

# **Beleuchtungsverfahren zur problemspezifischen Bildgewinnung für die automatische Sichtprüfung**

zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktors der Ingenieurwissenschaften

von der Fakultät für Informatik  
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

**genehmigte**

**Dissertation**

von

**Robin Gruna**

aus Öhringen

Tag der mündlichen Prüfung:

02. Dezember 2013

Erster Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. Jürgen Beyerer

Zweiter Gutachter:

Prof. Dr. Bernd Jähne





Für Natalie und Zoé



# Danksagungen

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Interaktive Echtzeitsysteme des Karlsruher Instituts für Technologie KIT in enger Kooperation mit dem Fraunhofer-Institut für Optronik, Systemtechnik und Bildverarbeitung (IOSB).

Herrn Professor Dr.-Ing. Jürgen Beyerer, Institutsleiter des Fraunhofer IOSB, danke ich für sein Vertrauen in meine Arbeit und die intensive wissenschaftliche Förderung in dieser Zeit. Herrn Professor Dr. Bernd Jähne, koordinierender Direktor des Heidelberg Collaboratory for Image Processing (HCI), gilt mein Dank für sein großes Interesse an der behandelten Thematik und die freundliche Übernahme des Korreferats.

Meinen ehemaligen Kollegen am Lehrstuhl für Interaktive Echtzeitsysteme möchte ich für die freundschaftliche und anregende Arbeitsatmosphäre aber auch für die fröhlichen Lagerfeuerabende auf den Sommerseminaren danken. Insbesondere möchte ich mich hier bei meinem ehemaligen Büronachbarn Dr.-Ing. Martin Grafmüller für die wertvollen fachlichen Diskussionen und die angenehme Zeit bedanken. In gleicher Weise gilt mein besonderer Dank Dr.-Ing. Christian Frese für sein sorgfältiges Korrekturlesen des Manuskripts, zum Teil während seines Sommerurlaubs, und seine wertvollen Kommentare.

Herzlich bedanken möchte ich mich auch bei allen meinen Kollegen der Abteilung Sichtprüfsysteme des Fraunhofer IOSB für die ausgesprochen freundliche Zusammenarbeit und moralische Unterstützung in den vergangenen Jahren. Insbesondere dem Abteilungsleiter Professor Dr.-Ing. Thomas Längle danke ich für seine kontinuierliche Förderung und die Zurverfügungstellung von Freiräumen für meine wissenschaftliche Arbeit. Ebenso gilt mein besonderer Dank meinem Kollegen Dr. Kai-Uwe Vieth für seine freundschaftliche Unterstützung und die zahlreichen Gelegenheiten zum Gedankenaustausch.

---

Größter Dank gilt meiner Frau Natalie für ihren bedingungslosen Rückhalt sowie ihre endlose Geduld und Liebe, in einer Zeit, in der sie selbst zahlreiche Entbehrungen hinnehmen musste. Auch meinen Eltern danke ich in ganz besonderem Maße für ihre lebenslange Förderung und Unterstützung in sämtlichen Lebenslagen.

Baden-Baden, im Herbst 2014

Robin Gruna

# Kurzzusammenfassung

Ein zentrales Anliegen der automatischen Sichtprüfung ist es, bereits durch die Bildaufnahme die Information über ein zu prüfendes Objekt optimal darzustellen und in Form „guter“ Inspektionsbilder der nachfolgenden algorithmischen Bildauswertung zur Verfügung zu stellen. Dabei muss die Bildgewinnung stets individuell und problemspezifisch für eine vorliegende Aufgabenstellung entworfen werden, da nur so die Anforderungen an ein automatisches Sichtprüfsystem für den industriellen Einsatz, wie geringe Kosten und eine hohe Verarbeitungsgeschwindigkeit, erfüllt werden können. Von großer Bedeutung ist dabei der Entwurf der Beleuchtung, der viele optische und geometrische Freiheitsgrade besitzt und dadurch zahlreiche technische Umsetzungsmöglichkeiten für eine problemspezifische Bildgewinnung bietet.

In dieser Arbeit wird ein problemspezifischer Beleuchtungsentwurf vorgeschlagen, der durch eine optische, in die physikalische Bildgewinnung vorgelagerte, Merkmalsextraktion motiviert wird. Auf dessen Grundlage wird ein inverses Beleuchtungsverfahren zur optischen Änderungsdetektion entwickelt, durch das Abweichungen von einer zu prüfenden Szene direkt in einem einzelnen Inspektionsbild mit hohem Kontrast-Rausch-Verhältnis abgebildet werden können. Des Weiteren wird ein neuartiger Beleuchtungsansatz zur optischen Merkmalsextraktion durch problemspezifische hemisphärische Lichtfelder vorgestellt. Durch eine gewichtete Superposition von Basisbeleuchtungsmustern können dadurch bereits während der Bildaufnahme aufgabenbezogene linear transformierte Reflektanzmerkmale gewonnen werden, wodurch die Anzahl benötigter Inspektionsbilder signifikant reduziert wird.

Die Evaluation der Verfahren findet durch ein physikalisch motiviertes Kamera- und Beleuchtungsmodell statt, das eine signaltheoretische Beurteilung und einen Vergleich der vorgestellten Methoden zu Standardansätzen ermöglicht. Zudem werden die entwickelten Beleuchtungsverfahren anhand praxisrelevanter Anwendungsbeispiele experimentell validiert. Hierzu erfolgt eine praktische Umsetzung

---

auf verschiedenen Projektor-Kamera-Systemen, die eine orts- bzw. richtungsabhängig Modulation des Beleuchtungslichtfelds ermöglichen.

Für den vorgestellten problemspezifischen Beleuchtungsentwurf können Vorteile in Bezug auf kürzere Prüfzeiten, durch ein reduzierte Anzahl benötigter Inspektionsbilder, als auch hinsichtlich der Bildgewinnung und -auswertung unter suboptimalen Belichtungsverhältnissen gezeigt werden.

# Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	xi
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Motivation und Problemstellung . . . . .	1
1.2. Lösungsansatz und wissenschaftliche Beiträge . . . . .	2
1.3. Gliederung . . . . .	6
<b>2. Stand der Forschung und Technik</b>	<b>9</b>
2.1. Bildgewinnung unter variablen Beleuchtungsrichtungen . . . . .	9
2.1.1. Fotometrische Stereoverfahren . . . . .	10
2.1.2. Gewinnung und Auswertung von Reflektanzmerkmalen	11
2.2. Reflektanzmodellierung in der Computergrafik . . . . .	13
2.2.1. Gonioreflektometrie . . . . .	13
2.2.2. Bildbasierte Reflektanzmodellierungsansätze . . . . .	14
2.2.3. Computational Illumination . . . . .	16
2.3. Optische Bild- und Signalverarbeitung . . . . .	17
2.4. Zusammenfassung . . . . .	18
<b>3. Modellierung der Beleuchtung und Bildentstehung</b>	<b>21</b>
3.1. Radiometrische Konzepte und Größen . . . . .	21
3.1.1. Geometrische Grundlagen . . . . .	22
3.1.2. Radiometrische Größen . . . . .	26
3.1.3. Beleuchtungsmodellierung mittels Lichtfeldern . . . . .	29
3.2. Reflektanzmodellierung . . . . .	30
3.2.1. Explizite Geometriemodellierung . . . . .	30
3.2.2. Implizite Geometriemodellierung . . . . .	37
3.3. Modellierung der Bildentstehung . . . . .	40
3.3.1. Radiometrische Bildentstehung . . . . .	41
3.3.2. Stochastische Bildmodellierung . . . . .	44

<b>4. Optische Änderungsdetektion durch Lichttransportinvertierung</b>	<b>51</b>
4.1. Inverses Beleuchtungsprinzip . . . . .	52
4.2. Bildgewinnung unter räumlich modulierter Beleuchtung . . . .	57
4.2.1. Koaxiales Projektor-Kamera-System . . . . .	57
4.2.2. Radiometrische und stochastische Modellierung der Bild- entstehung . . . . .	60
4.3. Inverse Beleuchtungsmuster zur Änderungsdetektion . . . . .	64
4.3.1. Iterative Lichttransportinvertierung . . . . .	65
4.3.2. Optische Änderungsdetektion . . . . .	68
4.4. Stochastische Analyse und Bewertung des Verfahrens . . . . .	72
4.4.1. Änderungsdetektion als binärer Hypothesentest . . . . .	73
4.4.2. Kontrast-Rausch-Analyse . . . . .	74
4.4.3. Empirische Bewertung . . . . .	83
4.5. Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	86
<b>5. Optische Merkmalsextraktion durch hemisphärische Beleuchtungs- muster</b>	<b>89</b>
5.1. Einleitung . . . . .	89
5.2. Beleuchtungssystem zur Erzeugung richtungsabhängiger Licht- felder . . . . .	91
5.2.1. Geometrische Modellierung . . . . .	91
5.2.2. Radiometrische Bildentstehung . . . . .	96
5.3. Hemisphärische Basisbeleuchtungsmuster . . . . .	100
5.3.1. Impulsförmige Basisbeleuchtung . . . . .	101
5.3.2. Zonale Basisfunktionen . . . . .	104
5.3.3. Trichromatische zonale Basisbeleuchtung . . . . .	109
5.4. Kodierung linearer Transformationen als Beleuchtungsmuster .	112
5.4.1. Lineare Merkmalsextraktion auf Basisbeleuchtungsserien	112
5.4.2. Optische Merkmalsextraktion durch Beleuchtungsmuster	113
5.4.3. Analyse des Signal-Rausch-Verhältnisses . . . . .	116
5.5. Anwendungsbeispiel Materialklassifikation . . . . .	125
5.5.1. Diskriminative Beleuchtungsmuster . . . . .	127
5.5.2. Experimentelle Bewertung des diskriminativen Beleuch- tungsansatzes . . . . .	141
5.6. Anwendungsbeispiel Defektdetektion . . . . .	165
5.6.1. Grundlagen der Ein-Klassen-Klassifikation . . . . .	166
5.6.2. Problemspezifische Beleuchtungsmuster für die Defekt- detektion . . . . .	170



5.6.3. Experimentelle Bewertung und Vergleich der Verfahren	189
5.7. Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	199
<b>6. Abschlussbemerkungen</b>	<b>203</b>
6.1. Zusammenfassung . . . . .	203
6.2. Ausblick . . . . .	204
<b>A. Numerische Lösungen zur diskriminativen Beleuchtung</b>	<b>209</b>
<b>Literaturverzeichnisse</b>	<b>213</b>
Eigene Veröffentlichungen zum Thema . . . . .	213
Betreute studentische Arbeiten . . . . .	215
Verwendete Literatur . . . . .	215



# Symbolverzeichnis

Verwendete Symbole und Abkürzungen nach Reihenfolge ihrer Einführung. Als generelle Notationsvereinbarung sind Symbole zur Bezeichnung von Vektoren und Matrizen in **fetter**, von skalaren Variablen in normaler Schriftstärke gesetzt. Des Weiteren werden Matrizen mit Hilfe eckiger Klammern  $[\cdot]$ , Vektoren mit runden Klammern  $(\cdot)$  definiert.

## Kapitel 1

$\mathbb{O}$	Objektraum
$\mathbb{G}$	Musterraum
$\mathbb{M}$	Merkmalsraum
$Q$	Dimension des Musterraums
$D$	Dimension des Merkmalraums
$\mathcal{L}$	Bildentstehungsoperator
$\mathcal{W}$	Merkmalsextraktionsoperator
<b><math>g</math></b>	vektorielle Bildrepräsentation
<b><math>r</math></b>	vektorielle Objektrepräsentation
<b><math>m</math></b>	vektorielles Bildmerkmal
$\circ$	Verkettungsoperation
$\cong$	isomorph zu
$\text{id}_{\mathbb{G}}$	identische Abbildung des Musterraums $\mathbb{G}$

## Kapitel 2

BRDF	Abk. für bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion (engl. <i>bidirectional reflectance distribution function</i> )
------	---

SVBRDF	Abk. für ortsabhängige bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion (engl. <i>spatially-varying bidirectional reflectance distribution function</i> )
LED	Abk. für Leuchtdiode (engl. <i>light-emitting diode</i> )

### Kapitel 3

$\mathbf{x}$	Ortsvektor $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ im euklidischen Raum $\mathbb{R}^3$
$\mathbb{S}^2$	Einheitskugel im $\mathbb{R}^3$
$\boldsymbol{\omega}$	Richtungsvektor in der Einheitskugel $\mathbb{S}^2$
$\mathcal{R}$	Menge aller Lichtstrahlen
$\mathcal{S}$	Vereinigung aller zweidimensionalen Flächen einer Szene
$\mathbf{u}$	Punkt auf der Fläche $\mathcal{S}$
$\mathbf{n}_{\mathbf{u}}$	normierte Oberflächennormale am Punkt $\mathbf{u}$
$\mathbf{t}_{\mathbf{u}}$	normierte Oberflächentangente am Punkt $\mathbf{u}$
$\mathbf{b}_{\mathbf{u}}$	normierte Oberflächenbitangente am Punkt $\mathbf{u}$
$\mathcal{T}_{\mathbf{u}}$	Tangentialebene des Punkts $\mathbf{u}$
$\mathcal{H}(\mathbf{u})$	obere Richtungshemisphäre bzgl. der Oberflächennormalen $\mathbf{n}_{\mathbf{u}}$ am Punkt $\mathbf{u}$
$\phi$	Azimutwinkel
$\theta$	Polarwinkel
$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{u}}$	Richtungsvektor $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{u}} = (\phi, \theta)^T$ in lokalen hemisphärischen Koordinaten $\phi$ (Azimutwinkel) und $\theta$ (Polarwinkel) bzgl. der Oberflächennormalen $\mathbf{n}_{\mathbf{u}}$
$\mu$	Lebesgue-Maß über $\mathbb{R}$
$A$	Flächenmaß über der Fläche $\mathcal{S}$
$dA(\mathbf{u})$	infinitesimales Flächenelement um Punkt $\mathbf{u}$
$dA_{\boldsymbol{\omega}}^{\perp}(\mathbf{u})$	projiziertes differentielles Flächenelement um Punkt $\mathbf{u}$
$\Gamma$	Teilmenge $\Gamma \subset \mathbb{S}^2$ von Richtungen
$\sigma$	sphärisches Lebesgue-Maß auf der Einheitskugel $\mathbb{S}^2$
$d\sigma(\boldsymbol{\omega})$	differentieller Raumwinkel zur Richtung $\boldsymbol{\omega}$

$\sigma^\perp$	projiziertes Raumwinkelmaß
$d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega})$	projizierter differentieller Raumwinkel zur Richtung $\boldsymbol{\omega}$
$U$	Oberflächenregion $U \subset \mathcal{S}$
$\Delta t$	Zeitintervall
$\Omega$	Strahlungsenergie
$\Phi$	Strahlungsfluss
$\mathcal{E}$	Étendue
$L$	Strahlungsdichte
$E$	Bestrahlungsstärke
$I$	Strahlstärke
$\mathbb{R}_+$	Menge der nichtnegativen reellen Zahlen
$L_{\text{in}}, L_{\text{out}}$	ein- bzw. ausstrahlendes Lichtfeld
$\mathcal{S}_{\text{in}}, \mathcal{S}_{\text{out}}$	Referenzfläche des ein- bzw. ausstrahlenden Lichtfelds
$\mathbf{u}_{\text{in}}, \mathbf{u}_{\text{out}}$	eingestrahler bzw. ausstrahlender Punkt
$\mathcal{H}_{\text{in}}, \mathcal{H}_{\text{out}}$	ein- bzw. ausstrahlende obere Richtungshemisphäre
$\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}$	ein- bzw. ausstrahlende Richtung
$\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$	Objektoberfläche
$L_{\text{out}}^{\text{direkt}}$	ausstrahlendes Lichtfeld bedingt durch direkte Beleuchtung einer Oberfläche
BSSRDF	Abk. für bidirektionale Oberflächenstreuungs-Reflektanzverteilungsfunktion (engl. <i>bidirectional scattering surface reflectance distribution function</i> )
$\rho_{\text{BSSRDF}}$	Funktionsnotation der BSSRDF
$\rho_{\text{BRDF}}$	Funktionsnotation der BRDF
$L_{\text{out}}^{\text{indirekt}}$	ausstrahlendes Lichtfeld bedingt durch indirekte Beleuchtung einer Oberfläche
$\text{trace}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$	Strahlrückverfolgungs-Funktion des Lichtstrahls $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$
$\mathcal{R}$	Reflexionsoperator der Lichttransportgleichung
$\mathcal{G}$	Geometrieoperator der Lichttransportgleichung

$\mathcal{I}$	Identitätsoperator der Lichttransportgleichung
$\mathcal{R}$	Lösungsoperator der Lichttransportgleichung
$R$	Reflektanzfeld
$g$	Bildwert
$E\{\cdot\}$	Erwartungswertoperator
$\bar{g}$	deterministische Bildsignalkomponente
$\tilde{g}$	stochastische Bildsignalkomponente
$T_{\text{cam}}$	geometrische Strahlentransformation der Kameraoptik
$\mathcal{S}_{\text{cam}}$	Sensorebene der Kamera
$L_{\text{cam}}$	einstrahlendes Lichtfeld auf Kamerasensor mit Referenzfläche $\mathcal{S}_{\text{cam}}$
$\Gamma(\mathbf{x})$	Raumwinkel der Austrittspupille sichtbar von dem Punkt $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{\text{cam}}$
$H$	Bestrahlung
$N_{\text{cam}}$	Anzahl der Kamerasensorelemente
$\mathcal{P}$	fotosensitive Fläche eines Kamerasensorelements
$\mathcal{E}_{\text{ph}}$	Energie eines einzelnen Photons
$E_0$	normale Bestrahlungsstärke
$n_{\text{pe}}$	Anzahl von Photoelektronen
$\alpha$	Quanteneffizienz
$\bar{n}_{\text{pe}}$	mittlere Photoelektronenanzahl
$P_{\text{Poisson}}(\lambda)$	Poissonverteilung mit Verteilungsparameter $\lambda$
$\sim$	verteilt gemäß
$\text{Var}\{\cdot\}$	Varianz
$p_{\text{Ber}}$	Erfolgswahrscheinlichkeit eines Bernoulli-Experiments
$n_{\text{read}}$	Schaltungsrauschen
$\gamma$	Systemverstärkung
$\tilde{g}_{\text{pe}}(\bar{g})$	stochastische Bildsignalkomponente durch Schrotrauschen abhängig von $\bar{g}$

$\tilde{g}_{\text{read}}$	stochastische Bildsignalkomponente durch Schaltungsrauschen
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis (Variable)
SNR	Abk. für Signal-Rausch-Verhältnis
$SNR_{\text{pe}}$	Signal-Rausch-Verhältnis bei dominierendem Schrotrauschen
$SNR_{\text{read}}$	Signal-Rausch-Verhältnis bei dominierendem Schaltungsrauschen
$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	(Gauß'sche) Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu$ und Varianz $\sigma^2$
$\tilde{\sim}$	näherungsweise verteilt gemäß

## Kapitel 4

$\mathbf{x}_{\text{cam}}$	Punkt auf der Kamerasensorebene $\mathcal{S}_{\text{cam}}$
$d_{\mathbf{x}_{\text{cam}}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$	Disparität zwischen projizierter Markerposition $\mathbf{u}_{\text{in}}$ und gemessener Markerposition $\mathbf{x}_{\text{cam}}$
$\mathbf{d}_{\mathbf{x}_{\text{cam}}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$	vektorielle Disparität
$\mathbf{T}_{\text{poly}}$	geometrische polynomiale Korrekturtransformation
$\mathbf{T}_{\text{pro}}$	geometrisch-optische Eigenschaften des Projektors
$R^{\square}$	pixelbezogenes Reflektanzfeld
$N_{\text{pro}}$	Anzahl der Flüssigkristallzellen des Projektors
$\mathbf{l}$	vektorielle Repräsentation des Lichtfelds
$\mathbf{r}$	vektorielle Repräsentation des Reflektanzfelds
$\delta_{j,i}$	Kronecker-Delta: $\delta_{j,i} := \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$
$g_{\text{const}}$	Bildwert eines konstanten Bilds
$r(\lambda)$	Reflektanzfaktor abhängig von der Wellenlänge $\lambda$
$\mathcal{W}$	spektraler Wellenlängenbereich des Projektors
$Q_{\text{pro}}$	Menge der Farbkanäle des Projektors

$h_{c_{\text{pro}}}(\lambda)$	spektrale Kennlinie des Projektorfarbkanals $c_{\text{pro}} \in Q_{\text{pro}}$
$l(\lambda)$	wellenlängenabhängige Projektorbeleuchtung
$l_{c_{\text{pro}}}$	Strahlungsdichte des Projektorfarbkanals $c_{\text{pro}} \in Q_{\text{pro}}$
$\mathbf{l}_{\text{rgb}}$	trichromatischer Beleuchtungsvektor
$Q_{\text{cam}}$	Menge der Farbkanäle der Kamera
$f_{c_{\text{pro}}}(\lambda)$	spektrale Empfindlichkeit des Farbkanals $c_{\text{cam}} \in Q_{\text{cam}}$ der Kamera
$\mathbf{R}_{\text{rgb}}$	Farbmischungsmatrix
$\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}}$	deterministischer trichromatischer Bildwert
$\beta$	Dämpfungsfaktor des Richardson-Iterationsverfahrens
$\kappa_{\text{max}}$	größter Eigenwert der Matrix $\mathbf{R}_{\text{rgb}}$
$\mathbf{g}_{\text{const}}$	mehrdimensionaler, z. B. trichromatischer, Bildwert eines konstanten Bildes
$\mathbf{l}_I$	inverse Beleuchtung
$\varepsilon_k$	Residuum der Richardson-Iteration $k$
$\mathcal{L}_I$	Bildentstehungsoperator unter inverser Beleuchtung
$\mathbf{m}_I$	mehrdimensionales Bildmerkmal durch inverse Beleuchtung
$H_0$	Nullhypothese
$H_1$	Alternativhypothese
$p(\mathbf{m}   H)$	Wahrscheinlichkeitsdichte von $\mathbf{m}$ unter Hypothese $H$
$\Lambda(\mathbf{m})$	Likelihood-Quotient der Zufallsvariablen $\mathbf{m}$
$\tau_\Lambda$	Schwellwert des Likelihood-Quotienten-Tests für $\Lambda(\mathbf{m})$
$\varepsilon_1$	Fehlalarmwahrscheinlichkeit
KRV	Kontrast-Rausch-Verhältnis (Variable)
KRV	Abk. für Kontrast-Rausch-Verhältnis
$E\{\cdot   H\}$	Erwartungswert unter Hypothese $H$
$\text{Var}\{\cdot   H\}$	Varianz unter Hypothese $H$
$\Delta$	Reflektanzabweichung vom Sollzustand



---

$m_I$	Bildmerkmal durch inverse Beleuchtung
$t_I$	Wert des Schwellwertvergleichs unter inverser Beleuchtung
$\alpha$	Signifikanzniveau
$\text{erfc}(\cdot)$	komplementäre Fehlerfunktion
$\text{erfc}^{-1}(\cdot)$	inverse komplementäre Fehlerfunktion
$t_I(\alpha)$	Wert des Schwellwertvergleichs zum Signifikanzniveau $\alpha$ unter inverser Beleuchtung
$KRV_I$	Kontrast-Rausch-Verhältnis unter inverser Beleuchtung
$l_D$	gleichförmige Hellfeldbeleuchtung für die Differenzbildbildung
$m_D$	Bildmerkmal durch Differenzbildbildung
$\mathcal{W}_D$	Merkmalgewinnungsoperator der Differenzbildbildung
$g_{\max}$	maximaler Bildwert
$r_{\max}$	maximaler Reflektanzfaktor
$t_D$	Wert des Schwellwertvergleichs bei Differenzbildbildung
$t_D(\alpha)$	Wert des Schwellwertvergleichs zum Signifikanzniveau $\alpha$ bei Differenzbildbildung
$KRV_D$	Kontrast-Rausch-Verhältnis bei Differenzbildbildung
$KRVG$	Kontrast-Rausch-Verhältnis-Gewinn
$KRVG_{pe}$	Kontrast-Rausch-Verhältnis-Gewinn bei dominierendem Schrotrauschen
$KRVG_{read}$	Kontrast-Rausch-Verhältnis-Gewinn bei dominierendem Schaltungsrauschen
$D_I$	Merkmalsstichprobe unter inverser Beleuchtung
$D_D$	Merkmalsstichprobe bei Differenzbildbildung

## Kapitel 5

$f$	Brennweite
$F_{\text{Refl}}$	Brennpunkt des parabolischen Reflektors
$F_{\text{Lens}}$	Brennpunkt der Fresnel-Linse

$r_{\text{Obj}}$	umschreibender Objektradius
$\mathcal{B}$	Projektorbildebene
$\mathcal{P}_{\text{Refl}}$	Oberfläche des parabolischen Reflektors
$\mathcal{S}_{\text{Refl}}$	Oberfläche der den Reflektor umschreibenden Kugel
$\theta_{\text{min}}$	kleinste mögliche polare Lichteinfallrichtung
$\mathbf{PQ}$	Lichtstrahl durch die Punkte $\mathbf{P}$ und $\mathbf{Q}$
$ \mathbf{PQ} $	Länge der Strecke $\mathbf{PQ}$
$(r_{\mathcal{B}}, \phi)^T$	Polarkoordinaten in der Projektorbildebene $\mathcal{B}$ mit Radius $r_{\mathcal{B}}$ und Winkelkoordinate $\phi$
$\arctan2(y, x)$	quadrantengerechte Arkustangensfunktion: $\arctan2(y, x) := 2 \arctan \frac{y}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$
$\mathcal{H}_{\text{zonal}}$	Teilmenge an Beleuchtungsrichtungen auf der einstrahlenden Richtungshemisphäre $\mathcal{H}_{\text{in}}$
$\mathbf{T}_{\text{para}}$	parabolische Abbildung
$U_{\text{Obj}}(\mathbf{F}_{\text{Refl}})$	räumliche Umgebung um den Brennpunkt $\mathbf{F}_{\text{Refl}}$
$L_{\mathcal{B}}(\mathbf{u}_{\mathcal{B}})$	kollimiertes Lichtfeld abhängig vom Ort $\mathbf{u}_{\mathcal{B}}$
$\mathbf{u}_{\mathcal{B}}$	Punkt in der Projektorbildebene $\mathcal{B}$
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	$\mathbb{L}^2$ -Standardskalarprodukt
$\langle \cdot, \cdot \rangle_{\text{cam}}$	physikalische Auswertung des Skalarprodukts durch eine Bildaufnahme
$\sqsupset(\boldsymbol{\omega})$	durch die Projektoroptik realisierte Abtastfunktion über die Richtungen $\boldsymbol{\omega} \in \mathcal{H}_{\text{zonal}}$
$L_{\boldsymbol{\omega}_{ij}}^{\delta}$	ideale Punktlichtquelle aus Richtung $\boldsymbol{\omega}_{ij}$
$L_{\boldsymbol{\omega}_{ij}}^{\text{rect}}$	impulsförmige Basisbeleuchtung aus Richtung $\boldsymbol{\omega}_{ij}$
$d_{\mathbb{S}^2}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}')$	sphärische Winkeldistanz der beiden Richtungen $\boldsymbol{\omega}$ und $\boldsymbol{\omega}'$
$\Delta_{\text{Pol}}$	Abtastbreite bzgl. des Polarwinkels
$\Delta_{\text{Az}}$	Abtastbreite bzgl. des Azimutwinkels
$N_{\text{Pol}}$	Abtastschritte bzgl. des Polarwinkels

$N_{Az}$	Abtastschritte bzgl. des Azimutwinkels
$Q$	Anzahl der Basisbeleuchtungsmuster, Umfang der Basisbeleuchtungsserie
$Z_l^m(\omega)$	zonale Basisfunktion vom Grad $l \in \mathbb{N}$ und Ordnung $ m  \leq l$ über den Richtungen $\omega \in \mathcal{H}_{zonal}$
$P_l^m(x)$	assoziertes Legendrepolynom vom Grad $l \in \mathbb{N}$ und Ordnung $ m  \leq l$ mit $x \in \mathbb{R}$
$\hat{P}_l^m(x)$	skaliertes assoziiertes Legendrepolynom $P_l^m(x)$
$Z_l^{m+}, Z_l^{m-}$	nichtnegative Zerlegungskomponenten von $Z_l^m$
$l_{max}$	maximaler Entwicklungsgrad der Reihenentwicklung
$\bar{g}_{lm}$	Bildwerte durch Beleuchtung mit zonaler Basisfunktion $Z_l^m$
$S_l$	richtungsbasiertes Leistungsspektrum zum Grad $l$
$\hat{S}_l$	normalisiertes richtungsbasiertes Leistungsspektrum
$L_\lambda$	spektrale Strahlungsdichte
$\Phi_\lambda$	spektraler Strahlungsfluss
$R_\lambda$	spektrales Reflektanzfeld
$\alpha(\lambda)$	spektrale Sensorempfindlichkeit (Quanteneffizienz)
$R_\lambda^\square$	pixelspezifisches spektrales Reflektanzfeld
$L_{lm}^{c_{pro}}$	zonale RGB-Basisbeleuchtungsfunktion vom Grad $l \in \mathbb{N}$ und Ordnung $ m  \leq l$ durch Farbkanal $c_{pro} \in Q_{pro}$
$\mathcal{L}_{Serie}$	Bildentstehungsoperator unter Beleuchtungsserie
$\mathbf{w}$	Gewichtungsvektor zur linearen Merkmalsextraktion
$\mathcal{W}_{Serie}$	Merkmalsextraktionsoperator auf Bildserie
$\mathbf{L}$	Beleuchtungsmatrix
$\mathbf{I}_w$	Beleuchtungsmuster durch gewichtete Superposition von Basisbeleuchtungsfunktionen gemäß $\mathbf{w}$
$\mathcal{L}_{Muster}$	Bildentstehungsoperator unter superponierter Beleuchtung
$\mathbf{w}_+, \mathbf{w}_-$	nichtnegative Zerlegungskomponenten des Gewichtungsvektors $\mathbf{w}$
$\mathbf{W}$	Transformationsmatrix zur linearen Merkmalsextraktion

$\mathbf{g}$	mehrdimensionaler Bildwert
$\bar{\mathbf{g}}$	deterministische Bildwertkomponente (vektoriell)
$\tilde{\mathbf{g}}$	stochastische Bildwertkomponente (vektoriell)
$m_{\text{Serie}}$	extrahiertes Merkmal aus Beleuchtungsserie
$\bar{m}_{\text{Serie}}$	Erwartungswert des Merkmals $m_{\text{Serie}}$
$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}}$	Kovarianzmatrix des stochastischen Bildwerts $\tilde{\mathbf{g}}$
$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}_{\text{pe}}}$	Kovarianzmatrizen des Schrotrauschens
$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}_{\text{read}}}$	Kovarianzmatrizen des Schaltungsrauschens
$\text{SNR}_{\text{pe}}^{\text{Serie}}$	Signal-Rausch-Verhältnis einer Beleuchtungsserie für dominierendes Schrotrauschen
$\text{SNR}_{\text{read}}^{\text{Serie}}$	Signal-Rausch-Verhältnis einer Beleuchtungsserie für dominierendes Schaltungsrauschen
$\geq$	komponentenweise „größer oder gleich“- Ordnungsrelation: $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^N : \mathbf{x} \geq \mathbf{y} \Leftrightarrow \forall i = 1, \dots, N : x_i \geq y_i$
$g_+, \bar{g}_+, \tilde{g}_+, \tilde{g}_{\text{pe},+}, \tilde{g}_{\text{read},+}$	Signalkomponenten des Bildwerts $g$ unter Beleuchtungskodierung von $\mathbf{w}_+$
$g_-, \bar{g}_-, \tilde{g}_-, \tilde{g}_{\text{pe},-}, \tilde{g}_{\text{read},-}$	Signalkomponenten des Bildwerts $g$ unter Beleuchtungskodierung von $\mathbf{w}_-$
$m_{\text{Muster}}$	Merkmal durch superponierte Beleuchtungsmuster
$\text{SNR}_{\text{pe}}^{\text{Muster}}$	Signal-Rausch-Verhältnis der optischen Merkmalsextraktion bei dominierendem Schrotrauschen
$\text{SNR}_{\text{read}}^{\text{Muster}}$	Signal-Rausch-Verhältnis der optischen Merkmalsextraktion bei dominierendem Schaltungsrauschen
$ \cdot $	Betragsfunktion (komponentenweise definiert)
$\ \cdot\ _1$	$L_1$ -Vektornorm
$\eta$	Skalierungsfaktor für Photonenbudget, Bestrahlungsparameter
$\mathbf{w}'$	skaliertes Gewichtungsvektor
$\text{SNRG}_{\text{pe}}$	Gewinn des Signal-Rausch-Verhältnisses bei dominierendem Schrotrauschen

$\mathbf{0}_Q$	Q-dimensionaler Nullvektor
$\mathbf{u}$	Hilfsvektor zur Beweisführung
$\ \cdot\ _2$	$L_2$ -Vektornorm
$SNR_{\text{read}}$	Gewinn des Signal-Rausch-Verhältnisses bei dominierendem Schaltungsrauschen
$N_K$	Anzahl der Materialklassen
$H_c$	Hypothese der Materialklasse $c \in \{1, \dots, N_K\}$
$p(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r})$	Verbundwahrscheinlichkeitsdichte der Zufallsvariablen $\tilde{g}_+$ , $\tilde{g}_-$ und $\mathbf{r}$
$p(\mathbf{r})$	Randwahrscheinlichkeitsdichte von $\mathbf{r}$
$p(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-   \mathbf{r})$	bedingte Verbundwahrscheinlichkeitsdichte von $\tilde{g}_+$ und $\tilde{g}_-$ gegeben $\mathbf{r}$
$E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-   \mathbf{r}} \{ \cdot \}$	bedingter Erwartungswert bezüglich der bedingten Verbundwahrscheinlichkeitsdichte $\tilde{g}_+$ und $\tilde{g}_-$ gegeben $\mathbf{r}$
$\text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-   \mathbf{r}} \{ \cdot \}$	bedingte Varianz bezüglich der bedingten Verbundwahrscheinlichkeitsdichte $\tilde{g}_+$ und $\tilde{g}_-$ gegeben $\mathbf{r}$
$\bar{\mathbf{r}}$	Erwartungswert von $\mathbf{r}$
$E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{ \cdot \}$	Erwartungswert bezüglich der Verbundwahrscheinlichkeitsdichte von $\tilde{g}_+$ , $\tilde{g}_-$ und $\mathbf{r}$
$E_{\mathbf{r}} \{ \cdot \}$	Erwartungswert bezüglich der Wahrscheinlichkeitsdichte von $\mathbf{r}$
$\text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{ \cdot \}$	Varianz bezüglich der Verbundwahrscheinlichkeitsdichte von $\tilde{g}_+$ , $\tilde{g}_-$ und $\mathbf{r}$
$\mathbf{C}_{\mathbf{r}}$	Kovarianzmatrix von $\mathbf{r}$
$\sigma_g^2$	Varianz von $g$
$\kappa_{\text{read}}^2$	Varianz des Ausleserausens in Bildwerten
$N_B$	Stichprobengröße variierter Belichtungszeiten
$\mathbf{g}(\mathbf{r})$	bedingter Erwartungswert von $\mathbf{g}$ gegeben $\mathbf{r}$
$\bar{\mathbf{g}}$	Erwartungswert von $\mathbf{g}(\mathbf{r})$
$\mathbf{C}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})}$	Kovarianzmatrix von $\mathbf{g}(\mathbf{r})$

$N_R$	Stichprobengröße der Reflektanz
$N_M$	Stichprobengröße des Messrauschens
$\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{r})$	geschätzter bedingter Erwartungswert von $\mathbf{g}$ gegeben $\mathbf{r}$
$\hat{\bar{\mathbf{g}}}$	geschätzter Erwartungswert von $\mathbf{g}$
$\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})}$	geschätzte Kovarianzmatrix von $\mathbf{g}(\mathbf{r})$
$KRV(m)$	Kontrast-Rausch-Verhältnis des Merkmals $m$
$E\{\cdot \mid H_c\}$	Erwartungswert unter Hypothese $H_c$
$\text{Var}\{\cdot \mid H_c\}$	Varianz unter Hypothese $H_c$
$AUC$	Detektionsleistung, Fläche unter der ROC-Kurve (engl. <i>area under the curve</i> )
$\bar{\mathbf{g}}_c$	Erwartungswert von $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ für Materialklasse $c$
$\mathbf{C}_{\mathbf{g}_c(\mathbf{r})}$	Kovarianzmatrix von $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ für Materialklasse $c$
$\bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}$	Erwartungswert von $\mathbf{g}(\mathbf{r})$ über alle Materialklassen
$\mathbf{S}_B$	Inter-Klassen-Kovarianzmatrix
$\mathbf{S}_W$	Intra-Klassen-Kovarianzmatrix
$KRV(\mathbf{w})$	Kontrast-Rausch-Verhältnis in Abhängigkeit von $\mathbf{w}$
$\overrightarrow{KRV}$	Kontrast-Rausch-Verhältnis in der Grenzwertbetrachtung hoher Bestrahlungen
$\mathbf{w}_{\overrightarrow{KRV}}$	Gewichtungsvektor mit maximalem Kontrast-Rausch-Verhältnis in der Grenzwertbetrachtung hoher Bestrahlungen
$\lambda_j$	$j$ -größter Eigenwert einer Matrix
$\text{rang}(\mathbf{S}_B)$	Rang der Matrix $\mathbf{S}_B$
$\min\{\cdot\}$	Minimum einer Menge
$\xi_j$	relatives Diskriminanzpotential der linearen Merkmalsextraktion durch $\mathbf{w}_{\overrightarrow{KRV}j}$
$\eta_{\max}$	Bestrahlungsparameter zur Begrenzung des Strahlungsflusses
$\mathbf{w}_{KRV}$	Gewichtungsvektor mit maximalem Kontrast-Rausch-Verhältnis

$g_{\text{top}}$	obere Begrenzung der Bildwerte
$g_{\text{max}}$	maximaler Bildwert
$\phi_{\text{rot}}$	Winkel der Rotationslage
MD-Klass.	Abk. für Minimum-Distanz-Klassifikator
$K$ -NN-Klass.	Abk. für $K$ -Nächste-Nachbarn-Klassifikator
ACC	Korrektklassifikationsrate (engl. <i>accuracy</i> )
$\widehat{H}_c$	Entscheidung eines Klassifikators für Klasse $c$
$P(\widehat{H}_c = H_c   H_c)$	Wahrscheinlichkeit für richtige Klassifikation der Klasse $c$
PCA	Abk. für Hauptkomponentenanalyse (engl. <i>principal component analysis</i> )
$w_{\overrightarrow{\text{KRV}}_{ij}}^*$	standardisierter Gewichtungsfaktor $w_{\overrightarrow{\text{KRV}}_{ij}}$ der $i$ -ten Basisbeleuchtung im $j$ -ten diskriminativen Beleuchtungsmuster
$\overline{w_{\overrightarrow{\text{KRV}}_i}^*}$	gemittelter standardisierter Gewichtungsfaktor über alle diskriminativen Beleuchtungsmuster
$s_{ii}$	$i$ -tes Diagonalelement der Intra-Klassen-Streumatrix $\mathbf{S}_W$
$\tau$	Verringerungsfaktor zur Absenkung des Strahlungsflusses
$\eta_0$	Startbestrahlungsparameter
$\eta_{j,q}$	Skalierungsfaktor für $j$ -ten Gewichtungsvektor im $q$ -ten Experiment
$\widetilde{w_{\overrightarrow{\text{KRV}}_{j,q}}}$	skaliertes Gewichtungsvektor $w_{\overrightarrow{\text{KRV}}_j}$ mit Faktor $\eta_{j,q}$
$c_{\text{Ziel}}$	Zielklasse des Ein-Klassen-Klassifikationsproblems
EKK	Abk. für Ein-Klassen-Klassifikator
$f_{c_{\text{Ziel}}}(\cdot; \zeta)$	Proximitätsfunktion bezüglich der Zielklasse $c_{\text{Ziel}}$ mit Parameter $\zeta$
$\chi(\cdot)$	Indikatorfunktion
$t$	Schwellwert
$\varepsilon_1$	Pseudofehler (Fehlalarmwahrscheinlichkeit)
$\varepsilon_2$	Fehlerschlupf
$\mathcal{D}_{\mathbb{M}}$	Lernstichprobe der Zielklasse im Merkmalsraum $\mathbb{M}$

$N_{\mathcal{D}}$	Umfang der Stichprobe $\mathcal{D}$
ROC-Kurve	Abk. für Receiver-Operating-Characteristic-Kurve
$f_{c_{\text{Ziel}}}^{\text{Gau\ss}}(\cdot; \boldsymbol{\mu}, \Sigma)$	Gau\ss'sche Proximit\u00e4tsfunktion
$f_{c_{\text{Ziel}}}^{\text{MD}}(\cdot; \boldsymbol{\mu}, \Sigma)$	Mahalanobis-Distanz-Proximit\u00e4tsfunktion
$f_{c_{\text{Ziel}}}^{\text{KNN}}(\cdot; K)$	$K$ -N\u00e4chste-Nachbarn-Proximit\u00e4tsfunktion
$\text{NN}_K^{\mathcal{D}_{\mathbb{M}}}(\mathbf{m})$	Teilmenge der $K$ n\u00e4chsten Nachbarn von $\mathbf{m}$ aus der Lernstichprobe $\mathcal{D}_{\mathbb{M}}$
$\mathbf{W}_{\text{Sel}}$	bin\u00e4re Merkmalsselektionsmatrix
$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}}$	Kovarianzmatrix des Messrauschens $\tilde{\mathbf{g}}$
$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}} \mathbf{r}}$	bedingte Kovarianzmatrix des Messrauschens $\tilde{\mathbf{g}}$ gegeben die Reflektanz $\mathbf{r}$
$\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$	Lernstichprobe der Zielklasse im Musterraum $\mathbb{G}$
$\mathbf{C}_{\mathbf{g}}$	Kovarianzmatrix des Bildwerts $\mathbf{g}$
$\mathbf{G}$	Datenmatrix von Bildwerten
$\mathbf{M}$	Koordinatenmatrix
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix
$\mathbf{e}_j$	Eigenvektor zum Eigenwert $\lambda_j$
$\mathbf{M}_{\text{PCA}}$	Koordinatenmatrix der PCA
$\mathbf{W}_{\text{PCA}}$	Gewichtungsmatrix der PCA
MCA	Abk. f\u00fcr Minimalkomponentenanalyse (engl. <i>minor component analysis</i> )
$\mathbf{W}_{\text{MCA}}$	Gewichtungsmatrix der MCA
NMF	Abk. f\u00fcr Nichtnegative Matrixfaktorisierung
$\mathbf{M}_{\text{NMF}}$	Koeffizientenmatrix der NMF
$\mathbf{W}_{\text{NMF}}$	Gewichtungsmatrix der NMF
$\mathbf{M}_{\perp}$	Projektionsmatrix der NMF
PNMF	Abk. f\u00fcr engl. <i>projective nonnegative matrix factorization</i>
$\mathbf{M}_{\text{PNMF}}$	Koeffizientenmatrix der PNMf
$\mathbf{W}_{\text{PNMF}}$	Gewichtungsmatrix der PNMf



---

$G$	Graph $G = (V, E)$ mit Knotenmenge $V$ und Kantenmenge $E$
$S$	gewichtete Adjazenzmatrix
$D$	gewichtete Gradmatrix
$\mathcal{L}$	Laplace-Matrix eines Graphen
$\mathbf{g}'_i$	Stichprobenvektor des $i$ -ten Merkmals
$\mathcal{L}_i$	Laplacian Score des $i$ -ten Merkmals
$\mathbf{1}$	Einsvektor $\mathbf{1} := (1, \dots, 1)^T$
$\text{Vars}\{\cdot\}$	gewichtete Varianz bezüglich der Adjazenzmatrix $S$
$\pi(\cdot)$	Permutation einer Indexmenge
$\mathbf{W}_{\text{LS}}$	binäre Selektionsmatrix durch Laplacian-Score-Bewertung
$I(g_i, g_j)$	Transformation der Zufallsvariablen $g_i$ und $g_j$
$H(g)$	Entropie der Zufallsvariablen $g$
$H(g_i, g_j)$	Entropie der Verbundwahrscheinlichkeit von $g_i$ und $g_j$
$\tilde{I}(g_i, g_j)$	normierte Transformation
$\text{Cut}(V_h, V_{h'})$	Schnitt der Kontenteilmengen $V_h$ und $V_{h'}$
$\text{NCut}(V_1, \dots, V_D)$	normalisierter Schnitt der Knotenpartition $\{V_1, \dots, V_D\}$
$\overline{V}_h$	Komplement der Kontenteilmenge $V_h$
$\text{vol}(V_h)$	Volumen der Knotenteilmenge $V_h$
$\tilde{\mathcal{L}}$	normalisierte Laplace-Matrix
$\mathbf{z}_h$	Indikatorvektor der Teilmenge $V_h$
$\mathbf{Z}$	Partitionsmatrix
$\mathbf{U}$	Hilfsmatrix
$\text{sp}(\cdot)$	Spurabbildung
$\hat{\mathbf{Z}}$	relaxierte Lösungsmatrix des Graphenschnittproblems
$\{C_1, \dots, C_D\}$	Cluster durch $K$ -Means-Clusteranalyse
$B_h$	Indexmenge des Clusters $C_h$
$d_{B_h}(i)$	Grad des $i$ -ten Knoten bezüglich der durch $B_h$ festgelegten Knotenteilmenge

$\mathbf{W}_{CA}$	binäre Selektionsmatrix durch spektrale Clusteranalyse
$\mathbf{W}^D$	Transformationsmatrix zur Erzeugung von $D$ Merkmalen bzw. Beleuchtungsmustern
$\pi_{\text{random}}(\cdot)$	zufällige Permutation einer Indexmenge
$\mathbf{W}_{\text{random}}$	zufällige Selektionsmatrix
$AUC_{\text{max}}$	höchste erreichte Detektionsleistung
$AUC_{\text{Serie}}$	Detektionsleistung unter Verwendung einer vollständigen Basisbeleuchtungsserie
$w_{\text{min}}$	Betrag des kleinsten negativen skalaren Gewichtungsfaktors
$\mathbf{w}_{\text{offset}}$	nichtnegativer Offsetvektor

## Kapitel 6

$\underline{\mathbf{R}}_{\text{rgb}}$	Reflektanzmatrix zur Modellierung des globalen (trichromatischen) Lichttransports
$\underline{\mathbf{g}}_{\text{rgb}}$	Vektor sämtlicher trichromatischer Bildwerte
$\underline{\mathbf{l}}_{\text{rgb}}$	trichromatischer Beleuchtungsvektoren zur Modellierung des globalen Lichttransports

# 1. Einleitung

## 1.1. Motivation und Problemstellung

Ein zentrales Anliegen der automatischen Sichtprüfung ist es, bereits durch die Bildaufnahme die Information über ein zu prüfendes Objekt optimal darzustellen und diese in Form „guter“ Inspektionsbilder der nachfolgenden algorithmischen Bildauswertung zur Verfügung zu stellen. Dabei muss die Bildgewinnung stets individuell und problemspezifisch für eine vorliegende Aufgabenstellung entworfen werden, da nur so die Anforderungen an ein automatisches Sichtprüfsystem für den industriellen Einsatz, wie geringe Kosten und eine hohe Verarbeitungsgeschwindigkeit, erfüllt werden können. Von großer Bedeutung ist dabei der Entwurf der Beleuchtung, der viele optische und geometrische Freiheitsgrade besitzt und dadurch zahlreiche technische Umsetzungsmöglichkeiten für eine problemspezifische Bildgewinnung bietet.

Neben der strukturierten Beleuchtung für 3-D-Messverfahren kommt auch der Beleuchtung für optische Prüfaufgaben, wie z. B. der für die Oberflächeninspektion, eine tragende Funktion zu. In vielen Fällen kann durch eine problemspezifische Beleuchtungsstrategie die optische Erfassung der prüfrelevanten Objektmerkmale so optimiert werden, dass die nachfolgende Bildauswertung und Mustererkennung effizienter wird. Gerade in zeitkritischen Anwendungen können dadurch Inspektionsbilder gewonnen werden, die mit verringertem rechen-technischen Aufwand ausgewertet werden können. Beispielsweise ermöglicht eine gezielte Anpassung des Polarisationszustands, der Richtung und/oder des Spektrums der Beleuchtung, Defekte mit höherem Kontrast-Rausch-Verhältnis aufzunehmen, was wiederum den Einsatz schneller Schwellwertoperationen statt rechenintensiver Segmentierungsverfahren für die Bildauswertung erlaubt.

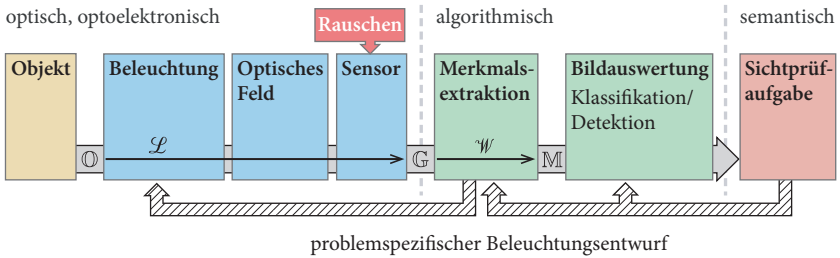
Enorme technische Fortschritte in der Beleuchtungstechnik erlauben heute den Einsatz mehrkanaliger Beleuchtungssysteme, die eine programmierbare Modulation der Strahlungsleistung bezüglich Ort, Richtung und/oder der Wellenlänge

zur Verfügung stellen. Prinzipiell können damit beliebige (spektrale) Lichtfelder für eine gegebene Prüfaufgabe erzeugt werden. Zudem kann die Programmierbarkeit dieser Systeme genutzt werden, um vollautomatisch Bildserien des zu inspizierenden Prüfobjekts unter variierten Beleuchtungskonfigurationen zu gewinnen. Aufgrund der damit erzielten erweiterten Informationsgewinnung können Rückschlüsse auf Objekteigenschaften gezogen werden, die mit einer einzelnen Beleuchtungskonfiguration und Bildaufnahme nicht möglich sind.

Die große Anzahl an Freiheitsgraden bei der Beleuchtungsplanung eröffnet völlig neue Möglichkeiten zur Konzeption und Optimierung der Bildgewinnung für die automatische Sichtprüfung. Bislang fehlt es jedoch an methodischen Ansätzen und Strategien, um das Potenzial mehrkanaliger Beleuchtungssysteme für die Erzeugung beliebiger Beleuchtungslichtfelder voll auszuschöpfen. Selbst durch einen erfahrenen Experten mit guter Kenntnis der Problemstellung können aufgrund der hohen Anzahl an Freiheitsgraden in der Regel nur suboptimale Lösungen entwickelt werden. So schränken sich heutige Beleuchtungsansätze zur Aufnahme von Bildserien unnötigerweise auf unspezifische generische Beleuchtungskonfigurationen ein, mit der Folge, dass umfangreiche und unnötig redundante Beleuchtungsserien während der Prüfphase aufgenommen werden müssen. In vielen industriellen Anwendungsfällen steht dies klar im Konflikt mit der Forderung nach kurzen Prüfzeiten für einen hohen Produktionstakt und somit maximalen Durchsatz.

## 1.2. Lösungsansatz und wissenschaftliche Beiträge

Zielsetzung dieser Arbeit ist es, methodische Ansätze und Strategien für den Einsatz einer variablen Beleuchtung zu entwickeln und deren Anwendungsmöglichkeit für einen problemspezifischen Beleuchtungsentwurf zu untersuchen. Eine praktische Umsetzung erfolgt hier mit Hilfe von Projektor-Kamera-Systemen, durch die rechnergesteuert Lichtfelder für die Beleuchtung eines Prüfobjekts erzeugt werden können. In Abgrenzung zu strukturierten Beleuchtungsverfahren zum optischen 3-D-Messen liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit auf Verfahren für das qualitative Prüfen von Objekten, z. B. auf Fehlerfreiheit oder deren Materialbestandteile. Die Modulation der Beleuchtung wird in diesem Zusammenhang als freier Entwurfparameter für eine *optische Merkmalsextraktion* betrachtet. Durch eine problemspezifische Anpassung bzw. Modulation des Beleuchtungslichtfelds



**Abbildung 1.1.:** Verarbeitungskette der automatischen Sichtprüfung und Informationsfluss für den problemspezifischen Beleuchtungsentwurf (schräffiert). In der Regel kann eine geeignete Bildauswertung und Merkmalsextraktion direkt aus der zu lösenden Problemstellung abgeleitet werden. Der problemspezifische Beleuchtungsentwurf setzt auf Merkmalsebene an, mit dem Ziel, aufgabenbezogene Merkmale bereits bei der Bildaufnahme optisch zu gewinnen. Durch die Sichtweise als *optische Merkmalsextraktion* ergeben sich die Entwurfsziele der problemspezifischen Beleuchtung direkt aus der benötigten Bildauswertung bzw. der vorliegenden Problemstellung. Für eine formale Betrachtung wird die Bildgewinnung als Abbildung  $\mathcal{L}$  von Objekten aus dem Objektraum  $\mathbb{O}$  auf digitale Bilder im Musterraum  $\mathbb{G}$  modelliert. Die nachgeschaltete Merkmalsextraktion wird ebenfalls als Abbildung  $\mathcal{W}$  vom Musterraum  $\mathbb{G}$  auf den Merkmalsraum  $\mathbb{M}$  beschrieben.

kann die Merkmalsextraktion in die optische Domäne vorgelagert werden, sodass die Merkmalsextraktion bereits bei der physikalischen Bildentstehung optisch realisiert wird. Durch die Betrachtungsweise der optischen Merkmalsextraktion ergeben sich die Entwurfsziele einer problemspezifischen Beleuchtung direkt aus der nachfolgenden Bildauswertung, die sich wiederum direkt aus der vorliegenden Problemstellung ableitet, siehe hierzu auch Abb. 1.1.

Für eine weitergehende Motivation der optischen Merkmalsextraktion wird die Bildgewinnung als Abbildung zwischen zwei Vektorräumen, dem unendlichdimensionalen Objektraum  $\mathbb{O}$  und dem endlichdimensionalen Musterraum  $\mathbb{G}$  betrachtet, vgl. Abb. 1.1. Durch eine Bildaufnahme werden Objekte  $\mathbf{r} \in \mathbb{O}$ , die durch ihre Gestalt und Reflektanzeigenschaften charakterisiert sind, mittels des Bildgewinnungsoperators

$$\mathcal{L}: \mathbb{O} \rightarrow \mathbb{G}, \quad \mathbf{r} \mapsto \mathcal{L}\{\mathbf{r}\} = \mathbf{g} \quad (1.1)$$

in ein Bild  $\mathbf{g} \in \mathbb{G}$  überführt [Barrett+ 03]. Der Operator  $\mathcal{L}$  beschreibt dabei die gesamte optische und elektronische Prozesskette, die von einem Objekt bis zu

dessen Repräsentation als digitales Bild führt. In dieser Arbeit wird  $\mathcal{L}$  allein in Abhängigkeit der Beleuchtung modelliert, alle sonstigen Freiheitsgrade, die zur Bildentstehung beitragen, werden als fest angenommen. Wird die Bildgewinnung losgelöst und unabhängig von einer konkreten Problemstellung betrachtet, wird in der Regel versucht, durch  $\mathcal{L}$  nach Möglichkeit eine isomorphe Abbildung zu realisieren [Brady 09; Neifeld+ 03]. Ziel ist es dabei, durch  $\mathbf{g}$  eine möglichst gleichartige Repräsentation des Objekts  $\mathbf{r}$  zu gewinnen, um dadurch einen Informationsverlust durch die Bildgewinnung zu vermeiden bzw. zu minimieren. Gemeinhin ist dies nur näherungsweise und durch eine hohe Dimension des Musterraums  $\mathbb{G}$  erreichbar.

Durch eine angestrebte isomorphe Bildgewinnung kann zwar ein weitestgehend geringer Informationsverlust sichergestellt werden, aufgrund der fehlenden Spezifität in Hinblick auf eine gegebene Problemstellung beinhaltet das Bild  $\mathbf{g}$  aber auch redundante und irrelevante Information. Eine direkte Bildauswertung im Musterraum  $\mathbb{G}$  ist daher ineffizient oder aufgrund einer hohen Dimensionalität  $Q$  von  $\mathbb{G}$  nicht direkt möglich. Für die nachfolgende Bildauswertung muss daher die für die Aufgabenstellung relevante Information in Form von Merkmalen  $\mathbf{m} \in \mathbb{M}$  nachträglich extrahiert und in dem Merkmalsraum  $\mathbb{M}$  geeignet repräsentiert werden. Dies kann anschaulich durch einen Operator

$$\mathcal{W} : \mathbb{G} \rightarrow \mathbb{M}, \quad \mathbf{g} \mapsto \mathcal{W}\{\mathbf{g}\} = \mathbf{m} \quad (1.2)$$

beschrieben werden. Der Merkmalsraum  $\mathbb{M}$  wird dabei ebenfalls als Vektorraum angenommen, der jedoch mit wesentlich kleinerer Dimension  $D$  mit  $D < Q$  als die des Musterraums  $\mathbb{G}$  realisiert wird, sodass durch  $\mathcal{W}$  eine Dimensionsreduktion stattfindet.

Sowohl  $\mathcal{L}$  als auch  $\mathcal{W}$  stellen optische bzw. algorithmische Freiheitsgrade beim Entwurf eines automatischen Sichtprüfsystems dar, die nach der in Abb. 1.1 dargestellten Verarbeitungskette aufeinander aufbauen und deren Wirkungsweise durch die Verkettung der Operatoren zu  $\mathcal{W} \circ \mathcal{L}$  beschrieben werden kann. Für viele Aufgabenstellungen der automatischen Sichtprüfung stellt die isomorphe Bildgewinnung eine suboptimale Zielsetzung dar, da erst nachträglich, durch die Merkmalsextraktion, problemspezifisches Vorwissen genutzt wird. Zum einen führt die isomorphe Bildgewinnung in der Regel zu einem unnötigen Mehraufwand (z. B. in Form vieler Bildaufnahmen), zum anderen steigt der Rechenaufwand für die nachgeschaltete Merkmalsberechnung. Vielmehr ist es sinnvoll, bereits die Bildgewinnung auf die aufgabenrelevanten Merkmale zu spezifizieren,

um so den technischen und algorithmischen Aufwand für die Bildgewinnung bzw. die Merkmalsberechnung gering zu halten. Im besten Fall kann dadurch die Bildauswertung direkt im Musterraum  $\mathbb{G}$  durchgeführt werden, sodass dieser direkt als Merkmalsraum mit  $\mathbb{M} \cong \mathbb{G}$  dient. Dies entspricht dann einer vollständig optischen Merkmalsextraktion durch  $\mathcal{W} \circ \mathcal{L} : \mathbb{O} \rightarrow \mathbb{M}$  mit der identischen Abbildung  $\mathcal{W} = \text{id}_{\mathbb{G}}$ , wodurch eine algorithmische Merkmalsberechnung komplett entfällt. Selbst wenn keine vollständige optische Umsetzung von  $\mathcal{W} \circ \mathcal{L}$  möglich ist, kann zumindest geprüft werden, ob Teile der Merkmalsberechnung durch  $\mathcal{W}$  in  $\mathcal{L}$  verlagert werden können, um so zu einer effizienteren Bildgewinnung und Merkmalsberechnung zu gelangen.

Aus der Darstellung in Abb. 1.1 ist ersichtlich, dass der Einfluss von Rauschen auf das Bild  $\mathbf{g} \in \mathbb{G}$  bei der Bildgewinnung durch  $\mathcal{L}$  berücksichtigt werden muss. Die Fortpflanzung der durch Rauschen bedingten Störeinflüsse auf das Merkmal  $\mathbf{m} \in \mathbb{M}$  wird durch die nachfolgende Abbildung  $\mathcal{W}$  festgelegt. Somit hat eine vorgelagerte optische Merkmalsextraktion durch die Festlegung von  $\mathcal{W} \circ \mathcal{L}$  eine zusätzliche stochastische Auswirkung auf die rauschbedingten Eigenschaften der Merkmale, wodurch sich weitere Kriterien für eine möglichst optimale, problemspezifische Bildgewinnung ergeben.

Die Sichtweise der optischen Merkmalsextraktion dient in dieser Arbeit der Motivation und der Analyse verschiedener problemspezifischer Beleuchtungsansätze. Konkret werden diesbezüglich Beleuchtungsansätze für eine optische Änderungsdetektion (in Kapitel 4) sowie für die Ein- und Mehr-Klassen-Klassifikation (in Kapitel 5) entwickelt. Die Modellierung der Beleuchtung erfolgt hierbei allgemein gehalten durch Lichtfelder. Die experimentelle Evaluierung der vorgestellten Verfahren erfolgt an zwei vereinfachten Lichtfeld-Modellen, die auf dafür entworfenen Projektor-Kamera-Systemen physikalisch umgesetzt werden. Die Hauptbeiträge dieser Arbeit zum Stand der Wissenschaft und Technik können wie folgt zusammengefasst werden:

- ▷ Entwicklung eines inversen Beleuchtungsverfahrens zur optischen Änderungsdetektion, basierend auf einer Invertierung des Lichttransports [Gruna+ 10b; Gruna+ 10a]. Auf Grundlage eines stochastischen Signalmodells wird die Detektionsleistung des Ansatzes analysiert und mit einem Standardansatz verglichen.

- ▷ Entwurf und geometrische Modellierung eines Projektor-Kamera-Systems zur Erzeugung richtungsabhängiger (spektraler) Lichtfelder für die Inspektion kleiner Objekte [Gruna+ 11; Gruna+ 12c].
- ▷ Entwicklung eines unüberwachten Dimensionsreduktionsverfahrens für Beleuchtungsserien zur Selektion informationstragender Beleuchtungsparameter [Gruna 10].
- ▷ Umsetzung und Untersuchung verschiedener Dimensionsreduktionsverfahren zur optische Merkmalsextraktion für die Ein-Klassen-Klassifikation [Gruna 10]. In einem praxisrelevanten Anwendungsszenario zur Inspektion texturierter Oberflächen werden die Ansätze in Hinblick auf die erzielte Detektionsleistung und die Anzahl der benötigten Bildaufnahmen experimentell evaluiert und verglichen (Abschn. 5.6).
- ▷ Entwicklung eines problemspezifischen Beleuchtungsverfahrens für die reflektanzbasierte Mehr-Klassen-Klassifikation [Gruna+ 12b; Gruna+ 12a]. In einem praktischen Anwendungsbeispiel zur Materialklassifikation wird der Ansatz in Bezug auf die erzielte Klassifikationsleistung und die benötigte Anzahl von Bildaufnahmen evaluiert (Abschn. 5.5).
- ▷ Formulierung eines Kontrast-Rausch-Verhältnisses mit gleichzeitiger Berücksichtigung der eingebrachten Störeinflüsse durch die Bildaufnahme sowie der stochastischen Variabilität der betrachteten Reflektanzeigenschaften. Durch numerische Optimierung kann damit der Einfluss des Schrot- und Schaltungsrauschens bei der Erzeugung problemspezifischer Beleuchtungsmuster für die Mehr-Klassen-Klassifikation berücksichtigt werden (Abschn. 5.5.2.3).

### 1.3. Gliederung

Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit bildet ein Literaturüberblick über den derzeitigen Stand der Forschung und Technik in Kapitel 2. Neben verwandten Arbeiten mit einem Anwendungsbezug zur automatischen Sichtprüfung werden darin auch relevante Vorarbeiten aus dem Bereich der Computergrafik und der optischen Bild- und Signalverarbeitung, die auf einer modulierten Beleuchtung basieren, vorgestellt und diskutiert.



In Kapitel 3 wird ein allgemeines Modell der Bildentstehung unter beliebigen Beleuchtungslichtfeldern entwickelt, das die Grundlage sämtlicher in dieser Arbeit vorgestellter Verfahren bildet. Zunächst werden hierfür die benötigten radiometrischen Grundkonzepte und Größen sowie der Begriff des Lichtfelds eingeführt. Darauf aufbauend wird das Konzept des Reflektanzfelds definiert, das den globalen Lichttransport einer Szene beschreibt und in dieser Arbeit als Reflektanzmodell für die radiometrische Bildentstehung dient. Weiterhin wird die radiometrische Bildmodellierung um eine stochastische Betrachtung erweitert, sodass unterschiedliche physikalische Rauschquellen bei der Bildaufnahme berücksichtigt werden.

In Kapitel 4 wird ein problemspezifisches Beleuchtungsverfahren für die optische Änderungsdetektion entwickelt, das durch einen zuvor aus der Literatur erarbeiteten inversen Beleuchtungsansatz motiviert wird. Für die praktische Umsetzung wird ein koaxiales Projektor-Kamera-System und ein dafür entwickeltes iteratives Verfahren zur Invertierung des Lichttransports vorgestellt. Zudem wird das Verfahren in Hinblick auf eine optische Merkmalsextraktion betrachtet. Schließlich wird das Verfahren, basierend auf einem eingeführten stochastischen Modell der Bildentstehung, in Bezug auf die Detektionsleistung bewertet und mit einem Standardansatz verglichen.

Kapitel 5 führt einen problemspezifischen Beleuchtungsansatz zur optischen Merkmalsextraktion durch hemisphärische Lichtfelder ein. Für die experimentelle Umsetzung wird ein katadioptrisches Projektor-Kamera-System zur Erzeugung richtungsabhängiger Lichtfelder vorgestellt. Als Grundlage für die optische Merkmalsextraktion wird die Kodierung linearer Transformationen durch superponierte Basisbeleuchtungsmuster eingeführt. Dem vorausgehend werden unterschiedliche Basisbeleuchtungsmuster entwickelt und diskutiert. Schließlich werden zwei problemspezifische Umsetzungen der optischen Merkmalsextraktion für die Ein- und Mehr-Klassenklassifikation behandelt und anhand praxisrelevanter Anwendungsbeispiele umfangreich evaluiert und verglichen.

Kapitel 6 fasst die wichtigsten Ergebnisse und Erkenntnisse dieser Arbeit zusammen und zeigt mögliche Anknüpfungspunkte für zukünftige Arbeiten auf.



## 2. Stand der Forschung und Technik

Die Analyse und Modellierung der Bildentstehung unter variablen Beleuchtungsbedingungen stellt ein umfangreiches und aktives Forschungsgebiet des Maschinellen Sehens sowie der Computergrafik dar. Während der Schwerpunkt der Computergrafik auf der Modellierung der Bildentstehung und der darauf aufbauenden Synthese fotorealistischer Bilder liegt, besteht die Problemstellung des Maschinellen Sehens in der Analyse der optischen Interaktion einer zu untersuchenden Szene mit Licht. Die Disziplinen haben gemein, dass viele Verfahren aus beiden Bereichen auf eine physikalische Modellierung des Reflexionsverhaltens von Licht angewiesen sind. Für den vorgestellten Ansatz zur problemspezifischen Beleuchtung sind daher Vorarbeiten aus beiden Bereichen, vordringlich aus der automatischen Sichtprüfung und der bildbasierten Computergrafik [Shum+ 05], relevant. Die Auswahl der vorgestellten Arbeiten beschränkt sich dabei auf Verfahren und Ansätze, die auf ähnlichen Rahmenbedingungen wie die vorliegende Arbeit aufbauen.<sup>1</sup> In einer abschließenden Zusammenfassung werden der derzeitige Stand der Forschung und die Beiträge der vorliegenden Arbeit gegenübergestellt und diskutiert.

### 2.1. Bildgewinnung unter variablen Beleuchtungsrichtungen

In diesem Abschnitt wird zunächst ein Überblick über verwandte Arbeiten gegeben, die auf einer Modulation der Beleuchtungsrichtung der zu untersuchenden Szene beruhen und einen direkten Anwendungsbezug zur automatischen Sichtprüfung aufweisen. Die Datengrundlage dieser Verfahren bildet eine Serie

---

<sup>1</sup>Strukturierte Beleuchtungsverfahren der optischen 3-D-Messtechnik werden hier nicht betrachtet. Siehe diesbezüglich z. B. [Batlle+ 98] für einen Literaturüberblick.

von Bildern mit variierten Beleuchtungsrichtungen unter parallelem oder näherungsweise parallelem Licht und sonst gleichbleibenden Aufnahmeparametern (insbesondere einer festen Kamerageometrie relativ zur Szene). Eine allgemeine Betrachtung der Aufnahme von Bildserien über mehrere und unterschiedliche Aufnahmeparameter wird in [Heizmann+ 05] vorgenommen.

### 2.1.1. Fotometrische Stereoverfahren

Fotometrische Stereoverfahren bilden historisch betrachtet die erste Methodenklasse, die auf einer Bildaufnahme unter variiertem Beleuchtungsrichtung aufbaut. Ziel dieser Verfahren ist es, aus den beobachteten Oberflächenreflexionen zu verschiedenen Beleuchtungsrichtungen die Oberflächennormale zu bestimmen. In der ursprünglichen Formulierung des Verfahrens, z. B. in [Woodham 80], müssen dafür Lambert'sche Reflexionseigenschaften der Oberfläche vorausgesetzt werden und die Beleuchtungsrichtungen (mindestens drei) müssen bekannt sein.

In jüngster Zeit haben viele Arbeiten zum Ziel, diese Einschränkungen abzuschwächen und fotometrische Stereoverfahren für praktische Anwendungen und reale Szenen mit (teilweise) unbekanntem Reflexionseigenschaften anwendbar zu machen. Hierfür wird genutzt, dass die Reflexionscharakteristik vieler realer Oberflächen durch die Summe einer Lambert'schen und spiegelnden Reflexionskomponente (wie z. B. im *dichromatischen Reflexionsmodell* nach [Shafer 85]) approximiert werden kann [Barsky+ 03; Mallick+ 05]. Durch eine Farbanalyse kann dadurch die Lambert'sche Komponente extrahiert und für die Gestaltbestimmung verwendet werden. [Nayar+ 89] verwenden ausgedehnte Lichtquellen für die gleichzeitige Messung und Extraktion der beiden Reflexionskomponenten. Für die Berücksichtigung ortsabhängiger Reflexionseigenschaften kann ein separates parametrisches Reflektanzmodell für jeden Oberflächenpunkt angesetzt werden [Goldman+ 10]. Ein iterativer Optimierungsansatz ermöglicht dann die Reflexions- und Gestaltparameter gemeinsam aus einer Beleuchtungsserie zu bestimmen [Alldrin+ 08].

Ein rein datengetriebenes fotometrisches Stereoverfahren für beliebige Reflexionseigenschaften und unbekanntem Beleuchtungsrichtungen wird von [Hertzmänn+ 05] vorgestellt. Dieses Verfahren nutzt die Tatsache, dass Oberflächenpunkte mit identischer Normalen und Materialeigenschaft das gleiche Reflexionsverhalten unter variierten Beleuchtungsrichtungen aufzeigen und somit durch

einen Vergleich mit einem simultan betrachteten und vollständig bekannten Referenzobjekts bestimmt werden können. Eine Erweiterung des Verfahrens für sehr große Objekte (z. B. Gebäude) für die kein Referenzobjekt zur Verfügung steht wurde vor Kurzem von [Ackermann+ 12] vorgestellt. An die Stelle des Referenzobjekts treten hierbei Fotosammlungen des zu vermessenden Objekts aus Internet-Portalen.

Der beobachtete Änderungsverlauf des Reflektanzverhaltens unter variierten Beleuchtungsbedingungen kann direkt für eine geometrische Analyse einer zu untersuchenden Szene genutzt werden. [Koppal+ 09] nutzen hierfür stetige Reflektanzprofile, die unter variierten, aber unbekanntem, Beleuchtungsrichtungen gewonnen werden. Mit Hilfe des in [Narasimhan+ 03] vorgestellten Ansatzes werden daraus materialinvariante Merkmale extrahiert, die dann durch eine Clusteranalyse zu Flächen mit gleicher Normalen gruppiert werden können. Von einer ähnlichen Beobachtung ausgehend verwenden [Sato+ 07b] ein Manifold-Learning-Verfahren um die Ähnlichkeitsstruktur von gemessenen Reflektanzprofilen zu erschließen. Unabhängig von den betrachteten Materialeigenschaften kann dadurch direkt auf die Oberflächengestalt eines Objekts aus einer Beleuchtungsserie geschlossen werden.

### 2.1.2. Gewinnung und Auswertung von Reflektanzmerkmalen

In vielen anwendungsbezogenen Problemstellungen der automatischen Sichtprüfung kann auf eine explizite Rekonstruktion der Oberflächengestalt, wie z. B. durch fotometrische Stereoverfahren, verzichtet werden. Dennoch kann durch die Aufnahme von Beleuchtungsserien der Informationsgewinn über eine zu untersuchende Szene erhöht werden.

Ein verbreiteter Ansatz zur Verarbeitung von Beleuchtungsserien ist die Bildfusion [Mitchell 10]. Ein Verfahren für die Erzeugung von Fusionsbildern mit maximalem Kontrast wird in [Puente León 97; Beyerer+ 97] vorgestellt. Das Fusionsziel wird hier auf ein Energiefunktional abgebildet, das dann durch eine sequentielle Optimierungsstrategie minimiert wird. In [Pompetzki 11] wird ein Graph-Cut-Verfahren, siehe [Boykov+ 01] für Details, für die Minimierung eines problemangepassten Energiefunktional eingesetzt. Ein iteratives Fusionsverfahren, das eine sequentielle Bildaufnahme während der Bildfusion ermöglicht wird von [Beyerer+ 05] vorgestellt. Die Vorteile und eine praktische Anwendung der

Fusion von Beleuchtungsserien werden von [Heizmann 04] und [Puenta León 06] anhand der Auswertung von forensischen Riefenspuren demonstriert.

Die Bildwerte einer Beleuchtungsserie können als mehrdimensionales Merkmal eines Bildpunktes angesehen und für eine robustere Oberflächeninspektion genutzt werden [Pfeifer+ 00]. In [Racky+ 99] werden morphologische Filter für die Detektion von Schatten- und Glanzbereichen unter variierten Beleuchtungsrichtungen eingesetzt, um die Segmentierung von Prägemustern und die Inspektion von Schleifscheiben zu verbessern. Auf ähnliche Weise verwendet [Heger 05] Beleuchtungsserien für die Erfassung dreidimensionaler Strukturen auf technischen Oberflächen. Für eine Segmentierung der relevanten Strukturen werden hier verschiedene Ansätze evaluiert, u. a. basierend auf einer Wavelet-Analyse und der Auswertung des Schattenwurfs. Ebenso für die Inspektion technischer Oberflächen stellt [Lindner 09] verschiedene Segmentierungsansätze vor, u. a. eine Clusteranalyse, die direkt die mehrdimensionalen Bildwerte sowie daraus extrahierte Merkmale, die durch die Anpassung eines parametrischen Reflektanzmodells gewonnenen werden, verwenden. Rotations- und lageinvariante Merkmale aus Beleuchtungsserien werden von [Pérez Grassi 10] entwickelt und für die Defektdetektion auf lackierten Holzflächen eingesetzt. Invarianzen werden hier durch eine Integration über die entsprechende Transformationsgruppe sowie durch die Betrachtung von Fuzzy-Histogrammen konstruiert.

Die richtungsabhängigen Reflexionseigenschaften einer Oberfläche sind materialabhängig und können daher für eine materialspezifische Klassifikation genutzt werden. [Wang+ 09] nutzen hierfür eine programmierbare Beleuchtungskuppel, die für die Messung mehrdimensionaler Reflektanzmerkmale eingesetzt wird. Mit Hilfe hemisphärischer harmonischer Funktionen wird auf diesen eine modellbasierte Merkmalsextraktion durchgeführt. Durch eine überwachte Klassifikation der extrahierten Modellparameter mit einer Support-Vector-Maschine können Lacke mit unterschiedlichen Glanzeigenschaften zuverlässig segmentiert werden. [Jehle+ 10] verwenden einen Random-Forest-Klassifikator für die Materialklassifikation von mehrdimensionalen Reflektanzmerkmalen. Dadurch kann implizit eine Selektion der für die Klassifikation relevanten Beleuchtungsrichtungen durchgeführt werden, sodass zum Prüfzeitpunkt weniger Bilder aufgenommen werden müssen. Für die von [Gu+ 12] beschriebene Materialklassifikation von Werkstoffen werden richtungsabhängige und spektrale Reflektanzmerkmale verwendet. In einem ähnlichen Verfahren wie in dieser Arbeit werden hierfür kodierte Beleuchtungsmuster für die Aufnahme von Beleuchtungsserien eingesetzt, siehe hierzu Abschn. 2.4 für eine tiefgehendere Diskussion.

## 2.2. Reflektanzmodellierung in der Computergrafik

Die Erfassung und Modellierung der Interaktion von Licht mit Oberflächen und Szenen ist eine zentrale Problemstellung in der Computergrafik. Neben verschiedenen Ansätzen zur Reflektanzmodellierung sind für die vorliegende Arbeit vor allem die in jüngster Zeit vorgestellten Beleuchtungssysteme relevant, die für die Reflektanzmessung unter variierten Beleuchtungsrichtungen eingesetzt werden und die vorwiegend digitale Projektoren als modulierbare Lichtquelle verwenden.

### 2.2.1. Gonioreflektometrie

Die Gonioreflektometrie beschäftigt sich u. a. mit der winkelabhängigen Messung des an Oberflächen reflektierten bzw. gestreuten Lichts. Das wichtigste physikalische Modell für die Beschreibung der Reflexionseigenschaften einzelner Oberflächenpunkte ist die *bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion* (kurz BRDF, siehe Abschn. 3.2.1.1 für Details), die lokal bezüglich der Objektoberfläche parametrisiert ist und den direkten Lichttransport an der Oberfläche beschreibt.

In den letzten Jahren wurde hoher Aufwand betrieben, die klassische Methode zur BRDF-Messung mittels eines Gonioreflektometers durch optisch ergänzte Projektor-Kamera-Systeme zu ersetzen, siehe [Weyrich+ 09] für eine umfassende Übersicht. Ziel ist es dabei, ein vollständig optisches Messsystem ohne bewegliche Teile zu entwerfen, das eine schnelle und kostengünstige BRDF-Messung mit hoher Präzision und Wiederholbarkeit ermöglicht. Durch die Verwendung eines halbdurchlässigen hemisphärischen Spiegels und eines Fischaugenobjektivs gelingt es [Ward 92], das gesamte von einer Probe in den Halbraum reflektierte Licht mit einer einzelnen Bildaufnahme zu messen. Dadurch entfällt die mechanische Positionierung eines Detektors, lediglich die Beleuchtungsrichtung muss hier für eine BRDF-Messung mechanisch positioniert werden. Für die Vermessung der orts aufgelösten BRDF (engl. *spatially-varying BRDF*, kurz SV-BRDF) stellen [Dana+ 04] ein optomechanisches Messsystem mit koaxialem Strahlengang vor. Durch die Verwendung eines schiefen Parabolspiegels können die Winkelpositionierungen der Betrachtungs- und Beleuchtungsrichtungen allein durch ebene Translationsbewegungen realisiert werden. Ein optisches BRDF-Messsystem ohne bewegliche Teile wird von [Ghosh+ 07] vorgeschlagen, in dem ein digitaler Projektor als modulierbare Lichtquelle eingesetzt wird. Zwei

rotationssymmetrische Freiformspiegel ermöglichen hierbei die Projektion beliebiger richtungsabhängiger Beleuchtungsmuster. Dadurch kann die BRDF direkt bezüglich einer orthonormalen hemisphärischen Basis gemessen und durch ein parametrisches Modell approximiert werden. Ein weiteres interessantes System für die vollständig optische SVBRDF-Messung wird in [Han+ 03] vorgestellt, bei dem ein koaxialer Beleuchtungs- und Betrachtungsstrahlengang durch ein Kaleidoskop geführt wird. Das kaleidoskopische Bild einer Oberfläche beinhaltet dann Messungen mehrerer Oberflächenpunkte unter verschiedenen und sich unterscheidenden Betrachtungs- und Beleuchtungswinkeln.

Um den Aufwand für die Messung der SVBRDF realer Objekte zu reduzieren, entwickeln [Lensch+ 03] ein planungsbasiertes Messverfahren. In diesem Ansatz werden Betrachtungs- und Beleuchtungsrichtungen vorausschauend geplant, mit dem Ziel, die Messunsicherheit in einem geschätzten BRDF-Modell inkrementell zu minimieren. In [Alborn 11] wird diese Idee für die Planung einer Beleuchtungsstrategie für die unüberwachte Defektdetektion aufgegriffen.

### 2.2.2. Bildbasierte Reflektanzmodellierungsansätze

Für die fotorealistische Bildsynthese in der klassischen Computergrafik muss neben den Reflektanzeigenschaften (z. B. durch die BRDF) die Geometrie der darzustellenden Szene exakt beschrieben werden. Aus dieser Szenenbeschreibung wird dann das betrachtete Lichtfeld numerisch berechnet. Bildbasierte Syntheseverfahren (engl. *image-based rendering* [Shum+ 05]) verzichten auf eine getrennte Modellierung von Reflektanz und Geometrie und stellen einen datengetriebenen Ansatz zur fotorealistischen Bildsynthese auf Basis eines umfangreichen Bilddatensatzes dar. Ohne algorithmischen Mehraufwand können dadurch fotorealistische Bilder mit globalen Beleuchtungseffekten, wie Schatten, Spiegelungen, Kaustiken, Brechungen oder Interreflexionen, generiert und z. B. für eine Beleuchtungssimulation genutzt werden [Brinker 12; Bousseau+ 11]. Im Gegensatz zur modellgetriebenen Computergrafik liegt hierbei die Problemstellung nicht in der numerischen Berechnung eines Lichtfelds, sondern in der Abtastung des Lichtfelds einer realen Szene und in der Interpolation und Extrapolation der Messungen.

Im allgemeinsten Fall kann der vollständige Bilddatensatz einer Szene unter sämtlichen Betrachtungs- und Beleuchtungsrichtungen als achtdimensionale Reflektanzfunktion aufgefasst werden, die von [Debevec+ 00] als das *Reflektanzfeld*



der Szene bezeichnet wird. Dessen diskrete Repräsentation wird in der Regel als *Lichttransportmatrix* bezeichnet [Garg 06]. Durch die Beschränkung auf eine entfernte Lichtquelle und eine feste Kameraposition wurde in der ersten Arbeit dieser Art eine vierdimensionale Projektion des Reflektanzfelds gemessen. Damit konnte das Gesicht eines Schauspielers unter einer festen Betrachtungsrichtung unter beliebigen richtungsabhängigen Beleuchtungsbedingungen synthetisch nachbeleuchtet werden.

In nachfolgenden Arbeiten wird die bildbasierte Nachbeleuchtung um die Ortsabhängigkeit des Beleuchtungslichtfelds erweitert [Masselus+ 03], und es werden adaptive Abtastverfahren sowie verbesserte Interpolationsmethoden vorgestellt [Fuchs 08]. In [Sato+ 07a] wird die Messung der Reflektanzeigenschaften einer Szene als Abtastproblematik auf der Richtungssphäre formuliert. Um Alias-Effekte zu unterdrücken, wird hier eine Vorfilterung des Reflektanzfelds durch ausgedehnte Beleuchtungsmuster mit einer gaußförmigen Intensitätsverteilung vorgeschlagen. [Peers+ 03] verwenden einen Röhrenmonitor als modulierbare Lichtquelle. Dadurch kann das Reflektanzfeld direkt in einer Wavelet-Basis abgetastet werden, wodurch schon während der Bildaufnahme eine Datenkompression erreicht wird. Diese Idee wird in [Peers+ 09] weiter zu einem Compressed-Sensing-Rahmenwerk für eine effiziente Messung des Reflektanzfelds einer Szene ausgebaut.

Eine wichtige Erkenntnis für eine effiziente Messung von Reflektanzfeldern stellt die auf der Helmholtz-Reziprozität basierende Symmetrie der Reflexionseigenschaften und die damit einhergehende Umkehrbarkeit des Lichttransports dar. [Sen+ 05] nutzen dieses physikalische Gesetz, um die Rolle von Beleuchtung und Kamera bei der Messung des Reflektanzfeldes zu vertauschen. Bei der Beleuchtung durch einen Projektor kann dadurch aus der virtuellen Perspektive des Projektors ein zusätzliches duales Bild der Szene generiert werden. Zudem zeigen [Garg+ 06], dass die Lichttransportmatrix neben der Symmetrie in der Regel eine Datensparslichkeit in Form einer hohen Komprimierbarkeit aufweist. Die Datensparslichkeit ermöglicht eine blockweise Approximation der Lichttransportmatrix durch Matrizen mit Rang eins, wodurch eine hierarchische und effiziente Messstrategie implementiert werden kann. Diese erlaubte es erstmals, in akzeptabler Zeit eine Teilmenge eines vollständig achtdimensionalen Reflektanzfelds zu messen.

### 2.2.3. Computational Illumination

Nach [Nayar 06] und [Raskar 09] bezeichnet *Computational Illumination* einen Schwerpunkt in dem Forschungsfeld *Computational Photography*, in dem multidisziplinär Konzepte und Verfahren aus der Computergrafik, dem Maschinellen Sehen, der Bildverarbeitung und Fotografie vereint werden, um neuartige und verbesserte Methoden der Bildgewinnung und -auswertung hervorzubringen. In der Literatur existiert keine eingrenzende Definition des Themengebiets Computational Illumination, für die meisten Arbeiten ist jedoch bezeichnend, dass die Beleuchtung als programmierbare und variable Größe für eine vorteilbringende Bildaufnahme genutzt wird. Danach können quasi auch alle klassischen strukturierten und kodierten Projektionsverfahren der optischen 3D-Messtechnik diesem Gebiet zugeordnet werden, siehe diesbezüglich auch [Sung+ 09; Zhu-ge 09] für einen neuartigen Beleuchtungsansatz für die abschattungsfreie Laserlinientriangulation. Die meisten aktuellen Veröffentlichungen weisen jedoch keinen direkten Bezug zur optischen Geometrievermessung auf und verfolgen andere Zielsetzungen für eine nutzbringende Bildgewinnung, siehe z. B. die Arbeiten von [Raskar+ 04; Koppal+ 12; Zhang+ 06b; Nayar+ 06b; Malzbender+ 01; Petschnigg+ 04]. Im nachfolgenden Abschnitt werden nur die für diese Arbeit relevanten Vorarbeiten vorgestellt.

In vielen Anwendungen aus dem Bereich *Computational Illumination* kommt ein digitaler Projektor als programmierbare Lichtquelle zum Einsatz, der mit einer Kamera zu einem Projektor-Kamera-System gekoppelt ist, siehe z. B. [Roll 11] für die Aufnahme von Hochkontrastbildern (engl. *high dynamic range imaging*). Ein großes Anwendungs- und Forschungsgebiet stellt die radiometrische Kompensation darzustellender Bilder auf unkooperativen Oberflächen bzgl. der Gestalt und Reflexionseigenschaften dar [Bimber+ 08]. Während in frühen Arbeiten Interreflexionen vernachlässigt wurden und nur der lokale Lichttransport an der Oberfläche betrachtet wurde [Nayar+ 03; Fujii+ 05; Ashdown+ 06], wird in späteren Arbeiten der globale Lichttransport betrachtet und an die Umgebungsgeometrie angepasst [Wetzstein+ 06; Wetzstein+ 07; Grundhöfer+ 08; Ng+ 09]. Dadurch wird quasi eine Projektion auf beliebigen Oberflächen möglich.

Eine artverwandte Anwendung für Projektor-Kamera-Systeme stellt die gezielte Manipulation des äußeren Erscheinungsbildes beliebiger Objekte und Szenen für einen menschlichen Betrachter dar. Diese kann z. B. für Augmented-Reality-Anwendungen [Grossberg+ 04], adaptive Tarnungen [Yun+ 08], die visuelle Un-

terstützung Sehgeschädigter [Amano+10] oder in der Malerei [Flagg+06] eingesetzt werden. Weiterhin kann durch eine gezielte räumliche Modulation der Beleuchtung eine optische Histrogramtransformation durchgeführt werden. In [Bimber+11] wird hierfür ein Projektor für die Auflichtbeleuchtung in einem Lichtmikroskop eingesetzt. Durch Rückkopplung mit einer Kamera wird die Beleuchtung des zu untersuchenden Präparats so moduliert, dass für den Betrachter eine optische Kontrastspreizung erzielt wird. Eine Projektor-Kamera-System mit hoher Bild- und Verarbeitungsrate und Echtzeitanforderungen wird in [de Charette+12] vorgestellt. Dieses wird als adaptiver Fahrzeugscheinwerfer eingesetzt, um durch eine räumliche Modulation der Beleuchtung für den Fahrer störende Streueffekte durch Regen und Schnee zu minimieren.

## 2.3. Optische Bild- und Signalverarbeitung

Der problemspezifische Beleuchtungsansatz für eine verbesserte Bildauswertung tangiert ebenso Forschungsthemen aus dem Bereich der optischen Bild- und Signalverarbeitung. Die klassische optische Bildverarbeitung geht aus der Fourier-Optik [Goodman 05] hervor und verwendet vorwiegend optische Korrelatoren (z. B. Vander-Lugt-Korrelatoren) für die optische Informationsverarbeitung. Durch die Umsetzung von Bildverarbeitungsalgorithmen, wie z. B. der Faltung und Korrelation, können damit vollständig optische Systeme für die schnelle Mustererkennung realisiert werden [Yu+98]. In der Regel wird für diese optischen Architekturen jedoch kohärentes Licht benötigt, was eine wesentliche Einschränkung für die Anwendung in der automatischen Sichtprüfung darstellt, z. B. aufgrund von auftretendem Speckle-Rauschen.

Durch die Verfügbarkeit von programmierbaren Flächenlichtmodulatoren, z. B. in digitalen Projektoren, wurde es möglich, einige Bildverarbeitungsverfahren auch für inkohärente Beleuchtungen optisch zu implementieren. [Nayar+06a] demonstrieren die optische Umsetzung einer Kantendetektion mit Hilfe eines Spiegelarrays, der in den Strahlengang einer Kamera eingebracht wird. Zur Bildaufnahme kann dadurch direkt eine optische Multiplikation auf Pixelebene mit einer nichtnegativen Filtermaske realisiert werden. Als Beleuchtung wird hier das Umgebungslicht verwendet. In ähnlicher Weise werden in [Jean 07; Jean 11] Filteroperationen auf Pixelebene optisch mit Hilfe eines koaxialen Projektor-Kamera-Systems realisiert.

Ebenso können mit Hilfe eines Projektor-Kamera-Systems bestimmte numerische Iterationsverfahren optisch auf die Lichttransportmatrix einer Szene angewendet werden. Durch eine teilweise optische Implementierung von Krylow-Unterraum-Verfahren, siehe z. B. [Saad 03] für Details, auf einem Projektor-Kamera-System gelingt es [O'Toole+ 10], eine Niedrig-Rang-Approximation sowie die Matrixinverse der Lichttransportmatrix zu ermitteln, ohne diese vorab explizit zu messen.

Die Anpassung der Beleuchtung an eine bestimmte Aufgabenstellung der automatischen Sichtprüfung kann als Erweiterung des von [Neifeld+ 03] eingeführten Konzepts des *Feature-specific Imaging* betrachtet werden. Zielsetzung des Konzepts ist es, die relevante Information für eine gegebene Aufgabenstellung explizit zu formulieren und als zu maximierende Zielgröße für einen systematischen Entwurf abbildender optischer Systeme zu nutzen. Für die Modellierung der Informationsübertragung und die Berücksichtigung von Störeinflüssen können hierfür Maße der Informationstheorie genutzt werden, siehe z. B. [O'Sullivan+ 98]. [Neifeld+ 07] schlagen die Transinformation für die Modellierung der aufgabenspezifischen Informationsübertragung durch ein optisches System als Informationsmaß vor.

### 2.4. Zusammenfassung

Die thematischen Berührungspunkte der problemspezifischen Beleuchtung zu verschiedenen Forschungsgebieten und relevanten Vorarbeiten sind vielfältig. Da der Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit primär auf der automatischen Sichtprüfung liegt, ist der wissenschaftliche Beitrag dieser Arbeit vorrangig im Kontext der in Abschn. 2.1.2 vorgestellten Arbeiten zur direkten Auswertung von Reflektanzmerkmalen zu bewerten. Die dortigen Vorarbeiten befassen sich ausschließlich mit der Bildverarbeitung und -auswertung vorab gewonnener Beleuchtungsserien, die unter unspezifischen und generischen Beleuchtungsbedingungen gewonnen wurden. Zwar werden die Vorteile durch Beleuchtungsserien gegenüber der Verarbeitung eines einzelnen Inspektionsbilds klar belegt, im Wesentlichen werden aber Bildaufnahme und -auswertung als getrennte, sequentielle Verarbeitungsschritte behandelt. Die Modellierung und Analyse der Bildentstehung unter variabler Beleuchtung wird dabei nur rudimentär betrachtet, sodass die Möglichkeit und das Potential einer vorgelagerten optischen

Merkmalsextraktion in den bisherigen Arbeiten noch nicht erkannt wurde. Zudem werden weder Auswirkungen des Umfangs der Beleuchtungsserie noch Störeinflüsse durch Rauschen auf die Bildauswertung betrachtet.

Eine Ausnahme bilden die Arbeiten von [Jehle+ 10] und [Gu+ 12], welche auch die größte Nähe zu dem in dieser Arbeit vorgeschlagenen Ansatz zur optischen Merkmalsextraktion durch hemisphärische Beleuchtungsmuster in Kapitel 5 aufweisen. Jehle et al. verwenden für die Bildaufnahme von Beleuchtungsserien ein sehr ähnliches Beleuchtungssystem wie in dieser Arbeit. Das in dieser Arbeit vorgestellte Beleuchtungssystem wurde unabhängig davon entwickelt, siehe [Gruna 10], und unterscheidet sich in der Behandlung der Reflektoroberfläche für eine gleichmäßigere Beleuchtung, siehe hierzu Abschn. 5.2. Trotz der Möglichkeit zur Realisierung beliebiger hemisphärischer Beleuchtungsmuster werden in [Jehle+ 10] nur einfache Basismuster für die Materialklassifikation verwendet. Um die Anzahl der Bildaufnahmen zu reduzieren, wird zusätzlich eine überwachte Merkmalsselektion für die Auswahl relevanter Basisbeleuchtungen durchgeführt. Das in der vorliegenden Arbeit entwickelte Verfahren zur Auswahl relevanter Basisbeleuchtungen ist unüberwacht und kann daher für eine Defektdetektion mit alleinigem Vorwissen über den Sollzustand eingesetzt werden.

[Gu+ 12] verwenden für die Aufnahme von Beleuchtungsserien eine programmierbare LED-Kuppel. Als Basisbeleuchtung dienen hier multispektrale Lichtstrahler, die aus jeweils sechs spektral verschiedenen LEDs aufgebaut sind und einzeln angesteuert werden können. Durch Superposition und Gewichtung der einzelnen LEDs werden hier optimierte Beleuchtungsmuster für die Materialklassifikation erzeugt. Damit ist der von Gu et al. präsentierte Ansatz ähnlich zu dem in Kapitel 5 entwickelten Verfahren zur optischen Merkmalsextraktion, das in [Gruna+ 12b] und [Gruna+ 12a] zeitgleich veröffentlicht wurde. Während Gu et al. eine a-posteriori-Analyse des Signal-Rausch-Verhältnisses der optischen Merkmalsextraktion durchführen, wird in dieser Arbeit in Abschn. 5.5.2.3 das Messrauschen explizit bei der Optimierung von Beleuchtungsmustern mitberücksichtigt. Dadurch kann das hier vorgestellte Beleuchtungsverfahren zusätzlich für schlechte Lichtverhältnisse oder kurze Belichtungszeiten angepasst werden.

Der Schwerpunkt der Vorarbeiten aus dem Bereich der Computergrafik in Abschn. 2.2 liegt naturgemäß in der Synthese fotorealistischer Bilder, bzw. im Fall der Arbeiten im Bereich *Computational Illumination* in Abschn. 2.2.3 in der visuellen Unterstützung eines menschlichen Betrachters. Beide Verfahrensbereiche sind daher in Hinblick auf die visuelle Wahrnehmung des Menschen entworfen

und optimiert. Die Novität der vorliegenden Arbeit besteht diesbezüglich in der Übertragung der Beleuchtungsansätze auf die automatische Sichtprüfung und deren systematische Nutzung für einen problemspezifischen Beleuchtungsentwurf. Die Modellierung der Interaktion von Licht und Materie ist im Forschungsgebiet der Computergrafik weit fortgeschritten und dient in der vorliegenden Arbeit als Grundlage für die Entwicklung eines eigenen angepassten Modells der Bildentstehung im Rahmen einer problemspezifischen Beleuchtung in Abschn. 3.1. Um hier die Bildgewinnung durch einen physikalischen Sensor einzubeziehen, wird zudem die Bildentstehung konsistent um ein stochastisches Signalmodell in Abschn. 3.3.2 ergänzt.

Im Hinblick auf den Bereich der optischen Bild- und Signalverarbeitung weist die Arbeit von [Neifeld+ 03] und das darin vorgestellte Konzept der Bildgewinnung die größte Nähe zur vorliegenden Arbeit auf. Darin und in darauf aufbauender Literatur [Baheti+ 06] wurde bisher jedoch nur die Bildgewinnung unter passiver Beleuchtungen und rudimentär unter einfacher räumlich strukturierter Beleuchtungen betrachtet und untersucht.

# 3. Modellierung der Beleuchtung und Bildentstehung

Die Grundlage der in dieser Arbeit entwickelten Verfahren bildet ein physikalisches Modell der Bildentstehung unter variablen Beleuchtungslichtfeldern. In diesem Kapitel werden zunächst die dafür benötigten Konzepte aus der Radiometrie eingeführt und unterschiedliche Modellierungsansätze zur Beschreibung der Reflexion und Interaktion von Licht an Oberflächen bzw. mit einer Szene vorgestellt. Die spektrale Zusammensetzung des Lichts wird hier zunächst vernachlässigt<sup>1</sup> und erst im nachfolgenden Kapitel 4 und Kapitel 5 konkret im Rahmen der dort vorgestellten Verfahren behandelt. Zentrales Konzept für die hier präsentierte radiometrische Bildmodellierung ist das *Reflektanzfeld*, das im Folgenden schrittweise entwickelt und schließlich mit einer Definition eingeführt wird. Abschließend wird die radiometrische Bildentstehung um ein stochastisches Signalmodell erweitert, um die Betrachtung physikalischer Störgrößen in die Bildentstehung mit einzubeziehen.

## 3.1. Radiometrische Konzepte und Größen

Für die Modellierung von Beleuchtung und Bildentstehung ist eine physikalische Beschreibung der durch elektromagnetische Strahlung transportierten Energie nötig. Die Messung von Strahlung und die Beschreibung ihrer Begegnung mit Materie ist Gegenstand der Radiometrie. Im Speziellen beschäftigt sich der Teilbereich der Fotometrie mit dem Energietransport durch das sichtbare Licht, der auf die Empfindlichkeit des Menschlichen Auges bezogen wird. Da in dieser Arbeit nicht die Wahrnehmung von Licht durch den Menschen behandelt wird,

---

<sup>1</sup>Hierfür kann eine näherungsweise monochromatische Beleuchtung, z. B. durch Leuchtdioden (LEDs), vorausgesetzt werden.

werden im Folgenden nur radiometrische Einheiten betrachtet. Die Einführung der radiometrischen Konzepte basiert auf den Annahmen der geometrischen Optik.

#### 3.1.1. Geometrische Grundlagen

##### 3.1.1.1. Lichtstrahlen

Für die Modellierung der Bildentstehung und für die Einführung der wesentlichen radiometrischen Konzepte werden zunächst die Annahmen der geometrischen Optik zugrunde gelegt. Das heißt, die Aperturen des optischen Systems sind deutlich größer als die Wellenlängen des Lichts und es wird nur die makroskopische Interaktion von Licht mit Objekten betrachtet. Die geometrische Optik abstrahiert von der Welleneigenschaft des Lichts und beschreibt den Lichttransport entlang geradliniger *Lichtstrahlen*, die mit dem Poynting-Vektor der elektromagnetischen Welle identifiziert werden [Zinth+ 11]. Als Folge daraus werden Interferenz- und Beugungseffekte vernachlässigt und es werden keine Polarisationszustände unterschieden.

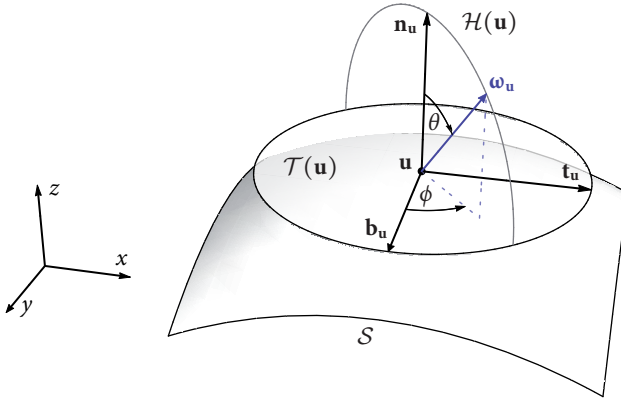
Lichtstrahlen stellen das fundamentale Konzept der geometrischen Optik dar. Dabei ist zu beachten, dass physikalisch realisierte Lichtstrahlen immer endlich ausgedehnten *Lichtstrahlenbündeln* entsprechen, die eine Breite größer der Wellenlänge besitzen. Die Erzeugung eines infinitesimal dünnen Lichtstrahls würde zu Beugungseffekten führen, die nicht mehr durch das Lichtstrahlenmodell der geometrischen Optik modelliert werden können [Beyer+ 12].

Im Folgenden werden Lichtstrahlen daher als idealisierte mathematische Objekte betrachten, die einem infinitesimal dünnen Strahlenbündel entsprechen. Aufgrund der geradlinigen Ausbreitung des Lichts im homogenen Medium ist ein Lichtstrahl geometrisch eindeutig durch einen Ortsvektor  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^3$  mit  $\mathbf{y} = (x, y, z)^T$  und einen Richtungsvektor  $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{S}^2$  im euklidischen Raum bestimmt. Die Menge aller Richtungen von Lichtstrahlen wird durch die Einheitskugel  $\mathbb{S}^2 := \{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^3 : \|\mathbf{y}\| = 1\}$  festgelegt. Damit kann die *Menge aller Lichtstrahlen* durch

$$\mathcal{R} := \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^2 \tag{3.1}$$

definiert werden [Veach 98].





**Abbildung 3.1.:** Lokales Koordinatensystem  $\{\mathbf{n}_u, \mathbf{t}_u, \mathbf{b}_u\}$  bezüglich des Oberflächenpunkts  $\mathbf{u}$  auf der Fläche  $S$  im euklidischen Raum  $\mathbb{R}^3$ . Durch die Tangentialebene  $\mathcal{T}(\mathbf{u})$  wird eine Hemisphäre  $\mathcal{H}(\mathbf{u})$  um  $\mathbf{u}$  festgelegt. Richtungen  $\omega_u \in \mathcal{H}(\mathbf{u})$  der Hemisphäre können mit  $\omega_u = (\phi, \theta)^\top$  in den lokalen hemisphärischen Koordinaten  $\phi \in [0, 2\pi)$ , dem Azimutwinkel, und  $\theta \in [0, \pi/2]$ , dem Polarwinkel, eindeutig angegeben werden.

In der Radiometrie wird der Energietransport vorwiegend in Bezug auf Flächen  $S \subset \mathbb{R}^3$  beschrieben, vgl. Abb. 3.1, zwischen denen für eine vereinfachende Betrachtung ein Vakuum angenommen wird. Eine Fläche kann dabei eine konkrete physikalische Entsprechung besitzen, z. B. in Form der Oberfläche eines Objekts<sup>2</sup>, oder aber virtueller Natur sein. Besteht eine betrachtete Szene nur aus opaken Oberflächen und wird als Umgebung ein Vakuum angenommen, können die Lichtstrahlen bezüglich den Oberflächen parametrisiert werden, da im Vakuum die transportierte Energie entlang eines Strahls erhalten bleibt.

Sei  $\mathbf{u} \in S$  ein Ausgangs- oder Eingangspunkt eines Lichtstrahls. Dann kann die Menge aller Lichtstrahlen in (3.1) äquivalent durch

$$\mathcal{R} = S \times \mathbb{S}^2 = \{(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) : \mathbf{u} \in S, \boldsymbol{\omega} \in \mathbb{S}^2\} \quad (3.2)$$

dargestellt werden [Veach 98].

<sup>2</sup>Die Fläche  $S \subset \mathbb{R}^3$  kann auch als die Vereinigung sämtlicher zweidimensionale Flächen einer Szene betrachtet werden [Veach 98], sodass  $S$  gedanklich der Oberfläche der gesamten betrachteten Szene entspricht.

Um die Interaktion von Licht mit einer Oberfläche zu beschreiben, wird das Konzept der *Richtungshemisphäre* um einen Oberflächenpunkt  $\mathbf{u} \in \mathcal{S}$  eingeführt. Hierfür wird im Folgenden angenommen, dass die normierte Oberflächennormale  $\mathbf{n}_{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^3$ , sowie die normierte Tangente  $\mathbf{t}_{\mathbf{u}}$  und Bitangente  $\mathbf{b}_{\mathbf{u}}$  am Punkt  $\mathbf{u}$  existieren und diese die *Tangentialebene*  $\mathcal{T}_{\mathbf{u}}$  des Punkts  $\mathbf{u}$  aufspannen, siehe Abb. 3.1. Dabei soll  $\mathbf{n}_{\mathbf{u}}$  in den Halbraum zeigen, in dem sich die Lichtquelle befindet. Offensichtlich teilt die Tangentialebene  $\mathcal{T}_{\mathbf{u}}$  am Punkt  $\mathbf{u}$  die Menge aller Richtungen  $\mathbb{S}^2$  in zwei Hemisphären. Vorerst soll nur das Reflexionsverhalten an opaken Oberflächen beschrieben werden, sodass es genügt, die *obere Richtungshemisphäre*

$$\mathcal{H}(\mathbf{u}) := \{ \boldsymbol{\omega} \in \mathbb{S}^2 : \langle \boldsymbol{\omega}, \mathbf{n}_{\mathbf{u}} \rangle \geq 0 \} \quad (3.3)$$

um den Oberflächenpunkt  $\mathbf{u}$  zu definieren und zu betrachten [Comninos 10; Marschner 98]. Die Richtungshemisphäre  $\mathcal{H}(\mathbf{u})$  dient im Weiteren sowohl der Angabe eingehender als auch ausgehender Richtungen am Punkt  $\mathbf{u}$ . Ist die Orientierung relevant und geht diese nicht direkt aus dem Kontext hervor (oder soll explizit hervorgehoben werden), wird die Hemisphäre ergänzend durch  $\mathcal{H}_{\text{in}}$  bzw.  $\mathcal{H}_{\text{out}}$  bezeichnet, wobei für die beiden Mengen  $\mathcal{H}_{\text{in}} = \mathcal{H}_{\text{out}}$  gilt.

Zahlreiche Konzepte der Radiometrie können als Funktionen über der Hemisphäre definiert werden. Für die Integration über die Hemisphäre ist eine alternative Darstellung von Richtungen in hemisphärischen Koordinaten vorteilhaft. Da  $\forall \boldsymbol{\omega} \in \mathbb{S}^2 : \|\boldsymbol{\omega}\| = 1$  gilt, können Richtungen  $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{u}} \in \mathcal{H}(\mathbf{u})$  als Winkelpaar  $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{u}} = (\phi, \theta)^T$  in sphärischen Koordinaten bezüglich des lokalen Koordinatensystems  $\{\mathbf{n}_{\mathbf{u}}, \mathbf{t}_{\mathbf{u}}, \mathbf{b}_{\mathbf{u}}\}$  mit Ursprung  $\mathbf{u}$  ausgedrückt werden, siehe Abb. 3.1. Der Polarwinkel  $\theta \in [0, \pi/2]$  gibt den Winkel zwischen  $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{u}}$  und der Normalen  $\mathbf{n}_{\mathbf{u}}$  an, der Azimutwinkel  $\phi \in [0, 2\pi)$  den Winkel zwischen  $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{u}}$  und einer beliebig festgelegten Achse in der Tangentialebene  $\mathcal{T}(\mathbf{u})$ . Die Abhängigkeit der Richtungsparametrierung vom Oberflächenpunkt  $\mathbf{u}$  bzw. dessen Normalen  $\mathbf{n}_{\mathbf{u}}$  muss dabei explizit durch die tiefgestellte Notation von  $\mathbf{u}$  in  $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{u}}$  berücksichtigt werden. Geht die lokale Abhängigkeit der Parametrierung aus dem Kontext hervor, wie z. B. durch die Angabe eines Integrationsbereichs in Form von  $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{u}} \in \mathcal{H}(\mathbf{u})$ , wird für eine übersichtliche Notation auf die Angabe von  $\mathbf{u}$  verzichtet.

### 3.1.1.2. Integrationsmaße und Raumwinkel

Für die Integration über Richtungen in hemisphärischen Koordinaten und die Berechnung radiometrischer Größen ist der Lebesgue'sche Integralbegriff nötig, der eine Integration über allgemeine Maßräume erlaubt [Wheeden+ 77].

**3.1.1.2.1. Integration über Flächen** Folgend bezeichne  $\mu$  das Lebesgue-Maß über  $\mathbb{R}$  sowie  $A$  ein Flächenmaß auf der Fläche  $\mathcal{S}$ , das jeder Oberflächenregion  $U \subseteq \mathcal{S}$  einen Flächeninhalt  $A(U)$  zuordnet. Weiter bezeichne das Differential  $dA(\mathbf{u})$  das zentrierte infinitesimale Flächenelement um den Punkt  $\mathbf{u} \in \mathcal{S}$ . Für zahlreiche radiometrische Berechnungen muss über den projizierten Flächeninhalt eines Flächenelements integriert werden, der sich aus einer von der Oberflächennormalen  $\mathbf{n}_{\mathbf{u}}$  verschiedenen Beobachtungsrichtung ergibt. Für eine übersichtliche Notation der Integration wird das *projizierte differentielle Flächenelement* durch

$$dA_{\omega}^{\perp}(\mathbf{u}) := \cos \theta_{\omega} dA(\mathbf{u}) \quad (3.4)$$

definiert, wobei  $\theta_{\omega}$  den Winkel zwischen der Beobachtungsrichtung  $\omega$  und der Oberflächennormalen  $\mathbf{n}_{\mathbf{u}}$  angibt.

**3.1.1.2.2. Integration über Richtungen** Für die Integration über Richtungen bezeichne  $\sigma$  das sphärische Lebesgue-Maß auf der Einheitskugel  $\mathbb{S}^2$ . Analog zur vorhergehenden Betrachtung hinsichtlich  $\mathcal{S}$  wird dadurch jeder Teilmenge  $\Gamma \subseteq \mathbb{S}^2$  von Richtungen eine Fläche  $\sigma(\Gamma)$  auf der Einheitskugel zugeordnet, die als der *Raumwinkel* von  $\Gamma$  mit Hilfsmaßeinheit Steradian (Einheitenzeichen: sr) bezeichnet wird. Zu der Richtung  $\omega \in \mathcal{H}(\mathbf{u})$  ist der *differentielle Raumwinkel* in sphärischen Koordinaten mit  $\omega = (\theta, \phi)^T$  durch

$$d\sigma(\omega) := \sin \theta d\mu(\phi) d\mu(\theta) \quad (3.5)$$

definiert. Anschaulich entspricht dieser einer infinitesimalen Richtungsmenge um die Richtung  $\omega$ .

Ein weiteres hilfreiches Konzept für die Berechnung radiometrischer Größen stellt das *projizierte Raumwinkelmaß*  $\sigma^{\perp}$  dar. Für einen infinitesimalen Raumwin-

kel  $d\sigma(\boldsymbol{\omega})$  einer Richtung  $\boldsymbol{\omega} \in \mathcal{H}(\mathbf{u})$  ist der *projizierte differentielle Raumwinkel* in sphärischen Koordinaten durch

$$d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}) := \cos \theta d\sigma(\boldsymbol{\omega}) \quad (3.6)$$

$$= \cos \theta \sin \theta d\mu(\phi) d\mu(\theta) \quad (3.7)$$

definiert [Comminos 10]. Da der Raumwinkel sowohl eine Menge von Richtungen als auch eine Fläche auf der Einheitskugel repräsentiert, kann der projizierte Raumwinkel ebenso als projizierter Flächeninhalt interpretiert werden: Für die Richtungsmenge  $\Gamma$  bzw. für die entsprechende Fläche auf der Einheitskugel entspricht  $\sigma^\perp(\Gamma)$  anschaulich der orthogonalen Projektion des Flächeninhalts  $\sigma(\Gamma)$  auf die Tangentialebene  $\mathcal{T}(\mathbf{u})$ .

#### 3.1.2. Radiometrische Größen

Für die Einführung der in dieser Arbeit benötigten radiometrischen Größen werden im nachfolgenden Abschnitt ein Oberflächenpunkt  $\mathbf{u} \in \mathcal{S}$  und eine lokal parametrisierte Richtungen  $\boldsymbol{\omega} \in \mathcal{H}(\mathbf{u})$  der umgebenden Hemisphäre betrachtet, vgl. hierzu Abb. 3.1. Eine weiterführende Einführung in die Radiometrie wird z. B. in [Preisendorfer 76] gegeben.

##### 3.1.2.1. Strahlungsenergie und Strahlungsfluss

Die gesamte durch elektromagnetische Strahlung transportierte Energie pro Zeiteinheit wird als *Strahlungsfluss*

$$\Phi(t) = \frac{d\Omega(t)}{dt} \quad (3.8)$$

mit Einheit  $[\Phi] = \text{J/s} = \text{W}$  bezeichnet, wobei  $\Omega(t)$  der *Strahlungsenergie* mit Einheit  $[\Omega] = \text{J}$  entspricht. Sowohl  $\Omega$  als auch  $\Phi$  sind genau genommen als zeitabhängige Größen zu behandeln. Da in dieser Arbeit nur der stationäre Strahlungsfluss von Systemen im Gleichgewicht betrachtet wird, kann in der Regel auf die Notation der zeitlichen Abhängigkeit verzichtet werden.<sup>3</sup> Ist der Strahlungs-

---

<sup>3</sup>Wie in [Velten+ 12] gezeigt wird, ermöglicht eine zeitaufgelöste Betrachtung die Zerlegung des beobachteten Lichttransports einer Szene in Interreflexionen, Volumenstreuungen und direkte Reflexionen.

fluss  $\Phi(t)$  einer Lichtquelle gegeben, kann die in die Umgebung abgestrahlte Strahlungsenergie im Zeitintervall  $\Delta t$  durch die Integration

$$\Omega = \int_{\Delta t} \Phi(t) dt \quad (3.9)$$

berechnet werden.

### 3.1.2.2. Strahlungsdichte

Um den Energietransport durch Licht entlang von Strahlen beschreiben zu können, muss der Strahlungsfluss um geometrische Konzepte erweitert werden. Die Geometrie eines infinitesimalen Strahlenbündels kann mit Hilfe eines infinitesimalen Flächenelements  $dA(\mathbf{u})$ , das dessen Position und räumliche Ausbreitung beschreibt, und eines differentiellen projizierten Raumwinkels  $\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega})$ , der dessen Richtung und Winkelausdehnung angibt, charakterisiert werden. Das infinitesimale geometrische Volumen eines Strahlenbündels wird als die *infinitesimale Étendue* bezeichnet<sup>4</sup>, die durch das Produkt

$$d\mathcal{E}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) := dA(\mathbf{u}) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}) = dA_\omega^\perp(\mathbf{u}) d\sigma(\boldsymbol{\omega}) \quad (3.10)$$

mit Einheit  $[\mathcal{E}] = \text{m}^2 \text{sr}$  definiert ist [Koenderink 10]. Die Étendue stellt eine rein geometrische Größe dar und kann als ein Volumenmaß über der Menge der Lichtstrahlen  $\mathcal{R}$  in (3.2) interpretiert werden [Veach 98; Torre 05]. Beim Durchgang eines Strahlenbündels durch ein ideales optisches System<sup>5</sup> ändert sich die Étendue nicht, diese stellt somit eine Erhaltungsgröße der geometrischen Optik dar (für einen formalen Beweis siehe [Winston+ 05]).

Mit Hilfe der Étendue kann die *Strahlungsdichte* auf anschauliche Weise durch

$$L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) := \frac{d^2\Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega})}{d^2\mathcal{E}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega})} = \frac{d^2\Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega})}{dA_\omega^\perp(\mathbf{u}) d\sigma(\boldsymbol{\omega})} \quad (3.11)$$

mit der Einheit  $[L] = \text{W}/(\text{m}^2 \text{sr})$  als Strahlungsfluss pro Étendue definiert werden. Durch die Notation  $d^2\Phi$  wird hervorgehoben, dass der Strahlungsfluss in der Definition der Strahlungsdichte in (3.11) einem Differential zweiter Ordnung

<sup>4</sup>In der deutschsprachigen Literatur wird die Ausdehnung eines Strahlenbündels auch als der *geometrische Fluss* oder als *Lichtleitwert* bezeichnet [Schröder+ 07].

<sup>5</sup>In einem idealen optischen System tritt keine Streuung, Absorption und Vignettierung auf.

entspricht, das zum Produkt der beiden Differentiale  $dA_{\omega}^{\perp}$  und  $d\sigma$  proportional ist. Die Strahlungsdichte  $L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega})$  gibt somit den (infinitesimalen) Strahlungsfluss entlang eines infinitesimalen Strahlenbündels bzw. Lichtstrahls aus Punkt  $\mathbf{u}$  in Richtung  $\boldsymbol{\omega}$  an und entspricht, bezugnehmend auf die Definition durch die Étendue, der Volumendichte des Strahlungsflusses über  $\mathcal{R}$ . Da die Étendue invariant bezüglich einer optischen Abbildung ist und in einem idealen optischen System die Energieerhaltung gilt, muss die Strahlungsdichte eines unblockierten Strahls ebenfalls erhalten bleiben. Demnach ist die Strahlungsdichte ebenfalls eine Invariante eines idealen optischen Systems.

#### 3.1.2.3. Bestrahlungsstärke und Strahlstärke

Die Strahlungsdichte in (3.11) stellt die wichtigste physikalische Größe in der Radiometrie dar, da diese zur vollständigen Charakterisierung einer Lichtquelle oder des Strahlungsflusses durch ein optisches System ausreicht. Weitere für die Praxis relevante radiometrische Größen können durch die Integration der Strahlungsdichte über den Ort oder die Richtung berechnet bzw. definiert werden [Caniou 99].

Die *Bestrahlungsstärke* eines Oberflächenpunkts  $\mathbf{u} \in \mathcal{S}$  kann durch Integration der Strahlungsdichte über alle eingehenden Richtungen  $\mathcal{H}(\mathbf{u})$  durch

$$E(\mathbf{u}) := \int_{\mathcal{H}(\mathbf{u})} L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}) \quad (3.12)$$

$$= \frac{d\Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega})}{dA(\mathbf{u})} \quad (3.13)$$

mit Einheit  $[E] = \text{W}/\text{m}^2$  definiert werden. Somit entspricht  $E(\mathbf{u})$  dem einfallenden Strahlungsfluss pro Flächeneinheit, der im Punkt  $\mathbf{u}$  auf die Oberfläche  $\mathcal{S}$  trifft, oder mit anderen Worten, der Flächendichte des Strahlungsflusses.

Die *Strahlungsstärke* in Richtung  $\boldsymbol{\omega} \in \mathcal{H}(\mathbf{u})$  bzgl. des Punkts  $\mathbf{u}$  kann durch Integration der Strahlungsdichte über die Oberflächen  $\mathcal{S}$  durch

$$I(\boldsymbol{\omega}) := \int_{\mathcal{S}} L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) dA_{\omega}^{\perp}(\mathbf{u}) \quad (3.14)$$

$$= \frac{d\Phi(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega})}{d\sigma(\boldsymbol{\omega})} \quad (3.15)$$

mit Einheit  $[I] = \text{W}/\text{sr}$  definiert werden. Die Strahlstärke  $I(\boldsymbol{\omega})$  entspricht somit dem Strahlungsfluss pro Raumwinkel oder, in anderen Worten, der Raumwinkeldichte des Strahlungsflusses.

### 3.1.3. Beleuchtungsmodellierung mittels Lichtfeldern

Aus der Definition in (3.11) ist ersichtlich, dass die Strahlungsdichte mit dem Ort  $\mathbf{u} \in \mathcal{S}$  und der Richtung  $\boldsymbol{\omega} \in \mathcal{H}(\mathbf{u})$  variiert und somit einer vierdimensionalen Funktion

$$L: \mathcal{S} \times \mathcal{H} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (3.16)$$

entspricht, die durch  $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}) \mapsto L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega})$  Lichtstrahlen eine Strahlungsdichte zuweist. Soll der Funktionscharakter der Strahlungsdichte hervorgehoben werden, wird diese als *Lichtfeld* [Gershun 36; Levoy+ 96] bezeichnet. Wie bereits in Abschn. 3.1.1.1 ausgeführt, genügt die vierdimensionale Modellierung in (3.16), in welcher der Ort  $\mathbf{u}$  an die Flächen  $\mathcal{S}$  gebunden ist, für die Beschreibung der Strahlungsdichte im objektleeren Raum. Die Fläche  $\mathcal{S}$  kann dabei einer physikalischen Oberfläche oder einer virtuellen Referenzfläche entsprechen. Quasi äquivalent zum Lichtfeld ist das Konzept der *plenoptischen Funktion* [Adelson+ 91], die jedoch üblicherweise in einem globalen Weltkoordinatensystem definiert wird und weitere physikalische Abhängigkeiten wie Zeit und Wellenlänge beinhaltet.

Bei einer gegebenen Szene aus Prüfobjekt und Lichtquelle wird unter dem Lichtfeld bzw. der plenoptischen Funktion der Szene in der Regel die gesamte abgestrahlte Strahlungsdichte einschließlich der Lichtquelle verstanden [Wong+ 02]. Die Beleuchtung wird hierbei als Bestandteil der Szene betrachtet. Das abgestrahlte Lichtfeld (3.16) wird dann durch eine virtuelle Referenzfläche  $\mathcal{S}$  parametrisiert, die sowohl das Prüfobjekt als auch die Lichtquelle umschließt, z. B. indem  $\mathcal{S}$  als die konvexe Hülle der Szene gewählt wird [Zhang+ 06a; Masselus+ 03].

Für die nachfolgenden Betrachtungen muss zwischen dem *einstrahlenden* Lichtfeld durch die Beleuchtung, durch  $L_{\text{in}}$  notiert, und dem *ausstrahlenden* und beobachteten Lichtfeld der Szene, durch  $L_{\text{out}}$  notiert, unterschieden werden. Weiterhin werden, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, nur Prüfobjekte ohne aktives Eigenleuchten betrachtet. Für eine getrennte Behandlung von  $L_{\text{in}}$  und  $L_{\text{out}}$  wird die Referenzfläche  $\mathcal{S}$  nun unter Bezug auf das Prüfobjekt gewählt, z. B. als Objektfläche oder das Objekt umschließende virtuelle Referenzfläche.

Die Beleuchtung wird dann durch ein einfallendes Lichtfeld  $L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  mit  $\mathbf{u}_{\text{in}} \in \mathcal{S}$  und  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$  modelliert, das die einstrahlende Strahlungsdichte am Punkt  $\mathbf{u}_{\text{in}}$  aus Richtung  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}$  bezüglich  $\mathcal{S}$  auf das Prüfobjekt angibt. Entsprechend gibt  $L_{\text{out}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}})$  mit  $\mathbf{u}_{\text{out}} \in \mathcal{S}$  und  $\boldsymbol{\omega}_{\text{out}} \in \mathcal{H}_{\text{out}}(\mathbf{u}_{\text{out}})$  die reflektierte und abgestrahlte Strahlungsdichte in Richtung  $\boldsymbol{\omega}_{\text{out}}$  am Punkt  $\mathbf{u}_{\text{out}}$  bezüglich  $\mathcal{S}$  an, die von einer Kamera beobachtet wird. Beide Lichtfelder müssen nicht zwangsläufig bezüglich der gleichen Fläche  $\mathcal{S}$  betrachtet werden, sondern können durch die Referenzflächen  $\mathcal{S}_{\text{in}}$  und  $\mathcal{S}_{\text{out}}$  separat parametrisiert werden.

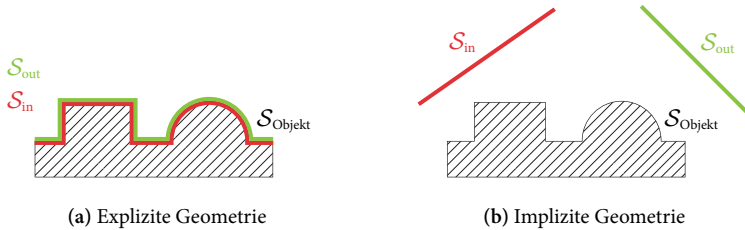
## 3.2. Reflektanzmodellierung

In diesem Abschnitt soll die Abhängigkeit des ausgestrahlten Lichtfelds  $L_{\text{out}}$  eines Objekts von dem einfallenden Lichtfeld durch eine Beleuchtung  $L_{\text{in}}$  modelliert werden. Der Zusammenhang zwischen einfallendem und ausstrahlendem Lichtfeld wird hierbei auch als der *Lichttransport* (in Bezug auf die gegebene Szene) bezeichnet, wobei hier nur der stationäre Gleichgewichtszustand des Lichttransports von Interesse ist. Abhängig von der Komplexität der Geometrie und den Materialeigenschaften des Prüfobjekts sowie der Inspektionsaufgabe kann der Lichttransport durch unterschiedliche Ansätze der Reflektanzmodellierung beschrieben werden. Im Folgenden wird dabei zwischen Ansätzen mit *expliziter* und *impliziter Geometriemodellierung* unterschieden, siehe Abb. 3.2 für eine grafische Erläuterung.

### 3.2.1. Explizite Geometriemodellierung

Das Prüfobjekt wird hier als Vereinigung von zweidimensionalen Flächen mit unterschiedlichen Materialeigenschaften modelliert. Die Beschreibung der Reflexions- bzw. Streueigenschaften erfolgt dann bezüglich der physikalischen Objektoberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$ . Das einfallende Lichtfeld  $L_{\text{in}}$  und abgestrahlte Lichtfeld  $L_{\text{out}}$  werden ebenfalls bezüglich  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  parametrisiert, sodass  $\mathcal{S}_{\text{in}} = \mathcal{S}_{\text{out}} = \mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  gilt. Dies entspricht im Wesentlichen dem klassischen Modellierungsansatz in der Computergrafik [Masselus 04].





**Abbildung 3.2.:** (a) Expliziter und (b) impliziter Modellierungsansatz für den Lichttransport einer Szene mit Prüfobjekt. In expliziten Ansätzen erfolgt eine Reflektanzmodellierung bezüglich der physikalischen Objektoberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$ , die ebenso als Referenzfläche für die Lichtfelder  $L_{\text{in}}$  und  $L_{\text{out}}$  dient. Alternativ kann der Lichttransport einer Szene auch bezüglich von  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  losgelösten virtuellen Referenzflächen  $\mathcal{S}_{\text{in}}$  und  $\mathcal{S}_{\text{out}}$  beschrieben werden. Dadurch findet eine implizite Berücksichtigung und Modellierung der Szenengeometrie statt.

### 3.2.1.1. Direkte Beleuchtungsmodellierung

Bei der direkten Beleuchtungsmodellierung werden Mehrfachreflexionen an der Objektoberfläche ignoriert und es wird nur die direkte Beleuchtung der Oberfläche durch die Lichtquelle berücksichtigt. Im Folgenden sei  $L_{\text{in}}$  das einstrahlende Lichtfeld der Lichtquelle auf die Objektoberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$ . Das ausfallende Lichtfeld wird durch einmalige Interaktion der direkten Beleuchtung  $L_{\text{in}}$  mit der Objektoberfläche modelliert und mit  $L_{\text{out}}^{\text{direkt}}$  bezeichnet. Die direkte Beleuchtungsmodellierung ist für konvexe Oberflächen korrekt, bei nichtkonvexen Oberflächen müssen auftretende Mehrfachreflexionen ggf. als Störgröße modelliert werden. Zudem müssen bei der Modellierung des beleuchtenden Lichtfelds  $L_{\text{in}}$  eventuell auftretende Selbstabschattungen berücksichtigt werden.

Das Zustandekommen des Lichtfelds  $L_{\text{out}}^{\text{direkt}}$  wird allein durch die optischen Materialeigenschaften der Oberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  und des einstrahlenden Lichtfelds  $L_{\text{in}}$  bestimmt. Bei vielen Nichtmetallen kann eine Volumenstreuung beobachtet werden, sodass für die Beschreibung des Reflexions- bzw. Streuverhaltens an einem einzelnen Punkt das einfallende Lichtfeld auf der gesamten Objektoberfläche berücksichtigt werden muss. Für einen einfallenden differentiellen Strahlungsfluss am Punkt  $\mathbf{u}_{\text{in}} \in \mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  aus Richtung  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$  kann dabei aus Gründen der Energieerhaltung ein linearer Zusammenhang zur ausgestrahlten Strahlungs-

dichte an einem anderen Punkt  $\mathbf{u}_{\text{out}} \in \mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  in Richtung  $\boldsymbol{\omega}_{\text{out}} \in \mathcal{H}_{\text{out}}(\mathbf{u}_{\text{out}})$  beobachtet werden [Nicodemus+ 92], der sich wie folgt beschreiben lässt:

$$d^2 L_{\text{out}}^{\text{direkt}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) \propto d^2 \Phi_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \quad (3.17)$$

$$= L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) dA(\mathbf{u}_{\text{in}}). \quad (3.18)$$

Die ausgestrahlte Strahlungsdichte  $d^2 L_{\text{out}}^{\text{direkt}}$  ist demnach proportional zur einfallenden Strahlungsdichte  $L_{\text{in}}$  am Punkt  $\mathbf{u}_{\text{in}}$  aus Richtung  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}$ , dem Raumwinkel  $d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  und dem beleuchteten Flächenelement  $dA(\mathbf{u}_{\text{in}})$ . Der Proportionalitätsfaktor in (3.17) wird hierbei nach [Nicodemus+ 92; Jensen+ 01] als *bidirektionale Oberflächenstreuungs-Reflektanzverteilungsfunktion* (engl. *bidirectional subsurface scattering distribution function*) bezeichnet und im Folgenden durch BSSRDF abgekürzt.

**Definition 3.1** (BSSRDF). Seien  $\mathbf{u}_{\text{in}}$  und  $\mathbf{u}_{\text{out}}$  zwei Punkte auf einer zweidimensionalen Objektoberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}} \subset \mathbb{R}^3$ . Weiter bezeichnen  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$  und  $\boldsymbol{\omega}_{\text{out}} \in \mathcal{H}_{\text{out}}(\mathbf{u}_{\text{out}})$  einfallende bzw. ausfallende Richtungen auf der Hemisphäre an den Punkten  $\mathbf{u}_{\text{in}}$  und  $\mathbf{u}_{\text{out}}$ . Die BSSRDF ist als die Funktion

$$\rho_{\text{BSSRDF}}: \mathcal{S}_{\text{Objekt}} \times \mathcal{H}_{\text{in}} \times \mathcal{S}_{\text{Objekt}} \times \mathcal{H}_{\text{out}} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (3.19)$$

mit

$$\rho_{\text{BSSRDF}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) := \frac{d^2 L_{\text{out}}^{\text{direkt}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}})}{L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) dA(\mathbf{u}_{\text{in}})} \quad (3.20)$$

definiert. Die BSSRDF besitzt die Einheit  $[\rho_{\text{BSSRDF}}] = \text{sr}^{-1} \text{m}^{-2}$ .  $\square$

Mit Hilfe der BSSRDF in Definition 3.1 kann der lokale Lichttransport bei direkter Beleuchtung der Objektoberfläche durch die Lichtquelle  $L_{\text{in}}$  durch die Integration

$$L_{\text{out}}^{\text{direkt}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) = \int_{\mathcal{S}_{\text{Objekt}}} \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})} \rho_{\text{BSSRDF}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) \cdot L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) dA(\mathbf{u}_{\text{in}}) \quad (3.21)$$

modelliert werden. Für die Berücksichtigung der Volumenstreuung muss das einfallende Lichtfeld  $L_{\text{in}}$  über alle Einfallsrichtungen  $\mathcal{H}_{\text{in}}$  wie auch über die gesamte Objektoberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  integriert werden.

Die BSSRDF stellt eine allgemeine Beschreibung des Reflexions- und Streuverhaltens von nichtmetallischen Materialien dar. Für opake Oberflächen ohne Volumenstreuung (z. B. Metalle) wird Licht nur unmittelbar in der Nähe des einfallenden Lichtes reflektiert, d. h.

$$\forall \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}} \forall \mathbf{u}_{\text{out}} \neq \mathbf{u}_{\text{in}} : \rho_{\text{BSSRDF}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) = 0. \quad (3.22)$$

Folglich muss für die Modellierung des Reflexionsverhaltens nur ein einzelner Oberflächenpunkt  $\mathbf{u} \in \mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  mit  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{in}} = \mathbf{u}_{\text{out}}$  betrachtet werden. Der lineare Zusammenhang aus (3.17) vereinfacht sich dadurch zu

$$dL_{\text{out}}^{\text{direkt}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) \propto dE_{\text{in}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \quad (3.23)$$

$$= L_{\text{in}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}), \quad (3.24)$$

sodass die ausgestrahlte Strahlungsdichte  $dL_{\text{out}}^{\text{direkt}}$  in Richtung  $\boldsymbol{\omega}_{\text{out}}$  proportional zur erzeugten differentiellen Bestrahlungsstärke  $dE_{\text{in}}$  am Punkt  $\mathbf{u}$  aus Richtung  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}$  ist. Da hier das beleuchtete Flächenelement mit dem abstrahlenden Flächenelement zusammenfällt, entfällt  $dA(\mathbf{u})$  als Proportionalitätsfaktor in (3.24). Der Proportionalitätsfaktor in (3.23) wird nach [Nicodemus+ 92] als *bidirektionale Reflektanzverteilungsfunktion* (engl. *bidirectional reflectance distribution function*) bezeichnet und im Folgenden durch BRDF abgekürzt.

**Definition 3.2 (BRDF).** Sei  $\mathbf{u}$  ein Punkt auf einer zweidimensionalen Objekt-oberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}} \subset \mathbb{R}^3$ . Weiter bezeichnen  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u})$  und  $\boldsymbol{\omega}_{\text{out}} \in \mathcal{H}_{\text{out}}(\mathbf{u})$  einfallende bzw. ausfallende Richtungen auf der Hemisphäre des Punkts  $\mathbf{u}$ . Die BRDF ist als Funktion

$$\rho_{\text{BRDF}} : \mathcal{S}_{\text{Objekt}} \times \mathcal{H}_{\text{in}} \times \mathcal{H}_{\text{out}} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (3.25)$$

mit

$$\rho_{\text{BRDF}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) := \frac{dL_{\text{direkt}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}})}{L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}})} \quad (3.26)$$

definiert. Die BRDF besitzt die Einheit  $[\rho_{\text{BRDF}}] = \text{sr}^{-1}$ .  $\square$

Mit Hilfe der BRDF in Definition 3.2 kann der lokale Lichttransport an opaken Objekt-oberflächen bei direkter Beleuchtung durch  $L_{\text{in}}$  durch die Integration

$$L_{\text{out}}^{\text{direkt}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) = \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u})} \rho_{\text{BRDF}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) L_{\text{in}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \quad (3.27)$$

modelliert werden. Da die BRDF das Reflexionsverhalten opaker Flächen ohne Volumenstreuung beschreibt, muss das einfallende Lichtfeld am Punkt  $\mathbf{u}$  nur über die Einfallrichtungen  $\mathcal{H}_{\text{in}}$  integriert werden.

#### 3.2.1.2. Indirekte Beleuchtungsmodellierung

Die Reflektanzverteilungsfunktionen BSSRDF und BRDF sind bezüglich der Objektoberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  definiert, sie können somit direkt mit Material- bzw. Oberflächeneigenschaften des Objekts in Verbindung gebracht werden. Der direkte Lichttransport an der Objektoberfläche, bedingt durch die Beleuchtung  $L_{\text{in}}$ , kann damit lokal durch (3.27) und (3.21) beschrieben werden. Globale Beleuchtungseffekte, die beispielsweise durch eine komplexe Szenengeometrie zustande kommen, können nicht direkt durch die BRDF oder BSSRDF modelliert werden.

Bei nichtkonvexen Oberflächen kann es zu einer wechselseitigen Beleuchtung aller gegenseitig sichtbarer Oberflächenpunkte sowie gegenseitigen Abschattungen kommen. Unter Berücksichtigung aller globaler Beleuchtungseffekte kann die stationäre Strahlungsdichte  $L_{\text{out}}$  der Szene durch die Summe

$$L_{\text{out}} = L_{\text{out}}^{\text{direkt}} + L_{\text{out}}^{\text{indirekt}} \quad (3.28)$$

dargestellt werden, wobei  $L_{\text{out}}^{\text{direkt}}$  durch die direkte Beleuchtung der Lichtquelle (siehe Abschn. 3.2.1.1), und  $L_{\text{out}}^{\text{indirekt}}$  durch die indirekte Beleuchtung umliegender Oberflächenpunkte zustande kommt. Die gesamtheitliche Betrachtung aller direkten und indirekten Beleuchtungseffekte in (3.28) wird als *globale Beleuchtungsmodellierung* oder *globaler Lichttransport* bezeichnet [Dutre+ 06].

Die direkte Komponente  $L_{\text{out}}^{\text{direkt}}$  in (3.28) kann durch den lokalen Lichttransport in (3.21) mit der BRDF bzw. in (3.27) mit Hilfe der BSSRDF modelliert werden. Für die Modellierung der indirekten Komponente  $L_{\text{out}}^{\text{indirekt}}$  soll im Folgenden nur die BRDF für opake Oberflächen betrachtet werden, auf eine Herleitung für die BSSRDF wird hier verzichtet, diese erfolgt jedoch im Wesentlichen analog dazu.

Für die Modellierung der indirekten Komponente  $L_{\text{out}}^{\text{indirekt}}$  in (3.28) muss die indirekte Beleuchtung durch umliegende Oberflächenpunkte berücksichtigt wer-

den. Dies kann mit Hilfe der *Strahlrückverfolgungs-Funktion*  $\text{trace}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  und der Integration

$$L_{\text{out}}^{\text{indirekt}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) = \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u})} \rho_{\text{BRDF}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) \cdot L_{\text{out}}(\text{trace}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}), -\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \quad (3.29)$$

über die einfallenden Beleuchtungsrichtungen  $\mathcal{H}_{\text{in}}$  umgesetzt werden [Dutre+ 06; Pharr+ 10]. Die Modellierung von  $L_{\text{out}}^{\text{indirekt}}$  erfolgt herbei quasi entsprechend zum lokale Lichttransport in (3.27), wobei jedoch die einfallende Beleuchtung am Punkt  $\mathbf{u}$  aus Richtung  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}$  durch die reflektierte, und somit ausfallende Strahlungsdichte  $L_{\text{out}}(\text{trace}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}), -\boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  der umliegenden Oberflächenpunkte dargestellt wird. Die Funktion  $\text{trace}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  liefert durch Rückverfolgung des Strahls  $(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  den sichtbaren Oberflächenpunkt auf  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  zurück, der zur indirekten Beleuchtung von  $\mathbf{u}$  beiträgt. Weiterhin wird durch  $-\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}$  die entgegengesetzte Ausstrahlrichtung zur einfallenden Richtung  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}$  angegeben. Somit kann die indirekte Beleuchtung der Objektoberfläche durch das ausstrahlende Lichtfeld der umliegenden Oberflächenpunkte dargestellt werden.

### 3.2.1.3. Globale Beleuchtungsmodellierung

Wie zuvor bezeichne  $L_{\text{in}}$  die direkte Beleuchtung der Objektoberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  durch die Lichtquelle. Durch Einsetzen der direkten Komponente  $L_{\text{out}}^{\text{direkt}}$  aus (3.27) und indirekten Komponente  $L_{\text{out}}^{\text{indirekt}}$  aus (3.29) in (3.28) kann die Integralgleichung

$$L_{\text{out}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) = \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u})} \rho_{\text{BRDF}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) L_{\text{in}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{i}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) + \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u})} \rho_{\text{BRDF}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) L_{\text{out}}(\text{trace}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}), -\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \quad (3.30)$$

für den globalen Lichttransport angegeben werden. Die Integralgleichung<sup>6</sup> in (3.30) entspricht einer Form der von [Kajiya 86] eingeführten *Lichttransportgleichung* (in der Literatur oft auch als *Rendergleichung* bezeichnet), die ein physikalisch korrektes Modell für den Lichttransport liefert. Üblicherweise wird

<sup>6</sup>Fredholm'sche Integralgleichung zweiter Art [Weisstein 10].

in der Literatur die Lichtquelle in der Lichttransportgleichung als emittierendes Element der Szene angegeben, vgl. z. B. [Akenine-Möller+ 08; Dutre+ 06; Pharr+ 10]. Die entwickelte Formulierung der Lichttransportgleichung in (3.30) berücksichtigt den für die automatische Sichtprüfung üblichen Fall, dass die Lichtquelle nicht selbst Teil der betrachteten Prüfzene ist. Die Beleuchtung durch eine einstrahlende Lichtquelle  $L_{\text{in}}$  wird hier durch die Komponente  $L_{\text{out}}^{\text{direkt}}$  eingebracht, die den Lichttransport bereits nach einer einmaligen Reflexion an der Objektoberfläche beschreibt.

Die wechselseitige Beleuchtung von Oberflächenpunkten führt zu der rekursiven Modellierung in (3.30), in der das ausstrahlende Lichtfeld  $L_{\text{out}}$  sowohl unterhalb eines Integrals als auch außerhalb desselben auftritt. Die Anfangswertbedingung wird hierbei durch die Beleuchtung  $L_{\text{in}}$  vorgegeben. Für eine gegebene Beleuchtung  $L_{\text{in}}$ , Reflektanzverteilungsfunktion  $\rho_{\text{BRDF}}$  und Objektgeometrie  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  kann die stationäre Strahlungsdichte einer Szene  $L_{\text{out}}$  durch Lösen von (3.30) ermittelt werden. Aufgrund der Rekursivität existiert für nichttriviale Szenen in der Regel jedoch keine analytische Lösung. Numerische Lösungsverfahren für die Vorwärtsberechnung des Lichttransports werden als Verfahren zur globalen Beleuchtungssimulation bezeichnet und werden z. B. ausführlich in [Pharr+ 10; Dutre+ 06; Foley 96; Glassner 95] vorgestellt und behandelt.

Für eine übersichtliche Notation kann die Lichttransportgleichung (3.30) mit Hilfe linearer Operatoren geschrieben werden [Arvo 95; Veach 98; Marschner 98]. Die Modellierung des lokalen Lichttransports in (3.27) wird dabei durch den *Reflexionsoperator*  $\mathcal{K}$  gekapselt, der durch den linearen Integraloperator

$$(\mathcal{K}L_{\text{in}})(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) := \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u})} \rho_{\text{BRDF}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) L_{\text{in}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \quad (3.31)$$

für einfallende Lichtfelder  $L_{\text{in}}$  definiert ist.

Die geometrisch bedingte Beleuchtung durch umliegende Oberflächenpunkte wird durch den *Geometrieoperator*  $\mathcal{G}$  gekapselt, der durch den linearen Operator

$$(\mathcal{G}L_{\text{out}})(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) := L_{\text{out}}(\text{trace}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}), -\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \quad (3.32)$$

für ausstrahlende Lichtfelder  $L_{\text{out}}$  definiert ist. Durch  $\mathcal{G}$  wird das ausstrahlende Lichtfeld  $L_{\text{out}}$  für die von  $\mathbf{u}$  aus sichtbaren Oberflächenpunkte in ein einfallendes Lichtfeld transformiert, vgl. hierzu auch die Erläuterung zu Gleichung (3.29).

Mit der Linearität des Reflexionsoperator  $\mathcal{K}$  und des Geometrieoperator  $\mathcal{G}$  kann die Integralgleichung (3.30) vereinfacht und übersichtlich durch

$$L_{\text{out}} = L_{\text{out}}^{\text{direkt}} + L_{\text{out}}^{\text{indirekt}} \quad (3.33)$$

$$= \mathcal{K} L_{\text{in}} + \mathcal{K} \mathcal{G} L_{\text{out}} \quad (3.34)$$

$$= \mathcal{K} (L_{\text{in}} + \mathcal{G} L_{\text{out}}) \quad (3.35)$$

geschrieben werden, wobei die in der Literatur übliche Notation  $\mathcal{K} L_{\text{in}}$  bzw.  $\mathcal{G} L_{\text{out}}$  in (3.34) für die Anwendung der linearen Operatoren an eine Matrix-Vektor-Multiplikation angelehnt ist. Die Notation mittels linearer Operatoren bildet die Grundlage für verschiedene Ansätze zur numerischen Vorwärtslösung der Lichttransportgleichung. Grundsätzlich können dabei drei Lösungsstrategien unterschieden werden, die in die Kategorien *Inversion*, *Expansion* und *Iteration* untergliedert werden können [Rechenberg 06]. Auch für inverse Problemstellungen in Bezug auf die Analyse des Lichttransports, siehe z. B. in [Liu+10b; Chandraker+11; Seitz+05; Chu+11], hat sich die Operatoren-Notation als vorteilhaft erwiesen.

### 3.2.2. Implizite Geometriemodellierung

Die betrachtete Reflektanzmodellierung in Abschn. 3.2.1 basiert auf einer getrennten Modellierung der Objektgeometrie und den Reflektanzeigenschaften der Objektoberfläche durch die BRDF bzw. BSSRDF. Durch numerisches Lösen der Lichttransportgleichung kann damit die stationäre Verteilung der Strahlungsdichte in einer Szene unter Berücksichtigung globaler Beleuchtungseffekte berechnet werden.

Einen alternativen Ansatz stellt die direkte Modellierung des globalen Lichttransports der Szene dar, siehe hierzu auch Abb. 3.2. Dabei wird von einer getrennten Betrachtung von Geometrie und Materialeigenschaften abstrahiert, mit dem Ziel, direkt das Reflexionsverhalten der gesamten Szene zu beschreiben. Die Szenenreflektanz wird dann durch das sogenannte *Reflektanzfeld* [Debevec+00] modelliert, das bereits sämtliche globale und geometriebedingte Beleuchtungseffekte wie z. B. Interreflexionen, Abschattungen oder Volumenstreuungen implizit enthält. Das Reflektanzfeld bildet die theoretische Grundlage für datengetriebene Bildsyntheseverfahren der Computergrafik, die eine Erzeugung fotorealistischer Bilder einer Szene ohne explizite Geometriemodellierung ermöglichen [Fuchs 08;

Masselus+ 03; Masselus 04; Shum+ 05]. Im Unterschied zu der lokal modellierten BRDF oder BSSRDF kann aufgrund der hohen Beschreibungskomplexität der Szenenreflektanz in der Regel kein explizites analytisches oder parametrisches Modell für das Reflektanzfeld angegeben werden. Mit Hilfe programmierbarer Lichtquellen kann das Reflektanzfeld realer Szenen jedoch gemessen werden, siehe hierzu z. B. [Garg 06; Sen+ 05; O'Toole+ 10] für unterschiedliche Ansätze.

Eine formale Definition des Reflektanzfelds ist mit Hilfe der Lichttransportgleichung in (3.33) in Operatoren-Schreibweise möglich. Durch Umformen von (3.35) gemäß

$$L_{\text{out}} = \mathcal{K}(L_{\text{in}} + \mathcal{G}L_{\text{out}}) \quad \Leftrightarrow \quad L_{\text{out}} = (\mathcal{I} - \mathcal{K}\mathcal{G})^{-1}\mathcal{K}L_{\text{in}} \quad (3.36)$$

kann explizit nach  $L_{\text{out}}$  aufgelöst werden, wobei  $\mathcal{I}$  dem *Identitätsoperator* entspricht. Dabei wird der durch

$$\mathcal{R} := (\mathcal{I} - \mathcal{K}\mathcal{G})^{-1}\mathcal{K} \quad (3.37)$$

definierte lineare Operator gemeinhin als *Lösungsoperator* der Lichttransportgleichung bezeichnet [Veach 98; Lang 12; Marschner 98; Dutre+ 06; Lehtinen 07]. Mit diesem und (3.37) kann der globale Lichttransport der Szene durch die lineare Transformation

$$L_{\text{out}} = \mathcal{R}L_{\text{in}} \quad (3.38)$$

zusammengefasst werden. Dadurch wird klar ersichtlich, dass der globale Lichttransport, einschließlich physikalischer Phänomene wie Kaustiken, Interreflexionen, Brechungen oder Abschattungen, linearen Gesetzmäßigkeiten gehorcht. Ausgenommen hiervon sind Phänomene der nichtlinearen Optik [Shen 84], die im Rahmen dieser Arbeit keine Rolle spielen und nicht betrachtet werden.

Die direkte Auflösung der Lichttransportgleichung nach  $L_{\text{out}}$  in (3.36) setzt die Invertierbarkeit des Operators  $(\mathcal{I} - \mathcal{K}\mathcal{G})$  voraus. In der Regel kann dieser nur durch starke Einschränkungen der BRDF, es wird nur Lambert'sche Streuung betrachtet, und durch eine Diskretisierung der Szene in finite Elemente geschlossen angegeben werden [Veach 98]. In der Praxis hat die geschlossene Berechnung des Lösungsoperators  $\mathcal{R}$  durch Invertierung daher keine Bedeutung.



Dennoch zeigt die lineare Transformation in (3.38), dass die stationäre Verteilung der Strahlungsdichte zu einer Beleuchtung  $L_{\text{in}}$  direkt durch ein lineares System gemäß

$$L_{\text{out}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) = \int_{\mathcal{S}_{\text{in}}} \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})} R(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) \cdot L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) dA(\mathbf{u}_{\text{in}}) \quad (3.39)$$

modelliert werden kann, in dem  $\mathcal{R}$  als linearer Integraloperator ausgeschrieben wird. Da der Lösungsoperator  $\mathcal{R}$  in (3.37) sowohl das lokale Reflexionsverhalten als auch die Szenengeometrie zusammenfasst, kann die Funktion  $R$  in (3.39) als Impulsantwort bzw. Green'sche Funktion der Szene interpretiert werden. Diese ist abhängig von den Reflexionseigenschaften und der Geometrie der gesamten Szene und modelliert somit, im Gegensatz zur BRDF oder BSSRDF, den globalen Lichttransport, der sich gemäß (3.28) aus direkter und indirekter Beleuchtung zusammensetzt. Somit entfällt die Notwendigkeit einer rekursiven Modellierung des Lichttransports wie in (3.30), die auf einer expliziten Angabe der Szenengeometrie aufbaut, um die wechselseitige Beleuchtung von Oberflächenpunkten zu erfassen. Im Gegensatz dazu ist die Parametrierung des Definitionsbereich von  $R$  nicht an eine physikalische Objektfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  gebunden, sondern kann auf beliebigen Referenzflächen  $\mathcal{S}_{\text{in}}$  und  $\mathcal{S}_{\text{out}}$  stattfinden, vgl. dazu auch Abb. 3.2. Sind  $\mathcal{S}_{\text{in}}$  und  $\mathcal{S}_{\text{out}}$  außerhalb der Oberfläche des Prüfobjekts festgelegt, werden durch  $R$  auch sämtliche auftretende Selbstabschattungen des einfallenden und ausstrahlenden Lichtfelds, bedingt durch die Szenengeometrie, mitberücksichtigt.

Mit Hilfe von (3.39) kann eine formale Definition des *Reflektanzfelds* angegeben werden:

**Definition 3.3** (Reflektanzfeld). Seien  $L_{\text{in}}$  das beleuchtende und  $L_{\text{out}}$  das ausstrahlende Lichtfeld einer Szene im Gleichgewichtszustand, die bezüglich beliebiger Referenzflächen  $\mathcal{S}_{\text{in}} \subset \mathbb{R}^3$  bzw.  $\mathcal{S}_{\text{out}} \subset \mathbb{R}^3$  außerhalb der konvexen Hülle der Szene parametrisiert sind. Weiter bezeichnen  $\mathbf{u}_{\text{in}} \in \mathcal{S}_{\text{in}}$  und  $\mathbf{u}_{\text{out}} \in \mathcal{S}_{\text{out}}$  Punkte, sowie  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$  einfallende und  $\boldsymbol{\omega}_{\text{out}} \in \mathcal{H}_{\text{out}}(\mathbf{u}_{\text{out}})$  ausfallende Richtungen bezüglich  $\mathcal{S}_{\text{in}}$  bzw.  $\mathcal{S}_{\text{out}}$ . Das *Reflektanzfeld* ist dann als Funktion

$$R: \mathcal{S}_{\text{in}} \times \mathcal{H}_{\text{in}} \times \mathcal{S}_{\text{out}} \times \mathcal{H}_{\text{out}} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (3.40)$$

mit

$$R(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) := \frac{d^2 L_{\text{out}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}})}{L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^+(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) dA(\mathbf{u}_{\text{in}})} \quad (3.41)$$

definiert und besitzt die Einheit  $[R] = \text{sr}^{-1}\text{m}^{-2}$ . Damit entspricht  $R$  dem Integrationskern der durch den Lösungsoperator  $\mathcal{R}$  der Lichttransportgleichung definierten linearen Integraltransformation in (3.39).  $\square$

In der Literatur wird ein dem Reflektanzfeld ähnliches Konzept als *global reflectance distribution function* bezeichnet [Lafortune+ 94; Dutre+ 06; Veach 98], das ebenfalls direkt den globalen Lichttransport einer Szene modelliert. Im Unterschied zu dem Reflektanzfeld in Definition 3.3 wird dieses jedoch bezüglich der Objektoberfläche  $\mathcal{S}_{\text{Objekt}}$  parametrisiert.

### 3.3. Modellierung der Bildentstehung

Das in Definition 3.3 eingeführte Reflektanzfeld bildet in dieser Arbeit die Grundlage für die Modellierung der Bildentstehung unter variabler Beleuchtung. Dadurch kann auf eine explizite Modellierung und Angabe der Geometrie des Prüfobjekts verzichtet werden. In vielen Anwendungsbeispielen der automatischen Sichtprüfung mit qualitativer Auswertung, wie z. B. in der Defektdetektion, Vollständigkeitsprüfung oder Prüfung auf Lagerichtigkeit bringt eine getrennte Betrachtung von Reflektanz- und Geometrieigenschaften keinen oder nur geringen Vorteil. In der Regel genügt hierfür die Szenenreflektanz als zu prüfendes Merkmal, da unerheblich ist, ob eine Abweichung vom Sollzustand durch Unterschiede in der Geometrie und/oder der Reflektanz herrühren.

Für die Bildmodellierung muss berücksichtigt werden, dass die physikalische Bildaufnahme durch einen Kamerasensor unterschiedlichen stochastischen Störeinflüssen ausgesetzt ist. Das heißt, selbst unter identischen Aufnahmebedingungen liefert die Bildaufnahme unterschiedliche Bildwerte. Daher muss ein durch die Bildaufnahme gewonnener Bildwert  $g \in \mathbb{G}$  des Musterraums  $\mathbb{G} \subseteq \mathbb{R}$  als Zufallsvariable modelliert werden.

Im nachfolgenden Abschn. 3.3.1 wird zunächst die deterministische Bildentstehung auf Basis der radiometrischen Konzepte aus Abschn. 3.1 betrachtet. Für die

Modellierung der Störeinflüsse wird in Abschn. 3.3.2 ein stochastisches Signalmodell für den Bildwert  $g$  auf Basis des Quantenmodells des Lichts eingeführt. Die deterministische Komponente des Bildwerts  $\bar{g} := E\{g\}$  wird als Erwartungswert definiert und wird direkt mit der radiometrischen Bildentstehung und Reflektanzmodellierung in Verbindung gebracht. Für die Modellierung der Störeinflüsse wird die Rauschgröße

$$\tilde{g} := g - \bar{g} \quad (3.42)$$

als Abweichung eines gemessenen Bildwertes  $g$  vom deterministischen Signalanteil  $\bar{g}$  definiert. Nach Definition ist  $\tilde{g}$  mittelwertfrei und kann somit als additive Störgröße in ein stochastisches Signalmodell

$$g = \bar{g} + \tilde{g} \quad (3.43)$$

für den Bildwert  $g$  eingebracht werden.

### 3.3.1. Radiometrische Bildentstehung

#### 3.3.1.1. Kamerageometrie und -optik

Da die Strahlungsdichte in einem optischen System aus Linsen und Spiegeln eine Erhaltungsgröße darstellt (siehe Abschn. 3.1.2.2), kann das abgestrahlte Lichtfeld  $L_{\text{out}}$  einer Szene ebenso direkt als einstrahlendes Lichtfeld  $L_{\text{cam}}$  auf die Sensorebene  $\mathcal{S}_{\text{cam}}$  einer Kamera parametrisiert werden. In paraxialer Näherung kann die geometrische Transformation der Kameraoptik auf ein beobachtetes Lichtfeld durch eine lineare Transformation

$$\mathbf{T}_{\text{cam}} : \mathcal{S}_{\text{out}} \times \mathcal{H}_{\text{out}} \rightarrow \mathcal{S}_{\text{cam}} \times \mathcal{H}_{\text{in}} \quad (3.44)$$

beschrieben werden. Konkret kann die Transformation  $\mathbf{T}_{\text{cam}}$  dabei mit Hilfe der Matrizenoptik, siehe z. B. [Pedrotti+07] für eine Einführung, als Produkt mehrerer sogenannter *Strahl-Transfermatrizen* für die einzelnen optischen Elemente in der Kamera, in der Regel Aperturen und Linsen, modelliert werden.

Im Folgenden sei  $\mathbf{x}$  ein Punkt auf der Sensorebene  $\mathcal{S}_{\text{cam}} \subset \mathbb{R}^2$  in Bildkoordinaten und  $\omega_{\text{cam}} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{x})$  bezeichne einfallende Richtungen auf dem Sensor. Das beobachtete Lichtfeld  $L_{\text{out}}$  sei weiterhin wie in der Definition 3.3 des Reflektanzfelds parametrisiert. Da die Strahlungsdichte in einem perfekten optischen System

invariant ist, muss  $L_{\text{out}}(\mathbf{u}_{\text{out}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{out}}) = L_{\text{cam}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}})$  erfüllt sein. Folglich kann das einfallende Lichtfeld in der Kamera mit Hilfe der inversen Transformation  $\mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}$  der kameraspezifischen Transformation (3.44) durch

$$L_{\text{cam}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) = L_{\text{out}}(\mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}})) \quad (3.45)$$

ausgedrückt werden. Die Existenz von  $\mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}$  folgt hier aus der Invarianz der Étendue beim Durchgang durch ein optisches System.

#### 3.3.1.2. Kontinuierliche Signalmodellierung

Mit Hilfe der Beschreibung des Lichttransports durch das Reflektanzfeld in (3.39) und des geometrischen Zusammenhangs in (3.45) kann das einstrahlende Lichtfeld auf dem Kamerasensor durch

$$L_{\text{cam}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) = \int_{S_{\text{in}}} \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})} R(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}})) \cdot L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) dA(\mathbf{u}_{\text{in}}) \quad (3.46)$$

modelliert werden.

Bei einer herkömmlichen Kamera beträgt die Bestrahlungsstärke  $E(\mathbf{x})$  am Punkt  $\mathbf{x}$  auf dem Kamerasensor

$$E(\mathbf{x}) = \int_{\Gamma(\mathbf{x})} L_{\text{cam}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}), \quad (3.47)$$

vgl. hierzu Abschn. 3.1.2.3, wobei  $\Gamma(\mathbf{x}) \subseteq \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{x})$  den vom Punkt  $\mathbf{x}$  aus sichtbaren Raumwinkel der Austrittspupille des Kameraobjektivs bezeichnet. Durch die Integration in (3.47) geht somit die Richtungsinformation des Lichtfelds  $L_{\text{cam}}$  verloren.<sup>7</sup> Da die Bildaufnahme zeitlich begrenzt ist, findet über die Belichtungszeit  $\Delta t$  eine Integration der Bestrahlungsstärke gemäß

$$H(\mathbf{x}) = \int_{\Delta t} E(\mathbf{x}) dt, \quad (3.48)$$

zu der *Bestrahlung*  $H(\mathbf{x})$  statt<sup>8</sup>, die schließlich von der nachgeschalteten Kameraelektronik in einen Bildwert gewandelt wird. Die kontinuierliche Funktion

<sup>7</sup>Eine Alternative hierzu bietet eine Lichtfeldkamera, bei der die Richtungsinformation des aufgenommenen Lichtfelds erhalten bleibt [Ng+05].

<sup>8</sup>Die Bestrahlung  $H$  besitzt die Einheit  $[H] = \text{J}/\text{m}^2$ .

$H(\mathbf{x})$  der Bestrahlung kann somit als kontinuierliches radiometrisches Bildsignal auf der Sensorebene  $\mathcal{S}_{\text{cam}}$  interpretiert werden.

Durch ineinander Einsetzen von (3.46) in (3.47) und in (3.48) kann der Zusammenhang zwischen einfallender Beleuchtung  $L_{\text{in}}$  und der Bestrahlung  $H(\mathbf{x})$  auf dem Kamerasensor durch

$$H(\mathbf{x}) = \int_{\Delta t} \int_{\Gamma(\mathbf{x})} \left( \int_{\mathcal{S}_{\text{in}}} \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})} R(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}})) \cdot L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) dA(\mathbf{u}_{\text{in}}) \right) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) dt \quad (3.49)$$

modelliert werden.

### 3.3.1.3. Diskrete Signalmodellierung

Die kontinuierliche Signalmodellierung in (3.49) entspricht einer vereinfachten Betrachtung der Bildentstehung. Für gewöhnlich liefern digitale bildgebende Sensoren kein kontinuierliches sondern ein diskretes Signal, das durch örtliche Abtastung des kontinuierlichen Signals  $H(\mathbf{x})$  an den Sensorpositionen  $j = 1, \dots, N_{\text{cam}}$  entsteht. Die Abtastung geschieht durch die Belichtung einer Sensormatrix, die bei Flächenkameras in der Regel durch eine rechteckige Anordnung von elementaren Sensorelementen aufgebaut ist. Jedem elementaren Sensorelement ist dadurch eine fotosensitive Fläche  $\mathcal{P}_j \subset \mathcal{S}_{\text{cam}}$  zugeordnet. Diese wandeln die einfallende Strahlungsenergie in ein elektrisches Signal in Form einer Ladung. Bei näherungsweise monochromatischem Licht ist der erzeugte Bildwert damit proportional zur Strahlungsenergie  $\Omega_j$ , die während der Belichtungszeit  $\Delta t$  auf das elementare Sensorelement einfällt:

$$\Omega_j = \int_{\mathcal{P}_j} H(\mathbf{x}) dA(\mathbf{x}) = \int_{\mathcal{P}_j} \int_{\Delta t} E(\mathbf{x}) dt dA(\mathbf{x}). \quad (3.50)$$

Durch ineinander Einsetzen von (3.46) in (3.47), (3.48) und (3.50) kann die einfallende Energie  $\Omega_j$  auf ein elementares Sensorelement an Position  $j$  durch die Beleuchtung  $L_{\text{in}}$  durch

$$\Omega_j = \int_{\mathcal{P}_j} \int_{\Delta t} \int_{\Gamma(\mathbf{x})} \left( \int_{\mathcal{S}_{\text{in}}} \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})} R(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}})) \cdot L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) dA(\mathbf{u}_{\text{in}}) \right) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) dt dA(\mathbf{x}) \quad (3.51)$$

modelliert werden. Analog zur kontinuierlichen Betrachtung der Bestrahlung  $H(\mathbf{x})$  kann die einfallende Strahlungsenergie  $\Omega_j$  auf das Sensorelement  $j$  während einer Bildaufnahme als diskretes radiometrisches Bildsignal auf der Sensorebene  $\mathcal{S}_{\text{cam}}$  interpretiert werden.

## 3.3.2. Stochastische Bildmodellierung

### 3.3.2.1. Licht als Photonenstrom

In der bisherigen Betrachtung wurde für die Beschreibung des Lichttransports die Energieausbreitung durch elektromagnetische Wellen zugrunde gelegt. Für die Modellierung stochastischer Störeinflüsse auf die Bildgewinnung durch einen Kamerasensor, wie bereits in (3.43) vorweggenommen, müssen der Energietransport durch Licht und die daraus abgeleiteten radiometrischen Konzepte im Quantenmodell betrachtet werden.<sup>9</sup> Hierfür wird die elektromagnetische Strahlung als Strom einzelner Lichtquanten, sogenannter *Photonen*, beschrieben. Für näherungsweise monochromatisches Licht mit Frequenz  $\nu$  beträgt die Energie eines einzelnen Photons

$$\mathcal{E}_{\text{ph}} = h\nu, \quad (3.52)$$

wobei  $h \approx 6,626 \cdot 10^{-34}$  Js das *Planck'sche Wirkungsquantum* bezeichnet.

Aufgrund der diskreten Quantelung und den zugrundeliegenden Entstehungsprozessen sind die Photonen in einem Photonenstrom zufällig bezüglich Ort und Zeit verteilt. Für das Auftreffen des Photonenstroms auf eine Detektorfläche  $\mathcal{S}_{\text{cam}}$  kann dafür der nachfolgende probabilistische Zusammenhang gemäß [Saleh+ 07] angegeben werden: Für einen Punkt  $\mathbf{x} \in \mathcal{S}_{\text{cam}}$  ist die Wahrscheinlichkeit  $p(\mathbf{x}, t) dA(\mathbf{x}) dt$  für das Eintreffen eines Photons in der infinitesimalen Umgebung  $dA(\mathbf{x})$  während des infinitesimalen Zeitintervalls  $dt$  proportional zur *normalen Bestrahlungsstärke*<sup>10</sup>  $E_0(\mathbf{x}, t)$ , oder in Formeln ausgedrückt:

$$p(\mathbf{x}, t) dA(\mathbf{x}) dt \propto E_0(\mathbf{x}, t) dA(\mathbf{x}) dt. \quad (3.53)$$

<sup>9</sup>Für eine umfangreiche Einführung physikalischer Theorien zur Modellierung von Licht siehe [Saleh+ 07].

<sup>10</sup>Die normale Bestrahlungsstärke ist durch  $E_0(\mathbf{x}) := \frac{d\Phi(\mathbf{x})}{dA_{\omega}(\mathbf{x})} = \frac{E(\mathbf{x})}{\cos \theta_{\omega}}$  definiert und entspricht der Intensität der elektromagnetischen Welle am Punkt  $\mathbf{x}$ .

Für die Bildgewinnung durch einen Festkörperdetektor ist die *Anzahl der freien Ladungsträger (Photoelektronen)*  $n_{pe}$  maßgebend, die durch die einfallenden Photonen erzeugt werden. Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein einzelnes Photon ein Photoelektron erzeugt wird durch die *Quanteneffizienz*  $\alpha$  beschrieben. Zusammen mit (3.53) und (3.52) kann damit die erzeugte *mittlere Photoelektronenanzahl*  $\bar{n}_{pe,j}$ , die durch die Bestrahlung der Sensorpixelfläche  $\mathcal{P}_j$  entsteht, durch

$$\bar{n}_{pe,j} = \frac{\alpha}{\mathfrak{E}_{ph}} \int_{\mathcal{P}_j} \int_{\Delta t} E_0(\mathbf{x}, t) dt dA_{\omega}^{\perp}(\mathbf{x}) \quad (3.54)$$

$$= \frac{\alpha}{\mathfrak{E}_{ph}} \int_{\mathcal{P}_j} \int_{\Delta t} E(\mathbf{x}, t) dt dA(\mathbf{x}) \quad (3.55)$$

angegeben werden.

Durch Einsetzen der rechten Seite von (3.50) in (3.54) kann die einfallende Energie  $\Omega_j$  auf ein Sensorelement durch

$$\bar{n}_{pe,j} = \frac{\alpha}{\mathfrak{E}_{ph}} \Omega_j \quad (3.56)$$

direkt mit der mittleren Anzahl (bezüglich Fläche und Zeit) erzeugter Photoelektronen  $\bar{n}_{pe,j}$  in Verbindung gebracht werden. Aufgrund der beschriebenen stochastischen Zusammenhänge muss  $n_{pe,j}$  als Zufallsvariable betrachtet werden, deren Erwartungswert  $\bar{n}_{pe,j}$  durch (3.56) radiometrisch modelliert werden kann. Die stochastische Variabilität von  $n_{pe,j}$  wird dabei durch die Art der Lichtquelle und somit durch den physikalischen Prozess der Photonenerzeugung bestimmt [Barrett+03; Saleh+07]. In der Regel kann für  $n_{pe,j}$  in guter Näherung eine Poisson-Verteilung mit dem Erwartungswert  $\bar{n}_{pe,j}$  angesetzt werden, was wie folgt notiert wird:

$$n_{pe,j} \sim P_{\text{Poisson}}(\bar{n}_{pe,j}). \quad (3.57)$$

Der Verteilungsparameter  $\bar{n}_{pe,j}$  der Poisson-Verteilung entspricht zugleich dem Erwartungswert und der Varianz, d. h.,

$$\bar{n}_{pe,j} = E \{ n_{pe,j} \} = \text{Var} \{ n_{pe,j} \}. \quad (3.58)$$

Eine wichtige Eigenschaft der Poisson-Verteilung ist durch ihren Zusammenhang zur Bernoulli-Verteilung gegeben. Im Quantenbild führt die Interaktion

eines Photonenstroms mit Materie (z. B. in Form von Absorption, Streuung oder photoelektrischen Effekten) zu einer zufälligen Aufteilung des Photonenstroms, die einem Bernoulli-Prozess mit Erfolgswahrscheinlichkeit  $p_{\text{Bernoulli}}$  gehorcht. Das sogenannte *Binomial Selection Theorem* nach [Barrett+ 03] sagt aus, dass die Poisson-Verteilung diesbezüglich erhalten bleibt, wobei sich jedoch deren Verteilungsparameter um den Faktor  $p_{\text{Bernoulli}}$  reduziert. Wird somit eine Lichtquelle mit Poisson'scher Photonenstatistik vorausgesetzt, ist die Verteilungsannahme (3.57) für alle beobachteten Interaktionen von elektromagnetischer Strahlung und Materie gültig. Demnach muss für die stochastische Modellierung von Photonenströmen und deren Interaktion mit Materie nur die Wahrscheinlichkeit  $p_{\text{Bernoulli}}$  modelliert werden, die mit der betrachteten optisch wirksamen Materialeigenschaft, z. B. der Reflektanz oder Transmissivität, gleichgesetzt werden kann.

#### 3.3.2.2. Stochastische Signalkomponenten

Die stochastischen Störeinflüsse auf die Bildgewinnung können im Wesentlichen auf zwei Rauschquellen zurückgeführt werden: Die inhärente Variabilität diskreter Photonenströme und erzeugter Photoelektronen, vgl. hierzu (3.57), sowie die Rauscheinflüsse bei der Wandlung der detektierten Photoelektronen in ein elektrisches Bildsignal. Im Nachfolgenden wird die eingebrachte stochastische Variabilität durch die induzierten Photoelektronen als *Schrotrauschen* bezeichnet. Die eingebrachten Störeinflüsse durch die elektronische Verarbeitungskette in der Kamera werden im Folgenden unter dem Begriff *Schaltungsrauschen* zusammengefasst. Abhängig von der Modellierungstiefe und der Konstruktion der Kameraelektronik setzt sich das Schaltungsrauschen aus mehreren statistisch unabhängigen Rauschquellen zusammen, siehe z. B. [Healey+ 94; Tsing+ 01; Jähne 10] für eine weitergehende Betrachtung. In der Literatur werden diese daher für gewöhnlich in einer signalunabhängigen und normalverteilten Rauschquelle zusammengefasst, die als mittelwertfreie stochastische Signalkomponente modelliert wird [Granados+ 10; Hasinoff+ 10; Ihrke+ 10; Schechner+ 07; Wuttig 05]. Störeinflüsse durch uniform verteiltes Quantisierungsrauschen werden in der vorliegenden Arbeit vernachlässigt. Im Gegensatz zum Schrotrauschen kann das Schaltungsrauschen durch einen erhöhten technischen Aufwand, z. B. durch eine Kühlung des Kamerasensors, nahezu beliebig reduziert werden.



Zugunsten einer übersichtlichen Notation wird folgend der Index  $j = 1, \dots, N_{\text{cam}}$  für die Ortsbezeichnung in den zuvor betrachteten Größen unterdrückt. Bei der Bildgewinnung durch einen Bildsensor mit nachgeschalteter Kameraelektronik wird die Anzahl der erzeugten Photoelektronen  $n_{\text{pe}}$  auf einen digitalen Bildwert  $g \in \mathbb{G}$  mit  $\mathbb{G} \subset \mathbb{R}$  abgebildet. Hierfür wird im Folgenden ein linearer Zusammenhang angenommen<sup>11</sup>, der durch den Faktor  $\gamma$ , die lineare *Systemverstärkung*, modelliert wird. Die Systemverstärkung  $\gamma$  setzt die Anzahl der erzeugten Ladungsträger mit dem Bildwert in Beziehung. Zur Berücksichtigung des Schaltungsrauschen wird die von  $n_{\text{pe}}$  stochastisch unabhängige und normalverteilte Zufallsvariable  $n_{\text{read}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\text{read}}^2)$  eingeführt, deren Beitrag zur Bildentstehung ebenfalls in der Einheit Elektronen modelliert wird. Damit kann ein stochastisches Modell für den Bildwert durch

$$g = \gamma(n_{\text{pe}} + n_{\text{read}}) \quad (3.59)$$

angegeben werden. Auf die Modellierung eines additiven Dunkelwerts wird hier verzichtet, da der dadurch eingebrachte Signaloffset in dieser Arbeit durch eine korrigierende Dunkelbildsubtraktion<sup>12</sup> entfernt wird.

**3.3.2.2.1. Deterministische und stochastische Bildsignal Komponente** Im Folgenden wird das stochastische Bildmodell (3.59) in einen deterministischen und stochastischen Signalteil zerlegt. Wie zuvor ausgeführt, werden dabei die Einflüsse des Schrotrauschens und des Schaltungsrauschen durch die Zufallsvariablen  $n_{\text{pe}} \sim P_{\text{Poisson}}(\bar{n}_{\text{pe}})$  bzw.  $n_{\text{read}} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\text{read}}^2)$  modelliert. Der *deterministische Signalanteil* wird als Erwartungswert

$$\bar{g} := E\{g\} = \gamma \bar{n}_{\text{pe}} \quad (3.60)$$

des stochastischen Bildwerts definiert. Durch Einsetzen von (3.56) in (3.60) kann direkt der Zusammenhang zwischen der einfallenden Energie  $\Omega$  auf ein Sensorelement aus der radiometrischen Bildmodellierung in Abschn. 3.3.1 und dem deterministischen Signalanteil hergestellt werden:

$$\bar{g} = \gamma \frac{\alpha}{\mathfrak{E}_{\text{ph}}} \Omega. \quad (3.61)$$

<sup>11</sup>Dieser gilt in der Regel nur für Industriekameras und nicht für Digitalkameras für die Fotografie.

<sup>12</sup>Die Dunkelbildsubtraktion dient in dieser Arbeit in erster Linie der Schwarzwertkorrektur bei der Beleuchtung durch einen Projektor.

Der stochastische Signalanteil von (3.59) wird als Abweichung vom Erwartungswert definiert:

$$\tilde{g} := g - E\{g\} \quad (3.62)$$

$$= \gamma(n_{pe} + n_{read}) - \bar{g}. \quad (3.63)$$

Durch Umformen von (3.62) zu

$$\tilde{g} = (\gamma n_{pe} - \bar{g}) + \gamma n_{read} \quad (3.64)$$

kann der stochastische Signalanteil weiter in einen *signalabhängigen* Anteil

$$\tilde{g}_{pe}(\bar{g}) := \gamma n_{pe} - \bar{g}, \quad (3.65)$$

der den Beitrag des Schrotrauschens modelliert, und einen *signalunabhängigen* Anteil

$$\tilde{g}_{read} := \gamma n_{read}, \quad (3.66)$$

der den Beitrag des Schaltungsrauschens beschreibt, zerlegt werden. Zusammengefasst kann der gesamte stochastische Signalanteil in (3.62) durch

$$\tilde{g} = \tilde{g}_{pe}(\bar{g}) + \tilde{g}_{read} \quad (3.67)$$

in Schwankungen des Bildwertes ausgedrückt werden. Nach der Definition des stochastischen Anteils in (3.62) kann damit (3.59) als Summe eines deterministischen und stochastischen Signalanteils geschrieben werden:

$$g = \bar{g} + \tilde{g}_{pe}(\bar{g}) + \tilde{g}_{read}. \quad (3.68)$$

Das additive Bildmodell (3.68) bildet die Grundlage für die Analyse und Bewertung der im folgenden Kapitel 4 und Kapitel 5 vorgestellten Verfahren.

**3.3.2.2.2. Signal-Rausch-Verhältnis des Bildsignals** Eine zentrale Kenngröße zur Beschreibung der Stochastizität eines Bildsignals ist das *Signal-Rausch-Verhältnis* (engl. *signal-to-noise ratio*), kurz SNR, das hier durch

$$SNR := \frac{(E\{g\})^2}{\text{Var}\{g\}} \quad (3.69)$$

definiert wird. Nach Voraussetzung der stochastischen Eigenschaften von (3.68) folgt für die Varianz eines Bildwertes

$$\text{Var} \{g\} = \text{Var} \{\tilde{g}\} \quad (3.70)$$

$$= \text{Var} \{\tilde{g}_{\text{pe}}(\bar{g})\} + \text{Var} \{\tilde{g}_{\text{read}}\} \quad (3.71)$$

$$= \gamma^2 \text{Var} \{n_{\text{pe}}\} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \quad (3.72)$$

$$= \gamma^2 \bar{n}_{\text{pe}} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2, \quad (3.73)$$

bzw. durch Einsetzen von (3.60) in (3.73) in Bildwerten ausgedrückt

$$\text{Var} \{g\} = \gamma \bar{g} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2. \quad (3.74)$$

Damit kann das SNR in (3.69) für das eingeführte Signalmodell durch

$$\text{SNR} = \frac{\bar{n}_{\text{pe}}^2}{\bar{n}_{\text{pe}} + \sigma_{\text{read}}^2} = \frac{\bar{g}^2}{\gamma \bar{g} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2} \quad (3.75)$$

angegeben werden.

Eine Analyse des SNR wird oft durch die Betrachtung der Grenzfälle von dominierendem Schrotrauschen  $\bar{n}_{\text{pe}} \gg \sigma_{\text{read}}^2$ , im Fall hoher Bestrahlungen, bzw. dominierendem Schaltungsrauschen  $\bar{n}_{\text{pe}} \ll \sigma_{\text{read}}^2$ , im Fall geringer Bestrahlungen durch schlechte Lichtverhältnisse oder kurze Belichtungszeiten, erleichtert [Jähne 12]. Für dominierendes Schrotrauschen ergibt sich aus (3.75) das SNR zu

$$\text{SNR}_{\text{pe}} = \bar{n}_{\text{pe}} = \frac{\bar{g}}{\gamma} \quad (3.76)$$

und für dominierendes Schaltungsrauschen zu

$$\text{SNR}_{\text{read}} = \frac{\bar{n}_{\text{pe}}^2}{\sigma_{\text{read}}^2} = \frac{\bar{g}^2}{\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2}. \quad (3.77)$$

Das SNR bildet in dem nachfolgenden Kapitel in Abschn. 5.4.3 die Grundlage für eine analytische Bewertung der optischen Merkmalsextraktion.

**3.3.2.2.3. Probabilistische Bildsignalmodellierung** Für eine vollständige probabilistische Charakterisierung des Bildwerts kann die Poisson-Modellierung des Schrotrauschens in (3.57) gut für den hier vorliegenden Fall von  $\bar{n}_{\text{pe}} > 20$  durch die Normalverteilung approximiert werden [DasGupta 11]:

$$n_{\text{pe}} \sim P_{\text{Poisson}}(\bar{n}_{\text{pe}}) \stackrel{\text{a}}{\sim} \mathcal{N}(\bar{n}_{\text{pe}}, \bar{n}_{\text{pe}}). \quad (3.78)$$

Somit kann die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung des signalabhängigen Schrotrauschens in (3.65) näherungsweise durch

$$\tilde{g}_{\text{pe}}(\bar{g}) \stackrel{\text{a}}{\sim} \mathcal{N}(0, \gamma^2 \bar{n}_{\text{pe}}) = \mathcal{N}(0, \gamma \bar{g}) \quad (3.79)$$

angegeben werden. Zusammen mit der angesetzten Normalverteilungs-Modellierung des Schaltungsrauschens durch

$$\tilde{g}_{\text{read}} \sim \mathcal{N}(0, \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2) \quad (3.80)$$

folgt aus (3.59) bzw. (3.68) für die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung des Bildwerts  $g$  die Normalverteilung

$$g \sim \mathcal{N}(\gamma \bar{n}_{\text{pe}}, \gamma^2 \bar{n}_{\text{pe}} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2) = \mathcal{N}(\bar{g}, \gamma \bar{g} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2). \quad (3.81)$$

Im nachfolgenden Kapitel Kapitel 4 dient die probabilistische Modellierung des Bildwerts in (3.81) der Festlegung eines Schwellwertes für die optische Änderungsdetektion.

## 4. Optische Änderungsdetektion durch Lichttransportinvertierung

Die Auswahl einer geeigneten Beleuchtung ist einer der wichtigsten Schritte bei der Planung und dem Entwurf eines automatischen Sichtprüfsystems. Wie bereits in Abschn. 1.2 dargelegt, kann durch eine problemspezifische, an die Sichtprüfungsaufgabe angepasste Beleuchtung sowohl der technische als auch algorithmische Aufwand für die Bildgewinnung bzw. nachfolgende Bildauswertung reduziert werden. Wie in diesem Kapitel gezeigt wird, kann eine problemspezifische Beleuchtung kanonisch durch eine inverse Herangehensweise entworfen werden, bei der von dem gewünschten, einfach auszuwertenden Inspektionsbild ausgegangen wird. Beleuchtungsverfahren und -ansätze, die auf diesem Entwurfsansatz beruhen, werden im Weiteren als *inverse Beleuchtungsverfahren* bezeichnet und im nachfolgenden Abschn. 4.1 näher betrachtet. Dieses inverse Beleuchtungsprinzip wird in Abschn. 4.3 aufgegriffen und in einem neuartigen Beleuchtungsverfahren zur optischen Änderungsdetektion umgesetzt. Die Grundlage hierfür bildet die Bildgewinnung unter räumlich modulierter Beleuchtung, siehe Abschn. 4.2, die in dieser Arbeit mit einem koaxialen Projektor-Kamera-System realisiert wird. Damit kann durch eine Invertierung des Lichttransports die Beleuchtung derart an ein Referenzobjekt angepasst werden, dass der Bildkontrast vollständig unterdrückt wird. Das hierfür benötigte Beleuchtungsmuster wird im Weiteren als *inverse Beleuchtungsmuster* der Prüfzene bezeichnet. Durch die Beleuchtung eines zu prüfenden Objekts mit dem inversen Beleuchtungsmuster werden so während der Inspektion nur die Abweichungen zum Referenzobjekt als Kontrastmerkmale im Inspektionsbild abgebildet. Auf anschauliche Weise wird damit eine optische Merkmalsextraktion realisiert, die zu einer effizienten Schwellwertdetektion für die Echtzeit-Bildauswertung führt. In Abschn. 4.4 wird das Verfahren hinsichtlich des Kontrast-Rausch-Verhältnisses analysiert und mit herkömmlicher Differenzbildbildung zur Änderungsdetektion verglichen.

## 4.1. Inverses Beleuchtungsprinzip

In diesem Abschnitt werden zunächst verschiedene gängige Beleuchtungsverfahren aus der Literatur vorgestellt, die eine inverse Herangehensweise beim Beleuchtungsentwurf erkennen lassen. Wie im Anschluss argumentiert wird, kann diese allgemein als eine Invertierung des Lichttransports formuliert werden.

Während sich die Anforderungen an die bildgebende Optik und Bildsensorik beim Entwurf eines Sichtprüfsystems oft direkt aus der Aufgabenstellung ergeben, siehe hierfür z. B. [Batchelor 12; Davies 05], beruht der Entwurf der Beleuchtung zumeist auf Erfahrungswerten. In vielen anwendungsorientierten Leitfäden zur Bildaufnahme für die automatische Sichtprüfung [Hornberg 06; Microscan Systems Inc 11; Zeuch 00; SICK 06; NI 12] wird die folgende Entwurfsempfehlung für die Beleuchtung gegeben:

- ▷ Maximiere den Kontrast der aufgabenrelevanten Merkmale des Prüfobjekts bei gleichzeitiger
- ▷ Unterdrückung bzw. Minimierung des Kontrasts irrelevanter Hintergrundmerkmale.

Ziel ist es dabei, Inspektionsbilder mit einem hohen Kontrast-Rausch-Verhältnis zu erzeugen, die robust und effizient mit einfachen Mitteln der Bildverarbeitung ausgewertet werden können, z. B. durch eine globale Schwellwertoperation.

Die oben beschriebene Vorgehensweise findet in vielen Standardbeleuchtungstechniken, wie z. B. der Dunkelfeldbeleuchtung [Greivenkamp 04; Sinha 12] oder einer Beleuchtung mit definiertem Polarisationszustand [Steger+ 07; Beyerer+ 12] eine direkte Umsetzung. In der automatischen Sichtprüfung wird die Dunkelfeldbeleuchtung vorwiegend für die Inspektion technischer Oberflächen eingesetzt.<sup>1</sup> Die Kamera und eine flach zur Oberfläche einstrahlende gerichtete Beleuchtung werden dabei so angebracht, dass ausschließlich Oberflächendefekte, die Abweichungen vom Sollzustand (d. i. die fehlerfreie Oberfläche) darstellen, Licht in Richtung der Kamera streuen. An fehlerfreien Oberflächenbereichen wird das einfallende Licht an der Kamera vorbei reflektiert, sodass diese als dunkle Bildregionen abgebildet werden. Durch diese Beleuchtungskonstellation wird

---

<sup>1</sup>Für die Prüfung transparenter Materialien mittels Dunkelfeldbeleuchtung siehe [Batchelor 12].

erreicht, dass nur die für die Prüfaufgabe relevanten Abweichungen zu Kontrastmerkmalen im Inspektionsbild führen.

Schlierenverfahren zur Darstellung des Brechungsindexgradienten in transparenten Medien folgen einem ähnlichen Ansatz wie Dunkelfeldbeleuchtungen. Hierbei wird die Strahlableitung, die ein paralleles Lichtbündel beim Durchdringen eines Mediums erfährt optisch in ein Schlierenbild überführt. Mit Hilfe einer Blende im Strahlengang werden alle parallelen Strahlen abgeschattet, sodass nur die durch eine Änderung des Brechungsindex abgelenkten Beleuchtungsstrahlen zur Bildentstehung und zur Ausprägung von Kontrastmerkmalen beitragen [Greivenkamp 04]. Die Gewinnung von Schlierenbildern findet hauptsächlich Anwendung in der Strömungstechnik und Ballistik, um den Dichtegradienten in Strömungsfeldern optisch darzustellen.

Verwandt zu Schlierenverfahren ist das *Foucault'sche Schneidverfahren*, um optische Flächen auf Abbildungsfehler hin zu prüfen [Settles 06], z. B. sphärische Aberrationen. Auch hier wird durch eine Blende in Form einer Schneide ein Teil des Strahlengangs im definierten Sollzustand so abgeschattet, dass die von fehlerhaften Abweichungen herrührenden Lichtstrahlen zur Entstehung charakteristischer und direkt interpretierbarer Kontrastmerkmale führen.

Die gleiche Zielsetzung wird auch bei einer Beleuchtung mit linear polarisiertem Licht verfolgt, um Prüfobjekte auf depolarisierende Eigenschaften hin zu untersuchen, z. B. auf nichtmetallische Verunreinigungen auf Metalloberflächen oder unerwünschte Spannungen in transparenten Materialien. Hierfür werden Lichtquelle und Kamera mit linearen Polarisationsfiltern versehen, deren Polarisationsebenen orthogonal zueinander ausgerichtet sind. Im Sollzustand bleibt die Polarisationseigenschaft des Lichts nach Reflexion oder Transmission erhalten, z. B. an einer ebenen Metalloberfläche, und wird komplett vom kameraseitigen Polarisationsfilter absorbiert. Dadurch werden nur die Objektregionen, die zu einer Depolarisation der Beleuchtung führen, z. B. nichtmetallische Flächenelemente, als Bildmerkmale mit hohem Kontrast abgebildet.

Der verallgemeinerte Grundgedanke der zuvor betrachteten Beleuchtungsverfahren kann als *inverses Beleuchtungsprinzip* aufgefasst werden, bei dem ausgehend von einem nutzbringenden, einfach zu prüfenden Inspektionsbild die Beleuchtung entworfen wird (hier bezüglich Richtung und Polarisation). Die Kriterien an das Inspektionsbild können sich dabei auf unterschiedliche Bildmerkmale beziehen, die in ihrer Ausprägung und ihren Eigenschaften den Forderungen der nachfolgenden Bildauswertung unterliegen. Ziel des inversen Beleuchtungsprinzips

ist es somit, die problemspezifische Merkmalsgewinnung bereits in die Bildgewinnung vorzuverlagern, um dadurch, im Sinne einer optischen Merkmalsextraktion (vgl. hierzu Abschn. 1.2), die nachfolgende algorithmische Bildauswertung zu begünstigen.

Viele Prüfaufgaben aus der Praxis können auf einen qualitativen Soll-Ist-Vergleich zurückgeführt werden, bei dem ein zu prüfendes Objekt mit einem Referenzobjekt verglichen wird. Üblicherweise kann diesbezüglich nur der Sollzustand des Prüfobjekts, in Form des Referenzobjekts, vollständig definiert werden. Ein zweckmäßiges Entwurfsziel für einen inversen Beleuchtungsansatz kann daher die möglichst einfache und präzise Charakterisierung des Sollzustands durch entsprechende Bildmerkmale sein. Diese können dann effizient ausgewertet bzw. getestet werden, um den Sollzustand im Sinne einer Nullhypothese zu überprüfen und gegebenenfalls zu widerlegen. Bei den zuvor betrachteten und vergleichsweise einfachen Standardbeleuchtungsverfahren wird dies durch eine optische Kontrastunterdrückung des Sollzustandes erreicht, sodass nur Abweichungen von diesem als Kontrastmerkmale im Inspektionsbild abgebildet werden. Diese können dann beispielsweise mit einem globalen Schwellwertvergleich (der bezüglich des Sollzustands parametrisiert ist) detektiert oder, im Fall der Schlierenverfahren, durch einen menschlichen Betrachter einfach interpretiert werden.

In jüngster Zeit wurden in der Literatur verschiedene anspruchsvollere Beleuchtungsverfahren für die automatische Sichtprüfung vorgestellt, auf die das inverse Beleuchtungsprinzip zutrifft. Der Einsatz programmierbarer Lichtmodulatoren ermöglicht es hierbei, die Beleuchtung variable an unterschiedliche Referenzobjekte anzupassen, um einen möglichst effizienten Soll-Ist-Vergleich durchzuführen. Oft kann dadurch der Aufwand für die Bildgewinnung auf eine einzelne Bildaufnahme reduziert werden. Im Nachfolgenden werden einige dieser Verfahren knapp vorgestellt und erläutert.

**Inverse Streifenprojektionsverfahren** Im Gegensatz zu herkömmlichen Streifenprojektionsverfahren, die auf einer kodierte Sequenz strukturierter Beleuchtungsmuster beruhen, kommt bei inversen Streifenprojektionsverfahren ein einzelnes, an ein Referenzobjekt angepasstes „inverses“ Streifenmuster zum Einsatz. Bereits in [Brooks+ 69] wurde ein objektangepasstes Moiré-Muster für einen direkten optischen Vergleich zweier ähnlicher Objekte vorgestellt.<sup>2</sup> Die dreidimen-

---

<sup>2</sup>Für einen chronologischen Literaturüberblick zur inversen Streifenprojektion siehe [Haist+ 02].



sionale Formprüfung eines Objekts auf Abweichungen von einer Referenzform kann dadurch als optische Differenzdetektion mit einer einzelnen Bildaufnahme realisiert werden. Dadurch entfällt eine explizite 3-D-Rekonstruktion der Gestalt und der Vergleich mit einer hinterlegten Referenzmessung, z. B. in Form eines CAD-Modells. Das inverse Streifenmuster ist dabei hinsichtlich einer einfachen und schnellen Überprüfbarkeit des Sollzustands optimiert. In der Regel wird hierfür ein geradliniges, sinusförmiges Streifenmuster angesetzt, sodass sich Abweichungen von der Referenzform direkt als lokale Phasenänderung im Inspektionsbild darstellen, die effizient mit einfachen Demodulationsverfahren [Bothe+ 03] oder einer Filterung im Orts- oder Frequenzbereich [Pösch+ 12] detektiert werden können.

**Deflektometrische Verfahren mit inversen Mustern** In ähnlicher Weise wie bei der inversen Streifenprojektion können inverse Beleuchtungsmuster auch in der Deflektometrie für die qualitative Formprüfung spiegelnder Oberflächen eingesetzt werden [Werling+ 07]. Durch die Kodierung einer Referenzmessung wird ein einzelnes optimiertes Beleuchtungsmuster erzeugt, das eine effiziente Auswertung, z. B. mittels der Radontransformation [Werling 11], und Detektion von Abweichungen ermöglicht.

**Problemspezifische Hintergrundbeleuchtung** In der industriellen optischen Schüttgutsortierung mit hohem Materialdurchsatz werden für die Detektion von Fremdkörpern vorwiegend Farbmerkmale auf Pixelebene verwendet, um eine echtzeitfähige Ansteuerung der Aktorik (in der Regel Ausblasdüsen) zu ermöglichen. Für die Bildgewinnung kann hier neben einer Auflichtbeleuchtung durch Weißlicht eine spektral modulierbare Hintergrundbeleuchtung in Durchlichtanordnung eingesetzt werden [Paul+ 12]. Durch die Anpassung der Hintergrundbeleuchtung an die Farbmerkmale des Gutprodukts, dieses entspricht dem Sollzustand, können Störeinflüsse bei der Farbmessung des zu sortierenden Schüttguts unterdrückt werden. Diese entstehen vorwiegend an Objekträndern, an denen es zu einer teilweisen Transmission des Hintergrunds bzw. der Hintergrundbeleuchtung kommt und die zu einer verfälschten Messung der Farbmerkmale führen. Durch die problemspezifische Anpassung der Hintergrundbeleuchtung bzw. die dadurch erreichte Unterdrückung der Störeinflüsse kann das Gutprodukt im Farbmerkmalsraum präzise charakterisiert werden, wodurch in Folge einfach

zu parametrierende und effiziente Klassifikatoren für die Detektion in der Farbe abweichender Fremdkörper eingesetzt werden können.

**Vergleichende digitale Holografie** Grundlage für diese optischen Prüfverfahren bildet das gemessene digitale Hologramm eines Vergleichsobjekts im Sollzustand [Schnars+ 05]. Für eine Vergleichsmessung wird das digitale Hologramm durch einen räumlichen Lichtmodulator (z. B. einen Mikrospiegelarray) und eine Referenzwelle auf dem zu prüfenden Objekt rekonstruiert. Die durch Reflexion erzeugte Objektwelle des Prüfobjekts ergibt durch Überlagerung mit der Referenzwelle ein Interferenzmuster, das durch die Aufnahme eines Inspektionsbilds ausgewertet werden kann. Sind Prüf- und Vergleichsobjekt in ihrer makroskopischen Form identisch, ist das Inspektionsbild von Rauschen dominiert und beinhaltet sonst keine signifikanten Bildmerkmale. Im Abweichungsfall entsteht ein ausgeprägtes Interferenzmuster, dessen Gangunterschiede in ihrer Größe direkt den Verformungsdifferenzen zwischen Vergleichs- und Prüfobjekt entsprechen, sodass eine optische Differenzmessung realisiert wird [Baumbach+ 06; Osten+ 02].

Holografische Verfahren unterscheiden sich dahingehend von den anderen betrachteten Beleuchtungsansätzen, dass kohärente Lichtquellen eingesetzt werden. Durch konstruktive und destruktive Interferenz können hierbei direkt auf physikalischem Weg Interferenzmuster mit für den Sollzustand charakteristischen Kontrastmerkmalen erzeugt werden. Im inkohärenten Fall stellt die Anpassung der Beleuchtung an den Sollzustand in der Regel ein nicht-triviales Problem dar, das algorithmisch gelöst werden muss.

In allgemeiner Form kann der inverse Beleuchtungsansatz der betrachteten Verfahren auf eine Invertierung des in (3.38) formulierten globalen Lichttransports

$$L_{\text{out}} = \mathcal{R} L_{\text{in}} \quad (4.1)$$

zurückgeführt werden, wobei  $L_{\text{in}}$  das beleuchtende Lichtfeld, der lineare Operator  $\mathcal{R}$  den globalen Lichttransport und  $L_{\text{out}}$  das von der Kamera beobachtete Lichtfeld in Form eines Inspektionsbilds modelliert, vgl. hierzu Abschn. 3.2.2. Bei bekanntem  $\mathcal{R}$  und gewünschtem  $L_{\text{out}}$  kann somit aus (4.1) die Beleuchtung  $L_{\text{in}}$  bestimmt werden. Eine direkte Invertierung von (4.1) ist dabei nur in seltenen Fällen möglich, wenn beispielsweise die Beleuchtung durch  $L_{\text{in}}$  nur wenige Freiheitsgrade besitzt. Für die Beleuchtung durch einen digitalen Projektor (oder

Monitor) und die Bildaufnahme durch eine herkömmliche Grauwertkamera kann der lineare Operator  $\mathcal{R}$  diskret als Lichttransportmatrix repräsentiert werden, die dann eine Dimensionalität von bis zu  $10^6 \times 10^6$  Einträgen besitzen kann. Eine direkte Invertierung der Lichttransportmatrix ist in diesem Fall nicht mehr praktikabel und es müssen einschränkende Annahmen hinsichtlich der Szenengeometrie und der Beleuchtung getroffen werden, die eine Vereinfachung der Lichttransportmatrix ermöglichen. Die Invertierung von (4.1) bildet auch den Ausgangspunkt für das im weiteren Verlauf des Kapitels entwickelte inverse Beleuchtungsverfahren zur optischen Änderungsdetektion. Auch hierfür werden vereinfachende Annahmen hinsichtlich des Lichttransports getroffen, die im Detail in Abschn. 4.2.2 ausgeführt werden. Weiter Ansätze für eine durchführbare Invertierung des Lichttransports werden in [Wetzstein+ 07; Ng+ 12] vorgestellt und diskutiert.

## 4.2. Bildgewinnung unter räumlich modulierter Beleuchtung

Die Grundlage für das in dieser Arbeit vorgestellte optische Änderungsdetektionsverfahren bildet die Bildgewinnung unter einer räumlich modulierten Beleuchtung [Gruna 09; Gruna+ 10a]. Diese wird mit einem koaxialen Projektor-Kamera-System umgesetzt, das im nachfolgenden Abschn. 4.2.1 vorgestellt wird. In Abschn. 4.2.2 wird die dadurch realisierte radiometrische und stochastische Bildentstehung als Spezialfall der allgemeinen Betrachtung in Kapitel 3 eingeführt.

### 4.2.1. Koaxiales Projektor-Kamera-System

Digitale Videoprojektoren sind in den letzten Jahren durch fallende Preise und Fortschritte in der Technik für viele Anwendungen aus der Computergrafik und Bildverarbeitung interessant geworden [Bimber+ 08]. Videoprojektoren werden hier als programmierbare Lichtquellen eingesetzt, die eine räumliche und eingeschränkt spektrale Modulation der emittierten Leuchtdichte ermöglichen. Zusammen mit einer Kamera in einem *Projektor-Kamera-System* können beliebig komplexe Beleuchtungsmuster auf eine Szene projiziert und ausgewertet werden,

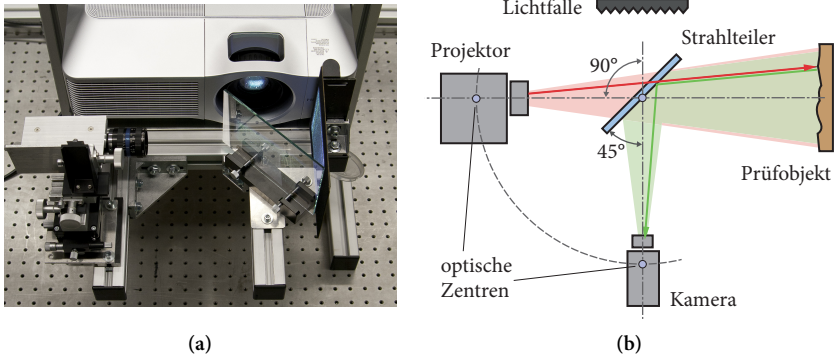
wodurch sich neuartige Möglichkeiten der Bildverarbeitung und Bildauswertung ergeben. Das in dieser Arbeit eingesetzte Projektor-Kamera-System für eine Bildgewinnung unter räumlich modulierten Beleuchtung wird in Abb. 4.1 gezeigt.

Die Berechnung eines objektangepassten inversen Beleuchtungsmusters zur Kontrastunterdrückung ist eng verwandt mit Verfahren der *radiometrischen Kompensation* [Nayar+ 03; Fujii+ 05; Wetzstein+ 07; Grossberg+ 04]. Durch eine Invertierung des Lichttransports wird hierbei das Ziel verfolgt, Bilder und Videos auf beliebigen Hintergründen mit räumlich variierender Reflektanz und Geometrie mit einem Projektor darzustellen, sodass die ursprüngliche Erscheinung des Projektionsinhaltes erhalten bleibt. Eine Kamera tritt hierbei an die Stelle eines menschlichen Betrachters und liefert Informationen darüber, wie ein Bild zu modifizieren ist, um die Störeinflüsse der Reflektanz und Geometrie zu kompensieren.

Um die Invertierung des Lichttransports für die Erzeugung inverser Beleuchtungsmuster zu vereinfachen, muss jeder für die Kamera sichtbare Szenenpunkt idealerweise separat beleuchtet werden können. Dies setzt eine präzise Korrespondenz der optischen Abbildungen von Kamera und Projektor voraus. Um Parallaxenfehler auszuschließen, wird hier ein koaxialer Aufbau des Projektor-Kamera-Systems gewählt, der in Abbildung 4.1 dargestellt ist. Durch einen Strahlteiler wird das Sichtfeld der Kamera in das Projektionsfeld des Projektors eingespiegelt. Eine Positionierungsmechanik ermöglicht hierbei eine genaue manuelle Justage der Kamera, um die optischen Zentren der Kamera und des Projektors zur Deckung zu bringen. Dadurch kann eine szenenunabhängige Betrachtungs- und Projektionsgeometrie eingestellt werden, die über den ausbleibenden Schattenschwurf im Sichtfeld der Kamera an mehreren Tiefen verifiziert werden kann.

Zusätzlich zur manuellen Justierung muss die Abbildungsgeometrie des Projektors durch eine Transformation an die der Kamera angepasst werden. Im Folgenden bezeichne  $\mathcal{S}_{\text{in}} \subset \mathbb{R}^2$  die Bildebene des Projektors und  $\mathcal{S}_{\text{cam}} \subset \mathbb{R}^2$  die Bildebene der Kamera. Um eine exakte Korrespondenz zwischen Punkten  $\mathbf{u}_{\text{in}} \in \mathcal{S}_{\text{in}}$  in der Projektorebene und Kamerapunkten  $\mathbf{x}_{\text{cam}} \in \mathcal{S}_{\text{cam}}$  mit  $\mathbf{x}_{\text{cam}} = (u_{\text{cam}}, v_{\text{cam}})^T$  zu erreichen, muss eine geometrische Transformation der projizierten Muster durchgeführt werden. Hierfür wird ein polynomiales Transformationsmodell mit

$$\mathbf{u}_{\text{in}} = \mathbf{T}_{\text{poly}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{cam}} \quad \text{mit} \quad \hat{\mathbf{x}}_{\text{cam}} := (u_{\text{cam}}^2, v_{\text{cam}}^2, u_{\text{cam}} v_{\text{cam}}, u_{\text{cam}}, v_{\text{cam}}, 1)^T \quad (4.2)$$



**Abbildung 4.1:** Koaxiales Projektor-Kamera-System zur Erzeugung inverser Beleuchtungsmuster. (a) Aufbau bestehend aus einer Farbkamera (Allied Vision Technologies Dolphin F-145C) mit einem Objektiv mit 16 mm Brennweite (LINOS MeVis-C), einem digitalen Projektor (Hitachi CP-SX635W) und einer dielektrischen Strahlteilerplatte mit 50 % Teilungsverhältnis (Edmund Optics). (b) Schematische Darstellung des Systems: Durch den Strahlteiler wird das Sichtfeld der Kamera in das Projektionsfeld des Projektors eingespiegelt. Um Parallaxenfehler zu vermeiden, werden die optischen Zentren von Kamera und Projektor auf einem Kreis um den Schnittpunkt der optischen Achsen zur Deckung gebracht und die eingezeichneten Winkelbedingungen eingehalten.

angesetzt, wobei die Matrix  $\mathbf{T}_{\text{poly}} \in \mathbb{R}^{2 \times 6}$  die Koeffizienten der Abbildung beinhaltet [Nayar+ 03]. Nach der manuellen Justierung des Beleuchtungssystems werden die Koeffizienten  $\mathbf{T}_{\text{poly}}$  durch Minimierung der Fehlerquadrate korrespondierende Punktpaare  $(\mathbf{u}_{\text{in},i}, \mathbf{x}_{\text{cam},i})$  für  $i = 1, \dots, 1024$  Messungen geschätzt, siehe hierzu [Kiencke+ 05] für Details. Die korrespondierenden Punktpaare werden dabei durch die Projektion und die Bildaufnahme binär kodierter Marker gewonnen, die in regelmäßigen Abständen auf der Projektorbildebene angeordnet sind. Vorzugsweise werden hierfür die Marker auf die zu prüfende Szene projiziert; bei einer exakten Deckung der optischen Zentren von Projektor und Kamera können die Markerpositionen jedoch auf einer beliebigen Projektionsfläche bestimmt werden, da die Abbildungsgeometrie unabhängig von der betrachteten bzw. beleuchteten Szene ist.

Die Disparität zwischen den projizierten und gemessenen Markerpositionen ohne geometrische Korrektur ist in Abb. 4.2a auf Seite 61 nach einer manuell

durchgeführten Justierung als Vektorfeld visualisiert. Wie leicht ersichtlich ist, ist die Verzeichnung projizierter Muster radial und kann somit durch die quadratische Transformation in (4.2) korrigiert werden. Mit Hilfe der gefitteten Transformation (4.2) kann somit für jeden Bildpunkt  $\mathbf{x}_{\text{cam}}$  der Kamera der korrespondierende Punkt  $\mathbf{u}_{\text{in}}$  in Projektorkoordinaten ermittelt werden, der die direkte Beleuchtung des betrachteten Szenepunkts realisiert. Die durch die gefittete Transformation  $\mathbf{T}_{\text{poly}}$  bewirkte geometrische Korrektur ist in Abb. 4.2b visualisiert.

### 4.2.2. Radiometrische und stochastische Modellierung der Bildentstehung

#### 4.2.2.1. Kontinuierliche Bildsignalmodellierung

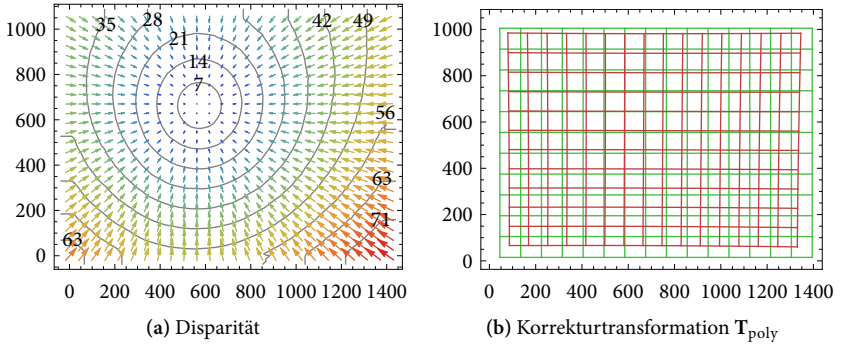
Die Bildgewinnung mit dem in Abschn. 4.2.1 eingeführten koaxialen Projektor-Kamera-System kann als ein Spezialfall der allgemeinen Bildentstehung in Abschn. 3.3.1 formuliert werden. Durch die koaxiale Abbildungsgeometrie kann die Referenzfläche  $\mathcal{S}_{\text{in}}$  des bestrahlenden Lichtfelds des Projektors  $L_{\text{in}}$  als die Ebene des Kamerasensors  $\mathcal{S}_{\text{in}} = \mathcal{S}_{\text{cam}}$  gewählt werden, vgl. hierzu Abschn. 3.3.1.1. Offensichtlich ist durch das koaxiale Projektor-Kamera-System nur eine räumliche Modulation der Beleuchtung möglich, sodass das Beleuchtungslichtfeld  $L_{\text{in}}$  inhärent nur zwei Freiheitsgrade besitzt. Das bestrahlende Lichtfeld  $L_{\text{in}}$  des Projektors für die Orte  $\mathbf{u}_{\text{in}} \in \mathcal{S}_{\text{in}}$  und Richtungen  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$  kann daher als Funktion

$$L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) = L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \mathbf{T}_{\text{pro}}(\mathbf{u}_{\text{in}})) \quad (4.3)$$

beschrieben werden, die implizit nur vom Ort  $\mathbf{u}_{\text{in}}$  abhängig ist und deren Richtungsabhängigkeit durch die optischen Eigenschaften des Projektors in Form der geometrischen Transformation

$$\mathbf{T}_{\text{pro}} : \mathcal{S}_{\text{in}} \rightarrow \mathcal{H}_{\text{in}} \quad (4.4)$$

festgelegt ist. Im Folgenden wir daher die koaxiale Beleuchtung durch den Projektor als ortsabhängiges Lichtfeld  $L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$  aufgefasst und entsprechend notiert.



**Abbildung 4.2.:** Geometrische Kalibrierung des coaxialen Projektor-Kamera-Systems in Abb. 4.1. (a) Disparität  $d_{\mathbf{x}_{\text{cam}}}(\mathbf{u}_{\text{in}}) := \|\mathbf{u}_{\text{in}} - \mathbf{x}_{\text{cam}}\|_2$  projizierter Markerpositionen  $\mathbf{u}_{\text{in}}$  und gemessener Markerpositionen  $\mathbf{x}_{\text{cam}}$  nach einer manuell durchgeführten Justierung ohne geometrische Korrektur. Die vektorielle Disparität  $\mathbf{d}_{\mathbf{x}_{\text{cam}}}(\mathbf{u}_{\text{in}}) := \mathbf{u}_{\text{in}} - \mathbf{x}_{\text{cam}}$  ist zudem als Vektorfeld dargestellt. (b) Visualisierung der geometrischen Korrekturtransformation  $\mathbf{T}_{\text{poly}}$ . Die durch (4.2) transformierte und dadurch korrigierte Projektorgeometrie ist in rot dargestellt, die daraus resultierende unverzerrte Kamerageometrie in grün.

Durch die Einschränkung auf eine ortsabhängige Beleuchtung kann das Reflektanzfeld in Definition 3.3 ebenfalls auf die Funktion

$$R: \mathcal{S}_{\text{in}} \times \mathcal{S}_{\text{out}} \times \mathcal{H}_{\text{out}} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (4.5)$$

vereinfacht werden. Analog zu der Modellierung der Bildentstehung in Abschn. 3.3.1.3 und (3.51) kann für das Reflektanzfeld (4.5) und das ortsabhängige Lichtfeld  $L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$  die einfallende Energie  $\mathcal{Q}_j$  auf ein elementares Sensorelement (d. i. ein Kamerapixel) an Position  $j = 1, \dots, N_{\text{cam}}$  durch

$$\mathcal{Q}_j = \int_{\mathcal{P}_j} \int_{\Delta t} \int_{\Gamma(\mathbf{x})} \left( \int_{\mathcal{S}_{\text{in}}} R(\mathbf{u}_{\text{in}}, \mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}})) \cdot L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}) dA_{\boldsymbol{\omega}}^{\perp}(\mathbf{u}_{\text{in}}) \right) d\sigma^{\perp}(\boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) dt dA(\mathbf{x}) \quad (4.6)$$

modelliert werden, wobei  $\mathbf{T}_{\text{cam}}$  die geometrische Transformation der Kameraoptik auf das abgestrahlte und beobachtete Lichtfeld beschreibt (vgl. Abschn. 3.3.1.1) und  $\mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}$  somit der Parametrierung des Reflektanzfelds in kamerabezogenen Orts- und Richtungskoordinaten dient.

Im Folgenden soll mit Hilfe der einfallenden Energie  $\Omega_j$  direkt die deterministische Bildsignalkomponente  $\bar{g}_j$  des stochastischen Signalmodells gemäß (3.61) modelliert werden. Durch Einsetzen von (4.6) in (3.61) und Vertauschung der Integrationsreihenfolge kann das *pixelbezogene Reflektanzfeld*

$$R_j^\square(\mathbf{u}_{\text{in}}) := \gamma \frac{\alpha}{\mathfrak{E}_{\text{ph}}} \cdot \int_{\mathcal{P}_j} \int_{\Delta t} \int_{\Gamma(\mathbf{x})} R(\mathbf{u}_{\text{in}}, \mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}})) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) dt dA(\mathbf{x}) \quad (4.7)$$

definiert werden, das sämtliche kameraspezifischen Parameter der Bildaufnahme integriert und zusammenfasst. Diese sind die fotosensitive Fläche  $\mathcal{P}_j \subset \mathcal{S}_{\text{cam}}$  eines elementaren Sensorelements, die Belichtungszeit  $\Delta t$  und der vom Punkt  $\mathbf{x}$  aus sichtbare Raumwinkel  $\Gamma(\mathbf{x}) \subseteq \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{x})$  der Austrittspupille des Kameraobjektivs. Damit kann der deterministische Signalanteil eines Bildwerts  $g_j$  aus dem Signalmodell (3.68) zusammengefasst durch

$$\bar{g}_j = \int_{\mathcal{S}_{\text{in}}} R_j^\square(\mathbf{u}_{\text{in}}) L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}) dA_{\boldsymbol{\omega}}^\perp(\mathbf{u}_{\text{in}}), \quad (4.8)$$

nur unter weiterer Abhängigkeit des Lichtfelds  $L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}})$ , modelliert werden.

#### 4.2.2.2. Diskrete Bildsignalmodellierung

Die Annahme kontinuierlicher Funktionen in (4.8) entspricht einer idealisierten Betrachtung. In dem eingesetzten Projektor wird die Modulation des Lichtfelds durch eine Flüssigkristall-Matrix bewerkstelligt, die als abtastendes Element auf das emittierte Lichtfeld wirkt. Daher liegt eine diskrete Darstellung des Lichtfelds und des Reflektanzfelds nahe. Ist  $N_{\text{pro}}$  die Anzahl der Flüssigkristall-Zellen, dann kann das kontinuierliche Lichtfeld  $L_{\text{in}}$  durch den Vektor  $\mathbf{l} := (l_1, \dots, l_{N_{\text{pro}}})^T$  mit  $\mathbf{l} \in \mathbb{R}_+^{N_{\text{pro}}}$  repräsentiert werden. Entsprechend muss das pixelbezogene Reflektanzfeld  $R_j^\square$  in (4.7) ebenfalls diskretisiert betrachtet und durch den Vektor  $\mathbf{r}_j = (r_{j,1}, \dots, r_{j,N_{\text{pro}}})^T$  mit  $\mathbf{r}_j \in \mathbb{R}_+^{N_{\text{pro}}}$  dargestellt werden. Die diskrete Formulierung von (4.8) entspricht damit dem euklidischen Standardskalarprodukt

$$\bar{g}_j = \mathbf{r}_j^T \mathbf{l} = \sum_{i=1}^{N_{\text{pro}}} r_{j,i} l_i \quad (4.9)$$

für die Kamerapixel  $j = 1, \dots, N_{\text{cam}}$ .



Durch die Integration bzw. Summe in (4.8) und (4.9) wird für eine einstrahlende Beleuchtung der globale Lichttransport der gesamten Szene berücksichtigt und erfasst, vgl. hierzu Abschn. 3.2.2. In der Regel ist die diskrete Repräsentation des pixelbezogenen Reflektanzfelds durch den Vektor  $\mathbf{r}_j$  jedoch nur für Szenen mit ausgeprägter Volumenstreuung und mehrfach auftretenden Interreflexionen dicht besetzt (d. h. die Mehrzahl der Einträge sind verschieden von Null). Werden nur opake Oberflächen ohne Volumenstreuungen betrachtet, an denen zudem Interreflexionen vernachlässigt werden können, kann der Lichttransport näherungsweise lokal modelliert werden, indem für jedes einzelne Kamerapixel  $j$  nur das durch das Reflektanzfeld modulierte Licht eines einzelnen Projektorpixels betrachtet wird. Durch den koaxialen Aufbau fällt die Sensorebene  $\mathcal{S}_{\text{cam}}$  mit der Referenzebene  $\mathcal{S}_{\text{in}}$  des einstrahlenden Lichtfelds zusammen. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird im Folgenden die gleich Anzahl von Kamera- und Projektorpixeln angenommen, sodass  $N_{\text{cam}} = N_{\text{pro}}$  ist. Für eine lokale Modellierung des Lichttransports können dann die Einträge des pixelbezogenen Reflektanzfelds  $\mathbf{r}_j$  in (4.9) durch

$$r_{j,i} = \delta_{j,i} r_j, \quad (4.10)$$

für alle  $i, j = 1, \dots, N_{\text{cam}}$  mit Hilfe des Kronecker-Deltas  $\delta_{j,i}$  modelliert werden, wobei  $r_j$  dann als *pixelbezogener Reflektanzfaktor* interpretiert werden kann. Durch Einsetzen von (4.10) in (4.9) kann die Bildentstehung durch die komponentenweise Multiplikation

$$\bar{\mathbf{g}}_j = r_j \mathbf{l}_j \quad (4.11)$$

vereinfacht werden. Wie aus der Modellierung (4.11) hervorgeht, wird durch die vereinfachenden Annahmen nur der lokale Lichttransport zwischen korrespondierenden Kamera- und Projektorpixeln berücksichtigt, der über den skalaren Reflektanzfaktor  $r_j$  beschrieben wird. Diese vereinfachende Betrachtung dient im Weiteren als Grundlage für die Modellierung des Lichttransports und der Bildentstehung.

#### 4.2.2.3. Stochastisches Signalmodell

Für die stochastische Signalmodellierung wird die vereinfachende lokale Modellierung des Lichttransports und die Bildentstehung in (4.11) angenommen. Im Weiteren wird für eine übersichtliche Notation der Index  $j$  zur Bezeichnung

des Kamera- bzw. Projektorpixels unterdrückt. Das stochastische Modell der Bildentstehung durch das koaxiale Projektor-Kamera-System kann direkt durch Einsetzen des deterministischen Signalanteils  $\bar{g} = rl$ , der durch die radiometrische Modellierung in (4.11) gewonnen wurde, in das allgemeine stochastische Signalmodell

$$g = \bar{g} + \tilde{g}_{\text{pe}}(\bar{g}) + \tilde{g}_{\text{read}} \quad (4.12)$$

$$= rl + \tilde{g}_{\text{pe}}(rl) + \tilde{g}_{\text{read}} \quad (4.13)$$

aus Abschn. 3.3.2.2 angegeben werden. Nach (3.60) ist der Erwartungswert des Bildwerts  $g$  per Definition durch

$$E\{g\} = E\{\bar{g}\} = \bar{g} = rl \quad (4.14)$$

gegeben. Die Varianz von  $g$  ergibt sich nach (3.74) unmittelbar durch

$$\text{Var}\{g\} = \gamma rl + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2. \quad (4.15)$$

Damit kann schließlich das Signal-Rausch-Verhältnis nach (3.69) durch

$$\text{SNR} = \frac{(rl)^2}{\gamma rl + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2} \quad (4.16)$$

in Abhängigkeit des pixelbezogenen Reflektanzfaktors  $r$  und der Beleuchtung  $l$  durch das entsprechende Projektorpixel angegeben werden.

### 4.3. Inverse Beleuchtungsmuster zur Änderungsdetektion

In diesem Abschnitt wird das inverse Beleuchtungsprinzip aus Abschn. 4.1 aufgegriffen und in einer neuartigen Beleuchtungstechnik praktisch umgesetzt. Ziel ist es, Änderungen zweier Szenen optisch zu detektieren und direkt im Inspektionsbild abzubilden. Die Grundlage hierfür bildet die in Abschn. 4.2 betrachtete Bildgewinnung unter räumlich modulierter Beleuchtung. Unter vereinfachenden Annahmen wird durch eine Invertierung des Lichttransports ein an den Sollzustand einer zu prüfenden Szene angepasstes inverses Beleuchtungsmuster erzeugt, das ein kontrastloses, konstantes Inspektionsbild mit  $\forall j = 1, \dots, N_{\text{cam}} : g_j = g_{\text{const}}$

zur Folge hat. In gewisser Weise wird durch die optische Kontrastunterdrückung die Reflektanz und Geometrie des Sollzustandes “neutralisiert”<sup>3</sup>. Wird eine vom Sollzustand abweichende Szene mit dem inversen Beleuchtungsmuster bestrahlt, treten die Abweichungen direkt im Inspektionsbild als zu detektierende Kontrastmerkmale auf, wodurch eine optische Merkmalsgewinnung für die Änderungsdetektion realisiert wird. Die nachfolgenden Ausführungen basieren auf dem komponentenweise definierten Bildmodell in (4.11), das separat für jeden Kamera- bzw. Projektorpixel betrachtet werden kann. Für eine übersichtliche Notation wird daher der Index  $j$  zur Bezeichnung unterschiedlicher Pixel unterdrückt.

### 4.3.1. Iterative Lichttransportinvertierung

Für die Bestimmung inverser Beleuchtungsmuster durch eine Invertierung des Lichttransports werden Mehrfachreflexionen ignoriert und nur der direkte Lichttransport an der Objekt Oberfläche betrachtet. Die Bildentstehung kann somit aufbauend auf (4.11) modelliert werden. (Für eine Diskussion zur Möglichkeit einer iterativen Invertierung des globalen Lichttransport wird hier auf Abschn. 6.2 verweisen.) In der bisherigen Ausführung wurde näherungsweise monochromatisches Licht vorausgesetzt, sodass das Lichtspektrum bei der Modellierung der Bildentstehung unterdrückt werden konnte. Für die Invertierung des Lichttransports soll im Nachfolgenden die Bildentstehung (4.11) des koaxialen Projektor-Kamera-Systems auf ein trichromatisches Modell erweitert werden, wobei nur die deterministischen Signalkomponenten berücksichtigt werden. Dazu wird der Reflektanzfaktor  $r(\lambda)$  als Funktion der Wellenlänge  $\lambda \in \mathcal{W}$  modelliert, wobei  $\mathcal{W} = [420 \text{ nm}, 820 \text{ nm}]$  den Wellenlängenbereich des verwendeten Projektors bezeichnet, siehe hierzu Abb. 5.8. Das emittierte spektrale Lichtfeld des Projektors wird bezüglich den Farbkanälen  $Q_{\text{pro}} = \{r_{\text{pro}}, g_{\text{pro}}, b_{\text{pro}}\}$  betrachtet, die jeweils durch ihre spektrale Kennlinie  $h_{c_{\text{pro}}}(\lambda)$  mit  $c_{\text{pro}} \in Q_{\text{pro}}$  charakterisiert sind. Die im Bildmodell (4.11) erweiterte Projektorbeleuchtung  $l(\lambda)$  um eine spektrale Abhängigkeit kann dann durch die gewichtete Summe

$$l(\lambda) = \sum_{c_{\text{pro}} \in Q_{\text{pro}}} l_{c_{\text{pro}}} h_{c_{\text{pro}}}(\lambda) \quad (4.17)$$

<sup>3</sup>Siehe hierzu auch [Bell 03] für ein Experiment zur optischen Neutralisierung eines Gemäldes mit Hilfe eines Projektors.

beschrieben werden, wobei die Koeffizienten  $l_{c_{\text{pro}}}$  die Strahlungsdichten der einzelnen Farbkanäle angeben. Diese werden zu dem *trichromatischen Beleuchtungsvektor*  $\mathbf{l}_{\text{rgb}} := (l_{r_{\text{pro}}}, l_{g_{\text{pro}}}, l_{b_{\text{pro}}})^T$  mit  $\mathbf{l}_{\text{rgb}} \in \mathbb{R}_+^3$  zusammengefasst. Für eine ausführlichere Behandlung spektraler Strahlungsdichten siehe auch Abschn. 5.3.3.

Entsprechend müssen empfangsseitig die Farbkanäle  $Q_{\text{cam}} = \{r_{\text{cam}}, g_{\text{cam}}, b_{\text{cam}}\}$  der verwendeten Farbkamera unterschieden werden, die durch ihre spektrale Empfindlichkeit  $f_{c_{\text{cam}}}(\lambda)$  mit  $c_{\text{cam}} \in Q_{\text{cam}}$  physikalisch realisiert sind<sup>4</sup>. Aufgrund der Linearität der Bildentstehung kann das Bildmodell (4.11) für einen Kamerakanal  $c_{\text{cam}}$  unter der spektralen Projektorbeleuchtung (4.17) durch eine zusätzliche Integration über den Wellenlängenbereich  $\mathcal{W}$  gemäß

$$\bar{g}_{c_{\text{cam}}} = \int_{\mathcal{W}} f_{c_{\text{cam}}}(\lambda) r(\lambda) l(\lambda) d\lambda \quad (4.18)$$

$$= \sum_{c_{\text{pro}} \in Q_{\text{pro}}} l_{c_{\text{pro}}} \int_{\mathcal{W}} f_{c_{\text{cam}}}(\lambda) r(\lambda) h_{c_{\text{pro}}}(\lambda) d\lambda \quad (4.19)$$

erweitert werden. Schließlich kann durch die Definition der *Farbmischungsmatrix* [Nayar+ 03] gemäß  $\mathbf{R}_{\text{rgb}} := [r_{c_{\text{cam}}, c_{\text{pro}}}]_{Q_{\text{cam}} \times Q_{\text{pro}}}$  mit

$$r_{c_{\text{cam}}, c_{\text{pro}}} := \int_{\mathcal{W}} r(\lambda) f_{c_{\text{cam}}}(\lambda) h_{c_{\text{pro}}}(\lambda) d\lambda \quad (4.20)$$

der *trichromatische Bildwert*  $\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}} := (\bar{g}_{r_{\text{cam}}}, \bar{g}_{g_{\text{cam}}}, \bar{g}_{b_{\text{cam}}})^T$  durch die lineare Abbildung

$$\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}} = \mathbf{R}_{\text{rgb}} \mathbf{l}_{\text{rgb}} \quad (4.21)$$

modelliert werden, die den Lichttransport des Projektor-Kamera-Systems bezüglich einer beleuchteten Szene beschreibt. Das lineare Gleichungssystem in (4.21) entspricht somit einer trichromatischen Erweiterung des ursprünglichen Bildmodells in (4.11). Die Farbmischungsmatrix  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}$  tritt dabei an die Stelle des pixelbezogenen Reflektanzfaktors und kann daher weiterhin als szenenspezifisches Reflektanzmerkmal aufgefasst werden. Neben der eigentlichen Beleuchtung durch den Projektor muss streng genommen noch der Einfluss des Umgebungslichts auf die Bildentstehung modelliert werden. Dieser wird in der vorliegenden Arbeit jedoch ignoriert, da in der automatischen Sichtprüfung vorwiegend von kontrollierbaren Umgebungsbedingungen ausgegangen werden kann.

<sup>4</sup>Zum Beispiel in Form eines Bayer-Filters oder dichroitischen Strahlteilern.

Für den modellierten Fall der coaxialen Projektorbeleuchtung unter vereinfachten Reflexionsannahmen entspricht die Invertierung des Lichttransports dem Lösen des linearen Gleichungssystems (4.21) für einen gegebenen Bildwert  $\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}}$ . Für ein direktes Lösen nach der Beleuchtung  $\mathbf{I}_{\text{rgb}}$  muss die Matrix  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}$  bestimmt und invertiert werden. Die Matrixeinträge von  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}$  können diesbezüglich aus einer Reihe korrespondierender Paare trichromatischer Beleuchtungsvektoren und gemessener Bildwerte durch Minimierung der Fehlerquadrate bestimmt werden, z. B. mit Hilfe des Least-Squares-Schätzers [Kiencke+ 05]. Hierfür muss ein exakt radiometrisch kalibriertes Projektor-Kamera-System mit linearen Kennlinien vorausgesetzt werden, da nur so die Bildwerte und Beleuchtungsvektoren direkt durch eine Messung zugänglich sind bzw. direkt vorgegeben werden können. Während die radiometrische Kennlinie von Industriekameras in der Regel linear ist, vgl. hierzu [Jähne 10], muss die Kennlinie handelsüblicher Videoprojektoren in einer separaten Kalibrierung linearisiert werden.

Alternativ zur direkten Invertierung kann das lineare Gleichungssystem (4.21) auch iterativ gelöst werden, wenn auf eine explizite Bestimmung der Farbmischungsmatrix  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}$  bzw. deren Inversen  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}^{-1}$  verzichtet werden kann. Eines der einfachsten iterativen Lösungsverfahren ist die *Richardson-Iteration* gemäß

$$\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k+1)} = \mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)} + \beta \cdot (\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}} - \mathbf{R}_{\text{rgb}} \mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)}) \quad (4.22)$$

für  $k = 0, 1, 2 \dots$ , wobei  $\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(0)}$  beliebig initialisiert wird und  $\beta$  einem geeigneten wählenden Dämpfungsfaktor entspricht, sodass die Sequenz  $\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)}$  konvergiert [Saad 03]. Im Konvergenzfall gilt  $\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)} \approx \mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k+1)}$ , sodass der zweite Summand auf der rechten Seite in (4.22) verschwindet und folglich  $\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)}$  einer Näherungslösung von (4.21) entspricht.

Im Unterschied zu weiterentwickelten iterativen Lösungsverfahren mit einer höheren Konvergenzgeschwindigkeit, wie z. B. dem Jacobi- oder Gauß-Seidel-Verfahren [Saad 03], muss für die Auswertung der Richardson-Iterationsvorschrift die Matrix  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}$  nicht explizit angegeben und in Teilmatrizen zerlegt werden. Dadurch kann das Produkt  $\mathbf{g}_{\text{rgb}}^{(k)} := \mathbf{R}_{\text{rgb}} \mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)}$  in (4.22) durch eine physikalische Bildaufnahme unter der Beleuchtung  $\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)}$  optisch ausgewertet werden. Die Iterationsvorschrift

$$\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k+1)} = \mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)} + \beta \cdot (\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}} - \mathbf{g}_{\text{rgb}}^{(k)}) \quad (4.23)$$

kann somit für  $k = 1, 2, \dots$  direkt als iteratives optisches Verfahren zur Invertierung des Lichttransports umgesetzt werden, das im Konvergenzfall das gesuchte Beleuchtungsmuster  $\mathbf{l}_{\text{rgb}}$  zu einem gegebenen Bildwert  $\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}}$  in (4.22) liefert. Ein plausibler Startwert für  $k = 0$  kann dabei durch  $\mathbf{l}_{\text{rgb}}^{(0)} = \mathbf{R}_{\text{rgb}} \bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}}$  generiert werden, wobei der gegebene Bildwert  $\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}}$  in der ersten Iteration selbst zur Beleuchtung genutzt wird. Ähnliche iterative Ansätze für eine radiometrische Kompensation werden in [Nayar+ 03; Fujii+ 05] vorgestellt, jedoch ohne einen Bezug zu einer optisch realisierten iterativen Matrixinversion herzustellen.

Wie leicht anhand der Definition in (4.20) der Farbmischungsmatrix  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}$  überprüft werden kann, ist diese positiv definit und besitzt somit nur positive Eigenwerte. Aus der Literatur [Saad 03] ist bekannt, dass die Richardson-Iteration in (4.22) für positiv definite Matrizen für jeden Startwert konvergiert, genau dann, wenn der Dämpfungsfaktor  $\beta$  die Bedingung

$$0 < \beta < \frac{2}{\kappa_{\max}} \quad (4.24)$$

erfüllt, wobei  $\kappa_{\max}$  den größten Eigenwert von  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}$  bezeichnet. Für eine ausreichend kleine Wahl von  $\beta$  kann somit eine Konvergenz der iterativen Invertierung des Lichttransports durch (4.23) sichergestellt werden, allerdings auf Kosten einer hohen Konvergenzgeschwindigkeit.

### 4.3.2. Optische Änderungsdetektion

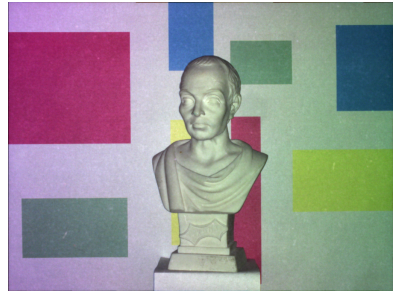
Für die optische Änderungsdetektion soll das inverse Beleuchtungsmuster  $\mathbf{l}_1$  zum Sollzustand einer Szene bestimmt werden, das zu einem konstanten Inspektionsbild führt, in dem sämtliche Kontrastmerkmale unterdrückt sind. Mit dem trichromatischen Bildmodell (4.21) muss  $\mathbf{l}_1$  demnach

$$\mathbf{g}_{\text{const}} = \mathbf{R}_{\text{rgb}} \mathbf{l}_1 \quad (4.25)$$

erfüllen, wobei  $\mathbf{g}_{\text{const}} \in \mathbb{G}$  einen konstanten trichromatischen Bildwert bezeichnet, der für jeden Bildpunkt gleich ist. Die Bildwerte der einzelnen Farbkanäle werden skaliert auf das Intervall  $[0, 1]$  betrachtet, sodass  $\mathbb{G} \cong [0, 1]^3$  ist. Zudem wird mit der Nebenbedingung  $\|\mathbf{g}_{\text{const}}\|_1 > 0$  für die Wahl von  $\mathbf{g}_{\text{const}}$  die triviale Lösung  $\mathbf{l}_1 = (0, 0, 0)^T$  ausgeschlossen und eine tatsächliche Beleuchtung der Szene



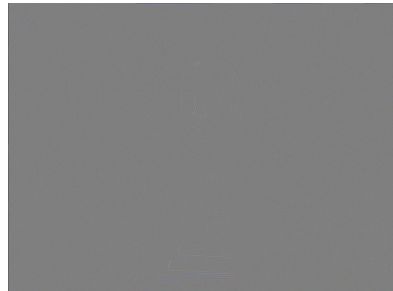
(a) Aufbau Testszene



(b) Beleuchtung und Aufnahme der Testszene durch koaxiales Projekt-Kamera-System



(c) Inverses Beleuchtungsmuster

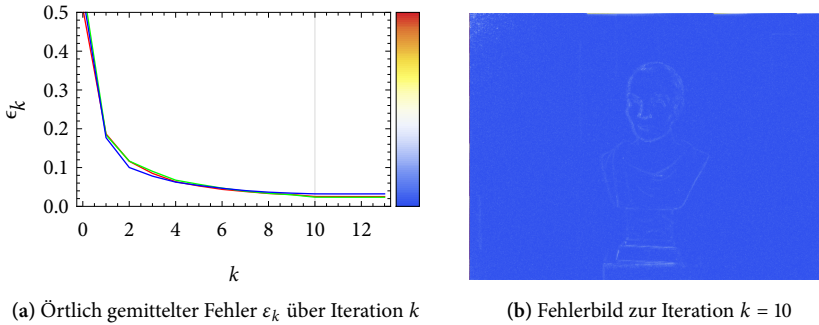


(d) Aufgenommenes Inspektionsbild

**Abbildung 4.3.:** Iterative Invertierung des Lichttransports einer Testszene. (a) Experimenteller Aufbau der Testszene. (b) Betrachtung und Beleuchtung der Testszene durch das Projektor-Kamera-System mit gleichförmiger, koaxialer Aufsichtbeleuchtung. (c) Inverses Beleuchtungsmuster, ermittelt durch iteratives Lösen von (4.25) mit  $\mathbf{g}_{\text{const}} = (0,5, 0,5, 0,5)^T$  nach  $k = 10$  Iterationsschritten und Dämpfungsfaktor  $\beta = 0,1$ . (d) Aufgenommenes Inspektionsbild der Testszene bei Beleuchtung durch inverses Beleuchtungsmuster (c).

sichergestellt. Wie in Abschn. 4.3.1 erläutert, kann das inverse Beleuchtungsmuster  $\mathbf{I}_l$  somit direkt oder iterativ durch Lösen von (4.25) bestimmt werden, wobei  $\mathbf{g}_{\text{const}}$  an die Stelle des gegebenen Bildwerts  $\bar{\mathbf{g}}_{\text{gb}}$  tritt.

Im Folgenden soll zunächst die Wirkungsweise der inversen Beleuchtung anhand einer einfachen Testszene in Abb. 4.3a demonstriert werden. Für die experimentelle Durchführung wurde die Kennlinie des Projektors mit einem Kolorimeter



**Abbildung 4.4.:** Untersuchung des Konvergenzverhaltens der iterativen Invertierung. (a) Nach Kamerafarbkanal getrennte Darstellung des gemittelten Fehlers  $\varepsilon_k$  über alle Bildpunkte für die Iterationsschritte  $k = 0, 1, \dots, 13$ . (b) Örtlich aufgelöster Fehler  $\varepsilon_{10}$  nach Iterationsschritt  $k = 10$  für jeden Bildpunkt einzeln dargestellt, zur Farbkodierung siehe die Legende links in (a).

(Datacolor Spyder3 Elite) linearisiert. Für eine direkte Bestimmung der Matrix  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}^{-1}$  durch den Least-Squares-Schätzer konnte die Linearisierung jedoch nicht die benötigte Genauigkeit liefern. Wesentlich bessere Ergebnisse im Sinne des Fehlerquadrates konnten durch das iterative Lösungsverfahren in (4.23) erzielt werden. Aus der Literatur ist bekannt, dass iterative Verfahren ebenso für die Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme eingesetzt werden können [Kelley 95]. Damit kann die höhere Robustheit des iterativen Ansatzes bezüglich einer ungenauen Linearisierung erklärt werden. Selbst bei einer ausbleibenden Linearisierung der Projektorkennlinie konnte eine Konvergenz des iterativen Verfahrens festgestellt werden.

Die experimentellen Ergebnisse des iterativen Ansatzes mit Dämpfungsfaktor  $\beta = 0,1$  für die Testszene sind in Abb. 4.3 zusammengefasst. Aufgrund der getroffenen Annahme eines lokalen Lichttransports kann dabei die Invertierung von  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}^{-1}$  getrennt für jeden Pixel durchgeführt werden. Für die Beurteilung des Konvergenzverhaltens ist der gemessene Fehler  $\varepsilon_k := \|\mathbf{g}_{\text{const}} - \mathbf{g}^{(k)}\|_2$  gemittelt über alle Bildpunkte für die Iterationsschritte  $k = 0, 1, \dots, 13$  in Abb. 4.4 dargestellt. Aus Abb. 4.4a geht hervor, dass die Iteration bereits nach wenigen Schritten konvergiert, sodass für  $k > 10$  der Fehler  $\varepsilon_k$  näherungsweise konstant ist. Wie Abb. 4.3d zeigt, wird durch die inverse Beleuchtung der Kontrast des Inspek-





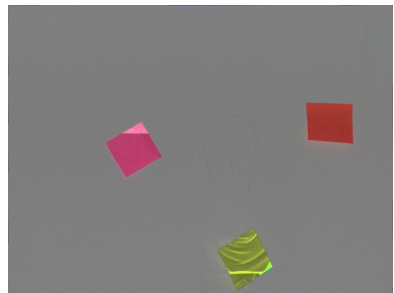
(a) Testszene im Soll-Zustand



(b) Inspektionsbild durch inverse Beleuchtung



(c) Modifizierte Szene im Ist-Zustand



(d) Inspektionsbild durch inverse Beleuchtung

**Abbildung 4.5.:** Anwendung der inversen Beleuchtung zur optischen Änderungsdetektion. Durch die Beleuchtung des Sollzustandes (a) durch sein inverses Beleuchtungsmuster wird der Bildkontrast vollständig unterdrückt, siehe (b). Abweichungen durch das Anbringen von Klebezetteln in (c) werden hingegen direkt als Merkmale im Inspektionsbild (d) abgebildet. In einer Umsetzung zur automatischen Sichtprüfung können so Defekte als Abweichungen von einem bekannten Sollzustand mit hohem Kontrast ohne zusätzliche Bildvorverarbeitung gemessen und ausgewertet werden.

tionsbilds vollständig unterdrückt. Eine weitergehende Analyse zeigt jedoch, dass die erzielte Genauigkeit der iterativen Lichttransportinvertierung von der Geometrie der betrachteten Szene abhängt. In der orts aufgelösten Darstellung des Fehlers  $\varepsilon_{10}$  in Abb. 4.4b ist erkennbar, dass der Abweichungsfehler sowohl an den senkrecht zur Betrachtungs- bzw. Beleuchtungsrichtung ausgerichteten Flächen als auch an den Bildrändern am größten ist.

Um die Anwendung der inversen Beleuchtung zur Änderungsdetektion zu demonstrieren, wird in Abb. 4.5 auf der vorherigen Seite die Testszene durch das Anbringen von Klebezetteln verändert, um Abweichungen von einem definierten Sollzustand zu simulieren. Anschließend wird die modifizierte Szene mit dem inversen Beleuchtungsmuster der ursprünglichen Szene beleuchtet. Wie in Abb. 4.5d zu erkennen ist, werden die eingefügten Modifikationen der Szene direkt im Inspektionsbild als Kontrastmerkmale abgebildet. Diese können beispielsweise mit herkömmlichen und einfachen Schwellwertverfahren im RGB-Farbraum detektiert und segmentiert werden, siehe hierzu z. B. [Gonzalez+ 07].

Da die Inspektionsbilder in Abb. 4.5d und Abb. 4.5b offensichtlich direkt ohne weitere Bildverarbeitungsschritte für die Änderungsdetektion genutzt werden können, kann nach dem in Abschn. 1.2 vorgestellten problemspezifischen Beleuchtungsansatz, der durch die inverse Beleuchtung implizierte Musterraum  $\mathbb{G}$  direkt als Merkmalsraum mit  $\mathbb{M} \cong \mathbb{G}$  für die Änderungsdetektion interpretiert werden. Dadurch entfällt eine explizite Merkmalsberechnung durch den Operator  $\mathcal{W}$ , vgl. hierzu (1.2), der dann durch die identische Abbildung  $\mathcal{W} = \text{id}_{\mathbb{G}}$  ersetzt werden kann. Damit kann die Bildentstehung in (4.25) durch die inverse Beleuchtung  $\mathcal{I}_1$  als optische Merkmalsgewinnung

$$\mathcal{L}_1: \mathbb{O} \rightarrow \mathbb{G} \cong \mathbb{M}, \quad \mathbf{R}_{\text{rgb}} \mapsto \mathbf{m}_1 = \mathbf{R}_{\text{rgb}} \mathbf{I}_1 \quad (4.26)$$

formuliert werden, wobei  $\mathcal{L}_1$  den Bildentstehungsoperator unter inverser Beleuchtung bezeichnet. Die gewonnenen Bildwerte durch  $\mathcal{L}_1$  werden dadurch direkt als Element des Merkmalsraums interpretiert.

### 4.4. Stochastische Analyse und Bewertung des Verfahrens

Im diesem Abschnitt soll die optische Änderungsdetektion durch inverse Beleuchtung hinsichtlich stochastischer Störeinflüsse während der Bildaufnahme und deren Einfluss auf die Änderungsdetektion untersucht werden. Die Grundlage hierfür bildet das Kontrast-Rausch-Verhältnis, das im nachfolgenden Abschn. 4.4.1 im Rahmen eines binären Hypothesentests eingeführt wird. In Abschn. 4.4.2 dient dieses als Kenngröße für einen Vergleich des vorgestellten Verfahrens mit einem herkömmlichen Ansatz zur Änderungsdetektion.

### 4.4.1. Änderungsdetektion als binärer Hypothesentest

Das herkömmliche Signal-Rausch-Verhältnis in (4.16) eignet sich als universelle stochastische Kenngröße nur bedingt für die Merkmalsbewertung und den Vergleich verschiedener Verfahren zur Änderungsdetektion [Barrett+ 03]. Für eine aussagekräftige Bewertung müssen die Merkmale hinsichtlich der gegebenen Aufgabenstellung analysiert und verglichen werden. Die Änderungs- bzw. Defektdetektion kann hierfür als binärer Hypothesentest formuliert werden [Radke+ 05; Aach+ 93; Hwang+ 12; Bovik 00]. Für ein Bildmerkmal  $\mathbf{m} \in \mathbb{M}$ , z. B. einen Bildwert, kann die Änderungsdetektion als der Hypothesentest

$$H_0: \mathbf{m} \text{ entspricht dem Sollzustand} \quad (4.27)$$

$$H_1: \mathbf{m} \text{ entspricht einer Abweichung bzw. einem Defekt} \quad (4.28)$$

formuliert werden. Sind die beiden Wahrscheinlichkeitsdichten  $p(\mathbf{m} | H_0)$  und  $p(\mathbf{m} | H_1)$  des Merkmals  $\mathbf{m}$  unter der Null- bzw. Alternativhypothese gegeben, kann ein optimaler Detektor im Sinne der statistischen Entscheidungstheorie durch den Schwellwertvergleich

$$\Lambda(\mathbf{m}) := \frac{p(\mathbf{m} | H_1)}{p(\mathbf{m} | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \tau_\Lambda \quad (4.29)$$

mit dem *Likelihood-Quotienten*  $\Lambda(\mathbf{m})$  und einem Schwellwert  $\tau_\Lambda$  realisiert werden. Liegt keine Information über die A-priori-Wahrscheinlichkeiten oder die Kosten der Hypothesen vor, kann der Schwellwert  $\tau_\Lambda$  nach der *Neyman-Pearson Entscheidungsregel* bestimmt werden, wobei  $\tau_\Lambda$  durch die Vorgabe einer festen Fehlalarmwahrscheinlichkeit  $\varepsilon_1$  festgelegt wird, sodass  $P(\Lambda(\mathbf{m}) \geq \tau_\Lambda | H_0) \stackrel{!}{=} \varepsilon_1$  erfüllt ist. Alternativ kann  $\tau_\Lambda = 1$  gesetzt werden, dann entspricht (4.29) dem *Maximum-Likelihood-Entscheidungskriterium* [Webb+ 11; Duda+ 00].

Für eine Bewertung der Detektionsleistung ohne Festlegung konkreter Schwellwerte kann der Abstand und somit die Trennbarkeit der Wahrscheinlichkeitsdichten  $p(\mathbf{m} | H_0)$  und  $p(\mathbf{m} | H_1)$  betrachtet werden. Hierfür können informationstheoretische Maße wie beispielsweise die Bhattacharyya-Distanz oder Kullback-Leibler-Divergenz eingesetzt werden [Goudail+ 04]. Alternativ kann

die Trennbarkeit der Wahrscheinlichkeitsdichten mit Hilfe der zentralen Momente erster und zweiter Ordnung durch die Kenngröße

$$KRV := \frac{(E\{\mathbf{m} | H_1\} - E\{\mathbf{m} | H_0\})^2}{\text{Var}\{\mathbf{m} | H_1\} + \text{Var}\{\mathbf{m} | H_0\}} \quad (4.30)$$

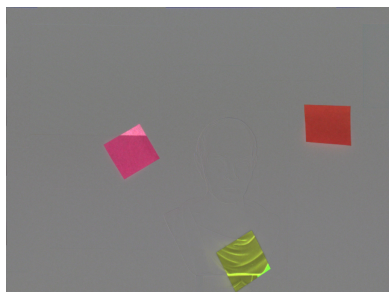
quantifiziert werden [Barrett+ 03]. Das Verhältnis in (4.30) ist identisch mit dem *Fisher'schen Diskriminanzkriterium* aus der statistischen Mustererkennung [Fukunaga 90]; in Anlehnung an die Definition des Signal-Rausch-Verhältnisses in (3.69) wird dieses jedoch im Folgenden als *Kontrast-Rausch-Verhältnis* (kurz KRV) bezeichnet.

#### 4.4.2. Kontrast-Rausch-Analyse

Offensichtlich kann ein ähnliches Inspektionsbild wie durch die inverse Beleuchtung in Abb. 4.5 durch das Differenzbild der Szene mit einem Referenzbild erzeugt werden, siehe hierzu Abb. 4.6. Die Berechnung und Auswertung des Differenzbilds ist ein etablierter Ansatz in der automatischen Sichtprüfungen um Abweichungen, z. B. in Form von fehlenden Bauteilen oder Defekten, hervorzuheben und zu detektieren [Russ 06]. Im Folgenden wird das inverse Beleuchtungsverfahren bezüglich des Kontrast-Rausch-Verhältnisses in (4.30) analysiert und mit der herkömmlichen Differenzbildbildung verglichen. Diesbezüglich wird die Bildentstehung nur für den monochromen Fall mit einem einzelnen Farbkanal betrachtet, sodass das Signalmodell in (4.11) und dessen stochastische Erweiterung in (4.13) für die Modellierung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses zugrunde gelegt werden kann. Der pixelbezogenen Reflektanzfaktor  $r$  in (4.13) wird dabei als deterministische Größe betrachtet, sodass alleine der Einfluss des Messrauschens hinsichtlich der Stochastizität des Inspektionsbilds berücksichtigt wird. Der Sollzustand einer Szene wird im Weiteren durch die Nullhypothese  $H_0$  beschrieben, der zu prüfende Ist-Zustand durch die Alternativhypothese  $H_1$ , unter der eine additive Abweichung  $\Delta$  vom Sollzustand durch  $r + \Delta$  modelliert wird. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird hierfür  $\Delta \geq 0$  vorausgesetzt.

##### 4.4.2.1. Änderungsdetektion durch inverse Beleuchtung

**4.4.2.1.1. Formulierung der Hypothesen** Entsprechend der Formulierung der optischen Merkmalsextraktion in (4.26) kann unter inverser Beleuchtung der



(a) Inspektionsbild durch inverse Beleuchtung



(b) Inspektionsbild durch Differenzbildung und Addition eines konstanten Offsets

**Abbildung 4.6.:** Vergleich der Inspektionsbilder zur Änderungsdetektion der Testszene durch (a) inverse Beleuchtung und (b) Berechnung eines Differenzbildes.

Bildwert des stochastischen Signalmodells (4.13) direkt als Merkmal  $m_1 \in \mathbb{M}$  mit  $\mathbb{M} \cong \mathbb{G} \subseteq \mathbb{R}$  für die Änderungsdetektion verwendet werden, sodass dieses durch

$$m_1 = r l_1 + \tilde{g}_{pe}(r l_1) + \tilde{g}_{read} \quad (4.31)$$

beschrieben werden kann. Die Detektion der Änderung  $r + \Delta$  durch die inverse Beleuchtung kann nach (4.27) und (4.28) durch die Hypothesen

$$H_0 : m_1 = r l_1 + \tilde{g}_{pe}(r l_1) + \tilde{g}_{read} \quad (4.32)$$

$$H_1 : m_1 = (r + \Delta) l_1 + \tilde{g}_{pe}((r + \Delta) l_1) + \tilde{g}_{read} \quad (4.33)$$

formuliert werden.

Entsprechend zur trichromatischen Betrachtung in (4.25) kann die inverse Beleuchtung  $l_1$  im monochromen Fall durch Auflösen gemäß

$$r l_1 = g_{const} \Leftrightarrow l_1 = \frac{g_{const}}{r} \quad (4.34)$$

an den Sollzustand  $H_0$  angepasst werden, wobei  $g_{const} \in [0, 1]$  dem vorgegebenen konstanten Bildwert für die Kontrastunterdrückung entspricht. Durch Einsetzen

von (4.34) in (4.32) und (4.33) können die Hypothesen für die Änderungsdetektion durch

$$H_0: m_I = g_{\text{const}} + \tilde{g}_{\text{pe}}(g_{\text{const}}) + \tilde{g}_{\text{read}} \quad (4.35)$$

$$H_1: m_I = g_{\text{const}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta}{r}\right) + \tilde{g}_{\text{pe}}\left(g_{\text{const}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta}{r}\right)\right) + \tilde{g}_{\text{read}} \quad (4.36)$$

in Abhängigkeit von  $r$  geschrieben werden.

Im Nachfolgenden soll die inverse Beleuchtung in Hinblick auf eine konkrete Umsetzung zur Änderungsdetektion mittels eines globalen Schwellwerts untersucht werden. In praktischen Anwendungen kann in der Regel nur die Nullhypothese  $H_0$ , der Sollzustand, vollständig charakterisiert werden, da die statistischen Eigenschaften der auftretenden Defekte bzw. Abweichungen  $\Delta$  a priori nicht bekannt sind. Für eine konkrete Umsetzung einer Änderungsdetektion für das Merkmal  $m_I$  kann dann nur ein Signifikanztest der Form

$$p(m_I | H_0) \underset{H_1}{\overset{H_0}{\gtrless}} \tau_I \quad (4.37)$$

für die Nullhypothese und einen Schwellwert  $\tau_I$  durchgeführt werden. Auf Grundlage von (4.37) und der Voraussetzung  $\Delta \geq 0$  kann durch

$$m_I \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} t_I \quad (4.38)$$

ein Schwellwertvergleich für  $m_I$  implementiert werden, wobei der Schwellwert  $t_I$  durch die Berücksichtigung der Fehlalarmwahrscheinlichkeit  $\varepsilon_1$  durch

$$\varepsilon_1 = \int_{t_I}^{\infty} p(m_I | H_0) dm_I \stackrel{!}{=} \alpha \quad (4.39)$$

auf ein bestimmtes Signifikanzniveau  $\alpha$  festgelegt wird.

Wie in Abschn. 3.3.2.2.3 ausgeführt, kann durch eine Approximation der Poissonverteilung durch die Normalverteilung das Merkmals  $m_I$  unter  $H_0$  in guter Näherung durch

$$p(m_I | H_0) \stackrel{a}{\sim} \mathcal{N}(g_{\text{const}}, \gamma g_{\text{const}} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2) \quad (4.40)$$

probabilistisch modelliert werden. Die Fehlalarmwahrscheinlichkeit (4.39) für einen Schwellwert  $t_1$  kann demnach durch

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{t_1 - g_{\text{const}}}{\sqrt{2(\gamma g_{\text{const}} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2)}} \right) \quad (4.41)$$

angegeben werden, wobei  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  die sogenannte *komplementäre Fehlerfunktion* angibt. Durch die Festlegung eines Signifikanzniveaus  $\varepsilon_1 \stackrel{!}{=} \alpha$  kann (4.41) durch

$$t_1(\alpha) = g_{\text{const}} + \operatorname{erfc}^{-1}(2\alpha) \cdot \sqrt{2(\gamma g_{\text{const}} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2)} \quad (4.42)$$

nach dem gesuchten Schwellwert aufgelöst werden, wobei  $\operatorname{erfc}^{-1}(\cdot)$  die *inverse komplementäre Fehlerfunktion* bezeichnet.

Durch die inverse Beleuchtung ist der Schwellwert  $t_1(\alpha)$  in (4.42) zu einem gegebenen Signifikanzniveau  $\alpha$  unabhängig von den Reflektanzeigenschaften  $r$  der zu prüfenden Szene und kann somit allein unter Berücksichtigung der Kameraparameter  $\gamma$  und  $\sigma_{\text{read}}^2$  sowie dem Parameter  $g_{\text{const}}$  zur Kontrastunterdrückung festgelegt werden. In einer praktischen Umsetzung der inversen Beleuchtung zur Änderungsdetektion bedeutet dies, dass durch einen globalen Schwellwertvergleich gemäß (4.38), der für jeden Bildpixel gleich ist, eine Detektion mit konstanter Fehlalarmrate (engl. *constant false alarm rate detection*), siehe z. B. [Kay 98] für Details, realisiert werden kann.

**4.4.2.1.2. Kontrast-Rausch-Verhältnis** Für die Bewertung der Detektionsleistung des Hypothesentests (4.35) wird im Nachfolgenden das Kontrast-Rausch-Verhältnis  $KRV_1$  auf Basis des in Abschn. 3.3.2.2 eingeführten stochastischen Signalmodells für das durch inverse Beleuchtung gewonnene Merkmal  $m_1$  bestimmt. Der Erwartungswert von  $m_1$  unter der Null- und Alternativhypothese in (4.32) und (4.33) ergibt sich danach zu

$$E\{m_1 | H_0\} = r l_1 \quad \text{und} \quad E\{m_1 | H_1\} = (r + \Delta) l_1. \quad (4.43)$$

Entsprechend kann die Varianz unter beiden Hypothesen durch

$$\operatorname{Var}\{m_1 | H_0\} = \gamma r l_1 + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \quad (4.44)$$

und

$$\text{Var} \{m_I | H_I\} = \gamma(r + \Delta)l_I + \gamma^2\sigma_{\text{read}}^2 \quad (4.45)$$

angegeben werden. Einsetzen von (4.43), (4.44) und (4.45) in (4.30) liefert schließlich das Kontrast-Rausch-Verhältnis

$$KRV_I = \frac{l_I^2 \Delta^2}{2\gamma l_I r + \gamma l_I \Delta + 2\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2} \quad (4.46)$$

für das Merkmal  $m_I$  der inversen Beleuchtung.

#### 4.4.2.2. Änderungsdetektion durch Differenzbildbildung

**4.4.2.2.1. Formulierung der Hypothesen** Für die Änderungsdetektion durch Differenzbildbildung werden ein Referenzbild  $g^{(0)}$  und ein zu beurteilendes Inspektionsbild  $g^{(1)}$  in zwei separaten Messungen aufgenommen. Nach dem stochastischen Signalmodell in Abschn. 3.3.2.2 und der Defektmodellierung durch die Abweichung  $r + \Delta$  können diese durch

$$g^{(0)} = r l_D + \tilde{g}_{\text{pe}}^{(0)}(r l_D) + \tilde{g}_{\text{read}}^{(0)} \quad (4.47)$$

und

$$g^{(1)} = (r + \Delta) l_D + \tilde{g}_{\text{pe}}^{(1)}((r + \Delta) l_D) + \tilde{g}_{\text{read}}^{(1)} \quad (4.48)$$

beschrieben werden. Für die Beleuchtung  $l_D$  wird hier eine ortsunabhängige und gleichförmige Hellfeldbeleuchtung vorausgesetzt. Für die Änderungsdetektion wird dann das Merkmal  $m_D \in \mathbb{M} \subseteq \mathbb{R}$  durch die Differenz

$$m_D = g^{(1)} - g^{(0)} \quad (4.49)$$

$$= \Delta l_D + \tilde{g}_{\text{pe}}^{(1)}(r l_D) + \tilde{g}_{\text{read}}^{(1)} - \tilde{g}_{\text{pe}}^{(0)}((r + \Delta) l_D) - \tilde{g}_{\text{read}}^{(0)} \quad (4.50)$$

berechnet. Im Rahmen des in Abschn. 1.2 entwickelten problemspezifischen Beleuchtungsentwurfs kann die Differenzberechnung in (4.49) als benötigte Operation

$$\mathcal{W}_D : \mathbb{G} \rightarrow \mathbb{M}, \quad g^{(1)} \mapsto m_D = g^{(1)} - g^{(0)} \quad (4.51)$$



zur Merkmalsberechnung für eine Änderungsdetektion interpretiert werden, auf die bei einer inversen Beleuchtung verzichtet werden kann, vgl. hierzu (4.26).

Basierend auf dem Merkmal  $m_D$  kann die Änderungsdetektion durch Differenzbildung als Hypothesentest

$$H_0 : m_D = \tilde{g}_{pe}^{(0)}(r l_D) + \tilde{g}_{read}^{(0)} - \tilde{g}_{pe}^{(1)}(r l_D) - \tilde{g}_{read}^{(1)} \quad (4.52)$$

$$H_1 : m_D = \Delta l_D + \tilde{g}_{pe}^{(1)}(r l_D) + \tilde{g}_{read}^{(1)} - \tilde{g}_{pe}^{(0)}((r + \Delta) l_D) - \tilde{g}_{read}^{(0)} \quad (4.53)$$

formuliert werden. Die Nullhypothese  $H_0$  entspricht hierbei dem Sollzustand mit  $\Delta = 0$ .

Für einen Vergleich mit der inversen Beleuchtung muss in (4.52) und (4.53) die konstante Hellfeldbeleuchtung  $l_D$  für die Differenzbildung festgelegt werden. Da in der Praxis die messbaren Bildwerte nach oben durch den maximalen Bildwert  $g_{max}$  beschränkt sind<sup>5</sup>, kann  $l_D$  durch

$$r_{max} l_D \stackrel{!}{=} g_{max} \Leftrightarrow l_D = \frac{g_{max}}{r_{max}} \quad (4.54)$$

für eine optimale Bestrahlung des Sensors und ein maximales SNR festgelegt werden. Dabei bezeichnet  $r_{max}$  den maximalen Reflektanzfaktor der betrachteten Szene; durch die Festlegung von  $l_D$  nach (4.54) wird somit ein Informationsverlust durch Übersättigung vermieden. Durch Einsetzen der Beleuchtung  $l_D$  in (4.52) bzw. (4.53) können die Hypothesen durch

$$H_0 : m_D = \tilde{g}_{pe}^{(0)}\left(g_{max} \frac{r}{r_{max}}\right) + \tilde{g}_{read}^{(0)} - \tilde{g}_{pe}^{(1)}\left(g_{max} \frac{r}{r_{max}}\right) - \tilde{g}_{read}^{(1)} \quad (4.55)$$

$$H_1 : m_D = \Delta \frac{g_{max}}{r_{max}} + \tilde{g}_{pe}^{(1)}\left(g_{max} \frac{r}{r_{max}}\right) + \tilde{g}_{read}^{(1)} - \tilde{g}_{pe}^{(0)}\left(g_{max} \frac{r + \Delta}{r_{max}}\right) - \tilde{g}_{read}^{(0)} \quad (4.56)$$

in Abhängigkeit von  $r$  angegeben werden.

Wie zuvor soll auch die Differenzbildung in Hinblick auf eine konkrete Umsetzung zur Änderungsdetektion mittels eines globalen Schwellwerts untersucht werden. Es wurde bereits in Abschn. 4.4.2.1.1 dargelegt, dass in praktischen

<sup>5</sup>Der maximale Bildwert  $g_{max}$  wird durch die Sättigungskapazität des Sensors und die Systemverstärkung der Kamera bestimmt.

#### 4. Optische Änderungsdetektion durch Lichttransportinvertierung

---

Anwendungen in der Regel nur ein Signifikanztest auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(m_D | H_0)$  unter der Nullhypothese durchgeführt werden kann. Analog zu (4.38) kann auch dieser durch einen Schwellwertvergleich

$$m_D \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} t_D \quad (4.57)$$

für das Merkmal  $m_D$  und einen Schwellwert  $t_D$  implementiert werden.

Durch die in Abschn. 3.3.2.2.3 ausgeführte Approximation kann die Wahrscheinlichkeitsdichte des Merkmals  $m_D$  unter  $H_0$  näherungsweise durch die Normalverteilung

$$p(m_D | H_0) \overset{a}{\sim} \mathcal{N} \left( 0, 2\gamma g_{\max} \frac{r}{r_{\max}} + 2\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \right) \quad (4.58)$$

modelliert werden. Entsprechend zu (4.39) beträgt die Fehlalarmwahrscheinlichkeit für einen Schwellwert  $t_D$  demnach

$$\varepsilon_1 = \int_{t_1}^{\infty} p(m_D | H_0) dm_D \quad (4.59)$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{t_D}{2\sqrt{\gamma g_{\max} \frac{r}{r_{\max}} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2}} \right). \quad (4.60)$$

Durch die Festlegung eines Signifikanzniveaus  $\varepsilon_1 \stackrel{!}{=} \alpha$  kann somit der angepasste Schwellwert durch

$$t_D(\alpha) = 2 \operatorname{erfc}^{-1}(2\alpha) \cdot \sqrt{\gamma g_{\max} \frac{r}{r_{\max}} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2} \quad (4.61)$$

berechnet werden. Wie aus (4.61) leicht ersichtlich ist, muss für die Festlegung des Schwellwerts  $t_D(\alpha)$  neben den Kameraparametern  $\gamma$ ,  $\sigma_{\text{read}}^2$  und  $g_{\max}$  auch die ortsabhängige Reflektanzeigenschaft  $r$  der zu prüfenden Szene berücksichtigt werden. Im Gegensatz zur inversen Beleuchtung in Abschn. 4.4.2.1.1 kann daher bei der Differenzbildbildung in der Regel kein globaler Schwellwert für eine Änderungsdetektion mit konstanter Falschalarmrate eingesetzt werden, da diese mit  $r$  variiert. Für eine konstante Fehlalarmwahrscheinlichkeit muss der Schwellwert  $t_D(\alpha)$  für jeden Bildpunkt separat in Abhängigkeit von  $r$  bestimmt und durch (4.57) angewendet werden.

4.4.2.2.2. **Kontrast-Rausch-Verhältnis** Im Nachfolgenden wird das Kontrast-Rausch-Verhältnis  $KRV_D$  für das Merkmal  $m_D$  durch Differenzbildbildung bestimmt. Der Erwartungswert von  $m_D$  unter der Null- und Alternativhypothese in (4.52) und (4.53) ergibt sich auf Grundlage von Abschn. 3.3.2.2 zu

$$E\{m_D | H_0\} = 0 \quad \text{und} \quad E\{m_D | H_1\} = \Delta l_D. \quad (4.62)$$

Entsprechend kann die Varianz unter beiden Hypothesen durch

$$\text{Var}\{m_D | H_0\} = 2(\gamma r l_D + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2) \quad (4.63)$$

und

$$\text{Var}\{m_D | H_1\} = \gamma r l_D + \gamma(r + \Delta)l_D + 2\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \quad (4.64)$$

angegeben werden. Durch Einsetzen von (4.62), (4.63) und (4.64) in (4.30) ergibt das Kontrast-Rausch-Verhältnis

$$KRV_D = \frac{\Delta^2 l_D^2}{4\gamma r l_D + 4\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 + \gamma \Delta l_D} \quad (4.65)$$

für das Merkmal  $m_D$  der Differenzbildbildung.

#### 4.4.2.3. Vergleich und Analyse der Kontrast-Rausch-Verhältnisse

Für den Vergleich der beiden Verfahren zur Änderungsdetektion werden die hergeleiteten Kontrast-Rausch-Verhältnisse  $KRV_I$  und  $KRV_D$  der Merkmale durch inverse Beleuchtung bzw. Differenzbildbildung mit Hilfe des Quotienten

$$KRVG = \frac{KRV_I}{KRV_D} \quad (4.66)$$

ausgewertet, der den *Kontrast-Rausch-Verhältnis-Gewinn* (abgekürzt KRVG) bezüglich der inversen Beleuchtung angibt. Durch Einsetzen von (4.46) und (4.65) in (4.66) ergibt sich der KRVG zu

$$KRVG = \frac{l_I^2 (4\gamma \sigma_{\text{read}}^2 + (4r + \Delta))}{l_D^2 (2\gamma \sigma_{\text{read}}^2 + l_I(2r + \Delta))}. \quad (4.67)$$

Durch weiteres Einsetzen der inversen Beleuchtung  $l_I = g_{\text{const}}/r$  aus (4.34) und der konstanten Hellfeldbeleuchtung der Differenzbildgewinnung  $l_D = g_{\text{max}}/r_{\text{max}}$  aus (4.54) kann der KRVG durch

$$KRVG = \frac{g_{\text{const}}^2 r_{\text{max}} (g_{\text{max}}(\Delta + 4r) + 4\gamma r_{\text{max}} \sigma_{\text{read}}^2)}{g_{\text{max}}^2 r (\Delta g_{\text{const}} + 2r (g_{\text{const}} + \gamma \sigma_{\text{read}}^2))} \quad (4.68)$$

in Abhängigkeit von  $g_{\text{const}}$  und  $g_{\text{max}}$  sowie den szenenabhängigen Parametern  $r$  und  $r_{\text{max}}$  ausgedrückt werden. In Anlehnung an die Betrachtung des SNR in Abschn. 3.3.2.2.2 werden für eine Vereinfachung der Analyse des KRVG in (4.68) die Grenzfälle einer hohen sowie geringen Bestrahlung des Kamerasensors unterschieden.

**4.4.2.3.1. Grenzfall hoher Bestrahlungen** Im Grenzfall einer hohen Bestrahlung wird das Schaltungsrauschen vom Schrotrauschen dominiert und kann daher vernachlässigt werden. Einsetzen von  $\sigma_{\text{read}}^2 = 0$  in (4.68) ergibt für diese Grenzfallbetrachtung den KRVG

$$KRVG_{\text{pe}} = \frac{g_{\text{const}}}{g_{\text{max}}} \frac{r_{\text{max}}}{r} \frac{\Delta + 4r}{\Delta + 2r} \quad (4.69)$$

für dominierendes Schrotrauschen. Durch die tiefgestellte Notation wird der alleinige stochastische Einfluss durch die Photoelektronen hervorgehoben.

Um die Interpretation des KRGV in (4.69) zu vereinfachen, werden im Folgenden nur kleine Abweichungen berücksichtigt, indem für die Abweichung  $\Delta \rightarrow 0$  betrachtet wird. Für diese vereinfachende Grenzwertbetrachtung kann der KRVG für dominierendes Schrotrauschen durch

$$KRVG_{\text{pe}} \approx 2 \frac{g_{\text{const}}}{g_{\text{max}}} \frac{r_{\text{max}}}{r} \quad (4.70)$$

approximiert werden. Für die inverse Beleuchtung stellt der Bildwert  $g_{\text{const}}$  einen einstellbaren Parameter dar. Wird durch  $g_{\text{const}} \rightarrow g_{\text{max}}$  die Kontrastunterdrückung durch die inverse Beleuchtung nahe dem maximalen Bildwert eingestellt, kann (4.70) durch  $KRVG_{\text{pe}} \geq 2$  nach unten abgeschätzt werden, da  $\forall r : r \leq r_{\text{max}}$  gilt. Für die Näherung kleiner Abweichung kann somit für die inverse Beleuchtung ein doppelt so hohes Kontrast-Rausch-Verhältnis im Vergleich zur Differenzbildbildung garantiert werden. Für  $r \rightarrow 0$  folgt aus (4.70) unmittelbar  $KRVG_{\text{pe}} \rightarrow \infty$ , für dunkle Szenenregionen ist der Gewinn bezüglich des Kontrast-Rausch-Verhältnisses somit am größten.

**4.4.2.3.2. Grenzfall geringer Bestrahlungen** Im Grenzfall geringer Bestrahlungen, z. B. aufgrund kurzer Belichtungszeiten, wird das Schrotrauschen vom Schaltungsrauschen dominiert und das Schrotrauschen kann daher vernachlässigt werden. Durch die Unterdrückung sämtlicher durch Schrotrauschen bedingten stochastischen Signalanteile  $\tilde{g}_{pe}$  in (4.35) und (4.55) kann analog zu der Herleitung des KRVG in (4.68) der KRVG für dominierendes Schaltungsrauschen durch

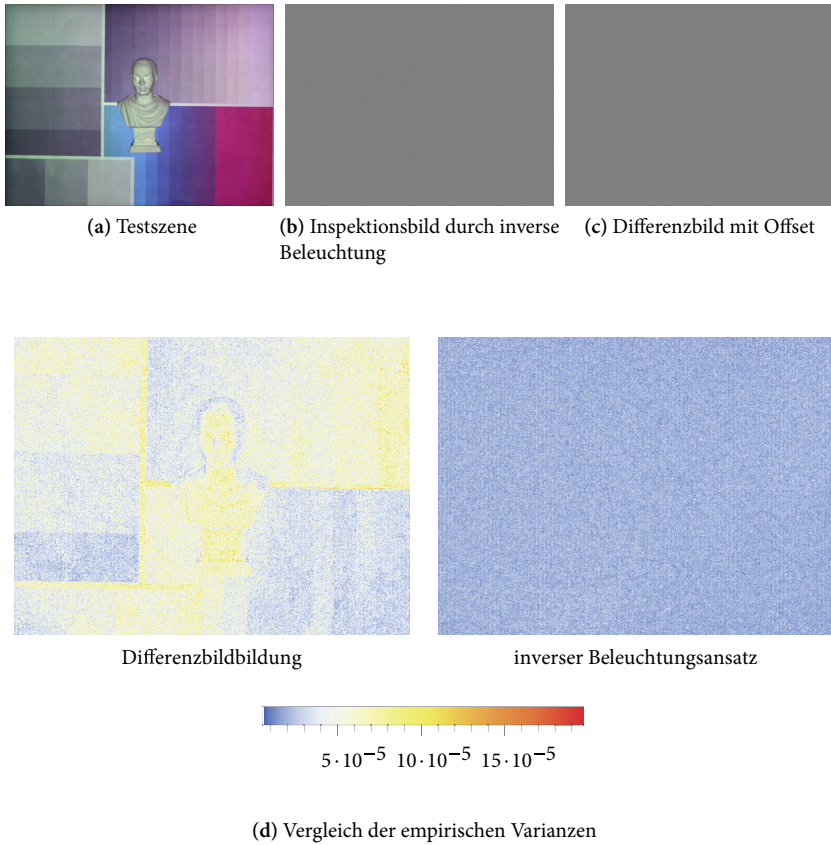
$$KRVG_{\text{read}} = 2 \left( \frac{g_{\text{const}}}{g_{\text{max}}} \right)^2 \left( \frac{r_{\text{max}}}{r} \right)^2 \quad (4.71)$$

angegeben werden. Durch die tiefgestellte Notation wird der alleinige stochastische Einfluss des Schaltungsrauschens hervorgehoben.

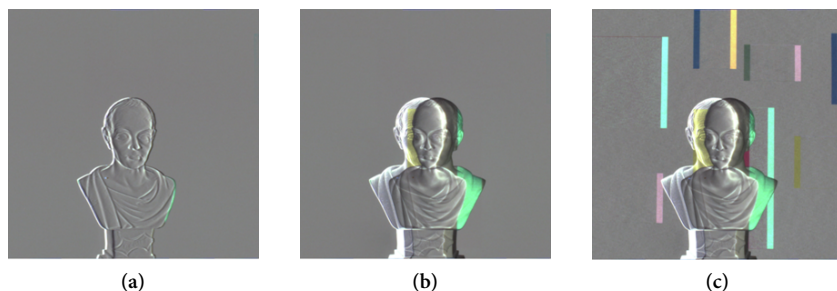
Wie zuvor kann durch die Festlegung des freien Parameters  $g_{\text{const}}$  zur Kontrastunterdrückung in (4.71) durch  $g_{\text{const}} \rightarrow g_{\text{max}}$  der KRVG für die inverse Beleuchtung maximiert werden, sodass  $KRVG_{\text{read}} \geq 2$  eine untere Schranke angibt. Wie auch im betrachteten Grenzfall hoher Bestrahlungen kann hier durch die inverse Beleuchtung ein doppelt so hohes Kontrast-Rausch-Verhältnis im Vergleich zur Differenzbildbildung garantiert werden. Ähnlich wie in Abschn. 4.4.2.3.1 strebt (4.71) für  $r \rightarrow 0$  gegen  $KRVG_{\text{read}} \rightarrow \infty$ , der KRVG ist hierbei für einen gegebenen Reflektanzfaktor  $r$  jedoch höher, da  $r_{\text{max}}/r$  quadratisch einfließt.

### 4.4.3. Empirische Bewertung

Abschließend sollen die Erkenntnisse aus dem vorgehenden Abschn. 4.4.2 empirisch anhand eines einfachen Experiments validiert werden. Die experimentellen Ergebnisse sind in Abb. 4.7 auf der nächsten Seite zusammengefasst. Durch eine wiederholte Bildaufnahme einer statischen Testszene, siehe Abb. 4.7a, werden Stichproben  $\mathcal{D}_I = (m_I^{(1)}, m_I^{(2)}, \dots, m_I^{(50)})$  von Merkmalen durch inverse Beleuchtung sowie Stichproben  $\mathcal{D}_D = (m_D^{(1)}, m_D^{(2)}, \dots, m_D^{(50)})$  von Merkmalen durch Differenzbildbildung gewonnen. In Anknüpfung an die monochromatische Betrachtung in Abschn. 4.4.2 wird nur der grüne Farbkanal für die Bildauswertung genutzt. Die Bildaufnahme für die Differenzbildbildung findet unter gleichförmiger Aufsichtbeleuchtung gemäß (4.54) statt, die durch Projektion eines konstanten weißen Beleuchtungsmuster mit dem koaxialen Projektor-Kamera-System realisiert wird. Für die inverse Beleuchtung wird der Bildwert



**Abbildung 4.7.:** Empirische Bewertung der Bildgewinnung durch inverse Beleuchtung. Die aufgenommene Testszene ist in (a) unter Auflichtbeleuchtung abgebildet. (b) zeigt dieselbe Szene unter inverser Beleuchtung. Ein Differenzbild unter Auflichtbeleuchtung ist zum Vergleich in (c) wiedergegeben. In (d) ist die durch eine wiederholte Bildaufnahme berechnete empirische Varianz unter inverser Beleuchtung gewonnenen Merkmale  $m_1$  und durch Differenzbildbildung berechneten Merkmale  $m_D$  für die einzelnen Bildpunkte dargestellt. (Für die Berechnung der empirischen Varianz wird der grüne Farbkanal verwendet, da dieser beim eingesetzten Bayer-Mosaikfilter die höchste räumliche Auflösungsfähigkeit besitzt.) Wie leicht zu erkennen ist, ist die Varianz unter inverser Beleuchtung geringer im Vergleich zur Differenzbildbildung und zudem unabhängig von der örtlichen Reflektanz der Szene.



**Abbildung 4.8.:** Empfindlichkeit der inversen Beleuchtung gegenüber Lagevariationen. Bei inverser Beleuchtung der Testszene in Abb. 4.5a wurde die Gipsbüste leicht (a) und stark (b) nach links verschoben. In (c) wurde zudem der Hintergrund nach links verschoben, sodass Artefakte sowohl an der Gipsbüste als auch am Hintergrund auftreten.

$g_{\text{const}} = 0,5$  für die Kontrastunterdrückung festgelegt. Exemplarisch für eine Stichprobe ist das Inspektionsbild durch die Differenzbildbildung in Abb. 4.7c und durch inverse Beleuchtung in Abb. 4.7b dargestellt. Zur besseren Visualisierung ist das Differenzbild mit einem Offset versehen, sodass beide Bilder den gleichen mittleren Grauwert  $g_{\text{const}}$  besitzen. Eine vergleichende Betrachtung der beiden Inspektionsbilder Abb. 4.7c und Abb. 4.7b liefert keine Auskunft über den Unterschied der beiden Ansätze. Dieser kann erst durch die Berechnung der empirischen Varianzen der Stichproben  $\mathcal{D}_I$  und  $\mathcal{D}_D$  dargestellt werden. Die empirische Varianz beider Ansätze zur Merkmalsgewinnung ist in Abb. 4.7d dargestellt. Wie leicht zu erkennen ist, hängt die ermittelte Varianz der Differenzbildbildung von den Reflektanzeigenschaften der betrachteten Szene ab. Die Anwendung eines globalen Schwellwerts führt hier zu einer Änderungsdetektion mit variabler Falschalarmrate. Die empirische Varianz der durch inverse Beleuchtung gewonnenen Inspektionsbilder ist näherungsweise konstant. Durch einen globalen Schwellwert kann hier eine Änderungsdetektion mit konstanter Falschalarmrate durchgeführt werden. Zudem ist die Varianz der durch Differenzbildbildung gewonnenen Merkmale in hellen Bereichen mehr als doppelt so hoch im Vergleich zur inversen Beleuchtung.

Offensichtlich besitzt das inverse Beleuchtungsverfahren aufgrund der Anpassung an die Prüfszene die gleiche Empfindlichkeit gegenüber Lagevariationen wie die Differenzbildbildung. Ein Beispiel hierzu ist in Abb. 4.8 dargestellt. Eine

Verschiebung der Testszene gegenüber des szenenangepassten inversen Beleuchtungsmusters führt hier zu Artefakten im Inspektionsbild, die nicht ohne Weiteres von tatsächlichen Abweichungen der Szene vom Sollzustand unterschieden werden können. Geringfügigen Lagevariationen kann diesbezüglich durch eine zusätzliche Bildfilterung entgegengewirkt werden, mit dem Ziel, unerwünschte Artefakte bis zu einer gewissen Größe zu unterdrücken. Der durch eine Bildfilterung eingebrachte Einfluss auf die Detektionsleistung und das Kontrast-Rausch-Verhältnis ist ein möglicher Gegenstand weiterer Untersuchungen.

### 4.5. Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wurde ausgehend von einer inversen Betrachtungsweise ein problemspezifisches Beleuchtungsverfahren für die optische Änderungsdetektion vorgestellt. Die technische Umsetzung erfolgte auf einem koaxialen Projektor-Kamera-System, durch das die zu untersuchende Szene mit einem räumlich modulierten, inversen Beleuchtungsmuster bestrahlt wird. Durch eine iterative Invertierung des Lichttransports wurde das inverse Beleuchtungsmuster für eine vollständige Kontrastunterdrückung des Sollzustands der Prüfszene bestimmt. Dadurch wurde erreicht, dass während der Prüfung nur die zu detektierenden Abweichungen vom Sollzustand in Form von Geometrie- oder Reflektanzänderungen zu lokalen Kontrastmerkmalen im Inspektionsbild führen. Die Bildgewinnung durch die inverse Beleuchtung konnte daher als eine Umsetzung der in Abschn. 1.2 eingeführten optischen Merkmalsextraktion erklärt werden.

Weiter wurde das inverse Beleuchtungsverfahren hinsichtlich dem Einfluss verschiedener Rauschquellen auf die Bildentstehung untersucht und durch ein problemspezifisches Kontrast-Rausch-Verhältnis charakterisiert. Auf Basis dessen wurde ein Vergleich mit einem herkömmlichen Differenzbild, einem Standardansatz zur Änderungsdetektion aus der Literatur [Russ 06], durchgeführt. Dadurch konnte gezeigt werden, dass unter geeigneter Parameterwahl sowohl unter schlechten Lichtbedingungen als auch im Grenzfall von dominierendem Schrotrauschen durch die inverse Beleuchtung ein doppelt so hohes Kontrast-Rausch-Verhältnis garantiert werden kann, womit auch eine weitaus höhere Detektionsleistung zu erwarten ist. Zudem wurde gezeigt, dass durch eine globale Schwellwertauswertung der durch inverse Beleuchtung gewonnenen Inspektionsbilder eine Detektion mit konstanter Fehleralarmrate realisiert werden kann.



Neben der Differenzbildung wird in der Literatur [Rignot+ 93; Singh 89] ebenso der Quotient der Bildwerte einer Referenzaufnahme und des Inspektionsbilds als Merkmal für eine Änderungsdetektion vorgeschlagen. Verglichen mit der Differenzbildung stellt das Quotientenbild sogar ein näherliegendes Referenzverfahren für die Änderungsdetektion dar, da dem inversen Beleuchtungsverfahren ein multiplikatives Modell der Bildentstehung zugrunde liegt. Ein analytischer Vergleich der Kontrast-Rausch-Verhältnisse des Quotientenbilds und des Inspektionsbilds durch inverse Beleuchtung ist daher ein möglicher Gegenstand für weiterführende Arbeiten.

Das inverse Beleuchtungsverfahren mit der iterativen Erzeugung des inversen Beleuchtungsmusters ähnelt im Ansatz der Kompensationsmethode der Messtechnik. Hierbei wird der zu messenden Größe eine variable Vergleichsgröße entgegengesetzt mit dem Ziel, die Differenz beider Größen gegen Null streben zu lassen [Hoffmann 07; Parthier 08]. Die Auswertung erfolgt dann mit einem Nullinstrument, das die Differenz der beiden Größen auf Null prüft und das im Prinzip nur in der Umgebung des Nullpunkts eine hohe Empfindlichkeit aufweisen muss. Bei vollständiger Kompensation der Größen, ihre Differenz beträgt dann Null, entspricht die eingestellte Vergleichsgröße einem Maß des zu ermittelnden Messwerts. In ähnlicher Weise wird bei der iterativen Erzeugung des inversen Beleuchtungsmusters der Fehler zwischen gemessenem Inspektionsbild und dem vorgegebenen konstanten Bildwert  $g_{\text{const}}$  minimiert. Wie die Analyse des Kontrast-Rausch-Verhältnisses zeigt, kann durch  $g_{\text{const}} \rightarrow g_{\text{max}}$  auch hier die Bildgewinnung, ähnlich wie für das Nullinstrument, in den für eine Abweichungsdetektion optimalen Messbereich der Kamera verlagert werden.

Ein ähnlicher Objektvergleich wie durch das inverse Beleuchtungsverfahren kann mit sogenannten *photorefraktiven Neuigkeitsfiltern* [Anderson+ 89] vollständig optisch realisiert werden. Typischerweise kommt hierfür ein photorefraktiver Kristall, z. B. Bariumtitanat, als optischer Prozessor zum Einsatz. Dieser ermöglicht eine optische Bildsubtraktion, bei der sowohl zeitliche Änderungen in der Amplitude als auch in der Phase des optischen Eingangssignals als Intensitätsänderungen ausgegeben werden [Sedlatschek+ 99]. Hierfür wird dem Kristall zeitlich aufeinanderfolgend das Hologramm des zu prüfenden Objekts präsentiert. Photorefraktive Neuigkeitsfilter entsprechen in ihrer Funktion einem zeitlichen Hochpassfilter, durch das statische Informationen unterdrückt und hochfrequente Änderungen detektiert werden können. Ähnlich wie bei der inversen Beleuchtung können dadurch Inspektionsbilder generiert werden, die im Sollzustand keinen Kontrast aufweisen und in denen nur Änderungen der

#### *4. Optische Änderungsdetektion durch Lichttransportinvertierung*

---

betrachteten Szene als lokale Kontraständerungen wiedergeben werden. Weitere Anwendungsmöglichkeiten photorefraktiver Neuigkeitsfilter für die automatische Sichtprüfung werden in [Karaboué 04] vorgestellt und untersucht.

# 5. Optische Merkmalsextraktion durch hemisphärische Beleuchtungsmuster

## 5.1. Einleitung

Oft ist es nicht möglich, alle Fragestellungen einer gegebenen Inspektionsaufgabe mit einer einzelnen, wenn auch optimal gewählten, Bildaufnahmekonstellation zu beantworten. Für schwierige Inspektionsaufgaben bietet es sich an, mehrere Bilder in Form einer Bildserie mit variierten Aufnahmeparametern zu gewinnen, um dadurch mehr Information über das zu untersuchende Prüfobjekt zu erhalten. Hinsichtlich einer Variation der Beleuchtung wurde in zahlreichen Arbeiten, z. B. in [Puentes León 97; Lindner+ 06; Wang+ 09], die Aufnahme und Auswertung von sogenannten *Beleuchtungsserien* als vielversprechender Ansatz für schwierige Inspektionsaufgaben aufgezeigt. Hierbei wird eine Bildserie des Prüfobjekts unter ortsfester Kameraperspektive und variierten Beleuchtungsrichtungen aufgenommen. Wird dabei nur bezüglich der Beleuchtungsrichtung moduliert, kann das bestrahlende 2-D-Lichtfeld als richtungsabhängiges Muster auf einer Hemisphäre angesehen werden. Wie bereits in Abschn. 2.1.2 aufgezeigt wurde, beschränken sich die Vorarbeiten aus der Literatur auf relativ einfache und unspezifisch Beleuchtungsmuster über der Richtungshemisphäre, die unabhängig von der gegebenen Problemstellung gewählt werden. Die Bildgewinnung wird hierbei quasi als separater, von der nachfolgenden Bildauswertung unabhängiger Verarbeitungsschritt behandelt.

Wie in Abschn. 1.2 dargelegt, kann die Gewinnung einer Beleuchtungsserie eines Objekts  $\mathbf{r} \in \mathbb{O}$ , das durch seine Reflektanzeigenschaften charakterisiert ist, als Abbildung  $\mathcal{L} : \mathbf{r} \mapsto \mathbf{g}$  modelliert werden, wobei  $\mathbf{g}$  zunächst als mehrdimensionaler Bildwert  $\mathbf{g} \in \mathbb{G}$  des Musterraums  $\mathbb{G} \subseteq \mathbb{R}^Q$  interpretiert wird. Die Dimensionalität

$Q$  wird durch die Anzahl der (einkanalen) Bildaufnahmen der Beleuchtungsserie festgelegt. Für eine vielseitig einsetzbare Bildgewinnung wird in der Regel eine hohe Anzahl  $Q$  von Bildaufnahmen gewählt, um die Reflektanzeigenschaften des Objekts  $\mathbf{r}$  möglichst umfassend, ohne Informationsverlust, durch  $\mathbf{g}$  zu repräsentieren.

In der praktischen Umsetzung gestaltet sich die Aufnahme umfangreicher Beleuchtungsserien jedoch aus zwei Gründen problematisch: Zum einen ist die zur Verfügung stehende Prüfzeit im Allgemeinen durch den Produktionstakt vorgegeben und dadurch beschränkt. In vielen industriellen Anwendungen muss daher die Anzahl der benötigten Bildaufnahmen zur Prüfzeit auf ein Minimum reduzieren werden. Zum anderen steigt mit der Anzahl der Aufnahmen und der Dimensionalität  $Q$  auch der rechentechnische Aufwand für die nachfolgende Bildauswertung. Für eine hohe Dimensionalität  $Q$  ist eine direkte Bildauswertung im Musterraum  $\mathbb{G}$  nachteilig, z. B. aufgrund des *Fluchs der Dimensionalität* [Sammut+ 10], und es muss erst eine problemspezifische Merkmalsextraktion  $\mathcal{W} : \mathbf{g} \mapsto \mathbf{m}$  mit  $\mathbf{m} \in \mathbb{M}$  durchgeführt werden, um einen Merkmalsraum  $\mathbb{M} \subseteq \mathbb{R}^D$  mit verringerter Dimension  $D < Q$  für die Bildauswertung zu konstruieren (vgl. hierzu auch Abb. 1.1). Aufgabe der Merkmalsextraktion ist es dabei, unter Berücksichtigung der vorliegenden Aufgabenstellung relevante Information zu erhalten und irrelevante sowie redundante Information zu eliminieren.

Im diesem Kapitel wird die Gewinnung von Beleuchtungsserien und die nachfolgende Merkmalsextraktion, die durch die Verkettung  $\mathcal{W} \circ \mathcal{L}$  notiert werden, gemeinsam betrachtet, um daraus ein problemspezifisches Beleuchtungsverfahren für die automatische Sichtprüfung abzuleiten. Für lineare Transformationen  $\mathcal{W}$  wird gezeigt, dass die Merkmalsextraktion durch kodierte Beleuchtungsmuster auf der Richtungshemisphäre bereits durch die Bildaufnahme  $\mathcal{L}$  realisiert werden kann, wodurch die Anzahl der benötigten Bildaufnahmen zur Prüfzeit erheblich reduziert wird.

Den Ausgangspunkt für diese Betrachtung bildet die Modellierung der Bildentstehung  $\mathcal{L}$  unter richtungsabhängigen 2-D-Lichtfeldern, die in Abschn. 5.2 entwickelt wird. Für eine experimentelle Umsetzung wird dort zudem ein kadioptrisches Beleuchtungssystem vorgestellt, durch das nahezu beliebige richtungsabhängige Lichtfelder auf einer Hemisphäre realisiert werden können, die anschaulich mit *hemisphärischen Beleuchtungsmustern* gleichgesetzt werden können. Die Kodierung der linearen Transformation  $\mathcal{W}$  basiert auf einer gewichteten Superposition elementarer Beleuchtungsmuster, die zur Unterscheidung als

*Basisbeleuchtungsmuster* oder *Basisbeleuchtungsfunktionen*<sup>1</sup> bezeichnet und in Abschn. 5.3 entwickelt werden. Darauf aufbauend wird in Abschn. 5.4 schließlich die Erzeugung der kodierten Beleuchtungsmuster durch  $\mathcal{W}$  für eine optische Merkmalsextraktion eingeführt. Die optisch realisierte Merkmalsextraktion wird mit einer herkömmlichen, nachgelagerten Merkmalsextraktion verglichen, wozu die Anzahl der benötigten Bildaufnahmen und das Signal-Rausch-Verhältnis der erzeugten Merkmale untersucht wird. Abschließend findet in Abschn. 5.5 und Abschn. 5.6 eine experimentelle Validierung statt, in deren Rahmen problem-spezifische Beleuchtungsmuster für eine überwachte Materialklassifikation und Ein-Klassen-Defektdetektion entwickelt werden.

## 5.2. Beleuchtungssystem zur Erzeugung richtungsabhängiger Lichtfelder

Für die experimentelle Validierung des problemspezifischen Beleuchtungsansatzes wird ein katadioptrisches Beleuchtungssystem für die Erzeugung richtungsabhängiger 2-D-Lichtfelder bzw. hemisphärischer Beleuchtungsmuster vorgestellt, vgl. Abb. 5.1. Ausgehend von der in Abschn. 3.3.1 allgemein betrachteten Bildentstehung wird hierfür ein radiometrisches Bildmodell entwickelt, das die Grundlage für eine optisch realisierbare Merkmalsextraktion in Abschn. 5.4 bildet.

### 5.2.1. Geometrische Modellierung

Für die Erzeugung hemisphärischer Beleuchtungsmuster wurde ein Projektor-Kamera-System mit einem parabolischen Reflektor und einer Fresnel-Sammellinse entwickelt [Gruna 12; Gruna 10; Gruna+ 11]. Sämtliche optischen Komponenten sind dabei entlang ihrer gemeinsamen optischen Achse angeordnet. Das katadioptrische Beleuchtungssystem ist schematisch in Abb. 5.1 auf Seite 93 dargestellt und ermöglicht die Aufnahme von richtungsmodulierten Beleuchtungsserien von kleinen Prüfobjekten. Das Objekt wird hierfür im Brennpunkt  $F_{\text{Ref}}$  des parabolischen Reflektors platziert und vom Projektor beleuchtet. Der parabolische

---

<sup>1</sup>Die Basisbeleuchtungsfunktionen müssen dabei nicht notwendigerweise einer Vektorraumbasis entsprechen.

Reflektor besitzt im Scheitelpunkt eine Öffnung, durch die das vom Objekt reflektierte Licht mit einer Grauwertkamera mit Makroobjektiv beobachtet wird.

Als programmierbare Lichtquelle dient ein digitaler Projektor mit Flüssigkristall-Matrizen (siehe [Brennesholtz+ 08] für eine umfassende technische Erläuterung unterschiedlicher Projektionssysteme), mit denen das emittierte Lichtfeld des Projektors rechnergesteuert moduliert werden kann. Die Strahlengeometrie des Projektors wird näherungsweise mit einer Lochblende modelliert, sodass alle emittierten Lichtstrahlen durch den zentralen Punkt der (angenommenen) infinitesimalen Blendenöffnung gehen. Unter dieser Annahme kann das Zentrum der Lochblende des Projektors in Deckung mit dem Brennpunkt  $F_{\text{Lens}}$  der Fresnel-Linse gebracht werden, wodurch das vom Projektor emittierte divergente Lichtfeld zu einem parallelen Lichtfeld kollimiert wird. Folglich werden die einfallenden Lichtstrahlen, wie in Abb. 5.1a dargestellt, im Brennpunkt  $F_{\text{Ref}}$  fokussiert, an dem sich das zu beleuchtende Prüfobjekt befindet. Unter idealen Voraussetzungen wird in  $F_{\text{Ref}}$  nur ein Brennfleck mit geringe Ausdehnung ausgeleuchtet. Um eine Ausleuchtung über einen größeren Bereich zu erreichen, wurde die Innenfläche des Reflektors mit einer dünnen Wachsschicht versehen<sup>2</sup>, um eine teildiffuse Streuung entlang der idealen Reflexionsrichtung zu bewirken, siehe hierzu Abb. 5.2 auf Seite 95. Dadurch kann eine näherungsweise homogene Ausleuchtung für kleine Objekte mit einem Radius von  $r_{\text{Obj}} \leq 20$  mm erzielt werden.

Für die geometrische Modellierung des Beleuchtungssystems ist die Reflexion der Lichtstrahlen am parabolischen Reflektor in Abb. 5.1b dargestellt. Da der parabolische Reflektor der Fläche eines Rotationsparaboloids entspricht und einfallende und reflektierte Lichtstrahlen in einer Ebene liegen, genügt die Betrachtung eines Schnitts entlang der gemeinsamen optischen Achse. Weiter wird ein dreidimensionales kartesisches Koordinatensystem mit Ursprung  $F_{\text{Ref}}$  eingeführt, dessen (positive)  $z$ -Achse entlang der optischen Achse verläuft und in Richtung der Kamera zeigt. Die  $x$ - und  $y$ -Achse sind dabei so ausgerichtet, dass sie mit den entsprechenden Achsen des Bildkoordinatensystems des Projektors übereinstimmen. Dadurch kann die  $x$ - $y$ -Ebene

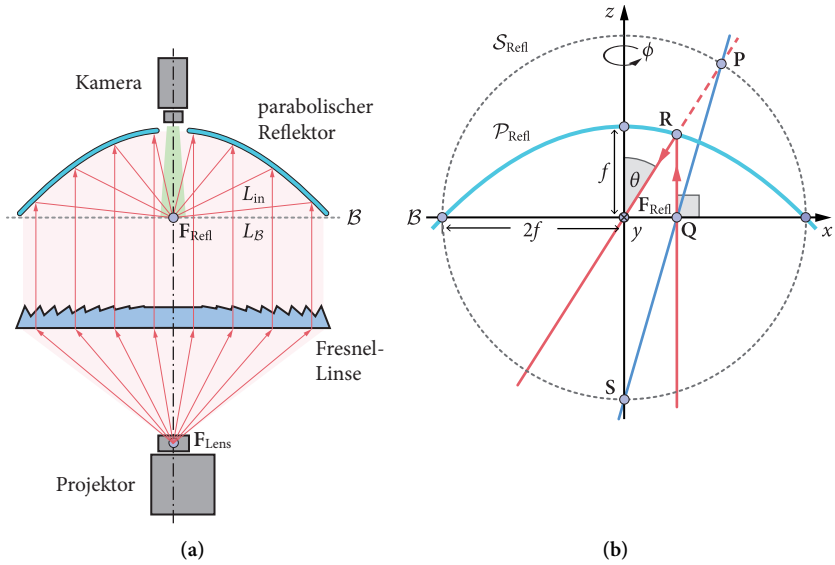
$$\mathcal{B} := \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : z = 0\} \quad (5.1)$$

mit dem projizierten Projektorbild identifiziert werden, die im weiteren als *Projektorbildebene* bezeichnet wird.

---

<sup>2</sup>Hierfür wurde ein mattierendes Sprühwachs eingesetzt (K-Line Dulling Spray halbmatt).

## 5.2. Beleuchtungssystem zur Erzeugung richtungsabhängiger Lichtfelder



**Abbildung 5.1.:** Katadioptrisches Projektor-Kamera-System zur Erzeugung richtungsabhängiger Lichtfelder. (a) Aufbau bestehend aus Grauwertkamera (Allied Vision Technologies Guppy PRO F-146B) mit 100 mm Makroobjektiv (Zeiss Makro-Planar T\* 2/100), Projektor (Hitachi CP-X505), Fresnel-Sammellinse mit 1000 mm Brennweite (Edmund Optics) und parabolischem Reflektor aus poliertem Aluminium mit Brennweite  $f = 152,4$  mm (Edmund Optics). Sämtliche Komponenten sind entlang der gemeinsamen optischen Achse ausgerichtet. Der Reflektor besitzt im Scheitelpunkt eine Öffnung mit einem Durchmesser von 38,1 mm, durch die das vom Prüfobjekt am Brennpunkt  $F_{\text{Ref}}$  reflektierte Licht mit der Kamera beobachtet wird. (b) Schematische Darstellung der einfallenden Lichtstrahlen  $\mathbf{R}F_{\text{Ref}}$  am Brennpunkt  $F_{\text{Ref}}$ . Durch die Öffnung im Scheitelpunkt ist die (polare) Einfallsrichtung durch den Winkel  $\theta_{\text{min}} = 7,13^\circ$  begrenzt.

Im Folgenden soll der geometrische Zusammenhang zwischen projizierten und auf das Objekt einfallenden Lichtstrahlen beschrieben werden. Die Oberfläche des parabolischen Reflektors ist durch die Punktmenge

$$\mathcal{P}_{\text{Ref}} := \left\{ (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : -z + f - \frac{x^2 + y^2}{4f} = 0 \right\} \quad (5.2)$$

gegeben, wobei  $f$  die Brennweite des Reflektors bezeichnet. Weiter wird für eine anschaulichere Ausführung die Kugel

$$\mathcal{S}_{\text{Refl}} := \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 - (2f)^2 = 0\} \quad (5.3)$$

mit Radius  $2f$  um den Brennpunkt bzw. Ursprung  $\mathbf{F}_{\text{Refl}}$  als Hilfskonstrukt eingeführt.

Durch die optische Anordnung des Projektionszentrums des Projektors im Brennpunkt der Fresnel-Linse verläuft ein emittierter Lichtstrahl durch den Punkt  $\mathbf{Q} \in \mathcal{B}$  parallel zur optischen Achse und trifft am Punkt  $\mathbf{R} \in \mathcal{P}_{\text{Refl}}$  auf den Reflektor. Aus der Reflexionseigenschaft der Parabel folgt, dass der reflektierte Strahl den Brennpunkt  $\mathbf{F}_{\text{Refl}}$  schneidet, siehe [Tanton 05] für einen formalen Beweis. Die Verlängerung des Strahls  $\mathbf{R}\mathbf{F}_{\text{Refl}}$  über den Reflektor hinaus schneidet die Kugel  $\mathcal{S}_{\text{Refl}}$  im Punkt  $\mathbf{P}$ , sodass  $\mathbf{P}\mathbf{F}_{\text{Refl}}$  einem virtuellen Strahl mit Ausgangspunkt  $\mathbf{P}$  entspricht, der unter dem Winkel  $\theta$  in den Brennpunkt  $\mathbf{F}_{\text{Refl}}$  einfällt. Die Korrespondenz der Punkte  $\mathbf{P}$  und  $\mathbf{Q}$  ist dabei eineindeutig und entspricht der *parabolischen Abbildung* in [Heidrich+ 99] bzw. der *parabolischen Projektion* in [Geyer+ 01]. Aus Abb. 5.1b ist zudem ersichtlich, dass der Punkt  $\mathbf{Q}$  mit Hilfe des Südpols  $\mathbf{S} = (0, 0, -2f)^T$  der Kugel  $\mathcal{S}_{\text{Refl}}$  als Schnittpunkt der Geraden  $\mathbf{P}\mathbf{S}$  mit der Projektorbildebene  $\mathcal{B}$  konstruiert werden kann. Demnach entspricht diese Abbildungsvorschrift von der Kugel  $\mathcal{S}_{\text{Refl}}$  auf die Ebene  $\mathcal{B}$  einer *stereographischen Projektion*, siehe diesbezüglich [Geyer+ 01] für eine weiterführende Erläuterung.

Um zu einer anschaulichen Abbildungsvorschrift der Beleuchtungshemisphäre auf die Projektorbildebene zu gelangen, wird der Punkt  $\mathbf{Q} \in \mathcal{B}$  in der Projektorbildebene in Polarkoordinaten  $\mathbf{Q} = (r_{\mathcal{B}}, \phi)^T$  mit

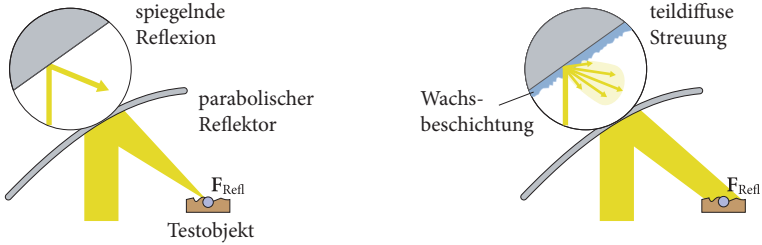
$$r_{\mathcal{B}} = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{und} \quad \phi = \arctan2(y, x) \quad (5.4)$$

dargestellt, wobei die zweistellige sogenannte *quadrantengerechte Arkustangensfunktion*<sup>3</sup>  $\arctan2(y, x)$  den Arkustangens  $\arctan(y/x)$  unter der Berücksichtigung des korrekten Quadranten liefert. Weiter wird der Kugelpunkt  $\mathbf{P} \in \mathcal{S}_{\text{Refl}}$  in den sphärischen Winkelkoordinaten  $\mathbf{P} = (\theta, \phi)^T$  parametrisiert, welche die Richtung des reflektierten Lichtstrahls angeben. Beide Koordinatensysteme sind so ausgerichtet, dass sie ihren Ursprung jeweils in  $\mathbf{F}_{\text{Refl}}$  haben und die Polarachse bzw. Azimuthachse in Richtung der  $x$ -Achse des kartesischen Koordinatensystems zeigen.

---

<sup>3</sup>Quadrantengerechte Arkustangensfunktion:  $\arctan2(y, x) := 2 \arctan \frac{y}{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$





**Abbildung 5.2.:** Wachsbeschichtung des Parabolreflektors. Dadurch kann mit dem vorgestellten Projektor-Kamera-System eine näherungsweise homogene Ausleuchtung von Objekten mit einem Radius von  $r_{\text{Obj}} \leq 20$  mm im Brennpunkt  $F_{\text{Refill}}$  erreicht werden.

Aus Abb. 5.1b und der Definition der Paraboloidenfläche in (5.2) kann für den Polarwinkel  $\theta$  der folgende trigonometrische Zusammenhang

$$\tan \theta = \frac{|\mathbf{QF}_{\text{Refill}}|}{|\mathbf{QR}|} = \frac{r_{\mathcal{B}}}{f - \frac{r_{\mathcal{B}}^2}{4f}} \quad (5.5)$$

hergeleitet werden. Für  $0 \leq \theta < \pi$  ist

$$r_{\mathcal{B}} = 2f \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (5.6)$$

eine Lösung der quadratischen Gleichung (5.5), die zu einem gegebenen Einfallswinkel  $\theta$  den korrespondierenden Radius  $r_{\mathcal{B}}$  des Punkts in der Projektorbildebene  $\mathcal{B}$  liefert. Mit (5.6) kann schließlich die folgende Abbildungsvorschrift definiert werden:

**Definition 5.1** (Parabolische Abbildung). Sei ein katadioptrische Beleuchtungssystem wie in Abb. 5.1 mit einem parabolischen Reflektor mit Brennweite  $f$  gegeben. Weiter sei die Projektorbildebene  $\mathcal{B} := [0, \infty) \times [0, 2\pi)$  in Polarkoordinaten parametrisiert und  $\mathcal{H}_{\text{zonal}} := [\theta_{\text{min}}, \pi/2) \times [0, 2\pi) \subset \mathcal{H}_{\text{in}}$  die durch den Reflektor realisierbare Teilmenge an Beleuchtungsrichtungen auf der einfallenden Richtungshemisphäre  $\mathcal{H}_{\text{in}}$ , wobei  $\theta_{\text{min}} > 0$  durch den Öffnungsdurchmesser im Scheitelpunkt des Reflektors bedingt und festgelegt ist. Die Funktion

$$\mathbf{T}_{\text{para}} : \mathcal{H}_{\text{zonal}} \rightarrow \mathcal{B} \quad (5.7)$$

$$(\theta, \phi)^{\text{T}} \mapsto \left(2f \tan\left(\frac{\theta}{2}\right), \phi\right)^{\text{T}} \quad (5.8)$$

wird als die *parabolische Abbildung* des Beleuchtungssystems definiert, mit deren Hilfe die Beleuchtungsrichtungen der eingeschränkten Richtungshemisphäre  $\mathcal{H}_{\text{zonal}}$  auf die Projektorbildebene abgebildet werden können.  $\square$

## 5.2.2. Radiometrische Bildentstehung

### 5.2.2.1. Kontinuierliche Modellierung

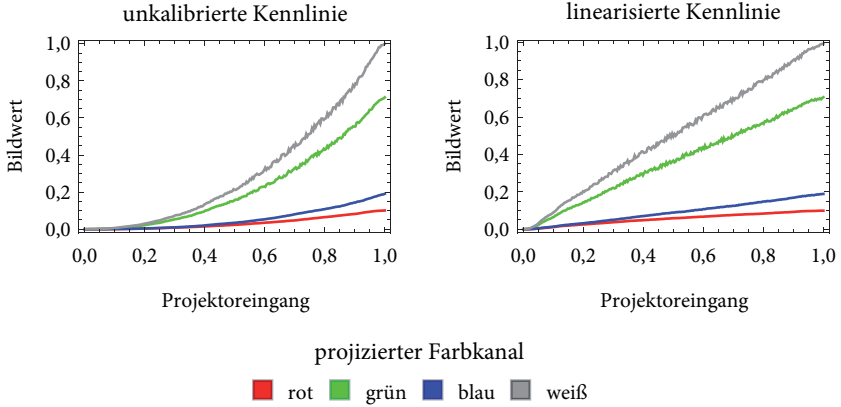
Die Bildgewinnung mit dem in Abschn. 5.2.1 eingeführten katadioptrische Beleuchtungssystem wird im Folgenden als Spezialfall der allgemeinen Bildentstehung in Abschn. 3.3.1 behandelt. Hierfür muss das Projektor-Kamera-System ein lineares Antwortverhalten aufweisen, das hier nur für die verwendete Grauwertkamera angenommen werden kann. Die Kennlinie des Projektors wird daher wie in Abschn. 4.3.2 mit Hilfe eines Kolorimeters linearisiert, siehe Abb. 5.3 für Details.

Für die Modellierung des einfallenden Lichtfeld  $L_{\text{in}}$  durch den Projektor wird die Referenzebene für das einfallende Lichtfeld durch  $\mathcal{S}_{\text{in}} = \mathcal{B}$  mit Normalen in Richtung der  $z$ -Achse gewählt, sodass der Brennpunkt des Reflektors  $\mathbf{F}_{\text{Refl}} \in \mathcal{S}_{\text{in}}$  in dieser liegt. Durch die Beschichtung des Reflektors und der Tatsache dass der Radius des Paraboloiden mit  $2f = 304,8$  mm groß im Vergleich zum Radius der beobachteten Fläche  $r_{\text{Obj}} = 20$  mm ist, kann für das Lichtfeld in der Umgebung des Brennpunktes  $U_{\text{Obj}}(\mathbf{F}_{\text{Refl}}) := \{\mathbf{u}_{\text{in}} \in \mathcal{S}_{\text{in}} : \|\mathbf{u}_{\text{in}} - \mathbf{F}_{\text{Refl}}\| \leq r_{\text{Obj}}\}$  näherungsweise

$$\forall \boldsymbol{\omega}_{\text{in}} \forall \mathbf{u}_{\text{in}}, \mathbf{u}'_{\text{in}} \in U_{\text{Obj}}(\mathbf{F}_{\text{Refl}}) : L_{\text{in}}(\mathbf{u}_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) = L_{\text{in}}(\mathbf{u}'_{\text{in}}, \boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \quad (5.9)$$

angenommen werden. Somit ist das beleuchtende Lichtfeld in der Umgebung  $U_{\text{Obj}}(\mathbf{F}_{\text{Refl}})$  unabhängig vom Ort und wird im Folgenden durch die hemisphärische Funktion  $L_{\text{in}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  über die Richtungen  $\boldsymbol{\omega}_{\text{in}} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{F}_{\text{Refl}})$  der Hemisphäre um  $\mathbf{F}_{\text{Refl}}$  beschrieben.

Die Parametrierung des Lichtfelds  $L_{\text{in}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  erfolgt dann durch die parabolische Abbildung gemäß Definition 5.1. Dazu sei  $L_{\mathcal{B}}(\mathbf{u}_{\mathcal{B}})$  das parallele Lichtfeld nach der Fresnel-Linse, siehe Abb. 5.1a, das nur vom Ort  $\mathbf{u}_{\mathcal{B}} \in \mathcal{B}$  in der Projektorbildebene abhängt und das direkt durch ein projiziertes Muster des Projektors physikalisch realisiert werden kann. Für die physikalische Realisierung des richtungsabhängigen Lichtfelds  $L_{\text{in}}$  muss dann  $L_{\mathcal{B}}(\mathbf{u}_{\mathcal{B}}) = L_{\text{in}}(\mathbf{T}_{\text{para}}^{-1}(\mathbf{u}_{\mathcal{B}}))$  durch das



**Abbildung 5.3.:** Kalibrierung der Projektor-Kennlinie für ein lineares Antwortverhalten mit Hilfe eines Kolorimeters (Datacolor Spyder3 Elite).

Projektionsmuster erfüllt sein. Dabei kann für  $\mathbf{u}_B = (r_B, \phi)^T$  in Polarkoordinaten die Abbildung

$$\mathbf{T}_{\text{para}}^{-1}(\mathbf{u}_B) = (2 \arctan(r/2f), \phi)^T \quad (5.10)$$

durch Auflösen von (5.8) bestimmt werden.

Durch die Einschränkung auf eine ausschließlich richtungsabhängige Beleuchtung kann das Reflektanzfeld in Definition 3.3 auf die Funktion

$$R: \mathcal{H}_{\text{in}} \times \mathcal{S}_{\text{out}} \times \mathcal{H}_{\text{out}} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (5.11)$$

reduziert werden, wodurch die Referenzfläche  $\mathcal{S}_{\text{in}}$  für das einfallende Lichtfeld entfällt. Entsprechend zu der Modellierung der Bildentstehung in Abschn. 3.3.1.3 und in (3.51) kann für das Reflektanzfeld (5.11) und das richtungsabhängige Lichtfeld  $L_{\text{in}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  die einfallende Energie  $\Omega_j$  auf ein Kamerapixel an Position  $j = 1, \dots, N_{\text{cam}}$  durch

$$\Omega_j = \int_{\mathcal{P}_j} \int_{\Delta t} \int_{\Gamma(\mathbf{x})} \left( \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{F}_{\text{Ref}})} R(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}})) \cdot L_{\text{in}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \right) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) dt dA(\mathbf{x}) \quad (5.12)$$

modelliert werden. (Vergleiche hierzu auch die komplementäre Modellierung in (4.6), bei der ein ausschließlich ortsabhängiges Beleuchtungslichtfeld betrachtet wird.)

Im Folgenden soll mit Hilfe der einfallenden Energie  $\Omega_j$  direkt der deterministische Bildsignalanteil  $\bar{g}_j$  des in Abschn. 3.3.2.2.1 eingeführten additiven Bildsignalmodells modelliert werden. Durch Einsetzen von (5.12) in (3.61) und Vertauschung der Integrationsreihenfolge kann zunächst das pixelsepezifische Reflexanzfeld

$$R_j^\square(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) := \gamma \frac{\alpha}{\epsilon_{\text{ph}}} \cdot \int_{\mathcal{P}_j} \int_{\Delta t} \int_{\Gamma(\mathbf{x})} R(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}})) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) dt dA(\mathbf{x}) \quad (5.13)$$

definiert werden, das sämtliche kameraspezifischen Parameter der Bildaufnahme integriert und zusammenfasst. Damit kann der deterministische Signalanteil für den Bildwert  $g_j$  aus dem Signalmodell (3.68) zusammengefasst durch

$$\bar{g}_j = \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbb{F}_{\text{Ref}})} R_j^\square(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) L_{\text{in}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) \quad (5.14)$$

nur unter weiterer Abhängigkeit des richtungsabhängigen Lichtfels  $L_{\text{in}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  angegeben werden. Offensichtlich stellen  $R_j^\square$  und  $L_{\text{in}}$  in Hinblick auf ihre physikalischen Entsprechungen Energiesignale des Funktionenraums  $\mathbb{L}^2(\mathcal{H}_{\text{in}})$  der quadratintegralen Funktionen dar. Zudem kann leicht nachvollzogen werden, dass (5.14) die Axiome des  $\mathbb{L}^2$ -Standardskalarprodukts erfüllt und somit als das Skalarprodukt

$$\bar{g}_j = \langle R_j^\square, L_{\text{in}} \rangle \quad (5.15)$$

geschrieben werden kann. Demnach ist die Bildentstehung in (5.14) bzw. (5.15) bilinear, symmetrisch und positiv definit.

Wie in Abschn. 3.3.2 ausgeführt wurde, kann (5.14) bzw. (5.15) als lineares Modell für den deterministischen Signalanteil des stochastischen Signalmodells  $g_j = \bar{g}_j + \tilde{g}_j$  aufgefasst werden. Ebenso kann das Skalarprodukt in (5.15) auch hinsichtlich seiner physikalischen Bedeutung als Messung eines Bildwertes interpretiert werden. Im Folgenden wird daher die Notation  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\text{cam}}$  eingeführt, um die Auswertung des Skalarprodukts durch eine physikalische Messung des Bildwertes hervorzuheben. Hierfür wird eine ideale Messung des Bildwertes  $g_j = \bar{g}_j$

ohne Rauscheinflüsse betrachtet, durch welche die Auswertung des Skalarprodukts

$$\langle R_j^\square, L_{\text{in}} \rangle_{\text{cam}} := \bar{g}_j \quad (5.16)$$

definiert wird. Unter der Betrachtung einer idealen Messung ohne stochastische Störeinflüsse besitzt die durch (5.16) realisierte physikalische Bildaufnahme somit offensichtlich die gleichen Eigenschaften wie das Standardskalarprodukt (5.15).

### 5.2.2.2. Diskrete Modellierung

Die Annahme kontinuierlicher Funktionen in der Modellierung des diskreten Bildwertes durch (5.14) bzw. (5.15) entspricht einer idealisierten Betrachtung. In dem verwendeten digitalen Projektor kommt eine Matrix aus Flüssigkristall-Zellen für die Modulation des Lichtfelds zum Einsatz. Diese wirkt als abtastendes Element auf das emittierte Lichtfeld, sodass eine Darstellung der erzeugten Beleuchtung als diskretes Signal nahe liegt. Formal entspricht dies einer Darstellung des kontinuierlichen Signals  $L_{\text{in}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  durch die diskreten Werte

$$l_k := \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{F}_{\text{Ref}})} L_{\text{in}}(\boldsymbol{\omega}) \zeta_k(\boldsymbol{\omega}) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}) \quad (5.17)$$

für  $k = 1, \dots, N_{\text{pro}}$ , wobei  $N_{\text{pro}}$  die Anzahl der Flüssigkristall-Zellen bezeichnet. Die Abtastfunktionen  $\zeta_k(\boldsymbol{\omega})$  sind durch die Geometrie der Flüssigkristall-Matrix und des Beleuchtungssystems festgelegt. Eine diskrete Darstellung der Beleuchtung  $L_{\text{in}}$  kann somit durch einen Vektor  $\mathbf{l} := (l_1, \dots, l_{N_{\text{pro}}})^\text{T}$  mit  $\mathbf{l} \in \mathbb{R}^{N_{\text{pro}}}$  erfolgen. Dem entsprechend muss das kontinuierliche Reflektanzfeld  $R_j^\square(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}})$  durch einen Vektor  $\mathbf{r}_j = (r_{j,1}, \dots, r_{j,N_{\text{pro}}})^\text{T}$  mit  $\mathbf{r}_j \in \mathbb{R}^{N_{\text{pro}}}$  dargestellt werden. Analog zu (5.15) kann dann der deterministische Bildwert unter hemisphärischer Beleuchtung durch das Standardskalarprodukt im  $\mathbb{R}^{N_{\text{pro}}}$  gemäß

$$\bar{g}_j = \langle \mathbf{r}_j, \mathbf{l} \rangle = \mathbf{r}_j^\text{T} \mathbf{l} \quad (5.18)$$

ausgedrückt werden.

Wie im kontinuierlichen Fall wird im Folgenden mit der Notation  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\text{cam}}$  die physikalische Auswertung des Skalarprodukts (5.18) hervorgehoben. Die physikalische Auswertung wird dabei durch die Abbildung

$$\langle \cdot, \cdot \rangle_{\text{cam}} : \mathbb{R}_+^{N_{\text{pro}}} \times \mathbb{R}_+^{N_{\text{pro}}} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (5.19)$$

und wie zuvor in (5.16) mit Hilfe von

$$\langle \mathbf{r}_j, \mathbf{I} \rangle_{\text{cam}} := \bar{g}_j, \quad (5.20)$$

des unter idealen Bedingungen gemessenen Bildwerts  $\bar{g}_j$ , definiert. Unter der deterministischen Betrachtung besitzt die Bildaufnahme (5.20) somit die gleichen Eigenschaften wie das euklidische Standardskalarprodukt (5.18). Mit dem nichtnegativen Definitionsbereich in (5.19) wird berücksichtigt, dass  $\mathbf{r}_j$  und  $\mathbf{I}$  für eine konkrete Bildaufnahme reale physikalische Größen darstellen müssen.

### 5.3. Hemisphärische Basisbeleuchtungsmuster

Den Ausgangspunkt für die Erzeugung problemspezifischer Beleuchtungsmuster zur optische Merkmalsextraktion stellen Bildserien unter elementaren Basisbeleuchtungsmustern dar. Allgemein kann die Aufnahme einer Beleuchtungsserie nach (5.18) durch

$$\bar{g}_i = \langle R^\square, L_i \rangle_{\text{cam}}, \quad i = 1, \dots, Q \quad (5.21)$$

modelliert werden, wobei  $L_i$  das korrespondierende Beleuchtungsmuster zur  $i$ -ten Bildaufnahme der Beleuchtungsserie bezeichnet. Für eine vereinfachte Notation wird der Ortsindex  $j$  aus (5.18) unterdrückt, da für die nachfolgenden Ausführungen die Betrachtung eines einzelnen Bildpunkts ausreicht. Der mehrkanalige Bildwert einer Beleuchtungsserie wird dann als Vektor  $\bar{\mathbf{g}} = (\bar{g}_1, \dots, \bar{g}_i, \dots, \bar{g}_Q)^T$  des Musterraums  $\mathbb{G} \subset \mathbb{R}^Q$  geschrieben. Soll hervorgehoben werden, dass  $\bar{\mathbf{g}}$  durch eine Menge von elementaren Basisbeleuchtungsmustern gewonnen wurde, wird  $\bar{\mathbf{g}}$  auch als der Bildwert einer *Basisbeleuchtungsserie* bezeichnet.

Für die Aufnahme einer Basisbeleuchtungsserie nach (5.21) muss eine Menge  $\{L_i, i = 1, \dots, Q\}$  von hemisphärischen Basisbeleuchtungsfunktionen festgelegt werden. In den folgenden Abschnitten werden hierfür verschiedene Ansätze vorgestellt. Aus (5.21) ist leicht ersichtlich, dass die Aufnahme einer Beleuchtungsserie mehreren physikalischen Messungen des Reflektanzfelds  $R^\square$  entspricht, durch die das kontinuierliche Reflektanzfeld  $R^\square$  in eine diskrete Repräsentation  $\bar{\mathbf{g}} = (\bar{g}_1, \dots, \bar{g}_Q)^T$  überführt wird. Von einem theoretischen Standpunkt aus kann eine Wahl von  $\{L_i\}$  und  $Q$  daher als optimal angesehen werden, wenn  $\bar{\mathbf{g}}$  die gesamte Information über  $R^\square$  enthält, sodass  $R^\square$  fehlerfrei oder zumindest annähernd gut bezüglich eines Approximationsfehlers aus den Messwerten

rekonstruiert werden kann. In einer praktischen Umsetzung muss zudem die technische Realisierbarkeit der Basisbeleuchtungen und der Messaufwand in Form der erforderlichen Bildaufnahmen  $Q$  berücksichtigt werden.

### 5.3.1. Impulsförmige Basisbeleuchtung

Eines der einfachsten Beleuchtungsmodelle entspricht einer punktförmigen Lichtquelle im Unendlichen. In der Literatur bildet diese Beleuchtungsannahme die Basis für zahlreiche experimentelle und theoretische Arbeiten, siehe z. B. [Langer+ 97; Belhumeur+ 98; Woodham 80; Fuchs 08; Debevec+ 00; Schechner+ 03; Peers 06]. Als einfallendes Lichtfeld betrachtet entspricht eine punktförmige Lichtquelle im Unendlichen einer impulsförmigen Funktion über der einfallenden Richtungshemisphäre. Sei  $\omega_{ij} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{F}_{\text{Ref}})$  mit  $\omega_{ij} = (\theta_i, \phi_j)^T$  die Richtung einer entfernten Punktlichtquelle. Dann kann mit Hilfe der Delta-Distribution  $\delta$  eine ideale Punktlichtquelle gemäß

$$L_{\omega_{ij}}^{\delta}(\omega) := \frac{\delta(\theta - \theta_i)\delta(\phi - \phi_j)}{\sin \theta \cos \theta} \quad (5.22)$$

im Unendlichen definiert werden. Einsetzen von (5.22) in (5.21) zeigt, dass durch die Bildaufnahme unter der idealen Punktlichtquelle der Entnahme eines Abtastwerts  $\langle R^{\square}, L_{\omega_{ij}}^{\delta} \rangle_{\text{cam}} = R^{\square}(\omega_{ij})$  in Richtung  $\omega_{ij} = (\theta_i, \phi_j)^T$  des Reflektanzfelds  $R^{\square}$  entspricht. Eine optimale Wahl der Menge  $\{L_{\omega_{ij}}^{\delta}\}$  kann demnach auf die Bestimmung der Positionen und die Anzahl der Abtastwerte  $R^{\square}(\omega_{ij})$  zurückgeführt werden, die eine fehlerfreie Rekonstruktion von  $R^{\square}$  ermöglichen. Die Sichtweise als Abtastproblem stellt somit einen möglichen Zugang zur Festlegung der impulsförmigen Basisbeleuchtungsmuster dar, der im Nachfolgenden ausführlicher diskutiert und gegen eine aufgabenbezogene Festlegung von  $\{L_{\omega_{ij}}^{\delta}\}$  abgewogen wird.

Während die optimale Abtastung bandbegrenzter Funktion im euklidischen Raum als weitestgehend verstanden gilt, insbesondere durch das *Nyquist-Shannon-Abtasttheorem* [Ohm+ 10], ist die optimale Abtastung von Funktionen über nichteuklidischen Mannigfaltigkeiten wie der Sphäre oder Hemisphäre Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten [McEwen+ 11a]. Zwei unterschiedliche Abtasttheoreme für bandbegrenzte Funktionen über der Sphäre werden in [Driscoll+ 94] und [McEwen+ 11b] vorgestellt. Beide Theoreme basieren auf einer

äquidistanten Abtastung bezüglich des Polar- und Azimutwinkels, unterscheiden sich jedoch in der Anzahl der benötigten Abtastwerte für eine fehlerfreie Rekonstruktion und dem Rekonstruktionsverfahren. Ein weiteres bekanntes Abtasttheorem basiert auf der *Gauß-Legendre-Quadratur* [McEwen+ 11b]. Hierbei sind die Abtastpositionen durch die Nullstellen von Legendre-Polynomen vorgegeben, die in der Regel nicht äquidistant sind. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die angesprochenen Abtasttheoreme nicht direkt auf Funktionen über der Hemisphäre übertragbar sind, da diese nur bezüglich des Azimutwinkels  $\phi \in [0, 2\pi)$  periodisch sind.

In der Literatur werden daher vorwiegend ergebnisorientierte Strategien für die Abtastung von Reflektanzfunktionen entwickelt, die über einen empirisch berechneten Rekonstruktionsfehler evaluiert werden [Peers 06; Fuchs+ 07] oder auf einer vereinfachenden Modellierung der Reflexionseigenschaften basieren [Heizmann+ 05]. Dabei wird angenommen, dass die abzutastende Funktion bandbegrenzt ist und daher ohne Informationsverlust durch eine endliche Anzahl von Abtastwerten repräsentiert werden kann. Die hier betrachtete hemisphärische Funktion  $R^\square$  kann im Allgemeinen nicht als bandbegrenzt angenommen werden, da spiegelnde Oberflächenelemente und Selbstabschattungen durch die Szenengeometrie zu einem unstetigen Reflexionsverhalten hinsichtlich der Beleuchtungsrichtung führen. Bei der physikalischen Bildaufnahme durch das vorgestellte Beleuchtungssystem in Abschn. 5.2 kann jedoch von einer Vorfilterung von  $R^\square$  ausgegangen werden, bei der hohe Frequenzanteile unterdrückt werden. Die Beschichtung des Reflektors bewirkt eine teildiffuse Streuung der Beleuchtung (siehe Abb. 5.2), die signaltheoretisch einer Tiefpassfilterung der Basisbeleuchtungen  $\{L_{\omega_{ij}}^\delta\}$  über  $\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{F}_{\text{Ref}})$  entspricht, siehe hierzu [Ramamoorthi+ 04] für weiterführende Details. Aufgrund der Linearität der Bildentstehung wird dadurch eine Tiefpassfilterung von  $R^\square$  schon während der Bildaufnahme durch die Beleuchtung realisiert. Ähnliche Ansätze für eine Vorfilterung werden in [Nayar+ 89; Sato+ 03; Peers 06] betrachtet.

Zwar kann die Forderung nach einer fehlerfreien Rekonstruktion von  $R^\square$  aus der Beleuchtungsserie  $\bar{\mathbf{g}}$  als Kriterium für die optimale Wahl der impulsförmigen Basisbeleuchtungen  $\{L_{\omega_{ij}}^\delta\}$  angesehen werden, für die nachfolgenden Untersuchungen und den Vergleich der optischen mit der herkömmlichen Merkmalsextraktion spielt die optimale Abtastung jedoch eine untergeordnete Rolle. Daher wird in dieser Arbeit auf eine weitergehende Untersuchung optimaler Abtaststrategien hinsichtlich einer fehlerfreien Rekonstruktion verzichtet. Stattdessen



steht in der nachfolgenden Betrachtungen die technische Realisierbarkeit der Basisbeleuchtungen und ein begrenzter Messaufwand im Vordergrund.

Die ideale Punktlichtquelle in (5.22) kann in der Realität nur näherungsweise erzeugt werden, da für die Bildgewinnung mit akzeptablem Signal-Rausch-Verhältnis der Träger der Beleuchtungsfunktion nicht beliebig klein gewählt werden kann. Üblicherweise wird in der klassischen Signaltheorie die Delta-Distribution durch die physikalisch realisierbare Rechteckfunktion angenähert [Mertins 10; Ohm+ 10]. In Anlehnung daran wird die impulsförmige Basisbeleuchtung

$$L_{\omega_{ij}}^{\text{rect}}(\boldsymbol{\omega}) := \text{rect}\left(-\frac{1}{2} + \frac{2d_{\mathbb{S}^2}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}_{ij})}{r_{\text{Kreis}}}\right) \quad (5.23)$$

eingeführt, wobei die Funktion

$$d_{\mathbb{S}^2}(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}') := \arccos(\sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi') + \cos \theta \cos \theta') \quad (5.24)$$

die *sphärische Winkeldistanz* der beiden Richtungen  $\boldsymbol{\omega}$  und  $\boldsymbol{\omega}'$  bezeichnet [Bronstein+ 00] und  $r_{\text{Kreis}}$  die Größe des Trägers der Beleuchtungsfunktion (die „Impulsbreite“) festlegt, der einen Kleinkreis mit Radius  $r_{\text{Kreis}}$  auf der Einheitskugel  $\mathbb{S}^2$  beschreibt.

Durch die Festlegung mehrerer Richtungen  $\boldsymbol{\omega}_{ij} \in \mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{F}_{\text{Ref}})$  auf der Beleuchtungshemisphäre kann mit der impulsförmigen Funktion (5.23) eine Menge von Basisbeleuchtungen  $\{L_{\omega_{ij}}^{\text{rect}}\}$  erzeugt und für die Aufnahme von Beleuchtungsreihen genutzt werden. Dabei ist zu beachten, dass eine „gleichmäßige“ Auswahl von Richtungen auf der Hemisphäre nicht eindeutig definiert ist und hinsichtlich verschiedener Kriterien erfolgen kann [Popko 12; Saff+ 97]. In der Regel kann eine weitgehend gleichmäßige Verteilung nur approximativ und auf Kosten der Rotationssymmetrie erreicht werden. Für eine möglichst einfache Interpretation der experimentellen Ergebnisse sowie in Anlehnung an das Abtasttheorem in [Driscoll+ 94] werden in dieser Arbeit für die Richtungsauswahl nur äquidistante Abstände hinsichtlich des Polar- und Azimutwinkels betrachtet. Diese äquidistanten Richtungen werden durch  $\boldsymbol{\omega}_{ij} = (\theta_{\min} + (i-1)\Delta_{\text{Pol}}, j\Delta_{\text{Az}})^{\text{T}}$  für  $i = 1, \dots, N_{\text{Pol}}$  und  $j = 1, \dots, N_{\text{Az}}$  mit

$$(\Delta_{\text{Pol}}, \Delta_{\text{Az}})^{\text{T}} := \left(\frac{\pi - 2\theta_{\min}}{2N_{\text{Pol}}}, \frac{2\pi}{N_{\text{Az}}}\right)^{\text{T}} \quad (5.25)$$

festgelegt. In Abb. 5.4 auf Seite 105 ist eine Menge  $\{L_{\omega_{ij}}^{\text{rect}}\}$  von impulsförmigen Basisbeleuchtungen mit äquidistanter Winkeleinteilung für  $N_{\text{Pol}} = 5$  und  $N_{\text{Az}} = 8$

dargestellt. Die parabolischen Abbildungen  $L_{\mathcal{B}}(\mathbf{u}_{\mathcal{B}}) = L_{\omega_{ij}}^{\text{rect}}(\mathbf{T}_{\text{para}}^{-1}(\mathbf{u}_{\mathcal{B}}))$  sind zusätzlich in der Projektorbildebene  $\mathcal{B}$  abgebildet, siehe hierzu auch Definition 5.1.

### 5.3.2. Zonale Basisfunktionen

Die Repräsentation einer kontinuierlichen Funktion durch eine endliche Menge diskreter Werte kann allgemein als Reihenentwicklung verstanden werden. Im Folgenden wird zunächst die Reihenentwicklung des Reflektanzfelds  $R^{\square}$  bezüglich einer Menge von beliebigen Basisfunktion  $\{L_i, i = 1, \dots, Q\}$  durch

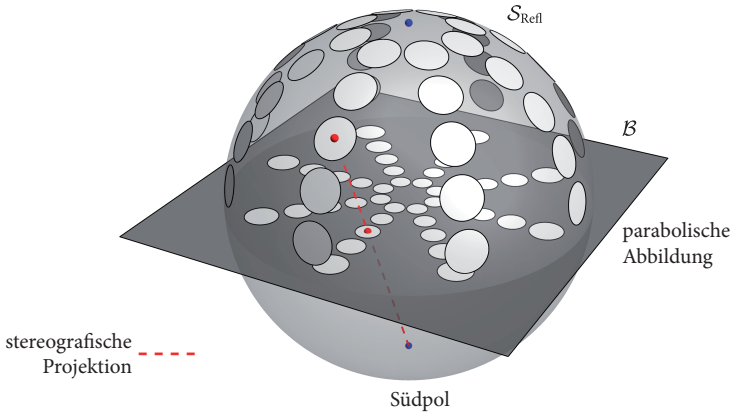
$$R^{\square}(\omega) \approx \sum_{i=1}^Q \bar{g}_i L_i(\omega) \quad (5.26)$$

betrachtet, wobei die Faktoren  $\bar{g}_i$  zunächst als die zu bestimmende Koeffizienten der Basisentwicklung angesehen werden. Sind die Basisfunktionen  $\{L_i\}$  orthonormal, d. h.  $\forall i, i' : \langle L_i, L_{i'} \rangle = \delta_{i,i'}$ , wobei  $\delta_{i,i'}$  das Kronecker-Delta bezeichnet, können bekanntermaßen durch

$$\bar{g}_i = \langle R^{\square}, L_i \rangle \quad (5.27)$$

optimale Koeffizienten berechnet werden, die zu einem minimalen Approximationsfehler in (5.26) führen [Mertins10]. Offensichtlich kann in (5.27) die Basisfunktion  $L_i$  als Beleuchtung und der Koeffizient  $\bar{g}_i$  als Bildwert interpretiert werden, der durch eine Bildaufnahme optisch gewonnen werden kann, vgl. hierzu (5.16). Werden somit die hemisphärischen Beleuchtungsfunktionen  $\{L_i\}$  als orthonormale Funktionen über der Richtungshemisphäre  $\mathcal{H}_{\text{in}}$  gewählt, können die Bildwerte  $\bar{g}_i = \langle R^{\square}, L_i \rangle_{\text{cam}}$  als Koeffizienten der Reihenentwicklung (5.26) interpretiert werden.

Analog zur Fourier-Reihe im euklidischen Raum kann für die zweidimensionale Kugeloberfläche eine vollständiges Orthonormalsystem sphärischer harmonischer Basisfunktionen (abkürzend auch oft als *sphärische Harmonische* bezeichnet) definiert werden, siehe [Groemer 96] für eine ausführliche Herleitung. In einer Vielzahl theoretischer [Ramamoorthi 02; Basri+ 03; Lee+ 05] und praktischer [Westin+ 92; Kautz+ 02] Arbeiten wurden sphärische harmonische Basisfunktionen für die Modellierung von Reflektanz- und Beleuchtungsfunktionen eingesetzt. Sphärische Harmonische stellen heute im Bereich der Computergrafik ein mathematisches Standardwerkzeug dar. In der Regel, wie auch in



**Abbildung 5.4.:** Darstellung der Menge  $\{L_{\omega_{ij}}^{\text{rect}}\}$  impulsförmiger Basisbeleuchtungen für  $i = 1, \dots, 5$  und  $j = 1, \dots, 8$  auf der Sphäre  $S_{\text{refl}}$ , vgl. hierzu auch Abb. 5.1. Zudem ist die parabolische Abbildung der Basisbeleuchtungen in die Projektorbildebene  $\mathcal{B}$  dargestellt, die als Eingabe für den digitalen Projektor des Beleuchtungssystem in Abschn. 5.2.1 dient. Die parabolische Projektion ist äquivalent zur stereographischen Projektion und kann daher anschaulich über die Verbindungsgerade zwischen dem abzubildenden Punkt und dem Südpol der Sphäre  $S_{\text{refl}}$  konstruiert werden. Wie aus der Darstellung leicht ersichtlich ist, werden dadurch Kreise auf der Sphäre  $S_{\text{refl}}$  auf Kreise in der Ebene  $\mathcal{B}$  abgebildet, was die winkelerhaltende Eigenschaft (Konformität) der parabolischen Abbildung demonstriert.

der vorliegenden Arbeit, ergibt sich bei der Modellierung von Reflektanz- und Beleuchtungsfunktionen eine natürliche Einschränkung auf einen Halbraum der Richtungssphäre. Diesbezüglich kann ebenso eine Orthonormalbasis für die Reihenentwicklung über der Hemisphäre  $\mathcal{H}_{\text{in}}$  definiert werden [Gautron+04]. Eine optische Umsetzung dieser *hemisphärischer Basisfunktionen* ist mit dem in Abschn. 5.2 entwickelten Beleuchtungssystem jedoch nicht möglich, da aufgrund der Öffnung des Parabolreflektors im Scheitelpunkt, vgl. hierzu Abb. 5.1, nur die Richtungsmenge  $\mathcal{H}_{\text{zonal}} := [\theta_{\text{min}}, \pi/2] \times [0, 2\pi)$  technisch als Beleuchtungsrichtung realisiert werden kann. Offensichtlich ist  $\mathcal{H}_{\text{zonal}} \subset \mathcal{H}_{\text{in}}$  eine Teilmenge der Hemisphäre und entspricht demnach einer *Kugelzone* der Halbkugel  $\mathcal{H}_{\text{in}}$ .

Wie leicht überprüft werden kann, geht durch die bloße Einschränkung des Definitionsbereichs der sphärischen bzw. hemisphärischen Basisfunktionen auf

$\mathcal{H}_{\text{zonal}}$  deren Orthonormalität verloren. Vor kurzem wurde von Ghosh et al. in [Ghosh+07] eine orthonormale Basis über beliebigen Kugelzonen vorgestellt, die, wie auch die sphärische harmonische Basis, auf *assozierten Legendrepoly-nomen* [Press 07] aufbaut. Für die realisierbare Kugelzone  $\mathcal{H}_{\text{zonal}} := [\theta_{\min}, \pi/2] \times [0, 2\pi)$  ist dieses Basissystem als Menge von *zonalen Basisfunktionen*  $\{Z_l^m : \mathcal{H}_{\text{zonal}} \rightarrow \mathbb{R}\}$  mit Grad  $l \in \mathbb{N}$  und Ordnung  $|m| \leq l$  wie folgt definiert:

$$Z_l^m(\theta, \phi) := \begin{cases} \sqrt{2} \hat{K}_l^m \cos(m\phi) \hat{P}_l^m(\cos \theta) & \text{für } m > 0, \\ \sqrt{2} \hat{K}_l^m \sin(-m\phi) \hat{P}_l^{-m}(\cos \theta) & \text{für } m < 0, \\ \hat{K}_l^0 \hat{P}_l^0(\cos \theta) & \text{für } m = 0, \end{cases} \quad (5.28)$$

wobei  $\hat{K}_l^m$  einen Normierungsfaktor mit

$$\hat{K}_l^m := \sqrt{\frac{2l+1}{2\pi(\cos \theta_{\min})} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} \quad (5.29)$$

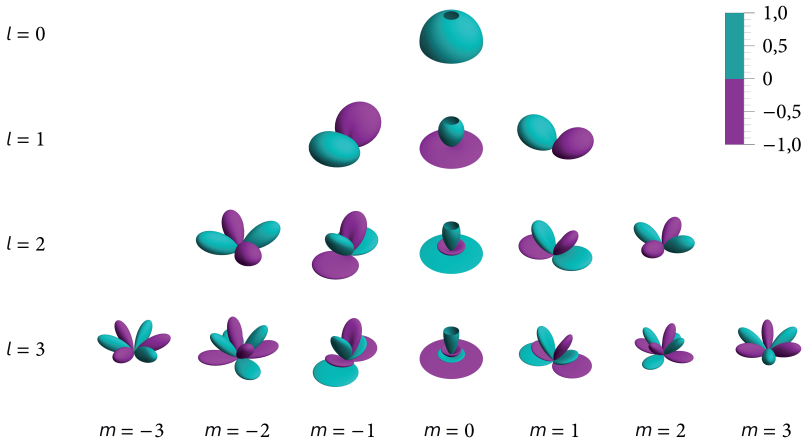
und  $\hat{P}_l^m(x)$  mit  $x \in \mathbb{R}$  einem skalierte assoziierten Legendrepoly-nom  $P_l^m(x)$  mit

$$\hat{P}_l^m(x) := P_l^m\left(\frac{2x}{\cos \theta_{\min}} - 1\right) \quad (5.30)$$

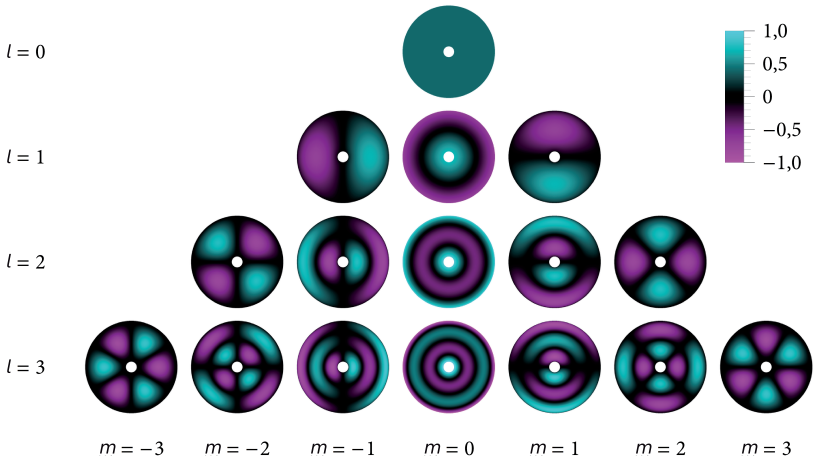
entspricht. Die zonalen Basisfunktionen  $Z_l^m$  bis zum Grad  $l \leq 4$  sind in Abb. 5.5 dargestellt. Da der Wertebereich der Funktionen  $Z_l^m$  in  $\mathbb{R}$  liegt und somit auch negative Werte umfasst, können diese nicht direkt als Beleuchtungsfunktion realisiert werden. Für eine praktische Umsetzung als Beleuchtungsfunktion muss eine Basisfunktion  $Z_l^m$  in zwei nichtnegative Teilfunktionen

$$Z_l^{m+}(\omega) := \max\{Z_l^m(\omega), 0\} \quad \text{und} \quad Z_l^{m-}(\omega) := -\min\{Z_l^m(\omega), 0\} \quad (5.31)$$

mit  $\omega \in \mathcal{H}_{\text{zonal}}$  zerlegt werden, sodass  $Z_l^m = Z_l^{m+} - Z_l^{m-}$  gilt. Aufgrund der Linearität der Bildentstehung kann der virtuelle Bildwert zu  $Z_l^m$  durch Subtraktion der tatsächlich gemessenen Bildwerte der beiden Teilfunktionen  $Z_l^{m+}$  und  $Z_l^{m-}$  berechnet werden, siehe hierfür auch den folgenden Abschn. 5.4.2. Demnach kann durch  $\{Z_l^m, l = 0, \dots, l_{\max}; |m| \leq l\}$  eine Menge von physikalisch realisierbaren Basisbeleuchtungsfunktionen definiert werden. Die parabolische Abbildung der Basisbeleuchtungsfunktionen für  $l_{\max} = 4$  für eine Umsetzung durch das vorgestellte Beleuchtungssystem ist in Abb. 5.6 dargestellt.



**Abbildung 5.5.:** Zonale Basisfunktionen  $Z_l^m(\omega)$  mit  $\omega \in \mathcal{H}_{\text{zonal}} = [\theta_{\min}, \pi/2] \times [0, 2\pi)$  für Grad  $0 \leq l \leq 3$  und Ordnungen  $|m| \leq l$ . Der Funktionswert ist als Abstand zum Ursprung visualisiert.



**Abbildung 5.6.:** Parabolische Abbildung  $L_{\mathcal{B}}(\mathbf{u}_{\mathcal{B}}) = Z_l^m(\mathbf{T}_{\text{para}}^{-1}(\mathbf{u}_{\mathcal{B}}))$  der zonalen Basisfunktionen in Abb. 5.5 auf die Projektorbildebene  $\mathcal{B}$ .

Da die zonalen Basisfunktionen  $\{Z_l^m\}$  ein Orthonormalsystem bilden, entsprechen die (virtuellen) Bildwerte  $\bar{g}_{lm} = \langle R^\square, Z_l^{m+} \rangle_{\text{cam}} - \langle R^\square, Z_l^{m-} \rangle_{\text{cam}}$  einer Bildserie mit zonalen Basisbeleuchtungsfunktionen direkt den Koeffizienten der orthonormalen Reihenentwicklung

$$R^\square(\boldsymbol{\omega}) \approx \sum_{l=0}^{l_{\max}} \sum_{m=-l}^l \langle R^\square(\boldsymbol{\omega}), Z_l^m(\boldsymbol{\omega}) \rangle Z_l^m(\boldsymbol{\omega}) \quad (5.32)$$

$$= \sum_{l=0}^{l_{\max}} \sum_{m=-l}^l \bar{g}_{lm} Z_l^m(\boldsymbol{\omega}) \quad (5.33)$$

des Reflektanzfelds  $R^\square$ . Analog zur Sphärisch-harmonischen- und Fourier-Reihenentwicklung können die Indizes  $l$  und  $m$  in (5.32) als Frequenzen interpretiert werden, welche die Anzahl der Schwingungen (Nulldurchgänge) entlang des Polar- bzw. Azimutwinkels bestimmen, vgl. hierzu Abb. 5.6. Demnach kann der Bildwert (bzw. Koeffizient)  $\bar{g}_{lm}$  als Beitrag der Teilschwingung  $Z_l^m$  mit den Frequenzen  $l$  und  $m$  zu  $R^\square$  angesehen werden.

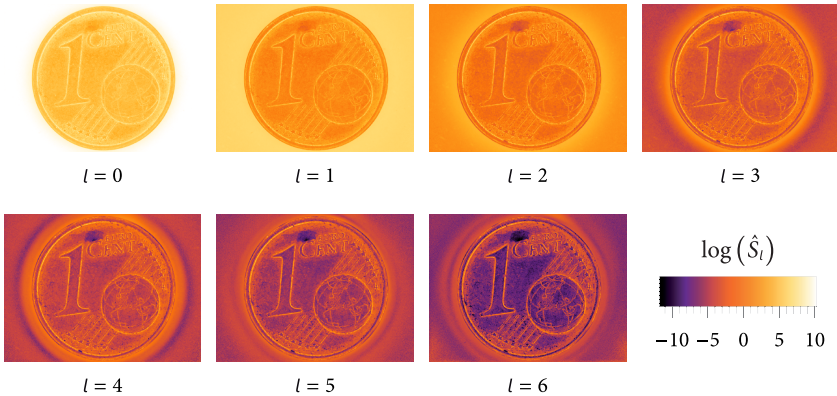
Im Folgenden soll eine Interpretationsmöglichkeit der Bildwerte  $\bar{g}_{lm}$  unter zonaler Basisbeleuchtung  $Z_l^m$  mit  $l = 0, \dots, l_{\max}$  und  $|m| \leq l$  demonstriert werden. Für die Bildwerte  $\bar{g}_{lm}$  wird hierfür das *richtungsbasierte Leistungsspektrum*

$$S_l := \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l \bar{g}_{lm}^2 \quad (5.34)$$

zum Grad  $l$  definiert. Da die Beleuchtungsserie endlich ist und hinsichtlich der Reihenentwicklung bei  $l_{\max}$  abbricht, wird für eine bessere Interpretierbarkeit das *normalisierte richtungsbasierte Leistungsspektrum*

$$\hat{S}_l := \frac{S(l)}{\sum_{l=0}^{l_{\max}} S(l)} \quad (5.35)$$

betrachtet. Für die Beleuchtungsserie eines Testobjekts unter zonaler Basisbeleuchtung  $\{Z_l^m, l = 0, \dots, 6; |m| \leq l\}$  ist  $\hat{S}_l$  in Abb. 5.7 dargestellt. Wie zu erkennen ist, werden mit aufsteigendem Grad  $l$  verschiedene Merkmale der Szene hervorgehoben, abhängig vom Beitrag der Teilschwingung  $Z_l^m$  mit Frequenz  $l$  zum Reflexionsverhalten  $R^\square$ .



**Abbildung 5.7.:** Visualisierung des normalisierten richtungsbasierten Leistungsspektrums  $\hat{S}_l$  einer Beleuchtungsserie mit zonaler Basisbeleuchtung  $\{Z^m, l = 0, \dots, 6; |m| \leq l\}$ . Da das Leistungsspektrum einen hohen Dynamikumfang aufweist, wird für eine aussagekräftigere Visualisierung das logarithmierte Leistungsspektrum  $\log(\hat{S}_l)$  betrachtet. Als Testobjekt dient eine Eincentmünze auf einem Blatt Papier. Mit aufsteigendem Grad  $l$  werden verschiedene Merkmale der Szene hervorgehoben; diese sind der diffus streuende Hintergrund, die Schattenbereiche um die Münze und die Kanten des Oberflächenreliefs.

### 5.3.3. Trichromatische zonale Basisbeleuchtung

In den bisherigen Betrachtungen zur Modellierung der Bildentstehung (siehe Kapitel 3) wurde die spektrale Zusammensetzung der Beleuchtung ignoriert, indem implizit von näherungsweise monochromatischem Licht ausgegangen wurde. Für eine vollständige Modellierung der Bildentstehung muss die spektrale Verteilung des Lichts auf verschiedene Wellenlängen  $\lambda \in \mathcal{W}$  mit berücksichtigt werden, wobei  $\mathcal{W}$  den Spektralbereich des Projektors bezeichnet (vgl. hierzu auch Abschn. 4.3.1). Hierzu müssen die radiometrischen Größen in Abschn. 3.1.2 um die Abhängigkeit von  $\lambda$  erweitert werden. Analog zur Strahlungsdichte  $L$  in (5.15) ist die *spektrale Strahlungsdichte*  $L_\lambda$  durch

$$L_\lambda(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}, \lambda) := \frac{d^3 \Phi_\lambda(\mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}, \lambda)}{dA_\omega^\perp(\mathbf{u}) d\sigma(\boldsymbol{\omega}) d\lambda} \quad (5.36)$$

als *spektraler Strahlungsfluss*  $\Phi_\lambda$  pro infinitesimalem projiziertem Flächenelement  $dA_\omega^\perp$ , Raumwinkel  $d\sigma(\boldsymbol{\omega})$  und der Wellenlänge  $d\lambda$  definiert, und ist daher als

Funktion des Orts  $\mathbf{u}$ , der Richtung  $\boldsymbol{\omega}$  und der Wellenlänge  $\lambda$  zu verstehen. Die Einheit der spektralen Strahlungsdichte beträgt folglich

$$[L_\lambda] = \frac{\text{W}}{\text{m}^3 \text{ sr}}. \quad (5.37)$$

Das katadioptrische Beleuchtungssystem in Abschn. 5.2.1 ist geometrisch bedingt auf eine richtungsabhängige spektrale Beleuchtung  $L_\lambda(\boldsymbol{\omega}, \lambda)$  eingeschränkt. Demnach muss das Reflektanzfeld in (5.11) durch

$$R_\lambda: \mathcal{H}_{\text{in}} \times \mathcal{S}_{\text{out}} \times \mathcal{H}_{\text{out}} \times \mathcal{W} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (5.38)$$

auf eine Funktion mit zusätzlicher Abhängigkeit von der Wellenlänge erweitert werden. Die Abhängigkeit des Reflektanzfelds (5.38) von der Wellenlänge ist durch die physikalische Beschaffenheit der Szene bestimmt und kann als zusätzliches informationstragendes Merkmal durch die Bildgewinnung erfasst und ausgewertet werden. Die Modellierung der Bildentstehung um eine zusätzliche Betrachtung der Wellenlänge kann im Wesentlichen direkt aus Abschn. 5.2.2 abgeleitet werden und soll im Folgenden daher nur knapp zusammengefasst werden.

Entsprechend zu (5.13) können alle als fest erachteten Kameraparameter in dem *pixelspezifischen spektralen Reflektanzfeld*

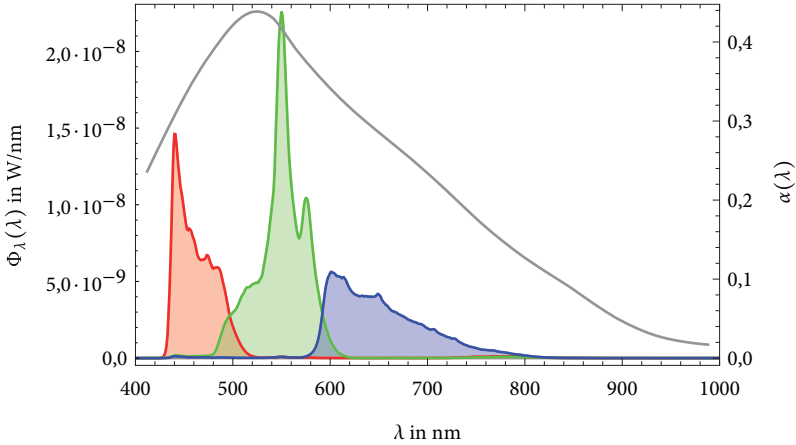
$$R_\lambda^\square(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \lambda) := \gamma \frac{\alpha(\lambda)}{\mathfrak{E}_{\text{ph}}} \cdot \int_{\mathcal{P}_j} \int_{\Delta t} \int_{\Gamma(\mathbf{x})} R(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \mathbf{T}_{\text{cam}}^{-1}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}), \lambda) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{cam}}) dt dA(\mathbf{x}) \quad (5.39)$$

zusammengefasst werden, wobei die spektrale Empfindlichkeit einer monochromen Kamera durch die *wellenlängenabhängige Quanteneffizienz*  $\alpha(\lambda)$  modelliert wird [Jähne 12]. In Entsprechung zu (5.14) kann der deterministische Signalanteil für einen monochromen Bildwert  $g$  dann durch

$$\bar{g} = \int_{\mathcal{W}} \int_{\mathcal{H}_{\text{in}}(\mathbf{F}_{\text{refl}})} R_\lambda^\square(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}, \lambda) L_\lambda(\boldsymbol{\omega}, \lambda) d\sigma^\perp(\boldsymbol{\omega}_{\text{in}}) d\lambda \quad (5.40)$$

modelliert und entsprechend zu (5.27) als Skalarprodukt  $\bar{g} = \langle R_\lambda^\square, L_\lambda \rangle$  notiert werden. Somit kann die Bildentstehung unter Berücksichtigung der spektralen Eigenschaften von Beleuchtung und Reflektanz direkt in die bisherige Modellierung in Abschn. 5.2.2 integriert werden.





**Abbildung 5.8.:** Gemessener spektraler Strahlungsfluss  $\Phi_\lambda(\lambda)$  des verwendeten Projektors (Hitachi CP-X505) für den roten, grünen und blauen Farbkanal (Yokogawa AQ6373 Spektrometer mit einer Faseroptik mit 1 mm Innendurchmesser). Dieser ist proportional zu den spektralen Kennlinien  $h_{c_{\text{pro}}}(\lambda)$  der einzelnen Farbkanäle  $c_{\text{pro}} \in \{r_{\text{pro}}, g_{\text{pro}}, b_{\text{pro}}\}$ . Zudem ist die spektrale Empfindlichkeit (Quanteneffizienz)  $\alpha(\lambda)$  der verwendeten Grauwertkamera (Allied Vision Technologies Guppy PRO F-146B) dargestellt.

Wie bereits in Abschn. 4.3.1 beschrieben, kann der Projektor näherungsweise als trichromatische Lichtquelle mit drei Farbkanälen  $Q_{\text{pro}} = \{r_{\text{pro}}, g_{\text{pro}}, b_{\text{pro}}\}$  modelliert werden. Dabei wird angenommen, dass die spektralen Eigenschaften des projizierten Lichtfelds konstant bezüglich Ort und Richtung sind und daher alleine durch eine spektrale Kennlinie  $h_{c_{\text{pro}}}(\lambda)$  für jeden Farbkanal  $c_{\text{pro}} \in Q_{\text{pro}}$  charakterisiert werden können. Für gewöhnlich ist  $h_{c_{\text{pro}}}(\lambda)$  nicht bekannt oder durch ein Datenblatt zugänglich. Da die spektralen Eigenschaften eines Farbkanals als konstant hinsichtlich Ort und Richtung vorausgesetzt werden, kann  $h_{c_{\text{pro}}}(\lambda)$  bis auf Proportionalität durch eine Messung des emittierten spektralen Flusses  $\Phi_\lambda$  für jeden Farbkanal  $c_{\text{pro}} \in Q_{\text{pro}}$  bestimmt werden. Für den verwendeten Projektor sind die Messungen des spektralen Flusses  $\Phi_\lambda$  in Abb. 5.8 dargestellt.

Die spektralen Kennlinien  $\{h_{c_{\text{pro}}}(\lambda), c_{\text{pro}} \in Q_{\text{pro}}\}$  können als Menge von Basisfunktionen aufgefasst werden, durch die der emittierte spektrale Strahlungsfluss

des Projektors bestimmt ist. Um sowohl richtungsabhängige als auch spektrale Merkmale eines Objekts durch die Bildgewinnung erfassen zu können, werden mit Hilfe der zonalen Basisfunktionen in Abschn. 5.3.3 die *zonalen RGB-Basisfunktionen* durch

$$L_{lm}^{c_{\text{pro}}}(\boldsymbol{\omega}, \lambda) := Z_l^m(\boldsymbol{\omega}) \cdot h_{c_{\text{pro}}}(\lambda) \quad (5.41)$$

für  $l = 0, \dots, l_{\text{max}}$  und  $|m| < l$  sowie  $c_{\text{pro}} \in \{r_{\text{pro}}, g_{\text{pro}}, b_{\text{pro}}\}$  definiert. Für die physikalische Umsetzung der zonalen RGB-Basisfunktionen muss die parabolische Abbildung der Basisfunktionen  $\{Z_l^m\}$ , vgl. hierzu Abb. 5.6, auf dem entsprechenden Farbkanal  $c_{\text{pro}}$  des Projektors ausgegeben werden.

## 5.4. Kodierung linearer Transformationen als Beleuchtungsmuster

Im nachfolgenden Abschnitt wird die Kodierung einer linearen Transformation  $\mathcal{W}$  zur Merkmalsextraktion als hemisphärisches Beleuchtungsmuster erläutert. Hierfür wird zunächst eine herkömmliche, nachgelagerte lineare Merkmalsextraktion auf einer gegebenen Basisbeleuchtungsserie in Abschn. 5.4.1 betrachtet. Durch explizite Einbeziehung der Bildentstehung wird in Abschn. 5.4.2 gezeigt, wie die lineare Merkmalsextraktion  $\mathcal{W}$  optisch durch Superposition mehrerer Basisbeleuchtungsmuster umgesetzt werden kann. Schließlich wird in Abschn. 5.4.3 ein analytischer Vergleich der beiden Ansätze hinsichtlich des Signal-Rausch-Verhältnisses der extrahierten Merkmale durchgeführt. Die nachfolgenden Betrachtungen basieren auf der in Abschn. 5.2.2.2 eingeführten diskreten Modellierung der Bildentstehung. Um die mathematischen Eigenschaften der Bildentstehung uneingeschränkt für eine optische Merkmalsextraktion untersuchen zu können, wird hierfür vorerst nur die deterministische Bildentstehung nach (5.20) betrachtet.

### 5.4.1. Lineare Merkmalsextraktion auf Basisbeleuchtungsserien

Sei  $\{\mathbf{1}_i \in \mathbb{R}_+^{N_{\text{pro}}}, i = 1, \dots, Q\}$  eine Menge von Basisbeleuchtungsfunktionen. Weiter sei  $\mathbf{r} \in \mathbb{O}$  mit  $\mathbb{O} \subseteq \mathbb{R}_+^{N_{\text{pro}}}$  ein pixelbezogenes vektorielles Reflektanzfeld. Nach

(5.20) kann die Messung des entsprechenden Bildwerts  $\bar{g}_i$  unter der Beleuchtung  $\mathbf{l}_i$  durch das Skalarprodukt  $\bar{g}_i = \langle \mathbf{l}_i, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}}$  dargestellt werden. Demnach kann mit den Überlegungen aus Abschn. 1.2 die Aufnahme einer Beleuchtungsserie  $\bar{\mathbf{g}} \in \mathbb{G} \subseteq \mathbb{R}^Q$  mit den Basisbeleuchtungen  $\{\mathbf{l}_i\}$  als eine lineare Abbildung  $\mathcal{L}_{\text{Serie}}: \mathbf{r} \mapsto \mathcal{L}_{\text{Serie}}\{\mathbf{r}\} := \bar{\mathbf{g}}$  verstanden und mit

$$\bar{\mathbf{g}} = (\bar{g}_1, \dots, \bar{g}_Q)^T \quad (5.42)$$

$$= (\langle \mathbf{l}_1, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}}, \dots, \langle \mathbf{l}_Q, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}})^T \quad (5.43)$$

modelliert werden.

Die nachfolgende Extraktion eines skalaren Merkmals  $m \in \mathbb{M} \subseteq \mathbb{R}$  wird durch einen Gewichtsvektor  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^Q$  definiert. Diese kann nach Abschn. 1.2 ebenfalls als lineare Abbildung  $\mathcal{W}_{\text{Serie}}: \bar{\mathbf{g}} \mapsto \mathcal{W}_{\text{Serie}}\{\bar{\mathbf{g}}\} := m$  aufgefasst und durch

$$m = \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}} \quad (5.44)$$

entsprechend modelliert werden. Werden Bildgewinnung und Merkmalsextraktion separat und sequentiell ausgeführt, kann (5.44) als eine Hintereinanderausführung

$$m = (\mathcal{W}_{\text{Serie}} \circ \mathcal{L}_{\text{Serie}})\{\mathbf{r}\} \quad (5.45)$$

$$= \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}} \quad (5.46)$$

$$= (\langle \mathbf{l}_1, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}}, \dots, \langle \mathbf{l}_Q, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}})^T \mathbf{w} \quad (5.47)$$

aufgefasst werden. Für die Berechnung des Merkmals  $m$  werden dadurch insgesamt  $Q$  Bildaufnahmen benötigt.

## 5.4.2. Optische Merkmalsextraktion durch Beleuchtungsmuster

### 5.4.2.1. Nichtnegative lineare Transformationen

Im Folgenden sollen die Eigenschaften der Bildgewinnung explizit für die Merkmalsextraktion genutzt werden. Diese soll zunächst nur für zwei Bildwerte

$\bar{g}_1 = \langle \mathbf{l}_1, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}}$  und  $\bar{g}_2 = \langle \mathbf{l}_2, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}}$  unter verschiedenen Beleuchtungsbedingungen betrachtet werden. Weiter seien  $w_1, w_2 \in \mathbb{R}_+$  zwei nichtnegative Gewichtungsfaktoren. Wie Anhand von (5.20) ausgeführt wurde, erfüllt die Bildaufnahme die gleichen Eigenschaften wie das euklidischen Skalarprodukt und ist demzufolge bilinear. Somit gilt der folgende Zusammenhang:

$$w_1 \bar{g}_1 + w_2 \bar{g}_2 = w_1 \langle \mathbf{l}_1, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} + w_2 \langle \mathbf{l}_2, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} = \langle w_1 \mathbf{l}_1 + w_2 \mathbf{l}_2, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}}. \quad (5.48)$$

Dies bedeutet, dass die Linearkombination der Bildwerte  $\bar{g}_1$  und  $\bar{g}_2$  auf der linken Seite von (5.48) physikalisch durch eine einzige Bildaufnahme ausgewertet werden kann. Eine wichtige Einschränkung stellt hierbei der nichtnegative Definitionsbereich des Skalarprodukts bzw. der Bildgewinnung  $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\text{cam}}$  dar, vgl. hierzu (5.19).

Die Linearität der Bildgewinnung kann direkt auf die Merkmalsextraktion in (5.46) übertragen werden. Auch hierfür muss die Einschränkung  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}_+^Q$  vorausgesetzt werden. Weiter wird die *Beleuchtungsmatrix*  $\mathbf{L} := [\mathbf{l}_1, \dots, \mathbf{l}_Q]^T$  definiert, welche die Basisbeleuchtungen als Zeilen enthält. Die Merkmalsberechnung in (5.46) kann dann als

$$m = \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}} \quad (5.49)$$

$$= (\langle \mathbf{l}_1, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}}, \dots, \langle \mathbf{l}_Q, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}})^T \mathbf{w} \quad (5.50)$$

$$= \langle (\mathbf{L}^T \mathbf{w}), \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \quad (5.51)$$

$$= \langle \mathbf{l}_w, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \quad (5.52)$$

formuliert werden. Somit kann unter Ausnutzung der Bilinearität des Skalarprodukts bzw. der Bildaufnahme das Merkmal  $m$  durch das Beleuchtungsmuster  $\mathbf{l}_w$  und eine einzelne Bildaufnahme gewonnen werden. Das Beleuchtungsmuster  $\mathbf{l}_w := \mathbf{L}^T \mathbf{w}$  wird hierbei durch eine gewichtete Superposition der Basisbeleuchtungsfunktionen  $\{\mathbf{l}_i\}$  physikalisch realisiert. Die Merkmalsgenerierung in (5.49) kann demnach mit den Überlegungen aus Abschn. 1.2 als problemspezifische Bildgewinnung

$$\mathcal{L}_{\text{Muster}} : \mathbb{O} \rightarrow \mathbb{G} \cong \mathbb{M}, \quad \mathbf{r} \mapsto \langle (\mathbf{L}^T \mathbf{w}), \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \quad (5.53)$$

interpretiert werden, wobei der Gewichtungsvektor  $\mathbf{w}$  an die vorliegende Aufgabenstellung anzupassen ist. Wie leicht ersichtlich ist, ergibt sich aus (5.45) und

(5.53) die Gleichheit  $(\mathcal{W}_{\text{Serie}} \circ \mathcal{L}_{\text{Serie}})\{\mathbf{r}\} = \mathcal{L}_{\text{Muster}}\{\mathbf{r}\}$ . Durch die problemspezifische Bildgewinnung  $\mathcal{L}_{\text{Muster}}$  wird somit eine optische Merkmalsextraktion realisiert, für die im Vergleich zu (5.45), unter der Voraussetzung  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}_+^Q$ , nur eine einzelne statt  $Q$  Bildaufnahmen benötigt wird.

#### 5.4.2.2. Kodierung negativer Transformationen

Nachfolgend soll die optische Merkmalsextraktion in (5.49) auf beliebige Gewichtungsvektoren  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^Q$  mit sowohl positiven als auch negativen Einträgen erweitert werden. Hierzu wird der Gewichtungsvektor  $\mathbf{w}$  als Differenz

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_- \quad (5.54)$$

zweier positiver Vektoren  $\mathbf{w}_+ \in \mathbb{R}_+^Q$  und  $\mathbf{w}_- \in \mathbb{R}_+^Q$  dargestellt, die durch die positiven Einträge

$$w_{+,i} := \max\{w_i, 0\} \quad \text{und} \quad w_{-,i} := -\min\{w_i, 0\} \quad (5.55)$$

für  $i = 1, \dots, Q$  definiert werden. Diese Vorgehensweise ist auch in [O'Toole+10] und [Goesele+03] beschrieben. Die optische Merkmalsextraktion für beliebige  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^Q$  kann dann durch

$$m = (\mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_-)^T \bar{\mathbf{g}} \quad (5.56)$$

$$= \left( \langle \mathbf{l}_1, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}}, \dots, \langle \mathbf{l}_Q, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \right)^T (\mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_-) \quad (5.57)$$

$$= \langle \mathbf{L}^T \mathbf{w}_+, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} - \langle \mathbf{L}^T \mathbf{w}_-, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \quad (5.58)$$

$$= \langle \mathbf{l}_{\mathbf{w}_+}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} - \langle \mathbf{l}_{\mathbf{w}_-}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \quad (5.59)$$

$$= \bar{g}_+ - \bar{g}_- \quad (5.60)$$

mit 2 Bildaufnahmen physikalisch umgesetzt werden. Dabei kodieren die Beleuchtungsmuster  $\mathbf{l}_{\mathbf{w}_+}$  und  $\mathbf{l}_{\mathbf{w}_-}$  jeweils die positiven bzw. negativen Einträge des Gewichtungsvektors  $\mathbf{w}$ . Abschließend wird das Merkmal  $m$  durch Subtraktion der Bildwerte  $\bar{g}_+$  und  $\bar{g}_-$  berechnet.

Für die Gewinnung vektorieller Merkmale  $\mathbf{m} \in \mathbb{M}$  mit  $\mathbb{M} \subseteq \mathbb{R}^D$  kann eine lineare Merkmalsextraktion zur Dimensionsreduktion durch eine Transformationsmatrix  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{Q \times D}$  mit  $D < Q$  beschrieben werden. Die Gewichtungsvektoren für

die Merkmalsextraktion werden hierfür durch  $\mathbf{W} := [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_D]$  als Spalten angeordnet. Für eine optische Umsetzung der Merkmalsextraktion gemäß

$$\mathbf{m} = \mathbf{W} \bar{\mathbf{g}} \quad (5.61)$$

$$= [\mathbf{w}_{1,+}, \dots, \mathbf{w}_{D,+}]^T \bar{\mathbf{g}} - [\mathbf{w}_{1,-}, \dots, \mathbf{w}_{D,-}]^T \bar{\mathbf{g}} \quad (5.62)$$

$$= \begin{pmatrix} \langle \mathbf{L}^T \mathbf{w}_{1,+}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \\ \vdots \\ \langle \mathbf{L}^T \mathbf{w}_{D,+}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \langle \mathbf{L}^T \mathbf{w}_{1,-}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \\ \vdots \\ \langle \mathbf{L}^T \mathbf{w}_{D,-}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \end{pmatrix} \quad (5.63)$$

$$= \begin{pmatrix} \langle \mathbf{l}_{\mathbf{w}_{1,+}}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \\ \vdots \\ \langle \mathbf{l}_{\mathbf{w}_{D,+}}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \langle \mathbf{l}_{\mathbf{w}_{1,-}}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \\ \vdots \\ \langle \mathbf{l}_{\mathbf{w}_{D,-}}, \mathbf{r} \rangle_{\text{cam}} \end{pmatrix} \quad (5.64)$$

$$= \begin{pmatrix} g_{1,+} \\ \vdots \\ g_{D,+} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} g_{1,-} \\ \vdots \\ g_{D,-} \end{pmatrix} \quad (5.65)$$

werden dann maximal  $2 \cdot D$  Bildaufnahmen benötigt, im Vergleich zu  $Q$  Bildaufnahmen in Folge einer getrennten Bildaufnahme und separaten Merkmalsextraktion wie in Abschn. 5.4.1.

### 5.4.3. Analyse des Signal-Rausch-Verhältnisses

In diesem Abschnitt sollen die Ansätze zur Merkmalsextraktion aus Abschn. 5.4 bezüglich ihres Signal-Rausch-Verhältnisses untersucht und verglichen werden. Hierfür wird nur der Einfluss des Messrauschens auf Grundlage des stochastischen Signalmodells aus Abschn. 3.3.2.1 untersucht, d. h. die durch  $\mathbf{r}$  modellierten Material- und Reflektanzeigenschaften in dem Bildmodell (5.18) werden zunächst als deterministische Größe betrachtet. Das SNR für ein extrahiertes Merkmal  $m$  wird durch die Variable

$$\text{SNR} := \frac{(\mathbb{E}\{m\})^2}{\text{Var}\{m\}} \quad (5.66)$$

definiert und kann als Maß für die Auswirkung der Störeinflüsse während der Bildaufnahme auf die Merkmalsberechnung interpretiert werden.

### 5.4.3.1. Merkmalsextraktion aus Basisbeleuchtungsserien

Zunächst soll das SNR für die in Abschn. 5.4.1 beschriebene herkömmliche Merkmalsextraktion aus Basisserien modelliert werden. Für die hemisphärische Beleuchtung unter den Basisbeleuchtungen  $\{\mathbf{l}_i \in \mathbb{R}_+^{N_{\text{pro}}}, i = 1, \dots, Q\}$  kann der deterministische Signalanteil des stochastischen Signalmodells durch

$$\bar{\mathbf{g}}_i = \mathbf{r}^T \mathbf{l}_i \quad (5.67)$$

modelliert werden, vgl. Abschn. 5.2.2.2. Da die Basisbeleuchtungen physikalische Werte der Strahlungsdichte kodieren, enthalten die Vektoren  $\mathbf{l}_i$  nur positive Einträge.

Mit der Beleuchtungsmatrix  $\mathbf{L} = [\mathbf{l}_1, \dots, \mathbf{l}_Q]^T$  entspricht der deterministische Signalteil der Basisserie  $\bar{\mathbf{g}} = (\bar{g}_1, \dots, \bar{g}_Q)^T$  dem Matrix-Vektor-Produkt

$$\bar{\mathbf{g}} = \mathbf{L} \mathbf{r}. \quad (5.68)$$

Da die Aufnahme der Bildwerte sequentiell und unabhängig voneinander erfolgt, können die stochastischen Komponenten des Signalmodells aus (5.84) für die einzelnen Bildwerte als Komponenten des Vektors  $\tilde{\mathbf{g}} = (\tilde{g}_1, \dots, \tilde{g}_Q)^T$  zusammengefasst werden. Für den Bildwert der Basisserie kann damit das additive stochastische Signalmodell

$$\mathbf{g} = \bar{\mathbf{g}} + \tilde{\mathbf{g}} \quad (5.69)$$

aufgestellt werden.

Für einen gegebenen Gewichtungsvektor  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^Q$  erfolgt die Berechnung eines linearen Merkmals  $m_{\text{Serie}}$  durch

$$m_{\text{Serie}} = \mathbf{w}^T \mathbf{g} = \mathbf{w}^T (\bar{\mathbf{g}} + \tilde{\mathbf{g}}). \quad (5.70)$$

Mit dem stochastischen Signalmodell aus Abschn. 3.3.2.1 ergibt sich der Erwartungswert des Merkmals  $m_{\text{Serie}}$  durch

$$\overline{m}_{\text{Serie}} := E \{ m_{\text{Serie}} \} = \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}}. \quad (5.71)$$

Für die Varianz des Merkmals  $m_{\text{Serie}}$  folgt

$$\text{Var} \{ m_{\text{Serie}} \} = \text{Var} \{ \mathbf{w}^T \tilde{\mathbf{g}} \} \quad (5.72)$$

$$= \mathbf{w}^T \text{Var} \{ \tilde{\mathbf{g}} \} \mathbf{w} \quad (5.73)$$

$$= \mathbf{w}^T \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}} \mathbf{w} \quad (5.74)$$

$$= \mathbf{w}^T \left( \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}_{\text{pe}}} + \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}_{\text{read}}} \right) \mathbf{w}, \quad (5.75)$$

wobei  $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}_{\text{pe}}}$  und  $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}_{\text{read}}}$  die Kovarianzmatrizen des Schrotrauschens bzw. des Schaltungsrauschens bezeichnen. Da die Komponenten des stochastischen Signals  $\tilde{\mathbf{g}}$  stochastisch unabhängig sind, sind beide Kovarianzmatrizen diagonal und setzen sich aus den Varianzen der einzelnen Aufnahmen, vgl. hierzu (3.70), zusammen:

$$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}_{\text{pe}}} = \text{diag} \left( \gamma \bar{g}_1, \dots, \gamma \bar{g}_Q \right) \quad (5.76)$$

$$= \gamma \text{diag} \left( \bar{\mathbf{g}} \right) \quad (5.77)$$

bzw.

$$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}_{\text{read}}} = \text{diag} \left( \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2, \dots, \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \right) \quad (5.78)$$

$$= \gamma^2 \text{diag} \left( \sigma_{\text{read}}^2, \dots, \sigma_{\text{read}}^2 \right). \quad (5.79)$$

Für die folgenden Ausführungen wird das SNR für die Grenzfälle von dominierendem Schrotrauschen bzw. dominierendem Schaltungsrauschen betrachtet, vgl. hierzu auch Abschn. 3.3.2.1, wofür in (5.75) die entsprechende Kovarianzmatrix unterdrückt wird. Nach (5.66) kann mit dem hergeleiteten Erwartungswert und der Varianz des Merkmals  $m_{\text{Serie}}$  das SNR für dominierendes Schrotrauschen durch

$$\text{SNR}_{\text{pe}}^{\text{Serie}} = \frac{\left( \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}} \right)^2}{\mathbf{w}^T \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}_{\text{pe}}} \mathbf{w}} \quad (5.80)$$

$$= \frac{\left( \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}} \right)^2}{\gamma \mathbf{w}^T \text{diag}(\bar{\mathbf{g}}) \mathbf{w}} \quad (5.81)$$



angegeben werden. Für dominierendes Schaltungsrauschen entspricht das SNR dem Verhältnis

$$\text{SNR}_{\text{read}}^{\text{Serie}} = \frac{(\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}})^2}{\mathbf{w}^T \mathbf{C}_{\bar{\mathbf{g}}_{\text{read}}} \mathbf{w}} \quad (5.82)$$

$$= \frac{(\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}})^2}{\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w}} . \quad (5.83)$$

Wie leicht ersichtlich ist, ist für beide Grenzfälle das SNR des Merkmals  $m_{\text{Serie}}$  unabhängig von der Norm des Gewichtungsvektors  $\mathbf{w}$ .

#### 5.4.3.2. Optische Merkmalsextraktion durch Beleuchtungsmuster

Im Folgenden soll das SNR für die Merkmalsextraktion durch Beleuchtungsmuster aus Abschn. 5.4.1 modelliert werden.

Sei wie zuvor ein Gewichtungsvektor  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^Q$  gegeben. Für die optische Merkmalsextraktion in (5.56) muss der Gewichtungsvektor durch  $\mathbf{w} = \mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_-$  in positive und negative Koeffizienten zerlegt werden. Diese werden als separate Beleuchtungsmuster

$$\mathbf{l}_{\mathbf{w}_+} = \mathbf{L}^T \mathbf{w}_+ \quad \text{und} \quad \mathbf{l}_{\mathbf{w}_-} = \mathbf{L}^T \mathbf{w}_- \quad (5.84)$$

durch physikalische Superposition der Basisbeleuchtungen kodiert. Da  $\mathbf{L}$  die Basisbeleuchtungen enthält, ist  $\mathbf{L} \geq 0$  und somit auch  $\mathbf{l}_{\mathbf{w}_-} \geq 0$  und  $\mathbf{l}_{\mathbf{w}_+} \geq 0$ , wobei  $\geq$  die komponentenweise „größer oder gleich“-Ordnungsrelation<sup>4</sup> bezeichnet. Nach Abschn. 5.2.2.2 können die deterministischen Bildwerte aus (5.56) durch

$$\bar{\mathbf{g}}_+ = \mathbf{r}^T \mathbf{l}_{\mathbf{w}_+} \quad \text{und} \quad \bar{\mathbf{g}}_- = \mathbf{r}^T \mathbf{l}_{\mathbf{w}_-} \quad (5.85)$$

modelliert werden. Gemäß des stochastischen Signalmodells in Abschn. 3.3.2.1 kann durch Addition der stochastischen Signalanteile das Messrauschen berücksichtigt werden:

$$g_+ = (\bar{g}_+ + \tilde{g}_+) \quad \text{und} \quad g_- = (\bar{g}_- + \tilde{g}_-) . \quad (5.86)$$

<sup>4</sup>Komponentenweise „größer oder gleich“-Ordnungsrelation:

$\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x} \geq \mathbf{y} \Leftrightarrow \forall i = 1, \dots, n : x_i \geq y_i$

## 5. Optische Merkmalsextraktion durch hemisphärische Beleuchtungsmuster

---

Schließlich erfolgt die Berechnung des optisch gewonnenen Merkmals  $m_{\text{Muster}}$  durch Subtraktion der beiden Bildwerte zu  $m_{\text{Muster}} = g_+ - g_-$ , vgl. hierzu (5.60).

Mit (5.68) kann der Erwartungswert des optisch gewonnenen Merkmals  $m_{\text{Muster}}$  durch

$$E \{ m_{\text{Muster}} \} = E \{ g_+ \} - E \{ g_- \} \quad (5.87)$$

$$= \bar{g}_+ - \bar{g}_- \quad (5.88)$$

$$= \mathbf{r}^T \mathbf{l}_{\mathbf{w}_+} - \mathbf{r}^T \mathbf{l}_{\mathbf{w}_-} \quad (5.89)$$

$$= \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}_+ - \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}_- \quad (5.90)$$

$$= \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w} \quad (5.91)$$

$$= \bar{\mathbf{g}}^T \mathbf{w} \quad (5.92)$$

in Abhängigkeit des Gewichtungsvektors  $\mathbf{w}$  und des deterministischen Signalanteils der Basisserie  $\bar{\mathbf{g}}$  angegeben werden. Die Erwartungswerte von  $m_{\text{Serie}}$  und  $m_{\text{Muster}}$  stimmen demnach überein.

Die Varianz des Merkmals  $m_{\text{Muster}}$  ergibt sich nach dem stochastischen Signalmodell in (5.86) zu

$$\text{Var} \{ m_{\text{Muster}} \} = \text{Var} \{ g_+ - g_- \} \quad (5.93)$$

$$= \text{Var} \{ \tilde{g}_+ \} + \text{Var} \{ \tilde{g}_- \} \quad (5.94)$$

$$= \text{Var} \{ \tilde{g}_{\text{pe},+}(\bar{g}_+) + \tilde{g}_{\text{read},+} \} \\ + \text{Var} \{ \tilde{g}_{\text{pe},-}(\bar{g}_-) + \tilde{g}_{\text{read},-} \} \quad (5.95)$$

und addiert sich somit durch die zweifache Bildaufnahme für die Kodierung negativer Gewichtungsvektoren.

Wie zuvor werden die Grenzfälle für dominierendes Schrotrauschen bzw. dominierendes Schaltungsrauschen unterschieden. Für dominierendes Schrotrauschen werden die stochastischen Signalanteile  $\tilde{g}_{\text{read},+}$  und  $\tilde{g}_{\text{read},-}$  in (5.95) unter-

drückt. Nach (5.66) ergibt sich das SNR für das optisch gewonnene Merkmal  $m_{\text{Muster}}$  zu

$$SNR_{\text{pe}}^{\text{Muster}} = \frac{(\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}})^2}{\text{Var}\{\tilde{g}_{\text{pe},+}\} + \text{Var}\{\tilde{g}_{\text{pe},-}\}} \quad (5.96)$$

$$= \frac{(\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}})^2}{\gamma(\bar{g}_+ + \bar{g}_-)} \quad (5.97)$$

$$= \frac{(\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}})^2}{\gamma \bar{\mathbf{g}}^T (\mathbf{w}_+ + \mathbf{w}_-)} \quad (5.98)$$

$$= \frac{(\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}})^2}{\gamma \bar{\mathbf{g}}^T |\mathbf{w}|} \quad (5.99)$$

und kann somit in Abhängigkeit des Gewichtungsvektors  $\mathbf{w}$  und des deterministischen Signalanteils der Basisserie  $\bar{\mathbf{g}}$  angegeben werden. Dabei ist  $|\cdot|$  als die komponentenweise definierte Betragsfunktion zu verstehen.

Für dominierendes Schaltungsrauschen ergibt sich das SNR durch Unterdrücken der Signalanteile  $\tilde{g}_{\text{pe},+}$  und  $\tilde{g}_{\text{pe},-}$  in (5.95) zu

$$SNR_{\text{read}}^{\text{Muster}} = \frac{(\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}})^2}{\text{Var}\{\tilde{g}_{\text{read},+}\} + \text{Var}\{\tilde{g}_{\text{read},-}\}} \quad (5.100)$$

$$= \frac{(\mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}})^2}{2\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2}. \quad (5.101)$$

#### 5.4.3.3. Vergleich der Signal-Rausch-Verhältnisse

Der Vergleich der ermittelten Signal-Rausch-Verhältnisse aus Abschn. 5.4.3.1 und Abschn. 5.4.3.2 soll unter einem einheitlichen und vergleichbaren Budget von Photonen stattfinden. Ein konstantes Photonenbudget stellt in der Literatur [Mudry+12; Neifeld+03] eine übliche Vergleichsbasis zur Evaluierung bildgebender Systeme dar. Konkret kann dieses mit verschiedenen technischen Beschränkungen eines automatischen Sichtprüfsystems, wie z.B. einer limitierten Belichtungszeit, begrenzter Sensorgröße oder Lichtquellenleistung, in Verbindung gebracht

werden. Im Folgenden sei, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, der Strahlungsfluss der einzelnen Basisbeleuchtungen bezüglich der  $L_1$ -Vektornorm normiert, sodass  $\forall i = 1, \dots, Q : \|\mathbf{l}_i\|_1 = 1$  ist. Die  $L_1$ -Norm stellt hierbei das diskrete Äquivalent zur Integration dar. Das Budget an Photonen, das insgesamt durch die Basisbeleuchtungen zu Verfügung steht, ist demnach proportional zu

$$\sum_{i=1}^Q \|\mathbf{l}_i\|_1 = Q, \quad (5.102)$$

der Anzahl der Basisbeleuchtungen.

Um einen Vergleich der Verfahren bezüglich des Photonenbudgets  $Q$  durchzuführen, wird zu einem gegebenen Gewichtsvektor  $\mathbf{w}$  der skalierte Gewichtsvektor  $\mathbf{w}' = \eta \mathbf{w}$  mit dem Skalierungsfaktor  $\eta = Q / \|\mathbf{w}\|_1$  betrachtet. Durch die Skalierung wird sichergestellt, dass das vorgegebene Photonenbudget  $Q$  durch die Kodierung des Gewichtsvektors  $\mathbf{w}' = \mathbf{w}'_+ - \mathbf{w}'_- = \eta \cdot (\mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_-)$  in zwei Beleuchtungsmustern ausgenutzt wird. Die Anzahl der genutzten Photonen durch die beiden Beleuchtungsmuster beträgt damit

$$\|\mathbf{L}^T \mathbf{w}'_+\|_1 + \|\mathbf{L}^T \mathbf{w}'_-\|_1 = \|\mathbf{w}'_+\|_1 + \|\mathbf{w}'_-\|_1 = \|\mathbf{w}'\|_1 = \eta \|\mathbf{w}\|_1 = Q, \quad (5.103)$$

und entspricht somit dem Photonenbudget der Basisbeleuchtungen. Einsetzen des skalierten Gewichtsvektor  $\eta \mathbf{w}$  in (5.96) und (5.100) ergibt die skalierten Signal-Rausch-Verhältnisse  $\eta SNR_{pe}^{Muster}$  und  $\eta^2 SNR_{read}^{Muster}$ , die nun einen fairen Vergleich der Verfahren ermöglichen.

**5.4.3.3.1. Grenzfall von dominierendem Schrotrauschen** Für den Vergleich der beiden Verfahren bezüglich der Signal-Rausch-Verhältnisse im Grenzfall von dominierendem Schrotrauschen wird der folgende *Signal-Rausch-Verhältnis-Gewinn* (engl. *signal to noise ratio gain*), kurz SNRG, definiert:

$$SNRG_{pe} = \frac{\eta SNR_{pe}^{Muster}}{SNR_{pe}^{Serie}}. \quad (5.104)$$

Einsetzen von (5.96) und (5.100) sowie des Skalierungsfaktors  $\eta = Q / \|\mathbf{w}\|_1$  ergibt das Verhältnis

$$SNRG_{pe} = \frac{Q}{\|\mathbf{w}\|_1} \frac{\mathbf{w}^T \text{diag}(\bar{\mathbf{g}}) \mathbf{w}}{|\mathbf{w}|^T \bar{\mathbf{g}}}. \quad (5.105)$$

Um Aussagen bezüglich des Verhältnisses  $SNRG_{pe}$  treffen zu können, werden die Matrix-Vektor-Multiplikationen in (5.105) durch

$$SNRG_{pe} = \frac{Q}{\|\mathbf{w}\|_1} \frac{\sum_{i=1}^Q \bar{g}_i w_i^2}{\sum_{i=1}^Q \bar{g}_i |w_i|} = \frac{Q}{\|\mathbf{w}\|_1} \frac{\sum_{i=1}^Q \bar{g}_i |w_i|^2}{\sum_{i=1}^Q \bar{g}_i |w_i|} \quad (5.106)$$

ausgeschrieben, wobei die Identitätsgleichung  $\forall w_i \in \mathbb{R} : w_i^2 = |w_i|^2$  für die Umformung des Zählers genutzt wird. Für die folgenden Betrachtungen wird der Vektor  $\mathbf{u}$  mit den Komponenten  $u_i := \bar{g}_i |w_i|$  mit  $i = 1, \dots, Q$  definiert. Damit kann (5.106) als

$$SNRG_{pe} = Q \frac{\mathbf{u}^T |\mathbf{w}|}{\|\mathbf{w}\|_1 \|\mathbf{u}\|_1} \quad (5.107)$$

geschrieben werden. Für die weitere Analyse wird der Winkel  $\beta$  zwischen den Vektoren  $\mathbf{u}$  und  $|\mathbf{w}|$  betrachtet. Da  $\bar{\mathbf{g}}$  nach Voraussetzung nur nichtnegative Bildwerte als Komponenten enthält kann  $\bar{\mathbf{g}} \geq 0$  und folglich  $\mathbf{u} \geq 0$  vorausgesetzt werden. Weiter wird, ohne Beschränkung der Allgemeinheit, die physikalisch plausible Annahme getroffen, dass  $\bar{\mathbf{g}} \neq \mathbf{0}_Q$  und  $\mathbf{w} \neq \mathbf{0}_Q$  verschieden vom  $Q$ -dimensionalen Nullvektor  $\mathbf{0}_Q = (0, \dots, 0)^T$  sind. Somit gilt  $\mathbf{u}^T |\mathbf{w}| > 0$  und der Zähler in (5.107) kann mit Hilfe der geometrischen Definition des Skalarproduktes zweier Vektoren durch

$$\mathbf{u}^T |\mathbf{w}| = |\cos \beta| \|\mathbf{u}\|_2 \|\mathbf{w}\|_2 \quad (5.108)$$

ausgedrückt werden. Durch Ersetzen des Zählers in (5.107) folgt damit

$$SNRG_{pe} = Q |\cos \beta| \frac{\|\mathbf{w}\|_2}{\|\mathbf{w}\|_1} \frac{\|\mathbf{u}\|_2}{\|\mathbf{u}\|_1}. \quad (5.109)$$

Für beliebige Vektoren  $\mathbf{w}$  der Dimension  $Q$  kann die  $L_1$ -Norm durch die  $L_2$ -Norm durch

$$\|\mathbf{w}\|_2 \leq \|\mathbf{w}\|_1 \leq \sqrt{Q} \|\mathbf{w}\|_2 \quad (5.110)$$

abgeschätzt werden [Gentle 07], woraus durch Umformen die äquivalente Ungleichung

$$\frac{1}{\sqrt{Q}} \leq \frac{\|\mathbf{w}\|_2}{\|\mathbf{w}\|_1} \leq 1 \quad (5.111)$$

gewonnen werden kann. Durch zweimalige Anwendung der Ungleichung (5.111) für  $\|\mathbf{w}\|_2/\|\mathbf{w}\|_1$  und  $\|\mathbf{u}\|_2/\|\mathbf{u}\|_1$  in (5.109) kann schließlich die Abschätzung

$$|\cos \beta| \leq SNRG_{pe} \leq Q |\cos \beta| \quad (5.112)$$

für den Signal-Rausch-Verhältnis-Gewinn angegeben werden.

Mit der Voraussetzung  $\mathbf{u}^T|\mathbf{w}| > 0$  und ohne weiteres Vorwissen über den Winkel  $\beta$  der Vektoren  $\mathbf{w}$  und  $\mathbf{u}$  liegt  $|\cos \beta|$  in dem Intervall  $0 < |\cos \beta| \leq 1$ . Zusammen mit (5.112) kann damit

$$0 < SNRG_{pe} \leq Q \quad (5.113)$$

als untere sowie obere Schranke für den Signal-Rausch-Verhältniss-Gewinn gewonnen werden. Mit dieser unteren Schranke kann bei dominierendem Schrotrauschen demnach kein höheres Signal-Rausch-Verhältnis für die optische Merkmalsextraktion im Vergleich zur nachträglichen Merkmalsextraktion aus der Basisbeleuchtungsserie gezeigt werden. Eine weitergehende Analyse des Signal-Rausch-Verhältnis-Gewinns in (5.105) wäre an dieser Stelle durch eine Monte-Carlo-Simulation [Binder+ 10] möglich. Mit plausiblen Verteilungsannahmen kann dadurch vermutlich eine engere untere Schranke für  $SNRG_{pe}$  ermittelt werden.

Für den Spezialfall, dass die Vektoren  $\mathbf{u}$  und  $|\mathbf{w}|$  kollinear sind, d. h. es existiert ein Skalar  $a \in \mathbb{R}$  und  $a \neq 0$  sodass  $\mathbf{u} = a|\mathbf{w}|$  ist, ergibt sich die untere Schranke in (5.112) zu

$$1 \leq SNRG_{pe} . \quad (5.114)$$

Nach der Definition von  $\mathbf{u}$  mit Einträgen  $u_i := \bar{g}_i|w|_i$  tritt Kollinearität genau dann ein, wenn  $\bar{g}_1 = \bar{g}_2 = \dots = \bar{g}_Q$  gilt, d. h., alle Basisbeleuchtungsfunktionen liefern den gleichen deterministischen Bildwert. In diesem Fall besitzt die optische Merkmalsextraktion bei dominierendem Schrotrauschen ein gleiches oder höheres Signal-Rausch-Verhältnis als die nachträgliche Merkmalsextraktion aus der Basisserie.

**5.4.3.3.2. Grenzfall von dominierendem Schaltungsrauschen** Für einen analytischen Vergleich der beiden Verfahren bezüglich ihrer Signal-Rausch-Ver-

hältnisse im Grenzfall von dominierendem Schaltungsrauschen wird der Signal-Rausch-Verhältnis-Gewinn

$$SNRG_{\text{read}} = \frac{\eta^2 SNR_{\text{read}}^{\text{Muster}}}{SNR_{\text{read}}^{\text{Serie}}} \quad (5.115)$$

betrachtet.

Einsetzen von (5.109) und (5.82) sowie des Skalierungsfaktors  $\eta = Q/\|\mathbf{w}\|_1$  ergibt das folgende Verhältnis:

$$SNRG_{\text{read}} = \frac{Q^2}{\|\mathbf{w}\|_1^2} \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{w}}{2} = \frac{Q^2}{2} \left( \frac{\|\mathbf{w}\|_2}{\|\mathbf{w}\|_1} \right)^2. \quad (5.116)$$

Durch Anwenden der Ungleichung (5.111) kann unmittelbar eine untere und obere Schranke durch

$$\frac{Q}{2} \leq SNRG_{\text{read}} \leq \frac{Q^2}{2} \quad (5.117)$$

für den Signal-Rausch-Verhältniss-Gewinn bei dominierendem Schaltungsrauschen angegeben werden. Für Basisserien mit  $Q > 2$  Bildaufnahmen besitzt die optische Merkmalsextraktion somit bei dominierendem Schaltungsrauschen garantiert ein höheres Signal-Rausch-Verhältnis als die nachträglichen Merkmalsextraktion aus der Basisbeleuchtungsserie.

## 5.5. Anwendungsbeispiel Materialklassifikation

In diesem Abschnitt wird die in Abschn. 5.4 eingeführte optische Merkmalsextraktion im Rahmen einer überwachten Materialklassifikationsaufgabe evaluiert. In der automatischen Sichtprüfung werden für die optische Identifikation von Materialien heute vorwiegend spektroskopische Verfahren verwendet, die auf einer Messung und Analyse der spektralen Reflektanz basieren [Beyerer+ 11; Sauerland+ 11; Taphanel+ 12] und z. B. in der automatischen Schüttgutsortierung [Michelsburg+ 11; Michelsburg+ 10] für die Qualitätssicherung von Lebensmitteln [Gruna+ 10c] eingesetzt werden. Durch eine optische Materialidentifikation und -klassifikation ergeben sich insbesondere auch für das Recycling von Elektronikschrott neue Automatisierungsmöglichkeiten. Neben der Abtrennung von

Schadstoffen steht hierbei vor allem die Rückgewinnung von Sekundärrohstoffen wie Edel- und Sondermetallen im Vordergrund. Ein wichtiges Ausgangsprodukt hierfür sind Leiterplatten, die einen hohen Wertmetallgehalt aufweisen und die Bestandteil nahezu aller elektronischer Produkte sind. Für ein effizientes und wirtschaftlich profitables Recycling ist eine optische Analyse der Leiterplatten hinsichtlich verschiedener Materialbestandteile wünschenswert.

Nachfolgend soll die Problemstellung betrachtet werden, eine Leiterplatte unter hemisphärischer Beleuchtung in Bereiche unterschiedlicher Materialien zu segmentieren. Die Segmentierung soll anhand einer überwachten Klassifikation des Merkmalsvektors  $\mathbf{m} \in \mathbb{M}$  eines Bildpunkts in eine der  $c = 1, \dots, N_K$  Materialklassen erfolgen. Für jeden Bildpixel muss somit anhand des Merkmals  $\mathbf{m}$  zwischen den Hypothesen

$$H_c : \mathbf{m} \text{ entspricht einer Beobachtung der Materialklasse } c \quad (5.118)$$

entschieden werden. Für die Problemstellung der Materialklassifikation ist es daher notwendig, dass die Merkmale  $\mathbf{m}$  eine gute Klassentrennbarkeit, die auch als *Diskriminanzeigenschaft* bezeichnet wird, hinsichtlich den verschiedenen Materialien aufweisen. Für die hier betrachtete Materialklassifikation werden im Unterschied zu einer klassischen Segmentierung keine zusammenhängende Regionen gemäß eines Einheitlichkeitskriteriums gefordert, wie z. B. in [Gonzalez+ 07].

Im nachfolgenden Abschn. 5.5.1 werden zunächst kodierte Beleuchtungsmuster für die optische Erzeugung diskriminativer Merkmale entwickelt. Als Gütemaß für die Klassentrennbarkeit dient hier eine erweiterte Form des bereits in Abschn. 4.4 eingeführte Kontrast-Rausch-Verhältnisses, durch KRV abgekürzt, durch das sowohl die Variabilität der Reflektanzmerkmale als auch Störeinflüsse durch Messrauschen, vgl. Abschn. 3.3.2, während der Bildgewinnung berücksichtigt werden. Schließlich werden die anhand des KRV optimierten, problem-spezifischen Beleuchtungsmuster, die im Nachfolgenden auch als *diskriminative Beleuchtungsmuster* bezeichnet werden, für die Bildseriengewinnung einer Leiterplatte eingesetzt und mit verschiedenen Klassifikationsverfahren evaluiert. Für die Bildgewinnung wird das in Abschn. 5.2 eingeführte Beleuchtungssystem verwendet.



## 5.5.1. Diskriminative Beleuchtungsmuster

### 5.5.1.1. Modellierung von Reflektanzvariabilität und Messrauschen

Wie in Abschnitt 5.3 gezeigt wurde, können beliebige lineare Transformationen  $\mathbf{W}$  direkt als Beleuchtungsmuster für die optische Realisierung einer Merkmalsextraktion kodiert werden. Zunächst soll nur die Gewinnung eines einzelnen skalaren Merkmals  $m \in \mathbb{M} \subseteq \mathbb{R}$  durch einen einzelnen Gewichtsvektor  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^Q$  betrachtet werden. Die Festlegung des Gewichtsvektors  $\mathbf{w}$  für die Merkmalsextraktion muss dabei in Bezug auf eine gegebene Aufgabenstellung erfolgen. In der Literatur der multivariaten Datenanalyse sind zahlreiche lineare Transformationen bekannt, siehe z. B. die Monografien [Varmuza+ 09; Izenman 08; Mitchell 10], die auf Basis eines problemspezifischen Stichprobendatensatzes bestimmt werden und unterschiedliche Zielsetzungen verfolgen. In ähnlicher Weise soll hier eine lineare Transformation für die reflektanzbasierte Materialklassifikation entwickelt und als optische Merkmalsextraktion umgesetzt werden. Die Zielsetzung der Merkmalsextraktion liegt dabei auf der Erzeugung diskriminativer Merkmale, die eine gute Klassentrennbarkeit für ein nachfolgendes Klassifikationsverfahren sicherstellen sollen. Als Grundlage hierfür wird im Folgenden zunächst der Erwartungswert und die Varianz eines durch den Gewichtsvektor  $\mathbf{w}$  optisch erzeugten Merkmals  $m$  modelliert.

Nach Abschn. 5.4.2.2 kann das optisch erzeugte Merkmal  $m$  gemäß

$$m = g_+ - g_- \quad (5.119)$$

$$= (\bar{g}_+ + \tilde{g}_+) - (\bar{g}_- + \tilde{g}_-) \quad (5.120)$$

$$= (\mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}_+ + \tilde{g}_+) - (\mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}_- + \tilde{g}_-) \quad (5.121)$$

$$= \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T (\mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_-) + \tilde{g}_+ - \tilde{g}_- \quad (5.122)$$

durch den in positive und negative Komponenten aufgeteilten Gewichtsvektor  $\mathbf{w} = \mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_-$ , die Beleuchtungsmatrix  $\mathbf{L}$  sowie die vektorielle Repräsentation des pixelbasierten Reflektanzfelds  $\mathbf{r}$  dargestellt werden. In der bisherigen Betrachtung wurde für die Analyse stochastischer Eigenschaften, z. B. des SNR, von einem bekannten und deterministischen Reflektanzvektor  $\mathbf{r}$  in der Bildmodellierung ausgegangen. Für eine diskriminative optische Merkmalsextraktion muss neben dem Messrauschen jedoch vordringlich die stochastische Variabilität des Reflektanzmerkmals  $\mathbf{r}$  betrachtet werden. Im Folgenden werden daher in

(5.122) sowohl die Rauschsignalanteile  $\tilde{g}_+$  und  $\tilde{g}_-$  als auch  $\mathbf{r}$  als (vektorielle) Zufallsvariablen modelliert, die zur Unsicherheit des Merkmals  $m$  beitragen. Somit entspricht (5.119) quasi eine doppelt-stochastischen Modellierung des Merkmals  $m$ , siehe hierzu auch [Barrett+ 03].

Da die statistischen Eigenschaften der Rauschsignalkomponenten  $\tilde{g}_+$  und  $\tilde{g}_-$  zum Teil von  $\mathbf{r}$  abhängig sind, müssen statistische Kenngrößen von  $m$  bezüglich der Verbunddichte  $p(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r})$  betrachtet werden. Für die folgenden Ausführungen wird für die bedingte Verbundwahrscheinlichkeitsdichte  $p(\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r})$  der *bedingte Erwartungswertoperator*

$$E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \{f(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-)\} := \iint_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-) p(\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}) d\tilde{g}_+ d\tilde{g}_- \quad (5.123)$$

definiert, wobei  $f(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-)$  eine Funktion der Zufallsvariablen  $\tilde{g}_+$  und  $\tilde{g}_-$  ist. Weiter wird damit die *bedingte Varianz* durch

$$\text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \{f(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-)\} := E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \left( f(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-) - E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \{f(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-)\} \right)^2 \right\} \quad (5.124)$$

definiert. Analog dazu sind der Erwartungswertoperator und die Varianz für die Verbunddichte  $p(\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r})$  und die Randdichte  $p(\mathbf{r})$  definiert, die im Folgenden entsprechend, mit den tiefgestellten Zufallsvariablen, notiert werden.

Nach Festlegung durch (3.62) sind die stochastischen Rauschsignalanteile in (5.119) mittelwertfrei, d. h. gegeben  $\mathbf{r}$ , ist  $E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \{\tilde{g}_+\} = E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \{\tilde{g}_-\} = 0$ . Weiterhin wird der Erwartungswert von  $\mathbf{r}$  durch  $\bar{\mathbf{r}} := E\{\mathbf{r}\}$  notiert. Der Erwartungswert von  $m$  kann dann durch Anwendung des Erwartungswertoperators (5.123) auf (5.119) gemäß des *Prinzips der totalen Erwartung* [Wasserman 03] durch

$$E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m\} = E_{\mathbf{r}} \left\{ E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \{m\} \right\} \quad (5.125)$$

$$= E_{\mathbf{r}} \left\{ \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T (\mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_-) + E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \{\tilde{g}_+\} - E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \{\tilde{g}_-\} \right\} \quad (5.126)$$

$$= E_{\mathbf{r}} \left\{ \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w} \right\} \quad (5.127)$$

$$= \bar{\mathbf{r}}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}, \quad (5.128)$$

angegeben werden. In ähnlicher Weise kann die Varianz von  $m$  durch Anwendung von (5.124) auf (5.119) und Umformen zunächst durch

$$\text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m\} = E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \left\{ (m - E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m\})^2 \right\} \quad (5.129)$$

$$= E_{\mathbf{r}} \left\{ E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ (m - E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m\})^2 \right\} \right\} \quad (5.130)$$

$$= E_{\mathbf{r}} \left\{ E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ (\mathbf{r}^T \mathbf{L}^T (\mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_-) + \tilde{g}_+ - \tilde{g}_- - \bar{\mathbf{r}}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w})^2 \right\} \right\} \quad (5.131)$$

$$= E_{\mathbf{r}} \left\{ E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ ((\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \mathbf{L}^T \mathbf{w})^2 + 2(\tilde{g}_+ - \tilde{g}_-) ((\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}) + (\tilde{g}_+ - \tilde{g}_-)^2 \right\} \right\} \quad (5.132)$$

angegeben werden. Für eine weitere Vereinfachung von (5.132) wird der innere bedingte Erwartungswertoperator auf die einzelnen Summanden angewendet und ausgewertet. Die Auswertung des ersten Summanden ergibt hierbei

$$E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ ((\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \mathbf{L}^T \mathbf{w})^2 \right\} = ((\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \mathbf{L}^T \mathbf{w})^2, \quad (5.133)$$

die des zweiten Summanden führt zu

$$E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ 2(\tilde{g}_+ - \tilde{g}_-) ((\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}) \right\} = E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_+ - \tilde{g}_- \right\} \cdot 2((\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}) \quad (5.134)$$

$$= 0 \cdot 2((\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}), \quad (5.135)$$

der dadurch verschwindet, und die des dritten Summanden liefert

$$E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ (\tilde{g}_+ - \tilde{g}_-)^2 \right\} = E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_+^2 \right\} + E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_-^2 \right\}. \quad (5.136)$$

Damit kann die Varianz in (5.132) zu

$$\text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m\} = \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \left( (\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \mathbf{L}^T \mathbf{w} \right)^2 \right\} \quad (5.137)$$

$$\begin{aligned} &+ \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \text{E}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_+^2 \right\} + \text{E}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_-^2 \right\} \right\} \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{L} \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ (\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}}) (\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \right\} \mathbf{L}^T \mathbf{w} \end{aligned} \quad (5.138)$$

$$\begin{aligned} &+ \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \text{E}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_+^2 \right\} \right\} + \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \text{E}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_-^2 \right\} \right\} \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{C}_{\mathbf{r}} \mathbf{L}^T \mathbf{w} \end{aligned} \quad (5.139)$$

$$+ \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_+ \right\} \right\} + \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_- \right\} \right\}$$

vereinfacht werden, wobei  $\mathbf{C}_{\mathbf{r}} := \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ (\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}}) (\mathbf{r} - \bar{\mathbf{r}})^T \right\}$  die Kovarianzmatrix von  $\mathbf{r}$  bezeichnet.

Eine genauere Betrachtung von (5.139) zeigt, dass die stochastische Variabilität von  $\mathbf{r}$  durch den Term  $\mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{C}_{\mathbf{r}} \mathbf{L}^T \mathbf{w}$  in die Varianz des Merkmals  $m$  einfließt. Das Messrauschen der zweifachen Bildaufnahme wird hierbei durch die separaten Terme  $\text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_+ \right\} \right\}$  und  $\text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_- \right\} \right\}$  in die Varianz von  $m$  eingebracht. Die bedingten Varianzen in den vorhergehenden Termen für das Messrauschen können mit Hilfe des stochastischen Signalmodells in (5.86) ausgeschrieben und mit (5.119) durch

$$\text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_+ \right\} = \gamma \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}_+ + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \quad (5.140)$$

und

$$\text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_- | \mathbf{r}} \left\{ \tilde{g}_- \right\} = \gamma \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}_- + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \quad (5.141)$$

dargestellt werden. Durch Einsetzen von (5.140) und (5.141) in (5.137) kann die Varianz für ein optisch gewonnenes Merkmal schließlich durch

$$\begin{aligned} \text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m\} &= \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{C}_{\mathbf{r}} \mathbf{L}^T \mathbf{w} + \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \gamma \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}_+ + \gamma^2 \sigma_r^2 \right\} \\ &+ \text{E}_{\mathbf{r}} \left\{ \gamma \mathbf{r}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}_- + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \right\} \end{aligned} \quad (5.142)$$

$$= \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{C}_{\mathbf{r}} \mathbf{L}^T \mathbf{w} + \gamma \bar{\mathbf{r}}^T \mathbf{L}^T (\mathbf{w}_+ + \mathbf{w}_-) + 2\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \quad (5.143)$$

$$= \mathbf{w}^T \mathbf{L} \mathbf{C}_{\mathbf{r}} \mathbf{L}^T \mathbf{w} + \gamma \bar{\mathbf{r}}^T \mathbf{L}^T |\mathbf{w}| + 2\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2, \quad (5.144)$$

in expliziter Abhängigkeit der Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_r$  und des Erwartungswerts  $\bar{r}$  der Reflektanz sowie der kameraspezifischen Parameter  $\gamma$  und  $\sigma_{\text{read}}^2$  angegeben werden.

### 5.5.1.2. Parameterschätzung für die Varianzmodellierung

Im Nachfolgenden wird die Bestimmung der reflektanz- bzw. kameraspezifischen Parameter in der Varianzmodellierung in (5.144) behandelt.

**5.5.1.2.1. Kameraspezifische Parameter** Die kameraspezifischen Parameter  $\gamma$  für die Systemverstärkung und die Varianz  $\sigma_{\text{read}}^2$  für das Schaltungsrauschen wurden im Rahmen der stochastischen Bildmodellierung in Abschn. 3.3.2.1 eingeführt. Diese können mit der *Photonen-Transfermethode* nach [Janesick 07] geschätzt werden. Die Grundlage hierfür bildet der in (5.86) beschriebene lineare Zusammenhang

$$\text{Var}\{g\} = \gamma \bar{g} + \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \quad (5.145)$$

zwischen der Varianz des Bildwerts  $g$  und dem deterministischen Signalanteil  $\bar{g}$ . Durch die Definitionen  $\sigma_g^2 := \text{Var}\{g\}$  und  $\kappa_{\text{read}}^2 := \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2$  kann das lineare Modell (5.145) als Geradengleichung

$$\sigma_g^2 = \gamma \bar{g} + \kappa_{\text{read}}^2 \quad (5.146)$$

mit dem Parameter  $\gamma$  für die Steigung, und dem Parameter  $\kappa_{\text{read}}^2$  für den Achsenabschnitt aufgestellt werden, die dann durch eine Regressionsanalyse geschätzt werden können. Hierfür muss der Erwartungswert und die Varianz mehrerer, unter variierten Aufnahmebedingungen gemessener Bildwerte einer konstanten Szene bestimmt werden. Als Datengrundlage für die Parameterschätzung dienen Tupel  $(\bar{g}^{(j)}, (\sigma_g^2)^{(j)})$ , die beispielsweise durch unterschiedliche Belichtungszeiten  $\Delta t_j$  mit  $j = 1, \dots, N_B$  gewonnen werden. In dieser Arbeit wurden für das in Abschn. 5.2 vorgestellte Beleuchtungssystem Datentupel nach dem Protokoll in [Janesick+ 87] unter einer weißen konstanten Beleuchtung durch den Projektor mit unterschiedlichen Belichtungszeiten  $\Delta t_j$  der Kamera gewonnen. Die Datentupel sowie die durch lineare Regressionsanalyse geschätzten Kameraparameter  $\gamma$  und  $\kappa_{\text{read}}^2$  sind in Abb. 5.9 auf Seite 133 dargestellt. Der Kameraparameter  $\kappa_{\text{read}}^2 = \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2$  entspricht dabei der Varianz des Schaltungsrauschens in Bildwert-einheiten.

**5.5.1.2.2. Reflektanzspezifische Parameter** Typischerweise sind die probabilistischen Eigenschaften der betrachteten Reflektanzmerkmale  $\mathbf{r}$  nicht in Form einer Wahrscheinlichkeitsdichte  $p(\mathbf{r})$  bekannt und die reflektanzspezifischen Parameter  $\bar{\mathbf{r}}$  und  $\mathbf{C}_r$  in der Merkmalsvarianz (5.142) müssen aus einer Stichprobe geschätzt werden. Dabei ist zu beachten, dass die Zufallsvariable  $\mathbf{r}$  bzw. ihre Realisierungen nur in Form eines Bildwerts, der dem transformierten Zufallsvektor  $\mathbf{g}(\mathbf{r}) := \mathbf{Lr}$  entspricht, beobachtbar sind. Für die Reflektanz  $\mathbf{r}$  entspricht  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  der idealisierten Messung des Bildwerts einer Basisserie ohne Messrauschen, der somit nur die Variabilität von  $\mathbf{r}$  widerspiegelt. Im Folgenden soll nun zunächst die Varianz des optisch erzeugten Merkmals (5.142) durch den Erwartungswert und die Varianz der beobachtbaren Größe  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  ausgedrückt werden.

Der von Messrauschen freie Bildwert  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  besitzt den Erwartungswert

$$\bar{\mathbf{g}} := E_r \{ \mathbf{g}(\mathbf{r}) \} \quad (5.147)$$

$$= \mathbf{L}\bar{\mathbf{r}} \quad (5.148)$$

sowie die Kovarianzmatrix

$$\mathbf{C}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})} := \text{Var}_r \{ \mathbf{g}(\mathbf{r}) \} \quad (5.149)$$

$$= E_r \{ (\mathbf{g}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{g}})(\mathbf{g}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{g}})^T \} \quad (5.150)$$

$$= E_r \{ (\mathbf{Lr} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{r}})(\mathbf{Lr} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{r}})^T \} \quad (5.151)$$

$$= \mathbf{L}\mathbf{C}_r\mathbf{L}^T. \quad (5.152)$$

Durch Einsetzen von (5.152) in (5.144) kann die Merkmalsvarianz durch

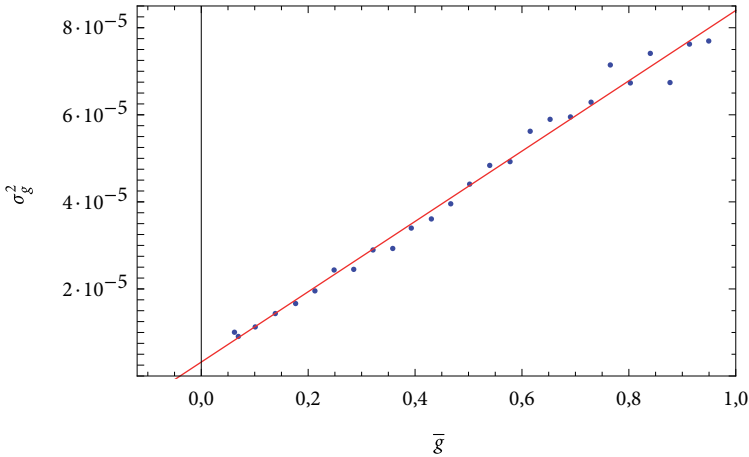
$$\text{Var}_{\hat{\mathbf{g}}_+, \hat{\mathbf{g}}_-, \mathbf{r}} \{ m \} = \mathbf{w}^T \mathbf{C}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})} \mathbf{w} + \gamma |\mathbf{w}|^T \bar{\mathbf{g}} + 2\gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2 \quad (5.153)$$

mit dem Erwartungswert  $\bar{\mathbf{g}}$  und der Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})}$  von  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  ausgedrückt werden. Auf gleiche Weise kann durch Einsetzen von (5.148) in (5.128) der Erwartungswert des Merkmals  $m$  durch

$$E_{\hat{\mathbf{g}}_+, \hat{\mathbf{g}}_-, \mathbf{r}} \{ m \} = \mathbf{w}^T \bar{\mathbf{g}} \quad (5.154)$$

angegeben werden.

Im Nachfolgenden wird untersucht, wie der Erwartungswert (5.154) und die Varianz (5.153) des Merkmals  $m$  aus real gemessenen Bildwerten  $\mathbf{g}$  mit Messrauschen geschätzt werden können. Nach dem stochastischen Signalmodell in (5.69)



**Abbildung 5.9.:** Datentupel der Photonen-Transfermethode nach [Janesick+ 87] für die Schätzung der Systemverstärkung  $\gamma$  und des Schaltungsrauschens  $\sigma_{\text{read}}^2$  der verwendeten Kamera in dem Beleuchtungssystem aus Abb. 5.1. Für den Bildwertebereich  $g \in [0, 1]$  wurden die kameraspezifischen Parameter durch Regressionsanalyse zu  $\gamma = 8,076 \cdot 10^{-5}$  (Steigung) und  $\kappa_{\text{read}}^2 = 3,2 \cdot 10^{-6}$  (Achsenabschnitt) bestimmt.

kann die Zufallsgröße  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  unter realen Bedingungen nur in Form verrauschter Bildwerte

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \tilde{\mathbf{g}} \quad (5.155)$$

gemessen werden. Für eine gegebener Reflektanz  $\mathbf{r}$  folgt aus der Mittelwertfreiheit  $E_{\tilde{\mathbf{g}}|\mathbf{r}}\{\tilde{\mathbf{g}}\} = 0$ , dass durch die Bildung des bedingten Erwartungswerts von (5.155) durch

$$E_{\tilde{\mathbf{g}}|\mathbf{r}}\{\mathbf{g}\} = \mathbf{g}(\mathbf{r}) \quad (5.156)$$

das Messrauschen eliminiert werden kann. Damit kann (5.147) durch

$$\bar{\mathbf{g}} = E_{\mathbf{r}}\{\mathbf{g}(\mathbf{r})\} = E_{\mathbf{r}}\{E_{\tilde{\mathbf{g}}|\mathbf{r}}\{\mathbf{g}\}\} \quad (5.157)$$

mit konkret messbaren Bildwerten  $\mathbf{g}$  ausgedrückt werden.

Aus (5.157) ergeben sich unmittelbar die üblichen Maximum-Likelihood-Schätzvorschriften, siehe z. B. [Kroschel 03], für die Schätzwerte  $\hat{\bar{\mathbf{g}}}$  und  $\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})}$  auf Basis

einer aufgenommenen Beleuchtungsserie  $\mathbf{g}$  mit Messrauschen. Die empirische Datengrundlage hierfür bildet die mehrfache Bildaufnahme einer Beleuchtungsserie. Die wiederholte Bildaufnahme unter variierten Beleuchtungsbedingungen wird durch

$$\mathbf{g}^{(k,l)} = \mathbf{L}\mathbf{r}^{(k)} + \tilde{\mathbf{g}}^{(l)} \quad (5.158)$$

notiert, wobei  $\mathbf{r}^{(k)}$ ,  $k = 1, \dots, N_R$  die Ausprägungen der Reflektanzvariabilität, z. B. durch die Bildwerte an verschiedenen Bildpunktpositionen, und  $\tilde{\mathbf{g}}^{(l)}$ ,  $l = 1, \dots, N_M$  die Realisierungen des Messrauschens durch die Bildaufnahme bezeichnet. Der bedingte Erwartungswert in (5.156) für eine gegebene Beobachtung  $\mathbf{r}^{(k)}$  der Reflektanz kann dann durch

$$\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{r}^{(k)}) = \frac{1}{N_M} \sum_{l=1}^{N_M} \mathbf{g}^{(k,l)} \quad (5.159)$$

geschätzt werden. Durch die Mittelwertbildung über mehrere Messungen kann somit das Messrauschen eliminiert werden. Durch eine zweite Mittelung über alle beobachteten Reflektanzausprägungen kann der Erwartungswert in (5.157) durch

$$\hat{\bar{\mathbf{g}}} = \frac{1}{N_R} \sum_{k=1}^{N_R} \hat{\mathbf{g}}(\mathbf{r}^{(k)}) \quad (5.160)$$

$$= \frac{1}{N_R} \frac{1}{N_M} \sum_{l=1}^{N_R} \sum_{k=1}^{N_M} \mathbf{g}^{(k,l)} \quad (5.161)$$

geschätzt werden. Schließlich kann mit den Schätzwerten aus (5.159) und (5.160) direkt der Maximum-Likelihood-Schätzwert  $\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})}$  für die Kovarianzmatrix in (5.149) durch

$$\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})} = \frac{1}{N_R} \sum_{k=1}^{N_R} (\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{r}^{(k)}) - \hat{\bar{\mathbf{g}}})(\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{r}^{(k)}) - \hat{\bar{\mathbf{g}}})^T \quad (5.162)$$

angegeben werden.

Zusammen mit den kameraspezifischen Parametern  $\gamma$  und  $\kappa_{\text{read}}^2$  kann nun mit den geschätzten, reflektanzspezifischen stochastischen Kenngrößen  $\hat{\bar{\mathbf{g}}}$  und  $\hat{\mathbf{C}}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})}$  die Varianz (5.153) und der Erwartungswert (5.154) des optisch erzeugten Merkmals  $m$  bestimmt werden.



### 5.5.1.3. Maximierung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses

Ziel dieses Abschnitts ist es, auf Basis der zuvor betrachteten statistischen Kenngrößen eines optisch erzeugten Merkmals  $m \in \mathbb{M} \subseteq \mathbb{R}$ , ein Gütekriterium für hemisphärische Beleuchtungsmuster zu entwickeln, das für eine hohe Klassentrennbarkeit optimiert werden kann. Das betrachtete Signal-Rausch-Verhältnis in Abschn. 5.4.3 kann hierfür nicht direkt eingesetzt werden, da dadurch weder die Klassenzugehörigkeit der Merkmale noch die statistische Variabilität der Reflektanz  $\mathbf{r}$  berücksichtigt werden kann. Im Folgenden wird zunächst das Klassifikationsproblem von zwei Materialklassen betrachtet, das sich auf eine binäre Entscheidung zwischen den Hypothesen  $H_1$  und  $H_2$  abbildet. Für den 2-Klassen-Fall wird für ein durch (5.119) optisch gewonnenes Merkmal  $m$  das bereits in Abschn. 4.4.1 eingeführte Kontrast-Rausch-Verhältnis

$$KRV(m) = \frac{\left( E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m | H_1\} - E_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m | H_2\} \right)^2}{\text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m | H_1\} + \text{Var}_{\tilde{g}_+, \tilde{g}_-, \mathbf{r}} \{m | H_2\}} \quad (5.163)$$

als Gütekriterium festgelegt. Das KRV entspricht dem Fisher'schen Diskriminanzkriterium in der statistischen Mustererkennung, siehe z. B. [Fukunaga 90], und stellt ein Maß für die Merkmalsstreuung zwischen den Klassen relativ zur Merkmalsvarianz innerhalb der Klassen dar. Unter der Annahme, dass  $m$  unter beiden Hypothesen normalverteilt ist, kann durch

$$AUC = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left( \frac{KRV(m)}{2} \right) \quad (5.164)$$

ein direkter Zusammenhang des Kontrast-Rausch-Verhältnisses zur Klassifikationsleistung durch einen Schwellwertvergleich hergestellt werden [Barrett+ 98], wobei  $AUC$  (aus dem engl. *area under the curve* abgeleitet) eine theoretisch fundierte, isotone Maßzahl für die Klassifikationsgüte angibt, siehe hierzu auch den nachfolgenden Abschn. 5.6.1.1 für eine weitergehende Behandlung. Auch für den allgemeinen Fall, dass  $m$  nicht normalverteilt ist, kann in der Regel davon ausgegangen werden, dass mit steigendem KRV ebenso die erzielte Klassifikationsleistung zunimmt.

Im Nachfolgenden wird das Kontrast-Rausch-Verhältnis für eine Mehr-Klassen-Klassifikation erweitert und in Hinblick auf eine Optimierung in Abhängigkeit der Beleuchtung ausgedrückt. Diesbezüglich sei die Beleuchtungsmatrix  $\mathbf{L}$  für die Aufnahme einer Basisbeleuchtungsserie vorgegeben, siehe Abschn. 5.3 für eine mögliche Festlegung von  $\mathbf{L}$ .

**5.5.1.3.1. Kontrast-Rausch-Verhältnis für zwei Klassen** Die statistischen Reflektanzeigenschaften der zwei betrachteten Materialklassen  $c = 1, 2$  werden durch die Erwartungswerte  $\bar{\mathbf{g}}_c := E_{\mathbf{r}}\{\mathbf{g}(\mathbf{r}) \mid H_c\}$  und die Kovarianzmatrizen  $\mathbf{C}_{\mathbf{g}_c(\mathbf{r})} := \text{Var}_{\mathbf{r}}\{\mathbf{g}(\mathbf{r}) \mid H_c\}$  modelliert. In der Regel sind diese nicht bekannt und müssen wie in Abschn. 5.5.1.2 beschrieben durch klassenspezifische Stichproben, in Form wiederholter Basisbeleuchtungsserien der zu klassifizierenden Materialien, geschätzt werden. Wie durch (5.119) dargestellt, entspricht bei gegebener Basisbeleuchtung  $\mathbf{L}$  der Gewichtungsvektor  $\mathbf{w} = \mathbf{w}_+ - \mathbf{w}_-$  dem freien Parameter für eine optische Merkmalsextraktion von  $m$ . Durch Einsetzen der Varianz (5.153) und des Erwartungswerts (5.154) in (5.163) kann das Kontrast-Rausch-Verhältnis durch

$$KRV(\mathbf{w}) = \frac{((\bar{\mathbf{g}}_1^T - \bar{\mathbf{g}}_2^T)\mathbf{w})^2}{\mathbf{w}^T(\mathbf{C}_{\mathbf{g}_1(\mathbf{r})} + \mathbf{C}_{\mathbf{g}_2(\mathbf{r})})\mathbf{w} + \gamma(\bar{\mathbf{g}}_1^T + \bar{\mathbf{g}}_2^T)|\mathbf{w}| + 4\gamma^2\sigma_{\text{read}}^2} \quad (5.165)$$

direkt in Abhängigkeit von  $\mathbf{w}$  dargestellt werden.

**5.5.1.3.2. Kontrast-Rausch-Verhältnis für mehrere Klassen** Eine Verallgemeinerung von (5.163) für den Mehrklassenfall  $N_K > 2$  auf die Entscheidungsmöglichkeiten  $\{H_c, c = 1, \dots, N_K\}$  kann zunächst durch

$$KRV(m) = \frac{\sum_{c=1}^{N_K} (E_{\bar{\mathbf{g}}_+, \bar{\mathbf{g}}_-, \mathbf{r}}\{m \mid H_c\} - E_{\bar{\mathbf{g}}_+, \bar{\mathbf{g}}_-, \mathbf{r}}\{m \mid \bigvee_{c'=1}^{N_K} H_{c'}\})^2}{\sum_c^{N_K} \text{Var}_{\bar{\mathbf{g}}_+, \bar{\mathbf{g}}_-, \mathbf{r}}\{m \mid H_c\}} \quad (5.166)$$

erfolgen. Durch die Definition  $\bar{\mathbf{g}}_{\text{total}} := E_{\mathbf{r}}\{\mathbf{g}(\mathbf{r}) \mid \bigvee_{c=1}^{N_K} H_c\}$  des mittleren rauschfreien Bildwerts über alle Klassen und durch Einsetzen der Varianz (5.153) und des Erwartungswerts (5.154) kann (5.166) durch

$$KRV(\mathbf{w}) = \frac{\sum_{c=1}^{N_K} (\mathbf{w}^T(\bar{\mathbf{g}}_c - \bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}))^2}{\mathbf{w}^T(\sum_{c=1}^{N_K} \mathbf{C}_{\mathbf{g}_c(\mathbf{r})})\mathbf{w} + \gamma|\mathbf{w}|^T \sum_{c=1}^{N_K} \bar{\mathbf{g}}_c + 2N_K\gamma^2\sigma_{\text{read}}^2} \quad (5.167)$$

in Abhängigkeit von  $\mathbf{w}$  geschrieben werden. In Anlehnung an die Fisher'sche Diskriminanzanalyse für mehrere Klassen [Duda+ 00; Kroschel 03; Webb+ 11] kann die Inter-Klassen-Kovarianzmatrix

$$\mathbf{S}_B := \sum_{c=1}^{N_K} (\bar{\mathbf{g}}_c - \bar{\mathbf{g}}_{\text{total}})(\bar{\mathbf{g}}_c - \bar{\mathbf{g}}_{\text{total}})^T \quad (5.168)$$

und die Intra-Klassen-Kovarianzmatrix

$$\mathbf{S}_W := \sum_{c=1}^{N_K} \mathbf{C}_{g_c(\mathbf{r})} \quad (5.169)$$

definiert werden. Durch Einsetzen dieser Definitionen kann (5.167) für mehrere Klassen zusammengefasst durch

$$KRV(\mathbf{w}) = \frac{\mathbf{w}^T \mathbf{S}_B \mathbf{w}}{\mathbf{w}^T \mathbf{S}_W \mathbf{w} + \gamma \|\mathbf{w}\|^T \sum_{c=1}^{N_K} \bar{g}_c + 2N_K \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2} \quad (5.170)$$

formuliert werden. In dieser Form entspricht (5.170) einer Erweiterung des Fisher'schen Diskriminanzkriteriums um die Berücksichtigung des Messrauschens durch eine physikalische Bildaufnahme. Für die weitere Analyse des Kontrast-Rausch-Verhältnisses werden analog zur Betrachtung des Signal-Rausch-Verhältnisses die Grenzfälle einer hohen und geringen Bestrahlung des Kamerasensors, vgl. dazu Abschn. 3.3.2.2.2, unterschieden.

Für eine weitergehende Untersuchung von (5.170) wird der Gewichtungsvektor  $\mathbf{w}$  in seine Richtung und seine Länge separiert. Dazu sei  $\mathbf{w}' := \mathbf{w} / \|\mathbf{w}\|_1$  der normierte Gewichtsvektor bezüglich der  $L_1$ -Norm und  $\eta = \|\mathbf{w}\|_1$  dessen ursprüngliche Länge, sodass  $\mathbf{w} = \eta \mathbf{w}'$  ist. Da  $\mathbf{w}$  die Gewichtung der einzelnen Basisbeleuchtungen vorgibt, wird der gesamte emittierte Strahlungsfluss der kodierten Beleuchtung  $\|\mathbf{L}^T \mathbf{w}\|_1 = \eta \|\mathbf{L}^T \mathbf{w}'\|_1$  durch  $\eta$  skaliert. Im Folgenden werden feste Aufnahmebedingungen, insbesondere eine konstante Belichtungszeit, vorausgesetzt. Dann ist  $\eta$  ebenfalls proportional zur Bestrahlung des Kamerasensors, d. h. zur Zahl der einfallenden Photonen und somit zu den gemessenen Bildwerten unter den kodierten Beleuchtungsmustern:

$$\bar{g}_+ = \eta \bar{\mathbf{r}}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}'_+ \quad \text{und} \quad \bar{g}_- = \eta \bar{\mathbf{r}}^T \mathbf{L}^T \mathbf{w}'_- . \quad (5.171)$$

Im Weiteren wird  $\eta$  daher auch als *Bestrahlungsparameter* der Beleuchtung betrachtet, durch den die Bestrahlung des Kamerasensors reguliert werden kann. Alternativ kann die Bestrahlung auch durch die Belichtungszeit sowie die Blendenöffnung parametrisiert werden. Diese Aufnahmeparameter werden hier als fest und gegeben angenommen und sind wie in Abschnitt 5.2.2 beschrieben implizit in dem pixelbasierten Reflektanzfeld bzw. dessen Repräsentation durch  $\mathbf{r}$  modelliert.

**5.5.1.3.3. Grenzfall hoher Bestrahlungen** Durch explizites Ausschreiben der Vektorlänge  $\eta$  als Parameter für die Sensorbestrahlung kann das Kontrast-Rausch-Verhältnis in (5.170) für hohe Bestrahlungen analysiert werden. Für eine hohe Sensorbestrahlung kann dieses durch die Grenzwertbetrachtung

$$\overrightarrow{KR\dot{V}}(\mathbf{w}) = \lim_{\eta \rightarrow \infty} \frac{\eta^2 \mathbf{w}'^T \mathbf{S}_B \mathbf{w}'}{\eta^2 \mathbf{w}'^T \mathbf{S}_W \mathbf{w}' + \eta \gamma |\mathbf{w}'|^T \sum_{c=1}^{N_K} \bar{\mathbf{g}}_c + 2N_K \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2} \quad (5.172)$$

$$= \frac{\mathbf{w}'^T \mathbf{S}_B \mathbf{w}'}{\mathbf{w}'^T \mathbf{S}_W \mathbf{w}'} \quad (5.173)$$

hergeleitet werden. In der Grenzwertbetrachtung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses wird das Messrauschen durch die Kovarianzmatrizen  $\mathbf{S}_B$  und  $\mathbf{S}_W$  der betrachteten Reflektanz dominiert. Zudem ist leicht ersichtlich, dass (5.173) unabhängig von der Norm  $\eta$  des Gewichtsvektors  $\mathbf{w}$  ist.

Nachfolgend soll das betrachtete Kontrast-Rausch-Verhältnis bezüglich der Extraktion mehrdimensionaler Merkmale  $\mathbf{m} \in \mathbb{M} \subseteq \mathbb{R}^D$  untersucht werden. Da  $\mathbf{S}_B$  und  $\mathbf{S}_W$  symmetrisch und positiv-definit sind, entspricht (5.173) einem verallgemeinerten Rayleigh-Quotienten, der, wie leicht überprüft werden kann, mit dem Diskriminanzkriterium der Fisher'schen Diskriminanzanalyse im Mehrklassenfall identisch ist, siehe z. B. [Duda+00]. Für  $N_K > 2$  Klassen kann daher die Optimierung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses in (5.173) für eine hohe Klassentrennbarkeit durch ein für  $j = 1, \dots, D$  sequentiell zu lösendes, quadratisches Programm mit Nebenbedingungen

$$\underset{\mathbf{w}_j}{\text{maximiere}} \quad \mathbf{w}_j^T \mathbf{S}_B \mathbf{w}_j \quad (5.174a)$$

$$\text{u. d. NB.} \quad \mathbf{w}_j^T \mathbf{S}_W \mathbf{w}_j = 1 \quad (5.174b)$$

$$\mathbf{w}_j^T \mathbf{S}_W \mathbf{w}_i = 0, \quad i = 1, \dots, j-1 \quad (5.174c)$$

modelliert werden [Clemmensen+11]. Durch die Nebenbedingung (5.174b) und (5.174c) wird gefordert, dass die Lösungen des Optimierungsproblems eindeutig, und die extrahierten Merkmale unkorreliert sind.<sup>5</sup> Aus der Literatur ist bekannt, dass das Optimierungsproblem (5.174) in das äquivalente verallgemeinerte Eigenwertproblem

$$\mathbf{S}_B \mathbf{w}_j = \lambda_j \mathbf{S}_W \mathbf{w}_j \quad (5.175)$$

---

<sup>5</sup>Die Lösungsvektoren sind in der Regel nicht orthogonal, siehe [Rencher 12] für Details.

überführt werden kann, siehe [Bishop 08; Duda+ 00] für eine weitergehende Erläuterung. Die Lösungen von (5.174) werden im Folgenden durch  $\mathbf{w}_{\overrightarrow{KR\check{V}}_j}$  notiert und sind durch die ersten  $D$  verallgemeinerten Eigenvektoren in (5.175) der absteigend sortierten Eigenwerte  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_j \geq \dots \geq \lambda_D > 0$  gegeben. Da  $\text{rang}(\mathbf{S}_B) \leq \min\{N_K - 1, Q\}$  ist, besitzt (5.174) für den in dieser Arbeit betrachteten Fall von  $Q > N_K$  höchstens  $D \leq N_K - 1$  nichttriviale Lösungen [Sammut+ 10; Fukunaga 90].

Die betrachteten Eigenwerte  $\lambda_j$  entsprechen dabei den jeweiligen maximalen Lösungswerten des Rayleigh-Quotienten in (5.173). Die Güte der einzelnen Lösungen kann damit durch das *relative Diskriminanzpotential*

$$\xi_j := \frac{\lambda_j}{\sum_{i=1}^D \lambda_i} \quad (5.176)$$

ausgedrückt werden [Rencher 12; Bortz 05]. Diese kann als Beitrag der Lösung  $\mathbf{w}_{\overrightarrow{KR\check{V}}_j}$  bzw. des dadurch extrahierten Merkmals  $m_j$  zur Klassentrennbarkeit interpretiert werden.

**5.5.1.3.4. Berücksichtigung des Messrauschens bei geringem Strahlungsfluss**  
In vielen praktischen Anwendungen der automatischen Sichtprüfung sind hohe Taktraten gefordert, die nur durch kurze Belichtungszeiten eingehalten werden können. Für daraus resultierende geringe Bestrahlungen des Kamerasensors kann das Messrauschen für eine korrekte Modellierung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses nicht ignoriert werden.

Weiter kann für reale Sensoren die Bestrahlung nicht beliebig hoch gewählt werden, da eine Übersättigung des Sensors zu Informationsverlusten führt. Zudem ist in einer physikalischen Realisierung der diskriminativen Beleuchtung die Bestrahlung durch die Leistung der Lichtquellen beschränkt. Daher muss der eingeführte Bestrahlungsparameter  $\eta = \|\mathbf{w}\|_1$ , der folglich proportional zum emittierten Strahlungsfluss ist, vgl. Abschn. 5.5.1.3.3, bei der Maximierung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses mit einer Nebenbedingung  $\|\mathbf{w}\|_1 \leq \eta_{\max}$  berücksichtigt werden, sodass der Wert  $\eta_{\max}$  den Strahlungsfluss der diskriminativen Beleuchtung bzw. die Bestrahlung des Sensors nach oben begrenzt.

Analog zur Behandlung des Grenzfalls hoher Bestrahlungen im Optimierungsproblem (5.174) kann die Maximierung des allgemeinen Kontrast-Rausch-Verhältnisses mit Berücksichtigung des Messrauschens in (5.170) durch ein für

$j = 1, \dots, N_K - 1$  sequentiell zu lösendes Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen

$$\text{maximiere}_{\mathbf{w}_j} \frac{\mathbf{w}_j^T \mathbf{S}_B \mathbf{w}_j}{\mathbf{w}_j^T \mathbf{S}_W \mathbf{w}_j + \gamma |\mathbf{w}_j|^T \sum_{c=1}^{N_K} \bar{\mathbf{g}}_c + 2N_K \gamma^2 \sigma_{\text{read}}^2} \quad (5.177a)$$

$$\text{u. d. NB.} \quad \|\mathbf{w}_j\|_1 \leq \eta_{\text{max}} \quad (5.177b)$$

$$\mathbf{w}_j^T \mathbf{S}_W \mathbf{w}_i = 0, \quad i = 1, \dots, j - 1 \quad (5.177c)$$

modelliert werden. Wie zuvor wird durch die Nebenbedingung (5.177c) gefordert, dass durch die Lösungen möglichst komplementäre diskriminative Information berücksichtigt wird. Die Lösungen von (5.177) werden im Folgenden durch  $\mathbf{w}_{KRV j}$  bezeichnet.

Das Optimierungsproblem (5.177) fällt in die Klasse der nichtlinearen Quotientenprogramme, die in der Regel nicht konvex sind und mehrere lokale Optima aufweisen [Floudas+ 08]. Zudem erschwert die Betragsfunktion im Nenner der Zielfunktion (5.177a) die Berechnung eines Gradienten, der für lokale Optimierungsverfahren verwendet werden kann. Auf die analytische Problemstruktur von (5.177) wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen und es wird stattdessen auf die weiterführende Literatur von [Dinkelbach 67; Schaible+ 83] verwiesen. Da für die nachfolgende Evaluation des Verfahrens in Abschn. 5.5.2.3 auf globale Lösungen von (5.177) verzichtet werden kann, wird hier auf das heuristische und ableitungsfreie *Nelder-Mead-Verfahren* [Nelder+ 65] zur Bestimmung approximativer Lösungen zurückgegriffen. In der ursprünglichen Formulierung kann das Nelder-Mead-Verfahren nur für die unrestringierte Optimierung eingesetzt werden. Für die Berücksichtigung der Nebenbedingungen (5.177b) und (5.177c) wird daher die Zielfunktion (5.177a) nach der *Penalty-Methode* in [Hendrix 10; Bhatti 00] um entsprechende Strafterme erweitert, um den gültigen Lösungsbereich einzuzengen.

**5.5.1.3.5. Begrenzung der Sensorbestrahlung** Neben den in Abschn. 5.5.1.2 entwickelten Parametern muss für eine konkrete Lösung des Optimierungsproblems (5.177) der Bestrahlungsparameter  $\eta_{\text{max}}$  festgelegt werden. Dabei soll eine Kompromissentscheidung zwischen einem hohen Kontrast-Rausch-Verhältnis und der Anzahl gesättigter Bildwerte getroffen werden. Als Kriterium zur Festlegung der Sensorbestrahlung werden die mittleren Bildwerte  $\bar{g}_+$  und

$\bar{g}_-$  für die optische Merkmalsgewinnung in (5.119) betrachtet, die unterhalb des Wertes  $g_{\text{top}}$  liegen sollen, um dadurch den Informationsverlust durch Übersättigung zu reduzieren. Wie im Folgenden gezeigt wird, kann dies durch die Wahl  $\eta_{\text{max}} = g_{\text{top}} / \|\bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}\|_2$  sichergestellt werden. Durch Einsetzen in die Nebenbedingung (5.177b) kann folgende Aussage hergeleitet werden:

$$\|\mathbf{w}\|_1 \leq \frac{g_{\text{top}}}{\|\bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}\|_2} \Leftrightarrow \|\mathbf{w}_+\|_1 + \|\mathbf{w}_-\|_1 \leq \frac{g_{\text{top}}}{\|\bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}\|_2} \quad (5.178)$$

$$\Rightarrow \|\mathbf{w}_+\|_2 + \|\mathbf{w}_-\|_2 \leq \frac{g_{\text{top}}}{\|\bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}\|_2} \quad (5.179)$$

$$\Leftrightarrow \|\bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}\|_2 \|\mathbf{w}_+\|_2 + \|\bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}\|_2 \|\mathbf{w}_-\|_2 \leq g_{\text{top}} \quad (5.180)$$

$$\Rightarrow \bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}^T \mathbf{w}_+ + \bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}^T \mathbf{w}_- \leq g_{\text{top}} \quad (5.181)$$

$$\Rightarrow \bar{g}_+ \leq g_{\text{top}} \wedge \bar{g}_- \leq g_{\text{top}}, \quad (5.182)$$

wobei (5.179) aus (5.110), und (5.181) aus der Cauchy-Schwarz-Ungleichung folgt. Dadurch wird gezeigt, dass durch die Wahl von  $\eta_{\text{max}} = g_{\text{top}} / \|\bar{\mathbf{g}}_{\text{total}}\|_2$  eine Begrenzung der Bildwerte  $\bar{g}_+$  und  $\bar{g}_-$  durch  $g_{\text{top}}$  für die Merkmalsberechnung sichergestellt werden kann. In der Praxis sind die messbaren Bildwerte nach oben durch den Bildwert  $g_{\text{max}}$  beschränkt. Dieser ist durch die Sättigungskapazität des Sensors und die Systemverstärkung  $\gamma$  der Kamera festgelegt. Für die nachfolgende experimentelle Evaluation wird in dieser Arbeit  $g_{\text{top}} = g_{\text{max}}/2$  gewählt.

### 5.5.2. Experimentelle Bewertung des diskriminativen Beleuchtungsansatzes

In diesem Abschnitt soll das diskriminative Beleuchtungsverfahren aus Abschn. 5.5.1 für die überwachte Materialklassifikation experimentell untersucht werden. Hauptzielsetzung ist es, das vorgestellte Verfahren zu validieren und hinsichtlich der erzielten Klassifikationsleistung und der Anzahl der benötigten Bildaufnahmen zu untersuchen und mit Standardansätzen zu vergleichen. Unter anderem werden hierfür Experimente mit verschiedenen, in Abschn. 5.3 eingeführten Basisbeleuchtungen durchgeführt. In der experimentellen Umsetzung wird zunächst von einem hohen Strahlungsfluss ausgegangen, sodass der Einfluss des Messrauschens im Vergleich zur Reflektanzvariabilität vernachlässigt

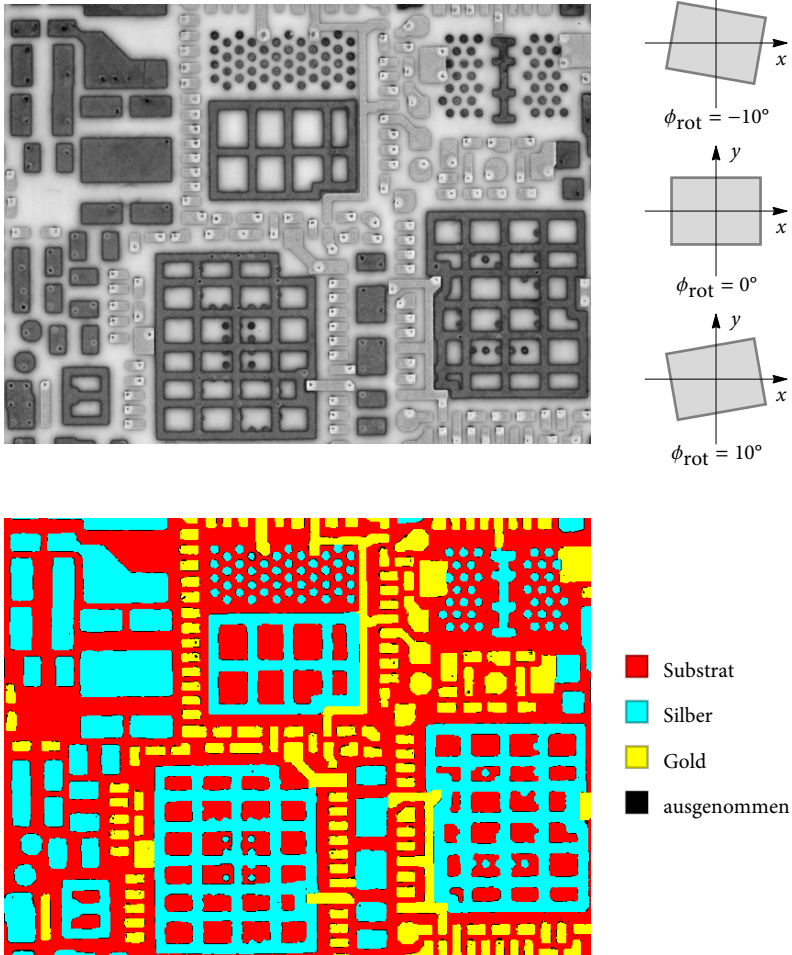
werden kann. Der Einfluss von Messrauschen durch kurze Belichtungszeiten wird anschließend für die impulsförmige Basisbeleuchtung tiefgehender in Abschn. 5.5.2.3 untersucht. Nachfolgend wird zunächst das verwendete Testobjekt beschrieben und der Ablauf der Experimente vorgestellt.

### 5.5.2.1. Testobjekt und experimenteller Ablauf

Als Testobjekt für die Evaluierung des Verfahrens dient eine Leiterplatte (engl. *printed circuit board*), kurz PCB, die aus verschiedenen dielektrischen und elektrisch leitenden Materialien zusammengesetzt ist, siehe Abb. 5.10. Neben der bereits erwähnten Bedeutung für die Materialrückgewinnung im Recycling, stellt auch die Inspektion von Leiterplatten aufgrund der heutigen Massenfertigung elektronischer Geräte einen der wichtigsten (und ältesten) Anwendungsbereiche der automatischen Sichtprüfung dar. Die Prüfkriterien für die Inspektion können dabei sehr vielfältig sein und sind abhängig vom Herstellungsprozess, siehe [Moganti+ 96] für eine ausführliche Behandlung. Die optische Materialklassifikation von Leiterplatten kann sowohl während der Herstellung zur Kontrolle einzelner Fertigungsschritte, als auch für die spätere Aufbereitung für ein Recycling eingesetzt werden. Durch bestimmte Fertigungsschritte, wie z. B. das Aufbringen von Lötspitzen, ändert sich sowohl die Oberflächentopografie als auch die Reflektanzeigenschaft der Materialien, was deren optische Charakterisierung und Klassifikation erschwert. Diesbezüglich wurde in der Literatur [Ibrahim+ 10] bisher nur eine multispektrale Bildgewinnung unter einfacher Aufsichtbeleuchtung für die verbesserte Materialcharakterisierung vorgeschlagen.

Für die experimentelle Evaluierung des Verfahrens wird zwischen der Bestimmung der diskriminativen Beleuchtungsmuster und der anschließenden Materialklassifikation unterschieden. Da der diskriminative Beleuchtungsansatz für ein maximales KRV unabhängig von einem bestimmten Klassifikator motiviert ist, kann im Prinzip ein beliebiges Klassifikationsverfahren für die Materialzuordnung der optisch gewonnenen Merkmale eingesetzt werden. Aufgrund der Nähe zur Fisher'schen Diskriminanzanalyse wird der dafür übliche *Minimum-Distanz-Klassifikator* [Hastie+ 09], im Weiteren durch MD-Klassifikator abgekürzt, für die Evaluation verwendet. Dieser entscheidet zugunsten der Hypothese  $H_c$ , falls das betrachtete Merkmal den geringsten euklidischen Abstand zum Zentroiden der Klasse  $c$  eines Trainingsdatensatzes aufweist.





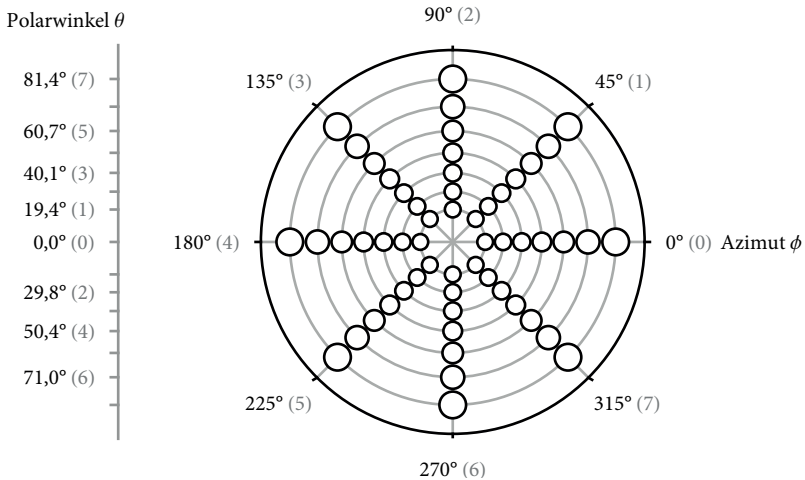
**Abbildung 5.10.:** Leiterplatte als Testobjekt, die im Wesentlichen aus drei unterschiedlichen Materialien aufgebaut ist. Diese sind handannotiert in der Legende (unten) dargestellt, uneindeutige Bereiche sind dabei ausgenommen. Die handannotierten Daten dienen als Grundlage für den Aufbau eines 5-fach unterteilten Kreuzvalidierungsdatensatzes aus  $N_K = 3$  Klassen. Zudem werden für die Evaluation der Klassifikationsleistung Beleuchtungsserien der Leiterplatte unter variierten Rotationslagen mit  $\phi_{\text{rot}} \in \{-10^\circ, 0^\circ, 10^\circ\}$  aufgenommen und ausgewertet (rechts oben dargestellt).

Zudem wird der  $K$ -Nächste-Nachbarn-Klassifikator, kurz  $K$ -NN-Klassifikator, mit euklidischem Distanzmaß als Referenz-Klassifikator verwendet, siehe z. B. [Theodoridis+ 08] für eine ausführlich Einführung. Die Klassifikation eines Merkmals erfolgt hierbei durch die Auswertung der Klassenzugehörigkeit der  $K$  nächsten Nachbarn innerhalb eines Trainingsdatensatzes und anschließendem Mehrheitsentscheid. Der Klassifikator entscheidet somit für  $H_c$ , falls  $c$  die häufigste Klasse unter den  $K$  nächsten Trainingsnachbarn ist. Mit  $K = 1$  kann der NN-Klassifikator aufgrund seiner Einfachheit und seinem herstellbaren Bezug zum optimalen Bayes-Klassifikator [Duda+ 00] als quasi parameterfrei betrachtet werden, der allerdings empfindlich auf Ausreißer reagiert. Für die folgende Evaluation wird daher  $K = 3$  als nächster ungerader Parameter gewählt. Da die Evaluation der diskriminativen Beleuchtung im Vordergrund steht, beschränkt sich die Auswahl der Klassifikatoren hier auf relativ einfache Verfahren mit wenigen, interpretierbaren Parametern. Für eine Maximierung der Klassifikationsleistung existieren komplexere Klassifikationsverfahren wie z. B. Support-Vector-Maschinen mit nichtlinearem Kern [Schölkopf+ 02], die jedoch eine große Anzahl festzulegender Parameter besitzen und dadurch eine Interpretation der Ergebnisse erschweren.

Die Klassifikationsleistung wird durch die in der Literatur übliche Korrektklassifikationsrate (engl. *accuracy*)  $ACC$  angegeben [Sammut+ 10; Alpaydin 10]. Diese entspricht einer Schätzung der durchschnittlichen Wahrscheinlichkeit

$$ACC = \frac{1}{N_K} \sum_{c=1}^{N_K} P(\widehat{H}_c = H_c | H_c) \quad (5.183)$$

für eine richtige Klassifikation, wobei  $\widehat{H}_c$  die Entscheidung durch den Klassifikator bezeichnet. Da die Materialklassifikation auf Bildpunktebene stattfindet, wird durch die Betrachtung und Bildaufnahme (mit  $640 \cdot 480$  Bildpunkten) eines einzelnen Testobjekts bereits eine hinreichend große Stichprobe (in Bezug auf die maximale Merkmalsdimension von  $D = 147$ ) für eine verlässliche Schätzung der Korrektklassifikationsrate gewonnen. Um die Variabilität der Reflektanzeigenschaften der Materialien weiter zu vergrößern, wird in jedem Experiment zusätzlich die Rotationslage der Leiterplatte leicht variiert, siehe hierzu auch Abb. 5.10 für eine grafische Darstellung. Zur Bewertung einer Beleuchtung werden dann die geschätzten Korrektklassifikationsraten über alle Rotationslagen gemittelt. Der experimentell Versuchsablauf kann zusammengefasst in die folgenden Stufen untergliedert werden:



**Abbildung 5.11.:** Impulsförmige Basisbeleuchtungsmuster (parabolische Abbildung) für die experimentelle Umsetzung. Die  $Q = 56$  Basismuster sind mit äquidistanten Polarwinkeln  $\theta \in [\theta_{\min}, 90^\circ)$  und Azimutwinkeln  $\phi \in [0^\circ, 360^\circ)$  gewählt. Für die nachfolgende Darstellung der Ergebnisse in Abb. 5.17 sind die Winkel jeweils aufsteigend durchnummeriert.

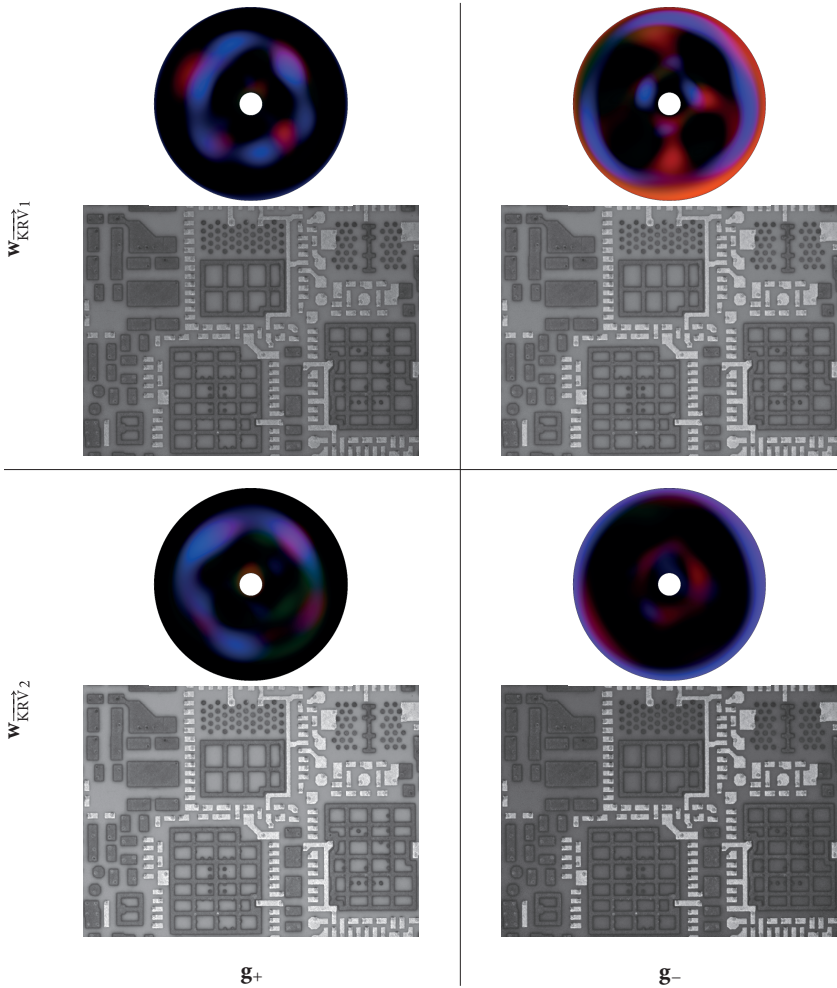
1. **Erzeugung diskriminativer Beleuchtungsmuster** Für die in Abschn. 5.3 eingeführte impulsförmige, zonale sowie zonale RGB-Basisbeleuchtung werden jeweils Beleuchtungsserien der Leiterplatte unter der Rotationslage  $\phi_{\text{rot}} = 0^\circ$  gewonnen, vgl. hierfür Abb. 5.10. Die verwendete impulsförmige Beleuchtung für  $Q = 56$  Aufnahmen ist in Abb. 5.11 dargestellt. Für die zonalen Basisbeleuchtungen werden zonale Basisfunktionen vom Grad  $l = 0, \dots, 6$  und Ordnung  $|m| \leq l$  durch eine weiße bzw. trichromatische Beleuchtung durch den Projektor realisiert, vgl. hierzu Abb. 5.6 und Abb. 5.8, wobei die Aufnahmen unter positiver und negativer kodierter Beleuchtung für jede zonale Basisfunktion direkt verrechnet werden, sodass die entsprechende Basisserie für die weiße Projektorbeleuchtung  $Q = 49$ , und die der trichromatischen  $Q = 147$  Bilder umfasst. Die Belichtungszeit wird hierbei für eine hohe Sensorbestrahlung gewählt, sodass das Messrauschen gegenüber der Reflektanzvariabilität vernachlässigt werden kann. Somit fließen nur die reflektanzspezifischen Statistiken  $S_W$

und  $\mathbf{S}_B$ , die wie in Abschn. 5.5.1.3.2 beschrieben geschätzt werden, in das Optimierungsproblem (5.174) ein. Durch Lösen dieses Problems werden schließlich Gewichtungsvektoren  $\mathbf{w}_{\overrightarrow{\text{KR}\hat{V}}_j}$ ,  $j = 1, \dots, D$  mit  $D = 2$  für das  $N_K = 3$  Klassen-Klassifikationsproblem mit maximalem Kontrast-Rausch-Verhältnis bestimmt. Die ermittelten Gewichtungsvektoren sowie deren Kodierung durch die entsprechenden Basisbeleuchtungsmuster sind in Abb. 5.17, Abb. 5.18 und Abb. 5.19 dargestellt.

2. **Evaluation der Klassifikationsleistung** Für jede Basisserie in Punkt 1 werden die optimalen Gewichtungsvektoren  $\mathbf{w}_{\overrightarrow{\text{KR}\hat{V}}_j}$  als Beleuchtungsmuster kodiert (siehe Abb. 5.12 für ein Beispiel) und es werden Beleuchtungsserien des Testobjekts unter den Rotationslagen  $\phi_{\text{rot}} \in \{-10^\circ, 0^\circ, 10^\circ\}$  aufgenommen, vgl. hierfür Abb. 5.10. Dabei wird für jede Rotationslage mit Hilfe des MD- und 3-NN-Klassifikators eine Materialklassifikation durchgeführt. Die Korrektklassifikationsrate wird hierbei mittels 5-facher Kreuzvalidierung, siehe [Japkowicz+ 11] für Details, durch den handannotierten Datensatzes in Abb. 5.10 geschätzt. Die gemittelte Korrektklassifikationsrate über die Rotationslagen dient dann der Bewertung einer Beleuchtungsserie bzw. -ansatzes.

Die ermittelten Klassifikationsleistungen der diskriminativen Beleuchtungen werden mit den erzielten Korrektklassifikationsraten durch Verwendung der vollständigen Basisserie verglichen. Zudem wird auf den Basisserien eine schrittweise Vorwärtsselektion durchgeführt, bei der sukzessive diejenigen Basisbeleuchtungen ausgewählt werden, die zu einer maximalen Erhöhung der Korrektklassifikationsrate führen [Hentze 11]. Analog zur Bestimmung der diskriminativen Beleuchtungsmuster findet die Vorwärtsselektion in einem separaten Schritt vor der Klassifikation statt, wobei die in Punkt 1 aufgenommenen Basisbeleuchtungsserien für die Schätzung der Korrektklassifikationsrate mittels 5-facher Kreuzvalidierung dienen.

Da der diskriminative Beleuchtungsansatz ein *überwachtes* Verfahren auf Basis bekannter Klasseninformation darstellt, wird zudem die Hauptkomponentenanalyse (engl. *principal component analysis*), kurz PCA, als *unüberwachter* Vergleichsansatz zur Erzeugung von Beleuchtungsmustern untersucht. Im Gegensatz zur diskriminativen Beleuchtung zielt der PCA-Beleuchtungsansatz nicht auf eine Maximierung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses, sondern auf eine Maximierung der Varianz der optisch gewonnenen Merkmale ab, siehe hierzu auch Abschn. 5.6.2.1.1 für eine tiefgehendere Einführung der PCA.



**Abbildung 5.12.:** Diskriminative Beleuchtung der als Testobjekt verwendeten Leiterplatte auf Grundlage zonaler RGB-Basisbeleuchtungsmuster, vgl. hierzu Abschn. 5.3.3. Die Gewichtungsvektoren  $\vec{w}_{\text{KRV } j}$ ,  $j = 1, 2$  (jeweils in einer Zeile dargestellt) für ein maximales KRV müssen in der Regel durch zwei Beleuchtungsmuster (für positive und negative Gewichtungsfaktoren) kodiert werden, vgl. Abschn. 5.4. Die dadurch gewonnenen Bilder sind hier in jeweils einer Spalte dargestellt.

Ein Standard-Beleuchtungsverfahren für nichttransparente Objekte ist die diffuse Auflichtbeleuchtung, bei der das Objekt weitgehend gleichmäßig aus allen Richtungen beleuchtet wird [Bauer 07; Beyerer+ 12]. Gemäß der geometrischen Modellierung des verwendeten Beleuchtungsaufbaus kann diese näherungsweise durch die (weiße) Beleuchtung mittels der zonalen Basisfunktion vom Grad  $l = 0$  nachgebildet werden.

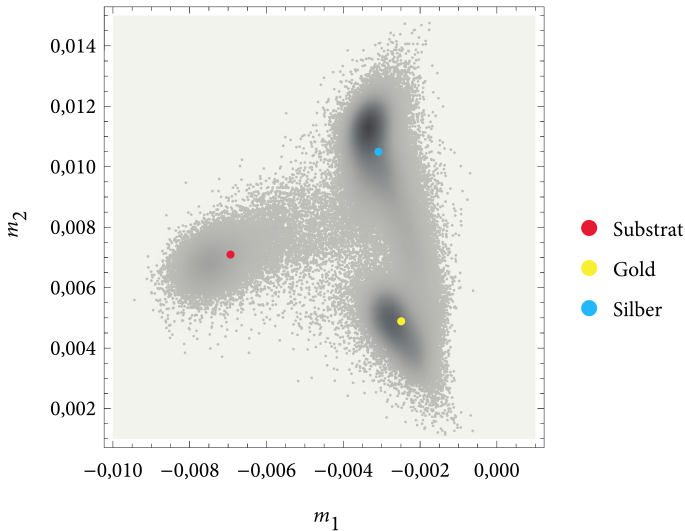
Wird eine Beleuchtung durch die zonalen Basisfunktion vom Grad  $l = 0$  für alle RGB-Farbkanäle des Projektors durchgeführt, kann zudem die Bildaufnahme einer RGB-Farbkamera nachgestellt werden, die zusätzliche Information in Form spektraler Reflektanzmerkmale beinhaltet. Die beiden so realisierten Auflichtbeleuchtungen werden als weitere Vergleichsverfahren verwendet und werden im Folgenden als *weißes* bzw. *RGB-Auflicht* bezeichnet.

In Abb. 5.12 ist eine diskriminative Beleuchtung des Testobjekts und in Abb. 5.13 der dadurch gewonnene Merkmalsraum beispielhaft für ein Experiment dargestellt. Wie leicht zu erkennen ist, führt die problemspezifische Beleuchtung für die Materialklassifikation zu einer guten Trennbarkeit der Klassen. Außerdem wird klar, dass in dem betrachteten Fall beide Merkmale bzw. alle diskriminativen Beleuchtungsmuster für die Materialklassifikation eingesetzt werden sollten.

### 5.5.2.2. Bewertung der diskriminativen Beleuchtungsmuster

**5.5.2.2.1. Auswertung der Klassifikationsergebnisse** Die experimentell ermittelten Klassifikationsleistungen nach Abschn. 5.5.2.1 sind in Abb. 5.14 bis 5.16 auf den Seiten 151–153 für die verschiedenen Basisbeleuchtungen grafisch dargestellt. Für den MD- und 3-NN-Klassifikator ist die Korrektklassifikationsrate über der Anzahl der verwendeten Bildaufnahmen aufgetragen. Dabei ist zu beachten, dass die Anzahl der verwendeten Bildaufnahmen in der Regeln nicht mit der Anzahl der (optisch) gewonnenen Merkmale gleichgesetzt werden kann, da sowohl die diskriminativen Beleuchtungsmuster als auch die zonalen Basisbeleuchtungen durch zwei Bildaufnahmen realisiert werden müssen, vgl. Abschn. 5.3. Nur bei der lokalen Basisbeleuchtung in Kombination mit einer Vorwärtsselektion kann jede Bildaufnahme direkt als Merkmalsgewinnung interpretiert werden.

Offensichtlich steigt bei allen Beleuchtungsansätzen die Korrektklassifikationsrate mit der Anzahl der Bildaufnahmen bzw. verwendeten Merkmale. Im Allgemeinen können für die verschiedenen Basisbeleuchtungen nur geringe Unterschiede



**Abbildung 5.13.:** Streudiagramm des dadurch die diskriminative Beleuchtung in Abb. 5.12 erzeugten Merkmals  $(m_1, m_2)^T = \mathbf{g}_+ - \mathbf{g}_-$  sowie Zentroiden der Materialklassen aus einem Trainingsdatensatz für eine nachfolgende Klassifikation durch den MD-Klassifikator.

festgestellt werden. Für Beleuchtungsserien von  $D \leq 2$  Bildaufnahmen wird dabei mit dem MD-Klassifikator eine höhere Korrektklassifikationsrate erreicht, sonst liefert der 3-NN-Klassifikator durchwegs eine bessere Klassifikationsleistung. Dabei konvergiert die Korrektklassifikationsrate der Vorwärtsselektion und des PCA-Beleuchtungsansatz gegen die der kompletten Basisserie. Die erzielte Korrektklassifikationsrate durch die weiße Aufsichtbeleuchtung liegt bei beiden Klassifikatoren deutlich unterhalb der anderen Beleuchtungsansätze. Im Fall der diskriminativen Beleuchtung durch eine Maximierung des KRV weisen die relativen Diskriminanzpotentiale  $\xi_1$  und  $\xi_2$ , vgl. hierzu (5.176), bei allen Basisbeleuchtungen auf eine hohe Relevanz beider Beleuchtungsmuster für die Klassentrennung hin. Dies kann ebenfalls anhand der Korrektklassifikationsrate beobachtet werden, die durch Hinzunahme des zweiten Merkmals sprunghaft ansteigt und ihr Maximum erreicht.

Für eine Bewertung der diskriminativen Beleuchtung ist die maximale erreichte Korrektklassifikationsrate sowie die dafür benötigte Anzahl an Bildaufnahmen

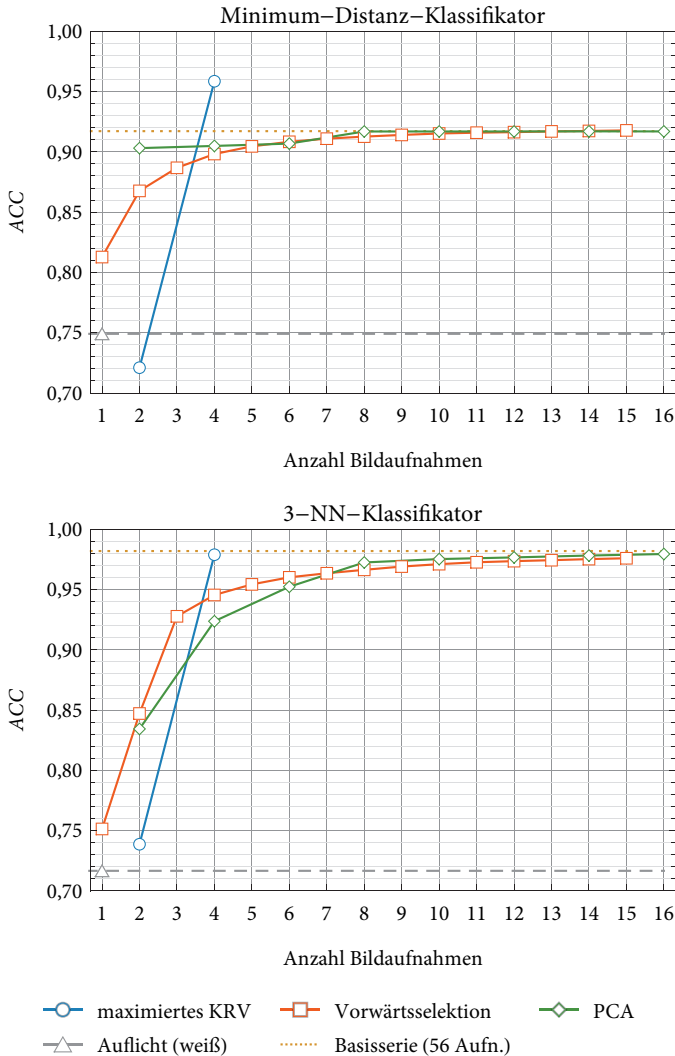
von zentralem Interesse. Für eine genauere Analyse sind die Ergebnisse aus Abb. 5.14, Abb. 5.15 und Abb. 5.16 in Tabelle 5.1 auf Seite 154 zusammengefasst. Im Folgenden werden ausgewählte Korrektklassifikationsraten zusammengefasst, verglichen und diskutiert.

Die Ergebnisse für den MD-Klassifikator zeigen, dass die maximale Korrektklassifikationsrate durch den diskriminativen Beleuchtungsansatz für eine Maximierung des KRV erzielt wird, unabhängig von der Wahl der Basisbeleuchtung. Über die verschiedenen Basisbeleuchtungen gemittelt ist die dadurch erzielte Korrektklassifikationsrate von 0,96 um 4,5 Prozentpunkte höher im Vergleich zur Beleuchtung mit kompletten Basisserien. Gleichzeitig werden dafür nur 4 Bildaufnahmen benötigt, dies entspricht einem Anteil von circa 7 % der impulsförmigen Basisbeleuchtungsserie. Auch durch Vorwärtsselektion und den PCA-basierten Beleuchtungsansatz kann der Aufwand für die Bildgewinnung auf nur 14 bis 16 Aufnahmen reduziert werden, wobei weiterhin näherungsweise die gleiche Klassifikationsleistung wie durch die komplette Basisserie erreicht wird.

Für den 3-NN-Klassifikator wird die höchste Korrektklassifikationsrate durch die Beleuchtung von kompletten Basisserien erzielt, diese liegt im Mittel bei 0,98. Die gemittelte Korrektklassifikationsrate der diskriminativen Beleuchtung über die verschiedenen Basisbeleuchtungen liegt mit 0,7 Prozentpunkten nur geringfügig darunter, bei gleichzeitiger Reduktion auf nur 4 benötigte Bildaufnahmen. Näherungsweise gleich hohe Korrektklassifikationsraten werden auch durch die Vorwärtsselektion und die PCA-basierte Beleuchtung erzielt, dies jedoch bei ungefähr 4-fachem Beleuchtungsaufwand gegenüber der diskriminativen Beleuchtung.

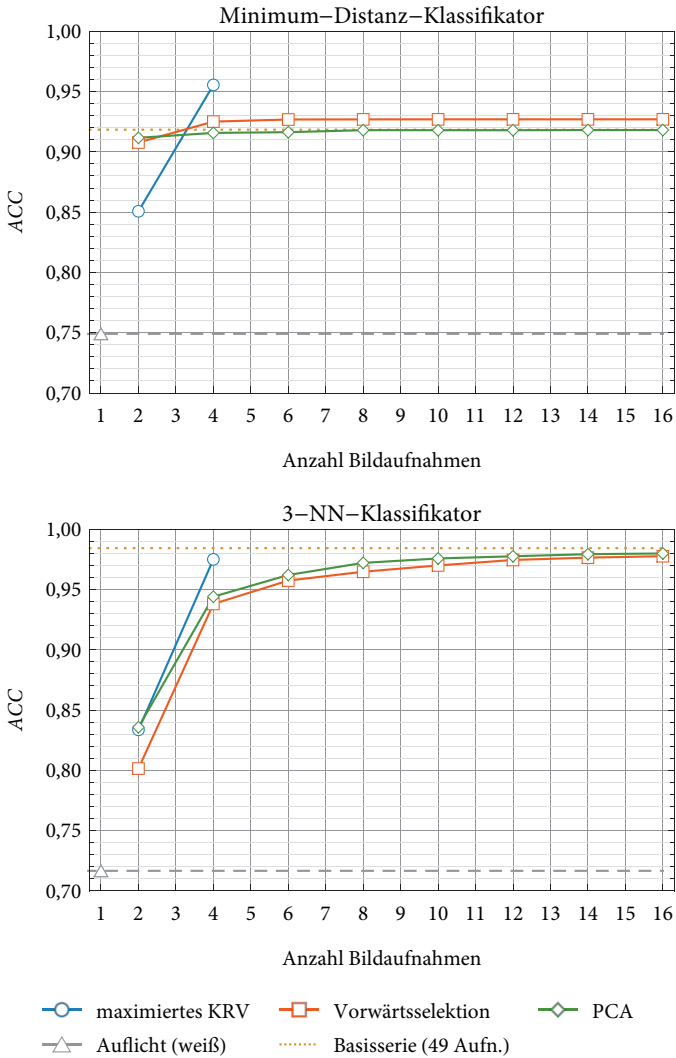
Ein minimaler Aufwand für die Bildgewinnung kann offensichtlich durch die verschiedenen Aufsicht-Beleuchtungsverfahren sichergestellt werden. Für die weiße Aufsichtbeleuchtung liegt die erzielte Korrektklassifikationsrate des MD-Klassifikators um 21,1 Prozentpunkte, des 3-NN-Klassifikators um 25,9 Prozentpunkte unter der mittleren Korrektklassifikationsrate durch die diskriminative Beleuchtung. Eine verbesserte Korrektklassifikationsrate wird durch die RGB-Aufsichtbeleuchtung erzielt, diese liegt für den MD-Klassifikator um 6,7 Prozentpunkte, für den 3-NN-Klassifikator um 3,7 Prozentpunkte jedoch weiterhin unter der diskriminativen Beleuchtung, die nur einen geringen Mehraufwand hinsichtlich der Anzahl benötigter Bildaufnahmen darstellt.



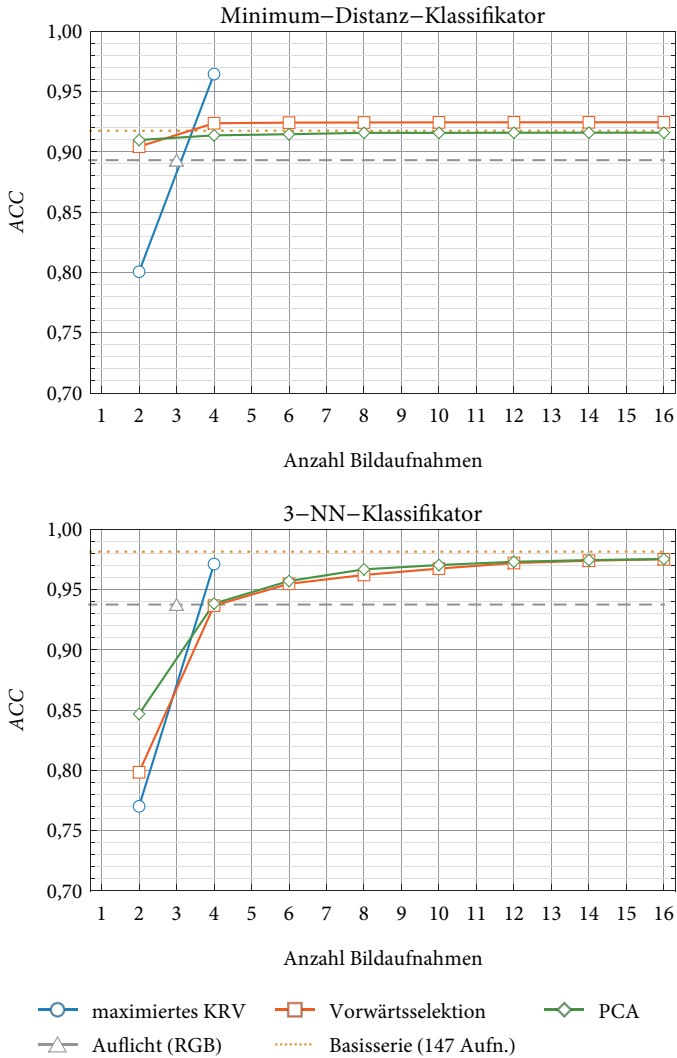


**Abbildung 5.14.:** Impulsförmige Basisbeleuchtungsmuster: Korrektklassifikationsrate ACC des diskriminativen Beleuchtungsansatzes. Die Maximierung des KRV wird Vergleichsbeleuchtungsansätzen gegenübergestellt. Das relative Diskriminanzpotential der diskriminativen Beleuchtungsmuster beträgt hier  $\xi_1 = 0,525$  und  $\xi_2 = 0,475$ .

## 5. Optische Merkmalsextraktion durch hemisphärische Beleuchtungsmuster



**Abbildung 5.15.:** Zonale Basisbeleuchtungsmuster: Korrektclassifikationsrate  $ACC$  des diskriminativen Beleuchtungsansatzes. Die Maximierung des KRV wird Vergleichsbeleuchtungsansätzen gegenübergestellt. Das relative Diskriminanzpotential der diskriminativen Beleuchtungsmuster beträgt hier  $\xi_1 = 0,517$  und  $\xi_1 = 0,482$ .



**Abbildung 5.16.:** Zonale RGB-Basisbeleuchtungsmuster: Korrektclassifikationsrate ACC des diskriminativen Beleuchtungsansatzes. Die Maximierung des KRV wird Vergleichsbeleuchtungsansätzen gegenübergestellt. Das relative Diskriminanzpotential der diskriminativen Beleuchtungsmuster beträgt hier  $\xi_1 = 0,515$  und  $\xi_2 = 0,485$ .

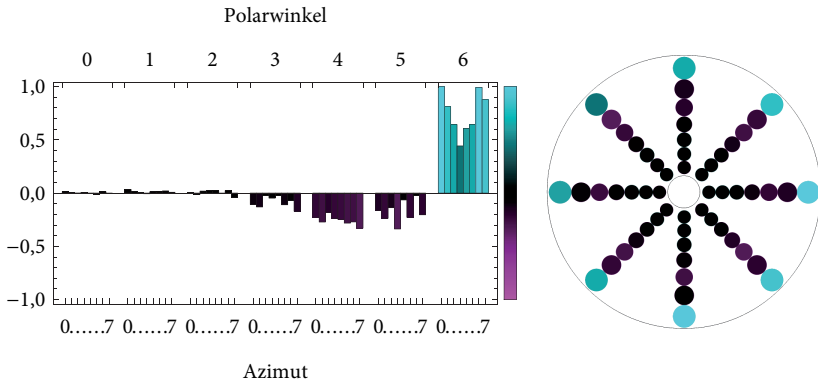
## 5. Optische Merkmalsextraktion durch hemisphärische Beleuchtungsmuster

	MD-Klassifikator			3-NN-Klassifikator		
	IB	ZB	RGB-ZB	IB	ZB	RGB-ZB
Basisserie	0,917/56	0,910/49	0,917/147	<u>0,982/56</u>	<u>0,984/49</u>	0,981/147
KRV	<u>0,959/4</u>	<u>0,956/4</u>	<u>0,965/4</u>	<u>0,979/4</u>	<u>0,975/4</u>	0,971/4
VS	<u>0,918/15</u>	<u>0,927/16</u>	<u>0,925/16</u>	0,976/15	0,978/16	0,968/16
PCA	0,917/14	0,918/14	0,916/16	0,979/16	0,980/16	0,975/16
AL weiß		0,749/1			0,716/1	
AL RGB		0,893/3			0,938/3	

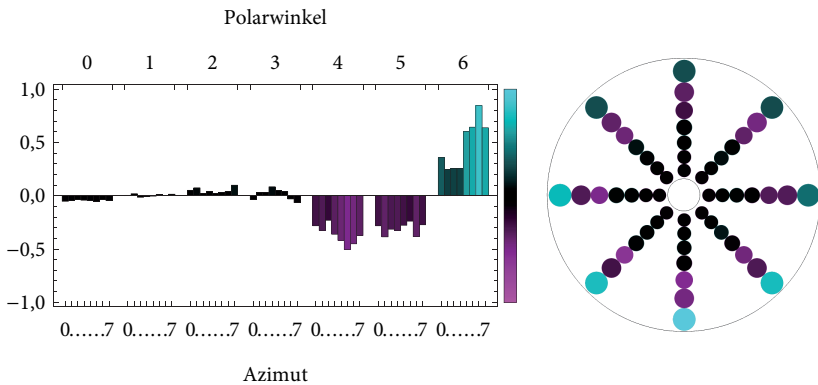
**Tabelle 5.1.:** Maximale Korrektklassifikationsrate und Anzahl benötigter Bildaufnahmen durch diskriminative Beleuchtung (KRV), komplette Basisserie, Vorwärtsselektion (VS) und PCA-basierte Beleuchtung (PCA) auf Grundlage der impulsförmigen Beleuchtungsbasis (IB), zonalen Beleuchtungsbasis (ZB) sowie zonalen RGB-Beleuchtungsbasis (RGB-ZB). Als Vergleichswerte sind die erzielten Korrektklassifikationsraten durch Standard-Auflichtbeleuchtungen mit weißem Licht (AL weiß) und sequentielle Auflichtbeleuchtung durch die einzelnen Projektorfarbkanäle (AL RGB) eingetragen. Für jede Beleuchtungsbasis und jeden Klassifikator ist der Ansatz mit der höchsten Korrektklassifikationsrate durch Unterstreich hervorgehoben, zudem ist die geringste Anzahl benötigter Bildaufnahmen zur Erreichung der maximalen Korrektklassifikationsrate **fett** markiert.

**5.5.2.2.2. Analyse der diskriminativen Beleuchtungsmuster** Neben der ermittelten Klassifikationsleistung können auch die optimalen Gewichtungsvektoren  $\mathbf{w}_{\text{KRV}}^{\rightarrow j}$ ,  $j = 1, \dots, D$  der diskriminativen Beleuchtung, die in Abb. 5.17 bis 5.19 auf den Seiten 155–157 grafisch dargestellt sind, analysiert und interpretiert werden. In Abschn. 5.5.1.3.3 wird gezeigt, dass der diskriminative Beleuchtungsansatz für ein maximales KRV äquivalent zur Fisher'schen Diskriminanzanalyse ist. Daher können die gewonnenen Gewichtungsvektoren bzw. die diskriminativen Beleuchtungsmuster im Sinne einer statistischen Diskriminanzanalyse interpretiert werden.<sup>6</sup> Neben der Beurteilung der extrahierten Merkmale  $j = 1, \dots, D$  durch ihr relatives Diskriminanzpotential  $\xi_j$  ist dabei vor allem die Bewertung der einfließenden Basisbeleuchtungsmuster  $i = 1, \dots, Q$  bezüglich ihres Beitrags zur Klassentrennbarkeit von Interesse. Dadurch kann eine Bewertungsreihenfolge der Basisbeleuchtungen erstellt werden, um eine relevante Auswahl von Basisbeleuchtungen für eine gegebene Problemstellung zu ermitteln.

<sup>6</sup>Strenggenommen muss hierfür, ähnlich wie auch in der probabilistischen Formulierung der Diskriminanzanalyse [Fahrmeir+ 96], eine multivariate Normalverteilungsannahme mit homogener Kovarianzmatrix über die Klassen hinweg vorausgesetzt werde [Bortz 05].

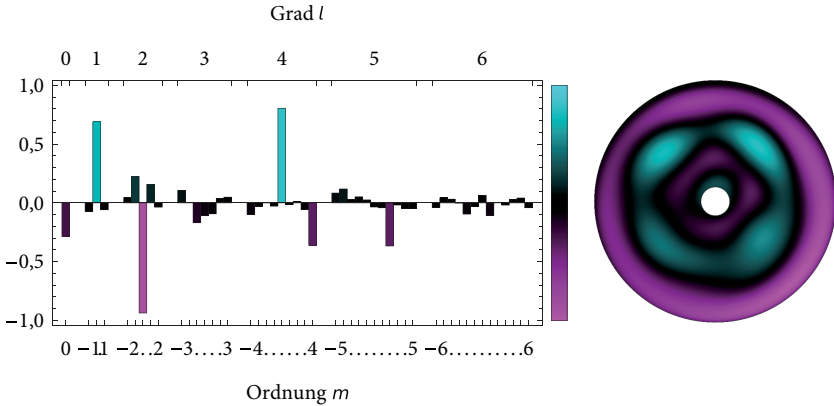


Lösungsvektor  $\vec{w}_{\text{KRV}_1}$  mit relativem Diskriminanzpotential  $\xi_1 = 0,525$

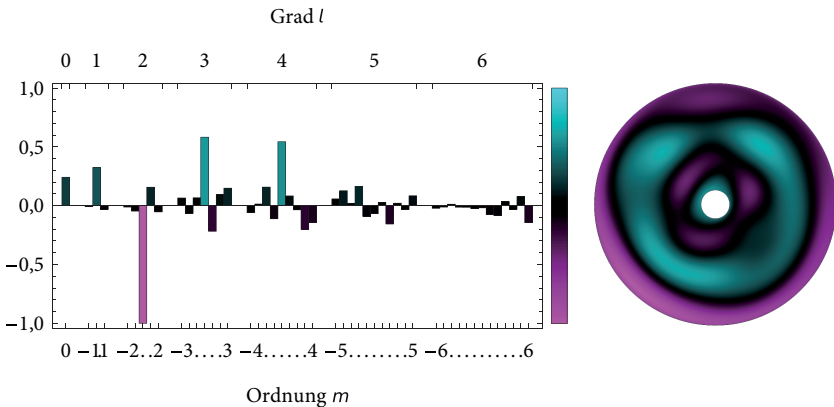


Lösungsvektor  $\vec{w}_{\text{KRV}_2}$  mit relativem Diskriminanzpotential  $\xi_2 = 0,475$

**Abbildung 5.17:** Impulsförmige Basisbeleuchtung: Darstellung der Lösungen  $\vec{w}_{\text{KRV}_j}$ ,  $j = 1, 2$  mit maximalem Kontrast-Rausch-Verhältnis zur Materialklassifikation und deren Kodierung als diskriminative Beleuchtungsmuster (parabolische Abbildung). Für eine übersichtlichere Darstellung werden die Richtungen der impulsförmigen Basisbeleuchtungen auf der Hemisphäre durch die in Abb. 5.11 dargestellte Nummerierung bezeichnet. Die farbliche Kennzeichnung dient hier der Unterscheidung positiver und negativer Gewichtungsfaktoren, die separat durch zwei einzelne Beleuchtungsmuster und physikalische Bildaufnahmen umgesetzt werden müssen.

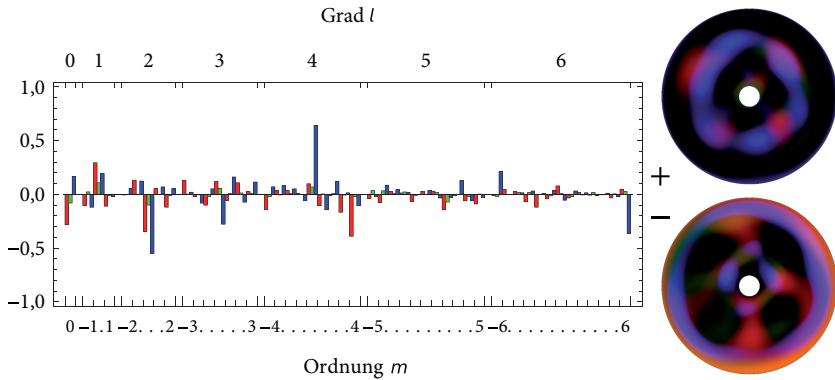


Lösungsvektor  $\vec{w}_{\text{KRV}_1}$  mit relativem Diskriminanzpotential  $\xi_1 = 0,517$

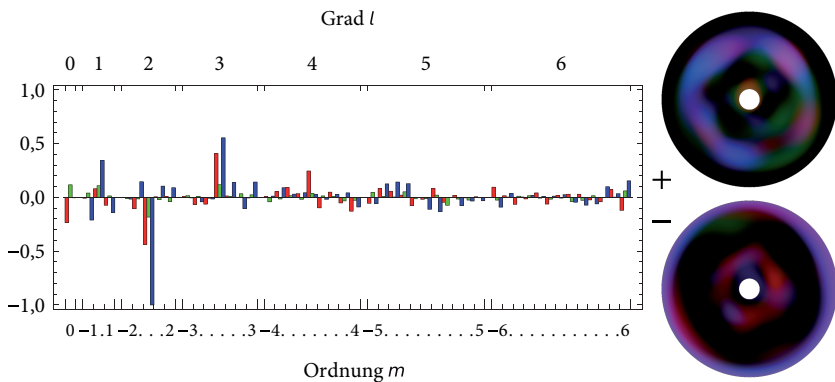


Lösungsvektor  $\vec{w}_{\text{KRV}_2}$  mit relativem Diskriminanzpotential  $\xi_2 = 0,482$

**Abbildung 5.18.:** Zonale Basisbeleuchtung: Darstellung der Lösungen  $\vec{w}_{\text{KRV}_j}$ ,  $j = 1, 2$  mit maximalem Kontrast-Rausch-Verhältnis zur Materialklassifikation und deren Kodierung als diskriminative Beleuchtungsmuster (parabolische Abbildung). Die Gewichtung der zonalen Basisbeleuchtungsmuster ist hier über dem Grad  $l = 0, \dots, 6$  und Ordnung  $|m| < l$  dargestellt. Die farbliche Kennzeichnung dient hier der Unterscheidung positiver und negativer Gewichtungsfaktoren, die separat durch zwei einzelne Beleuchtungsmuster und physikalische Bildaufnahmen umgesetzt werden müssen.



Lösungsvektor  $\vec{w}_{\text{KRV}_1}$  mit relativem Diskriminanzpotential  $\xi_1 = 0,515$



Lösungsvektor  $\vec{w}_{\text{KRV}_2}$  mit relativem Diskriminanzpotential  $\xi_2 = 0,485$

**Abbildung 5.19.:** Zonale RGB-Basisbeleuchtung: Lösungsdarstellung  $\vec{w}_{\text{KRV}_j}$ ,  $j = 1, 2$  mit maximalem Kontrast-Rausch-Verhältnis zur Materialklassifikation und deren Kodierung als diskriminative Beleuchtungsmuster (parabolische Abbildung). Die Gewichtung der zonalen RGB-Basisbeleuchtungsmuster ist hier über dem Grad  $l = 0, \dots, 6$  und Ordnung  $|m| < l$ , sowie, farblich entsprechend, über den drei Farbkanälen des Projektors dargestellt. Die farbliche Kennzeichnung der Beleuchtungsmuster entspricht hier der trichromatischen Beleuchtung durch den Projektor. Positive und negative Gewichtungsfaktoren, die getrennt durch zwei einzelne physikalische Bildaufnahmen umgesetzt werden müssen, sind hier durch separate Beleuchtungsmuster dargestellt.

In der Literatur [Hair+ 10; Thomas 92; Huberty 84] existieren verschiedene Ansichten und Ansätze zur Interpretation diskriminanzanalytischer Ergebnisse. In der Monografie [Rencher 12] wird hierzu die Interpretation der (standardisierten) Gewichte empfohlen, mit denen die gegebenen Variablen, im vorliegend Fall die Basisbeleuchtungsmuster, in die Linearkombination für die Merkmalsextraktion eingehen. Dadurch wird implizit die Korrelation der eingehende Variablen untereinander berücksichtigt. Für eine direkte Interpretation der Gewichte müssen die eingehenden Variablen bzgl. ihrer Skala und Varianz kommensurabel sein. Im Kontext der diskriminativen Beleuchtung kann davon zumindest für die zonalen RGB-Basisbeleuchtungen nicht ausgegangen werden, da Bildwerte richtungsabhängiger und spektraler Reflektanzmerkmale verglichen werden. Sei  $w_{\overrightarrow{\text{KR\ddot{V}}ij}}$  das Gewicht der  $i$ -ten Basisbeleuchtung im  $j$ -ten diskriminativen Beleuchtungsmuster mit  $i = 1, \dots, Q$  und  $j = 1, \dots, D$ . Für eine Interpretation des diskriminativen Beleuchtungsmuster müssen daher nach [Rencher 12] die standardisierten Gewichte

$$w_{\overrightarrow{\text{KR\ddot{V}}ij}}^* := \sqrt{s_{ii}} \cdot w_{\overrightarrow{\text{KR\ddot{V}}ij}} \quad (5.184)$$

betrachtet werden, wobei  $s_{ii}$  das  $i$ -te Diagonalelement der Intra-Klassen-Streumatrix  $\mathbf{S}_W$  ist, vgl. hierfür Abschn. 5.5.1.3.3. Der Faktor  $\sqrt{s_{ii}}$  entspricht somit der Intra-Klassen-Standardabweichung der  $i$ -ten eingehenden Variablen. Durch die Standardisierung werden die Gewichte  $w_{\overrightarrow{\text{KR\ddot{V}}ij}}^*$  vergleichbar und der Absolutbetrag  $|w_{\overrightarrow{\text{KR\ddot{V}}ij}}^*|$  kann als relativer Beitrag der  $i$ -ten eingehenden Variablen bzw. der  $i$ -ten Basisbeleuchtung zur Klassentrennung durch das  $j$ -te Merkmal interpretiert werden. Ein hoher Betrag deutet dabei auf eine hohe Relevanz der Basisbeleuchtung für die Klassentrennbarkeit hin, kleine Werte können hingegen als redundante oder irrelevante Beleuchtungen interpretiert werden.

Für  $D > 1$ , wie im hier vorliegend Fall mit  $D = 2$ , wird der Betrag einer Basisbeleuchtung zur Klassentrennbarkeit durch die gemittelten standardisierten Gewichte

$$\overrightarrow{w_{\text{KR\ddot{V}}i}}^* := \sum_j^D \xi_i |w_{\overrightarrow{\text{KR\ddot{V}}ij}}^*| \quad (5.185)$$

für alle extrahierten Merkmale zusammengefasst. Der Gewichtungsfaktor  $\xi_i$  entspricht hierbei dem relativen Diskriminanzpotential des  $i$ -ten Merkmals bzw. des diskriminativen Beleuchtungsmusters.

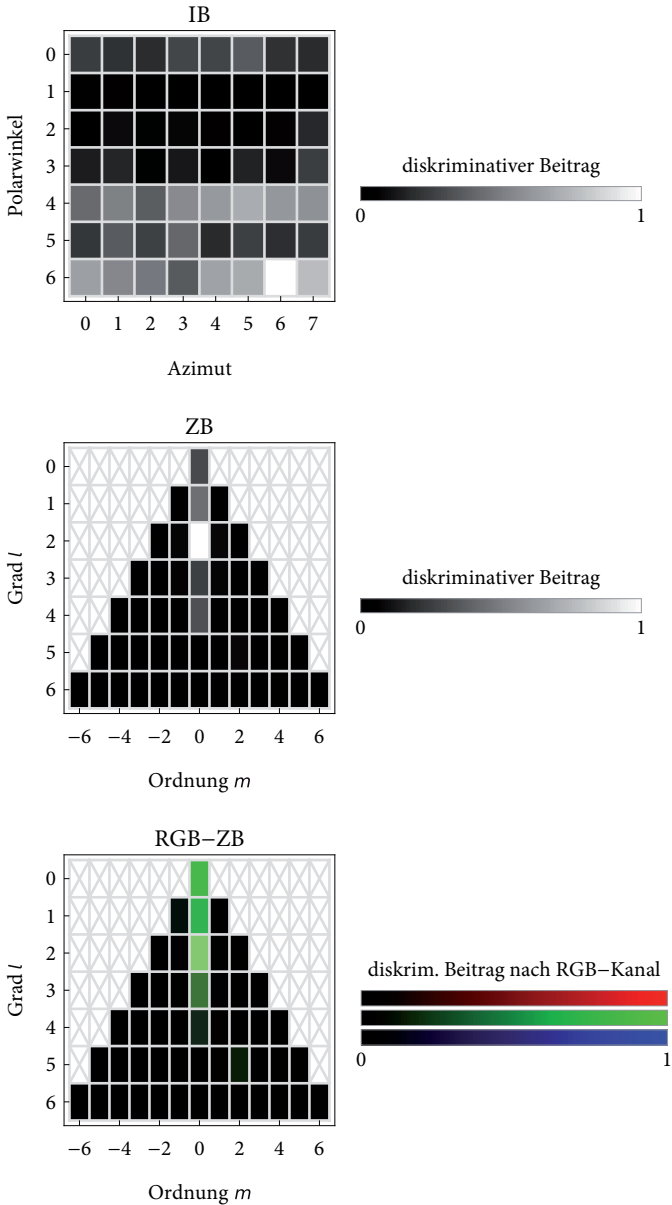


In Abb. 5.21 auf Seite 161 sind die gemittelten standardisierten Gewichte der diskriminativen Beleuchtungsmuster aus der Versuchsdurchführung in Abschn. 5.5.2.1 Punkt 1 für alle Beleuchtungsbasen dargestellt. Für die impulsförmige Beleuchtungsbasis ist ein höherer diskriminatorischer Beitrag für die Basisbeleuchtungen mit Polarwinkel  $\theta \geq 50,4^\circ$  und  $\theta \leq 19,4^\circ$  feststellbar, was sowohl einer flachen als auch steilen Beleuchtung der Leiterplatine entspricht. Ein Maximum wird dabei von der impulsförmigen Beleuchtung aus der Richtung  $\theta = 71^\circ$  und  $\phi = 270^\circ$  erreicht, die demnach einen hohen Beitrag für die reflektanzbasierte Materialunterscheidung leistet.

Für die zonale Beleuchtungsbasis und zonale RGB-Beleuchtungsbasis konzentriert sich der diskriminatorische Beitrag auf die gleichen wenigen Basisbeleuchtungen vom Grad  $l \leq 4$  und Ordnung  $m = 0$ . Ein Maximum wird dabei sowohl bei der zonalen Beleuchtungsbasis als auch bei der zonalen RGB-Beleuchtungsbasis vom Beleuchtungsmuster mit Grad  $l = 2$  und Ordnung  $m = 0$  erreicht. Ein Vergleich mit Abb. 5.6 zeigt, dass fast ausschließlich die Richtungsmodulation bezüglich des Polarwinkels zu einer Materialunterscheidung beiträgt. Zudem zeigt die Visualisierung der Auswertung der zonalen RGB-Beleuchtungsbasis, dass der diskriminatorische Beitrag zur Klassentrennung der Materialien größtenteils durch die Beleuchtung durch den grünen Farbkanal geleistet wird. Dies wird erst durch die Standardisierung der Gewichtungsvektoren erkennbar, wie durch einen Vergleich der unstandardisierten Gewichtungsvektoren und Beleuchtungsmuster in Abb. 5.19 deutlich zu erkennen ist. Eine Betrachtung von Abb. 5.8 zeigt, dass die verwendete Kamera eine hohe spektrale Empfindlichkeit in Bezug auf den grünen Beleuchtungskanal besitzt.

### 5.5.2.3. Diskriminative Beleuchtung unter Berücksichtigung von Messrauschen

In der bisherigen experimentellen Evaluierung der diskriminativen Beleuchtung wurde der Grenzfall einer hohen Sensorbestrahlung untersucht, sodass der Einfluss des Messrauschens nach (5.172) vernachlässigt werden konnte. Im Nachfolgenden soll das Messrauschen für die Erzeugung diskriminativer Beleuchtungsmuster mitberücksichtigt werden. Die Grundlage hierfür bildet das in Abschn. 5.5.1.3.4 modellierte Optimierungsproblem, das die Bestrahlung des Kamerasensors durch die Nebenbedingung (5.177b) gemäß  $\|\mathbf{w}_j\|_1 \leq \eta_{\max}$  mitberücksichtigt.



**Linke Abbildung 5.21.:** Gemittelte standardisierte Gewichte  $\overline{w_{\text{KRV}_i}^*}$  für  $i = 1, \dots, Q$  der diskriminativen Beleuchtungsmuster für die impulsförmige Basisbeleuchtung (IB) mit  $Q = 56$ , zonale Basisbeleuchtung (ZB) mit  $Q = 49$  und zonale RGB-Basisbeleuchtung (RGB-ZB) mit  $Q = 147$ . Für die jeweilige Beleuchtungsbasis ist  $\overline{w_{\text{KRV}_i}^*}$  für die Visualisierung auf  $[0, 1]$  skaliert, sodass der Wert 1 dem höchsten diskriminatorischen Beitrag eines Basisbeleuchtungsmusters entspricht. Für die zonale RGB-Basisbeleuchtung ist der Beitrag der einzelnen Farbkanäle farblich entsprechend durch eine additive Überlagerung der Farben dargestellt.

Der experimentelle Ablauf erfolgt im Wesentlichen wie zuvor in Abschn. 5.5.2.1 beschrieben anhand der Leiterplatte, aufgrund des in Abschn. 5.5.2.2.1 festgestellten geringen Einflusses der Beleuchtungsbasis auf das Klassifikationsergebnisse wird im Nachfolgenden jedoch nur die in Abb. 5.11 dargestellten impulsförmigen Beleuchtungsbasis untersucht. Wie zuvor wird die Reflektanzvariabilität durch die Streumatrizen  $\mathbf{S}_B$  und  $\mathbf{S}_W$  modelliert, die nach Abschn. 5.5.1.2.2 und Abschn. 5.5.1.3.2 bestimmt werden. Der Einfluss des Messrauschens wird durch Einsetzen der Kameraverstärkung  $\gamma$  sowie der Rauschvarianz  $\sigma_{\text{read}}^2$  in die Zielfunktion (5.177a) berücksichtigt, diese werden wie in Abschn. 5.5.1.2.1 beschrieben für die verwendete Kamera geschätzt. Zudem muss für das signalabhängige Schrotrauschen der klassenspezifische Erwartungswert  $\overline{g}_c$  für  $c = 1, \dots, N_K$  ermittelt, siehe hierzu Abschn. 5.5.1.3.1, und in die Zielfunktion eingesetzt werden. Um den Einfluss des Messrauschens für unterschiedliche Bestrahlungen  $\|\mathbf{w}_j\|_1$  zu untersuchen, wird für verschiedene Experimente  $q = 0, \dots, 13$  die Nebenbedingung (5.177b) durch

$$\|\mathbf{w}_j\|_1 \leq \eta_{\max, q} = \tau^q \eta_0 \quad (5.186)$$

mit  $\tau = \sqrt{2/3}$  ersetzt<sup>7</sup>, sodass die Begrenzung der Bestrahlung durch  $\eta_{\max, q}$  hinsichtlich einem fest gewählten  $\eta_0$  für jedes Experiment  $q$  exponentiell verringert wird. Für eine korrekte Belichtung des Sensors wird der Anfangswert  $\eta_0$  wie in Abschn. 5.5.1.3.5 beschrieben gemäß  $\eta_0 = g_{\max} / (2\|\overline{\mathbf{g}}_{\text{total}}\|_2)$  gewählt. Anschließend werden für jedes  $q$  die numerischen Lösungen  $\mathbf{w}_{\text{KRV}_j, q}$  für  $j = 1, 2$  wie in Abschn. 5.5.1.3.4 beschrieben mit Hilfe des Nelder-Mead-Verfahrens bestimmt. Die dadurch gewonnenen Lösungsvektoren sind in Abb. A.1 grafisch dargestellt. Die zugehörigen erzielten Lösungswerte des Kontrast-Rausch-Verhältnisses sind in dem Diagramm in Abb. 5.22 aufgetragen.

<sup>7</sup>Der Verringerungsfaktor  $\tau$  wurde hier empirisch unter Berücksichtigung des Dynamikumfangs der Kamera für eine festgelegte Anzahl von 15 Experimenten bestimmt.

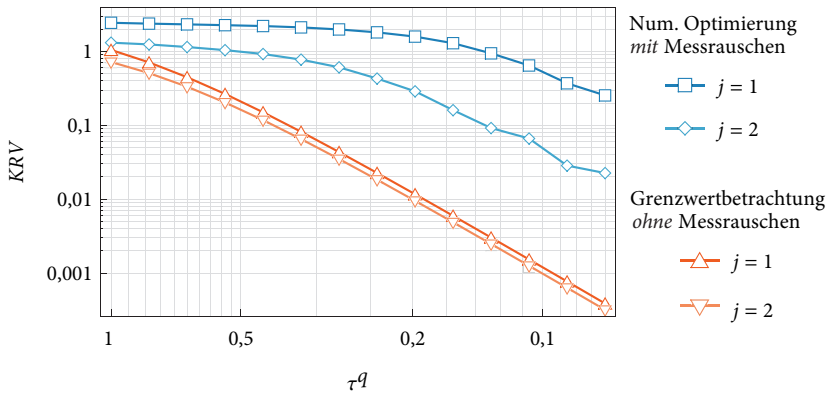
Zum Vergleich werden die Ergebnisse der numerischen Optimierung einem naiven Ansatz gegenübergestellt, bei dem die von der Sensorbestrahlung unabhängigen Lösungen  $\mathbf{w}_{\overleftarrow{\text{KR\ddot{V}}}_j}$  der Grenzwertbetrachtung aus Abschn. 5.5.2.1 so skaliert werden, dass sie zu einer vergleichbaren Sensorbestrahlung führen. Entsprechend zu den Nebenbedingungen in (5.186) werden hierfür die Skalierungsfaktoren

$$\eta_{j,q} := \frac{\tau^q \eta_0}{\|\mathbf{w}_{\overleftarrow{\text{KR\ddot{V}}}_j}\|_1} \quad (5.187)$$

definiert, sodass die skalierten Gewichtungsvektoren  $\widetilde{\mathbf{w}}_{\overleftarrow{\text{KR\ddot{V}}}_{j,q}} := \eta_{j,q} \mathbf{w}_{\overleftarrow{\text{KR\ddot{V}}}_j}$  die Nebenbedingung (5.186) für alle  $j$  und  $q$  durch  $\|\widetilde{\mathbf{w}}_{\overleftarrow{\text{KR\ddot{V}}}_{j,q}}\|_1 = \tau^q \eta_0$  mit Gleichheit erfüllen. Durch Einsetzen der skalierten Gewichtungsvektoren  $\widetilde{\mathbf{w}}_{\overleftarrow{\text{KR\ddot{V}}}_{j,q}}$  in (5.170) werden die erzielten Kontrast-Rausch-Verhältnisse für den naiven Ansatz ermittelt und mit den Lösungswerten der numerischen Optimierung verglichen, siehe hierzu ebenso Abb. 5.22.

Wie aus dem Diagramm in Abb. 5.22 hervorgeht, sinkt mit abnehmender Sensorbestrahlung, und damit zunehmendem Einfluss des Messrauschens, das erzielbare Kontrast-Rausch-Verhältnis. In der Grenzwertbetrachtung wird das Kontrast-Rausch-Verhältnis ohne den Einfluss von Messrauschen nur hinsichtlich der Reflektanzvariabilität maximiert, vgl. hierzu Abschn. 5.5.1.3.3. Die Differenz des erzielten Kontrast-Rausch-Verhältnisses durch die numerische Optimierung und die Grenzwertbetrachtung kann somit als der Einfluss des Messrauschens gegenüber der stochastischen Reflektanzvariabilität interpretiert werden. Für hohe Sensorbestrahlung ist der Einfluss des Messrauschens noch gering, sodass durch die skalierten Lösungen der Grenzwertbetrachtung  $\widetilde{\mathbf{w}}_{\overleftarrow{\text{KR\ddot{V}}}_{j,q}}$  noch ein vergleichbar hohes Kontrast-Rausch-Verhältnis erzielt wird. Für abnehmende Bestrahlungen wird der Einfluss des Messrauschens so groß, dass er bei der Modellierung und Optimierung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses berücksichtigt werden muss.

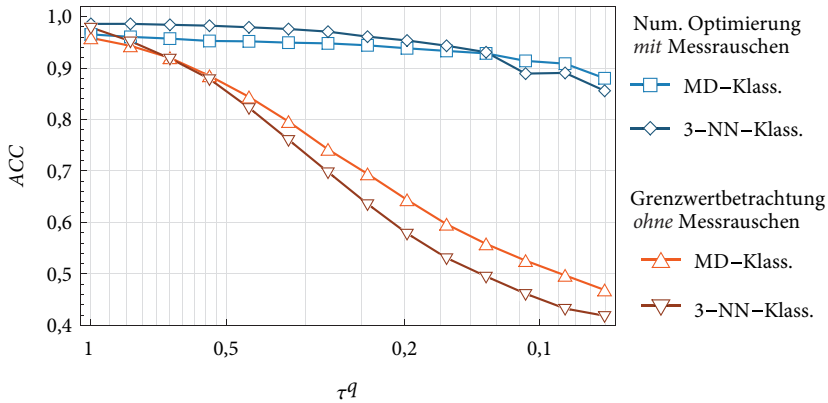
In einer experimentellen Evaluierung werden die durch numerische Optimierung gewonnenen Lösungen  $\mathbf{w}_{\text{KR\ddot{V}}_{j,q}}$  mit den skalierten Gewichtungsvektoren  $\widetilde{\mathbf{w}}_{\overleftarrow{\text{KR\ddot{V}}}_{j,q}}$  bezüglich der erzielten Klassifikationsleistung durch den MD- und 3-NN-Klassifikator verglichen. Hierzu werden die Gewichtungsvektoren bzw. Lösungen als diskriminative Beleuchtungsmuster kodiert und es werden, wie in Abschn. 5.5.2.1 Punkt 2 beschrieben, Beleuchtungsserien der Leiterplatte unter verschiedenen Rotationslagen aufgenommen und ausgewertet. Mit aufsteigendem  $q = 0, \dots, 14$  wird dabei in jedem Experiment, nach der beschriebenen



**Abbildung 5.22.:** Kontrast-Rausch-Verhältnisse gemäß (5.170) der durch numerische Optimierung von (5.177) gewonnenen Lösungen  $\mathbf{w}_{\text{KRV},j,q}$ ,  $j = 1, 2$  unter expliziter Berücksichtigung von Messrauschen sowie der durch naive Skalierung gewonnenen Lösungen der Grenzwertbetrachtung  $\widetilde{\mathbf{w}}_{\text{KRV},j,q}$ ,  $j = 1, 2$  ohne Berücksichtigung von Messrauschen. Das KRV ist bezüglich der Begrenzung des Strahlungsflusses bzw. der Sensorbestrahlung durch die rechte Seite der Nebenbedingung (5.186) aufgetragen, wobei der Faktor  $\tau^q$  die exponentielle Abnahme des durch den Anfangswert  $\eta_0$  festgelegten Strahlungsfluss modelliert.

Bestimmung bzw. Konstruktion von  $\mathbf{w}_{\text{KRV},j,q}$  und  $\widetilde{\mathbf{w}}_{\text{KRV},j,q}$ , der zu Anfangs durch  $\eta_{\text{max},0} = \eta_0$  festgelegte Strahlungsfluss der diskriminativen Beleuchtung schrittweise um den Faktor  $\tau^q$  herabgesetzt. Die experimentell ermittelten Klassifikationsleistungen für diese Versuchsreihe sind in Abb. 5.23 auf der nächsten Seite dargestellt.

Wie bereits die ermittelten Werte des Kontrast-Rausch-Verhältnisses in Abb. 5.22 vorwegnehmen, sinkt die erzielte Korrektklassifikationsrate für beide Klassifikatoren mit abnehmender Bestrahlung. Ein Vergleich der ermittelten Korrektklassifikationsraten bei geringen Bestrahlungen zeigt deutlich den Vorteil der numerischen Optimierung für die Bestimmung diskriminativer Beleuchtungsmuster. Bei einer Reduzierung der durch  $\eta_0$  festgelegten Bestrahlung um den Faktor  $\tau^q \approx 0,1$  sinkt die Korrektklassifikationsrate in der naiven Grenzwertbetrachtung um circa 39 Prozentpunkte (MD-Klassifikator) bzw. 42,5 Prozent-



**Abbildung 5.23.:** Experimentell ermittelte Korrektklassifikationsrate  $ACC$  bei schrittweiser Herabsetzung des Strahlungsflusses der diskriminativen Beleuchtungsmuster um den Faktor  $\tau^q$ . Verglichen werden hierbei die durch numerische Optimierung gewonnenen Lösungen  $\mathbf{w}_{KRV, j, q}$  unter expliziter Berücksichtigung von Messrauschen und die durch naive Skalierung gewonnenen Lösungen der Grenzwertbetrachtung  $\widetilde{\mathbf{w}}_{KRV, j, q}$  (keine Berücksichtigung von Messrauschen). Die Korrektklassifikationsrate bestimmt sich hier aus der vollständigen diskriminativen Beleuchtungsserie mit  $D = 2$ .

punkte (3-NN-Klassifikator) von der ursprünglichen Rate auf einen Wert von ungefähr  $ACC \approx 0,5$ , sodass die Materialklassifikation quasi nur noch zufällig erfolgt. Durch die explizite Modellierung des Messrauschens in der numerischen Optimierung kann selbst für die reduzierte Bestrahlung noch eine Korrektklassifikationsrate von  $ACC \approx 0,9$  erreicht werden. Bezüglich der Korrektklassifikationsrate unter der durch  $\eta_0$  festgelegten Bestrahlung entspricht dies einer wesentlich geringeren Absenkung von 9,5 Prozentpunkten (3-NN-Klassifikator) bzw. 5,2 Prozentpunkten (MD-Klassifikator).

Einen weiteren Einblick gibt die grafische Darstellung der durch Optimierung gewonnenen Gewichtungsvektoren  $\mathbf{w}_{KRV, j, q}$  in Abb. A.1 auf Seite 212 im Anhang und deren Vergleich mit den dort ebenfalls dargestellten skalierten Gewichtungsvektoren  $\widetilde{\mathbf{w}}_{KRV, j, q}$ . Wie zu erkennen ist, weist die Lösung der Grenzwertbetrachtung im Vergleich zu den optimierten Lösungen für  $q = 0, 1$  noch eine ähnliche Struktur auf, die aber mit zunehmender Herabsetzung des Strahlungs-

flusses durch größere  $q = 2, \dots, 13$  verloren geht. Für sich genommen weisen die numerisch gewonnenen Lösungen eine stetige Strukturänderung auf, die im Wesentlichen durch eine flache Beleuchtung der Leiterplatte durch große Polarwinkel hingehend zu einer steiler werdenden Beleuchtung bei einem geringen Strahlungsfluss beschrieben werden kann.

## 5.6. Anwendungsbeispiel Defektdetektion

Im Allgemeinen werden in der automatischen Sichtprüfung überwachte Klassifikationsverfahren, wenn möglich, bevorzugt. Dies setzt voraus, dass alle Klassen mit Hilfe einer ausreichend großen und aussagekräftigen Stichprobenmenge modelliert werden können. In einigen Problemstellungen der automatische Sichtprüfung, insbesondere der Oberflächeninspektion, ist es jedoch schwierig, die Defekte als eigene Klasse zu modellieren, da diese in der Regel unbekannt sind und eine hohe Variabilität aufweisen. Daher kann oft keine repräsentative Menge von Stichproben zur Charakterisierung der Defekte gewonnen werden. In diesem Fall kann die Sichtprüfungsaufgabe auf ein Ein-Klassen-Klassifikationsproblem, das gleichbedeutend mit der Problemstellung der Anomaliedetektion ist [Chandola+09], abgebildet werden. Im Gegensatz zu einem überwachten Zwei- oder Mehr-Klassen-Klassifikationsproblem wird dabei nur der Sollzustand der Prüfungsaufgabe als eine einzelne Zielklasse  $c_{\text{Ziel}}$  modelliert. Diese kann in der Regel gut charakterisiert werden, da für den Sollzustand genügend Stichproben vorliegen. Die Klassifikationsaufgabe besteht dann darin, für ein Merkmal  $\mathbf{m} \in \mathbb{M}$  zwischen den Hypothesen

$$H_0 : \mathbf{m} \text{ gehört der Zielklasse } c_{\text{Ziel}} \text{ an (Sollzustand)} \quad (5.188)$$

$$H_1 : \mathbf{m} \text{ stellt einen Ausreißer bzw. eine Anomalie dar} \quad (5.189)$$

zu entscheiden.

Im einfachsten Fall kann dabei das Merkmal  $\mathbf{m} \in \mathbb{G}$  mit  $\mathbb{G} \subset \mathbb{R}^Q$  direkt als  $Q$ -dimensionaler Bildwert einer Beleuchtungsserie von Basisbeleuchtungsmustern gewählt werden. Dieser Ansatz wurde bereits in [Gruna+11] erfolgreich für die Defektdetektion eingesetzt. Wie auch bei überwachten Klassifikationsverfahren hat dabei die Dimensionalität  $Q$  des Merkmals bzw. der Umfang der Beleuchtungsserien in zweierlei Hinsicht Einfluss auf die Defektdetektion: Zum einen kann sich bei einer begrenzten Lernstichprobe eine hohe Dimensionalität  $Q$

negativ auf die Performanz und Fehlerraten des Klassifikationsverfahrens auswirken, was in der Literatur gemeinhin als *Fluch der Dimensionalität* bezeichnet wird [Cord+08; Camastra+07], zum anderen wird durch die Anzahl  $Q$  der Bildaufnahmen maßgeblich die Prüfzeit der Inspektionsaufgabe vorgegeben. Eine Verringerung der Dimension bzw. Einschränkung der Beleuchtungsserie auf wenige relevante Beleuchtungsmuster ist daher wie im überwachten Fall in Abschn. 5.5 wünschenswert.

In diesem Abschnitt soll die in Abschn. 5.4 eingeführte optische Merkmalsextraktion im Kontext einer Ein-Klassen-Klassifikation zur Defektdetektion evaluiert werden. Hierfür werden im folgenden Abschn. 5.6.1 zunächst die Grundlagen der Ein-Klassen-Klassifikation gelegt und es werden zwei (annähernd) parameterfreie Ein-Klassen-Klassifikationsverfahren eingeführt. Anschließend werden in Abschn. 5.6.2 verschiedene Ansätze zur Erzeugung problemspezifischer Beleuchtungsmuster zur Defektdetektion auf Basis linearer Transformationen für eine unüberwachte Merkmalsextraktion vorgestellt. In diesem Zusammenhang wird auch ein neues, auf einer Clusteranalyse basierendes Verfahren zur unüberwachten Selektion relevanter Beleuchtungsrichtungen präsentiert. Abschließend werden in Abschn. 5.6.3 die problemspezifischen Beleuchtungsansätze anhand einer praktischen Defektdetektionsaufgabe zur Inspektion einer texturierten Oberfläche experimentell bewertet und verglichen.

## 5.6.1. Grundlagen der Ein-Klassen-Klassifikation

### 5.6.1.1. Modellierungsansätze und Fehlerdefinition

Die Basis für Ein-Klassen-Klassifikatoren (im Folgenden durch EKK abgekürzt) bildet die Annahme, dass Merkmale der Zielklasse eine gewisse „Nähe“ bzw. Ähnlichkeit zueinander aufweisen. Mit einer Proximitätsfunktion  $f_{c_{\text{Ziel}}}(\mathbf{m}; \zeta)$ , welche die Nähe einer Beobachtung  $\mathbf{m}$  zum Modell der Zielklasse  $c_{c_{\text{Ziel}}}$  angibt, kann ein Ein-Klassen-Klassifikator als Entscheidungsregel

$$\chi(f_{c_{\text{Ziel}}}(\mathbf{m}; \zeta) \geq t) = \begin{cases} 0, & \text{entscheide für } H_0, \\ 1, & \text{entscheide für } H_1 \end{cases} \quad (5.190)$$

formuliert werden [Juszczak 06]. Dabei bezeichnet  $\chi$  die Indikatorfunktion und  $t$  einen festzulegenden Schwellwert, der bei gegebener Proximitätsfunktion über



wahrer Sachverhalt	Entscheidung	
	$\widehat{H}_0$	$\widehat{H}_1$
$H_0$	$1 - \varepsilon_1$	$\varepsilon_1$
$H_1$	$\varepsilon_2$	$1 - \varepsilon_2$

**Tabelle 5.2.:** Fehlentscheidungen und Fehler bei der Ein-Klassen-Klassifikation. Die Fehler  $\varepsilon_1$  (Pseudofehler oder Fehlalarm) und  $\varepsilon_2$  (Fehlerschluß) entsprechen Schätzungen der Wahrscheinlichkeiten  $P(\widehat{H}_1 | H_0)$  bzw.  $P(\widehat{H}_0 | H_1)$ .

die Fehlerraten der Klassifikation entscheidet. Weiter werden durch  $\zeta$  die freien Parameter von  $f_{c_{Ziel}}$  bezeichnet. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird dabei angenommen, dass  $f_{c_{Ziel}}$  einem Distanzmaß entspricht und eine Distanz zwischen  $\mathbf{m}$  und dem Konzept der Zielklasse modelliert, d. h. Ausreißer weisen größere Funktionswerte auf. Alternativ kann die Proximitätsfunktion  $f_{c_{Ziel}}$  auch als Ähnlichkeitsmaß gewählt werden, sodass Ausreißer durch kleinere Funktionswerte ausgezeichnet werden. Dann ist die linke Seite von (5.190) durch  $\chi(f_{c_{Ziel}}(\mathbf{m}; \zeta) \leq t)$  zu ersetzen.

Durch den Schwellwertes  $t$  wird für ein festes Modell  $f_{c_{Ziel}}(\mathbf{m}; \zeta)$  der Zielklasse der Fehler 1. Art  $\varepsilon_1$  (Pseudofehler oder Fehlalarm) und Fehler 2. Art  $\varepsilon_2$  (Fehlerschluß) des Ein-Klassen-Klassifikators festgelegt siehe Tabelle 5.2 für eine weitere Erläuterung dieser Fehler. Da für das Training eines EKK nur Stichproben der Zielklasse vorliegen, kann nur der Fehler  $\varepsilon_1$  zuverlässig geschätzt werden. Der Fehler  $\varepsilon_2$  kann nur mit zusätzlichem Vorwissen, z. B. in Form einer Stichprobe der Ausreißer oder einer Verteilungsannahme, geschätzt werden. Sei  $\mathcal{D}_{\mathbb{M}} = (\mathbf{m}^{(i)}, i = 1, \dots, N_{\mathcal{D}})$  eine Lernstichprobe<sup>8</sup> der Zielklasse im Merkmalsraum und der maximale Fehler  $\varepsilon_1$  für die gegebene Aufgabenstellung festgelegt. Damit kann der Schwellwert  $t$  so gewählt werden, dass

$$\frac{1}{N_{\mathcal{D}}} \sum_i^{N_{\mathcal{D}}} \chi(f_{c_{Ziel}}(\mathbf{m}^{(i)}; \zeta) < t) \stackrel{!}{\approx} \varepsilon_1 \tag{5.191}$$

erfüllt wird. Demnach kann der Schwellwert  $t$  ebenso direkt als das empirische  $(1 - \varepsilon_1)$ -Quantil der Funktionswerte  $(f_{c_{Ziel}}(\mathbf{m}^{(i)}; \zeta), i = 1, \dots, N_{\mathcal{D}})$  berechnet werden.

<sup>8</sup>Die Lernstichprobe wird hier als Tupel (und nicht als Menge) notiert, da ein Element mehrmals in der Stichprobe enthalten sein kann.

Für die Bewertung von Ein-Klassen-Klassifikatoren hat sich die Analyse der *Receiver-Operating-Characteristic-Kurve*, kurz als ROC-Kurve bezeichnet, etabliert [Tax 01]. Die Grundlage für eine ROC-Analyse bildet ein annotierter Testdatensatz, der sowohl Stichproben der Zielklasse als auch der Ausreißer beinhaltet und mit dem die Fehlerwahrscheinlichkeiten  $\varepsilon_1(t)$  und  $\varepsilon_2(t)$  in Abhängigkeit von dem Schwellwert  $t$  geschätzt werden können. Nach [Pekalska+ 06] entspricht die ROC-Kurve für die Ein-Klassen-Klassifikation dann der Menge geordneter Paare  $\{-\infty \leq t \leq \infty : (\varepsilon_2(t), 1 - \varepsilon_1(t))\}$ , sodass die Abszisse den Fehler 2. Art und die Ordinate die Richtig-Positiv-Raten  $1 - \varepsilon_1$  repräsentiert.<sup>9</sup>

Um verschiedene ROC-Kurven zu vergleichen, kann die sogenannte *Fläche unterhalb der ROC-Kurve* (engl. *area under the curve*) als eine mögliche Vergleichsmaßzahl berechnet werden [Barrett+ 03]:

$$AUC = 1 - \int_0^1 \varepsilon_1(t) d\varepsilon_2(t) \quad (5.192)$$

$$= 1 + \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_1(t) \frac{d\varepsilon_2(t)}{dt} dt. \quad (5.193)$$

Die Kenngröße *AUC* stellt somit eine integrale Maßzahl der Klassifikator-Performanz über alle Schwellwerte  $t$  dar. Da  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  im Intervall  $[0, 1]$  liegen, gilt ebenfalls  $AUC \in [0, 1]$ , wobei der Wertebereich  $AUC \leq 0.5$  einer zufälligen oder systematisch falschen Klassifikatorentscheidung entspricht.

### 5.6.1.2. Dichte- und distanzbasierte Ein-Klassen-Klassifikation

In der Literatur [Tax 01; Juszczak 06; Pekalska+ 06] existieren zahlreiche Vorschläge für die Modellierung der Zielklasse durch die Funktion  $f_{c_{\text{Ziel}}}$ . Im Wesentlichen können dabei dichtebasierte, distanzbasierte und rekonstruktionsbasierte Ansätze unterschieden werden. Neben der Klassifikationsleistung in Bezug auf eine gegebene Problemstellung unterscheiden sich diese durch die Anzahl der durch den Benutzer festzulegenden Parameter  $\zeta$ , die von [Tax 01] auch als „magic parameters“ bezeichnet werden. Diese beeinflussen in entscheidender Weise die Leistung des Klassifikators, es existieren jedoch neben vollständiger Suche oft keine effizienten Verfahren um diese systematisch zu bestimmen.

---

<sup>9</sup>Für eine alternative Definition der ROC-Kurve siehe [Richards 05].

Für diese Arbeit wurde ein dichtebasierter und ein distanzbasierter Ansatz für die Ein-Klassen-Klassifikation gewählt, die beide im Nachfolgenden genauer erläutert werden, siehe hierzu auch Abb. 5.24 auf Seite 171 für eine beispielhafte Darstellung beider Ansätze. Da hier die Untersuchung problemspezifischer Beleuchtungsansätze im Vordergrund steht, wurde bei der Auswahl der Klassifikatoren nicht vorrangig auf die erzielbare Klassifikationsleistung, sondern auf eine einfache und intuitive Parametrierbarkeit der Verfahren geachtet.

**5.6.1.2.1. Gauß'sche Modellierung** Ein klassischer Ansatz zur Ein-Klassen-Klassifikation besteht in der Modellierung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Zielklasse. Diesem liegt die Annahme zugrunde, dass Ausreißer in Regionen mit niedriger Wahrscheinlichkeit beobachtet werden [Chandola+ 09]. Kann in Näherung angenommen werden, dass sich die Variabilität der Zielklasse durch eine additive Überlagerung einer hohen Anzahl unabhängiger Störungen erklärt, stellt die Gauß'sche Normalverteilung ein geeignetes und einfaches parametrisches Dichtemodell dar. Der EKK in (5.190) wird dann als

$$f_{c_{\text{Ziel}}}^{\text{Gauß}}(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}, \Sigma) := \frac{1}{(2\pi)^{n/2} \det(\Sigma)^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{m} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{m} - \boldsymbol{\mu})\right) \quad (5.194)$$

angesetzt, wobei die Parameter  $\boldsymbol{\mu}$  (Mittelwert) und  $\Sigma$  (Kovarianzmatrix) mit Hilfe der Lernstichprobe  $\mathcal{D}_{\text{M}}$  geschätzt werden müssen. Die Dichtefunktion der Normalverteilung (5.194) wird hier direkt als Ähnlichkeitsmaß verwendet. Ist die geschätzte Kovarianzmatrix regulär, benötigt dieser Modellierungsansatz keine vom Benutzer festzulegenden Parameter.<sup>10</sup> Alternativ kann das Gauß'sche Modell auch durch die quadrierte Mahalanobis-Distanz

$$f_{c_{\text{Ziel}}}^{\text{MD}}(\mathbf{m}; \boldsymbol{\mu}, \Sigma) := (\mathbf{m} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{m} - \boldsymbol{\mu}) \quad (5.195)$$

implementiert werden, die einer monoton fallenden Transformation von  $f_{c_{\text{Ziel}}}^{\text{Gauß}}$  entspricht [Pekalska+ 06]. Im Nachfolgenden wird der auf Gauß'scher Modellierung aufbauende Ein-Klassen-Klassifikator auch durch *Gauß-EKK* abgekürzt.

Trotz seiner Einfachheit und Unimodalität wird das Gauß'sche Modell in zahlreichen Anwendungen erfolgreich zur Anomaliedetektion eingesetzt, siehe hierzu [Chandola+ 09; Markou+ 03] für einen Literaturüberblick. In einem empirischen Vergleich in [Villalba+ 07] von Ein-Klassen-Klassifikatoren über verschiedene Datensätze schneidet dieses sogar als bester EKK ab. Darüber hinaus

<sup>10</sup>Im Fall einer singulären Kovarianzmatrix  $\Sigma$  muss die Matrixinvertierung in (5.194) mit Hilfe eines festzulegenden Regularisierungsparameters durchgeführt werden.

findet der Gauß'sche Modellierungsansatz weite Verbreitung als *Reed-Xiaoli-Anomaliedetektor* [Reed+ 90], kurz RX-Detektor, dem aufgrund seiner Echtzeitfähigkeit eine wichtige Bedeutung in der Analyse hyperspektraler Bilddaten in der Fernerkundung zukommt [Chang+ 02] und diesbezüglich auch ein verbreitetes Referenz-Verfahren darstellt [Matteoli+ 10].

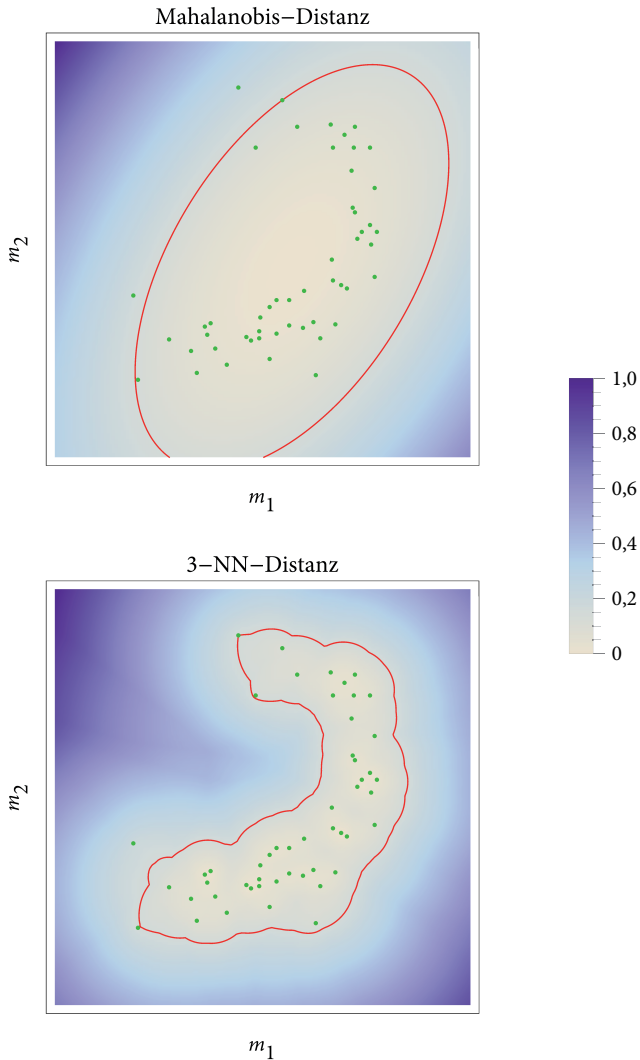
**5.6.1.2.2.  $K$ -Nächste-Nachbarn Modellierung** Um eventuelle Einschränkungen durch Modellierungsfehler zu vermeiden, kann die Proximitätsfunktion in (5.190) auch direkt als Distanz zur Lernstichprobe der Zielklasse implementiert werden. Unter der Annahme dass Ausreißer eine hohe Distanz zu ihrer nächsten Nachbarschaft aufweisen [Chandola+ 09], kann der Ein-Klassen-Klassifikator in (5.190) mit

$$f_{c_{\text{Ziel}}}^{\text{KNN}}(\mathbf{m}; K) := \frac{1}{K} \sum_{\mathbf{m}_i \in \text{NN}_K^{\mathcal{D}_M}(\mathbf{m})} \|\mathbf{m} - \mathbf{m}_i\|_2 \quad (5.196)$$

formuliert werden. Dabei bezeichnet  $\text{NN}_K^{\mathcal{D}_M}(\mathbf{m})$  die Teilmenge der  $K$  nächsten Nachbarn von  $\mathbf{m}$  aus der Lernstichprobe  $\mathcal{D}_M$ . Die  $K$ -Nächste-Nachbarn-Proximitätsfunktion  $f_{c_{\text{Ziel}}}^{\text{KNN}}(\mathbf{m}; K)$  gibt somit die durchschnittliche euklidische Distanz von  $\mathbf{m}$  zu den nächsten Nachbarn der Lernstichprobe an. Alternative Ansätze zur Berechnung der Distanz zu den  $K$  nächsten Nachbarn werden in [Harmeling+ 06] vorgestellt und untersucht. Die Anzahl  $K$  der nächsten Nachbarn stellt hier den einzigen vom Benutzer festzulegenden Parameter dar. Im Folgenden wird der auf  $K$ -Nächste-Nachbarn Modellierung basierende Ein-Klassen-Klassifikator durch  $K$ -NN-EKK abgekürzt.

## 5.6.2. Problemspezifische Beleuchtungsmuster für die Defektdetektion

Eine problemspezifische Beleuchtung für die Defektdetektion kann nach dem in Abschn. 1.2 vorgestellten Ansatz als optische Merkmalsextraktion für die Ein-Klassen-Klassifikation konzipiert werden. Hierzu werden im Folgenden verschiedene unüberwachte Ansätze vorgestellt und entwickelt, die als lineare Transformation formuliert und nach Abschn. 5.4 als problemspezifische Beleuchtungsmuster kodiert werden können. Im Sinne der Ein-Klassen-Klassifikation wird hierbei nur Vorwissen über die Zielklasse bzw. den Sollzustand genutzt.



**Abbildung 5.24.:** Beispielhafte Darstellung des Gauß'schen und  $K$ -Nächste-Nachbarn Modellierungsansatzes zur Ein-Klassen-Klassifikation in (5.190) für ein zweidimensionales Merkmal  $\mathbf{m} = (m_1, m_2)^T$ . Die Lernstichprobe  $\mathcal{D}_M$  ist durch grünen Punkte dargestellt, der Schwellwert  $t$  (rot) ist in beiden Modellen durch das gleiche  $(1 - \varepsilon_1)$ -Quantil festgelegt.

5.6.2.1. **Beleuchtungsmuster durch unüberwachte Merkmalsextraktion und -selektion**

Wie im bekannten Mehr-Klassen-Fall kann auch für die Ein-Klassen-Klassifikation eine problemspezifische Merkmalsextraktion  $\mathcal{W} : \mathbb{G} \mapsto \mathbb{M}$  durchgeführt werden, um mehrdimensionale Bildwerte  $\mathbf{g} \in \mathbb{G}$  mit  $\mathbb{G} \subseteq \mathbb{R}^Q$  auf Merkmale  $\mathbf{m} \in \mathbb{M} \subseteq \mathbb{R}^D$  niedrigerer Dimension  $D \leq Q$  abzubilden. Im Unterschied zu einem überwachten Mehr-Klassen-Klassifikationsproblem stehen für die Festlegung der Dimensionsreduktion durch  $\mathcal{W}$  jedoch nur eine Menge  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$  von Stichproben aus dem Musterraum der Zielklasse zur Verfügung. Es kann daher nicht auf ein direkt formuliertes, natürliches Gütekriterium wie den Klassifikationsfehler eines Validierungsdatensatzes zurückgegriffen werden. Dennoch ist auch für Ein-Klassen-Probleme eine Dimensionsreduktion möglich, indem alleine die Struktur einer Stichprobe der Zielklasse  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$  im Musterraum analysiert und für die Dimensionsreduktion berücksichtigt wird.

Die Voraussetzung für eine optische vorgelagerte Merkmalsextraktion bilden lineare Transformationen

$$\mathcal{W}\{\mathbf{g}\} := \mathbf{W}^T \mathbf{g} = \mathbf{m} \quad (5.197)$$

mit  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{Q \times D}$  und  $D \leq Q$ , die wie in Abschn. 5.4 beschrieben, durch eine gewichtete Superposition von Basisbeleuchtungsmustern kodiert und für die problemspezifische Bildgewinnung genutzt werden können. In Allgemeinen ist jede Dimensionsreduktion mit einem Verlust an Information verbunden. Ziel einer nutzbringenden Merkmalsextraktion für die Ein-Klassen-Klassifikation ist es daher, die Matrix  $\mathbf{W}$  unter Zuhilfenahme der Musterstichprobe  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$  so zu bestimmen, dass im Merkmalsraum  $\mathbb{M}$  die relevanten Strukturen der Zielklasse aus den Bilddaten  $\mathbb{G}$  erhalten bleiben.

Durch die lineare Transformation (5.197) kann auch eine Merkmalsselektion beschrieben werden, um eine Teilmenge relevanter Bildwerte bzw. korrespondierender Basisbeleuchtungsmuster des Bildwertvektors  $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_i, \dots, g_Q)^T$  zu bestimmen. Dazu sei  $\mathbf{W}_{\text{Sel}} = [w_{ij}]_{Q \times D}$  eine binäre Matrix mit  $w_{ij} \in \{0, 1\}$  sowie Spaltensummen  $\sum_i^Q w_{ij} = 1$  für alle  $j = 1, \dots, D$ . Durch die Wahl  $w_{ij} = 1$  wird also festgelegt, dass der Bildwert  $g_i$  als  $j$ -tes Merkmal in den reduzierten Merkmalsvektor  $\mathbf{m} = (m_1, \dots, m_j, \dots, m_D)^T$  übernommen wird, sodass  $m_j = g_i$  ist. Somit kann die Merkmalsselektion als Spezialfall der linearen Merkmalsextraktion in (5.197) betrachtet werden. Vorteile der Merkmalsselektion gegenüber der

Merkmalsextraktion liegen vor allem in der einfachen Interpretierbarkeit der Ergebnisse. Zudem ist leicht ersichtlich, dass aufgrund der schwachen Besetzung der Matrix  $\mathbf{W}_{\text{Sel}}$  und für eine Wahl von  $D \ll Q$  nicht der komplette Bildwertvektor, durch Messen, für die Merkmalsberechnung von  $\mathbf{m}$  zur Verfügung stehen muss.

In (5.155) wird auf Grundlage von Abschn. 4.2.2.3 ein vektorielles stochastisches Signalmodell für den Bildwert

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \tilde{\mathbf{g}} \quad (5.198)$$

einer Beleuchtungsserie eingeführt, durch das sowohl die Variabilität der Reflektanz durch die Zufallsvariable  $\mathbf{g}(\mathbf{r})$  als auch der Einfluss von Messrauschen durch  $\tilde{\mathbf{g}}$  beschrieben wird. Mit  $\bar{\mathbf{g}} = E_{\mathbf{r}, \tilde{\mathbf{g}}} \{\mathbf{g}\}$  kann die Kovarianzmatrix von  $\mathbf{g}$  in (5.198) durch

$$\text{Var}_{\mathbf{r}, \tilde{\mathbf{g}}} \{\mathbf{g}\} = E_{\mathbf{r}} \left\{ E_{\tilde{\mathbf{g}}|\mathbf{r}} \left\{ (\mathbf{g} - \bar{\mathbf{g}})(\mathbf{g} - \bar{\mathbf{g}})^T \right\} \right\} \quad (5.199)$$

$$= E_{\mathbf{r}} \left\{ E_{\tilde{\mathbf{g}}|\mathbf{r}} \left\{ (\mathbf{g} - \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{g}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{g}})(\mathbf{g} - \mathbf{g}(\mathbf{r}) + \mathbf{g}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{g}})^T \right\} \right\} \quad (5.200)$$

$$= E_{\mathbf{r}} \left\{ (\mathbf{g}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{g}})(\mathbf{g}(\mathbf{r}) - \bar{\mathbf{g}})^T \right\} \quad (5.201)$$

$$+ E_{\mathbf{r}} \left\{ E_{\tilde{\mathbf{g}}|\mathbf{r}} \left\{ (\mathbf{g} - \mathbf{g}(\mathbf{r}))(\mathbf{g} - \mathbf{g}(\mathbf{r}))^T \right\} \right\}$$

$$= \mathbf{C}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})} + E_{\mathbf{r}} \left\{ \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}|\mathbf{r}} \right\} \quad (5.202)$$

als Summe zweier Kovarianzmatrizen ausgedrückt werden. Dabei modelliert die Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_{\mathbf{g}(\mathbf{r})}$  die Variabilität der Reflektanzdaten, vgl. (5.149), und  $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}} := E_{\mathbf{r}} \left\{ \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}|\mathbf{r}} \right\}$  das Messrauschen der Kamera, wobei durch die bedingte Kovarianz die Signalabhängigkeit des Rauschens beschrieben wird, siehe hierzu auch [Myers+ 90]. Im Folgenden wird angenommen, dass die Kovarianz  $\text{Var}_{\mathbf{r}, \tilde{\mathbf{g}}} \{\mathbf{g}\}$  in (5.202) von der stochastischen Variabilität der Reflektanz dominiert wird, sodass der Einfluss des Messrauschens durch  $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{g}}}$  vernachlässigt werden kann. Dies wird hier in der späteren experimentellen Umsetzung durch eine geeignete Wahl der Belichtungseinstellung der Kamera erreicht, z. B. durch eine ausreichend lange Belichtungszeit. Das Bildsignalmodell in (5.198) vereinfacht sich dadurch zu  $\mathbf{g} = \mathbf{g}(\mathbf{r})$ , wodurch nur noch die Variabilität der Reflektanz wiedergegeben wird. Dies soll im Nachfolgenden auch für die Stichprobe  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}} = (\mathbf{g}^{(1)}, \mathbf{g}^{(2)}, \dots, \mathbf{g}^{(N_{\mathcal{D}})})$  gelten, die als Datengrundlage für die in diesem Abschnitt betrachteten und entwickelten Verfahren der linearen Merkmalsextraktion dient.

**5.6.2.1.1. Hauptkomponentenanalyse** Die Hauptkomponentenanalyse (engl.: *principal component analysis*), im Weiteren durch PCA abgekürzt, ist bis heute eines der verbreitetsten und wichtigsten unüberwachten Verfahren zur linearen Merkmalsextraktion [Hair+10]. Ziel der PCA ist es, unkorrelierte lineare Merkmale  $m_j = \mathbf{w}_j^T \mathbf{g}$  für  $j = 1, \dots, D$  mit maximaler Varianz zu erzeugen. In diesem Kontext wird die Varianz als der Informationsgehalt der erzeugten Merkmale interpretiert [Izenman 08]. Da  $\text{Var}\{m_j\} = \mathbf{w}_j^T \text{Var}\{\mathbf{g}\} \mathbf{w}_j$  gilt, können bei bekannter<sup>11</sup> Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_g := \text{Var}\{\mathbf{g}\}$  die Gewichtsvektoren  $\mathbf{w}_j$  durch sequentielles Lösen für  $j = 1, \dots, D$  des quadratischen Optimierungsproblems

$$\underset{\mathbf{w}_j}{\text{maximiere}} \quad \mathbf{w}_j^T \mathbf{C}_g \mathbf{w}_j \quad (5.203a)$$

$$\text{u. d. Nb.} \quad \mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_j = 1 \quad (5.203b)$$

$$\mathbf{w}_j^T \mathbf{C}_g \mathbf{w}_i = 0, \quad i = 1, \dots, j-1 \quad (5.203c)$$

bestimmt werden. Mit Hilfe des Lagrange-Verfahrens kann einfach gezeigt werden, siehe hierzu z. B. [Jolliffe 02], dass die Lösungen von (5.203) durch die Menge der normierten Eigenvektoren  $\{\mathbf{e}_j\}$  von  $\mathbf{C}_g$  gegeben sind, wobei die Reihenfolge der Eigenvektoren durch die absteigende Ordnung  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_j \geq \dots \geq \lambda_D \geq \dots > 0$  ihrer korrespondierenden Eigenwerte festgelegt ist. Mit der Normierungsbedingung in (5.203b) folgt zudem, dass die Varianz der Merkmale  $\text{Var}\{m_j\} = \lambda_j$  gerade dem korrespondierenden Eigenwert entspricht. Das Merkmal  $m_j$  wird gemeinhin auch als  $j$ -te Hauptkomponente bezeichnet [Jolliffe 02].

Neben der Maximierung der Varianz als Zielkriterium kann die Hauptkomponentenanalyse auch über einen minimalen Rekonstruktionsfehler motiviert werden. Dazu sei  $\mathcal{D}_G$  eine Stichprobenmenge der Zufallsvariablen  $\mathbf{g}$ , ohne Beschränkung der Allgemeinheit, mit Erwartungswert  $E\{\mathbf{g}\} = 0$ . Die Stichproben werden für die weitere Betrachtung als Spalten einer Datenmatrix  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{Q \times N_D}$  angeordnet. Gesucht sind nun eine orthonormale Gewichts-

---

<sup>11</sup>Die Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_g$  kann mit den bekannten Ansätzen aus der Stichprobe  $\mathcal{D}_G$  geschätzt werden, siehe [Kroschel 03] für Details.



matrix  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_D] \in \mathbb{R}^{Q \times D}$  mit  $D < Q$  und eine Koordinatenmatrix  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{D \times N_D}$ , die eine Lösung für das Optimierungsproblem

$$\underset{\mathbf{W}}{\text{minimiere}} \quad \|\mathbf{G} - \mathbf{W}\mathbf{M}\|_2^2 \quad (5.204a)$$

$$\text{u. d. Nb.} \quad \mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I} \quad (5.204b)$$

darstellen. Hierfür kann ebenfalls gezeigt werden, siehe hierzu z. B. [Barber 12; Murphy 12], dass (5.204) durch die Gewichtungsmatrix  $\mathbf{W}_{\text{PCA}} := [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_D]$  mit den nach absteigenden Eigenwerten geordneten Eigenvektoren der Kovarianzmatrix  $\mathbf{C}_g$  und durch die Koordinatenmatrix

$$\mathbf{M}_{\text{PCA}} = \mathbf{W}_{\text{PCA}}^T \mathbf{G} \quad (5.205)$$

minimiert wird. In diesem Zusammenhang kann  $\mathbf{W}_{\text{PCA}}$  auch als eine aus Basisvektoren aufgebaute Matrix verstanden werden. Anschaulich formuliert wird der Rekonstruktionsfehler bzgl. der  $L_2$ -Norm also minimal, wenn die Daten  $\mathbf{G}$  durch die Projektionsmatrix  $\mathbf{W}\mathbf{W}^T$  orthogonal auf den Unterraum der größten Eigenvektoren von  $\mathbf{C}_g$  projiziert werden. Da sowohl für (5.203) als auch für (5.204) die Lösungen durch die Eigenvektoren mit größten Eigenwerten gegeben sind, kann (5.205) hinsichtlich beider Zugänge als Berechnungsvorschrift für eine Merkmalsextraktion genutzt werden.

In der Literatur wurde jüngst die Plausibilität der PCA und deren Anwendung zur Merkmalsextraktion für die Ein-Klassen-Klassifikation bzw. Anomaliedetektion diskutiert [Shen 07; Liu+ 07b]. Sowohl empirische Studien in [Villalba+ 07] als auch theoretische Untersuchungen von [Tax+ 03] weisen darauf hin, dass die ersten Hauptkomponenten mit maximaler Varianz für die Anomaliedetektion eher ungeeignet sind und dass stattdessen vorzugsweise eine Merkmalsextraktion durch die Hauptkomponenten der kleinsten Eigenwerte erfolgen sollte. Diese Vorgehensweise wird in der Literatur auch als *Minor Component Analysis*, im folgenden durch MCA abgekürzt, bezeichnet [Jolliffe 02]. Anschaulich kann dies damit begründet werden, dass die zu detektierenden Ausreißer bzw. Anomalien quasi als Rauschen aufgefasst werden können, dass sich in der Regel vornehmlich in den Hauptkomponenten mit geringer Varianz abbildet, siehe [Tax+ 03] für eine ausführliche Behandlung. Für eine Merkmalsextraktion analog zu (5.205) werden für die MCA alle Eigenwerte von  $\mathbf{C}_g$  bestimmt und es wird eine Gewichtungsmatrix  $\mathbf{W}_{\text{MCA}} := [\mathbf{e}_Q, \mathbf{e}_{Q-1}, \dots, \mathbf{e}_{Q-D+1}]$  aus aufsteigend sortierten Eigenvektoren für die gewünschte Merkmalsdimension  $D$  konstruiert.

5.6.2.1.2. **Nichtnegative Matrixfaktorisierung (NMF)** Da bei der PCA nur die Unkorreliertheit bzw. Orthogonalität durch die Nebenbedingung (5.203c) gefordert wird, besitzen die Gewichtungsvektoren in  $\mathbf{W}_{\text{PCA}}$  sowohl positive als auch negative Einträge, die nicht direkt physikalisch interpretiert werden können und somit wie in Abschn. 5.3 beschrieben durch mehrere Beleuchtungsmuster kodiert werden müssen. Zudem sind die einzelnen Gewichtungsvektoren schwierig zu interpretieren, da durch eine Linearkombination positiver und negativer Gewichte komplexe Aufhebungseffekte erzeugt werden können.

Verfahren der Nichtnegativen Matrixfaktorisierung, im Folgenden durch NMF abgekürzt, erlauben es, die oft vorhandene physikalischer Bedeutung nichtnegativer Daten bei der Datenanalyse zu berücksichtigen. In Anlehnung an die Formulierung der PCA in (5.205) werden die Daten hierfür als Produkt zweier Matrizen mit ausschließlich positiven Koeffizienten modelliert. Das von [Lee+ 99] eingeführte Verfahren und zahlreiche Abwandlungen davon wurde in vielen Anwendungen für die Analyse nichtnegativer Daten, wie z. B. Reflektanzspektren [Pauca+ 06], Genexpressionsdaten [Brunet+ 04], Audiosignalen [Virtanen+ 08] und Intensitätsbildern [Guillamet+ 03] erfolgreich eingesetzt. Durch die additive Darstellung der Daten durch wenige nichtnegative Basisvektoren ist oft eine intuitive Interpretation der Basis- und Koeffizientenvektoren möglich. Diesbezüglich wurde z. B. von [Lee+ 99] gezeigt, dass die aus einer Menge von Gesichtsbildern durch NMF bestimmten Basisvektoren semantischen Bereichen des Gesichts, wie z. B. Augen und Nase, entsprechen.

Ist  $\mathbf{G} \in \mathbb{R}_+^{Q \times N_{\mathcal{D}}}$  eine nichtnegative Datenmatrix aufgebaut aus der Stichprobenmenge  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$ , dann leisten NMF-Verfahren eine Berechnung einer approximativen Zerlegung  $\mathbf{G} \approx \mathbf{W}\mathbf{M}$  in nichtnegative Matrizen  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_D] \in \mathbb{R}_+^{Q \times D}$  und  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}_+^{D \times N_{\mathcal{D}}}$ . In der Regel wird hierfür  $D \ll \min\{Q, N_{\mathcal{D}}\}$  gewählt, um eine Dimensionsreduktion bzw. Kompression der Daten zu erreichen. Die Faktorisierung kann dabei als Approximation der Daten  $\mathbf{G}$  durch eine nichtnegative Linearkombination von positiven Basisvektoren  $\{\mathbf{w}_j, j = 1, \dots, D\}$  interpretiert werden, wobei die Spalten von  $\mathbf{M}$  die Koeffizienten der entsprechenden Spalte von  $\mathbf{G}$  beinhalten. Analog zur Hauptkomponentenanalyse können dabei die Spaltenvektoren von  $\mathbf{M}$  als Merkmale niedrigerer Dimension  $D$  interpretiert werden.

Die beschriebene approximative Matrixfaktorisierung kann als nichtlineares Optimierungsproblem

$$\underset{\mathbf{W}}{\text{minimiere}} \quad \|\mathbf{G} - \mathbf{W}\mathbf{M}\|_2^2 \quad (5.206a)$$

$$\text{u. d. NB.} \quad \mathbf{W} \geq 0 \quad (5.206b)$$

$$\mathbf{M} \geq 0 \quad (5.206c)$$

formuliert werden. Neben der  $L_2$ -Norm zur Modellierung des Approximationsfehlers kann auch die Kullback-Leibler-Divergenz als Gütefunktion eingesetzt werden [Theodoridis+ 08]. Für die Bestimmung der Lösungen  $\mathbf{M}_{\text{NMF}}$  und  $\mathbf{W}_{\text{NMF}}$  von (5.206) werden in der Literatur zahlreiche verschiedene iterative Verfahren vorgeschlagen, mit deren Hilfe lokale Minima berechnet werden können, siehe [Gaujoux+ 10; Cichocki+ 09; Sra+ 06] für eine Übersicht verschiedener Lösungsverfahren. Im Unterschied zur PCA besitzt die NMF keine geschlossen darstellbare Lösung und somit auch keine generalisierbare Berechnungsvorschrift wie die PCA in (5.205), die für die Merkmalsberechnung neu vorliegender Daten genutzt werden kann. Für neu vorliegende Daten müssen die Merkmale  $\mathbf{M}_{\text{NMF}}$  durch erneutes Lösen des Optimierungsproblem (5.206) berechnet werden. Zur Umgehung dieser Problematik wird in der Literatur [Feng+ 02; Soukup+ 08] vorgeschlagen, die berechnete Koeffizientenmatrix  $\mathbf{M}$  nach der Optimierung komplett zu verwerfen und, in Anlehnung an lineare Projektionsverfahren wie die PCA, die Koeffizientenmatrix

$$\mathbf{M}_\perp = (\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{G} \quad (5.207)$$

als Merkmal für die Daten  $\mathbf{G}$  heranzuziehen, die durch orthogonale Projektion von  $\mathbf{G}$  auf den Spaltenraum von  $\mathbf{W}$  gewonnen wird. Da die Transformationsmatrix zur Merkmalsberechnung  $(\mathbf{W}^T \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^T$  in der Regel jedoch auch negative Einträge aufweist, geht auch die Nichtnegativität der Merkmale  $\mathbf{M}_\perp$  verloren. Für eine optische Umsetzung der Merkmalsextraktion gemäß (5.207) muss daher weiterhin eine Kodierung negativen Werte durch mehrere Beleuchtungsmuster vorgenommen werden.

Um auch eine nichtnegative Merkmalsberechnung sicherzustellen zu können, wurde von Yuan und Oja in [Yuan+ 05] die *projective nonnegative matrix factorization*, im Folgenden durch PNMF abgekürzt, als Variante der NMF vorgeschlagen.

In Anlehnung an die PCA wird dabei die Koeffizientenmatrix  $\mathbf{M}$  in (5.206) durch  $\mathbf{W}^T \mathbf{G}$  ersetzt:

$$\underset{\mathbf{W}}{\text{Minimiere}} \quad \|\mathbf{G} - \mathbf{W}\mathbf{W}^T \mathbf{G}\|_2^2 \quad (5.208a)$$

$$\text{u. d. NB.} \quad \mathbf{W} \geq 0. \quad (5.208b)$$

Sind die Spalten von  $\mathbf{W}$  orthogonal, kann  $\mathbf{W}\mathbf{W}^T$  in (5.208a) direkt als Projektionsmatrix interpretiert werden. Obwohl die Orthogonalität der Spalten von  $\mathbf{W}$  in dem Optimierungsproblem nicht explizit als Nebenbedingung formuliert wird, kann gezeigt werden, dass die durch iterative Lösung von (5.208) berechnete Lösungen  $\mathbf{W}_{\text{PNMF}}$  der PNMF in der Regel näherungsweise orthogonale Spalten besitzen [Yang+ 10]. Im Gegensatz zur NMF liefert die PNMF dadurch mit  $\mathbf{W}_{\text{PNMF}} \mathbf{W}_{\text{PNMF}}^T \mathbf{G}$  eine explizite Repräsentation der Daten  $\mathbf{G}$ , die auf neu vorliegende Daten übertragen werden kann. Eine Merkmalsextraktion kann demnach durch

$$\mathbf{M}_{\text{PNMF}} = \mathbf{W}_{\text{PNMF}}^T \mathbf{G} \quad (5.209)$$

erfolgen. Zudem wird durch die Nebenbedingung (5.208b) sichergestellt, dass  $\mathbf{W}_{\text{PNMF}}$  nur positive Koeffizienten aufweist. Daher kann die durch (5.209) beschriebene Merkmalsextraktion direkt durch  $D$  einzelne Beleuchtungsmuster umgesetzt werden. Aufgrund ihrer Nähe zur PCA, vgl. hierzu (5.204a), wird die PNMF oft auch als Art *nichtnegative PCA* betrachtet [Yang+ 10].

**5.6.2.1.3. Laplacian-Score-Merkmalbewertung** Im Rahmen einer experimentellen Studie wurden von [Villalba+ 07] verschiedene Kombinationen dem Stand der Technik entsprechenden unüberwachten Merkmalsselektionsverfahren und Ein-Klassen-Klassifikatoren über einer Reihe unterschiedlicher Datensätze evaluiert. Gute Klassifikationsergebnisse wurden hierbei mit dem  $K$ -Nächste-Nachbarn Distanzklassifikator, vgl. hierzu Abschn. 5.6.1.2.2, und dem von [He+ 05] vorgeschlagenen *Laplacian Score* zur Merkmalsbewertung hinsichtlich einer Merkmalsselektion erzielt. Ähnlich wie bei dem *Laplacian Eigenmaps* benannten Ansatz nach [Belkin+ 03] zur nichtlinearen Dimensionsreduktion wird hierbei die lokale Nachbarschaftsstruktur einer Stichprobenmenge  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$  durch einen Ähnlichkeitsgraphen  $G$  modelliert. Die Grundidee des Laplacian-Score-Verfahrens besteht nun in der Selektion derjenigen Merkmale, welche zu der durch  $G$  modellierten lokalen Nachbarschaftsstruktur wesentlich beitragen

und diese, im Umkehrschluss, am besten erhalten. Es folgt eine knappe Erläuterung des Verfahrens zur Merkmalsselektion und dessen Umsetzung für die Erzeugung problemspezifischer Beleuchtungsmuster.

**Definition 5.2** (Graphmatrizen). Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph mit Knotenmenge  $V = \{v_k, k = 1, \dots, N\}$ , Kantenmenge  $E \subseteq V \times V$  und positiven Kantengewichten.

- ▷ Die *gewichtete Adjazenzmatrix*  $\mathbf{S} = [s_{kl}]_{N \times N}$  des Graphen  $G$  ist eine symmetrische Matrix mit nichtnegativen Einträgen  $s_{kl} \geq 0$ . Für  $s_{kl} > 0$  existiert die Kante  $(v_k, v_l) \in E$  und besitzt das Kantengewicht  $s_{kl}$ . Ist  $s_{kl} = 0$ , existiert keine Kante zwischen den Knoten  $v_k$  und  $v_l$ .
- ▷ Die *gewichtete Gradmatrix*  $\mathbf{D}$  des Graphen  $G$  ist definiert durch die Diagonalmatrix  $\mathbf{D} := \text{diag}(d_1, \dots, d_k, \dots, d_N)$  mit den *gewichteten Knotengraden*  $d_k = \sum_{l=1}^N s_{kl}$  für  $k = 1, \dots, N$ .
- ▷ Die *Laplace-Matrix*  $\mathcal{L}$  von  $G$  ist definiert als die Differenz  $\mathcal{L} := \mathbf{D} - \mathbf{S}$ .

□

Sei wie zuvor  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}} = (\mathbf{g}^{(k)}, k = 1, \dots, N_{\mathcal{D}})$  ein Stichprobe der multivariaten Zufallsvariablen  $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_i, \dots, g_Q)^T$ , die den Bildwert einer Beleuchtungsserie repräsentiert. Im Rahmen der angestrebten Merkmalsselektion werden die Bildwerte  $g_i$  als Merkmale betrachtet, aus denen eine nutzbringende Teilmenge bestimmt werden soll. Für die nachfolgenden Betrachtungen wird für das Merkmal  $i = 1, \dots, Q$  der Stichprobenvektor  $\mathbf{g}'_i := (g_i^{(1)}, g_i^{(2)}, \dots, g_i^{(N_{\mathcal{D}})})^T$  definiert, der alle Beobachtungen eines einzelnen Merkmals zusammenfasst.

Im Laplacian-Score-Verfahren werden die Datenpunkte  $\mathbf{g}^{(k)}$  der Stichprobe mit der Knotenmenge  $V = \{v_k, k = 1, \dots, N_{\mathcal{D}}\}$  des Ähnlichkeitsgraphen  $G$  assoziiert. Die Ähnlichkeitsstruktur der Daten wird durch eine gewichtete Adjazenzmatrix  $\mathbf{S} = [s_{kl}]_{N_{\mathcal{D}} \times N_{\mathcal{D}}}$  modelliert, die den Ähnlichkeitsgraphen  $G$  induziert. Die Kantengewichte  $s_{kl}$  geben dabei ein Maß für die Ähnlichkeit der korrespondierenden Datenpunkte  $\mathbf{g}^{(k)}$  und  $\mathbf{g}^{(l)}$  an.

Der Ähnlichkeitsgraphen  $G$  muss dabei problemabhängig gewählt werden, eine intuitive Festlegung kann beispielsweise durch den symmetrischen  $K$ -Nächsten-Nachbarn-Graphen erfolgen, dessen Kantengewichte durch

$$s_{kl} = \begin{cases} 1, & \mathbf{g}^{(k)} \in \text{NN}_K^{\mathcal{D}_G}(\mathbf{g}^{(l)}) \vee \mathbf{g}^{(l)} \in \text{NN}_K^{\mathcal{D}_G}(\mathbf{g}^{(k)}) \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases} \quad (5.210)$$

festgelegt werden [He+ 11]. In dieser Arbeit wird für die Konstruktion eines Ähnlichkeitsgraphen auf Basis von (5.210) die Nachbarschaft  $\text{NN}_K^{\mathcal{D}_G}$  mit Hilfe der euklidischen Distanz bestimmt.

Mit dem Ähnlichkeitsgraphen  $G$  bzw. dessen gewichteten Adjazenzmatrix  $\mathbf{S}$  und den Definitionen der Graphmatrizen in Definition 5.2 kann schließlich der Laplacian Score nach [He+ 05] für die Bewertung einzelner Merkmale hinsichtlich einer Merkmalsselektion eingeführt werden.

**Definition 5.3** (Laplacian Score). Der *Laplacian Score* des Merkmals  $g_i$  ist definiert als

$$\mathcal{L}_i := \frac{\tilde{\mathbf{g}}_i^T \mathcal{L} \tilde{\mathbf{g}}_i}{\tilde{\mathbf{g}}_i^T \mathbf{D} \tilde{\mathbf{g}}_i} \quad (5.211)$$

wobei  $\tilde{\mathbf{g}}_i$  gemäß

$$\tilde{\mathbf{g}}_i := \mathbf{g}'_i - \frac{\mathbf{g}'_i{}^T \mathbf{D} \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T \mathbf{D} \mathbf{1}} \mathbf{1} \quad (5.212)$$

festgelegt ist und  $\mathbf{1} := (1, \dots, 1)^T$  den Einsvektor bezeichnet.  $\square$

Geeignete Merkmale für die Merkmalsselektion, welche lokale Nachbarschaftsbeziehungen erhalten, zeichnen sich durch kleine Werte von  $\mathcal{L}_i$  aus. Für eine anschauliche Deutung von  $\mathcal{L}_i$ , siehe hierzu auch [He+ 05], wird durch Einsetzen der Definition 5.2 von  $\mathcal{L}$  und  $\mathbf{D}$  in (5.211) der Ausdruck

$$\mathcal{L}_i = \frac{\sum_{kl}^{N_D} s_{kl} (g_i^{(k)} - g_i^{(l)})^2}{\text{Var}_{\mathbf{S}} \{\mathbf{g}'_i\}} \quad (5.213)$$

gewonnen. Hierbei wird durch  $\text{Var}_S \{\mathbf{g}'_i\}$  die gewichtete Varianz des Merkmals  $g_i$  bezüglich der Adjazenzmatrix  $\mathbf{S}$  bezeichnet, die wie folgt definiert ist:

$$\text{Var}_S \{\mathbf{g}'_i\} := \sum_k^{N_D} d_k (g_i^{(k)} - \mu_i)^2 \quad (5.214)$$

mit

$$\mu_i := \frac{1}{\sum_k^{N_D} d_k} \sum_k^{N_D} d_k g_i^{(k)}. \quad (5.215)$$

Durch eine Minimierung des Zählers  $\sum_{kl}^{N_D} s_{kl} (g_i^{(k)} - g_i^{(l)})^2$  in (5.213) werden Merkmale, welche die lokale Nachbarschaftsstruktur von  $G$  wiedergeben, bevorzugt. Für  $s_{kl} \neq 0$  weisen diese Merkmale durch kleine Werte  $(g_i^{(k)} - g_i^{(l)})^2$  ebenfalls eine Ähnlichkeit auf, und sind somit konsistent mit der lokalen Nachbarschaftsstruktur von  $G$ . Zudem werden durch eine Maximierung des Nenners  $\text{Var}_S \{\mathbf{g}'_i\}$  Merkmale mit einer hohen Varianz bevorzugt. Ähnlich wie bei der Merkmalsextraktion durch die PCA dient hier die Varianz als Gütemaß für den Informationsgehalt des Merkmals.

Für die Erzeugung von Beleuchtungsmustern werden die Merkmale bzw. die denen zugrunde liegende Bildwerte  $g_i$  der Beleuchtungsserie durch den Laplacian Score  $\mathcal{L}_i$  bewertet und aufsteigend sortiert. Sei  $\pi$  eine Permutation der Indexmenge  $\{i, i = 1, \dots, Q\}$ , sodass  $\mathcal{L}_{\pi(i)} \leq \mathcal{L}_{\pi(i+1)}$  ist und somit durch  $g_{\pi(1)}, g_{\pi(2)}, \dots, g_{\pi(M)}$  eine aufsteigende Sortierung der Merkmale nach ihrem Laplacian Score gegeben ist. Für die optische Umsetzung der Merkmalsextraktion bzw. -selektion durch  $D$  problemspezifische Beleuchtungsmuster wird schließlich die binäre Gewichtungsmatrix  $\mathbf{W}_{LS} := [w_{ij}]_{Q \times D}$  durch

$$w_{ij} := \begin{cases} 1, & i = \pi(j) \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases} \quad (5.216)$$

für  $i = 1, \dots, Q$  und  $j = 1, \dots, D$  definiert.

### 5.6.2.2. Problemspezifische Beleuchtungsmuster durch Clusteranalyse

Es ist leicht einzusehen, dass die Bilder einer Basisbeleuchtungsserie stark korreliert sein können und somit bestimmte Basisbeleuchtungsmuster redundant

und für eine Defektdetektion entbehrlich sind. Als Maß für die Redundanz kann die Ähnlichkeit der Bildwerte unter den verschiedenen Basisbeleuchtungsmustern betrachtet werden. Im Kontext der Merkmalsselektion wurde bereits von [Mitra+ 02] gezeigt, dass die Analyse und Bewertung der Ähnlichkeit von Merkmalen für eine Selektion genutzt werden kann. In [Martínez-Uso+ 07; Jia+ 08] wurden auf dieser Grundlage bereits erste Ansätze für eine mögliche Dimensionsreduktion hyperspektraler Bilder entwickelt.

In diesem Abschnitt wird ein Verfahren vorgestellt, das mit Hilfe einer unüberwachten Clusteranalyse redundante Basisbeleuchtungsmuster zusammenfasst, um daraus eine reduzierte Teilmenge von Basisbeleuchtungsmustern für die Aufnahme informationstragender Bilder zu gewinnen. Das Verfahren ist in Algorithmus 1 auf Seite 184 zusammengefasst; die einzelnen Schritte werden im Nachfolgenden motiviert und im Detail erläutert.

**5.6.2.2.1. Redundanzbewertung durch Transinformation** Als informationstheoretisches Maß für die Redundanz wird die (normierte) *Transinformation* verwendet, welche die wechselseitige Information zweier Zufallsgrößen angibt [Maes+ 97]. Je größer die Transinformation zwischen zwei Zufallsgrößen ist, desto geringer ist der Informationsgewinn durch Betrachtung der zweiten Größe. In der Literatur [Peng+ 05; Liu+ 07a; Auffarth+ 10] wird die Transinformation als Gütemaß für die Merkmalsselektion eingesetzt, um eine Merkmalsmenge mit geringer Redundanz zu gewinnen. Zudem kann die Transformation als verallgemeinertes Korrelationsmaß betrachtet werden, durch das auch nichtlineare Zusammenhänge berücksichtigt werden [Li 90]. In zahlreichen Anwendungen der Bildverarbeitung wird die Transinformation daher erfolgreich als Ähnlichkeitsmaß für die Registrierung multimodaler Bilddaten [Viola+ 95] eingesetzt.

Der Bildwert eines Pixels einer Beleuchtungsserie kann als multivariate Zufallsvariable  $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_Q)^T$  modelliert werden, wobei die univariaten Zufallsvariablen  $g_i$  den Bildwert unter der Beleuchtung  $i = 1, \dots, Q$  repräsentieren. Für die beiden Bildwerte  $g_i$  und  $g_j$  seien zunächst die Wahrscheinlichkeitsdichten



$p(g_i)$ ,  $p(g_j)$  und  $p(g_i, g_j)$  gegeben. Dann kann die Transinformation der beiden Bildwerte wie folgt durch

$$I(g_i, g_j) := H(g_i) + H(g_j) - H(g_i, g_j) \tag{5.217}$$

$$= - \int p(g_i) \lg p(g_i) \, dg_i - \int p(g_j) \lg p(g_j) \, dg_j + \iint p(g_i, g_j) \lg p(g_i, g_j) \, dg_i \, dg_j \tag{5.218}$$

$$= E_{g_i} \{ -\lg p(g_i) \} + E_{g_j} \{ -\lg p(g_j) \} - E_{g_i, g_j} \{ -\lg p(g_i, g_j) \} \tag{5.219}$$

definiert werden, wobei  $H(g_i)$  und  $H(g_j)$  die Entropien der Randverteilungen und  $H(g_i, g_j)$  die Entropie der Verbundwahrscheinlichkeit bezeichnet. Im vorliegenden Fall sind die Rand- und Verbundwahrscheinlichkeiten unbekannt und müssen z. B. durch ihre Histogramme bzw. das Verbundhistogramm auf Grundlage der Stichprobe  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$  geschätzt werden. Damit können die Entropien in (5.217) durch ihre jeweilige diskrete Entropie approximiert werden. Für weiterentwickelte Ansätze zur Schätzung der Entropie und Transinformation wird auf das Buch von [Escolano+09] verwiesen.

Für die Transinformation (5.217) gilt  $I(g_i, g_j) = 0$  genau dann wenn  $g_i$  und  $g_j$  stochastisch unabhängig sind. Weiterhin erfüllt die Transinformation die Ungleichheitsbeziehung

$$0 \leq I(g_i, g_j) \leq \min\{H(g_i), H(g_j)\} \leq \max\{H(g_i), H(g_j)\} \leq H(g_i, g_j). \tag{5.224}$$

Daher kann eine *normierte Transinformation* wie folgt definiert werden

$$\tilde{I}(g_i, g_j) := \frac{I(g_i, g_j)}{\max\{H(g_i), H(g_j)\}}, \tag{5.225}$$

für die  $0 \leq \tilde{I}(g_i, g_j) \leq 1$  gilt und welche die Dreiecksungleichung erfüllt, siehe [Yao 03; Vinh+10] für einen Beweis. Somit erfüllt die normierte Transinformation (5.225) alle Voraussetzungen für ein *metrisches Ähnlichkeitsmaß*<sup>12</sup>. Demnach

<sup>12</sup>Für eine vollständige Definition *metrischer Ähnlichkeitsmaße* wird auf das Lehrbuch von [Theodoridis+08] verwiesen.

**Algorithmus 1:** Unüberwachte Selektion von Basisbeleuchtungsmustern

---

**Eingabe:** Stichprobe  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$  einer aufgenommenen Beleuchtungsserie des Prüfobjekts  $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_i, \dots, g_j, \dots, g_Q)^T$ , Anzahl  $D (\leq Q)$  auszuwählender Basisbeleuchtungsmuster.

1. Berechnung der Ähnlichkeitsmatrix  $\mathbf{S} = [s_{ij}]_{Q \times Q}$  durch die normierte Transinformation

$$s_{ij} := \tilde{I}(g_i, g_j) \quad (5.220)$$

für alle Paare  $g_i$  und  $g_j$  auf Basis der Stichprobe  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$ .

2. Spektrale Clusteranalyse nach Shi und Malik [Shi+00]:
  - 2.1. Berechnung der Gradmatrix  $\mathbf{D}$  und der Laplace-Matrix  $\mathcal{L}$  aus  $\mathbf{S}$ .
  - 2.2. Berechnung der  $D$  Eigenvektoren  $\{\mathbf{e}_h, h = 1, \dots, D\}$  des verallgemeinerten Eigenwertproblems

$$\mathcal{L}\mathbf{e} = \lambda\mathbf{D}\mathbf{e} \quad (5.221)$$

mit aufsteigend sortierten Eigenwerten  $0 < \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_h \leq \dots \leq \lambda_D$ .  
Konstruktion der Matrix  $\hat{\mathbf{Z}} \in \mathbb{R}^{Q \times D}$  mit  $\hat{\mathbf{Z}} = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_D]$ .

- 2.3.  $K$ -Means-Clusteranalyse der Zeilen  $\mathbf{z}'_i \in \mathbb{R}^D, i = 1, \dots, Q$  der relativen Lösungsmatrix  $\hat{\mathbf{Z}}$  in die Cluster  $\{C_1, \dots, C_D\}$ .
- 2.4. Konstruktion der Indexcluster  $B_h := \{i : \mathbf{z}'_i \in C_h\}$  für  $h = 1, \dots, D$ .
3. Konstruktion der Matrix  $\mathbf{W}_{\text{CA}} := [w_{ih}]_{Q \times D}$  mit  $w_{ih} \in \{0, 1\}$  zur Beleuchtungskodierung wahlweise durch

- a) Superposition redundanter Basisbeleuchtungsmuster durch

$$w_{ih} := \begin{cases} 1, & i \in B_h \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases} \quad (5.222)$$

oder alternativ durch

---

---

**Fortsetzung Algorithmus 1:** Unüberwachte Selektion von Basisbeleuchtungsmustern

---

b) Selektion repräsentativer Basisbeleuchtungsmuster durch

$$w_{ih} := \begin{cases} 1, & i = \arg \max_{i' \in B_h} d_{B_h}(i') \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases} \quad (5.223)$$

mit  $d_{B_h}(i) := \sum_{j \in B_h} s_{ij}$  als Bewertungsfunktion.

**Ergebnis:** Binäre Selektionsmatrix  $\mathbf{W}_{CA}$  zur Erzeugung  $D$  problemspezifischer Beleuchtungsmuster.

---

sind für  $\tilde{I}(g_i, g_j) = 1$  die Bildwerte  $g_i$  und  $g_j$  maximal stochastisch abhängig und die korrespondierenden Basisbeleuchtungsmuster können als redundant angesehen werden. Für  $\tilde{I}(g_i, g_j) = 0$  hingegen sind  $g_i$  und  $g_j$  statistisch unabhängig und die entsprechenden Basisbeleuchtungsmuster liefern sich ergänzende Information.

**5.6.2.2.2. Spektrale Clusteranalyse** Die Gruppierung ähnlicher Basisbeleuchtungsmuster erfolgt mittels spektraler Clusteranalyse. In jüngster Zeit haben spektrale Clusteranalyseverfahren zunehmend an Bedeutung gewonnen. Gründe hierfür sind ihre fundierten theoretischen Grundlage, siehe hierzu [Ng+ 01; Chung 97], und die in einer Reihe von Anwendungen dokumentierte Leistungssteigerung gegenüber herkömmlicher Clusteranalyseverfahren [Theodoridis+ 08]. Ähnlich wie bei der Berechnung des Laplacian Score in Abschn. 5.6.2.1.3 wird hierbei die zugrundeliegende Struktur der Daten  $\mathcal{D}_G$  durch einen ungerichteten gewichteten Ähnlichkeitsgraphen  $G = (V, E)$  modelliert.

Für die Anwendung der spektralen Clusteranalyse zur Merkmalsselektion werden in der folgenden Erläuterung die Bildwerte  $g_i$  unter der Beleuchtung  $i = 1, \dots, Q$  mit der Knotenmenge  $V = \{v_i, i = 1, \dots, Q\}$  des Graphen assoziiert. Dadurch kann die Ähnlichkeitsstruktur der Bildwerte der Beleuchtungsserie durch die gewichtete Adjazenzmatrix  $\mathbf{S} = [s_{ij}]_{Q \times Q}$  des Graphen abgebildet werden. Für den als Zufallsvariable betrachteten Bildwert einer Beleuchtungsserie  $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_i, \dots, g_j, \dots, g_Q)^T$  wird diese durch die paarweise normierte

Transformation  $s_{ij} := \tilde{I}(g_i, g_j)$  berechnet. Weiter wird für eine spektrale Clusteranalyse die Gradmatrix  $\mathbf{D}$  und die Laplace-Matrix  $\mathcal{L}$  benötigt, die mit Hilfe von  $\mathbf{S}$  berechnet werden können, siehe hierzu Definition 5.2.

Mit der Modellierung der Bildserie durch einen Ähnlichkeitsgraphen kann die Problemstellung der Clusteranalyse auf ein Graphpartitionierungsproblem zurückgeführt werden. Eine Partitionierung soll dabei so erfolgen, dass die Bildwerte innerhalb einer Teilmenge der Partition eine hohe Ähnlichkeit aufweisen, wohingegen die Ähnlichkeit der Bildwerte über verschiedene Teilmengen hinweg gering sein soll. Formal kann diese Forderung als die Minimierung einer Gütefunktion eines Graphenschnitts ausgedrückt werden [Hagen+ 92; Shi+ 00; Ding+; Wagner+ 93]. In dieser Arbeit wird hierfür der von [Shi+ 00] vorgestellte *normalisierte Schnitt* betrachtet, der im Nachfolgenden definiert wird.

**Definition 5.4** (Graphpartitionierung). Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph mit Knotenmenge  $V = \{v_i, i = 1, \dots, Q\}$  und Kantenmenge  $E \subseteq V \times V$ . Eine *Partition* bezeichnet eine Zerlegung der Knotenmenge  $V$  in disjunkte Teilmengen  $\{V_1, \dots, V_D\}$ , sodass  $V_1 \cup \dots \cup V_D = V$  und  $V_h \cap V_{h'} = \emptyset$  für alle  $h \neq h'$  und  $h, h' = 1, \dots, D$  erfüllt ist.  $\square$

**Definition 5.5** (Normalisierter Schnitt). Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph und  $\{V_1, \dots, V_D\}$  eine Partition der Knotenmenge  $V$ . Der *Schnitt* zweier disjunkter Teilmengen  $V_h$  und  $V_{h'}$  ist durch

$$\text{Cut}(V_h, V_{h'}) := \sum_{\substack{\{i:v_i \in V_h\} \\ \{j:v_j \in V_{h'}\}}} s_{ij} \quad (5.226)$$

definiert. Der *normalisierte Schnitt* der Partition  $\{V_1, \dots, V_D\}$  ist durch

$$\text{NCut}(V_1, \dots, V_D) := \sum_h^D \frac{\text{Cut}(V_h, \overline{V_h})}{\text{vol}(V_h)} \quad (5.227)$$

definiert, wobei  $\overline{V_h} := V \setminus V_h$  das Komplement und  $\text{vol}(V_h) := \sum_{\{i:v_i \in V_h\}} d_i$  ein Maß für das Volumen der Knotenteilmenge  $V_h$  angibt.  $\square$

In [Shi+ 00] wird gezeigt, dass die exakte Minimierung des normalisierten Schnitts (5.227) bezüglich einer Partition mit gegebener Größe  $D$  in der Klasse der NP-vollständigen Probleme liegt. Durch Relaxation des Problems kann jedoch eine approximative Lösung mit Hilfe der Eigenwerte der *normalisierten*

Laplace-Matrix  $\tilde{\mathcal{L}}$  bestimmt werden. Die Formulierung und Lösung des relationalen Graphenschnitt-Problems wird im Nachfolgenden kurz erläutert, siehe [Luxburg 07] für eine weitergehende Ausführung.

Sei  $\mathbf{z}_h = [z_{1,h}, \dots, z_{Q,h}]^T$  der Indikatorvektor für die Teilmenge  $V_h$ , der durch

$$z_{i,h} := \begin{cases} 1/\sqrt{\text{vol}(V_h)}, & v_i \in V_h, \\ 0, & v_i \in \overline{V_h} \end{cases} \quad (5.228)$$

für  $h = 1, \dots, D$  mit  $i = 1, \dots, Q$  definiert ist. Damit kann die Minimierung des normalisierten Schnitts (5.227) als kombinatorisches Optimierungsproblem

$$\underset{V_1, \dots, V_D}{\text{minimiere}} \quad \text{sp}(\mathbf{Z}^T \mathcal{L} \mathbf{Z}) \quad (5.229a)$$

$$\text{u. d. Nb.} \quad \mathbf{Z}^T \mathbf{D} \mathbf{Z} = \mathbf{I} \quad (5.229b)$$

$$\mathbf{Z} = [z_{i,h}]_{Q \times D} \quad \text{gemäß Festlegung (5.228)} \quad (5.229c)$$

über Partitionen der Größe  $D$  formuliert werden, wobei die Partitionsmatrix  $\mathbf{Z} = [\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_D]$  die Indikatorvektoren (5.228) der Partition als Spalten enthält und  $\text{sp}(\cdot)$  die Spurabbildung bezeichnet. Durch die Substitution  $\mathbf{U} := \mathbf{D}^{1/2} \mathbf{Z}$  kann das Optimierungsproblem (5.229) schließlich in eine relaxierte Form

$$\underset{\mathbf{U}}{\text{minimiere}} \quad \text{sp}(\mathbf{U}^T \mathbf{D}^{-1/2} \mathcal{L} \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{U}) \quad (5.230a)$$

$$\text{u. d. Nb.} \quad \mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I} \quad (5.230b)$$

mit  $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{Q \times D}$  in den reellen Lösungsraum überführt werden. Das relaxierte Optimierungsproblem (5.230) kann schließlich auf die Optimierung eines Rayleigh-Quotienten zurückgeführt werden, sodass aus dem Eigenspektrum der normalisierten Laplace-Matrix  $\tilde{\mathcal{L}} := \mathbf{D}^{-1/2} \mathcal{L} \mathbf{D}^{-1/2}$  eine geschlossene Lösung  $\hat{\mathbf{U}}$  abgeleitet werden kann. Diese ist durch die spaltenweise Anordnung der Eigenvektoren zu den  $D$  kleinsten Eigenwerten der normalisierten Laplace-Matrix  $\tilde{\mathcal{L}}$  gegeben [Lütkepohl 96; Luxburg 07].

Durch die Resubstitution  $\hat{\mathbf{Z}} := \mathbf{D}^{-1/2} \hat{\mathbf{U}}$  kann schließlich eine relaxierte Lösungsmatrix für das ursprüngliche Problem (5.229) gewonnen werden. Wie leicht nachvollzogen werden kann, können die Spalten von  $\hat{\mathbf{Z}}$  auch direkt durch die  $D$  kleinsten, nach aufsteigenden Eigenwerten sortierten Eigenvektoren  $\mathbf{e}_h$ ,  $h = 1, \dots, D$

des verallgemeinerten Eigenwertproblems  $\mathcal{L}\mathbf{e} = \lambda\mathbf{D}\mathbf{e}$  angegeben werden, vgl. (5.221); dies entspricht dem ursprünglich von [Shi+ 00] eingeführten Lösungsansatz zur Minimierung des normalisierten Schnitts. Die Zeilen der relaxierten Lösung  $\hat{\mathbf{Z}}$  können nicht direkt als Partition der Knotenmenge interpretiert werden, sondern müssen in einem Nachverarbeitungsschritt wieder auf binäre Indikatorvektoren gerundet werden, die eine eindeutige Zuordnung der Knoten zu Partitionen erlauben. In der Praxis werden hierfür wiederum herkömmliche Clusteranalyseverfahren, wie z. B. das  $K$ -Means-Clusteranalyseverfahren, siehe [Hastie+ 09] für eine Einführung, eingesetzt, durch welche die Zeilen  $\hat{\mathbf{Z}}$  auf Grundlage ihrer Ähnlichkeit  $D$  Gruppen zugeordnet werden, die dann das finale Ergebnis der spektralen Clusteranalyse darstellen.

**5.6.2.2.3. Beleuchtungsmuster durch Redundanzreduktion** Die spektrale Clusteranalyse nach Shi und Malik liefert eine disjunkte Gruppierung durch Indexcluster  $\{B_1, \dots, B_D\}$ , die einer Partition der Bildwerte einer Beleuchtungsserie in Gruppen redundanter Basisbeleuchtungsmuster entsprechen. Diese Gruppierung bildet die Grundlage für die Bestimmung einer reduzierten Teilmenge von Basisbeleuchtungsmustern, die Bildwerte mit geringer Redundanz und einem hohen Informationsbeitrag liefern. In Algorithmus 1 im 3. Schritt werden dazu zwei, alternativ zu wählende Ansätze vorgeschlagen:

Im möglichen Schritt 3.a findet eine Superposition der durch  $B_h$  repräsentierten, redundanten Basisbeleuchtungsmuster statt. Durch die Überlagerung der Basisbeleuchtungsmuster wird quasi eine optische Mittelung der entsprechenden Bildwerte realisiert.

Im alternativ zu wählenden Schritt 3.b findet für jeden Indexcluster  $B_h$  eine Auswahl einer einzelnen, für den Cluster repräsentativen, Basisbeleuchtung statt. Als Auswahlkriterium für ein  $i \in B_h$  dient hierfür die Funktion  $d_{B_h}(i) := \sum_{j \in B_h} s_{ij}$ , die als Grad des Knoten bzw. der dadurch repräsentierten Basisbeleuchtung bezüglich der Teilmenge  $B_h$  interpretiert werden kann. Durch eine Wahl von  $i'$  mit maximalem Knotengrad  $d_{B_h}(i')$  wird das Basisbeleuchtungsmuster als Clusterrepräsentant bestimmt, das die größte Ähnlichkeit bzgl. den Bildwerten zu den restlichen Basisbeleuchtungen innerhalb von  $B_h$  aufweist.

### 5.6.3. Experimentelle Bewertung und Vergleich der Verfahren

In diesem Abschnitt soll der problemspezifische Beleuchtungsansatz für die unüberwachte Defektdetektion anhand der in Abschn. 5.6.2 eingeführten Verfahren zur optischen Merkmalsextraktion experimentell validiert werden. Hierzu werden die nachfolgenden Verfahren hinsichtlich der erzielten Detektionsleistung und der Anzahl der benötigten Bildaufnahmen untersucht und verglichen:

- ▷ Hauptkomponentenanalyse (PCA) mit absteigend sortierten Eigenvektoren
- ▷ Minor Component Analysis (MCA) mit aufsteigend sortierten Eigenvektoren
- ▷ Projective Nonnegative Matrix Factorization (PNMF)
- ▷ Auswahl von Basisbeleuchtungen durch Laplacian-Score-Bewertung
- ▷ Auswahl von Basisbeleuchtungen durch Clusteranalyse und Repräsentantenauswahl
- ▷ Superposition von Basisbeleuchtungen durch Clusteranalyse

Die Bewertung der Ansätze erfolgt durch die in Abschn. 5.6.1.2 eingeführten Ein-Klassen-Klassifikationsverfahren und die dadurch erzielte Detektionsleistung. Aufgrund des in Abschn. 5.5.2.2.1 festgestellten geringen Einflusses der Beleuchtungsbasis auf die experimentellen Ergebnisse wird hier nur die impulsförmige Basisbeleuchtung eingesetzt, jedoch mit einer erhöhten Anzahl  $Q$  von Basisbeleuchtungsmustern, um gezielt den Aspekt der Dimensionsreduktion zu verdeutlichen. Zudem erlaubt die impulsförmige Basisbeleuchtung eine einfache Interpretation der Ergebnisse sowie eine technische Umsetzbarkeit durch punktförmige herkömmliche Lichtquellen.

#### 5.6.3.1. Testobjekt und experimenteller Ablauf

Die Bewertung der eingeführten Verfahren erfolgt exemplarisch im Rahmen einer praktischen Prüfaufgabe zur Oberflächeninspektion. Als Testobjekt dient eine texturierte Kunststoffoberfläche mit verschiedenen Oberflächendefekten, siehe Abb. 5.25. Ähnlich wie in Abschn. 5.5.2.1 wird für die Ermittlung der Detektionsleistung die Rotationslage des Testobjekts leicht variiert, um ungewünschte

veränderliche Aufnahmebedingungen während der Inspektion nachzuahmen und die Robustheit des Verfahrens zu demonstrieren. Die Prüfung von texturierten Oberflächen auf Fehlerfreiheit stellt eine wichtige Anwendung der automatischen Sichtprüfung dar [Melchert+ 10; Melchert+ 12], die gemeinhin als schwierig erachtet wird und auf Basis eines einzelnen Inspektionsbilds oft nur mit Hilfe rechenintensiver Texturanalyseverfahren gelöst werden kann [Xie 08; Kumar 08]. Die experimentelle Evaluierung der Detektionsleistung der verschiedenen Verfahren erfolgt in zwei Stufen:

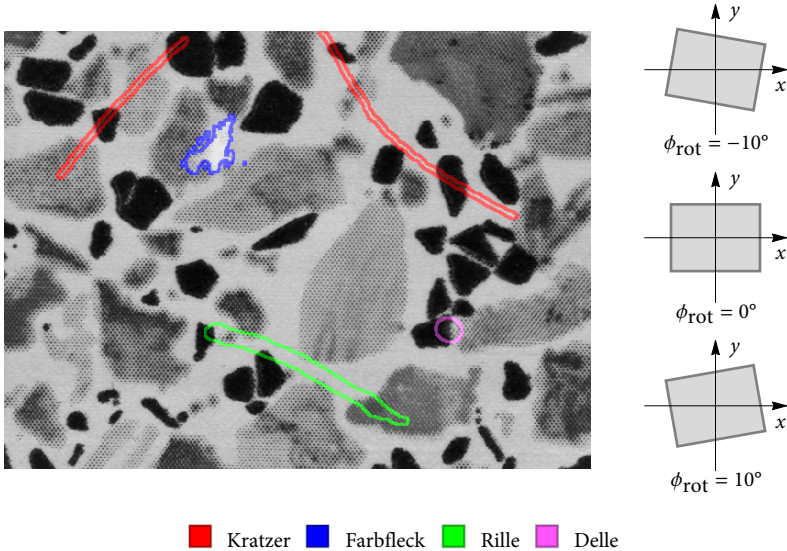
1. **Erzeugung problemspezifischer Beleuchtungsmuster** Für jedes Verfahren werden die Transformationsmatrizen  $\{\mathbf{W}^D \in \mathbb{R}^{Q \times D} : D = 1, \dots, Q\}$  für die Erzeugung von  $D$  Merkmalen bzw. Beleuchtungsmustern bestimmt. Als Stichprobe  $\mathcal{D}_{\mathbb{G}}$  für sämtliche Verfahren dient eine Beleuchtungsserie einer defektfreien Oberfläche unter  $Q = 144$  impulsförmigen Basisbeleuchtungsmustern; siehe hierzu Abb. 5.26 auf Seite 193. Die Belichtungszeit wird für eine hohe Sensorbestrahlung gewählt, sodass der Einfluss des Messrauschen vernachlässigt werden kann.
2. **Evaluation der Detektionsleistung** Für jedes der aufgeführten Verfahren werden für  $D = 1, \dots, Q$  die erzeugten Transformationsmatrizen  $\{\mathbf{W}^D\}$  als Serien von Beleuchtungsmustern realisiert, unter denen Bildserien des Testobjekt unter den Rotationslagen  $\phi_{\text{rot}} \in \{-10^\circ, 0^\circ, 10^\circ\}$  aufgenommen werden, siehe Abb. 5.25. Anschließend wird mit den in Abschn. 5.6.1.2 eingeführten Ein-Klassen-Klassifikationsverfahren eine Defektdetektion für jede Rotationslage durchgeführt. Die Bewertung der Detektionsleistung erfolgt durch die in Abschn. 5.6.1.1 eingeführte Kenngröße  $AUC$ , die mittels 5-facher Kreuzvalidierung eines handannotierten Datensatzes geschätzt wird.<sup>13</sup> Die gemittelte  $AUC$  über die Rotationslagen dient dann der Bewertung des betrachteten Verfahrens.

Die ermittelte Detektionsleistung der Verfahren wird mit der erzielten Detektionsleistung bei Verwendung der kompletten Basisbeleuchtungsserie mit  $Q$  Bildaufnahmen und einer klassischen fotometrische Stereoanalyse mit Lambert'schem

---

<sup>13</sup>Für die Evaluierung der Detektionsleistung mittels Kreuzvalidierung wird eine zufällige Einteilung der defektfreien Region des Testobjekts in disjunkte und gleichgroße Teilmengen vorgenommen, die einzeln als Lernstichprobe für die Zielklasse dienen. Die Defektdetektion und Schätzung der  $AUC$  erfolgt dann auf dem gesamten restlichen Bildbereich, wobei die jeweils verwendete Lernstichprobe ausgenommen wird.





**Abbildung 5.25:** Texturierte Kunststoffoberfläche als Testobjekt mit handannotierten Oberflächendefekten. Die defektfreie Region entspricht der Zielklasse der Ein-Klassen-Klassifikation zur Defektdetektion. Die handannotierten Daten bilden die Grundlage für den Aufbau eines 5-fach unterteilten Kreuzvalidierungsdatensatzes zur Schätzung der Detektionsleistung. Zudem werden für die Evaluation und zur Demonstration der Robustheit des Ansatzes Beleuchtungsserien des Testobjekts unter variiertem Rotationslagen mit  $\phi_{rot} \in \{-10^\circ, 0^\circ, 10^\circ\}$  gewonnen und ausgewertet (rechts dargestellt).

Reflektanzmodell [Woodham 80] verglichen. Für die fotometrische Stereoanalyse werden 16 impulsförmigen Beleuchtungen der in Abb. 5.26 dargestellten Basisbeleuchtungsmuster unter festem Polarwinkel  $\theta = 44,4^\circ$  und variiertem Azimutwinkel verwendet. Durch Lösen des überbestimmten Gleichungssystems werden Albedo und normierte Oberflächennormale für jeden Bildpunkt berechnet, siehe [Beyer+ 12] für eine Einführung des Verfahrens. Diese werden dann zu einem Merkmalsvektor für die Defektdetektion konkateniert.

Zudem werden die auf einer Selektion einzelner Basisbeleuchtungsmuster basierenden Verfahren (Laplacian-Score-Verfahren und Clusteranalyse) mit einer zufälligen Auswahl von Basisbeleuchtungen verglichen. Dazu wird die Index-

menge  $\{i, i = 1, \dots, Q\}$  der Basisbeleuchtungen durch die Permutation  $\pi_{\text{random}}$  zufällig permutiert und für die Konstruktion einer zufälligen Selektionsmatrix  $\mathbf{W}_{\text{random}} := [w_{ij}]_{Q \times D}$  für  $D$  Beleuchtungsmuster genutzt. Die Matrixeinträge werden hierfür durch

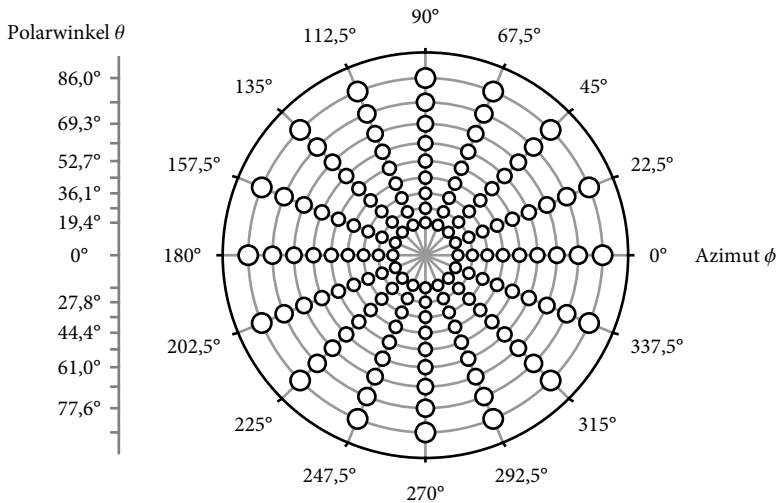
$$w_{ij} := \begin{cases} 1, & i = \pi_{\text{random}}(j) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.231)$$

für  $i = 1, \dots, Q$  und  $j = 1, \dots, D$  festgelegt. Als Kennzahl für die zufällige Beleuchtungsauswahl wird die gemittelte *AUC* aus 20 randomisierten Versuchen betrachtet.

### 5.6.3.2. Vergleich problemspezifischer Beleuchtungsmuster zur Defektdetektion

Die experimentell ermittelte Detektionsleistung der in Abschn. 5.6.2 eingeführten Verfahren zur Erzeugung problemspezifischer Beleuchtungsmuster sind in Abb. 5.27 und Abb. 5.28 auf den Seiten 194–195 grafisch dargestellt. Dabei wird die Detektionsleistung für die auf Selektion basierenden Verfahren getrennt betrachtet, da deren Gewichtungsmatrizen nur binäre Einträge enthalten und diese somit direkt als Teilmenge der Basisbeleuchtungen kodiert werden können. Für den Gauß- und 3-NN-EKK aus Abschn. 5.6.1.2 ist die ermittelte *AUC* über der verwendeten Anzahl an Bildaufnahmen aufgetragen. Diese entspricht nur im Fall der auf Selektion basierenden Verfahren und der PNMF der Merkmalsanzahl  $D$ , da die Ergebnisse der restlichen Verfahren zur Berücksichtigung negativer Gewichte nach Abschn. 5.4 kodiert werden müssen.

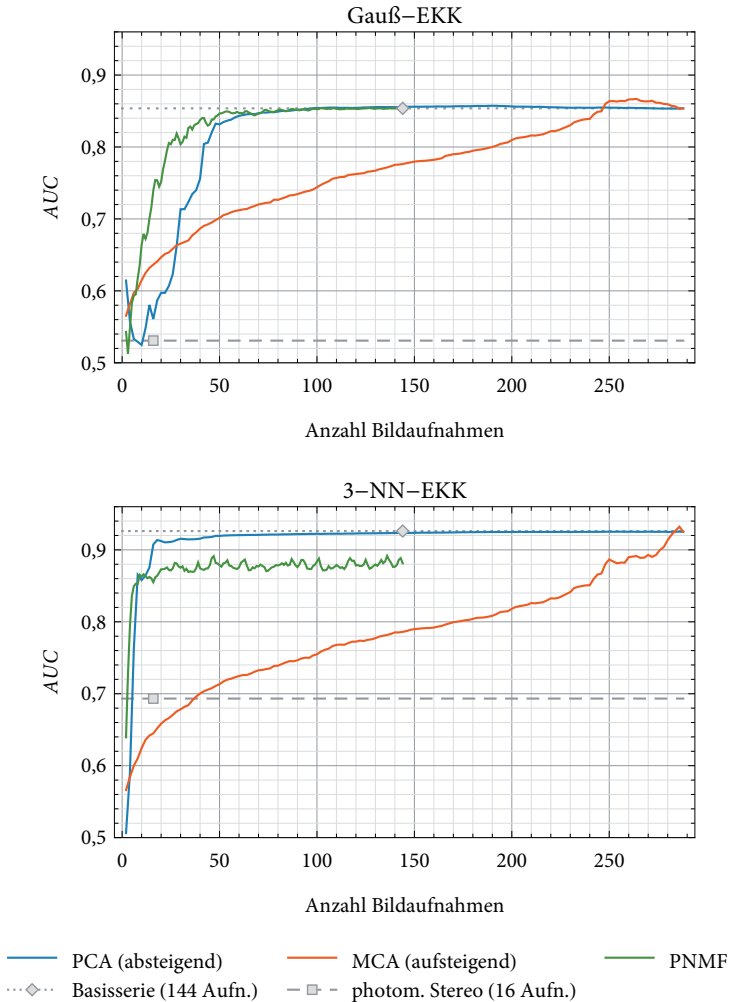
Offensichtlich steigt bei allen Verfahren mit zunehmendem Umfang der Beleuchtungsserie die Detektionsleistung und strebt gegen einen Maximalwert. Grundsätzlich wird dabei mit dem 3-NN-EKK im Vergleich zum Gauß-EKK eine höhere Detektionsleistung erzielt. Mit Ausnahme der PCA mit aufsteigender Sortierung der Eigenvektoren liegt die erzielte Detektionsleistung auf Basis der fotometrischen Stereoanalyse (16 Bildaufnahmen) deutlich unterhalb der Detektionsleistung aller problemspezifischen Beleuchtungsansätze. Zudem zeigt Abb. 5.28 generell die Wirksamkeit der auf Selektion basierenden Verfahren, da durch diese durchweg eine bessere Detektionsleistung erzielt wird als durch eine zufällige Auswahl von Basisbeleuchtungen.



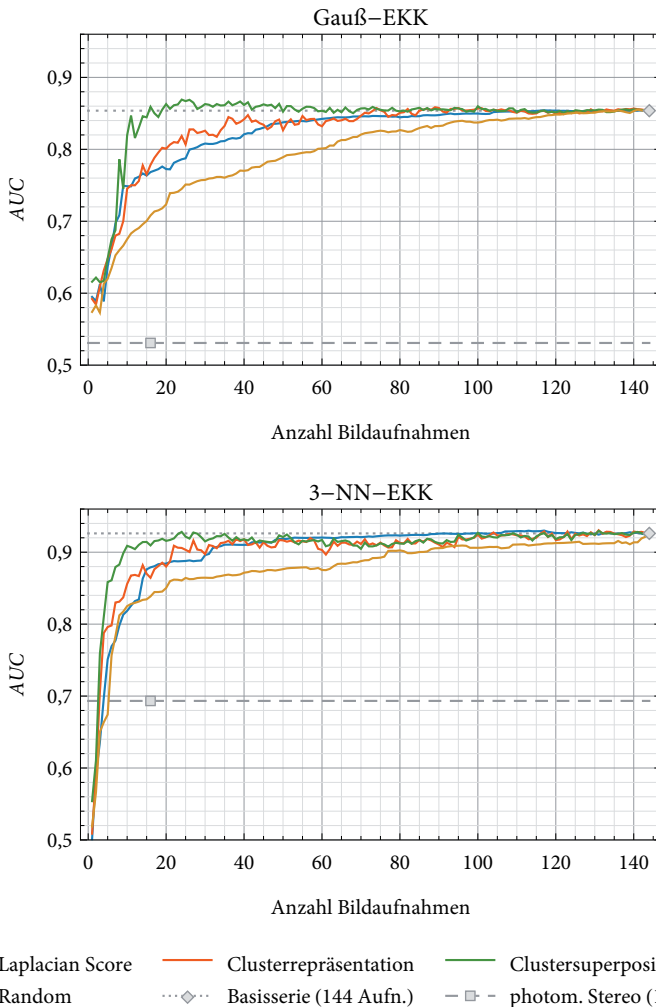
**Abbildung 5.26.:** Impulsförmige Basisbeleuchtungsmuster (parabolische Abbildung). Die  $Q = 144$  Basismuster sind mit äquidistanten Polarwinkeln  $\theta \in [\theta_{\min}, 90^\circ)$  und Azimuthwinkel  $\phi \in [0^\circ, 360^\circ)$  gewählt.

Für einen Vergleich der Verfahren ist das Erreichen einer bestimmten Detektionsleistung in Abhängigkeit der dafür benötigten Bildaufnahmen von zentralem Interesse. Im Folgenden werden hierfür die maximale erreichte Detektionsleistung  $AUC_{\max}$  und die erzielte Detektionsleistung  $AUC_{\text{Serie}}$  bei Verwendung einer vollständigen Basisserie mit 144 impulsförmigen Basisbeleuchtungen als Referenzwerte herangezogen. Für einen genauen Vergleich der Verfahren sind die Ergebnisse aus Abb. 5.27 und Abb. 5.28 in Tabelle 5.3 auf Seite 196 zusammengefasst.

Für den Gauß-EKK liefert das hier vorgestellte Beleuchtungsverfahren durch Clustersuperposition die höchste maximale Detektionsleistung  $AUC_{\max}$  von 0,869, diese liegt somit um 1,5 Prozentpunkte höher als die erzielte Detektionsleistung von 0,854 der Basisserie. Zudem stellt die Anzahl von 24 benötigten Bildaufnahmen mit einem Anteil von circa 17 % der Basisserie im Vergleich zu den restlichen Verfahren ein signifikantes Minimum dar. Ebenso werden mit dem Clustersuperpositionsverfahren nur 16 Bildaufnahmen, dies entspricht einem



**Abbildung 5.27:** Detektionsleistung der auf Hauptkomponentenanalyse (PCA), Minor Component Analysis (MCA) und Projective Nonnegative Matrix Factorization (PNMF) basierenden Beleuchtungsverfahren für den Gauß- und 3-NN-EKK. Bei der PNMF ist keine Kodierung durch zwei zwei Beleuchtungsmuster nötig, vgl. Abschn. 5.3. Die erzielte Detektionsleistung  $AUC_{\text{Serie}}$  der Basisserie mit 144 Basisbeleuchtungen stellt einen Referenzwert für die Beurteilung der Verfahren dar.



**Abbildung 5.28.:** Detektionsleistung der auf Laplacian-Score-Bewertung und Clusteranalyse basierenden Verfahren zur Selektion von Basisbeleuchtungsmustern für den Gauß- und 3-NN-EKK. Die erzielte Detektionsleistung  $AUC_{\text{Serie}}$  der Basisserie mit 144 Basisbeleuchtungen stellt einen Referenzwert für die Beurteilung der Verfahren dar. Zudem ist die erzielte Detektionsleistung durch eine zufällige Auswahl von Basisbeleuchtungen (Random) abgebildet.

## 5. Optische Merkmalsextraktion durch hemisphärische Beleuchtungsmuster

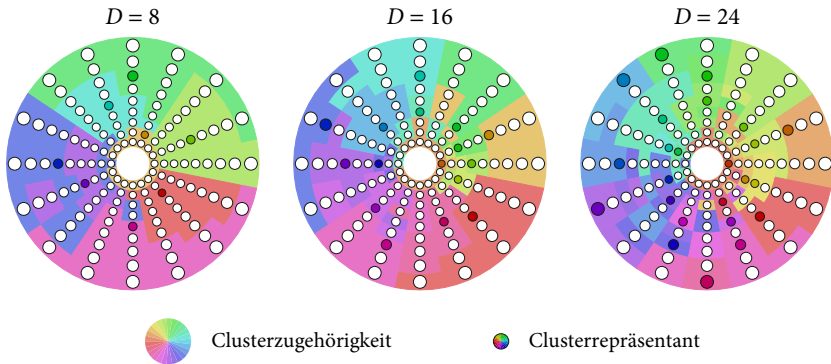
	Gauß-EKK		3-NN-EKK	
	$AUC_{\max}$	$AUC_{\text{Serie}}$	$AUC_{\max}$	$AUC_{\text{Serie}}$
Basisserie	144 (0,854)		144 (0,926)	
PCA (absteigend)	190 (0,857)	98 (0,854)	286 (0,925)	—
MCA (aufsteigend)	264 (0,867)	248 (0,860)	286 (0,932)	284 (0,926)
PNMF	126 (0,854)	102 (0,854)	136 (0,892)	—
LS	117 (0,854)	116 (0,854)	117 (0,930)	99 (0,926)
Clusterrepräsentation	89 (0,858)	74 (0,857)	131 (0,931)	104 (0,927)
Clustersuperposition	<b>24 (0,869)</b>	<b>16 (0,859)</b>	131 (0,930)	<b>24 (0,928)</b>
Random	141 (0,855)	136 (0,854)	144 (0,926)	144 (0,926)

**Tabelle 5.3.:** Vergleich der Verfahren bzgl. Anzahl der Bildaufnahmen bei maximal erreichter Detektionsleistung  $AUC_{\max}$  und erstmaligem Überschreiten des Referenzwertes  $AUC_{\text{Serie}}$  für den jeweiligen EKK. Die maximale bzw. über dem Referenzwert  $AUC_{\text{Serie}}$  liegende Detektionsleistung ist in Klammern notiert. Für jeden EKK ist das Verfahren mit der geringsten Anzahl an benötigten Bildaufnahmen zur Erreichung von  $AUC_{\max}$  bzw. des Referenzwertes  $AUC_{\text{Serie}}$  durch eine **fette** Schriftstärke markiert. Das Verfahren mit der höchsten erzielten Detektionsleistung ist durch Unterstreichung hervorgehoben.

Anteil von circa 11 % der Aufnahmen einer Basisserie, für die Überschreitung des Referenzwertes  $AUC_{\text{Serie}}$  benötigt.

Die Betrachtung des 3-NN-EKK zeigt, dass die höchste maximale Detektionsleistung  $AUC_{\max}$  von 0,932 durch die kodierte Beleuchtung mittels MCA erreicht wird, diese liegt somit um 0,6 Prozentpunkte über der Detektionsleistung der Basisserie. Das Maximum wird hier mit 286 Bildaufnahmen, in etwa der doppelten Anzahl an Aufnahmen im Vergleich zur Basisserie, erreicht. Dies entspricht der optischen Merkmalsextraktion aller außer der ersten Hauptkomponenten, welche die größte Varianz aufweist. Ein Vergleich mit der absteigend sortierten PCA zeigt, dass dadurch eine geringfügig höhere Detektionsleistung erzielt wird als in umgekehrter Weise durch deren Hinzunahme und das Weglassen der Hauptkomponente mit kleinster Varianz.

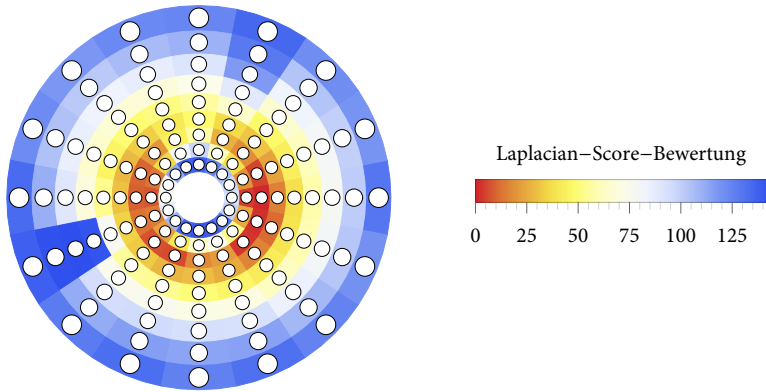
Die minimale Anzahl benötigter Bildaufnahmen für das Erreichen der maximalen Detektionsleistung  $AUC_{\max}$  wird mit 117 Bildaufnahmen, dies entspricht einem Anteil von circa 81 % der Basisserie, durch die Laplacian-Score-Asuwahl erzielt. Die erzielte maximale Detektionsleistung von 0,93 liegt hierbei nur ge-



**Abbildung 5.29.:** Auswahl der selektierten und verwendeten impulsförmigen Basisbeleuchtungsmuster, vgl. Abb. 5.26, durch das vorgestellte Clusteranalyse-Verfahren in Algorithmus 1 für die unüberwachte Defektdetektion. Die farbige Hinterlegung der Basisbeleuchtungen kennzeichnet die Gruppierung der Bildwerte durch die Clusteranalyse. Problemspezifische Beleuchtungsmuster können sowohl durch Superposition der gruppierten Basisbeleuchtungen als auch durch eine Repräsentantenauswahl der Cluster generiert werden, siehe hierzu den 3. Schritt in Algorithmus 1. Für  $D = 16$  und  $D = 24$  wurden durch Clustersuperposition gute Detektionsleistungen erzielt, vgl. Tabelle 5.3.

ring unter der des PCA-basierten Beleuchtungsverfahrens mit höchster erzielter Detektionsleistung von 0,932. Vergleichbar hohe Detektionsleistungen werde ebenso mit den entwickelten Clusteranalyse-basierten Beleuchtungsverfahren erreicht, auch hierbei mit einer geringeren Anzahl benötigter Bildaufnahmen mit einem Anteil von 91 % der Basisserie. Wird die Überschreitung des Referenzwertes  $AUC_{\text{Serie}}$  für den 3-NN-EKK betrachtet, wird wiederum durch das entwickelte Beleuchtungsverfahren durch Clustersuperposition die geringste Anzahl an Bildaufnahmen, anteilig sind dies circa 17 % der Basisserie, benötigt.

In Abb. 5.29 ist eine Auswahl der durch das Clusteranalyse-Verfahren selektierten Basisbeleuchtungsmuster illustriert, mit denen gute Ergebnisse erzielt wurden, vgl. Tabelle 5.3 für  $D = 16$  und  $D = 24$ . Die gewählte Darstellung der Beleuchtungsselektion zeigt, insbesondere für  $D = 8$ , dass die Clusteranalyse der Bildwerte in Algorithmus 1 im 1. und 2. Schritt zu einer vorwiegend zusammenhängenden Gruppierung der korrespondierenden Basisbeleuchtungen führt. Für das hier betrachtete Prüfobjekt im Sollzustand kann somit angenommen werden, dass



**Abbildung 5.30.:** Laplacian-Score-Bewertung der impulsförmigen Basisbeleuchtungsmuster. Basisbeleuchtungen mit einem kleinen Laplacian-Score werden für eine Selektion bevorzugt, da dieser am meisten zum Erhalt der lokalen Nachbarschaftsstruktur der Bildwerte beiträgt.

ähnliche Beleuchtungsbedingungen zu ebenfalls ähnlichen Bildwerten führen. Zudem werden durch die Clusteranalyse der impulsförmigen Basisserie überwiegend Basisbeleuchtungen mit gleichem bzw. ähnlichem Polarwinkel gruppiert. Für den vorliegenden Fall kann daher geschlossen werden, dass eine Beleuchtungsvariationen bzgl. des Polarwinkels entbehrlich ist, da diese hinsichtlich der normierten Transinformation korrelieren und zu redundanten Bildern in der Beleuchtungsserie führen.

Das Ergebnis der Laplacian-Score-Bewertung, vgl. hierzu auch Tabelle 5.3, ist in Abb. 5.30 illustriert. Basisbeleuchtungen mit kleinem Laplacian Score bilden gemäß Definition 5.3 die lokale Nachbarschaftsstruktur der Basisserie am besten ab und kommen daher für eine reduzierende Auswahl in Frage. Durch die farbliche Kodierung wird die Bewertungsreihenfolge der Basisbeleuchtungen visualisiert. Es ist ersichtlich, dass Basisbeleuchtungen mit Polarwinkeln im Intervall  $27,8^\circ \leq \theta \leq 44,4^\circ$  für eine Auswahl bevorzugt werden, wohingegen Basisbeleuchtungen mit kleinem ( $\theta \leq 19,4^\circ$ ) und großem Polarwinkel ( $\theta \geq 60^\circ$ ) durch das Verfahren als eher ungeeignet eingestuft werden. Zudem wird durch den radialen Gradientenverlauf der Farbkodierung in Abb. 5.30 verdeutlicht, dass durch die Laplacian-Score-Bewertung eine Beleuchtungsvariation hinsichtlich



des Azimutwinkels erreicht wird. Dies stimmt im Wesentlichen mit der Interpretation der Ergebnisse der Clusteranalyse-Verfahren in Abb. 5.29 überein.

## 5.7. Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel wurden neuartige Beleuchtungsverfahren für eine problem-spezifische Bildgewinnung von Bildserien vorgestellt. Die Grundlage hierfür bildet die Kodierung linearer Transformationen  $\mathbf{W} = [\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_j, \dots, \mathbf{w}_D]$  als hemisphärische Beleuchtungsmuster, durch die bereits zur Bildaufnahme aufgabenrelevante und informationstragende Merkmale aus dem Reflektanzfeld der zu prüfenden Szene extrahiert werden können. Dadurch kann die Anzahl der Bildaufnahmen zur Prüfzeit signifikant reduziert werden. Entspricht  $\mathbf{W}$  einer Dimensionsreduktion von  $Q$  auf  $D$  Merkmale, kann diese durch das betrachtete Kodierungsschema mit maximal  $2 \cdot D$  problemspezifischen Beleuchtungsmustern und Bildaufnahmen umgesetzt werden.

Durch eine alternative nichtnegative Zerlegung der Gewichtungsvektoren  $\mathbf{w}_j$  kann ein Kodierungsschema implementiert werden, durch das die Anzahl der Bildaufnahmen für eine optische Merkmalsextraktion weiter reduziert werden kann. Um dies zu erreichen, wird zunächst der Betrag des kleinsten negativen skalaren Gewichtungsfaktors  $w_{\min} := -\min\{0, \mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_D\}$  sämtlicher Gewichtungsvektoren der zu kodierenden linearen Transformationen bestimmt. Mit diesem wird der  $D$ -dimensionale nichtnegative Offsetvektor  $\mathbf{w}_{\text{offset}} := (w_{\min}, \dots, w_{\min})^T$  festgelegt. Zu jedem zu kodierenden Gewichtungsvektor  $\mathbf{w}_j$  kann nun ein nichtnegativer Gewichtungsvektor  $\mathbf{w}_j^+ := \mathbf{w}_j + \mathbf{w}_{\text{offset}}$  angegeben werden, der physikalisch als Beleuchtungsmuster umgesetzt werden kann. Beliebige Gewichtungsvektoren können folglich durch  $\mathbf{w}_j = \mathbf{w}_j^+ - \mathbf{w}_{\text{offset}}$  als Differenz zweier nichtnegativer Gewichtungsvektoren geschrieben und somit durch die entsprechenden Beleuchtungsmuster kodiert werden. Da  $\mathbf{w}_{\text{offset}}$  nur einmal als Beleuchtung bzw. einzelne Bildaufnahme umgesetzt werden muss, werden für das eingeführte Kodierungsschema nur  $D + 1$  statt der zuvor  $2 \cdot D$  Bildaufnahmen benötigt.

Zudem wurde die kodierte Beleuchtung hinsichtlich des Einflusses verschiedener Rauschquellen auf die Bildentstehung untersucht und signaltheoretisch, unter gleichem Photonenbudget, mit einer unspezifischen Aufnahme und Auswertung von Beleuchtungsserien verglichen. Für die Bildgewinnung unter schlechten Lichtbedingungen (oder mit kurzen Belichtungszeiten) konnte unabhängig von

der Gewichtung  $w_j$  ein höheres Signal-Rausch-Verhältnis für die kodierte Beleuchtung gezeigt werden. Unter der Betrachtung von dominierendem Schrotrauschen konnte hingegen nur für spezielle  $w_j$  ein höheres Signal-Rausch-Verhältnis garantiert werden, der allgemeinen Fall konnte hierbei nur durch eine obere Schranke des Signal-Rausch-Verhältnis-Gewinns genauer charakterisiert werden.

Durch die Festlegung der Transformation  $\mathbf{W}$  kann die Bildgewinnung spezifisch an eine vorliegende Aufgabenstellung angepasst werden. Hierfür können z. B. bekannte Ansätze für eine lineare Merkmalsextraktion und -selektion aus der Literatur der statistischen Mustererkennung und multivariaten Datenanalyse übernommen werden, die auf einer explizit formulierten lineare Transformation basieren. Die Flexibilität des Beleuchtungsverfahrens wurde anhand zweier, für die automatische Sichtprüfung relevanter Anwendungsbeispiele für die Mehr- und Ein-Klassen-Klassifikation experimentell evaluiert.

Für eine überwachte Materialklassifikation einer Leiterplatte wurde eine lineare Transformation für ein maximales Kontrast-Rausch-Verhältnis entwickelt, das im Grenzfall hoher Bestrahlungen mit dem Fisher'schen Diskriminanzkriterium übereinstimmt. Das zentrale Ergebnis der experimentellen Validierung kann folgendermaßen zusammengefasst werden: Ausgehend von der Korrektklassifikationsrate, die durch eine unspezifische Aufnahme einer Beleuchtungsserie erzielt wurde, konnte durch die problemangepasste Beleuchtung die Anzahl der Bildaufnahmen auf einen Anteil von bis zu 3 % reduziert werden, bei näherungsweise gleichen oder sogar besseren erzielten Korrektklassifikationsraten.

Dabei wurden durch den 3-NN-Klassifikator im Vergleich zum Minimal-Distanz-Klassifikator durchweg bessere Klassifikationsergebnisse erzielt. Dies legt nahe, dass unter Verwendung von State-of-the-Art-Klassifikationsverfahren, wie etwa Support-Vektor-Maschinen, die Klassifikationsleistung weiter verbessert werden kann. Interessanterweise hatte dabei die Wahl der Basisbeleuchtungsmuster nur eine geringe Auswirkung auf die erzielten Klassifikationsergebnisse, selbst unter zusätzlicher Einbeziehung spektraler Reflektanzmerkmale durch die zonalen RGB-Basisbeleuchtungsmuster. Durch eine separate Betrachtung spektraler Reflektanzmerkmale ohne Richtungsauflösung, wie sie z. B. durch eine RGB-Bildaufnahme unter weißer (diffuser) Auflichtbeleuchtung gewonnen werden, konnte jedoch gezeigt werden, dass richtungsabhängige Beleuchtungsmuster ohne spektrale Auflösung bessere Ergebnisse für die Materialklassifikation liefern.

Weiter wurde für die Mehr-Klassen-Klassifikation der Einfluss des Messrauschens auf die Klassifikationsgüte experimentell untersucht. Dadurch wurde gezeigt, dass der Einfluss des Messrauschens bei schlechten Lichtbedingungen oder kurzen Belichtungszeiten nicht ignoriert werden kann und bei der Modellierung und Optimierung des Kontrast-Rausch-Verhältnisses explizit berücksichtigt werden muss. Bei Verringerung des Strahlungsflusses für hohe Bestrahlungen des Sensors um Faktor 10 konnte diesbezüglich eine Halbierung der Korrekturklassifikationsrate beobachtet werden. Durch die Berücksichtigung des Messrauschens konnten im Vergleich dazu bei gleich kurzen Belichtungszeit noch eine Korrekturklassifikationsrate von 0,9 erzielt werden. Für die Maximierung des vollständigen Kontrast-Rausch-Verhältnisses wurde hier ein universell einsetzbarer und heuristisch motivierter Optimierungsansatz gewählt. Eine tiefgehendere Analyse der zugrundeliegenden Problemstruktur bietet hier zum einen Potential für effizientere Optimierungsverfahren, zum anderen evtl. auch die Möglichkeit, Aussagen über die Lösungsqualität zu treffen.

Für die experimentelle Evaluierung im Rahmen eines Ein-Klassen-Klassifikationsproblems wurden mehrere unüberwachte Verfahren zur linearen Merkmalsextraktion und -selektion aus der Literatur für die Erzeugung problemspezifischer Beleuchtungsmuster eingesetzt. Zudem wurde ein Verfahren für die unüberwachte Selektion relevanter Basisbeleuchtungsmuster entwickelt und anhand einer Inspektionsaufgabe zur Oberflächeninspektion und der dadurch ermittelten Detektionsleistung verglichen. Im Wesentlichen konnten dadurch die Erkenntnisse aus der überwachten Mehr-Klassen-Klassifikation bestätigt werden: Durch eine vorgelagerte optische Merkmalsextraktion kann die Anzahl der Bildaufnahmen einer Beleuchtungsserie signifikant reduziert werden, bei gleicher oder besserer Detektionsleistung. Ähnlich wie im Mehr-Klassen-Fall wurden durch den komplexeren 3-NN-Klassifikator im Vergleich zum einfachen Gauß-EKK durchgängig bessere Detektionsleistungen erzielt. Das speziell für Beleuchtungsserien entwickelte und vorgestellte Selektionsverfahren schnitt dabei für den Gauß-EKK am besten ab und erzielte u.a. die höchste Detektionsleistung bei der geringsten Anzahl von Bildaufnahmen. Auch für den 3-NN-EKK konnte diesbezüglich nur eine gering schlechtere Detektionsleistung im Vergleich zum besten Verfahren, der optisch umgesetzten MCA, festgestellt werden, und dies bei einer weitaus geringeren Anzahl von benötigten Bildaufnahmen.



# 6. Abschlussbemerkungen

## 6.1. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein Lösungsansatz für den problemspezifischen Beleuchtungsentwurf in der automatischen Sichtprüfung vorgestellt, der durch eine optische, in die Bildgewinnung vorgelagerte Merkmalsextraktion motiviert ist. Dieser bietet einen systematischen Zugang zu einer effizienten Bildgewinnung und -auswertung bei einer gegebenen Aufgabenstellung und wurde in dieser Arbeit exemplarisch für eine optische Änderungsdetektion sowie die Ein- und Mehr-Klassen-Klassifikation von Reflektanzmerkmalen umgesetzt.

Die Grundlage für das vorgestellte Verfahren zur optischen Änderungsdetektion stellt eine Invertierung des Lichttransports der Prüfszene im Sollzustand dar, wodurch der Kontrast des Inspektionsbilds vollständig aufgehoben werden kann. Dadurch konnte erreicht werden, dass durch die Beleuchtung mit einem szenenangepassten inversen Beleuchtungsmuster nur die für die gegebene Aufgabenstellung relevanten Merkmale, in diesem Fall die Abweichung vom Sollzustand, optisch abgebildet werden. Durch eine Analyse des Kontrast-Rausch-Verhältnisses auf Basis eines physikalisch motivierten Kameramodells konnte hier ein klarer Vorteil des Verfahrens im Vergleich zur herkömmlichen Berechnung eines Differenzbilds gezeigt werden. Weitere Ergebnisse und Erkenntnisse werden im Detail in der Zusammenfassung in Abschn. 4.5 diskutiert.

Für die reflektanzbasierte Ein- und Mehr-Klassen-Klassifikation wurde ein Ansatz zur Kodierung linearer Transformationen auf Basis einer gewichteten Superposition von hemisphärischen Basisbeleuchtungsmustern entwickelt. Dadurch konnten bereits während der Bildaufnahme für die Aufgabenstellung nutzbringende Reflektanzmerkmale, z. B. mit einer guten Diskriminanzeigenschaft, optisch gewonnen werden. Als Hauptvorteile des Verfahrens zeigte sich die dadurch erzielte signifikante Verringerung der benötigten Inspektionsbilder, die zum Prüfzeitpunkt aufgenommen werden müssen. In Experimenten

konnte durch die optische Merkmalsextraktion in einigen Fällen zusätzlich sogar eine verbesserte Klassifikationsleistung gezeigt werden. Die Bedeutsamkeit einer physikalisch korrekten Modellierung des Messrauschens wurde in diesem Zusammenhang wirkungsvoll für geringe Sensorbestrahlungen demonstriert. Während die Absenkung des Strahlungsflusses bei einer ausgeklammerten Betrachtung des Messrauschens zu einem signifikanten Absinken der Klassifikationsleistung führte, konnte durch die explizite Modellierung dieser Störeinflüsse in einem Optimierungsansatz zur Erzeugung der problemspezifischen Beleuchtungsmuster auch weiterhin eine hohe Korrektorklassifikationsrate erzielt werden. Eine weiterführende Diskussion der erzielten Ergebnisse findet in der Zusammenfassung in Abschn. 5.7 statt.

Die konzipierten Beleuchtungsverfahren wurden mit Hilfe unterschiedlicher Projektor-Kamera-Systeme umgesetzt, mit denen das Beleuchtungslichtfeld in verschiedenen Experimenten orts- bzw. richtungsabhängig moduliert werden konnte. Aufgrund der hohen Kosten und geringen Lebensdauer der eingesetzten Lichtquelle können diese nur für eine Problemanalyse und den prototypischen Beleuchtungsentwurf eingesetzt werden. Für eine Anwendung im industriellen Umfeld muss eine Umsetzung der Verfahren durch herkömmliche Beleuchtungstechnik angestrebt werden. Dies kann beispielsweise durch speziell angefertigte Transparenzmasken oder Flächenlichtmodulatoren (z. B. Mikrospiegelaktoren) für industrietaugliche Projektoren, ähnlich wie für die Streifenlichterzeugung, geschehen. Um die Anzahl benötigter Inspektionsbilder weiter zu reduzieren, kann diesbezüglich auch ein spektrales Multiplexing mehrerer Beleuchtungsmuster über verschiedene Farbkanäle der Kamera realisiert werden. Zudem ist es im Fall des hemisphärischen Beleuchtungsansatzes möglich, die technische Umsetzbarkeit durch die Wahl der Basisbeleuchtungsmuster zu begünstigen. Insbesondere bietet sich eine impulsförmige Basisbeleuchtung für eine direkt Umsetzung durch entfernte Punktlichtquellen an.

## 6.2. Ausblick

In der vorhergehenden Zusammenfassung wurden nochmals die gewonnenen Erkenntnisse und erzielten Ergebnisse rekapituliert. Darüber hinaus ergab sich in dieser Arbeit auch eine Vielzahl neuer Fragestellungen, die Anknüpfungspunkte für weiterführende Untersuchungen bieten:

## Berücksichtigung von räumlichen Reflektanzstrukturen

Aus der Literatur ist bekannt, dass die Textur einer Oberfläche stark mit dem Material korreliert und Texturmerkmale daher für eine optische Materialbestimmung genutzt werden können [Dana+ 99; Varma+ 09; Liu+ 10a]. In diesem Zusammenhang wird der Einfluss variabler Beleuchtungsbedingungen auf die abgeleiteten Texturmerkmale in der Regel als Störeinfluss behandelt, dem durch die Konstruktion beleuchtungsinvarianter Merkmale entgegengewirkt wird [Drbohlav+ 05; Leung+ 01; Varma+ 02]. Umgekehrt ist davon auszugehen, dass unter kontrollierbaren Beleuchtungsbedingungen Texturmerkmale vorteilhaft für die Materialklassifikation eingesetzt werden können. Im Rahmen der optischen Merkmalsextraktion durch hemisphärische Beleuchtungsmuster wurden bislang nur alleinstehende Bildwerte betrachtet, die durch ihre Statistiken erster Ordnung modelliert wurden. Um Texturmerkmale in den problemspezifischen Beleuchtungsentwurf miteinzubeziehen, ist eine Merkmalsextraktion durch eine parametrierbare lineare Filterbank [Randen+ 97; Randen+ 99] denkbar. Der Vorteil einer linearen Merkmalsextraktion liegt auch hier in der Möglichkeit zur teilweisen optischen Umsetzung. Im Fall der Materialklassifikation kann dies durch eine tensorielle Erweiterung der Diskriminanzanalyse [Tao+ 07], bzw. allgemein durch die Umsetzung multilinearere Verfahren bewerkstelligt werden. Erste Ansätze und experimentelle Untersuchungen in diese Richtung wurden bereits in der Diplomarbeit [Alborn 13] durchgeführt.

Durch die Betrachtung des problemspezifischen Beleuchtungsentwurfs als Optimierungsproblem, vgl. hierzu z. B. die bereits formulierten Optimierungsprobleme in (5.174) oder in (5.177), können nutzbringende Kriterien speziell für die Bildverarbeitung entwickelt werden, die keine direkte Entsprechung in der multivariaten Datenanalyse besitzen. Ein wichtiges Bildmerkmal stellt der räumliche Bildgradient dar, der durch verschiedene lineare Filteroperationen ausgewertet werden kann. Diesbezüglich können beispielsweise Vorteil bringende hemisphärische Beleuchtungsmuster für eine verbesserte Kantendetektion entwickelt werden. Erste Untersuchungen hierzu wurden bereits in der Bachelorarbeit [Brinker 12] mit Hilfe einer Simulation durchgeführt.

### Nebenbedingungen für technische Umsetzungen

Wie erwähnt, muss für eine industrielle Umsetzung des hemisphärischen Beleuchtungsverfahrens eine technische Umsetzung durch etablierte Beleuchtungstechnik angestrebt werden. Maßgeblichen Einfluss auf eine technische Umsetzbarkeit hat dabei die Wahl der Basisbeleuchtungsmuster. Während eine Superposition impulsförmiger Basisbeleuchtungen mit geringem technischen Aufwand, z. B. durch eine LED-Beleuchtungskuppel, realisiert werden kann, bedarf es für die Umsetzung zonaler Beleuchtungsmuster eines höheren Aufwands, beispielsweise durch benötigte zusätzliche Reflektoren.

Im Fall der impulsförmigen Beleuchtungsbasis steht der technische Realisierungsaufwand in direktem Zusammenhang mit der Anzahl der Basisbeleuchtungen sowie der Struktur der Lösungsvektoren für die Belechtungskodierung. Um im Vorfeld eine technische Realisierung der Beleuchtungsmuster methodisch zu begünstigen, kann das als Optimierungsproblem abgebildete Entwurfsziel um zusätzliche Nebenbedingungen erweitert werden. Eine naheliegende Forderung besteht darin, dünnbesetzte Gewichtungsvektoren bei der Optimierung zu bevorzugen, die nur eine geringe Anzahl von Null verschiedene Gewichte aufweisen, auf die dann die eingesetzten Basislichtquellen beschränkt werden können. Ein verbreiteter Regulierungsansatz hierzu besteht in der Einführung eines auf der  $L_1$ -Norm basierenden und zu minimierenden Regularisierungsterms gemäß  $\|\mathbf{w}\|_1$ , siehe hierzu z. B. [Hastie+09]. In der Literatur existieren bereits verschiedene Ansätze für eine lineare Merkmalsextraktion mittels dünnbesetzter Transformationen, diesbezüglich sind im Besonderen die dünnbesetzte Diskriminanzanalyse<sup>1</sup> [Clemmensen+11] und die dünnbesetzte Hauptkomponentenanalyse<sup>2</sup> [Zou+06] zu nennen, die im Hinblick auf eine einfachere Interpretierbarkeit der Lösungen als auch eine verbesserte Generalisierungsfähigkeit entwickelt wurden. Für eine Anwendung dieser Verfahren zur optischen Merkmalsextraktion ist eine zusätzliche Modellierung des Messrauschens durch die physikalische Bildgewinnung nötig, da die  $L_1$ -Regularisierung offensichtlich direkten Einfluss auf den Strahlungsfluss der Beleuchtung hat; vgl. hierzu auch Abschn. 5.5.2.3.

---

<sup>1</sup>engl. *sparse discriminant analysis*

<sup>2</sup>engl. *sparse principal component analysis*



## Invertierung des globalen Lichttransports

Das in Kapitel 4 konzipierte Verfahren zur optischen Änderungsdetektion basiert auf vereinfachenden Voraussetzungen, die eine effiziente Invertierung des Lichttransports ermöglichen. In jüngerer Zeit wurden in der Literatur verschiedene praktikable Ansätze zur Invertierung des globalen Lichttransports vorgestellt [Wetzstein+ 07; Chu+ 11; Chandraker+ 11; Ng+ 12], die vorwiegend auf eine Anwendung zur radiometrischen Kompensation abzielen. Die lokale Modellierung des Lichttransports im koaxialen Projektor-Kamera-System in Abschn. 4.2.2.2 wurde eingeführt, um die Bildwertentstehung für jeden Pixel einzeln durch das lineare Gleichungssystem (4.21) beschreiben zu können. Im koaxialen Fall mit  $N = N_{\text{cam}} = N_{\text{pro}}$  Pixeln kann für eine Modellierung des globalen Lichttransports die Blockmatrix

$$\underline{\mathbf{R}}_{\text{rgb}} := \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\text{rgb},11} & \mathbf{R}_{\text{rgb},12} & \cdots & \mathbf{R}_{\text{rgb},1N} \\ \mathbf{R}_{\text{rgb},21} & \mathbf{R}_{\text{rgb},22} & \cdots & \mathbf{R}_{\text{rgb},2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{\text{rgb},N1} & \mathbf{R}_{\text{rgb},N2} & \cdots & \mathbf{R}_{\text{rgb},NN} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

definiert werden. Die Teilmatrizen auf der Matrixdiagonalen entsprechen dabei den Farbmischungsmatrizen der lokalen Lichttransportbetrachtung in Abschn. 4.3.1. Durch die zusätzlichen Nebendiagonalelemente werden indirekte Beleuchtungseffekte, z. B. Interreflexion durch umliegende Szenenpunkte, berücksichtigt. Auf Grundlage des Bildsignalmodells auf Bildpunktebene in (4.9) kann mit (6.1) der globale Lichttransport des koaxialen Projektor-Kamera-Systems in Matrix-Vektor-Form durch

$$\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}} = \underline{\mathbf{R}}_{\text{rgb}} \mathbf{I}_{\text{rgb}} \quad (6.2)$$

modelliert werden, wobei  $\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}} := (\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb},1}, \dots, \bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb},N})^T$  den zusammengesetzten Vektor sämtlicher trichromatischer Bildwerte und  $\mathbf{I}_{\text{rgb}} := (\mathbf{I}_{\text{rgb},1}, \dots, \mathbf{I}_{\text{rgb},N})^T$  den zusammengesetzten Vektor sämtlicher trichromatischer Beleuchtungsvektoren bezeichnet.

Es ist leicht ersichtlich, dass das lineare Gleichungssystem (6.2) ebenfalls iterativ durch das Richardson-Verfahren gemäß der Iterationsvorschrift

$$\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k+1)} = \mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)} + \beta' \cdot (\bar{\mathbf{g}}_{\text{rgb}} - \underline{\mathbf{R}}_{\text{rgb}} \mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)}) \quad (6.3)$$

für  $k = 0, 1, 2 \dots$  und beliebig initialisiertes  $\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(0)}$  mit einem geeignetem Dämpfungsfaktor<sup>3</sup>  $\beta'$  approximativ gelöst werden kann. Analog zum lokalen Fall kann das Produkt  $\underline{\mathbf{g}}_{\text{rgb}}^{(k)} := \mathbf{R}_{\text{rgb}} \mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)}$  in (6.3) im Iterationsschritt  $k$  durch eine physikalische Bildaufnahme  $\underline{\mathbf{g}}_{\text{rgb}}^{(k)}$  der Szene unter der projizierten Beleuchtung  $\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)}$  optisch ausgewertet werden, sodass sich die iterative optische Berechnungs- bzw. Bildaufnahmevorschrift

$$\mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k+1)} = \mathbf{I}_{\text{rgb}}^{(k)} + \beta' \cdot (\underline{\mathbf{g}}_{\text{rgb}} - \underline{\mathbf{g}}_{\text{rgb}}^{(k)}) \quad (6.4)$$

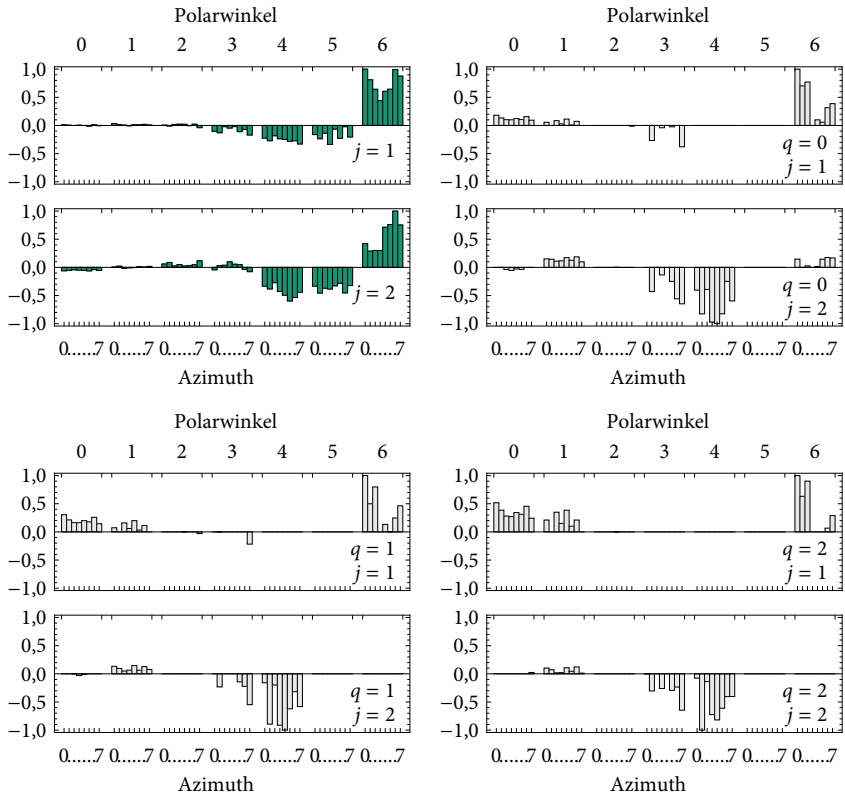
ergibt. Da in (6.3) sämtliche Rechenoperationen komponentenweise ausgeführt werden, leitet sich daraus das selbe iterative Verfahren wie im lokalen Fall (4.23) ab. Somit eignet sich bereits das in Abschn. 4.3.1 entwickelte Verfahren für eine iterative Invertierung des globalen Lichttransports im koaxialen Beleuchtungsfall.

Für die automatische Sichtprüfung bietet die gesamtheitliche Analyse bzw. Invertierung des globalen Lichttransports zahlreiche Anknüpfungspunkte für die Entwicklung neuer Verfahren zur Bildgewinnung unter variabler oder inverser Beleuchtung. Voraussetzung hierfür muss sein, dass der Lichttransport einer zu prüfenden Szene vorab gemessen und analysiert werden kann, mit dem Ziel, wenige problemspezifische Beleuchtungsmuster für die Online-Prüfung zu generieren. Durch die Invertierung des globalen Lichttransports wird das in Kapitel 4 vorgestellte Verfahren für Prüfscenen mit beliebig komplexen Reflektanzeigenschaften sowie beliebige, nicht-koaxiale Konstellationen von Projektor, Prüfbjekt und Kamera nutzbar. Eine nicht-koaxiale Bildaufnahmekonstellation bietet zudem die Möglichkeit, den globalen Lichttransport einer Prüfscene auf invariante Unterräume bezüglich der Bildentstehung zu analysieren. Dadurch bestünde die Möglichkeit, robuste Beleuchtungsmuster in Hinblick auf bestimmte Variationen des Prüfbjekts, wie z. B. unvermeidbare Lagevariationen während der Inspektion, zu entwickeln, um dadurch die in Abschn. 4.4.3 beschriebenen Probleme zu vermeiden.

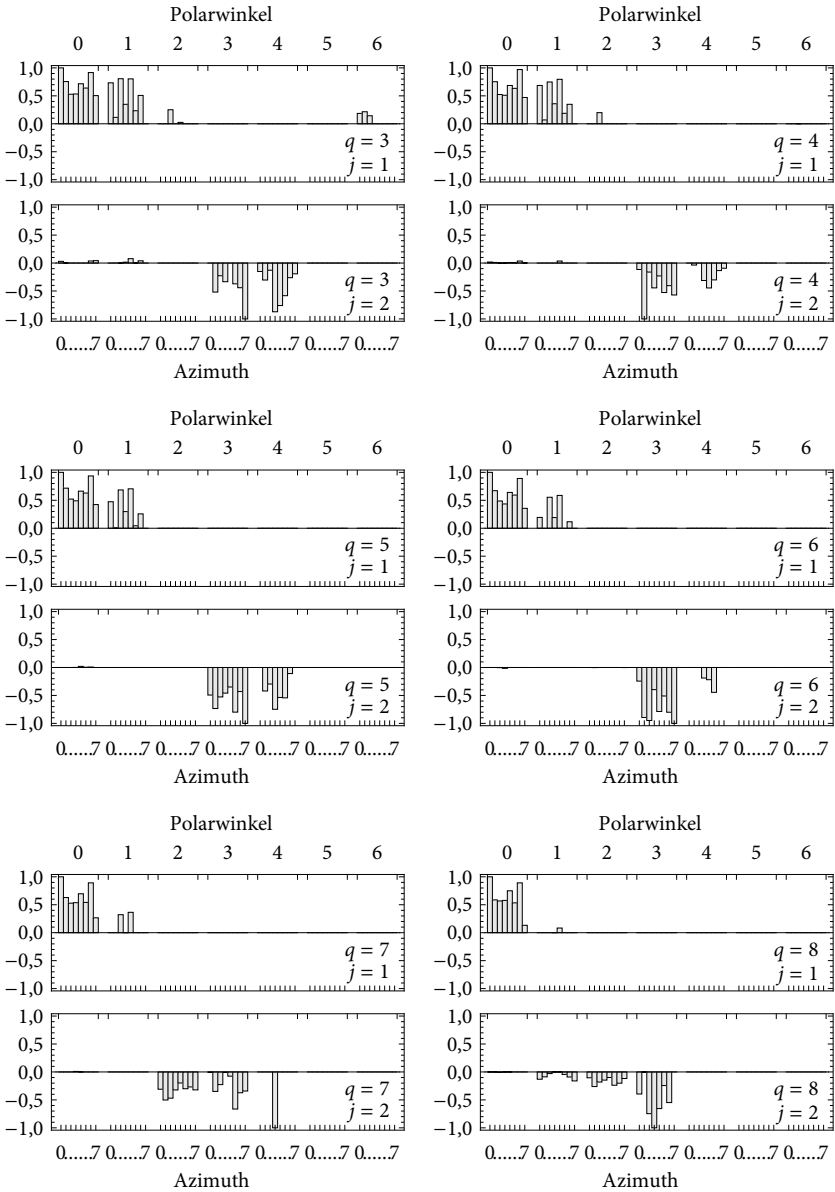
---

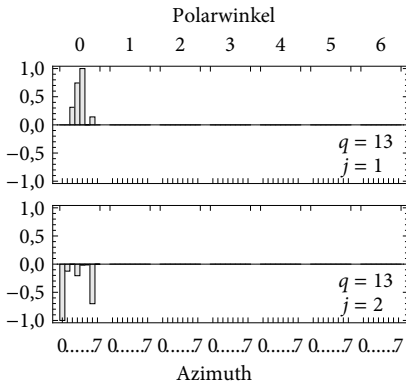
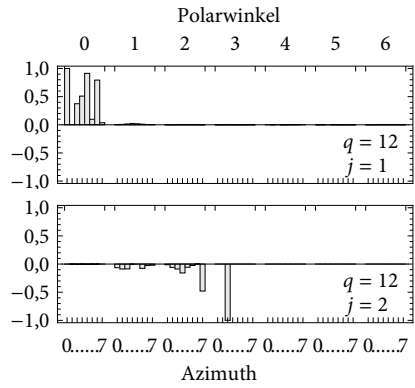
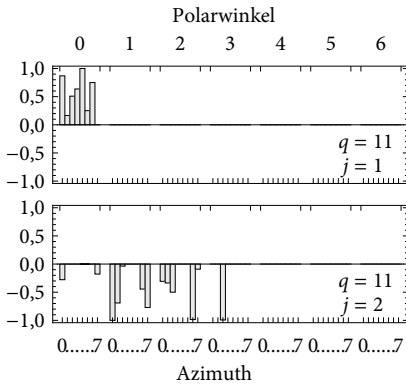
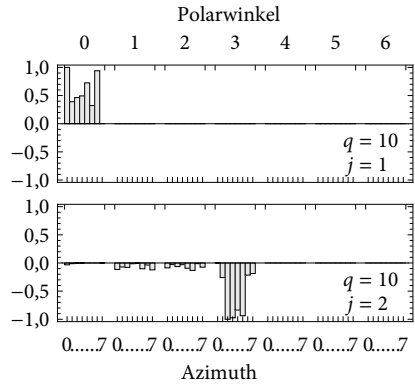
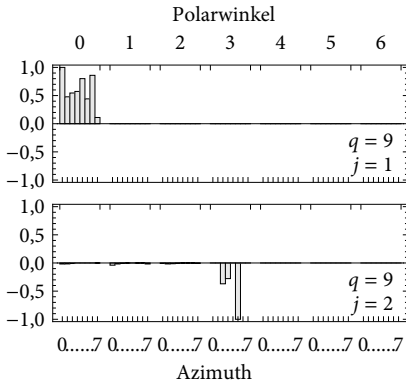
<sup>3</sup>Analog zu (4.24) kann ein Dämpfungsfaktor, der zur Konvergenz führt, über den größten Eigenwert von  $\mathbf{R}_{\text{rgb}}$  bestimmt werden.

# A. Numerische Lösungen zur diskriminativen Beleuchtung



A. Numerische Lösungen zur diskriminativen Beleuchtung





**Vorhergehende Abbildung A.1.:** Durch numerische Optimierung mit dem Nelder-Mead-Verfahren gewonnene Lösungsvektoren  $\mathbf{w}_{\text{KRV},j,q}$ ,  $j = 1, 2$  für exponentiell abnehmenden Strahlungsfluss durch den Faktor  $\tau^q$  für  $q = 0, \dots, 13$ . Zum Vergleich ist die Lösung  $\mathbf{w}_{\overline{\text{KRV}}_j}$ ,  $j = 1, 2$  der Grenzwertbetrachtung mitaufgenommen (grün), durch welche keine Berücksichtigung des Messrauschens erfolgt. Die Richtungen der impulsförmigen Basisbeleuchtung sind durch die in Abb. 5.11 eingeführte Nummerierung bezeichnet. Für die Visualisierung sind die Lösungspaare jeweils auf den Wertebereich  $[-1, 1]$  skaliert.

# Literaturverzeichnisse

## Eigene Veröffentlichungen zum Thema

- [Beyerer+ 11] J. Beyerer, R. Gruna und M. Sauerland, „Anordnung zur optischen Bestimmung einer Probe und entsprechendes Verfahren“, Patent DE 102011103253 B4, 2011.
- [Gruna 09] R. Gruna, „An inverse illumination technique for automated visual inspection“, in *Proceedings of the Joint Workshop of Fraunhofer IOSB and Institute for Anthropomatics, Vision and Fusion Laboratory*, J. Beyerer und M. Huber, Hrsg., Karlsruher Schriften zur Anthropomatik, Bd. 4, KIT Scientific Publishing, 2009, S. 63–77.
- [Gruna 10] R. Gruna, „An illumination device for the acquisition of image series under variable illumination directions“, in *Proceedings of the Joint Workshop of Fraunhofer IOSB and Institute for Anthropomatics, Vision and Fusion Laboratory*, J. Beyerer und M. Huber, Hrsg., Karlsruher Schriften zur Anthropomatik, Bd. 7, 2010, S. 135–150.
- [Gruna 12] R. Gruna, „Catadioptric illumination device for capturing hemispherical illumination series“, in *Proceedings of the Joint Workshop of Fraunhofer IOSB and Institute for Anthropomatics, Vision and Fusion Laboratory*, Karlsruher Schriften zur Anthropomatik, J. Beyerer und A. Pak, Hrsg., Bd. 11, KIT Scientific Publishing, 2012, S. 81–90.
- [Gruna+ 10a] R. Gruna und J. Beyerer, „Ein objektangepasstes Beleuchtungsverfahren für die automatische Sichtprüfung“, in *Tagungsband Forum Bildverarbeitung*, F. Puente León und M. Heizmann, Hrsg., KIT Scientific Publishing, 2010, S. 313–324.
- [Gruna+ 10b] R. Gruna und J. Beyerer, „On scene-adapted illumination techniques for industrial inspection“, in *Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, 2010, S. 498–503.

- [Gruna+ 10c] R. Gruna, K.-U. Vieth, M. Michelsburg und F. Puente León, „Hyperspectral imaging—from laboratory to in-line food sorting“, in *Proceedings of the 2nd International Workshop on Computer Image Analysis in Agriculture*, 2010, S. 79–90.
- [Gruna+ 11] R. Gruna und J. Beyerer, „Acquisition and evaluation of illumination series for unsupervised defect detection“, in *Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, 2011, S. 192–197.
- [Gruna+ 12a] R. Gruna und J. Beyerer, „Feature-specific illumination patterns for automated visual inspection“, in *Proceedings of the IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference*, 2012, S. 360–365.
- [Gruna+ 12b] R. Gruna und J. Beyerer, „Optical feature extraction with illumination-encoded linear functions“, in *Image Processing: Machine Vision Applications V*, Proceedings of SPIE, Bd. 8300, 2012.
- [Gruna+ 12c] R. Gruna und S. Irgenfried, „Reflectance modeling in machine vision: applications in image analysis and synthesis“, in *Machine Vision – Applications and Systems*, F. Solari, Hrsg. InTech, 2012, S. 227–246.
- [Melchert+ 10] W. Melchert, T. Längle, P. Pätzold, R. Gruna und M. Palmer, „Automatische Sichtprüfung strukturierter transparenter Materialien“, in *Tagungsband Forum Bildverarbeitung*, F. Puente León und M. Heizmann, Hrsg., KIT Scientific Publishing, 2010, S. 143–153.
- [Melchert+ 12] W. Melchert und R. Gruna, „Erkennung von Abweichungen in regelmäßigen Texturen durch Selbst-Filterung im Frequenzbereich“, in *Tagungsband Forum Bildverarbeitung*, F. Puente León und M. Heizmann, Hrsg., KIT Scientific Publishing, 2012, S. 231–244.
- [Michelsburg+ 10] M. Michelsburg, R. Gruna, K.-U. Vieth und F. Puente León, „Spektrale Bandselektion beim Entwurf automatischer Sortieranlagen“, in *Tagungsband Forum Bildverarbeitung*, F. Puente León und M. Heizmann, Hrsg., KIT Scientific Publishing, 2010, S. 131–141.
- [Michelsburg+ 11] M. Michelsburg, R. Gruna, K.-U. Vieth und F. Puente León, „Spektrale Bandselektion für das Filterdesign optischer Inspektionssysteme“, *tm – Technisches Messen*, Bd. 78, Nr. 9, S. 384–390, 2011.
- [Sauerland+ 11] M. Sauerland, R. Gruna und J. Beyerer, „Materialidentifikation mittels optisch realisierter Kreuzkorrelation der Reflektanzspektren“, in *Tagungsband XXV. Messtechnisches Symposium*, F. Puente León und J. Beyerer, Hrsg., Shaker, 2011, S. 91–102.



- [Sung+ 09] C.-K. Sung, R. Gruna, M. Zhuge und K.-U. Vieth, „Robot-based inline 2D/3D quality monitoring using picture-giving and laser triangulation sensors“, in *Contemporary Robotics—Challenges and Solutions*, A. D. Rodić, Hrsg. InTech, 2009.
- [Taphanel+ 12] M. Taphanel, R. Gruna und J. Beyerer, „Materialidentifikation mittels optisch realisierter Kreuzkorrelation der Reflektanzspektren“, *tm – Technisches Messen*, Bd. 79, Nr. 4, S. 202–209, 2012.

## Betreute studentische Arbeiten

- [Alborn 11] E. M. Alborn, „Reflektanzbasierte Anomaliedetektion mittels aktiver Planung einer unsicherheitsgetriebenen Beleuchtungsstrategie“, Studienarbeit, Karlsruher Institut für Technologie KIT, 2011.
- [Alborn 13] E. M. Alborn, „Optische Merkmalsextraktion durch problemspezifische Beleuchtungsmuster für die Texturklassifikation“, Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie KIT, 2013.
- [Brinker 12] J. O. Brinker, „Simulation einer Beleuchtungsoptimierung für die automatische Sichtprüfung mittels Computergrafik“, Bachelorthesis, Karlsruher Institut für Technologie KIT, 2012.
- [Hentze 11] B. Hentze, „Feature selection to determine illumination parameters for material classification“, Studienarbeit, Karlsruher Institut für Technologie KIT, 2011.
- [Pompetzki 11] R. Pompetzki, „Bildfusion von Beleuchtungsserien mittels Graph-Cut-Verfahren“, Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie KIT, 2011.
- [Roll 11] G. Roll, „HDR-Aufnahmen mit einem Kamera-Projektor-System“, Diplomarbeit, Karlsruher Institut für Technologie KIT, 2011.
- [Zhuge 09] M. Zhuge, „Validierung des Füllvolumens im Blister mittels Laserlichtschnitt“, Studienarbeit, Universität Karlsruhe (TH), 2009.

## Verwendete Literatur

- [Aach+ 93] T. Aach, A. Kaup und R. Mester, „Statistical model-based change detection in moving video“, *Signal Processing*, Bd. 31, Nr. 2, S. 165–180, 1993.

- [Ackermann+ 12] J. Ackermann, M. Ritz, A. Stork und M. Goesele, „Removing the example from example-based photometric stereo“, in *Trends and Topics in Computer Vision*, Lecture Notes in Computer Science, Bd. 6554, Springer, 2012, S. 197–210.
- [Adelson+ 91] E. H. Adelson und J. R. Bergen, „The plenoptic function and the elements of early vision“, in *Computational Models of Visual Processing*, MIT Press, 1991, S. 3–20.
- [Akenine-Möller+ 08] T. Akenine-Möller, E. Haines und N. Hoffman, *Real-time Rendering*, 3. Aufl. A K Peters, 2008.
- [Alldrin+ 08] N. Alldrin, T. Zickler und D. Kriegman, „Photometric stereo with non-parametric and spatially-varying reflectance“, in *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2008, S. 1–8.
- [Alpaydin 10] E. Alpaydin, *Introduction to Machine Learning*, 2. Aufl. MIT Press, 2010.
- [Amano+ 10] T. Amano und H. Kato, „Appearance control by projector camera feedback for visually impaired“, in *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*, 2010, S. 57–63.
- [Anderson+ 89] D. Anderson und J. Feinberg, „Optical novelty filters“, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Bd. 25, Nr. 3, S. 635–647, 1989.
- [Arvo 95] J. Arvo, „The role of functional analysis in global illumination“, in *Rendering techniques' 95*, Eurographics, Springer, 1995, S. 115–126.
- [Ashdown+ 06] M. Ashdown, T. Okabe, I. Sato und Y. Sato, „Robust content-dependent photometric projector compensation“, in *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshop*, 2006.
- [Auffarth+ 10] B. Auffarth, M. López und J. Cerquides, „Comparison of redundancy and relevance measures for feature selection in number classification of ct images“, in *Advances in Data Mining. Applications and Theoretical Aspects*, Lecture Notes in Computer Science, Bd. 6171, Springer, 2010, S. 248–262.
- [Baheti+ 06] P. K. Baheti und M. A. Neifeld, „Feature-specific structured imaging“, *Applied Optics*, Bd. 45, Nr. 28, S. 7382–7391, 2006.
- [Barber 12] D. Barber, *Bayesian Reasoning and Machine Learning*. Cambridge University Press, 2012.

- [Barrett+ 03] H. H. Barrett und K. Myers, *Foundations of Image Science*. Wiley Interscience, 2003.
- [Barrett+ 98] H. H. Barrett, C. K. Abbey und E. Clarkson, „Objective assessment of image quality. iii. roc metrics, ideal observers, and likelihood-generating functions“, *Journal of the Optical Society of America A*, Bd. 15, Nr. 6, S. 1520–1535, 1998.
- [Barsky+ 03] S. Barsky und M. Petrou, „The 4-source photometric stereo technique for three-dimensional surfaces in the presence of highlights and shadows“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 25, Nr. 10, S. 1239–1252, 2003.
- [Basri+ 03] R. Basri und D. W. Jacobs, „Lambertian reflectance and linear subspaces“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 25, Nr. 2, S. 218–233, 2003.
- [Batchelor 12] B. G. Batchelor, Hrsg., *Machine Vision Handbook*. Springer, 2012.
- [Batlle+ 98] J. Batlle, E. Mouaddib und J. Salvi, „Recent progress in coded structured light as a technique to solve the correspondence problem: a survey“, *Pattern Recognition*, Bd. 31, Nr. 7, S. 963–982, 1998.
- [Bauer 07] N. Bauer, Hrsg., *Handbuch zur industriellen Bildverarbeitung: Qualitätssicherung in der Praxis*, 2. Aufl. Fraunhofer-Allianz Vision, 2007.
- [Baumbach+ 06] T. Baumbach, W. Osten, C. von Kopylow und W. Jüptner, „Remote metrology by comparative digital holography“, *Applied Optics*, Bd. 45, Nr. 5, S. 925–934, 2006.
- [Belhumeur+ 98] P. N. Belhumeur und D. J. Kriegman, „What is the set of images of an object under all possible illumination conditions?“, *International Journal of Computer Vision*, Bd. 28, Nr. 3, S. 245–260, 1998.
- [Belkin+ 03] M. Belkin und P. Niyogi, „Laplacian eigenmaps for dimensionality reduction and data representation“, *Neural Computation*, Bd. 15, Nr. 6, S. 1373–1396, 2003.
- [Bell 03] I. E. Bell, „Neutralizing paintings with a projector“, in *Color Imaging VIII: Processing, Hardcopy, and Applications*, Proceedings of SPIE, Bd. 5008, 2003, S. 560–568.
- [Beyerer+ 05] J. Beyerer und F. Puente León, „Bildoptimierung durch kontrolliertes aktives sehen und bildfusion“, *at – Automatisierungstechnik*, Bd. 53, Nr. 10, S. 493–502, 2005.

- [Beyerer+ 12] J. Beyerer, F. Puente León und C. Frese, *Automatische Sichtprüfung: Grundlagen, Methoden und Praxis der Bildgewinnung und Bildauswertung*. Springer Vieweg, 2012.
- [Beyerer+ 97] J. Beyerer und F. Puente León, „Datenfusion zur gewinnung hochwertiger bilder in der automatischen sichtprüfung“, *at – Automatisierungstechnik*, Bd. 45, Nr. 10, S. 480–489, 1997.
- [Bhatti 00] M. A. Bhatti, *Practical Optimization Methods: With Mathematica Applications*. Springer, 2000.
- [Bimber+ 08] O. Bimber, D. Iwai, G. Wetzstein und A. Grundhöfer, „The visual computing of projector-camera systems“, *Computer Graphics Forum*, Bd. 27, Nr. 8, S. 2219–2245, 2008.
- [Bimber+ 11] O. Bimber, D. Kloeck, T. Amano, A. Grundhöfer und D. Kurz, „Closed-loop feedback illumination for optical inverse tone-mapping in light microscopy“, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Bd. 17, Nr. 6, S. 857–870, 2011.
- [Binder+ 10] K. Binder und D. W. Heermann, *Monte Carlo simulation in statistical physics: an introduction*, 5. Aufl. Springer, 2010.
- [Bishop 08] C. M. Bishop, *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer, 2008.
- [Bortz 05] J. Bortz, *Statistik: Für Human- und Sozialwissenschaftler*, 6. Aufl. Springer, 2005.
- [Bothe+ 03] T. Bothe, W. Li, C. v. Kopylow und W. Jüptner, „Erzeugung und auswertung von objektangepassten inversen projektionsmustern“, *tm – Technisches Messen*, Bd. 70, Nr. 2, S. 99–103, 2003.
- [Bousseau+ 11] A. Bousseau, E. Chapoulie, R. Ramamoorthi und M. Agrawala, „Optimizing environment maps for material depiction“, *Computer Graphics Forum*, Bd. 30, Nr. 4, S. 1171–1180, 2011.
- [Bovik 00] A. Bovik, *Handbook of Image and Video Processing*, 2. Aufl. Academic Press, 2000.
- [Boykov+ 01] Y. Boykov, O. Veksler und R. Zabih, „Fast approximate energy minimization via graph cuts“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 23, Nr. 11, S. 1222–1239, 2001.
- [Brady 09] D. J. Brady, *Optical Imaging and Spectroscopy*. Wiley, 2009.

- [Brennesholtz+ 08] M. S. Brennesholtz und E. H. Stupp, *Projection Displays*, 2. Aufl. Wiley, 2008.
- [Bronstein+ 00] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig, *Taschenbuch der Mathematik*, 5. Aufl. Harri Deutsch, 2000.
- [Brooks+ 69] R. E. Brooks und L. O. Heflinger, „Moiré gauging using optical interference patterns“, *Applied Optics*, Bd. 8, Nr. 5, S. 935–939, 1969.
- [Brunet+ 04] J.-P. Brunet, P. Tamayo, T. R. Golub und J. P. Mesirov, „Metagenes and molecular pattern discovery using matrix factorization“, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Bd. 101, Nr. 12, S. 4164–4169, 2004.
- [Camastra+ 07] F. Camastra und A. Vinciarelli, *Machine Learning for Audio, Image and Video Analysis: Theory and Applications*. Springer, 2007.
- [Caniou 99] J. Caniou, *Passive Infrared Detection: Theory and Applications*, 2. Aufl. Springer, 1999.
- [Chandola+ 09] V. Chandola, A. Banerjee und V. Kumar, „Anomaly detection: a survey“, *ACM Computing Surveys*, Bd. 41, Nr. 3, 15:1–15:58, 2009.
- [Chandraker+ 11] M. Chandraker, J. Bai, T. Ng und R. Ramamoorthi, „On the duality of forward and inverse light transport“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 33, Nr. 10, S. 2122–2128, 2011.
- [Chang+ 02] C.-I. Chang und S.-S. Chiang, „Anomaly detection and classification for hyperspectral imagery“, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Bd. 40, Nr. 6, S. 1314–1325, 2002.
- [Chu+ 11] X. Chu, T.-T. Ng, R. Pahwa, T. Q. Quek und T. Huang, „Compressive inverse light transport“, in *Proceedings of the British Machine Vision Conference*, BMVA Press, 2011, 38:1–38:11.
- [Chung 97] F. R. K. Chung, *Spectral graph theory*. Oxford University Press, 1997.
- [Cichocki+ 09] A. Cichocki, R. Zdunek und A. H. Phan, *Nonnegative Matrix and Tensor Factorizations: Applications to Exploratory Multi-Way Data Analysis and Blind Source Separation*. Wiley, 2009.
- [Clemmensen+ 11] L. Clemmensen, T. Hastie, D. Witten und B. Ersbøll, „Sparse discriminant analysis“, *Technometrics*, Bd. 53, Nr. 4, S. 406–413, 2011.
- [Comninos 10] P. Comninos, *Mathematical and Computer Programming Techniques for Computer Graphics*. Springer, 2010.
- [Cord+ 08] M. Cord und P. Cunningham, *Machine Learning Techniques for Multimedia: Case Studies on Organization and Retrieval*. Springer, 2008.

- [Dana+ 04] K. J. Dana und J. Wang, „Device for convenient measurement of spatiallyvarying bidirectional reflectance“, *Journal of the Optical Society of America A*, Bd. 21, Nr. 1, S. 1–12, 2004.
- [Dana+ 99] K. J. Dana, B. v. Ginneken, S. K. Nayar und J. J. Koenderink, „Reflectance and texture of real-world surfaces“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 18, Nr. 1, S. 1–34, 1999.
- [DasGupta 11] A. DasGupta, *Probability for Statistics and Machine Learning: Fundamentals and Advanced Topics*, 1. Aufl. Springer, 2011.
- [Davies 05] E. R. Davies, *Machine Vision: Theory, Algorithms, Practicalities*, 3. Aufl. Morgan Kaufmann, 2005.
- [de Charette+ 12] R. de Charette, R. Tamburo, P. Barnum, A. Rowe, T. Kanade und S. Narasimhan, „Fast reactive control for illumination through rain and snow“, in *Proceedings of IEEE International Conference on Computational Photography*, 2012, S. 1–10.
- [Debevec+ 00] P. Debevec, T. Hawkins, C. Tchou, H. P. Duiker, W. Sarokin und M. Sagar, „Acquiring the reflectance field of a human face“, in *Proceedings of the 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, 2000, S. 145–156.
- [Ding+ ] C. H. Q. Ding, X. He, H. Zha, M. Gu und H. D. Simon, „A min-max cut algorithm for graph partitioning and data clustering“, in *Proceedings of IEEE International Conference on Data Mining*, S. 107–114.
- [Dinkelbach 67] W. Dinkelbach, „On nonlinear fractional programming“, *Management Science*, Bd. 13, Nr. 7, S. 492–498, 1967.
- [Drbohlav+ 05] O. Drbohlav und M. Chantler, „Illumination-invariant texture classification using single training images“, in *Proceedings of the 4th International Workshop on Texture Analysis and Synthesis*, 2005, S. 31–36.
- [Driscoll+ 94] J. Driscoll und D. Healy, „Computing fourier transforms and convolutions on the 2-sphere“, *Advances in Applied Mathematics*, Bd. 15, Nr. 2, S. 202–250, 1994.
- [Duda+ 00] R. O. Duda, P. E. Hart und D. G. Stork, *Pattern Classification*, 2. Aufl. Wiley, 2000.
- [Dutre+ 06] P. Dutre, K. Bala und P. Bekaert, *Advanced Global Illumination*, 2. Aufl. Peters, Wellesley, 2006.

- [Escolano+ 09] F. Escolano, P. Suau und B. Bonev, *Information Theory in Computer Vision and Pattern Recognition*. Springer, 2009.
- [Fahrmeir+ 96] L. Fahrmeir, H. W. Brachinger, A. Hamerle und G. Tutz, *Multivariate statistische Verfahren*, 2. Aufl. Walter de Gruyter, 1996.
- [Feng+ 02] T. Feng, S. Li, H.-Y. Shum und H. Zhang, „Local non-negative matrix factorization as a visual representation“, in *Proceedings of the 2nd International Conference on Development and Learning*, 2002, S. 178–183.
- [Flagg+ 06] M. Flagg und J. M. Rehg, „Projector-guided painting“, in *Proceedings of the 19th Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology*, 2006, S. 235–244.
- [Floudas+ 08] C. A. Floudas und P. M. Pardalos, *Encyclopedia of Optimization*. Springer, 2008.
- [Foley 96] J. D. Foley, *Computer Graphics: Principles and Practice in C*, 2. Aufl. Addison-Wesley, 1996.
- [Fuchs 08] M. Fuchs, „Advanced Methods for Relightable Scene Representations in Image Space“, Dissertation, Universität des Saarlandes, 2008.
- [Fuchs+ 07] M. Fuchs, V. Blanz, H. P. Lensch und H.-P. Seidel, „Adaptive sampling of reflectance fields“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 26, Nr. 2, Art. 10, 2007.
- [Fujii+ 05] K. Fujii, M. Grossberg und S. Nayar, „A projector-camera system with real-time photometric adaptation for dynamic environments“, in *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Bd. 1, 2005, S. 814–821.
- [Fukunaga 90] K. Fukunaga, *Introduction to Statistical Pattern Recognition*, 2. Aufl. Academic Press, 1990.
- [Garg 06] G. Garg, „Efficiently Acquiring Reflectance Fields Using Patterned Illumination“, Dissertation, Stanford University, 2006.
- [Garg+ 06] G. G. Garg, E.-V. Talvala, M. Levoy, H. P. A. Lensch, T. Anenine-Möller und W. Heidrich, „Symmetric photography: exploiting data-sparseness in reflectance fields“, in *Proceedings of the 17th Eurographics Conference on Rendering Techniques*, 2006, S. 251–262.
- [Gaujoux+ 10] R. Gaujoux und C. Seoighe, „A flexible R package for nonnegative matrix factorization“, *BMC Bioinformatics*, Bd. 11, Nr. 1, S. 1–9, 2010.

- [Gautron+ 04] P. Gautron, J. Krivanek, S. Pattanaik und K. Bouatouch, „A novel hemispherical basis for accurate and efficient rendering“, S. 321–330, 2004.
- [Gentle 07] J. E. Gentle, *Matrix Algebra: Theory, Computations, and Applications in Statistics*. Springer, 2007.
- [Gershun 36] A. Gershun, „The light field“, übers. von P. H. Moon und G. Timoshenko, *Journal of Mathematics and Physics*, Bd. 18, S. 51–151, 1936.
- [Geyer+ 01] C. Geyer und K. Daniilidis, „Catadioptric projective geometry“, *International Journal of Computer Vision*, Bd. 45, Nr. 3, S. 223–243, 2001.
- [Ghosh+ 07] A. Ghosh, S. Achutha, W. Heidrich und M. O’Toole, „Brdf acquisition with basis illumination“, in *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Computer Vision*, 2007, S. 1–8.
- [Glassner 95] A. S. Glassner, *Principles of Digital Image Synthesis*. Morgan Kaufmann, 1995.
- [Goesele+ 03] M. Goesele, X. Granier, W. Heidrich und H.-P. Seidel, „Accurate light source acquisition and rendering“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 22, Nr. 3, S. 621–630, 2003.
- [Goldman+ 10] D. Goldman, B. Curless, A. Hertzmann und S. Seitz, „Shape and spatially-varying brdfs from photometric stereo“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 32, Nr. 6, S. 1060–1071, 2010.
- [Gonzalez+ 07] R. C. Gonzalez und R. E. Woods, *Digital Image Processing*, 3. Aufl. Prentice Hall, 2007.
- [Goodman 05] J. W. Goodman, *Introduction To Fourier Optics*, 3. Aufl. Roberts & Company, 2005.
- [Goudail+ 04] F. Goudail, P. Réfrégier und G. Delyon, „Bhattacharyya distance as a contrast parameter for statistical processing of noisy optical images“, *Journal of the Optical Society of America A*, Bd. 21, Nr. 7, S. 1231–1240, 2004.
- [Granados+ 10] M. Granados, B. Ajdin, M. Wand, C. Theobalt, H. P. Seidel und H. Lensch, „Optimal HDR reconstruction with linear digital cameras“, in *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2010, S. 215–222.
- [Greivenkamp 04] J. E. Greivenkamp, *Field Guide to Geometrical Optics*. SPIE Press, 2004.
- [Groemer 96] H. Groemer, *Geometric Applications of Fourier Series and Spherical Harmonics*. Cambridge University Press, 1996.



- [Grossberg+ 04] M. Grossberg, H. Peri, S. Nayar und P. Belhumeur, „Making one object look like another: controlling appearance using a projector-camera system“, in *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Bd. 1, 2004, S. 452–459.
- [Grundhöfer+ 08] A. Grundhöfer und O. Bimber, „Real-time adaptive radiometric compensation“, *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, Bd. 14, Nr. 1, S. 97–108, 2008.
- [Gu+ 12] J. Gu und C. Liu, „Discriminative illumination: per-pixel classification of raw materials based on optimal projections of spectral brdf“, in *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2012, S. 797–804.
- [Guillamet+ 03] D. Guillamet, J. Vitria und B. Schiele, „Introducing a weighted non-negative matrix factorization for image classification“, *Pattern Recognition Letters*, Bd. 24, Nr. 14, S. 2447–2454, 2003.
- [Hagen+ 92] L. Hagen und A. Kahng, „New spectral methods for ratio cut partitioning and clustering“, *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Bd. 11, Nr. 9, S. 1074–1085, 1992.
- [Hair+ 10] J. F. Hair und R. E. Anderson, *Multivariate Data Analysis*, 7. Aufl. Prentice Hall, 2010.
- [Haist+ 02] T. Haist und H. J. Tiziani, „Farbkodierte objektangepasste streifenprojektion für die schnelle 2d- und 3d-qualitätsprüfung“, *tm – Technisches Messen*, Bd. 69, Nr. 9, S. 367–373, 2002.
- [Han+ 03] J. Y. Han und K. Perlin, „Measuring bidirectional texture reflectance with a kaleidoscope“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 22, Nr. 3, S. 741–748, 2003.
- [Harmeling+ 06] S. Harmeling, G. Dornhege, D. Tax, F. Meinecke und K.-R. Müller, „From outliers to prototypes: ordering data“, *Neurocomputing*, Bd. 69, Nr. 13, S. 1608–1618, 2006.
- [Hasinoff+ 10] S. W. Hasinoff, F. Durand und W. T. Freeman, „Noise-optimal capture for high dynamic range photography“, in *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2010, S. 553–560.
- [Hastie+ 09] T. Hastie, R. Tibshirani und J. Friedman, *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*, 2. Aufl. Springer, 2009.

- [He+ 05] X. He, D. Cai und P. Niyogi, „Laplacian score for feature selection“, in *Proceedings, Conference on Neural Information Processing Systems*, 2005, S. 507–514.
- [He+ 11] X. He, M. Ji, C. Zhang und H. Bao, „A variance minimization criterion to feature selection using laplacian regularization“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 33, Nr. 10, S. 2013–2025, 2011.
- [Healey+ 94] G. Healey und R. Kondepudy, „Radiometric CCD camera calibration and noise estimation“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 16, Nr. 3, S. 267–276, 1994.
- [Heger 05] T. Heger, „Erfassung dreidimensionaler Strukturen mit 2D-Bildverarbeitung unter Einsatz gesteuerter Beleuchtung“, Dissertation, Technische Universität Kaiserslautern, 2005.
- [Heidrich+ 99] W. Heidrich und H.-P. Seidel, „Realistic, hardware-accelerated shading and lighting“, in *Proceedings of the 26th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, 1999, S. 171–178.
- [Heizmann 04] M. Heizmann, „Auswertung von forensischen Riefenspuren mittels automatischer Sichtprüfung“, Dissertation, 2004.
- [Heizmann+ 05] M. Heizmann und J. Beyerer, „Sampling the parameter domain of image series“, *Proceedings of SPIE*, Bd. 5672, 2005, S. 23–33.
- [Hendrix 10] E. M. T. Hendrix, *Introduction to Nonlinear and Global Optimization*. Springer, 2010.
- [Hertzmann+ 05] A. Hertzmann und S. M. Seitz, „Example-based photometric stereo: shape reconstruction with general, varying brdfs“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 27, Nr. 8, S. 1254–1264, 2005.
- [Hoffmann 07] J. Hoffmann, *Handbuch der Messtechnik*, 2. Aufl. Hanser, 2007.
- [Hornberg 06] A. Hornberg, *Handbook of Machine Vision*. Wiley-VCH, 2006.
- [Huberty 84] C. J. Huberty, „Issues in the use and interpretation of discriminant analysis“, *Psychological Bulletin*, Bd. 95, Nr. 1, S. 156–171, 1984.
- [Hwang+ 12] Y. Hwang, J.-S. Kim und I. S. Kweon, „Difference-based image noise modeling using skellam distribution“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 34, Nr. 7, S. 1329–1341, 2012.
- [Ibrahim+ 10] A. Ibrahim, S. Tominaga und T. Horiuchi, „Spectral imaging method for material classification and inspection of printed circuit boards“, *Optical Engineering*, Bd. 49, Nr. 5, Art. 05720, 2010.

- [Ihrke+ 10] I. Ihrke, G. Wetzstein und W. Heidrich, „A theory of plenoptic multiplexing“, in *Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2010, S. 483–490.
- [Izenman 08] A. J. Izenman, *Modern Multivariate Statistical Techniques*. Springer, 2008.
- [Jähne 10] B. Jähne, „Emva 1288 standard for machine vision“, *Optik & Photonik*, Bd. 5, Nr. 1, S. 53–54, 2010.
- [Jähne 12] B. Jähne, *Digitale Bildverarbeitung und Bildgewinnung*, 7. Aufl. Springer, 2012.
- [Janesick 07] J. R. Janesick, *Photon Transfer*. SPIE Press, 2007.
- [Janesick+ 87] J. R. Janesick, K. P. Klaasen und T. Elliott, „Charge-coupled-device charge-collection efficiency and the photon-transfer technique“, *Optical Engineering*, Bd. 26, Nr. 10, S. 972–980, 1987.
- [Japkowicz+ 11] N. Japkowicz und M. Shah, *Evaluating Learning Algorithms: A Classification Perspective*. Cambridge University Press, 2011.
- [Jean 07] Y. D. Jean, „Scene-space feature detectors“, in *Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2007, S. 1–8.
- [Jean 11] Y. D. Jean, „Optical signal processing with illumination-encoded filters“, *Computer Vision and Image Understanding*, Bd. 115, Nr. 5, S. 561–575, 2011.
- [Jehle+ 10] M. Jehle, C. Sommer und B. Jähne, „Learning of optimal illumination for material classification“, in *Pattern Recognition, Lecture Notes in Computer Science*, Bd. 6376, Springer, 2010, S. 563–572.
- [Jensen+ 01] H. W. Jensen, S. R. Marschner, M. Levoy und P. Hanrahan, „A practical model for subsurface light transport“, in *Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, 2001, S. 511–518.
- [Jia+ 08] S. Jia, Y. Qian und Z. Ji, „Band selection for hyperspectral imagery using affinity propagation“, in *Proceedings of International Conference on Digital Image Computing: Techniques and Applications*, 2008, S. 137–141.
- [Jolliffe 02] I. T. Jolliffe, *Principal Component Analysis*. Springer, 2002.

- [Juszczak 06] P. Juszczak, „Learning to Recognise: A Study on One-class Classification and Active Learning“, Dissertation, Delft University of Technology, 2006.
- [Kajiya 86] J. T. Kajiya, „The rendering equation“, *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, Bd. 20, Nr. 4, S. 143–150, 1986.
- [Karaboué 04] C. Karaboué, „Ein photorefraktiver Neugigkeitsfilter in der Sichtprüfung technischer Objekte“, Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2004.
- [Kautz+ 02] J. Kautz, P.-P. Sloan und J. Snyder, „Fast, arbitrary brdf shading for low-frequency lighting using spherical harmonics“, in *Proceedings of the 13th Eurographics Workshop on Rendering*, 2002, S. 291–296.
- [Kay 98] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume 2: Detection Theory*. Prentice Hall, 1998.
- [Kelley 95] C. T. Kelley, *Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations*. SIAM, 1995.
- [Kiencke+ 05] U. Kiencke und R. Eger, *Messtechnik: Systemtheorie für Elektrotechniker*, 6. Aufl. Springer, 2005.
- [Koenderink 10] J. J. Koenderink, *Color for the Sciences*. MIT Press, 2010.
- [Koppal+ 09] S. J. Koppal und S. G. Narasimhan, „Appearance derivatives for isonormal clustering of scenes“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 31, Nr. 8, S. 1375–1385, 2009.
- [Koppal+ 12] S. J. Koppal, S. Yamazaki und S. G. Narasimhan, „Exploiting dlp illumination dithering for reconstruction and photography of high-speed scenes“, *International Journal of Computer Vision*, Bd. 96, Nr. 1, S. 125–144, 2012.
- [Kroschel 03] K. Kroschel, *Statistische Informationstechnik: Signal- und Mustererkennung, Parameter- und Signalschätzung*, 4. Aufl. Springer, 2003.
- [Kumar 08] A. Kumar, „Computer-vision-based fabric defect detection: a survey“, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Bd. 55, Nr. 1, S. 348–363, 2008.
- [Lafortune+ 94] E. P. Lafortune und Y. D. Willems, „A theoretical framework for physically based rendering“, *Computer Graphics Forum*, Bd. 13, Nr. 2, S. 97–107, 1994.

- [Lang 12] M. M. Lang, „Foundations of realistic rendering: a mathematical approach“, Dissertation, Universität des Saarlandes, 2012.
- [Langer+ 97] M. S. Langer und S. W. Zucker, „What is a light source?“, in *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 1997, S. 172–178.
- [Lee+ 05] K.-C. Lee, J. Ho und D. Kriegman, „Acquiring linear subspaces for face recognition under variable lighting“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 27, Nr. 5, S. 684–698, 2005.
- [Lee+ 99] D. D. Lee und H. S. Seung, „Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization“, *Nature*, Bd. 401, Nr. 6755, S. 788–791, 1999.
- [Lehtinen 07] J. Lehtinen, „A framework for precomputed and captured light transport“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 26, Nr. 4, Art. 12, 2007.
- [Lensch+ 03] H. P. A. Lensch, J. Lang, A. M. Sá und H.-P. Seidel, „Planned sampling of spatially varying brdfs“, *Computer Graphics Forum*, Bd. 22, Nr. 3, S. 473–482, 2003.
- [Leung+ 01] T. Leung und J. Malik, „Representing and recognizing the visual appearance of materials using three-dimensional textons“, *International Journal of Computer Vision*, Bd. 43, Nr. 1, S. 29–44, 2001.
- [Levoy+ 96] M. Levoy und P. Hanrahan, „Light field rendering“, in *Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, 1996, S. 31–42.
- [Li 90] W. Li, „Mutual information functions versus correlation functions“, *Journal of Statistical Physics*, Bd. 60, Nr. 5-6, S. 823–837, 1990.
- [Lindner 09] C. Lindner, „Segmentierung von Oberflächen mittels variabler Beleuchtung“, Dissertation, Technischen Universität München, 2009.
- [Lindner+ 06] C. Lindner und F. Puente León, „Reflection-based surface segmentation using active illumination“, in *Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, 2006, S. 157–162.
- [Liu+ 07a] H. Liu und H. Motoda, *Computational Methods of Feature Selection*. Chapman & Hall, 2007.
- [Liu+ 07b] W. Liu, K. Yuan, G. Zhang, S. Jia und P. Xiao, „Regularized scatter measure for linear feature extraction“, in *Proceedings of the 2nd International Conference on Innovative Computing, Information and Control*, 2007, S. 621–621.

- [Liu+ 10a] C. Liu, L. Sharan, E. H. Adelson und R. Rosenholtz, „Exploring features in a bayesian framework for material recognition“, in *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2010, S. 239–246.
- [Liu+ 10b] S. Liu, T.-T. Ng und Y. Matsushita, „Shape from second-bounce of light transport“, in *Computer Vision – ECCV 2010*, Lecture Notes in Computer Science, Bd. 6312, Springer, 2010, S. 280–293.
- [Lütkepohl 96] H. Lütkepohl, *Handbook of Matrices*. Wiley, 1996.
- [Luxburg 07] U. Luxburg, „A tutorial on spectral clustering“, *Statistics and Computing*, Bd. 17, Nr. 4, S. 395–416, 2007.
- [Maes+ 97] F. Maes, A. Collignon, D. Vandermeulen, G. Marchal und P. Suetens, „Multimodality image registration by maximization of mutual information“, *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Bd. 16, Nr. 2, S. 187–198, 1997.
- [Mallick+ 05] S. P. Mallick, T. E. Zickler, D. J. Kriegman und P. N. Belhumeur, „Beyond lambert: reconstructing specular surfaces using color“, in *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Bd. 2, 2005, S. 619–626.
- [Malzbender+ 01] T. Malzbender, D. Gelb und H. Wolters, „Polynomial texture maps“, in *Proceedings of the 28th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, ACM, 2001, S. 519–528.
- [Markou+ 03] M. Markou und S. Singh, „Novelty detection: a review – part I: statistical approaches“, *Signal Processing*, Bd. 83, Nr. 12, S. 2481–2497, 2003.
- [Marschner 98] S. R. Marschner, „Inverse Rendering for Computer Graphics“, Dissertation, Cornell University, 1998.
- [Martínez-Usó+ 07] A. Martínez-Usó, F. Pla, J. Sotoca und P. Garcia-Sevilla, „Clustering-based hyperspectral band selection using information measures“, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Bd. 45, Nr. 12, S. 4158–4171, 2007.
- [Masselus 04] V. Masselus, „A Practical Framework for Fixed Viewpoint Image-based Relighting“, Dissertation, Katholieke Universiteit Leuven, 2004.
- [Masselus+ 03] V. Masselus, P. Peers, P. Dutré und Y. D. Willems, „Relighting with 4d incident light fields“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 22, Nr. 3, S. 613–620, 2003.

- [Matteoli+ 10] S. Matteoli, M. Diani und G. Corsini, „A tutorial overview of anomaly detection in hyperspectral images“, *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, Bd. 25, Nr. 7, S. 5–28, 2010.
- [McEwen+ 11a] J. D. McEwen, G. Puy, J.-P. Thiran, P. Vandergheynst, D. Van De Ville und Y. Wiaux, „Sampling theorems and compressive sensing on the sphere“, in *Wavelets and Sparsity XIV*, Proceedings of SPIE, Bd. 8138, 2011.
- [McEwen+ 11b] J. McEwen und Y. Wiaux, „A novel sampling theorem on the sphere“, *IEEE Transactions on Signal Processing*, Bd. 59, Nr. 12, S. 5876–5887, 2011.
- [Mertins 10] A. Mertins, *Signaltheorie*, 2. Aufl. Vieweg+Teubner, 2010.
- [Microscan Systems Inc 11] Microscan Systems, Inc., *Eight tips for optimal machine vision lighting*, 2011.
- [Mitchell 10] H. Mitchell, *Image Fusion: Theories, Techniques and Applications*. Springer, 2010.
- [Mitra+ 02] P. Mitra, C. A. Murthy und S. K. Pal, „Unsupervised feature selection using feature similarity“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 24, Nr. 3, S. 301–312, 2002.
- [Moganti+ 96] M. Moganti, F. Ercal, C. H. Dagli und S. Tsunekawa, „Automatic PCB inspection algorithms: a survey“, *Computer Vision and Image Understanding*, Bd. 63, Nr. 2, S. 287–313, 1996.
- [Mudry+ 12] E. Mudry, K. Belkebir, J. Girard, J. Savatier, E. L. Moal, C. Nicoletti, M. Allain und A. Sentenac, „Structured illumination microscopy using unknown speckle patterns“, *Nature Photonics*, Bd. 6, Nr. 5, S. 312–315, 2012.
- [Murphy 12] K. P. Murphy, *Machine Learning: A Probabilistic Perspective*. MIT Press, 2012.
- [Myers+ 90] K. J. Myers, J. P. Rolland, H. H. Barrett und R. F. Wagner, „Aperture optimization for emission imaging: effect of a spatially varying background“, *Journal of the Optical Society of America A*, Bd. 7, Nr. 7, S. 1279–1293, 1990.
- [Narasimhan+ 03] S. Narasimhan, Visvanathan Ramesh und S. Nayar, „A class of photometric invariants: separating material from shape and illumination“, in *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Computer Vision*, Bd. 2, 2003, S. 1387–1394.
- [Nayar 06] S. K. Nayar, „Computational cameras: redefining the image“, *IEEE Computer*, Bd. 39, Nr. 8, S. 30–38, 2006.

- [Nayar+ 03] S. K. Nayar, H. Peri, M. D. Grossberg und P. N. Belhumeur, „A projection system with radiometric compensation for screen imperfections“, in *Proceedings of the 1st IEEE International Workshop on Projector-Camera Systems*, 2003.
- [Nayar+ 06a] S. K. Nayar, V. Branzoi und T. E. Boulton, „Programmable imaging: towards a flexible camera“, *International Journal of Computer Vision*, Bd. 70, Nr. 1, S. 7–22, 2006.
- [Nayar+ 06b] S. K. Nayar, G. Krishnan, M. D. Grossberg und R. Raskar, „Fast separation of direct and global components of a scene using high frequency illumination“, Bd. 25, Nr. 3, S. 935–944, 2006.
- [Nayar+ 89] S. Nayar, K. Ikeuchi und T. Kanade, „Determining shape and reflectance of lambertian, specular, and hybrid surfaces using extended sources“, in *Proceedings of International Workshop on Industrial Applications of Machine Intelligence and Vision*, 1989, S. 169–175.
- [Neifeld+ 03] M. A. Neifeld und P. Shankar, „Feature-specific imaging“, *Applied Optics*, Bd. 42, Nr. 17, S. 3379–3389, 2003.
- [Neifeld+ 07] M. A. Neifeld, A. Ashok und P. K. Baheti, „Task-specific information for imaging system analysis“, *Journal of the Optical Society of America A*, Bd. 24, Nr. 12, S. 25–41, 2007.
- [Nelder+ 65] J. A. Nelder und R. Mead, „A simplex method for function minimization“, *The Computer Journal*, Bd. 7, Nr. 4, S. 308–313, 1965.
- [Ng+ 01] A. Y. Ng, M. I. Jordan und Y. Weiss, „On spectral clustering: analysis and an algorithm“, in *Proceedings of the Conference on Advances in Neural Information Processing Systems*, Bd. 2, 2001, S. 849–856.
- [Ng+ 05] R. Ng, M. Levoy, G. Duval, M. Horowitz und P. Hanrahan, „Light field photography with a hand-held plenoptic camera“, Stanford University, Techn. Ber. CTSR 2005-02, 2005.
- [Ng+ 09] T. Ng, R. S. Pahwa, J. Bai, T. Q. Quek und K. Tan, „Radiometric compensation using stratified inverses“, in *Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Computer Vision*, 2009, S. 1889–1894.
- [Ng+ 12] T.-T. Ng, R. Pahwa, J. Bai, K.-H. Tan und R. Ramamoorthi, „From the rendering equation to stratified light transport inversion“, *International Journal of Computer Vision*, Bd. 96, Nr. 2, S. 235–251, 2012.
- [NI 12] National Instruments, *A practical guide to machine vision lighting*, 2012.



- [Nicodemus+ 92] F. E. Nicodemus, J. C. Richmond, J. J. Hsia, I. W. Ginsberg und T. Limperis, „Geometrical considerations and nomenclature for reflectance“, in *Radiometry*, L. B. Wolff, S. A. Shafer und G. Healey, Hrsg. Jones und Bartlett, 1992, S. 94–145.
- [O’Sullivan+ 98] J. O’Sullivan, R. Blahut und D. Snyder, „Information-theoretic image formation“, *IEEE Transactions on Information Theory*, Bd. 44, Nr. 6, S. 2094–2123, 1998.
- [O’Toole+ 10] M. O’Toole und K. N. Kutulakos, „Optical computing for fast light transport analysis“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 29, Nr. 6, Art. 164, 2010.
- [Ohm+ 10] J.-R. Ohm und H. D. Lüke, *Signalübertragung: Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme*, 11. Aufl. Springer, 2010.
- [Osten+ 02] W. Osten, T. Baumbach und W. Jüptner, „Comparative digital holography“, *Optics Letters*, Bd. 27, Nr. 20, S. 1764–1766, 2002.
- [Parthier 08] R. Parthier, *Messtechnik*, 3. Aufl. Springer, 2008.
- [Pauca+ 06] V. P. Pauca, J. Piper und R. J. Plemmons, „Nonnegative matrix factorization for spectral data analysis“, *Linear Algebra and its Applications*, Bd. 416, Nr. 1, S. 29–47, 2006.
- [Paul+ 12] D. Paul, M. Burkhard, M. Palmer und M. Hartrumpf, „Device and method for optically sorting bulk material“, US8285029 B2, 2012.
- [Pedrotti+ 07] F. Pedrotti, L. Pedrotti, W. Bausch und H. Schmitt, *Optik für Ingenieure*, 4. Aufl. Springer, 2007.
- [Peers 06] P. Peers, „Sampling Reflectance Functions for Image-based Relighting“, Dissertation, Katholieke Universiteit Leuven, 2006.
- [Peers+ 03] P. Peers und P. Dutré, „Wavelet environment matting“, in *Proceedings of the 14th Eurographics Workshop on Rendering*, 2003, S. 157–166.
- [Peers+ 09] P. Peers, D. K. Mahajan, B. Lamond, A. Ghosh, W. Matusik, R. Ramamoorthi und P. Debevec, „Compressive light transport sensing“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 28, Nr. 1, Art. 3, 2009.
- [Pekalska+ 06] E. Pekalska und R. P. W. Duin, *The Dissimilarity Representation for Pattern Recognition: Foundations and Applications*. World Scientific, 2006.

- [Peng+ 05] H. Peng, F. Long und C. Ding, „Feature selection based on mutual information criteria of max-dependency, max-relevance, and min-redundancy“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 27, Nr. 8, S. 1226–1238, 2005.
- [Pérez Grassi 10] A. Pérez Grassi, „Variable Illumination and Invariant Features for Detecting and Classifying Varnish Defects“, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2010.
- [Petschnigg+ 04] G. Petschnigg, R. Szeliski, M. Agrawala, M. Cohen, H. Hoppe und K. Toyama, „Digital photography with flash and no-flash image pairs“, Bd. 23, Nr. 3, S. 664–672, 2004.
- [Pfeifer+ 00] T. Pfeifer und L. Wieggers, „Reliable tool wear monitoring by optimized image and illumination control in machine vision“, *Measurement*, Bd. 28, Nr. 3, S. 209–218, 2000.
- [Pharr+ 10] M. Pharr und G. Humphreys, *Physically Based Rendering: From Theory To Implementation*, 2. Aufl. Morgan Kaufmann, 2010.
- [Popko 12] E. S. Popko, *Divided Spheres: Geodesics and the Orderly Subdivision of the Sphere*. CRC Press, 2012.
- [Pösch+ 12] A. Pösch, T. Vynnyk und E. Reithmeier, „Using inverse fringe projection to speed up the detection of local and global geometry defects on free-form surfaces“, in *Image Reconstruction from Incomplete Data VII*, Proceedings of SPIE, Bd. 8500, 2012.
- [Preisendorfer 76] R. W. Preisendorfer, „Hydrologic optics. volume 2. foundations“, U.S. Dept. of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, Environmental Research Laboratories, Pacific Marine Environmental Laboratory, Techn. Ber., 1976.
- [Press 07] W. H. Press, *Numerical recipes: the art of scientific computing*. Cambridge University Press, 2007.
- [Puente León 06] F. Puente León, „Automated comparison of firearm bullets“, *Forensic Science International*, Bd. 156, Nr. 1, S. 40–50, 2006.
- [Puente León 97] F. Puente León, „Enhanced imaging by fusion of illumination series“, in *Sensors, Sensor Systems, and Sensor Data Processing*, Proceedings of SPIE, Bd. 3100, 1997, S. 297–308.
- [Racky+ 99] J. Racky und M. Pandit, „Active illumination for the segmentation of surface deformations“, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*, Bd. 1, 1999, S. 41–45.

- [Radke+ 05] R. Radke, S. Andra, O. Al-Kofahi und B. Roysam, „Image change detection algorithms: a systematic survey“, *IEEE Transactions on Image Processing*, Bd. 14, Nr. 3, S. 294–307, 2005.
- [Ramamoorthi 02] R. Ramamoorthi, „Analytic pca construction for theoretical analysis of lighting variability in images of a lambertian object“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 24, Nr. 10, S. 1322–1333, 2002.
- [Ramamoorthi+ 04] R. Ramamoorthi und P. Hanrahan, „A signal-processing framework for reflection“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 23, Nr. 4, S. 1004–1042, 2004.
- [Randen+ 97] T. Randen und J. Husoy, „Optimal filter-bank design for multiple texture discrimination“, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing*, Bd. 2, 1997, S. 215–218.
- [Randen+ 99] T. Randen und J. Husoy, „Filtering for texture classification: a comparative study“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 21, Nr. 4, S. 291–310, 1999.
- [Raskar 09] R. Raskar, „Computational photography“, in *Proceedings of the Computational Optical Sensing and Imaging Conference*, 2009.
- [Raskar+ 04] R. Raskar, K.-H. Tan, R. Feris, J. Yu und M. Turk, „Nonphotorealist camera: depth edge detection and stylized rendering using multi-flash imaging“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 23, Nr. 3, S. 679–688, 2004.
- [Rechenberg 06] P. Rechenberg, *Informatik-Handbuch*, 2. Aufl. Hanser, 2006.
- [Reed+ 90] I. Reed und X. Yu, „Adaptive multiple-band cfar detection of an optical pattern with unknown spectral distribution“, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Bd. 38, Nr. 10, S. 1760–1770, 1990.
- [Rencher 12] A. C. Rencher, *Methods of Multivariate Analysis*, 3. Aufl. Wiley-Blackwell, 2012.
- [Richards 05] M. A. Richards, *Fundamentals of Radar Signal Processing*. McGraw-Hill Professional, 2005.
- [Rignot+ 93] E. Rignot und J. van Zyl, „Change detection techniques for ers-1 sar data“, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Bd. 31, Nr. 4, S. 896–906, 1993.
- [Russ 06] J. C. Russ, *The Image Processing Handbook*, 5. Aufl. CRC Press, 2006.

- [Saad 03] Y. Saad, *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, 2. Aufl. SIAM, 2003.
- [Saff+ 97] E. B. Saff und A. B. J. Kuijlaars, „Distributing many points on a sphere“, *The Mathematical Intelligencer*, Bd. 19, Nr. 1, S. 5–11, 1997.
- [Saleh+ 07] B. E. A. Saleh und M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, 2. Aufl. Wiley, 2007.
- [Sammut+ 10] C. Sammut und G. I. Webb, *Encyclopedia of Machine Learning*. Springer, 2010.
- [Sato+ 03] I. Sato, T. Okabe, Y. Sato und K. Ikeuchi, „Appearance sampling for obtaining a set of basis images for variable illumination“, in *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Computer Vision*, Bd. 2, 2003, S. 800–807.
- [Sato+ 07a] I. Sato, T. Okabe und Y. Sato, „Appearance sampling of real objects for variable illumination“, *International Journal of Computer Vision*, Bd. 75, Nr. 1, S. 29–48, 2007.
- [Sato+ 07b] I. Sato, T. Okabe, Q. Yu und Y. Sato, „Shape reconstruction based on similarity in radiance changes under varying illumination“, in *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Computer Vision*, 2007, S. 1–8.
- [Schaible+ 83] S. Schaible und T. Ibaraki, „Fractional programming“, *European Journal of Operational Research*, Bd. 12, Nr. 4, S. 325–338, 1983.
- [Schechner+ 03] Y. Y. Schechner, S. K. Nayar und P. N. Belhumeur, „A theory of multiplexed illumination“, in *Proceedings of the 9th IEEE International Conference on Computer Vision*, Bd. 2, 2003, S. 800–807.
- [Schechner+ 07] Y. Schechner, S. Nayar und P. Belhumeur, „Multiplexing for optimal lighting“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 29, Nr. 8, S. 1339–1354, 2007.
- [Schnars+ 05] U. Schnars und W. Jüptner, *Digital Holography: Digital Hologram Recording, Numerical Reconstruction, and Related Techniques*. Springer, 2005.
- [Schölkopf+ 02] B. Schölkopf und A. J. Smola, *Learning With Kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization and Beyond*. MIT Press, 2002.
- [Schröder+ 07] G. Schröder und H. Treiber, *Technische Optik: Grundlagen und Anwendungen*, 10. Aufl. Vogel Business Media, 2007.

- [Sedlatschek+ 99] M. Sedlatschek, J. Trumfheller, J. Hartmann, M. Müller, C. Denz und T. Tschudi, „Differentiation and subtraction of amplitude and phase images using a photorefractive novelty filter“, *Applied Physics B*, Bd. 68, Nr. 5, S. 1047–1054, 1999.
- [Seitz+ 05] S. M. Seitz, Y. Matsushita und K. N. Kutulakos, „A theory of inverse light transport“, Bd. 2, 2005, S. 1440–1447.
- [Sen+ 05] P. Sen, B. Chen, G. Garg, S. R. Marschner, M. Horowitz, M. Levoy und H. P. A. Lensch, „Dual photography“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 24, Nr. 3, S. 745–755, 2005.
- [Settles 06] G. Settles, *Schlieren & Shadowgraph Techniques*. Springer, 2006.
- [Shafer 85] S. A. Shafer, „Using color to separate reflection components“, *Color Research & Application*, Bd. 10, Nr. 4, S. 210–218, 1985.
- [Shen 07] Y. Shen, „Outlier Detection Using the Smallest Kernel Principal Components“, Dissertation, Temple University, 2007.
- [Shen 84] Y.-R. Shen, *The principles of nonlinear optics*. 1984.
- [Shi+ 00] J. Shi und J. Malik, „Normalized cuts and image segmentation“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 22, Nr. 8, S. 888–905, 2000.
- [Shum+ 05] H.-Y. Shum, S.-C. Chan und S. B. Kang, *Image-Based Rendering*. Springer, 2005.
- [SICK 06] Sick AG, *Machine vision introduction*, 2006.
- [Singh 89] A. Singh, „Review article digital change detection techniques using remotely-sensed data“, *International Journal of Remote Sensing*, Bd. 10, Nr. 6, S. 989–1003, 1989.
- [Sinha 12] P. K. Sinha, *Image Acquisition and Preprocessing for Machine Vision Systems*. SPIE Press, 2012.
- [Soukup+ 08] D. Soukup und I. Bajla, „Robust object recognition under partial occlusions using NMF“, *Computational Intelligence and Neuroscience*, Bd. 2008, 2008.
- [Sra+ 06] S. Sra und I. S. Dhillon, „Nonnegative matrix approximation: algorithms and applications“, University of Texas, Techn. Ber. TR-06-27, 2006.
- [Steger+ 07] C. Steger, M. Ulrich und C. Wiedemann, *Machine Vision Algorithms and Applications*. Wiley-VCH, 2007.

- [Tanton 05] J. S. Tanton, *Encyclopedia of Mathematics*. Infobase Publishing, 2005.
- [Tao+ 07] D. Tao, X. Li, X. Wu und S. Maybank, „General tensor discriminant analysis and gabor features for gait recognition“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 29, Nr. 10, S. 1700–1715, 2007.
- [Tax 01] D. M. J. Tax, „One-class classification“, Dissertation, TU Delft, 2001.
- [Tax+ 03] D. M. J. Tax und K. R. Müller, „Feature extraction for one-class classification“, in *Proceedings of the Joint International Conference on Artificial Neural Networks and Neural Information Processing*, 2003, S. 342–349.
- [Theodoridis+ 08] S. Theodoridis und K. Koutroumbas, *Pattern Recognition*, 4. Aufl. Academic Press, 2008.
- [Thomas 92] D. R. Thomas, „Interpreting discriminant functions: a data analytic approach“, *Multivariate Behavioral Research*, Bd. 27, Nr. 3, S. 335–362, 1992.
- [Torre 05] A. Torre, *Linear Ray And Wave Optics in Phase Space*. Elsevier, 2005.
- [Tsin+ 01] Y. Tsin, V. Ramesh und T. Kanade, „Statistical calibration of CCD imaging process“, in *Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Computer Vision*, Bd. 1, 2001, S. 480–487.
- [Varma+ 02] M. Varma und A. Zisserman, „Classifying images of materials: achieving viewpoint and illumination independence“, in *Computer Vision – ECCV 2002*, Lecture Notes in Computer Science, Bd. 2352, Springer, 2002, S. 255–271.
- [Varma+ 09] M. Varma und A. Zisserman, „A statistical approach to material classification using image patch exemplars“, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Bd. 31, Nr. 11, S. 2032–2047, 2009.
- [Varmuza+ 09] K. Varmuza und P. Filzmoser, *Introduction to Multivariate Statistical Analysis in Chemometrics*. CRC Press, 2009.
- [Veach 98] E. Veach, „Robust Monte Carlo Methods for Light Transport Simulation“, Dissertation, Stanford University, 1998.
- [Velten+ 12] A. Velten, T. Willwacher, O. Gupta, A. Veeraraghavan, M. G. Bawendi und R. Raskar, „Recovering three-dimensional shape around a corner using ultrafast time-of-flight imaging“, *Nature Communications*, Bd. 3, Art. 745, 2012.

- [Villalba+ 07] S. D. Villalba und P. Cunningham, „An evaluation of dimension reduction techniques for one-class classification“, *Artificial Intelligence Review*, Bd. 27, Nr. 4, S. 273–294, 2007.
- [Vinh+ 10] N. X. Vinh, J. Epps und J. Bailey, „Information theoretic measures for clusterings comparison: variants, properties, normalization and correction for chance“, *Journal of Machine Learning Research*, Bd. 11, S. 2837–2854, 2010.
- [Viola+ 95] P. Viola und W. Wells, „Alignment by maximization of mutual information“, in *Proceedings of the 5th International Conference on Computer Vision*, 1995, S. 16–23.
- [Virtanen+ 08] T. Virtanen, A. Cemgil und S. Godsill, „Bayesian extensions to non-negative matrix factorisation for audio signal modelling“, in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2008, S. 1825–1828.
- [Wagner+ 93] D. Wagner und F. Wagner, „Between min cut and graph bisection“, in *Mathematical Foundations of Computer Science*, Lecture Notes in Computer Science, Bd. 711, 1993, S. 744–750.
- [Wang+ 09] O. Wang, P. Gunawardane, S. Scher und J. Davis, „Material classification using brdf slices“, in *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2009, S. 2805–2811.
- [Ward 92] G. J. Ward, „Measuring and modeling anisotropic reflection“, *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, Bd. 26, Nr. 2, S. 265–272, 1992.
- [Wasserman 03] L. Wasserman, *All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference*. Springer, 2003.
- [Webb+ 11] A. R. Webb und K. D. Copsey, *Statistical Pattern Recognition*, 3. Aufl. Wiley, 2011.
- [Weisstein 10] E. W. Weisstein, *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*, 2. Aufl. Chapman & Hall/CRC, 2010.
- [Werling 11] S. B. Werling, „Deflektometrie zur automatischen Sichtprüfung und Rekonstruktion spiegelnder Oberflächen“, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2011.
- [Werling+ 07] S. Werling und J. Beyerer, „Automatische inspektion spiegelnder oberflächen mittels inverser muster“, *tm – Technisches Messen*, Bd. 74, Nr. 4, S. 217–223, 2007.

- [Westin+ 92] S. H. Westin, J. R. Arvo und K. E. Torrance, „Predicting reflectance functions from complex surfaces“, *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, Bd. 26, Nr. 2, S. 255–264, 1992.
- [Wetzstein+ 06] G. Wetzstein und O. Bimber, „Radiometric compensation of global illumination effects with projector-camera systems“, in *Proceedings of ACM SIGGRAPH Research posters*, 2006.
- [Wetzstein+ 07] G. Wetzstein und O. Bimber, „Radiometric compensation through inverse light transport“, in *Proceedings of the 15th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, 2007, S. 391–399.
- [Weyrich+ 09] T. Weyrich, J. Lawrence, H. Lensch, S. Rusinkiewicz und T. Zickler, „Principles of appearance acquisition and representation“, *Foundations and Trends® in Computer Graphics and Vision*, Bd. 4, Nr. 2, S. 75–191, 2009.
- [Wheeden+ 77] R. L. Wheeden und A. Zygmund, *Measure and integral: an introduction to real analysis*. Marcel Dekker, 1977.
- [Winston+ 05] R. Winston, J. C. Minano, P. G. Benitez, W. c. b. N. S. Bortz und J. C., *Nonimaging Optics*. Academic Press, 2005.
- [Wong+ 02] T.-T. Wong, C.-W. Fu, P.-A. Heng und C.-S. Leung, „The plenoptic illumination function“, *IEEE Transactions on Multimedia*, Bd. 4, Nr. 3, S. 361–371, 2002.
- [Woodham 80] R. J. Woodham, „Photometric method for determining surface orientation from multiple images“, *Optical Engineering*, Bd. 19, Nr. 1, S. 139–144, 1980.
- [Wuttig 05] A. Wuttig, „Optimal transformations for optical multiplex measurements in the presence of photon noise“, *Applied Optics*, Bd. 44, Nr. 14, S. 2710–2719, 2005.
- [Xie 08] X. Xie, „A review of recent advances in surface defect detection using texture analysis techniques“, *Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis*, Bd. 7, Nr. 3, S. 1–22, 2008.
- [Yang+ 10] Z. Yang und E. Oja, „Linear and nonlinear projective nonnegative matrix factorization“, *IEEE Transactions on Neural Networks*, Bd. 21, Nr. 5, S. 734–749, 2010.
- [Yao 03] Y. Y. Yao, „Information-theoretic measures for knowledge discovery and data mining“, in *Entropy Measures, Maximum Entropy Principle and Emerging Applications*, Studies in Fuzziness and Soft Computing, Springer, 2003, S. 115–136.



- [Yu+ 98] F. T. S. Yu und S. Jutamulia, Hrsg., *Optical Pattern Recognition*. Cambridge University Press, 1998.
- [Yuan+ 05] Z. Yuan und E. Oja, „Projective nonnegative matrix factorization for image compression and feature extraction“, in *Image Analysis*, Lecture Notes in Computer Science, Bd. 3540, Springer, 2005, S. 333–342.
- [Yun+ 08] C. O. Yun, T. S. Yun und D. H. Lee, „Texture neutralization for invisible object representation using a projector-camera system“, *The International Journal of Virtual Reality*, Bd. 7, Nr. 4, S. 17–23, 2008.
- [Zeuch 00] N. Zeuch, *Understanding and Applying Machine Vision, Second Edition, Revised and Expanded*, 2. Aufl. CRC Press, 2000.
- [Zhang+ 06a] C. Zhang und T. Chen, *Light field sampling*. Morgan & Claypool, 2006.
- [Zhang+ 06b] L. Zhang und S. Nayar, „Projection defocus analysis for scene capture and image display“, *ACM Transactions on Graphics*, Bd. 25, Nr. 3, S. 907–915, 2006.
- [Zinth+ 11] W. Zinth und U. Zinth, *Optik*, 2. Aufl. Oldenbourg, 2011.
- [Zou+ 06] H. Zou, T. Hastie und R. Tibshirani, „Sparse principal component analysis“, *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Bd. 15, Nr. 2, S. 265–286, 2006.