprototypen zu ermöglichen. Mit dem neuen Schaltroboter können reproduzierbar Prüfläufe durchgeführt werden.

---

<sup>188</sup>Pinner et al. 2013

<sup>189</sup>IPEK 2011

<sup>190</sup>Albers et al. 2013

In Abbildung 6.1 ist der Schaltroboter dargestellt. Um eine hohe Steifigkeit und Positionierungsgenauigkeit des Robotersystems zu erreichen, ist die Gestalt des Roboters mit dem Reifegrad 1 (siehe Unterabschnitt 2.1.3) eine Deltakinematik (Parallelkinematik). Sie besteht aus vier Körpern und drei aktiven Freiheitsgraden. Die zwei aktiven Hauptfreiheitsgrade werden benötigt, um eine planare Bewegung auszuführen. In der Aufnahme für den Schaltknauf ist ein weiterer aktiver Freiheitsgrad integriert, um die sphärische Bewegung des Schaltknaufs bei einem Gangwechsel auszugleichen.



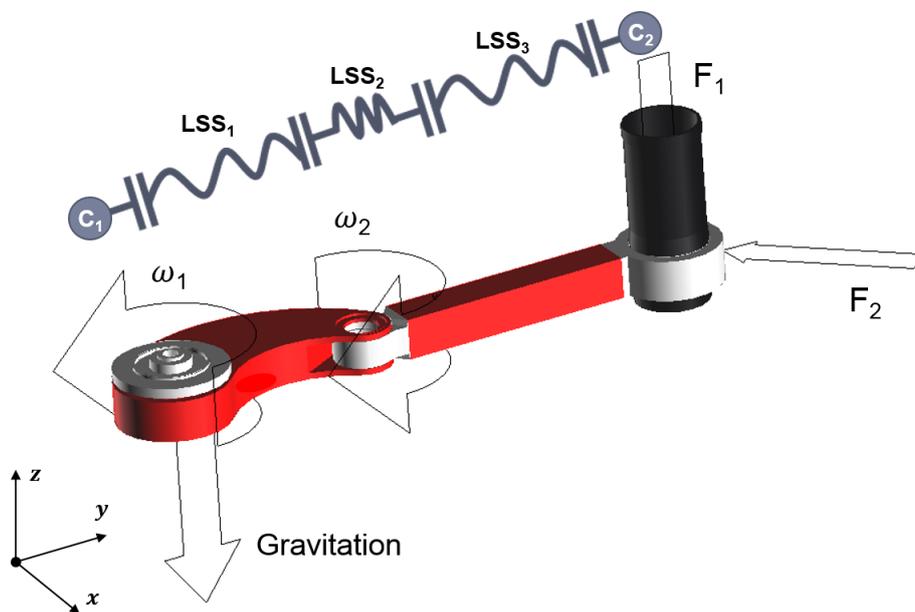
**Abbildung 6.1** IPEK - Schaltroboter

### 6.1.1 Mehrkörpersystem, Trajektorie und der Designraum

Der Roboter ist auf eine Maximalbetätigungskraft in der Bewegungsebene von  $500\text{ N}$  ausgelegt. Die maximale Winkelgeschwindigkeit der ersten Drehachse beträgt  $14,5\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Es können damit Geschwindigkeiten des Endeffektors von  $1,5\frac{\text{m}}{\text{s}}$  und maximale Beschleunigungen von  $10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  erreicht werden. Die Tragstruktur des Roboters besteht aus einer hochfesten Aluminiumlegierung des Typs AlZnMgCu1,5. Die für die Berechnung genutzten Werkstoffkennwerte können Tabelle 5.1 entnommen werden. Im Rahmen der Entwicklung des Roboters wurde der Gestaltvorschlag für die Tragstruktur des C-förmigen ersten Arms (Oberarm) mit einer konventionellen Topologieoptimierung berechnet. Bei dieser Optimierung wurden statische Lastfälle ausgewählt, um eine möglichst leichte und steife Struktur zu synthetisieren. Die Arbeit, die benötigt wird, um die konventionell optimierte Struktur zu beschleunigen, wird als Referenz für die hier vorgestellten Gestaltvorschläge herangezogen. Die Masse der Strukturbauteile bleibt gleich. Der zweite Körper wurde im Rahmen der Entwicklung des Schaltroboters nicht optimiert; er ist ein 4-Kant-Rohr aus einer Aluminiumlegierung. Dieses Rohr wird als

Vergleich für die optimierten Strukturen bei gleicher Masse herangezogen.

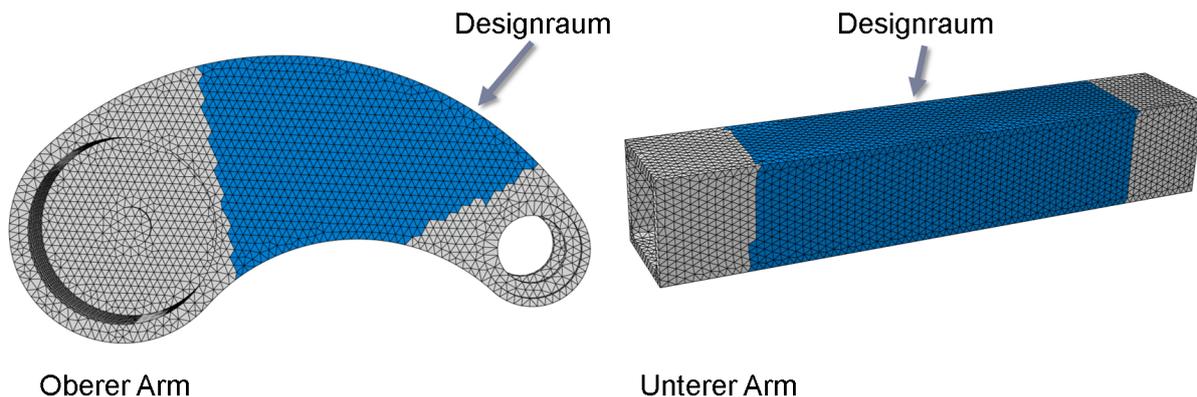
Die Struktur des Roboters ist symmetrisch. Daher wird für das MKS-Modell nur eine Hälfte des Roboters berücksichtigt. In Abbildung 6.2 ist das Ersatzmodell dargestellt. Um das Systemverhalten in der MKS richtig abzubilden, müssen die Winkelgeschwindigkeit  $\omega_1$  und  $\omega_2$  eingeführt werden. Die Mechanik der Schaltknaufaufnahme am Endeffektor wird auf ein Bauteil reduziert. Die Kraft  $F_1$  ersetzt die Gewichtskraft der Bauteile, die nicht ins MKS-Modell integriert sind. Die Ersatzkraft beträgt  $8,23\text{ N}$  und ist im Vergleich zur äußeren Kraft von  $500\text{ N}$  sehr gering. Die Richtung der äußere Kraft wird variiert und mit dem Kraftvektor  $F_2$  beschrieben. Hier wird angenommen, dass der Kraftvektor in der  $xy$ -Ebene zwischen den Einheitsvektoren  $e_x$  und  $e_y$  liegt und einmal jeweils einen positiven und negativen Wert annimmt. Der Arbeitsraum des Endeffektors ist auf ein Rechteck von  $300\text{ mm} \times 250\text{ mm}$  festgelegt. In diesem Bereich kann jedes konventionelle H-Schaltgetriebe frei positioniert werden. Der C-förmige und der gerade Arm werden in der Simulation jeweils als flexible Körper aus einer Aluminiumlegierung modelliert. Die Werkstoffparameter sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Das gesamte Modell untersteht dem Gravitationsfeld der Erde, und es werden alle Gelenke als reibungsfrei angenommen.



**Abbildung 6.2** MKS-Modell des halben Schaltroboters

Der Weg, der in der MKS simuliert wird, beträgt  $50\text{ mm}$ . Das entspricht einem Schalten aus der 0-Stellung in einen beliebigen Gang bei einem PKW-Getriebe. Dabei wird von einer maximalen Beschleunigung des Designraums ausgegangen. Es werden die beiden entwickelten Optimierungsprozesse auf die Bauteile, die in Abbildung 6.3 dargestellt sind, angewendet. Einerseits wird die erweiterte Topologieoptimierung DyTop (Unterabschnitt 4.8.2) und andererseits DyTopKE (Unterabschnitt 4.8.3) mit dem Adap-

tionskoeffizienten nach der Rotationsenergiedichte ( $A_x$ ) verwendet. Der Designraum für den C-förmigen Arm (kinematisch oben) ist in Abbildung 6.3 links dargestellt und blau hervorgehoben. Der Oberarm ist mit 79 988 FE des Typs CTETRA4 mit linearer Ansatzfunktion vernetzt. Der Unterarm ist mit 79 081 Elementen des Typs CTETRA4 diskretisiert. Die Elemente in der Nähe der Krafterleitung werden nicht im Designraum hinzugenommen, um die Schnittstellen zu anderen Bauteilen bei der Optimierung nicht zu entfernen.

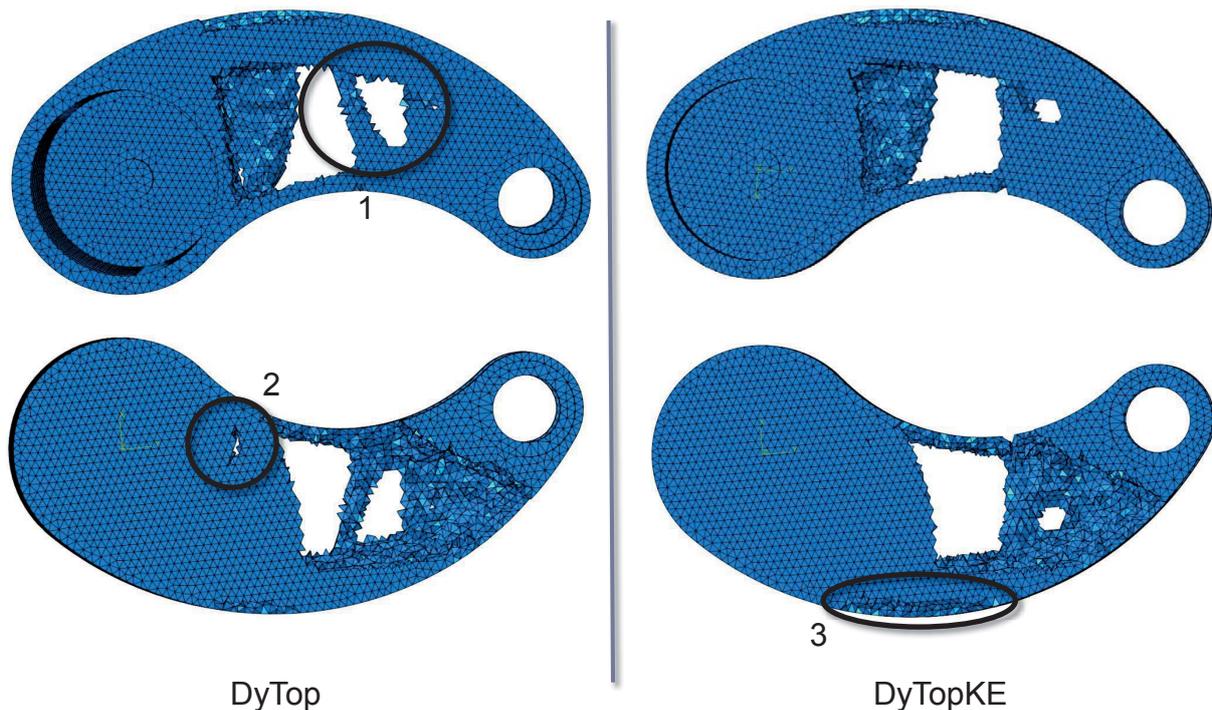


**Abbildung 6.3** Designräume des Oberarms (links) und des Unterarms (rechts)

### 6.1.2 Optimierungsergebnis für den Oberarm

In Abbildung 6.4 sind die Gestaltungsvorschläge für den Oberarm dargestellt. Auf der linken Seite ist das Ergebnis für die erweiterte Topologieoptimierung mit automatischer Lastfallerkennung (DyTop), auf der rechten Seite die Erweiterung DyTopKE dargestellt. Im mit 1 markierten Bereich bildet sich bei der erweiterten Topologieoptimierung DyTop eine größere Öffnung aus als beim Gestaltungsvorschlag DyTopKE. Auch bildet sich im Bereich 2 eine Öffnung beim Ergebnis DyTop aus. Entlang der Kante im Bereich 3 werden beim Optimierungsprozess DyTopKE Elemente entfernt, die bei DyTop erhalten bleiben. Die Arbeit, die benötigt wird, um den Körper zu beschleunigen, wird für die beiden Gestaltungsvorschläge, sowie für die Originalgeometrie berechnet und verglichen.

In Tabelle 6.1 sind die Ergebnisse für die kinetische Energie einander gegenüber gestellt. Des Weiteren werden die Steifigkeiten bei der maximalen Belastung (maximale Beschleunigung und Kraft) miteinander verglichen. Mit der Erweiterung um eine automatisierte Lastfallerkennung kann die notwendige Arbeit zur Durchführung der Bewegung um ca. 11 % im Vergleich zur Originalgeometrie bei gleicher Masse reduziert werden. Aufgrund der Berücksichtigung der Belastung aus der Dynamik wird die Steifigkeit um ca. 26 % erhöht. Eine weitere Reduktion der benötigten Arbeit um ca. 1 % kann erreicht



**Abbildung 6.4** Optimierter Oberarm, links nach dem Optimierungsprozess DyTop und rechts nach DyTopKE

werden, wenn der Optimierungsprozess DyTopKE verwendet wird. Die Reduktion der benötigten Arbeit wird durch eine Verringerung der Steifigkeit um ca. 6 % erzielt. Die Struktur ist dennoch um ca. 20 % steifer als die ursprüngliche Geometrie.

**Tabelle 6.1** Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung mit dem Adaptionkoeffizienten nach der Rotationsenergiedichte

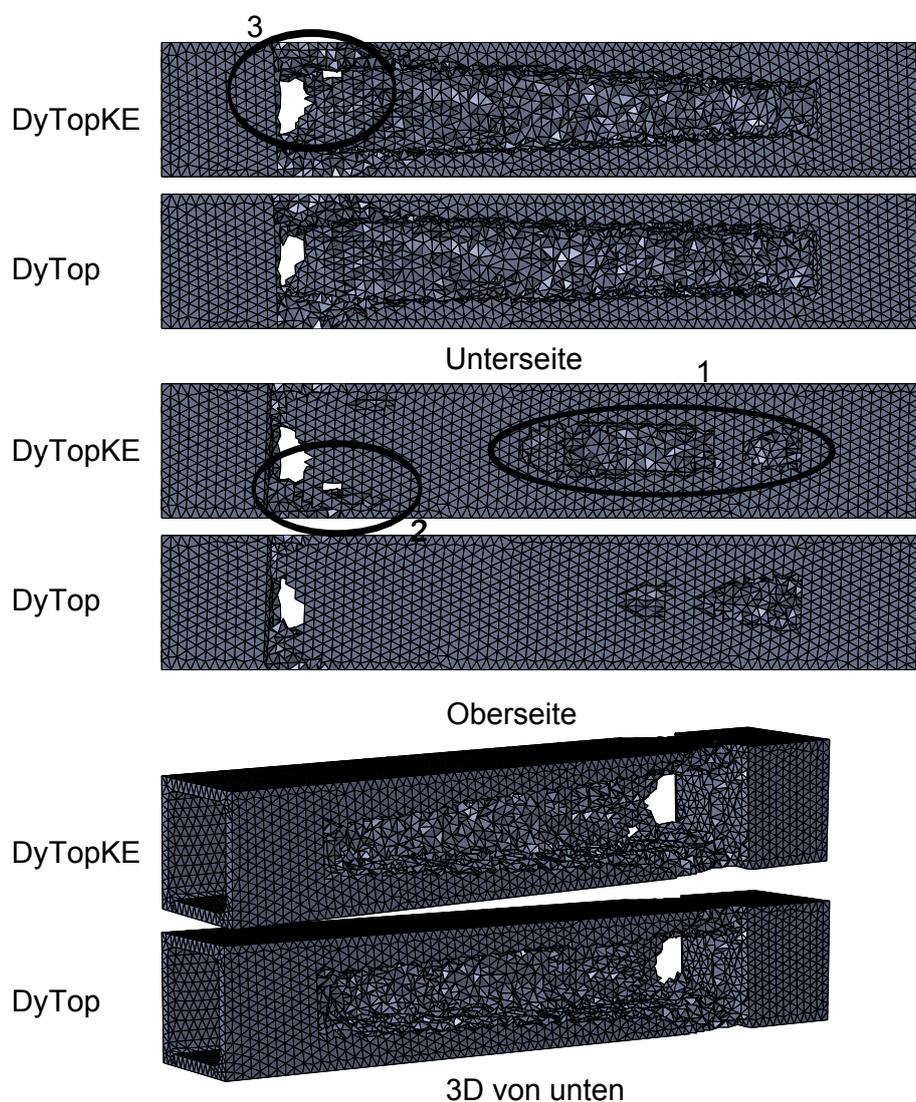
Berechnungsmodell	E [mJ]	$\Delta E$ [%]	$a_{max}$ [mm]	$\Delta a_{max}$ [%]
Oberarm Original Topo	931	0	0,469	0
Oberarm DyTop	839	-11	0,371	-26
Oberarm DyTopKE	831	-12	0,394	-20

E : Summe kinetischer Energie;  $a_{max}$  : maximale Verschiebung

### 6.1.3 Optimierungsergebnis für den Unterarm

In Abbildung 6.5 sind die Ergebnisse der erweiterten Topologieoptimierung für den Unterarm dargestellt. Die Gestaltungsvorschläge des Ergebnisses von DyTop und DyTopKE sind optisch sehr ähnlich. In beiden Fällen entspricht die Gestalt einem U-Profil. Im Bereich 1 und 2 werden bei der Erweiterung DyTopKE mehr FE entfernt, als bei der erweiterten Topologieoptimierung DyTop. Die notwendige Arbeit, um den Arm zu be-

schleunigen, kann um 3,7 % im Vergleich zur originalen Geometrie reduziert werden. Hierbei ist die Struktur hinsichtlich der gegebenen Lastfälle bei gleicher Masse um 5,8 % am Endeffektor steifer. Eine Optimierung mit der erweiterten Topologieoptimierung DyTopKE ermöglicht eine weitere Reduzierung um 2 % der für die Beschleunigung des Körpers benötigten Arbeit. In Bezug auf die Ausgangsgeometrie ist eine Reduktion um 5,7 % möglich. Die Steifigkeit am Endeffektor nimmt hierbei um 1,1 % im Vergleich zum Gestaltungsvorschlag aus DyTop ab. Im Vergleich zur Ausgangsgestalt ist die Steifigkeit um 4,7 % höher. In Tabelle 6.2 sind die Ergebnisse zusammengefasst und einander gegenübergestellt.<sup>191</sup>



**Abbildung 6.5** Gestaltungsvorschläge für den Unterarm

<sup>191</sup>Sander et al. 2013c

**Tabelle 6.2** Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung mit dem Adaptionkoeffizienten nach der Rotationsenergiedichte

Berechnungsmodell	E [J]	$\Delta E$ [%]	$a_{max}$ [mm]	$\Delta a_{max}$ [%]
Unterarm Originale	15,395	0	0,172	0
Unterarm DyTop	14,820	-3,7	0,162	-5,8
Unterarm DyTopKE	14,524	-5,7	0,164	-4,7

$E$  : Summe kinetischer Energie;  $a_{max}$  : maximale Verschiebung

### 6.1.4 Zwischenfazit

Die Struktur für den IPEK - Schaltroboter kann hinsichtlich des Energieverbrauchs optimiert werden. Sowohl der Ober- als auch der Unterarm des Robotersystems bieten hierfür Potential. Es wäre zu prüfen, ob durch die Reduktion der benötigten Antriebsleistung auch eine Reduktion der Motornennleistung sinnvoll ist, damit das Robotersystem im Betriebspunkt der Antriebe arbeitet. Eine Reduktion der Antriebsleistung birgt ein weiteres Energiesparpotential, wie von KROLL ET AL.<sup>192</sup> beschrieben. Ein weiterer Aspekt wäre die Steigerung der Dynamik des bewegten Bauteils, wenn die Energieeinsparung kein primäres Ziel ist.

## 6.2 Optimierung des Gelenkarmroboters KR 5 arc

Ein weiteres Beispiel für die Praxistauglichkeit des neuen Optimierungsprozesses wird anhand eines Gelenkarmroboters gezeigt. Gelenkarmroboter werden hauptsächlich in der industriellen Umgebung zur Handhabung, Montage oder Bearbeitung von Werkstücken, Bauteilen und Baugruppen genutzt. Eine solche Maschine besteht im Allgemeinen aus einem Roboterarm und einer separaten Steuereinheit. Oft werden sie auch mit verschiedenen Sensoren ausgerüstet. Nach einmaliger Programmierung ist die Maschine in der Lage, einen Arbeitsablauf autonom durchzuführen oder die Ausführung der Aufgabe abhängig von Sensorinformationen in Grenzen zu variieren. Aufgrund ihres Einsatzes in der Industrie werden Gelenkroboter auch zu den Industrierobotern gezählt. Das erste Patent für einen Industrieroboter wurde 1954 in den USA angemeldet. Erst im Jahr 1970 wurden in Deutschland bei Mercedes-Benz die ersten Industrieroboter in der Automobilproduktion eingesetzt. Im Jahr 1973 baute die Robotikfirma KUKA<sup>193</sup>

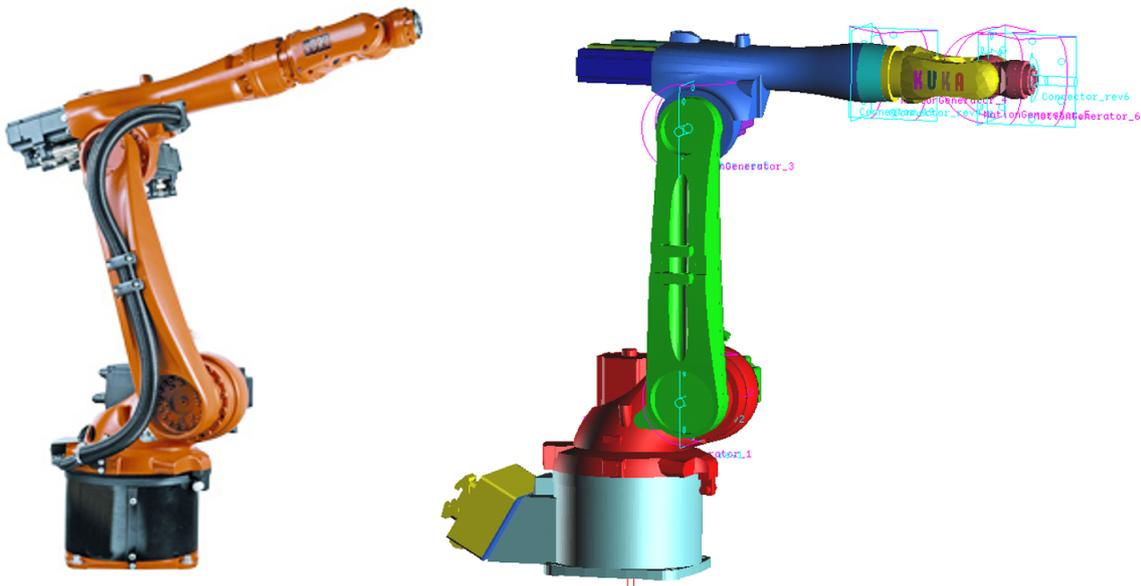
<sup>192</sup>Kroll et al. 2011

<sup>193</sup>www.kuka.de

den weltweit ersten Industrieroboter mit sechs elektromechanisch aktuierten Achsen.<sup>194</sup> Derzeit sind weltweit ca. 1 373 000 Industrieroboter im Einsatz, und jährlich werden ca. 160 000 neue Roboter in Betrieb genommen.<sup>195</sup>

In diesem Kapitel wird auf die Schwinge eines KUKA-Gelenkarmroboters des Typs KR 5 arc<sup>196</sup> die erweiterte Topologieoptimierung angewendet. Die Gestaltungsvorschläge werden miteinander verglichen, um die Anwendbarkeit des neuen Optimierungsprozesses auf ein typisches Robotersystem aus der Praxis zu zeigen.

### 6.2.1 Mehrkörpersystem, Trajektorie und der Designraum



**Abbildung 6.6** Gelenkarmroboter KR 5 arc der Firma KUKA links als Foto und rechts als MKS-Modell

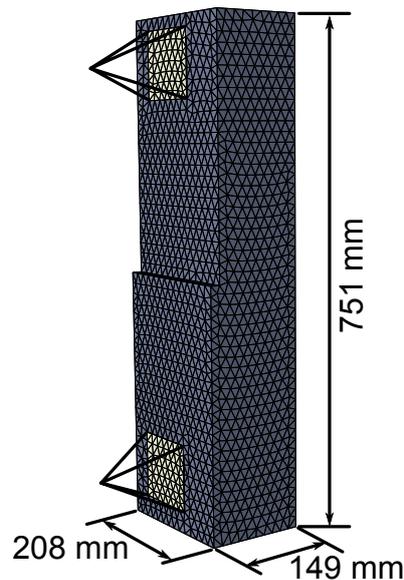
Der Gelenkarmroboter KR 5 arc der Firma KUKA (siehe Abbildung 6.6 links) wird in die MKS-Umgebung überführt und stellt das MKS-Grundmodell für die gekoppelte Topologieoptimierung dar. Die Schwinge (in Abbildung 6.6 rechts, grün dargestellt) wird für eine beispielhafte Trajektorie optimiert und die erzielte Verbesserung mit einem Ergebnis der traditionellen Topologieoptimierung verglichen. Dazu wird der zur Verfügung stehende Bauraum, wie in Abbildung 6.7 dargestellt, definiert und ist mit 42 000 FE des Typs CTETRA4 mit linearer Ansatzfunktion vernetzt. Um dem Optimierer den maximalen Freiraum zur Verfügung zu stellen, wird der in die Schwinge integrierte Kabelkanal nicht vorgegeben. Die Kabelführung könnte je nach Gestaltungsvorschlag an einer anderen Stelle umgesetzt werden. Eine Trajektorie aus dem Versuchsfeld steht leider nicht zur freien

<sup>194</sup>Icea-project eu

<sup>195</sup>Worldrobotics 2013

<sup>196</sup>KUKA Roboter GmbH 2011

Verfügung, und daher wird eine eigene Bewegung, basierend auf den Spezifikationen aus dem Datenblatt<sup>197</sup> erstellt.



**Abbildung 6.7** Der Designraum für die Schwinge des KR 5 arc

Die Körper, die kinematisch nach der Schwinge angeordnet sind, müssen massebehaftet sein. Das ist notwendig, damit die Belastungen aufgrund der Bewegung dieser Bauteile in der MKS berechnet werden können und so bei der Topologieoptimierung berücksichtigt werden. Die Massen der einzelnen Armsegmente inklusive der Peripherie (z.B. Versorgungskabel) müssen abgeschätzt werden. Die Gesamtmasse des KR 5 arc ist aus dem Datenblatt bekannt. Sie wird auf alle Robotersegmente unter der Annahme, dass die Peripherie nah an den Segmenten liegt und an der Gesamtmasse nur gering beteiligt ist, anteilig gleich verteilt. Es wird dementsprechend eine Ersatzdichte bestimmt, die dem Quotienten aus Gesamtmasse und Volumen der Körper in der MKS entspricht. Das E-Modul wird nicht skaliert, da hier der Einfluss der Peripherie nicht vorhanden ist. Als Werkstoff wird der in Tabelle 5.1 definierte Werkstoff dem flexiblen Körper zugewiesen, allerdings wird die Dichte durch eine Ersatzdichte ersetzt. Das gesamte Modell unterliegt dem Gravitationsfeld der Erde, und es werden alle Gelenke als reibungsfrei angenommen.

Der Roboter führt eine Pick-and-Place<sup>198</sup> Bewegung aus, wie sie in Abbildung 6.8 dargestellt und in der industriellen Praxis gängig ist. Das Mehrkörpersystem wird in der Simulation nicht geregelt. Die maximalen Beschleunigungen und Geschwindigkeiten werden dem Datenblatt<sup>199</sup> für das Robotersystem entnommen und bei der Erstellung der Trajektorie berücksichtigt.

<sup>197</sup>KUKA Roboter GmbH 2011

<sup>198</sup>siehe z.B. Robots 2011

<sup>199</sup>KUKA Roboter GmbH 2011

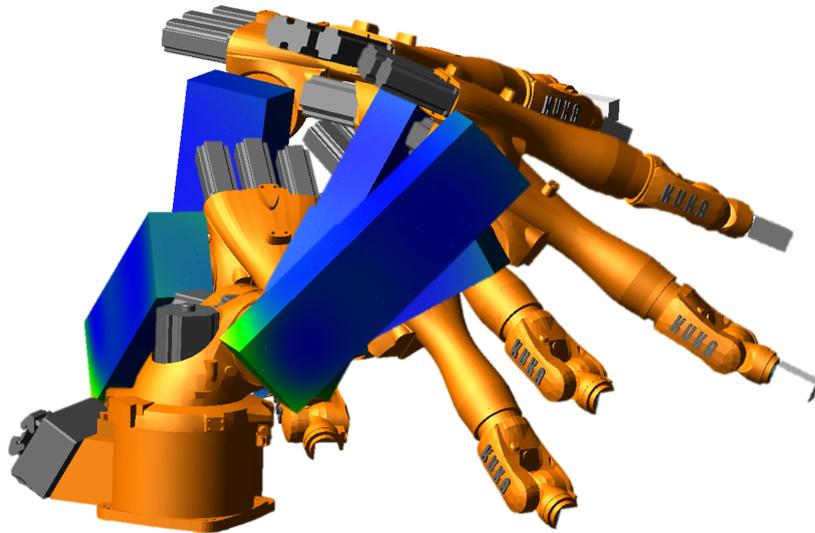


Abbildung 6.8 Bewegung des Gelenkarmroboters

## 6.2.2 Optimierungsergebnis für die Schwinge

Die Ergebnisse der konventionellen und der erweiterten Topologieoptimierung (DyTopKE) sind in Abbildung 6.9 dargestellt. Die beiden Gestaltvorschläge für die Schwinge sind im Inneren ausgehöhlt, so dass ein Hohlprofil entsteht. Dieser Freiraum könnte für die zuvor genannte Kabelführung genutzt werden, und der maximal zur Verfügung stehende Bauraum würde auf diese Weise nahezu vollständig ausgenutzt. Es sind deutliche Unterschiede zwischen den beiden Gestaltvorschlägen im Bereich 1 erkennbar. Bei der konventionellen Topologieoptimierung wird die Masse relativ gleich entlang der z-Achse verteilt. Der Gestaltvorschlag der erweiterten Topologieoptimierung (DyTopKE) ist im Bereich 1 schlanker. Das führt dazu, dass der Schwerpunkt der Schwinge in negative z-Richtung und leicht in y-Richtung verschoben ist. Das bedeutet, dass sich der Schwerpunkt in die Richtung des Momentanpols verschiebt, wodurch das Massenträgheitsmoment reduziert werden kann.

Die zur Funktionserfüllung benötigte Arbeit zur Durchführung der definierten Trajektorie der Schwinge kann unter Verwendung der erweiterten Topologieoptimierung (DyTopKE) hier um ca. 10 % reduziert werden.

Berücksichtigt man die Leistung eines Gelenkarmroboters<sup>200</sup> mit 2,5 kW bis 3,5 kW bei einer Traglast von 210 kg, einer Reichweite von 2700 mm unter voller Last, so sind hier Einsparungen der notwendigen Arbeit zur Beschleunigung des Körpers im hohen einstelligen Bereich von großer Bedeutung. Die Signifikanz einer Energieeinsparung wird deutlich, wenn man sich die große Anzahl von über einer Million Industrierobotersysteme

<sup>200</sup>Klüger 2011

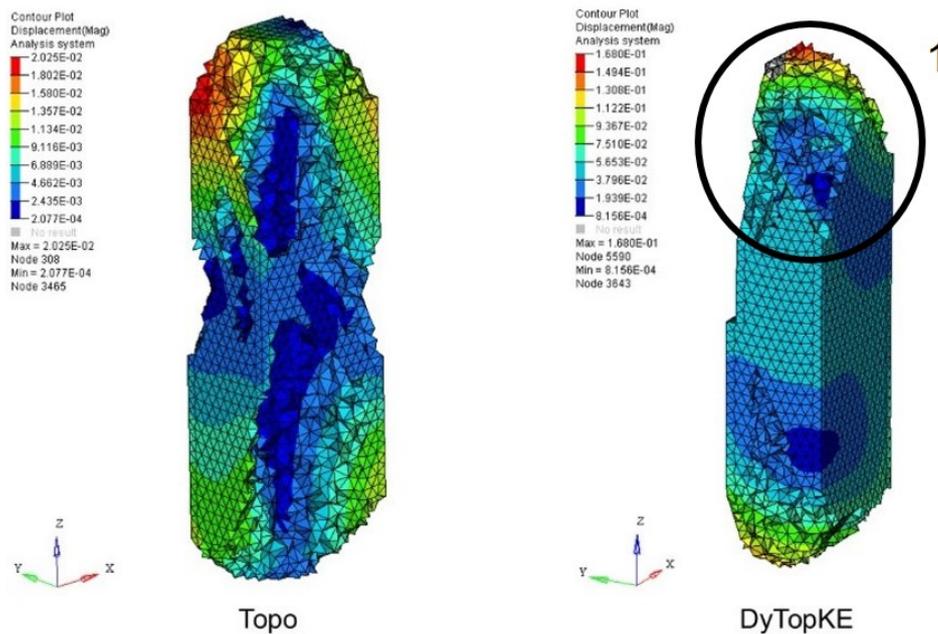


Abbildung 6.9 Ergebnis der Optimierung der Armstruktur

men vor Augen hält, die heute nahezu 24 h am Tag in Betrieb sind, beziehungsweise die hohe Anzahl an Neu-Inbetriebnahmen von über einhunderttausend Robotersystemen pro Jahr.<sup>201</sup>

### 6.2.3 Zwischenfazit

Ein Gelenkarmroboter, wie in diesem Kapitel beschrieben, bietet ebenfalls ein hohes Einsparungspotential an Rotationsenergie. Die Gestalt der optimierten Struktur weist eine deutliche Verschiebung des Schwerpunktes auf. An dieser Stelle kann allerdings nur eingeschränkt eine Aussage über die Anwendbarkeit des Optimierungsprozesses auf Gelenkarmroboter gemacht werden. Das liegt zum einen daran, dass die realen Trajektorien und äußeren Belastungen nicht verfügbar sind, und zum anderen der Designraum frei gewählt wurde, ohne die Vorgaben seitens KUKA<sup>202</sup> zu kennen. Eine genauere Untersuchung des Potentials in Kooperation mit einem Gelenkarmroboterhersteller ist dennoch sehr zu empfehlen, um hier im Rahmen einer Gesamtsystembetrachtung die Energieeffizienz von Robotersystemen, die oft im 24/7<sup>203</sup> - Betrieb arbeiten, zu steigern.

<sup>201</sup> Albers & Sander 2014

<sup>202</sup> [www.kuka.de](http://www.kuka.de)

<sup>203</sup> 24/7 („twentyfourseven“) bezeichnet u.a. den Dauerbetrieb eines Gerätes oder einer Maschine

## 6.3 Gesamtfazit

In diesem Kapitel konnte erfolgreich das Potential der erweiterten Topologieoptimierung bei realen Systemen aus der Praxis gezeigt werden. Es kann durch eine automatisierte Gestaltsynthese mithilfe der erweiterten Topologieoptimierung Energie beim Betrieb von Robotersystemen eingespart werden. Gerade im Hinblick auf die komplexen Zusammenhänge bei mechatronischen Systemen kann eine Reduzierung der benötigten Antriebsmomente an weiteren Stellen eine Reduzierung der benötigten Leistungen hervorrufen, was eine Reduzierung der Verlustleistungen zur Folge hat. KROLL ET AL.<sup>204</sup> haben diese Zusammenhänge für eine Werkzeugmaschine dargestellt und hervorgehoben. Sie haben zusätzlich gezeigt, dass heute noch oft 30 % der Masse von Strukturbauteilen durch gezielten Leichtbau reduziert werden kann, wobei die hier vorgestellten erweiterten Topologieoptimierungsprozesse einen sehr großen Beitrag zur Reduzierung leisten können. Hierdurch kann nach KROLL ET AL. bis zu 50 % der elektrischen Verlustleistung der Antriebe reduziert werden.

---

<sup>204</sup>Kroll et al. 2011

# 7 Die erweiterte Topologieoptimierung im Produktentwicklungsprozess

In den vorhergehenden Kapiteln wurden vier unterschiedliche Strukturoptimierungsprozesse für dynamisch bewegte Systeme, sowie zwei Berechnungsmöglichkeiten der Adaptionkoeffizienten zur Synthetisierung einer Gestalt vorgestellt. Diese wurden miteinander verglichen, und das Optimierungspotential analysiert. In diesem Kapitel wird diskutiert, welcher Optimierungsprozess zu welchem Zeitpunkt der Produktentstehung genutzt werden sollte, und welche Kompetenzen zur Nutzung notwendig sind.

## 7.1 Einfluss von Leichtbaumethoden auf dynamisch bewegte Bauteile

In diesem Kapitel wird der Einfluss von Leichtbaumethoden auf dynamisch bewegte Bauteile im Bezug auf die benötigte Energie zusammengefasst. Das Ziel beim Leichtbau ist, durch die richtige Werkstoffauswahl und dem konsequenten Entfernen der Reststruktur aus der Gestalt eine möglichst leichte und steife Struktur zu erhalten.

Der Leichtbaufaktor ist ein Maß um zwei Bauteile miteinander zu vergleichen und eine Aussage treffen zu können, welche Struktur eine bessere Leichtbaukonstruktion darstellt. Er ist definiert als der Quotient aus dem E-Modul und der Dichte des verwendeten Werkstoffs (Geometrie wird mit berücksichtigt). Eine weitere Möglichkeit der Definition des Leichtbaufaktors ist der Quotient aus der Steifigkeit und der Masse der Struktur.<sup>205</sup> Bei sehr guten Leichtbaukonstruktionen kann demnach ein hoher Wert für den Leichtbaufaktor berechnet werden.

---

<sup>205</sup>Wanner 2010 / Ashby 2011 / Albers et al. 2010

KROLL ET AL.<sup>206</sup> teilen den Einfluss von Leichtbau in primäre und sekundäre Effekte ein. In Abbildung 7.1 ist dieser Zusammenhang dargestellt. Die Änderung der Steifigkeit und der Masse von Bauteilen hat einen direkten (primären) Einfluss auf den Energieverbrauch bei einer Bewegung. Sekundär werden hierdurch unter anderem die thermischen Eigenschaften, die Dämpfung, die Werkstoff- und Herstellkosten, etc. verändert. In den folgenden Kapiteln werden die primären Einflüsse von Leichtbau auf die Energieeffizienz untersucht und diskutiert. Die typischen Ziele für den Leichtbau sind, entweder die Masse bei konstanter Steifigkeit zu reduzieren oder die Steifigkeitserhöhung bei konstanter Masse.

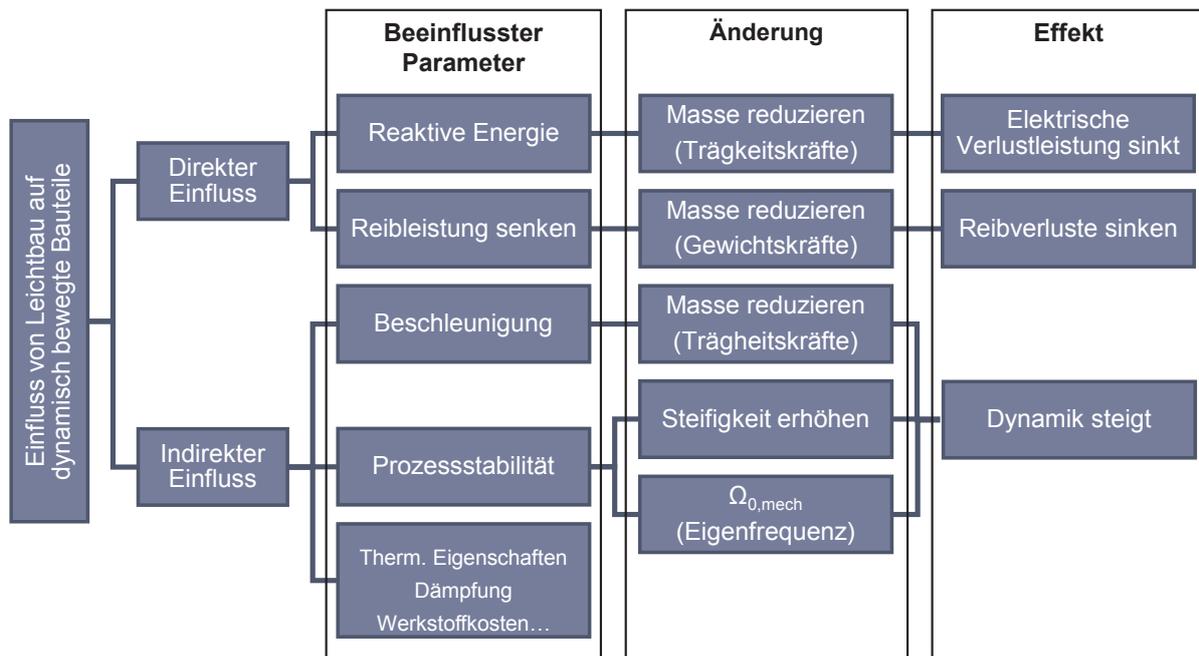


Abbildung 7.1 Einfluss von Leichtbau auf dynamisch bewegte Bauteile

### 7.1.1 Reduktion der Masse

Strukturbauteile erzeugen aufgrund ihrer Masse und dem Gravitationsfeld eine Kraft  $F_N = m \times g$ . Bei bewegten Massen werden außerdem auch Beschleunigungskräfte  $F_a = m \times a$  erzeugt (vgl. NEWTONSCHE Grundgesetz).<sup>207</sup> Wird die Masse reduziert, so reduzieren sich die Trägheitskräfte und die Reibungsverluste. Gleichzeitig können die Beschleunigungen erhöht, beziehungsweise die Lagefehler bei der Positionierung aufgrund von Schwingungen schneller ausgeglichen werden.

#### Reduzierung der Reaktivierungsenergie:

Die Masse hat einen direkten Einfluss auf die Trägheitskräfte bei beschleunigten Bauteil-

<sup>206</sup>Kroll et al. 2011

<sup>207</sup>Holzmann et al. 2010

len. Werden die Masse und somit die Trägheitskräfte reduziert, so werden geringere Antriebsleistungen für die Bewegungsachsen benötigt. Im allgemeinen neigen Antriebe zu hohen elektrischen Verlustleistungen, welche hierdurch vermindert werden können.

Die Antriebsdrehmomente für die Aktoren können bei gleicher Bewegung minimiert werden, wenn die zu beschleunigten Bauteile ebenfalls eine geringere Masse haben. Hierdurch können die belastungsbedingten Verluste im Antriebssystem für die gleichen Aktoren reduziert werden. Werden aufgrund des geringeren Drehmomentbedarfs kleinere Aktoren verwendet, so können ebenfalls die Antriebsverluste verringert werden. Gerade bei kinematischen Anordnungen, bei den die Aktoren ebenfalls während einer Bewegung beschleunigt werden, hat die Verkleinerung des Aktors auch eine weitere Verringerung der bewegten Masse zur Folge.

#### **Reduktion der Reibungsverluste:**

Die Masse der bewegten Komponenten hat einen Einfluss auf die Reibungskräfte in den Lagerungen und somit auch auf die Reibungsverluste. Eine Reduktion der Masse hat demnach einen direkten Einfluss auf die Reibungsverluste, die ebenfalls reduziert werden.

#### **Erhöhung der Dynamik:**

In Anbetracht der erhöhten Anforderung an Taktzeiten im produzierenden Gewerbe besteht die Möglichkeit einer Erhöhung der Beschleunigungen und Geschwindigkeiten von dynamisch bewegten Systemen aufgrund geringerer Trägheitskräfte. Hierdurch kann eine indirekte Energieeinsparung pro durchgeführter Arbeit, wie z.B. Manipulation eines Bauteils, erzielt werden, weil die Grundverbräuche, die kontinuierlich auftreten, auf mehr Bauteile in der gleichen Zeit verteilt werden können.

#### **Erhöhung des Einsatzspektrums:**

Eine Erhöhung des Leichtbaufaktors führt zu einer Verschiebung der Eigenfrequenz der beschleunigten Bauteile nach oben. Der  $k_v$ -Faktor ist ein Maß für die Geschwindigkeit, in der ein bestimmter Lagefehler bei der Positionierung durch die Regelung und das Systemverhalten zu Null gesetzt werden kann. Der maximale  $k_v$ -Faktor ist bei einer gegebenen Dämpfung durch die Eigenfrequenz des zur regelnden Systems begrenzt. Daher steigt der  $k_v$ -Faktor durch den Leichtbau, was ebenfalls eine Verbesserung der Systemeigenschaften darstellt, weil geringere Taktzeiten<sup>208</sup> möglich werden.

---

<sup>208</sup> „Taktzeit - auch Arbeitstakt oder Takt genannt - ist die Zeit, in der jeweils eine Mengeneinheit fertiggestellt wird, damit das Fließsystem die Soll-Mengenleistung erbringt“ aus e.V. REFA 1985

## 7.1.2 Erhöhung der Steifigkeit

Die zweite Möglichkeit, wie der Leichtbaufaktor erhöht werden kann, ist die Erhöhung der Steifigkeit bei gleicher Masse.

### **Erhöhung der Prozessstabilität:**

Eine verbesserte Steifigkeit des Systems kann bei ausgewählten Maschinen und Prozessen genutzt werden, um die Prozessstabilität zu erhöhen. Hierdurch werden aufgrund eines höheren Outputs die Grundverbräuche auf eine größere Anzahl an Operationen pro Zeiteinheit verteilt. Dementsprechend sinkt der Energieverbrauch pro Operation.

### **Erhöhung des Einsatzspektrums:**

Wie bei der Reduktion der Masse können durch die Erhöhung der Steifigkeit die Eigenfrequenzen ebenfalls zu höheren Werten verschoben werden.

## 7.2 Kompetenzen zur Nutzung der erweiterten Topologieoptimierung

Zur Bewertung der notwendigen Kompetenzen des Anwenders der erweiterten Topologieoptimierungsprozesse im Unternehmen wird die Taxonomie nach BLOOM für den kognitiven Bereich, wie im Unterabschnitt 2.1.4 vorgestellt, verwendet. Es können sechs elementare Kompetenzen identifiziert werden, die für die Verwendung der Optimierungsprozesse notwendig sind. Das sind die Kompetenzen der Konstruktion und Gestaltung, der technischen Mechanik, der FEA, der MKS, der Optimierung sowie der Informationsverarbeitung und Programmierung (IT).

Unter den Kompetenzen der **Konstruktion und Gestaltung** wird die Fähigkeit verstanden, eine Gestalt und eine Konstruktion anhand gegebener Randbedingungen zu synthetisieren und die Gestalt vom Reifegrad 1 zum Reifegrad 3 zu entwerfen.

Die Kompetenzen in der **technischen Mechanik** beziehen sich vorwiegend auf Kenntnisse, die für die Dimensionierung von Systemen und Bauteilen notwendig sind, wie zum Beispiel Kenntnisse der Statik und Festigkeitslehre. Zusätzlich sind Kompetenzen im Bereich der Dynamik erforderlich, um das Verhalten der Körper bei dynamischen Bewegungen verstehen zu können.

Die **FEA** ist die in dieser Arbeit gewählte Methode, um flexible Körper während der Optimierung zu beschreiben und Aussagen über die Belastungen von Tragstrukturen zu

treffen. Zu den Kompetenzen der FEA gehören das Verständnis über die Vernetzung von Körpern, die Definition der Randbedingungen und die Fähigkeit, Ergebnisse einer FEA zu interpretieren.

Die Kompetenzen im Bereich der **Optimierung** beschränken sich in diesem Fall auf die der Topologieoptimierung. Da die in dieser Arbeit vorgestellten Optimierungsprozesse alle rechnerbasiert sind und eine Kopplung von unterschiedlichen Softwaretools durchgeführt wird, sind Kompetenzen im Bereich **Informationsverarbeitung und Programmierung** zur Verknüpfung von Softwaretools unumgänglich.

Die Bewertung der Kompetenzen für den kognitiven Bereich nach BLOOM ist in 6-Stufen unterteilt.<sup>209</sup> Um Lernziele zu formulieren, werden den einzelnen Taxonomiestufen Verben zugeordnet. Auszugsweise sind in Tabelle 7.1 die für diese Arbeit wichtigsten Verben zur Klassifikation genannt.

**Tabelle 7.1** Verben der Taxonomiestufen zur Bewertung der erweiterten Topologieoptimierung<sup>210</sup>

<b>Taxonomiestufe I</b>	<b>Taxonomiestufe II</b>	<b>Taxonomiestufe III</b>
benennen	erläutern	anwenden
beschreiben	übertragen	berechnen
skizzieren	identifizieren	erstellen
aufschreiben	herausstellen	nutzen
<b>Taxonomiestufe IV</b>	<b>Taxonomiestufe V</b>	<b>Taxonomiestufe VI</b>
auswählen	konzipieren	beurteilen
einordnen	entwerfen	kritisch vergleichen
analysieren	in Beziehung setzen	evaluieren
vergleichen		

Die sechs maßgeblichen Kompetenzen zur Synthetisierung einer Gestalt während der Aktivität *Modellierung von Prinzip und Gestalt* wurden oben genannt. Die einzelnen Optimierungsprozesse Topo, TopKE, DyTop und DyTopKE werden anhand des Klassifikationsschemas nach BLOOM bewertet. Als Vergleich wird ein konventionelles Handlungssystem der Aktivität *Modellierung von Prinzip und Gestalt* zugrunde gelegt und ebenfalls bewertet. Bei diesen Handlungssystemen wird der Produktentwickler nicht durch Ergebnisse einer MKS oder Optimierung unterstützt. Die Bewertung der Optimierungsprozesse erfolgt mithilfe der Verben aus Tabelle 7.1. Der Taxonomiestufe I wird in der Bewertung eine 1, der Taxonomiestufe II eine 2 und dem Schema folgend bis zur Stufe VI eine 6 zugeschrieben.

<sup>209</sup>Sitte & Wohlschlägl 2001

<sup>210</sup>Meyer 2004

Wird die Summe der Bewertungen der Kompetenzen für die unterschiedlichen Vorgehensweisen gebildet, so ist der Grad der notwendigen Kompetenzen sehr gut zu erkennen. In der Abbildung 7.2 sind die Summen auf der rechten Seite dargestellt. So wird deutlich, dass mit zunehmender Kopplung der Methoden der benötigte Grad und die Anzahl an Kompetenzen ansteigen. Die drei neuen Optimierungsprozesse liegen nahezu gleich auf. Das bedeutet, die im Unternehmen notwendigen Kompetenzen zur Verwendung sind gleich, wobei sie über die unterschiedlichen Bereiche variieren.

Taxonomie nach Bloom							$\Sigma$
	Konstruktion und Gestaltung	TM (Statik, Festigkeitslehre, Dynamik)	Finite Element Analyse	Mehrkörpersimulation	Optimierung	IT Erfahrung	
Keine TOPO	6	3	4	0	0	3	16
TOPO	4	2	6	0	6	3	21
TopKE	4	3	6	3	6	3	25
DyTop	4	3	6	3	6	4	26
DyTopKE	4	3	6	3	6	4	26

Abbildung 7.2 Taxonomie nach Bloom

Der Analyse der unterschiedlichen Handlungssysteme der Aktivität *Modellierung von Prinzip und Gestalt* kann entnommen werden, dass für die Einführung einer erweiterten Topologieoptimierung ein erhöhter Kompetenzbedarf im Bereich der MKS, sowie in der Informationstechnik notwendig ist. Der Produktentwickler wird allerdings während der Gestaltsynthese durch die Optimierungsprozesse unterstützt, so dass die notwendigen Kompetenzen und vor allem das Vorwissen im Bereich der Konstruktion und Gestaltung in der Taxonomie geringer eingestuft werden können. Es müssen bei allen Optimierungsmethoden auch Kompetenzen zur Bewertung dieser vorhanden sein.

Unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die Erweiterung DyTopKE die benötigte Arbeit zur Durchführung einer Bewegung im hohen einstelligen Prozentbereich reduzieren konnte, und die benötigten Kompetenzen zur Durchführung dieses Prozesses (Abbildung 7.2) sich im Vergleich zu DyTop nicht unterscheiden wird die Optimierungsmethode DyTopKE empfohlen. Allerdings hat sich gezeigt, dass die Berechnungsmethode DyTopKE aufgrund der aufwändigen Matrixoperationen ca. 10 bis 15 % mehr Rechenzeit benötigen. Hier besteht allerdings Optimierungspotential im Programmcode, weil bei der hier durchgeführten Implementierung die Berechnungszeit nicht berücksichtigt wurde.

## 7.3 Grenzen der erweiterten Topologieoptimierung

Die Grenzen der vorgestellten Optimierungsprozesse sowie Lösungsansätze werden in diesem Kapitel kurz zusammengefasst.

Die Herstellungsverfahren aus dem Bereich der generativen Fertigungsverfahren wie zum Beispiel das Rapid Prototyping können heute mit konventionellen Fertigungsverfahren (z.B. Drehen, Fräsen) konkurrieren, und übertreffen diese mitunter sogar.<sup>211</sup> Die „Generative Fertigung erlaubt hier die direkte Umsetzung der mit Hilfe von Strukturoptimierungsverfahren errechneten Leichtbaustrukturen“.<sup>212</sup> Hierzu ist kein zusätzlicher Modellierungsaufwand in einer CAD<sup>213</sup>-Umgebung notwendig, weil die Geometrie digital vorliegt und direkt vom generativen Fertigungsverfahren weiterverarbeitet werden kann. Damit ist der Kritikpunkt der letzten Jahre, dass Strukturoptimierungsergebnisse nur sehr aufwändig herstellbar sind, aufgelöst. Die Berücksichtigung der Fertigungsrestriktionen der generativen Fertigungsverfahren im Kontext der Strukturoptimierung eröffnet vielmehr neues Forschungspotential, was im neuen Forschungsvorhaben mit dem Titel „*Strukturoptimierte Rapid-Prototyping-Bauteile mit anisotropen Materialeigenschaften*“ umgesetzt werden soll.

Eine Einschränkung der hier vorgestellten Topologieoptimierung ist, dass ihr isotrope Werkstoffmodelle zugrunde liegen. Ein Topologieoptimierungsergebnis repräsentiert allerdings eine kraftflussgerechte Gestalt, bei der die Reststrukturen entfernt wurden. Eine Herstellung des Bauteils mit faserverstärkten Kunststoffen ist demnach möglich.

Im Bezug auf die in dieser Arbeit vorgestellte automatisierte Lastfallextraktion muss berücksichtigt werden, dass die Lastfälle direkt von der Trajektorie des zu optimierenden Bauteils abhängig sind. Das Bauteil wird auf ein ausgewähltes Set an Lastfällen hin spezialisiert. Im Falle einer veränderten Trajektorie entspricht die synthetisierte Struktur nicht zwingend dem Optimum, und es muss geprüft werden, ob die geforderte Festigkeit und Steifigkeit durch das optimierte Bauteil erfüllt wird.

Das gleiche Verhalten gilt auch für die Minimierung der kinetischen, bzw. der Rotationsenergie durch die erweiterte Topologieoptimierung. Der Gestaltvorschlag entspricht dem Optimum für die vorgegebene Trajektorie. Soll das gleiche Bauteil eine neue Bewegung durchführen, so sollte bei der Bahnplanung die ursprüngliche Trajektorie für die neue Bewegung, als Grundlage dienen, um ein ähnliches Bewegungsverhalten zu planen und so das Energieeinsparungspotential bestmöglich auszuschöpfen.

<sup>211</sup>Martha & Köhler 2011 / Mayrhofer & Steinwender 2014

<sup>212</sup>Leutenecker et al. 2013

<sup>213</sup>Computer Aided Design, zu Deutsch rechnerunterstütztes Konstruieren

Die in dieser Arbeit verwendete reglerbasierte Topologieoptimierung hat den großen Vorteil, dass eine Konvergenz der Berechnung nach 15 Iterationen gegeben ist. Ein Nachteil dieser Methode ist, dass die möglichen Zielfunktionen eingeschränkt sind. So ist es nicht möglich das Volumen zu minimieren, bis eine minimale vorgegebene Steifigkeit der Struktur erreicht wird. Ein solches Optimierungsproblem kann aber durch die Formulierung eines Ersatzproblems der mathematischen Programmierung gelöst werden.<sup>214</sup>

---

<sup>214</sup>FE-Design 2011

# 8 Zusammenfassung und Ausblick

## 8.1 Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden neue Strukturoptimierungsprozesse entwickelt. Diese unterstützen den Produktentwickler bei der Synthetisierung einer Gestalt des Reifegrads 2 von Bauteilen in dynamisch bewegten Systemen.

Das Ziel der Arbeit wurde ausgehend von der Analyse des Standes der Forschung abgeleitet und die Forschungshypothese wie folgt definiert:

Es **existiert eine Materialverteilung** bei einem Strukturbauteil, welches **dynamisch im Raum bewegt wird**, die in Bezug auf den **Energieverbrauch** besser ist als eine **homogene Materialverteilung bei gleichem Volumen** und als bei einem **konventionell topologieoptimierten Strukturbauteil**.

In Abschnitt 4.1 konnte gezeigt werden, dass die Verteilung des Werkstoffes bei einem dynamisch bewegten Strukturbauteil einen Einfluss auf die für die Durchführung der Bewegung benötigte Arbeit hat. Die Frage, die sich hieraus ergab, war, ob eine automatisierte Synthetisierung einer Gestalt unter Berücksichtigung der Materialverteilung möglich ist. Daher wurden in den Abschnitten 4.4 und 4.5 zwei unterschiedliche Methoden zur Berechnung eines Adaptionkoeffizienten vorgestellt. Diese Adaptionkoeffizienten ermöglichen es, den Trägheitseinfluss während der Topologieoptimierung mit zu berücksichtigen. Die Rotationsenergie wurde als der entscheidende Parameter identifiziert. Beide Adaptionkoeffizienten basieren auf der Rotationsenergie. Mit der Abstandsformel (Gleichung 4.39), der Vernachlässigung der Rotationsenergie um den Schwerpunkt (Unterabschnitt 4.3.3) und der Gleichung 4.8 zur Berechnung der Rotationsenergie können die Adaptionkoeffizienten berechnet werden. Die beiden Adaptionkoeffizienten wurden anhand akademischer Beispiele miteinander verglichen. Es konnte gezeigt werden, dass der Adaptionkoeffizient der Rotationsenergiedichte bei der erweiterten Topologieoptimierung die Trägheitsmatrix effektiver beeinflusst als der Adaptionkoeffizient des Energiedichtewirkungsgrades und so ein höheres Energieeinsparungspotential bei dynamischen Bewegungen erreicht wird.

Die unterschiedlichen Optimierungsprozesse wurden aus diesem Grund mit dem Adaptionkoeffizienten der Rotationsenergiedichte durchgeführt und anhand eines akademischen, sowie zwei realer Beispiele miteinander verglichen. Es wurden drei unterschiedliche Ausprägungen der erweiterten Topologieoptimierung untersucht. Bei TopKE (siehe Unterabschnitt 4.8.1) wurde die konventionelle Topologieoptimierung um die Berechnung der Adaptionkoeffizienten erweitert. Ein weiterer Prozess, der DyTop genannt wird, ist die Erweiterung der konventionellen Topologieoptimierung um eine automatische Lastfallextraktion, die zu jeder Iteration der Topologieoptimierung die maximalen Lastfälle aktualisiert (siehe Unterabschnitt 4.8.2). Die dritte Erweiterung des Optimierungsprozesses ist die Kombination der automatischen Lastfallerkennung und die Integration der Adaptionkoeffizienten in den Topologieoptimierungsprozess; dies führte zu der umfangreichsten Kopplung DyTopKE (siehe Unterabschnitt 4.8.3) dieser Arbeit.

Es konnte gezeigt werden, dass die erweiterten Optimierungsprozesse den Betrag an aufgenommener Arbeit im Vergleich zu einer konventionellen Topologieoptimierung und zu Standardbauteilen, wie zum Beispiel einem Hohlprofil, reduzieren. Abhängig von der Trajektorie und dem erweiterten Topologieoptimierungsprozess kann so eine Einsparung im höheren einstelligen Prozentbereich erreicht werden.

Die von einer Abteilung in einem Unternehmen benötigten Kompetenzen zur Durchführung der unterschiedlichen Optimierungsprozesse wurden analysiert und bewertet. So konnte festgestellt werden, dass für eine Gestaltfindung in der Produktentwicklung ausgeprägte Kompetenzen (Taxonomiestufe VI) lediglich im Bereich der Konstruktion und Gestaltung vorhanden sein müssen, wenn keine Unterstützung durch eine MKS und Optimierung in Anspruch genommen wird. Die Verwendung der in dieser Arbeit vorgestellten erweiterten Optimierungsprozesse erfordern dahingegen Kompetenzen im Bereich der MKS und Optimierung. Der Unterschied zwischen den erweiterten Optimierungsprozessen bezüglich der benötigten Kompetenzen ist sehr gering; die Ausprägung unterscheidet sich allerdings. Es konnte gezeigt werden, dass die erweiterte Topologieoptimierung DyTopKE der DyTop vorgezogen werden sollte, da in Summe die benötigten Kompetenzen gleich sind, aber mit DyTopKE das bessere Optimierungsergebnis erzielt wird.

Ein weiteres Anwendungsgebiet für die erweiterten Optimierungsprozesse ist die Synthetisierung von Bauteilen zur Energiespeicherung. Die Energiewende mit dem Ausbau regenerativer Energiequellen, wie Strom aus Windkraft oder Photovoltaik, erzeugen starke Schwankungen im Stromnetz. Diese Schwankungen müssen ausgeglichen werden, um die Stabilität des Netzes sicherzustellen. Studien der Deutschen Energie Agentur rechnen mit einer Reserve- und Regelleistung von bis zu 20 %, die vorgehalten werden

müssen.<sup>215</sup> Die elektrische Energie kann u.a. auch in kinetische Energie z.B. mit einem Schwungradmassenspeicher umgewandelt und gespeichert werden, was dann als Reserve zum Ausgleich solcher Schwankungen der elektrischen Energie dient.<sup>216</sup> Der mechanische Energiespeicher hat sein Optimum (z.B. Kosten/Nutzen, Bauraum/Nutzen, ...) bei einer möglichst hohen Trägheit und geringem Werkstoffeinsatz, das heißt die Massenträgheit sollte für die Gestalt des Speicherkörpers maximiert werden. Die in dieser Arbeit vorgestellten Erweiterungen von Strukturoptimierungsprozessen können hierfür eingesetzt werden; hierzu muss die Inverse des Adaptionskoeffizienten gebildet werden, und die Optimierung kann, wie in Abschnitt 4.8 beschrieben, durchgeführt werden.

## 8.2 Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde mit den vorgestellten Methoden und Prozessen ein wesentlicher Baustein zur automatisierten Synthetisierung von energieeffizienten Leichtbaustrukturen mit dem Reifegrad 2 für dynamisch bewegte Systeme entwickelt. Diese Arbeit ist eine konsequente Fortführung der Forschungsarbeiten am IPEK - Institut für Produktentwicklung im Bereich der Methodenkopplung im Kontext der Strukturoptimierung bei dynamisch bewegten Systemen. Daher ist diese Arbeit ein Teil der Wissenschaftslandkarte, die in Abbildung 8.1 dargestellt ist. In der Mitte der Abbildung sind die am IPEK - Institut für Produktentwicklung geleisteten Vorarbeiten durch MÜLLER<sup>217</sup>, HÄUSSLER<sup>218</sup>, OTTNAD<sup>219</sup> und SANDER<sup>220</sup> dargestellt und zu einem Gesamtprozess verknüpft, der in dieser Form noch nicht existiert. Mit der dargestellten Kopplung der Methoden und Prozesse wird die Optimierung von Bauteilen im mechanischen Gesamtsystemkontext ermöglicht. Hier zeigt sich ein hohes Potential für weitere Forschungsarbeiten, um diese komplexe Kopplung in einem Gesamtprozess zu realisieren.

Ein weiterer Forschungsbaustein ist die Kopplung einer klassischen Optimierung von Trajektorien<sup>221</sup> mit einer Optimierung und Synthese einer Gestalt des Reifegrads 1<sup>222</sup>. Die Ergebnisse dieser Kopplung sind einerseits die Trajektorien<sup>223</sup>, andererseits die

---

<sup>215</sup>Dena 2005

<sup>216</sup>Dötsch et al. 2009

<sup>217</sup>Müller 2005

<sup>218</sup>Häußler 2005

<sup>219</sup>Ottnad 2009

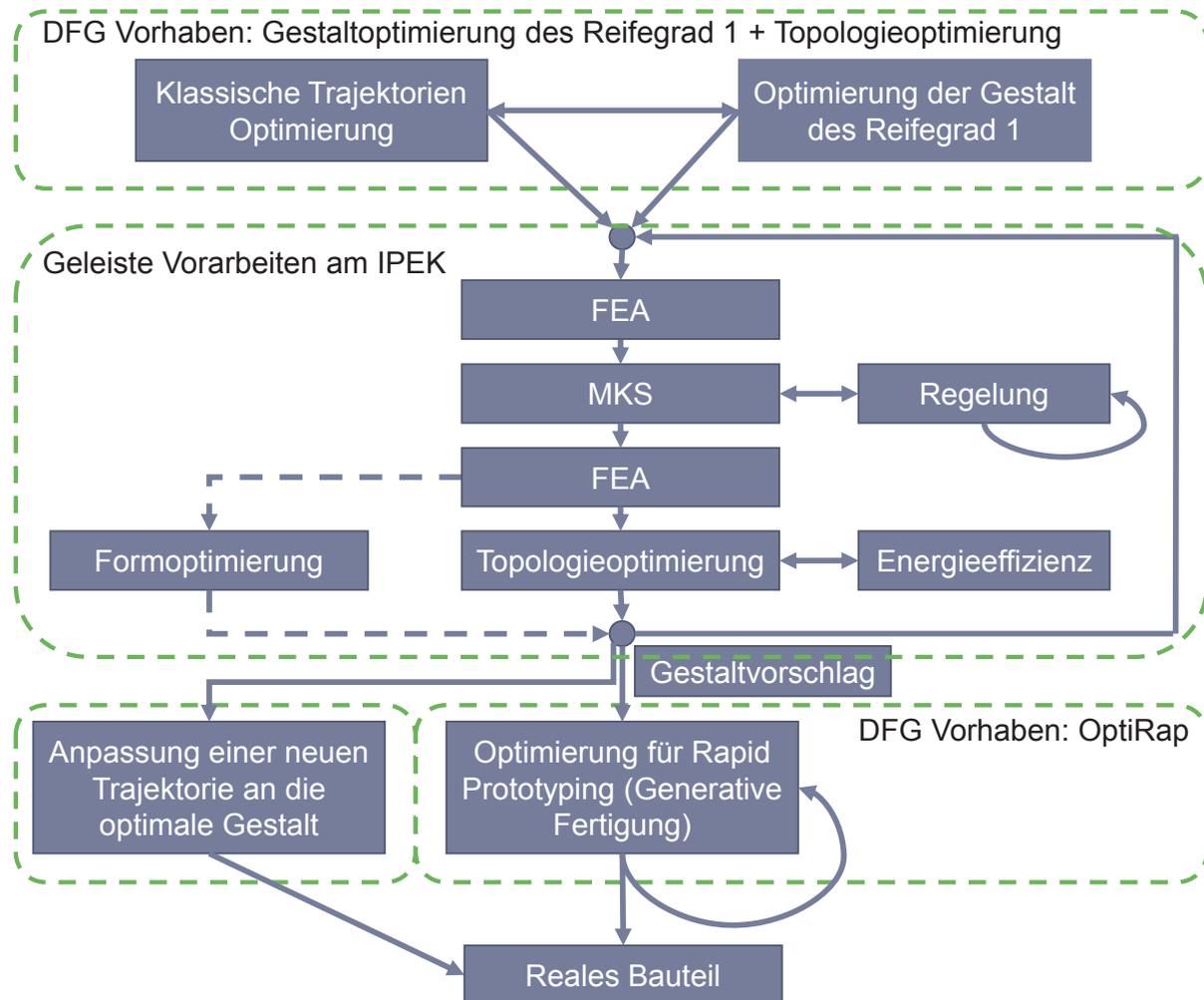
<sup>220</sup>Sander et al. 2013a / Sander et al. 2013b

<sup>221</sup>siehe Arbeiten von Ata 2007 / Garg & Kumar 2002 / Rubio et al. 2011

<sup>222</sup>siehe auch Arakelian et al. 2011 / Pashkevich et al. 2005 / Pashkevich et al. 2009

<sup>223</sup>u.a.  $\phi(t)$ ,  $\omega(t)$ ,  $\dot{\omega}(t)$

Gestalt des Systems mit einem Reifegrad 1<sup>224</sup>, die als Eingangsgrößen für die erweiterten Strukturoptimierungsprozesse genutzt werden können. Hierbei stellt sich die Frage der gegenseitigen Beeinflussung (unidirektional oder bidirektional?) und inwieweit eine solche Kopplung notwendig ist. Diese Zusammenhänge zu analysieren bietet ein hohes Forschungspotential.



**Abbildung 8.1** Forschungslandkarte für die erweiterte Strukturoptimierung

Die Überführung eines Gestaltvorschlags aus der Strukturoptimierung in ein reales Produkt wird durch die generativen Fertigungsverfahren<sup>225</sup> in Zukunft möglich sein. Das Werkstoffverhalten, das heißt sowohl die Steifigkeit, als auch die Festigkeit von generativ hergestellten Bauteilen sind häufig orthotrop.<sup>226</sup> Daher soll in dem geplanten Forschungsvorhaben "OptiRap" das Bauteil optimal gedruckt werden, so dass das orthotrope Werkstoffverhalten keinen Nachteil, sondern einen Vorteil darstellt. Ein weiterer Schritt, der in diesem Vorhaben gemacht werden soll, ist die Anpassung der Gestalt an dieses Werkstoffverhalten. Die Methode, die diesbezüglich entwickelt wird,

<sup>224</sup>u.a. Gelenkabstände, Gelenke und Freiheitsgrade, Kräfteinleitungspunkte - vgl. Unterabschnitt 2.1.3

<sup>225</sup>Hauptsächlich bekannt unter den Namen Rapid Prototyping oder 3D-Drucken

<sup>226</sup>Veröffentlichung der Ergebnisse von JB

sollte allerdings nicht auf den Gestaltvorschlag des Reifegrads 2, sondern auf den mit Reifegrad 1 angewendet und somit in den oberen Prozess implementiert werden.

Ein weiterer logischer Schritt ist die Anpassung einer neuen vorgegebenen Trajektorie an den Gestaltvorschlag mit dem Reifegrad 2 aus dem erweiterten Topologieoptimierungsprozess. Hierbei soll eine neue vorgegebene Trajektorie optimiert werden, so dass ein Bauteil, das ursprünglich für eine andere bestimmte Trajektorie optimiert wurde, ebenfalls bei der neuen Bewegung einen geringeren Energieverbrauch und eine höhere Steifigkeit und Festigkeit erhält.

Im Abschnitt 7.3 wurden die Grenzen und Chancen des in dieser Arbeit verwendeten reglerbasierten Topologieoptimierungsprozesses diskutiert. Der verwendete Optimierer hat den großen Vorteil, dass eine Konvergenz der Berechnung nach 15 Iterationen gegeben ist. Damit ist es möglich eine möglichst steife Struktur mit einem minimalen Volumen zu berechnen. Um allerdings das Volumen (als Zielfunktion) zu minimieren, bis eine minimale vorgegebene Steifigkeit der Struktur erreicht wird, muss das Optimierungsproblem durch die Formulierung eines Ersatzproblems der mathematischen Programmierung gelöst werden.<sup>227</sup> Die Implementierung der hier vorgestellten Methode in der mathematischen Programmierung ist nicht direkt möglich. Die Energieeffizienzberechnung sollte daher in einem weiteren Schritt in der Topologieoptimierung mit einem sensitivitätsbasierten Algorithmus implementiert werden, damit z.B. die Endeffektorsteifigkeit direkt in der Optimierung berücksichtigt werden kann. Hier können zukünftige Forschungsarbeiten anknüpfen.

---

<sup>227</sup>FE-Design 2011



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Jährliche Veränderung des Energieverbrauchs und der Bevölkerung zwischen 1800-2009 . . . . .	2
1.2	Einbindung dieser Arbeit in das integrierte Produktentstehungsmodell iPeM	4
2.1	Arbiträrer zeitlicher Verlauf des Reifegrades eines Planetenträgers in einem Getriebe . . . . .	12
2.2	a) Volumenkörper; b) Massepunktsystem als Ersatzmodell . . . . .	16
2.3	Bewegung starrer Körper a) Translation; b) Rotation . . . . .	17
2.4	Momentanpol eines Körpers . . . . .	18
2.5	Drehimpuls eines Körpers . . . . .	19
2.6	Verdeutlichung des STEINER'schen Satz . . . . .	21
2.7	Modale Superposition . . . . .	31
2.8	Prinzip der Component Mode Synthesis (CMS) . . . . .	32
2.9	Ergebnis einer Finiten Element Analyse am Beispiel eines Leichtbauklimagärts . . . . .	34
2.10	Varianten der Strukturoptimierung . . . . .	36
2.11	SIMP-Ansatz für verschiedene Exponenten $p$ . . . . .	42
2.12	Strukturoptimierung auf der Basis von Optimalitätskriterien als Regelkreis	43
2.13	Konventioneller Topologieoptimierungsprozess . . . . .	45
2.14	Erweiterter Topologieoptimierungsprozess mit Berücksichtigung des Verhaltens bei geregelter mechatronischen Systemen . . . . .	46
2.15	Topologieoptimierungsprozess am Beispiel eines Manipulandums . . .	47
3.1	Entwicklung der Verbraucherpreise . . . . .	50
3.2	CO <sub>2</sub> Ausstoß . . . . .	51
4.1	Balken mit unterschiedlicher Massenverteilung und gleicher Drehachse	57
4.2	Energieeffizienz bezogen auf Balken 7 . . . . .	58
4.3	Klassischer Topologieoptimierungsprozess . . . . .	59
4.4	Wirknetz eines beliebigen Systems . . . . .	60
4.5	Wirknetz eines aktuierten Systems . . . . .	61
4.6	Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung (TopKE) . .	63

4.7	Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung mit automatischer Lastfallerkennung (DyTopKE) . . . . .	64
4.8	Tetraederelement mit zugehörigen Koordinatensystemen . . . . .	67
4.9	Mehrkörpersystem mit vier Gelenken . . . . .	73
4.10	Zusammenhang der Koordinatensysteme und Abstände . . . . .	76
4.11	Beispiel für die Anpassung des Quotientenexponenten $q$ für einen Balken	80
4.12	Verlauf der Dehnungsenergie über den Simulationszeitraum für die 0. und die 14. Iteration der Topologieoptimierung . . . . .	82
4.13	Ablauf und Implementierung der automatischen Lastfallerkennung . . .	84
4.14	Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung (TopKE) . .	87
4.15	Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung (DyTop) . .	88
4.16	Optimierungsprozess der erweiterten Topologieoptimierung (DyTopKE)	89
5.1	Foto des humanoiden Roboters ARMAR IV (SFB 588) . . . . .	92
5.2	Armkinematik der ersten 4 Freiheitsgrade eines humanoiden Roboters .	93
5.3	Die $LSS_3$ , der Designraum für den Arm eines humanoiden Roboters . .	93
5.4	Ergebnis der konventionellen Topologieoptimierung für einen Balken mit einem Zielvolumen von 60 % . . . . .	94
5.5	TopKE_ex1: Verteilung der Rotationsenergiedichte für eine Drehung um eine fixe Drehachse parallel zur y-Achse und durch $(150, 0, 0)^T$ . . . . .	96
5.6	TopKE_ex2: Verteilung der Rotationsenergiedichte für eine Drehung um eine fixe Drehachse parallel zur z-Achse und durch $(0, 60, 0)^T$ . . . . .	96
5.7	TopKE_ex3: Verteilung der Rotationsenergiedichte für eine Drehung um eine fixe Drehachse parallel zur z-Achse und durch $(0, 0, 70)^T$ . . . . .	96
5.8	Verteilung und Auftreten der Adaptionquotienten für die Rotationsenergiedichte bei TopKE_ex1 ( $A_\chi$ ) . . . . .	98
5.9	Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung für TopKE_ex1 ( $A_\chi$ ) mit einem Zielvolumen von 60 % . . . . .	98
5.10	Verteilung und Auftreten der Adaptionquotienten für den Rotationsenergiedichtewirkungsgrad bei TopKE_ex1 ( $A_\psi$ ) . . . . .	100
5.11	Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung für TopKE_ex1 ( $A_\psi$ ) mit einem Zielvolumen von 60 % . . . . .	101
5.12	TopKE_ex4: Bewegung des Designraums $\dot{\theta}_1 = 180 [^\circ/s] = \pi [s^{-1}]$ , $\dot{\theta}_2 = -90 [^\circ/s] = -\frac{1}{2}\pi [s^{-1}]$ , $\dot{\theta}_3 = -180 [^\circ/s] = -\pi [s^{-1}]$ , $\dot{\theta}_4 = -90 [^\circ/s] = -\frac{1}{2}\pi [s^{-1}]$	102
5.13	Verteilung der Rotationsenergiedichte für eine komplexe Bewegung mit $\dot{\theta}_1 = 180 [^\circ/s] = \pi [s^{-1}]$ , $\dot{\theta}_2 = -90 [^\circ/s] = -\frac{1}{2}\pi [s^{-1}]$ , $\dot{\theta}_3 = -180 [^\circ/s] = -\pi [s^{-1}]$ , $\dot{\theta}_4 = -90 [^\circ/s] = -\frac{1}{2}\pi [s^{-1}]$ . . . . .	103
5.14	Verteilung und Auftreten der Adaptionquotienten für die Rotationsenergiedichte bei TopKE_ex4 ( $A_\chi$ ) . . . . .	104

5.15	Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung für TopKE_ex4 ( $A_\chi$ ) mit einem Zielvolumen von 60 % . . . . .	104
5.16	Verteilung und Auftreten der Adaptionsquotienten für den Rotationsenergie-dichtewirkungsgrad bei TopKE_ex4 ( $A_\psi$ ) . . . . .	105
5.17	Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung für TopKE_ex4 ( $A_\psi$ ) mit einem Zielvolumen von 60 % . . . . .	106
5.18	Serielle Armkinematik eines Robotersystems mit vier Freiheitsgraden . . . . .	108
5.19	Bewegung des Mehrkörpersystems mit vier Freiheitsgraden . . . . .	109
5.20	Ergebnis der konventionellen Topologieoptimierung . . . . .	110
5.21	Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung mit automatischer Lastfallerkennung (DyTop) . . . . .	111
5.22	Ergebnis der erweiterten Topologieoptimierung mit automatischer Lastfallerkennung und dem Adaptionskoeffizienten $A_\chi$ . . . . .	112
6.1	IPEK - Schaltroboter . . . . .	116
6.2	MKS-Modell des halben Schaltroboters . . . . .	117
6.3	Designräume des Oberarms (links) und des Unterarms (rechts) . . . . .	118
6.4	Optimierter Oberarm, links nach dem Optimierungsprozess DyTop und rechts nach DyTopKE . . . . .	119
6.5	Gestaltvorschläge für den Unterarm . . . . .	120
6.6	Gelenkarmroboter KR 5 arc der Firma KUKA links als Foto und rechts als MKS-Modell . . . . .	122
6.7	Der Designraum für die Schwinge des KR 5 arc . . . . .	123
6.8	Bewegung des Gelenkarmroboters . . . . .	124
6.9	Ergebnis der Optimierung der Armstruktur . . . . .	125
7.1	Einfluss von Leichtbau auf dynamisch bewegte Bauteile . . . . .	128
7.2	Taxonomie nach Bloom . . . . .	132
8.1	Forschungslandkarte für die erweiterte Strukturoptimierung . . . . .	138



# Tabellenverzeichnis

2.1	Verben der Taxonomiestufen . . . . .	14
2.2	Eigenschaften von Massepunktsystemen und Körpern . . . . .	16
4.1	Zustände von Finiten Elementen bei der erweiterten Topologieoptimierung	62
5.1	Werkstoffkennwerte der verwendeten Aluminiumlegierung . . . . .	93
5.2	Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung mit dem Adaptionkoeffizienten nach der Rotationsenergiedichte . . . .	99
5.3	Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung mit dem Adaptionkoeffizienten des Rotationsenergiedichtenwirkungs- grades . . . . .	101
5.4	Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung	106
5.5	Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung	113
6.1	Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung mit dem Adaptionkoeffizienten nach der Rotationsenergiedichte . . . .	119
6.2	Vergleich der erweiterten mit der konventionellen Topologieoptimierung mit dem Adaptionkoeffizienten nach der Rotationsenergiedichte . . . .	121
7.1	Verben der Taxonomiestufen zur Bewertung der erweiterten Topologie- optimierung . . . . .	131



# Literaturverzeichnis

## **Albers 2010**

ALBERS, Albert: Five Hypotheses about Engineering Processes and their Consequences. In: HORVÁTH, I. (Hrsg.) ; MANDORLI, F. (Hrsg.) ; RUSÁK, Z. (Hrsg.): *Proceedings of the 8th International Symposium on Tools and Methods of Competitive Engineering - TMCE 2010*. Ancona, Italy, April 2010, S. 1–13

## **Albers 2012**

ALBERS, Albert: *Skriptum - Produktentstehung (PE)*. IPEK - Institut für Produktentwicklung, Karlsruher Institut für Technologie, 2012

## **Albers & Braun 2011**

ALBERS, Albert ; BRAUN, Andreas: Der Prozess der Produktentstehung. In: HENNING, Frank (Hrsg.) ; MOELLER, Elvira (Hrsg.): *Handbuch Leichtbau*. München, Germany : Carl Hanser Verlag, 2011. – ISBN 978–3–446–42891–1, S. 5–30

## **Albers et al. 2006**

ALBERS, Albert ; BRUDNIOK, Sven ; OTTNAD, Jens ; SAUTER, Christian ; SEDCHAICHARN, Korkiat: Upper Body of a new Humanoid Robot - the Design of ARMAR III. In: *Proceedings of the 6th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots - Humanoids 2006*, IEEE, Dezember 2006. – ISBN 1–4244–0199–2, 308–313

## **Albers et al. 2005**

ALBERS, Albert ; BURKARDT, Norbert ; MEBOLDT, Mirko ; SAAK, Marcus: SPALTEN Problem Solving Methodology in the Product Development. In: SAMUEL, A (Hrsg.) ; L (Hrsg.): *Proceedings of the 15th International Conference on Engineering Design - ICED05*. Melbourne, Australia : The Design Society, August 2005, 1–12

## **Albers & Düser 2010**

ALBERS, Albert ; DÜSER, Tobias: A new process for configuration and application of complex validation environments using the example of vehicle-in-the-loop at the roller test bench. In: *Proceedings of the ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*. Vancouver, Canada, November 2010

## **Albers et al. 2012**

ALBERS, Albert ; EBEL, Björn ; LOHMEYER, Quentin: Systems of objectives in complex product development. In: *Proceedings of the 9th International Symposium on Tools and Methods of Competitive Engineering - TMCE 2012, Karlsruhe, Germany, 2012*, 1–12

**Albers et al. 2002**

ALBERS, Albert ; EMMRICH, Dieter ; HÄUSSLER, Pascal: Automated structural optimization of flexible components using MSC. Adams/Flex and MSC. Nastran Sol200. In: *Proceedings of the 1st European MSC.ADAMS Users' Conference*, 2002, 1–13

**Albers & Matthiesen 2002**

ALBERS, Albert ; MATTHIESEN, Sven: Konstruktionsmethodisches Grundmodell zum Zusammenhang von Gestalt und Funktion technischer Systeme. In: *Konstruktion - Zeitschrift für Produktentwicklung und Ingenieur-Werkstoffe* 54 (2002), Nr. Juli/August 7/8 -2002, S. 55–60

**Albers & Meboldt 2007**

ALBERS, Albert ; MEBOLDT, Mirko: Integrated Product Development Process Management Model, Based on Systems Engineering and Systematic Problem Solving. In: BOCQUET, J.-C. (Hrsg.): *Proceedings of the 16th International Conference on Engineering Design - ICED07*, The Design Society, 2007, S. 611–612

**Albers & Nowicki 2003**

ALBERS, Albert ; NOWICKI, Lukas: Integration der Simulation in die Produktentwicklung - Neue Möglichkeiten zur Steigerung der Qualität und Effizienz in der Produktentwicklung. In: *Proceedings of the Symposium SSimulation in der Produkt- und Prozessentwicklung*". Bremen, Germany, November 2003. – ISBN 3–8167–6454–1

**Albers & Ottnad 2008**

ALBERS, Albert ; OTTNAD, Jens: System based topology optimization as development tools for lightweight components in humanoid robots. In: *Proceedings of the 8th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots - Humanoids 2008*. Daejeon, Southkorea : IEEE, Dezember 2008. – ISBN 978–1–4244–2821–2, 674–680

**Albers & Ottnad 2010**

ALBERS, Albert ; OTTNAD, Jens: Integrated Structural and Controller Optimization in Dynamic Mechatronic Systems. In: *Journal of Mechanical Design* 132 (2010), April, Nr. 4, 041008. <http://dx.doi.org/10.1115/1.4001380>. – DOI 10.1115/1.4001380. – ISSN 10500472

**Albers et al. 2008a**

ALBERS, Albert ; OTTNAD, Jens ; HÄUSSLER, Pascal: Structural Optimization in Mechatronic Systems. In: *Proceedings of the 7. Internationales Heinz Nixdorf Symposium*. Paderborn, Germany, 2008

**Albers et al. 2009**

ALBERS, Albert ; OTTNAD, Jens ; HÄUSSLER, Pascal: Integrated Topology and Controller Parameter Optimization in Dynamic Systems. In: *Proceedings of the NAFEMS World Congress 2009*. Crete, Greece, 2009

**Albers et al. 2008b**

ALBERS, Albert ; OTTNAD, Jens ; HÄUSSLER, Pascal ; MINX, Johannes: Topology and Controller Parameter Optimization in Dynamic Mechatronic Systems. In: *12th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, 2008

**Albers & Sadowski 2013**

ALBERS, Albert ; SADOWSKI, Eike: The Contact and Channel Approach (C&C2-A) - relating a system's physical structure to its functionality. In: CHAKRABARTI, A. (Hrsg.) ; BLESSING, L. (Hrsg.): *An Anthology of Theories and Models of Design: Philosophy, Approaches and Empirical Explorations*. Springer Verlag, 2013 ( 2013)

**Albers et al. 2011**

ALBERS, Albert ; SADOWSKI, Eike ; MARXEN, Leif: Abschiedkolloquium Prof. Birkhofer - Future of Design Methodology. Cambridge, England, 2011

**Albers & Sander 2010**

ALBERS, Albert ; SANDER, Christian: Systembasierende Topologieoptimierung in geregelten dynamischen Systemen mit Newton Regelung von mehreren Komponenten des humanoiden Roboters ARMAR (SFB 588). In: *Proceedings of the Schweizer Maschinenelemente Kolloquium*. Rapperswil am Zürichsee, Switzerland, 2010

**Albers & Sander 2014**

ALBERS, Albert ; SANDER, Christian: Die erweiterte Strukturoptimierung zur Steigerung der Energieeffizienz bei dynamisch bewegten Bauteilen. In: *Konstruktion - Zeitschrift für Produktentwicklung und Ingenieur-Werkstoffe* (2014), Juni, Nr. 6, S. 83–86

**Albers et al. 2010**

ALBERS, Albert ; SANDER, Christian ; KINDERMANN, Marbod: Development of a Lightweight Unmanned Aerial Vehicle for Rescue and Maintenance Tasks. In: *Annals of DAAAM & Proceedings*, 2010, S. 1–2

**Albers et al. 2013**

ALBERS, Albert ; STIER, Christian ; GEIER, Martin: X-in-the-loop Validierungsmethoden für Kupplungssysteme. In: *VDI-Berichte 2206*. Düsseldorf, Germany : VDI-Verlag, 2013

**Alink 2010**

ALINK, Thomas: *Bedeutung, Darstellung und Formulierung von Funktion für das Lösen von Gestaltungsproblemen mit dem C&C-Ansatz*, IPEK - Institut für Produktentwicklung, Karlsruher Institut für Technologie, Dissertation, 2010. – 1–226 S.

**Allinger 1993**

ALLINGER, Peter: *Untersuchung und Implementierung von verschiedenen Algorithmen zur Topologie- und Schalendickenoptimierung auf Basis von Regelstrategien und Optimalitätskriterien in das Programmsystem CAOSS*, Universität Karlsruhe, Studienarbeit, 1993

**Arakelian et al. 2011**

ARAKELIAN, Vigen ; BARON, Jean-Paul L. ; MOTTU, Pauline: Torque minimisation of the 2-DOF serial manipulators based on minimum energy consideration and optimum mass redistribution. In: *Mechatronics* 21 (2011), Februar, Nr. 1, 310–314. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechatronics.2010.11.009>. – DOI 10.1016/j.mechatronics.2010.11.009. – ISSN 09574158

**Asfour et al. 2013**

ASFOUR, Tamim ; SCHILL, Julian ; PETERS, Heiner ; KLAS, Cornelius ; BÜCKER, Jens ; SANDER, Christian ; SCHULZ, Stefan ; WERNER, Tino ; BARTENBACH, Volker: ARMAR-4: A 63 DOF Torque Controlled Humanoid Robot. In: *Proceedings of the IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots - Humanoids 2013*. Atlanta, GA, USA, 2013

**Ashby 2011**

ASHBY, Michael F.: *Materials Selection in Mechanical Design (4th Edition)*. Elsevier, 2011 [http://www.knovel.com/web/portal/browse/display?\\_EXT\\_KNOVEL\\_DISPLAY\\_bookid=3702](http://www.knovel.com/web/portal/browse/display?_EXT_KNOVEL_DISPLAY_bookid=3702). – ISBN 978–1–85617–663–7

**Ata 2007**

ATA, Atef A.: Optimal Trajectory Planning of Manipulators: A Review. In: *Journal of Engineering Science and Technology* 2 (2007), Nr. 1

**Baier et al. 1994**

BAIER, Horst ; SEESSELBERG, Christoph ; SPECHT, Bernhard: *Optimierung in der Strukturmechanik*. Braunschweig : Vieweg, 1994. – 1–265 S. – ISBN 3–528–08899–0

**Bampton & Craig JR. 1968**

BAMPTON, M. C. C. ; CRAIG JR., R. R.: Coupling of substructures for dynamic analyses. In: *AIAA Journal* 6 (1968), Nr. 7, 1313–1319. <http://dx.doi.org/10.2514/3.4741>. – DOI 10.2514/3.4741. – ISSN 0001–1452

**Bartenbach et al. 2013**

BARTENBACH, Volker ; SANDER, Christian ; PÖSCHL, Matthias ; WILGING, Klaus ; NELIUS, Thomas ; DOLL, Frederic ; BURGER, Wolfgang ; STOCKINGER, Christian ; FOCKE, Anne ; STEIN, Thorsten: The BioMotionBot: a robotic device for applications in human motor learning and rehabilitation. In: *Journal of neuroscience methods* 213 (2013), März, Nr. 2, 282–97. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jneumeth.2012.12.006>. – DOI 10.1016/j.jneumeth.2012.12.006. – ISSN 1872–678X

**Bathe 2002**

BATHE, Klaus-Jürgen: *Finite-Elemente-Methoden*. Berlin, Germany : Springer Verlag, 2002. – 1–1253 S. <http://books.google.com/books?id=DKTIBDt0s1MC&pgis=1>. – ISBN 3642560784

**Baud 1934**

BAUD, R V.: Fillet profiles for constant stress. In: *Product Engineering* 5 (1934), Nr. 4, S. 133–134

**Baumgartner et al. 1992**

BAUMGARTNER, A. ; HARZHEIM, Lothar ; MATTHECK, Claus: SKO (soft kill option): the biological way to find an optimum structure topology. In: *International Journal of Fatigue* 14 (1992), November, Nr. 6, 387–393. [http://dx.doi.org/10.1016/0142-1123\(92\)90226-3](http://dx.doi.org/10.1016/0142-1123(92)90226-3). – DOI 10.1016/0142-1123(92)90226-3. – ISSN 01421123

**Bendsøe & Kikuchi 1988**

BENDSØE, Martin P. ; KIKUCHI, Noboru: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 71 (1988), November, Nr. 2, 197–224. [http://dx.doi.org/10.1016/0045-7825\(88\)90086-2](http://dx.doi.org/10.1016/0045-7825(88)90086-2). – DOI 10.1016/0045-7825(88)90086-2. – ISSN 00457825

**Bendsøe & Sigmund 1999**

BENDSØE, Martin P. ; SIGMUND, Ole: Material interpolation schemes in topology optimization. In: *Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)* 69 (1999), November, Nr. 9-10, 635–654. <http://dx.doi.org/10.1007/s004190050248>. – DOI 10.1007/s004190050248. – ISSN 0939-1533

**Bendsøe & Sigmund 2003**

BENDSØE, Martin P. ; SIGMUND, Ole: *Topology optimization: theory, methods, and applications*. Berlin / Heidelberg, Germany : Springer Verlag, 2003. – 373 S. <http://books.google.de/books?id=NGmtmMhVe2sC>. – ISBN 3540429921

**Birkhofer et al. 2012**

BIRKHOFFER, Herbert ; RATH, Karola ; ZHAO, Shulin: Umweltgerechtes Konstruieren. In: RIEG, F (Hrsg.) ; STEINHILPER, R (Hrsg.): *Handbuch Konstruktion*. München, Germany : Hanser Verlag, 2012. – ISBN 978-3-446-43000-6, S. 561–581

**Bloom et al. 1976**

BLOOM, Benjamin S. ; ENGELHART, Max D. ; FURST, Edward J. ; HILL, Walker H. ; KRATHWOHL, David R. ; BLOOM, Benjamin S [. (Hrsg.): *Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich*. 5. Aufl. Weinheim [u.a.] : Beltz, 1976 (Beltz-Studienbuch ; 35). <http://www.ulb.tu-darmstadt.de/tocs/27073661.pdf>. – ISBN 3-407-18296-1

**BMWi 2013**

BMWi: Heimische Energiegewinnung und Importabhängigkeit / Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie. Version:2013. <http://www.bmwi.de/DE/Themen/Energie/Energiedaten/energiegewinnung-energieverbrauch.html>. Berlin, 2013. – Forschungsbericht

**Brand 2013**

BRAND, Michael: *FEM-Praxis mit SolidWorks*. Wiesbaden, Germany : Springer Fachmedien, 2013. – 1–184 S. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-2234-5>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-2234-5>. – ISBN 978-3-8348-1808-9

**Brecher et al. 2009**

BRECHER, Christian ; BOOS, Wolfgang ; KLEIN, Wieland ; KUHLMANN, Kristian ; TRIEBS, Johannes: Ressourceneffizienzbewertung einer Werkzeugmaschine zur Steigerung ihrer Wirtschaftlichkeit. In: *Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb* (2009), Nr. 9, S. 711–715. – ISSN 0932–0482

**Brüggemann 2005**

BRÜGGEMANN, Anke: KfW-Befragung zu den Hemmnissen und Erfolgsfaktoren von Energieeffizienz in Unternehmen / KfW Bankegruppe. Frankfurt am Main, 2005. – Forschungsbericht. – 1–47 S.

**Bullinger et al. 1997**

BULLINGER, Hans-Jörg ; OHLHAUSEN, Peter ; HOFFMANN, Michaela: *Kooperationen von mittelständischen Unternehmen*. Stuttgart, Germany : Fraunhofer-Institut für Arbeitswirtschaft und Organisation, 1997. – 1–82 S.

**Chablat & Wenger 2003**

CHABLAT, Damien ; WENGER, Philippe: Architecture optimization of a 3-DOF translational parallel mechanism for machining applications, the orthoglide. In: *IEEE Journal Transactions on Robotics and Automation* 19 (2003), Juni, Nr. 3, 403–410. <http://dx.doi.org/10.1109/TRA.2003.810242>. – DOI 10.1109/TRA.2003.810242. – ISBN 1042–296X VO – 19

**Cramer et al. 2001**

CRAMER, Wolfgang ; BONDEAU, Alberte ; WOODWARD, F. I. ; PRENTICE, I. Colin ; BETTS, Richard A. ; BROVKIN, Victor ; COX, Peter M. ; FISHER, Veronica ; FOLEY, Jonathan A. ; FRIEND, Andrew D. ; KUCHARIK, Chris ; LOMAS, Mark R. ; RAMANKUTTY, Navin ; SITCH, Stephen ; SMITH, Benjamin ; WHITE, Andrew ; YOUNG-MOLLING, Christine: Global response of terrestrial ecosystem structure and function to CO<sub>2</sub> and climate change: results from six dynamic global vegetation models. In: *Global Change Biology* 7 (2001), Nr. 4, S. 357–373. <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-2486.2001.00383.x>. – DOI 10.1046/j.1365-2486.2001.00383.x. – ISSN 1365–2486

**Dena 2005**

DENA: Energiewirtschaftliche Planung für die Netzintegration von Windenergie in Deutschland an Land und Offshore bis zum Jahr 2020. In: *Endbericht der Studie im Auftrag der Deutschen Energie-Agentur GmbH*. Köln, Germany, 2005, S. 1–342

**Dötsch et al. 2009**

DÖTSCH, Christian ; KANNGIESSER, Annedore ; WOLF, Daniel: Speicherung elektrischer Energie - Technologien zur Netzintegration erneuerbarer Energien. In: *uwf UmweltWirtschaftsForum* 17 (2009), November, Nr. 4, S. 351–360. <http://dx.doi.org/10.1007/s00550-009-0150-3>. – DOI 10.1007/s00550-009-0150-3. – ISSN 0943–3481

**Dresig & Holzweißig 2011**

DRESIG, Hans ; HOLZWEISSIG, Franz ; HOLZWEISSIG, Franz (Hrsg.): *Maschinendynamik*. Berlin, Germany : Springer Verlag, 2011 (SpringerLink : Bücher). – 1–554 S. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-16010-3>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-16010-3>. – ISBN 978–3–642–16009–7

**Eisele 2012**

EISELE, Christian: *METAV 2012: Energieeffizienz im Fokus*. <http://www.scope-online.de/news/METAV-2012--Energieeffizienz-im-Fokus.htm>; jsessionid=DDA1845972B5E66F3354F9FAFCDE6A6E. Version:2012

**Enkler 2010**

ENKLER, Hans-Georg: *Rechnergestützter Entwurf von Bauteilen mit stark streuenden Leitstützstrukturen am Beispiel hochbelastbarer urgeformter mikromechanischer Systeme*. Karlsruhe, IPEK - Institut für Produktentwicklung, Karlsruher Institut für Technologie, Dissertation, 2010. – 1–241 S.

**Esteban 2010**

ESTEBAN, Ignacio: Die Rolle der Finite-Elemente-Berechnung in der Produktentwicklung. Version:2010. [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-13101-1\\_8](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-13101-1_8). In: BRAUN, Steffen (Hrsg.) ; MAIER, Walther (Hrsg.) ; ZIRKELBACH, Simone (Hrsg.): *Intelligent produzieren*. Berlin / Heidelberg, Germany : Springer Verlag, 2010. – DOI 10.1007/978-3-642-13101-1\_8. – ISBN 978–3–642–13100–4, S. 97–105

**Eversheim et al. 2005**

EVERSHEIM, Walther ; SCHUH, Günther ; ASSMUS, Dirk ; EVERSHEIM, Walter (Hrsg.) ; SCHUH, Günther (Hrsg.): *Integrierte Produkt- und Prozessgestaltung*. Berlin / Heidelberg, Germany : Springer Verlag, 2005 (VDI-Buch). – 5–20 S. [http://dx.doi.org/10.1007/3-540-26946-0\\_2](http://dx.doi.org/10.1007/3-540-26946-0_2). [http://dx.doi.org/10.1007/3-540-26946-0\\_2](http://dx.doi.org/10.1007/3-540-26946-0_2). – ISBN 978–3–540–21175–4

**FE-Design 2011**

FE-DESIGN: User Manual. In: *TOSCA Structure 7.1.1 Documentation*. Version 7. Karlsruhe, Germany, 2011, S. 269–900

**Fermat 1934**

FERMAT, Pierre D.: Abhandlungen über Maxima und Minima. (1934), Nr. 1629, S. 1–11

**Fricke et al. 1998**

FRICKE, Ernst ; NEGELE, Herbert ; SCHREPFER, Lutz ; DICK, Alfred ; GEBHARD, Bernd ; HARTLEIN, Nicole: Modeling of concurrent engineering processes for integrated systems development. In: *Proceedings of the 17th Digital Avionics Systems Conference - The AIAA/IEEE/SAE* Bd. 1, 1998. – ISBN 0–7803–5086–3, S. B13/1, B13/3–B13/8 vol.1

**Garg & Kumar 2002**

GARG, Devendra P. ; KUMAR, Manish: Optimization techniques applied to multiple manipulators for path planning and torque minimization. In: *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 15 (2002), Juni, S. 1–11. [http://dx.doi.org/10.1016/S0952-1976\(02\)00067-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0952-1976(02)00067-2). – DOI 10.1016/S0952-1976(02)00067-2. – ISSN 0952-1976

**Grassl 2007**

GRASSL, Hartmut: *Klimawandel*. Freiburg im Breisgau, Germany : Herder, 2007. – 1–128 S. – ISBN 978-3-451-05899-8

**Gross et al. 2003**

GROSS, Dietmar ; HAUGER, Werner ; SCHNELL, Walter: *Technische Mechanik / D. Gross; W. Hauger; W. Schnell ; 1. Bd. 1: Technische Mechanik 1*. 7. Aufl. Berlin : Springer, 2003. – 1–215 S. – ISBN 3-540-43850-5

**Gross et al. 2004**

GROSS, Dietmar ; HAUGER, Werner ; SCHNELL, Walter ; SCHRÖDER, Jörg: *Technische Mechanik / D. Gross; W. Hauger; W. Schnell ; 3. Bd. 3: Technische Mechanik 3 - Kinetik*. 8., erw. A. Berlin / Heidelberg, Germany : Springer Verlag, 2004. – 1–292 S. – ISBN 3-540-22167-0

**Gross & Marx 2001**

GROSS, Rudolf ; MARX, Achim: *Mechanik des Starren Körpers*. München, 2001. – 193–244 S. [http://www.wmi.badw.de/teaching/LectureNotes/Physik1/Gross\\_Physik\\_I\\_Kap\\_2.pdf](http://www.wmi.badw.de/teaching/LectureNotes/Physik1/Gross_Physik_I_Kap_2.pdf)

**Guyan 1965**

GUYAN, R. J.: Reduction of stiffness and mass matrices. In: *AIAA Journal* 3 (1965), Februar, Nr. 2, 380–380. <http://dx.doi.org/10.2514/3.2874>. – DOI 10.2514/3.2874. – ISSN 0001-1452

**Guzzella 2010**

GUZZELLA, Lino: *Konkrete Ansätze zur Verbrauchsreduktion bei Automobilen (Teil 2)*. <http://blogs.ethz.ch/klimablog/2010/06/03/konkrete-ansatze-zur-verbrauchsreduktion-bei-automobilen-teil-2/>.  
Version: 2010

**Harzheim 2008**

HARZHEIM, Lothar: *Strukturoptimierung : Grundlagen und Anwendungen*. 1. Aufl. Frankfurt am Main, Germany : Deutsch, 2008. – 1–396 S. <http://www.gbv.de/dms/ilmenau/toc/548623414.PDF>. – ISBN 978-3-8171-1809-0

**Häußler 2005**

HÄUSSLER, Pascal: *Ein neuer Prozess zur parameterfreien Formoptimierung dynamisch beanspruchter Bauteile in mechanischen Systemen auf Basis von Lebensdaueranalysen und hybriden Mehrkörpersystemen*. Karlsruhe, Universität Karlsruhe, Dissertation, 2005. – 1–173 S.

**Häußler et al. 2001**

HÄUSSLER, Pascal ; EMMRICH, Dieter ; MÜLLER, Ottmar ; ILZHÖFER, Bernd ; NOWICKI, Lukas ; ALBERS, Albert: Automated Topology Optimization of Flexible Components in Hybrid Finite Element Multibody Systems using ADAMS/Flex and MSC. Construct. In: *Proceedings of the ADAMS European User's Conference*. Berchtesgaden, Germany, 2001, 1–16

**Häußler et al. 2004**

HÄUSSLER, Pascal ; MINX, Johannes ; EMMRICH, Dieter ; ALLINGER, Peter: Topology optimization of dynamically loaded parts in mechanical systems: coupling of MBS, FEM and structural optimization. In: *Proceedings of the NAFEMS Seminar-Analysis of Multi-body systems using FEM and MBS*. Wiesbaden, Germany, 2004, 1–11

**Heimann et al. 2007**

HEIMANN, Bodo ; GERTH, Wilfried ; POPP, Karl: *Mechatronik : Komponenten - Methoden - Beispiele*. 3. München, Germany : Fachbuchverlag Leipzig im Carl-Hanser-Verlag, 2007. – 1–399 S. <http://swb.bsz-bw.de/DB=2.1/PPN?PPN=253546400>. – ISBN 3–446–40599–2

**Hessenauer 2014**

HESSENAUER, Benjamin: *Ansätze zum methodischen Systemleichtbau und dessen Unterstützung durch numerische Topologieoptimierung bei dynamischer Belastung*, IPEK - Institut für Produktentwicklung, Karlsruher Institut für Technologie, Dissertation, 2014

**Holzmann et al. 2010**

HOLZMANN, Günther ; MEYER, Heinz ; SCHUMPICH, Georg ; MEYER, Heinz (Hrsg.) ; SCHUMPICH, Georg (Hrsg.): *Technische Mechanik Kinematik und Kinetik*. 10. Auflag. Wiesbaden, Germany : Vieweg+Teubner, 2010. – 1–330 S. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-9762-6>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-9762-6>. – ISBN 978–3–8348–0826–4

**Houghton et al. 2001**

HOUGHTON, J. T. ; DING, Y. ; GRIGGS, D. J.: Climate change 2001: the scientific basis. In: *Cambridge University Press, Cambridge, England* (2001), 1–94. [http://www.acrim.com/\\$\delimiter"026E30F\\$/ReferenceFiles/CLIMATECHANGE2001-TheScientificBasis.pdf](http://www.acrim.com/$\delimiter)

**Hubka 1984**

HUBKA, Vladimir: *Theorie technischer Systeme : Grundlagen einer wissenschaftlichen Konstruktionslehre*. 2., völlig. Berlin, Germany : Springer Verlag, 1984 (Hochschultext). – 1–211 S. – ISBN 3–540–12953–7

**Husty et al. 1997**

HUSTY, M. ; KARGER, A. ; SACHS, H. ; STEINHILPER, W.: *Kinematik und Robotik*. Berlin, Germany : Springer Verlag, 1997. – 1–633 S. <http://media.obvsg.at/AC02076720-1001>. – ISBN 3–540–63181–X

**Icea-project(eu) 2012**

ICEA-PROJECT(EU): *Industrieroboter*. <http://iceaproject.eu/industrieroboter.html>. Version:2012

**IEA 2010**

IEA: Energy Balances of Non-OECD Countries. Paris, France, 2010. – Forschungsbericht

**IPEK 2011**

IPEK: *Powertrain in the Loop: IPEK weiht neuen Prüfstand ein*. <http://www.kit.edu/besuchen/8178.php>. Version:2011

**Kinkel 2005**

KINKEL, Steffen: Anforderungen an die Fertigungstechnik von morgen / Mitteilung aus der Produktionsinnovationserhebung - Fraunhofer Institut System- und Innovationsforschung. Karlsruhe, Germany, September 2005. – Forschungsbericht

**Klein 2012**

KLEIN, B.: *FEM: Grundlagen und Anwendungen der Finite-Element-Methode im Maschinen- und Fahrzeugbau*. Wiesbaden, Germany : Vieweg+Teubner Verlag, 2012 (Studium Technik). <http://books.google.de/books?id=AvXveh22MJsC>. – ISBN 9783834816030

**Klüger 2011**

KLÜGER, Peter: Energieeffiziente Produktion mit KUKA Robotern am Beispiel des Karosseriebaus / KUKA Roboter GmbH. Augsburg, Germany, 2011. – Forschungsbericht

**Kober 2011**

KOBER, Markus: *Ein Beitrag zur strukturmechanischen Optimierung realer Bauteile in metallischer und Faserverbundbauweise unter Verwendung von wirkebenenbasierten Bruchkriterien*, Universität Cottbus, Dissertation, 2011. – 1–253 S.

**Koschnick 1993**

KOSCHNICK, Wolfgang J.: *Standardwörterbuch für die Sozialwissenschaften*. Band 2. München [u.a.], Germany : Saur, 1993. – ISBN 3–598–10866–4

**Kroll et al. 2011**

KROLL, L. ; BLAU, P. ; WABNER, M. ; FRIESS, U. ; EULITZ, J. ; KLÄRNER, M.: Lightweight components for energy-efficient machine tools. In: *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology* 4 (2011), Januar, Nr. 2, 148–160. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cirpj.2011.04.002>. – DOI 10.1016/j.cirpj.2011.04.002. – ISSN 17555817

**Kroll et al. 2010**

KROLL, L. ; BLAU, P. ; WABNER, M. ; FRIESS, U. ; KLÄRNER, M. ; EULITZ, J.: Leichtbaukomponenten für energieeffiziente Werkzeugmaschinen Einleitung Einflüsse von Leichtbaumaßnahmen auf die Energieeffizienz von Werkzeugmaschinen. In: *Proceedings of the 1. Internationales Kolloquium des Spitzentechnologieclusters eniPROD*, 2010, 1–26

**KUKA Roboter GmbH 2011**

KUKA ROBOTER GMBH: *Spezifikation des KR 5 arc*. <http://www.kuka-robotics.com/>. Version: 2011

**Kuypers 2002**

KUYPERS, Friedhelm: *Physik für Ingenieure und Naturwissenschaftler*. 2. überarb. Weinheim, Germany : Wiley-VCH, 2002 (Verdammt clever!). – ISBN 3–527–40368–x

**Lee 2012**

LEE, Hyun W.: *Application of Target Value Design to Energy Efficiency Investments*, University of California, Berkeley, Dissertation, 2012. – 1–184 S.

**Leutenecker et al. 2013**

LEUTENECKER, B ; LOHMEYER, Q ; MEBOLDT, M: Konstruieren mit generativen Fertigungsverfahren-Gestalterische Lösungen für die Substitution von Serienbauteilen. In: *Proceedings of Design for X*, 2013, 87–106

**Maier 2011**

MAIER, Thomas: *Forschungsberichte Thomas Maier Ein Beitrag zur Erstellung komplexer strukturdynamischer Simulationsmodelle und deren Validierung mittels der 3D-Laservibrometrie A contribution to the generation of complex structure dynamic simulation models and their*, IPEK - Institut für Produktentwicklung, Karlsruher Institut für Technologie, Diss., 2011. – 1–198 S.

**Martha & Köhler 2011**

MARTHA, Alexander ; KÖHLER, Peter: Ansätze zur Verbesserung von Qualität und Wirtschaftlichkeit bei generativen Verfahren durch Optimierung des Pre-Processes. In: *RTejournal* (2011), Nr. 8, 1–10. <http://www.rtejournal.de/ausgabe8/2994/Martha.pdf/?searchterm=>

**Martin et al. 2013**

MARTIN, Paul ; ALBERS, Albert ; PLY, Johnny: Energy efficiency as design objective using utility-based indicators. In: *Proceedings of the 19th International Conference on Engineering Design - ICED13*. Seoul, Korea, August 2013, S. 1–9

**Masing & Pfeifer 2007**

MASING, Walter (Hrsg.) ; PFEIFER, Tilo (Hrsg.): *Handbuch Qualitätsmanagement*. 5., vollst. München, Germany : Hanser, 2007. – 1–1064 S. – ISBN 978–3–446–40752–7

**Mathiesen 2002**

MATHIESEN, Sven: *Ein Beitrag zur Basisdefinition des Elementmodells "Wirkflächenpaare & Leitstützstrukturen zum Zusammenhang von Funktion und Gestalt technischer Systeme*, IPEK - Institut für Produktentwicklung, Universität Karlsruhe (TH), Dissertation, 2002

**Mattes & Schröter 2011**

MATTES, Katharina ; SCHRÖTER, Marcus: *Wirtschaftlichkeitsbewertung : Bewertung der wirtschaftlichen Potenziale von energieeffizienten Anlagen und Maschinen Inhaltsverzeichnis*. Karlsruhe, Germany : Fraunhofer-Institut für System- und Innovationsforschung ISI, 2011. – Forschungsbericht. – 1–23 S.

**Mayrhofer & Steinwender 2014**

MAYRHOFER, Walter ; STEINWENDER, Arko: *Produktion in der Wolke: Vom 3DDrucker zum "4th party production provider"*. Version: 2014. [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-01032-4\\_14](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-01032-4_14). In: GRANIG, Peter (Hrsg.) ; HARTLIEB, Erich (Hrsg.) ; LERCHER, Hans (Hrsg.): *Innovationsstrategien*. Wiesbaden, Germany : Springer Fachmedien, 2014. – DOI 10.1007/978-3-658-01032-4\_14. – ISBN 978-3-658-01031-7, 229–239

**Meirovitch 1998**

MEIROVITCH, L.: 21 *Assembling Reduced-Order Substructural Models*. Version: 1998. <http://www.colorado.edu/engineering/CAS/courses.d/IADYN.d/>. In: *Principles and Techniques of Vibrations - Introduction to Dynamics of Aerospace Structures*. 1998

**Meske et al. 2000**

MESKE, Ralf ; SAUTER, Jürgen ; FRIEDRICH, Matthias: *Topologie- und Gestaltoptimierung mit CAOSS und ABAQUS*. In: *Proceedings of the Abaqus Anwendertreffen*. Winterthur, Switzerland, September 2000, S. 1–25

**Meyer 2004**

MEYER, Ruth: *Verben zur Formulierung von Lernzielen*. <http://www.hep-verlag.ch/mat/lehrenkompakt/>. Version: 2004

**Michell 1904**

MICHELL, Anthony George M.: *The Limits of Economy of Material in Frame-Structures*. In: *Philosophical Magazine* 8 (1904), Nr. 47, S. 175–177

**Mlejnek & Schirmacher 1993**

MLEJNEK, Hans-Peter ; SCHIRRMACHER, R.: *An engineer's approach to optimal material distribution and shape finding*. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 106 (1993), Juli, Nr. 1-2, 1–26. [http://dx.doi.org/10.1016/0045-7825\(93\)90182-W](http://dx.doi.org/10.1016/0045-7825(93)90182-W). – DOI 10.1016/0045-7825(93)90182-W. – ISSN 00457825

**MSC.Software 2011**

MSC.SOFTWARE: *MD Nastran 2011 & MSC Nastran 2011 Linear Static Analysis Users Guide*. 2011. – 1–774 S. – ISBN 0369111222

**MSC.Software 2012a**

MSC.SOFTWARE: Theoretical Background - C ++ Version of Adams / Solver. In: *ADAMS Reference Guide*. 2012, S. 1–383

**MSC.Software 2012b**

MSC.SOFTWARE: Theoretical Background - Theory of Flexible Bodies. In: *ADAMS Reference Guide*. 2012, S. 1–26

**Müller 2007**

MÜLLER, Marco: *Reifegradbasierte Optimierung von Entwicklungsprozessen am Beispiel der produktionsbezogenen Produktabsicherung in der Automobilindustrie*, Universität des Saarlandes, Diss., 2007

**Müller 2005**

MÜLLER, Ottmar: *Entwicklung der systembasierenden komponentenoptimierung zur unterstützung durchgängiger analysemethoden im produktentwicklungsprozess*. Karlsruhe, IPEK - Institut für Produktentwicklung, Universität Karlsruhe (TH), Dissertation, 2005. – 1–147 S.

**Müller et al. 1999**

MÜLLER, Ottmar ; HÄUSSLER, Pascal ; LUX, Ralph ; ILZHÖFER, Bernd ; ALBERS, Albert: Automated coupling of MDI/ADAMS and MSC. CONSTRUCT for the topology and shape optimization of flexible mechanical systems. In: *Proceedings of the ADAMS users conference*. Berlin, Germany, 1999, S. 1–14

**Neuber 1971**

NEUBER, Heinz: *Zur Optimierung der Spannungskonzentration*. Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaft, 1971 (Sonderdruck aus den Sitzungsberichten). – ISBN 9783769646139

**Neugebauer et al. 2010**

NEUGEBAUER, R. ; WABNER, M. ; RENTZSCH, H. ; SCHEFFLER, C. ; KOLESNIKOV, A.: Development Approaches for Energy Efficient Machine Tool Structures. In: *IMS2020- Proceedings from the IMS2020 Summer School on Sustainable Manufacturing* (2010). <http://tapironline.no/last-ned/407>

**Ottarson et al. 1998**

OTTARSON, Gisli ; MOORE, Greg ; MINEN, Diego: MDI/ADAMS-MSC/NASTRAN Integration Using Component Mode Synthesis. In: *MSC Americas Users' Conference* Citeseer, 1998

**Ottnad 2009**

OTTNAD, Jens: *Topologieoptimierung von Bauteilen in dynamischen und geregelten Systemen*, IPEK - Institut für Produktentwicklung, Karlsruher Institut für Technologie, Dissertation, 2009. – 1–221 S.

**Pashkevich et al. 2005**

PASHKEVICH, Anatol ; CHABLAT, Damien ; WENGER, P.: Kinematics and workspace analysis of a three-axis parallel manipulator: the Orthoglide. In: *Robotica* 24 (2005), November, Nr. 01, 1–39. <http://dx.doi.org/10.1017/S0263574704000347>. – DOI 10.1017/S0263574704000347. – ISSN 0263–5747

**Pashkevich et al. 2009**

PASHKEVICH, Anatol ; CHABLAT, Damien ; WENGER, Philippe: Design optimization of parallel manipulators for high-speed precision machining applications. In: *Proceedings of the 13th IFAC Symposium on Information Control Problems in Manufacturing*. Moscow (Russia), 2009, S. 3–5

**Pedersen & Allinger 2006**

PEDERSEN, Claus ; ALLINGER, Peter: Industrial Implementation and Applications of Topology Optimization and Future Needs. In: BENDSØE, Martin P. (Hrsg.) ; OLHOFF, Niels (Hrsg.) ; SIGMUND, Ole (Hrsg.): *Proceedings of the IUTAM Symposium on Topological Design Optimization of Structures, Machines and Materials* Bd. 137, Springer Netherlands, 2006 (Solid Mechanics and Its Applications). – ISBN 978–1–4020–4729–9, 229–238

**Pehnt 2010**

PEHNT, Martin: *Energieeffizienz*. Berlin / Heidelberg, Germany : Springer Verlag, 2010. – 1–34 S. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-14251-2>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-14251-2>. – ISBN 978–3–642–14250–5

**Petry 2012**

PETRY, Siegfried: *Trägheit, Masse, Kraft - Axiomatische Grundlagen der Dynamik - Wikibooks, Sammlung freier Lehr-, Sach- und Fachbücher*. [http://de.wikibooks.org/wiki/Trägheit,\\_Masse,\\_Kraft\\_-\\_Axiomatische\\_Grundlagen\\_der\\_Dynamik](http://de.wikibooks.org/wiki/Trägheit,_Masse,_Kraft_-_Axiomatische_Grundlagen_der_Dynamik). Version: 2012

**Pfeifer et al. 1996**

PFEIFER, T. ; FORKERT, S. ; SIEGLER, S.: Transparente Projektreife in der Entwicklung. In: *Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb : ZWF* 91 (1996), Nr. 11, S. 564–568. – ISSN 0947–0085

**Pinner et al. 2013**

PINNER, Tobias ; BERGER, Jan ; STIER, Christian ; GEIER, Martin ; ALBERS, Albert: Gesamtfahrzeugvalidierung mit Schaltroboter. In: *AutomobilKONSTRUKTION* (2013), Nr. 02/2013, S. 40–41

**P.I.c. 2010**

P.L.C., BP: BP Statistical Review of World Energy. Version: 2010. <http://www.bp.com/statisticalreview>. London, England, 2010. – Forschungsbericht

**P.I.c. 2013**

P.L.C., BP: BP Statistical Review of World Energy. Version: 2013. <http://www.bp.com/statisticalreview>. London, England, 2013. – Forschungsbericht

**Prager & Rozványi 1977**

PRAGER, William ; ROZVÁNYI, G. I. N.: Optimization of structural geometry. In: *Dynamical Systems* (1977), S. 265–293

**Rahmstorf & Schellnhuber 2012**

RAHMSTORF, Stefan ; SCHELLNHUBER, Hans-Joachim: *Der Klimawandel*. München, Germany : Beck, 2012. – 1–144 S. <http://d-nb.info/1018446249/04>. – ISBN 978-3-406-63385-0

**Rath et al. 2011**

RATH, Karola ; BIRKHOFFER, Herbert ; BOHN, Andrea: Which Guidline is Most Relevant? Introduction of a Pragmatic Design for Energy Efficiency Tool. In: *Proceedings of the 18th International Conference on Engineering Design (ICED 11)*. Lyngby/Copenhagen, Denmark, August 2011

**e.V. REFA 1985**

REFA, Verband für Arbeitsstudien u. B.: *Methodenlehre des Arbeitsstudiums*. Bd. 3: Kostenr. 7. Aufl. München, Germany : Hanser, 1985. – ISBN 3-446-14236-3

**Rieg & Hackenschmidt 2000**

RIEG, Frank ; HACKENSCHMIDT, Reinhard: *Finite-Elemente-Analyse für Ingenieure : eine leicht verständliche Einführung*. München, Germany : Hanser, 2000. – 1–367 S. – ISBN 3-446-21315-5

**Rill & Schaeffer 2010**

RILL, Georg ; SCHAEFFER, Thomas ; SCHAEFFER, Thomas (Hrsg.): *Grundlagen und Methodik der Mehrkörpersimulation*. 1. Auflage. Wiesbaden, Germany : Vieweg+Teubner, 2010. – 1–220 S. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-9737-4>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-8348-9737-4>. – ISBN 978-3-8348-0888-2

**Robots 2011**

ROBOTS, RobotWorx: *Pick and Place Industrial Robots - Video*. [http://www.metacafe.com/watch/6256737/pick\\_and\\_place\\_industrial\\_robots/](http://www.metacafe.com/watch/6256737/pick_and_place_industrial_robots/). Version: 2011

**Rodenacker 1991**

RODENACKER, Wolf G.: *Konstruktionsbücher ; 27. Bd. 27: Methodisches Konstruieren : Grundlagen, Methodik, praktische Beispiele*. 4., überar. Berlin, Germany : Springer Verlag, 1991. – 1–336 S. – ISBN 3-540-53977-8

**Ropohl 2009**

ROPOHL, Günter: Allgemeine Technologie : eine Systemtheorie der Technik. In: *KIT Scientific Publishing - Working Paper* (2009). <http://digbib.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/1000011529>. ISBN 978-3-86644-374-7

**Roth 1994a**

ROTH, Karlheinz: Konstruieren mit Konstruktionskatalogen I. Version:2. Aufl., 1994. <http://swb.bsz-bw.de/DB=2.1/PPN?PPN=039801497><http://swb.bsz-bw.de/DB=2.1/FAM?PPN=039801497>. In: *Konstruktionslehre* Bd. 1 H1 - Hoc. 2. Aufl., Berlin, Germany : Springer Verlag, 1994. – ISBN 3–540–57324–0, 1–440

**Roth 1994b**

ROTH, Karlheinz: Konstruieren mit Konstruktionskatalogen II. Version:2. Aufl., 1994. <http://swb.bsz-bw.de/DB=2.1/PPN?PPN=039801624><http://swb.bsz-bw.de/DB=2.1/FAM?PPN=039801624>. In: *Konstruktionslehre* Bd. 2. 2. Aufl., Berlin, Germany : Springer Verlag, 1994. – ISBN 3–540–57656–8, 1–473

**Rozványi 1976**

ROZVÁNYI, G. I. N.: Optimal design of flexural systems. In: *Pergamon, Oxford (russian translation Stroiizdat, Moscow, 1980)*, 1976

**Rozványi 2008**

ROZVÁNYI, G. I. N.: A critical review of established methods of structural topology optimization. In: *Structural and Multidisciplinary Optimization* 37 (2008), Februar, Nr. 3, 217–237. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-007-0217-0>. – DOI 10.1007/s00158-007-0217-0. – ISSN 1615–147X

**Rubio et al. 2011**

RUBIO, Francisco ; VALERO, Francisco ; SUNYER, Joseph L. ; CUADRADO, Juan I.: Optimal time trajectories for industrial robots with torque, power, jerk and energy consumed constraints. In: *Industrial Robot: An International Journal* 39 (2011), Nr. 1, S. 10. – ISSN 0143–991X

**Sander et al. 2013a**

SANDER, Christian ; KELLNER, Michael ; ALBERS, Albert: Design for Energy Efficiency: Structural Optimization Process for Mechanical Parts in Dynamic Systems. In: *Proceedings of the NAFEMS World Congress 2013*. Salzburg, Austria, Juni 2013, S. 1–19

**Sander et al. 2012**

SANDER, Christian ; PETRICH, Dominik ; ALBERS, Albert: Erweiterte Topologieoptimierung zur Steigerung der Energieeffizienz bei dynamisch bewegten Bauteilen. In: *Proceedings of the Deutschsprachige NAFEMS Konferenz: Berechnung und Simulation - Anwendungen, Entwicklungen, Trends*. Bamberg, Germany, Mai 2012

**Sander et al. 2013b**

SANDER, Christian ; PETRICH, Dominik ; ALBERS, Albert: Extended Topology Optimization - two factors to decrease energy consumption of structural parts during dynamic movements. In: *KIT Scientific Publishing - Working Paper* 13 (2013), November, 1–20. <http://digbib.ubka.uni-karlsruhe.de/volltexte/1000036949>. – ISSN 2194–1629

**Sander et al. 2013c**

SANDER, Christian ; YANG, Tingting ; ALBERS, Albert: Design for Energy Efficiency: New Structural Optimization Process for a Robot Shifter. In: *Proceedings of the International Conference on Innovative Technologies*. Budapest, Hungary, September 2013, S. 1–4

**Sauter 1991**

SAUTER, Jürgen: Beanspruchungsminimierung von Bauteilen durch Gestaltoptimierung mit biologischer Intelligenz. In: *Proceedings of the Ansys-Users-Meeting 1991*. Bamberg, Germany, Oktober 1991

**Schapitz 1963**

SCHAPITZ, Eberhard: *Festigkeitslehre für den Leichtbau: Die Berechnung versteifter Schalen und Vollwandsysteme auf Grund der Forschungen aus dem Metallflugzeugbau*. 2. Auflage. Düsseldorf, Germany : VDI-Verlag, 1963

**Schiehlen 2006**

SCHIEHLEN, Werner: Computational dynamics: theory and applications of multibody systems. In: *European Journal of Mechanics - A/Solids* 25 (2006), Juli, Nr. 4, 566–594. <http://dx.doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.euromechsol.2006.03.004>. – DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.euromechsol.2006.03.004>. – ISSN 0997–7538

**Schiehlen & Eberhard 2012**

SCHIEHLEN, Werner ; EBERHARD, Peter: *Technische Dynamik : rechnergestützte Modellierung mechanischer Systeme im Maschinen- und Fahrzeugbau*. 3. Auflage. Wiesbaden, Germany : Vieweg+Teubner, 2012. – ISBN 978–3–8348–1492–0

**Schnack 1978**

SCHNACK, Eckart: *Ein Iterationsverfahren zur Optimierung von Spannungskonzentrationen*, University of Kaiserslautern, Habilitation, 1978

**Schramm & Zhou 2006**

SCHRAMM, Uwe ; ZHOU, Ming: Recent Developments in the Commercial Implementation of Topology Optimization. In: BENDSØE, Martin P. (Hrsg.) ; OLHOFF, Niels (Hrsg.) ; SIGMUND, Ole (Hrsg.): *IUTAM Symposium on Topological Design Optimization of Structures, Machines and Materials*, Springer Netherlands, 2006, 239–248

**Schröder et al. 2008**

SCHRÖDER, Jörg ; GROSS, Dietmar ; HAUGER, Werner ; WALL, Wolfgang: *Technische Mechanik 3*. 10. Auflage. Berlin, Germany : Springer Verlag, 2008. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-68424-4>. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-68424-4>. – ISBN 978–3–540–68422–0

**Schröter et al. 2009**

SCHRÖTER, Marcus ; WEISSFLOCH, Ute ; BUSCHAK, Daniela: Energieeffizienz in der Produktion: Wunsch oder Wirklichkeit? Energieeinsparpotenziale und Verbreitungsgrad energieeffizienter Techniken. Version: 2009. <http://hdl.handle.net/10419/29650>. Karlsruhe : Fraunhofer ISI, 2009 (51). – Mitteilungen aus der ISI-Erhebung zur Modernisierung der Produktion

**Schwertassek et al. 1999**

SCHWERTASSEK, Richard ; WALLRAPP, Oskar ; SHABANA, Ahmed A.: Flexible Multibody Simulation and Choice of Shape Functions. In: *Nonlinear Dynamics* 20 (1999), Nr. 4, 361–380. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1008314826838>. – DOI 10.1023/A:1008314826838. – ISSN 0924–090X

**Shabana 2010**

SHABANA, Ahmed A.: *Dynamics of Multibody Systems*. 3rd. Cambridge University Press, 2010. – 1–386 S. – ISBN 0521154227

**Sitte & Wohlschlägl 2001**

SITTE, W. ; WOHLSCHLÄGL, H.: *Beiträge zur Didaktik des "Geographie und Wirtschaftskunde Unterrichts"*. 16. Wien, Austria : Institut für Geographie und Regionalforschung, 2001. – 1–564 S. – ISBN 978–3–900830–62–5

**Sweeney et al. 2013**

SWEENEY, Jillian C. ; KRESLING, Johannes ; WEBB, Dave ; SOUTAR, Geoffrey N. ; MAZZAROL, Tim: Energy saving behaviours: Development of a practice-based model. In: *Energy Policy* 61 (2013), Oktober, 371–381. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enpol.2013.06.121>. – DOI 10.1016/j.enpol.2013.06.121. – ISSN 03014215

**Telenko et al. 2008**

TELENKO, Cassandra ; SEEPERSAD, Carolyn C. ; WEBBER, Michael E.: A compilation of design for environment principles and guidelines. In: *Proceedings of the ASME 2008 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference*. New York, USA, August 2008, 1–13

**Thamling et al. 2010**

THAMLING, Nils ; SEEFELDT, Friedrich ; GLÖCKNER, Ulf: Rolle und Bedeutung von Energieeffizienz und Energiedienstleistungen in KMU / Prognos im Auftrag der KfW Bankengruppe. Berlin, 2010. – Forschungsbericht. – 1–60 S.

**Umweltbundesamt 2011**

UMWELTBUNDESAMT: *Nachhaltige Produkte: Produktkennzeichen und Zahlungsbereitschaft*. <http://www.umweltbundesamt-daten-zur-umwelt.de/umweltdaten/public/theme.do?nodeIdent=3536>. Version: 2011

**United Nations 2012**

UNITED NATIONS: *World Population Prospects: The 2012 Revision / Population Division of the Department of Economic and Social Affairs*. Version: 2012. <http://esa.un.org/unpd/wpp/index.htm>. 2012. – Forschungsbericht

**Wanner 2010**

WANNER, Alexander: Minimum-weight materials selection for limited available space. In: *Materials & Design* 31 (2010), Juni, Nr. 6, 2834–2839. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0261306910000154>. – ISSN 0261–3069

**Wenzel 2003**

WENZEL, Stefan: *Organisation und Methodenauswahl in der Produktentwicklung*. München, Diss., 2003. <http://swb.bsz-bw.de/DB=2.1/PPN?PPN=106627066>. – 1–197 S

**Wilson & Grubler 2011**

WILSON, Charlie ; GRUBLER, Arnulf: Lessons from the history of technological change for clean energy scenarios and policies. In: *Proceedings of the Natural Resources Forum* 35 (2011), August, Nr. 3, 165–184. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1477-8947.2011.01386.x>. – DOI 10.1111/j.1477-8947.2011.01386.x. – ISSN 01650203

**Wöhrle et al. 2013**

WÖHRLE, Bernd ; BRAUNER, Roman ; WERNER, Michael ; ALLENDORF, Jeanette ; JURECKA, Florian: Systemleichtbau durch Strukturoptimierung. In: *Lightweight Design* 6 (2013), Mai, Nr. 3, 28–32. <http://dx.doi.org/10.1365/s35725-013-0219-3>. – DOI 10.1365/s35725-013-0219-3. – ISSN 1865–4819

**Worldrobotics 2013**

WORLDROBOTICS: Executive Summary -World Robotics 2013 Industrial Robots. Version:2013. [http://www.worldrobotics.org/uploads/media/Executive\\_Summary\\_WR\\_2013.pdf](http://www.worldrobotics.org/uploads/media/Executive_Summary_WR_2013.pdf). 2013. – Forschungsbericht

**Woschke et al. 2007**

WOSCHKE, Elmar ; DANIEL, Christian ; STRACKELJAN, Jens: Reduktion elastischer Strukturen für MKS Anwendungen. In: *Proceedings of the Magdeburger Maschinenbau-Tage*, 2007, S. 1–9



# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name: Christian Sander  
Geburtsdatum: 03. April 1984  
Geburtsort: Berlin  
Staatsangehörigkeit: deutsch  
Familienstand: verheiratet

## Bildungsgang

1990 – 1992 Grundsule Seefeld, Niedersachsen (Grundschule)  
1992 – 1994 August Bebel Grundschule Steinpleis, Sachsen (Grundschule)  
1994 – 1996 Alexander von Humboldt Gymnasium, Werdau, Sachsen (Gymnasium)  
1996 – 2003 Max – Planck – Gymnasium Karlsruhe, Baden-Württemberg  
(Abschluss: Allgemeine Hochschulreife)  
2003 – 2009 Studium des Maschinenbaus mit Vertiefungsrichtung Produktentwicklung und Konstruktion an der Universität Karlsruhe (TH) (Abschluss: Diplom)

## Berufstätigkeit

2005 – 2006 Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Produktionstechnik (wbk), Universität Karlsruhe (TH)  
2007 – 2007 Fachpraktikum im Bereich der Strömungssimulation bei GIW-Industries in Grovetown, GA, USA  
2007 – 2009 Wissenschaftliche Hilfskraft am IPEK – Institut für Produktentwicklung; ehemals Institut für Maschinenkonstruktionslehre und Krafffahrzeugbau, Universität Karlsruhe (TH)  
seit 07/2009 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am IPEK - Institut für Produktentwicklung, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)