

KARLSRUHER REIHE

**Massivbau
Baustofftechnologie
Materialprüfung**

HEFT 75

MICHAEL AUER

**Ein Verbundmodell für Stahlbeton
unter Berücksichtigung der Betonschädigung**

Michael Auer

**Ein Verbundmodell für Stahlbeton
unter Berücksichtigung der Betonschädigung**

Karlsruher Reihe

**Massivbau
Baustofftechnologie
Materialprüfung**

Heft 75

Institut für Massivbau und Baustofftechnologie
Materialprüfungs- und Forschungsanstalt, MPA Karlsruhe

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Harald S. Müller
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski

Ein Verbundmodell für Stahlbeton unter Berücksichtigung der Betonschädigung

von
Michael Auer

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Fakultät für Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften
Tag der mündlichen Prüfung: 16. Mai 2014
Referent: Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Thomas Ummenhofer

Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark of Karlsruhe
Institute of Technology. Reprint using the book cover is not allowed.

www.ksp.kit.edu



*This document – excluding the cover – is licensed under the
Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 DE License
(CC BY-SA 3.0 DE): <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/>*



*The cover page is licensed under the Creative Commons
Attribution-No Derivatives 3.0 DE License (CC BY-ND 3.0 DE):
<http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/de/>*

Print on Demand 2015

ISSN 1869-912X

ISBN 978-3-7315-0316-3

DOI 10.5445/KSP/1000044866

Ein Verbundmodell für Stahlbeton unter Berücksichtigung der Betonschädigung

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

DOKTOR-INGENIEURS

von der Fakultät für
Bauingenieur-, Geo- und Umweltwissenschaften
des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl.-Ing. Michael Auer
aus Frankenthal (Pfalz)

| | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| Tag der mündlichen Prüfung: | 16. Mai 2014 |
| Referent: | Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski |
| Korreferent: | Prof. Dr.-Ing. Thomas Ummenhofer |

Karlsruhe 2014

Kurzfassung

Die Spannungs- und Dehnungszustände über die Länge eines Verbundkörpers werden mit Hilfe der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes ermittelt. Zur Lösung dieser Differentialgleichung wird eine Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung, das sogenannte Verbundgesetz, benötigt. Die Verbundspannung entspricht der aus der Mechanik bekannten Schubspannung. Die Relativverschiebung eines Stahlbetonverbundkörpers wird auch als Schlupf bezeichnet und setzt sich aus den Längenänderungen der beiden Materialien Stahl und Beton zusammen.

Bekannte Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen besitzen meist einen empirischen Ursprung und sind nur unter bestimmten Randbedingungen gültig. Besonders ausgeprägt und Anlass dieser Forschung sind die Differenzen der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen von Auszieh-, Ausdrück- und Dehnkörper.

In dieser Arbeit wird ein allgemein gültiges Verbundgesetz auf Basis theoretischer Überlegungen generiert und kein aus Versuchsergebnissen gewonnenes Verbundgesetz verwendet. Dazu ist es unumgänglich den Baustoff Beton mit einzubeziehen. Um den Zustand des umgebenden Betons zu beurteilen wird ein dreiaxiales Betonstoffgesetz verwendet.

Anschließend werden die Grundlagen des Verbunds erläutert. Aus der Literatur werden weitere Einflussparameter auf das Verhältnis zwischen Verbundspannung und Relativverschiebung zusammengefasst. Danach werden verschiedene Verbundgesetze und deren Ansätze vorgestellt.

Das neu entwickelte Verbundgesetz berücksichtigt den dreiaxialen Spannungszustand des Betons vor der Rippe des Bewehrungsstabes. Die Spannungen in drei Richtungen entstehen infolge einer vor der Bewehrungsstabrippe beginnenden Druckstrebe und den daraus resultierenden Kräfteumlenkungen in tangentialer und radialer Richtung. Mit Hilfe des dreiaxialen Betongesetzes wird daraus die mögliche Spannung des Betons bestimmt, wodurch die Verbundspannung limitiert wird. Das vorgestellte Verbundgesetz basiert daher primär auf der Festigkeit des Betons vor der Rippe und damit nur indirekt aus der daraus ermittelten resultierenden Relativverschiebung.

Um verschiedene Verbundgesetze miteinander vergleichen und auswerten zu können wird ein Programm in VBA für Microsoft Excel 2003 geschrieben. Das vorgestellte analytische Verbundmodell wird anschließend mit bekannten Verbundgesetzen aus der Literatur verglichen.

Abstract

The state of stress and strain over the length of a bond specimen will be determined by the differential equation of bond. To solve this differential equation a bond stress-slip relationship also called bond stress-slip law is necessary. The bond stress is known from the mechanics and accords to the shear stress. The relative slip of a reinforced concrete bond specimen consists of the elongations of the materials steel and concrete.

Well established bond stress-slip relationships have mostly an empirical origin and are only valid for particular boundary conditions. Most pronounced reason for this research are the differences of the bond stress-slip relationships between pull-out, push-in and tension tie specimen.

In this research a general admitted bond stress-slip law is developed which bases upon analytical consideration and not on experimental results. For this reason it is urgently necessary to implicate the characteristics of concrete. To rate the state of the surrounding concrete a three dimensional constitutive law of concrete is used.

Following the background of bond will is illustrated. Out of literature the influencing parameters on the ratio of bond stress und relative slip are summarized. In the next step different bond stress-slip laws and their concept are presented.

The new developed bond stress-slip law considers the three-dimensional stress state of concrete in front of the rib of the reinforcing bar. The stresses into three directions result from the pressure strut in front of the reinforcing bar rib and the change of direction of the force in tangential and radial direction. With the three dimensional constitutive law of concrete the possible stress state of the concrete which limits the bond stress is determined. The shown bond stress-slip law bases primary on the concrete strength in front of the reinforcing bar rib and only indirectly on the resulting relative slip.

To compare different bond stress-slip laws a program in VBA for Microsoft Excel 2003 is written. With the aid of this programme the presented analytical bond model can be compared with well established bond stress-slip laws of the literature.

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Massivbau und Baustofftechnologie des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT), ehemals Universität Karlsruhe (TH).

Herrn Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski danke ich für das in mich gesetzte Vertrauen. Seine hilfreichen und motivierenden Diskussionen sowie seine wohlwollende Förderung trugen entscheidend zum Gelingen dieser Arbeit bei. Zudem gebührt ihm Dank für die Übernahme des Hauptreferats.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Ummenhofer danke ich für die Übernahme des Korreferats sowie die konstruktiven Anmerkungen in meiner Arbeit.

Bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans Joachim Blass bedanke ich mich für die Übernahme des Vorsitzes und bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Harald S. Müller und bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Thomas Seelig für die Mitarbeit in der Kommission.

Ein weiterer Dank geht an die aktuellen und ehemaligen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts, einschließlich der wissenschaftlichen Hilfskräfte, für die angenehme Arbeitsatmosphäre und die gute Zusammenarbeit, die zur Entstehung dieser Arbeit beigetragen haben.

Des Weiteren bedanke ich mich bei Christian Güldenpfennig für das aufmerksame Korrekturlesen der Arbeit.

Meinen Eltern Angelika und Hansjörg sowie meiner Schwester Sandra danke ich für ihre Unterstützung, wodurch die Basis zur Anfertigung dieser Arbeit entstand.

Ein ganz besonderer Dank geht an meine Verlobte Marion Kaiser, ohne ihre unendliche Geduld und ihr Verständnis wäre eine erfolgreiche Vollendung dieser Arbeit nicht möglich gewesen.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 1.1 | Motivation..... | 1 |
| 1.2 | Zielsetzung..... | 3 |
| 2 | Materialeigenschaften | 5 |
| 2.1 | Betonverhalten unter Belastung..... | 5 |
| 2.1.1 | Verhalten unter einaxialer Belastung..... | 6 |
| 2.1.2 | Verhalten unter biaxialer Belastung..... | 17 |
| 2.1.3 | Verhalten unter triaxialer Belastung..... | 18 |
| 2.2 | Eigenschaften von Stahl..... | 24 |
| 3 | Dreidimensionales Stoffgesetz für Beton | 27 |
| 3.1 | Exkurs – Formulierung von Invarianten..... | 28 |
| 3.2 | Mehraxialer Spannungszustand des Betons..... | 29 |
| 3.2.1 | Verschiedene Gruppen der dreidimensionalen Betonmodelle..... | 30 |
| 3.2.2 | Formulierung von Schütt..... | 31 |
| 3.3 | Formulierung der Fließflächen..... | 32 |
| 3.3.1 | Fließfläche f_1 – Versagen infolge Zugbeanspruchung..... | 34 |
| 3.3.2 | Fließfläche f_2 – Versagen infolge Druckbeanspruchung..... | 35 |
| 3.3.3 | Fließfläche f_3 – Numerische Stabilität für reinen Zug..... | 36 |
| 3.3.4 | Fließfläche f_4 – Begrenzung dreiaxialer Druckbereich..... | 37 |
| 3.3.5 | Fließfläche f_5 – Kopplung von Fließkegel und Kugel..... | 39 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.3.6 | Das Zusammensetzen der Fließflächen..... | 41 |
| 3.4 | Geometrische Parameter - Kalibrierung..... | 42 |
| 3.5 | Modellverhalten – Versagensformen verschiedener Spannungskombinationen | 45 |
| 3.5.1 | Zugbereich | 46 |
| 3.5.2 | Gemischter Zug/Druck-Bereich | 47 |
| 3.5.3 | Druckbereich..... | 48 |
| 3.5.4 | Zusammenfassung der drei Bereiche | 49 |
| 4 | Grundlagen des Verbunds..... | 51 |
| 4.1 | Beschreibung der Verbundtragwirkung | 51 |
| 4.1.1 | Relevanz der drei Verbundmechanismen..... | 52 |
| 4.1.2 | Vorgang des Verbundverhaltens | 53 |
| 4.2 | Definition Verbundspannung..... | 56 |
| 4.3 | Verbundspannung und Verankerungslänge nach DIN 1045-1 : 2008-08 | 57 |
| 4.4 | Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds | 59 |
| 4.5 | Numerische Integration..... | 62 |
| 4.6 | Allgemeines zu Verbundgesetzen und Verbundeinflussparametern.... | 66 |
| 4.6.1 | Betonfestigkeit und –technologie..... | 67 |
| 4.6.2 | Versuchskörpertyp | 70 |
| 4.6.3 | Spannungs- und Dehnungszustände der Materialien | 73 |
| 4.6.4 | Querdruck und Querkzug..... | 73 |
| 4.6.5 | Umschnürung durch Quer- und Bügelbewehrung | 75 |
| 4.6.6 | Ortsabhängigkeit | 75 |
| 4.6.7 | Verbundlänge und Verbundspannungsverteilung | 79 |
| 4.6.8 | Geometrie des Bewehrungsstabs..... | 82 |
| 4.6.9 | Lage des Bewehrungsstabes beim Betonieren | 90 |
| 4.6.10 | Betondeckung..... | 91 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5 | Bisherige Verbundgesetze | 93 |
| 5.1 | Entwicklung der Verbundforschung | 94 |
| 5.2 | Verbundgesetze basierend auf Rehm | 97 |
| 5.2.1 | Verbundgesetz von Rehm | 97 |
| 5.2.2 | Verbundgesetze von Martin | 98 |
| 5.2.3 | Verbundgesetze von Martin & Noakowski | 99 |
| 5.2.4 | Verbundgesetz von Idda | 99 |
| 5.3 | Inkrementelles Verbundgesetz von Kobarg | 100 |
| 5.4 | CEB-FIP Model Code 2010 | 102 |
| 5.5 | Analytisches Verbundgesetz von Schober | 107 |
| 5.5.1 | Modellbeschreibung | 109 |
| 5.5.2 | Untersuchung des Kegels | 111 |
| 5.5.3 | Verbundgesetz für gerippte Betonstähle | 115 |
| 5.5.4 | Verbundgesetz für glatte Stäbe | 116 |
| 5.5.5 | Verbundfestigkeit | 117 |
| 5.5.6 | Zusammenfassung | 126 |
| | | |
| 6 | Aufbau des analytischen Verbundmodells | 127 |
| 6.1 | Verbundverhalten in Folge der Schädigung des umgebenden Betons | 128 |
| 6.1.1 | Verbundverlauf in Abhängigkeit vom Schädigungsfortschritt im Beton | 130 |
| 6.1.2 | Beobachtungen des Verbundverhaltens | 132 |
| 6.2 | Untersuchungen mit dem Finite-Elemente Programm Abaqus | 137 |
| 6.3 | Ansatz des eigenen analytischen Verbundgesetzes | 150 |
| 6.3.1 | Mechanismen der Verbundübertragung | 150 |
| 6.3.2 | Idee des Verbundmodells | 151 |
| 6.3.3 | Modellierung des Verbundgesetzes | 155 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 6.4 | Eigenes Verbundgesetz – Der Verbund als Modell des Kraftflusses | 156 |
| 6.4.1 | Grundprinzip des Kraftflusses..... | 156 |
| 6.4.2 | Qualität des Verbundes | 162 |
| 6.4.3 | Einfluss einer Querbewehrung | 163 |
| 6.4.4 | Einfluss Querbewehrung..... | 163 |
| 6.4.5 | Anpassung des dreiaxialen Betonmodells..... | 165 |
| 6.4.6 | Ermittlung von Verbundspannung und Relativverschiebung | 166 |
| 6.4.7 | Verbundversagen | 168 |
| 6.5 | Anwendung des analytischen Verbundgesetzes..... | 170 |
| 6.5.1 | Modifikation der numerischen Integration..... | 170 |
| 6.5.2 | Parameter des Verbundgesetzes | 174 |
| 6.5.3 | Mindestwert Verbundspannung | 175 |
| 6.5.4 | Besonderheit Dehnkörper..... | 176 |
| 7 | Programm NumInt..... | 179 |
| 7.1 | Vorbereitung des Programms NumInt | 179 |
| 7.1.1 | Implementierung des Verbundgesetzes..... | 179 |
| 7.1.2 | Implementierung der Stoffgesetze für Stahl und Beton | 179 |
| 7.2 | Anwendung des Programms NumInt | 181 |
| 7.3 | Open Source | 183 |
| 8 | Vergleichende Versuchsnachrechnungen mit dem Programm NumInt..... | 185 |
| 8.1 | Versuchsbeschreibung und Vorbereitung der Versuchsnachrechnungen..... | 185 |
| 8.2 | Versuchsnachrechnungen mit CEB-FIP Model Code 2010 und dem Verbundgesetz von Schober..... | 186 |
| 8.2.1 | Auszugkörper | 188 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 8.2.2 | Ausdrückkörper | 192 |
| 8.2.3 | Dehnkörper, linke Seite | 196 |
| 8.2.4 | Dehnkörper, rechte Seite..... | 200 |
| 8.3 | Nachrechnung mit eigenem Verbundgesetz | 204 |
| 8.3.1 | Auszugkörper..... | 204 |
| 8.3.2 | Ausdrückkörper | 210 |
| 8.3.3 | Dehnkörper | 216 |
| 8.4 | Fazit der Versuchsnachrechnungen | 222 |
| 9 | Zusammenfassung und Ausblick..... | 225 |
| 9.1 | Zusammenfassung..... | 225 |
| 9.2 | Ausblick..... | 227 |
| | Abbildungsverzeichnis | 229 |
| | Tabellenverzeichnis | 235 |
| | Literaturverzeichnis | 237 |
| | Autoren | 237 |
| | Normen, Regelwerke und Sachstandsberichte..... | 263 |

Notation

Lateinische Großbuchstaben

| | |
|-----------------|--|
| A_c | Betonquerschnittsfläche |
| A_M | Mantelfläche |
| A_R | Rippenfläche |
| A_{Rw} | wirksame Rippenfläche |
| A_s | Stahlquerschnittsfläche |
| $A_{s,erf}$ | erforderliche Bewehrungsfläche |
| A_{sq} | Querschnittsfläche der Querbewehrung |
| $A_{s,vorh}$ | vorhandene Bewehrungsfläche |
| E_c | Elastizitätsmodul Beton |
| E_s | Elastizitätsmodul Stahl |
| F | Normalkraft im Bewehrungsstab |
| F_c | Betonkraft |
| ΔF_c | Änderung der Betonkraft (numerische Integration) |
| ΔF_{cs} | Residuum Verbundspannung (modifizierte numerische Integration) |
| F_s | Stahlkraft |
| ΔF_s | Änderung der Stahlkraft (numerische Integration) |
| G_c | Bruchenergie (Druck) |
| G_f | Bruchenergie (Zug) |
| H | Verbundmodul von KOBARG [86] (Abschnitt 5.3) |
| H_w | mathematische Steigung der Entfestigungsfunktion |
| ΔI | Residuum numerische Integration |
| T | Bezogene Verbundspannung |
| U | Umfang |
| U_s | Stabumfang |
| Z | Ringzugkraft |

| | |
|----------|---------------------------------|
| Z_{El} | elastischer Anteil Ringzugkraft |
| Z_{Pl} | plastischer Anteil Ringzugkraft |

Lateinische Kleinbuchstaben

| | |
|----------------|---|
| a_R | Rippenhöhe |
| a_{sq} | Querschnittsfläche der Querbewehrung je Längeneinheit |
| b_Z | Dicke des Betonzugrings |
| c | Betondeckung |
| c_R | Rippenabstand |
| d_s | Stahldurchmesser |
| $f_{i=1..5}$ | erste bis fünfte Drucker-Prager-Fließfläche |
| f_{bd} | Verbundspannungsbezeichnung nach DIN 1045-1 [246] |
| f_c | Betonfestigkeit |
| f_{ck} | charakteristische Zylinderdruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen nach DIN 1045-1 [246] |
| $f_{ck,cube}$ | charakteristische Würfeldruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen nach DIN 1045-1 [246] |
| f_{cm} | Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit des Betons nach DIN 1045-1 [246] |
| f_{ct} | zentrische Zugfestigkeit des Betons nach DIN 1045-1 [246] |
| $f_{ctk;0,05}$ | charakteristischer Wert des 5 %-Quantils der zentrischen Betonzugfestigkeit nach DIN 1045-1 [246] |
| f_{ctm} | Mittelwert der zentrischen Zugfestigkeit des Betons nach DIN 1045-1 [246] |
| $f_{ct,sp}$ | Spaltzugfestigkeit des Betons nach DIN 1045-1 [246] |
| f_R | bezogene Rippenfläche |
| f_{tk} | charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Betonstahls nach DIN 1045-1 [246] |
| $f_{tk,cal}$ | charakteristischer Wert der Zugfestigkeit des Betonstahls für die Bemessung nach DIN 1045-1 [246] |
| f_{yd} | Bemessungswert der Streckgrenze des Betonstahls nach DIN 1045-1 [246] |
| f_{yk} | charakteristischer Wert der Streckgrenze des Betonstahls nach DIN 1045-1 [246] |
| l | Länge |
| l_b | Grundmaß der Verankerungslänge nach DIN 1045-1 [246] |

| | |
|--------------|---|
| $l_{b,net}$ | erforderliche Verankerungslänge nach DIN 1045-1 [246] |
| l_c | charakteristische Länge |
| l_e | Lasteinleitungslänge |
| l_v | Verbundlänge |
| p_i | Querspannung in der Verbundzone |
| p_q | äußere Querspannung |
| p_r | Innendruck |
| $q_{i=1..5}$ | erste bis fünfte Ver-/Entfestigungsfunktion |
| r_a | Außenradius |
| r_c | Risstiefe der inneren Querrisse |
| r_i | Innenradius |
| s | Stababstand |
| s_q | Stababstand der Querbewehrung |
| s_r | Rissabstand |
| $s_{r,max}$ | maximaler Rissabstand |
| $s_{r,min}$ | minimaler Rissabstand |
| u_c | Verschiebung Beton |
| u_s | Verschiebung Stahl |
| w | Rissbreite |
| w_u | maximale Rissbreite |
| x | Position auf der Verbundlänge |

Griechische Buchstaben

| | |
|--------------|--|
| α | Druckstrebenneigung im Beton |
| α_R | Flankenneigung der Rippe |
| β_R | Rippenneigung |
| β_τ | Gleitwiderstand |
| γ_c | Teilsicherheitsbeiwert für Beton nach DIN 1045-1 [246] |
| γ_s | Teilsicherheitsbeiwert für Stahl nach DIN 1045-1 [246] |
| δ | Relativverschiebung |

| | |
|---------------------------|--|
| δ_{ult} | Bruchverschiebung |
| ε | Dehnung |
| ε^{el} | elastischer Dehnungsanteil |
| ε^{pl} | plastischer Dehnungsanteil |
| ε_c | Betondehnung |
| $\varepsilon_{c,G}$ | Betondehnung in der Grenzschicht |
| $\varepsilon_{c,H}$ | Betondehnung im Hauptanteil |
| $\Delta\varepsilon_{c,i}$ | Änderung Betondehnung (numerische Integration) |
| ε_{ct} | Betonzugdehnung (wird nur gelegentlich verwendet um die Zugbelastung des Betons deutlich herauszustellen) |
| ε_{ctu} | Betonzugbruchdehnung (wird nur gelegentlich verwendet um die Zugbelastung des Betons deutlich herauszustellen) |
| ε_{cu} | Betonbruchdehnung |
| ε_s | Stahldehnung |
| $\Delta\varepsilon_{s,i}$ | Änderung Stahldehnung (numerische Integration) |
| ε_{su} | Stahlbruchdehnung |
| ε_{sy} | Stahlfließdehnung (Streckgrenze) |
| ζ_1 | geometrische Konstante des Stoffgesetzes von SCHÜTT [196] |
| ζ_2 | geometrische Konstante des Stoffgesetzes von SCHÜTT [196] |
| η_1 | Skalierungsfaktor des Stoffgesetzes von SCHÜTT [196] |
| η_2 | Skalierungsfaktor des Stoffgesetzes von SCHÜTT [196] |
| κ | Schädigungsparameter des Stoffgesetzes von SCHÜTT [196] |
| λ_c | charakteristische Länge für Druckversagen |
| λ_f | charakteristische Länge für Zugversagen |
| ξ_1 | geometrische Konstante des Stoffgesetzes von SCHÜTT [196] |
| ξ_2 | geometrische Konstante des Stoffgesetzes von SCHÜTT [196] |
| $\Delta\sigma_c$ | Residuum Betonspannung (numerische Integration) |
| $\Delta\sigma_s$ | Residuum Stahlspannung (numerische Integration) |
| σ_c | Betonspannung |
| σ_{ct} | Betonzugspannung (wird nur gelegentlich verwendet um die Zugbelastung des Betons deutlich herauszustellen) |
| σ_r | Radialspannungen im Beton |

| | |
|------------------|--|
| σ_s | Stahlspannung |
| σ_φ | Ringspannungen im Beton |
| τ | Verbundspannung |
| $\tau_{0,1}$ | Verbundspannung bei 0,1 mm Schlupf |
| τ_c | Verbundspannung von Betonseite (modifizierte numerische Integration) |
| τ_{max} | maximale Verbundspannung |
| τ_R | Reibungsverbundspannung |
| τ_s | Verbundspannung von Stahlseite (modifizierte numerische Integration) |
| ψ | Beiwert der Verbundbedingungen |

Zusätzlich verwendete Variablen werden direkt im Kontext erläutert.

Kapitel 1

Einleitung

Im Stahlbetonbau werden die beiden Materialien Stahl und Beton zu einem Verbundwerkstoff zusammengefügt. Das Ziel liegt darin, die im Vergleich zur Druckfestigkeit sehr geringe Zugfestigkeit des Betons durch Bewehrungsstahl zu kompensieren. Dadurch entsteht ein sehr effizienter Verbundwerkstoff. Wie bei allen Verbundkonstruktionen ist auch beim Verbundwerkstoff Stahlbeton eine Kraftübertragung zwischen den Materialkomponenten Bedingung für ein Zusammenwirken der beiden Materialien. Ohne Verbund könnten keine Kräfte zwischen den Materialien übertragen werden und Stahlbeton würde nicht funktionieren. Grundvoraussetzung ist mindestens die Verankerung des Bewehrungsstabes, da sonst der Bewehrungsstab im Beton gleiten würde. Die Rissbreiten, die Rissabstände und die Mitwirkung des Betons auf Zugbeanspruchung zwischen den Rissen werden durch die Verbundeigenschaften maßgeblich beeinflusst. Daraus ergibt sich, dass die Verbundeigenschaften erheblichen Einfluss auf die Steifigkeit im gerissenen Zustand und die daraus resultierenden Tragwerksverformungen haben.

Verbunduntersuchungen zwischen Stahl und Beton haben eine lange Tradition. Bereits seit Beginn der Stahlbetonbauweise wurden hierzu Forschungsarbeiten durchgeführt und daraus Regeln und Normen für die Konstruktion erstellt.

1.1 Motivation

Die Tragwirkung von Stahlbetonbauteilen ist auf den Verbund zwischen Stahl und Beton angewiesen. Ohne Verbund kann keine Übertragung der Kräfte zwischen den beiden Baustoffen stattfinden. Eine rechnerische Erfassung des Verbundes ist über die Differentialgleichung des Verbundes möglich. Grundlage ist das aus der Mechanik bekannte Gleichgewicht zwischen den Kräften bei statischen Einwirkungen. Zur Gleichgewichtsformulierung wird ein infinitesimaler Teilbereich aus der Verbundlänge betrachtet. Durch die Verbundkräfte werden die Spannungen in den beiden Materialien aktiviert. Daraus entsteht eine Gleichgewichtsbedingung zwischen den aktiven und den reaktiven Kräften im Verbundkörper.

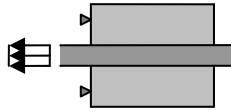
Zur Lösung der Differentialgleichung werden Definitionen der Verbundeigenschaften benötigt. Die Verbundeigenschaften werden durch ein Verbundgesetz beschrieben.

ben. Die Suche nach einem allgemeingültigen Verbundgesetz beschäftigt die Wissenschaft bereits seit den Anfängen des Stahlbetons. Früher wurde versucht ein sogenanntes Grundgesetz zu formulieren, bei dem an gleicher Stelle des Verbundkörpers die Verbundspannung, in der Mechanik auch als Schubspannung bezeichnet, in Abhängigkeit der auftretenden Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton bestimmt wird. Diese Verbundgesetze werden durch sogenannte Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen dargestellt. Es ist mittlerweile erwiesen, dass es sich dabei jedoch nicht um ein Stoffgesetz im Sinne der Kontinuumsmechanik handelt. Dafür müsste eine Allgemeingültigkeit gegeben sein, die allerdings nicht erfüllt ist, da unterschiedliche Versuchskörper zu verschiedenen Beziehungen führen. Bisher wurden meistens empirisch gewonnene Verbundgesetze verwendet. Jedoch haben die Randbedingungen der Versuche erheblichen Einfluss auf die empirisch ermittelten Verbundbeziehungen. Um die praktischen Belange abzudecken entstanden so verschiedene Versuchskörpertypen. Die einfachsten Körper sind der Auszieh-, Ausdrück- und Dehnkörper (Abbildung 1-1). Variationen davon sind exzentrisch einbetonierte Bewehrungsstäbe. Zur weiteren Ergänzung der empirischen Ergebnisse wurden Balken- und Balkenendtests entwickelt. Empirische Näherungskurven der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen täuschen häufig nur eine Genauigkeit vor. Infolge dieser Scheingenauigkeit ist es oft nur möglich die Messergebnisse der zugrunde liegenden experimentellen Untersuchung nachzurechnen, jedoch meistens keine anderen Versuche.

Bereits die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen zwischen den drei erstgenannten Körpern zeigen deutliche Unterschiede. Nach den mechanischen Grundsätzen der Statik, dass Kräfte auf ihrer Wirkungslinie verschoben werden dürfen, lassen sich die Unterschiede zwischen Auszieh-, Ausdrück- und Dehnkörper nicht zu erklären. Dieser Widerspruch wurde in bisherigen Versuchsergebnissen beobachtet. Das Augenmerk dieser Arbeit ist auf die drei Verbundkörper und deren verbundtechnische Unterschiede gerichtet. Es wird analytisch begründet wie der Unterschied der drei Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen entsteht. Ein wesentlicher Parameter der Verbundeigenschaft wird durch den Schädigungsgrad des umgebenden Betons gesteuert. Daraus soll ein Verbundgesetz formuliert werden, das auf alle drei Testkörper anwendbar ist.

Ein weiterer wesentlicher Aspekt entsteht durch die Gebrauchstauglichkeit. Infolge der Rissbreitenbeschränkung werden Bewehrungsstäbe nicht voll ausgenutzt. Daraus entstehen Verbundzustände mit niedriger äußerer Belastung. Die bisherigen Verbunduntersuchungen basieren jedoch meistens auf den maximal möglichen Belastungen. Wie gezeigt wird, lassen sich Verbundgesetze, die aus Versuchen mit maximaler Belastung gewonnen wurden, nicht für Verbunduntersuchungen mit geringer äußerer Belastung verwenden.

Ausziehkörper:



Ausdrückkörper:



Dehnkörper:

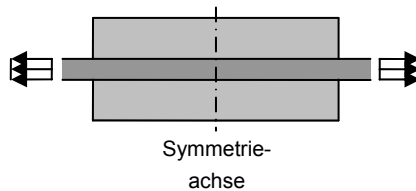


Abb. 1-1 Auszieh-, Ausdrück- und Dehnkörper im Vergleich

1.2 Zielsetzung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein tieferes Verständnis der Verbundtragwirkung zu schaffen. Dazu wird das komplexe Verhalten von Stahlbetontragwerken in vereinfachte Modelle überführt. Zum besseren Verständnis wird zuerst der Stand der Forschung und die bisherigen Erkenntnisse über die Verbundwirkung von Stahlbeton erörtert.

Zur Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds soll die numerische Integration verwendet werden. Die Lösung der Differentialgleichung wird durch ein Verbundgesetz erreicht. In der Literatur sind verschiedene Verbundgesetze zu finden, jedoch basieren diese meist auf empirischen Ergebnissen und gelten nur für bestimmte Randbedingungen. Zur einfacheren Anwendung soll ein Programm in VBA für Microsoft Excel geschrieben werden, das es ermöglicht verschiedene Verbundgesetze anzuwenden. Dies ist notwendig, da bisherige Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen für Bauteile mit unterschiedlichen Randbedingungen an verschiedenen Versuchskörperarten entwickelt wurden.

Das Programm soll allgemeingültig sein, daher ist es notwendig ein Verbundgesetz zu entwickeln, das die analytischen Gegebenheiten berücksichtigt. Das neu zu entwickelnde Verbundgesetz ist der zentrale Punkt dieser Forschungsarbeit. Dementsprechend ist es unumgänglich die bisherigen Berechnungsmethoden zur Erfassung der Verbundtragwirkung zu diskutieren und zu ergänzen. Ziel ist nicht aus Ver-

suchsergebnissen ein Verbundgesetz zu generieren, sondern ein allgemein gültiges Verbundgesetz auf Basis theoretischer Überlegungen zu erstellen. Die theoretischen Ansätze berücksichtigen den Kraftfluss im Versuchskörper und die daraus resultierenden Spannungskonzentrationen. Ein wichtiger Faktor des analytischen Verbundgesetzes spielt hierbei die Schädigung des umgebenden Betons. Dazu wird der dreiaxiale Spannungszustand des Baustoffs Beton mit einbezogen.

Kapitel 2

Materialeigenschaften

Das Verbundverhalten wird entscheidend durch die an der Übertragung der Verbundkräfte beteiligten Materialien beeinflusst, wobei das Material Beton den größeren Einfluss auf die Verbundtragfähigkeit von Stahlbeton besitzt. In einschlägigen Normen und Regelwerken, wie z. B. DIN 1045-1 [245], [246] oder EUROCODE 2 [248], wird die mögliche Verbundspannung in Abhängigkeit der Betongüte gewählt, daher wird in diesem Kapitel der Betoneigenschaft besondere Aufmerksamkeit gewidmet. Hierzu wird das Materialverhalten des Betons unter ein-, zwei- und dreiaxialer Belastung und dessen Modellierung vorgestellt. Anschließend werden die Materialeigenschaften des Stahls vorgestellt.

2.1 Betonverhalten unter Belastung

Der Werkstoff Beton wird aus den drei Hauptbestandteilen Wasser, hydraulisches Bindemittel (Zement) und grobkörnigen Zuschlagstoffen (Kies) hergestellt. Das Ergebnis ist ein heterogener Werkstoff, der stark von den Eigenschaften der einzelnen Bestandteile und deren Mischungsverhältnis abhängig ist. Das Verhalten des Baustoffs Beton wird vom Zusammenhalt von Zementmatrix und Zuschlagstoff bestimmt. Die Hydratation beim Abbinden, das Schwinden aus Austrocknung sowie das Kriechen infolge Last verursachen einen Eigenspannungszustand im Beton. Durch den Eigenspannungszustand entstehen in der Zementmatrix Mikrorisse. Die Mikrorisse können durch weitere Einflüsse zu Makrorissen anwachsen und ein Versagen der Struktur herbeiführen.

Daraus ist ersichtlich, dass die Risse und deren Entwicklung eine wichtige Eigenschaft des Werkstoffs Beton darstellen und somit besonderer Aufmerksamkeit in der Formulierung eines entsprechenden Materialmodells bedürfen. Materialmodelle, die dieses Rissverhalten berücksichtigen, können auf verschiedenen Ebenen formuliert werden.

Mikroskopische Ebene

Die mikroskopischen Definitionen basieren auf der Wirkungsweise der einzelnen Kristalle und Moleküle. Beispiele zu diesen Formulierungen finden sich bei TOUMI & BASCOUL [215], VONK [222] und WITTMANN [232], [233].

Mesoskopische Ebene

Bei der mesoskopischen Betrachtung wird von einem viskoelastischen Zementverhalten ausgegangen, wobei eine Unterscheidung in offene und geschlossene Poren stattfindet. Größe und Verteilung der Poren wird vom Wasser/Zement-Wert gesteuert. Die zeit-, temperatur- oder feuchtigkeitsabhängigen Eigenschaften des Betons werden über die Zementmatrix definiert. Die Zuschlagstoffe werden linear-elastisch angenommen und der Zusammenhang zwischen Zuschlagstoffen und Zementmatrix wird über verschmierte plastische Mikroflächen erfasst. Materialmodelle dazu finden sich bei CAROL & BAŽANT [18], COFER [22], D'ADETTA et al. [25] und ZOHDI & WRIGGERS [236].

Makroskopische Ebene

Auswertungen des Bauteiltragverhaltens werden mit Formulierungen auf makroskopischer Ebene durchgeführt. Die Modellierungen betrachten die Betonbestandteile und ihre Eigenschaften sowie mögliche Fehlstellen über die gesamte Struktur gleichmäßig verteilt. Das ursprünglich heterogene Gefüge wird somit auf ein homogenes Materialmodell mit nichtlinearen, isotropen Eigenschaften projiziert. Auf makroskopischer Ebene charakterisiert eine nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung das Betonverhalten. Das Vor- und Nachbruchverhalten hängt vom Rissverlauf und der Anzahl der belasteten Dimensionen ab. Ein Beispiel hierfür ist das Materialmodell von SCHÜTT [196], welches auf den Arbeiten von SUANNO [208] und MENRATH [126] basiert.

2.1.1 Verhalten unter einaxialer Belastung

Die meisten Kennwerte des Baustoffes Beton basieren auf einaxialen Versuchsauswertungen. Hierbei zeigt sich ein deutlicher Unterschied zwischen Zug- und Druckbelastung, d.h. Beton ist ein ausgeprägt anisotroper Werkstoff. Die Aufnahmefähigkeit von Druckkräften ist um ein vielfaches höher als die Zugfestigkeit. Daher übernimmt im Zusammenwirken von Stahl und Beton des Verbundwerkstoffes Stahlbeton der Baustoff Beton die Aufnahme der Druckkräfte, während dem Stahl die Zugkräfte zugeordnet werden.

Verhalten des Betons unter Druckbeanspruchung

Die Bestimmung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung von Beton und damit auch dessen mittlere Druckfestigkeit f_{cm} wird im Allgemeinen experimentell an zylindrischen oder würfelförmigen Probekörpern durchgeführt. Ausführliche Informationen zu den last- oder verschiebungsgesteuerten Versuchsdurchführungen finden sich bei REINHARDT [168].

In Abbildung 2-1 ist das Verhalten des Betons unter Druckbeanspruchung anhand der Spannungs-Dehnungs-Beziehung graphisch dargestellt. Bis zu einer Belastung von etwa 30 % der mittleren Druckfestigkeit f_{cm} sind Mikrorisse sowohl in der Zementmatrix als auch am Übergang der Zuschlagkörner zur Zementmatrix die einzigen Risse im Beton. Dies ist auch der Punkt, bis zu dem Beton ein linear-elastisches

Tragverhalten zeigt. Eine weitere Laststeigerung führt zur Aufweitung der vorhandenen Risse und zur Entstehung von neuen Rissen parallel zur Belastungsrichtung. Je weiter die Belastung gesteigert wird, desto schneller wachsen die Dehnungen im Vergleich zur Spannung an. Dieser Effekt nimmt mit weiterer Laststeigerung zu und führt so zu einer zunehmenden Abweichung von der linearen Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons. Nach Überschreiten der maximal aufnehmbaren mittleren Spannung f_{cm} fällt die Betonspannung σ_c schnell ab. Dieser Spannungsabfall ist bei höherfesten Betonen nach Überschreiten der maximalen Druckfestigkeit f_{cm} mit zunehmender Dehnung deutlich ausgeprägter (Abbildung 2-2).

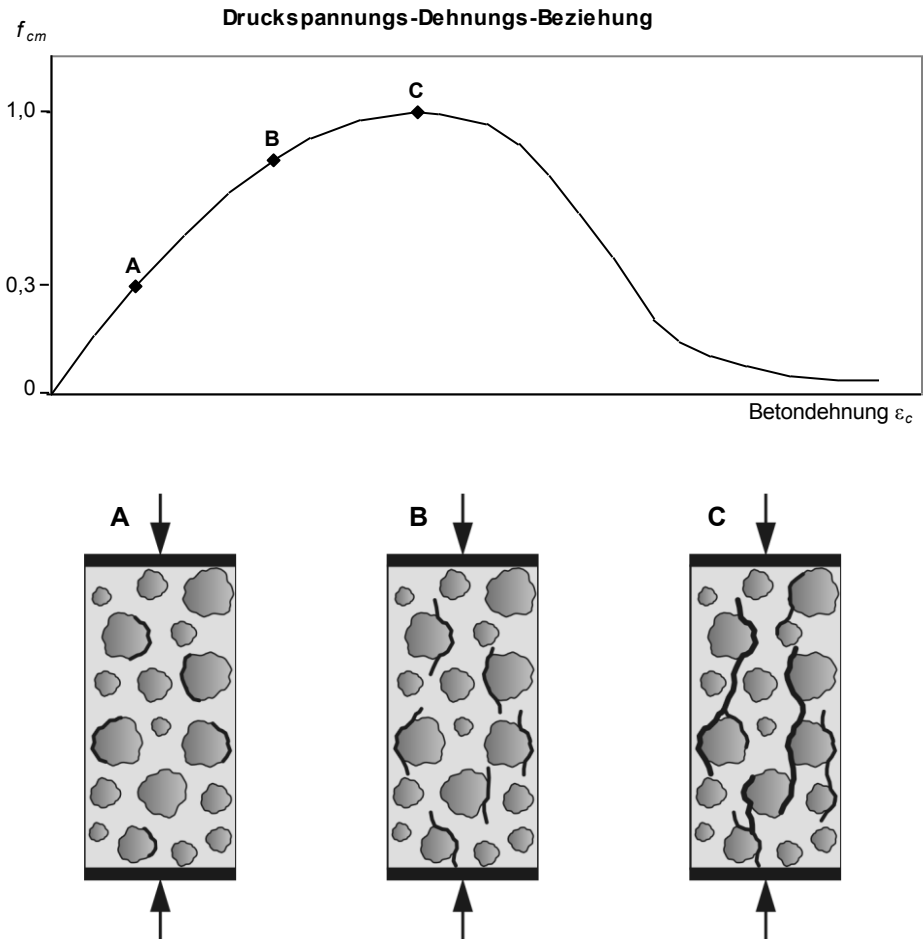


Abb. 2-1 Qualitativer Spannungs-Dehnungs-Verlauf von Beton unter einaxialem Druck

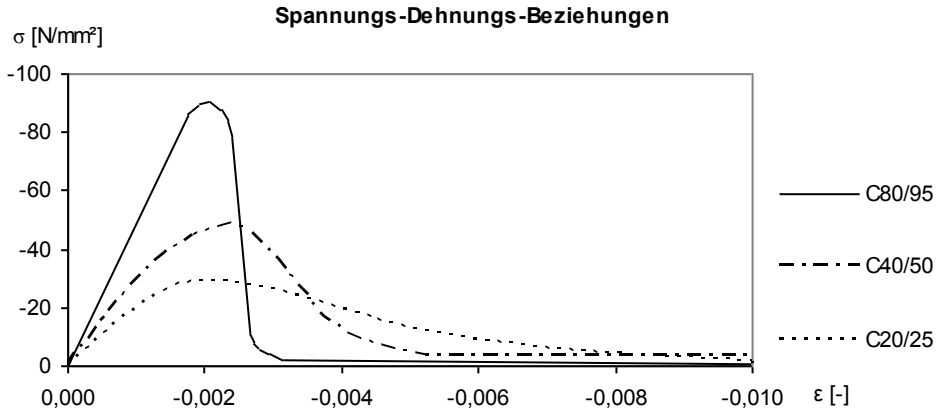


Abb. 2-2 Spannungsdehnungsdiagramme verschiedener Betonfestigkeiten, CEB-FIP MODEL CODE [239], [241]

Infolge der einaxialen Belastung kommt es zu einer Querkontraktion, also einer Dehnung des Betons in Querrichtung. Diese Dehnung wird über die Querdehnzahl beschrieben und besitzt ein zur Belastungsrichtung umgekehrtes Vorzeichen. In Abbildung 2-3 sind die Längsdehnung und die Querdehnung in Abhängigkeit der Betondruckspannung aufgetragen.

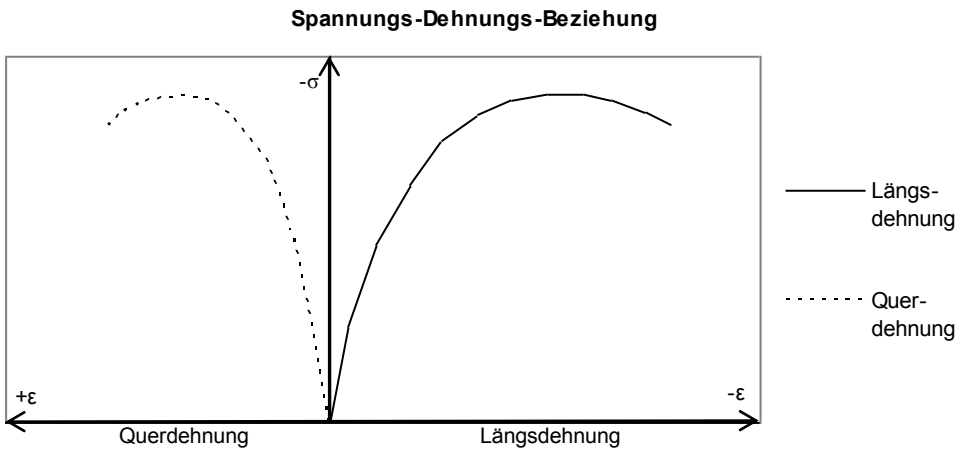


Abb. 2-3 Längs- und zugehörige Querdehnung in Abhängigkeit der Betondruckspannung

Über die Dehnungsmessung aller drei Richtungen lässt sich eine Volumendehnung infolge einachsiger Druckbeanspruchung ermitteln. In Abbildung 2-4 ist die Volumendehnung im Diagramm graphisch über die Betondruckspannung aufgetragen. Dabei zeigt sich in der Spannungs-Volumendehnungs-Beziehung, dass sich das Volumendehnungsverhalten ab einer kritischen Druckspannung von etwa $0,8 \cdot f_{cm}$ ändert. Bis zu diesem Grenzwert nimmt die Volumendehnung ab und darüber entsteht eine Zunahme der Volumendehnung. Die Änderung der Volumendehnung wird auch als sogenannte Dilatation bezeichnet. Dieses Phänomen ist u. a. in den Arbeiten von CHEN [19] und KUPFER et al. [96] zu finden und wird von LIU et al. [111] und SHAH & WINTER [197] damit erklärt, dass die Rissbänder eine Auflockerung mit anschließender Zerstörung des Gefüges bewirken. Das Erreichen des minimalen Betonvolumens wird von KOTSOVOS & NEWMAN [88] als Beginn der instabilen Rissausbreitung bezeichnet.

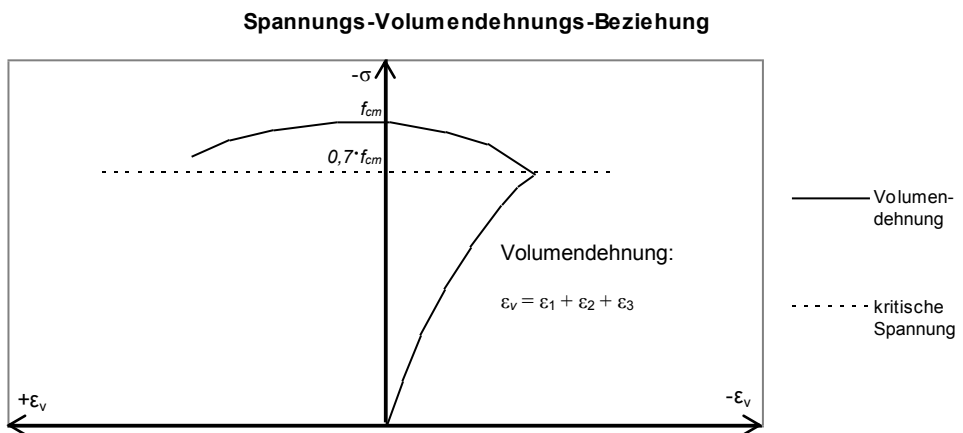


Abb. 2-4 Volumendehnung in Abhängigkeit der Betonspannung

Der Nachbruchbereich ist durch lokale Verformungen in den Bruchflächen geprägt und tritt damit lokal begrenzt und nicht im gesamten Probekörper ein. Nachweisen lässt sich der lokal begrenzte Nachbruchbereich durch einen Vergleich von Spannungs-Längenänderungs-Beziehungen und Spannungs-Dehnungs-Beziehungen an unterschiedlich langen Körpern. Sowohl bei kurzen als auch langen Körpern ist die Längenänderung identisch und somit ist die Dehnung, also der Quotient aus Längenänderung und Länge unterschiedlich. Mehr Details hierzu sind bei VAN MIER [128] und VONK [222] zu finden.

In der Literatur, in Normen und in Regelwerken sind verschiedene Varianten zur Formulierung der Beschreibungen des Nachbruchverhaltens zu finden. Im Unterschied zu den Ansätzen zur Beschreibung des Verhaltens nach Überschreiten der maximalen Druckfestigkeit f_{cm} von SARGIN [186], VECCHINO & COLLINS [220], DIN 1045-1 [245], [246], EUROCODE 2 [248] oder CEB-FIP MODEL CODE

[239], [241], basieren die Ansätze von FEENSTRA [50], FEENSTRA & DE BORST [51] und LACKNER [101] auf bruchmechanischen Grundlagen. Die Formulierungen des Druckbereichs nach bruchmechanischen Grundlagen berücksichtigen die Bruchenergie G_c , die beim Reißen einer Einheitsfläche freigesetzt wird. Die Bruchenergie ist eine materialspezifische Größe. Im Gegensatz zu der im nächsten Abschnitt beschriebenen Bruchenergie G_f infolge von Zugrissen, gibt es keine näherungsweise Bestimmung von G_c . Nach VONK [222] beträgt die Bruchenergie des Druckbereichs G_c das 100 bis 500-fache der Bruchenergie G_f . Die Entfestigung des Materials auf Basis der bruchmechanischen Grundlagen formuliert LACKNER [101] über ein exponentielles quadratisches Entfestigungsgesetz in Abhängigkeit der Rissbreite w :

$$\sigma(w) = f_{cm} \cdot \exp\left(-\frac{w^2}{w_u^2}\right) \quad (2-1)$$

Mit der maximalen Rissbreite:

$$w_u = \frac{2 \cdot G_c}{\sqrt{\pi} \cdot f_{cm}} \quad (2-2)$$

Verhalten des Betons unter Zugbeanspruchung

In alltäglichen statischen Belangen im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird die geringe Zugfestigkeit des Betons meistens vernachlässigt und der reine Zustand II betrachtet, also ohne Mitwirkung der Lastabtragung des Betons zwischen den Rissen. Erst für Gebrauchstauglichkeitsbetrachtungen, wie z. B. Untersuchungen zum Schwinden des Betons, wird die Zugfestigkeit des Betons berücksichtigt. Für Verbunduntersuchungen ist diese Vereinfachung ebenfalls nicht zweckmäßig, daher muss hier auch die geringe Zugfestigkeit des Betons berücksichtigt werden.

Wie schon in HEILMANN et al. [68] und REINHARDT et al. [167] beschrieben ist, sind einaxiale Zugversuche schwer durchzuführen. Daher wird die einaxiale Zugfestigkeit f_{ctm} meistens mit Hilfe von Spalt- und Biegeversuchen bestimmt. Zur experimentellen Bestimmung der Spaltzugfestigkeit wird ein zylindrischer Probekörper der Länge nach an zwei gegenüberliegenden Seiten der Mantelfläche durch eine Druckkraft belastet. Die Querspannungen, die infolge der lokal eingeleiteten Druckkräfte entstehen, bewirken nach BONZEL [13] und SCHLEECH [190] ein Spalten des Körpers. Nach CEB–FIP MODEL CODE [239], [241] wird die Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ folgendermaßen in die einaxiale Zugfestigkeit f_{ctm} umgerechnet:

$$f_{ctm} = 0,9 \cdot f_{ct,sp} \quad (2-3)$$

Biegeversuche zur Ermittlung der Zugfestigkeit unterscheiden sich in Dreipunkt- und Vierpunktbiegeversuche. Beide Arten der Prüfung finden an einem Einfeldträger statt und unterscheiden sich nur in der Anzahl der aufgetragenen Einzellasten. Im Fall der Dreipunktbiegung wird eine Einzellast in der Mitte und im Fall der Vierpunktbiegung jeweils eine Einzellast in den zwei Drittelpunkten aufgebracht. Nach BONZEL [12] und EIBL & IVÁNYI [34] wird die mittlere Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$

unter Annahme eines linear-elastischen Verhaltens des Biegebalkens als maximal aufnehmbare Spannung am Zugrand definiert. Die Umrechnung von der Biegezugfestigkeit $f_{ct,fl}$ in die Zugfestigkeit f_{ctm} erfolgt über die Höhe des Versuchsbalkens h_b , die Bezugshöhe $h_0 = 100 \text{ mm}$ und den bruchmechanischen Parameter $\alpha_{fl} = 1,5$:

$$f_{ctm} = f_{ct,fl} \cdot \frac{\alpha_{fl} \cdot \left(\frac{h_b}{h_0}\right)^{0,7}}{1 + \alpha_{fl} \cdot \left(\frac{h_b}{h_0}\right)^{0,7}} \quad (2-4)$$

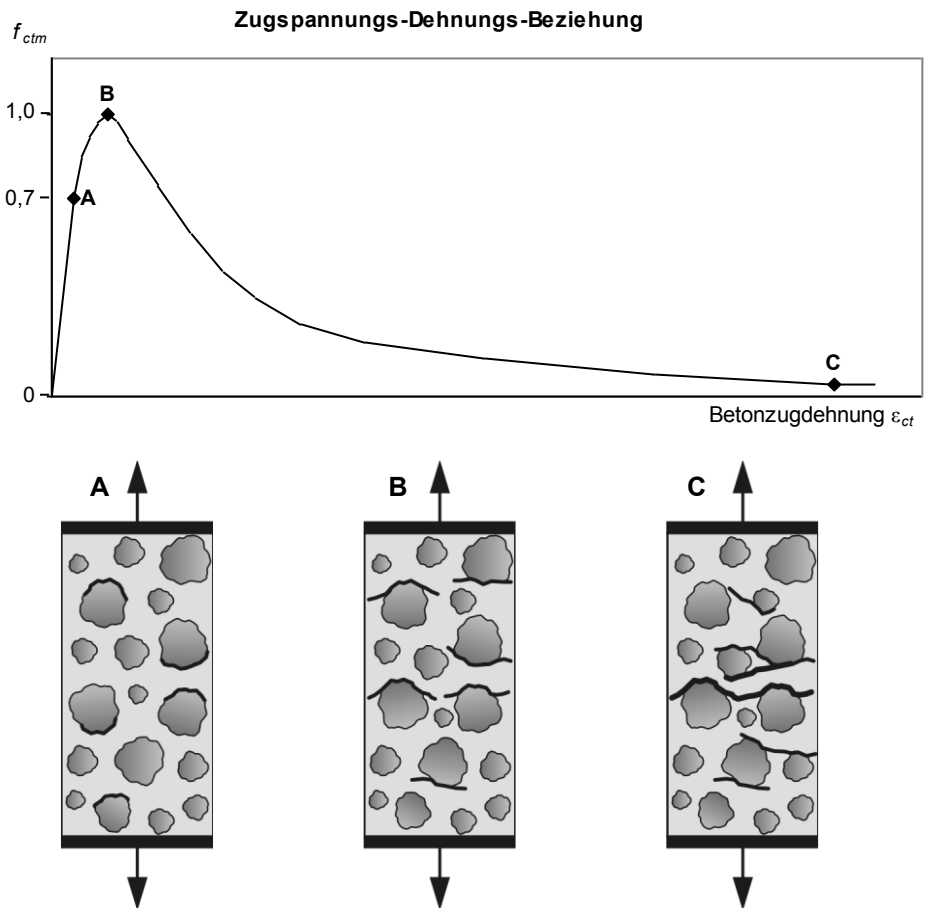


Abb. 2-5 Spannungs-Dehnungs-Beziehung für einaxiale Zugbeanspruchung von Beton

In Abbildung 2-5 ist die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons für den einaxialen Zugbereich graphisch dargestellt. Im Vergleich zum Druckverhalten des

Betons ist das Zugverhalten deutlich ausgeprägter linear-elastisch. Dieses Verhalten ist bis zu etwa 70 % der Zugfestigkeit f_{ctm} gegeben. Ab diesem Punkt entsteht infolge der weiteren Bildung von Mikrorissen, bzw. infolge deren Ausweitung zu Makrorissen quer zur Belastungsrichtung eine nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Nach Überschreitung der maximalen Zugfestigkeit findet ein plötzlicher starker Abfall der aufnehmbaren Betonspannung statt.

Der bereits für das Druckversagen angesprochene lokale Effekt des Versagens trifft auch auf den Zugbereich des Betons zu. Nach Überschreiten der Zugfestigkeit entsteht lokal im schwächsten Bereich des Probekörpers ein deutliches Risswachstum. Abbildung 2-6 zeigt, dass die lokale Entfestigung des Betons in einem schmalen Rissband zu großen Längenänderungen und in den benachbarten Bereich zu einer Entlastung führt, HOFSTETTER & MANG [74]. VAN MIER [128] hat gezeigt, dass die Längenänderung Δl unabhängig von der Probenkörperlänge ist und sich immer nahezu identisch in Abhängigkeit zu der Spannung verhält, dargestellt in Diagramm in Abbildung 2-7. Die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen nach Überschreiten der Zugfestigkeit unterscheiden sich hingegen erheblich in Abhängigkeit von der Probenkörperlänge. Dies liegt daran, dass die Dehnung eine Division aus Längenänderung und Länge des Körpers ist.

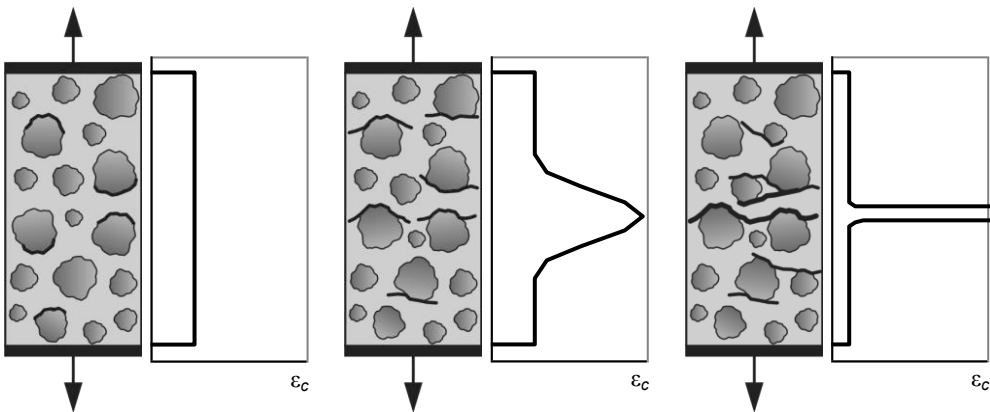


Abb. 2-6 Lokalisierung der Dehnungen im Versuchskörper

Um bei den Dehnungen ε auch den Nachbruchbereich zu berücksichtigen, werden die Gesamtdehnungen aus einem elastischen Dehnungsanteil ε^{el} und einem plastischen Dehnungsanteil ε^{pl} zusammengesetzt:

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl} \tag{2-5}$$

Die Spannungs-Dehnungs-Diagramme dieser beiden Anteile sind in Abbildung 2-8 graphisch dargestellt.

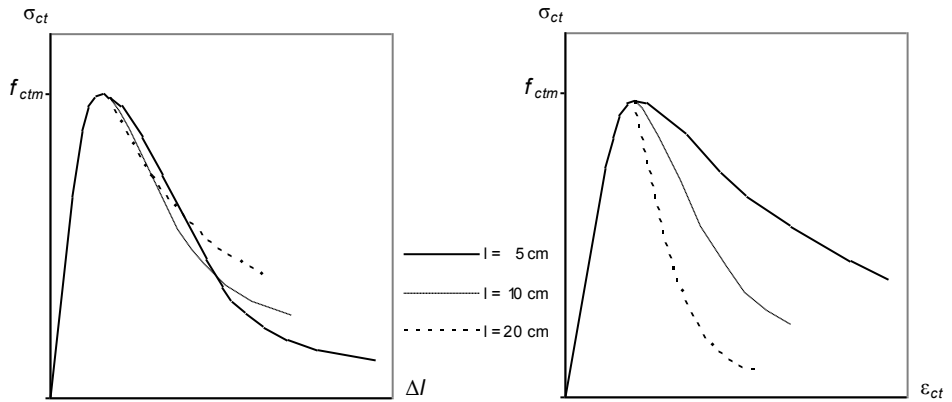


Abb. 2-7 Vergleich von Spannungs-Längenänderungs- und Spannungs-Dehnungs-Beziehung für einaxiale Zugbeanspruchung von Beton nach VAN MIER [128]

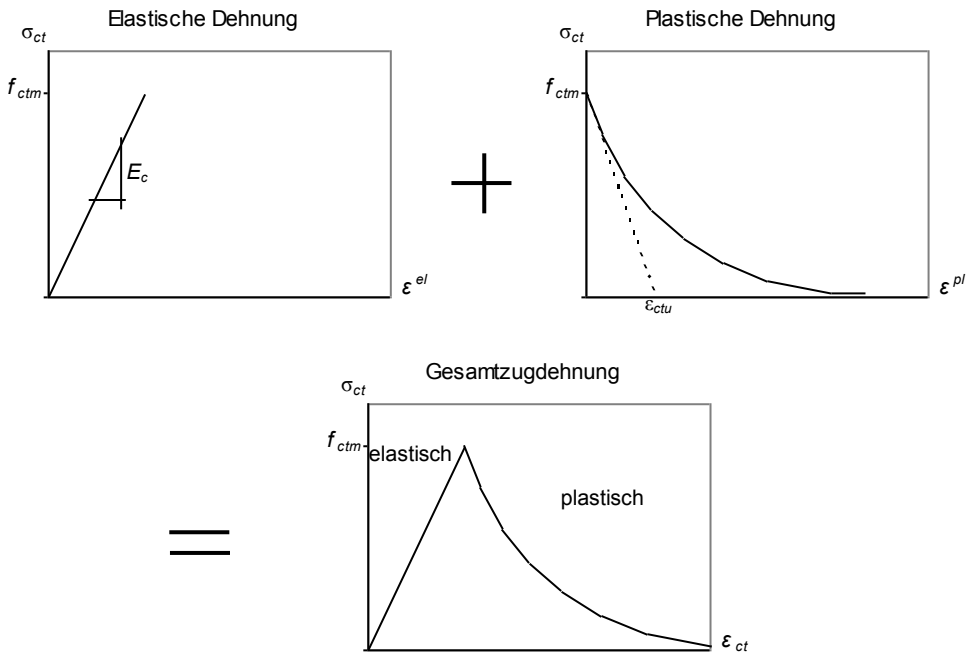


Abb. 2-8 Spannungs-Dehnungs-Diagramm des elastischen und des plastischen Bereichs

Nach dem fiktiven Rissmodell von HILLERBORG [71] und HILLERBORG et al. [70] werden die elastischen Dehnungen linear-elastisch im ungerissenen Betonbereich bestimmt:

$$\varepsilon^{el} = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad (2-6)$$

Der plastische Anteil wird durch ein Verschmieren der Rissbreite w über die Körperlänge l ermittelt:

$$\varepsilon^{pl} = \frac{w(\sigma_c)}{l} \quad (2-7)$$

Das Spannungs-Rissbreiten-Diagramm aus Abbildung 2-9 kann mit der folgenden Exponentialfunktion erstellt werden:

$$\sigma(w_n) = f_{ctm} \cdot \exp\left(-\frac{w}{w_u}\right) \quad (2-8)$$

Mit der maximalen Rissbreite:

$$w_u = \frac{G_f}{f_{ctm}} \quad (2-9)$$

Die Bruchenergie G_f ist, wie die schon im Abschnitt des Druckverhaltens beschriebene Bruchenergie G_c , eine materialspezifische Größe. Die beim Reißen einer Einheitsfläche freigesetzte Energie gibt den Wert der Bruchenergie G_f an und wird auch als Energiefreisetzungsrage bezeichnet. Die Werte der Bruchenergie G_f liegen für Normalbetone im Bereich von 50 bis 200 Nm/mm². Sie lassen sich experimentell durch einaxiale Versuche bestimmen und sind nach HILLERBORG [72] und MÜLLER et al. [136] proportional zu der Fläche unter der Spannungs-Rissbreiten-Kurve (Abbildung 2-9). Eine näherungsweise Möglichkeit zur Abschätzung der Bruchenergie G_f bietet CEB-FIP MODEL CODE [239], [241]. Dazu ist in Abhängigkeit des Größtkorns des Zuschlags eine empirische Formel angegeben:

$$G_f = 10^{-3} \cdot \alpha_F \cdot f_{cm}^{0,7} \quad [\text{Nmm/mm}^2] \quad (2-10)$$

Der Koeffizient α_F kann Tabelle 2-1 entnommen werden.

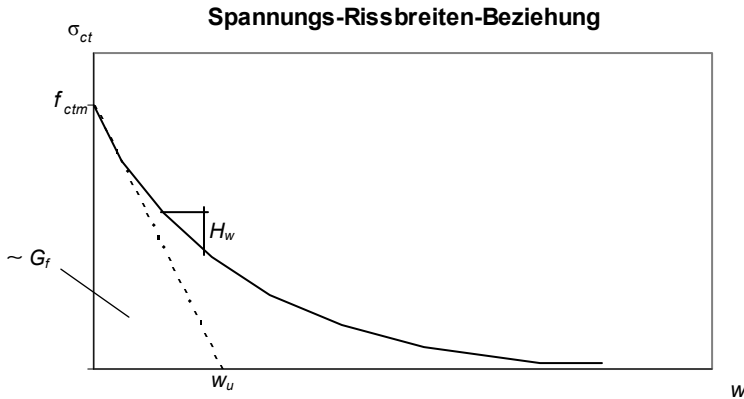


Abb. 2-9 Spannungs-Rissbreiten-Diagramm

Tab. 2-1 Näherungsweise Abschätzung der Bruchenergie nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]

| d_{max} [mm] | α_F ($\pm 30\%$) |
|----------------|---------------------------|
| 8 | 4 $\pm 1,2$ |
| 16 | 6 $\pm 1,8$ |
| 32 | 10 $\pm 3,0$ |

Charakteristische Längen

Der Parameter H_w in Abbildung 2-9 beschreibt die mathematische Steigung der Entfestigungsfunktion. Die Gleichung (2-9) definiert dabei den Anfangswert des Parameters H_w . Der Zusammenhang von der Entwicklung der Spannung σ und der Entwicklung der Gesamtdehnung ϵ lässt sich mit Hilfe des Tangentenmoduls E^T ausdrücken. Dies ist von SCHÜTT [196] folgendermaßen beschrieben:

$$\dot{\sigma} = E^T \cdot \dot{\epsilon} \tag{2-11}$$

Mit

$$\dot{\sigma} = H_w \tag{2-12}$$

und

$$\dot{w}_n = \frac{1}{\dot{\sigma}} \tag{2-13}$$

ergibt sich der Tangentenmodul:

$$E^T = \frac{E}{1 - \frac{\lambda_f}{l_c}} \quad (2-14)$$

Mit:

$$\lambda_f = -\frac{E}{H_w} \quad (2-15)$$

Der Parameter λ_f wird auch als charakteristische Länge für das Zugversagen bezeichnet und besitzt die Einheit einer Länge. Beeinflusst wird der Parameter dabei nur durch Kenngrößen des verwendeten Betons. Nach OTTOSEN [154] beträgt der Wert für λ_f zwischen 400 und 800 mm. Nach Gleichung (2-14) muss die charakteristische Länge l_c kleiner als λ_f sein, da aufgrund der Entfestigungsfunktion immer ein negativer Tangentenmodul besteht. Aus diesem Grund gilt die folgende Einschränkung:

$$\frac{\lambda_f}{l_c} > 1 \quad (2-16)$$

Im Rahmen von numerischen Berechnungen beschreibt die charakteristische Länge die Breite des Rissbandes infolge verschmierter Betrachtung der Risse. Aus Stabilitätsgründen muss bei Finite-Elemente-Berechnungen die charakteristische Länge l_c immer kleiner als λ_f gewählt werden.

Für λ_f bzw. l_c lässt sich damit zu Beginn des exponentiellen Materialversagens der maximale Wert angeben:

$$l_c \leq \lambda_f = \frac{G_f \cdot E}{f_{ctm}^2} \quad (2-17)$$

Für den Druckbereich gilt das analoge Vorgehen und für die charakteristische Länge des Druckversagens gilt:

$$l_c \leq \lambda_c = \frac{G_c \cdot E_c}{f_{cm}^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi} \cdot \exp(-0,5)} \quad (2-18)$$

Auch hier gilt aus Stabilitätsgründen, dass bei Finite-Elemente-Berechnungen die charakteristische Länge l_c immer kleiner sein muss als λ_c .

2.1.2 Verhalten unter biaxialer Belastung

Die einaxiale Beanspruchung ist ein idealisierter Zustand. In Abhängigkeit der Tragstruktur oder der Versuchsdurchführungen wird Beton jedoch primär mehraxial belastet. Ein zweidimensionaler Beanspruchungszustand tritt hauptsächlich bei Untersuchungen des Tragverhaltens von Scheiben und Schalen auf.

Im Vergleich zum einaxialen Betonverhalten gibt es nach STEMPNIEWSKI & EIBL [207] für das zweiaxiale Verhalten keine generell eindeutige Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Um das zweiaxiale Betonverhalten zu beschreiben wird daher auf Versagenskurven zurückgegriffen. Werden diese Versagenskurven im Hauptspannungsraum aufgetragen, lässt sich die Spannungs-kombination bestimmen, bei der Materialversagen eintritt. Diese Kurve wurde experimentell u. a. von GERSTLE et al. [59], KUPFER & GERSTLE [97], KUPFER et al. [96] und OTTOSEN [151] eindeutig für monotone Beanspruchungen erstellt. Der Maximalwert der Betonspannung ist der einzige gemeinsame Punkt von Versagenskurve und zugehöriger Spannungs-Dehnungs-Beziehung. Nach REINHARDT [168] sind dementsprechend Bewertungen der Festigkeit von Beton unter mehraxialer Belastung nur durch Bruchhypothesen möglich.

Für biaxiale Beanspruchung haben KUPFER & GERSTLE [97] Versuche mit unterschiedlichen Spannungsverhältnissen durchgeführt. Die Auswertung der biaxialen Versagenskurven in Abbildung 2-10 zeigt, dass im reinen zweidimensionalen Druckbereich eine Festigkeitserhöhung im Vergleich zur einaxialen Druckfestigkeit stattfindet. Eine Auswertung der experimentellen Untersuchungen ergibt, dass die Festigkeitssteigerung vom Verhältnis der beiden Druckspannungen abhängig ist. Für gleichgroße Hauptspannungen entsprach die Erhöhung etwa 16 %. Die größte Festigkeitssteigerung mit 25 % wurde für das Verhältnis $\sigma_1/\sigma_2 = -1/-0,52$ gemessen. Die Tragfähigkeitssteigerung wird mit dem Verkeilen der rauen gebrochenen Rissebenen begründet. Im Fall einer gemischten Druck/Zug-Belastung verringert sich die Druckfestigkeit auf einen Wert unterhalb der einaxialen Druckfestigkeit. D. h. Querszug wirkt sich schädlich auf die Druckfestigkeit des Betons aus. In reinen Zugbeanspruchungen, also dem hier untersuchten biaxialem Zug, wurde immer unabhängig vom Verhältnis der Zugspannungen der Wert der einaxialen Zugfestigkeit erreicht.

Die Versagensmodi nach NELISSEN [142] in Abbildung 2-10 für verschiedene Hauptspannungsverhältnisse sind ähnlich zum einaxialen Versagensverhalten. Biaxiale Zugbeanspruchung und eine kombinierte Belastung bis zu einem Verhältnis von Druckspannung zu Zugspannung von -1:30 führt zu einem Riss, der orthogonal zur größeren Zugspannungsrichtung und zur unbelasteten Oberfläche verläuft. Eine Reduktion der Zugspannung bei kombinierter Beanspruchung auf das Verhältnis -1:100 lässt mehrere kleinere Risse statt einem großen Riss entstehen. Biaxiale Druckbelastungen bis zu einem Verhältnis von 3:10 führen zu Rissen sowohl parallel zur größeren Druckspannungsrichtung als auch parallel zur unbelasteten Seite. Wenn die Druckspannungen gleich groß sind, treten nur Risse parallel zur unbelasteten Seite auf. Aufgrund der Ähnlichkeit wird das Versagen unter zweiaxialer Beanspruchung ebenfalls über bruchmechanische Definitionen des Entfestigungsverhaltens formuliert. Dabei wird das Versagen in zwei getrennt voneinander ablauf-

fende Vorgänge unterteilt. Eine Veränderung des Volumens wurde ebenfalls analog zum eindimensionalen Fall im zweiaxialen Beanspruchungszustand von CHEN [19] festgestellt.

2.1.3 Verhalten unter triaxialer Belastung

In Verbundversuchen wird der Beton infolge von Kraftumlenkungen dreiaxial beansprucht, daher ist bei Verbundanalysen eine Beschränkung der berücksichtigten Dimensionen nicht sinnvoll. Erste Versuche an Betonkörpern unter einem räumlichen Beanspruchungszustand wurden von RICHART et al. [170] im Jahr 1928 dokumentiert. Bei dreiaxialen Versuchen wird zwischen Zylinder- und Würfelversuchen unterschieden. Dreiaxiale Zylinderversuche werden in sogenannten Triaxialzellen durchgeführt, hierbei wird durch eine Flüssigkeit ein Druck in radialer Richtung erzeugt. Daher ist der Druck in zwei Hauptspannungsrichtungen identisch. Solche Versuchsdurchführungen sind bei KOTSOVOS & NEWMAN [89], KOTSOVOS [90] und ROGGE [174] zu finden. Als Ergebnis dieser Versuche wird eine Festigkeitssteigerung bei dreiachsiger Beanspruchung im Vergleich zu zweiachsigen Belastungszuständen festgestellt. Würfelversuche hingegen erlauben im Vergleich zu Zylinderversuchen die unabhängige Steuerung der drei Belastungsrichtungen, sind dafür jedoch wesentlich aufwändiger. Solche Versuche wurden von SCHICKERT & WINKLER [189], CURBACH et al. [23], [24], VAN MIER [128] und VAN MIER et al. [129] durchgeführt und sind für die Verbunduntersuchungen von größerem Interesse.

Die verschiedenen Versagensmodi nach VAN MIER et al. [129] sind in Abbildung 2-11 dargestellt. Die gewählte Spannungskombination einer dreiaxialen Beanspruchung beeinflusst die Bruchart und die Spannungs-Dehnungs-Kurve. Der Beton verhält sich in Abhängigkeit der hydrostatischen Spannung von quasi-spröde bis quasi-duktil. Unter zugdominanter Beanspruchung tritt als Versagen ein Trennbruch ein. Mit zunehmendem Querdruck geht der Trennbruch dann in einen Gleitbruch über. Hohe hydrostatische Spannungen verhindern die Evolution der Mikrorisse, daher steigen unter dreiaxialer Druckbelastung die maximal aufnehmbaren Druckspannungen in Abhängigkeit des Umschnürungsdrucks. Nach JAMET et al. [80] nimmt die Festigkeit von Beton unter dreiaxialer Druckbeanspruchung mit Annäherung an den hydrostatischen Zustand zu (Abbildung 2-12). Das bedeutet, wenn die Druckspannungen in alle Richtungen gleich groß sind, wäre theoretisch eine unendlich große Festigkeit des Betons möglich. Die Entfestigung unter dreiaxialer Druckbeanspruchung beginnt erst mit Mikrorissen, welche bei weiterer Belastung zu Makrorissen anwachsen. Im Verlauf des Versagensverhaltens unter dreiseitigem Druck entstehen aus den Rissen Gleitflächen, die sich gegeneinander verschieben. Im nächsten Versagensschritt findet eine vollständige Zerstörung des Zuschlaggefüges statt. Nach HÄUBLER-COMBE [66] ist das Verhalten im Bereich sehr hoher Drücke noch weitgehend ungeklärt. Die Durchführung von Versuchen unter dreiaxialer Zugbeanspruchung bereitet erhebliche Probleme. Daher wird nach STEMPNIEWSKI & EIBL [207] näherungsweise davon ausgegangen, dass sich jede Zugrichtung, analog zum zweiaxialen Zugversuch, wie im eindimensionalen Belastungsfall verhält.

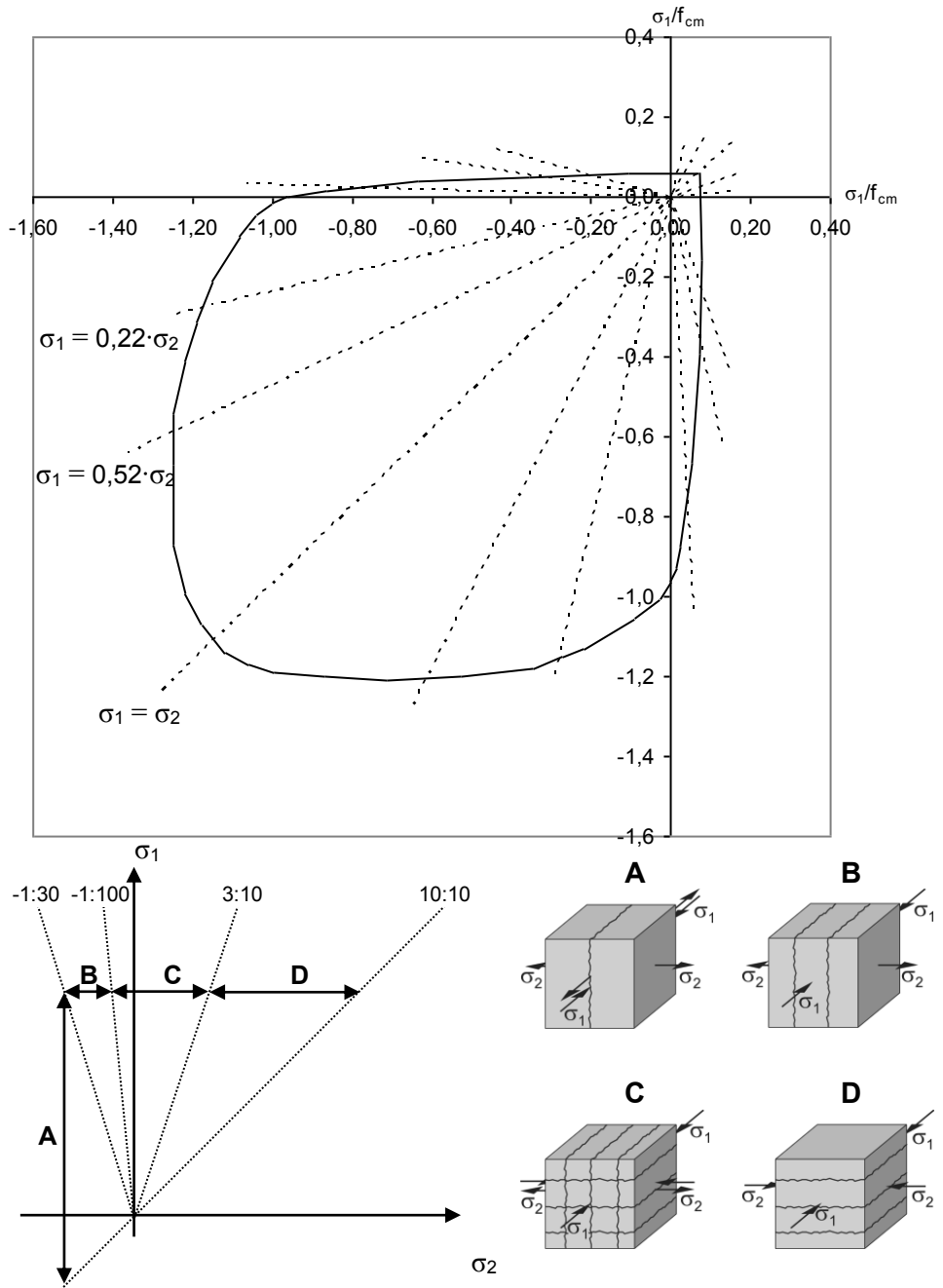


Abb. 2-10 Zwei-axiale Versagenskurve von Beton nach Versuchsauswertung von KUPFER & GERSTLE [97] und zugehörige Versagensmodi nach NELISSEN [142]

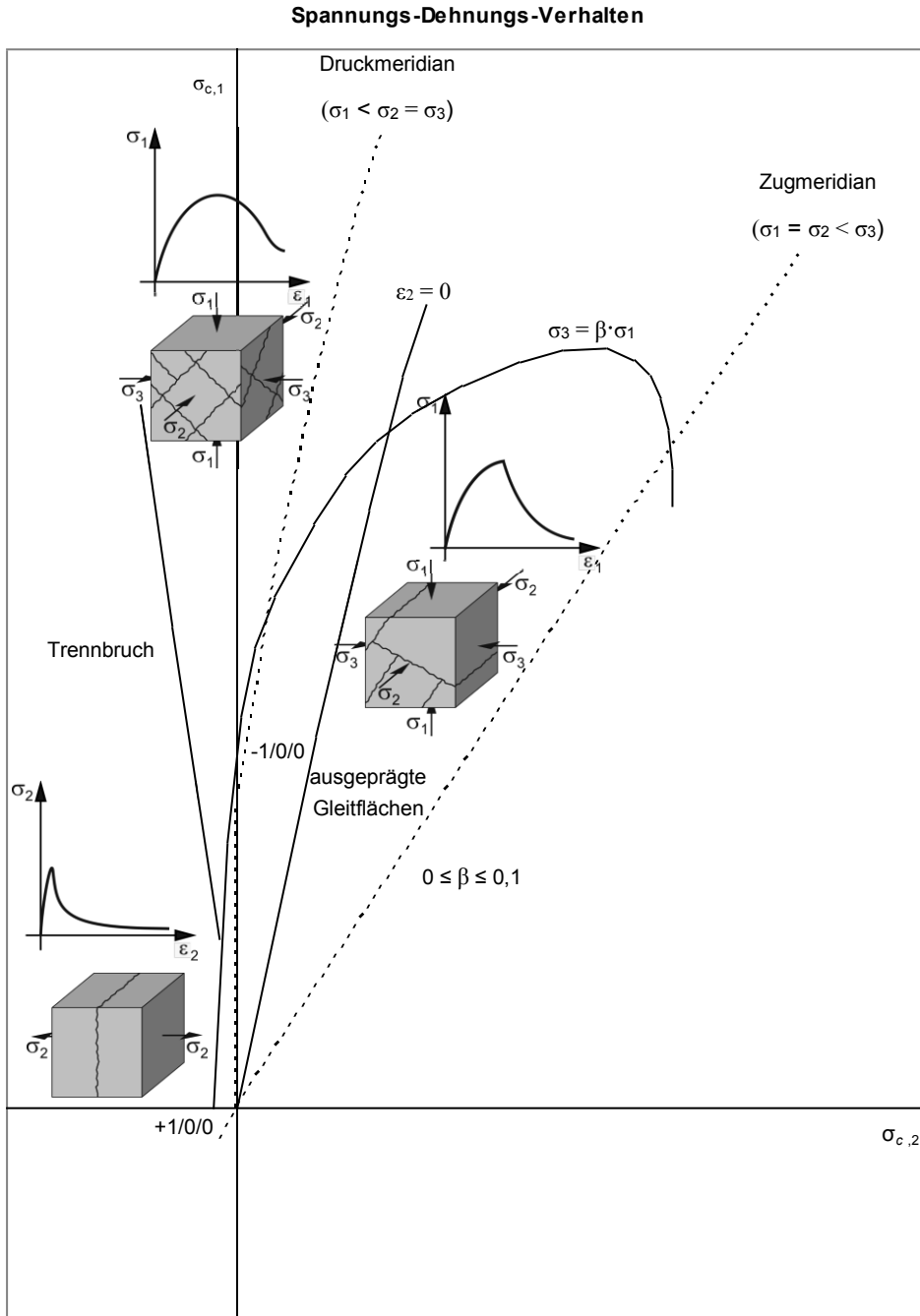


Abb. 2-11 Versagensmodi unter dreiaxialer Beanspruchung $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3$ nach VAN MIER et al. [129]

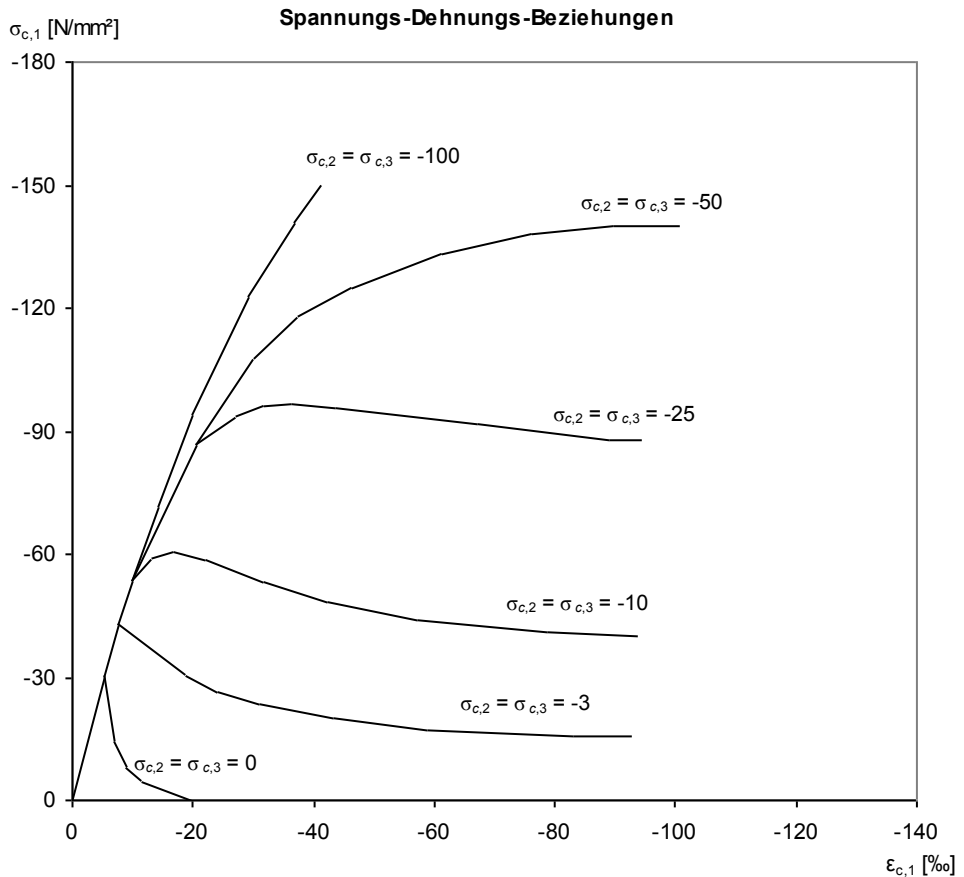


Abb. 2-12 Dreiaxiales Spannungs-Dehnungs-Verhalten nach JAMET et al. [80]

Analog zur biaxialen Versagenskurve von KUPFER & GERSTLE [97] haben HOFSTETTER & MANG [74] und OTTOSEN [150], [151], [152], [153] für räumliche Beanspruchungszustände eine Versagensfläche im Hauptspannungsraum $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ angegeben. In Abbildung 2-13 wird das Betonverhalten nach OTTOSEN [151] über eine Grenzfläche im Hauptspannungsraum definiert. Dazu wird der aktuelle Spannungszustand in einen deviatorischen und einen hydrostatischen Spannungsanteil getrennt. Der hydrostatische Anteil beschreibt die Volumenänderung und der deviatorische Anteil die Gestaltänderung des Betons. Betonversagen tritt ein, wenn für eine gegebene hydrostatische Spannung der zugeordnete deviatorische Anteil außerhalb der Versagensfläche liegt. Die Versagensfläche wird als Deviatorfläche bezeichnet und ist orthogonal zur hydrostatischen Achse $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Für die hydrostatische Achse wird auch die Bezeichnung Äquisektrix verwendet. Die Versagensfläche in der Deviatorebene besitzt eine veränderliche konvexe Form und weist eine dreifache

Symmetrie auf. Unter hydrostatischem Zug ist die Fläche dreiecksförmig, mit zunehmendem volumetrischen Druck wird die Deviatorfläche kreisförmig. Nach CHEN [19] ist im Bereich von kleinen hydrostatischen Drücken der Deviatorschnitt konvex mit dreifacher Symmetrie und nicht kreisförmig. Die erste der drei Symmetrieebenen wird durch die σ_3 -Achse und die Gerade $\sqrt{2} \cdot \sigma_2 - \sqrt{2} \cdot \sigma_1 = 0$ definiert. Die beiden anderen Ebenen ergeben sich aus einer Permutation der Indizes. Aus den Schnittkurven der drei Symmetrieebenen mit der Versagensfläche folgen jeweils die nicht-linear verlaufenden Zug- und Druckmeridiane.

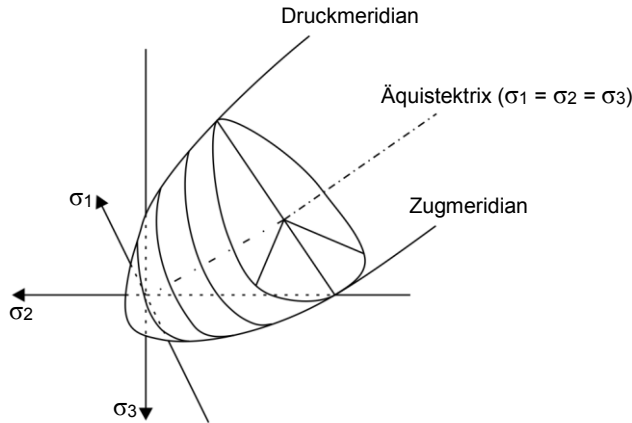


Abb. 2-13 Grenzflächen der dreiaxialen Festigkeit nach OTTOSEN [151]

Die Beschreibung eines Punktes auf der Versagensfläche ist mit den Haigh-Westergaard-Koordinaten ξ , ρ und θ möglich. Die Koordinate ξ projiziert den Einheitsvektor

$$e = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (1,1,1) \quad (2-19)$$

auf die hydrostatische Achse. Die Polarkoordinaten ρ und θ in der Deviatorenebene sind orthogonal zur Koordinate ξ . Mit Hilfe der ersten Spannungsinvarianten I_1 und den deviatorischen Spannungsinvarianten J_2 und J_3 sind die drei Haigh-Westergaard-Koordinaten folgendermaßen deklariert (weitere Informationen zu den Invarianten finden sich in Abschnitt 3.1):

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \quad (2-20)$$

$$\rho = \sqrt{2J_2} = |S^D| \quad (2-21)$$

$$\theta = \frac{1}{3} \cdot \arccos \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \quad (2-22)$$

In Abbildung 2-14 ist die dreiaxige Versagensfläche in Deviator- und Meridianebene dargestellt. Nach WILLAM & WARNKE [227], WILLAM et al. [228] und WILLAM & KANG [229] besitzen die Versagenspunkte des Zugmeridians einen Deviator- bzw. Lode-Winkel $\theta = 0^\circ$ und die Versagenspunkte des Druckmeridians werden durch einen Deviatorwinkel $\theta = 60^\circ$ charakterisiert. Nach OTTOSEN [150] gilt in Deviatorebene mit steigendem hydrostatischen Druck das folgende Verhältnis ρ_t / ρ_c zwischen Zug- und Druckmeridian:

$$\frac{1}{2} < \frac{\rho_t}{\rho_c} < 1 \quad (2-23)$$

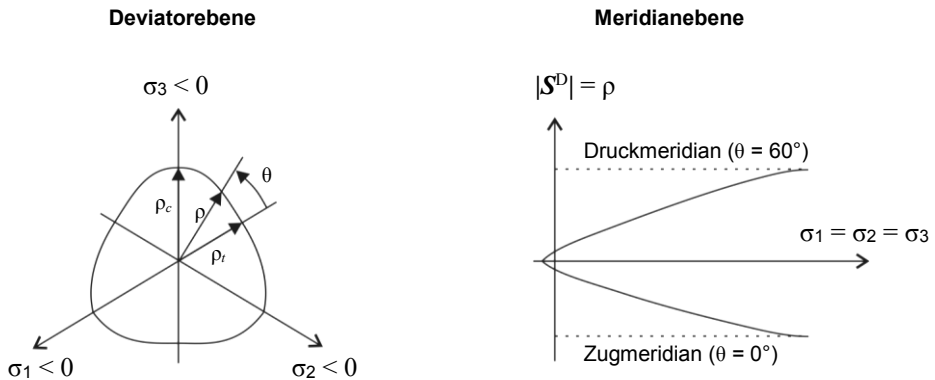


Abb. 2-14 Triaxiale Versagensfläche in Deviator- und Meridianebene

2.2 Eigenschaften von Stahl

In Verbundversuchen wird der Bewehrungsstahl lediglich einaxial belastet. Somit ist die Betrachtung des Stahlverhaltens unter mehraxialer Beanspruchung von untergeordneter Bedeutung. In diesem Zusammenhang wird daher nur ein kurzer Ausblick auf das elementare und für die Verbunduntersuchungen wissenswerte Stahlverhalten gegeben. Ausführlicher werden die Eigenschaften bei EIBL & IVÁNYI [34] beschrieben.

Die Kennwerte von Betonstählen sind in DIN 488-1 [242] und DIN 488-3 [243] oder nach bauaufsichtlichen Zulassungen geregelt. Auch in DIN 1045-1 [246] und EUROCODE 2 [248] werden Angaben zu Bewehrungsstählen gemacht. Betonstähle gehören im Allgemeinen zu den niedrig legierten Stählen. Eine große Rolle spielt der Kohlenstoffgehalt der Betonstähle. Durch einen höheren Kohlenstoffgehalt werden höhere Festigkeiten auf Kosten der Duktilität erkaufte. Die Herstellungsart hat ebenfalls Einfluss auf das Verformungsverhalten. Nach EIBL & IVÁNYI [34] werden Betonstähle nach der Herstellung in unbehandelt, warmverformt oder kaltverformt und nach Oberfläche in glatt, gerippt oder profiliert unterschieden. In Abbildung 2-15 sind verschiedene Oberflächenbeschaffenheiten von Betonstählen dargestellt.

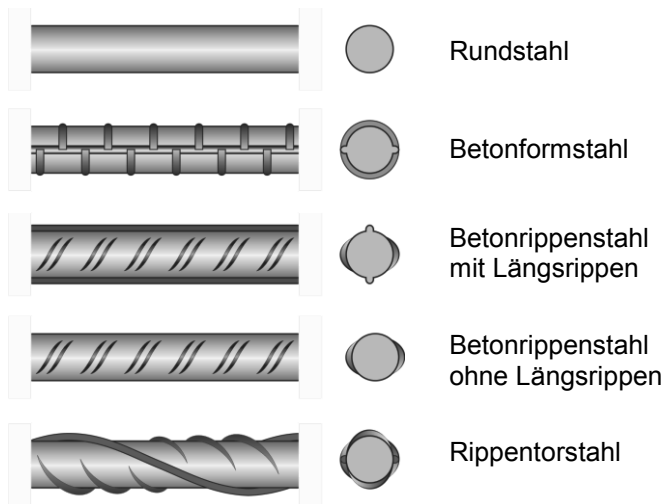


Abb. 2-15 Oberflächenbeschaffenheiten von Betonstählen, aus EIBL & IVÁNYI [34]

Bei der Formgebung von Betonstählen wird zwischen Warm- und Kaltverformung unterschieden. Eine weitere Unterscheidung wird bei der Wärmebehandlung zwischen Glühen, Härten und Vergüten vorgenommen. Durch die Warmverformung verschmelzen die Korngrenzen der Kristalliten im Stahl. Während der Abkühlung bildet sich ein regelmäßiges Gefüge aus. Dieser Vorgang wird als Rekristallisation bezeichnet. Stähle, die ihre Formgebung durch Warmverformung erhalten, werden als naturhart bezeichnet. Eine andere Möglichkeit ist die Formgebung des Stahls im kalten Zustand, dieser Vorgang wird als Kaltverformung bezeichnet. Während au-

berlich bei diesem Vorgang das Fließen des Stahls zu sehen ist, entstehen im Inneren große Verschiebungen der Kristalle, wodurch Gleitebenen im Kristallgefüge entstehen. Die Verschiebungen enden mit der Verzahnung der Kristalle, die Verfestigungsphase ist erreicht. Unter Raumtemperatur kann ebenfalls eine Rekristallisation eintreten, diese wird bei kaltverformten Stählen als Alterung bezeichnet.

Die Streckgrenze f_{yk} definiert die Spannung, ab der ein Fließen des Stahls beginnt. Bis zu dieser Streckgrenze besteht ein annähernd linear elastisches Materialverhalten. Erst mit Erreichen der Streckgrenze ist eine unterschiedliche Verfestigungscharakteristik von warm- und kaltverformten Betonstählen feststellbar. Im Fall von naturharten Stählen entsteht ein Fließplateau mit einer Begrenzung durch einen oberen und unteren Wert der Streckgrenze. Im Gegensatz dazu fehlt bei kaltgereckten Stählen eine deutliche Streckgrenze, der Übergang vom elastischen in den plastischen Verformungszustand ist stetig. Daher wird bei diesen Stählen eine Dehnung von 0,2 % als Streckgrenze definiert. Nach EIBL & IVÁNYI [34] können, wie in Abbildung 2-16 skizziert, kaltverformte Stähle infolge Alterung ebenfalls eine ausgeprägte Streckgrenze aufweisen.

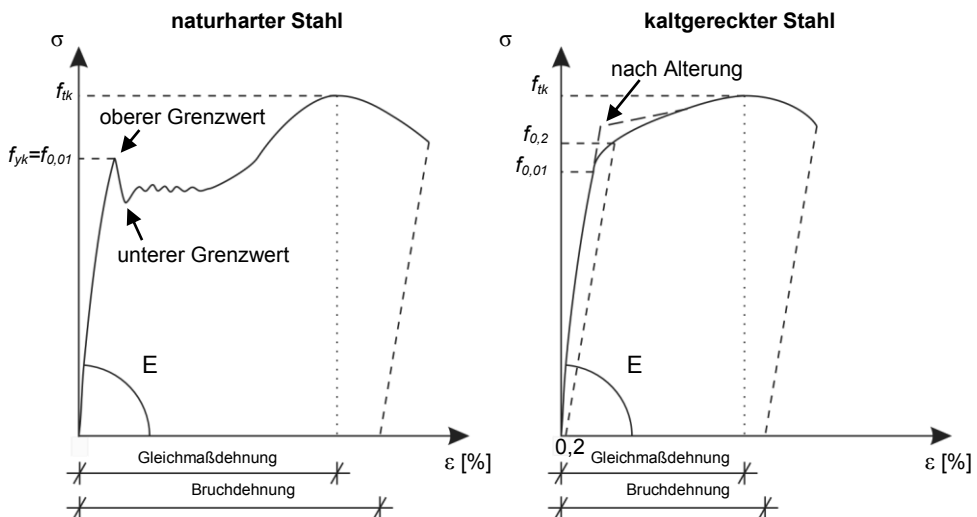


Abb. 2-16 Spannungs-Dehnungs-Diagramm von warm- und kaltverformten Betonstählen, aus EIBL & IVÁNYI [34]

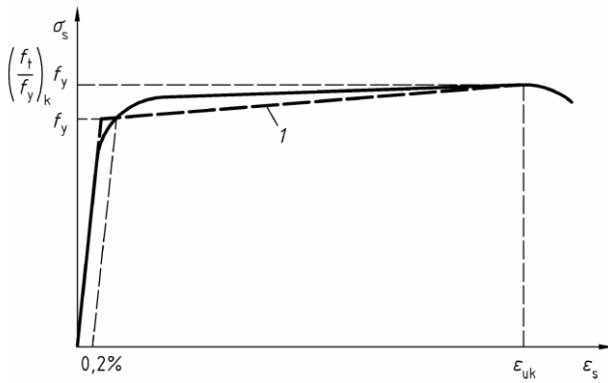
In Normen und Regelwerken existieren verschiedene Vorschläge zur Berücksichtigung der Spannungs-Dehnungs-Linien von Betonstahl. Die Verfestigung bei naturharten Stählen ist erst nach größeren Dehnungen und zum Ende der ausgeprägten Fließphase möglich. Diese Eigenschaft lässt sich mit Hilfe eines trilinearen Spannungs-Dehnungs-Diagramms darstellen. Bei kaltverformten Stählen hingegen beginnt die Verfestigungsphase und damit das Erreichen der Zugfestigkeit f_{tk} nach

einem stetigen Übergang vom elastischen Bereich und wird daher mit bilinearen Diagrammen dargestellt.

DIN 1045-1 [246] bezieht sich auf Betonstahl mit einer charakteristischen Streckgrenze $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$, damit fließt der Stahl bei einer Stahldehnung $\epsilon_{sy} \approx 0,2 \%$. Die Zugfestigkeit beträgt $f_{tk} = 525 \text{ N/mm}^2$ bei einer maximalen Stahldehnung $\epsilon_{su} = 2,5 \%$. Die Eigenschaften gelten sowohl für Zug- als auch für Druckbeanspruchung, denn Stahl ist ein isotroper und homogener Werkstoff.

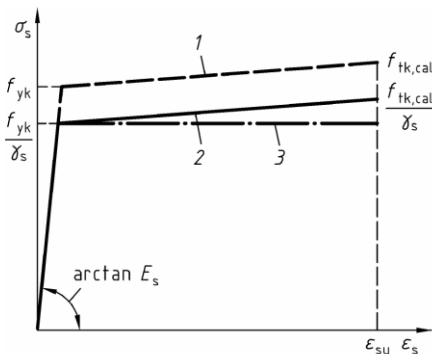
Für Verbunduntersuchungen im Gebrauchstauglichkeitsbereich, also für geringe Rissbreiten, sind daher die idealisierten bilinearen Spannungs-Dehnungs-Linien nach DIN 1045-1 [246] ausreichend (Abbildung 2-17).

Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls für die Schnittgrößenermittlung



Legende:
1 idealisierter Verlauf

Rechnerische Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls für die Bemessung



Legende:
1 idealisierter Verlauf
2 Verlauf für die Bemessung
3 vereinfachte Annahme für die Bemessung

Abb. 2-17 Spannungs-Dehnungs-Linien von Betonstählen, aus DIN 1045-1 [246]

Kapitel 3

Dreidimensionales Stoffgesetz für Beton

Die Entwicklung eines Materialmodells erfordert ein Abwägen zwischen Genauigkeit und Aufwand. Es existieren sehr detaillierte und komplexe Werkstoffmodelle, die jedoch in alltäglichen Ingenieur Anwendungen nicht vernünftig nutzbar sind. Diese Modelle beschreiben zwar die einzelnen Schädigungsphänomene sehr exakt, jedoch ist vor deren Anwendung eine aufwendige Bestimmung und Kalibrierung der erforderlichen Parameter durch experimentelle Untersuchungen notwendig. Beispiele für solche exakte Formulierungen sind das dreiachiale Stoffgesetz von HÄUBLER-COMBE & PRÖCHTEL [65], welches insgesamt 19 Parameter verwendet und das Betongesetz von TIKHOMIROV & STEIN [212], das zur Beschreibung des Schädigungsmodells 11 Materialparameter, und im Fall von bewehrten Strukturen, weitere 15 Parameter benötigt. Eine zusätzliche Erweiterung der Stoffgesetze stellt die Berücksichtigung von Stoßbeanspruchungen, wie z. B. durch SCHULER [195], dar.

Die Auswahl des Betonmodells hängt davon ab, welches Ziel damit verfolgt wird. So gibt es z. B. von SCHMIDT-HURTIENNE [191] ein dreiachiales Betonschädigungsmodell für Hochgeschwindigkeitsbeanspruchung, welches jedoch für Verbunduntersuchungen uninteressant ist, da diese Dehnraten bei Verbunduntersuchungen nicht erreicht werden.

Für ein praxisorientiertes Stoffgesetz ist algorithmische Effizienz, numerische Stabilität und eine einfache Bestimmung der notwendigen Modellparameter Voraussetzung. Daher ist es wünschenswert, dass diese Parameter direkt aus Werten von Normen und Regelwerken übernommen werden können. Das für Zug- und Druckbelastung sehr unterschiedliche Versagensverhalten von Beton kann sinnvoll mit bruchmechanisch motivierten Ver- und Entfestigungsfunktionen modelliert werden. Um das Rissverhalten zu beschreiben, bietet sich die verschmierte Betrachtungsweise des Rissbandes und nicht die Modellierung der Einzelrisse an.

In diesem Kapitel wird das von SCHÜTT [196] entwickelte inelastische dreidimensionale Betonmodell vorgestellt und anschließend den Bedürfnissen des analytischen Verbundgesetzes angepasst. Dieses Modell basiert auf den Arbeiten von SUANNO [208] und MENRATH [126] und erfüllt alle Ansprüche an die Praxistauglichkeit. Das Stoffgesetz basiert auf einer makroskopischen Formulierung und verwendet nur Modellparameter, die aus eindimensionalen Versuchen gewonnen werden. Diese Parameter sind in entsprechenden Normen und Regelwerken hinterlegt. Insgesamt

sind nur die eindimensionale Zug- und Druckfestigkeit, die spezifischen Bruchenergien G_f und G_c nach HILLERBORG et al. [72] und MÜLLER et al. [136] und zwei geometrische Parameter erforderlich. Die geometrischen Parameter sind von der Betongüte unabhängig und werden für alle folgenden Versuche nur einmalig durch zweiaxiale Versagenskurven kalibriert.

3.1 Exkurs – Formulierung von Invarianten

Zur Beschreibung der Fließflächen werden Invarianten verwendet. Daher wird in diesem Abschnitt eine kurze Zusammenfassung aus HÖRSCH [75] wiedergegeben.

Den ebenen Schnittflächen eines Körpers wird jeweils eine kartesische Basis e zugeordnet. Die Richtungsvektoren e_i der kartesischen Basis e sind senkrecht bzw. tangential zur Schnittebene ausgerichtet. Der Spannungstensor eines Hauptachsensystems besteht aus drei Normalspannungen. Daraus ergibt sich das folgende Eigenwertproblem:

$$n_i (\sigma_{ij} - \eta_{ij} \delta_{ij}) = 0 \quad (3-1)$$

Mit:

- n_i Normalenvektor
- σ_{ij} Spannungstensor
- δ_{ij} Kronecker-Delta
- η_i Eigenwerte

Die Hauptspannungen $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ werden durch die Eigenwerte η_i repräsentiert und lassen sich durch eine kubische Gleichung berechnen:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 - I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad (3-2)$$

Mit:

- I_1 lineare Invariante
- I_2 quadratische Invariante
- I_3 kubische Invariante

Die Invarianten sind vom zugehörigen Koordinatensystem unabhängig und lauten:

$$I_1 = \sigma_{kk} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (3-3)$$

$$I_2 = \frac{\sigma_{ii} \sigma_{jj} - \sigma_{ij} \sigma_{ji}}{2} = \sigma_{11} \sigma_{22} + \sigma_{22} \sigma_{33} + \sigma_{33} \sigma_{11} - \sigma_{12}^2 - \sigma_{23}^2 - \sigma_{31}^2 \quad (3-4)$$

$$\mathbf{I}_3 = \det(\sigma_{ij}) = \sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33} + 2\sigma_{12}\sigma_{23}\sigma_{31} - \sigma_{12}^2\sigma_{33} - \sigma_{23}^2\sigma_{11} - \sigma_{31}^2\sigma_{22} \quad (3-5)$$

Der Spannungstensor lässt sich in den hydrostatischen Volumenänderungsanteil und den deviatorischen Gestaltänderungsanteil aufteilen. In der folgenden Gleichung repräsentiert der erste Summand den hydrostatischen Spannungsanteil \mathbf{S}^H , während der zweite Summand den deviatorischen Spannungsanteil \mathbf{S}^D darstellt:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma_{kk}}{3}\delta_{ij} + \left(\sigma_{ij} - \frac{\sigma_{kk}}{3}\delta_{ij} \right) \quad (3-6)$$

Daraus werden die deviatorischen Invarianten wie folgt bestimmt:

$$\mathbf{J}_1 = s_{kk}^D = 0 \quad (3-7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_2 &= \frac{s_{ij}^D s_{ji}^D}{2} = \frac{1}{3} \mathbf{I}_1^2 - \mathbf{I}_2 \\ &= \frac{1}{6} \cdot \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 \right] + \sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 \end{aligned} \quad (3-8)$$

$$\mathbf{J}_3 = \det(s_{ij}^D) = \frac{2}{27} \mathbf{I}_1^3 - \frac{1}{3} \mathbf{I}_1 \mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_3 = \frac{1}{3} s_{ij}^D s_{jk}^D s_{ki}^D \quad (3-9)$$

3.2 Mehraxialer Spannungszustand des Betons

In der Elastizitätstheorie werden den auftretenden Verzerrungen $\boldsymbol{\varepsilon}$ eindeutige Spannungen $\boldsymbol{\sigma}$ zugeordnet. Diese sind im Gegensatz zu elastoplastischen Betrachtungen unabhängig von der Belastungsgeschichte oder bereits vorhandenen inelastischen Verformungen. Im Folgenden werden die grundlegenden Beziehungen und Zusammenhänge der Plastizitätstheorie erläutert.

Eine additive Zerlegung des Green-Lagrangeschen Verzerrungstensors \mathbf{E} in einen elastischen und einen plastischen Anteil ist unter der Annahme einer totalen Lagrangeschen Formulierung möglich:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{el} + \mathbf{E}^{pl} \quad (3-10)$$

Der Anteil der plastischen Verzerrungen wird dann mit Hilfe der Fließtheorie ermittelt. Die Fließtheorie benötigt die Formulierungen einer Fließbedingung, einer Fließregel und eines Ver-/Entfestigungsgesetzes. Der Übergang des elastischen Werkstoffverhaltens wird durch skalarwertige Fließbedingungen f

$$f = F(\mathbf{S}) - q(\kappa) \leq 0 \quad \text{mit } f \begin{cases} < 0 & \text{elastisch} \\ = 0 & \text{plastisch} \end{cases} \quad (3-11)$$

beschrieben. Die Teilfunktion $F(\mathbf{S})$ stellt die Form des Fließkörpers dar und ist vom aktuellen 2. Piola-Kirchhoff-Spannungszustand \mathbf{S} abhängig. Die Fließregel beschreibt die Evolution der plastischen Verzerrungen und wird häufig als Fließgesetz bezeichnet. Hierbei wird der Zusammenhang zwischen den plastischen Verzerrungssinkrementen und den Spannungen bzw. den Spannungsinkrementen infolge des Fließens bestimmt. Die Ver-/Entfestigungsfunktion, auch Ver-/Entfestigungsgesetz genannt, wird durch die Funktion $q(\kappa)$ beschrieben. Die interne Variable κ wird während des Vorgangs der plastischen Verformung von der Änderung der Fließfläche beeinflusst.

Wie u. a. durch CHEN & HAN [20], DRUCKER & PRAGER [32] oder VON MISES [130] gezeigt, können die zwei Beziehungen, Fließregel und Ver-/Entfestigungsfunktion, mechanisch hergeleitet werden. Eine andere Möglichkeit ist die thermodynamische Begründung, welche hier jedoch nicht näher betrachtet werden soll.

3.2.1 Verschiedene Gruppen der dreidimensionalen Betonmodelle

Auf der Fließtheorie basierende Betonmodelle zur Beschreibung des dreidimensionalen Betonversagens lassen sich in zwei Gruppen unterteilen. Der Unterschied besteht darin, dass die eine Gruppe durch unstetig gekoppelte Fließflächen charakterisiert wird, während die andere Gruppe durch eine kontinuierlich formulierte Fließfläche beschrieben wird (Abbildung 3-1).

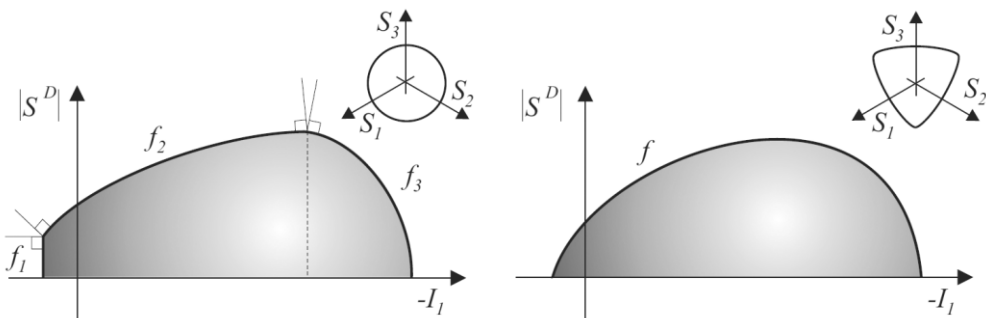


Abb. 3-1 Unterschiedliche Beschreibungen des dreidimensionalen Betonversagens, aus SCHÜTT [196]

Die erste Gruppe der in Invarianten formulierten Modelle wird meist durch drei Fließflächen beschrieben, wovon die erste Fläche f_1 häufig den reinen Zugbereich durch einen sogenannten ‚tension cut-off‘ begrenzt. Der reine Druckbereich wird durch eine elliptische Kappe f_3 begrenzt, dazwischen liegt die Fläche f_2 für den gemischt beanspruchten Bereich. Diese Modelle gehen auf die Arbeit von DIMAGGIO & SANDLER [27] zurück und fanden später wesentliche Verwendung in SANDLER & RUBIN [185], SIMO et al. [200] und HOFSTETTER et al. [73]. Die ursprüngliche Anwendung beschrieb damit das Verhalten von Granulaten.

Da für die zweite Gruppe zusätzlich zur Beschreibung der Modelle noch die dritte Spannungsinvariante I_3 verwendet wird, ist es möglich eine nicht kreisförmige Deviatorfläche abzubilden. Ursprüngliche Ansätze stammen von LADE [102] und wurden u. a. durch EHLERS [33], KRENK [94] und KRÄTZIG & PÖLLING [91] weiterentwickelt. Das von ETSE & WILLIAM [49] eingeführte, 'extended leon model' (ELM) Modell basiert ebenfalls auf dieser Idee.

Beide Gruppen haben gemeinsam, dass mindestens sieben Modellparameter und ein Parameter für die Ver- und Entfestigung benötigt werden.

3.2.2 Formulierung von Schütt

Basierend auf der Arbeit von MENRATH [126] formuliert SCHÜTT [196] mit Hilfe der Fließtheorie ein einfaches dreiaxiales Betonstoffgesetz. Eine einfacher anwendbare Formulierung des dreidimensionalen Betonversagens erreichte SCHÜTT [196] mit der Einführung eines auf vier zusammengesetzten Fließbedingungen basierenden dreidimensionalen Modells. Dieses Modell benötigt als Parameter der Versagensfläche nur die vier Materialkonstanten des eindimensionalen Versagensfalls f_{ctm} , f_{cm} , G_f und G_c und die zwei geometrischen Konstanten ζ_1 und ζ_2 . Das einfach anwendbare dreidimensionale Stoffgesetzes von SCHÜTT [196] wird auch durch andere Forscher verwendet, z. B. durch HUBER [77].

Im Gegensatz zu vielen anderen Modellen mit unstetig gekoppelten Fließflächen wird der Zugbereich nicht abrupt durch einen 'tension-cut-off' begrenzt, sondern von der Fließfläche f_1 . Diese Fließfläche besitzt eine Kegelform und wird in Abhängigkeit vom Betrag der Spannungen begrenzt. Für den reinen Zug- und den gemischten Zug-Druck-Bereich findet eine Kopplung der Drucker-Prager-Fließflächen f_1 und f_2 statt. Die maximal aufnehmbaren Spannungen ergeben sich aus den eindimensionalen Werten für Zugspannungen f_{ctm} und Druckspannungen f_{cm} . Mit der Drucker-Prager-Fließfläche f_3 , ein sogenannter 'inverted cone', werden hydrostatische Zugzustände auf die Kegelspitze von f_1 projiziert. Dies ist notwendig um numerische Probleme zu vermeiden. Im Fall von hydrostatischen Zugbelastungen entsteht eine Unstetigkeit bei der Ableitung der Fläche f_1 . Von PONTES et al. [158] und MENRATH [126] wurden ähnliche Lösungen vorgeschlagen. Um den hydrostatischen Druckzustand zu begrenzen wird die kugelförmige Fließfläche f_4 eingeführt. Sie stellt einen Sonderfall der elliptischen Kappe dar und schmiegt sich tangential an den Drucker-Prager-Kegel f_2 an.

Das inelastische Materialmodell für Beton ist in Abbildung 3-2 sowohl in der Invariantendarstellung, wobei $|\mathcal{S}^D|$ den Betrag der deviatorischen Spannungsanteile bildet, als auch im Hauptspannungsraum skizziert. In der Invariantendarstellung ist die Mischung aus den beiden verschiedenen Modellansätzen zu erkennen. Einerseits sind die unstetig gekoppelten Flächen f_1 und f_2 erkennbar und andererseits ist der kontinuierlich beschriebene Übergang von der Kegelfläche f_2 zu der Kugelfläche f_4 sichtbar.

Mit den geometrischen Parametern ζ_1 und ζ_2 wird das Betonmodell an die zwei-dimensionalen Versagenskurven von KUPFER [98], KUPFER & GERSTLE [97] und KUPFER et al. [96] angenähert.

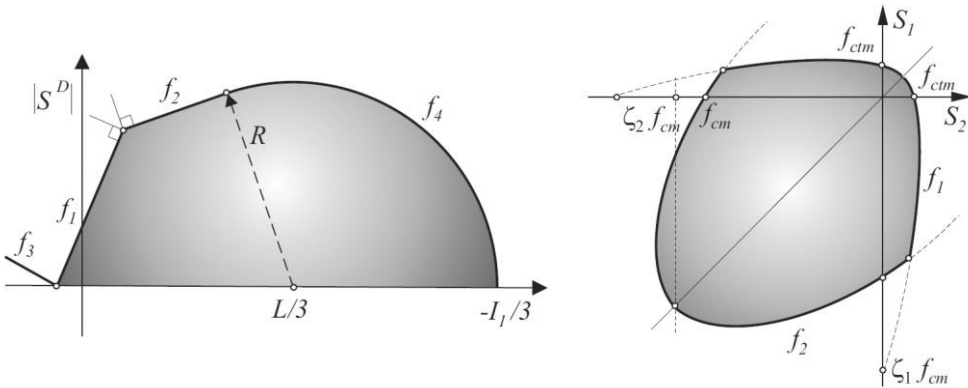


Abb. 3-2 Zusammengesetzte dreidimensionale Fließflächen, für Beton aus SCHÜTT [196]

Für Zug und Druck zeigt Beton ein unterschiedliches Ver- und Entfestigungsverhalten. Diese Eigenschaft wird über eine verschmierte Betrachtungsweise erfasst. Die bruchmechanischen Ansätze hängen von den Bruchenergien für Zug G_f und für Druck G_c ab.

3.3 Formulierung der Fließflächen

Das dreidimensionale Betonmodell nach SCHÜTT [196] wird durch drei gekoppelte Druck-Prager-Fließflächen charakterisiert. Die ersten beiden Fließflächen beschreiben das Materialverhalten, die dritte Bedingung garantiert numerische Stabilität bei annähernd hydrostatischem Zustand. Da der Schnitt dieser Fließbedingungen in der Deviatorebene kreisförmig ist, lässt er sich algorithmisch einfach beschreiben.

Die Drucker-Prager-Fließbedingung, DRUCKER [31] sowie DRUCKER & PRAGER [32], ist eine Ergänzung des klassischen von Mises-Fließkriteriums, VON MISES [130], um einen hydrostatischen Spannungsterm. Dieser hydrostatische Anteil kann nach CHEN [21] als Coulombsche Reibung interpretiert werden. Daher lässt sich dieses Versagenskriterium für alle Materialien mit ausgeprägter innerer Reibung wie beispielsweise Granulate, Kies aber auch Beton verwenden.

Allgemein lauten die drei Drucker-Prager-Fließkriterien f_i :

$$f_i = |S^D| + \xi_i I_1 - q_i \leq 0 \quad (3-12)$$

Mit:

$$i = 1, 2, 3$$

| | |
|------------------|--|
| $ \mathbf{S}^D $ | Betrag der deviatorischen Spannungsanteile |
| ξ_i | skalärer Faktor zur Definition des Öffnungswinkels der kegelförmigen Fließfläche |
| q_i | Ver-/Entfestigungsfunktion |
| I_1 | erste Spannungsinvariante |

Dabei gilt:

$$|\mathbf{S}^D| = \sqrt{\mathbf{S}^D : \mathbf{S}^D} = \sqrt{2\mathbf{J}_2} \quad (3-13)$$

$$I_1 = \mathbf{S} : \mathbf{1} = \text{tr } \mathbf{S} \quad (3-14)$$

$$q_i = \eta_i \cdot \bar{y}_i \quad (3-15)$$

Mit:

| | |
|----------------|--|
| \mathbf{S} | Gesamtspannungen |
| η_i | Kalibrierungsparameter |
| \bar{y}_i | noch aufnehmbare Spannung |
| \mathbf{J}_2 | zweite deviatorische Spannungsinvariante |
| $\mathbf{1}$ | zweistufiger Einheitstensor |

Die beiden Spannungsinvarianten lassen sich folgendermaßen bestimmen (hierbei werden keine Schubspannungsanteile berücksichtigt):

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \quad (3-16)$$

$$\mathbf{J}_2 = \frac{1}{6} \cdot \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 \right] \quad (3-17)$$

Die Gesamtspannungen \mathbf{S} lassen sich in einen hydrostatischen und einen deviatorischen Anteil trennen:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}^H + \mathbf{S}^D \quad (3-18)$$

Zur Beschreibung der Riss- und Versagenscharakteristik von Beton nach der Plastizitätstheorie ist eine entsprechende Ver- und Entfestigungsfunktion notwendig. Die über die gesamte Länge verschmierten Rissbreiten w stellen den Grad der Plastifizierung dar. Aus Übersichtsgründen werden die verschmierten Risse mit Hilfe der internen Variable κ ersetzt. Da Beton ein sehr unterschiedliches Verhalten auf Zug- und Druckspannungen aufweist, erfordern beide Bereiche eine getrennte Ver-/Entfestigungsfunktion.

3.3.1 Fließfläche f_1 – Versagen infolge Zugbeanspruchung

Das Zugversagen wird der ersten Drucker-Prager-Bedingung zugeordnet. Im Vorbruchbereich zeigt Beton einen nahezu linearen Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung. Erst nach Überschreitung der Zugfestigkeit findet eine nichtlineare Abnahme der Spannungen statt. Daher soll zur Vereinfachung der lineare Anteil getrennt betrachtet werden und nur die Nichtlinearität durch die Entfestigungsfunktion berücksichtigt werden.

In der Literatur gibt es viele Ansätze zur Formulierung des Nachbruchbereichs. Die einfachste Betrachtungsweise ist ein lineares Verhalten zwischen noch aufnehmbarer Spannung und Rissöffnung, hierbei werden jedoch die Spannungen deutlich überschätzt. Eine einfache Verbesserung ist der bilineare Ansatz, welcher im CEB-FIP MODEL CODE 90 [239] und CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] zu finden ist. Dieses Entfestigungsgesetz wurde von PETERSON [156] und ROTS [177] entwickelt und berücksichtigt die Bruchenergie G_f . Die Parameter κ_0 und κ_∞ in Abbildung 3-3 lassen sich folgendermaßen bestimmen:

$$\kappa_0 = 2 \cdot \frac{G_f}{f_{ctm}} - 0,15\kappa_\infty \quad (3-19)$$

$$\kappa_\infty = \zeta_F \cdot \frac{G_f}{f_{ctm}} \quad (3-20)$$

Mit:

ζ_F Werte zwischen 5 und 8; wird durch das Größtkorn des Zuschlags bestimmt

Eine weitere Verbesserung des Entfestigungsverlaufs ist der exponentielle Ansatz von FEENSTRA [50] in Abbildung 3-3. Die noch aufnehmbare Spannung \bar{y}_1 in Abhängigkeit von κ_1 ergibt:

$$\bar{y}_1 = f_{ctm} \cdot \exp\left(-\frac{\kappa_1}{\kappa_{tu}}\right) \quad (3-21)$$

Mit der Annahme, dass auf der charakteristischen Länge l_c durch die vollständige Entfestigung die Bruchenergie G_f dissipiert wird, ergibt sich der Parameter κ_{tu} :

$$\frac{G_f}{l_c} = \int_0^\infty \bar{y}_1(\kappa_1) d\kappa_1 = f_{ctm} \cdot \kappa_{tu} \Rightarrow \kappa_{tu} = \frac{G_f}{l_c \cdot f_{ctm}} \quad (3-22)$$

Für die charakteristische Länge l_c gilt Gleichung (2-17) im Kapitel 2.1.1, Abschnitt „Charakteristische Längen“.

Damit lautet die Versagensfunktion $q_1(\kappa_1)$ der ersten Drucker-Prager-Fließfläche in Abhängigkeit des Kalibrierungsparameters η_1 :

$$q_1(\kappa_1) = \eta_1 \cdot \bar{y}_1(\kappa_1) = \eta_1 \cdot f_{ctm} \cdot \exp\left(-\frac{\kappa_1}{\kappa_{tu}}\right) \quad (3-23)$$

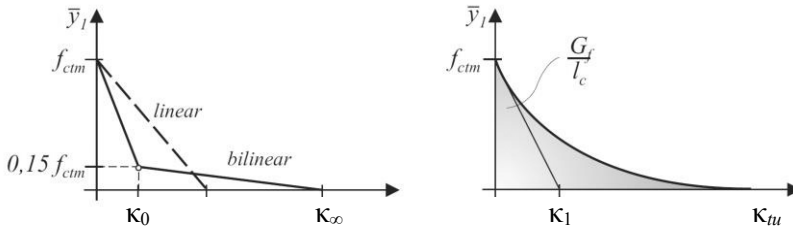


Abb. 3-3 Linearer, bilinearer und exponentieller Entfestigungsverlauf für Zugversagen, aus SCHÜTT [196]

3.3.2 Fließfläche f_2 – Versagen infolge Druckbeanspruchung

Beton besitzt nur bis etwa ein Drittel der maximal aufnehmbaren Druckspannung f_{cm} ein lineares Spannungs-Dehnungs-Verhalten. Darüber stellt sich sowohl bis zum Erreichen der maximalen Druckspannung f_{cm} als auch danach beim Verlauf des Versagens ein deutlich nichtlineares Verhalten ein. FEENSTRA [50] und FEENSTRA & DE BORST [51] schlagen ab einer Spannung von $f_{cm}/3$ einen parabolischen Verfestigungsverlauf vor. Zur besseren Annäherung der Versagenskurve an experimentelle Werte wurde von LACKNER [101] und WINKLER [231] ein exponentiell quadratischer Verlauf eingeführt. In Abbildung 3-4 ist die daraus resultierende Ver-/Entfestigungskurve dargestellt.

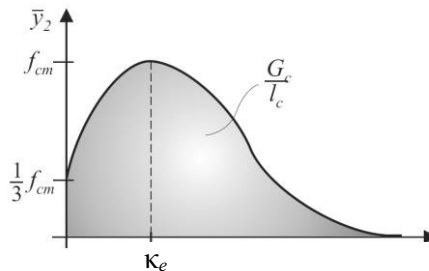


Abb. 3-4 Ver- und Entfestigungsverlauf für Druckbelastung, aus SCHÜTT [196]

Aus diesen Annahmen für den Ver- und Entfestigungsverlauf unter Druckbeanspruchung ergibt sich das zweite Drucker-Prager-Fließkriterium ab Beginn des nichtlinearen Verhaltens:

$$q_2(\kappa_2) = \eta_2 \cdot \bar{y}_2(\kappa_2) = \eta_2 \cdot \begin{cases} \frac{f_{cm}}{3} \cdot \left[1 + 4 \cdot \frac{\kappa_2}{\kappa_e} - 2 \cdot \left(\frac{\kappa_2}{\kappa_e} \right)^2 \right] & \text{für } \kappa_2 < \kappa_e \\ f_{cm} \cdot \exp \left[- \left(\frac{\kappa_2 - \kappa_e}{\kappa_{cu}} \right)^2 \right] & \text{für } \kappa_e \leq \kappa_2 < \kappa_{cu} \end{cases} \quad (3-24)$$

Auch hier besitzt der geometrische Parameter η_2 eine Kalibrierungsfunktion.

Der Grenzwert κ_e , an dem der Übergang von Ver- zu Entfestigung stattfindet, wird folgendermaßen festgelegt:

$$\kappa_e = 0,0022 \cdot \frac{f_{cm}}{E_c} \quad (3-25)$$

Mit Hilfe der auf der charakteristischen Länge l_c dissipierten Bruchenergie G_c und der Integration der Kurve zwischen den Werten κ_e und κ_{cu} lässt sich der Wert für κ_{cu} ermitteln:

$$\kappa_{cu} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{G_c}{l_c \cdot f_{cm}} \quad (3-26)$$

Für die charakteristische Länge l_c gilt Gleichung (2-18) im Kapitel 2.1.1, Abschnitt „Charakteristische Längen“.

3.3.3 Fließfläche f_3 – Numerische Stabilität für reinen Zug

Für einen nahezu hydrostatischen Zugzustand stellen sich im Bereich der Kegelspitze der Fließfläche f_1 numerische Schwierigkeiten ein. Um diese zu eliminieren greift SCHÜTT [196] auf die Vorgehensweise von PONTES et al. [158] und MENRATH [126] zurück. Hierbei wird der Kegel f_3 als sogenannter ‚inverted cone‘ definiert. Dies ist eine weitere Fließfläche, die lediglich die Versuchsspannungen auf die Fläche f_1 projiziert, wenn der Versuchszustand innerhalb des Kegels liegt. Auf eine Herleitung des Projektionsalgorithmus wird an dieser Stelle verzichtet.

Da eine aktivierte Fließfläche f_3 auch automatisch eine verletzte Fließbedingung f_1 nach sich zieht, führt der Projektionsalgorithmus automatisch zu einer Projektion auf den Verschneidungspunkt von f_1 und f_3 .

Nach Gleichung (3-12) können die Flächen f_1 und f_3 folgendermaßen formuliert werden:

$$f_1 = |\mathbf{S}^D| + \xi_1 \mathbf{I}_1 - q_1 \leq 0 \quad (3-27)$$

$$f_3 = |\mathbf{S}^D| + \xi_3 \mathbf{I}_1 - q_3 \geq 0 \quad (3-28)$$

Der Vorzeichenwechsel zwischen den beiden Fließbedingungen f_1 und f_3 ist im Projektionsalgorithmus begründet.

Aufgrund der Projektion gilt im hydrostatischen Spannungszustand für den deviatorischen Anteil $|\mathbf{S}^D| = 0$. Auflösen der Gleichung (3-27) nach der ersten Invarianten I_1 und anschließendes Einsetzen in Gleichung (3-28) führt zu dem folgenden Verhältnis zwischen den Entfestigungsfunktionen q_1 und q_3 :

$$q_3 = q_1 \cdot \frac{\xi_3}{\xi_1} \quad (3-29)$$

Die Normalen der beiden Fließflächen f_1 und f_3 sind orthogonal zueinander. Somit gilt für die Gradienten:

$$\frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{S}} \cdot \frac{\partial f_3}{\partial \mathbf{S}} = 0 \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{S}} &= \frac{\mathbf{S}^D}{|\mathbf{S}^D|} + \xi_1 \mathbf{1} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \mathbf{S}} &= \frac{\mathbf{S}^D}{|\mathbf{S}^D|} + \xi_3 \mathbf{1} \end{aligned} \quad (3-30)$$

Damit lässt sich der geometrische Parameter ξ_3 in Abhängigkeit von ξ_1 beschreiben:

$$\xi_3 = -\frac{1}{\xi_1} (\mathbf{1} : \mathbf{1})^{-1} = -\frac{1}{3 \cdot \xi_1} \quad (3-31)$$

Die Werte der Versagensfunktion q_3 , Gleichung (3-29), und des geometrischen Parameters ξ_3 in Abhängigkeit der Parameter der ersten Fließbedingung f_1 , Gleichung (3-31), eingesetzt in die Fließfläche f_3 , Gleichung (3-28), führt zu:

$$f_3 = |\mathbf{S}^D| - \frac{1}{3 \cdot \xi_1} \cdot I_1 + \frac{1}{3 \cdot \xi_1^2} \cdot q_1 \geq 0 \quad (3-32)$$

Aufgrund der Bedingungen, dass die beiden Flächen sich orthogonal schneiden und im Schnittpunkt kein deviatorischer Spannungsanteil vorhanden ist, lässt sich der invertierte Kegel f_3 in Abhängigkeit von den Parametern der Fläche f_1 darstellen.

3.3.4 Fließfläche f_4 – Begrenzung dreiaxialer Druckbereich

Eine Definition des Druckbereichs nur mit Hilfe der Fließfläche f_2 würde im nahezu hydrostatischen Druckzustand die möglichen Spannungen gegen unendlich anwachsen lassen. Zur Begrenzung der möglichen Spannungen wurden darum die Modelle mit Kappe eingeführt. Bei diesen Modellen wird eine Fließfläche definiert, die einen Übergang von der Kegelfläche f_2 in eine elliptische Kappe beschreibt. Dieser Ansatz wurde bereits von DIMAGGIO & SANDLER [27] und SANDLER & RUBIN [185] verwendet. Weitere Verwendung der elliptischen Kappe zur Begrenzung der Druckspannungen findet sich in den Arbeiten von SIMO et al. [200] und HOFSTETTER et al.

[73]. SCHÜTT [196] verwendet zur Beschreibung des Betonverhaltens unter reiner Druckbeanspruchung als Sonderform der elliptischen Kappe eine kugelförmige Fließfläche f_4 . Dessen algorithmische Vorgehensweise ist den Modellen mit elliptischer Begrenzungsfläche sehr ähnlich.

Die zur Begrenzung des dreiaxialen Druckzustandes definierte kugelförmige Fließfläche f_4 lässt sich nach MENRATH [126] im allgemeinen Spannungsraum durch die deviatorischen Spannungen $|\mathbf{S}^D|$ und durch die erste Invariante \mathbf{I}_1 als hydrostatische Komponente beschreiben:

$$f_4 = \sqrt{|\mathbf{S}^D|^2 + \frac{1}{9} \cdot [\mathbf{I}_1 - L(\kappa_4)]^2} - R(\kappa_4) \leq 0 \quad (3-33)$$

Mit:

$L(\kappa_4)$ Mittelpunkt der Kugel

$R(\kappa_4)$ Radius der Kugel

Durch den stetigen und damit tangentialen Übergang der kegelförmigen Fließfläche f_2 in die kugelförmige Fließfläche f_4 bestimmen sich der Mittelpunkt und der Radius der Kugel in Abhängigkeit von der internen plastischen Variablen κ_4 folgendermaßen:

$$L(\kappa_4) = -\left[\sqrt{54}\xi_2 + 2\right] \cdot \zeta_2 \cdot q_4(\kappa_4) \quad (3-34)$$

$$R(\kappa_4) = \sqrt{\frac{2}{3} + 6 \cdot \xi_2^2} \cdot \zeta_2 \cdot q_4(\kappa_4) \quad (3-35)$$

Um die Bedingung der Stetigkeit der beiden gekoppelten Fließflächen zu erfüllen, muss ein identisches Ver- und Entfestigungsverhalten des Drucker-Prager-Kegels f_2 und der Kugel f_4 vorliegen, damit gilt:

$$\kappa_4 = \kappa_2 \quad (3-36)$$

$$q_4(\kappa_4) = q_2(\kappa_2) \quad (3-37)$$

Die Entfestigungsfunktion q_4 der Kugel lautet damit analog zu Gleichung (3-24):

$$q_4(\kappa_4) = \eta_2 \cdot \bar{y}_4(\kappa_4) = \eta_2 \cdot \begin{cases} \frac{f_{cm}}{3} \cdot \left[1 + 4 \cdot \frac{\kappa_4}{\kappa_e} - 2 \cdot \left(\frac{\kappa_4}{\kappa_e} \right)^2 \right] & \text{für } \kappa_4 < \kappa_e \\ f_{cm} \cdot \exp \left[- \left(\frac{\kappa_4 - \kappa_e}{\kappa_{cu}} \right)^2 \right] & \text{für } \kappa_e \leq \kappa_4 < \kappa_{cu} \end{cases} \quad (3-38)$$

Für die Werte der Parameter gelten ebenso die Formeln (3-25) und (3-26).

In Abbildung 3-5 ist die Verschiebung der kugelförmigen Fließfläche f_4 in Invariantrichtung dargestellt. Dabei sind beide geometrischen Größen, Kugelmittelpunkt und Radius so voneinander abhängig, dass eine Verschiebung des Mittelpunkts entlang der hydrostatischen Achse eine Veränderung des Radius bewirkt. Diese Verknüpfung ist nach dem Strahlensatz wie folgt definiert:

$$\frac{dL(\kappa_4)}{dR(\kappa_4)} = \frac{L(\kappa_4 + d\kappa_4)}{R(\kappa_4 + d\kappa_4)} = \frac{L(\kappa_4)}{R(\kappa_4)} \quad (3-39)$$

Die Kugelfläche f_4 besitzt weder einen eigenen geometrischen Parameter noch eine eigene Versagensfunktion. Diese sind jeweils mit dem geometrischen Parameter bzw. der Ver- und Entfestigungsfunktion der Drucker-Prager-Fließfläche f_2 identisch.

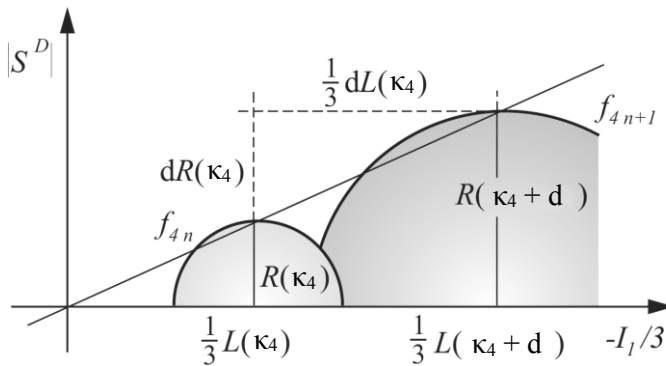


Abb. 3-5 Verschiebung der kugelförmigen Fließfläche f_4 , aus SCHÜTT [196]

3.3.5 Fließfläche f_5 – Kopplung von Fließkegel und Kugel

Die Fließflächen f_2 und f_4 werden stetig gekoppelt, das bedeutet, dass sich die Kugel­fläche f_4 tangential an die Drucker-Prager-Fließbedingung f_2 anschmiegt. Für beide Fließflächen gilt daher die identische Ver- und Entfestigungsfunktion mit dem gleichen Werten für die internen plastischen Variablen κ_2 und κ_4 . Bei dieser Kopplung stellt sich das Problem, welcher Teil der gekoppelten Fließflächen maßgebend den elastischen Bereich begrenzt. Aus diesem Grund wird eine fünfte Fließfläche eingeführt:

$$f_5 = |S^D| + \xi_5 \cdot I_1 - q_5(\kappa_5) \quad (3-40)$$

Diese Fließfläche f_5 beschreibt, genauso wie die Fließfläche f_3 , keinerlei Materialverhalten. Dieser zusätzlich eingeführte Kegel besitzt lediglich die Aufgabe einer Schaltfläche, entsprechend dem Wert, den f_5 in Abhängigkeit des Spannungszustands erhält, wird der Kegel f_2 oder die Kugel f_4 maßgebend. Ist $f_5 \leq 0$, wird der elastische Bereich durch das Drucker-Prager-Kriterium f_2 begrenzt. Wenn $f_5 > 0$ ist, wird die kugelförmige Bedingung f_4 berücksichtigt, Abbildung 3-6.

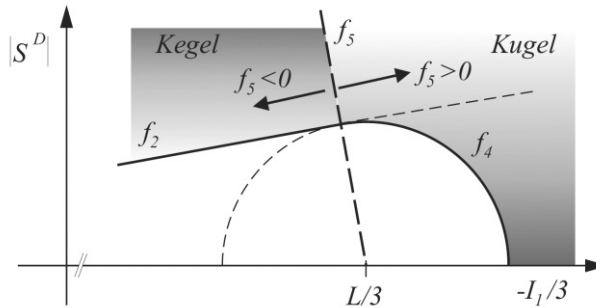


Abb. 3-6 Auswahl des maßgebenden Fließkriteriums mittels Fließfläche f_5 , aus SCHÜTT [196]

Die Parameter ξ_5 und q_5 der neu definierten Fläche f_5 werden so gewählt, dass die Kegelfläche f_5 das Versagenskriterium f_2 orthogonal schneidet. Mit Einhaltung dieser Anforderung ist die Spitze des Kegels f_5 automatisch mit dem Mittelpunkt L der Kugelfläche f_4 identisch. Als Ergebnis liegt der Schnittpunkt der Drucker-Prager-Fläche f_2 und der Fließkugel f_4 auf dem Kegel f_5 .

Die Normalen der beiden Fließflächen f_2 und f_5 sind orthogonal zueinander. Somit gilt für die Gradienten:

$$\frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{S}} : \frac{\partial f_5}{\partial \mathbf{S}} = 0 \quad \text{mit} \quad \begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{S}} &= \frac{\mathbf{S}^D}{|\mathbf{S}^D|} + \xi_2 \mathbf{1} \\ \frac{\partial f_5}{\partial \mathbf{S}} &= \frac{\mathbf{S}^D}{|\mathbf{S}^D|} + \xi_5 \mathbf{1} \end{aligned} \quad (3-41)$$

Damit ergibt sich für den geometrischen Parameter ξ_5 :

$$\xi_5 = -\frac{1}{\xi_2} \cdot (\mathbf{1} : \mathbf{1})^{-1} = -\frac{1}{3 \cdot \xi_2} \quad (3-42)$$

Der hydrostatische Fall $|\mathbf{S}^D| = 0$ wird betrachtet um einen geeigneten Wert q_5 zu finden, mit dem problemlos eine Verschiebung der Schaltfläche f_5 entlang der hydrostatischen Achse möglich ist.

Nach I_1 aufgelöst ergibt sich dann:

$$I_1 = q_5(\kappa_5) \cdot \frac{1}{\xi_5} \quad (3-43)$$

Da sich für diese Situation der Kugelmittelpunkt L ergeben soll, folgt:

$$I_1 = L(\kappa_5) = q_5(\kappa_5) \cdot \frac{1}{\xi_5} \quad (3-44)$$

Auflösen nach q_5 und Einsetzen von Gleichung (3-42) ergibt:

$$q_5(\kappa_5) = -\frac{1}{3 \cdot \xi_2} \cdot L(\kappa_5) \quad (3-45)$$

Die Gleichungen (3-42) und (3-45) in Gleichung (3-40) eingesetzt, führt zu der Schaltfläche f_5 :

$$f_5 = |\mathbf{S}^D| - \frac{1}{3 \cdot \xi_2} \cdot (I_1 - L(\kappa_5)) \quad (3-46)$$

Auch für die Variable κ_5 der internen Schädigung der Versagensfunktion q_5 gilt, dass sie identisch zu den Variablen κ_2 und κ_4 sein muss:

$$\kappa_2 = \kappa_4 = \kappa_5 \quad (3-47)$$

Wie bereits bei der Kugelfläche f_4 besitzt die Schaltfläche f_5 keinen eigenen geometrischen Parameter. Der verwendete geometrische Parameter ist mit dem der Drucker-Prager-Fließfläche f_2 identisch.

3.3.6 Das Zusammensetzen der Fließflächen

In Abbildung 3-7 sind die fünf markanten Punkte zur Beschreibung des Betonmodells nach SCHÜTT [196] dargestellt. Der Punkt P_1 stellt den hydrostatischen Zugzustand und der Punkt P_5 den hydrostatischen Druckzustand dar. Die Punkte P_2 , P_3 und P_4 sind Schnittpunkte verschiedener Teilflächen. Der Punkt P_2 charakterisiert das Zusammentreffen der Drucker-Prager-Flächen f_1 und f_2 für den Übergang von f_2 vom elastischen Verhalten zum Beginn der Verfestigung. Der Punkt P_3 bezieht sich auch auf die beiden Drucker-Prager-Flächen f_1 und f_2 , jedoch mit dem Unterschied, dass für f_2 die interne plastische Variable $\kappa_2 = \kappa_e$ erreicht ist und somit der Versagensfall eintritt. Der Punkt P_4 markiert den Übergang von der Kegelfläche f_2 zur Kugelfläche f_4 . In Abbildung 3-8 sind in dem Fließgesetz die drei Bereiche reiner Zug, gemischter Zug/Druck und reiner Druck eingezeichnet.

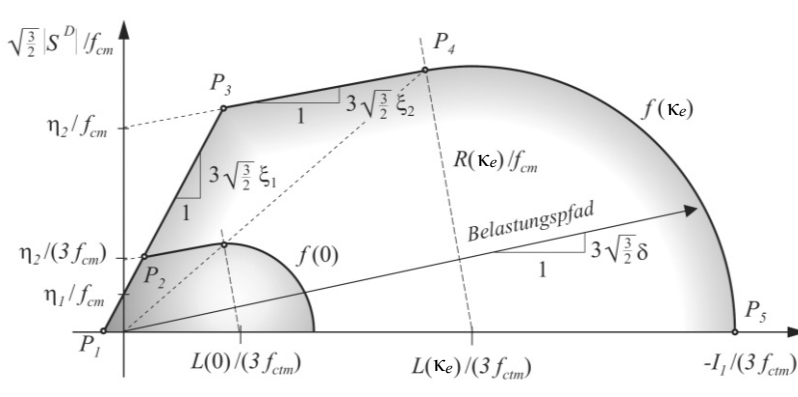


Abb. 3-7 Geometrie der zusammengesetzten Fließflächen des Betonmodells in Invariantendarstellung, aus SCHÜTT [196]

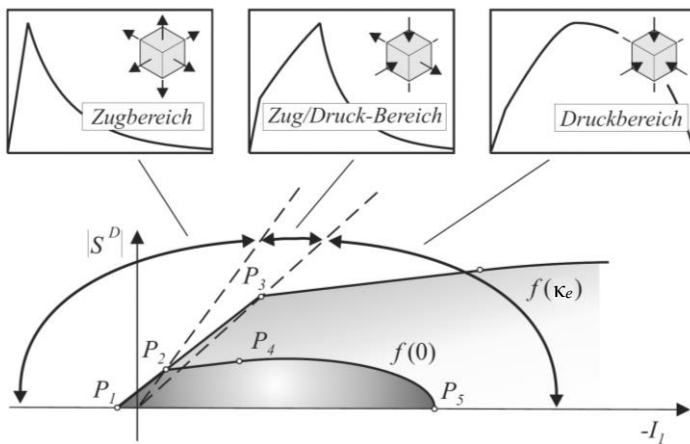


Abb. 3-8 Charakteristische Bereiche des Fließgesetzes, aus SCHÜTT [196]

3.4 Geometrische Parameter - Kalibrierung

In dem von SCHÜTT [196] entwickelten dreidimensionalen Modell gibt es neben den Materialparametern auch geometrische Parameter und Faktoren zur Skalierung der zusammengesetzten Fließflächen. Die Materialparameter lassen sich den einschlägigen Normen entnehmen, die anderen Parameter und Faktoren werden in Abhängigkeit von Versuchsergebnissen bestimmt. Die noch zu definierenden geometrischen Parameter ξ_1 und ξ_2 gehen in die Drucker-Prager-Kriterien ein, die Skalierungsfaktoren η_1 und η_2 haben Einfluss auf die Ver- und Entfestigungsfunktion. Zur Definition der Parameter wird die in Abbildung 3-9 von KUPFER & GERSTLE [97] und KUPFER et al. [96] im zweiaxialen Spannungsraum aufgetragene Versuchskurve verwendet.

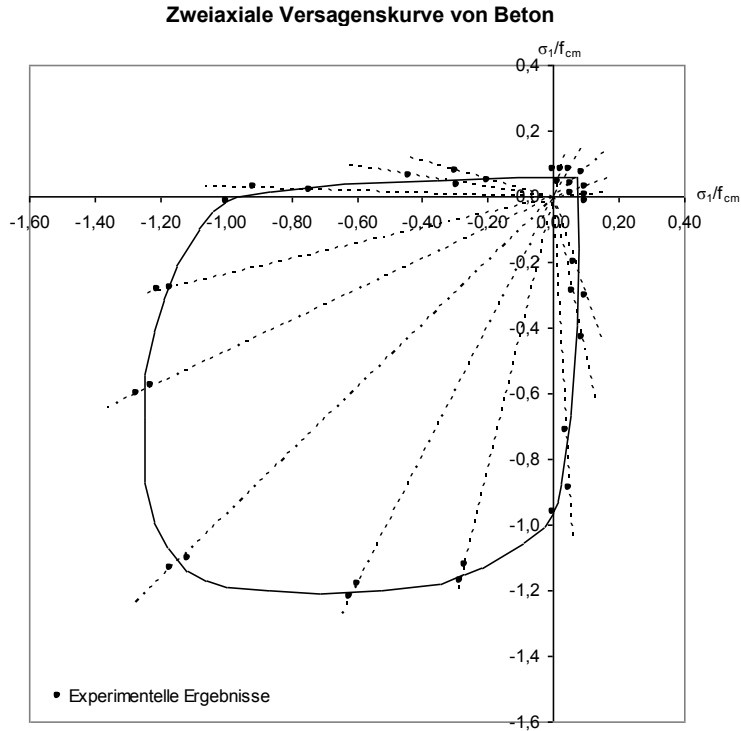


Abb. 3-9 Versagenskurve im biaxialen Spannungsraum nach KUPFER et al. [96]

Die Parameter ξ_1 und η_1 der ersten Drucker-Prager-Teilfläche f_1 werden nach MEN-RATH [126] über die eindimensionale Zugfestigkeit f_{ctm} , die eindimensionale Druckfestigkeit f_{cm} und den skalaren Faktor ζ_1 definiert:

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\zeta_1 \cdot f_{cm} - f_{ctm}}{\zeta_1 \cdot f_{cm} + f_{ctm}} \quad (3-48)$$

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{2 \cdot \zeta_1 \cdot f_{cm}}{\zeta_1 \cdot f_{cm} + f_{ctm}} \quad (3-49)$$

Mit Hilfe des skalaren Faktors ζ_1 wird die maximal aufnehmbare Querzugspannung bei steigender Druckbeanspruchung gesteuert. In Abbildung 3-10 sind die Fließflächen f_1 und f_2 der zusammengesetzten Fließbedingung mit der normierten zweiaxialen Spannungsebene für $\sigma_3 = 0$, also dem zweiaxialen Spannungsfall, dargestellt. Für den gemischten Zug/Druck-Bereich werden mit $\zeta_1 = 1,0$ die Ergebnisse von KUPFER et al. [96] im Mittel approximiert. Wird für $\zeta_1 = 3,0$ gewählt, so werden die aus den Versuchen von SCHÜTT [196] ermittelten Ergebnisse durch die Fließfläche f_1 eingehüllt.

Die Parameter ξ_2 und η_2 der zweiten Drucker-Prager-Teilfläche f_2 werden lediglich durch den Wert ζ_2 charakterisiert:

$$\xi_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\zeta_2 - 1}{2 \cdot \zeta_2 - 1} \quad (3-50)$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{2 \cdot \zeta_2}{2 \cdot \zeta_2 - 1} \quad (3-51)$$

Der Wert ζ_2 definiert das Verhältnis zwischen der einaxialen und der zweiaxialen Druckfestigkeit. Für Werte zwischen 1,16 und 1,20 für ζ_2 werden die zweiaxialen Versagenswerte aus den Versuchen von KUPFER et al. [96], Abbildung 3-10, durch die Versagensfläche f_2 am besten angenähert.

Für die Flächen f_3 , f_4 und f_5 bestehen Kopplungen zu den Drucker-Prager-Fließflächen f_1 und f_2 , so dass auch nur deren Parameter und keine weiteren zur Charakterisierung aller fünf Teilflächen der Fließbedingung notwendig sind. Damit ist die zusammengesetzte mehrdimensionale Fließbedingung für Beton vollständig definiert.

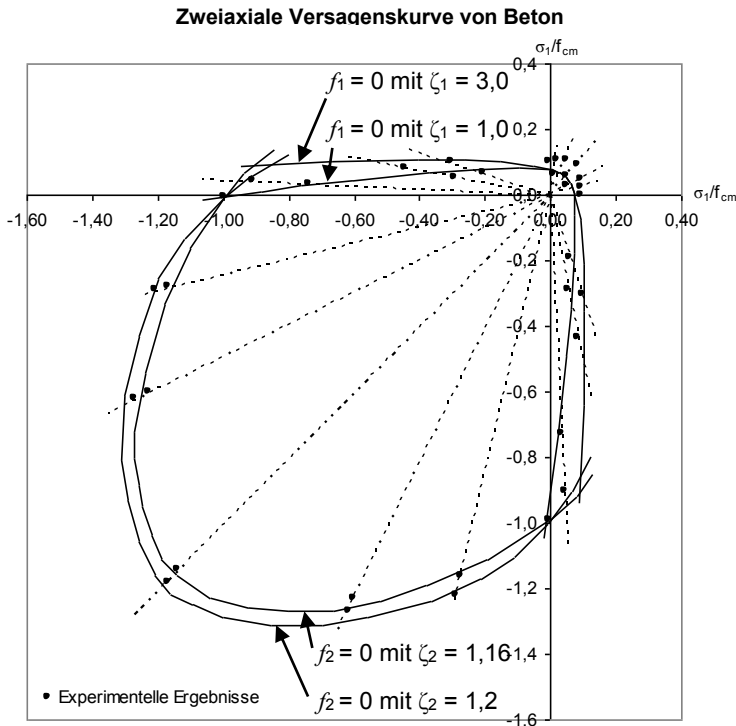


Abb. 3-10 Versagenskurve im biaxialen Spannungsraum nach KUPFER et al. [96], geometrische Beiwerte nach SCHÜTT [196]

3.5 Modellverhalten – Versagensformen verschiedener Spannungskombinationen

Zur Darstellung der Wirkungsweise des Modells unter mehraxialen Spannungszuständen wird von SCHÜTT [196] ein würfelförmiger Versuchskörper verwendet. Die Spannungen der drei Richtungen werden folgendermaßen deklariert:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \sigma \\ \sigma_{22} &= \sigma_{33} = v \cdot \sigma\end{aligned}\tag{3-52}$$

Die Variable v ist ein skalarer Faktor und skaliert die Spannung σ .

Bei diesem Belastungszustand treten keine Schubspannungen auf, daher lassen sich der Betrag des deviatorischen Spannungsanteils $|\mathbf{S}^D|$ und die erste Invariante I_1 leicht nach Gleichung (3-13) und (3-16) in Abhängigkeit von v ermitteln:

$$|\mathbf{S}^D| = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot |(1-v) \cdot \sigma|\tag{3-53}$$

$$I_1 = (1+2v) \cdot \sigma\tag{3-54}$$

Eine Änderung der Spannung σ bewirkt eine Änderung der deviatorischen und hydrostatischen Spannungsanteile im konstanten Verhältnis:

$$\gamma = \frac{|\mathbf{S}^D|}{I_1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{|1-v|}{1+2v} \cdot \text{sign}(\sigma)\tag{3-55}$$

Das Verhältnis wird nur von der Variablen v beeinflusst.

Die maßgebenden Punkte lassen sich über die Schnittpunkte der Fließflächen f_1 bis f_5 , bzw. mit der hydrostatischen Achse ermitteln (Tabelle 3-1). Der Unterschied zwischen Punkt P_2 und P_3 ist der Wert der internen Variablen κ_2 . Für Punkt P_2 nimmt κ_2 den Wert 0 und für Punkt P_3 den Wert κ_e an. Die Relation zwischen Druck- und Zugfestigkeit wird mit $f_{cm}/f_{ctm} = 10$ angenommen.

In den nächsten Abschnitten wird detailliert das unterschiedliche Verhalten zwischen Zug-, gemischtem Zug/Druck- und Druckbereich vorgestellt. Begrenzt werden die Bereiche durch die Punkte P_1 bis P_5 .

Tab. 3-1 Maßgebende Punkte der Fließfläche nach SCHÜTT [196].

| Punkt | $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot S^D $ | I_1 | $\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \gamma$ | ν |
|-------|----------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|-----------------|
| P_1 | 0 | $\frac{60}{29} \cdot f_{ctm}$ | 0 | 1 |
| P_2 | $\frac{130}{43} \cdot f_{ctm}$ | $-\frac{50}{43} \cdot f_{ctm}$ | $-\frac{13}{5}$ | $-\frac{6}{7}$ |
| P_3 | $\frac{420}{43} \cdot f_{ctm}$ | $-\frac{360}{43} \cdot f_{ctm}$ | $-\frac{7}{6}$ | $-\frac{13}{8}$ |
| P_4 | $\frac{6}{5} \cdot f_{cm}$ | $-\frac{12}{5} \cdot f_{cm}$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |
| P_5 | 0 | $6,5427 \cdot f_{cm}$ | 0 | 1 |

3.5.1 Zugbereich

Für den Zugbereich wird nur die Drucker-Prager-Fläche f_1 aktiviert. In Abbildung 3-8 ist zu sehen, dass der Zugbereich zwischen dem Punkt P_1 , dem hydrostatischen Zugzustand und dem Punkt P_2 angesiedelt ist. Die Variable ν der Querbelastung kann nach Tabelle 3-1 einen Wert zwischen 1,0 und $-6/7$ annehmen. Auch der Fall der eindimensionalen Zugbelastung, also $\nu = 0$, ist abgedeckt. Wie in Abbildung 3-11 gezeigt, wird der Entfestungsverlauf nur durch die exponentielle Versagenskurve der ersten Drucker-Prager-Fläche geprägt. Die maximal aufnehmbare Spannung σ_{11} ist von den orthogonal wirkenden Spannungen abhängig. Eine Erhöhung der Querdruckspannung bewirkt eine Stärkung des Betons in Zugrichtung. Eine Erhöhung des Querzugs führt zum gegenteiligen Effekt, nämlich einer zusätzlichen Schwächung.

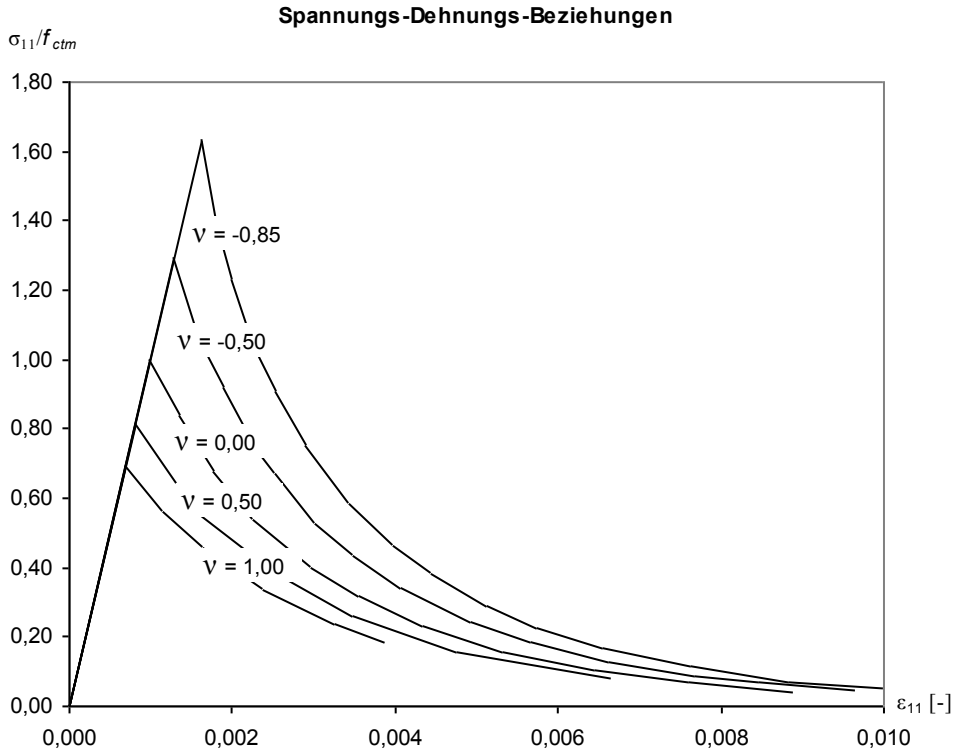


Abb. 3-11 Normiertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Zugbereichs nach SCHÜTT [196]

3.5.2 Gemischter Zug/Druck-Bereich

Für den gemischten Zug/Druck-Bereich wird sowohl die Drucker-Prager-Fläche f_1 , als auch die Fläche f_2 maßgebend für plastisches Versagen. Abbildung 3-8 zeigt diesen Bereich zwischen den Punkten P_2 und P_3 . Das bedeutet, für eine Zugspannung σ_{11} liegt der Bereich der Querspannungen σ_{22} und σ_{33} im Verhältnis von $-6/7$ bis $-13/8$. In Abbildung 3-12 sind die entsprechenden Spannungs-Dehnungs-Diagramme aufgetragen. Im gemischten Zug/Druck-Bereich beginnt nach dem linear-elastischen Bereich die quadratische Verfestigung gemäß der Ver-/Entfestigungsfunktion q_2 der Drucker-Prager-Fläche f_2 . Sobald die Fließbedingung f_1 verletzt wird, setzt ein exponentielles Zugversagen ein.

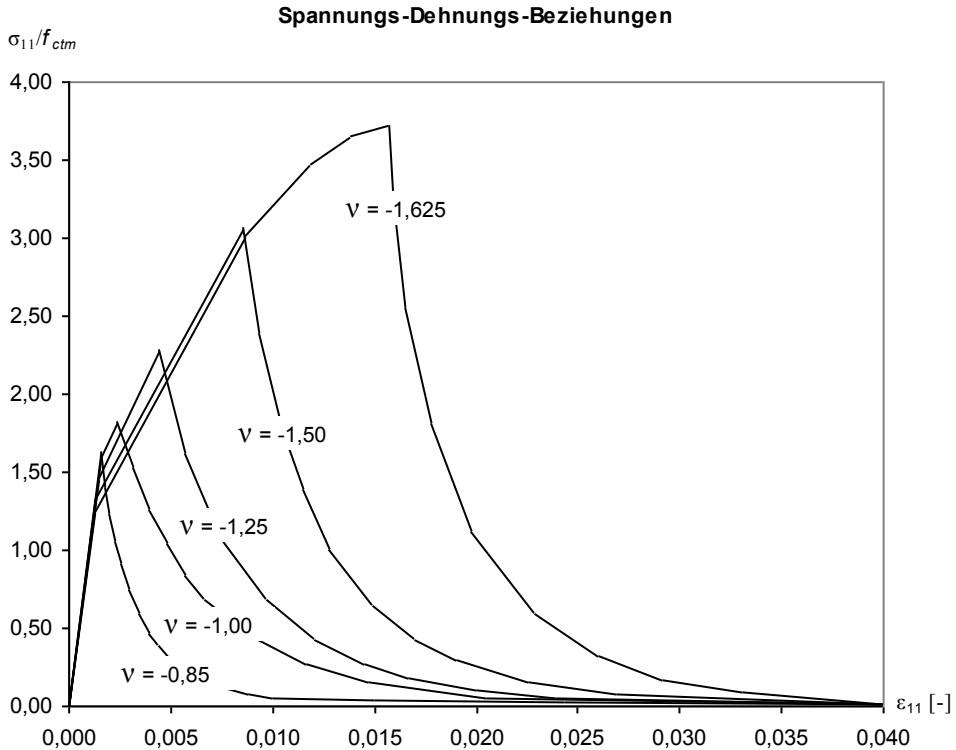


Abb. 3-12 Normiertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm des gemischten Zug/Druck-Bereichs nach SCHÜTT [196]

3.5.3 Druckbereich

Der Punkt P_3 bildet die obere Grenze des gemischten Zug/Druck-Bereichs. Mit Erreichen dieser Spannungscombination ist kein Versagen infolge Zugbelastung möglich, Abbildung 3-8. Ab diesem Punkt herrscht reiner Druckzustand, die Entfestigung erfolgt in Abhängigkeit der Ver-/Entfestigungsfunktion q_2 der Drucker-Prager-Fläche f_2 . Die Werte für die Variable v betragen $-0,05$ bis $1,0$. Der eindimensionale Druckzustand gilt für $v = 0$. Auch oberhalb des Punktes P_4 , also für die Kugelfläche, gilt aus Kopplungsgründen die gleiche Entfestigungsfunktion wie bei der Drucker-Prager-Fläche f_2 . In Abbildung 3-13 sind die Spannungs-Dehnungs-Kurven für verschiedene Querspannungen dargestellt, bei etwa $v = 0,6$ ist die maximale Druckspannung für σ_{11} erreicht.

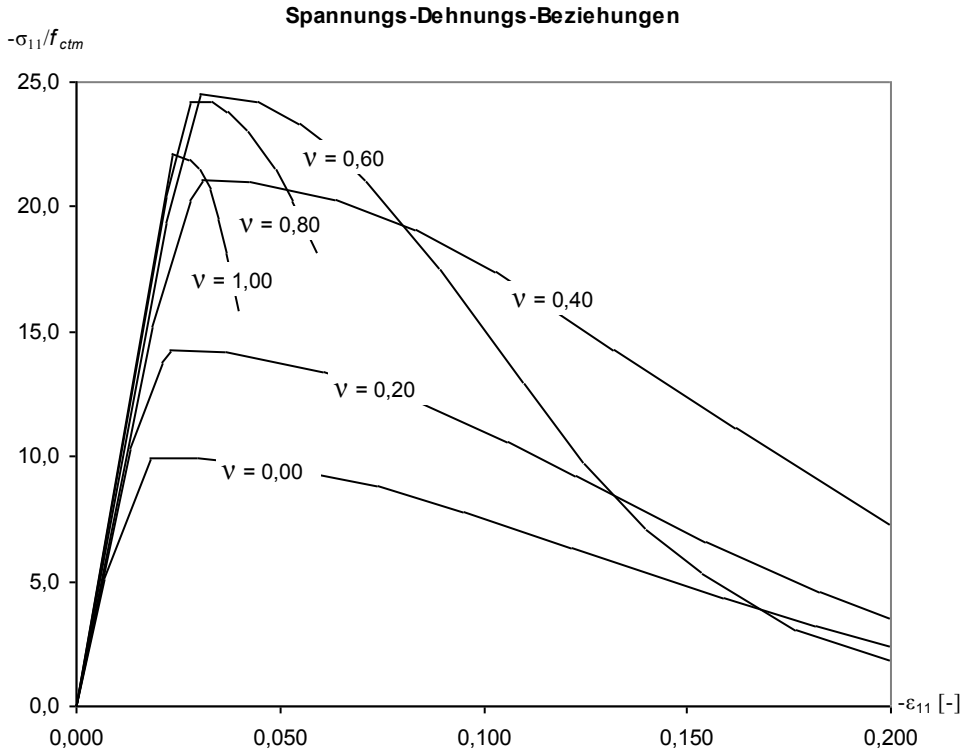


Abb. 3-13 Normiertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Druckbereichs nach SCHÜTT [196]

3.5.4 Zusammenfassung der drei Bereiche

In Abbildung 3-14 sind Druck-, Zug- und gemischter Zug/Druck-Bereich in einem Diagramm zusammengefasst. Die gestrichelte Kurve markiert jeweils den Übergang zum nächsten Bereich. Die Koordinatenachsen in Abbildung 3-14 stellen dabei die Spannungen und Dehnungen der ersten Richtung des dreiaxialen Koordinatensystems des Betonmodells dar. Die Spannungs-Dehnungs-Kurven des gemischten Zug/Druck-Bereichs aus Abbildung 3-12 werden in Abbildung 3-14 jeweils in positiver und negativer Richtung aufgetragen. Um den gemischten Zug/Druck-Bereich in die negative Richtung der Druckspannungen abbilden zu können, ist es notwendig das Koordinatensystem des Betonmodells gedanklich zu drehen. Die Spannungen und Dehnungen werden dazu quasi nach der Querrichtung aufgelöst, indem die Werte durch die Variable v dividiert werden.

Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

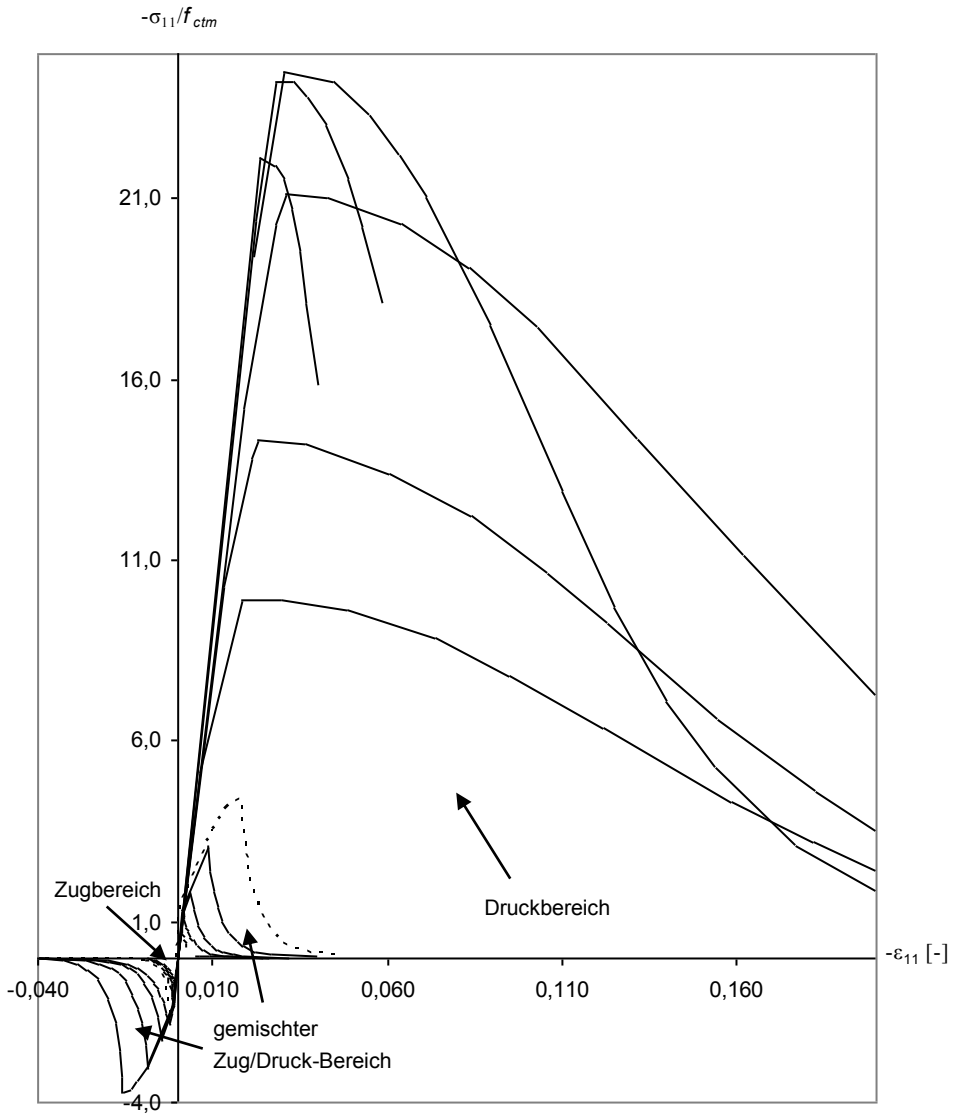


Abb. 3-14 Normierte Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Betonmodells nach SCHÜTT [196] in einem Diagramm

Kapitel 4

Grundlagen des Verbunds

Der Grundgedanke des Stahlbetonbaus ist die getrennte Zuordnung der Zug- und Druckkräfte auf die Materialien Stahl und Beton. Um das Prinzip Stahlbeton und damit die nahezu perfekte Ausnutzung der beiden Materialien zu ermöglichen, wird der Verbund, also das Zusammenspiel zwischen Stahl und Beton, benötigt. Durch den Verbund wird nicht nur die Verankerung eines Bewehrungsstabes im Beton ermöglicht, sondern es geschieht ein kontinuierlicher Austausch der Kräfte zwischen den beiden Materialien. Entsprechend der Verbundcharakteristiken werden die Eigenschaften des zusammengesetzten Werkstoffes Stahlbeton, wie z. B. Rissbreiten, Rissabstände, Mitwirkung des Betons auf Zug zwischen den Rissen etc., gesteuert. Im folgenden Kapitel wird erst die Verbundtragwirkung, dann die Definition der Verbundspannung sowie die Berechnung der Verankerungslänge nach DIN 1045-1 [246] vorgestellt. Anschließend wird die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes zur Ermittlung der Spannungszustände über die Länge des Verbundkörpers hergeleitet. Zur Lösung dieser Differentialgleichung wird die numerische Integration verwendet. Eine Sammlung bekannter Parameter aus verschiedenen Literaturquellen, die Einfluss auf die Verbundgesetze ausüben, schließt dieses Kapitel ab.

4.1 Beschreibung der Verbundtragwirkung

Die Übertragung der Kräfte zwischen Bewehrungsstab und umgebenden Beton lässt sich nach LEONHARDT [106] in drei Arten unterteilen: Chemische Adhäsion, Reibung zwischen den Oberflächen von Bewehrungsstab und Beton sowie mechanischer Verzahnung des profilierten Bewehrungsstabes mit dem Beton. In Abbildung 4-1 sind am differentiellen Verbundelement die drei an Rippenstählen wirkenden Verbundkrafttypen dargestellt. Im folgenden Abschnitt 4.1.1 werden die Verbundmechanismen und deren Relevanz ausführlicher dargestellt. Versuchstechnisch lassen sich diese Verbundmechanismen nur sehr schwer trennen. Der Übergang ist abhängig von der Relativverschiebung δ , die auch als Schlupf bezeichnet wird. In Abbildung 4-2 ist die Relativverschiebung, die sich aus den jeweiligen Längenänderungen von Beton und Stahl ergibt, graphisch dargestellt. Daher wird zur Beschreibung des Verbundverhaltens die Verbundspannung τ als Summe der einzelnen Verbundmechanismen in Abhängigkeit der Relativverschiebung betrachtet. Diese Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung ist nicht allgemein gül-

tig, sondern ist, wie später noch gezeigt wird, von vielen Einflussfaktoren abhängig. Somit stellt die τ - δ -Beziehung kein Verbundgesetz im klassischen Sinn dar, sondern wird, u. a. von ZILCH & ZEHETMAIER [235], auch als Pseudo-Stoffgesetz oder technisches Stoffgesetz bezeichnet. Im Abschnitt 4.1.2 wird der Vorgang des Verbundverhaltens detaillierter beschrieben.

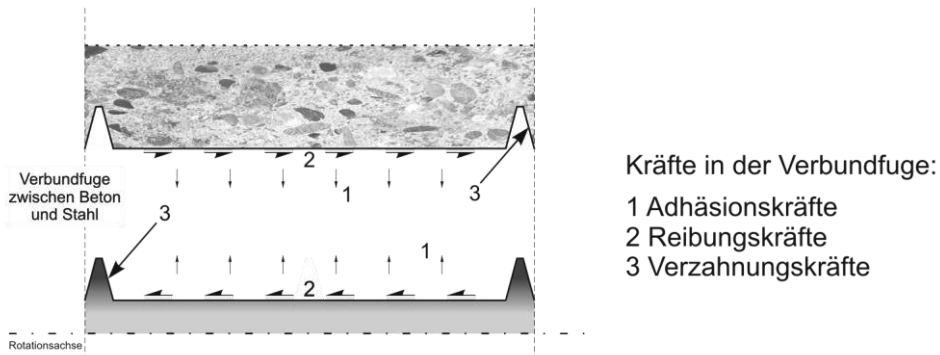


Abb. 4-1 Kräfte in der Verbundfuge zwischen profiliertem Bewehrungsstab und umgebenden Beton am differentiellen Verbundelement

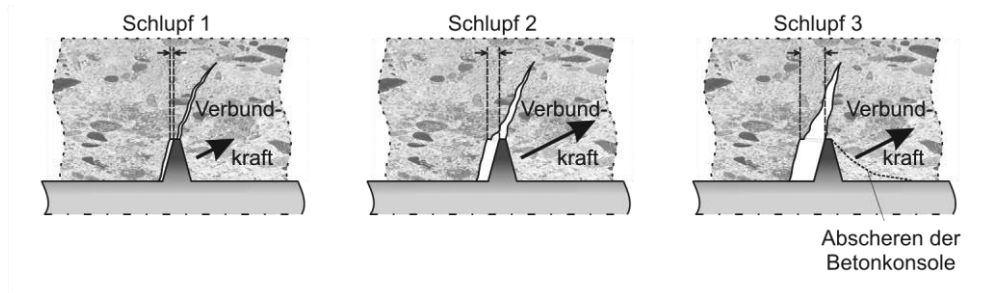


Abb. 4-2 Entwicklung der Relativverschiebung

4.1.1 Relevanz der drei Verbundmechanismen

Im Folgenden werden die Unterschiede zwischen Haft-, Reib- und Scherverbund sowie deren Übergänge beschrieben.

Haftverbund (Adhäsionskräfte):

In der Kontaktzone haftet der Zementstein an der Stahloberfläche durch Kapillar- und Adhäsionskräfte, dabei handelt es sich um physikalisch-chemische Bindungen. Bereits geringe Relativverschiebungen bewirken eine Zerstörung des Haftverbundes,

daher ist dieser Verbundmechanismus für praktische Belange von untergeordneter Bedeutung.

Reibungsverbund (Reibungskräfte):

Mit zunehmender Relativverschiebung wird der sogenannte Reibverbund zwischen Stahl- und Betonoberfläche aktiviert. Die in der Fachsprache als Reibanteil bezeichnete Verbundwirkung ist mechanisch betrachtet jedoch nur bedingt korrekt. Maßgebend beruht diese Variante der Verbundkräfte auf einer Mikroverzahnung infolge der rauen Stahloberfläche. Um dem Begriff Reibverbund gerecht zu werden, wird nach der Theorie der Reibung eine Normalkraft auf die Reibfläche benötigt. Diese zur Stahloberfläche orthogonale Kraft wird jedoch nicht von allen Forschern berücksichtigt. Der notwendige Anteil der Normalkräfte entsteht aus der Umlenkung der Längskraft im Bewehrungsstab und wird später genauer erläutert.

Scherverbund (Verzahnungskräfte):

Durch die Stahlrippen werden die Kräfte infolge mechanischer Verzahnung übertragen. Die Kraftübertragungen erfolgen von den Stahlrippen auf die jeweils dazwischen liegenden Betonkonsolen. Während Adhäsions- und Reibungsverbund infolge großer Relativverschiebungen zerstört werden, ist der Scherverbund die wirksamste Art der Verbundkraftübertragung. Im Vergleich zu Adhäsions- und Reibungskräften werden hierbei die größten Verbundkräfte aktiviert. Daher ist die Verbundfestigkeit von Rippenstählen im Vergleich zu glatten Stählen deutlicher höher.

Nach Überschreiten der Betonfestigkeit werden die Betonkonsolen abgeschert und es entsteht wieder die Wirkung eines Reibverbundes, diesmal jedoch zwischen abgescherten Betonkonsolen und dem umgebenden Beton.

4.1.2 Vorgang des Verbundverhaltens

Im ungerissenen Zustand wird von einem ideellen Querschnitt ausgegangen, in welchem keine Relativverschiebungen auftreten. Unter Annahme dieses starren Verbundes werden die Verbundkräfte zwischen Stahl und Beton lediglich durch Haftverbund aktiviert.

Nach Überschreitung der Grenzzugdehnungen des Betons entsteht ein Riss im Beton. Durch den Ausfall des Betons in diesem Querschnitt muss die Bewehrung die Kräfte aufnehmen und erfährt zusätzliche Zugdehnungen. Diese Dehnungsdifferenz zwischen den beiden Materialien führt zu einer Relativverschiebung. In Rissnähe ist die Relativverschiebung am größten und bewirkt ein Versagen des Adhäsionsverbundes und im Gegenzug eine Aktivierung der Reibungs- und Verbundkräfte. Mit zunehmender Entfernung vom Rissufer nimmt die Relativverschiebung ab. Wird die Relativverschiebung mit zunehmendem Abstand gering genug, kann möglicherweise noch ein intakter Adhäsionsverbund bestehen. Die Integration der Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton über den Rissabstand ergibt die Rissbreite.

Nach GOTO [60] bilden sich an den Rippen zwischen den Haupttrissen kleinere innere Risse. Die Haupttrisse werden als Primärrisse und die inneren Risse als Sekundärrisse bezeichnet (Abbildung 4-3). In der Nähe von Primärrissen, auch als Trennrissen

bezeichnet, kommt es zu Ablösungen des Betons vom Stahl. Dadurch können im Bereich der Primärrisse keine Verbundkräfte aufgebaut werden. Zwischen den Rippen bilden sich, begrenzt durch die Sekundärrisse, Betonkonsolen aus. Über diese Betonkonsolen werden Druckkräfte in den umgebenden Beton geleitet. In Abbildung 4-4 ist die räumliche Tragwirkung der Verbundkräfte dargestellt. Vom Bewehrungsstab ausgehend werden Verbundkräfte als Druckstreben in den umliegenden Beton geleitet. Aufgrund der räumlichen Wirkung besitzt die Druckstrebe die Form eines Kegels, dem sogenannten Druckkegel. Die Neigung der Druckkegelachse entsteht aus einer Umlenkung der aktivierten Verzahnungskräfte. Der Druckkegel bewirkt im umgebenden Beton eine Querdehnung. Wie von REHM [162] festgestellt, resultiert aus dieser Querdehnung ein dreiachsiger Betonspannungszustand, der einen vielfachen Wert der einachsigen Betondruckspannung betragen kann. Mit fortschreitender Relativverschiebung werden die Betonkonsolen abgeschert und zermahlen. Zwischen den abgescherten Betonkonsolen und dem umgebenden Beton entstehen Schubrisse. Die von den Rippen ausgehenden Verzahnungskräfte werden nicht mehr über eine Druckstrebe, sondern über Reibungsverbundspannungen in der Scherfläche in den umgebenden Beton übertragen. Eine weitere Zunahme der Relativverschiebung bewirkt das vollständige Abscheren und Zerstören der Betonkonsolen, es findet eine Glättung der Schubrissfläche statt. Daher geht damit eine Verminderung der Verbundkräfte einher. Dieses Versagen wird als Auszieh- oder Scherbruchversagen definiert.

Eine andere Versagensart entsteht infolge der vom Druckkegel rechtwinklig zum Bewehrungsstab ausgehenden Kräfte. Einerseits führt der Druckkegel zu einem Kräfteanteil im Beton parallel zur Bewehrung, dabei können Druck- oder Zugkräfte entstehen. Andererseits bewirkt der Anteil des Druckkegels senkrecht zur Bewehrung Radialzugspannungen senkrecht zur Bewehrungsachse. Aufgrund der Radialzugspannungen entstehen Ringzugspannungen in tangentialer Richtung im umgebenden Beton. Es herrscht ein Gleichgewichtszustand zwischen den kegelförmigen Betondruckstreben und den Ringzugspannungen im umgebenden Beton. Wenn die Betonzugfestigkeit geringer ist als die Ringzugspannungen, entstehen Risse längs zur Bewehrungsrichtung. Diese Längsrisse im Verbundkörper wurden ausführlich von TEPFERS [210] vorgestellt. Bei ausreichender Betondeckung sind diese Risse an der Betonoberfläche nicht sichtbar. Auch eine Querdehnungsbehinderung in Form von äußerem Querdruck oder Querkraftbewehrung verhindert die Längsrissbildung und wirkt sich somit positiv auf den Verbund aus. Wenn die Betondeckung nicht ausreichend ist, entstehen Sprengrisse und der Verbundkörper versagt plötzlich, also ohne Vorankündigung und nicht duktil. Diese Versagensform wird als Sprengriss- oder Spaltbruchversagen bezeichnet. Eine ausreichende Umschnürung der Längsbewehrung kann das unkontrollierte Öffnen der Längsrisse verhindern. Eine Umschnürungswirkung zur Verhinderung des Spaltversagens wird einerseits durch ausreichende Betondeckung oder andererseits durch Querkraftbewehrung erreicht.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Verbundverhalten und die Verbundqualität maßgeblich von den während des Belastungsvorgangs vom Bewehrungsstab ausgehenden, sekundären Verbundrissen nach GOTO [60] und den ebenfalls vom Bewehrungsstab aus auftretenden Längsrisse nach TEPFERS [210] beeinflusst werden. In Abbildung 4-5 nach LEMNITZER et al. [105] sind die beiden Rissarten an

einem Modell eingezeichnet. Die sekundären Verbundrisse treten quer zur Stabachse auf und führen zu einem Ausziehversagen, das auf einem Scherbruch des Betons basiert. Die Längsrisse haben ein Spaltbruchversagen zur Folge. Das Eintreten von Scher- oder Spaltbruchversagen wird hauptsächlich von der Betondeckung, der Querbewehrung und der Oberflächenprofilierung des Betonstahls bestimmt. Nach VANDERWALLE [219] entscheidet das Verhältnis von bezogener Betondeckung c zu Stabdurchmesser d_s welche Verbundversagensart eintritt. Der Grenzwert für c/d_s wird im Bereich von 2,5 bis 3,5 angegeben.

Eine Querdruckbelastung führt mechanisch betrachtet zu größeren Reibungs- bzw. Verzahnungskräften zwischen Stahl und Beton. Zusätzlich wirkt Querdruck dem vom Bewehrungsstab ausgehenden Druckkegel entgegen. Daher wird infolge von Querdruck die Ausbreitung der Sekundär- und Längsrisse vermindert.

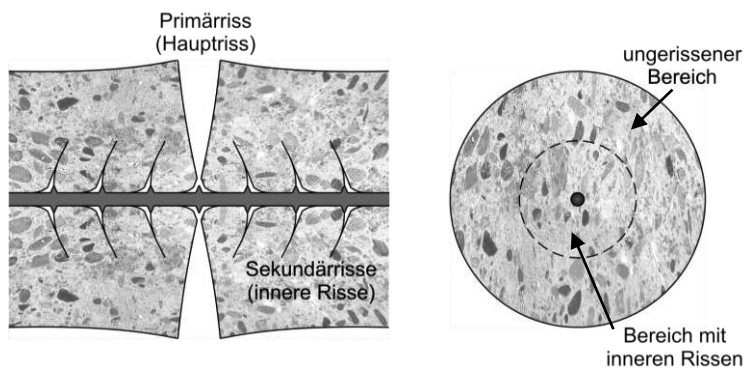


Abb. 4-3 Betonverformung infolge Primäriss und Sekundärissen nach GOTO [60]

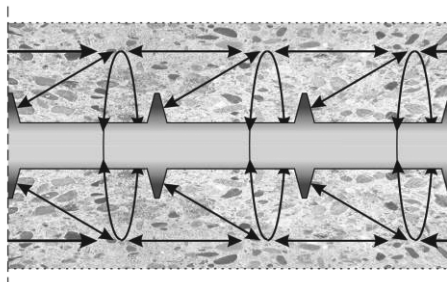


Abb. 4-4 Räumliche Tragwirkung und Druckkegel der Verbundkräfte nach TEPFERS [210] an einem Ausschnitt des Verbundkörpers

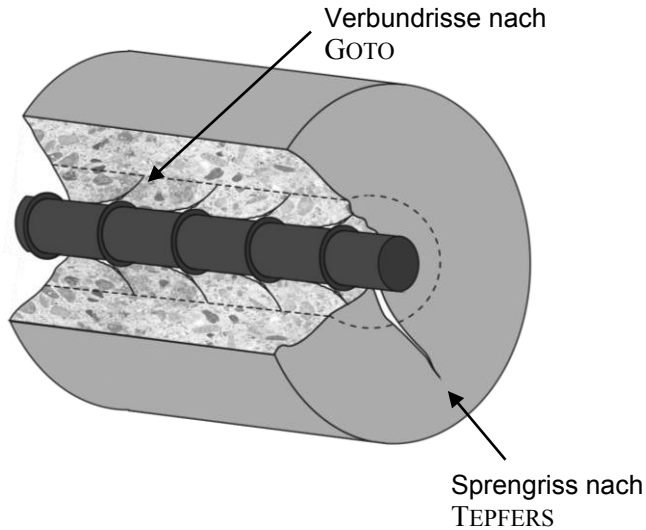


Abb. 4-5 Verbundrisse nach GOTO [60] und Sprenggriss nach TEPFERS [210] zusammengefasst von LEMNITZER et al. [105]

4.2 Definition Verbundspannung

Die Grundlage der Wirkungsweise von Stahlbeton ist das Zusammenspiel von Stahl und Beton und damit dem Verbund zwischen Stahl und Beton. Die Untersuchungen des Verbundverhaltens und die Größe der Verbundspannung sind schon seit den Anfängen der Stahlbetonbauweise Grundlage vieler Forschungsvorhaben. Die Verbundspannung wird in der Mechanik als Schubspannung bezeichnet. Daher entspricht die Verbundspannung τ der über die Länge l und den Umfang U übertragenen Kraft F . Im Fall von starrem Verbund ist dies:

$$\tau = \frac{F}{U \cdot l} \quad (4-1)$$

Die Verbundspannung τ wird hierbei über die Länge l als konstant betrachtet. Um die Verankerungslängen nach den Normen DIN 1045-1 [246] und EUROCODE 2 [248] zu berechnen, wird die Gleichung (4-1) nach der Länge l aufgelöst. Die Verbundspannung wird in Abhängigkeit der Betonfestigkeit als konstanter Wert gewählt. Wenn die Länge l die gesamte Verbundlänge darstellen soll, so entspricht dies jedoch, wie im weiteren Verlauf der Arbeit noch gezeigt wird, im Stahlbeton beim Einsatz von gerippten Bewehrungsstäben nicht der Realität. Die Höhe der Verbundspannung ist abhängig von der Relativverschiebung δ und besitzt den in Abbildung 4-6 dargestellten qualitativen Verlauf.

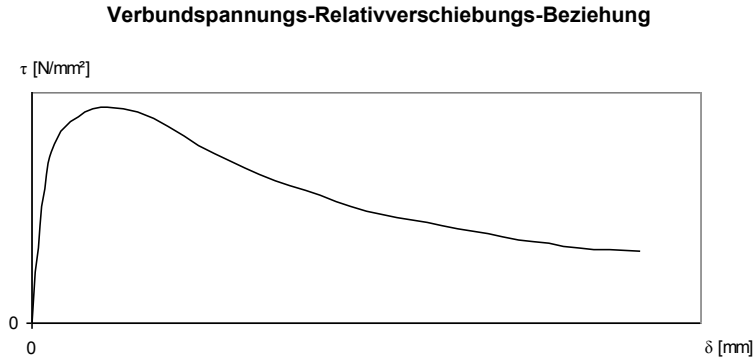


Abb. 4-6 Qualitativer Verlauf der Verbundspannung über die Relativverschiebung

4.3 Verbundspannung und Verankerungslänge nach DIN 1045-1 : 2008-08

In der Norm DIN 1045-1 [246] wird vereinfachend ein starrer Verbund zwischen Beton und Bewehrung angenommen. Im Gegensatz zum verschieblichen Verbund bleibt hierbei die relative Verschiebung des Bewehrungsstabs zum umgebenden Beton, der sogenannte Schlupf, infolge der Verformung des Druckkegels unberücksichtigt. Die dadurch auftretenden Unverträglichkeiten der Verformungen werden vernachlässigt.

Nach DIN 1045-1 [246] wird das Grundmaß der Verankerungslänge l_b folgendermaßen berechnet:

$$l_b = \frac{d_s}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (4-2)$$

Die Formel ergibt sich durch Auflösen der Gleichung (4-1) nach l und umbenennen in l_b . In der Norm wird die Verbundspannung τ mit f_{bd} bezeichnet:

$$l_s = \frac{F}{U \cdot f_{bd}} = \frac{\sigma_s \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_s}{2}\right)^2}{\pi \cdot d_s \cdot f_{bd}} = \frac{d_s}{4} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{bd}} \quad (4-3)$$

Bei der Bemessung wird davon ausgegangen, dass der Stahl vollständig ausgenutzt ist. Daher wird statt der tatsächlich wirkenden Stahlspannung σ_s die Streckgrenze des Stahls f_{yd} verwendet. Falls mehr Stahl eingelegt wird, als rechnerisch erforderlich ist, kann die nicht vollständige Ausnutzung des Stahls durch eine Abminderung der Verankerungslänge auf $l_{b,net}$ berücksichtigt werden. Hierbei wird durch das Ver-

hältnis von erforderlicher Bewehrung $A_{s,erf}$ zu vorhandener Bewehrung $A_{s,vorh}$ die tatsächliche Stahlspannung berücksichtigt:

$$l_{b,net} = l_b \cdot \frac{A_{s,erf}}{A_{s,vorh}} \quad (4-4)$$

Zur Berechnung der Verankerungslänge wird ein Wert für die Verbundspannung benötigt. Dieser Wert wird in DIN 1045-1 [246] in Abhängigkeit der Betonzugfestigkeit bzw. der Betongüte und dem Teilsicherheitsbeiwert für Beton γ_c definiert:

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c} \quad (4-5)$$

Der charakteristische Wert des 5 %-Quantils der zentrischen Betonzugfestigkeit lässt sich über die mittlere Betonzugfestigkeit ermitteln:

$$f_{ctk;0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm} \quad (4-6)$$

Für die mittlere Betonzugfestigkeit gilt:

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} \quad (4-7)$$

Aus Sicherheitsgründen werden die Verbundspannungswerte für große Stabdurchmesser reduziert. Die Gründe hierfür werden in Abschnitt 4.6.7 detaillierter erläutert. Die Werte für die Verbundspannung f_{bd} sind für Stabdurchmesser $d_s > 32$ mm mit dem Faktor

$$(132 - d_s) / 100 \quad (4-8)$$

abzumindern. Die Verbundspannungswerte aus DIN 1045-1 [246] gelten nur für gute Verbundbedingungen. Für schlechte Bedingungen müssen die angegebenen Werte mit dem Faktor 0,7 reduziert werden.

Die in DIN 1045-1 [246] definierten Verbundspannungen sind Bemessungswerte und sollen eine Überbeanspruchung des Verbundes vermeiden. Dies betrifft sowohl den Grenzzustand der Tragfähigkeit als auch den Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit. Die Herkunft der Verbundspannungswerte nach DIN 1045-1 [246] versucht LINDORF [109] zu klären. Jedoch gelingt ihm dabei kein eindeutiges Ergebnis. Zur Bestimmung des Bemessungswertes der Verbundspannung wurden in der Vergangenheit verschiedene Vorschläge gemacht. Das Kriterium von DJABRY [28], RÜSCH [179], [181] und RÜSCH & REHM [180] sah es vor, auf der unbelasteten Seite des Verbundversuchskörpers mit einer Einbettungslänge von $10 d_s$ den Schlupf zu messen. Die maßgebende Verbundspannung sollte dann als Mittelwert über die Verbundlänge der Relativverschiebung von 0,1 mm zugeordnet werden. Ein Schlupf von 0,1 mm sollte nach Meinung von RÜSCH [179], [181] zu Rissbreiten von 0,2 bis 0,3 mm führen und damit einen funktionierenden Korrosionsschutz sicherstellen.

4.4 Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds

Wie bereits angesprochen, ändert sich die Verbundspannung τ in Abhängigkeit der Relativverschiebung δ . Aus diesem Grund stimmt die Annahme eines starren Verbunds für das Zusammenwirken von Stahl und Beton nicht mit der Realität überein. Vor diesem Hintergrund wurde die Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds in der Arbeit von KUUSKOVSKI [100] veröffentlicht und gelangte später durch die Arbeit von REHM [162] zu großer Popularität. Auch heute noch werden mit Hilfe der Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds die Spannungszustände in einem Verbundkörper bestimmt. Die mechanische Modellvorstellung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes erfasst die Verbundtragwirkung anhand von Teilabschnitten, in denen Modellannahmen getroffen werden. So werden für einen solchen Abschnitt konstante Stahl- und Betonlängsdehnungen vorausgesetzt. In Längsrichtung des Betonstabes gilt verschieblicher und in Querrichtung starrer Verbund. Befindet sich der Beton im ungerissenen Zustand, so gilt auch in Längsrichtung starrer Verbund. In Abbildung 4-7 ist ein solcher Teilabschnitt eines Stahlbetongliedes dargestellt.

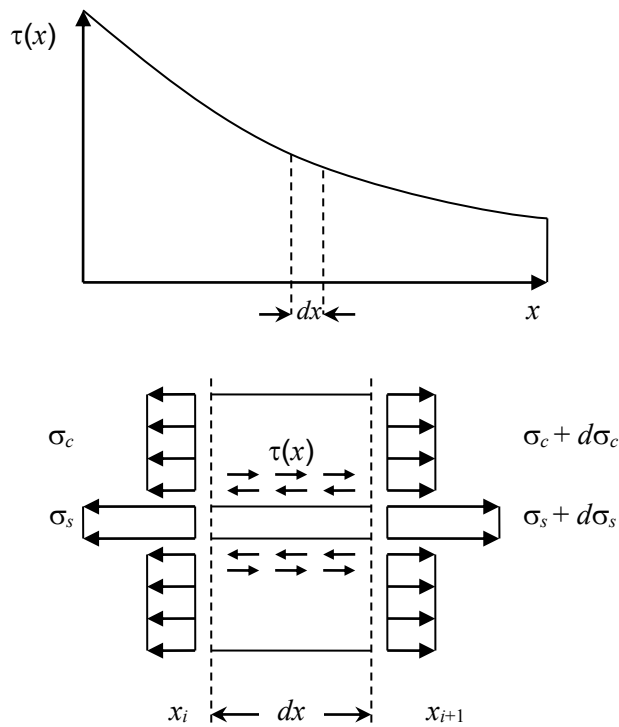


Abb. 4-7 Allgemeine Differentialbeziehungen, Bild aus AUER & STEMPNIOWSKI [4]

Der Schubspannungsverlauf entlang der Verbundstrecke lässt sich auf zwei Arten ermitteln. Die erste Variante ist halb-empirisch und funktioniert, indem die Relativverschiebung zwischen Bewehrung und Beton infolge Rissbildung direkt angesetzt wird. Die zweite Möglichkeit integriert die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes auf Basis der Materialgesetze und einer Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung. Diese Variante verwendet ein mechanisch korrektes Modell und ermöglicht es geometrische Einflüsse, materialspezifische Einflüsse und Einflüsse des Verbundmechanismus zu berücksichtigen. Die Differentialgleichung ermöglicht es somit, die Spannungs-, Dehnungs- und Schlupfverläufe in Abhängigkeit der Randbedingungen über die Länge eines Verbundkörpers zu ermitteln.

Das Modell beschreibt den Abbau der Stahlkraft infolge von Verbundwirkung und eine dementsprechende Zunahme der Betonkraft entlang der Stabrichtung. Aus dem differentiellen Element in Abbildung 4-7 lässt sich erkennen, dass die Änderungen von Stahl- und Betonkraft jeweils mit der über den Stabumfang U_s angreifenden Verbundspannung τ im Gleichgewicht stehen müssen. Aus der Gleichgewichtsbedingung folgt die entsprechende Gleichung:

$$\tau(x_i) \cdot U_s \cdot dx = d\sigma_s(x_i) \cdot A_s = -d\sigma_c(x_i) \cdot A_c \quad (4-9)$$

Umformen der Gleichung (4-9) nach den Stahl- und Betonspannungsänderungen führt zu:

$$\frac{d\sigma_s(x_i)}{dx} = \tau(x_i) \cdot \frac{U_s}{A_s} \quad (4-10)$$

$$\frac{d\sigma_c(x_i)}{dx} = -\tau(x_i) \cdot \frac{U_s}{A_c} \quad (4-11)$$

Die Relativverschiebungen von Stahl und Beton in der Kontaktzone lassen sich entsprechend Gleichung (4-12) durch die Verschiebungen des Stahls u_s und des Betons u_c beschreiben:

$$\delta(x_i) = u_s(x_i) - u_c(x_i) \quad (4-12)$$

Die Verschiebungen des Stahls und des Betons werden folgendermaßen berechnet:

$$u_s(x_i) = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \varepsilon_s(x_i) dx + u_s(x_{i-1}) \quad (4-13)$$

$$u_c(x_i) = \int_{x_{i-1}}^{x_i} \varepsilon_c(x_i) dx + u_c(x_{i-1}) \quad (4-14)$$

Die Verschiebungsänderung $d\delta$ auf der Strecke dx entspricht der Differenz von Stahl- und Betonverformung:

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{du_s}{dx} - \frac{du_c}{dx} = \varepsilon_s - \varepsilon_c \quad (4-15)$$

Auf das Inkrement i bezogen, bedeutet dies:

$$\frac{d\delta(x_i)}{dx} = \varepsilon_s(x_i) - \varepsilon_c(x_i) = \frac{\sigma_s(x_i)}{E_s(\sigma_s(x_i))} - \frac{\sigma_c(x_i)}{E_c(\sigma_c(x_i))} \quad (4-16)$$

Nochmaliges Differenzieren der Gleichung (4-16) und anschließendes Einsetzen der Gleichungen (4-10) und (4-11) führt zu:

$$\frac{d^2\delta}{dx} = \tau(x_i) \cdot \frac{U_s}{E_s(\sigma_s(x_i)) \cdot A_s} + \tau(x_i) \cdot \frac{U_s}{E_c(\sigma_c(x_i)) \cdot A_c} \quad (4-17)$$

Aus Gründen der übersichtlicheren Gestaltung wurden in Gleichung (4-17) die folgenden Substitutionen vorgenommen:

$$\eta = \frac{E_s(\sigma_s(x_i))}{E_c(\sigma_c(x_i))} \quad (4-18)$$

$$\mu = \frac{A_s}{A_c} \quad (4-19)$$

Somit entsteht aus der Gleichung (4-17) die bekannte Form der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes:

$$\frac{d^2\delta}{dx} = \frac{U_s}{A_s} \cdot \frac{1 + \eta \cdot \mu}{E_s(\sigma_s(x_i))} \cdot \tau(x_i) = \frac{4}{d_s} \cdot \frac{1 + \eta \cdot \mu}{E_s(\sigma_s(x_i))} \cdot \tau(x_i) \quad (4-20)$$

Um jetzt die Werte der Parameter an den Stellen x_i zu erhalten ist ein Verbundgesetz notwendig. Dieses Verbundgesetz besteht aus einer τ - δ -Beziehung. Je nach Komplexität der verwendeten τ - δ -Beziehung lässt sich die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes noch integrieren. SPAROWITZ [205] hat ein lineares Verbundgesetz vorgeschlagen, mit dem eine geschlossene Lösung möglich ist. Auch von BAMONTE & VALENTE [6] wurde eine geschlossene Lösung der Differentialgleichung vorgestellt, hierzu verwendeten sie das Verbundgesetz aus RUSSO et al. [182] und RUSSO & ROMANO [183]. Nach WILLE [230] beeinflusst der Risszustand im Versuchskörper die Lösung der Differentialgleichung. Für veränderliche Risszustände sind daher immer neue Lösungen erforderlich, somit ist die Erfassung des Verbundes auf diese Art und Weise mit erheblichem Rechenaufwand verbunden. Bereits REHM [162] hat vorgeschlagen statt der zweifachen Integration eine numeri-

sche Integration durchzuführen, da hierbei der Rechenaufwand nicht höher, aber das Ergebnis genauer ist.

Die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes lässt sich auch für Übergreifungsstöße, wie von ELIGEHAUSEN [43] gezeigt, verwenden. Des Weiteren ist sie nicht nur auf eine Anwendung zwischen den Materialien Stabstahl und Beton beschränkt. Von ULAGA [217] wurde eine Ausweitung der Differentialgleichung auf Lamellenbewehrung und von WILLE [230] auf Rundlitzenseile durchgeführt.

4.5 Numerische Integration

Die numerische Integration wird zur Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds verwendet. Das Ablaufschema wird am Ende dieses Abschnitts in Abbildung 4-8 graphisch dargestellt. Die Verbundstrecke wird hierzu in die Anzahl n gleich große Intervalle der Länge dx unterteilt. Die Integration startet an der Stützstelle $i=0$ mit den gegebenen Randbedingungen und einer Schätzung der Relativverschiebung $\delta_{i=0}$. Zunächst sind zur Berechnung der nächsten Stützstelle i Schätzungen der Dehninkremente $\Delta\varepsilon_{s,i}$ und $\Delta\varepsilon_{c,i}$ erforderlich. Die Dehnungen an der Stützstelle i bestehen jeweils aus der Summe der Dehnung an der Stützstelle $i-1$ sowie der geschätzten Dehnungsänderung $\Delta\varepsilon_{s,i}$ bzw. $\Delta\varepsilon_{c,i}$:

$$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_{s,i-1} + \Delta\varepsilon_{s,i} \quad (4-21)$$

$$\varepsilon_{c,i} = \varepsilon_{c,i-1} + \Delta\varepsilon_{c,i} \quad (4-22)$$

Mit den Beton- und Stahldehnungen werden dann Schlupf und Spannungen an der Stützstelle i ermittelt:

$$\delta_i = \delta_{i-1} + dx \cdot \left(\frac{\varepsilon_{s,i-1} + \varepsilon_{s,i}}{2} - \frac{\varepsilon_{c,i-1} + \varepsilon_{c,i}}{2} \right) \quad (4-23)$$

$$\sigma_{s,i} = \sigma_s(\varepsilon_{s,i}) \quad (4-24)$$

$$\sigma_{c,i} = \sigma_c(\varepsilon_{c,i}) \quad (4-25)$$

$$\tau_i = \tau(\delta_i) \quad (4-26)$$

Die numerische Integration ermöglicht eine einfache Implementierung zusätzlicher Parameter für die τ - δ -Beziehung. Hierzu werden einfach in Gleichung (4-26) weitere Parameter berücksichtigt, die Einfluss auf die Verbundspannung haben.

Wenn die Residuen

$$\Delta\sigma_{s,i} = \sigma_{s,i-1} - \sigma_{s,i} - dx \cdot \frac{\tau_{i-1} + \tau_i}{2} \cdot \frac{4}{d_s} = 0 \quad (4-27)$$

$$\Delta\sigma_{c,i} = \sigma_{c,i-1} - \sigma_{c,i} + dx \cdot \frac{\tau_{i-1} + \tau_i}{2} \cdot \frac{4}{d_s} \cdot \frac{d_s^2}{d_c^2 - d_s^2} = 0 \quad (4-28)$$

des aktuellen Intervalls eingehalten sind, dann wird die nächste Stützstelle berechnet. Ansonsten muss eine iterative Anpassung der Dehnungsinkremente des aktuellen Intervalls vorgenommen werden und diese Stützstelle erneut berechnet werden. Dieser Vorgang ist so lange durchzuführen, bis die Residuen eingehalten sind. Zu der iterativen Anpassung der Dehnungsinkremente finden sich in der Literatur verschiedene Möglichkeiten, u. a. die Sekantenmethode. Diese wurde bereits in AUER & STERNIEWSKI [4] vorgestellt und wird hier aus diesem Grund nicht näher beschrieben.

Wenn die letzte Stützstelle n berechnet wurde und die zugehörigen Residuen $\Delta\sigma_{s,i=n}$ und $\Delta\sigma_{c,i=n}$ eingehalten sind, muss die Abweichung ΔI über die gesamte Verbundlänge ermittelt werden. Hierzu wird die Differenz der aus den Randbedingungen vorgegebenen Relativverschiebung $\delta_{Randbedingung}$ und der Relativverschiebung $\delta_{i=n}$ am letzten Intervall n gebildet:

$$\Delta I = \delta_{Randbedingung} - \delta_{i=n} = 0 \quad (4-29)$$

Falls dieses Residuum ΔI nicht eingehalten ist, muss der Startwert für $\delta_{i=0}$ ebenfalls iterativ verbessert werden und eine erneute Berechnung aller Stützstellen mit dem angepassten Startwert der Relativverschiebung $\delta_{i=0}$ durchgeführt werden.

In der Praxis empfiehlt es sich die Beträge der Residuen (Gleichungen (4-27) bis (4-29)) nicht gleich Null zu wählen. Die Fehlertoleranz sollte an die geforderte Genauigkeit angepasst werden um unnötigen und erheblichen Rechenaufwand zu vermeiden.

Zur Durchführung der numerischen Integration werden Randbedingungen benötigt. Diese Randbedingungen geben einerseits Startwerte für die numerische Integration vor und andererseits bieten sie am letzten Intervall n die erforderliche Kontrolle. Erst wenn diese Randbedingungen eingehalten sind, ist die numerische Integration abgeschlossen.

In Tabelle 4-1 sind die gewählten Randbedingungen der drei verschiedenen Versuchskörper zusammengefasst. Zu beachten ist dabei, dass $i = 0$ jeweils die Lasteinleitungsseite bezeichnet. Wenn eine Gleitung nicht ausgeschlossen werden soll, dann ist die Relativverschiebung $\delta_{i=n}$ entsprechend zu modifizieren.

Tab. 4-1 Gewählte Randbedingungen für die numerische Integration

| Ausziehkörper | Ausdrückkörper | Dehnkörper |
|--|----------------------------------|----------------------------------|
| $\sigma_{s,i=0} = \frac{F}{A_s}$ | $\sigma_{s,i=0} = \frac{F}{A_s}$ | $\sigma_{s,i=0} = \frac{F}{A_s}$ |
| $\sigma_{c,i=0} = \frac{F}{A_{c,eff}}$ | $\sigma_{c,i=0} = 0$ | $\sigma_{c,i=0} = 0$ |
| $\delta_{i=n} = 0$ | $\delta_{i=n} = 0$ | $\delta_{i=n} = 0$ |

Um jedes beliebige Verbundgesetz anwenden zu können, wurde das vom Verfasser neuentwickelte Programm NumInt erstellt. Dieses in Visual Basic for Applications (VBA) für Excel programmierte Programm enthält verschiedene Schnittstellen zu Tabellenblättern in Excel, so dass jedes beliebige Verbundgesetz einfach in die Tabellen implementiert werden kann. Eine ausführliche Beschreibung zu diesem Programm ist in Kapitel 7 zu finden.

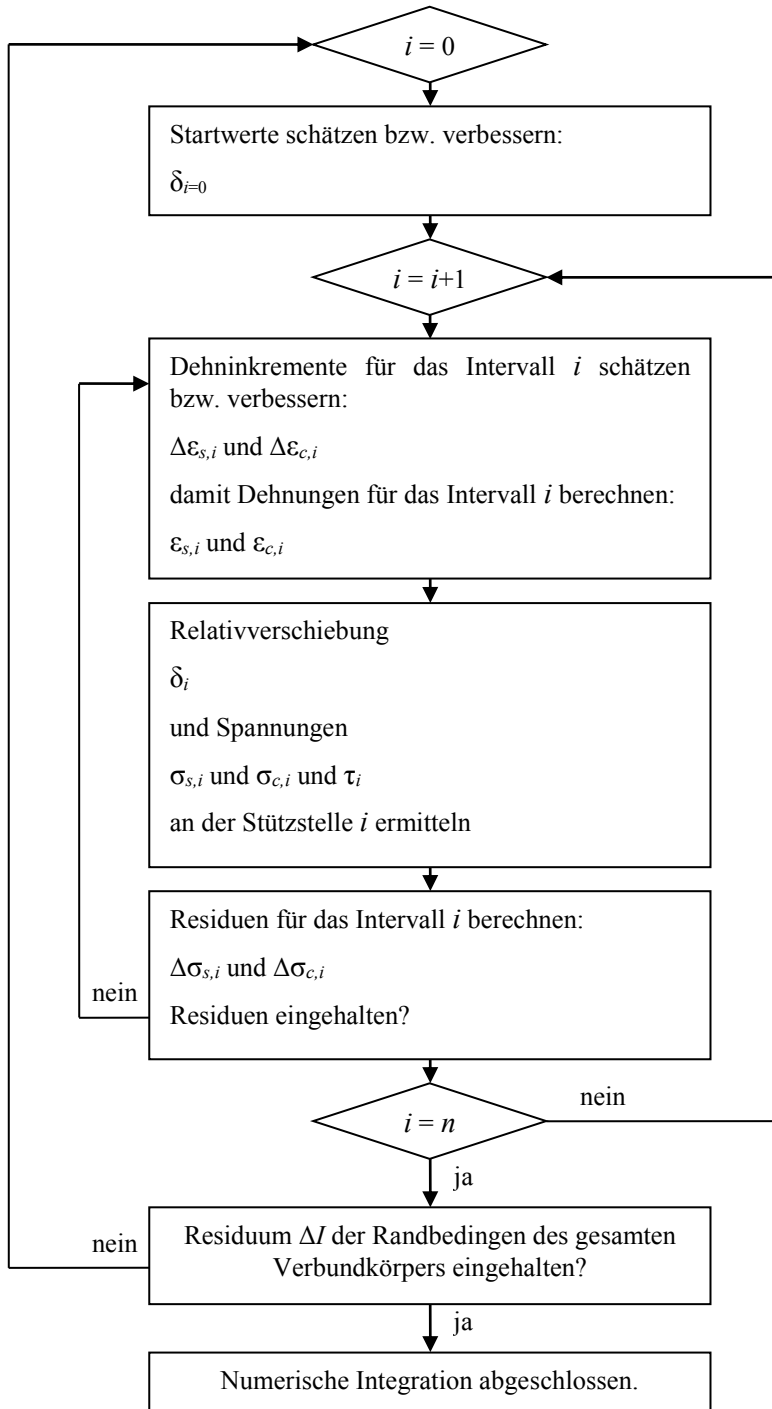


Abb. 4-8 Ablaufschema der numerischen Integration

4.6 Allgemeines zu Verbundgesetzen und Verbundeinflussparametern

Zur Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes werden Verbundgesetze benötigt. Bei diesen sogenannten Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen wird die Verbundspannung τ in Abhängigkeit der Relativverschiebung δ von Stahl und Beton ermittelt. Problematisch dabei ist jedoch, dass in der Vergangenheit aus verschiedenen Versuchen unterschiedliche τ - δ -Beziehungen zwischen Stahl und Beton gewonnen wurden. Die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen unterscheiden sich in Abhängigkeit des Versuchskörpertyps (Auszieh-, Ausdrück- und Dehnkörper) und sogar schon an verschiedenen Stellen innerhalb eines Versuches. Bisherige Verbundgesetze wurden meistens in empirischer Abhängigkeit von Versuchsergebnissen definiert und sind dann nur für einen Fall mit bestimmten Randbedingungen gültig. Um ein weiteres Spektrum abzudecken, ist es erforderlich die Verbundspannung nicht nur in Abhängigkeit der Relativverschiebung zu bestimmen, sondern noch weitere Parameter in die Betrachtung einzubeziehen. Es erscheint sinnvoll die Belastung des umgebenden Betons mit zu betrachten und daraus ein Verbundgesetz in Abhängigkeit der Schädigung des umliegenden Betons zu entwickeln.

Im Laufe der Zeit gab es immer wieder Bemühungen ein allgemein gültiges Verbundgesetz zur Lösung der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes zu finden. Allerdings führen diverse Parameter zu unterschiedlichen τ - δ -Beziehungen. Die Aufstellung eines allgemein gültigen Verbundgesetzes nur in Abhängigkeit von Verbundspannung und Relativverschiebung ist aus diesem Grund nicht möglich. In Tabelle 4-2 aus LINDORF [110] ist ein Überblick über die Einflussfaktoren auf das Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton gegeben. Er teilt die beeinflussenden Parameter in vier Gruppen ein. Ergänzt wurde die Tabelle 4-2 durch den Vorschlag von LETTOW [108] die Parameter in konstante und veränderliche Größen zu unterteilen. Konstante Einflussgrößen ändern ihre Eigenschaft, im Vergleich zu veränderlichen Größen, nicht in Abhängigkeit der Belastung. Die Unterscheidung zwischen monotoner Belastung und Lastzyklen ist ein weiterer wichtiger Einfluss. Die Beeinflussung durch Lastzyklen wird u. a. in REHM & ELIGEHAUSEN [165] vorgestellt und soll hier nicht weiter verfolgt werden. In den folgenden Abschnitten werden die wichtigsten Parameter für monotone Belastung näher vorgestellt. Eine Berücksichtigung aller in der Literatur aufgeführten Parameter würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Für weiterführende Informationen zu den, hier nicht näher betrachteten Faktoren wird auf die Zusammenfassungen in MAINZ [118], ZILCH & ZEHETMAIER [235], ACI 408 [237] und FIB BULLETIN 10 [240] verwiesen. Ein Verbundgesetz, welches auch Parameter mit geringem Einfluss berücksichtigt, macht in diesem Rahmen keinen Sinn, da hierbei nur eine Genauigkeit vorgetäuscht würde, die bei einem heterogenen Material wie Beton so nicht möglich ist. Solche Scheingenauigkeiten sind nicht im Interesse dieser Arbeit und sollten daher vermieden werden.

Tab. 4-2 Einflussfaktoren auf das Verbundverhalten, basierend auf LINDORF [110]

| Konstante Größen | | Veränderliche Größen | |
|------------------|-------------------|-------------------------------|------------------------------|
| Bewehrung | Beton | Probekörper | Belastung |
| Durchmesser | Betonfestigkeit | Probekörpertyp | Längsspannung (Zug/Druck) |
| Stabquerschnitt | Betontechnologie | Probekörperform | Querdruck/-zug |
| Rippengeometrie | Zusammensetzung | Probekörpergröße | Lastgeschichte |
| Oberfläche | Materialverhalten | Verbundlänge | Dauerbelastung |
| Zugfestigkeit | Verdichtung | Betonierlage | Wechselast |
| Endausbildung | | Stabneigung | Schwelllast |
| Korrosion | | Betondeckung | Schwingbreite |
| Duktilität | | Querbewehrung/ Umschnürung | Geschwindigkeit |
| | | Messpunktanordnung | Frequenz |
| | | | Temperatur |

4.6.1 Betonfestigkeit und –technologie

Der Parameter Betonfestigkeit hat einen allgemeingültigen Einfluss auf die τ - δ -Beziehung. Der wesentliche Einfluss der Betongüte auf das Verbundverhalten ist nicht direkt an bestimmte Versuchsbedingungen gebunden.

Bereits ABRAMS [1] stellte in seinen Experimenten fest, dass mit ansteigender Betonfestigkeit die Verbundtragfähigkeit und die Verbundsteifigkeit zunehmen. In Abhängigkeit der gewählten Zementmenge ist in Abbildung 4-9 die Zunahme der Verbundsteifigkeit durch die unterschiedlichen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurven zu erkennen. Es gibt jedoch keine einheitliche Meinung, in welchem Umfang die Tragfähigkeit und die Steifigkeit zunehmen. Daher wird allgemein ein proportionaler Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Betonfestigkeit angenommen:

$$\tau \sim f_c^k \tag{4-30}$$

MARTIN [122], [123] wählte den Parameter k in Abhängigkeit des Schlupfes δ . Zu Beginn der Verschiebung ($\delta = 0..0,01$ mm) und bei Erreichen der Höchstlast ($\delta > 1$ mm) wählte er $k = 2/3$. Im Bereich dazwischen ($\delta = 0,01..1$ mm) wird $k = 1$ angenommen.

Von MAINZ [118] wurden einige in der Literatur enthaltene Abhängigkeiten in Tabelle 4-3 zusammengefasst. Darin ist zu sehen, dass alle Autoren in Experimenten mit Herausziehen der Bewehrung einen Anstieg der Verbundfestigkeit mit zunehmender Betondruckfestigkeit ausgemacht haben. Dieser Zusammenhang ist durch die Zunahme der Zug- und Schubfestigkeiten von Betonen mit höherer Druckfestigkeit begründet.

Zu berücksichtigen ist hierbei, dass die Verbundspannung keinen konstanten Wert besitzt, sondern veränderlich ist. In den Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen ist die deutliche Änderung der Verbundspannung zu sehen. Daher bleibt immer zu beachten, ob die maximale Verbundspannung τ_{max} gemeint ist oder ob die angegebene Verbundspannung einem bestimmten Schlupfwert zugeordnet wird.

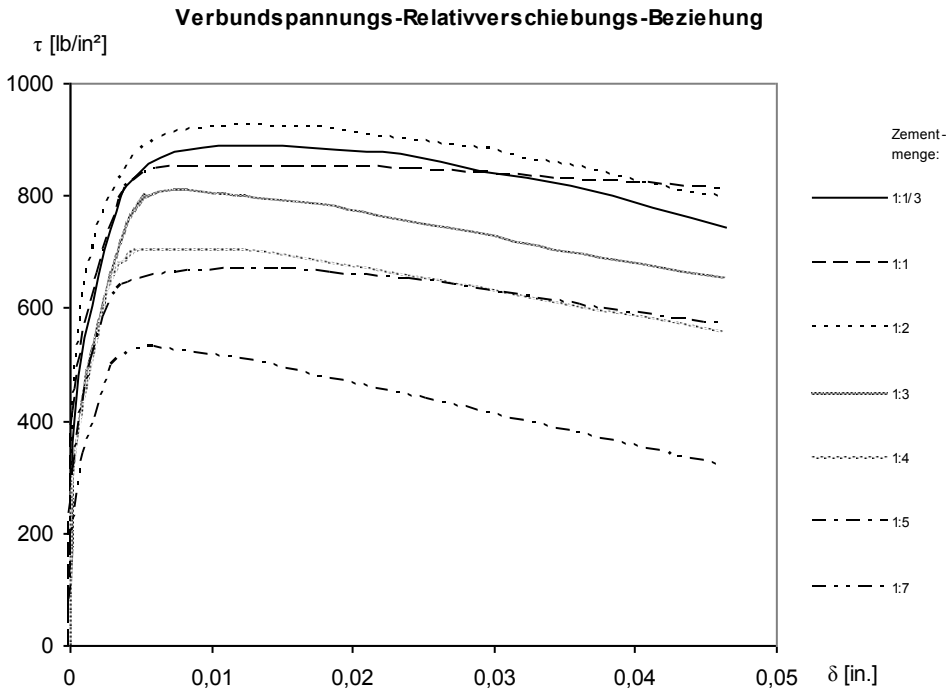


Abb. 4-9 Einfluss der Betongüte durch Erhöhung der Zementmenge auf die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach ABRAMS [1]

Tab. 4-3 Abhängigkeit der Verbundspannung von der Betonfestigkeit aus MAINZ [118]

| Autor | Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Betonfestigkeit | |
|---|--|-----------------------------------|
| REHM [162] MARTIN [119] | $\tau \sim f_{ck, cube}$ | |
| MARTIN & NOAKOWSKI [121] | $\tau \sim f_{ck, cube}^c$ für Rippenstähe $c = 1,0..1,2$ | |
| CEB BULLETIN 151 [238] | $\tau \sim$ Betonzugfestigkeit | bei Sprenggrissversagen |
| | $\tau \sim f_{cm}^\xi$ mit $\xi = 0,5..1,0$ | bei Scherversagen |
| HUNGSPREUG [78] | $\tau \sim$ Betonzugfestigkeit | bei Sprenggrissversagen |
| | $\tau \sim$ Betonschubfestigkeit | bei Scherversagen |
| PASCHEN et al. [155] | $\tau \sim$ Betonzugfestigkeit | |
| LORRAIN & KHELAFI [112] | $\tau \sim$ Betonzugfestigkeit | auch bei hochfestem Beton |
| UNTRAUER & HENRY [218] ELIGEHAUSEN et al. [44] ROBINS & STANDISH [173] SOROUSHIAN & CHOI [203] | $\tau \sim f_{cm}^{1/2}$ | |
| NAGATOMO & KAKU [138] | $\tau \sim f_{cm}^{2/3}$ | |
| NYKYRI [146] | $\tau \sim f_{ck, cube}$ oder | abhängig von der Profilierungsart |
| | $\tau \sim c_1 f_{ck, cube}^{0,469} + c_2 f_{ck, cube}$ mit $c_2 < c_1$ | |
| EUROCODE 2 [247] | $f_{bd} \sim f_{ck}^{2/3}$ | |
| CEB-FIP MODEL CODE 90 [239] | $\tau \sim f_{ck}^{1/2}$ | |

Wie Versuche gezeigt haben, ist die Betontechnologie ein weiterer entscheidender Parameter. Die Betonzusammensetzung hat einen enormen Einfluss auf Verbundspannung und Verbundverhalten. In Versuchen zeigten HANSEN et al. [64], dass die Festigkeit der großen Zuschlagkörner das Verbundverhalten stärker dominiert als die eigentliche Betonfestigkeit. Nach BÜRGE [17] und MONTEIRO et al. [132] steigert auch die Beimischung von Silika-Staub zum Beton die Verbundfestigkeit. Aber nicht nur die Zuschlagstoffe, sondern auch eine steifere Konsistenz des Betons erhöhen nach Aussage von JIRSA et al. [82] und MARTIN [122] die Verbundkräfte. Bereits 1939 fand MENZEL [127] einen Zusammenhang zwischen Nachverdichtung

und Steigerung der Verbundfestigkeit. HAYAKAWA & ITOH [67] ergänzten diese Erkenntnis damit, dass Herstellungs- und Einbauverfahren, Verdichtungsart und Verdichtungsdauer einen Einfluss auf die Verbundfestigkeit haben.

Natürlich darf auch die starke Heterogenität des Betons nicht unberücksichtigt bleiben. Gemäß den Zusammenhängen aus Tabelle 4-3 haben die materialbedingten Streuungen von Zug- und Druckfestigkeiten des Betons einen erheblichen Einfluss auf die Verbundfestigkeit.

4.6.2 Versuchskörpertyp

Verbunduntersuchungen wurden im Lauf der Zeit an unterschiedlichen Versuchskörpertypen durchgeführt. Die unterschiedlichen Varianten wurden entwickelt um die Versuche an die realistischen Belastungen in praktischen Anwendungen anzupassen. Hierbei hat sich schon gezeigt, dass sich aus den verschiedenen Versuchsmodellen unterschiedliche τ - δ -Beziehungen ergeben. Hauptsächlich wurde an Versuchskörpern mit zugbeanspruchter Bewehrung, z. B. Auszieh-, und Dehnkörper experimentiert. Aber auch Versuche an Ausdrückkörpern mit druckbeanspruchter Bewehrung wurden durchgeführt, EISENBIEGLER [42] und KOBARG [84]. In der vorliegenden Arbeit liegt das Augenmerk auf diesen drei Varianten, da hierzu die umfangreichsten Untersuchungen durchgeführt wurden. Wie ELIGEHAUSEN et al. [44], MÜLLER & EISENBIEGLER [135] und VIWATHANATEPA [221] zeigten, liegen bei vergleichbaren Versuchsbedingungen die Verbundspannungen von druckbeanspruchten Stählen über denen von zugbeanspruchten Stählen (Abbildung 4-10). Nachrechnungen mit einem Finite-Elemente-Programm und Bewertungen verschiedener Versuchskörpertypen wurden von WILDERMUTH [226] getätigt. Sie modellierte hierzu durchgeführte Versuche mit einem Finite-Elemente-Programm und verglich die numerischen Resultate mit den Versuchsergebnissen.

Wie bereits ausführlich in AUER & STEMPNIIEWSKI [4] beschrieben, scheint auf den ersten Blick bei allen drei Körpern das gleiche mechanische Modell zu gelten. Wie jedoch die in Abbildung 4-11 dargestellten Diagramme von Versuchsauswertungen verschiedener Versuche von EIBL & NEUROTH [37] zeigen, besitzen die verschiedenen Testkörper unterschiedliche Dehnungsverläufe von Stahl und Beton. Sowohl beim Auszieh- als auch beim Ausdrückkörper wird der Beton gedrückt. Der Unterschied liegt im Stahl, beim Ausdrückkörper wird dieser ebenfalls gedrückt, beim Ausziehkörper gezogen. Infolge der Zugkräfte im Bewehrungsstab wird der Verbund geschädigt, da Zugdehnungen vom Beton schlechter aufgenommen werden als Stauchungen. Beim Dehnkörper steht sowohl der Beton als auch der Bewehrungsstahl unter Zugspannung. Dieser erfährt daher Schädigungen im Beton, die zu einer Reduktion der maximalen Verbundspannungen gegenüber den anderen beiden Versuchskörpern führen. Des Weiteren erfährt ein gedrückter Betonstab durch die Stauchung eine Querkontraktion. Aus der Querkontraktion resultiert eine Querdrukspannung und damit erhöhten Reibkräfte. Jedoch resultiert aus der vergrößerten Radialkraft eine größere Gefahr der Längsrissbildung. Im Gegensatz dazu entsteht bei einem Zugstab infolge von Querkontraktion eine Querstauung.

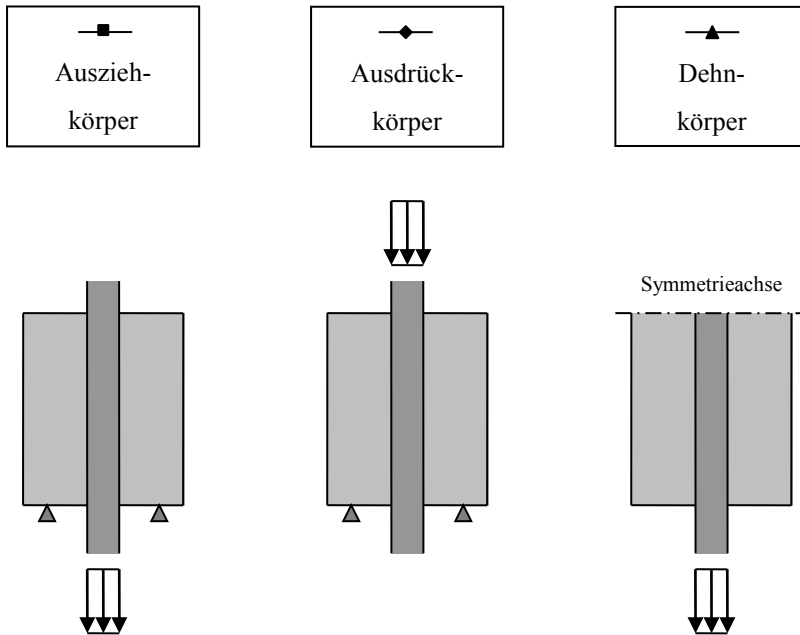
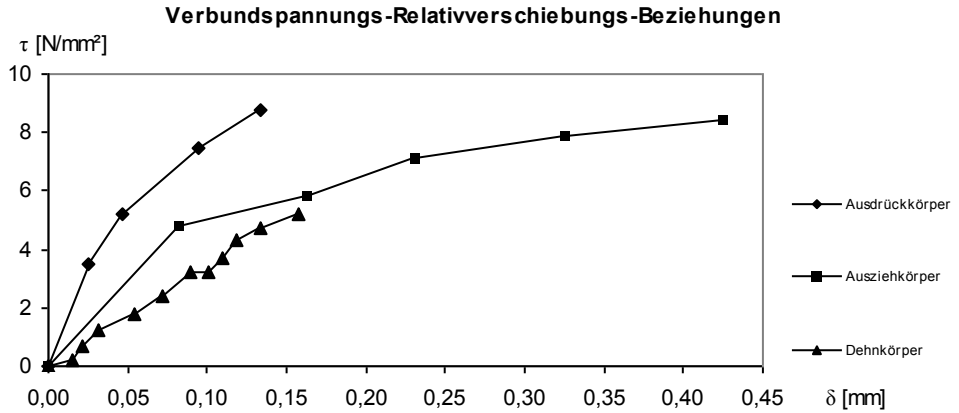


Abb. 4-10 Verschiedene Testkörper und entsprechende τ - δ -Beziehungen, Beziehungen zusammengefasst von KOBARG [85], Skizzen der Versuchskörper aus AUER & STERNIEWSKI [4]

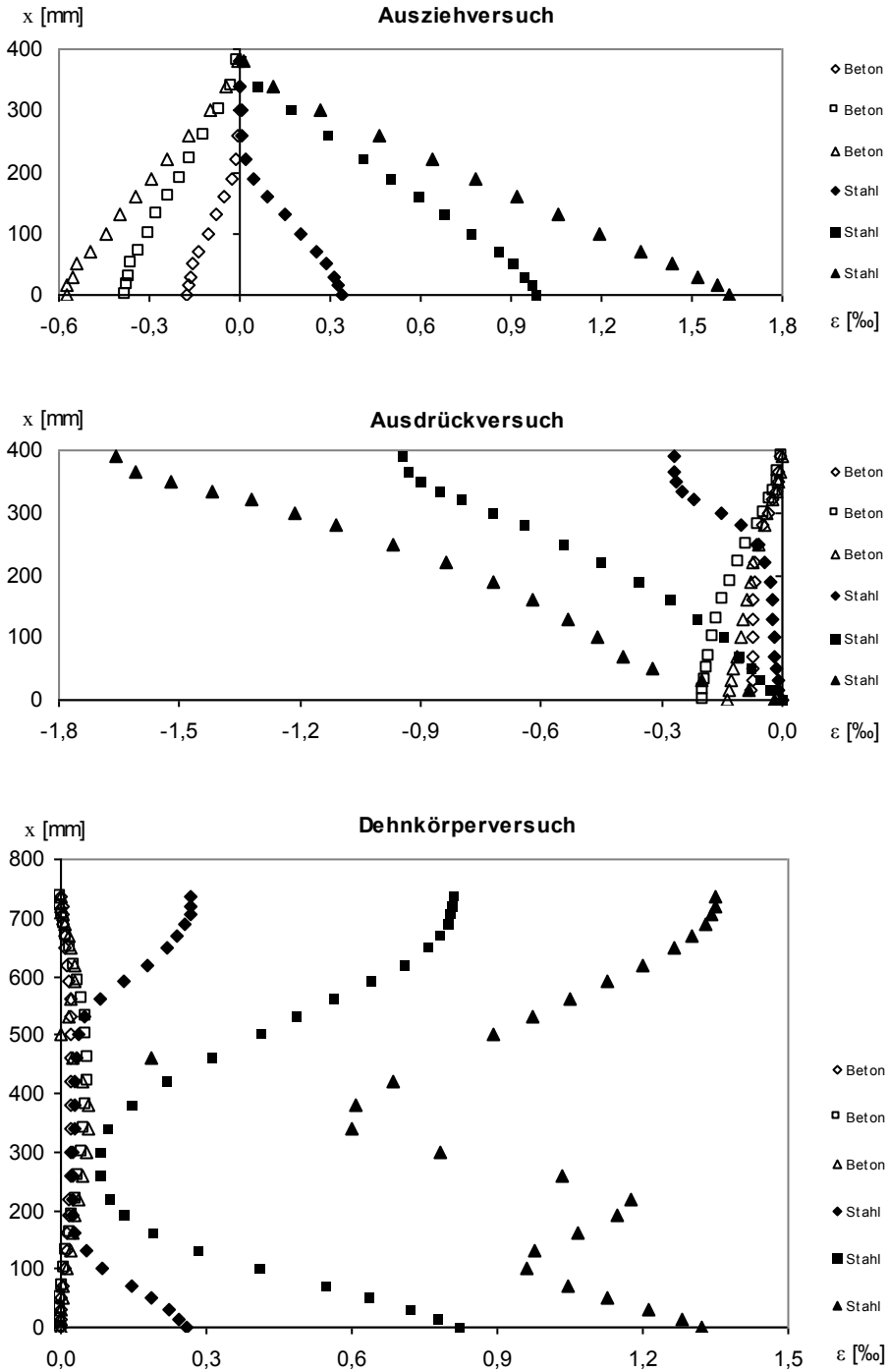


Abb. 4-11 Auswertung von Beton- und Stahldehnungen von Auszug-, Ausdrück- und Dehnversuch mit verschiedenen Laststufen von EIBL & NEUROTH [37]

4.6.3 Spannungs- und Dehnungszustände der Materialien

Eine eindeutige Abhängigkeit zwischen Stahldehnung und Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung zeigten SHIMA et al. [198]. Nach Überschreitung der Fließgrenze des Stahls entstand ein starker Abfall der Verbundspannung. Versuchsnachrechnungen mit dem Verbundmodell aus CEB-FIP MODEL CODE 90 [239] lieferten ENGSTRÖM [48] zu große Abweichungen zwischen Versuch und Nachrechnung. Erst die Ergänzung des Verbundmodells um eine Verringerung der Verbundfestigkeit bei Erreichen der Stahlstreckgrenze, brachte brauchbare Rechenergebnisse. Auch nach EIBL et al. [36], EIBL & KOBARG [35] und KOBARG [85], [86] reduziert sich die Verbundsteifigkeit mit steigender Stahlzugdehnung. Der Einfluss der lokalen Dehnungen der Materialien auf das Verbundverhalten wurde von EIFLER [40] und BENETT & SNOUNOU [9] untersucht und beschrieben.

4.6.4 Querdruck und Querzug

Wie aus der Literatur bekannt, hat der Parameter Querbeanspruchung einen deutlichen Einfluss auf die drei unterschiedlichen Testkörper. In Form von Querdruck wirkt er positiv auf die Verbundfestigkeit, u. a. von DÖRR & MEHLHORN [30], ELIGEHAUSEN et al. [44], GAMBAROVA & ROSATI [56], HUNGSPREUG [78], KOBARG [85], LEONHARDT [106], NAVARATNARAJAH & SPEARE [141], RAMAGE [161], ROBINS & STANDISH [172], [173], SCHMIDT-THRÖ [193] und UNTRAUER & HENRY [218] gezeigt.

Die Anfänge der Querdruckuntersuchungen an Verbundkörpern gehen auf LEONHARDT [106] zurück. Er experimentierte an Ausziehkörpern mit unterschiedlichen Auflagerungsarten. Infolge von Auflagern mit Querdehnungsbehinderung entstand im Versuchskörper eine Querdruckbelastung, die zu einer Steigerung der Verbundtragfähigkeit führte (Abbildung 4-12).

UNTRAUER & HENRY [218] und ELIGEHAUSEN et al. [44] führten Versuche mit unterschiedlichen Querdruckbelastungen durch. Auch von ihnen wurde eine Zunahme der maximalen Verbundspannung τ_{max} festgestellt. Von ROBINS & STANDISH [173] wurde ein Grenzwert der Zunahme infolge von Querdruck in Abhängigkeit der Betonfestigkeit festgestellt:

$$\tau_{max} = 1,8 \cdot \sqrt{f_{ck,cube}} \quad (4-31)$$

NAVARATNARAJAH & SPEARE [141] bestimmten den maximalen Wert der Verbundspannung in Abhängigkeit der Betondeckung. Zusätzlich wurde von ihnen festgestellt, dass eine Steigerung der Verbundtragfähigkeit unter Querdruck durch die Betondeckung begrenzt wird. Das geht so weit, dass eine geringe Betondeckung auch eine Verringerung der Verbundfestigkeit bei Querdruck zur Folge haben kann.

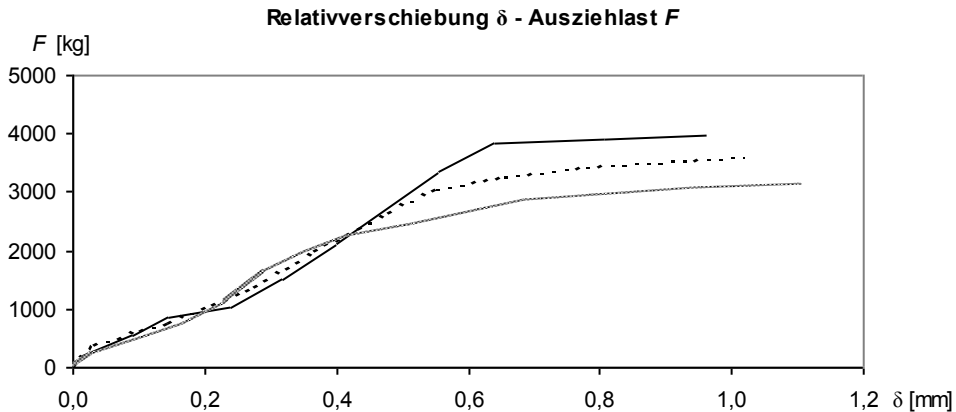


Abb. 4-12 Querdruckeinfluss durch Querdehnungsbehinderung am Auflager von Ausziehkörpern nach LEONHARDT [106]. Mit zunehmender Querdehnungsbehinderung wird eine höhere Ausziehlast erreicht.

Eine zunehmende Betondeckung oder Querdruck haben nach GAMBAROVA & ROSATI [56] einen positiven Einfluss auf die Verbundtragfähigkeit. Nach ihren Erkenntnissen nimmt der Einfluss der Betondeckung mit zunehmender Querdruckbeanspruchung ab. Jedoch muss umgekehrt ebenfalls eingeschränkt werden, dass die Auswirkungen von Querdruck mit zunehmender Betondeckung geringer wird.

Querzugversuche werden unterteilt in Versuche mit und ohne Längsrisssbildung. Versuche mit Längsrisssbildung wurden von EIBL et al. [39], [38], IDDA [79], GAMBAROVA & ROSATI [56], [55] und MODENA [131] beschrieben. Der Verbund wird durch Längsrisse infolge von Querzug geschwächt. Dadurch werden sowohl die maximale Verbundspannung τ_{max} als auch die Verbundspannung $\tau_{0,1}$ bei einem Schlupf von 0,1 mm reduziert. Der Stabdurchmesser und die Rippengeometrie haben erheblichen Einfluss auf die Längsrisssbreite. Von GERSTER [58], LEMNITZER et al. [105], NAVARATNARAJAH [140], NAGATOMO et al. [139] und REUTER & ELIGENHAUSEN [169] wurden Versuche ohne Längsrisssbildung durchgeführt. Auch hierbei wird die maximale Verbundfestigkeit infolge von Querzug reduziert.

Begründen lassen sich die Erkenntnisse damit, dass im Verbundkörper durch die Umlenkkräfte senkrecht zum Bewehrungsstahl Radialspannungen entstehen. Ausgehend von den Radialspannungen bilden sich im Beton Ringspannungen. Ringzugspannungen führen zu Längsrisse im Verbundkörper, Ringdruckspannungen hingegen verstärken den Reibungseffekt im Verbundversuch und erhöhen dadurch die maximale Verbundspannung. Eine von außen aufgebrachte Querbeanspruchung verstärkt diese Effekte. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass infolge des

dreiaxialen Spannungszustandes der Querdruck eine Erhöhung der Zugfestigkeit des Betons bewirkt. Querkzug hingegen schädigt den umgebenden Beton.

4.6.5 Umschnürung durch Quer- und Bügelbewehrung

ELIGEHAUSEN et al. [46] führten Versuche mit und ohne Querbewehrung durch. Dabei erreichten Versuche mit Querbewehrung 30 % größere Verbundfestigkeiten. Jedoch wird dieser Wert erst bei größeren Relativverschiebungen erreicht. Der Grund dafür ist, dass die Querbewehrung erst wirksam wird, wenn die Längsrisse diese erreicht haben. Diese Feststellung deckt sich mit der Aussage von MARTIN & NOAKOWSKI [121], dass eine Querbewehrung das Verbundverhalten nur dann beeinflusst, wenn eine Rissbildung im Bereich der Verbundlänge auftritt. Bemerkbar macht sich die Wirkung der Querbewehrung durch die Erhöhung der maximalen Verbundspannung. Bei Ausziehversuchen mit zentrisch liegendem Stab wurde von ihnen experimentell nachgewiesen, dass eine spiralförmige Querbewehrung wirksamer ist als eine Bügelbewehrung. Der optimale Abstand zwischen Stab- und umgebender Querbewehrung wurde von ihnen mit ca. $1,5 \cdot d_s$ angegeben. Von ELIGEHAUSEN et al. [44] hingegen konnte keine Steigerung der Verbundfestigkeit durch Querbewehrung bei Ausziehversagen nachgewiesen werden.

Nach Überschreitung der maximalen Verbundspannung fällt der absteigende Ast der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung von querbewehrten Versuchskörpern im Vergleich zu Verbundkörpern ohne Querbewehrung flacher ab.

4.6.6 Ortsabhängigkeit

WATSTEIN [224], NILSON [144] und DÖRR & MEHLHORN [30] haben eine Ortsabhängigkeit der τ - δ -Beziehungen festgestellt, d.h. innerhalb eines Versuchskörpers verändert sich diese Beziehung je nach Position auf dem Bewehrungsstab. Die aus den Messdaten von WATSTEIN [224] und NILSON [144] ermittelten lokalen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen sind in Abbildung 4-13 und 4-14 dargestellt.

SCHMIDT-THRÖ [192] und SCHMIDT-THRÖ et al. [193] untersuchen ebenfalls an Teilbereichen der Verbundlänge die veränderliche lokale Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung. Auf der belasteten Seite des Verbundkörpers wurden die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen mit den geringsten Verbundspannungen und auf der lastabgewandten Seite wurden die größten Verbundspannungen gemessen. Nachrechnungen auf Basis der schrittweisen Integration ergaben für hohe Laststufen befriedigenden Ergebnisse. Dagegen wurden für niedrige Laststufen und lange Verbundlängen erhebliche Abweichungen zwischen Experimental- und Rechenergebnissen festgestellt. Daher können an Versuchskörpern mit kurzer Verbundlänge aufgestellte Verbundgesetze nur näherungsweise zur Berechnung von Verbundkörpern mit langen Verbundlängen verwendet werden.

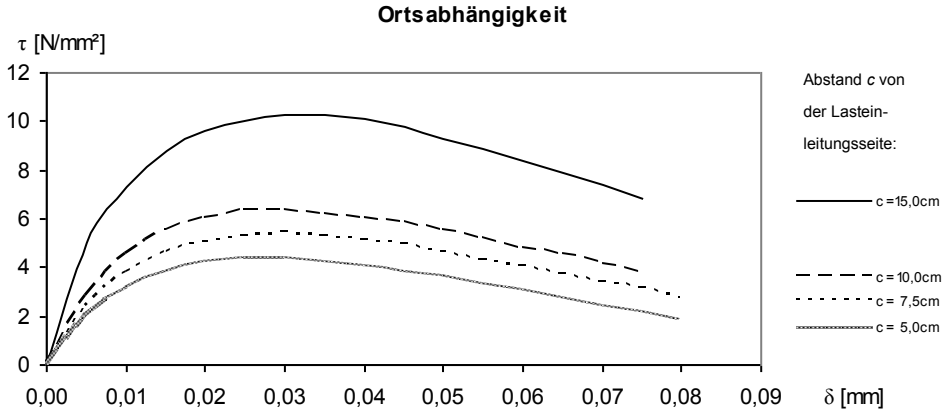


Abb. 4-13 Ortsabhängige τ - δ -Beziehungen nach WATSTEIN [224]

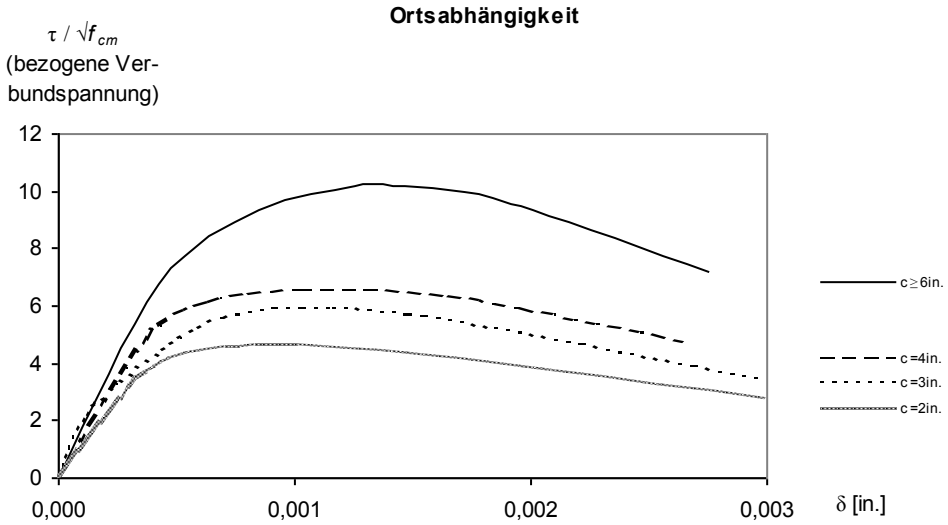


Abb. 4-14 Ortsabhängige τ - δ -Beziehungen nach NILSON [144]

Die Auswertung eines Ausziehversuchs mit verschiedenen Laststufen, welcher von EIBL & NEUROTH [37] durchgeführt wurde, zeigt sich in den Diagrammen in Abbildung 4-15. Wie schon in AUER & STERNIEWSKI [4] gezeigt, erwecken die drei Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen im ersten Diagramm den Eindruck, es handle sich um verschiedene Testkörper und nicht um denselben Testkörper unter drei verschiedenen Belastungsstufen. Zur genaueren Analyse werden die τ - δ -Beziehungen des ersten Diagramms jeweils in zwei Diagramme mit Verbundspannung über die Länge und Relativverschiebung über die Länge aufgeteilt. Hierbei ist zu erkennen, dass im Lasteinleitungsbereich die Relativverschiebung infolge von Laststeigung deutlich schneller zunimmt als die Verbundspannung. Dieses Phänomen ist in der Schädigung des Betons am Lasteinleitungsbereich begründet.

Die Ursache für die Änderung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung entlang ihrer Verbundlänge liegt in den verschiedenen Einflüssen auf die Verbundtragwirkung. Wesentliche Gründe hierfür sind die veränderlichen Spannungs-, Verformungs- und Versagenszustände des umgebenden Betons sowie die variable Neigung der Verbundkräfte. Daher resultiert die sogenannte Ortsabhängigkeit der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung aus Vereinfachungen der Modellvorstellungen, welche die komplexe räumliche Verbundtragwirkung nicht genügend erfassen.

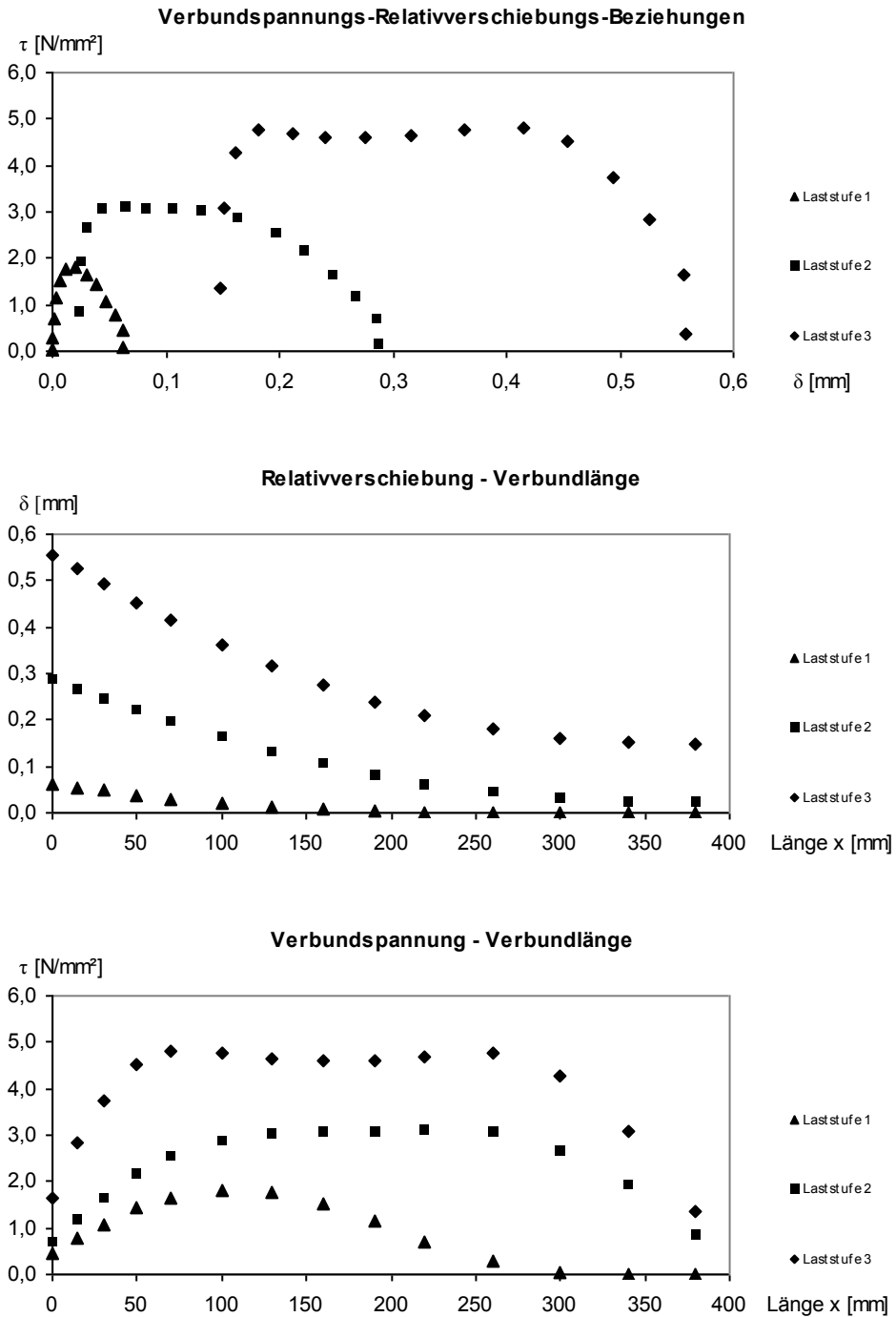


Abb. 4-15 Auswertung eines Auszugversuchs mit verschiedenen Laststufen von EIBL & NEUROTH [37]

4.6.7 Verbundlänge und Verbundspannungsverteilung

BACH [5] und ABRAMS [1] führten schon zu Beginn des 20. Jahrhunderts getrennt voneinander Untersuchungen zum Einfluss der Verbundlänge an glatten Bewehrungsstäben durch. BACH [5] stellte fest, dass mit zunehmender Verbundlänge die Verbundspannung abnimmt. Auch die Experimente von ABRAMS [1] zeigten ebenfalls höhere Verbundspannungen an Versuchskörpern mit kürzeren Verbundlängen. Dies führte sogar so weit, dass bei zu kurzen Verbundlängen die Verbundspannungen so groß wurden, dass ein Spalten der Versuchskörper eintrat. Von RICHTER [171] und EIBL et al. [38] wurden diese Erkenntnisse der glatten Bewehrungsstäbe auch in Versuchen mit gerippten Stäben nachgewiesen. Bei diesen Versuchen darf nicht unterschätzt werden, dass im Fall von kürzeren Verbundlängen die Heterogenität des Betons einen immer größer werdenden Einfluss gewinnt und somit die Versuchsergebnisse sehr leicht verfälscht werden können.

Beginnend an der Lasteinleitung reduziert sich die Stahlspannung entlang der Verbundlänge l_v durch die Verbundwirkung. Dies führt dazu, dass sich bei langen Verbundbereichen von $l_v / d_s = 20 \div 30$ der Schlupf über die Verbundlänge ändert. Daraus entsteht eine veränderliche Verbundspannungsverteilung über die Verbundlänge. Somit lässt sich zusammenfassend sagen, dass die Verbundspannung und die zugehörige Relativverschiebung mit kürzerer Verbundstrecke einen gleichmäßigeren Verlauf aufweisen. Aus diesem Grund werden durch RILEM [250] Verbundlängen von $5 \cdot d_s$ bis $10 \cdot d_s$ empfohlen.

Die Verbundspannungsverteilung über die Bewehrungsstablänge wurde 1912 von MÖRSCH [134] beschrieben und ist in Abbildung 4-16 dargestellt. Die Position x entlang des Bewehrungsstabs beginnt am unbelasteten Ende mit $x = 0$. Mit zunehmender Kraft F verschiebt sich die Verbundspannung entlang des Bewehrungsstabes vom belasteten Stabende in Richtung unbelastete Stabende. Nach MÖRSCH [134] entspricht das Integral der Verbundspannung dem Wert der Ausziehungskraft F . Bei Annahme einer gleichmäßig verteilten Verbundspannung entspricht diese dem Mittelwert des Integrals und ist somit geringer als die maximale Verbundspannung. Im Diagramm in Abbildung 4-17 sind die Mittelwerte der Verbundspannungen für verschiedene Verbundlängen dargestellt. Mit zunehmender Verbundlänge sinkt der Mittelwert der Verbundspannung. Damit lässt sich zusammenfassend sagen, dass die Summe der übertragenen Kräfte bei zunehmender Verbundlänge größer ist. Jedoch sinkt im Gegenzug die über die gesamte Verbundlänge gemittelte Verbundspannung.

Die aufnehmbare Kraft im Stahl nimmt infolge eines größeren Stabdurchmessers wegen der vergrößerten Querschnittsfläche quadratisch zu. Die Verbundkraft nimmt jedoch infolge der Umfangszunahme nur linear zu. Daher resultiert das Problem, dass bei großen Stabdurchmessern die größeren Kräfte im Bewehrungsstab nur über längere Verbundlängen übertragen werden können. Theoretisch wäre dies bei einer über die Verbundlänge konstanten Verbundspannung ohne Einfluss. Versuchsergebnissen bestätigen diese Theorie jedoch nicht. Aus diesem Grund ist, wie bereits in Abschnitt 4.3 beschrieben, nach DIN 1045-1 [246] für Stabdurchmesser $d_s > 32$ mm eine Abminderung der Verbundspannung vorzunehmen. Dies liegt da-

ran, dass in der Norm nur mittlere Werte für die Verbundspannung über die gesamte Verbundlänge angenommen werden. Bei langen Verbundlängen reduziert sich jedoch dieser Mittelwert. Daher stellt diese Maßnahme sicher, dass die nach der Norm angenommene mittlere Verbundspannung einen Mindestwert darstellt, der auch bei großen Stabdurchmessern nicht unterschritten wird.

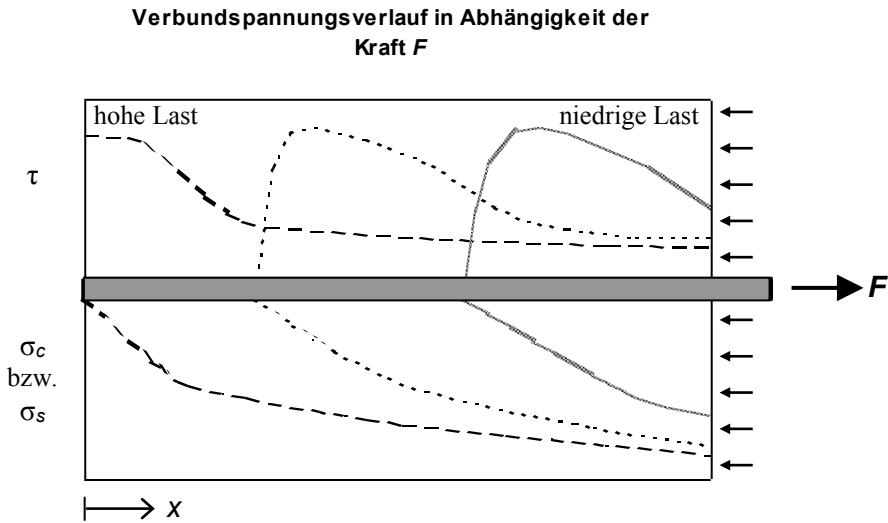


Abb. 4-16 Verbundspannungsverteilung mit zunehmender Kraft F nach MÖRSCH [134]

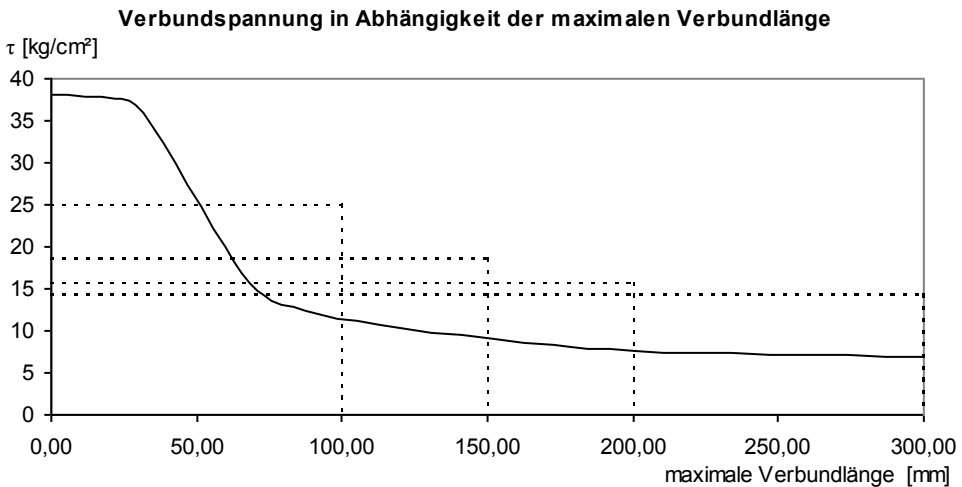


Abb. 4-17 Verbundspannung und deren Mittelwert in Abhängigkeit der maximalen Verbundlänge nach MÖRSCH [134]

Wenn der Grenzdurchmesser erreicht ist, an dem Verbundkraft und Zugkraft gleich groß sind, findet eine Trennung zwischen Stahl und Beton statt. Durch das Trennen können keine Verbundkräfte übertragen werden. Der Trennungsprozess zwischen Stahl und Beton verläuft unabhängig von der Verbundlänge entlang der Bewehrungsachse. Daher ist die Annahme falsch, dass mit einer vergrößerten Verbundlänge größere Kräfte übertragen werden können.

HOYER & FRIEDRICH [76] widersprechen der Annahme, dass eine vergrößerte Verbundlänge die Übertragung von größeren Verbundkräften ermöglicht. In Abbildung 4-18 ist ihre Vorstellung der Verbundkraftübertragung dargestellt. Hierbei wird die Übertragung der Kräfte an einem glatten Bewehrungsstab beschrieben. Im Detail sind die Spannungsverläufe über die Verbundlänge dargestellt. Im Bereich der Trennung findet keine Kraftübertragung statt, dementsprechend gibt es dort keine Verbundspannung.

Auch VON EMPERGER [47] warnt vor der Annahme, dass die Verbundspannung als Quotient von Ausziehungskraft und Mantelfläche bestimmt wird. Hierbei werden zwei entscheidende Fehlannahmen getroffen, denn erstens ist die Verbundspannung nicht konstant und zweitens würde nach dieser Annahme die Verbundlängenvergrößerung zu einer größeren Verbundspannung führen. Die Verbundübertragung findet jedoch nur in einem lokalen Bereich statt. In Abbildung 4-19 ist das nach VON EMPERGER [47] beschriebene Verbundverhalten graphisch dargestellt. Hierbei ist die Entwicklung der Stahlspannung über die Bewehrungslänge in Abhängigkeit von der Trennung von Stahl und Beton dargestellt.

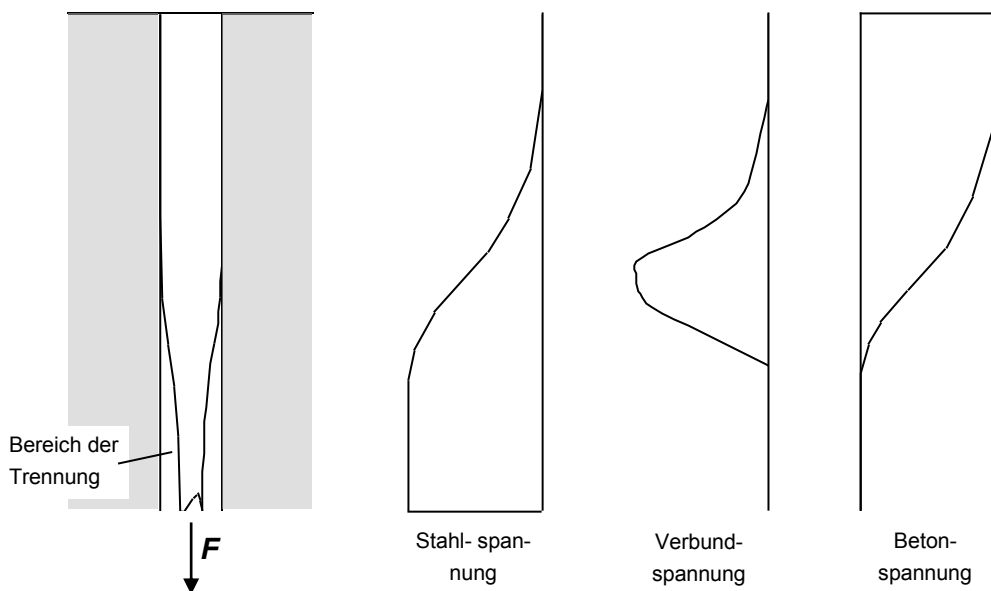


Abb. 4-18 Spannungsverläufe im Verankerungsbereich nach HOYER & FRIEDRICH [76]

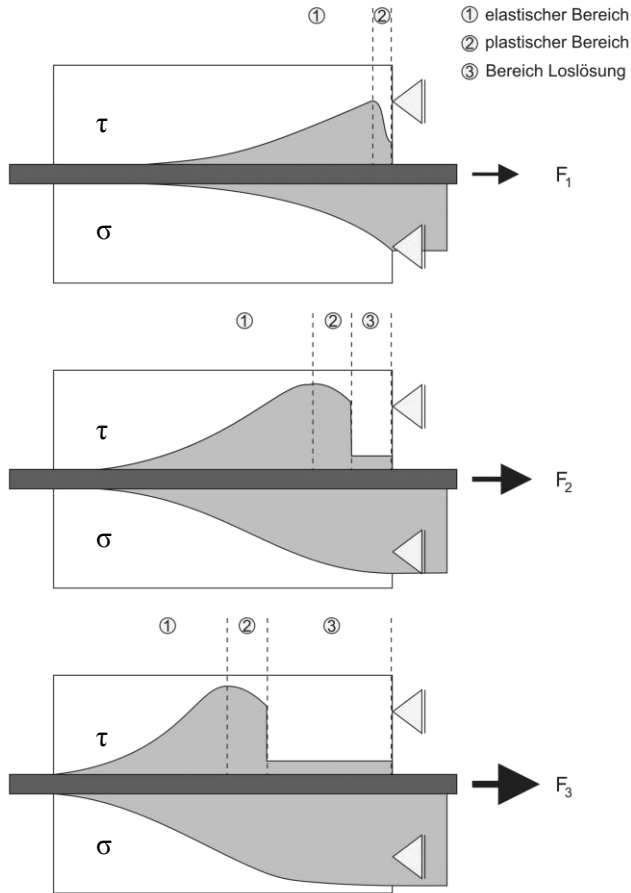


Abb. 4-19 Spannungsverteilung eines gezogenen Stabes nach VON EMPERGER [47]

4.6.8 Geometrie des Bewehrungsstabs

Der Rippenabstand und die Rippengeometrie beeinflussen den Verbund, wie REHM [162], MARTIN [119] und MARTIN & NOAKOWSKI [121] veröffentlichten, erheblich. Für die Übertragung der Verbundkräfte vom Stahl auf den Beton ist die Profilierung des Betonstahls eine wichtige Kenngröße. Diese Profilierung wird als Verhältnis von projizierter Rippenfläche A_R zur Mantelfläche A_M definiert und als bezogene Rippenfläche f_R bezeichnet.

Definition bezogene Rippenfläche

Aufgrund der komplexen Geometrie von profilierten Bewehrungsstäben schlagen REHM [162], MARTIN [119] und TEPFERS [210] vereinfachte Annahmen vor (Abbildung 4-20). Im Jahr 1913 bemerkte ABRAMS [1] in seinen Versuchen einen Einfluss

der Rippenfläche. Die erste genaue Definition zur bezogenen Rippenfläche f_R wurde jedoch erst 1969 von REHM [163] erstellt. Davor schlug REHM [162] das Verhältnis von Rippenhöhe a_R zu Rippenabstand c_R vor. Seine Definition für die bezogene Rippenfläche lautet:

$$f_R = \frac{A_R}{A_M} = \frac{a_R}{c_R} \cdot \frac{(d_s + a_R) \cdot \pi}{(d_s + 2 \cdot a_R) \cdot \pi} \quad (4-32)$$

Mit:

$$d_s \gg a_R \Rightarrow \frac{(d_s + a_R) \cdot \pi}{(d_s + 2 \cdot a_R) \cdot \pi} \rightarrow 1 \Rightarrow f_R \approx \frac{a_R}{c_R} \quad (4-33)$$

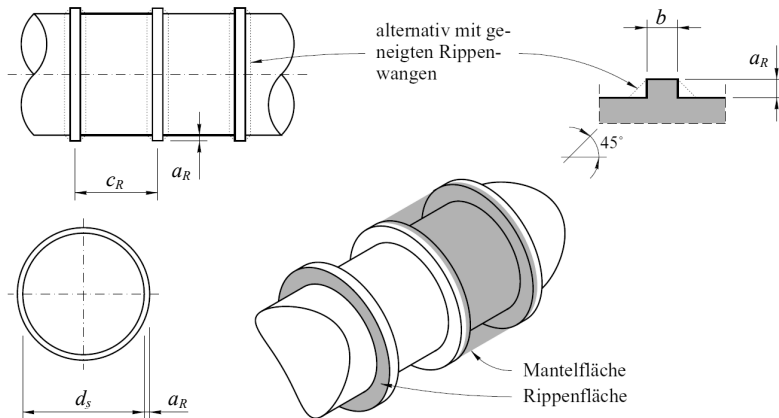


Abb. 4-20 Idealisierung der Geometrie von profilierten Bewehrungsstäben, aus SCHENKEL [188]

Mittlerweile werden in DIN EN ISO 15630-1 [249] verschiedene Verfahren zur Ermittlung der bezogenen Rippenfläche beschrieben. Zuerst wird die exakte Formel für den Wert von f_R definiert:

$$f_R = \frac{1}{\pi \cdot d_s} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\frac{1}{m} \cdot \sum_{j=1}^m F_{R,i,j} \cdot \sin \beta_{i,j}}{c_{R,i}} + \frac{1}{P} \cdot \sum_{k=1}^q a'_{R,k} \quad (4-34)$$

In Abhängigkeit des Längsschnittes einer Rippe:

$$F_{R,i,j} = \sum_{i=1}^p (a_{R,s,i} \cdot \Delta l) \quad (4-35)$$

Mit:

| | |
|---------------|--|
| $F_{R,i,j}$ | Fläche des Längsschnittes einer Rippe |
| $a_{R,s,i}$ | durchschnittliche Höhe eines Anteils i einer in p Teile unterteilten Rippe |
| Δl | Länge eines Anteils i einer in p Teile unterteilten Rippe |
| m | Anzahl der verschiedenen Querrippenneigungen je Reihe |
| n | Anzahl der Querrippen am Umfang |
| $c_{R,i}$ | Querrippen- und Profilierungsabstand |
| $\beta_{i,j}$ | Neigungswinkel einer Querrippe oder einer Profilierung zur Stab-, Walzdraht- oder Drahtachse |
| P | Ganghöhe bei kalt verwundenen Stäben |
| q | Anzahl der Querrippen bei kalt verwundenen Stäben |
| a_R' | Höhe einer Längsrippe |

Der zweite Summand gilt nur für kalt verwundene Stäbe. Dabei ist der maximale Anteil auf 30 % des Gesamtwertes von f_R zu beschränken.

Nach DIN EN ISO 15630-1 [249] werden aber auch vereinfachte Verfahren zur Ermittlung der bezogenen Rippenfläche erlaubt. Beispielfhaft werden in der Norm dazu vier Formeln erwähnt:

- Trapezformel

$$f_R = (a_{R,1/4} + a_{R,m} + a_{R,3/4}) \cdot (\pi \cdot d_s - \sum e_{R,i}) \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot d_s \cdot c_R} + \frac{1}{P} \cdot q \cdot a'_R \quad (4-36)$$

Mit:

| | |
|-------------|---|
| $a_{R,1/4}$ | Rippenhöhe am Viertelpunkt oder Profiltiefe am Viertel ihrer Breite |
| $a_{R,3/4}$ | Rippenhöhe am Dreiviertelpunkt oder Profiltiefe am Dreiviertel ihrer Breite |
| $a_{R,m}$ | Rippenhöhe in der Mitte |
| $e_{R,i}$ | Durchschnittlicher Abstand zwischen benachbarten Rippen- oder Profilierungsreihen |
| P | Ganghöhe bei kalt verwundenen Stäben |
| q | Anzahl der Querrippen bei kalt verwundenen Stäben |
| a_R' | Höhe einer Längsrippe |

▪ Simpson'sche Formel

$$f_R = (2a_{R,1/4} + a_{R,m} + 2a_{R,3/4}) \cdot (\pi \cdot d_s - \sum e_{R,i}) \cdot \frac{1}{6 \cdot \pi \cdot d_s \cdot c_R} + \frac{1}{P} \cdot q \cdot a'_R \quad (4-37)$$

Mit:

- $a_{R,1/4}$ Rippenhöhe am Viertelpunkt oder Profiltiefe am Viertel ihrer Breite
- $a_{R,3/4}$ Rippenhöhe am Dreiviertelpunkt oder Profiltiefe am Dreiviertel ihrer Breite
- $a_{R,m}$ Rippenhöhe in der Mitte
- $e_{R,i}$ Durchschnittlicher Abstand zwischen benachbarten Rippen- oder Profilierungsreihen
- P Ganghöhe bei kalt verwundenen Stäben
- q Anzahl der Querrippen bei kalt verwundenen Stäben
- a'_R Höhe einer Längsrippe

▪ Parabelformel

$$f_R = \frac{2a_{R,m}}{3 \cdot \pi \cdot d_s \cdot c_R} \cdot (\pi \cdot d_s - \sum e_{R,i}) + \frac{1}{P} \cdot q \cdot a'_R \quad (4-38)$$

Mit:

- $a_{R,m}$ Rippenhöhe in der Mitte
- $e_{R,i}$ Durchschnittlicher Abstand zwischen benachbarten Rippen- oder Profilierungsreihen
- P Ganghöhe bei kalt verwundenen Stäben
- q Anzahl der Querrippen bei kalt verwundenen Stäben
- a'_R Höhe einer Längsrippe

▪ Empirische Formel

$$f_R = \lambda_R \cdot \frac{a_{R,m}}{c_R} \quad (4-39)$$

Mit:

- $a_{R,m}$ Rippenhöhe in der Mitte

$\lambda_{R,i}$ empirischer Faktor, für den nachgewiesen wurde, dass für ein bestimmtes Stab-, Walzdraht- oder Drahtprofil eine Beziehung von f_R zu $a_{R,m}/c_R$ besteht.

Der elliptische äußere Verlauf der Schrägrippen bei handelsüblichen Betonstählen erschwert die Bestimmung der bezogenen Rippenfläche. Daher sind in DIN 488-1 [242] und DIN 488-3 [243] die geforderten Werte in Abhängigkeit des Stabdurchmessers angegeben (Abbildung 4-4).

Tab. 4-4 Bezogene Rippenfläche nach DIN 488-1 [242] und DIN 488-3 [243]

| Stabdurchmesser d_s [mm] | Bezogene Rippenfläche f_R |
|----------------------------|-----------------------------|
| 4,0 und 4,5 | 0,036 |
| 5,0 bis 6,0 | 0,039 |
| 6,5 bis 8,5 | 0,045 |
| 9,0 bis 10,0 | 0,052 |
| 11,0 bis 40,0 | 0,056 |

Beschränkung der bezogenen Rippenfläche

Mit den Resultaten aus Abbildung 4-21 wurde von REHM et al. [164] eine untere und obere Grenze der bezogenen Rippenfläche vorgeschlagen. Zu große bezogene Rippenflächen bieten zwar den Vorteil der größeren Verbundspannung, aber mit dem Nachteil, dass der Bruch schon bei geringem Schlupf eintritt. Im Fall von zu geringer bezogener Rippenfläche ist zwar ein sehr großer Schlupf möglich, aber es werden nur geringe Verbundspannungen aktiviert.

In Abhängigkeit der bezogenen Rippenfläche multiplizierten REHM et al. [164] die Werte der Verbundspannung $\tau_{0,1}$ bei einer Relativverschiebung von 0,1 mm mit der dazugehörigen Bruchverschiebung δ_{ult} der identischen bezogenen Rippenfläche. Dieses Produkt wurde in Abbildung 4-22 in Abhängigkeit der bezogenen Rippenfläche graphisch aufgetragen. Aus dieser Graphik wurde mit $0,05 < f_R < 0,10$ der günstigste Bereich für die Profilierung abgelesen.

Höhere Werte für die bezogene Rippenfläche f_R führen zu einer höheren Verbundfestigkeit. Aufgrund der Gebrauchstauglichkeit sollte nach CEB-FIB MODEL CODE 2010 [241] auf Werte im Bereich von 0.05 bis 0.07 zurückgegriffen werden. MAYER [124] und MAYER & ELIGEHAUSEN [125] widerlegen jedoch mit Versuchen die Annahme, dass zu große Werte der bezogenen Rippenfläche negative Auswirkungen auf die Rissbreiten haben.

Das Spalten der Versuchskörper wird erheblich vom Rippenabstand und der daraus resultierenden Form der Schubriss beeinflusst. In Abhängigkeit vom Verhältnis Rippenhöhe zu Rippenabstand werden die Betonkonsolen über die ganze Länge oder nur in einem Teilabschnitt zwischen zwei Rippen abgeschert. Bereits REHM [162] erkannte, dass kurze Rippenabstände ein Abscheren der Betonkonsole auf der gesamten Länge des Rippenabstandes bewirken und große Rippenabstände zu einem keilförmigen Abscheren der Betonkonsolen führen. Der abgescherte Betonkeil schiebt sich bei weiterer Belastung unter den umgebenden Beton und bewirkt einen Druck von innen auf den umgebenden Beton. In Abbildung 4-23 sind die beiden Fälle graphisch dargestellt. Um die Spaltneigung zu verringern empfehlen MAYER & ELIGEHAUSEN [125] die Rippenabstände der Betonstähle so zu begrenzen, dass noch die gesamten Betonkonsolen abgeschert werden.

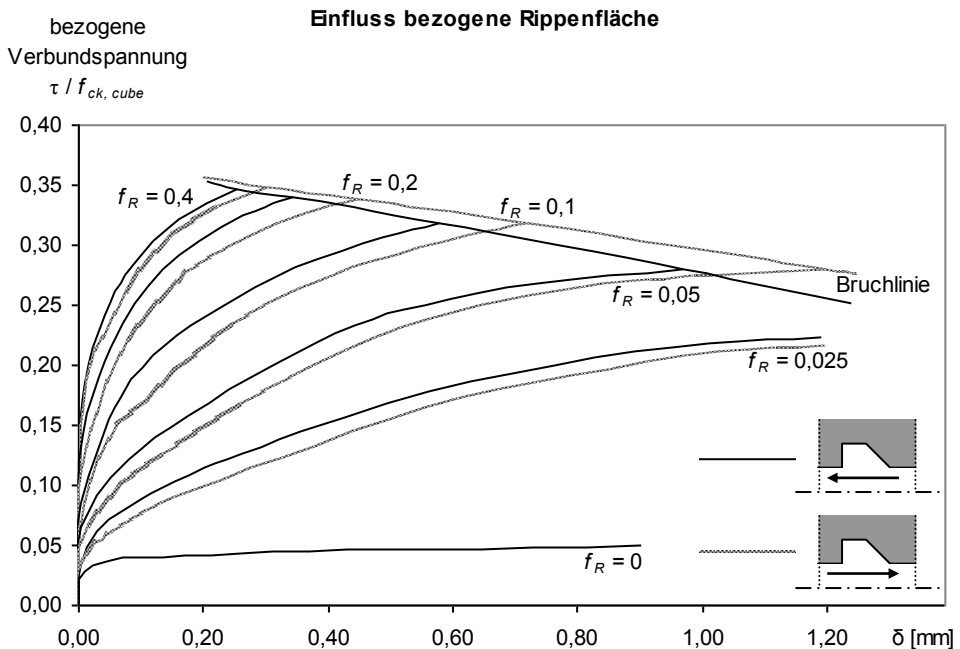


Abb. 4-21 Einfluss der bezogenen Rippenfläche nach REHM et al. [164]

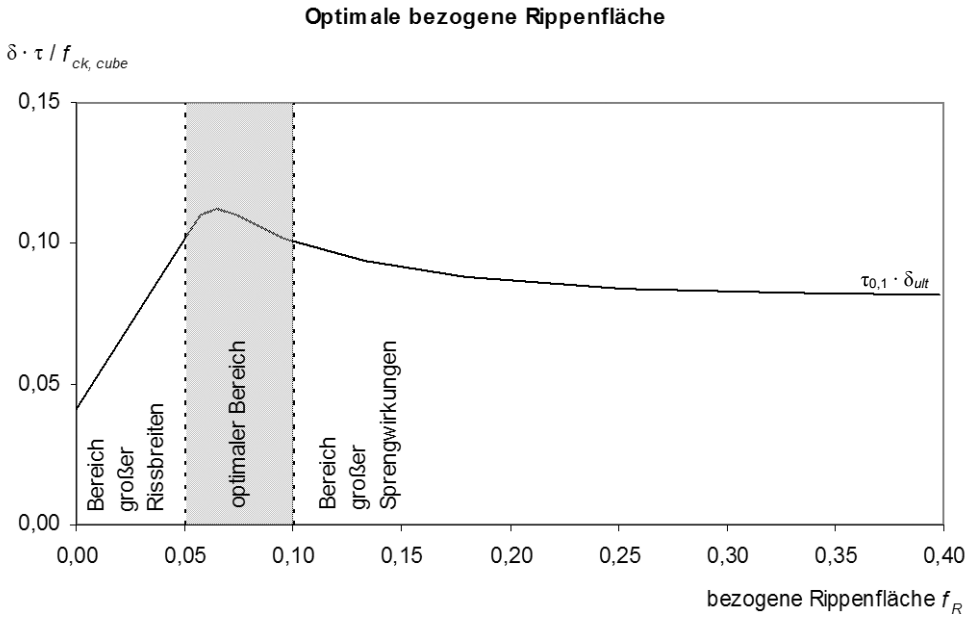


Abb. 4-22 Optimale bezogene Rippenfläche nach REHM et al. [164]

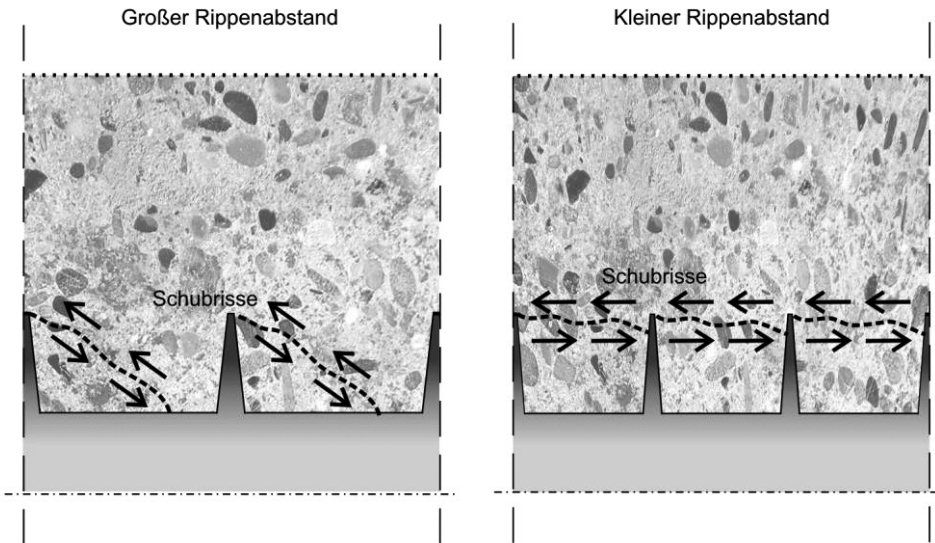


Abb. 4-23 Abscheren der Betonkonsolen (Schubrisse) zwischen den Rippen des Bewehrungsstabes nach Rehm [162]

Rippengröße, Rippenform und Flankenneigung

Nach SORETZ & HÖLZENBEIN [201], [202] und CEB BULLETIN 151 [238] übt die Rippenform und –größe bei gleicher bezogener Rippenfläche nur einen geringen Einfluss auf die Verbundfestigkeit aus, die Bruchart hingegen wird erheblich beeinflusst. SORETZ & HÖLZENBEIN [201], [202] fanden heraus, dass eine geringe Rippenhöhe die Bildung von Längsrissen reduziert.

Sowohl die Rippen- als auch die Flankenneigung (Abbildung 4-24) haben ebenfalls Einfluss auf das Verbundverhalten. Die Größe der Rippenneigung wirkt sich auf die Verschiebungen aus, so führen geringe Rippenneigungen zu größeren Verschiebungswerten. Nach SORETZ & HÖLZENBEIN [201], [202] ist dieser Einfluss für gewöhnliche Rippenneigungen des Standardbetonstahls von $\beta_R \geq 45^\circ$ jedoch vernachlässigbar gering. Nach den Versuchsergebnissen von REHM [162], MARTIN et al. [164] und SORETZ & HÖLZENBEIN [201], [202] kann die Flankenneigung der üblichen Betonstähle für Winkel von $\alpha_R \geq 45^\circ$ ebenfalls unberücksichtigt bleiben.

Durch das Zermahlen des Betons vor der Rippe entsteht ein Keil aus Betonmehl. REHM [162] stellte fest, dass dieser Keil unabhängig von der Flankenneigung der Rippe unter einem Winkel von 30° bis 40° gegenüber der Stabachse geneigt ist.

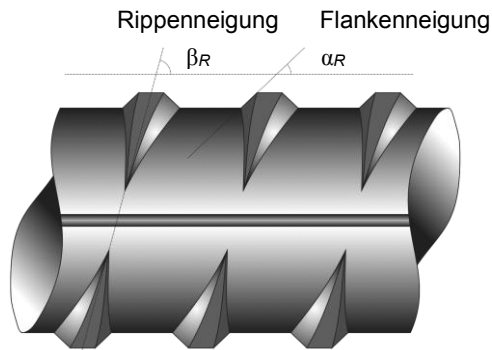


Abb. 4-24 Rippen- und Flankenneigung

Einfluss Stabdurchmesser

Nach RUBWURM & MARTIN [184] ist der Einfluss des Stabdurchmessers im Bereich von 4 mm bis 32 mm auf den Verbund gering. Dünnere Stabdurchmesser ermöglichen vernachlässigbar größere Verbundspannungen. Diese Beobachtungen machten auch ELIGEHAUSEN et al. [44], ROSTASY & SCHEUERMANN [176], ROYLES et al. [178] und VIWATHANATEPA [221]. Keinen nennenswerten Einfluss des Stabdurchmessers auf das Verbundverhalten beobachten REHM [162] und MARTIN [119] in ihren Experimenten. Das Verhältnis von Stabumfang zu Stabquerschnitt wird bei dünneren Stäben größer, daher können bei gleicher Verbundspannung im Stahlquer-

schnitt größere Stahlspannungen aufgenommen werden. So liegt die Vermutung nahe, dass aufgrund dieser Tatsache dünneren Stäben in der Literatur teilweise bessere Verbundeigenschaften zugesprochen wurden. Die teilweise widersprüchlichen Aussagen in der Literatur zum Einfluss des Stabdurchmessers werden von MAINZ [118] eher auf die sich mit dem Stabdurchmesser ändernde Oberflächengeometrie des Betonstahls geschoben. Trotz der unterschiedlichen Meinungen zur Wirkung des Stabdurchmessers herrscht jedoch Einigkeit in der Meinung, dass der Stabdurchmesser nur geringen Einfluss auf das Verbundverhalten ausübt.

In Verbunduntersuchungen darf der Stabdurchmesser jedoch nicht vollkommen unberücksichtigt bleiben, denn bei gleicher Stahlspannung werden durch größere Querschnitte auch größere Verbundspannungen aktiviert. Diese höheren Verbundkräfte bewirken größere Ringzugkräfte. Wenn diesen größeren Ringzugkräften nur eine ungenügende Betondeckung gegenübersteht, entstehen Längsrisse und der Verbund versagt durch Spalten. Aus diesem Grund wurde von RUBWURM & MARTIN [184] eine durchmesserabhängige Mindestbetondeckung empfohlen.

4.6.9 Lage des Bewehrungsstabes beim Betonieren

Der Einfluss der Lage beim Betonieren wurde von MARTIN & NOAKOWSKI [121] untersucht. Von ihnen wurden Unterschiede in der Verbundfestigkeit zwischen den einzelnen Lagen beim Betonieren festgestellt.

Auch in den Normen wie z. B. DIN 1045-1 [246] wird der Einfluss der Lage beim Betonieren aufgegriffen (Abbildung 4-25). Dazu werden zwei Verbundbedingungen definiert: guter und mäßiger Verbund. Prinzipiell hängt die Verbundqualität maßgeblich von den Abmessungen des Bauteils sowie der Lage und dem Neigungswinkel der Bewehrung während des Betoniervorgangs ab. Gute Verbundbedingungen gelten für Bewehrungsstäbe:

- mit einer Neigung von 45° bis 90° zur Waagerechten, umgangssprachlich auch als stehend einbetonierte Bewehrung bezeichnet (Bild a) in Abbildung 4-25.
- mit einer Neigung von 0° bis 45° , auch als liegende Bewehrung bezeichnet,
 - wenn die Bauteildicke in Betonierrichtung 300 mm nicht überschreitet (Bild b) in Abbildung 4-25
 - oder wenn bei dickeren Bauteilen die Bewehrung nicht mehr als 300 mm von der Unterkante des Frischbetons entfernt liegt (Bild c) in Abbildung 4-25,
 - bzw. wenn die Bewehrung sich mindestens 300 mm unter der Oberkante des Frischbetons befindet (Bild d) in Abbildung 4-25.
- in liegend gefertigten und mit einem Außenrüttler verdichteten stabförmigen Bauteilen, deren äußere Querschnittsabmessungen 500 mm nicht überschreiten.

Für alle anderen Bewehrungsstäbe müssen mäßige Verbundbedingungen angenommen werden und somit sind die in der Norm in Abhängigkeit der Betongüte angegebenen Werte der Verbundspannung mit dem Faktor 0,7 abzumindern.

Mit zunehmender Relativverschiebung beobachteten JIRSA et al. [82] einen reduzierten Einfluss der Bewehrungsstablage. Sie fassten zusammen, dass unter Gebrauchslast der Einfluss der Lage des Bewehrungsstabes beim Betonieren größer ist und im Bruchzustand abnimmt.

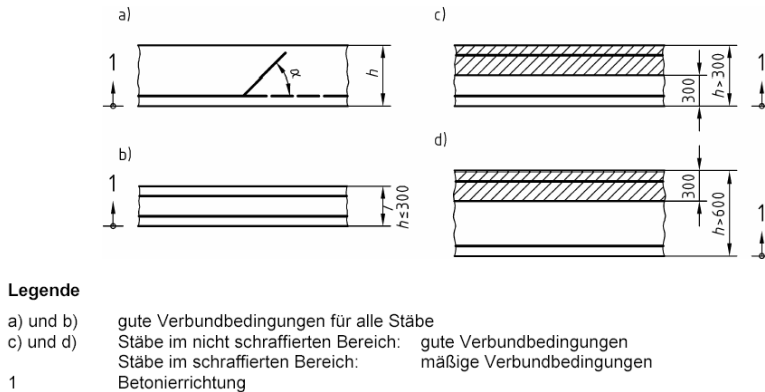


Abb. 4-25 Verbundbedingungen, aus DIN 1045-1 [246]

4.6.10 Betondeckung

GÜNTHER & MEHLHORN [63] führen verschiedene Versuchsserien an Auszieh- und Dehnkörpern durch. Sie untersuchen dabei unterschiedliche Einflüsse auf das Verbundverhalten. Hierbei wird auch der Einfluss der Betondeckung mit dem Resultat getestet, dass eine größere Betondeckung die Übertragung höherer Kräfte ermöglicht.

Nach ELIGEHAUSEN et al. [46] beeinflusst die Betondeckung den Versagensmechanismus des Verbundes. Eine große Betondeckung führt zu einem Abscheren der Betonkonsolen zwischen den Rippen des Bewehrungsstabes und zu einem anschließenden Herausziehen des Stabes. Geringe Betondeckungen können infolge der Ringzugspannungen parallel zum Stab reißen und zu einem Spaltversagen führen. Nach ELIGEHAUSEN et al. [46] beträgt die Zuwachsrate der maximalen Verbundspannung jeweils 15 % pro Steigerung der Betondeckung c von $1 \cdot d_s$ auf $2 \cdot d_s$ und von $2 \cdot d_s$ auf $3 \cdot d_s$. JANOVIČ et al. [81] stellte bei Veränderung der Betondeckung von $1 \cdot d_s$ auf $1,75 \cdot d_s$ eine Erhöhung der Verbundfestigkeit um 30 % fest. Auch in den Finite-Elemente-Berechnungen von MARTIN [119] nimmt die Verbundfestigkeit mit Erhöhung der Betondeckung zu. Bei Erhöhung der Betondeckung von $1 \cdot d_s$ auf $1,75 \cdot d_s$ beträgt die Zunahme 40 %.

Kapitel 5

Bisherige Verbundgesetze

Seit dem Beginn des Stahlbetonbaus ist die Verbundforschung elementarer Bestandteile. Zur qualitativen Beschreibung des Verbundverhaltens werden seit den Anfängen aus Versuchen gewonnene Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen verwendet. Experimentelle Untersuchungen gestalten sich hierbei jedoch schwierig, da Verbundspannungen nicht direkt gemessen werden können und die detaillierte Messung der Relativverschiebung sehr aufwendig ist. Um diese Probleme zu lösen, wurden Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen oft integral an Auszugkörpern bestimmt. Hierbei wurden die Auszugkraft und die Relativverschiebung am belasteten und unbelasteten Stabende direkt gemessen. Die Division der Auszugkraft durch die Staboberfläche ergibt eine mittlere Verbundspannung. Die Relativverschiebung wird als konstanter Schlupf über die Verbundlänge gemittelt. Die Verbundlängen wurden häufig zwischen dem zwei- und fünffachen des Stabdurchmessers gewählt.

Zur genauen Ermittlung des Schlupfverlaufs wird die Differenz zwischen Stahl- und Betonverschiebung benötigt. Die Verschiebungen entsprechen dem Integral der an verschiedenen Positionen gemessenen Dehnungen. Jedoch bereiten die Messungen der Betondehnung in der Nähe der Bewehrung, ohne Einfluss auf das Verbundverhalten zu nehmen, enorme Schwierigkeiten. Aufgrund dieser Schwierigkeit wird in verschiedenen Literaturstellen die Betonverschiebung geschätzt. Teilweise wird vereinfacht die Betonverschiebung aufgrund ihres geringen Anteils vernachlässigt und der Schlupf mit der Stahldehnung gleichgesetzt.

Die Grundidee des Ausziehkörpers ist die Wiedergabe der Verhältnisse am infinitesimalen Verbundelement. Durch Versuche mit Ausziehkörpern sollten die geometrischen Randbedingungen ausgeschaltet werden und das Ergebnis sollte ein allgemeingültiges Verbundgrundgesetz sein. Jedoch sind auch die Versuchsergebnisse an Auszugkörpern versuchsspezifischen Gegebenheiten unterworfen. Um die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen für Bauteile mit unterschiedlichen Randbedingungen zu erhalten, wurden verschiedene Versuchskörperarten entwickelt.

In diesem Kapitel werden zuerst die Entwicklung der Verbundgesetze vorgestellt und anschließend bedeutende Verbundgesetze näher beschrieben. Vorgestellt wird zuerst das Verbundgesetz von REHM [162] und seine Weiterentwicklungen. Als

nächstes wird das inkrementelle Verbundgesetz von KOBARG [85], auch in EIBL et al. [36] veröffentlicht, beschrieben. Als Vertreter der analytischen Verbundgesetze wird die Arbeit von SCHOBER [194] behandelt. Der letzte Abschnitt ist dem Verbundgesetz des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] gewidmet, welches auf der Arbeit von ELIGEHAUSEN et al. [44] basiert.

5.1 Entwicklung der Verbundforschung

Ausführliche Zusammenfassungen zu den Entwicklungen in der Verbundforschung sind in ALVAREZ [3], DÖRR et al. [29], ELIGEHAUSEN & KRELLER [45], GÜNTHER & MEHLHORN [62], KOBARG [84], [86], LETTOW [108], MAINZ [118] und RUßWURM [184] zu finden. Eine Zusammenfassung der geschichtlichen Entwicklung der Verbundforschung wurde von SATO et al. [187] erstellt. Daher soll im Folgenden nur ein kurzer Überblick anhand ausgewählter Arbeiten mit maßgebendem Einfluss gegeben werden.

Jahr 1905:

Im Jahre 1905 wurde von BACH [5] ein Versuchsprogramm zur Ermittlung des Gleitwiderstandes durchgeführt. Die Annahme einer über die Verbundlänge konstanten Verbundspannung wurde zwar von ihm getroffen, jedoch wurde diese Annahme von ihm auch gleichzeitig kritisch betrachtet.

Jahr 1913:

Einen wichtigen Grundstein der Verbundforschung legte 1913 ABRAMS [1]. Sein Versuchsprogramm mit veränderlichen Bauteilbedingungen wurde an verschiedenen Auszieh- und Biegebalkenkörpern mit unterschiedlichen Stabdurchmessern und Stabprofilierungen durchgeführt. Sein Hauptaugenmerk lag dabei auf der Messung von Stahlverformung und Schlupf entlang der Verbundstrecke. Durch seine Versuche entdeckte er folgende Eigenschaften:

- Verbundwirkung basiert auf Adhäsions-, Reibungs- und Verzahnungskräften
- Unterschiedliche Verbundeigenschaften von Rund- und Rippenstählen
- Verbundtragfähigkeit von Rippenstählen wird vom Verhältnis Projektionsfläche einer Rippe zur Stabumfangfläche zwischen zwei Rippen beeinflusst (bezogene Rippenfläche)
- Rechnerische Längsspannungen im Beton vor der Rippe sind deutlich größer als die Betondruckfestigkeit
- Große Schlupfwerte können zu Längsrissbildung führen
- Verbundspannung und Schlupf sind nicht konstant über die Einbettungslänge, daher ist eine Verbundschubspannungs-Schlupf-Beziehung notwendig

- Maximale Verbundfestigkeit ist abhängig vom Versuchskörper
- Geringere Verbundfestigkeit von horizontal einbetonierten Stählen im Vergleich zu vertikal eingebetteten Stäben.

Jahr 1947:

WATSTEIN [224] gelang an Ausziehkörpern der experimentelle Nachweis von unterschiedlichen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen an unterschiedlichen Positionen der Einbettungslänge. Später wurde dieses Phänomen auch von TANNER [209] und WAHLA [223] nachgewiesen.

Jahr 1950:

Die Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds zwischen Stahl und Beton wurde 1950 von KUUSKOVSKI [100] hergeleitet.

Jahr 1951:

Zur Messung von Stahldehnungsverläufen an Versuchskörpern wurden von MAINS [114] Bewehrungsstäbe längs aufgetrennt und in der Innenseite mit einer Längsnut versehen. Die in der Längsnut eingebauten Dehnungsmessstreifen ermöglichten es Messungen durchzuführen ohne die Verbundcharakteristiken zu beeinflussen. Bevor die zusammengeschweißten Stahlhälften einbetoniert wurden, fand eine Eichung durch Zugversuche statt. Seine Versuche an Balkenkörpern lieferten Erkenntnisse zur Verbundtragwirkung. In diesen Biegeversuchen wurde zudem die Eigenschaft des Versatzmaßes festgestellt.

Jahr 1957:

Im Jahr 1957 unterteilte LEONHARDT [106] die Verbundwirkung an profilierten Stäben in Haft-, Reibungs- und Scherverbund. Eine Beanspruchung quer zur Verbundfuge wirkt sich deutlich auf den Reibungs- und Scherverbund aus. Der Einfluss einer äußeren Querpressung wird später von verschiedenen Forschern mit unterschiedlichen Resultaten veröffentlicht. Eine Auswahl davon sind DÖRR & MEHLHORN [30], ELIGEHAUSEN et al. [44], NAVARATNARAJAH & SPEARE [141] ROBINS & STANDISH [172], [173], SCHMIDT-THRÖ [192], SCHMIDT-THRÖ et al. [193] und UNTRAUER & HENRY [218]. Von IDDA [79] und LINDORF [110] werden Versuche mit Querspannungen durchgeführt.

Jahr 1961:

REHM [162] führte 1961 Versuche mit unterschiedlich profilierten Stäben durch. Die Profilierungen wurden aus glatten Betonstäben gefräst. Um ein „Grundgesetz des Verbundes“ aufzustellen bevorzugte er Verbundversuche mit kurzen Einbettungslängen. Seine Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für das infinitesimale Stabelement ermittelte er an Verbundlängen zwischen zwei Rippen und wollte damit versuchskörperspezifische Einflüsse ausschalten. Später ermittelte REHM [163] eine Proportionalität zwischen der bezogenen Rippenfläche und der Verbund-

spannung. Er vertrat die Auffassung, dass das Verbundverhalten lediglich auf die Eigenschaft der Verbundfuge zurückgeführt werden kann und unabhängig von der Bauteilgeometrie und der Beanspruchung ist.

Jahr 1964/1965:

Ein weiteres dauerhaftes Forschungsfeld und großer Umfang in der Literatur ist die Untersuchung der aktivierten Betonzugfläche zwischen den Rissen durch die Verbundwirkung. Erste Veröffentlichungen zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen stammen hierbei von BROMS [14], [16]. Auszugsweise sind aus diesem Bereich noch die späteren Arbeiten von BEEBY [7], [8], GERGELY & LUTZ [57], KOCH [87], KRIPS [95], LEONHARDT [107], MARTIN et al. [120], RABICH [160], SRINIVASA RAO [206], REHM & MALLÉE [166] und ROSTÁSY et al. [175] zu nennen.

Jahr 1973:

Von TEPFERS [210] wurde das Sprenggrissversagen experimentell, analytisch und numerisch untersucht. Dabei wurde von ihm erstmals festgestellt, dass in der Betonschale der Versuchskörper neben den bisher bekannten Längsspannungen auch Spannungen in radialer und tangentialer Richtung entstehen. Die Spannungen in tangentialer Richtung führen zu einer Ringzugbeanspruchung die von der Betonschale aufgenommen wird.

Jahr 1982/1983/1984:

Die Beeinflussung des Verbundtragverhaltens infolge elastischer und plastischer Stahldehnungen wurde experimentell und theoretisch von BENETT & SNOUNOU [9], EIFLER [41], KOBARG [84] und EIBL & KOBARG [35] untersucht. Weitere Forschungen zu diesem Thema wurden später von ALVAREZ & MARTI [2], BIGAJ [10], KOBARG [86], ENGSTRÖM [48], OKAMURA & MAEKAWA [147], SHIMA et al. [198] und SIGRIST [199] veröffentlicht.

Jahr 1984/1985:

Von SCHOBER [194], YANKELEVSKY [234] und später KURZ [99] wurden physikalische Modellvorstellung als analytische Modelle formuliert. Die Arbeit von KURZ [99] wurde auch in TUE et al. [216] beschrieben. Diese Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen basieren auf mechanischen Kenngrößen von Stahl und Beton sowie den gegebenen Randbedingungen. Von FRANKE [54], POPOV [159] und SOROUSHIAN & CHOI [204] wird die Verbundtragwirkung mit Hilfe von Federmodellen beschrieben.

5.2 Verbundgesetze basierend auf Rehm

In diesem Abschnitt wird das Verbundgesetz von REHM [162] vorgestellt. Auf dessen Basis wurden einige Derivate erstellt. So wurden die Verbundgesetze von MARTIN [119] und später von MARTIN & NOAKOWSKI [121] daraus abgeleitet. Auch die Arbeit von IDDA [79] basiert darauf. Von ihm wurde das ursprüngliche Verbundgesetz dahingehend modifiziert, dass der abfallende Ast mit berücksichtigt wird.

5.2.1 Verbundgesetz von Rehm

Von REHM [162] wurden Verbundexperimente an Ausziehkörpern durchgeführt, bei denen die Kraft sowie die Verschiebung am lastfreien Stabende gemessen wurden. Bei diesem Versuchsaufbau wird nicht die tatsächliche Verbundspannung, sondern nur eine gemittelte Verbundspannung über die Verbundlänge gemessen. Um jedoch die tatsächliche Verbundspannung zu ermitteln, wollte er Versuche durchführen, die dem infinitesimalen Verbundelement möglichst weit entsprechen. Hierzu verwendete er Versuchsaufbauten mit möglichst kurzen Verbundlängen. Im Fall von Rippenstählen wurde als infinitesimales Element genau der Abstand zwischen zwei Rippen gewählt. Nach seinen Vorstellungen sollte dieses Verbundgesetz ein Grundgesetz für das Verbundverhalten in Abhängigkeit der Geometrie und der Materialeigenschaften des Bewehrungsstabes darstellen, wie analog die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für die Materialeigenschaften von Beton und Stahl existieren.

In seinen Untersuchungen stellte er fest, dass die Verschiebungen sich aus einem elastischen und einem plastischen Anteil zusammensetzen. Des Weiteren stellte er fest, dass unter den Rippen Betonpressungen der 12-fachen Würfeldruckfestigkeit und in Extremfällen sogar der 16-fachen Würfeldruckfestigkeit erreicht werden. Diese Beobachtung erklärte er mit dem mehraxialen Spannungszustand des Betons vor der Rippe, wodurch ein Ausweichen des belasteten Betons verhindert wird.

Die Ausgangsbasis des Verbundspannungsgesetzes von REHM [162] besitzt den folgenden exponentiellen Ansatz:

$$T = \frac{\tau}{f_{ck,cube}} = A \cdot \delta^B \quad (5-1)$$

Um alle Einflüsse aus seinen empirischen Untersuchungen einfließen zu lassen, erstellte er für den Verbundspannungsverlauf die folgende Funktion:

$$T = \frac{\tau}{f_{ck,cube}} = \frac{a_R}{c_R} \cdot (A \cdot \delta^B + C \cdot \delta) \quad (5-2)$$

Die Parameter A , B und C aus Gleichung (5-2) sind dimensionsbehaftete Beiwerte und müssen für jeden Bewehrungsstab in Abhängigkeit von Profilierung und Durchmesser empirisch bestimmt werden. In Tabelle 5-1 sind Beispiele aus seinen Versuchen aufgeführt.

Mit den an kurzen Verbundlängen gewonnenen nichtlinearen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen berechnet REHM [162] mit Hilfe der Differentialgleichung des verschieblichen Verbunds an Bewehrungsstäben mit langen Einbettungslängen den Verlauf von Verbundspannung, Relativverschiebung und Stahlspannung.

Tab. 5-1 Beiwerte nach Versuchen von REHM [162]

| Stabtyp | Stabgeometrie | | | Empirische Beiwerte | | |
|---------|---------------|---------------|---------------|---------------------|-----|------|
| | d_s [mm] | c_R [mm] | a_R [mm] | A | B | C |
| 41 C | 13 | 8 | 1,0 | -10 | 0,5 | 15,8 |
| 40 C | 13 | 8 | 0,5 | 5,7 | 0,2 | 7,2 |
| 61 A | 24 | 15 | 1,0 | -2 | 0,5 | 10 |

5.2.2 Verbundgesetze von Martin

MARTIN [119] führt in seinem Verbundgesetz ebenfalls eine Abhängigkeit der Verbundspannung von der Würfeldruckfestigkeit ein und schlägt die folgende Form vor:

$$T = \frac{\tau}{f_{ck,cube}} = (a_0 + b_0 \cdot \delta^{1/\beta}) \tag{5-3}$$

Die Beiwerte müssen empirisch bestimmt werden. In Tabelle 5-2 sind die Werte wiedergegeben, die von MARTIN [119] in Abhängigkeit der bezogenen Rippenfläche f_R bestimmt wurden. Der Beiwert a_0 berücksichtigt den Reibungsanteil in Abhängigkeit der Oberflächenbeschaffenheit zwischen den Rippen und entspricht etwa dem mittleren Verbundwert von glatten Bewehrungsstäben. Es stellte sich heraus, dass der Beiwert a_0 nahezu unabhängig von der Profilierung ist. Ohne nennenswerten Genauigkeitsverlust kann daher näherungsweise von $a_0 = 0,032$ ausgegangen werden.

Verwendung findet dieses Verbundgesetz auch später bei NOAKOWSKI [145].

Tab. 5-2 Beiwerte nach MARTIN [119] in Abhängigkeit der bezogenen Rippenfläche f_R

| f_R | a_0 | b_0 | β |
|-------|--------|-------|---------|
| 0,005 | 0,0320 | 0,129 | 2,34 |
| 0,010 | 0,0320 | 0,300 | 2,00 |
| 0,025 | 0,0317 | 0,680 | 1,85 |
| 0,050 | 0,0314 | 0,872 | 2,10 |
| 0,100 | 0,0315 | 1,135 | 2,31 |
| 0,200 | 0,0322 | 1,353 | 2,53 |
| 0,400 | 0,0316 | 1,308 | 2,85 |

5.2.3 Verbundgesetze von Martin & Noakowski

MARTIN & NOAKOWSKI [121] formulieren die folgende mathematische Funktion zur Beschreibung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung:

$$T = \frac{\tau}{f_{ck, cube}} = [a_0 + f(\delta_0) \cdot f_R] \cdot \alpha_l \quad (5-4)$$

Mit:

a_0 Reibungsanteil, abhängig von der Oberflächenbeschaffenheit zwischen den Rippen

$f(\delta_0)$ Funktion der Endverschiebung

α_l Beiwert zur Berücksichtigung der Lage der Stäbe beim Betonieren:

$\alpha_l = 1,0$ mittig liegende Stäbe

$\alpha_l = 2,2$ mittig stehende Stäbe (gegen Setzrichtung gezogen)

5.2.4 Verbundgesetz von Idda

Von IDDA [79] wurde der folgende dreiparametrische Ansatz für die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung vorgeschlagen:

$$\tau = a \cdot \delta^b \cdot e^{c \cdot \delta} \quad (5-5)$$

Dieser Ansatz hat den Vorteil, dass auch der abfallende Ast der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung berücksichtigt wird. Die drei Beiwerte a , b und c werden mit Hilfe von Versuchsergebnissen berechnet. Dazu erfolgt eine Dimensionsanalyse in Abhängigkeit der Versuchsergebnisse. Ziel von IDDA [79] ist ein Verbundgesetz das auf Versuche mit Querkzug anwendbar ist.

5.3 Inkrementelles Verbundgesetz von Kobarg

Von KOBARG [86] wird ein inkrementelles Verbundgesetz statt eines finiten Verbundgesetzes vorgeschlagen, da er ein pfadabhängiges Verhalten unterstellt. Aufgrund der auftretenden inneren Schädigung wird von ihm ein wegabhängiges Verhalten erwartet, welches sich mit finiten Formulierungen nicht abbilden lässt. Seine inkrementelle Formulierung lautet:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \delta} = f(\varepsilon_s, p_i) \quad (5-6)$$

Mit:

p_i Querdruck in der Verbundzone (innerer Druck)

Nach seinen Vorstellungen ist der numerische Aufwand bei Verwendung eines inkrementellen Stoffgesetzes genauso groß wie bei einer finiten Formulierung. Seinen Erkenntnissen zufolge ist die Steifigkeit eine Funktion der Schädigung, daher lautet sein inkrementeller Ansatz:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \delta} = H(\alpha, \varepsilon_s, p_i) \quad (5-7)$$

Mit:

α Beiwert zur Berücksichtigung von Betongüte und Stahlrippengeometrie

Sein gewählter Produktansatz für den Verbundmodul H sieht dabei folgendermaßen aus:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \delta} = \alpha \cdot f(p_i) \cdot g(\varepsilon_s) \quad (5-8)$$

Mit:

$$\alpha = f_{ct,sp} \cdot [0,11 + 4,72 \cdot f_R] \quad (5-9)$$

Das Verhältnis von innerem Druck p_i an der Stahloberfläche zur Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$ wird durch den Beiwert $f(p_i)$ nach Tabelle 5-3 berücksichtigt.

Tab. 5-3 Werte für den Parameter $f(p_i)$ aus KOBARG [86]

| Beiwert $f(p_i)$ | Verhältnis $\frac{p_i}{f_{ct,sp}}$ |
|--|---|
| $f(p_i) = 0$ | $\frac{p_i}{f_{ct,sp}} > 2,4$ |
| $f(p_i) = 1 + 0,42 \cdot \frac{p_i}{f_{ct,sp}}$ | $2,4 \leq \frac{p_i}{f_{ct,sp}} \leq 0,6 \cdot \frac{f_{ck,cube}}{f_{ct,sp}}$ |
| $f(p_i) = 0,6 \cdot \frac{f_{ck,cube}}{f_{ct,sp}}$ | $\frac{p_i}{f_{ct,sp}} > 0,6 \cdot \frac{f_{ck,cube}}{f_{ct,sp}}$ |

Der Ansatz für $g(\varepsilon_s)$ lautet:

$$g(\varepsilon_s) = K_0 \left(1 - \frac{|\varepsilon_s|}{\varepsilon_{sy}} \right) + K_1 \tag{5-10}$$

Mit:

$$\left. \begin{matrix} K_0 \\ K_1 \end{matrix} \right\} \text{Basiswerte des Verbundmoduls}$$

Das inkrementelle Verbundgesetz gilt hauptsächlich für den Innenbereich I nach Abbildung 5-1. KOBARG [86] und EIBL et al. [36] orientieren sich an anderen Autoren, die davon ausgehen, dass der Außenbereich II eine Länge von c_R bzw. $2 \cdot d_s$ besitzt, in dem eine Störzone vorhanden ist (Abbildung 5-1). In diesem Außenbereich reduziert sich die Verbundspannung mit zunehmender Verschiebung, dementsprechend liegt eine negative Steifigkeit vor. Diese Eigenschaft ist ein typisches Verhalten von Werkstoffen nach Überschreitung ihrer maximalen Belastbarkeit. Auf eine genaue Analyse wird für diesen Bereich verzichtet. Vereinfachend wird, wie in Abbildung 5-1 zu sehen ist, im Bereich I beginnend bis zur Länge $1 \cdot d_s$ im Verbundbereich II eine ansteigende Verbundspannungskurve gewählt. An der Stelle $1 \cdot d_s$ wird diese dann auf den Wert null gesetzt. Die integrale Betrachtung der approximierten und der realen Kurve gleicht diesen Fehler aus.

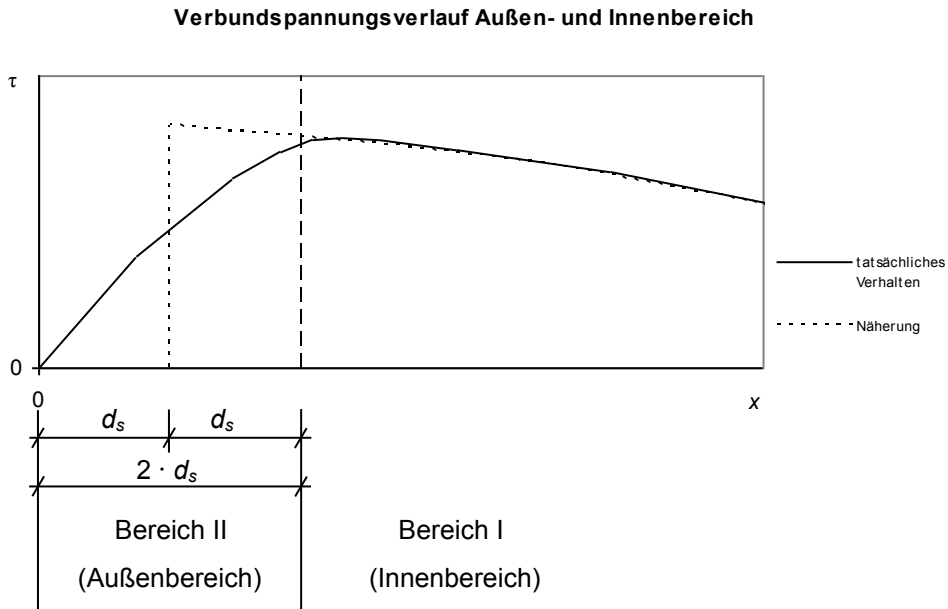


Abb. 5-1 Verbundspannungsverlauf in Abhängigkeit von Innen- und Außenbereich nach EIBL et al. [36]

5.4 CEB-FIP Model Code 2010

Das lokale Verbundgesetz des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] bzw. CEB-FIP MODEL CODE 90 [239] basiert auf dem von ELIGEHAUSEN et al. [44] vorgestellten Verbundgesetz und wurde durch LANGER [104] und KRELLER [92] erweitert.

Das ursprüngliche Verbundgesetz von ELIGEHAUSEN et al. [44] wurde bereits in vier Abschnitte unterteilt. Im ersten Bereich steigen die Verbundspannungen exponentiell mit der Verschiebung an. Bei Erreichen der maximalen Verbundspannung verbleibt diese auf einem Plateau. Mit zunehmender Relativverschiebung entsteht der dritte Bereich, ein absteigender Ast. Die Abnahme der Verbundspannung erfolgt bis zu einem konstanten Gleitreibungsbeiwert.

Für den Versagensfall „Spalten“ besitzt die Verbundspannungskurve im ersten Bereich den gleichen Startverlauf. Jedoch führt das Spalten des Verbundkörpers zu einem schlagartigen Verbundspannungsabfall. Bei vorhandener Querbewehrung wird die Verbundspannung auf einen konstanten Wert reduziert und ohne Querbewehrung fällt die Verbundspannung aus.

Die allgemeinen Formen der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] sind in Abbildung 5-2 als Diagramm dargestellt.

Für monotone Belastungen können die Verbundspannungen zwischen Beton und Bewehrung für Auszugkörper in Abhängigkeit der Relativverschiebung δ nach den folgenden Gleichungen bestimmt werden:

$$\tau = \tau_{\max} \cdot \left(\frac{\delta}{\delta_1} \right)^\alpha \quad \text{für } 0 \leq \delta \leq \delta_1 \quad (5-11)$$

$$\tau = \tau_{\max} \quad \text{für } \delta_1 \leq \delta \leq \delta_2 \quad (5-12)$$

$$\tau = \tau_{\max} - (\tau_{\max} - \tau_f) \cdot \frac{(\delta - \delta_2)}{(\delta_3 - \delta_2)} \quad \text{für } \delta_2 \leq \delta \leq \delta_3 \quad (5-13)$$

$$\tau = \tau_f \quad \text{für } \delta_3 < \delta \quad (5-14)$$

Zur Definition der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung werden die entsprechenden Parameter aus dem CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] gewählt (Tabelle 5-4). Die Werte für Ausziehversagen gelten für Betondeckungen mit mindestens $5 \cdot d_s$ und einem Abstand zwischen den Stäben von mindestens $10 \cdot d_s$.

Tab. 5-4 Parameter zur Definition der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung eines Verbundkörpers mit geripptem Bewehrungsstahl nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]

| | Auszug | | Spalten | | | |
|---------------|------------------------------------|---------------------------|---|---|---|---|
| | $\varepsilon_s < \varepsilon_{sy}$ | | $\varepsilon_s < \varepsilon_{sy}$ | | | |
| | Gute Verbundbedingungen | Andere Verbundbedingungen | Gute Verbundbedingungen | | Andere Verbundbedingungen | |
| | | | Ohne Querbewehrung | Mit Querbewehrung | Ohne Querbewehrung | Mit Querbewehrung |
| τ_{\max} | $2,5\sqrt{f_{ck}}$ | $1,25\sqrt{f_{ck}}$ | $7,0 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{20} \right)^{0,25}$ | $8,0 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{20} \right)^{0,25}$ | $5,0 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{20} \right)^{0,25}$ | $5,5 \cdot \left(\frac{f_{ck}}{20} \right)^{0,25}$ |
| δ_1 | 1,0mm | 1,8mm | $\delta(\tau_{\max})$ | $\delta(\tau_{\max})$ | $\delta(\tau_{\max})$ | $\delta(\tau_{\max})$ |
| δ_2 | 2,0mm | 3,6mm | δ_1 | δ_1 | δ_1 | δ_1 |
| δ_3 | c_R | c_R | $1,2 \cdot \delta_I$ | $0,5 \cdot c_R$ | $1,2 \cdot \delta_I$ | $0,5 \cdot c_R$ |
| a | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,4 |
| τ_f | $0,4 \cdot \tau_{\max}$ | $0,4 \cdot \tau_{\max}$ | 0 | $0,4 \cdot \tau_{\max}$ | 0 | $0,4 \cdot \tau_{\max}$ |

Über die Relativverschiebung δ lassen sich dann die Werte der Verbundspannung ermitteln. Dabei wird die Magnitude hauptsächlich von der Oberfläche des Bewehrungsstahls, dem Schlupf δ , der Betonfestigkeit f_{ck} und der Lage der Bewehrung beim Betonieren beeinflusst.

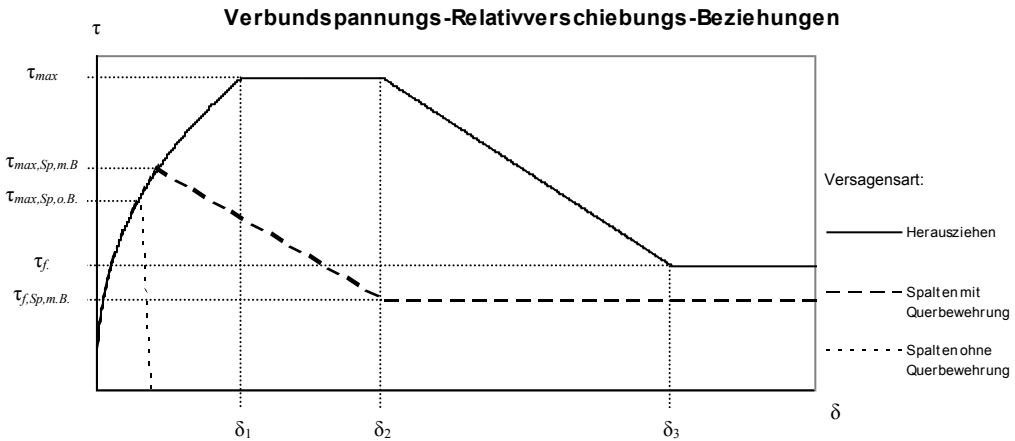
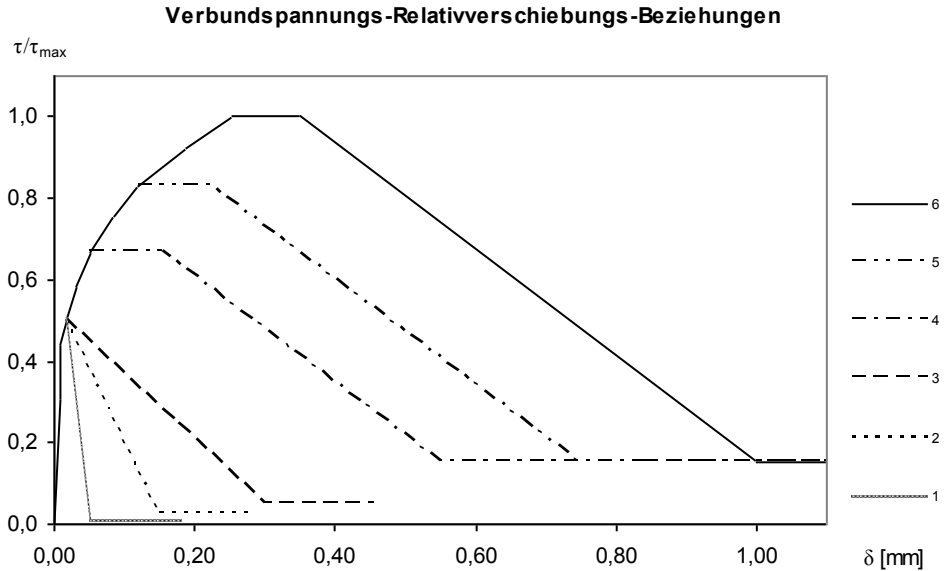


Abb. 5-2 Qualitative Kurve der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]

KRELLER [93] definiert auf der Basis des Verbundgesetzes von ELIGEHAUSEN et al. [44] sechs verschiedene Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen in Abhängigkeit von der Entfernung vom Primärriss. Damit wird die aus Abschnitt 4.6.6 bekannte Ortsabhängigkeit realisiert. Die Kurven unterscheiden sich dabei hauptsächlich in der Höhe der maximalen Verbundspannung (Abbildung 5-3). Bis zu einem Abstand von $2 \cdot d_s$ vom Primärriss wird eine um 50 % reduzierte Verbundfestigkeit angenommen. Im Bereich von $2 \cdot d_s$ bis $5 \cdot d_s$ steigt die Verbundfestigkeit linear an und ab dem Abstand von $5 \cdot d_s$ wird von konstanten Verbundeigenschaften ausgegangen. Im CEB-FIP MODEL CODE 90 [239] bzw. CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] wird im Gegensatz dazu die Ortsabhängigkeit nur bis zum Abstand $2 \cdot d_s$ durch einen Abminderungsfaktor λ berücksichtigt.

Um die Ortsabhängigkeit zu berücksichtigen wird im CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] für die Bereiche des Bewehrungsstabes, die nicht weiter als der zweifache Stabdurchmesser vom Querriss entfernt sind, die Verbundspannung mit dem Abminderungsfaktor λ reduziert.

$$\lambda = 0,5 \cdot \frac{x}{d_s} \leq 1 \tag{5-15}$$



Risselement

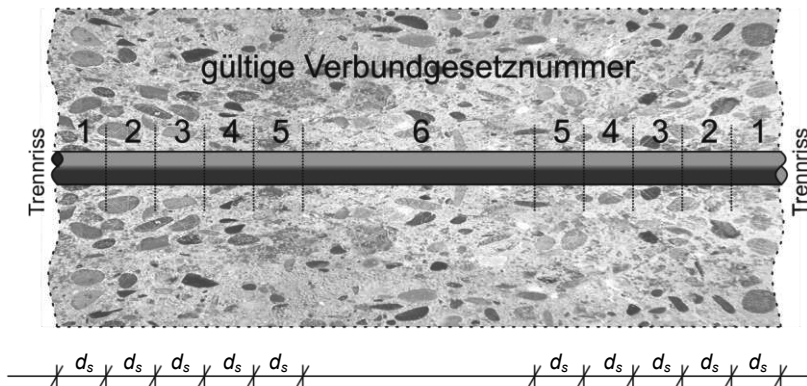


Abb. 5-3 Verbundmodell von KRELLER [93]

Die Verbundspannungs-Verschiebungskurve wird sowohl durch das Beanspruchungsniveau im Bewehrungsstab als auch durch eine Querbelastung beeinflusst. Dementsprechend werden im CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] die Modifizierungsfaktoren Ω_y für das Stahlfließen und $\Omega_{p,tr}$ für den Querdruck eingeführt:

$$\tau_{mod} = \tau \cdot \Omega_y \cdot \Omega_{p,tr} \tag{5-16}$$

Der Reduzierungsfaktor Ω_y für Stahlfließen wird folgendermaßen definiert:

$$\Omega_y = 1,0 \quad \text{für } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \quad (5-17)$$

$$\Omega_y = 1,0 - \left[0,85 \cdot \left(1 - \exp(-5a^b) \right) \right] \quad \text{für } \varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \quad (5-18)$$

Mit:

$$a = \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_{sy}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}} \quad (5-19)$$

$$b = \left[2 - \frac{f_t}{f_y} \right]^2 \quad (5-20)$$

Bei vorhandenem Querdruck sollte der Faktor $\Omega_{p,tr}$ verwendet werden um die höhere mögliche Verbundspannung zu ermitteln:

$$\Omega_{p,tr} = 1,0 \quad \text{für } \sigma_c \geq 0 \quad (5-21)$$

$$\Omega_{p,tr} = 1,0 - \tanh \left[0,2 \cdot \left(\frac{\bar{\sigma}_\perp}{0,1 \cdot f_c} \right) \right] \quad \text{für } \sigma_c \leq 0 \quad (5-22)$$

Wenn kein gerippter Bewehrungsstahl, sondern ein glatter Stab zum Einsatz kommt, sind die Parameter nach Tabelle 5-5 zu verwenden.

Tab. 5-5 Parameter zur Definition der Verbundspannung-Schlupf-Beziehung eines Verbundkörpers mit glattem Bewehrungsstahl nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]

| | Kalt gezogener Stahl | | Warmgewalzter Stahl | |
|----------------------------------|-------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|
| | Gute Verbundbedingungen | Andere Verbundbedingungen | Gute Verbundbedingungen | Andere Verbundbedingungen |
| $\delta_3 = \delta_3 = \delta_3$ | 0,01 mm | 0,01 mm | 0,1 mm | 0,1 mm |
| α | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| $\tau_{max} = \tau_f$ | $0,1\sqrt{f_{ck}}$ | $0,05\sqrt{f_{ck}}$ | $0,3\sqrt{f_{ck}}$ | $0,15\sqrt{f_{ck}}$ |

Im CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] wird darauf hingewiesen, dass die Verbundspannungswerte bei gleichen Relativverschiebungen um 30 % differieren können. Es wird dabei besonders auf die unterschiedlichen Versuchskörper hingewiesen, aber auch andere Einflüsse, wie Belastung, Spannungszustände etc., werden erwähnt. Daher wird ein verantwortungsvoller Umgang bei der Anwendung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nahegelegt.

5.5 Analytisches Verbundgesetz von Schober

Von SCHOBBER [194] wurde im Jahr 1984 ein analytisches Verbundgesetz veröffentlicht. Im Vergleich zu den bisher bekannten empirischen Verbundgesetzen versucht er seine Vorstellungen der Verbundtragwirkung in einem analytischen Modell zu formulieren. Dabei orientiert er sich an dem teilanalytischen Verbundmodell von DE GROOT et al. [26], welches auf der Annahme basiert, dass infolge der Rissbildung Betonprismen entstehen (Abbildung 5-4). Über diese Prismen wird ein Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Relativverschiebung bestimmt. Die Verbundtragwirkung über die Verzahnung von Rippe und Prisma wird mit einem Reibungsverbund, wie er bei glatten Bewehrungsstäben beobachtet wird, gekoppelt. Die Relativverschiebung hingegen wird über die Stauchung der Betonprismen berechnet.

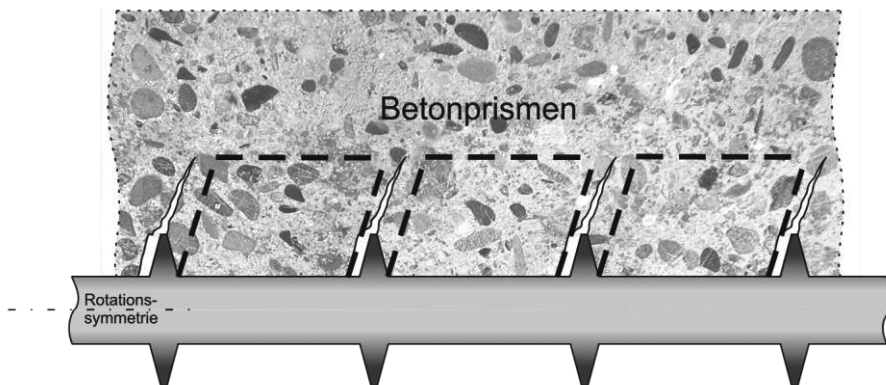


Abb. 5-4 Betonprismen nach DE GROOT et al. [26]

Nachteilig an diesem Verbundmodell wirkt sich aus, dass einige Parameter, u. a. auch die Dehnsteifigkeit der Prismen, über eine Anpassung an Versuchswerte gewählt werden müssen. Nach SCHOBBER [194] liegt dies daran, dass die örtlichen Spannungskonzentrationen an den Rippen nicht berücksichtigt werden und somit entsteht ein von der Realität abweichender Kräfteverlauf, welcher über empirisch bestimmte Freiwerte korrigiert werden muss. Diesen Modellfehler korrigiert SCHO-

BER [194] und beschreibt sein Verbundmodell basierend auf der lokalen Spannungskonzentration vor der Rippe. Dabei greift er auf den von LUTZ [113] entdeckten Effekt, dass am Beginn der Lasteinleitungslänge l_e , also direkt am Anfang des Testkörpers bzw. am Riss, sehr hohe Radialzugspannungen σ_r entstehen und zu Ablösungen des Betons vom Stahl führen, zurück. Durch Spannungsumlagerung werden die Radialzugspannungen abgebaut und es entstehen Ringzugspannungen σ_φ (Abbildung 5-5). Die Ringzugspannungen besitzen ihr Maximum an der Bewehrungsstaboberfläche und nehmen in Richtung der äußeren Betonoberfläche schnell ab (Abbildung 5-6).

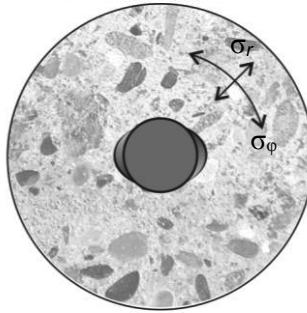


Abb. 5-5 Radialzugspannungen σ_r und Ringzugspannungen σ_φ

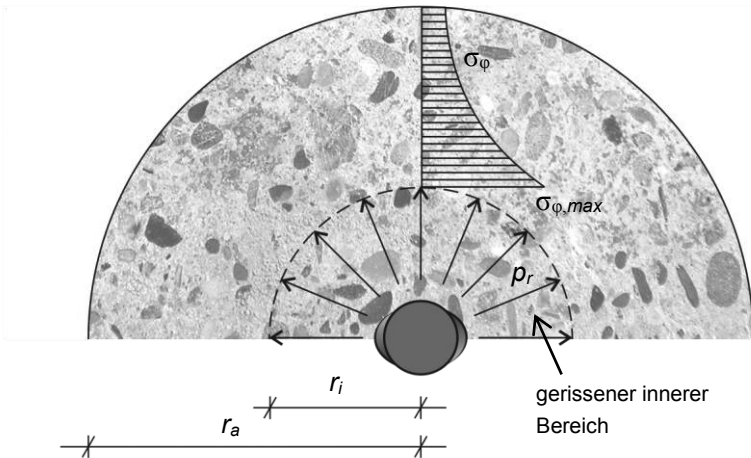


Abb. 5-6 Verlauf der Ringzugspannungen σ_φ

Des Weiteren stellte LUTZ [113] fest, dass die Längszugspannungen des Betons σ_c in der Nähe des Bewehrungsstabes sehr schnell die Zugfestigkeit des Betons f_{ct} überschreiten, so dass im Inneren des Betons frühzeitig Querrisse entstehen, während außen erst geringe Längszugspannungen im Beton vorhanden sind. Wie GOTO [60], [61] experimentell zeigte, beginnen die Risse an den Rippen. Die Rissbreite ist sehr gering und lässt sich erst unter hoher Belastung des Prüfkörpers mit Hilfe von Injektionen messbar darstellen. Dabei beträgt der Winkel zwischen Riss und Stabachse $60-70^\circ$. Die Risstiefe r_c hängt vermutlich von der Belastung ab. Die in seinem Versuch gewählte Stahlspannung von $\sigma_s = 240\text{N/mm}^2$ führte zu einer Risstiefe r_c von etwa:

$$r_c = [0,4 \div 0,5] \cdot \left(c + \frac{d_s}{2} \right) \leq 2 \cdot d_s \quad (5-23)$$

Da die Rissbildung schon bei geringen Belastungen stattfindet, erfolgt die Übertragung der Verbundkräfte auf den Beton hauptsächlich über die Rippen. Von der konzentrierten Lasteinleitung an den Rippen breiten sich die Spannungen im Beton aus, SCHOBER [194] (Abbildung 5-7).

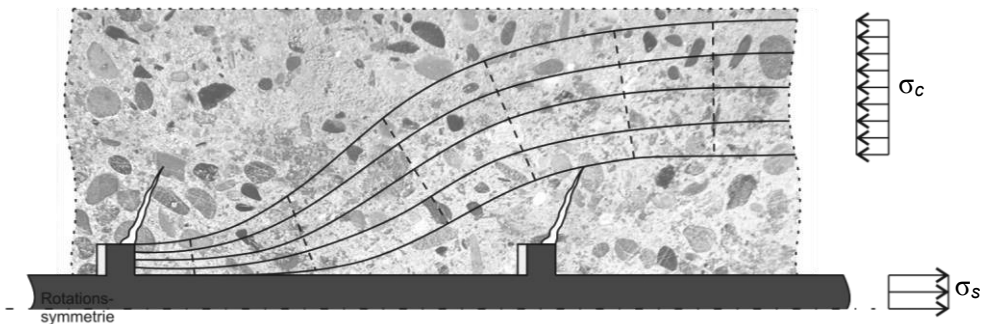


Abb. 5-7 Ausbreitung der Verbundspannungen im Beton nach SCHOBER [194]

5.5.1 Modellbeschreibung

Das von SCHOBER [194] gewählte Modell besteht aus einem kreiszylindrischen Stahlbetonzugstab, dem sogenannten Dehnkörper. Die Gleitungen bis zur Bildung der inneren Querrisse vernachlässigt er, so dass vom Verbundmodell nach Abbildung 5-8 für den gesamten Beanspruchungsbereich ausgegangen wird. Der Haft- bzw. Reibverbund zwischen den Rippen wird wegen Geringfügigkeit ebenfalls ver-

nachlässigt und der in der Realität gekrümmte Verlauf der Drucktrajektorien wird idealisiert und damit geradlinig angenommen. So entsteht für die vereinfachten Annahmen das in Abbildung 5-9 dargestellte Fachwerkmodell.

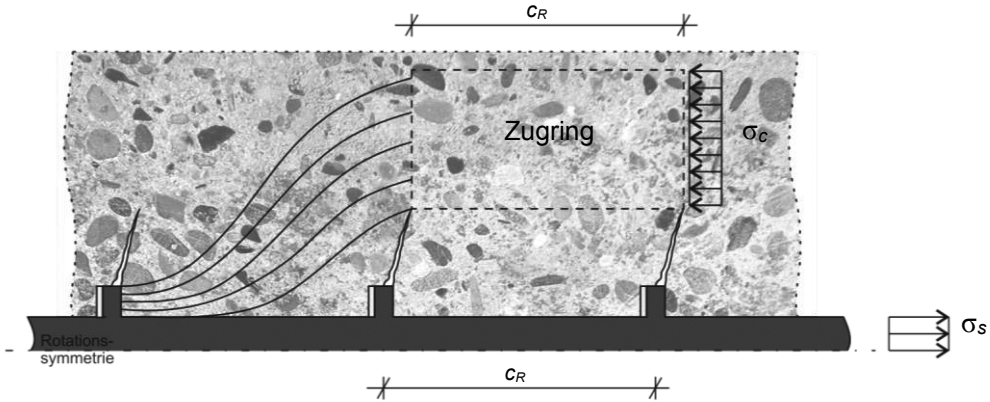


Abb. 5-8 Verbundmodell nach SCHOBER [194]

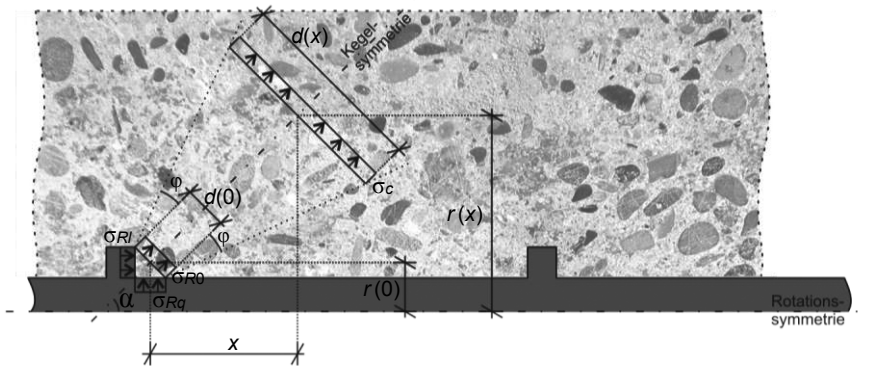


Abb. 5-9 Fachwerkmodell nach SCHOBER [194]

Die veränderliche Breite der Trajektorien der an der Rippe beginnenden Druckstrebe führt in der angenommenen Vereinfachung zu einem Druckkegel. Aufgrund der Rotationssymmetrie ergibt sich eine Kegelschale. Die Kegelschale ist um den Winkel α gegen den Bewehrungsstab geneigt, der Ausbreitungswinkel der Kegelschale besitzt den Winkel φ .

Die Druckstrebenkraft wird im Zugring in Längs- und Radialrichtung aufgeteilt. Die Kräfte in Radialrichtung werden vom Zugring aufgenommen und führen zu Spannungen in Tangentialrichtung.

Für das Verbundgesetz wurde die Annahme getroffen, dass sowohl die Rippenneigung β_R als auch die Flankenneigung α_R nach Abbildung 4-24 90° betragen.

5.5.2 Untersuchung des Kegels

SCHÖBER [194] definiert den Schlupf δ zwischen Beton und Stahl als Gesamtverformung des Kegels. Damit ist das Verbundgesetz $\tau = f(\delta)$ von den Streuungen des Betons abhängig. Die zufälligen Einflüsse aus der Heterogenität des Betons haben einen erheblichen Einfluss auf die Streuungen des Verbundverhaltens. Hinzu kommen weitere Einflüsse, wie z. B. die Betonzusammensetzung und der Wasserzementwert sowie die Lage beim Betonieren, da eine liegende Einbettung der Bewehrungsstäbe zu einem Absetzen des Betons unterhalb der Stäbe führt und damit zu einer stark streuenden Kontaktfläche zwischen den Stahlrippen und dem Beton. Diese Faktoren haben eine Vergrößerung der Streubreite des Verbundverhaltens zur Folge. Diese Streubreite wird jedoch in seiner Arbeit nicht berücksichtigt, da er die Annahme trifft, dass über mehrere Rippen hinweg eine Art Ausgleich der Streuungen entsteht. Daher wird der Einfluss der Streubreite nicht berücksichtigt und nur das „mittlere“ Verbundverhalten beschrieben.

Qualität des Verbunds

Je nach Betonierlage ist der Verbund besser oder schlechter. Eine liegende Betonierung führt zu einem Absetzen des Betons unter der Bewehrung und damit zu einer geringeren aktiven Verbundfläche. SCHÖBER [194] führt den Faktor ψ zur Beschreibung der Verbundqualität ein. Durch diesen Faktor werden die verringerte Verbund- bzw. die wirksame Rippenfläche A_{Rw} berücksichtigt, über welche die Verbundkräfte übertragen werden. Der Faktor ψ beschreibt dabei den Anteil des Bewehrungsstabumfangs, der vom Beton bedeckt ist.

$$\begin{aligned} A_{Rw} &= \psi \cdot A_R \\ &= \psi \cdot \pi \cdot d_s \cdot a_R \end{aligned} \quad (5-24)$$

Spannungen im Kegel

Wenn eine dünne Kegelschale mit einachsigem Spannungszustand angenommen wird, lassen sich die Spannungen im Kegel über die Gleichgewichtsbedingungen bestimmen (Abbildung 5-9):

$$\sigma_{R0} \cdot d_0 \cdot 2\pi \cdot r_0 \cdot \psi = \sigma_c \cdot d(x) \cdot 2\pi \cdot r(x) \cdot \psi \quad (5-25)$$

$$\sigma_c = \sigma_{R0} \cdot \frac{d_0}{d(x)} \cdot \frac{r_0}{r(x)} \quad (5-26)$$

Mit:

$$d_0 = \frac{a_R}{\cos \alpha} \quad (5-27)$$

$$d(x) = \frac{a_R}{\cos \alpha} + 2 \cdot \frac{\tan \varphi}{\cos \alpha} \cdot x \quad (5-28)$$

$$r_0 = \frac{d_s + a_R}{2} \quad (5-29)$$

Da a_R sehr klein im Vergleich zu d_s ist, ergibt sich vereinfacht

$$r_0 = \frac{d_s}{2} \quad (5-30)$$

und

$$r(x) = \frac{d_s}{2} + x \cdot \tan \alpha \quad (5-31)$$

Gleichung (5-27) bis (5-31) in Gleichung (5-26) eingesetzt, ergibt:

$$\sigma_c = \sigma_{R0} \cdot \frac{a_s}{a_s + 2 \cdot x \cdot \tan \varphi} \cdot \frac{d_s}{d_s + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha} \quad (5-32)$$

Die von der wirksamen Rippenfläche in Längsrichtung übertragene Kraft F_{Rl} einer Rippe ist:

$$F_{Rl} = \sigma_{Rl} \cdot \pi \cdot d_s \cdot \psi \cdot a_s \quad (5-33)$$

Die fiktive Verbundkraft $F_{Verbund}$, die über den Abstand c_R zwischen zwei Rippen übertragen wird, lässt sich mit Hilfe der am gesamten Stabumfang wirkenden mittleren Verbundspannung τ angeben:

$$F_{Verbund} = \tau \cdot \pi \cdot d_s \cdot c_R \quad (5-34)$$

Aus Gleichgewichtsgründen gilt:

$$F_{Rl} = F_{Verbund} \rightarrow \sigma_{Rl} \cdot \pi \cdot d_s \cdot \psi \cdot a_R = \tau \cdot \pi \cdot d_s \cdot c_R \quad (5-35)$$

Nach Umformen ergibt sich:

$$\sigma_{Rl} = \frac{\tau}{\psi} \cdot \frac{c_R}{a_R} \quad (5-36)$$

Aufgrund des hydrostatischen Spannungszustandes an der Rippe gilt:

$$\sigma_{R0} = \sigma_{Rl} = \sigma_{Rq} \quad (5-37)$$

Damit gilt:

$$\sigma_{R0} = \frac{\tau}{\Psi} \cdot \frac{c_R}{a_R} \quad (5-38)$$

Gleichung (5-38) eingesetzt in Gleichung (5-32) ergibt:

$$\sigma_c = \frac{\tau}{\Psi} \cdot \frac{c_R}{a_R + 2 \cdot x \cdot \tan \varphi} \cdot \frac{d_s}{d_s + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha} \quad (5-39)$$

Für kleine Abstände x nimmt SCHOBER [194] in guter Näherung an, dass die Veränderung von $r(x)$ vernachlässigt werden kann:

$$\sigma_c = \frac{\tau}{\Psi \cdot (a_R/c_R + 2 \cdot x/c_R \cdot \tan \varphi)} \quad (5-40)$$

Relativverschiebung

Über die Verformung des Kegels ermittelt SCHOBER [194] die Relativverschiebung. Dazu nimmt er für den einachsigen Spannungszustand im Kegel an, dass die Verschiebung δ in Stabrichtung folgendermaßen berechnet wird:

$$\delta = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \int_x \varepsilon_c \cdot dx \quad (5-41)$$

Die Verschiebung setzt sich aus der elastischen und der plastischen Formänderung zusammen. Der elastische Anteil ist sehr gering und wird daher von SCHOBER [194] vernachlässigt.

Betonstoffgesetz

Der von REHM [162] unter den Rippen festgestellte mehraxiale Spannungszustand, der ein Ausweichen des belasteten Betons verhindert, vereinfacht SCHOBER [194]. Den Spannungszustand unter der Rippe betrachtet SCHOBER [194] als einaxial, jedoch berücksichtigt er den realen Spannungszustand durch eine Erhöhung der Druckfestigkeit und Dehnfähigkeit des Betons. Dazu wählt er ein starr-plastisches Stoffgesetz mit Nachverformung (Abbildung 5-10):

$$\sigma_c = \bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube} + H \cdot \varepsilon_c \quad (5-42)$$

Die linear angenommene Verfestigungsfunktion wird durch den Beiwert H dargestellt. Die Beiwerte $\bar{\lambda}$ und H müssen aus Verbundversuchen ermittelt werden.

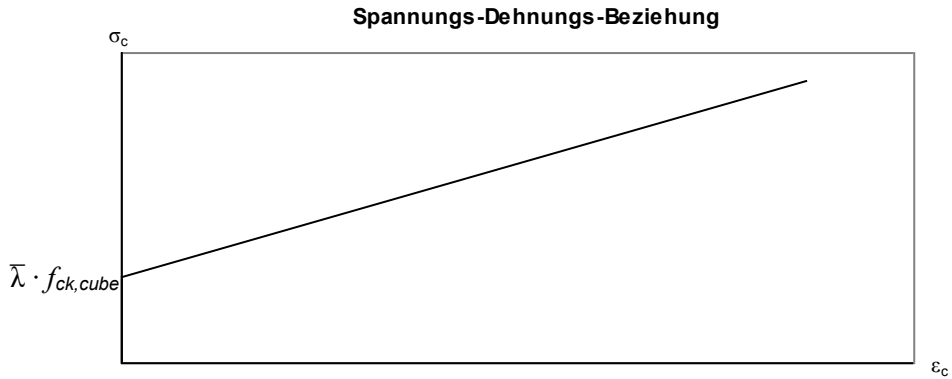


Abb. 5-10 Vereinfachtes Stoffgesetz für Beton auf Druckbeanspruchung nach Schober [194]

Verbundgesetz

Auflösen der Gleichung (5-42) nach ϵ_c und in Gleichung (5-41) eingesetzt ergibt:

$$\delta = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \int_x \frac{\sigma_c - \bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube}}{H} \cdot dx \quad (5-43)$$

Einsetzen von Gleichung (5-40) in Gleichung (5-43) ergibt:

$$\delta \cdot H \cdot \cos^2 \alpha = \frac{\tau}{\psi} \cdot \int_x \frac{1}{a_R/c_R + 2 \cdot x/c_R \cdot \tan \varphi} \cdot dx - \bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube} \quad (5-44)$$

Integriert folgt daraus:

$$\delta \cdot H \cdot \cos^2 \alpha = \frac{\tau \cdot c_R}{\psi \cdot 2 \cdot \tan \varphi} \cdot \left[\ln \left(\frac{a_R}{c_R} + \frac{2 \cdot \tan \varphi}{c_R} \cdot \bar{x} \right) - \ln \left(\frac{a_R}{c_R} \right) \right] - \bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube} \cdot \bar{x} \quad (5-45)$$

Und für die bezogene Rippenfläche wird vereinfacht angenommen:

$$f_R = \frac{A_R}{A_M} \approx \frac{\pi \cdot d_s \cdot a_R}{\pi \cdot d_s \cdot c_R} = \frac{a_R}{c_R} \quad (5-46)$$

Um die Integrationsgrenze \bar{x} zu bestimmen, gilt für die Betonspannung:

$$\sigma_c = \bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube} \quad (5-47)$$

Jetzt wird Gleichung (5-40) mit Gleichung (5-47) gleichgesetzt und anschließend wird die bezogene Rippenfläche aus Gleichung (5-46) eingesetzt:

$$\bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube} = \frac{\tau}{\psi \cdot (f_R + 2 \cdot x/c_R \cdot \tan \varphi)} \quad (5-48)$$

Danach wird die bezogene Verbundspannung

$$T = \frac{\tau}{\psi \cdot \bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube}} \quad (5-49)$$

in Gleichung (5-48) eingesetzt und führt somit zur Integrationsgrenze \bar{x} :

$$\bar{x} = \frac{c_R}{2 \cdot \tan \varphi} \cdot (T - f_R) \quad (5-50)$$

Gleichung (5-50) in Gleichung (5-45) eingesetzt ergibt:

$$\delta \cdot \frac{H \cdot \cos^2 \alpha \cdot \tan \varphi}{\bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube}} = \frac{c_R}{2} \cdot \left[T \cdot \ln \frac{T}{f_R} - (T - f_R) \right] \quad (5-51)$$

5.5.3 Verbundgesetz für gerippte Betonstähle

Nach SCHOBER [194] wird die Neigung des Winkels α konstant auf 45° festgelegt. Für die Ausbreitung der Spannungen in Rippennähe geht er näherungsweise von

$$\tan \varphi \approx \frac{1}{2} \quad (5-52)$$

aus.

Mit Hilfe von Verbundversuchen bestimmt er die Beiwerte für das vereinfachte Stoffgesetz folgendermaßen:

$$H \approx 24 \cdot f_{ck,cube} \quad (5-53)$$

$$\bar{\lambda} \approx 1,2 \quad (5-54)$$

Mit diesen Bedingungen ergibt sich sein Verbundgesetz für gerippte Betonstähle in Abhängigkeit von Gleichung (5-51):

$$\delta = 0,1 \cdot c_R \cdot \left[T \cdot \ln \frac{T}{f_R} - (T - f_R) \right] \quad (5-55)$$

Mit:

$$T = \frac{\tau}{\psi \cdot 1,2 \cdot f_{ck,cube}} \geq f_R \quad (5-56)$$

5.5.4 Verbundgesetz für glatte Stäbe

Die Kraftübertragung von Stahl auf Beton erfolgt bei glatten Stäben zunächst durch Haftung und dann durch Reibung. Bei aktivem Haftverbund treten keine Gleitungen zwischen Stahl und Beton auf. Sobald der Haftverbund überwunden ist und der Reibverbund aktiviert wird, erfolgt die Kraftübertragung zunächst ähnlich wie bei Rippenstäben über die mechanische Verzahnung. Im Gegensatz zu Rippenstäben ist diese Verzahnung bei glatten Stäben jedoch nicht auf Rippen, sondern auf die natürliche Oberflächenrauheit zurückzuführen.

Der Widerstand der Verzahnung zwischen Beton und glattem Stab ist im Vergleich zu den Betonkonsolen zwischen den Rippen nicht so hoch. Daher nimmt SCHOBER [194] praktisch einen Gleitwiderstand an.

Ausgehend von einem starr-plastischen Stoffgesetz ohne Nachverfestigung gilt (Abbildung 5-11):

$$\sigma_c = \bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube} \quad (5-57)$$

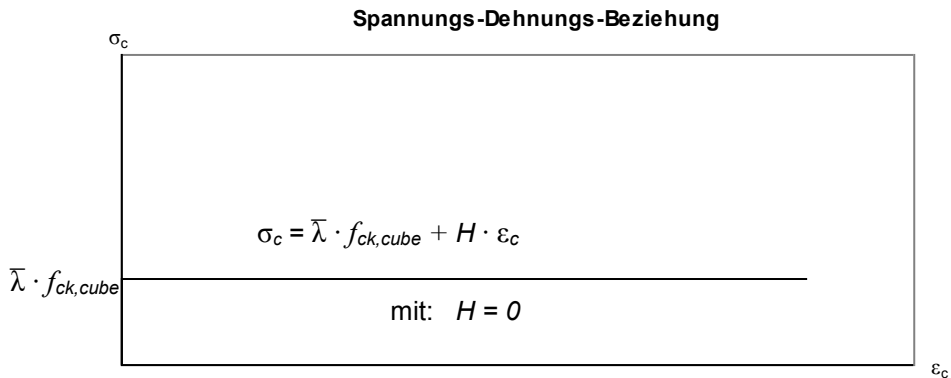


Abb. 5-11 Starr-plastisches Betongesetz nach SCHOBER [194]

Für die maximal aufnehmbare Spannung σ_{Ro} gilt dann:

$$\sigma_{Ro} = \sigma_c = \bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube} = \frac{\tau_R}{\psi} \cdot \frac{1}{f_R} \quad (5-58)$$

Oder umgeformt nach der Reibungsverbundspannung τ_R :

$$\frac{\tau_R}{f_{ck,cube}} = \bar{\lambda} \cdot \psi \cdot \bar{f}_R = \frac{\beta_\tau}{f_{ck,cube}} \quad (5-59)$$

Damit ist der Gleitwiderstand β_τ von den folgenden drei Parametern abhängig:

| | |
|-----------------------------------|-----------------------------|
| $\bar{\lambda} \cdot f_{ck,cube}$ | Betonfestigkeit in Stabnähe |
| ψ | Verbundbedingung |
| \bar{f}_R | Oberflächenrauigkeit |

Die Oberflächenrauigkeit lässt sich nicht ohne weiteres definieren, daher wird der Gleitwiderstand in Versuchen ermittelt. REHM [162] hat aus seinen Versuchen die Werte nach Tabelle 5-6 ermittelt.

Tab. 5-6 Werte des Gleitwiderstands nach REHM [162]

| Beschaffenheit der Oberfläche | $\beta_\tau / f_{ck,cube}$ (stehende Einbetonierung) |
|-------------------------------|--|
| narbige Stähle | 0,12 bis 0,16 |
| schwach narbige Stähle | 0,06 bis 0,12 |
| walzfrische Stähle | 0,04 bis 0,06 |

Nach den Erkenntnissen von REHM [162] steigt der Gleitwiderstand proportional zur Würfeldruckfestigkeit $f_{ck,cube}$. MARTIN & NOAKOWSKI [121] hingegen sehen in ihren Versuchen lediglich ein proportionales Anwachsen zur Wurzel aus der Würfeldruckfestigkeit. Im Vergleich zu stehend einbetonierten Stäben erreichen liegend einbetonierte Stäbe lediglich 1/3 bis 1/2 des Gleitwiderstandwertes.

5.5.5 Verbundfestigkeit

Die maximale Verbundfestigkeit wird durch Versagen des Betons erreicht. Dazu gibt es zwei Versagensarten des umgebenden Betons:

- Zugringversagen
- Versagen des Kegels in Rippennähe

Die beiden Versagensarten basieren sowohl auf Zugversagen (Zugringversagen) als auch auf Druckversagen des Betons (Kegelversagen).

Versagen des Zugringes

Im Fall von Bewehrungsstößen wurde das Thema Zugringversagen schon ausführlich behandelt, z. B. von TEPFERS [211], ELIGEHAUSEN [43], MORITA & KAKU [133], KEMP & WILHELM [83], FERGUSON [52], ORANGUN et al. [148] und ORR [149]. Nach deren Erkenntnissen wird die Tragfähigkeit des Zugringes hauptsächlich bestimmt von den Parametern:

- Betonüberdeckung c bzw. dem Verhältnis c/d_s des Bewehrungsstabes
- Betonzugfestigkeit f_{ct}
- Stababstand s
- Querbewehrung A_{sq}
- Querdruck p_q

Die Tragfähigkeit des Modellzugrings ist abhängig von dessen Dicke. Mit der Bedingung aus Gleichung (5-23), dass die Risstiefe $r_c \leq 2 \cdot d_s$ beträgt und die Betondeckung $c \leq 3,5 \cdot d_s$ beträgt, ermittelt SCHOBER [194] die Dicke des Zugrings:

$$b_z = 0,5 \cdot \left(c + \frac{d_s}{2} \right) \quad (5-60)$$

Die Belastungen im Inneren des Zugrings sind in Abbildung 5-12 dargestellt. Die Kegelkraft n ist die resultierende Kraft aus der Horizontalkraft n_x und der Kraft n_r in Radialrichtung. Diese Kraft n_r wirkt als Streckenlast über den Umfang des Innenradius des Zugrings. Über die Länge des Rippenabstands c_R verteilt, ergibt sich damit die Spannung p_r , welche als Innendruck betrachtet werden kann.

Da hier wieder der Abstand c_R zwischen zwei Rippen betrachtet wird, gelten analog zu Gleichung (5-35) die folgenden Gleichgewichtsbedingungen:

$$\Psi \cdot n_{x0} = \tau \cdot c_R \quad (5-61)$$

Wenn

$$n_{r0} = n_{x0} \cdot \tan \alpha \quad (5-62)$$

angesetzt wird, ergibt sich:

$$\Psi \cdot n_{r0} = \tau \cdot c_R \cdot \tan \alpha \quad (5-63)$$

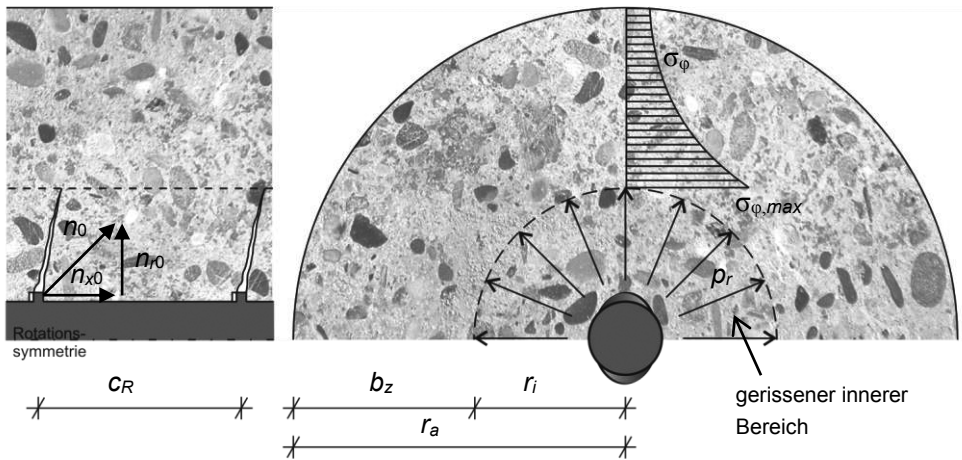


Abb. 5-12 Belastungen auf den Zugring nach SCHÖBER [194]

Die Kraft, die auf den Zugringinnenradius wirkt, muss aus Gleichgewichtsgründen identisch mit der Kraft sein, die radial vom Bewehrungsstab ausgeht. Daher bedeutet das für den Abstand c_R zwischen zwei Rippen:

$$F_{\text{Innenradius Zugring}} = F_{\text{radial Bewehrungsstab}} \quad (5-64)$$

$$\psi \cdot p_r \cdot 2\pi \cdot r_i \cdot c_R = \psi \cdot n_{r0} \cdot \pi \cdot d_s$$

Gleichung (5-63) eingesetzt in Gleichung (5-64) und nach dem Innendruck p_r aufgelöst, führt zu der folgenden Gleichung:

$$p_r = \frac{\tau}{\psi} \cdot \tan \alpha \cdot \frac{d_s}{2 \cdot r_i} \quad (5-65)$$

Hauptspannungen infolge des Innendrucks p_r im Zugring lassen sich mit Hilfe der Elastizitätstheorie ermitteln:

$$\sigma_\phi = \frac{p_r}{\lambda^2 - 1} \cdot \left(1 + \frac{\lambda^2}{\rho^2} \right) \quad (5-66)$$

$$\sigma_r = \frac{p_r}{\lambda^2 - 1} \cdot \left(1 - \frac{\lambda^2}{\rho^2} \right) \quad (5-67)$$

Mit den Substitutionen:

$$\lambda = \frac{r_a}{r_i} \quad (5-68)$$

$$\rho = \frac{r}{r_i} \quad (5-69)$$

Mit:

r_a Außenradius

r_i Innenradius

r Radiusposition, an der die Hauptspannungen betrachtet werden

Die maximale Ringzugspannung wird am Innenrand des Zugrings, also für $r = r_i$, erreicht:

$$\sigma_{\varphi, \max} = \frac{\lambda^2 + 1}{\lambda^2 - 1} \cdot p_r \quad (5-70)$$

Nach EIBL & IVÁNYI [34] ist das Bruchkriterium für dicke Kreisringe nicht vollständig erforscht. Nach HEILMANN [69] kann die zentrische Zugfestigkeit f_{ct} deutlich höher sein als die nach der Elastizitätstheorie ermittelten Ringzugspannungen σ_{φ} . NEUNER et al. [143] haben an Betonringen unter Innendruck festgestellt, dass örtlich, ohne erkennbaren Riss oder Rückgang der Belastung, die zwei- bis dreifachen Zugbruchdehnungen des Betons ($\varepsilon_{ctu} \approx 0,5 \text{ ‰}$) auftreten können.

Die Tragfähigkeit im ungerissenen Zustand (Zustand I) von Betonringen unter Innendruck wird von SCHÖBER [194] in Anlehnung an Versuche von MARTIN [119] mit kompletter Plastifizierung des Ringes ermittelt. Als Maximalwert wird die zentrische Zugfestigkeit des Betons verwendet. Daher wird die Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Betons auf Zug als linear elastisch-ideal plastisch betrachtet (Abbildung 5-13).

Die Ringzugspannungen werden über eine repräsentative Volumeneinheit (RVE) gemittelt. Gewöhnliche Betondeckungen besitzen etwa die Abmessung der Grundfläche der RVE. Wenn die gemittelte Zugspannung σ_{φ} die zentrische Zugfestigkeit f_{ct} überschreitet, wird Zugversagen angenommen.

Die Tragfähigkeit eines unbewehrten Zugringes ergibt sich im Zustand vollständiger Plastifizierung ($\sigma_{\varphi} = f_{ct}$) mit:

$$b_z \cdot f_{ct} = 0,5 \cdot \left(c + \frac{d_s}{2} \right) \cdot f_{ct} = p_r \cdot r_i \quad (\text{Ringformel}) \quad (5-71)$$

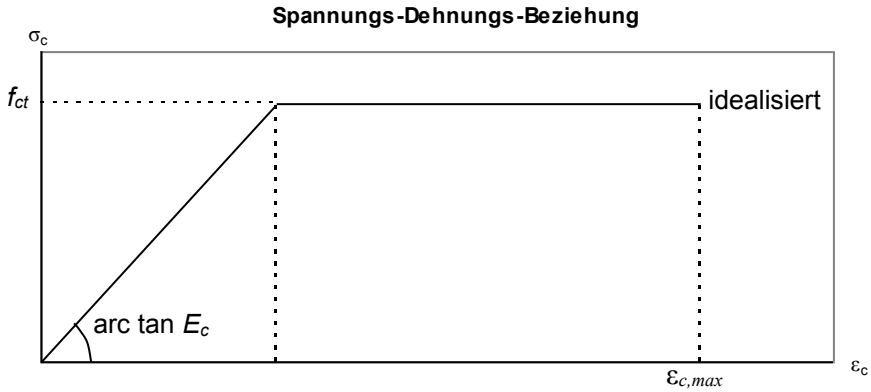


Abb. 5-13 Linear elastisch-ideal plastisches Stoffgesetz des Betons auf Zug nach SCHÖBER [194]

Einsetzen von Gleichung (5-65) in Gleichung (5-71) (Ringformel) ergibt:

$$0,5 \cdot \left(c + \frac{d_s}{2} \right) \cdot f_{ct} = \frac{\tau_{max}}{\psi} \cdot \tan \alpha \cdot \frac{d_s}{2} \quad (5-72)$$

Umformen von Gleichung (5-72) führt zu:

$$\frac{\tau_{max}}{f_{ct}} = \psi \cdot \frac{0,5 + c/d_s}{\tan \alpha} \quad (5-73)$$

Mit der Annahme $\tan \alpha = 1$ gilt:

$$\frac{\tau_{max}}{f_{ct}} = \psi \cdot \left(0,5 + \frac{c}{d_s} \right) \quad \text{für} \quad 0,5 \leq \frac{c}{d_s} \leq 3,5 \quad (5-74)$$

Für große Betondeckungen c wird der plastifizierende Bereich des Zugrings überschätzt, daher wird eine zu große Tragfähigkeit angenommen. Um dies zu verhindern wird für den Grenzfall $c \rightarrow \infty$ die Annahme getroffen, dass der Bereich bis $r = 4 \cdot d_s$ voll plastifiziert und der Restbereich ein elastisches Verhalten aufweist (Abbildung 5-14). Die resultierende Ringzugkraft Z setzt sich dementsprechend aus einem plastischen und einem elastischen Anteil zusammen:

$$Z = Z_{pl} + Z_{el} \quad (5-75)$$

Der plastische Anteil:

$$Z_{pl} = \sigma_{\phi,max} \cdot (r - r_i) \quad (5-76)$$

Der elastische Anteil:

$$Z_{El} = p_r \cdot r \quad (5-77)$$

Einsetzen von Gleichung (5-70) in Gleichung (5-77) ergibt:

$$Z_{El} = \sigma_{\varphi, max} \cdot \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1} \cdot r \quad (5-78)$$

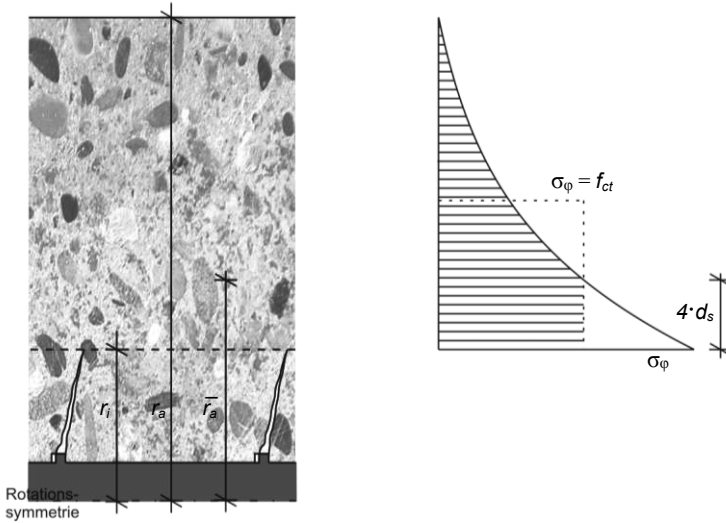


Abb. 5-14 Spannungsverteilung im plastifizierten Betonzugring nach SCHÖBER [194]

Mit den Annahmen $r_i = 2 \cdot d_s$ und $r = 4 \cdot d_s$ sowie $\sigma_{\varphi, max} = f_{ct}$ lautet die resultierende Ringzugkraft Z :

$$Z = f_{ct} \cdot 2 \cdot d_s + f_{ct} \cdot \frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1} \cdot 4 \cdot d_s \quad (5-79)$$

Für den Grenzfall $c \rightarrow \infty$:

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \hat{=} \lim_{r_a \rightarrow \infty} \left(\frac{\lambda^2 - 1}{\lambda^2 + 1} \right) = 1 \quad (5-80)$$

Damit strebt die Ringzugkraft dem endlichen Grenzwert zu:

$$Z(c \rightarrow \infty) = f_{ct} \cdot (2 \cdot d_s + 4 \cdot d_s) = f_{ct} \cdot 6 \cdot d_s \quad (5-81)$$

Aus diesem Grenzwert der Ringzugspannung lässt sich durch Rückrechnung ein fiktiver Außenradius \bar{r}_a bestimmen:

$$Z(c \rightarrow \infty) = f_{ct} \cdot 6 \cdot d_s = f_{ct} \cdot (\bar{r}_a - r_i) \quad (5-82)$$

$$\bar{r}_a = 8 \cdot d_s \quad (5-83)$$

Für praktische Anwendungen wird von SCHOBER [194] der vereinfachte bilineare Verlauf als ausreichend erachtet (Abbildung 5-15). Mit den modifizierten Grenzbedingungen der Gleichung (5-74) ergibt sich damit die Ringtragfähigkeit für beliebige Betondeckungen:

$$\frac{\tau_{max}}{f_{ct}} = \psi \cdot \left(0,5 + \frac{c}{d_s} \right) \leq 8 \cdot \psi \quad \text{für} \quad \frac{c}{d_s} \geq \frac{1}{2} \quad (5-84)$$

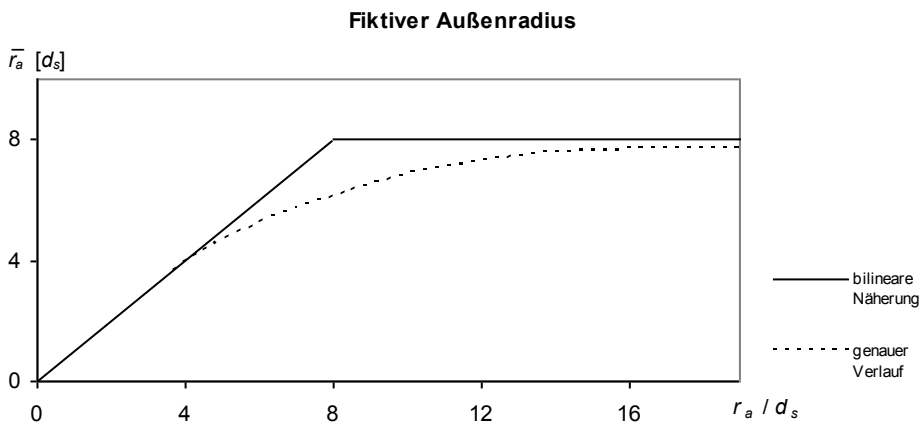


Abb. 5-15 Fiktiver Außenradius in Abhängigkeit vom Verhältnis Außenradius zu Stabdurchmesser nach SCHOBER [194]

Um den Einfluss einer Ringbewehrung A_{sq} bzw. a_{sq} zu berücksichtigen, betrachtet SCHOBER [194] auf der sicheren Seite liegend nur den elastischen Fall. Für die Querbewehrung gilt:

$$a_{sq} = \frac{A_{sq}}{s_q} \quad (5-85)$$

Mit:

s_q Stababstand der Querbewehrung

Eine Ringbewehrung nimmt Kräfte auf und erhöht die Tragfähigkeit. Im elastischen Zustand wird diese zusätzliche Tragfähigkeit über eine ideelle Fläche A_i ermittelt.

$$A_i = A_c \cdot (1 + \mu_{sq} \cdot n) \quad (5-86)$$

Mit:

$$\mu_{sq} = \frac{A_{sq}}{A_c} = \frac{a_{sq}}{1/2 \cdot (c + d_s/2)} \quad (5-87)$$

Damit gilt:

$$\frac{\tau_{max}}{\psi} \cdot \frac{d_s}{2} = f_{ct} \cdot A_i = f_{ct} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(c + \frac{d_s}{2} \right) \cdot \left[1 + \frac{a_{sq} \cdot n}{1/2 \cdot (c + d_s/2)} \right] \quad (5-88)$$

$$\frac{\max \tau_{sx}}{f_{ct}} = \psi \cdot \left[\left(0,5 + \frac{c}{d_s} \right) + \frac{2 \cdot a_{sq} \cdot n}{d_s} \right] \quad (5-89)$$

Mit:

$$0,5 + \frac{c}{d_s} \leq 8 \quad \text{und} \quad \frac{c}{d_s} \geq \frac{1}{2}$$

Um die Tragfähigkeit im gerissenen Zustand (Zustand II) des Betonzugringes zu bestimmen, wird von SCHOBER [194] der umgebende Beton um den Bewehrungsstab in gedachte Ringe (konzentrische Kreise) aufgeteilt. Wenn der am höchsten belastete innere Ring plastifiziert ist, treten aufgrund der Verträglichkeitsbedingungen Umlagerungen der Kräfte zu den weniger belasteten Ringen auf. Sobald die Maximaldehnung $\varepsilon_{c,max}$ erreicht ist, wird ein sichtbarer Riss entstehen. Enthält der Zugkörper eine Ringbewehrung, dann wird nach dem Auftreten des ersten sichtbaren Risses die Ringkraft größtenteils von der Bewehrung aufgenommen.

Daher gilt für reinen Zustand II:

$$\frac{\tau}{\psi} \cdot \tan \alpha \cdot \frac{d_s}{2} = p_r \cdot r_i = \sigma_{sq} \cdot a_{sq} \quad (5-90)$$

Mit $\tan \alpha = 1$ folgt:

$$\tau = 2 \cdot \psi \cdot \frac{a_{sq}}{d_s} \cdot \sigma_{sq} \quad (5-91)$$

Die Grenztragfähigkeit ist erreicht, wenn für die Stahlspannung σ_s die Streckgrenze f_{yk} des Stahls eingesetzt wird:

$$\tau_{max} = 2 \cdot \psi \cdot \frac{a_{sq}}{d_s} \cdot f_{yk} \quad (5-92)$$

Versagen des Kegels

Die höchste Belastung des Kegels findet an der Lasteinleitung durch die Rippe statt. An dieser Stelle ist die Belastung konzentriert und es findet eine Ausbreitung über die Kegeltiefe statt. An der Kegelspitze herrscht ein dreiachsiger Spannungszustand, der jedoch von SCHOBER [194] vereinfacht berücksichtigt wird. Er greift hierbei auf die Erkenntnis, dass die Festigkeit infolge des mehrachsigen Spannungszustandes stark davon abhängig ist, wie sich die konzentrierte Last in der Umgebung ausbreiten kann, zurück. Hierzu dient das Verhältnis von Verteilungsfläche A zu Lasteintragsfläche A_1 . Nach Abbildung 5-8 heißt das:

$$\frac{A}{A_1} = \frac{c_R \cdot \sin \alpha}{a_R / \cos \alpha} = 0,5 \cdot \frac{c_R}{a_R} = \frac{0,5}{f_R} \quad (5-93)$$

Die Festigkeitssteigerung erfolgt nach Bild 14 aus DIN 1045 [244] und dementsprechend mit dem Faktor

$$\sqrt{\frac{A}{A_1}} = \sqrt{\frac{0,5}{f_R}} \quad (5-94)$$

Für die aufnehmbare Spannung an der Kegelspitze bedeutet das:

$$\sigma_{Ro,max} = \eta \cdot f_{ck,cube} \cdot \sqrt{\frac{0,5}{f_R}} \quad (5-95)$$

Der Beiwert η wird durch Versuche ermittelt.

Gleichung (5-38) in Gleichung (5-95) eingesetzt, ergibt:

$$\frac{\tau_{max}}{f_{ck,cube}} = \eta \cdot \psi \cdot \sqrt{0,5 \cdot f_R} \quad (5-96)$$

MARTIN & NOAKOWSKI [121] haben in Versuchen die maximale Verbundspannung in Abhängigkeit der bezogenen Rippenfläche gemessen. Für $\eta \approx 2,0$ erreicht SCHOBER [194] eine gute Annäherung an diese Versuchsergebnisse.

Nach Überschreitung der maximalen Druckfestigkeit des Kegels kommt es zu einem Abfall der aufnehmbaren Verbundspannungen bei gleichzeitig zunehmender Relativverschiebung. Diese Reduktion der aufnehmbaren Verbundspannung geht bis zum Niveau der Verbundspannung von vergleichbaren glatten Bewehrungsstäben.

5.5.6 Zusammenfassung

Unterhalb der Versagenslasten resultiert das Verbundgesetz nur aus der Verformung des Kegels. Abhängig von der Versagensart ändert sich die Verbundcharakteristik nach Überschreiten der maximalen Verbundfestigkeit (Abbildung 5-16).

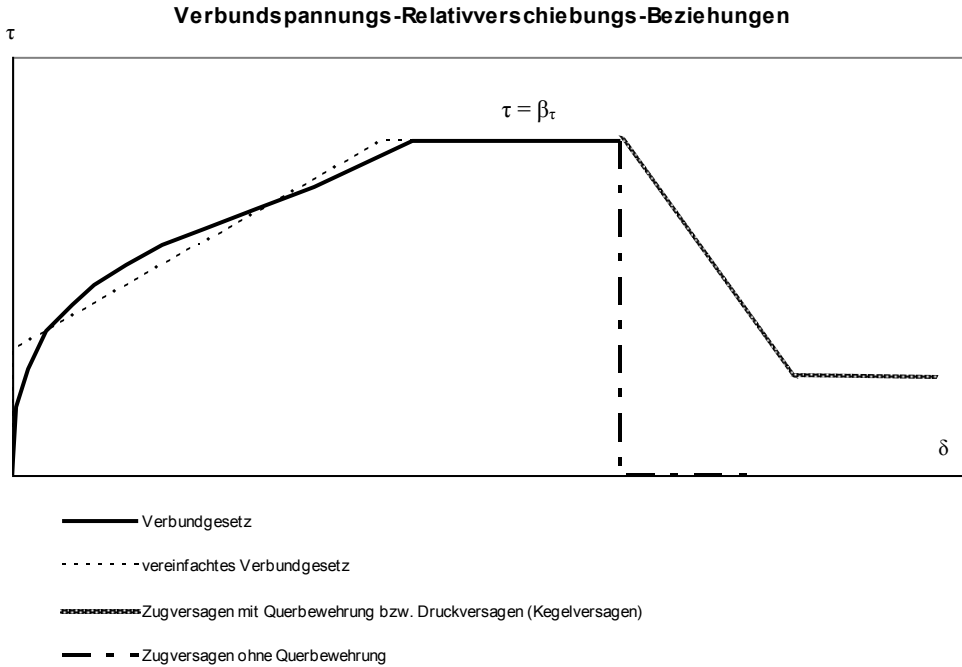


Abb. 5-16 Analytisches Verbundgesetz nach SCHÖBER [194]

Im Fall von Druckversagen liegt die maximale Verbundspannung bei Beginn des Kegelversagens an. Bei weiterer Relativverschiebung verbleibt die Verbundspannung erst auf diesem Niveau und fällt dann ab. Der abfallende Ast geht bis zur Mindestverbundspannung zurück. Die Mindestverbundspannung resultiert aus einem Vergleich des Verbundverhaltens von glatten Bewehrungsstäben.

Beim Versagen des Zugringes, also dem Zugversagen, wird die maximale Höchstlast durch die Betondeckung und einer eventuell vorhandenen Querbewehrung bestimmt. Die Querbewehrung steuert den Versagensverlauf. Bei fehlender Querbewehrung tritt ein schlagartiges Versagen ein und es ist keinerlei Verbundspannung mehr möglich. Ansonsten ist ein ähnlicher Rückgang wie beim Druckversagen der Fall.

Kapitel 6

Aufbau des analytischen Verbundmodells

Bisherige Verbundgesetze basieren meistens auf empirischen Untersuchungen und besitzen nur eine begrenzte Einsatzfähigkeit. Dies liegt daran, dass empirische Verbundgesetze auf bestimmte Versuchsergebnisse abgestimmt sind und so meist für andere Versuche aufgrund zu großer Abweichungen nicht anwendbar sind. Andere Verbundgesetze, wie z. B. CEB-FIP MODEL CODE [239], [241] sind für Maximallasten konzipiert und daher für alltägliche Nachweise, die unter Beachtung der Gebrauchstauglichkeit geführt werden, nicht anwendbar. SCHÖBER [194] hat ein analytisches Verbundgesetz erstellt, jedoch mit den Einschränkungen, dass für die drei verschiedenen Versuchskörper immer die gleichen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen entstehen. Auch der Einfluss einer Querbelaugung geht nicht in dieses Verbundgesetz ein. Im folgenden Kapitel wird ein analytisches Verbundgesetz erstellt, das diese Kriterien erfüllt.

Das in diesem Kapitel vorgestellte und neu entwickelte Verbundgesetz soll mit einer begrenzten Anzahl an Parametern auskommen. Nicht die Anzahl der verwendeten Parameter, sondern die Auswahl der Entscheidenden, ist wichtig für die Modellierung des Verbundverhaltens. Zu viele Parameter simulieren nur eine Scheingenauigkeit, die beim Werkstoff Beton aufgrund dessen großer Streubreite nicht erreicht werden kann. Durch das analytische Verbundgesetz sollen des Weiteren in der Vergangenheit beobachtete Einflüsse nicht mit Beiwerten, sondern durch das Fachwerkmodell selbst eingehen.

Zuerst wird in diesem Kapitel das Verbundverhalten in Folge der Schädigung des umgebenden Betons untersucht. Anschließend werden Verbunduntersuchungen mit dem Finite-Elemente-Programm Abaqus vorgenommen. Danach werden die Ansätze und Ideen des analytischen Modells dargestellt. Das Verbundmodell selbst und seine Parameter werden im darauffolgenden Abschnitt behandelt. Die Besonderheiten bei der Anwendung des neu entwickelten Verbundgesetzes werden zum Abschluss im letzten Abschnitt beschrieben.

6.1 Verbundverhalten in Folge der Schädigung des umgebenden Betons

Im folgenden Abschnitt wird der allgemeine Kurvenverlauf von Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen analysiert. Darauf basierend wird das analytische Verbundmodell entwickelt.

Von ELIGEHAUSEN et al. [46] wurden Versuche an Ausziehkörpern mit verschiedenen Randbedingungen durchgeführt. Wie in Abbildung 6-1 und Tabelle 6-1 zu sehen ist, unterscheiden sich die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen in diesen Versuchen erheblich. Genauere Details zu den Versuchsbedingungen sind bei den genannten Autoren zu finden und sollen hier nicht weiter vertieft werden. Aus diesem Resultat wird ersichtlich, dass Versuchsergebnisse aus der Literatur sich aufgrund der zahlreichen Variationsmöglichkeiten der Versuchsdurchführung nur sehr schwer miteinander vergleichen lassen.

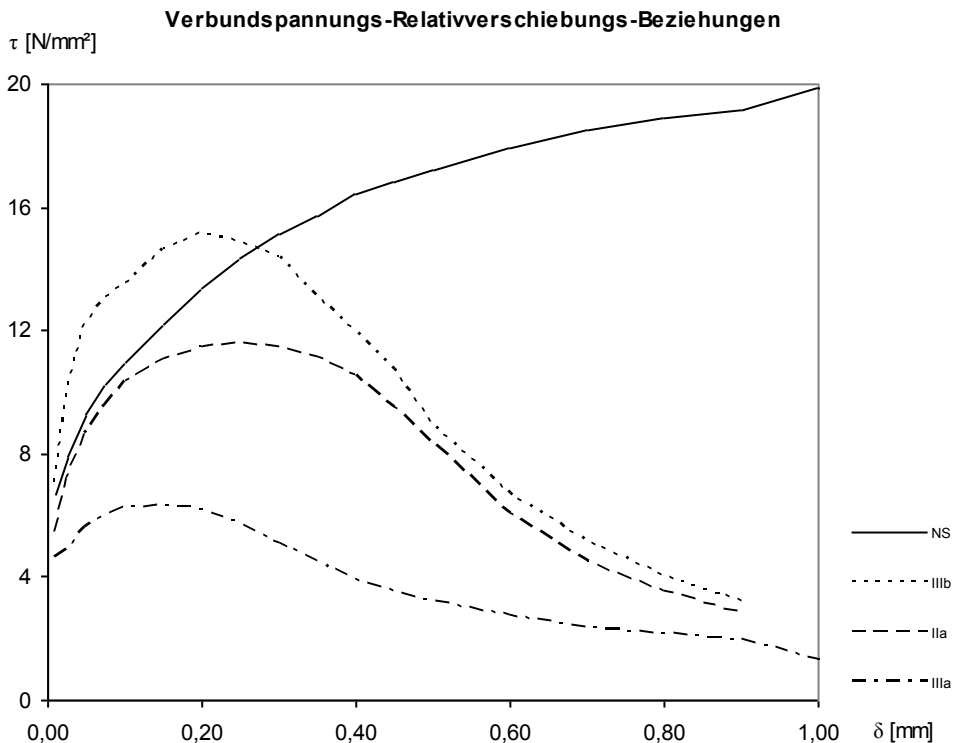


Abb. 6-1 Unterschiedliche Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen in Abhängigkeit der Randbedingungen nach ELIGEHAUSEN et al. [46]

Tab. 6-1 Verbundspannung und Relativverschiebung in Abhängigkeit der Randbedingungen aus ELIGEHAUSEN et al. [46]

| Versuchs- serie | NS | | IIa | | | IIIa | | IIIb | | |
|--------------------|---|-------|------------------------------|-------|-------|-----------------------------|------|---|-------|-------|
| | Normaler Aus- zugversuch | | Prüfkörper mit Trennblech | | | Prüfkörper mit Zellgummi | | Ausziehkörper, exzentrische Stablage | | |
| | b | c | a | b | c | a | b | a | b | c |
| Schlupf [mm] | Verbundspannung [N/mm ²] | | | | | | | | | |
| 0,010 | | 6,67 | 5,98 | 5,04 | 5,48 | 4,67 | 4,59 | 7,09 | 6,12 | 9,38 |
| 0,025 | | 7,92 | 9,57 | 6,42 | 7,21 | 5,08 | 4,87 | 10,01 | 5,48 | 12,44 |
| 0,050 | 4,09 | 9,31 | 10,89 | 7,55 | 8,61 | 5,49 | 5,56 | 12,23 | 10,70 | 13,35 |
| 0,075 | | 10,29 | 11,14 | 8,37 | 9,56 | 5,97 | 5,98 | 13,07 | 11,40 | 13,90 |
| 0,100 | 8,18 | 10,98 | 11,14 | 8,94 | 10,33 | 6,32 | 6,26 | 13,48 | 12,09 | 14,11 |
| 0,150 | 10,91 | 12,23 | 9,88 | 9,63 | 11,03 | 6,18 | 6,33 | 14,60 | 13,48 | 14,94 |
| 0,200 | 12,96 | 13,35 | 8,88 | 10,20 | 11,41 | 5,49 | 6,19 | 15,15 | 14,46 | 15,50 |
| 0,250 | 13,64 | 14,32 | 7,81 | 9,76 | 11,54 | 5,08 | 5,70 | 14,87 | 14,87 | 15,64 |
| 0,300 | 13,64 | 15,15 | 6,99 | 8,69 | 11,45 | 4,74 | 5,07 | 14,32 | 14,60 | 15,22 |
| 0,350 | 14,46 | 15,71 | 6,36 | 7,62 | 11,09 | 4,60 | 4,45 | 13,07 | 13,62 | 14,25 |
| 0,400 | 15,69 | 16,40 | 5,73 | 7,05 | 10,52 | 4,32 | 3,89 | 11,96 | 12,09 | 12,65 |
| 0,450 | 16,10 | 16,82 | 5,23 | 6,61 | 9,50 | 4,12 | 3,48 | 10,70 | 10,98 | 10,77 |
| 0,500 | 19,37 | 17,24 | 4,85 | 6,17 | 8,29 | 3,84 | 3,20 | 8,90 | 10,15 | 9,52 |
| 0,600 | 17,46 | 17,93 | 4,09 | 5,16 | 6,06 | 3,57 | 2,71 | 6,67 | 7,92 | 7,51 |
| 0,700 | 18,28 | 18,49 | 3,46 | 3,97 | 4,46 | 3,30 | 2,36 | 5,14 | 5,84 | 6,19 |
| 0,800 | 18,82 | 18,91 | 3,02 | 3,02 | 3,51 | 2,88 | 2,15 | 4,03 | 5,00 | 5,00 |
| 0,900 | 18,96 | 19,18 | 2,64 | 2,39 | 2,81 | 2,68 | 1,95 | 3,20 | 4,31 | 4,17 |
| 1,000 | 19,10 | 19,88 | 1,89 | | | 1,58 | 1,32 | | | |
| 2,000 | 17,46 | 18,07 | | | | 0,67 | 0,83 | | | |
| 3,000 | 15,28 | 15,57 | | | | | 0,70 | | | |
| 4,000 | 12,55 | 12,65 | | | | | 0,56 | | | |
| 5,000 | 10,78 | 10,56 | | | | | 0,49 | | | |
| 7,500 | 7,09 | 6,95 | | | | | 0,21 | | | |
| 10,000 | 4,77 | 5,56 | | | | | 0,21 | | | |

6.1.1 Verbundverlauf in Abhängigkeit vom Schädigungsfortschritt im Beton

Aus der Mechanik ist bekannt, dass die auf der Verbundlänge l_v und den Umfang U_s übertragene Kraft F der mittleren Verbundspannung τ entspricht:

$$\tau = \frac{F}{U_s \cdot l_v} \quad (6-1)$$

Die Verbundspannung τ wird hierbei als konstanter Wert über die Verbundlänge l_v betrachtet, dies entspricht jedoch nicht der Realität im Stahlbeton. Wie in Abbildung 6-2 zu sehen ist, besteht im Stahlbeton kein starrer, sondern verschieblicher Verbund. Das bedeutet, die Verbundspannung ändert sich in Abhängigkeit der Schädigung des umgebenden Betons. Aus der Schädigung des Betons resultiert eine Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton. Damit lässt sich theoretisch ein Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Relativverschiebung bei gleicher Schädigung des umgebenden Betons herstellen. Praktisch ist dies jedoch nicht möglich, da der Schädigung des umgebenden Betons nicht immer die gleiche daraus resultierende Relativverschiebung zugeordnet werden kann.

Im Folgenden wird ein Ausschnitt eines Stahlbetonkörpers betrachtet. Nach LEONHARDT [106] gibt es die drei Arten, Haft-, Scher- und Reibverbund um Verbundkräfte zu übertragen. Die Stadien beschreiben die Rissbildung bei zunehmender Laststeigerung und die entsprechend wirkende Verbundart. Die Laststeigerung ist an der daraus resultierenden Relativverschiebungszunahme zu erkennen.

Stadium 1: Primärrissbildung

Infolge der Relativverschiebung entstehen an den Rippen erste ungeöffnete Risse quer zum Bewehrungsstab. Es handelt sich bei diesem Bereich um den Übergang vom Haft- zum Scherverbund im ungerissenen Beton.

Stadium 2: Biegung der Betonkonsolen

Unter der zunehmenden Relativverschiebung öffnen sich die Risse quer zum Stab und eine Biegung der Betonkonsolen findet statt. Es wirkt der Scherverbund mit sekundärer Rissbildung.

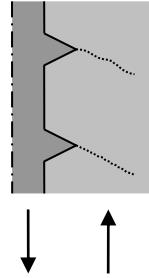
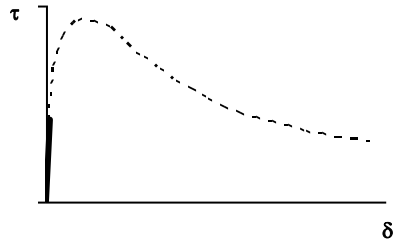
Stadium 3: Abspalten der Betonkonsolen – Dilatanz

Zu den sekundären Querrissen stellen sich Längsrisse parallel zum Bewehrungsstahl ein. Der Verbund befindet sich noch im Scherverbund und am Ende dieses Bereiches beginnt der Übergang zum Reibverbund.

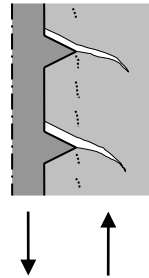
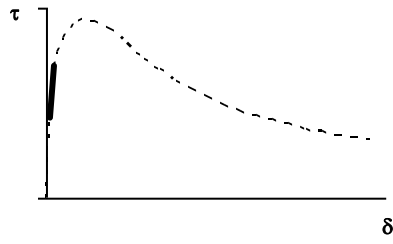
Stadium 4: Trennflächen geglättet – Kontraktanz

In diesem Abschnitt herrscht Reibverbund. Mit Zunahme der Relativverschiebung werden die Trennflächen geglättet und die Verbundkräfte nehmen ab.

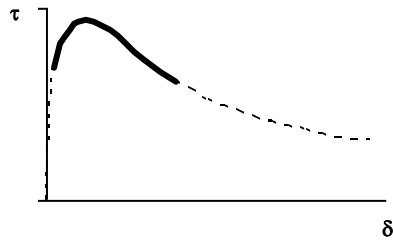
Stadium 1:



Stadium 2:



Stage 3:



Stadium 4:

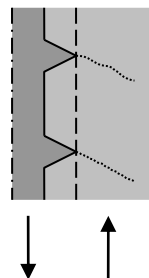
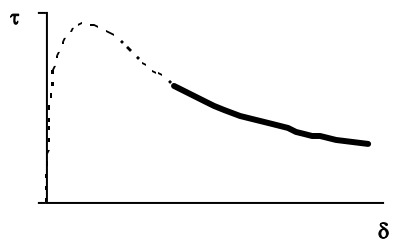


Abb. 6-2 Stadien des Verbundbruchs aus AUER & STEMPNIOWSKI [4]

Da der umgebende Beton über die gesamte Bewehrungslänge unterschiedliche Schädigungsgrade erfährt, ist eine differenzierte Betrachtung der Verbundspannung τ sowie die Abhängigkeit der entsprechenden Parameter von Interesse. Dazu gibt es einerseits analytische Verfahren, bei denen das Verbundverhalten zwischen Beton und Stahl durch eine Differentialgleichung beschrieben wird und andererseits die numerischen Verfahren. Diese bedienen sich meist der Finiten-Elemente-Methode bei denen der Verbund durch entsprechende Verbundelemente berücksichtigt wird.

6.1.2 Beobachtungen des Verbundverhaltens

Die τ - δ -Beziehungen der drei verschiedenen Versuchs körpertypen folgen alle dem in Abbildung 6-3 qualitativ dargestellten Verlauf aus dem CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]. Im Prinzip entspricht der Verbundspannungsverlauf des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] dem Verlauf aus Abbildung 6-2 in Abschnitt 6.1.1. Die in Abbildung 6-2 experimentell ermittelten Verbundspannungsverläufe unterscheiden sich dahingehend, dass hierbei immer die gleiche Stelle betrachtet wurde und die Last gesteigert wurde. CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] in Abbildung 6-3 hingegen betrachtet die Verbundspannungen am gesamten Verbundkörper in Abhängigkeit der Relativverschiebung und ändert hierbei nicht die auf den Verbundkörper aufgebrauchte Belastung. Zur Ursachenforschung für diesen Kurverlauf wurde in Abbildung 6-4 ein Ausziehversuch von EIBL & NEUROTH [37] in zwei Diagramme aufgeteilt, erstens Verbundspannung über die Länge und zweitens Relativverschiebung über die Länge. Aus dieser Aufteilung werden die vier Bereiche des Verlaufs aus CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] ersichtlich, diese vier Abschnitte entsprechen in Abbildung 6-2 der Reihenfolge des Verbundbruchs.

Bereich 1 – ansteigender Ast:

Der ansteigende Ast der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung weist einen deutlich nichtlinearen Charakter auf. Mit zunehmender Relativverschiebung entsteht ein kontinuierlicher Steifigkeitsabfall infolge der sukzessiven Zerstörung des Betongefüges an der Vorderseite der Rippen, der daraus entstehenden Glättung der Reibflächen sowie dem Wachstum der inneren Sekundärrisse. Im Vergleich zu den anderen Bereichen zeichnen sich die Werte des aufsteigenden Astes durch geringe Relativverschiebungen aus. Mit ansteigenden Werten der Relativverschiebung steigen ebenfalls die Werte der Verbundspannung. Eine Korrelation zwischen ansteigender Relativverschiebung und zunehmender Verbundspannung gibt es nur in einem Bereich auf der Länge des Verbundkörpers. Dies ist der Abschnitt, in dem mit zunehmender Entfernung von der Lasteinleitung die Relativverschiebung abnimmt. Hierbei reduziert sich auch die Verbundspannung. Somit entsteht ein Zusammenhang zwischen abnehmender Verbundspannung und abnehmender Relativverschiebung, der sich in der Verbundspannungsrelativverschiebung als ansteigender Ast darstellt.

Bereich 2 – Maximale Verbundspannung:

Die maximale Verbundspannung wird von zwei Faktoren begrenzt. Das ist zum einen das Versagen des Zugrings des Betons, dies führt zu einem Spalten des Versuchs körpers an der Stelle des Zugringversagens und ist mit einem sofortigen Abfall

der Verbundspannung gekennzeichnet. Zum anderen besteht die Möglichkeit eines Druckversagens des Betonkegels in Rippennähe bzw. des Abscherens der Betonkonsole zwischen der Rippe.

Bereich 3 – abfallender Ast:

Dieser Bereich und Bereich 4 entstehen nur bei Druckversagen. In den getrennten Diagrammen in der Abbildung 6-4 ist zu erkennen, dass es sich hierbei um den Lasteinleitungsbereich handelt. Hierbei fällt die Verbundspannung mit zunehmender Relativverschiebung ab. Die Ursache dieses Verhaltens liegt im Druckversagen. Der Beton versagt vor den Rippen, was zu einer geringeren möglichen Übertragung von Verbundspannungen bei gleichzeitig zunehmenden Relativverschiebungen führt. Wenn die Betonkonsolen komplett abgesichert sind, wirken aufgrund der Rauigkeit zwischen der abgesicherten Betonkonsole und dem umgebenden Beton Reibungskräfte. Mit zunehmender Relativverschiebung werden die Flächen des Schubrisses geglättet und die Verbundspannungen nehmen ab.

Bereich 4 – konstante Verbundspannung:

Nachdem die Oberfläche der abgesicherten Betonkonsolen so weit geglättet wurde, dass mit zunehmender Relativverschiebung keine Minderung der Rauheit stattfindet, bleibt die Verbundspannung konstant. Dieses Verbundverhalten ist vergleichbar mit dem eines glatten Bewehrungsstabes.

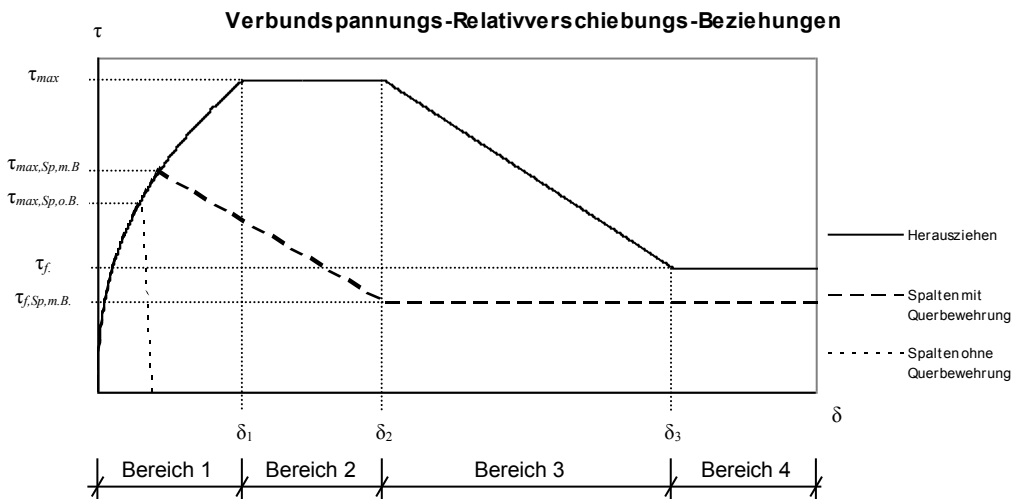


Abb. 6-3 Qualitative Kurve der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] inklusive der Bereicheinteilung

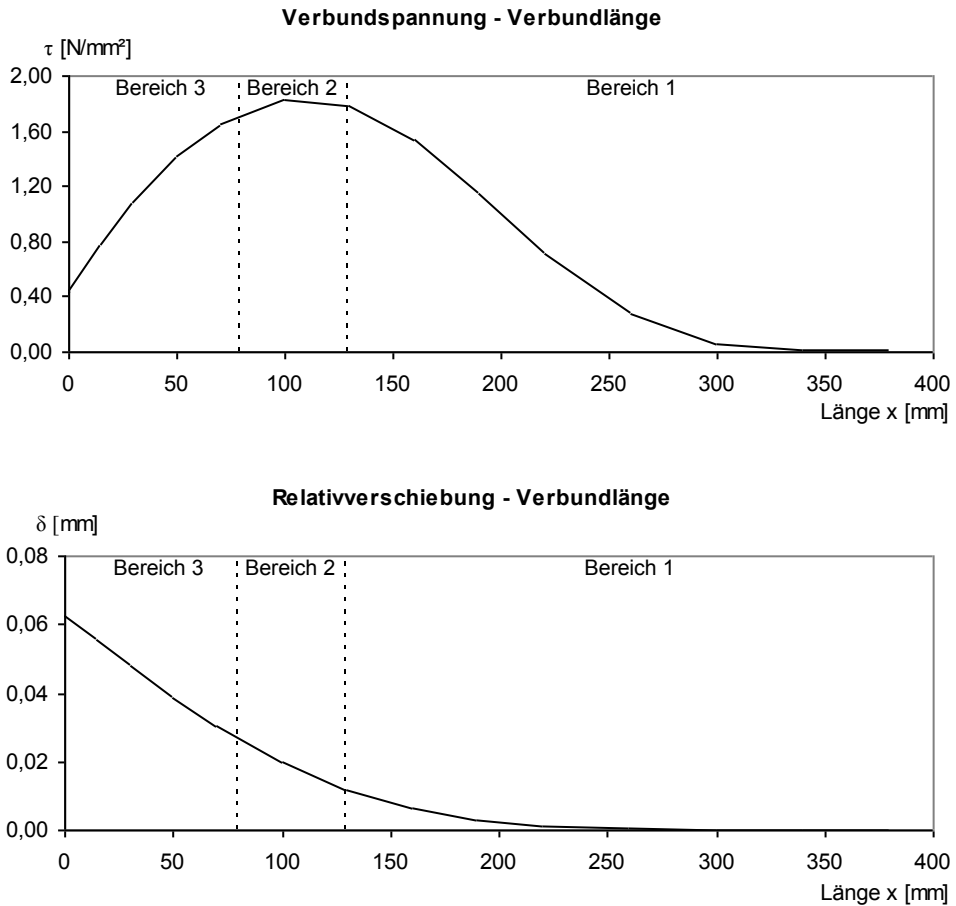


Abb. 6-4 Bereiche des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] in die Auswertung eines Auszugversuchs von EIBL & NEUROTH [37] eingetragen

Einen Einfluss des Lastniveaus auf die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung beschreiben FERNÁNDEZ RUIZ et al. [53] und MUTTONI & FERNÁNDEZ RUIZ [137] (Abbildung 6-5). Durch CEB-FIP MODEL CODE 90 [239] bzw. CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] hingegen werden keine Lastzustände berücksichtigt. Nach MUTTONI & FERNÁNDEZ RUIZ [137] erlaubt die Berücksichtigung des Lastniveaus eine breite Annahme von Verbundgesetzen, inklusive dem Verbundgesetz nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]. Von WILDERMUTH [226] und WILDERMUTH & HOFMANN [225] wird ebenfalls ein Verbundgesetz mit variablen maximalen Verbundspannungen angewendet.

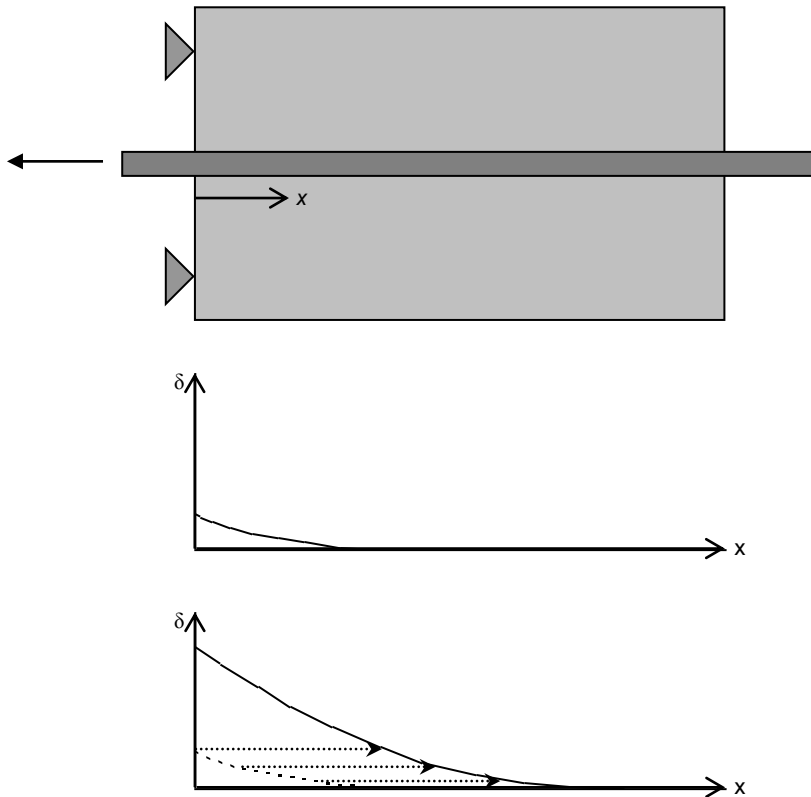


Abb. 6-5 Einfluss Lastniveau nach MUTTONI & FERNÁNDEZ RUIZ [137]

Da das Lastniveau in CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] nicht berücksichtigt wird, passt die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung nicht für jede Versuchsdurchführung. Bei geringen Belastungen liegt die Kurve deutlich über den in Versuchen ermittelten Kurven (Abbildung 6-6). Erst die Berücksichtigung des Randeinflusses durch den Abminderungsfaktor λ begrenzt das Anwachsen der Verbundspannung, trotzdem sind die mit CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] ermittelten Verbundspannungen noch etwa doppelt so hoch wie die Experimentalergebnisse. Der Grund für dieses Verhalten liegt darin, dass der Beton im Randbereich schon bei geringer Last deutlich geschädigt wird. Daher steigt zwar die Relativverschiebung an, aber es findet keine Verbundspannungszunahme statt. Erst mit Zunahme der Belastung steigen im Inneren des Verbundkörpers die Relativverschiebung und die mögliche Verbundspannung an. Im Fall von geringen Belastungen entstehen an dieser Stelle, also im Inneren, nur geringe Relativverschiebungen, da dort auch nur geringe Kräfte übertragen werden müssen.

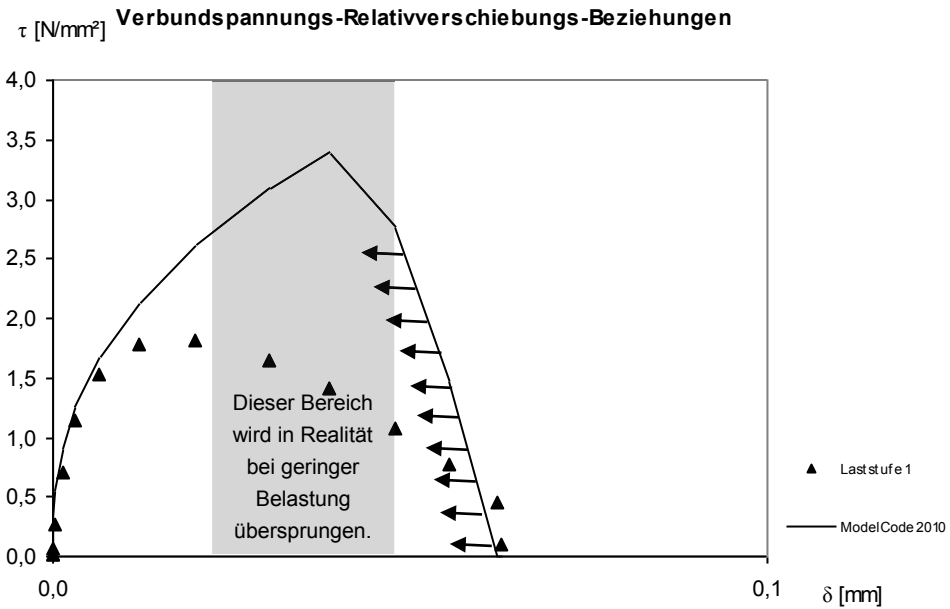
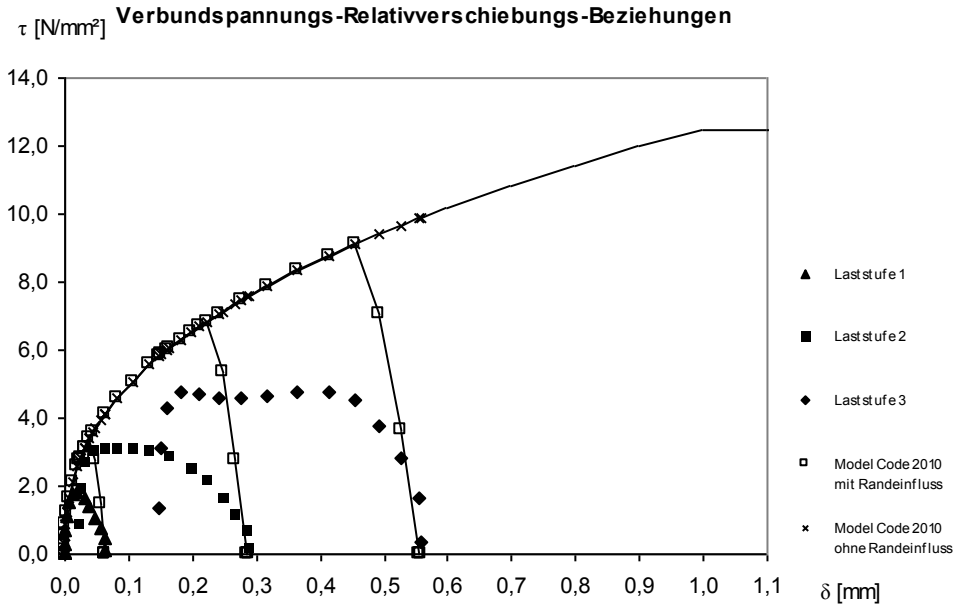


Abb. 6-6 Vergleich der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen zwischen CEB-FIP MODEL CODE 90 [239] bzw. CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und den Versuchsergebnissen eines Ausziehkörpers von EIBL & NEUROTH [37]

Das bedeutet, dass bei geringen Belastungen die theoretisch nach der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung maximal mögliche Verbundspannung nicht erreicht wird. Es entfällt quasi der mittlere Bereich der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und der absteigende Ast wird an diese Stelle verschoben (Abbildung 6-6). Da der Versuchskörper unter niedrigen Belastungen nur geringe Relativverschiebungen erfährt, der Verbund im Lasteinleitungsbereich aber trotzdem erheblich geschädigt wird, wird der abfallende Ast des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] nach dem Herausschneiden des Maximalbereichs in Richtung geringerer Relativverschiebungen verschoben. Wird die Last gesteigert, erfährt der Lasteinleitungsbereich größere Relativverschiebungen, kann aber nicht mehr Verbundspannungen aufbauen und der abfallende Ast wird in Richtung größerer Relativverschiebungen verschoben.

Daraus ergibt sich, dass eine Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung alleine nicht aussagekräftig sein kann. Denn einer Relativverschiebung können verschiedene Verbundspannungen zugeordnet sein.

6.2 Untersuchungen mit dem Finite-Elemente Programm Abaqus

Um die aufwendige und unsichere Messtechnik der experimentellen Untersuchungen zu umgehen, wurden Versuche mit Finite-Elemente-Programmen nachgerechnet. So wurden von MAINZ et al. [115] und MAINZ & STÖCKL [116], [117] Ausziehversuche mit Finite-Elemente-Berechnungen simuliert.

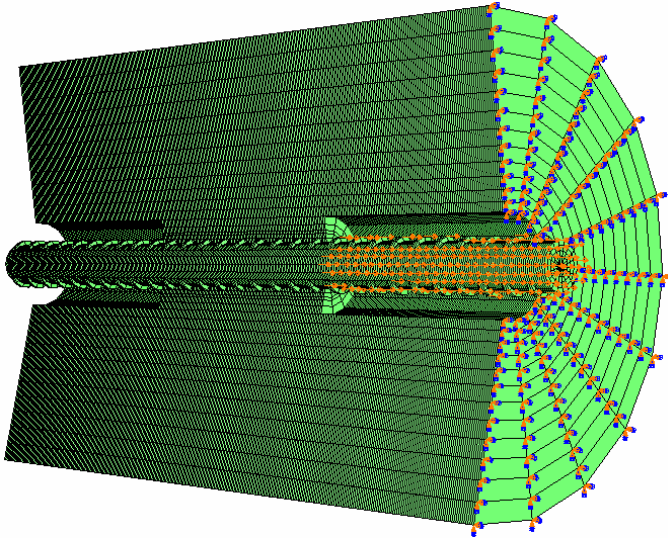
Modellierung

BIRKHOLZ [11] modelliert und untersucht in seiner Arbeit die drei verschiedenen Versuchskörpertypen mit Hilfe des Finite-Elemente Programms Abaqus (Abbildung 6-7). Die Modellierung erfolgte mit 3D-Volumenelementen (C3D8) mit acht Integrationspunkten. Die folgenden Untersuchungen zu den Spannungsverläufen bzw. -unterschieden in den Versuchskörpern wurden an dem Modell von BIRKHOLZ [11] durchgeführt und erlauben so Rückschlüsse über das Verbundtragverhalten, ohne dass aufwendige Versuchsaufbauten notwendig sind. Für diesen Vergleich wurden die Abmessungen aus Tabelle 6-2 für die Versuchskörper gewählt. Der Dehnkörper wird aus Symmetriegründen doppelt so lange modelliert.

Die relativ kurzen Verbundlängen sind der Rechenzeit geschuldet. Die Berechnungen sind aufgrund der gewählten Elemente und der Netzfeinheit sehr zeitintensiv. Um Aussagen über das Spannungsverhalten vor der Rippe zu treffen, ist die angenommene Verbundlänge jedoch vollkommen ausreichend.

Neben der Verzahnungswirkung zwischen Betonkonsole und Stahlrippe wird ein geringer Anteil Haftverbund definiert um die Adhäsionskräfte zu simulieren.

Ausziehkörper:



Dehnkörper:

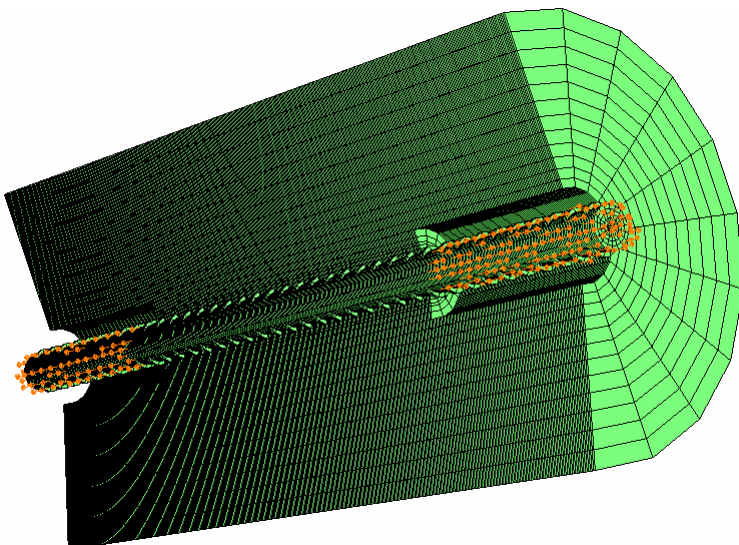


Abb. 6-7 Versuchskörpermodellierung von BIRKHOLZ [11]

Tab. 6-2 Abmessungen der Finite-Elemente-Versuchskörper

| | Ausziehkörper | Ausdrückkörper | Dehnkörper |
|-------------------|---------------|----------------|------------|
| Verbundlänge | 108 mm | 108 mm | 216 mm |
| Körperdurchmesser | 200 mm | 200 mm | 200 mm |
| Stabdurchmesser | 20 mm | 20 mm | 20 mm |
| Rippenabstand | 12 mm | 12 mm | 12 mm |

Numerische Simulation

In der Simulation wurden die Stäbe jeweils mit einer weggesteuerten Belastung und einer Geschwindigkeit von 0,002 mm / s um 1,5 mm ausgezogen bzw. eingedrückt. Dieser Wert erlaubt eine Beobachtung der Spannungsänderungen über die einzelnen Rippen. Jeder Versuchskörper wurde zuerst ohne und dann mit Querdruck simuliert. Von hervorgehobener Bedeutung ist die Beanspruchung des Betons, daher wurde zur besseren Übersicht der Bewehrungsstab freigeschnitten.

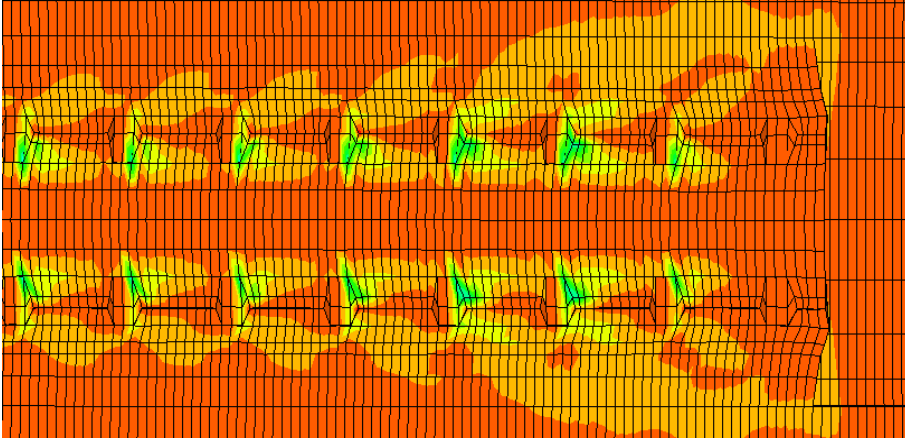
Mit Hilfe der Ausgabevariable DamageT lässt sich der Rissfortschritt darstellen (Abbildungen 6-16 und 6-17). Bei Erreichen der kritischen Dehnung im Betonelement wird dessen E-Modul um 95 % reduziert. Dadurch wird der Anteil dieses Elements an der Gesamtsteifigkeit deutlich reduziert und ein Ausfall des Elements simuliert.

Auswertung

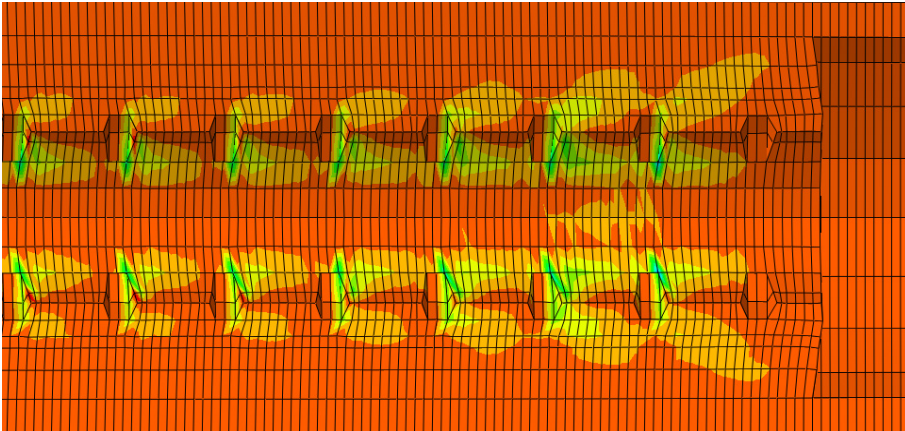
Im Fokus dieser Untersuchungen lagen die Beanspruchungen des Betons vor der Rippe. Eine exakte Nachrechnung der Verbundversuche war nicht Ziel dieser Analysen, dazu wären aufwendige Kalibrierungen notwendig gewesen, die in diesem Zusammenhang nicht zielführend sind. Die Auswertungen der FE-Berechnungen ergaben, dass bei jedem der drei Versuchskörper vor der Rippe Druckspannungen in Stabrichtung entstehen. Dies ist unabhängig davon, ob der restliche Beton unter Zug- oder Druckbeanspruchung steht. Im Vergleich zu der Beanspruchung vor der Rippe ist die Spannung im restlichen Beton marginal. Daher liegen sowohl die positiven als auch die negativen Spannungen des Betons im gleichen Farbspektrum für geringe Belastungen. Es zeigt sich in der Auswertung, dass die Drucktrajektorien vor der Rippe und damit die Druckstreben unterschiedlich geneigt sind. Der Winkel zwischen Stabachse und Druckstrebe ist dabei abhängig vom Versuchskörpertyp. Der kleinste Winkel entsteht beim Ausdrückkörper, gefolgt vom Ausziehkörper. Der Dehnkörper besitzt den größten Winkel zwischen Stabachse und Druckstrebe. Im Lasteinleitungsbereich wächst bei allen Körpern der Winkel deutlich an.

Einen weiteren Einfluss auf die Druckstrebe besitzt die Querbeanspruchung. Unter Querdruck reduziert sich bei allen Versuchskörpern die Neigung der Druckstrebe. Damit wird der Winkel zwischen Stabachse und Druckstrebe geringer.

Ausziehkörper – ohne Querdruck:



Ausdrückkörper – ohne Querdruck:



Dehnkörper – ohne Querdruck:

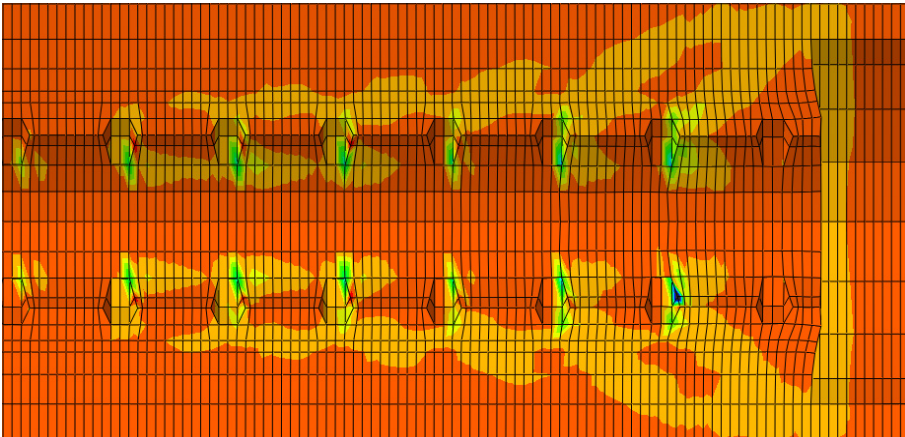
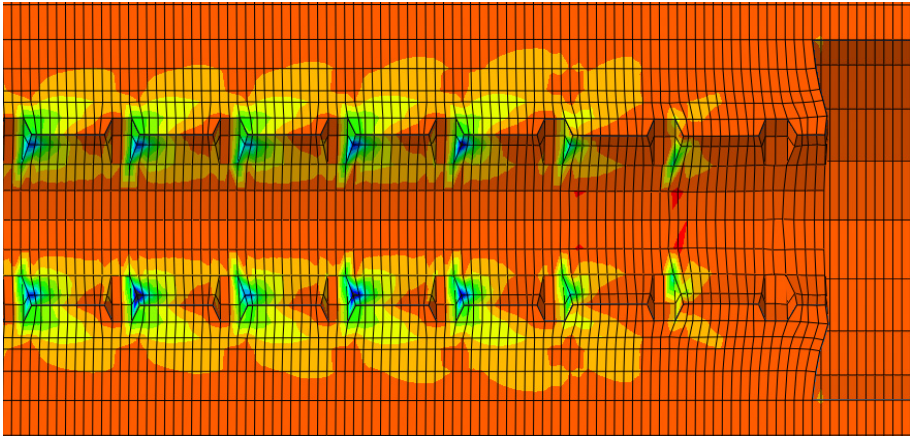
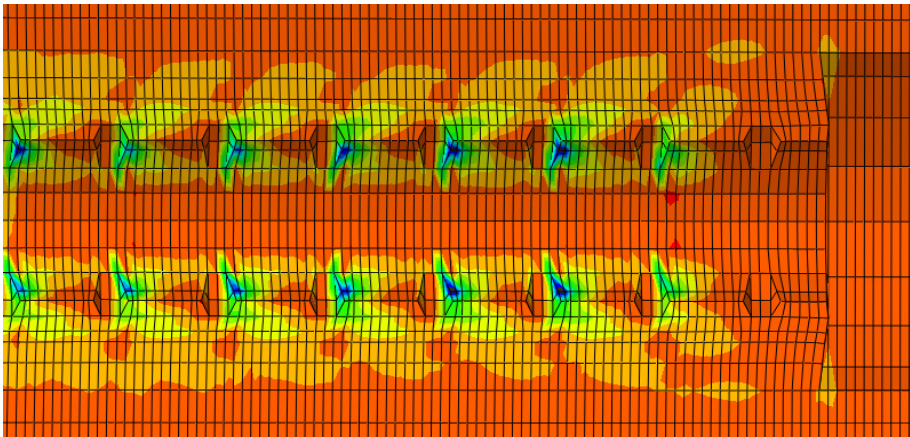


Abb. 6-8 Normalspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)

Ausziehkörper – mit Querdruck:



Ausdrückkörper – mit Querdruck:



Dehnkörper – mit Querdruck:

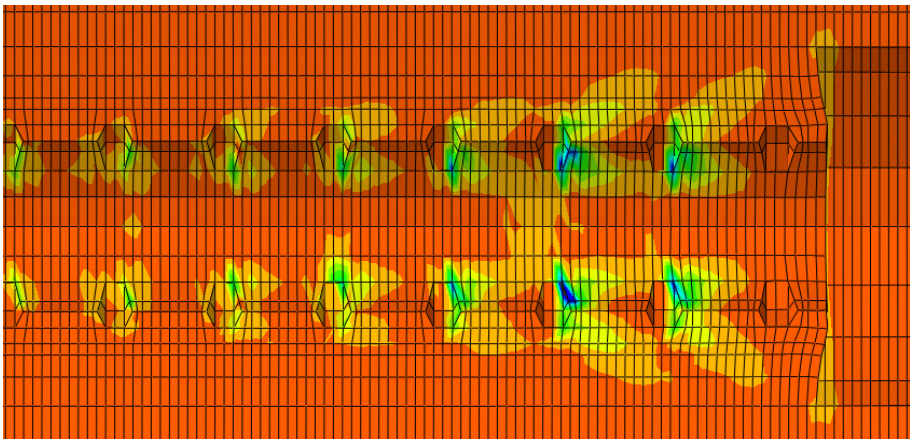
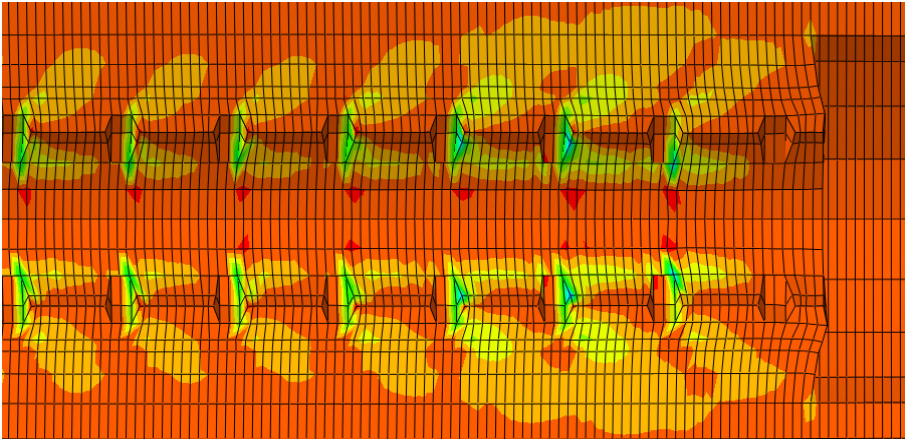
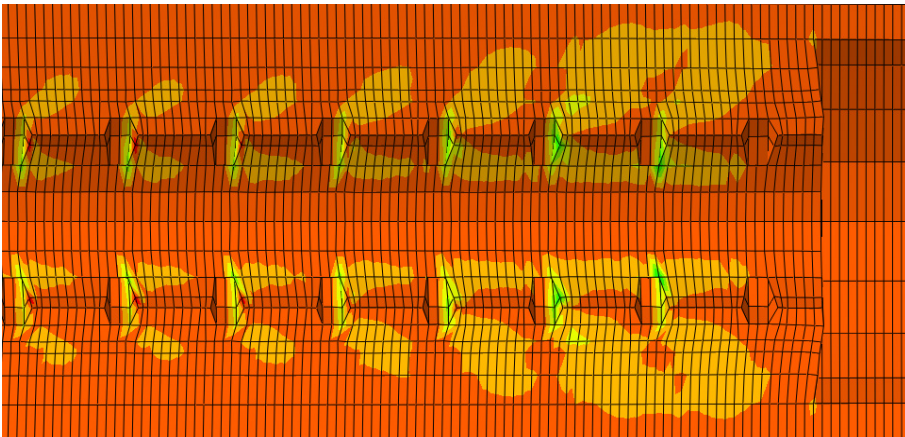


Abb. 6-9 Normalspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)

Ausziehkörper – ohne Querdruck:



Ausdrückkörper – ohne Querdruck:



Dehnkörper – ohne Querdruck:

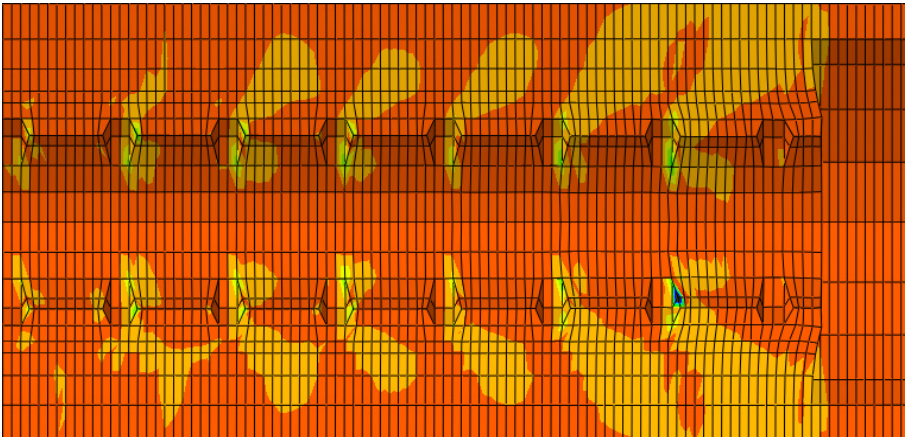
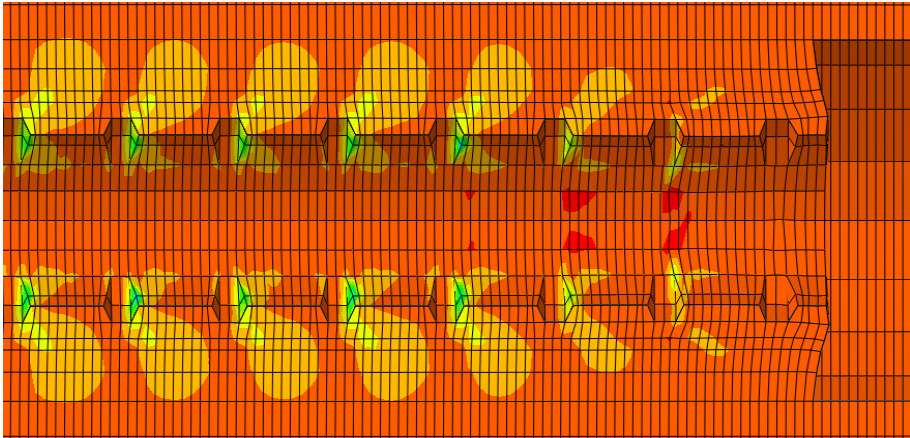
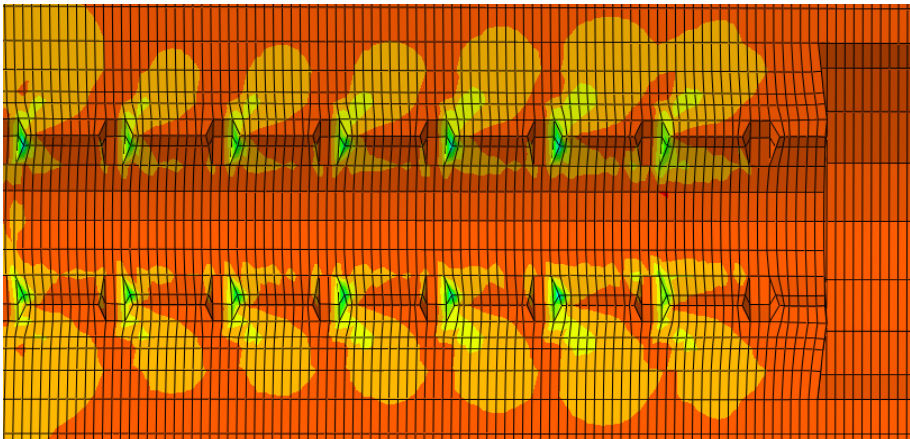


Abb. 6-10 Radialspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)

Ausziehkörper – mit Querdruck:



Ausdrückkörper – mit Querdruck:



Dehnkörper – mit Querdruck:

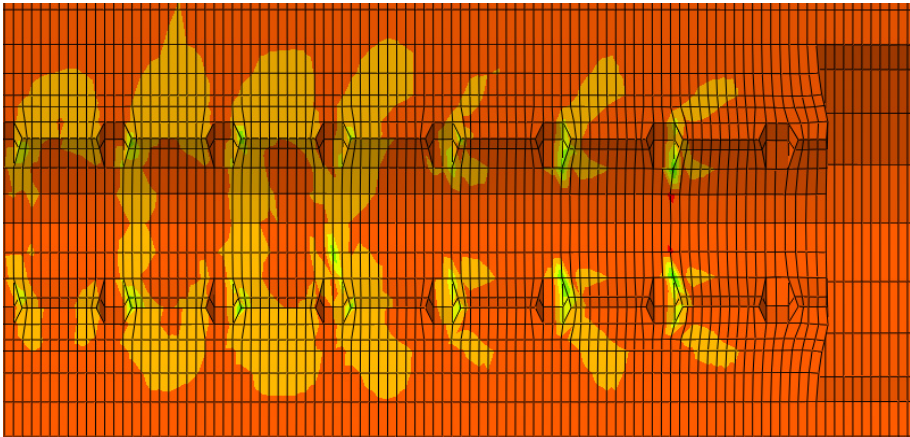
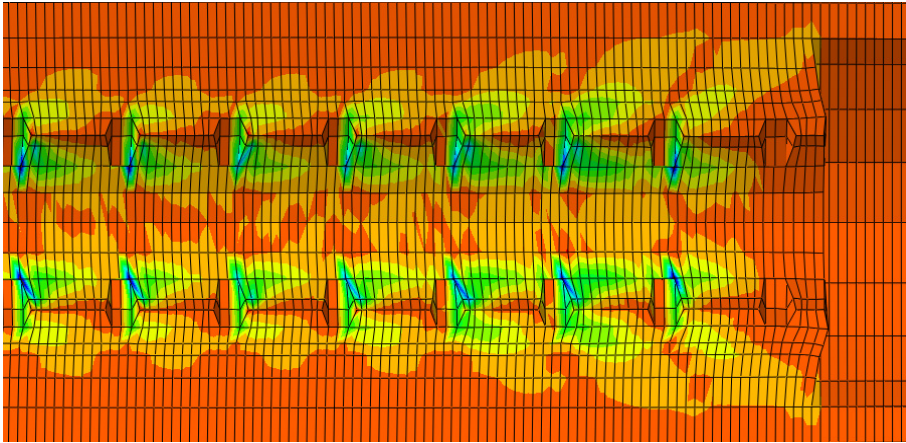
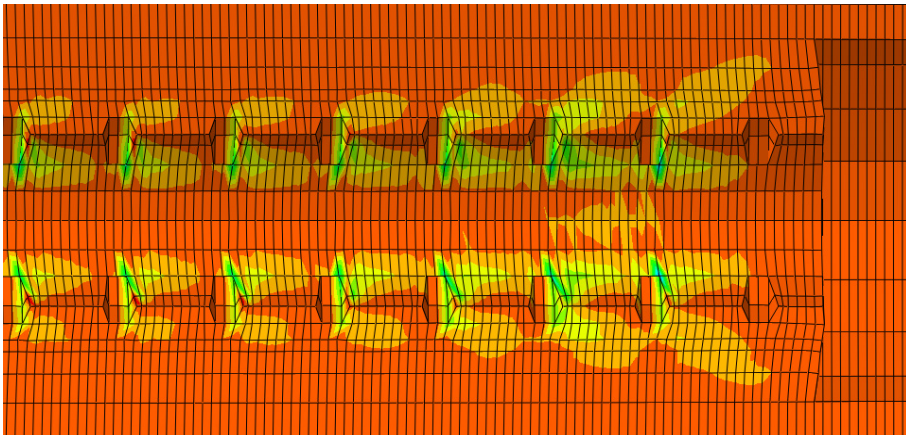


Abb. 6-11 Radialspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)

Ausziehkörper – ohne Querdruck:



Ausdrückkörper – ohne Querdruck:



Dehnkörper – ohne Querdruck:

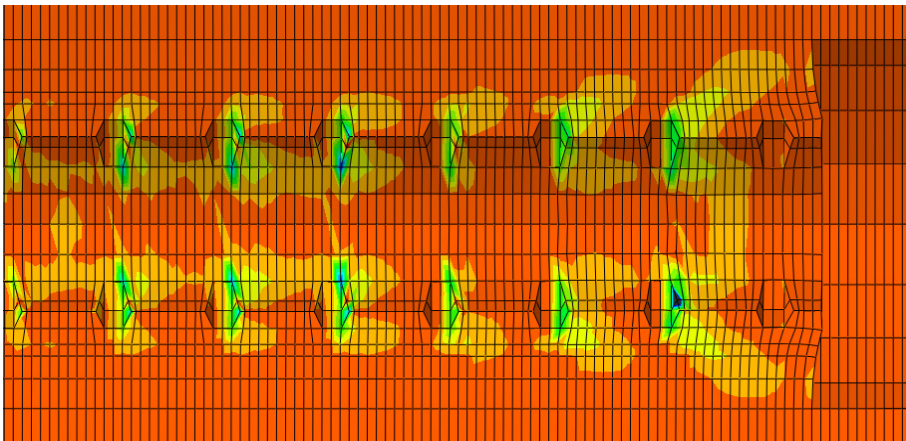
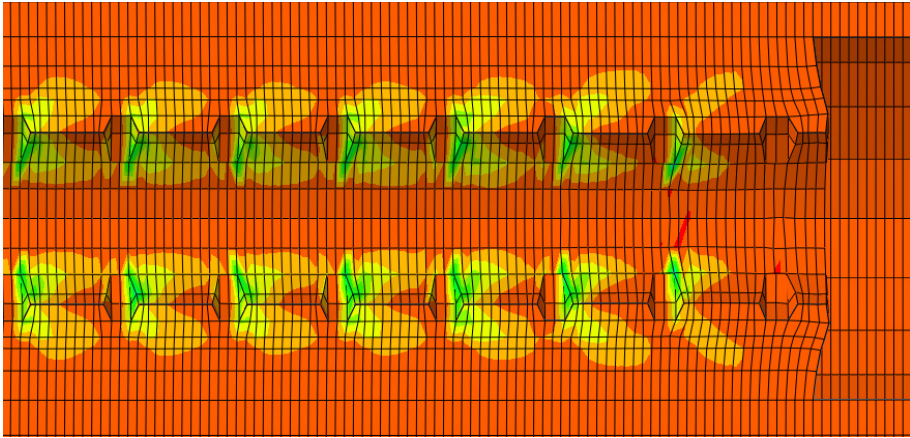
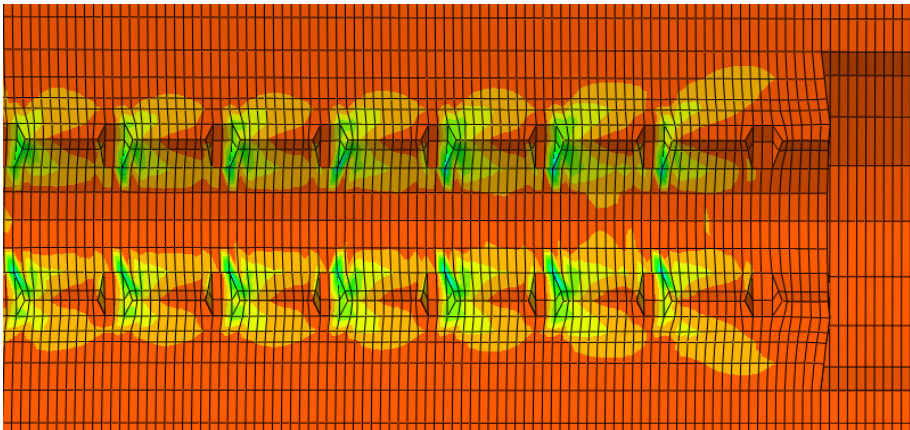


Abb. 6-12 Tangentialspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)

Ausziehkörper – mit Querdruck:



Ausdrückkörper – mit Querdruck:



Dehnkörper – mit Querdruck:

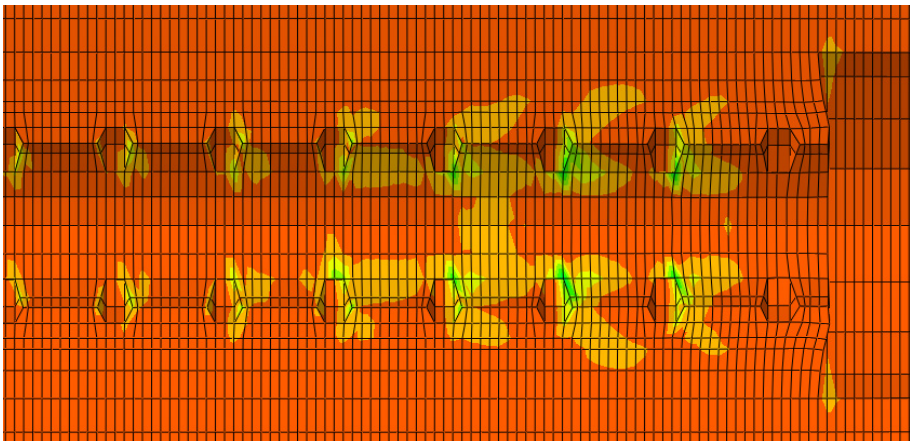
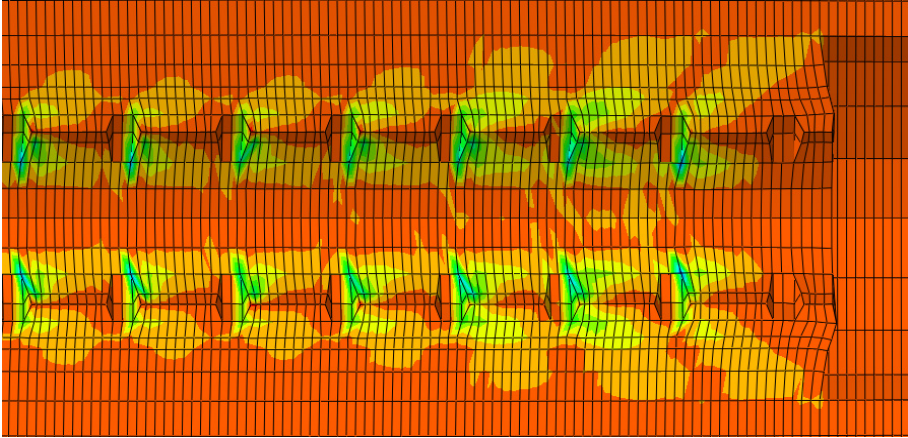
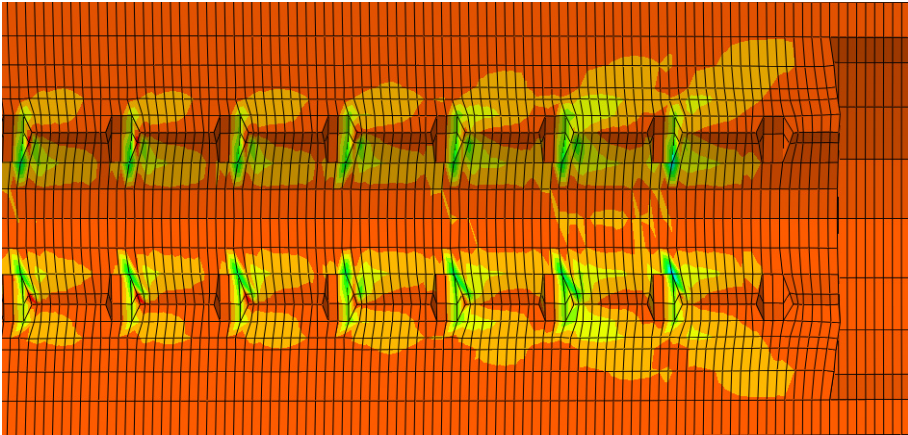


Abb. 6-13 Tangentialspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)

Ausziehkörper – ohne Querdruck:



Ausdrückkörper – ohne Querdruck:



Dehnkörper – ohne Querdruck:

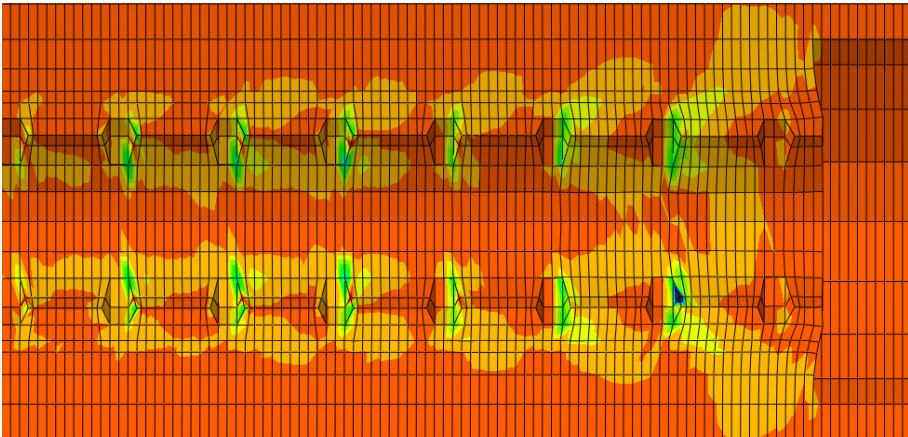
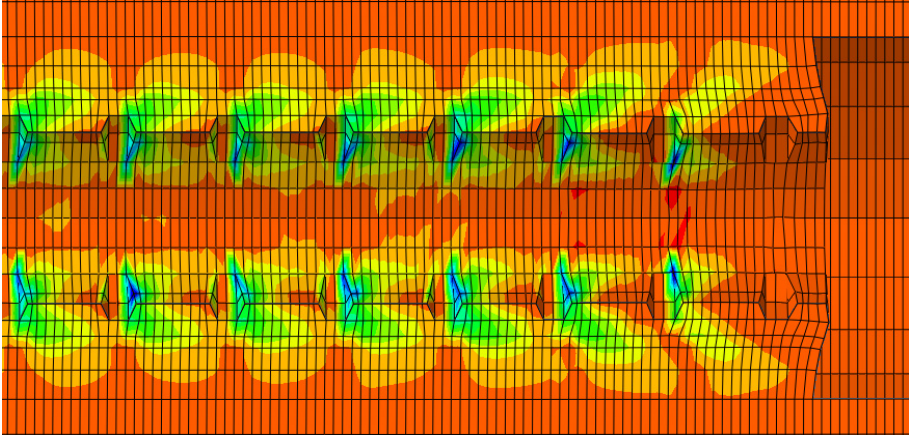
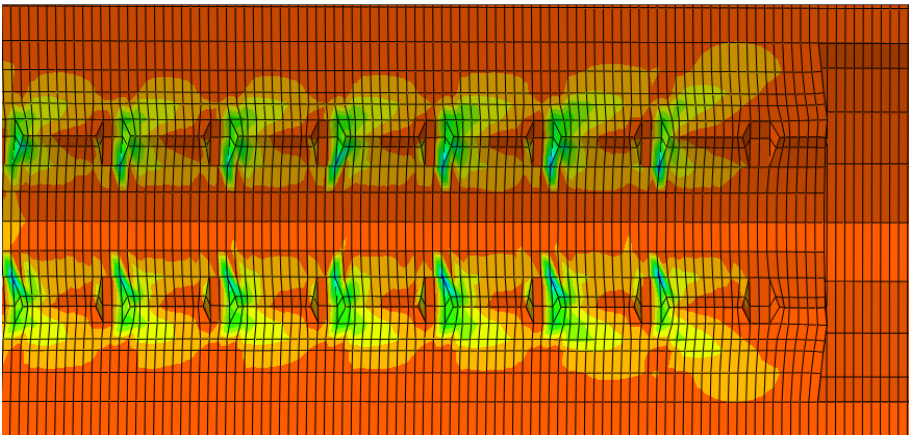


Abb. 6-14 Hauptspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)

Ausziehkörper – mit Querdruck:



Ausrückkörper – mit Querdruck:



Dehnkörper – mit Querdruck:

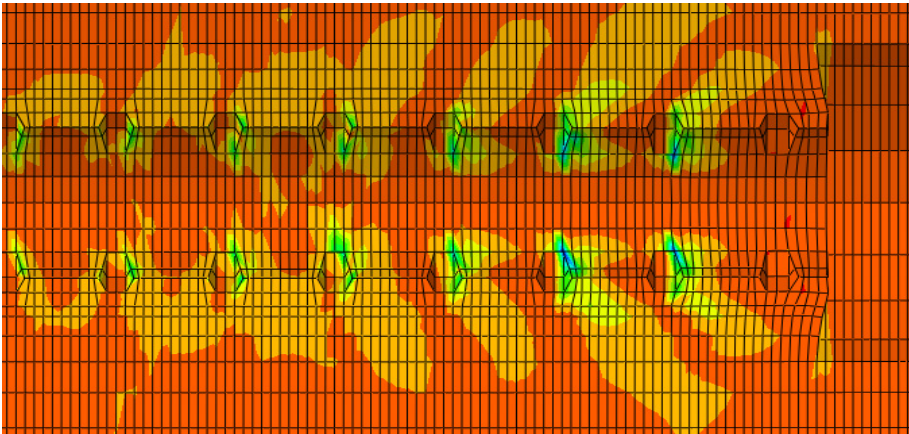
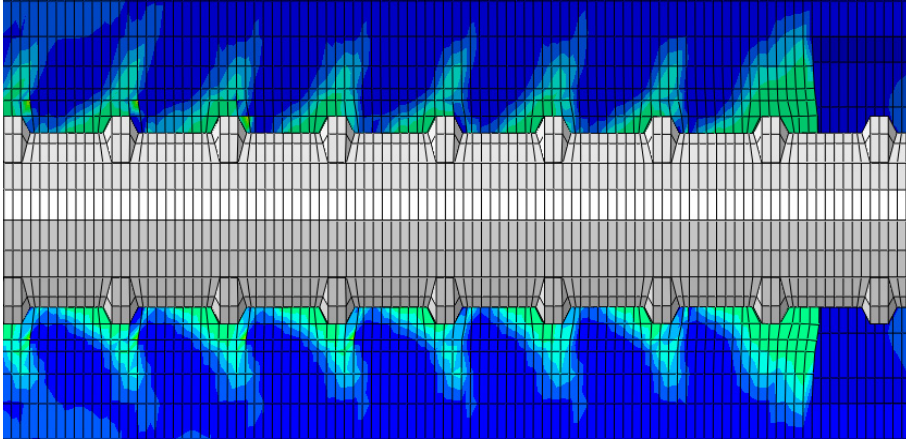
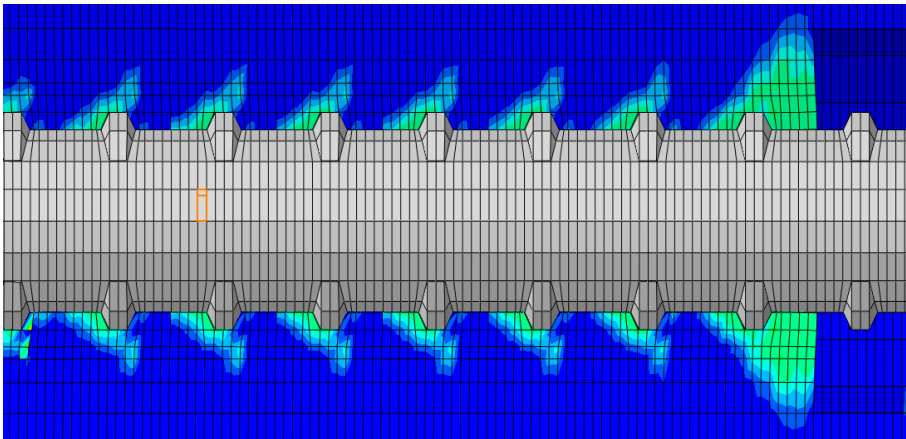


Abb. 6-15 Hauptspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)

Ausziehkörper – ohne Querdruck:



Ausdrückkörper – ohne Querdruck:



Dehnkörper – ohne Querdruck:

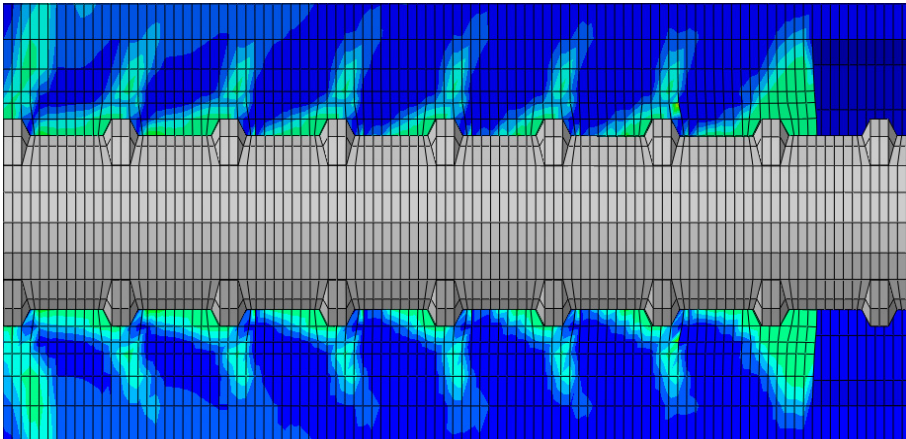
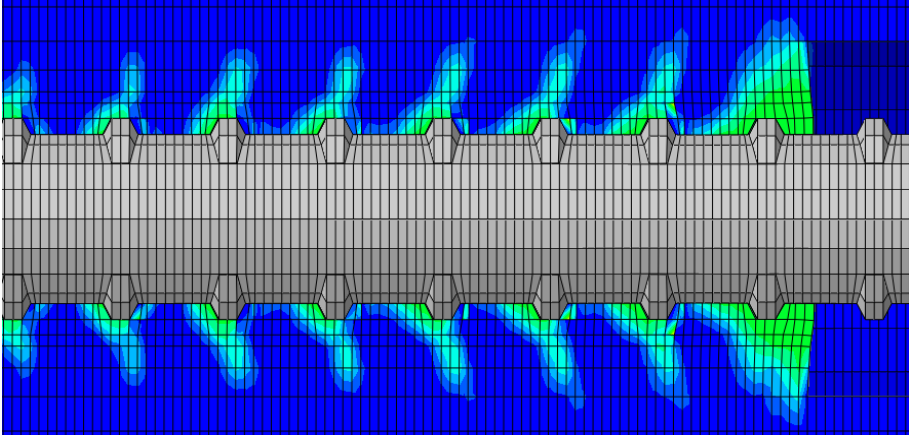
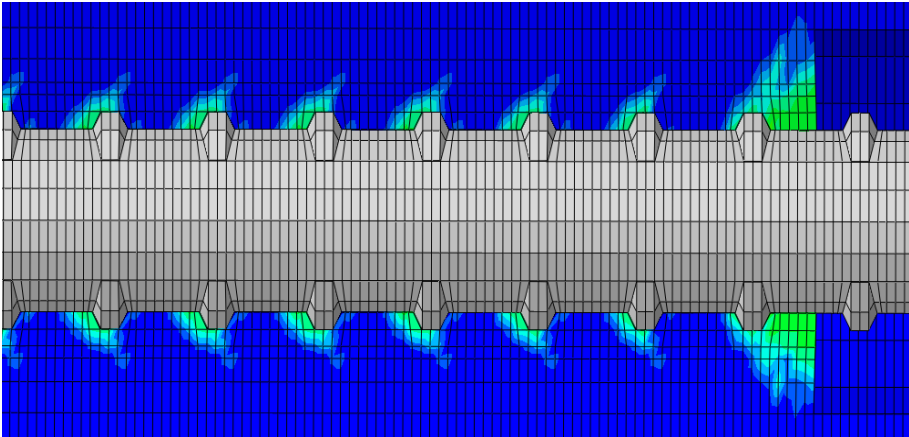


Abb. 6-16 Rissentwicklung

Ausziehkörper – mit Querdruck:



Ausdrückkörper – mit Querdruck:



Dehnkörper – mit Querdruck:

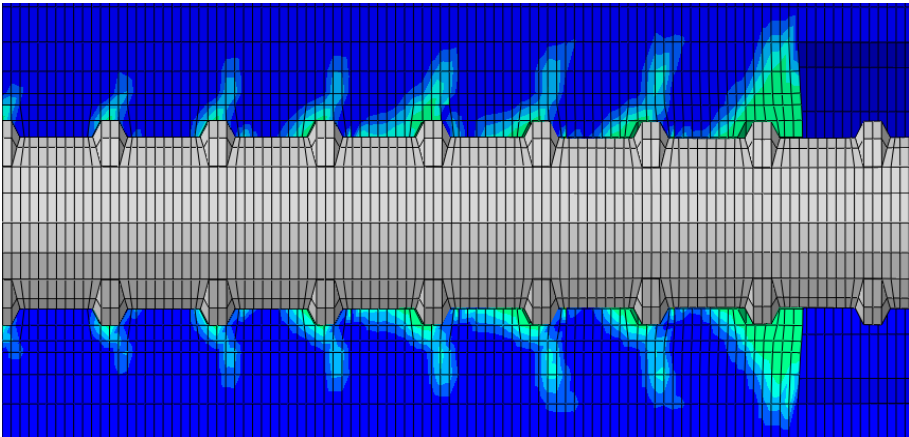


Abb. 6-17 Rissentwicklung

6.3 Ansatz des eigenen analytischen Verbundgesetzes

6.3.1 Mechanismen der Verbundübertragung

Mit Aktivierung der Relativverschiebung erfolgt die Verbundkraftübertragung hauptsächlich über die Verzahnung zwischen Betonkonsole und Stahlrippe. Durch die konzentrierte Lasteinleitung an der Rippe entstehen durch die hierbei auftretenden Längsspannungen ringförmige Risse. Nachweise dieser Querrisse führten BROMS [15] und GOTO [60]. Sie zeigen, dass an fast jeder Rippe Querrisse zu finden sind und deren Ausbreitung von der Staboberfläche ausgehend etwa $0,5 \cdot d_s$ bis $1,0 \cdot d_s$ beträgt.

Wie GOTO [60], [61] experimentell gezeigt hat, beginnen die Risse an den Rippen. Die Rissbreite ist sehr gering und lässt sich erst unter hoher Belastung des Prüfkörpers mit Hilfe von Injektionen messbar darstellen. Da die Rissbildung jedoch schon bei geringen Belastungen stattfindet, erfolgt die Übertragung der Verbundkräfte auf den Beton hauptsächlich über die Rippen. Von der konzentrierten Lasteinleitung an den Rippen breiten sich die Spannungen im Beton aus.

Infolge der Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton entstehen unter den Rippen Druckspannungen im Beton, die ein Vielfaches der Würfeldruckfestigkeit betragen können. Dieser Umstand lässt sich damit erklären, dass durch die unterschiedlichen Verbundwirkungen ein räumlicher Spannungszustand im umgebenden Beton entsteht.

Mit zunehmender Belastung können in Abhängigkeit der Betondeckung zwei verschiedene Versagensarten des Verbundes eintreten. Hohe Betondeckungen führen mit zunehmender Relativverschiebung zu einem Abscheren der Betonkonsolen zwischen den Stahlrippen bzw. zu einem Zerstoren des Betongefüges vor der Rippe und dementsprechend einem anschließenden Herausziehen des Bewehrungsstabes. Durch geringe Betondeckungen können infolge der Ringzugspannungen Längsrisse im Beton auftreten, die ein Spaltversagen zur Folge haben.

Wie bereits in Abschnitt 4.6.8 zusammengefasst, entsteht vor den Rippen durch Zermahlen des Betons ein Keil aus Betonmehl. Dieser Keil führt dazu, dass der Beton Spannungen in radiale Richtung erfährt, es bildet sich eine schräge Druckstrebe aus. Des Weiteren wurde in Abschnitt 4.6.8 gezeigt, dass das Abscherverhalten der Betonkonsolen durch den Rippenabstand beeinflusst wird. Kurze Rippenabstände führen zu einem Abscheren der Betonkonsolen auf der gesamten Länge zwischen den Rippen, wohingegen lange Rippenabstände ein keilförmiges Abscheren der Betonkonsolen vor der Rippe bewirken. Durch die keilförmig abgescherte Betonkonsole entsteht bei langen Rippenabständen eine zusätzliche Spannungskomponente in radialer Richtung. Dieser Effekt vergrößert zusätzlich den Winkel zwischen Stabachse und der sich ausbildenden Druckstrebe. Somit werden die Versuchskörper, bei denen Stäbe mit großen Rippenabständen verwendet werden, bei geringerer Last gespalten. Es kann jedoch davon ausgegangen werden, dass bei den in der Praxis verwendeten Standardrippenstäben die Betonkonsolen vollständig abgeschert werden.

6.3.2 Idee des Verbundmodells

Die Verbundfestigkeit besteht aus dem Zusammenwirken zwischen den Materialien Stahl und Beton. Damit wird die maximale Verbundtragfähigkeit entweder durch die Materialien Stahl bzw. Beton oder durch den Verbundvorgang selbst begrenzt. In den meisten Fällen wird die Verbundtragfähigkeit durch den Werkstoff Beton begrenzt, dies ist auch schon in einschlägigen Normen und Regelwerken so vorgesehen, z. B. DIN 1045-1 [245], [246] oder EUROCODE 2 [248], denn dort wird die maximale Verbundfestigkeit in Abhängigkeit der Betongüte gewählt. Der Verbundmechanismus selbst stellt im Fall von gerippten Stäben keine Begrenzung dar. Nur im Fall von glatten Stählen kann der Haftverbund und anschließend der Reibverbund überschritten werden. Im Fall von gerippten Stäben werden die Verbundkräfte von der Stahlrippe auf die Betonkonsole übertragen. Ein Versagen der Rippe ist ausgeschlossen. Eine Vergrößerung der Rippenfläche würde bei gleicher Spannung eine größere zu übertragende Kraft ermöglichen. Diesen positiven Effekt von vergrößerten bezogenen Rippenflächen f_R auf die Verbundübertragung beschreiben MAYER [124] und MAYER & ELIGEHAUSEN [125].

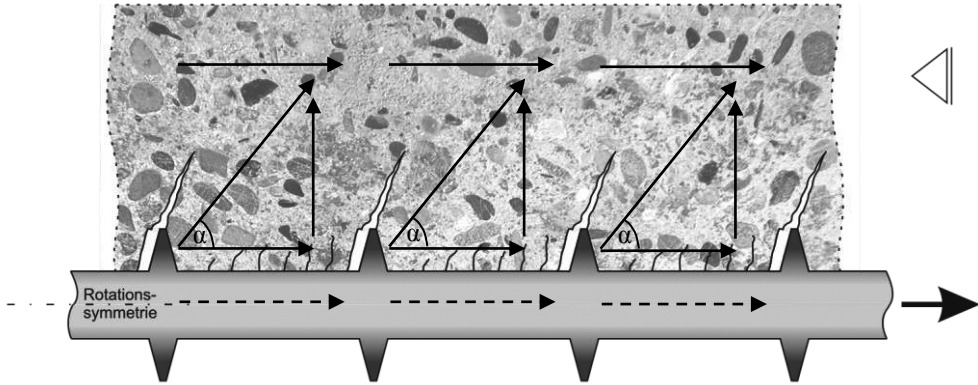
Bisherige empirische Gesetze passen meistens nur für die spezifischen Versuche, an denen sie erarbeitet wurden. Ziel ist es ein allgemein gültiges Verbundgesetz auf analytischer Basis zu erstellen, mit dem sich die Spannungs- und Dehnungszustände über die Testkörperlänge der Auszieh-, Ausdrück- und Dehnkörper ermitteln lassen. Dazu werden die Kraftverläufe im Testkörper modelliert.

Der Kraftfluss in der Verbundtragwirkung

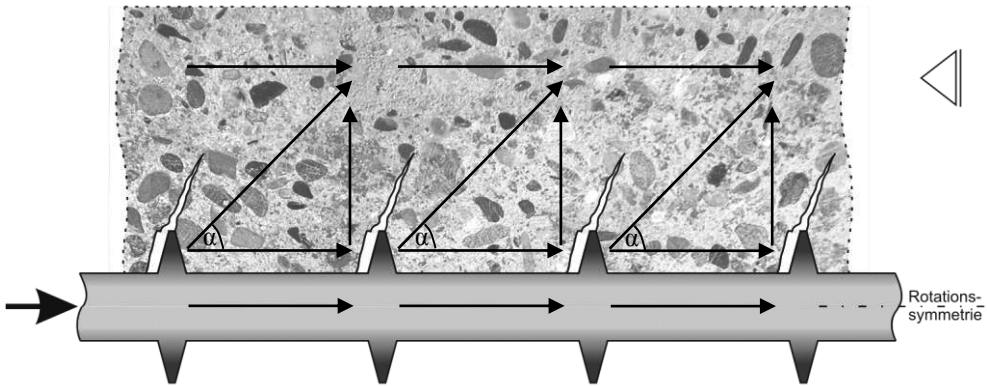
Die drei unterschiedlichen Prüfkörper (Abbildung 6-18) werden bezüglich ihrer Lastabtragung untersucht. Die Fachwerkmodelle von Auszieh- und Ausdrückkörpern sind ähnlich. Der Unterschied liegt in der Lasteinleitung. Beim Ausdrückkörper wird die Last oben auf den Bewehrungsstab als Druckkraft aufgebracht und von dort aus direkt in den Beton übertragen. Beim Ausziehkörper dagegen wird die Last als Zugkraft am unteren Ende aufgebracht. Dadurch muss die Kraft erst „rückverankert“ werden. Das Fachwerkmodell dieser beiden Prüfkörper ist identisch, aber die Zugspannungen und damit die Dehnungen im Bewehrungsstab des Ausziehkörpers bewirken eine Zugdehnung des am Bewehrungsstab anliegenden Betons. Hierdurch entstehen erste Mikrorisse senkrecht zum Bewehrungsstab, die den Lastabtragungswinkel (Druckstrebenwinkel) beeinflussen. Infolge der Mikrorisse zwischen den Rippen vergrößert sich der Druckstrebenwinkel α .

Der Dehnkörper ist von der Lasteinleitung vergleichbar mit dem Ausziehkörper, auch hier entstehen im Beton Mikrorisse und ändern daher, ähnlich wie beim Ausziehkörper, die Druckstrebenneigung. Im Gegensatz zum Ausziehkörper steht aber nicht der Betonquerschnitt unter Druck-, sondern unter Zugspannungen, da die in den Beton eingeleitete Kraft rückverankert wird. Hierdurch wird der Winkel α der Druckstrebe weiter vergrößert. Die FE-Untersuchungen aus Abschnitt 6.2 haben gezeigt, dass vor der Rippe bei jedem der drei Versuchskörpertypen Druckspannungen entstehen. Auch in radialer Richtung wirken bei allen drei Körpern Druckspannungen.

Ausziehkörper:



Ausdrückkörper:



Dehnkörper:

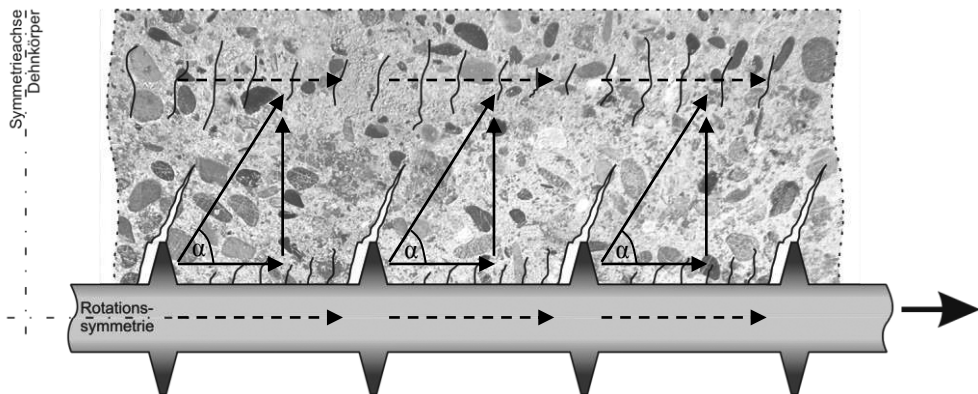


Abb. 6-18 Fachwerkmodell der drei Prüfkörper (Zugkräfte sind gestrichelt dargestellt)

Eine Besonderheit stellt der Randbereich dar. Dort ist der Druckstrebenwinkel durch die Richtung der Kraft zum Auflager definiert (Abbildung 6-19), dadurch findet eine Vergrößerung des Druckstrebenwinkels α im Randbereich statt.

Gewähltes Modell

Ziel ist der Aufbau eines Fachwerkmodells. Dazu werden die Annahmen getroffen, dass der Haft- bzw. Reibverbund zwischen den Rippen wegen Geringfügigkeit vernachlässigt werden kann. Der in der Realität gekrümmte Verlauf der Drucktrajektorien wird idealisiert als gerade angenommen. Die veränderliche Breite der Trajektorien führt zu einem Druckkegelstumpf. Die Kegelstumpfspitze befindet sich an der Vorderseite der Rippe. Aufgrund der Rotationssymmetrie bildet sich durch die Drucktrajektorien eine Kegelschale aus. Die Kegelschale neigt sich unter dem Winkel α gegen den Bewehrungsstab und breitet sich unter dem Ausbreitungswinkel φ aus. Entscheidend sind die Spannungen vor der Rippe, daher wird die Ausbreitung mit zunehmender Entfernung von der Rippe und damit die Reduzierung der Spannungen in der Kegelschale vernachlässigt. Die Kegelschale wird vereinfacht als Druckstrebe modelliert. Die Druckstrebenkraft wird im Zugring in Längs- und Radialrichtung aufgeteilt. Die Kräfte in Radialrichtung müssen vom Zugring aufgenommen werden, sie werden in Tangentialrichtung umgelenkt (Abbildung 6-20). Durch einen vergrößerten Druckstrebenwinkel α entstehen höhere Radialspannungen. Daraus entstehen dann höhere Ringzugspannungen.

Die höchste Belastung des Kegels findet an der Lasteinleitung durch die Rippe statt, da hier die Belastung konzentriert ist. Eine Ausbreitung der Druckstrebe geschieht über die Kegeltiefe. An der Kegelspitze herrscht ein dreiachsiger Spannungszustand mit Längsdruckspannungen, Querdruckspannungen und Tangentialzugspannungen.

Die maximal mögliche Belastung des Betons lässt sich mit Hilfe der räumlichen Bruchfläche bestimmen. Die Festigkeit des Betons infolge des mehrachsigen Spannungszustands ist stark davon abhängig, wie sich die konzentrierte Last in der Umgebung ausbreiten kann.

Die Besonderheit des Lasteinleitungsbereichs wurde von LUTZ [113] beschrieben. Am Beginn der Lasteinleitungslänge l_e , also direkt am Anfang des Testkörpers bzw. am Riss, entstehen sehr hohe Radialspannungen σ_r . Diese Radialspannungen entstehen bei allen drei Testkörpern und bewirken ein Ablösen des Betons von der Bewehrungsstaboberfläche. Bei dieser Ablösung werden die Radialspannungen durch Spannungsumlagerung abgebaut, es entstehen Ringzugspannungen σ_φ . Im Modell wird daher für den Lasteinleitungsbereich ein größerer Winkel für die Neigung der Druckstrebe gewählt. Diese Vergrößerung bewirkt erhöhte Ringzugspannungen und führt somit zu einer Schwächung des umgebenden Betons. Dadurch findet eine geringere Spannungsaufnahme im Beton statt, wodurch geringere Verbundspannungen entstehen.

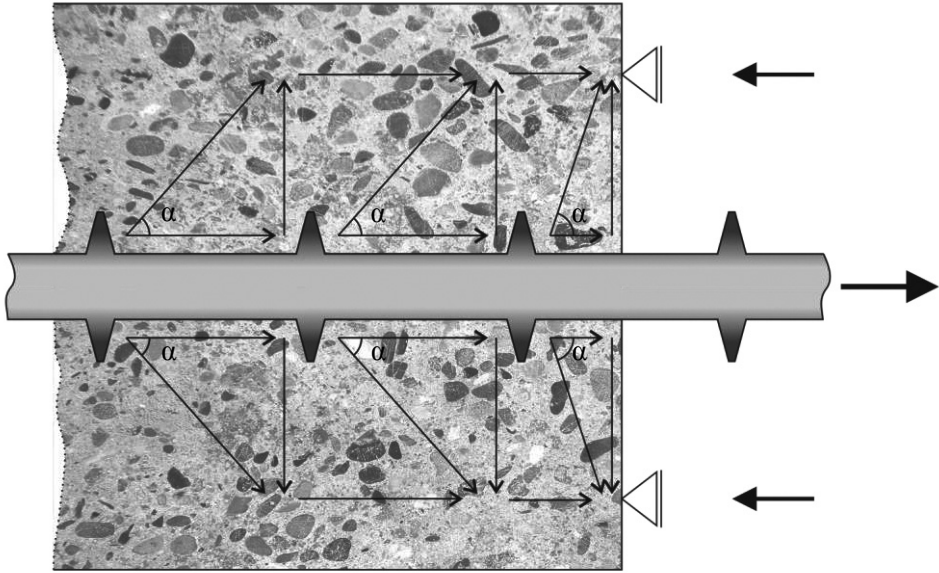


Abb. 6-19 Druckstrebenwinkel im Randbereich am Beispiel eines Ausziehkörpers

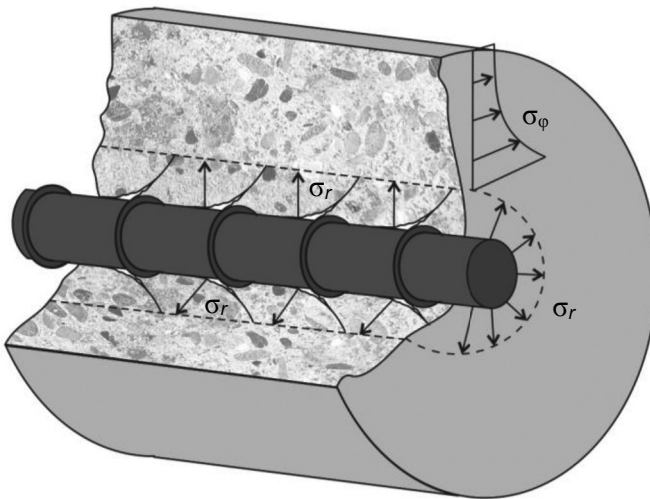


Abb. 6-20 Radial- und Ringspannungen
(Druckstrebe und Längsspannungen sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht dargestellt)

6.3.3 Modellierung des Verbundgesetzes

Die Modellierung des Verbundgesetzes besteht aus den vier erwähnten Bereichen aus Abschnitt 6.1.2. Um jeden dieser vier Abschnitte zu modellieren, werden verschiedene Ansätze eingebracht. Die Unterschiede der einzelnen Versuchskörpertypen werden nur durch die Variation der Druckstrebe erreicht. Der Effekt, dass bei zugbelasteten Versuchskörpern der Stab infolge der Querdehnung dünner wird, bleibt hier unberücksichtigt, da dies im Vergleich zur Streuung der Betoneigenschaften nur einen geringen Anteil ausmacht.

Ansatz für Bereich 1 und 3

Im ersten Bereich „Ansteigender Ast“ und im dritten Bereich „Absteigender Ast“ wird durch ein dreiaxiales Betonmodell die Betonspannung infolge der Betondehnung ermittelt. Für das dreiaxiale Betonmodell werden die Spannungskomponenten in radialer und tangentialer Richtung in Abhängigkeit des Druckstrebenwinkels berechnet. Für jeden Versuchskörpertyp wird ein eigener Druckstrebenwinkel gewählt. Nach Überschreiten der maximalen Betonfestigkeit plastifiziert der Beton und der Bereich des absteigenden Astes beginnt. Das bedeutet, mit zunehmender Relativverschiebung reduziert sich die Verbundspannung. Am Lasteinleitungsbereich tritt dieses Phänomen, dass mit zunehmender Relativverschiebung die Verbundfestigkeit abnimmt, schon bei geringen Relativverschiebungen ein. Verantwortlich hierfür ist der größere Winkel der Druckstrebenneigung. Dadurch werden der radiale und tangentielle Spannungsanteil des umgebenden Betons größer. Dies führt dazu, dass der Betondruckkegel vor der Rippe im Lasteinleitungsbereich weniger Spannungen aufnehmen kann.

Ansatz für Bereich 2

Der zweite Bereich „Maximalwert“ bestimmt die sogenannte Verbundfestigkeit. Dies ist die maximal erreichbare Verbundspannung, bevor das Verbundversagen beginnt. Es gibt zwei Arten, auf die der umgebende Beton versagen und somit zu einer Änderung des Verbundverhaltens führen kann:

1. Druckversagen:

Der Betondruckkegel in Rippennähe hat die Betondruckfestigkeit überschritten. Die einsetzende Plastifizierung findet im dritten Bereich „absteigender Ast“ statt.

2. Zugversagen:

Das bedeutet, dass der Zugring infolge zu großer Zugspannungen versagt. Im Fall Zugringversagen findet kein Übergang in den dritten Bereich statt. Ist der Zugring unbewehrt, fällt die Verbundspannung auf null ab, da der Körper vollständig gespalten wurde. Wenn die Bewehrungsstäbe eine geringe Betondeckung besitzen und keinen Querdruck erfahren, dann ist ein Zugversagen des Betons, also das Versagen des Zugrings, wahrscheinlich. Im Fall der Prüfkörper würde das ein Spalten des Körpers zur Folge haben. Besitzt der Versuchskörper eine Querbewehrung verbleibt eine gewisse Resttragfähigkeit und der vierte Bereich „konstante Verbundspannung“ wird aktiviert.

Ansatz für Bereich 4

Der vierte Bereich „Konstante Verbundspannung“ zeichnet sich dadurch aus, dass bei weiter zunehmender Relativverschiebung eine konstante Verbundspannung anliegt. Damit wird die im Versuchskörper verbleibende Resttragfähigkeit beschrieben. Die Resttragfähigkeit definiert entweder die Reibung zwischen den abgesicherten Betonkonsolen und dem umgebenden Beton oder im Fall des gespaltenen Körpers die verbleibende Reibung, die dadurch erzeugt wird, dass die abgeplatzte Betondeckung durch die Querbewehrung gehalten wird.

6.4 Eigenes Verbundgesetz – Der Verbund als Modell des Kraftflusses

6.4.1 Grundprinzip des Kraftflusses

Der umgebende Beton wird in eine grenznahe Schicht und den Hauptanteil unterschieden (Abbildung 6-21). Die beiden Bereiche werden durch die Risstiefe der Querrisse getrennt, zwischen Bewehrungsstab und Rissende liegt die Grenzschicht bzw. der stabnahe Betonanteil. Der Hauptanteil hingegen wirkt außerhalb des Rissbereichs. Ein großer Unterschied ist der Belastungszustand, der Hauptanteil wird vorwiegend durch einaxiale Belastung in Längsrichtung gekennzeichnet, wohingegen in der Grenzschicht ein dreiaxialer Spannungszustand des Betons wirkt. Die Betondehnungen zwischen Grenzschicht und Hauptanteil können sich sogar im Vorzeichen unterscheiden, wie es im Dehnkörper der Fall ist. Verantwortlich hierfür ist der Kraftfluss im umgebenden Beton (Abbildung 6-22). Vor der Rippe tritt in jedem Verbundkörper eine konzentrierte Druckspannung auf. Die Betondehnung im Hauptanteil ist quasi der Mittelwert über den Rippenabstand und besteht aus der Betondehnung vor der Rippe, dem unbelasteten Beton zwischen den Rippen und dem Riss hinter der Rippe.

Der Übergang ist fließend und eine Unterscheidung zwischen Grenzschicht und Hauptanteil ist nur so weit von Bedeutung, dass die von der Rippe eingeleitete Kraft in der Grenzschicht direkt über die Länge dx in den Hauptanteil übertragen wird. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird diese Kraft als ΔF_c bezeichnet, da diese Kraft der Änderung der Betonkraft im Hauptanteil entspricht.

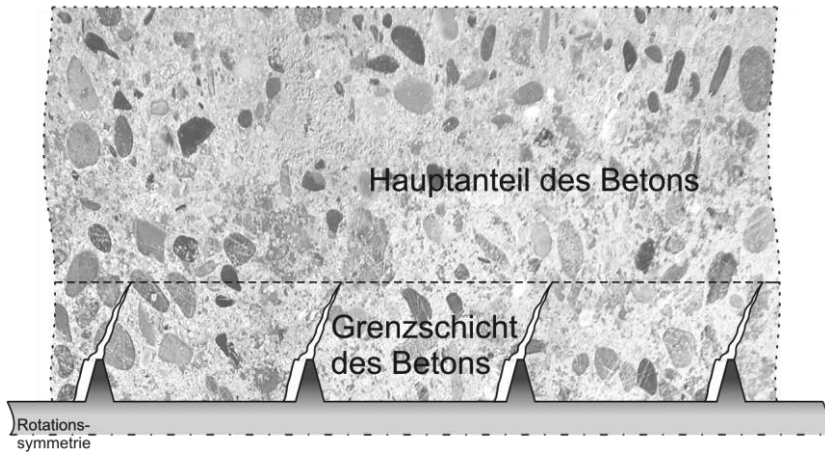


Abb. 6-21 Einteilung des umgebenden Betons

Die Kräfte des Kraftflusses in den verschiedenen Testkörpern in Abbildung 6-22 besitzen unterschiedliche Abhängigkeiten:

- Ausziehkörper

$$F_{c,i} = F_{c,i-1} - \Delta F_{c,i+1} \quad (6-2)$$

- Ausdrückkörper

$$F_{c,i} = F_{c,i-1} + \Delta F_{c,i-1} \quad (6-3)$$

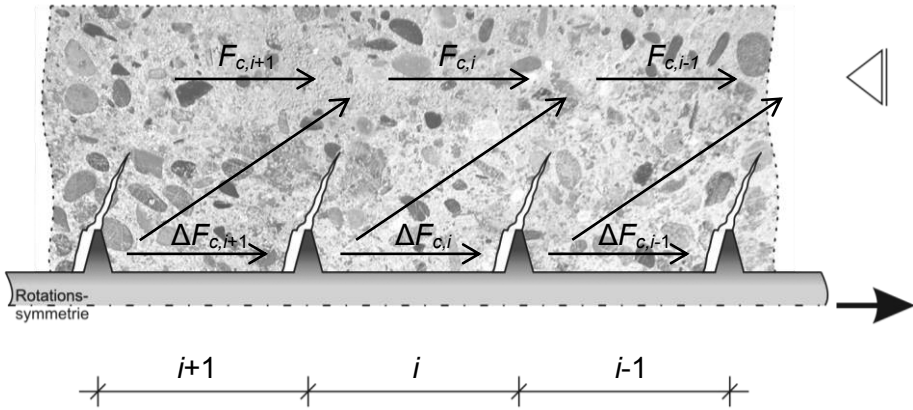
- Dehnkörper

$$F_{c,i} = F_{c,i-1} - \Delta F_{c,i} \quad (6-4)$$

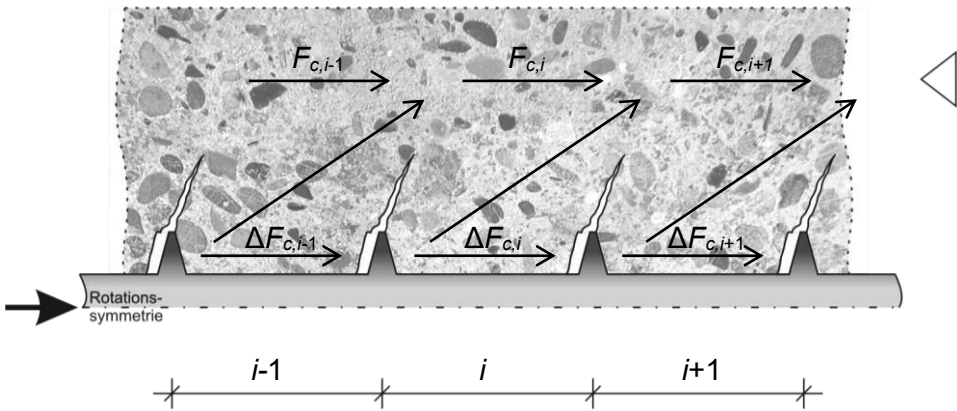
Die Unterschiede sind den verschiedenen Lastabtragrichtungen geschuldet. Ein weiterer Einfluss ergibt sich aus der formalen Deklaration, dass $i = 0$ immer am Lasteinleitungsbereich beginnt. Diese Beziehung ist für die Berechnung mit der numerischen Integration von Bedeutung.

Aus der Lasteinleitung an der Rippe und dem Kraftfluss im Verbundkörper ergibt sich, dass in der Grenzschicht die maximale Betonspannung aus der Verbundspannung entsteht. Im Hauptanteil hingegen werden die Betonspannungen über die gesamte Verbundkörperlänge summiert.

Ausziehkörper:



Ausdrückkörper:



Dehnkörper:

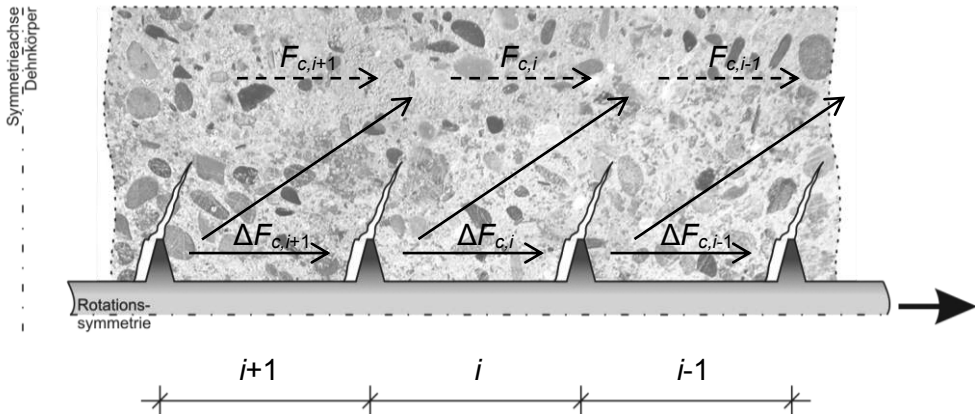


Abb. 6-22 Kraftfluss im Versuchskörper mit $i = 0$ am Lasteinleitungsbeginn (Zugkräfte sind gestrichelt dargestellt)

Wie bereits bekannt, ergibt sich die Verbundspannung τ aus der Änderung der Kraft F über die Länge dx . In diesem Fall beschreibt die Verbundspannung τ_s die Abnahme der Kraft F_s im Bewehrungsstab über die Länge des Rippenabstandes c_R . Aus theoretischen Überlegungen ist es sinnvoll als Länge dx den Rippenabstand c_R zu wählen.

$$\tau_s = \frac{\Delta F_s}{U_s \cdot c_R} \quad (6-5)$$

Die Verbundspannung in der Grenzschicht des Betons ergibt sich dementsprechend analog aus:

$$\tau_c = \frac{\Delta F_c}{U_s \cdot c_R} \quad (6-6)$$

Aus Gleichgewichtsgründen müssen die Verbundspannungen τ_s und τ_c identisch sein. Daher gilt

$$\tau = \tau_s = \tau_c \quad (6-7)$$

und

$$\Delta F_s = \Delta F_c \quad (6-8)$$

Die maximale Verbundspannung ergibt sich daher aus der aufnehmbaren Spannung in der Betongrenzschicht infolge der Betondehnung. Die Betondehnungen unterscheiden sich in der Grenzschicht und im Hauptanteil des Betons. In der Grenzschicht treten die größten Dehnungen vor der Rippe auf, im Hauptanteil kann die Betondehnung näherungsweise über die Länge c_R als konstant betrachtet werden.

Wie bereits gezeigt, erfährt der Beton in drei Richtungen Spannungen. Zugspannungen werden dabei mit positivem Vorzeichen betrachtet. Die erste Richtung ist die Spannung σ_1 in Stabrichtung, die zweite Richtung ist die Spannung σ_R in radialer Richtung, die dritte Richtung ist die Spannung σ_T in tangentialer Richtung. Die Spannungen der zweiten und dritten Richtung sind von der Betonspannung in Stabrichtung abhängig. Vor der Rippe treten die größten Spannungskonzentrationen auf, hier findet auch die Umlenkung der Kräfte statt. Die umgelenkte Kraft F_2 lässt sich in Abhängigkeit der Druckstrebenneigung α ermitteln. Um das dreiaxiale Betonmodell vor den Rippen nutzen zu können, wird ein Fachwerkmodell verwendet (Abbildung 6-23).

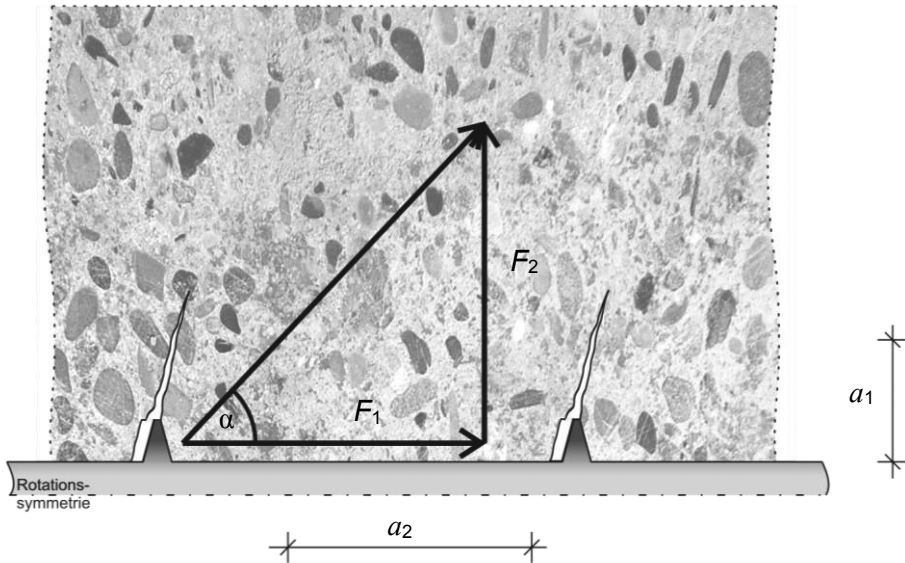


Abb. 6-23 Richtung der Kräfte vor der Rippe

In Abhängigkeit des Druckstrebenwinkels α ergeben sich die Kräfte der ersten beiden Richtungen.

Längsrichtung:

$$F_1 = \Delta F_s = \Delta F_c \quad (6-9)$$

Radialrichtung:

$$F_2 = F_1 \cdot \tan \alpha \quad (6-10)$$

Die Betonspannungen der ersten beiden Richtungen ergeben sich durch die Flächen, auf denen die Kräfte wirken:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A_1} \quad (6-11)$$

$$\sigma_2 = \frac{F_2}{A_2} \quad (6-12)$$

Die Fläche A_1 wird näherungsweise als Produkt aus Stabumfang U_s und einer Tiefe a_1 (Abbildung 6-23) senkrecht zum Bewehrungsstab definiert:

$$A_1 = U_s \cdot a_1 \quad (6-13)$$

Die Fläche A_2 wird näherungsweise als Produkt aus Stabumfang U_s und einer Länge auf dem Bewehrungsstab von a_2 (Abbildung 6-23) definiert:

$$A_2 = U_s \cdot a_2 \quad (6-14)$$

Vereinfachend lässt sich damit formulieren:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{U_s \cdot a_1} \quad (6-15)$$

$$\sigma_2 = \frac{F_1 \cdot \tan \alpha}{U_s \cdot a_2} \quad (6-16)$$

bzw.:

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_1 \cdot A_1 \cdot \tan \alpha}{U_s \cdot a_2} = \sigma_1 \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha \quad (6-17)$$

Das Verhältnis a_1/a_2 wird in Abhängigkeit der bezogenen Rippenfläche f_R bestimmt.

Die letzte fehlende Spannung wirkt in die tangentielle Richtung und entsteht daraus, dass die Spannung σ_2 als Innendruck auf den Betonring um den Bewehrungsstab wirkt. In dessen Folge entsteht eine Zugringspannung.

Tangentialrichtung:

$$\sigma_3 = -\sigma_2 \cdot \frac{\left(\frac{r_a}{r}\right)^2 + 1}{\left(\frac{r_a}{r_i}\right)^2 - 1} \quad (6-18)$$

Mit :

- r_a Außenradius
- r_i Innenradius, entspricht dem Stabradius
- r Radius an beliebiger Stelle zur Berechnung der dortigen Ringzugspannung

Zwischen Außen- und Innenradius besteht der folgende Zusammenhang:

$$r_a = r_i + a_1 \quad (6-19)$$

Mit den Annahmen

$$r = r_i \quad (6-20)$$

und

$$\lambda = \frac{r_a}{r_i} \quad (6-21)$$

ergibt sich für Gleichung (6-18):

$$\sigma_3 = -\sigma_2 \cdot \frac{\lambda^2 + 1}{\lambda^2 - 1} \quad (6-22)$$

In Gleichung (6-18) wird zur besseren Übersicht noch die folgende Substitution vorgenommen:

$$\chi = \frac{\lambda^2 + 1}{\lambda^2 - 1} \quad (6-23)$$

Damit ergibt sich die tangentielle Spannung infolge der radialen Spannung:

$$\sigma_3 = -\sigma_2 \cdot \chi \quad (6-24)$$

Bzw. in Abhängigkeit der Längsspannung:

$$\sigma_3 = -\sigma_1 \cdot \chi \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha \quad (6-25)$$

6.4.2 Qualität des Verbundes

Je nach Betonierlage ist der Verbund besser oder schlechter. Eine liegende Betonierung führt zu einem Absetzen des Betons unter der Bewehrung und damit zu einer geringeren aktiven Verbundfläche. Wie schon von SCHOBER [194] verwendet, wird der Faktor ψ eingeführt um die verringerte Verbundfläche $A_{1,\text{mod}}$, über welche die Verbundkräfte übertragen werden, zu berücksichtigen. Der Faktor ψ beschreibt dabei den Anteil des Bewehrungsstabumfangs, der vom Beton bedeckt ist.

$$A_{1,\text{mod}} = \psi \cdot A_1 \quad (6-26)$$

Um die Eigenschaften der Verbundqualität zu berücksichtigen, werden mit diesem Beiwert die Gleichungen (6-15), (6-17) und (6-25) der Betonspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 modifiziert:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{\psi \cdot U_s \cdot a_1} \quad (6-27)$$

6.4.3 Einfluss einer Querbelastung

Eine Belastung quer zur Stabachse wirkt in die Richtung der radialen Spannung. Daher wird der Einfluss einer Querspannung p_q in dieser Richtung berücksichtigt:

$$\sigma_2 = \sigma_1 \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha + p_q \quad (6-28)$$

Das positive Vorzeichen liegt daran, dass die Spannung σ_2 eine Druckkraft auf den umgebenden Beton darstellt. Wenn von außen eine Druckspannung aufgebracht wird, wirkt diese Spannung zwar der Betonspannung σ_2 entgegen, aber der gesamte Druck auf den Beton in die zweite Richtung nimmt zu. Somit müssen die beiden Spannungen addiert werden, obwohl die Kräfte theoretisch in entgegengesetzte Richtungen wirken, wenn von beiden Seiten Druck herrscht.

Zu beachten ist, dass die Querspannung p_q sich auf den Innenradius als Angriffspunkt bezieht. Dementsprechend muss eine Querspannung, die an der Oberfläche des Versuchskörpers wirkt, auf den Innenradius skaliert werden:

$$p_q = \frac{r_{\text{Oberfläche}}}{r_i} \cdot p_{q,\text{Oberfläche}} \quad (6-29)$$

Als Folge der modifizierten Spannungen in radialer Richtung ändern sich auch die tangentialen Spannungen (Ringzugspannungen):

$$\sigma_3 = -\sigma_1 \cdot \chi \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha + p_q \cdot \chi \quad (6-30)$$

Das positive Vorzeichen vor der Querspannung ist bewusst so gewählt, denn die Betondruckspannung σ_1 bewirkt eine Ringzugspannung in die dritte Richtung. Eine von außen aufgebrachte Druckspannung wirkt jetzt der entstandenen Betonzugspannung σ_3 entgegen und reduziert somit die Ringzugspannung. Dadurch entsteht ein stabilisierender Effekt.

6.4.4 Einfluss Querbewehrung

Der Einfluss einer Querbewehrung auf die Verbundtragfähigkeit ist gering, wie bereits in Abschnitt 4.6.5 zusammengefasst. Die Querbewehrung wird erst beim Spalten des Versuchskörpers aktiviert. Da dies nicht Gegenstand der Untersuchungen ist, wird hier lediglich in theoretischer Form der Einfluss einer Querbewehrung erläutert.

Zustand I

Die Querbewehrung a_{sq} wird über die Länge verschmiert betrachtet. Da es sich bei der Querbewehrung um zweiseitige Bewehrung handelt, jedoch nur eine Seite

betrachtet wird, ist der Wert zu halbieren, Abbildung 6-24. Dazu wird eine Ersatzbreite t_{sq} definiert:

$$t_{sq} \triangleq \frac{1}{2} \cdot a_{sq} \quad (6-31)$$

Da die Querbewehrung eine Fläche pro Längeneinheit darstellt, lässt sich die Fläche durch diese Länge dividieren und es entsteht somit eine Breite.

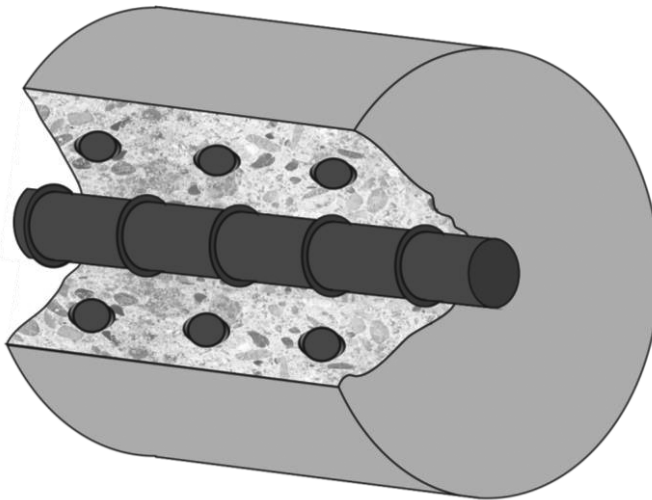


Abb. 6-24 Zweischnittige Querbewehrung

Steifigkeiten ziehen Lasten an, daher wird infolge der zusätzlichen Querbewehrung die Betonfläche im Längsschnitt entlastet. Als Idee wird eine ideale Querschnittsfläche eingeführt bzw. der äußere Radius angepasst:

$$\rho = \frac{E_s}{E_c} \quad (6-32)$$

Modifizierter Außenradius:

$$r_{a,mod} = r_a - t_{sq} + t_{sq} \cdot \rho = r_a + t_{sq} \cdot (\rho - 1) \quad (6-33)$$

Der vergrößerte Außenradius bewirkt eine Reduktion der Spannung σ_T in tangentialer Richtung.

Zustand II

Unter Betrachtung des reinen Zustands II wird der Ringbewehrung die gesamte Ringzugkraft zugeordnet. Erst mit Versagen der Querbewehrung fällt die Verbundspannung komplett aus. Davor wird durch die vorhandene Querbewehrung eine Art Reibung im Verbundkörper verursacht, die eine niedrige konstante Verbundspannung bewirkt.

6.4.5 Anpassung des dreiaxialen Betonmodells

Um die maximale Verbundspannung in Abhängigkeit der Betongrenzschicht bestimmen zu können wird ein dreiaxiales Betonstoffgesetz benötigt. Die Betonlängsspannung der Grenzschicht und damit die übertragene Kraft ΔF_c wird in Abhängigkeit der Betonlängsdehnung in der Grenzschicht bestimmt.

In Abhängigkeit vom Druckstrebenwinkel α soll die maximal aufnehmbare Spannung bestimmt werden. Dazu muss das in Kapitel 3 vorgestellte dreiaxiale Betonstoffgesetz auf den Druckstrebenwinkel α angepasst werden. Die Spannungen σ_{ii} der drei Richtungen werden entsprechend deklariert. Schubspannungen werden aus Gründen der besseren Anwendbarkeit nicht berücksichtigt, daher ergibt sich der folgende Spannungszustand:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_1 \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha + p_q \\ -\sigma_1 \cdot \chi \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha + p_q \cdot \chi \end{bmatrix} \quad (6-34)$$

Die erste Invariante I_1 lautet damit (letzte Zeile aus Übersichtsgründen mit Substitution):

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \\ &= \sigma_1 \cdot \left(1 + \frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha \cdot (1 - \chi) \right) + p_q \cdot (1 + \chi) \\ &= \sigma_1 \cdot A \end{aligned} \quad (6-35)$$

Die zweite deviatorische Invariante J_2 lautet (hier wurde aus Übersichtlichkeit ebenfalls eine Substitution vorgenommen):

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{6} \cdot \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 \right] \\ &= \frac{1}{3} \cdot \left[\sigma^2 \cdot B + \sigma \cdot C + D \right] \end{aligned} \quad (6-36)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden die folgenden Substitutionen in den Gleichungen (6-35) und (6-36) vorgenommen:

$$A = \left(1 + \frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha \cdot (1 - \chi) \right) + p_q \cdot (1 + \chi) \quad (6-37)$$

$$B = \left(\frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha \right)^2 \cdot (1 + \chi + \chi^2) - \left(\frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha \right) \cdot (1 + \chi) + 1 \quad (6-38)$$

$$C = p_q \left(1 - \chi - 2\chi^2 \cdot \left(\frac{a_1}{a_2} \cdot \tan \alpha \right) \right) \quad (6-39)$$

$$D = p_q^2 \cdot (1 - \chi + \chi^2) \quad (6-40)$$

Mit der zweiten deviatorischen Invarianten lässt sich der Betrag des deviatorischen Spannungsanteils berechnen:

$$|\mathbf{S}^D| = \sqrt{2 \cdot \mathbf{J}_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\sigma^2 \cdot B + \sigma \cdot C + D} \quad (6-41)$$

Die Vorgehensweise sieht vor, dass über die Dehnung in σ_{11} -Richtung und dem Anteil der Spannungen in σ_{22} - und σ_{33} -Richtung die maßgebende verletzte Fließfläche bestimmt wird. Daraus wird die zugehörige Invariante I_1 und der Betrag des deviatorischen Anteils $|\mathbf{S}^D|$ ermittelt. Aus diesen beiden Werten wird dann letztendlich die Spannung σ bestimmt.

6.4.6 Ermittlung von Verbundspannung und Relativverschiebung

In diesem Abschnitt wird die Ermittlung der Verbundspannung und der Relativverschiebung beschrieben. Auf die numerische Integration und deren notwendigen Modifikationen wird in Abschnitt 6.5.1 näher eingegangen.

Verbundspannung

Die Verbundspannung wird durch das Spannungsaufnahmevermögen des Betons bestimmt. Mit Hilfe des dreiaxialen Betonmodells werden infolge der Betondehnung in der Grenzschicht $\varepsilon_{c,G}$ die drei Betonspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 ermittelt. Damit lässt sich die übertragene Kraft ΔF_c in Abhängigkeit der Betondehnung $\varepsilon_{c,G}$ folgendermaßen bestimmen:

$$\Delta F_c(\varepsilon_{c,G}) = \sigma_1(\varepsilon_{c,G}) \cdot A_1 \quad (6-42)$$

Mit der übertragenen Kraft ΔF_c zwischen zwei Rippen wird die Verbundspannung berechnet:

$$\tau = \frac{A_1}{U_s \cdot c_R} \cdot \sigma_1 \quad (6-43)$$

Einsetzen der Fläche A_1 nach Gleichung (6-13) ergibt:

$$\tau = \frac{a_1}{c_R} \cdot \sigma_1 \quad (6-44)$$

Relativverschiebung

Die Relativverschiebung besteht auf der Betonseite aus mehreren Verformungsanteilen in Stabrichtung. Hinter den Rippen sind dies die Sekundärrißöffnungen, zwischen den Rippen sind es Verschiebungen an der Bewehrungsstaboberfläche sowie an den Schubrisen (abgescherte Betonkonsolen). Die Stauchung der Betonkonsolen bzw. Zerstörung des Betongefüges tragen zum Anteil der Relativverschiebung vor den Rippen bei. Die meisten dieser Verschiebungen bzw. Verformungen sind plastisch. Die verschiedenen Anteile des Betons an der Relativverschiebung werden über die Betondehnung in der Grenzschicht $\varepsilon_{c,G}$ bzw. der daraus resultierenden Betondehnung im Hauptanteil $\varepsilon_{c,H}$ berücksichtigt.

Nach Bestimmung der Kraft F_c im Hauptanteil des Betons durch die entsprechende Gleichung aus den Gleichungen (6-2) bis (6-4) und der übertragenen Kraft ΔF_c aus Gleichung (6-42) wird die Betondehnung im Hauptanteil $\varepsilon_{c,H}$, die der allgemeinen Betondehnung ε_c entspricht, berechnet. Die Fläche $A_{c,H}$ auf der die Kraft F_c wirkt, entspricht hierbei der Querschnittsfläche des Betons im Hauptanteil. Die Versuche von EIBL & NEUROTH [37] zeigen, dass im Hauptanteil des Betons näherungsweise das Hookesche Gesetz gültig ist, dementsprechend kann die Betondehnung im Hauptanteil $\varepsilon_{c,H}$ näherungsweise linear berechnet werden:

$$\varepsilon_{c,H} = \varepsilon_c = \frac{F_c}{A_{c,H} \cdot E_c} \quad (6-45)$$

Es stellt sich die Frage, ob δ die Relativverschiebung zwischen Stahl- und Betonoberfläche oder die Relativverschiebung an der Grenzschicht Stahl/Beton darstellt. Aufgrund der Messergebnisse in experimentellen Untersuchungen, wurde immer die Relativverschiebung zwischen Stahl- und Betonoberfläche gemessen. Daher lautet die Definition der Relativverschiebung δ :

$$\delta = u_s - u_c \quad (6-46)$$

Mit der Stahlverschiebung

$$u_s = \int_x \varepsilon_s \cdot dx \quad (6-47)$$

bzw. der Betonverschiebung zwischen dem Rippenabstand c_R

$$u_c = \int_x \varepsilon_c \cdot dx \quad (6-48)$$

ergibt sich für die Relativverschiebung:

$$\delta = \int_x \varepsilon_s \cdot dx - \int_x \varepsilon_c \cdot dx \quad (6-49)$$

Der Anteil der Starrkörperverschiebung ist bei der Ermittlung der Relativverschiebung in diesem Fall nicht interessant. Dies ist erst der Fall, wenn alle Betonkonsolen abgesichert sind. Dieses Extremmaß ist jedoch für die Berechnung bautechnischer Belange nicht von Bedeutung, da hierbei die maximale Verbundfestigkeit bei Weitem überschritten würde. Das Bauteil würde somit versagen, da die immer noch herrschenden Kräfte nicht aufgenommen werden könnten. Die wirkenden Kräfte wären so groß, dass die maximale Verbundfestigkeit, die im Bereich ohne Starrkörperverschiebung liegt, deutlich überschritten würde.

Da keine Starrkörperverschiebung stattfindet, gilt für $dx = c_R$ die folgende Relativverschiebung:

$$\delta = (\varepsilon_s - \varepsilon_c) \cdot c_R \quad (6-50)$$

Aufgrund der Definition der Relativverschiebung wird hierbei die Betondehnung ε_c im Hauptanteil des Betons verwendet.

6.4.7 Verbundversagen

Das Verbundversagen wird, wie bereits beschrieben, in Druck- und Zugversagen unterteilt. Als nächstes wird der Umgang mit den beiden Versagensarten bei der Anwendung des Verbundgesetzes beschrieben.

Herausziehen infolge Versagen der Druckstrebe

Wenn bei großen Betondehnungen die maximale Betonfestigkeit erreicht ist, kann die bestehende Betonspannung nicht weiter erhöht werden. Dementsprechend können sich hierbei keine Verbundspannungen einstellen. Solange jedoch kein Spalten des Betons eintritt, kann immer noch von einer Mindestverbundspannung ausgegangen werden. Dieser Mindestwert der Verbundspannung ist vergleichbar mit einem Verbundgesetz für glatte Stäbe.

Die Kraftübertragung vom Stahl auf den Beton erfolgt bei glatten Stäben zunächst durch Haftung und dann durch Reibung. Bei aktivem Haftverbund treten keine Gleitungen zwischen Stahl und Beton auf. Sobald der Haftverbund überwunden ist und der Reibverbund aktiviert wird, erfolgt die Kraftübertragung zunächst ähnlich wie bei Rippenstäben über die mechanische Verzahnung. Im Gegensatz zu Rippenstäben ist diese Verzahnung bei glatten Stäben nicht auf Rippen, sondern auf die natürliche Oberflächenrauheit zurückzuführen. Der Widerstand der Verzahnung zwischen Be-

ton und glattem Stab ist nicht so hoch, wie bei den Betonkonsolen zwischen den Rippen. So kann praktisch nur von einem Gleitwiderstand und nicht von einem Scherwiderstand ausgegangen werden.

Für das Herausziehen wird ein ähnlicher Vorgang wie das Verhalten für glatte Bewehrungsstäbe angenommen. Der Unterschied ist jedoch im Vergleich zu glatten Stäben, dass hier von einer Reibung zwischen den abgesicherten Betonkonsolen und dem umgebenden Beton ausgegangen wird.

Gegen Herausziehen wird eine konstante Verbundspannung wie bei einem glatten Bewehrungsstab als Basiswert angesetzt. Das Maximum wird dann aus der Verbundspannung infolge des dreiaxialen Stoffgesetzes oder dem glatten Bewehrungsstab gebildet. Die Verbundspannung eines glatten Bewehrungsstabes bildet quasi den Mindestwert:

$$\frac{\tau_R}{f_{ck,cube}} = \bar{\lambda} \cdot \psi \cdot \bar{f}_R = \frac{\beta_\tau}{f_{ck,cube}} \quad (6-51)$$

Spalten des Versuchkörpers

Infolge hoher Ringzugkräfte besteht die Gefahr des Spaltens. Ohne Querbewehrung tritt ein schlagartiges Versagen ein. Mit Querbewehrung findet ein Abfall der Verbundspannung statt. Der Versagensfall des Spaltens ist für Gebrauchstauglichkeitsuntersuchungen relativ uninteressant, da hierbei zu große Rissbreiten auftreten. Daher wird hier ein einfacher Algorithmus bevorzugt um lediglich den Versagensfall abzudecken. Der so gewählte Algorithmus kontrolliert den Ringzug auf Versagen. Im Versagensfall wird auf die Kurven des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] zurückgegriffen.

Das zentrale Problem des Versagenskriteriums ist die Betonzugfestigkeit. Aufgrund der nicht ausreichenden Modelle auf Basis der Elastizitätstheorie führten MARTIN [119] und NEUNER et al. [143] Versuche durch und stellten Beschreibungen für das plastische Betonverhalten auf. Nach MARTIN [119] betragen die rechnerischen Ringzugspannungen in Abhängigkeit der erreichten Versuchslasten an durch Innendruck belasteten Betonzugringen ein Vielfaches der Betonzugfestigkeit. Seiner Vermutung nach versagt der Beton erst, wenn der Mittelwert der Ringzugspannungen in einem größeren Bereich die Zugfestigkeit des Betons überschreitet. Seine Begründung dafür war, dass infolge der entstehenden Mikrorisse im Beton ein quasi-plastisches Verhalten entsteht und somit die hohen theoretisch berechneten Zugspannungen im Betonring nicht vorhanden sind. Zur Bestimmung des Zugringversagens schlägt er das folgende Kriterium vor:

$$f_{ct,Zugringversagen} = 0,18 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (6-52)$$

Wenn dem Versagensfall mehr Aufmerksamkeit gewidmet werden soll, sei auf SCHENKEL [188] verwiesen. Basierend auf den Arbeiten von LAMÉ [103] und später TIMOSHENKO [103] werden dort ausführlich verschiedene Modelle des Ringzugversagens und sowie die Differentialgleichung der dickwandigen Zugringe vorgestellt.

6.5 Anwendung des analytischen Verbundgesetzes

Im folgenden Abschnitt werden notwendige Anpassungen und Voraussetzungen zur Anwendung des analytischen Verbundgesetzes beschrieben. Dazu gehört als erstes eine Modifikation der numerischen Integration. Diese ist notwendig, da das analytische Verbundgesetz keinen direkt auswertbaren Zusammenhang zwischen Relativverschiebung und Verbundspannung besitzt. Anschließend müssen die erforderlichen Parameter festgelegt und die Mindestwerte der Verbundspannung definiert werden. Zum Schluss dieses Abschnittes wird die Besonderheit des Dehnkörpers behandelt und erklärt, wie diese Eigenschaft berücksichtigt wurde.

6.5.1 Modifikation der numerischen Integration

Bisher basiert die Verbundspannungsermittlung im Rahmen der numerischen Integration (Abschnitt 4.5) auf der für dieses Intervall indirekt geschätzten Relativverschiebung δ . Die indirekte Schätzung der Relativverschiebung liegt daran, dass für jedes Intervall erst die Änderung der Dehnungen für Stahl und Beton und damit die Dehnungen für das Intervall berechnet werden. Aus diesen Dehnungen, die auf den geschätzten Veränderungen der Dehnungen basieren, wird die Relativverschiebung berechnet. Das Problem ist, dass bei diesem Vorgehen einer bestimmten Relativverschiebung immer die gleiche Verbundspannung zugeordnet wird. Wie aus Versuchen gezeigt wurde, stimmt diese Annahme jedoch nicht. Daher wird bei der Modifikation der numerischen Integration (Abbildung 6-25) die Verbundspannung aus der geschätzten Betondehnung ermittelt. Dazu wird erst die Betondehnung geschätzt, anschließend aus der geschätzten Dehnung über das dreidimensionale Betonmodell die zugehörige Betonspannung ermittelt. Geschätzt wird die Betondehnung in der Grenzschicht $\varepsilon_{c,G,i}$ für das Intervall i . Mit Hilfe des dreiachsialen Betonmodells werden infolge der Betondehnung in der Grenzschicht $\varepsilon_{c,G,i}$ die drei Betonspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 ermittelt.

$$\sigma_{1,i}(\varepsilon_{c,G,i}) = \sigma_1(\varepsilon_{c,G,i}) \quad (6-53)$$

Damit lässt sich die im Intervall i übertragene Kraft $\Delta F_{c,i}$ in Abhängigkeit der Betondehnung $\varepsilon_{c,G,i}$ folgendermaßen bestimmen:

$$\Delta F_{c,i}(\varepsilon_{c,G,i}) = \sigma_{1,i}(\varepsilon_{c,G,i}) \cdot A_1 \quad (6-54)$$

Ebenfalls abgeschätzt wird die Stahldehnung für das Intervall i . Daraus lässt sich dann die Stahlspannung $\sigma_{s,i}$ im Intervall i unter Einbeziehung der Stahlquerschnittsfläche A_s bestimmen:

$$\sigma_{s,i}(\varepsilon_{s,i}) = \varepsilon_{s,i} \cdot A_s \quad (6-55)$$

Anschließend wird aus der Differenz der Stahlspannung am vorhergehenden Intervall $\sigma_{s,i-1}$ und der Stahlspannung am aktuellen Intervall $\sigma_{s,i}$ die Änderung der Stahlspannung $\Delta\sigma_{s,i}$ bestimmt:

$$\Delta\sigma_{s,i}(\varepsilon_{s,i}) = \sigma_{s,i-1}(\varepsilon_{s,i-1}) - \sigma_{s,i}(\varepsilon_{s,i}) \quad (6-56)$$

Die Änderung der Stahlkraft ist dann:

$$\Delta F_{s,i}(\varepsilon_{s,i}) = \Delta\sigma_{s,i}(\varepsilon_{s,i}) \cdot A_s \quad (6-57)$$

Aus den Beträgen der beiden übertragenen Kräfte $\Delta F_{c,i}$ und $\Delta F_{s,i}$ wird das Residuum $\Delta F_{cs,i}$ des Intervalls i ermittelt:

$$\Delta F_{cs,i} = |\Delta F_{s,i}| - |\Delta F_{c,i}| \stackrel{!}{=} 0 \quad (6-58)$$

Sind die Änderungen der Stahl- und Betonkraft unterschiedlich, so sind neue Schätzungen für die Dehnungen erforderlich und das Intervall i ist erneut zu berechnen. Ansonsten können die Verbundspannungen, wie bereits aus Gleichung (6-44) bekannt, berechnet werden:

$$\tau_i = \frac{a_1}{c_R} \cdot \sigma_{1,i} \quad (6-59)$$

Nach Bestimmung der Kraft $F_{c,i}$ im Hauptanteil des Betons im Intervall i durch die entsprechende Gleichung aus den Gleichungen (6-2) bis (6-4) kann die Betondehnung im Hauptanteil $\varepsilon_{c,H,i}$, diese entspricht der allgemeinen Betondehnung $\varepsilon_{c,i}$, näherungsweise linear berechnet werden:

$$\varepsilon_{c,H,i} = \varepsilon_{c,i} = \frac{F_{c,i}}{A_{c,H} \cdot E_c} \quad (6-60)$$

Die Relativverschiebung δ_i im Intervall i lässt sich wie bei der bisher bekannten Version der numerischen Integration ermitteln. Sie besteht aus der Differenz von Stahl- und Betonverschiebung:

$$\delta_i = u_{s,i} - u_{c,i} \quad (6-61)$$

Mit der Stahlverschiebung

$$u_{s,i} = \int_x \varepsilon_{s,i} \cdot dx \quad (6-62)$$

bzw. Betonverschiebung zwischen dem Rippenabstand c_R

$$u_{c,i} = \int_x \varepsilon_{c,i} \cdot dx \quad (6-63)$$

ergibt sich für die Relativverschiebung:

$$\delta_i = \int_x \varepsilon_{s,i} \cdot dx - \int_x \varepsilon_{c,i} \cdot dx \quad (6-64)$$

Da für die zu untersuchenden Versuche keine Starrkörperverschiebung stattfinden soll, gilt für $dx = c_R$ unter der Verwendung der Betondehnung $\varepsilon_{c,i}$ im Hauptanteil des Betons die folgende Relativverschiebung:

$$\delta_i = (\varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{c,i}) \cdot c_R \quad (6-65)$$

Zum Abschluss kann für das Intervall i noch aus der Betondehnung im Hauptanteil, also der allgemeinen Betondehnung, die Betonspannung bestimmt werden:

$$\sigma_{c,i} = \varepsilon_{c,i} \cdot E_c(\varepsilon_{c,i}) \quad (6-66)$$

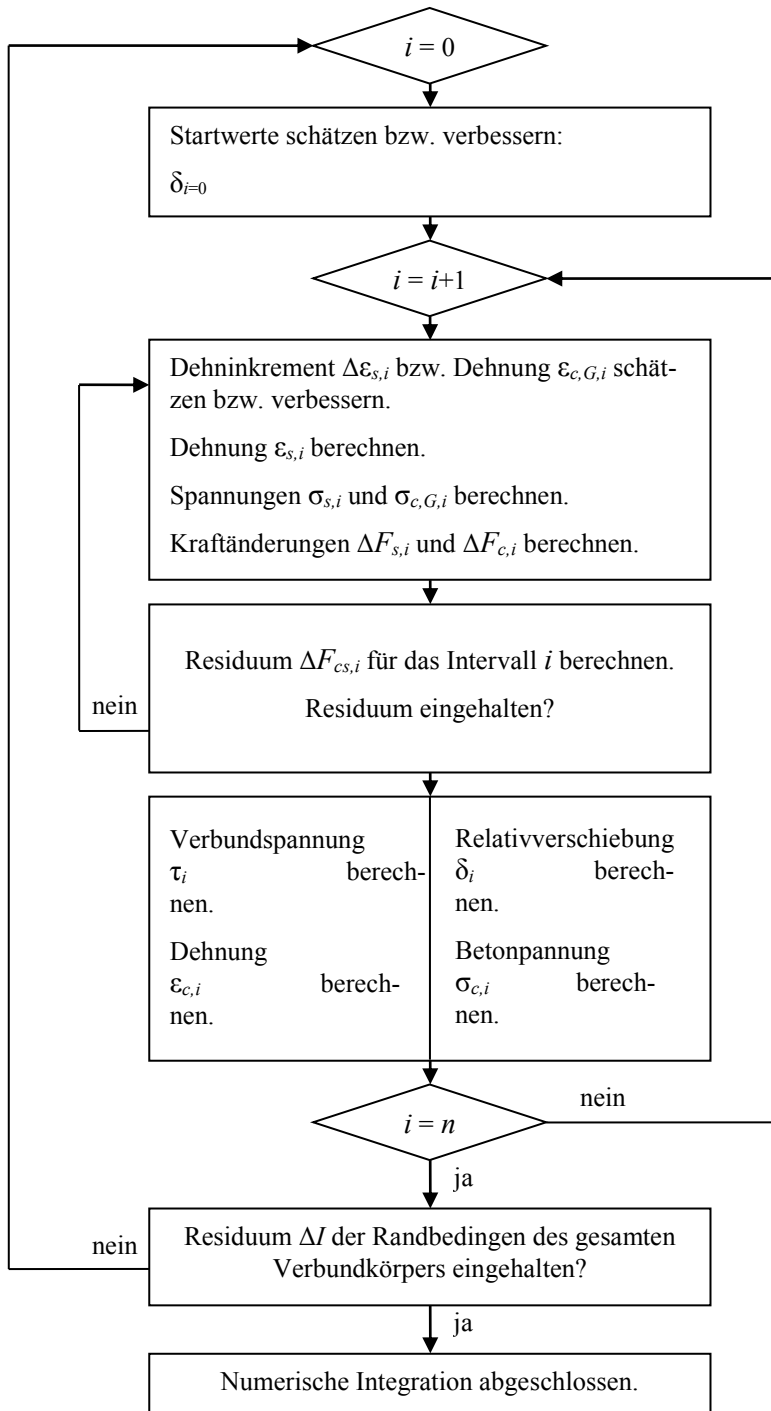


Abb. 6-25 Ablaufschema der modifizierten numerischen Integration

6.5.2 Parameter des Verbundgesetzes

Für die Anwendung des Verbundgesetzes sind der Neigungswinkel α , das Verhalten im Randbereich und die Verbundbedingungen, mit gutem oder mäßigem Verbund, zu definieren.

Neigungswinkel α der Druckstrebe

Der Winkel zwischen Stabachse und Druckstrebe ist abhängig vom Versuchskörpertyp. In Tabelle 6-3 sind die verschiedenen Werte hinterlegt. Die Winkel wurden mit den Versuchsnachrechnungen aus Kapitel 8.3 kalibriert.

Tab. 6-3 Druckstrebenwinkel in Abhängigkeit des Versuchskörpertyps

| Versuchskörpertyp: | Ausdrückkörper | Ausziehkörper | Dehnkörper |
|---------------------|----------------|---------------|------------|
| Druckstrebenwinkel: | 45° | 52° | 58° |

Wie bereits gezeigt, bewirken die verschiedenen Spannungskombinationen zwischen Stahl- und Betonspannung unterschiedliche Druckstrebenwinkel. Daher ist für andere Anwendungen, z. B. Implementierung in ein Finite-Elemente-Programm, nicht entscheidend welcher der drei Versuchskörpertypen gewählt wurde, sondern welche Kombination aus Stahl- und Betonspannung vorherrscht. (Tabelle 6-4)

Tab. 6-4 Druckstrebenwinkel in Abhängigkeit der Spannungsrichtung

| | | | |
|---------------------|-----|-------|-------|
| Stahlspannung: | Zug | Zug | Druck |
| Betonspannung: | Zug | Druck | Druck |
| Druckstrebenwinkel: | 58° | 52° | 45° |

Randeffluss

Mit zunehmender Entfernung vom Lasteinleitungsbereich ändert sich die Druckstrebenneigung. Näherungsweise kann dies durch die folgende Gleichung berücksichtigt werden:

$$\tan \alpha_{Rand} = \frac{r_{MA}}{x_i} \tag{6-67}$$

Dabei ist r_{MA} der Radius des Lastausleitungspunktes aus dem Beton, ausgehend von der Stabachse als Mittelpunkt (Radius zwischen Mittelpunkt und Auflager). Die Variable x_i stellt den Abstand vom Lasteinleitungspunkt in Stabrichtung dar. Der Übergang zwischen Randbereich und dem übrigen Bereich ergibt sich durch den Maximalwinkel der Druckstrebe:

$$\alpha = \max \left\{ \begin{array}{l} \alpha \\ \alpha_{Rand} \end{array} \right\} \quad (6-68)$$

Verbundbedingungen guter/mäßiger Verbund

Analog zu DIN 1045-1 [245], [246] bzw. EUROCODE 2 [248] wird für den Faktor ψ nicht der tatsächlich wirkende Umfang berücksichtigt, sondern eine Annahme für die beiden Verbundbedingungen „guter Verbund“ und „mäßiger Verbund“ getroffen. Diese Annahme ist ausreichend und impliziert, dass im Falle von schlechtem Verbund der wirkende Umfang geringer ist:

$$\psi = 1,0 \text{ für guten Verbund}$$

$$\psi = 0,7 \text{ für mäßigen Verbund}$$

Die Verbundbedingungen sind dabei nach DIN 1045-1 [246] gewählt. Ausführlich wurden diese Definitionen bereits in Abschnitt 4.6.9 behandelt.

6.5.3 Mindestwert Verbundspannung

Zur Bestimmung des Mindestwertes der Verbundspannung nach Plastifizieren des Betons wird auf ein Verbundgesetz für glatte Stäbe zurückgegriffen. Das Verhalten eines Rippenstahls beim Herausziehen nach dem Abscheren der Betonkonsolen ist analog zu dem Verbundverhalten eines glatten Bewehrungsstabes ausziehen eines glatten Bewehrungsstabes. Im Vergleich zu glatten Stäben findet beim Rippenstab die Reibung zwischen den abgesicherten Betonkonsolen und dem umgebenden Beton statt. Dadurch ist der effektive Durchmesser des ausgezogenen Bewehrungsstabes etwas größer und somit vergrößert sich die Reibungsfläche ebenfalls. Analog zum Vorgehen von SCHOBER [194] für glatte Stäbe, wird hier die folgende Annahme für die verbleibende Verbundspannung beim Herausziehen des Bewehrungsstabes getroffen:

$$\frac{\tau_R}{f_{ck,cube}} = \bar{\lambda} \cdot \psi \cdot \frac{\bar{f}_R}{f_{ck,cube}} = \frac{\beta_\tau}{f_{ck,cube}} = 0,03 \quad (6-69)$$

Damit liegt der Wert für den Gleitwiderstand etwas unter dem Wert für walzfrische Stähle nach den Untersuchungen von REHM [162]. Da dies jedoch für praktische Belange nicht von Bedeutung ist, wird auf genauere Analysen verzichtet.

6.5.4 Besonderheit Dehnkörper

Im Gegensatz zu Auszieh- und Ausdrückkörper erfährt der Beton des Dehnkörpers Zugspannungen. Dadurch besteht die Gefahr, dass die Sekundärrisse an den Rippen sich zu Primärrissen entwickeln und sich somit Trennrissen im Beton quer zur Stahlstabachse ausbilden. Aufgrund dieser Tatsache muss die Risschnittgröße F_{cr} ermittelt werden. Dazu wird zunächst die einwirkende Normalkraft N_R betrachtet:

$$N_R = A_c \cdot \sigma_c + A_s \cdot \sigma_s = A_c \cdot \sigma_c \cdot \left(1 + \frac{A_s}{A_c} \cdot \frac{\sigma_s}{\sigma_c} \right) = A_c \cdot \sigma_c \cdot \left(1 + \frac{A_s}{A_c} \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_c} \right) \quad (6-70)$$

Mit den folgenden Annahmen

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{A_s}{A_c} \\ \alpha_e &= \frac{E_s}{E_c} \\ \varepsilon_s &= \varepsilon_c \end{aligned} \quad (6-71)$$

ergibt sich:

$$N_R = A_c \cdot \sigma_c (1 + \rho \cdot \alpha_e) \quad (6-72)$$

Die Normalkraft N_R entspricht der Risskraft F_{cr} , wenn die Betonspannung σ_c die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} erreicht hat:

$$F_{cr} = A_c \cdot f_{ctm} (1 + \rho \cdot \alpha_e) \quad (6-73)$$

Wenn die einwirkende Normalkraft N_R im gesamten Querschnitt des Versuchkörpers den Wert der Risskraft F_{cr} überschreitet und die Lasteinleitungslänge l_e ausreichend groß ist, dann reißt der Dehnkörper. Ein neuer Riss entsteht, wenn infolge der Lasteinleitung zwischen zwei bereits bestehenden Rissen die Zugfestigkeit des Betons erreicht wird. Dazu ist es erforderlich, dass der Abstand zwischen den bestehenden Rissen mindestens die doppelte Eintragungslänge beträgt. Anschließend beträgt der Rissabstand $s_{r,min}$ mindestens die einfache Eintragungslänge. Der größte mögliche Rissabstand stellt sich ein, wenn die Übertragungslänge nicht mehr ausreichend ist um die erforderliche Risskraft auf den Beton zu übertragen. Da die Lasteinleitungslänge jeweils von beiden Rissufern erreicht werden muss, gilt daher für den Grenzwert des maximalen Rissabstandes $s_{r,max}$ die zweifache Lasteinleitungslänge.

Daraus ergibt sich die Bedingung für das abgeschlossene Rissbild, dass es minimale und maximale Rissabstände gibt:

$$s_{r,min} = l_e \leq s_r \leq 2 \cdot l_e = s_{r,max} \quad (6-74)$$

Um die maximale Betonzugkraft $F_{ct,max}$ in den Beton einleiten zu können, wird die Lasteinleitungslänge l_e benötigt. Daher gilt:

$$l_e = \frac{F_{ct,max}}{U_s \cdot \tau_m} \quad (6-75)$$

Mit der maximalen Betonzugkraft

$$F_{ct,max} = A_c \cdot f_{ctm} \quad (6-76)$$

kann die Lasteinleitungslänge

$$l_e = \frac{A_c \cdot f_{ctm}}{U_s \cdot \tau_m} \quad (6-77)$$

unter Kenntnis der mittleren Verbundspannung τ_m berechnet werden. Für die mittlere Verbundspannung wird näherungsweise auf den Wert der DIN 1045-1 [246] zurückgegriffen. Hierbei wird die Verbundspannung in Abhängigkeit der Zugfestigkeit bestimmt:

$$\tau_m = 1,8 \cdot f_{ctm} \quad (6-78)$$

Für den minimalen Rissabstand $s_{r,min}$ gilt damit:

$$s_{r,min} = l_e = \frac{A_c \cdot f_{ctm}}{U_s \cdot \tau_m} \quad (6-79)$$

Der maximale Rissabstand $s_{r,max}$ wird folgendermaßen ermittelt:

$$s_{r,max} = 2 \cdot l_e = 2 \cdot \frac{A_c \cdot f_{ctm}}{U_s \cdot \tau_m} \quad (6-80)$$

Einsetzen der mittleren Verbundspannung aus Gleichung (6-78) in die Gleichungen (6-79) und (6-80) des minimalen bzw. maximalen Rissabstandes ergibt für den Rissabstand s_r die folgende Bedingung:

$$s_{r,min} = \frac{1}{1,8} \cdot \frac{A_c}{U_s} \leq s_r \leq \frac{2}{1,8} \cdot \frac{A_c}{U_s} = s_{r,max} \quad (6-81)$$

Mit jedem Trennriss im Dehnkörper entsteht quasi ein zusätzlicher Dehnkörper. Bei Anwendung der numerischen Integration würden die Risse immer nach der Lasteinleitungslänge entstehen. Dies liegt daran, dass nach der Lasteinleitungslänge die Risskraft erreicht ist, Streuungen des Betons könnten so nicht berücksichtigt werden. Für die numerische Integration bedeutet dies, dass die zusätzlich entstehenden Dehnkörper alle den minimalen Rissabstand besitzen. Da Beton ein Werkstoff mit stark streuenden Eigenschaften ist, reißt der Dehnkörper jedoch in der Realität im-

mer an der schwächsten Stelle und der Rissabstand bewegt sich zwischen minimalem und maximalem Rissabstand. Aus diesem Grund wird für das Programm NumInt ein Algorithmus zur Vorgabe der Rissabstände implementiert. Dazu wird als erstes überprüft, ob die aufgebrachte Last größer ist als die Risskraft F_{cr} :

$$N_{cr} \geq F_{cr} = A_c \cdot f_{ct} (1 + \rho \cdot \alpha_e) \quad (6-82)$$

Wenn dies der Fall ist, wird der maximale Rissabstand nach Gleichung (6-80) ermittelt und mit der Länge des Dehnkörpers verglichen. Ist die Dehnkörperlänge größer, wird der Dehnkörper halbiert. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis die Länge der daraus entstandenen Dehnkörper geringer ist als der maximale Rissabstand. Mit diesem Vorgehen stellt sich für das abgeschlossene Rissbild ein Rissabstand s_r zwischen dem minimalen und dem maximalen Rissabstand ein. Das so entstandene abgeschlossene Rissbild spiegelt näherungsweise die Streuungen des Betons wider.

Kapitel 7

Programm NumInt

Zur besseren Vergleichbarkeit verschiedener Verbundgesetze wurde ein eigenes Programm in Visual Basic for Applications (VBA) für Microsoft Excel 2003 geschrieben. Mit diesem Programm lässt sich leicht und übersichtlich die numerische Integration durchführen. Im folgenden Kapitel wird das Programm NumInt kurz vorgestellt.

7.1 Vorbereitung des Programms NumInt

Die Vorbereitungen beschränken sich auf die Eingabe des Verbundgesetzes und der Stoffgesetze der Materialien Stahl und Beton in den dafür vorgesehenen Arbeitsblättern von Microsoft Excel.

7.1.1 Implementierung des Verbundgesetzes

Um jedes beliebige Verbundgesetz anwenden zu können, müssen Vorbereitungen getroffen werden. Zuerst muss ein Verbundspannungsgesetz hinterlegt werden. Dazu dient die Registerkarte „tau-delta aktiv“ in Abbildung 7-1. In den Zeilen 1 bis 18 sind die Schnittstellen definiert. Hier finden die Übergabe der Werte von anderen Arbeitsblättern sowie die Kommunikation zwischen Excel und VBA statt. Ab Zeile 19 wird das gewünschte Verbundgesetz implementiert, dazu werden die entsprechenden Zellen im Schnittstellenbereich verknüpft. Es ist möglich mehrere Verbundgesetze auf verschiedenen Arbeitsblättern zu hinterlegen. Zur Verwendung des gewünschten Verbundgesetzes ist es lediglich notwendig dessen Arbeitsblattnamen auf „tau-delta aktiv“ zu setzen.

Eine wichtige Eingabe ist manuell in Zelle F11 zu machen. Hier wird entschieden, ob die numerische Integration klassisch nach Relativverschiebung oder ob eine Integration über die mögliche Spannungsaufnahme des Betons durchgeführt wird.

7.1.2 Implementierung der Stoffgesetze für Stahl und Beton

Nachdem ein Verbundgesetz eingegeben ist, müssen im nächsten Schritt die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für die Werkstoffe hinterlegen werden. Hierzu wird

die Registerkarte „Spannung-Dehnung aktiv“ (Abbildung 7-2) gewählt. Auch hier befinden sich im oberen Bereich die entsprechend gekennzeichneten Schnittstellen. Im unteren Bereich werden die gewünschten Stoffgesetze eingegeben und mit den entsprechenden Schnittpunkten im oberen Bereich gekoppelt. Hier können beliebige Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für die Werkstoffe Stahl und Beton eingegeben werden. Auch für die Spannungs-Dehnungs-Beziehungen ist es, analog zu den Verbundgesetzen, möglich mehrere Stoffgesetze in verschiedenen Arbeitsblättern zu hinterlegen und dann jeweils das gewünschte Stoffgesetz zu aktivieren.

Für den Werkstoff Stahl wird nur die Festigkeit über die Eingabemaske eingegeben. Daher müssen manuell in der Registerkarte „Spannung-Dehnung aktiv“ noch E-Modul, Fließdehnung und Bruchdehnung hinterlegt werden.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P |
|----|-------------------------------------|----------------------|---|---|--|---|---|---|--|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Tau-Delta-Beziehung | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | Schnittstellen zu VBA (Integration) | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | d_s | [mm] | | | Schnittstelle zu Excel-„Eingabe“-Tabelle | | | | Legende: | | | | | | | |
| 4 | f_s | [N/mm ²] | | | f_{tk} | [N/mm ²] | | | bedeutet: diese markierten Zellen werden von VBA ausgefüllt | | | | | | | |
| 5 | $d_{s,mod}$ | [mm] | | | Stabdurchmesser | [mm] | | | bedeutet: diese markierten Zellen werden über VBA ausgelesen | | | | | | | |
| 6 | f_s | [mm] | | | c_{clear} | [mm] | | | bedeutet: diese markierte Zelle werden über die Excel-Tabelle "Eingabe" ausgefüllt | | | | | | | |
| 7 | f_s | | | | a_R | [mm] | | | | | | | | | | |
| 8 | f_c | | | | Querlast | [N/mm ²] | | | | | | | | | | |
| 9 | Δf_s | | | | Verbundbedingungen | | | | | | | | | | | |
| 10 | Δf_c | | | | Bügelbewehrung | [mm ² /m] | | | Achtung: | | | | | | | |
| 11 | Δf_s | [N/mm ²] | | | Verbundgesetztyp | 1: über Relativverschiebung | | | Verbundgesetztyp ist manuell in F11 einzutragen | | | | | | | |
| 12 | Δf_c | [N/mm ²] | | | | 2: über Änderung Beton- und Verbundspannung | | | | | | | | | | |
| 13 | Länge (x) | [mm] | | | Schnittstellen zu VBA (Stahkenwerte) | | | | | | | | | | | |
| 14 | Intervall dx | [mm] | | | f_{yk} | [N/mm ²] | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | ϵ_{yk} | | | | | | | | | | | |
| 16 | A_c | [mm ²] | | | f_{tk} | | | | | | | | | | | |
| 17 | f_c | [N/mm ²] | | | ϵ_{cu} | | | | | | | | | | | |

Abb. 7-1 Registerkarte „tau-delta aktiv“

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | |
|----|---|-------------------|---|---|----------------------|-------------------|---|---|--|----------------------|---|---|------------------------------------|---|---|--|
| 1 | Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Stahl und Beton | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | Schnittstellen zu VBA | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | Stahl: | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | f_c aus VBA | | | | Beton: | | | | Legende: | | | | | | | |
| 5 | σ_s nach VBA | N/mm ² | | | f_c aus VBA | | | | bedeutet: diese markierten Zellen werden von VBA ausgefüllt | | | | | | | |
| 6 | σ_s aus VBA | N/mm ² | | | σ_c nach VBA | N/mm ² | | | bedeutet: diese markierten Zellen werden über VBA ausgelesen | | | | | | | |
| 7 | σ_s nach VBA | N/mm ² | | | σ_c aus VBA | N/mm ² | | | bedeutet: diese markierte Zelle werden über die Excel-Tabelle "Eingabe" ausgefüllt | | | | | | | |
| 8 | σ_s nach VBA | | | | f_c nach VBA | | | | | | | | | | | |
| 9 | E-Modul | N/mm ² | | | E_{cm} -Modul | N/mm ² | | | Bügelbew. | [cm ² /m] | | | Achtung: | | | |
| 10 | f_{tk} | N/mm ² | | | f_{tk} | N/mm ² | | | d_s | [mm] | | | Für Stahl sind die folgenden Werte | | | |
| 11 | f_{yk} | N/mm ² | | | ϵ_{cm} | N/mm ² | | | σ_c | N/mm ² | | | manuell einzutragen | | | |
| 12 | ϵ_y | | | | ϵ_{cm} | N/mm ² | | | Querbelastung | [N/mm ²] | | | - E-Modul B10 | | | |
| 13 | ϵ_u | | | | $f_{c, Grenz-Zug}$ | | | | Länge (x) | [mm] | | | - ϵ_y B13 | | | |
| 14 | c_{clear} Rippenabstand | [mm] | | | $f_{c, Grenz-Druck}$ | | | | Intervall dx | [mm] | | | - ϵ_u B14 | | | |
| 15 | a_R Rippenhöhe | [mm] | | | C_c | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | C_y | | | | | | | | | | | |

Abb. 7-2 Registerkarte „Spannung-Dehnung aktiv“

7.2 Anwendung des Programms NumInt

Die Anwendung des Programms erfolgt über die Eingabemaske (Abbildung 7-3), welche sich beim Öffnen der Datei sofort startet. In dieser Eingabemaske wird der Versuchskörper modelliert.

Hierzu werden zuerst die Eigenschaften Verbundlänge und Stabdurchmesser des Körpers hinterlegt. Um bei großen Querschnittswerten den Einfluss der Betonflächen zu begrenzen, muss eine aktivierte maximale Betonfläche gewählt werden. Dazu wird ein Durchmesser der aktivierten Betonfläche in Abhängigkeit des Stabdurchmessers gewählt. Für den Faktor ist ein Wert zwischen 5 und 10 des Stabdurchmessers empfehlenswert. Um durch diese Wahl keine Verfälschung von Versuchskörpern mit geringer Betondeckung zu erhalten, wird durch die Angabe des Versuchskörperdurchmessers der maximale Wert begrenzt. Wenn im Feld „Betonzugfestigkeit“ kein Wert gewählt wird, wird dieser in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit bestimmt.

Als nächstes werden die Belastungsgrößen gewählt. Das sind einerseits die Normalkraft, die auf den Stab einwirkt und andererseits eine rotationssymmetrische Querbelastung seitlich auf den Versuchskörper. Zu beachten ist hierbei, dass Zugkräfte mit positivem Vorzeichen definiert sind.

Über die Definition der Integrationseigenschaften werden die Anzahl der Integrationsintervalle und die Toleranzgrenze bestimmt. Die Toleranzgrenze wird im Bereich von 0 (exakt) bis 1 (ungenau) gewählt. Dieser Wert gibt an, ab welchem Residuum das Integrationsintervall neu berechnet wird. Empfehlenswert sind Werte im Bereich von 0,1 bis 0,5. Darunter bricht die Integration meist ab, da die Grenze des Residuums nicht erreicht wird. Darüber wird der Wert der Berechnung zu ungenau.

Bei der Auswahl des Versuchskörpertyps kann zusätzlich die Eigenschaft „guter Verbund“ definiert werden.

Im Auswahlfeld „Hinterlegte Versuchsdaten“ sind die Versuchsdaten des letzten Versuchs hinterlegt. Die anderen Versuchsdaten sind gespeicherte Versuchsdaten. Bei Auswahl einer dieser Datensätze werden die Felder der Eingabemaske automatisch mit den in der Registerkarte „Versuchsreihen“ (Abbildung 7-4) hinterlegten Werten ausgefüllt. Mit dieser Funktion ist es möglich den gleichen Versuch unter leicht geänderten Bedingungen ohne viel Aufwand mehrmals zu rechnen.

Am unteren Rand der Eingabemaske gibt es drei Schaltflächen, die erste startet die Berechnung und führt anschließend zum Arbeitsblatt „Ausgabe“ (Abbildung 7-5). Von hier können die Ergebnisse exportiert und graphisch weiterverarbeitet werden. Nach Betätigung der Schaltfläche „Speichern“ erscheint die Möglichkeit einen Namen für die eingegebenen Versuche einzutragen. Der Versuchsdatensatz wird dann im Arbeitsblatt „Versuchsreihen“ in der nächsten freien Spalte abgelegt. Anschließend erscheint der Name im Auswahlfeld „Hinterlegte Versuchsdaten“. Die Schaltfläche „Abbrechen“ ermöglicht die Wahl die Datei vollständig zu schließen oder zu den Arbeitsblättern von Microsoft Excel zu gelangen.

Versuchskörper modellieren
✕

Eigenschaften Versuchskörper

Verbundlänge [mm]

Stabdurchmesser [mm]

Durchmesser aktivierte Betonfläche [5..10]*Ds

Durchmesser Testkörper [mm]

Betondruckfestigkeit [N/mm²]

Betonzugfestigkeit [N/mm²]

Stahlfestigkeit [N/mm²]

Querbewehrung [mm²/m]

Testkörper

Ausziehkörper
 Ausdrückkörper
 Dehnkörper

Gute Verbundbedingungen

Belastung

Normalkraft [N]

Querbelastung [N/mm²]

Eigenschaften der Integration

Anzahl der Integrationsintervalle [-]

Toleranz [0..1]

Hinweise

Vorzeichen: Zugkräfte sind mit positivem Vorzeichen und Druckkräfte mit negativem Vorzeichen einzusetzen.

Berechnen

Speichern

Abbrechen

Hinterlegte Versuchsdaten

Letzte Berechnung

KIT **Karlsruher Institut für Technologie**
 Institut für Massivbau und Baustofftechnologie
 Abteilung Massivbau
 Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
 Programmierer:
 Dipl.-Ing. Michael Auer
 michael.auer@kit.edu
 www.imb.kit.edu

Abb. 7-3 Eingabemaske

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N |
|----|------------------------------------|---|----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Versuchsdatensammlung | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 1=Ausziehkörper | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 2=Ausdrückkörper | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 3=Dehnkörper | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | Zug ist positiv | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | Name des Versuchs | | Letzte Berechnung | | | | | | | | | | | |
| 7 | Probekörper | | [-] | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | Verbundlänge | | [mm] | | | | | | | | | | | |
| 10 | Stabdurchmesser | | [mm] | | | | | | | | | | | |
| 11 | Durchmesser aktivierte Betonfläche | | [5..10]*Ds | | | | | | | | | | | |
| 12 | Durchmesser Probekörper | | [mm] | | | | | | | | | | | |
| 13 | Betondruckfestigkeit | | [N/mm ²] | | | | | | | | | | | |
| 14 | Betonzugfestigkeit | | [N/mm ²] | | | | | | | | | | | |
| 15 | Stahlfestigkeit | | [N/mm ²] | | | | | | | | | | | |
| 16 | Guerbewehrung | | [mm ² /m] | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | Normalkraft | | [N] | | | | | | | | | | | |
| 19 | Querbelastung | | [N/mm ²] | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | Anzahl der Integrationsintervalle | | [-] | | | | | | | | | | | |
| 22 | Toleranz | | [0..1] | | | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | Verbundbedingungen | | | | | | | | | | | | | |
| 25 | 1=gut | | | | | | | | | | | | | |
| 26 | 2=sonstige | | | | | | | | | | | | | |
| 27 | | | | | | | | | | | | | | |
| 28 | | | | | | | | | | | | | | |
| 29 | | | | | | | | | | | | | | |

Abb. 7-4 Registerkarte „Versuchsreihen“


| | A | B | C | D | E | F | G | I | J | K | L | M | N | O |
|----|---|-------|--|----------------------|----------------------|------------|--|---|---|---|---|---|---|---|
| |  | | Karlsruher Institut für Technologie Institut für Massivbau und Baustofftechnologie Abteilung Massivbau | | | | Programmierer: Dipl.-Ing. Michael Auer michael.auer@kit.edu www.imb.kit.edu | | | | | | | |
| 1 | Länge | c_s | c_c | σ_s | σ_c | δ_s | η_b | | | | | | | |
| 2 | [mm] | [-] | [-] | [N/mm ²] | [N/mm ²] | [mm] | [N/mm ²] | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | | | | | | | | | |
| 26 | | | | | | | | | | | | | | |
| 27 | | | | | | | | | | | | | | |

Abb. 7-5 Registerkarte „Ausgabe“

7.3 Open Source

Im Programm NumInt ist es möglich verschiedene Änderungen ohne Benutzung der Eingabemaske vorzunehmen. Um mehrere Versuchsdatensätze schnell eingeben zu können empfiehlt es sich statt der Eingabemaske die Registerkarte „Versuchsreihen“ zu wählen (Abbildung 7-4). Wichtig ist hierbei, dass keine Versuchsdaten in die Spalte C eingetragen werden. Diese Spalte wird temporär für jeweils den letzten Versuch benutzt und durch jeden neuen Versuch überschrieben. Des Weiteren dürfen keine Spalten frei bleiben, da die Versuchsnamen in der Eingabemaske nur so weit angezeigt werden, bis die erste freie Spalte erkannt wird.

Die Eingabemaske ist auf das Wesentliche beschränkt. Nachdem alle Einstellungen vorgenommen wurden, können von hier aus einfach und übersichtlich die Berechnungen durchgeführt werden. Die Angaben der Eingabemaske werden in der Registerkarte „Eingabe“ abgelegt. Wenn weitere Angaben verändert werden sollen, die durch das Programm automatisch gewählt werden, so ist dies ebenfalls auf diesem Arbeitsblatt möglich. Dort befinden sich z. B. der Wert des Rippenabstandes, der nach DIN 488-1 [242] bzw. DIN 488-3 [243] gewählt wird, oder die Werte der Bruchenergien G_f und G_c , die in Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] bestimmt werden. So können auf diese Art auch manuell Einstellungen vorgenommen werden um Werte zu wählen, die außerhalb der Normen liegen. Es ist auch möglich zusätzliche Parameter, die bisher noch nicht benötigt wurden, zu implementieren und in den restlichen Arbeitsblättern zu verknüpfen. Zum schnelleren Start der Berechnung befindet sich auf der Registerkarte „Eingabe“ ebenfalls die von der Eingabemaske bekannte Schaltfläche „Berechnen“.

Bei Bedarf können auch zusätzliche Ein- oder Ausgaberegisterblätter angelegt werden und im VBA-Quelltext ergänzt werden. Sinnvoll ist dies z. B. um Zwischenschritte der Berechnungen anzeigen zu lassen. Eine weitere Möglichkeit ist das Programmieren eines Makros zum schnelleren Export der Versuchsergebnisse.

Kapitel 8

Vergleichende Versuchsnachrechnungen mit dem Programm NumInt

Nachgerechnet wurden die Versuche von EIBL & NEUROTH [37] mit dem eigens entwickelten Programm NumInt. Bei diesen Versuchen wurden für die drei verschiedenen Versuchskörpertypen möglichst identische Randbedingungen gewählt. Des Weiteren wurden jeweils drei verschiedene Laststufen getestet, dies ermöglicht die Untersuchung von geringen bis höheren Belastungen. Damit liegt das Augenmerk auf dem Gebrauchstauglichkeitsbereich und nicht nur auf der Abdeckung des Maximalbereichs. In praktischen Anwendungen werden häufig die Verbundspannungen indirekt durch die Begrenzung der Rissbreiten im Fall der Gebrauchstauglichkeitsnachweise limitiert, deshalb spielen maximal mögliche Verbundspannungen eine untergeordnete Rolle.

Zu Vergleichszwecken werden die Versuche mit verschiedenen Verbundgesetzen nachgerechnet. Im Abschnitt 8.2 wird zuerst ein Vergleich zwischen dem Verbundgesetz aus CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und dem analytischen Verbundgesetz von SCHÖBER [194] geführt. Das Verbundgesetz des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] wird gewählt, da es dem aktuellen Stand der empirisch ermittelten Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen entspricht. Als zusätzlicher Wert wird der konstante Verbundspannungswert aus dem EUROCODE 2 [248] herangezogen. Im darauffolgenden Abschnitt 8.3 werden dann die Versuche zum Vergleich mit dem eigenen analytischen Verbundgesetz gerechnet.

8.1 Versuchsbeschreibung und Vorbereitung der Versuchsnachrechnungen

EIBL & NEUROTH [37] verwendeten für die Auszieh-, Ausdrück- und Dehnkörper rotationssymmetrische, zylindrische Testkörper. Hierbei bildete der mittig einbetonierte Bewehrungsstab mit Durchmesser $d_s = 20$ mm die geometrische Rotationsachse. Für die Versuchskörper gelten gute Verbundbedingungen. Bei der Versuchsdurchführung sollten die beiden Versagensarten Herausziehen des Bewehrungsstabes und Aufspalten des Versuchskörpers parallel zur Stabachse vermieden werden. Das Herausziehen wurde durch eine Verbundlänge von $l_v = 18 \cdot d_s = 360$ mm

verhindert. Für den Dehnkörper wurde entsprechend die doppelte Einbettungslänge gewählt, dies ist den Symmetriegründen geschuldet. Mit einem Versuchskörperdurchmesser von $d_b \sim 10 \cdot d_s = 192$ mm wurde das Spalten bzw. ein Abplatzen der Betondeckung ausgeschlossen. Um beim Auszieh- und Ausdrückkörper im Abstützungsbereich die Querdehnungsbehinderung zu minimieren und beim Ausdrück- und Dehnkörper im Lasteinleitungsbereich die Bildung eines Ausbruchkegels zu vermeiden, wurde eine 50 mm lange verbundfreie Vorlänge geschaffen.

In Tabelle 8-1 sind die Eigenschaften der drei betrachteten Versuchskörper von EIBL & NEUROTH [37] und die Beanspruchung der drei Laststufen zusammengefasst. Die verschiedenen Belastungsstufen wurden nacheinander am selben Versuchskörper durchgeführt. Damit wurden Einflüsse aus der Herstellung der Probenkörper vermieden. Für Informationen zu Betonzusammensetzung, Probenkörperherstellung, Versuchsdurchführung etc. wird auf die Arbeit von EIBL & NEUROTH [37] verwiesen.

Aus den Versuchen von EIBL & NEUROTH [37] wurden nur die Versuchskörper ohne Querbewehrung nachgerechnet. Wie schon in Abschnitt 4.6.5 zusammengefasst, hat die Querbewehrung erst dann einen Einfluss, wenn dadurch das Spalten verhindert wird. Die Abmessungen der Versuchskörper wurden jedoch so gewählt, dass ein Spalten auch ohne Querbewehrung nicht eintritt. Da die Versuche ohne und mit Querbewehrung von EIBL & NEUROTH [37] in verschiedenen Versuchsserien durchgeführt wurden, konnte kein sinnvoller Vergleich durchgeführt werden.

Bei allen Versuchen beginnt die Längsvariable x immer auf der Lasteinleitungsseite. Der Dehnkörper wird von beiden Seiten gleichzeitig belastet. Daher ist im Vergleich zu den beiden anderen Körpern die doppelte Verbundlänge notwendig um eine Beeinflussung auf gleicher Länge durch die gegenüberliegende und gleichzeitig belastete Seite zu vermeiden. Durch die gleichzeitige Belastung von beiden Seiten ist der Schnittgrößenverlauf theoretisch symmetrisch. Die Eigenschaft der Symmetrie bestätigt sich im Versuch jedoch nur näherungsweise, da Beton ein heterogener Werkstoff ist. Zur Versuchsauswertung wurden beide Seiten unabhängig voneinander betrachtet. Somit konnten mit den Verläufen der Messergebnisse des Dehnkörpers jeweils zwei Vergleichsrechnungen durchgeführt werden.

8.2 Versuchsnachrechnungen mit CEB-FIP Model Code 2010 und dem Verbundgesetz von Schober

Im folgenden Abschnitt werden die Versuche von EIBL & NEUROTH [37] mit dem Verbundgesetz des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und dem Verbundgesetz von SCHOBBER [194] nachgerechnet. Die konstante Verbundspannung aus EUROCODE 2 [248] wird als zusätzlicher Vergleichswert verwendet. Untersucht werden jeweils Verbundspannungs-, Stahlspannungs- und Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe. Für den CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] werden die Schnittgrößen einmal mit dem Abminderungsfaktor λ zur Berücksichtigung des Einflusses des

Tab. 8-1 Eigenschaften der drei Versuchskörper von EIBL & NEUROTH [37]

| | Auszugkörper | Ausdrückkörper | Dehnkörper |
|--|--------------|----------------|------------|
| Betonkörperlänge [mm] | 410 | 410 | 820 |
| Verbundlänge [mm] | 360 | 360 | 720 |
| Betonkörperdurchmesser [mm] | 192 | 192 | 192 |
| Würfeldruckfestigkeit Beton [N/mm ²] | 41,50 | 41,50 | 41,50 |
| Spaltzugfestigkeit Beton [N/mm ²] | 3,00 | 3,00 | 3,00 |
| Zugfestigkeit Beton [N/mm ²] | 1,80 | 1,80 | 1,80 |
| E-Modul Beton [N/mm ²] | 30 950 | 30 950 | 30 950 |
| Stahlstabdurchmesser [mm] | 20 | 20 | 20 |
| Bezogene Rippenfläche f_R | 0,065 | 0,065 | 0,065 |
| Fließgrenze Stahl [N/mm ²] | 480 | 420 | 420 |
| Bruchgrenze Stahl [N/mm ²] | 560 | 500 | 500 |
| Fließdehnung Stahl [‰] | 2 | 2 | 2 |
| Bruchdehnung Stahl [‰] | 20 | 20 | 20 |
| E-Modul Stahl [N/mm ²] | 196 000 | 210 000 | 210 000 |
| Laststufe 1 [kN] | 21,86 | 22,08 | 18,00 |
| Laststufe 2 [kN] | 65,76 | 65,96 | 53,91 |
| Laststufe 3 [kN] | 109,87 | 109,75 | 89,95 |

Randbereichs und einmal ohne den Abminderungsfaktor gerechnet. Als Vorgabe zu den Berechnungen wurden die in den Versuchen tatsächlich gemessenen Relativverschiebungen herangezogen.

8.2.1 Auszugkörper

In Abbildung 8-1 sind die Verbundspannungsverläufe des Auszugkörpers über die Länge für die drei verschiedenen Laststufen dargestellt. Mit zunehmender Belastung bildet der konstante Verbundspannungswert aus EUROCODE 2 [248] eine gute Approximation. Bei höheren Belastungen, also bei Maximallastversuchen, liegt der EUROCODE 2 [248] auf der sicheren Seite, da der angenommene Durchschnittswert unterhalb der tatsächlich gemessenen Verbundspannung liegt. Das Verbundgesetz aus CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] trifft zwar bei niedrigen Lasten den qualitativen Verlauf der Verbundspannungskurve, jedoch wird durch das Verbundgesetz ein deutlich höherer Maximalwert ermittelt. Im Vergleich zu den in experimentellen Versuchen gemessenen maximalen Verbundspannungen beträgt dieser bei allen drei Laststufen den zwei- bis dreifachen Wert. Das Verbundgesetz von SCHOBER [194] besteht aus zwei Anteilen. Dies ist einerseits der ansteigende Ast des Verbundgesetzes nach Gleichung (5-55) und der Begrenzung der Verbundspannung nach Gleichung (5-84). Die Begrenzung der Verbundspannung basiert auf der Tragfähigkeit des Zugrings. Infolge der geringen Betondeckung der Versuchskörper wird dieser Grenzwert oft maßgebend. Zur besseren Darstellung wurde in den Diagrammen sowohl der ansteigende Ast („Schober“) als auch der Grenzwert („Schober max“) getrennt betrachtet. Der Grenzwert ist vergleichbar mit dem konstanten Wert aus EUROCODE 2 [248].

In Abhängigkeit des ermittelten Verbundspannungsverlaufs ergibt sich in Abbildung 8-2 der dazugehörige Stahlspannungsverlauf. Die Richtungsänderung der Spannung, die von CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241], SCHOBER [194] und EUROCODE 2 [248] durch einen Vorzeichenwechsel suggeriert wird, ist nicht vorhanden. Dies ist lediglich der rechnerische Wert der Stahlspannung, der infolge des Spannungsabbaus durch die Verbundspannung errechnet wird. Theoretisch nimmt die Stahlspannung beim Schnitt mit der x-Achse den Wert null an, jedoch wurde aus algorithmisch korrekten Gründen darauf verzichtet den Wert der Stahlspannung auf null zu setzen. Nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241], SCHOBER [194] und EUROCODE 2 [248] wäre die Stahlspannung also schon auf viel kürzerer Strecke abgebaut. Dies impliziert, dass eine kürzere Verbundlänge ausreichend wäre.

Die Verbundspannung über die Relativverschiebung wird in den Diagrammen in Abbildung 8-3 aufgetragen. Hier spiegelt sich wider, dass speziell der CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] bei gleicher Relativverschiebung deutlich höher als im Versuch gemessenen Verbundspannungen vorgibt.

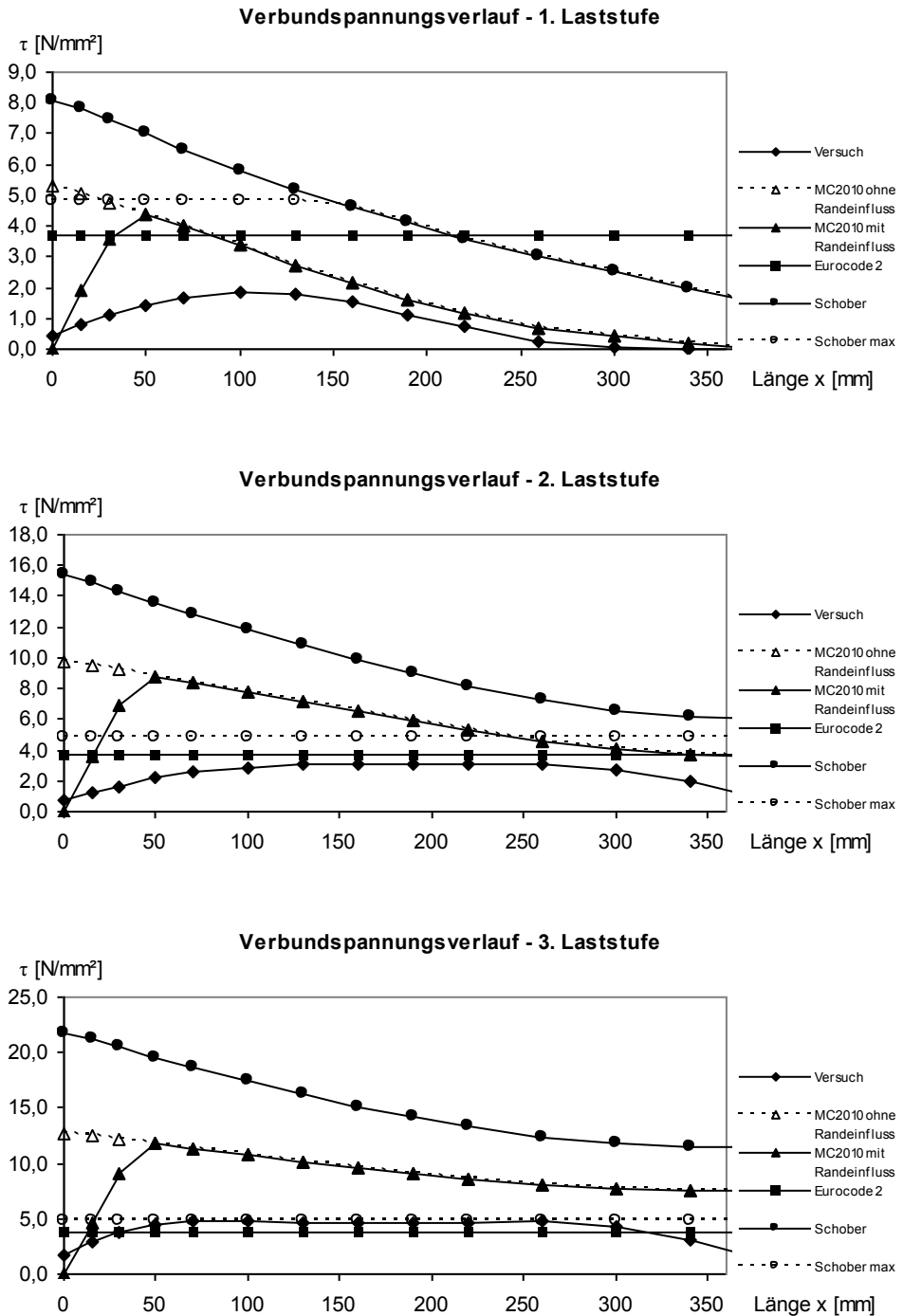


Abb. 8-1 Verbundspannungsverläufe des Auszugkörpers

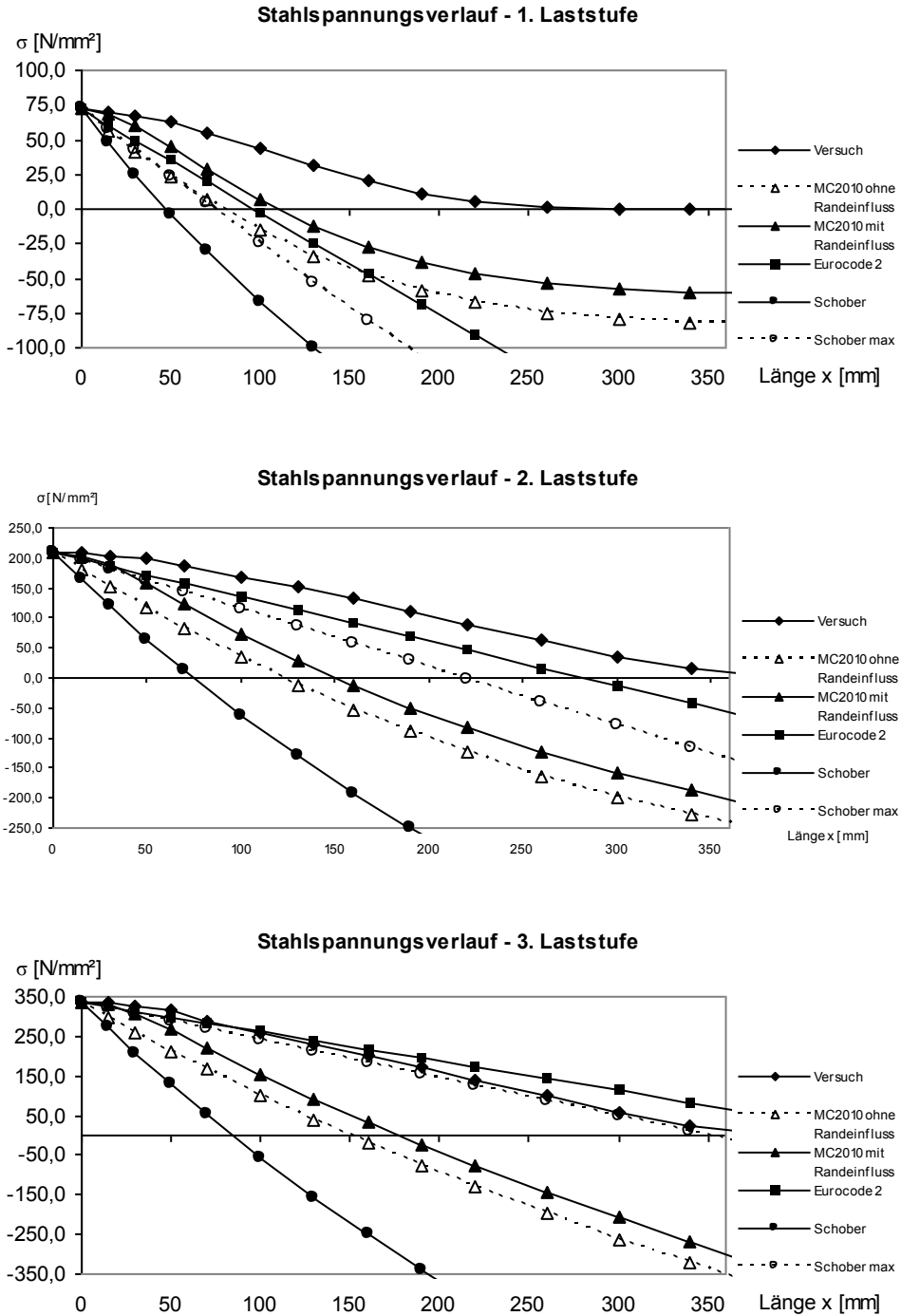


Abb. 8-2 Stahlspannungsverläufe des Auszugkörpers

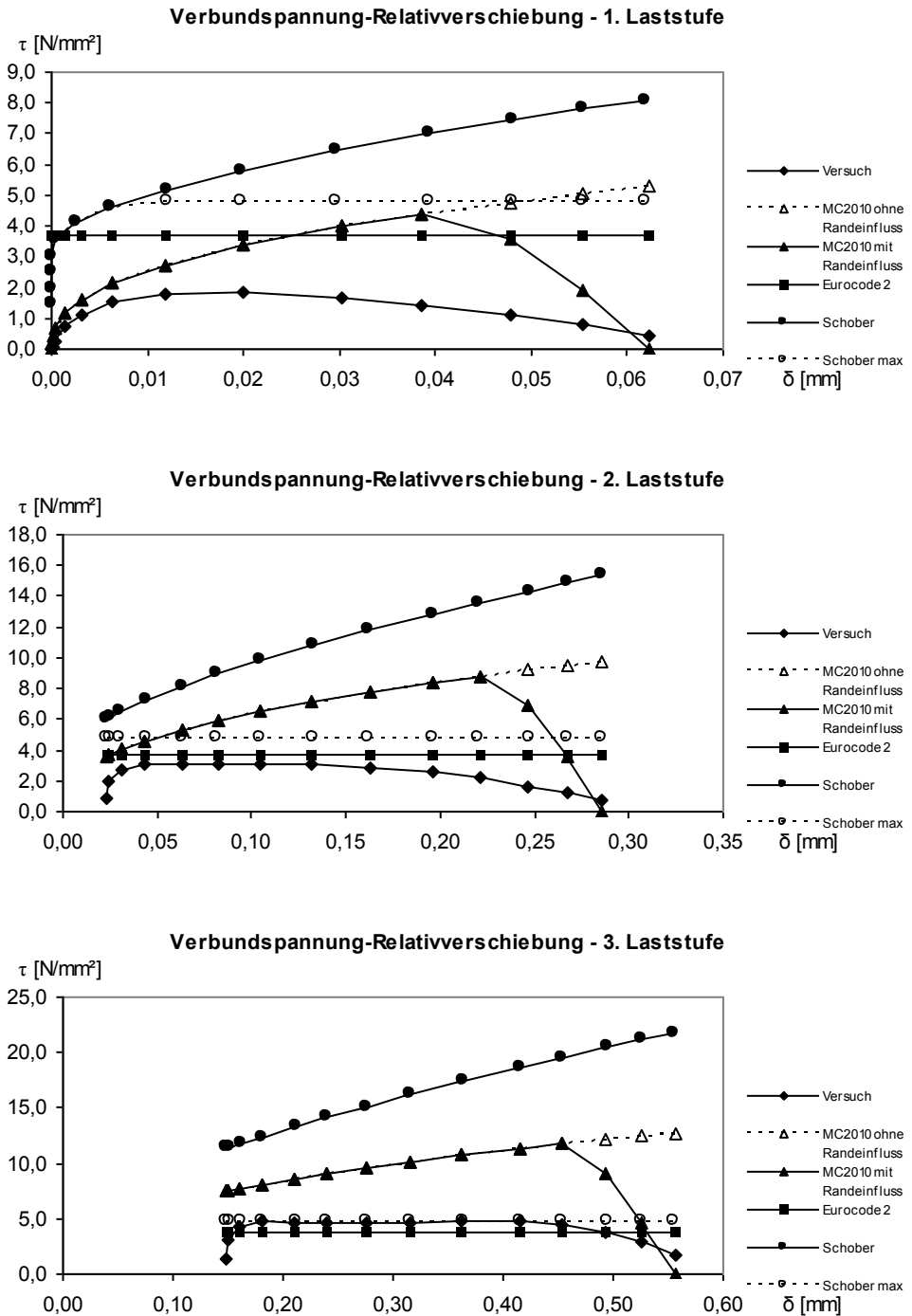


Abb. 8-3 Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Auszugkörpers

8.2.2 Ausdrückkörper

Die nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und EUROCODE 2 [248] ermittelten Verbundspannungsverläufe in Abbildung 8-4 zeigen wieder eine deutliche Abweichung von den experimentell gemessenen Werten. Noch deutlicher sind die Abweichungen beim Verbundgesetz von SCHOBER [194]. Hier besitzen für die erste Laststufe sowohl die Kurve des ansteigenden Asts als auch die Kurve des Grenzwerts mindestens ein Vielfaches der im Versuch ermittelten Maximalverbundspannung. Speziell bei geringen Belastungen sind die Abweichungen erheblich. In der dritten Laststufe bildet der Verbundspannungswert aus EUROCODE 2 [248] und der Grenzwert nach SCHOBER [194] eine gute Näherung des Mittelwerts der Verbundspannung.

Als Konsequenz daraus nehmen die rechnerischen Stahlspannungen in den Diagrammen in Abbildung 8-5 deutlich schneller ab. Hiernach würde der Bewehrungsstab ebenfalls wieder auf deutlich kürzerer Strecke spannungsfrei sein. Für den Grenzwert nach SCHOBER [194] und dem konstanten Verbundspannungswert aus EUROCODE 2 [248] stimmen die Verbundstrecken in der höchsten Laststufe überein.

Die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen der gemessenen experimentellen Werte in Abbildung 8-6 zeigen, dass einer Relativverschiebung zwei verschiedene Verbundspannungen zugeordnet sein können. Dementsprechend ist die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung kein vorgegebenes Gesetz, mit dem die Schnittgrößenermittlung durchgeführt werden kann, sondern ist ein Resultat der abgeschlossenen Schnittgrößenermittlung.

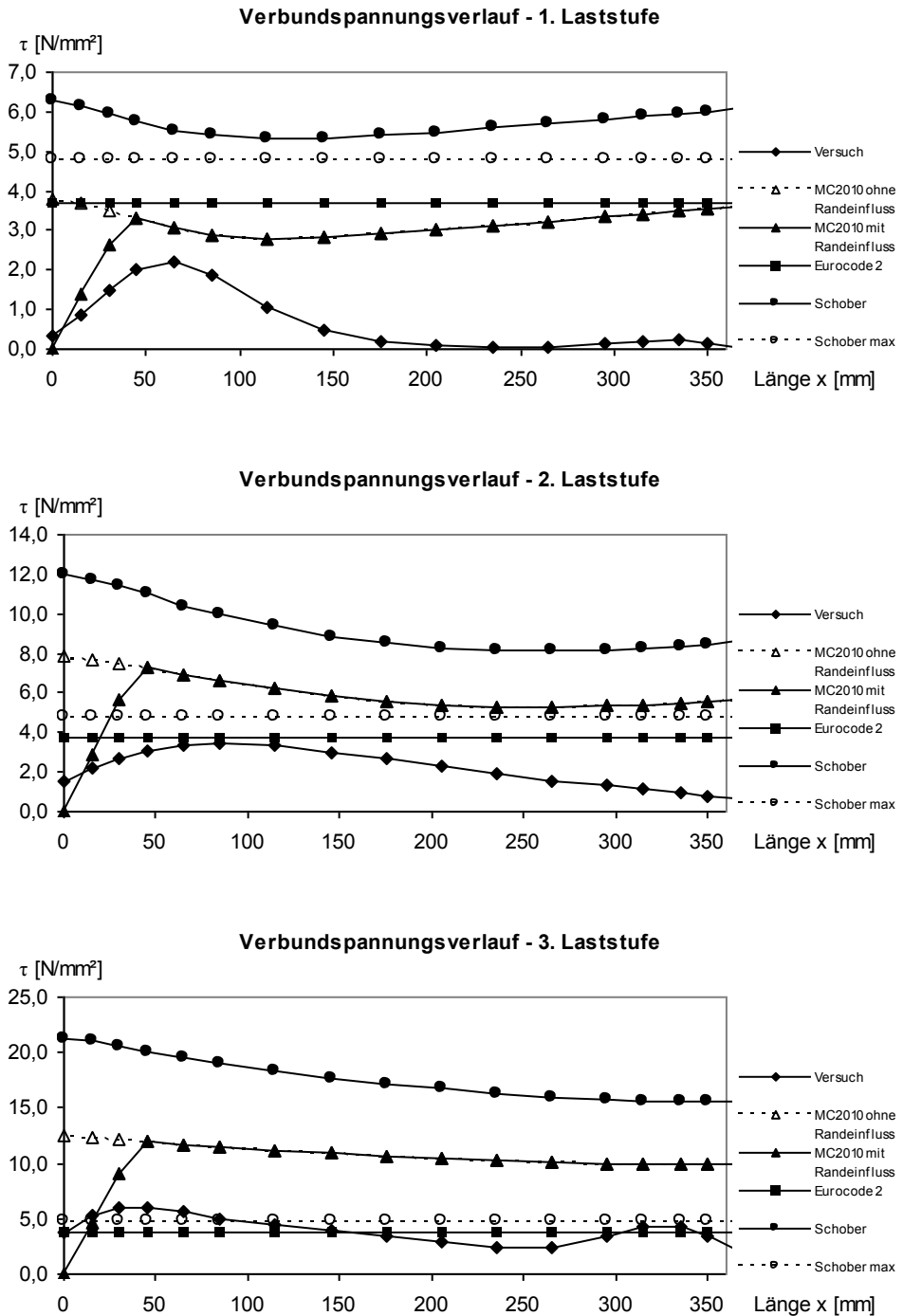


Abb. 8-4 Verbundspannungsverläufe des Ausdrückkörpers

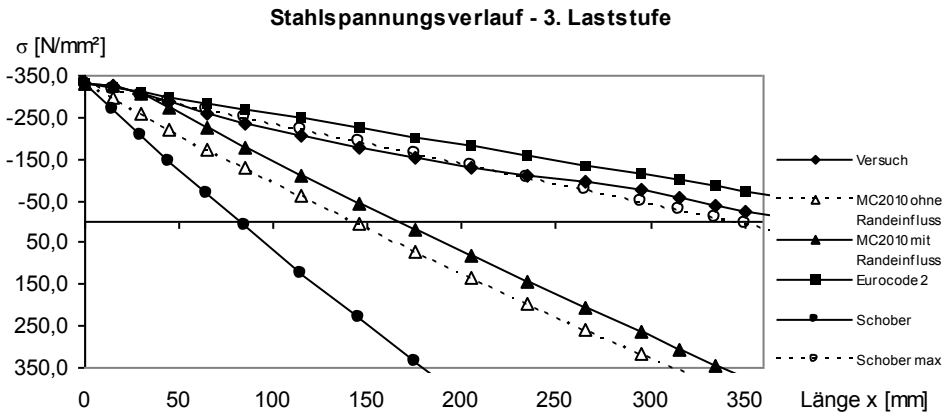
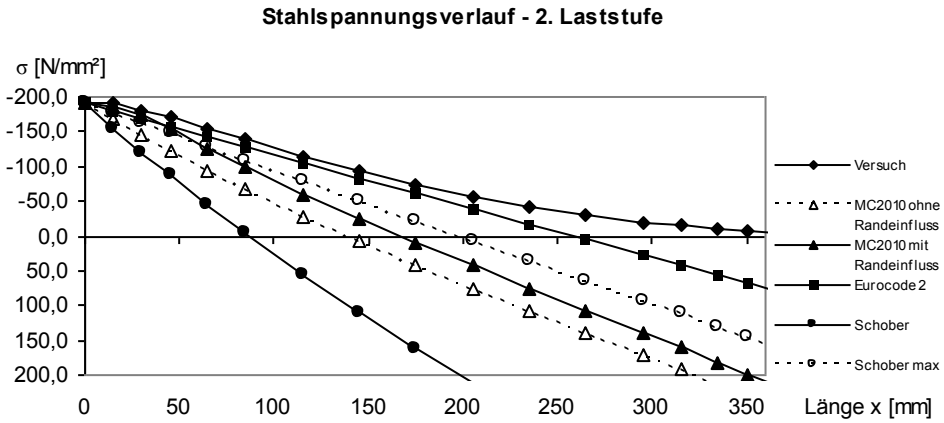
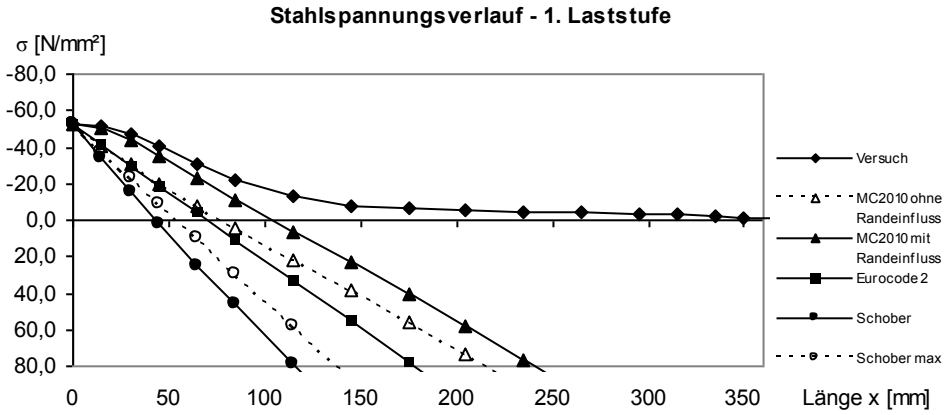


Abb. 8-5 Stahlspannungsverläufe des Ausdrückkörpers

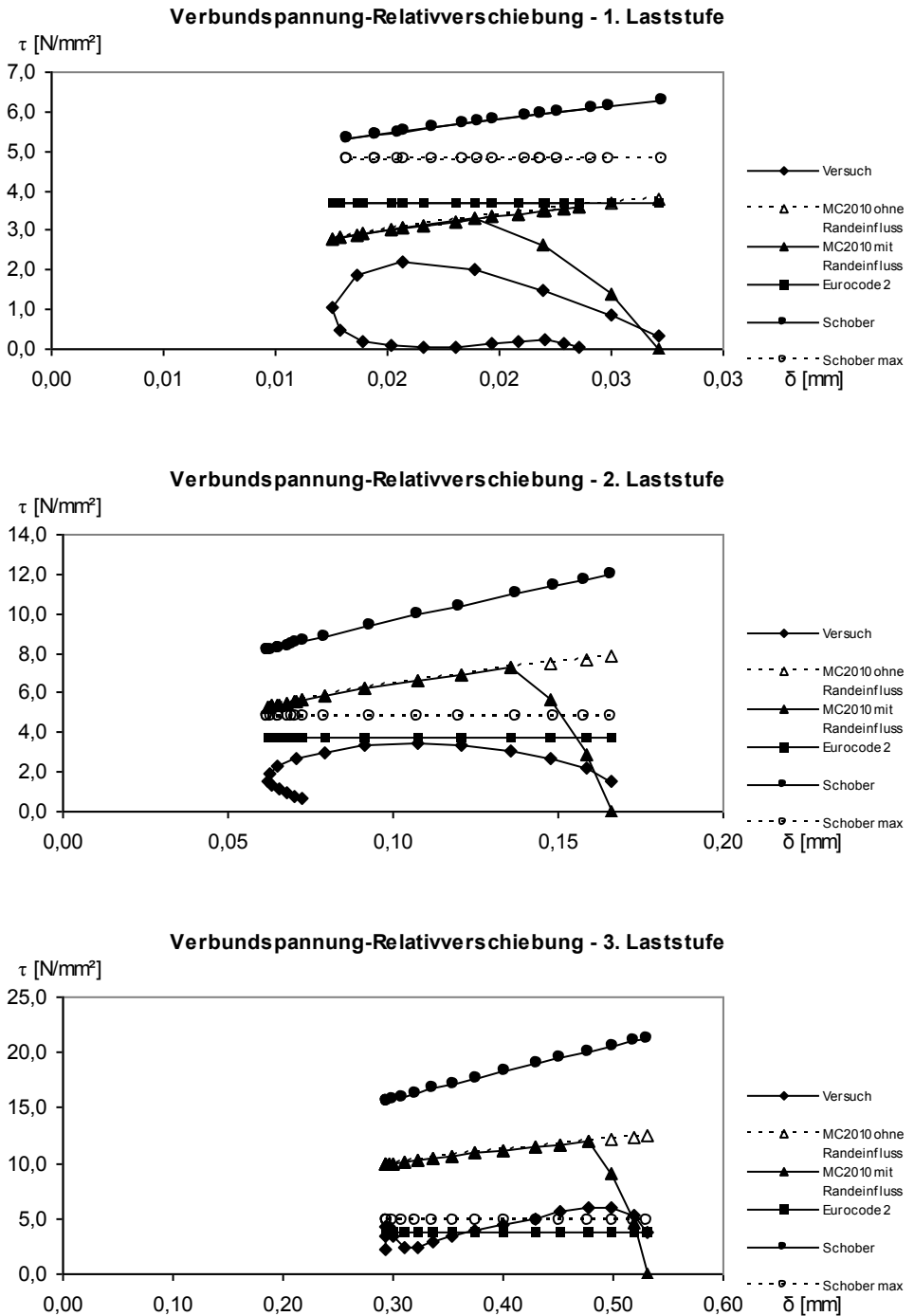


Abb. 8-6 Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Ausdrückkörpers

8.2.3 Dehnkörper, linke Seite

Aus Symmetriegründen ist die Verbundlänge des Dehnkörpers doppelt so lang. Zur Nachrechnung werden daher die Schnittgrößenverläufe des Dehnkörpers in einen linken und einen rechten Teil getrennt.

Bei der Nachrechnung der Verbundspannungen in Abbildung 8-7 liegen sowohl die Verbundspannungskurven von CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241], SCHOBER [194] als auch von EUROCODE 2 [248] deutlich über den experimentellen Ergebnissen, dies gilt auch noch für die dritte Laststufe. Der Maximalwert des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] liegt in der ersten Laststufe über doppelt so hoch wie der maximal gemessene Wert. In der zweiten und dritten Laststufe besitzt der CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] sogar die drei- bzw. fünffachen Werte. Noch extremer fallen die Ergebnisse für das Verbundgesetz von SCHOBER [194] aus. Die Verbundspannungswerte des ansteigenden Astes seines Verbundgesetzes liegen noch über den Werten von CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]. Erst die Berücksichtigung der Ringzugfestigkeit und damit die Begrenzung der Verbundfestigkeit führen zu realistischen Werten der Verbundspannung. Mit diesem Wert nähert sich der Grenzwert der Verbundspannung nach SCHOBER [194], ähnlich wie der konstante Wert nach EUROCODE 2 [248], den Versuchsergebnissen der dritten Laststufe an.

Aufgrund der zu hohen Verbundspannungen wird die Stahlspannung in Abbildung 8-8 viel zu schnell abgebaut. Dies geht so weit, dass selbst in der dritten Laststufe der Bewehrungsstab nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] SCHOBER [194] und EUROCODE 2 [248] in der Mitte spannungsfrei ist.

In der Zusammenfassung von Verbundspannungen und Relativverschiebungen in Abbildung 8-9 liegen sowohl CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241], SCHOBER [194] als auch EUROCODE 2 [248] deutlich über den gemessenen Kurven. Nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] besitzen die Werte der Verbundspannungs-Relativverschiebungskurve bei gleichem Schlupf den vier- bis fünffachen Wert der im Versuch ermittelten Verbundspannungen. Für den ansteigenden Ast des Verbundgesetzes von SCHOBER [194] ist die Abweichung zu den experimentell bestimmten Verbundspannungen noch größer. Auch die Begrenzung der Verbundspannung im Verbundgesetz von SCHOBER [194] führt, ähnlich wie der konstante Wert nach EUROCODE 2 [248], zu Werten über der Kurve der experimentell gemessenen Verbundspannungen.

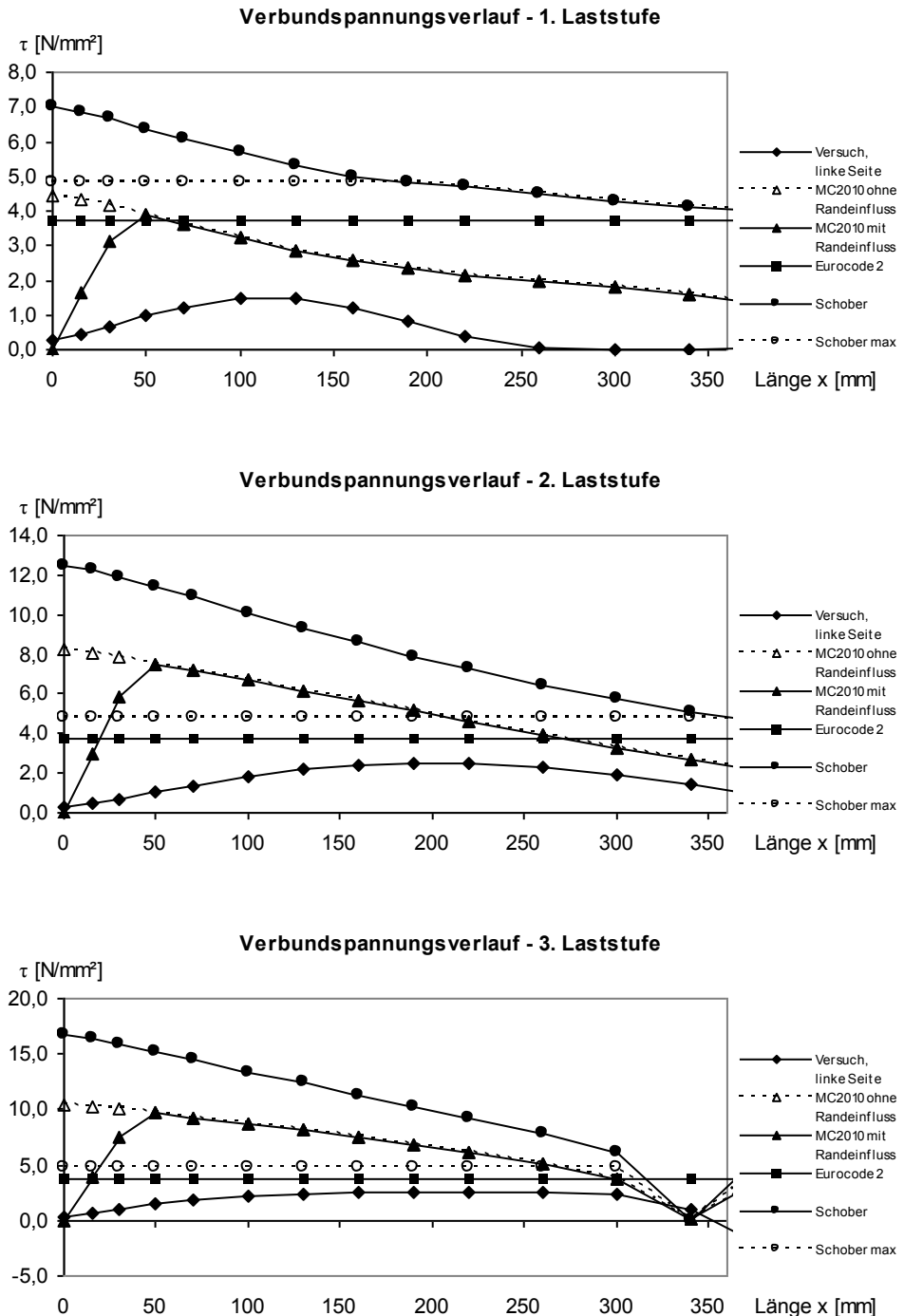


Abb. 8-7 Verbundspannungsverläufe des Dehnkörpers, linke Seite

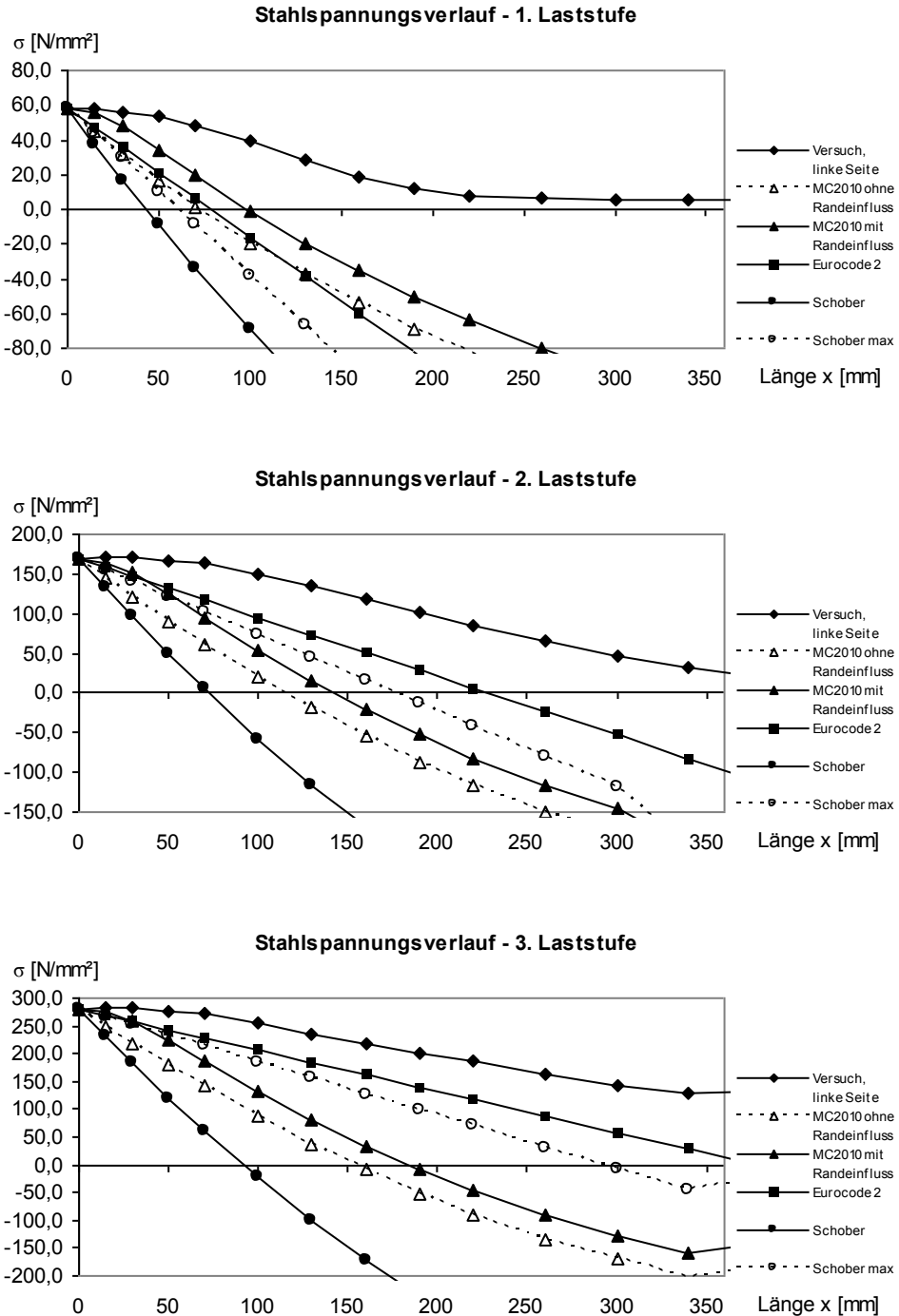


Abb. 8-8 Stahlspannungsverläufe des Dehnkörpers, linke Seite

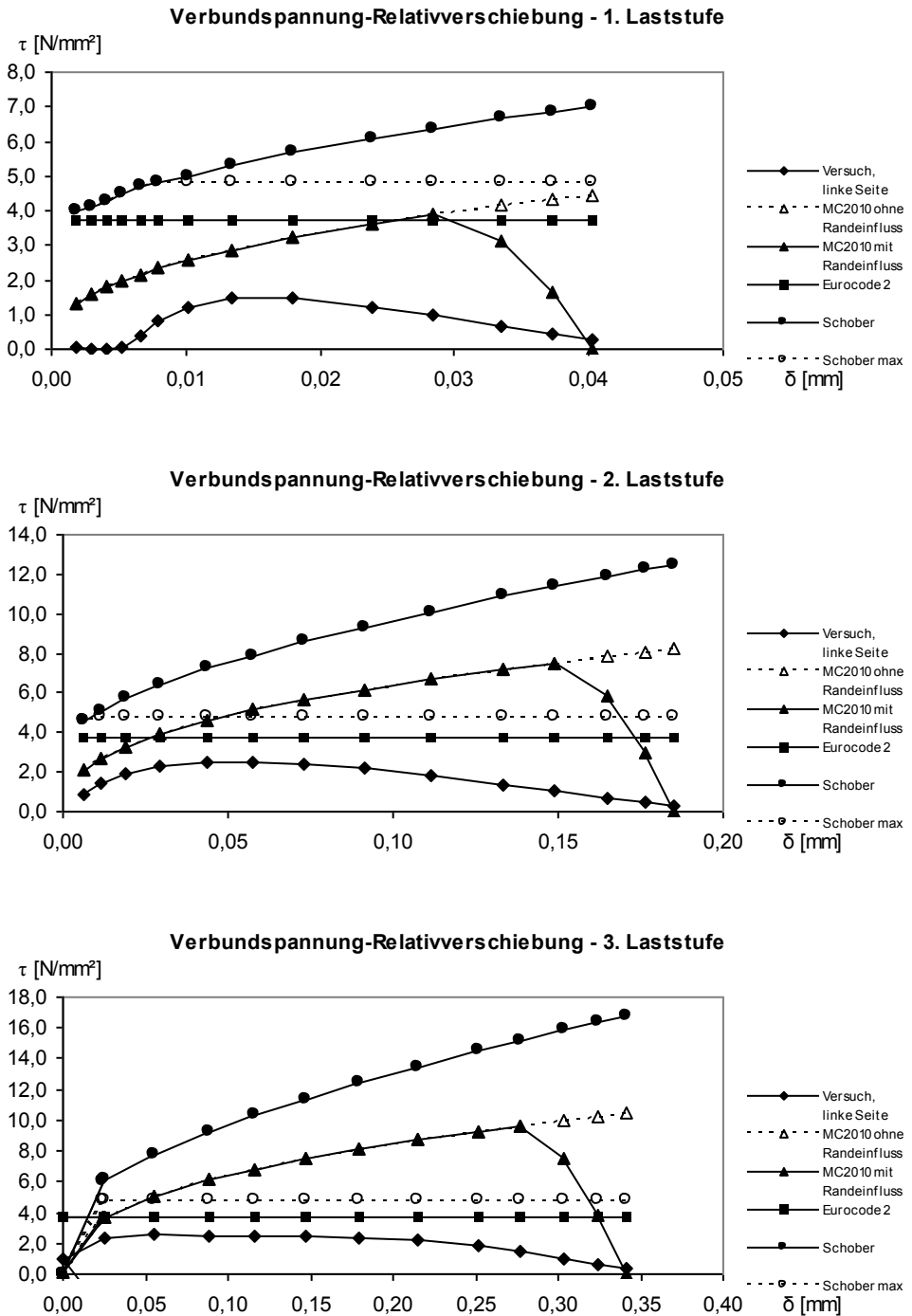


Abb. 8-9 Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Dehnkörpers, linke Seite

8.2.4 Dehnkörper, rechte Seite

Im zweiten Teil des Dehnkörpers, also auf der rechten Seite, wurden zur besseren Übersicht die Beträge der Messergebnisse verwendet. Theoretisch besitzt die Verbundspannung auf dieser Seite aufgrund des Schnittufers ein negatives Vorzeichen.

In Abbildung 8-10 sind die Verbundspannungen aufgetragen. Der konstante Wert der Verbundspannung aus EUROCODE 2 [248] liegt deutlich über den experimentellen Versuchsergebnissen, während die Verbundspannungskurve nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] in Laststufe eins und speziell in Laststufe zwei sehr nahe an die Versuchsergebnisse herankommt. Erst in Laststufe drei werden die Abweichungen des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] größer. Die Maximalwerte unterscheiden sich dabei nicht so deutlich, der größere Unterschied liegt am gerissenen Zustand des Versuchskörpers in der dritten Laststufe. Dadurch ist die Strecke des Verbundspannungsverlaufs der Experimentalwerte kürzer als die Strecke des Verbundspannungsverlaufs auf der Basis des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]. Auch hier liegen die aus dem Verbundgesetz von SCHOBER [194] ermittelten Werte über den experimentellen Ergebnissen. Mit der Begrenzung der Verbundfestigkeit findet eine Annäherung an die Versuchsergebnisse statt. Mit der Kombination aus beiden Teilen des Verbundgesetzes nach SCHOBER [194] findet eine ähnliche Approximation wie mit dem Verbundgesetz nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] statt.

Die Stahlspannungen in Abbildung 8-11 zeigen das bereits von der linken Seite des Dehnkörpers aus Abschnitt 8.2.3 bekannte Bild. Auch hier werden sowohl bei CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241], bei SCHOBER [194] als auch bei EUROCODE 2 [248] die Stahlspannungen auf viel kürzerer Länge abgebaut.

In Abbildung 8-12 nähern sich die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] an die Kurven der Messwerte an. In Laststufe drei beeinflusst der Riss im Versuch den Verlauf der Kurve. Durch diesen Riss kann die Kurve durch den CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] nicht abgebildet werden. Hierbei liegen ähnliche Relativverschiebungen zwischen Stahl und Beton nicht unbedingt nebeneinander auf der Verbundlänge. Die Relativverschiebungen treten an verschiedenen Positionen des Dehnkörpers auf und werden erst durch die Sortierung nach der Größe in diese Reihenfolge gebracht. Daraus resultiert, dass die Verbundspannungen deutliche Sprünge aufweisen. So zeigt sich wieder, dass einer bestimmten Relativverschiebung nicht unbedingt eine feste Verbundspannung zugeordnet werden kann. Dieses Ergebnis gilt auch für die Kombination der Verbundspannung nach SCHOBER [194] und der an gleicher Stelle bestehenden Relativverschiebung.

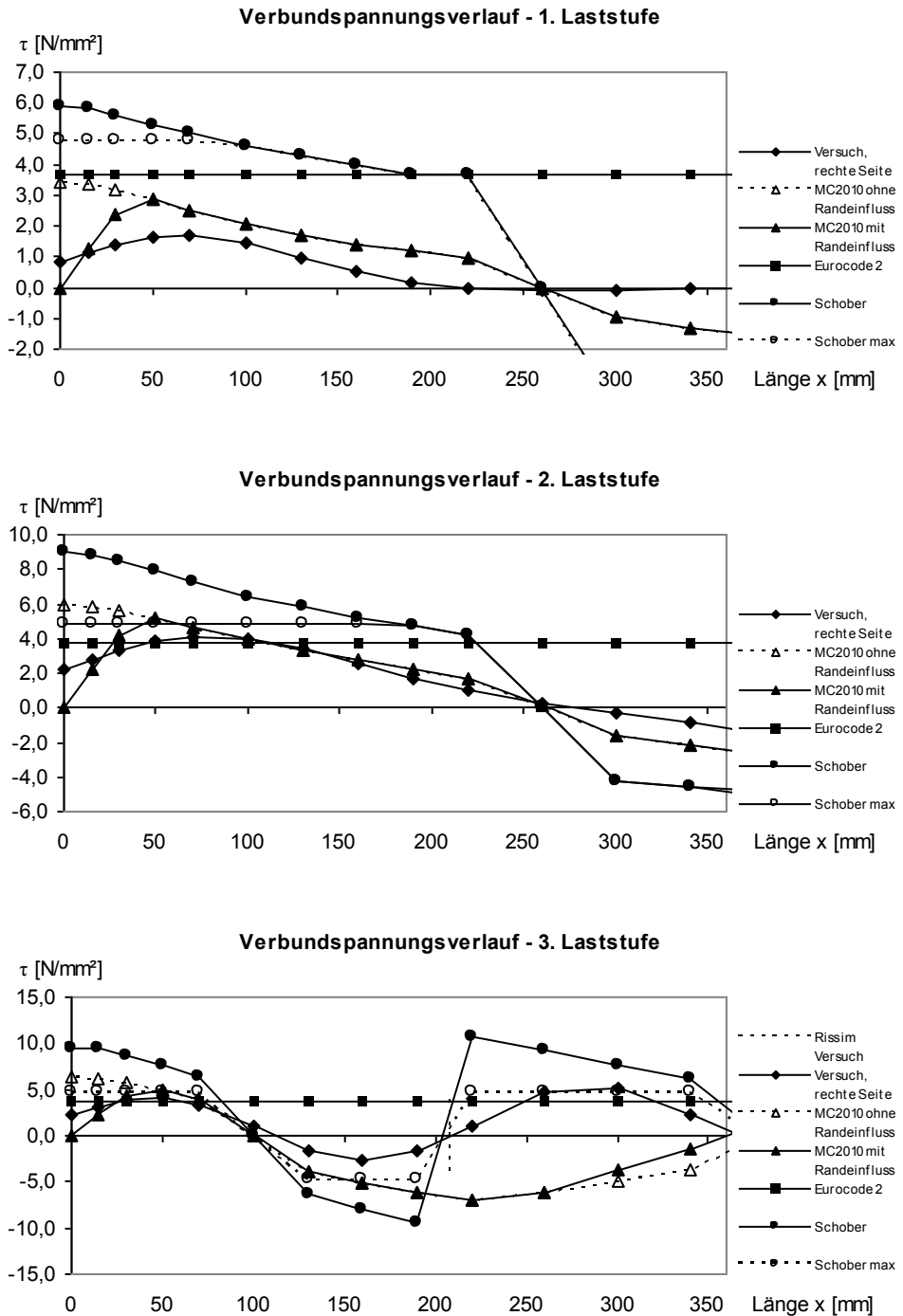


Abb. 8-10 Verbundspannungsverläufe des Dehnkörpers, rechte Seite

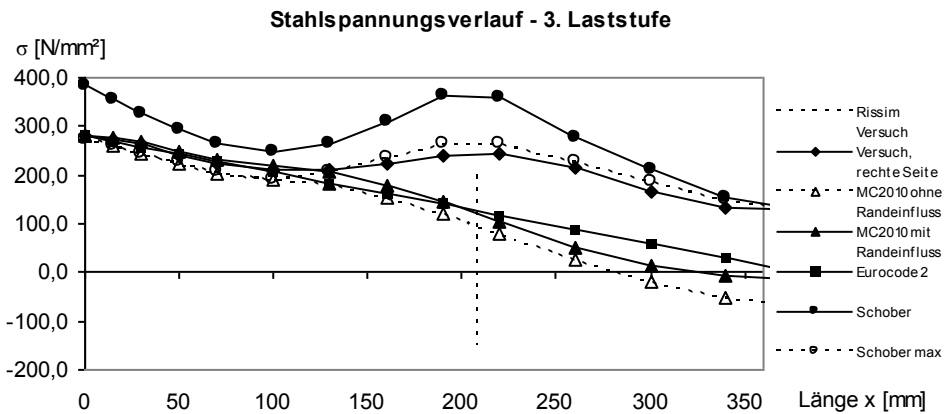
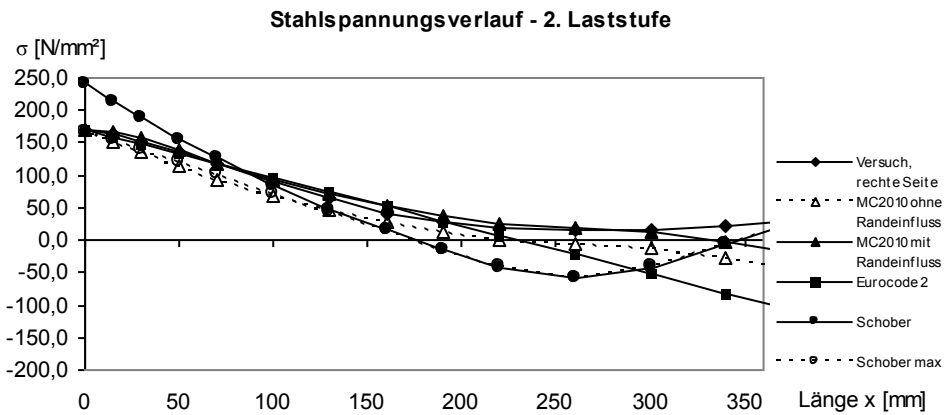
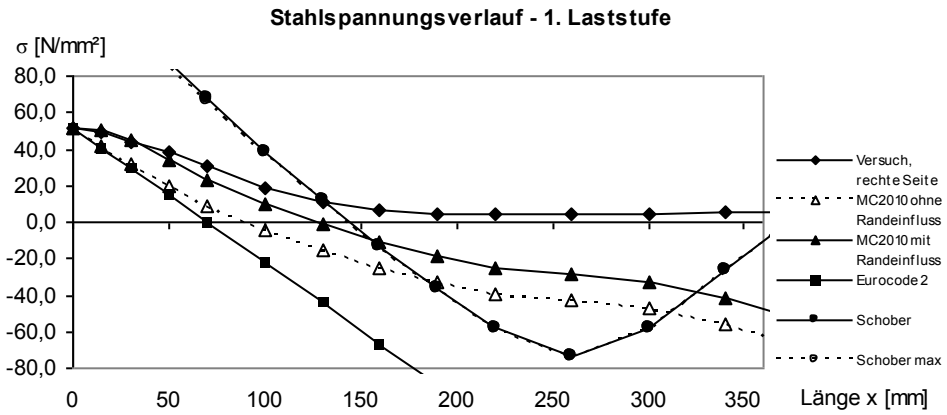


Abb. 8-11 Stahlspannungsverläufe des Dehnkörpers, rechte Seite

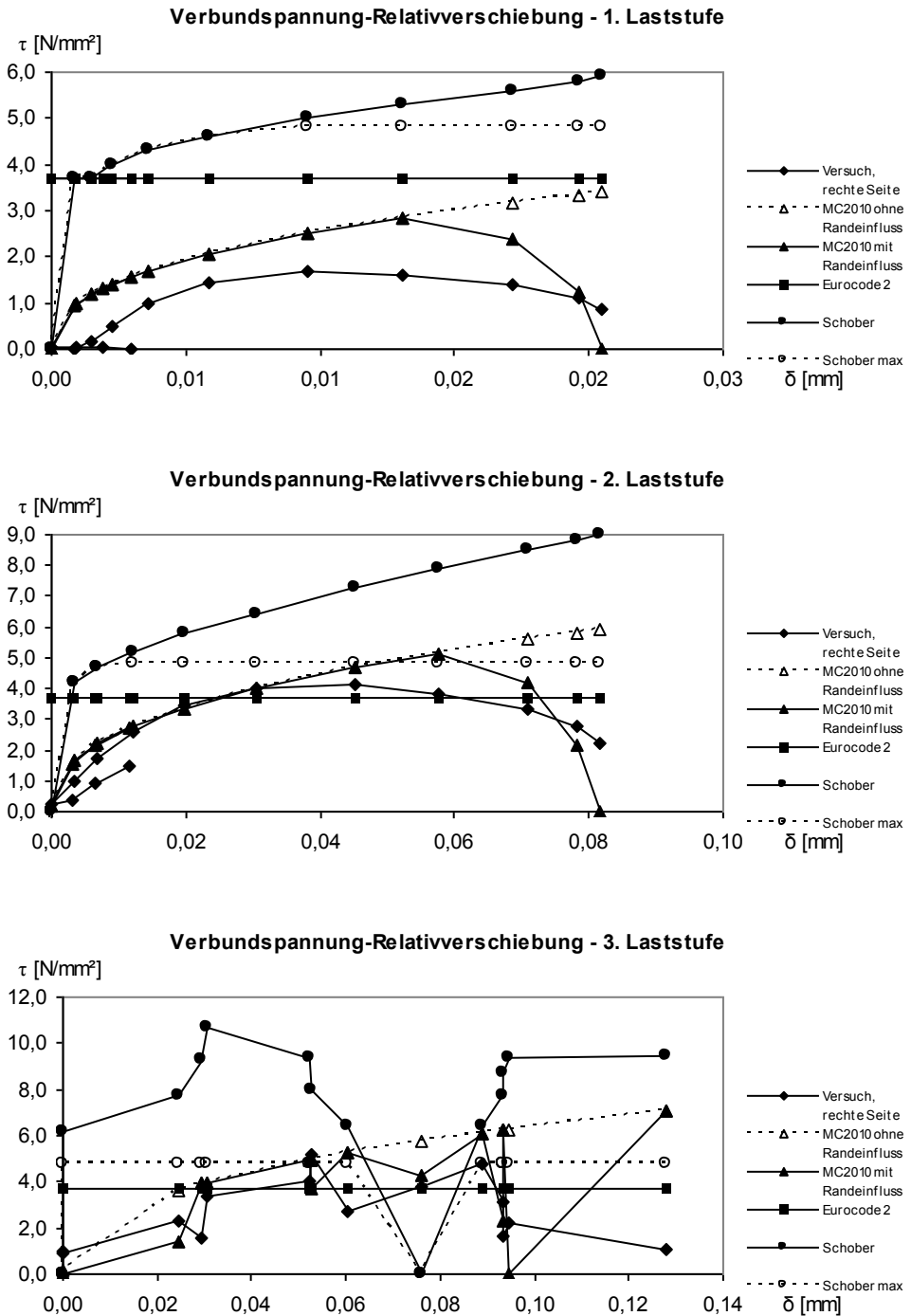


Abb. 8-12 Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Dehnkörpers, rechte Seite

8.3 Nachrechnung mit eigenem Verbundgesetz

Im folgenden Abschnitt werden die Versuche von EIBL & NEUROTH [37] mit dem analytischen Verbundgesetz und dem Programm NumInt nachgerechnet. Untersucht werden ebenfalls wieder die drei verschiedenen Versuchskörper mit jeweils drei verschiedenen Laststufen. In den Diagrammen sind jeweils die Verläufe der Verbundspannung, der Beton- und Stahldehnung, der Relativverschiebung, sowie der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung für die Messergebnisse der experimentellen Versuche und die Rechenergebnisse des analytischen Verbundgesetzes dargestellt.

8.3.1 Auszugkörper

In Abbildung 8-13 sind die Verbundspannungsverläufe zu sehen. Das analytische Verbundgesetz besitzt eine gute Näherung zu den experimentellen Messergebnissen. Im Lasteinleitungsbereich wird die Verbundspannung etwas überschätzt. Die Verbundspannung in diesem Bereich wird auf Basis des erhöhten Druckstrebenwinkels nach Gleichung (6-67) berechnet. Mit einer weiteren Erhöhung des Druckstrebenwinkels für den Lasteinleitungsbereich könnte die berechnete Verbundspannung noch etwas besser mit den Experimentalergebnissen übereinstimmen. Für eine genauere Verifikation wäre es jedoch sinnvoll erst weitere Versuchsergebnisse zu vergleichen. So lange können die ermittelten Verbundspannungen als gute Näherung gewertet werden.

Die Betondehnungsverläufe in Abbildung 8-14 werden durch das analytische Verbundgesetz gut angenähert. Eine weitere Verbesserung ist hier genauso wenig notwendig wie bei den Stahldehnungsverläufen in Abbildung 8-15.

Mit zunehmender Laststufe wachsen die Abweichungen zwischen den Versuchsergebnissen und den nachgerechneten Werten der Relativverschiebung an (Abbildung 8-16). Während die Verläufe der ersten Stufe noch deckungsgleich sind, betragen die Abweichungen der dritten Stufe am Lasteinleitungsbereich 25 %. Diese Abweichung deutet auf eine Starrkörperverschiebung des Bewehrungsstabes. Es sollten vergleichende Versuche dazu durchgeführt werden um dieses Phänomen zu bestätigen. Danach könnte der Effekt der Starrkörperverschiebung in das Verbundgesetz implementiert werden. Die Starrkörperverschiebung besitzt eine gewisse Ähnlichkeit zum Reibverbund. Jedoch kann die Starrkörperverschiebung nicht klassisch über Reibung definiert werden, da eine Normalkraft zur Reibfläche nicht gewährleistet ist. Die Eigenschaft der Starrkörperverschiebung lässt sich einfacher über eine Federkonstante und die äußere Belastung zu realisieren.

Wie zu erwarten war, stimmen die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen in Abbildung 8-17 nicht sehr gut überein. Es zeigen sich deutliche Abweichungen der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurven, obwohl die einzelnen Verläufe der Verbundspannung und der Relativverschiebung nicht so große Abweichungen besitzen. Daraus zeigt sich, dass es nicht sinnvoll ist nur über die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung die Schnittgrößen zu ermitteln.

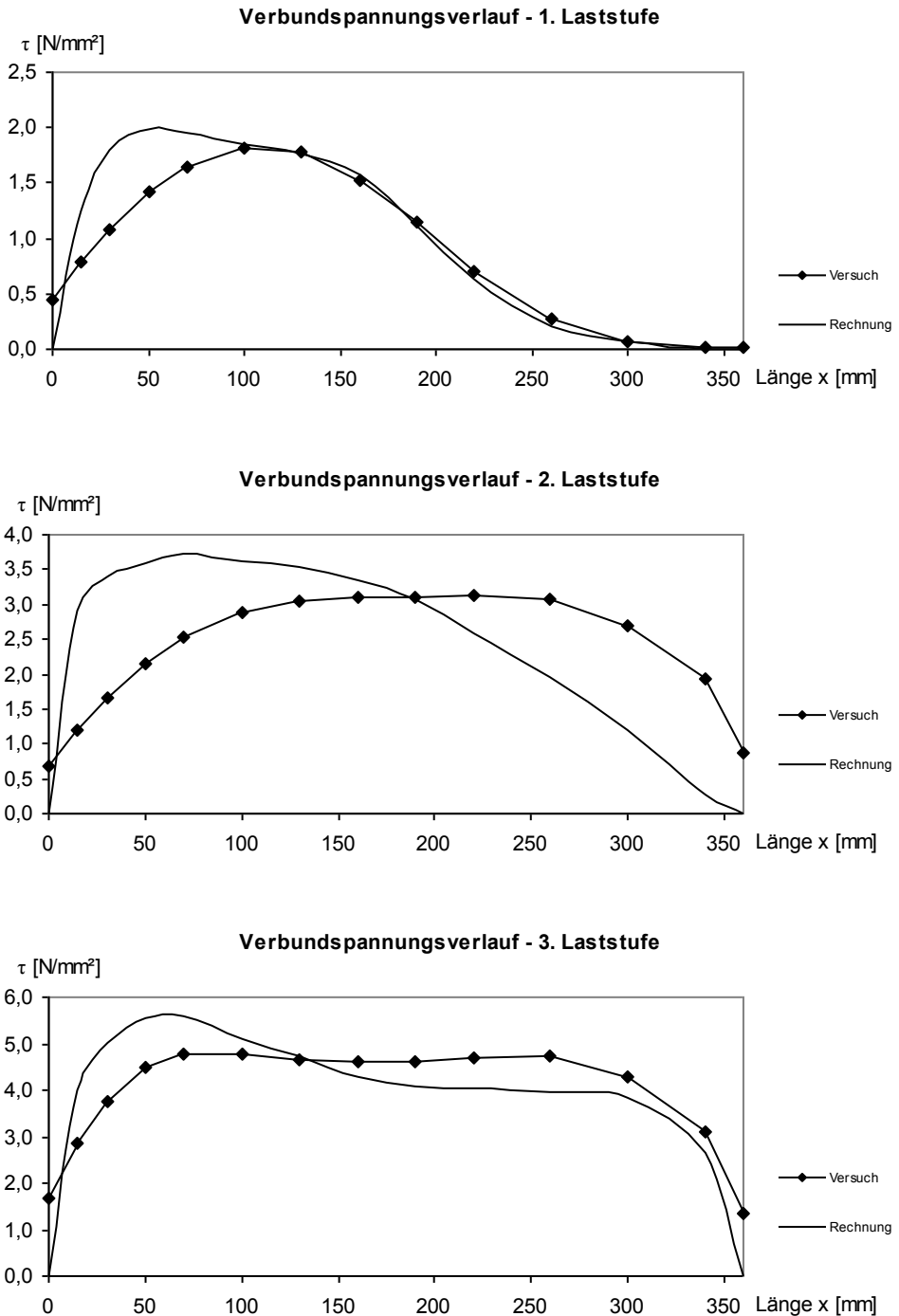


Abb. 8-13 Verbundspannungsverläufe des Auszugkörpers

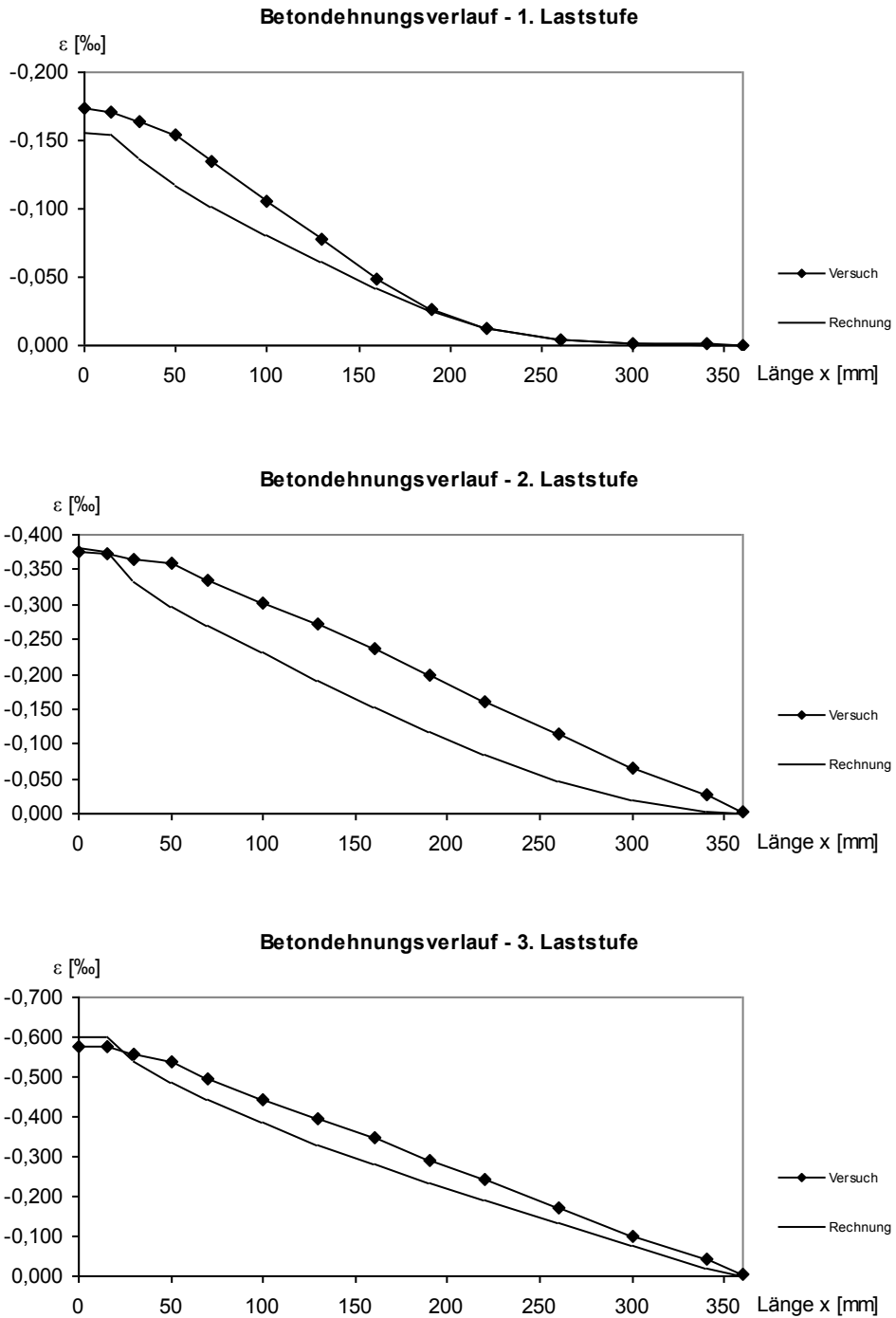


Abb. 8-14 Betondehnungsverläufe des Auszugkörpers

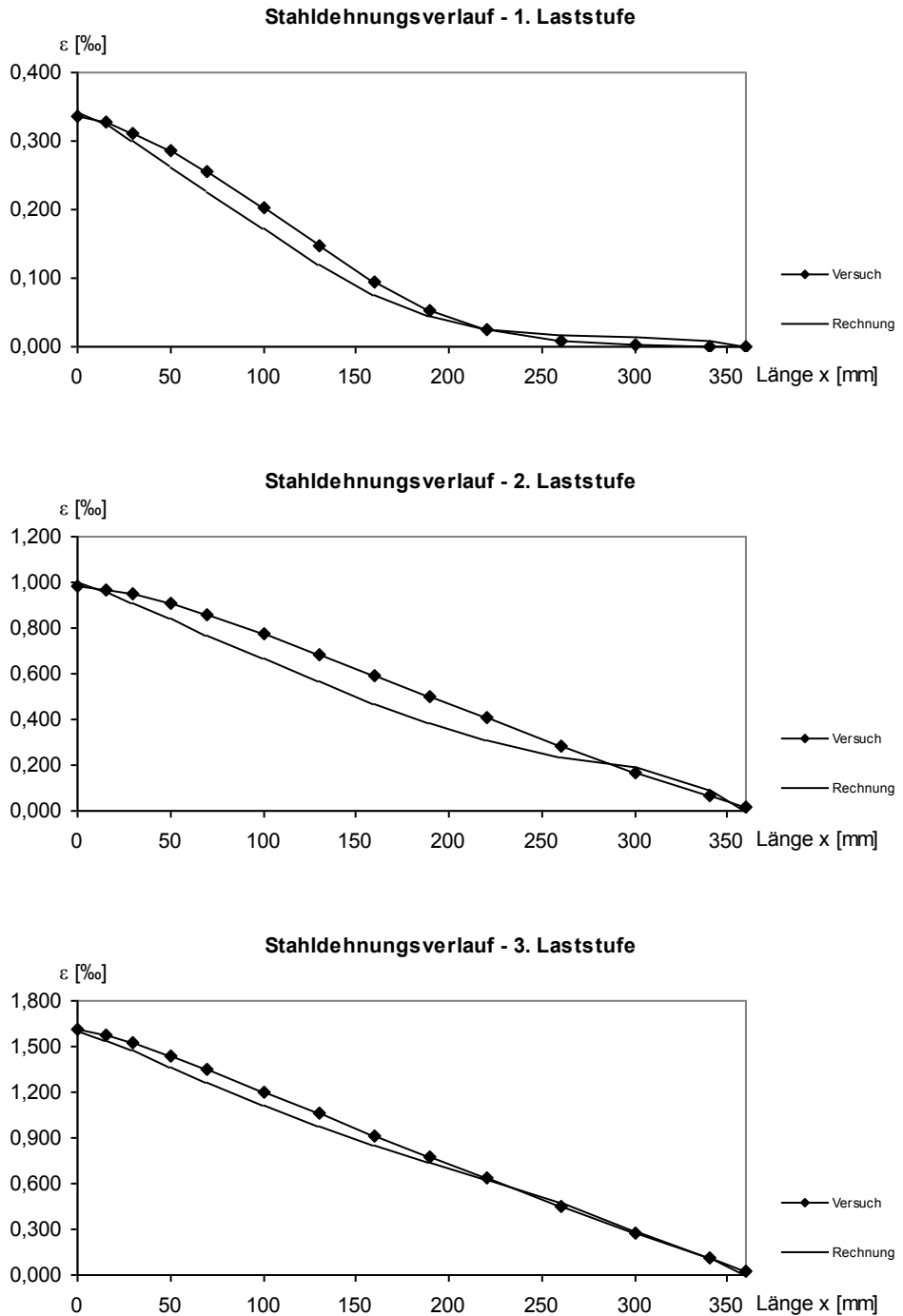


Abb. 8-15 Stahldehnungsverläufe des Auszugkörpers

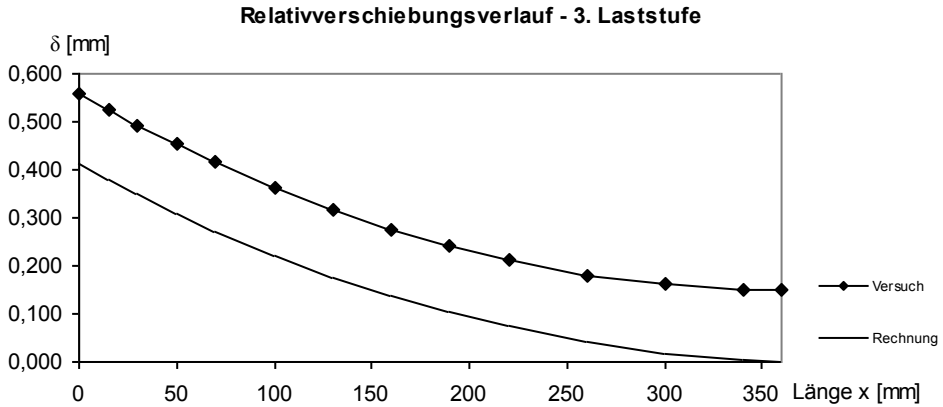
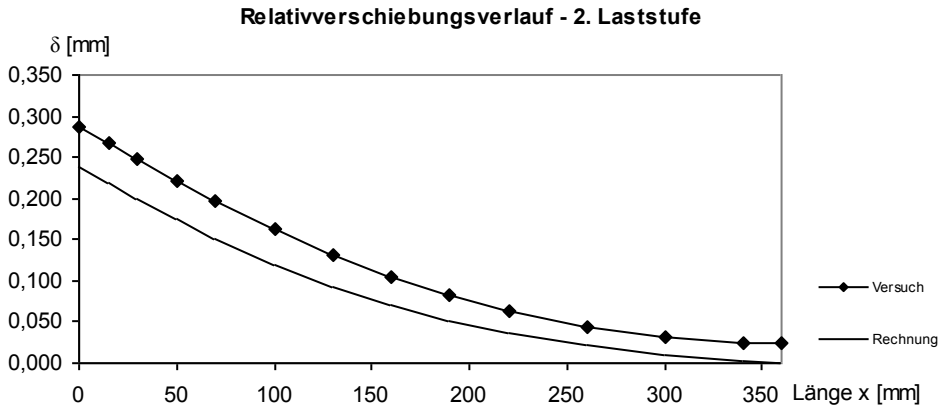
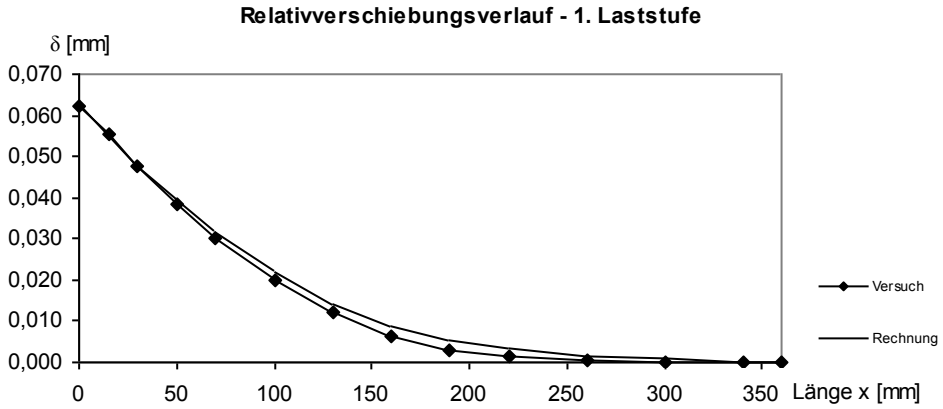


Abb. 8-16 Relativverschiebungsverläufe des Auszugkörpers

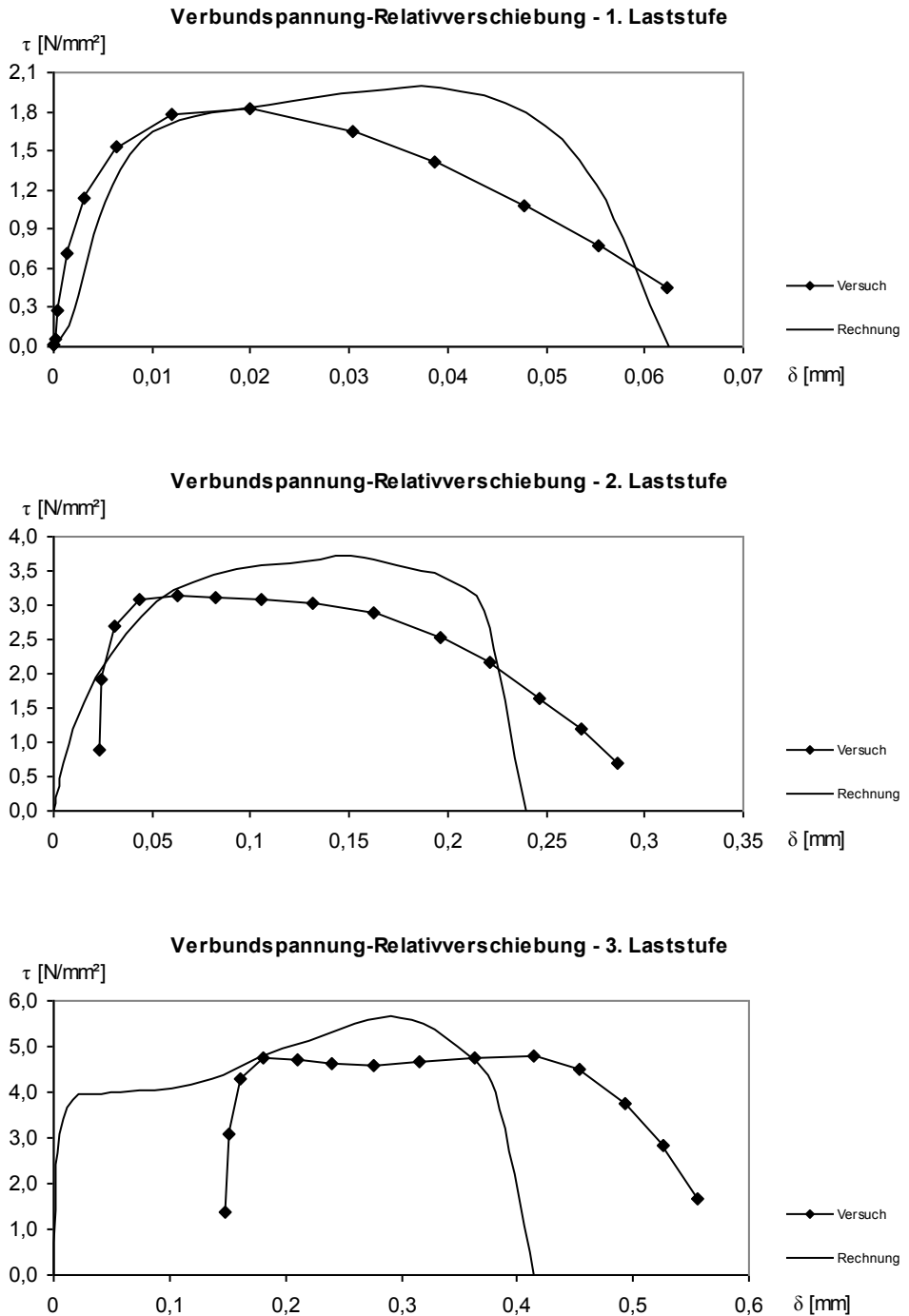


Abb. 8-17 Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Auszugkörpers

8.3.2 Ausdrückkörper

Im Unterschied zu den Vergleichsrechnungen des Ausziehkörpers aus dem vorhergehenden Abschnitt 8.3.1 stimmen die Verbundspannungen des Ausdrückkörpers in Abbildung 8-18 auch im Lasteinleitungsbereich sehr gut mit den Versuchsergebnissen überein.

Die Beton- und Stahldehnungsverläufe des analytischen Verbundgesetzes in Abbildung 8-19 und Abbildung 8-20 besitzen eine gute Näherung zu den Experimentalergebnissen. Lediglich die dritte Laststufe der Betondehnungskurve zeigt erhebliche Unterschiede. Dieser Differenz wird ein Messfehler unterstellt, denn die gemessenen Betondehnungen der dritten Laststufe sind erheblich geringer als die gemessenen Betondehnungen der zweiten Laststufe. Dies ist jedoch nicht schlüssig, da ein Vergleich zum Auszugkörper in Abbildung 8-14 vermuten lässt, dass der Beton so weit intakt sein sollte, dass er höhere Dehnungen erfährt. Daher verbleibt als einzige Konsequenz, dass hier ein Messfehler vorliegt.

Die Relativverschiebungen der ersten beiden Laststufen in Abbildung 8-21 passen sehr gut überein, wobei die Abweichungen der Kurve des analytischen Verbundgesetzes im ersten Diagramm über der Kurve der gemessenen Relativverschiebungen liegt und im zweiten Diagramm darunter. Dies könnte das Einsetzen der aus dem vorherigen Abschnitt 8.3.1 bekannten Starrkörperverschiebung des Bewehrungsstabes sein. Es ist aber auch möglich, dass dies an der Heterogenität des Betons liegt. Eine genauere Festlegung ist nicht möglich, da die Relativverschiebungen der gemessenen Kurve unter Laststufe drei aufgrund des Messfehlers der Betondehnungen unbrauchbar sind.

Die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen in Abbildung 8-22 sind das Resultat aus den Verbundspannungen (Abbildung 8-18) und den Relativverschiebungen (Abbildung 8-21). Aus den Kurven ist deutlich zu sehen, dass weder den Verbundspannungen eindeutige Relativverschiebungen, noch den Relativverschiebungen eindeutige Verbundspannungen zugeordnet werden können.

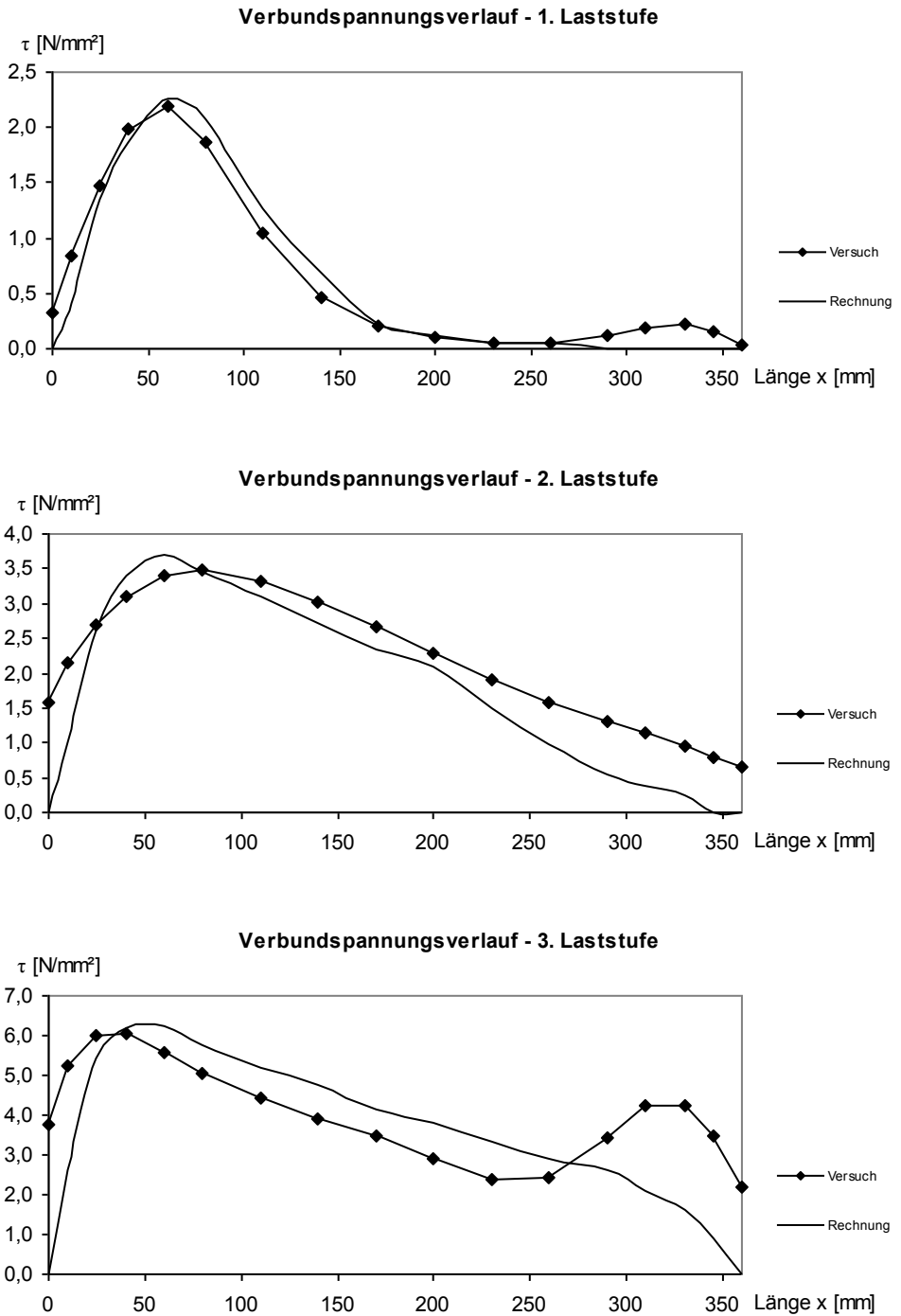


Abb. 8-18 Verbundspannungsverläufe des Ausdrückkörpers

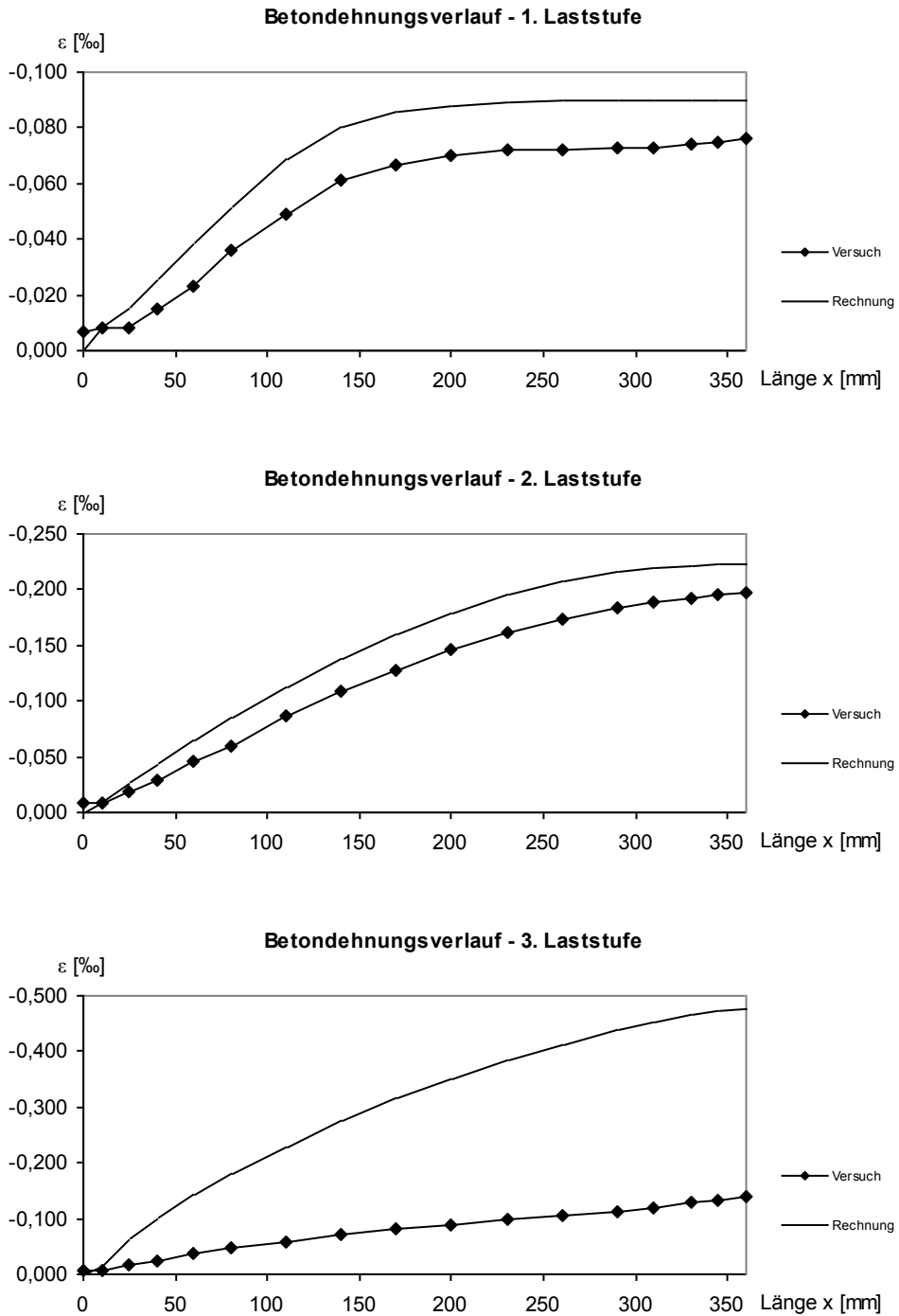


Abb. 8-19 Betondehnungsverläufe des Ausdrückkörpers

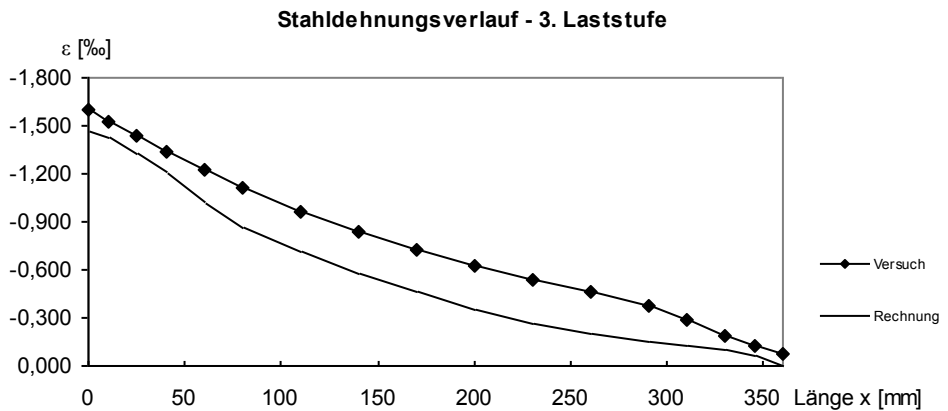
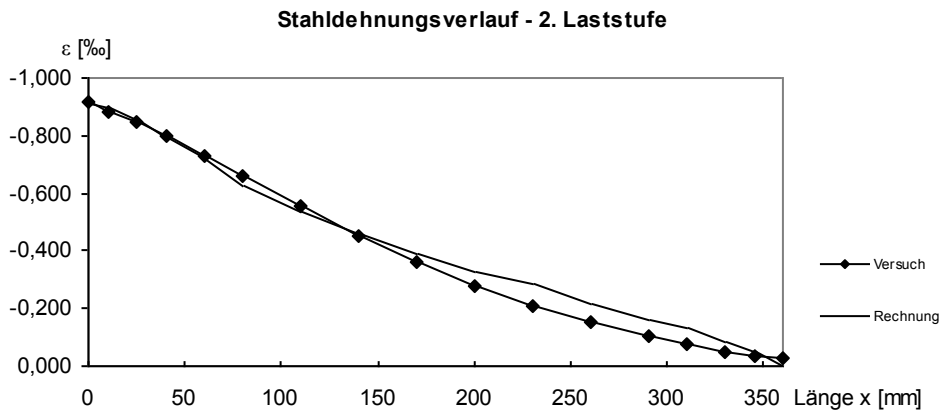
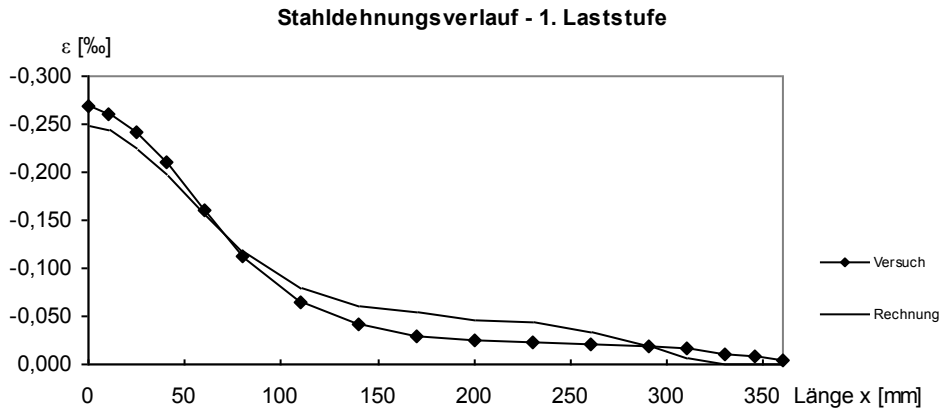


Abb. 8-20 Stahldehnungsverläufe des Ausdrückkörpers

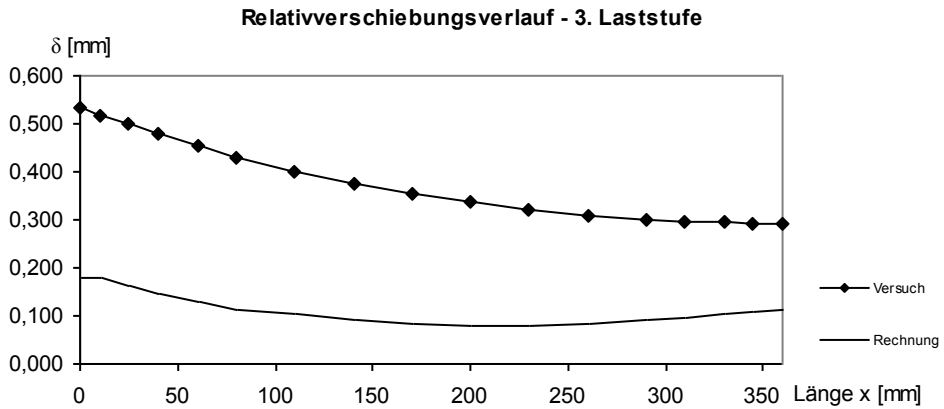
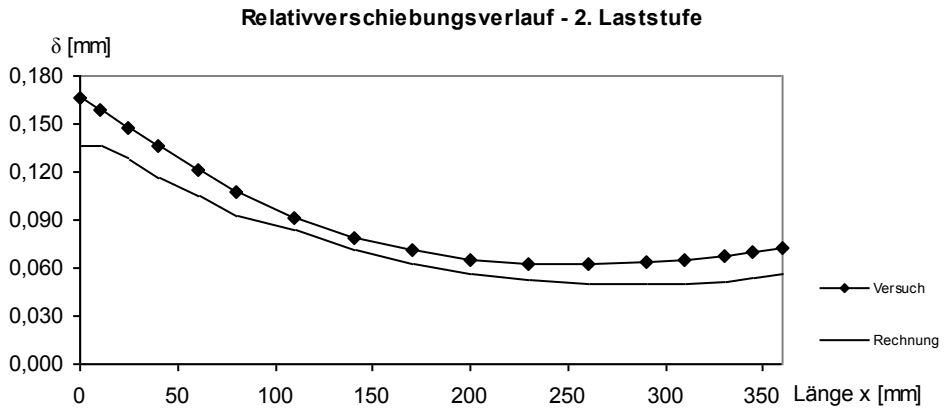
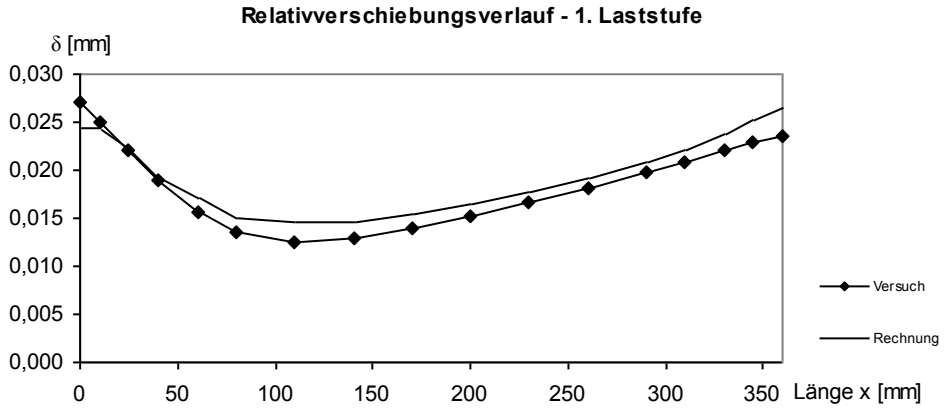


Abb. 8-21 Relativverschiebungsverläufe des Ausdrückkörpers

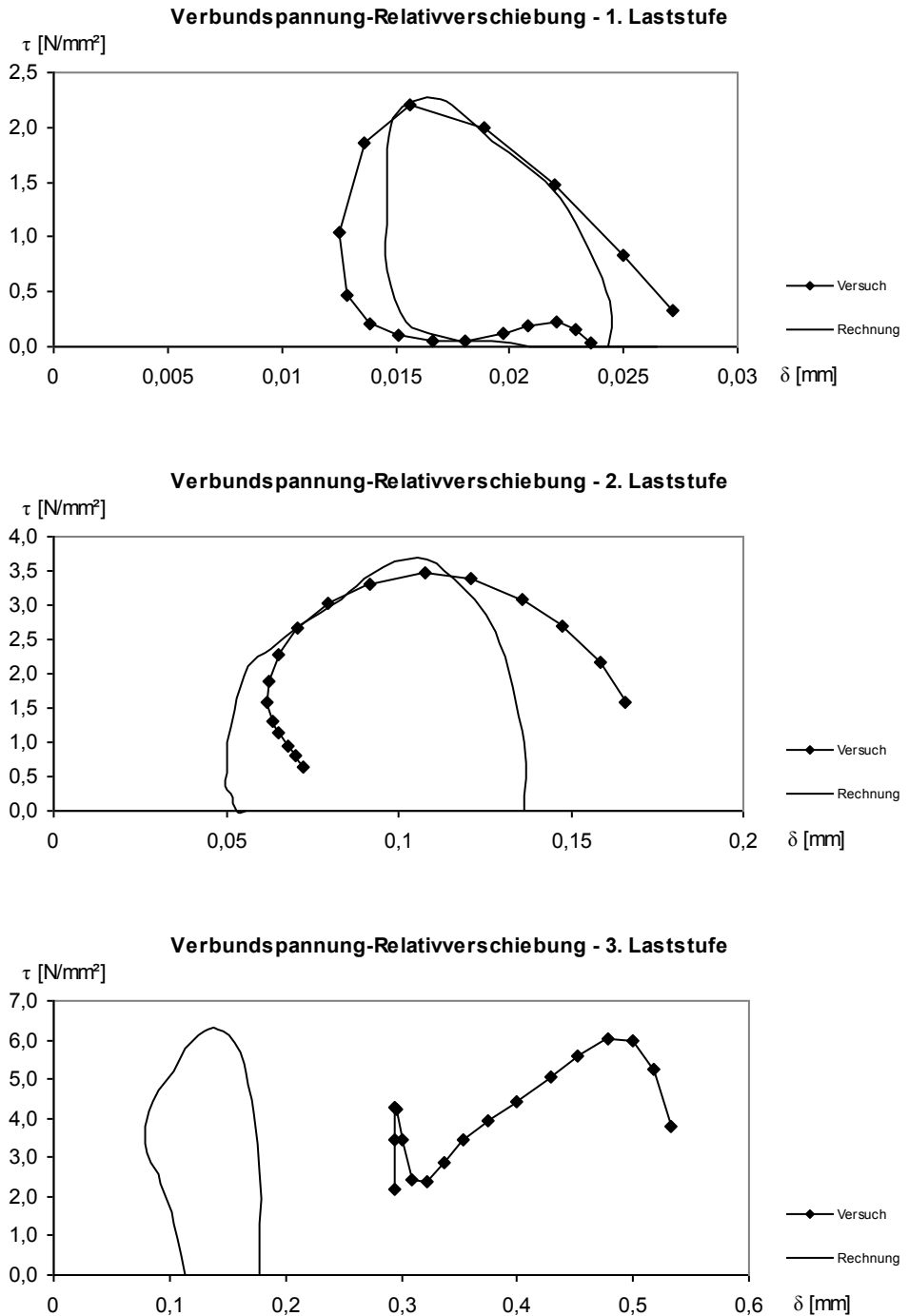


Abb. 8-22 Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Ausdrückkörpers

8.3.3 Dehnkörper

Der Dehnkörper zeichnet sich durch seine doppelt so lange Verbundlänge im Vergleich zu den anderen beiden Versuchskörpertypen aus. Aus Symmetriegründen konnte deshalb die Verbundlänge in eine rechte und eine linke Seite getrennt werden. Die berechneten Kurven sind jeweils symmetrisch und werden so mit den beiden durch die Trennung erhaltenen Kurven verglichen.

Für die Verbundspannungsverläufe in Abbildung 8-23 wurden zur besseren Vergleichbarkeit der rechten und linken Seite die Betragswerte der Messergebnisse verwendet. Im dritten Diagramm wurde nicht von jedem Messwert der Betragswert verwendet. Dies liegt daran, dass bei der dritten Laststufe der Dehnkörper auf der rechten Seite gerissen ist, so sind quasi zwei Dehnkörper entstanden. Da der Körper nicht exakt in der Mitte gerissen ist, entstehen keine symmetrischen Kurven der gemessenen Verbundspannungen. Die negativen Verbundspannungswerte auf der rechten Seite der Rissmarkierung sind eigentlich die Fortsetzung der linken Versuchseite. Der Dehnkörper ist besonders der Streuung des Betons unterworfen, da hier eine Überlagerung zweier Versuchseiten stattfindet. Dementsprechend sind die durch das analytische Verbundgesetz berechneten Verbundspannungen akzeptabel. In der dritten Laststufe wurde durch das Programm NumInt ein Riss vorhergesagt und somit zwei Dehnkörper gerechnet.

Die Experimentalwerte der Beton- und Stahldehnungen besitzen einen deutlich un-symmetrischen Verlauf zwischen den beiden Lasteinleitungstellen auf der rechten und der linken Seite. Daher entstehen, wie in Abbildung 8-24 und Abbildung 8-25 zu sehen ist, Abweichungen zwischen den Verläufen der beiden Lasteinleitungsseiten und den mit dem analytischen Verbundgesetz berechneten Werten.

Die beiden infolge des Risses entstanden Elemente des Versuchskörpers unterscheiden sich deutlich. Die durch das analytische Verbundgesetz ermittelten Relativverschiebungen in Abbildung 8-26 können als gute Näherung zwischen den beiden un-symmetrischen Seiten der Versuchsergebnisse betrachtet werden.

Das Verhältnis der Verbundspannungen zu den Relativverschiebungen in Abbildung 8-27 spiegelt die bereits gemachten Erfahrungen wider, dass aus den Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen keine Schnittgrößen für weniger stark belastete Versuchskörper ermittelt werden können.

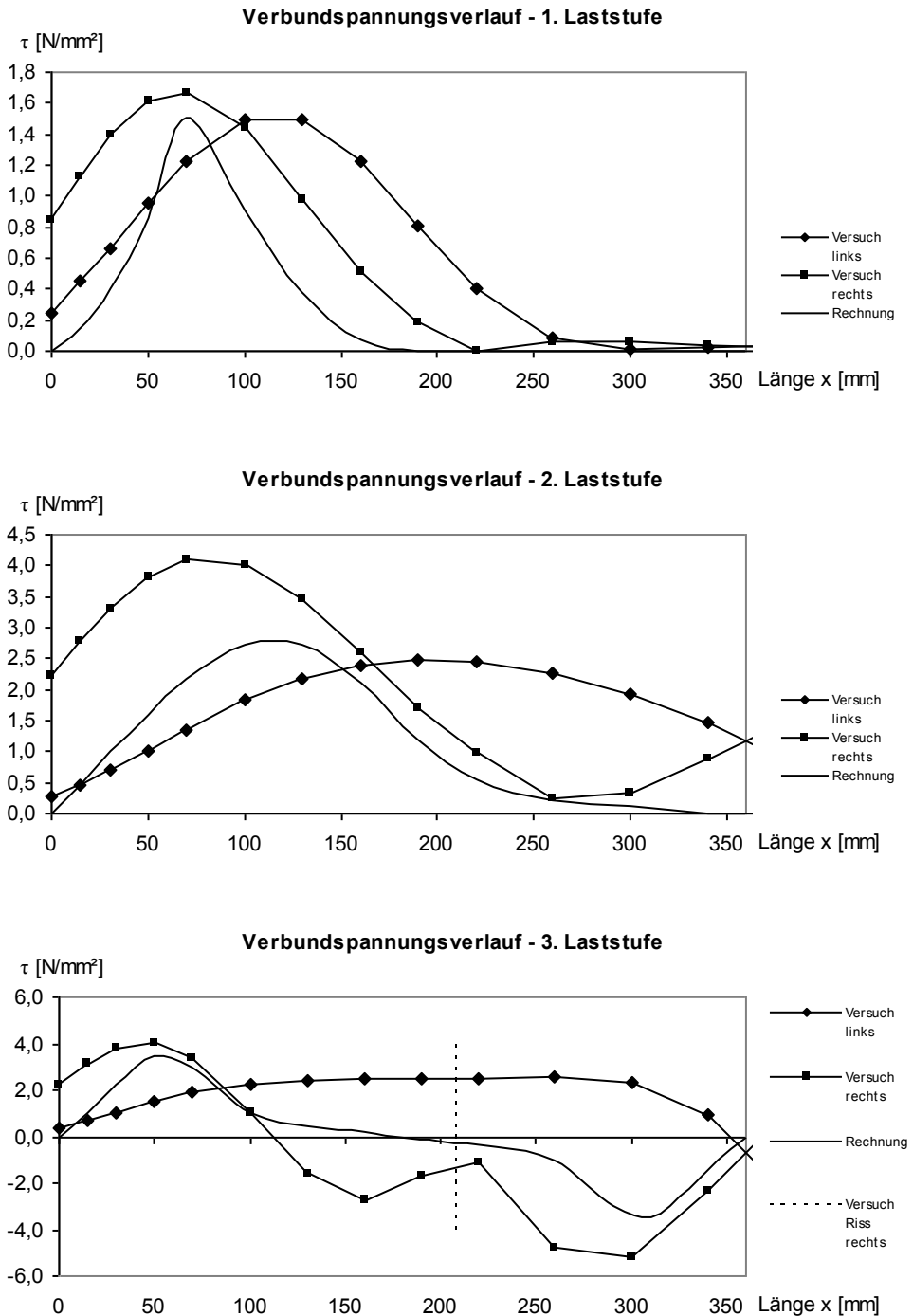


Abb. 8-23 Verbundspannungsverläufe des Dehnkörpers

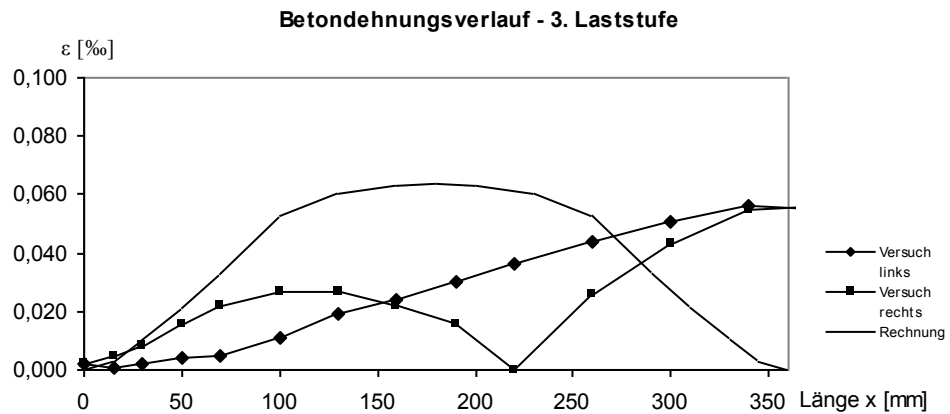
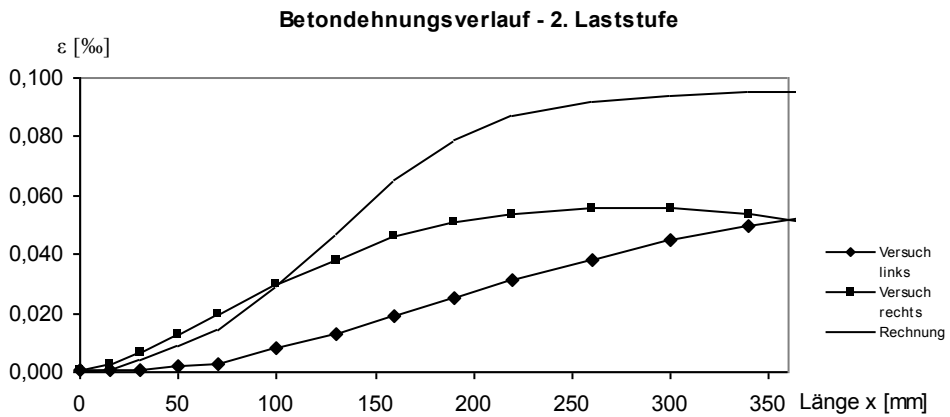
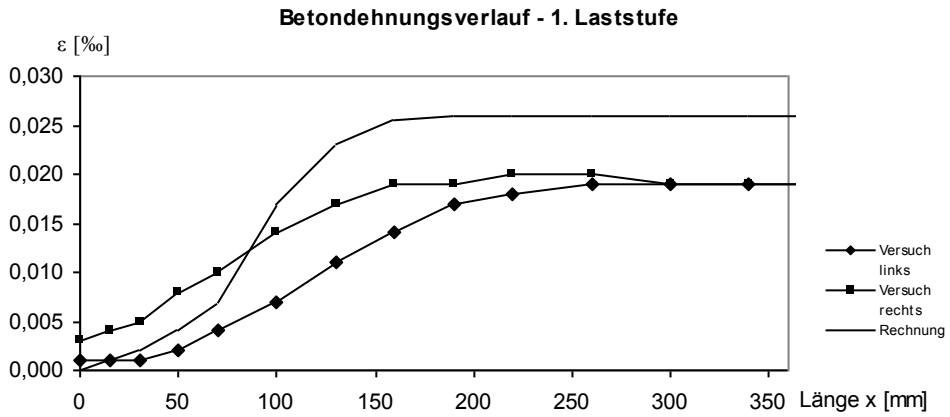


Abb. 8-24 Betondehnungsverläufe des Dehnkörpers

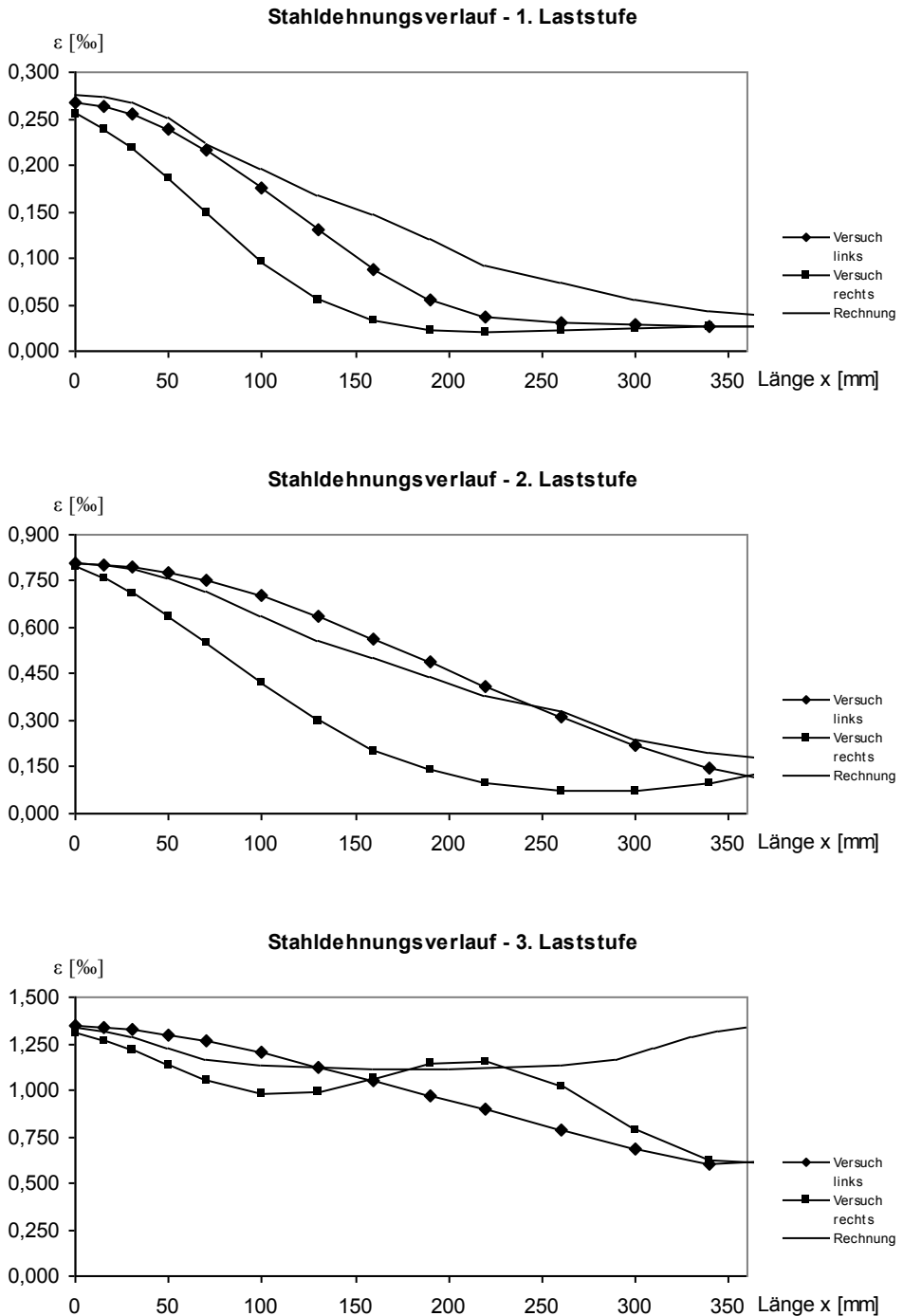


Abb. 8-25 Stahldehnungsverläufe des Dehnkörpers

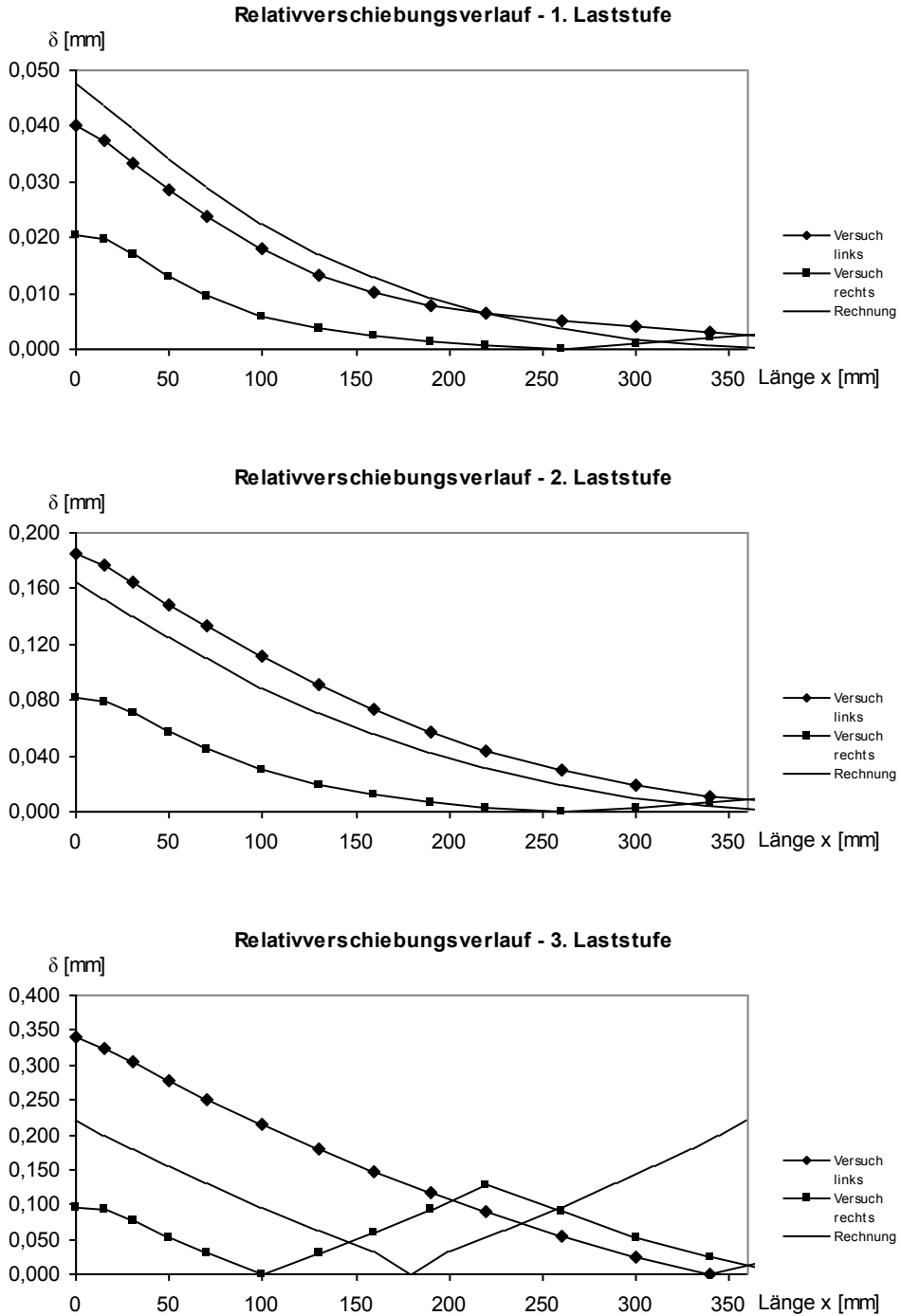


Abb. 8-26 Relativverschiebungsverläufe des Dehnkörpers

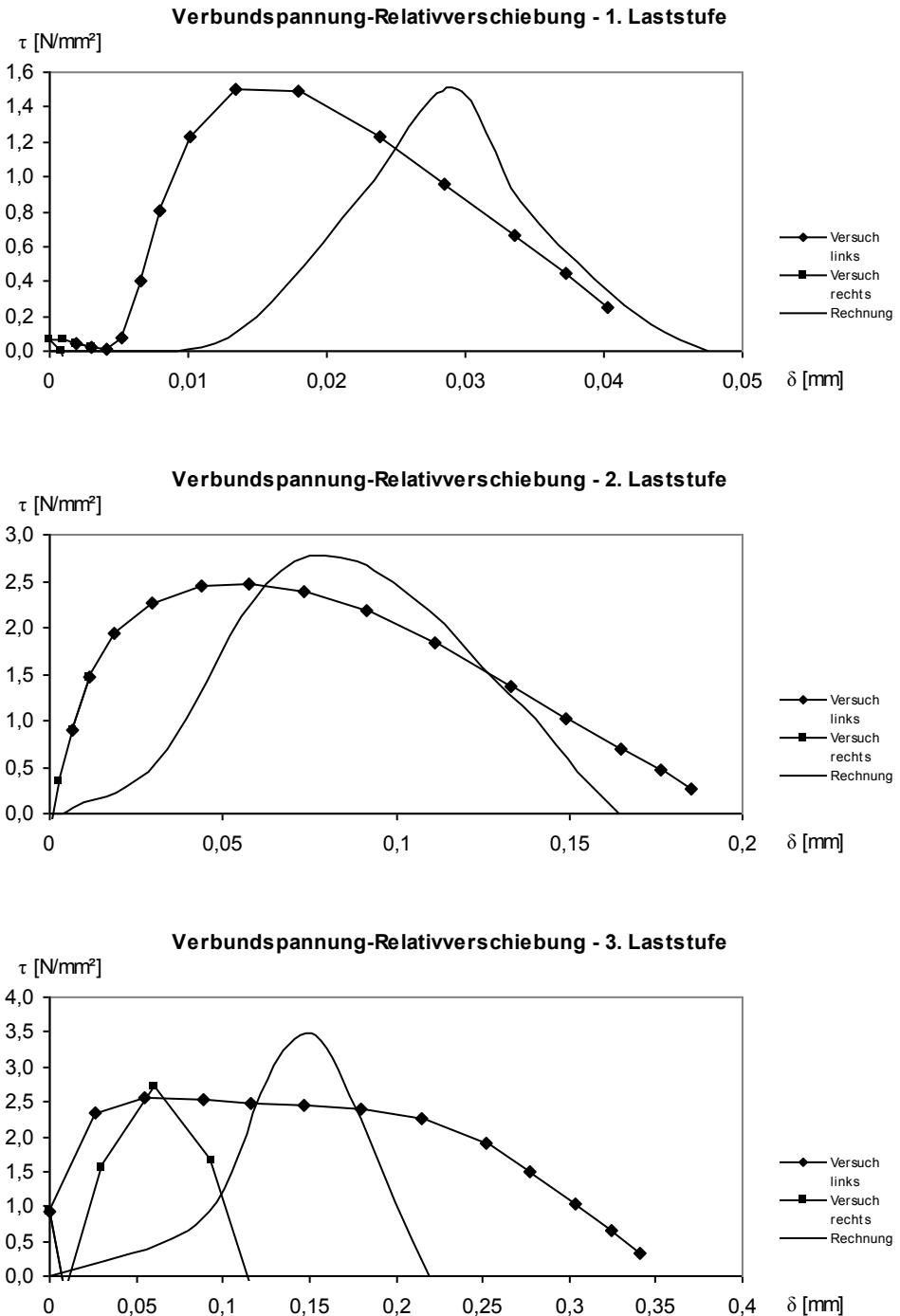


Abb. 8-27 Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Dehnkörpers

8.4 Fazit der Versuchsnachrechnungen

Versuchsauswertungen im niedrigen Beanspruchungsbereich zeigen, dass Versuchsnachrechnungen weder mit dem Verbundgesetz aus CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] noch mit dem Verbundgesetz von SCHOBER [194] sinnvoll möglich sind. Dabei besitzen sowohl die empirische Kurve des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] als auch das analytische Verbundgesetz von SCHOBER [194] deutliche Abweichungen. Besonders im niedrigsten Lastfall und bei großer Verbundlänge wird die lange Verbundlänge durch die beiden Verbundgesetze nicht berücksichtigt. Es wird im ersten Bereich eine zu hohe Verbundspannung angenommen. Somit fällt die Stahlspannung in den Nachrechnungen deutlich schneller ab als im Versuch. Nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und SCHOBER [194] ist die Übertragung der Stahlspannung auf einer viel kürzeren Strecke abgeschlossen.

Den Randeinfluss berücksichtigt CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] durch einen Abminderungsfaktor. Dieser verhindert, dass im Lasteinleitungsbereich infolge großer Relativverschiebungen große Verbundspannungen angenommen werden. Dieser Abminderungsfaktor fehlt dem Verbundgesetz von SCHOBER [194], daher wird bei diesem Verbundgesetz der Lasteinleitungsbereich ungenau abgebildet. Um ein unrealistisches Anwachsen der Verbundspannung zu vermeiden, findet beim Verbundgesetz von SCHOBER [194] eine Begrenzung der Verbundspannung durch die Tragfähigkeit des Zuginnes nach Gleichung (5-84) statt. Die Begrenzung verhindert, dass die nach Gleichung (5-55) berechnete Verbundspannung deutlich höher ist, als die im experimentellen Versuch ermittelte Verbundspannung. Dies ist gegenüber CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] ein Vorteil des analytischen Verbundgesetzes von SCHOBER [194]. Aufgrund der geringen Betondeckung der nachgerechneten Versuche von EIBL & NEUROTH [37] wird meistens die Begrenzung der Verbundspannung maßgebend, daraus resultiert ein Grenzwert der Verbundspannung der vergleichbar mit dem konstanten Verbundspannungswert aus EUROCODE 2 [248] ist. Ein Grund für die hohen Verbundspannungen des Verbundgesetzes von SCHOBER [194] liegt in der unberücksichtigten Stahldehnung. Zur Bestimmung der Relativverschiebung wird nach Gleichung (5-41) lediglich die Betondehnung verwendet.

Der konstante Verbundspannungswert aus EUROCODE 2 [248] wurde als Vergleichswert herangezogen. Es zeigt sich, dass der Wert seiner Aufgabe als Grenzwert gerecht wird. Besonders bei den Berechnungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit, in denen die maximale Belastung vorliegt, sind die Abweichungen gering. Aufgrund des konstanten Wertes ist dieser Ansatz für eine Finite-Elemente-Berechnung jedoch zu starr.

Wie sich gezeigt hat, ist das Festlegen der Verbundspannung in Abhängigkeit der Relativverschiebung ein zu starres Verfahren. Daher kann eine einfache Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung ohne weitere Parameter kein vorgegebenes Verbundgesetz zur Ermittlung der Schnittgrößen, sondern lediglich das Resultat der Schnittgrößenermittlung sein. Das bestätigt sich auch durch die deutlichen Abweichungen der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurven, obwohl die einzelnen Verläufe der Verbundspannung und der Relativverschiebung nicht so große Differenzen haben. Daraus spiegelt sich wider, dass es nicht sinnvoll ist nur über

die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung die Schnittgrößen zu bestimmen, da sich hierbei die Abweichungsfehler summieren.

Mit dem in dieser Arbeit aufgestellten analytischen Verbundgesetz ist es möglich sowohl niedrig- als auch hochbelastete Versuchskörper rechnerisch gegenüberzustellen. Der entscheidende Vorteil liegt darin, dass die Verbundspannungen bei diesem Verbundgesetz nicht in Abhängigkeit der Relativverschiebung, sondern in Abhängigkeit der Schädigung des Betons bestimmt werden. Dabei werden die Schnittgrößen meistens in guter Näherung getroffen. Dies betrifft sowohl die Verbundspannungen und die Relativverschiebungen als auch die Beton- und Stahldehnungen. Lediglich die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Kurven zeigen Abweichungen. Dies liegt daran, dass sich hierbei die Abweichungen der Verbundspannungs- und Relativverschiebungsverläufe über die Länge summieren. Es bestätigt sich auch hier, dass es nicht möglich ist aus einer Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung die Schnittgrößen über die Länge eines Verbundkörpers zu berechnen. Wie sich gezeigt hat, ist es sinnvoller den Schädigungsgrad des Betons zu berücksichtigen. Dies wurde in der Vergangenheit indirekt mit einer Anpassung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung durch zahlreiche Einflussparameter realisiert.

Auch das analytische Verbundgesetz kann eventuell noch optimiert werden. Zwei Verbesserungsmöglichkeiten können der Lasteinleitungsbereich des Ausziehkörpers und die Berücksichtigung einer Starrkörperverschiebung bei Auszieh- und Ausdrückkörper sein. Zuerst sind jedoch weitere experimentelle Versuche notwendig um den Bedarf der Verbesserungen zu klären. Unter Umständen sind diese Phänomene auch nur dem Streuverhalten des Betons geschuldet. Verbesserungen im Lasteinleitungsbereich können über die Anpassung der Druckstrebenneigung in diesem Bereich erreicht werden. Die unterschiedliche Belastungsrichtung der beiden Versuchskörpertypen scheint unterschiedliche Druckstrebenwinkel im Lasteinleitungsbereich aufzuweisen. Die Zugbelastung eines Ausziehkörpers besitzt unter Umständen einen größeren Druckstrebenwinkel infolge der Rückverankerung als die Lasteintragung eines Ausdrückkörpers. Im Ausdrückkörper erfolgt die Lastausbreitung über eine größere Strecke. Wenn sich in den Versuchen herausstellen würde, dass tatsächlich eine Starrkörperverschiebung vorliegt, dann lässt sich diese über einen Art Reibfaktor berücksichtigen. Der Reibfaktor darf sich dabei jedoch nicht an der klassischen Reibung orientieren, denn dazu wäre eine Normalkraft senkrecht zur Reibfläche notwendig. Einfacher wäre eine Implementierung über die äußere Belastung und eine Art Federkonstante.

Kapitel 9

Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung

Das Verbundverhalten wird meistens über ein Verhältnis zwischen Verbundspannung und Relativverschiebung, der sogenannten Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung, charakterisiert. Dabei entspricht die Verbundspannung der aus der Mechanik bekannten Schubspannung. Die als Verbundgesetze bezeichneten Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen werden benötigt, um mit Hilfe der Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes die Schnittgrößen im Verbundkörper zu ermitteln.

Ein elementarer Punkt dieser Arbeit ist die Untersuchung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung in Abhängigkeit des Versuchskörpertyps. Verbunduntersuchungen aus der Literatur zeigen, dass die Verbundtragwirkung von vielen Faktoren abhängig ist. Zum Teil existieren in der Literatur unterschiedliche Erklärungen zu den verschiedenen Einflüssen auf das Verbundverhalten, da meistens experimentelle Untersuchungen als Ausgangsbasis dienten. Ziel dieser Arbeit ist es, eine physikalische Erklärung für das Verbundtragverhalten zu finden. Das hier vorgestellte analytische Verbundmodell berücksichtigt das Verbundverhalten nicht über empirische Beiwerte, welche die verschiedenen, aus experimentellen Untersuchungen definierten, Einflussfaktoren darstellen. Stattdessen sollen die physikalischen Eigenschaften des Verbunds erfasst werden, welche automatisch die verschiedenen, aus Versuchen festgestellten, Einflussparameter beinhalten.

Sowohl in der Literatur als auch in Finite-Elemente-Untersuchungen stellt sich ein grundlegender Einfluss infolge der Schädigung des umgebenden Betons ein. Das bedeutet, die Verbundspannung ändert sich in Abhängigkeit der Schädigung des umgebenden Betons. Aus der Schädigung des Betons resultiert eine Relativverschiebung zwischen Stahl und Beton. Damit lässt sich theoretisch ein Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Relativverschiebung bei gleicher Schädigung des umgebenden Betons herstellen. Dieser bisher häufig angenommene Zusammenhang ist nicht eindeutig. Wie gezeigt wurde, können bei gleicher Relativverschiebung unterschiedliche Verbundspannungen aktiviert werden. Dies liegt daran, dass einer Schädigung nicht immer die gleiche Relativverschiebung zugeordnet werden kann. Im Lasteinleitungsbereich bedeuten geringere Relativverschiebungen eine größere Schädigung des Betons.

Aus diesem Grund ist es unerlässlich die Relativverschiebung differenzierter zu betrachten. Das neu entwickelte analytische Verbundgesetz basiert nicht auf einer klassischen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung, sondern berücksichtigt den Schädigungsgrad des umgebenden Betons. Die Relativverschiebung lässt sich danach über die Dehnung des geschädigten Betons und die Stahldehnung berechnen.

Bisherige Verbundgesetze in Form von Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen werden durch verschiedene Parameter ergänzt, um die in Versuchen ermittelten Ergebnisse zu erreichen. Die in dieser Arbeit zusammengefassten Einflussfaktoren sind jedoch keine Ursache für die veränderlichen Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen, sondern in experimentellen Untersuchungen festgestellte Symptome. Auch mit der größten Anzahl an Einflussparametern bzw. Symptomen zur Beschreibung der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehung sind keine vollständigen Verbunduntersuchungen möglich. Daher ist es sinnvoll ein Verbundgesetz auf Basis der Ursache zu generieren. Die Ursache hierbei ist eindeutig die Schädigung des Betons, speziell vor der Rippe. Im Gegensatz zu Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen lässt sich in Abhängigkeit des Betonzustandes jedes beliebige Belastungsniveau nachrechnen.

Wichtig ist die Beobachtung der konzentrierten Lasteinleitung vor der Bewehrungsstabrippe. Dieser Ansatz wird hier genutzt, um ein Verbundgesetz zu formulieren. Das so entstandene analytische Verbundgesetz ermöglicht eine physikalisch begründete Berücksichtigung des Verbundverhaltens. Der elementare Gedanke der Verbundtragwirkung basiert auf einer Kraftübertragung durch einer Druckstrebe von der Rippe in den umgebenden Beton. In Abhängigkeit ob Druck- oder Zugspannungen im Beton und im Bewehrungsstab herrschen, ergeben sich unterschiedliche Winkel unter der Druckstrebe. Auch der Randbereich hat Auswirkungen auf die Neigung der Druckstrebe, hier ist der Ausbreitungswinkel größer.

Durch den Druckstrebenwinkel wird der dreiaxiale Spannungszustand vor der Bewehrungsstabrippe definiert. Mit Hilfe des dreiaxialen Betonmodells wird die aufnehmbare Kraft im Beton bestimmt. Die im Beton vorhandene Kraft bestimmt die Höhe der Verbundspannung.

Zur Nachrechnung von durchgeführten Versuchen wird die numerische Integration in VBA für Microsoft Excel programmiert. Eingesetzt werden die Verbundgesetze aus CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und von SCHOBER [194]. Als Gegenstück wird die konstante Verbundspannung in Abhängigkeit der Betonfestigkeit aus EUROCODE 2 [248] verwendet. Sowohl CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241], SCHOBER [194] als auch EUROCODE 2 [248] weichen speziell bei niedrigen Belastungen deutlich von den Versuchsergebnissen ab. Verantwortlich dafür ist, dass CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und SCHOBER [194] einer Relativverschiebung genau eine Verbundspannung zuordnen und EUROCODE 2 [248] keinerlei Relativverschiebungen berücksichtigt. Das analytische Verbundgesetz nähert sich erfolgreich an die Versuchsergebnisse an. Sowohl niedrige als auch hohe Belastungen lassen sich gut nachrechnen.

Um Verbundprobleme unter maximalen Beanspruchungen zu berechnen sind CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und SCHOBER [194] ausreichend. Aber gerade für die immer häufigere Fragestellung nach der Gebrauchstauglichkeit erfüllen CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und SCHOBER [194] nicht den Zweck. Bei beiden Varianten wird rechnerisch eine zu hohe Verbundspannung angenommen, die dazu führt, dass die berechneten Stahlspannungen auf zu kurzer Strecke abgebaut werden. Damit sind diese beiden Varianten für Finite-Elemente-Implementierungen nicht zweckmäßig, wenn Verbundspannungszustände berechnet werden sollen, dies gilt im besonderen Maße für Fragen der Gebrauchstauglichkeit. Dazu ist das neue analytische Verbundgesetz deutlich besser geeignet.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Verbund entscheidend durch die Schädigung des umgebenden Betons beeinflusst wird. Die Relativverschiebung berücksichtigt den Schädigungsgrad des Betons nur indirekt. Daher wurden die Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen in der Vergangenheit um verschiedene Einflussparameter erweitert. Diese Parameter beschreiben jedoch indirekt auch nur die Schädigung des Betons. Aus diesem Grund erscheint es sinnvoll ein Verbundgesetz aufzustellen, das nicht auf der Relativverschiebung, sondern auf dem tatsächlichen Zustand des Betons basiert. Damit kommt der direkte Einfluss der Betonschädigung zum Tragen. Wie sich in den Versuchsnachrechnungen gezeigt hat, ist es unter Berücksichtigung des tatsächlichen Zustands des Betons mit dem erstellten analytischen Verbundgesetz möglich auch unterschiedliche Belastungsniveaus abzudecken.

9.2 Ausblick

Mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Verbundgesetz in Abhängigkeit der Schädigung des umgebenden Betons wurden die Versuchen von EIBL & NEUROTH [37] erfolgreich nachgerechnet. Für die Zukunft könnten noch Feinabstimmungen vorgenommen werden. Für die Verbesserung bisheriger, experimenteller Verbundgesetze werden weitere in experimentellen Untersuchungen festgestellte Symptome als zusätzliche Parameter hinzugefügt. Wenn bei dem vorliegenden analytischen Verbundgesetz eine Feinabstimmung an größere Versuchsreihen gewünscht wird, ist lediglich die Neigung der Druckstrebe zu modifizieren. Dazu sind jedoch umfangreichere Versuche notwendig. Genauer könnte die in Abhängigkeit des Versuchskörpertyps sich einstellende Druckstrebenneigung im Lasteinleitungsbereich untersucht werden. Bislang wird diese bei allen Versuchskörpern einheitlich ermittelt, jedoch waren die tatsächlichen Verbundspannungen des Auszugkörpers im Einleitungsbereich geringer. Dies könnte auf einen größeren Druckstrebenwinkel hindeuten. Eine weitere Modifizierung könnte die Implementierung einer Starrkörperverschiebung in Abhängigkeit einer Art Federkonstanten im Zusammenhang mit der äußeren Belastung sein. Um diese Phänomene nachzuweisen sind gezielte experimentelle Untersuchungen unerlässlich. Erst umfangreiche Versuchsreihen werden zeigen, ob weitere Maßnahmen sinnvoll sind oder ob die Streuung des Betons einen zu großen Einfluss besitzt und somit eine Modifikation des analytischen Verbundgesetzes überflüssig macht. Diese Versuche sind jedoch aufgrund der notwendigen Messtechnik sehr aufwendig.

Das vorgestellte analytische Verbundgesetz bietet auch die Möglichkeit den Einfluss von zyklischen Belastungen zu implementieren. Dazu lassen sich die Drucker-Prager-Bedingungen des dreiaxialen Betonstoffgesetzes um einen Schädigungsparameter erweitern.

Der nächste Schritt zur Nutzung des analytischen Verbundgesetzes ist die Einbindung in ein Finite-Elemente-Programm. Damit lassen sich nicht nur Verbundversuche, sondern auch ganze Tragstrukturen berechnen. Auch hier muss die Druckstrebenneigungen jeweils in Abhängigkeit der Spannungsvorzeichen der beiden Materialien gewählt werden. Die Implementierung eines Verbundgesetzes in ein Finite-Elemente-Programm war schon mehrfach Thema von Forschungsarbeiten. An dieser Stelle seien stellvertretend LETTOW [108], PÖLLING [157] und TIKHOMIROV [213] genannt.

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------------------|--|----|
| Abb. 1-1 | Auszieh-, Ausdrück- und Dehnkörper im Vergleich | 3 |
| Abb. 2-1 | Qualitativer Spannungs-Dehnungs-Verlauf von Beton unter einaxialem Druck | 7 |
| Abb. 2-2 | Spannungsdehnungsdiagramme verschiedener Betonfestigkeiten, CEB-FIP MODEL CODE [239], [241] | 8 |
| Abb. 2-3 | Längs- und zugehörige Querdehnung in Abhängigkeit der Betondruckspannung | 8 |
| Abb. 2-4 | Volumendehnung in Abhängigkeit der Betonspannung | 9 |
| Abb. 2-5 | Spannungs-Dehnungs-Beziehung für einaxiale Zugbeanspruchung von Beton | 11 |
| Abb. 2-6 | Lokalisierung der Dehnungen im Versuchskörper | 12 |
| Abb. 2-7 | Vergleich von Spannungs-Längenänderungs- und Spannungs-Dehnungs-Beziehung für einaxiale Zugbeanspruchung von Beton nach VAN MIER [128] | 13 |
| Abb. 2-8 | Spannungs-Dehnungs-Diagramm des elastischen und des plastischen Bereichs | 13 |
| Abb. 2-9 | Spannungs-Rissbreiten-Diagramm | 15 |
| Abb. 2-10 | Zweiaxiale Versagenskurve von Beton nach Versuchsauswertung von KUPFER & GERSTLE [97] und zugehörige Versagensmodi nach NELISSEN [142] | 19 |
| Abb. 2-11 | Versagensmodi unter dreiaxialer Beanspruchung $\sigma_1/\sigma_2/\sigma_3$ nach VAN MIER et al. [129] | 20 |
| Abb. 2-12 | Dreiaxiales Spannungs-Dehnungs-Verhalten nach JAMET et al. [80] | 21 |
| Abb. 2-13 | Grenzflächen der dreiaxialen Festigkeit nach OTTOSEN [151] | 22 |
| Abb. 2-14 | Triaxiale Versagensfläche in Deviator- und Meridianebene | 23 |
| Abb. 2-15 | Oberflächenbeschaffenheiten von Betonstählen, aus EIBL & IVÁNYI [34] | 24 |
| Abb. 2-16 | Spannungs-Dehnungs-Diagramm von warm- und kaltverformten Betonstählen, aus EIBL & IVÁNYI [34] | 25 |

| | | |
|------------------|--|----|
| Abb. 2-17 | Spannungs-Dehnungs-Linien von Betonstählen, aus DIN 1045-1 [246]..... | 26 |
| Abb. 3-1 | Unterschiedliche Beschreibungen des dreidimensionalen Betonversagens, aus SCHÜTT [196] | 30 |
| Abb. 3-2 | Zusammengesetzte dreidimensionale Fließflächen, für Beton aus SCHÜTT [196]..... | 32 |
| Abb. 3-3 | Linearer, bilinearer und exponentieller Entfestigungsverlauf für Zugversagen, aus SCHÜTT [196]..... | 35 |
| Abb. 3-4 | Ver- und Entfestigungsverlauf für Druckbelastung, aus SCHÜTT [196]..... | 35 |
| Abb. 3-5 | Verschiebung der kugelförmigen Fließfläche f_4 , aus SCHÜTT [196]..... | 39 |
| Abb. 3-6 | Auswahl des maßgebenden Fließkriteriums mittels Fließfläche f_5 , aus SCHÜTT [196]..... | 40 |
| Abb. 3-7 | Geometrie der zusammengesetzten Fließflächen des Betonmodells in Invariantendarstellung, aus SCHÜTT [196]..... | 42 |
| Abb. 3-8 | Charakteristische Bereiche des Fließgesetzes, aus SCHÜTT [196]..... | 42 |
| Abb. 3-9 | Versagenkurve im biaxialen Spannungsraum nach KUPFER et al. [96]..... | 43 |
| Abb. 3-10 | Versagenkurve im biaxialen Spannungsraum nach KUPFER et al. [96],..... | 44 |
| Abb. 3-11 | Normiertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Zugbereichs nach SCHÜTT [196]..... | 47 |
| Abb. 3-12 | Normiertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm des gemischten Zug/Druck-Bereichs nach SCHÜTT [196]..... | 48 |
| Abb. 3-13 | Normiertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Druckbereichs nach SCHÜTT [196] | 49 |
| Abb. 3-14 | Normierte Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Betonmodells nach SCHÜTT [196] in einem Diagramm | 50 |
| Abb. 4-1 | Kräfte in der Verbundfuge zwischen profiliertem Bewehrungsstab und umgebenden Beton am differentiellen Verbundelement..... | 52 |
| Abb. 4-2 | Entwicklung der Relativverschiebung | 52 |
| Abb. 4-3 | Betonverformung infolge Primärriss und Sekundärrissen nach GOTO [60] | 55 |
| Abb. 4-4 | Räumliche Tragwirkung und Druckkegel der Verbundkräfte nach TEPFERS [210] an einem Ausschnitt des Verbundkörpers | 55 |
| Abb. 4-5 | Verbundrisse nach GOTO [60] und Sprengriß nach TEPFERS [210] zusammengefasst von LEMNITZER et al. [105] | 56 |

| | | |
|------------------|---|-----|
| Abb. 4-6 | Qualitativer Verlauf der Verbundspannung über die Relativverschiebung..... | 57 |
| Abb. 4-7 | Allgemeine Differentialbeziehungen, Bild aus AUER & STEMPNIIEWSKI [4] | 59 |
| Abb. 4-8 | Ablaufschema der numerischen Integration | 65 |
| Abb. 4-9 | Einfluss der Betongüte durch Erhöhung der Zementmenge auf die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach ABRAMS [1] | 68 |
| Abb. 4-10 | Verschiedene Testkörper und entsprechende τ - δ -Beziehungen,..... | 71 |
| Abb. 4-11 | Auswertung von Beton- und Stahldehnungen von Auszug-, Ausdrück- und Dehnversuch mit verschiedenen Laststufen von EIBL & NEUROTH [37] | 72 |
| Abb. 4-12 | Querdruckeinfluss durch Querdehnungsbehinderung am Auflager von Ausziehkörpern nach LEONHARDT [106]. Mit zunehmender Querdehnungsbehinderung wird eine höhere Ausziehlast erreicht..... | 74 |
| Abb. 4-13 | Ortsabhängige τ - δ -Beziehungen nach WATSTEIN [224]..... | 76 |
| Abb. 4-14 | Ortsabhängige τ - δ -Beziehungen nach NILSON [144]..... | 76 |
| Abb. 4-15 | Auswertung eines Auszugversuchs mit verschiedenen Laststufen von EIBL & NEUROTH [37] | 78 |
| Abb. 4-16 | Verbundspannungsverteilung mit zunehmender Kraft F nach MÖRSCH [134] | 80 |
| Abb. 4-17 | Verbundspannung und deren Mittelwert in Abhängigkeit der maximalen Verbundlänge nach MÖRSCH [134]..... | 80 |
| Abb. 4-18 | Spannungsverläufe im Verankerungsbereich nach HOYER & FRIEDRICH [76] | 81 |
| Abb. 4-19 | Spannungsverteilung eines gezogenen Stabes nach VON EMPERGER [47]..... | 82 |
| Abb. 4-20 | Idealisierung der Geometrie von profilierten Bewehrungsstäben, aus SCHENKEL [188] | 83 |
| Abb. 4-21 | Einfluss der bezogenen Rippenfläche nach REHM et al. [164] | 87 |
| Abb. 4-22 | Optimale bezogene Rippenfläche nach REHM et al. [164] | 88 |
| Abb. 4-23 | Abscheren der Betonkonsolen (Schubrisse) zwischen den Rippen des Bewehrungsstabes nach Rehm [162]..... | 88 |
| Abb. 4-24 | Rippen- und Flankenneigung | 89 |
| Abb. 4-25 | Verbundbedingungen, aus DIN 1045-1 [246]..... | 91 |
| Abb. 5-1 | Verbundspannungsverlauf in Abhängigkeit von Innen- und Außenbereich nach EIBL et al. [36] | 102 |

| | | |
|------------------|---|-----|
| Abb. 5-2 | Qualitative Kurve der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]..... | 104 |
| Abb. 5-3 | Verbundmodell von KRELLER [93]..... | 105 |
| Abb. 5-4 | Betonprismen nach DE GROOT et al. [26]..... | 107 |
| Abb. 5-5 | Radialzugspannungen σ_r und Ringzugspannungen σ_ϕ | 108 |
| Abb. 5-6 | Verlauf der Ringzugspannungen σ_ϕ | 108 |
| Abb. 5-7 | Ausbreitung der Verbundspannungen im Beton nach SCHOBER [194]..... | 109 |
| Abb. 5-8 | Verbundmodell nach SCHOBER [194]..... | 110 |
| Abb. 5-9 | Fachwerkmodell nach SCHOBER [194]..... | 110 |
| Abb. 5-10 | Vereinfachtes Stoffgesetz für Beton auf Druckbeanspruchung nach Schober [194]..... | 114 |
| Abb. 5-11 | Starr-plastisches Betongesetz nach SCHOBER [194]..... | 116 |
| Abb. 5-12 | Belastungen auf den Zugring nach SCHOBER [194]..... | 119 |
| Abb. 5-13 | Linear elastisch-ideal plastisches Stoffgesetz des Betons auf Zug nach SCHOBER [194]..... | 121 |
| Abb. 5-14 | Spannungsverteilung im plastifizierten Betonzugring nach SCHOBER [194]..... | 122 |
| Abb. 5-15 | Fiktiver Außenradius in Abhängigkeit vom Verhältnis Außenradius zu Stabdurchmesser nach SCHOBER [194]..... | 123 |
| Abb. 5-16 | Analytisches Verbundgesetz nach SCHOBER [194]..... | 126 |
| Abb. 6-1 | Unterschiedliche Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen in Abhängigkeit der Randbedingungen nach ELIGEHAUSEN et al. [46]..... | 128 |
| Abb. 6-2 | Stadien des Verbundbruchs aus AUER & STEMPNIEWSKI [4]..... | 131 |
| Abb. 6-3 | Qualitative Kurve der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] inklusive der Bereichseinteilung..... | 133 |
| Abb. 6-4 | Bereiche des CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] in die Auswertung eines Auszugversuchs von EIBL & NEUROTH [37] eingetragen..... | 134 |
| Abb. 6-5 | Einfluss Lastniveau nach MUTTONI & FERNÁNDEZ RUIZ [137]..... | 135 |
| Abb. 6-6 | Vergleich der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen zwischen CEB-FIP MODEL CODE 90 [239] bzw. CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] und den Versuchsergebnissen eines Ausziehkörpers von EIBL & NEUROTH [37]..... | 136 |

| | | |
|------------------|---|-----|
| Abb. 6-7 | Versuchskörpermodellierung von BIRKHOLZ [11] | 138 |
| Abb. 6-8 | Normalspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)..... | 140 |
| Abb. 6-9 | Normalspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)..... | 141 |
| Abb. 6-10 | Radialspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten) | 142 |
| Abb. 6-11 | Radialspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten) | 143 |
| Abb. 6-12 | Tangentialspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)..... | 144 |
| Abb. 6-13 | Tangentialspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)..... | 145 |
| Abb. 6-14 | Hauptspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)..... | 146 |
| Abb. 6-15 | Hauptspannungen (Bewehrungsstab freigeschnitten)..... | 147 |
| Abb. 6-16 | Rissentwicklung..... | 148 |
| Abb. 6-17 | Rissentwicklung..... | 149 |
| Abb. 6-18 | Fachwerkmodell der drei Prüfkörper | 152 |
| Abb. 6-19 | Druckstrebenwinkel im Randbereich am Beispiel eines Ausziehkörpers | 154 |
| Abb. 6-20 | Radial- und Ringspannungen..... | 154 |
| Abb. 6-21 | Einteilung des umgebenden Betons | 157 |
| Abb. 6-22 | Kraftfluss im Versuchskörper mit $i = 0$ am Lasteinleitungsbeginn | 158 |
| Abb. 6-23 | Richtung der Kräfte vor der Rippe..... | 160 |
| Abb. 6-24 | Zweischnittige Querbewehrung | 164 |
| Abb. 6-25 | Ablaufschema der modifizierten numerischen Integration | 173 |
| Abb. 7-1 | Registerkarte „tau-delta aktiv“..... | 180 |
| Abb. 7-2 | Registerkarte „Spannung-Dehnung aktiv“ | 180 |
| Abb. 7-3 | Eingabemaske | 182 |
| Abb. 7-4 | Registerkarte „Versuchsreihen“..... | 182 |
| Abb. 7-5 | Registerkarte „Ausgabe“..... | 183 |
| Abb. 8-1 | Verbundspannungsverläufe des Auszugkörpers | 189 |
| Abb. 8-2 | Stahlspannungsverläufe des Auszugkörpers..... | 190 |
| Abb. 8-3 | Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Auszugkörpers | 191 |
| Abb. 8-4 | Verbundspannungsverläufe des Ausdrückkörpers | 193 |
| Abb. 8-5 | Stahlspannungsverläufe des Ausdrückkörpers..... | 194 |

| | | |
|------------------|---|-----|
| Abb. 8-6 | Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Ausdrückkörpers | 195 |
| Abb. 8-7 | Verbundspannungsverläufe des Dehnkörpers, linke Seite | 197 |
| Abb. 8-8 | Stahlspannungsverläufe des Dehnkörpers, linke Seite | 198 |
| Abb. 8-9 | Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Dehnkörpers, linke Seite | 199 |
| Abb. 8-10 | Verbundspannungsverläufe des Dehnkörpers, rechte Seite | 201 |
| Abb. 8-11 | Stahlspannungsverläufe des Dehnkörpers, rechte Seite | 202 |
| Abb. 8-12 | Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Dehnkörpers, rechte Seite | 203 |
| Abb. 8-13 | Verbundspannungsverläufe des Auszugkörpers | 205 |
| Abb. 8-14 | Betondehnungsverläufe des Auszugkörpers | 206 |
| Abb. 8-15 | Stahldehnungsverläufe des Auszugkörpers | 207 |
| Abb. 8-16 | Relativverschiebungsverläufe des Auszugkörpers | 208 |
| Abb. 8-17 | Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Auszugkörpers | 209 |
| Abb. 8-18 | Verbundspannungsverläufe des Ausdrückkörpers | 211 |
| Abb. 8-19 | Betondehnungsverläufe des Ausdrückkörpers | 212 |
| Abb. 8-20 | Stahldehnungsverläufe des Ausdrückkörpers | 213 |
| Abb. 8-21 | Relativverschiebungsverläufe des Ausdrückkörpers | 214 |
| Abb. 8-22 | Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Ausdrückkörpers | 215 |
| Abb. 8-23 | Verbundspannungsverläufe des Dehnkörpers | 217 |
| Abb. 8-24 | Betondehnungsverläufe des Dehnkörpers | 218 |
| Abb. 8-25 | Stahldehnungsverläufe des Dehnkörpers | 219 |
| Abb. 8-26 | Relativverschiebungsverläufe des Dehnkörpers | 220 |
| Abb. 8-27 | Verbundspannungs-Relativverschiebungsverläufe des Dehnkörpers .. | 221 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|-----------------|--|-----|
| Tab. 2-1 | Näherungsweise Abschätzung der Bruchenergie nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241]..... | 15 |
| Tab. 3-1 | Maßgebende Punkte der Fließfläche nach SCHÜTT [196]..... | 46 |
| Tab. 4-1 | Gewählte Randbedingungen für die numerische Integration..... | 64 |
| Tab. 4-2 | Einflussfaktoren auf das Verbundverhalten basierend auf LINDORF [110]..... | 67 |
| Tab. 4-3 | Abhängigkeit der Verbundspannung von der Betonfestigkeit aus MAINZ [118] | 69 |
| Tab. 4-4 | Bezogene Rippenfläche nach DIN 488-1 [242] und DIN 488-3 [243]..... | 86 |
| Tab. 5-1 | Beiwerte nach Versuchen von REHM [162]..... | 98 |
| Tab. 5-2 | Beiwerte nach MARTIN [119] in Abhängigkeit der bezogenen Rippenfläche f_R | 99 |
| Tab. 5-3 | Werte für den Parameter $f(p_i)$ aus KOBARG [86] | 101 |
| Tab. 5-4 | Parameter zur Definition der Verbundspannung-Schlupf-Beziehung eines Verbundkörpers mit geripptem Bewehrungsstahl nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] | 103 |
| Tab. 5-5 | Parameter zur Definition der Verbundspannung-Schlupf-Beziehung eines Verbundkörpers mit glattem Bewehrungsstahl nach CEB-FIP MODEL CODE 2010 [241] | 106 |
| Tab. 5-6 | Werte des Gleitwiderstands nach REHM [162] | 117 |
| Tab. 6-1 | Verbundspannung und Relativverschiebung in Abhängigkeit der Randbedingungen aus ELIGEHAUSEN et al. [46]..... | 129 |
| Tab. 6-2 | Abmessungen der Finite-Elemente-Versuchskörper | 139 |
| Tab. 6-3 | Druckstrebenwinkel in Abhängigkeit des Versuchskörpertyps..... | 174 |
| Tab. 6-4 | Druckstrebenwinkel in Abhängigkeit der Spannungsrichtung | 174 |
| Tab. 8-1 | Eigenschaften der drei Versuchskörper von EIBL & NEUROTH [37] ... | 187 |

Literaturverzeichnis

Autoren

A

- [1] **Abrams, Duff Andrew:**
Tests of Bond between Concrete and Steel. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Bulletin No. 71, Urbana-Verlag, 1913.
- [2] **Alvarez, Manuel; Marti, Peter:**
Versuche zum Verbundverhalten von Bewehrungsstahl bei plastischen Verformungen. IBK Bericht Nr. 222, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. Basel: Birkhäuser Verlag, 1996.
- [3] **Alvarez, Manuel:**
Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton. Dissertation, IBK Bericht Nr. 236, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. Basel: Birkhäuser-Verlag, 1998.
- [4] **Auer, Michael; Stempniewski, Lothar:**
The influence of the damage state of the surrounding concrete on the bond stress-slip relationship. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Brescia, 2012, S. 47-54.

B

- [5] **Bach, Carl:**
Versuche über den Gleitwiderstand einbetonierten Eisens. In: Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiet des Ingenieurwesens, insbesondere aus den Laboratorien der technischen Hochschulen, Heft 22. Berlin: Springer-Verlag, 1905, S. 1-41.
- [6] **Bamonte, Patrick; Valente, Marco:**
Application of a closed-form solution for simulating bond between concrete and steel in service conditions. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Brescia, 2012, S. 153-160.

- [7] **Beeby, Andrew W.:**
Short-Term Deformations of Reinforced Concrete Members. Technical Report / TRA 408. London: Cement and Concrete Association, 1968.
- [8] **Beeby, Andrew W.:**
An Investigation of Cracking in Slabs Spanning One Way. Technical Report / TRA 433. London: Cement and Concrete Association, 1970.
- [9] **Benett, E. W.; Snounou, J. G.:**
Bond-slip characteristics of plain reinforcing bars under varying stress. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Paisley, 1982, S. 140-150.
- [10] **Bigaj, Agnieszka J.:**
Bond Behaviour of Deformed Bars in NSC and HSC: Experimental Study. Report Stevin Laboratory, Concrete Structures 25.5-95-11, TU Delft, 1995.
- [11] **Birkholz, Oleg:**
Modellierung und Auswertung von Verbundkörpern mit dem Finite-Elemente-Programm Abaqus und anschließendem Vergleich mit den Ergebnissen in der Literatur. Bachelorarbeit, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Karlsruher Institut für Technologie, 2012.
- [12] **Bonzel, Justus:**
Über die Biegezugfestigkeit des Betons. In: Beton, Jahrgang 13, Heft 4. Düsseldorf: Beton-Verlag, 1963, S. 179-182.
- [13] **Bonzel, Justus:**
Über die Spaltzugfestigkeit des Betons. In: Beton, Jahrgang 14, Heft 3. Düsseldorf: Beton-Verlag, 1964, S. 108-114.
- [14] **Broms, Bengt B.:**
Stress Distribution, Crack Patterns and Failure Mechanisms of Reinforced Concrete Members. In: ACI-Journal, Volume 61, Issue 12, 1964, S. 1535-1556.
- [15] **Broms, Bengt B.:**
Technique for Investigation of Internal Cracks in Reinforced Concrete Members. In: ACI-Journal, Volume 62, Issue 1, 1965, S. 33-44.
- [16] **Broms, Bengt B.:**
Stress Distribution in Reinforced Concrete Members with Tension Cracks. In: ACI-Journal, Volume 62, Issue 9, 1965, S. 1095-1108.
- [17] **Bürge, Theodor A.:**
Densified cement matrix improves bond with reinforcing steel. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Paisley, 1982, S. 273-281.

C

- [18] **Carol, Ignacio; Bažant, Zdeněk:**
Damage and plasticity in microplane theory. In: International Journal of Solids And Structures, Volume 34, Issue 29, 1997, S. 3807-3835.
- [19] **Chen, Wai-Fah:**
Plasticity in reinforced concrete. New York: McGraw-Hill, 1982.
- [20] **Chen, Wai-Fah; Han, Da-Jian:**
Plasticity for structural engineers. New York: Springer Verlag, 1988.
- [21] **Chen, Wai-Fah:**
Constitutive equations for engineering materials. Volume 2: Plasticity and modeling, Amsterdam: Elsevier Verlag, 1994.
- [22] **Cofer, William F.:**
Implementation of the nonlocal Microplane Concrete Model within an explicit dynamic Finite Element Program. In: Applied Mechanics Reviews (ASME), Volume 45 Issue 3, 1992, S. 132-139.
- [23] **Curbach, Manfred; Hampel, Torsten; Scheerer, Silke; Speck, Kerstin:**
Hochleistungsbeton unter zwei- und dreiaxialer Beanspruchung. In: Beton- und Stahlbetonbau, Jahrgang 97, Heft 6, 2002, S. 275-280.
- [24] **Curbach, Manfred; Scheerer, Silke; Speck, Kerstin; Hampel, Torsten:**
Experimentelle Analyse des Tragverhaltens von Hochleistungsbeton unter mehraxialer Beanspruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 578, Berlin: Beuth-Verlag, 2011.

D

- [25] **D’Addetta, Gian Antonio; Kun, F.; Ramm, Ekkehard:**
On the application of a discrete model to the fracture process of cohesive granular materials. In: Granular Matter, Volume 4, Issue 2, Springer-Verlag, 2002, S. 77–90.
- [26] **De Groot, A. K.; Kusters, G. M. A.; Monnier, TH.:**
Numerical modelling of bond-slip behaviour. Heron, Volume 26, Issue 1B, 1981.
- [27] **DiMaggio, Frank L.; Sandler, Ivan S.:**
Material model for granular soils. In: Journal of Engineering Mechanics (ASCE), Volume 97, Issue 3, 1971, S. 935–950.

- [28] **Djabry, Walid:**
Contribution a l'étude de l'adhérence des fers d'armature au béton. Dissertation, Nr. 2127 Rapport No. 184, Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt für Industrie, Bauwesen und Gewerbe Zürich, ETH Zürich, 1952.
- [29] **Dörr, K.; Mehlhorn, G., Stauder; Wolfram; Uhlich, Dieter:**
Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 238, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1974, S. 29-102.
- [30] **Dörr, Karlfried; Mehlhorn, Günther:**
Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens : Verbundverhalten von Betonrippenstählen unter Querdruck. 5. Zwischenbericht zum Forschungsvorhaben: „Berechnung von Stahlbetonscheiben im Zustand II bei Annahme eines wirklichkeitsnahen Werkstoffverhaltens“, DFG-Schwerpunktprogramm „Flächentragwerke im Konstruktiven Ingenieurbau“, Az. 731.164/Me 464/12, Institut für Massivbau, Bericht Nr. 39, Technische Hochschule Darmstadt, 1979.
- [31] **Drucker, Daniel Charles:**
Relation of experiments to mathematical theories of plasticity. In: Journal of Applied Mechanics. Volume 16, Issue 4, 1949, S. 349–357.
- [32] **Drucker, Daniel Charles; Prager, William:**
Soil mechanics and plastic analysis or limit design. In: Quarterly of Applied Mathematics, Volume 10, Issue 2 1952, S. 157–165.
- E**
- [33] **Ehlers, Wolfgang:**
A single-surface yield function for geomaterials. In: Archive of Applied Mechanics, Volume 65, Issue 4. Springer-Verlag, 1995, S. 246–259.
- [34] **Eibl, Josef; Iványi, György:**
Studie zum Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbeton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 260, Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1976.
- [35] **Eibl, Josef; Kobarg, Jörg:**
Das Verbundverhalten von Stahl und Beton unter besonderer Berücksichtigung der lokalen Stahlspannung. In: Fortschritte im Konstruktiven Ingenieurbau - Festschrift Gallus Rehm zum 60. Geburtstag. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1984, S. 143-152.

- [36] **Eibl, Josef; Kobarg, Jörg; Neuroth, Ulrich:**
Ein Stahlbetonverbundgesetz vom inkrementellen Typ – Der Einfluss von Stahldehnung und Querdruck. In: Festschrift Joachim Scheer zum 60. Geburtstag, Institut für Stahlbau, TU Braunschweig, 1987, S. 47-68.
- [37] **Eibl, Josef; Neuroth, Ulrich:**
Experimentelle und rechnerische Untersuchungen zum Einfluss örtlicher Stahldehnungen und Querspannungen auf das lokale Verbundverhalten von Betonrippenstahl. Abschlussbericht im Schwerpunkt „Stoffgesetze im Konstruktiven Ingenieurbau“. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1989.
- [38] **Eibl, Josef; Idda, Klaus; Lucero-Cimas, Hugo-Néstor:**
Verbundverhalten bei Querkzug. Schlussbericht zum Forschungsvorhaben, Bauforschung T 2821. Stuttgart: Fraunhofer-IRB-Verlag, 1997.
- [39] **Eibl, Josef; Akkermann, Jan; Idda, Klaus; Lucero-Cimas, Hugo-Néstor:**
Rotational behaviour of reinforced concrete corners and bond under lateral tension. In: Ductility of reinforced concrete structures, CEB Bulletin 242. Lausanne:1998, S. 259-273.
- [40] **Eifler, Heinz:**
Verbunduntersuchungen an gerippten Betonstählen als Grundlage für Formänderungsberechnungen. Beitrag zum 12. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton (DAfStb), Berlin: Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM), 1981, S. 93-106.
- [41] **Eifler, Heinz:**
Verbundverhalten zwischen Beton und geripptem Betonstahl sowie sein Einfluss auf inelastische Verformungen biegebeanspruchter Stahlbetonbalken. Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM), Forschungsbericht Nr. 96. Berlin:Wirtschaftsverlag, 1983.
- [42] **Eisenbiegler, Werner:**
Das Verbundverhalten druckbeanspruchter Betonrippenstähle im Beton. Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1975.
- [43] **Eligehausen, Rudolf (Rolf):**
Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstäbe mit geraden Stabenden. Dissertation, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DafStb), Heft 301, Berlin: Beuth-Verlag, 1979.
- [44] **Eligehausen, Rolf; Popov, Egor Paul; Bertero, Vitelmo Victorio:**
Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized

excitations. Earthquake Engineering Research Center, Report Nr. UCB/EERC 83-23. Berkeley: University of California, 1983.

- [45] **Eligehausen, Rolf; Kreller, Helmut:**
Querschnittsbericht zur Rissbildung in Stahl- und Spannbetonkonstruktionen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 393. Berlin: Beuth-Verlag, 1988, S. 3-57.
- [46] **Eligehausen, Rolf; Kreller, Helmut; Langer, Peter:**
Untersuchungen zum Verbundverhalten gerippter Bewehrungsstäbe mit praxisüblicher Betondeckung. Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB), IWB-Mitteilungen 1989/5, Universität Stuttgart, 1989.
- [47] **von Emperger, Friedrich Ignaz Edler (Fritz):**
Die statische Bedeutung des Haftwiderstandes im Tragwerk aus Eisenbeton. In: Beton und Eisen, Jahrgang 39, Heft 7 & 8, 1940, S. 91-98 & 106-109.
- [48] **Engström, Björn:**
Ductility of Tie Connections in Precast Structures. Dissertation, Department of Structural Engineering, Division of Concrete Structures, Publication No. 92:1, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 1992.
- [49] **Etse, Guillermo; Willam, Kaspar J.:**
A fracture energy-based constitutive formulation for inelastic behavior of plain concrete. In: Journal of Engineering Mechanics (ASCE), Volume 120, Issue 9, 1994, S. 1983–2011.

F

- [50] **Feenstra, Peter H.:**
Computational Aspects of Biaxial Stress in Plain and Reinforced Concrete. Dissertation, Delft University of Technology, 1993.
- [51] **Feenstra, Peter H.; De Borst, René:**
A plasticity model and algorithm for mode-I cracking in concrete. In: International Journal for Numerical Methods in Engineering, Volume 38, Issue 15, 1995, S. 2509-2529.
- [52] **Ferguson, Phil M.:**
Small bar spacing or cover – A bond problem for the designer. In: ACI-Journal, Volume 74 Issue 39, 1977, S. 435-439.
- [53] **Fernández Ruiz, Miguel; Muttoni, Aurelio; Gambarova, Pietro G.:**
Analytical modeling of the pre- and post-yield behaviour of bond in rein-

forced concrete. In: Journal of Structural Engineering (ASCE), Volume 133, Issue 10, 2007, S. 1364-1372.

- [54] **Franke, Lutz:**
Einfluss der Belastungsdauer auf das Verbundverhalten von Stahl in Beton : (Verbundkriechen). Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 268, Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1976.
- G**
- [55] **Gambarova, Pietro G.; Rosati, Gian Paolo:**
Bond and splitting in reinforced concrete: test results on bar pull-out. In: Materials and Structures, Volume 29, 1996, S. 267-276.
- [56] **Gambarova, Pietro G.; Rosati, Gian Paolo:**
Bond and splitting in bar pull-out: behavioural laws and concrete cover role. In: Magazine of Concrete Research (Cement and Concrete Association), Volume 49, Issue 179, 1997, S. 99-110.
- [57] **Gergely, Peter; Lutz, Leroy A.:**
Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members. In: Causes, Mechanisms and Control of Cracking in Concrete, ACI Special Publication SP-20, 1968, S. 87-117.
- [58] **Gerster, Roland:**
Zum Tragverhalten von Übergreifungsstößen in Stahlbetonbauteilen bei Brandeinwirkung. Dissertation, Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB), IWB-Mitteilungen 1989/3, Universität Stuttgart, 1989.
- [59] **Gerstle, Kurt H.; Aschl, Helmut; Linse, Diethelm et al.:**
Behaviour of concrete under multiaxial stress states. In: Journal of the Engineering Mechanics (ASCE), Volume 106, Issue 6, 1980, S. 1383-1403.
- [60] **Goto, Yukimasa:**
Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars. In: ACI-Journal, Volume 68, Issue 4, 1971, S. 244-251.
- [61] **Goto, Yukimasa., Otsuka, Koji:**
Experimental Studies on Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars. Technology Reports, Volume 44 Issue 1, Tohoku University, 1979, S. 49-83.
- [62] **Günther, Gerd; Mehlhorn, Gerhard:**
Untersuchungen zur Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen für monoton steigende und schwellende Belastungen. Forschungsbericht

Nr. 3 aus dem Fachgebiet Massivbau, Universität Kassel, 1987.

- [63] **Günther Gerd; Mehlhron, Gerhard:**
Lokale Verbunduntersuchungen zwischen Stahl und Beton. Forschungsbericht Nr. 14 aus dem Fachbereich Massivbau, Universität Kassel, 1990.

H

- [64] **Hansen, Robert J.; Nawy, Edward G.; Shah, Jayant M.:**
Response of concrete shear keys to dynamic loading. In: ACI-Journal, Volume 57, Issue 5, 1960, S. 1475-1490.
- [65] **Häußler-Combe, Ulrich; Pröchtel, Patrick:**
Ein dreiaxiales Stoffgesetz für Betone mit normaler und hoher Festigkeit. In: Beton- und Stahlbetonbau, Jahrgang 100, Heft 1, 2005, S. 52-62.
- [66] **Häußler-Combe, Ulrich:**
Dreiaxiale Stoffgesetze für Beton – Grundlagen, Formulierungen, Anwendungen. In: Beton- und Stahlbetonbau, Jahrgang 101, Heft 3, 2006, S. 175-186.
- [67] **Hayakawa, Mitsutaka; Itoh, Yasuro:**
A new concrete mixing method for improving bond mechanism. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Paisley, 1982, S. 282-288.
- [68] **Heilmann, Hans Georg; Hilsdorf, Hubert; Finsterwalder, Klemens:**
Festigkeit und Verformung von Beton unter Zugbeanspruchungen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 203, Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1969.
- [69] **Heilmann, Hans Georg:**
Zugspannung und -dehnung in unbewehrten Betonquerschnitten bei exzentrischer Belastung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 269, Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1976.
- [70] **Hillerborg, Arne; Moderée, Matz; Petersson, P.E.:**
Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. In: Cement and Concrete Research, Volume 6, Issue 6, 1976, S. 773–782.
- [71] **Hillerborg, Arne:**
Numerical Methods to simulate softening and fracture of concrete. In: Fracture Mechanics of Concrete: Structural Application and Numerical Calculation. Engineering Applications of Fracture Mechanics, Volume 4, 1984, S. 141-170.

- [72] **Hillerborg, Arne:**
Results of three comparative test series for determining the fracture energy G_f of concrete. In: Materials and Structures Volume 18, Issue 5, 1985, S. 403-413.
- [73] **Hofstetter, Günter; Simo, Juan C.; Taylor, Robert L.:**
A modified cap model: closest point solution algorithms. In: Computer & Structures, Volume 46, Issue 2, 1993, S. 203–214.
- [74] **Hofstetter, Günter; Mang, Herbert A.:**
Computational Mechanics of Concrete Structures. Braunschweig Wiesbaden: Vieweg & Sohn, 1995.
- [75] **Hörsch, Tilmann:**
Dreidimensionale numerische Simulation des mechanischen Verhaltens von Beton auf der Ebene des Mesogefüges. Dissertation, Nr. 14815, ETH Zürich, 2002.
- [76] **Hoyer, E.; Friedrich, E.:**
Beitrag zur Frage der Haftspannung in Eisenbetonbauteilen. In: Beton und Eisen 38 (1939), Nr. 6, S. 107-110.
- [77] **Huber, Frank:**
Nichtlineare dreidimensionale Modellierung von Beton- und Stahlbetontragwerken. Dissertation, Bericht des Instituts für Baustatik Nr. 46, Universität Stuttgart, 2006.
- [78] **Hungspreug, Siripong:**
Local bond between a reinforcing bar and concrete under high intensity cyclic load. Dissertation. Cornell University, Ithaca, 1981.

I

- [79] **Idda, Klaus:**
Verbundverhalten von Betonrippenstählen bei Querkzug. Dissertation. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1999.

J

- [80] **Jamet, P.; Millard, Alain; Nahas, G.:**
Triaxial behaviour of a microconcrete – complete stress-strain curves for confirming pressures ranging from 0 to 100 Mpa. In: RILEM-CEB Symposium on Concrete under Multiaxial Conditions, Toulouse, 1984, S. 133–140.

- [81] **Janovič, Kassian; Rehm, Gallus; Tewes, Rüdiger:**
Verbundverhalten von Bewehrungsstählen unter Dauerbelastung in Normal- und Leichtbeton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 367. Berlin: Beuth-Verlag, 1986.
- [82] **Jirsa, James O.; Breen, John E.; Luke, Joseph J.; Hamad, Bilal S. :**
Effect of casting position on bond. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Paisley, 1982, S. 300-307.
- K**
- [83] **Kemp, E. L.; Wilhelm, W. J.:**
Investigation of the Parameters Influencing Bond Cracking. In: ACI-Journal, Volume 76, Issue 1, 1979, S. 47-71.
- [84] **Kobarg, Jörg:**
Verankerung druckbeanspruchter Bewehrungsstäbe unter Querdruck. Forschungsbericht Az: Ei 114/11-2, DFG-Schwerpunktprogramm „Stoffgesetze im Konstruktiven Ingenieurbau“, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1983.
- [85] **Kobarg, Jörg:**
Verankerung axialbeanspruchter Bewehrungsstäbe im Beton unter Querbeanspruchung. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 1984.
Teil 1: Text
Teil 2: Anlagen
- [86] **Kobarg, Jörg:**
Ein inkrementelles Stahlbetonverbundgesetz unter Berücksichtigung von Stahldehnung und Querdruck. Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, Fortschrittberichte VDI Reihe 4, Heft Nr. 76. Düsseldorf, VDI Verlag, 1986.
- [87] **Koch, Rainer:**
Verformungsverhalten von Stahlbetonstäben unter Biegung und Längszug im Zustand II auch bei Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen. Schriftenreihe Otto-Graf-Institut, Heft 69, Universität Stuttgart, 1976.
- [88] **Kotsovos, Michael D.; Newman, John B.:**
Behaviour of concrete under multiaxial stress. In: ACI-Journal, Volume 74, Issue 9, 1977, S. 443-446.
- [89] **Kotsovos, Michael D., Newman, John B.:**
Generalized Stress-Strain Relations for Concrete. In: Journal of Engineering Mechanics, Volume 104, 1978, S. 845–856.

- [90] **Kotsovos, Michael D.:**
Effect of stress path on the behavior of concrete under triaxial stress states. In: ACI-Journal, Volume 76, Issue 2, 1979, S. 213-223.
- [91] **Krätzig, Wilfried B.; Pölling, Rainer:**
An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum of material parameters. In: Computer & Structures, Volume 82, Issues 15-16, 2004, S. 1201-1215.
- [92] **Kreller, Helmut:**
Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangseinwirkung.
Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB), IWB-Mitteilungen 1989/4, Universität Stuttgart, 1989.
- [93] **Kreller, Helmut:**
Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangseinwirkung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 409. Berlin: Beuth-Verlag, 1990.
- [94] **Krenk, Steen:**
Family of invariant stress surfaces. In: Journal of Engineering. Mechanics, Volume 122, Issue 3, 1996, S. 201-208.
- [95] **Krips, Martin:**
Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau, Band 33, Technische Hochschule Darmstadt, 1984.
- [96] **Kupfer, Helmut; Hilsdorf, Hubert K.; Rüschi, Hubert:**
Behaviour of concrete under biaxial stresses. In: ACI-Journal, Volume 66, Issue 8, 1969, S. 656-666.
- [97] **Kupfer, Helmut; Gerstle, Kurt H.:**
Behaviour of concrete under biaxial stresses. In: Journal of Engineering Mechanics (ASCE), Volume 99, Issue 4, 1973, S. 853-866.
- [98] **Kupfer, Helmut:**
Das Verhalten von Beton unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 229. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1973.
- [99] **Kurz, Wolfgang:**
Ein mechanisches Modell zur Beschreibung des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1996.

- [100] **Kuuskovski, Viljo:**
Über die Haftung zwischen Beton und Stahl: Experimentelle Untersuchung über den Einfluss der äusseren Belastung auf den Betrag der Spannungen in einbetonierten Stahleinlagen sowie auf die Ausbildung der Haftspannungen an der Berühungsfläche von Beton und Stahleinlage. Dissertation, Helsinki, Technische Hochschule von Finnland, 1950.

L

- [101] **Lackner, Roman:**
Adaptive finite element analysis of reinforced concrete plates and shells. Dissertation, Band 89, Technische Universität Wien, 1999.
- [102] **Lade, P. V.:**
Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. International Journal of Solids And Structures, Volume 13, 1977, S. 1019-1035.
- [103] **Lamé, Gabriel; Clapeyron Benoît Paul Émile:**
Mémoire sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes. In: Crelle's Journal / Journal für die reine und angewandte Mathematik, Band 7, 1831; S. 145-169.
- [104] **Langer, Peter:**
Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau. Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB), IWB-Mitteilungen 1987/1, Universität Stuttgart, 1987.
- [105] **Lemnitzer, Laura; Schröder, Steffen; Lindorf, Alexander; Curbach, Manfred:**
Bond behaviour between reinforcing steel and concrete under multiaxial loading conditions in concrete containments. In: 20th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SmiRT 20), Espoo, Technical Research Centre of Finland, 2009, S. 557-566.
- [106] **Leonhardt, Fritz:**
On the Need to Consider the Influence of Lateral Stresses on Bond. In: RILEM Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete, Volume 1, Stockholm, 1957. S. 29-34.
- [107] **Leonhardt, Fritz:**
Vorlesungen über Massivbau. 4. Teil, Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag, 1976.

- [108] **Lettow, Steffen:**
Ein Verbundelement für nichtlineare Finite Elemente Analysen – Anwendung auf Übergreifungsstöße. Dissertation, Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB), Universität Stuttgart, 2006.
- [109] **Lindorf, Alexander:**
Woher kommen die Bemessungswerte der Verbundspannung? In: Beton- und Stahlbetonbau, Jahrgang 105, Heft 1, 2010, S. 53-59.
- [110] **Lindorf, Alexander:**
Ermüdung des Verbundes von Stahlbeton unter Querkzug. Dissertation, Schriftenreihe Konstruktiver Ingenieurbau, Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden, 2011.
- [111] **Liu, T. C. Y.; Nilson, A. H.; Slate, F. O.:**
Stress strain response and fracture of concrete in uniaxial and biaxial compression. In: ACI-Journal, Volume 69, 1972, S. 291-295.
- [112] **Lorrain, Michel ; Khelafi, Hamid:**
Sur la résistance de la liaison armature-béton de haute résistance. In : Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux publics, No. 470, 1988, S. 118-128.
- [113] **Lutz, Leroy A.:**
Analysis of Stresses in Concrete Near a Reinforcing Bar Due to Bond and Transverse Cracking. In: ACI-Journal, Volume 67, 1970, S. 778-787.
- M**
- [114] **Mains, R. M.:**
Measurement of the Distribution of Tensile and Bond Stresses Along Reinforcing Bars. In: ACI-Journal, Volume 48, Issue 3, 1951, S. 225-252.
- [115] **Mainz, Jürgen; Stöckl, Siegfried; Kupfer, Herbert:**
Einfluß der Probekörperform auf die Ergebnisse von Ausziehversuchen – Finite-Element-Berechnungen. Zwischenbericht zum DFG-Forschungsvorhaben Ku 239/58-2. Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München. 1988.
- [116] **Mainz, Jürgen; Stöckl, Siegfried:**
Einfluß der Probekörperform auf die Ergebnisse von Ausziehversuchen – Finite-Element-Berechnungen. DFG-Forschungsvorhaben. Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München. 1990.

- [117] **Mainz, Jürgen; Stöckl, Siegfried:**
Einfluß der Probekörperform auf die Ergebnisse von Ausziehversuchen – Finite-Element-Berechnungen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 426. Berlin: Beuth-Verlag, 1992.
- [118] **Mainz, Jürgen:**
Modellierung des Verbundtragverhaltens von Betonrippenstahl. Dissertation, Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau Nr. 3/93, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, 1993.
- [119] **Martin, Horst:**
Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 228. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1973.
- [120] **Martin, Horst; Schießl, Peter; Schwarzkopf, Michael:**
Berechnungsverfahren für Rissbreiten aus Lastbeanspruchung. In: Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 309, 1980, S. 33-66.
- [121] **Martin, Horst; Noakowski, Piotr (Peter):**
Verbundverhalten von Betonstählen – Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 319. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1981, S. 99-176.
- [122] **Martin, Horst:**
Bond performance of ribbed bars (pull-out-test): Influence of concrete and consistency. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Paisley, 1982, S. 289-299.
- [123] **Martin, Horst:**
Einfluß der Betonzusammensetzung auf das Verbundverhalten von Bewehrungsstählen. In: Fortschritte im Konstruktiven Ingenieurbau - Festschrift Gallus Rehm zum 60. Geburtstag. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1984, S. 161-166
- [124] **Mayer, Utz:**
Zum Einfluss der Oberflächengestalt von Rippenstählen auf das Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonbauteilen. Dissertation, Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB), IWB-Mitteilungen 2002/1, Universität Stuttgart, 2002.
- [125] **Mayer, Utz; Eligehausen, Rolf:**
Optimierung des Verbundes. In: Massivbau in voller Breite - Festschrift Konrad Zilch zum 60. Geburtstag. Förderverein Massivbau der TU München e. V.. Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag 2005.

- [126] **Menrath, Horst:**
Numerische Simulation des nichtlinearen Tragverhaltens von Stahlverbundträgern. Dissertation, Institut für Baustatik, Bericht-Nr. 29, Universität Stuttgart, 1999.
- [127] **Menzel, Carl A.:**
Some factors influencing results of pull-out bond tests. In: ACI-Journal, Volume 35, Issue 6, 1939, S. 517-542.
- [128] **van Mier, Johannes Gerardus Maria:**
Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions. Dissertation, Technische Hogeschool Eindhoven, 1984.
- [129] **van Mier, Johannes Gerardus Maria; Reinhardt, Hans W.; van der Vlugt, B. W.:**
Ergebnisse dreiaxsig verformungsgesteuerter Belastungsversuche von Beton. In: Bauingenieur 62, 1987, S. 353–361.
- [130] **von Mises, Richard:**
Mechanik der plastischen Formänderung von Metallen. In: Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Jahrgang 8, Heft 3, 1928, S. 161–185.
- [131] **Modena, C.:**
Bond behaviour with longitudinal cracks of normal and epoxy coated deformed bars. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Riga, 1992, S. 31-40.
- [132] **Monteiro, P. J. M.; Gjorv, O. E.; Mehta, P. K.:**
Effect of condensed silica fume on the steel-cement paste transition zone. In: Cement and concrete research, Volume 19, Issue 1, 1989.
- [133] **Morita, Shiro; Kaku, Tetsuzo:**
Splitting Bond Failures of Large Deformed Reinforcing Bars. In: ACI-Journal, Volume 76, Issue 1, 1979, S. 93-110.
- [134] **Mörsch, Emil:**
Der Eisenbetonbau : seine Theorie und Anwendung. 4. vollst. neu bearb. und verm. Aufl., Stuttgart: Konrad Wittwer Verlag, 1912.
- [135] **Müller, Fritz Peter, Eisenbiegler, Werner:**
Ermittlung der Verbundspannung an gedrückten einbetonierten Betonstählen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 319. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1981, S. 177-203.

- [136] **Müller, Harald S.; Mechtcherine, Viktor; Kessler-Kramer, Christoph:**
Bruchmechanische Eigenschaften von hochfestem Beton. In: Beton- und Stahlbetonbau, Jahrgang 97, Heft 9, 2004, S. 471–483.
- [137] **Muttoni, Aurelio; Fernández Ruiz, Miguel:**
Influence of geometric, strain and size effects on bond in structural concrete. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Brescia, 2012, S.15-21.
- N*
- [138] **Nagatomo, Katsuhiko; Kaku, Tetsuzo:**
Experimental and analytical study on bond characteristics of reinforcing bars with only a single transverse rib. In: Transactions of the Japan Concrete Institute 7, 1985, S. 333-340.
- [139] **Nagatomo, Katsuhiko; Kaku, Tetsuzo; Matsubara, Saburo:**
Influence of lateral tensile stress on bond characteristics of deformed bars. In: Transactions of the Japan Concrete Institute 12, 1990, S. 485-490.
- [140] **Navaratnarajah, V.:**
Influence of tensile release in concrete on transfer bond of reinforcement bars. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Paisley, 1982, S. 250-261.
- [141] **Navaratnarajah, V.; Speare, P. R. S.:**
An Experimental Study of the Effects of Lateral Pressure on the Transfer Bond of Reinforcing Bars with Variable Cover. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2, Volume 81, 1986, pp. 697-715.
- [142] **Nelissen, L. J. M.:**
Biaxial testing of normal concrete. Heron, Volume 18, Issue 1, 1972.
- [143] **Neuner, Josef; Stöckl, Siegfried; Grasser, Emil:**
Versuche an dickwandigen, unbewehrten Betonringen mit Innendruckbeanspruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DafStb), Heft 299. Berlin: Beuth-Verlag, 1978.
- [144] **Nilson, Arthur H.:**
Internal measurement of bond slip. In: ACI-Journal, Volume 69, Issue 7, 1972, S. 439-441
- [145] **Noakowski, Piotr (Peter):**
Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangbeanspruchung infolge Temperatur. Dissertation, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton

(DAfStb), Heft 296. Berlin: Beuth-Verlag, 1978.

- [146] **Nykyri, Pekka:**
Bond behaviour - Concrete and Silicate Laboratory, Technical Research Centre of Finland. In: *Bond and Anchorage of Reinforcement in Concrete*, Nordic Seminar, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1985, S. 10-24.
- O**
- [147] **Okamura, Hajime; Maekawa, Koichi:**
Bond-Slip-Strain Model of Deformed Bar. In: *Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete*, Gihodo Shuppan, Tokyo, 1991, S. 159-182.
- [148] **Orangun, C. O.; Jirsa, J. O.; Breen, J. E.:**
A Reevaluation of Test Data on Development Length and Splices. In: *ACI-Journal*, Volume 74, Issue 3, 1977, S. 114-122.
- [149] **Orr, David M. F.:**
Lap Splicing of Deformed Reinforcing Bars. In: *ACI-Journal*, Volume 73, Issue 11, 1976, S. 622-627.
- [150] **Ottosen, Niels S.:**
A Failure Criterion For Concrete. In: *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Volume 103, 1977, S. 527-535.
- [151] **Ottosen, Niels S.:**
Constitutive model for short-time loading of concrete. In: *Journal of the Engineering Mechanics (ASCE)*, Volume 105, Issue 1, 1979, S. 127-141.
- [152] **Ottosen, Niels S.:**
Constitutive Model of Concrete Versus Recent Experimental Data. RisØ-I-72, RisØ National Laboratory Roskilde, Denmark, 1981.
- [153] **Ottosen, Niels S.:**
Further Documentation of a Constitutive Model for Concrete. RisØ-I-112, RisØ National Laboratory Roskilde, Denmark, 1982.
- [154] **Ottosen, Niels S.:**
Thermodynamic consequences of strain softening in tension. In: *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, Volume 112, Issue 11, 1986, S. 1152-1164.

P

- [155] **Paschen, Heinrich; Steinert, Joachim; Hjorth, Olaf:**
Untersuchung über das Verbundverhalten von Betonstählen bei Kurzzeitbeanspruchung. Bauforschung T 457. Stuttgart: IRB-Fraunhofer-Verlag, 1974.
- [156] **Petersson, P. E.:**
Fracture energy of concrete: method of determination. In: Cement and Concrete Research, Volume 10, Issue 1, 1980, S. 78-89.
- [157] **Pölling Rainer:**
Eine praxisnahe, schädigungsorientierte Materialbeschreibung von Stahlbeton für Strukturanalysen. Dissertation, Forschungsarbeit aus dem Sonderforschungsbereich 398 – Lebensdauerorientierte Entwurfskonzepte, Ruhr-Universität Bochum, 2000.
- [158] **Pontes, Ivaldo D. S.; Borges, Lavinia A.; Zouain, Nestor; Lopes, Francisco R.:**
An approach to limit analysis with cone-shaped yield surfaces. In: International Journal Numerical. Methods Engineering, Volume 40, 1997, S. 4011-4032.
- [159] **Popov, Egor P.:**
Bond and Anchorage of Reinforcing Bars under Cyclic Loading. In: ACI-Journal, Volume 81, Issue 4, 1984, S. 340-349.

R

- [160] **Rabich, R.:**
Beitrag zur Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke aus Stahlbeton unter Berücksichtigung der Rissbildung. In: Aus Theorie und Praxis des Stahlbetonbaues - Festschrift Gotthard Franz zum 65. Geburtstag, Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1969, S. 55-62.
- [161] **Ramage, J.:**
The influence of column load on bond performance in r-c beam-column connections. Department of Civil Engineering, Heriot-Watt University, Edinburgh, 1982.
- [162] **Rehm, Gallus:**
Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Dissertation, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 138. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1961.

- [163] **Rehm, Gallus:**
Kriterien zur Beurteilung von Bewehrungsstäben mit hochwertigem Verbund. In: Stahlbetonbau, Berichte aus Forschung und Praxis, Festschrift Hubert Rüschi zum 65. Geburtstag, Berlin: Verlag von Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1969, S. 79-96.
- [164] **Rehm, Gallus; Martin, Horst; Noakowski, Piotr (Peter):**
Einfluß der Profilierung und des Betons auf die Verbundqualität von Stahl in Beton : Ausziehversuche an gefrästen Stählen. Bericht Nr. 2203, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, 1970.
- [165] **Rehm, Gallus; Eligehausen, Rolf:**
Einfluß einer nicht ruhenden Belastung auf das Verbundverhalten von Rippenstählen. Otto-Graf-Institut der Universität Stuttgart. Betonwerk + Fertigteil-Technik, Heft 6, 1977, Seite 295-299.
- [166] **Rehm, Gallus; Mallée, Rainer:**
Untersuchung zur Frage der Größe der bei der Rissbildung mitwirkenden Betonzugfläche. Abschlussbericht, Lehrstuhl für Werkstoffe im Bauwesen (IWB), Universität Stuttgart, 1979.
- [167] **Reinhardt, Hans W.; Cornelissen, Hans A. W.; Hordjik, Dirk A.:**
Tensile tests and fracture analysis of concrete. In: Journal of Structural Engineering (ASCE), Volume 112, Issue 11, 1986, S. 2462-2477.
- [168] **Reinhardt, Hans W.:**
Beton. In: Beton-Kalender 2002, Teil I. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 2002, S. 1-152.
- [169] **Reuter, M.; Eligehausen, Rolf:**
Einfluß der Lasteinleitung durch Befestigungen auf die Tragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen. In: Bauingenieur 67, 1992, S. 461-474.
- [170] **Richart, Frank E.; Brandtzaeg, Anton; Brown, Rex L.:**
A study of the failure of concrete under combined compressive stresses. Bulletin No. 185, Engineering Experiment Station, University of Illinois, 1928.
- [171] **Richter, Thomas:**
Untersuchung zur Verankerung von Betonrippenstahl. Dissertation, Technische Universität Dresden, 1984.
- [172] **Robins, P. J., and Standish, I. G.:**
Effect of Lateral Pressure on Bond of Reinforcing Bars in Concrete. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Paisley, 1982, S. 262-272.

- [173] **Robins, P. J.; Standish, I. G.:**
The Influence of Lateral Pressure upon Anchorage Bond. In: Magazine of Concrete Research (Cement and Concrete Association), Volume 36, Issue 129, 1984, S. 195-202.
- [174] **Rogge, Andreas:**
Materialverhalten von Beton unter mehrachsiger Beanspruchung. Dissertation, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, 2002.
- [175] **Rostásy, Ferdinand S., Koch, Rainer, Leonhardt, Fritz:**
Zur Mindestbewehrung für Zwang von Außenwänden aus Stahlleichtbeton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 267. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1976, S. 5-83.
- [176] **Rostásy, Ferdinand S.; Scheuermann, Jochen:**
Verbundverhalten einbetonierten Betonrippenstahls bei extrem tiefer Temperatur. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 380. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1987, S. 43-105.
- [177] **Rots, Jan Gerrit:**
Computational Modelling of Concrete Fracture. Dissertation, Technische Universiteit Delft, 1988.
- [178] **Royles, R.; Morley, P. D.; Khan, M. R.:**
The behaviour of reinforced concrete at elevated temperatures with particular reference to bond strength. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Paisley, 1982, S. 217-228.
- [179] **Rüsch, Hubert:**
Der Zusammenhang zwischen Rißbildung und Haftfestigkeit unter besonderer Berücksichtigung der Anwendung hoher Stahlspannungen. In: Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau, 5. Kongress, Lissabon, 1956, S. 791-813.
- [180] **Rüsch, Hubert; Rehm, Gallus:**
Notes on crack spacing in members subjected to bending. In: RILEM Symposium on bond and crack formation in reinforced concrete, Stockholm, 1957, S. 525-534.
- [181] **Rüsch, Hubert:**
Stahlbeton – Spannbeton - Band 1 – Werkstoffeigenschaften - Bemessungsverfahren. Düsseldorf: Werner-Verlag, 1972.
- [182] **Russo, G., Zingone G. and Romano F.:**
Solution of the Bond Problem on the Basis of Nonlinear Local Bond Stress-Slip Relationship, taking into account Concrete Strains. Studies

and Researches, Volume 10, Politecnico di Milano, 1989, S. 157-177.

- [183] **Russo G.; Romano F.:**
Bond Response in a Push-In/Pull-Out Test when the Rebar and the Concrete are Loaded at Opposite Ends. Studies and Researches, Volume 12, Politecnico di Milano, 1991, S. 19-44.
- [184] **Rußwurm, Dieter; Martin, Horst:**
Betonstähle für den Stahlbetonbau. Institut für Stahlbetonbewehrung e. V.. München-Wiesbaden-Berlin: Bauverlag, 1993.
- S**
- [185] **Sandler, I. S.; Rubin, D.:**
An algorithm and a modular subroutine for the cap model. In: International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, Volume 3, Issue 2, 1979, S. 173-186.
- [186] **Sargin, M.:**
Stress-strain-relationship for concrete and analysis of concrete sections. Solid Mechanics Divisions, University of Waterloo, Ontario, 1971.
- [187] **Sato, Yuichi; Shima, Hiroshi; Kanakubo, Toshiyuki:**
Japan concrete institute TC activities on bond behavior and constitutive laws in RC. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Brescia, 2012, S. 89-96.
- [188] **Schenkel, Marcus:**
Zum Verbundverhalten von Bewehrung bei kleiner Betondeckung. Dissertation, IBK Bericht Nr. 237, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. Basel: Birkhäuser-Verlag, 1998.
- [189] **Schickert, Gerald; Winkler, Helmut:**
Versuchsergebnisse zur Festigkeit und Verformung von Beton bei mehraxialer Beanspruchung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 277. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1977.
- [190] **Schleeh, Walter:**
Zur Ermittlung der Spaltzugfestigkeit des Betons. In: Beton, Jahrgang 28, Heft 2. Düsseldorf: Beton-Verlag, 1978, S. 57–62.
- [191] **Schmidt-Hurtienne, Björn:**
Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einschluss des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung. Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe, 2001.

- [192] **Schmidt-Thrö, Gerfried:**
Verbundverhalten von Rippenstählen in Beton unter besonderer Berücksichtigung einer einachsigen Querpressung. Dissertation, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, 1987.
- [193] **Schmidt-Thrö, Gerfried; Stöckl, Siegfried; Kupfer, Herbert:**
Verankerung der Bewehrung am Endauflager bei einachsiger Querpressung. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 389. Berlin: Beuth-Verlag, 1988.
- [194] **Schober, Hans:**
Ein Modell zur Berechnung des Verbundes und der Risse im Stahl- und Spannbeton. Dissertation, Institut für Massivbau, Universität Stuttgart, 1984.
- [195] **Schuler, Harald:**
Experimentelle und numerische Untersuchungen zur Schädigung von stoßbeanspruchtem Beton. Dissertation, Forschungsergebnisse aus der Kurzzeitdynamik, Heft 6, Universität der Bundeswehr München, 2004.
- [196] **Schütt, Jan:**
Ein inelastisches 3D-Versagensmodell für Beton und seine Finite-Elemente-Implementierung. Dissertation, Institut für Baustatik, Universität Karlsruhe, 2005.
- [197] **Shah, Surendra P.; Winter, George:**
Inelastic behavior and fracture of concrete. American Concrete Institut (ACI), Special Publication SP-20, 1968, S. 5-28.
- [198] **Shima, Hiroshi; Chou, Lie-Liung; Okamura, Hajime:**
Micro and Macro Models for Bond in Reinforced Concrete. In: Journal of the Faculty of Engineering, Vol. XXXIX, No. 2, University of Tokyo, 1987, S. 133-194.
- [199] **Sigrist, Viktor:**
Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern. Dissertation, IBK Bericht Nr. 210, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. Basel: Birkhäuser-Verlag, 1995.
- [200] **Simo, Juan C.; Ju, Jiann-Wen; Pister, Karl S.; Taylor, Robert L.:**
Assessment of cap model: consistent return algorithms and rate-dependent extension. In: Journal of Engineering. Mechanics, Volume 114, Issue 2, 1988, S. 191-218.
- [201] **Soretz, Stefan; Hölzenbein, Helmut:**
Influence of rib dimensions of reinforcing bars on bond and bendability. In: ACI-Journal, Volume 76, Issue 1, 1979, S. 111-125.

- [202] **Soretz, Stefan; Hölzenbein, Helmut:**
Einfluß der Rippenabmessungen von Betonbewehrungsstäben auf den Verbund und die Biegetragfähigkeit. Betonstahl in Entwicklung, Heft 69. Luxembourg: Tor-Isteg Steel Corporation, 1980.
- [203] **Soroushian, Parviz; Choi, Ki-Bong:**
Local bond of deformed bars with different diameters in confined concrete. In: ACI Structural Journal, Volume 86, Issue 2, 1989, S. 217-222.
- [204] **Soroushian, Parviz; Choi, Ki-Bong:**
Analytical Evaluation of Straight Bar Anchorage Design in Exterior Joints. In: ACI Structural Journal, Volume 88, Issue 2, 1991, S. 161-168.
- [205] **Sparowitz, Lutz:**
Eine geschlossene Näherungslösung für das Verbundproblem. Festschrift Richard Greiner zum 60. Geburtstag, Technische Universität Graz, 2001, S. 387-404.
- [206] **Srinivasa Rao, Pulugurtu:**
Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Umlagerungen der Schnittkräfte. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 177. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1966.
- [207] **Stempniewski, Lothar; Eibl, Josef:**
Finite Elemente im Stahlbeton. In: Beton-Kalender 1996, Teil II. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1996, S. 577-647.
- [208] **Suanno, Rodolfo Luiz Martins:**
Ein dreidimensionales Simulationsmodell für Stahlbeton mit Plasizität und Schädigung. Dissertation, Bericht-Nr. 18, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart, 1995.
- T**
- [209] **Tanner, John Augustus:**
An Experimental Investigation of Bond Slip in Reinforced Concrete. M.Sc. Thesis. Cornell University, Ithaca, 1971.
- [210] **Tepfers, Ralejs:**
A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars. Dissertation, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Göteborg, 1973.
- [211] **Tepfers, Ralejs:**

Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars. In: Magazine of Concrete Research (Cement and Concrete Association), Volume 31, Issue 106, 1979. S. 3-12.

- [212] **Tikhomirov, Dmitrij; Stein, E:**
Anisotrope Schädigungskonzepte für nichtlineare Berechnungen von Stahlbetonkonstruktionen. In: Bauingenieur 74(1), 1999, S. 36–44.
- [213] **Tikhomirov, Dmitrij:**
Theorie und Finite-Element-Methode für die Schädigungsbeschreibung in Beton und Stahlbeton. Dissertation, Institut für Baumechanik und Numerische Mechanik, Universität Hannover, 2000.
- [214] **Timoshenko, Stephen:**
Strength of Materials, Part 1 (Elementary Theory and Problems) & Part 2 (Advanced Theorie and Problems). New York: D. van Nostrand Verlag, 1930.
- [215] **Toumi, A.; Bascoul, A.:**
Mode I crack propagation in concrete under fatigue: microscopic observations and modelling. In: International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Volume 26, Issue 13, 2002, S. 1299-1312.
- [216] **Tue, Nguyen Viet; Kurz, Wolfgang; König, Gert:**
Ein mechanisches Modell zur Beschreibung des Verbundverhaltens zwischen Stahl und Beton im Gebrauchs- und Bruchzustand. In: Bautechnik 74, 1997, Nr. 6, S. 381-394

U

- [217] **Uлага, Tomaž:**
Betonbauteile mit Stab- und Lamellenbewehrung : Verbund- und Zuggliedmodellierung. Dissertation, Nr. 15062, ETH Zürich, 2003.
- [218] **Untrauer, Raymond E.; Henry, Robert L.:**
Influence of Normal Pressure on Bond Strength. In: ACI-Journal, Volume 62, Issue 5, 1965, S. 577-586.

V

- [219] **Vandewalle, L.:**
Theoretical prediction of the ultimate bond strength between a reinforcement bar and concrete. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Riga, 1992, S. 1-8.

- [220] **Vecchio, Frank John; Collins, Michael Patrick:**
The response of reinforced concrete to In-plane shear and normal stresses. Publication 82-03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1982.
- [221] **Viwathanatepa, Suthipoul; Popov, Egor Paul; Bertero, Vitelmo Vittorio:**
Effects of generalized loadings on bond of reinforced bars embedded in confined concrete blocks. College of Engineering, Report No. UCB/EERC 79-22. Berkeley: University of California, 1979.
- [222] **Vonk, Rene Alfred:**
Softening of concrete loaded in compression. Dissertation, Technische Universiteit Eindhoven, 1992.
- W**
- [223] **Wahla, Muhammed Iqbal:**
Direct Measurement of Bond-Slip in Reinforced Concrete. Dissertation, Cornell University, Ithaca, 1970.
- [224] **Watstein, David:**
Distribution of Bond Stress in Concrete Pull-Out Specimens. In: ACI-Journal, Volume 43, Issue 5, May 1947, S. 1041-1052.
- [225] **Wildermuth, Anke; Hofmann, Jan:**
Effect of the bond behaviour of rebars and its evaluation by simplified test specimens. In: Bond in Concrete (Tagungsband), Brescia, 2012, S. 75-80.
- [226] **Wildermuth, Anke:**
Untersuchungen zum Verbundverhalten von Bewehrungsstäben mittels vereinfachter Versuchskörper. Dissertatio. Institut für Werkstoffe im Bauwesen (IWB), IWB-Mitteilungen 2012/3, Universität Stuttgart, 2012.
- [227] **Willam, Kaspar J.; Warnke, Ernst P.:**
Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete. In: Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresse, IABSE Report Volume 19, ISMES Bergamo, 1974.
- [228] **Willam Kaspar J.; Ko, Hon-Yi; Pramono, E.; Klisinski, M.; Stankowski, T.; Smith, S.:**
Constitutive Diver for Triaxial Response Behavior of Plain Concrete. In: Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering, University of Boulder, Colorado, 1986.

- [229] **Willam Kaspar J.; Kang Hong D.:**
Localization Characteristics of Triaxial Concrete Model. In: Journal of Engineering Mechanics, Volume 125, Issue 8, 1999, S. 941-950
- [230] **Wille, Frank:**
Charakteristik und Modellbildung des Verbundtragverhaltens von einlagigen Rundlitzenseilen in Beton. Dissertation, Lehrstuhl für Massivbau, TU Cottbus. 2004.
- [231] **Winkler, Bernhard Josef:**
Traglastuntersuchungen von unbewehrten und bewehrten Betonstrukturen. Dissertation, Universität Innsbruck, 2001.
- [232] **Wittmann, Folker H.:**
Grundlagen eines Modells zur Beschreibung charakteristischer Eigenschaften von Beton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb), Heft 290. Berlin: Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, 1975, S. 43-101.
- [233] **Wittmann, Folker H.:**
Deformation of concrete at variable moisture content. In: Mechanics of geomaterials. John Wiley and Sons, 1985, S. 425-459.

Y

- [234] **Yankelevsky, David Z.:**
Bond Action between Concrete and a Deformed Bar A New Model. In: ACI-Journal, Volume 82, Issue 2, 1985, S. 154-161.

Z

- [235] **Zilch, Konrad; Zehetmaier, Gerhard:**
Bemessung im konstruktiven Betonbau. Berlin: Springer-Verlag, 2010.
- [236] **Zohdi, Tarek I.; Wriggers, Peter:**
A computational model for interfacial damage through microstructural cohesive zone relaxation. International Journal of Fracture, Volume 101, Issue 3, 2000, S. L9-L14.

Normen, Regelwerke und Sachstandsberichte

American Concrete Institute (ACI)

- [237] **ACI 408.2R-92**
Bond under cyclic loads. State-of-the-art report, ACI Committee 408.
Detroit: American Concrete Institute, 1992.

Comité Euro-International du Béton / fédération internationale du béton (CEB-fib)

- [238] **CEB Bulletin No. 151**
Bond action and bond behaviour of reinforcement: State-of-the-art report. Paris: Comité Euro-International du Béton / fédération internationale du béton, 1982.
- [239] **CEB Bulletin No. 213 & No. 214**
Model Code 90 – Final version, Volume 1 (No. 213) & Volume 2 (No. 214). Lausanne: Comité Euro-International du Béton / fédération internationale du béton, 1993.
- [240] **fib Bulletin No. 10**
Bond of reinforcement in concrete: State-of-the-art report. Lausanne: Comité Euro-International du Béton / fédération internationale du béton, 2000.
- [241] **fib Bulletin No. 55 & No. 56**
Model Code 2010 – First complete draft, Volume 1 (No. 55) & Volume 2 (No. 56). Lausanne: Comité Euro-International du Béton / fédération internationale du béton, 2010.

Deutsches Institut für Normung (DIN)

- [242] **DIN 488-1 : 2009-08**
Betonstahl
Teil 1: Stahlsorten, Eigenschaften, Kennzeichnung.
Berlin: Beuth-Verlag, 2009.
- [243] **DIN 488-3 : 2009-08**
Betonstahl
Teil 3: Betonstahl in Ringen, Bewehrungsdraht.
Berlin: Beuth-Verlag, 2009.

- [244] **DIN 1045 : 1978-12**
Beton und Stahlbeton; Bemessung und Ausführung.
Berlin: Beuth-Verlag, 1978.
- [245] **DIN 1045-1 : 2001-07**
Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton
Teil 1: Bemessung und Konstruktion.
Berlin: Beuth-Verlag, 2001.
- [246] **DIN 1045-1 : 2008-08**
Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton
Teil 1: Bemessung und Konstruktion.
Berlin: Beuth-Verlag, 2008.
- [247] **DIN V ENV 1992-1-1 : 1992-06 (Eurocode 2)**
Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontrag-
werken
Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
Berlin: Beuth, 2005.
- [248] **DIN EN 1992-1-1 : 2004 (Eurocode 2)**
Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontrag-
werken
Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.
Berlin: Beuth, 2011.
- [249] **DIN EN ISO 15630-1: 2011-02**
Stähle für die Bewehrung und das Vorspannen von Beton – Prüfverfah-
ren
Teil 1: Bewehrungsstäbe, -walzdraht und draht.
Berlin: Beuth-Verlag, 2002.

RILEM

- [250] **RILEM**
Technical recommendations for the testing and use of construction mate-
rials. International Union of Testing and Research Laboratories for Ma-
terials and Structures, 1994.

Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie

Herausgeber Univ.-Prof. Dr.-Ing. Harald S. Müller
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski

Institut für Massivbau und Baustofftechnologie
Universität Karlsruhe (TH)
ISSN 0933-0461

- Heft 1 **Manfred Curbach**
Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen
Belastungsgeschwindigkeiten. 1987
- Heft 2 **Franz-Hermann Schlüter**
Dicke Stahlbetonplatten unter stoßartiger Belastung —
Flugzeugabsturz. 1987
- Heft 3 **Marlies Schieferstein**
Der Zugflansch von Stahlbetonplattenbalken unter Längsschub
und Querbiegung bei kritischer Druckbeanspruchung von Beton. 1988
- Heft 4 **Thomas Bier**
Karbonatisierung und Realkalisierung von Zementstein und Beton. 1988
- Heft 5 **Wolfgang Brameshuber**
Bruchmechanische Eigenschaften von jungem Beton. 1988
- Heft 6 **Bericht DFG-Forschungsschwerpunkt**
Durability of Non-Metallic Inanorganic Building Materials. 1988
- Heft 7 **Manfred Feyerabend**
Der harte Querstoß auf Stützen aus Stahl und Stahlbeton. 1988
- Heft 8 **Klaus F. Schönlin**
Permeabilität als Kennwert der Dauerhaftigkeit von Beton. 1989
- Heft 9 **Lothar Stempniewski**
Flüssigkeitsgefüllte Stahlbetonbehälter unter Erdbebeneinwirkung. 1990
- Heft 10 **Jörg Weidner**
Vergleich von Stoffgesetzen granularer Schüttgüter
zur Silodruckermittlung. 1990
- Heft 11 **Pingli Yi**
Explosionseinwirkungen auf Stahlbetonplatten. 1991

Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie

- Heft 12 **Rainer Kunterding**
Beanspruchung der Oberfläche von Stahlbetonsilos durch Schüttgüter. 1991
- Heft 13 **Peter Haardt**
Zementgebundene und kunststoffvergütete Beschichtungen auf Beton.
1991
- Heft 14 **Günter Rombach**
Schüttguteinwirkungen auf Silozellen — Exzentrische Entleerung. 1991
- Heft 15 **Harald Garrecht**
Porenstrukturmodelle für den Feuchtehaushalt von Baustoffen mit und
ohne Salzbefrachtung und rechnerische Anwendung auf Mauerwerk. 1992
- Heft 16 **Violandi Vratsanou**
Das nichtlineare Verhalten unbewehrter Mauerwerksscheiben unter
Erdbebenbeanspruchung — Hilfsmittel zur Bestimmung der q -Faktoren. 1992
- Heft 17 **Carlos Rebelo**
Stochastische Modellierung menschengenerierter Schwingungen. 1992
- Heft 18 **Seminar 29./30. März 1993**
Erdbebenauslegung von Massivbauten unter Berücksichtigung
des Eurocode 8. 1993
- Heft 19 **Hubert Bachmann**
Die Massenträgheit in einem Pseudo-Stoffgesetz für Beton
bei schneller Zugbeanspruchung. 1993
- Heft 20 **DBV/AiF-Forschungsbericht H. Emrich**
Zum Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen unter
Querkraft- und Längszugbeanspruchung. 1993
- Heft 21 **Robert Stolze**
Zum Tragverhalten von Stahlbetonplatten mit von den Bruchlinien
abweichender Bewehrungsrichtung — Bruchlinien-Rotationskapazität. 1993
- Heft 22 **Jie Huang**
Extern vorgespannte Segmentbrücken unter kombinierter
Beanspruchung aus Biegung, Querkraft und Torsion. 1994
- Heft 23 **Rolf Wörner**
Verstärkung von Stahlbetonbauteilen mit Spritzbeton. 1994

Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie

- Heft 24 **Ioannis Retzepis**
Schiefe Betonplatten im gerissenen Zustand. 1995
- Heft 25 **Frank Dahlhaus**
Stochastische Untersuchungen von Silobeanspruchungen. 1995
- Heft 26 **Cornelius Ruckenbrod**
Statische und dynamische Phänomene bei der
Entleerung von Silozellen. 1995
- Heft 27 **Shishan Zheng**
Beton bei variierender Dehngeschwindigkeit, untersucht mit
einer neuen modifizierten Split-Hopkinson-Bar-Technik. 1996
- Heft 28 **Yong-zhi Lin**
Tragverhalten von Stahlfaserbeton. 1996
- Heft 29 **DFG**
Korrosion nichtmetallischer anorganischer Werkstoffe im Bauwesen. 1996
- Heft 30 **Jürgen Ockert**
Ein Stoffgesetz für die Schockwellenausbreitung in Beton. 1997
- Heft 31 **Andreas Braun**
Schüttgutbeanspruchungen von Silozellen unter Erdbebeneinwirkung. 1997
- Heft 32 **Martin Günter**
Beanspruchung und Beanspruchbarkeit des Verbundes
zwischen Polymerbeschichtungen und Beton. 1997
- Heft 33 **Gerhard Lohrmann**
Faserbeton unter hoher Dehngeschwindigkeit. 1998
- Heft 34 **Klaus Idda**
Verbundverhalten von Betonrippenstäben bei Querzug. 1999
- Heft 35 **Stephan Kranz**
Lokale Schwind- und Temperaturgradienten in bewehrten,
oberflächennahen Zonen von Betonstrukturen. 1999
- Heft 36 **Gunther Herold**
Korrosion zementgebundener Werkstoffe in mineralsauren Wässern. 1999

Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie

- Heft 37 **Mostafa Mehrafza**
Entleerungsdrücke in Massefluss-Silos — Einflüsse der Geometrie
und Randbedingungen. 2000
- Heft 38 **Tarek Nasr**
Druckentlastung bei Staubexplosionen in Siloanlagen. 2000
- Heft 39 **Jan Akkermann**
Rotationsverhalten von Stahlbeton-Rahmenecken. 2000
- Heft 40 **Viktor Mechtcherine**
Bruchmechanische und fraktologische Untersuchungen
zur Rißausbreitung in Beton. 2001
- Heft 41 **Ulrich Häußler-Combe**
Elementfreie Galerkin-Verfahren — Grundlagen und Einsatzmöglichkeiten
zur Berechnung von Stahlbetontragwerken. 2001
- Heft 42 **Björn Schmidt-Hurtienne**
Ein dreiaxiales Schädigungsmodell für Beton unter Einschluß
des Dehnrateneffekts bei Hochgeschwindigkeitsbelastung. 2001
- Heft 43 **Nazir Abdou**
Ein stochastisches nichtlineares Berechnungsverfahren für Stahlbeton
mit finiten Elementen. 2002
- Heft 44 **Andreas Plokitzka**
Ein Verfahren zur numerischen Simulation von Betonstrukturen
beim Abbruch durch Sprengen. 2002
- Heft 45 **Timon Rabczuk**
Numerische Untersuchungen zum Fragmentierungsverhalten von
Beton mit Hilfe der SPH-Methode. 2002
- Heft 46 **Norbert J. Krutzik**
Zu Anwendungsgrenzen von FE-Modellen bei der Simulation von
Erschütterungen in Kernkraftbauwerken bei Stoßbelastungen. 2002
- Heft 47 **Thorsten Timm**
Beschub von flüssigkeitsgefüllten Stahlbehältern. 2002
- Heft 48 **Slobodan Kasic**
Tragverhalten von Segmentbauteilen mit interner und externer
Vorspannung ohne Verbund. 2002

Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie

- Heft 49 **Christoph Kessler-Kramer**
Zugtragverhalten von Beton unter Ermüdungsbeanspruchung. 2002
- Heft 50 **Nico Herrmann**
Experimentelle Verifizierung von Prognosen zur Sprengtechnik. 2002
- Heft 51 **Michael Baur**
Elastomerlager und nichtlineare Standorteffekte
bei Erdbebeneinwirkung. 2003
- Heft 52 **Seminar 02. Juli 2004**
DIN 1045-1; Aus der Praxis für die Praxis. 2004
- Heft 53 **Abdelkhalek Saber Omar Mohamed**
Behaviour of Retrofitted Masonry Shear Walls Subjected
to Cyclic Loading. 2004
- Heft 54 **Werner Hörenbaum**
Verwitterungsmechanismen und Dauerhaftigkeit
von Sandsteinsichtmauerwerk. 2005
- Heft 55 **Seminar Februar 2006**
DIN 4149 — Aus der Praxis für die Praxis. 2006
- Heft 56 **Sam Foos**
Unbewehrte Betonfahrbahnplatten unter witterungsbedingten
Beanspruchungen. 2006
- Heft 57 **Ramzi Maliha**
Untersuchungen zur Rissbildung in Fahrbahndecken aus Beton. 2006
- Heft 58 **Andreas Fäcke**
Numerische Simulation des Schädigungsverhaltens von
Brückenpfeilern aus Stahlbeton unter Erdbebenlasten. 2006
- Heft 59 **Juliane Möller**
Rotationsverhalten von verbundlos vorgespannten Segmenttragwerken. 2006
- Heft 60 **Martin Larcher**
Numerische Simulation des Betonverhaltens unter Stoßwellen mit
Hilfe des Elementfreien Galerkin-Verfahrens. 2007
- Heft 61 **Christoph Niklasch**
Numerische Untersuchungen zum Leckageverhalten von
gerissenen Stahlbetonwänden. 2007

Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie

- Heft 62 **Halim Khbeis**
Experimentelle und numerische Untersuchungen von Topflagern. 2007
- Heft 63 **Sascha Schnepf**
Vereinfachte numerische Simulation des Tragverhaltens ebener
mauerwerksausgefachter Stahlbetonrahmen unter zyklischer Belastung. 2007
- Heft 64 **Christian Wallner**
Erdbebengerechtes Verstärken von Mauerwerk durch Faserverbundwerk-
stoffe — experimentelle und numerische Untersuchungen. 2008
- Heft 65 **Niklas Puttendörfer**
Ein Beitrag zum Gleitverhalten und zur Sattelausbildung
externer Spannglieder. 2008

»»»»»»»»»» **Bezug der Hefte 1—65 und 67**
Institut für Massivbau und Baustofftechnologie
Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Gotthard-Franz-Str. 3, 76131 Karlsruhe
www.betoninstitut.de

Bezug ab Heft 66
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2, 76131 Karlsruhe
www.ksp.kit.edu

»»»»»»»»»» **Fortführung der Reihe ab Heft 66 unter neuem Namen**

KARLSRUHER REIHE
Massivbau
Baustofftechnologie
Materialprüfung

erschienen bei KIT Scientific Publishing (ISSN 1869-912X)

KARLSRUHER REIHE

Massivbau – Baustofftechnologie – Materialprüfung

Herausgeber Univ.-Prof. Dr.-Ing. Harald S. Müller
Univ.-Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski

Institut für Massivbau und Baustofftechnologie
Materialprüfungs- und Forschungsanstalt, MPA Karlsruhe

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
ISSN 1869-912X

- Heft 66 **Michael Haist**
Zur Rheologie und den physikalischen Wechselwirkungen
bei Zementsuspensionen. 2009
ISBN 978-3-86644-475-1
- Heft 67 **Stephan Steiner**
Beton unter Kontaktdetonation - neue experimentelle Methoden. 2009
(noch erschienen in der Schriftenreihe des Instituts für Massivbau
und Baustofftechnologie, ISSN 0933-0461)
- Heft 68 **Christian Münich**
Hybride Multidirektionaltexilien zur Erdbebenverstärkung
von Mauerwerk — Experimente und numerische Untersuchungen
mittels eines erweiterten Makromodells. 2011
ISBN 978-3-86644-734-9
- Heft 69 **Viktória Malárics**
Ermittlung der Betonzugfestigkeit aus dem Spaltzugversuch
an zylindrischen Betonproben. 2011
ISBN 978-3-86644-735-6
- Heft 70 **Daniela Ruch**
Bestimmung der Last-Zeit-Funktion beim Aufprall
flüssigkeitsgefüllter Stoßkörper. 2011
ISBN 978-3-86644-736-3
- Heft 71 **Marc Beitzel**
Frischbetondruck unter Berücksichtigung der
rheologischen Eigenschaften. 2012
ISBN 978-3-86644-783-7

KARLSRUHER REIHE

Massivbau – Baustofftechnologie – Materialprüfung

- Heft 72 **Michael Stegemann**
Großversuche zum Leckageverhalten von gerissenen
Stahlbetonwänden. 2012
ISBN 978-3-86644-860-5
- Heft 73 **Isabel Anders**
Stoffgesetz zur Beschreibung des Kriech- und Relaxationsverhaltens
junger normal- und hochfester Betone. 2013
ISBN 978-3-7315-0043-8
- Heft 74 **Jennifer C. Scheydt**
Mechanismen der Korrosion bei ultrahochfestem Beton. 2013
ISBN 978-3-7315-0113-8
- Heft 75 **Michael Auer**
Ein Verbundmodell für Stahlbeton unter Berücksichtigung
der Betonschädigung. 2015
ISBN 978-3-7315-0316-3

Bekannte Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen besitzen meist einen empirischen Ursprung und sind nur unter bestimmten Randbedingungen gültig. Besonders ausgeprägt und Anlass dieser Forschung sind die Differenzen der Verbundspannungs-Relativverschiebungs-Beziehungen von Auszieh-, Ausdrück- und Dehnkörper.

In dieser Arbeit wird ein allgemein gültiges Verbundgesetz auf Basis theoretischer Überlegungen generiert und kein aus Versuchsergebnissen gewonnenes Verbundgesetz verwendet.

Das neu entwickelte Verbundgesetz berücksichtigt den dreiaxialen Spannungszustand des Betons vor der Rippe des Bewehrungsstabes. Die Spannungen in drei Richtungen entstehen infolge einer vor der Bewehrungsstabrippe beginnenden Druckstrebe und den daraus resultierenden Kräfteumlenkungen in tangential und radiale Richtung. Mit Hilfe eines drei-axialen Betonstoffgesetzes wird daraus die mögliche Spannung des Betons bestimmt, wodurch die Verbundspannung limitiert wird. Das vorgestellte Verbundgesetz basiert daher primär auf der Festigkeit des Betons vor der Rippe und damit nur indirekt aus der daraus ermittelten resultierenden Relativverschiebung.

